WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW
BIBLIOTEKA GŁÓWNA
L. inw. 26

L. WERKMEISTER

SKUNDE

ND NIVELLIEREN

SAMMLUNG GÖSCHEN BAND 468

Sammlung Göschen

Unser heutiges Wissen in kurzen, klaren, allgemeinverständlichen Einzeldarstellungen

---

Zweck und Ziel der „Sammlung Göschen" ist, in Einzeldarstellungen eine klare, leichtverständliche und übersichtliche Einführung in sämtliche Gebiete der Wissenschaft und Technik zu geben; in engem Rahmen, auf streng wissenschaftlicher Grundlage und unter Berücksichtigung des neuesten Standes der Forschung bearbeitet, soll jedes Bändchen zuverlässige Belehrung bieten. Jedes einzelne Gebiet ist in sich geschlossen dargestellt, aber dennoch stehen alle Bändchen in innerem Zusammenhange miteinander, so daß das Ganze, wenn es vollendet vorliegt, eine einheitliche, systematische Darstellung unseres gesamten Wissens bilden dürfte

---

Jeder Band in Leinen geb. RM 1.62

Biblioteka Politechniki Krakowskiej

100000295768

Sammlung Göschen

Vermessungskunde

I

Stückmessung und Nivellieren

Von

Dr.-Ing. P. Werkmeister
ord. Professor an der Technischen Hochschule Dresden

Mit 145 Figuren

Sechste Auflage

Walter de Gruyter & Co.
vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung · J. Guttentag, Verlagsbuchhandlung · Georg Reimer · Karl J. Trübner · Veit & Comp.
Berlin 1938 Leipzig

I-301288

Alle Rechte, insbesondere das Übersetzungsrecht, von der Verlagshandlung vorbehalten.

Archiv-Nr. 110468.
BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW
Akc. Nr. 200/46
I. 26

Druck von Walter de Gruyter & Co., Berlin W 35.
Printed in Germany.

BAU-3-569/2506

Państw. Szkoła Technicz.
Gór. Hut. Mier. Dz. II a. poz. 10

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Einleitung 5

I. Abschnitt.

Horizontal- oder Lagemessungen (Stückmessung).

1. Kapitel. Die einfacheren Hilfsmittel zur Ausführung von Lagemessungen und ihre Verwendung bei solchen 6

§ 1. Bezeichnung von Punkten und Geraden auf dem Felde ... 7
§ 2. Hilfsmittel zum unmittelbaren Messen von Längen 10
§ 3. Hilfsmittel zum Abstecken von rechten und flachen Winkeln 13
§ 4. Abstecken von Geraden 24
§ 5. Längenmessung 29
§ 6. Abstecken von rechten Winkeln 38

2. Kapitel. Ausführung von Lagemessungen. Aufnahme einzelner Grundstücke und kleinerer Lagepläne 44

§ 7. Aufnahme einzelner Grundstücke 44
§ 8. Aufnahme eines kleineren Lageplans 52
§ 9. Messen und Abstecken von Geraden und rechten Winkeln unter besonderen Verhältnissen 55
§ 10. Herstellung und Bearbeitung von Lageplänen 58

3. Kapitel. Berechnung und Teilung von Flächen 61

§ 11. Flächenbestimmung aus Feldmaßen 62
§ 12. Flächenbestimmung aus Planmaßen 65
§ 13. Flächenbestimmung aus Feld- und Planmaßen 69
§ 14. Flächenbestimmung mit dem Planimeter 71
§ 15. Teilung von Flächen 86

II. Abschnitt.

Vertikal- oder Höhenmessungen (Nivellieren).

4. Kapitel. Die Instrumente zum Nivellieren 92

§ 16. Das Ziel- oder Ablesefernrohr 92
§ 17. Die Libelle 102
§ 18. Die Setzlatte 111
§ 19. Das Nivellierinstrument 112
§ 20. Die Nivellierlatten 117
§ 21. Untersuchung und Berichtigung des Nivellierinstruments mit festem Fernrohr 120
§ 22. Untersuchung und Berichtigung des Nivellierinstruments mit drehbarem Fernrohr und Doppellibelle 127
§ 23. Untersuchung und Berichtigung des Nivellierinstruments mit umlegbarem Fernrohr 133

Seite

5. Kapitel. Ausführung von Höhenmessungen durch Nivellieren ... 135

§ 24. Bezeichnung von Höhenpunkten ... 135
§ 25. Ausführung von Festpunktnivellements ... 137
§ 26. Aufnahme und Ausarbeitung von Längsprofilen ... 146
§ 27. Aufnahme und Ausarbeitung von Querprofilen ... 150
§ 28. Ausführung und Ausarbeitung von Flächennivellements ... 153

Sachverzeichnis ... 161

Verzeichnis der wichtigsten Schriften.

Gauß, F. G., Die trigonometrischen und polygonometrischen Rechnungen in der Feldmeßkunst. 3. Auflage. Halle a. S. 1906.

Hammer, E., Lehrbuch der elementaren Praktischen Geometrie. Leipzig und Berlin 1911.

Hartner, F.-Doležal, E., Hand- und Lehrbuch der niederen Geodäsie. 9. Auflage. Wien 1903.

Jordan, W.-Eggert, O., Handbuch der Vermessungskunde. 2. Band. 9. Auflage. Stuttgart 1931 und 1933.

Zeitschrift für Vermessungswesen, Konrad Wittwer, Stuttgart.

Einleitung.

Die Aufgabe der Geodäsie oder Vermessungskunde besteht in der Bestimmung der Größe und Gestalt von Teilen der Erdoberfläche; die Geodäsie beschäftigt sich demnach mit denjenigen Hilfsmitteln und Verfahren, die bei der Vermessung und Darstellung von Teilen der Erdoberfläche in Betracht kommen. Auf die Erdoberfläche sich beziehende Messungen erfordern eine Vermessungsfläche; als solche werden benützt die Ebene, die Kugel und das Ellipsoid. Diesen Vermessungsflächen entsprechend kann man die Geodäsie einteilen in ebene, sphärische und ellipsoidische Geodäsie. Der Größe des zu vermessenden Stückes der Erdoberfläche entsprechend teilt man die Geodäsie auch ein in Erdmessung, Landmessung und Feldmessung. Die Erdmessung beschäftigt sich mit der Vermessung der Erde als Ganzes; bei der Landmessung handelt es sich um die Vermessung von Teilen der Erdoberfläche in der Größe eines ganzen Landes. Die Feldmessung oder Stückmessung umfaßt diejenigen Vermessungsverfahren und Darstellungsarten, welche bei kleineren Gebieten in Frage kommen. Vielfach wird die Geodäsie auch eingeteilt in „höhere Geodäsie“ und „niedere Geodäsie“. Die niedere Geodäsie oder Praktische Geometrie oder elementare Vermessungskunde benutzt als Vermessungsfläche die Ebene; zu ihr gehören die Stückmessung und Teile der Landmessung. Im folgenden werden nur Hilfsmittel und Verfahren der elementaren Vermessungskunde oder Vermessungskunde im engeren Sinn behandelt.

Das Endziel einer Vermessung besteht in der Darstellung des zu vermessenden oder aufzunehmenden Gebietes in einer Zeichnung; da man in einer solchen die gegenseitige Lage von

Punkten der Erdoberfläche sowohl in horizontalem als in vertikalem Sinn zur Anschauung bringen kann, so unterscheidet man zwischen „Horizontal- oder Lagemessungen“ und „Vertikal- oder Höhenmessungen“.

I. Abschnitt.

Horizontal- oder Lagemessungen.

(Stückmessung.)

Um die gegenseitige Lage einzelner Punkte und Linien der unregelmäßigen Erdoberfläche in horizontalem Sinn festlegen zu können, denkt man sie sich in eine Horizontalebene projiziert und in dieser die Vermessungen vorgenommen; die Horizontalprojektion des zu vermessenden Gebietes stellt dessen Lageplan vor. Die Entfernung zweier Punkte ist demnach die Entfernung ihrer Horizontalprojektionen, und der Flächeninhalt eines Grundstückes ist der Flächeninhalt seiner Horizontalprojektion.

1. Kapitel.

Die einfacheren Hilfsmittel zur Ausführung von Lagemessungen und ihre Verwendung bei solchen.

Die in der Vermessungskunde im Gelände zu messenden Größen sind Strecken (Längen) und Winkel. Eine Größe messen heißt, sie mit einer anderen ihr gleichartigen, willkürlich angenommenen oder natürlich bestimmten, als Maßeinheit gewählten Größe vergleichen, oder ihr Verhältnis zu dieser angeben.

Die Maßeinheit für die Messung von Strecken oder Längen ist das Meter, eine bis zu einem gewissen Grad willkürlich angenommene Größe, die durch ein „deutsches Urmeter“

im Besitz der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin festgelegt ist. Als Vielfache bzw. Teile eines Meters sind im Gebrauch:

1000 m = 1 km = 1 Kilometer,
0,1 m = 1 dm = 1 Dezimeter,
0,01 m = 1 cm = 1 Zentimeter,
0,001 m = 1 mm = 1 Millimeter.

Die Maßeinheit für die Messung von Winkeln ist der rechte Winkel, der als vierter Teil des vollen Winkels eine natürlich festgelegte Größe ist. Der rechte Winkel wird auf dreierlei Arten geteilt; bei der „Sexagesimal"- oder „alten Teilung" in 90 Grade zu je 60 Minuten zu je 60 Sekunden ($1^0 = 60'$, $1' = 60''$), bei der „Zentesimal"- oder „neuen Teilung" in 100 Grade zu je 100 Minuten zu je 100 Sekunden ($1^g = 100^c$, $1^c = 100^{cc}$) und bei der „Nonagesimal"- oder „Misch-Teilung" in 90 Grade zu je 100 Minuten zu je 100 Sekunden.

§ 1. Bezeichnung von Punkten und Geraden auf dem Felde.

Ein Punkt ist auf dem Felde bestimmt durch eine sichtbare vertikale Gerade; eine solche kann schon vor der Messung in der Natur vorhanden sein, z. B. in Gestalt einer Hauskante, eines Blitzableiters, einer Kirchturmspitze u. dgl., der Punkt ist dann „natürlich" bezeichnet. Im Gegensatz zu dieser natürlichen Punktbezeichnung steht die künstliche Punktbezeichnung, bei welcher Punkte, die ursprünglich nicht bezeichnet sind, nur für die Vermessung, und diesem Zweck entsprechend bezeichnet werden. Das einfachste Hilfsmittel hierfür ist der Fluchtstab (Bake), ein 2—3 m langer, wenige Zentimeter dicker Holzstab mit kreisförmigem Querschnitt, der, um bequem in den Boden gestoßen werden zu können, an seinem einen Ende mit einem eisernen Schuh mit Spitze versehen ist. Zur Erhöhung der Sichtbarkeit, besonders auf größere Entfernungen, werden die Fluchtstäbe mit Öi-

farbe angestrichen, gewöhnlich in zwei Farben (rot und weiß oder schwarz und weiß), und zwar so, daß die Farbe von 0,5 zu 0,5 m wechselt (Fig. 1). Um ein rasches Auffinden eines entfernteren Fluchtstabes zu ermöglichen, befestigt man an seinem oberen Ende eine Flagge.

Fig. 1.

Ein Teil der Punkte, die bei einer Messung benützt werden, hat nur eine vorübergehende, auf die Dauer der Messung sich erstreckende Bedeutung. Der andere Teil der Punkte (z. B. Grenzecken, Anfangs- und Endpunkte der Aufnahmelinien) hat eine dauernde Bedeutung; man ist aus

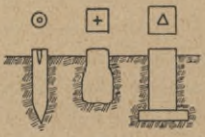


Fig. 2.

Fig. 3.

verschiedenen Gründen gezwungen, diese Punkte im Felde dauernd zu bezeichnen oder festzulegen.

Die dauernde Bezeichnung eines Punktes kann je nach dem Zweck, den er zu erfüllen hat, oberirdisch oder unterirdisch vorgenommen werden. Bei oberirdischer Bezeichnung (Fig. 2) verwendet man Holzpfähle, auf deren Kopf man, wenn es sich um größere Genauigkeit handelt, ein Loch bohrt oder einen Nagel einschlägt; oder man verwendet — z. B. bei Grenzbezeichnungen — Steine (Mark- oder Grenzsteine) mit eingehauener Marke. Die unterirdische Bezeichnung (Fig. 3) wird je nach dem Grad der Genauigkeit mit Hilfe von Gasröhren, Dränröhren, Brunnendeicheln oder einbetonierten Metallmarken vorgenommen. Um unterirdisch bezeichnete Punkte jederzeit wieder bequem auffinden zu können, muß man sie auf ihre nächste Umgebung „einmessen“ oder durch

ein oberirdisch angebrachtes Zeichen (z. B. Holzpfahl) ihren Standort bezeichnen.

Das Bezeichnen oder „Aufstecken" (Sichtbarmachen) eines Punktes für die Zwecke einer Messung besteht in der vertikalen Aufstellung eines Fluchtstabes über dem betreffenden Punkt, was im allgemeinen, besonders wenn der Punkt vorher noch nicht bezeichnet ist, durch Hineinstoßen oder Hineindrücken eines Fluchtstabes in den Boden erreicht wird. Vielfach kommt es jedoch vor, daß ein Aufstellen des Stabes in dieser Weise nicht möglich ist, z. B. auf betonierten Gehwegen, Pflasterungen und besonders auf bereits bezeichneten Punkten; man ist in solchen Fällen gezwungen, besondere Hilfsmittel — einen Stabhalter, einen zweiten Stab, zwei Steine — bei der Aufstellung des Stabes zu verwenden (Fig. 4). Wird ein bereits bezeichneter Punkt, z. B. Grenzstein, nur in einer Richtung (Geraden) benützt, so kann man den Fluchtstab hinter dem Festpunkt, in der betreffenden Richtung aufstellen.

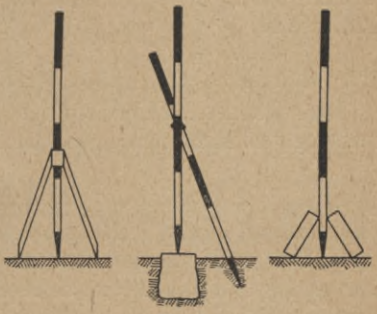


Fig. 4.

Ein Fluchtstab steht vertikal (ist „eingelotet"), wenn er in zwei — beiläufig zueinander senkrecht stehenden — Richtungen vertikal steht. Das Vertikalstellen in einer Richtung erreicht man durch Vergleichen der Stabkante — besser Stabachse — mit der Schnur eines frei gehaltenen Schnurlotes. Es gibt auch Fälle, in denen es genügt, wenn der aufgestellte Stab nur in einer Richtung — z. B. in der einer Aufnahmelinie — vertikal steht.

Zu beachten ist, daß stets die Achse des Stabes den betreffenden Punkt bezeichnet.

Einer durch zwei Punkte bestimmten Geraden gehören im Felde alle Punkte an, die mit jenen in derselben Vertikalebene liegen; man bezeichnet demnach auf dem Felde eine Gerade durch mehrere, in einer Vertikalebene liegende Fluchtstäbe.

§ 2. Hilfsmittel zum unmittelbaren Messen von Längen.

Die wichtigsten Hilfsmittel für die unmittelbare Längenmessung sind Meßlatten oder Meßstangen und das Meßband.

1. Meßlatten oder Meßstangen

sind hölzerne, 3 oder 5 m lange, wenige Zentimeter dicke, an ihren Enden mit eisernen Zwingen versehene Maßstäbe mit kreisförmigem oder ovalem Querschnitt[1]). Zum Schutz gegen Feuchtigkeit, und um die Übersichtlichkeit bei der Messung zu erhöhen, werden die Meßlatten mit einem Ölfarbanstrich versehen, und zwar so, daß die ungeraden und die geraden Meterstücke einer Stange durch zwei verschiedene Farben — z. B. rot und weiß — sich unterscheiden. Gewöhnlich sind an den Meßlatten die einzelnen Dezimeter durch schwarze Ringe — halbe Meter durch doppelte Ringe — angegeben, die mit Rücksicht auf die Abscheuerung des Anstrichs durch eingeschlagene Messingstifte versichert sind; die einzelnen Zentimeter zwischen den Dezimetermarken müssen geschätzt werden.

Zur Messung verwendet man ein Lattenpaar, das zur Vermeidung von groben Fehlern so bemalt ist, daß bei der einen Latte die ungeraden

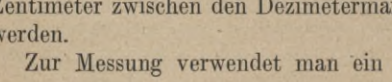


Fig. 5.

[1]) Neuerdings werden auch 5 m-Latten gefertigt, die für die Beförderung in zwei Teile zerlegt werden können.

Meterstücke dieselbe Farbe haben wie bei der anderen Latte die geraden (Fig. 5); man spricht demgemäß von der „weißen Latte", das ist diejenige, bei welcher die beiden äußeren Meterstücke weiß, und von der „roten Latte", bei der die beiden äußeren Meterstücke rot bemalt sind.

Für manche Messungen verwendet man zweckmäßig Schneidelatten; das sind Meßlatten, die an ihren Enden nicht durch eine zu ihrer Längsrichtung senkrechte Ebene abgeschnitten sind, sondern in Schneiden endigen.

2. Das Meßband

ist ein meistens aus Stahl gefertigtes 10, 15 oder 20 m langes, wenige Zentimeter breites und etwa 0,5 mm dickes Band, das durch verschieden große, aufgenietete Marken in einzelne Meter, halbe Meter und Dezimeter eingeteilt ist. Die Enden eines Meßbandes werden durch Metallringe gebildet, die um Gelenke drehbar sind, und die über besondere Stäbe gestreift werden können; bei gespanntem Band bedeuten die Stabachsen den Anfangs- bzw. Endpunkt des Meßbandes. Die beiden Stäbe endigen ähnlich wie die Fluchtstäbe in eine eiserne Spitze und haben über dieser einen Querstift, um das Hinausgleiten der Ringe zu verhüten. Außer Gebrauch wird das Meßband auf einen Metallring aufgerollt.

Außer dem Meßband mit Endstäben werden auch Taschenrollbänder aus Stahl oder Leinen benützt.

Von großer Wichtigkeit ist bei beiden Längenmeßhilfsmitteln, der Meßlatte und dem Meßband, die Kenntnis der wirklichen Länge, zu deren Bestimmung besondere Vergleichseinrichtungen (Komparatoren) und Normalmaßstäbe erforderlich sind.

Bei Längenmessungen mit Meßlatten in nicht horizontalem Gelände braucht man noch weitere Hilfsmittel; es sind dies das Schnurlot und der Gradbogen.

Das Schnurlot oder der Senkel

ist ein in eine Spitze endigender birnen- oder kegelförmiger Metallkörper (Fig. 6), der an einer Schnur so aufgehängt ist, daß die Verlängerung der Schnur durch die Lotspitze geht. Ob das letztere der Fall ist, läßt sich dadurch untersuchen, daß man das aufgehängte und in Ruhe sich befindende Lot mit Hilfe der Schnur in eine drehende Bewegung versetzt; der Halbmesser des Kreises, den die Lotspitze dann beschreibt, ist die Größe, um die diese aus der Schnurrichtung abweicht, oder der Fehler des Lotes, der durch entsprechendes Abdrehen durch den Mechaniker beseitigt werden kann.

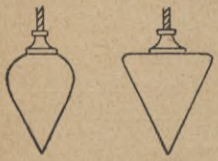


Fig. 6.

Der Gradbogen,

der zur Messung des Neigungswinkels einer Meßlatte gegen die Horizontale dient, wird in verschiedenen Formen ausgeführt; die einfachste Form ist die in der Figur 7 angegebene. Im Punkt S eines dreieckigen Holzrahmens, der zum Aufsetzen in A_1 und A_2 mit Stollen versehen ist, ist ein Pendel drehbar befestigt, das vermöge seines Gewichtes stets vertikal hängt. Das Pendelende ist mit einer Ablesemarke Z versehen, mit der an einer an dem

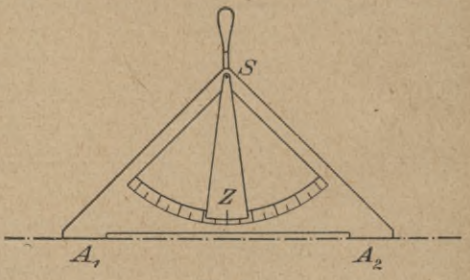


Fig. 7.

Rahmen angebrachten Teilung der jeweilige Neigungswinkel abgelesen werden kann.

Nach der Hauptanforderung, die ein Gradbogen erfüllen soll, muß das Lot vom Drehpunkt S des Pendels, der zugleich der Mittelpunkt der Teilung sein soll, auf die Aufsetzgerade A_1A_2 durch den Nullpunkt der Teilung gehen, so daß bei horizontaler Lage von A_1A_2 der abgelesene Neigungswinkel tatsächlich 0 Grad ist. Um zu untersuchen, ob dies der Fall ist, setzt man den Gradbogen in den Punkten U_1 und U_2 (Fig. 8) einer festen Unterlage auf und macht die Ablesung a_1;

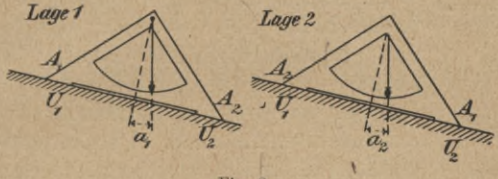


Fig. 8.

hierauf setzt man den Gradbogen um, d. h. man vertauscht A_1 und A_2. Die neue Ablesung a_2 soll gleich a_1 sein; ist dies nicht der Fall, so muß man, falls nicht die Teilung für sich auf dem Holzrahmen verschiebbar ist, an einem der beiden Aufsetzpunkte A_1 oder A_2 die Berichtigung vornehmen.

Um das Einstellen des Pendels in seine vertikale Lage besser zu ermöglichen, versieht man es auch mit einem besonderen Gewicht oder einer Libelle.

Manche Gradbogen haben an Stelle der Gradteilung eine andere — Millimeter angebende — Teilung; von ihr wird später beim Gebrauch des Gradbogens die Rede sein.

§ 3. Hilfsmittel zum Abstecken von rechten und flachen Winkeln.

Diejenigen Winkel, für deren Absteckung besondere Instrumente im Gebrauch sind, sind der rechte und der flache,

gelegentlich auch der halbe rechte Winkel. Die in Betracht kommenden Hilfsmittel lassen sich einteilen in Diopter-, Spiegel- und Prismeninstrumente.

1. Diopterinstrumente

sind Instrumente, die mit Zielvorrichtungen versehen sind, die das Zielen in einer bestimmten Richtung — in einer bestimmten Vertikalebene — ermöglichen. Die gebräuchlichsten Zielvorrichtungen bestehen entweder aus zwei schmalen, einander gegenüberliegenden Schlitzen — wie z. B. bei der Kreuzscheibe (Fig. 9) — oder einem Schlitz mit gegenüberliegendem Faden (Roßhaar, Draht) — wie bei der Winkeltrommel (Fig. 10). Um bei der letzteren Anordnung das bei der ersteren mögliche Zielen in beiden Richtungen ebenfalls zu ermöglichen, befindet sich gewöhnlich (Fig. 10) unter dem Schlitz der einen Seite ein Faden und unter dem Faden der anderen Seite ein Schlitz. Die Breite der Schlitze schwankt zwischen 0,5 und 1 mm.

Fig. 9.

a) Die Kreuzscheibe (Fig. 9) ist das am häufigsten benützte Diopterinstrument; bei ihr sind auf einem Kegelmantel zwei Paar Diopterschlitze so angebracht, daß die beiden Zielebenen senkrecht zueinander stehen. Oben und unten endigen die Schlitze in eine etwas größere runde Öffnung, mit deren Hilfe das Aufsuchen eines Zielpunktes wesentlich erleichtert wird.

b) Bei der Winkeltrommel, einer älteren Form der Kreuzscheibe, sind die Dioptervorrichtungen auf einem Prismenmantel angebracht, und zwar gewöhnlich als Schlitz-Fadendiopter (Fig. 10). Die Kegelform der Kreuzscheibe hat

Fig. 10.

die Vorzüge, daß bei ihr steilere Zielungen möglich sind, und daß man, z. B. bei verschiedenen Entfernungen der Zielpunkte, die Größe des Gesichtsfeldes verändern kann, je nachdem man oben oder unten durch die Schlitze sieht.

Kreuzscheibe und Winkeltrommel sind auf einem Stab aus Holz oder besser Mannesmannrohr befestigt, der zum Hineinstoßen in den Boden mit einer Spitze versehen ist. Auf beiden Instrumenten wird zweckmäßigerweise zum Vertikalstellen des Stabes eine Dosenlibelle angebracht.

Mit der Kreuzscheibe (Winkeltrommel) lassen sich folgende Arbeiten ausführen: Abstecken und Aufsuchen von Punkten einer Geraden, Errichten von Loten und Aufsuchen von Lotfußpunkten.

Die an eine Kreuzscheibe zu stellenden Anforderungen sind demnach die folgenden:

a) Bei einspielender Dosenlibelle muß die Stabachse vertikal stehen.

Die Untersuchung geschieht mit Hilfe eines Schnurlotes in zwei, ungefähr senkrecht zueinanderstehenden Richtungen.

b) Je zwei gegenüberliegende Schlitze müssen bei vertikaler Stabstellung in einer Vertikalebene liegen.

Untersuchung: Nachdem der Stab mit Hilfe der zuvor untersuchten Dosenlibelle vertikal gestellt ist, zielt man nach einer vertikalen Geraden (Hauskante, Lotschnur), die dann auf ihre ganze Länge im Gesichtsfeld erscheinen muß.

c) Die Stabachse muß in jeder der beiden Zielebenen liegen; sie muß also mit deren Schnittlinie zusammenfallen.

Die Untersuchung wird für jede Zielebene für sich folgendermaßen ausgeführt: Die Kreuzscheibe wird in einem Punkt S (Fig. 11)

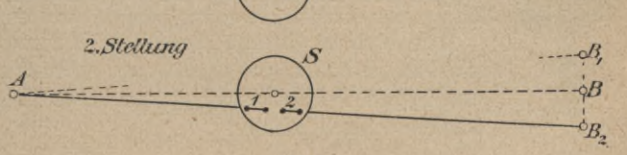


Fig. 11.

vertikal aufgestellt und in der Richtung der Schlitze *1—2* ein z. B. mit einem Fluchtstab bezeichneter Punkt *A* angezielt; sodann weist man in der Richtung *2—1* zielend in einiger Entfernung einen Punkt B_1 ein. Dreht man nun die Kreuzscheibe um rund 180°, so daß die Zielung *2—1* durch den Punkt *A* geht, so erhält man für den Fall, daß die Stabachse nicht in der Zielebene liegt, bei der Zielung in der Richtung *1—2* einen Punkt B_2; die Strecke B_1B_2 entspricht dann dem doppelten Fehler.

d) Die beiden Zielebenen müssen senkrecht zueinander stehen.

Untersuchung: Mit Hilfe der Zielebene *1* (Fig. 12) zielt man nach einem mit einem Fluchtstab bezeichneten Punkt *P*; die Zielung

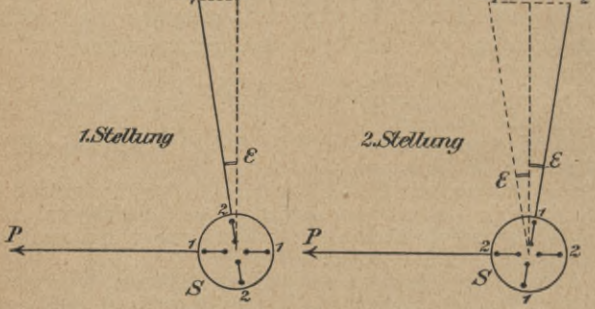


Fig. 12.

in der Richtung der Zielebene *2* ergibt dann bei Nichtsenkrechtstehen der beiden Zielebenen an Stelle des Lotpunkts *A* einen Punkt A_1. Dreht man nun die Scheibe um nahezu einen Rechten und zielt mit Hilfe von *2* nach *P*, so erhält man bei der Zielung durch *1* einen Punkt A_2. Die Entfernung von A_1 und A_2 entspricht dem doppelten Fehler ε.

Fig. 13.

An einer Kreuzscheibe sich zeigende Fehler können nur durch den Mechaniker beseitigt werden.

Für manche Zwecke werden auch Kreuzscheiben gefertigt, an denen zum Abstecken von halben Rechten zwei weitere Paare von Schlitzen angebracht sind.

Ein wenig mehr gebrauchtes Instrument ist die Gradscheibe (Fig. 13), die zum Messen und Abstecken beliebig großer Winkel dient.

2. Die Spiegelinstrumente

beruhen auf dem einfach zu beweisenden Satz: Steht die Schnittlinie der Ebenen von zwei, den Winkel φ (Fig. 14) einschließenden Spiegeln vertikal, und fällt ein horizontaler Strahl AB auf den einen Spiegel, so ist der Winkel zwischen AB und dem nach Spiegelung in beiden Spiegeln austretenden Srahl CD gleich 2φ.

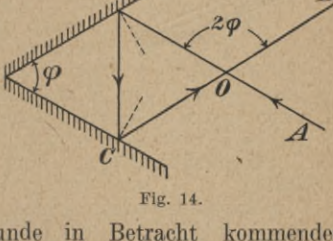


Fig. 14.

Die beiden für die Aufgaben der Vermessungskunde in Betracht kommenden Instrumente sind der Winkelspiegel und das Spiegelkreuz.

a) Beim Winkelspiegel (Fig. 15) bilden die beiden Spiegelebenen einen Winkel von 45°; er kann somit zum Abstecken von rechten Winkeln, also zum Fällen und Errichten von Loten verwendet werden.

Fig. 15.

b) Beim Spiegelkreuz bilden die übereinander angeordneten Spiegel einen rechten Winkel, so daß das Instrument zum Abstecken von flachen Winkeln, also zum Aufsuchen von Punkten einer Geraden benutzt werden kann.

Die Spiegelinstrumente werden entweder freihändig mit einem am Handgriff angehängten Schnurlot oder besser auf einem Stab verwendet, der aber nicht wie bei der Kreuzscheibe fest in den Boden gesteckt werden muß.

Die Untersuchung des Winkelspiegels, über die bei den Angaben über seinen Gebrauch (§ 6) Näheres mitgeteilt wird, beruht, wie die der Kreuzscheibe, auf dem planimetrischen Satz: In einem Punkt einer Geraden ist nur eine Senkrechte möglich. Die Untersuchung des Spiegelkreuzes (§ 4) geschieht auf Grund des planimetrischen Satzes: Durch zwei Punkte ist nur eine Gerade möglich. Fehler, die sich bei der Untersuchung der beiden Instrumente zeigen, können durch den Beobachter selbst beseitigt werden; man kann nämlich den Winkel zwischen den beiden Spiegelebenen um kleine Beträge mit Hilfe einer besonderen Vorrichtung vergrößern oder verkleinern.

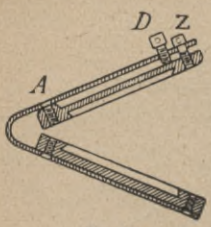


Fig. 16.

Zu diesem Zweck ist der eine Spiegel nicht wie der andere mit dem Gehäuse fest verbunden, sondern ist — z. B. mit Hilfe der Zug- und Druckschrauben Z und D (Fig. 16) — um sein eines Ende A drehbar.

Die Spiegelinstrumente können heute als veraltet bezeichnet werden.

3. Die Prismeninstrumente

beruhen wie die Spiegelinstrumente auf dem Spiegelgesetz und außerdem auf den Gesetzen über Strahlenbrechung und totale Reflexion[1]).

Die wichtigsten Prismeninstrumente sind das Dreiseitprisma oder Winkelprisma oder Bauernfeindsche Prisma, das Fünfseitprisma oder Pentaprisma oder Winkelspiegelprisma oder Prandtlsche Prisma, das Vierseitprisma oder Wollastonsche Prisma zum Abstecken von rechten Winkeln und das Prismenkreuz oder Kreuzvisier zum Abstecken von flachen Winkeln.

a) Das Dreiseitprisma hat als Querschnitt ein rechtwinklig gleichschenkliges Dreieck (Fig. 17), bei dem die Hypotenusenfläche BC als Spiegel ausgebildet ist. Ein die Kathetenfläche AB in einem Punkt E treffender, in einer Ebene

[1]) G. Jäger, Theoretische Physik, Band IV, Sammlung Göschen Bd. 374.

senkrecht zu den Seitenkanten des Prismas liegender Lichtstrahl kann je nach der Größe des Winkels α, den er mit dem Einfallslot bildet, auf zwei verschiedenen Wegen das Prisma durchlaufen; entweder trifft er nach seinem Eintritt die Hypotenusenfläche (Fig. 17), wird an dieser reflektiert und tritt in der anderen Kathetenfläche AC wieder aus; oder er gelangt nach seinem Eintritt zunächst an die andere Kathetenfläche (Fig. 18), von der er total reflektiert zur Hypotenusenfläche und von dieser nach Reflexion wieder zur zweiten Kathetenfläche AC kommt, in der er austritt. Im ersten Fall ist der Winkel φ zwischen dem ein- und austretenden Strahl mit dem Winkel α veränderlich; es ist nämlich, wie sich aus der Figur 17 unmittelbar ablesen läßt, $\varphi = 90^0 + 2\alpha$ [1]). Im zweiten Fall dagegen ist — wie sich mit Hilfe der Figur 18 einfach zeigen läßt — der Winkel zwischen ein- und austretendem Strahl unveränderlich, nämlich gleich einem Rechten. Während also bei dem Strahlengang der Figur 17 das im Prisma betrachtete Bild, z. B. eines Fluchtstabes, beim Drehen des Prismas in horizontalem Sinn sich bewegt, entsprechend der

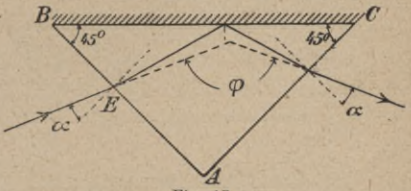


Fig. 17.

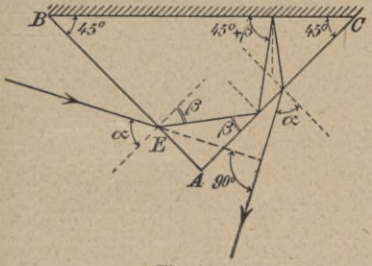


Fig. 18.

[1]) Es ist $\varphi = 90^0 \pm 2\alpha$, je nachdem der die Kathetenfläche AB (Fig. 17) in E treffende Strahl links oder rechts von dem Lot in E liegt.

Veränderung von α bzw. φ, bleibt bei dem Strahlengang der Figur 18 das Bild des Stabes fest, entsprechend dem unveränderlichen rechten Winkel. Mit Rücksicht hierauf spricht man von den beweglichen und festen Bildern eines Dreiseitprismas. Beim Abstecken von rechten Winkeln finden nur die festen Bilder Verwendung.

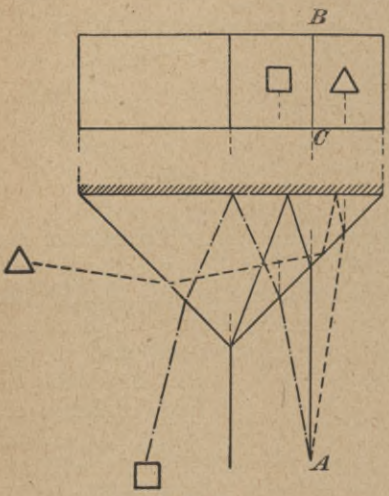


Fig. 19.

Ein Beobachter, dessen Auge sich in *A* (Fig. 19) befindet, sieht durch das Prisma Gegenstände, deren Bilder fest (————) und solche, deren Bilder beweglich (—·—·—) sind; die Trennungslinie zwischen beiden Bildarten bildet das im Prisma scharf erkennbare Bild *BC* der vorderen Prismenkante. Die festen, für das Dreiseitprisma wichtigen Bilder erscheinen in dem rechts von *BC* gelegenen Teil des Prismas.

Zum Schutz gegen Beschädigungen ist das Glasprisma bis auf die Kathetenflächen mit einer Metallhülle (Fig. 20) umgeben, die je nach der Handhabungsweise — die Prismeninstrumente werden wie die Spiegelinstrumente entweder freihändig oder besser auf einem Stab verwendet — mit einem entsprechenden Ansatz versehen ist.

Fig. 20.

Die Untersuchung des Dreiseitprismas (§ 6) beruht auf demselben Gedanken wie die der anderen Instrumente zum Abstecken rechter Winkel, also z. B. des Winkelspiegels. Ein sich zeigender Fehler des Prismas kann nur vom Optiker durch Nachschleifen beseitigt werden. Ein für richtig befundenes Dreiseitprisma ist ein für allemal gut und stets gebrauchsfertig.

b) Das Fünfseitprisma hat als Querschnitt ein zu einer Diagonale symmetrisches Viereck, bei dem die von dieser Diagonale durchschnittenen Winkel 45 bzw. 90° (Fig. 21) groß sind, und bei dem die den 45°-Winkel einschließenden Seitenflächen Spiegel sind. Ein in einer Ebene senkrecht zu den Seitenkanten des Prismas liegender, in der Seitenfläche MN eintretender Strahl AB wird, nach seiner Brechung in B, in C und D reflektiert und tritt nach nochmaliger Brechung in E in der Richtung EF so aus, daß AB senkrecht zu EF ist.

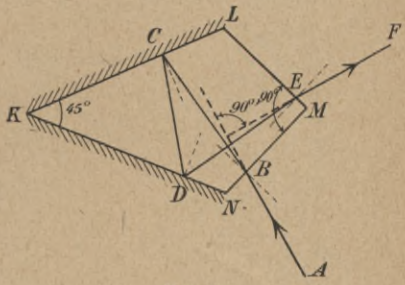


Fig. 21.

Die durch K gehende Prismenkante wird mit Rücksicht auf die Handlichkeit des Instruments abgeschnitten (Fig. 22), so daß das Prisma, das für den Gebrauch in Metall gefaßt wird, als fünfseitiges erscheint.

Fig. 22.

Die Untersuchung des Fünfseitprismas (§ 6) beruht auf demselben Gedanken wie die des Dreiseitprismas. Eine Berichtigung, d. h. ein Wegschaffen eines bei der Untersuchung sich zeigenden Fehlers kann von dem Beobachter nicht selbst

vorgenommen werden; ein fehlerhaftes Prisma ist vom Optiker durch Nachschleifen zu verbessern.

Gegenüber dem dreiseitigen Prisma hat das fünfseitige die Vorzüge, daß keine Unterscheidung zwischen festen und beweglichen Bildern nötig ist, daß es hellere Bilder liefert, daß das Gesichtsfeld, d. i. der bei einer bestimmten Stellung übersehbare Winkelraum, größer ist und daß der Scheitel des abzusteckenden rechten Winkels innerhalb des Prismas liegt.

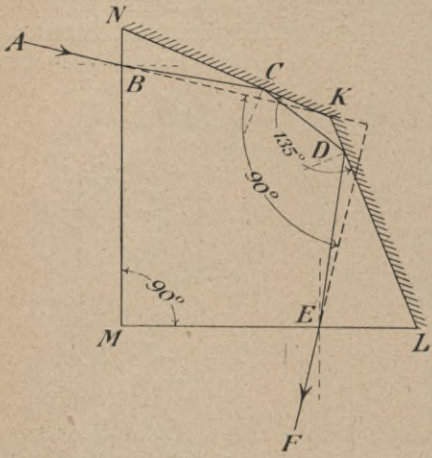


Fig. 23.

c) Das Vierseitprisma hat als Querschnitt ein zu einer Diagonale symmetrisches Viereck, bei dem die von dieser Diagonale durchschnittenen Winkel 90 bzw. 135° (Fig. 23) groß sind. Ein in einer Querschnittsebene liegender, in der Seitenfläche *MN* eintretender Strahl *AB* wird, nach seiner Brechung in *B*, in *C* und *D* total reflektiert und tritt nach nochmaliger Brechung in *E* in der Richtung *EF* derart aus, daß — wie sich einfach zeigen läßt — *AB* senkrecht zu *EF* steht.

In bezug auf die Untersuchung und die Berichtigung gilt das beim Dreiseit- und beim Fünfseitprisma Gesagte.

d) Das Prismenkreuz besteht aus zwei übereinander angeordneten Dreiseit- oder Vierseit- oder Fünfseitprismen.

Werden zwei Dreiseitprismen verwendet, so können deren Hypotenusenflächen entweder senkrecht zueinander stehen (Fig. 24a und b) oder in derselben Ebene liegen (Fig. 24c)

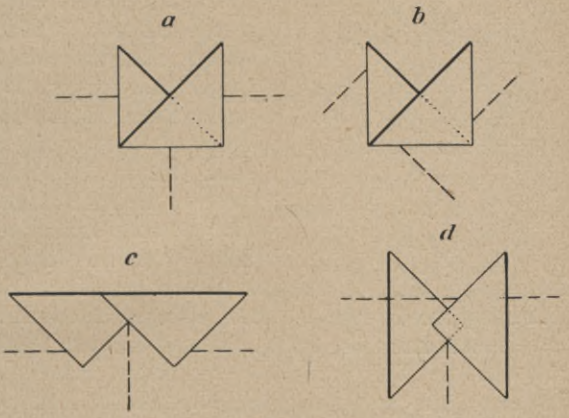


Fig. 24.

oder parallel zueinander liegen (Fig. 24d); im ersteren Fall kann man die beweglichen Bilder (Fig. 24a) oder die festen Bilder (Fig. 24b) verwenden, in den beiden anderen Fällen verwendet man die festen Bilder. Bei Benutzung von zwei Vierseitprismen (Fig. 25) werden zwei die beiden Rechten begrenzende Seitenflächen in dieselbe Ebene gelegt; dasselbe ist der Fall bei Verwendung von zwei Fünfseitprismen (Fig. 26).

Fig. 25.

Die Untersuchung eines Pris-

menkreuzes (§ 4) beruht auf demselben Gedanken wie die des Spiegelkreuzes; sich zeigende Fehler können dadurch weggeschafft werden, daß der Winkel zwischen den beiden Prismen verändert wird; zu diesem Zweck sind bei älteren Instrumenten die beiden Glaskörper so in einem Metallgehäuse untergebracht, daß der eine festsitzt, während der andere sich um kleine Beträge um eine vertikale Achse drehen läßt. Neuerdings werden die Prismenkreuze nicht mehr zum Berichtigen eingerichtet.

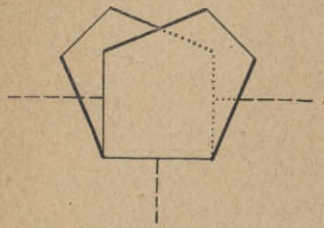


Fig. 26.

Für bestimmte Zwecke — z. B. Kreisbogenabsteckungen[1]) — ist die Anordnung der beiden Prismen in ihrem Gehäuse derart, daß der Winkel zwischen den beiden Prismen mit Hilfe einer Schraube beliebig verändert werden kann; mit einem solchen als Prismentrommel (Fig. 27) bezeichneten Instrument lassen sich demnach beliebig große Winkel messen bzw. abstecken.

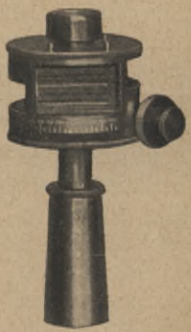


Fig. 27.

§ 4. Abstecken von Geraden.

Hat man auf dem Felde eine durch zwei Punkte bestimmte Gerade, so besteht eine der Hauptaufgaben der Vermessungskunde darin, die Gerade „auszufluchten", d. h. weitere Punkte der Geraden, innerhalb oder außerhalb der beiden gegebenen Punkte, zu bestimmen; diese Aufgabe kann ohne Instrumente oder mit Hilfe von besonderen Instrumenten ausgeführt werden.

[1]) Siehe Vermessungskunde Band II, Sammlung Göschen Bd. 469.

1. Abstecken von Geraden ohne Instrumente.

a) Sollen zwischen zwei gegebenen Punkten weitere Punkte der durch sie bestimmten Geraden abgesteckt oder „eingewiesen" werden, so stellt man sich einige Meter hinter dem einen der beiden durch Fluchtstäbe bezeichneten Punkte auf, zielt zuerst an einer Seite und sodann abwechselnd an beiden Seiten des nächstgelegenen Stabes vorbei nach dem entfernteren und gibt der den einzuweisenden Stab haltenden Person durch unzweideutige Zeichen (Winken je nach Bedarf mit dem rechten oder linken Arm) zu verstehen, in welcher Richtung zur Geraden sie den vertikal (zwischen zwei Fingern schwebend) gehaltenen Stab zu bewegen hat; ein bestimmtes Zeichen — z. B. hochgehaltener Arm — gibt an, daß der Stab eingewiesen ist und demnach in den Boden gesteckt und eingelotet werden kann. Das Vertikalhalten des einzuweisenden Stabes kann durch eine angeklemmte Dosenlibelle erleichtert werden.

Sind mehrere Stäbe zwischen zwei gegebenen einzuweisen, so geht die Reihenfolge in der Richtung gegen den Beobachter; man beginnt also mit dem Einweisen desjenigen Stabes, der dem vom Beobachter abliegenden Punkt am nächsten liegt.

Das Einweisen von Fluchtstäben kann man — gute Beleuchtung und gutes Auge vorausgesetzt — auf Entfernungen von einigen hundert Metern mit unbewaffnetem Auge vornehmen; bei größeren Entfernungen verwendet man einen Feldstecher. Handelt es sich um die Einweisung von Punkten sehr langer Geraden und soll eine große Genauigkeit erreicht werden, so verwendet man den Theodolit[1]).

Allgemein ist beim Zielen nach Fluchtstäben zu beachten, daß diese, um Fehler infolge Nichtvertikalstehens der Stäbe zu vermeiden, so weit als möglich unten anzuzielen sind.

b) Ist eine Gerade zu verlängern, also ein Stab so auf-

[1]) Siehe Vermessungskunde Band II, Sammlung Göschen Bd. 469.

zustellen oder „einzurichten", daß er in der durch zwei aufgesteckte Stäbe bestimmten Geraden steht, so kann dies von einer Person ausgeführt werden. Der Stab steht in der Geraden, wenn er sich — von einigen Metern Entfernung gesehen — mit den gegebenen Stäben deckt. Sollen mehrere Punkte der Geraden außerhalb der beiden gegebenen bestimmt werden, so beginnt man mit dem entferntesten.

c) Sind die beiden Endpunkte E_1 und E_2 (Fig. 28) einer Geraden, zwischen denen weitere Punkte angegeben werden

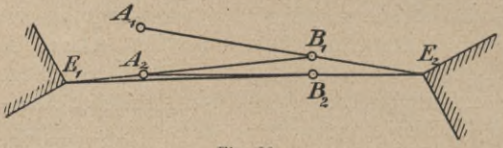


Fig. 28.

sollen, für das Einweisen unzugänglich — sind E_1 und E_2 z. B. Hausecken — oder sind die beiden Punkte infolge einer Bodenerhebung gegenseitig nicht sichtbar, so können zwei Personen ohne besondere Hilfsmittel durch „gegenseitiges Einweisen" die Gerade ausfluchten. Zu diesem Zweck wählt man in der Nähe von E_1 nach Gutdünken den Punkt A_1 und weist von diesem auf E_2 zu den Punkt B_1 ein, zwischen B_1 und E_1 weist man sodann A_2, zwischen A_2 und E_2 dann B_2 usw. ein; zuletzt erhält man zwei Punkte A und B, die so liegen, daß sowohl ABE_2 als auch BAE_1 eine Gerade ist.

2. Abstecken von Geraden mit Hilfe von Instrumenten.

Trotzdem das Bestimmen von Punkten einer Geraden ohne Instrument — durch Einweisen oder Einrichten — ebenso genau wie mit Hilfe eines der einfachen Instrumente vorgenommen werden kann, verwendet man doch in manchen Fällen zweckmäßigerweise besondere Instrumente dazu; es sind

dies die Kreuzscheibe, das Spiegelkreuz und das Prismenkreuz.

a) Bei der Verwendung der Kreuzscheibe zum Bestimmen von Punkten einer gegebenen Geraden kann man zwei Fälle unterscheiden; entweder kann man die Scheibe in einem der gegebenen Punkte aufstellen, oder man muß sie zwischen diesen aufstellen.

Soll man weitere Punkte der Geraden AB (Fig. 29) mit Hilfe der Kreuzscheibe angeben, so stellt man diese am besten

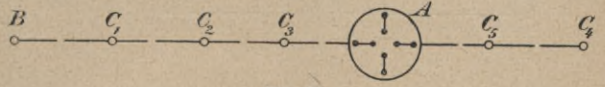


Fig. 29.

in einem der beiden Endpunkte — z. B. A — vertikal auf, zielt mit einer der beiden Zielebenen den Stab in B an, der dabei genau in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheinen muß, und weist nun die Punkte C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 in dieser Reihenfolge nach Bedarf ein.

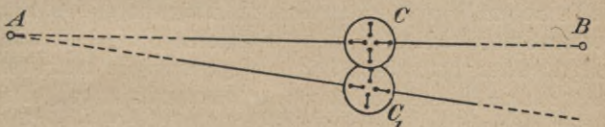


Fig. 30.

Kann oder soll aus irgendeinem Grunde die Kreuzscheibe in keinem der beiden gegebenen Punkte A und B (Fig. 30) aufgestellt werden, so lassen sich mit ihrer Hilfe Punkte der Geraden durch Versuche bestimmen. Man stellt dabei die Scheibe zunächst in einem nach Gutdünken gewählten Punkt C_1 vertikal auf, zielt mit der einen Zielebene den Stab A an und sieht zu, ob bei der Zielung in der Richtung nach B — bei unveränderter Stellung der Scheibe — dieser Stab ebenfalls in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheint; ist dies nicht

der Fall, so hat man den Standpunkt der Kreuzscheibe entsprechend zu verändern. Dieser Vorgang ist so oft zu wiederholen, bis beide Punkte A und B bei einer Stellung der Kreuzscheibe je in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheinen.

b) Soll mit Hilfe des Spiegelkreuzes zwischen den gegebenen, mit Fluchtstäben bezeichneten Punkten B und C (Fig. 31) ein Punkt D der Geraden BC bestimmt werden,

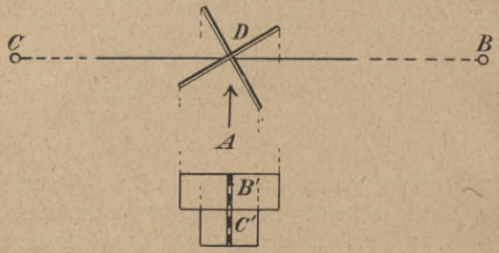


Fig. 31.

so hält man das Instrument in der Nähe der Geraden so auf, daß man von A aus — senkrecht zu BC gesehen — z. B. im oberen Spiegel den in B, und im unteren Spiegel den in C aufgesteckten Stab sieht. Nun bewegt man das Instrument senkrecht zu BC so lange hin und her, bis man diejenige Stellung findet, bei welcher die beiden in den Spiegeln gesehenen Stabbilder B' und C' genau übereinander stehen; diese Stellung des Instruments überträgt man, je nach seiner Verwendungsweise, mit Hilfe des Stabes, auf dem es befestigt ist, oder mit Hilfe eines angehängten Lotes auf den Boden.

Will man untersuchen, ob der auf diese Weise mit dem Instrument bestimmte Punkt D in der Geraden BC liegt, so bestimmt man zuerst mit B rechts und C links, und sodann mit C rechts und B links den Punkt D. Ist das Instrument nicht in Ordnung, d. h. ist der Winkel zwischen den beiden Spiegelebenen nicht genau ein Rechter, so erhält man das

erstemal — mit Auge in A_1 (Fig. 32) — einen Punkt D_1 und das zweitemal — mit Auge in A_2 — einen Punkt D_2. Der Mittelpunkt D der Strecke D_1D_2 liegt in der Geraden BC;

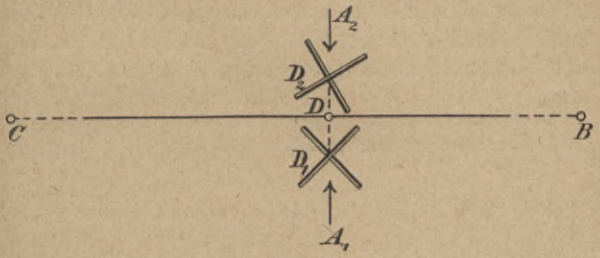


Fig. 32.

man stellt deshalb das Spiegelkreuz über D auf und verändert mit Hilfe seiner Berichtigungsvorrichtung den Winkel zwischen beiden Spiegeln so lange, bis — von A_1 oder A_2 aus gesehen — die beiden Bilder der Stäbe in B und C genau in einer Geraden liegen.

c) Das Prismenkreuz stimmt in bezug auf den Gebrauch, die Untersuchung und die Berichtigung mit dem Spiegelkreuz überein.

§ 5. Längenmessung.

Soll die Länge der durch zwei Punkte A und B gegebenen Strecke gemessen werden, so fluchtet man, um das Messen in der Geraden zu erleichtern, diese zuerst aus, indem man in Abständen von 20 bis 30 m Stäbe einweist.

1. Mit Meßlatten.

Man verwendet zweckmäßigerweise ein zusammengehöriges Paar von Latten („weiße“ und „rote“ Latte). Die Messung erfolgt — Rechtshänder vorausgesetzt — auf der linken Seite der die Gerade bezeichnenden Stäbe.

a) In horizontalem Gelände besteht die Arbeit beim Messen im Aneinanderlegen der beiden Latten auf dem Boden.

Bei der Messung beginnt man zur Vermeidung von Zählfehlern stets mit derselben, z. B. „weißen", Latte, die im Punkt A (Fig. 33) so „angelegt" wird, daß der Lattenanfangspunkt mit der Achse des in A aufgesteckten Stabes übereinstimmt. Vor dem Anlegen einer Latte im Anfangspunkt oder an die vorhergehende Latte hat man die Latte in die Richtung der zu messenden Geraden zu bringen. Zu diesem Zwecke faßt man die Latte mit der rechten Hand an ihrem zugekehrten Ende, so daß man ihr anderes Ende mit Leichtigkeit auf dem Boden hin und her bewegen kann; in der Geraden stehend und der Latte entlang zielend, wird deren abliegendes Ende so lange hin und her bewegt, bis die Latte links an dem nächststehenden Stabe vorbeigeht. Nun erst wird die Latte ganz auf den Boden gelegt und die Anlegung an den Anfangspunkt oder die vorhergehende Latte vorgenommen. Letzteres muß mit großer Vorsicht ausgeführt werden, so daß ein Zurückstoßen der vorhergehenden Latte vermieden wird. Am besten hält man das Ende der zu legenden Latte wenige Millimeter über dem Ende der liegenden, und schiebt die erstere in ihrer Richtung so weit vor oder zurück, daß beim Hinunterlegen die beiden Enden sich berühren. Bei günstiger — nicht zu rauher — Beschaffenheit des Bodens kann man das Anlegen einer Latte dadurch erleichtern, daß man vorsichtig mit dem rechten Fuß auf das Ende der vorhergehenden Latte tritt.

Fig. 33.

Ist die zweite — „rote" — Latte angelegt, so wird die erste

vorsichtig weggenommen, indem man sie an ihrem vorderen Ende bei C anfaßt, einige Zentimeter nach A zurückschiebt, aufhebt und in der Hand so weit vorgleiten läßt, daß sie, in ihrer Mitte gefaßt, bequem getragen werden kann. Das hintere Ende der Latte beim Weitertragen auf dem Boden nachzuschleifen, ist mit Rücksicht auf die liegende Latte nicht ratsam. In D angekommen, läßt man durch eine entsprechende Armbewegung die Latte in der Hand vorgleiten oder „vorschießen", hält sie an ihrem Ende fest, bringt sie in die Gerade und legt sie an die vorhergehende an.

Beim Aufheben einer jeden Latte zählt man laut die Anzahl der Meter, die weggenommen („weg") sind, also: 5, 10, 15 ...; manchmal zählt man auch die Anzahl der weggenommenen Latten, also 1, 2, 3 ... Bei Einhaltung der Regel: Beginn der Messung mit derselben Latte, beziehen sich die ungeraden Zahlen immer auf diese, so daß Verzählfehler um eine Latte ausgeschlossen sind.

Ist die Messung so weit vorgeschritten, daß eine der beiden Latten mit ihrem vorderen Ende am Punkt B, dessen Entfernung von A gemessen werden soll, vorbei ist, so wird die vorletzte Latte weggenommen, zu der ihr entsprechenden Anzahl von Metern diejenigen der liegenden (letzten) Latte bis B hinzugezählt und an dieser die Ablesung durch Abzählen der Dezimeter und Schätzen der Zentimeter gemacht. Diese Ablesung ist — senkrecht zur Latte blickend — der Stabachse entsprechend vorzunehmen.

Die ganze Arbeit kann von einer Person ausgeführt werden.

b) In nicht horizontalem, geneigtem Gelände besteht die Aufgabe der Längenmessung zwischen zwei Punkten A und B in der Bestimmung der Entfernung zwischen ihren Horizontalprojektionen oder ihres „horizontalen Abstandes" AC (Fig. 34). Hierbei lassen sich drei Verfahren unterscheiden, die man als Ableteverfahren, Gradbogenverfahren und Zugebeverfahren bezeichnen kann.

α) Bei dem Ablotеverfahren (Fig. 34) wird jede Meßlatte in einem Punkt — im allgemeinen einem Endpunkt — auf den Boden gelegt und in horizontaler Lage so gehalten, daß ihr Ende vertikal über oder unter dem Ende der vorhergehenden Latte liegt. Hierzu verwendet man ein Schnurlot, dessen

Fig. 34.

Schnur so an dem oberen Lattenende angehalten wird, daß seine Spitze nur wenige Millimeter über dem unteren sich befindet. Die horizontale Lage der Latte wird nach Augenmaß auf Grund des rechten Winkels zwischen Latte und Lotschnur hergestellt.

Die Messung bergauf wird am besten von drei (mindestens von zwei) und diejenige bergab am besten von vier, bei nicht zu steilem Gelände von drei (zur Not von zwei) Personen ausgeführt.

Beim Bergaufmessen sind die einzelnen Personen folgendermaßen beschäftigt: Zwei mit Loten ausgerüstete Personen tragen die Latten vorwärts, legen sie in die Richtung und nehmen das Abloten vor; die dritte Person hält die letzte Latte an ihrem Ende auf dem Boden fest, beobachtet in steilerem Gelände die Lotspitze — senkrecht zur Lattenrichtung blickend — und begibt sich, nachdem die vordere Latte abgelotet ist, rasch an ihr vorderes Ende, um sie vorsichtig auf den Boden zu drücken. Man kann die drei Personen — besonders in wenig geneigtem Gelände, wo der das Lot Haltende dessen Spitze und das untere Stangenende bequem übersehen kann — zweckmäßig auch so verteilen, daß die eine von links (der Messungsrichtung entsprechend) her kommend, mit dem rechten Fuß auf das auf dem Boden liegende Ende — unter Freilassung der Zwinge — einer richtig gelegten, von einer zweiten Person am anderen Ende gehaltenen Latte tritt und das Abloten der nächstfolgenden Latte vornimmt, deren vorderes Ende nach Aufforderung von der dritten Person mit dem Fuße festgehalten wird. Stehen nur

zwei Personen zur Verfügung, so kann man sich dadurch helfen, daß man das Ende einer jeden Stange in passender Weise — z. B. mit dem Rücken eines in den Boden gesteckten Taschenmessers — auf dem Boden bezeichnet.

Beim Bergabmessen verteilen sich die einzelnen Personen derart, daß bei vier Personen an jedem Stangenende eine sich befindet. Bei drei Personen wird die letzte Latte an jedem Ende von einer Person gehalten, die vordere Person bedient das Lot; die dritte hält die folgende Latte an ihrem vorderen Ende und schiebt sie auf Zuruf der mittleren nach Bedarf vor oder zurück; nach Übereinstimmung der Lotspitze mit dem unteren Lattenende wird dieses von dem das Lot Haltenden mit dem Fuße festgehalten. Stehen nur zwei Personen zur Verfügung, so wird jedes Lattenende dadurch heruntergelotet, daß man die Schnur des Lotes am oberen Stangenende kurz hält und sodann an diesem rasch herabgleiten läßt, so daß die Lotspitze einen Eindruck im Boden verursacht.

In wenig geneigtem Gelände kann in vielen Fällen an Stelle des Schnurlotes ein starres Lot in Gestalt eines Stabes mit einer Dosenlibelle zum Vertikalstellen (Kreuzscheibe) treten. Bei Messungen zu untergeordneten Zwecken kann man zum Loten einen Fluchtstab benutzen, der nach Augenmaß vertikal gehalten wird.

In sehr steilem Gelände verwendet man statt 5 m langen Latten solche von 3 m Länge. Um das Loten bei sehr langer Schnur zu ermöglichen, läßt man diese über den letzten Meterstrich (Fig. 35), den man zu diesem Zweck mit einer Rille versehen kann, gleiten, so daß man das Lot mit dem freien Schnurende bequem in jeder Höhe halten kann. Bei Messungen, bei denen eine geringere Genauigkeit angestrebt wird, kann man in steilem Gelände auch mit Hilfe einer vertikal aufgestellten, durch einen Fluchtstab verstrebten 5 m-Latte loten.

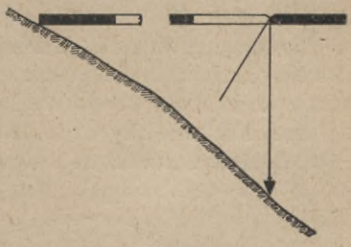


Fig. 35.

β) Bei dem Gradbogenverfahren werden die Latten — abgesehen von kleineren Bodenunebenheiten — ganz auf den Boden gelegt und lückenlos aneinandergereiht. Die so gemessene Länge ist noch „auf den Horizont zu reduzieren"; d. h. es ist an ihr eine Verbesserung (Horizontreduktion) negativ anzubringen, die man als Summe der Verbesserungen der einzelnen Lattenlagen erhält. Ist L die Länge einer Latte und α ihr Neigungswinkel gegen die Horizontale (Fig. 36), so erhält man für die Verbesserung c der Latte

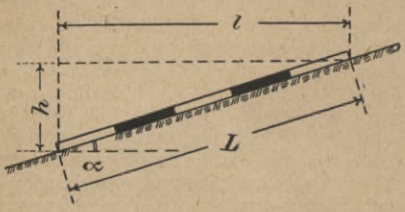


Fig. 36.

$$c = L - L\cos\alpha = 2L\sin^2\frac{\alpha}{2}\,.$$

Den Winkel α bestimmt man für jede Latte mit Hilfe des Gradbogens; die einzelnen Verbesserungen entnimmt man einer Tafel, die man sich für die in Frage kommende Lattenlänge L entwirft.

Als Neigungswinkel ist immer derjenige Winkel zu messen, den eine Latte beim Anlegen an die vorhergehende einnimmt; also z. B. in Figur 37 die Winkel $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$.

Beim Aneinanderlegen der Latten ist eine bestimmte Regel — z. B. stets Unterkante an Unterkante anlegen (Fig. 37)

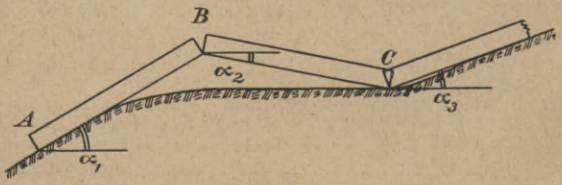


Fig. 37.

— festzuhalten. Bequem ist das Anlegen bei Verwendung von Schneidelatten auszuführen, da bei diesen stets in der Lattenachse angelegt werden kann.

An Stelle eines Gradbogens mit einer Gradteilung zur Ablesung des jeweiligen Neigungswinkels α verwendet man besser einen Gradbogen mit einer Teilung, an der man unmittelbar die Verbesserung c für eine bestimmte Lattenlänge — z. B. für 5 m — ablesen kann.

Sehr bequem gestaltet sich die Messung für den Fall, daß die zu messende Strecke überall denselben Neigungswinkel α hat, den man dann mit Hilfe eines Theodolits mit Vertikalkreis[1]) oder eines Neigungsmessers (Fig. 38) bestimmt. Die an

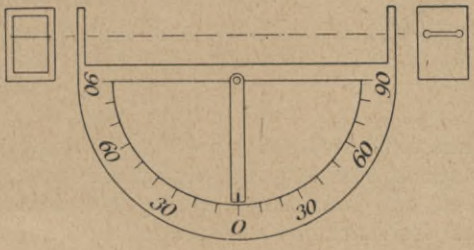


Fig. 38.

der gemessenen Länge l anzubringende Verbesserung c erhält man aus $c = 2l \sin^2 \frac{\alpha}{2}$.

Längenmessungen nach dem Gradbogenverfahren können — bergauf und bergab — unter Umständen von einer Person ausgeführt werden; besser beteiligen sich zwei Personen, von denen die eine die Meßlatten und die andere den Gradbogen bedient.

γ) Bei dem Zugebeverfahren wird wie beim Gradbogen-

[1]) Siehe Vermessungskunde Band III, Sammlung Göschen Bd. 862.

verfahren jede Latte ganz auf den Boden gelegt, dabei wird zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Latten eine von dem jeweiligen Neigungswinkel der Latte abhängige Strecke c „zugegeben", d. h. ein kleiner Zwischenraum c frei gelassen. Beim Messen von Strecken mit überall gleichem Neigungswinkel kann man den überall gleichen Wert von c (Fig. 39) für eine Lattenlage mit Hilfe des Schnurlotes bestimmen.

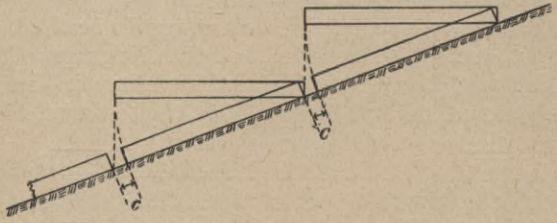


Fig. 39.

Bei unregelmäßigem Gelände und Verwendung von 5 m-Latten bestimmt man für jede Lattenlage das Stück, das man „zuzugeben" hat, dadurch, daß man die Latte zunächst nach Augenmaß horizontal hält und die Anzahl der Dezimeter abschätzt, um die das in der Hand gehaltene Lattenende über dem der liegenden Latte liegt; diese Zahl der Dezimeter im Quadrat gibt dann die Anzahl der Millimeter an, die man zuzugeben hat[1]).

Beim Zugebeverfahren genügt für die Messung — bergauf und bergab — eine Person; besser ist es, wenn zwei Personen zur Verfügung stehen.

δ) In wenig geneigtem Gelände verwendet man am besten

[1]) Nach Figur 36 ist:

$$c = L - \sqrt{L^2 - h^2} = L - L\left(1 - \frac{h^2}{L^2}\right)^{\frac{1}{2}} \approx \frac{h^2}{2L}$$

und somit mit $L = 5$ m

$$c^{\text{mm}} \approx \frac{(100\, h^{\text{dm}})^2}{10\,000} \approx (h^{\text{dm}})^2 .$$

das Gradbogenverfahren. In mittlerem Gelände sind das Gradbogenverfahren und das Ableteverfahren — genügende Übung im Loten vorausgesetzt — als gleichwertig zu bezeichnen. In steilem Gelände ist das Ableteverfahren im Vorteil. Das Zugebeverfahren kommt nur für gleichmäßig geneigtes oder wenig geneigtes Gelände in Frage.

2. Mit dem Meßband.

Zur Bedienung des Meßbandes sind zwei Personen erforderlich, die es an den durch die Endringe gesteckten Stäben halten. Beim Messen wird der hintere Stab am Ausgangspunkt angehalten und von hier aus der vordere eingewiesen; dieser wird, nachdem das Meßband angespannt worden ist, in den Boden gedrückt, der so erhaltene Punkt wird zum bequemeren Auffinden und zum Zählen der einzelnen Bandlagen mit einem einige Dezimeter langen Stift bezeichnet, der von der hinteren Person — nachdem an seine Stelle der Bandstab gesetzt wurde — entfernt wird. Wenn der vordere Stab wieder eingewiesen ist, so geht die Messung in der angedeuteten Weise weiter.

Das Meßband eignet sich besonders zur Messung in horizontalem oder gleichmäßig geneigtem Gelände. Um das Meßband in ungleichmäßig geneigtem Gelände bequem verwenden zu können, versieht man die beiden Meßbandstäbe mit einem Neigungsmesser, der den jeweiligen Neigungswinkel α oder besser die diesem entsprechende Verbesserung $c = 2\,L \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ (Fig. 36) abzulesen gestattet. Man kann bei geneigtem Gelände auch das Ableteverfahren anwenden, indem man an dem mit einem Schnurlot oder besser einer Dosenlibelle vertikal gehaltenen Stab das betreffende Ende des Bandes so weit in die Höhe schiebt, bis das Band horizontal liegt.

An Stelle des im vorstehenden beschriebenen Stahlbandes mit Endringen kann man zur Messung von kurzen Strecken auch ein Taschenrollband aus Stahl benützen.

3. Genauigkeit der Längenmessung.

In bezug auf die Genauigkeit ist die Messung mit Meßlatten der mit dem Meßband überlegen. Die Messung mit dem Meßband geht rascher vonstatten und wirkt weniger ermüdend als die mit Meßlatten; in geneigtem Gelände ist dieser Unterschied nicht so spürbar als in ebenem Gelände. Die Messung mit dem Meßband erfordert mehr Übung, unter Umständen auch mehr Sorgfalt als die mit den starren Meßlatten.

Hat sich bei einer Vergleichung der Latten oder des Bandes mit Normalmetern gezeigt, daß ihre wirkliche Länge mit ihrer „Sollänge" nicht übereinstimmt, so ist an den gemessenen Längen eine entsprechende Verbesserung anzubringen, die, je nachdem die Latten oder das Band zu kurz oder zu lang sind, negativ oder positiv ist.

Für die Zwecke der Katastervermessung sind in den betreffenden Vorschriften „Fehlergrenzen" angegeben, die nicht überschritten werden dürfen.

§ 6. Abstecken von rechten Winkeln.

Man hat hierbei folgende zwei Aufgaben zu unterscheiden:

a) In einem Punkt einer gegebenen Geraden soll das Lot errichtet werden.

b) In einer gegebenen Geraden soll der Fußpunkt des Lotes von einem Punkt auf die Gerade bestimmt werden.

Die in Frage kommenden Instrumente sind die Kreuzscheibe, der Winkelspiegel, das Dreiseitprisma und das Fünfseitprisma[1]).

1. Mit der Kreuzscheibe.

a) Um im Punkt C der durch die Punkte A und B gegebenen Geraden (Fig. 40) das Lot zu errichten, stellt man die Kreuzscheibe in C vertikal auf, zielt mit der einen Zielebene der Kreuzscheibe den Punkt A an, sieht nach, ob B dann auch angezielt ist und weist nun mit Hilfe der anderen

[1]) Das Vierseitprisma findet nur Verwendung beim Prismenkreuz.

Zielebene einen in D vertikal gehaltenen Stab so ein, daß er genau in der Mitte des Gesichtsfeldes sich befindet.

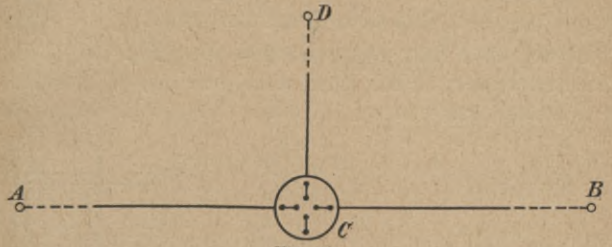


Fig. 40.

b) Den Fußpunkt F des Lotes von P auf die durch die Punkte M und N gegebene Gerade (Fig. 41) findet man

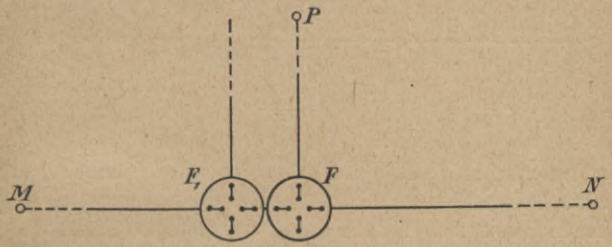


Fig. 41.

durch Versuche. Man stellt dabei die Kreuzscheibe nach Gutdünken in einem Punkt F_1 der Geraden MN vertikal auf, zielt mit der einen Zielebene den Punkt M an und sieht nach, ob auch N und P angezielt sind. Ist dies nicht der Fall, so muß man die Kreuzscheibe den geschätzten Abweichungen entsprechend verstecken und den Vorgang wiederholen. Bei einiger Übung erhält man den Fußpunkt F schon nach zwei bis drei Versuchen.

Das Aufstellen der Kreuzscheibe in der Geraden kann durch Einweisen oder Einrichten (in der zuvor ausgefluchte-

ten Geraden) oder gleichzeitig mit der Aufsuchung von F durch Versuche erreicht werden.

2. Mit dem Winkelspiegel.

a) Soll im Punkt D der Geraden BC (Fig. 42) das Lot errichtet werden, so hält oder stellt man den Winkelspiegel in D so auf, daß man von A aus in dem einen Spiegel das

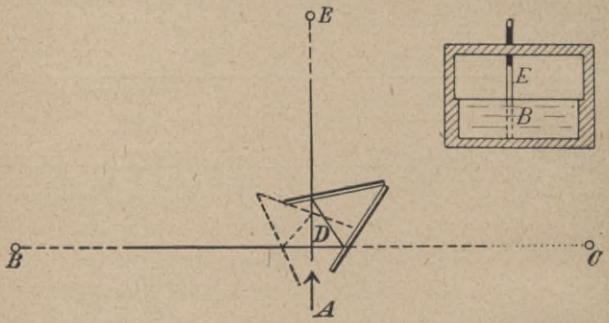


Fig. 42.

doppelt gespiegelte Bild z. B. des Stabes in B erblickt; über diesen Spiegel — durch das Fenster des Winkelspiegels — blickend, weist man in E einen Stab so ein, daß dessen unmittelbar gesehenes Bild mit dem doppelt gespiegelten von B in einer Geraden liegt.

Will man untersuchen, ob der Winkel zwischen den beiden Spiegelebenen 45° und damit der abgesteckte Winkel BDE ein Rechter ist, so hält man das Instrument derart, daß man von A aus in dem einen Spiegel das doppelt gespiegelte Bild von C sieht; erhält man dann als Verlängerung dieses Stabbildes über den Spiegel hinaus in E einen anderen Punkt als vorher, so entspricht der Abstand der beiden Punkte in E dem doppelten Fehler des Instruments. Der Punkt in der Mitte zwischen den beiden Punkten in E liegt auf dem Lote in D; mit seiner Hilfe wird das Instrument berichtigt, indem man mittels der Berichtigungsvorrichtung den Winkel zwischen den beiden Spiegeln so lange verändert, bis das doppelt gespiegelte Bild von B oder C in einer Geraden mit ihm erscheint.

b) Soll der Fußpunkt F des Lotes von P auf MN (Fig. 43) bestimmt werden, so blickt man von A in der Richtung nach N und hält das Instrument in der zuvor ausgefluchteten Geraden derart, daß man in dem einen Spiegel das doppelt gespiegelte Bild von P sieht; sodann bewegt man das Instrument in der Geraden so lange hin und her, bis das Spiegelbild von P in der Verlängerung der unmittelbar gesehenen — sich deckenden — Stäbe der Geraden MN liegt.

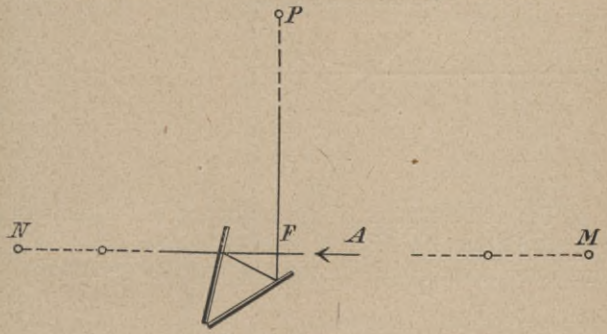


Fig. 43.

3. Mit dem Dreiseitprisma.

a) Hat man im Punkt P der Geraden BC (Fig. 44) das Lot zu errichten, so hält man das Dreiseitprisma in P so auf, daß seine Hypotenusenfläche ungefähr parallel BC ist, und daß man von A aus — senkrecht zu BC sehend — im Prisma das feste Bild z. B. des Stabes B erblickt. In die Fortsetzung dieses Bildes über das Prisma hinaus weist man den Stab in D ein.

Um das Prisma zu untersuchen, benutzt man zunächst zum Abstecken von D den Punkt B und dann C; ist das Prisma vom Optiker richtig geschliffen, so erhält man in beiden Fällen denselben Punkt D.

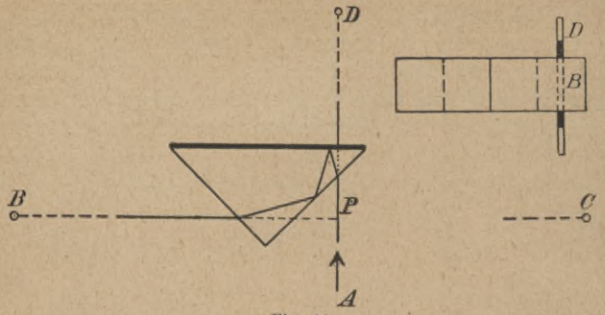


Fig. 44.

b) Um den Fußpunkt F des Lotes von P auf die ausgefluchtete Gerade AB (Fig. 45) zu bestimmen, hält man das Prisma mit seiner Hypotenusenfläche ungefähr senkrecht zur

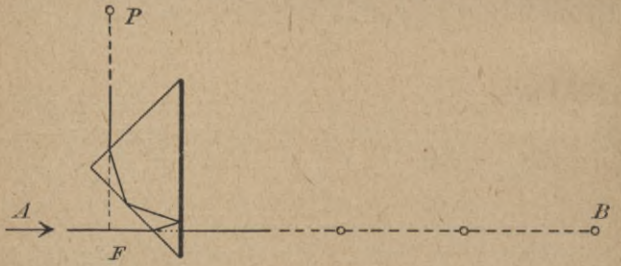


Fig. 45.

Geraden AB und geht in dieser so lange hin und her, bis das durch das Prisma entworfene feste Bild des Stabes in P in der Verlängerung der unmittelbar gesehenen — sich deckenden — Stäbe der Geraden AB erscheint.

4. Mit dem Fünfseitprisma.

Die Verwendung des Fünfseitprismas beim Errichten und Fällen von Loten unterscheidet sich von derjenigen des

Winkelspiegels nicht; auch die Untersuchung wird in derselben Weise vorgenommen.

5. Vergleich der besprochenen Diopter-, Spiegel- und Prismeninstrumente untereinander.

Die Spiegel- und Prismeninstrumente sind im Vergleich zu den Diopterinstrumenten bequemer zu tragen und lassen, weil sie nicht wie diese fest in den Boden gesteckt werden müssen, ein rascheres Arbeiten und auch die Verwendung auf hartem Boden zu; dagegen versagen die gewöhnlichen Spiegel- und Prismeninstrumente in steilem Gelände[1]). Während die Diopterinstrumente infolge ihres kleinen Gesichtsfeldes im Nachteil sind, verdienen sie in bezug auf bequemes Zielen den Vorzug.

Gegenüber dem heute veralteten Winkelspiegel haben die Kreuzscheibe und die Prismeninstrumente den Vorzug der Unveränderlichkeit; wurden sie einmal untersucht und zeigte sich dabei kein Fehler, so sind sie — von groben Beschädigungen abgesehen — stets verwendungsfähig.

Bei den Spiegel- und Prismeninstrumenten zum Abstecken von rechten Winkeln fällt der Schnittpunkt der beiden senkrecht zueinander stehenden Strahlen im allgemeinen nicht in die Achse des Handgriffs oder des Stabes, auf dem die Instrumente verwendet werden (Fig. 14, 18 und 21); der dadurch entstehende Fehler erreicht im schlimmsten Fall den Betrag von 1 bis 2 cm und kann deshalb im allgemeinen vernachlässigt werden.

Von den Rechtwinkel-Instrumenten sind am wichtigsten die Kreuzscheibe und das Fünfseitprisma; die erstere eignet sich zunächst für das Errichten oder Abstecken von Loten. Um je nach Bedarf das eine oder das andere Instrument benutzen zu können, empfiehlt sich die Verbindung der Kreuzscheibe mit einem Fünfseitprisma.

Die Genauigkeit beim Abstecken von rechten Winkeln ist — wie Versuche zeigen — bei sämtlichen Instrumenten ungefähr dieselbe; der zu befürchtende Winkelfehler beträgt etwa 1—2′, was bei einer Lotlänge von 50 m einem linearen Fehler von 1—3 cm entspricht.

---

[1]) Die Prismeninstrumente werden dadurch für den Gebrauch in steilem Gelände eingerichtet, daß sie oben und unten durch Ebenen senkrecht zu den Seitenflächen begrenzt und diese Grundflächen als Spiegel ausgebildet werden.

2. Kapitel.

Ausführung von Lagemessungen.

Aufnahme einzelner Grundstücke und kleinerer Lagepläne.

Das „Aufnehmen" oder „Aufmessen" oder „Vermessen" eines Stücks der Erdoberfläche besteht im Messen von mindestens so viel Größen (Strecken und Winkeln), als zum „Aufzeichnen" oder „Auftragen" seines Lageplans in verjüngtem Maßstab erforderlich sind.

Während bei der Aufnahme von größeren — viele Grundstücke umfassenden — Lageplänen die Verwendung des Theodolits aus verschiedenen Gründen nicht zu umgehen ist, kann die als Stückmessung bezeichnete Aufnahme einzelner Grundstücke und die eines kleineren, einige wenige Grundstücke umfassenden Lageplans mit den im vorstehenden behandelten Hilfsmitteln zum Messen von Längen und zum Abstecken von rechten und flachen Winkeln ausgeführt werden.

Bei der Ausführung der Aufnahmen hat man zu unterscheiden zwischen Aufnahmen für Katasterzwecke und solchen für die Zwecke des Ingenieurs; für die ersteren bestehen in den einzelnen Staaten besondere Vorschriften, bei den letzteren ist dies im allgemeinen nicht der Fall.

Die Aufnahme einzelner Grundstücke ist z. B. erforderlich zur Bestimmung der Flächen der Grundstücke und für ihre Bebauung. Lagepläne für technische Zwecke werden benötigt bei Neu-, Um- und Unterhaltungsbauten von Straßen, Bahnen und Wasserläufen.

§ 7. Aufnahme einzelner Grundstücke.

Bei der Aufnahme eines Grundstücks kann man zwei Verfahren unterscheiden. Das eine Verfahren, bei dem nur die Hilfsmittel zur Längenmessung verwendet werden, wird den zu messenden Größen entsprechend als Streckenverfahren bezeichnet. Bei dem anderen Verfahren verwendet

man außer Längenmeßwerkzeugen auch Instrumente zum Abstecken von rechten Winkeln; das Verfahren beruht auf der Festlegung von Punkten durch rechtwinklige Koordinaten[1]) (Abszissen und Ordinaten) und wird deshalb als Koordinatenverfahren bezeichnet.

1. Das Streckenverfahren.

a) Aufnahme eines einzelnen Grundstücks.

Die Aufnahme eines Grundstücks in Gestalt eines Vielecks besteht im einfachsten Fall darin, daß man das Vieleck in Dreiecke zerlegt und von jedem Dreieck die drei Seiten mißt (Fig. 46). Können aus irgendeinem Grund die Längen der

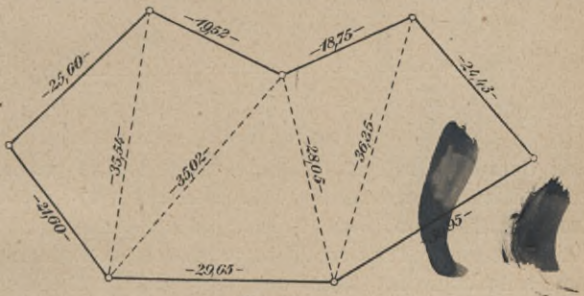


Fig. 46.

Grundstücksseiten nicht gemessen werden, so erfordert die Aufnahme ein als Liniennetz bezeichnetes Netz von Hilfslinien, auf die man die einzelnen Seiten des Grundstücks festlegen oder „einbinden" kann. Die Aufnahme zerfällt dann in die Messung der für die Aufzeichnung des Liniennetzes und der für die Aufzeichnung des Grundstückes erforderlichen Strecken.

[1]) Die Aufnahme mit Hilfe von Polarkoordinaten und mittelbarer Streckenmessung wird jetzt vielfach auch bei der Stückmessung angewendet; die dafür in Frage kommenden Instrumente werden in Band III (Samml. Göschen Bd. 862) behandelt.

Das Liniennetz ist im einfachsten Fall ein Dreieck (Fig. 47). Beim Einbinden der in bezug auf das Liniennetz festzulegen-

Fig. 47.

den Geraden sind spitze Schnitte möglichst zu vermeiden. Ein Liniennetz in Gestalt eines Vierecks verwendet man insbesondere dann, wenn es sich um die gemeinsame Aufnahme von mehreren Grundstücken handelt; von dem Liniennetz mißt man dann außer den vier Seiten noch beide Diagonalen.

Sind in einer Liniennetzseite mehrere Strecken zu messen, so mißt man diese von einer Ecke aus „fortlaufend“ und schreibt sie bei der Messung entsprechend auf.

Bei den beiden, in den Figuren 46 und 47 angegebenen Beispielen wurden nur so viele Strecken gemessen, als zur eindeutigen Festlegung des betreffenden Vielecks notwendig sind. Insbesondere als Schutz gegen grobe Fehler oder Versehen bei der Messung und bei der nachfolgenden maßstäblichen Zeichnung mißt man zweckmäßigerweise noch weitere Strecken. Solche Schutzmaße wären bei dem Beispiel der

Figur 46 die noch nicht gemessenen Diagonalen und bei dem der Figur 47 die Umfangsmaße des Grundstücks.

b) Aufnahme von Gebäuden.

Die Aufnahme eines Gebäudes in einem Grundstück, dessen Grenzen schon aufgenommen wurden, geschieht durch Einbinden von das Gebäude begrenzenden Geraden auf dafür passend gelegene Grenzen (Fig. 48). Dies kommt insbesondere für die Aufnahme von Nebengebäuden in Frage.

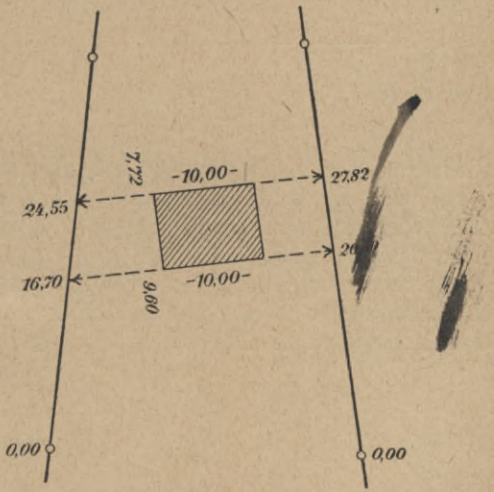


Fig. 48.

2. Das Koordinatenverfahren.

a) Aufnahme eines einzelnen Grundstücks.

Soll ein Grundstück nach dem Koordinatenverfahren aufgenommen werden, so besteht die erste Aufgabe der Aufnahme in der Wahl einer als Aufnahmelinie oder Messungs-

linie oder Abszissenachse bezeichneten Geraden, auf welche die einzelnen Punkte durch Fällen von Loten mit Hilfe von rechtwinkligen Koordinaten festgelegt werden.

Als Aufnahmelinie wählt man je nach der Form und Größe

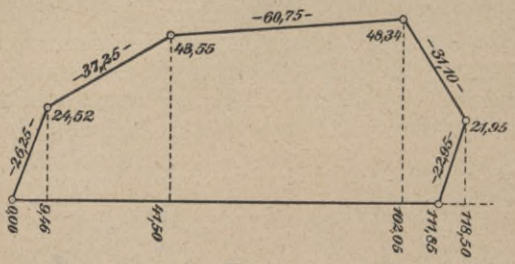


Fig. 49.

des Grundstücks eine das Grundstück begrenzende Gerade (Fig. 49) oder die Verbindungsgerade zweier Eckpunkte (Fig. 50) oder eine das Grundstück passend schneidende, beliebige Gerade (Fig. 51).

Die Abszissen werden von einem beliebig, aber zweckmäßig gewählten Anfangspunkt aus „fortlaufend“ gemessen; ein Ablesefehler an einem Lotfußpunkt hat dann keinen Einfluß

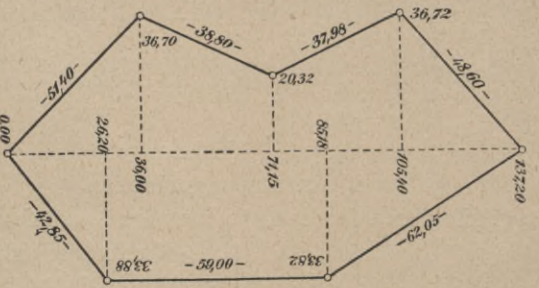


Fig. 50.

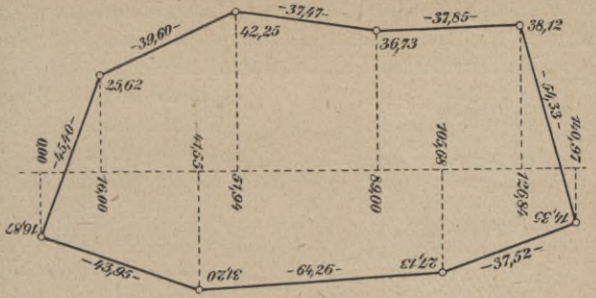


Fig. 51.

auf die nachfolgenden Punkte. Zu der Messung verwendet man bequemerweise zwei Paar Meßlatten; z. B. für die Messung der Abszissen ein Paar 5 m-Latten, und zum Messen der Ordinaten ein Paar 3 m-Latten.

Obwohl für die Festlegung eines Punktes die Messung von Abszisse und Ordinate genügt, so mißt man doch zum Schutz der Messung und der nachfolgenden Zeichnung gegen Versehen auch noch die Umfangsmaße des Grundstücks.

Mit Rücksicht auf die Länge der Lote, die wegen der zu erwartenden Fehler im allgemeinen etwa 50 m nicht über-

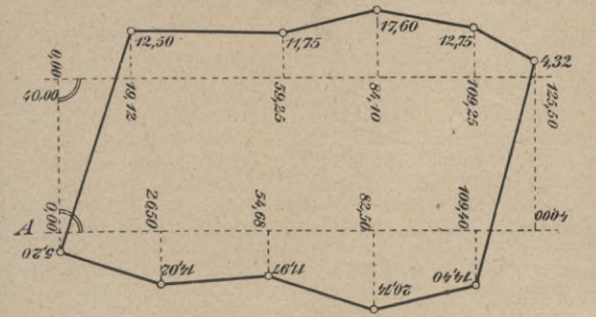


Fig. 52.

schreiten sollte, und mit Rücksicht auf Messungshindernisse kann man vielfach die Aufnahme nicht mit nur einer Aufnahmelinie durchführen; man ist dann gezwungen, der Aufnahme zwei oder mehr Aufnahmelinien zugrunde zu legen, die in irgendeiner Weise gegenseitig festzulegen sind und dann ein System von Aufnahmelinien oder ein Liniennetz bilden. Im einfachsten Fall verwendet man als Liniennetz ein Rechteck (Fig. 52)[1]).

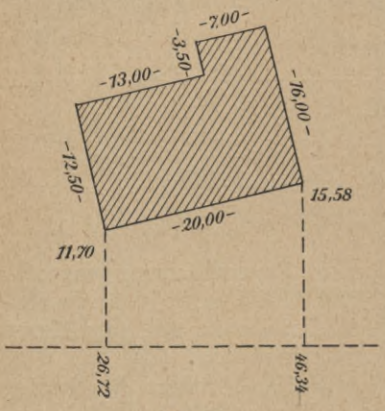


Fig. 53.

b) Aufnahme von Gebäuden.

Für die Aufnahme eines Gebäudes auf eine passend gelegene Aufnahmelinie genügt es im allgemeinen, wenn zwei Ecken des Gebäudes durch ihre rechtwinkligen Koordinaten festgelegt werden (Fig. 53). Die übrigen Teile des Gebäudes werden durch Messen der Umfangsmaße des Gebäudes bestimmt.

3. Vergleich der beiden Aufnahmeverfahren.

Das Streckenverfahren hat den Vorteil, daß bei ihm nur die einfachsten Hilfsmittel (Fluchtstäbe und Meßlatten oder Meßband) verwendet werden; es hat aber den Nachteil, daß bei auftretenden Messungshindernissen die Aufnahme schwerfällig und zeitraubend werden kann. Die Berechnung von nicht gemessenen Strecken und auch von Winkeln aus den gemessenen Strecken ist

[1]) Zur Absteckung des rechten Winkels in A (Fig. 52) genügen die im 1. Kapitel beschriebenen Instrumente nur so lange, als der Abstand der Parallelen nicht größer als 40—50 m ist; andernfalls ist seine Absteckung in der im § 9 angegebenen Weise vorzunehmen.

beim Streckenverfahren umständlich, ebenso auch die Berechnung von Flächen auf Grund der gemessenen Strecken. Ein Nachteil des Verfahrens besteht auch in der ungünstigen Übertragung von Messungsfehlern.

Das Koordinatenverfahren hat den Vorteil, daß Flächen an Hand der gemessenen Größen einfach zu berechnen sind; ebenso lassen sich nicht gemessene Strecken und Winkel aus den gemessenen Strecken einfach berechnen. Ein Vorteil des Verfahrens besteht auch darin, daß ein Messungsfehler bei einem Punkt auf die anderen Punkte nicht übertragen wird. Erfordert die Aufnahme ein Liniennetz, so gestaltet sich dessen Messung nach dem Koordinatenverfahren vielfach umständlich und zeitraubend.

Aus dem Vorhergehenden ergibt sich, daß man zur Aufnahme von nur einem Grundstück im allgemeinen am besten das Koordinatenverfahren verwendet; kommt man mit einer einzigen Aufnahmelinie nicht aus, so verwendet man zweckmäßigerweise beide Aufnahmeverfahren nebeneinander, und zwar in der Weise, daß man das Liniennetz nach dem Streckenverfahren und die einzelnen

Fig. 54.

Punkte nach dem Koordinatenverfahren festlegt. Zwei in dieser Weise durchgeführte Aufnahmen zeigen die Figuren 54 und 55; Schutzmaße gegen grobe Fehler sind bei beiden nicht angegeben.

Erfordert eine Aufnahme ein Liniennetz, so empfiehlt es sich, die für das Liniennetz erforderlichen Messungen zuerst für sich durchzuführen.

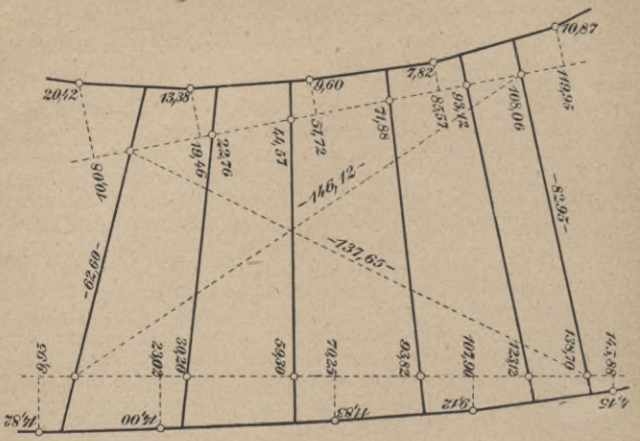


Fig. 55.

4. Aufschreibung der Messungen.

Wichtig ist bei jeder Art der Aufnahme, daß die bei der Messung bestimmten Werte pünktlich und geordnet aufgeschrieben werden. Das Aufschreiben erfolgt auf Grund einer als Handriß oder Feldriß bezeichneten, ungefähr maßstäblich zu fertigenden Handzeichnung. Beim Einschreiben der gemessenen Längen in den Feldriß empfiehlt sich die Anwendung von bestimmten Regeln; solche wurden benutzt bei den Figuren 46 bis 55. Der Feldriß muß derart geführt sein, daß er von jedem Sachverständigen zur weiteren Verarbeitung der Aufnahme verwendet werden kann.

§ 8. Aufnahme eines kleineren Lageplanes.

Die Aufnahme des Lageplans eines kleinen Gebietes zerfällt in die Anlage des Liniennetzes, die Messung des Liniennetzes und die Durchführung der eigentlichen Aufnahme. Bei der Anlage des Liniennetzes ist man insbesondere abhängig

von der Bodenbedeckung, der Bebauung und den Höhenverhältnissen des Geländes. Bei größeren Netzen kann man Hauptlinien und Nebenlinien unterscheiden. Bei der Wahl jeder einzelnen Linie hat man darauf zu achten, daß die nachfolgende Aufnahme der in Frage kommenden Einzelheiten — Eigentumsgrenzen, Kulturgrenzen, Gebäude usw. — möglichst einfach durchgeführt werden kann.

Sind die einzelnen Aufnahmelinien im Felde ausgewählt, so werden sämtliche Eckpunkte des Liniennetzes mit Holzpfählen — am besten mit Bohrloch — bezeichnet. Die Messung der für die Festlegung des Liniennetzes erforderlichen Strecken führt man zweckmäßigerweise für sich, vor der eigentlichen Aufnahme, aus.

Die Aufnahme gewinnt dadurch an Übersichtlichkeit, daß man zum Aufstecken der Endpunkte der Aufnahmelinien anders bemalte (z. B. schwarz und weiß) oder mit einer Flagge versehene Fluchtstäbe verwendet als zum Ausfluchten der Geraden (z. B. rot und weiß) und zum Aufstecken der aufzunehmenden Punkte.

Die auf Grund des Liniennetzes auszuführende Aufnahme kann nach einem der beiden Aufnahmeverfahren vorgenommen werden; vielfach wird keines der beiden ausschließlich, sondern es werden beide nebeneinander verwendet (Fig. 56).

Verschiedene Einzelheiten bei der Aufnahme von Lageplänen.

Während bei Messungen für die Zwecke des Katasters die Aufnahme der Grundstücks- und Eigentumsgrenzen die größte Rolle spielt, treten diese bei der Aufnahme von Lageplänen für technische Zwecke unter Umständen in den Hintergrund. Bei Messungen für diese Zwecke kommt mehr in Betracht die Aufnahme von Gebäuden, von Kulturgrenzen, von Straßen und Wegen samt der mit ihnen verbundenen Erd- und Kunstbauten; ferner die Aufnahme von Einfriedigungen, von Geleisen, von Wasserläufen, Gräben usw.

Bei der Messung macht man die Ablesungen nur bei solchen Punkten und Linien, die in der Natur scharf bezeichnet sind, auf

Zentimeter; im anderen Fall rundet man die Ablesungen auf Dezimeter auf bzw. ab. Von gekrümmten und unregelmäßigen Linien, wie sie bei Straßen, Geleisen und Wasserläufen auftreten, sind so viele Punkte aufzunehmen, als zu ihrer Aufzeichnung nötig sind.

Die Gebäude sind bei der Aufnahme je nach dem Zweck, dem sie dienen, zu bezeichnen als Wohngebäude, Stallung, Scheuer, Schuppen, Fabrikgebäude u. dgl. Maße, die sich auf Gebäude oder Teile von solchen beziehen, mißt man nicht in bezug auf den gewöhnlich mit verschiedenen Vorsprüngen versehenen Sockel,

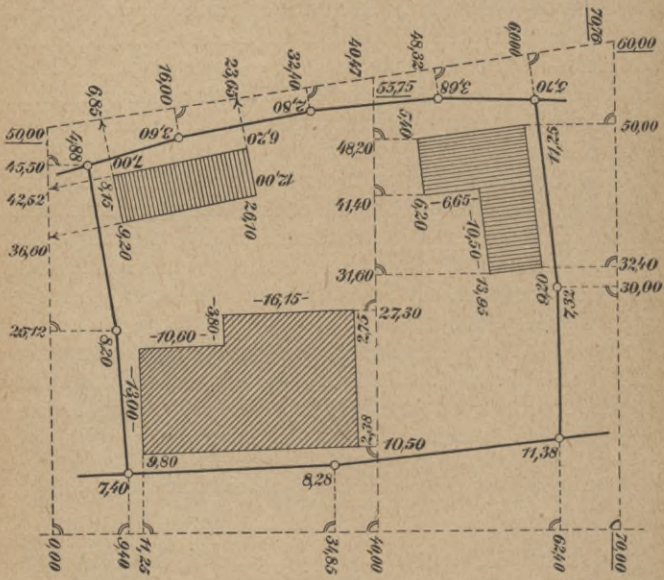


Fig. 56.

sondern auf die darüberliegende Mauerfläche, den sog. Hausgrund. Bei der Aufnahme eines Gebäudes genügt im allgemeinen die Festlegung von zwei bis drei Eckpunkten durch Koordinaten; die anderen können durch Messen der Umfangsmaße festgelegt werden. Untergeordnete Gebäude lassen sich meistens in einfacher Weise durch Einbinden festlegen (Fig. 56).

Je nach der Benutzungsart einer Fläche wird bei der Aufnahme unterschieden zwischen Hofraum, Lagerplatz, Garten, Acker, Wiese u. dgl.; die betreffenden Grenzen sind einzumessen.

Bei der Aufnahme von Straßen und Wegen sind außer der Straßen- oder Wegmitte die Straßen- und Grabenränder, die Grabenmitten und etwaige Böschungen und Mauern einzumessen.

Bei Einfriedigungen sind solche von Pflanzen (Hecken), von Stein, von Eisen und von Holz zu unterscheiden und entsprechend zu bezeichnen.

Bei Wasserläufen und Gräben sind Böschungen, Uferbauten u. dgl. mit aufzunehmen.

Bei Geleisen genügt die Aufnahme der Geleisachse; von besonderer Bedeutung ist hier das Einmessen der Bogenanfänge, Bogenenden und Bogenwechsel.

Baumpflanzungen werden je nach dem Zweck der Aufnahme in ihrer Gesamtheit, nach einzelnen Reihen oder auch jeder Baum für sich eingemessen.

§ 9. Messen und Abstecken von Geraden und rechten Winkeln unter besonderen Verhältnissen.

Im folgenden sollen einige bei Lagemessungen manchmal auftretende Hilfsaufgaben angedeutet werden, die sich jedoch in den meisten Fällen durch entsprechende Wahl der Aufnahmelinien umgehen lassen.

1. Die Entfernung zweier Punkte A und B (Fig. 57), die gegenseitig sichtbar, aber durch ein Messungshindernis getrennt sind, soll bestimmt werden.

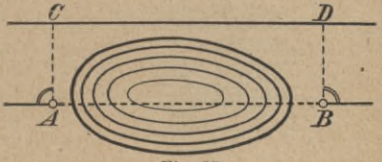


Fig. 57.

Man steckt das Rechteck $ABDC$ ab, indem man in A und B z. B. mit Hilfe der Kreuzscheibe die Lote errichtet und auf ihnen gleiche, möglichst kurze Strecken abmißt; man hat dann $CD = AB$.

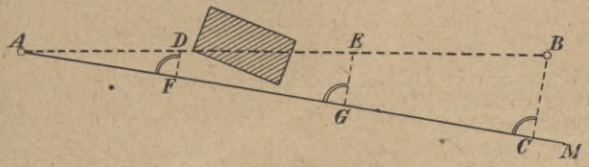


Fig. 58.

2. Gegeben sind zwei, durch ein Sicht- und Messungshindernis getrennte Punkte A und B (Fig. 58). Es soll die Entfernung von A und B bestimmt werden, und es sollen zwei weitere Punkte D und E der Geraden AB angegeben werden.

Man steckt eine Gerade AM beliebig, jedoch so ab, daß der Abstand von B so klein als möglich ist. Bestimmt man den Fußpunkt C des Lotes von B auf AM und mißt man AC und CB, so erhält man AB aus

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2}\,.$$

Zur Bestimmung der Punkte D und E der Geraden AB mißt man auf AM die Strecken AF und AG — wegen der nachfolgenden Rechnung je gleich einer runden Zahl — ab, errichtet in F und G die Lote, auf denen man die Strecken FD und GE abmißt, die man erhält aus

$$FD = BC\,\frac{AF}{AC} \text{ und } GE = BC\,\frac{AG}{AC}\,.$$

3. Die Entfernung zweier Punkte A und B (Fig. 59), die durch einen Wasserlauf getrennt sind, soll bestimmt werden.

Steht eine Kreuzscheibe oder ein sonstiges Instrument zum Abstecken von rechten Winkeln zur Verfügung, so mißt man in der

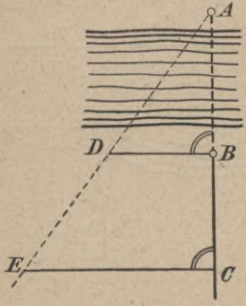


Fig. 59.

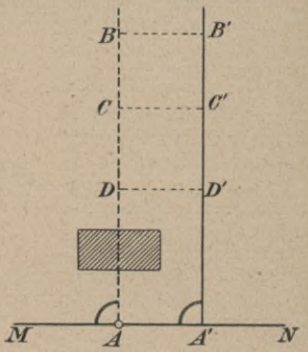


Fig. 60.

Verlängerung von AB die Strecke BC gleich einer runden Zahl ab und errichtet in C das Lot, auf dem man den Punkt E beliebig, jedoch so wählt, daß der Winkel AEC annähernd 45^0 ist. Von E aus weist man in der Richtung auf A den Punkt D so ein, daß er

zu gleicher Zeit auf dem in B errichteten Lote liegt. Mißt man dann die Strecken BD und CE, so erhält man AB aus

$$AB = BD \frac{BC}{CE - BD}.$$

4. Im Punkt A der Geraden MN (Fig. 60) soll das Lot abgesteckt werden, die Sicht in der Lotrichtung ist durch ein Gebäude verhindert.

Man wählt so nah als möglich bei A einen Hilfspunkt A' in der Geraden MN, errichtet in ihm das Lot auf MN, von dem man zwei — besser drei — Punkte B', C' und D' absteckt. Mißt man die Strecken $B'B$, $C'C$ und $D'D$ senkrecht zu dem Hilfslot $A'B'$ und gleich AA' ab, so erhält man in B, C und D Punkte des Lotes in A.

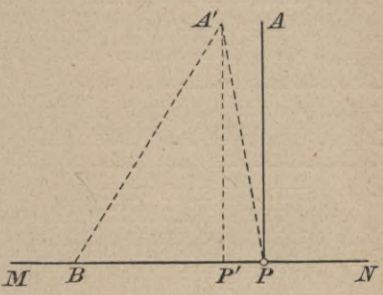


Fig. 61.

5. Im Punkt P der Geraden MN (Fig. 61) soll ein mehr als 50 m langes Lot abgesteckt werden.

Die Genauigkeit der oben beschriebenen Instrumente zum Abstecken von rechten Winkeln genügt in diesem Fall nicht mehr; man ist gezwungen, entweder den Theodolit[1]) zu Hilfe zu nehmen oder die Absteckung nach folgendem Verfahren vorzunehmen:

Man bestimmt zunächst näherungsweise, z. B. mit der Kreuzscheibe, den Punkt A'. Hat das Lot von A' auf MN seinen Fußpunkt in P', so ist — da PP' nur einige Zentimeter groß sein wird — $A'P' \approx A'P$. Wählt man nun auf MN den Punkt B beliebig, und mißt man die Strecken $A'B$, $A'P$ und BP, so ist

$$BP' = \sqrt{A'B^2 - A'P^2}$$

oder

$$BP' = \sqrt{(A'B + A'P)(A'B - A'P)}$$

und damit

$$PP' = BP - BP'.$$

Um den richtigen Lotpunkt zu erhalten, hat man dann den Punkt A' um die Strecke $AA' = PP'$ entsprechend zu verschieben.

[1]) Siehe Vermessungskunde Band II, Sammlung Göschen Bd. 469.

§ 10. Herstellung und Bearbeitung von Lageplänen.

Auf Grund des im Felde gefertigten Handrisses erfolgt die Herstellung der Reinzeichnung in einem dem jeweiligen Zweck entsprechenden Verhältnis oder Maßstab. Die für Lagepläne gewöhnlich zur Anwendung kommenden Maßstäbe sind 1 : 100, 1 : 200, 1 : 250, 1 : 500 und 1 : 1000.

Das Aufzeichnen oder Auftragen geschieht mit Hilfe von Lineal, Zirkel, Maßstab und Zeichendreieck. Zum Abgreifen von größeren Strecken tritt an Stelle des gewöhnlichen Zirkels der Stangenzirkel. Abgegriffen werden die Längen am gewöhnlichen Maßstab oder an einem Transversalmaßstab, wie ihn die Figur 62 für das Verhältnis 1 : 500 bzw. 1 : 1000 im Bilde zeigt. Die rechten Winkel werden mit Hilfe

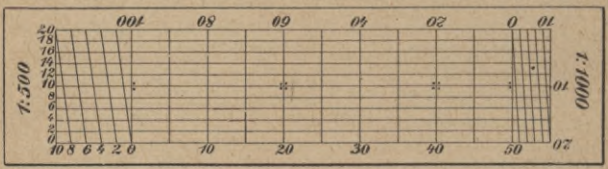


Fig. 62.

des Zeichendreiecks, das — ebenso wie das Lineal — vor seinem Gebrauch zu untersuchen ist, gezeichnet; bei großer Schenkellänge genügt seine Genauigkeit im allgemeinen nicht mehr, die rechten Winkel werden dann mit Hilfe von gleichschenkligen Dreiecken gezeichnet. Als Ersatz für Lineal und Zeichendreieck werden besondere, als Koordinatographen bezeichnete Instrumente gefertigt; solche kommen aber nur für ausgedehntere Arbeiten, bei denen es sich um große Genauigkeit handelt, in Betracht.

Bei der Zeichnung beginnt man mit dem Aufzeichnen der Aufnahmelinien, auf die sich der Aufnahme entsprechend die Zeichnung des Planes aufbaut. Die während der Aufnahme gemessenen Schutzmaße gegen grobe Fehler liefern Proben für die Richtigkeit der Messung und der Zeichnung.

Für die Ausarbeitung von Plänen für amtliche Zwecke bestehen im allgemeinen besondere Vorschriften. In der Hauptsache hat man dabei die folgenden Gesichtspunkte zu beachten:

Der Inhalt eines Planes ist abhängig von den Zwecken, für die der Plan bestimmt ist. Sollen aus irgendeinem Grunde das Liniennetz und die Maße der Aufnahme in dem fertigen Plan enthalten sein, so trägt man z. B. das Liniennetz in roter und die Zahlen in schwarzer Farbe ein. In den meisten Fällen braucht man in dem fertigen Plan die für seine Aufnahme erforderlichen Linien und Maße nicht, so daß man diese besser wegläßt.

Bei der Bearbeitung eines Planes hat man insbesondere zu beachten, daß der Plan übersichtlich sein soll, und daß das für seinen Zweck Wichtige nicht nur enthalten ist, sondern auch entsprechend hervortreten muß.

Bei der Bearbeitung eines Planes hat man zu unterscheiden, ob der Plan vervielfältigt werden soll oder nicht. Kommt eine Vervielfältigung in Frage, so verwendet man bei der Bearbeitung am besten nur schwarze Tusche; ist eine Vervielfältigung nicht beabsichtigt, so kann man verschiedene Farben anwenden. In beiden Fällen wird die Übersichtlichkeit des Planes dadurch erhöht, daß man einzelne Teile, wie z. B. Gebäude und Eigentumsgrenzen, besonders hervorhebt.

Wird ein Plan mit Rücksicht auf seine Vervielfältigung schwarz bearbeitet, so werden die Gebäudeflächen schraffiert; Privat-, Gemeinde- und Staatsgebäude werden dabei besonders unterschieden. Die verschiedenen Benützungsarten des Bodens — Acker, Wiese, Weide, Hofraum usw. — werden entweder durch besondere Flächenzeichen oder bequemer durch Einschreiben des betreffenden Namens angegeben.

Bei einer nicht für eine Vervielfältigung bestimmten farbigen Bearbeitung eines Planes kann man die Gebäude und die übrigen Flächen auf zwei Arten voneinander unterscheiden.

Im einen Fall erhalten sämtliche Gebäudeflächen einen mit Hilfe des Pinsels aufgetragenen leichten — z. B. schwarzen — Farbton; die einzelnen Gebäude werden unter sich, ebenso wie die nicht bemalten Flächen, durch Einschreiben der betreffenden Benützungs-

oder Kulturart unterschieden. Diese Art der Bearbeitung empfiehlt sich dann, wenn der Plan zur Aufnahme der Entwürfe von Bauwerken bestimmt ist, die gewöhnlich in roter Farbe eingezeichnet werden.

Im zweiten Fall werden sämtliche Flächen des Planes mit Farbtönen versehen, die auf Grund einer zuvor gewählten, am Rande des Planes anzugebenden Farbenskala aufgetragen werden; ein Einschreiben der Kulturarten ist in diesem Fall nicht mehr nötig. Als Beispiel einer solchen Farbenskala möge die folgende dienen: Staatsgebäude — Karmin; Gemeindegebäude — Zinnober; Wohngebäude — Schwarz; Nebengebäude (Fabriken, Stallungen, Scheuern u. dgl.) — Gelb; in leichteren Tönen als diese: Hofräume und Lagerplätze — gebrannte Siena; Straßen — Hellocker; Bahnkrone — Karmin; Acker — Dunkelocker; Wiesen — Hellgrün; Wald — Dunkelgrün; Wasserläufe — Blau usf.

Baumpflanzungen, Einfriedigungen usw. werden durch besondere Zeichen angegeben. Böschungen werden bei schwarzer Bearbeitung durch Schraffen und bei farbiger Bearbeitung durch von oben nach unten „verlaufende" (heller werdende) Farbtöne bezeichnet; in letzterem Fall wird unter Umständen zwischen Einschnitt- und Auffüllböschung unterschieden, indem jene braun (Sepia) und diese grün bemalt wird.

Zur Bearbeitung des Planes gehört das Einschreiben der Straßennamen, der Gebäude- und Parzellennummern und unter Umständen der Namen der Grundbesitzer.

Zum Zweck späterer Eintragungen oder Abmessungen muß jeder Plan mit Rücksicht auf Veränderungen des Papieres mit einem Maßstab versehen sein.

An passender Stelle des Planes gibt man zum Zweck der bequemen Zurechtfindung die z. B. mit Hilfe des Kompasses bestimmte Nordrichtung durch einen Pfeil an.

Die Vervielfältigung eines Planes richtet sich danach, ob nur einige wenige Stücke oder eine größere Zahl von Stücken hergestellt werden sollen; dementsprechend erfolgt die Vervielfältigung von Hand oder auf mechanischem Wege.

Die Herstellung einzelner Stücke geschieht durch Übertragung der einzelnen Punkte mit einer feinen Nadel oder mit Hilfe von Pauspapier. Einige wenige Stücke können durch eines der als Lichtpausen bezeichneten Verfahren hergestellt werden. Wird eine größere Zahl von Stücken gebraucht, so überträgt man den in schwarzer Farbe bearbeiteten Plan nach einem der von verschiedenen Firmen

unter verschiedenen Namen ausgeübten Durchlichtungsverfahren auf eine Zink- oder Aluminiumplatte, von der man dann eine beliebige Zahl von Abdrucken herstellen kann.

Vergrößerungen und Verkleinerungen von Plänen werden mit Hilfe eines besonderen, als Pantograph bezeichneten Instruments oder auf mechanischem Wege unter Anwendung der Photographie hergestellt. Das letztere kommt insbesondere dann in Frage, wenn es sich zugleich um eine Vervielfältigung der betreffenden Vergrößerung oder Verkleinerung handelt. Die mechanischen Verfahren zur Herstellung von Vergrößerungen oder Verkleinerungen bestehen im Grundgedanken darin, daß man das in der gewünschten Größe gefertigte photographische Negativ auf eine Zink- oder Aluminiumplatte überträgt, von der nach entsprechender Zubereitung gedruckt werden kann.

3. Kapitel.

Berechnung und Teilung von Flächen.

Die Bestimmung des Flächeninhaltes einer im Felde oder in einem Plan gegebenen Figur ist eine oft wiederkehrende, für manche Zwecke sehr wichtige Aufgabe der Vermessungskunde; man kann dabei die folgenden vier Arten der Flächenbestimmung unterscheiden:

1. Flächenbestimmung aus Feldmaßen, d. h. aus im Felde gemessenen oder aus solchen berechneten Größen.

2. Flächenbestimmung aus Planmaßen, d. h. aus Größen, die in einem Plan abgemessen werden.

3. Flächenbestimmung aus Feld- und Planmaßen, d. h. aus Größen, die zum Teil im Felde, zum Teil auf einem Plan gemessen werden.

4. Mechanische Flächenbestimmung auf Grund eines Planes mit Hilfe eines als Planimeter bezeichneten Instruments.

Die Maßeinheit für die Flächenbestimmung ist das Quadratmeter. Die in Verwendung stehenden Flächenmaße sind:

100 qm = 1 a = 1 Ar,
10 000 qm = 100 a = 1 ha = 1 Hektar,
100 ha = 1 qkm = 1 Quadratkilometer.

§ 11. Flächenbestimmung aus Feldmaßen.

Soll die Fläche einer Figur — z. B. eines Grundstücks — aus Feldmaßen bestimmt werden, so hat man dies schon bei der Aufnahme insofern zu berücksichtigen, als man diese am besten nach dem Koordinatenverfahren durchführt.

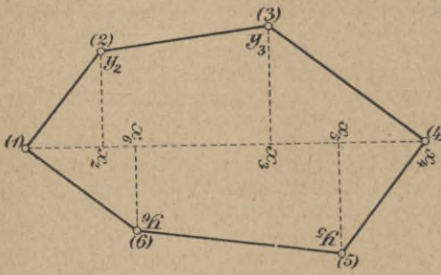


Fig. 63.

Durch die Festlegung der einzelnen Eckpunkte der Figur nach rechtwinkligen Koordinaten wird die Figur in rechtwinklige Dreiecke und Trapeze zerlegt, deren Inhalte nach bekannten planimetrischen Sätzen sich berechnen lassen. Zum Beispiel erhält man für den doppelten Inhalt $2F$ der Figur 63

$$2F = x_2y_2 + (x_3 - x_2)(y_2 + y_3) + (x_4 - x_3)y_3 + (x_4 - x_5)y_5 + (x_5 - x_6)(y_5 + y_6) + x_6y_6.$$

Geht die Aufnahmelinie nicht, wie in Figur 63, durch zwei Ecken der Figur, sondern schneidet sie diese beliebig (Fig. 64), so treten unter den Trapezen „verschränkte Trapeze“ auf, deren Inhalte sich nach der Formel für gewöhnliche Trapeze berechnen

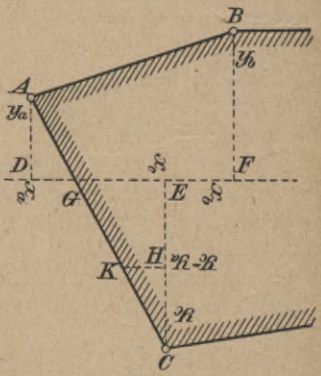


Fig. 64.

lassen[1]), wenn man die beiden, auf verschiedenen Seiten der Aufnahmelinie liegenden Parallelseiten mit verschiedenen Vorzeichen anschreibt, und zwar so, daß die außerhalb der Figur liegende das negative Zeichen erhält. Als Beispiel möge die Figur 65 dienen; für ihren doppelten Inhalt $2F$ liest man unmittelbar ab:

$$2F = (x_2 - x_1)(y_1 + y_2) + (x_3 - x_2)(y_2 - y_3) + (x_3 - x_4)(y_3 + y_4) + (x_4 - x_5)(y_4 + y_5) + (x_1 - x_5)(y_1 - y_5).$$

Wurden bei der Aufnahme mehrere Aufnahmelinien verwendet, so berechnet man zuerst den durch diese bestimmten „Kern" der Figur. In den Figuren 52, 54 und 55 sind solche Aufnahmen angedeutet; der Flächenkern hat bei Figur 52 die Form eines Rechtecks, bei Figur 54 die eines Dreiecks und bei Figur 55 die eines beliebigen Vierecks.

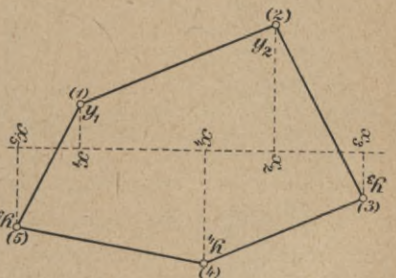


Fig. 65.

Bei einer nach dem Streckenverfahren aufgenommenen Figur wird diese (Fig. 46) durch die gemessenen Strecken in schiefwinklige Dreiecke zerlegt, deren Inhalte aus ihren Seiten zu berechnen sind. Sind a, b und c die drei Seiten eines Dreiecks, so findet man seinen Inhalt F mit Hilfe der Formel

$$F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},$$

[1]) Berechnet man den Inhalt des Trapezes $ABFD$ (Fig. 64) nach $F = \frac{1}{2}(x_b - x_a)(y_a + y_b)$, so kann man das Dreieck AGD vom Dreieck CEG in Abzug bringen; macht man $CH = y_a = AD$, so ist $HK = DG$, und damit $\Delta\, CEG - \Delta\, AGD$ = Trapez $HKGE = \frac{1}{2}(x_c - x_a)(y_c - y_a)$. Die Figur $ADEC$ wird als verschränktes Trapez bezeichnet, dessen Inhalt ist demnach gleich dem halben Produkt aus seiner Höhe und der Differenz seiner Grundlinien.

wobei $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$, d. h. gleich dem halben Dreiecksumfang ist.

Zahlenbeispiel.

Der Inhalt des in der Figur 66 angegebenen, nach beiden Verfahren aufgenommenen Grundstücks soll bestimmt werden.

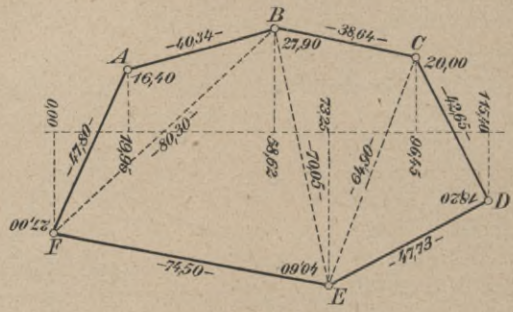


Fig. 66.

1. Berechnung auf Grund der Aufnahme nach rechtwinkligen Koordinaten.

Da bei der Berechnung jeder Teilfläche mit 2 zu dividieren ist, so berechnet man hier zweckmäßigerweise zunächst die doppelte Fläche.

Trapez mit der Seite	Summe bzw. Differenz der Grundlinien	Höhe	Doppelte Fläche qm	
			+	−
AB	44,30	38,67	1 713,1	
BC	47,90	37,83	1 812,1	
CD	1,80	18,95	34,1	
DE	58,80	42,15	2 478,4	
EF	67,60	73,25	4 951,7	
FA	10,60	19,95		211,5
			10 989,4	211,5

$2F = 10\,777{,}9$ qm

$F = 5\,389{,}0$ qm.

2. Berechnung auf Grund der Aufnahme nach dem Streckenverfahren.

Die Ausrechnung der Teilflächen geschieht nach der Formel $F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, in der $s = \frac{a+b+c}{2}$; man erhält:

Dreieck	Fläche qm
ABF	726,4
BEF	2409,2
BCE	1237,9
CDE	1017,4
	$F = 5390{,}9$ qm.

Zur Ausrechnung der bei Flächenbestimmungen auftretenden Produkte benutzt man eine Logarithmentafel oder eine Multiplikationstafel oder eine Rechenmaschine[1]).

Für die Zwecke der Katastervermessung sind in den jeweiligen Vorschriften „Fehlergrenzen" angegeben, die nicht überschritten werden dürfen. Dies gilt auch für Flächenbestimmungen aus Planmaßen und solche mit Hilfe des Planimeters.

§ 12. Flächenbestimmung aus Planmaßen.

Steht von der Figur, deren Fläche bestimmt werden soll, ein maßstäblich gezeichneter Plan zur Verfügung, der aber die Werte der bei der Aufnahme gemessenen Strecken nicht enthält, so ist man gezwungen, die für die Flächenbestimmung erforderlichen Strecken in dem Plane abzumessen. Eine solche „graphische Flächenbestimmung" findet auch dann Anwendung, wenn eine Flächenbestimmung aus Feldmaßen möglich ist; sie bildet eine wertvolle Probe für diese.

Die nächstliegende Art der Flächenbestimmung auf Grund eines Planes besteht darin, daß man die betreffende Figur in Dreiecke zerlegt und die zur Berechnung der Inhalte dieser Dreiecke nötigen Maße (Grundlinien und Höhen) z. B. mit Hilfe von Zirkel und Maßstab dem Plan entnimmt.

[1]) Näheres über Rechenhilfsmittel findet man bei P. Werkmeister, Praktisches Zahlenrechnen. Sammlung Göschen Band 405.

Das Verfahren kommt hauptsächlich für geradlinig begrenzte Figuren mit wenig Ecken in Frage.

Eine andere Art der graphischen Flächenbestimmung, die hauptsächlich bei vieleckigen Figuren Verwendung findet, besteht darin, daß man mit Benutzung der planimetrischen Sätze über Verwandlung von Figuren die gegebene Figur in ein Dreieck verwandelt (Fig. 67), von dem man dann die Grundlinie und die Höhe im Plan abmißt. Diejenige Seite der Figur, in welche die Grundlinie des Dreiecks zu liegen kommt, ist dabei so zu wählen, daß sie von den bei der Verwandlung auftretenden Parallelen günstig, d. h. nicht zu spitz geschnitten wird.

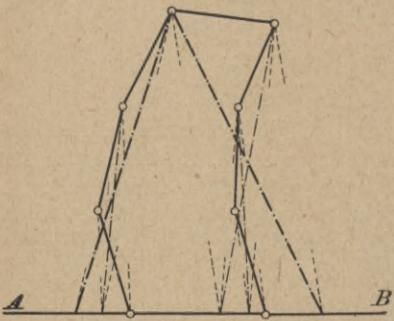


Fig. 67.

Die Parallelen, die in der Figur 67 angedeutet sind, werden am besten nicht gezogen; es genügt, daß ihre Schnittpunkte mit der Grundlinie AB jeweils mit der Zirkelspitze oder einer Nadel festgehalten werden. Das Verfahren kann auch bei krummlinig begrenzten Figuren angewendet werden; man hat dann nur die krummlinige Begrenzungslinie durch eine aus geraden Stücken bestehende zu ersetzen.

Ein anderes, für viele Zwecke gut brauchbares Verfahren besteht darin, daß man die Figur mit Hilfe eines — unter Umständen zur Schonung des Planes auf einem dünnen durchsichtigen Stoff (Pausleinwand) gezeichneten — Netzes von Parallelen in schmale Trapeze mit gleicher Höhe zerlegt. Den Abstand der Parallelen wählt man dem Maßstab des Planes und der erstrebten Genauigkeit entsprechend etwa

zwischen 2 und 10 mm. Die Mittellinien der einzelnen Trapeze werden mit Hilfe des Stechzirkels addiert, der für diesen Zweck mit einer veränderlichen Anschlagvorrichtung versehen sein kann, die für eine bestimmte Zirkelöffnung einzustellen ist. Die Summe aller Mittellinien mit dem Parallelenabstand multipliziert ergibt dann den Inhalt der Figur. Um die auf beiden Seiten der Figur übrigbleibenden Stücke bequem in die Gesamtrechnung einbeziehen zu können, verwandelt man sie in Dreiecke mit derselben Höhe wie die Trapeze (Fig. 68).

Fig. 68.

In manchen Fällen — z. B. bei Querprofilen — verwendet man zur Anfertigung der Zeichnung ein bereits mit Parallelen versehenes Papier (Millimeterpapier). Das Verfahren eignet sich zur Flächenbestimmung von beliebig begrenzten Figuren.

Soll die Fläche einer Figur rasch und ohne große Genauigkeit bestimmt werden, so kann man die Figur in kleine Quadrate zerlegen, von denen man die ganzen abzählt und die an den Rändern liegenden abschätzt. Zur Schonung des Planes kann man die Quadrate auf Pauspapier zeichnen oder eine käufliche Glastafel mit Quadratnetz verwenden.

Von den zahlreichen anderen Hilfsmitteln zur graphischen oder besser graphisch-mechanischen Flächenbestimmung sei hier noch die Hyperbeltafel von M. Kloth genannt, die auf einer bekannten Eigenschaft der gleichseitigen Hyperbel

beruht, wonach für jeden Punkt einer Hyperbel das Produkt seiner auf die Asymptoten als Achsen bezogenen Koordinaten stets dasselbe ist. Die Tafel besteht aus zwei halben, auf Glas angebrachten Hyperbelscharen, die eine einem bestimmten Kartenmaßstab entsprechende Bezifferung nach Quadratmetern tragen. Die Tafel kann zur Flächenbestimmung von Dreiecken bzw. Vierecken verwendet werden. Um die Fläche des Vierecks *1*, *2*, *3*, *4* (Fig. 69) zu ermitteln, legt man die Tafel — mit der Zeichnung nach unten — so auf den Plan, daß die Asymptote *OA* z. B. mit der Viereckdiagonale *4*, *2* zusammenfällt; hierauf verschiebt man die Tafel parallel an einer Linealkante derart, daß das eine Mal die Ecke *1*, das andere Mal die Ecke *3* in die Gerade *OA* zu liegen kommt (in der Figur ist das Viereck verschoben gezeichnet), und liest bei *2'* und *2''* je zwischen den beiden nächstliegenden Hyperbeln den Inhalt der Dreiecke *1*, *2*, *4* und *2*, *3*, *4* ab.

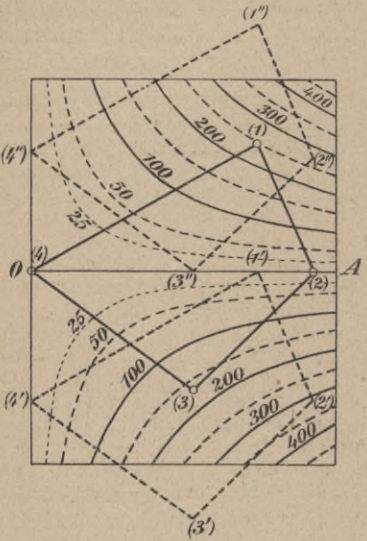


Fig. 69.

Die Genauigkeit der Flächenbestimmung aus Planmaßen, die geringer ist als diejenige aus Feldmaßen, ist abhängig von der Güte der Zeichnung, von dem Maßstab des Planes und von dem Zustand des Papieres.

Daß der Maßstab des Planes von großem Einfluß auf die

Flächenbestimmung ist, und daß demnach für Pläne, die viel oder fast ausschließlich zu Flächenbestimmungen benutzt werden, große Maßstäbe (1 : 100, 1 : 250, 1 : 500) anzuwenden sind, ist leicht einzusehen, wenn man beachtet, daß ein — einem Zirkelstich entsprechender — Fehler von 0,1 mm beim Abstechen einer in den Maßstäben 1 : 100 und 1 : 500 gezeichneten Strecke in 1 : 100 einem Fehler von 1 cm und in 1 : 500 einem fünfmal größeren Fehler, also 5 cm entspricht.

Das Papier ist insbesondere Feuchtigkeitseinflüssen stark unterworfen; solche äußern sich in dem „Papiereingang", der in verschiedenen Richtungen verschieden groß sein kann. Um Papierveränderungen, die man gewöhnlich in Prozenten angibt, jederzeit bequem bestimmen zu können, empfiehlt es sich, den Plan schon bei seiner Herstellung mit einem Quadratnetz zu versehen, dessen Eckpunkte mit kleinen Kreuzen bezeichnet werden; als Quadratseiten wählt man z. B. bei Katasterplänen Parallelen zu den Achsen des Koordinatensystems der Landesvermessung. Soll in einem mit Quadratnetz versehenen Plan der Einfluß der Papierveränderung für eine bestimmte Strecke ermittelt werden, so bestimmt man zuerst die Veränderung in den Richtungen der nächstliegenden Quadratseiten und hieraus durch Rechnung oder Schätzung diejenige in der Richtung der fraglichen Strecke. Anstatt aber bei Flächenbestimmungen die dem Plan entnommenen Strecken entsprechend der Papierveränderung zu verbessern, bringt man bequemer eine Verbesserung an der Fläche an. Sind a und b die Seiten eines Rechtecks und die entsprechenden Papierveränderungen $p\,\%$ und $q\,\%$, so ist die aus $a \times b$ berechnete Fläche um $(p + q)\,\%$ zu klein bzw. zu groß[1]).

Hat man des öfteren die Papierveränderung in Plänen mit gleichem Maßstab und gleichem Quadratnetz zu bestimmen, so empfiehlt sich die Herstellung eines Maßstabs, mit dessen Hilfe man die Veränderung unmittelbar in Prozenten ablesen kann.

§ 13. Flächenbestimmung aus Feld- und Planmaßen.

Der Inhalt F eines Rechtecks mit den Seiten a und b ist

$$F = a \times b.$$

Sind a und b mit den Fehlern Δa und Δb (Fig. 70) behaftet,

[1]) Bringt man an a und b die Verbesserungen an, so erhält man die Fläche F aus

$$F = a\left(1 + \frac{p}{100}\right) b\left(1 + \frac{q}{100}\right) = ab\left\{1 + \frac{p}{100} + \frac{q}{100} + \frac{pq}{10\,000}\right\}$$

$$\text{oder } F \approx a\,b\left\{1 + \frac{p+q}{100}\right\}.$$

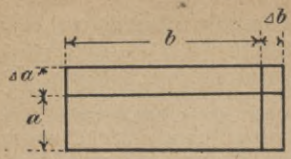


Fig. 70.

so erhält F einen entsprechenden Fehler ΔF, für den man aus der Figur — abgesehen von dem kleinen Rechteck mit den Seiten Δa und Δb — abliest

(1) $\Delta F = a \times \Delta b + b \times \Delta a$.

Nimmt man an, daß z. B. b größer als a ist, so zeigt die Gleichung (1), daß ΔF um so kleiner wird, je kleiner einerseits die Seite a und andererseits der ihr anhaftende Fehler Δa sind. Bei der Inhaltsbestimmung eines schmalen Rechtecks hat man demnach die kleine Seite genauer zu bestimmen als die große Seite.

Auf dieser Überlegung beruht die auch als halbgraphische Flächenbestimmung bezeichnete Flächenbestimmung aus Feld- und Planmaßen; bei ihr wird die zu bestimmende Fläche in schmale Dreiecke zerlegt, für welche die kleinen Grundlinien im Feld und die größeren Höhen auf dem Plan gemessen werden. Zur Messung der Höhen verwendet man am besten eine Glastafel, die auf ihrer Unterseite mit einer dem Planmaßstab entsprechenden Schar von Parallelen versehen ist. Diese Art der Flächenbestimmung, die in bezug auf die Genauigkeit zwischen der aus Planmaßen und derjenigen aus Feldmaßen liegt,

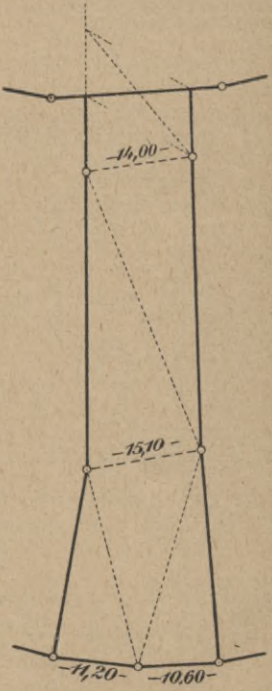


Fig. 71.

eignet sich besonders für schmale Figuren. Ein Beispiel zeigt die Figur 71, in welcher die im Felde gemessenen Dreiecksgrundlinien eingeschrieben sind.

Um eine zweckmäßige Anwendung des halbgraphischen Verfahrens zu ermöglichen, ist schon bei der Aufnahme Rücksicht auf die Einteilung in Dreiecke zu nehmen.

§ 14. Flächenbestimmung mit dem Planimeter.

Als Planimeter bezeichnet man diejenigen Instrumente zur Flächenbestimmung, bei denen die Fläche einer maßstäblich gezeichneten Figur dadurch bestimmt wird, daß man die Begrenzungslinie der Figur mit einem am Instrument angebrachten Stift — dem Fahrstift — umfährt; eine mit dem Instrument verbundene Meßrolle macht dabei eine der Fläche der umfahrenen Figur proportionale Zahl von Umdrehungen.

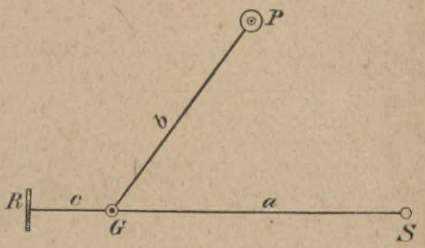


Fig. 72.

Die wichtigste und verbreitetste Planimeterform ist die des in den Figuren 72 und 73 dargestellten Polarplanimeters.

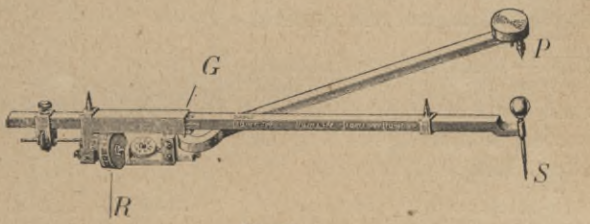


Fig. 73.

Das Polarplanimeter oder Polplanimeter besteht aus dem Polarm PG und der mit diesem in G gelenkartig verbundenen Fahrstange SR. In dem als Pol bezeichneten Endpunkt P des Arms befindet sich eine Vorrichtung, die ein Festhalten des Poles auf der Unterlage und die Drehung des Armes um P ermöglicht[1]). Die Fahrstange trägt in ihrem einen Ende den Fahrstift S und in ihrem andern die Meßrolle R, die auf einer zur Stange parallelen Welle befestigt ist. Zur Bestimmung der Anzahl der Umdrehungen, die die Rolle beim Umfahren einer Figur macht, ist die Rolle mit einem Zählwerk versehen. Beim Gebrauch steht das Instrument im Pol auf der Unterlage fest, so daß bei der Umfahrung einer Figur mit Hilfe des Fahrstifts S das Gelenk G auf einem Kreis mit dem Mittelpunkt P sich bewegt.

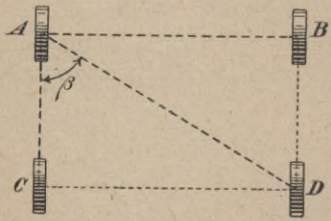


Fig. 74.

Die bei einer Rolle zwischen der zurückgelegten Wegstrecke und der Anzahl der Rollenumdrehungen bestehende Beziehung ergibt sich aus der Figur 74. Bewegt man eine Rolle in der Richtung ihrer Achse von A nach B, so macht sie keine Umdrehung; bewegt man die Rolle in ihrer eigenen Richtung von A nach C, so wird von ihrem Umfang u die Strecke AC abgewickelt, sie macht also $\frac{AC}{u}$ Umdrehungen. Soll die Rolle von A nach D bewegt werden, so kann sie den Weg AD unmittelbar oder mittelbar von

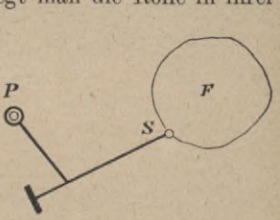


Fig. 75.

[1]) Die beiden vorkommenden Ausgestaltungen des Poles sind der Nadelpol und der Gewichtspol; die Figur 73 zeigt einen Nadelpol.

A über C nach D zurücklegen; die von ihrem Umfang abgewickelte Strecke ist demnach wieder AC oder mit Benützung des Weges AD und des Winkels β gleich $AD \cos \beta$, d. h. bei Befahrung eines schiefen Weges wird von dem Rollenumfang ein Stück abgewickelt, das gleich der zurückgelegten schiefen Wegstrecke mal dem Kosinus des Winkels zwischen Rollen- und Wegrichtung ist.

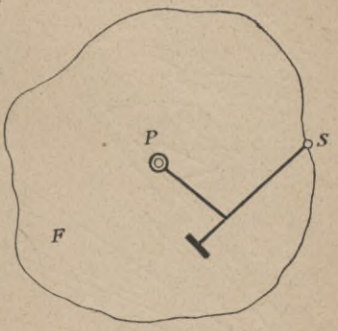


Fig. 76.

Beim Gebrauch des Polarplanimeters hat man zwei Fälle zu unterscheiden, die man je nach der Lage des Poles zu der zu umfahrenden Figur als Flächenbestimmung mit Pol außerhalb (Fig. 75) und Flächenbestimmung mit Pol innerhalb (Fig. 76) bezeichnet.

1. Flächenbestimmung mit Pol außerhalb.

Die zu umfahrende Figur $S_1S_2S_3S_4$ (Fig. 77) sei ein Stück eines Kreisrings, in dessen Mittelpunkt P der Pol des Planimeters aufgestellt sei. Die Abmessungen des Instruments mögen die folgenden sein (Fig. 72): Arm $PG = b$, Stange $SG = a$, Rollenabstand vom Gelenk $RG = c$ und Rollenumfang u. Die Figur werde in der durch die Numerierung bestimmten Richtung, also im Uhrzeigersinn umfahren.

Um die Anzahl n der Umdrehungen zu bestimmen, die die Rolle beim Umfahren der Figur macht, betrachten wir die einzelnen Stücke ihres Umfangs und die ihnen entsprechenden Rollenumdrehungen; diese seien für S_1S_2, S_2S_3, S_3S_4 und S_4S_1 entsprechend n_1, n_2, n_3 und n_4. Beim Umfahren von S_1 über S_2 bis S_3 nimmt die Anzahl der Rollenumdrehungen zu, und beim Umfahren von S_3 über S_4 bis S_1 nimmt sie ab; die Gesamtzahl n der Umdrehungen ist demnach

$$n = n_1 + n_2 - n_3 - n_4.$$

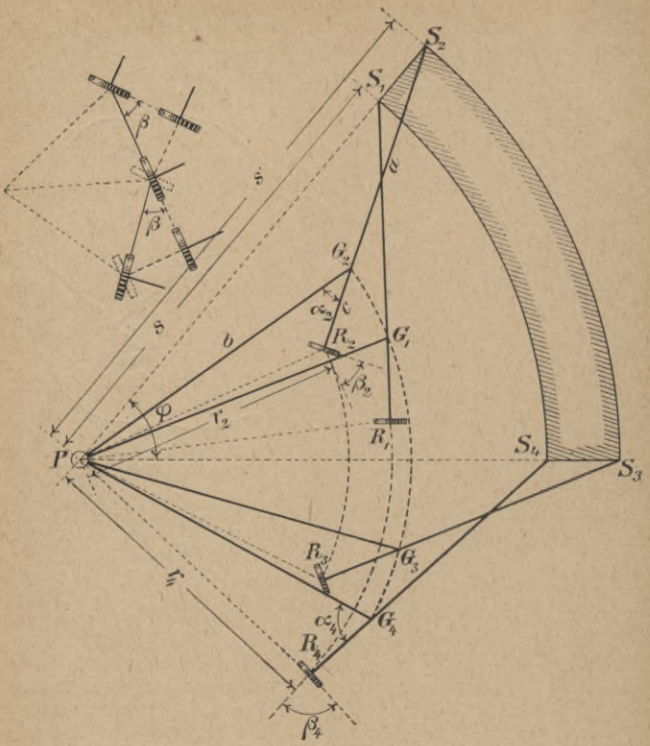


Fig. 77.

Da die Strecke $S_1S_2 = S_3S_4$ ist, so ist auch $n_1 = n_3$; man erhält also

(1) $$n = n_2 - n_4 .$$

Während der Fahrstift den Bogen S_2S_3 befährt, legt die Rolle als Weg den Bogen R_2R_3 zurück; denkt man sich diesen Bogen in unendlich kleine als Gerade zu betrachtende Stücke zerlegt, so kann man sich die Vorwärtsbewegung der Rolle von R_2 nach R_3 in der in der Nebenfigur angedeuteten Weise vorstellen. Bezeichnet

man noch den den Bögen S_2S_3 bzw. R_2R_3 entsprechenden Zentriwinkel mit φ, den Winkel zwischen Rollenrichtung und Tangente am Bogen R_2R_3 mit β_2 und den Polabstand der Rolle, also den Halbmesser des Bogens R_2R_3, mit r_2, so erhält man

$$n_2u = r_2 \operatorname{arc} \varphi \cos \beta_2. \tag{2}$$

In ähnlicher Weise findet man

$$n_4u = r_4 \operatorname{arc} \varphi \cos \beta_4. \tag{3}$$

Mit Benützung der Gleichungen (2) und (3) erhält man aus (1)

$$nu = (r_2 \cos \beta_2 - r_4 \cos \beta_4) \operatorname{arc} \varphi. \tag{4}$$

Die Fläche F des Ringstücks mit den Halbmessern $PS_1 = s$ und $PS_2 = s'$ ist

$$F = \frac{s + s'}{2} (s' - s) \operatorname{arc} \varphi = \tfrac{1}{2} (s'^2 - s^2) \operatorname{arc} \varphi. \tag{5}$$

Bezeichnet man den Fahrstiftstellungen in S_2 und S_4 entsprechend den Winkel zwischen Arm und Stange mit α_2 bzw. α_4, so erhält man mit Anwendung des Kosinussatzes der Trigonometrie[1]) auf die Dreiecke PG_2S_2 und PG_4S_4

$$s'^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha_2$$

und

$$s^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha_4$$

und damit

$$s'^2 - s^2 = 2a(b \cos \alpha_2 - b \cos \alpha_4);$$

hieraus ergibt sich mit

$$b \cos \alpha_2 = r_2 \cos \beta_2 + c$$

und

$$b \cos \alpha_4 = r_4 \cos \beta_4 + c$$

$$s'^2 - s^2 = 2a(r_2 \cos \beta_2 - r_4 \cos \beta_4).$$

Setzt man diesen Wert für $s'^2 - s^2$ in die Gleichung (5) ein, so geht diese über in

$$F = a(r_2 \cos \beta_2 - r_4 \cos \beta_4) \operatorname{arc} \varphi;$$

hieraus erhält man mit Benützung von Gleichung (4):

$$F = anu. \tag{A}$$

Die Fläche F der Figur $S_1S_2S_3S_4$ ist demnach gleich dem Produkt aus der Länge der Fahrstange und der Länge der bei der Umfahrung von dem Rollenumfang abgewickelten Strecke.

Die Gleichung (A) gilt zunächst nur für Figuren von der Form eines durch Halbmesser begrenzten Kreisringstücks; es läßt sich jedoch zeigen, daß die Gleichung auch auf beliebig begrenzte Figuren anwendbar, also allgemein gültig ist. Man kann sich nämlich jede Figur in schmale — im allgemeinen unendlich schmale

[1]) G. Hessenberg, Ebene und sphärische Trigonometrie. Samml. Göschen Band 99.

Kreisringstücke zerlegt denken, wie dies in der Figur 78 angedeutet ist. Würde man nach einer solchen Zerlegung jedes Ringstück für sich umfahren, und zwar stets in derselben Richtung, z. B. im Uhrzeigersinn, so würden die Grenzbögen AB, CD und EF je zweimal, jedoch in verschiedener Richtung, durchfahren werden, so daß jedesmal das zuvor „abgewickelte" Stück des Rollenumfangs wieder „aufgewickelt" würde; es ist somit leicht einzusehen, daß man, um die Summe der einzelnen Ringstückflächen, d. h. die Gesamtfläche, zu bestimmen, nur die äußere Grenzlinie der Ringstücke, d. h. den Umfang der Figur zu umfahren hat, wobei dann der Inhalt F der umfahrenen Figur

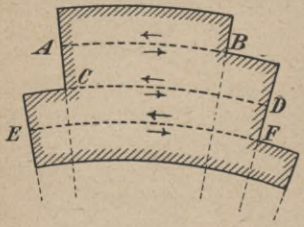


Fig. 78.

$$F = anu$$

ist, wenn n die der Gesamtfigur entsprechende Anzahl von Rollenumdrehungen ist.

2. Flächenbestimmung mit Pol innerhalb.

Die Abmessungen am Instrument seien dieselben; der Pol werde im Punkt P (Fig. 79) innerhalb der zu bestimmenden Figur mit der Fläche F aufgestellt.

Bewegt man den Fahrstift S so vorwärts, daß stets die verlängerte Rollenebene durch den Pol P oder das Lot von P auf die Fahrstange durch die Rolle O geht, so bewegt sich die Rolle auf einem Kreis, ohne jedoch eine Drehung um die Achse auszuführen; der Fahrstift S beschreibt dabei eben-

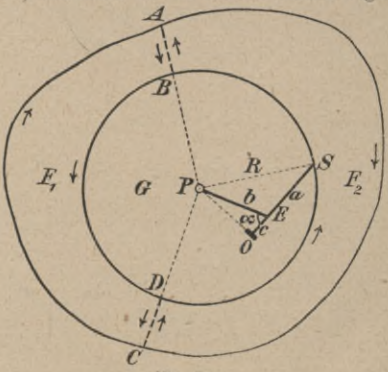


Fig. 79.

falls einen Kreis, den sog. Grundkreis. Die Fläche G des Grundkreises ist, einem Halbmesser R entsprechend, $G = \pi R^2$. Mit Hilfe des schon oben angeführten Kosinussatzes erhält man für R^2 aus einem Dreieck PSE

$$R^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos\alpha$$

oder

$$R^2 = a^2 + b^2 + 2ac$$

und damit für die Fläche G des Grundkreises

(1) $$G = \pi(a^2 + b^2 + 2ac).$$

Durch den Grundkreis und die beiden beliebig gewählten Trennungslinien AB und CD wird die gegebene Figur (Fig. 79) mit der Fläche F in drei Teile mit den Flächen F_1, F_2 und G zerlegt, so daß

(2) $$F = G + F_1 + F_2$$

ist.

Denkt man sich nun die Flächen F_1 und F_2 jede für sich mit Pol in P, also außerhalb von F_1 und F_2 je im Uhrzeigersinn umfahren, so macht die Rolle keine Umdrehung, solange der Fahrstift auf dem Grundkreis geführt wird. Bezeichnet man die Anzahl der Rollenumdrehungen entsprechend der Durchfahrung von CA (Fläche F_1) und AC (Fläche F_2) mit n_1 bzw. n_2 und diejenigen entsprechend AB und CD mit n_3 bzw. n_4, so erhält man nach Gleichung (A)

$$F_1 = a(n_1 \pm n_3 \pm n_4)\,u$$

und

$$F_2 = a(n_2 \mp n_3 \mp n_4)\,u$$

und damit

$$F_1 + F_2 = a(n_1 + n_2)\,u.$$

Bezeichnet man noch $n_1 + n_2$, d. i. die Anzahl der Umdrehungen, die die Rolle beim Umfahren der ganzen Fläche F macht, mit n, so geht die Gleichung (2) über in

$$F = G + anu,$$

oder allgemein, nämlich auch für den Fall, daß die zu bestimmende Fläche kleiner als der Grundkreis ist,

(B) $$\underline{F = G \pm anu},$$

d. h. die Fläche F ist gleich der Fläche des Grundkreises, vermehrt oder vermindert um das Produkt aus der Länge der Fahrstange und der Länge der bei der Umfahrung von dem Rollenumfang abgewickelten Strecke.

Gebrauch des Planimeters.

1. Befindet sich der Pol des Instruments außerhalb der zu umfahrenden Figur, so gilt die Gleichung

(A) $$F = anu \text{ oder } F = kn,$$

in der a die Länge der Fahrstange, n die Anzahl der Rollenumdrehungen und u den Umfang der Rolle bedeutet. n bestimmt man durch mehrfaches Umfahren der Figur, wobei man vor und nach jeder Umfahrung am Zählwerk den jeweiligen Rollenstand abliest. Das Zählwerk (Fig. 73) besteht aus einer Scheibe, welche die ganzen Rollenumdrehungen anzeigt, und aus einer auf dem Rollenumfang angebrachten Teilung, an der bis auf 0,001 einer Umdrehung abgelesen werden kann. Ein Einstellen des Zählwerks vor der ersten Umfahrung auf null ist aus verschiedenen Gründen unzweckmäßig.

Die Bestimmung der unveränderlichen Größe k kann man auf verschiedene Weise vornehmen. Das Nächstliegende wäre, a und u durch unmittelbares Abmessen am Instrument zu bestimmen; doch liefert dieses Verfahren — trotzdem daß manche Instrumente mit bequemen Vorrichtungen zur Bestimmung von a versehen sind — nicht die nötige Genauigkeit. Besser ist es, k durch Umfahren einer Figur mit einfach und genau bestimmbarem Inhalt F_0[1]) zu bestimmen; man findet dann k aus

$$k = \frac{F_0}{n_0},$$

wenn n_0 die der Fläche F_0 entsprechende Anzahl von Rollenumdrehungen ist.

Für manche Zwecke ist es zweckmäßig, wenn k gleich einer runden Zahl, z. B. gleich 100 qcm, ist. Es gibt Instrumente, bei denen a unveränderlich und so groß, daß $k = 100$ qcm ist. Bei anderen Instrumenten ist a zum Verändern eingerichtet (Fig. 73). Soll $au = 100$ qcm gemacht werden, so bestimmt man zunächst a näherungsweise nach Abmessen von u aus $a = \frac{100}{u}$; die genaue Einstellung wird durch Versuche mit Hilfe einer bekannten Fläche ermittelt. Bei den

[1]) Am besten wählt man hierfür einen Kreis mit beliebigem Halbmesser.

meisten Instrumenten mit veränderlichem a sind übrigens an der Fahrstange Marken angegeben, die verschiedenen runden Werten von $k = au$ in bestimmten Maßstäben entsprechen; eine Untersuchung dieser Marken vor ihrer Benutzung sollte jedoch nicht versäumt werden.

Am einfachsten führt man die Flächenbestimmung mit Pol außerhalb in der Weise aus, daß man die zu bestimmende Fläche F, deren Umfahrung n Rollenumdrehungen ergeben möge, mit einer einfach und genau bestimmbaren Fläche F_0 — Kreis mit beliebigem Halbmesser — vergleicht, der n_0 Rollenumdrehungen entsprechen. Nach Gleichung (A) ist

$$F = kn$$

und

$$F_0 = kn_0.$$

Durch Division dieser beiden Gleichungen erhält man

$$F = \frac{n}{n_0} F_0.$$

Diese Art der Bestimmung der Fläche F einer Figur durch Vergleichen mit der bekannten Fläche F_0 einer anderen Figur kommt insbesondere dann in Frage, wenn die Flächenbestimmung auf Grund eines Planes auszuführen ist, der ein zu seiner Herstellung benütztes Quadratnetz enthält. Verwendet man hier als Vergleichsfläche F_0 die eines vorhandenen Quadrates, so erhält man ein vom Maßstab und von der Papierveränderung unabhängiges Ergebnis.

2. Liegt der Pol des Instrumentes innerhalb der zu bestimmenden Fläche, so gilt die Gleichung

(B) $$F = G \pm anu \text{ oder } F = G \pm kn,$$

wo $G = \pi\ (a^2 + b^2 + 2ac)$ die Fläche des Grundkreises ist.

Um eine Fläche auf Grund der Gleichung (B) bestimmen zu können, muß man die beiden, für eine bestimmte Länge a der Fahrstange unveränderlichen Größen G und k kennen. Man kann G und k auf zwei Arten bestimmen, entweder getrennt oder gemeinsam.

Die getrennte Bestimmung von G und k besteht darin, daß man zwei Figuren mit einfach und genau bestimmbaren Flächen F_a und F_i — am besten zwei Kreise mit beliebigen Halbmessern —, die eine mit Pol außerhalb und die andere mit Pol innerhalb umfährt. Sind n_a und n_i die F_a und F_i entsprechenden Rollenumdrehungen, so hat man — wenn F_i etwas kleiner als G gewählt wird — die Gleichungen

$$F_a = kn_a \text{ und } F_i = G - kn_i$$

und damit

$$k = \frac{F_a}{n_a} \quad \text{und} \quad G = F_i + \frac{n_i}{n_a} F_a .$$

Die gemeinsame Bestimmung von G und k besteht darin, daß man zwei Figuren — z. B. zwei Kreise — mit den bekannten Flächen F_1 und F_2, von denen F_1 größer und F_2 kleiner als der Grundkreis G ist, je mit Pol innerhalb umfährt. Sind n_1 und n_2 die F_1 und F_2 entsprechenden Rollenumdrehungen, so ist

$$F_1 = G + kn_1 \text{ und } F_2 = G - kn_2.$$

Hieraus erhält man

$$G = \frac{n_1 F_2 + n_2 F_1}{n_1 + n_2} \quad \text{und} \quad k = \frac{F_1 - F_2}{n_1 + n_2} .$$

Zum Schutze gegen grobe Fehler empfiehlt sich eine rohe Bestimmung von G. Man stellt hierzu das Instrument nach Augenmaß so auf, daß die verlängerte Rollenebene durch den Pol geht; die Entfernung zwischen Fahrstift und Pol ist dann der Halbmesser des Grundkreises. Ähnlich wie für $k = au$ sind auch für G Marken an der Fahrstange angegeben, die jedoch ebenfalls auf ihre Richtigkeit zu prüfen sind.

Mit Rücksicht auf die zeitraubende Bestimmung von G und den ungünstigen Einfluß eines Fehlers in G auf die zu bestimmende Fläche — ein G anhaftender Fehler geht in seiner ganzen Größe auf F über — ist die Flächenbestimmung mit Pol innerhalb nicht zu empfehlen. Ist bei größeren Figuren die Umfahrung der ganzen Figur nur mit Pol inner-

halb möglich, so zerlegt man die Figur durch zweckmäßig gewählte Trennungslinien in zwei oder mehr Teile, deren Umfahrung mit Pol außerhalb auszuführen ist.

Bei einem von A. Ott hergestellten Planimeter ist die Meßrolle derart angebracht, daß die Fläche des Grundkreises gleich null ist; bei dieser Planimeterform ist demnach kein Unterschied zwischen der Flächenbestimmung mit Pol außerhalb und der mit Pol innerhalb. Bei diesem Instrument ist außerdem k unveränderlich gleich 100 qcm, so daß für jede Polstellung $F = 100n$ ist.

3. Allgemeine Bemerkungen zum Gebrauch des Planimeters. Die Aufstellung des Instruments auf horizontaler Unterlage wird am besten so vorgenommen, daß bei Pol innerhalb der Pol und bei Pol außerhalb der Fahrstift ungefähr mit dem Schwerpunkt der zu umfahrenden Figur zusammenfällt, im letzteren Fall für diejenige Stellung der Stange zum Arm, bei der die Rollenebene ungefähr durch den Pol geht.

Die Umfahrung der Figur, die an einem deutlich bezeichneten Punkt beginnt, wird am besten stets in derselben Richtung — z. B. stets im Uhrzeigersinn — ausgeführt; ihr voraus geht zweckmäßigerweise eine rohe Umfahrung, bei der festzustellen ist, ob die Rolle während der ganzen Umfahrung sich innerhalb des Papierrandes bewegt, ob die Umfahrung in der gewählten Stellung des Instruments überhaupt möglich ist, und bei der die am Zählwerk zu machenden Beobachtungen in bezug auf Zu- bzw. Abnahme der Ablesungen gemacht werden können. Bei Umfahrungen mit Pol innerhalb hat man bei der rohen Umfahrung auch festzustellen, ob die Rolle beim Umfahren der Figur mehr als zehn Umdrehungen macht; dies ist deshalb notwendig, weil die Scheibe des Rollenzählwerks nur bis 10 reicht.

Die Bezifferung am Zählwerk ist in der Regel derart angebracht, daß bei Pol außerhalb und Umfahrung im Uhrzeigersinn die Ablesungen zunehmen; bei Pol innerhalb nehmen dann bei Umfahrung im Uhrzeigersinn die Ablesungen $\left\{\begin{matrix}\text{zu}\\\text{ab}\end{matrix}\right\}$, wenn die zu umfahrende Figur $\left\{\begin{matrix}\text{größer}\\\text{kleiner}\end{matrix}\right\}$ als der Grundkreis ist, so daß die Anzahl n der Umdrehungen $\left\{\begin{matrix}\text{positiv}\\\text{negativ}\end{matrix}\right\}$ wird. Im allgemeinen umfährt man jede Figur mindestens dreimal.

Als Vergleichsflächen verwendet man Quadrate oder, wenn solche nicht schon vorhanden sind, am besten Kreise, die man so aufzeichnet, daß ihr Mittelpunkt ungefähr mit dem Schwerpunkt der zu umfahrenden Figur zusammenfällt. Zur Herstellung von bequemen Vergleichsflächen gibt es auch besondere Schienen (Fig. 80), die in einem Punkt O mit Hilfe einer Nadel auf der Unterlage drehbar befestigt werden können und in A eine kleine Vertiefung haben, in die der Fahrstift eingesetzt werden kann, um so gezwungen auf dem Umfang des Kreises mit Halbmesser OA geführt zu werden.

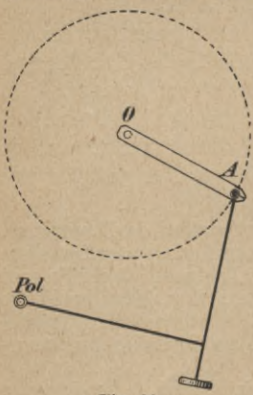


Fig. 80.

Es werden auch Schienen gefertigt, die beim Umfahren von Vergleichskreisen mit Pol innerhalb verwendet werden können; Voraussetzung ist dabei, daß das Instrument mit einem Nadelpol versehen ist.

Die Führung des Fahrstifts beim Umfahren einer Figur wird (mit Ausnahme bei der Verwendung einer Schiene) am besten — besonders auch bei geradlinig begrenzten Figuren — freihändig vorgenommen.

Als Beispiele für das Vorstehende mögen die folgenden dienen:

A) Bestimmung einer Fläche mit Pol außerhalb der Figur.

1. Zur vergleichsweisen Bestimmung der Fläche F einer Figur wurde ein die Figur umschließender, aber sonst beliebiger Kreis benutzt.

Bei der Umfahrung des Kreises, für dessen Durchmesser $2r = 13{,}84$ cm gemessen wurde, ergaben sich die Werte:

		Anzahl der Rollenumdrehungen
Ablesung vor der 1. Umfahrung	1,677	
		1,594
Ablesung nach der 1. Umfahrung	3,271	
		1,593
Ablesung nach der 2. Umfahrung	4,864	
		1,595
Ablesung nach der 3. Umfahrung	6,459	

Bezeichnet man die Anzahl der Rollenumdrehungen mit n_0, so erhält man im Mittel $n_0 = 1{,}594$.

Bei der Umfahrung der gegebenen Figur erhielt man die nachstehenden Werte:

		Anzahl der Rollenumdrehungen
Ablesung vor der 1. Umfahrung	3,751	
Ablesung nach der 1. Umfahrung	4,884	1,133
Ablesung nach der 2. Umfahrung	6,018	1,134
Ablesung nach der 3. Umfahrung	7,150	1,132

Es ist somit im Mittel $n = 1{,}133$.

Bezeichnet man die Fläche des Vergleichskreises mit F_0, so ist

$$F = F_0 \frac{n}{n_0} = \pi r^2 \frac{n}{n_0} = 106{,}93 \text{ qcm}.$$

2. Zur Einstellung eines Planimeters für $au = 100$ qcm wurde der Durchmesser $d = 1{,}9$ cm der Rolle abgemessen; damit ergab sich aus $au = 100$ qcm der Wert $a = 16{,}8$ cm. Bei der entsprechenden Einstellung der Fahrstange zeigte es sich, daß diese ungefähr der Ablesung 201,0 an einer an der Fahrstange angebrachten Teilung[1]) entspricht; es wurde deshalb $a_1 = 201{,}0$ genau eingestellt und hierauf ein Kreis mit dem Durchmesser $2r = 12{,}00$ cm zweimal umfahren. Die dabei sich ergebenden Werte sind die folgenden:

	n_1	Mittel
Ablesung vor der 1. Umfahrung	4,270	
Ablesung nach der 1. Umfahrung	5,398	1,128
Ablesung nach der 2. Umfahrung	6,526	1,128

$n_1 = 1{,}128.$

Damit findet man auf Grund der Gleichung $F = \pi r^2 = a_1 n_1 u$ den Wert $a_1 u = 100{,}26$ qcm. Da demnach a_1 zu groß ist, so wurde die Fahrstange verkürzt, und zwar derart, daß an ihrer Teilung $a_2 = 199{,}0$ abgelesen wurde. Eine erneute zweimalige Umfahrung desselben Kreises ergab:

	n_2	Mittel
Ablesung vor der 1. Umfahrung	0,314	
Ablesung nach der 1. Umfahrung	1,454	1,140
Ablesung nach der 2. Umfahrung	2,594	1,140

$n_2 = 1{,}140.$

Mit diesem Wert ergibt sich $a_2 u = 99{,}21$ cm. Ist Δa der Wert, um den a_2 vergrößert werden muß, so gilt die Proportion

$$\frac{\Delta a}{a_1 - a_2} = \frac{100 - a_2 u}{a_1 u - a_2 u},$$

aus der man mit den vorstehenden Werten erhält $\Delta a = 1{,}5$, also $a = a_2 + \Delta a = 200{,}5$. Nachdem dieser Wert an der Teilung der

[1]) An den neueren Planimetern ist meist eine Teilung dieser Art vorhanden.

Fahrstange eingestellt war, wurde derselbe Kreis nochmals dreimal umfahren; dabei erhielt man die Werte:

		n	Mittel
Ablesung vor	der 1. Umfahrung 3,020		
Ablesung nach	der 1. Umfahrung 4,151	1,131	
Ablesung nach	der 2. Umfahrung 5,281	1,130	$n = 1{,}131$.
Ablesung nach	der 3. Umfahrung 6,412	1,131	

Damit findet man $au = 100{,}00$ qcm.

B) Bestimmung einer Fläche mit Pol innerhalb der Figur.

1. Bestimmung der beiden Unveränderlichen G und k.

a) Getrennte Bestimmung.

α. Bestimmung von k.

Die Umfahrung eines Kreises mit dem Halbmesser $r_a = 11{,}11$cm ergab für Pol außerhalb die Werte:

		n_a	Mittel
Ablesung vor	der 1. Umfahrung 0,884		
Ablesung nach	der 1. Umfahrung 4,756	3,872	
Ablesung nach	der 2. Umfahrung 8,629	3,873	$n_a = 3{,}872_3$
Ablesung nach	der 3. Umfahrung 12,501	3,872	

Damit findet man $k = \dfrac{\pi r_a^2}{n_a} = 100{,}14$ qcm.

β. Bestimmung von G.

Die Umfahrung eines Kreises mit dem Halbmesser $r_i = 20{,}27$cm ergab für Pol innerhalb die Werte:

		n_i	Mittel
Ablesung vor	der 1. Umfahrung 20,109		
Ablesung nach	der 1. Umfahrung 14,286	5,823	
Ablesung nach	der 2. Umfahrung 8,464	5,822	$n_i = 5{,}822$
Ablesung nach	der 3. Umfahrung 2,643	5,821	

Damit erhält man

$$G = \pi r_i^2 + \frac{n_i}{n_a}\pi r_a^2 = 1873{,}8 \text{ qcm}.$$

b) Gemeinsame Bestimmung.

Die Umfahrung von zwei Kreisen mit den Halbmessern $r_1 = 28{,}36$ cm und $r_2 = 19{,}69$ cm ergab für je Pol innerhalb die Werte:

1. Kreis.		n_1	Mittel
Ablesung vor	der 1. Umfahrung 0,908		
Ablesung nach	der 1. Umfahrung 7,427	6,519	
Ablesung nach	der 2. Umfahrung 13,944	6,517	$n_1 = 6{,}518_6$
Ablesung nach	der 3. Umfahrung 20,464	6,520	

2. Kreis.

		n_2	Mittel
Ablesung vor	der 1. Umfahrung 26,630		
Ablesung nach	der 1. Umfahrung 20,075	6,555	
Ablesung nach	der 2. Umfahrung 13,523	6,552	$n_2 = 6{,}554$
Ablesung nach	der 3. Umfahrung 6,968	6,555	

Damit findet man

$$G = \pi \frac{n_1 r_2^2 + n_2 r_1^2}{n_1 + n_2} = 1874{,}1 \text{ qcm}$$

und

$$k = \pi \frac{r_1^2 - r_2^2}{n_1 + n_2} = 100{,}11 \text{ qcm}.$$

c) Zum Schutz gegen grobe Fehler wurde das Instrument in der oben angegebenen Weise so aufgestellt, daß man den Halbmesser R des Grundkreises genähert abmessen kann; dabei war $R \approx 24{,}5$ cm, womit man $G \approx 1890$ qcm erhält.

2. Bestimmung der Fläche F einer Figur.

Die Umfahrung der Figur mit Pol innerhalb ergab die Werte:

		n	Mittel
Ablesung vor	der 1. Umfahrung 2,660		
Ablesung nach	der 1. Umfahrung 20,627	17,967	
Ablesung nach	der 2. Umfahrung 38,593	17,966	$n = 17{,}965_6$
Ablesung nach	der 3. Umfahrung 56,557	17,964	

Damit erhält man

$$F = G + kn = 3673 \text{ qcm}.$$

Bei einer als Kompensationsplanimeter bezeichneten Bauart des Polarplanimeters kann man den Pol auf beiden Seiten der Fahrstange aufstellen; diese Einrichtung hat den Zweck, den als „Rollenschiefe" bezeichneten Instrumentalfehler unschädlich zu machen, der dann vorhanden ist, wenn die Rollenebene nicht genau senkrecht zur Fahrstange steht. Bei Verwendung eines Kompensationsplanimeters umfährt man die Figur, deren Fläche bestimmt werden soll, in beiden Polstellungen gleich oft.

Außer dem Pol- oder Polarplanimeter (Fig. 73), bei dem das Gelenk auf einem Kreis bewegt wird, gibt es auch eine als Linearplanimeter bezeichnete Planimeterform; bei dieser liegt der Pol im Unendlichen, so daß das Gelenk auf einer Geraden bewegt wird und der Pol stets außerhalb der Figur liegt. Die geradlinige Führung des Gelenks erfolgt entweder mit Hilfe einer Schiene oder mit Hilfe von zwei geriffelten Walzen; man unterscheidet deshalb zwischen Linearplanimeter mit Schienenführung und Linearplanimeter mit Walzenführung[1]). Es gibt auch Instru-

[1]) Die Instrumente mit Walzenführung werden auch als Rollplanimeter bezeichnet.

mente, die entweder zu einem Polarplanimeter oder zu einem Linearplanimeter zusammengesetzt werden können; solche Instrumente werden von ihren Herstellern als Universalplanimeter bezeichnet.

Der Einfluß von Unregelmäßigkeiten in der Oberfläche des Papieres auf die Bewegungen der Meßrolle wird beim Scheibenplanimeter dadurch unschädlich gemacht, daß die Rolle nicht auf der Zeichnung, sondern auf einer besonderen „Scheibe" bewegt wird. Aus demselben Grunde ist beim Kugelplanimeter die Meßrolle durch eine besondere Vorrichtung ersetzt, bei der die Bewegungen des Instruments auf eine Kugelhaube und von dieser auf einen Zylinder übertragen werden.

Dem Vorstehenden entsprechend, kann man die vorkommenden Planimeterformen einteilen in:

Polarplanimeter mit gewöhnlicher Meßrollenanordnung,
Linearplanimeter mit gewöhnlicher Meßrollenanordnung und Schienenführung oder Walzenführung,
Polarscheibenplanimeter,
Linearscheibenplanimeter mit Schienenführung oder Walzenführung,
Polarkugelplanimeter,
Linearkugelplanimeter mit Schienenführung oder Walzenführung.

§ 15. Teilung von Flächen [1]).

Die hier auftretenden Aufgaben kann man der Lage der Teilungslinien entsprechend einteilen in:

1. Teilungen von gegebenen oder gesuchten Punkten aus;
2. Parallelteilungen, bei denen die Teilungslinien parallel zu einer gegebenen Geraden liegen;
3. Proportionalteilungen, bei denen die Seiten der gegebenen Figur durch die Teilungslinien in demselben Verhältnis geteilt werden;
4. senkrechte Teilungen, bei denen die Teilungslinien senkrecht zu einer gegebenen Geraden liegen.

Bei sämtlichen Aufgaben hat man zu unterscheiden, ob eine Aufnahme der zu teilenden Figur bereits ausgeführt ist oder nicht. Ist eine Aufnahme oder das Ergebnis einer solchen bereits vorhanden, so liegt die Art der Flächenbestimmung

[1]) Ausführlicher bei F. G. Gauß, Die Teilung der Grundstücke. Berlin 1904.

— aus Feldmaßen, aus Planmaßen oder aus Feld- und Planmaßen — im allgemeinen fest. Liegt eine Aufnahme nicht vor, so kann man diese vielfach der zu lösenden Teilungsaufgabe anpassen.

Die bei Flächenteilungen auftretenden Aufgaben kann man durch Rechnung lösen für den Fall, daß die Aufnahme zur Verfügung steht und entsprechend durchgeführt ist. Ist eine rechnerische Lösung beabsichtigt, so kommt für die Aufnahme das Koordinatenverfahren in Frage. Bei vielen Aufgaben — z. B. bei Proportionalteilungen — führt eine zum Teil graphisch, zum Teil auf dem Feld ausgeführte Lösung durch Versuche rascher und bequemer zum Ziel als eine rein rechnerische Lösung.

Als Beispiele für die Teilung von Flächen mögen die folgenden dienen:

1. Aufgabe: Das viereckige Grundstück *ABCD* (Fig. 81) soll vom Mittelpunkt *M* der Seite *CD* aus durch eine Gerade halbiert werden; die Fläche des Vierecks ist noch nicht bekannt.

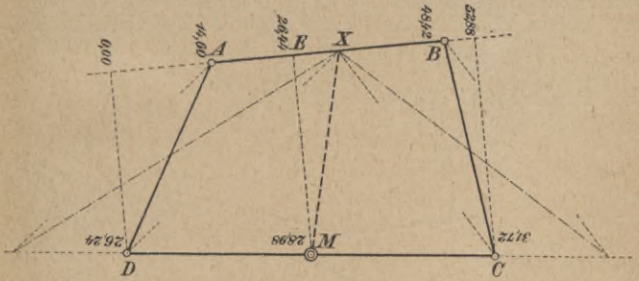


Fig. 81.

Lösung: Wählt man als Aufnahmelinie die Seite *AB*, so läßt sich die Berechnung von *EX* in einfachster Weise ausführen. Unter Benutzung der in der Figur angegebenen Zahlen findet man *EX* = 6,67 m. Auf die in der Figur angedeutete Probe, bestehend im Verwandeln der beiden Teilflächen in Dreiecke, wird man nicht verzichten.

2. Aufgabe: Das langgestreckte Grundstück $ABCD$ (Fig. 82), dessen Fläche F bekannt ist, soll vom Punkt E aus durch eine Gerade EX halbiert werden; die Aufnahme selbst steht nicht zur Verfügung, jedoch ein im Maßstab 1 : M gezeichneter Plan.

Lösung: Mit Rücksicht auf die schmale Figur des Grundstücks kann bei der Teilung die Flächenbestimmung aus Feld- und Planmaßen angewendet werden; man mißt deshalb nur die

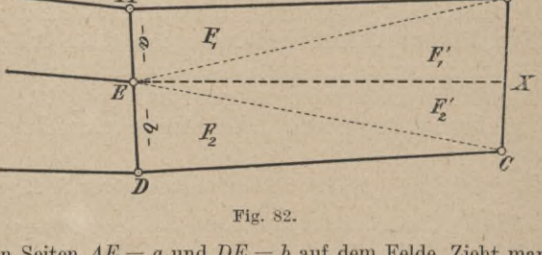


Fig. 82.

kurzen Seiten $AE = a$ und $DE = b$ auf dem Felde. Zieht man die Diagonalen BE und CE und ermittelt man die Flächen F_1 und F_2 der beiden Dreiecke ABE und CDE mit Hilfe der dem Plan entnommenen Höhen, so findet man für die Fläche F_1' des Dreiecks BEX

$$F_1' = \frac{F}{2} - F_1$$

und für die Fläche F_2' des Dreiecks CEX

$$F_2' = \frac{F}{2} - F_2 .$$

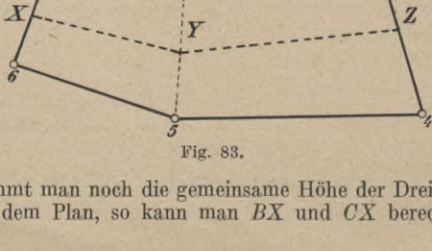


Fig. 83.

Entnimmt man noch die gemeinsame Höhe der Dreiecke BEX und CEX dem Plan, so kann man BX und CX berechnen; der

Punkt X läßt sich demnach von B und zur Probe auch von C aus abstecken.

3. Aufgabe: Das Grundstück *1, 2, 3, 4, 5, 6* (Fig. 83) soll durch die Geraden XY und YZ so halbiert werden, daß durch die Punkte X, Y und Z die Strecken *1,6*; *2,5* und *3,4* in demselben Verhältnis geteilt werden.

Lösung: Die Rechnung läßt sich hier nicht in einfacher Weise durchführen; man nimmt deshalb die Lösung durch Versuche vor, indem man für das Verhältnis eine passende Annahme macht, die Punkte X, Y und Z absteckt und eine der beiden Teilflächen ermittelt. Der Abweichung dieser Teilfläche von der halben Gesamtfläche entsprechend, wird eine zweite Annahme für das Verhältnis gemacht, die Punkte X, Y und Z werden entsprechend verschoben, womit der Versuch wiederholt wird.

4. Aufgabe: Das viereckige Grundstück *ABCD* (Fig. 84) soll durch eine Senkrechte zu *CD* in zwei gleiche Teile geteilt werden; die Fläche des Vierecks ist noch nicht bekannt.

Lösung: Als Aufnahmelinie wird die Gerade *CD* gewählt. Die in der Figur angedeutete Aufnahme ergibt für die Fläche $F = 1069{,}50$ qm.

Die Teilung läßt sich durch Rechnung folgendermaßen vornehmen:

Die gesuchte Senkrechte sei XY, ihr Abstand von der Ordinate

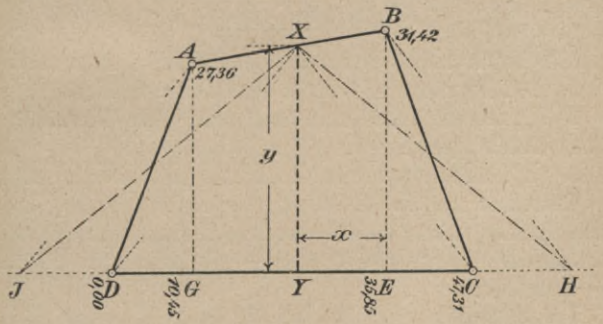


Fig. 84.

BE sei x und ihre Länge y. Bezeichnet man noch den Inhalt des Dreiecks BCE mit F_1, so hat man zur Bestimmung der Unbekannten x und y die beiden Gleichungen

$$(BE + y)x = F - 2F_1$$

und

$$\frac{BE - y}{x} = \frac{BE - AG}{EG}.$$

Durch Auflösen dieser Gleichungen findet man nach Einsetzung der gegebenen Zahlenwerte

$$x = 11{,}63 \text{ m} \quad \text{und} \quad y = 29{,}56 \text{ m}.$$

Zeichnet man das Grundstück in einem bestimmten Maßstab auf und trägt man die Senkrechte XY auf Grund der berechneten Größen ein, so erhält man eine wertvolle Probe dadurch, daß man die beiden Teilvierecke $AXYD$ und $XBCY$ in Dreiecke mit gemeinsamer Spitze in X verwandelt; es muß dann sein $YH = YJ$. Eine weitere Probe besteht darin, daß nach der Absteckung von der Aufnahmelinie aus der Punkt X in der Geraden AB liegen muß. Die durch Rechnung und Messung von AX und BX sich ergebende Probe für die Absteckung wird man sich ebenfalls nicht entgehen lassen.

II. Abschnitt.

Vertikal- oder Höhenmessungen.

(Nivellieren).

Man unterscheidet drei Arten der Höhenmessung, nämlich

1. Höhenbestimmung durch Nivellieren oder Einwägen,
2. trigonometrische Höhenbestimmung oder Höhenbestimmung durch Messung von Vertikalwinkeln und
3. physikalische oder barometrische Höhenbestimmung.

Gemessen werden Höhenunterschiede oder relative Höhen; mit diesen werden absolute Höhen oder Meereshöhen oder Normalnullhöhen — abgekürzt N. N.-Höhen — berechnet.

Die N. N.-Höhen gründen sich in Deutschland auf den im Jahre 1878 an der — inzwischen abgebrochenen — Sternwarte in Berlin angebrachten Normalhöhenpunkt[1]), dessen N. N.-Höhe

[1]) Dieser Normalhöhenpunkt ist nach dem Abbruch der alten Berliner Sternwarte durch eine Gruppe von Punkten in der Umgebung von Berlin ersetzt worden.

über dem als Normalnullpunkt gewählten Nullpunkt des Amsterdamer Pegels mit 37,000 m angenommen wurde.

Der Grundgedanke des Nivellierens besteht darin, daß man die Höhenunterschiede mit Hilfe von horizontalen Geraden bestimmt. Ist H_a die gegebene N. N.-Höhe eines Punktes A (Fig. 85), so erhält man die N. N.-Höhe H_b eines Punktes B dadurch, daß man die vertikalen Abstände a und b der Punkte A und B von einer beliebigen horizontalen Geraden H mißt; es ist dann

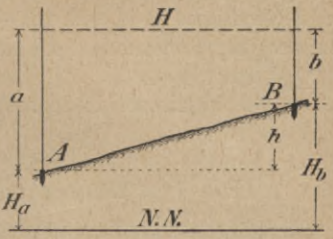


Fig. 85.

$$H_b = H_a + a - b \text{ oder } H_b = H_a + h, \text{ wobei } h = a - b.$$

Bei der trigonometrischen Höhenbestimmung werden die Höhenunterschiede mit Hilfe von beliebig liegenden Geraden bestimmt, deren Neigungswinkel gegen die Horizontale gemessen werden. Ist H_s die gegebene N. N.-Höhe eines Punktes S (Fig. 86), so erhält man die N. N.-Höhe H_z eines Punktes Z dadurch, daß man in S als Standpunkt den Neigungswinkel oder Vertikalwinkel α einer beliebigen, nach einem Punkt Z' im Zielpunkt Z gehenden Geraden $S'Z'$ mißt. Sind i die Höhe des zur Messung von α benützten Instruments über dem Punkt S, z die Höhe des bei der Messung von α angezielten Punktes Z' über Z und e die gegebene Entfernung zwischen S und Z, so erhält man H_z aus

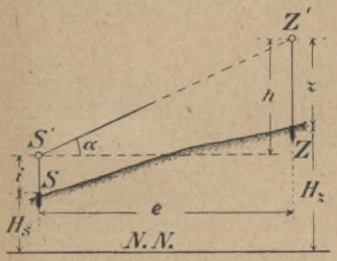


Fig. 86.

$$H_z = H_s + i + h - z, \text{ wobei } h = e \operatorname{tg} \alpha \text{ ist.}$$

Die barometrische Höhenbestimmung beruht auf dem Umstande, daß der Luftdruck bei einer Höhenveränderung von 10 bis 13 m um 1 mm ab- bzw. zunimmt.

Die Genauigkeit, mit der sich die Höhe eines Punktes be-

stimmen läßt, ist bei den drei Verfahren verschieden; sie beträgt
beim Nivellieren $\pm$ 1 mm bis $\pm$ 1 cm,
bei der trigonometrischen Höhenbestimmung $\pm$ 1 cm bis $\pm$ 1 dm,
bei der barometrischen Höhenbestimmung $\pm$ 1 m bis $\pm$ 3 m.

4. Kapitel.

Die Instrumente zum Nivellieren.

Die Höhenunterschiede werden beim Nivellieren mit Hilfe von horizontalen Geraden bestimmt. Die wichtigsten zur Herstellung von solchen Geraden in Betracht kommenden Instrumente sind die Setzlatte und das Nivellierinstrument.

Der Hauptbestandteil von beiden ist die Libelle oder Wasserwage; ein weiterer wichtiger Bestandteil des Nivellierinstruments ist das zum Zielen und Ablesen eingerichtete Fernrohr.

§ 16. Das Ziel- oder Ablesefernrohr.

Von der im allgemeinen als bekannt vorausgesetzten Lehre von der Optik sei hier kurz einiges vorausgeschickt. Als Achse bezeichnet man bei einer Linse die Verbindungsgerade der Mittelpunkte der beiden die Linse begrenzenden Kugelflächen. Der optische Mittelpunkt einer Linse ist derjenige Punkt der Achse, für welchen alle durch ihn gehenden

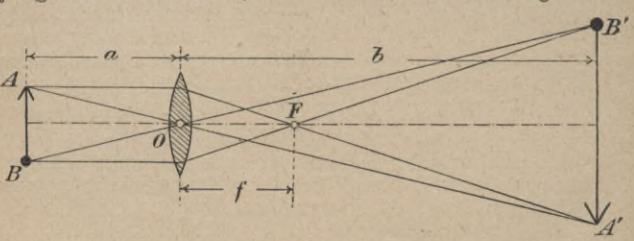


Fig. 87.

Lichtstrahlen — abgesehen von einer kleinen Parallelverschiebung — ungebrochen weitergehen; man bezeichnet diese Strahlen als Hauptstrahlen. Parallel zur Achse die Linse treffende Strahlen werden nach ihrem Austritt aus der Linse in deren Brennpunkt vereinigt, sie tragen deshalb den Namen Brennstrahlen. Mit Hilfe der Haupt- und Brennstrahlen einer Konvexlinse läßt sich das Bild $A'B'$ eines Gegenstands AB (Fig. 87) bei Vernachlässigung der Linsendicke in einfacher Weise angeben.

Bezeichnet man die Brennweite OF mit f, die Gegenstandsweite mit a und die Bildweite mit b, so liest man aus der Figur die folgende Beziehung zwischen den Größen f, a und b ab:

$$\frac{a}{b} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{f}{b-f};$$

hieraus erhält man nach einiger Umformung die Gleichung

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}. \tag{1}$$

Die Figur 88 zeigt die Wirkungsweise einer Konvexlinse als Lupe. Von dem zwischen der Linse und dem einen Brenn-

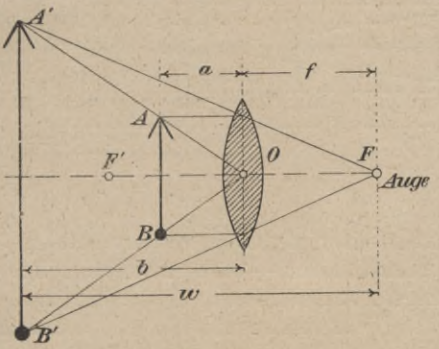


Fig. 88.

punkt F' liegenden Gegenstand AB wird durch die Linse von dem im anderen Brennpunkt F sich befindenden Auge in der „deutlichen oder günstigsten Sehweite“ w das vergrößerte Bild $A'B'$ gesehen. Mit denselben Bezeichnungen für Brenn-, Gegenstands- und Bildweite wie vorhin findet man

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}. \tag{2}$$

Für die Vergrößerung v der Lupe, d. i. das Verhältnis der Gesichtswinkel, unter denen der unmittelbar gesehene Gegenstand AB und sein durch die Lupe gesehenes Bild $A'B'$ in der Entfernung w erscheinen, gilt

$$v \approx \frac{w}{f}. \tag{3}$$

1. Das einfache oder Keplersche Fernrohr.

Das einfache — nach J. Kepler benannte — Fernrohr (Fig. 89) besteht aus der Objektivlinse L mit großer Brennweite und der Okularlinse L' mit geringer Brennweite; die

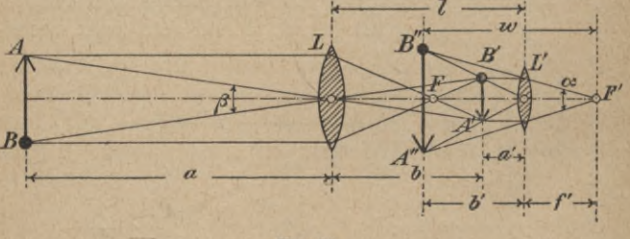


Fig. 89.

Linsen sind in einer Metallröhre derart befestigt, daß ihre Achsen in einer Geraden — der optischen Achse des Fernrohrs — liegen. Von einem Gegenstand AB wird durch die Objektivlinse L das verkleinerte und umgekehrte Bild $A'B'$ entworfen, das mit Hilfe der als Lupe wirkenden Okularlinse L'

betrachtet wird, so daß der Beobachter, dessen Auge im äußeren Brennpunkt F' des Okulars sich befinden möge, das vergrößerte und umgekehrte Bild $A''B''$ des Gegenstandes sieht. Bezeichnet man die Brennweite von L mit f, diejenige von L' mit f' und die entsprechenden Gegenstands- und Bildweiten mit a und b bzw. a' und b', so erhält man für die Entfernung l zwischen der Objektivlinse und der Okularlinse

$$l = b + a' ,$$

und hieraus mit Hilfe der Gleichungen

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

und

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{b'} = \frac{1}{f'} ,$$

unter Berücksichtigung, daß $b' = w - f'$ ist, nach entsprechender Umformung

$$l = \frac{f}{1 - \frac{f}{a}} + f' - \frac{f'^2}{w} . \tag{4}$$

Wie die Gleichung (4) zeigt, ist die Länge l des Fernrohrs außer von der günstigsten Sehweite w noch abhängig von der Entfernung a des Gegenstandes, und zwar derart, daß mit zunehmender Entfernung a die Länge l kleiner wird, das Fernrohr also zu verkürzen ist, und umgekehrt. Um die

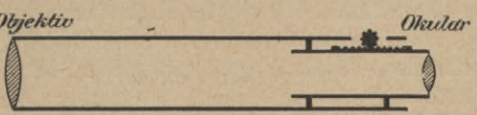


Fig. 90.

Länge des Fernrohrs nach Bedarf verändern zu können, sind die beiden Linsen an den Enden von zwei verschiedenen Metallröhren (Fig. 90) angebracht, von denen die engere

Okularröhre mit Hilfe des Okulartriebs, bestehend aus Zahnstange und Zahnrad, in der weiteren sich verschieben läßt[1]).

Für große Entfernungen a — besonders für „Einstellung des Fernrohrs auf unendlich" — folgt aus der Gleichung (4)

$$l \approx f + f'. \tag{5}$$

Sollen mit einem Fernrohr Zielungen und Ablesungen vorgenommen werden, so muß es eine durch zwei feste Punkte bestimmte Zielachse haben; diese beiden Punkte sind der optische Mittelpunkt des Objektivs und die Ziel- oder Ablesemarke.

Die Zielmarke ist bestimmt durch das aus zwei zueinander senkrechten Spinnfäden bestehende Fadenkreuz, das auf einem in der Okularröhre angebrachten Ring — der Fadenkreuzplatte — befestigt ist.

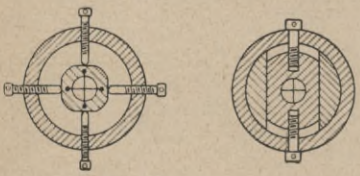


Fig. 91.

An Stelle von Spinnfäden benützt man vielfach dünne Glasplättchen, auf denen zwei senkrechte Gerade eingeritzt sind. Die Fadenkreuzplatte wird in der Okularröhre mit Hilfe von vier Druckschrauben oder zwei Zugschrauben (Fig. 91) derart gehalten, daß sie in der Richtung der Schrauben verschoben werden kann. Um den als Horizontalfaden und Vertikalfaden bezeichneten Fäden eine bestimmte — horizontale bzw. vertikale — Stellung geben zu können, ist die Fadenkreuzplatte oder der sie enthaltende Okularkopf drehbar befestigt.

[1]) Eine Veränderung des Abstandes zwischen Objektiv und Okular kann man auch dadurch erreichen, daß das Okular in der Hauptröhre und das Objektiv in einer engeren Röhre befestigt wird; bei Benutzung eines solchen Fernrohres wird dann das Objektiv verschoben. Diese Einrichtung eines Fernrohres mit Objektivtrieb wird heute nur noch ausnahmsweise angewendet.

Vor Benutzung eines Fernrohres zum Zielen und Ablesen muß dafür gesorgt werden, daß das durch das Okular vom Fadenkreuz gesehene Bild in günstigster Sehweite für den Beobachter, also in der Ebene $A''B''$ (Fig. 89) liegt. Um dies erreichen zu können, richtet man das Fernrohr gegen einen hellen Hintergrund (hellgetünchte Wand, Wolken, weißes Papier) und verändert die Entfernung zwischen Okular und Fadenkreuzplatte so lange, bis das Fadenkreuz in scharfen schwarzen Strichen erscheint; zu diesem Zweck muß entweder die Okularlinse oder die Fadenkreuzplatte (Fig. 92) zum Verschieben eingerichtet sein[1]).

Beim Anzielen eines Punktes, d. h. beim „zur Deckung bringen" von Zielmarke (Fadenkreuz) und Zielpunkt, wird mit Hilfe des Okulartriebs das Okular in eine solche Stellung zum Objektiv gebracht, daß der Zielpunkt deutlich gesehen wird, und damit das von ihm durch das Objektiv entworfene und

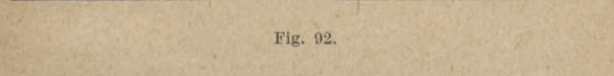


Fig. 92.

durch das Okular betrachtete Bild ebenfalls in der Ebene $A''B''$ (Fig. 89) erscheint. Nur wenn beide Bilder, das des Fadenkreuzes und das des Zielpunktes in derselben Ebene liegen, ist es möglich, sie zur Deckung zu bringen; fallen die Ebenen der Bilder des Zielpunktes und des Fadenkreuzes nicht zusammen, so bezeichnet man dies als Parallaxe. Um zu untersuchen, ob ein Fernrohr frei von Parallaxe ist, zielt man einen Punkt an und bewegt dann das Auge vor dem Okular auf und ab bzw. hin und her; verschieben sich dabei die Bilder von Fadenkreuz und Zielpunkt gegeneinander, so liegen sie nicht

[1]) Die in der Figur 92 an zweiter Stelle angedeutete Vorrichtung mit verschiebbarer Fadenkreuzplatte ist veraltet.

in derselben Ebene, das betreffende Auge hat Parallaxe, die in der angegebenen Weise durch Änderung der Entfernung zwischen Okular und Fadenkreuz wegzuschaffen ist. Das im Vorstehenden über die Parallaxe für das Zielen mit dem Fernrohr Gesagte gilt auch für das Ablesen mit dem Fernrohr an einem Maßstab.

Die Genauigkeit des Zielens mit einem Zielfernrohr gibt man mit Hilfe des mittleren Zielfehlers μ an; dieser ist außer von der Form des anzuzielenden Punktes, der Beleuchtung des Punktes, der Ruhe der Luft und der Gestalt der Zielmarke insbesondere abhängig von der Vergrößerung v des Fernrohrs. Neuere Versuche haben ergeben, daß für einen einigermaßen geübten Beobachter

$$\mu = \pm \frac{3''}{\sqrt{v}} \text{ bis } \pm \frac{10''}{\sqrt{v}} \text{ ist.}$$

Die Vergrößerung v des Fernrohrs (Fig. 89) ist das Verhältnis der Winkel α und β, unter denen man den Gegenstand mit und ohne Fernrohr sieht. Mit Rücksicht darauf, daß α und β kleine Winkel sind, ist genähert,

$$v = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\frac{A''B''}{w}}{\frac{A'B'}{b}} = \frac{b'b}{a'w}.$$

Da auf Grund der Gleichung (2)

$$a' = \frac{b'f'}{b' + f'} = \frac{b'f'}{w}$$

ist, so ergibt sich

$$v = \frac{b}{f'}.$$

Da aber für große Werte von a, b genähert gleich f ist, so ist

$$v \approx \frac{f}{f'}, \tag{6}$$

d. h. die Vergrößerung des einfachen Fernrohrs ist genähert gleich dem Verhältnis der Brennweiten von Objektiv- und Okularlinse.

Die Fernrohrvergrößerung kann man vermöge der Gleichung (6) dadurch ermitteln, daß man die Brennweiten der beiden Linsen bestimmt, indem man sie aus dem Fernrohr herausschraubt

und auf einem Stück Papier das durch sie entworfene Bild eines weit entfernten Gegenstandes auffängt. In einfacher Weise läßt sich die Vergrößerung auch dadurch bestimmen, daß man das Fernrohr gegen einen mit einer gleichmäßigen Teilung versehenen Gegenstand (Maßstab, Ziegelsteinmauer) richtet und das mit dem einen Auge durch das Fernrohr betrachtete vergrößerte Bild eines Teils jener Teilung mit der mit dem anderen Auge unmittelbar gesehenen Teilung vergleicht (Fig. 93); die Anzahl von Teilen — 15 in der

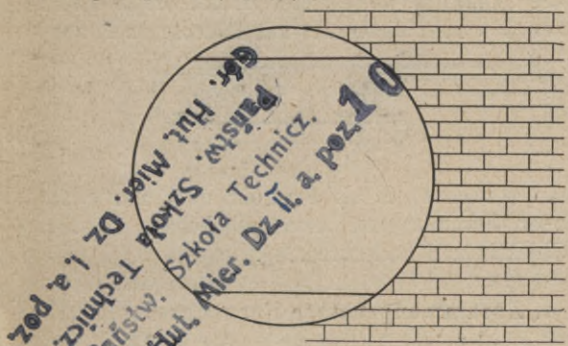


Fig. 93.

Figur —, die dem einen Teil entspricht, gibt die Vergrößerung des Fernrohrs an. Dieses Verfahren eignet sich besonders auch zur Bestimmung der Vergrößerung von Fernrohren, die aus mehr als zwei Linsen bestehen.

Das Gesichtsfeld eines Fernrohrs ist der in einer Fernrohrstellung übersehbare Raum; es ist also gleich dem Winkel g zwischen den beiden äußersten, noch ins Auge gelangenden Hauptstrahlen.

Man kann die Größe des Gesichtsfeldes dadurch bestimmen, daß man in einer bestimmten Entfernung E einen Maßstab senkrecht zur Zielrichtung aufstellt und an ihm die durch das Gesichtsfeld bestimmte Strecke L abliest; es ist dann genähert

$$g = \varrho \frac{L}{E}, \quad \text{wobei} \quad \varrho = \frac{180^0}{\pi}.$$

An Stelle des nur aus zwei Linsen bestehenden Fernrohrs, bei dem die Einstellung eines Gegenstandes durch Veränderung der Entfernung zwischen beiden Linsen geschieht, wird

auch ein aus drei Linsen bestehendes Fernrohr gebaut, bei dem das Bild eines Gegenstandes durch Verschieben der mittleren Linse scharf eingestellt wird. Ist ein solches Fernrohr zum Zielen und Ablesen eingerichtet, also mit einer Zielmarke versehen, so ist der Abstand zwischen Objektivlinse und Zielmarke unveränderlich; zum Scharfeinstellen der Zielmarke ist die Okularlinse vor dieser verschiebbar. In der Figur 94 ist ein Fernrohr dieser Art mit Fadenkreuz F ange-

Fig. 94.

deutet; man bezeichnet es als Fernrohr mit innerer Einstellinse oder Fernrohr mit unveränderlichem Abstand zwischen Objektiv und Fadenkreuz.

2. Zusammengesetzte Fernrohre.

Infolge der sphärischen und der chromatischen Abweichung der Linsen, die beim einfachen oder Keplerschen Fernrohr nicht in befriedigender Weise weggeschafft werden können, wird diese Fernrohrbauart nicht mehr benützt; man verwendet deshalb zusammengesetzte Fernrohre mit mehr als zwei Linsen.

Um ein von chromatischer Abweichung freies oder achromatisches Objektiv zu erhalten, verwendet man statt der einfachen Linse eine Doppellinse (Fig. 95), deren beide Teile aus verschiedenen Glassorten (Kronglas und Flintglas) bestehen, die sich in ihren Brechungskoeffizienten unterscheiden.

Fig. 95.

Mit Rücksicht auf die sphärische Abweichung beim Objektiv sind im Innern des Fernrohrs (Fig. 95) Blenden angebracht zum Abhalten der

Randstrahlen. Beim Okular wird die chromatische Abweichung durch Einschalten einer weiteren, getrennt stehenden Linse erreicht; man unterscheidet dabei die folgenden Fernrohrbauarten:

a) Das Fernrohr von Huygens (Fig. 96) besteht aus der Objektivdoppellinse L_1, der „Kollektivlinse“ L_2 und der Okularlinse L_3. Die durch die Doppellinse L_1 gehenden

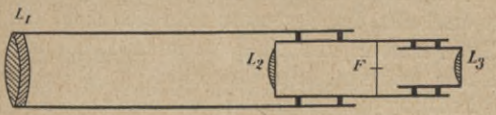


Fig. 96.

Strahlen werden vor dem Entstehen des Bildes durch die Linse L_2 nochmals gebrochen; das dabei entstehende Bild eines Gegenstandes erscheint in der Ebene des Fadenkreuzes F und wird zusammen mit diesem durch die als Lupe wirkende Linse L_3 betrachtet. Während die Linse L_2 in der Okularröhre fest angebracht ist, läßt sich die Linse L_3 zum Einstellen des Fadenkreuzes F verschieben.

b) Das Fernrohr von Ramsden (Fig. 97) hat zwei Okularlinsen L_1 und L_2; beide Linsen sind zusammen in und

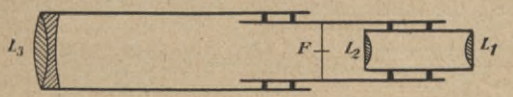


Fig. 97.

mit der Okularröhre verschiebbar. Die Wirkungsweise des Fernrohrs ist derart, daß das durch die Objektivlinse L_3 in der Ebene des Fadenkreuzes F entworfene Bild eines Gegenstandes mit der durch L_1 und L_2 bestimmten Doppellupe betrachtet wird.

c) Eine Verbesserung hat das Ramsdensche Okular durch Hensoldt erfahren, der bei dem als Euryskop bezeichneten Okular die beiden Linsen L_1 und L_2 (Fig. 97) als Doppellinsen ausgebildet hat.

3. Astronomische und terrestrische Fernrohre.

Die seither betrachteten Fernrohre sind astronomische, d. h. Fernrohre, in denen das Bild eines Gegenstandes umgekehrt erscheint. Im Gegensatz zu diesen steht das terrestrische Fernrohr mit einer weiteren Linse oder einem Prisma zum Aufrechtstellen des Bildes.

Die Prüfung eines Fernrohrs nimmt man am einfachsten dadurch vor, daß man regelmäßige geometrische Figuren — gleichseitiges Dreieck, Quadrat, Kreis — scharf in satter schwarzer Farbe auf weißen Untergrund malt und auf eine ihrer Größe entsprechende Entfernung durch das Fernrohr betrachtet, wobei die Untersuchung sich auf Farbe und Form der betreffenden Figuren zu erstrecken hat.

§ 17. Die Libelle.

Die Libelle dient zum Horizontallegen und zum Vertikalstellen von Geraden. Man unterscheidet zwei Libellenformen, die Röhrenlibelle und die Dosenlibelle.

1. Die Röhrenlibelle

besteht aus einer in Metall gefaßten zylindrischen Glasröhre (Fig. 98), die innen nach einem flachen Kreisbogen tonnen-

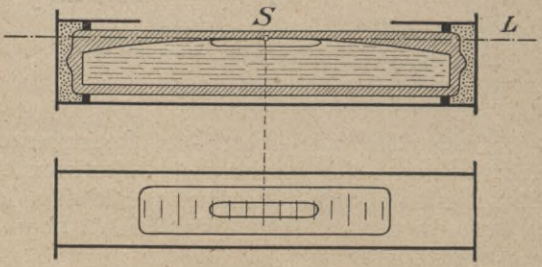


Fig. 98.

förmig ausgeschliffen ist. Die Röhre ist bis auf die einige Zentimeter lange Libellenblase mit einer leicht beweglichen Flüssigkeit (Alkohol oder Äther) gefüllt; ihre Enden sind zugeschmolzen. Auf der Außenseite der Röhre ist zum Beobachten des Standes der Libellenblase eine gleichmäßige Teilung angebracht, deren Striche entweder 2,26 mm (eine Pariser Linie) oder 2 mm oder auch 2,5 mm voneinander entfernt sind; der Mittelpunkt S dieser Teilung ist der Spielpunkt der Libelle. Fällt der Mittelpunkt der Blase mit dem Spielpunkt zusammen, so spielt die Libelle ein; ist dies nicht der Fall, so schlägt die Libelle aus. Die Tangente L im Spielpunkt S an den Ausschleifungsbogen heißt Libellenachse; sie liegt bei einspielender Libelle horizontal. Als Empfindlichkeit oder Angabe einer Libelle bezeichnet man denjenigen Winkel, um den man die Libelle neigen muß, damit die Blase sich um einen Teil der Teilung vorwärts bewegt; eine Libelle ist um so empfindlicher, je kleiner dieser Winkel ist. Die feinsten Libellen haben eine Empfindlichkeit von 1—2 Sekunden. Die Empfindlichkeit der für Nivellierinstrumente in Frage kommenden Libellen liegt zwischen 5 und 30 Sekunden.

Um die von der Temperatur beeinflußte Blasenlänge nach Bedarf verändern zu können, ist bei der Kammerlibelle in einiger Entfernung von dem einen Röhrenende eine mit einer Öffnung versehene Scheidewand angebracht. Durch entsprechendes Heben oder Senken des mit der Kammer versehenen Libellenendes kann man die Libellenblase verkürzen oder verlängern.

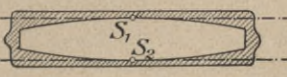


Fig. 99.

Die Doppel- oder Wendelibelle (Fig. 99) ist an zwei, in bezug auf die Röhrenachse symmetrisch zueinander liegenden Stellen ausgeschliffen; die Teilungsmittelpunkte S_1 und S_2

sind so angebracht, daß die beiden Libellenachsen L_1 und L_2 parallel sind.

Bei der Benutzung einer Röhrenlibelle hat man insofern zwei Fälle zu unterscheiden, als man mit der Libelle eine Gerade horizontal legen oder eine Gerade vertikal stellen kann. Soll eine Gerade A (Fig. 100) mit einer Libelle horizontal gelegt werden, so läßt man die Libelle z. B. mit Hilfe einer Stellschraube S einspielen. Soll eine Gerade, z. B. die Umdrehungsachse U (Fig. 101), eines Instruments vertikal gestellt werden, so muß man die Libelle z. B. zuerst ungefähr parallel zu zwei Stellschrauben S_1 und S_2 stellen und mit

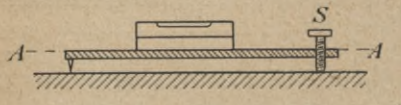


Fig. 100.

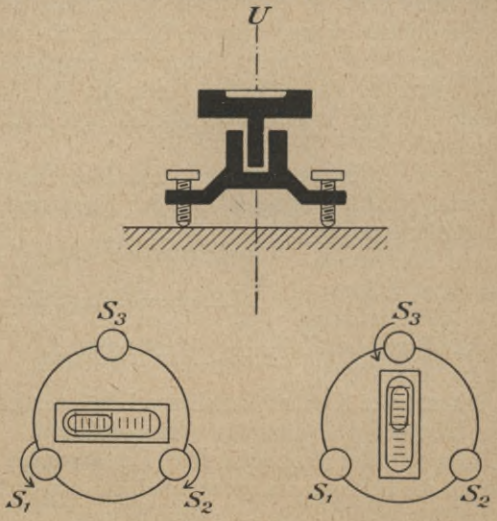


Fig. 101.

diesen zum Einspielen bringen; hierauf dreht man den betreffenden Instrumententeil so, daß die Libelle in der Richtung über die dritte Stellschraube S_3 steht, und läßt sie mit dieser einspielen. Dieser Vorgang muß im allgemeinen mehrmals wiederholt werden.

Soll eine Ebene, z. B. die eines Zeichenbrettes, mit einer Röhrenlibelle horizontal gelegt werden, so hat man zwei, ungefähr senkrecht zueinander liegende Geraden der Ebene horizontal zu legen.

Je nach der Ausgestaltung der Fassung, die von dem Zweck, dem eine Libelle dienen soll, abhängig ist, unterscheidet man zwischen fest an Instrumenten angebrachten Libellen und losen Libellen; die letzteren werden eingeteilt in Tisch- oder Setzlibellen, Stütz- oder Reitlibellen und Hängelibellen.

Bei einer bei Nivellierinstrumenten vorkommenden Vorrichtung ist über der Libelle ein Prismensystem angeordnet, mit dem der Stand der Libellenblase, in der Längsrichtung der Libelle blickend, beobachtet werden kann. Im Gesichtsfeld dieser Vorrichtung sieht man die Libellenblase entweder stark verkürzt oder ihrer Länge nach geschnitten; im letzteren Fall haben die beiden Blasenteile bei ausschlagender Libelle die in der Figur 102a und bei einspielender Libelle die in der Figur 102b angegebene Stellung zueinander. Bei diesen Vorrichtungen wird der Fehler unschädlich gemacht, der davon herrührt, daß die Teilung auf der Außenseite der Libelle und die Blasenenden infolge der Glasdicke nicht unmittelbar beieinander liegen. Diese Vorrichtungen erlauben demnach eine parallaxenfreie Beobachtung des Libellenstandes.

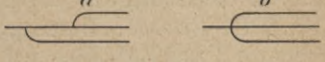


Fig. 102.

Wird eine Röhrenlibelle zum Horizontallegen einer Geraden oder zum Vertikalstellen einer Geraden benutzt, so muß man an die Libelle die Anforderung stellen, daß ihre Achse parallel bzw. senkrecht zu der betreffenden Geraden ist. Da diese Anforderung im allgemeinen nicht ohne weiteres erfüllt sein wird, so muß die Libelle mit einer zu ihrer Berichtigung

dienenden Vorrichtung versehen sein. Eine solche Berichtigungsvorrichtung besteht entweder aus zwei gegeneinander wirkenden Druckschrauben S_1 und S_2 (Fig. 103) oder aus einer Zugschraube Z und zwei Druckschrauben D_1 und D_2 oder endlich aus einer einzigen Zugschraube Z in Verbindung mit einer Spiralfeder.

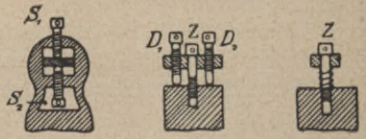


Fig. 103.

An Stelle einer Libelle mit fest auf der Glasröhre angebrachter Teilung und einer Berichtigungsvorrichtung, wie sie die Figur 103 zeigt, sind auch Libellen gebaut worden, bei denen die Teilung nicht fest mit der Glasröhre verbunden ist, sondern gegen diese mit Hilfe einer Schraube um kleine Beträge verschoben werden kann. Diese Art der Berichtigungsvorrichtung hat sich offenbar nicht bewährt.

Bei einer losen, zum Horizontallegen einer Geraden bestimmten Libelle hat man zu untersuchen, ob ihre Achse L parallel zu der als Benutzungsgerade oder Aufsetzgerade zu bezeichnenden Geraden ist, mit der die Libelle beim Aufsetzen auf die Unterlage diese berührt. Für die Untersuchung setzt man die Libelle auf eine passende, mit einer Stellschraube S (Fig. 104) versehene Unterlage, bringt sie mit Hilfe der Schraube S zum Einspielen und vertauscht ihre beiden Enden durch Umsetzen der Libelle. Ist φ der Fehler der Libelle, also der Winkel, um den die Libellenachse L von der zu ihr nicht

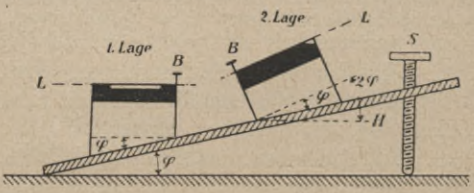


Fig. 104.

parallelen Benutzungsgeraden der Libelle abweicht, so bildet die Libellenachse nach dem Umsetzen der Libelle den Winkel 2φ mit der Horizontalen H. Der Ausschlag der Libelle nach dem Umsetzen entspricht also dem doppelten Fehler φ der Libelle; der Ausschlag wird deshalb zur einen Hälfte mit Hilfe der Schraube S, zur anderen Hälfte mit Hilfe der Berichtigungsvorrichtung B der Libelle weggeschafft.

Bei einer fest mit einem Instrument verbundenen Libelle hat man zu untersuchen, ob die Libellenachse L senkrecht zur Umdrehungsachse U des Instruments ist. Bei der Untersuchung stellt man die Libelle z. B. parallel zu zwei Fußschrauben S_1 und S_2 (Fig. 105), läßt mit deren Hilfe die

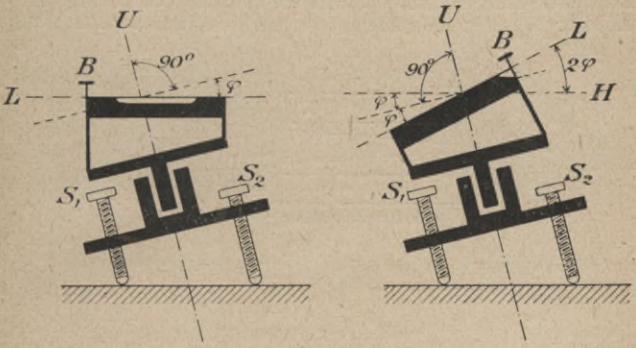


Fig. 105.

Libelle einspielen und vertauscht dann die Libellenenden dadurch, daß man den betreffenden Instrumententeil um 180 Grad dreht. Wenn φ der Fehler der Libelle oder der Betrag ist, um den der Winkel zwischen Libellenachse L und Umdrehungsachse U von einem Rechten abweicht[1]), so bildet die Libellenachse L nach dem Drehen der Libelle den Winkel

[1]) Oder der Winkel, um den bei einspielender Libelle die Umdrehungsachse U von der Vertikalen abweicht.

2φ mit der Horizontalen H; ein sich zeigender Ausschlag der Libelle entspricht demnach dem doppelten Libellenfehler und wird zur einen Hälfte mit den Fußschrauben S_1 und S_2 des Instruments, zur andern Hälfte mit der Berichtigungsvorrichtung B der Libelle weggeschafft.

Die Bestimmung der Angabe einer Libelle kann man je nach der Art der Libelle und der erforderlichen Genauigkeit nach einem der folgenden Verfahren ausführen:

1. Die Libelle ist an einem Instrument mit einem Fernrohr verbunden.

a) Handelt es sich nur um eine genäherte Bestimmung der Angabe α, so stellt man das eine Blasenende — z. B. mit Benützung der Fußschrauben des Instruments — auf einen Strich der Libellenteilung ein und macht an einem in der Entfernung e aufgestellten Zentimeter-Maßstab mit dem Horizontalfaden des Fernrohrs die Ablesung a_1 (Fig. 106); hierauf bewegt man dasselbe Blasenende

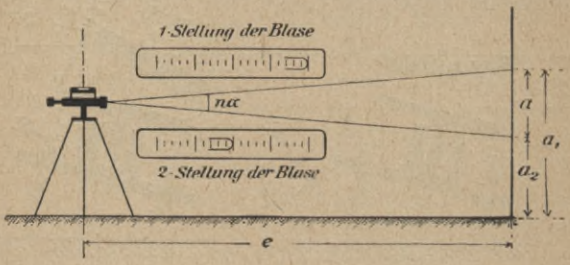


Fig. 106.

um n z. B. gleich 10 Teile vorwärts und macht an dem Maßstab die neue Ablesung a_2. Mit $a_1 - a_2 = a$ erhält man die Libellenangabe α aus

$$\alpha = \frac{1}{n}\,\frac{a}{e}\,\varrho, \text{ wobei } \varrho = \frac{180^0}{\pi} = 206265''.$$

Beispiel. $a_1 = 1{,}397$ m $\quad a_2 = 1{,}361$ m $\quad a = 0{,}036$ m

$n = 10 \qquad e = 18{,}80$ m

$$\alpha = \frac{1}{10}\cdot\frac{0{,}036}{18{,}80}\cdot 206265'' = 40''.$$

b) Soll die Angabe α etwas genauer bestimmt werden, so stellt man mit dem Horizontalfaden des Fernrohrs an einem in der Ent-

fernung e aufgestellten Maßstab mit Millimeterteilung einen bestimmten Strich des Maßstabs ein und bestimmt den Stand der Libellenblase durch Ablesen an ihren beiden Enden; sodann stellt man den Horizontalfaden des Fernrohrs der Reihe nach auf je den nächsten Maßstabstrich ein und bestimmt jedesmal den Stand der Blase durch Ablesen der Blasenenden an der bezifferten Libellenteilung. Sind a der Unterschied zwischen je zwei Strichen des Maßstabs und n die Anzahl der zwischen zwei Blasenstellungen liegenden Teile der Libellenteilung, so erhält man die Angabe α der Libelle aus

$$\alpha = \frac{1}{n}\frac{a}{e}\varrho, \text{ wobei } \varrho = \frac{180'}{\pi} = 206265''.$$

Beispiel. $e = 11{,}34$ m.

Einstellungen am Maßstab	Ablesungen an den Blasenenden		Blasenmitte	Differenz n	$\alpha = \frac{1}{n}\frac{a}{e}\varrho$
314,0	1,2	16,2	8,7		
313,0	2,0	17,1	9,55	0,85	21,4″
312,0	2,9	18,0	10,45	0,90	20,2
311,0	3,7	18,7	11,2	0,75	24,0
310,0	4,6	19,6	12,1	0,90	20,2
309,0	5,5	20,5	13,0	0,90	20,2
308,0	6,3	21,3	13,8	0,80	22,8
307,0	7,2	22,2	14,7	0,90	20,2
306,0	8,1	23,1	15,6	0,90	20,2
305,0	9,1	24,1	16,6	1,00	18,2

Im Mittel $\alpha = 20'',8 \pm 0'',6$[1]).

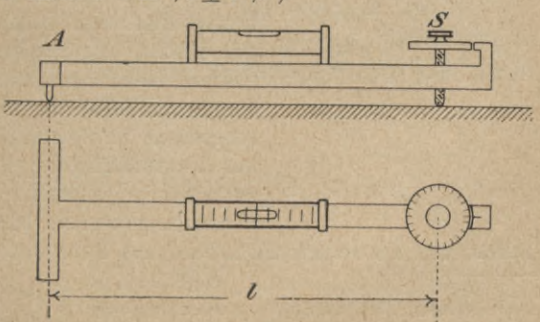


Fig. 107.

[1]) Über die Berechnung des mittleren Fehlers siehe W. Weitbrecht, Ausgleichungsrechnung. Sammlung Göschen Band 302 u. 641.

2. Zur Bestimmung der Angabe von noch ungefaßten und von sehr empfindlichen Libellen benutzt man ein besonderes Instrument, den Libellenprüfer; dieser besteht aus einer mit Vorrichtungen zum Aufnehmen der Libellen versehenen Stange, deren eines Ende mittels einer feinen Meßschraube S (Fig. 107) auf- und abbewegt werden kann. Den Neigungswinkel φ, der der Stange durch eine Schraubenumdrehung erteilt wird, findet man mit Hilfe der Stangenlänge l und der Ganghöhe[1]) h der Schraube aus

$$\varphi = \frac{h}{l}\varrho, \text{ wobei } \varrho = \frac{180^\circ}{\pi} = 206265''$$

ist.

2. Die Dosenlibelle

besteht aus einem in Metall gefaßten, zylinderförmigen Glasgefäß (Fig. 108), dessen Deckel im Innern kugelförmig ausgeschliffen ist. Das Gefäß ist bis auf die kreisförmige Libellenblase mit einer leichtbeweglichen Flüssigkeit gefüllt; sein Boden ist zugeschmolzen[2]). Auf der Oberfläche des Glases sind zwei Kreise mit gemeinsamem Mittelpunkt, dem Spielpunkt der Libelle, angebracht. Als „Achse" bezeichnet man bei der Dosenlibelle die Berührungsebene im Spielpunkt an die Ausschleifungskugel. Die erforderliche Berichtigungsvorrichtung besteht hier aus drei Schrauben, mit denen die Libelle auf ihrer Unterlage

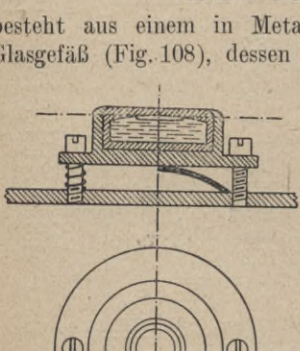


Fig. 108.

[1]) Die Ganghöhe erhält man durch Abdrücken der Schraube auf Papier und Abmessen einer größeren Anzahl von Schraubengängen.

[2]) Solche aus einem zugeschmolzenen Glasgefäß bestehende Libellen sind derjenigen Form vorzuziehen, bei der die Flüssigkeit sich in einem oben mit einem Glasdeckel und am Boden mit einer Schraube abgeschlossenen Metallgefäß befindet.

befestigt ist, in Verbindung mit einer Plattfeder oder mit drei die Schrauben umhüllenden Spiralfedern.

Die Horizontallegung einer Ebene und die Vertikalstellung einer Geraden kann mit Hilfe einer Dosenlibelle in einer Lage der Libelle vorgenommen werden; dies bedeutet einen Vorzug im Vergleich zur Röhrenlibelle. Die Dosenlibelle kommt wegen ihrer geringen Empfindlichkeit von etwa 1—3 Minuten nur für weniger genaue — z. B. vorläufige — Einstellungen in Betracht, wobei sie aber wertvolle Dienste leistet. Alle Instrumente — wie das Nivellierinstrument —, die des öfteren neu aufgestellt werden müssen, sollten außer einer Röhrenlibelle eine Dosenlibelle haben. Die rohe und die genäherte Aufstellung des Instruments erfolgt dann mit Hilfe der Dosenlibelle, für die feinere Aufstellung benützt man die Röhrenlibelle.

Nach der an eine Dosenlibelle zu stellenden Anforderung muß ihre Achse parallel bzw. senkrecht zu der mit ihrer Hilfe horizontal bzw. vertikal zu stellenden Ebene bzw. Geraden sein. Die Untersuchung, ob diese Anforderung erfüllt ist, wird in ähnlicher Weise wie bei der Röhrenlibelle vorgenommen.

§ 18. Die Setzlatte.

Die Setzlatte (Fig. 109) besteht aus der eigentlichen, gewöhnlich 3 m langen Setzlatte und einer z. B. 3 m langen

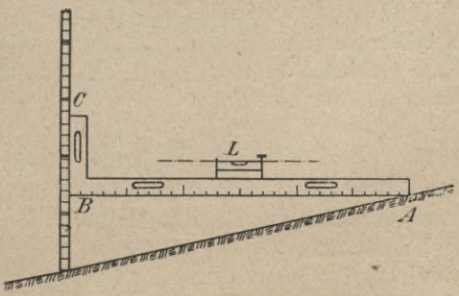


Fig. 109.

Meßlatte mit quadratischem Querschnitt. Die untere Lattenkante AB, die mit einer Dezimeterteilung versehen ist, wird mit Hilfe einer auf der Latte befestigten Libelle L horizontal gelegt. Zu diesem Zweck müssen Libellenachse und Lattenkante AB parallel sein. Um zu untersuchen, ob dies der Fall ist, wählt man zwei feste Punkte P_1 und P_2 (Fig. 110), stellt die Meßlatte auf dem tieferliegenden Punkt P_2 vertikal auf

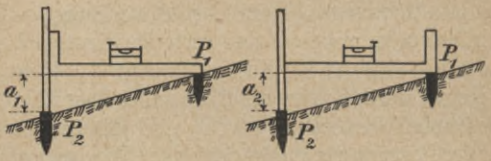


Fig. 110.

und macht an ihr bei einspielender Libelle entsprechend den zwei möglichen Lagen der Setzlatte die beiden Ablesungen a_1 und a_2, die für den Fall, daß Libellenachse und Lattenkante parallel sind, gleich sein müssen; trifft dies nicht zu, so stellt man mit der Setzlatte die Ablesung $\frac{a_1 + a_2}{2}$ ein und bringt die Libelle mit Hilfe ihrer Berichtigungsvorrichtung zum Einspielen.

§ 19. Das Nivellierinstrument.

Das Nivellierinstrument besteht außer dem Stativ, auf dem es beim Gebrauch befestigt wird, aus dem Unterbau, dem Fernrohr und der Libelle.

1. Das Stativ

besteht aus den drei Stativbeinen und dem Stativkopf. Je nach der Beschaffenheit des Stativkopfes unterscheidet man Zapfen- und Tellerstative.

Die aus Holz gefertigten Stativbeine bestehen mit Rück-

sicht auf ihre Festigkeit meistens aus zwei Stücken mit entsprechenden Querversteifungen. Die Beine sind an ihrem unteren Ende mit eisernen Spitzen versehen und lassen sich mit Hilfe von besonderen Ansätzen bequem in den Boden treten. Bei Stativen, die in steilem Gelände Verwendung finden, ist ein Stativbein mit einer Vorrichtung zum Verändern seiner Länge versehen.

Beim Tellerstativ[1]) besteht der Stativkopf aus einer Platte aus Holz oder Metall, die an ihrer Unterseite Ansätze zum Befestigen der Beine hat. Die Befestigung des Instru-

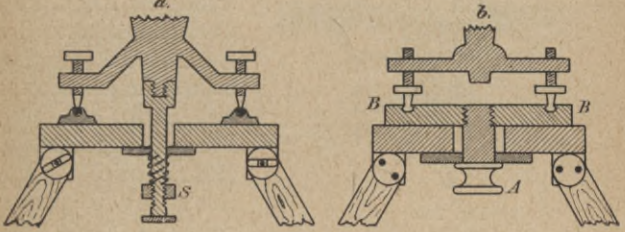


Fig. 111.

ments auf dem Stativ geschieht entweder mit Hilfe einer Schraube S (Fig. 111a) in Verbindung mit einer kräftigen Spiralfeder oder mit Hilfe einer Schraube A (Fig. 111b), die auf eine mit den Fußschrauben des Instruments verbundene Platte B wirkt. Die letztere Art der Befestigung verdient den Vorzug.

2. Der Unterbau

besteht aus den drei Fußschrauben und einer Büchse B (Fig. 112), in der sich ein Zapfen Z um seine Achse U, die Umdrehungsachse des Instruments, drehen läßt. Der Zapfen Z, der mit Hilfe einer Plattfeder P entlastet wird, ist

[1]) Das Zapfenstativ wird heute nur noch ausnahmsweise verwendet.

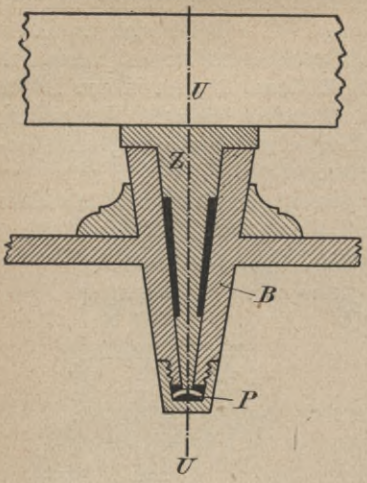


Fig. 112.

entweder unmittelbar am Fernrohr (Fig. 113) oder an dem Fernrohrträger (Fig. 114) befestigt. An passender Stelle, am besten mit dem drehbaren Teil verbunden, ist eine Dosenlibelle angebracht, die beim Aufstellen des Instruments wertvolle Dienste leistet. Eine Erleichterung beim Einspielenlassen der z. B. auf dem Fernrohr angebrachten Röhrenlibelle bietet eine Feinbewegungsschraube *E* (Fig. 114), mit deren Hilfe die Libelle stets in ihrer eigenen Richtung um *O* geneigt werden kann. Die Schraube *E* ist zum Festhalten einer bestimmten Stellung vielfach mit einer Marke versehen.

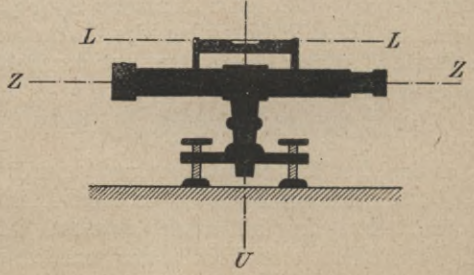


Fig. 113.

3. Libelle und Fernrohr.

Je nach der Verbindung von Libelle und Fernrohr und von Fernrohr und Fernrohrträger kann man die folgenden drei Bauarten des Nivellierinstruments unterscheiden:

a) Nivellierinstrument mit festem Fernrohr.

Bei diesem sind das Fernrohr und die Libelle untereinander und mit dem Fernrohrträger fest verbunden (Fig. 113). Man bezeichnet diese Bauart auch als einfaches Nivellierinstrument. Das Nivellierinstrument mit festem Fernrohr wird auch in der Form gebaut (Fig. 114), daß Fernrohr und Libelle fest verbunden sind, sich jedoch zusammen mit Hilfe einer Feinbewegungsschraube E um eine Achse O kippen lassen.

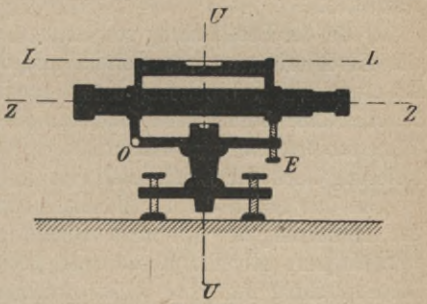


Fig. 114.

b) Nivellierinstrument mit drehbarem Fernrohr und Doppellibelle.

Bei diesem ist die Libelle mit dem Fernrohr fest verbunden, dieses ist jedoch im Fernrohrträger um seine Längsachse in seinem Lager drehbar. Die Libelle ist eine Doppel- oder Wendelibelle und ist entweder so am Fernrohr angebracht, daß sie — entsprechend ihren zwei Achsen — das eine Mal über, das andere Mal unter dem Fernrohr liegt; oder sie ist seitlich am Fernrohr angebracht, so daß sie rechts bzw. links von ihm liegt. Um die beiden Lagen der Libellenachsen, denen eine bestimmte Lage des Fadenkreuzes entspricht, für die Beobachtung festhalten zu können, ist das Fernrohr und dessen Träger mit Anschlagvorrichtungen versehen.

c) Nivellierinstrument mit umlegbarem Fernrohr.

Hier ist die Libelle vom Fernrohr abnehmbar, und dieses läßt sich umlegen, wobei seine Enden vertauscht werden. Diese Bauart wird auch als Nivellierinstrument mit beweglichen Teilen bezeichnet. Die Lagerung des Fernrohrs geschieht mit Hilfe von Lagerringen oder mit Hilfe von Stahlschneiden.

d) Bei der Bestimmung von Höhenunterschieden mit Hilfe des Nivellierinstruments werden mit dem Horizontalfaden bei einspielender Libelle an einem vertikal aufgestellten, als Nivellierlatte bezeichneten Maßstab Ablesungen ausgeführt; dies erfordert, daß man unmittelbar vor der Ausführung einer Ablesung nach der Libelle sieht.

Um den Stand der Libellenblase im Zusammenhang mit der Ausführung der Ablesung bequem übersehen zu können, werden jetzt Nivellierinstrumente gebaut, bei denen die Libellenteilung mit Hilfe eines Prismensystems in das Gesichtsfeld des Fernrohrs übertragen wird, so daß in diesem der Stand der Libellenblase bequem zu übersehen ist. Die Bauart hat außerdem den Vorteil, daß die Beobachtung des Blasenstandes parallaxenfrei ist.

e) Die Güte eines Nivellierinstruments und damit seine Verwendung zu feinen oder weniger feinen Messungen ist hauptsächlich abhängig von der Fernrohrvergrößerung und von der Angabe oder Empfindlichkeit der Libelle. In bezug auf die drei angeführten Bauarten läßt sich jedoch bemerken, daß für einfachere Arbeiten zunächst das Nivellierinstrument mit festem Fernrohr und wegen seiner bequemen Untersuchung[1]) dasjenige mit drehbarem Fernrohr in Betracht kommen. Die Verwendung des Nivellierinstruments mit umlegbarem Fernrohr empfiehlt sich nur für feinste Messungen.

Für untergeordnete, rohere Messungen werden Freihand-

[1]) Vgl. § 22.

nivellierinstrumente gebaut, die entweder — wie der Name sagt — freihändig oder auch auf einem Stab verwendet werden. Die Einrichtung dieser Instrumente ist meist derart, daß man im Gesichtsfeld außer dem Lattenbild ein durch Spiegelung erzeugtes Bild der Libelle sieht. Die praktische Bedeutung dieser Instrumente ist nicht groß.

§ 20. Die Nivellierlatten.

Um mit einem Nivellierinstrument Messungen ausführen zu können, braucht man noch einen als Nivellierlatte bezeichneten Maßstab.

Die im allgemeinen aus Holz gefertigte Nivellierlatte hat eine Länge von 3—5 m und eine Breite von etwa 1 dm; sie besteht — vergleiche die in den Figuren 115 angegebenen Querschnitte — entweder aus einem einfachen Brettstück, das zur Versteifung in der Mitte mit einer oder an den Seiten mit zwei Rippen versehen ist, oder aus zwei durch Querleisten zusammengehaltenen Brettstücken. Mit Rücksicht auf die Beförderung werden auch zusammenklappbare Latten gebaut, die jedoch nur für weniger genaue Messungen zu empfehlen sind. Um die Latte, die in vertikaler Stellung benützt wird, bequem und sicher halten zu können, versieht man sie mit zwei seitlich angebrachten Handgriffen, die mit der Latte fest verbunden oder zum Abschrauben eingerichtet sind (Fig. 116b und c). Das Vertikalstellen der Latte von freier Hand wird mit Hilfe eines am oberen Lattenende befestigten Schnurlotes (Fig. 116a) oder besser mit einer in der Höhe von etwa 1 m seitlich angebrachten Dosenlibelle (Fig. 116c) ausgeführt. Die Untersuchung der Dosenlibelle wird mit Hilfe einer vertikalen Hauskante oder eines Schnurlotes vorgenommen. Um die Latte während der Messung ruhig halten zu können, verstrebt man sie mit einem Stab.

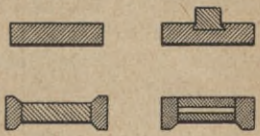


Fig. 115.

Bei gewissen Nivellementsarbeiten braucht man vorübergehend feste Punkte zum Aufsetzen der Nivellierlatte; man benützt hierzu Boden- oder Unterlagsplatten (Fig. 116b

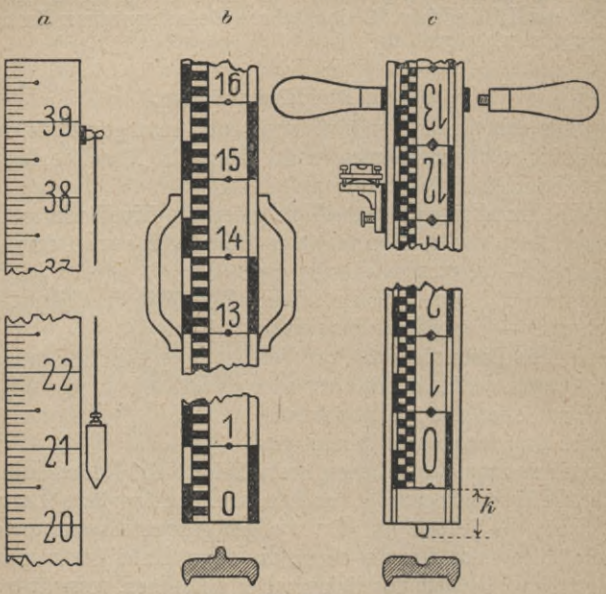


Fig. 116.

und c). Es sind dies gußeiserne, einige Kilogramm schwere, zum Festtreten in den Boden unten mit Spitzen versehene Platten, die an ihrer Oberfläche zum Aufsetzen der Latte mit einem Stollen oder einer Vertiefung versehen sind. Der Bodenplatte entsprechend, ist der Fuß der Nivellierlatte entweder durch eine Ebene abgeschnitten (Fig. 116b) oder mit einem Stollen versehen (Fig. 116c).

Zum Schutz gegen Feuchtigkeitseinflüsse und zur Aufnahme der Teilung trägt die Nivellierlatte einen weißen

Ölfarbanstrich. Der kleinste Teil der Lattenteilung ist im allgemeinen ein Zentimeter. Je nach der Ausführung der Teilung unterscheidet man (Fig. 116) Strich-, Felder- und Schachbretteilungen[1]). Um die Übersichtlichkeit der Teilung zu erhöhen, werden die halben und ganzen Dezimeter durch entsprechende Bemalung zusammengefaßt.

Die Bezifferung der Teilung wird gewöhnlich nach Dezimetern vorgenommen. Die Ziffern werden entweder so angeschrieben, daß sie von dem Strich, auf den sie sich beziehen, durch- oder unterstrichen werden, oder so, daß sie in der Mitte des Feldes, dem sie den Namen geben, stehen. Mit Rücksicht auf astronomische — verkehrte Bilder gebende — Fernrohre werden die Ziffern vielfach verkehrt angeschrieben, so daß sie im Fernrohr aufrecht erscheinen; für die Ablesung ist es besser, die Ziffern, der zunehmenden Bezifferung entsprechend, also aufrecht anzuschreiben.

Der Nullpunkt der Teilung fällt am besten mit dem Lattenaufsetzpunkt zusammen; notwendig ist dies aber nicht. Man kann ohne Schaden für die Messung die beiden Punkte gegenseitig um eine sich gleichbleibende Strecke k (Fig. 116c) verschieben und hat k nur dann zu berücksichtigen, wenn man in ein und derselben Messung an Stelle der betreffenden Latte eine andere Latte oder z. B. einen Taschenmaßstab benützt.

Die Untersuchung der Lattenteilung, die im allgemeinen vom Hersteller mit genügender Genauigkeit ausgeführt wird, kann bei gewöhnlichen Latten mit Hilfe eines gut geteilten Anlegemaßstabs vorgenommen werden.

Die Länge des Lattenmeters, die den Temperatur- und besonders Feuchtigkeitseinflüssen stark unterworfen und deren genaue Kenntnis auch schon für Messungen mit mittlerer Genauigkeit von Wichtigkeit ist, wird mit Hilfe eines als Strichmaß ausgeführten Normalmeters bestimmt. Ein solcher Normalmaßstab besteht aus einem etwas mehr als 1 m langen Stahlstab mit z. B. quadratischem Querschnitt; an seinen Enden sind in der Entfernung

[1]) Außer diesen wurden in den letzten Jahren mehrfach auch Latten mit Transversalteilungen hergestellt.

von 1 m auf eingelegten Silberplättchen die Anfangs- und die Endmarke durch Striche angegeben, die zum Zweck der Ablesung nach links und rechts je mit einer Überteilung[1]) versehen sind. Die Temperatur T des Maßstabes wird an einem eingelassenen Thermometer abgelesen.

Bei Benutzung eines solchen Normalmaßstabes muß man dessen wirkliche Länge L kennen; man erhält sie auf Grund der Gleichung

$$L = 1\text{ m} + a\text{ mm} + b\,(T - 18)\text{ mm},$$

in der a eine von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt zu bestimmende Größe und b den Wärmeausdehnungskoeffizient des Maßstabs bedeuten.

Die Länge des Lattenmeters wird durch unmittelbares Anlegen des Normalmaßstabes an die Lattenteilung und Ablesen an der Überteilung an verschiedenen Stellen der Latte in z. B. je drei Lagen des Maßstabes unter Berücksichtigung der Maßstabtemperatur T bestimmt.

§ 21. Untersuchung und Berichtigung des Nivellierinstruments mit festem Fernrohr.

Allgemein ist jedes zum Messen einer Größe bestimmte Instrument mit mehr oder weniger großen Fehlern behaftet, welche die mit seiner Hilfe ermittelten Werte beeinflussen. Um ein von solchen Instrumentalfehlern freies Ergebnis einer Messung zu erhalten, kann man:

a) die Größe der Instrumentalfehler bestimmen, ihren Einfluß auf eine ausgeführte Messung berechnen und bei dieser berücksichtigen; oder

b) die Instrumentalfehler durch eine der Messung vorausgehende Untersuchung und Berichtigung des Instruments wegschaffen, d. h. so klein machen, daß ihr Einfluß dem Zweck der Messung entsprechend als verschwindend klein angesehen werden kann; oder endlich

c) die Messung so anordnen, daß vorhandene Instrumentalfehler ohne Einfluß auf das Messungsergebnis sind.

Während bei feinsten Messungen das zuerst angegebene Verfahren meistens zusammen mit den beiden anderen zur

[1]) Die Überteilung ist meist so ausgeführt, daß 1 mm in 5 Teile geteilt ist, so daß mit Hilfe einer Lupe auf 0,1 mm genau abgelesen werden kann.

Anwendung kommt, wird bei Messungen, bei denen nur eine geringere Genauigkeit erforderlich ist, das zweite Verfahren, unter Umständen ebenfalls zusammen mit dem zuletzt angegebenen Verfahren angewendet; jedenfalls sucht man in allen Fällen die Instrumentalfehler den auszuführenden Messungen entsprechend klein zu halten.

An einem Nivellierinstrument unterscheidet man drei Achsen; es sind dies (Fig. 113 und 114) die Umdrehungsachse *U*, die Zielachse *Z* und die Libellenachse *L*.

Nach der Hauptanforderung, die an ein Nivellierinstrument gestellt wird, muß die Zielachse parallel der Libellenachse sein, so daß bei einspielender Libelle, also horizontal liegender Libellenachse, die Zielachse ebenfalls horizontal liegt.

Die Nebenanforderung, die zunächst mit Rücksicht auf die Bequemlichkeit bei der Messung gestellt wird, lautet so: Die Umdrehungsachse muß senkrecht stehen zur Libellenachse, so daß beim Drehen des Fernrohrs um die vertikal stehende Umdrehungsachse die Zielachse eine horizontale Ebene beschreibt.

Die auf diese beiden Anforderungen sich beziehenden Berichtigungen und damit Untersuchungen des Instruments sind den verschiedenen Bauarten entsprechend in verschiedener Reihenfolge, jedenfalls so vorzunehmen, daß eine vorausgehende Berichtigung nicht durch eine nachfolgende wieder aufgehoben wird.

Beim Nivellierinstrument mit festem Fernrohr sind drei Berichtigungsvorrichtungen denkbar: eine an der Libelle (Fig. 103), eine an der Fadenkreuzplatte (Fig. 91) und eine am Fernrohrlager in Gestalt einer Feinbewegungsschraube (Fig. 114) oder von zwei Druckschrauben und einer Zugschraube (Fig. 129). Da nur zwei Berichtigungsvorrichtungen erforderlich sind, so ergeben sich die folgenden drei Möglichkeiten:

a) Sind die Berichtigungsvorrichtungen B_1 an der Libelle und B_2 an der Fadenkreuzplatte (Fig. 117a) vorhanden, so muß man zuerst untersuchen, ob die Umdrehungsachse U senkrecht zur Libellenachse L steht; ist dies nicht der Fall,

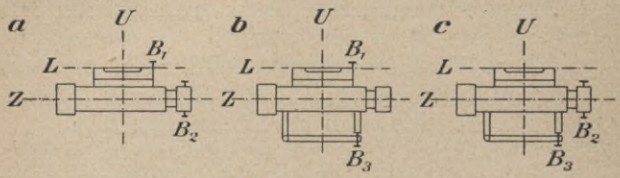


Fig. 117.

so schafft man den Fehler mit Hilfe von B_1 weg. An zweiter Stelle untersucht man, ob die Zielachse Z parallel zur Libellenachse L ist; zeigt sich dabei ein Fehler, so beseitigt man ihn mit Hilfe von B_2.

b) Bei den Berichtigungsvorrichtungen B_1 an der Libelle und B_3 am Fernrohrlager (Fig. 117b) muß man zuerst untersuchen, ob die Zielachse Z parallel zur Libellenachse L ist; ein dabei sich ergebender Fehler wird mit Benützung von B_1 beseitigt. Zeigt sich bei der Untersuchung der Stellung der Umdrehungsachse U zur Libellenachse L ein Fehler, so wird er mit Hilfe von B_3 weggeschafft.

c) Hat ein Nivellierinstrument die Berichtigungsvorrichtungen B_2 an der Fadenkreuzplatte und B_3 am Fernrohrträger (Fig. 117c), so ist es gleichgültig, in welcher Reihenfolge man die auf die beiden Anforderungen sich beziehenden Untersuchungen und Berichtigungen vornimmt. Instrumente mit den Berichtigungsvorrichtungen B_2 und B_3 verdienen deshalb den Vorzug im Vergleich zu den beiden anderen Anordnungen. Ist die Anforderung Zielachse Z parallel Libellenachse L nicht erfüllt, so wird der Fehler mit B_2 weggeschafft. Ein Fehler zwischen Umdrehungsachse U und Libellenachse L wird mit B_3 beseitigt.

Die Untersuchungen der beiden Anforderungen werden folgendermaßen ausgeführt:

1. Untersuchung, ob die Hauptanforderung „Zielachse Z parallel zur Libellenachse L“ erfüllt ist.

Bevor zur Untersuchung der gegenseitigen Lage von Zielachse und Libellenachse geschritten wird, untersucht man das Fernrohr in der oben angegebenen Weise auf Parallaxe und schafft eine etwa vorhandene weg. Sodann ist noch zu untersuchen, ob der „Horizontalfaden“ bei vertikal stehender Umdrehungsachse[1]) horizontal liegt. Man zielt für diesen Zweck einen scharf bezeichneten Punkt mit dem einen Ende des Fadens (Fig. 118) an und dreht hierauf das Fernrohr so, daß der Punkt auf der anderen Seite des Gesichtsfeldes erscheint; findet dann eine Abweichung des Fadens von dem Punkt statt, so entspricht diese Abweichung dem doppelten Fehler des Fadenkreuzes und wird demnach zur Hälfte durch Drehen der Fadenkreuzplatte beseitigt. Mit Hilfe einer Fußschraube wird der Punkt erneut eingestellt und die Untersuchung wiederholt.

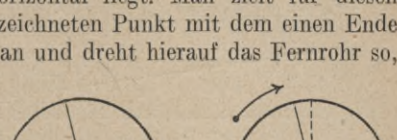


Fig. 118.

Die Untersuchung der Hauptanforderung — Zielachse Z parallel Libellenachse L — besteht im Grundgedanken darin, daß man den Höhenunterschied h (Fig. 119) von zwei Punkten A und B zweimal bestimmt, das eine Mal fehlerfrei von einem in der Mitte zwischen A und B liegenden Standpunkt S_1 aus und das andere Mal von einem z. B. in nächster Nähe von B gelegenen Standpunkt S_2 aus. Der Vorgang bei der Untersuchung ist der folgende:

[1]) Es genügt für diesen Zweck, die Umdrehungsachse mit Hilfe der noch nicht untersuchten Röhrenlibelle oder mit der Dosenlibelle vertikal zu stellen.

Man wählt zwei, ungefähr 50 m voneinander entfernte Punkte A und B, stellt das Instrument in einem Standpunkt S_1[1]) auf dem Mittellot von AB auf und macht an der

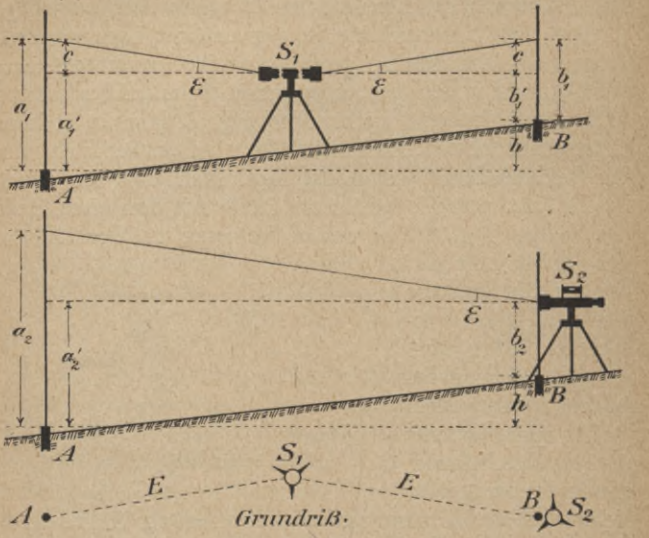


Fig. 119.

zuerst in A und sodann in B vertikal aufgestellten Nivellierlatte je bei gut einspielender Libelle die Ablesungen[2]) a_1 und

[1]) Der Punkt S_1 kann durch Abschreiten bestimmt werden.

[2]) Um an einer aufgestellten Nivellierlatte eine Ablesung zu machen, hat man folgendermaßen vorzugehen: Man sucht die Latte über das Fernrohr zielend auf, stellt durch das Fernrohr schauend, mit Hilfe des Okulartriebs das Lattenbild scharf ein, bringt den Vertikalfaden in die Nähe der Latten- (Zentimeter-) Teilung, läßt die Libelle scharf einspielen und macht nun am Horizontalfaden die Ablesung, wobei man die Meter und Dezimeter abliest, die Zentimeter abzählt und die Millimeter schätzt. Sieht man vor jeder Ablesung die Libelle nach bzw. läßt man die Libelle vor jeder Ablesung scharf einspielen, so genügt es, die Umdrehungsachse nur genähert senkrecht zur Libellenachse zu stellen; die hierauf sich beziehende Anforderung kann deshalb als Nebenanforderung bezeichnet werden.

b_1, womit man den Höhenunterschied h durch „Nivellieren aus der Mitte" fehlerfrei[1]) erhält aus

$$h = a_1 - b_1.$$

Nun wählt man einen Standpunkt S_2 in der Nähe[2]) von B und macht an der Latte in B die mit Rücksicht auf die kurze Entfernung vom Zielachsenfehler nicht — oder doch nur wenig — beeinflußte Ablesung b_2; wäre die Zielachse parallel der Libellenachse, so müßte man jetzt bei einspielender Libelle an der in A aufgehaltenen Latte die Ablesung

$$a_2' = b_2 + h$$

machen. Macht man bei A nicht die „Soll"-Ablesung a_2', sondern eine andere Ablesung a_2, so entspricht die Differenz $a_2 - a_2'$ einem vorhandenen Zielachsenfehler ε[3]).

Muß man die Berichtigung an der Fadenkreuzplatte vornehmen (Fig. 91), so verschiebt man diese derart[4]), daß man bei einspielender Libelle die Soll-Ablesung a_2' an der Latte macht. Muß die Berichtigung an der Libelle vorgenommen werden, so stellt man mit einer passend liegenden Fußschraube

[1]) Nimmt man an, daß die Zielachse einen Winkel ε mit der Libellenachse bildet, daß also das Instrument mit einem Fehler behaftet ist, und bezeichnet man den mit Rücksicht auf die gleiche Entfernung E der Punkte A und B von S_1 für die Ablesungen a_1 und b_1 ebenfalls gleichen Fehlereinfluß des Winkels ε mit c, so hat man

$$h = a_1' - b_1' = a_1' + c - b_1' - c = (a_1' + c) - (b_1' + c)$$

oder

$$h = a_1 - b_1 .$$

Man kann also auch mit einem fehlerhaften Instrument Höhenunterschiede fehlerfrei durch Nivellieren aus der Mitte bestimmen.

[2]) Die Entfernung des Standpunktes S_2 vom Punkt B ist vom Fernrohr abhängig und beträgt 2 — 6m. Man kann das Instrument auch ganz nahe bei der Latte aufstellen; die Ablesung wird dann derart vorgenommen, daß man in der Richtung Objektiv—Okular durch das Fernrohr sieht und auf der Latte eine horizontal gehaltene Nadel in der Mitte des kleinen kreisförmigen Gesichtsfeldes einweist.

[3]) ε selbst findet man aus

$$\varepsilon = \frac{a_2 - a_2'}{S_2 A}\,\varrho, \text{ wobei } \varrho = \frac{180^0}{\pi} = 206\,265'' \text{ ist}.$$

[4]) Beim Verschieben der Fadenkreuzplatte ist darauf zu achten, daß diese nach endgültiger Einstellung fest zwischen dem zum Verschieben benützten Schraubenpaar (Fig. 91) sitzt. Das Fernrohr sollte nie am Okularkopf oder gar an den Schrauben der Fadenkreuzplatte angefaßt werden; bei neueren Instrumenten werden diese Schrauben durch einen abschraubbaren Schutzring verdeckt.

oder mit der Feinbewegungsschraube E (Fig. 114) die der horizontalen Lage der Zielachse entsprechende Soll-Ablesung a_2' an der Latte ein und läßt die dann ausschlagende Libelle mit Hilfe ihrer Berichtigungsvorrichtung einspielen.

Als Zahlenbeispiel, zugleich als Muster für die Aufschreibung der einzelnen Ablesungen, möge das folgende dienen:

Standpunkt S_1.	Standpunkt S_2.
Ablesung bei A: 3,261	Ablesung bei B: 1,532
Ablesung bei B: 1,342	Ablesung bei A: 3,465
$h = 1{,}919$	Soll-Ablesung bei A: $1{,}532 + 1{,}919 = 3{,}451$.

Die Untersuchung wurde nach Wegschaffung des Fehlers mit Rücksicht auf dessen Größe wiederholt und ergab:

A: 3,343	B: 1,650
B: 1,425	A: 3,570
$h = 1{,}918$.	A (Soll): $1{,}650 + 1{,}918 = 3{,}568$.

Nachdem der kleine noch vorhandene Fehler beseitigt wurde, konnte das Instrument als berichtigt angesehen werden.

Als Punkt B, d. i. derjenige Punkt, bei dem die Nahaufstellung des Instruments stattfindet, wählt man am besten — wenigstens bei größeren Höhenunterschieden zwischen A und B — den höher gelegenen Punkt; man schickt also den Lattenträger beim Nivellieren aus der Mitte zuerst auf den tiefer liegenden Punkt.

Um die Berechnung der Soll-Ablesung a_2' in bezug auf das Vorzeichen von h mechanisch vornehmen zu können, hat man nur zu beachten, daß, wenn dem Punkt A beim Standpunkt S_1 eine größere Ablesung zukam als dem Punkt B, dies auch bei Standpunkt S_2 der Fall sein muß und umgekehrt.

2. Untersuchung, ob die Anforderung „Umdrehungsachse U senkrecht zur Libellenachse L“ erfüllt ist.

Hat man die Umdrehungsachse des Instruments mit der unter Umständen einen Fehler aufweisenden Libelle oder mit der Dosenlibelle in der früher angegebenen Weise vertikal gestellt, so stellt man die Libelle ungefähr parallel zu z. B. zwei Fußschrauben F_1 und F_2 (Fig. 120) und läßt sie mit diesen scharf einspielen. Dreht man dann den Oberbau des Instruments mit der Libelle um 180 Grad und zeigt die Libelle in ihrer neuen Lage einen Ausschlag, so entspricht dieser dem doppelten Fehler der Libelle; der Ausschlag ist deshalb weg-

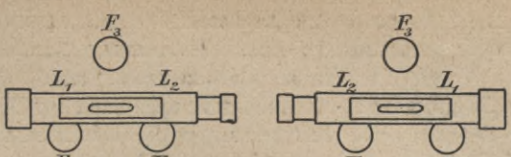


Fig. 120.

zuschaffen zur Hälfte mit den Fußschrauben F_1 und F_2 und zur Hälfte mit der Berichtigungsvorrichtung B_1 der Libelle (Fig. 117a) bzw. der Berichtigungsvorrichtung B_3 am Fernrohrlager (Fig. 117b und c). Nachdem die Libelle in ihrer Stellung über die dritte Fußschraube F_3 mit dieser zum Einspielen gebracht wurde, wird die Untersuchung wiederholt.

Als Schlußbemerkung zur Untersuchung des Nivellierinstruments mit festem Fernrohr möge noch beigefügt sein, daß sowohl das Nivellierinstrument mit drehbarem Fernrohr als auch das mit umlegbarem Fernrohr sich ebenfalls als einfaches Nivellierinstrument mit festem Fernrohr in der oben geschilderten Weise untersuchen und berichtigen lassen; doch gibt es hierfür auch besondere Verfahren, von denen im folgenden die Rede sein soll.

§ 22. Untersuchung und Berichtigung des Nivellierinstruments mit drehbarem Fernrohr und Doppellibelle.

Nach der Hauptanforderung, die an ein Nivellierinstrument gestellt wird, muß wieder die Zielachse parallel zu den beiden Libellenachsen sein[1]).

Hieraus ergeben sich die folgenden Einzelanforderungen:

a) Der Horizontalfaden muß bei vertikal stehender Umdrehungsachse in beiden Fernrohrlagen, d. h. bei „Libelle rechts“ und „Libelle links“ (oder Libelle „oben“ und „unten“) horizontal liegen.

b) Die Drehachse oder mechanische Achse des Fernrohrs muß parallel zu den beiden Achsen der Doppellibelle sein.

[1]) Von den beiden Achsen der Doppellibelle wird zunächst angenommen, daß sie unter sich parallel sind, was auch wohl immer der Fall sein wird.

c) Die Zielachse oder optische Achse muß mit der Drehachse oder mechanischen Achse des Fernrohrs zusammenfallen oder „zentriert" sein.

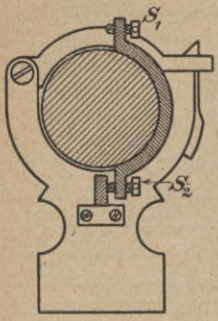


Fig. 121.

Außerdem muß nach der Nebenanforderung die Umdrehungsachse senkrecht zur Libellenachse stehen.

Die Untersuchung dieser Einzelanforderungen wird folgendermaßen ausgeführt:

1. Die Untersuchung, ob der „Horizontalfaden" bei vertikal stehender Umdrehungsachse horizontal liegt, wird für beide Fernrohrlagen — Libelle rechts und Libelle links — in der schon früher angegebenen Weise vorgenommen; Berichtigungen werden mit Hilfe der Anschlagschrauben S_1 und S_2 (Fig. 121) ausgeführt.

2. Bei der Untersuchung der Drehachse F des Fernrohrs in ihrer Lage zu den Libellenachsen L_1 und L_2 (Fig. 122) bringt man die z. B. über zwei Fußschrauben gestellte Libelle mit diesen zum Einspielen und dreht dann das Fernrohr in die zweite Lage; zeigt sich in dieser ein Ausschlag der Libelle, so entspricht er dem doppelten Fehler φ (Winkel zwischen Fernrohrdrehachse F und Libellenachsen L_1 und L_2) und wird daher zur einen Hälfte mit der Berichtigungsvorrichtung B der Libelle, die für diesen Zweck vorhanden sein muß, und zur anderen Hälfte mit den Fußschrauben weggeschafft. War ein Fehler zu beseitigen, so empfiehlt es sich, die Untersuchung zu wiederholen.

3. Um zu untersuchen, ob die Zielachse mit der Drehachse des Fernrohrs zusammenfällt, zielt man — bei beliebigem Stand der Libellenblase — in der Fernrohrlage I (Libelle z. B. oben) einen weit — mindestens 100 m — entfernt liegenden,

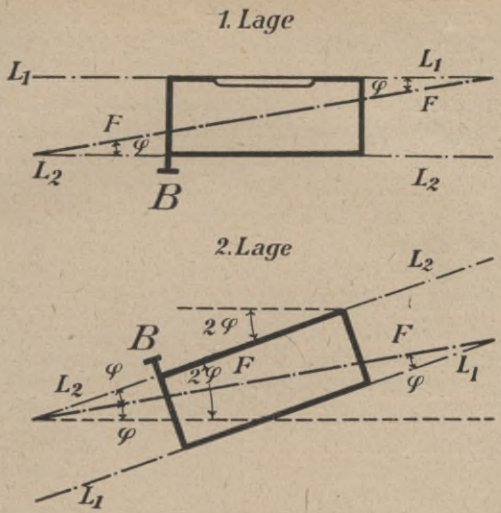


Fig. 122.

scharf bezeichneten Punkt[1]) A_1 (Fig. 123) mit Hilfe des Horizontalfadens an und sieht zu, ob nach vorsichtig vorgenommener Drehung des Fernrohrs in der Fernrohrlage II (Libelle

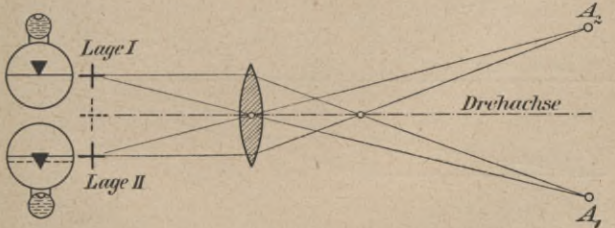


Fig. 123.

[1]) Z. B. einen Teilstrich einer vertikal aufgestellten und ruhig gehaltenen Nivellierlatte.

unten) der Punkt A_1 noch angezielt ist; ist dies nicht der Fall, sondern weist der Horizontalfaden jetzt auf einen Punkt A_2, so entspricht die sich zeigende Abweichung A_1A_2 dem doppelten Winkel zwischen Zielachse und Fernrohrdrehachse. Die Abweichung wird weggeschafft zur Hälfte durch entsprechendes Verschieben der Fadenkreuzplatte und zur anderen Hälfte mit Hilfe der Fußschrauben oder der vertikal wirkenden Feinbewegungsschraube. Die Untersuchung wird zweckmäßigerweise wiederholt.

4. Um die Umdrehungsachse senkrecht zur Libellenachse zu stellen, verfährt man in derselben Weise wie beim Nivellierinstrument mit festem Fernrohr; nötig werdende Berichtigungen dürfen aber nicht mehr an der Libelle, sondern müssen mit Hilfe der Berichtigungsvorrichtung des Fernrohrlagers (Fig. 129), die demnach beim Nivellierinstrument mit drehbarem Fernrohr vorhanden sein muß[1]), vorgenommen werden.

5. Zu der im vorstehenden angegebenen Untersuchung ist noch folgendes zu bemerken:

a) Bei der Untersuchung der gegenseitigen Lage von Zielachse und Drehachse des Fernrohrs wurde stillschweigend vorausgesetzt, daß der optische Mittelpunkt der Objektivlinse in der Drehachse des Fernrohrs liegt (Fig. 123) oder daß das Objektiv „zentriert" ist.

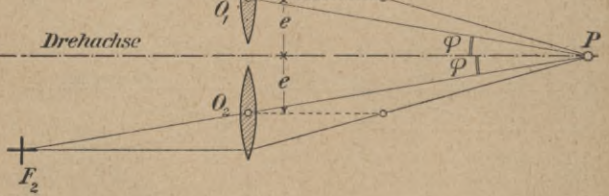


Fig. 124.

[1]) An die Stelle einer Berichtigungsvorrichtung am Fernrohrlager kann auch eine Feinbewegungsschraube treten.

Setzt man die Zentrierung des Objektivs nicht als selbstverständlich voraus, so zerfällt die Untersuchung in bezug auf die Zentrierung der Zielachse in zwei Teile, nämlich in die Untersuchung der Zentrierung des Fadenkreuzes (insbesondere des Horizontalfadens) und in die der Zentrierung des Objektivs. Nimmt man die Zentrierung des Fadenkreuzes in der oben angegebenen Weise mit Hilfe eines Punktes P (Fig. 124) vor, so kommt das Fadenkreuz bei exzentrisch liegendem Objektiv entsprechend den zwei Fernrohrlagen nach F_1 bzw. F_2. Die Zielachse F_1O_1 bzw. F_2O_2 fällt in diesem Fall mit der Drehachse nicht mehr zusammen, sondern bildet mit dieser einen Winkel φ, der um so kleiner ist, je weiter der Punkt P entfernt ist. Wenn P genügend weit entfernt ist, so liegt die Zielachse parallel zur Drehachse im Abstande e. Infolge der exzentrischen Lage des Objektivs ist das Fadenkreuz nur für Punkte mit derselben Entfernung wie P „zentriert"; wird ein z. B. sehr nahe gelegener Punkt in der Fernrohrlage I angezielt, so ergibt sich — genügend genaue Parallelverschiebung des Fadenkreuzes zur Drehachse mit Hilfe des Okulartriebs vorausgesetzt — in der Fernrohrlage II eine dem doppelten Objektivfehler e entsprechende Abweichung.

Will man die Objektivlinse auf ihre Zentrierung untersuchen und dabei frei von dem „Gang der Okularröhre" sein, so zielt man einen nicht zu nahe liegenden Punkt mit Hilfe des Horizontalfadens scharf an und dreht die — mit Rücksicht auf Erschütterungen zuvor gelockerte — Objektivlinse um 180 Grad (Fig. 125), wobei sich bei

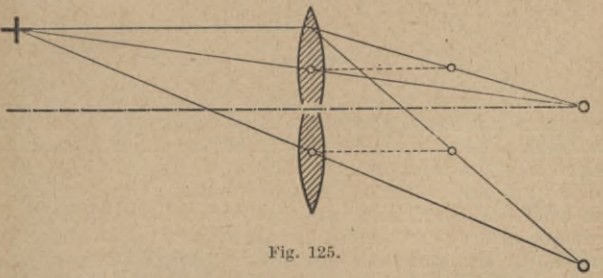


Fig. 125.

zentrierter Linse keine Verschiebung zwischen Zielpunkt und Fadenkreuz ergeben darf. Zur Probe für die Güte der Fassung der Linse wird man diese nochmals um 180, also zusammen um 360 Grad drehen, wonach der Punkt wieder angezielt sein muß. Zeigt sich eine Exzentrizität des Objektivs, so müßte man die Linse in ihrer

Fassung oder mit dieser verschieben, was aber in den seltensten Fällen möglich ist.

b) Berichtigt man in der oben beschriebenen Weise das Instrument bzw. die Libelle derart, daß die Libelle vor und nach der Drehung des Fernrohrs, also bei Lage „oben" und „unten" vom Fernrohr einspielt, so liegt die zentrierte Zielachse nur horizontal, wenn die beiden Libellenachsen L_1 und L_2 parallel sind; bilden diese einen Winkel φ miteinander, so ist die Drehachse des Fernrohrs und damit die Zielachse Z unter dem Winkel $\frac{\varphi}{2}$ gegen die Horizontale geneigt (Fig. 126).

Um zu untersuchen, ob die beiden Achsen der Doppellibelle parallel sind, berichtigt man zunächst das Instrument in der an-

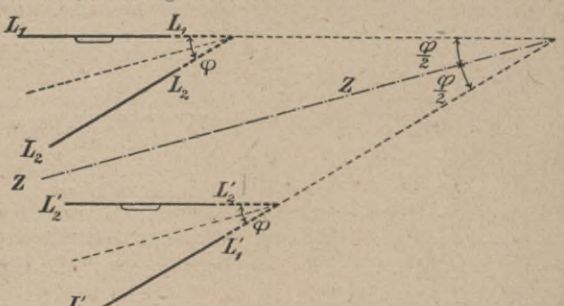


Fig. 126.

gegebenen Weise und untersucht dann wie beim einfachen Nivellierinstrument mit festem Fernrohr, ob die Zielachse parallel zu einer der beiden Libellenachsen liegt; ist das letztere der Fall, so sind die beiden Libellenachsen parallel.

Die auf die Zentrierung des Objektivs und den Parallelismus der beiden Libellenachsen sich beziehenden Untersuchungen hat man nur einmal vorzunehmen. Im allgemeinen kann angenommen werden, daß der Mechaniker das Objektiv genügend genau zentriert hat, und daß die beiden Achsen der Doppellibelle genügend genau parallel sind.

6. Das Nivellierinstrument mit drehbarem Fernrohr und Wendelibelle bietet im Vergleich zu dem Instrument mit festem Fernrohr den Vorteil, daß die Untersuchung und die Berich-

tigung des Instruments von einem Standpunkt aus in einfachster Weise vorgenommen werden kann.

§ 23. Untersuchung und Berichtigung des Nivellierinstruments mit umlegbarem Fernrohr.

Nach der Hauptanforderung muß die Zielachse parallel zur Libellenachse liegen; daraus ergeben sich die folgenden Einzelanforderungen:

1. Die Libellenachse muß parallel zur mechanischen Achse des Fernrohrs liegen.

2. Die Zielachse oder optische Achse des Fernrohrs muß mit der mechanischen Achse des Fernrohrs zusammenfallen.

Der Nebenanforderung entsprechend, sorgt man wieder dafür, daß die Umdrehungsachse senkrecht zur Libellenachse steht.

1. Die Untersuchung der Lage der Libellenachse zu der mechanischen Achse des Fernrohrs zerfällt in die beiden folgenden Einzeluntersuchungen:

a) Zunächst ist zu untersuchen, ob die Libellenachse parallel zu der Geraden ist, mit der die Libelle auf das Fernrohr gesetzt wird. Nachdem die Umdrehungsachse des Instruments in der früher angegebenen Weise — wenigstens genähert — vertikal gestellt worden ist, stellt man die Libelle über zwei Fußschrauben, läßt sie mit diesen scharf einspielen und setzt sie durch Vertauschen ihrer Enden um (Fig. 127); ein sich zeigender Ausschlag entspricht dem doppelten Fehler der Libelle und wird zur Hälfte mit der Berichtigungsvorrichtung der Libelle und zur Hälfte mit den Fußschrauben weggeschafft. Zeigt sich

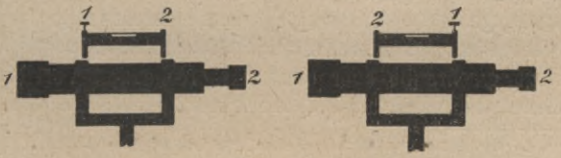


Fig. 127.

bei der Wiederholung dieses Vorgangs kein Ausschlag der Libelle nach dem Umsetzen, so ist die Libellenachse parallel zu einer Mantellinie des durch die beiden Lagerringe des Fernrohrs bestimmten Zylinders oder zur Achse dieses Zylinders oder zur mechanischen Achse des Fernrohrs.

b) Es ist zu untersuchen, ob die beiden Lagerringe des Fernrohrs gleich dick sind oder ob der „Lagerringzylinder" ein Zylinder und kein Kegel ist. Hierzu läßt man die Libelle scharf einspielen und legt das Fernrohr um, indem man die Libelle und das Fernrohr vorsichtig abnimmt und das Fernrohr mit, die Libelle ohne vertauschte Enden vorsichtig wieder auflegt (Fig. 128); zeigt sich nun ein Ausschlag der

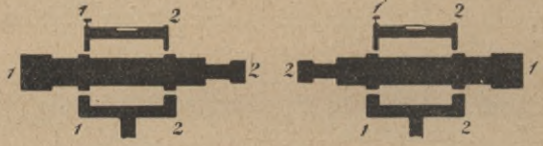


Fig. 128.

Libelle, so liegt der Fehler in der ungleichmäßigen Dicke der Lagerringe, und es müssen diese vom Mechaniker entsprechend abgedreht werden[1]).

2. Die Untersuchung, ob die Zielachse des Fernrohrs mit dessen mechanischer Achse zusammenfällt, und notwendig werdende Berichtigungen erfolgen in derselben Weise wie beim Instrument mit drehbarem Fernrohr.

Die Senkrechtstellung von Umdrehungsachse und Libellenachse wird in der oben für das Instrument mit festem Fernrohr angegebenen Weise vorgenommen; um sich zeigende Fehler verbessern zu können, muß das Instrument mit einer Feinbewegungsschraube oder einer entsprechenden Vorrichtung versehen sein. Diese am Fernrohrträger angebrachte, ebenfalls

[1]) In seltenen Fällen findet man an den Lagerringen Vorrichtungen, die deren Dicke zu verändern erlauben.

in vertikalem Sinn wirkende Berichtigungsvorrichtung besteht z. B. aus einer Zugschraube und zwei Druckschrauben (Fig. 129).

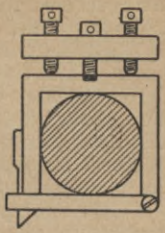


Fig. 129.

Die Horizontallegung des Horizontalfadens wird in derselben Weise wie beim Instrument mit drehbarem Fernrohr vorgenommen.

Das Nivellierinstrument mit umlegbarem Fernrohr und umsetzbarer Libelle hat die Vorteile, daß die Untersuchung und Berichtigung von einem Standpunkt aus vorgenommen werden kann, und daß die Berichtigung sehr genau — unter Umständen ohne Benützung des Stativs — durchgeführt werden kann.

5. Kapitel.

Ausführung von Höhenmessungen durch Nivellieren.

Die Höhenmessungen durch Nivellieren kann man einteilen in die Bestimmung der Höhen einzelner Punkte, ganzer Linien und zusammenhängender Flächen. Die Bestimmung der Höhen einzelner Punkte bezeichnet man als Festpunktnivellement. Bei der Bestimmung der Höhenverhältnisse einer Linie handelt es sich um die Aufnahme des durch die Linie bestimmten Vertikalschnittes durch die Erdoberfläche oder um die Aufnahme des durch die Linie bestimmten Profils. Sollen die Höhenverhältnisse eines Stücks der Erdoberfläche bestimmt werden, so spricht man von der Ausführung eines Flächennivellements. Dementsprechend kann man die Nivellementsarbeiten einteilen in Ausführung von Festpunktnivellements, Aufnahme von Profilen, wobei man zwischen Längsprofilen und Querprofilen zu unterscheiden hat, und Ausführung von Flächennivellements.

§ 24. Bezeichnung von Höhenpunkten.

Die Art der Bezeichnung von Höhenpunkten ist abhängig davon, ob die Punkte nur vorübergehend, für die Dauer der Messung, oder für die Zeit einiger Monate, z. B. während der Ausführung eines

Baues oder einer größeren Vermessung, oder für immer, also dauernd, bezeichnet werden sollen.

Als Höhenpunkte, die nur vorübergehend, während der Messung, ihren Zweck zu erfüllen haben, verwendet man je nach der Beschaffenheit des Bodens und der bei der Messung angestrebten Genauigkeit, beliebige Bodenpunkte, eingetretene oder eingebaute Steine, mit Kreide bezeichnete Punkte auf Randsteinen, passend gelegene Grenzsteine oder eine in den Boden getretene Boden- oder Unterlagsplatte aus Eisen.

Sollen Höhenpunkte für längere Zeit, etwa für ein Jahr, bezeichnet werden, so verwendet man in den Boden getriebene Pfähle, festsitzende Grenzsteine oder besondere, auf Randsteine, Mauern, Staffeltritte u. dgl. eingehauene Zeichen.

Die dauernde Bezeichnung wird verschiedenartig vorgenommen; sie besteht in der Hauptsache darin, daß ein Metallstück horizontal oder vertikal in die Mauerfläche vorhandener Bauwerke oder in besondere, zu diesem Zweck gesetzte Steinpfeiler eingelassen wird.

Figur 130a zeigt einen größeren Mauerbolzen; in Figur 130b ist ein Nivellementspfeiler mit eingelassenem Bolzen angedeutet. Eine früher übliche Bezeichnung ist in Figur 130c angegeben; bei ihr ist vor einem in die Mauer horizontal eingelassenen Messingbolzen eine gußeiserne „Höhentafel" angebracht, auf der die N. N.-Höhe des betreffenden Punkts angeschrieben werden kann; der Höhenpunkt selbst ist durch ein in Platte und Bolzen angebrachtes Loch

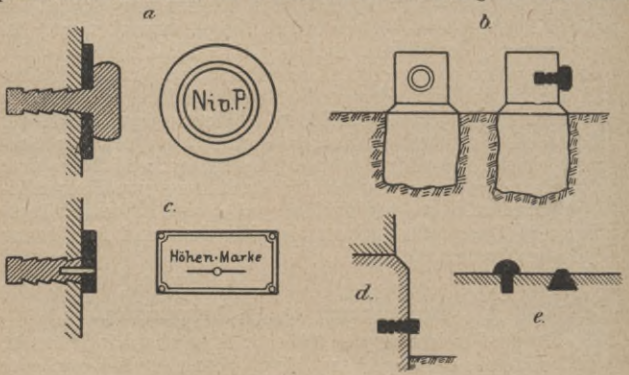


Fig. 130.

bezeichnet, in das ein Stift gesteckt werden kann. Die Figuren 130d und e zeigen einfache Metallstücke, die horizontal bzw. vertikal in vorhandene Mauerflächen eingelassen sind.

Um Mißverständnisse auszuschließen, empfiehlt es sich, stets die höchste Stelle des bezeichneten Punktes als Höhenpunkt zu benutzen.

Bei der Anbringung von Höhenfestpunkten ist der Platz so zu wählen, daß die 4 m lange Nivellierlatte auf dem Punkt aufgestellt und an ihr[1]) unmittelbar mit Hilfe des in einiger Entfernung aufgestellten Instruments abgelesen werden kann. Am besten bringt man die Punkte so an, daß sie sich nur wenige Dezimeter über dem umliegenden Boden befinden.

§ 25. Ausführung von Festpunktnivellements.

Das Festpunktnivellement hat die Aufgabe, von einem Festpunkt mit gegebener N. N.-Höhe ausgehend, die N. N.-Höhen neuer Höhenfestpunkte zu bestimmen.

Ist die N. N.-Höhe H_a des Punktes A (Fig. 131) gegeben und soll die N. N.-Höhe H_b des Punktes B bestimmt werden, so ermittelt man den Höhenunterschied h der beiden Punkte dadurch, daß man das Nivellierinstrument zwischen A und B aufstellt und an der zuerst auf A und dann auf B vertikal

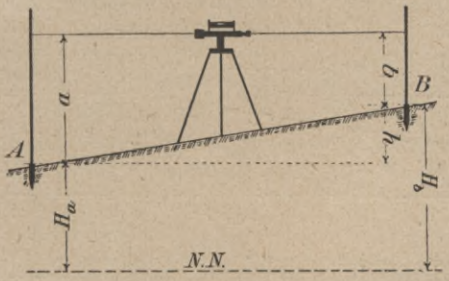


Fig. 131.

[1]) Ist der Höhenfestpunkt z. B. sehr hoch angebracht, so muß man an Stelle der Latte einen Taschenmaßstab oder dergleichen anwenden, wobei dann eine etwaige Differenz zwischen dem Aufsetzpunkt der Latte und ihrem Teilungsnullpunkt (Fig. 116c) zu berücksichtigen ist.

aufgehaltenen Nivellierlatte — je bei einspielender Libelle — mit dem Horizontalfaden die Ablesungen a und b macht; es ist dann

$$h = a - b.$$

Mit Hilfe des gemessenen Höhenunterschieds h und der gegebenen N. N.-Höhe H_a berechnet man die gesuchte N. N.-Höhe H_b des Punktes B aus

$$H_b = H_a + h.$$

Unter der Voraussetzung, daß bei der Latte Aufsetzpunkt und Teilungsnullpunkt zusammenfallen (Fig. 116 b), ist $H_a + a$ die N. N.-Höhe der horizontal liegenden Zielachse oder der „Instrumentenhorizont".

Vielfach ist es nicht möglich, den Höhenunterschied zweier Punkte A und B mit nur einer Aufstellung des Instruments oder mit nur einer horizontalen Geraden — wie in Figur 131 — zu bestimmen. Man ist dann gezwungen, den Standpunkt und damit den Horizont des Instruments in der in der Figur 132 angegebenen Weise zu wechseln; dies

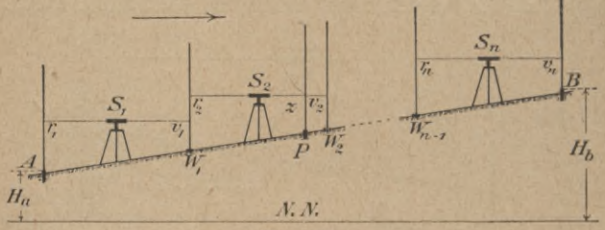


Fig. 132.

geschieht mit Hilfe der als Wechselpunkte bezeichneten Punkte $W_1, W_2, \ldots . W_{n-1}$. Der Vorgang bei der Messung ist der folgende: Man stellt das Instrument in passender Entfernung von A in S_1 auf und macht bei einspielender Libelle mit dem Horizontalfaden an der in A vertikal aufgehaltenen Latte die

als Rückblick bezeichnete Ablesung r_1. Der Lattenträger wählt dann in der Richtung nach B den Wechselpunkt W_1 und hält auf ihm die Latte vertikal auf, so daß bei einspielender Libelle die als Vorblick bezeichnete Ablesung v_1 gemacht werden kann. Während die Latte in W_1 bleibt, wird das Instrument nach dem Standpunkt S_2 gebracht und dort aufgestellt; hierauf werden je bei einspielender Libelle von S_2 aus der Rückblick r_2 und für einen neuen Wechselpunkt W_2 der Vorblick v_2 abgelesen. Zuletzt werden von einem Standpunkt S_n aus der Rückblick r_n für den Wechselpunkt W_{n-1} und der Vorblick v_n für den Punkt B je bei einspielender Libelle abgelesen.

Ist H_a die gegebene N. N.-Höhe von A, so erhält man die N. N.-Höhe H_b von B aus

$$H_b = H_a + r_1 - v_1 + r_2 - v_2 + - \cdots + r_n - v_n .$$

Da man in dieser Gleichung alle Rückblicke addieren und alle Vorblicke subtrahieren muß, so kann man sie auch so schreiben:

$$H_b = H_a + \Sigma r - \Sigma v .$$

Soll aus irgendeinem Grunde die N. N.-Höhe H eines zwischen A und B liegenden Punktes P mitbestimmt werden, so macht man von einem passenden Instrumentenstandpunkt aus an der auf P aufgehaltenen Latte die „Zwischenablesung“ z. Die N. N.-Höhe eines solchen Zwischenpunktes erhält man allgemein dadurch, daß man von dem betreffenden Instrumentenhorizont die Zwischenablesung subtrahiert. In dem in der Figur 132 angedeuteten Fall erhält man die N. N.-Höhe H von P aus

$$H = H_a + r_1 - v_1 + r_2 - z .$$

Die einzelnen Ablesungen an der Nivellierlatte werden, der angestrebten Genauigkeit entsprechend, auf Millimeter oder Zentimeter genau gemacht. Die als Zielweite bezeichnete Entfernung zwischen Instrument und Latte ist abhängig von den Höhenverhältnissen und richtet sich nach der Genauigkeit,

mit der an der Latte abgelesen werden soll. Sollen die Ablesungen an der Latte auf Millimeter genau gemacht werden, so wählt man als größte Zielweite etwa 50 m; werden die Ablesungen nur auf Zentimeter genau gemacht, so kann man bei der Zielweite bis zu 100 m gehen.

Als Wechselpunkte wählt man je nach der angestrebten Genauigkeit beliebige Bodenpunkte, eingetretene oder eingebaute Steine, Grenzsteine oder eine festgetretene Bodenplatte.

Für die Aufschreibung der allgemeinen auf die Messung sich beziehenden Bemerkungen und der bei der Messung gemachten Ablesungen verwendet man zweckmäßigerweise einen Vordruck, in dem man die Ablesungen nach Rückblicken, Vorblicken und Zwischenablesungen trennt. Beim Aufschreiben verwendet man am besten für jede Ablesung eine besondere Zeile. Ein Vordruck dieser Art mit den entsprechenden Eintragungen ist der nebenstehende.

Die Berechnung der N. N.-Höhen geschieht in der Weise, daß man zuerst die auf die Wechselpunkte sich beziehende Berechnung seitenweise mit der Probe „letzte N. N.-Höhe gleich erste N. N.-Höhe plus Summe aller Rückblicke minus Summe aller Vorblicke“ durchführt und dann erst die N. N.-Höhen der Zwischenpunkte berechnet.

Liegen die Punkte *A* und *B* (Fig. 132) weit auseinander, so daß die Messung mehr als vier bis fünf Instrumentaufstellungen erfordert, so bestimmt man mit Rücksicht auf Störungen bei der Messung außer den Höhen der Wechselpunkte die Höhen von natürlich bezeichneten, passend gelegenen Hilfspunkten, in denen gegebenenfalls das Nivellement jederzeit neu begonnen werden kann. Solche Hilfspunkte können auch beim Aufsuchen von Messungsfehlern als Anschlußpunkte benützt werden.

Zur Verhütung bzw. bequemen Auffindung von Messungsfehlern gibt es verschiedene Mittel; das beste

Datum: 20. August 1907 Instrument: № 10

Wetter: sonnig, leichter Wind Beobachter: N.N.

Nivellement von Punkt № 1 nach Punkt № 5

Punkt= №	Beschreibung	Lattenablesung Rückblick	Vorblick	Zwischenablesung	Horizont	Höhe über N.N.
1	Höhenmarke	0,243			236,974	236,731
	W_1		1,356			235,618
	W_1	2,483			238,101	
2	Grenzstein			1,324		236,777
3	Straße			1,35		236,75
	W_2		2,421			235,680
	W_2	3,543			239,223	
	W_3		2,785			236,438
	W_3	2,581			239,019	
4	Grenzstein			2,403		236,616
	W_4		1,782			237,237
	W_4	1,830			239,067	
5	□ auf Tritt		1,724			237,343
	Summe	10,680	10,068	Seitenprobe	236,731 + 0612 = 237,343	
	Differenz	+ 0,612				

besteht in der Ausführung von zwei Messungen, die entweder hin und her, also nacheinander, oder gleichzeitig, also nebeneinander, ausgeführt werden. Steht die Zeit zur Ausführung eines solchen Doppelnivellements nicht zur Verfügung, so

verwendet man eine Wendelatte oder auch eine mit zwei Aufsetzpunkten versehene Bodenplatte.

Das nacheinander, hin und her, ausgeführte Doppelnivellement wird in derselben Weise wie ein einfaches Nivellement ausgeführt. Beim gleichzeitig, nebeneinander ausgeführten Doppelnivellement liegen zwischen zwei Instrumentstandpunkten je

Fig. 133.

zwei Wechselpunkte (Fig. 133), die z. B. durch zwei Bodenplatten[1]) bezeichnet werden; die Lattenablesungen werden, den beiden Nivellements entsprechend, getrennt aufgeschrieben.

Die Wendelatte ist eine Nivellierlatte, die auch auf ihrer Rückseite mit einer Teilung versehen ist, so daß jeder Ablesung an der Vorderseite der Latte eine bestimmte Ablesung an ihrer Rückseite entspricht. Die Bezifferung der rückseitigen Lattenteilung wird derart ausgeführt, daß die beiden Lattenablesungen entweder addiert oder subtrahiert eine unveränderliche Zahl ergeben. Es empfiehlt sich, die hintere Teilung derartig anzubringen, daß jene Zahl keine runde, auf null endigende Zahl ist. Figur 134 zeigt eine Wendelatte, bei der die Teilung und die Bezifferung der Rückseite so angeordnet sind, daß die Differenz der beiden Ablesungen 4,083 beträgt.

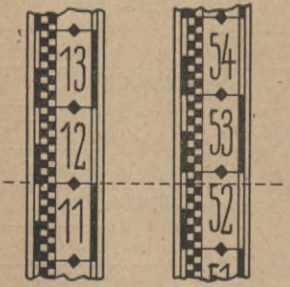


Fig. 134.

Fig. 135.

[1]) Mit Rücksicht auf die zwei Wechselpunkte werden vielfach zwei Latten und damit zwei Meßgehilfen verwendet, doch läßt sich die Arbeit ohne Zeitverlust auch bequem mit einer Latte und einem Meßgehilfen durchführen.

Zur Vermeidung bzw. Auffindung von Ablesefehlern, bei feineren Messungen zur Ermöglichung von eigenartigen Berechnungsweisen, werden auch Latten mit nur einseitiger Teilung gefertigt, bei denen die doppelseitige Bezifferung der Wendelatte rechts und links von der in der Mitte der Latte angebrachten Teilung angeschrieben ist. Die Figur 135 zeigt eine solche Latte mit doppelter Bezifferung, bei der die Summe der beiden Ablesungen stets 4,000 beträgt.

Bei Verwendung einer Wendelatte oder einer Latte mit einseitiger, doppelt bezifferter Teilung werden die Aufschreibungen in einem Vordruck vorgenommen, der dann — abgesehen von dem Kopf — folgendermaßen eingerichtet sein kann:

Punkt-		Lattenablesung Vorderseite			Horizont	Höhe	Lattenablesung Rückseite		
Nº	Bezeichnung	Rückblick	Vorblick	Zwischenablesg.			Rückblick	Vorblick	Zwischenablesg.
	Summe			Seitenprobe					
	Differenz								

Ähnlich wie bei Verwendung einer Wendelatte erhält man für jede einzelne Lattenablesung eine Probe, wenn man an Stelle der gewöhnlichen Bodenplatte (Fig. 116) eine mit zwei Aufsetzpunkten versehene (Fig. 136) benützt; in diesem Fall ist die Differenz zwischen den beiden, den zwei Aufsetzpunkten entsprechenden Lattenablesungen stets dieselbe, nämlich gleich dem Höhenunterschied k zwischen den beiden Aufsetzpunkten.

Fig. 136.

Die Festpunktnivellements kann man einteilen in:

Nivellements 1. Ordnung mit einem mittleren Höhenfehler bis zu $\pm$ 1 mm bei einer Länge von 1 km,

Nivellements 2. Ordnung mit einem mittleren Höhenfehler bis zu 20 mm bei einer Länge von 1 km und

Nivellements 3. Ordnung mit einem mittleren Höhenfehler von über 2 cm bei einer Länge von 1 km.

1. Die Nivellements 1. Ordnung

oder Feinnivellements, deren Ausführung eine Aufgabe der Erd- und nicht der Feldmessung ist, haben außer wissenschaftlichen Zwecken den Hauptzweck, von dem Normalhöhenpunkt ausgehend, die N. N.-Höhen zu übertragen und damit die Grundlage für alle weiteren Höhenmessungen, insbesondere zunächst für die Nivellements 2. Ordnung, zu schaffen.

Zur Ausführung der Feinnivellements verwendet man Instrumente mit 35 bis 45facher Fernrohrvergrößerung und einer Libellenangabe von 5 bis 10 Sekunden. Die Teilungen der gewöhnlich nur 3 m langen Nivellierlatten, die mit besonderer Sorgfalt ausgeführt sein müssen, und die vor ihrer Benutzung auf Teilungsfehler zu untersuchen sind, sind nicht als 1 cm-Teilung, sondern z. B. als 0,5 cm-Teilung ausgeführt. An Stelle der einen Nivellierlatte verwendet man gewöhnlich zwei Latten, die sich auf Vor- und Rückblick verteilen. Um ein ruhiges Vertikalhalten der Latte mit Hilfe der an ihr angebrachten Dosenlibelle zu ermöglichen, verwendet man besondere Lattenhalter oder zwei Stäbe. Die Länge des Lattenmeters wird bei Holzlatten täglich mit Hilfe eines Normalmaßstabes bestimmt. An Stelle von Teilungen auf Holz verwendet man besser solche auf einem Metallband.

Die Untersuchung und unter Umständen Berichtigung des Instruments wird täglich vor Beginn der Messung vorgenommen; trotzdem wird stets „aus der Mitte" nivelliert, so daß die aus Ungenauigkeiten bei der Bewegung der Okularröhre sich ergebenden oder während der Messung durch Erschütterungen des Instruments sich einstellenden Fehler unschädlich sind. Die größte Zielweite beträgt 50 m.

Mit Rücksicht auf den großen Fehler beim Schätzen zwischen zwei Strichen einer Teilung werden bei Feinnivellements an der Nivellierlatte keine Ablesungen gemacht, sondern Einstellungen ausgeführt. Diese Einstellungen des Horizontalfadens auf einen Strich[1]) oder auf die Mitte eines Feldes der Lattenteilung erfolgen

[1]) Bei Einstellung auf einen Teilstrich — die Lattenteilung ist dann als Strichteilung ausgeführt — verwendet man an Stelle des einen Horizontalfadens zwei entweder parallele oder keilförmig zueinander stehende Striche.

entweder bei einspielender oder bei nicht einspielender Libelle. Bei einspielender Libelle werden die Einstellungen durch Drehen einer vor dem Objektiv des Fernrohrs angebrachten planparallelen Glasplatte ausgeführt; die Größe der dadurch hervorgerufenen Parallelverschiebung der horizontalen Zielachse wird dabei an der Trommel der Schraube abgelesen, mit deren Hilfe die Glasplatte gedreht wird. Arbeitet man mit nicht einspielender Libelle, so wird der Horizontalfaden mit Hilfe einer am besten horizontal gelagerten Feinbewegungsschraube an der Latte eingestellt und der jeweilige Stand der Libelle abgelesen, deren Teilung zu diesem Zweck mit einer durchlaufenden Bezifferung versehen ist. Um die durch den Ausschlag der Libelle bedingte, an der Latteneinstellung anzubringende Verbesserung berechnen zu können, muß man die Zielweite — am bequemsten mit Hilfe eines Meßbandes — bestimmen bzw. vor Aufstellung des Instruments und der Latte abmessen; außerdem muß die Angabe der Libelle bekannt sein.

Man nimmt gewöhnlich für jeden Punkt nicht nur eine Latteneinstellung, sondern meist zwei Einstellungen vor; man verwendet dabei Latten mit zwei, gegenseitig um ein unrundes Maß verschobenen Teilungen auf derselben Lattenseite.

Zur Sicherung und zur Erhöhung der Genauigkeit des zu verwertenden Ergebnisses der Messung wird beim Feinnivellement meistens jede Strecke doppelt, hin und her, nivelliert.

2. Die Nivellements 2. Ordnung

werden je nach Bedarf zwischen die Nivellements 1. Ordnung eingeschaltet und liefern zugleich die Grundlage für weitere Höhenmessungen, also zunächst für die Nivellements 3. Ordnung. Nivellements 2. Ordnung bilden die Grundlage der Höhenmessungen für Ingenieurbauten. Die zur Verwendung kommenden Instrumente haben eine 20—30fache Fernrohrvergrößerung und eine Libellenangabe von 10—20 Sekunden. Die Untersuchung des Instruments wird in Zeitabschnitten von einigen Tagen, besonders nach größeren Transporten vorgenommen. An Instrumenten verwendet man solche mit festem Fernrohr oder — mit Rücksicht auf die bequeme Untersuchung von einem Standpunkt aus — solche mit drehbarem Fernrohr und Doppellibelle.

Auch hier nivelliert man möglichst aus der Mitte, wobei

man die gleichen, nicht mehr als 50 m langen Zielweiten durch Abschreiten bestimmt. Die Ablesungen an der in Zentimeter geteilten, freihändig aufgehaltenen oder durch einen Fluchtstab verstrebten, gewöhnlich 4 m langen Latte werden bei einspielender Libelle durch Schätzung auf Millimeter ausgeführt.

Proben für die Messung erhält man beim Nivellement 2. Ordnung am besten durch Anwendung einer Wendelatte, wobei die Ablesungen an der Rückseite der Latte meist nicht zur Berechnung der N. N.-Höhen benützt werden, also nur zum Schutz gegen grobe Fehler ausgeführt werden.

Die Länge des Lattenmeters wird den zu messenden Höhenunterschieden entsprechend in 8—14tägigen Zeitabschnitten mit Hilfe eines Normalmeters bestimmt.

3. Für die Nivellements 3. Ordnung,

die nur für untergeordnete Zwecke ausgeführt werden, würden Instrumente mit festem Fernrohr, 10—20facher Fernrohrvergrößerung und einer Libellenangabe von 20—40 Sekunden genügen; doch wird man einerseits ein eben zur Verfügung stehendes Instrument benützen und andererseits einem größeren Instrument den Vorzug geben, so daß man gelegentlich auch mit größeren Zielweiten — bis zu 100 m — arbeiten kann. Mit Rücksicht auf große Zielweiten muß die Untersuchung des Instruments von Zeit zu Zeit vorgenommen werden.

Auf Nivellieren aus der Mitte wird keine Rücksicht genommen. Die Ablesungen an der mindestens 4 m langen, in Zentimeter oder auch nur halbe Dezimeter (Fig. 140) geteilten Latte werden bei einspielender Libelle auf Zentimeter genau vorgenommen.

§ 26. Aufnahme und Ausarbeitung von Längsprofilen.

Unter einem Längsprofil versteht man einen Vertikalschnitt der Erdoberfläche längs einer bestimmten Linie

(Trasse, Achse). Mit der Aufnahme eines Längsprofils ist in den meisten Fällen eng verbunden diejenige von Querprofilen, das sind kürzere Vertikalschnitte quer zum Längsprofil. Längs- und Querprofile werden zum Zweck des Baues oder der Unterhaltung von Straßen, Eisenbahnen und Wasserläufen aufgenommen; bei Neubauten bildet ihre Aufnahme den Hauptteil der besonderen Vorarbeiten.

1. Aufnahme von Längsprofilen.

Im folgenden möge von Lagemessungen insofern abgesehen werden, als vorausgesetzt werden soll, daß bei Neubauten die auf Grund der allgemeinen Vorarbeiten entworfene Trasse im Felde abgesteckt ist und daß bei Umbauten oder Unterhaltungsbauten ein Lageplan fertig vorliegt. Trotzdem ist die Aufgabe bei der Aufnahme eines Längsprofils insofern eine doppelte, als man außer der Höhenmessung eine Längenmessung — am besten jener vorausgehend — ausführen muß.

Die Aufnahme beginnt mit der Verpfählung (Stationierung) derjenigen Linie, der entlang das Längsprofil aufgenommen werden soll; also bei Neubauten der Trasse, bei vorhandenen Bauten der Straßen- bzw. Bahnachse. Bei bestehenden Wasserläufen wird die Verpfählung je nach der Breite an einem Ufer oder beiden Ufern, unter Umständen in der Mitte des Wasserlaufes vorgenommen. Verpfählt werden — gewöhnlich mit größeren Pfählen — die Trassen bzw. Achsen in Abständen von 50 oder 100 m und bei regelmäßiger Linienführung — also zunächst bei Trassen — die Anfangs- bzw. Endpunkte und unter Umständen noch Mitten von Kreisbögen; ferner — gewöhnlich mit kleineren Pfählen — je nach der Beschaffenheit des Geländes und dem Maßstab, in dem das Profil aufgezeichnet werden soll, in Abständen von 10, 20 oder 30 m solche Punkte, in denen Querprofile aufgenommen werden müssen. Jeder Pfahl wird — ausgenommen an Wasserläufen — so weit eingetrieben, daß sein Kopf mit dem durch

ihn bezeichneten Geländepunkt in bezug auf die Höhe übereinstimmt; zum bequemen Auffinden wird jeder Pfahl mit einem seitlich an geschützter Stelle eingeschlagenen Beipfahl versehen.

Gleichzeitig mit der Verpfählung wird die zur Festlegung der Pfähle in horizontalem Sinn nötige, im Anfangspunkt des Längsprofils beginnende Längenmessung ausgeführt. Die für einen Pfahl gemessene Länge dient zu seiner Bezeichnung und wird — bei kürzeren Profilen nach Hektometern (3 + 45,0) und bei längeren Profilen nach Kilometern (1 + 240,0) — auf seinem Beipfahl angeschrieben.

Die Aufgabe der nach vorausgegangener Verpfählung auszuführenden Höhenmessung besteht in der Bestimmung der N. N.-Höhen der einzelnen Pfähle, zu welchem Zweck ein von einem oder besser zwei, ihrer N. N.-Höhe nach bekannten Höhenfestpunkten ausgehendes Nivellement auszuführen ist. Sind solche Anschlußpunkte in der Nähe nicht vorhanden, so genügt es, bei untergeordneten Arbeiten die Höhe des Anfangspunktes — z. B. auf Grund einer topographischen Karte — anzunehmen. Bei der Ausführung des Nivellements, das als solches 2. Ordnung ausgeführt wird, werden in Abständen von etwa 500 m mit Rücksicht auf nachfolgende Bauten abseits gelegene Festpunkte ihrer Höhe nach bestimmt; bei langen Profilen und voraussichtlich mehrjähriger Bauzeit, wie bei Eisenbahnen, empfiehlt sich außerdem die Anlage von besonders gut bezeichneten Festpunkten in Abständen von etwa 1 km.

Bei der Aufnahme des Längsprofils von Wasserläufen hat man außer den Ufern die vorhandenen Kunstbauten, die Nieder-, Mittel- und Hochwasserstände und die Sohle (tiefste Stelle des Bettes) zu berücksichtigen. Um die Höhen der verschiedenen Wasserstände mit Hilfe von — gewöhnlich schon vorhandenen — Pegelbeobachtungen ermitteln zu können, muß man bei Ausführung des Nivellements die Höhen

der Pegelnullpunkte und nach dem Nivellement — durch unmittelbares Abmessen oder mit Hilfe einer Setzlatte — die Höhen des vorhandenen, zu gleicher Zeit auch an den Pegeln abgelesenen Wasserstands bestimmen. Die Sohlenhöhe, die bei Wasserläufen mit geringer Breite durch unmittelbares Aufhalten der Nivellierlatte bestimmt werden kann, läßt sich bei breiten Flußläufen erst aus der nachfolgenden Querprofilaufnahme ermitteln.

2. Die Aufzeichnung von Längsprofilen

wird meist derart vorgenommen (Fig. 137), daß die Höhen in einem größeren — gewöhnlich zehnmal größeren — Maßstab

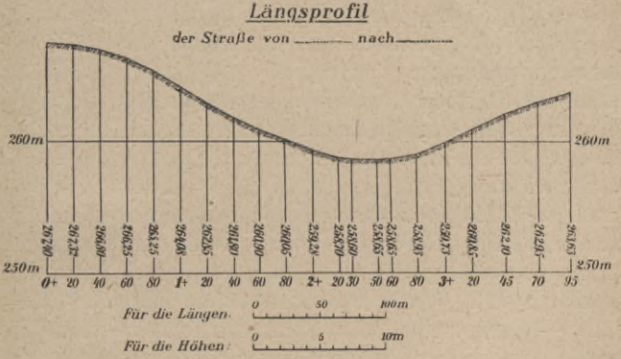


Fig. 137.

als die Längen aufgetragen werden. Als Maßstab für die Längen wählt man am besten den eines vorhandenen Lageplans. Zum Abgreifen von nicht gemessenen Höhen oder zum Einzeichnen von Entwürfen wird das Profil in passenden Abständen mit Parallelen (Horizonten) versehen, die runden N. N.-Höhen entsprechen. Die eigentliche Profillinie, die Parallelen zu N. N., die den einzeln aufgenommenen Höhen-

punkten entsprechenden Senkrechten sowie die gemessenen Längen und Höhen werden meistens mit schwarzer Tusche ausgezogen bzw. eingeschrieben; Wasserlinien und Höhen von Wasserständen werden durch blaue Farbe unterschieden. Wichtige Punkte, wie Markungsgrenzen, Einmündungen u. dgl., werden besonders hervorgehoben. Im übrigen hat man sich bei der Ausarbeitung nach den jeweils bestehenden Vorschriften zu richten.

§ 27. Aufnahme und Ausarbeitung von Querprofilen.

Der Zweck der Querprofile ist insofern ein doppelter, als sie einerseits bei der Bearbeitung des Entwurfs Verwendung finden und andererseits die Grundlage für die Erdmassenberechnung bilden. Die Querprofile werden senkrecht bzw. radial zur Längsprofillinie, in Eckpunkten in der Winkelhalbierenden aufgenommen; ihre Ausdehnung vom Längsprofil aus nach rechts und links ist von den jeweiligen Verhältnissen abhängig und demnach sehr verschieden. Während in manchen Fällen eine seitliche Ausdehnung von je 20 m oder noch weniger genügt, können Fälle vorkommen, in denen man die Profile bis zu 50 m und noch mehr nach beiden Seiten ausdehnt. Die Entfernung zwischen den einzelnen Querprofilen ist abhängig vom Gelände und wechselt mit diesem; jedenfalls sind — mit Rücksicht auf die Erdmassenberechnung — Querprofile in allen Punkten aufzunehmen, in denen entweder ein Wechsel in der Steigung des Geländes oder ein Abweichen aus der Geraden in horizontalem Sinn stattfindet. In ebenem, gleichmäßigem Gelände werden die Querprofile in Abständen von 10—50 m gelegt. Die Absteckung der Profile senkrecht oder radial zur Achse wird z. B. mit Hilfe der Kreuzscheibe vorgenommen.

1. Die Aufnahme von Querprofilen

erfolgt in übersehbarem und wenig geneigtem Gelände mit Hilfe des Nivellierinstruments; in stark geneigtem Gelände

und im Wald verwendet man besser die Setzlatte. Bei größeren Wasserläufen benützt man die Peilstange.

a) Die Verwendung des Nivellierinstruments empfiehlt sich hauptsächlich dann, wenn die Steigung des Geländes derart, daß die Aufnahme eines Querprofils von nur einem Standpunkt oder nur zwei Standpunkten des Instruments aus möglich ist. Man stellt in diesem Fall das Instrument so auf, daß man von Sichthindernissen (Gebüschen u. dgl.) so wenig wie möglich beim Überblick über das ganze Profil gehindert ist, und bestimmt zunächst den Instrumentenhorizont durch Ablesen an der auf dem Achspfahl aufgehaltenen Latte; sodann werden die einzelnen Profilpunkte ihrer Lage und Höhe nach — gleichzeitig, so daß keine Bezeichnung der Punkte erforderlich ist — durch Einmessen vom Achspfahl aus und durch Ablesen an der Nivellierlatte (auf Zentimeter genau) bestimmt. Das Aufschreiben der gemessenen Längen und der Lattenablesungen erfolgt entweder auf Grund eines einfach zu entwerfenden Vordrucks oder an Hand einer einfachen Skizze (Fig. 138). Die Bezeichnung der Profile wird

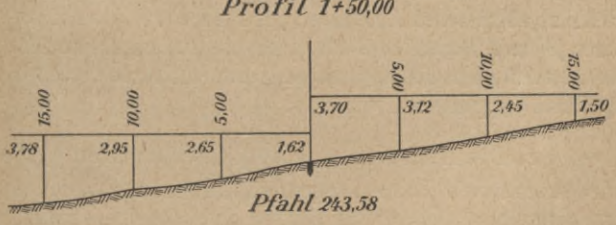


Fig. 138.

entsprechend derjenigen der Längsprofilpfähle durchgeführt.

b) Die Aufnahme von Querprofilen mit Hilfe der Setzlatte zeigt die Figur 139; die Aufschreibungen werden in einer dieser Figur ähnlichen Skizze ausgeführt.

c) Bei der Aufnahme der Querprofile von breiteren Flüssen

wird zwischen den zwei die Profilrichtung bestimmenden Uferpfählen eine Schnur oder ein Draht (Peilleine) gespannt, die mit einer an dem einen Pfahl beginnenden Teilung — je

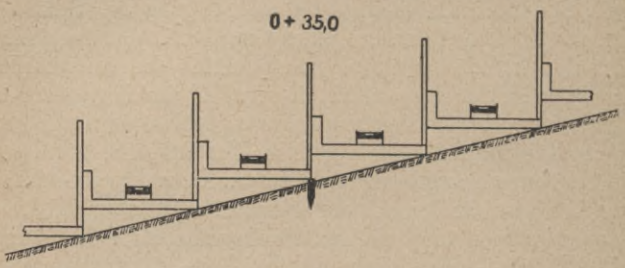


Fig. 139.

nach Bedarf von zwei zu zwei oder von fünf zu fünf Meter — versehen sind. Nachdem die N. N.-Höhe des zur Zeit der Aufnahme herrschenden Wasserstandes durch Abmessen — unter Umständen mit Hilfe der Setzlatte — vom Ausgangspfahl aus bestimmt ist, wird die Aufnahme derart vorgenommen, daß die Tiefe des Wassers vom Boot aus in meist gleichen, an der Peilleine abgelesenen Abständen mit Hilfe der Peilstange — einer je nach Bedarf 3, 5 oder mehr Meter langen, an ihrem unteren Ende mit einem Querbrett zum Aufsetzen versehenen Meßlatte — gemessen wird.

2. Die Aufzeichnung von Querprofilen

wird nicht wie beim Längsprofil „überhöht", sondern mit demselben Maßstab für Längen und Höhen — meistens 1 : 100 — ausgeführt. Mit Rücksicht auf die für die Zwecke der Erdmassenberechnung auf Grund der Querprofile auszuführenden Flächenbestimmungen verwendet man zum Aufzeichnen der Profile vielfach Millimeterpapier, auf dem sich die Flächenbestimmungen durch Zerlegen in schmale Trapeze in der früher beschriebenen Weise bequem ausführen lassen.

Verwendet man zum Aufzeichnen gewöhnliches Zeichenpapier, so werden die einzelnen Punkte vom Instrumentenhorizont aus aufgetragen, so daß man ihre Höhen nicht ausrechnen muß.

Die Ausarbeitung der Querprofile wird ähnlich derjenigen des Längsprofils vorgenommen; insbesondere ist jedes Profil mit einem durch die Pfahlhöhe bestimmten Horizont und der durch den Pfahl bestimmten Achse des Längsprofils zu versehen. Außer der Bezeichnung des Profils, der Pfahlhöhe und, nach Einzeichnung von Entwürfen, der Höhe in der Achse der Neuanlage werden gewöhnlich keine Zahlen eingeschrieben.

§ 28. Ausführung und Ausarbeitung von Flächennivellements.

Für viele Zwecke — z. B. zur Ausführung der allgemeinen Vorarbeiten, zur Bearbeitung von Stadtbauplänen, zur Anlage von Entwässerungen und Bewässerungen — eignet sich die Darstellung des Geländes durch Längsprofile in Verbindung mit Querprofilen nicht. Eine andere, für die angegebenen Zwecke bequemere Geländedarstellung besteht darin, daß man in dem betreffenden Lageplan für eine Anzahl Punkte die N. N.-Höhe des Geländes einschreibt. Ein besonders anschauliches Bild des Geländes erhält man, wenn man mit Hilfe der im Lageplan eingetragenen Höhenpunkte Höhenschichtlinien zeichnet. Die Festlegung der Höhenpunkte nach Lage und Höhe ist in wenig geneigtem Gelände die Aufgabe des Flächennivellements; in stark geneigtem Gelände treten an dessen Stelle die Verfahren der Tachymetrie[1]).

1. Die Ausführung der Aufnahme.

Für viele Zwecke genügt es, das Flächennivellement auf Grund vorhandener Katasterpläne (1 : 1000, 1 : 2500, 1 : 5000) vorzunehmen. Der Einmessung der Punkte in horizontalem

[1]) Vgl. Vermessungskunde Band III, Sammlung Göschen Bd. 862.

Sinn ist man in diesem Fall meistens enthoben, da genügend viele Punkte ihrer Lage nach bereits im Plan gegeben sind. Kommt es dabei vor, daß ein im Plane nicht gegebener Punkt aufgenommen werden soll, so läßt sich in wenig geneigtem Gelände seine Lage in einfachster Weise bestimmen.

Steht kein Katasterplan zur Verfügung oder sind in einem vorhandenen Katasterplan, z. B. infolge weiter Parzellierung, wenig Anhaltspunkte vorhanden oder muß die Aufnahme aus irgendeinem Grunde in einem größeren Maßstabe (1 : 500, 1 : 250, 1 : 100) vorgenommen werden, so hat man außer der Höhenmessung eine Lagemessung auszuführen, die entweder gleichzeitig oder in den meisten Fällen getrennt ausgeführt wird.

Das bei der Lagemessung anzuwendende Verfahren ist abhängig von der Beschaffenheit des Geländes. In ebenem Gelände verschafft man sich die aufzunehmenden Punkte dadurch, daß man das betreffende Gebiet mit einem Netz von Parallelen und Senkrechten zu einer Aufnahmelinie (z. B. einer Grenze) überzieht; sollen in diesem Fall aus irgendeinem Grunde der eine oder andere Geländepunkt, der nicht mit einem Netzeckpunkt zusammenfällt, aufgenommen werden, so läßt er sich in einfacher Weise auf das Netz einmessen.

In unebenem Gelände, wo es sich um die Aufnahme von unregelmäßig liegenden, den charakteristischen Formen des Geländes entsprechenden Punkten handelt, ist jeder Punkt für sich — z. B. durch rechtwinklige Koordinaten in bezug auf eine bequem liegende Aufnahmelinie — seiner Lage nach festzulegen. Für die Auswahl der Punkte denkt man sich die unregelmäßige Erdoberfläche durch einen sich ihr anschmiegenden, von lauter Dreiecken begrenzten Vielflächner ersetzt, dessen Eckpunkte die für die Aufnahme in Betracht kommenden Punkte vorstellen.

Der Abstand der aufzunehmenden Punkte ist abhängig von der Form des Geländes, vom Maßstab des herzustellenden

Höhenplanes und vom Höhenabstand der zu zeichnenden Schichtlinien. In ebenem Gelände wählt man die Punkte derart, daß ihr Abstand im Höhenplan nicht kleiner als 3 bis 5 cm ist.

Als Grundlage für die Höhenbestimmung wird ein von einem Festpunkt mit bekannter N. N.-Höhe ausgehendes und an einem solchen Punkt abschließendes Festpunktnivellement 2. Ordnung ausgeführt, das in passenden Abständen Anschlußpunkte für das Flächennivellement zu bestimmen hat. Sind keine Festpunkte mit bekannter N. N.-Höhe in der Nähe vorhanden, so genügt es bei Arbeiten geringen Umfangs, für einen Punkt die Höhe — unter Benützung einer topographischen Karte — anzunehmen und durch Nivellement zu übertragen.

Zur Ausführung des eigentlichen Flächennivellements verwendet man kein zu kleines, vor Benützung untersuchtes bzw. berichtigtes Instrument, so daß man auch bei Zielweiten von 300 m — ausnahmsweise bis zu 400 m — an der mindestens 4 m langen, für diese Zwecke nicht mehr in Zentimeter, sondern in halbe Dezimeter (Fig. 140) geteilten Latte bequem ablesen kann. Die Lattenablesungen werden je nach der Beschaffenheit des Bodens, dem Maßstab, dem Schichtlinienabstand des zu fertigenden Höhenplanes auf Zentimeter, halbe oder auch nur ganze Dezimeter gemacht. Um nicht vor jeder Ablesung die Libelle zum Einspielen bringen zu müssen, stellt man vor Beginn der Messung die Umdrehungsachse des Instruments gut senkrecht zur Libellenachse, so daß — abgesehen von kleinen Ausschlägen — die Libelle nach Vertikalstellung der Umdrehungsachse für längere Zeit in jeder Richtung des Fernrohrs einspielt. Bei Bestimmung des jeweiligen Instrumentenhorizontes durch unmittelbaren oder mittelbaren Anschluß an ein vorausgegangenes Festpunktnivellement

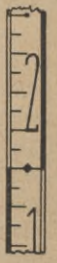


Fig. 140.

sollten stets mindestens zwei Ausgangspunkte benützt werden. Zum Aufschreiben der Höhenmessung ist ein Vordruck fast nicht erforderlich. Die aufgenommenen Punkte werden, in dem als Feldriß gezeichneten Lageplan und im Aufschrieb übereinstimmend, fortlaufend numeriert.

Bei gleichzeitiger Ausführung von Lage- und Höhenmessung sind zwei Beobachter erforderlich, von denen der eine die aufzunehmenden Punkte aussucht, mit Unterstützung eines Meßgehilfen einmißt und in den zu führenden Feldriß nach Lage und Nummer einträgt. Der zweite, die Höhenmessung ausführende Beobachter bedient das Nivellierinstrument und nimmt die Ablesungen an der von einem anderen Meßgehilfen in den eingemessenen Punkten aufgehaltenen Nivellierlatte vor. Wird die gesamte Arbeit von einem Beobachter ausgeführt, so nimmt dieser zunächst die Auswahl, Einmessung und Eintragung der aufzunehmenden Punkte für eine bestimmte Fläche vor; dabei wird jeder Punkt in einfacher Weise — z. B. mit einem mit der betreffenden Punktnummer versehenen Span — bezeichnet, so daß bei der nachfolgenden Höhenmessung der die Latte haltende Meßgehilfe die einzelnen Punkte bequem wieder auffindet.

2. Ausarbeiten von Höhenplänen.

Nachdem der genaue Eintrag der aufgenommenen Punkte in den Lageplan und die Berechnung ihrer N. N.-Höhen stattgefunden hat, werden die Höhenpunkte durch kleine Kreuze bezeichnet und die betreffenden N. N.-Höhen beigeschrieben. Durch Einzeichnen der Höhenschichtlinien wird nicht nur die Übersichtlichkeit in der durch die Höhenzahlen erreichten Geländedarstellung wesentlich erhöht, sondern die ganze Höhenaufnahme für den praktischen Gebrauch bei den verschiedensten technischen Arbeiten erst recht verwendbar gemacht.

Als Höhenschichtlinie oder Höhenkurve bezeichnet

man die Verbindungslinie von Geländepunkten mit derselben N. N.-Höhe. Man erhält jede Höhenschichtlinie als Schnittlinie des Geländes mit einer Horizontalebene von bestimmter N. N.-Höhe. Der Höhenabstand der Schichtlinien ist abhängig von den Geländeformen, dem Maßstab des Planes und dem Zweck des Planes. In den für technische Arbeiten in Betracht kommenden Karten und Plänen, also in den Maßstäben 1 : 5000, 1 : 2500, 1 : 1000 und größeren, werden die Höhenschichtlinien je nach Bedarf in Höhenabständen von 10 m, 5 m, 2,5 m, 1,25 m, 1,0 m, 0,5 m und 0,25 m gezeichnet.

Die Höhenschichtlinien erhält man dadurch, daß man einzelne ihrer Punkte zwischen den aufgenommenen und im Plan eingetragenen Höhenpunkten bestimmt. Dies geschieht in der Weise, daß man zwischen je zwei Punkten, von deren Verbindungslinie man annehmen kann, daß sie — abgesehen von geringen Abweichungen — mit dem Gelände zusammenfällt, Punkte mit den N. N.-Höhen der entsprechenden Höhenschichtlinien einschaltet.

Ist das Gelände sehr eben, so daß seine Formen in der Natur nicht zu erkennen sind, oder tritt der Fall ein, daß man das Gelände selbst nicht kennt und deshalb zunächst nicht weiß, zwischen welchen Punkten die Einschaltung von Schichtlinienpunkten möglich ist, so ist man gezwungen, sich dadurch ein Bild vom Gelände zu verschaffen, daß man die Höhenschichtlinien zunächst durch Schätzung einzeichnet. Bei der folgenden Punkteinschaltung sind dann solche Punktpaare zu wählen, deren Verbindungsgeraden ungefähr senkrecht zu den geschätzten Schichtlinien liegen.

Zur Bestimmung von Punkten der zu zeichnenden Höhenschichtlinien gibt es verschiedene Verfahren; das nächstliegende besteht darin, daß man den durch zwei Höhenpunkte A und B (Fig. 141) bestimmten vertikalen Geländeschnitt in die Planebene umklappt und dort die Schnittpunkte X', Y' und Z' der Geländegeraden $A'B'$ mit den zwischen den beiden Punkten A und B liegenden Höhenschichten bestimmt. Ein anderes Verfahren be-

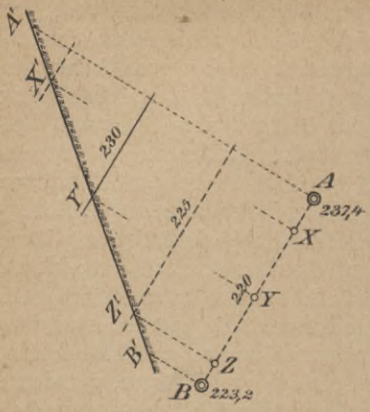


Fig. 141.

steht darin, daß man die Entfernungen der gesuchten Punkte von einem Höhenpunkt mit Hilfe des Rechenschiebers berechnet, nachdem man zuvor die Entfernung der beiden benützten Höhenpunkte dem Plan entnommen hat. Von den zahlreichen graphischen oder besser graphisch-mechanischen Hilfsmitteln zur Bestimmung von Punkten von Höhenschichtlinien mögen die beiden folgenden, einfach zu fertigenden angeführt sein:

a) Ein z. B. auf Pauspapier gezeichnetes Parallelennetz, bei dem zur Erhöhung der Übersichtlichkeit je die 5. bzw. 10. Parallele unterschieden ist, wird in der in der Figur 142 gezeichneten Weise auf die Punkte A und B gelegt, so daß die den Höhenlinien 225, 230 und 235 entsprechenden Punkte X, Y und Z mit Hilfe einer Nadel bezeichnet werden können. Die in der Figur in Klammer beigefügte Bezeichnung einiger Parallelen durch N. N.-Höhen wird mit Rücksicht auf den steten Wechsel der letzteren nicht durchgeführt.

Fig. 142.

b) Man benutzt ein Diagramm in Form von einem Streifen Millimeterpapier, das man mit Rücksicht auf flaches und steiles Gelände mit verschiedenen Bezifferungen versieht. In dieses Diagramm (Fig. 143) trägt man mit Hilfe des Zirkels die Strecke $A_1B_1 = AB$ an der der N. N.-Höhe des tiefer liegenden Punktes B entsprechenden Stelle ein und schlägt die abgeschrägte Kante eines Lineals derart an die Zirkelspitze in B_1 an, daß sie zu gleicher Zeit durch den auf derselben Geraden

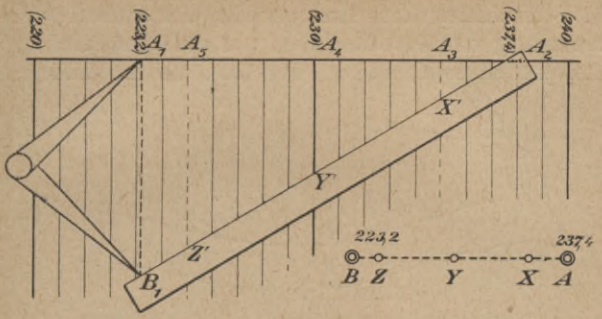


Fig. 143.

wie A_1 gelegenen Punkt A_2, welcher dort der N. N.-Höhe von A entsprechend gewählt wird, geht. Hält man das Lineal fest, so lassen sich die Strecken $AX = A_3X'$, $AY = A_4Y'$ und $AZ = A_5Z'$ mit dem Zirkel dem Diagramm entnehmen.

Nach Bestimmung genügend vieler Schichtlinienpunkte durch lineare Einschaltung erfolgt die Zeichnung der Schichtlinien selbst. Die Schichtlinienzeichnung wird erleichtert durch gelegentlich vorhandene „Leitlinien"; es sind dies Stücke von beliebigen Hilfsschichtlinien (Fig. 144), die durch mehrere aufgenommene, in der Höhe ganz oder nahezu über-

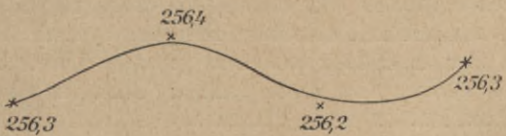


Fig. 144.

einstimmende Punkte bestimmt sind. Bei der Zeichnung der Schichtlinien sollte jeder aufgenommene Höhenpunkt berücksichtigt werden, so daß nach Fertigstellung der Zeichnung jeder aufgenommene Punkt die ihm seiner N. N.-Höhe nach zukommende Lage zwischen den beiden ihn einschließen-

den Schichtlinien hat. Man erreicht dies vielfach durch Verwendung von „Zwischenlinien"; es sind dies Stücke von beliebigen Hilfsschichtlinien (Fig. 145), die im einfachsten

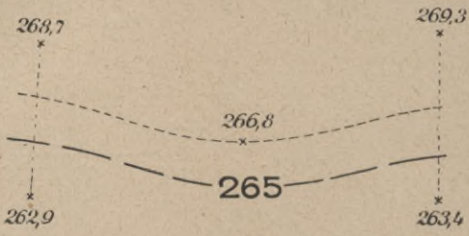


Fig. 145.

Fall durch einen aufgenommenen Punkt und zwei eingeschaltete Punkte bestimmt sind und eine ähnliche Rolle wie die Leitlinien spielen[1]).

Nachdem die einzelnen Schichtlinien gezeichnet wurden, kann man unter Beachtung der Genauigkeit der aufgenommenen Punkte die Schichtlinien auf Grund der durch sie bestimmten Rücken- und Muldenlinien gegenseitig anpassen.

Die Auszeichnung der Schichtlinien erfolgt gewöhnlich in brauner oder roter Farbe, wobei zur Erhöhung der Übersichtlichkeit einzelne Schichtlinien durch stärkere Linien oder durch lang und kurz gerissene Linien hervorgehoben werden. Um einen raschen Überblick über die Höhenschichtlinien eines Planes zu ermöglichen, schreibt man an einzelnen Linien die ihnen zukommende N. N.-Höhe an.

[1]) In dem fertigen Höhenplan bleiben Leitlinien und Zwischenlinien weg.

Sachverzeichnis.

Ablesefernrohr 92
Ableteverfahren bei der Streckenmessung 32
Abstecken von Geraden 24
— langer Lote 57
Abstecken von rechten Winkeln 38
— mit dem Dreiseitprisma 41
— mit dem Fünfseitprisma 42
— mit der Kreuzscheibe 38
— mit dem Winkelspiegel 40
Angabe der Libelle 103, 108, 116
Aufnahme einzelner Grundstücke 44
— von Gebäuden 47, 50
— eines kleineren Lageplanes 52
— von Längsprofilen 146
— von Querprofilen 150
Aufnahmelinie 47
Aufzeichnen von Höhenplänen 156
— von Lageplänen 58
— von Längsprofilen 149
— von Querprofilen 152
Ausfluchten einer Geraden 25

Barometrische Höhenmessung 91
Berichtigungsvorrichtungen 18, 96, 106, 121, 128, 135
Bezeichnung von Geraden 10
— von Höhenpunkten 135
— von Punkten 7
Boden- oder Unterlagsplatte 118

Deutliche Sehweite 94
Diopterinstrumente 14
Doppellibelle 103, 115, 127
Doppelnivellement 142
Dosenlibelle 110
Dreiseitprisma 18, 41

Einrichten 25
Einweisen 25
Empfindlichkeit der Libelle 103, 108, 116

Fadenkreuz 96
Feinnivellement 144
Feldriß 52, 156
Fernrohr 92, 115
— von Huygens 101
— von Kepler 94
— von Ramsden 101
— mit innerer Einstellinse 100
Fernrohrvergrößerung 98, 116
Festpunktnivellement 137, 155
Flächenbestimmung aus Feldmaßen 62
— aus Feld- und Planmaßen 69
— aus Planmaßen 65
— mit dem Planimeter 71
Flächennivellement 153
Flächenteilung 86
Fluchtstab 7
Freihandnivellierinstrument 116
Fünfseitprisma 21, 42

Gegenseitiges Einweisen 26
Gerade 10, 24, 55
Gradbogen 12, 34
Gradbogenverfahren bei der Streckenmessung 34
Gradscheibe 17
Graphische Flächenbestimmung 65
Günstigste Sehweite 94

Halbgraphische Flächenbestimmung 69
Handriß 52
Höhenmessung 6, 90, 135
Höhenplan 156
Höhenpunkt-Bezeichnung 135
Höhenschichtlinie 156
Horizontal- oder Lagemessung 6
Huygenssches Fernrohr 101
Hyperbeltafel 67

Innere Einstellinse 100
Instrumentalfehler 120
Instrumentenhorizont 138

Kammerlibelle 103
Keplersches Fernrohr 94
Kompensationsplanimeter 85
Koordinatenverfahren 47, 51, 64
Kreuzscheibe 14, 27, 38
Kreuzvisier 18
Kugelplanimeter 86

Lagemessung 6, 44
Lageplan 44, 52, 58
Längenmessung 29
Längsprofil 146
Lattenmeter 119
Lattenteilung 118
Libelle 92, 102, 115
Libellenprüfer 110
Linearplanimeter 85
Liniennetz 45, 50, 51
Lupe 93

Maßeinheiten 6, 61
Maßstab 58, 68, 149, 153
Meereshöhen 90
Meßband 11, 37
Meßlatten oder Meßstangen 10, 29
Meter 6, 38, 119

Nivellement 1. Ordnung 144
— 2. Ordnung 145
— 3. Ordnung 146
Nivellieren 90, 135
Nivellierinstrument 92, 112, 151, 155
— mit drehbarem Fernrohr 115, 127

Nivellierinstrument mit festem Fernrohr 115, 120
— mit umlegbarem Fernrohr 116, 133
Nivellierlatte 117
Nonagesimalteilung 7
Normalmeter 6, 38, 119
Normalnullhöhen 90

Pantograph 61
Papiereingang 69
Parallaxe 97
Peilleine 152
Peilstange 152
Pentaprisma 18
Planimeter 71
Polarplanimeter 71
Prismeninstrumente 18
Prismenkreuz 18, 22, 29
Prismentrommel 24
Punktbezeichnung 7, 135

Querprofil 147, 150

Ramsdensches Fernrohr 101
Rechter Winkel 7, 13, 38, 57
Röhrenlibelle 102

Scheibenplanimeter 86
Schneidelatten 11, 35
Schnurlot 12
Sehweite 94
Setzlatte 92, 111, 151
Sexagesimalteilung 7
Spiegelinstrumente 17
Spiegelkreuz 17, 28
St a iv112
Streckenverfahren 45, 50, 65
Stückmessung 5, 44

Transversalmaßstab 58
Trigonometrische Höhenbestimmung 91

Universalplanimeter 86
Unterlagsplatte 118

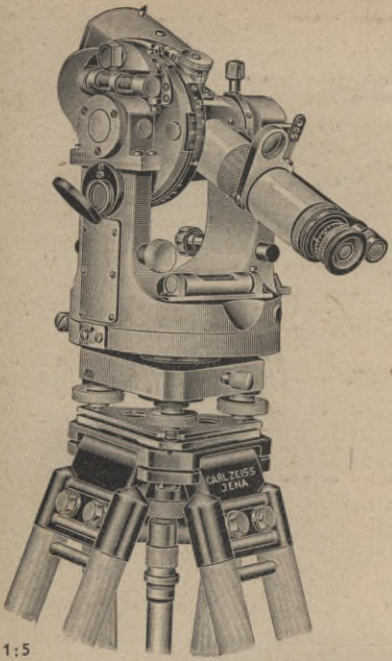
Vergleich der Aufnahmeverfahren 50
— der Rechtwinkelinstrumente 43
Vergleichsschiene 82
Vergrößerung von Plänen 61
Verkleinerung von Plänen 61
Vermessungsfläche 5
Vertikal- oder Höhenmessung 6, 90
Vervielfältigung von Plänen 60
Vierseitprisma 22

Wasserwage 92
Wechselpunkt 138
Wendelatte 142
Wendelibelle 103
Winkelprisma 18
Winkelspiegel 17, 40
Winkelspiegelprisma 18
Winkeltrommel 14

Zentesimalteilung 7
Zielachse 96
Zielfehler 98
Zielfernrohr 92
Zielmarke 96
Zielweite 139, 144, 146
Zugebeverfahren bei der Streckenmessung 35

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

S. 61



1:5

Optischer Präzisions-Distanzmesser für Festpunktbestimmung, Polygonierung und Stückvermessung

Unmittelbare Ablesung der Horizontal-Entfernung bis 200 m direkt auf 1/10 000 bis 1/5000 genau

Richtungsgenauigkeit 1/10^{c}—2/10^{c}

Große Ersparnis an Feldarbeitszeit

ZEISS

REDUKTIONS-TACHYMETER „REDTA"
(Bosshardt-Zeiss)

DRUCKSCHRIFTEN CARL ZEISS JENA KOSTENFREI DURCH

CARL ZEISS JENA

BERLIN · HAMBURG · KÖLN · WIEN

Pelikan Graphos

Der Tusche-Füllhalter mit Federn für jede Technik

für das Schreiben von KUNSTSCHRIFT

Olympia

für das technische ZEICHNEN

für das Arbeiten mit dem ZIRKEL

für das freihändige ZEICHNEN

Ausführliche Druckschrift auf Wunsch

GÜNTHER WAGNER, HANNOVER

Ein wertvoller Ratgeber

für jeden technischen Fachmann ist unser 778 Seiten starker Hauptkatalog. Für Vermessungstechniker besonders wertvoll die umfassende Übersicht von Meßgeräten und Vermessungs-Instrumenten u. a:

Theodolite • Nivellierinstrumente • Nivellierlatten • Fluchtstäbe • Stahl- und Leinenbandmaße • Winkelprismen • Meßtische

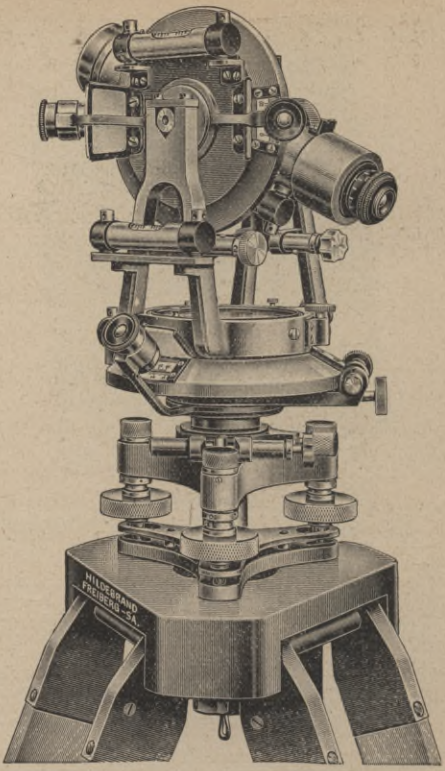
Sie erhalten den Katalog auf Wunsch kostenlos

Gebr. Wichmann

Zeichengeräte, Vermessungsinstrumente, Techn. Papiere, Lichtpausanlagen

Berlin NW 7 Marienstr. 19—20

Verkaufsräume: Karlstraße 13—14



Kleinster Bussolentheodolit

von **MAX HILDEBRAND**

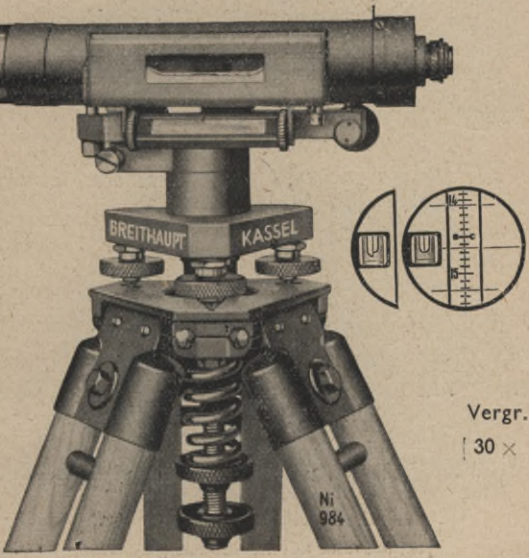
früher August Lingke & Co. / G. m. b. H.

FREIBERG IN SACHSEN

Werkstätten für wissenschaftliche Präzisions-Instrumente / Gegr. 1791

BREITHAUPT

Ingenieur Nivellier „Naguk“



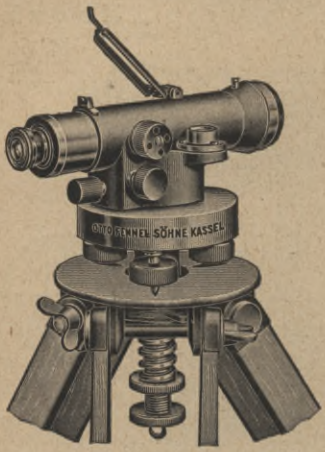
Vergr.
30 ×

Schnelles und sicheres Einstellen auf jeglichem Gelände mittels seitlich gelagerter Feinkippschraube . Beobachtung der Libellenblasenenden im Gesichtsfeld. — Verlangen Sie kostenlos unsere Prospekte

F. W. BREITHAUPT & SOHN - KASSEL 38

Fabrik geodätischer Instrumente - Gegr. 1762

FENNEL-



Nivelliere u. Theodolite

gewährleisten
genaueste Messungs-
ergebnisse

Dabei größte Feld-
tüchtigkeit

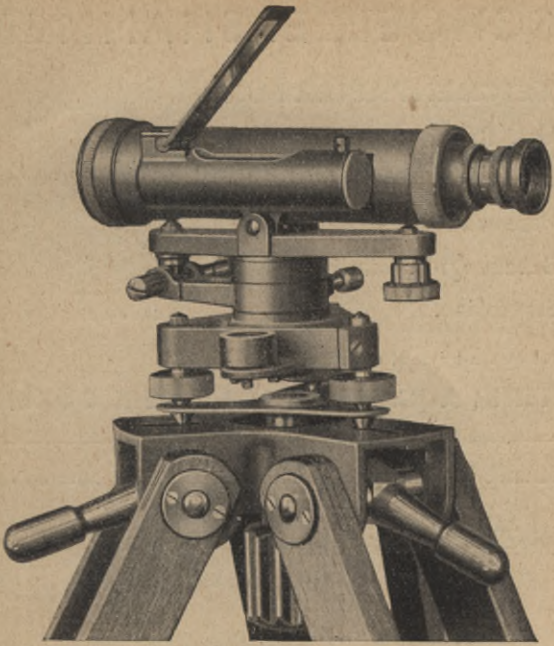
Tachymeter Hammer-Fennel

sofortiges Ablesen von Höhenunter-
schied und der horizontal gemesse-
nen Entfernung

Bitte fordern Sie Sonderkataloge an

Otto Fennel Söhne K.-G. Kassel 47

Ruf 31034 • Seit 1851



Heyde

Nivellier-, Bussolen-Instrumente

Theodolite, Tachymeter

seit über 60 Jahren

Verlangen Sie Katalog!

G. Heyde K.-G., Dresden 23

SCHOELLERSHAMMER

ZEICHENPAPIER FÜR

Ur-, Rein-, Übersichts- und Ergänzungskarten, Linienumrisse und Einschätzungsrisse Bebauungs-, Fluchtlinien- und Stadtpläne.

Nur echt mit dieser Schutzmarke

Alleinige Hersteller:

HEINR. AUG. SCHOELLER SÖHNE, DÜREN

Berliner Lithographisches Institut Julius Moser

Gegründet 1861

Entwurf, Herstellung, Drucklegung von

geologischen, topographischen, statistischen Karten, Profilen, Stadtplänen

Eigene kartographische Abteilung

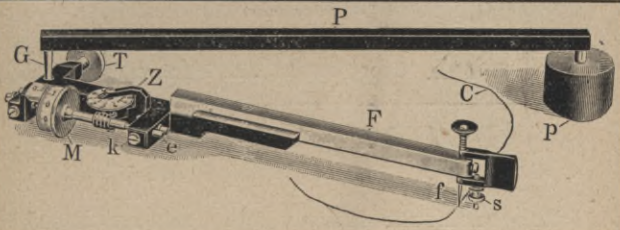
Lieferanten größter staatlicher u. kommunaler Behörden

Berlin W 35, Potsdamer Straße 91

A. OTT, KEMPTEN (BAYERN)

Planimeter f. die verschiedensten Zwecke

Präzisions-Pantographen



Koordinatographen

Affini-Pantographen

Th. Rosenberg Inh. W. Lummert

Am Tempelhofer Berg 7 **Berlin SW 29** Fernspr.: Berlin 66 69 02

Werkstätte für alle Zweige des Vermessungswesens

Instrumente für Basis-Messung
mittels horizontaler Distanzlatte nach H. Böhler und

Jäderin-Basis-Meßverfahren

Nivellier-Instrumente m. Kippschraube n. Geheimr. Vogler

Stereoskope (Bildbetracht.) nach Dr.-Ing. H. Lüscher v. Reichswehrministerium

Einfache Quadratnetzzeichner D. R. G. M. 334554 nach Otto Schleicher

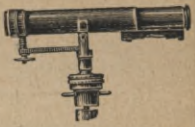
Spezialität: Umteilung von Kreisen in Neugrad-(400g-) Teilung nach den neuesten amtlichen Bestimmungen

Nur bewährte Konstruktionen. Gegründet 1885. Beste Referenzen! Solide exakte Arbeit. Ill. Kataloge gratis!

Nivellier-Instrumente

modernster Bauart, unveränderliche Justierung

Spezial.: Taschen-Nivelliere
mit 90° Winkelmesser
RM 44.—, ohne Winkelmesser RM 36.—. Theodolite, Meßgeräte, Reißzeuge, Zeichenmaterial



Illustrierte Preisliste gratis!

Gegr. 1886

Georg Butenschön • Bahrenfeld b. Hamb.

BOGDAN GISEVIUS

Berlin W 35, Bülowstraße 66 · Begründet 1875

Lithographische Anstalt und Steindruckerei

Anfertigung und Vervielfältigung von Stadtplänen, Vermessungsplänen, Gemarkungskarten, Rissen und Gutskarten.

Vermessungsinstrumente
Vermessungsgeräte und Zubehör. Zeichnungsmöbel, Zeichenmaschinen
Lichtpausanlagen, maßhaltige Zeichenstoffe.

G. SCHABEROW BERLIN C2

GERTRAUDENSTR. 23 • Verlang. Sie Katalog

Nr. 338 V

Das neue

Hensoldt

KREUZVISIER

für 100g und 200g ohne Spiegelbelag

Vorzüge des neuen Modells: Eintritt u. Austritt der Strahlen rechtwinklig zu jedem Prisma. Helle, unveränderliche, farbenreine Bilder

Sonderliste Kv. kostenlos

M. Hensoldt & Söhne

Opt. Werke A. G. • Wetzlar

PREIS RM 15.—

THEODOLITE

UND NIVELLIERE

GEBRÜDER MILLER, INNSBRUCK

VERLANGEN SIE AUSFÜHRL. BROSCHÜRE 1552

STABIL

MARABU STABIL
Garantie-Marke für Spitzenleistung

Mathematisch
genau
bleibend

unzerbrechlich

Zeichen-
geräte aus
deutschem
KUNSTSTOFF

MARABUWERKE A.G. TAMM • WÜRTT.

Versandhaus für Vermessungswesen

Schmidt & Süsse, Kom.-Ges.

Kassel 22, Hohenzollernstr. 3,
Fernruf: 30642

Vermessungsbedarf Theodolite, Nivellier-Instrumente und -Latten, Winkelprismen, Meßlatten und Fluchtstäbe, Bandmaße, Pantographen, Planimeter, Reißzeuge, Rechenschieber, Maßstäbe, Dreiecke, Zeichen- u. Pauspapiere, Schreibmaterial, Formulare, Fachliteratur

Prospekt unentgeltlich

Auslieferungslager in Breslau,
Gartenstr. 33 — Fernruf 34852

Bezirks-Vertretung Berlin N 65
Lynarstr. 5/6, Fernruf: 467653

Prof. Dr.-Ing. P. Werkmeister

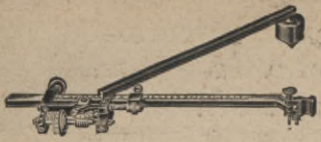
Vermessungskunde

II. Messung von Horizontalwinkeln, Festlegung von Punkten im Koordinatensystem, Absteckungen.
4. Auflage. Mit 93 Abbildungen. 147 Seiten. 1939.

III. Trigonometrische und barometrische Höhenmessung, Tachymetrie und Topographie.
3. Auflage. Mit 63 Figuren. 144 Seiten. 1934.

Jeder Band in Leinen geb. RM 1.62

VERLAG
WALTER DE GRUYTER & CO
BERLIN W 35



POLAR-
PLANIMETER
TRANS-
PORTEURE

Katasterreißfedern
Katasternullzirkel
Winkelprismen
aus optisch reinem Glas

Geb. HAFF GmbH. Pfronten - Ried (Allgäu)
gegr. 1835 **Postfach Nr. 143**

Mars-Lumograph

für einwandfreie Zeichnungen
und tadellose Lichtpausen!
D.R.P. 19 Härtegrade

J. S. STAEDTLER
MARS-Bleistiftfabrik NÜRNBERG

Die Reichskartenwerke

mit besonderer Behandlung der Darstellung der Bodenformen

Von WILHELM KLEFFNER

Techn. Oberinspektor im Reichsamt für Landesaufnahme

Groß-Oktav. VI, 108 Seiten mit 56 Abbildungen im Text und 16 Kartenbeilagen. 1939. Geb. RM 6.—

Aus dem Inhalt: Teil I: Karten. 1. Die geodätischen Grundlagen für die Karte. 2. Von der Natur der Karten. 3. Die amtlichen Kartenwerke und die Art ihrer Geländedarstellung. 4. Seekarten und geologische Karten. Teil II: Kartenvervielfältigung. A. Geodätische Maßhaltigkeit und Genauigkeit bei der Vervielfältigung von Karten. Teil III: Betrachtung einiger in- und ausländischer amtlicher Kartenwerke unter besonderer Berücksichtigung der Art ihrer Geländedarstellung.

Kartographie

Ihre Aufgaben und Bedeutung für die Kultur der Gegenwart

Von MAX ECKERT-GREIFENDORFF†

Oktav. VII, 437 Seiten. 1939. Geb. RM 15.—

Auf Grund seiner ein halbes Jahrhundert umfassenden Erfahrungen und Studien gibt der Altmeister der deutschen Kartographie, Max Eckert-Greifendorff, in diesem seinem letzten Buche einen Überblick über das gesamte Gebiet der Kartenwissenschaft. Gleichsam als Fortsetzung und willkommene Ergänzung seines zweibändigen Standardwerkes „Die Kartenwissenschaft" wird ein anschauliches Bild vom derzeitigen Stand kartographischer Wissenschaft und Forschung gegeben. Richtungweisend legt das Werk fest, was dem heutigen kartographischen Schaffen von wirklichem Nutzen ist. Ausgehend von den Grundelementen der wissenschaftlichen Kartographie weist der Verfasser mit überzeugender Eindringlichkeit auf die kulturellen Aufgaben der Kartographie hin. In schlüssiger Form zeigt er das Eingreifen der Karte in die Forschung und welch hohe Bedeutung ihr als Kulturträger zukommt. So gibt das Buch eine Fülle von Anregungen sowie Hinweise auf neue Wege und Ziele kartographischer Forschung, die in der Forderung nach einem „Deutschen Kartographischen Forschungsinstitut" gipfeln.

VERLAG WALTER DE GRUYTER & CO

BERLIN W 35

Sammlung Göschen Bd. 468: Werkmeister, Vermessungskunde I. Geb. RM 1.62. Verantwortlich für den Anzeigenteil: Kurt Dittrich, Berlin. Neudruck 3000. Anzeigen n. Pl.

Mathematische und verwandte Literatur
in Auswahl
WALTER DE GRUYTER & CO. / BERLIN W 35

a) AUS DER SAMMLUNG GÖSCHEN

Geschichte der Mathematik. Von Prof. Dr. Heinrich Wieleitner. 2 Bände.
I: Von den ältesten Zeiten bis zur Wende des 17. Jahrhunderts. 136 Seiten. Neudruck 1939. II: Von 1700 bis zur Mitte des 19. Jahrhunderts. 154 Seiten. Neudruck 1939. (Samml. Göschen Nr. 226, 875) Geb. je RM. 1.62

Fünfstellige Logarithmen. Mit mehreren graphischen Rechentafeln und häufig vorkommenden Zahlwerten. Von Professor A. Adler. Zweite Aufl. 117 S. u. 1 Taf. (Samml. Göschen Bd. 423) . . . Geb. RM. 1.62

Vierstellige Tafeln und Gegentafeln für logarithmisches und trigonometrisches Rechnen in zwei Farben zusammengestellt. Von Professor Dr. Hermann Schubert. Neue Ausgabe von Dr. Robert Haußner, o. ö. Professor an der Universität Jena. 177 Seiten. Neue, verbesserte Auflage. 1940. (Samml. Göschen Bd. 81) . . . . . Geb. RM. 1.62

Mathematische Formelsammlung. Von Professor O. Th. Bürklen †. Vollständig umgearbeitete Neuausgabe von Dr. F. Ringleb. Mit 37 Figuren. Dritte, verbesserte Auflage. Neudruck. 272 Seiten. 1939. (Sammlung Göschen Bd. 51) . . . . . Geb. RM. 1.62

Formelsammlung zur praktischen Mathematik. Von Dr. Günther Schulz. Mit 10 Abbild. 147 S. 1937. (Sammlung Göschen Bd. 1110.) Geb. RM. 1.62

Mengenlehre. Von Professor Dr. E. Kamke. Mit 6 Figuren. 160 Seiten. 1928. (Samml. Göschen Bd. 999) . . . . . Geb. RM. 1.62

Arithmetik. Von Studienrat Prof. Paul B. Fischer. Mit 19 Abbildungen. 152 Seiten. 1938. (Sammlung Göschen Bd. 47) . . . . Geb. RM. 1.62

Elementare Algebra vom höheren Standpunkt. Von Dr. Wolfgang Krull, o. Professor an der Universität Bonn. Mit 6 Zeichnungen. 143 Seiten. 1939. (Sammlung Göschen Bd. 930.) . . . . . Geb. RM. 1.62

Höhere Algebra. Von Dr. Helmut Hasse, o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Göttingen.
I: Lineare Gleichungen. Zweite, verbesserte Auflage. 152 Seiten. 1933. (Samml. Göschen Bd. 931) . . . . . Geb. RM. 1.62
II: Gleichungen höheren Grades. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 5 Fig. 158 Seiten. 1937. (Samml. Göschen Bd. 932) Geb. RM. 1.62

Aufgabensammlung zur höheren Algebra. Von Dr. Helmut Hasse, o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Göttingen. 160 Seiten. 1934. (Sammlung Göschen Bd. 1082) . . . . . Geb. RM 1.62

Einführung in die Zahlentheorie. Von Dr. Arnold Scholz, Dozent der Mathematik an der Universität Kiel. 136 Seiten. 1939. (Sammlung Göschen Band 1131) . . . . . Geb. RM. 1.62

Gruppentheorie. Von Dr. Ludwig Baumgartner in München. Mit 8 Figuren. 120 Seiten. 1921. (Samml. Göschen Bd. 837) . . . . . Geb. RM. 1.62

Determinanten. Von Studienrat Professor Paul B. Fischer. Dritte, verbesserte Auflage. Durchgesehener Neudruck. 136 Seiten. 1932. (Samml. Göschen Bd. 402) . . . . . Geb. RM. 1.62

Differentialrechnung. Von Prof. Dr. A. Witting, Oberstudienrat i. R. in Dresden. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 94 Figuren und 189 Beispielen. 191 Seiten. 1936. (Samml. Göschen Bd. 87) . . Geb. RM. 1.62

Integralrechnung. Von Prof. Dr. A. Witting, Oberstudienrat i. R. in Dresden. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 62 Figuren und 190 Beispielen. 176 Seiten. 1940. (Samml. Göschen Bd. 88) . . . . Geb. RM. 1.62

Repetitorium und Aufgabensammlung zur Differentialrechnung. Von Professor Dr. A. Witting. Mit 58 Figuren und 405 Beispielen und Aufgaben. 136 Seiten. 1935. (Samml. Göschen Bd. 146) . Geb. RM. 1.62

Repetitorium und Aufgabensammlung zur Integralrechnung. Von Prof. Dr. A. Witting. Mit 32 Figuren und 305 Beispielen. 118 Seiten. 1934. (Samml. Göschen Bd. 147) . . . . . Geb. RM. 1.62

Elementare Reihenlehre. Von Dr. Hans Falckenberg, Professor an der Universität Gießen. Mit 4 Figuren im Text. 136 Seiten. 1926. (Samml. Göschen Bd. 943) . . . . . Geb. RM. 1.62

Komplexe Reihen nebst Aufgaben über reelle und komplexe Reihen. Von Dr. Hans Falckenberg, Professor an der Universität Gießen. Mit 3 Figuren im Text. 140 Seiten. 1931. (Samml. Göschen Bd. 1027) . Geb. RM. 1.62

Gewöhnliche Differentialgleichungen. Von Prof. Dr. G. Hoheisel. Dritte, neubearbeitete Auflage. 126 Seiten. 1938. (Samml. Göschen Bd. 920) Geb. RM. 1.62

Aufgabensammlung zu den gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen. Von Professor Dr. G. Hoheisel. 148 Seiten. 1933. (Sammlung Göschen Bd. 1059) . . . . . Geb. RM. 1.62

Integralgleichungen. Von Prof. Dr. G. Hoheisel. 136 Seiten. 1936. (Samml. Göschen Bd. 1099) . . . . . Geb. RM. 1.62

Variationsrechnung I. Von Dr. Lothar Koschmieder, o. Professor an der Deutschen Technischen Hochschule in Brünn. Mit 21 Fig. 128 Seiten. 1933. (Samml. Göschen Bd. 1074) . . . . . Geb. RM. 1.62

Elemente der Funktionentheorie. Von Dr. Konrad Knopp, o. Prof. an der Universität Tübingen. Mit 23 Fig. 144 Seiten. 1937. (Samml. Göschen Bd. 1109.) . . . . . Geb. RM. 1.62

Funktionentheorie. Von Dr. Konrad Knopp, o. Professor an der Universität Tübingen.

Erster Teil: Grundlagen der allgemeinen Theorie der analytischen Funktionen. Mit 8 Figuren. Fünfte, verbesserte Auflage. 136 Seiten. 1937. (Samml. Göschen Bd. 668) . . . . . Geb. RM. 1.62

Zweiter Teil: Anwendungen und Weiterführung der allgemeinen Theorie. Mit 7 Figuren. Vierte, verbesserte Auflage. 138 Seiten. 1931. (Samml. Göschen Bd. 703) . . . . . Geb. RM. 1.62

Aufgabensammlung zur Funktionentheorie. Von Dr. Konrad Knopp, o. Professor an der Universität Tübingen.

Erster Teil: Aufgaben zur elementaren Funktionentheorie. Zweite, verbesserte Auflage. 136 Seiten. 1931. (Samml. Göschen Bd. 877) Geb. RM. 1.62

Zweiter Teil: Aufgaben zur höheren Funktionentheorie. 143 Seiten. 1928. (Samml. Göschen Bd. 878) . . . . . Geb. RM. 1.62

Einführung in die konforme Abbildung. Von Dr. Ludwig Bieberbach, o. ö. Professor an der Universität Berlin. Dritte Auflage. Mit 42 Zeichnungen. 136 Seiten. 1937. (Samml. Göschen Bd. 768). Geb. RM. 1.62

Ebene und sphärische Trigonometrie. Von Professor Dr. Gerhard Hessenberg. Mit 59 Figuren. Vierte Auflage, unveränderter Neudruck. 171 Seiten. 1940. (Samml. Göschen Bd. 99) . . . . . Geb. RM. 1.62

Analytische Geometrie der Ebene. Von Dr. R. Haußner, o. ö. Professor an der Universität Jena. Zweite, verb. Auflage. Mit 60 Figuren. 164 Seiten. 1934. (Samml. Göschen Bd. 65) . . . . . Geb. RM. 1.62

Sammlung von Aufgaben und Beispielen zur analytischen Geometrie der Ebene mit den vollständigen Lösungen. Von Dr. R. Haußner, o. ö. Professor an der Universität Jena. Mit 22 Figuren im Text. 139 Seiten. 1933. (Samml. Göschen Bd. 256) . . . . . Geb. RM. 1.62

Analytische Geometrie des Raumes. Von Dr. Robert Haußner. o. ö. Professor an der Universität Jena. Mit 36 Figuren im Text. 132 Seiten. 1935. (Samml. Göschen Bd. 89) . . . . . Geb. RM. 1.62

Koordinatensysteme. Von Professor Paul B. Fischer, Studienrat am Gymnasium zu Berlin-Steglitz. Mit 8 Figuren. Zweite, verbesserte Auflage. 128 Seiten. 1919. (Samml. Göschen Bd. 507) . . . Geb. RM. 1.62

Nichteuklidische Geometrie. Von Professor Dr. Richard Baldus. Mit 71 Figuren. 152 Seiten. 1927. (Samml. Göschen Bd. 970) . . Geb. RM. 1.62

Algebraische Kurven. Neue Bearbeitung von Prof. Dr. H. Wieleitner.

Erster Teil: Gestaltliche Verhältnisse. Mit 97 Figuren. Durchgesehener Neudruck. 146 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 435) Geb. RM. 1.62

Zweiter Teil: Allgemeine Eigenschaften. Mit 35 Figuren. 123 Seiten. Neudruck 1939. (Samml. Göschen Bd. 436) . . . . . Geb. RM. 1.62

Projektive Geometrie. Von Professor Dr. Karl Doehlemann. Neue einbändige Ausgabe von Dr. H. Timerding, Prof. an der Technischen Hochschule Braunschweig. Mit 37 Figuren. 131 Seiten. 1937. (Samml. Göschen Bd. 72) . . . . . Geb. RM. 1.62

Aufgabensammlung zur projektiven Geometrie. Von Dr. H. Timerding, Professor an der Technischen Hochschule Braunschweig. Mit 65 Figuren. 140 Seiten. 1933. (Sammlung Göschen Bd. 1060). . . . Geb. RM. 1.62

Differentialgeometrie I: Raumkurven und Anfänge der Flächentheorie. Von Dr. Rudolf Rothe, o. Professor an der Technischen Hochschule Berlin. Mit 32 Abbildungen. 132 Seiten. 1937. (Samml. Göschen Bd. 1113) . . . . . Geb. RM. 1.62

Vektoranalysis. Von Dr. Siegfried Valentiner, Professor für Physik an der Bergakademie Clausthal. Mit 16 Figuren. Fünfte, erneut durchges. Auflage. 136 Seiten. 1938. (Samml. Göschen Bd. 354) . Geb. RM. 1.62

Darstellende Geometrie. Von Dr. Robert Haußner, o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Jena.

Erster Teil: Elemente; Ebenflächige Gebilde. Fünfte, unveränderte Auflage. Mit 110 Figuren im Text. 207 Seiten. 1940. (Samml. Göschen Bd. 142) . . . . . Geb. RM. 1.62

Zweiter Teil: Perspektive ebener Gebilde; Kegelschnitte. Dritte, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 88 Figuren im Text. 168 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 143) . . . . . Geb. RM. 1.62

Dritter Teil: Zylinder, Kegel, Kugel, Rotations- und Schraubenflächen, Schattenkonstruktionen, Axonometrie. Von Dr. Robert Haußner, o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Jena, und Dr. Wolfgang Haack, Professor für Mathematik an der Technischen Hochschule Karlsruhe. Mit 65 Figuren im Text. 141 S. 1931. (Sammlung Göschen Bd. 144) Geb. RM. 1.62

Vierter Teil: Freie und gebundene Perspektive, Photogrammetrie, kotierte Projektion. Von Dr. Robert Haußner, o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Jena, und Dr. Wolfgang Haack, Professor für Mathematik an der Techn. Hochschule Karlsruhe. Mit 76 Figuren im Text. 144 Seiten. 1933. (Samml. Göschen Bd. 1063). Geb. RM. 1.62

Wahrscheinlichkeitsrechnung. Von Professor Dr. Otto Knopf. I. 112 Seiten. 1923. II. Mit 10 Figuren. 112 Seiten. 1923. (Samml. Göschen Bd. 508 und 871) . . . . . Geb. je RM. 1.62

Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Von Professor Wilhelm Weitbrecht. Zweite, veränderte Auflage.

I. Teil: Ableitung der grundlegenden Sätze und Formeln. Mit 8 Figuren. Neudruck. 127 Seiten. 1938. (Samml. Göschen Bd. 302) Geb. RM. 1.62

II. Teil: Zahlenbeispiele. Mit 8 Figuren. Neudruck. 141 Seiten. 1920. (Samml. Göschen Bd. 641) . . . . . Geb. RM. 1.62

Versicherungsmathematik. Von Dr. Friedrich Böhm, Professor an der Universität München.

I. Elemente der Versicherungsrechnung. 2., vermehrte u. verbesserte Auflage. 144 Seiten. 1937. (Sammlung Göschen Bd. 180) Geb RM. 1.62

II. Lebensversicherungsmathematik. Einführung in die technischen Grundlagen der Sozialversicherung. 171 Seiten. 1926. (Samml. Göschen Bd. 917) . . . . . Geb. RM. 1.62

Politische Arithmetik. (Zinseszinsen-, Renten- und Anleiherechnung.) Von Dr. Emil Foerster, Honorardozent an der Technischen Hochschule in Wien. Mit 7 Figuren. 155 Seiten. 1924. (Samml. Göschen Bd. 879) Geb. RM. 1.62

Graphische Darstellung in Wissenschaft und Technik. Von Professor Dr. M. Pirani. Zweite, verbesserte Auflage, besorgt durch Dr. I. Runge. Mit 71 Abbildungen. 149 Seit. 1931. (Samml. Göschen Bd. 728) Geb. RM. 1.62

Numerische Integration. Von Professor Dr. Fr. A. Willers. Mit 2 Figuren. 116 Seiten. 1923. (Samml. Göschen Bd. 864) . . . . Geb. RM. 1.62

Graphische Integration. Von Professor Dr. Fr. A. Willers. Mit 53 Figuren. 142 Seiten. 1920. (Samml. Göschen Bd. 801) . . . . Geb. RM. 1.62

Praktisches Zahlenrechnen. Von Professor Dr.-Ing. P. Werkmeister. Mit 60 Figuren. Zweite, verbesserte Auflage. 136 Seiten. 1929. (Samml. Göschen Bd. 405). . . . . Geb. RM. 1.62

Mathematische Instrumente. Von Professor Dr. Fr. A. Willers. Mit 68 Figuren. 144 Seiten. 1926. (Samml. Göschen Bd. 922) . . Geb. RM. 1.62

Geodäsie (Landesvermessung u. Erdmessung). Von Prof. Dr. Gustav Förster. Mit 33 Figuren. 122 Seiten. 1927. (Samml. Göschen Bd. 102) Geb. RM. 1.62

Vermessungskunde. Von Professor Dr.-Ing. P. Werkmeister.

I: Stückmessung und Nivellieren. Mit 145 Figuren. Sechste Auflage. 162 Seiten. 1938. (Samml. Göschen Bd. 468) . . . Geb. RM. 1.62

II: Messung von Horizontalwinkeln, Festlegung von Punkten im Koordinatensystem. Absteckungen. Mit 93 Figuren. Vierte Auflage. 147 Seiten. 1939. (Samml. Göschen Bd. 469) . . . Geb. RM. 1.62

III: Trigonometrische und barometrische Höhenmessung. Tachymetrie und Topographie. Mit 63 Figuren. Dritte Auflage. 144 Seiten. 1934. (Samml. Göschen Bd. 862) . . . . . Geb. RM. 1.62

Graphische Statik mit besonderer Berücksichtigung der Einflußlinien. Von Dipl.-Ing. Otto Henkel, Bauingenieur und Studienrat an der Baugewerkschule in Erfurt. 2 Teile. 2. Auflage. 1929. (Samml. Göschen Bd. 603 u. 695) . . . . . Geb. je RM. 1.62

Statik. I. Teil: Die Grundlagen der Statik starrer Körper. Von Professor Dr.-Ing. Ferd. Schleicher in Berlin. Mit 47 Abbildungen. 143 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 178) . . . . . Geb. RM. 1.62

Dynamik. Von Prof. Dr. Wilhelm Müller. I: Dynamik des Einzelkörpers. Mit 70 Figuren. 160 Seiten. 1925. (Samml. Göschen Bd. 902) Geb. RM. 1.62 II: Dynamik von Körpersystemen. Mit 51 Figuren. 137 Seiten. 1925. (Samml. Göschen Bd. 903) . . . . . Geb. RM. 1.62

Hydraulik. Von Professor Dipl.-Ing. W. Hauber in Stuttgart. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Neudruck. Mit 45 Figuren. 156 Seiten. 1925. (Samml. Göschen Bd. 397) . . . . . Geb. RM. 1.62

Elastizitätslehre für Ingenieure. Von Professor Dr.-Ing. Max Enßlin an der Höheren Maschinenbauschule Eßlingen. 2 Bde. (Samml. Göschen Bd. 519 und 957) . . . . . Geb. je RM. 1.62

Einführung in die geometrische Optik. Von Dr. W. Hinrichs, Berlin-Wilmersdorf. Mit 56 Figuren. Zweite, verbesserte Auflage. 143 Seiten. 1924. (Samml. Göschen Bd. 532) . . . . . Geb. RM. 1.62

Technische Tabellen und Formeln. Von Reg.-Baurat a. D. Prof. Dr.-Ing. W. Müller. Mit 105 Figuren. Dritte, verbesserte und erweiterte Auflage. 151 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 579) . . . . . Geb. RM. 1.62

b) WEITERE LITERATUR

Journal für die reine und angewandte Mathematik. Gegründet von A. L. Crelle 1826. Herausgegeben von Helmut Hasse. Band 1—140 Preise auf Anfrage, Band 141—144 je RM. 16.—, Band 145—147 je RM. 12.—, Band 148—151 je RM. 10.—, Band 152 RM. 12.—. Band 153 RM. 17.50, Band 154 RM. 30.—, Band 155 u. 156 je RM. 36.— Band 157 u. 158 (Jubiläumsband I/II), Band 159—166 je RM. 36.—. Band 167 RM. 56.—, Band 168 RM. 36.—, Band 169 RM. 35.—, Band 170 RM. 35.—, Band 171—182 je RM. 30.—.

Das von A. L. Crelle gegründete „Journal für die reine und angewandte Mathematik" darf auf eine über hundertjährige ruhmvolle Vergangenheit zurückblicken. Seit seiner Gründung im Jahre 1826 wurde es der Sammelplatz für die Arbeiten der großen Männer, welche seit dieser Zeit der Mathematik einen neuen Aufschwung gaben.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Herausgegeben ab Band 51 von der Preußischen Akademie der Wissenschaften. Jeder der neueren Jahrgänge umfaßt etwa 10 Hefte à 10 Druckbogen. Preis jedes Heftes RM. 18.—. Die Preise der früheren Jahrgänge werden auf Wunsch mitgeteilt.

Das „Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik" bringt eingehende Besprechungen sämtlicher periodischen und nichtperiodischen Neuerscheinungen auf dem Gebiete der Mathematik und ihrer wichtigsten Anwendungen. Auch die Geschichte und die Grundlagen der Mathematik finden sorgfältige Berücksichtigung.

Das Jahrbuch kann ab Band 51 (1925) nicht nur als Ganzes, sondern auch in einzelnen Sonderheften bezogen werden. Jedes Sonderheft umfaßt einen oder zwei der Hauptabschnitte des Jahrbuchs. Es erscheinen folgende Sonderhefte: I. Geschichte. Grundlagen der Mathematik. Abstrakte Mengenlehre. II. Arithmetik und Algebra. III. Analysis. IV. Geometrie. V. Angewandte Mathematik. — Preise auf Anfrage.

Geschichte der Mathematik. I. Teil: Von den ältesten Zeiten bis Cartesius. Von Professor Dr. S. Günther in München. Mit 56 Figuren. VIII, 428 Seiten. Neudruck 1927. (Samml. Schubert Bd. 18) . Geb. RM. 17.40

II. Teil: Von Cartesius bis zur Wende des 18. Jahrhunderts. Von Prof. Dr. Heinrich Wieleitner. 1. Hälfte: Arithmetik, Algebra, Analysis. Mit 6 Figuren. VIII, 251 Seiten. 1911. (Samml. Schubert Bd. 63.) Geb. RM. 8.40. 2. Hälfte: Geometrie und Trigonometrie. Mit 13 Figuren. VI, 220 Seiten. 1921. (Samml. Schubert Bd.64) . . . . Geb. RM. 3.50

Geschichte der Elementar-Mathematik in systematischer Darstellung. Von Professor Dr. Johannes Tropfke, Oberstudiendirektor i. R., Berlin. Lexikon-Oktav.

Band 1: Rechnen. VII, 222 Seiten. 3. Aufl., 1930.
RM. 12.—, geb. RM. 13.20

Band 2: Allgemeine Arithmetik. IV, 266 Seiten. 3. Aufl., 1933.
RM. 12.—, geb. RM. 13.20

Band 3: Proportionen, Gleichungen. IV, 239 Seiten. 3., verbesserte u. vermehrte Aufl., 1937 . . . . . RM. 10.—, geb. RM. 11.—

Band 4: Ebene Geometrie. 3., verbesserte und vermehrte Auflage, besorgt von Dr. Kurt Vogel. IV, 316 Seiten. 1940.
RM. 12.—, geb RM. 13.—

Band 5: I. Ebene Trigonometrie. II. Sphärik und sphärische Trigonometrie. IV, 185 Seiten. 2. Aufl., 1923. RM. 7.50, geb. RM. 8.50

Band 6: Analysis, Analytische Geometrie. IV, 169 Seiten. 2. Aufl., 1924.
RM. 7.—, geb. RM. 8.—

Band 7. Stereometrie. Verzeichnisse. V, 128 Seiten. 2. Aufl., 1924.
RM. 6.50, geb. RM. 7.50

Mathematische Forschung in den letzten 20 Jahren. Rede, gehalten am 31. Januar 1921 vor der Mathematischen Gesellschaft Benares von deren Vorsitzendem Ganesh Prasad. Aus dem Englischen übersetzt von Dr. Friedrich Lange. Groß-Oktav. 37 Seiten. 1923 . . . . RM. 0.80
Dasselbe in englischer Sprache. 1923 . . . . . RM. 0.80

Neue Rechentafeln. Für Multiplikation und Division mit allen ein- bis vierstelligen Zahlen. Herausgegeben von Professor Dr. J. Peters, Observator am Astronomischen Recheninstitut. Folio-Format. VI, 500 Seiten. 1909 . . . . . Geb. RM 20.—
Diese Rechentafeln von Peters sind ebenfalls in französischer wie englischer Ausgabe zu haben . . . . . Geb. je RM. 20.—

Dr. A. L. Crelles Rechentafeln, welche alles Multiplizieren und Dividieren mit Zahlen unter Tausend ganz ersparen, bei größeren Zahlen aber die Rechnung erleichtern und sicherer machen. Neue Ausgabe. Besorgt von O. Seeliger. Mit Tafeln der Quadrat- und Kubikzahlen von 1—1000. VII, 501 Seiten. Folio. 1938. Geb. RM. 22.—

Diese Rechentafeln von Crelle liegen auch in englischer und französischer Ausgabe vor. Geb. je RM 22.—

Rechen-Resultate. Tabellen zum Ablesen der Resultate von Multiplikationen und Divisionen bis $100 \times 1000 = 100\,000$ in Bruchteilen und ganzen Zahlen sowie für Rechnen mit Zahlen jeder Größe, Radizieren (Wurzelsuchen) nach vereinfachtem Verfahren. Von F. Triebel, Technischem Oberinspektor der Reichsdruckerei i. R. Sechste Auflage, 21.—25. Tausend. Mit Seitenregistern. 290 Seiten. (Verlag von M. Krayn, Berlin). Geb. RM. 18.—

Fünfstellige Logarithmentafeln der trigonometrischen Funktionen für jede Zeitsekunde des Quadranten. Herausgegeben von Prof. Dr. J. Peters, Observator am Astronomischen Recheninstitut. Lexikon-Oktav. IV, 82 Seiten. 1912 . . . . . Geb. RM. 7.—

Vollständige logarithmische und trigonometrische Tafeln. Von Professor Dr. E. F. August. Neunundvierzigste Auflage in der Bearbeitung von Professor Dr. F. August. Oktav. VII, 204 Seiten. 1931 Geb. RM. 2.—

Vierstellige Logarithmentafeln. Von Professor Dr. Max Zacharias und Dr. Paul Meth. Groß-Oktav. 43 Seiten. 1927 . . . . . Geb. RM. 1.50

Logarithmische Rechentafeln. Laboratoriums-Taschenbuch für Chemiker, Pharmazeuten, Mediziner und Physiker. Gegründet von Professor Dr. F. W. Küster †. Neubearbeitet von Dr. A. Thiel, o. ö. Professor der physikalischen Chemie, Direktor des Physik.-Chem. Instituts der Universität Marburg. Sechsundvierzigste bis fünfzigste Auflage. Oktav. 278 Seiten. 1940 . . . . . Geb. RM. 7.80

Fünfstellige Tafeln der Kreis- und Hyperbelfunktionen sowie der Funktionen e^x und e^{-x} mit den natürlichen Zahlen als Argument. Von Dr.-Ing. Keiichi Hayashi, Professor an der Kaiserlichen Kyushu-Universität Fukuoka-Hakosaki, Japan. Oktav. IV, 182 Seiten. Neudruck 1938. RM. 9.—

Mathematische Mußestunden. Eine Sammlung von Geduldspielen, Kunststücken und Unterhaltungsaufgaben mathematischer Natur. Von Prof. Dr. Hermann Schubert, neubearbeitet von Professor Dr. F. Fitting, München-Gladbach. 6. Auflage. Oktav. 260 Seiten. 1940. Geb. RM. 4.80

Lehrbuch der Mathematik zum Selbstunterricht und für Studierende der Naturwissenschaften und der Technik. Eine Einführung in die Differential- und Integralrechnung und in die analytische Geometrie. Von Professor Dr. Georg Scheffers. Mit 438 Fig. Achte Aufl. Lex.-Okt. VIII, 743 Seiten. 1940 . . . . . Geb. RM. 15.—

Lehrbuch der höheren Mathematik für Universitäten und Technische Hochschulen, bearbeitet nach den Vorlesungen von Dr. Gerhard Kowalewski, o. Prof. an der Technischen Hochschule zu Dresden, o. Mitglied der Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig. 3 Bände. 1933. Jeder Band ist einzeln käuflich. . . . . Geb. je RM. 3.80

I. Vektorrechnung und analytische Geometrie.

II. Hauptpunkte der analytischen Geometrie des Raumes. — Grundbegriffe der Differential- und Integralrechnung.

III. Fortsetzung der Differential- und Integralrechnung. — Differentialgleichungen. Differentialgeometrie. Funktionen einer komplexen Veränderlichen. — Probleme der Variationsrechnung.

Grundbegriffe und Hauptsätze der höheren Mathematik, insbesondere für Ingenieure und Naturforscher. Von Dr. Gerhard Kowalewski, o. Professor an der Technischen Hochschule zu Dresden. Mit 40 Figuren. Groß-Oktav. 156 Seiten. 1938 . . . . . Geb. RM. 5.—

Einführung in die Axiomatik der Algebra. Von Dr. H. Beck, o. Professor an der Universität Bonn. X, 197 Seiten. 1926. (Göschens Lehrbücherei Bd. 6) . . . . . RM. 9.—, geb. RM. 10.50

Algebra I: Die Grundlagen. Von Dr. Oskar Perron, o. ö. Professor an der Universität München. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 4 Figuren. VIII, 301 Seiten. 1932. (Göschens Lehrbücherei Bd. 8) Geb. RM. 11.50

Algebra II: Theorie der algebraischen Gleichungen. Von Dr. Oskar Perron, o. ö. Professor an der Universität München. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 5 Figuren. VIII, 261 S. 1933. (Göschens Lehrbücherei Bd. 9) Geb. RM. 9.50

Einführung in die Determinantentheorie einschließlich der Fredholmschen Determinanten. Von Dr. Gerhard Kowalewski, o. Professor an der Technischen Hochschule in Dresden. Zweite, verbesserte Auflage. Groß-Oktav. IV, 304 Seiten. 1925 . . . . . RM. 14.—, geb. RM. 15.50

Grundlehren der neueren Zahlentheorie. Von Professor Dr. Paul Bachmann. Dritte, neu durchgesehene Auflage. Herausgegeben von Dr. Robert Haußner, ord. Professor an der Universität Jena. Mit 10 Figuren. XVI, 252 Seiten. 1931. (Göschens Lehrbücherei Bd. 3) RM. 9.50, geb. RM. 10.50

Synthetische Zahlentheorie. Von Dr. Rudolf Fueter, o. Professor an der Universität Zürich. Zweite, verbesserte Auflage. VIII, 276 Seiten. 1925. (Göschens Lehrbücherei Bd. 4) . . . . . RM. 10.—, geb. RM. 12.—

Das Fermatproblem in seiner bisherigen Entwicklung. Von Professor Dr. Paul Bachmann. Oktav. VIII, 160 Seiten. 1919 . . . . RM. 2.50

Irrationalzahlen. Von Dr. Oskar Perron, o. ö. Professor an der Universität München. Zweite, durchges. Aufl. VIII, 199 Seiten. 1939. (Göschens Lehrbücherei Bd. 1) . . . . . Geb. RM. 9.80

Komplex-Symbolik, eine Einführung in die analytische Geometrie mehrdimensionaler Räume. Von Prof. Dr. Roland Weitzenböck. (Sammlung Schubert Band LVII.) Gr. 8°. VI, 191 S. 1908. Geb. RM. 6.40

Allgemeine Formen- und Invariantentheorie. Von Prof. Dr. W. Franz Meyer. I. Band: Binäre Formen. (Sammlung Schubert Band XXXIII.) Gr. 8°. VIII, 376 S. 1909 . . . . . Geb. RM. 11.70

Reihenentwicklungen in der mathematischen Physik. Von Dr. Josef Lense, o. ö. Professor der Technischen Hochschule München. Mit 30 Abbildungen. 178 Seiten. 1933. . . . . Geb. RM. 9.50

Lehrbuch der Differentialgleichungen. Von Professor Dr. Heinrich Liebmann. Mit zahlreichen Figuren. VI, 226 Seiten. 1901 . . . RM. 6.—

Gewöhnliche Differentialgleichungen. Von Dr. J. Horn, em. o. Professor an der Technischen Hochschule Darmstadt. Dritte Auflage. Mit 4 Figuren. VIII, 195 Seiten. 1937. (Göschens Lehrbücherei Bd. 10). Geb. RM. 10.50

Partielle Differentialgleichungen. Von Dr. J. Horn, em. o. Professor an der Technischen Hochschule Darmstadt. Zweite, umgearbeitete Auflage. Mit 8 Figuren. VIII, 228 Seiten. 1929. (Göschens Lehrbücherei Bd. 14) RM. 11.—, geb. RM. 12.—

Grundzüge und Aufgaben der Differential- und Integralrechnung nebst den Resultaten. Von Dr. H. Dölp. Neu bearbeitet von Dr. Eugen Netto. 19. Auflage. Oktav. 214 Seiten. 1940. (Verlag von Alfred Töpelmann, Berlin W 35.) . . . . . RM. 1.95

Integralgleichungen. Von Dr. Gerhard Kowalewski, o. Professor an der Technischen Hochschule Dresden. Mit 11 Figuren. Groß-Oktav. 302 Seiten. 1930. (Göschens Lehrbücherei Bd. 18) . . RM. 15.—, geb. RM. 16.50

Differential- und Integralrechnung. Unter besonderer Berücksichtigung neuerer Ergebnisse. Von Dr. Otto Haupt, Professor an der Universität Erlangen. Unter Mitarbeit von Dr. Georg Aumann, Professor an der Universität Frankfurt (Main). Groß-Oktav. 1938.

1. Band: Einführung in die reelle Analysis. Mit 2 Figuren. 196 Seiten. Geb. RM. 11.20
2. Band: Differentialrechnung. 168 Seiten . . . . . Geb. RM. 9.80
3. Band: Integralrechnung. 183 Seiten . . . . . Geb. RM. 10.60

(Göschens Lehrbücherei Band 24, 25, 26.)

Funktionentheoretische Vorlesungen. Von Heinrich Burkhardt. Neu herausgegeben von Dr. Georg Faber, o. Professor an der Technischen Hochschule in München.

I. Band 1. Heft. Dritte, umgearbeitete Auflage. Groß-Oktav. X, 182 Seiten. 1920 . . . . . RM. 6.—, geb. RM. 7.20

I. Band 2. Heft. Fünfte, umgearbeitete Auflage. Groß-Oktav. X, 286 Seiten. 1921 . . . . . RM. 9.—, geb. RM. 10.50

II. Band. Dritte, vollständig umgearbeitete Auflage. Groß-Oktav. VI, 444 Seiten. 1920 . . . . . RM. 14.—, geb. RM. 15.50

Elliptische Funktionen. Von Dr. R. König, o. Professor der Mathematik an der Universität Jena, und Dr. M. Krafft, a. o. Professor an der Universität Marburg i. H. Mit 4 Figuren. 263 Seiten. 1928. (Göschens Lehrbücherei Bd. 11) . . . . . RM. 13.—, geb. RM. 14.50

Elliptische Funktionen. Von Dr. Karl Boehm, Professor an der Technischen Hochschule Karlsruhe.

I. Teil: Theorie der elliptischen Funktionen aus analytischen Ausdrücken entwickelt. Mit 11 Figuren. Oktav. XII, 356 Seiten, Neudruck 1930. (Samml. Schubert Bd. 30) . . Geb. RM. 20.—

II. Teil: Theorie der elliptischen Integrale. Umkehrproblem. Mit 28 Figuren. Oktav. VII, 180 Seiten. 1910. (Samml. Schubert Bd. 61) Geb. RM. 7.80

Einführung in die Theorie der algebraischen Funktionen einer Veränderlichen. Von Heinrich W. E. Jung, o. ö. Professor an der Universität Halle-Wittenberg. Mit 35 Abbildungen im Text. Groß-Oktav. VI, 246 Seiten. 1923 . . . . . RM. 3.50, geb. RM. 4.—

Elemente der Stereometrie. Von Gustav Holzmüller. 4 Teile. 8°.

1. Teil. Die Lehrsätze und Konstruktionen. Mit 282 Fig. X, 383 Seiten. 1900 . . . . . RM. 6.—, geb. RM. 6.60

2. Teil. Die Berechnung einfach gestalteter Körper. Mit 156 Fig. und zahlr. Übungsbeispielen. XV, 477 S. 1900. RM. 10.—, geb. RM. 10.80

3. Teil. Die Untersuchung und Konstruktion schwieriger Raumgebilde. Guldinsche Drehungskörper und Drehungsflächen mit ihren Verallgemeinerungen. Schraubenflächen, Röhrenflächen und ihre Verallgemeinerungen nebst ihren Inversionsverwandten. Krümmungslinien und isothermische Kurvenscharen auf diesen Flächen. Konforme Abbild. Mit 126 Fig. XII, 333 Seiten. 1902 . . . . RM. 9.—. geb. RM. 9.80

4. Teil. Fortsetzung der schwierigeren Untersuchungen. Berechnung und stereometrische Darstellung von statischen, Trägheits- und Zentrifugal-Momenten homogener Raumgebilde. Simpsonsche Regel, verallgemeinerte Schichtenformel, gewisse Zuordnungen und konforme Abbildungen im Dienste solcher Bestimmungen. Nachtrag über das Katenoid, seine Krümmungsverhältnisse und sphärische Abbildung und über seinen Zusammenhang mit der Gaußchen Pseudosphäre und der Minimal-Schraubenregelfläche. Mit 89 Fig. XI, 311 S. 1902. RM. 9.—, geb. RM. 9.80

Grundlagen der Geometrie. Von Professor Dr. Gerhard Hessenberg. Herausgegeben von Dr. W. Schwan. Mit 77 Figuren. 143 Seiten. 1930. (Göschens Lehrbücherei Bd. 17) . . . . . RM. 6.50, geb. RM. 7.80

Grundzüge der ebenen Geometrie. Von Professor Dr. F. Bohnert in Hamburg. Mit 220 Figuren. VIII, 223 Seiten. 1915. (Samml. Schubert Bd. 2) Geb. RM. 3.90

Ebene und sphärische Trigonometrie. Von Prof. Dr. F. Bohnert in Hamburg. Zweite Auflage. Dritter Neudruck. Mit 63 Figuren. VIII, 167 Seiten. 1919. (Samml. Schubert Bd. 3) . . . . . Geb. RM. 4.40

Einführung in die analytische Geometrie. Von Professor Dr. Gerhard Kowalewski. Mit 112 Figuren. Dritte, unveränderte Auflage. Lexikon-Oktav. VIII, 360 Seiten. 1929 . . . . . Geb. RM. 11.20

Elementargeometrie der Ebene und des Raumes. Von Professor Dr. Max Zacharias, Studienrat in Berlin. Mit 196 Figuren im Text. 252 Seiten. 1929. (Göschens Lehrbücherei Bd. 16) . . . RM. 13.—, geb. RM. 14.50

Analytische Geometrie auf der Kugel. Von Dr. Richard Heger, Professor an der Technischen Hochschule in Dresden. Mit 4 Figuren. (Sammlung Schubert Bd. LIV.) Gr.-Oktav. VII, 152 S. 1908 . . . Geb. RM. 5.20

Punkt- und Vektor-Rechnung. Von Dr. Alfred Lotze, Professor für Mathematik an der Technischen Hochschule Stuttgart. Mit 7 Figuren. 192 Seiten. 1929. (Göschens Lehrbücherei Bd. 13) . . . RM. 12.—, geb. RM. 13.—

Kreis und Kugel. Von Dr. Wilhelm Blaschke, o. Prof. a. d. Univ. Hamburg. Mit 27 Fig. im Text. Groß-Oktav. X, 169 S. 1916. RM. 4.40, geb. RM. 5.50

Nichteuklidische Geometrie. Von Professor Dr. Heinrich Liebmann. Dritte, neubearbeitete Auflage. Mit 40 Fig. 150 S. 1923. RM. 6,—, geb. RM. 7.—

Liniengeometrie mit Anwendungen. Von Professor Dr. Konrad Zindler in Innsbruck. I. Teil. Mit 87 Figuren. Neudruck. VIII, 380 Seiten. 1928. (Samml. Schubert Bd. 34) . . . . . Geb. RM. 18.—
II. Teil. Mit 24 Figuren. VII, 252 Seiten. 1906. (Samml. Schubert Bd. 51) Geb. RM. 9.50

Projektive Liniengeometrie. Von Dr. Robert Sauer, Prof. an der Technischen Hochschule Aachen. Mit 36 Abbild. Groß-Oktav. 194 Seiten. 1937. (Göschens Lehrbücherei Bd. 23) . . . . . Geb. RM. 9.—

Geometrische Transformationen. Von Dr. Karl Doehlemann, weil. Professor an der Technischen Hochschule München. Zweite Auflage, herausgegeben von Dr. Wilhelm Olbrich, Professor an der Hochschule für Bodenkultur in Wien. Mit 89 Figuren im Text und 4 Abbildungen. 254 Seiten. 1930. (Göschens Lehrbücherei Bd. 15) RM. 13.—, geb. RM. 14.50

Vorlesungen über allgemeine natürliche Geometrie und Liesche Transformationsgruppen. Von Dr. Gerhard Kowalewski, o. ö. Professor an der Technischen Hochschule zu Dresden. Mit 16 Figuren. Groß-Oktav. 280 S. 1931. (Göschens Lehrbücherei Bd. 19) . . . RM. 15.50, geb. RM. 17.—

Affine Differentialgeometrie. Von Dr. Erich Salkowski, o. Professor an der Technischen Hochschule Berlin. Groß-Oktav. Mit 23 Figuren. 200 Seiten. 1934. (Göschens Lehrbücherei Bd. 22) . . . . . Geb. RM. 10.—

Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf Geometrie. Von Professor Dr. Georg Scheffers. I. Mit 107 Figuren. Dritte, verbesserte Auflage. XII, 482 Seiten. 1923 . . . . . RM. 13.—, geb. RM. 14.50
II. Mit 110 Figuren. Dritte, verbesserte Auflage. XI, 582 Seiten. 1922. RM. 15.—, geb. RM. 16.50

Theorie der Raumkurven und krummen Flächen. Von Oberstudiendirektor Prof. Dr. V. Kommerell in Tübingen und Prof. Dr. K. Kommerell in Tübingen. I: Krümmung der Raumkurven und Flächen. Vierte Auflage. Mit 38 Figuren. 205 Seiten. 1931. (Göschens Lehrbücherei Bd. 20) Geb. RM. 10.—
II: Kurven auf Flächen. Spezielle Flächen. Theorie der Strahlensysteme. Vierte Auflage. Mit 22 Figuren. 194 Seiten. 1931. Geb. RM. 10.—

Lehrbuch der darstellenden Geometrie. Von Dr. Karl Rohn, Geh. Rat, weiland Professor an der Universität Leipzig, und Dr. Erwin Papperitz, Geh. Rat, Professor an der Bergakademie in Freiberg i. Sa. Drei Bände. Groß-Oktav. I. Orthogonalprojektion. Vielflache, Perspektivität ebener Figuren, Kurven, Zylinder, Kugel, Kegel, Rotations- und Schraubenflächen. Vierte, erweiterte Auflage. XX, 502 Seiten. Mit 351 Figuren. Neudruck 1932. . . . . Geb. RM 18.90

Lehrbuch der darstellenden Geometrie. Von Dr. Karl Rohn, Geh. Rat, weiland Professor an der Universität Leipzig, und Dr. Erwin Papperitz, Geh. Rat, Professor an der Bergakademie in Freiberg i. Sa. Drei Bände. Groß-Oktav.

II. Axonometrie, Perspektive, Beleuchtung. Vierte, umgearbeitete Auflage. VI, 194 Seiten. Mit 118 Figuren. Neudruck. 1932. Geb. RM. 8.55

III. Kegelschnitte, Flächen zweiten Grades, Regel-, abwickelbare und andere Flächen. Flächenkrümmung. Vierte, unveränderte Auflage. X, 334 Seiten. Mit 157 Figuren. 1923 . . . . . Geb. RM. 12.—

Darstellende Geometrie. Von Theodor Schmid, o. ö. Professor an der Technischen Hochschule in Wien. I. Teil: Eckige Körper, Kugel, Zylinder, Kegel, Plankurven und Raumkurven mit den zugehörigen Torsen im Normalrißverfahren und in orthogonaler Axonometrie. Dritte Auflage. Mit 170 Figuren. 283 S. 1922. (Samml. Schubert Bd. 65) Geb. RM. 6.—

II. Teil: Schiefe und zentrale Projektion. Dreh-, Rohr-, Schrauben- und Regelflächen. Geländedarstellung, Kartenprojektion, Nomographie. Zweite Auflage. Mit 163 Fig. 340 S. 1923. (Samml. Schubert Bd. 66) Geb. RM. 7.50

Die Lehre von der Zentralprojektion im vierdimensionalen Raume. Von Dr. H. de Vries, Professor an der Universität zu Amsterdam. Mit 25 Figuren. Lex.-8° 178 S. 1905 . . . . . RM. 3.—

Angewandte Potentialtheorie in elementarer Behandlung. I. Bd. Von Professor E. Grimsehl. Mit 74 Fig. [Sammlung Schubert Bd. XXXVIII.] Gr. 8° VII, 219 S. 1905 . . . . . Geb. RM 7.40

Methoden der praktischen Analysis. Von Professor Dr. Fr. A. Willers. Mit 132 Figuren. 344 Seiten. 1928. (Göschens Lehrbücherei Bd. 12) RM. 20.—, geb. RM. 21.50

Wahrscheinlichkeitsrechnung für Nichtmathematiker. Von Dr. Karl Dörge, o. Professor an der Universität Köln, unter Mitwirkung von Hans Klein. Groß-Oktav. 113 Seiten. 1939 . . . . . Geb. RM. 6.—

Ballistik. Von Professor Dr. Theodor Vahlen. Mit 53 Abbildungen. Groß-Oktav. XII, 231 Seiten. 1922 . . . . . RM. 9.—, geb. RM. 10.—

Flugtechnisches Handbuch. Unter Mitarbeit zahlreicher Fachleute herausgegeben von Roland Eisenlohr.

4 Bände. I: Aerodynamik und Flugzeugbau. II: Flugzeugführung, Luftverkehr und Segelflug. III: Triebwerk und Sondergebiete des Flugwesens. IV: Flugwetterkunde, Ballone, Luftschiffe.

Jeder Band kart. RM. 7.50

Aerodynamik des Fluges. Eine Einführung in die mathematische Tragflächentheorie. Von Professor Dr. Harry Schmidt. Mit 81 Figuren. VII, 258 Seiten. 1929 . . . . . RM. 15.—, geb. RM. 16.50

Photogrammetrie. Von Dr. Richard Finsterwalder, Professor an der Technischen Hochschule Hannover. Mit 103 Abb. u. 17 Tab. 237 S. 1939. Geb. RM. 14.—

ALLE WISSENSGEBIETE

finden Sie vertreten in der Zeitschrift

GEISTIGE ARBEIT

Zeitung aus der wissenschaftlichen Welt

Die „Geistige Arbeit" will nicht eine „Fachzeitschrift" sein, sondern einen Querschnitt geben durch das wissenschaftliche und geistige Leben. Zu diesem Zweck bringt die Zeitschrift u. a. regelmäßige Berichte über Leistungen, Fortschritte und Probleme einzelner Gebiete der Wissenschaft, über die historische Entwicklung, den Stand und die Organisation in- und ausländischer Forschung, sie bringt biographische und historische Rückblicke und gibt eine Übersicht über die wichtigsten Neuerscheinungen durch zusammenhängende Besprechungen.

Die „Geistige Arbeit" kostet jährlich RM. 6.—, vierteljährlich RM. 1.50, monatlich RM. —.50. Besser als alle Worte unterrichtet Sie eine Probenummer über Sinn und Ziele der Zeitschrift. Diese Probenummer stellen wir Ihnen auf Wunsch gern zur Verfügung.

WALTER DE GRUYTER & CO / BERLIN W 35

Erwin Lohr

Vektor- und Dyadenrechnung

Für Physiker und Techniker

Oktav. XV, 411 Seiten. Mit 34 Figuren im Text. 1939.

Gebunden RM. 18.—

Die Vektor- und Dyadenrechnung ist für den Physiker und Techniker von außerordentlicher Bedeutung. Für diese ist das Buch bestimmt. Es zeigt ihnen, daß und wie sie alle früheren Kenntnisse im Bereiche der Vektor- und Dyadenrechnung verwenden können und wie vorteilhaft das wirkliche Rechnen mit Vektoren, Dyaden und extensiven Gebilden noch höheren Ranges ist. Das Buch vermittelt zunächst eine ausreichende und tragfähige mathematische Grundlage des vorgetragenen Rechenverfahrens und bringt in einem besonderen Teil physikalische und technische Anwendungen aus allen Gebieten der theoretischen Physik. Damit nimmt das Buch in der neuen Sammlung „Arbeitsmethoden der modernen Naturwissenschaften" einen besonderen Platz ein.

WALTER DE GRUYTER & CO., BERLIN W 35

Photogrammetrie

Von Dr.-Ing. Richard Finsterwalder

a. o. Professor an der Technischen Hochschule Hannover

Mit 103 Abbildungen und 17 Tabellen
Groß-Oktav. 237 Seiten. 1939. Geb. RM. 14.—

Dieses Buch gibt in lehrbuchartiger Form eine Einführung in das Gesamtgebiet der Photogrammetrie: der Erd- und besonders der Luftbildmessung, einschließlich der Entzerrung. Da es namentlich für Studierende der Hoch- und Fachschulen sowie die in der Praxis tätigen Vermessungsingenieure bestimmt ist, stellt es die Arbeitsverfahren und Instrumente sowie ihre geodätischen und topographischen Anwendungen in möglichst einfacher und klarer Form dar. Um für das Verständnis und die praktische Anwendung der neuen photogrammetrischen Methoden eine sichere Grundlage zu geben, wurden die geometrischen und mathematischen Ableitungen mitbehandelt, wobei überall eine leicht faßliche, wenig Vorkenntnisse voraussetzende Form gewählt ist. Das Ziel des Buches ist, den Leser über das in den letzten Jahren rasch entwickelte, mit neuartigen Hilfsmitteln arbeitende Verfahren der Photogrammetrie so zu unterrichten, daß er es zweckmäßig anzuwenden und den kommenden Entwicklungen auf diesem Gebiet, das heute noch nicht als abgeschlossen gelten kann, zu folgen vermag.

WALTER DE GRUYTER & CO., BERLIN W 35

Grundlagen und Ergebnisse der Ultraschallforschung

Von

Dr. phil. Egon Hiedemann

a. o. Professor für Physik an der Universität Köln

t 232, z. T. noch unveröffentlichten Abbildungen und einer Farbtafel

IX, 287 Seiten. 1939. Preis RM. 24.—

in Buch, nach Inhalt und Anlage von gleicher edeutung für Physiker, Chemiker, Biologen, Mediziner und Techniker.

„... Es ist zu begrüßen, daß der Verfasser des vorliegenden uches nunmehr den Versuch unternommen hat, über eine erichterstattung hinausgehend eine systematische und kri- sche Darstellung der Ultraschallforschung sowie ihrer grund- genden Gedanken vom Standpunkt des Physikers aus zu eben. Es kann wohl gesagt werden, daß dieser Versuch voll- ommen gelungen ist. Der Verfasser gibt nicht nur eine ritische Darstellung der Verfahren und Ergebnisse der Ultra- hallforschung, sondern führt den Leser auch an die noch ffenen Probleme heran. Eine große Zahl guter Abbildungen rleichtert das Verständnis."

Deutsche Bergwerks-Zeitung | Techn. Blätter v. 26. 11. 1939.

Ein ausführlicher Prospekt steht kostenlos zur Verfügung.

WALTER DE GRUYTER & CO., BERLIN W 35

Handbuch der neuzeitlichen Wehrwissenschaften

Herausgegeben im Auftrage der Deutschen Gesellschaft für Wehrpolitik und Wehrwissenschaften und unter Mitarbeit zahlreicher Sachverständiger von HERMANN FRANKE, Generalmajor z. V.

4 Bände. Lexikon-Oktav.

Bisher sind erschienen:

1. Band: **Wehrpolitik und Kriegführung.** Mit 81 farbigen und schwarzen Tafeln und 147 Skizzen im Text. XIII, 749 Seiten. 1936.

2. Band: **Das Heer.** XII, 804 Seiten. 1937.

Subskriptionspreis für Band 1 und 2 bei Bezug des Gesamtwerkes gebunden je RM. 32.—, bei Einzelbezug gebunden je RM. 36.—.

3. Band: 1. Teil: **Die Kriegsmarine.** Mit 27 farbigen und schwarzen Tafeln und 113 Abbildungen bzw. Skizzen im Text. XII, 451 Seiten. 1938.

2. Teil: **Die Luftwaffe.** Mit 46 farbigen und schwarzen Tafeln und 105 Abbildungen bzw. Skizzen im Text. XII, 451 Seiten. 1938.

Subskriptionspreis für Band 3, 1. und 2. Teil bei Bezug des Gesamtwerkes geb. je RM. 27.—, bei Einzelbezug geb. je RM. 30.—.

In Vorbereitung befindet sich:

Band 4: **Wehrwirtschaft und Wehrtechnik.**

„... Insgesamt kann man von diesem ausgezeichneten, mit ungewöhnlichem Fleiß und Verständnis aufgebauten Nachschlagewerk, das alle Fragen der Wehrpolitik und Kriegführung beantwortet, nur wünschen, daß es die allerweiteste Verbreitung finden möge. Dankenswerterweise hat der Verlag eine ratenweise Bezahlung zugebilligt, so daß auch der junge Offizier und jeder kriegswissenschaftlich interessierte Leser sich das Werk beschaffen kann. Es ist dabei zu bemerken, daß der Band bei der Fülle des Inhalts, insbesondere in Ansehung der vielen kostspieligen Skizzen, als preiswert zu bezeichnen ist, da das Werk die Beschaffung vieler Bücher erübrigt."
General d. Inf. Wetzell im Militär-Wochenblatt Nr. 37, 1936.

Das Werk wird durch Ergänzungshefte vor dem Veralten geschützt.

WALTER DE GRUYTER & CO., BERLIN W 35

V. 40. Buchdruckerei Otto Regel GmbH., Leipzig

Państw. Szkoła Technicz.
Gór. Hut. Mier. Dz. II. a. poz. 10

2,00

S-96

Biblioteka Politechniki Krakowskiej
I-301288

Biblioteka Politechniki Krakowskiej
100000295768