Elektro-technische Bibliothek. Band LIX.

Wechselstromtechnik.

In vier Bänden.

II. Band.

Mehrphasige Wechselströme und Wechselstromsysteme.

Von

M. T. ZSAKULA
dipl. Maschineningenieur, Assistent an der techn. Hochschule in Budapest.

Mit 89 Abbildungen.

WIEN und LEIPZIG.
A. HARTLEBEN'S VERLAG.

Preis K 4·40 = 4 Mark, gebunden K 5·50 = 5 Mark.


Elektro-technische
BIBLIOTHEK.
LIX. Band.
Wechselstromtechnik.
II. Band.
Mehrphasige Wechselströme
und
Wechselstromsysteme.
A. Hartleben's Verlag.
WIEN UND LEIPZIG.

A. Hartleben's Elektro-technische Bibliothek.

Eine Darstellung des ganzen Gebietes

der angewendeten Elektricität nach dem Standpunkte der Gegenwart.

INHALT DER SAMMLUNG:

1. Band. Glaser-De Cew. Die dynamo-elektrischen Maschinen. Ihre Geschichte, Grundlagen, Construction und Anwendungen. 6. Aufl., bearb. von Dr. F. Auerbach. — 2. Band. Die elektrische Kraftübertragung und ihre Anwendung in der Praxis, mit besonderer Rücksicht auf die Fortleitung und Vertheilung des elektrischen Stromes. Von Eduard Japing. 3. Aufl. — 3. Band. Das elektrische Licht. Von Dr. A. v. Urbanitzky. 3. Aufl. — 4. Band. Die galvanischen Batterien, Accumulatoren und Thermosäulen. Eine Beschreibung der hydro- und thermo-elektrischen Stromquellen, mit besonderer Rücksicht auf die Bedürfnisse der Praxis. Von W. Ph. Hauck. 4. Aufl. — 5. Band. Die Verkehrs-Telegraphie, mit besonderer Rücksicht auf die Bedürfnisse der Praxis. Von J. Sach. — 6. Band. Telephon, Mikrophon und Radiophon, mit besonderer Rücksicht auf ihre Anwendungen in der Praxis. Von Theodor Schwartze. 3. Auflage. — 7. Band. Die Elektrolyse, Galvanoplastik u. Reinmetallgewinnung, mit besonderer Rücksicht auf ihre Anwendung in der Praxis. Von Eduard Japing. 2. Aufl. — 8. Band. Die elektrischen Mess- u. Präcisions-Instrumente. Ein Leitfaden der elektrischen Messkunde. Von A. Wilke. 2. Aufl. — 9. Band. Die Grundlehren der Elektricität, mit besonderer Rücksicht auf ihre Anwendungen in der Praxis. Von W. Ph. Hauck. 3. Aufl. — 10. Band. Elektrisches Formelbuch mit einem Anhange, enthaltend die elektrische Terminologie in deutscher, franz. und englischer Sprache. Von Prof. Dr. P. Zech. — 11. Band. Die elektrischen Beleuchtungs-Anlagen, mit besonderer Berücksichtigung ihrer praktischen Ausführung. Von Dr. A. v. Urbanitzky. 3. Aufl. — 12. Band. Die elektrischen Einrichtungen der Eisenbahnen und das Signalwesen. Von L. Kohlfürst. — 13. Band. Die elektrischen Uhren und die Feuerwehr-Telegraphie. Von Dr. A. Tobler. — 14. Band. Die Haus- u. Hôtel-Telegraphie. Von O. Canter. 2. Aufl. — 15. Band. Die Anwendung der Elektricität für militärische Zwecke. Von Dr. Fr. Waechter. — 16. Band. Die elektrischen Leitungen und ihre Anlage für alle Zwecke der Praxis. Von J. Zacharias. 2. Aufl. — 17. Band. Die elektrische Eisenbahn bezüglich ihres Baues und Betriebes. Von Jos. Krämer. — 18. Band. Die Elektro-Technik in der prakt. Heilkunde. Von Prof. Dr. Rud. Lewandowski. — 19. Band. Die Spannungs-Elektricität, ihre Gesetze, Wirkungen und technischen Anwendungen. Von Prof. K. W. Zenger. — 20. Band. Die Weltliteratur der Elektricität und des Magnetismus, 1860—1883. Von Gustav May. — 21. Band. Die Motoren der elektr. Maschinen mit Bezug auf Theorie, Construction und Betrieb. Von Theodor Schwartze. — 22. Band. Die Generatoren hochgespannter Elektricität. Von Prof. Dr. J. G. Wallentin. — 23. Band. Das Potential und seine Anwendung zur Erklärung elektrischer Erscheinungen. Von Dr. O. Tumlirz. — 24. Band. Die Unterhaltung und Reparatur der elektr. Leitungen. Von J. Zacharias. — 25. Band. Die Mehrfach-Telegraphie auf Einem Drahte. Von A. E. Granfeld. — 26. Band. Die Kabeltelegraphie. Von Max Jüllig. — 27. Band. Das Glühlicht, sein Wesen und seine Erfordernisse. Von Etienne de Fodor. — 28. Band. Geschichte der Elektricität. Von Dr. Gust. Albrecht. — 29. Band. Blitz und Blitz-Schutzvorrichtungen. Von Dr. A. v. Urbanitzky. — 30. Band. Die Galvanostegie mit besonderer Berücksichtigung der fabriksmässigen Herstellung von Metallüberzügen. Von Josef Schaschl. — 31. Band. Die Technik des Fernsprechwesens. Von Dr. V. Wietlisbach. — 32. Band. Die elektro-technische Photometrie. Von Dr. Hugo Krüss. — 33. Band. Die Laboratorien der Elektro-Technik. Von Aug. Neumayer. — 34. Band. Elektricität und Magnetismus im Alterthume. Von Dr. A. v. Urbanitzky. — 35. Band. Magnetismus u. Hypnotismus. Von G. W. Gessmann. 2. Aufl. — 36. Band. Die Anwendung der Elektricität bei registrirenden Apparaten. Von Dr. Ernst Gerland. — 37. Band. Elektricität und Magnetismus als kosmotellurische Kräfte. Von Dr. Theodor Hoh. — 38. Band. Die Wirkungsgesetze der dynamo-elektr. Maschinen. Von Dr. F. Auerbach. — 39. Band. Materialien für Kostenvoranschläge elektr. Lichtanlagen. Von Etienne de Fodor. — 40. Band. Die Zeittelegraphen und die elektr. Uhren vom praktischen Standpunkte. Von Ladislaus Fiedler. — 41. Band. Die elektrischen Motoren, mit besonderer Berücksichtigung der elektrischen Strassenbahnen. Von Etienne de Fodor. — 42. Band. Die Glühlampe. Ihre Herstellung und Anwendung in der Praxis. Von J. Zacharias. — 43. Band. Die elektrischen Verbrauchsmesser. Von Etienne de Fodor. — 44. Band. Die elektrische Schweissung und Löthung. Von Etienne de Fodor. — 45. Band. Die elektrischen Accumulatoren und ihre Verwendung in der Praxis. Von J. Sack. — 46. Band. Elektricität direct aus Kohle. Von Etienne de Fodor. — 47., 48., 49. und 50. Band. Angewandte Elektrochemie. In 4 Bänden. Von Dr. Franz Peters. 1. Band, Die Primär- und Secundär-Elemente. 2. Band. I. und II. Abthlg., Anorganische Elektrochemie. 3. Band. Organische Elektrochemie. — 51. und 52. Band. Materialistisch-hypothetische Sätze und Erklärung des Wesens und der Kraftäusserungen des elektrischen Fluidums. In zwei Bänden. Von Dr. F. Ph. Stögermayr. — 53., 54., 55. und 56. Band. Elektrometallurgie und Galvanotechnik. Ein Hand- u. Nachschlagebuch für die Gewinnung und Bearbeitung der Metalle auf elektrischem Wege. In vier Bänden. Von Dr. Fr. Peters. — 57. Band. Elektrische Straßenbahnen. Von Johannes Zacharias. — 58., 59. Band. Wechselstromtechnik. Von M. T. Zsakula. I. Band. Der einphasige Wechselstrom. II. Band. Mehrphasige Wechselströme und Wechselstromsysteme — u. s. w., u. s. w.

Pro Band geheftet à 3 *K* 30 *h* = 3 Mark. Gebunden à 4 *K* 40 *h* = 4 Mark. Ab Band 57 pro Band geheftet à 4 *K* 40 *h* = 4 Mark. Gebunden à 5 *K* 50 *h* = 5 Mark.

Jeder Band ist für sich vollkommen abgeschlossen und einzeln käuflich.

Wechselstromtechnik.

II. Band.

Mehrphasige Wechselströme und Wechselstromsysteme.

Von

M. T. ZSAKULA

dipl. Maschineningenieur, Assistent an der techn. Hochschule in Budapest.

Mit 89 Abbildungen.

WIEN und LEIPZIG.

A. HARTLEBEN'S VERLAG.

1904.

K. u. k. Hofbuchdruckerei Carl Fromme in Wien.

Inhalt.

Mehrphasige Wechselströme und Wechselstromsysteme.

I. Kapitel.

Mehrphasige Wechselströme.

Im vorgehenden Bande haben wir uns mit den Grundlehren des einphasigen oder gewöhnlichen Wechselstromes befaßt. Wir sahen, daß dieser Wechselstrom graphisch durch eine, von der Sinuslinie mehr-weniger abweichende Kurve dargestellt werden kann, doch wurde über die Verwendbarkeit dieses Stromes nichts erwähnt. Dies werden wir bei der Beschreibung der Wechselstrom-Generatoren und -Motoren tun, hier sei nur auf jene Eigenschaft hingewiesen, welche verursachte, daß man durch verschiedene Methoden sogenannte Mehrphasenströme zu erzeugen bestrebt war, welche in neuerer Zeit immer mehr an Bedeutung gewinnen.

Der einphasige Wechselstrom läßt sich für Beleuchtungszwecke ebenso gut verwenden als der Gleichstrom, nur darf die Periodenzahl desselben nicht zu klein gewählt werden. Der Wechselstrom ändert in jeder Periode zweimal seine Richtung, wächst von Null bis zu einem Maximalwert an, nimmt dann wieder ab, wird zu Null, dann wiederholt sich diese Veränderung auch für die zweite Hälfte der Periode, nur in entgegengesetzter Richtung. Die Lichtwirkung hängt von der jeweiligen Größe der Spannung und der Stromstärke ab, ihre Intensität wechselt also auch periodisch. Die Ursache, daß man von dieser periodischen Änderung trotzdem nichts bemerkt, ist darin zu suchen, daß die Lichteindrücke auf der Netzhaut des Auges eine gewisse Zeit lang bestehen und ist die Periodenzahl groß genug, dann empfängt das Auge die Lichtstrahlen verschiedener Intensitäten so rasch, daß es die einzelnen Lichteindrücke voneinander nicht mehr unterscheiden kann und es entsteht der Eindruck einer kontinuierlichen Lichtemission. Wenn in den Wechselstromkreis Glühlampen mit sehr dünnen Kohlenfäden eingeschaltet sind, dann kühlt dieser Faden bei abnehmender Stromstärke ziemlich rasch ab, so daß bei nur etwas niedrigerer Periodenzahl die Empfindlichkeit des Auges schon ausreicht, die Lichtstärkeschwankungen wahrzunehmen.

Dieser Umstand ist immerhin kein nachteiliger, denn es ist ein leichtes, Wechselströme von genügend großer Periodenzahl herzustellen.

In der Beleuchtungstechnik ist der Wechselstrom dem Gleichstrome allerdings überlegen, denn in Fällen, wo man die zur Beleuchtung nötige elektrische Energie aus weiter Ferne beziehen muß, ist bei direkter Energieübertragung die Anwendung des Gleichstromes ausgeschlossen. Der Gleichstrom läßt sich mit hoher Spannung nur mit Schwierigkeit herstellen, auch ist die Transformierung dieser Spannung auf die Lampenspannung umständlich. Die Verwendung einer niederen Spannung ist aber wegen der auftretenden großen Verluste in den Fernleitungen oder wegen der allzugroßen Investitionen im vorhinein ausgeschlossen. Mit Wechselstrom läßt sich dieses Problem sehr einfach und ökonomisch lösen, indem man am Orte der billigen Energiequelle hochgespannten Wechselstrom herstellt, diesen in die Fernleitung schickt und ihn an den Verbrauchsstellen mittels ruhender Transformatoren auf die gewünschte Spannung transformiert. Hierbei ist noch zu bemerken, daß diese Transformatoren sehr hohen Nutzeffekt haben und keinerlei Bedienung während des Betriebes erheischen.

Ein Nachteil des einphasigen Wechselstromes dem Gleichstrome gegenüber besteht darin, daß der Wechselstrom zu Arbeitsübertragungen nicht in dem Maße geeignet ist als der Gleichstrom. Wie wir später sehen werden, lassen sich zwar einphasige Wechselstrommotoren mit gutem Wirkungsgrad und großen Leistungen bauen, doch ist ihre Inbetriebsetzung insofern schwierig, da sie allein entweder nicht anlaufen und dementsprechend für den Anlauf besondere Einrichtungen nötig sind oder aber wenn sie auch selbst anlaufen, beim Anlauf große Stromstärke benötigen und dabei ein kleines Drehmoment besitzen.

Die größeren einphasigen Wechselstrommotoren sind gewöhnlich Synchronmotoren, die nur dann arbeitsfähig sind, wenn sie die von der Periodenzahl des zugeführten Wechselstromes und ihrer Polzahl abhängende Tourenzahl erreicht haben, d. h. wenn sie in Synchronismus sind. Ihre Tourenzahl bleibt bei gleichbleibender Periodenzahl unabhängig von der Belastung konstant, wächst aber die Belastung über eine gewisse Grenze, dann fallen sie aus dem synchronen Gange und bleiben stehen. Solche Motoren arbeiten also nur mit einer Tourenzahl, sind sie einmal aus dem synchronen Gange gefallen, dann müssen sie wieder zuerst an diese Tourenzahl gebracht werden, was gewöhnlich sehr umständlich ist und bei den Schaltungen große Aufmerksamkeit erfordert. Erst nachdem die Tourenzahl erreicht ist, kann die Belastung des Motors stufenweise angelegt werden.

Diesem Übelstande abzuhelfen und die Vorzüge der billigen Arbeitsübertragung mit den Vorteilen guter Wechselstrommotoren zu vereinigen, waren die Elektrotechniker von jeher bemüht und es gelang auch ihren Bemühungen, mit der Zeit Wechselstrommotoren herzustellen, welche in jeder Hinsicht mit den Gleichstrommotoren gleichwertig sind und dadurch der Verbreitung und Anwendung des Wechselstromes bei Arbeitsübertragungen immer größere Gebiete zu erschließen.

Das Mittel, welchem diese Fortschritte zu verdanken sind, ist der mehrphasige Wechselstrom. Der mehrphasige Wechselstrom ist die Kombination

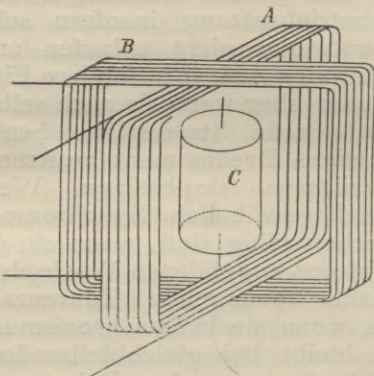

Fig. 1.

mehrerer gewöhnlicher einphasiger Ströme und je nachdem zwei, drei oder im allgemeinen *n* Wechselströme zu einem Stromsystem vereinigt werden, unterscheidet man zwei-, drei-, beziehungsweise *n*-phasigen Wechselstrom. Die ein Stromsystem bildenden Teilströme stehen miteinander in bestimmten Beziehungen; diese Beziehungen feststellen, sowie die Gesetze der mehrphasigen Ströme zu ermitteln, ist nun unsere Aufgabe.

Was die historische Entwicklung der Anwendung der mehrphasigen Ströme betrifft, gebührt

Galileo Ferraris und Nikola Tesla das Verdienst, die ersten gewesen zu sein, die auf diesem Gebiete die ersten Veröffentlichungen gemacht haben.

Im Jahre 1888 veröffentlichte Ferraris die Ergebnisse eines Versuches, welchen er folgendermaßen ausführte.

Er leitete in zwei, mit ihren Ebenen aufeinander senkrecht stehenden flachen Drahtspulen (Fig. 1) *A* und *B* zwei solche Wechselströme, welche in ihren Phasen gegeneinander um eine Viertelperiode verschoben waren. In der gemein-

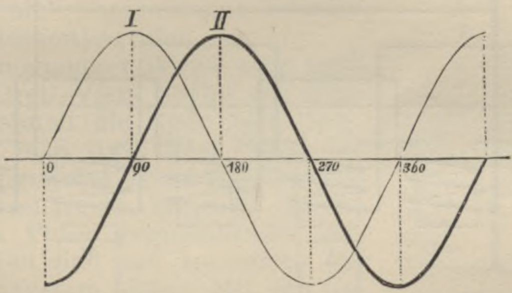

Fig. 2.

samen Achse der Drahtspulen war ein Kupferzylinder *c* dermaßen angebracht, daß er sich um eine vertikale Achse drehen konnte. Sobald nun durch beide Spulen Wechselströme flossen, fing der Zylinder an sich zu drehen, seine Winkelgeschwindigkeit nahm immer mehr bis zu einem konstanten Werte zu. Wurden die Zuleitungen einer Spule vertauscht, dann änderte sich die Drehrichtung des Kupferzylinders.

Das Experiment gelang auch dann, wenn anstatt des Kupferzylinders ein Eisenkern verwendet wurde, welcher mit in sich geschlossenen Kupferdrahtwindungen versehen war.

Was die Ursache ist, daß bei diesem Experiment der Kupferzylinder oder der Eisenkern in Rotation kommen, werden wir später beschreiben; verfolgen wir hier weiter die Entwicklung und Ausnutzung der mehrphasigen Stromsysteme.

Damit das Experiment von Ferraris gelingt, sind unbedingt zwei Wechselströme nötig, welche in der Phase um eine Viertelperiode oder nahezu eine Viertelperiode verschoben sind. Auch muß

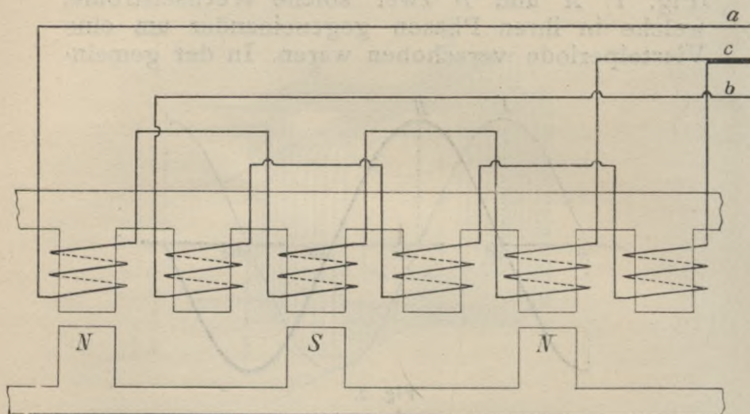

Fig. 3.

diese Phasenverschiebung immer bestehen und konstant bleiben.

In graphischer Darstellung sind diese Ströme in Fig. 2 ersichtlich.

Der erste Wechselstrom fängt bei Ø an, ist mit *I* bezeichnet und vollführt bei 360° eine volle Periode. Der zweite Wechselstrom, gleichfalls durch eine Sinuskurve dargestellt, ist mit *II* bezeichnet, hat seinen Nullwert in jenem Zeitpunkt, in welchem *I* maximal ist und erreicht sein Maximum erst dann, als *I* bereits wieder Null geworden ist. Dieser Strom ist also dem ersteren gegenüber in der Phase um eine Viertelperiode oder 90° verschoben.

Solche Wechselströme hat schon Gramme in den Siebzigerjahren mit seiner Maschine hergestellt, doch benutzte er sie voneinander gesondert, als zwei gewöhnliche Wechselströme.

Zwei Ströme, welche in der Phase gegeneinander um eine Viertelperiode verschoben sind und ein zusammenhängendes Stromsystem bilden, nennt man Zweiphasenströme. Diese bilden einen Teil des mit der Bezeichnung Mehrphasenströme benannten Gesamtbegriffes.

In analoger Weise kann auch von Drei-, Vier-, Sechs- etc. Phasenströmen die Rede sein, worunter man dann drei, vier, beziehungsweise sechs gewöhnliche Wechselströme versteht, welche in der Phase gegeneinander verschoben sind und zusammen ein Stromsystem bilden. Mit den Gesetzen solcher Stromkreise werden wir uns später eingehender befassen.

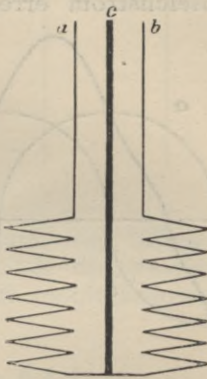

Fig. 4.

Außer Gramme findet man noch bei Schellen (Die magnetelektrischen und dynamoelektrischen Maschinen) und bei S. P. Tompson (Dynamo-Electric-Maschinery) Aufzeichnungen, in welchen auf die Herstellung mehrerer in der Phase verschobener Wechselströme hingewiesen wird.

Im Jahre 1889 wurde Zipernowsky und Déri ein Patent erteilt, mit welchem ein Verfahren geschützt wird, das Strom- und Energieverteilung mit mehreren phasenverschobenen Strömen bezweckt.

Die Erzeugung solcher Ströme erfolgt nach der Patentschrift in folgender Weise.

Fig. 3 ist ein Teil eines Wechselstromgenerators, welcher zwei, in der Phase um eine Viertelperiode verschobene Wechselströme erzeugt. *N, S, N* sind die Pole eines Elektromagneten, welcher vor den Polen einer feststehenden Armatur sich bewegt. Diese Pole sind mit Windungen versehen, welche untereinander in der eingezeichneten Weise verbunden sind. Die Anzahl der Armaturspulen ist doppelt so groß als diejenige des mit Gleichstrom erregten rotierenden Magnetkranzes,

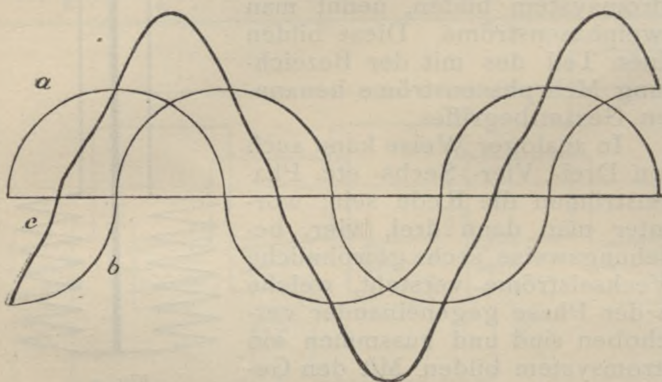

Fig. 5.

wodurch erreicht wird, daß nur jeder zweiten Armaturspule gegenüber ein Magnetpol steht, während die übrigen Armaturspulen in die Teilebenen der Elektromagnete zu liegen kommen.

Durch diese Anordnung der Spulen wird erreicht, daß zwei Wechselströme induziert werden, die in der Phase um 90^0 verschoben sind. In Fig. 3 müßte man zur Fortleitung der beiden Wechselströme insgesamt vier Leiter anwenden, doch läßt sich die Schaltung so ausführen, daß nur drei Leiter genügen. Diese Schaltung ist in Fig. 4 schematisch dargestellt.

Der Mittelleiter *c* führt zwei Ströme, welche sich zu einer Resultierenden summieren. Diese Summation darf nicht arithmetisch durchgeführt werden, denn die Komponentströme sind nicht

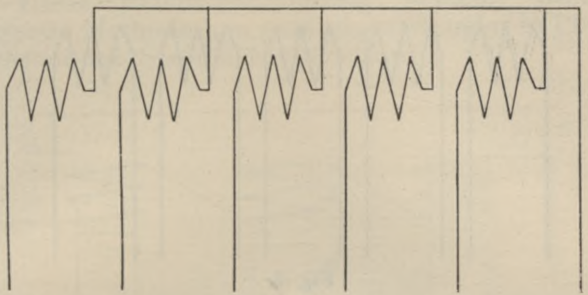

Fig 6.

phasengleich. Naturgemäß muß auch der Mittelleiter einen größeren Querschnitt als die beiden Außenleiter haben. Der Verlauf des resultierenden Stromes ist aus Fig. 5 ersichtlich.

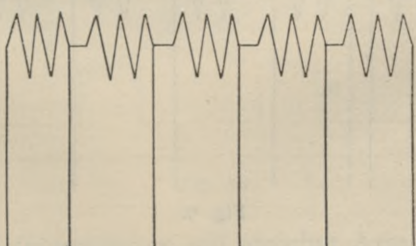

Fig. 7.

In dieser Patentschrift ist auch von solchen Schaltungen bereits Erwähnung getan, welche mehrere, in der Phase um $\frac{1}{6}$ Periode verschobene Wechselströme liefern und auch im allgemeinen von solchen die Rede, bei denen der Phasenunterschied $\frac{1}{n}$ Periode ist und n Wechselströme zur Verfügung stehen.

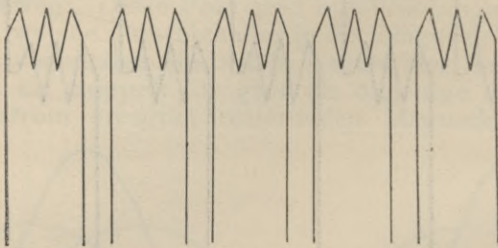

Fig. 8.

Ist die Anzahl der Wechselströme n, dann kann man diese entweder mit $2n$ oder im günstigsten Falle mit $n + 1$ Leiter fortleiten.

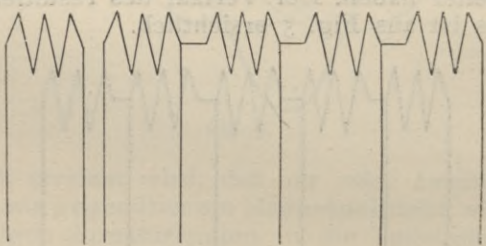

Fig. 9.

In Fig. 6 ist eine Schaltung mit $n + 1$ Leiter dargestellt, sowie auch in Fig. 7, während die Fig. 8 eine Schaltung zeigt, bei welcher die Zahl der Leiter $2n$ beträgt. Man kann diese beiden Schaltungsweisen miteinander kombinieren, wodurch man Schaltungsanordnungen bekommt, bei denen die Anzahl der Leiter zwischen $n + 1$ und

$2n$ liegt. Eine solche Schaltungsanordnung ist aus Fig. 9 ersichtlich. Bei allen diesen Schaltungen bedeuten die gebrochenen Linien die Armaturspulen.

Diese Patentbeschreibung erwähnt weiters folgende Methode, um zwei gegeneinander in Phase verschobene Ströme herzustellen.

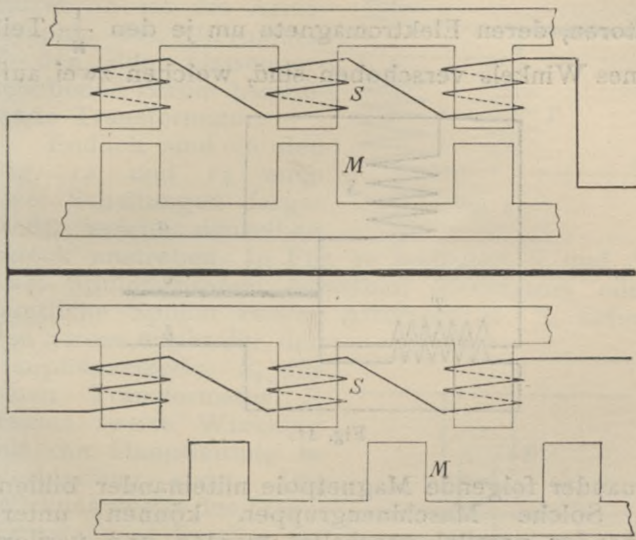

Fig. 10.

Zwei Generatoren mit gleicher Armaturspulen- und Magnetpolzahl sind miteinander starr verbunden, jedoch sind die Magnetpole so verschoben, daß, wenn bei einer Maschine die Pole der Armaturspulen den Magnetpolen gerade gegenüberstehen, bei der anderen Maschine die Magnetpole zwischen zwei Armaturspulen zu liegen kommen (s. Fig. 10). Die Armaturspulen sind *S S*, die

Magnetpole MM. Die Schaltung ist so ausgeführt, daß zur Fortleitung des Stromes drei Leiter dienen.

Will man n Ströme herstellen, bei denen zwischen zwei nacheinander folgenden die Phasenverschiebung $\frac{360}{2n}$ beträgt, dann benutzt man n miteinander in starrer Verbindung stehende Generatoren, deren Elektromagnete um je den $\frac{1}{n}$ Teil jenes Winkels verschoben sind, welchen zwei aufeinander folgende Magnetpole miteinander bilden.

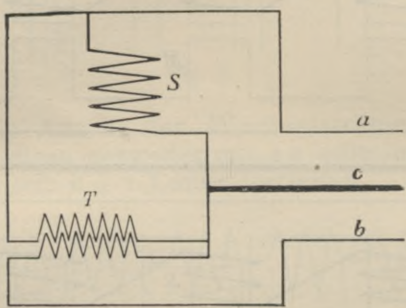

Fig. 11.

Solche Maschinengruppen können untereinander parallel geschaltet werden und variiert die benötigte Leiterzahl je nach der Schaltung zwischen $2n$ und $n + 1$.

Phasenverschobene Ströme werden auch dadurch erzeugt, daß man einen gewöhnlichen einphasigen Wechselstrom produzierenden Alternator benutzt und den Wechselstrom teilt. Ein Teil fließt unverändert in die Hauptleitung, während der andere Teil in die Primärwicklung eines Transformators geführt wird. In der Sekundärwicklung wird ein Strom induziert, welcher zum induzierenden, also zum Hauptstrome phasenverschoben ist, und dieser Strom wird dann nach der in Fig. 11 angedeuteten Schaltung in die Hauptleitung geschickt. In der Figur sind drei Leitungen benutzt: man könnte aber vier gesonderte Leitungen auch benutzen. S ist die Armaturspule des Alternators, T der den phasenverschobenen Strom herstellende Transformator.

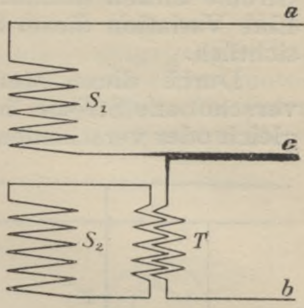

Fig. 12.

Endlich sind in den Fig. 12 und 13 noch zwei Schaltungen dargestellt, welche denselben Zweck anstreben. In Fig. 12 bedeuten S_1 und S_2 zwei Spulengruppen desselben Alternators oder sämtliche Spulen zweier Alternatoren. S_1 liefert den Strom direkt für den Hauptstromkreis, S_2 für einen Transformator T, dessen zweite Wicklung mit der Hauptleitung in Verbindung steht. Die Wirkungsweise des Transformators ist dieselbe wie bei Fig. 11.

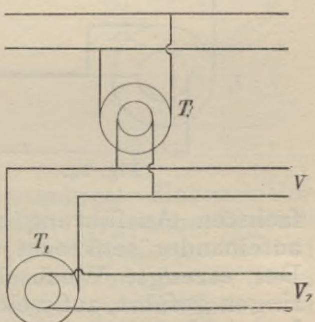

Fig. 13.

Mit zwei Transformatoren und einphasigem Wechselstrom erreicht man denselben Zweck. Aus der Alternatorleitung fließt der Gesamtstrom in den Transformator T, dessen Sekundärstrom die eine Phase der herzustellenden phasenverschobenen Ströme bildet. Ein Teil dieses Stromes wird in die Primärwicklung eines zweiten

Transformators T_1 geleitet, welcher dann durch den induzierten Sekundärstrom den zweiten phasenverschobenen Strom liefert. Die phasenverschobenen Ströme fließen demnach in den Leitungen V und V_1. Eine Variation dieser Schaltung ist aus Fig. 14 ersichtlich.

Durch diese Methoden kann man phasenverschobene Ströme herstellen, deren Spannungen gleich oder verschieden sind, je nachdem das Transformationsverhältnis der Transformatoren gleich, beziehungsweise verschieden sind.

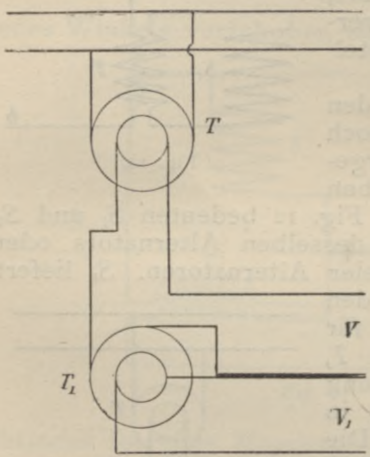

Fig. 14.

Nikola Tesla und Charles S. Bradley ließen sich im Jahre 1888 Methoden patentieren, welche auf die Erzeugung von Zweiphasenströmen sich beziehen.

Tesla erzeugt den Zweiphasenstrom aus einer eigens zu diesem Zwecke konstruierten Maschine, welche in ihrer einfachsten Ausführung zwei Magnetpole und zwei aufeinander senkrecht stehende Armaturspulen hat. Der erzeugte Wechselstrom wird zu vier Schleifringen geführt, auf welchen mit dem äußeren Stromkreis in Verbindung stehende Federn schleifen (Fig. 15).

Im bezeichneten Zeitmomente ist die Ebene der Spule *I* parallel zu den magnetischen Kraftlinien, folglich ist in dieser Lage bei Drehung die Veränderung der Kraftlinienzahl in der durch die Windungen umschlossenen Fläche eine maximale, wodurch auch die induzierte elektromotorische Kraft ein Maximum wird. Im selben Zeitpunkte ist aber die Ebene der Spule *II* senkrecht auf die Richtung der Kraftlinien, in dieser wird also die induzierte elektromotorische Kraft Null sein. Nach 90° Drehung sind die Verhältnisse entgegengesetzt, d. h. jetzt wird in *II* die induzierte elektromotorische Kraft maximal und in *I* Null. In jeder Spule wird also ein Wechselstrom induziert, diese Ströme sind aber in der Phase um 90° verschoben, oder nachdem auch von Perioden die Rede sein kann, ist die Phasenverschiebung eine Viertelperiode.

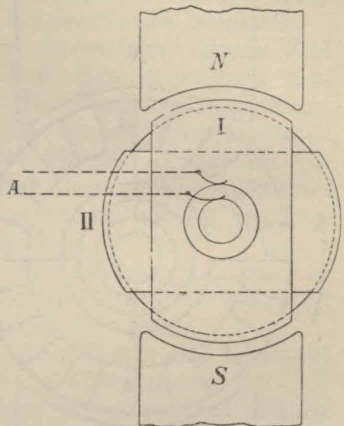

Fig. 15.

Bradleys Einrichtung zur Erzeugung von Zweiphasenströmen basiert auf folgender Überlegung. Jede Gleichstrommaschine erzeugt in den Armaturwindungen Wechselströme, welche durch den Kollektor gleichgerichtet werden und als Gleichstrom in den äußeren Stromkreis fließen. Verbindet man zwei, einander gegenüberliegende Punkte der Wicklung mit zwei isolierten Schleifringen und führt von diesen den induzierten Strom fort, dann bekommt man einen gewöhnlichen einphasigen Strom. Will man aber noch einen anderen Wechselstrom haben, welcher zum ersten in der Phase um eine Viertelperiode verschoben ist, dann muß man naturgemäß noch zwei andere Punkte mit Schleifringen verbinden, zwischen welchen die elektromotorische Kraft dann Null ist, wenn zwischen den ersten Maximum und umgekehrt. Bei einer zweipoligen Maschine liegen diese vier Abzweigpunkte um je 90° verschoben gegeneinander; eine diesbezügliche schematische Zeichnung für eine Ringarmatur ist in Fig. 16 abgebildet.

Die Wicklung des Ringes hat an vier symmetrisch gelegenen Punkten Abzweigungen. Jede Abzweigung führt zu einem isolierten Schleifring, so daß vier Schleifringe vorhanden sind, welche den Ausgangspunkt des zweiphasigen Stromkreises bilden. Je zwei Abzweigpunkte, also *a*, *b* und *c*, *d* gehören zu einer Phase. Nachdem die Ebenen dieser Abzweigungen aufeinander senkrecht stehen und die Maschine zweipolig ist, werden zwischen *a b* und *c d* solche elektromotorische Kräfte auftreten, deren Phasendifferenz eine Viertelperiode beträgt.

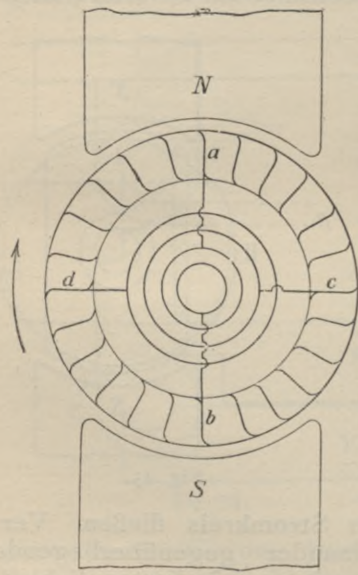

Fig. 16.

Bei mehrpoligen Maschinen müssen die Abzweigungen so gewählt werden, daß, wenn die erste Abzweigung in die Magnetpolachse fällt, die zweite gerade in die Mitte zwischen benachbarten Magnetpolen zu liegen kommt, denn nur in diesem Falle ist die Bedingung erfüllt, daß zwischen den entstehenden zwei Wechselströmen die Phasendifferenz eine Viertelperiode ist.

Man sieht hieraus, daß zeitlich gegeneinander verschobene Wechselströme nach mehreren Methoden hergestellt werden können, und zwar benutzt man entweder Stromerzeuger mit selbstständigen Stromkreisen oder stellt man aus einem einphasigen Wechselstrom durch einen Kunstgriff zwei phasenverschobene Ströme her. Diese letztere Methode wird Kunstphase genannt.

Kunstphase stellte schon Ferraris her, indem er den primären und den sekundären Strom eines Transformators für seine Experimente benutzte.

Zipernowsky und Déri erreichten dieses Ziel dadurch, daß sie einen Teil des erzeugten einphasigen Stromes in die Hauptleitung schickten, den anderen Teil aber in einen Transformator leiteten, dessen sekundärer Strom in der Hauptleitung den zweiten zeitlich verschobenen Strom bildete. Diese Schaltungen haben wir im vorhergehenden ausführlich behandelt.

Bláthy schaltete in den Wechselstromkreis Kondensatoren und Induktionswiderstände, wodurch er phasenverschobene Ströme herstellte.

Dasselbe Resultat erhielten Hutin und Leblanc, indem sie nur Kondensatoren anwendeten.

Während zwischen dem primären und sekundären Strome eines Transformators die Phasenverschiebung immer größer als 90^0 ist, wird bei jener Schaltung von Ferraris, bei welcher der einphasige Strom geteilt und der eine Teil durch einen möglichst induktionslosen Ohmschen Widerstand, der andere dagegen durch einen möglichst großen induktiven Widerstand geleitet wird, die Phasendifferenz stets kleiner als 90^0 sein. Je größer der induktive Widerstand, um so näher kommt der Wert des Phasenverschiebungswinkels zu 90^0, erreicht diesen Wert aber nie.

Alle phasenverschobene Ströme haben die Fähigkeit, ein magnetisches Drehfeld zu erzeugen, und gerade diese Eigenschaft hat unter kurzer Zeit die mehrphasigen Ströme zu einer Bedeutung gebracht, welche schon am Anfange ihrer Entwicklung darauf schließen ließ, daß viele wichtige Probleme, wie z. B. das der Arbeitsübertragung auf große Entfernungen, die elektrische Traktion etc., welche mit Gleichstrom wirtschaftlich nicht zu lösen waren, in solcher Weise nur mit mehrphasigen Strömen ausführbar sind.

Praktisch völlig befriedigende Resultate hat man mit dem dreiphasigen Wechselstrom erreicht. In der Ausbildung und der Entwicklung dieses Stromsystems hat sich v. Dobrowolsky große Verdienste erworben. Mit der ausführlichen Schilderung und Untersuchung dieses sowie anderer Stromsysteme werden wir uns in den folgenden Kapiteln befassen, behandeln wir aber vor allem den zweiphasigen Wechselstrom.

II. Kapitel.

Der zweiphasige Wechselstrom.

Im vorhergehenden Kapitel haben wir die mehrphasigen Ströme im allgemeinen behandelt, nun wollen wir uns mit einem speziellen Fall dieser Wechselströme befassen, nämlich mit dem zweiphasigen Wechselstrom.

Der zweiphasige Wechselstrom besteht aus zwei Wechselströmen, die gegeneinander zeitlich um eine Viertelperiode verschoben sind und die zusammen ein Stromsystem bilden. Wir haben schon im ersten Kapitel von phasenverschobenen Strömen gesprochen, unter zweiphasigem Wechselstrom aber werden wir nur jene zwei Wechselströme verstehen, welche die oben angegebenen Bedingungen erfüllen.

Aus dem bisher Gesagten geht hervor, daß bei sinusoidaler Veränderung der zweiphasige Wechselstrom durch zwei Sinuskurven dargestellt werden kann, bei welchen der Nullpunkt des einen Stromes mit dem Maximalwert des zweiten zusammenfällt und umgekehrt (Fig. 17). Die zwei Kurven sind mit I und II bezeichnet, ihr Phasenunterschied ist 90^0.

Wollen wir diese Verhältnisse mit Hilfe eines Vektordiagrammes darstellen, dann verfahren wir in folgender Weise.

Im Zeitpunkte A ist $I = 0$ und $II = max.$

Bis zum Zeitpunkte *B* wächst *I* bis zu seinem positiven Maximalwert, *II* nimmt dagegen von dem negativen Maximalwert stetig ab und erreicht in demselben Zeitpunkte den Nullwert, als *I* positives Maximum wird. In dieser Viertelperiode ist also *I* positiv, *II* dagegen negativ. Die Phasenverschiebung ist 90°, folglich müssen die Vektoren rechtwinkelig zueinander stehen und die Rotationsrichtung muß so gewählt werden, daß die Momentwerte in jedem Zeitpunkte, d. h. die Projektionen der Vektorgrößen auf die Ordinatenachse in jeder

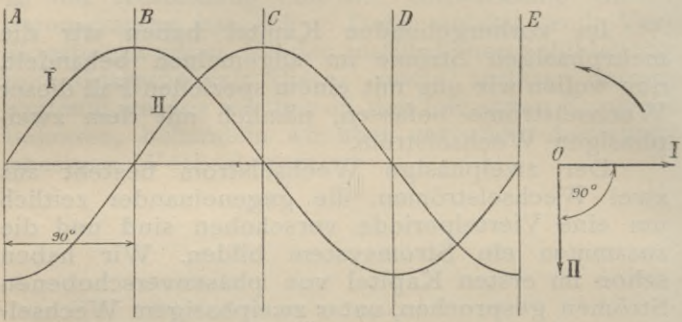

Fig. 17.

Lage solche Vorzeichen besitzen, welche den Momentwerten im Wellendiagramm für den fraglichen Zeitpunkt entsprechen. Wir gehen bei der Konstruktion des Vektordiagrammes vom Zeitpunkte *A* aus, wo *I* Null und *II* negativ Maximum ist, wo also der Vektor *OI* in der Abscissenachse und *OII* in der negativen Hälfte der Ordinatenachse liegt. Die Rotationsrichtung ist die durch den Pfeil angegebene und tatsächlich sehen wir, daß bei dieser Rotationsrichtung die Projektionen des Vektors *OI* während der ersten Viertelperiode bis zum positiven Maximum zunehmen, dagegen jene von *OII* vom negativen Maximum bis Null abnehmen, gerade so, wie während der ersten Viertelperiode im Wellendiagramm.

Die Verhältnisse für die anderen Teile der ganzen Periode decken sich in den zwei graphischen Darstellungsweisen völlig miteinander, die Vergleichung beider bleibt dieselbe, weshalb wir uns mit derselben nicht weiter befassen.

Was die Längen der beiden Vektore betrifft, sind diese einander gleich, da beide Wechselströme

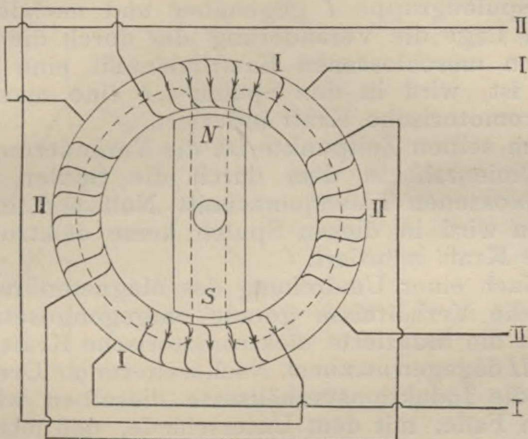

Fig. 18.

dieselben Amplituden, oder mit anderen Worten, dieselben Maximalwerte haben.

Wie wird der zweiphasige Wechselstrom erzeugt? Zwei diesbezügliche Konstruktionsprinzipe haben wir bereits in den Fig. 15 und 16 dargestellt, doch wollen wir nachstehend noch ein Konstruktionsprinzip beschreiben, welches bei den modernen Wechselstrommaschinen stets angewendet wird.

Dies ist in Fig. 18 schematisch dargestellt. *A* ist ein feststehender Eisenring, welcher mit vier

Windungsgruppen versehen ist. Von diesen stehen je zwei diametral einander gegenüber und diese sind miteinander in der angegebenen Weise verbunden. Je zwei Spulengruppen gehören zu einer Phase, und zwar sind die zusammengehörigen Stromkreise mit derselben Zahl versehen.

In dem durch den Ring umschlossenen Raume rotiert ein permanenter oder ein Elektromagnet mit konstanter Winkelgeschwindigkeit. In der eingezeichneten Stellung stehen die Pole *N* und *S* der Spulengruppe *I* gegenüber und nachdem in dieser Lage die Veränderung der durch die Windungen umschlossenen Kraftlinienzahl eine maximale ist, wird in den Spulen *I, I* eine maximale elektromotorische Kraft induziert.

Im selben Zeitpunkte ist die Veränderung der Kraftlinienzahl in dem durch die Spulen *II, II* umschlossenen Eisenquerschnitt Null und infolgedessen wird in diesen Spulen keine elektromotorische Kraft induziert.

Nach einer Umdrehung des Magneten mit 90^0 sind die Verhältnisse gerade entgegengesetzt. in *I, I* ist die induzierte elektromotorische Kraft Null, in *II, II* dagegen maximal. Nach weiterer 90^0 Drehung sind die Induktionsverhältnisse dieselben wie im ersten Falle, mit dem Unterschiede, daß jetzt das Vorzeichen der elektromotorischen Kraft jener im ersten Zeitpunkte entgegengesetzt ist. Dasselbe besteht nach dreiviertel Drehung zwischen den induzierten elektromotorischen Kräften in der zweiten Spulengruppe in bezug auf die erste Vierteldrehung des Magnets. Nach einer vollen Umdrehung sind die Verhältnisse dieselben wie am Anfange und die Induktionserscheinungen wiederholen sich.

Der Verlauf der Kraftlinien ist in der Figur punktiert gezeichnet.

Für die Fortleitung des entstehenden Wechselstromes sind in der Figur vier Leitungen (*I, I* und

II, II) angenommen. Man kann aber zwei dieser Leitungen miteinander verbinden, wobei nur zu beachten ist, daß diese zwei Leitungen zu verschiedenen Phasen gehören müssen, denn würde man zwei zu derselben Phase gehörige Leitungen miteinander verbinden, dann würde man die betreffende Phase in sich selbst kurzschließen.

Bei richtiger Schaltung der Außenleiter sind also drei Hauptleitungen genügend, um den zweiphasigen Wechselstrom fortzuführen. In diesem

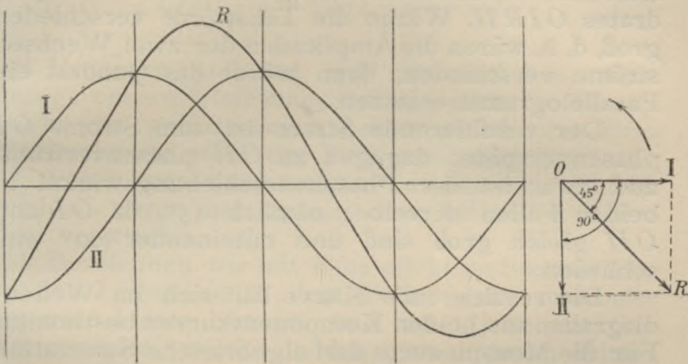

Fig. 19.

Falle führt der gemeinsame Leiter bald die Summe, bald wieder die Differenz der beiden Wechselströme und muß demnach auch entsprechend dimensioniert werden. Welchen Wert der so entstehende resultierende Strom annimmt, ist aus folgenden Konstruktionen ersichtlich (Fig. 19).

Wir wissen, daß die zwei, denselben Leiter durchfließende Ströme zeitlich gegeneinander um eine Viertelperiode verschoben sind, daß also ihre Vektoren zueinander unter 90° stehen. Der resultierende Strom setzt sich aus diesen Komponentströmen zusammen und nachdem hier verschiedene

Phasen sind, muß eine geometrische Summation durchgeführt werden. Wie aus dem ersten Teile dieses Werkes bekannt ist, geschieht diese Summation in derselben Weise wie bei den Kräften, d. h. man bildet aus den Komponentströmen ein Vektorpolygon, die Schlußseite ergibt alsdann den gesuchten resultierenden Strom.

Seien in Fig. 19 die Teilströme durch die Vektoren OI und OII dargestellt. Nach den bisherigen Ausführungen ist der Vektor des resultierenden Stromes die Diagonale OR des Quadrates $OIRII$. Wären die Teilströme verschieden groß, d. h. wären die Amplituden der zwei Wechselströme verschieden, dann würde das Quadrat ein Parallelogramm ersetzen.

Der resultierende Strom ist zum Strome OI phasenverspätet, dagegen zu OII phasenverfrüht, und zwar ist der Phasenverschiebungswinkel in beiden Fällen derselbe, nämlich 45^0, da OI und OII gleich groß sind und miteinander 90^0 einschließen.

Die resultierende Kurve läßt sich im Wellendiagramm aus beiden Komponentkurven bestimmen. Für die Momentwerte darf algebraische Summation durchgeführt werden, man bekommt also die einzelnen Punkte der resultierenden Kurve dadurch, daß man die algebraische Summe der zusammengehörigen zwei Momentwerte bildet. Diese Konstruktion durchgeführt, erhält man die Kurve R.

Wir müssen noch untersuchen, in welchem Verhältnisse die Teilströme zum resultierenden Strome stehen.

Aus dem Vektordiagramm ist ersichtlich, daß der Vektor des resultierenden Stromes die Hypothenuse jenes rechtwinkeligen Dreieckes ist, dessen beide Katheten einander gleich, und zwar die Komponentströme sind. Nachdem für ein rechtwinkeliges Dreieck:

$$OR = \sqrt{\overline{OI}^2 + \overline{OII}^2}$$

ist und in unserem Falle $\overline{OI} = \overline{OII}$, wird

$$OR = \sqrt{2 \cdot \overline{OI}^2} = \overline{OI}\sqrt{2} = 1{,}414\,\overline{OI}.$$

$\overline{OI}$ und $\overline{OII}$ sind Vektorgrößen, also Maximalwerte. Derselbe Zusammenhang besteht aber auch für effektive Werte, da

$$i_{eff} = \frac{\overline{OR}}{\sqrt{2}} = 1{,}414\,\frac{\overline{OI}}{\sqrt{2}} = \overline{OI}.$$

Bedeuten OI und OII Stromstärken, dann besagt unsere Gleichung, daß die effektive Stromstärke im gemeinsamen Leiter gleich mit dem Maximalwerte einer der Teilstromstärken ist.

Sehen wir nun, welche Vorteile sind zu erreichen, wenn man anstatt vier Leiter nur deren drei verwendet.

Bezeichnen wir mit i die effektive Stromstärke in den Leitungen in dem Falle, wenn man vier separate Leiter benutzt, und mit i_1 jene effektive Stromstärke, welche in dem gemeinsamen dritten Leiter fließt. Bei unseren Vergleichsrechnungen nehmen wir an, daß die Verluste in beiden Fällen dieselben sind, daß also

$$4\,i^2 r = i_1^2 r_1 + 2\,i^2 r$$

wo r den Ohmschen Widerstand eines Leiters und r_1 jenen des gemeinsamen Leiters bedeutet.

Nachdem aber

$$i_1 = \sqrt{2}\,i$$

wird

$$4\,i^2 r = 2\,i^2 r_1 + 2\,i^2 r$$

d. h.

$$r_1 = r.$$

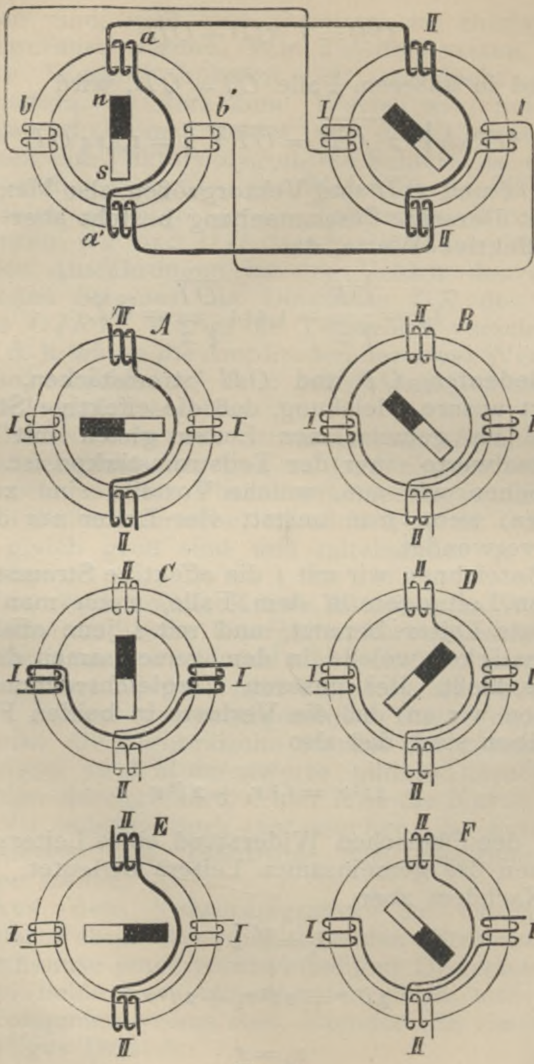

Fig. 20.

Dies besagt soviel, daß bei gleichen Verlusten trotz der größeren Stromstärke im gemeinsamen Leiter der Querschnitt dieses Leiters nicht größer genommen werden muß. Dieses Resultat ist auch einleuchtend, wenn man nur in Betracht zieht, daß jetzt nur drei Leiter vorhanden sind und somit die Gesamtlänge der Leitung nur der dreiviertel Teil jener Länge ist, welche besteht, wenn vier gesonderte Leiter vorhanden sind.

Nachdem der Querschnitt aller Leiter derselbe ist, ob nun drei oder vier Leitungen den zweiphasigen Strom führen, die Längen aber im ersten und zweiten Falle sich so verhalten, wie 3:4, ist leicht einzusehen, daß bei drei Leitungen das benötigte Kupfergewicht um ein Viertelteil kleiner ist als bei vier Leitern, daß also die Ersparnis an Kupfer bei solcher Schaltung 25% beträgt.

Drehfeld bei zweiphasigem Wechselstrom.

Am Schlusse des ersten Kapitels haben wir angedeutet, daß die phasenverschobenen Ströme ein magnetisches Drehfeld erzeugen. Das Wesen eines solchen Drehfeldes geht aus folgenden Ausführungen hervor.

Wir haben z. B. eine zweiphasige Wechselstrommaschine von solcher Konstruktion, wie in Fig. 18 angedeutet. Ein Eisenring ist mit vier Spulen versehen, welche voneinander um je 90° abstehen (Fig. 20). In dem durch diese Armatur umschlossenen Raume bewegt sich der permanente Magnet *ns*. Je zwei einander gegenüberliegende Spulen gehören zu einer Phase und sind untereinander verbunden. *aa'* liefert den einen, *bb'* den zweiten Wechselstrom. Diese Ströme sind gegeneinander zeitlich um eine Viertelperiode verschoben, so daß ihr Wellendiagramm durch die Fig. 21 dargestellt werden kann.

Der zweiphasige Strom wird nun in einen Apparat geleitet, dessen Einrichtung dieselbe ist, als jene der Wechselstrommaschine. Auch hier ist ein in sich geschlossener Eisenring vorhanden, welcher vier, um je 90^0 versetzte Spulen hat, die miteinander in derselben Weise verbunden sind, als die Spulen des Generators. Der Eisenring schließt ebenfalls einen permanenten Magneten ein, welcher im Mittelpunkte des Ringes drehbar angeordnet ist.

Fließt durch die geeignet geschalteten Windungen ein Gleichstrom, dann entstehen aneinander

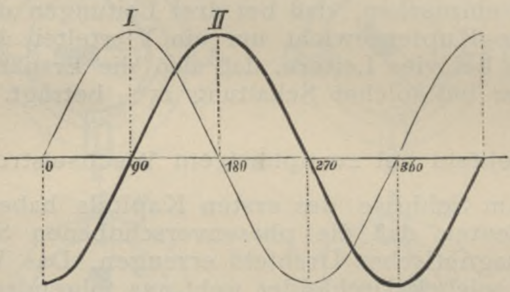

Fig. 21.

gegenüberliegenden Stellen des Ringes freie Magnetpole und der permanente Magnet dreht sich durch die gegenseitige magnetische Abstoßung und Anziehung gerichtet solange, bis sein Nordpol dem Südpole des Ringes und sein Südpol dem Nordpole desselben gegenüber zu stehen kommt. Bei Gleichstrom also bewegt sich der Magnet nur solange, bis er in die oben beschriebene Lage kommt.

Wenn anstatt Gleichstrom einphasiger Wechselstrom durch die Windungen fließt, dann wechseln die Pole des Ringes während einer Periode zweimal und ist der Magnet genug leicht, dann wird er sich schnell hin und her bewegen, d. h. in Vibration kommen. Eine Drehung des Magnetes findet nicht statt.

Anders sind die Verhältnisse, wenn die Spulen durch zweiphasigen Strom durchflossen werden. Wie aus Fig. 21 ersichtlich, haben diese Ströme eine gegenseitige Phasenverschiebung von 90^0, dementsprechend ist der eine Strom Null, wenn der andere Maximum und umgekehrt. Jeder Wechselstrom ruft ein magnetisches Feld im Eisenringe hervor, die Stärke dieses Feldes hängt natürlich in jedem Zeitpunkte vom entsprechenden Momentwert des Wechselstromes ab. Wir haben hier also eigentlich mit zwei magnetischen Feldern zu tun, diese addieren sich aber in entsprechender Weise und es entsteht ein resultierendes magnetisches Feld, welches den permanenten Magnet zur kontinuierlichen Drehung veranlaßt.

Der Vorgang der magnetischen Wirkungen ist ebenfalls aus Fig. 20 (von *A* bis *F*) ersichtlich. Der den zweiphasigen Wechselstrom empfangende Apparat ist hier für sechs verschiedene Stromphasen sechsmal aufgezeichnet. In diesen Figuren bedeuten die fettgedruckten Spulen soviel, daß in ihnen der maximale Strom fließt. Sind beide Spulen gleich ausgezogen, dann fließen in beiden Ströme, jedoch hat keiner seinen Maximalwert. Nachdem hier von zweiphasigen Wechselströmen die Rede ist, muß in einer Windung die Stromstärke Null sein, sobald in der anderen ein Maximum auftritt, d. h. in jedem Falle, wo eine Spule fettgedruckt ist, fließt im anderen Spulenpaare kein Strom.

Gehen wir bei unseren Betrachtungen von der Fig. 20 *A* aus. In diesem Zeitmomente ist in *I I* der Strom Null, dagegen in *II II* maximal. Dieser Zeitmoment entspricht dem Anfangspunkte des Wellendiagrammes in Fig. 21.

Der Strom *II* ruft im Eisenringe zwei Magnetpole hervor, welche diametral liegen, und zwar bei den Spulen *II*. War der Magnet in dieser Zeit in einer beliebigen Lage, dann wird er sich solange drehen, bis er den Spulen *II* gegenüber zu stehen kommt.

Die erregenden Wechselströme verändern aber kontinuierlich ihre Intensität, der Strom *I* nähert sich zum positiven Maximum, der Strom *II* dagegen zu seinem Nullwerte und nach einer Achtelperiode sind beide gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet. Diesen Zeitpunkt stellt die Fig. 20 *B* dar.

Sind die Spulen in gleicher Richtung gewickelt und sind ihre Enden mit der Stromquelle so verbunden, daß der Strom *II* einen Nordpol in der linken, der Strom *I* aber einen solchen in der oberen Hälfte des Ringes hervorruft, dann entsteht ein resultierender Nordpol, welcher in die Mittellage des oberen linken Ringquadranten fällt. Der Magnet trachtet dem Nordpol näher zu kommen, er wird deshalb eine Drehung von 45^0 tun und die in Fig. *B* eingezeichnete Lage einnehmen.

Nach einer Viertelperiode haben sich die Stromverhältnisse ganz geändert, und zwar in der Weise, daß nun der Strom *I* maximal und *II* Null ist. Die Folge davon wird sein, daß jetzt nur das dem Strome *I* entsprechende magnetische Feld entsteht, d. h. nur jener Nord- und Südpol wirken, welche in der oberen, beziehungsweise unteren Ringhälfte liegen. Der Magnet bewegt sich also in derselben Richtung um weitere 45^0 und steht nun senkrecht auf seine Anfangsrichtung. Diese Verhältnisse sind in der Fig. 20 *C* dargestellt.

In den weiteren drei Viertelperioden wiederholen sich dieselben Vorgänge, mit dem Unterschiede, daß der resultierende Nordpol von der oberen Ringhälfte nach rechts wandert (Fig. 20 *D*), dann kommt er unter Spule *I* (Fig. 20 *E*) und endlich in die untere rechte Ringhälfte (Fig. 20*F*) u. s. w. Der permanente Magnet folgt dem resultierenden Felde immer nach und kommt dadurch in Rotation.

Die Rotation des magnetischen Feldes können wir uns folgendermaßen vorstellen:

Wenn auf den Punkt *A* (Fig. 22) zwei zueinander senkrecht stehende Kräfte *I* und *II* wirken, dann bewegt er sich weder in der einen noch in der anderen Richtung, sondern beschreibt einen mit diesen nicht zusammenfallenden Weg, dessen Richtung aus den wirkenden Kräften mit Hilfe einer Parallelogramm-Konstruktion bestimmt werden kann. Nach Verlauf eines gewissen Zeitraumes wird sich der Punkt in jener *R* Lage befinden, welche durch die Diagonale jenes Parallelogrammes bestimmt wird, dessen aufeinander senkrechte Seiten *A I* und *A II* jene Weglängen sind, welche der Punkt zurücklegen würde, wenn auf ihn die genannten Kräfte separat einwirken würden.

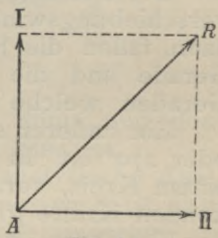

Fig. 22.

Die jeweilige Lage des Punktes *R* hängt also von den wirkenden Kräften ab. Nehmen wir an, daß die wirkenden Kräfte magnetische Kräfte sind, welche auf den Einheitspol wirken und periodisch veränderlich sind. Sind diese Veränderungen nach dem Sinusgesetze verlaufend, dann können diese Kräfte folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$A\,I = X \sin \frac{2\pi}{T} t$$

und

$$A\,II = Y \sin \frac{2\pi}{T} (t + \delta).$$

In diesen Gleichungen bedeuten ebenso wie bei den bereits behandelten periodischen Funktionen X und Y die Maximalwerte der periodischen magnetischen Kräfte, T die Zeitdauer einer Periode, t jenen Zeitraum, welcher vom Anfange der Bewegung bis zum fraglichen Zeitpunkte verstrichen ist, und endlich δ jenen Phasenunterschied, welchen die Vektore der Kräfte miteinander einschließen.

Um zwischen AI und AII eine Beziehung bekommen zu können, muß man die Zeit t eliminieren. Wir gelangen dadurch zu einem Ausdrucke, welcher allgemein eine Ellipse darstellt, was soviel besagt, daß der Punkt R in diesem Falle eine Ellipse beschreibt.

Die Form der Ellipse hängt von dem Phasenverschiebungswinkel δ ab. Ist $\delta = 0$ oder 180^0, dann fallen die Richtungen AI und AII in eine Gerade und die elliptische Bahn wird zu einer Geraden, welche durch den Punkt A geht.

Ein anderer spezieller Fall ist der, daß $\delta = 90^0$ oder 270^0 ist. In diesem Falle wird die Ellipse zu einem Kreis, vorausgesetzt natürlich, daß die wirkenden Kräfte gleich groß sind. Der Halbmesser der Kreisbahn ist mit den Maximalwerten der Kräfte gleich, wie dies auch aus unseren Gleichungen hervorgeht:

Ist $\delta = 90^0$, d. h. beträgt die Phasenverschiebung eine Viertelperiode, dann wird:

$$AI = X \sin \frac{2\pi}{T} t$$

und

$$AII = Y \sin \frac{2\pi}{T} \left(t + \frac{T}{4}\right)$$

oder aber

$$AII = Y \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Nachdem aber

$$\sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \frac{2\pi}{T} t$$

ist, wird

$$A\,II = Y \cos \frac{2\pi}{T} t.$$

$A\,I$ und $A\,II$ quadriert und summiert, bekommt man:

$$\overline{A\,I^2} + \overline{A\,II^2} = X^2 \sin^2 \frac{2\pi}{T} t + Y^2 \cos^2 \frac{2\pi}{T} t.$$

Wir nahmen aber an, daß beide Kräfte gleich groß sind, daß also $X = Y$ und unter dieser Bedingung wird:

$$\overline{A\,I^2} + \overline{A\,II^2} = X^2 \left(\sin^2 \frac{2\pi}{T} t + \cos^2 \frac{2\pi}{T} t \right)$$

oder

$$\overline{A\,I^2} + \overline{A\,II^2} = X^2$$

da die Summe der Quadrate des Sinus und des Cosinus desselben Winkels gleich Eins ist.

Die letzte Gleichung ist der analytische Ausdruck eines Kreises, dessen Halbmesser X ist und somit haben wir unsere Behauptung bewiesen.

Betrachten wir nun die Verhältnisse bei zweiphasigem Wechselstrom. Wir haben zwei Wechselströme mit der Phasenverschiebung von 90° und mit gleichen Maximalwerten. Die magnetische Wirkung eines Stromes oder mit anderen Worten die Intensität des hervorgerufenen magnetischen Feldes hängt außer den Dimensionen der Spulen und des Eisenkernes von der Ampèrewindungszahl ab. Unter dieser Zahl versteht man das Produkt der in Ampère gemessenen Stromstärke mit der gesamten Windungszahl der Spule und bleiben die anderen Dimensionen der Disposition dieselben, dann kann man dieselbe magnetische Feldstärke durch verschiedene Stromstärken und Windungszahlen hervorrufen. Hauptbedingung ist nur, daß das Produkt beider konstant bleibt.

In dem gemeinsamen Eisenringe in Fig. 20 wird das resultierende magnetische Feld durch zwei Wechselströme hervorgerufen, man muß deshalb die Summe der jeweiligen Ampèrewindungszahlen bilden, um ein Maß für das resultierende magnetische Feld zu bekommen.

Das magnetische Feld hat die geringste Intensität, wenn der eine Strom Null und der andere Maximum wird. Ein Maximum in der Feldstärke entsteht, wenn die Ampèrewindungszahl maximal wird, d. h. wenn beide Stromstärken ein-

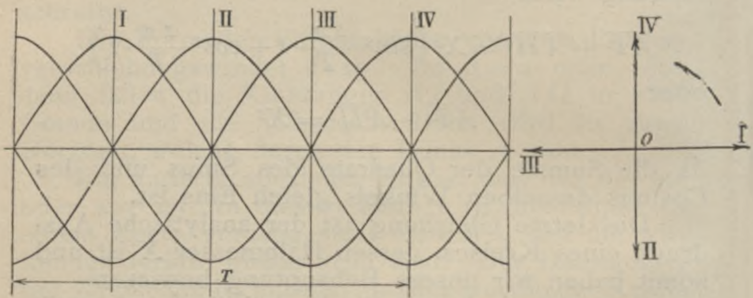

Fig. 23.

ander gleich groß werden. In diesem Zeitpunkte ist der Momentwert des einen Stromes

$$i_1 = J_{max} \sin 45^0 = \frac{J_{max}}{\sqrt{2}}.$$

Um den Gesamtstrom zu bekommen, muß man obige Stromstärke i_1 zweimal nehmen, so daß das magnetische Feld durch die Stromstärke

$$2\,i_1 = i = \frac{2}{\sqrt{2}} J_{max} = 1{,}414\, J_{max}$$

hervorgerufen wird. Nachdem die Windungszahl immer dieselbe bleibt, wird die magnetische Feldstärke zwischen 1 und 1,414 variieren, d. h. ihr Minimal- und Maximalwert um 41,4% voneinander verschieden sein. Wir haben also bei Zweiphasenstrom ein pulsierendes magnetisches Feld. Die Pulsation beträgt 41,4% des Mindestwertes des resultierenden Feldes.

Ähnlich dem Zweiphasenstrome sind die Phasenverhältnisse bei vierphasigem Wechselstrom. Der vierphasige Wechselstrom besteht aus vier

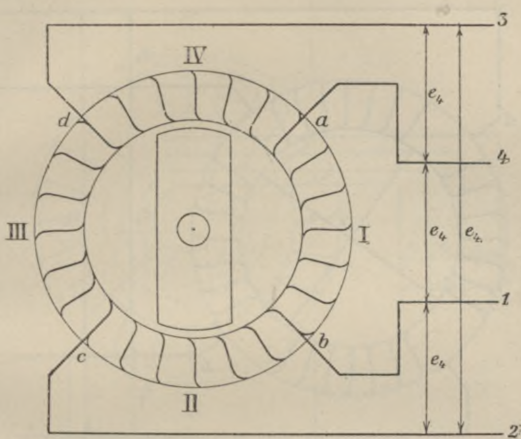

Fig. 24.

Strömen, welche gegeneinander zeitlich um eine Viertelperiode verschoben sind (Fig. 23). Das Vektordiagramm wird demnach aus vier aufeinander senkrechte *O I*, *O II*, *O III* und *O IV* Vektoren bestehen. Die Drehrichtung ist in diesem Falle der Uhrzeigerbewegung entgegengesetzt, da nur bei dieser Drehrichtung das Vektor- und das Wellendiagramm miteinander übereinstimmen.

Bei Herstellung des Vierphasenstromes hat der Generator ebenso angeordnete vier Spulen, wie in Fig. 18 gezeigt. Die Schaltung ist aber von dieser verschieden.

Die Spulen können entweder parallel oder in Serie miteinander geschaltet werden und dementsprechend unterscheidet man geschlossen verketteten und offen verketteten vierphasigen Wechselstrom.

Bei der Parallelschaltung der Spulen hat der Eisenring eine volle, immer in demselben Sinne

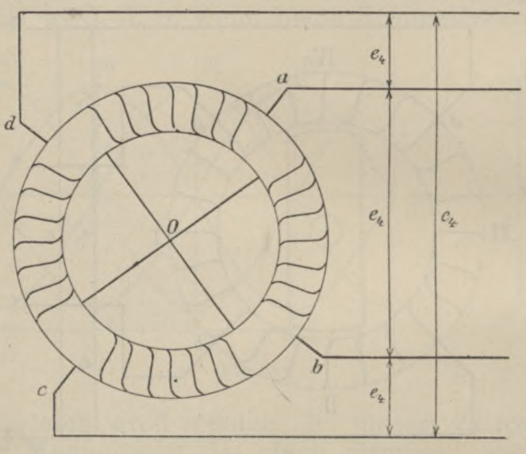

Fig. 25.

verlaufende Wicklung (Fig. 24). An vier symmetrisch liegenden Punkten schließen sich die Außenleiter an, so daß *a*, *b*, *c* und *d* die Pole der Vierphasenmaschine bedeuten. Im Hohlraume des Ringes bewegt sich ein permanenter oder ein Elektromagnet, die Induktionsverhältnisse sind dieselben als bei dem Zweiphasenstrom.

Die Vierphasenspannung tritt zwischen je zwei aufeinander folgenden Außenleitern auf, sie ist überall dieselbe, da in jedem Falle für jede Phase die Anzahl der induzierten Windungen am Eisenringe dieselbe bleibt

Bei offener Verkettung des Vierphasenstromes oder Serienschaltung desselben ist die Bewicklung des Ringes auf vier gleiche Teile geteilt und die so entstehenden vier Spulen so geschaltet,

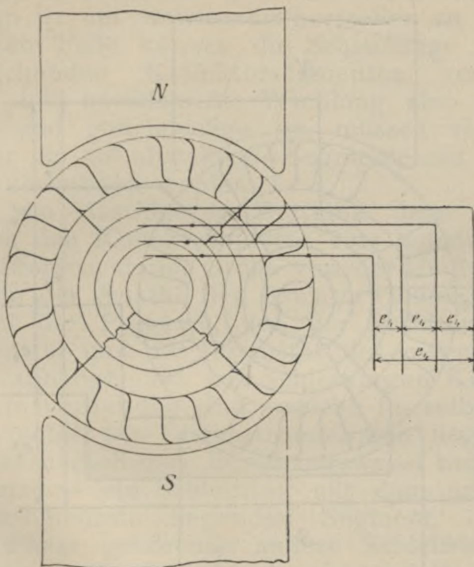

Fig. 26.

daß die Anfangspunkte mit den Außenleitern, die Endpunkte aber untereinander verbunden sind (Fig. 25). Die Pole sind nun *a*, *b*, *c* und *d*, der gemeinsame Punkt *O* wird neutraler Punkt genannt. Die Außenleiter führen zu *a*, *b*, *c* und *d*, zwischen diesen tritt die verkettete Vierphasenspannung auf. Vom neutralen Punkte kann man auch einen Leiter fortführen, sind die Belastungen aller vier Phasen gleich, dann fließt durch diesen Leiter kein Strom.

Eine gewöhnliche Grammesche Maschine kann auch zur Herstellung von vierphasigem Strom dienen. Bei der Parallelschaltung der Ströme ist die Schaltung der Ringquadranten dieselbe wie in Fig. 24. Die vier gemeinsamen Leiter führen zu

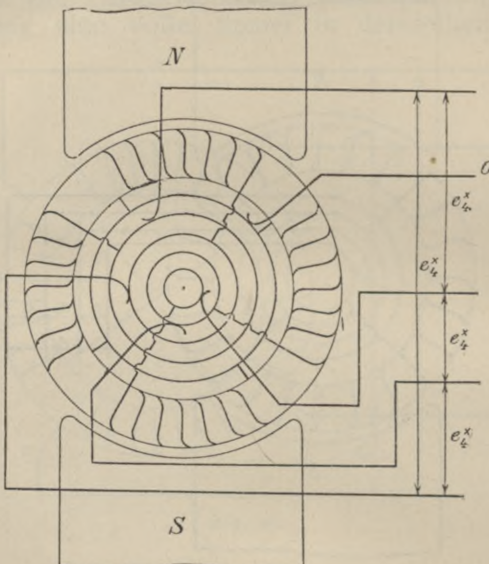

Fig. 27.

vier isolierten Schleifringen, mit denen die Außenleiter in Verbindung stehen (Fig. 26). Die Phasenspannungen treten zwischen aufeinander folgenden Schleifringen auf.

Die offene Verkettung für eine Grammesche Maschine stellt Fig. 27 dar. Die Bewicklung ist auf vier gleiche Teile geteilt, alle Endpunkte zu einem gemeinsamen, die Anfangspunkte aber zu gesonderten Schleifringen geführt. In der Figur ist der Ausgleichs- oder neutrale Leiter mit *o* bezeichnet.

Sehen wir nun die Strom- und Spannungswerte der Zwei-, beziehungsweise Vierphasenmaschinen.

Nehmen wir an, daß die eben beschriebene Grammesche Maschine auch mit einem Kollektor versehen ist, um Gleichstrom herstellen zu können. In diesem Falle können die Schleifringe mit den entsprechenden Kollektorsegmenten verbunden werden und nachdem die Wicklung eine symmetrische und gleichmäßige ist, müssen vier voneinander um 90^0 abstehende Segmente mit Schleifringen verbunden werden.

Ist die Maschine im Betriebe, dann entsteht zwischen den Kollektorbürsten eine konstante Potentialdifferenz, deren Größe von der Umdrehungszahl, von der Anzahl der Armaturwindungen, von der Zahl der Polpaare, von der Schaltungsweise der Armatur und der Intensität des magnetischen Feldes abhängt. Da mit Schleifringen Kollektorsegmente verbunden sind, welche im selben Zeitpunkte unter den Gleichstrombürsten liegen (bei Zweiphasenschaltung), beziehungsweise beim Vierphasenstrome ein Schleifring mit dem unter der Gleichstrombürste liegenden Segment, der zur selben Phase gehörende andere Schleifring aber mit einem Segment verbunden ist, welcher zu den Gleichstrombürsten symmetrisch liegt, wird die Zweiphasenspannung mit der Gleichstromspannung gleich, die Vierphasenspannung dagegen je nach der Schaltung verschieden sein.

Die Leistung der Maschine kann naturgemäß bei denselben Verhältnissen nicht geändert werden. Die maximale Leistung bleibt immer dieselbe, ob nun Gleich-, Zwei- oder Vierphasenstrom hergestellt wird. Diese maximale Leistung werden wir unseren Berechnungen zugrunde legen.

Ist die Gleichstromspannung e, die Stromstärke in einer Armaturhälfte $\frac{i}{2}$, dann wird die Leistung der Maschine als Gleichstromgenerator

$$W = 2e\frac{i}{2} = ei$$

sein. Wird e in Volt, i in Ampère gemessen, dann bekommt man die Leistung in Watt.

Bei Herstellung von Zweiphasenstrom können die Phasen parellel oder in Serie geschaltet werden, ebenso wie bei dem Vierphasenstrom. Der Unterschied ist der, daß während bei Vierphasenstrom je eine Phase durch zwei nacheinander folgende Hauptleitungen begrenzt wurde, bei Zweiphasenstrom, unabhängig davon, ob parallel oder in Serie geschaltet, zu je einer Phase jene Hauptleitungen gehören, welche voneinander gegenüberliegenden Punkten der Armaturwicklung abzweigen.

Behandeln wir diese Fälle in folgender Reihenfolge.

Zweiphasenstrom in Parallelschaltung.

Diese Schaltung ist in Fig. 28 schematisch dargestellt. Der Kreis bedeutet die Armaturwicklung, von welcher in den symmetrisch liegenden vier Punkten a, b, c und d vier Hauptleiter abzweigen. Die Leiter a und c sowie b und d gehören zu einer Phase und es herrscht zwischen diesen die Zweiphasenspannung e_2.

In den Hauptleitungen fließt die effektive Stromstärke i_2. Diese ist die resultierende der Armaturströme i_x, die eine Phasendifferenz von einer Viertelperiode haben. Nachdem aber der zwischen diesen Stromstärken bestehende Zusammenhang durch die bereits behandelte Fig. 22 gegeben ist, wo für vorliegenden Fall

$$A\,I = A\,II = i_x$$

und

$$A\,R = i_2$$

ist, wird

$$i_x = \frac{i_2}{\sqrt{2}}$$

nachdem $A\,II\,R$ ein gleichschenkeliges, rechtwinkeliges Dreieck ist.

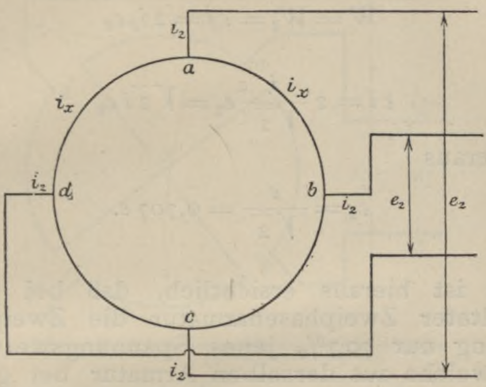

Fig. 28.

Die Gesamtleistung der parallel geschalteten Zweiphasenarmatur wird also

$$W_2 = 2\,i_2\,e_2$$

sein.

Soll diese Leistung mit der Gleichstromleistung gleich sein, dann darf höchstens

$$i_x = \frac{i}{2}$$

sein, denn nur in diesem Falle bleibt die Armaturerwärmung in beiden Fällen dieselbe.

Aus beiden Gleichungen für i_x erhält man

$$\frac{i_2}{\sqrt{2}} = \frac{i}{2}$$

oder

$$i_2 = \frac{i}{\sqrt{2}}$$

und

$$W = W_2 = e\,i = 2\,i_2\,e_2$$

oder

$$e\,i = 2\,\frac{i}{\sqrt{2}}\,e_2 = \sqrt{2}\,i\,e_2$$

und hieraus

$$e_2 = \frac{e}{\sqrt{2}} = 0{,}707\,e.$$

Es ist hieraus ersichtlich, daß bei parallel geschalteter Zweiphasenarmatur die Zweiphasenspannung nur 70,7% jenes Spannungswertes beträgt, welche aus derselben Armatur bei gleicher Leistung als Gleichstromspannung herstellbar wäre. Die Zweiphasenstromstärke, ebenfalls gleiche Leistungen vorausgesetzt, ist auch nur der $\frac{1}{\sqrt{2}}$-te Teil der Gleichstromstärke.

Dieser Zusammenhang sowie auch die nachfolgenden haben nur dann Giltigkeit, wenn im Wechselstromkreise zwischen der Stromstärke und der Spannung keine Phasendifferenz ist. Ist aber solche vorhanden, dann ändern sich die Verhältnisse insofern, daß man dann auch noch den Leistungsfaktor in die Leistungsgleichung mit einbeziehen muß.

Zweiphasige Ströme in Serienschaltung.

Dieselbe schematische Darstellungsweise wie bei Fig. 28 benutzend, kann diese Schaltung durch die Fig. 29 dargestellt werden. Die Hauptleitungen *a* und *c*, sowie *b* und *d* gehören zu einer Phase und tritt zwischen ihnen die offen verkettete Zweiphasenspannung auf.

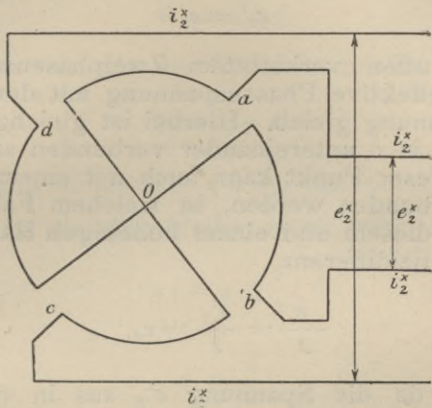

Fig. 29.

Sei diese effektive Spannung $e_2^\times$, die effektive Stromstärke in einer Phase $i_2^\times$. Nachdem jetzt die Armaturteile mit den Außenleitern in Serie geschaltet sind, wird auch in der Armaturwicklung die Stromstärke $i_2^\times$ fließen.

Die Gesamtleistung des offen verketteten Zweiphasenstromes ist also

$$W_2^\times = 2\, e_2^\times\, i_2^\times.$$

Und gleiche Leistungen vorausgesetzt:

$$e\, i = 2\, e_2^\times\, i_2^\times.$$

Die Erwärmung der Armatur ist dieselbe, wenn

$$i_2^{\times} = \frac{i}{2}$$

weshalb

$$e\,i = 2\,e_2^{\times}\frac{i}{2}$$

und

$$e_2^{\times} = e.$$

Bei offen verkettetem Zweiphasenstrom ist also die effektive Phasenspannung mit der Gleichstromspannung gleich. Hierbei ist gleichgiltig, ob die Leiter in o untereinander verbunden sind oder nicht. Dieser Punkt kann auch mit einem Außenleiter verbunden werden, in welchem Falle dann zwischen diesem und einem beliebigen Hauptleiter die Potentialdifferenz

$$\frac{e}{2} = \frac{e^{\times}_2}{2} = e_o$$

herrscht, da die Spannung $e^{\times}_2$ aus in diametral gegeneinander liegenden Armaturteilen induzierten elektromotorischen Kräften resultiert, welche eine Phasendifferenz von 180° haben und demnach algebraisch summiert werden können, außerdem sind die Windungszahlen in allen vier Armaturteilen dieselben.

Wir können nun auf die Vierphasenarmatur übergehen.

Bei Vierphasenströmen kann auch von geschlossener und offener Verkettung die Rede sein, und dementsprechend sind die Strom- und Spannungsverhältnisse verschieden.

Sei bei parallel geschalteter Armatur die effektive Vierphasenspannung e_4 die effektive Stromstärke in den Außenleitern i_4. In einem

Armaturviertel wird die Stromstärke i_x fließen, deren Größe analog beim Zweiphasenstrome

$$i_x = \frac{i_4}{\sqrt{2}}$$

ist. Nachdem in einem Viertel der Armatur die elektrische Leistung $e_4\, i_x$ ist, wird die Gesamtleistung

$$W_4 = 4\, e_4\, i_x$$

sein. Dies ist mit der Gleichstromleistung gleich zu setzen, also

$$e\, i = 4\, e_4\, i_x.$$

i_x kann höchstens $\frac{i}{2}$ sein, damit die Armaturerwärmung dieselbe bleibe, somit wird

$$e\, i = 4\, e_4 \frac{i}{2}$$

oder

$$e_4 = \frac{e}{2}$$

d. h. die effektive Vierphasenspannung ist bei geschlossener Verkettung die Hälfte der Gleichstromspannung.

Vierphasenströme in offener Verkettung.

Wir wissen aus den bisherigen Erörterungen, daß zwischen den Endpunkten der Viertel-Armaturwicklung die Spannungsdifferenz $e_o = \frac{e}{2} = e_4$ auftritt. Bei Serienschaltung fließt dieselbe Stromstärke in den Armaturwindungen wie in den Außenleitern, also im vorliegenden Falle $i_4^{\times}$. Die Leistung in einem Armaturviertel ist $e_4\, i_4^{\times}$ folglich die Gesamtleistung der offen verketteten vierphasigen Armatur

$$W_4^{\times} = 4\, e_4\, i_4^{\times}.$$

Bei dieser Schaltung ergibt sich die Phasenspannung $e_4^{\times}$ als die Resultante zweier e_4 Spannungen, welche eine Phasendifferenz von 90^0 haben, also als die Hypothenuse jenes gleichschenkeligen, rechtwinkeligen Dreieckes, dessen beide Katheten e_4 sind. Dies ist aber, wie bekannt, nichts anderes als

$$e_4^{\times} = \sqrt{2}\; e_4$$

oder nachdem

$$e_4 = \frac{e}{2}$$

ist, wird:

$$e_4^{\times} = \sqrt{2}\,\frac{e}{2} = \frac{e}{\sqrt{2}} = 0{,}707\, e$$

sein.

Die offen verkettete Vierphasenspannung ist also mit der geschlossen verketteten Zweiphasenspannung gleich.

Die entsprechende Vierphasenstromstärke läßt sich nun auch bestimmen, und zwar laut der Leistungsgleichung:

$$e\, i = 4\, e_4\, i_4^{\times}.$$

Da aber

$$e_4 = \frac{e}{2}$$

ist

$$e\, i = 4\,\frac{e}{2}\, i_4^{\times}$$

und hieraus die zulässige maximale Stromstärke in der Armatur

$$i_1^{\times} = \frac{i}{2}$$

was auch mit unseren Annahmen übereinstimmt.

Phasenverhältnisse.

Sowohl bei der Parallel- als auch bei der Serienschaltung der eben behandelten Mehrphasenströme hatten wir mit Komponent- und resultierenden Größen zu tun. Diese Größen haben verschiedene Phasen, unsere Aufgabe sei nun, diese Phasenverhältnisse näher zu bestimmen.

Bei parallel geschalteter Zweiphasenarmatur ist die in die Hauptleitungen fließende Stromstärke eine resultierende Größe. Die zwei Komponentstromstärken haben eine Phasendifferenz von 90^0, der resultierende Strom i_2 wird also zu beiden eine gleiche Phasendifferenz haben, nämlich jene von 45^0, und zwar wird dieser Strom in der Phase einer Komponente vor-, der anderen dagegen nacheilen. Diese Verhältnisse können mit Hilfe der Fig. 22 dargestellt werden.

Bei Zweiphasenstrom mit Serienschaltung ist die Stromstärke in den Außenleitern und den Armaturwindungen dieselbe, jedoch ist die Phasenspannung $e_2^{\times}$ (Fig. 29) ein resultierender Wert. Die Komponentspannungen haben jetzt, ebenso wie im ersten Falle die Stromstärken, eine Phasendifferenz von 90^0 und die resultierende Spannung steht zu den Komponentspannungen in demselben Phasenverhältnis als bevor die resultierende Stromstärke.

Beim Vierphasenstrom haben wir mit vier voneinander um je 90^0 in der Phase verschobenen Vektorgrößen zu tun (s. Fig. 23). Die Ströme, welche bei Parallelschaltung durch die Armaturwindungen fließen, sind durch die Vektoren *I*, *II*, *III* und *IV* gegeben. Nachdem diese immer entgegengesetzteVeränderungstendenzen haben, müssen bei der Bestimmung der resultierenden Ströme die Komponentströme mit entgegengesetzten Vorzeichen versehen werden. Nehmen wir die in Fig. 24 dargestellten Verhältnisse an, dann sehen wir, daß der Strom in der Leitung 1 aus I und II resultiert und bedeuten dann noch i_I und i_{II} die effektiven Komponentströme, dann wird die für die resultierende Stromstärke giltige Vektorgleichung

$$i_1 = i_I (+) - i_{II}$$

sein, wo $(+)$ bedeutet, daß eine geometrische und keine algebraische Summation vorzunehmen ist.

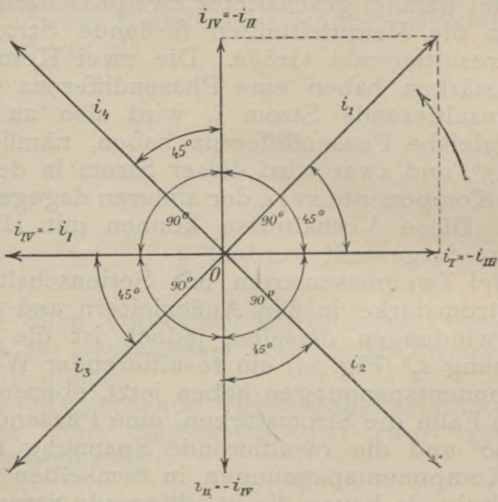

Fig. 30.

Die Konstruktion des resultierenden Stromes ist aus Fig. 30 zu entnehmen.

Nach der letzten Gleichung ist i_1 aus i_I und $-i_{II}$ zu konstruieren. i_{II} ist negativ zu nehmen, der entsprechende Vektor fällt also mit i_{IV} zusammen, so daß

$$i_{IV} = -i_{II}.$$

Die resultierende Stromstärke i_1 ist hierdurch sowohl auf ihre Größe, wie auch auf ihre Lage bestimmt und es ist aus der Figur ersichtlich, daß i_1 zum Strome i_I in der Phase um 45^0 voreilt.

Die Ströme der anderen drei Phasen i_2, i_3 und i_4 lassen sich in derselben Weise bestimmen. Bei der Konstruktion muß man nur in Betracht ziehen, daß

$$i_{II} = -i_{IV}; \quad i_{III} = -i_I \quad \text{und} \quad i_I = -i_{III}$$

ist.

Die Vektoren der Resultantströme i_1, i_2, i_3 und i_4 stehen senkrecht aufeinander, folglich haben sie gegen die entsprechenden Teilströme denselben Phasenvoreilungswinkel von 45^0.

Es wäre noch die Serienschaltung der Vierphasenströme zu besprechen. Nachdem aber dies nichts neues mehr in sich birgt, sondern völlig identisch mit den eben besprochenen ist (der ganze Unterschied besteht in dem, daß an Stelle der Stromstärken jetzt Spannungen zu setzen sind), befassen wir uns mit derselben nicht eingehender.

III. Kapitel.

Der dreiphasige Wechselstrom.

Von den mehrphasigen Wechselströmen hat in der Wechselstromtechnik der dreiphasige Wechselstrom oder Drehstrom die größte Bedeutung erlangt. Die Ursache ist hauptsächlich darin zu suchen, daß die Anwendung des Drehstromes und die Durchführbarkeit der elektrischen Arbeitsübertragung mittels Wechselströmen eng miteinander verknüpft sind. Wenn der gewöhnliche oder einphasige Wechselstrom zu Beleuchtungszwecken sehr gut verwendbar und durch einfache Methoden auf große Entfernungen leicht und ökonomisch verteilbar ist, hat er den nicht unerheblichen Fehler, daß er, da Wechselstrommotoren für Einphasenstrom nur unter gewissen Bedingungen arbeitsfähig sind, nur unbequem zur Arbeitsübertragung verwendet werden kann. Erst als die Wirkungsweise der Mehrphasenmotoren bekannt wurde, eröffnete sich für die Arbeitsübertragung mittels Wechselstrom ein weites Feld, und dieses Problem wurde erst dann vollständig gelöst, als der Dreiphasenstrom zur allgemeinen Verwendung gelangte.

Wohl waren schon früher die Mehrphasen-Motoren nach Ferraris, Tesla bekannt; diese erfüllten aber die in sie gesetzten Hoffnungen nicht, denn alle litten an dem gemeinsamen Fehler des stark pulsierenden magnetischen Feldes und hatten demzufolge schlechte Betriebseigenschaften. Mit den Dreiphasenmotoren gelang es dagegen, wirklich brauchbare Wechselstrommotoren zu bauen, welche nicht nur in ihren Betriebseigenschaften tadellos, sondern auch in ihrem Wirkungsgrade vorzüglich sind und so mit den Gleichstrommotoren die Konkurrenz aufnehmen können, vor welchen sie noch den großen Vorteil besitzen, daß bei ihnen das heikelste Maschinenelement elektrischer Maschinen, der Kollektor, gänzlich fehlt und nur bei größeren Motoren massive Schleifringe vorhanden sind.

Die erste praktische Kraftübertragungsanlage mit Drehstrom war die von Lauffen nach Frankfurt a. M. Sie gab Anregung zur weiteren Vervollkommnung dieses Systems und besonders v. Dobrowolsky hatte große Verdienste in der Ausarbeitung und technischen Durchführung des Drehstromes erworben.

Schon Bradley befaßte sich im Jahre 1888 mit dem Problem, aus einem Grammeschen Anker durch geeignete Schaltungen dreiphasigen Wechselstrom herzustellen. In dieselbe Zeit fallen auch die Arbeiten von Haselwander und Dobrowolsky. Hier muß auch Wenström genannt werden, der zwar etwas später ein diesbezügliches Patent einreichte, doch auch zu den ersten Bahnbrechern auf diesem Gebiete gezählt werden muß, denn seine Vorarbeiten fallen auch in jene Zeitperiode, in welcher die obengenannten bereits Patente auf ihre Erfindungen erlangten. Eine Priorität kann hier schwer festgestellt werden, denn die Erfindungen kamen in so rascher Aufeinanderfolge, daß eigentlich allen diesen Erfindern die Priorität zuerkannt werden müßte. In der praktisch vollkommenen Ausbildung und Durchführung des Drehstromprinzipes gehört das Prioritätsrecht entschieden Dolivo v. Dobrowolsky, beziehungsweise der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft in Berlin.

Woraus besteht eigentlich der Drehstrom? Wie schon der Name dreiphasiger Wechselstrom andeutet, haben wir hier mit drei Wechselströmen zu tun, welche zusammen ein Stromsystem bilden. Diese drei Wechselströme werden in einem Erzeuger induziert, sie sind gegeneinander in der Phase um 120° verschoben und besitzen gleiche Amplituden, d.h. gleich große Maximalwerte.

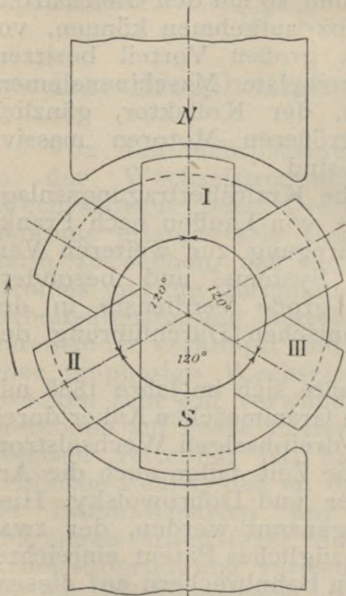

Fig. 31.

Um mit den Induktionsverhältnissen in solchen Maschinen im Reinen zu sein, betrachten wir die Anordnung in Fig. 31, welche eine schematische Darstellung einer Drehstrommaschine ist.

Im Magnetfelde einer zweipoligen Maschine dreht sich ein Eisenkern, welcher mit drei gegeneinander um 120° versetzte Spulen *I, II, III* versehen ist. In jeder Spule werden elektromotorische Kräfte induziert, welche indessen gegeneinander in der Phase zeitlich verschoben sind. Die Phasenverhältnisse werden übersichtlich, wenn wir diese drei Spulen separat berücksichtigen und die induzierte elektromotorische Kraft auf ihre Richtung und Größe untersuchen.

Fig. 32 stellt dieselbe Maschine dar, nur sind die Spulen jede für sich allein eingezeichnet, wobei ihre relativen Lagen beibehalten sind.

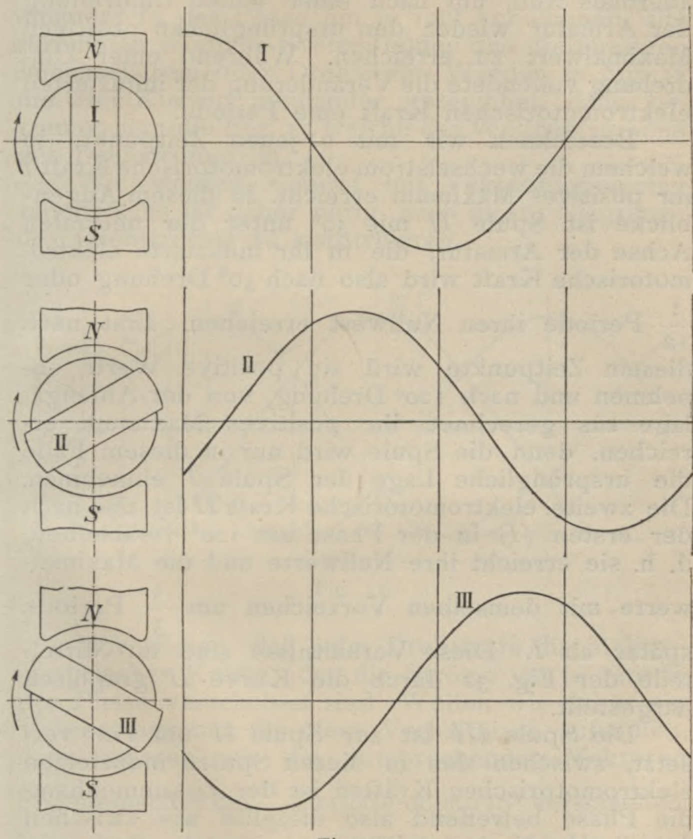

Fig. 32.

Im obersten Teile der Figur ist nur Spule *I* dargestellt. In der eingezeichneten Lage ist die in derselben induzierte elektromotorische Kraft maximal, und zwar nehmen wir an, sie ist ein positives Maximum. Nach 90^0 Drehung wird sie Null, nach 180^0 negativ maximal, dann nach 270^0 abermals Null, um nach einer vollen Umdrehung der Armatur wieder den ursprünglichen positiven Maximalwert zu erreichen. Während einer Umdrehung vollendete die Veränderung der induzierten elektromotorischen Kraft eine Periode.

Bezeichnen wir mit *o* jenen Zeitpunkt, in welchem die wechselstrom-elektromotorische Kraft *I* ihr positives Maximum erreicht. In diesem Augenblicke ist Spule *II* mit 30^0 unter der neutralen Achse der Armatur, die in ihr induzierte elektromotorische Kraft wird also nach 30^0 Drehung oder $\frac{1}{12}$ Periode ihren Nullwert erreichen. Erst nach diesem Zeitpunkte wird sie positive Werte annehmen und nach 120^0 Drehung, von der Anfangslage aus gerechnet, ihr positives Maximum erreichen, denn die Spule wird nur in diesem Falle die ursprüngliche Lage der Spule *I* einnehmen. Die zweite elektromotorische Kraft *II* ist also nach der ersten *(I)* in der Phase um 120^0 verschoben, d. h. sie erreicht ihre Nullwerte und die Maximalwerte mit demselben Vorzeichen um $\frac{1}{3}$ Periode später als *I*. Diese Verhältnisse sind im Mittelteile der Fig. 32 durch die Kurve *II* graphisch dargestellt.

Die Spule *III* ist zur Spule *II* um 120^0 versetzt, zwischen den in diesen Spulen induzierten elektromotorischen Kräften ist der Zusammenhang die Phase betreffend also dieselbe wie zwischen *I* und *II*. Nach 60^0 Drehung, von der Anfangslage gerechnet, wird die induzierte elektromotorische Kraft negativ Maximum und nach dieser Lage um weitere 180^0, also zusammen um 240^0 Drehung vom Anfangspunkte aus, hat *III* einen positiven Maximalwert, so wie *I* am Beginne der Drehung.

Die Kurven *I*, *II* und *III* sind demnach gegeneinander in der Phase um je 120⁰ verschoben, alle zusammen in einem System bilden den dreiphasigen Wechselstrom oder Drehstrom. Werden in Fig. 32 die drei Kurven ineinander gezeichnet, dann bekommt man die Fig. 33, welche das Wellendiagramm des Drehstromes ist.

Wir werden zumeist mit Vektordiagrammen arbeiten, es ist daher nötig, auch dieses Diagramm des Drehstromes zu konstruieren.

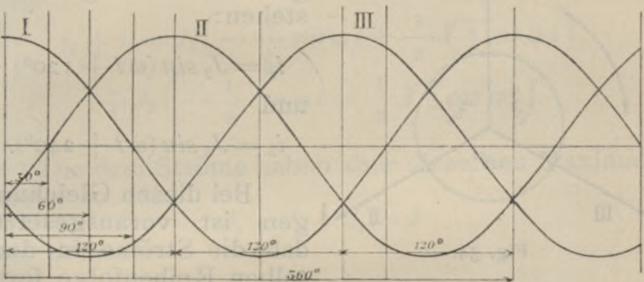

Fig. 33.

Wir wissen, daß beim Drehstrom die elektromotorischen Kräfte oder die Ströme um je 120^0 in der Phase verschoben sind. Wollen wir daher ein Vektordiagramm für diese Verhältnisse aufstellen, dann müssen wir die entsprechenden Vektoren gegeneinander um $\frac{1}{3}$ Periode oder 120^0 verschieben. Wir erhalten dadurch die Fig. 34, welche bei der angenommenen Drehrichtung dieselben Resultate ergibt als das Wellendiagramm in Fig. 33.

Die Kurven *I*, *II* und *III* in Fig. 33 geben in ihrer Gesamtheit ein symmetrisches Ganzes und es ist von Interesse, jenen Zusammenhang zu kennen, welcher zwischen den Momentwerten der drei Wechselgrößen in einem gegebenen Zeitpunkte besteht.

Sinusveränderungen annehmend, sei der Ausdruck für den Momentwert des *I.*-ten Wechselstromes

$$i_1 = J_1 \sin \omega t.$$

Nachdem *II* und *III* mit 120^0 beziehungsweise 240^0 in der Phase hinter *I* verschoben sind, werden für ihre Momentwerte in demselben Zeitpunkt folgende Gleichungen bestehen:

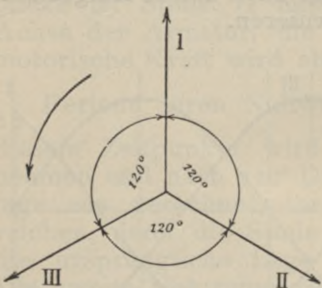

Fig. 34.

$$i_2 = J_2 \sin (\omega t + 120^0)$$

und

$$i_3 = J_3 \sin (\omega t + 240^0).$$

Bei diesen Gleichungen ist vorausgesetzt, daß die Ströme in derselben Reihenfolge fortschreiten als in Fig. 33. Wäre die Reihenfolge eine entgegengesetzte, dann würden i_2 und i_3 in der Phase dem Strome i_1 voreilen und die Gleichungen wären:

$$i_1 = J_1 \sin \omega t$$

$$i_2 = J_2 \sin (\omega t - 120^0)$$

$$i_3 = J_3 \sin (\omega t - 240^0).$$

Bilden wir die Summen im ersten Falle der Ströme i_2 und i_3, dann wird:

$$\begin{aligned} i_2 + i_3 &= J_2 \sin (\omega t + 120^0) + J_3 \sin (\omega t + 240^0) \\ &= J_2 (\sin \omega t \cos 120^0 + \cos \omega t \sin 120^0) + J_3 \\ &\quad (\sin \omega t \cos 240^0 + \cos \omega t \sin 240^0). \end{aligned}$$

Nachdem aber:

$$\cos 120^0 = -\cos 60^0 = -\frac{1}{2}$$

und

$$\sin 120^0 = \sin 60^0 = \frac{1}{2}\sqrt{3}.$$

Ferner:

$$\cos 240^0 = \cos 120^0 = -\frac{1}{2}$$

$$\sin 240^0 = -\sin 120^0 = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$$

wird

$$i_2 + i_3 = J_2\left(-\frac{1}{2}\sin\omega t + \frac{1}{2}\sqrt{3}\cos\omega t\right) + J_3\left(-\frac{1}{2}\sin\omega t - \frac{1}{2}\sqrt{3}\cos\omega t\right).$$

Die drei Ströme haben aber dieselben Maximalwerte, so daß

$$J_1 = J_2 = J_3 = J$$

und demnach

$$i_2 + i_3 = J\left(-\frac{1}{2}\sin\omega t + \frac{1}{2}\sqrt{3}\cos\omega t - \frac{1}{2}\sin\omega t - \frac{1}{2}\sqrt{3}\cos\omega t\right)$$

oder

$$i_2 + i_3 = -J\sin\omega t = -i_1$$

d. h. die Summe zweier Wechselströme ist bei dreiphasigem Strome immer gleich groß und entgegengesetzt dem dritten Strome. Diese letzte Gleichung anders geschrieben, wird

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

oder mit Worten, die algebraische Summe der

Momentwerte des dreiphasigen Wechselstromes ist für jeden Zeitpunkt Null. Dies sagt soviel, daß die Strommenge, welche durch einen Teil der Leitungen vom Generator fortfließt, durch die übriggebliebenen Leitungen wieder zum Generator zurückströmt.

Man kann die in Fig. 18 schematisch dargestellte Anordnung auch zur Herstellung dreiphasigen Wechselstromes benutzen. In diesem Falle

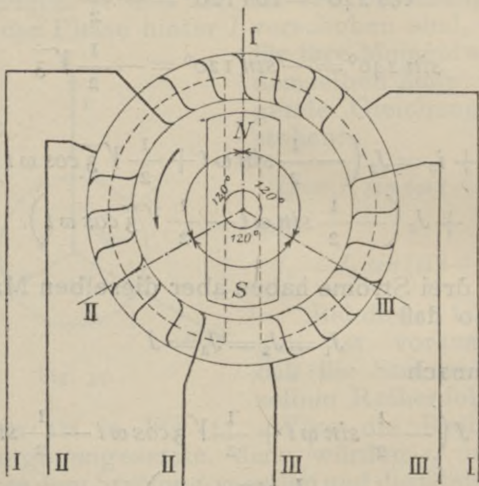

Fig. 35.

hat der Eisenring nur drei Wicklungen, deren Symmetrieachsen miteinander je 120° einschließen (Fig. 35). Im Hohlraume des Ringes ist ein Magnet drehbar angeordnet; dreht sich dieser Magnet mit konstanter Winkelgeschwindigkeit, dann entsteht in den Wicklungen dreiphasiger Wechselstrom.

Zur Fortleitung dieser Ströme sind in der Figur sechs Leiter angenommen. Man kann aber Schaltungen anwenden, mit deren Hilfe für das ganze Stromsystem nur drei Außenleiter genügend sind.

Man unterscheidet Parallel- und Serienschaltung bei der Drehstromverkettung. Erstere nennt man auch Dreieck-, letztere Sternschaltung, da die entsprechenden Schaltungsfiguren eine dreieckige, beziehungsweise sternähnliche Form haben.

Die Dreieckschaltung läßt sich aus der Fig. 35 ableiten. Vermehrt man nämlich die Windungszahlen aller Phasen solange, bis der Eisenring mit

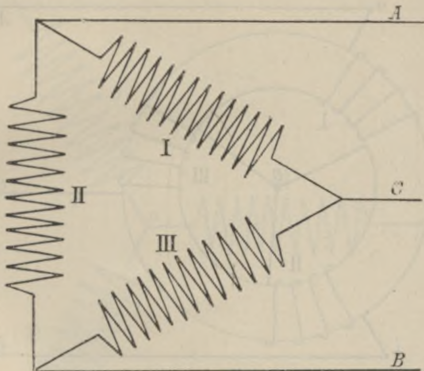

Fig. 36.

Windungen gleichmäßig bedeckt ist, d. h. bewickelt man den Ring gleichmäßig mit fortlaufenden Windungen und hält die in der Figur angegebenen und voneinander um 120° an der Ringperipherie abstehenden Abzweigungspunkte der Außenleiter bei, dann können die Leiter *I II*, *II III* und *III I* in je einen Leiter vereinigt werden und man hat dann für die Fernleitung des Drehstromes nur mehr drei Leiter nötig.

Gibt man den drei Windungsteilen der Ringwicklung statt der Kreissegmentform gerade Gestalt und verbindet die zusammengehörigen Endpunkte miteinander, dann erhält man Fig. 36, welche die schematische Darstellung der Parallelschaltung des Drehstromes ist. Die Spulen haben dieselben Bezeichnungen wie in Fig. 35, nur die zusammengefaßten Hauptleiter sind mit *A*, *B* und *C* bezeichnet.

Es kann aber auch eine andere Schaltung der drei Spulen des Eisenringes durchgeführt werden. Bei der eben beschriebenen Schaltung wurde das

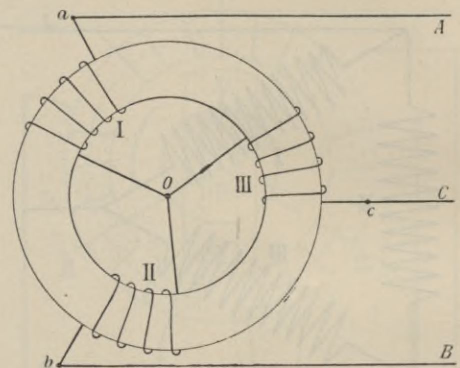

Fig. 37.

Ende des ersten Wicklungsteiles mit dem Anfange des zweiten verbunden, dann das Ende des zweiten mit dem Anfange des dritten und endlich das Ende des dritten mit dem Anfange des ersten zusammenschaltet. Man erhielt so einen in sich geschlossenen Stromkreis.

Bei der nun zu behandelnden Schaltung sind alle Enden der Wicklungsteile untereinander verbunden und die Anfangspunkte mit den Außenleitern zusammengeschaltet (Fig. 37). Die drei Wicklungen sind *I*, *II* und *III* mit den Anfangspunkten *a*, *b* und *c*. Die Endpunkte liegen bei O in einem Punkte zusammen. Dieser Punkt heißt der neutrale Punkt und kann auch mit einem Außenleiter versehen werden. Wird in den Dreiphasenkreis ein Verbrauchsapparat mit derselben Schaltung als dieser Generator eingeschaltet und sind die Ströme in allen drei Hauptleitungen gleich, dann fließt in dem zum neutralen Punkte gehörenden vierten Leiter kein Strom.

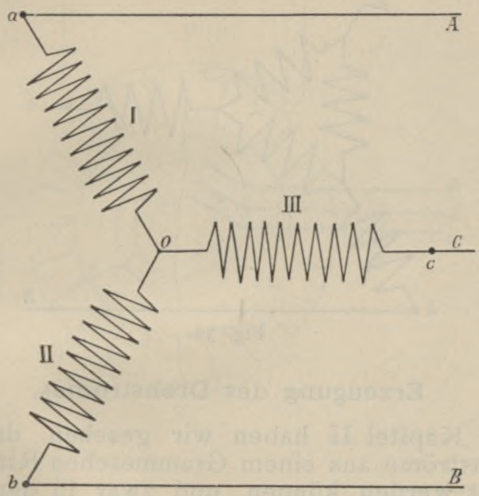

Fig. 38.

Verläßt man in Fig. 37 den Eisenring und biegt die drei Wicklungsteile radial nach auswärts, dann bekommt man Fig. 38, welche eine schematische Darstellung dieser Schaltungsweise ist.

Diese Schaltung nennt man Stern- oder Serienschaltung. Inwiefern diese beiden Schaltungen voneinander abweichen, werden wir später, bei der Behandlung der Strom- und Spannungsverhältnisse sehen.

Hier sei noch die kombinierte Schaltung erwähnt. Sie ist die Kombination dieser beiden Schaltungen und ist ihr Wesen aus Fig. 39 ohne weiteres ersichtlich.

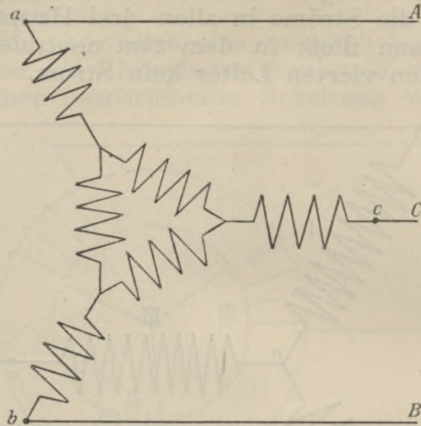

Fig. 39.

Erzeugung des Drehstromes.

In Kapitel II haben wir gesehen, daß Zweiphasenströme aus einem Grammeschen Ringe hergestellt werden können, und zwar in der Weise, daß man vier symmetrisch liegende Punkte mit Schleifringen verbindet. Sehen wir nun, in welcher Weise läßt sich der Drehstrom aus dieser Armatur erzeugen.

Fig. 35 kann man sich auch umgekehrt denken, nämlich daß der Magnet steht und der Eisenring sich dreht. Ist dann noch der Magnet außerhalb angeordnet, dann haben wir die zweipolige Grammesche Maschine vor uns, deren Armatur Drehstrom liefert. Nachdem nun der Ring sich dreht, müssen die Enden der Wicklungsteile zu

Schleifringen geführt werden. Wollte man die Verkettung der Ströme außerhalb der Armatur bewerkstelligen, dann müßte man sechs Schleifringe haben, es ist aber vorteilhafter, diese Schaltungen in der Maschine vorzunehmen, denn in diesem Falle genügen drei, höchstens vier Schleifringe.

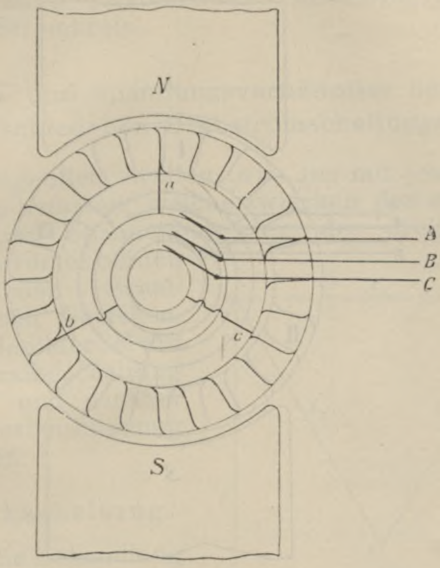

Fig. 40.

Fig. 40 stellt eine zweipolige Grammesche Maschine dar, welche Drehstrom in Dreieckschaltung erzeugt. Von der gleichmäßig bewickelten Armatur führen aus den symmetrisch gelegenen Punkten *a*, *b* und *c* Abzweigungen zu Schleifringen, auf welche die mit den Außenleitern *A*, *B* und *C* verbundenen Bürsten aufliegen. Es ist ohne weiteres einzusehen, daß die Schaltung mit der in

Fig. 36 dargestellten schematischen Anordnung übereinstimmt.

Bei der Sternschaltung erhält die Maschine vier isolierte Schleifringe. Drei gehören zu den Hauptleitungen, einer zur Ausgleichsleitung vom neutralen Punkte. Dieser letztere kann auch weg-

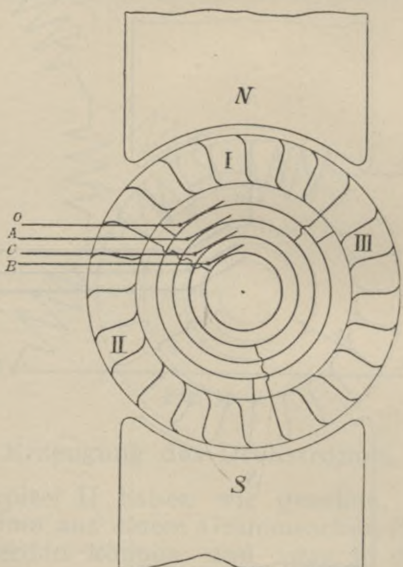

Fig. 41.

gelassen werden, in welchem Falle dann wie zuvor, drei Schleifringe genügen.

Die Schaltung der Armatur ist aus Fig. 41 ersichtlich. Die Wicklung des Ringes ist auf drei gleiche Teile geteilt, diese sind dann durch einen Schleifring so miteinander verbunden, daß die Enden der einzelnen Teile zu demselben Schleifring führen. Dies bedeutet soviel, als wenn diese drei Enden in einen Punkt vereinigt würden, denn der Widerstand dieses Schleifringes ist so klein, daß er vernachlässigt werden kann. Die Anfänge der Wicklungsteile führen gesondert zu anderen drei, voneinander isolierten Schleifringen, mit welchen die Außenleiter *A*, *B* und *C* in Verbindung stehen. Der Leiter *O* führt vom den neutralen Punkt darstellenden Schleifring in den äußeren Stromkreis.

Strom- und Spannungsverhältnisse bei den verschiedenen Drehstromschaltungen.

In folgendem wollen wir uns mit jenen Verhältnissen befassen, welche zwischen den einzelnen Strom- und Spannungswerten des dreiphasigen Wechselstromes bei den verschiedenen Schaltungsweisen bestehen. Wir werden hierbei mit der Parallelschaltung anfangen und nachher auf die Serienschaltung übergehen.

Dreieckschaltung.

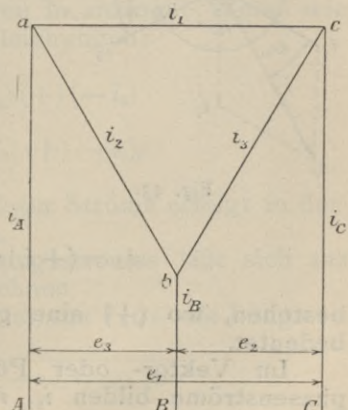

Fig. 42.

Um die Behandlung unserer Untersuchungen einfacher gestalten zu können, wollen wir einige abgekürzte Benennungen annehmen. Der Strom in den einzelnen Windungsteilen der Armatur sei Zweigstrom, der in den Leitungen fließende der Leitungsstrom. Zwischen zwei Hauptleitern tritt die Phasenspannung auf.

Seien die Zweigströme i_1, i_2 und i_3, die Leitungsströme i_A, i_B und i_C. Bei Dreieckschaltung ist die Spannungsdifferenz zwischen zwei Hauptleitungen gleich mit jener Spannung, welche in der Armatur zwischen benachbarten Abzweigpunkten auftritt (Fig. 42).

Die Leitungsströme sind, wie aus der Figur ersichtlich, resultierende Ströme, und zwar haben die Komponentströme, in diesem Falle die Zweigströme eine Phasendifferenz von 120°. Nachdem die drei Ströme, wie aus dem Wellendiagramm in Fig. 33 ersichtlich, immer einander entgegengesetzte Veränderungstendenzen haben, müssen die Komponentströme bei der geometrischen Summation mit entsprechendem Vorzeichen genommen werden, es wird also für den Leitungsstrom i_A die Vektorgleichung

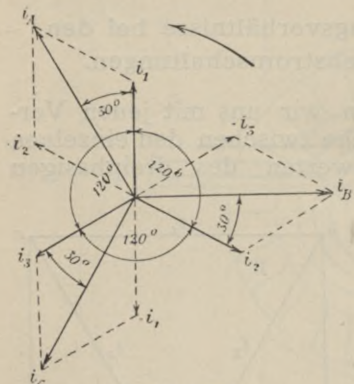

Fig. 43.

$$i_A = (+i_1)(+)(-i_2)$$

bestehen, wo (+) eine geometrische Summation bedeutet.

Im Vektor- oder Polardiagramm der Dreiphasenströme bilden i_1, i_2 und i_3 miteinander die Phasenwinkel von je 120° (Fig. 43). Wollen wir nun den resultierenden Strom i_A bezüglich seiner Größe und Lage kennen, dann tragen wir im Sinne der obigen Gleichung i_2 in entgegengesetzter Richtung auf die Verlängerung des Vektors i_2 und bestimmen aus i_1 und $-i_2$ den Vektor i_A in derselben Weise wie in der Mechanik die resultierende Kraft zweier Komponentkräfte.

Nachdem i_1 und $-i_2$ miteinander den Phasenwinkel von 60^0 einschließen und alle drei Zweigströme einander gleich sind, wird die resultierende Stromstärke diesen Winkel auf zwei gleiche Teile teilen und mit jeder der Komponentstromrichtungen den Winkel von 30^0 einschließen. Nehmen wir die Rotationsrichtung der Stromvektoren auch noch in Betracht, dann sehen wir, daß der Leitungsstrom i_A zum Teilstrome i_1 in der Phase um 30^0 voreilt.

Dasselbe Resultat erreicht man, wenn man die Leitungstromvektoren i_B und i_C konstruiert. Diese eilen den Zweigströmen i_2, beziehungsweise i_3 in der Phase um 30^0 voraus. Die Leitungsströme haben unter sich ebenso wie die Zweigströme eine Phasendifferenz von 120^0.

Für i_B und i_C stehen in analoger Weise wie für i_A folgende Vektorgleichungen:

$$i_B = (+i_2)\,(+)\,(-i_3)$$

und

$$i_C = (+i_3)\,(+)\,(-i_1).$$

Die Konstruktion dieser Ströme erfolgt in derselben Weise, als bei i_A.

Die Größe des Leitungsstromes läßt sich aus dem Dreieck $i_A\, o\, i_1$ berechnen.

Laut Carnots Regel ist aus $i_A\, o\, i_1$ die Länge i_A:

$$i_A = \sqrt{i_1^2 + i_2^2 - 2\, i_1\, i_2 \cos 120^0}.$$

Nachdem aber

$$\cos 120^0 = -\cos 120^0 = -\frac{1}{2}$$

wird

$$i_A = \sqrt{i_1^2 + i_2^2 + i_1\, i_2}.$$

Die drei Stromvektoren i_1, i_2 und i_3 sind einander gleich, weshalb, wenn man mit i den Zweigstrom im allgemeinen bezeichnet, der Wert i_A, als

$$i_A = \sqrt{3\,i^2} = \sqrt{3}\,i$$

sich ergibt.

Bei Dreiphasenstrom in Parallel- oder Dreieckschaltung ist der resultierende Leitungsstrom $\sqrt{3}$-mal größer als ein Zweigstrom und er eilt dem Zweigstrome in der Phase um 30^0 voraus.

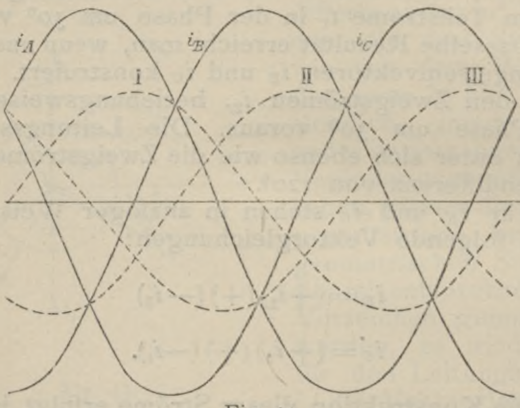

Fig. 44.

Sind i_1, i_2 und i_3 Maximalwerte, dann sind i_A, i_B und i_C auch solche. Für Effektivwerte bleibt derselbe Zusammenhang bestehen, denn diese Werte sind um dieselbe Konstante kleiner als die Scheitel- oder Maximalwerte.

In Fig. 44 sind die Zweig- und die Leitungsströme im Wellendiagramm dargestellt. Die gestrichelten Kurven sind die Zweig-, die voll ausgezogenen die Leitungsströme.

Die Phasenvoreilung des resultierenden Leitungsstromes kann auch analytisch folgendermaßen bewiesen werden.

Wir gehen aus der Bedingungsgleichung aus, daß

$$i_A = i_1 (+) - i_2.$$

Der Zusammenhang zwischen i_1 und dem Scheitelwerte J_1 ist bekanntlich:

$$i_1 = J_1 \sin \omega t.$$

Ferner für i_2:

$$i_2 = J_2 \sin (\omega t + 120^0).$$

Es wird also der Leitungsstrom durch die Gleichung

$$i_A = i_1 - i_2 = J_1 \sin \omega t - J_2 \sin (\omega t + 120^0)$$

bestimmt.

Dieser Ausdruck wird einfacher, wenn wir in Betracht ziehen, daß $J_1 = J_2 = J_3 = J$, und zwar wird:

$$i_A = J (\sin \omega t - \sin [\omega t + 120^0]).$$

Da aber

$$\sin (\omega t + 120^0) = \sin \omega t \cos 120^0 + \cos \omega t \sin 120^0$$

und

$$\cos 120^0 = -\frac{1}{2}.$$

Ferner

$$\sin 120^0 = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

ist

$$\sin (\omega t + 120^0) = -\frac{1}{2} \sin \omega t + \frac{1}{2}\sqrt{3} \cos \omega t$$

also

$$i_A = J\left(\sin \omega t + \frac{1}{2} \sin \omega t - \frac{1}{2}\sqrt{3} \cos \omega t\right)$$

$$= J\left(\frac{3}{2} \sin \omega t - \frac{1}{2}\sqrt{3} \cos \omega t\right)$$

oder

$$i_A = \sqrt{3}\, J \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \omega t - \frac{1}{2} \cos \omega t \right).$$

Für

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^0$$

und

$$\frac{1}{2} = \sin 30^0$$

eingesetzt, wird

$$i_A = \sqrt{3}\, J (\sin \omega t \cos 30^0 - \cos \omega t \sin 30^0)$$

oder

$$i_A = \sqrt{3}\, J \sin (\omega t - 30^0)$$

womit unsere Behauptung bewiesen ist.

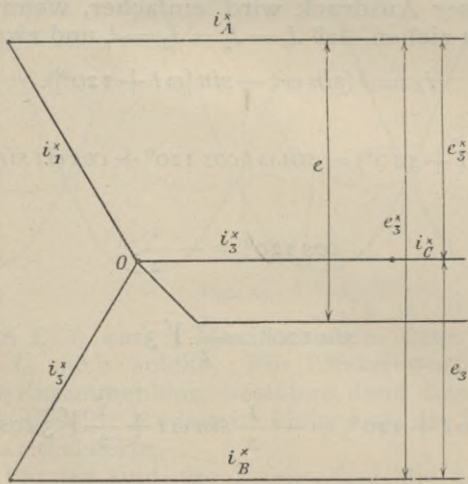

Fig. 45.

Sternschaltung.

Bei der Stern- oder Serienschaltung der dreiphasigen Wechselströme (Fig. 45) fließt dieselbe

Stromstärke durch die Hauptleitungen und die einzelnen Wicklungsteile. Hier ist also $i_A = i_B = i_C = i_1 = i_2 = i_3$, vorausgesetzt, daß die einzelnen Phasen gleich belastet sind und die Phasenverschiebung in allen Phasen dieselbe ist.

Bezeichnen wir die Spannungsdifferenz zwischen den Endpunkten einer Wicklungsteilung mit e_3, die Phasenspannung, d. h. die Spannung zwischen

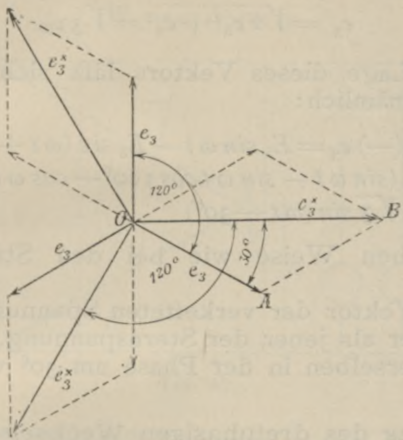

Fig. 46.

zwei Hauptleitern mit e_3^{x}, dann besteht zwischen diesen Größen der Zusammenhang, daß

$$e_3^{x} = \sqrt{3}\, e_3$$

wie dies aus folgenden Ausführungen hervorgeht.

Jede Phasenspannung ergibt sich als die Resultante zweier e_3 Spannungen, welche eine Phasendifferenz von 120° haben. Nachdem die Spannungsdifferenzen zwischen den Endpunkten der Wicklungsteilungen, die sogenannten Sternspannungen einander entgegengesetzt sind, besteht für die resultierende oder verkettete Spannung $e_3^{\times}$ die Vektorgleichung:

$$e_3^{\times} = (+ e_3)(+)(- e_3).$$

Aus dem schiefwinkeligen Dreieck OAB (Fig. 46) wird:

$$\overline{OB} = e_3^{\times} = \sqrt{e_3^2 + e_3^2 - 2 e_3^2 \cos 120^0}$$

oder

$$e_3^{\times} = \sqrt{2 e_3^2 + e_3^2} = \sqrt{3}\, e_3.$$

Die Lage dieses Vektors läßt sich auch bestimmen, nämlich:

$$\begin{aligned} e_3^{\times} &= e_3 (-) e_3 = E_3 \sin \omega t - E_3 \sin (\omega t + 120^0) \\ &= E_3 (\sin \omega t - \sin \omega t \cos 120^0 - \cos \omega t \sin 120^0) \\ &= E_3 \sqrt{3} \sin (\omega t - 30^0) \end{aligned}$$

in derselben Weise wie bei den Strömen auf Seite 56.

Der Vektor der verketteten Spannung ist $\sqrt{3}$-mal größer als jener der Sternspannung, außerdem eilt sie derselben in der Phase um 30^0 vor.

Leistung des dreiphasigen Wechselstromes.

Um die Leistung des Drehstromes bestimmen zu können, nimmt man die Leistung des einen Zweiges und multipliziert mit 3. Die Leistung eines Zweiges bei Dreieckschaltung ist bei der Phasenverschiebung φ

$$W_3 = e_3\, i \cos \varphi$$

wo e_3 die effektive Spannung zwischen zwei Hauptleitern, i die Stromstärke in der Zweigleitung bedeutet.

Die Gesamtleistung wird demnach

$$W = 3\, W_3 = 3\, e_3\, i \cos \varphi.$$

Führt man statt dem Zweigstrom den Leitungsstrom in letzte Gleichung, dann wird, nachdem:

$$i_3 = \sqrt{3}\, i$$

$$W = 3\, e_3 \frac{i_3}{\sqrt{3}} \cos\varphi = \sqrt{3}\, e_3\, i_3 \cos\varphi.$$

Bei Sternschaltung ist

$$W_3 = e_3\, i_3^{\times} \cos\varphi$$

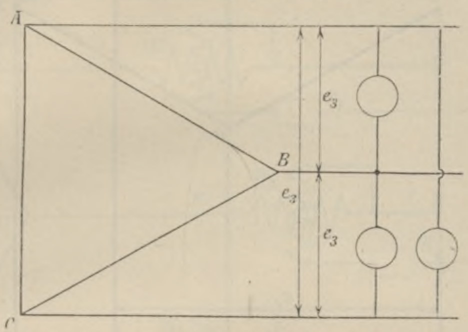

Fig. 47.

und die Gesamtleistung

$$W = 3\, W_3 = 3\, e_3\, i_3^{\times} \cos\varphi.$$

Bei Serienschaltung ist der Zusammenhang zwischen Stern- und verketteter Spannung

$$e_3^{\times} = \sqrt{3}\, e_3$$

folglich wird

$$W = 3 \frac{e_3^{\times}}{\sqrt{3}} i_3^{\times} \cos\varphi = \sqrt{3}\, e_3^{\times}\, i_3^{\times} \cos\varphi.$$

Bei Drehstrom ist die Gesamtleistung bei gleicher Phasenverschiebung in allen Zweigen gleich mit dem Produkte der Spannungsdifferenz zwischen zwei Hauptleitern, mit dem Leitungsstrome in einem Hauptleiter, ferner dem Leitungsfaktor und $\sqrt{3}$ oder mit anderen Worten, die Gesamtleistung des Drehstromes ergibt sich bei gleichen Verhältnissen in den drei Phasen, als die $\sqrt{3}$ fache der Leistung einer Phase unabhängig davon, ob die Armatur Dreieck- oder Sternschaltung hat.

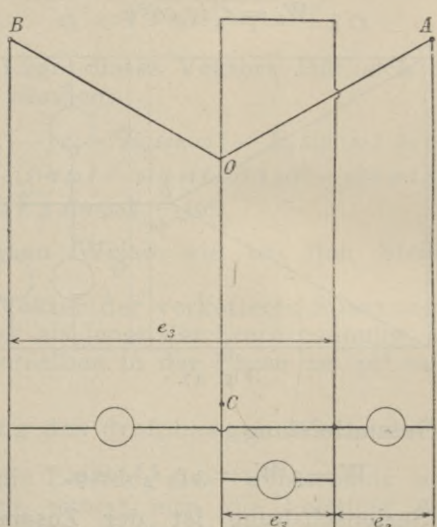

Fig. 48.

Der Fall, daß die Strom- und Phasenverhältnisse in allen drei Zweigen dieselben sind, kommt in der Praxis sehr selten vor. Dient der Drehstrom zur Beleuchtung, dann werden die Lampen zwischen je zwei Hauptleitungen geschaltet (Fig. 47). Um in den einzelnen Leitungen gleiche Stromstärken haben zu können, müssen die Lampen gleichmäßig verteilt werden. Diese Verteilung läßt sich aber nur schwierig durchführen, weshalb man besser tut, daß man eine Ausgleichsleitung benutzt. In diesem Falle werden die Lampen zwischen diese Ausgleichsleitung und eine Hauptleitung geschaltet (Fig. 48).

Will man bei ungleichmäßiger Verteilung die Leistung des Drehstromes messen, dann verwendet man drei Wattmeter und summiert die so gemessenen drei Leistungen. Die Schaltung ist aus Fig. 49 ersichtlich.

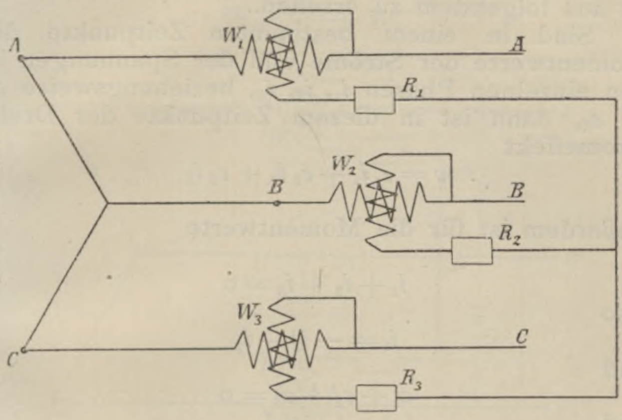

Fig. 49.

Die Hauptspulen der drei Wattmeter W_1, W_2, W_3 sind in die Hauptleitungen des Drehstromnetzes geschaltet, während die Spannungsspulen mit den Vorschaltwiderständen R_1, R_2 und R_3 so abgezweigt sind, daß sie einen gemeinsamen neutralen Punkt haben.

Bei solchen mehrphasigen Stromkreisen, bei welchen die einzelnen Phasen selbständig, die also miteinander nicht verkettet sind, müssen bei der Effektmessung, verschiedene Phasenbelastungen vorausgesetzt, stets soviel Meßinstrumente verwendet werden, als Phasen vorhanden sind. Sind dagegen die einzelnen Phasen in Verkettung, also nicht mehr voneinander unabhängig, dann können in den Messungen Vereinfachungen durchgeführt werden, welche mit sich bringen, daß weniger Meßinstrumente als Phasen genügend sind.

Dieser Fall tritt ein bei verkettetem Drehstrom. Man kann den Drehstromeffekt mit zwei, ja unter Umständen auch nur mit einem Wattmeter messen. Die Grundlage dieser Meßmethode ist aus folgendem zu ersehen.

Sind in einem bestimmten Zeitpunkte die Momentwerte der Ströme und der Spannungen in den einzelnen Phasen i_1, i_2, i_3, beziehungsweise e_1, e_2, e_3, dann ist in diesem Zeitpunkte der Drehstromeffekt

$$w = e_1 i_1 + e_2 i_2 + e_3 i_3.$$

Außerdem ist für die Momentwerte

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

also

$$i_1 = -i_2 - i_3$$

und

$$e_1 + e_2 + e_3 = 0$$

und

$$e_1 = -e_2 - e_3.$$

Bei Dreieckschaltung ergeben sich die resultierenden Leitungsströme in ihren Momentwerten, als die algebraischen Summen der Komponentströme, also (Fig. 42):

$$i_A = i_2 - i_1;\ i_B = i_3 - i_2;\ i_C = i_1 - i_3;$$

also

$$w = -e_2 i_1 - e_3 i_1 + e_2 i_2 + e_3 i_3$$

oder

$$w = e_2 (i_2 - i_1) + e_3 (i_3 - i_1).$$

Für $(i_2 - i_1)$ und $(i_3 - i_1)$ die Werte i_A, beziehungsweise $-i_C$ eingesetzt

$$w = e_2\, i_A - e_3\, i_C.$$

e_2 und e_3 sind die Spannungsdifferenzen zwischen zwei Hauptleitungen, i_A und i_C die Stromstärken in denselben. Geht man nun von den Momentwerten auf Effektivwerte über, dann ist der Ausdruck des Drehstromeffektes

$$W = W_1 \pm W_3.$$

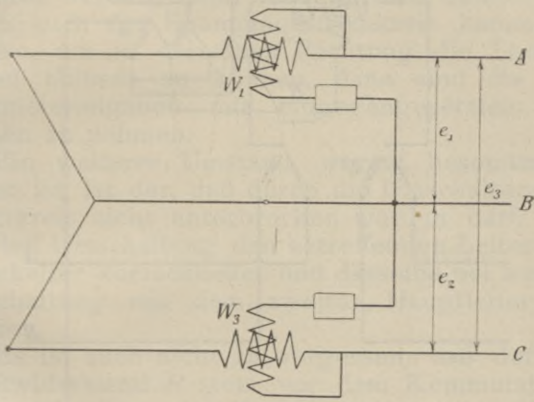

Fig. 50.

Die Schaltungsweise ist aus Fig. 50 ersichtlich. Die zwei Wattmeter W_1 und W_3 sind in die Hauptleitungen A und C geschaltet, die Spannungsspulen zwischen $A\,B$ und $B\,C$, da die Spannungsdifferenzen e_2 und e_3 zwischen diesen Leitungen auftreten. Die Berechnung der Leistung aus den Meßwerten erfolgt folgendermaßen:

Seien die Konstanten der Wattmeter c_1 und c_3, die Torsionswinkel α_1 und α_3, die Vorschaltwiderstände R_1 und R_3, dann wird

$$W_1 = c_1 \alpha_1 R_1$$

$$W_3 = c_3 \alpha_3 R_3$$

und

$$W = c_1 \alpha_1 R_1 \pm c_3 \alpha_3 R_3.$$

Was die beiden Vorzeichen $\pm$ bedeuten, so ist $(+)$ zu nehmen, wenn die Ausschläge nach derselben Seite und $(-)$ wenn die Ausschläge der

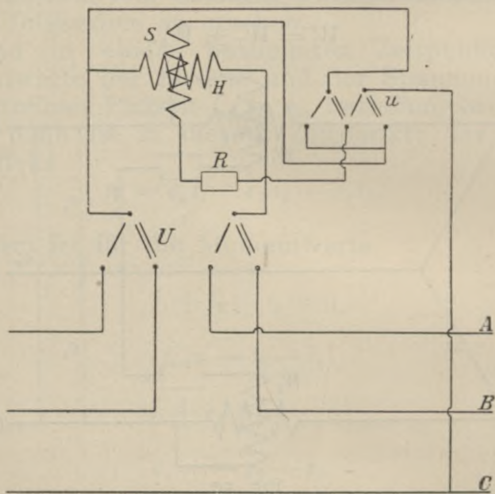

Fig. 51.

beweglichen Spulen nach entgegengesetzter Seite erfolgen.

Durch geeignete Umschalter läßt sich dieselbe Messung mit nur einem Wattmeter ausführen, wie aus Fig. 51 ersichtlich.

A, *B* und *C* sind die drei Hauptleitungen des Drehstromkreises. Zwei derselben werden zu dem Umschalter *U* geführt, der dritte Leiter wird nicht entzweigeschnitten. Mit Hilfe des Umschalters kann man erreichen, daß bald der durch *A* fließende, bald jener durch *B* fließende Strom in die Hauptstromspule *H* des Wattmeters gelangt.

Der Spannungsstromkreis wird von der Hauptstromspule abgezweigt, wodurch erreicht wird, daß die Spannungsspule einmal mit *A*, ein anderesmal mit *B* in Verbindung kommt. Das zweite Ende dieses Stromkreises ist ständig mit der Leitung *C* verbunden. Der Kommutator *u* dient dazu, daß das Wattmeter in derselben Richtung abgelenkt wird. Hierbei muß auf die Stellung des Kommutators geachtet werden, denn muß bei der Umschaltung von *U* auch der Spannungsstromkreis kommutiert werden, um in derselben Richtung die Torsionswinkel ablesen zu können, dann sind die zwei Wattmeterangaben mit entgegengesetztem Vorzeichen zu nehmen.

Ein weiterer Umstand, worauf besonders zu achten ist, ist der, daß durch die Umschaltung der Stromkreis nicht unterbrochen werden darf. Man muß bei Umschaltung den betreffenden Leiter beim Umschalter kurzschließen und dasselbe bei weiterer Umschaltung mit dem zweiten Hauptleiter vornehmen.

Es ist auch nicht zu vergessen, daß der Vorschaltwiderstand *R* stets vor dem Kommutator *u*, also unmittelbar nach der Abzweigung vom Hauptleiter einzuschalten ist und auf keinen Fall nach dem Kommutator. Diese Vorsichtsmaßregel ist darum nötig, weil im entgegengesetzten Falle im Kommutator bei der Gesamtspannung Kurzschluß entsteht, welcher den Kommutator zugrunde richtet. Bei der vorgeschriebenen Schaltung wird beim Kommutieren nur die bewegliche Spule kurzgeschlossen, im übrigen Teile des Spannungsstromkreises bleibt aber der große Widerstand *R* ständig eingeschaltet, was ein Anwachsen des Stromes über normale Grenzen verhindert.

Zusammenhang zwischen der Drehstrom- und der Gleichstromspannung und Stromstärke im Falle, wenn der Drehstrom aus einer Gleichstromarmatur erzeugt wird.

Der Dreiphasenstrom kann nach der bei Fig. 40 beschriebenen Anordnung aus einer Gleichstromarmatur hergestellt werden, wenn man drei symmetrisch gelegene Punkte der Wicklung mit drei voneinander isolierten Schleifringen verbindet. In den drei mit den Schleifbürsten verbundenen Außenleitern $A\,B\,C$ fließt Drehstrom.

Dieselbe Armatur liefert aber auch gleichzeitig Gleichstrom, wenn die Windungen mit den Segmenten eines Kollektors verbunden werden. Zwischen der an den Gleichstrom führenden Bürsten gemessenen Gleichstromspannung und der zwischen zwei Schleifringen auftretenden Drehstromspannung bestehen gewisse Beziehungen; unsere Aufgabe sei nun, diese Beziehungen zu untersuchen.

Man unterscheidet beim Drehstrome Dreieck- und Sternschaltung und demensprechend werden obengenannte Beziehungen andere sein. Befassen wir uns zunächst mit der Dreieckschaltung.

Sei die Gleichstromspannung bei der zweipoligen Maschine e, und die der Maximalbelastung entsprechende Stromstärke im äußeren Stromkreise i. Es wird demnach die Maximal-Gleichstromleistung der Maschine durch die Gleichung:

$$W = e\,i$$

ausgedrückt.

Betrachten wir nun unsere auf die Gleich- und Wechselstromspannungen Bezug nehmende Gleichungen, so finden wir, daß bei Parallelschaltung

$$e_2 = \frac{e}{\sqrt{2}}.$$

Ferner

$$e_4 = \frac{e}{2}.$$

Dieselben Werte können wir aber auch folgendermaßen schreiben:

$$e_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{2} e$$

und

$$e_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{4} e.$$

In analoger Weise wird bei Dreiphasenstrom in Dreieckschaltung:

$$e_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{3} e$$

oder nachdem

$$\sin \frac{\pi}{3} = \sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$e_3 = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} e$$

sein.

Die Leistung des Drehstromes ist

$$W_3 = \sqrt{3}\, e_3\, i_A$$

wo i_A den Strom in der Hauptleitung, und e_3 die Phasenspannung bedeuten. Nachdem der Zweigstrom bei Dreieckschaltung der $\frac{1}{\sqrt{3}}$-te Teil des Leitungsstromes ist, wird die obige Leistung auch folgendermaßen ausgedrückt:

$$W_3 = 3\, e_3\, i_3.$$

Den gefundenen Spannungswert eingesetzt, wird:

$$W_3 = 3\,\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\,e\,i_3.$$

Wir wollen aber wissen, in welchem Verhältnisse die maximale Drehstromleistung zur maximalen Gleichstromleistung steht, deshalb ist nötig zu wissen, wie groß i_3 werden kann.

Die Armaturerwärmung bleibt dieselbe, wenn

$$i_3 = \frac{i}{2}.$$

Dies ist der höchste, zulässige Effektivwert des dreiphasigen Wechselstromes.

Es wird nun:

$$W_3 = 3\,\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\,e\,\frac{i}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}\,e\,i.$$

Nachdem aber

$$e\,i = W$$

die maximale Gleichstromleistung, wird die Berechnungen durchgeführt:

$$W_3 = 0{,}917\ W$$

d. h. wird die Gleichstromarmatur zur Erzeugung von dreiphasigem Wechselstrom benutzt, dann ist ihre Leistung $8{,}3\,\%$ kleiner, als wenn sie Gleichstrom erzeugen würde.

Bei Sternschaltung sind die Spannungsverhältnisse andere.

In diesem Falle fließt durch die Hauptleitungen und den Wicklungen der Armatur dieselbe Stromstärke, die Phasenspannung ist aber von der Sternspannung verschieden. Die Phasen- oder verkettete Spannung ist die Resultierende zweier

Sternspannungen, deren Phasenunterschied 120° beträgt. Ist demnach die Sternspannung e_3, dann wird die verkettete Spannung

$$e_3^{\times} = \sqrt{3}\, e_3$$

sein.

Nach den Vorhergehenden ist

$$e_3 = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\, e$$

der Gleichstromspannung, weshalb $e_3^{\times}$:

$$e_3^{\times} = \frac{3}{2\sqrt{2}}\, e.$$

Bei Sternschaltung kann der Leitungsstrom höchstens die halbe Stärke des maximalen Gleichstromes haben, denn nur in diesem Falle wird die Armaturerwärmung die gleiche als bei Gleichstrom sein, da nun Leitungsstrom und Zweigstrom identisch sind:

$$i_3^{\times} = i_A = \frac{i}{2}$$

und die Gesamtleistung des Drehstromes

$$W_3^{\times} = \sqrt{3}\, e_3^{\times}\, i_A = 3\, e_3\, i_3^{\times}$$

oder

$$W_3^{\times} = 3\,\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\, e\, \frac{i}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4\sqrt{4}}\, e\, i$$

$$W_3^{\times} = \frac{3\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}\, W = 0{,}917\, W.$$

Das Resultat ist demnach das gleiche als bei der Dreieckschaltung. Hinsichtlich der Leistungen ist also zwischen beiden Schaltungsweisen kein Unterschied, in beiden Fällen leistet die Armatur

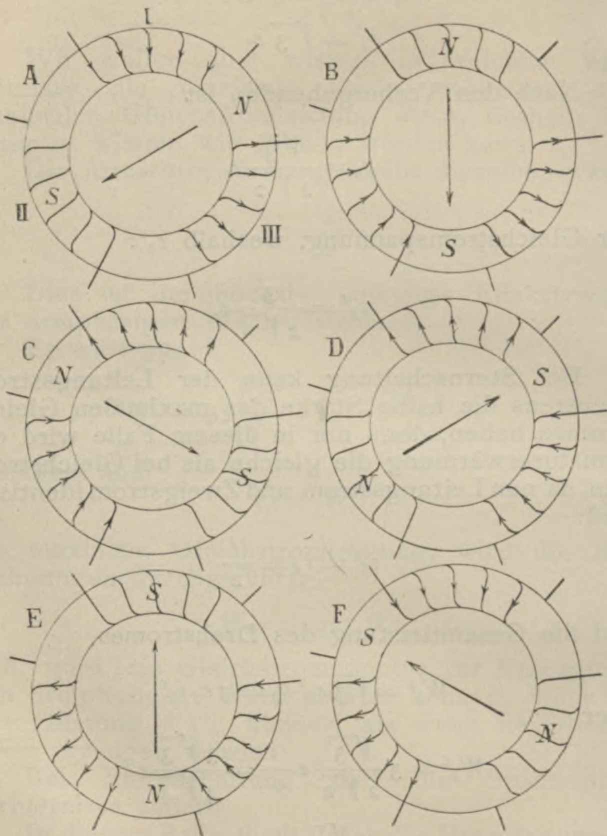

Fig. 52.

beim Drehstrom um 8,3% weniger als beim Gleichstrom.

Magnetisches Feld eines Drehstromes.

Der Drehstrom erzeugt ebenso wie der Zwei- oder Vierphasenstrom ein magnetisches Drehfeld, dessen Rotationsgeschwindigkeit von der Periodenzahl des zugeführten Wechselstromes und der Polzahl, also der Spulenanordnung des den Drehstrom konsumierenden Apparates abhängt. Wir wollen in folgendem den einfachsten Fall behandeln, bei welchem der Eisenring drei Wicklungen besitzt, welche ebenso angeordnet sind als die Windungen des Drehstromerzeugers in Fig. 35.

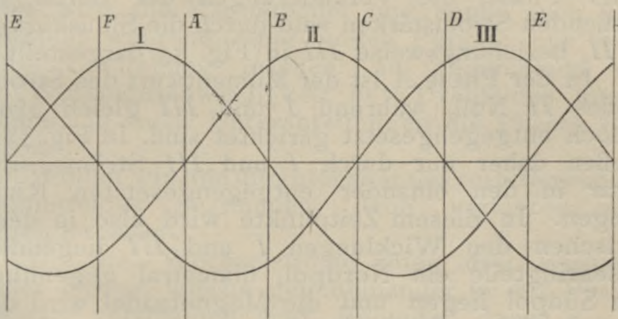

Fig. 53.

Dieser Eisenring sei in Fig. 52 schematisch dargestellt. In dem umschlossenen Raume ist eine Magnetnadel drehbar angeordnet, so daß sie sich nach dem jeweiligen resultierenden Drehfeld einstellen kann.

Damit das Zustandekommen des dreiphasigen Drehfeldes übersichtlicher vor Augen tritt, betrachten wir die einzelnen Phasen des Drehstromes in Fig. 53. Jeder einzelne Wechselstrom ruft ein magnetisches Feld hervor; die so entstehenden drei Felder summieren sich zu einem resultierenden Felde, dessen Richtung infolge der veränderlichen Komponenten wechselt und somit entsteht das magnetische Drehfeld. Die bewegliche Magnetnadel stellt sich immer in die Richtung des resultierenden Feldes, ihre Bewegung gibt also ein Bild von der Bewegungsrichtung des Drehfeldes.

Von den verschiedenen Phasen des Drehstromes betrachten wir nur jene, in denen ein Wechselstrom seinen Nullwert erreicht. Diese Phasen sind in Fig. 53 mit *A—F* bezeichnet, auch sind in Fig. 52 die korrespondierenden Figurenteile mit denselben Buchstaben bezeichnet.

Die Windungen *I*, *II* und *III* gehören zu je einer Phase, die Veränderungen der durch sie fließenden Stromstärken sind durch die Sinuskurven *I*, *II*, beziehungsweise *III* in Fig. 53 dargestellt.

In der Phase *A* ist der Momentwert des Stromfeldes *II* Null, während *I* und *III* gleich groß, jedoch entgegengesetzt gerichtet sind. In Fig. 52 *A* fließen daher nur durch *I* und *III* Ströme, und zwar in den einander entgegengesetzten Richtungen. In diesem Zeitpunkte wird also in dem, zwischen den Wicklungen *I* und *III* liegenden Eisenringteile ein Nordpol, diametral gegenüber ein Südpol liegen und die Magnetnadel wird die eingezeichnete Lage einnehmen.

Nach $\frac{1}{6}$ Periode, in der Phase *B*, ist *I* Null, *II* positiv und *III* negativ. Die magnetischen Verhältnisse sind dementsprechend anders, und sie sind aus der Fig. 52 *B* ersichtlich. Der Nordpol entsteht nun im oberen Teile des Ringes, in der Mitte der Wicklung *I*, während der Südpol nach unten, zwischen die Wicklungen *II* und *III* zu liegen kommt. Die Magnetnadel verbleibt nicht in ihrer früheren Stellung, sondern dreht sich um 60^0.

Die weiteren Phasen *C—F* können in derselben Weise behandelt werden, wie die bisherigen, man muß nur auf die Stromrichtungen achten. Aus den korrespondierenden Fig. 52 *C—F* ersieht man, daß nach allen Sechstelperioden die Magnetnadel sich um je 60^0 dreht, so daß sie nach einer vollen Periode in ihre ursprüngliche Lage zurückkommt. Während also der Drehstrom eine Periode hatte, machte das Drehfeld eine volle Umdrehung.

Es darf aber hier nicht vergessen werden, daß wir mit dem einfachsten Fall zu tun hatten. Ist nämlich die Wicklung so durchgeführt, daß der Eisenring nicht drei, sondern sechs Spulen hat, wovon jede Dritte zu je einer Phase gehört, dann wird die Magnetnadel und somit auch das Drehfeld während einer vollen Periode nur eine halbe Umdrehung machen. Im allgemeinen ist die Winkelgeschwindigkeit des Drehfeldes umso kleiner, je mehr Unterabteilungen die Phasen besitzen.

Wollen wir nun die Intensität des resultierenden Magnetfeldes bestimmen, dann verfahren wir folgendermaßen.

Die drei Wechselströme rufen drei Magnetfelder hervor, welche gegeneinander in der Phase um 120^0 verschoben sind. Bedeuten daher h_1, h_2 und h_3 die Momentwerte der betreffenden Feldintensitäten in einem bestimmten Zeitpunkte, dann wird

$$h_1 = H_1 \sin \omega t$$

$$h_2 = H_2 \sin (\omega t + 120^0)$$

$$h_3 = H_3 \sin (\omega t + 240^0)$$

wo H_1, H_2 und H_3 die entsprechenden Maximalwerte bedeuten. Sind die drei Ströme einander gleich, dann wird

$$H_1 = H_2 = H_3 = H.$$

Näherungsweise lassen sich auf diese drei Magnetfelder die Regeln des Kräfteparallelogrammes anwenden, nach welchen man das resultierende Feld erhält, wenn man die Summe der Projektionen der Komponentfelder auf zwei aufeinander senkrechte Achsen bildet, und aus den so erhaltenen Werten die Resultierende berechnet. Die resultierende Feldstärke ergibt sich dann bei der graphischen Behandlung als die Hypothenuse eines rechtwinkeligen Dreieckes.

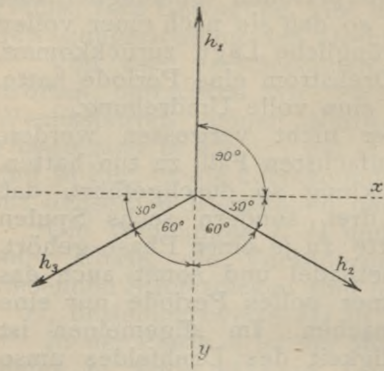

Fig. 54.

Die Phasenverhältnisse sind in Fig. 54 graphisch dargestellt. In einem gegebenen Zeitpunkte werden die auf die x-Achse gefällten Projektionen

$$h_1 = 0$$

$$h_2 \cos 30^0 = H \cos 30^0 \sin (\omega t + 120^0)$$

$$-h_3 \cos 30^0 = -H \cos 30^0 \sin (\omega t + 240^0).$$

Die Summe dieser Projektionen aber:

$$X = h_2 \cos 30^0 - h_3 \cos 30^0 = H \cos 30^0 (\sin [\omega t + 120^0] - \sin [\omega t + 240^0]).$$

Nachdem aber:

$$\sin (\omega t + 120^0) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t - \frac{1}{2} \sin \omega t$$

und

$$\sin(\omega t + 240^0) = -\left(\frac{1}{2}\sin\omega t + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega t\right)$$

folglich

$$\sin(\omega t + 120^0) - \sin(\omega t + 240^0) = \sqrt{3}\cos\omega t.$$

Da ferner

$$H\cos 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}H$$

wird

$$X = \frac{3}{2}H\cos\omega t.$$

Die Summe der Projektionen auf die y-Achse muß auch berechnet werden, und zwar wird:

$$h_1 = H\sin\omega t$$

$$-h_2\cos 60^0 = -H\cos 60^0\sin(\omega t + 120^0)$$

$$-h_3\cos 60^0 = -H\cos 60^0\sin(\omega t + 240^0).$$

Die Summe:

$$Y = H\sin\omega t - H\cos 60^0\sin(\omega t + 120^0)$$
$$- H\cos 60^0\sin(\omega t + 240^0)$$

oder

$$Y = H(\sin\omega t - \cos 60^0[\sin(\omega t + 120^0) + \sin(\omega t + 240^0)]).$$

Nach obigen Resultaten ist aber

$$\sin(\omega t + 120^0) + \sin(\omega t + 240^0) = -\sin\omega t$$

und

$$Y = H(\sin\omega t + \cos 60^0\sin\omega t).$$

Da aber

$$\cos 60^0 = \frac{1}{2}$$

wird

$$Y = H\left(\sin \omega t + \frac{1}{2} \sin \omega t\right)$$

$$Y = \frac{3}{2} H \sin \omega t.$$

Die resultierende Feldstärke erhält man, wenn man die Quadratwurzel aus der Summe der Quadrate der Werte X und Y zieht, also

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2} H \cos \omega t\right)^2 + \left(\frac{3}{2} H \sin \omega t\right)^2}$$

oder

$$R = \frac{3}{2} H.$$

Die oben angegebene Bedingung angenommen, daß nämlich auf die Magnetfelder die Regeln des Kräfteparallelogrammes anwendbar sind, ist das Ergebnis, daß das resultierende Feld konstant und unabhängig von der Zeit, mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi \infty$ rotiert, wo $\sim$ die Periodenzahl bedeutet.

In der Wirklichkeit ist dies aber nicht der Fall, denn das resultierende Feld pulsiert, wenn auch nicht in dem Maße, wie beim Zweiphasenstrom. Diese Pulsation des Feldes wirkt hemmend auf die Bewegung eines in diesem Felde rotierenden Ankers, weshalb man bei Mehrphasenmotoren danach trachten muß, daß das Drehfeld möglichst konstant sei, d. h. daß möglichst jene Verhältnisse auftreten, welche bei der Rotation eines mit Gleichstrom gespeisten Elektromagnets vorherrschen. Die Kraftlinienzahl soll konstant sein und sie sollen mit konstanter Geschwindigkeit rotieren.

Diese letzte Bedingung läßt sich leicht erfüllen, wenn nur die Periodenzahl des Wechselstromes konstant bleibt. Die Pulsation des Feldes wird um so kleiner, d. h. die resultierende Kraftlinienzahl um so konstanter, je größer die Phasenzahl des zugeführten Wechselstromes ist.

Der Vermehrung der Phasenzahl steht die anzuwendende Leiterzahl hindernd im Wege, doch wir werden sehen, daß schon der Dreiphasenstrom ausreicht, um ein praktisch genügend konstantes rotierendes Feld zu erzeugen.

Ist ein mit einer in sich geschlossenen Wicklung versehener Anker im magnetischen Felde eines einphasigen Wechselstromes, dann werden in seiner Wicklung Induktionserscheinungen auftreten, es entsteht ein induzierter Wechselstrom mit derselben Periodenzahl als der induzierende Strom. Genannter induzierter Strom sucht den Anker in seiner Ruhelage festzuhalten, will man daher den Anker bewegen, dann muß man der hemmenden Wirkung entsprechend eine gewisse Arbeit leisten. Dieser Wechselstrom wirkt demnach bremsend.

Bei pulsierenden Mehrphasenfeldern entstehen ähnliche Erscheinungen. Der Mehrphasenstrom induziert in der kurzgeschlossenen Wicklung des Ankers Mehrphasenströme, welche mit den induzierenden Strömen zusammen ein Drehmoment ausüben, die den Anker in Rotation versetzen. Die Geschwindigkeit nimmt dabei immer mehr zu, bis der Anker nahezu synchron läuft.

Die Pulsationen des Feldes wirken nur bei einer gewissen Geschwindigkeit treibend auf den Anker, bei anderen Geschwindigkeiten haben sie eine bremsende Wirkung, da die durch sie hervorgerufenen induzierten Ströme magnetische Felder hervorbringen, welche nicht in der richtigen Lage zum rotierenden Felde liegen. Je größer die Pulsation, desto größer diese brennende Wirkung, bei Zweiphasenstrom wird sie daher besonders stark hervortreten, nachdem hier die Pulsation des Feldes 41,4% des Mindestwertes beträgt, wie dies im vorigen Kapitel gezeigt wurde.

Die Momentwerte der Ampèrewindungszahlen hängen von den jeweiligen Momentwerten der Stromstärken und der Windungszahl der Bewicklung ab. Die Stromstärken in einem gegebenen Zeitpunkte sind bei Dreiphasenstrom entgegengesetzten Vorzeichens, doch sind bei ihren magnetischen Wirkungen ihre absoluten Werte in Betracht zu ziehen, da die Richtung des Stromes nur auf die Lage des resultierenden Feldes, jedoch nicht auch auf ihre Intensität von Einfluß ist.

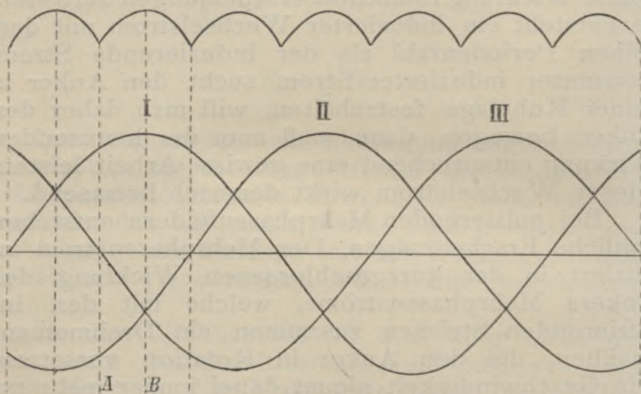

Fig. 55.

Betrachten wir den Verlauf des dreiphasigen Wechselstromes (Fig. 55), dann sehen wir, daß die Unterschiede in den Summen der Momentwerte nicht mehr so groß als bei Zweiphasenstrom sind, folglich können auch die Pulsationen des rotierenden Feldes keine so großen sein, als sie bei letzterem waren.

In jenem Zeitpunkte, wo einer der drei Ströme Null ist, sind die beiden anderen gleich groß, nur entgegengesetzt gerichtet. Im Zeitpunkte A ist

$$i_3 = 0$$

und

$$i_1 = J \sin 60^0$$

$$i_2 = J \sin 120^0.$$

Oder da

$$\sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

und

$$\sin 120^0 = \sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

werden die durch die Ströme i_1 und i_2 hervorgerufenen magnetischen Felder den $\frac{\sqrt{3}}{2}$-fachen Wert des durch den Maximalstrom erzeugten Feldes haben. Das resultierende Feld in diesem Zeitpunkte wird also das

$$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\text{-}$$

fache jenes Feldes sein, welches ein Strom durch seinen Maximalwert in denselben Windungen erzeugen kann.

Nach einer Zwölftelperiode, also nach 30^0 Phasenunterschied von A, in dem Zeitpunkte B sind die Verhältnisse schon wesentlich andere. Jetzt haben nämlich alle drei Ströme gewisse Werte, keiner ist Null, und dementsprechend wird auch das resultierende Feld vom obigen verschieden sein.

In der Phase B sind die Momentwerte der drei Ströme folgende:

$$i_1 = J \sin 90^0$$

$$i_2 = J \sin 150^0$$

und

$$i_3 = J \sin 30^0.$$

Oder da

$$\sin 90^0 = 1; \ \sin 150^0 = \sin 30^0 = \frac{1}{2}$$

wird

$$i_1 = J$$

$$i_2 = \frac{J}{2}$$

$$i_3 = \frac{J}{2}$$

und das resultierende Feld durch die Summe dieser drei Ströme, also durch

$$J + \frac{J}{2} + \frac{J}{2} = 2J$$

erzeugt. Das magnetische Feld ist also in diesem Zeitpunkte das Doppelte jenes, welches durch den Maximalstrom in denselben Windungen hervorgerufen werden würde.

Das resultierende Feld pulsiert demnach bei Dreiphasenstrom während einer Zwölftelperiode zwischen den Werten $\sqrt{3} = 1{,}732$ und 2, und dementsprechend ist die Schwankung des Feldes zirka 15% gegenüber 41,4% beim Zweiphasenstrom.

Diese Pulsation des Drehfeldes legt keine Hindernisse in den Weg der praktischen Anwendung der Dreiphasenmotoren, denn wie wir beim diesbezüglichen Kapitel sehen werden, dürfen bei kleineren Periodenzahlen ohne Beeinträchtigung des Wirkungsgrades die magnetischen Beanspruchungen der Eisenmassen größer genommen werden, welche den Nachteilen der Pulsation des Drehfeldes günstig entgegenwirken. Außerdem ist die Möglichkeit der Anwendung von nur drei Außenleitern ein solcher Vorzug, welcher die Vermehrung der Phasenzahl um so mehr unnötig macht, weil auch bei größerer Phasenzahl Pulsationen auftreten, zwar in schwächerem Maße als beim Drehstrom, jedoch ist die benötigte Anzahl der Leitungen größer als drei, welcher Umstand den Vorzug der minderen Pulsation teilweise aufhebt.

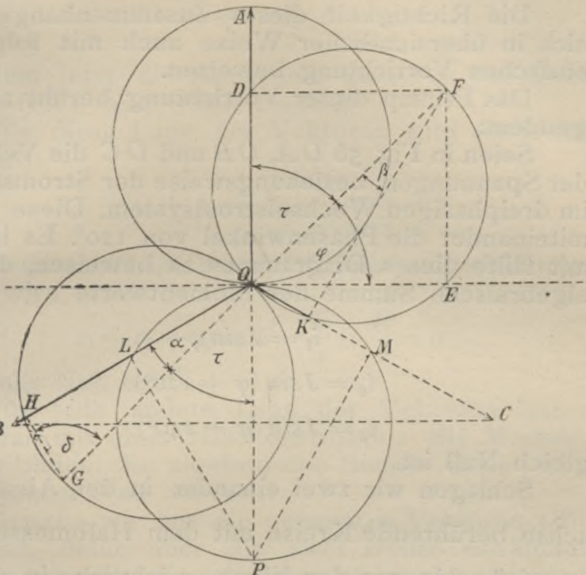

Fig. 56.

Die Pulsation des Drehfeldes ist für Dreiphasenstrom im oberen Teile der Fig. 55 graphisch dargestellt.

Durch die geschlossene und offene Verkettung der dreiphasigen Wechselströme läßt sich erreichen, daß zur Fortleitung desselben nur drei Leiter genügen. Die Möglichkeit dieser Schaltung geht aus dem bereits abgeleiteten Zusammenhang der Ströme, beziehungsweise Spannungen hervor, wonach für jeden Zeitpunkt die algebraische Summe dieser Momentwerte Null ist:

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

und

$$e_1 + e_2 + e_3 = 0.$$

Die Richtigkeit dieses Zusammenhanges läßt sich in übersichtlicher Weise auch mit folgender einfachen Vorrichtung beweisen.

Das Prinzip dieser Vorrichtung beruht auf folgendem:

Seien in Fig. 56 OA, OB und OC die Vektoren der Spannungen, beziehungsweise der Stromstärken im dreiphasigen Wechselstromsystem. Diese bilden miteinander die Phasenwinkel von 120^0. Es ist nun mit Hilfe dieses Diagrammes zu beweisen, daß die algebraische Summe der Momentwerte

$$i_1 = J \sin \varphi$$

$$i_2 = J \sin (\varphi + 120^0)$$

$$i_3 = J \sin (\varphi + 240^0)$$

gleich Null ist.

Schlagen wir zwei einander in der Abscissenachse berührende Kreise mit dem Halbmesser $\frac{J}{2}$, so wird, wie aus der Figur ersichtlich, in diesem Zeitpunkte

$$i_1 = \overline{OA} \sin 90^0 = \overline{OA} = J.$$

Ferner

$$i_2 = \overline{ON} = \overline{OB} \sin (120^0 + 90^0)$$

$$i_2 = \overline{OL}$$

da die Dreiecke ONB und OLP kongruent sind.

Nachdem

$$\sin (120^0 + 90^0) = -\frac{1}{2} \text{ und } \overline{OB} = J$$

wird

$$i_2 = -\frac{1}{2} J.$$

In derselben Weise ist dann

$$i_3 = -\frac{1}{2} J$$

nachdem jetzt die Kongruenz zwischen den Dreiecken ONC und OMP besteht.

Für diese Lage der Vektoren wird somit tatsächlich

$$i_1 + i_2 + i_3 = J - \frac{J}{2} - \frac{J}{2} = 0.$$

Bedeuten OA, OB und OC Spannungsvektoren, dann wird

$$e_1 + e_2 + e_3 = E - \frac{E}{2} - \frac{E}{2} = 0$$

ebenfalls Null sein.

Für jede andere Lage der Vektoren lassen sich nun mit einer Hilfskonstruktion die Momentwerte bilden, die algebraische Summe dieser wird auch immer Null werden.

Denken wir uns die genannten Vektoren stillstehend, dafür aber die zwei früher erwähnten Kreise um den Koordinatenmittelpunkt rotierend. Betrachten wir den Fall, in welchem die gemeinsame Achse FG mit der Abscissenachse den Winkel φ bildet, und nehmen wir an, daß alle Sehnen des oberen Kreises negative, jene des unteren aber positive Werte bedeuten.

Es wird unter diesen Umständen

$$i_1 = \overline{OD} = \overline{FE} = \overline{OF} \sin\varphi$$

oder da

$$OF = OA = J$$

$$i_1 = -J \sin\varphi.$$

OD ist jene Sehne des oberen Kreises, welche im verdrehten Kreise durch den Vektor OA gebildet wird.

Es können im Diagramm die zwei Kreise feststehend und die Vektoren als drehend betrachtet werden, da diese beiden Bewegungen relative sind. Es ist also das Resultat in beiden Fällen dasselbe, nur muß dann als Anfangslage der Vektoren die positive Hälfte der Abscissenachse betrachtet werden. In diesem Falle wird dann der Momentwert der zweiten Stromstärke

$$i_2 = J \sin(\varphi + 120^0)$$

oder auf den unteren Kreis bezogen:

$$i_2 = \overline{OG} \sin\delta = J \sin\delta.$$

Aus dem Dreiecke OHG ist

$$\delta = 180^0 - 90^0 - \alpha$$

und wenn

$$\psi = 90^0 - \varphi$$

wird:

$$\alpha = 60^0 - \psi$$

und

$$\delta = 180^0 - 90^0 - 60^0 + \psi$$

oder

$$\delta = 120^0 - \varphi$$

und

$$OH = OG \sin\delta = J \sin(\varphi + 120^0) = i_2.$$

Für den dritten Momentwert endlich wird auf Grund obiger Betrachtungen

$$i_3 = OK = OF \sin\beta.$$

Aus dem rechtwinkeligen Dreieck FOK ist

$$\beta = 180^0 - 90^0 - (\varphi + 30^0)$$

$$\beta = 60^0 - \varphi$$

und

$$i_3 = OF \sin(60^0 - \varphi) = J \sin(60^0 - \varphi).$$

Nachdem aber

$$\sin(60^0 - \varphi) = \sin 60 \cos\varphi - \cos 60 \sin\varphi$$

und

$$\sin(240^0 + \varphi) = \sin 240 \cos\varphi + \cos 240 \sin\varphi$$

ferner

$$\sin 240^0 = - \sin 60$$

$$\cos 240^0 = - \cos 60^0$$

wird

$$\sin(60 - \varphi) = - \sin\ (240^0 + \varphi)$$

daher

$$i_3 = - J \sin(\varphi + 240^0).$$

Die Summe der so erhaltenen drei Momentwerte:

$$i_1 + i_2 + i_3 = - J \sin\varphi + J \sin(\varphi + 120) \\ - J \sin(\varphi + 240) = 0$$

d. h. bildet man die Summe der Sehnen OD, OH und OK und zieht in Betracht, daß nach der eingangs erwähnten Bedingung die Sehnen des oberen Kreises mit negativen Vorzeichen zu nehmen sind, dann ist die Länge OH gleich mit der Summe der negativen Sehnen OD und OK und es wird

$$OD + OH + OK = \emptyset.$$

Die erwähnte Vorrichtung zum Demonstrieren dieses Zusammenhanges läßt sich nun folgendermaßen zusammenstellen.

Man schneidet aus Karton zwei gleiche Scheiben und zeichnet auf eine zwei Kreise x, y, deren Durchmesser in eine Gerade fallen und die sich berühren. Die zwei Kreise sind verschiedenfarbig ausgeführt.

Die zweite Scheibe erhält drei voneinander um je 120^0 abstehende radiale Ausschnitte A, B und C. Diese Scheibe wird auf die erstere gelegt. Dreht man nun die untere Scheibe, dann erscheinen die drei Ausschnitte in verschiedenen Farben, je nachdem die unteren Kreise ihre Lagen ändern.

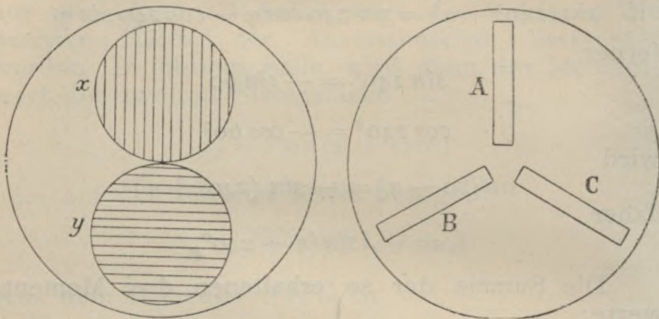

Fig. 57.

Die farbigen Teile der Ausschnitte sind die im Diagramm erwähnten Sehnen der zwei Kreise, wenn man also die Sehnen des einen Kreises, d. h. wenn man die gleichfarbigen Teile addiert, dann ist ihre Summe gleich mit der dritten Sehne, beziehungsweise mit der Länge des andersfarbig erscheinenden Teiles des entsprechenden Ausschnittes.

IV. Kapitel.

Verschiedene Mehrphasenstromsysteme.

Wir haben uns bisher mit zwei-, beziehungsweise vier- und dreiphasigem Wechselstrom befaßt, nun wollen wir die fünf-, sechs-, acht-, zwölf- und im allgemeinen n-phasigen Wechselstromsysteme näher untersuchen. Für die praktische Anwendung

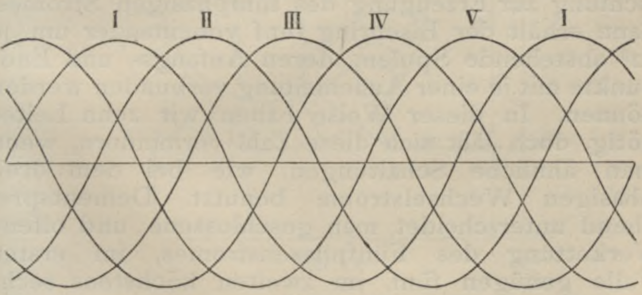

Fig. 58.

der mehrphasigen Ströme ist zwar nur der dreiphasige Wechselstrom von Bedeutung, immerhin ist die Behandlung der nun zu beschreibenden Wechselstromsysteme nötig, um von den verschiedenen Verhältnissen in den anderen mehrphasigen Systemen ein klares Bild zu haben.

Der fünfphasige Wechselstrom.

Beim fünfphasigen Wechselstrom bilden fünf gewöhnliche Wechselströme ein System. Diese Ströme sind gegeneinander zeitlich um eine Fünftelperiode oder 72^0 in der Phase verschoben (Fig. 58) und alle haben gleiche Amplituden, also gleiche Maximalwerte. Bedeuten die Kurven $I—V$ Stromwellen, dann ist für einen bestimmten Zeitpunkt:

$$i_1 = J \sin \omega t$$

$$i_2 = J \sin (\omega t + 72)$$

$$i_3 = J \sin (\omega t + 144)$$

$$i_4 = J \sin (\omega t + 216)$$

$$i_5 = J \sin (\omega t + 288).$$

Benutzen wir die in Fig. 18 abgebildete Vorrichtung zur Erzeugung des fünfphasigen Stromes, dann erhält der Eisenring fünf voneinander um je 72^0 abstehende Spulen, deren Anfangs- und Endpunkte mit je einer Außenleitung verbunden werden können. In dieser Weise haben wir zehn Leiter nötig, doch läßt sich diese Zahl vermindern, wenn man ähnliche Schaltungen, wie bei dem dreiphasigen Wechselstrome benutzt. Dementsprechend unterscheidet man geschlossene und offene Verkettung des Fünfphasenstromes, im ersten Falle genügen fünf, im zweiten höchstens sechs Außenleiter, doch läßt sich auch bei letzterem ein Leiter ersparen, wenn man vom neutralen Punkte keinen Leiter abzweigt.

Während bei zehn Leitungen in jeder Phase die Stromstärke und die Spannung von den anderen Phasen nicht beeinflußt wird, sind die Verhältnisse bei Verkettung wesentlich andere. Bei geschlossener Verkettung ist die Stromstärke in den Leitern größer als in einem Windungsteile, die Spannung bleibt aber unverändert, d. h. dieselbe, als sie bei zehn Leitungen wäre. Bei der offenen Verkettung dagegen entsteht zwischen den Hauptleitern eine resultierende Spannung, die Stromstärke in einer Leitung ist mit der in einem Windungsteile fließenden gleich.

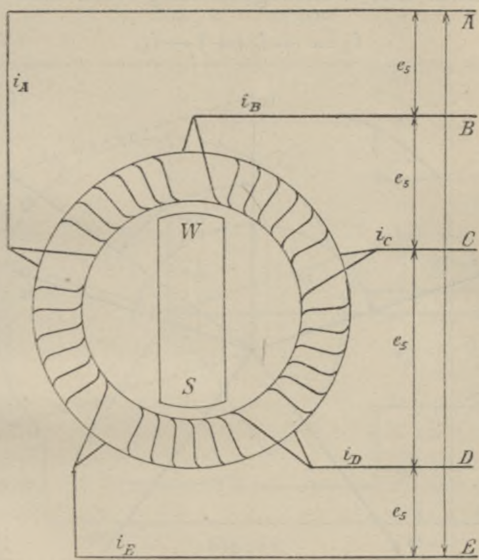

Fig. 59.

Fig. 59 zeigt die Schaltungsweise bei geschlossener Verkettung der fünfphasigen Wechselströme. Zwischen den Leitungen $A\,B\,C\,D\,E$ herrschen die Spannungsdifferenzen e_5, welche mit den Spannungsdifferenzen zwischen den Endpunkten einer Fünftelwicklung gleich sind. In den Wicklungen fließen die um je 72⁰ in der Phase verschobenen Ströme i_5, während in die Außenleitungen die resultierenden Ströme i_A, i_B, i_C, i_D und i_E fließen.

Um den Wert des Leitungsstromes zu kennen, müssen wir die für die geometrische Addition giltige Gleichung aufstellen.

i_A ergibt sich als die Resultante zweier Stromstärken i_5, welche einander entgegengesetzt gerichtet sind. Die Vektorgleichung wird also lauten:

$$i_A = + i_5 (+) - i_5.$$

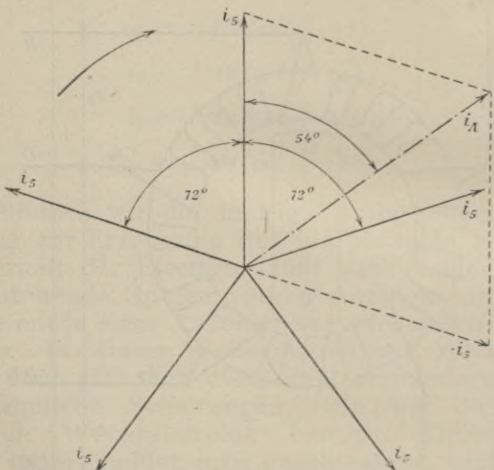

Fig. 60.

In Fig. 60 sind die fünf Stromvektoren in ihrer relativen Lage dargestellt. Jeder Vektor bildet mit dem nachfolgenden den Phasenwinkel von 72⁰, so daß $+i_5$ und $-i_5$ den Winkel 108⁰ einschließen. Die resultierende Stromstärke ergibt sich nun aus einer Kräfteparallelogramm-Konstruktion, und wie auch aus der Figur ersichtlich, eilt der Vektor derselben der Komponentstromstärke in der Phase um 54^0 vor. Ihr Wert ergibt sich aus der Gleichung:

$$i_A = \sqrt{(+i_5)^2 + (+i_5)^2 - 2(+i_5)(+i_5)\cos 72^0}$$

oder

$$i_A = \sqrt{2\,i_5^2 - 2\,i_5^2 \cos 72^0}$$

für

$$\cos 72^0 = 0{,}309$$

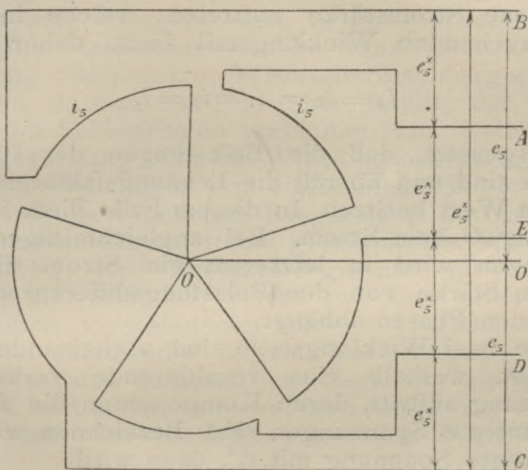

Fig. 61.

eingesetzt, wird

$$i_A = \sqrt{1{,}382\,i_5} = 1{,}176\,i_5$$

d. h. die resultierende Stromstärke ist 1,176-mal größer als der Zweigstrom in einer Phase.

Bei der offenen Verkettung (Fig. 61) sind alle Enden der fünf Wicklungsteile in einem Punkte vereinigt, während die Anfangspunkte mit den Außenleitern verbunden werden. Der gemeinsame Punkt ist der neutrale Punkt des Stromsystems, dieser kann auch mit einem Leiter, dem Ausgleichsleiter verbunden werden. Die Konsumenten werden dann entweder zwischen zwei Hauptleiter oder einem Haupt- und dem Ausgleichsleiter geschaltet. Diese letztere Schaltung ist besonders dann zu empfehlen, wenn die einzelnen Phasen ungleichmäßig belastet sind.

Nachdem jetzt mit jedem Außenleiter ein Wicklungsteil verbunden ist, kann in denselben nur jene Stromstärke auftreten, welche in den entsprechenden Wicklungsteil fließt, daher wird

$$i_A = i_B = \ldots = i_E = i_5$$

vorausgesetzt, daß die Belastungen der Phasen gleich sind und überall die Leistungsfaktoren denselben Wert besitzen. In diesem Falle fließt in der Leitung O kein Strom. Bei ungleichmäßigen Belastungen wird in letzterem ein Strom fließen, dessen Stärke von den Belastungsdifferenzen der einzelnen Phasen abhängt.

Je zwei Wicklungsteile sind nacheinander geschaltet, weshalb eine resultierende verkettete Spannung auftritt, deren Komponenten die früher erwähnten e_5 Spannungen sind. Bezeichnen wir die verkettete Spannung mit $e_5^{\times}$, dann wird

$$e_5^{\times} = (+e_5) + (-e_5)$$

oder in ähnlicher Weise wie bei den Stromstärken

$$e_5^{\times} = \sqrt{(+e_5)^2 + (+e_5)^2 - 2\,(+e_5)\,(+e_5)\cos 72^0}$$

$$e_5^{\times} = 1{,}176\,e_5.$$

Die verkettete Spannung ist demnach mit 17,6% größer als die Sternspannung bei offener Verkettung des fünfphasigen Wechselstromes. Die resultierende Spannung eilt der Komponentspannung in der Phase um 54^0 vor.

Das magnetische Drehfeld des fünfphasigen Wechselstromes ist gleichmäßiger als das des Dreiphasenstromes, die Pulsationen sind geringer, da die Stromwellen dichter einander folgen als bei letzteren. Die Fünfphasenmotoren sind daher im Betriebe besser, doch der Umstand, daß wenigstens fünf Leitungen nötig sind, ist nachteilig, besonders bei Kraftübertragungen, wo gewöhnlich nach großen Entfernungen bedeutende Energiemengen zu transportieren sind.

Eine Gleichstrommaschine kann leicht zur Erzeugung fünfphasiger Wechselströme hergerichtet werden, da man nur fünf solche Punkte der Wicklung mit Schleifringen verbinden muß, welche am Armaturumfang oder im Wicklungsschema gleichmäßig verteilt sind. Am einfachsten läßt sich dies bei einer gewöhnlichen Ringarmatur durchführen, bei Trommelankern ist bei gleichmäßiger Wicklung nur nötig, fünf Kollektorsegmente mit Schleifringen zu verbinden, welche zwischen aufeinander folgenden verschiedenen Bürsten in gleichen Abständen aufeinander folgen. Bei zweipoliger Maschine würden demnach jene Segmente mit Schleifringen verbunden sein, welche voneinander an der Peripherie des Kollektors um den Winkel von $\frac{180^0}{5} = 36^0$ abstehen.

Sehen wir nun die Leistungsverhältnisse bei einer zweipoligen Maschine, welche zur Abgabe von Gleichstrom und fünfphasigem Wechselstrom eingerichtet ist. Bei der Berechnung nehmen wir an, daß der Generator einmal nur Gleichstrom, dann wieder nur Fünfphasenstrom liefert, und zugleich werden wir jenen Zusammenhang feststellen, der bei gleichbleibender Tourenzahl und magnetischem Felde zwischen der Gleichstrom- und der Wechselstromspannung besteht.

Sei die Gleichstromspannung an den Bürsten der Maschine e, die Stromstärke im Gleichstromkreise i.

Bei geschlossener Verkettung ist die Leistung des Fünfphasenstromes in einer Phase bei dem Leistungsfaktor $\cos\varphi$

$$w = e_5\, i_5 \cos\varphi$$

und die Gesamtleistung

$$W_5 = 5\, w = 5\, e_5\, i_5 \cos\varphi.$$

Nimmt man statt dem Zweigstrom den Leitungsstrom in Berechnung, dann wird, nachdem

$$i_A = 1{,}176\, i_5$$

$$W_5 = \frac{5}{1{,}176}\, e_5\, i_A \cos\varphi = 4{,}25\, e_5\, i_A \cos\varphi$$

d. h. bei gleicher Belastung aller fünf Stromkreise ist die Gesamtleistung des Fünfphasenstromes das 4,25-fache der Leistung in einer Phase. In solchem Falle ist demnach genügend die Leistung nur in einer Phase zu messen und das Ergebnis dann mit 4,25 zu multiplizieren.

Bei offener Verkettung war

$$i_A = i_5$$

jedoch

$$e_5^{\times} = 1{,}176\, e_5.$$

Die Leistung des einen Zweiges ist

$$w^{\times} = e_5\, i_A \cos\varphi.$$

Die Gesamtleistung:

$$W_5^{\times} = 5\, e_5\, i_A \cos\varphi.$$

Den Wert der verketteten Spannung eingesetzt, wird:

$$W_5 = \frac{5}{1,176} e_5^{\times} i_A \cos\varphi = 4,25\, e_5^{\times} i_A \cos\varphi.$$

Das Resultat ist dasselbe wie zuvor. Es ist immer das 4,25-fache Produkt der Phasenspannung mit dem Leitungsstrom und dem als für alle Phasen konstant angenommenen Leistungsfaktor zu bilden.

Der Zusammenhang zwischen der Gleichstrom- und der Fünfphasenspannung ergibt sich nach der auf Seite 81 angegebenen Gleichung als

$$e_5 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\frac{\pi}{5}\, e$$

oder, da

$$\sin\frac{\pi}{5} = \sin 36^0 = 0,588$$

wird

$$e_5 = \frac{0,588}{\sqrt{2}} e = 0,416\, e.$$

Für die offene Verkettung ist

$$e_5^{\times} = 1,176\, e_5 = 1,176 \,.\, 0,416\, e$$

$$e_5^{\times} = 0,489\, e.$$

Wie verhalten sich die Stromstärken? Die Beanspruchung der Armatur soll dieselbe bleiben sowohl bei Lieferung des Gleich- als auch des Fünfphasenstromes. Die Erwärmung muß also in beiden Fällen dieselbe sein, was nur so erreicht werden kann, wenn der Zweigstrom in seinem Effektivwerte gleich mit dem die Armaturdrähte durchfließenden Gleichstrom ist.

Unsere Maschine ist zweipolig, folglich führt die Armatur in einer Wicklungshälfte den Strom $\frac{i}{2}$. Es muß also

$$i_5 = \frac{i}{2}$$

oder bei geschlossener Verkettung:

$$i_A = 1{,}176\, i_5 = \frac{1{,}176}{2} i = 0{,}588\, i$$

sein.

Nun können wir schon den Zusammenhang bei geschlossener Verkettung zwischen beiden Leistungen bestimmen, und zwar wird bei $\cos\varphi = 1$:

$$W_5 = 4{,}25\, e_5\, i_A = 4{,}25 \,.\, 0{,}416 \,.\, 0{,}588\, i\, e$$

$$W_5 = 1{,}04\, i\, e$$

$$W_5 = 1{,}04\, W$$

wo W die maximale Gleichstromleistung bedeutet.

Die letzte Gleichung besagt, daß die Gesamtleistung des fünfphasigen Wechselstromes um 4% größer ist als die des aus derselben Armatur erzeugten Gleichstromes, gleiche Inanspruchnahme der Wicklung und im Wechselstromkreise keine Phasenverschiebung vorausgesetzt.

Für offene Verkettung ist

$$e_5^{\times} = 1{,}176\, e_5 = 0{,}489\, e.$$

Der die Armaturdrähte durchfließende Strom

$$i_5 = i_A = \frac{i}{2}$$

im zulässigen höchsten Werte.

Die Leistung des Wechselstromes wird also

$$W_5^{\times} = 4{,}25\, e_5^{\times}\, i_A$$

und auf die Gleichstromleistung bezogen:

$$W_5^{\times} = 4{,}25 \,.\, 0{,}489\, e\; 0{,}5\, i$$

$$W_5^{\times} = 1{,}04\, e\, i = 1{,}04\, W.$$

Das Resultat ist dasselbe wie bei geschlossener Verkettung, die Schaltungsweise der Armatur hat also auf die Leistungsverhältnisse keinen Einfluß.

Sechsphasige Stromkreise.

Ein sechsphasiger Strom besteht aus sechs Wechselströmen, welche gegeneinander eine Phasendifferenz von 60^0 haben (Fig. 62) und dementsprechend haben wir im Vektordiagramm sechs Vektoren mit dem Phasenwinkel von 60^0 (Fig. 63). Die einzelnen Maximalwerte folgen einander in kurzen Interwallen, was eine große Gleichmäßigkeit

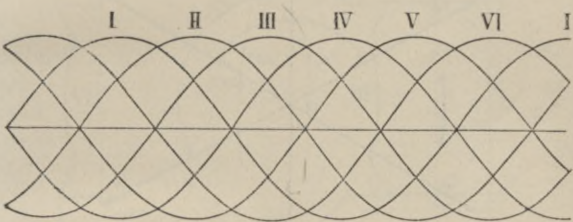

Fig. 62.

des entstehenden rotierenden magnetischen Feldes zur Folge hat.

Nun haben wir mit sechs Strömen zu tun, in einem gegebenen Zeitpunkte ist der Momentwert dieser Ströme

$$i_1 = J \sin \omega t$$

$$i_2 = J \sin (\omega t + 60^0)$$

$$i_3 = J \sin (\omega t + 120^0)$$

$$i_4 = J \sin (\omega t + 180^0)$$

$$i_5 = J \sin (\omega t + 240^0)$$

$$i_6 = J \sin (\omega t + 300^0).$$

Betrachten wir diese Gleichungen, so sehen wir, daß i_1, i_3 und i_5 dieselben Werte haben, wie die Dreiphasenströme, dasselbe steht für die Ströme i_2, i_4 und i_6 mit dem Unterschiede, daß diese gegen die früher erwähnten in der Phase um 60^0 verschoben sind. In diesem Sinne kann man den Sechsphasenstrom als die Kombination zweier Dreiphasenstromkreise betrachten, deren Ströme gegeneinander um den Phasenwinkel von 60^0 verschoben sind.

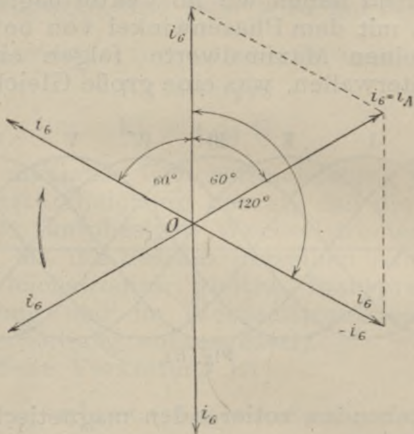

Fig. 63.

Aus den drei Strömen *I, II* und *III* (Fig. 62) läßt sich der Dreiphasenstrom dadurch ableiten, daß man *II* entgegengesetzt nimmt. Dies läßt sich mit geeigneter Schaltung durchführen, man muß nur die Schaltungsanordnung so wählen, daß die Richtung dieses Stromes mit jener von *II* entgegengesetzt wird. *II* kommt dann in die Lage des Stromes *V*, und tatsächlich ist aus der Figur ersichtlich, daß dann die Ströme *I, III* und *V* ein Dreiphasenstromsystem bilden.

Nachdem beim Sechsphasenstrome sechs Wechselströme ein System bilden und jeder Strom zwei Leitungen beansprucht, wären zwölf Leitungen zur Fortleitung dieses Mehrphasenstromes notwendig, doch läßt sich auch hier die bereits besprochene kombinierte Schaltungsweise an-

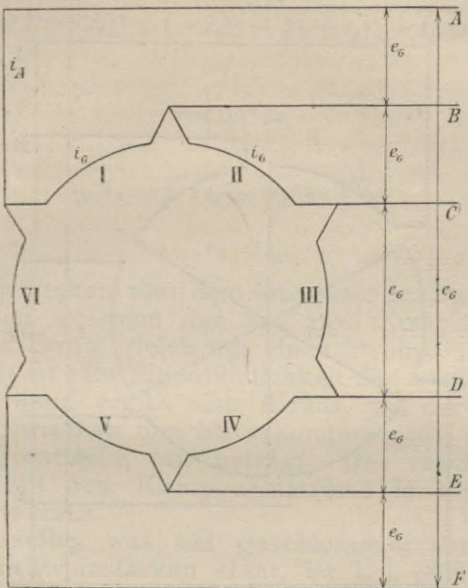

Fig. 64.

wenden, welche ermöglicht, daß zur Übertragung dieser Ströme vom Erzeuger zu den Konsumenten nur sechs Leiter genügen. Die Ströme sind dann nicht mehr unabhängig voneinander.

Man unterscheidet geschlossene und offene Verkettung des Sechsphasenstromes. Die erstere kann auch Parallel-, die letztere Serienschaltung genannt werden, da im ersten Falle die Spannung, im zweiten aber die Stromstärke konstant bleibt.

In Fig. 64 ist die geschlossene Verkettung schematisch dargestellt. *I, II, . . ., VI* bedeuten die einzelnen Phasen des Erzeugers, in welchen die phasenverschobenen Ströme entstehen. Zwischen zwei aufeinander folgenden Abzweigpunkten tritt

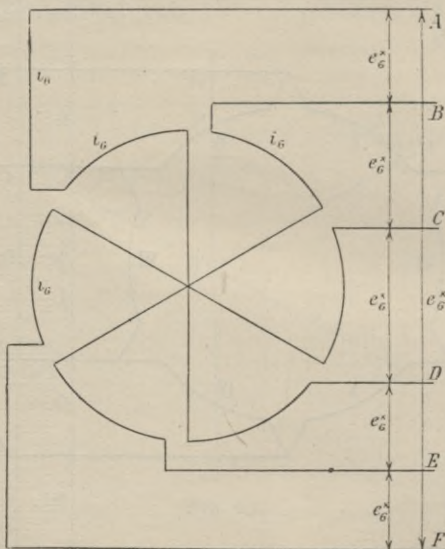

Fig. 65.

die Sechsphasenspannung e_6 auf. In den einzelnen Windungsteilen fließen die Ströme i_6, während in die Außenleitung ein resultierender Strom i_A etc. fließt.

Die Vektorgleichung des Leitungsstromes ist:

$$i_A = (+i_6)(+)(-i_6).$$

Die Teilströme bilden miteinander den Phasenwinkel von 60⁰, folglich wird die Phasendifferenz zwischen $+i_6$ und $-i_6$ 120⁰ betragen (Fig. 63).

Den resultierenden i_A Strom konstruiert, ergibt sich dieser mit dem Strome i_6 gleich, da $O\,i_6\,(-i_6)$ ein gleichseitiges Dreieck bilden. Außerdem ist

$$i_A = \sqrt{(+i_6)^2 + (-i_6)^2 - 2\,(+i_6)\,(-i_6)\cos 60^0}$$

Nachdem:

$$\cos 60^0 = \frac{1}{2}$$

wird

$$i_A = \sqrt{2\,i_6^{\,2} - i_6^{\,2}} = \sqrt{i_6^{\,2}}$$

oder

$$i_A = i_6.$$

Wir stehen also dem interessanten Fall gegenüber, bei welchem der aus zwei Strömen resultierende Strom gleich mit einer Stromkomponente ist. Dies ist eine Eigentümlichkeit des Sechsphasenstromes und ergibt sich daraus, daß der Phasenwinkel zwischen den Stromkomponenten, aus welchen i_A entsteht, 120⁰ beträgt. Der resultierende Strom eilt dem Komponentstrome in der Phase um 60⁰ voraus.

Dasselbe, was bei geschlossener Verkettung auf die Stromstärken steht, ist bei offener Verkettung auf die Spannungen giltig. Die verkettete Spannung $e_6^{\times}$ resultiert aus den beiden Sternspannungen e_6 in derselben Weise wie zuvor i_A aus $+i_6$ und $-i_6$. Auch ist beim Sechsphasenstrom

$$e_6^{\times} = e_6.$$

Diese Spannung eilt der Sternspannung in der Phase um 60⁰ vor.

Zwischen zwei Leitungen herrscht dieselbe Spannung als zwischen einer Leitung und dem neutralen Punkte. Was also den Spannungswert anbelangt, ist gleichgiltig, ob man die Konsumenten zwischen zwei Hauptleitungen oder einer Hauptleitung und dem neutralen Leiter schaltet.

Bei offener Verkettung ist der Strom in der Haupt- und Armaturleitung derselbe wie bei geschlossener Verkettung in den Haupt- und Armaturleitungen, außerdem ist auch zwischen den auftretenden Spannungswerten bei den zwei Schaltungsweisen kein Unterschied, weshalb beide Schaltungen in bezug auf die Strom- und Spannungswerte überhaupt nicht verschieden sind.

Dies ist auch die Folge der zwischen den Wechselwerten auftretenden Phasenverschiebung von 60^0, bei allen anderen Phasendifferenzen besteht dieser Zusammenhang nicht. Nur das sechsphasige Wechselstromsystem zeigt diese eigentümlichen Verhältnisse.

Sehen wir nun die Leistungsverhältnisse bei einem Generator, der zur Erzeugung von Gleich- und Sechsphasenstrom eingerichtet ist.

Die Leistung des Gleichstromes ist bei der Klemmenspannung e und dem Strome i im äußeren Stromkreise gleich mit

$$W = e\,i.$$

Erzeugt dieselbe Maschine Sechsphasenstrom, dann ist die Leistung in einer Phase bei geschlossener Verkettung und dem Leistungsfaktor $\cos\varphi$:

$$w = e_6\, i_6 \cos\varphi.$$

Die Gesamtleistung

$$W_6 = 6\, e_6\, i_6 \cos\varphi$$

gleichmäßige Belastung der sechs Phasen vorausgesetzt.

Nachdem $i_6 = i_A$, wird der Ausdruck der Gesamtleistung derselbe bleiben, wenn man anstatt des Zweigstromes den Leitungsstrom in die Leistungsgleichung einsetzt. Man bekommt demnach die Gesamtleistung des Sechsphasensystems bei gleicher Belastung aller Phasen, wenn man die in einer Phase gemessene Leistung mit 6 multipliziert.

Der Zusammenhang zwischen der Sechsphasenspannung und der Gleichstromspannung ergibt sich aus der bereits benutzten Gleichung

$$e_6 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 30^0 \, e$$

oder, da

$$\sin 30^0 = \frac{1}{2}$$

wird

$$e_6 = \frac{1}{2\sqrt{2}} e = 0{,}354 \, e.$$

Nachdem die verkettete Spannung bei offener Verkettung mit e_6 gleich ist, wird auch:

$$e_6^{\times} = 0{,}354 \, e.$$

Was die Belastung der Armaturdrähte anbelangt, wird die Erwärmung derselben dieselbe als beim Gleichstrom sein, wenn:

$$i_6 = i_A = \frac{i}{2}$$

weshalb die Gesamtleistung

$$W_6 = 6 \, e_6 \, i_6 = 6 \,.\, 0{,}354 \, e \, 0{,}5 \, i = 1{,}06 \, e \, i$$

$$W_6 = 1{,}06 \; W.$$

Für die offene Verkettung ist das Ergebnis dasselbe.

Man sieht hieraus, daß dieselbe Maschine als Sechsphasengenerator verwendet, um $6^0/_0$ mehr

Energie liefert als wie die Gleichstrommaschine, dieselbe Erwärmung der Maschine und keine Phasenverschiebung vorausgesetzt. Ist Phasenverschiebung vorhanden, dann sind die Leistungsverhältnisse für den Sechsphasenstrom ungünstiger.

Achtphasiger Wechselstrom.

Acht Wechselströme mit der gegenseitigen Phasenverschiebung von 45^0 bilden ein achtphasiges System (Fig. 66). Bei diesem Systeme sind die

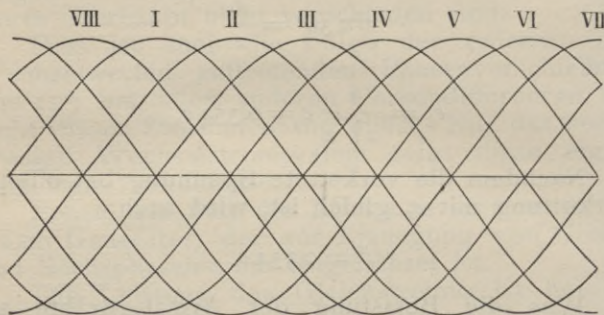

Fig. 66.

Schwankungen der Stärke des magnetischen Feldes infolge der kleinen Phasenverschiebung sehr gering, d h. das Drehfeld ist kaum pulsierend.

Die Vektoren bilden miteinander den Phasenwinkel von 45^0 (Fig. 67), der resultierende Strom bei Parallelschaltung der Phasen ergibt sich aus den Zweigströmen $+i_8$ und $-i_8$. Es wird demnach bei geschlossener Verkettung

$$i_A = (+i_1)(+)(-i_8).$$

Die Stromstärke ist für die einzelnen Phasen in einem Zeitpunkte durch die Gleichungen gegeben

$$i_1 = J \sin \omega t$$
$$i_2 = J \sin(\omega t + 45^0)$$
$$i_3 = J \sin(\omega t + 90^0)$$
$$i_8 = J \sin(\omega t + 315^0).$$

$+ i_1$ und $+ i_8$ bilden miteinander den Phasenwinkel von 45^0, folglich ist der Phasenunterschied zwischen $+ i_1$ und $- i_8$

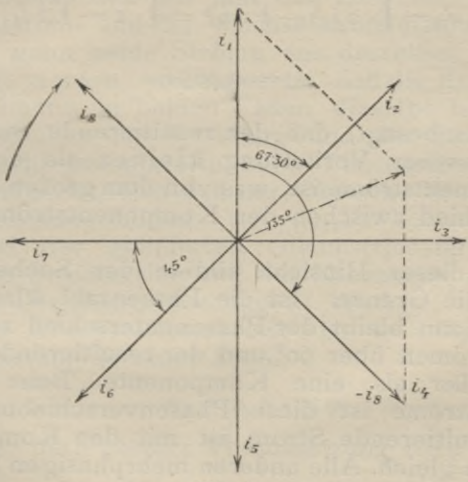

Fig. 67.

$$\varphi = 180^0 - 45^0 = 135^0$$

und der aus diesen Strömen resultierende Strom i_A eilt zu i_1 um den Winkel

$$\varphi_1 = \frac{\varphi}{2} = \frac{135}{2} = 67^0\,30'$$

vor, da der resultierende Strom zu beiden Komponenten symmetrisch liegt.

Der Wert desselben ergibt sich aus der Gleichung

$$i_A = \sqrt{(+i_1)^2 + (-i_1)^2 - 2\,(+i_1)(-i_1)\cos 45^0}.$$

Da

$$\cos 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

wird

$$i_A = \sqrt{2\,i_1^2 - \sqrt{2}\,i_1^2} = \sqrt{2 - \sqrt{2}}\,i_1$$

oder

$$i_A = 0{,}765\,i_1.$$

Dies besagt, daß der resultierende Strom bei geschlossener Verkettung kleiner als einer der Komponentströme ist, was von dem großen Phasenunterschied zwischen den Komponentströmen herrührt.

In dieser Hinsicht bildete der Sechsphasenstrom die Grenze. Ist die Phasenzahl kleiner als sechs, dann bleibt der Phasenunterschied zwischen den Strömen über 60^0 und der resultierende Strom ist größer als eine Komponente. Beim Sechsphasenstrome ist diese Phasenverschiebung 60^0, der resultierende Strom ist mit den Komponentströmen gleich. Alle anderen mehrphasigen Ströme, bei denen die Phasenzahl größer als sechs ist, haben einen Phasenunterschied, der kleiner als 60^0 ist, und demzufolge ist der resultierende Leitungsstrom kleiner als ein Zweigstrom.

Bei offener Verkettung des Achtphasenstromes ist der Leitungsstrom mit dem Zweigstrome gleich, die Spannungsdifferenz zwischen den Leitungen aber ist von der zwischen den Endpunkten eines Wicklungsteiles oder mit anderen Worten, von der zwischen einer Leitung und dem neutralen Punkte verschieden.

Der Zusammenhang dieser Spannungen ist derselbe als zuvor der Stromstärken, wenn also die Spannungsdifferenz zwischen einer Leitung und dem neutralen Punkte e_8, jene zwischen zwei Leitungen e_8^x ist, dann wird

$$e_8^x = 0{,}765\, e_8$$

d. h. die verkettete Spannung ist kleiner als die Sternspannung.

Untersuchen wir nun den Zusammenhang der Gleichstrom- und der Wechselstromleistung in dem Falle, wenn beide Ströme aus derselben Armatur erzeugt werden, vorausgesetzt, daß die Erwärmung der Armatur in beiden Fällen dieselbe bleibt und daß zwischen der Spannung und der Stromstärke im Wechselstromkreise keine Phasenverschiebung vorhanden ist, also daß nur Ohmsche Widerstände die Belastung bilden.

Bei der gelieferten Gleichstromstärke i im äußeren Stromkreise und der Klemmenspannung e ist die Gleichstromleistung $e\,i$ Watt.

Im Wechselstromkreise ist im allgemeinen die Leistung in einer Phase

$$w_8 = e_8\, i_8 \cos\varphi$$

da aber nach unserer Voraussetzung $\cos\varphi = 1$ wird

$$w_8 = e_8\, i_8.$$

Die Gesamtleistung daher W_8:

$$W_8 = 8\, e_8\, i_8.$$

Nach unseren bisherigen Ausführungen läßt sich die Achtphasenspannung mit Hilfe der Gleichstromspannung folgendermaßen ausdrücken:

$$e_8 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 22^0\, 30'\, e$$

oder da

$$\sin 22^0\,30' = 0{,}383$$

wird

$$e_8 = \frac{0{,}383}{\sqrt{2}}\,e$$

$$e_8 = 0{,}271\,e.$$

Die Achtphasenspannung ist bei geschlossener Verkettung demnach um 72,9% kleiner als die aus derselben Armatur erzeugte Gleichstromspannung bei derselben Tourenzahl und Feldstärke.

Soll die Erwärmung der Armatur in beiden Fällen dieselbe bleiben, dann kann

$$i_8 = \frac{1}{2}\,i$$

sein höchstens, so daß die Gesamtleistung des Achtphasenstromes sich als

$$W_8 = 8\,.\,0{,}271\,e\,.\,0{,}5\,i$$

ergibt, oder

$$W_8 = 1{,}084\,e\,i = 1{,}084\,W.$$

Bei geschlossener Verkettung liefert dieselbe Armatur unter den gegebenen Bedingungen um 8,4% mehr Energie, wenn sie als Achtphasenstromgenerator verwendet wird, als wenn sie Gleichstrom erzeugt.

Bei offener Verkettung der Ströme ist der Leitungsstrom mit dem Zweigstrome gleich, folglich im Maximalwerte:

$$i_A = i_8^{\times} = 0{,}5\,i.$$

Die Gesamtleistung in diesem Falle

$$W_8^{\times} = 8\,e_8\,i_8^{\times}$$

oder

$$W_8^{\times} = 8\,.\,0{,}271\,e\,.\,0{,}5\,i$$

$$W_8^{\times} = 1{,}084\,W.$$

Das Ergebnis ist dasselbe wie zuvor, die Maschine leistet auch bei offener Verkettung als Achtphasengenerator um 8,4% mehr, als wenn sie zur Erzeugung von Gleichstrom verwendet werden würde.

Die acht Wicklungsteile der offen verketteten Armatur lassen sich nach Fig. 68 zu vier Stromkreisen vereinigen. Die gegenüberliegenden Spulen

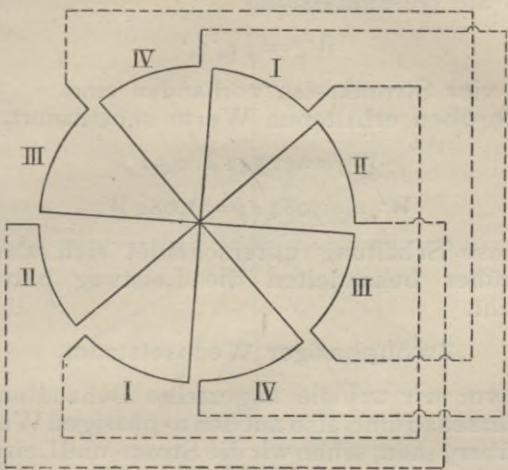

Fig. 68.

gehören zu je einem Stromkreis, sie sind mit den Ziffern *I I*, *II II*, *III III*, *IV*, *IV* bezeichnet, während bei der bisherigen Schaltungsweise zwei benachbarte Spulen zu einer Phase gehörten.

Nachdem jetzt zwei Spulen miteinander verbunden sind, in welchen elektromotorische Kräfte induziert werden, deren Phasenunterschied 180° beträgt, ergibt sich die resultierende Spannung als die algebraische Summe der beiden Sternspannungen. Eine Sternspannung ist

$$e_8 = 0{,}271\, e$$

folglich wird fragliche Spannungsdifferenz

$$e'_8 = 2 \,.\, 0{,}271\, e = 0{,}542\, e$$

sein.

Die Stromstärke bleibt auch bei dieser Schaltung im Höchstwerte

$$i'_8 = 0{,}5\, i$$

so daß die Gesamtleistung

$$W'_8 = 4\, e_8'\, i_8'$$

ist, da vier Stromkreise vorhanden sind.

Die oben erhaltenen Werte substituiert, wird:

$$W'_8 = 4 \cdot 542\, e \,.\, 0{,}5\, i$$

oder

$$W'_8 = 1{,}084\, e\, i = 1{,}084\, W.$$

Diese Schaltung unterscheidet sich also von den früher behandelten die Leistung betreffend gar nicht.

Zwölfphasiger Wechselstrom.

Bevor wir auf die allgemeine Behandlung der Mehrphasenströme, also auf den n-phasigen Wechselstrom übergehen, sehen wir die Strom- und Leistungsverhältnisse beim zwölfphasigen Wechselstrome. Wie schon die Benennung besagt, besteht dieses Stromsystem aus zwölf Wechselströmen, deren Phasenunterschied 30^0 beträgt.

Die Momentwerte der einzelnen Ströme für denselben Zeitpunkt lassen sich durch folgende Gleichungen ausdrücken:

$$i_1 = J \sin \omega t$$
$$i_2 = J \sin (\omega t + 30^0)$$
$$i_3 = J \sin (\omega t + 60^0)$$
$$i_{12} = J \sin (\omega t + 330^0).$$

In Fig. 69 sind die Vektoren dieses Stromsystems in ihrer gegenseitigen Lage dargestellt. Alle bilden miteinander den Phasenwinkel von 30⁰.

Bei geschlossener Verkettung der Ströme ergibt sich der Leitungsstrom als die Resultante zweier benachbarter Ströme, nachdem aber diese entgegengesetzte Richtungen haben, wird die Vektorgleichung für den resultierenden Strom

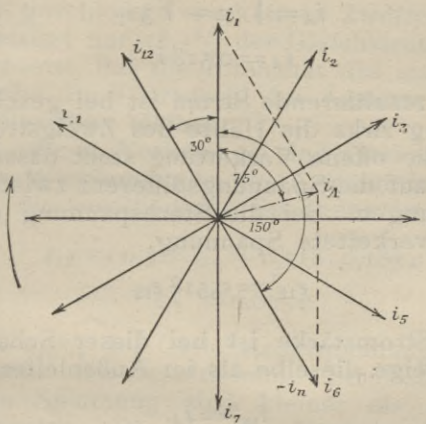

Fig. 69.

$$i_A = (+i_1)(+)(-i_{12})$$

sein.

$+i_1$ und $-i_{12}$ bilden miteinander den Phasenwinkel von 150^0, da $-i_{12}$ mit der Richtung des Vektors i_6 zusammenfällt. Der resultierende Strom i_A eilt dem Komponentstrome in der Phase um 75^0 vor.

Die Größe des Stromes i_A wird

$$i_A = \sqrt{2\,i_1^2 - 2\,i_1^2 \cos 30^0}$$

sein.

Oder

$$i_A = \sqrt{2\, i_1^2 - \sqrt{3}\, i_1^2}$$

da

$$\cos 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ist.

Aus obiger Gleichung ergibt sich, daß

$$i_A = \sqrt{2 - \sqrt{3}}\, i_1$$

$$i_A = 0{,}518\, i_1$$

d. h. der resultierende Strom ist bei geschlossener Verkettung zirka die Hälfte des Zweigstromes.

Für die offene Verkettung steht dasselbe, nur in bezug auf die Spannungsdifferenz zwischen zwei Hauptleitungen. Sei die Sternspannung e_{12}, dann wird die verkettete Spannung

$$e_{12}^{\times} = 0{,}518\, e_{12}$$

sein.

Die Stromstärke ist bei dieser Schaltung in einem Zweige dieselbe als im Außenleiter:

$$i_{12}^{\times} = i_A.$$

Bei verketteten Phasen sind zur Fortleitung des Zwölfphasenstromes mindestens zwölf Leitungen notwendig. Wollten wir die induzierten Wechselströme gesondert fortführen, dann müßte man 24 Leiter benutzen.

Wird aus derselben Armatur außer zwölfphasigem Strom auch Gleichstrom erzeugt, dann besteht zwischen der Mehrphasen- und der Gleichstromspannung ein bestimmter Zusammenhang, der folgendermaßen ausgedrückt werden kann.

Sei die geschlossen verkettete Spannung des Zwölfphasenstromes e_{12}, die Gleichstromspannung e, dann wird

$$e_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 15^0 e$$

oder da:

$$\sin 15^0 = 0{,}259$$

ist

$$e_{12} = \frac{0{,}259}{\sqrt{2}} e$$

$$e_{12} = 0{,}183\, e.$$

Die geschlossen verkettete Zwölfphasenspannung beträgt nur 18,3% der Gleichstromspannung, vorausgesetzt, daß die Intensität des magnetischen Feldes und die Tourenzahl der Armatur in beiden Fällen dieselben bleiben.

Bei offener Verkettung sind zwei aufeinander folgende Wicklungsteile der Armatur in Serie geschaltet, die resultierende Spannung ist

$$e_{12}^{\times} = 0{,}518\, e_{12} = 0{,}518 \cdot 0{,}183\, e$$

$$e_{12}^{\times} = 0{,}095\, e$$

d. h. nur 9,5% der Gleichstromspannung.

Sowohl die resultierende Stromstärke, wie auch die Spannung sind kleiner als eine ihrer Komponenten. Die Ursache liegt in der großen Phasenverschiebung zwischen den Komponentwerten; je größer die Phasenzahl, um so größer wird diese Phasendifferenz sein, demnach um so kleiner die resultierende Größe in bezug auf die Komponentwerte.

Die Leistung der Zwölfphasenarmatur ist bei geschlossener Verkettung

$$W_{12} = 12\, e_{12}\, i_{12}.$$

Vergleichen wir diese Leistung mit der maximalen Gleichstromleistung, dann wird, nachdem i_{12} höchstens $\frac{i}{2}$ sein kann, um dieselbe Armaturerwärmung zu verursachen

$$W_{12} = 12 \,.\, 0{,}183\, e \,.\, 0{,}5\, i$$

oder

$$W_{12} = 1{,}098\, W$$

d. h. eine Gleichstromarmatur zur Erzeugung von zwölfphasigem Wechselstrom verwendet, leistet um 9,8% mehr, als wenn sie als Gleichstromgenerator verwendet werden würde, vorausgesetzt, daß die Erwärmung der Armaturdrähte in beiden Fällen dieselbe und im Wechselstromkreise keine Phasenverschiebung ist.

Bei vorhandener Phasenverschiebung φ sind die Verhältnisse für die Mehrphasenleistung ungünstiger, denn dann wird

$$W_{12} = 1{,}098 \cos\varphi\, W.$$

Aus dieser Gleichung läßt sich jener Leistungsfaktor bestimmen, bei welchem die Wechselstromleistung mit der Gleichstromleistung gleich wird, und zwar, nachdem in diesem Falle

$$W_{12} = W$$

ist

$$\cos\varphi = \frac{1}{1{,}098} = 0{,}912.$$

Bei offener Verkettung ist $i_{12}^{\times} = i_A$ und die Gesamtleistung

$$W_{12}^{\times} = 12\, e_{12}\, i_{12}^{\times}.$$

Im Maximalwerte kann $i_{12}^{\times} = 0{,}5\, i$ sein, also ist

$$W_{12}^{\times} = 12 \,.\, 0{,}183\, e \,.\, 0{,}5\, i$$

oder

$$W_{12}^{\times} = 1{,}098\, W.$$

Das Ergebnis ist dasselbe wie zuvor, in bezug auf die Leistung ist demnach zwischen der geschlossenen und der offenen Verkettung kein Unterschied.

Untersuchen wir nun die Leistungsverhältnisse bei einer anderen Schaltungsweise der äußeren Stromkreise. Die Schaltung ist in diesem Falle dieselbe, als sie beim Achtphasenstrome in Fig. 68 war, mit dem Unterschiede, daß jetzt sechs Stromkreise vorhanden sind. Zu je einem Stromkreise gehören zwei gegenüberliegende Wicklungsteile der Armatur und nachdem die in denselben induzierten elektromotorischen Kräfte eine Phasendifferenz von 180° haben, kann ihre algebraische Summe gebildet werden. Die verkettete Spannung ist also bei dieser Schaltung

$$e_{12}' = 2\, e_{12} = 2 \,.\, 0{,}183\, e$$

oder

$$e_{12}' = 0{,}366\, e.$$

Die diese Wicklungsteile miteinander verbindenden Leiter können untereinander im neutralen Punkte verbunden sein, eine Veränderung in den Strom- und Spannungsverhältnissen wird hierdurch nicht hervorgerufen.

In jedem einzelnen Stromkreise ist die Stromstärke dieselbe wie in den Armaturteilen, soll die Erwärmung der Armaturdrähte daher dieselbe bleiben als beim Gleichstromgenerator, dann ist

$$i_{12}' = 0{,}5\, i$$

und die Gesamtleistung der Armatur bei dieser Schaltungsweise:

$$W_{12}' = 6\, e_{12}'\, i_{12}'$$

oder

$$W_{12}' = 6 \,.\, 0{,}366\, e \,.\, 0{,}5\, i$$

$$W_{12}' = 1{,}098\, W.$$

Die Armatur leistet auch bei dieser Schaltung dasselbe wie bei geschlossener oder offener Verkettung der Wechselströme.

Allgemeiner Fall.

Behandeln wir zuletzt noch den allgemeinen Fall der mehrphasigen Wechselströme, untersuchen wir die Spannungs-, Strom- und Leistungsverhältnisse beim n-phasigen Wechselstrom.

Der n-phasige Wechselstrom besteht aus n Wechselströmen, welche gegeneinander in der Phase um $\frac{2\pi}{n}$ Perioden verschoben sind. Die Momentwerte der einzelnen Ströme in demselben Zeitpunkte sind durch die Gleichungen:

$$i_1 = J \sin \omega t$$

$$i_2 = J \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{n} \right)$$

$$i_3 = J \sin \left(\omega t + 2 \frac{2\pi}{n} \right)$$

$$i_n = J \sin \left(\omega t + [n-1] \frac{2\pi}{n} \right)$$

gegeben.

Für die Spannungen in den einzelnen Phasen gelten dieselben Gleichungen.

Man unterscheidet geschlossene und offene Verkettung. Bei ersterer ist der Leitungsstrom die Resultante zweier Ströme, die eine Phasendifferenz von

$$\varphi = 180^0 - \frac{2\pi}{n}$$

haben und der Phasenunterschied zwischen diesem resultierenden und einem Komponentstrome ist

$$\frac{\varphi}{2} = 90^0 - \frac{\pi}{n}.$$

Der Wert des resultierenden Stromes ist

$$i_A = \sqrt{i_1^2 + i_n^2 - 2\, i_1\, i_n \cos \frac{2\pi}{n}}.$$

Nachdem aber die Effektivwerte miteinander gleich sind, wird

$$i_A = \sqrt{2\, i_n^2 - 2\, i_n^2 \cos \frac{2\pi}{n}}$$

oder

$$i_A = i_n \sqrt{2\left(1 - \cos \frac{2\pi}{n}\right)}.$$

In analoger Weise ist bei offener Verkettung die verkettete Spannung $e_n^{\times}$:

$$e_n^{\times} = e_n \sqrt{2\left(1 - \cos \frac{2\pi}{n}\right)}.$$

Bei dieser Schaltungsweise ist der Leitungsstrom mit dem Zweigstrom gleich, also:

$$i_n^{\times} = i_n.$$

Zur Fortleitung des n-phasigen Wechselstromes sind mindestens n Leiter nötig. Bei offener Verkettung ist die Anzahl der Leiter entweder n oder $(n+1)$, je nachdem man den neutralen Punkt mit einem Außenleiter verbindet oder nicht.

Wenn eine Gleichstromarmatur dermaßen umgewandelt wird, daß sie Gleichstrom- und n-phasigen Wechselstrom liefern kann, dann ist der Wert der Wechselspannung bei geschlossener Verkettung in bezug auf die Gleichstromspannung

$$e_n = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{n}\, e$$

vorausgesetzt, daß die Intensität des magnetischen

Feldes und die Tourenzahl der Armatur dieselben geblieben sind.

Nachdem bei offener Verkettung zwei elektromotorische Kräfte, zwischen welchen die Phasendifferenz $180 - \frac{2\pi}{n}$ ist, in Serie geschaltet sind, wird die resultierende Spannung kleiner als eine Komponentspannung sein, wenn n größer als 6 ist.

Die Leistung kann nunmehr ausgedrückt werden; es wird nämlich bei geschlossener Verkettung

$$W_n = n\, e_n\, i_n$$

sein, oder

$$W_n = n \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{n}\, e\, i_n.$$

Vergleichen wir die n-phasen-Leistung mit der Gleichstromleistung, dann muß bei Phasengleichheit der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke

$$i_n = 0{,}5\, i$$

sein, daß die Erwärmung der Armatur dieselbe bleibt, es wird also:

$$W_n = \frac{n}{2\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{n}\, e\, i$$

oder

$$W_n = \frac{n}{2\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{n}\, W$$

wo W die Gleichstromleistung bedeutet.

Bei der offenen Verkettung ist die verkettete Spannung

$$e_n^{\times} = e_n \sqrt{2\left(1 - \cos \frac{2\pi}{n}\right)}$$

und

$$i_n^{\times} = i.$$

Die Gesamtleistung aber:

$$W_n^{\times} = n\, e_n\, i_n^{\times}.$$

Die erhaltenen Werte substituiert, wird

$$W_n^{\times} = \frac{n}{\sqrt{2}} \sin\frac{\pi}{n}\, e \,.\, 0{,}5\, i$$

oder

$$W_n^{\times} = \frac{n}{2\sqrt{2}} \sin\frac{\pi}{n}\, W = W_n$$

d. h. dasselbe wie bei der geschlossenen Verkettung.

V. Kapitel.

Schaltungen bei Mehrphasenstromsystemen.

Einige Schaltungsweisen der Mehrphasenströme haben wir bereits behandelt. So sahen wir, daß durch geeignete Schaltung zur Fortleitung des Zweiphasenstromes anstatt vier nur drei Leiter genügen, dasselbe fanden wir beim dreiphasigen Wechselstrom, wo die Leiterzahl von sechs auf drei, höchstens vier vermindert werden konnte.

Die Konsumenten im äußeren Stromkreise müssen stets so verteilt werden, daß die Belastungen der einzelnen Phasen möglichst gleich sind. Dient z. B. der Zweiphasenstrom nur zur Beleuchtung, dann müssen die Lampen zwischen den Phasen so verteilt werden, daß jede nahezu dieselbe Anzahl Lampen mit Strom versorgt. Auch muß auf die Verwendungsweise der Lampen Bedacht genommen werden, nachdem Lampen, die die ganze Nacht und eventuell auch bei Tage brennen, eine ständige Belastung bilden im Gegensatze zu jenen, welche mehr zur Luxusbeleuchtung dienen und daher auf die Belastung der Phasen wenig Einfluß haben.

Dasselbe steht für die Belastung mit Motoren. Die Zweiphasenmotoren bilden hier eine gleichmäßige Belastung für beide Phasen, da sie im Betriebe Zweiphasenstrom benötigen. Werden aber in Zweiphasensystemen auch gewöhnliche Wechselstrommotoren, also solche für einphasigen Wechselstrom verwendet, welche mit dem Strome einer Phase gespeist werden, dann sind diese so zu schalten, daß die Leistungen auf beide Phasen gleichmäßig sich verteilen.

Bei dreiphasigem Wechselstrom sind ähnliche Verhältnisse vorhanden, doch wollen wir uns mit denselben eingehender befassen, da der Dreiphasenstrom mehr verbreitet ist als der eben berührte Zwei-

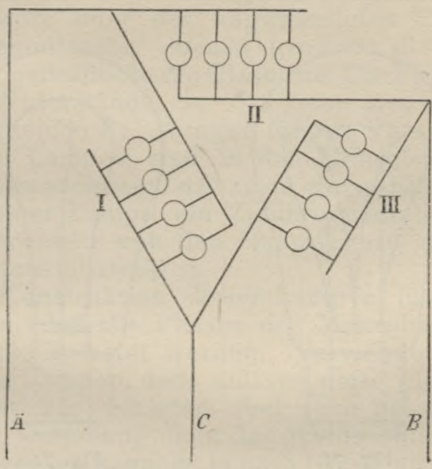

Fig. 70.

phasenstrom und deshalb die Kenntnis der Schaltungsweisen bei demselben von größerer Wichtigkeit ist.

Die Verbindungen im Drehstromerzeuger können nach drei Arten ausgeführt werden, und zwar:

1. Die einzelnen Phasen sind parallel geschaltet. Diese Schaltung heißt die Dreieckschaltung oder die geschlossene Verkettung des Dreiphasenstromes.

2. Die genannten Phasen sind miteinander in Serie geschaltet. Man erhält so die Sternschaltung oder offene Verkettung des Drehstromes.

3. Diese Schaltung ist die Kombination der unter 1. und 2. genannten Schaltungen. Der Drehstromerzeuger hat einzelne Teile in Sternschaltung, diese haben aber keinen neutralen Punkt, sondern führen zu den Endpunkten dreier anderer Teile des Generators, die unter sich in Dreieckschaltung sind.

Werden gewöhnliche Glühlampen, also solche mit einem Kohlenbügel, verwendet, dann können diese ebenfalls verschieden in das Drehstromnetz

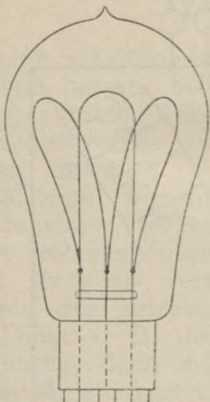

Fig. 71.

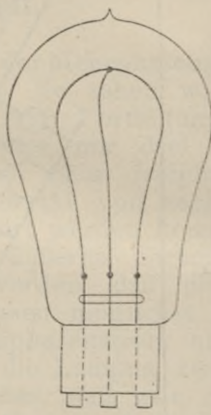

Fig. 72.

geschaltet werden. Fig. 70 zeigt jene Schaltungsweise, bei welcher die Verbindung dreier Lampengruppen nach der Art der Dreieckschaltung geschieht. Jede Lampengruppe besteht aus parallel geschalteten Lampen, die Spannung ist bei jeder Gruppe dieselbe.

Siemens & Halske in Berlin ließen im Jahre 1891 eine Glühlampe patentieren, welche anstatt des einfachen Kohlenbügels drei Kohlenfäden hatte, welche untereinander verschiedenartig verbunden wurden. Fig. 71 zeigt eine Lampe mit drei

Kohlenbügeln, welche drei Verbindungspunkte haben, während Fig. 72 eine Lampe zeigt, welche zwar ebenfalls drei Kohlenfäden hat, doch in der Verbindungsweise dieser Fäden von der früheren abweicht. Die drei Fäden führen von den Einführungspunkten zu einem gemeinsamen Punkte, diese Schaltung ist demnach mit der offenen Verkettung der Drehströme identisch.

Bei beiden Ausführungen hat die Lampe drei Kontaktstifte oder der angewendeten Phasenzahl entsprechend mehr, ebenso groß ist die Zahl der Einführungsdrähte in die Glasbirne. Die Fäden haben gleiche Widerstände, so daß beim Betriebe diese Lampen gleiche Belastungen für alle Phasen bilden.

Diese Lampen sind in den Mehrphasenstromkreis so einzuschalten, daß zu je einem Einführungspunkte einer Lampe ein Zuführungsdraht kommt, welche ihrerseits von den Hauptleitern des Mehrphasennetzes abzweigen.

Zur Konstruktion dieser Lampen führte jenes Bestreben, daß alle Phasen des Mehrphasennetzes gleichmäßig belastet werden. Verwendet man gewöhnliche Lampen, dann müssen diese gleichmäßig verteilt werden, nachdem aber auch bei der sorgfältigsten Verteilung nicht das gewünschte Resultat erreicht werden kann, da je nach Umständen die Zahl der in den einzelnen Phasen brennenden Lampen sehr verschieden sein kann, glaubte man durch die eben beschriebenen Lampen diesem Übel abzuhelfen.

Der gewünschte Zweck wurde aber nicht erreicht, denn abgesehen von den Schwierigkeiten der Herstellung solcher Lampen, sind sie im Betriebe nicht verläßlich. Die Widerstände der einzelnen Zweige können noch so sorgfältig abgeglichen werden, mit der Zeit ändern sich doch die Widerstände der einzelnen Fäden verschieden, welcher Umstand dann verursacht, daß der Wattverbrauch der einzelnen Teile einer Lampe verschieden wird, was dann eben zum früheren Mangel, nämlich zur ungleichen Belastung der einzelnen Phasen führt. Auch ist nicht ausgeschlossen, daß im Gebrauche ein Faden durchbrennt, während die anderen zwei noch intakt sind; in diesem Falle sind dann die Verhältnisse in der Belastung noch ungünstiger.

Ein weiterer Nachteil besteht darin, daß z. B. beim Drehstrome jede Lampe drei Leiter benötigt.

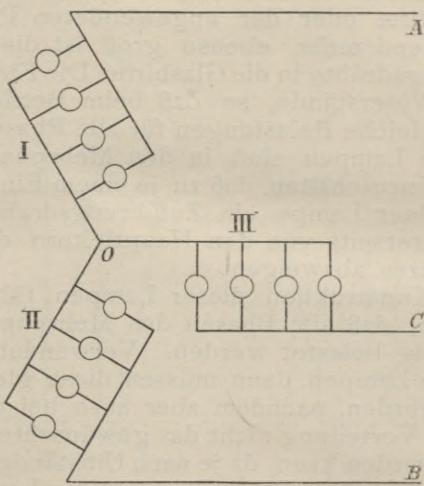

Fig. 73.

Die Lampengruppen lassen sich außer nach Fig. 70 auch nach Fig. 73 schalten. Diese Schaltungsweise ist mit der Sternschaltung der Phasen des Drehstromes identisch.

O ist der neutrale Punkt, welcher mit der Ausgleichsleitung verbunden werden kann (siehe Fig. 74). Die Anwendung des Ausgleichsleiters ist sehr vorteilhaft, wie dies auch aus folgenden Ausführungen hervorgeht.

Die Lampengruppen *I, II* und *III* besitzen verschiedene Anzahl von Lampen, ist jedoch die

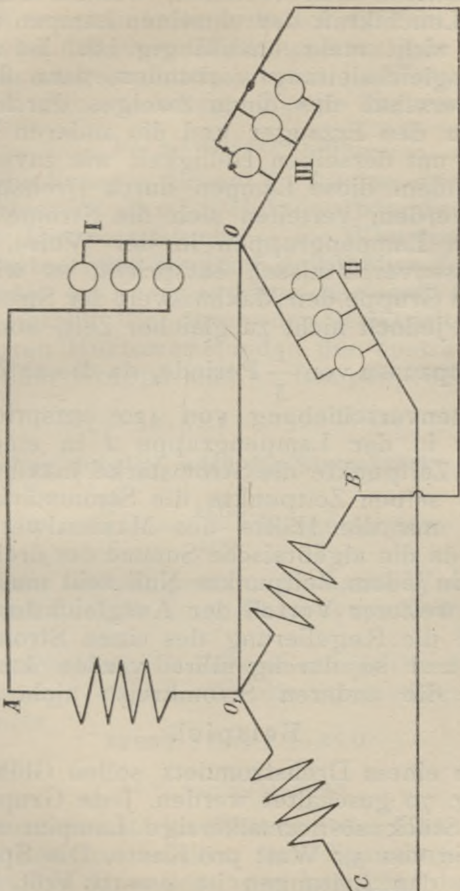

Fig. 74.

Verteilung der Belastung eine gleichmäßige, dann kann unter günstigen Umständen vorkommen, daß dem auch in der Wirklichkeit so ist. Im allgemeinen wird aber die Stromstärke in den einzelnen Zweigen unsymmetrisch sich verteilen, was zur Folge hat, daß die Leuchtkraft der einzelnen Lampen von den übrigen nicht mehr unabhängig ist. Ist dagegen eine Ausgleichsleitung vorhanden, dann fließt der Stromüberschuß des einen Zweiges durch diesen Leiter in den Erzeuger und die anderen Lampen brennen mit derselben Helligkeit wie zuvor.

Nachdem diese Lampen durch Drehstrom gespeist werden, verteilen sich die Ströme in den einzelnen Lampengruppen in der Weise, wie es den Phasenverhältnissen entspricht, es wird also eine jede Gruppe den Maximalwert der Stromstärke erhalten, jedoch nicht zu gleicher Zeit, sondern in Zwischenpausen von $\frac{1}{3}$ Periode, da dieser Zeitraum der Phasenverschiebung von 120^0 entspricht. Ist demnach in der Lampengruppe *I* in einem gegebenen Zeitpunkte die Stromstärke maximal, dann wird im selben Zeitpunkte die Stromstärke in *II* und *III* nur die Hälfte des Maximalwertes erreichen, da die algebraische Summe der drei Stromstärken in jedem Zeitpunkte Null sein muß.

Ein weiterer Vorteil der Ausgleichsleitung ist der, daß die Regulierung des einen Stromkreises einfach und so durchgeführt werden kann, daß dadurch die anderen Stromkreise nicht gestört werden.

Beispiel.

1. In einem Drehstromnetz sollen Glühlampen nach Fig. 70 geschaltet werden. Jede Gruppe enthält 50 Stück 16-normalkerzige Lampen mit der Ökonomie von 3,2 Watt pro Kerze. Die Spannung zwischen den Leitungen ist $e = 100$ Volt. Es ist jene Stromstärke zu bestimmen, welche in einer Hauptleitung bei Vollbelastung fließt und jener Effekt, der durch alle Lampen verbraucht wird.

Die Ökonomie einer Glühlampe ist jene Zahl, welche angibt, wie viel Watt von der verbrauchten Energie auf eine Normalkerze des erzeugten Lichtes fallen. In unserem Falle bedeutet die Zahl 3,2 demnach soviel, daß diese Glühlampen für jede Normalkerze des ausgestrahlten Lichtes 3,2 Watt Energie erfordern. Eine 16-kerzige Lampe verbraucht also

$$16 \,.\, 3{,}2 = 51{,}2 \text{ Watt}$$

elektrische Energie. Brennt die Lampe eine Stunde, dann verbraucht sie 0,512 Hektowattstunde Energie, da eine Hektowattstunde = 100 Wattstunden ist. Die Stromzentralen benutzen gewöhnlich die Hektowattstunden als Energieverbrauchseinheit, der Konsument bezahlt die durch den Elektrizitätszähler angezeigten Hektowattstunden der Zentrale.

In einer Gruppe sind 50 Lampen, welche insgesamt

$$W_1 = 50 \,.\, 51{,}2 = 2560 \text{ Watt}$$

verbrauchen, folglich wird die Stromstärke in einem Zweige

$$i_1 = \frac{W_1}{e} = \frac{2560}{100} = 25{,}6 \text{ Ampère}$$

sein, da die Glühlampen nur Ohmsche Widerstände bilden und deshalb keine Phasenverschiebung verursachen.

Die Schaltung in Fig. 70 entspricht der Dreieckschaltung, folglich wird die Stromstärke in dem Hauptleiter

$$i_A = \sqrt{3}\, i_1 = \sqrt{3} \,.\, 25{,}6$$

oder

$$i_A = 44{,}29 \text{ Ampère}$$

sein.

Diese Stromstärke fließt in jeder Hauptleitung.

Die Lampen erhalten jene Spannung, welche zwischen den Hauptleitungen herrscht, da je eine Gruppe zwischen zwei Leitungen geschaltet wird.

Der verbrauchte Gesamteffekt läßt sich folgendermaßen berechnen. Nachdem alle Gruppen gleiche Belastungen bilden, bekommt man den Gesamteffekt, wenn man den Wattverbrauch eines Zweiges mit 3 multipliziert. Es wird also:

$$W = 3\,W_1 = 3 \,.\, 2560$$
$$W = 7680 \text{ Watt.}$$

Zu demselben Ergebnis gelangt man, wenn man statt der Stromstärke in einem Zweige jene in einem Hauptleiter in Rechnung zieht. In diesem Falle ist die Gesamtleistung im Drehstromnetze

$$W = \sqrt{3}\, i_A\, e$$

oder

$$W = \sqrt{3} \,.\, 44{,}29 \,.\, 100$$

d. h.

$$W = 7680 \text{ Watt.}$$

2. In demselben Stromkreise werden die Lampen nicht nach der Dreieck-, sondern nach der Sternschaltung vereinigt (Fig. 73). Wie ändern sich die Verhältnisse.

Nachdem in diesem Falle die gegebene Spannung die offen verkettete Spannung bedeutet, müssen Lampen verwendet werden, die bei der Sternspannung die angegebene Ökonomie besitzen. Nachdem die Sternspannung kleiner als die verkettete Spannung ist, würden bei dieser Schaltungsweise die 100voltigen Lampen zu dunkel brennen.

In erster Linie muß man also jene Spannung bestimmen, auf welche die zu verwendenden Lampen zu verfertigen sind. Eine einfache Rechnung gibt uns hierüber Aufklärung.

Zwischen der offen verketteten und der Sternspannung besteht der Zusammenhang, daß

$$e_3^{\times} = \sqrt{3}\, e_3$$

wo $e_3^{\times}$ die verkettete, e_3 aber die Sternspannung bedeuten.

In unserem Falle ist

$$e_3^{\times} = 100$$

folglich

$$e_3 = \frac{e_3^{\times}}{\sqrt{3}} = \frac{100}{\sqrt{3}}$$

oder

$$e_3 = 57{,}8 \text{ Volt.}$$

Nun wird aber auch die Stromstärke von der früheren verschieden sein, denn die durch eine Lampengruppe verbrauchte Energie blieb dieselbe, doch die Spannung wurde kleiner.

Es wird demnach:

$$i_3^{\times} = \frac{W_1}{e_3} = \frac{2560}{57{,}8} = 44{,}29 \text{ Ampère}$$

die Stromstärke in einem Zweige.

Die Stromstärke fließt zugleich ungeteilt durch die Hauptleitungen, so daß

$$i_A = i_3^{\times} = 44{,}29 \text{ Ampère}$$

d. h. dasselbe wie im vorhergehenden Falle.

Nun können wir auf die Effektberechnung übergehen

In einem Zweige ist die Stromstärke 44,29 Ampère, die Spannungsdifferenz an den Klemmen der Lampengruppe 57,8 Volt und ist in keinem Zweige Phasenverschiebung vorhanden. Es wird demnach

$$W_1^{\times} = 44{,}29 \cdot 57{,}8 = 2560 \text{ Watt}$$

und die Gesamtleistung

$$W_3^{\times} = 3 \cdot 2560 = 7680 \text{ Watt.}$$

Nehmen wir die verkettete Spannung in Betracht und berechnen mit dieser die Gesamtleistung, dann wird

$$W_3^{\times} = \sqrt{3} \cdot e_3^{\times} i_3^{\times}$$

oder

$$W_3^\times = \sqrt{3} \,.\, 100 \,.\, 44{,}29$$

$$W_3^\times = 7680 \text{ Watt}$$

wie zuvor.

Aus diesen Berechnungen ist ersichtlich, daß in bezug auf die Leistungsverhältnisse zwischen den zwei Schaltungsarten kein Unterschied besteht.

Welche Spannung müßte zwischen den Hauptleitern bei offener Verkettung herrschen, wollte man, daß die 100voltigen Lampen in Sternschaltung normal leuchten sollen?

Nach der Gleichung auf Seite 142 wird die gesuchte Spannung

$$e_3^\times = \sqrt{3}\, e_3 = \sqrt{3} \,.\, 100 = 173 \text{ Volt}$$

und die Stromstärke bei derselben Lampenzahl wie zuvor:

$$i_A = i_3^\times = \frac{2560}{100} = 25{,}60 \text{ Ampère.}$$

Die Gesamtleistung ist also

$$W_3^\times = 3 \,.\, 25{,}60 \,.\, 100 = 7680 \text{ Watt}$$

oder

$$W_3^\times = \sqrt{3} \,.\, 173 \,.\, 25{,}60 = 7680 \text{ Watt}$$

in allen Fällen also unverändert dieselbe.

Im Anschluß an diese Aufgaben berechnen wir die Querschnitte der Leitungen unter der Voraussetzung, daß in denselben von der am Generator verfügbaren Spannung 2% verloren geht.

Die Lampen brennen bei der Dreieckschaltung mit 100 Volt, folglich muß die Generatorspannung zwischen denselben zwei Leitungen bei dem angenommenen Spannungsverluste 102 Volt sein. Alle drei Zweige sind gleichmäßig belastet, in jeder Hauptleitung fließt demnach dieselbe Stromstärke, und nachdem wir in diesem Falle voraussetzen dürfen, daß im Wechselstromnetze in allen ihren Teilen vollständige Gleichheit herrscht, teilt sich obiger Spannungsverlust in zwei gleiche Teile, es entfällt somit für je einen Hauptleiter 1% Spannungsabfall, d. h. 1 Volt.

Sei die den Leiter durchfließende effektive Stromstärke i_A, der Ohmsche Widerstand des einen Leiters r_A, dann wird annähernd

$$1 \text{ Volt} = i_A r_A$$

und hieraus

$$r_A = \frac{1}{i_A}.$$

Dies ist nur ein angenäherter Widerstandswert, denn wie wir später sehen werden, sind bei Wechselstromleitungen nicht nur der Ohmsche Widerstand, sondern auch andere Größen in Rechnung zu ziehen, welche den Wert des resultierenden Widerstandes beeinflussen. Solche störende Ursachen sind die Selbstinduktion des Leiters, bei mehreren nebeneinander laufenden Leitern die gegenseitige Induktion und die Kapazität des Leitersystems. Außerdem hat auch die Periodenzahl des Wechselstromes Einfluß auf die Größe des scheinbaren Widerstandes.

Die letzte Gleichung angenommen, wird, die erhaltene Stromstärke substituiert,

$$r_A = \frac{1}{44,29} = 0,0226\ \Omega.$$

Wollen wir den Querschnitt des Leiters haben, dann müssen wir wissen, wie lang diese Leitung ist. Sei in unserem Falle diese Länge $l = 200\ m$.

Nur Ohmscher Widerstand vorausgesetzt, ergibt sich der gesuchte Querschnitt aus der Gleichung

$$q = \frac{l}{r_A \varrho}$$

wo ϱ die Leitfähigkeit des Leitungsmaterials bedeutet. Bei Kupfer ist $\varrho = 55 - 60$. Den kleineren Wert genommen, wird

$$q = \frac{200}{0,0226 \cdot 55} = 161\ mm^2.$$

Diesem Querschnitt entspricht ein Drahtdurchmesser von

$$d = 14{,}30\,mm.$$

Abgerundet, wird die Dicke des Drahtes 14,5 *mm* sein, welchem der Querschnitt

$$q_1 = 165\,mm^2$$

und der Widerstand

$$r_1 = \frac{200}{165 \cdot 55} = 0{,}0219\,\Omega$$

entspricht.

Der Spannungsverlust wird somit bei obigen Voraussetzungen statt 1 Volt nur:

$$e = 44{,}29 \cdot 0{,}0219 = 0{,}97 \text{ Volt}$$

sein.

In Wirklichkeit würde man natürlich keine Drähte von 14,5 *mm* Durchmesser verwenden, sondern verseilte Kabel, deren Gesamtquerschnitt gleich mit dem berechneten Querschnitte ist.

Die Sternschaltung ändert an den erhaltenen Resultaten nichts, denn wie wir sahen, fließt auch bei dieser Schaltung dieselbe Stromstärke durch die Hauptleitungen wie im ersten Falle.

Einiges über Wechselstromleitungen.

Bevor wir uns im folgenden mit den Drehstromleitungen eingehender befassen, wollen wir jene Faktoren untersuchen, welche bei der Berechnung der Wechselstromleitungen von Wichtigkeit sind. In erster Reihe sehen wir den Einfluß der Selbstinduktion.

Wir wissen, daß, wenn ein Strom durch einen viele Windungen besitzenden Leiter fließt, um denselben ein magnetisches Feld erzeugt, welches verstärkt wird, wenn die Windungen einen Eisenkern umschließen. Wird der Stromkreis unterbrochen, dann verschwindet das magnetische Feld und man bemerkt einen hellen Unterbrechungsfunken.

Das magnetische Feld entsteht in der Weise, daß die durch eine Windung erzeugten Kraftlinien die Fläche der nächsten Windung durchsetzen, dort mit den daselbst entstandenen Kraftlinien sich vereinigen und in die umschlossene Fläche der dritten Windung eintreten u. s. w. Durch die Summation aller Kraftlinien entsteht dann ein starkes resultierendes magnetisches Feld, das noch weiter verstärkt wird, wenn im Wege des Verlaufes der Kraftlinien paramagnetische Körper, z. B. ein Eisenkern, sich befinden.

Jede Veränderung des magnetischen Feldes wirkt auf den Stromkreis zurück, d. h. das Verschwinden oder Entstehen des Feldes induziert in den Windungen Ströme, welche bei Entstehen oder Verstärken des ursprünglichen Feldes dem wirkenden Strome entgegengesetzt, im entgegengesetzten Falle aber gleichgerichtet sind. Dies ist auch die Ursache, weshalb beim Öffnen eines solchen Stromkreises ein starker Öffnungsfunke entsteht.

Diese Erscheinung ist die Selbstinduktion. Sie entsteht beim Gleichstrom nur dann, wenn die Stromstärke verändert wird, also auch beim Schließen und Öffnen des Stromkreises, denn in diesen letzteren Fällen wächst die Stromstärke von Null auf ein gewisses von der Spannung und dem Widerstande des Stromkreises abhängendes Maximum, beziehungsweise sie sinkt von diesem Wert auf Null herab.

Bei Wechselströmen ist die Selbstinduktion von großer Bedeutung, denn bei diesen wechselt die Stromstärke beständig ihren Wert und dementsprechend variiert auch die Intensität des magnetischen Feldes stark. Je rascher die Stromwechsel einander folgen, d. h. je größer die Periodenzahl des Wechselstromes ist, um so größer wird die Wirkung der Selbstinduktion sein.

Die Selbstinduktion erzeugt eine der wirkenden elektromotorischen Kraft entgegengesetzte elektromotorische Kraft, die Gegenkraft der Selbstinduktion.

Die Gegenkraft der Selbstinduktion ist um so größer, je größer die Periodenzahl des Wechselstromes, je intensiver das erzeugte magnetische Feld ist und je mehr Windungen die Spule hat, d. h. je länger die Leitung ist. Die durch diese Gegenkraft erzeugten Ströme werden Extraströme genannt.

Die Induktionserscheinung wirkt den Veränderungen im Kraftlinienfelde entgegen, sie ist also als ein Widerstand zu betrachten. Sie tritt unter allen Umständen auf, ob nun der Leiter in Windungen verwendet oder als gerade Luftleitung ausgebildet wird, ob in der Nähe paramagnetische Materialen sich befinden oder nicht. Eben deshalb darf die Wirkung der Selbstinduktion bei Wechselstromleitungen nicht außer acht gelassen werden, insbesondere dann nicht, wenn der Leiter lang ist und in der Nähe anderer stromdurchflossener Leiter sich befindet.

Bei Kraftübertragungen werden zwei oder mehrere Leiter auf Stangen mit Hilfe von Porzellanisolatoren befestigt, um alle Leiter entsteht beim Wechselstrome ein hin- und herwogendes magnetisches Feld, das auf die Leiter zurückwirkt und so eine Selbstinduktionswirkung hervorruft. Das magnetische Feld entsteht in diesem Falle zwar in Luft, also in einem diamagnetischen Medium, immerhin ist die Wirkung dieser Selbstinduktion bei langen Leitungen so beträchtlich, daß sie nicht vernachlässigt werden darf.

Außer der Selbstinduktion tritt bei parallel laufenden Leitungen auch die Erscheinung der gegenseitigen Induktion auf. Verändert sich nämlich in einem Leiter die Stromstärke, dann verändert sich auch das magnetische Feld; diese Änderung wirkt dann auf den anderen Leiter induzierend und es entsteht die Erscheinung der gegenseitigen Induktion.

Die gegenseitige Induktion wirkt auch als ein Widerstand, da die induzierte elektromotorische Kraft der wirkenden entgegengesetzt ist. Ihre Größe hängt von der Länge der Leitungen, von ihrem gegenseitigen Abstand und von der Natur des umgebenden Mediums ab.

Ist bei parallelen Drähten der gegenseitige Abstand d im Vergleich zur Länge l der Leitungen gering, dann ist der Koeffizient der gegenseitigen Induktion L:

$$L = 2\,l\left(\log n\,\frac{2\,l}{d} - 1 + \frac{\mu}{4}\right)$$

wo μ die Permeabilität des umgebenden Mediums bedeutet.

Sind die Leiter auf Spulen gewickelt, welche gleiche Längen haben, dann wird:

$$L = \frac{4}{3}\pi^2 l^2 n_1{}^2 n_2{}^2 (x - y)(y^3 - z^3)$$

wo l die Länge der Spulen, n_1 die Zahl der Windungen der äußeren Spule, n_2 jene der inneren Spule, z den inneren Radius der inneren Spule, y den äußeren Radius der inneren Spule, x den äußeren Radius der äußeren Spule bedeuten. Der innere Radius der äußeren und der äußere Radius der inneren Spule sind hier einander gleich gesetzt.

Welche sind nun die Wirkungen der Selbstinduktion bei Wechselstromleitungen?

Wir wissen, daß bei jeder Induktionswirkung die magnetische Durchlässigkeit, die Permeabilität des umgebenden Mediums und des Leitungsmateriales von großem Einflusse ist. Deshalb ist der scheinbare Widerstand langer Leitungen bei Eisendrähten größer als bei Kupfer- oder Bronzedrähten; dieser Umstand ist besonders bei Telegraphen- und Telephonleitungen zu berücksichtigen, da bei diesen oft unterbrochene, beziehungsweise undulierende Ströme Verwendung finden. Dasselbe gilt für Blitzableiter. Jede Entladung atmosphärischer Elektrizität ist oszillierend, es entsteht bei Blitzableiterleitungen also ein oszillierendes magnetisches Feld, welches verstärkt wird, wenn diese Leitungen aus Eisen bestehen.

Kapazität.

Zwei einander gegenüberstehende, isolierte Leiter bilden einen Kondensator. Der Kondensator hat die Eigenschaft, eine gewisse Elektrizitätsmenge aufnehmen zu können, sobald er mit einer Elektrizitätsquelle verbunden wird. Die angenommene Elektrizitätsmenge hängt bei demselben Kondensator von der Spannungsdifferenz ab, welche zwischen den Belegen des Kondensators herrscht, und zwar ist die Zunahme der Elektrizitätsmenge mit der Erhöhung der Spannung direkt proportional.

Bezeichnen wir mit $\underset{\sim}{Q}$ die durch den Kondensator aufgenommene Elektrizitätsmenge, mit e die Spannungsdifferenz, die an den Klemmen des Kondensators herrscht, dann ist bei ein und demselben Kondensator die Verhältniszahl

$$C = \frac{\underset{\sim}{Q}}{e}$$

konstant. C ist die Kapazität des Kondensators, ihre Größe hängt von der Größe und der Gestalt der gegenüberstehenden Leiter, dem gegenseitigen

Abstande und von der Natur des die Leiter voneinander isolierenden Dielektrikums ab.

Ein konzentrisches Kabel bildet auch einen Kondensator, da bei diesem die zwei Leiter in der ganzen Länge einander gegenüberstehen und durch eine isolierende Schicht voneinander getrennt sind. Die durch ein langes Kabel aufgenommene Elektrizitätsmenge kann beträchtlich werden; bei Wechselströmen ist dies darum von Wichtigkeit, weil durch das fortwährende Wechseln des Stromes das Kabel als Kondensator bald geladen und bald entladen wird und dadurch auch im unbelasteten Stromkreise eine Strömung entsteht. Diese Strömung erzeugt wattlose Ströme, welche den Erzeuger unnötig belasten.

Sowohl die Selbstinduktion, als auch die Kapazität verursachen in Wechselstromkreisen eine Phasenverschiebung, welche zwischen der Stromstärke und der Spannung auftritt. Die verursachten Phasenverschiebungen sind entgegengesetzter Natur, und zwar verursacht die Selbstinduktion eine Phasenverspätung, die Kapazität eine Phasenvoreilung des Stromes gegenüber der Spannung.

Bevor wir in die Einzelheiten der Berechnung der Wechselstromleitungen eingehen, müssen wir noch die Verteilung des Stromes in einem Leiter näher untersuchen.

Bei Gleichstromleitungen bestimmt man die Stromdichte in einem Querschnitte dadurch, daß man die Stromstärke mit dem Querschnitte dividiert. Ist z. B. die Stromdichte pro mm^2 in einem Leiter 2, so bedeutet dies, daß auf jeden mm^2 Querschnitt des Leiters 2 Ampère Stromstärke fallen, ist dann die Gesamtstromstärke gegeben, dann läßt sich der beanspruchte Querschnitt einfach berechnen.

Bei Wechselstromleitungen sind andere Verhältnisse. Die Stromdichte verteilt sich im Querschnitte nicht gleichmäßig, sondern sie wird gegen die Peripherie des Leiters immer größer, am geringsten ist sie in der Achse des Drahtes.

Auch diese Erscheinung ist mit der Induktionswirkung zu erklären. Denken wir uns den Gesamtquerschnitt des Leiters aus nebeneinander liegenden feinen Drähten zusammengesetzt, in denen die Ströme dieselbe Richtung haben und in ihrer Summe die den Leiter durchfließende Stromstärke ergeben. Diese nebeneinander liegenden Leiterelemente wirken induktiv aufeinander und induzieren in den sie umgebenden Leiterelementen entgegengesetzt gerichtete Ströme. Es ist nun klar, daß diese induktive Wirkung in der Achse des Leiters am größten und an der Peripherie am geringsten ist, denn das in der Achse liegende Leiterelement ist von jeder Seite, jenes an der Peripherie aber nur von einer Seite induziert.

Wenn wir die Bedingungen des Entstehens der Induktionswirkung in Betracht ziehen, dann sehen wir, daß die ungleiche Verteilung der Stromdichte im Leiter um so größer wird, je stärker der Strom und je größer die Periodenzahl ist. Das Vergrößern der Periodenzahl verursacht eine größere Geschwindigkeit des Verschwindens der Kraftlinien und somit eine intensivere Induktionswirkung.

Aus diesen Ausführungen geht hervor, daß bei großen Stromstärken, also bei großen Querschnitten die Gestalt des Querschnittes möglichst so zu wählen ist, daß die Dicke womöglich klein bleibt. Es wird daher zweckmäßig sein, statt dicken, massiven Leitungen verseilte Kabel oder wenn zulässig, bandförmige Leiter anzuwenden.

Ist der Ohmsche Widerstand des Leiters r, dann wird der scheinbare Widerstand r_1 infolge der ungleichmäßigen Verteilung der Stromdichte größer sein. Bezeichnen wir mit r_0 die Vergrößerung des Ohmschen Widerstandes, dann ist der Gesamtwiderstand

$$r_1 = (1 + r_o)\, r.$$

Berechnet man jetzt die entstehende Stromwärme, dann muß anstatt r der scheinbare Widerstand r_1 in Rechnung gezogen werden, es wird also bei dem effektiven Strome i die gesuchte Stromwärme durch die Formel

$$W = i^2 r_1 =$$
$$= i^2 (r\,[1 + r_o])$$

gegeben, oder

$$W = i^2 r + i^2 r\, r_o$$

sein.

Phasenverhältnisse.

Der einfachste Fall einer Wechselstromleitung ist der, wenn der fortgeführte Wechselstrom nur zu Beleuchtungszwecken dient. Sind nur Glühlampen im Betriebe, dann sind Strom und Spannung in der Leitung miteinander in Phase und die weiterbeförderte Energie ist

$$W = e\, i \text{ Watt}$$

wenn e die Spannungsdifferenz an der Verbrauchsstelle und i die Stromstärke bedeuten.

Sind an die Leitung nur Motoren angeschlossen und sind keine Verzweigungen längs derselben, dann fließt in den Drähten ein Strom, welcher zur Spannung phasenverspätet ist. Diese Phasenverspätung ist je nach der Belastung veränderlich, bezeichnet man sie mit φ, dann ist die übertragene Energie mit dem Kosinus dieses Winkels proportional, d. h.

$$W_1 = e\, i_1 \cos\varphi.$$

Nachdem $\cos\varphi \leqq 1$, muß bei gleichbleibender Spannung und gleichen Energiemengen die Stromstärke i_1 um so größer werden, je größer die Phasenverspätung φ wird.

Fig. 75 zeigt den Zusammenhang zwischen den Vektoren der Spannung und der Stromstärke. Aus dem vorhergehenden Bande wissen wir, daß der Strom in solchem Falle als aus zwei Komponentströmen bestehend betrachtet werden kann, deren einer mit dem Vektor der Spannung zusammen-

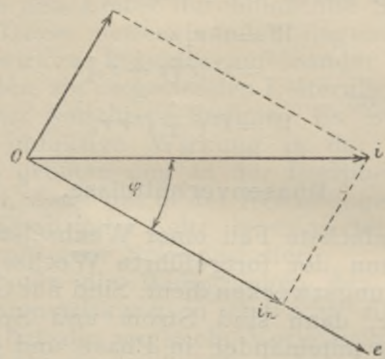

Fig. 75.

fällt, der andere aber auf diesen senkrecht steht. Die Größe des ersteren ist

$$i_n = i \cos \varphi$$

und somit die geleistete Arbeit

$$w = e\, i_n = e\, i \cos \varphi.$$

Bisher nahmen wir an, daß die Wechselstromleitung keine Abzweigung hat, sondern vom Erzeuger direkt zur Verbrauchsstelle führt. Dieser Fall ist aber sehr selten, es kommen längs einer Leitung die verschiedensten Abzweigungen vor; wir wollen nun in folgendem die Verhältnisse für solche Fälle untersuchen.

Nehmen wir an, daß aus einem Punkte der Hauptleitung mehrere Nebenleitungen abzweigen, in welche Konsumenten verschiedenster Natur eingeschaltet sind. In einer Abzweigung z. B. sind nur Glühlampen eingeschaltet (Fig. 76), der zweite Kreis speist einen Motor, im dritten ist die Belastung eine gemischte u. s. w. Es ist klar, daß für einen jeden Zweig andere Phasenverhältnisse bestehen müssen, und zwar wird die Phasenverschiebung bei reiner Glühlampenbelastung Null, bei Motoren-

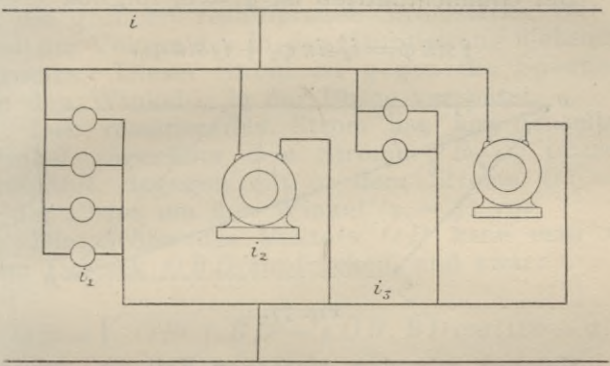

Fig 76.

belastung ein nicht zu vernachlässigender Wert, bei der gemischten Belastung ein größerer oder geringerer, je nachdem die induktive Belastung der Ohmschen Belastung gegenüber größer oder kleiner ist.

In der Hauptleitung wird unter solchen Umständen die Stromstärke auch phasenverschoben sein. Es entsteht ein resultierender Strom und eine resultierende Phasenverschiebung, welche in der im vorhergehenden Bande beschriebenen Weise leicht zu bestimmen sind.

Die senkrechte Projektion der resultierenden Stromstärke auf eine gewählte Gerade ist mit der algebraischen Summe der senkrechten Projektionen der Komponentstromstärken auf dieselbe Gerade gleich, d. h. in unserem Falle:

$$i \sin \varphi = i_1 \sin \varphi_1 + i_2 \sin \varphi_2 + i_3 \sin \varphi_3$$

wo φ_1 φ_2 und φ_3 die Phasenverschiebungen in den einzelnen Abzweigungen, φ aber die resultierende Phasenverschiebung bedeutet.

Bei Glühlichtbetrieb ist $\varphi_1 = 0$, folglich

$$i \sin \varphi = i_2 \sin \varphi_2 + i_3 \sin \varphi_3.$$

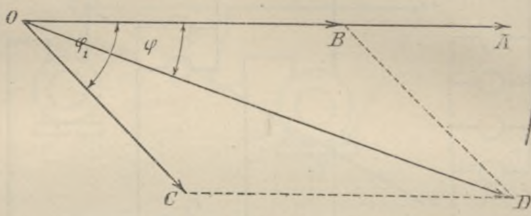

Fig. 77.

Nehmen wir den einfachen Fall an, daß aus einem Abzweigspunkte nur zwei Leitungen abzweigen, und zwar führt eine zu Glühlampen, die andere aber zu induktiven Belastungen. Es sind die Phasenverhältnisse zwischen den Strömen und jene zwischen dem resultierenden Strome und der Spannung zu bestimmen.

Bedeutet in Fig. 77 $\overline{OA}$ den Vektor der zwischen den Abzweigpunkten herrschenden Spannung, dann wird der Vektor der im Glühlampenkreise fließenden Stromstärke in dieselbe Gerade fallen, da Glühlampen nur Ohmsche Widerstände bilden. Tragen wir nun im geeigneten Maßstabe diesen Beleuchtungsstrom auf, dann wird $OB = i_1$ sein.

Anders verhält es sich in der zweiten Abzweigung. Dort sind induktive Belastungen vorhanden, folglich ist dieser Teilstrom zur Spannung phasenverspätet. Ist der Phasenverspätungswinkel φ_1, dann wird OC den Vektor der Stromstärke i_2 darstellen.

Der resultierende Strom ergibt sich aus diesen Komponentströmen nicht durch algebraische Summation, sondern in ähnlicher Weise wie die resultierende Kraft aus den Komponentkräften. Man bildet das Vektorpolygon, die schließende Seite ist die gesuchte resultierende Stromstärke. OD ist also der Vektor des in der Hauptleitung fließenden Stromes. Dieser Strom ist gegen die Spannung um den Winkel φ in der Phase verspätet.

Der resultierende Strom ist um denselben Winkel gegenüber dem Strome $OB = i_1$ phasenverspätet, dagegen eilt er dem Strome $OC = i_2$ in der Phase um den Winkel $(\varphi_1 - \varphi)$ vor.

Die Größe des Vektors OD kann man aus dem Dreieck OBD ausdrücken, und zwar:

$$OD = \sqrt{\overline{OB}^2 + \overline{BD}^2 - 2\,\overline{OB}\,.\,\overline{BD} \cos(180 - \varphi)}$$

oder da

$$\cos(180 - \varphi) = -\cos\varphi$$

wird:

$$OD = i = \sqrt{i_1^2 + i_2^2 + 2\, i_1\, i_2 \cos\varphi}.$$

Die Tangente des resultierenden Phasenverschiebungswinkels ergibt sich aus der Figur, und zwar:

$$tg\,\varphi = \frac{OD \sin\varphi}{OD \cos\varphi} = \frac{OC \sin\varphi_1}{OC \cos\varphi_1 + OB}$$

oder

$$tg\,\varphi = \frac{i_2 \sin\varphi_1}{i_2 \cos\varphi_1 + i_1}.$$

Mit $\frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_1}$ multipliziert, wird

$$tg\,\varphi = \frac{i_2 \frac{\sin\varphi_1}{\cos\varphi_1} \cos\varphi_1}{i_2 \cos\varphi_1 + i_1} = \frac{i_2\, tg\,\varphi_1 \cos\varphi_1}{i_2 \cos\varphi_1 + i_1}.$$

Multiplizieren wir noch Zähler und Nenner mit der Potentialdifferenz e, dann wird

$$tg\,\varphi = \frac{i_2\, e \cos\varphi_1\, tg\,\varphi_1}{i_2\, e \cos\varphi_1 + i_1\, e}$$

oder die Leistungswerte

$$W_1 = i_1\, e$$

$$W_2 = i_2\, e \cos\varphi_1$$

eingesetzt, ist

$$tg\,\varphi = \frac{W_2\, tg\,\varphi_1}{W_1 + W_2}.$$

Der Wert des Leistungsfaktors $\cos\varphi$ ergibt sich aus folgenden Berechnungen:

Aus den Elementen der Trigonometrie ist bekannt, daß

$$\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1.$$

Nachdem aber

$$\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = tg\,\varphi$$

wird

$$\sin\varphi = tg\,\varphi \cos\varphi$$

oder

$$\sin^2\varphi = tg^2\varphi \cos^2\varphi.$$

Diesen Wert in die Ausgangsgleichung eingesetzt, bekommt man, daß

$$tg^2\varphi \cos^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$$

und

$$\cos^2\varphi\,(1 + tg^2\varphi) = 1.$$

Hieraus wird:

$$\cos\varphi = \sqrt{\frac{1}{1 + tg^2\varphi}}$$

oder

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2\varphi}}.$$

Für $tg\,\varphi$ den bereits erhaltenen Wert eingesetzt, ergibt sich für $\cos\varphi$:

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{w_2\, tg\,\varphi_1}{w_1 + w_2}\right)^2}}$$

wo laut Fig. 77 φ_1 jenen Phasenwinkel bedeutet, welchen die zwei Abzweigungsstromstärken miteinander bilden.

Die resultierende Stromstärke läßt sich auf zweierlei Weise berechnen.

Benutzen wir die auf Seite 157 befindliche Gleichung, dann wird, nachdem:

$$i_1 = \frac{W_1}{e}$$

und

$$i_2 = \frac{W}{e\cos\varphi_1}$$

die gesuchte Stromstärke i:

$$i = \sqrt{\frac{w_1^2}{e^2} + \frac{w_2^2}{e^2\cos^2\varphi_1} + 2\,\frac{w_1\,w_2}{e^2\cos\varphi_1}\cos\varphi}$$

oder

$$i = \frac{1}{e}\sqrt{w_1^2 + \frac{w_2^2}{\cos^2\varphi_1} + \frac{2\,w_1\,w_2}{\cos\varphi_1}\cos\varphi}.$$

i kann einfacher ausgedrückt werden, wenn man die Gesamtleistung im Hauptleiter ausdrückt.

In der ungeteilten Leitung fließt die Stromstärke i, welche gegen die Spannung e in der Phase um den Winkel φ verschoben ist. Die Leistung wird daher

$$W = e\, i \cos \varphi.$$

Hieraus ist:

$$i = \frac{W}{e \cos \varphi}.$$

W ist die Summe der Leistungen in den zwei Zweigstromkreisen, also:

$$W = w_1 + w_2.$$

Folglich wird:

$$i = \frac{w_1 + w_2}{e \cos \varphi}.$$

Mehrphasenleitungen.

Von den Mehrphasenströmen hat besonders der Drehstrom große praktische Bedeutung, wir wollen uns daher im folgenden mit den Drehstromleitungen eingehender befassen.

Man unterscheidet geschlossene und offene Verkettung des Drehstromes. Im ersteren Falle dienen zur Fortführung der elektrischen Energie drei Leiter von gleichem Querschnitte, bei letzterem ebenfalls drei, jedoch kann hier auch noch ein vierter Leiter, der Ausgleichsleiter, vorhanden sein, dessen Querschnitt entweder gleich jenen der Hauptleitungen oder nur die Hälfte derselben ist.

Sei bei einem Drehstromnetze die zu übertragende Nutzleistung W_2. Ein Teil der Energie geht längs der Leitung verloren, so daß am Anfange der Fernleitung eine Energiemenge W_1 vorhanden sein muß, welche um die Verluste größer als W_2 ist.

Die in der Leitung verlorene Energie wird demnach

$$W_o = W_1 - W_2.$$

Das Verhältnis der am Ende der Leitung zur Verfügung stehenden Energie zu jener am Anfange der Leitung benötigten Energie ist der Wirkungsgrad der Leitung. Bezeichnen wir diesen Wirkungsgrad mit η, dann wird

$$\eta = \frac{W_2}{W_1} = \frac{W_2}{W_2 + W_o}.$$

Untersuchen wir in erster Reihe die Spannungs- und die Phasenverhältnisse bei einfachen Drehstromleitungen ohne Abzweigungen.

Ist die Spannung einer Leitung am Anfange $e_1{}^I$, am Ende derselben Leitung $e_2{}^I$, dann ist infolge der auftretenden Spannungsverluste

$$e_1{}^I > e_2{}^I.$$

Nehmen wir an, daß am Anfange der Leitung zwischen der Stromstärke und der Spannung die Phasendifferenz φ_1 besteht, dann ist bei der Stromstärke i_I die Energiegröße W_1

$$W_1 = e_1{}^I \, i_I \cos \varphi_1.$$

Jede Leitung besitzt Selbstinduktion, die Folge davon ist, daß der Phasenverschiebungswinkel φ_1 längs der Leitung sich verändert und am Ende der Leitung φ_2 wird. Die Nutzleistung ergibt sich aber für:

$$W_2 = e_2{}^I \, i_1 \cos \varphi_2.$$

Wir ersehen also, daß während längs der ganzen Leitung die Stromstärke konstant bleibt, verändern sich Spannung und Leistungsfaktor, und zwar werden diese Veränderungen um so größer, je länger die Leitung ist.

Der Zusammenhang zwischen i_I, $e_1{}^I$, $e_2{}^I$ und den Phasenwinkeln φ_1 und φ_2 läßt sich am einfachsten graphisch darstellen.

In Fig. 78 ist $\overline{OA}$ der Vektor der Stromstärke. Wir nahmen an, daß dieser Strom zur Spannung $e_1{}^I$ um den Winkel φ_1 phasenverspätet ist, folglich wird bei der angenommenen Drehrichtung $\overline{OC}$ den Vektor der Spannung $e_1{}^I$ darstellen.

Längs der Leitung entsteht ein Spannungsverlust, dessen Größe vom Widerstande der Leitung abhängt. Bezeichnen wir mit r_I den Ohmschen

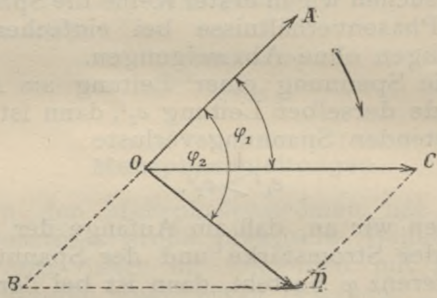

Fig. 78.

Widerstand, dann wird der Ohmsche Spannungsverlust

$$e_o = i_I r_I$$

sein.

Dieser Spannungsverlust ist mit der Stromstärke in Phase, da er jedoch eine mit der wirkenden Energie entgegengesetzte Energieströmung bedeutet, muß sein Vektor zu jener der Stromstärke um 180° verdreht werden. Dies bedeutet soviel, daß sowohl i_I wie e_o mit ihren Vektoren in dieselbe Linie fallen, jedoch sind ihre Richtungen einander entgegengesetzt. Wenn man also $\overline{OA}$

verlängert und auf diese Verlängerung von O aus den Ohmschen Spannungsverlust aufträgt, dann wird $\overline{OB}$ den Vektor von e_o in bezug auf Lage und Größe darstellen.

Nun ergibt sich $e_2{}^I$ als die Resultante der Spannungswerte e_o und $e_1{}^I$, führt man die diesbezügliche Konstruktion durch, wird $\overline{OD} = e_2{}^I$ sein.

$e_1{}^I$ bildet mit der Stromstärke den Phasenverschiebungswinkel φ_2.

Diese Verhältnisse betreffen eine Leitung des Dreiphasenstromes. Wollen wir die Spannungs- und Phasenverhältnisse zwischen zwei Leitungen kennen, dann muß man diese Konstruktion zweimal durchführen, und zwar zwei aufeinander folgende Phasen betreffend. Man darf hierbei nicht vergessen, daß sowohl die Spannungs-, als auch die Stromvektoren in diesen Phasen gegeneinander in der Phase um 120^0 verschoben sind.

Bezeichnen wir mit folgenden Buchstaben die einzelnen in Rechnung zu ziehenden Werte:

$e_1{}^I$ die Spannung am Anfange der Leitung I,

$e_2{}^I$ die Spannung am Ende der Leitung I,

$e_1{}^{II}$, $e_2{}^{II}$ die entsprechende Spannungen beim Leiter II,

$e_o{}^I$ und $e_o{}^{II}$ die Spannungsverluste in den Leitungen I, beziehungsweise II,

e_a die Spannungsdifferenz zwischen den Anfangspunkten der Leitungen I und II,

e_e die am Ende der Leitung zwischen I und II zur Verfügung stehende Spannungsdifferenz,

$\varphi_1{}^I$ und $\varphi_1{}^{II}$ die Phasenverschiebungen zwischen der Stromstärke und der Spannung am Anfange der Leitungen,

$\varphi_2{}^I$ und $\varphi_2{}^{II}$ dieselben Phasenwinkel am Ende der Leitung und

φ die Phasenverschiebung zwischen e_a und e_e.

Sei O der Mittelpunkt des Vektordiagrammes in Fig. 79.

Wir haben am Anfange der Leitung I die Spannung e_1^I zur Verfügung. Diese eilt dem Strome i in der Phase um den Winkel φ_1^I voraus. Wir nehmen an, daß die Belastung der Phasen eine gleichmäßige ist, so daß die Stromstärke in allen

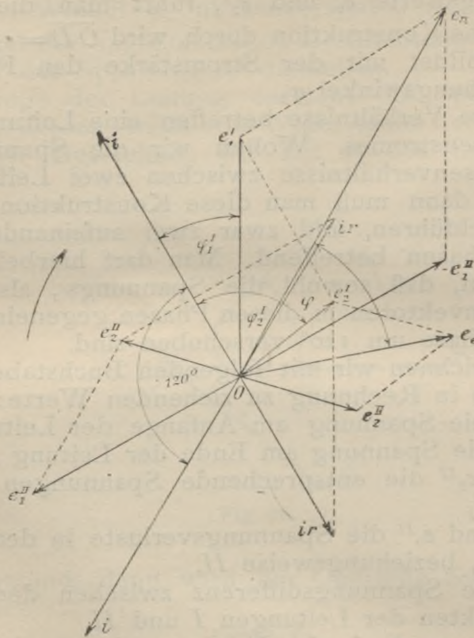

Fig. 79.

drei Leitungen dieselbe ist. Ist der Widerstand einer Leitung r, dann wird der Ohmsche Spannungsverlust für alle drei Leiter derselbe sein, und zwar

$$e_o = i\,r.$$

Tragen wir jetzt e_o auf die Verlängerung des Stromvektors in entgegengesetzter Richtung auf, in derselben Weise wie in Fig. 78, dann wird die Resultante von ir und e_1^I die Spannung e_2^I ergeben, als den am Ende der Leitung I vorhandenen Spannungswert. Diese Spannung eilt dem Strome um den Winkel φ_2^I vor.

Dieselbe Konstruktion läßt sich auch auf die im zweiten Leiter auftretenden Spannungen durchführen, nur muß man vor Augen halten, daß in diesem Leiter die Stromstärke um 120° in der Phase gegen die Stromstärke im ersten Leiter verschoben ist.

Zieht man daher aus O einen zweiten Vektor, welcher zum Vektor i um 120° verschoben ist, dann ist damit auch die Lage des Spannungsvektors e_1^{II} gegeben, denn diese Spannung eilt der Stromstärke um denselben Winkel vor, wie e_1^I der Stromstärke i, da wir gleiche Verhältnisse im Dreiphasennetze annahmen. Es wird also:

$$\varphi_1^{II} = \varphi_1^I$$

sein.

Nun wird abermals e_0 in entgegengesetzter Richtung auf die Verlängerung des Stromvektors aufgetragen und aus e_0 und e_1^{II} der Spannungsvektor e_2^{II} konstruiert.

Somit sind die Spannungs- und Phasenverhältnisse auch die Leitung II betreffend bekannt und können wir nun zur Bestimmung der Spannungsdifferenzen zwischen den Anfängen und Enden der Leiter I und II schreiten.

e_a ergibt sich als die Resultante von e_1^I und e_1^{II}. Nachdem aber diese Spannungen einander entgegengesetzt gerichtet sind, wird die Vektorgleichung folgendermaßen lauten:

$$e_a = + e_1^I (+) - e_1^{II}.$$

Man muß also den Vektor durch Punkt O verlängern und auf diese Verlängerungen $-e_1^{II}$ auftragen. Die Resultante e_a ergibt sich sodann aus der Parallelogrammkonstruktion.

Dasselbe gilt für die Spannungsdifferenz e_e zwischen den Enden der Leitungen. Die Spannungskomponenten sind jetzt $e_2{}^I$ und $e_2{}^{II}$.

Durch diese Konstruktion ist auch jener Phasenwinkel φ bestimmt, welchen die gesuchten Spannungen e_a und e_e miteinander einschließen. Nachdem die Drehrichtung des Vektordiagrammes mit der Uhrzeigerbewegung übereinstimmt, folgt, daß e_e der Spannung e_a in der Phase voreilt.

Die Spannungswerte $e_1{}^I$ und $e_2{}^I$ in Fig. 78 sind in ihren Größen um so verschiedener, je größer der Unterschied zwischen den Winkeln φ_1 und φ_2 ist. Zwischen diesen Werten besteht die Beziehung, daß

$$\frac{e_1{}^I}{e_2{}^I} = \frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_1}.$$

Dasselbe gilt für die entsprechenden Spannungen in Fig. 79.

Nachdem $e_1{}^I$ und $e_1{}^{II}$, sowie $e_2{}^I$ und $e_2{}^{II}$ miteinander 120^0 einschließen, wird

$$e_a = \sqrt{3}\, e_1{}^I$$

und

$$e_e = \sqrt{3}\, e_2{}^I.$$

Ferner ist aus dem Viereck $o\, e_1{}^I e_2{}^I i\, r$:

$$i\, r \sin \varphi_2{}^I = e_1{}^I \sin (\varphi_2{}^I - \varphi_1{}^I)$$

und hieraus

$$e_1{}^I = i\, r \frac{\sin \varphi_2{}^I}{\sin (\varphi_2{}^I - \varphi_1{}^I)}$$

folglich wird:

$$e_a = \sqrt{3}\, i\, r \frac{\sin \varphi_2{}^I}{\sin (\varphi_2{}^I - \varphi_1{}^I)}.$$

In analoger Weise läßt sich e_e bestimmen und es wird:

$$e_e = \sqrt{3}\, i\, r \frac{\sin \varphi_1{}^I}{\sin (\varphi_2{}^I - \varphi_1{}^I)}.$$

Der Spannungsverlust zwischen den beiden Leitungen ergibt sich aus der Differenz

$$e_a - e_e = \sqrt{3}\, i\, r \frac{\sin \varphi_2{}^I - \sin \varphi_1{}^I}{\sin (\varphi_2{}^I - \varphi_1{}^I)}.$$

Bei einphasigem Wechselstrome sind die Verhältnisse andere, indem dort

$$e_a = e_1{}^I$$

und

$$e_e = e_2{}^I$$

daher

$$e_a - e_e = i\, r \frac{\sin \varphi_2{}^I - \sin \varphi_1{}^I}{\sin (\varphi_2{}^I - \varphi_1{}^I)}.$$

Die Ergebnisse sind einfacher, wenn Strom und Spannung miteinander in Phase sind. Es wird dann nämlich

$$\varphi_1{}^I = \varphi_2{}^I = 0$$

daher

$$e_a - e_e = i\, r$$

beziehungsweise beim Drehstrome

$$e_a - e_e = \sqrt{3}\, i\, r.$$

Berechnung des Querschnittes einer Drehstromleitung.

Um den benötigten Querschnitt einer Drehstromleitung bestimmen zu können, gehen wir nach Dobrowolsky von den auftretenden Energieverlusten aus.

Sei am Anfange der Fernleitung die verfügbare Energie W_a, am Ende derselben W_e, dann ist der Energieverlust längs der Leitung

$$W_o = W_a - W_e.$$

Dieser Verlust wird in Wärme umgesetzt, wenn also die Intensität des Stromes i, der Widerstand eines Leiters r ist, dann ist die entstehende Wärmemenge $3\,i^2 r$, es muß also

$$W_o = 3\,i^2 r$$

sein.

Wie läßt sich der Ohmsche Widerstand mit den Drahtdimensionen ausdrücken?

Je länger bei gleichbleibendem Querschnitte der Draht ist, um so größer wird sein Widerstand, die Widerstandszunahme ist der Länge einfach proportional. Was den Querschnitt betrifft, ist bei gleichbleibender Länge der Widerstand um so kleiner, je größer der Querschnitt wird, der Widerstand ist demnach mit dem Querschnitte umgekehrt proportional.

Bedeutet l die Länge, q den Querschnitt des Drahtes, dann ist die Größe seines Widerstandes

$$r = \frac{l}{q\,\varrho}$$

wo ϱ eine von dem Materiale des Drahtes abhängende Konstante bedeutet.

ϱ ist das Leitvermögen des Materiales, woraus der Draht besteht. Dies ist eine Zahl, welche angibt, wie vielmal ein Draht von 1 m Länge, 1 mm^2 Querschnitte bei 0^0 C. Temperatur aus dem betreffenden Materiale den elektrischen Strom besser leitet als eine Quecksilbersäule von denselben Dimensionen und unter denselben Bedingungen.

Ist daher z. B. bei Kupfer $\varrho = 55 \backsim 60$, so bedeutet dies soviel, daß das Kupfer die Elektrizität bei 0^0 C. $55 \backsim 60$mal besser leitet als das Quecksilber von denselben Dimensionen bei derselben Temperatur.

Bei den Metallen wächst der Widerstand mit der Temperatur, Kohle und einige Legierungen verhalten sich umgekehrt, ihr Widerstand wird bei zunehmender Temperatur immer geringer.

Den letzten Ausdruck in die vorletzte Gleichung substituiert, wird

$$W_o = 3\, i^2 \frac{l}{q\,\varrho}$$

und hieraus der gesuchte Querschnitt des Drahtes

$$q = \frac{3\, i^2\, l}{W_o\, \varrho}.$$

W_o ist der Energieverlust in den Leitungen. Dieser Verlust ist gewöhnlich in Prozenten gegeben, wenn also der prozentuelle Energieverlust durch p ausgedrückt ist, dann wird die Nutzleistung am Ende der Leitung:

$$W_e = \frac{100 - p}{100} W_a.$$

Ist z. B. $p = 5\%$, dann wird

$$W_e = \frac{100 - 5}{100} W_a = 0{,}95\ W_a.$$

Umgekehrt, bei gegebener Nutzleistung und prozentuellem Wattverluste in der Leitung, läßt sich die am Anfange der Leitung zu erzeugende Energie aus der Gleichung

$$W_a = \frac{100\, W_e}{100 \quad p}$$

bestimmen.

Bei $p = 5\%$ wird

$$W_a = \frac{W_e}{0{,}95} = 1{,}053\ W_e.$$

Der prozentuelle Wattverlust bezieht sich auf die Energiegröße W_a, es wird also bei $p\%$

$$W_o = \frac{p}{100} W_a$$

und

$$\frac{p}{100} W_a = \frac{3\, i^2 l}{q\, \varrho}.$$

Hieraus läßt sich q berechnen:

$$q = \frac{3\, i^2 l\, 100}{p\, W_a\, \varrho}.$$

Der Wert dieser Gleichung ändert sich nicht, wenn man die rechte Seite mit

$$\frac{(\sqrt{3}\, e_a \cos\varphi)^2}{(\sqrt{3}\, e_a \cos\varphi)^2} = 1$$

multipliziert.

Es wird also

$$q = \frac{3\, i^2 l\, 100 \,.\, 3\, e_a{}^2 \cos^2\varphi}{p\, W_a\, \varrho \,.\, 3 \,.\, e_a{}^2 \cos^2\varphi}.$$

Im Zähler ist aber

$$3\, i^2 e_a{}^2 \cos^2\varphi = W_a{}^2$$

so daß

$$q = \frac{100\, l\, W_a{}^2\, 3}{p_a\, W_a\, \varrho\, 3 \,.\, e_a{}^2 \cos^2\varphi}$$

hieraus

$$q = \frac{100\, l\, W_a}{p\, \varrho\, e_a{}^2 \cos^2\varphi}.$$

Der Querschnitt der Drehstromleitung wird nach dieser Formel berechnet, wenn der prozentuale Wattverlust gegeben ist.

Bei gegebenem Querschnitte und Energiemenge läßt sich der prozentuale Wattverlust berechnen als

$$p = \frac{100\, l\, W_a}{q\, \varrho\, e_a{}^2 \cos^2\varphi}.$$

Beispiel.

Es soll der Querschnitt einer Leitung berechnet werden, welche die zur Glühlichtbeleuchtung benötigte elektrische Energie auf 500 *m* Entfernung überträgt. Im Betriebe sind 50 Glühlampen, welche bei der Spannung $e = 100$ Volt 16 Kerzen Lichtstärke haben und pro Kerze 3 Watt benötigen. Der Wattverlust in der Leitung soll 1,5% betragen.

Die am Ende der Leitung benötigte Energie ist

$$W_e = 50 \cdot 16 \cdot 3 = 2400 \text{ Watt.}$$

Nach Gleichung Seite 169 wird also:

$$W_a = \frac{100\, W_e}{100 - p} = \frac{100 \cdot 2400}{100 - 1{,}5}$$

oder

$$W_a = \frac{240000}{98{,}5} = 2439$$

rund

$$W_a = 2440 \text{ Watt.}$$

Die Belastung bilden nur Glühlampen, folglich ist zwischen Strom und Spannung keine Phasenverschiebung, d. h. $\cos\varphi = 1$. Es wird daher der Querschnitt des Drahtes:

$$q = \frac{100 \cdot 500 \cdot 2440}{1{,}5 \cdot 55 \cdot 100 \cdot 100}$$

d. h.

$$q = 148\, mm^2.$$

Dies würde einen Drahtdurchmesser von zirka 14 *mm* ergeben. In diesem Falle müßte man also aus mehreren dünneren Drähten verseilte Kabel benutzen.

Der Querschnitt ergab obigen großen Wert, weil die Spannung nur 100 Volt ist und der prozentuale Wattverlust auch klein angenommen wurde.

Würde man 200voltige Lampen benutzen, dann wäre bei demselben prozentualen Wattverlust der Querschnitt

$$q_1 = \frac{100 \,.\, 500 \,.\, 2440}{1{,}5 \,.\, 200 \,.\, 200 \,.\, 55}$$

oder

$$q_1 = \sim 37 \, mm^2$$

welchem ein Draht von zirka 7 *mm* Durchmesser entspricht.

Die Größe des Querschnittes wird durch vorhandene Phasenverschiebung erheblich beeinflußt.

Sollen z. B. die obigen 2440 Watt durch einen Motor verbraucht werden, bei welchem der Leistungsfaktor $\cos \varphi = 0{,}8$ ist. dann wird

$$q = \frac{100 \,.\, 500 \,.\, 2440}{1{,}5 \,.\, 200 \,.\, 200 \,.\, 55 \,.\, 0{,}8 \,.\, 0{,}8}$$

hieraus

$$q = \sim 57{,}7 \, mm^2.$$

Wir nahmen bisher an, daß die Leitung am Anfang Energie empfängt und diese, die entstehenden Verluste abgerechnet, nur am Ende abgibt, aber keine Abzweigspunkte besitzt. Es erübrigt uns nun noch die Untersuchung der Verhältnisse, wenn aus einem Punkte der Leitung mehrere Ströme abzweigen.

Die Zweigbelastungen sind sehr verschieden. Es können in den Zweigleitungen nur Ohmsche Widerstände vorhanden sein oder die Belastung besteht aus induktiven Widerständen oder Kapazitäten und dementsprechend sind die Verhältnisse andere.

Die Phasenverschiebungen in den einzelnen Stromkreisen sind verschieden, je nachdem die Belastungen rein Ohmsche oder induktive sind. Bei Ohmschen Widerständen ist die Stromstärke mit der Spannung in Phase, demnach ist der

Phasenverschiebungswinkel $\varphi = 0$ und der Leistungsfaktor maximal, d. h. $\cos \varphi = 1$. Bei induktiven Belastungen ist die Stromstärke zur Spannung phasenverspätet, der Wert des Leistungsfaktors ist kleiner als die Einheit, z. B. nur 0,7 $\sim$ 0,8.

In einem Abzweigspunkte ergibt sich demnach eine resultierende Phasenverschiebung, deren Größe von den einzelnen Phasenverschiebungen in den Zweigstromkreisen abhängt. Die Stromstärke ist die Resultierende der Teilstromstärken, ihr Wert, sowie die Richtung ihres Vektors im Vektordiagramm, also auch die resultierende Phasenverschiebung lassen sich in bekannter Weise bestimmen.

Den allgemeinen Fall der Stromabzweigungen haben wir schon behandelt, hier wollen wir nur die Strom-, Spannungs- und Phasenverhältnisse bei dreiphasigem Wechselstrome näher untersuchen.

Es ist bekannt, daß bei geschlossener Verkettung die Stromstärke im Hauptleiter eine Resultierende zweier Stromstärken ist, die eine Phasenverschiebung von 120° haben und es besteht der Zusammenhang, daß

$$i_A = \sqrt{3}\, i_1$$

wo i_A den Leitungsstrom, i_1 aber einen Zweigstrom, also eine Komponentstromstärke bedeuten.

Die Spannnungsdifferenz zwischen zwei Hauptleitern ist mit der Spannungsdifferenz zwischen den Endpunkten einer Wicklungsabteilung gleich, d. h. (s. Fig. 42):

$$e_A = e_1.$$

Bei offener Verkettung ist die Stromstärke konstant und die Spannungsdifferenzen verschieden, und zwar ist (s. Fig. 45):

$$e_3^{x} = \sqrt{3}\, e$$

und für die Stromstärken

$$i_A = i_1.$$

Diese Verhältnisse bestehen auch dann, wenn in dem Drehstromnetz Belastungen in geschlossener oder offener Verkettung geschaltet werden.

Nehmen wir an, die Belastung bilden gewöhnliche, einfädige Glühlampen, dann können diese entweder nach Fig. 70 oder nach Fig. 73 geschaltet werden. Erstere entspricht der geschlossenen, letztere der offenen Verkettung.

Verbraucht ein Zweig bei der gegebenen Spannung die Stromstärke i, dann ist bei geschlossener Verkettung die Summe der Teilströme

$$J = 3\,i = 3\,\frac{i_A}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}\,i_A.$$

Bei offener Verkettung ist dagegen:

$$J = 3\,i = 3\,i_A.$$

Die Leitungen müssen dementsprechend berechnet werden, und zwar:

Der Querschnitt eines Drahtes ist

$$q = \frac{l}{r\varrho}$$

wo l die Länge, r den Ohmschen Widerstand und ϱ die Leitungsfähigkeit des Leiters bedeuten.

Der Widerstand r ist bekannt, sobald wir den längs der Leitung entstehenden Spannungsverlust kennen. Sei dieser Spannungsverlust e_0, dann ist (s. Seite 167):

$$e_0 = i_A\,r\sqrt{3}$$

und hieraus

$$r = \frac{e_0}{i_A\sqrt{3}}.$$

In die Gleichung des Querschnittes substituiert, wird

$$q = \frac{i_A \, l \sqrt{3}}{e_0 \, \varrho}$$

bei geschlossener Verkettung, nur Ohmsche Widerstände als Belastung angenommen.

Unter denselben Bedingungen wird für die offene Verkettung

$$q = \frac{l}{r \, \varrho} = \frac{i_A \, l \sqrt{3}}{e_0 \, \varrho}.$$

Da aber bei geschlossener Verkettung

$$i_A = \frac{J}{\sqrt{3}}$$

und bei offener Verkettung

$$i_A = \frac{J}{3}$$

wo J die Summe der Lampenströme bedeutet, wird

$$q = \frac{J \, l \sqrt{3}}{\sqrt{3} \, e_0 \, \varrho} = \frac{J \, l}{e_0 \, \varrho}$$

beziehungsweise im zweiten Falle

$$q = \frac{J \, l}{3 \, e_0 \, \varrho}$$

Nachdem aber in den Wechselstromleitungen auch Selbstinduktion auftritt, welche den Widerstand vergrößert, darf der Spannungsverlust e_0 nicht als rein Ohmscher Spannungsabfall betrachtet werden. Unter solchen Umständen ist e_0 jene Spannungsdifferenz, welche aus der Gleichung

$$e_0 = e_a - e_e = \sqrt{3} \, i r \frac{\sin \varphi_2{}^I - \sin \varphi_1{}^I}{\sin (\varphi_2{}^I - \varphi_1{}^I)}$$

sich ergibt (s. Seite 167).

Spannungsverluste in Wechselstromleitungen.

Fließt durch einen Leiter mit bekanntem Widerstande r ein Gleichstrom von der Intensität i, dann entsteht in der Leitung ein Spannungsverlust, dessen Größe

$$e = i r$$

ist. In solchem Falle läßt sich der Spannungsverlust einfach berechnen.

Bei Wechselstromleitungen sind die Verhältnisse komplizierter, da bei diesen außer dem Ohmschen Spannungsverluste auch ein induktiver Spannungsabfall auftritt, dessen Größe von der Selbstinduktion der Leitung abhängt.

Jeder stromdurchflossene Leiter besitzt ein magnetisches Feld, dessen Mittelstelle der Leiter ist. Der Verlauf der entstehenden Kraftlinien erfolgt in Ebenen, welche auf den Leiter senkrecht stehen. Bei einfachem Leiter sind diese Kraftlinien konzentrische Kreise, deren gemeinsamer Mittelpunkt in der Achse des Leiters liegt. Laufen zwei oder mehrere stromdurchflossene Leiter nebeneinander, so entsteht ein resultierendes Feld, dessen Kraftlinien verschiedene von dem gegenseitigen Abstande der Leiter abhängende Kurven bilden.

Beim Gleichstrome ist bei gleichbleibender Stromstärke das magnetische Feld konstant und wirkt nicht auf den Leiter zurück. Bei Wechselstrom ist dagegen das magnetische Feld infolge der wechselnden Stromstärke auch variabel, jede Variation wirkt auf den Leiter zurück und es entsteht die Erscheinung der Selbstinduktion.

Diese Selbstinduktion des Leiters vergrößert den Widerstand des Leiters und es muß ein scheinbarer Widerstand in Berechnung gezogen werden.

Nachdem die Größe der Selbstinduktion von der Länge des Leiters, von der Intensität des

Stromes und von der Größe der umschlossenen Fläche abhängt, ist durch Vergrößerung des Drahtquerschnittes in dieser Hinsicht keine Änderung zu erzielen. Die Querschnittsvergrößerung hat nur zur Folge, daß der Ohmsche Widerstand des Leiters kleiner und dementsprechend auch der Ohmsche Spannungsverlust vermindert wird, die Selbstinduktion aber wird nicht beseitigt.

Dies ist die Ursache, weshalb der Spannungsabfall bei Wechselstromleitungen, welche große Selbstinduktion besitzen, durch Vergrößerung des Leiterquerschnittes nicht verringert werden kann.

Der induktive Spannungsabfall wird Drosselung genannt.

Die Wirkung der Drosselung in Wechselstromleitungen ist nachteilig, da dadurch unter Umständen große Spannungsverluste auftreten können. Diese Drosselwirkung kann nur dadurch vermindert werden, daß man die Intensität und die Wirkung des den Leiter umgebenden magnetischen Feldes, also die Ursache der Drosselung verringert.

Die Stärke des magnetischen Feldes, welches um den Leiter entsteht, d. h. die Anzahl der Kraftlinien ist nebst der Stromstärke von jener Fläche abhängig, welche durch die Leiter umschlossen wird. Verringert man demnach die gegenseitige Entfernung der Leiter, dann wird auch die induktive Wirkung kleiner oder die Drosselwirkung wird vermindert.

Dies ist besonders bei langen Leitungen zu beobachten, denn bei diesen ist die umschlossene Fläche beträchtlich. Aus derselben Ursache sind Umwege in der Leitungsführung möglichst zu vermeiden.

Eine weitere Vorsichtsmaßregel besteht darin, daß man die Leitung möglichst gemischt führt. Durch diese Anordnung entstehen dann Leiterschleifen, in welchen die elektromotorischen Kräfte der Selbstinduktionen einander entgegengesetzt gerichtet sind und sich in ihren Wirkungen gegenseitig abschwächen.

Die Intensität eines um einen Leiter entstehenden magnetischen Feldes hängt von der den Leiter durchfließenden Stromstärke ab. Hat man daher große Stromstärken zu übertragen, dann wird man anstatt eines Leiters von großem Querschnitte vorteilhafter mehrere Leiter von geringerem Querschnitte verwenden, erstens darum, weil der scheinbare Widerstand des dicken Leiters infolge der ungleichmäßigen Stromverteilung in demselben größer ist als bei mehreren dünneren Leitern, außerdem kann man mehrere Leiter untereinander besser vermischen und dadurch die Selbstinduktionswirkung vermindern. Bei der gemischten Führung der Leitungen achte man besonders darauf, daß zusammengehörige Leiter nicht nahe aneinander liegen, denn das würde die Beseitigung der Drosselung betreffend wenig helfen.

Der durch die Drosselwirkung entstehende Spannungsverlust läßt sich durch Vergrößern des Querschnittes nicht beheben, denn die Drosselung steht in keinem direkten Zusammenhange mit dem Querschnitte des Leiters. Die Querschnittsvergrößerung hat nur zur Folge, daß der Ohmsche Spannungsabfall bei derselben Stromstärke kleiner wird.

Die Größe der zu übertragenden Energie hängt von der Spannung, der Stromstärke und dem Phasenverschiebungswinkel ab. Je größer die Spannung, um so kleiner kann bei derselben Phasenverschiebung die Stromstärke sein. Aus diesem Grunde ist die Anwendung hoher Spannungen vorteilhaft. Man kann schwächere Leitungen anwenden, außerdem ist die Stärke des Stromes und infolgedessen die Drosselwirkung vermindert. Ein anderer Vorteil besteht darin, daß bei hohen Spannungen der prozentuale Einfluß des induktiven Spannungsabfalles kleiner wird.

Was den induktiven Spannungsabfall betrifft, sind die Verhältnisse bei Kabeln günstiger als bei Luftleitungen, denn in Kabeln können die Leitungen einander sehr nahe gebracht werden und dadurch kann man die durch die Leiter umschlossene Fläche sehr verringern. Immerhin müssen die Leitungen ganz symmetrisch angeordnet werden, da sonst in den Eisenarmierungen des Kabels einseitig starke, periodisch sich verändernde magnetische Felder entstehen können, welche, da sie Wirbelströme induzieren, die Umhüllung des Kabels indirekt stark erwärmen könnten. Bei symmetrischer Anordnung entsteht infolge der einander entgegengesetzt gerichteten Wirkungen der Ströme kein oder nur ein schwaches magnetisches Feld, welches keine nachteilige Erwärmung verursacht.

Demgegenüber ist ein Nachteil, daß die Kabelleitungen zu teuer sind, wozu auch noch die Möglichkeit einer Resonanzerscheinung hinzutritt. Größere Spannungen sind in Kabeln ohne weiteres anwendbar, doch empfiehlt sich bei langen Leitungen aus Kostenrücksichten die Anwendung der Luftleitung. Hier ist man aber wieder in der Höhe der Spannung gebunden, denn zu große Spannungen sind der Blitzgefahr mehr ausgesetzt, außerdem muß ihre Lebensgefährlichkeit auch in Erwägung gezogen werden. In technischer Hinsicht sind keine Schwierigkeiten vorhanden, Spannungen von 40.000 bis 50.000 Volt anzuwenden.

Der induktive Spannungsabfall ist bei einer und derselben Leitung um so größer, je größer die Phasenverschiebung zwischen Stromstärke und Spannung ist.

Der gesamte Spannungsabfall besteht aus zwei Teilen, und zwar aus dem Ohmschen Spannungsverluste und aus der Leitungsdrosselung. Ist der prozentuale Ohmsche Spannungsabfall im allgemeinen $a\,\%$, der induktive Spannungsverlust dagegen $b\,\%$, dann ist der Gesamtverlust $\triangle$ angenähert

$$\triangle = (a + b) \cos \varphi$$

wo φ den Phasenverschiebungswinkel zwischen Stromstärke und Spannung bedeutet.

Diese Formel gibt keine genauen Werte, da doch der Spannungsabfall in einer Leitung auch von der Periodenzahl abhängt, und diese in der Formel nicht vorkommt. Für Annäherungswerte ist sie indessen gut zu verwenden.

Beispiel.

Eine Wechselstromleitung überträgt elektrische Energie für motorische und Beleuchtungszwecke, wobei der Leistungsfaktor in der Leitung $\cos \varphi = 0{,}85$ beträgt. Ist der Ohmsche Spannungsverlust $6\,\%$, der induktive dagegen $14\,\%$, dann ist der gesamte Spannungsverlust längs der Leitung

$$\triangle = (6 + 14)\, 0.85 = 17\,\%.$$

Beträgt die Betriebsspannung 1000 Volt, dann ist

$$\triangle = 170 \text{ Volt}$$

so daß am Ende der Leitung

$$e = 1000 - 170 = 830 \text{ Volt}$$

zur Verfügung stehen.

Vergrößert man den Leitungsquerschnitt auf das Doppelte, dann wird der Ohmsche Spannungsverlust nur $3\,\%$ sein, und der Gesamtverlust

$$\triangle = (3 + 14)\, 0{,}85 = 14{,}45\,\%$$

oder die Endspannung

$$e = 1000 - \frac{14{,}45}{100}\, 1000$$

$$e = 855{,}5 \text{ Volt.}$$

Hieraus ist ersichtlich, daß eine Vergrößerung des Leiterquerschnittes den Gesamtspannungsverlust nicht erheblich vermindert, wenn in der Leitung beträchtlicher induktiver Spannungsverlust vorhanden ist.

Vergleich des benötigten Kupfervolumens bei verschiedenen Stromsystemen.

Ist bei Gleichstrom-Kraftübertragung die Intensität des Stromes J, die Länge der einen Leitung l und der erlaubte Spannungsabfall e_o, dann ist der Querschnitt des Drahtes

$$q = \frac{J\,2\,l}{e_o\,\varrho}$$

da die Gesamtlänge der Leitung $2\,l$ ist. ϱ ist die Leitfähigkeit des Drahtmateriales.

Vergleichen wir nun diese Gleichung mit jener, welche wir bei der Drehstromübertragung bei geschlossener Verkettung erhielten:

$$q = \frac{J\,l}{e_o\,\varrho},$$

so sehen wir, daß bei demselben Spannungsabfall und derselben Leitfähigkeit der Querschnitt des Drahtes im Drehstromnetze nur die Hälfte desjenigen im Gleichstromnetz ist, vorausgesetzt, daß die Stromstärken in beiden Fällen dieselben bleiben.

Nimmt man aber in Betracht, daß beim Drehstrome drei Leitungen nötig sind, dann sieht man, daß das Kupfervolumen bei diesen zwei Stromsystemen nicht wie 1 : 2 sondern wie 3 : 4 sich verhalten, d. h. bei denselben Verlusten unter sonst gleichen Umständen ist beim Drehstrome das Kupfervolumen, also auch das Kupfergewicht um 25% geringer als beim Gleichstrome.

Bei offener Verkettung war

$$q = \frac{J l}{3 e_0 \varrho}$$

d. h. bei dieser Schaltung betragen die Drehstromquerschnitte nur den dritten Teil.

Bei gewöhnlichem einphasigen Wechselstrome ist in der Leitung dem Gleichstrome gegenüber keine Ersparnis zu erzielen, denn bei diesem benötigt man auch zwei Leitungen und ist die effektive Stromstärke, keine Phasenverschiebung vorausgesetzt, gleich mit der Gleichstromstärke, folglich ist auch der Querschnitt in beiden Fällen derselbe.

Der Einphasenstrom ist besonders in jenen Fällen anzuwenden, in welchen der Motorenbetrieb nur eine Nebenrolle spielt, d. h. in welchen der Strom hauptsächlich zur Beleuchtung benutzt wird. Wenn aber Motoren die Hauptbelastung des Stromkreises bilden, dann sind die Mehrphasenstromsysteme vorteilhafter, um so mehr, da durch die Verkettung der Ströme die Drahtwärme bei gleichen Kupfergewichten geringer wird.

Betrachten wir z. B. jenen Fall, wenn zur Arbeitsübertragung Zweiphasenstrom verwendet wird. Benutzt man vier Leitungen, dann sei die Stromstärke in einer Leitung i. Durch die Verkettung der Ströme wächst die Stromstärke nicht auf das Doppelte, sondern nur auf das $\sqrt{2}$-fache und dies ist die Ursache, weshalb das benötigte Kupfergewicht geringer wird.

Sei der Widerstand eines Drahtes bei vier Leitern r, bei verkettetem Strome dagegen, wo nur drei Leiter nötig sind, r_1. Die Stromstärken sind nach dem Vorhergehenden i und $\sqrt{2}\,i$.

Gleiche Drahtwärmen vorausgesetzt, wird die Gleichung bestehen, daß

$$2\,i^2 r = (\sqrt{2}\,i)^2 r_1$$

oder hieraus

$$r = r_1.$$

Dies sagt soviel, daß bei verkettetem Strome die Leitung billiger ist, nachdem im ersten Falle vier, im zweiten aber nur drei Leiter desselben Querschnittes zu verwenden sind.

Zum Vergleiche des Gleichstrom-, Einphasen- und des Mehrphasenstromsystemes diene folgendes Beispiel:

Es sind 200 *PS* bei einer Spannung von 1000 Volt zu übertragen. Die in der Leitung gestatteten Verluste betragen 5% der primären Leistung. Die Länge der Leitung beträgt 500 *m*.

Die Leistung ist in Pferdestärken gegeben, wir müssen sie zuerst in elektrischen Größen ausdrücken.

Eine Pferdekraft ist mit 736 Watt äquivalent, folglich wird bei Gleich- oder einphasigem Wechselstrom:

$$e\,i = 200 \,.\, 736 = 147200 \text{ Watt.}$$

Die Spannung e ist gegeben, folglich wird die Stromstärke

$$i = \frac{147200}{e} = \frac{147200}{1000}$$

d. h.

$$i = 147{,}2 \text{ Ampère}$$

sein.

Um nun den benötigten Querschnitt ermitteln zu können, ziehen wir die auftretenden Verluste in Betracht.

5% der Gesamtenergie dienen zur Deckung der Verluste in den Leitungen. Für eine Leitung ergibt sich also die Hälfte, demnach 2,5% oder

$$e\,i\,\frac{2,5}{100} = 3680 \text{ Watt.}$$

Diese Wattzahl wird in Wärme umgesetzt, deren Größe mit der Stromstärke und dem Ohmschen Widerstande ausgedrückt werden kann, und zwar wird

$$i^2 r = 3680$$

und hieraus der Ohmsche Widerstand r:

$$r = \frac{3680}{i^2}$$

oder

$$r = \frac{3680}{147,2^2} = \frac{3680}{21668} \doteq 0,17 \text{ Ohm.}$$

Nun wird der Querschnitt des Drahtes:

$$q = \frac{500}{0,17 \cdot 55} = 53,4 \; mm^2$$

welchem ein Drahtdurchmesser von rund 8,5 *mm* entspricht.

Bei dreiphasigem Strome stellen sich diese Werte folgendermaßen.

5% der gesamten Leistung gehen verloren, folglich wird:

$$3\,\frac{e\,i_0}{736} = \left(200 - 200\,\frac{5}{100}\right) = 190$$

Pferdestärken.

Nachdem $e = 1000$ Volt, wird

$$i_0 = \frac{190 \cdot 736}{3 \cdot 1000} = 46,61 \text{ Ampère.}$$

In einer Leitung ist also die Stromstärke

$$i = \sqrt{3}\, i_o = 1{,}732 \,.\, 46{,}61$$

oder

$$i = 80{,}64 \text{ Ampère.}$$

Nun können wir auf die Bestimmung des Ohmschen Widerstandes übergehen. Es sind drei Leiter vorhanden, auf jeden fällt also ein Drittel von dem Gesamtverluste, d. h. 2453,3 Watt, so daß aus der Gleichung

$$i^2 r_3 = 2453{,}3$$

der Widerstand als

$$r_3 = \frac{2453{,}3}{i^2}$$

oder

$$r_3 = \frac{2453{,}3}{80{,}64^2} \doteq 0{,}38 \text{ Ohm}$$

sich ergibt.

r_3 ist das Doppelte von r, bei Dreiphasenstrom kann also der Leiter dünner, also auch billiger sein, als bei Gleich- oder einphasigem Wechselstrome.

Aus den eben erhaltenen Werten wird der Querschnitt des Dreiphasenleiters

$$q_3 = \frac{500}{0{,}38 \,.\, 55} \doteq 24 \, mm^2$$

sein, oder der Durchmesser des Drahtes rund 6 *mm*.

Der Ohmsche Spannungsverlust ist im ersten Falle

$$i\, r = 147{,}2 \times 0{,}17 = 25{,}02 \text{ Volt,}$$

im zweiten

$$i\, r_3 = 80{,}64 \times 0{,}38 = 30{,}64 \text{ Volt.}$$

Die Kupfergewichte ergeben sich aus dem Zusammenhange, daß sich diese umgekehrt wie die Widerstände verhalten, also ist diese Verhältniszahl

$$\frac{3 \times 0{,}17}{2 \times 0{,}38} = \frac{0{,}51}{0{,}76} = 0{,}67.$$

Wir haben bei dieser Berechnung vorausgesetzt, daß nur Ohmsche Spannungsverluste auftreten. Dem ist aber nicht so, denn wie wir bereits sahen, entsteht in den Wechselstromleitungen auch ein induktiver Spannungsabfall, welcher nicht außer Acht gelassen werden darf.

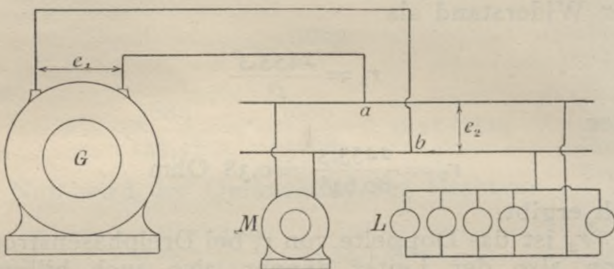

Fig. 80.

Wechselstromsysteme.

Das einfachste Wechselstromsystem für Kraftübertragung und Lichtverteilung besteht darin, daß man den Wechselstrom mit der gewünschten Spannung erzeugt und diesen ohne Zwischenschaltung von Nebenapparaten direkt zur Konsumstelle führt (Fig. 80).

Der im Generator G erzeugte einphasige Wechselstrom wird mit zwei Leitern zu den Punkten a und b geführt, von welchen die Verteilungsleitung abzweigt. Am Ende der Fernleitung ist die Spannung e_2, diese Spannung beanspruchen die Konsumenten. Die Spannung beim Generator G muß um die Spannungsverluste größer sein. Die Spannungsverluste ergeben sich aus dem Ohmschen und dem induktiven Spannungsabfall, die Spannung e_1 läßt sich in bekannter Weise bestimmen.

Die Konsumenten sind in diesem Falle verschiedener Natur, und zwar wird ein Motor M, sowie auch die Lampen L von derselben Verteilungsleitung abgezweigt.

Beim Dreiphasenstrome ist die Einrichtung des Stromkreises dieselbe, nur sind drei Leiter vorhanden. Die Konsumenten werden entweder zu allen drei Leitern geschaltet oder aber nur zu zwei. In letzterem Falle muß man darauf achten, daß die Belastung der einzelnen Phasen möglichst gleich sei, denn sonst würden die Belastungsverschiedenheiten in den Phasenspannungen Differenzen hervorrufen, welche eine Unabhängigkeit der Konsumenten voneinander unmöglich machen würden.

Ist bei mehrphasigen Strömen eine Ausgleichsleitung vorhanden, dann ist es zweckmäßig, die Konsumenten zwischen diese und eine Hauptleitung zu schalten. Bei dieser Schaltung gleicht der vierte Leiter die Belastungsverschiedenheiten aus, hat also dieselbe Rolle wie der Mittelleiter im Gleichstrom-Dreileiter-System und alle Konsumenten sind voneinander unabhängig.

Diese einfache Ausführung der Energieverteilung ist die billigste, jedoch nur dann anwendbar, wenn die zu übertragende Energie verhältnismäßig klein und das Stromversorgungsgebiet nicht sehr ausgedehnt ist. Bei größeren Entfernungen und größerem Energiebedarfe müßte man Leiter von großem Querschnitte verwenden, um den Spannungsabfall in den erlaubten Grenzen halten zu können, dies würde aber die Leiteranlage sehr verteuern.

In solchen Fällen benutzt man hochgespannten Strom in Verbindung mit Transformatoren.

Die Einrichtung einer solchen Anlage ist aus Fig. 81 ersichtlich. Der Wechselstromgenerator G erzeugt hochgespannten Wechselstrom, der in die Fernleitung gesandt wird. Im Sinne der Gleichung

$$W = e\, i \cos \varphi$$

welche die zu übertragende Leistung bei einphasigem Wechselstrome darstellt, kann bei gleich-

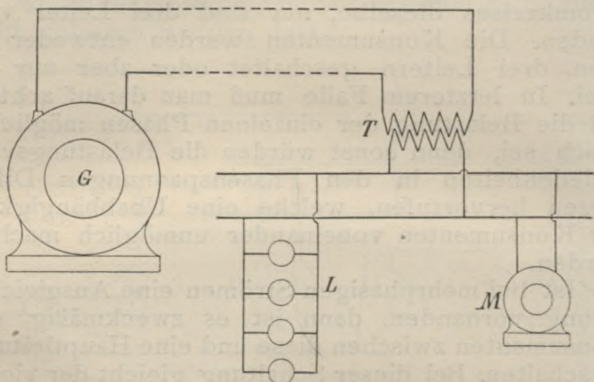

Fig. 81.

bleibender Phasenverschiebung die Stromstärke i um so kleiner sein, je höher die Spannung. Verwendet man daher verhältnismäßig große Spannungen, dann genügen kleinere Querschnitte zur Übertragung derselben Leistung, d. h. die Leitungsanlage kann durch geeignet gewählte Spannungswerte mit normalen Kosten hergestellt werden.

In welcher Weise die durch denselben Leiter zu übertragende Energiemenge durch die Vergrößerung der Spannung sich steigern läßt, ist aus folgender Zusammenstellung zu ersehen.

Der Durchmesser der Leitung sei in allen Fällen 8 *mm* und sei die konstante Stromstärke 100 Ampère. Nehmen wir an, daß in allen Fällen der Leistungsfaktor $\cos\varphi = 0{,}9$ ist, dann wird die Größe der übertragbaren Energie, von den Spannungsverlusten abgesehen, bei

100	Volt	Spannung	100 . 100 . 0,9 =	9000 Watt
500	„	„	500 . 100 . 0,9 =	45000 „
1000	„	„	1000 . 100 . 0,9 =	90000 „
2000	„	„	2000 . 100 . 0,9 =	180000 „
3000	„	„	3000 . 100 . 0,9 =	270000 „

Hierzu kommt noch der nicht zu unterschätzende Umstand, daß die Spannungsverluste bei großen Spannungen prozentuell kleiner sind als bei niedrigeren.

Der hochgespannte Strom gelangt in den Transformator *T*, durch welchen er auf die gewünschte Spannung hinunter transformiert wird. Im sekundären Kreise sind die Motoren, Lampen und andere Konsumenten zueinander parallel geschaltet.

Zur Fernleitung können mehrere Transformatoren geschaltet werden, welche verschiedene oder gleiche Umsetzungsverhältnisse besitzen können, und dadurch ist die in den einzelnen Sekundärkreisen benötigte Spannung leicht herzustellen.

Zipernowsky und Déri ließen im Jahre 1887 ein System patentieren, dessen Prinzip darin besteht, daß die Transformatoren zur Hochspannungsleitung alle parallel geschaltet werden und die Konstanthaltung der Sekundärspannung dadurch erreicht wird, daß die Primärspannung konstant gehalten wird.

Die Transformatoren speisen entweder selbstständige Sekundärkreise oder arbeiten auf ein gemeinsames Sekundärnetz. In diesem Falle sind die

Sekundärwicklungen der Transformatoren entweder in Serie oder parallel geschaltet, auch kann ein Transformator zwei oder mehrere, voneinander ganz unabhängige Sekundärwicklungen haben, welche je einen Stromkreis mit Energie versorgen. Durch diese Anordnungen ist es möglich, Lampen und Motoren für verschiedene Spannungen anwenden zu können.

Vergleichen wir die in den Fig. 80 und 81 dargestellten Stromverteilungssysteme miteinander, so sehen wir, daß bei ersterem der im Generator

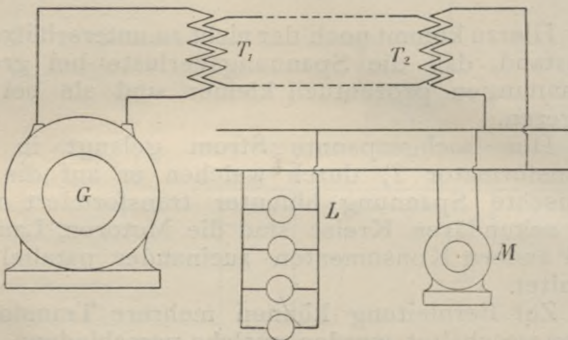

Fig. 82.

erzeugte Strom direkt zu den Konsumenten kommt, während im zweiten Falle der Strom erst transformiert wird und nur der transformierte Strom zu den Konsumenten gelangt. Im zweiten Falle ist also zwischen den Konsumenten und der primären Stromquelle keine direkte leitende Verbindung, der Zusammenhang zwischen diesen beiden Stromkreisen wird durch den Transformator gebildet.

Dementsprechend unterscheidet man

1. direkte und
2. indirekte Kraftübertragung.

Bei der indirekten Kraftübertragung verwendet man entweder einen Hochspannungsstrom erzeugenden Generator und Transformatoren bei den Verbrauchsstellen oder man benutzt einen Generator von der gewöhnlichen niederen Spannung, transformiert den Primärstrom in der Primärstation auf die erwünschte hohe Spannung, sendet diesen hochgespannten Strom in die Fernleitung und transformiert bei der Verbrauchsstelle in derselben Weise wie zuvor.

Diese Anordnung ist in Fig. 82 dargestellt. T_1 ist der primäre, T_2 der sekundäre Transformator. L sind Lampen im Sekundärkreise, M ein Motor daselbst.

Bei dieser Anordnung wird der Strom zweimal transformiert, was mit doppelten Transformationsverlusten verbunden ist. Es ist daher vorteilhafter, den Generator direkt für hohe Spannung zu bauen und nur einen Transformator zu verwenden, um so mehr da Generatoren für 2000 — 3000 Volt ohne Schwierigkeit zu bauen sind. Zwei Transformatoren wird man nur dann verwenden, wenn die Spannung in der Fernleitung überaus hohe Werte, z. B. 30.000—40.000 Volt annimmt, da bei diesen Spannungen die Betriebssicherheit der Generatoren kleiner als bei niedrigeren Spannungen ist.

Imhoff erzeugt in der Primärstation einphasigen Wechselstrom, welchen er an der Verbrauchsstelle in Drehstrom umwandelt. Die Schaltungsanordnung dieses Systemes ist aus Fig. 83 ersichtlich.

W ist der einphasige Wechselstromgenerator, welcher den Transformator T_1 speist. Die Sekundärwicklung des Transformators ist mit der Fernleitung F verbunden, welche den so erzeugten hochgespannten Strom zur Verbrauchsstelle leitet. Hier transformiert der Transformator T_2 die Spannung hinunter, der in dieser Weise doppelt transformierte Strom gelangt nun in die Maschine G, welche aus dem einphasigen Wechselstrom den gewünschten Drehstrom erzeugt. *I*, *II* und *III* sind die Hauptleiter des Drehstromsystems.

Die Maschine *G* ist eine Gleichstromdynamo, welche Schleifringe für den Ein- und Dreiphasenstrom besitzt. Hat sie ihre Tourenzahl erreicht, dann kann man von ihrem Kollektor auch Gleichstrom fortführen. Bei dieser Anordnung wird also aus einphasigem Wechselstrom Drehstrom oder Gleichstrom oder beide Stromarten zu gleicher Zeit erzeugt.

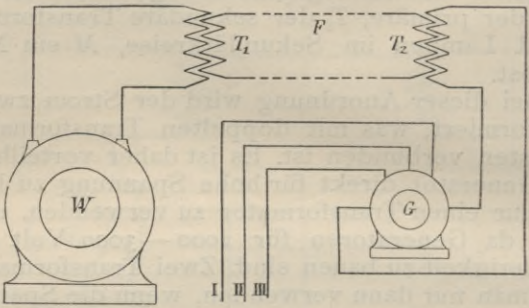

Fig. 83.

Zipernowsky arbeitete im Jahre 1891 ein Stromverteilungssystem aus, nach welchem der einphasige Wechselstrom in Gleichstrom mit Hilfe von Motorgeneratoren umgewandelt wird. Zweck dieser Anordnung ist der, daß die elektrische Energie in weitverzweigten Stromkreisen ökonomisch verteilt werden kann und daß mit Hilfe dieser Transformationsmethode auch solche Konsumenten mit Strom versorgt werden können, welche Gleichstrom benötigen.

Der Wechselstrom wird in der Primärstation mit hoher Spannung erzeugt und nur an der Verbrauchsstelle auf die gewünschte Spannung hinuntertransformiert und in den Wechselstrommotor geführt. Auch kann die Anordnung eine solche sein, daß der spannungserniedrigende Transformator ganz weggelassen und der hochgespannte Strom direkt in den Wechselstrommotor geleitet wird. Dieser Motor treibt eine Gleichstrommaschine, mit welcher er direkt gekuppelt ist, der so erhaltene Gleichstrom wird dann zu den Konsumstellen geführt.

Fig. 84 ist die schematische Darstellung dieses Verteilungssystems.

In den Zentralstationen *C C* wird hochgespannter Wechselstrom erzeugt, welcher in den Leitungen

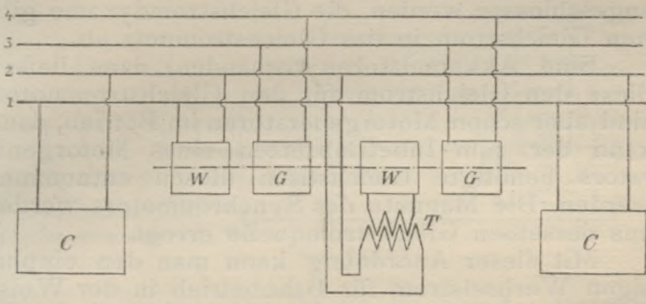

Fig. 84.

1, 2 fließt. An diese Leitungen sind die Motoren der Motorgeneratoren *W G* angeschlossen; diese erhalten entweder den hochgespannten Strom oder wird zwischen dem Motor und der Hochspannungsleitung noch ein Transformator *T* eingeschaltet, welcher ermöglicht, daß der Motor mit niedrig gespanntem Wechselstrom betrieben werden kann

Der mit dem Motor direkt gekuppelte Gleichstromgenerator *G* erzeugt Gleichstrom, welcher in die Leitungen 3, 4 fließt. Zu diesen Leitungen werden die Konsumenten geschaltet.

Es ist vorteilhaft, im Gleichstromnetz Akkumulatorenbatterien aufzustellen, um mit ihnen die

Motorgeneratoren in Betrieb setzen zu können. Die Arbeitsweise der Wechselstrom-Gleichstrom-Transformatoren ist nämlich die folgende.

Wird ein Motorgenerator bei diesem System in Betrieb gesetzt, dann muß zuerst der Motor auf synchronen Gang gebracht werden, nur dann kann er mit der Wechselstromleitung zusammengeschaltet werden. Am einfachsten läßt sich dies dadurch erreichen, daß man die Gleichstromdynamo erst als Gleichstrommotor benutzt und so den Synchronmotor auf die benötigte Tourenzahl bringt. Dann kann der Wechselstrommotor an die Wechselstromleitung angeschlossen werden, die Gleichstromdynamo gibt nun Gleichstrom in das Gleichstromnetz ab.

Sind Akkumulatoren vorhanden, dann liefern diese den Gleichstrom für den Gleichstrommotor, sind aber schon Motorgeneratoren im Betrieb, dann kann der zum Inbetriebsetzen eines Motorgenerators benötigte Gleichstrom diesen entnommen werden. Die Magnete des Synchronmotors werden aus derselben Gleichstromquelle erregt.

Mit dieser Anordnung kann man den einphasigen Wechselstrom für Bahnbetrieb in der Weise benutzen, daß man die Bahnmotoren mit dem transformierten Gleichstrom speist. In diesem Systeme sind demnach die Vorteile der ökonomischen Stromverteilung mit dem Vorteile, Gleichstrommotoren anwenden zu können, vereinigt und hierdurch alle Bedingungen erfüllt, welche ein Stromverteilungsnetz erfordert.

Imhoff proponierte 1894 das Wechselstromsystem, welches ermöglichte, einphasige Wechselstrommotoren unter Belastung angehen zu lassen. Die einphasigen Wechselstrommotoren haben nämlich den Nachteil, daß sie nicht von selbst und unter Last angehen. Dies ist auch die Ursache, weshalb diese Motoren zum Bahnbetriebe sich nicht eignen. Würden sie auch allein angehen, könnte man sie in diesem Falle nicht benutzen, weil der Bahnmotor unter allen Umständen nur belastet angehen kann, da doch das Inbewegungsetzen eines Wagens auch eine ziemlich große Belastung bildet, wenn auch der Wagen nicht besetzt ist. In neuerer Zeit baut man zwar Motoren, welche bei Einphasenstrom auch unter Belastung angehen, doch in jener Zeit waren diese Motoren noch nicht bekannt und man war darauf angewiesen, den obengenannten Nachteil des Einphasenmotors mit Kunstgriffen zu beseitigen.

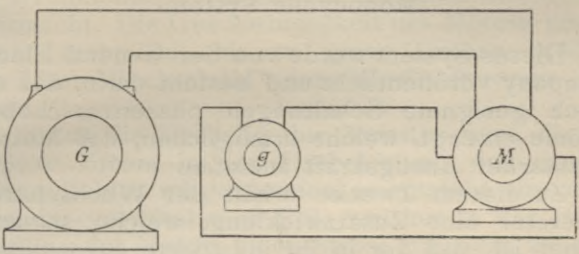

Fig. 85.

Imhoffs Anordnung benutzt neben dem Betriebsstrom auch einen Hilfsstrom, welcher zum ersteren in der Phase verschoben ist. Zu diesem Zwecke sind in der Primärstation zwei Generatoren aufgestellt, wie aus Fig. 85 ersichtlich.

G ist der Generator, welcher den einphasigen Wechselstrom liefert. Ein zweiter Generator *g*, welcher kleiner als *G* sein kann, erzeugt den Hilfsstrom. Nachdem der Hilfsstrom nur bei Anlassen des Motors, also für kurze Zeit benutzt wird, kann die Hilfsstromleitung verhältnismässig schwach gewählt werden, außerdem kann man zur Rückleitung des Hilfsstromes den einen Hauptleiter benutzen, so daß nur drei Leiter genügen, welche keine allzugroßen Investitionen erheischen.

Im Motor *M* erzeugen der Betriebs- und der Hilfsstrom ein Drehfeld, welches ermöglicht, daß der einphasige Motor unter Belastung angeht.

Versieht man den Generator *G* mit einer zweiten Wicklung, dann kann der Generator *g* wegbleiben und die Investitionskosten werden geringer.

Der Hilfsstrom wird nur bei den Motoren verwendet, alle anderen Konsumenten, wie z. B. die elektrischen Lampen, Heizapparate etc., werden zwischen die Hauptleitungen geschaltet.

Monocyclic System.

Dieses System wurde von der General Electric Company veröffentlicht und besteht darin, daß man durch geeignete Schaltungen phasenverschobene Ströme erzeugt, welche ermöglichen, daß Motoren mit starker Anzugskraft anlaufen.

Zu diesem Zwecke erhält der Wechselstromgenerator eine Zusatzwicklung, welche so angeordnet ist, daß der in ihr induzierte Strom in der Phase um 90^0 gegen den Hauptstrom verschoben ist. Man hat hier also zwei Ströme, zu deren Fortleitung drei Leiter genügen. Die elektrischen Lampen sind zwischen die Hauptleiter geschaltet, die Motoren werden dagegen mit allen drei Leitern verbunden.

Die verwendeten Induktionsmotoren, deren Wirkungsweise und Eigenschaften im nachfolgenden Bande ausführlich beschrieben sind, haben zwei Wicklungen, deren Ebenen senkrecht aufeinander stehen. Fließt nur der Hauptstrom durch die eine Wicklung, dann wird in den Ankerwindungen ein Strom induziert, welcher in der Phase um 90^0 hinter dem magnetischen Felde der Hauptstromspule zurückbleibt. Aus diesem Phasenverhältnisse folgt, daß das durch den induzierten Armaturstrom erzeugte magnetische Feld dieselbe Richtung als das

Hauptstromfeld hat, es kann deshalb kein Drehmoment entstehen, d. h. der Motor lauft allein nicht an.

Will man ein Drehmoment erzeugen, dann muß man phasenverschobene Ströme anwenden und zu diesem Zwecke hat der Motor die erwähnte zweite Wicklung. In diese fließt der phasenverschobene Hilfsstrom, der ein dem Hauptfelde um 90^0 verschobenes magnetisches Feld erzeugt. Dieses und das durch den im Anker induzierten Strom erzeugte Feld wirken nun aufeinander und erzeugen ein Drehmoment, welches ein Anlaufen des Motors verursacht. Die Geschwindigkeit des Motors nimmt immer mehr zu, bis zu einer Grenze, welche von der Wechselzahl des Wechselstromes abhängt.

Durch die Drehung der Armatur wird der induzierte Strom in der Drehrichtung des magnetischen Feldes mitgenommen, es entsteht ein resultierender verschobener Pol, welcher in der Hilfswicklung des Motors einen Strom induziert, welcher als Hilfsstrom für andere Motoren verwendet werden kann.

Ist also ein solcher Motor im Betrieb, dann kann die Hilfsleitung der anderen Motoren mit ihm verbunden werden und wird noch der Hauptstrom in diese noch stillstehenden Motoren eingeschaltet, dann laufen diese kräftig an.

Mit Hilfe eines im Betriebe sich befindenden Motors können in dieser Weise mehrere Motoren angelassen werden.

Die Hilfswicklung verbraucht verhältnismäßig wenig Energie, da sie nur zur Erzeugung eines magnetischen Feldes verwendet wird. Die Stromstärke ist dementsprechend klein und der Hilfsleiter kann auch aus dünnerem Drahte bestehen.

Kombiniertes Verteilungssystem für Gleich- und Wechselstrom.

Es kommt oft vor, daß man eine billige Betriebskraft, z. B. einen Wasserfall für Arbeitsübertragungen benutzen könnte, jedoch ist der Verbrauchsort zu entfernt gelegen und die Konsumenten sind solcher Natur, daß sie neben dem Wechselstrom auch Gleichstrom benötigen.

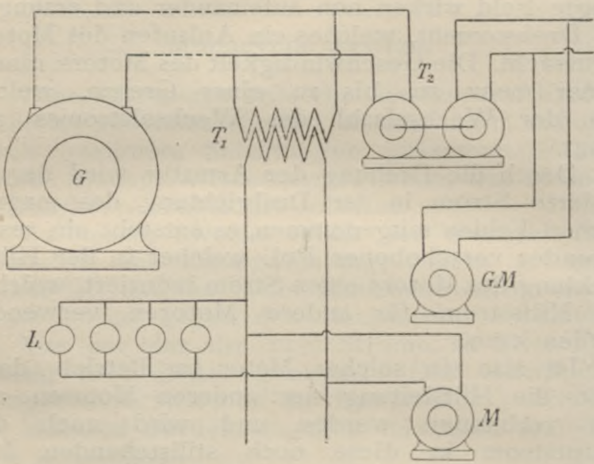

Fig. 86.

In diesem Falle ist es am zweckmäßigsten, in der Primärstation hochgespannten Wechselstrom zu erzeugen und diesen zu den Konsumenten zu führen. Benötigt der Konsument nur Wechselstrom, dann erhält er einen Transformator, welcher die hohe Spannung auf den erwünschten niederen Wert hinunter transformiert. Braucht er außerdem auch Gleichstrom, dann wird ein Motorgenerator in einer Unterstation aufgestellt, von hier gehen dann die den

Gleichstrom führenden Leitungen aus und diese bilden ein sekundäres Verteilungsnetz.

Die schematische Darstellung ist aus Fig. 86 ersichtlich.

In der Primärstation wird der hochgespannte Wechselstrom im Generator G erzeugt. Auf der Sekundärstation ist ein Motorgenerator T_2 aufgestellt, welcher aus einem Hochspannungsmotor und einem Gleichstromgenerator besteht. Der letztere erzeugt den Gleichstrom für Konsumenten, welche nur solchen benötigen.

In diesem Verteilungssystem können auch Wechselstrommotoren verwendet werden. Der Transformator T_1 erzeugt den niedergespannten Wechselstrom, welcher als solcher verwendet wird.

Die Schaltungen können auch so kombiniert werden, daß man beim Motorgenerator einen Niederspannungsmotor verwendet und den hochgespannten Strom zuerst auf die benötigte Betriebsspannung des Motors hinunter transformiert. Diese Methode verursacht zweifache Transformationsverluste, immerhin ist sie empfehlenswert anzuwenden, weil hier das Betriebspersonal mit dem hochgespannten Strom nicht in Berührung kommen kann.

Die Lampen können in diesem Stromverteilungssystem sowohl mit Wechsel- als auch mit Gleichstrom betrieben werden.

In Budapest besorgen zwei Gesellschaften die Stromlieferung für die elektrische Beleuchtung und motorische Zwecke.

Die ungarische Elektrizitäts-Aktiengesellschaft erzeugt in ihrer Primärstation einphasigen Wechselstrom von 3000 Volt Spannung. Dieser Strom wird zu den an den Verbrauchsstellen untergebrachten Transformatoren geführt, welche ihn auf 105 Volt hinunter transformieren. Alle Transformatoren sind untereinander parallel geschaltet, die Konstanz der Sekundärspannung wird dadurch erreicht, daß die

Primärspannung in der Zentrale konstant gehalten wird.

Die andere Zentralstation, welche der Budapester Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft gehört, benutzt zwar auch Wechselstrom, doch erhalten die Konsumenten nur Gleichstrom. Die Einrichtung dieses Stromverteilungsnetzes ist aus Fig. 87 ersichtlich.

In der Primärstation wird zweiphasiger Wechselstrom von der Spannung von 2000 Volt erzeugt und dieser in vier Unterstationen geleitet, welche

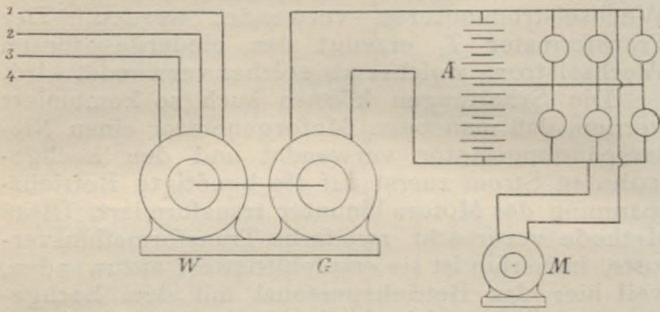

Fig. 87.

an verschiedenen Punkten der Stadt liegen. Diese Unterstationen haben rotierende Transformatoren in der Gestalt von Motorgeneratoren *WG*, welche aus direkt gekuppeltem Hochspannungsmotor und einem Gleichstromgenerator bestehen. Der erzeugte Gleichstrom hat eine Spannung von 220 Volt und das Gleichstromnetz ist nach dem Dreileiter-System ausgeführt. Zu diesem Zwecke ist der Gleichstromgenerator mit einer Akkumulatorenbatterie *A* parallel geschaltet, die zwei Außenleiter des Dreileitersystems sind die Hauptleiter der Dynamomaschine, während der Mittelleiter vom Mittelpunkte der Akkumulatorenbatterie abzweigt.

Zwischen dem Mittelleiter und je einem Hauptleiter herrscht eine Spannung von 110 Volt, während zwischen zwei Außenleitern 220 Volt Spannung zur Verfügung stehen.

Die Lampen werden zwischen einem Außenleiter und dem Mittelleiter geschaltet, Motoren gewöhnlich zwischen die Außenleiter. Ist die Belastung der so entstehenden zwei Stromkreise von 110 Volt Spannung gleichmäßig, dann fließt in den Mittelleiter kein oder nur ein sehr schwacher Ausgleichsstrom.

Diese Stromverteilung ist der ersteren gegenüber mit größeren Transformationsverlusten verbunden, da der Motorgenerator nie solchen Wirkungsgrad erreichen kann wie ein Wechselstrom transformator, zudem muß noch der Wirkungsgrad der Akkumulatorenbatterie auch in Betracht gezogen werden. Demgegenüber ist beim ersteren System ein Nachteil, daß die Transformatoren Energie verzehren, ob sie belastet oder leer arbeiten. Diesem Nachteile sucht man in neuerer Zeit dadurch abzuhelfen, daß man bei größeren Transformatoren einen Zusatztransformator aufstellt, welcher in Verbindung mit einem automatischen Schalter den großen Transformator nur dann in Tätigkeit setzt, wenn eine größere Belastung dies erfordert, bei kleinen Belastungen ist der große Transformator ausgeschaltet und der Strombedarf wird nur durch den kleineren Transformator gedeckt. Der letztere ist in den Primärkreis ständig eingeschaltet.

Schaltungsweise zur Umwandlung des zweiphasigen Wechselstromes in Drehstrom.

Hat man zweiphasigen Wechselstrom zur Verfügung, dann kann dieser mit folgender von Ch. F. Scott herrührender Schaltung leicht in Drehstrom umgewandelt werden.

Der Zweiphasenstrom besteht aus zwei Wechselströmen, welche in der Phase gegeneinander um 90° oder einer Viertelperiode verschoben sind. Um Drehstrom erhalten zu können, benötigt man eine Anordnung, welche ermöglicht, daß drei Wechselströme entstehen, welche gegeneinander in der Phase nicht um 90°, sondern um 120° verschoben sind. Das Prinzip dieser Anordnung ist aus folgendem zu ersehen.

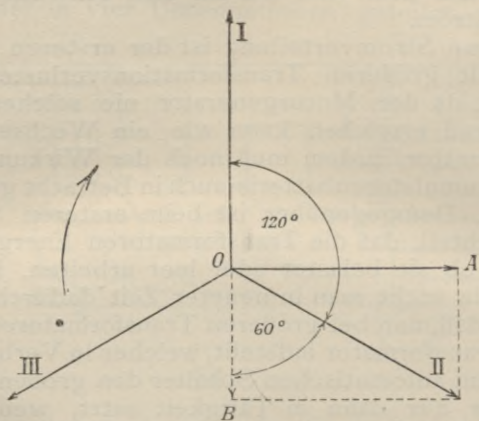

Fig. 88.

Der Drehstrom kann im Vektordiagramm durch drei um 120° gegeneinander verschobene Vektoren dargestellt werden. In Fig. 88 sind diese Vektoren *O I*, *O II* und *O III*.

Bei Zweiphasenstrom hat man zwei Vektoren zur Verfügung, welche senkrecht aufeinander stehen. Die Richtung eines Vektors fällt also mit der Richtung des einen Vektors des herzustellenden Drehstromes zusammen, der andere wieder kann dazu benutzt werden, um im Vereine mit dem ersten Vektor einen Vektor zu erzeugen, welcher den zweiten Drehstromvektor bildet, welcher demnach gegen den ersteren in der Phase um 120^0 verschoben ist.

Sei dieser herzustellende Vektor $O\,II$. Wir können diesen als die Resultante zweier aufeinander rechtwinkelig stehenden Vektorkomponenten auffassen, so daß nach Fig. 88:

$$O\,II = O\,B\,(+)\,O\,A$$

wo $(+)$ eine geometrische Addition bedeutet.

$O\,B$ ist die Verlängerung des Vektors $O\,I$, so daß die Größe des Winkels $II\,O\,B = 60^0$ ist. Nun können wir die Komponentwerte folgendermaßen ausdrücken:

$$O\,B = O\,II \cos 60^0$$

oder nachdem $O\,II = O\,I$ sein muß, und

$$\cos 60^0 = \frac{1}{2}$$

wird

$$O\,B = \frac{1}{2}\,O\,I.$$

Die andere Komponente $O\,A$ läßt sich auch als eine trigonometrische Funktion ausdrücken, und zwar ist:

$$O\,A = O\,II \cos 30^0 = O\,I \cos 30^0$$

oder da

$$\cos 30^0 = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

wird

$$O\,A = \overline{O\,I}\,\frac{1}{2}\sqrt{3} = 0{,}866\,.\,\overline{O\,I}.$$

Nun wird

$$O\,II = \frac{1}{2}\,O\,I\,(+)\,\frac{1}{2}\sqrt{3}\,O\,I$$

außerdem wissen wir, daß beide Komponenten senkrecht aufeinander stehen.

Nehmen wir an, daß die Zweiphasenspannung 100 Volt beträgt, dann wird

$$OA = \frac{1}{2}\overline{OI} = \frac{1}{2}\,100 = 50 \text{ Volt}$$

und

$$OB = \frac{1}{2}\sqrt{3}\,\overline{OI} = 0{,}866 \,.\, 100 = 86{,}6 \text{ Volt.}$$

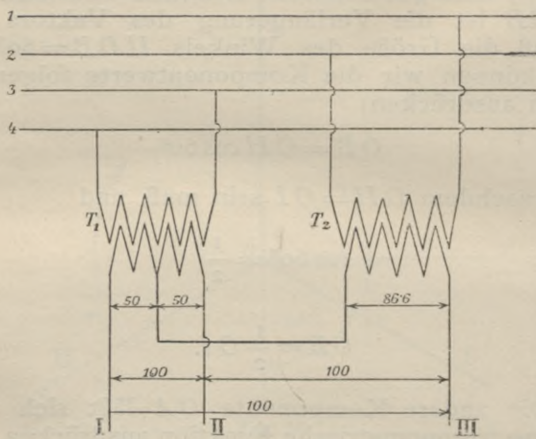

Fig. 89.

Die Durchführung dieser Anordnung ist aus Fig. 89 ersichtlich. Die Leiter 1, 2, 3 und 4 führen den zweiphasigen Wechselstrom zu zwei Transformatoren T_1 und T_2. Die Primärwicklungen sind unabhängig voneinander, während die Sekundärwicklungen so zusammengeschaltet werden, daß der Drehstrom entsteht.

Der Transformator T_1 transformiert die hohe Spannung auf 100 Volt. Die zwei Zuleitungen dieses Sekundärkreises bilden zwei Leiter des Drehstromnetzes. Der Transformator T_1 hat auch eine Mittelleitung, welche aus dem Mittelpunkte der Sekundärwicklung ausgeht, zwischen diesem und einem Außenleiter herrscht demnach die Potentialdifferenz von 50—50 Volt.

Diese 50 Volt Spannungen bilden die Komponenten der anderen Drehstromvektoren *II* und *III*, wenn man also noch die um 90° verschobene Komponentspannung von 86,6 Volt herstellt, dann erhält man als Resultierende die erwünschten Vektoren *O II* und *O III* (Fig. 88).

Zu diesem Zwecke verwendet man den Transformator T_2, welcher von der anderen Phase den Strom erhält. Die Sekundärspannung beträgt jetzt nicht 100 Volt, sondern nur 86,6 Volt, unseren Gleichungen entsprechend, so daß, wenn man die um eine Viertelperiode verschobenen Spannungen von 50 Volt und 86,6 Volt zusammensetzt, Spannungswerte von 100 Volt erreicht, außerdem sind diese resultierenden Spannungen zur Spannung *O I* = 100 Volt in der Phase um 120° verschoben.

Der so erhaltene Drehstrom fließt in die Leitungen *I*, *II* und *III*, zwischen welchen die Potentialdifferenz konstant (100 Volt) ist.

VI. Kapitel.

Formelsammlung.

Wert des resultierenden Stromes bei zweiphasigem Wechselstrom, wenn i_1 die Zweigstromstärke:

$$i = \sqrt{2}\, i_1 = 1{,}414\, i_1. \tag{1}$$

Spannungsdifferenz zwischen zwei Außenleitern bei geschlossener Verkettung:

$$e_A = e_2. \tag{2}$$

Bei offener Verkettung:

$$e^x = \sqrt{2}\, e_2 = 1{,}414\, e_2. \tag{3}$$

Stromstärke bei offener Verkettung:

$$i^x = i_2. \tag{4}$$

Momentwerte der Stromstärken beim zweiphasigen Wechselstrom:

$$\left.\begin{aligned} i_1 &= J \sin \omega t \\ i_2 &= J \sin (\omega t + 90^0) \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Für Spannungen bestehen ähnliche Gleichungen.

Für Drehstrom wird

$$\left.\begin{aligned} i_1 &= J \sin \omega t \\ i_2 &= J \sin (\omega t + 120^0) \\ i_3 &= J \sin (\omega t + 240^0) \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Summe der Momentwerte bei Drehstrom:

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0. \qquad 7)$$

Leitungsstrom i_A, wenn der Zweigstrom in allen Zweigen i:

$$i_A = \sqrt{3}\, i. \qquad 8)$$

Geschlossen verkettete Drehstromspannung:

$$e_A = e_3. \qquad 9)$$

Dies ist zugleich der Wert der Sternspannung.
Offen verkettete Drehstromspannung:

$$e_3^{\times} = \sqrt{3}\, e_3. \qquad 10)$$

Leistung des Drehstromes, wenn e die Phasenspannung und i die Stromstärke im Außenleiter:

$$W = \sqrt{3}\, e\, i \cos \varphi. \qquad 11)$$

Leistung des dreiphasigen Wechselstromes mit zwei Wattmeter gemessen (Seite 77):

$$W = W_1 \pm W_3. \qquad 12)$$

Zusammenhang zwischen der Drehstromspannung e_3 und der Gleichstromspannung e, wenn beide Ströme in derselben Armatur erzeugt werden, bei Dreieckschaltung:

$$e_3 = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\, e. \qquad 13)$$

Bei Stern- oder Y-Schaltung:

$$e_3^{\times} = \frac{3}{2\sqrt{2}}\, e. \qquad 14)$$

Dieselbe Armaturerwärmung angenommen, ist der Zusammenhang zwischen der durch dieselbe Maschine abgegebenen Drehstromleistung W_3 und der Gleichstromleistung W:

$$W_3 = 0{,}917\, W. \tag{15}$$

Summe der Spannungen bei dreiphasigem Wechselstrom:

$$e_1 + e_2 + e_3 = \emptyset. \tag{16}$$

Resultierender Strom beim Vierphasenstrome in geschlossener Verkettung:

$$i = \sqrt{2}\, i_1 = 1{,}414\, i_4. \tag{17}$$

Bei offener Verkettung:

$$i^{\times} = i_4. \tag{18}$$

Resultierender Strom bei parallelgeschaltetem Fünfphasenstrome:

$$i_A = 1{,}176\, i_5. \tag{19}$$

Verkettete Spannung des Fünfphasenstromes $e_5^{\times}$:

$$e_5^{\times} = 1{,}176\, e_5. \tag{20}$$

Leistung des Fünfphasenstromes (Seite 108):

$$W = 4{,}25\, e\, i \cos \varphi. \tag{21}$$

Durch dieselbe Armatur erzeugte Fünfphasen- und Gleichstromspannung bei geschlossener Verkettung:

$$e_5 = 0{,}416\, e. \tag{22}$$

Bei offener Verkettung:

$$e_5^{\times} = 0{,}489\, e. \tag{23}$$

Zusammenhang zwischen der Fünfphasenleistung und der Gleichstromleistung einer Armatur, dieselbe Erwärmung und keine Phasenverschiebung vorausgesetzt:

$$W_5 = 1{,}04\, W. \tag{24}$$

wenn W die Gleichstromleistung.

Resultierende Stromstärke des Sechsphasenstromkreises bei Parallel- und Serienschaltung:

$$i_A = i_6. \tag{25}$$

Dasselbe steht für die Spannungen bei offener und geschlossener Verkettung.

Zusammenhang zwischen der Sechsphasen- und der Gleichstromspannung, wenn diese durch dieselbe Armatur erzeugt werden:

$$e_6 = e_6^{\times} = 0{,}354\, e. \tag{26}$$

Leistung des Sechsphasenstromes im Vergleich zur Gleichstromleistung, bei derselben Armaturerwärmung und keiner Phasenverschiebung bei einer kombinierten Maschine (Seite 117):

$$W_6 = 1{,}06\, W. \tag{27}$$

Leitungsstrom bei achtphasigem Wechselstrom in geschlossener Verkettung:

$$i_A = 0{,}765\, i_8. \tag{28}$$

Für die Phasen- und Sternspannung bei Y-Schaltung:

$$e_8^{\times} = 0{,}765\, e_8. \tag{29}$$

Wenn e die durch eine Armatur erzeugte Gleichstromspannung ist, dann wird bei denselben Verhältnissen die Achtphasenspannung e_8

$$e_8 = 0{,}271\, e. \tag{30}$$

Leistungsverhältnisse in diesem Falle:

$$W_8 = 1{,}084\, W. \tag{31}$$

Leitungsstrom bei geschlossem verkettetem Zwölfphasenstrom:

$$i_A = 0{,}518\, i_{12}. \tag{32}$$

Zusammenhang zwischen der geschlossen verketteten Zwölfphasenspannung und der durch dieselbe Armatur unter denselben Bedingungen erzeugten Gleichstromspannung e:

$$e_{12} = 0{,}183\, e. \tag{33}$$

Bei offener Verkettung:

$$e_{12}^{\times} = 0{,}095\, e. \tag{34}$$

Leistung des Zwölfphasenstromes bei rein Ohmscher Belastung im Vergleich zur Gleichstromleistung W:

$$W_{12} = 1{,}098\, W. \tag{35}$$

Phasenverschiebung zwischen zwei aufeinander folgenden Phasen bei n-phasigem Wechselstrom:

$$\varphi = \frac{2\pi}{n}. \tag{36}$$

Resultierender Strom bei Parallelschaltung:

$$i_A = i_n \sqrt{2\left(1 - \cos\frac{2\pi}{n}\right)}. \tag{37}$$

Wenn e_n die Sternspannung, dann wird die offen verkettete Spannung $e_n^{\times}$ folgenden Ausdruck haben:

$$e_n^{\times} = e_n \sqrt{2\left(1 - \cos\frac{2\pi}{n}\right)}. \tag{38}$$

Zusammenhang zwischen der n-phasenspannung und der durch dieselbe Armatur erzeugten Gleichstromspannung e bei geschlossener Verkettung:

$$e_n = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\frac{\pi}{n}\, e. \tag{39}$$

Vergleich der Leistungen bei gleichen Armaturerwärmungen und keiner Phasenverschiebung, wenn W die Gleichstromleistung:

$$W_n = \frac{n}{2\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{n} W. \tag{40}$$

Gegenseitiger Induktionskoeffizient zweier Leiter, wenn der gegenseitige Abstand d im Vergleiche zur Länge l der Leitungen gering ist:

$$L = 2l\left(\log n \frac{2l}{d} - 1 + \frac{\mu}{4}\right), \tag{41}$$

wenn μ die Permeabilität des umgebenden Mediums bildet.

Gegenseitiger Induktionskoeffizient zweier Spulen aufeinander (Seite 149):

$$L = \frac{4}{3} \pi^2 l^2 n_1^2 n_2^2 (x - y)(y^3 - z^3). \tag{42}$$

Allgemeiner Ausdruck für die Kapazität eines Kondensators

$$c = \frac{Q}{e}, \tag{43}$$

wo Q die aufgenommene Elektrizitätsmenge, e die Potentialdifferenz zwischen den Klemmen des Kondensators bedeutet.

Resultierende Phasenverschiebung bei Stromverzweigungen in Wechselstromleitungen (Seite 159):

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{w_2 \, tg \, \varphi_1}{w_1 + w_2}}} \tag{44}$$

wo (Seite 158):

$$tg \, \varphi = \frac{w_2 \, tg \, \varphi_1}{w_1 + w_2} \tag{45}$$

und φ_1 der Phasenwinkel, den die zwei Abzweigstromstärken miteinander bilden.

Resultierender Strom bei zweifacher Stromabzweigung (Seite 160):

$$i = \frac{w_1 + w_2}{e \cos \varphi}. \tag{46}$$

Wirkungsgrad einer Wechselstromleitung (Seite 161):

$$\eta = \frac{W_2}{W_2 + W_o}. \tag{47}$$

Spannungsverlust bei Drehstromleitungen (Seite 167):

$$e_a - e_e = \sqrt{3}\, i\, r \frac{\sin \varphi_2{}^I - \sin \varphi_1{}^I}{\sin (\varphi_2{}^I - \varphi_1{}^I)}. \tag{48}$$

Bei Einphasenleitungen (Seite 167):

$$e_a - e_e = i\, r \frac{\sin \varphi_2{}^I - \sin \varphi_1{}^I}{\sin (\varphi_2{}^I - \varphi_1{}^I)}. \tag{49}$$

Sind Strom und Spannung in Phase, dann ist

$$e_a - e_e = i\, r \tag{50}$$

beziehungsweise bei Drehstrom:

$$e_a - e_e = \sqrt{3}\, i\, r. \tag{51}$$

Querschnitt einer Drehstromleitung (Seite 169):

$$q = \frac{3\, i^2\, l}{w_o\, \varrho} \tag{52}$$

wo w_o der Energieverlust in den Leitungen.

Querschnitt bei p% Wattverlust (Seite 170):

$$q = \frac{100\, l\, w_a}{p\, \varrho\, e_a{}^2 \cos^2 \varphi}. \tag{53}$$

Der auftretende prozentuale Wattverlust ist in einer Drehstromleitung (Seite 170):

$$p = \frac{100\, l\, w_a}{q\, \varrho\, e_a^2 \cos^2 \varphi}. \tag{54}$$

Gesamter Spannungsverlust in einer Wechselstromleitung (Seite 180):

$$\triangle = (a + b) \cos \varphi. \tag{55}$$

Namen- und Sachregister.