Berechnung von Rahmenkonstruktionen mit mehreren Mittelstützen

sowie vollständige Durchführung der Berechnung eines Rahmens mit Eiseneinlagen und einer quadratischen Platte mit Wasserbehälter aus Eisenbeton.

Von

Dr.-Ing. **Heinrich Pilgrim**
in Stuttgart.

Mit 30 Abbildungen im Texte.

Wiesbaden
C. W. Kreidel's Verlag
1912.

Berechnung von Rahmenkonstruktionen mit mehreren Mittelstützen

sowie vollständige Durchführung der Berechnung eines Rahmens mit Eiseneinlagen und einer quadratischen Platte mit Wasserbehälter aus Eisenbeton.

Von

Dr.-Ing. Heinrich Pilgrim
in Stuttgart.

Mit 30 Abbildungen im Texte.

Wiesbaden
C. W. Kreidel's Verlag
1912.

Vorwort.

In der folgenden Abhandlung über die Berechnung von Rahmenkonstruktionen mit mehreren Mittelstützen, welche als bedeutend erweiterter Sonderabdruck aus Heft 3 von 1912 der Hannoverschen „Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen“ bei C. W. Kreidel in Wiesbaden erscheint, ist die in meinen früheren Veröffentlichungen von 1910 und 1911 (aus demselben Verlag) enthaltene Rahmenberechnung vervollständigt worden, indem dieselbe nicht nur bei zwei, sondern auch bei mehreren Mittelstützen angewendet werden kann.

Hierbei werden die vertikalen Stützendrücke diskontinuierlich berechnet, und die Horizontalkräfte nach dem Hebelgesetz auf sie übertragen, und die Richtigkeit dieser Berechnungsweise geht aus dem Beispiel eines Güterschuppens mit zwei Gelenken und zwei Mittelstützen deutlich hervor, und zwar durch die Uebereinstimmung der Stützendrücke und der Momente an den Ecken desselben mit deren Berechnung für das dreifach statisch unbestimmte System (bei Annahme von Gelenken an den Mittelstützen). Demnach kann die von mir veröffentlichte Rahmenberechnung ganz allgemein (auch bei beliebig vielen Mittelstützen) angewendet werden, und der große Vorteil dieser Berechnungsweise liegt darin, daß jede beliebige Rahmenkonstruktion mit einfachen Formeln berechnet werden kann (bei bogenförmigen und unsymmetrischen Rahmenkonstruktionen ist hierbei das einfache Verfahren nach Professor Dr. Mörsch anzuwenden), welche für alle Fälle (bei Eingespanntsein oder mit Gelenken) gleichartig lauten, und von jedermann leicht zu gebrauchen sind, und zwar ohne das Vorkommen von Fehlern, wenn nur die Vorzeichen richtig eingesetzt werden.

Dies geht aus dem folgenden Beispiel eines zweistieligen Rahmens mit zwei Gelenken hervor, aus welchem der ganze Gang der Berechnung mit Eiseneinlagen zu ersehen ist, und durch die vollständige Anwendung der obigen Formeln (vgl. Gewölbe-, Rahmen- und kontinuierliche Berechnung von Eisenbeton- und Eisenkonstruktionen 1911, worin auf Seite 5 und 11: $M_0 = -1\,(a - x)$ für die Lasten 1 einzusetzen ist, s. Abb. 8) der Beweis für ihre praktische Verwendung gegeben ist (die Ableitung der Hauptformeln nach Professor Dr. Müller-Breslau ist gleichfalls angegeben).

Die Aufzeichnung der Stützlinie für die berechneten Kämpferdrücke hat ferner meine Annahme über die Art der Spannungen für positive und negative Momente vollständig bestätigt (vgl. Vollständige theoretische und praktische Berechnung der Eisenbetonkonstruktionen 1910, S. 90), und zeigt auch deutlich die Zusammensetzung der einzelnen Kräfte mit den durch die Gelenke gehenden Kämpferdrücken. Dieselbe ist daher auch bei Verwendung der von mir angeführten Formeln nicht nötig, indem es genügt, wenn die positiven oder negativen Momente M_x, die Normalkräfte N_x sowie die Abstände der Stützlinie aus $c = \frac{M_x}{N_x}$ berechnet werden, und dadurch auch die Eiseneinlagen (nach den Formeln in der Berechnung der Eisenbetonkonstruktionen von 1906 und 1910) bestimmt sind.

Das zweite Beispiel behandelt gleichfalls eine schwierige Aufgabe in der Berechnung einer quadratischen Platte mit kreuzweisen Eiseneinlagen, und als Einleitung hierzu habe ich die nötigen Formeln abgeleitet, wie sie auch von Professor Dr. Barkhausen (s. Theorie der Verbundbauten in Eisenbeton, S. 15) angewendet worden sind, und als Koeffizienten der Momente $\frac{1}{1 + \frac{a^3}{b^3}}$ statt $\frac{1}{1 + \frac{a^4}{b^4}}$ ergeben, indem bei Ableitung des letzteren die vierseitige Auflagerung der Platte nicht berücksichtigt ist. Die Berechnung des auf dieser Platte ruhenden Wasserbehälters aus Eisenbeton zeigt dessen allgemeine Verwendbarkeit, und hat einen um so größeren praktischen Wert, als die Platte mit Wasserbehälter bei dem Wasserwerk in Tübingen zur Ausführung gekommen ist, und daher auch für ähnliche Bauten als Vorgang dienen kann.

Stuttgart, im Mai 1912. Dr.-Ing. Heinrich Pilgrim.

Inhaltsübersicht.

Einleitung.

Aus Anlaß meiner vierten Veröffentlichung über die Berechnung und Ausführung von Eisenbetonkonstruktionen möchte ich noch einmal die praktischen Ergebnisse meiner bisherigen Veröffentlichungen kurz zusammenfassen.

In der „Theoretischen Berechnung der Betoneisenkonstruktionen 1906" sind die Formeln für einfache Biegung und exzentrische Beanspruchung abgeleitet worden, und sind dieselben ganz allgemein anwendbar, indem sie mit den Leitsätzen des Deutschen Architekten- und Ingenieurvereins sowie den preußischen Bestimmungen von 1904 übereinstimmen und auch in die Württembergischen Vorschriften für die Berechnung von Eisenbetonkonstruktionen von 1909 aufgenommen worden sind.

Dieselben wurden ohne Berücksichtigung der Zugspannungen des Betons aus den allgemeinen Bedingungen des Gleichgewichtes abgeleitet, und zur Vergleichung sind auch kleine Zugspannungen des Betons bis zu 4 $^{kg}/_{qcm} = \frac{\sigma_b}{10}$ (wenn $\sigma_b = 40^{kg}$ zulässig ist) hierbei berücksichtigt worden, was bei Mitwirkung von kleinen Zugspannungen des Betons zulässig ist, wenn dies auch im allgemeinen vernachlässigt wird. Denn die konstant mitwirkende Zugspannung des Betons reduziert besonders die Eisenspannungen, und wenn $\left(\text{statt } \frac{\sigma_b}{10}\right)$ mit $\frac{\sigma_b}{z}$ gerechnet und z hierbei $= \frac{\sigma_b}{12}$ gesetzt wird (weil 12 $^{kg}/_{qcm}$ der konstanten Mitwirkung des Zugbetons entspricht), so erhält man die bei Versuchen eintretenden Spannungen des Eisens und Betons (wie auch der Wert von 12 ^{kg} aus Versuchen abgeleitet worden ist, s. „Eisenbetonbau" von Mörsch 1906, S. 97 und 98).

Dies wird in der „Vollständigen theoretischen und praktischen Berechnung der Eisenbetonkonstruktionen mit genauer Gewölbe- und Rahmenberechnung 1910" näher ausgeführt, und die früher entwickelten Formeln werden hier noch einmal kurz zusammengefaßt (wie sie auch in den Württembergischen Vorschriften der Eisenbahnverwaltung enthalten sind), und dadurch ihre praktische Verwertung bei Berechnung der Spannungen sowie der Dimensionierung von Bauwerken ermöglicht. Die Berechnung für beliebige Eisen- und Betonquerschnitte (auch für einfache Biegung und exzentrische Beanspruchung) geht dann aus den folgenden Formeln hervor, welche ganz analog abgeleitet worden sind, und deren praktische Anwendung auf Gewölbe, Kamine usw. aus Beispielen ersichtlich ist.

Die wissenschaftliche Ableitung der Bügelberechnung, welche auch in Uebereinstimmung mit den Versuchen steht, ergibt die einfache Formel für den Bügelabstand $e = \frac{\sigma_e \cdot f_e}{b \cdot \tau_0} = \frac{1000\, f_e}{b \cdot 4{,}5\ (3{,}0)}$, wo f_e = Bügelquerschnitt, b = Breite des Balkens ist, und derselbe wird konstant und in der Mitte (bei abnehmenden τ_0) etwas größer angenommen (s. „Eisenbetonbau" von Mörsch 1908, S. 198).

Bei der Gewölbeberechnung können zunächst die allgemeinen Formeln nach Tolkmitt und anderen (wie sie auch in der „Hütte" und sonstigen Kalendern enthalten sind) zur Bestimmung der Scheitel- und Kämpferstärken verwendet werden. Aus der vorläufig angenommenen Form des Gewölbes ergibt sich alsdann die Aufzeichnung der Stützlinie für das Eigengewicht und die halbe gleichförmig verteilte Verkehrsbelastung (bzw. auch für das Eigengewicht allein), und wenn dieselbe als Mittellinie des Gewölbes mit der zunehmenden Stärke $\frac{c}{\cos\varphi}$ (c = Scheitelstärke) angenommen wird, so können zur Prüfung noch die Stützlinien für einseitige Belastung (durch das äußere und innere Drittel der Kämpferfugen und die Mitte der Scheitelfuge) sowie für Eigengewicht und Vollbelastung durch das obere und untere Drittel der Kämpferfugen und durch das untere und obere Drittel der Scheitelfuge (Maximal- und Minimallinie) gezeichnet werden.

Wegen der auftretenden Temperaturspannungen ist wenigstens bei Beton- und Eisenbetongewölben eine genaue Berechnung nach der Elastizitätslehre zu empfehlen, und bei flachen Bögen genügt es, mit der halben Temperaturspannung im Kämpfer und der ganzen im Scheitel zu rechnen (weil bei letzterem die Erwärmung wegen der geringen Ueberschüttungshöhe größer ist), während das Widerlager ohne dieselbe berechnet werden kann (bei hohen Bögen wird die Temperaturspannung viel kleiner, und kann sie daher auch am Kämpfer voll gerechnet werden).

Die Formeln für die Gewölbeberechnung (welche auch für beliebige Rahmenkonstruktionen gelten) bestimmen zunächst den Abstand der x-Achse vom Scheitel aus $z = \frac{\Sigma\, w \cdot y'}{\Sigma\, w}$, wo $w = \frac{s}{J}$, s = Länge des mittleren Bogenteils der Lamellen, $J = \frac{b \cdot h^3}{12}$ = Trägheitsmoment für die mittlere Höhe derselben, x und y Abszissen und Ordinaten für ihre Mittelpunkte und y' Abstand derselben vom Scheitel ist. Für das so bestimmte Koordinatensystem gelten beim eingespannten Gewölbe (oder Rahmen) die folgenden Formeln:

$$H = \frac{\int \frac{M_0 y}{J} \cdot ds + E \alpha \tau l}{\int \frac{y^2 ds}{J} + \int \frac{ds}{F}}, \quad V = \frac{\int \frac{M_0 x}{J} \cdot ds}{\int \frac{x^2 ds}{J}}, \quad M = \frac{\int \frac{M_0 ds}{J}}{\int \frac{ds}{J}},$$

worin ds dem obigen s entspricht, $\frac{ds}{J} = w$ ist.

Da hierbei freie Beweglichkeit des linken Auflagers und Eingespanntsein des rechten Auflagers angenommen ist, so gelten für die Einzellasten $= 1^t$ die Momente $M_0 = -1\,(a - x)$ (wo $a - x =$ Abstand der Kraft von den Lamellenmitten rechts ist), und hieraus erhält man die Einflußlinien für H, V und M, mit deren Ordinaten die Einzellasten oder die gleichförmige Belastung zu multiplizieren sind. Die so erhaltenen Werte sind dann in die Formel der Momente für die Fugenmitten $M_x = M + M_0 - H \cdot y - V \cdot x$ ($M_0 =$ statisches Moment der linksseitigen Lasten) einzusetzen, und zwar y und x mit den Vorzeichen des angenommenen Koordinatensystems. Ferner ist die Normalkraft senkrecht zur Fuge $N_x = V_x \cdot \sin\varphi + H_x \cdot \cos\varphi$, wo $V_x = V - \overset{x}{\Sigma} P$ und $H_x = H - \overset{x}{\Sigma} H$ ist (bei vertikaler Belastung ist $H_x = H$), die Schubspannung der Fuge ist $T_x = V_x \cdot \cos\varphi - H_x \cdot \sin\varphi$, und der Abstand der Stützlinie von der Fugenmitte (in der Richtung der Fuge) ist $c = \frac{M_x}{N_x}$, und zwar für dasselbe Vorzeichen von M_x und N_x positiv und nach außen und für verschiedenes Vorzeichen negativ und nach innen aufzutragen. Die Temperaturspannung ergibt sich aus $H_t = \frac{E \alpha \tau l}{\Sigma w y^2 + \Sigma \frac{ds}{F}}$ $\left(\Sigma \frac{ds}{F}\right.$ kann im Allgemeinen vernachlässigt werden$\left.\right)$, ferner ist $N_x = H_t \cdot \cos\varphi$, $T_x = H_t \cdot \sin\varphi$ und M_x ist mit dem in der x-Achse (auch beim Vorhandensein von Gelenken) angenommenen H_t aus $M_x = H_t \cdot y$ zu berechnen (welches bei Ausdehnung nach innen gerichtet ist).

Mit den Dimensionierungsformeln für doppelte Eiseneinlagen oder auch einen beliebigen Eisenquerschnitt erhält man die letzteren, und die Kämpferdrücke für rechts- und linksseitige Belastung aus H, V, $R = \sqrt{H^2 + V^2}$ und c $\left(\right.$auch aus $r = \frac{M}{R}$, $x_r = \frac{M}{V}$ und $y_r = \frac{M}{H}$ in Beziehung auf das Koordinatensystem und seinen Ursprung$\left.\right)$ oder vermittels der Stützlinien durch die Drittel der Kämpferfugen dienen auch zur Berechnung der Widerlager und Pfeiler.

Dieselben Formeln gelten auch für Rahmenberechnungen mit bogenförmigen oder geraden Stäben, wie dies ihre Uebereinstimmung mit den Formeln von Professor Dr. Müller-Breslau für den eingespannten Stabzug mit festen Ecken zeigt, welche (nach den neueren Methoden der Festigkeitslehre 1904, S. 122) lauten:

$$H = X = \frac{\int M_0 y w}{\int y^2 w}, \quad V = Y = \frac{\int M_0 x w}{\int x^2 w}, \quad M = Z = -\frac{\int M_0 w}{\int w},$$

wo $w = \frac{ds}{J}$ dieselbe Bedeutung für die Lamellenlängen ds bzw. die Stablängen s hat.

Ferner ist $\int M_0 y \frac{ds}{J} = \Sigma \frac{F_0 \cdot y_s}{J}$, $\int M_0 x \frac{ds}{J} = \Sigma \frac{F_0 x_s}{J}$ und $\int M_0 \frac{ds}{J} = \Sigma \frac{F_0}{J}$, worin F_0 der Momentenfläche $\Sigma M_0 ds$ entspricht und immer senkrecht zur Stabrichtung anzunehmen ist, und y_s sowie x_s den Ordinaten und Abszissen für die Schwerpunkte (in ihrer Projektion auf die Stäbe) der Flächen F_0 entsprechen.

Die Momentenflächen werden hierbei für ein links angenommenes bewegliches Auflager (während das Auflager rechts eingespannt ist) bestimmt und sind in jedem Punkt senkrecht zur Stabrichtung aufzutragen oder mit $\cos\alpha$ und $\sin\alpha$ (α Neigung des Stabes) zu dividieren, wenn sie vertikal oder horizontal aufgetragen werden. Bei Annahme eines frei beweglichen Auflagers wird dagegen der Auflagerdruck $= 0$, und es gilt für M_0 derselbe Wert wie nach dem Verfahren von Professor Dr. Mörsch, und bei vertikalen Lasten und geraden Stäben ist die erstere Berechnungsweise einfacher und bei horizontalen Kräften die letztere.

Die Trägheitsmomente des Rahmens sind ferner

$$T_x = \int \frac{y^2 ds}{J} = \Sigma \frac{1}{3} \frac{ds}{J} (y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2) \text{ und } T_y = \int \frac{x^2 ds}{J} = \Sigma \frac{1}{3} \frac{ds}{J} (x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2) \text{ und } G = \Sigma w = \Sigma \frac{ds}{J}$$

ergibt sich wie oben, und sind hierbei die Vorzeichen für y und x einzusetzen.

Bei unsymmetrischen Gewölben oder Rahmenkonstruktionen müssen die Bedingungen $\int \frac{y\,ds}{J} = 0$, $\int \frac{x\,ds}{J} = 0$ und $\int \frac{xy\,ds}{J} = 0$ erfüllt werden, und ist hierbei eine vertikale y-Achse anzunehmen, und zwar im Abstand $x = \frac{\Sigma x \cdot w}{\Sigma w}$ von der Mitte, und eine Drehung der aus $z = \frac{\Sigma w y'}{\Sigma w}$ (wie oben) berechneten x-Achse um α aus $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\Sigma x \cdot w y_1}{\Sigma w x^2}$ (y_1 entspricht hier der vertikalen Ordinate, x der horizontalen Abszisse und y der Ordinate senkrecht zu der um α gedrehten x-Achse, s. Abb. 85 und 92 in den Veröffentlichungen von 1910 und 1911). Der Ausdruck $\Sigma w x y_1$ für den Stab AB ergibt sich aus $\int_b^a x y_1\, ds$ mit Einsetzung von $y_1 = c + m\,(a - x)$ sowie $ds = dx \sqrt{1 + m^2}$ $\left(m = \frac{dy_1}{dx}\right)$, so daß das Integral $\int_b^a x y_1\, ds = \int_b^a x\,(c + m\,(a - x))\, dx \sqrt{1 + m^2} = x^2 \left(\frac{c + ma}{2} - \frac{mx}{3}\right) \sqrt{1 + m^2}$ zwischen den Grenzen $(x = a) - (x = b)$ erhalten wird, und hieraus die Summe für die einzelnen Stäbe zu rechnen ist $\left(\right.$bei Lamelleneinteilung genügt es für $\Sigma w x y_1$ die Summenausdrücke $\Sigma x_m \cdot y_m \cdot \frac{ds}{J}$ für deren Mitte auszurechnen$\left.\right)$. Die Trägheitsmomente und Summenausdrücke für H, V und M sind hierbei mit x und $y = y_1 \cdot \cos\alpha - x \cdot \sin\alpha$ zu berechnen.

Bei Zweigelenkrahmen geht die x-Achse durch die Gelenke, während die Rechnung für X und T_x ebenso (nur mit veränderter x-Achse) ausgeführt wird, und der Horizontalschub sich aus $H = X = \left\{V \cdot G \cdot \frac{z_u \cdot l}{2} - P \sum_a^{-\frac{l}{2}} (a \overset{(p)}{-} x)\, w y\right\} : \Sigma w y^2 \left(+ \Sigma \frac{s}{F}\right)$ ergibt $\left(+ \Sigma \frac{s}{F}\right.$ kann auch wegfallen$\left.\right)$, und entspricht der erstere Wert dem Summenausdruck für den Gegendruck V der Horizontalkräfte, wenn in dem zweiten schon der Auflagerdruck der vertikalen Belastung inbegriffen ist und nur die Horizontalkräfte ohne Gegendruck berechnet worden sind (im anderen Fall bedeutet es den Auflagerdruck der Gesamtbelastung).

Für einen halbkugelförmigen Wasserbehälter, welcher in einzelne Sektoren von der unteren Breite $= 1^{m}$ zerlegt wird, lassen sich gleichfalls die Summenausdrücke für H, V und M ausrechnen, und zwar für die schiefen Kräfte P mit den Abständen p von den Lamellenmitten rechts oder auch für ihre Zerlegung in vertikale und horizontale Komponenten (vgl. auch die Tunnelberechnung in meiner Veröffentlichung von 1911), und gelten für letztere die Formeln

$$H = -\frac{1\,(\Sigma\, w y^2 - b\, \Sigma\, w y)}{\Sigma\, w y^2 + \Sigma \dfrac{s}{F}}, \quad V = -\frac{1\,(\Sigma\, w x y - b\, \Sigma\, w x)}{\Sigma\, w x^2}, \quad M = +\frac{1\,(\Sigma\, w y - b\, \Sigma\, w)}{\Sigma\, w}$$

(während für die ersteren obige Formeln mit $M_0 = -1\,(a - x)$ anzuwenden sind), und ist b die mit dem Vorzeichen einzusetzende Ordinate des Angriffspunktes der Kraft 1. Bei Anwendung derselben Werte von w, x und y für vertikale und horizontale Kräfte und Ausrechnung der Summenausdrücke in Tabellen, welche sich in ihren Resultaten selbst kontrollieren, ist die Berechnung sehr einfach und leicht anzuwenden.

Dies geht insbesondere aus meiner dritten Veröffentlichung: „Gewölbe-, Rahmen- und kontinuierliche Berechnung von Eisenbeton- und Eisenkonstruktionen 1911" hervor, in welcher die obigen theoretischen Formeln auf praktische Beispiele angewendet worden sind. Hierbei kann auch der Rahmen mit geraden Stäben durch Lamelleneinteilung (wie bei der Gewölbeberechnung) mit frei beweglichem linken Auflager gerechnet werden, oder es können hierfür auch die Momentenflächen M_0 der einzelnen Stäbe bestimmt werden (wie es besonders für die Horizontalkräfte am einfachsten ist), oder es kann ein bewegliches Auflager links angenommen werden, und die Momentenfläche M_0 mit Berücksichtigung des so erhaltenen Auflagerdruckes gerechnet werden (was besonders für die vertikalen Kräfte zu empfehlen ist), und diese drei Berechnungsweisen ergeben dieselben Resultate.

Die vergleichende Berechnung eines Rahmens mit unteren oder oberen Gelenken und mit Eingespanntsein kann für dieselben Momentenflächen durchgeführt werden, und nur die Summenausdrücke und Trägheitsmomente sind für eine veränderte x-Achse zu bestimmen. Beim Vorhandensein von ein oder zwei Mittelstützen sind auch in beiden Fällen die Momentenflächen der diskontinuierlich berechneten Gegendrücke von den Summenausdrücken für X, Y und Z abzuziehen, und schiefe Kräfte können hierbei in ihre vertikalen und horizontalen Komponenten zerlegt werden. Bei der Rahmenberechnung mit zwei Stockwerken können oben Gelenke angenommen werden, und aus den hierfür bestimmten Momenten der vertikalen und horizontalen Kräfte erhält man auch die Momente für das untere Stockwerk, und die so erhaltenen Gesamtmomente dienen zur Berechnung von X, Y und Z für den eingespannten Rahmen mit zwei Mittelstützen, und dasselbe Verfahren kann auch bei mehreren Stockwerken angewendet werden.

Die von mir angewendeten Formeln für die kontinuierliche Berechnung der Einzellasten oder ihrer Belastungsgleichwerte (die negativen Momente können hierbei aus $p = \frac{8\,\mathfrak{M}_{p\,max}}{l^2}$ für die größte Belastung der ersten Oeffnung und für die zugehörige Belastung der zweiten Oeffnung, und für die Querkräfte und Auflagerdrücke aus dem Belastungsgleichwerte von zwei Oeffnungen bestimmt werden) sind durch die Aufzeichnung der berechneten positiven und negativen Momentenlinien und der Verteilungslinien für die Querkräfte einfach anzuwenden, und schließen bei Einhaltung der Vorzeichen jeden Fehler aus, und ist ihre Verwendung zur Bestimmung der Einflußlinien gleichfalls angegeben.

Die obigen Grundlagen für die Gewölbe-, Rahmen- und kontinuierliche Berechnung sind daher in den zahlreichen Beispielen meiner bisherigen Veröffentlichungen angewendet worden und kommen auch bei der folgenden Rahmenberechnung mit mehreren Mittelstützen zur praktischen Verwendung.

I. Berechnung von Rahmenkonstruktionen mit mehreren Mittelstützen.

1. Resultate der Rahmenberechnung für zwei Mittelstützen.

In der von mir veröffentlichten „Gewölbe- und Rahmenberechnung nach der Elastizitätstheorie" (Heft 3 von 1911 dieser Zeitschrift) wie auch in dem bedeutend erweiterten Sonderabdruck derselben: „Gewölbe-, Rahmen- und kontinuierliche Berechnung von Eisenbeton- und Eisenkonstruktionen mit Anwendung auf praktische Beispiele" (Verlag von C. W. Kreidel in Wiesbaden, 1911) sind die Formeln zur Berechnung von Rahmenkonstruktionen von beliebigen Formen mit Eingespanntsein oder mit Gelenken, und zwar ohne und mit 1 oder 2 Mittelstützen, enthalten und auf verschiedene Beispiele angewendet worden.

In dem letzteren sind drei Beispiele mit je zwei Mittelstützen vorhanden, in welchen die Berücksichtigung des Einflusses der Mittelstützen auf die Berechnung der Horizontalkräfte noch nicht vollständig durchgeführt ist.

In dem ersten Beispiel (s. S. 27) ist der Einfluß der verschiedenen Belastung durch die Vordächer auf die Auflagerdrücke bei A und B berücksichtigt, wie dies bei Weglassung der Mittelsäulen jedenfalls richtig ist, so daß man für das Eigengewicht erhält:

$$A = \frac{0{,}5 \cdot 20{,}4 - 1{,}5 \cdot 3{,}1}{20{,}1} = 0{,}276^{\,t},$$

$$B = \frac{1{,}5 \cdot 23{,}2 - 0{,}5 \cdot 0{,}3}{20{,}1} = 1{,}724^{\,t}, \text{ zus. } 2{,}0^{\,t}.$$

Die Differenz der beiden Momente $1{,}5 \cdot 3{,}1 = 4{,}65^{\,mt}$ rechts und $0{,}5 \cdot 0{,}3 = 0{,}15^{\,mt}$ links oder $4{,}65 - 0{,}15 = 4{,}50^{\,mt}$ veranlaßt ferner einen Horizontalschub auf den äußeren Rahmen, welcher auf die beiden Mittelstützen gleichmäßig verteilt werden kann (s. Abb. 7) und weil er von links nach rechts wirkt bei E einen Druck und bei F einen Zug $= \frac{4{,}5}{2 \cdot 5{,}8} = 0{,}39^{\,t}$ veranlaßt, welcher sich in A als Zug und in B als Druck äußert.

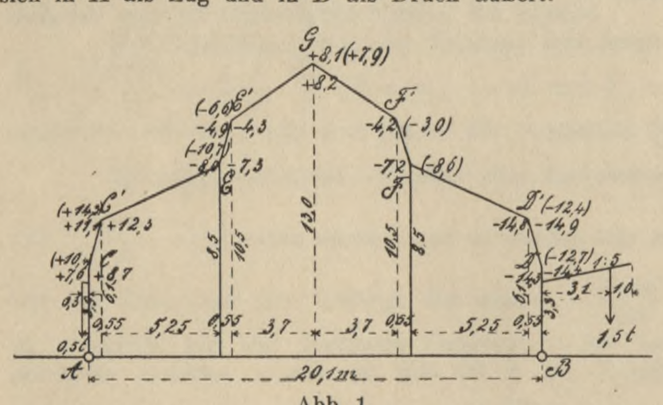

Abb. 1.

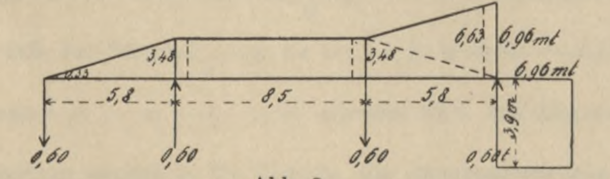

Abb. 2.

Hieraus ergibt sich die in Abb. 2 gezeichnete Momentenfläche mit $M_0 = 0{,}39 \cdot 5{,}8 = -2{,}26^{\,mt}$ bei E und F sowie $= -4{,}52^{\,mt}$ bei B und D, und zwar ganz analog derjenigen in Abb. 43 für den horizontalen Winddruck (nur mit entgegengesetztem Vorzeichen), so daß die dort berechneten Werte: $X = 0$, $Y = -1{,}44^{\,t}$, $Z = -16{,}94^{\,mt}$ im Verhältnis $\frac{2{,}26}{16{,}94}$ reduziert werden können und hierfür $X = 0$, $Y = +0{,}19^{\,t}$, $Z = +2{,}26^{\,mt}$ ist.

Für die Schneebelastung der Vordächer ist gleichfalls der Auflagerdruck bei A und B wie oben zu berechnen, und die Momente sind $= 2{,}63$ und $= 0{,}15^{\,mt}$, somit ihre Differenz $= 2{,}63 - 0{,}15 = 2{,}48^{\,mt}$, so daß man einen Druck bzw. Zug $= \frac{2{,}48}{2 \cdot 5{,}8} = 0{,}21^{\,t}$ erhält und die Momente $M_0 = 0{,}21 \cdot 5{,}8 = -1{,}22^{\,mt}$ bei E und F sowie $= -2{,}44^{\,mt}$ bei B und D werden.

Zur Berechnung der Momente des Rahmens können beide Wirkungen addiert werden, so daß man erhält: $M_0 = 2{,}26 + 1{,}12 = 3{,}48^{\,mt}$ sowie $X = 0$, $Y = \frac{3{,}48}{16{,}94} \cdot 1{,}44 = +0{,}30^{\,t}$, $Z = +3{,}48^{\,mt}$, und bei Einsetzung der Werte $H = X$, $V = Y$ und $M = Z$ in die Gleichung $M_x = M + M_0 - H \cdot y - V \cdot x$ ergibt sich (vgl. S. 36 die Berechnung für den horizontalen Winddruck, wobei entgegengesetzte Vorzeichen anzunehmen sind):

$$M_a = +3{,}48 - 0{,}30 \cdot 10{,}05 = +0{,}47 = M_c,$$
$$M_{c'} = +3{,}48 - 0{,}30 \cdot 9{,}5 - 0{,}33 = +0{,}30,$$
$$M_e = +3{,}48 - 0{,}30 \cdot 4{,}25 - 3{,}48 = -1{,}28,$$
$$M_{e'} = +3{,}48 - 0{,}30 \cdot 3{,}70 - 3{,}48 = -1{,}11,$$
$$M_g = +3{,}48 - 3{,}48 = 0,$$
$$M_{f'} = +3{,}48 + 0{,}30 \cdot 3{,}70 - 3{,}48 = +1{,}11,$$
$$M_f = +3{,}48 + 0{,}30 \cdot 4{,}25 - 3{,}48 = +1{,}28,$$
$$M_{d'} = +3{,}48 + 0{,}30 \cdot 9{,}5 - 6{,}63 = -0{,}30,$$
$$M_d = +3{,}48 + 0{,}30 \cdot 10{,}05 - 6{,}96 = -0{,}47 = M_b.$$

Werden diese Werte zu den schon (ohne Kontinuität) berechneten Momenten addiert (s. Abb. 9 (15) und 45 der obigen Veröffentlichungen), so erhält man beim Zweigelenkrahmen (für welchen M_a und $M_b = 0$ werden) die in Abb. 1 eingeschriebenen inneren Zahlen, während die genaue Berechnung (mit Annahme von Gelenken in den Mittelstützen) die äußeren Zahlen ergibt und nur wenig hiervon abweicht und auch bei teilweisem Eingespanntsein der Mittelstützen nicht genau zutrifft. Für die kontinuierliche Berechnung der Auflagerdrücke in A, E, F und B erhält man die außen eingeklammerten Zahlen, welche von den beiden anderen Berechnungen stark abweichen und daher nicht verwendet werden können.

Bei Berücksichtigung des Einflusses der Mittelstützen werden auch die auf S. 39 berechneten Auflagerdrücke verändert, indem beim Eigengewicht für die diskontinuierliche Berechnung erhalten wird:

$Q_1 = 4{,}45 - 0{,}39 = 4{,}06^{\,t}$, $Q_2 = 9{,}23 + 0{,}39 = 9{,}62^{\,t}$, $Q_3 = 9{,}23 - 0{,}39 = 8{,}84^{\,t}$, $Q_4 = 5{,}89 + 0{,}39 = 6{,}28^{\,t}$, zus. $28{,}80^{\,t}$, während die Werte der Berechnung mit Gelenken an den Mittelstützen sind:

$Q_1 = 4{,}07^{\,t}$, $Q_2 = 9{,}94^{\,t}$, $Q_3 = 8{,}77^{\,t}$, $Q_4 = 6{,}02^{\,t}$, zus. $28{,}80^{\,t}$, und die kontinuierliche Berechnung ergeben würde:

$Q_1 = 3{,}15^{\,t}$, $Q_2 = 10{,}90^{\,t}$, $Q_3 = 8{,}82^{\,t}$, $Q_4 = 5{,}93^{\,t}$, zus. $28{,}80^{\,t}$.

Bei der Schneebelastung ergibt sich für die diskontinuierliche Berechnung:

$Q_1 = 1{,}24 - 0{,}21 = 1{,}03^{\,t}$, $Q_2 = 2{,}49 + 0{,}21 = 2{,}70^{\,t}$, $Q_3 = 2{,}49 - 0{,}21 = 2{,}28^{\,t}$, $Q_4 = 2{,}28 + 0{,}21 = 2{,}49^{\,t}$, zus. $8{,}50^{\,t}$, und mit Gelenken an den Mittelstützen:

$Q_1 = 1{,}01^{\,t}$, $Q_2 = 2{,}90^{\,t}$, $Q_3 = 2{,}30^{\,t}$, $Q_4 = 2{,}29^{\,t}$, zus. $8{,}50^{\,t}$, und für die kontinuierliche Berechnung:

$Q_1 = 0{,}84^{\,t}$, $Q_2 = 3{,}09^{\,t}$, $Q_3 = 1{,}96^{\,t}$, $Q_4 = 2{,}61^{\,t}$, zus. $8{,}50^{\,t}$, so daß auch hier die beiden ersten Berechnungen genügend übereinstimmen, während die dritte stark von ihnen abweicht.

In dem zweiten Beispiel (s. S. 39) wurde die horizontale Wirkung durch die verschiedene Belastung der Vordächer nicht berücksichtigt, und man erhält für die Auflagerdrücke (s. Abb. 3)

$$A = \frac{5{,}02 \cdot 22{,}05 - 7{,}29 \cdot 2{,}25}{20{,}5} = 4{,}60^{\,t} \text{ (statt } 5{,}02^{\,t}),$$

$$B = 12{,}31 - 4{,}60 = 7{,}71^{\,t} \text{ (statt } 7{,}29^{\,t}).$$

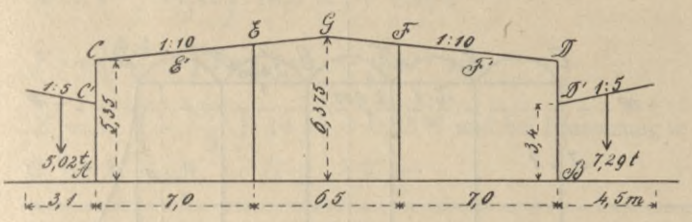

Abb. 3.

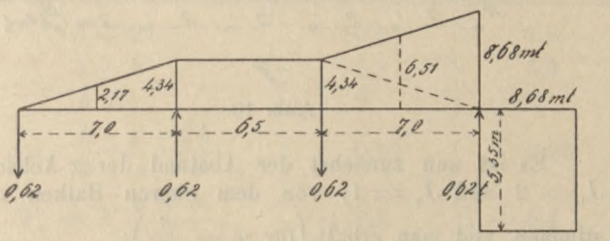

Abb. 4.

Der Einfluß des Unterschieds der beiderseitigen Momente ergibt sich (bei ganzem Winddruck und halber Schneelast) aus:

$$\frac{7{,}29 \cdot 2{,}25 - 5{,}02 \cdot 1{,}55}{2 \cdot 7} = \frac{16{,}40 - 7{,}78}{14} = \frac{8{,}62}{14} = 0{,}62^{\,t}$$

(hierbei tritt 8,62 an die Stelle von 11,47, S. 41), so daß jetzt $A = 4{,}60 - 0{,}62 = 3{,}98^{\,t}$ (statt $5{,}02 - 0{,}82 = 4{,}20^{\,t}$) und $B = 7{,}71 + 0{,}62 = 8{,}33^{\,t}$ (statt $7{,}29 + 0{,}82 = 8{,}11^{\,t}$) in die auf S. 42 berechneten Auflagerdrücke einzusetzen ist.

Die Momentenfläche in Abb. 4 ergibt sich aus $M_0 = 0{,}62 \cdot 7 = -4{,}34^{\,mt}$ bei E und F sowie $= -8{,}68^{\,mt}$ bei B und D, und aus ihrer Vergleichung mit Abb. 68 erhält man:

$$X = 0,\ Y = \frac{4{,}34}{16{,}10} \cdot 1{,}39 = +0{,}38^{\,t},\ Z = +4{,}34^{\,mt}.$$

Eine angenäherte Berechnung der Momente an den Mittelstützen bei E und F erhält man durch den veränderten Gegenzug bei A und Gegendruck bei $B = 0{,}62^{\,t}$ statt $\frac{8{,}62}{20{,}5} = 0{,}42^{\,t}$ aus $M_e = M_f = (0{,}62 - 0{,}42) \cdot 7 = \mp 1{,}40^{\,mt}$, und die genaue Berechnung der Momente des Rahmens durch die horizontale Wirkung der verschieden belasteten Vordächer ergibt sich (analog derjenigen für den horizontalen Winddruck, nur mit entgegengesetztem Vorzeichen S. 47) bei Einsetzung von $H = X$, $V = Y$ und $Z = M$ sowie M_0 in die Gleichung $M_x = M + M_0 - H \cdot y - V \cdot x$ (worin $H \cdot y$ wegfällt) aus:

$$M_a = +4{,}34 - 0{,}38 \cdot 10{,}25 = +0{,}45 = M_{c'} = M_c,$$
$$M_{e'} = +4{,}34 - 0{,}38 \cdot 6{,}75 - 2{,}17 = -0{,}40,$$
$$M_e = +4{,}34 - 0{,}38 \cdot 3{,}25 - 4{,}34 = -1{,}24,$$
$$M_g = +4{,}34 - 4{,}34 = 0,$$
$$M_f = +4{,}34 + 0{,}38 \cdot 3{,}25 - 4{,}34 = +1{,}24,$$
$$M_{f'} = +4{,}34 + 0{,}38 \cdot 6{,}75 - 1{,}5 \cdot 4{,}34 = +0{,}40,$$
$$M_d = +4{,}34 + 0{,}38 \cdot 10{,}25 - 8{,}68 = -0{,}45 = M_{d'} = M_b,$$

und diese Momente sind zu den auf S. 48 berechneten Werten zu addieren (dasselbe gilt auch für den Rahmen mit zwei oberen Gelenken, weil die y-Achse sich hierfür nicht ändert).

In dem dritten Beispiel (s. S. 49) mit zwei Stockwerken sind die Auflagerdrücke bei A und B infolge der verschiedenen Belastung durch die Vordächer wie oben bestimmt, aber die horizontale Wirkung des Unterschieds ihrer Momente $2{,}25 \cdot 3{,}65 = 8{,}21$ und $1{,}55 \cdot 2{,}51 = 3{,}89^{\,mt}$ ist nicht berücksichtigt, so daß man aus $8{,}21 - 3{,}89 = 4{,}32^{\,mt}$ als Druck bei E bzw. Zug bei F: $\frac{4{,}32}{2 \cdot 5} = 0{,}43^{\,t}$ statt des Zuges bei A bzw. Druckes bei B: $\frac{4{,}32}{15} = 0{,}29^{\,t}$ erhält

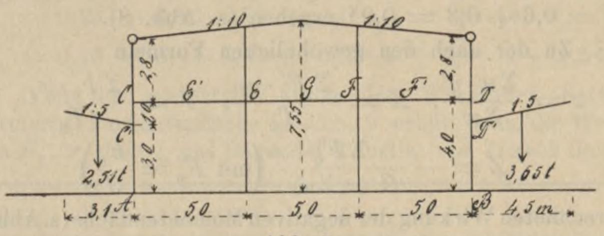

Abb. 5.

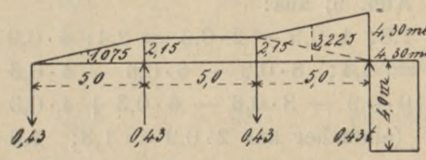

Abb. 6.

und das angenäherte Moment an den Mittelstützen E und $F = (0{,}43 - 0{,}29) \cdot 5 = \mp 0{,}70^{\,mt}$ wird.

Aus der in Abb. 6 gezeichneten Momentenfläche mit $M_0 = 0{,}43 \cdot 5 = -2{,}15^{\,mt}$ bei E und F und $= -4{,}30^{\,mt}$ bei B und D können daher (analog derjenigen für den horizontalen Winddruck mit entgegengesetztem Vorzeichen, s. Abb. 84) die Werte von

$$X = 0,\ Y = \frac{2{,}15}{7{,}43} \cdot 0{,}87 = +0{,}25^{\,t},\ M = +2{,}15^{\,mt}$$

sowie die Momente des Rahmens wie oben (vgl. S. 52) bestimmt werden, und man erhält:

$$M_a = +2{,}15 - 0{,}25 \cdot 7{,}5 = +0{,}28 = M_{c'} = M_c,$$
$$M_{e'} = +2{,}15 - 0{,}25 \cdot 5 - 1{,}075 = -0{,}18,$$
$$M_e = +2{,}15 - 0{,}25 \cdot 2{,}5 - 2{,}15 = -0{,}63,$$
$$M_g = +2{,}15 - 2{,}15 = 0,$$
$$M_f = +2{,}15 + 0{,}25 \cdot 2{,}5 - 2{,}15 = +0{,}63,$$
$$M_{f'} = +2{,}15 + 0{,}25 \cdot 5 - 2{,}15 \cdot 1{,}5 = +0{,}18,$$
$$M_d = +2{,}15 + 0{,}25 \cdot 7{,}5 - 4{,}30 = -0{,}28 = M_{d'} = M_b,$$

und kommen diese Momente noch zu den auf S. 53 und 54 berechneten Momenten.

2. Anwendung derselben auf die Berechnung für mehrere Mittelstützen.

Der Fall mit 2 Mittelstützen kann nun für beliebig viele Mittelstützen verwendet werden, wenn die im oberen Balken wirkende Horizontalkraft $H = \frac{M_w}{h}$ auf die einzelnen Teile des Rahmens verteilt wird $\left(h = \text{Höhe bis } \frac{H}{2}\right)$.

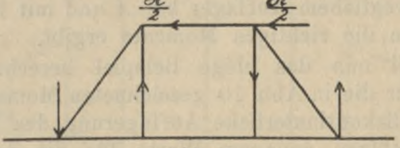

Abb. 7.

Denn im ersten Feld rechts wirkt oben das ganze H, während es vom zweiten bis vierten Feld gleichmäßig abnimmt und im fünften Feld $= 0$ wird, so daß an den 4 Mittelstützen $\frac{H}{4}$ als Differenz übrigbleibt (s. Abb. 8).

Hieraus ergibt sich die Größe der in den Mittelstützen hervorgerufenen Zug- oder Druckkräfte durch die Momente

$$a\cdot V_1 = \frac{M_w}{4},\quad V_1 = \frac{4,8}{4\cdot 2} = 0,6^{\,t}\ \text{und}$$

$$2\,a\cdot V_2 = \frac{M_w}{4},\quad V_2 = \frac{4,8}{4\cdot 4} = 0,3^{\,t}\ (a = 2^{\,m}),$$

und zwar erhält man links Zug- und rechts Druckkräfte, welche zusammen die Gegendrücke an den Auflagern $V = 0,6 + 0,3 = 0,9^{\,t}$ ergeben (s. Abb. 8).

Zu der nach den gewöhnlichen Formeln

$$z = \frac{\Sigma w\cdot y'}{\Sigma w},\quad X = \frac{\Sigma F_0'\cdot y_s}{T_x},\quad Y = \frac{\Sigma F_0'\cdot x_s}{T_y},$$

$$Z = -\frac{\Sigma F_0'}{G\ (=\Sigma w)}\quad \left(\text{mit } F_0' = \frac{F_0}{J}\right)$$

berechneten Wirkung der negativen Momentenfläche (s. Abb. 8) kommt daher noch die Wirkung der positiven Momentenfläche (s. Abb. 9) aus:

$2\cdot 0,9 = 1,8$; $4\cdot 0,9 - 2\cdot 0,6 = 2,4$; $6\cdot 0,9 - 4\cdot 0,6 - 2\cdot 0,3 = 2,4$; $8\cdot 0,9 - 6\cdot 0,6 - 4\cdot 0,3 + 2\cdot 0,3 = 3,0$; $10\cdot 0,9 - 8\cdot 0,6 - 6\cdot 0,3 + 4\cdot 0,3 + 2\cdot 0,6 = 4,8^{\,mt}$ (einfacher aus $2\cdot 0,9 = 1,8$; $1,8 + 2\cdot 0,3 = 2,4$; $2,4 + 2\cdot 0 = 2,4$; $2,4 + 2\cdot 0,3 = 3,0$; $3,0 + 2\cdot 0,9 = 4,8^{\,mt}$).

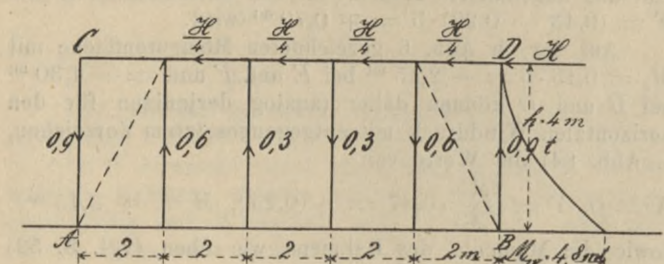

Abb. 8.

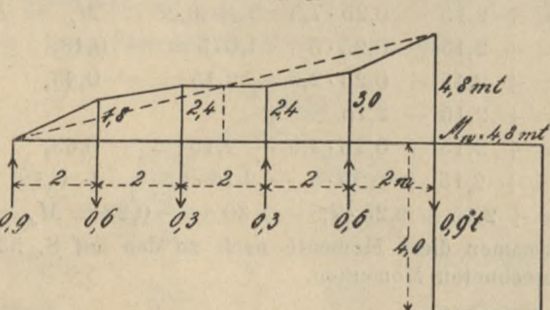

Abb. 9.

Ist nur eine Mittelstütze vorhanden, so erhält man die gestrichelte gerade Linie, und dieselbe Momentenfläche ergibt sich auch beim Wegfallen der gestrichelten Mittelstütze, so daß in beiden Fällen die Momente aller Querschnitte $= 0$ werden und eine Berechnung der Momentenfläche für die Gegendrücke $\frac{4,8}{2\cdot 5} = 0,48^{\,t}$ überflüssig ist, weil die Berechnung derjenigen des Winddrucks mit frei beweglichem Auflager bei A und mit Einspannung bei B schon die richtigen Momente ergibt.

Es soll nun das obige Beispiel berechnet werden, und zwar für die in Abb. 10 gezeichneten Momentenflächen, indem die diskontinuierliche Auflagerung des Balkens auf den Mittelstützen genauere Werte für die positiven und negativen Momente ergibt als die kontinuierliche (vgl. Abb. 9 bzw. 15 in obigen Veröffentlichungen sowie Abb. 1 oben) und bei teilweiser Einspannung des Balkens die gewöhnlichen Auflagerdrücke für die Mittelstützen erhalten werden.

Man erhält daher als Maximalbiegungsmomente der einzelnen Felder mit $1200\,^{kg}/_{qm}$ Belastung und bei $4^{\,m}$ Breite: $M = \frac{ql^2}{8} = \frac{4\cdot 1,2\cdot 2^2}{8} = 2,4^{\,mt}$, und für die Annahme eines beweglichen Auflagers bei A und diskontinuierlicher Auflagerdrücke an den Mittelstützen E, F, G, H ergeben sich die in Abb. 10 gezeichneten Parabeln mit $2,4^{\,mt}$ Höhe.

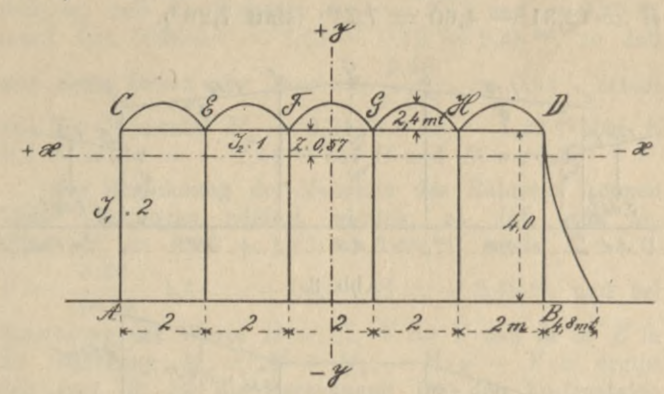

Abb. 10.

Es ist nun zunächst der Abstand der x-Achse (mit $J_1 = 2$ und $J_2 = 1$) von dem oberen Balken zu bestimmen, und man erhält $\left(\text{für } w = \frac{s}{J}\right)$:

$$z = \frac{\Sigma w y'}{\Sigma w} = \left(\frac{4\cdot 2}{2}\cdot 2\right):\left(\frac{10}{1} + \frac{4\cdot 2}{2}\right) = \frac{8}{14} = 0,57^{\,m}.$$

Ferner ergeben sich die Trägheitsmomente des äußeren Rahmens aus

$$T_x = \int \frac{y^2\cdot ds}{J} = \Sigma\,\frac{1}{3}\,w\,(y_1^2 + y_1\cdot y_2 + y_2^2) =$$

$$= \left(\frac{2\cdot 4^3}{3\cdot 2} - 0,57^2\cdot 14\right) = 16,8 \text{ (von } CD \text{ aus)},$$

$$T_y = \int \frac{x^2\cdot ds}{J} = \Sigma\,\frac{1}{3}\,w\,(x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2) =$$

$$= \left(\frac{2\cdot 4\cdot 5^2}{2} + \frac{2\cdot 5^3}{1\cdot 3}\right) = 183,3,$$

so daß man für die vertikale Belastung mit $F_0 = \frac{2}{3}\cdot 2,4\cdot 2 = 3,2$ und $F_0' = \frac{F_0}{J}$ sowie y_s und x_s als Schwerpunktsabständen der Momentenflächen in den Stäben des Rahmens erhält:

$$X = \frac{\Sigma F_0'\cdot y_s}{T_x} = \left(5\cdot\frac{3,2}{1}\cdot 0,57\right):16,8 = +\,0,54^{\,t},$$

$$Y = \frac{\Sigma F_0'\cdot x_s}{T_y} = 0 \text{ (wegen der Symmetrie der Momentenflächen zur } y\text{-Achse)},$$

$$Z = -\frac{\Sigma F_0'}{G\ (=\Sigma w)} = -\left(5\cdot\frac{3,2}{1}\right):14 = -\,1,14^{\,mt}.$$

Es ist nun $H = X = +\,0,54^{\,t}$, $V = Y = 0$, $M = Z = -\,1,14^{\,mt}$ in die Gleichung $M_x = M + M_0 - H\cdot y - V\cdot x$ (M_0 = Moment der linksseitigen Kräfte) mit ihren Vorzeichen (auch denjenigen der Abstände y und x für die berechneten Querschnitte von den Koordinatenachsen) einzusetzen, so daß man erhält:

$$M_a = -\,1,14 + 0,54\cdot 3,43 = +\,0,71 = M_b,$$

$$M_c = -\,1,14 - 0,54\cdot 0,57 = -\,1,54 =$$

$$= M_e = M_f = M_g = M_h = M_d$$

(in der Mitte der Felder erhält man $M_x = -\,1,14 - 0,54\cdot 0,57 + 2,4 = +\,0,86^{\,mt}$, also angenähert wie bei Eingespanntsein am Auflager $\frac{2}{3}\,M$ und in der Mitte $\frac{1}{3}\,M$).

Von dem rechts wirkenden Winddruck erhält man bei Annahme eines frei beweglichen Endes für A die in Abb. 10 rechts gezeichnete Parabel, und hierfür ist

$$F_0 = -\frac{4{,}8\cdot 4}{3} = -6{,}4,\quad y_s = -\frac{3}{4}\cdot 4 + 0{,}57 =$$
$$= -2{,}43,\quad x_s = -5, \text{ somit}$$
$$X = \left(\frac{6{,}4}{2}\cdot 2{,}43\right) : 16{,}8 = +0{,}46^{\,t},$$
$$Y = \left(\frac{6{,}4}{2}\cdot 5\right) : 183{,}3 = +0{,}09^{\,t} \text{ und}$$
$$Z = -\left(-\frac{6{,}4}{2}\right) : 14 = +0{,}23^{\,mt} \text{ und bei Einsetzung in}$$
$$M_x = M + M_0 - H\cdot y - V\cdot x:$$

$$M_a = 0{,}23 + 0{,}46\cdot 3{,}43 - 0{,}09\cdot 5 = +1{,}36^{\,mt},$$
$$M_c = 0{,}23 - 0{,}46\cdot 0{,}57 - 0{,}09\cdot 5 = -0{,}48^{\,mt},$$
$$M_e = 0{,}23 - 0{,}46\cdot 0{,}57 - 0{,}09\cdot 3 = -0{,}30^{\,mt},$$
$$M_f = 0{,}23 - 0{,}46\cdot 0{,}57 - 0{,}09\cdot 1 = -0{,}12^{\,mt},$$
$$M_g = 0{,}23 - 0{,}46\cdot 0{,}57 + 0{,}09\cdot 1 = +0{,}06^{\,mt},$$
$$M_h = 0{,}23 - 0{,}46\cdot 0{,}57 + 0{,}09\cdot 3 = +0{,}24^{\,mt},$$
$$M_d = 0{,}23 - 0{,}46\cdot 0{,}57 + 0{,}09\cdot 5 = +0{,}42^{\,mt},$$
$$M_b = 0{,}23 + 0{,}46\cdot 3{,}43 + 0{,}09\cdot 5 - 4{,}8 = -2{,}54^{\,mt}.$$

Von der gleichfalls durch den Winddruck hervorgerufenen Momentenfläche in Abb. 9 erhält man die Werte von F_0, x_s und y_s aus folgender Tabelle (von D nach links):

Trapez	1	2	3	4	5	1—5
$a + 2b$	10,8	7,8	7,2	6,0	1,8	
$a + b$	7,8	5,4	4,8	4,2	1,8	
h (h')	2	2	2	2	2	h' schiefe Länge
$a = \frac{h}{3}\cdot\frac{a+2b}{a+b}$	0,92	0,96	1	0,95	0,67	mit Rechenstab
$F_0 = h'\,\frac{a+b}{2}$	+ 7,8	+ 5,4	+ 4,8	+ 4,2	+ 1,8	($J = 1$)
x_s = Abstand $\mp \frac{e}{h}\cdot$ Breite	$5 - \frac{0{,}92}{2}\cdot 2 = -4{,}08$	$3 - \frac{0{,}96}{2}\cdot 2 = -2{,}04$	$1 - \frac{1}{2}\cdot 2 = 0$	$1 + \frac{0{,}95}{2}\cdot 2 = +1{,}95$	$3 + \frac{0{,}67}{2}\cdot 2 = +3{,}67$	y_s konstant $= +0{,}57$

Das Rechteck rechts ergibt $F_0 = 4{,}8\cdot 4 = +19{,}2$ (mit $J = 2$), $x_s = -5$, $y_s = -2 + 0{,}57 = -1{,}43$. Man erhält daher

$$X = \frac{\Sigma F_0'\cdot y_s}{T_x} = \left((7{,}8 + 5{,}4 + 4{,}8 + 4{,}2 + 1{,}8)\cdot 0{,}57 - \frac{19{,}2}{2}\cdot 1{,}43\right) : 16{,}8 = 0,$$
$$Y = \frac{\Sigma F_0'\cdot x_s}{T_y} = \left(-7{,}8\cdot 4{,}08 - 5{,}4\cdot 2{,}04 + 4{,}8\cdot 0 + 4{,}2\cdot 1{,}95 + 1{,}8\cdot 3{,}67 - \frac{19{,}2}{2}\cdot 5\right) : 183{,}3 = -0{,}42^{\,t},$$
$$Z = -\frac{\Sigma F_0'}{G} = -\left(7{,}8 + 5{,}4 + 4{,}8 + 4{,}2 + 1{,}8 + \frac{19{,}2}{2}\right) : 14 = -2{,}40^{\,mt}.$$

Hieraus ergibt sich für $H = X$, $V = Y$ und $M = Z$ das Moment $M_x = M + M_0 - H\cdot y - V\cdot x$ oder

$M_a = -2{,}40 + 0{,}42\cdot 5 = -0{,}30 = M_c$, $\quad M_e = -2{,}40 + 0{,}42\cdot 3 + 1{,}8 = +0{,}66$,

$M_f = -2{,}40 + 0{,}42\cdot 1 + 2{,}4 = +0{,}42$, $\quad M_g = -2{,}40 - 0{,}42\cdot 1 + 2{,}4 = -0{,}42$,

$M_h = -2{,}40 - 0{,}42\cdot 3 + 3{,}0 = -0{,}66$, $\quad M_d = -2{,}40 - 0{,}42\cdot 5 + 4{,}8 = +0{,}30 = M_b$.

Durch Summierung der Momente für vertikale und horizontale Belastung erhält man:

$M_a = +0{,}71 + 1{,}36 - 0{,}30 = +1{,}77$, $\quad M_c = -1{,}54 - 0{,}48 - 0{,}30 = -2{,}32$,

$M_e = -1{,}54 - 0{,}30 + 0{,}66 = -1{,}18$, $\quad M_f = -1{,}54 - 0{,}12 + 0{,}42 = -1{,}24$,

$M_g = -1{,}54 + 0{,}06 - 0{,}42 = -1{,}90$, $\quad M_h = -1{,}54 + 0{,}24 - 0{,}66 = -1{,}96$,

$M_d = -1{,}54 + 0{,}42 + 0{,}30 = -0{,}82$, $\quad M_b = +0{,}71 - 2{,}54 + 0{,}30 = -1{,}53^{\,mt}$

(die Zwischenpunkte werden in derselben Weise wie oben berechnet).

Mit dieser einfachen Berechnung sind daher sämtliche Momente und Spannungen (bei positivem M_x außen Druck und innen Zug und bei negativem M_x umgekehrt) aus $N_x = V_x\cdot\sin\varphi + H_x\cdot\cos\varphi$, $T_x = V_x\cdot\cos\varphi - H_x\cdot\sin\varphi$ mit $V_x = V - \overset{x}{\Sigma} P$ und $H_x = H - \overset{x}{\Sigma} H$ sowie $c = \frac{M_x}{N_x}$ und $\sigma_i^a = \frac{1}{b\cdot h}\left(N_x \pm \frac{6\,M_x}{h}\right)$ bestimmt (der Abstand c der Normalkraft N_x von der Fugenmitte ist nach außen oder innen aufzutragen, je nachdem er positiv oder negativ ist, und ergibt hierdurch auch den Schnitt der Stützlinie mit der Fugenrichtung).

Die obige angenäherte Berechnung des Einflusses der Mittelstützen auf die Berechnung des eingespannten Rahmens $ABCD$ (für welchen ja auch der diskontinuierliche Auflagerdruck der Gesamtbelastung des oberen Balkens bei Annahme eines beweglichen Auflagers in A anzunehmen ist, so daß bei Abzug der durch die teilweise eingespannten Mittelstützen hervorgerufenen Gegendrücke der Auflagerdruck des ersten Feldes übrigbleibt und damit auch die Parabeln in den einzelnen Feldern erhalten werden) ergibt daher auch nach dem obigen Beispiel eines Güterschuppens (s. Abb. 9 und 15 meiner Veröffentlichung von 1911 sowie Abb. 1 oben) angenähert richtige Werte, und es wird dadurch die umständliche Rechnung eines

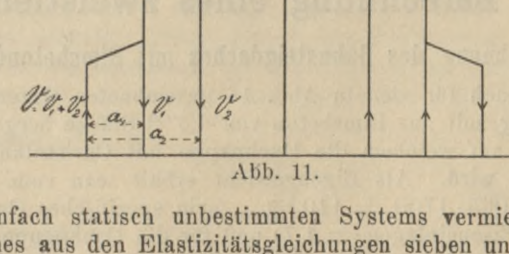

Abb. 11.

siebenfach statisch unbestimmten Systems vermieden, für welches aus den Elastizitätsgleichungen sieben unbekannte Größen zu berechnen sind.

Bei verschieden hohen Mittelstützen (s. Abb. 11) kann das Moment der horizontalen Kräfte bzw. des Winddrucks gleichfalls bei fünf Mittelstützen mit $\frac{M_w}{5}$ auf die einzelnen Teile verteilt werden, indem die Gegendrücke in dem äußeren Rahmen ähnlich wie beim geraden Balken wirken, und aus $V_1 = \frac{M_w}{5 a_1}$, $V_2 = \frac{M_w}{5 \cdot a_2}$ ergibt sich die durch das Moment der Horizontalkräfte bewirkte Verminderung bzw. Vermehrung des vertikalen Druckes in den Mittelstützen, wie ja auch die äußeren Ständer des Rahmens dadurch einen Zug bzw. Druck erhalten, welcher sich in den benachbarten Mittelstützen als Druck bzw. Zug geltend macht (in der Mittelsäule hebt sich die Druck- und Zugwirkung auf, und sie hat keinen wesentlichen Einfluß auf den horizontalen Winddruck, während dessen vertikale Komponente auch diskontinuierlich berechnet wird).

Auch der in Abb. 12 gezeichnete Fall eines Rahmens mit bogenförmigem statt geradem Balken und teilweise eingespannten Mittelstützen kann in ähnlicher Weise be-

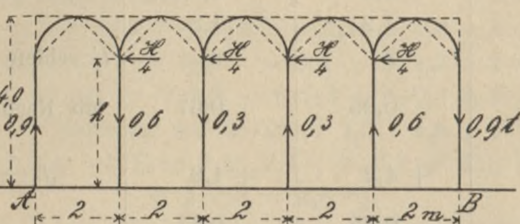

Abb. 12.

rechnet werden, wenn der Widerstand gegen die Verschiebung in den einzelnen Bögen gleich groß angenommen wird und der durch die gestrichelten Linien angedeutete und bei A und B eingespannte Rahmen zu berechnen ist.

Bei sehr steifen Mittelstützen sind die einzelnen Bögen als eingespannte Gewölbe zu berechnen (auch bei nachgiebigen Stützen wird zunächst dieselbe Berechnung mit Stützlinien bzw. nach der Elastizitätslehre ausgeführt), und wenn ein Nachgeben der Mittelstützen angenommen wird, so ist ein Bogen vollbelastet und alle anderen sind unbelastet anzunehmen (bei Vollbelastung aller Bögen heben sich die Horizontalschübe gegenseitig auf, und es kommt dies für die Berechnung des äußeren Rahmens in Betracht).

Die Differenz des Horizontalschubs in beiden Fällen (welche ja auch bei Berechnung der Mittelstützen verwendet wird) kann nach Abb. 12 als Horizontalkraft H eingeführt werden, welche bei Belastung des ersten Feldes rechts nach links wirkt und sich auf die vier Mittelstützen verteilt (bei Belastung eines mittleren Feldes würde die Wirkung nach rechts und nach links eine analoge sein, indem sich dieselbe auf die Stützen rechts und links gleichmäßig verteilt).

Die Wirkung dieses Horizontalschubes ist nun für dieselbe Steifigkeit der Bögen in dem Moment $M = \frac{H}{4} \cdot h$ ausgedrückt, und dieses ist wieder $= a_x \cdot V_x$ zu setzen, um die Zug- oder Druckkräfte V_x in den einzelnen Stützen zu erhalten (bei Annahme von $H = 1{,}6^{t}$ und den eingeschriebenen Maßen erhält man dieselben Werte wie in Abb. 8). Wird bei einer Bogenstellung mit Endwiderlagern (als den Endständern des Rahmens) noch der Winddruck M_w oder die Bremskraft B in der Höhe h' mit $M_b = B \cdot h'$ oder die Temperaturspannung in der Höhe der x-Achse berücksichtigt, so kann für deren Momente gleichfalls eine Verteilung auf die Mittelstützen erfolgen, während sie auf die Endwiderlager keinen wesentlichen Einfluß ausüben, außer wenn dieselben vollständig frei liegen oder die Bremskraft auf das feste Auflager wirkt.

Nachdem nun der Wert der Gegendrücke bzw. -züge V_x bestimmt ist, so ergibt sich hieraus (in derselben Weise wie beim Zweigelenkbogen)

$$H_x = \frac{V_x \cdot G \cdot z_u \cdot \frac{l}{2}}{T_x},$$

und es ist dieses H_x von dem berechneten H abzuziehen oder (für die Zugkraft) zu addieren, wie auch V_x zu dem V des berechneten Gewölbes hinzukommt oder von ihm abzuziehen ist. Die Zusammensetzung von V_x und H_x ergibt eine Resultante R_x, welche mit dem Kämpferdruck R zusammenzusetzen ist, um hieraus die Abweichung der Stützlinie des eingespannten Gewölbes zu erhalten*).

Diese Berechnungsweise gilt jedoch nur für solche Rahmenkonstruktionen mit eingespannten (oder mit Gelenken versehenen) Endständern, deren Mittelstützen nicht oder nur teilweise eingespannt sind und daher nur zur Aufnahme der Gegendrücke des oberen (geraden oder bogenförmigen) Balkens dienen. Werden die Mittelstützen ebenso ausgebildet wie die Endstützen, so kann mit der Kontinuität des oberen Balkens gerechnet werden (auch wenn derselbe an den Endstützen frei aufliegt), und es kann hierbei auch die elastische Durchbiegung der eingespannten Mittelstützen berücksichtigt werden (vgl. das Beispiel einer kontinuierlichen Brücke in meiner letzten Veröffentlichung von 1911).

Die Berechnung des Tunnelprofils (in derselben) als ringförmiger Rahmen zeigt endlich, wie dasselbe Verfahren auch bei jedem geschlossenen Querschnitt mit inneren oder äußeren Kräften angewendet werden kann, wenn die x-Achse (auch bei unsymmetrischem Querschnitt) bestimmt wird und die Summenausdrücke bzw. die Momentenflächen bei geraden Stäben hierfür gerechnet werden.

*) Auch für Scheddächer mit Dreiecken statt der Bögen ergibt sich eine ähnliche Berechnung des Einflusses der Horizontalschübe, und bei unsymmetrischer Anordnung der Dreiecke gegenüber der y-Achse ist die Verschiebung der vertikalen y-Achse $\left(\text{aus } \frac{\Sigma x \cdot w}{\Sigma w}\right)$ und die Drehung der x-Achse aus den Formeln in meinen letzten Veröffentlichungen von 1910 und 1911 zu bestimmen und die Momentenfläche der Zug- und Druckkräfte in den Mittelstützen wie in Abb. 9 zu berücksichtigen (s. auch S. 2).

II. Berechnung eines zweistieligen Bahnsteigdaches mit zwei Gelenken.

1. Berechnung des Bahnsteigdaches mit Bimsbetondecke.

Das Dach für den in Abb. 16 gezeichneten Güterbahnsteig soll aus Bimsbeton von $6{,}5^{\text{cm}}$ Stärke hergestellt werden, auf welchem die Dachpappe mit Christolanstrich befestigt wird. Als Eigengewicht erhält man vom Bimsbeton $0{,}065 \cdot 1700 = 110\ ^{\text{kg}}/_{\text{qm}}$ (sein spezifisches Gewicht ist mit Eiseneinlagen $= 1{,}7$) und für die Dachpappe 10^{kg} sowie Christol 5^{kg} oder zusammen $125\ ^{\text{kg}}/_{\text{qm}}$. Der Winddruck kann bei der Form des Daches vernachlässigt werden, und für ganze Schneebelastung sind $75\ ^{\text{kg}}/_{\text{qm}}$ zu rechnen, so daß man bei einer Belastungsbreite von $0{,}9 + 0{,}7 = 1{,}6^{\text{m}}$ erhält: $(125 + \overset{(37,5)}{75}) \cdot 1{,}6 = \overset{(260)}{320}{}^{\text{kg}}$ und vom Eigengewicht des Balkens (bei Abzug der Decke) $0{,}43 \cdot 0{,}2 \cdot 2400 + + (0{,}035 - 0{,}065) \cdot 0{,}2 \cdot 1700 = 196^{\text{kg}}$, somit zusammen $\overset{(260)}{320} + 196 = \text{rd. } \overset{(460)}{520}\ ^{\text{kg}}/_{\text{m}}$.

Die Berechnung der durch die Balken von 9^{m} Länge getragenen Bimsbetondecke ergibt sich für Bimsbeton 1 : 2 : 4 (1 Teil Zement, 2 Teile scharfen Sand und 4 Teile Bimskies) aus den zulässigen Spannungen des Bimsbetons

$\sigma_b = 25^{\,kg}$, des Eisens $\sigma_e = 1000^{\,kg}$ und dem Verhältnis $n = \frac{E_e}{E_b} = 30$ (statt 15). Nach A 1 b (s. Ber. der Eisenbetonkonstr. 1906) ist alsdann:

$h = x\left(\frac{\sigma_e}{n\,\sigma_b} + 1\right) = m \cdot x$ oder $m = \frac{1000}{30 \cdot 25} + 1 = \frac{7}{3}$,

ferner $x = \sqrt{\frac{6\,M}{b \cdot \sigma_b\,(3\,m - 1)}} = \sqrt{\frac{M}{b \cdot \sigma_b}}$ und für $b = 100^{\,cm}$ und $\sigma_b = 25^{\,kg}$ wird $x^{\,cm} = 0{,}02\,\sqrt{M^{\,cm}/_{kg}}$ sowie $h^{\,cm} = 0{,}0467\,\sqrt{M^{\,cm}/_{kg}}$, endlich ist $f_e = \frac{b \cdot \sigma_b \cdot x}{2\,\sigma_e} = \frac{100 \cdot 25 \cdot x}{2 \cdot 1000} = 0{,}025\,\sqrt{M^{\,cm}/_{kg}}$.

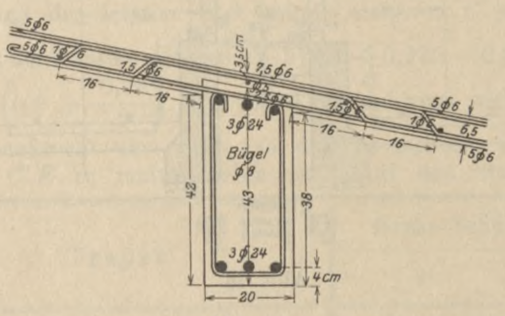

Abb. 13.

Das Moment des vorstehenden Daches ist bei $0{,}9^{\,m}$ Länge: $M = \frac{0{,}200 \cdot 0{,}9^2}{2} = 0{,}081\,^{m}/_{t}$, somit $x = 0{,}02\,\sqrt{8100} = 1{,}8^{\,cm}$, $h = \frac{7}{3}\,x = 4{,}2^{\,cm}$, $f_e = 0{,}025\,\sqrt{8100} = 2{,}25^{\,qcm}$, so daß bei $1^{\,cm}$ Abstand der Eisen vom Rand und $6^{\,mm}$ Durchmesser derselben für $h_1 = 5{,}2$ erhalten wird: $f_e = \frac{4{,}2}{5{,}2} \cdot 2{,}25 = 1{,}82^{\,qcm}$ und hierfür $7{,}5 \varnothing 6 = 7{,}5 \cdot 0{,}283 = 2{,}12^{\,qcm}$ genügen, während die Verteilungseisen mit ca. $30^{\,cm}$ Abstand $5^{\,mm}$ stark sein können $\left(\text{derselbe Wert für } f_e \text{ ergibt sich auch aus } \frac{h}{h_1} \cdot f_e = \frac{0{,}0467}{40} \cdot \frac{M}{h_1} = 0{,}00117\,\frac{M^{\,cm}/_{kg}}{\cdot\,h_1}\right)$.

Für die Stützweite von $1{,}4^{\,m}$ zwischen den Balken erhält man $M = \frac{0{,}2 \cdot 1{,}4^2}{8} = 0{,}049\,^{m}/_{t}$, wenn der Abzug durch das negative Moment des äußeren Daches nicht berücksichtigt wird. Hierfür ist $f_e = \frac{0{,}0117 \cdot 4900}{5{,}2} = 1{,}10^{\,qcm}$, so daß schon $5 \varnothing 6 = 5 \cdot 0{,}283 = 1{,}42^{\,qcm}$ genügen, und mit Rücksicht auf das negative Moment können von den 7,5 oberen Eisen 5 ganz durchgehen und 2,5 nach unten abgebogen werden sowie 2,5 unten durchgehen, und die Stelle der Abbiegungen ergibt sich aus $\frac{l}{10} =$ rd. $16^{\,cm}$ und $\frac{l}{5} =$ rd. $32^{\,cm}$ (5 Eisen pro Meter Breite ergibt $20^{\,cm}$, 1,5 und 1 ergibt 60 und $100^{\,cm}$ Abstand derselben).

Die Abstände der Konsolen, welche die Balken tragen, sind $= 9^{\,m}$, und es kann wegen der gleichmäßigen Belastung des ganzen Daches mit $M_m = \frac{q\,l^2}{12}$ in der Mitte der Oeffnungen und mit $M_a = \frac{q\,l^2}{10}$ am Auflager gerechnet werden (vgl. Hütte: Die Koeffizienten für gleichförmige Belastung von mehreren Oeffnungen), so daß man erhält $M_{qm} = \frac{0{,}52 \cdot 9^2}{12} = 3{,}51\,^{m}/_{t}$ und $M_{qa} = \frac{0{,}52 \cdot 9^2}{10} = 4{,}21\,^{m}/_{t}$.

Für das letztere ergibt sich (beim Eingreifen des Balkens um $3^{\,cm}$ in die Bimsbetondecke) bei doppelter Armierung mit $b = 20^{\,cm}$, $h = 40^{\,cm}$, $h' = 4^{\,cm}$, $\sigma_b = 40^{\,kg}$ nach A 2 d (s. Ber. der Eisenbetonkonstr. 1906 und 1910): $x = \frac{3}{8}\,h = \frac{3 \cdot 40}{8} = 15^{\,cm}$, $\sigma_e' = n \cdot \sigma_b\left(1 - \frac{h'}{x}\right) = 15 \cdot 40\left(1 - \frac{4}{15}\right) = 440^{\,kg}$, $\frac{\sigma_e'}{\sigma_b}\,f_e'\,(h - h') = \frac{M}{\sigma_b} - \frac{b \cdot x}{2}\left(h - \frac{x}{3}\right)$ oder $\frac{440}{40}\,f_e'\,(40 - 4) = \frac{421\,000}{40} - \frac{20 \cdot 15}{2}\left(40 - \frac{15}{3}\right)$ und hieraus (mit Rechenstab) $f_e' = 26{,}5 - 13{,}3 = 13{,}2^{\,qcm}$, $25\,f_e = \frac{\sigma_e' f_e'}{\sigma_b} + \frac{b \cdot x}{2} = \frac{440 \cdot 13{,}2}{40} + \frac{20 \cdot 15}{2}$ und $f_e = 5{,}8 + 6{,}0 = 11{,}8^{\,qcm}$, so daß unten und oben $3 \varnothing 24 = 13{,}6^{\,qcm}$ genügen.

Für das erstere ist mit $h = 39$, $h' = 3$, $\sigma_b = 40^{\,kg}$: $x = \frac{3 \cdot 39}{8} = 14{,}6^{\,cm}$, $\sigma_e' = 15 \cdot 40\left(1 - \frac{3}{14{,}6}\right) = 476^{\,kg}$, $\frac{476}{40}\,f_e'\,(39 - 3) = \frac{351\,000}{40} - \frac{20 \cdot 14{,}6}{2}\left(39 - \frac{14{,}6}{3}\right)$ oder $f_e' = 20{,}5 - 11{,}6 = 8{,}9^{\,qcm}$, $25\,f_e = \frac{476}{40} \cdot 8{,}9 + \frac{20 \cdot 14{,}6}{2}$ oder $f_e = 4{,}24 + 5{,}84 = 10{,}1^{\,qcm}$, somit genügen unten $3 \varnothing 24$ und oben $2 \varnothing 24 = 9^{\,qcm}$.

Die inneren Balken haben (mit Einrechnung der Dachrinne) nur $0{,}7 + 0{,}275 = 0{,}975^{\,m}$ Belastungsbreite somit $0{,}975 \cdot \overset{(162{,}5)}{200} = \overset{(158)}{195}\,^{kg}/_{qm}$ zu tragen, und mit dem Eigengewicht $\overset{(158)}{195} + 196 =$ rd. $\overset{(360)}{400}\,^{kg}$, so daß $M_m = \frac{0{,}4 \cdot 9^2}{12} = 2{,}70\,^{m}/_{t}$ und $M_a = \frac{0{,}4 \cdot 9^2}{10} = 3{,}24\,^{m}/_{t}$ wird, und die Armierung wie für die äußeren Balken reichlich stark ist.

Für beide ergibt sich die in Abb. 14 gezeichnete Anordnung der Eiseneinlagen, wenn die Abbiegungen bei $\frac{l}{10} =$ rd. $90^{\,cm}$ und bei $\frac{l}{5} =$ rd. $180^{\,cm}$ angenommen werden. Die Stöße der Eisen sind an die Stelle zu legen, wo die Momente am kleinsten sind, und ist dies bei dem Abstand $\frac{l}{6}$ der Fall (wobei oben die Lichtweite und unten die Stützweite gilt), so daß unten bei $1{,}5^{\,m}$ Abstand $M = 0$ wird, und bei $\sqrt{\frac{1}{3}} \cdot (4{,}5 - 1{,}5) = 1{,}74^{\,m}$ Abstand von der Mitte $2 \varnothing 24$ genügen, während der Stoß bei $2{,}05^{\,m}$ Abstand liegt (oben hört hier das mittlere Eisen auf, und die zwei äußeren reichen bis zu den Abbiegungen).

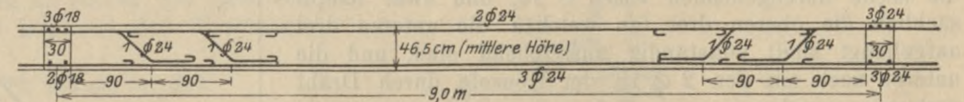

Abb. 14.

Der Auflagerdruck ist bei Kontinuität der Balken $= 1{,}1 \cdot 0{,}52 \cdot 9{,}0 = 5{,}15^{\,t}$, und als Querkraft ist die Hälfte zu nehmen, somit wird $\tau_0 = \frac{Q}{b\left(h - \frac{x}{3}\right)} = \frac{5150}{2 \cdot 20\left(\frac{7}{8} \cdot 39\right)} = 3{,}8^{\,kg}$ $\left(\text{da für } x = \frac{3}{8}\,h,\ \frac{x}{3} = \frac{h}{8} \text{ wird}\right)$, und es genügen jedenfalls zwei Abbiegungen. Die Adhäsionsspannung ist $\tau_1 = \frac{b \cdot \tau_0}{n\,\pi\,d} = \frac{20 \cdot 3{,}8}{3 \cdot \pi \cdot 2{,}4} = 3{,}4^{\,kg}$ und gilt am

Auflager oben. Der Bügelabstand ist $e = \frac{\sigma_e f_e}{b \cdot \tau_0} = \frac{1000 \cdot 2 \cdot 0,5}{20 \cdot 3} = 16,6^{cm}$ außen.

Zur Berechnung der Konsolen erhält man eine Einzellast $0,52 \cdot 9 = 4,68^t$, und das Gewicht derselben ergibt sich bei Verwandlung der Fläche in ein Trapez aus $\frac{0,6 + 0,1}{2} \cdot 1,575 \cdot 0,3 \cdot 2,4 = 0,40^t$ und ihr Schwerpunkt aus $\frac{1,575}{3} \cdot \frac{0,6 + 2 \cdot 0,1}{0,6 + 0,1} = 0,60^m$, somit wird das Moment $= 4,68 \cdot 0,675 + 0,4 \cdot 0,6 = 3,40\ ^m/_t$.

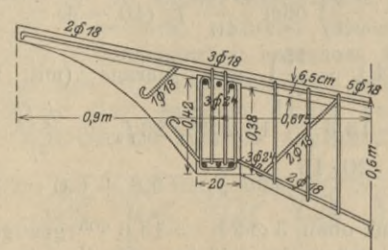

Abb. 15.

Hierfür ergibt sich nach A 1 b: $x = \sqrt{\frac{6M}{7b \cdot \sigma_b}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 340000}{7 \cdot 30 \cdot 40}} = 15,6^{cm}$, $h = \frac{8}{3} x = 41,6^{cm}$, $f_e = \frac{b \cdot x}{50} = \frac{30 \cdot 15,6}{50} = 9,36^{qcm}$, und für $h_1 = 56^{cm}$ wird $f_e = \frac{41,6}{56} \cdot 9,36 = 7^{qcm}$, so daß schon 3 ⌀ 18 genügen und wegen der Abbiegungen 5 ⌀ 18 angenommen werden sollen.

Die Querkraft ist $Q = 4,68 + 0,4 = 5,08^t$ mit $\tau_0 = \frac{5080}{30\left(\frac{7}{8} \cdot 56\right)} = 3,5^{kg}$, und beim Balken ist $Q = 5,08 - \left(\frac{0,6 + 0,445}{2}\right) \cdot 0,575 \cdot 0,3 \cdot 2,4 = 4,86^t$ mit $\tau_0 = \frac{4860}{30\left(\frac{7}{8} \cdot 40\right)} = 4,6^{kg}$, so daß bei Annahme von 3^{kg} zulässiger Schubspannung des Betons $\frac{1,6 + 0,5}{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot 57,5 \cdot 30 = 1280^{kg}$ durch 2 ⌀ 18 aufzunehmen sind und hierfür $\sigma_e = \frac{1280}{2,55 \cdot 2} = 250^{kg}$ wird.

Die Abscherungsfläche des in der Konsole hängenden Balkens ist 43^{cm} hoch und 20^{cm} breit, so daß man als Scherspannung erhält: $\tau = \frac{5150}{2 \cdot 20 \cdot 43} = 3^{kg}$ und daher die sechs durchgehenden Eisen ⌀ 24, und zwar hauptsächlich die oberen drei (an welchen die unteren drei aufgehängt sind) vollständig ausreichend sind, und die unteren noch mit den 2 ⌀ 18 der Konsole durch Draht verbunden werden.

2. Berechnung des Zweigelenkrahmens mit Eiseneinlagen.

Zur Berechnung des Rahmens in Abb. 16 und 17 sind die Trägheitsmomente der in der Mittellinie enthaltenen Stäbe zu bestimmen, und kann oben eine Gerade EF angenommen werden, während auf der Seite die Geraden AC und CE beizubehalten sind, wenn auch nachher das Eck derselben abgerundet wird (wie dies gewöhnlich bei Rahmenkonstruktionen geschieht). Das mittlere Trägheitsmoment von AC ergibt sich aus $J_1 = \left(\frac{23^4}{12} + \frac{29^4}{12}\right) : 2 = 41130$ (für den mittleren Querschnitt erhielte man $\frac{26^4}{12} = 38081$), und bei den zwei anderen Stäben kann die Mittellinie über den Stäben als Höhe angenommen werden (weil das angenäherte Verhältnis der Trägheitsmomente für die Rahmenberechnung genügt), so daß man für CE und DE: $\frac{55^3}{12} \cdot 30 = 415938$ erhält (bei letzterem wird der

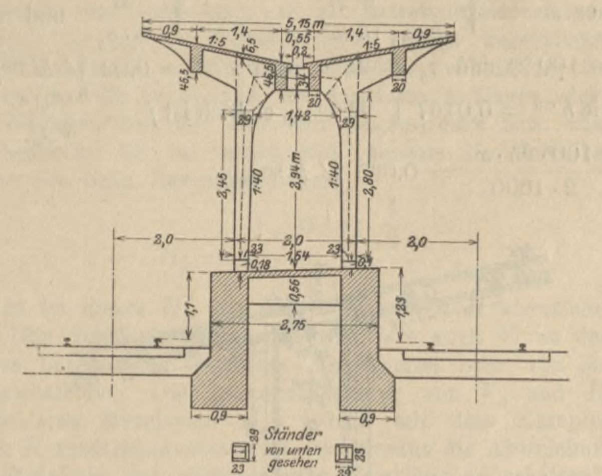

Abb. 16.

obere Einschnitt durch das untere Eck des Vierecks ausgeglichen) und das Verhältnis der Trägheitsmomente $J_1 : J_2 : J_3 = 1 : 10 : 10$ wird.

Für den bei A und B eingespannten Rahmen erhält man den Abstand der x-Achse aus (s. Abb. 17):

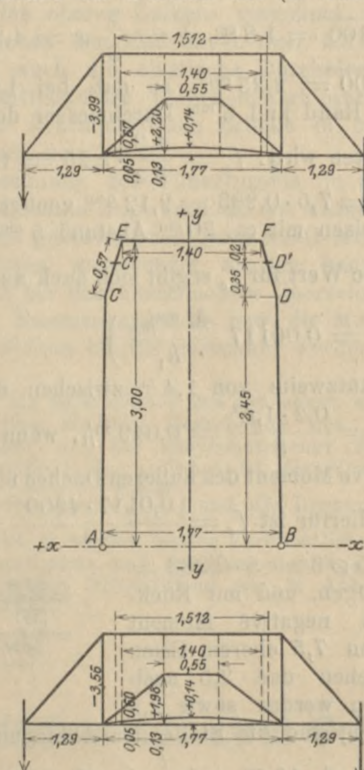

Abb. 17.

$$z_0 = \frac{\Sigma w \cdot y'}{\Sigma w\ (= G)} = \left(\frac{0,57}{10} \cdot \frac{0,55}{2} + \frac{2,45}{1} \cdot 1,775\right) : \left(\frac{0,7}{10} + \frac{0,57}{10} + \frac{2,45}{1}\right) = \frac{4,365}{2,577} = 1,70^m$$

(für den halben Rahmen), und $z_u = 3,0 - 1,70 = 1,30^m$ sowie $G = 2 \cdot 2,577 = 5,15$ sind auch zur Berechnung des Winddrucks beim Zweigelenkrahmen erforderlich (vgl. meine Veröffentlichungen von 1910 und 1911).

Bei letzterem ist die x-Achse durch die zwei Gelenke bei A und B zu legen, und hierfür erhält man das Trägheitsmoment $T_x = \int y^2 \cdot \frac{ds}{J} = \Sigma \frac{1}{3} w (y_1^2 + y_1 \cdot y_2 + y_2^2) = \left\{\frac{0{,}7}{10} \cdot 3^2 + \frac{0{,}57}{10 \cdot 3}(3^2 + 3 \cdot 2{,}45 + 2{,}45^2) + \frac{2{,}45}{1} \cdot \frac{2{,}45^2}{3}\right\} \cdot 2 = 11{,}92.$

Die Momentenflächen für die Summenausdrücke $X = \frac{\Sigma F_0' \cdot y_s}{T_x}$ sind nun so zu bestimmen, daß der gesuchte Horizontalschub bei $A = 0$ gesetzt wird, während die vertikalen Auflagerdrücke durch die Gelenke bei A und B gehen und daher für die vertikale und horizontale Belastung mit der Stützweite 1,77 zu rechnen ist.

Die Momente für die Stäbe AC und CE sind daher $= 0$, und der letztere Stab erhält erst von C' an das Moment der Konsole: $M = \overset{(0,46)}{0{,}52} \cdot 9 (1{,}4 + 0{,}275 - 0{,}885) + 0{,}4 \left(0{,}6 + \frac{0{,}23}{2}\right) = -\overset{(3,56)}{3{,}99}$ m/t, und zwar wirkt dasselbe senkrecht zum Stab, so daß es mit der schiefen Länge $C'E$ zu multiplizieren ist. Auf den Stab EF wirken die Momente der inneren Balken $M = \overset{(0,36)}{0{,}4} \cdot 9 (0{,}885 - 0{,}275) = + \overset{(1,98)}{2{,}20}$ m/t, und für die angenäherte gleichmäßige Belastung desselben ist $M = (0{,}5 \cdot \overset{(0,36)}{0{,}3} \cdot 2{,}4) \cdot \frac{1{,}77^2}{8} = + 0{,}14$ m/t.

Man erhält daher als Momentenflächen die in Abb. 17 gezeichneten negativen Rechtecke und positiven Trapeze und Parabeln für ganze und halbe Schneebelastung. Hierbei ist es am einfachsten, die vertikale Projektion derselben aufzuzeichnen und deren Flächeninhalte mit den schiefen Stablängen zu multiplizieren, weil sie eigentlich senkrecht zu den Stäben gezeichnet werden sollten, wie dies aus dem Summenausdruck $X = \int \frac{M_0 d_s}{J} \cdot y = \Sigma \frac{F_0 \cdot y_s}{J}$ hervorgeht. Man erhält daher folgende Tabelle für die Momentenflächen von G (s. Abb. 19) nach links, wobei die Höhen der Parabeln zu denen der Trapeze addiert sind und beide nur für den Stab EF gelten, auf welchen die Kräfte wirken (die auch für $C'E$ und $D'F$ geltenden Rechtecke können direkt in den Summenausdruck für X eingesetzt werden).

Trapez	Ganze Schneebelastung		Halbe Schneebelastung		Bemerkungen
	1	2	1	2	
$a + 2b$	7,00	3,77	6,34	3,41	
$a + b$	4,67	3,05	4,23	2,76	
h (h' schief)	0,275	0,425	0,275	0,425	
$e = \frac{h}{3} \cdot \frac{a + 2b}{a + b}$	0,137	0,175	0,137	0,175	(mit Rechenstab)
$F_0 = h' \cdot \frac{a + b}{2}$	0,642	0,648	0,581	0,586	$J_3 = 10$
x_s (Abstand $+ e$)	0,137	0,450	0,137	0,450	
y' $\left(\text{Abstand} + \frac{e}{h} \cdot \text{Höhe}\right)$	0	0	0	0	$y_s = 3 - y'$

Mit $F_0' = \frac{F_0}{J}$ sowie $J_1 = 1$ und $J_2 = J_3 = 10$ wird daher für den Zweigelenkrahmen:

$$X = \frac{\Sigma F_0' \cdot y_s}{T_x} = \left\{\frac{\overset{(0,581)}{0{,}642}}{10} \cdot 3 + \frac{\overset{(0,586)}{0{,}648}}{10} \cdot 3 - \frac{\overset{(3,56)}{3{,}99} \cdot 0{,}7}{10} \cdot 3 - \frac{\overset{(3,56)}{3{,}99} \cdot 0{,}21}{10} \cdot 2{,}9\right\} \cdot 2 : 11{,}92 = -0{,}116\ (0{,}103)^{\,t}.$$

Vom Winddruck erhält man bei $F: M = \frac{0{,}725^2}{2} \cdot 9 \cdot 0{,}150 = 0{,}98 \cdot \frac{0{,}725}{2} = -0{,}355$ m/t, ferner bei 0,2 m Abstand von F (Unterkante des Balkens EF) $: M = 0{,}36 + 0{,}98 \cdot 0{,}2 + (0{,}2 \cdot \overset{(0,27)}{9} \cdot 0{,}150) \cdot 0{,}1 = -0{,}58$ m/t, bei 1,6 m Abstand: $M = 0{,}58 + 1{,}4\,(0{,}98 + 0{,}27) + \left(\frac{0{,}265 + 0{,}30}{2} \cdot 1{,}4 \cdot 0{,}150\right) \cdot 0{,}7 = 2{,}33 + 0{,}04 = -2{,}37$ m/t und bei $B: M = 0{,}58 + (0{,}98 + 0{,}27) \cdot 2{,}8 + \left(\frac{0{,}30 + 0{,}23}{2} \cdot 2{,}8 \cdot 0{,}150\right) \cdot 1{,}4 = 4{,}08 + 0{,}16 = -4{,}24$ m/t.

Die Momentenflächen sind von oben an (wobei das Rechteck mit 0,36 m/t Höhe bis F'' anzunehmen ist, weil der Winddruck von hier an einwirkt)

$F_0 = 0{,}36 \cdot 0{,}525 = -0{,}19$ m/t mit $y_s = 3{,}0$,

$F_0 = \left(0{,}21 \cdot \frac{0{,}36 + 0{,}58}{2}\right) = -0{,}10$ m/t mit

$y_s = 3{,}0 - \frac{0{,}2}{3} \cdot \frac{0{,}36 + 2 \cdot 0{,}58}{0{,}36 + 0{,}58} = 2{,}89$ m,

$F_0 = \left(0{,}36 \cdot \frac{0{,}58 + 1{,}02}{2}\right) = -0{,}29$ m/t mit

$y_s = 2{,}8 - \frac{0{,}35}{3} \cdot \frac{0{,}58 + 2 \cdot 1{,}02}{0{,}58 + 1{,}02} = 2{,}61$ m,

$F_0 = \left(2{,}45 \cdot \frac{1{,}02 + 4{,}08}{2}\right) = -6{,}24$ m/t mit

$y_s = \frac{2{,}45}{3} \cdot \frac{4{,}08 + 2 \cdot 1{,}02}{4{,}08 + 1{,}02} = 0{,}98$ m,

$F_0 = \frac{0{,}16 \cdot 2{,}8}{3} = -0{,}15$ m/t mit $y_s = \frac{2{,}8}{4} = 0{,}7$ m (für die Parabel).

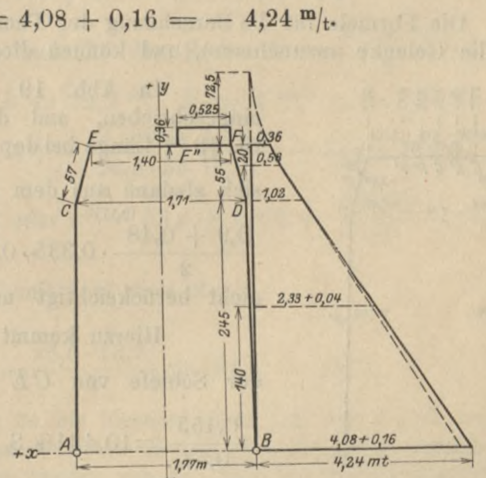

Abb. 18.

Es ist daher der Horizontalschub

$$X = \frac{\Sigma F_0' \cdot y_s}{T_x} = \left\{- \frac{0{,}19 \cdot 3}{10} - \frac{0{,}10 \cdot 2{,}89}{10} - \frac{0{,}29 \cdot 2{,}61}{10} - \frac{6{,}24}{1} \cdot 0{,}98 - \frac{0{,}15}{1} \cdot 0{,}7\right\} : 11{,}92 = -\,0{,}536\,^{t}.$$

Als vertikalen Gegendruck bei A erhält man $V = \frac{4{,}24}{1{,}77} = 2{,}40\,^{t}$, und der zugehörige Horizontalschub ist $X = \frac{V \cdot G \cdot z_u \cdot l}{2\,T_x} = \frac{2{,}4 \cdot 5{,}15 \cdot 1{,}30 \cdot 1{,}77}{2 \cdot 11{,}92} = 1{,}193\,^{t}$, somit bleibt als Differenz $X = 1{,}193 - 0{,}536 = 0{,}657\,^{t}$, und aus dem ganzen Winddruck $= 0{,}98 + 0{,}27 + 0{,}11 = 1{,}36\,^{t}$ ergibt sich der Horizontalschub bei $B = 1{,}36 - 0{,}6517 = 0{,}703\,^{t}$.

Aus dem kleinen Horizontalschub $= -\,0{,}116\ (0{,}103)\,^{t}$ für vertikale Belastung und dem beinah geich großen Horizontalschub bei A und B für den horizontalen Winddruck geht hervor, daß die Berechnung des Rahmens angenähert mit dem halben Winddruck als Horizontalschub ausgeführt werden kann.

Doch ist auch die genaue Berechnung leicht durchzuführen, und die Momente in jedem Schnitt des Rahmens ergeben sich aus der Gleichung $M_x = V \cdot x - H \cdot y + M_0$, und man erhält für die ganze Schneebelastung $X = H = -\,0{,}116\,^{t}$ ($V \cdot x + M_0$ ist bei vertikaler Belastung schon in dem oben berechneten M enthalten) und für das nach auswärts gerichtete H:

$M_a = 0$, $M_{a'} = 1{,}4 \cdot 0{,}116 = +\,0{,}16$, $M_c = 2{,}45 \cdot 0{,}116 = +\,0{,}28$, $M_{c'} = -\,3{,}99 + 2{,}8 \cdot 0{,}116 = -\,3{,}67$,
$M_e = -\,3{,}99 + 3 \cdot 0{,}116 + 0{,}72 = -\,2{,}92$, $M_{e'} = -\,3{,}99 + \frac{0{,}51}{0{,}61} \cdot 2{,}20 + 0{,}12 + 3 \cdot 0{,}116 = -\,1{,}68$,
$M_{e''} = -\,3{,}99 + 2{,}20 + 0{,}13 + 0{,}35 = -\,1{,}31$ und $M_g = -\,3{,}99 + 2{,}20 + 0{,}14 + 0{,}35 = -\,1{,}30\,^{m}/_{t}$
rechts sind dieselben Momente vorhanden).

Ebenso erhält man bei halber Schneebelastung mit $X = H = -\,0{,}103\,^{t}$:

$M_a = 0$, $M_{a'} = 1{,}4 \cdot 0{,}103 = +\,0{,}14$, $M_c = 2{,}45 \cdot 0{,}103 = +\,0{,}25$, $M_{c'} = -\,3{,}56 + 2{,}8 \cdot 0{,}103 = -\,3{,}27$,
$M_e = -\,3{,}56 + \frac{0{,}185}{0{,}61} \cdot 1{,}98 + 0{,}05 + 3 \cdot 0{,}103 = -\,2{,}60$, $M_{e'} = -\,3{,}56 + \frac{0{,}51}{0{,}61} \cdot 1{,}98 + 0{,}12 + 3 \cdot 0{,}103 = -\,1{,}48$,
$M_{e''} = -\,3{,}56 + 1{,}98 + 0{,}13 + 0{,}31 = -\,1{,}14$, $M_g = -\,3{,}56 + 1{,}98 + 0{,}14 + 0{,}31 = -\,1{,}13\,^{m}/_{t}$.

Für den horizontalen Winddruck ist mit $H = 0{,}657\,^{t}$, $V = 2{,}4\,^{t}$:

$M_a = 0$, $M_{a'} = -\,0{,}657 \cdot 1{,}4 + 2{,}4 \cdot 0{,}018 = -\,0{,}89$, $M_c = -\,0{,}657 \cdot 2{,}45 + 2{,}4 \cdot 0{,}03 = -\,1{,}54$,
$M_{c'} = -\,0{,}657 \cdot 2{,}8 + 2{,}4 \cdot 0{,}129 = -\,1{,}53$, $M_e = -\,0{,}657 \cdot 3 + 2{,}4\ (0{,}885 - 0{,}7) = -\,1{,}53$,
$M_{e'} = -\,0{,}657 \cdot 3 + 2{,}4\ (0{,}885 - 0{,}375) = -\,0{,}75$, $M_{e''} = -\,1{,}97 + 2{,}4\ (0{,}885 - 0{,}175) = -\,0{,}27$,
$M_g = -\,1{,}97 + 2{,}4 \cdot 0{,}885 = +\,0{,}15$, $M_{f''} = -\,1{,}97 + 2{,}4\ (0{,}885 + 0{,}175) - 0{,}355 = +\,0{,}22$,
$M_{f'} = -\,1{,}97 + 2{,}4\ (0{,}885 + 0{,}375) - 0{,}355 = +\,0{,}70$, $M_f = -\,1{,}97 + 2{,}4\ (0{,}885 + 0{,}7) - 0{,}355 = +\,1{,}48$,
$M_{d'} = -\,0{,}657 \cdot 2{,}8 + 2{,}4\ (1{,}77 - 0{,}129) - 0{,}58 = +\,1{,}52$, $M_d = -\,0{,}657 \cdot 2{,}45 + 2{,}4\ (1{,}77 - 0{,}03) - 1{,}02 = +\,1{,}55$,
$M_{b'} = -\,0{,}657 \cdot 1{,}4 + 2{,}4\ (1{,}77 - 0{,}018) - 2{,}37 = +\,0{,}92$, $M_b = 2{,}4 \cdot 1{,}77 - 4{,}24 = 0$.

Die Summierung dieser Momente ergibt für ganze Schneebelastung und halben Winddruck:

$M_a = 0$, $M_{a'} = +\,0{,}16 - 0{,}45 = -\,0{,}29$, $M_c = +\,0{,}28 - 0{,}77 = -\,0{,}49$,
$M_{c'} = -\,3{,}67 - 0{,}77 = -\,4{,}44$, $M_e = -\,2{,}92 - 0{,}77 = -\,3{,}69$, $M_{e'} = -\,1{,}68 - 0{,}38 = -\,2{,}06$,
$M_{e''} = -\,1{,}31 - 0{,}14 = -\,1{,}45$, $M_g = -\,1{,}30 + 0{,}07 = -\,1{,}23$, $M_{f''} = -\,1{,}31 + 0{,}11 = -\,1{,}20$,
$M_{f'} = -\,1{,}68 + 0{,}35 = -\,1{,}33$, $M_f = -\,2{,}92 + 0{,}74 = -\,2{,}18$, $M_{d'} = -\,3{,}67 + 0{,}76 = -\,2{,}91$,
$M_d = +\,0{,}28 + 0{,}78 = +\,1{,}06$, $M_{b'} = +\,0{,}16 + 0{,}46 = +\,0{,}62\,^{m}/_{t}$.

Ebenso erhält man für halbe Schneebelastung und ganzen Winddruck:

$M_a = 0$, $M_{a'} = +\,0{,}14 - 0{,}89 = -\,0{,}75$, $M_c = +\,0{,}25 - 1{,}54 = -\,1{,}29$,
$M_{c'} = -\,3{,}27 - 1{,}53 = -\,4{,}80$, $M_e = -\,2{,}60 - 1{,}53 = -\,4{,}13$, $M_{e'} = -\,1{,}48 - 0{,}75 = -\,2{,}23$,
$M_{e''} = -\,1{,}14 - 0{,}27 = -\,1{,}41$, $M_g = -\,1{,}13 + 0{,}15 = -\,0{,}98$, $M_{f''} = -\,1{,}14 - 0{,}27 = -\,1{,}41$,
$M_g = -\,1{,}13 + 0{,}15 = -\,0{,}98$, $M_{f''} = -\,1{,}14 + 0{,}22 = -\,0{,}92$, $M_{f'} = -\,1{,}48 + 0{,}70 = -\,0{,}78$,
$M_f = -\,2{,}60 + 1{,}48 = -\,1{,}12$, $M_{d'} = -\,3{,}27 + 1{,}52 = -\,1{,}75$, $M_d = +\,0{,}25 + 1{,}55 = +\,1{,}80$,
$M_{b'} = +\,0{,}14 + 0{,}92 = +\,1{,}06\,^{m}/_{t}$.

Die Formeln für die Berechnung der Temperaturspannungen sind auf S. 2 angegeben (H_t ist hierbei in der x-Achse durch die Gelenke anzunehmen), und können dieselben bei der geringen Breite des Bahnsteigs vernachlässigt werden.

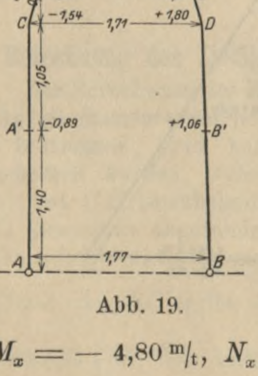

Abb. 19.

In Abb. 19 sind die Maximalbiegungsmomente für die Berechnung des Rahmens eingeschrieben, und das größte Moment bei C' kann mit dem schiefen Querschnitt von rd. 49 cm Länge bei doppelter Armierung berechnet werden (s. Abb. 20). Die Normalkraft N_x ergibt sich alsdann aus dem Auflagerdruck $A = 0{,}4\overset{(4,14)}{6} \cdot 9 + 0{,}3\overset{(3,24)}{6} \cdot 9 + 0{,}40 + 0{,}92 \cdot 0{,}\overset{(0,19)}{29} \cdot 0{,}3 \cdot 2{,}4 + \frac{0{,}9 + 0{,}4\overset{(0,17)}{8}}{2} \cdot 0{,}335 \cdot 0{,}3 \cdot 2{,}4 + 0{,}4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}\overset{(0,11)}{375} \cdot 2{,}4 = 8{,}25\,^{t}$ (die Abrundung bei C ist beim Gewicht nicht berücksichtigt und wird durch die volle Rechnung des inneren Balkens ausgeglichen).

Hierzu kommt noch vom Winddruck $V = 2{,}40\,^{t}$ somit zusammen $10{,}65\,^{t}$, und wegen der Schiefe von CE wird $N_x = V_x \sin\varphi + H_x \cos\varphi = 10{,}65 \cdot \frac{0{,}55}{0{,}57} + (0{,}657 - 0{,}103) \cdot \frac{0{,}155}{0{,}57} = 10{,}43\,^{t}$ (s. S. 14—15).

Man erhält nun für doppelte Armierung nach $B\,2\,c$ mit $f_e = f_e'$ für

$M_x = -\,4{,}80\,^{m}/_{t}$, $N_x = +\,10{,}43\,^{t}$, $c = \frac{M_x}{N_x} = \frac{-\,4{,}80}{10{,}43} = -\,0{,}460\,^{m}$, $b = 30\,^{cm}$, $h = 44\,^{cm}$, $h' = 4\,^{cm}$, $p = 1$,

$g_1 = -0{,}460 + 0{,}245 = -22^{\,cm}$, $g_2 = 22 + 44 = 66^{\,cm}$, $\sigma_b = 35^{\,kg}$ (bei Stützen):

$$x^2 - 2x(h + h') = -\frac{3}{2}(h^2 + h'^2) + \frac{3P}{b\cdot\sigma_b}\left\{\left(\frac{h}{x} - 1\right)\cdot g_2 + \left(1 - \frac{h'}{x}\right)(g_1 - h')\right\},\ \text{oder}$$

$$x^2 - 2x(44 + 4) = -\frac{3}{2}(44^2 + 4^2) + \frac{3\cdot 10430}{30\cdot 35}\left\{\left(\frac{44}{x} - 1\right)\cdot 66 + \left(1 - \frac{4}{x}\right)(-22 - 4)\right\},\ \text{oder}\ x^2 - 96x =$$

$$= -2928 + 29{,}80\left(\frac{3008}{x} - 92\right),\ \text{oder}\ x^2 - 96x + 5670 - \frac{89\,638}{x} = 0.$$

Für $x = \begin{cases}20\\25\end{cases}$ ist $f(x) = \begin{cases}-332\\+309\end{cases}$, somit $x = 25 - \dfrac{5\cdot 309}{641} = 23$ und hierfür $f(x) = +94$ und genaues $x = 23 - \dfrac{3\cdot 94}{426} = 22{,}3$ mit $f(x) = +3$.

Ferner ist $n\left(1 - \dfrac{h'}{x}\right) f'_e\,(h - h') = \dfrac{P\cdot g_2}{\sigma_b} - \dfrac{b\cdot x}{6}(3h - x)$,
(492)

oder $15\left(1 - \dfrac{4}{22{,}3}\right) f'_e\,(44 - 4) = \dfrac{10\,430}{35}\cdot 66 - \dfrac{30\cdot 22{,}3}{6}(3\cdot 44 - 22{,}3)$,

oder $f'_e = 41{,}6 - 24{,}8 = 16{,}8^{\,qcm}$, so daß $4 \varnothing 24 = 18{,}1^{\,qcm}$ genügen.

Bei D erhält man $M_x = +1{,}80^{\,m}/_t$, $B = 8{,}25 - 2{,}4 = +6{,}85^{\,t}$ und als kleinste Breite ca. $36^{\,cm}$, somit nach $B\,2\,a$ mit $f_e = f'_e = 18{,}1$, $c = \dfrac{+1{,}80}{6{,}85} = 0{,}262^{\,m}$, $b = 29^{\,cm}$, $h = 32^{\,cm}$, $h' = 4^{\,cm}$, $g_1 = -0{,}26 + 0{,}18 = -8^{\,cm}$, $g_2 = 8 + 32 = 40^{\,cm}$: $x^2 - 3g_1\cdot x = \dfrac{6\,n\,f_e}{b}\left\{\left(\dfrac{h}{x} - 1\right)\cdot g_2 + \left(1 - \dfrac{h'}{x}\right)\cdot(g_1 - h')\right\} = \dfrac{6\cdot 15\cdot 18{,}1}{29}\left\{\left(\dfrac{32}{x} - 1\right)\cdot 40 + \left(1 - \dfrac{4}{x}\right)\cdot(-8 - 4)\right\}$, oder $x^2 + 3\cdot 8\,x = 56{,}172\,(1328 - 52)$, oder $x^2 + 24\cdot x + 2921 - \dfrac{74\,596}{x} = 0$.

Für $x = \begin{cases}20\\19\end{cases}$ ist $f(x) = \begin{cases}+71\\-188\end{cases}$, somit $x = 20 - \dfrac{1\cdot 71}{259} = 19{,}7$ und hierfür $f(x) = -5$.

Ferner ist

$$\sigma_b = \frac{2P\cdot g_2}{b\cdot x\left(h - \frac{x}{3}\right) + 2\,n\,f'_e\,(h - h')\left(1 - \frac{h'}{x}\right)} =$$

$$= \frac{2\cdot 6850\cdot 40}{29\cdot 19{,}7\,(32 - 6{,}6) + 2\cdot 15\cdot 18{,}1\,(32 - 4)\left(1 - \frac{4}{19{,}7}\right)} =$$

$$= \frac{548{,}000}{14{,}5 + 12{,}1} = 20{,}6^{\,kg}.$$

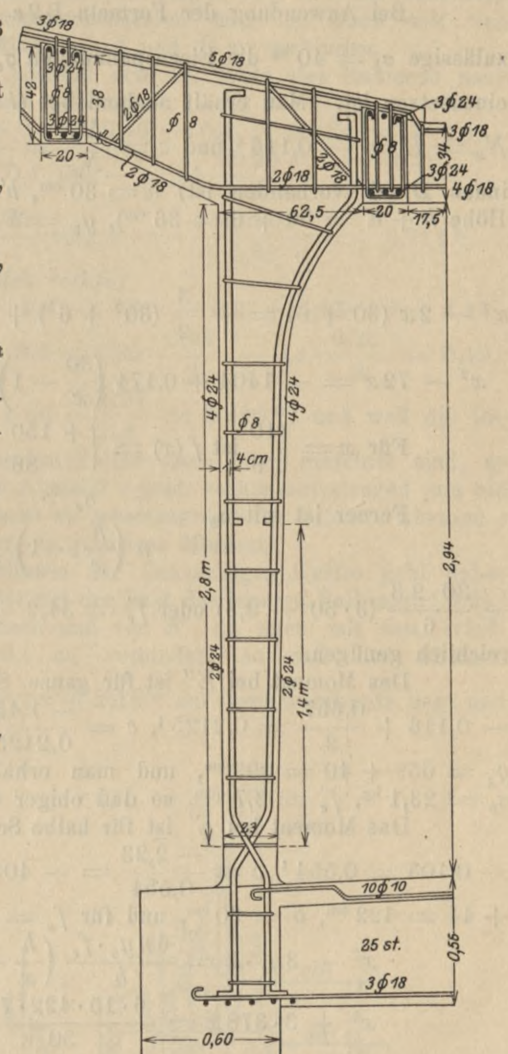

Abb. 20.

Bei B' ist $M_x = +1{,}06^{\,m}/_t$ mit $B = 8{,}25 + \left(\dfrac{0{,}29 + 0{,}265}{2}\right)^2\cdot 1{,}05\cdot 2{,}4 = 8{,}45^{\,t}$, wovon $2{,}4^{\,t}$ für den Winddruck abgehen, somit $= 6{,}05^{\,t}$, $c = \dfrac{M_x}{N_x} = \dfrac{1{,}06}{6{,}05} = 0{,}175^{\,m}$, und für die Breite $b = \dfrac{30 + 23}{2} = 26{,}5^{\,cm}$, $g_1 = -17{,}5 + 13{,}3 = -4{,}2^{\,cm}$, $g_2 = 22{,}5 + 4{,}2 = 26{,}7^{\,cm}$, $h = 22{,}5^{\,cm}$, $h' = 4^{\,cm}$, $\sigma_b = 35^{\,kg}$. Obige Gleichung (nach $B\,2\,c$) lautet daher: $x^2 - 2x\cdot 26{,}5 = -\dfrac{3}{2}(26{,}5^2 + 4^2) + \dfrac{3\cdot 6050}{26{,}5\cdot 35}\left\{\left(\dfrac{22{,}5}{x} - 1\right)\cdot 26{,}7 + \left(1 - \dfrac{4}{x}\right)\cdot(-4{,}2 - 4)\right\}$, oder $x^2 - 53x = -783 + 19{,}569\left(\dfrac{633{,}6}{x} - 34{,}9\right)$, oder $x^2 - 53x + 1466 - \dfrac{12\,399}{x} = 0$.

Für $x = \begin{cases}14\\13\end{cases}$ ist $f(x) = \begin{cases}+35\\-8\end{cases}$ und $x = 13 + \dfrac{8\cdot 1}{43} = 13{,}2$ mit $f(x) = +2$.

Ferner ist $15\left(1 - \dfrac{4}{13{,}2}\right) f'_e\cdot(22{,}5 - 4) = \dfrac{6050\cdot 26{,}7}{35} - \dfrac{26{,}5\cdot 13{,}2}{6}(3\cdot 22{,}5 - 13{,}2)$, $f'_e = 23{,}9 - 16{,}4 = 7{,}5^{\,qcm}$, so daß $2\varnothing 24 = 9{,}0^{\,qcm}$ genügen, und die vier Eisen $\varnothing\,24$ bis hierher gehen und nun $2\varnothing 24$ auf beiden Seiten genügen. Dieselben werden bei den als Gelenken auszubildenden Punkten A und B gelenkartig abgebogen und in das Betonfundament vertikal hinabgeführt. An die Stelle der Gelenke werden von der Seite her Asphaltfilzplatten eingeschoben, damit die Beweglichkeit der Ständer vorhanden ist, welche als Grundlage für die Berechnung gedient hat. Die abgebogenen Eisen werden auch auf Schub beansprucht, und zwar mit $0{,}703 + 0{,}103 = 0{,}806^{\,t}$ bei B, was bei $4\varnothing 24 = 18{,}1^{\,qcm}$ nicht in Betracht kommt.

Die obige Berechnung könnte mit denselben Momentenflächen für den bei A und B eingespannten Rahmen durchgeführt werden, und es ist alsdann nur noch das Trägheitsmoment in Beziehung auf die y-Achse:

$$T_x = \int y^2 \frac{ds}{J} = \Sigma \frac{1}{3} w \left(x_1^2 + x_1 \cdot x_2 + x_2^2\right) \text{ sowie } V = Y = \frac{\Sigma F_0' \cdot x_s}{T_y} \text{ und } M = Z = -\frac{\Sigma F_0'}{G}$$

zu berechnen, und hierfür ergeben sich die Momente in jedem Schnitt aus $M_x = M + M_0 - H \cdot y - V \cdot x$, wobei auch die Vorzeichen zu berücksichtigen sind und alsdann kein Fehler vorkommen kann (s. meine Veröffentlichung von 1911).

Bei den Momenten des oberen Balkens EF sind nur kleine Normalkräfte zu berücksichtigen, und die Angriffspunkte der Stützlinien erhalten sehr große Abstände (bei einfacher Biegung ist ihr Abstand unendlich groß).

Bei Anwendung der Formeln B 2 c (s. oben) für doppelte Armierung mit $f_e = f_e'$ und $p = 1$ werden für das zulässige $\sigma_b = 40^{\,\mathrm{kg}}$ die Eisenspannungen σ_e bedeutend größer als $1000^{\,\mathrm{kg}}$, weshalb $\frac{1}{\sigma_b} = \frac{n}{\sigma_e}\left(\frac{h}{x} - 1\right)$ mit $\sigma_e = 1000^{\,\mathrm{kg}}$ einzusetzen ist. Man erhält alsdann bei G (s. Abb. 19) für ganze Schneebelastung ohne Winddruck $M_x = -1{,}30^{\,\mathrm{m}}/_{\mathrm{t}}$, $N_x = H = -0{,}116^{\,\mathrm{t}}$ und $c = \frac{M_x}{N_x} = \frac{-1{,}30}{-0{,}116} = +1{,}121^{\,\mathrm{m}}$, und (weil bei negativem M immer außen Zug und innen Druck vorhanden ist) $h = 30^{\,\mathrm{cm}}$, $h' = 6^{\,\mathrm{cm}}$, $g_1 = -1121 + 18 = -1103^{\,\mathrm{cm}}$ (für die Berechnung gilt als Höhe $h + h' = 30 + 6 = 36^{\,\mathrm{cm}}$), $g_2 = h - g_1 = 30 + 1103 = 1133^{\,\mathrm{cm}}$, $b = 30^{\,\mathrm{cm}}$, $\sigma_e = 1000^{\,\mathrm{kg}}$, und hierfür ist:

$$x^2 - 2x(30 + 6) = -\frac{3}{2}\left(30^2 + 6^2\right) + \overbrace{\frac{3 \cdot 116}{30} \cdot \frac{15}{1000}\left(\frac{30}{x} - 1\right)}^{\left(\frac{1}{\sigma_b}\right)} \cdot \left\{\left(\frac{30}{x} - 1\right) 1133 + \left(1 - \frac{6}{x}\right)(-1103 - 6)\right\} \text{ oder}$$

$$x^2 - 72x = -1404 + 0{,}174\left(\frac{30}{x} - 1\right) \cdot \left(\frac{40\,644}{x} - 2242\right) \text{ oder } x^2 - 72x + 1014 + \frac{18\,775}{x} - \frac{212\,162}{x^2} = 0.$$

$$\text{Für } x = \begin{cases} 10 \\ 9 \end{cases} \text{ ist } f(x) = \begin{cases} +150 \\ -86 \end{cases} \text{ und } x = 9 + \frac{86 \cdot 1}{236} = 9{,}3 \text{ mit } f(x) = -4.$$

$$\text{Ferner ist mit } \sigma_b = \frac{\sigma_e}{n\left(\frac{h}{x} - 1\right)} = \frac{1000}{15\left(\frac{30}{9{,}3} - 1\right)} = 30^{\,\mathrm{kg}} : 15\left(1 - \frac{6}{9{,}3}\right) f_e'(30 - 6) = \frac{116 \cdot 1133}{30} -$$

$$- \frac{30 \cdot 9{,}3}{6}(3 \cdot 30 - 9{,}3)$$ oder $f_e' = 34{,}2 - 29{,}3 = 4{,}9^{\,\mathrm{qcm}}$, so daß oben $3 \varnothing 18 = 7{,}6^{\,\mathrm{qcm}}$ und unten $4 \varnothing 18 = 10{,}2^{\,\mathrm{qcm}}$ reichlich genügen.

Das Moment bei E'' ist für ganze Schneebelastung und halben Winddruck $M_x = -1{,}45^{\,\mathrm{m}}/_{\mathrm{t}}$ mit $N_x = H = -0{,}116 + \frac{0{,}657}{2} = 0{,}2125^{\,\mathrm{t}}$, $c = \frac{-1{,}45}{0{,}2125} = -682^{\,\mathrm{cm}}$, $h = 40^{\,\mathrm{cm}}$, $h' = 6^{\,\mathrm{cm}}$, $g_1 = -682 + 23 = -659^{\,\mathrm{cm}}$, $g_2 = 659 + 40 = 699^{\,\mathrm{cm}}$, und man erhält nach obigen Formeln für $b = 30^{\,\mathrm{cm}}$ und $\sigma_e = 1000^{\,\mathrm{kg}}$: $x = 10{,}3^{\,\mathrm{cm}}$, $\sigma_b = 23{,}1^{\,\mathrm{kg}}$, $f_e' = 3{,}7^{\,\mathrm{qcm}}$, so daß obiger Querschnitt vollständig genügt.

Das Moment bei E' ist für halbe Schneebelastung und ganzen Winddruck $M_x = -2{,}23^{\,\mathrm{m}}/_{\mathrm{t}}$ mit $N_x = 0{,}657 - 0{,}103 = 0{,}554^{\,\mathrm{t}}$, $c = \frac{-2{,}23}{0{,}554} = -403^{\,\mathrm{cm}}$, $h = 44^{\,\mathrm{cm}}$, $h' = 6^{\,\mathrm{cm}}$, $g_1 = -403 + 25 = -378^{\,\mathrm{cm}}$, $g_2 = 378 + 44 = 422^{\,\mathrm{cm}}$, $b = 30^{\,\mathrm{cm}}$, und für $f_e = 3 \varnothing 18 = 7{,}6^{\,\mathrm{qcm}}$ und $f_e' = 2 \varnothing 18 = 5{,}1^{\,\mathrm{qcm}}$ erhält man nach $B\,2\,a$:

$$x^2 - 3g_1 \cdot x = \frac{6ng_2 \cdot f_e}{b}\left(\frac{h}{x} - 1\right) + \frac{6n(g_1 - h') \cdot f_e'}{b}\left(1 - \frac{h'}{x}\right) \text{ oder}$$

$$x^2 + 3 \cdot 378x = \frac{6 \cdot 15 \cdot 422 \cdot 7{,}6}{30}\left(\frac{44}{x} - 1\right) + \frac{6 \cdot 15(-378 - 6)\,5{,}1}{30}\left(1 - \frac{6}{x}\right) \text{ oder}$$

$$x^2 + 1134x = 9621{,}6\left(\frac{44}{x} - 1\right) - 5875{,}2\left(1 - \frac{6}{x}\right) \text{ oder } x^2 + 1134x + 3746 - \frac{458\,602}{x} = 0.$$

$$\text{Für } x = \begin{cases} 20 \\ 18 \end{cases} \text{ ist } f(x) = \begin{cases} +3896 \\ -996 \end{cases} \text{ und } x = 18 + \frac{2 \cdot 996}{4892} = 18{,}4^{\,\mathrm{cm}} \text{ mit } f(x) = +26.$$

$$\text{Ferner ist } \sigma_b = \frac{2P \cdot g_2}{b \cdot x\left(h - \frac{x}{3}\right) + 2nf_e'(h - h')\left(1 - \frac{h'}{x}\right)} = \frac{2 \cdot 554 \cdot 422}{30 \cdot 18{,}4(44 - 6{,}1) + 2 \cdot 15 \cdot 5{,}1(44 - 6)\left(1 - \frac{4}{18{,}4}\right)} =$$

$$= \frac{467{,}576}{20{,}9 + 4{,}55} = 18{,}4^{\,\mathrm{kg}}, \text{ und } \sigma_e = n\sigma_b\left(\frac{h}{x} - 1\right) = 15 \cdot 18{,}4\left(\frac{44}{18{,}4} - 1\right) = 384^{\,\mathrm{kg}}, \text{ sowie } \sigma_e' = n\sigma_b\left(1 - \frac{h'}{x}\right) =$$

$$= 15 \cdot 18{,}4\left(1 - \frac{6}{18{,}4}\right) = 186^{\,\mathrm{kg}}.$$

3. Auftragen der Stützlinien und Ableiten der Hauptformeln.

Aus der Berechnung eines halbkugelförmigen Wasserbehälters (s. Ber. der Eisenbetonkonstr. von 1910) hat sich auf S. 89—90 ergeben, daß aus den positiven oder negativen Momenten M_x und den als Druck in positivem Sinn (mit V_x nach oben und H_x nach rechts) und als Zug in negativem Sinn (mit V_x nach unten und H_x nach links) wirkenden Normalkräften $N_x = V_x \cdot \sin\varphi + H_x \cdot \cos\varphi$ die Lage des aus $c = \frac{M_x}{N_x}$ zu bestimmenden Schnittes der Stützlinie mit der senkrecht zur Mittellinie stehenden Fuge hervorgeht und der Abstand c derselben von der Fugenmitte aus für positive c nach außen und für negative c nach innen aufzutragen ist. Ebenso rufen die positiven Biegungsmomente M_x immer außen Druck und innen Zug und die negativen M_x immer außen Zug und innen Druck (vgl. die Momente eines kontinuierlichen Trägers) hervor, und es sollen diese Annahmen auch aus den Stützlinien für obigen Rahmen nachgewiesen werden.

In Abb. 21 ist die Stützlinie für den Winddruck gezeichnet, und zwar durch die Bestimmung der Kämpferdrücke bei A und B aus $V = +\ 2{,}4^{\mathrm{t}}$ und $H = +\ 0{,}657^{\mathrm{t}}$ sowie $V = -\ 2{,}4^{\mathrm{t}}$ und $H = +\ 0{,}703^{\mathrm{t}}$ und schneiden sich dieselben auf der im Abstande

$$e = \left\{0{,}11 \cdot 1{,}4 + 0{,}27 \cdot 2{,}9 + 0{,}98\left(3{,}0 + \frac{0{,}725}{2}\right)\right\} : 1{,}36 = \\ = 3{,}112^{\mathrm{m}}$$

liegenden Resultante des Winddrucks.

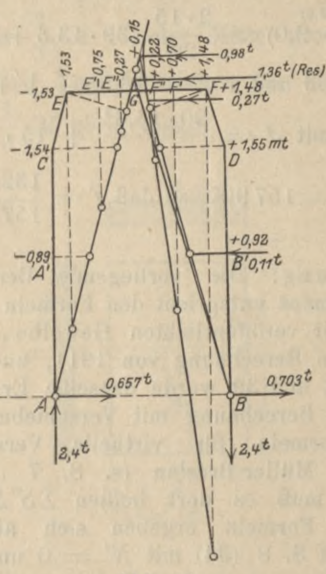

Abb. 21.

Für die eingeschriebenen Momente sind nun die Normalkräfte zu bestimmen, und man erhält für AC und BD: $\pm\ 2{,}4^{\mathrm{t}}$ und für CE und DF nach obiger Formel: $N_x = V_x \cdot \sin\varphi + H_x \cdot \cos\varphi = 2{,}4 \cdot \frac{0{,}55}{0{,}57} + 0{,}657 \cdot \frac{0{,}155}{0{,}57} = \pm\ 2{,}49^{\mathrm{t}}$, und für EF bis F'': $+\ 0{,}657^{\mathrm{t}}$ und von hier an $-\ 0{,}98 + 0{,}657 = -\ 0{,}323^{\mathrm{t}}$ (weil in F''' der Winddruck zu wirken beginnt). Hieraus ergeben sich die positiven und negativen Abstände $c = \frac{M_x}{N_x}$, welche (wie oben angegeben ist) nach außen und innen aufzutragen sind und dann genau der gezeichneten Stützlinie entsprechen, und die von F''', F' und F nach unten eingetragenen Abstände liegen auf der Resultante der linksseitigen Kräfte mit $0{,}98^{\mathrm{t}}$, und weil N_x für sie eine Zugspannung ist, so rufen die positiven Momente außen Druck und innen Zug hervor (bei E'', E' und E ist für die negativen Momente in Verbindung mit einer Druckspannung das Umgekehrte der Fall, und die Abstände sind gleichfalls nach unten abzutragen).

Wie nun die durch Ringe bezeichneten positiven und negativen Abstände c in die Stützlinie fallen und ihre richtige Aufzeichnung dartun, so gilt dasselbe auch von der in Abb. 22 gezeichneten Stützlinie für halbe Schneebelastung und ganzen Winddruck, und zwar tritt hierbei insbesondere hervor, daß dieselbe erst an der Stelle mit den vertikalen und horizontalen Kräften zu verbinden ist, wo diese zu wirken anfangen. Zur Bestimmung des Auflagerdruckes soll die gleichförmige Belastung des Balkens EF zu einer Resultante in der Mitte $= 2\,(0{,}17 + 0{,}11) = 0{,}56^{\mathrm{t}}$ vereinigt werden, und über den Ständern wirken dann noch die Lasten $0{,}19^{\mathrm{t}}$ und in deren Mitte $\left(\frac{0{,}29 + 0{,}23}{2}\right)^2 \cdot 2{,}45 \cdot 2{,}4 = 0{,}40^{\mathrm{t}}$, so daß (s. oben) $A = 8{,}25 + 0{,}40 + 2{,}40 = 11{,}05^{\mathrm{t}}$ und $B = 8{,}25 + 0{,}40 - 2{,}40 = 6{,}25^{\mathrm{t}}$ wird.

Bis C und D (bzw. bis zur Konsole bei C' und D') erhält man die Kämpferdrücke bei A und B aus der Zusammensetzung von $11{,}05^{\mathrm{t}}$, $0{,}554^{\mathrm{t}}$ und $0{,}40^{\mathrm{t}}$ bei A sowie von $6{,}25^{\mathrm{t}}$, $0{,}806^{\mathrm{t}}$ und $0{,}40^{\mathrm{t}}$ bei B, und die Abstände c ergeben sich wie oben und fallen mit der Stützlinie zusammen. Von der Stelle an, wo der obere Balken mit den Konsolen beginnt, sind auch die Lasten $4{,}14^{\mathrm{t}}$, $0{,}4^{\mathrm{t}}$ und $0{,}19^{\mathrm{t}}$ hiermit zu verbinden, und es ist am einfachsten, diese drei Lasten mit den obigen zwei zu einer vertikalen Resultante zusammenzusetzen und sie dann mit den Horizontalschüben bei A und B zu verbinden.

Für 1^{m} Abstand von der Mitte des Rahmens nach links erhält man alsdann:

$$e \cdot (-\ 4{,}14 - 0{,}4 - 0{,}19 - 0{,}4 + 11{,}05) = -\ 4{,}14 \cdot \\ \cdot 0{,}675 - 0{,}4 \cdot 0{,}6 - 11{,}05 \cdot \frac{0{,}23}{2} + 0{,}4 \cdot \frac{0{,}26}{2} + \\ + \frac{0{,}19 \cdot 0{,}29}{2} \text{ oder } e = \frac{-\ 4{,}2257}{+\ 5{,}92} = +\ 0{,}714^{\mathrm{m}},$$

und ebenso nach rechts:

$$e \cdot (-\ 4{,}14 - 0{,}4 - 0{,}19 - 0{,}4 + 6{,}25) = +\ 4{,}14 \cdot \\ \cdot 0{,}675 + 0{,}4 \cdot 0{,}6 + 6{,}25 \cdot \frac{0{,}23}{2} - 0{,}4 \cdot \frac{0{,}26}{2} - 0{,}19 \cdot \\ \cdot \frac{0{,}29}{2} \text{ oder } e = \frac{3{,}6737}{1{,}12} = 3{,}280^{\mathrm{m}},$$

und weil die Resultanten in beiden Fällen nach oben gerichtet sind, so ist der erstere Abstand e nach rechts aufzutragen (um ein negatives Moment zu erhalten) und der letztere Abstand e nach links (für ein positives Moment).

Die Resultante der linksseitigen Kräfte geht daher durch K und ist mit der Last des inneren Balkens $= 3{,}24^{\mathrm{t}}$ zusammenzusetzen und von F''' an auch mit dem Winddruck $= 0{,}98^{\mathrm{t}}$ zu verbinden, so daß der Abstand $c = \frac{-\ 0{,}92}{-\ 0{,}426} = +\ 2{,}15^{\mathrm{m}}$ auf ihrer Resultante liegt und

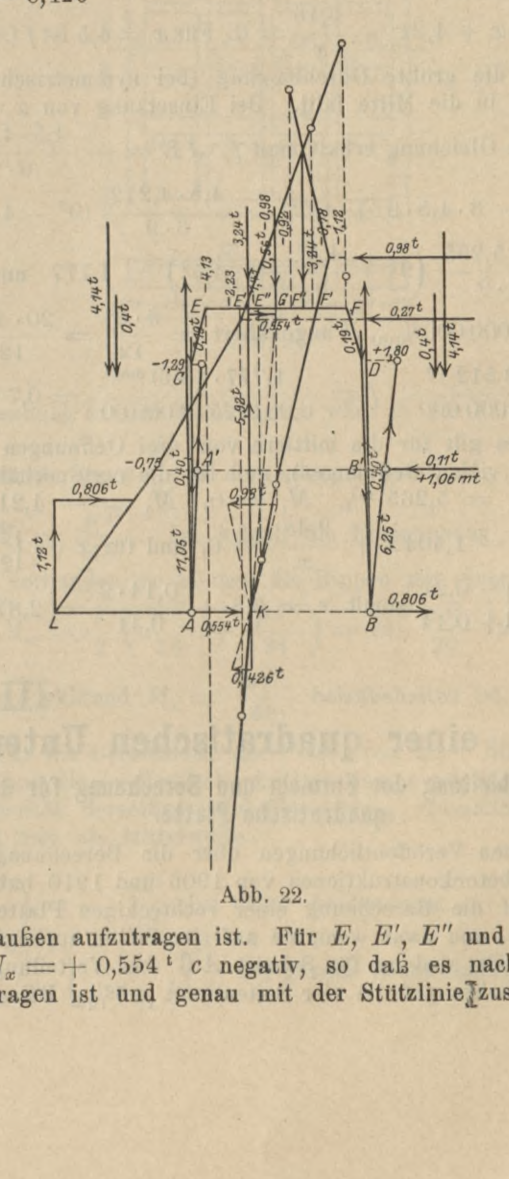

Abb. 22.

nach außen aufzutragen ist. Für E, E', E'' und G wird mit $N_x = +\ 0{,}554^{\mathrm{t}}$ c negativ, so daß es nach innen aufzutragen ist und genau mit der Stützlinie zusammentrifft (wie die Ringe dartun), und nur bei G kann eine kleine Abweichung eintreten, weil hier die Einzellast $0{,}56\,^{t}$ statt der gleichförmigen Belastung $0{,}36\,{}^{t}/_{m}$ angebracht ist, welches letztere bei der Berechnung von M_x angenommen wurde. Bei F' und F wirkt noch die zweite Last von $3{,}24\,^{t}$ mit, und ihre Resultante fällt mit der durch L gehenden Stützlinie der rechtsseitigen Kräfte zusammen, welche mit den Winddrücken $= 0{,}11\,^{t}$ und $0{,}27\,^{t}$ zusammengesetzt worden ist, so daß hierdurch eine geschlossene Stützlinie erhalten wird.

Die Durchbiegung der äußeren Balken für die ganze Schneebelastung darf nicht zu groß werden und ihre Berechnung ergibt sich (nach der Gewölbe-, Rahmen- und kontinuierlichen Berechnung S. 88) aus $f_r \cdot J \cdot E = \frac{x \cdot M_r}{6\,l_r}(2\,l_r^2 - 3\,x\,l_r + x^2) + \frac{x \cdot M_{r+1}}{6\,l_r}(l_r^2 - x^2) + \frac{x \cdot \mathfrak{M}_r}{3\,l_r}\left(l_r^2 + \frac{x^3}{l_r} - 2\,x^2\right)$ für die negative und positive Momentenfläche mit ihrem Seilpolygon und dem Horizontalschub JE. Wird diese Gleichung nach x abgeleitet, so erhält man den Ort der größten Durchbiegung aus $\frac{d f_r}{d x} = \frac{M_r}{2\,l_r}\left(\frac{2\,l_r^2}{3} - 2\,x\,l_r + x^2\right) + \frac{M_{r+1}}{2\,l_r}\left(\frac{l_r^2}{3} - x^2\right) + \frac{\mathfrak{M}_r}{l_r}\left(\frac{l_r^2}{3} + \frac{4\,x^3}{3\,l_r} - 2\,x^2\right) = 0$ oder für $\mathfrak{M}_1 = \frac{0{,}52 \cdot 9^2}{8} = 5{,}265\,{}^{m}/_{t}$, und $M_1 = M_2 = \frac{q l^2}{10} = \frac{0{,}52 \cdot 9^2}{10} = -\,4{,}212\,{}^{m}/_{t}$, $l = 9\,^{m}$: $f = -\,\frac{\overset{(0,234)}{4{,}212}}{2 \cdot 9} \cdot \left(\frac{2 \cdot 9^2}{3} - 2\,x \cdot 9 + x^2\right) - \frac{\overset{(0,234)}{4{,}212}}{2 \cdot 9}\left(\frac{9^2}{3} - x^2\right) + \frac{\overset{(0,585)}{5{,}265}}{9} \cdot \left(\frac{9^2}{3} + \frac{4\,x^3}{3 \cdot 9} - 2\,x^2\right) = 0$ oder bei Division mit x: $\frac{0{,}26\,x^2}{3} - 1{,}17\,x + 4{,}21 - \frac{3{,}16}{x} = 0$. Für $x = 4{,}5$ ist $f(x) = 0$, so daß die größte Durchbiegung (bei symmetrischer Belastung) in die Mitte fällt. Bei Einsetzung von $x = 4{,}5$ in obige Gleichung erhält man $f_r \cdot JE = -\,\frac{4{,}5 \cdot 4{,}212}{6 \cdot 9} \cdot (2 \cdot 9^2 - 3 \cdot 4{,}5 \cdot 9 + 4{,}5^2) - \frac{4{,}5 \cdot 4{,}212}{6 \cdot 9}(9^2 - 4{,}5^2) + \frac{4{,}5 \cdot 5{,}265}{3 \cdot 9}\left(9^2 + \frac{4{,}5^3}{9} - 2 \cdot 4{,}5^2\right) = 1{,}777$ und mit $E = 2\,000\,000\,{}^{t}/_{qm}$, J angenähert $= \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{20 \cdot 43^3}{12} = \frac{132\,512\,^{m4}}{100\,000\,000}$, $f = \frac{1{,}777 \cdot 1000\,^{mm}}{0{,}001325 \cdot 2\,000\,000} = 0{,}7\,^{mm}$.

Dies gilt für die mittlere von drei Oeffnungen (bzw. beliebig vielen Oeffnungen), und für die erste erhält man mit $\mathfrak{M}_1 = 5{,}265\,{}^{m}/_{t}$, $M_1 = 0$, $M_2 = -\,4{,}212\,{}^{m}/_{t}$: $\frac{0{,}26\,x^2}{3} - 1{,}404\,x + \frac{9{,}48}{x} = 0$, und für $x = \begin{cases} 3 \\ 2{,}8 \end{cases}$ ist $f(x) = \begin{cases} -\,0{,}27 \\ +\,0{,}14 \end{cases}$ somit $x = 2{,}8 + \frac{0{,}14 \cdot 2}{0{,}41} = 2{,}87$ mit $f(x) = +\,0{,}01$ sowie $f \cdot JE = 23{,}100$ und $f = \frac{23{,}100 \cdot 1000}{0{,}001325 \cdot 2\,000\,000} = 8{,}7\,^{mm}$ somit weniger als $10\,^{mm}$.

Wird das Trägheitsmoment mit Weglassung des Zugbetonquerschnittes und $n$facher Berücksichtigung des Eisenbetonquerschnittes berechnet, so erhält man aus A 1 b: $x^2 + \frac{2\,n\,(f_e + f_e')}{b} \cdot x = \frac{2\,n}{b}(h \cdot f_e + h' \cdot f_e')$ oder $x^2 + \frac{2 \cdot 15}{20}(13{,}6 \overset{(22,6)}{+} 9{,}0) = \frac{2 \cdot 15}{20}(39 \cdot 13{,}6 + 3 \cdot 9)$ oder $x^2 + 33{,}9\,x = 836$ und $x = -\,16{,}95 + \sqrt{16{,}95^2 + 836} = 16{,}6\,^{cm}$, somit $J = \frac{20 \cdot 16{,}6^3}{3} + 15 \cdot 13{,}6 \cdot 22{,}4^2 + 15 \cdot 9{,}0 \cdot 13{,}6^2 = 157\,900$, so daß $f = \frac{1325}{1579} \cdot 8{,}7 = 7{,}3\,^{mm}$ wird.

Anmerkung: Die vorliegende Berechnung eines Zweigelenkrahmens entspricht den Formeln und Beispielen in der von mir veröffentlichten Gewölbe-, Rahmen- und kontinuierlichen Berechnung von 1911, und in dem Beispiel auf S. 14 und 39 wurde dasselbe Ergebnis erhalten wie bei einer Berechnung mit Verschiebungsplänen und nach den Formeln für virtuelle Verschiebung von Professor Dr. Müller-Breslau (s. S. 7 (33) und (34), statt $\Delta S'' \Delta s$ muß es dort heißen $\Sigma S'' \Delta s$). Die oben angewendeten Formeln ergeben sich aber auch aus der Formel auf S. 8 (34) mit $N' = 0$ und ds statt dx (s. auch S. 8 (39), wo $L = \int \frac{\sigma \Delta d s_v}{d s_v} \cdot d V$ statt Δs_v stehen sollte), wenn $M = M_0 - X \cdot y$ und $M' = \frac{\partial M}{\partial X} = -\,y$ in $L' = \int \frac{M M' d s}{E J}$ eingesetzt wird, und man alsdann erhält: $L' = 1 \cdot \Delta l = \int \frac{(M_0 - X \cdot y)}{E J} \cdot (-y)\, d s = 0$ (weil beim Zweigelenkrahmen $\Delta l = 0$ wird), und hieraus $\int \frac{M_0}{EJ} \cdot y \cdot d s = \int \frac{X \cdot y^2}{EJ} \cdot d s$ oder $X = \int \frac{M_0\, y\, d s}{E J} : \int \frac{y^2\, d s}{E J}$, was dem Summenausdruck $X = \frac{\Sigma F_0'\, y_s}{T_x}$ in obigem Beispiel entspricht $\left(X = \frac{V \cdot G \cdot z_u \cdot l}{2\,T_x}\right.$ ist der Summenausdruck der Vertikalkraft für den Winddruck$\left.\right)$.

In der Einleitung zu obiger Veröffentlichung sind noch zwei Druckfehler zu berichtigen, indem es nach Formel (25) heißt $\frac{d s}{r} = -\,d \varphi$ und auf S. 9: $\delta = \frac{1}{E} \Sigma \frac{S' \cdot S^0 \cdot s}{F}$, und die auf S. 12 angegebenen Formeln für den eingespannten Rahmen sind in den neueren Methoden der Festigkeitslehre 1904, S. 122, wie oben abgeleitet worden (S. 75, Zeile 6, sollte 0,8362 statt 0,8632 stehen).

III. Berechnung einer quadratischen Unterlagsplatte für einen Wasserbehälter.

1. Ableitung der Formeln und Berechnung für die quadratische Platte.

In meinen Veröffentlichungen über die Berechnung von Eisenbetonkonstruktionen von 1906 und 1910 habe ich auch auf die Berechnung einer rechteckigen Platte hingewiesen, und zwar wenn sie auf vier Seiten aufliegt, und man erhält alsdann für Schnitt AB (bei Verteilung des Gegendruckes auf die vier Seiten) mit $p\,{}^{kg}/_{qm}$ Belastung: $M = (a \cdot b \cdot p)\,\frac{b}{2\,(a + b)} \cdot \frac{a}{2} + (a \cdot b \cdot p)\,\frac{a}{2\,(a + b)} \cdot \frac{a}{4} - \frac{a \cdot b \cdot p}{2} \cdot \frac{a}{4} = \frac{a^2\, b^2\, p}{8\,(a + b)}$ und pro Meter Länge $M = \frac{a^2\, b\, p}{8\,(a + b)}$ (für Schnitt CD ist a mit b zu vertauschen).

Für eine Einzellast P in der Mitte ergibt sich ebenso:

$$M = \frac{P\cdot b}{2(a+b)}\cdot\frac{a}{2} + \frac{P\cdot a}{2(a+b)}\cdot\frac{a}{4} = \frac{P\cdot a}{4(a+b)}\left(b+\frac{a}{2}\right)$$

und weil der Gegendruck des Randes hauptsächlich in der Mitte der Seiten wirkt, während die Ecken sich nach oben abheben, so kann $M = \frac{P\cdot a\cdot b}{4(a+b)}$ gesetzt werden $\left(\text{pro Meter Länge} = \frac{P\cdot a}{4(a+b)}\right)$. Für Eingespanntsein der Platte kann mit $\frac{2}{3}M$ in der Mitte gerechnet werden (s. Elastizität und Festigkeitslehre von Bach 1894), so daß am Rand $\frac{1}{3}M$ übrig bleibt.

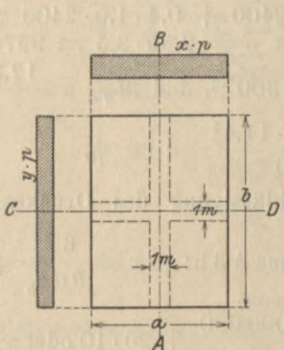

Abb. 23.

Die Verteilung der Belastung in beiden Richtungen ergibt sich aus der gleichgroßen Durchbiegung in denselben, und diese setzt sich zusammen aus den zwei Durchbiegungen in den Richtungen CD und AB, und hierbei ist die Auflagerung auf vier Seiten durch Anwendung der obigen Formeln für M zu berücksichtigen, und wenn $x + y = 1$ der Gesamtbelastung entspricht, so erhält man als teilweises Moment der Platte $x\cdot M_1 = \frac{x\,a^2\,b\,p}{8\,(a+b)}$ und $y\cdot M_2 = \frac{y\,b^2\,a\,p}{8\,(a+b)}$ pro 1 m Breite, und hierfür in beiden Fällen dieselbe Durchbiegung.

Aus der Formel $f = \frac{5\,M\,l^2}{48\,EJ}$ für Durchbiegung bei gleichförmiger Belastung ergibt sich daher $f = \frac{5\,x\,M_1\,a^2}{48\,EJ_1} = \frac{5\,y\,M_2\,b^2}{48\,EJ_2}$, und weil J in beiden Richtungen für die Breite $1 = \frac{1\cdot d^3}{12}$ wird, so erhält man bei Einsetzung von $x\,M_1$ und $y\,M_2$ das Verhältnis $\frac{x}{y} = \frac{b^3}{a^3}$ und für $x + y = 1$ die Koeffizienten $x = \frac{1}{1+\frac{a^3}{b^3}}$ und $y = \frac{1}{1+\frac{b^3}{a^3}}$ (bei Nichtberücksichtigung der Auflagerung auf vier Seiten erhält man für $M_1 = \frac{p\,a^2}{8}$ und $M_2 = \frac{p\,b^2}{8}$ die Koeffizienten $x = \frac{1}{1+\frac{a^4}{b^4}}$ und $y = \frac{1}{1+\frac{b^4}{a^4}}$). Für eine Einzellast P in der Mitte der Platte ist ebenso mit $x\cdot M_1 = \frac{x\,a\,P}{4\,(a+b)}$ und $y\cdot M_2 = \frac{y\,b\,P}{4\,(a+b)}$ zu rechnen, und aus der Durchbiegungsformel $f = \frac{P\cdot l^3}{48\,EJ} = \frac{M l^2}{12\,EJ}$ $\left(\text{für } M = \frac{P\cdot l}{4}\right)$ erhält man $f = \frac{x\,M_1\,a^2}{12\,EJ_1} = \frac{y\,M_2\,b^2}{12\,EJ_2}$, und bei Einsetzung von $x\,M_1$ und $y\,M_2$ ergibt sich $\left(\text{für } J = \frac{1\cdot d^3}{12} \text{ in beiden Richtungen}\right)$ $\frac{x}{y} = \frac{b^3}{a^3}$, und hieraus mit $x + y = 1$ dasselbe x und y wie für gleichförmige Belastung.

Wird der Auflagerdruck auf alle 4 Seiten verteilt, so erhält man die Auflagerdrücke in den Richtungen CD und AB aus: $\frac{b}{a+b}\cdot A$ und $\frac{a}{a+b}\cdot A$, wo A = Auflagerdruck in der betreffenden Richtung ist.

Die als Unterlagsplatte für einen Wasserbehälter aus Eisenbeton dienende quadratische Platte mit 10,96 m Lichtweite soll nun mit obigen Formeln berechnet werden, und aus $M = \frac{x\cdot p\cdot a^2}{8}$ mit $x = \frac{1}{1+\frac{a^3}{b^3}}$ und $M = \frac{y\,p\,b^2}{8}$ mit $y = \frac{1}{1+\frac{b^3}{a^3}}$ erhält man für $b = a$ in beiden Richtungen $M = \frac{p\,l^2}{16}$. Bei Annahme einer vollständigen

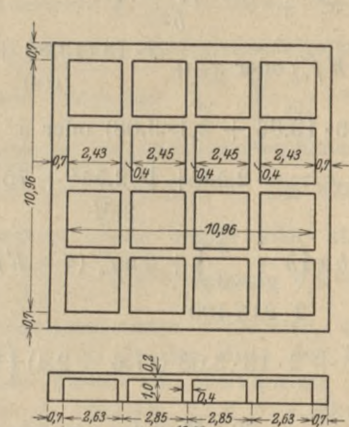

Abb. 24.

Einspannung in den Randträgern wäre in der Mitte $\frac{2}{3}M$ und am Auflager $\frac{1}{3}M$ anzunehmen, somit $M_m = \frac{p\,l^2}{24}$ und $M_a = \frac{p\,l^2}{48}$. Ist jedoch die Einspannung nur teilweise vorhanden, so können die Rippen mit einem Mittelwert $M_m = \frac{1}{2}\left(\frac{p\,l^2}{16} + \frac{p\,l^2}{24}\right) = \text{rd. } \frac{p\,l^2}{20}$ berechnet werden, während $M_a = \frac{p\,l^2}{48}$ beizubehalten ist.

Für die Berechnung der Platte von 20 cm Stärke gilt nicht nur die quadratische Auflagerung, sondern auch die Kontinuität derselben, und für q kg/qm Gesamtbelastung erhält man als Mittelwerte:

$$M_m = \frac{1}{2}\left(\frac{q\,l^2}{16} + \frac{q\,l^2}{12}\right) = \frac{q\,l^2}{13{,}7} \text{ und } M_a = \frac{1}{2}\left(0 + \frac{q\,l^2}{9}\right) = -\frac{q\,l^2}{18} \text{ bei freier Auflagerung}$$

$$\text{sowie } M_m = \frac{1}{2}\left(\frac{q\,l^2}{24} + \frac{q\,l^2}{12}\right) = \frac{q\,l^2}{16} \text{ und } M_a = \frac{1}{2}\left(\frac{q\,l^2}{48} + \frac{q\,l^2}{9}\right) = -\frac{q\,l^2}{15{,}3} \text{ bei ganzer Einspannung.}$$

Für teilweises Eingespanntsein kann daher in der Mitte und am Auflager der Kassetten mit $M_m = M_a = \frac{q\,l^2}{15}$ gerechnet werden.

Bei einer Plattenstärke von 20^{cm} ist das Eigengewicht $g = 0{,}2 \cdot 2400 = 480\ {}^{\text{kg}}/_{\text{qm}}$, und die Nutzlast ist (bei $3{,}2^{\text{m}}$ Höhe des Wasserbehälters) $p = 3500\ {}^{\text{kg}}/_{\text{qm}}$, oder zusammen $q = 3{,}98\ {}^{\text{t}}/_{\text{qm}}$. Hierfür ist $M_{q\,m} = M_{q\,a} = \frac{q\,l^2}{15} = \frac{3{,}98 \cdot 2{,}85^2}{15} = 2{,}154\ {}^{\text{m}}/_{\text{t}}$, und nach A 1 b: $x = \sqrt{\frac{6\ M}{7\,b\,\sigma_b}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 215400}{7 \cdot 100 \cdot 40}} = 6{,}80^{\text{cm}}$, $h = \frac{8}{3}\,x =$ rd. $18{,}2^{\text{cm}}$, $f_e = \frac{b \cdot x}{50} = \frac{100\,x}{50} = 13{,}6^{\text{qcm}}$, so daß bei 20^{cm} Plattenstärke $9 \varnothing 14 = 9 \cdot 1{,}54 = 13{,}86^{\text{qcm}}$ genügen.

Hiervon sind sieben Eisen nach oben abzubiegen und zwei gehen oben und unten ganz durch. Die Abbiegung von vier und drei Eisen kann bei ca. $\frac{2{,}45}{8} = 30^{\text{cm}}$ und $\frac{2{,}45}{4} = 60^{\text{cm}}$ Abstand vom Balken angenommen werden.

Die Maximalbeanspruchungen der kreuzweise armierten Platte ergeben sich nach A 2 a mit $M = 2{,}154\ {}^{\text{m}}/_{\text{t}}$, $f_e = 13{,}86^{\text{qcm}}$, $f_e' = 3{,}08^{\text{qcm}}$, $h = 17{,}6^{\text{cm}}$ (für die Berechnung der sich kreuzweise berührenden Eisen), $h' = 2{,}4^{\text{cm}}$, $b = 100^{\text{cm}}$, $n = 15$ aus

$$x^2 + \frac{2\,n\,(f_e + f_e')}{b} \cdot x =$$
$$= \frac{2\,n}{b}\,(h f_e + h' f_e') \text{ oder } x^2 + \frac{2 \cdot 15\,(13{,}86 + 3{,}08)}{100} \cdot x =$$
$$= \frac{2 \cdot 15}{100}\,(17{,}6 \cdot 13{,}86 + 2{,}4 \cdot 3{,}08) \text{ oder } x^2 + 5{,}08\,x =$$
$$= 75{,}40 \text{ oder } x = -2{,}54 + \sqrt{2{,}54^2 + 75{,}40} = 6{,}51^{\text{cm}}.$$

Ferner ist $\sigma_b = \frac{2\,M}{b\,x\left(h - \frac{x}{3}\right) + 2\,n\,f_e'\,(h - h')\left(1 - \frac{h'}{x}\right)} =$

$$= \frac{2 \cdot 215\,400}{100 \cdot 65{,}1\,(17{,}6 - 2{,}17) + 2 \cdot 15 \cdot 3{,}08\,(17{,}6 - 2{,}4)\left(1 - \frac{2{,}4}{6{,}51}\right)} =$$
$$= \frac{430{,}800}{10{,}05 + 0{,}89} = 39{,}4^{\text{kg}} \text{ und } \sigma_e = n\,\sigma_b\left(\frac{h}{x} - 1\right) =$$
$$= 15 \cdot 39{,}4\left(\frac{17{,}6}{6{,}51} - 1\right) = 981^{\text{kg}}.$$

Die Platte genügt um so mehr, als die Kontinuität (wegen der Querrippen) wenig Einfluß hat und daher auch mit $\frac{q\,l^2}{16}$ gerechnet werden kann.

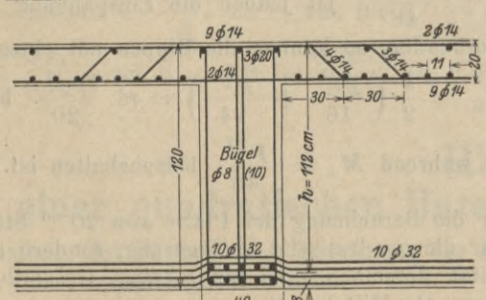

Abb. 25.

Die Berechnung der Rippen geschieht mit $\frac{l}{3}$ Plattenbreite bzw. dem kleineren Abstand derselben $= 2{,}85^{\text{m}}$. Das Moment des mittleren Plattenbalkens ist $M_{q\,m} = \frac{q\,l^2}{20}$ und weil als Biegungslinie in beiden Richtungen eine Parabel angenommen werden kann, so erhält man als Moment der seitlichen Balken $M_{q\,m}\left(1 - \frac{x_1^2}{l_1^2}\right) = \frac{q\,l^2}{20}\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] = \frac{3\,q\,l^2}{80}$, wenn $x_1 =$ Abstand der Balken von der Mitte und $l_1 = \frac{l}{2}$ bzw. $= \frac{a}{2}$ und $= \frac{b}{2}$ der halben Stützweite entspricht. Nach einer vorläufigen Berechnung aus $\sigma_e f_e = \frac{M}{h - \frac{d}{2}}$ ist als Gesamthöhe 120^{cm} anzunehmen. Hierfür erhält man vom Eigengewicht $g = 2{,}85 \cdot 0{,}2 \cdot 2400 + 0{,}4 \cdot 1{,}0 \cdot 2400 = 2330\ {}^{\text{kg}}/_{\text{m}}$ und von der Nutzlast $p = 2{,}85 \cdot 3{,}5 = 9970\ {}^{\text{kg}}/_{\text{m}}$, somit zusammen $q = 12\,300^{\text{kg}}$, und $M_{q\,m} = \frac{12{,}3 \cdot 11{,}4^2}{20} = 80\ {}^{\text{m}}/_{\text{t}}$ bzw. $= \frac{3 \cdot 12{,}3 \cdot 11{,}4^2}{80} = 60\ {}^{\text{m}}/_{\text{t}}$.

Bei Vernachlässigung des Druckes im Steg erhält man angenähert aus A 3 b: $16\,x = \frac{6\,M}{b\,d\,\sigma_b} + d\left(11 - \frac{\overset{(1)}{2\,d}}{x}\right)$ oder $16x = \frac{\overset{(6\,000\,000)}{6 \cdot 8\,000\,000}}{285 \cdot 20 \cdot 40} + 20 \cdot 10$ oder $x = 25{,}7\ (22{,}4)^{\text{cm}}$, $h = \frac{8}{3}\,x = 68{,}6\ (59{,}7)^{\text{cm}}$, $25\,f_e = b\,d\left(1 - \frac{d}{2\,x}\right) = 285 \cdot 20\left(1 - \frac{20}{2 \cdot 25{,}7\ (22{,}4)}\right)$ oder $f_e = 139{,}3\ (126{,}2)^{\text{qcm}}$.

Für $h_1 = 120 - 8 = 112^{\text{cm}}$ wird angenähert

$$f_{e\,1} = \frac{f_e\left(h - \frac{d}{2}\right)}{h_1 - \frac{d}{2}} = \frac{139{,}3\ (68{,}6 - 10)}{112 - 10} = 80{,}1^{\text{qcm}}$$

$\left(\text{bzw.} = \frac{126{,}2\ (59{,}7 - 10)}{112 - 10} = 61{,}5^{\text{qcm}}\right)$. Es genügen daher im ersten Fall $10 \varnothing 32 = 80{,}4^{\text{qcm}}$ und im zweiten Fall wären acht ausreichend. Zur Erhöhung der Einspannung in den Randträgern sollen jedoch gleichfalls $10 \varnothing 32$ angenommen werden. Das Einspannmoment ist mit $M_{q\,a} = -\frac{q\,l^2}{48}$ zu berechnen, somit ist $M_{q\,a} = \frac{12{,}3 \cdot 11{,}4^2}{48} = -33{,}3\ {}^{\text{m}}/_{\text{t}}$ und man erhält oben Zug und unten Druck, so daß nur der rechteckige Querschnitt mit 120^{cm} Höhe und 40^{cm} Breite mitwirkt und hierfür nach A 1 b: $x = \sqrt{\frac{6\,M}{7\,b \cdot \sigma_b}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 3\,330\,000}{7 \cdot 40 \cdot 40}} = 42{,}24^{\text{cm}}$, $h = \frac{8}{3}\,x = 112{,}6^{\text{cm}}$, $f_e = \frac{b \cdot x}{50} = \frac{40 \cdot 42{,}24}{50} = 33{,}8^{\text{qcm}}$ ist und beim Aufbiegen von $5 \varnothing 32$ eine Gesamthöhe von 120^{cm} ausreicht.

Der Auflagerdruck ist $= \frac{12{,}3 \cdot 11{,}4}{2} = 70{,}11^{\text{t}}$ und bei vierseitiger Auflagerung (mit $a = b$) $= \frac{a}{a + b} \cdot 70{,}11 = \frac{70{,}11}{2} = 35{,}06^{\text{t}}$. Die Schubspannung ist $\tau_0 = \frac{Q}{c\left(h - \frac{d}{2}\right)} = \frac{35\,060}{(112 - 10)\,40} = 8{,}60^{\text{kg}}$ und die zulässige Schubspannung von $4{,}5^{\text{kg}}$ wird erreicht bei $Q_x = \frac{4{,}5}{8{,}6} \cdot 35{,}06 = 22{,}53^{\text{t}}$, so daß man bei Vollbelastung durch beide Wasserbehälter $Q_x = 22{,}53 = = q\left(\frac{l}{2} - (l - x_1)\right)\frac{1}{2} = 12{,}3\ (x_1 - 5{,}7)\ \frac{1}{2}$ (für vierseitige Auflagerung) erhält, und hieraus $x_1 = 9{,}36\ ^{\text{m}}$ und $x = 11{,}4 - 9{,}36 = 2{,}04\ ^{\text{m}}$. Die schiefe Zugspannung für die fünf abgebogenen Eisen wird alsdann

$$Z' = \frac{(\tau_0 - 4{,}5)\, x \cdot \overset{(b)}{c}}{2\sqrt{2}} = \frac{(8{,}6 - 4{,}5)\, 204 \cdot 40}{2\sqrt{2}} = 11\,830\ ^{\text{kg}}$$

und $\sigma_e = \frac{11\,830}{5 \cdot 8{,}04} = 294\ ^{\text{kg}}$.

zur Unterkante des Trägers, und von hier aus die Vertikalen bis zur Nullinie, durch deren Schnitt die abgebogenen Eisen zu legen sind.

Um das Zusammentreffen der Eisen in den Querträgern mit ihnen zu vermeiden, ist das letzte gegen die Mitte des Trägers verschoben worden, und auch die zwei mittleren sind etwas hereingerückt worden. Bei Berücksichtigung der Einspannung genügt trotzdem der Querschnitt f_e an den Abbiegungsstellen, indem das Verhältnis der Momente in der Mitte und an den Enden $= \frac{q\,l^2}{20} : \frac{q\,l^2}{48}$ ist, und die positive Parabel mit $\frac{48}{68}$ der ganzen Höhe (s. Ber. der Eisenbetonkonstr. 1910, S. 32) eine Grundlinie $= l \cdot \sqrt{\frac{48}{68}} = 0{,}84\ l = 0{,}84 \cdot 11{,}4 = 9{,}56\ ^{\text{m}}$ hat. Die zulässige Abbiegungsstelle ergibt sich daher bei dem ersten Eisen aus $\frac{9{,}56}{2}\sqrt{\frac{1}{10}} = 1{,}51\ ^{\text{m}}$ (vorhanden $1{,}58\ ^{\text{m}}$) und bei den zwei nächsten Eisen aus $4{,}78\sqrt{\frac{3}{10}} = = 2{,}62\ ^{\text{m}}$ (vorhanden $2{,}68\ ^{\text{m}}$). Die Adhäsionsspannung der fünf geraden Eisen ergibt sich aus $\tau_1 = \frac{\tau_0 \cdot c}{n\,\pi\,d} = = \frac{8{,}6 \cdot 40}{5 \cdot \pi \cdot 3{,}2} = 6{,}9\ ^{\text{kg}}$, zulässig $7{,}5\ ^{\text{kg}}/_{\text{qcm}}$, und sind dieselben oben und unten vorhanden, und die oben durchgehenden $2 \varnothing 20$ (in der Mitte des Trägers sind $3 \varnothing 20$ vorhanden) dienen zur Aufhängung der Bügel, welche abwechselnd vierfach ($\varnothing\ 8 = 0{,}50\ ^{\text{qcm}}$) und zweifach ($\varnothing\ 10 = 0{,}785\ ^{\text{qcm}}$) angenommen werden können. Ihr Abstand ergibt sich aus $\sigma_e f_e = e \cdot c \cdot \tau_0$ (s. Ber. der Eisenbetonkonstr. 1910, S. 31) oder $e = \frac{\sigma_e f_e}{c \cdot \tau_0} = \frac{1000}{40 \cdot 3} \cdot \frac{(4 \cdot 0{,}5 + 2 \cdot 0{,}785)}{2} = 14{,}9\ ^{\text{cm}}$, wenn mit der zulässigen Schubspannung $\tau_0 = 3\ ^{\text{kg}}$ gerechnet wird, und kann daher außen der Abstand $e = 15\ ^{\text{cm}}$ gewählt werden, während in der Mitte $20\ ^{\text{cm}}$ genügen (da τ_0 abnimmt).

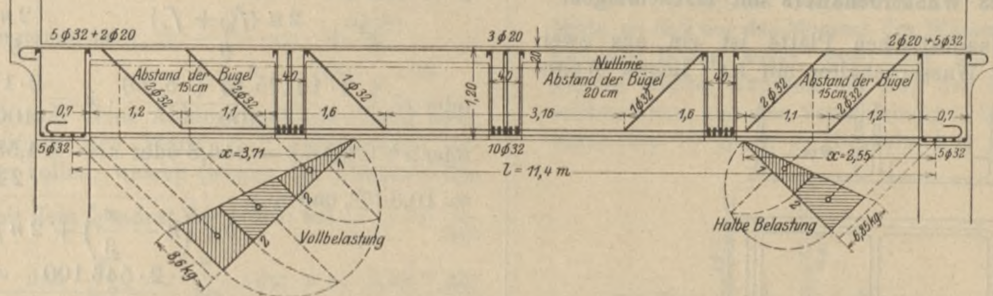

Abb. 26.

Es ist daher vorzuziehen, mit einer zulässigen Schubspannung von $3\ ^{\text{kg}}$ zu rechnen und hierfür erhält man $Q_x = \frac{3}{8{,}6} \cdot 35{,}06 = 12{,}23 = 12{,}3\ (x_1 - 5{,}7)\ \frac{1}{2}$ oder $x_1 = 7{,}69\ ^{\text{m}}$ und $x = 11{,}4 - 7{,}69 = 3{,}71\ ^{\text{m}}$, und hieraus $Z' = \frac{(8{,}6 - 3) \cdot 371 \cdot 40}{2\sqrt{2}} = 29\,390\ ^{\text{kg}}$ und $\sigma_e = \frac{29\,390}{5 \cdot 8{,}04} = = 731\ ^{\text{kg}}$, zulässig $1000\ ^{\text{kg}}$.

Zur Vergleichung soll noch der linksseitige Wasserbehälter als gefüllt angenommen werden, und man erhält als Auflagerdruck $\left(2{,}33 \cdot 5{,}7 + \frac{\overset{(42{,}62)}{9{,}97 \cdot 5{,}7 \cdot 3}}{4}\right)\frac{1}{2} = 27{,}95\ ^{\text{t}}$, ferner ist $\tau_0 = \frac{27950}{(112 - 10)\, 40} = 6{,}85\ ^{\text{kg}}$ und $Q_x = = \frac{3}{6{,}85} \cdot 27{,}95 = 12{,}24 =$

$$= \{2{,}33\ (x_1 - 5{,}7) + 42{,}62 - 9{,}97\ (11{,}4 - x_1)\}\ \frac{1}{2}$$

oder $x_1 = 8{,}85\ ^{\text{m}}$ und $x = 11{,}4 - 8{,}85 = 2{,}55\ ^{\text{m}}$ sowie $Z' = \frac{(6{,}85 - 3) \cdot 255 \cdot 40}{2\sqrt{2}} = 13900\ ^{\text{kg}}$ und $\sigma_e = \frac{13900}{3 \cdot 8{,}04} = = 576\ ^{\text{kg}}$ für drei Eisen $\varnothing\ 32$.

Durch Teilung der unter 45^0 bei $x = 3{,}71\ ^{\text{m}}$ (bzw. $2{,}55\ ^{\text{m}}$) gezogenen Verteilungslinien im Verhältnis $1:2:2$ (bzw. $1:2$) und Errichtung von Loten bis zum Halbkreis über ihnen, und Beschreibung von Bögen um ihre Endpunkte erhält man die schraffierten Teile des Dreiecks mit $8{,}6\ ^{\text{kg}}$ Höhe links (bzw. $6{,}85\ ^{\text{kg}}$ Höhe rechts), und liegen diese Höhen in den Loten durch die Auflagerpunkte, während die schraffierten Teile nur bis zu denjenigen durch den Rand des Endquerträgers reichen. Aus den Schwerpunkten der schraffierten Dreiecke und Trapeze (bei letzteren annähernd in der Mitte liegend) ergeben sich nun die Schwerpunktlinien unter 45^0 Neigung bis

Die in beiden Richtungen sich kreuzenden fünf Eisen liegen in derselben Höhe, was dadurch erreicht wird, daß sie an der Kreuzungsstelle zweimal abgebogen werden, und mit ihrer Abbiegung über die fünf gerade durchgehenden Eisen weggehen. Die Plattenbalken können dann in allen Fällen mit denselben Werten berechnet werden, und man erhält nach A 3 a für $M = 80{,}0\ (60{,}0)\ ^{\text{m}}/_{\text{t}}$, $f_e = 10 \varnothing 32 = 80{,}4\ ^{\text{qcm}}$, $f_e' = 3 \varnothing 20 = 9{,}4\ ^{\text{qcm}}$, $h = = 112\ ^{\text{cm}}$, $h' = 5\ ^{\text{cm}}$ (an der Berührungsstelle der drei Eisen $\varnothing\ 20$), $b = 285\ ^{\text{cm}}$, $c = 40\ ^{\text{cm}}$, $d = 20\ ^{\text{cm}}$:

$$x^2 + 2x\left\{\frac{n\,(f_e + f_e')}{c} + d\left(\frac{b}{c} - 1\right)\right\} = 2n\,\frac{(h f_e + h' f_e')}{c} + d^2\left(\frac{b}{c} - 1\right) \text{ oder}$$

$$x^2 + 2x\left\{\frac{15\,(80{,}4 + 9{,}4)}{40} + 20\left(\frac{285}{40} - 1\right)\right\} = 2 \cdot 15 \cdot \frac{(112 \cdot 80{,}4 + 5 \cdot 9{,}4)}{40} + 20^2\left(\frac{285}{40} - 1\right) \text{ oder}$$

$$x^2 + 2 \cdot 156{,}18\,x = 9239 \text{ oder } x = -156{,}18 + \sqrt{156{,}18^2 + 9239} = 27{,}2\ ^{\text{cm}}.$$

Ferner ist

$$\sigma_b = \frac{3\,M}{b\,x\,d + n f_e \left(\frac{h}{x} - 1\right)(3h - 2d - x) + n f'_e \left(1 - \frac{h'}{x}\right)(x + 2d - 3h')} =$$

$$= \frac{3 \cdot 8\,000\,000\ (6\,000\,000)}{285 \cdot 27{,}2 \cdot 20 + 15 \cdot 80{,}4 \left(\frac{112}{27{,}2} - 1\right)(3 \cdot 112 - 2 \cdot 20 - 27{,}2) + 15 \cdot 9{,}4 \left(1 - \frac{5}{27{,}2}\right)(27{,}2 + 2 \cdot 20 - 35)} =$$

$$= \frac{2400{,}0000\ (1800{,}0000)}{15{,}50 + 101{,}2 + 0{,}60} = 20{,}5\ (15{,}4)^{\,\mathrm{kg}} \text{ und } \sigma_e = n\,\sigma_b \left(\frac{h}{x} - 1\right) = 15 \cdot \overset{(15,4)}{20} \left(\frac{112}{27{,}2} - 1\right) = 959\ (720)^{\,\mathrm{kg}}.$$

2. Berechnung des Wasserbehälters mit Eiseneinlagen.

Auf dieser quadratischen Platte ist ein aus zwei Teilen bestehender Wasserbehälter mit 10 $^{\mathrm{m}}$ lichter Weite

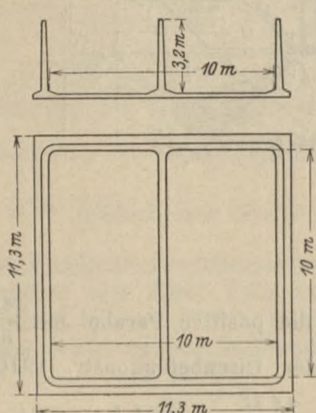

Abb. 27 und 28.

und 3,2 $^{\mathrm{m}}$ lichter Höhe aufzustellen, und soll derselbe auf einer Asphaltunterlage ruhen und auch aus Eisenbeton hergestellt werden.

Am Fuße des obengezeichneten Behälters erhält man einen Druck von 32 $^{\mathrm{cdm}}$ Wasser $= 32\ ^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{qdm}}$, und für die ganze Höhe ein gleichschenkelig rechtwinkeliges Prisma von $\frac{32 \cdot 32}{2} = 512\ ^{\mathrm{kg}}$ Druck, dessen Resultante durch den Schwerpunkt des Dreiecks geht und ein Moment $M = \frac{5{,}1 \cdot 3{,}2}{3} = 5{,}461\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{t}}$ pro Meter Breite veranlaßt.

$b = 100\ ^{\mathrm{cm}}$:

$$x^2 + \frac{2n\,(f_e + f'_e)}{b} \cdot x = \frac{2n}{b} \cdot (h f_e + h' f'_e)$$

oder $x^2 + \frac{2 \cdot 15\,(25{,}45 + 5{,}09)}{100} \cdot x = \frac{2 \cdot 15}{100}\,(28 \cdot 25{,}45 + 2 \cdot 5{,}09)$

oder $x^2 + 9{,}16\,x = 216{,}8$ oder $x = -4{,}58 + \sqrt{4{,}58^2 + 216{,}8} =$

$$= 10{,}84^{\,\mathrm{cm}}, \text{ und } \sigma_b = \frac{2\,M}{b\,x\left(h - \frac{x}{3}\right) + 2\,n\,f'_e\,(h - h')\left(1 - \frac{h'}{x}\right)} =$$

$$= \frac{2 \cdot 546\,100}{100 \cdot 10{,}84\,(28 - 3{,}61) + 2 \cdot 15 \cdot 5{,}09\,(28 - 2)\left(1 - \frac{2}{10{,}84}\right)} =$$

$$= \frac{109{,}2200}{2{,}64 + 0{,}32} = 36{,}9\ ^{\mathrm{kg}} \text{ sowie } \sigma_e = n\,\sigma_b \left(\frac{h}{x} - 1\right) =$$

$$= 15 \cdot 36{,}9 \left(\frac{28}{10{,}84} - 1\right) = 876\ ^{\mathrm{kg}}.$$

Die Mittelwand wird bei einseitiger Füllung des Wasserbehälters auf beiden Seiten in derselben Weise beansprucht, so daß man bei doppelter Armierung aus A 2 c mit $f_e = f'_e$, $p = 1$, $h' = 2\ ^{\mathrm{cm}}$, $b = 100\ ^{\mathrm{cm}}$ und $\sigma_b = 40\ ^{\mathrm{kg}}$ erhält: $r = 37{,}5 \cdot \frac{p}{n} - 1 = \frac{37{,}5 \cdot 1}{15} - 1 = 1{,}5$, ferner ist $x^2 \left(7 + \frac{8}{r}\right) - \frac{3\,h'\,x}{r} = \frac{6\,M}{b\,\sigma_b}$ oder $18{,}5\,x^2 - 3 \cdot 2\,x = \frac{6 \cdot 1{,}5 \cdot 546100}{100 \cdot 40}$ oder $x^2 - 0{,}324\,x = 66{,}5$ oder $x = 0{,}162 + \sqrt{0{,}162^2 + 66{,}5} =$

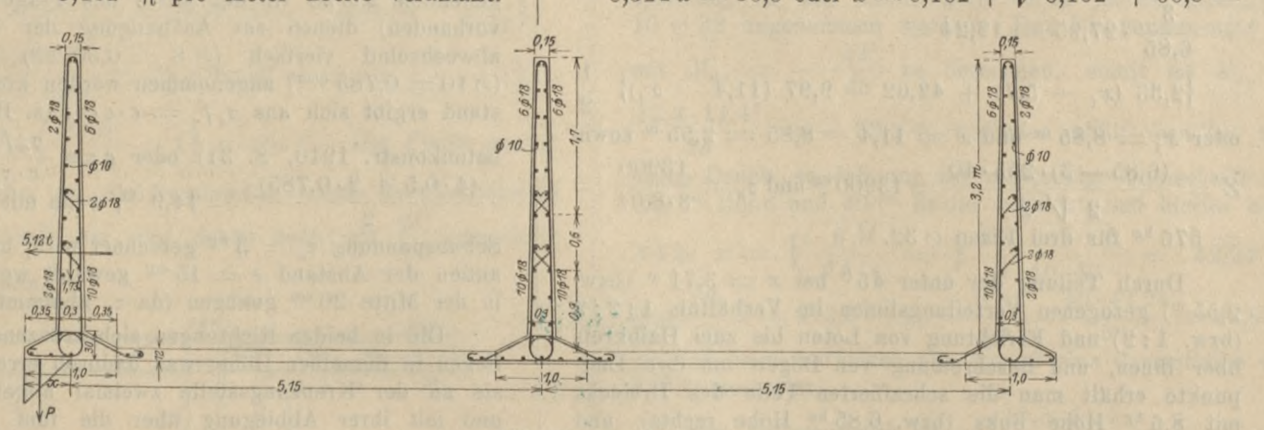

Abb. 29.

Die untere Stärke der Wand mit Eiseneinlagen ergibt sich nach A 1 b aus: $x = \sqrt{\frac{6\,M}{7\,b\,\sigma_b}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 546\,100}{7 \cdot 100 \cdot 40}} = 10{,}82\ ^{\mathrm{cm}}$, $h = \frac{8}{3}\,x = 28{,}8\ ^{\mathrm{cm}}$, $f_e = \frac{b\,x}{50} = \frac{100 \cdot x}{50} = 21{,}64\ ^{\mathrm{qcm}}$, so daß $10 \varnothing 18 = 25{,}45\ ^{\mathrm{qcm}}$ bei $30\ ^{\mathrm{cm}}$ Stärke genügen.

Werden außen noch $2 \varnothing 18$ pro Meter Breite eingelegt, so erhält man nach A 2 a für $M = 5{,}461\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{t}}$, $h = 28\ ^{\mathrm{cm}}$, $h' = 2\ ^{\mathrm{cm}}$, $f_e = 25{,}45\ ^{\mathrm{qcm}}$, $f'_e = 5{,}09\ ^{\mathrm{qcm}}$,

$= 8{,}32\ ^{\mathrm{cm}}$, und $h = \frac{8}{3}\,x = 22{,}2\ ^{\mathrm{cm}}$ sowie $n\,f'_e\left(1 - \frac{h'}{x}\right) \cdot (h - h') = \frac{M}{\sigma_b} - \frac{b\,x}{2}\left(h - \frac{x}{3}\right)$ oder $15\,f'_e\left(1 - \frac{2}{8{,}32}\right) \cdot (22 - 2) = \frac{546100}{40} - \frac{100 \cdot 8{,}32}{2}\left(22{,}2 - \frac{8{,}32}{3}\right)$ oder $f'_e = 59{,}4 - 35{,}2 = 24{,}2\ ^{\mathrm{qcm}}$. Die Mittelwand kann daher bei $30\ ^{\mathrm{cm}}$ unterer Stärke mit $10 \varnothing 18$ auf beiden Seiten ausgeführt werden, und man erhält hierfür nach obigen Formeln mit $M = 5{,}461\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{t}}$, $h = 28\ ^{\mathrm{cm}}$, $h' = 2\ ^{\mathrm{cm}}$,

$f_e = f_e' = 25{,}45^{\,\mathrm{qcm}}$, $b = 100^{\,\mathrm{cm}}$: $x^2 + \dfrac{2 \cdot 15 \cdot 2 \cdot 25{,}45}{100}\, x =$

$= \dfrac{2 \cdot 15}{100}\,(28 + 2) \cdot 25{,}45$ oder $x^2 + 15{,}27\, x = 229{,}05$

oder $x = -\,7{,}635 + \sqrt{7{,}635^2 + 229{,}05} = 9{,}32^{\,\mathrm{cm}}$, und ebenso ist

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot 546100}{100 \cdot 9{,}32\left(28 - \dfrac{9{,}32}{3}\right) + 2 \cdot 15 \cdot 25{,}45\,(28 - 2)\left(1 - \dfrac{2}{9{,}32}\right)} =$$

$$= \frac{109{,}2200}{2{,}32 + 1{,}56} = 28{,}2^{\,\mathrm{kg}} \text{ und } \sigma_e = 15 \cdot 28{,}2\left(\frac{28}{9{,}32} - 1\right) = 848^{\,\mathrm{kg}}.$$

Die Schubspannung ist $\tau_0 = \dfrac{Q}{b\,\dfrac{7}{8}\,h} = \dfrac{5120}{100 \cdot \dfrac{7}{8} \cdot 28} =$ $= 2{,}1^{\,\mathrm{kg}}$, so daß zwar keine Abbiegungen notwendig sind, aber zur Versteifung der Wand $2 \cdot 2$ Abbiegungen angenommen werden sollen, welche (wegen der Abnahme des Wasserdruckes mit dem Quadrat der Höhe) bei $\dfrac{x^2}{3{,}2^2} = \dfrac{8}{10}$ oder $x = 2{,}86^{\,\mathrm{m}}$ und $\dfrac{x^2}{3{,}2^2} = \dfrac{6}{10}$ oder $x = 2{,}48^{\,\mathrm{m}}$ abgebogen werden können, und zur größeren Sicherheit erst bei $x = 2{,}3^{\,\mathrm{m}}$ und $1{,}7^{\,\mathrm{m}}$ (von oben her) abgebogen werden (da der Querschnitt nach oben kleiner wird, so erhält man genauer $\dfrac{x^2}{3{,}2^2} \overset{(6)}{=} \dfrac{8}{10}\left(1 + \dfrac{x}{3{,}2}\right)\dfrac{0{,}15}{0{,}30}$ oder $x =$ $= 2{,}76$ und $= 2{,}30^{\,\mathrm{m}}$).

Die untere Platte kann $12^{\,\mathrm{cm}}$ stark gemacht werden, und liegt auf einer $3^{\,\mathrm{cm}}$ starken Asphaltplatte, und weil sie die horizontale Gegenkraft des Wasserdruckes von $5{,}12^{\,\mathrm{t}}$ aufzunehmen hat, so erhält man pro Meter Breite $\dfrac{5120}{1000} = 5{,}12^{\,\mathrm{qcm}}$ Eisenquerschnitt, und es genügen daher $10 \varnothing 10 = 7{,}85^{\,\mathrm{qcm}}$, von welchen fünf unten und fünf oben einzulegen sind, und zwar in beiden Richtungen kreuzweise.

Der in Abb. 29 angenommene Fuß für die Wände ergibt sich aus der Annahme, daß bei einer Drehung der Außenwand durch den Wasserdruck (wobei die Einspannung in den Seitenwänden und im Boden nicht berücksichtigt ist) kein größerer Druck als $10\,^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{qm}}$ auf den Asphalt ausgeübt wird. Aus der in Abb. 29 gezeichneten Druckverteilung erhält man daher $\dfrac{2}{3} \cdot x \cdot P = 546\,100$ und $\dfrac{100 \cdot x \cdot 10}{2} = P$ oder $\dfrac{2}{3}\, x^2 \cdot \dfrac{1000}{2} = 546\,100$ und $x = 40{,}5^{\,\mathrm{cm}}$, vorhanden sind $50^{\,\mathrm{cm}}$.

Das Gewicht der Wand ist $Q = \dfrac{0{,}45}{2} \cdot 3{,}2 \cdot 2400 =$ $= 1730^{\,\mathrm{kg}}$, und der Gegendruck des Fußes liegt in dessen Mitte, so daß nur das Moment des Wasserdrucks $= 5{,}461\,^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{t}}$ auf den Boden wirkt, und zwar nur als Druck auf die äußere Hälfte, während der Zug der inneren Hälfte nicht wirken kann, und eine Verschiebung in horizontaler Richtung durch die 10 Eisen $\varnothing$ 10 verhindert wird.

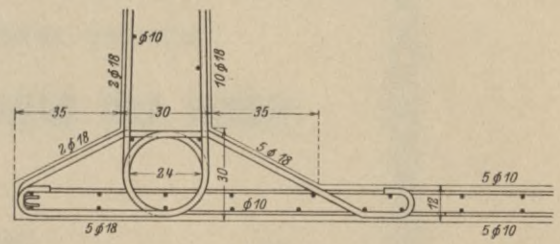

Abb. 30.

Dagegen werden die Spannungen in dem $1^{\,\mathrm{m}}$ breiten Fuß durch die äußeren Kräfte bestimmt, und man erhält hierfür $\sigma = -\dfrac{Q}{b \cdot h}\left(1 \pm \dfrac{6\,e}{h}\right)$ mit dem Abstand der Resultante von der Mitte $e = \dfrac{5{,}461}{1{,}73} = 3{,}16^{\,\mathrm{m}}$, und hieraus $\sigma = -\dfrac{1730}{100 \cdot 100}\left(1 \pm \dfrac{6 \cdot 316}{100}\right) = \begin{matrix} -\,3{,}45^{\,\mathrm{kg}}, \\ +\,3{,}11^{\,\mathrm{kg}}, \end{matrix}$ und hierfür genügen die vorhandenen $5 \varnothing 18$, welche entsprechend der Abb. 30 nach rechts oben und nach links unten abgebogen werden (auch die zwei äußeren werden in derselben Weise abgebogen).

Anmerkung: Mit Rücksicht auf die Wasserdichtigkeit des Betons wird bei Wasserbehältern gewöhnlich nur mit $\sigma_e = 750\,^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{qcm}}$ Eisenbeanspruchung gerechnet, um das Auftreten von Rissen im Beton zu verhindern. Wird gleichzeitig mit einer zulässigen Betonbeanspruchung $\sigma_b = 30\,^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{qcm}}$ gerechnet, so gelten dieselben Formeln wie auf S. 20—21, und man erhält für denselben Eisenquerschnitt eine untere Stärke der Wände von $35^{\,\mathrm{cm}}$ (statt $30^{\,\mathrm{cm}}$). Bei der Ausführung wurde aus diesem Grunde ihr Anschluß an die untere Platte mehr abgerundet, sodaß die obigen zulässigen Beanspruchungen nicht überschritten werden, auch wurde die innere Seite des Wasserbehälters mit einem Glattstrich versehen.

Druck von Gebrüder Jänecke, Hannover.