

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000299988

1680,

VERÖFFENTLICHUNG

der

k. k. österreichischen Kommission der internationalen Erdmessung.

174, 7/100

Die

Schlußfehler der Dreiecke

der

Triangulierung erster Ordnung

in der

k. u. k. österreichisch-ungarischen Monarchie

und ihre

Beziehung zu dem Gesetze von Gauß über die Wahrscheinlichkeit der Fehler,
nebst einem Anhang über den mittleren Winkelfehler und über die Anzahl
der Dreiecke mit bestimmten Schlußfehlern.

Von

Dr. WILHELM TINTER.

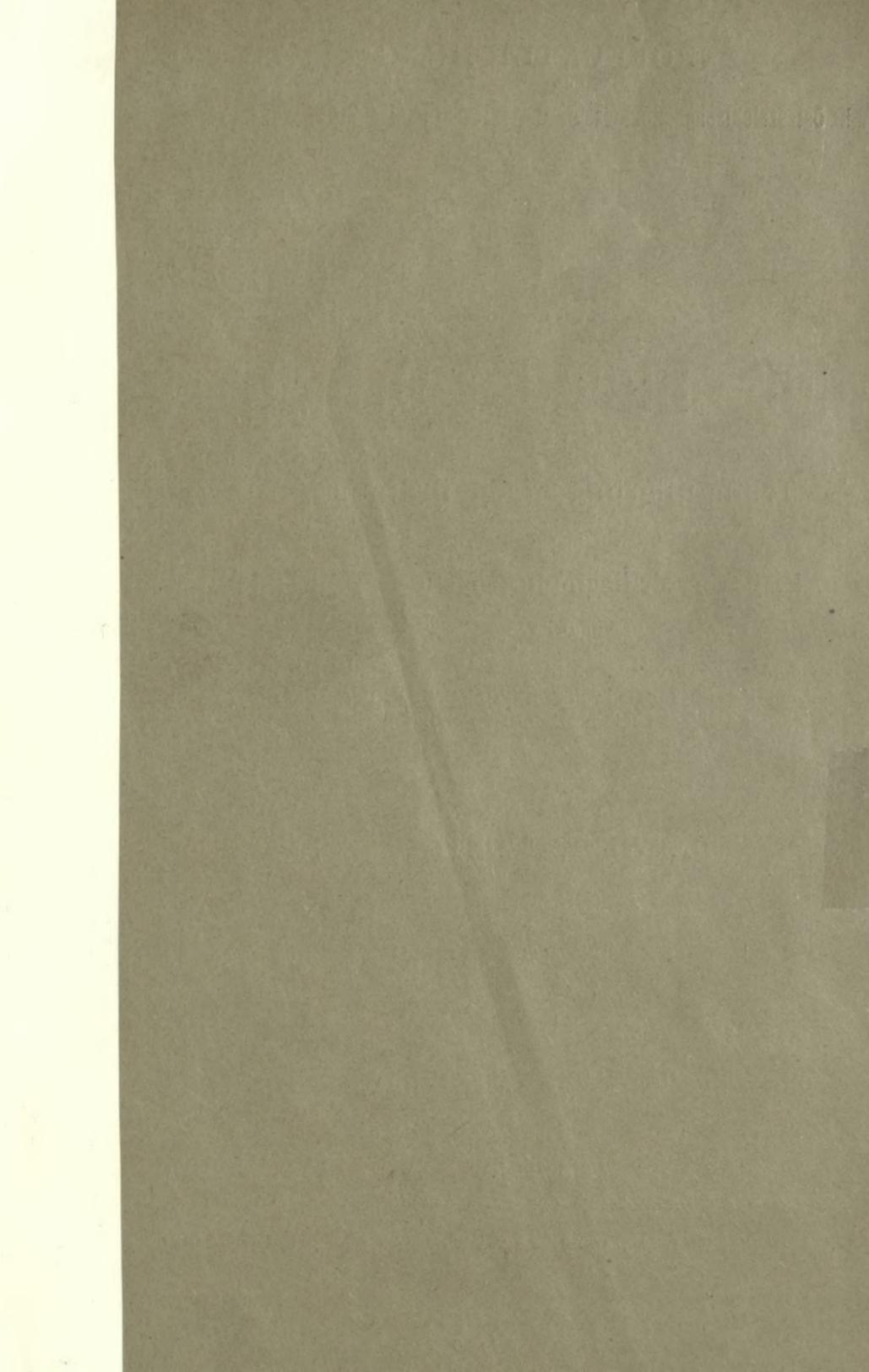


WIEN 1904.

Verlag der k. k. österreichischen Kommission der internationalen Erdmessung.

Druck von R. Spies & Co., Wien.

48



VERÖFFENTLICHUNG

der

k. k. österreichischen Kommission der internationalen Erdmessung.

Die

Schlußfehler der Dreiecke

der

Triangulierung erster Ordnung

in der

k. u. k. österreichisch-ungarischen Monarchie

und ihre

Beziehung zu dem Gesetze von Gauß über die Wahrscheinlichkeit der Fehler,
nebst einem Anhang über den mittleren Winkelfehler und über die Anzahl
der Dreiecke mit bestimmten Schlußfehlern.

Von

Dr. WILHELM TINTER.



Dr Karlin'ski

WIEN 1904.

Verlag der k. k. österreichischen Kommission der internationalen Erdmessung.

Druck von R. Spies & Co., Wien.

D/48

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

II 31209

Akc. Nr. 2666 149

Das Gauß'sche Fehlergesetz, welches die Wahrscheinlichkeit $\Phi(\Delta)$ für das Eintreffen einer bestimmten Fehlergröße Δ gibt und dargestellt ist durch

$$\Phi(\Delta) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 \Delta^2} \dots \dots \dots 1)$$

hat manche Bedenken gegen die Begründung desselben vom theoretischen Standpunkte aus erfahren; die Übereinstimmung jedoch, welche zwischen den aus diesem Gesetze gezogenen Folgerungen und den Ergebnissen von wirklich ausgeführten Beobachtungen besteht, bildet einerseits einen wesentlichen Halt für dieses Fehlergesetz und andererseits führte sie zur Annahme desselben von Seite der Beobachter.

Zur Anstellung der Vergleiche zwischen den Ergebnissen der Theorie und Praxis gibt es mehrere Mittel und Wege; von diesen seien hier hervorgehoben: *a)* die Ermittlung der Anzahl der positiven und der negativen Fehler; *b)* die Ermittlung der Summe der positiven und der negativen Fehler; *c)* die Ermittlung der Summe der Fehlerquadrate der positiven und der negativen Fehler; *d)* die Ermittlung des wahrscheinlichen Fehlers einer Beobachtung aus dem mittleren und dem durchschnittlichen Fehler nach der Theorie und durch das Abzählen an der Fehlerreihe; *e)* die Ermittlung der Anzahl der Fehler, welche der Theorie nach zwischen bestimmten Grenzen liegen und Vergleichung derselben mit der Anzahl der Fehler, welche in der Fehlerreihe tatsächlich zwischen diesen Grenzen sich vorfinden.

Der unter *e)* gekennzeichnete Weg wird namentlich gerne zur Bekräftigung des Gauß'schen Fehlergesetzes gewählt.

Bessel hat auf diese Art die erste weitgehende Prüfung des Gauß'schen Fehlergesetzes durch die Erfahrung theils an von Bradley, theils an von ihm selbst ausgeführten Beobachtungsreihen angestellt und somit gleichsam den ersten praktischen Beweis für dieses Gesetz erbracht.*)

Die für Landesaufnahmen und Katastralzwecke ausgeführten Triangulierungen bilden ein für den vorliegenden Zweck geeignetes Beobachtungsmaterial. In jedem Dreiecke, sei es ein sphärisches, sei es ein ebenes, ist der wahre Wert der Winkelsumme bekannt; der Unterschied der Summe der drei beobachteten Dreieckswinkel gegenüber der wahren Winkelsumme gibt in diesem Falle den wahren Fehler; auf alle Dreiecke mit drei gemessenen Winkeln angewendet, gelangt man sonach zu einer Reihe wahrer Beobachtungsfehler; da aber die Winkelsumme nicht eine unmittelbar beobachtete Größe ist, sondern aus der Summe der drei unmittelbar beobachteten Winkel sich zusammensetzt, also eine lineare Funktion der drei gemessenen Winkel darstellt, so ergibt sich die Frage, ob das Gauß'sche Gesetz, welches der Fehler in der Messung eines Winkels befolgt, auch für den Fehler der Summe dreier Winkel gilt. Dies ist aber der Fall; denn es läßt sich zeigen, daß, wenn der Fehler in der Messung eines Winkels das Gesetz nach Gauß

$$\frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 \Delta^2}$$

befolgt, der Fehler der Summe dreier Winkel einem Gesetze von derselben Form, nämlich:

$$\frac{h}{\sqrt{3\pi}} e^{-\frac{h^2}{3} \Delta^2}$$

nachkommt.**)

General Ferrero war es, welcher den Gedanken faßte, die Schlußfehler der Dreiecke in Vergleich zu dem Gauß'schen Fehlergesetze zu stellen, wozu das unter seiner Leitung als Präsident der obersten Behörde des Katasters angesammelte Beobachtungsmateriale

*) Bessel: Untersuchung über die Wahrscheinlichkeit der Beobachtungsfehler. Astronomische Nachrichten, Nr. 358—359, Band 15; auch: *Fundamenta astronomiae*, pag. 18 u. f.

***) Siehe: Czuber, Theorie der Beobachtungsfehler. 1891. pag. 193.

der Katastertriangulierung in Modena, welche 2238 Dreiecke umfaßt, diene. Auf seine Anregung ist die diesbezügliche Arbeit vom Ingenieur Federigo Guarducci ausgeführt worden. *)

Durch die Veröffentlichungen des k. u. k. militär-geographischen Institutes unter dem Titel: Die Ergebnisse der Triangulierungen des k. u. k. militär-geographischen Institutes: I. Band Triangulierung I. Ordnung im westlichen Teile der Monarchie, Wien 1901 und II. Band, Triangulierung I. Ordnung im östlichen Teile der Monarchie, Wien 1902, ist ein umfangreiches Beobachtungsmaterial gegeben, um mit demselben auch einen Beitrag bezüglich eine Studie in betreff der Übereinstimmung des Gauß'schen Fehlergesetzes mit der Erfahrung geben zu können.

Im westlichen Teile der Monarchie sind 772, im östlichen Teile hingegen 513, sonach im ganzen 1285 Dreiecke, welche in den genannten Publikationen fortlaufend von Nr. 1 bis Nr. 1285 bezeichnet worden sind, festgelegt worden**); im westlichen Teile der Monarchie sind in 749, im östlichen Teile der Monarchie in 501 Dreiecken, mithin in der Gesamtmonarchie in 1250 Dreiecken alle drei Winkel gemessen worden, wonach ebensoviele Schlußfehler gerechnet werden können; es geschah dieses nach der Formel

$$\Delta = A' + B' + C' - (180 + \epsilon) \dots \dots \dots 2),$$

in welchen A' , B' , C' die drei beobachteten Winkel sind und ϵ der sphärische Exzeß ist.

Diese Schlußfehler der 1250 Dreiecke sind in Tabelle I, geordnet nach ihrer Größe, nebst Angabe des Vorzeichens und der Nummer des Dreieckes, zu welchem sie gehören, zusammengestellt; es wurden alle Schlußfehler für die weitere Rechnung beibehalten, obwohl der unverhältnismäßig große Schlußfehler des Dreieckes Nr. 309 mit 8.159 Sekunden zur weiteren Verwendung Bedenken hervorgerufen hat; da aber von Seite der mit allen Verhältnissen der Triangulierung vertrauten Leitung des geodätischen Dienstes des k. u. k. militär-geographischen Institutes dieses Dreieck mit dem großen Schlußfehler als endgiltiges anerkannt worden ist, so

*) Rivista di Topografia e Catasto. (Gli Errori di chiusira dei Triangoli della Triangolazione Catastale Modenese posti a confronto colla legge di Gauß sulle probabilita degli Errori.) Roma 1889.

***) Siehe: I. Band. II. Abschnitt: Definitive Dreiecke. pag. 125—202. II. Band. II. Abschnitt: Definitive Dreiecke. pag. 105—157.

habe auch ich diesen Fehler mitgenommen. Diese Fehler bieten das Material, um die am Eingange unter a) bis e) gekennzeichneten Wege zur Anstellung der Vergleiche zwischen den Ergebnissen der Theorie und der Erfahrung betreten zu können; es geschah dieses sowohl für die Schlußfehler im westlichen und östlichen Teile, als auch für die Schlußfehler in beiden Teilen der Monarchie.

Zur Erläuterung mag noch folgendes dienen:

Ist n die Anzahl der Schlußfehler und die Summe der Fehlerquadrate $[\Delta \Delta]$, so ist der mittlere Fehler

$$m = \pm \sqrt{\frac{[\Delta \Delta]}{n}} \dots \dots \dots 3),$$

der wahrscheinliche Fehler:

$$r = 0.67449 m \dots \dots \dots 4),$$

der durchschnittliche Fehler:

$$d = \pm \frac{[\Delta]}{n} \dots \dots \dots 5)$$

und aus diesem der mittlere Fehler:

$$m = 1.25331 d \dots \dots \dots 6),$$

der wahrscheinliche Fehler:

$$r = 0.84535 d \dots \dots \dots 7).$$

Die Ermittlung der Anzahl der Schlußfehler, welche zwischen bestimmten Grenzen liegen, geschah in nachstehender Weise.

Die Wahrscheinlichkeit, daß der Fehler ohne Rücksicht auf sein Zeichen, zwischen den Grenzen o und a liege, ist

$$\Phi(a) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{ah} e^{-t^2} dt \dots \dots \dots 8)$$

und die Wahrscheinlichkeit, daß bei Beobachtungen mit dem wahrscheinlichen Fehler r der Fehler einer einzelnen Beobachtung, die Größe $k.r$, sonach einen gegebenen Wert des wahrscheinlichen Fehlers r nicht überschreite, ist

$$\Phi(kr) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\rho k} e^{-t^2} dt \dots \dots \dots 9),$$

$$\rho = 0.476963 \dots \dots \dots 10).$$

Die Werte $\Phi(a)$ und $\Phi(kr)$ sind mit dem Argumente ah , beziehungsweise k gerechnet und in Tafeln gebracht worden. *) Ist n die Anzahl der Beobachtungen, so wird die Anzahl der Fehler, welche unter n Fehlern die Größe kr nicht überschreiten,

$$Z_{0}^{kr} = n \Phi(kr). \dots \dots \dots 11)$$

und die Anzahl der Fehler, welche zwischen die Grenzen kr und $k'r$ liegen

$$Z_{kr}^{k'r} = n [\Phi(k'r) - \Phi(kr)] \dots \dots \dots 12).$$

In den Tabellen W , O und M ist dieser Wert kurzweg mit Z bezeichnet.

Die Werte $\Phi(kr)$ wurden unter Benützung der Encke'schen Tafel von $k=0$ bis $k=3$, von $0.1-0.1$, von $k=3$ bis $k=4$, von $0.2-0.2$ und von 4 weiter von $1.0-1.0$ fortlaufend, und mit diesen die Anzahl Fehler gerechnet und zwar das einmal, welche zwischen den Grenzen $0 - kr$, und das anderemal, welche zwischen den Grenzen kr und $k'r$ liegen.

Schließlich sei noch die Formel zur Bestimmung der Grenzen der positiven und negativen Fehler angeführt; bei n Beobachtungen fallen die Anzahl der positiven und die der negativen Fehler nicht außerhalb der Grenzen

$$\frac{n}{2} \mp 0.3372 \sqrt{n} \dots \dots \dots 13).$$

Die Schlußergebnisse der ausgeführten Rechnungen, bezüglich der Vergleichen zwischen Theorie und Erfahrung, sind nunmehr im nachstehenden zusammengestellt.

*) Siehe: Encke, Über die Methode der kleinsten Quadrate. Berliner astronomisches Jahrbuch 1834, Tafel I, Tafel II, pag. 305—312. Hier sei auf einen Druckfehler in Tafel II, pag. 310 aufmerksam gemacht; es ist nämlich für das Argument $\frac{\Delta}{r} = 0.97$ der Tafelwert $\Theta \left(\rho \frac{\Delta}{r} \right) = 0.48705$ und nicht 0.48605 . Dieser Fehler ist in die meisten anderen Werke, welche die Encke'sche Tafel abgedruckt haben, übergegangen.

A. Für den westlichen Teil der Monarchie.

Anzahl der Schlußfehler: $n = 749$.

- a) Anzahl der positiven Schlußfehler $Z_{+\Delta} = 387$
 Anzahl der negativen Schlußfehler $Z_{-\Delta} = 362$
 Unterschied $Z_{+\Delta} - Z_{-\Delta} = + 25$
 Die Theorie gibt nach 13) als Grenzen 365 und 384
- b) Summe der positiven Schlußfehler $[+\Delta] = + 485\cdot747$
 Summe der negativen Schlußfehler $[-\Delta] = - 470\cdot279$
 Algebraische Summe $[+\Delta] + [-\Delta] = + 15\cdot468$
 das ist $1\cdot62\%$ von der Gesamtsumme der
 Schlußfehler $[|\Delta|] = 956\cdot026$
- c) Summe der Fehlerquadrate der positiven
 Schlußfehler $[(+\Delta)^2] = 992\cdot284852$
 Summe der Fehlerquadrate der negativen
 Schlußfehler $[(-\Delta)^2] = 931\cdot609280$
 Unterschied $[(+\Delta)^2] - [(-\Delta)^2] = + 60\cdot675572$
 das ist $3\cdot15\%$ von der Gesamtsumme
 der Fehlerquadrate $[\Delta\Delta] = 1923\cdot894132$
- d) Mittlerer Schlußfehler nach 3) $m = \pm 1\cdot6027$
 Wahrscheinlicher Schlußfehler nach 4) $r = \pm 1\cdot080$
 Durchschnittlicher Schlußfehler nach 5) $d = \pm 1\cdot276$
 Mittlerer Schlußfehler aus dem durchschnittlichen
 Fehler nach 6) $m_d = \pm 1\cdot5997$
 Wahrscheinlicher Schlußfehler aus dem durch-
 schnittlichen Fehler nach 7) $r_d = \pm 1\cdot079$
 Durch Abzählen ergibt sich der wahrscheinliche
 Schlußfehler $r_a = \pm 1\cdot058$
- e) Die Vergleichung der Anzahl der Schlußfehler, welche der Theorie
 nach zwischen bestimmten Grenzen des wahrscheinlichen Schluß-
 fehlers liegen, mit jenen, welche tatsächlich zwischen diese
 Grenzen fallen, wird in den Tabellen W und W_1 ersichtlich
 gemacht; in erster Tabelle W ist die eine Grenze stets Null,
 die betreffenden Intervalle beginnen demnach auch mit Null;
 in der Tabelle W_1 schreiten die Intervalle von $k=0$ bis $k=3r$
 von $0\cdot1$ zu $0\cdot1$, von $k=3r$ bis $k=4r$, von $0\cdot2r$ zu $0\cdot2r$ und
 von da bis $k=8r$ von r zu r vor. Die Überschrift der einzelnen
 Kolonnen überhebt von einer weiteren Erklärung.

A. Westlicher Teil der Monarchie.

Tabelle W.

$n = 749; m = \pm 1'603; r = \pm 1'080$					
Grenzen		Wahrscheinlichkeit a priori $\Phi(kr)$	Berechnete Fehler- anzahl Z	Beobachtete Fehler- anzahl Z_0	Unterschied Theorie - Erfahrung $Z - Z_0$
in Teilen des wahrscheinlichen Fehlers	in Sekunden				
0 bis 0·1 r	0 bis 0·108	0·0538	40·3	41	— 1
0 „ 0·2 r	0 „ 0·216	0·1073	70·3	80	— 10
0 „ 0·3 r	0 „ 0·324	0·1003	120·1	117	+ 3
0 „ 0·4 r	0 „ 0·432	0·2127	159·3	158	+ 1
0 „ 0·5 r	0 „ 0·540	0·2641	197·8	191	+ 7
0 „ 0·6 r	0 „ 0·648	0·3143	235·4	228	+ 7
0 „ 0·7 r	0 „ 0·756	0·3632	272·0	271	+ 1
0 „ 0·8 r	0 „ 0·864	0·4105	307·5	310	— 2
0 „ 0·9 r	0 „ 0·972	0·4562	341·7	347	— 5
0 „ 1·0 r	0 „ 1·080	0·5000	374·5	381	— 6
0 „ 1·1 r	0 „ 1·188	0·5419	405·9	403	+ 3
0 „ 1·2 r	0 „ 1·296	0·5817	435·7	426	+ 10
0 „ 1·3 r	0 „ 1·404	0·6194	463·9	458	+ 6
0 „ 1·4 r	0 „ 1·512	0·6550	490·6	482	+ 9
0 „ 1·5 r	0 „ 1·620	0·6883	515·5	509	+ 7
0 „ 1·6 r	0 „ 1·728	0·7195	538·9	530	+ 9
0 „ 1·7 r	0 „ 1·836	0·7485	560·6	559	+ 2
0 „ 1·8 r	0 „ 1·944	0·7753	580·6	581	0
0 „ 1·9 r	0 „ 2·052	0·8000	599·2	600	— 1
0 „ 2·0 r	0 „ 2·160	0·8227	616·2	617	— 1
0 „ 2·1 r	0 „ 2·268	0·8434	631·7	638	— 6
0 „ 2·2 r	0 „ 2·376	0·8622	645·8	650	— 4
0 „ 2·3 r	0 „ 2·484	0·8792	658·5	665	— 6
0 „ 2·4 r	0 „ 2·592	0·8945	670·0	677	— 7
0 „ 2·5 r	0 „ 2·700	0·9082	680·2	692	— 12
0 „ 2·6 r	0 „ 2·808	0·9205	689·5	708	— 18
0 „ 2·7 r	0 „ 2·916	0·9314	697·6	713	— 15
0 „ 2·8 r	0 „ 3·024	0·9410	704·9	718	— 13
0 „ 2·9 r	0 „ 3·132	0·9495	711·2	720	— 9
0 „ 3·0 r	0 „ 3·240	0·9570	716·8	725	— 8
0 „ 3·2 r	0 „ 3·456	0·9691	725·9	728	— 2
0 „ 3·4 r	0 „ 3·672	0·9782	732·7	730	+ 3
0 „ 3·6 r	0 „ 3·888	0·9848	738·3	735	+ 3
0 „ 3·8 r	0 „ 4·100	0·9896	741·2	740	+ 1
0 „ 4·0 r	0 „ 4·320	0·9930	743·8	744	0
0 „ 5·0 r	0 „ 5·400	0·9993	748·5	747	+ 1
0 „ 6·0 r	0 „ 6·480	0·9999	748·9	748	+ 1
0 „ 7·0 r	0 „ 7·560	1·0000	749·0	748	+ 1
8 „ 8·0 r	0 „ 8·640	1·0000	749·0	749	0

$n = 749; m = \pm 1'603; r = \pm 1'080$					
Grenzen		Wahrscheinlichkeit à priori $\Phi(k'r) - \Phi(kr)$	Berechnete Fehler- anzahl Z	Beobachtete Fehler- anzahl Z_0	Unterschied Theorie — Erfahrung $Z - Z_0$
in Teilen des wahrscheinlichen Fehlers	in Sekunden				
0·0 r bis 0·1 r	0·000 bis 0·108	0·0538	40·3	41	— 1
0·1 r „ 0·2 r	0·108 „ 0·216	0·0535	40·1	39	+ 1
0·2 r „ 0·3 r	0·216 „ 0·324	0·0530	39·7	37	+ 3
0·3 r „ 0·4 r	0·324 „ 0·432	0·0524	39·2	41	— 2
0·4 r „ 0·5 r	0·432 „ 0·540	0·0514	38·5	33	+ 6
0·5 r „ 0·6 r	0·540 „ 0·648	0·0502	37·6	37	+ 1
0·6 r „ 0·7 r	0·648 „ 0·756	0·0489	36·6	43	— 6
0·7 r „ 0·8 r	0·756 „ 0·864	0·0473	35·4	39	— 4
0·8 r „ 0·9 r	0·864 „ 0·972	0·0457	34·2	37	— 3
0·9 r „ 1·0 r	0·972 „ 1·080	0·0438	32·8	34	— 1
1·0 r „ 1·1 r	1·080 „ 1·188	0·0419	31·4	22	+ 9
1·1 r „ 1·2 r	1·188 „ 1·296	0·0398	29·8	23	+ 7
1·2 r „ 1·3 r	1·296 „ 1·404	0·0377	28·2	32	— 4
1·3 r „ 1·4 r	1·404 „ 1·512	0·0356	26·7	24	+ 3
1·4 r „ 1·5 r	1·512 „ 1·620	0·0333	24·9	27	— 2
1·5 r „ 1·6 r	1·620 „ 1·728	0·0312	23·4	21	+ 2
1·6 r „ 1·7 r	1·728 „ 1·836	0·0290	21·7	29	— 7
1·7 r „ 1·8 r	1·836 „ 1·944	0·0268	20·1	22	— 2
1·8 r „ 1·9 r	1·944 „ 2·052	0·0247	18·5	19	0
1·9 r „ 2·0 r	2·052 „ 2·160	0·0227	17·0	17	0
2·0 r „ 2·1 r	2·160 „ 2·268	0·0207	15·5	21	— 5
2·1 r „ 2·2 r	2·268 „ 2·376	0·0188	14·1	12	+ 2
2·2 r „ 2·3 r	2·376 „ 2·484	0·0170	12·7	15	— 2
2·3 r „ 2·4 r	2·484 „ 2·592	0·0153	11·5	12	— 1
2·4 r „ 2·5 r	2·592 „ 2·700	0·0137	10·3	15	— 5
2·5 r „ 2·6 r	2·700 „ 2·808	0·0123	9·2	16	— 7
2·6 r „ 2·7 r	2·808 „ 2·916	0·0109	8·2	5	+ 3
2·7 r „ 2·8 r	2·916 „ 3·024	0·0097	7·3	5	+ 2
2·8 r „ 2·9 r	3·024 „ 3·132	0·0084	6·3	3	+ 3
2·9 r „ 3·0 r	3·132 „ 3·240	0·0075	5·6	5	+ 1
3·0 r „ 3·2 r	3·240 „ 3·456	0·0121	9·1	3	+ 6
3·2 r „ 3·4 r	3·456 „ 3·672	0·0091	6·8	2	+ 5
3·4 r „ 3·6 r	3·672 „ 3·888	0·0066	4·9	5	0
3·6 r „ 3·8 r	3·888 „ 4·104	0·0048	3·6	5	— 1
3·8 r „ 4·0 r	4·104 „ 4·320	0·0034	2·5	4	— 1
4·0 r „ 5·0 r	4·320 „ 5·400	0·0063	4·7	3	+ 2
5·0 r „ 6·0 r	5·400 „ 6·480	0·0006	0·5	1	0
6·0 r „ 7·0 r	6·480 „ 7·560	0·0001	0·1	0	0
7·0 r „ 8·0 r	7·560 „ 8·640	0·0000	0·0	1	— 1

B. Für den östlichen Teil der Monarchie.

Anzahl der Schlußfehler: $n = 501$.

- a) Anzahl der positiven Schlußfehler $Z_{+\Delta} = 252$
 Anzahl der negativen Schlußfehler $Z_{-\Delta} = 249$
 Unterschied $Z_{+\Delta} - Z_{-\Delta} = + 3$
 Die Theorie gibt nach 13) als Grenzen: 242 — 259.
- b) Summe der positiven Fehler $[+\Delta] = + 314^{\prime\prime}686$
 Summe der negativen Fehler $[-\Delta] = - 330^{\prime\prime}683$
 Algebraische Summe $[+\Delta] + [-\Delta] = - 15^{\prime\prime}997$
 das ist 2·48% von der Gesamtsumme der
 Schlußfehler $[|\Delta|] = 645^{\prime\prime}369$
- c) Summe der Fehlerquadrate der posi-
 tiven Schlußfehler $[(+\Delta)^2] = 573\cdot137235$
 Summe der Fehlerquadrate der nega-
 tiven Schlußfehler $[(-\Delta)^2] = 650\cdot972238$
 Unterschied $[(+\Delta)^2] - [(-\Delta)^2] = - 77\cdot835003$
 das ist 6·36% von der Gesamtsumme
 der Fehlerquadrate $[\Delta\Delta] = 1224\cdot109473$
- d) Mittlerer Schlußfehler nach 3) $m = \pm 1^{\prime\prime}5631$
 Wahrscheinlicher Schlußfehler nach 4) $r = \pm 1^{\prime\prime}054$
 Durchschnittlicher Schlußfehler nach 5) $d = \pm 1^{\prime\prime}288$
 Mittlerer Schlußfehler aus dem durchschnittlichen Fehler nach 6) $m_d = \pm 1^{\prime\prime}6143$
 Wahrscheinlicher Schlußfehler aus dem durchschnittlichen Fehler nach 7) $r_d = \pm 1^{\prime\prime}089$
 Durch Abzählen ergibt sich der wahrscheinliche
 Schlußfehler mit $r_a = \pm 1^{\prime\prime}148$
- e) In den Tabellen O und O_1 , welche analog jenen W und W_1 zusammengestellt sind, ist die Vergleichung der Anzahl der Schlußfehler, welche der Theorie nach zwischen bestimmten Grenzen des wahrscheinlichen Schlußfehlers liegen, mit jenen, welche tatsächlich zwischen diese Grenzen fallen, gegeben.

B. Östlicher Teil der Monarchie.

Tabelle O.

$n = 501; m = \pm 1.563; r = \pm 1.054$					
Grenzen		Wahrscheinlichkeit a priori $\Phi(kr)$	Berechnete Fehler- anzahl Z	Beobachtete Fehler- anzahl Z_0	Unterschied Theorie — Erfahrung $Z - Z_0$
in Teilen des wahrscheinlichen Fehlers	in Sekunden				
0 bis 0.1 r	0 bis 0.105	0.0538	27.0	24	+ 3
0 " 0.2 r	0 " 0.211	0.1073	53.8	48	+ 6
0 " 0.3 r	0 " 0.316	0.1603	80.3	75	+ 5
0 " 0.4 r	0 " 0.422	0.2127	106.6	99	+ 8
0 " 0.5 r	0 " 0.527	0.2641	132.3	119	+ 13
0 " 0.6 r	0 " 0.632	0.3143	157.5	144	+ 14
0 " 0.7 r	0 " 0.738	0.3632	182.0	163	+ 19
0 " 0.8 r	0 " 0.843	0.4105	205.7	185	+ 21
0 " 0.9 r	0 " 0.949	0.4562	228.6	204	+ 25
0 " 1.0 r	0 " 1.054	0.5000	250.5	231	+ 20
0 " 1.1 r	0 " 1.159	0.5419	270.5	253	+ 18
0 " 1.2 r	0 " 1.265	0.5817	291.4	272	+ 19
0 " 1.3 r	0 " 1.370	0.6194	310.3	290	+ 20
0 " 1.4 r	0 " 1.476	0.6550	328.2	315	+ 13
0 " 1.5 r	0 " 1.581	0.6883	344.8	325	+ 20
0 " 1.6 r	0 " 1.686	0.7195	360.5	345	+ 15
0 " 1.7 r	0 " 1.792	0.7485	375.0	369	+ 6
0 " 1.8 r	0 " 1.897	0.7753	388.4	378	+ 10
0 " 1.9 r	0 " 2.003	0.8000	400.8	391	+ 10
0 " 2.0 r	0 " 2.108	0.8227	412.2	398	+ 14
0 " 2.1 r	0 " 2.213	0.8434	422.5	414	+ 9
0 " 2.2 r	0 " 2.319	0.8622	432.0	429	+ 3
0 " 2.3 r	0 " 2.424	0.8792	440.5	438	+ 2
0 " 2.4 r	0 " 2.530	0.8945	447.3	446	+ 1
0 " 2.5 r	0 " 2.635	0.9082	455.0	452	+ 3
0 " 2.6 r	0 " 2.740	0.9205	461.2	461	0
0 " 2.7 r	0 " 2.846	0.9314	466.6	470	— 3
0 " 2.8 r	0 " 2.951	0.9410	471.4	476	— 5
0 " 2.9 r	0 " 3.057	0.9495	475.7	485	— 9
0 " 3.0 r	0 " 3.162	0.9570	479.5	488	— 9
0 " 3.2 r	0 " 3.373	0.9691	485.5	492	— 6
0 " 3.4 r	0 " 3.594	0.9782	490.1	496	— 6
0 " 3.6 r	0 " 3.804	0.9848	493.4	499	— 6
0 " 3.8 r	0 " 4.015	0.9896	495.8	500	— 4
0 " 4.0 r	0 " 4.226	0.9930	497.5	501	— 4
0 " 5.0 r	0 " 5.270	0.9993	500.6	501	0

B. Östlicher Teil der Monarchie.

Tabelle O₁.

Grenzen		Wahrscheinlichkeit a priori $\Phi(k'r) - \Phi(kr)$	Berechnete Fehler- anzahl Z	Beobachtete Fehler- anzahl Z_0	Unterschied Theorie — Erfahrung $Z - Z_0$
in Teilen des wahrscheinlichen Fehlers	in Sekunden				
0.0 r bis 0.1 r	0.000 bis 0.105	0.0538	27.0	24	+ 3
0.1 r " 0.2 r	0.105 " 0.211	0.0535	26.8	24	+ 3
0.2 r " 0.3 r	0.211 " 0.316	0.0530	26.6	27	0
0.3 r " 0.4 r	0.316 " 0.422	0.0524	26.3	24	+ 2
0.4 r " 0.5 r	0.422 " 0.527	0.0514	25.8	20	+ 6
0.5 r " 0.6 r	0.527 " 0.632	0.0502	25.2	25	0
0.6 r " 0.7 r	0.632 " 0.738	0.0489	24.5	19	+ 5
0.7 r " 0.8 r	0.738 " 0.843	0.0473	23.7	22	+ 2
0.8 r " 0.9 r	0.843 " 0.949	0.0457	22.9	19	+ 4
0.9 r " 1.0 r	0.949 " 1.054	0.0438	21.9	27	- 5
1.0 r " 1.1 r	1.054 " 1.159	0.0419	21.0	22	- 1
1.1 r " 1.2 r	1.159 " 1.265	0.0398	19.9	19	+ 1
1.2 r " 1.3 r	1.265 " 1.370	0.0377	18.9	18	+ 1
1.3 r " 1.4 r	1.370 " 1.476	0.0356	17.8	25	- 7
1.4 r " 1.5 r	1.476 " 1.581	0.0333	16.7	10	+ 7
1.5 r " 1.6 r	1.581 " 1.686	0.0312	15.6	20	- 4
1.6 r " 1.7 r	1.686 " 1.792	0.0290	14.5	26	- 11
1.7 r " 1.8 r	1.792 " 1.897	0.0268	13.4	7	+ 6
1.8 r " 1.9 r	1.897 " 2.003	0.0247	12.4	13	- 1
1.9 r " 2.0 r	2.003 " 2.108	0.0227	11.4	8	+ 3
2.0 r " 2.1 r	2.108 " 2.213	0.0207	10.4	15	- 5
2.1 r " 2.2 r	2.213 " 2.319	0.0188	9.4	15	- 6
2.2 r " 2.3 r	2.319 " 2.424	0.0170	8.5	9	0
2.3 r " 2.4 r	2.424 " 2.530	0.0153	7.7	8	0
2.4 r " 2.5 r	2.530 " 2.635	0.0137	6.9	6	+ 1
2.5 r " 2.6 r	2.635 " 2.740	0.0123	6.2	9	- 3
2.6 r " 2.7 r	2.740 " 2.846	0.0109	5.5	9	- 4
2.7 r " 2.8 r	2.846 " 2.951	0.0097	4.9	6	- 1
2.8 r " 2.9 r	2.951 " 3.057	0.0084	4.0	9	- 5
2.9 r " 3.0 r	3.057 " 3.162	0.0075	3.8	3	+ 1
3.0 r " 3.2 r	3.162 " 3.373	0.0121	6.1	4	+ 2
3.2 r " 3.4 r	3.373 " 3.594	0.0091	4.6	4	+ 1
3.4 r " 3.6 r	3.594 " 3.804	0.0066	3.3	3	0
3.6 r " 3.8 r	3.804 " 4.015	0.0048	2.4	1	+ 1
3.8 r " 4.0 r	4.015 " 4.226	0.0034	1.7	1	+ 1
4.0 r " 5.0 r	4.226 " 5.270	0.0063	3.2	0	+ 3

C. Für die Gesamt-Monarchie Österreich-Ungarn.

Anzahl der Schlußfehler: $n = 1250$.

- a) Anzahl der positiven Schlußfehler $Z_{+\Delta} = 639$
 Anzahl der negativen Schlußfehler $Z_{-\Delta} = 611$
 Unterschied $Z_{+\Delta} - Z_{-\Delta} = + 28$
 Die Theorie gibt nach 13) als Grenzen: 613 und 637.
- b) Summe der positiven Schlußfehler . . . $[+\Delta] = + 800''433$
 Summe der negativen Schlußfehler . . . $[-\Delta] = - 800''962$
 Algebraische Summe $[+\Delta] + [-\Delta] = - 0''529$
 das ist 0'033% von der Gesamtsumme
 der Schlußfehler $[[\Delta]] = 1601''395$
- c) Summe der Fehlerquadrate der positiven
 Schlußfehler $[(+\Delta)^2] = 1565'422087$
 Summe der Fehlerquadrate der negativen
 Schlußfehler $[(-\Delta)^2] = 1582'581518$
 Unterschied $[(+\Delta)^2] - [(-\Delta)^2] = - 17'159431$
 das ist 0'54% der Gesamtsumme der
 Fehlerquadrate $[\Delta\Delta] = 3148'003605$
- d) Mittlerer Schlußfehler nach 3) $m = \pm 1''5869$
 Wahrscheinlicher Schlußfehler nach 4) $r = \pm 1''070$
 Durchschnittlicher Schlußfehler nach 5) $d = \pm 1''281$
 Mittlerer Schlußfehler aus dem durchschnittlichen Fehler nach 6) $m_d = \pm 1''6055$
 Wahrscheinlicher Schlußfehler aus dem durchschnittlichen Fehler nach 7) $r_d = \pm 1''083$
 Durch Abzählen ergibt sich der wahrscheinliche
 Schlußfehler mit $r_a = \pm 1''092$
- e) In den Tabellen M und M_1 , welche wieder jenen W und W_1 analog angelegt sind, ist die Vergleichung der Anzahl der Schlußfehler, welche der Theorie nach zwischen bestimmten Grenzen, beziehungsweise zwischen bestimmten Werten des wahrscheinlichen Schlußfehlers liegen, mit jenen, welche tatsächlich zwischen diese Grenzen fallen, gegeben.

$n = 1250; m = \pm 1''5869; r = \pm 1''0704.$					
Grenzen		Wahrscheinlichkeit à priori $\Phi(kr)$	Berechnete Fehler- anzahl Z	Beobachtete Fehler- anzahl Z_0	Unterschied Theorie — Erfahrung $Z - Z_0$
in Teilen des wahrscheinlichen Fehlers	in Sekunden				
0 bis 0.1 r	0 bis 0''107	0.0538	67.3	65	+ 2.3
0 " 0.2 r	0 " 0.214	0.1073	134.1	127	+ 7.1
0 " 0.3 r	0 " 0.321	0.1603	200.4	192	+ 8.4
0 " 0.4 r	0 " 0.428	0.2127	265.7	255	+10.7
0 " 0.5 r	0 " 0.535	0.2641	330.1	310	+20.1
0 " 0.6 r	0 " 0.642	0.3143	392.9	372	+20.9
0 " 0.7 r	0 " 0.749	0.3632	454.0	434	+20.0
0 " 0.8 r	0 " 0.856	0.4105	513.1	492	+21.1
0 " 0.9 r	0 " 0.963	0.4562	570.3	551	+19.3
0 " 1.0 r	0 " 1.070	0.5000	625.0	612	+13.0
0 " 1.1 r	0 " 1.177	0.5419	677.4	658	+19.4
0 " 1.2 r	0 " 1.284	0.5817	727.1	694	+33.1
0 " 1.3 r	0 " 1.391	0.6194	774.3	749	+25.3
0 " 1.4 r	0 " 1.498	0.6550	818.8	794	+24.8
0 " 1.5 r	0 " 1.605	0.6883	860.4	834	+26.4
0 " 1.6 r	0 " 1.713	0.7195	899.4	880	+19.4
0 " 1.7 r	0 " 1.819	0.7485	935.6	927	+ 8.6
0 " 1.8 r	0 " 1.926	0.7753	969.1	960	+ 9.1
0 " 1.9 r	0 " 2.033	0.8000	1000.0	989	+11.0
0 " 2.0 r	0 " 2.140	0.8227	1028.4	1018	+10.4
0 " 2.1 r	0 " 2.247	0.8433	1054.1	1055	- 0.9
0 " 2.2 r	0 " 2.354	0.8622	1077.8	1081	- 3.2
0 " 2.3 r	0 " 2.461	0.8792	1099.0	1105	- 6.0
0 " 2.4 r	0 " 2.568	0.8945	1118.1	1119	- 0.9
0 " 2.5 r	0 " 2.680	0.9082	1135.3	1147	-11.7
0 " 2.6 r	0 " 2.787	0.9205	1150.6	1171	-20.4
0 " 2.7 r	0 " 2.894	0.9314	1164.3	1186	-21.7
0 " 2.8 r	0 " 2.997	0.9410	1176.2	1198	-21.8
0 " 2.9 r	0 " 3.104	0.9495	1186.9	1205	-18.1
0 " 3.0 r	0 " 3.211	0.9570	1196.3	1212	-15.7
0 " 3.2 r	0 " 3.424	0.9691	1211.4	1222	-10.6
0 " 3.4 r	0 " 3.639	0.9782	1222.8	1227	- 4.2
0 " 3.6 r	0 " 3.853	0.9848	1231.0	1234	- 3.0
0 " 3.8 r	0 " 4.067	0.9896	1237.1	1240	- 2.9
0 " 4.0 r	0 " 4.281	0.9930	1241.3	1245	- 3.7
0 " 5.0 r	0 " 5.351	0.9993	1249.1	1248	+ 1.1
0 " 6.0 r	0 " 6.421	0.9999	1249.9	1249	+ 0.9
0 " 7.0 r	0 " 7.493	1.0000	1250.0	1249	+ 1.0
0 " 8.0 r	0 " 8.563	1.0000	1250.0	1250	+ 0.0

$n = 1250; m = \pm 1'5869; r = \pm 1'0704$							
Grenzen				Wahrscheinlichkeit a priori $\Phi(k'r) - \Phi(kr)$	Berechnete Fehler- anzahl Z	Beobachtete Fehler- anzahl Z_0	Unterschied Theorie — Erfahrung $Z - Z_0$
in Teilen des wahrscheinlichen Fehlers		in Sekunden					
0·0r bis 0·1r	0·000	bis 0·107	0·0538	67·3	65	+ 2·3	
0·1r " 0·2r	0·107	" 0·214	0·0535	66·9	62	+ 4·9	
0·2r " 0·3r	0·214	" 0·321	0·0530	66·3	65	+ 1·3	
0·3r " 0·4r	0·321	" 0·428	0·0524	65·5	63	+ 2·5	
0·4r " 0·5r	0·428	" 0·535	0·0514	64·3	55	+ 9·3	
0·5r " 0·6r	0·535	" 0·642	0·0502	62·8	62	+ 0·8	
0·6r " 0·7r	0·642	" 0·749	0·0489	61·1	62	- 0·9	
0·7r " 0·8r	0·749	" 0·856	0·0473	59·1	58	+ 1·1	
0·8r " 0·9r	0·856	" 0·963	0·0457	57·1	59	- 1·9	
0·9r " 1·0r	0·963	" 1·070	0·0438	54·8	61	- 6·2	
1·0r " 1·1r	1·070	" 1·177	0·0419	52·4	46	+ 6·4	
1·1r " 1·2r	1·177	" 1·284	0·0398	49·8	36	+ 13·8	
1·2r " 1·3r	1·284	" 1·391	0·0377	47·1	55	- 7·9	
1·3r " 1·4r	1·391	" 1·498	0·0356	44·5	45	- 0·5	
1·4r " 1·5r	1·498	" 1·605	0·0333	41·6	40	+ 1·6	
1·5r " 1·6r	1·605	" 1·713	0·0312	39·0	46	- 7·0	
1·6r " 1·7r	1·713	" 1·819	0·0290	36·2	47	- 10·8	
1·7r " 1·8r	1·819	" 1·926	0·0268	33·5	33	+ 0·5	
1·8r " 1·9r	1·926	" 2·033	0·0247	30·9	29	+ 1·9	
1·9r " 2·0r	2·033	" 2·140	0·0227	28·9	29	- 0·1	
2·0r " 2·1r	2·140	" 2·247	0·0206	25·8	37	- 11·2	
2·1r " 2·2r	2·247	" 2·354	0·0189	23·6	26	- 2·4	
2·2r " 2·3r	2·354	" 2·461	0·0170	21·3	24	- 2·7	
2·3r " 2·4r	2·461	" 2·568	0·0153	19·1	14	+ 5·1	
2·4r " 2·5r	2·568	" 2·680	0·0137	17·1	28	- 10·9	
2·5r " 2·6r	2·680	" 2·787	0·0123	16·4	24	- 7·6	
2·6r " 2·7r	2·787	" 2·894	0·0109	13·6	15	- 1·4	
2·7r " 2·8r	2·894	" 2·997	0·0096	11·0	12	- 1·0	
2·8r " 2·9r	2·997	" 3·104	0·0085	10·6	7	+ 3·6	
2·9r " 3·0r	3·104	" 3·211	0·0075	9·4	7	+ 2·4	
3·0r " 3·2r	3·211	" 3·424	0·0121	15·1	10	+ 5·1	
3·2r " 3·4r	3·424	" 3·639	0·0091	11·4	5	+ 6·4	
3·4r " 3·6r	3·639	" 3·853	0·0066	8·3	7	+ 1·3	
3·6r " 3·8r	3·853	" 4·067	0·0048	6·0	6	+ 0·0	
3·8r " 4·0r	4·067	" 4·281	0·0034	4·3	5	- 0·7	
4·0r " 5·0r	4·281	" 5·352	0·0063	7·9	3	+ 4·9	
5·0r " 6·0r	5·352	" 6·422	0·0004	0·5	1	- 0·5	
6·0r " 7·0r	6·422	" 7·493	0·0003	0·4	0	+ 0·4	
7·0r " 8·0r	7·493	" 8·563	0·0000	0·0	1	- 1·0	

Schlußbemerkungen:

Überblickt man die Ergebnisse der auf pag. 8 bis 16 nach den Punkten *a)* bis *e)* in den drei Gruppen *A*, *B* und *C* ausgeführten Rechnungen und prüft dieselben mit Rücksicht auf den gestellten Zweck, so gelangt man zu dem berechtigten Schlusse, daß auch die aus der Triangulierung I. Ordnung in Österreich-Ungarn hervorgehenden Winkelschlußfehler der Dreiecke dem Gauß'schen Fehlergesetze in solch einer zufriedenstellenden Weise folgen, wie dieses bei derartigen auf die Wahrscheinlichkeitsrechnung gegründeten Aufgaben überhaupt gefordert werden kann. Die nach dem Gauß'schen Fehlergesetze mit diesen Schlußfehlern erhaltenen theoretischen Werte befinden sich mit den Ergebnissen der Erfahrung in befriedigender Übereinstimmung; jede der drei Gruppen *A*, *B* und *C* mit den ausgeführten Rechnungen gibt einen praktischen Beweis für das Gauß'sche Fehlergesetz.

Es soll aber nicht unterdrückt werden, daß bei den Winkelmessungen der Triangulierung I. Ordnung nebst den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern sicher auch regelmäßige Fehler aufgetreten sein werden; es läßt sich dieses einerseits schon aus der Zusammenstellung der Schlußfehler, indem eine Reihe unmittelbar zusammenhängender Dreiecke stets positive, eine andere derartige Reihe stets negative Schlußfehler aufweisen, erkennen; andererseits weisen auch darauf die in der letzten Rubrik der Tabellen *W*, *O* und *M* angegebenen Zahlen, darstellend den Unterschied zwischen Theorie und Erfahrung. Weitere Betrachtungen über diesen Gegenstand anzustellen, liegt außer dem Bereiche der mir gestellten Aufgabe.

Anhang.

Ermittlung des Winkelfehlers der Triangulation I. Ordnung in Österreich-Ungarn.

Zur Bestimmung für den mittleren Winkelfehler wurde die über Antrag Ferrero auf der Konferenz der permanenten Kommission der internationalen Erdmessung in Nizza 1878 angenommene internationale Näherungsformel benützt.

Ist Δ der Widerspruch zwischen $180 + \varepsilon$ und der Winkelsumme jedes Dreieckes, n die Anzahl der Dreiecke des Netzes und m der mittlere Winkelfehler, so ist derselbe zu berechnen nach der Formel:

$$m = \pm \sqrt{\frac{[\Delta \Delta]}{3 \cdot n}}$$

Man hat

A) für die westliche Hälfte der Monarchie $n = 749$, $[\Delta\Delta] = 1923\cdot894132$

B) für die östliche Hälfte der Monarchie $n = 501$, $[\Delta\Delta] = 1224\cdot109473$

C) für die Gesamt-Monarchie $n = 1250$, $[\Delta\Delta] = 3148\cdot003605$

Mit diesen Daten findet man den mittleren Winkelfehler

für die westliche Hälfte der Monarchie $m = \pm 0''925$

für die östliche Hälfte der Monarchie $m = \pm 0''902$

für die Gesamt-Monarchie $m = \pm 0''916$

Anzahl der Dreiecke der Triangulation I. Ordnung mit bestimmten Schlußfehlern.

Unter den 1250 Dreiecken kommen vor:

287	oder	22·96 ⁰ / ₁₀₀	mit Schlußfehlern zwischen	0·0	und	0·5
288	"	23·04 ⁰ / ₁₀₀	" " "	0·5	"	1·0
220	"	17·60 ⁰ / ₁₀₀	" " "	1·0	"	1·5
183	"	14·64 ⁰ / ₁₀₀	" " "	1·5	"	2·0
135	"	10·80 ⁰ / ₁₀₀	" " "	2·0	"	2·5
85	"	6·80 ⁰ / ₁₀₀	" " "	2·5	"	3·0
26	"	2·08 ⁰ / ₁₀₀	" " "	3·0	"	3·5
14	"	1·12 ⁰ / ₁₀₀	" " "	3·5	"	4·0
7	"	0·56 ⁰ / ₁₀₀	" " "	4·0	"	4·5
3	"	0·24 ⁰ / ₁₀₀	" " "	4·5	"	5·0
1	"	0·08 ⁰ / ₁₀₀	" " "	5·0	"	5·5
1	"	0·08 ⁰ / ₁₀₀	" " "	5·5	"	8·5

Zusammenstellung der Schlußfelder in Sekunden.

Tafel I.

Drei- eck Nr.	Schluß- fehler										
469	+0·001	176	-0·059	920	+0·117	810	+0·169	1156	+0·228	1089	+0·277
229	-0·003	333	+0·060	1228	+0·117	400	+0·181	381	+0·230	1049	+0·281
25	-0·004	773	-0·063	9	+0·118	631	+0·181	592	-0·231	3	-0·283
453	-0·006	228	-0·068	1192	-0·118	403	+0·184	977	-0·232	564	-0·279
509	+0·006	270	-0·068	823	-0·122	1004	-0·185	11	+0·233	752	-0·293
710	+0·011	387	-0·068	872	-0·124	345	+0·187	999	-0·234	57	+0·296
286	-0·012	1075	+0·069	839	-0·126	596	-0·187	993	-0·235	817	-0·296
433	+0·012	1212	-0·070	346	+0·130	1270	+0·188	661	-0·236	671	+0·298
815	-0·012	86	+0·071	612	+0·130	926	-0·190	365	+0·238	297	-0·301
123	+0·017	859	-0·074	221	-0·132	105	-0·191	808	-0·238	973	+0·309
625	-0·022	450	-0·076	1237	+0·134	326	+0·191	1193	+0·241	1239	+0·311
683	-0·022	293	+0·079	1254	+0·134	273	-0·193	149	-0·242	328	+0·313
728	-0·022	1133	+0·081	117	-0·136	374	+0·194	672	-0·244	1017	-0·313
924	-0·024	1168	-0·083	1054	-0·136	10	+0·196	937	-0·251	26	+0·317
76	+0·026	630	+0·084	709	-0·138	603	+0·197	517	-0·253	513	+0·318
1014	-0·027	599	-0·086	15	+0·146	886	+0·198	70	+0·254	678	+0·319
523	-0·033	258	+0·087	77	-0·147	1055	-0·205	351	+0·255	1162	+0·320
1206	+0·033	781	+0·087	355	-0·151	500	-0·209	1021	+0·255	647	+0·322
34	+0·034	1122	-0·087	1271	+0·154	1036	-0·209	253	-0·256	1197	+0·324
1102	-0·035	1174	-0·088	559	-0·157	59	+0·210	686	+0·256	1120	-0·325
1183	-0·036	732	-0·091	159	+0·158	434	+0·213	1135	+0·256	1143	+0·326
744	-0·036	486	-0·092	441	+0·158	838	+0·213	421	+0·262	845	-0·327
432	-0·037	169	-0·096	119	+0·159	42	+0·214	1176	-0·265	468	-0·329
979	-0·037	352	-0·100	1008	-0·159	581	+0·215	921	-0·266	129	+0·331
80	+0·039	867	+0·100	622	+0·161	1170	-0·215	917	+0·267	527	+0·333
14	+0·040	569	-0·101	1037	-0·162	1258	-0·215	933	+0·267	589	+0·334
1279	+0·043	716	-0·101	277	+0·164	1164	-0·220	465	+0·268	748	+0·336
20	+0·044	1127	+0·103	508	+0·164	121	-0·222	669	+0·268	295	+0·337
945	+0·046	840	+0·105	613	+0·165	311	-0·222	736	+0·268	657	-0·337
1231	+0·046	923	+0·106	324	+0·166	660	+0·222	600	-0·269	1069	+0·337
877	-0·050	58	+0·107	905	+0·167	595	+0·223	1180	+0·269	380	-0·344
1248	+0·051	294	+0·110	1194	-0·167	292	+0·225	831	+0·271	929	+0·346
180	-0·054	765	+0·110	658	+0·168	864	-0·225	189	+0·271	684	+0·347
604	+0·054	344	+0·116	904	+0·168	162	+0·227	542	+0·273	78	+0·349
338	+0·055	520	+0·116	991	+0·168	503	-0·227	1220	+0·276	155	-0·353

Tafel I.

Drei- eck Nr.	Schluß- fehler										
720	+ 0.354	1065	+ 0.412	1167	+ 0.482	809	+ 0.547	714	+ 0.601	1198	- 0.664
1084	- 0.355	524	+ 0.415	1251	+ 0.484	1146	+ 0.547	41	- 0.602	828	+ 0.665
183	+ 0.360	795	+ 0.415	207	- 0.488	1095	- 0.548	1018	- 0.602	516	- 0.666
635	- 0.361	514	- 0.416	653	+ 0.488	786	- 0.550	618	- 0.608	986	- 0.667
213	- 0.362	199	- 0.418	866	- 0.490	1121	- 0.553	788	- 0.608	648	+ 0.668
651	+ 0.362	225	+ 0.421	925	+ 0.492	449	+ 0.554	918	+ 0.609	491	+ 0.675
1117	- 0.362	223	- 0.422	962	+ 0.496	210	+ 0.556	206	- 0.611	134	- 0.676
426	- 0.365	766	+ 0.422	842	- 0.502	371	+ 0.560	416	- 0.616	640	+ 0.678
805	- 0.366	1044	- 0.426	230	- 0.505	887	- 0.560	566	- 0.622	737	+ 0.679
598	+ 0.367	587	- 0.427	120	- 0.508	281	+ 0.561	1137	+ 0.623	687	+ 0.682
806	+ 0.367	63	- 0.428	1207	- 0.508	871	- 0.566	482	+ 0.626	1023	- 0.682
942	- 0.369	186	+ 0.428	704	- 0.509	1188	+ 0.569	685	- 0.628	506	- 0.684
670	+ 0.371	474	+ 0.428	109	- 0.512	118	+ 0.574	906	- 0.630	23	- 0.686
1211	+ 0.371	995	- 0.430	172	- 0.512	797	+ 0.574	127	+ 0.631	182	- 0.686
624	+ 0.372	317	- 0.433	137	- 0.513	318	- 0.577	354	+ 0.632	315	- 0.686
807	+ 0.373	1191	- 0.433	785	- 0.514	393	- 0.581	525	+ 0.633	31	- 0.688
440	- 0.377	231	+ 0.434	1099	- 0.517	1062	+ 0.581	28	- 0.636	1213	- 0.688
195	+ 0.378	843	+ 0.438	605	- 0.518	1264	- 0.583	407	+ 0.637	250	- 0.694
241	+ 0.381	713	- 0.440	404	- 0.521	17	+ 0.585	674	+ 0.637	1160	- 0.694
663	- 0.389	1215	- 0.442	141	- 0.524	16	- 0.586	897	+ 0.638	218	- 0.695
1067	+ 0.389	48	+ 0.445	561	+ 0.526	1163	+ 0.586	544	- 0.639	493	- 0.696
1224	+ 0.391	76	- 0.445	951	+ 0.526	370	+ 0.587	72	- 0.640	853	- 0.698
1274	+ 0.393	1263	+ 0.445	40	- 0.527	301	+ 0.593	227	+ 0.644	1230	- 0.698
555	- 0.395	970	+ 0.448	330	+ 0.528	895	- 0.593	774	- 0.648	7	- 0.699
1106	- 0.395	654	+ 0.450	265	+ 0.529	901	+ 0.593	969	- 0.648	526	- 0.701
521	+ 0.397	412	- 0.454	29	- 0.530	1199	+ 0.593	6	+ 0.649	582	+ 0.702
1091	+ 0.397	262	+ 0.459	485	- 0.530	518	+ 0.594	27	- 0.649	1242	- 0.702
1031	- 0.398	834	+ 0.462	602	+ 0.531	543	- 0.594	382	- 0.650	1155	- 0.703
24	- 0.399	82	+ 0.463	372	- 0.532	379	+ 0.595	515	+ 0.651	306	+ 0.704
1103	+ 0.401	161	- 0.469	814	- 0.532	679	- 0.595	103	- 0.653	541	+ 0.710
226	+ 0.403	830	+ 0.471	357	+ 0.537	448	+ 0.596	165	+ 0.654	989	+ 0.713
307	- 0.407	135	+ 0.473	893	+ 0.537	43	- 0.597	540	- 0.654	519	+ 0.716
848	+ 0.407	429	- 0.480	854	- 0.538	696	+ 0.597	547	- 0.655	536	+ 0.716
66	- 0.408	1132	- 0.481	342	- 0.542	1259	- 0.597	571	- 0.656	902	+ 0.717
735	+ 0.410	147	- 0.482	93	- 0.547	863	+ 0.599	927	+ 0.657	477	+ 0.718

Tafel I.

Drei- eck Nr.	Schluß- fehler										
659	- 0.719	478	+ 0.790	875	+ 0.852	415	+ 0.911	608	- 0.980	430	- 1.038
2	- 0.720	512	- 0.790	1042	+ 0.854	148	- 0.912	570	- 0.982	957	- 1.039
1073	+ 0.723	22	+ 0.793	626	- 0.858	539	- 0.913	1234	+ 0.982	741	- 1.043
722	+ 0.724	179	- 0.793	649	- 0.861	200	- 0.915	922	- 0.988	873	- 1.046
283	+ 0.727	700	- 0.798	757	- 0.861	1148	+ 0.916	1053	- 0.989	368	- 1.047
30	- 0.729	67	- 0.799	21	+ 0.862	483	+ 0.919	376	- 0.990	54	+ 1.050
511	- 0.731	51	- 0.801	801	+ 0.862	126	+ 0.921	239	- 0.992	289	- 1.051
813	- 0.733	836	+ 0.801	447	+ 0.863	1142	+ 0.922	1090	- 0.992	95	- 1.052
656	+ 0.735	568	- 0.802	550	+ 0.863	395	+ 0.923	1139	+ 0.992	1273	+ 1.052
1041	- 0.736	844	- 0.802	1229	+ 0.869	125	- 0.926	1200	+ 0.994	762	- 1.055
89	+ 0.741	742	- 0.803	1223	- 0.872	143	+ 0.927	939	- 0.995	1283	+ 1.056
1119	+ 0.744	1171	- 0.804	837	- 0.871	1240	- 0.929	580	- 0.996	212	+ 1.058
738	+ 0.748	193	+ 0.805	793	- 0.874	833	+ 0.933	593	+ 0.996	19	- 1.061
1203	+ 0.748	437	+ 0.808	590	+ 0.875	787	- 0.936	712	- 0.998	1033	- 1.063
881	+ 0.752	1158	+ 0.810	620	- 0.875	692	- 0.938	274	+ 0.999	507	- 1.064
1219	+ 0.752	406	+ 0.813	639	+ 0.875	1161	+ 0.947	617	- 1.002	5	- 1.066
32	+ 0.753	1243	- 0.815	1244	- 0.877	790	- 0.949	567	+ 1.004	1100	- 1.066
1280	+ 0.755	1204	+ 0.821	211	- 0.877	1267	- 0.952	1113	- 1.004	107	- 1.074
12	- 0.756	594	- 0.824	761	+ 0.879	116	+ 0.953	996	- 1.005	38	- 1.075
549	+ 0.759	47	- 0.827	476	- 0.882	791	+ 0.953	1114	- 1.007	533	+ 1.076
775	- 0.759	646	- 0.827	242	+ 0.887	106	+ 0.958	934	- 1.011	878	- 1.079
375	+ 0.762	470	+ 0.830	325	+ 0.887	353	+ 0.958	832	- 1.012	313	- 1.082
852	- 0.763	431	+ 0.832	464	+ 0.888	974	+ 0.958	1181	- 1.015	1184	- 1.083
492	- 0.766	74	+ 0.834	1002	+ 0.889	501	+ 0.959	662	- 1.022	104	+ 1.086
68	+ 0.767	1078	+ 0.834	668	+ 0.891	145	- 0.960	693	- 1.022	1247	+ 1.086
1186	+ 0.770	337	- 0.835	548	- 0.899	1028	+ 0.960	312	- 1.023	1141	+ 1.088
1082	+ 0.771	802	+ 0.835	510	+ 0.901	636	- 0.966	1070	+ 1.027	1022	+ 1.089
980	+ 0.773	1149	- 0.841	745	- 0.902	360	- 0.967	689	- 1.028	936	- 1.090
340	+ 0.783	1151	- 0.843	235	+ 0.903	606	+ 0.967	305	+ 1.029	1282	+ 1.091
694	- 0.783	65	+ 0.846	751	- 0.903	1140	+ 0.967	414	+ 1.032	156	+ 1.092
856	- 0.785	233	+ 0.847	1019	+ 0.903	217	- 0.970	914	- 1.032	1111	+ 1.092
418	+ 0.786	409	- 0.847	90	- 0.904	181	- 0.973	850	+ 1.033	160	+ 1.101
336	- 0.788	504	- 0.849	499	+ 0.907	157	+ 0.974	553	+ 1.035	546	+ 1.101
396	- 0.788	128	- 0.850	792	- 0.910	1246	- 0.974	136	+ 1.036	140	+ 1.102
1201	- 0.789	1079	+ 0.852	88	- 0.911	1153	- 0.976	954	- 1.036	763	- 1.102

Tafel I.

Drei- eck Nr.	Schluß- fehler										
778	+1·107	1225	+1·202	695	+1·294	398	-1·372	874	+1·429	707	-1·539
783	-1·107	1098	-1·203	890	-1·295	876	-1·372	1232	+1·430	1064	+1·542
915	+1·107	529	-1·204	244	+1·297	1063	+1·372	1097	-1·433	255	-1·543
841	+1·110	191	+1·207	641	+1·297	1269	+1·373	1074	+1·434	1071	+1·545
276	-1·113	708	+1·211	378	-1·300	4	+1·377	94	-1·439	484	+1·545
552	+1·118	1276	-1·215	1177	-1·302	84	-1·379	490	+1·440	92	+1·546
885	-1·124	401	+1·218	846	+1·304	100	+1·379	356	+1·443	410	+1·551
868	+1·125	858	-1·219	1214	+1·307	332	+1·379	855	+1·446	386	+1·552
384	+1·132	1205	-1·222	359	+1·308	64	-1·380	18	-1·447	1045	-1·553
794	-1·132	55	+1·230	1144	+1·308	531	-1·385	259	+1·454	1010	+1·555
952	-1·134	782	+1·230	779	+1·309	721	+1·385	139	-1·456	701	-1·560
723	+1·138	1032	-1·231	829	+1·311	981	-1·385	1262	+1·459	1112	-1·560
260	+1·140	910	-1·238	8	-1·316	392	+1·388	1050	+1·460	554	+1·564
1189	+1·148	1088	+1·241	163	-1·319	976	-1·389	994	+1·464	444	+1·566
443	-1·149	472	-1·244	777	-1·322	402	-1·394	49	-1·466	1108	+1·567
1249	+1·149	327	+1·245	1129	+1·324	665	+1·395	238	-1·469	316	+1·572
575	-1·151	1236	+1·249	616	+1·329	438	+1·398	1048	+1·479	299	+1·575
615	+1·155	1130	-1·251	730	+1·329	101	-1·399	175	-1·480	607	+1·580
170	-1·157	73	-1·253	760	+1·329	800	-1·399	557	-1·481	650	-1·581
1221	-1·159	965	-1·253	1258	-1·334	417	-1·401	724	+1·483	1001	-1·585
824	-1·161	601	+1·254	445	-1·338	888	+1·401	177	+1·486	97	-1·587
278	+1·166	505	-1·258	530	+1·339	865	+1·404	664	+1·493	619	-1·587
847	-1·166	691	-1·258	1043	+1·339	614	+1·405	739	+1·496	591	-1·588
113	+1·167	667	+1·264	502	+1·350	1272	-1·406	133	+1·497	146	+1·592
780	+1·170	645	+1·268	1175	+1·351	1011	-1·412	287	+1·498	882	-1·597
496	-1·175	1208	+1·269	122	-1·354	522	+1·414	411	+1·501	45	+1·598
1051	-1·175	251	-1·279	835	-1·360	677	+1·415	583	+1·502	851	-1·598
184	+1·176	827	-1·280	528	-1·363	711	-1·419	397	+1·506	861	-1·599
144	+1·178	964	+1·282	610	+1·364	1105	+1·419	1087	-1·515	422	-1·600
597	-1·179	249	-1·285	1000	-1·364	1266	+1·420	153	-1·518	1277	-1·608
891	-1·181	487	+1·285	341	-1·365	1268	+1·420	588	-1·518	1217	+1·611
911	+1·182	138	-1·289	343	+1·366	972	+1·421	558	-1·519	71	+1·615
532	-1·182	705	-1·291	983	-1·368	1072	+1·421	908	-1·520	1083	+1·616
826	+1·183	208	+1·294	302	-1·370	366	+1·422	1006	+1·529	198	-1·618
733	-1·193	611	-1·294	1123	+1·370	949	-1·427	115	-1·536	1076	+1·618

Tafel I.

Drei- eck Nr.	Schluß- fehler	Drei- eck- Nr.	Schluß- fehler								
150	+ 1·619	192	- 1·702	269	+ 1·783	676	- 1·881	475	- 2·002	1009	- 2·136
706	+ 1·620	1196	- 1·704	347	- 1·785	427	- 1·889	560	- 2·006	682	- 2·138
83	+ 1·623	13	+ 1·708	883	+ 1·785	187	+ 1·891	948	- 2·011	938	- 2·139
798	- 1·626	1218	- 1·709	930	- 1·785	132	- 1·893	609	+ 2·012	1025	- 2·141
1157	+ 1·626	644	- 1·710	1131	+ 1·785	719	- 1·894	446	+ 2·013	811	+ 2·142
142	+ 1·637	234	- 1·713	390	- 1·787	944	- 1·900	385	+ 2·026	185	- 2·145
178	- 1·637	898	- 1·717	978	+ 1·788	91	+ 1·903	87	+ 2·029	267	- 2·151
1081	+ 1·640	556	- 1·719	158	- 1·789	348	+ 1·905	219	+ 2·029	1003	- 2·152
275	- 1·641	1182	+ 1·719	1216	- 1·792	1061	- 1·905	756	- 2·029	928	- 2·156
367	- 1·644	825	- 1·725	361	+ 1·798	987	- 1·907	256	- 2·037	1145	+ 2·156
1060	- 1·644	1066	- 1·725	652	- 1·798	266	- 1·914	577	+ 2·041	1187	- 2·159
943	- 1·649	919	+ 1·729	322	+ 1·802	304	- 1·914	405	- 2·044	62	+ 2·165
955	+ 1·653	1052	+ 1·729	982	+ 1·805	282	- 1·923	803	+ 2·057	1092	+ 2·167
481	- 1·654	166	+ 1·733	551	- 1·810	1030	+ 1·923	1252	- 2·060	563	+ 2·168
35	+ 1·655	727	+ 1·740	425	+ 1·811	680	- 1·925	1038	+ 2·064	383	- 2·169
1275	+ 1·658	246	- 1·741	1	+ 1·814	857	+ 1·926	894	+ 2·065	1195	- 2·169
633	+ 1·659	489	- 1·742	124	+ 1·818	131	- 1·929	638	+ 2·066	52	- 2·170
988	- 1·666	479	+ 1·743	1261	+ 1·822	214	+ 1·931	204	+ 2·068	1101	- 2·180
1020	- 1·669	39	- 1·747	538	- 1·823	749	- 1·937	264	+ 2·068	961	+ 2·186
171	+ 1·670	799	+ 1·747	436	- 1·824	296	+ 1·946	46	- 2·070	1047	+ 2·187
681	+ 1·671	373	+ 1·748	291	- 1·826	963	- 1·947	498	+ 2·072	37	- 2·188
789	+ 1·675	96	- 1·749	272	+ 1·834	1253	- 1·949	702	+ 2·072	320	- 2·202
655	- 1·680	1046	- 1·749	209	- 1·837	816	+ 1·951	471	+ 2·075	232	- 2·207
53	+ 1·682	33	+ 1·751	290	+ 1·839	1085	+ 1·952	394	+ 2·077	703	+ 2·208
941	+ 1·684	377	+ 1·752	303	- 1·840	860	+ 1·953	1012	+ 2·085	173	+ 2·209
1210	- 1·685	1202	+ 1·761	420	+ 1·843	688	+ 1·965	879	+ 2·089	98	- 2·214
245	+ 1·686	252	- 1·762	263	- 1·847	339	+ 1·967	190	- 2·104	300	- 2·217
884	+ 1·687	776	- 1·762	818	+ 1·847	1059	+ 1·970	812	- 2·105	36	+ 2·219
1029	- 1·687	1086	+ 1·764	308	+ 1·848	408	+ 1·979	224	- 2·106	205	+ 2·219
907	+ 1·689	1238	+ 1·771	935	- 1·864	718	- 1·980	1178	- 2·110	699	- 2·220
632	+ 1·691	1159	+ 1·774	950	+ 1·870	880	- 1·981	279	- 2·115	1152	+ 2·220
990	- 1·696	114	- 1·775	764	+ 1·871	298	+ 1·996	584	- 2·120	821	+ 2·224
1016	- 1·696	849	+ 1·776	329	+ 1·872	56	- 1·997	1169	- 2·123	585	+ 2·227
254	- 1·700	731	+ 1·778	1241	- 1·873	975	- 2·000	216	+ 2·124	203	- 2·229
188	+ 1·702	79	+ 1·781	822	- 1·874	715	+ 2·001	261	+ 2·134	102	+ 2·234

Tafel I.

Drei- eck Nr.	Schluß- fehler										
959	+ 2·235	257	- 2·375	363	- 2·532	1015	+ 2 707	971	+ 2·896	1096	- 3·384
423	+ 2·236	44	+ 2·377	698	+ 2·570	634	- 2·708	314	+ 2·905	1138	+ 3·403
931	+ 2·242	236	- 2·379	637	- 2·572	350	+ 2·715	1035	- 2·915	60	+ 3·448
946	+ 2·242	369	- 2·379	1068	+ 2·578	896	- 2·718	1126	+ 2·952	1125	- 3·477
1260	+ 2·243	967	- 2 389	455	+ 2 580	578	+ 2·722	1034	- 2·962	349	- 3·504
1235	+ 2·250	222	- 2·396	1265	- 2·586	389	+ 2·727	1190	+ 2·962	758	- 3·534
99	- 2·254	362	- 2·399	643	- 2 592	248	+ 2·728	734	- 2·971	1109	- 3·629
271	+ 2·255	1013	- 2·399	690	+ 2·595	1093	- 2·731	675	- 2·978	1107	+ 3·641
1128	+ 2·264	215	- 2·401	388	- 2·599	247	+ 2·734	442	+ 2·982	174	- 3·749
439	+ 2·267	909	+ 2·416	717	+ 2·603	740	- 2·744	1147	- 2·982	1040	+ 3·776
1154	- 2·267	164	+ 2·421	565	+ 2·615	413	+ 2·749	419	+ 2·986	574	+ 3·779
573	- 2·270	81	- 2 423	288	- 2·619	753	+ 2·753	903	- 2·987	196	+ 3·809
280	+ 2·271	940	+ 2·426	966	+ 2·621	576	- 2·754	947	+ 3 003	725	- 3·827
358	+ 2·272	889	- 2·428	746	- 2·624	399	- 2·758	1005	- 3·008	534	+ 3·846
364	+ 2·286	473	- 2·430	495	+ 2·625	1256	- 2·761	61	+ 3·018	494	- 3 916
1056	+ 2 286	673	- 2·430	960	- 2·626	69	- 2·764	1172	+ 3 025	467	+ 3·962
1165	- 2·303	985	- 2·431	1104	- 2·629	1057	- 2·770	912	- 3·057	1007	- 3·971
1226	- 2·303	1094	+ 2·438	545	- 2·634	1077	- 2·771	932	+ 3 082	310	- 3 989
1024	- 2·304	537	+ 2·445	1285	+ 2·634	335	- 2·772	391	+ 3·090	197	- 4·047
334	- 2·305	424	+ 2·447	697	- 2·644	130	+ 2·792	892	- 3·119	953	- 4·051
194	+ 2·308	913	+ 2·448	623	- 2·649	984	- 2·793	428	- 3·122	488	+ 4·081
1118	- 2·309	1150	+ 2·461	579	+ 2 659	804	- 2·798	1124	- 3·129	747	- 4·135
629	+ 2·315	1173	+ 2·461	1227	+ 2·661	1278	+ 2·799	755	+ 3·157	220	- 4·163
642	+ 2·315	319	+ 2·462	168	- 2·664	321	+ 2·817	497	- 3·168	759	- 4·194
1110	- 2·319	152	- 2·463	240	- 2·670	154	+ 2·824	956	- 3·188	729	- 4·207
1058	- 2·322	666	- 2·468	1179	+ 2·672	435	+ 2·826	535	- 3·193	108	+ 4·556
968	+ 2·328	628	+ 2·487	1284	- 2·675	1222	+ 2·834	1250	- 3·229	750	+ 4·827
1166	+ 2·338	992	- 2·494	1136	+ 2·676	1116	+ 2 835	743	+ 3·239	754	+ 4·896
586	- 2·339	268	+ 2·499	237	+ 2·678	1080	+ 2·846	627	- 3·240	110	+ 5·421
85	- 2·349	621	- 2·507	862	- 2·681	1233	+ 2·856	243	- 3·254	309	+ 8·159
1115	+ 2·353	572	+ 2·508	1039	- 2·688	916	- 2·857	958	- 3·345		
796	- 2·355	50	+ 2·509	562	- 2·689	202	- 2·864	1134	- 3·356		
1245	+ 2·364	331	- 2·519	167	- 2·702	1209	- 2·868	466	+ 3·365		
480	+ 2·368	726	- 2·531	201	- 2·704	1185	+ 2·880	1255	+ 3·382		

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

S. 61

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA

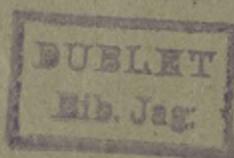


L. inw.

31209

Kdn., Czapskich 4 — 678. 1. XII. 52. 10.000

Vol 1680



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000299988

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



II-31209

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000299988