



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000296058

3. 2. 92. Aufl.
Sammlung Göschen

Vermessungskunde

I

Stükmessung und Nivellieren

Von

Dr.-Ing. P. Werkmeister

ord. Professor an der Technischen Hochschule Dresden

Mit 146 Figuren

Fünfte Auflage



Walter de Gruyter & Co.

vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung · J. Guttentag, Verlags-
buchhandlung · Georg Reimer · Karl J. Trübner · Veit & Comp.

Berlin 1932 Leipzig

31
Wn/24



I- 301599

Alle Rechte, insbesondere das Übersetzungsrecht,
von der Verlagshandlung vorbehalten

Archiv-Nr. 110468

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

~~1381~~

OPK-12-122/2017

Druck von Walter de Gruyter & Co., Berlin W 10.

Akc. Nr.

~~3701/49~~

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Einleitung	5

I. Abschnitt.

Horizontal- oder Lagemessungen (Stückmessung).

1. Kapitel. Die einfacheren Hilfsmittel zur Ausführung von Lagemessungen und ihre Verwendung bei solchen	6
§ 1. Bezeichnung von Punkten und Geraden auf dem Felde	7
§ 2. Hilfsmittel zum unmittelbaren Messen von Längen	10
§ 3. Hilfsmittel zum Abstecken von rechten und flachen Winkeln	14
§ 4. Abstecken von Geraden	25
§ 5. Längenmessung	30
§ 6. Abstecken von rechten Winkeln	40
2. Kapitel. Ausführung von Lagemessungen. Aufnahme einzelner Grundstücke und kleinerer Lagepläne	46
§ 7. Aufnahme einzelner Grundstücke	47
§ 8. Aufnahme eines kleineren Lageplans	53
§ 9. Messen und Abstecken von Geraden und rechten Winkeln unter besonderen Verhältnissen	56
§ 10. Herstellung und Bearbeitung von Lageplänen	58
3. Kapitel. Berechnung und Teilung von Flächen	62
§ 11. Flächenbestimmung aus Feldmaßen	62
§ 12. Flächenbestimmung aus Planmaßen	67
§ 13. Flächenbestimmung aus Feld- und Planmaßen	71
§ 14. Flächenbestimmung mit dem Planimeter	72
§ 15. Teilung von Flächen	87

II. Abschnitt.

Vertikal- oder Höhenmessungen (Nivellieren).

4. Kapitel. Die Instrumente zum Nivellieren	92
§ 16. Das Ziel- oder Ablesefernrohr	93
§ 17. Die Libelle	103
§ 18. Die Setzlatte	112
§ 19. Das Nivellierinstrument	113
§ 20. Die Nivellierlatten	118
§ 21. Untersuchung und Berichtigung des Nivellierinstruments mit festem Fernrohr	121
§ 22. Untersuchung und Berichtigung des Nivellierinstruments mit drehbarem Fernrohr und Doppellibelle	128
§ 23. Untersuchung und Berichtigung des Nivellierinstruments mit umlegbarem Fernrohr	133

4 Inhaltsverzeichnis. Verzeichnis d. wichtigsten Schriften.

	Seite
5. Kapitel. Ausführung von Höhenmessungen durch Nivellieren	136
§ 24. Bezeichnung von Höhenpunkten	136
§ 25. Ausführung von Festpunktnivellements	138
§ 26. Aufnahme und Ausarbeitung von Längsprofilen	147
§ 27. Aufnahme und Ausarbeitung von Querprofilen	150
§ 23. Ausführung und Ausarbeitung von Flächennivellements	154
Sachverzeichnis	162

Verzeichnis der wichtigsten Schriften.

- Gauß, F. G., Die trigonometrischen und polygonometrischen Rechnungen in der Feldmeßkunst. 3. Auflage. Halle a. S. 1906.
- Hammer, E., Lehrbuch der elementaren Praktischen Geometrie. Leipzig und Berlin 1911.
- Hartner, F.-Doležal, E., Hand- und Lehrbuch der niederen Geodäsie. 9. Auflage. Wien 1903.
- Jordan, W.-Eggert, O., Handbuch der Vermessungskunde. 2. Band. 9. Auflage. Stuttgart 1931.
- Zeitschrift für Vermessungswesen, Konrad Wittwer, Stuttgart.
-

Einleitung.

Die Aufgabe der Geodäsie oder Vermessungskunde besteht in der Bestimmung der Größe und Gestalt von Teilen der Erdoberfläche; die Geodäsie beschäftigt sich demnach mit denjenigen Hilfsmitteln und Verfahren, die bei der Vermessung und Darstellung von Teilen der Erdoberfläche in Betracht kommen. Auf die Erdoberfläche sich beziehende Messungen erfordern eine Vermessungsfläche; als solche werden benützt die Ebene, die Kugel und das Ellipsoid. Diesen Vermessungsflächen entsprechend kann man die Geodäsie einteilen in ebene, sphärische und ellipsoidische Geodäsie. Der Größe des zu vermessenden Stückes der Erdoberfläche entsprechend teilt man die Geodäsie auch ein in Erdmessung, Landmessung und Feldmessung. Die Erdmessung beschäftigt sich mit der Vermessung der Erde als Ganzes; bei der Landmessung handelt es sich um die Vermessung von Teilen der Erdoberfläche in der Größe eines ganzen Landes. Die Feldmessung oder Stückmessung umfaßt diejenigen Vermessungsverfahren und Darstellungsarten, welche bei kleineren Gebieten in Frage kommen. Vielfach wird die Geodäsie auch eingeteilt in „höhere Geodäsie“ und „niedere Geodäsie“. Die niedere Geodäsie oder Praktische Geometrie oder elementare Vermessungskunde benutzt als Vermessungsfläche die Ebene; zu ihr gehören die Feldmessung und Teile der Landmessung. Im folgenden werden nur Hilfsmittel und Verfahren der elementaren Vermessungskunde oder Vermessungskunde im engeren Sinn behandelt.

Das Endziel einer Vermessung besteht in der Darstellung des zu vermessenden oder aufzunehmenden Gebietes in einer Karte oder einem Plane; da man in solchen die gegenseitige

Lage von Punkten der Erdoberfläche sowohl in horizontalem als in vertikalem Sinn zur Anschauung bringen kann, so unterscheidet man zwischen „Horizontal- oder Lagemessungen“ und „Vertikal- oder Höhenmessungen“.

I. Abschnitt.

Horizontal- oder Lagemessungen.

(Stükmessung.)

Um die gegenseitige Lage einzelner Punkte und Linien der unregelmäßigen Erdoberfläche in horizontalem Sinn festlegen zu können, denkt man sie sich in eine Horizontalebene projiziert und in dieser die Vermessungen vorgenommen; die Horizontalprojektion des zu vermessenden Gebietes stellt dessen Lageplan in natürlicher Größe (Maßstab 1 : 1) vor. Unter der Entfernung zweier Punkte versteht man demnach in der Praktischen Geometrie die Entfernung ihrer Horizontalprojektionen, und unter dem Flächeninhalt eines Grundstückes denjenigen seiner Horizontalprojektion.

1. Kapitel.

Die einfacheren Hilfsmittel zur Ausführung von Lagemessungen und ihre Verwendung bei solchen.

Die unmittelbar zu messenden Größen der Praktischen Geometrie sind Strecken (Längen) und Winkel. Eine Größe messen heißt, sie mit einer anderen ihr gleichartigen, willkürlich angenommenen oder natürlich bestimmten, als Maßeinheit gewählten Größe vergleichen, oder ihr Verhältnis zu dieser angeben.

Die Maßeinheit für die Messung von Strecken oder Längen ist das Meter, eine bis zu einem gewissen Grad willkürlich angenommene Größe, die durch ein „deutsches Urmeter“

im Besitz der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin festgelegt ist. Als Vielfache bzw. Teile eines Meters sind im Gebrauch:

$$1000 \text{ m} = 1 \text{ km} = 1 \text{ Kilometer,}$$

$$0,1 \text{ m} = 1 \text{ dm} = 1 \text{ Dezimeter,}$$

$$0,01 \text{ m} = 1 \text{ cm} = 1 \text{ Zentimeter,}$$

$$0,001 \text{ m} = 1 \text{ mm} = 1 \text{ Millimeter.}$$

Die Maßeinheit für die Messung von Winkeln ist der rechte Winkel, der als vierter Teil des vollen Winkels eine natürlich festgelegte Größe ist. Der rechte Winkel wird auf dreierlei Arten geteilt; bei der „Sexagesimal“- oder „alten Teilung“ in 90 Grade zu je 60 Minuten zu je 60 Sekunden ($1^\circ = 60'$, $1' = 60''$), bei der „Zentesimal“- oder „neuen Teilung“ in 100 Grade zu je 100 Minuten zu je 100 Sekunden ($1^g = 100^c$, $1^c = 100^{cc}$) und bei der „Nonagesimal“- oder „Misch-Teilung“ in 90 Grade zu je 100 Minuten zu je 100 Sekunden.

§ 1. Bezeichnung von Punkten und Geraden auf dem Felde.

Ein Punkt ist auf dem Felde bestimmt durch eine sichtbare vertikale Gerade; eine solche kann schon vor der Messung in der Natur vorhanden sein, z. B. in Gestalt einer Hauskante, eines Blitzableiters, einer Kirchturmspitze u. dgl., der Punkt ist dann „natürlich“ bezeichnet. Im Gegensatz zu dieser natürlichen Punktbezeichnung steht die künstliche Punktbezeichnung, bei welcher Punkte, die ursprünglich nicht bezeichnet sind, nur für die Vermessung, und diesem Zweck entsprechend bezeichnet werden. Das einfachste Hilfsmittel hierfür ist der Fluchstab (Bake), ein 2—3 m langer, wenige Zentimeter dicker Holzstab mit kreisförmigem Querschnitt, der, um bequem in den Boden gestoßen werden zu können, an seinem einen Ende mit einem eisernen Schuh mit Spitze versehen ist. Zur Erhöhung der Sichtbarkeit, besonders auf größere Entfer-

nungen, werden die Fluchtstäbe mit Ölfarbe angestrichen, gewöhnlich in zwei Farben (rot und weiß oder schwarz und weiß), und zwar so, daß die Farbe von 0,5 zu 0,5 m wechselt (Fig. 1). Um ein rasches Auffinden eines entfernteren Fluchtstabes zu ermöglichen, befestigt man an seinem oberen Ende eine zweifarbige Flagge.



[Fig. 1.

Ein Teil der Punkte, die bei einer Vermessung benützt werden, hat nur eine vorübergehende, auf die Dauer der Vermessung sich erstreckende Bedeutung. Der andere Teil der Punkte (z. B. Grenzecken, Anfangs- und Endpunkte der Aufnahme-linien) hat eine dauernde Bedeutung; man ist aus verschiedenen Gründen gezwungen, diese Punkte im

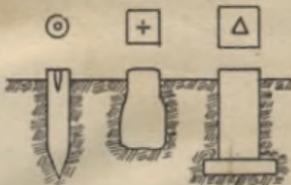


Fig. 2.

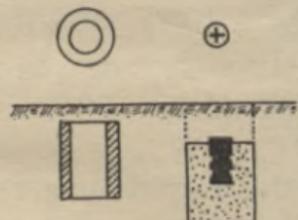


Fig. 3.

Felde festzulegen, zu „versichern“ oder, wie man auch sagt, dauernd zu bezeichnen.

Die Bezeichnung eines Punktes kann je nach dem Zweck, den er zu erfüllen hat, oberirdisch oder unterirdisch vorgenommen werden. Bei oberirdischer Bezeichnung (Fig. 2) verwendet man Holzpfähle, auf deren Kopf man, wenn es sich um größere Genauigkeit handelt, ein Loch bohrt oder einen Nagel einschlägt; oder man verwendet — z. B. bei Grenzbezeichnungen — Steine (Mark- oder Grenzsteine) mit eingehauener Marke. Die unterirdische Bezeichnung (Fig. 3) wird je nach dem Grad der Genauigkeit mit Hilfe von Gasröhren, Drainröhren, Brunnendeicheln oder einbetonierten Metallmarken vorgenommen. Um unterirdisch bezeichnete

Punkte jederzeit wieder bequem auffinden zu können, muß man sie auf ihre nächste Umgebung „einmessen“ oder durch ein oberirdisch angebrachtes Zeichen (z. B. Holzpfahl) ihren Standort bezeichnen.

Das Bezeichnen oder „Aufstecken“ (Sichtbarmachen) eines Punktes für die Zwecke einer Messung besteht in der vertikalen Aufstellung eines Fluchtstabes über dem betreffenden Punkt, was im all-

gemeinen, besonders wenn der Punkt vorher doch nicht bezeichnet ist, durch Hineinstoßen oder Hineindrücken eines Fluchtstabes in den Boden erreicht wird. Vielfach kommt es jedoch vor, daß ein Aufstellen des Stabes in dieser Weise nicht möglich ist, z. B. auf betonierten Gehwegen,

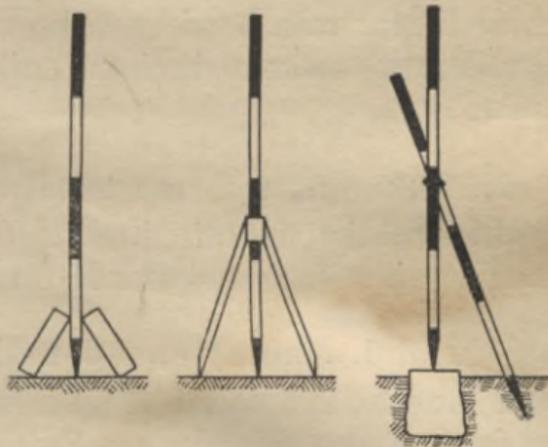


Fig. 4.

Pflasterungen und besonders auf bereits bezeichneten Punkten; man ist in solchen Fällen gezwungen, besondere Hilfsmittel bei der Aufstellung des Stabes zu verwenden (Fig. 4). Wird ein bereits bezeichneter Punkt, z. B. Grenzstein, nur in einer Richtung (Geraden) benützt, so kann man den Fluchtstab hinter dem Festpunkt, in der betreffenden Richtung aufstellen.

Ein Fluchtstab steht vertikal (ist „eingelotet“), wenn er in zwei — beiläufig zueinander senkrecht stehenden — Richtungen vertikal steht. Das Vertikalstellen in einer Richtung erreicht man durch Vergleichen der Stabkante (besser Stabachse) mit einer bereits vorhandenen Vertikalen (Hauskante, Telegraphenstange u. dgl.) oder mit einer für diesen Zweck

hergestellten (Schnur mit angebundenem Stein, Schnurlot). Es gibt auch Fälle, in denen es genügt, wenn der aufgestellte Stab nur in einer Richtung — z. B. in der einer Aufnahme-
linie — vertikal steht.

Zu beachten ist, daß stets die Achse des Stabes den betreffenden Punkt bezeichnet.

Einer durch zwei Punkte bestimmten Geraden gehören im Felde alle Punkte an, die mit jenen in derselben Vertikalebene liegen; man bezeichnet demnach auf dem Felde eine Gerade durch mehrere, in einer Vertikalebene liegende Fluchtstäbe.

§ 2. Hilfsmittel zum unmittelbaren Messen von Längen.

Die wichtigsten Hilfsmittel für die unmittelbare Längenmessung sind Meßplatten oder Meßstangen und das Meßband.

1. Meßplatten oder Meßstangen

sind hölzerne, 2, 3 oder 5 m lange, wenige Zentimeter dicke, an ihren Enden mit eisernen Zwingen versehene Maßstäbe mit quadratischem, kreisförmigem oder ovalem Querschnitt¹⁾. Zum Schutz gegen Feuchtigkeit, und um die Übersichtlichkeit bei der Messung zu erhöhen, werden die Meßplatten mit einem Ölfarbanstrich versehen, und zwar so, daß die ungeraden und die geraden Meterstücke einer Stange durch zwei verschiedene Farben — z. B. rot und weiß — sich unterscheiden. Gewöhnlich sind an den Meßplatten die einzelnen Dezimeter durch schwarze Ringe — halbe Meter durch doppelte Ringe — angegeben, die mit Rücksicht auf die Abscheuerung des Anstrichs durch eingeschlagene Messingstifte versichert sind; die einzelnen Zentimeter zwischen den Dezimetermarken müssen geschätzt werden.

Zur Messung verwendet man ein Lattenpaar, das zur

¹⁾ Neuerdings werden auch 5 m-Latten gefertigt, die für die Beförderung in zwei Teile zerlegt werden können.

Vermeidung von groben Fehlern bei den 3 und 5 m langen Latten so bemalt ist, daß bei der einen Latte die ungeraden Meterstücke dieselbe Farbe haben wie bei der anderen Latte die geraden (Fig. 5); man spricht demgemäß von der „weißen Latte“, das ist diejenige, bei welcher die beiden äußeren Meterstücke weiß, und von der „roten Latte“, bei der die beiden äußeren Meterstücke rot bemalt sind.

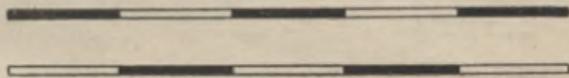


Fig. 5.

Für manche Messungen verwendet man zweckmäßig sog.

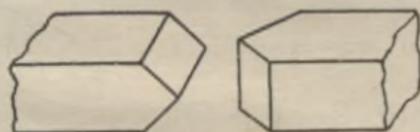


Fig. 6.

Schneidelatten, das sind Meßlatten, die an ihren Enden nicht durch eine zu ihrer Längsrichtung senkrechte Ebene abgeschnitten sind, sondern in Schneiden endigen, die bei der

Messung so aneinandergelegt werden, wie es in Figur 6 angedeutet ist.

2. Das Meßband

ist ein neuerdings meistens aus Stahl gefertigtes 10, 15 oder 20 m langes, wenige Zentimeter breites und etwa 0,5 mm dickes Band, das durch verschieden große, aufgenietete Marken in einzelne Meter, halbe Meter und Dezimeter eingeteilt ist. Die Enden eines Meßbandes werden durch Metallringe gebildet, die um Gelenke drehbar sind, und die über besondere Stäbe gestreift werden können; bei gespanntem Band bedeuten die Stabachsen den Anfangs- bzw. Endpunkt des Meßbandes. Die beiden Stäbe endigen ähnlich wie die Fluchtstäbe in eine eiserne Spitze und haben über dieser einen Querstift, um das Hinausgleiten der Ringe zu verhüten (Fig. 7). Außer Gebrauch wird das Meßband auf einen eisernen Ring aufgerollt.

Von großer Wichtigkeit ist bei beiden Längenmeßhilfsmitteln, der Meßlatte und dem Meßband, die Kenntnis der wirklichen Länge, zu deren Bestimmung besondere Vergleichseinrichtungen (Komparatoren) und Normalmaßstäbe erforderlich sind.

Bei Längenmessungen mit Meßplatten in nicht horizontalem Gelände braucht man noch weitere Hilfsmittel; es sind dies das Schnurlot und der Gradbogen.

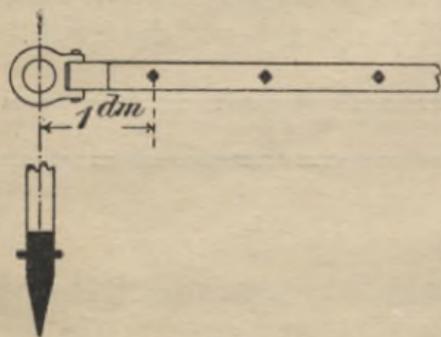


Fig. 7.

Das Schnurlot oder der Senkel (Fig. 8)

ist ein in eine Spitze endigender birnen-, kegel- oder zylinderförmiger Metallkörper, der an einer Schnur so aufgehängt ist, daß die Verlängerung der Schnur durch die Lotspitze geht. Ob das letztere der Fall ist, läßt sich dadurch untersuchen, daß man das aufgehängte und in Ruhe sich befindende Lot mit Hilfe der Schnur in eine drehende Bewegung versetzt; der Halbmesser des Kreises, den die Lotspitze dann beschreibt, ist die Größe, um die diese aus der Schnurrichtung abweicht, oder der Fehler des Lotes, der durch entsprechendes Abdrehen seitens des Mechanikers beseitigt werden kann.

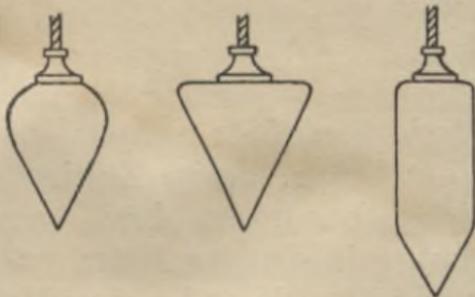


Fig. 8.

Der Gradbogen,

der zur Messung des Neigungswinkels einer Geraden (Meßlatte) gegen die Horizontale dient, wird in verschiedenen

Formen ausgeführt; die einfachste ist die in der Figur 9 angegebene. Im Punkt S eines dreieckförmigen Holzrahmens, der zum Aufsetzen in A_1 und A_2 mit Stollen versehen ist, ist ein Pendel drehbar befestigt, das vermöge seines Gewichtes stets eine bestimmte (vertikale) Lage einnimmt. Das Pendelende ist mit einer Ablesemarke Z versehen, mit

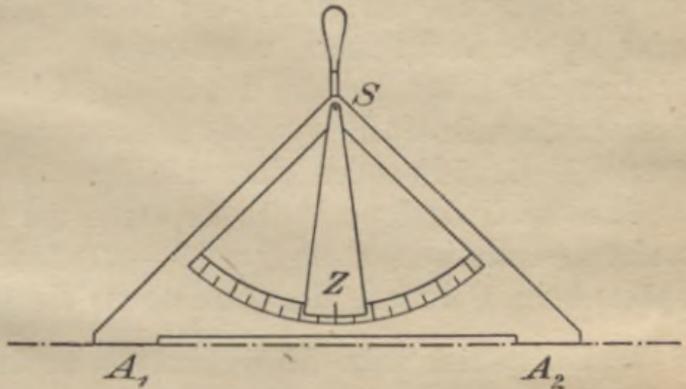


Fig. 9.

der an einer an dem Rahmen angebrachten Teilung der jeweilige Neigungswinkel abgelesen werden kann.

Nach der Hauptanforderung, die ein Gradbogen erfüllen soll, muß das Lot vom Drehpunkt S des Pendels, der

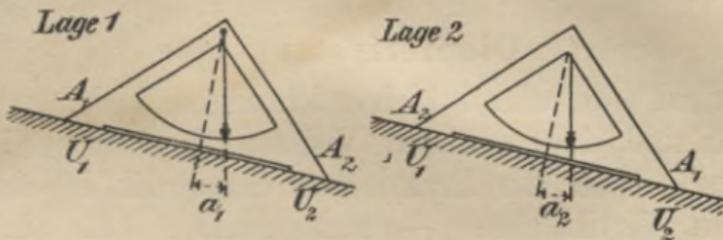


Fig. 10.

zugleich der Mittelpunkt der Teilung sein soll, auf die Aufsetzgerade A_1A_2 durch den Anfangspunkt oder Nullpunkt der Teilung gehen, so daß bei horizontaler Lage von A_1A_2 der abgelesene Neigungswinkel tatsächlich 0 Grad ist. Um zu untersuchen, ob dies der Fall ist, setzt man den Gradbogen in den Punkten U_1 und U_2 (Fig. 10) einer festen Unterlage auf und macht die Ablesung a_1 ; hierauf setzt man den Grad-

bogen um, d. h. man vertauscht A_1 und A_2 . Die neue Ablesung a_2 soll gleich a_1 sein; ist dies nicht der Fall, so muß man, falls nicht die Teilung für sich auf dem Holzrahmen verschiebbar ist, an einem der beiden Aufsetzpunkte A_1 oder A_2 die Berichtigung vornehmen.

Um das Einstellen des Pendels in seine vertikale Lage besser zu ermöglichen, versieht man es auch mit einem besonderen Gewicht oder einer Libelle.

Manche Gradbögen haben an Stelle der Gradteilung eine andere — Millimeter angegebende — Teilung; von ihr wird später beim Gebrauch des Gradbogens die Rede sein.

§ 3. Hilfsmittel zum Abstecken von rechten und flachen Winkeln.

Diejenigen Winkel, für deren Messung oder besser Absteckung besondere Instrumente im Gebrauch sind, sind der rechte und der flache, gelegentlich auch der halbe rechte Winkel.

Die in Betracht kommenden Hilfsmittel lassen sich einteilen in Diopter-, Spiegel- und Prismeninstrumente.

1. Diopterinstrumente

sind Instrumente, die mit Zielvorrichtungen (Visier und Korn) versehen sind, die das Zielen (Visieren) in einer bestimmten Richtung — bei der Praktischen Geometrie in einer bestimmten Vertikalebene — ermöglichen. Das einfachste Diopter besteht aus einem Lineal, in dessen Breitseite an beiden Enden je eine Nadel mit der Spitze nach oben befestigt ist; durch die beiden Nadeln ist die Diopterebene oder Zielebene bestimmt. Die gebräuchlichsten Dioptervorrichtungen bestehen entweder aus zwei schmalen, einander gegenüberliegenden Schlitzten — wie z. B. bei der Kreuzscheibe (Fig. 11) — oder einem Schlitz mit gegenüberliegendem Faden (Roßhaar, Draht) — wie bei der Winkeltrommel (Fig. 12). Um bei der letzteren Anordnung das bei der ersteren mögliche

Zielen in beiden Richtungen ebenfalls zu ermöglichen, befindet sich gewöhnlich (Fig. 12) unter dem Schlitz der einen Seite ein Faden und unter dem Faden der anderen Seite ein Schlitz. Die Breite der Schlitzschwankt zwischen 0,5 und 1 mm.

a) Die Kreuzscheibe (Fig. 11) ist das am häufigsten angewandte Dipterinstrument; bei ihr sind auf einem Zylinder- oder Kegelmantel zwei Paar Diopterschlitz so angebracht, daß die beiden Dipterebenen senkrecht zueinander stehen. Oben und unten endigen die Schlitz in eine etwas größere runde Öffnung, mit deren Hilfe das Aufsuchen eines

Zielpunktes wesentlich erleichtert wird. Die Kegelform hat die Vorzüge, daß bei ihr steilere Zielungen möglich sind, und daß man, z. B. bei verschiedenen Entfernungen der Zielpunkte, die Größe des Gesichtsfeldes verändern kann, je nachdem man oben oder unten durch die Schlitz sieht.



Fig. 12.

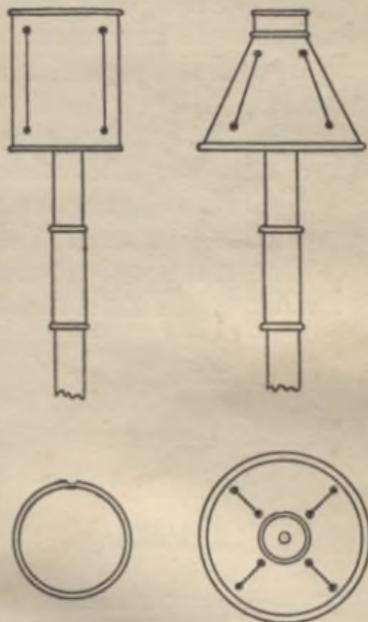


Fig. 11.

b) Bei der Winkeltrummel, einer älteren Form der Kreuzscheibe, sind die Diptervorrichtungen auf einem Prismenmantel angebracht, und zwar gewöhnlich als Schlitz-Fadendiopter (Fig. 12).

Kreuzscheibe und Winkeltrummel sind auf einem Stab aus Holz oder Mannesmannrohr befestigt, der zum Hineinstoßen in den Boden mit einer Spitze versehen ist. Auf beiden Instrumenten wird zweckmäßigerweise zum Vertikalstellen des Stabes eine Dosenlibelle (§ 17) angebracht.

Mit der Kreuzscheibe (Winkeltrummel) lassen sich folgende

Arbeiten ausführen: Angeben bzw. Aufsuchen von Punkten einer Geraden, Errichten von Loten und Aufsuchen von Lotfußpunkten.

Die an eine Kreuzscheibe zu stellenden Anforderungen sind demnach die folgenden:

a) Bei einspielender Dosenlibelle muß die Stabachse vertikal stehen.

Die Untersuchung geschieht mit Hilfe eines Schnurlotes in zwei, ungefähr senkrecht zueinanderstehenden Richtungen.

b) Je zwei gegenüberliegende Schlitze müssen bei vertikaler Stabstellung in einer Vertikalebene liegen.

Untersuchung: Nachdem der Stab mit Hilfe eines Schnurlotes oder der zuvor untersuchten Dosenlibelle vertikal gestellt ist, zielt

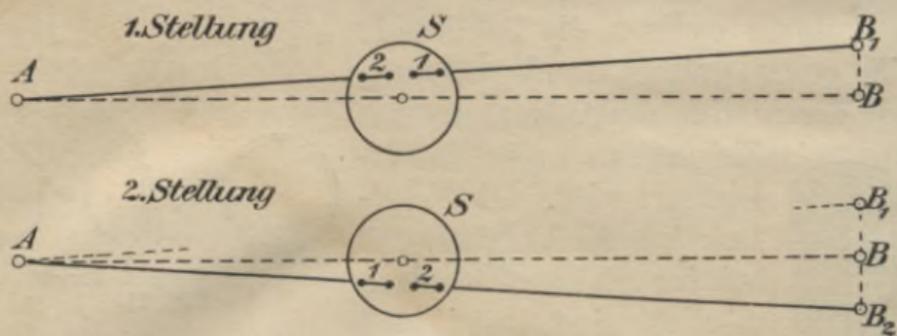


Fig. 13.

man nach einer vertikalen Geraden (Hauskante, Lotschnur), die auf ihre ganze Länge im Gesichtsfeld erscheinen muß.

c) Die Stabachse muß in jeder der beiden Diopterebenen liegen; sie muß also mit deren Schnittlinie zusammenfallen.

Die Untersuchung wird für jede Diopterebene für sich folgendermaßen vorgenommen: Die Kreuzscheibe wird in einem Punkt S (Fig. 13) vertikal aufgestellt und in der Richtung der Schlitze 1—2 ein z. B. mit einem Fluchtstab bezeichneter Punkt A angezielt; in dieser Stellung des Instruments erhalte man beim Zielen in der Richtung 2—1 in einiger Entfernung den Punkt B_1 . Dreht man nun die Kreuzscheibe um rund 180° , so daß die Zielung 2—1 durch den Punkt A geht, so erhält man für den Fall, daß die Stabachse nicht in der Diopterebene liegt, bei der Zielung in der Richtung 1—2 einen Punkt B_2 ; die Strecke B_1B_2 entspricht dann dem doppelten Fehler.

d) Die beiden Diopterebenen müssen senkrecht zueinander stehen.

Untersuchung: Mit Hilfe des Diopters 1 zielt man (Fig. 14) nach einem mit einem Fluchtstab bezeichneten Punkt P ; die Zielung durch das Diopter 2 ergibt dann bei Nichtsenkrechtstehen der

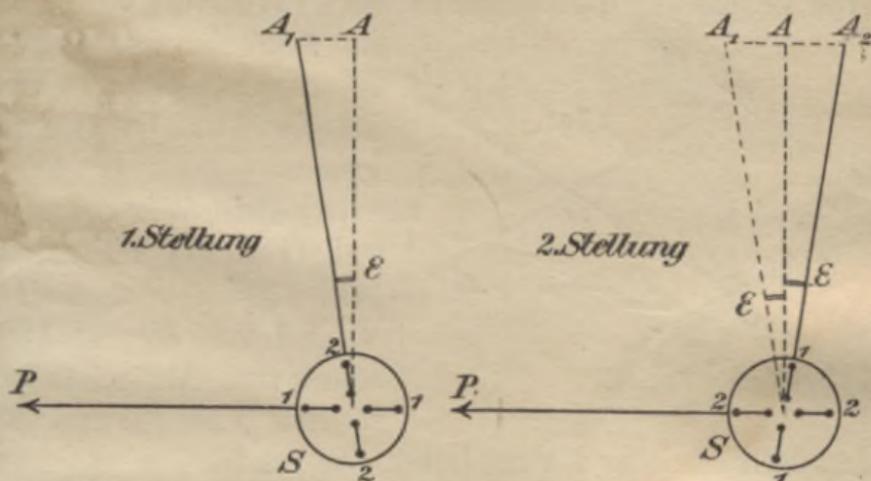


Fig. 14.

beiden Ebenen an Stelle des Lotpunkts A den Punkt A_1 . Dreht man nun die Scheibe um nahezu einen Rechten und zielt mit Hilfe von 2 nach P , so erhält man bei der Zielung durch 1 den Punkt A_2 . Die Entfernung von A_1 und A_2 entspricht dem doppelten Fehler ε .

An einer Kreuzscheibe sich zeigende Fehler können nur durch den Mechaniker beseitigt werden.

Für manche Zwecke werden auch Kreuzscheiben gefertigt, an denen zum Abstecken von halben Rechten zwei weitere Paare von Schlitten angebracht sind.

Ein wenig mehr gebrauchtes Instrument ist die Gradscheibe (Fig. 15), die zum Messen und Abstecken beliebig großer Winkel dient.



Fig. 15.

2. Die Spiegelinstrumente

beruhen auf dem einfach zu beweisenden Satz: Steht die Schnittlinie der Ebenen von zwei, den Winkel φ (Fig. 16) ein-

schließenden Spiegeln vertikal, und fällt ein horizontaler Strahl AB auf den einen Spiegel, so ist der Winkel zwischen AB und dem nach Spiegelung in B und C austretenden Strahl CD gleich 2φ .

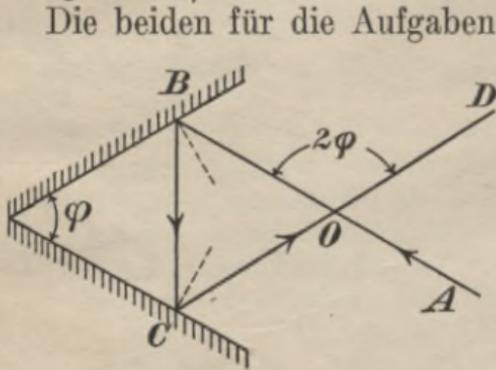


Fig. 16.

Fällen und Errichten von Loten verwendet werden.

b) Beim Spiegelkreuz bilden die übereinander angeordneten Spiegel einen rechten Winkel, so daß das Instrument zum Abstecken von flachen Winkeln, also zum Aufsuchen von Punkten einer Geraden benutzt werden kann.

Die Spiegelinstrumente werden entweder freihändig mit einem am Handgriff angehängten Schnurlot oder besser auf einem Stab verwendet, der aber nicht wie bei der Kreuzscheibe fest in den Boden gesteckt werden muß.

Die Untersuchung des Winkelspiegels, über die bei den Angaben über seinen Gebrauch (§ 6) Näheres mitgeteilt wird, beruht, wie die der Kreuzscheibe, auf dem planimetrischen Satz: In einem Punkt einer Geraden ist nur eine Senkrechte möglich. Die Untersuchung des Spiegelkreuzes (§ 4) geschieht auf Grund des planimetrischen Satzes: Durch zwei Punkte ist nur eine Gerade möglich.

in Betracht kommenden Instrumente sind der Winkelspiegel und das Spiegelkreuz.

a) Beim Winkelspiegel (Fig. 17) bilden die beiden Spiegelebenen einen Winkel von 45° ; er kann somit zum Abstecken von rechten Winkeln, also zum



Fig. 17.

Fehler, die sich bei der Untersuchung der beiden Instrumente zeigen, können durch den Beobachter selbst beseitigt werden; man kann nämlich den Winkel zwischen den beiden Spiegelebenen um kleine Beträge mit Hilfe einer besonderen Vorrichtung vergrößern oder verkleinern. Zu diesem Zweck ist der eine Spiegel nicht wie der andere mit dem Gehäuse fest verbunden, sondern ist — z. B. mit Hilfe der Zug- und Druckschrauben *Z* und *D* (Fig. 18) — um sein eines Ende *A* drehbar.

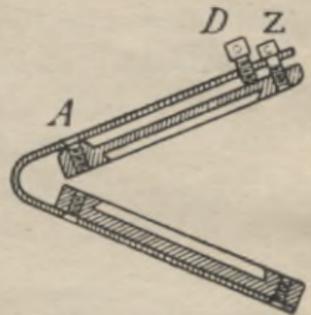


Fig. 18.

3. Die Prismeninstrumente,

welche in der Praktischen Geometrie verwendet werden, sind das Dreiseitprisma oder Winkelprisma, das Fünfeitprisma oder Pentaprisma oder Winkelspiegelprisma, das Vierseitprisma oder Wollastonsche Prisma zum Abstecken von rechten Winkeln und das Prismenkreuz oder Kreuzvisier zum Abstecken von flachen Winkeln.

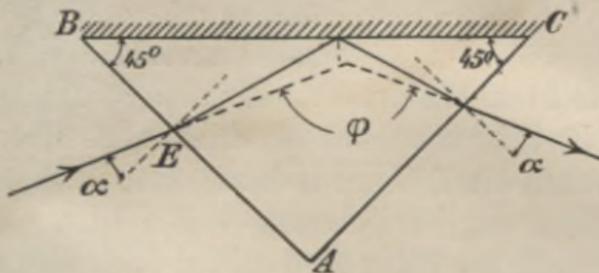


Fig. 19.

Die Prismeninstrumente beruhen wie die Spiegelinstrumente auf dem Spiegelgesetz und außerdem auf den Gesetzen über Strahlenbrechung und totale Reflexion¹⁾.

a) Das Dreiseitprisma hat als Querschnitt ein rechtwinklig gleichschenkliges Dreieck, bei dem die Hypotenusenfläche als Spiegel ausgebildet ist. Ein die Kathetenfläche *AB* (Fig. 19 u. 20) in einem Punkt *E* treffender, in einer Ebene senkrecht zu den Seitenkanten des Prismas liegender Licht-

¹⁾ G. Jäger, Theoretische Physik, Band IV, Sammlung Göschen.

strahl kann je nach der Größe des Winkels α , den er mit dem Einfallslot bildet, auf zwei verschiedenen Wegen das Prisma durchlaufen; entweder trifft er nach seinem Eintritt die Hypotenusenfläche (Fig. 19), wird an dieser reflektiert und tritt in der anderen Kathetenfläche wieder aus; oder er gelangt nach seinem Eintritt zunächst an die andere Kathetenfläche (Fig. 20), von der er total reflektiert zur Hypotenusenfläche und von dieser nach Reflexion wieder zur zweiten Kathetenfläche kommt, in der er austritt. Im ersten Fall ist der Winkel φ — Winkel zwischen dem ein- und austretenden Strahl — veränderlich

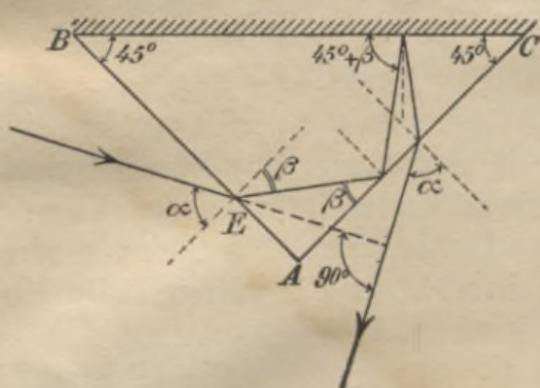


Fig. 20.

mit α ; es ist nämlich, wie sich aus der Figur 19 unmittelbar ablesen läßt, $\varphi = 90^\circ + 2\alpha$. Im zweiten Fall dagegen ist (wie sich mit Hilfe der Figur 20 einfach zeigen läßt) der Winkel zwischen ein- und austretendem Strahl unveränderlich,

nämlich gleich einem Rechten. Während also bei dem Strahlengang der Figur 19 das im Prisma betrachtete Bild, z. B. eines Fluchtstabes, beim Drehen des Prismas in horizontalem Sinn sich bewegt, entsprechend der Veränderung von α bzw. φ , bleibt bei dem Strahlengang der Figur 20 das Bild des Stabes fest, entsprechend dem unveränderlichen rechten Winkel. Mit Rücksicht hierauf spricht man von den beweglichen und festen Bildern eines Dreiseitprismas. Beim Abstecken von rechten Winkeln finden nur die festen Bilder Verwendung.

Ein Beobachter, dessen Auge sich in A (Fig. 21) befindet, sieht durch das Prisma Gegenstände, deren Bilder fest (— — —) und solche, deren Bilder beweglich (— · — · —) sind; die Trennungslinie zwischen beiden Bildarten bildet das im

Prisma scharf erkennbare Bild BC der vorderen Prismenkante. Die festen, für das Dreiseitprisma wichtigen Bilder erscheinen in dem rechts von BC gelegenen Teil des Prismas.

Zum Schutz gegen Beschädigungen ist das Glasprisma bis auf die Kathetenflächen mit einer Metallhülle (Fig. 22) umgeben, die je nach der Handhabungsweise — die Prismeninstrumente werden wie die Spiegelinstrumente entweder freihändig oder besser auf einem Stab verwendet — mit einem entsprechenden Ansatz versehen ist.

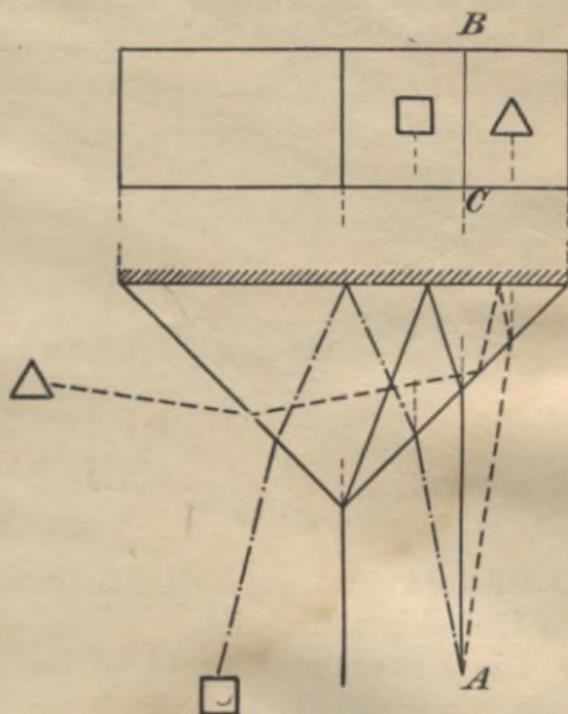


Fig. 21.

Die Untersuchung des Dreiseitprismas (§ 6) beruht auf demselben Gedanken wie die anderer Instrumente zum Abstecken rechter Winkel, also z. B. des Winkelspiegels; ein sich zeigender Fehler des Prismas kann nur vom Optiker durch Nachschleifen beseitigt werden. Ein für richtig befundenes Dreiseitprisma ist ein für allemal gut und stets gebrauchsfertig.

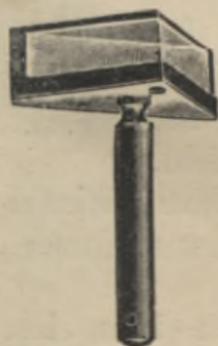


Fig. 22.

b) Das Fünfeitprisma hat als Querschnitt ein zu einer Diagonale symmetrisches Viereck, bei dem die von dieser Diagonale durchschnittenen Winkel 45 bzw. 90° (Fig. 23)

groß sind, und bei dem die den ersteren einschließenden Seitenflächen Spiegel sind. Ein in einer Ebene senkrecht zu den Seitenkanten des Prismas liegender, in der Seitenfläche MN eintretender Strahl AB wird, nach seiner Brechung in B , in C und D reflektiert

und tritt nach nochmaliger Brechung in E in der Richtung EF so aus, daß AB senkrecht zu EF ist.

Die durch K gehende Prismenkante wird mit Rücksicht auf die Handlichkeit des Instrumentes abgeschnitten (Fig. 24),

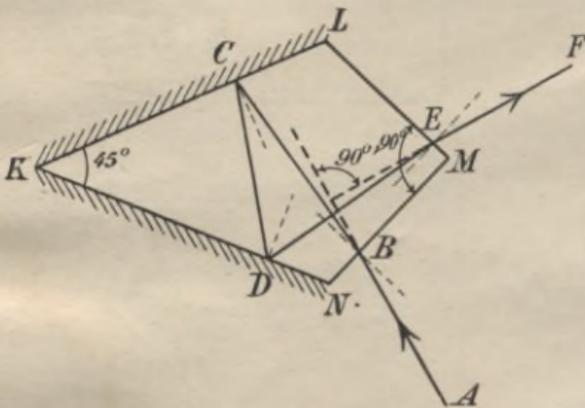


Fig. 23.

so daß das Prisma, das für den Gebrauch in Metall gefaßt wird, als fünfseitiges erscheint.

Die Untersuchung (§ 6) beruht auf demselben Gedanken wie die des Dreiseitprismas. Eine Berichtigung, d. h. ein Wegschaffen von — bei der Untersuchung sich zeigenden — Fehlern kann von dem Beobachter nicht selbst vorgenommen werden; ein fehlerhaftes Prisma ist vom Optiker durch Nachschleifen zu verbessern.

Gegenüber dem dreiseitigen Prisma hat das fünfseitige die Vorzüge, daß keine Unterscheidung zwischen festen und beweglichen Bildern nötig ist, daß es hellere Bilder liefert, daß das Gesichtsfeld, d. i. der bei einer bestimmten Stellung übersehbare Winkelraum, größer ist und daß der Scheitel des abzusteckenden rechten Winkels innerhalb des Prismas liegt.

c) Das Vierseitprisma hat als Querschnitt ein zu einer Diagonale symmetrisches Viereck, bei dem die von dieser



Fig. 24.

Diagonale durchschnittenen Winkel 90 bzw. 135° (Fig. 25) groß sind. Ein in einer Querschnittsebene liegender, in der Seitenfläche MN eintretender Strahl AB wird, nach seiner Brechung in B , in C und D total reflektiert und tritt nach nochmaliger Brechung in E in der Richtung

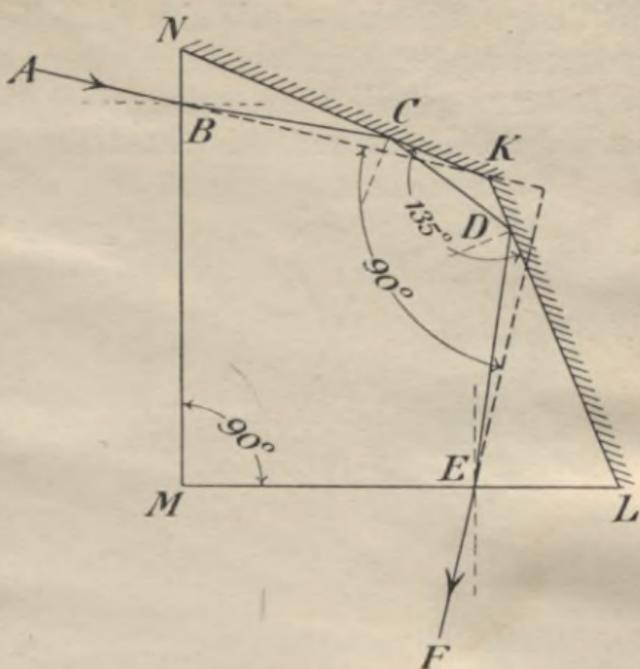


Fig. 25.

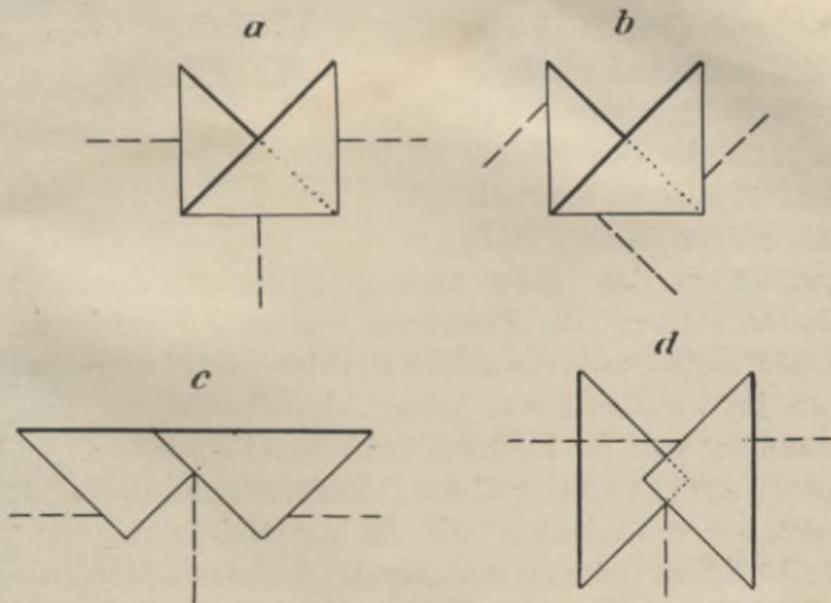


Fig. 26.

EF derart aus, daß — wie sich einfach zeigen läßt — AB senkrecht zu EF steht.

In bezug auf die Untersuchung und die Berichtigung gilt das beim Dreiseit- und beim Fünfeitprisma Gesagte.

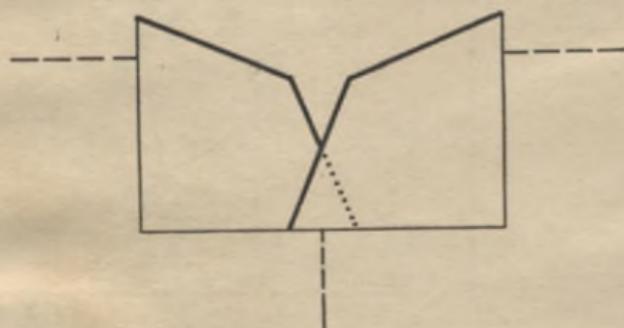


Fig. 27.

d) Das Prismenkreuz besteht aus zwei übereinander angeordneten Dreiseit- oder Vierseit- oder Fünfeitprismen. Werden zwei Dreiseitprismen verwendet, so können

deren Hypotenusenflächen entweder senkrecht zueinander stehen (Fig. 26 a und b) oder in derselben Ebene liegen (Fig. 26 c) oder parallel zueinander liegen (Fig. 26 d); im ersteren Fall kann man die beweglichen Bilder (Fig. 26 a) oder die festen Bilder (Fig. 26 b)

verwenden, in den beiden anderen Fällen verwendet man die festen Bilder. Bei Benutzung von zwei Vierseitprismen (Fig. 27) werden zwei die beiden Rechten begrenzende Seitenflächen in dieselbe Ebene gelegt; dasselbe ist der Fall bei Verwendung von zwei Fünfeitprismen (Fig. 28).

Die Untersuchung eines Prismenkreuzes (§ 4) beruht auf demselben Gedanken wie die des Spiegelkreuzes; sich zeigende Fehler können dadurch weggeschafft werden, daß der Winkel zwischen den beiden Prismen verändert wird;

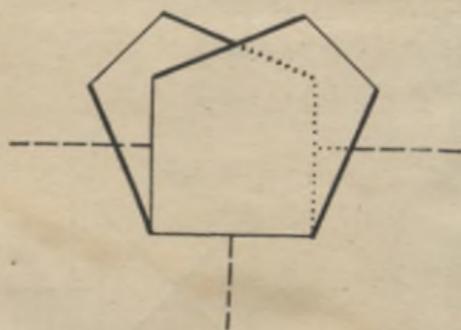


Fig. 28.

zu diesem Zweck sind bei älteren Instrumenten die beiden Glaskörper so in einem Metallgehäuse untergebracht, daß der eine fest sitzt, während der andere sich um kleine Beträge um eine vertikale Achse drehen läßt. Neuerdings werden die Prismenkreuze nicht mehr zum Berichtigen eingerichtet.

Für bestimmte Zwecke — z. B. Bogenabsteckungen¹⁾ — ist die Anordnung der beiden Prismen in ihrem Gehäuse derart, daß der Winkel zwischen den beiden Prismen sich beliebig verändern läßt; mit einem solchen als Prismenrömmel (Fig. 29) bezeichneten Instrument lassen sich demnach beliebig große Winkel messen bzw. abstecken.

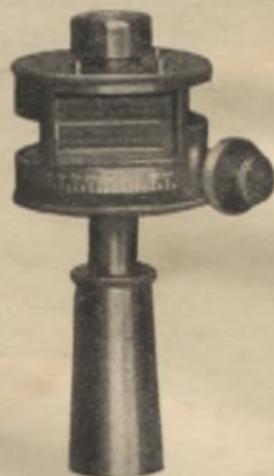


Fig. 29.

§ 4. Abstecken von Geraden.

Hat man auf dem Felde eine durch zwei Punkte bestimmte Gerade, so besteht eine der Hauptaufgaben der Praktischen Geometrie darin, die Gerade „auszufluchten“, d. h. weitere Punkte der Geraden, innerhalb oder außerhalb der beiden gegebenen Punkte, zu bestimmen; die Lösung dieser Aufgabe kann ohne Instrumente oder mit Hilfe von besonderen Instrumenten vorgenommen werden.

1. Abstecken von Geraden ohne Instrumente.

a) Um zwischen zwei Punkten weitere Punkte der durch sie bestimmten Geraden abzustecken oder „einzuweisen“, stellt man sich einige Meter hinter dem einen der beiden gegebenen, durch Fluchtstäbe bezeichneten Punkte auf, zielt zuerst an einer Seite und zum Schluß abwechselnd an beiden Seiten des nächstgelegenen Stabes vorbei nach dem ent-

¹⁾ Siehe Band II, Sammlung Göschen Bd. 469.

ferneren und gibt der den einzuweisenden Stab haltenden Person durch unzweideutige Zeichen (Winken je nach Bedarf mit dem rechten oder linken Arm) zu verstehen, in welcher Richtung zur Geraden sie den vertikal (zwischen zwei Fingern schwebend) gehaltenen Stab zu bewegen hat; ein bestimmtes Zeichen — z. B. hochgehaltener Arm — gibt an, daß der Stab eingewiesen ist und demnach in den Boden gesteckt und eingelotet werden kann.

Sind mehrere Stäbe zwischen zwei vorhandenen einzuweisen, so geht die Reihenfolge in der Richtung gegen den Beobachter; man beginnt also mit dem Einweisen desjenigen Stabes, der dem vom Beobachter abliegenden Endpunkt am nächsten liegt.

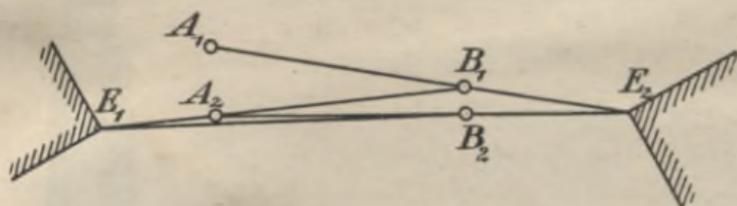


Fig. 30.

b) Ist eine Gerade zu verlängern, also ein Stab so aufzustellen oder „einzurichten“, daß er in der durch zwei aufgesteckte Stäbe bestimmten Geraden, aber außerhalb dieser steht, so kann dies von einer Person ausgeführt werden. Der Stab steht in der Geraden, wenn er sich — von einigen Metern Entfernung gesehen — mit den gegebenen Stäben deckt. Sollen mehrere Punkte der Geraden außerhalb der beiden gegebenen aufgesucht werden, so beginnt man mit dem entferntesten.

Allgemein ist beim Zielen nach Fluchtstäben zu beachten, daß diese, um Fehler infolge Nichtvertikalstehens der Stäbe zu vermeiden, so weit als möglich unten anzuzielen sind.

Das Einweisen von Fluchtstäben kann man — gute Beleuchtung und gutes Auge vorausgesetzt — auf Entfernungen

von einigen hundert Metern mit unbewaffnetem Auge vornehmen; bei größeren Entfernungen verwendet man einen Feldstecher. Handelt es sich um die Einweisung von Punkten sehr langer Geraden und soll eine große Genauigkeit erreicht werden, so verwendet man den Theodolit¹⁾.

c) Sind die beiden Endpunkte E_1 und E_2 (Fig. 30) einer Geraden, zwischen denen weitere Punkte eingewiesen werden sollen, für das Einweisen unzugänglich — sind E_1 und E_2 z. B. Hausecken — oder sind die beiden Punkte infolge einer Bodenerhebung gegenseitig nicht sichtbar, so können zwei Personen ohne besondere Hilfsmittel durch „gegenseitiges Einweisen“ die Gerade ausfluchten. Zu diesem Zweck wählt man in der Nähe von E_1 den Punkt A_1 und weist von diesem auf E_2 zu den Punkt B_1 ein, zwischen B_1 und E_1 weist man A_2 , zwischen A_2 und E_2 sodann B_2 usw. ein; zuletzt erhält man zwei Punkte A und B , die so liegen, daß sowohl ABE_2 als auch BAE_1 eine Gerade ist.

2. Abstecken von Geraden mit Hilfe von Instrumenten.

Trotzdem das Bestimmen von Punkten einer Geraden ohne Instrument — durch Einweisen oder Einrichten — ebenso genau wie mit Hilfe eines Instruments vorgenommen werden kann, verwendet man doch in manchen Fällen zweckmäßigerweise besondere Instrumente dazu; es sind dies die Kreuzscheibe, das Spiegelkreuz und das Prismenkreuz.

a) Bei Verwendung der Kreuzscheibe zum Aufsuchen von Punkten einer gegebenen Geraden kann man zwei Fälle unterscheiden: entweder kann man die Scheibe in einem der gegebenen Punkte aufstellen, oder man muß sie zwischen diesen aufstellen.

Soll man z. B. die Gerade AB (Fig. 31) mit Hilfe der Kreuzscheibe ausfluchten, so stellt man diese — je nach der

¹⁾ Siehe Band II, Sammlung Göschen Bd. 469.

Beleuchtung — in einem der beiden Endpunkte — z. B. A — vertikal auf, zielt mit einer der beiden Diopterebenen den Stab in B an, der dabei genau in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheinen muß, und weist nun die Punkte C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 in dieser Reihenfolge nach Bedarf mit Hilfe des Diopters ein.

Kann oder soll aus irgendeinem Grunde die Kreuzscheibe in keinem der durch Fluchtstäbe bezeichneten Punkte A und B (Fig. 32) aufgestellt werden, so lassen sich mit ihrer Hilfe Punkte der Geraden durch Versuche bestimmen. Man

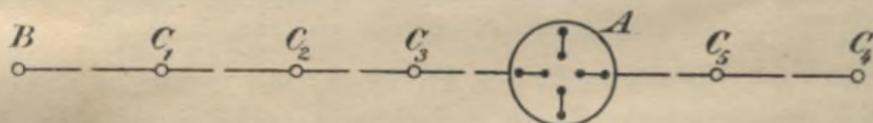


Fig. 31.

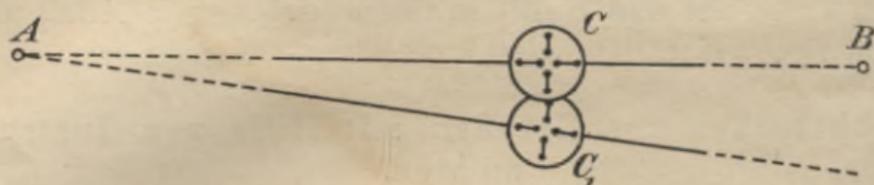


Fig. 32.

stellt dabei die Scheibe zunächst in einem nach Gutdünken gewählten Punkt C_1 vertikal auf, zielt durch das eine Dioptr den Stab A scharf an und sieht zu, ob bei der Zielung in der Richtung nach B — bei unveränderter Stellung der Scheibe — dieser Stab ebenfalls in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheint; ist dies nicht der Fall, so hat man den Standpunkt der Scheibe entsprechend zu verändern; dieser Vorgang ist so oft zu wiederholen, bis beide Punkte A und B bei einer Stellung der Kreuzscheibe je in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheinen.

b) Um mit Hilfe des Spiegelkreuzes zwischen den gegebenen, mit Fluchtstäben bezeichneten Punkten B und C (Fig. 33) einen Punkt D der Geraden BC zu bestimmen, hält

man das Instrument in der Nähe der Geraden so auf, daß man von A aus — senkrecht zu BC gesehen — im Spiegel I den in B , und im Spiegel II den in C aufgesteckten Stab sieht; nun bewegt man das Instrument senkrecht zu BC so lange hin und her, bis man diejenige Stellung findet, bei welcher die beiden in den Spiegeln gesehenen Stabbilder B' und C' genau übereinander stehen (Fig. 33); diese Stellung des Instrumentes überträgt man, je nach seiner Verwendungsweise, mit Hilfe des Stabes, auf dem es befestigt ist, oder mit Hilfe eines angehängten Lotes auf den Boden.

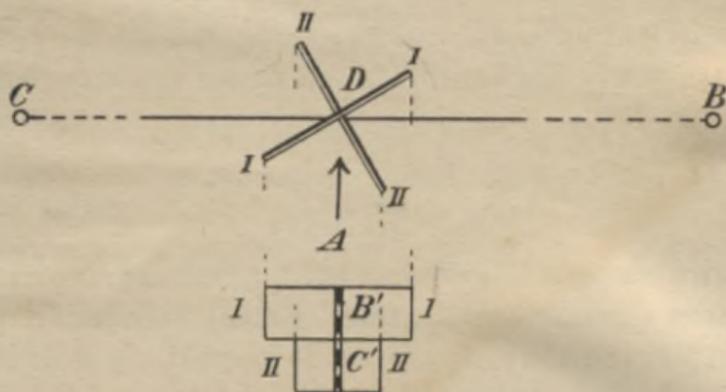


Fig. 33.

Will man untersuchen, ob der auf diese Weise gefundene Punkt D in der Geraden BC liegt, so bestimmt man zuerst mit B rechts und C links, und sodann mit C rechts und B links den Punkt D . Ist das Instrument fehlerhaft, d. h. ist der Winkel zwischen den beiden Spiegelebenen nicht genau ein Rechter, so erhält man das erstemal — mit Auge in A_1 (Fig. 34) — den Punkt D_1 und das zweitemal — mit Auge in A_2 — den Punkt D_2 . Der Mittelpunkt D der Strecke D_1D_2 liegt in der Geraden BC ; man stellt deshalb das Spiegelkreuz über D auf und verändert mit Hilfe der Berichtigungsvorrichtung den Winkel zwischen beiden Spiegeln so lange bis — von A_1 oder A_2 aus gesehen — die Bilder der Stäbe in B und C genau in einer Geraden liegen.

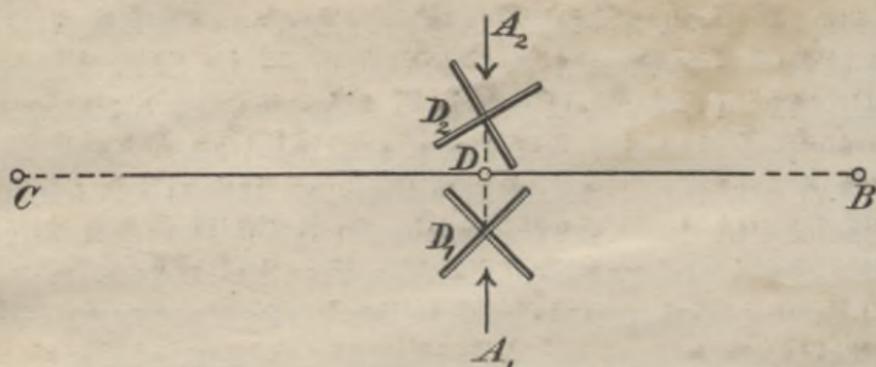


Fig. 34.

c) Der Gebrauch, die Untersuchung und die Berichtigung des Prismenkreuzes stimmen mit denen des Spiegelkreuzes überein.

§ 5. Längenmessung.

1. Mit Meßplatten.

Es wird zweckmäßigerweise ein zusammengehöriges Paar von Latten („weiße“ und „rote“ Latte) verwendet.

a) In horizontalem Gelände besteht die Arbeit beim Messen im Aneinanderlegen der beiden Latten auf dem Boden.

Soll die Entfernung zweier Punkte A und B (Fig. 35) — horizontales Gelände vorausgesetzt — gemessen werden, so fluchtet man, um das Messen in der Geraden zu erleichtern, diese zuerst aus, indem man in Abständen von 20 bis 30 m Stäbe einweist, an deren linken Seite entlang — Rechts—händer vorausgesetzt — gemessen wird.

Bei der Messung beginnt man zur Vermeidung von Zählfehlern stets mit derselben, z. B. „weißen“, Latte, die im Punkt A so „angelegt“ wird, daß der Lattenanfangspunkt mit der Achse eines in A aufgesteckten Stabes übereinstimmt. Vor dem Anlegen einer Latte im Anfangspunkt oder an die vorhergehende Latte hat man die Latte in die Richtung der zu messenden Geraden zu bringen; zu diesem Zwecke faßt man die Latte mit der rechten Hand an ihrem zugekehrten Ende,

so daß man ihr anderes Ende mit Leichtigkeit auf dem Boden hin und her bewegen kann; in der Geraden stehend und der Latte entlang zielend, wird deren abliegendes Ende so lange hin und her bewegt, bis die Zielung unmittelbar links an dem nächststehenden Stabe vorbeigeht; nun erst wird die Latte ganz auf den Boden gelegt und die Anlegung an den Anfangspunkt oder die vorhergehende Latte vorgenommen. Letzteres muß mit großer Vorsicht ausgeführt werden um ein Verschieben (Zurückstoßen) der schon liegenden (vorhergehenden) Latte zu vermeiden; am besten hält man das Ende der zu legenden Latte wenige Millimeter über dem Ende der liegenden, und schiebt die erstere in ihrer Richtung so weit vor oder zurück, daß beim Hinunterlegen die beiden Enden sich berühren. Bei günstiger — nicht zu rauher — Beschaffenheit des

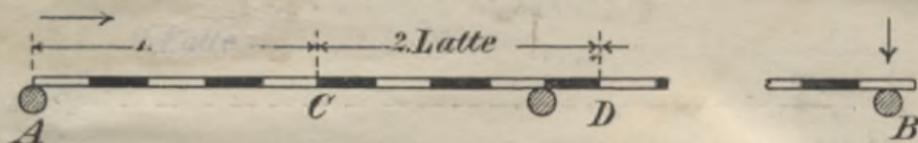


Fig. 35.

Bodens kann man das Anlegen dadurch erleichtern, daß man vorsichtig mit dem rechten Fuß auf daß Ende der liegenden Latte tritt.

Ist die zweite — „rote“ — Latte angelegt, so wird die erste vorsichtig weggenommen, indem man sie an ihrem vorderen Ende bei C anfaßt, einige Zentimeter nach A zurückschiebt, aufhebt und in der Hand so weit vorgehen läßt, daß sie, in ihrer Mitte gefaßt, bequem getragen werden kann; das hintere Ende der Latte beim Weitertragen auf dem Boden nachzuschleifen, ist mit Rücksicht auf die liegende Latte nicht ratsam. In D angekommen, läßt man durch eine entsprechende Armbewegung die Latte in der Hand vorgehen oder „vorschießen“, hält sie an ihrem Ende fest, bringt sie in die Richtung und legt sie an die vorhergehende an.

Beim Aufheben einer jeden Latte zählt man laut die Anzahl der Meter, die weggenommen („weg“) sind, also: 5, 10, 15 . . . ; gelegentlich zählt man auch die Anzahl der weggenommenen Latten, also 1, 2, 3 . . . Bei Einhaltung der Regel: Beginn der Messung mit derselben Latte, beziehen sich die ungeraden Zahlen immer auf diese, so daß Verzahlfehler um eine Latte ausgeschlossen sind.

Ist die Messung so weit vorgeschritten, daß eine der beiden Latten mit ihrem vorderen Ende am Punkt *B*, dessen Entfernung von *A* zu messen ist, vorbei ist, so wird die vorletzte Latte weggenommen, zu der ihr entsprechenden Anzahl von



Fig. 36.

Metern diejenigen der liegenden (letzten) Latte bis *B* hinzugezählt und an dieser die Ablesung durch Schätzung auf Zentimeter gemacht. Diese Ablesung ist — senkrecht zur Lattenrichtung blickend — der Stabachse entsprechend vorzunehmen.

Die ganze Arbeit kann von einer Person ausgeführt werden.

b) In nicht horizontalem, geneigtem Gelände besteht die Aufgabe der Längenmessung zwischen den Punkten *A* und *B* im Ermitteln ihres horizontalen Abstandes *AC*; hierbei lassen sich drei Verfahren unterscheiden, die man als Ablotheverfahren, Gradbogenverfahren und Zugebeverfahren bezeichnen kann.

α) Bei dem Ablotheverfahren (Fig. 36) wird jede Meßlatte in einem Punkt — im allgemeinen Endpunkt — auf

den Boden gelegt und in horizontaler Lage so gehalten, daß ihr Ende vertikal über oder unter dem Ende der vorhergehenden Latte liegt. Hierzu verwendet man ein Schnurlot, dessen Schnur so an dem oberen Stangenende angehalten wird, daß seine Spitze nur wenige Millimeter über dem unteren sich befindet. Die horizontale Lage der Latte wird nach Augenmaß — durch Betrachten des (rechten) Winkels zwischen Latte und Lotschnur — hergestellt.

Die Messung bergauf wird am besten von drei (mindestens von zwei) und diejenige bergab am besten von vier, bei nicht zu steilem Gelände von drei (zur Not von zwei) Personen ausgeführt.

Beim Bergaufmessen sind die einzelnen Personen folgendermaßen beschäftigt: Zwei mit Loten ausgerüstete Personen tragen die Latten vorwärts, legen sie in die Richtung und nehmen das Abloten vor; die dritte Person hält die letzte Latte an ihrem Ende auf den Boden fest, beobachtet in steilerem Gelände die Lotspitze — senkrecht zur Lattenrichtung blickend — und begibt sich, nachdem die vordere Latte abgelotet ist, rasch an ihr vorderes Ende, um sie vorsichtig auf den Boden zu drücken. Man kann die drei Personen — besonders in wenig geneigtem Gelände, wo der das Lot Haltende dessen Spitze und das untere Stangenende bequem übersehen kann — zweckmäßig auch so verteilen, daß die eine von links (der Messungsrichtung entsprechend) her kommend, mit dem rechten Fuß auf das auf dem Boden liegende Ende — unter Freilassung der Zwinde — einer richtig gelegten, von einer zweiten Person am anderen Ende gehaltenen Latte tritt und das Abloten der nächstfolgenden Latte vornimmt, deren vorderes Ende nach Aufforderung von der dritten Person mit dem Fuße festgehalten wird. Stehen nur zwei Personen zur Verfügung, so kann man sich dadurch helfen, daß man das Ende einer jeden Stange in passender Weise — z. B. mit dem Rücken eines in den Boden gesteckten Taschenmessers — auf dem Boden bezeichnet.

Beim Bergabmessen verteilen sich die einzelnen Personen dergestalt, daß bei vier Personen an jedem Stangenende eine sich befindet. Bei drei Personen wird die letzte Latte an jedem Ende von einer Person gehalten, die vordere Person bedient das Lot; die dritte hält die folgende Latte an ihrem vorderen Ende und schiebt sie auf Zuruf der mittleren nach Bedarf vor oder zurück; nach Übereinstimmung der Lotspitze mit dem unteren Lattenende wird dieses von dem das Lot Haltenden mit dem Fuße festgehalten. Stehen

nur zwei Personen zur Verfügung, so wird jedes Lattenende dadurch heruntergelotet, daß man die Schnur des Lotes am oberen Stangenende kurz hält und sodann an diesem rasch herabgleiten läßt, so daß die Lotspitze einen Eindruck im Boden verursacht.

In wenig geneigtem Gelände kann in vielen Fällen an Stelle des Schnurlotes ein starres Lot in Gestalt eines Stabes mit einer Dosenlibelle zum Vertikalstellen (Kreuzscheibe) treten; bei Messungen zu untergeordneten Zwecken kann man einen Fluchtstab benutzen, der nach Augenmaß vertikal gehalten wird.

In sehr steilem Gelände verwendet man statt 5 m langen Latten solche von 3 m, unter Umständen von nur 2 m Länge. Um das Loten bei sehr langer Schnur zu ermöglichen, läßt

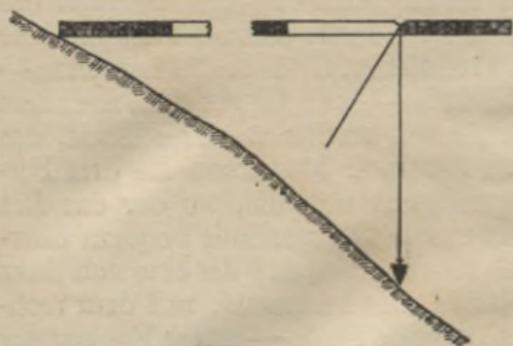


Fig. 37.

man diese über den letzten Meterstrich (Fig. 37), den man zu diesem Zweck mit einer Rille versehen kann, gleiten, so daß man das Lot am freien Schnurende bequem in jeder Höhe halten kann. Bei Messungen, bei denen eine geringere Genauigkeit angestrebt wird, kann man in

steilem Gelände gelegentlich auch mit Hilfe einer vertikal aufgestellten, durch einen Fluchtstab verstrehten 5 m-Latte loten.

β) Bei dem Gradbogenverfahren wird jede Latte — abgesehen von kleineren Bodenunebenheiten — ihrer ganzen Länge nach auf den Boden gelegt, die einzelnen Latten werden lückenlos aneinandergereiht. Die so gemessene Länge ist noch „auf den Horizont zu reduzieren“; d. h. es ist an ihr eine Verbesserung (Horizontreduktion) negativ anzubringen, die man als Summe der Verbesserungen der einzelnen Lattenlagen erhält. Ist L die Länge der Latte, α ihr Neigungswinkel

gegen die Horizontale (Fig. 38), so erhält man für die Verbesserung c der Latte

$$c = L - L \cos \alpha = 2 L \sin^2 \frac{\alpha}{2}.$$

Den Winkel α bestimmt man für jede Latte mit Hilfe des Gradbogens; die einzelnen Verbesserungen entnimmt man einer Tafel, die man sich für die in Frage kommende Lattenlänge L entwirft.

Als Neigungswinkel ist immer derjenige Winkel zu messen, den eine Latte beim Anlegen an die vorhergehende einnimmt; also z. B. in Figur 39 die Winkel $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$.

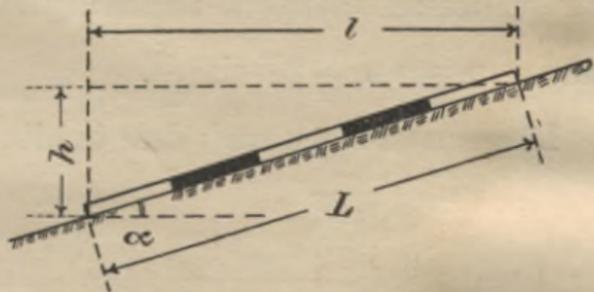


Fig. 38.

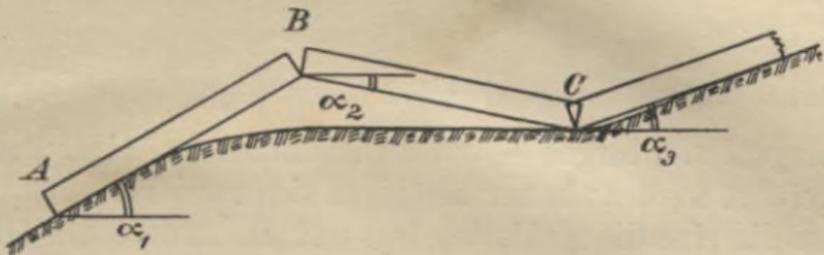


Fig. 39.

Beim Aneinanderlegen der Latten ist eine bestimmte Regel — z. B. stets Unterkante an Unterkante anlegen (Fig. 39) — festzuhalten. Bequem ist das Anlegen bei Verwendung von Schneidelatten auszuführen, da bei diesen stets in der Lattenachse angelegt werden kann.

An Stelle eines Gradbogens mit einer Gradteilung zur Ablesung des jeweiligen Neigungswinkels α verwendet man zweckmäßiger einen Gradbogen mit einer Teilung, an der

man unmittelbar die Verbesserung c für eine bestimmte Lattenlänge — z. B. für 5 m — ablesen kann.

Sehr bequem gestaltet sich die Messung für den Fall, daß die zu messende Strecke überall denselben Neigungswinkel α hat, den man dann mit Hilfe eines Theodolits mit Vertikalkreis¹⁾ oder eines Neigungsmessers (Fig. 40) bestimmt; die an der gemessenen Länge L anzubringende Verbesserung c erhält man aus $c = 2 L \sin^2 \frac{\alpha}{2}$.

Längenmessungen nach dem Gradbogenverfahren können

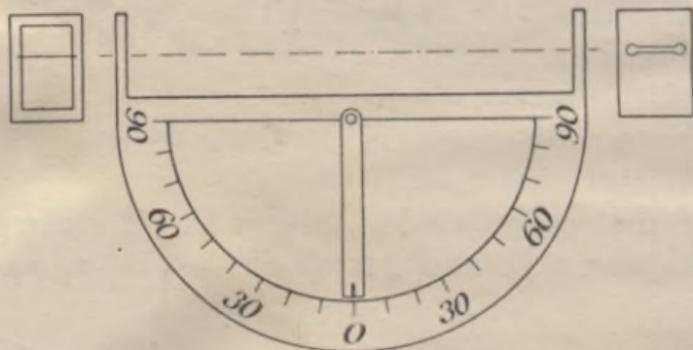


Fig. 40.

— bergauf und bergab — unter Umständen von einer Person ausgeführt werden; besser beteiligen sich zwei Personen, von denen die eine die Meßplatten legt und die andere den Gradbogen bedient.

γ) Bei dem Zugebeverfahren wird wie beim Gradbogenverfahren jede Latte ganz auf den Boden gelegt, dabei wird zwischen je zwei aufeinander folgenden Latten eine von dem jeweiligen Neigungswinkel der Latte abhängige Strecke c „zugegeben“, d. h. ein kleiner Zwischenraum c frei gelassen. Beim Messen von Strecken mit überall gleichem Neigungswinkel kann man den überall gleichen Wert von c (Fig. 41) für eine Lattenlage mit Hilfe des Schnurlotes bestimmen.

¹⁾ Siehe Band III, Sammlung Göschen Bd. 862.

Das Verfahren läßt sich auch in unregelmäßigem Gelände bei 5 m-Latten bequem anwenden; um nämlich zu erfahren, welches Stück man beim Legen einer Latte „zuzugeben“ hat, hält man sie zuvor horizontal, schätzt die Anzahl von Dezimetern ab, um die das in der Hand gehaltene Ende höher ist als das der liegenden Latte; diese Zahl von Dezimetern im Quadrat gibt die Anzahl von Millimetern an, welche zuzugeben sind¹⁾.

Beim Zugebeverfahren genügt für die Messung — bergauf

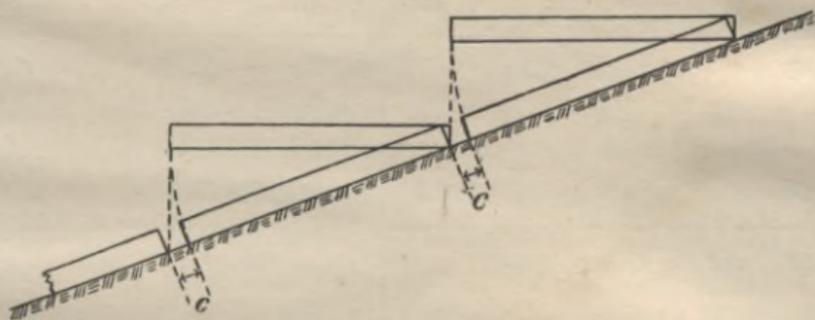


Fig. 41.

und bergab — eine Person; besser ist es, wenn zwei Personen zur Verfügung stehen.

In wenig geneigtem Gelände verwendet man am besten das Gradbogenverfahren. In mittlerem Gelände sind das Gradbogenverfahren und das Abloteverfahren — genügende Übung im Loten vorausgesetzt — als gleichwertig zu bezeichnen. In steilem Gelände ist das Abloteverfahren im Vorteil. Das Zugebeverfahren kommt nur für gleichmäßig geneigtes oder wenig geneigtes Gelände in Frage.

¹⁾ Nach Fig. 38 ist:

$$c = L - \sqrt{L^2 - h^2} = L - L \left(1 - \frac{h^2}{L^2}\right)^{\frac{1}{2}} \approx \frac{h^2}{2L}$$

und somit mit $L = 5 \text{ m}$

$$c_{\text{mm}} \approx \frac{(100 h \text{ dm})^2}{10000} \approx (h \text{ dm})^2.$$

2. Mit dem Meßband.

Zur Bedienung des Meßbandes sind zwei Personen erforderlich, die es an den durch die Endringe gesteckten Stäben halten. Beim Messen wird der hintere Stab am Ausgangspunkt angehalten und von hier aus der vordere eingewiesen; dieser wird, nachdem das Meßband angespannt worden ist, in den Boden gedrückt, der so erhaltene Punkt wird zum bequemeren

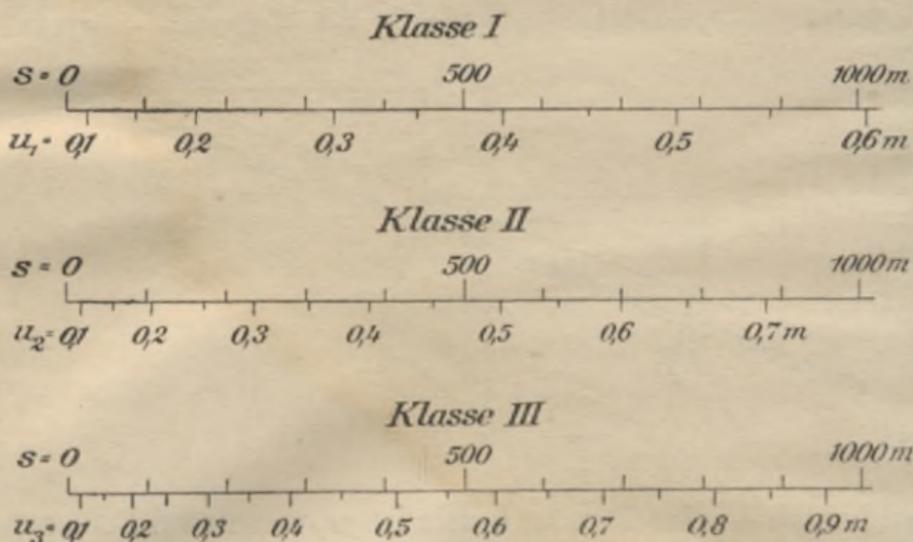


Fig. 42.

Auffinden und zum Zählen der einzelnen Bandlagen mit einem einige Dezimeter langen Stift („Zähladel“) bezeichnet, der von der hinteren Person — nachdem an seine Stelle der Bandstab gesetzt wurde — entfernt wird. Nachdem der vordere Stab wieder eingewiesen ist, geht die Messung in der angedeuteten Weise weiter.

Das Meßband eignet sich besonders zur Messung in horizontalem oder gleichmäßig geneigtem Gelände. Um das Meßband in ungleichmäßig geneigtem Gelände bequem verwenden zu können, versieht man die beiden Meßbandstäbe mit einem Neigungsmesser, der den jeweiligen Neigungswinkel α oder

besser die diesem entsprechende Verbesserung $c = 2 L \sin^2 \frac{\alpha}{2}$

(Fig. 38) abzulesen gestattet. Man kann bei geneigtem Gelände auch das Abloてverfahren anwenden, indem man an dem vertikal zu haltenden Stab das betreffende Ende des Bandes so weit in die Höhe schiebt, bis das Band horizontal ist.

An Stelle des im vorstehenden beschriebenen Stahlbandes mit Endringen kann man zur Messung von kurzen Strecken auch ein Taschenrollband aus Stahl benützen.

3. Genauigkeit der Längenmessung.

In bezug auf die Genauigkeit ist die Messung mit Meßlatten der mit dem Meßband überlegen. Die Messung mit dem Meßband geht rascher vonstatten und wirkt weniger ermüdend als die mit Meßlatten; in geneigtem Gelände ist dieser Unterschied nicht so spürbar als in ebenem Gelände. Die Messung mit dem Meßband erfordert mehr Übung, unter Umständen auch mehr Sorgfalt als die mit den starren Meßlatten.

Hat sich bei einer Vergleichung der Latten oder des Bandes mit Normalmetern gezeigt, daß ihre wirkliche Länge mit ihrer „Solllänge“ nicht übereinstimmt, so ist an den gemessenen Längen eine entsprechende Verbesserung anzubringen, die, je nachdem die Latten oder das Band zu kurz oder zu lang sind, negativ oder positiv ist.

Für die Zwecke der Katastervermessung sind in den betreffenden Vorschriften „Fehlergrenzen“ angegeben, die nicht überschritten werden dürfen. Der Beirat für das Vermessungswesen hat für Längenmessungen die folgenden Fehlergrenzen aufgestellt, in denen s die Länge der gemessenen Strecke in Metern und u den zulässigen Unterschied zwischen zwei Messungen in Metern bedeuten:

Klasse I (günstige Verhältnisse).

$$u_1 = 0,008 \sqrt{s} + 0,0003 s + 0,05$$

Klasse II (mittlere Verhältnisse).

$$u_2 = 0,010 \sqrt{s} + 0,0004 s + 0,05$$

Klasse III (ungünstige Verhältnisse).

$$u_3 = 0,012 \sqrt{s} + 0,0005 s + 0,05.$$

Die diesen Gleichungen entsprechenden Werte sind in der Figur 42 dargestellt.

§ 6. Abstecken von rechten Winkeln.

Man hat hierbei folgende zwei Aufgaben zu unterscheiden: In einem Punkt einer gegebenen Geraden soll das Lot errichtet werden, und in einer gegebenen Geraden soll der Fußpunkt des Lotes von einem Punkt auf die Gerade bestimmt werden.

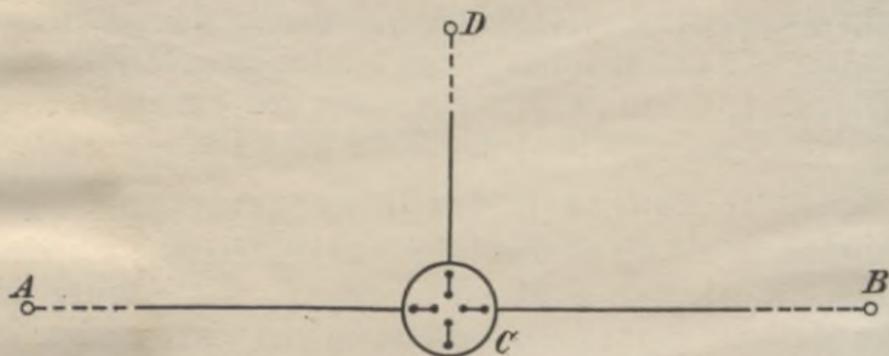


Fig. 43.

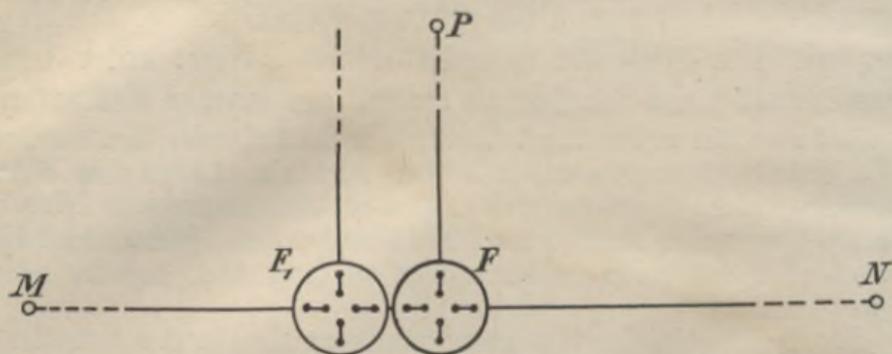


Fig. 44.

Die in Frage kommenden Instrumente sind die Kreuzscheibe, der Winkelspiegel, das Dreiseitprisma und das Fünfeitprisma¹⁾.

1. Mit der Kreuzscheibe.

a) Um im Punkt C der durch die Punkte A und B gegebenen Geraden (Fig. 43) das Lot zu errichten, stellt man die Kreuzscheibe in C vertikal auf, zielt mit der einen Diop-

¹⁾ Das Vierseitprisma findet nur Verwendung beim Prismenkreuz.

ebene den Punkt A (oder B) an und weist nun, indem man durch die andere Diopterebene zielt, in D einen vertikal gehaltenen Stab so ein, daß er genau in der Mitte des Gesichtsfeldes sich befindet.

b) Den Fußpunkt F des Lotes von P auf die durch die Punkte M und N gegebenen Geraden (Fig. 44) findet man durch Versuche. Man stellt dabei die Kreuzscheibe zunächst nach Gutdünken in einem Punkt F_1 der Geraden MN vertikal auf, bringt die eine Diopterebene in die Richtung MN und

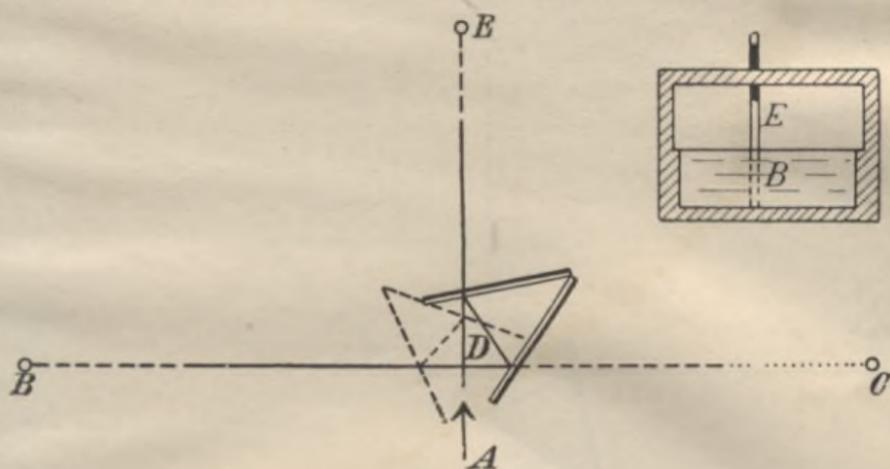


Fig. 45.

sieht zu, ob der Punkt P in der Mitte des Gesichtsfeldes der anderen erscheint, was im allgemeinen nicht der Fall sein wird. Um dies zu erreichen, versteckt man die Kreuzscheibe entsprechend der geschätzten Abweichung bei P (in der Figur nach N zu) und wiederholt den Vorgang; bei einiger Übung erhält man den Fußpunkt F schon nach zwei bis drei Versuchen.

Das Aufstellen der Kreuzscheibe in der Geraden kann durch Einweisen oder Einrichten (in der zuvor ausgeflichteten Geraden) oder gleichzeitig mit der Aufsuchung von F durch Versuche erreicht werden.

2. Mit dem Winkelspiegel.

a) Soll im Punkt D der Geraden BC (Fig. 45) das Lot errichtet werden, so hält oder stellt man den Winkelspiegel über D so auf, daß man von A aus in dem einen Spiegel das doppelt gespiegelte Bild des Stabes in B erblickt; über diesen Spiegel — durch das sog. Fenster des Winkelspiegels — blickend, weist man in E einen Stab so ein, daß dessen unmittelbar gesehenes Bild mit dem doppelt gespiegelten von B in einer Geraden liegt.

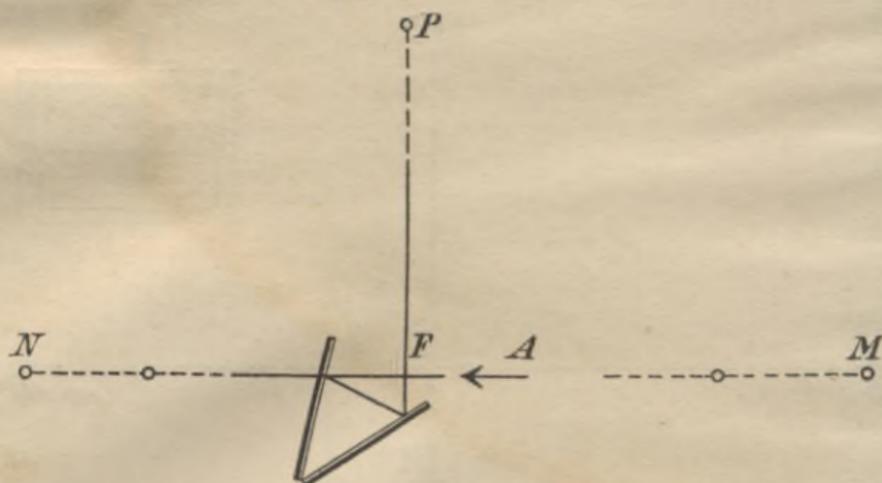


Fig. 46.

Will man untersuchen, ob der Winkel zwischen den beiden Spiegelebenen 45° und damit der abgesteckte Winkel BDE ein Rechter ist, so hält man das Instrument so, daß man von A aus in dem einen Spiegel das doppelt gespiegelte Bild von C sieht; erhält man als Verlängerung dieses Stabbildes über den Spiegel hinaus in E einen anderen Punkt als vorher, so entspricht der Abstand der beiden Punkte in E dem doppelten Fehler des Instruments. Der Punkt in der Mitte zwischen den beiden Punkten in E liegt auf dem Lote in D ; mit seiner Hilfe wird das Instrument berichtigt, indem man mittels der Berichtigungsvorrichtung den Winkel zwischen den beiden Spiegeln so lange verändert, bis das doppelt gespiegelte Bild von B oder C in einer Geraden mit ihm erscheint.

b) Um den Fußpunkt F des Lotes von P auf MN (Fig. 46) zu finden, hält man den Winkelspiegel so, daß — von A aus

in der Richtung nach N blickend — das Instrument in der zuvor ausgefluchteten Geraden sich befindet, und daß man in dem einen Spiegel das doppelt gespiegelte Bild von P sieht; sodann bewegt man das Instrument in der Geraden so lange hin und her, bis das Spiegelbild von P in der Verlängerung der direkt gesehenen — sich deckenden — Stäbe der Geraden MN liegt.

3. Mit dem Dreiseitprisma.

a) Will man im Punkt P der Geraden BC (Fig. 47) das

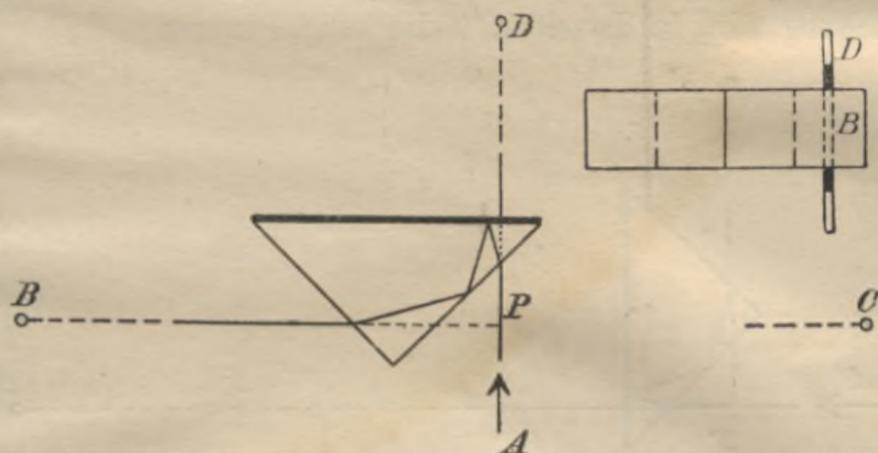


Fig. 47.

Lot errichten, so hält man das Dreiseitprisma in P so auf, daß seine Hypotenusenfläche ungefähr parallel BC ist, und daß man von A aus — senkrecht zu BC sehend — im Prisma das feste Bild eines der Stäbe B oder C erblickt; in die Fortsetzung dieses Bildes über das Prisma hinaus weist man den Stab in D ein.

Um das Prisma zu untersuchen, benutzt man zunächst zum Abstecken von D den Punkt B und dann C ; ist das Prisma vom Optiker richtig geschliffen, so erhält man in beiden Fällen den Punkt D .

b) Um den Fußpunkt F des Lotes von P auf die Gerade AB (Fig. 48) zu bestimmen, hält man das Prisma mit seiner

Hypotenusenfläche ungefähr senkrecht zur Geraden AB und geht in dieser so lange hin und her, bis das durch das Prisma entworfene feste Bild des Stabes in P in der Verlängerung der direkt gesehenen — sich deckenden — Stäbe der ausgefluchteten Geraden AB erscheint.

4. Mit dem Fünfseitprisma.

Die Verwendung des Fünfseitprismas beim Errichten (Fig. 49) und Fällen (Fig. 50) von Loten unterscheidet sich von derjenigen des Winkelspiegels nicht; auch die Untersuchung wird in derselben Weise vorgenommen.

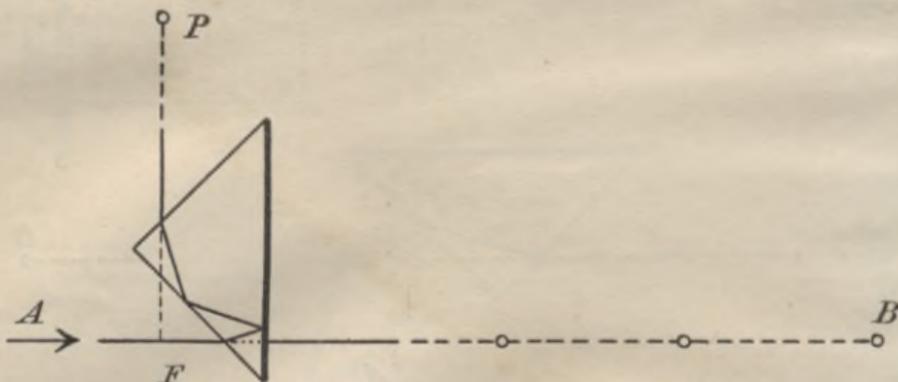


Fig. 48.

5. Vergleich der besprochenen Diopter-, Spiegel- und Prismeninstrumente untereinander.

Die Spiegel- und Prismeninstrumente sind im Vergleich zu den Diopterinstrumenten bequemer zu tragen und lassen, weil sie nicht wie diese fest in den Boden gesteckt werden müssen, ein rascheres Arbeiten und auch die Verwendung auf hartem Boden zu; dagegen versagen die gewöhnlichen Spiegel- und Prismeninstrumente in steilem Gelände¹⁾. Während die Diopterinstrumente infolge ihres kleinen Gesichtsfeldes im Nachteil sind, verdienen sie in bezug auf bequemes Zielen den Vorzug.

¹⁾ Die Prismeninstrumente lassen sich dadurch für den Gebrauch in steilem Gelände einrichten, daß man sie oben und unten durch Ebenen senkrecht zu den Seitenflächen begrenzt und diese Grundflächen als Spiegel ausbildet.

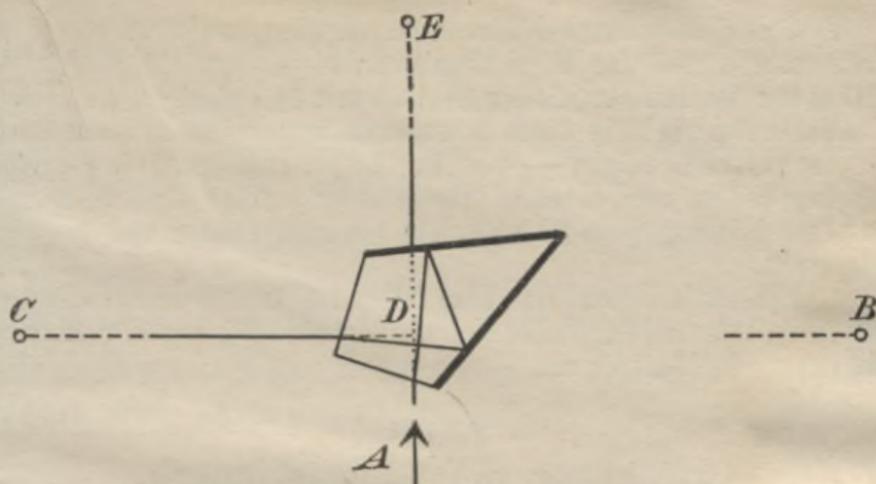


Fig. 49.

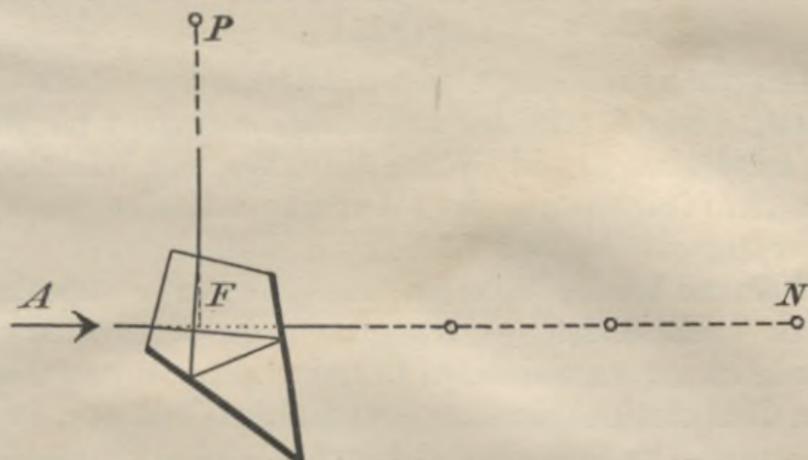


Fig. 50.

Gegenüber dem heute veralteten Winkelspiegel haben die Kreuzscheibe und die Prismeninstrumente den Vorzug der Unveränderlichkeit; einmal für gut befunden, sind sie — von groben Beschädigungen abgesehen — stets gebrauchsfertig.

Bei den Spiegel- und Prismeninstrumenten fällt der Schnittpunkt der beiden senkrecht zueinander stehenden Strahlen im allgemeinen nicht in die Achse des Handgriffs oder des Stabes, auf denen die Instrumente verwendet werden (Fig. 16, 20 und 23); der dadurch entstehende Fehler erreicht im schlimmsten Fall den Betrag von 1 bis 2 cm und kann deshalb im allgemeinen vernachlässigt werden.

Von den Rechtwinkel-Instrumenten sind am wichtigsten die Kreuzscheibe und das Fünfseitprisma; die erstere eignet sich zunächst für das Errichten oder Abstecken von Loten.

Die Genauigkeit beim Abstecken von rechten Winkeln ist — wie Versuche zeigen — bei sämtlichen Instrumenten ungefähr dieselbe; der zu befürchtende Winkelfehler beträgt etwa $1-2'$, was bei einer Lotlänge von 50 m einem linearen Fehler von $1-3$ cm entspricht.

Um je nach Bedarf das eine oder das andere Instrument benutzen zu können, empfiehlt sich die Verbindung der Kreuzscheibe mit einem Fünfseitprisma.

2. Kapitel.

Ausführung von Lagemessungen.

Aufnahme einzelner Grundstücke und kleinerer Lagepläne.

Das „Aufnehmen“ oder „Aufmessen“ oder „Vermessen“ eines Stücks der Erdoberfläche besteht im Messen von mindestens so viel Größen (Strecken und Winkeln), als zum „Aufzeichnen“ oder „Auftragen“ seines Lageplans in verjüngtem Maßstab erforderlich sind.

Während bei der Aufnahme von größeren — viele Grundstücke umfassenden — Lageplänen die Verwendung des Theodolits aus verschiedenen Gründen nicht zu umgehen ist, kann die Aufnahme einzelner Grundstücke — die sog. Stückmessung — und die eines kleineren — einige wenige Grundstücke umfassenden — Lageplans mit den im vorstehenden behandelten Hilfsmitteln zum Messen von Längen und zum Abstecken von rechten und flachen Winkeln ausgeführt werden.

Bei der Ausführung der Aufnahmen hat man zu unterscheiden zwischen Aufnahmen für Katasterzwecke und solchen für die Zwecke des Ingenieurs; für die ersteren bestehen in den einzelnen Staaten besondere Vorschriften, bei den letzteren ist dies im allgemeinen nicht der Fall.

Die Aufnahme einzelner Grundstücke ist z. B. erforderlich

zur Bestimmung der Flächen der Grundstücke und für Bauungen. Lagepläne für technische Zwecke werden benötigt bei Neu-, Um- und Unterhaltungsbauten von Straßen, Bahnen und Wasserläufen.

§ 7. Aufnahme einzelner Grundstücke.

Bei der Aufnahme eines Grundstücks kann man zwei Verfahren unterscheiden.¹⁾ Das eine Verfahren, bei dem die Aufnahme nur mit den Hilfsmitteln zur Längenmessung ausgeführt wird, kann den zu messenden Größen entsprechend

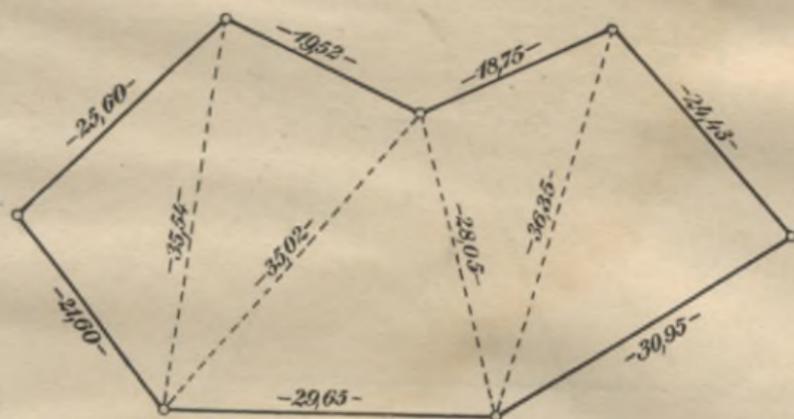


Fig. 51.

als Streckenverfahren bezeichnet werden. Das andere Verfahren verwendet bei der Aufnahme außer Längenmeßwerkzeugen auch Instrumente zum Abstecken von rechten Winkeln; es beruht auf der Festlegung von Punkten durch rechtwinklige Koordinaten¹⁾ (Abszissen und Ordinaten) und wird deshalb als Koordinatenverfahren bezeichnet.

1. Das Streckenverfahren.

Handelt es sich um die Aufnahme eines Grundstücks in Gestalt eines Vielecks, so besteht die Aufnahme im einfach-

¹⁾ Die Aufnahme mit Hilfe von Polarkoordinaten und mittelbarer Streckenmessung wird jetzt vielfach auch bei der Stückmessung angewendet; die dafür in Frage kommenden Instrumente werden in Band III (Samml. Göschen Bd. 862) behandelt.

sten Fall darin, daß man das Vieleck in Dreiecke zerlegt und von jedem Dreieck die drei Seiten mißt (Fig. 51). Können z. B. die Längen der Grundstücksseiten nicht gemessen werden, so erfordert die Aufnahme ein als Liniennetz bezeichnetes Netz von Hilfslinien, auf die man die einzelnen Seiten des Grundstücks festlegen oder „einbinden“ kann. Die Aufnahme zerfällt dann in die Messung der für die Aufzeichnung

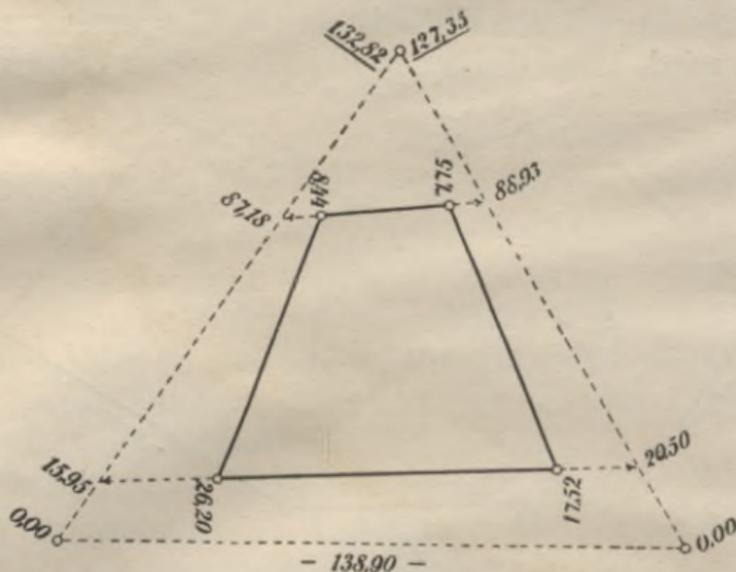


Fig. 52.

des Liniennetzes und der für die Aufzeichnung des Grundstückes erforderlichen Strecken.

Das Liniennetz ist im einfachsten Fall ein Dreieck (Fig. 52). Beim Einbinden der in bezug auf das Liniennetz festzuliegenden Geraden sind spitze Schnitte möglichst zu vermeiden.

Bei den beiden, in den Figuren 51 und 52 angegebenen Beispielen wurden nur so viele Strecken gemessen, als zur eindeutigen Festlegung des betreffenden Vielecks notwendig sind; insbesondere als Schutz gegen grobe Fehler oder Versehen bei der Messung und bei der nachfolgenden maßstäblichen Zeichnung mißt man zweckmäßigerweise noch weitere

trecken. Solche Schutzmaße wären bei dem Beispiel der Figur 51 die noch nicht gemessenen Diagonalen und bei dem der Figur 52 die Umfangsmaße des viereckigen Grundstücks.

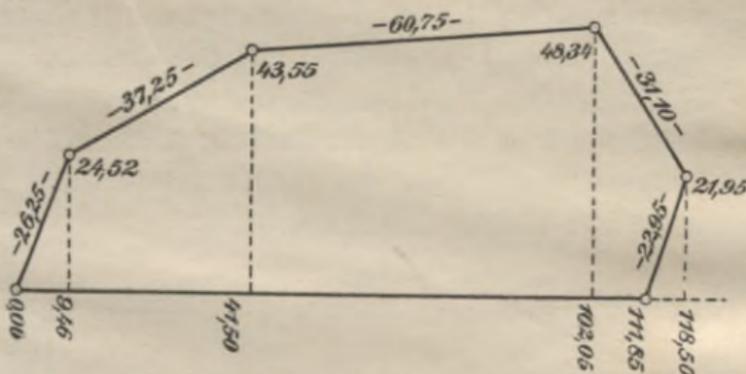


Fig. 53.

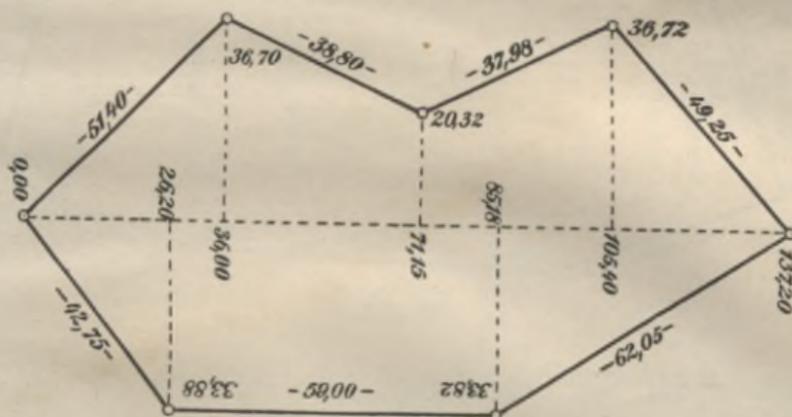


Fig. 54.

2. Das Koordinatenverfahren.

Soll ein Grundstück nach dem Koordinatenverfahren aufgenommen werden, so besteht die erste Aufgabe der Aufnahme in der Wahl einer als Aufnahmelinie (Abszissenachse) bezeichneten Geraden, auf welche die einzelnen Punkte durch Fällen von Loten mit Hilfe von rechtwinkligen Koordinaten festgelegt werden.

Als Aufnahmelinie wählt man eine das Grundstück begrenzende Gerade (Fig. 53), die Verbindungsgerade zweier

Eckpunkte (Fig. 54) oder eine das Grundstück passend schneidende, beliebige Gerade (Fig. 55).

Die Abszissen werden von einem beliebig, aber zweckmäßig gewählten Anfangspunkt aus „fortlaufend“ gemessen; ein Ablesefehler an einem Lotfußpunkt hat dann keinen Einfluß auf die nachfolgenden Punkte. Zu der Messung verwendet man bequemerweise zwei Paar Meßlatten; z. B. für die Messung der Abszissen ein Paar 5 m-Latten, und zum Messen der Ordinaten ein Paar 3 m-Latten.

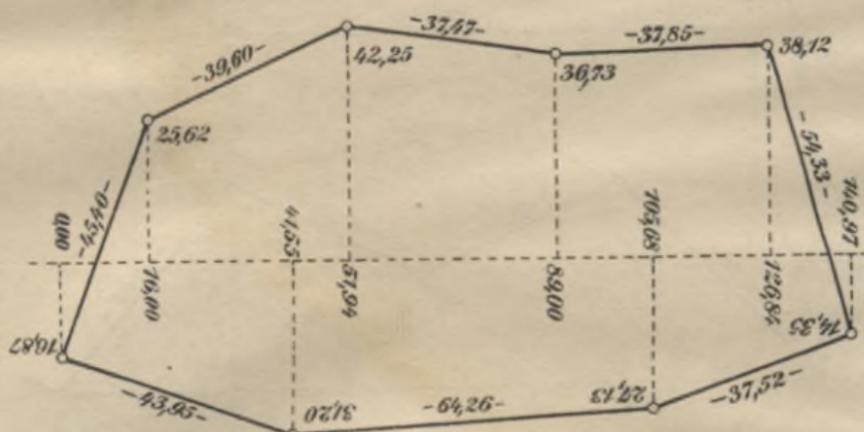


Fig. 55.

Obwohl für die Festlegung eines Punktes die Messung von Abszisse und Ordinate genügt, so mißt man doch zur Probe für die Messung und die nachfolgende Zeichnung auch noch die Umfangsmaße des Grundstückes.

Mit Rücksicht auf die Länge der Lote, die wegen der zu erwartenden Fehler im allgemeinen etwa 50 m nicht überschreiten sollte, und mit Rücksicht auf Messungshindernisse kann man vielfach die Aufnahme nicht mit nur einer Aufnahmelinie durchführen; man ist dann gezwungen, der Aufnahme zwei oder mehr Aufnahmelinien zugrunde zu legen, die in irgendeiner Weise gegenseitig festzulegen sind, und dann ein System von Aufnahmelinien oder ein Liniennetz

bilden. Im einfachsten Fall verwendet man als Liniennetz zwei Parallelen (Fig. 56)¹⁾.

Vergleich der beiden Aufnahmeverfahren.

Das Streckenverfahren hat den Vorteil, daß bei ihm nur die einfachsten Hilfsmittel (Fluchtstäbe und Meßblatten oder Meßband) verwendet werden; es hat aber den Nachteil, daß bei auftretenden Messungshindernissen die Aufnahme schwerfällig und zeitraubend werden kann. Die Berechnung von nicht gemessenen Strecken und auch von Winkeln aus den gemessenen Strecken ist beim Streckenverfahren umständlich, ebenso auch die Berechnung

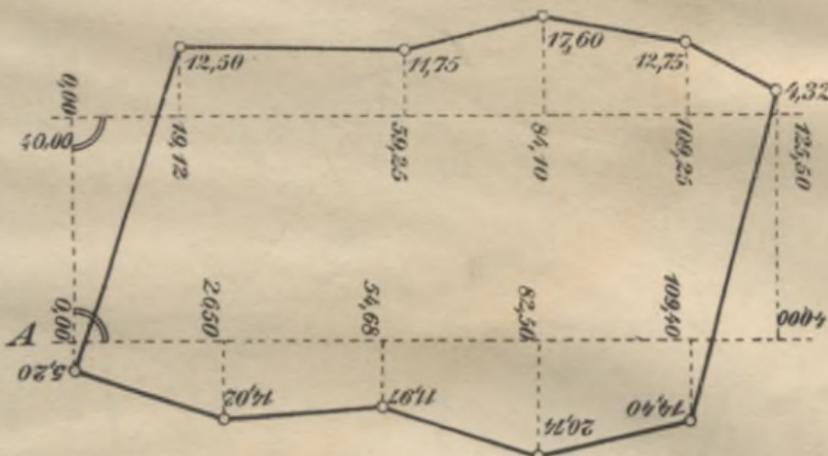


Fig. 56.

von Flächen auf Grund der gemessenen Strecken. Ein Nachteil des Verfahrens besteht auch in der ungünstigen Übertragung von Messungsfehlern.

Das Koordinatenverfahren hat den Vorteil, daß Flächen an Hand der gemessenen Größen einfach zu berechnen sind; ebenso lassen sich nicht gemessene Strecken und Winkel aus den gemessenen Strecken einfach berechnen. Ein Vorteil des Verfahrens besteht auch darin, daß ein Messungsfehler bei einem Punkt auf die anderen Punkte nicht übertragen wird. Erfordert die Aufnahme ein Liniennetz, so gestaltet sich dessen Messung nach dem Koordinatenverfahren vielfach umständlich und zeitraubend.

¹⁾ Zur Absteckung des rechten Winkels in A (Fig. 56) genügen die im 1. Kapitel beschriebenen Instrumente nur so lange, als der Abstand der Parallelen nicht größer als 40—50 m ist; andernfalls ist seine Absteckung in der im § 9 angegebenen Weise vorzunehmen.

Aus dem Vorhergehenden ergibt sich, daß man zur Aufnahme von nur einem Grundstück im allgemeinen am besten das Koordinatenverfahren verwendet; kommt man mit einer einzigen Aufnahmelinie nicht aus, so verwendet man zweckmäßigerweise beide Aufnahmeverfahren nebeneinander, und zwar in der Weise, daß man das Liniennetz nach dem Streckenverfahren und die einzelnen Punkte nach dem Koordinatenverfahren festlegt. Zwei in dieser Weise durchgeführte Aufnahmen zeigen die Figuren 57 und 58; Schutzmaße gegen Fehler sind bei beiden nicht angegeben.

Wichtig ist bei jeder Art der Aufnahme, daß die bei der Messung bestimmten Werte pünktlich und geordnet aufge-

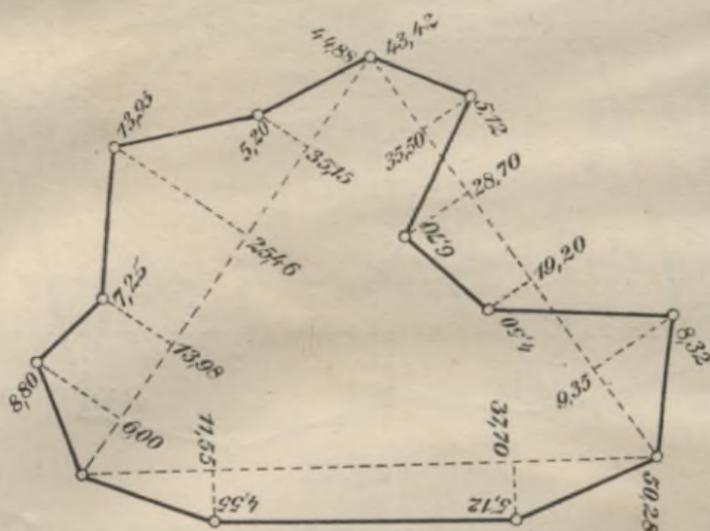


Fig. 57.

geschrieben werden. Das Aufschreiben erfolgt auf Grund einer als Handriß oder Feldriß bezeichneten, ungefähr maßstäblich zu fertigenden Handzeichnung. Beim Einschreiben der gemessenen Längen in den Feldriß empfiehlt sich die Anwendung von bestimmten Regeln; solche wurden benutzt bei den Figuren 51 bis 58. Der Feldriß muß derart geführt sein, daß er von jedem Sachverständigen zur weiteren Verarbeitung der Aufnahme verwendet werden kann.

§ 8. Aufnahme eines kleineren Lageplanes.

Die Aufnahme des Lageplans eines kleinen Gebietes zerfällt in die Anlage des Liniennetzes, die Messung des Liniennetzes und die Durchführung der eigentlichen Aufnahme. Bei der Anlage des Liniennetzes ist man insbesondere abhängig von der Bodenbedeckung, der Bebauung und der vertikalen Gliederung des Geländes. Bei größeren Netzen kann man

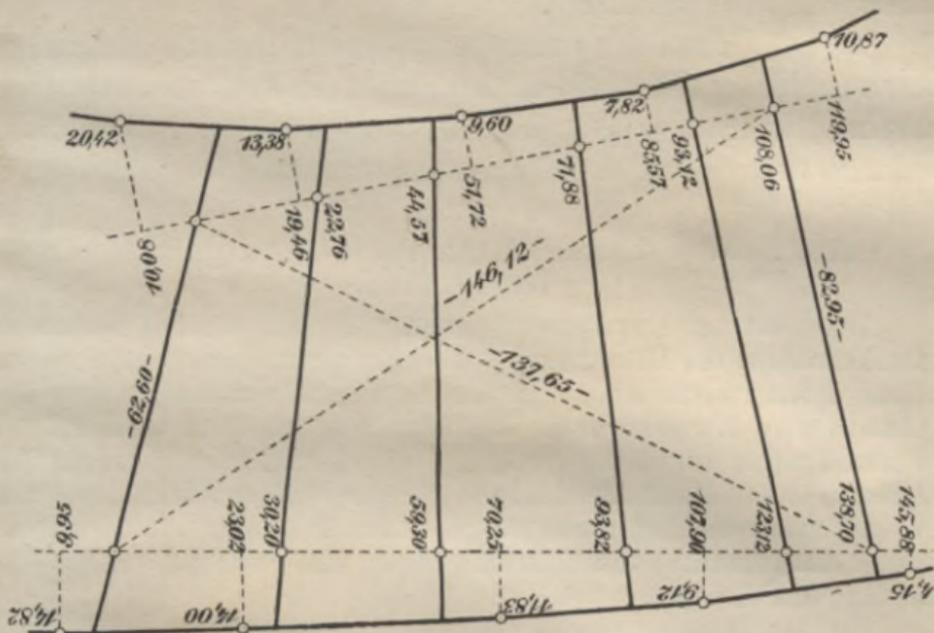


Fig. 58.

Hauptlinien und Nebenlinien unterscheiden; bei der Wahl jeder einzelnen Linie hat man darauf zu achten, daß die nachfolgende Aufnahme der in Frage kommenden Einzelheiten — Eigentumsgrenzen, Kulturgrenzen, Gebäude usw. — möglichst einfach durchgeführt werden kann.

Sind die einzelnen Aufnahmelinien im Felde ausgewählt, so werden sämtliche Schnittpunkte des Liniennetzes mit Holzpfehlen — am besten mit Bohrloch — bezeichnet. Die Messung der für die Festlegung des Liniennetzes erforderlichen

Strecken führt man zweckmäßigerweise für sich, vor der eigentlichen Aufnahme, aus.

Die Aufnahme gewinnt dadurch an Übersichtlichkeit, daß man zum Aufstecken der Endpunkte der Aufnahmelinien anders bemalte (z. B. schwarz und weiß) oder mit einer Flagge versehene Fluchtstäbe verwendet als zum Ausfluchten der Geraden (z. B. rot und weiß) und zum Aufstecken der aufzunehmenden Punkte.

Die auf Grund des Liniennetzes auszuführende Aufnahme kann nach einem der beiden Aufnahmeverfahren vorgenommen werden; vielfach wird keines der beiden ausschließlich, sondern es werden beide nebeneinander verwendet (Fig. 59).

Verschiedene Einzelheiten bei der Aufnahme von Lageplänen.

Während bei Vermessungen für die Zwecke des Katasters die Aufnahme der Grundstücks- und Eigentumsgrenzen die größte Rolle spielt, treten diese bei der Aufnahme von Lageplänen für technische Zwecke unter Umständen in den Hintergrund. Bei Vermessungen für diese Zwecke kommen mehr in Betracht die Aufnahme von Baulichkeiten, von Kulturgrenzen, von Straßen und Wegen samt der mit ihnen verbundenen Erd- und Kunstbauten; ferner die Aufnahme von Einfriedigungen, von Geleisen, von Wasserläufen, Gräben usw.

Bei der Messung macht man die Ablesungen nur bei solchen Punkten und Linien, die in der Natur scharf bezeichnet sind, auf Zentimeter; im anderen Fall rundet man die Ablesungen natürlicherweise auf Dezimeter auf bzw. ab. Von gekrümmten und unregelmäßigen Linien, wie sie bei Straßen, Geleisen und Wasserläufen auftreten, sind so viele Punkte aufzunehmen, als zu ihrer Aufzeichnung nötig sind.

Die Gebäude sind bei der Aufnahme je nach dem Zweck, dem sie dienen, zu bezeichnen als Wohngebäude, Stallung, Scheuer, Schuppen, Fabrikgebäude u. dgl. Maße, die sich auf Gebäude oder Teile von solchen beziehen, mißt man nicht in bezug auf den gewöhnlich mit verschiedenen Vorsprüngen versehenen Sockel, sondern auf die darüberliegende Mauerfläche, den sog. Hausgrund. Bei der Aufnahme eines Gebäudes genügt im allgemeinen die Festlegung von zwei bis drei Eckpunkten durch Koordinaten, während

die anderen durch Messen der Umfangsmaße festgelegt werden können. Untergeordnete Gebäude lassen sich meistens in einfacher Weise dadurch einmessen, daß man ihre Richtungen an schon festgelegten Linien einbindet (Fig. 59).

Je nach der Benutzungsart einer Fläche wird bei der Aufnahme

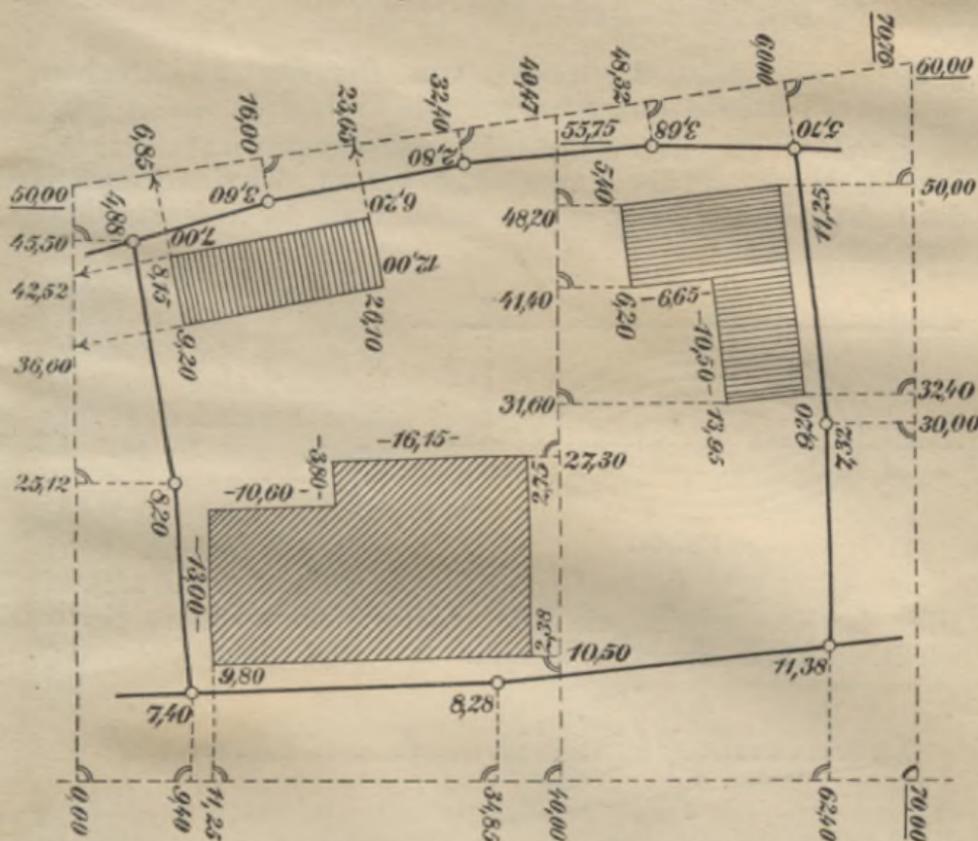


Fig. 59.

unterschieden zwischen Hofraum, Lagerplatz, Garten, Acker, Wiese u. dgl.; die betreffenden Grenzen sind einzumessen.

Bei der Aufnahme von Straßen und Wegen sind außer der Straßen- oder Wegmitte die Straßen- und Grabenränder, die Grabenmitten und etwaige Böschungen und Mauern einzumessen.

Bei Einfriedigungen sind solche von Pflanzen (Hecken), von Stein, von Eisen und von Holz zu unterscheiden und entsprechend zu bezeichnen.

Bei Wasserläufen und Gräben sind Böschungen, Uferbauten u. dgl. mit aufzunehmen.

Bei Geleisen genügt die Aufnahme der Geleisachse; von besonderer Bedeutung ist hier das Einmessen der Bogenanfänge, Bogenenden und Bogenwechsel.

Baumpflanzungen werden je nach dem Zweck der Aufnahme in ihrer Gesamtheit, nach einzelnen Reihen oder auch jeder Baum für sich eingemessen.

§ 9. Messen und Abstecken von Geraden und rechten Winkeln unter besonderen Verhältnissen.

Im folgenden sollen einige bei Lagemessungen manchmal auftretende Hilfsaufgaben angedeutet werden, die sich jedoch in den meisten Fällen durch entsprechende Wahl der Aufnahmelinien umgehen lassen.

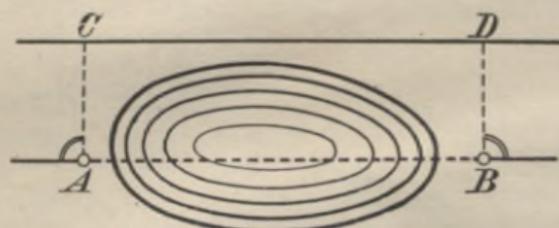


Fig. 60.

1. Die Entfernung zweier Punkte A und B (Fig. 60), die gegenseitig sichtbar, aber durch ein Messungshindernis getrennt sind, soll bestimmt werden.

Man steckt das Rechteck $ABDC$ ab, indem man in A und B z. B. mit

Hilfe der Kreuzscheibe, die Lote errichtet und auf ihnen gleiche, möglichst kurze Strecken abmißt; man hat dann $CD = AB$.

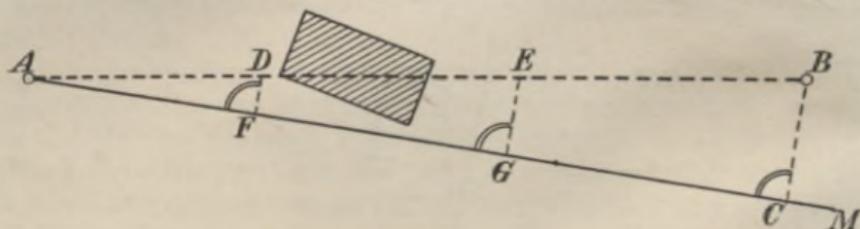


Fig. 61.

2. Die Entfernung der Punkte A und B (Fig. 61), zwischen denen ein Sicht- und Meßhindernis liegt, soll bestimmt und die Gerade AB ausgefluchtet werden.

Man steckt eine Gerade AM beliebig, jedoch so ab, daß der Abstand von B so klein als möglich ist. Bestimmt man den Fußpunkt C des Lotes von B auf AM , und mißt man AC und CB , so erhält man AB aus

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2}.$$

Zur Bestimmung der Punkte D und E der Geraden AB mißt man auf AM die Strecken AF und AG — praktischerweise wegen der nachfolgenden Rechnung je gleich einer runden Zahl — ab, errichtet in F und G die Lote, auf denen man die Strecken FD und GE abmißt, die man erhält aus

$$FD = BC \frac{AF}{AC} \text{ und } GE = BC \frac{AG}{AC}.$$

3. Die Entfernung zweier Punkte A und B (Fig. 62), die durch einen Wasserlauf getrennt sind, soll bestimmt werden.

Steht eine Kreuzscheibe oder ein sonstiges Instrument zum Abstecken von rechten Winkeln zur Verfügung, so mißt man in der

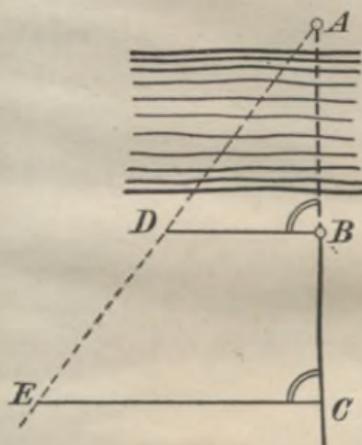


Fig. 62.

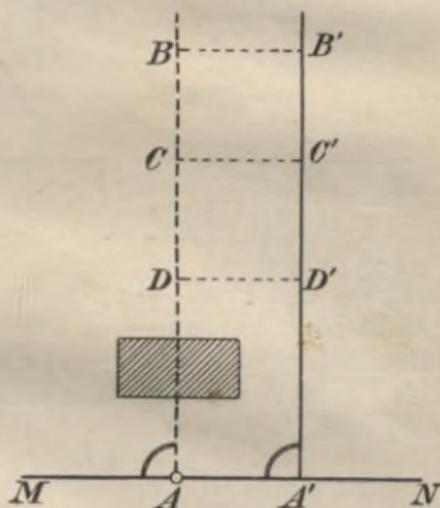


Fig. 63.

Verlängerung von AB die Strecke BC gleich einer runden Zahl ab und errichtet in C das Lot, auf dem man den Punkt E beliebig, jedoch so wählt, daß der Winkel AEC annähernd 45° ist. Von E aus weist man in der Richtung auf A den Punkt D so ein, daß er zu gleicher Zeit auf dem in B errichteten Lote liegt. Mißt man dann die Strecken BD und CE , so erhält man AB aus

$$AB = BD \frac{BC}{CE - BD}.$$

4. Im Punkt A der Geraden MN (Fig. 63) soll das Lot abgesteckt werden, die Sicht in der Lotrichtung ist durch ein Gebäude verhindert.

Man wählt so nah als möglich bei A einen Hilfspunkt A' in der Geraden MN , errichtet in ihm das Lot auf MN , von dem man

zwei — besser drei — Punkte B' , C' und D' absteckt. Mißt man die Strecken $B'B$, $C'C$ und $D'D$ senkrecht zu dem Hilfslot $A'B'$ und gleich AA' ab, so erhält man in B , C und D Punkte des Lotes in A .

5. Im Punkt P der Geraden MN (Fig. 64) soll ein mehr als 50 m langes Lot abgesteckt werden.

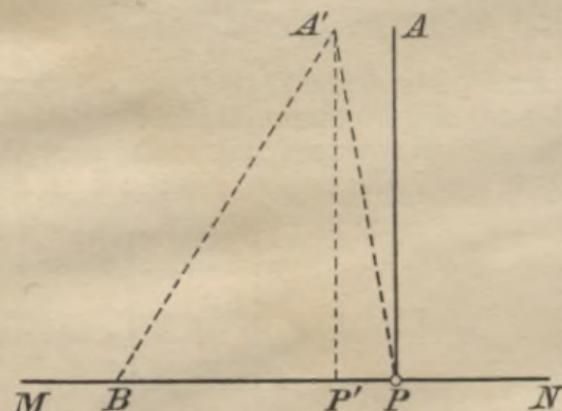


Fig. 64.

scheibe, den Punkt A' . Hat das Lot von A' auf MN seinen Fußpunkt in P' , so ist — da PP' eine kleine Größe von nur einigen Zentimetern sein wird — $A'P' \approx A'P$. Wählt man nun auf MN den Punkt B beliebig, und mißt man die Strecken $A'B$, $A'P$ und BP , so ist

$$BP' = \sqrt{A'B^2 - A'P^2}$$

oder

$$BP' = \sqrt{(A'B + A'P)(A'B - A'P)}$$

und damit

$$PP' = BP - BP'.$$

Um den richtigen Lotpunkt A zu erhalten, hat man noch den Punkt A' um die Strecke $AA' = PP'$ entsprechend zu verschieben.

§ 10. Herstellung und Bearbeitung von Lageplänen.

Auf Grund des im Felde gefertigten Handrisses erfolgt die Herstellung der Reinzeichnung in einem dem jeweiligen Zweck entsprechenden Verhältnis oder Maßstab. Die für Lagepläne gewöhnlich in Anwendung kommenden Maßstäbe sind 1 : 100, 1 : 200, 1 : 250, 1 : 500 und 1 : 1000.

¹⁾ Siehe Band II, Sammlung Götschen Bd. 469.

Das Aufzeichnen oder Auftragen geschieht mit Hilfe von Lineal, Zirkel, Maßstab und Zeichendreieck. Zum Abgreifen von größeren Strecken tritt an Stelle des gewöhnlichen Zirkels der Stangenzirkel. Abgegriffen werden die Längen am gewöhnlichen Maßstab oder an einem Transversalmaßstab, wie ihn die Figur 65 für das Verhältnis 1 : 500 bzw. 1 : 1000 im Bilde zeigt. Die rechten Winkel werden mit Hilfe des Zeichendreiecks, das — ebenso wie das Lineal — vor seinem Gebrauch zu untersuchen ist, gezeichnet; bei großer Schenkellänge genügt seine Genauigkeit im allgemeinen nicht mehr, die rechten Winkel werden dann mit Hilfe von gleichschenkeligen Dreiecken gezeichnet. Als Ersatz für Lineal

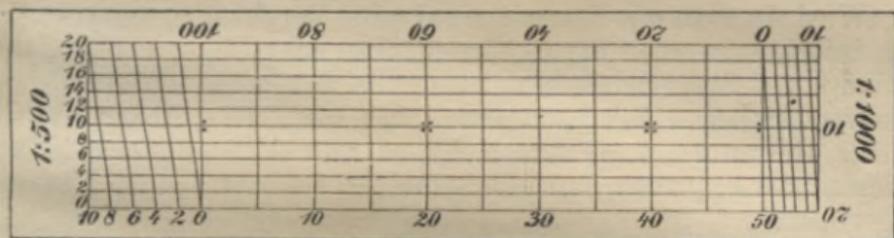


Fig. 65.

und Zeichendreieck werden besondere, als Koordinatographen bezeichnete Instrumente gefertigt; solche kommen aber nur für ausgedehntere Arbeiten, bei denen es sich um große Genauigkeit handelt, in Betracht.

Bei der Zeichnung beginnt man mit dem Aufzeichnen der Aufnahmlinien, auf die sich der Aufnahme entsprechend die Zeichnung des Planes aufbaut. Die während der Aufnahme gemessenen Schutzmaße gegen Fehler liefern Proben für die Richtigkeit der Messung und der Zeichnung.

Für die Ausarbeitung von Plänen für amtliche Zwecke bestehen in den einzelnen Staaten besondere Vorschriften; einige allgemeine Gesichtspunkte für die Ausarbeitung sind im folgenden angegeben.

Der Inhalt eines Planes ist abhängig von den Zwecken,

denen der Plan zu dienen hat. Sollen aus irgendeinem Grunde das Liniennetz und die Maße der Aufnahme in den Plan eingetragen werden, so trägt man z. B. das Liniennetz in roter und die Zahlen in schwarzer Farbe ein.

Bei der Bearbeitung eines Planes hat man zu unterscheiden, ob der Plan vervielfältigt werden soll oder nicht. Kommt eine Vervielfältigung in Frage, so verwendet man bei der Bearbeitung am besten nur schwarze Tusche; ist eine Vervielfältigung nicht beabsichtigt, so kann man verschiedene Farben anwenden. In beiden Fällen wird die Übersichtlichkeit des Planes dadurch erhöht, daß man einzelne Teile, wie z. B. Gebäude und Eigentumsgrenzen, besonders hervorhebt.

Wird ein Plan mit Rücksicht auf seine Vervielfältigung schwarz bearbeitet, so werden die Gebäudeflächen schraffiert; Privat-, Gemeinde- und Staatsgebäude werden dabei besonders unterschieden. Die verschiedenen Benützungsarten des Bodens — Acker, Wiese, Weide, Hofraum usw. — werden entweder durch besondere Flächenzeichen oder bequemer durch Einschreiben des betreffenden Namens angegeben.

Bei einer nicht für eine Vervielfältigung bestimmten farbigen Bearbeitung eines Planes kann man die Gebäude und die übrigen Flächen auf zwei Arten voneinander unterscheiden.

Im einen Fall erhalten sämtliche Gebäudeflächen einen mit Hilfe des Pinsels aufgetragenen leichten — z. B. schwarzen — Farbton; die einzelnen Gebäude werden unter sich, ebenso wie die nicht bemalten Flächen, durch Einschreiben der betreffenden Benützungs- oder Kulturart unterschieden. Diese Art der Bearbeitung empfiehlt sich dann, wenn der Plan zur Aufnahme der Entwürfe von Bauwerken bestimmt ist, die gewöhnlich in roter Farbe eingezeichnet werden.

Im zweiten Fall werden sämtliche Flächen des Planes mit Farbtönen versehen, die auf Grund einer zuvor gewählten, am Rande des Planes anzugebenden Farbenskala aufgetragen werden; ein Einschreiben der Kulturarten ist in diesem Fall nicht mehr nötig. Als Beispiel einer solchen Farbenskala möge die folgende dienen: Staatsgebäude — Zinnober; Gemeindegebäude — Neutraltinte; Wohngebäude — Karmin; Nebengebäude (Fabriken, Stallungen, Scheuern u. dgl.) — Gummigutt; in leichteren Tönen als diese Hofräume und Lagerplätze — gebrannte Siena; Straßen — Hell-

ocker; Bahnkrone — Karmin; Acker — Dunkelocker; Wiesen — Hellgrün; Wald — Dunkelgrün; Wasserläufe — Blau usf.

Baumpflanzungen, Einfriedigungen usw. werden durch besondere Zeichen angegeben. Böschungen werden bei schwarzer Bearbeitung durch Schraffen und bei farbiger Bearbeitung durch von oben nach unten „verlaufende“ (heller werdende) Farbtöne bezeichnet; in letzterem Fall wird gewöhnlich zwischen Einschnitt- und Auffüllböschung unterschieden, indem jene braun (Sepia) und diese grün bemalt wird.

Zur Bearbeitung des Planes gehört das Einschreiben der Straßennamen, der Gebäude- und Parzellennummern und unter Umständen der Namen der Grundbesitzer.

Zum Zweck späterer Eintragungen oder Abmessungen (von Strecken und Flächen) muß jeder Plan mit Rücksicht auf Veränderungen des Papiere mit einem Maßstab versehen sein.

An passender Stelle des Planes gibt man zum Zweck der bequemen Zurechtfindung die z. B. mit Hilfe des Kompasses bestimmte Nordrichtung durch einen Pfeil an.

Die Vervielfältigung eines Planes richtet sich danach, ob nur eine Vervielfältigung, einige wenige oder eine größere Zahl von Vervielfältigungen hergestellt werden sollen; dementsprechend erfolgt deren Herstellung von Hand oder auf mechanischem Wege.

Die Herstellung einzelner Vervielfältigungen geschieht durch Übertragung der einzelnen Punkte mit einer feinen Nadel oder mit Hilfe von Pauspapier. Einige wenige Stücke können durch eines der als Lichtpausen bezeichneten Verfahren hergestellt werden. Wird eine größere Zahl von Vervielfältigungen gebraucht, so überträgt man den in schwarzer Farbe bearbeiteten Plan nach einem der vielen, von verschiedenen Firmen unter verschiedenen Namen ausgeübten Durchlichtungsverfahren auf eine Zink- oder Aluminiumplatte, von der man dann eine beliebige Zahl von Abdrucken herstellen kann.

Vergrößerungen und Verkleinerungen von Plänen werden mit Hilfe eines besonderen, als Pantograph bezeichneten Instruments oder auf mechanischem Wege unter Anwendung der Photographie hergestellt. Das letztere kommt insbesondere dann in Frage, wenn es sich zugleich um eine Vervielfältigung der betreffenden Vergrößerung oder Verkleinerung handelt. Die mechanischen Verfahren zur Herstellung von Vergrößerungen oder Verkleinerungen bestehen im Grundgedanken darin, daß man das

in der gewünschten Größe gefertigte photographische Negativ auf eine Zink- oder Aluminiumplatte überträgt, von der nach entsprechender Zubereitung gedruckt werden kann.

3. Kapitel.

Berechnung und Teilung von Flächen.

Die Bestimmung des Flächeninhaltes einer im Felde oder in einem Plane gegebenen Figur ist eine oft wiederkehrende, für manche Zwecke sehr wichtige Aufgabe der Vermessungskunde; man kann dabei die folgenden vier Arten unterscheiden:

1. Flächenbestimmung aus Feldmaßen, d. h. aus im Felde gemessenen oder aus solchen berechneten Größen.

2. Flächenbestimmung aus Planmaßen, d. h. aus Größen, die in einem Plan abgemessen wurden.

3. Flächenbestimmung aus Feld- und Planmaßen, d. h. aus Größen, die zum Teil im Felde, zum Teil auf einem Plan gemessen wurden.

4. Mechanische Flächenbestimmung auf Grund eines Planes oder Flächenbestimmung mit Hilfe eines als Planimeter bezeichneten Instruments.

Die in Verwendung stehenden Flächenmaße sind:

$$\begin{aligned} 100 \text{ qm} &= 1 \text{ a} &= 1 \text{ Ar,} \\ 10\,000 \text{ qm} &= 100 \text{ a} &= 1 \text{ ha} = 1 \text{ Hektar,} \\ 100 \text{ ha} &= 1 \text{ qkm} &= 1 \text{ Quadratkilometer.} \end{aligned}$$

§ 11. Flächenbestimmung aus Feldmaßen.

Soll die Fläche einer Figur — z. B. eines Grundstücks — aus Feldmaßen bestimmt werden, so hat man dies schon bei der Aufnahme zu berücksichtigen, indem man diese am besten nach dem Koordinatenverfahren durchführt.

Durch die Festlegung der einzelnen Eckpunkte der Figur nach rechtwinkligen Koordinaten wird diese in rechtwinklige Dreiecke und Trapeze zerlegt, deren Inhalte nach bekannten planimetrischen Sätzen sich berechnen lassen.

Zum Beispiel erhält man für den Inhalt F der Figur 66

$$F = \frac{1}{2} \{ x_2 y_2 + (x_3 - x_2)(y_2 + y_3) + (x_4 - x_3)y_3 + (x_4 - x_5)y_5 + (x_5 - x_4)(y_5 + y_6) + x_6 y_6 \}.$$

Geht die Aufnahmeline nicht, wie in Figur 66, durch zwei Ecken der Figur, sondern schneidet diese beliebig (Fig. 68), so treten unter den Trapezen „verschränkte Trapeze“ auf, deren

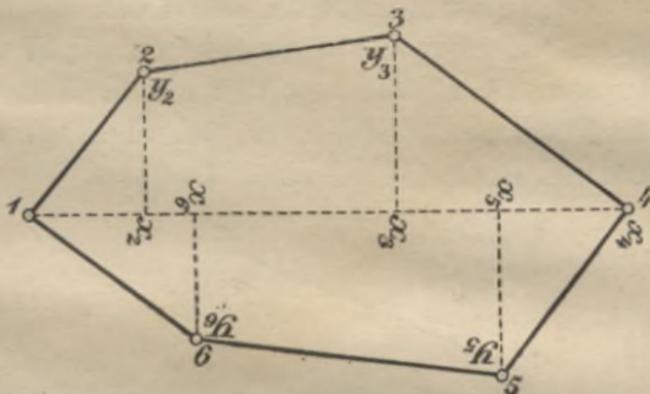


Fig. 66.

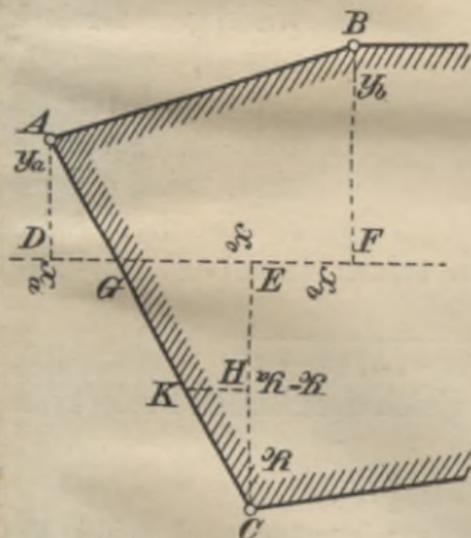


Fig. 67.

Inhalte sich nach der Formel für gewöhnliche Trapeze berechnen lassen¹⁾, wenn man die beiden, auf verschiedenen Seiten der Aufnahmeline liegenden Paralleseiten mit verschiedenen Vorzeichen anschreibt, und zwar so, daß die außerhalb der Figur liegende das negative Zeichen erhält. Als Beispiel möge die Figur 68 dienen; für ihren doppelten Inhalt $2F$ liest man unmittelbar ab:

¹⁾ Berechnet man den Inhalt des Trapezes $ABFD$ (Fig. 67) nach $F = \frac{1}{2} (x_b - x_a)(y_a + y_b)$, so kann man das Dreieck AGD vom Dreieck CEG n Abzug bringen; macht man $CH = y_a = AD$, so ist $HK = DG$, und damit $\triangle CEG - \triangle AGD = \text{Trapez } HKGE = \frac{1}{2} (x_c - x_a)(y_c - y_a)$. Die Figur $ADEC$ wird als verschränktes Trapez bezeichnet, dessen Inhalt ist demnach gleich dem selben Produkt aus seiner Höhe und der Differenz seiner Grundlinien.

$$2F = (x_2 - x_1)(y_1 + y_2) + (x_3 - x_2)(y_2 - y_3) + (x_3 - x_4)(y_3 + y_4) + (x_4 - x_5)(y_4 + y_5) + (x_1 - x_5)(y_1 - y_5).$$

Wurden bei der Aufnahme mehrere Aufnahmelinien verwendet, so berechnet man zuerst den durch diese bestimmten „Kern“ der Figur. In den Figuren 56, 57 und 59 sind solche Aufnahmen angedeutet; der Flächenkern hat bei Figur 56 die Form eines Rechtecks, bei Figur 57 die eines Dreiecks und bei Figur 59 die eines Trapezes.

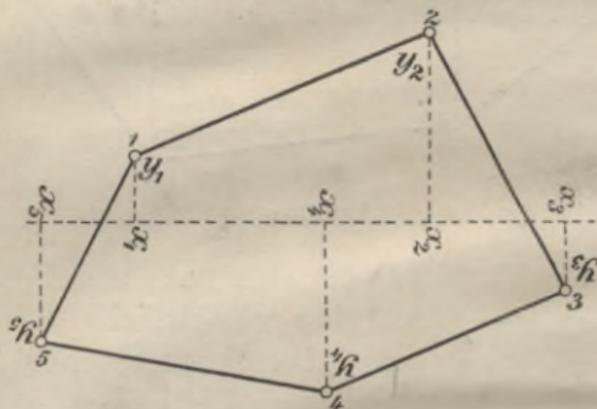


Fig. 68.

Bei einer nach dem Streckenverfahren aufgenommenen Figur wird diese (Fig. 51) durch die gemessenen Strecken in schiefwinklige Dreiecke zerlegt, deren Inhalte aus ihren Seiten zu berechnen sind. Sind a , b und c die drei Seiten

eines Dreiecks, so findet man seinen Inhalt F mit Hilfe der Formel

$$F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},$$

wobei $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$, d. h. gleich dem halben Dreiecksumfang ist.

Zahlenbeispiel.

Der Inhalt des in der Figur 69 gezeichneten, nach beiden Verfahren aufgenommenen Grundstücks soll bestimmt werden.

1. Berechnung mit Hilfe von rechtwinkligen Dreiecken und Trapezen.

Da bei der Berechnung jeder Teilfläche mit 2 zu dividieren ist, so berechnet man hier zweckmäßigerweise zunächst den doppelten Inhalt.

Trapez mit der Seite	Summe bzw. Differenz der Grundlinien	Höhe	Doppelter Inhalt qm	
			+	-
<i>FA</i>	10,60	19,95		211,5
<i>AB</i>	44,30	38,67	1 713,1	
<i>BC</i>	47,90	37,83	1 812,1	
<i>CD</i>	1,80	18,95	34,1	
<i>DE</i>	58,80	42,15	2 478,4	
<i>EF</i>	67,60	73,25	4 951,7	

10 989,4 | 211,5

2 *F* = 10777,9 qm

F = 5389,0 qm.

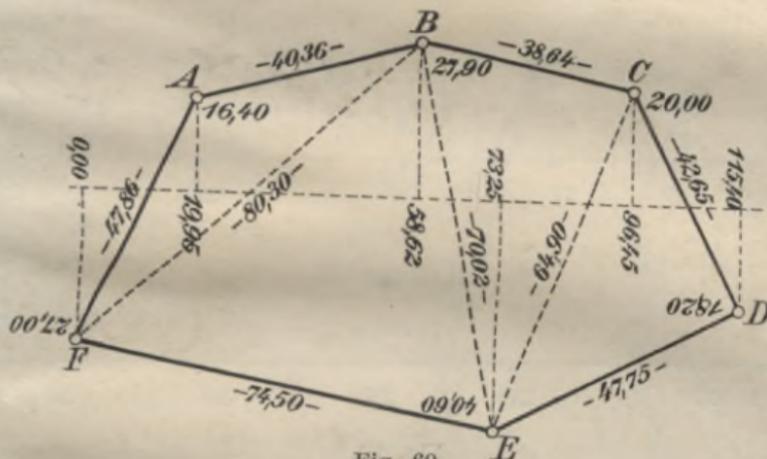


Fig. 69.

2. Berechnung mit Hilfe der durch die Aufnahme bestimmten schiefwinkligen Dreiecke.

Die Ausrechnung der Teilflächen geschieht nach der Formel

$$F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \text{ in der } s = \frac{a+b+c}{2};$$

man erhält:

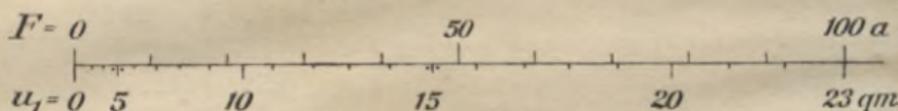
Dreieck	Inhalt qm
<i>ABF</i>	730,2
<i>BEF</i>	2408,4
<i>BCE</i>	1237,7
<i>CDE</i>	1017,9

F = 5394,2 qm.

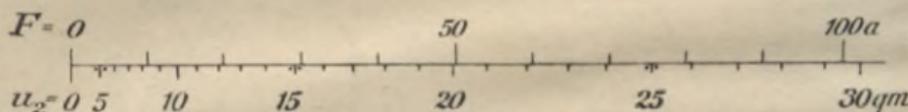
Zur Ausrechnung der bei Flächenbestimmungen auftretenden Produkte benutzt man eine Logarithmentafel oder eine Multiplikationstafel oder eine Rechenmaschine¹⁾.

Für die Zwecke der Katastervermessung sind „Fehlergrenzen“ festgesetzt worden, die nicht überschritten werden dürfen. Der Beirat für das Vermessungswesen hat für Flächenbestimmungen aus Feldmaßen die folgenden Fehlergrenzen aufgestellt:

Klasse I



Klasse II



Klasse III

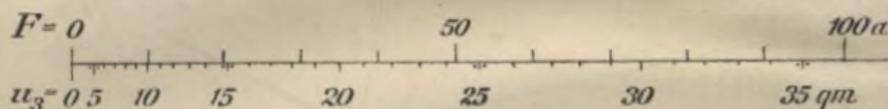


Fig. 70.

Klasse I (günstiges Gelände).

$$u_1 = 0,20 \sqrt{F} + 0,00030 F$$

Klasse II (mittleres Gelände).

$$u_2 = 0,25 \sqrt{F} + 0,00045 F$$

Klasse III (ungünstiges Gelände).

$$u_3 = 0,30 \sqrt{F} + 0,00060 F$$

Dabei bedeuten F die zu bestimmende Fläche und u den zulässigen Unterschied zwischen zwei Werten der Fläche, die sich auf Grund von zwei ganz verschiedenen Aufnahmen der Figur ergeben. Die vorstehenden drei Gleichungen sind in der Figur 70 dargestellt.

¹⁾ Näheres über Rechenhilfsmittel findet man bei P. Werkmeister, Praktisches Zahlenrechnen. Sammlung Göschen Band 405.

§ 12. Flächenbestimmung aus Planmaßen.

Steht von der Figur, deren Fläche bestimmt werden soll, ein maßstäblich gezeichneter Plan zur Verfügung, der aber die Werte der bei der Aufnahme gemessenen Strecken nicht enthält, so ist man gezwungen, die für die Flächenbestimmung erforderlichen Strecken in dem Plane abzumessen. Eine solche „graphische Flächenbestimmung“ findet auch dann Anwendung, wenn eine Flächenbestimmung aus Feldmaßen möglich ist; sie bildet dann eine wertvolle Probe für diese.

Die nächstliegende Art der Flächenbestimmung auf Grund eines Planes besteht darin, daß man die betreffende Figur in Dreiecke zerlegt und die zur Berechnung der Inhalte dieser Dreiecke nötigen Maße (Grundlinien und Höhen) z. B. mit Hilfe von Zirkel und Maßstab dem Plan entnimmt.

Das Verfahren kommt hauptsächlich für geradlinig begrenzte Figuren mit wenig Ecken in Frage.

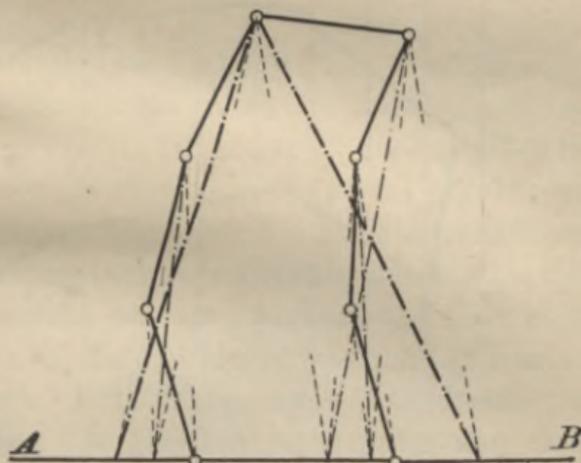


Fig. 71.

Eine andere Art der graphischen Flächenbestimmung, die hauptsächlich bei vieleckigen Figuren Verwendung findet, besteht darin, daß man mit Benutzung der planimetrischen Sätze über Verwandlung von Figuren die gegebene Figur in ein Dreieck verwandelt (Fig. 71); von diesem Dreieck mißt man dann die Grundlinie und die Höhe im Plan ab. Diejenige Seite der Figur, in welche die Grundlinie des Dreiecks zu liegen kommt, ist dabei so zu wählen, daß sie von den bei der Ver-

wandlung auftretenden Parallelen günstig, d. h. nicht zu spitz geschnitten wird. Die Parallelen, die in der Figur 71 angedeutet sind, werden am besten nicht gezogen; es genügt, daß ihre Schnittpunkte mit der Grundlinie AB jeweils mit der Zirkelspitze oder einer Nadel festgehalten werden. Das Verfahren kann auch bei krummlinig begrenzten Figuren angewendet werden; man hat dann nur die krummlinige Begrenzungslinie durch eine aus geraden Stücken bestehende zu ersetzen.

Bei einem für viele Zwecke gut brauchbaren Verfahren wird die Figur mit Hilfe eines — zur Schonung des Planes auf

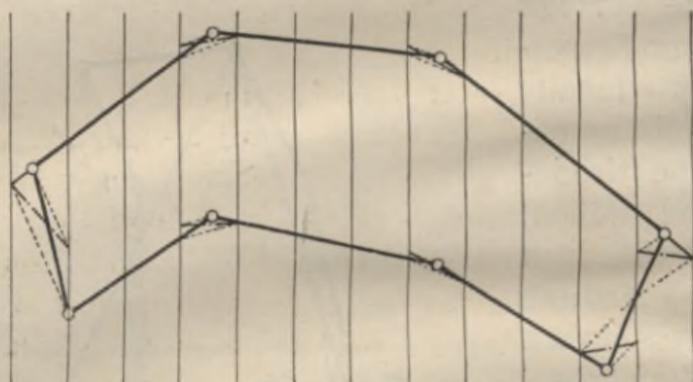


Fig. 72.

einem dünnen, durchsichtigen Stoff (Pausleinwand) gezeichneten — Netzes von Parallelen in schmale Trapeze mit gleicher Höhe zerlegt. Den Abstand der Parallelen wählt man dem Maßstab des Planes und der erstrebten Genauigkeit entsprechend etwa zwischen 2 und 10 mm. Die Mittellinien der einzelnen Trapeze werden mit Hilfe des Stechzirkels addiert, der für diesen Zweck mit einer veränderlichen Anschlagvorrichtung versehen sein kann, die für eine bestimmte Zirkelöffnung einzustellen ist; die Summe sämtlicher Mittellinien mit dem Parallelenabstand multipliziert, liefert den Inhalt der Figur. Um die auf beiden Seiten der Figur übrigbleiben-

den Stücke bequem in die Gesamtrechnung einbeziehen zu können, verwandelt man sie in Dreiecke mit derselben Höhe wie die Trapeze (Fig. 72). In manchen Fällen — z. B. bei Querprofilen (§ 27) — verwendet man zur Anfertigung der Zeichnung ein mit Parallelen bereits versehenes Papier (sog. Millimeterpapier). Das Verfahren eignet sich zur Flächenbestimmung von beliebig begrenzten Figuren.

Zum Bestimmen der Flächen von ganz unregelmäßig begrenzten Figuren benutzt man auch Quadratnetze, die — z. B. auf Glas aufgetragen — mit der Zeichnung nach unten auf die Figur gelegt werden; man erhält dabei die Fläche durch Abzählen (an den Rändern durch Abschätzen) der in sie fallenden Quadrate.

Von den zahlreichen anderen Hilfsmitteln zur graphischen oder besser graphisch-mechanischen Flächenbestimmung sei hier noch die sog. Hyperbeltafel genannt, die auf einer bekannten Eigenschaft der gleichseitigen Hyperbel beruht, wonach für jeden Punkt einer Hyperbel das Produkt seiner auf die Asymptoten als Achsen bezogenen Koordinaten stets dasselbe ist. Die Tafel besteht aus zwei halben, auf Glas angebrachten Hyperbelscharen, die eine einem bestimmten Kartenmaßstab entsprechende Bezifferung nach Quadratmetern tragen. Die Tafel kann zur Flächenbestimmung von Dreiecken bzw. Vierecken verwendet werden. Um die Fläche des Vierecks $1, 2, 3, 4$ (Fig. 73) zu ermitteln, legt man die Tafel — mit der Zeichnung nach unten — so auf den Plan, daß z. B. die Asymptote OA mit der Vierecksdiagonale $4, 2$ zusammenfällt; hierauf verschiebt man die Tafel parallel an einer Linealkante derart, daß das eine Mal die Ecke 1 , das andere Mal die Ecke 3 in die Gerade OA zu liegen kommt (in der Figur ist das Viereck verschoben gezeichnet), und liest bei $2'$ und $2''$ je zwischen den beiden nächstliegenden Hyperbeln den Inhalt der Dreiecke $1, 2, 4$ und $2, 3, 4$ ab.

Die Genauigkeit der Flächenbestimmung aus Planmaßen,

die geringer ist als diejenige der Berechnung aus Feldmaßen, ist abhängig von der Güte der Zeichnung, von dem Maßstab des Planes und von dem Zustand des Papierses.

Daß der Maßstab des Planes von großem Einfluß auf die Flächenbestimmung ist, und daß demnach für Pläne, die viel oder fast ausschließlich zu Flächenbestimmungen benutzt werden, große Maßstäbe (1 : 100, 1 : 200, 1 : 250) anzuwenden sind, ist leicht einzu-

sehen, wenn man beachtet, daß ein — einem Zirkelstrich entsprechender — Fehler von 0,1 mm beim Abstechen einer in den Maßstäben 1 : 100 und 1 : 500 gezeichneten Strecke in 1 : 100 einen Fehler von 1 cm und in 1 : 500 einen fünfmal größeren Fehler, also 5 cm erzeugt.

Das Papier ist Temperatur- und Feuchtigkeitseinflüssen stark unterworfen; solche äußern sich in dem „Papierengang“, der in verschiedenen Richtungen verschieden groß sein kann. Um den Papierengang, den man gewöhnlich in Prozenten angibt, jederzeit bequem bestimmen zu können, versieht man den Plan schon bei

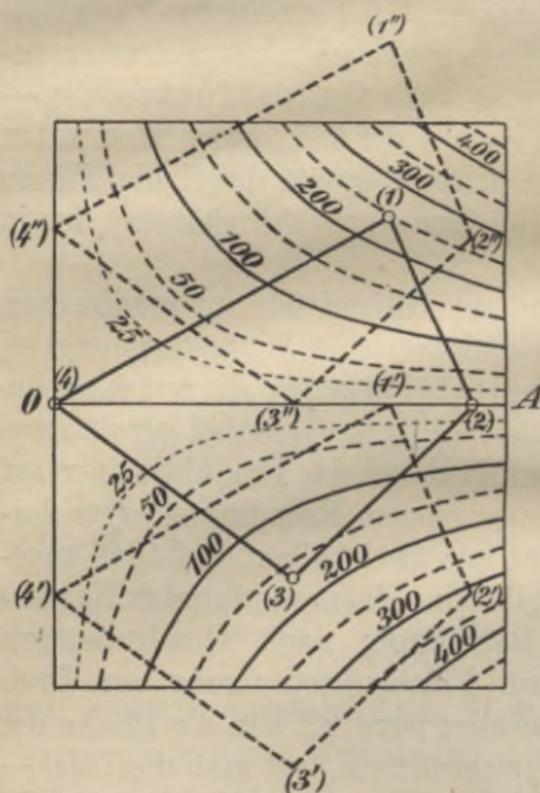


Fig. 73.

seiner Herstellung mit einem Quadratnetz, dessen Eckpunkte mit kleinen Kreuzen bezeichnet werden; als Quadratseiten wählt man z. B. bei Katasterplänen Parallelen zu den Achsen des Koordinatensystems der Landesvermessung. Soll in einem mit Quadratnetz versehenen Plan der Einfluß des Papiergangs auf eine bestimmte Strecke ermittelt werden, so bestimmt man zuerst den Eingang in den Richtungen der nächstliegenden Quadratseiten und hieraus durch Rechnung oder Schätzung denjenigen in der Richtung der gegebenen Strecke. Anstatt aber bei Flächenbestimmungen die

dem Plan entnommenen Längen entsprechend dem Papiereingang zu verbessern, bringt man bequemer eine Verbesserung an der Fläche an; sind nämlich a und b die Seiten eines Rechtecks und die entsprechenden Papiereingänge $p^0/0$ und $q^0/0$, so ist die aus $a \times b$ berechnete Fläche um $(p + q)^0/0$ zu klein¹⁾.

Hat man des öfteren den Papiereingang in Plänen mit gleichem Maßstab und gleichem Quadratnetz zu bestimmen, so empfiehlt sich die Herstellung eines Maßstabs, mit dessen Hilfe man den Eingang unmittelbar in Prozenten ablesen kann.

Nach den vom Beirat für das Vermessungswesen für die graphische Flächenbestimmung aufgestellten Fehlergrenzen darf der Unterschied u zwischen den Ergebnissen zweier Bestimmungen einer im Maßstab $1:M$ gezeichneten Figur mit der Fläche F nicht größer sein als

$$u = 0,0004 M \sqrt{F} + 0,0003 F.$$

Auf Grund dieser Gleichung ergeben sich für u die folgenden Werte:

$F = 1$	5	10	20	30	40	50 a
1:500	2	5	6	10	12	14 qm
1:1000	4	9	13	18	23	26 30 qm.

§ 13. Flächenbestimmung aus Feld- und Planmaßen.

Der Inhalt F eines Rechtecks mit den Seiten a und b ist

$$F = a \times b.$$

Sind a und b mit den Fehlern Δa und Δb (Fig. 74) behaftet, so erhält F einen entsprechenden Fehler ΔF , für den man aus der Figur — abgesehen von dem kleinen Rechteck $\Delta a \Delta b$ — abliest

$$(1) \Delta F = a \times \Delta b + b \times \Delta a.$$

Nimmt man an, daß z. B. b größer als a ist, so zeigt die Gleichung (1), daß ΔF um so kleiner wird, je kleiner einerseits die Seite a und anderer-

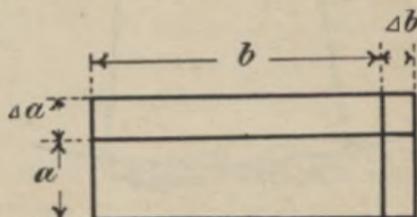


Fig. 74.

¹⁾ Bringt man an a und b die Verbesserungen an, so erhält man die Fläche F aus

$$F = a \left(1 + \frac{p}{100}\right) b \left(1 + \frac{q}{100}\right) = ab \left\{1 + \frac{p}{100} + \frac{q}{100} + \frac{pq}{10000}\right\}$$

oder $F \approx ab \left\{1 + \frac{p+q}{100}\right\}.$

seits der ihr anhaftende Fehler Δa sind. Bei der Inhaltsbestimmung eines schmalen Rechtecks hat man demnach die kurze Seite mit besonderer Sorgfalt zu ermitteln.

Auf dieser Überlegung beruht die auch als halbgraphische Flächenbestimmung bezeichnete Flächenbestimmung aus Feld- und Planmaßen; bei ihr wird die zu bestimmende Fläche in schmale Dreiecke zerlegt, für welche die kurzen Grundlinien im Feld und die längeren Höhen auf dem Plan gemessen werden. Diese Art der Flächenbestimmung, die in bezug auf die Genauigkeit zwischen der aus Planmaßen und derjenigen aus Feldmaßen liegt, eignet sich besonders für schmale Figuren. Ein Beispiel zeigt die Figur 75, in welcher die im Felde gemessenen Dreiecksgrundlinien eingeschrieben sind. Um eine zweckmäßige Anwendung des halbgraphischen Verfahrens zu ermöglichen, ist schon bei der Aufnahme Rücksicht auf die Einteilung in Dreiecke zu nehmen.

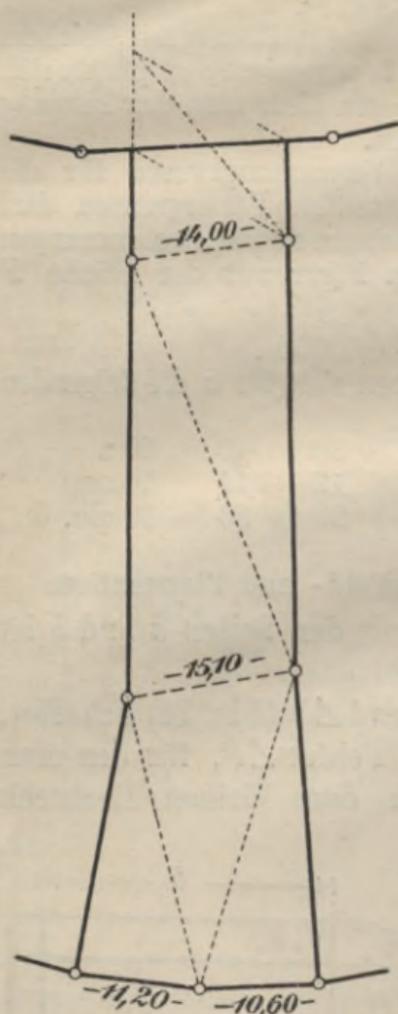


Fig. 75.

§ 14. Flächenbestimmung mit dem Planimeter.

Als Planimeter bezeichnet man diejenigen Instrumente zur Flächenbestimmung, bei denen die Fläche einer maßstäblich gezeichneten Figur dadurch bestimmt wird, daß man

die Begrenzungslinie der Figur mit einem am Instrument angebrachten Stift — dem sog. Fahrstift — umfährt; eine mit dem Instrument verbundene Meßrolle macht dabei eine der Fläche der umfahrenen Figur proportionale Zahl von Umdrehungen.

Die wichtigste und verbreitetste Planimeterform ist die des in den Figuren 76 und 77 dargestellten Polarplanimeters.

Das Polarplanimeter oder Polplanimeter besteht aus dem Polarm PG und der mit diesem in G gelenkartig verbundenen Fahrstange SR .

In dem als Pol bezeichneten End-

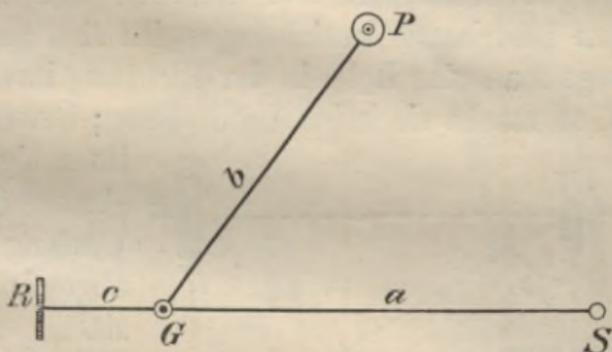


Fig. 76.

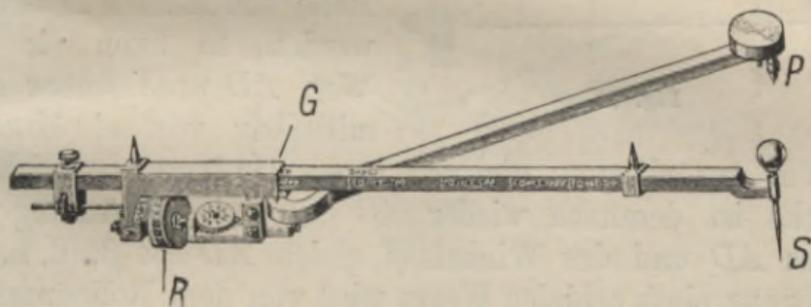


Fig. 77.

punkt P des Arms befindet sich eine Vorrichtung, die ein Festhalten des Poles auf der Unterlage und die Drehung des Armes um P ermöglicht¹⁾. Die Fahrstange trägt in ihrem einen Ende den Fahrstift S und in ihrem andern die Meßrolle R , die auf einer zur Stange parallelen Welle befestigt ist. Zur

¹⁾ Die beiden vorkommenden Ausgestaltungen des Poles sind der Nadelpol und der Gewichtspol; die Figur 77 zeigt einen Nadelpol.

Bestimmung der Anzahl der Umdrehungen, die die Rolle beim Umfahren einer Figur macht, ist die Rolle mit einem Zählwerk versehen. Beim Gebrauch wird das Instrument im Pol auf der Unterlage befestigt, so daß bei der Umfahrung einer Figur mit Hilfe des Fahrstifts S das Gelenk G auf einem Kreis mit dem Mittelpunkt P sich bewegt.

Die bei einer Rolle zwischen der zurückgelegten Wegstrecke und der Anzahl der Rollenumdrehungen bestehende Beziehung ergibt sich aus der Figur 78. Bewegt man eine Rolle in der Richtung ihrer Achse von A nach B , so macht sie keine Umdrehung; bewegt man die Rolle in

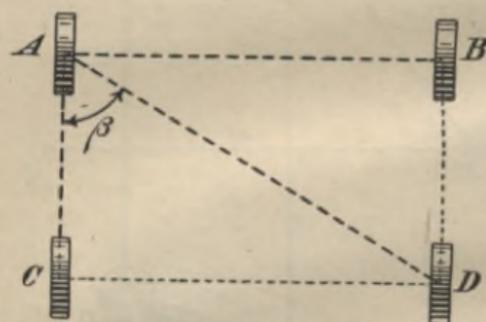


Fig. 78.

ihrer eigenen Richtung von A nach C , so wird von ihrem Umfang u die Strecke AC abgewickelt, sie macht also $\frac{AC}{u}$ Umdrehungen. Soll die Rolle von A nach D bewegt werden, so kann sie den Weg AD unmittelbar oder mittelbar von A über C nach D zurücklegen; die von ihrem Umfang abgewickelte Strecke ist demnach wieder AC oder mit Benützung des Weges AD und des Winkels β gleich $AD \cos \beta$, d. h. bei Befahrung eines schiefen Weges wird von dem Rollenumfang ein Stück abgewickelt, das gleich der zurückgelegten schiefen Wegstrecke mal dem Kosinus des Winkels zwischen Rollen- und Wegrichtung ist.

Beim Gebrauch des Polarplanimeters hat man zwei Fälle zu unterscheiden, die man je nach der Lage des Poles zu der zu umfahrenden Figur mit „Pol außerhalb“ und „Pol innerhalb“ bezeichnet.

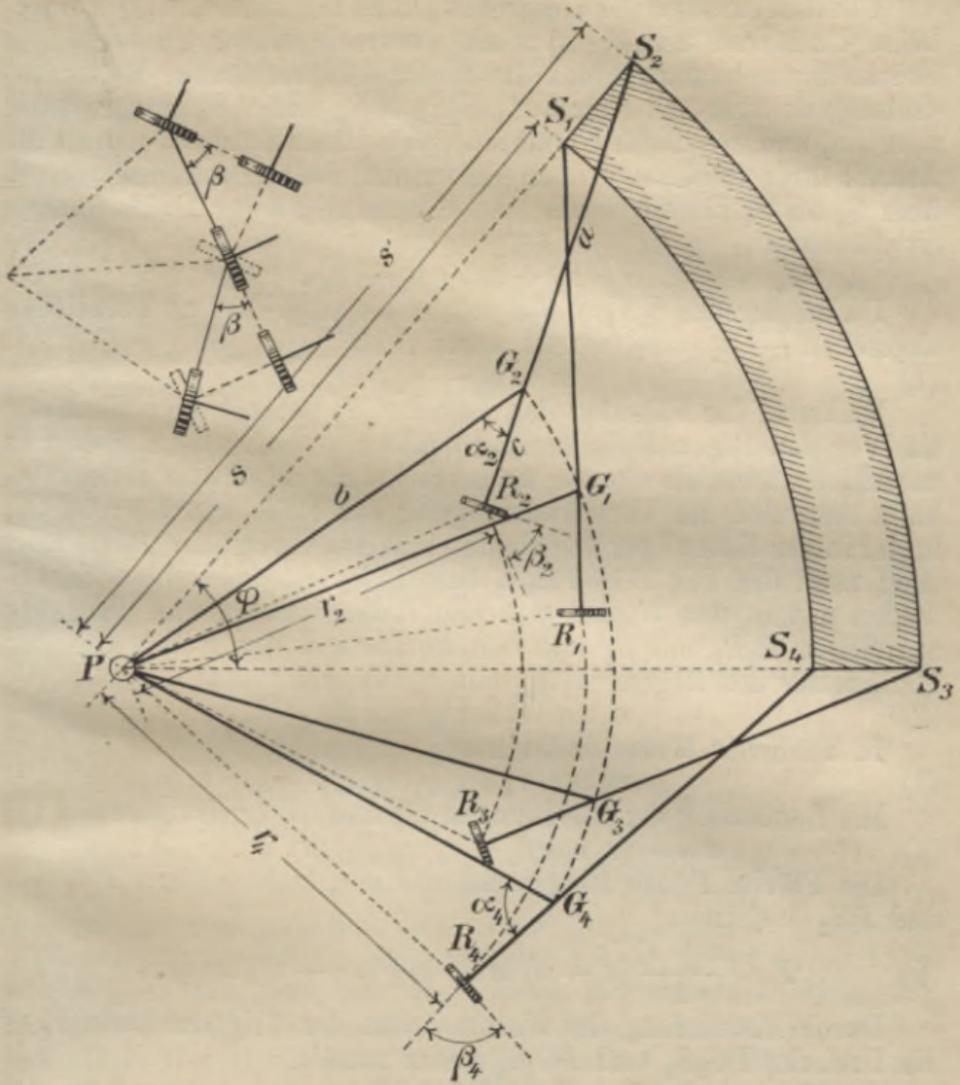


Fig. 79.

1. Flächenbestimmung mit Pol außerhalb.

Die zu umfahrende Figur $S_1S_2S_3S_4$ (Fig. 79) sei ein Stück eines Kreisrings, in dessen Mittelpunkt P der Pol des Planimeters aufgestellt sei. Die Abmessungen des Instruments mögen die folgenden sein: Arm $PG = b$, Stange $SG = a$, Rollenabstand vom Gelenk $RG = c$ und Rollenumfang u . Die Figur werde in der durch die Numerierung bestimmten Richtung (Uhrzeigersinn) umfahren.

Um die Anzahl n der Umdrehungen zu bestimmen, die die Rolle beim Umfahren der Figur macht, betrachten wir die einzelnen Stücke ihres Umfangs und die ihnen entsprechenden Rollenumdrehungen; diese seien für S_1S_2 , S_2S_3 , S_3S_4 und S_4S_1 entsprechend n_1 , n_2 , n_3 und n_4 . Beim Umfahren von S_1 über S_2 bis S_3 nimmt die Anzahl ihrer Rollenumdrehungen zu, und beim Umfahren von S_3 über S_4 bis S_1 nimmt sie ab; die Gesamtzahl n der Umdrehungen ist demnach

$$n = n_1 + n_2 - n_3 - n_4.$$

Da die Strecke $S_1S_2 = S_3S_4$ ist, so ist auch — vom Vorzeichen abgesehen — $n_1 = n_3$, womit man erhält

$$(1) \quad n = n_2 - n_4.$$

Während der Fahrstift den Bogen S_2S_3 befährt, legt die Rolle als Weg den Bogen R_2R_3 zurück; denkt man sich diesen Bogen in unendlich kleine als Gerade zu betrachtende Elemente zerlegt, so kann man sich die Vorwärtsbewegung der Rolle von R_2 nach R_3 in der in der Nebenfigur angedeuteten Weise vorstellen. Bezeichnet man noch den den Bögen S_2S_3 bzw. R_2R_3 entsprechenden Zentriwinkel mit φ , den Winkel zwischen Rollenrichtung und Tangente am Bogen R_2R_3 mit β_2 und den Polabstand der Rolle, also den Halbmesser des Bogens R_2R_3 , mit r_2 , so erhält man

$$(2) \quad n_2 u = r_2 \operatorname{arc} \varphi \cos \beta_2.$$

In ähnlicher Weise findet man

$$(3) \quad n_4 u = r_4 \operatorname{arc} \varphi \cos \beta_4.$$

Mit Benützung der Gleichungen (2) und (3) erhält man aus (1)

$$(4) \quad n u = (r_2 \cos \beta_2 - r_4 \cos \beta_4) \operatorname{arc} \varphi.$$

Die Fläche F des Ringstücks mit den Halbmessern $PS_1 = s$ und $PS_2 = s'$ ist

$$(5) \quad F = \frac{s + s'}{2} (s' - s) \operatorname{arc} \varphi = \frac{1}{2} (s'^2 - s^2) \operatorname{arc} \varphi.$$

Durch Anwendung des Kosinussatzes der Trigonometrie¹⁾ auf die Dreiecke PG_2S_2 und PG_4S_4 findet man

$$s'^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha_2$$

und

$$s^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha_4$$

und erhält damit

$$s'^2 - s^2 = 2a(b \cos \alpha_2 - b \cos \alpha_4);$$

woraus mit

$$b \cos \alpha_2 = r_2 \cos \beta_2 + c$$

und

$$b \cos \alpha_4 = r_4 \cos \beta_4 + c$$

¹⁾ G. Hessenberg, Ebene und sphärische Trigonometrie. Samml. Göschen Bd. 99.

sich ergibt

$$s'^2 - s^2 = 2 a (r_2 \cos \beta_2 - r_4 \cos \beta_4).$$

Setzt man diesen Wert für $s'^2 - s^2$ in die Gleichung (5) ein, so geht diese über in

$$F = a (r_2 \cos \beta_2 - r_4 \cos \beta_4) \text{ arc } \varphi;$$

hieraus erhält man mit Benützung von Gleichung (4):

$$(I) \quad F = a n u.$$

Die Fläche F der Figur $S_1 S_2 S_3 S_4$ ist demnach gleich dem Produkt aus der Länge der Fahrstange und der Länge der bei der Umfahung von dem Rollenumfang abgewickelten Strecke.

Die Gleichung (I) gilt zunächst nur für Figuren von der Form eines durch Halbmesser begrenzten Kreisringstücks; es läßt sich jedoch zeigen, daß die Gleichung

auch auf beliebig begrenzte Figuren anwendbar, also allgemein gültig ist. Man kann sich nämlich jede Figur in schmale — im allgemeinen unendlich schmale — Kreisringstücke zerlegt denken, wie dies für die Figur 80 angedeutet ist. Würde man nach einer solchen Zerlegung jedes Ringstück für sich umfahren, und zwar stets in derselben Richtung, z. B. im

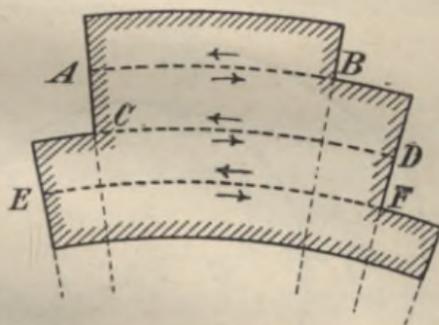


Fig. 80.

Uhrzeigersinn, so würden die Grenzbögen AB , CD und EF je zweimal, jedoch in verschiedener Richtung, durchfahren werden, so daß jedesmal das zuvor „abgewickelte“ Stück des Rollenumfanges wieder „aufgewickelt“ würde; es ist somit leicht einzusehen, daß man, um die Summe der einzelnen Ringstückflächen, d. h. die Gesamtfläche, zu bestimmen, nur die äußere Grenzlinie der Ringstücke, d. h. den Umfang der Figur, zu umfahren hat, wobei dann der Inhalt F der umfahrenen Figur

$$F = a n u$$

ist, wenn n die der Gesamtfigur entsprechende Anzahl von Rollenumdrehungen ist.

2. Flächenbestimmung mit Pol innerhalb.

Die Abmessungen am Instrument seien dieselben; der Pol werde im Punkt P (Fig. 81) innerhalb der zu bestimmenden Figur mit der Fläche F aufgestellt.

Bewegt man den Fahrstift S so vorwärts, daß stets die ver-

längerte Rollenebene durch den Pol P oder das Lot von P auf die Fahrstange durch die Rolle O geht, so bewegt sich die Rolle auf einem Kreis, ohne jedoch eine Drehung um ihre Achse auszuführen; der Fahrstift beschreibt dabei ebenfalls einen Kreis, den sog. Grundkreis. Die Fläche G des Grundkreises ist, einem Halbmesser R entsprechend, $G = \pi R^2$. Mit Hilfe des schon oben angeführten Kosinussatzes erhält man für R^2 aus dem Dreieck PSE

$$R^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha$$

oder

$$R^2 = a^2 + b^2 + 2ac$$

und damit für die Fläche G des Grundkreises

$$(1) \quad G = \pi(a^2 + b^2 + 2ac).$$

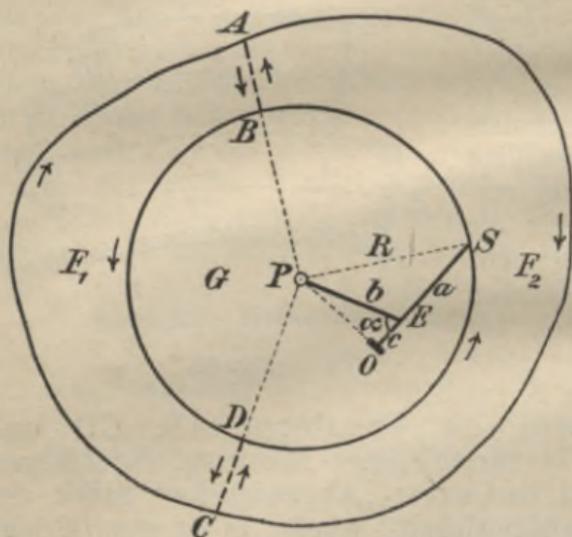


Fig. 81.

Durch den Grundkreis und die beiden beliebig gewählten Trennungslinien AB und CD wird die gegebene Figur mit der Fläche F in drei Teile mit den Flächen F_1 , F_2 und G zerlegt, so daß

$$(2) \quad F = G + F_1 + F_2$$

ist.

Denkt man sich nun die Flächen F_1 und F_2 jede für sich mit Pol in P , also außerhalb von F_1 und F_2 , in derselben Richtung (z. B. im Uhr-

zeigersinn) umfahren, so macht die Rolle keine Umdrehung, solange der Fahrstift auf dem Grundkreis geführt wird. Bezeichnet man die Anzahl der Rollenumdrehungen entsprechend der Durchfahrung von CA (Fläche F_1) und AC (Fläche F_2) mit n_1 bzw. n_2 und diejenigen entsprechend AB und CD mit n_3 bzw. n_4 , so erhält man nach Gleichung (I)

$$F_1 = a(n_1 \pm n_3 \pm n_4)u$$

und

$$F_2 = a(n_2 \mp n_3 \mp n_4)u$$

und damit

$$F_1 + F_2 = a(n_1 + n_2)u.$$

Bezeichnet man noch $n_1 + n_2$, d. i. die Anzahl der Umdrehungen, die die Rolle beim Umfahren der ganzen Fläche F macht, mit n , so geht die Gleichung (2) über in

$$F = G + anu,$$

oder allgemein, nämlich auch für den Fall, daß die zu bestimmende Fläche kleiner als der Grundkreis ist,

$$(II) \quad F = G \pm anu,$$

d. h. die Fläche F ist gleich der Fläche des Grundkreises, vermehrt oder vermindert um das Produkt aus der Länge der Fahrstange und der Länge der bei der Umfahrung von dem Rollenumfang abgewickelten Strecke.

Gebrauch des Planimeters.

1. Befindet sich der Pol des Instruments außerhalb der zu umfahrenden Fläche, so gilt die Gleichung

$$(I) \quad F = anu,$$

wo a die Länge der Fahrstange, n die Anzahl der Rollenumdrehungen und u den Umfang der Rolle bedeutet. n bestimmt man allgemein durch mehrfaches Umfahren der Fläche, wobei man vor und nach jeder Umfahrung am Zählwerk den jeweiligen Rollenstand abliest. Das Zählwerk (Fig. 77) besteht aus einer Scheibe, welche die ganzen Rollenumdrehungen anzeigt, und aus einer auf dem Rollenumfang angebrachten Teilung, an der bis auf 0,001 einer Umdrehung abgelesen werden kann. Ein Einstellen des Zählwerks vor der ersten Umfahrung auf null ist aus verschiedenen Gründen unzweckmäßig.

Die Bestimmung der unveränderlichen Größen a und u kann man auf verschiedene Weise vornehmen. Das Nächstliegende wäre, a und u durch unmittelbares Abmessen am Instrument zu bestimmen; doch liefert dieses Verfahren — trotzdem daß manche Instrumente mit bequemen Vorrichtungen zur Bestimmung von a versehen sind — nicht die nötige Genauigkeit. Besser ist es, au durch Umfahren einer Figur von bekanntem Inhalt F_0 ¹⁾ zu bestimmen; man findet dann au aus

¹⁾ Am besten wählt man hierfür einen Kreis mit beliebigem Halbmesser.

$$au = \frac{F_0}{n_0},$$

wenn n_0 die der Fläche F_0 entsprechende Anzahl von Rollenumdrehungen ist.

Für viele Zwecke ist es wünschenswert, au gleich einer runden Zahl, z. B. gleich 100 qcm, zu haben; um dies zu ermöglichen, ist das den Arm und die Stange verbindende Gelenk nicht unmittelbar an dieser, sondern an einer auf der Stange verschiebbaren Hülse (Fig. 77) angebracht. Soll $au = 100$ qcm gemacht werden, so bestimmt man zunächst a näherungsweise nach Abmessen von u aus $a = \frac{100}{u}$; die genaue

Einstellung wird durch Versuche mit Hilfe einer bekannten Fläche ermittelt. Bei den meisten Instrumenten sind übrigens an der Fahrstange Marken angegeben, die verschiedenen runden Werten von au in bestimmten Maßstäben entsprechen; eine Untersuchung dieser Marken vor ihrer Benutzung sollte jedoch nicht versäumt werden.

Die besten Ergebnisse liefert die vergleichsweise Flächenbestimmung, bei der man a und u überhaupt nicht zu kennen braucht und die darin besteht, daß man die zu bestimmende Fläche F , deren Umfahrung n Rollenumdrehungen ergeben möge, mit einer bekannten Fläche F_0 vergleicht, der n_0 Rollenumdrehungen entsprechen. Nach Gleichung (I) ist

$$F = anu$$

und

$$F_0 = an_0u;$$

durch Division dieser beiden Gleichungen erhält man

$$F = \frac{n}{n_0} F_0.$$

Benützt man bei dieser Art der Flächenbestimmung mit dem Planimeter als Vergleichsfläche eine mit dem Maßstab des Planes gezeichnete Figur — z. B. ein Quadrat — so

erreicht man ein vom Maßstab und Papiereingang unabhängiges Ergebnis. Besonders zu empfehlen ist die vergleichsweise Bestimmung bei Flächenermittlung auf Grund von gedruckten Plänen, die — wie schon oben angedeutet wurde — gewöhnlich mit einem Quadratnetz versehen sind.

2. Liegt der Pol des Instrumentes innerhalb der zu bestimmenden Fläche, so gilt die Gleichung

$$(II) \quad F = G \pm anu,$$

wo G die Fläche des Grundkreises ist, nämlich

$$G = \pi (a^2 + b^2 + 2ac).$$

Die erste Aufgabe besteht hier in der Bestimmung der für eine bestimmte Länge a der Fahrstange unveränderlichen Fläche G des Grundkreises. Eine — jedoch nur genäherte — Bestimmung von G kann durch unmittelbares Abmessen der Größen a , b und c am Instrument ausgeführt werden. Zur genauen Feststellung der Größe G benutzt man wieder eine Figur mit bekannter Fläche F_0 ¹⁾, die man zuerst zur Bestimmung von au mit Pol außerhalb und sodann mit Pol innerhalb umfährt. Ist die Anzahl der Rollenumdrehungen im ersten Fall n_a , im anderen Fall n_i , so hat man

$$F_0 = an_a u$$

und für den Fall, daß F_0 kleiner als G ist,

$$F_0 = G - an_i u;$$

eliminiert man aus diesen beiden Gleichungen au , so erhält man

$$G = \frac{n_a + n_i}{n_a} F_0.$$

Zur Probe empfiehlt sich eine rohe Bestimmung von G . Man stellt hierzu das Instrument nach Augenmaß so auf, daß die verlängerte Rollenebene durch den Pol geht; die Entfernung zwischen Fahrstift und Pol ist dann der Halbmesser des Grundkreises. Ähnlich wie für au sind auch für G Marken

¹⁾ Am besten wählt man hierfür einen Kreis mit beliebigem Halbmesser.
Werkmeister, Vermessungskunde I.

an der Fahrstange angegeben, die jedoch ebenfalls auf ihre Richtigkeit zu prüfen sind.

Mit Rücksicht auf die zeitraubende Bestimmung von G und den ungünstigen Einfluß eines Fehlers in G auf die zu bestimmende Fläche — ein G anhaftender Fehler geht in seiner ganzen Größe auf F über — ist die Flächenbestimmung mit Pol innerhalb nicht zu empfehlen. Ist bei größeren Figuren die Umfahrung der ganzen Figur nur mit Pol innerhalb möglich, so zerlegt man die Figur durch zweckmäßig gewählte Trennungslinien in zwei oder mehr Teile, deren Umfahrung mit Pol außerhalb auszuführen ist.

Bei einem von A. Ott hergestellten Planimeter ist die Meßrolle derart angebracht, daß die Fläche des Grundkreises gleich null ist; bei dieser Planimeterform ist demnach kein Unterschied zwischen der Flächenbestimmung mit Pol außerhalb und der mit Pol innerhalb.

3. Allgemeine Bemerkungen zum Gebrauch des Planimeters:

Die Aufstellung des Instruments auf horizontaler Unterlage wird am besten so vorgenommen, daß bei Pol innerhalb der Pol und bei Pol außerhalb der Fahrstift ungefähr mit dem Schwerpunkt der zu umfahrenden Figur zusammenfällt, wobei im letzteren Fall diejenige Stellung der Stange zum Arm gedacht ist, bei der die Rollenebene ungefähr durch den Pol geht.

Die Umfahrung der Figur, die an einem deutlich bezeichneten Punkt beginnt, wird am besten stets in derselben Richtung — z. B. stets im Uhrzeigersinn — ausgeführt; ihr voraus geht zweckmäßigerweise eine rohe Umfahrung, bei der festzustellen ist, ob die Rolle während der ganzen Umfahrung sich innerhalb des Papierrandes bewegt, ob die Umfahrung in der gewählten Stellung des Instruments überhaupt möglich ist, und bei der die am Zählwerk zu machenden Beobachtungen in bezug auf Zu- bzw. Abnahme der Ablesungen gemacht werden können.

Die Bezifferung am Zählwerk ist in der Regel derart angebracht, daß bei Pol außerhalb und Umfahrung im Uhrzeigersinn die Ablesungen zunehmen; bei Pol innerhalb nehmen dann bei Umfahrung im Uhrzeigersinn die Ablesungen $\left\{ \begin{array}{l} \text{zu} \\ \text{ab} \end{array} \right\}$, wenn die zu um-

fahrende Figur $\left\{ \begin{array}{l} \text{größer} \\ \text{kleiner} \end{array} \right\}$ als der Grundkreis ist, so daß die Anzahl der Umdrehungen $n \left\{ \begin{array}{l} \text{positiv} \\ \text{negativ} \end{array} \right\}$ wird. Im allgemeinen umfährt man jede Figur mindestens dreimal.

Als Vergleichsflächen verwendet man Quadrate oder, wenn solche nicht schon vorhanden sind, am besten Kreise, die man so aufzeichnet, daß ihr Mittelpunkt ungefähr mit dem Schwerpunkt der zu umfahrenden Figur zusammenfällt. Zur Herstellung von bequemen Vergleichsflächen verwendet man auch besondere Schienen (Fig. 82), die in einem Punkt O mit Hilfe einer Nadel auf der Unterlage drehbar befestigt werden können und in A eine kleine Vertiefung haben, in die der Fahrstift eingesetzt werden kann, um so gezwungen auf dem Umfang des Kreises mit Halbmesser OA geführt zu werden.

Es werden auch Schienen gefertigt, die beim Umfahren von Vergleichskreisen mit Pol innerhalb verwendet werden können; Voraussetzung ist dabei, daß das Instrument mit einem Nadelpol versehen ist.

Die Führung des Fahrstifts beim Umfahren einer Fläche wird (mit Ausnahme bei der Verwendung einer Schiene) am besten — besonders auch bei geradlinig begrenzten Figuren — freihändig vorgenommen.

Als Beispiele für das Vorstehende mögen die folgenden dienen:

a) Bestimmung einer Fläche mit Pol außerhalb der Figur.

1. Zur vergleichswisen Bestimmung der Fläche F einer Figur wurde ein die Figur umschließender, aber sonst beliebiger Kreis benutzt.

Bei der Umfahrung des Kreises, für dessen Durchmesser $2r = 13,84$ cm gemessen wurde, ergaben sich die Werte:

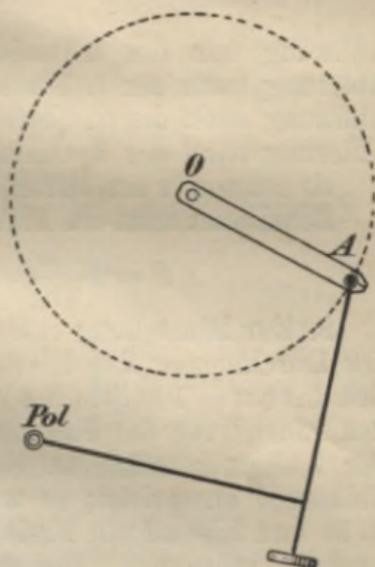


Fig. 82.

		Anzahl der Rollenumdrehungen
Ablesung vor der 1. Umfahung	1,677
Ablesung nach der 1. Umfahung	3,271
Ablesung nach der 2. Umfahung	4,864
Ablesung nach der 3. Umfahung	6,459
		1,594
		1,593
		1,595]

Bezeichnet man die Anzahl der Rollenumdrehungen mit n_0 , so erhält man im Mittel $n_0 = 1,594$.

Bei der Umfahung der gegebenen Figur erhielt man die nachstehenden Werte:

		Anzahl der Rollenumdrehungen
Ablesung vor der 1. Umfahung	3,751
Ablesung nach der 1. Umfahung	4,884
Ablesung nach der 2. Umfahung	6,018
Ablesung nach der 3. Umfahung	7,150
		1,133
		1,134
		1,132

Es ist somit im Mittel $n = 1,133$.

Bezeichnet man die Fläche des Vergleichskreises mit F_0 , so ist

$$F = F_0 \frac{n}{n_0} = \pi r^2 \frac{n}{n_0} = 106,93 \text{ qcm.}$$

2. Zur Einstellung eines Planimeters für $au = 100$ qcm wurde der Durchmesser $d = 1,9$ cm der Rolle abgemessen; damit ergab sich aus $au = 100$ qcm der Wert $a = 16,8$ cm. Bei der entsprechenden Einstellung der Fahrstange zeigte es sich, daß diese ungefähr der Ablesung 201,0 an einer an der Fahrstange angebrachten Teilung¹⁾ entspricht; es wurde deshalb $a_1 = 201,0$ genau eingestellt und hierauf ein Kreis mit dem Durchmesser $2r = 12,00$ cm zweimal umfahren. Die dabei sich ergebenden Werte sind die folgenden:

	n_1	Mittel
Ablesung vor der 1. Umfahung	4,270	
Ablesung nach der 1. Umfahung	5,398	
Ablesung nach der 2. Umfahung	6,526	
	1,128	$n_1 = 1,128$.
	1,128	

Damit findet man auf Grund der Gleichung $F = \pi r^2 = a_1 n_1 u$ den Wert $a_1 u = 100,26$ qcm. Da demnach a_1 zu groß ist, so wurde die Fahrstange verkürzt, und zwar derart, daß an ihrer Teilung $a_2 = 199,0$ abgelesen wurde. Eine erneute zweimalige Umfahung desselben Kreises ergab:

	n_2	Mittel
Ablesung vor der 1. Umfahung	0,314	
Ablesung nach der 1. Umfahung	1,454	
Ablesung nach der 2. Umfahung	2,594	
	1,140	$n_2 = 1,140$.
	1,140	

Mit diesem Wert ergibt sich $a_2 u = 99,21$ cm. Ist Δa der Wert, um den a_2 vergrößert werden muß, so gilt die Proportion

¹⁾ An den neueren Planimetern ist meist eine Teilung dieser Art vorhanden.

$$\frac{\Delta a}{a_1 - a_2} = \frac{100 - a_2 u}{a_1 u - a_2 u},$$

aus der man mit den vorstehenden Werten erhält $\Delta a = 1,5$, also $a = a_2 + \Delta a = 200,5$. Nachdem dieser Wert an der Teilung der Fahrstange eingestellt war, wurde derselbe Kreis nochmals dreimal umfahren; dabei erhielt man die Werte:

	<i>n</i>	Mittel
Ablesung vor der 1. Umfahung	3,020	
Ablesung nach der 1. Umfahung	4,151	1,131
Ablesung nach der 2. Umfahung	5,281	1,130
Ablesung nach der 3. Umfahung	6,412	1,131

Damit findet man $au = 100,00$ qcm.

b) Bestimmung einer Fläche mit Pol innerhalb der Figur.

1. Bestimmung der Fläche *G* des Grundkreises für eine bestimmte Länge der Fahrstange.

Benutzt wurde ein beliebiger Kreis mit dem Durchmesser $2r = 23,22$ cm.

Umfahrung des Kreises mit Pol außerhalb:

	<i>n_a</i>	Mittel
Ablesung vor der 1. Umfahung	0,067	
Ablesung nach der 1. Umfahung	4,635	4,568
Ablesung nach der 2. Umfahung	9,205	4,570
Ablesung nach der 3. Umfahung	13,773	4,568

Umfahrung desselben Kreises mit Pol innerhalb:

	<i>n_i</i>	Mittel
Ablesung vor der 1. Umfahung	69,494	
Ablesung nach der 1. Umfahung	50,025	19,469
Ablesung nach der 2. Umfahung	30,554	19,471,
Ablesung nach der 3. Umfahung	11,086	19,468

Damit findet man

$$G = \frac{n_a + n_i}{n_a} F_0 = \frac{n_a + n_i}{n_a} \pi r^2 = 2227,8 \text{ qcm.}$$

2. Zum Schutz gegen grobe Fehler wurde das Instrument in der oben angegebenen Weise so aufgestellt, daß man den Halbmesser *R* des Grundkreises genähert abmessen kann; dabei ergab sich $R \approx 26,5$ cm, womit man $G \approx 2200$ qcm erhält.

3. Bestimmung der Fläche *F* einer Figur für die Fahrstangenlänge mit $G = 2227,8$ qcm.

	<i>n</i>	Mittel
Ablesung vor der 1. Umfahung	21,020	
Ablesung nach der 1. Umfahung	16,828	4,192
Ablesung nach der 2. Umfahung	12,638	4,190
Ablesung nach der 3. Umfahung	8,447	4,191

$n = 4,191.$

Ist F_0 die Fläche des zur Bestimmung von G benutzten Kreises mit $r = 11,61$ cm, so erhält man aus $F_0 = a n_a u$ für $a u$ den Wert $a u = \frac{F_0}{n_a}$, wobei $n_a = 4,569$. Es ist somit $F = G - a n u = G - \frac{F_0}{n_a} n = G - \frac{\pi r^2}{n_a} n$; mit den vorliegenden Werten findet man $F = 1839,4$ qcm.

Bei einer als Kompensationsplanimeter bezeichneten Bauart des Polarplanimeters kann man den Pol auf beiden Seiten der Fahrstange aufstellen; diese Einrichtung hat den Zweck, den als „Rollenschiefe“ bezeichneten Instrumentalfehler unschädlich zu machen, der dann vorhanden ist, wenn die Rollenebene nicht genau senkrecht zur Fahrstange steht. Bei Verwendung eines Kompensationsplanimeters umfährt man die Figur, deren Fläche bestimmt werden soll, in beiden Polstellungen gleich oft.

Außer dem Pol- oder Polarplanimeter (Fig. 77), bei dem das Gelenk auf einem Kreis bewegt wird, gibt es auch eine als Linearplanimeter bezeichnete Planimeterform; bei dieser liegt der Pol im Unendlichen, so daß das Gelenk auf einer Geraden bewegt wird und der Pol stets außerhalb der Figur liegt. Die geradlinige Führung des Gelenks erfolgt entweder mit Hilfe einer Schiene oder mit Hilfe von zwei geriffelten Walzen; man unterscheidet deshalb zwischen Linearplanimeter mit Schienenführung und Linearplanimeter mit Walzenführung¹⁾. Es gibt auch Instrumente, die entweder zu einem Polarplanimeter oder zu einem Linearplanimeter zusammengesetzt werden können; solche Instrumente werden von ihren Herstellern als Universalplanimeter bezeichnet.

Der Einfluß von Unregelmäßigkeiten in der Oberfläche des Papiers auf die Bewegungen der Meßrolle wird beim Scheibenplanimeter dadurch unschädlich gemacht, daß die Rolle nicht auf der Zeichnung, sondern auf einer besonderen „Scheibe“ bewegt wird; beim Kugelplanimeter ist die Meßrolle aus demselben Grunde durch eine besondere Vorrichtung ersetzt, bei der die Bewegungen des Instruments auf eine Kugelhaube und von dieser auf einen Zylinder übertragen werden.

Dem Vorstehenden entsprechend, kann man die vorkommenden Planimeterformen einteilen in:

¹⁾ Die Instrumente mit Walzenführung werden auch als Rollplanimeter bezeichnet.

Polarplanimeter mit gewöhnlicher Meßrollenanordnung,
 Linearplanimeter mit gewöhnlicher Meßrollenanordnung und
 Schienenführung oder Walzenführung,
 Polarscheibenplanimeter,
 Linearscheibenplanimeter mit Schienenführung oder Walzenführung,
 Polarkugelplanimeter,
 Linearkugelplanimeter mit Schienenführung oder Walzenführung.

§ 15. Teilung von Flächen ¹⁾.

Die hier auftretenden Aufgaben kann man der Lage der Teilungslinien entsprechend einteilen in:

1. Teilungen von gegebenen oder gesuchten Punkten aus;
2. Parallelteilungen, bei denen die Teilungslinien parallel zu einer gegebenen Geraden liegen;
3. Proportionalteilungen, bei denen die Seiten der gegebenen Figur durch die Teilungslinien in demselben Verhältnis geteilt werden;
4. senkrechte Teilungen, bei denen die Teilungslinien senkrecht zu einer gegebenen Geraden liegen.

Bei sämtlichen Aufgaben hat man zu unterscheiden, ob eine Aufnahme der zu teilenden Figur bereits ausgeführt ist oder nicht. Ist eine Aufnahme oder das Ergebnis einer solchen bereits vorhanden, so liegt die Art der Flächenbestimmung — aus Feldmaßen, aus Planmaßen oder aus Feld- und Planmaßen — im allgemeinen fest. Liegt eine Aufnahme nicht vor, so kann man diese vielfach der zu lösenden Teilungsaufgabe anpassen.

Die bei Flächenteilungen auftretenden Aufgaben kann man durch Rechnung lösen für den Fall, daß die Aufnahme zur Verfügung steht und entsprechend durchgeführt ist. Ist eine rechnerische Lösung beabsichtigt, so kommt für die Aufnahme das Koordinatenverfahren in Frage. Bei vielen Aufgaben — z. B. bei Proportionalteilungen — führt eine zum Teil graphisch, zum Teil auf dem Feld ausgeführte Lösung durch Ver-

¹⁾ Ausführlicher bei F. G. Gauß, Die Teilung der Grundstücke. Berlin 1904.

suche rascher und bequemer zum Ziel als eine rein rechnerische Lösung.

Als Beispiele für die Teilung von Flächen mögen die folgenden dienen:

1. Aufgabe: Das viereckige Grundstück $ABCD$ (Fig. 83) soll vom Mittelpunkt M der Seite CD aus durch eine Gerade halbiert werden; die Fläche des Vierecks ist noch nicht bekannt.

Lösung: Wählt man als Aufnahmelinie die Seite AB , so läßt sich die Berechnung von EX in einfachster Weise ausführen; unter Benutzung der in der Figur angegebenen Zahlen findet man $EX = 6,67$ m. Auf die in der Figur angedeutete Probe, bestehend im

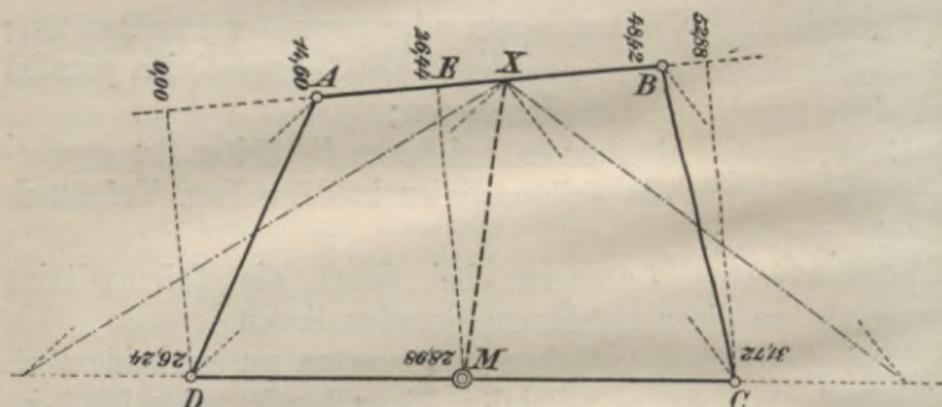


Fig. 83.

Verwandeln der beiden Teilflächen in Dreiecke, wird man nicht verzichten.

2. Aufgabe: Das langgestreckte Grundstück $ABCD$ (Fig. 84), dessen Fläche F bekannt ist, soll vom Punkt E aus durch eine Gerade EX halbiert werden; die Aufnahme selbst steht nicht zur Verfügung, jedoch ein im Maßstab $1 : M$ gezeichneter Plan.

Lösung: Mit Rücksicht auf die schmale Figur des Grundstückes kann bei der Teilung die Flächenbestimmung aus Feld- und Planmaßen angewendet werden; man mißt deshalb nur die kurzen Seiten $AE = a$ und $DE = b$ auf dem Felde. Zieht man die Diagonalen BE und CE und ermittelt man die Flächen F_1 und F_2 der beiden Dreiecke ABE und CDE mit Hilfe der dem Plan entnommenen Höhen, so findet man für die Fläche F'_1 des Dreiecks BEX

$$F'_1 = \frac{F}{2} - F_1$$

und für die Fläche F'_2 des Dreiecks CEx

$$F'_2 = \frac{F}{2} - F_2.$$

Entnimmt man noch die gemeinsame Höhe der Dreiecke BEX und CEX dem Plan, so kann man BX und CX berechnen; der Punkt X läßt sich demnach von B und zur Probe auch von C aus abstecken.

3. Aufgabe: Das Grundstück 1, 2, 3, 4, 5, 6 (Fig. 85) soll durch die Geraden XY und YZ so halbiert werden, daß durch die Punkte

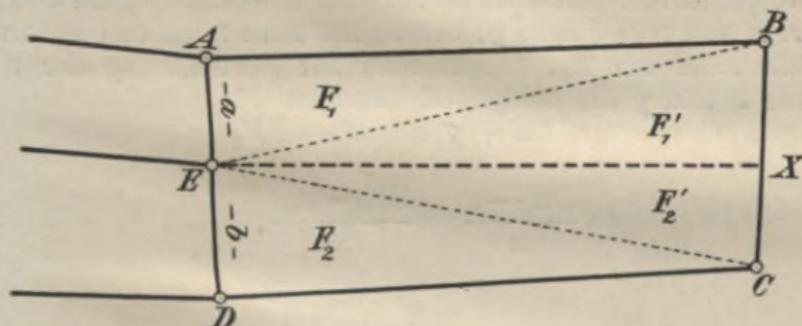


Fig. 84.

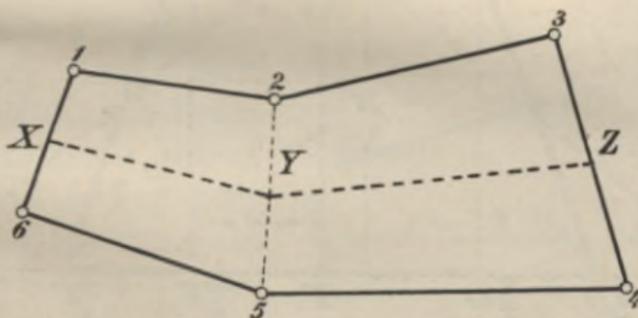


Fig. 85.

X , Y und Z die Strecken 1,6; 2,5 und 3,4 in demselben Verhältnis geteilt werden.

Lösung: Die Rechnung läßt sich hier nicht in einfacher Weise durchführen; man nimmt deshalb die Lösung durch Versuche vor, indem man für das Verhältnis eine passende Annahme macht, die Punkte X , Y und Z absteckt und eine der beiden Teilflächen ermittelt; der Abweichung dieser Teilfläche von der halben Gesamtfläche entsprechend, wird eine zweite Annahme für das Verhältnis gemacht, die Punkte X , Y und Z werden entsprechend verschoben und der Versuch wiederholt.

4. Aufgabe: Das viereckige Grundstück $ABCD$ (Fig. 86) soll durch eine Senkrechte zu CD in zwei gleiche Teile geteilt werden; die Fläche des Vierecks ist noch nicht bekannt.

Lösung: Als Aufnahmelinie wird die Gerade CD gewählt; die in der Figur angedeutete Aufnahme ergibt für die Fläche $F = 1069,64$ qm.

Die Teilung läßt sich durch Rechnung folgendermaßen vornehmen:

Die gesuchte Senkrechte sei XY , ihr Abstand von der Ordinate BE sei x und ihre Länge y ; bezeichnet man noch den Inhalt des Dreiecks BCE mit F_1 , so hat man zur Bestimmung der Unbekannten x und y die beiden Gleichungen

$$(BE + y)x = F - 2F_1$$

und

$$\frac{BE - y}{x} = \frac{BE - AG}{EG}$$

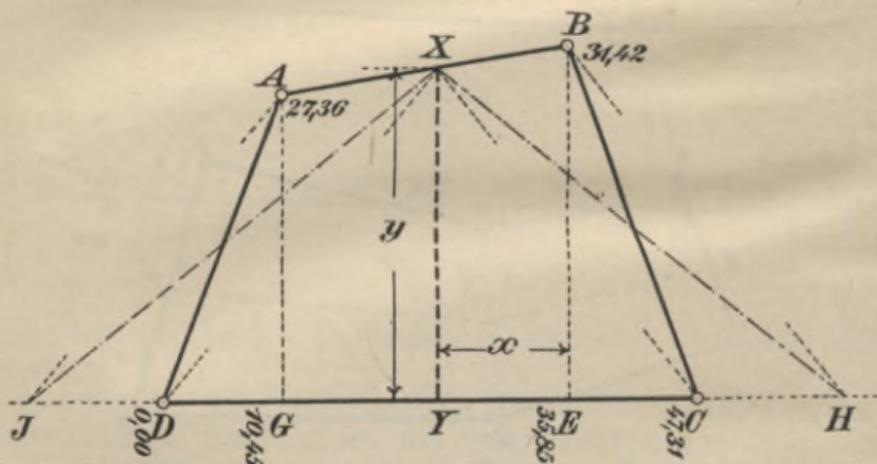


Fig. 86.

Durch Auflösen dieser Gleichungen findet man nach Einsetzung der gegebenen Zahlenwerte

$$x = 11,64 \text{ m und } y = 29,56 \text{ m.}$$

Zeichnet man das Grundstück in einem bestimmten Maßstabe auf und trägt man die Senkrechte XY auf Grund der berechneten Größen ein, so erhält man eine wertvolle Probe für die Rechnung dadurch, daß man die beiden Teilvierecke $AXYD$ und $XBCY$ in Dreiecke mit gemeinsamer Spitze in X verwandelt; es muß dann sein $YH = YJ$. Eine weitere Probe für die Rechnung besteht darin, daß nach der Absteckung von der Aufnahmelinie aus der

Punkt X in der Geraden AB liegen muß; die durch Rechnung und Messung von AX und BX sich ergebende Probe für die Absteckung wird man sich ebenfalls nicht entgehen lassen.

II. Abschnitt.

Vertikal- oder Höhenmessungen.

(Nivellieren).

Man unterscheidet drei Arten der Höhenmessung, nämlich

1. geometrische Höhenmessung oder Nivellieren oder Einwägen,
2. trigonometrische Höhenmessung oder Höhenbestimmung durch Messung von Vertikalwinkeln und
3. physikalische oder barometrische Höhenmessung.

Gemessen werden Höhenunterschiede oder relative Höhen; mit diesen werden absolute Höhen oder Meereshöhen oder Normalnullhöhen — abgekürzt N. N.-Höhen — berechnet.

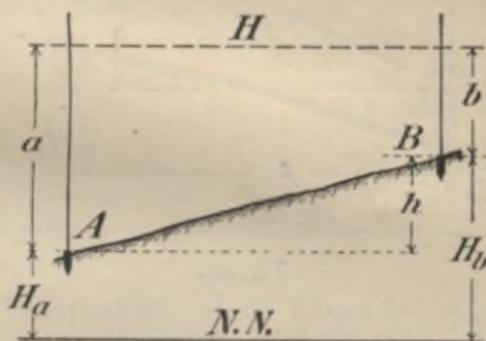


Fig. 87.

Die absoluten Höhen gründen sich in Deutschland auf den im Jahre 1878 an der — inzwischen abgebrochenen — Sternwarte in Berlin angebrachten Normalhöhenpunkt¹⁾, dessen N. N.-Höhe über dem als Normalnullpunkt gewählten, durch langjährige Pegelbeobachtungen bestimmten Mittelwasser von Amsterdam mit 37,000 m angenommen und durch später ausgeführte feine Messungen bestätigt wurde.

Der Grundgedanke des Nivellierens besteht darin, daß man die Höhenunterschiede mit Hilfe von horizontalen Geraden be-

¹⁾ Dieser Normalhöhenpunkt ist nach dem Abbruch der alten Berliner Sternwarte durch eine Gruppe von Punkten in der Umgebung von Berlin ersetzt worden.

stimmt. Ist H_a die gegebene N. N.-Höhe eines Punktes A (Fig. 87), so erhält man die N. N.-Höhe H_b eines Punktes B dadurch, daß man die vertikalen Abstände a und b der Punkte A und B von einer beliebigen horizontalen Geraden H mißt; es ist dann $H_b = H_a + a - b$ oder $H_b = H_a + h$, wobei $h = a - b$.

Bei der trigonometrischen Höhenmessung werden die Höhenunterschiede mit Hilfe von beliebig liegenden Geraden bestimmt, deren Neigungswinkel gegen die Horizontale gemessen werden. Ist H_s die gegebene N. N.-Höhe eines Punktes S (Fig. 88), so erhält man die N. N.-Höhe H_z eines Punktes Z dadurch, daß man in S als Standpunkt den Neigungswinkel oder Vertikalwinkel α einer beliebigen, nach einem Punkt Z' im Zielpunkt Z gehenden Geraden $S'Z'$ mißt. Sind i die Höhe des zur Messung von α be-

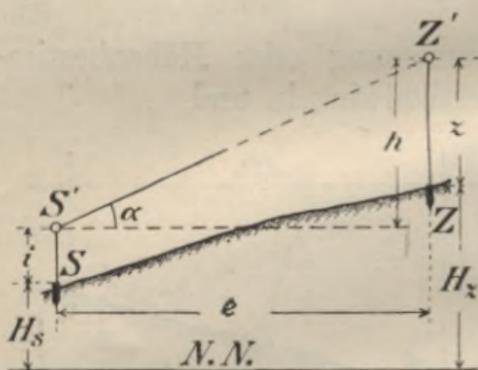


Fig. 88.

nützten Instruments über dem Punkt S , z die Höhe des bei der Messung von α angezielten Punktes Z' über Z und e die gegebene Entfernung zwischen S und Z , so erhält man H_z aus

$$H_z = H_s + i + h - z,$$

wobei $h = e \operatorname{tg} \alpha$ ist.

Die barometrische Höhenmessung beruht auf dem Umstande, daß der Luftdruck bei einer Höhenveränderung von 10 bis 13 m

um 1 mm ab- bzw. zunimmt.

Die Genauigkeit, mit der sich die Höhe eines Punktes bestimmen läßt, ist bei den drei Verfahren verschieden; sie beträgt

bei der geometrischen Höhenbestimmung	± 1 mm bis ± 1 cm,
„ „ trigonometrischen	„ ± 1 cm bis ± 1 dm,
„ „ barometrischen	„ ± 1 m bis ± 2 m.

4. Kapitel.

Die Instrumente zum Nivellieren.

Die Höhenunterschiede werden beim Nivellieren mit Hilfe von horizontalen Geraden bestimmt; die wichtigsten zur

Herstellung solcher Geraden in Betracht kommenden Instrumente sind die Setzlatte und das Nivellierinstrument.

Der Hauptbestandteil von beiden ist die Libelle oder Wasserwaage; ein weiterer wichtiger Bestandteil des Nivellierinstrumentes ist das Fernrohr.

§ 16. Das Ziel- oder Ablesefernrohr.

Von der im allgemeinen als bekannt vorausgesetzten Lehre von der Optik sei hier kurz einiges vorausgeschickt. Als Achse bezeichnet man bei einer Linse die Verbindungsgerade der Mittelpunkte der beiden die Linse begrenzenden Kugel-

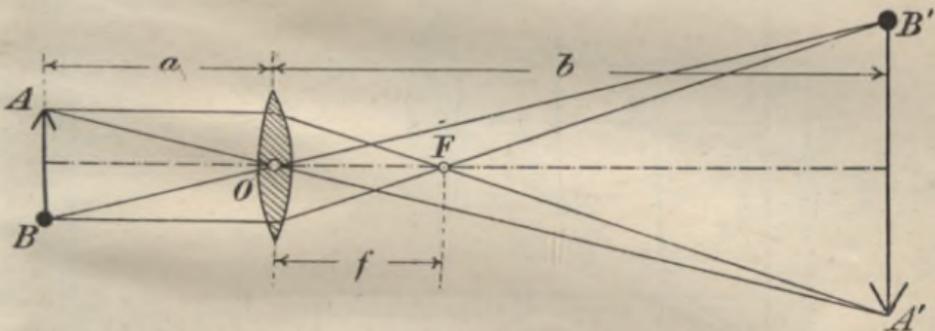


Fig. 89.

flächen. Der optische Mittelpunkt einer Linse ist derjenige Punkt der Achse, für welchen alle durch ihn gehenden Lichtstrahlen — abgesehen von einer kleinen Parallelverschiebung — ungebrochen weitergehen; man bezeichnet diese Strahlen als Hauptstrahlen. Parallel zur Achse die Linse treffende Strahlen werden nach ihrem Austritt aus der Linse in deren Brennpunkt vereinigt, sie tragen deshalb den Namen Brennstrahlen. Mit Hilfe der Haupt- und Brennstrahlen einer Konvexlinse läßt sich das Bild $A'B'$ eines Gegenstands AB (Fig. 89) bei Vernachlässigung der Linsendicke in einfacher Weise angeben.

Bezeichnet man die Brennweite OF mit f , die Gegenstandsweite mit a und die Bildweite mit b , so liest man

aus der Figur folgende Beziehung zwischen den Größen f , a und b ab:

$$\frac{a}{b} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{f}{b-f}$$

hieraus erhält man nach einiger Umformung die Gleichung

$$(1) \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

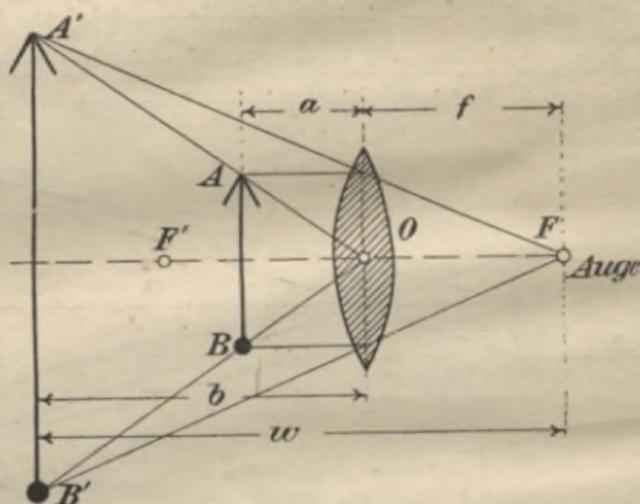


Fig. 90.

Figur 90 zeigt die Wirkungsweise einer Konvexlinse als Lupe. Von dem zwischen der Linse und dem einen Brennpunkt F' aufgestellten Gegenstand AB wird durch die Linse von dem im anderen Brennpunkt F sich befindenden Auge in der „deutlichen oder günstigsten Sehweite“ w das vergrößerte Bild $A'B'$ gesehen. Mit denselben Bezeichnungen für Brenn-, Gegenstands- und Bildweite wie vorhin findet man

$$(2) \quad \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

Für die Vergrößerung v der Lupe, d. i. das Verhältnis der Gesichtswinkel, unter denen der unmittelbar gesehene

Gegenstand AB und sein durch die Lupe gesehenes Bild $A'B'$ in der Entfernung w erscheinen, gilt

$$(3) \quad v \approx \frac{w}{f}.$$

1. Das einfache oder Keplersche Fernrohr.

Das einfache — nach J. Kepler benannte — Fernrohr (Fig. 91) besteht aus der Objektivlinse L mit großer Brennweite und der Okularlinse L' mit geringer Brennweite; die Befestigung der Linsen in der Metallröhre ist derart ausgeführt, daß ihre Achsen in einer Geraden — der optischen

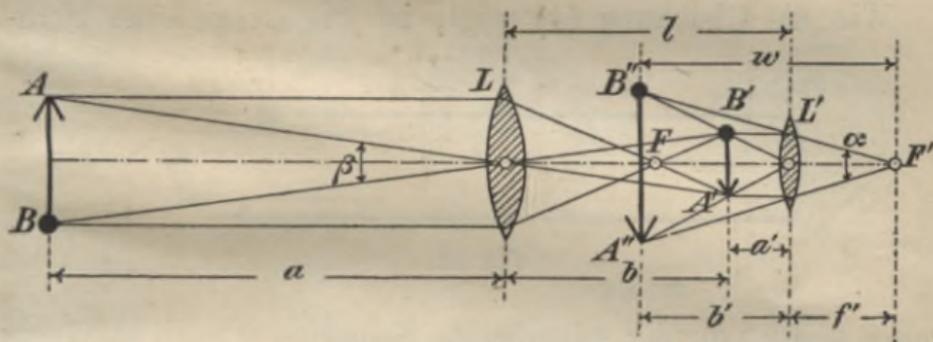


Fig. 91.

Achse des Fernrohrs — liegen. Von einem Gegenstand AB wird durch die Objektivlinse L das verkleinerte und umgekehrte Bild $A'B'$ entworfen, das mit Hilfe der als Lupe wirkenden Okularlinse L' betrachtet wird, so daß der Beobachter, dessen Auge im äußeren Brennpunkt F' des Okulars sich befinden möge, das vergrößerte und umgekehrte Bild $A''B''$ des Gegenstandes sieht. Bezeichnet man die Brennweite von L mit f , diejenige von L' mit f' und die entsprechenden Gegenstands- und Bildweiten mit a und b bzw. a' und b' , so erhält man für die Entfernung l der Objektiv- und Okularlinse

$$l = b + a',$$

und hieraus mit Hilfe der Gleichungen

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

und

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{b'} = \frac{1}{f'}$$

unter Berücksichtigung, daß

$$b' = w - f'$$

ist, nach entsprechender Umformung

$$(4) \quad l = \frac{f}{1 - \frac{f}{a}} + f' - \frac{f'^2}{w}$$

Wie die Gleichung (4) zeigt, ist die Länge l des Fern-

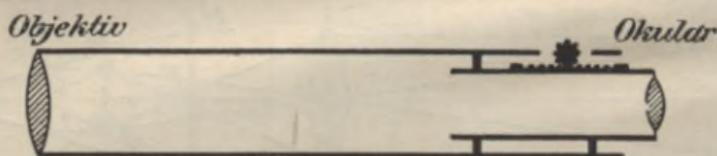


Fig. 92.

rohrs außer von der günstigsten Sehweite w noch abhängig von der Entfernung a des Gegenstandes, und zwar derart, daß mit zunehmender Entfernung a die Länge l kleiner wird, das Fernrohr also zu verkürzen ist, und umgekehrt. Um die Länge des Fernrohrs nach Bedarf verändern zu können, sind die beiden Linsen an den Enden von zwei verschiedenen Metallröhren (Fig. 92) angebracht, von denen die engere Okularröhre mit Hilfe des sog. Okulartriebs, bestehend aus Zahnstange und Zahnrad, in der weiteren sich verschieben läßt¹⁾.

Für große Entfernungen a — besonders für „Einstellung

¹⁾ Eine Veränderung des Abstandes zwischen Objektiv und Okular kann man auch dadurch erreichen, daß das Okular in der Hauptröhre und das Objektiv in einer engeren Röhre befestigt wird; bei Benutzung eines solchen Fernrohres wird dann das Objektiv verschoben. Diese Einrichtung eines Fernrohres mit Objektivtrieb wird heute nur noch ausnahmsweise angewendet.

des Fernrohrs auf unendlich“ — folgt aus der Gleichung (4)
 (5) $l \approx f + f'.$

Sollen mit einem Fernrohr Zielungen oder Ablesungen vorgenommen werden, so muß es eine durch zwei feste Punkte bestimmte Zielachse haben; diese beiden Punkte sind der optische Mittelpunkt des Objektivs und die Ziel- oder Ablesemarke.

Die Zielmarke ist bestimmt durch das aus zwei zueinander senkrechten Spinnfäden bestehende Fadenkreuz, das auf einem in der Okularröhre angebrachten Ring — der Fadenkreuzplatte — befestigt ist.

An Stelle von Spinnfäden benützt man auch vielfach mit Vorteil dünne Glasplättchen, auf denen zwei senkrechte Gerade — der „Horizontalfaden“ und der „Vertikalfaden“ — eingeritzt sind. Die Fadenkreuzplatte wird in der Oku-

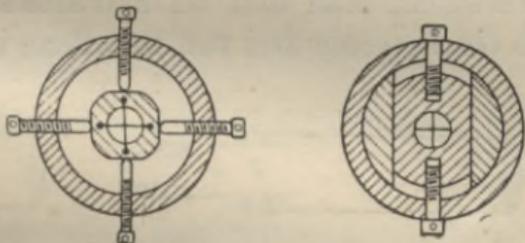


Fig. 93.

larröhre mit Hilfe von vier Druckschrauben oder zwei Zugschrauben (Fig. 93) derart gehalten, daß sie in der Richtung der Schrauben verschoben werden kann. Um den Fäden eine bestimmte — horizontale bzw. vertikale — Stellung geben zu können, ist die Fadenkreuzplatte oder der sie enthaltende Okularkopf drehbar befestigt.

Vor Benutzung eines Fernrohres als Zielfernrohr muß dafür gesorgt werden, daß das durch das Okular vom Fadenkreuz gesehene Bild in günstigster Sehweite für den Beobachter, also in der Ebene $A'' B''$ (Fig. 91) liegt; um dies erreichen zu können, richtet man das Fernrohr gegen einen hellen Hintergrund (hellgetünchte Wand, Wolken) und verändert die Entfernung zwischen Okular und Fadenkreuzplatte so lange, bis das Fadenkreuz in scharfen schwarzen Strichen erscheint;

zu diesem Zweck muß entweder die Linse oder die Fadencruzplatte (Fig. 94) zum Verschieben eingerichtet sein¹⁾.

Beim Anzielen eines Punktes, d. h. beim „zur Deckung bringen“ von Zielmarke (Fadencruz) und Zielpunkt, wird mit Hilfe des Okulartriebs das Okular in eine solche Stellung zum Objektiv gebracht, daß der Zielpunkt deutlich gesehen wird, und damit das von ihm durch das Objektiv entworfene und durch das Okular betrachtete Bild ebenfalls in der Ebene $A''B''$ (Fig. 91) erscheint. Nur wenn beide Bilder, das des Fadencruzes und das des Zielpunktes in derselben Ebene liegen, ist es möglich, sie zur Deckung zu bringen; fallen die Ebenen der Bilder des Zielpunktes und des Fadencruzes nicht zusammen, so bezeichnet man dies als Parallaxe. Um zu untersuchen, ob ein Fernrohr frei von Parallaxe ist, zielt man einen Punkt

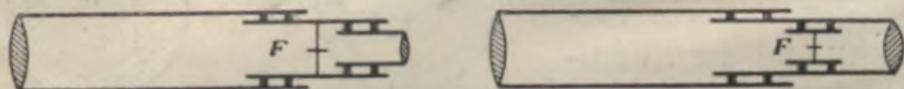


Fig. 94.

an und bewegt dann das Auge vor dem Okular auf und ab bzw. hin und her; verschieben sich dabei die Bilder von Fadencruz und Zielpunkt gegeneinander, so liegen sie nicht in derselben Ebene, das betreffende Auge hat Parallaxe, die in der angegebenen Weise durch Änderung der Entfernung zwischen Okular und Fadencruz wegzuschaffen ist.

Die Genauigkeit des Zielens mit einem Zielfernrohr gibt man mit Hilfe des mittleren Zielfehlers μ an; dieser ist außer von der Form des anzuzielenden Punktes, der Beleuchtung des Punktes, der Ruhe der Luft und der Gestalt der Zielmarke insbesondere abhängig von der Vergrößerung v des Fernrohrs. Neuere Versuche haben ergeben,

¹⁾ Die Vorrichtung mit verschiebbarer Fadencruzplatte ist veraltet.

daß für einen einigermaßen geübten Beobachter

$$\mu = \pm \frac{3''}{\sqrt{v}} \text{ bis } \pm \frac{10''}{\sqrt{v}} \text{ ist.}$$

Die Vergrößerung v des Fernrohrs (Fig. 91) ist das Verhältnis der Winkel α und β ; man erhält mit Rücksicht darauf, daß α und β kleine Winkel sind, genähert,

$$v = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\frac{A'' B''}{w}}{\frac{A' B'}{a'}} = \frac{b' b}{a' w}.$$

Da auf Grund der Gleichung (2)

$$a' = \frac{b' f'}{b' + f'} = \frac{b' f'}{w}$$

ist, so ergibt sich

$$v = \frac{b}{f'}.$$

Da aber für große Werte von a, b genähert gleich f ist, so ist

$$(6) \quad v \approx \frac{f}{f'}$$

d. h. die Vergrößerung des einfachen Fernrohrs ist genähert gleich dem Verhältnis der Brennweiten von Objektiv- und Okularlinse.

Die Fernrohrvergrößerung kann man vermöge der Gleichung (6) dadurch ermitteln, daß man die Brennweiten der beiden Linsen bestimmt, indem man sie aus dem Fernrohr herausraubt und auf einem Stück Papier das durch sie entworfene Bild eines weit entfernten Gegenstandes auffängt. In einfacher Weise läßt sich die Vergrößerung auch dadurch bestimmen, daß man das Fernrohr gegen einen mit einer gleichmäßigen Teilung versehenen Gegenstand (Maßstab, Ziegelsteinmauer) richtet und das mit dem einen Auge durch das Fernrohr betrachtete vergrößerte Bild eines Teils jener Teilung mit der mit dem anderen Auge unmittelbar gesehenen Teilung vergleicht (Fig. 95); die Anzahl von Teilen — 15 in der Figur —, die dem einen Teil entspricht, gibt die Vergrößerung des Fernrohrs an. Dieses Verfahren eignet sich besonders auch zur Bestimmung der Vergrößerung von Fernrohren, die aus mehr als zwei Linsen bestehen.

Das Gesichtsfeld eines Fernrohrs ist der in einer Fernrohrstellung übersehbare Raum, dessen Größe man durch den Winkel g zwischen den beiden äußersten, noch ins Auge gelangenden Hauptstrahlen angibt.

Bestimmen läßt sich die Größe des Gesichtsfeldes dadurch, daß man in einer bestimmten Entfernung E einen Maßstab senkrecht zur Zielrichtung aufstellt und an ihm die durch das Gesichtsfeld bestimmte Strecke L abliest; man hat dann genähert

$$g = \varrho \frac{L}{E} \left(\text{wo } \varrho = \frac{180^\circ}{\pi} \right).$$

An Stelle des nur aus zwei Linsen bestehenden Fernrohres, bei dem die Einstellung eines Gegenstandes durch Veränderung der Entfernung zwischen beiden Linsen geschieht, wird neuer-

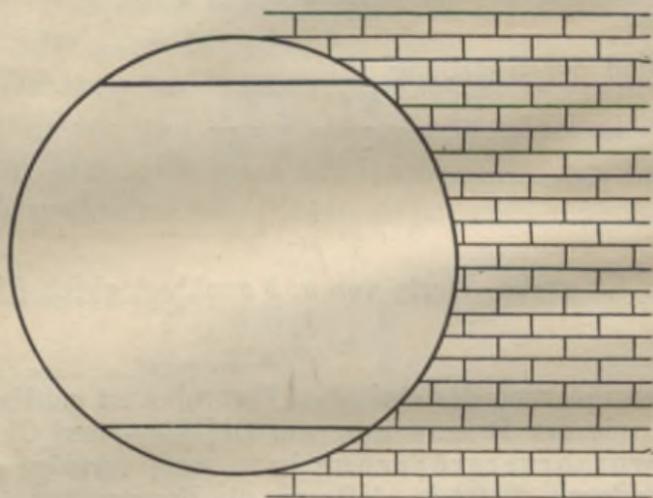


Fig. 95.

dings ein aus drei Linsen bestehendes Fernrohr gebaut, bei dem das Bild eines Gegenstandes durch Verschieben der mittleren Linse scharf eingestellt wird. Ist ein solches Fernrohr als Zielfernrohr ausgebildet, also mit einer Zielmarke versehen, so ist der Abstand zwischen Objektivlinse und Zielmarke unveränderlich; zum Scharfeinstellen der Zielmarke ist die Okularlinse vor dieser verschiebbar. In der Figur 96 ist ein zum Zielen eingerichtetes Fernrohr dieser Art angedeutet.

2. Zusammengesetzte Fernrohre.

Infolge der sphärischen und der chromatischen Ab-

weichung der Linsen, die beim einfachen oder Keplerschen Fernrohr nicht in befriedigender Weise weggeschafft werden können, wird diese Fernrohrbauart nicht mehr benützt; man

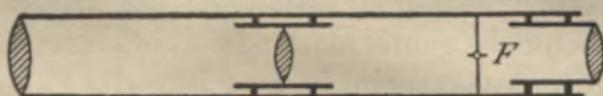


Fig. 96.

verwendet deshalb zusammengesetzte Fernrohre mit mehr als zwei Linsen.

Um ein von chromatischer Abweichung freies — sog. achromatisches — Objektiv zu erhalten, verwendet man statt der einfachen Linse eine Doppellinse (Fig. 97), deren beide Teile aus verschiedenen Glassorten (Kronglas und Flintglas) bestehen, die sich in ihren Brechungskoeffizienten unterscheiden. Die

Krümmungsverhältnisse einer solchen Doppellinse lassen sich so bestimmen, daß auch die sphärische Abweichung unschädlich wird. Zum Abhalten von Randstrahlen sind überdies im Innern des Fernrohrs (Fig. 97) Blenden



Fig. 97.

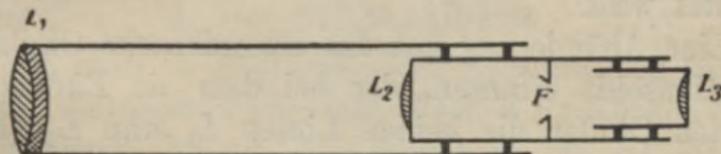


Fig. 98.

angebracht. Beim Okular wird die sphärische und chromatische Abweichung durch Einschalten einer weiteren, getrennt stehenden Linse erreicht; man unterscheidet dabei insbesondere die folgenden Fernrohrbauarten:

a) Das Fernrohr von Huygens (Fig. 98) besteht aus der Objektivdoppellinse L_1 , der „Kollektivlinse“ L_2 und der Okularlinse L_3 . Die durch die Doppellinse L_1 gehenden Strahlen werden vor dem Entstehen des Bildes durch die Linse L_2 nochmals gebrochen; das dabei entstehende Bild eines Gegenstandes erscheint in der Ebene des Fadenkreuzes F und wird zusammen mit diesem durch die als Lupe wirkende Linse L_3 betrachtet. Während die Linse L_2 in der Okularröhre fest angebracht ist, läßt sich die Linse L_3 zum Wegschaffen der Parallaxe gegenüber dem Fadenkreuz F verschieben.

b) Das Fernrohr von Ramsden (Fig. 99) hat zwei Okularlinsen L_1 und L_2 ; beide Linsen sind zusammen in und

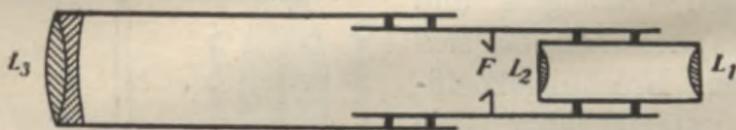


Fig. 99.

mit der Okularröhre verschiebbar. Die Wirkungsweise des Fernrohrs ist derart, daß das durch die Objektivlinse L_3 in der Ebene des Fadenkreuzes F entworfene Bild eines Gegenstandes mit der durch L_1 und L_2 bestimmten Doppellupe betrachtet wird.

c) Eine Abänderung hat das Ramsdensche Okular z. B. durch Hensoldt erfahren, der bei dem als Euryskop bezeichneten Okular die beiden Linsen L_1 und L_2 (Fig. 99) als achromatische Doppellinsen ausgebildet hat.

3. Astronomische und terrestrische Fernrohre.

Die seither betrachteten Fernrohre sind sog. astronomische, d. h. Fernrohre, in denen das Bild eines beobachteten Gegenstandes umgekehrt erscheint; im Gegensatz zu diesen

steht das terrestrische Fernrohr mit einer weiteren Linse oder einem Prisma zum Aufrechtstellen der Bilder.

Die allgemeine Prüfung von Fernrohren nimmt man am einfachsten dadurch vor, daß man regelmäßige geometrische Figuren — gleichseitiges Dreieck, Quadrat, Kreis — scharf in satter schwarzer Farbe auf weißen Untergrund malt und auf eine ihrer Größe entsprechende Entfernung durch das Fernrohr betrachtet, wobei die Untersuchung sich auf Farbe und Form der betreffenden Figuren zu erstrecken hat.

§ 17. Die Libelle.

Die Libelle dient zum Horizontallegen und zum Vertikalstellen von Geraden. Man unterscheidet zwei Libellenformen, die Röhrenlibelle und die Dosenlibelle.

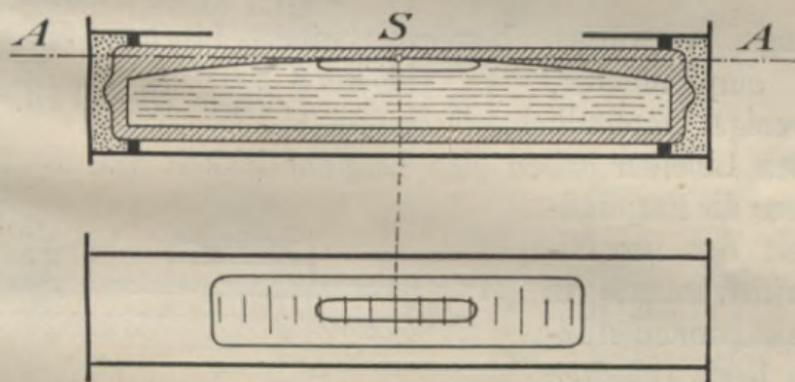


FIG. 100.

1. Die Röhrenlibelle

besteht aus einer in Metall gefaßten zylindrischen Glasröhre (Fig. 100), die innen nach einem flachen Kreisbogen tonnenförmig ausgeschliffen ist. Die Röhre ist bis auf die einige Zentimeter lange „Libellenblase“ mit einer leicht beweglichen Flüssigkeit (Alkohol oder Äther) gefüllt; ihre Enden sind zugeschmolzen. Auf der Außenseite der Röhre ist zum Beobachten des Standes der Libellenblase eine gleichmäßige Teilung angebracht, deren Striche entweder 2,26 mm (eine Pariser Linie) oder 2 mm oder auch 2,5 mm voneinander

entfernt sind; der Mittelpunkt S dieser Teilung wird als Spielpunkt der Libelle bezeichnet. Fällt der Mittelpunkt der Blase mit dem Spielpunkt zusammen, so sagt man, „die Libelle spielt ein“; ist dies nicht der Fall, so „schlägt die Libelle aus“. Die Tangente A im Spielpunkt an den Ausschleifungsbogen heißt Libellenachse, sie liegt bei einspielender Libelle horizontal.

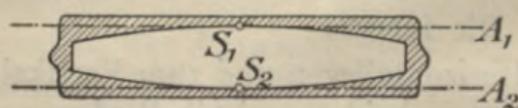


Fig. 101.

Als Empfindlichkeit oder Angabe einer Libelle bezeichnet man denjenigen Winkel, um den man die Libelle neigen muß, damit die Blase sich um einen Strich der Teilung vorwärts bewegt; eine Libelle ist um so $\left\{ \begin{array}{l} \text{empfindlicher,} \\ \text{weniger empfindlich,} \end{array} \right\}$ je $\left\{ \begin{array}{l} \text{kleiner} \\ \text{größer} \end{array} \right\}$ dieser Winkel ist. Die feinsten Libellen haben eine Empfindlichkeit von 1—2 Sekunden; die Empfindlichkeit der für Nivellierinstrumente in Frage kommenden Libellen liegt zwischen 5 und 40 Sekunden.

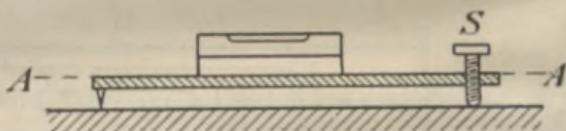


Fig. 102.

Um die von der Temperatur beeinflusste Blasenlänge nach Bedarf verändern zu können, ist bei der sog. Kammerlibelle in einiger Entfernung von dem einen Röhrenende eine mit einer Öffnung versehene Scheidewand angebracht. Durch entsprechendes Heben oder Senken des mit der Kammer versehenen Libellenendes kann man die Libellenblase verkürzen oder verlängern.

Die Doppel- oder Wendelibelle (Fig. 101) ist an zwei, in bezug auf die Röhrenachse symmetrisch zueinander liegenden Stellen ausgeschliffen, die Teilungsmittelpunkte S_1 und S_2 sind so angebracht, daß die beiden Libellenachsen A_1 und A_2 parallel sind.

Bei der Benutzung einer Röhrenlibelle hat man insofern zwei Fälle zu unterscheiden, als man mit der Libelle eine Gerade horizontal legen oder eine Gerade vertikal stellen kann. Soll eine Gerade A (Fig. 102) mit einer Libelle horizontal gelegt werden, so läßt man die Libelle z. B. mit Hilfe

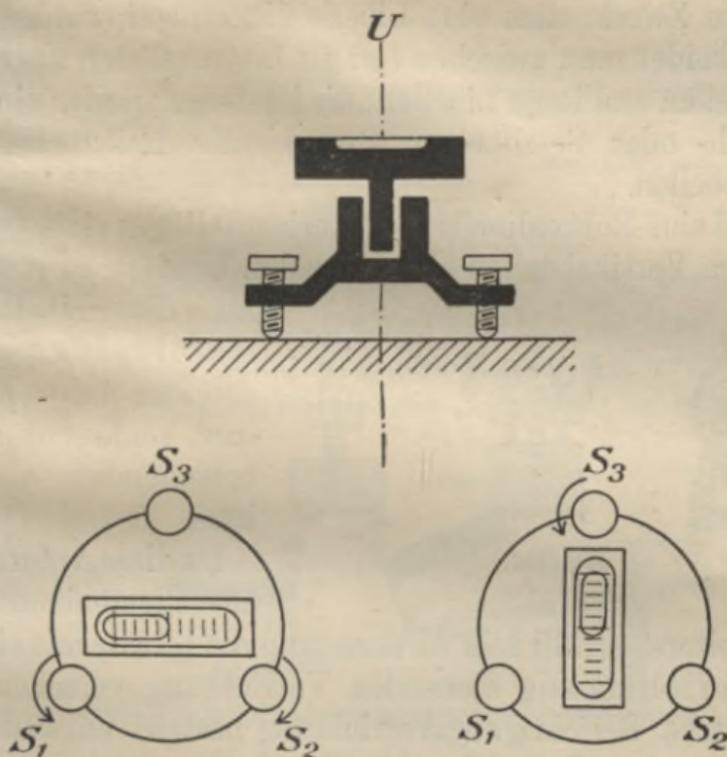


Fig. 103.

einer Stellschraube S einspielen. Soll eine Gerade, z. B. die Umdrehungsachse U (Fig. 103), eines Instruments vertikal gestellt werden, so muß man die Libelle z. B. zuerst ungefähr parallel zu zwei Stellschrauben S_1 und S_2 stellen und mit diesen zum Einspielen bringen; hierauf dreht man den betreffenden Instrumententeil so, daß die Libelle in der Richtung über die dritte Stellschraube S_3 steht, und läßt sie mit dieser einspielen. Der Vorgang muß im allgemeinen mehrmals wiederholt werden.

Soll eine Ebene, z. B. die eines Zeichenbrettes, mit einer als Setzlibelle ausgebildeten Röhrenlibelle horizontal gelegt werden, so hat man zwei, ungefähr senkrecht zueinander liegende Geraden der Ebene horizontal zu legen.

Je nach der weiteren Ausgestaltung der Fassung, die von dem Zweck, dem eine Libelle dienen soll, abhängig ist, unterscheidet man zwischen fest an Instrumenten angebrachten Libellen und losen Libellen; die letzteren werden eingeteilt in Tisch- oder Setzlibellen, Stütz- oder Reitlibellen und Hängelibellen.

Wird eine Röhrenlibelle zum Horizontallegen einer Geraden oder zum Vertikalstellen einer Geraden benutzt, so muß man

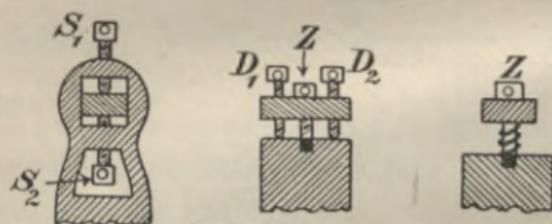


Fig. 104.

an die Libelle die Anforderung stellen, daß ihre Achse parallel bzw. senkrecht zu der betreffenden Geraden ist.

Da diese Anforderung im allgemeinen nicht ohne weiteres erfüllt sein wird, so muß die Libelle mit einer zu ihrer Berichtigung dienenden Vorrichtung versehen sein. Eine solche Berichtigungsvorrichtung besteht entweder aus zwei gegeneinander wirkenden Druckschrauben S_1 und S_2 (Fig. 104) oder aus einer Zugschraube Z und zwei Druckschrauben D_1 und D_2 oder endlich aus einer einzigen Zugschraube Z in Verbindung mit einer Spiralfeder.

Bei einer bei Nivellierinstrumenten vorkommenden Vorrichtung ist über der Libelle ein Prismensystem angeordnet, mit dem der Stand der Libellenblase, in der Längsrichtung der Libelle blickend, beobachtet werden kann. Im Gesichtsfeld dieser Vorrichtung sieht man die Libellenblase entweder stark verkürzt oder ihrer Länge nach geschnitten; im letzteren Fall haben die beiden Blasenteile bei ausschlagender Libelle die in der Figur 105 a und bei einspielender Libelle die in der Figur 105 b angegebene Stellung zueinander. Bei diesen Vorrichtungen wird der Fehler unschädlich gemacht,

der davon herrührt, daß die Teilung auf der Außenseite der Libelle und die Blasenenden infolge der Glasdicke nicht unmittelbar beieinander liegen. Die Vorrichtungen erlauben demnach eine „parallaxenfreie“ Beobachtung des Libellenstandes.

An Stelle einer Libelle mit fest auf der Glasröhre angebrachter Teilung und einer Berichtigungsvorrichtung, wie sie die Figur 104 zeigt, sind auch Libellen gebaut worden, bei denen die Teilung nicht fest mit der Glasröhre verbunden ist, sondern gegen diese mit Hilfe einer Schraube um kleine Beträge verschoben werden kann. Diese Art der Berichtigungsvorrichtung hat sich nicht bewährt.

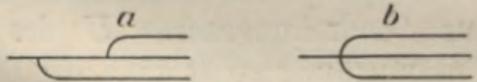


Fig. 105.

Bei einer losen, zum Horizontallegen einer Geraden bestimmten Libelle hat man zu untersuchen, ob ihre Achse L parallel zu der als Benutzungsgerade oder Aufsetzgerade zu bezeichnenden Geraden ist, mit der die Libelle beim Aufsetzen

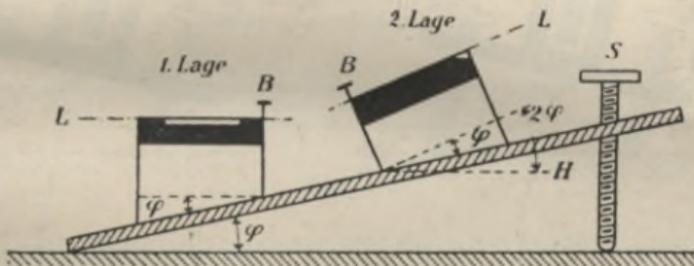


Fig. 106.

auf die Unterlage diese berührt. Für die Untersuchung setzt man die Libelle auf eine passende, mit einer Stellschraube S (Fig. 106) versehene Unterlage, bringt sie mit Hilfe der Schraube S zum Einspielen und vertauscht ihre beiden Enden durch Umsetzen der Libelle. Ist φ der Fehler der Libelle, also der Winkel, um den die Libellenachse L von der zu ihr nicht parallelen Benutzungsgeraden der Libelle abweicht, so bildet die Libellenachse nach dem Umsetzen der Libelle den Winkel 2φ mit der Horizontalen H . Der Ausschlag der Libelle nach

dem Umsetzen entspricht also dem doppelten Fehler φ der Libelle; der Ausschlag wird deshalb zur einen Hälfte mit Hilfe der Schraube S , zur anderen Hälfte mit Hilfe der Berichtigungsvorrichtung B der Libelle weggeschafft.

Bei einer fest mit einem Instrument verbundenen Libelle hat man zu untersuchen, ob die Libellenachse L senkrecht zur Umdrehungsachse U des Instruments ist. Bei der Untersuchung stellt man die Libelle z. B. parallel zu zwei Fußschrauben S_1 und S_2 (Fig. 107), läßt mit deren Hilfe

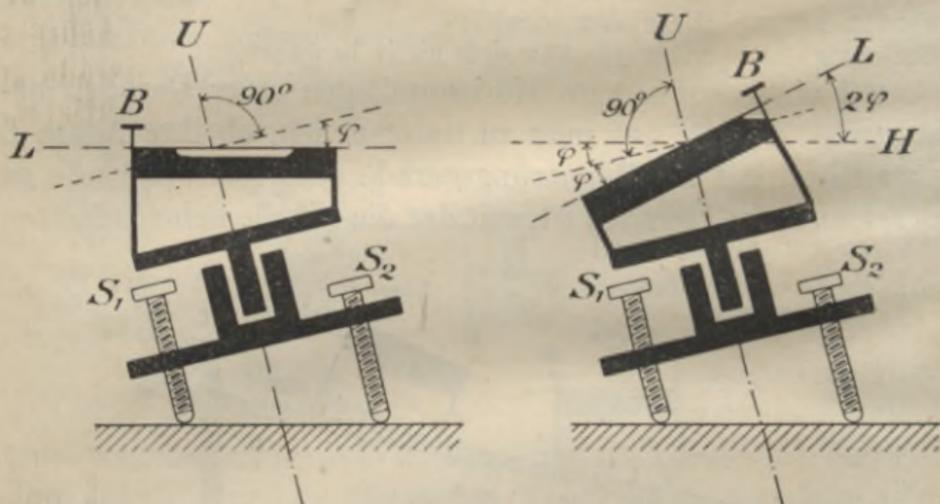


Fig. 107.

die Libelle einspielen und vertauscht dann die Libellenenden dadurch, daß man den betreffenden Instrumententeil um 180 Grad dreht. Wenn φ der Fehler der Libelle oder der Betrag ist, um den der Winkel zwischen Libellenachse L und Umdrehungsachse U von einem Rechten abweicht¹⁾, so bildet die Libellenachse L nach dem Drehen der Libelle den Winkel 2φ mit der Horizontalen H ; ein sich zeigender Ausschlag der Libelle entspricht demnach dem

¹⁾ Oder der Winkel, um den bei einspielender Libelle die Umdrehungsachse U von der Vertikalen abweicht.

doppelten Libellenfehler und wird zur einen Hälfte mit den Fußschrauben S_1 und S_2 des Instruments, zur andern Hälfte mit der Berichtigungsvorrichtung B der Libelle weggeschafft.

Die Bestimmung der Angabe einer Libelle kann man je nach der Art der Libelle und der erforderlichen Genauigkeit nach einem der folgenden Verfahren ausführen.

1. Die Libelle ist an einem Instrument mit einem Fernrohr verbunden.

a) Handelt es sich nur um eine genäherte Bestimmung der Angabe α , so stellt man das eine Blasenende — z. B. mit Benützung der Fußschrauben des Instruments — auf einen Strich der Libellenteilung ein und macht an einem in der Entfernung e aufgestellten

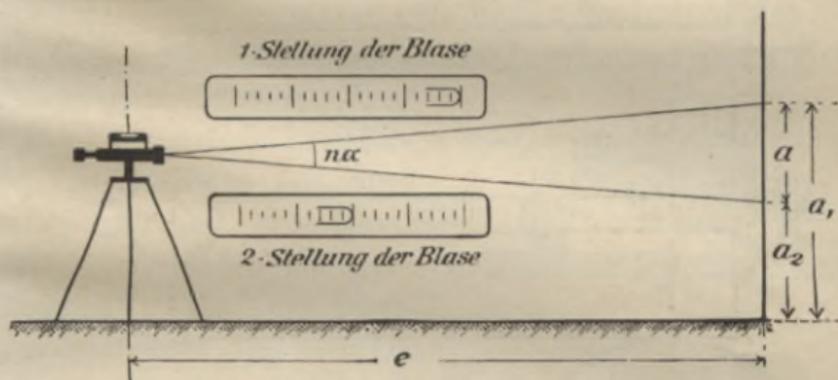


Fig. 108.

Maßstab mit Zentimeterteilung mit dem Horizontalfaden des Fernrohrs die Ablesung a_1 (Fig. 108); hierauf bewegt man dasselbe Blasenende um n z. B. gleich 10 Teile vorwärts und macht an dem Maßstab die neue Ablesung a_2 . Mit $a_1 - a_2 = a$ erhält man die Libellenangabe α aus

$$\alpha = \frac{1}{n} \frac{a}{e} \varrho, \text{ wobei } \varrho = \frac{180^\circ}{\pi} = 206\,265''.$$

Beispiel. $a_1 = 1,397 \text{ m}$ $a_2 = 1,361 \text{ m}$ $a = 0,036 \text{ m}$
 $n = 10$ $e = 18,80 \text{ m}$

$$\alpha = \frac{1}{10} \cdot \frac{0,036}{18,80} \cdot 206\,265'' = 39''.$$

b) Soll die Angabe α etwas genauer bestimmt werden, so stellt man mit dem Horizontalfaden des Fernrohrs an einem in der Entfernung e aufgestellten Maßstab mit Millimeterteilung einen bestimmten Strich des Maßstabs ein und bestimmt den Stand der

Blase durch Ablesen an ihren beiden Enden; sodann stellt man den Horizontalfaden des Fernrohrs der Reihe nach auf je den nächsten Maßstabstrich ein und bestimmt jedesmal den Stand der Blase durch Ablesen der Blasenenden an der bezifferten Libellentheilung. Sind a der Unterschied zwischen je zwei Strichen des Maßstabs und n die Anzahl der zwischen zwei Blasenstellungen liegenden Teile der Libellentheilung, so erhält man die Angabe α der Libelle aus

$$\alpha = \frac{1}{n} \frac{a}{e} \varrho, \text{ wobei } \varrho = \frac{180^\circ}{\pi} = 206\,265''.$$

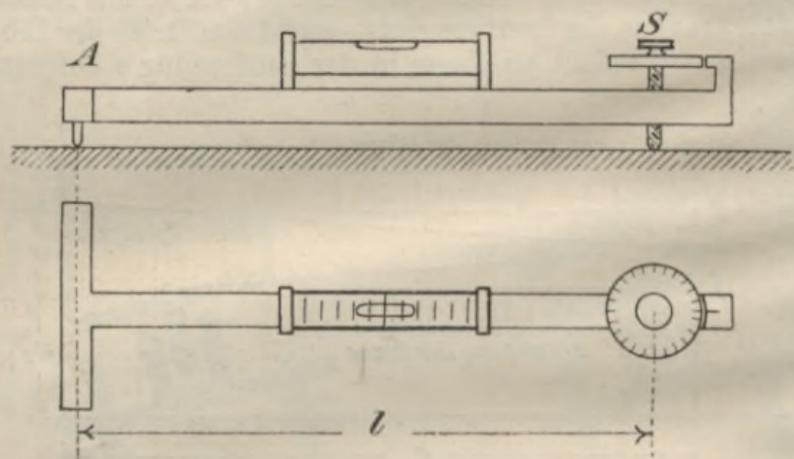


Fig. 109.

Beispiel. $e = 11,34$ m.

Einstellungen am Maßstab	Ablesungen an den Blasenenden		Blasenmitte	Differenz n	$\alpha = \frac{1}{n} \frac{a}{e} \varrho$
314,0	1,2	16,2	8,7	0,85	21,4''
313,0	2,0	17,1	9,55	0,90	20,2
312,0	2,9	18,0	10,45	0,75	24,0
311,0	3,7	18,7	11,2	0,90	20,2
310,0	4,6	19,6	12,1	0,90	20,2
309,0	5,5	20,5	13,0	0,80	22,8
308,0	6,3	21,3	13,8	0,90	20,2
307,0	7,2	22,2	14,7	0,90	20,2
306,0	8,1	23,1	15,6	1,00	18,2
305,0	9,1	24,1	16,6		

Im Mittel $\alpha = 20'',8 \pm 0,6''^1)$.

1) Über die Berechnung des mittleren Fehlers siehe W. Weitbrecht, Ausgleichsrechnung. Sammlung Götschen Band 302 u. 641.

2. Zur Bestimmung der Angabe von noch ungefaßten und von sehr empfindlichen Libellen benutzt man ein besonderes Instrument, den Libellenprüfer; dieser besteht aus einer mit Vorrichtungen zum Aufnehmen der Libellen versehenen Stange, deren eines Ende mittels einer feinen Meßschraube S (Fig. 109) auf- und abbewegt werden kann. Den Neigungswinkel φ , der der Stange durch eine Schraubenumdrehung erteilt wird, findet man mit Hilfe der Stangenlänge l und der Ganghöhe ¹⁾ h der Schraube aus

$$\varphi = \frac{h}{l} \varrho, \text{ wobei } \varrho = \frac{180^\circ}{\pi} = 206\,265''$$

ist.

2. Die Dosenlibelle

besteht aus einem in Metall gefaßten, zylinderförmigen Glasgefäß (Fig. 110), dessen Deckel im Innern nach einer Kugelhaube ausgeschliffen ist. Das Gefäß ist bis auf die kreisförmige Libellenblase mit einer leichtbeweglichen Flüssigkeit gefüllt; sein Boden ist zugeschmolzen ²⁾. Auf der Oberfläche des Glases sind mehrere Kreise mit gemeinsamem Mittelpunkt, dem Spielpunkt der Libelle, angebracht. Als „Achse“ bezeichnet man bei der Dosenlibelle die Berührungsebene im Spielpunkt an die Kugelhaube. Die erforderliche Berichtungsvorrichtung besteht hier aus drei Schrauben, mit denen die Libelle auf ihrer Unterlage befestigt

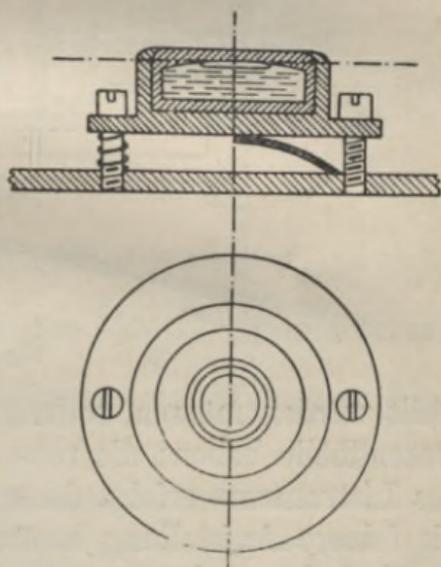


Fig. 110.

¹⁾ Die Ganghöhe erhält man durch Abdrücken der Schraube auf Papier und Abmessen einer größeren Anzahl von Schraubengängen.

²⁾ Solche aus einem zugeschmolzenen Glasgefäß bestehende Libellen sind derjenigen Form vorzuziehen, bei der die Flüssigkeit sich in einem oben mit einem Glasdeckel und am Boden mit einer Schraube abgeschlossenen Metallgefäß befindet.

ist, in Verbindung mit einer Plattefeder oder mit drei die Schrauben umhüllenden Spiralfedern.

Die Horizontallegung einer Ebene und die Vertikalstellung einer Geraden kann mit Hilfe einer Dosenlibelle in einer Lage der Libelle vorgenommen werden, was einen Vorzug gegenüber der Röhrenlibelle bedeutet. Die Dosenlibelle kommt wegen ihrer geringen Empfindlichkeit von etwa 1—3 Minuten nur für weniger genaue — z. B. vorläufige — Einstellungen in Betracht, wobei sie aber wertvolle Dienste leistet. Instrumente — wie das Nivellierinstrument —, die des öfteren neu aufge-

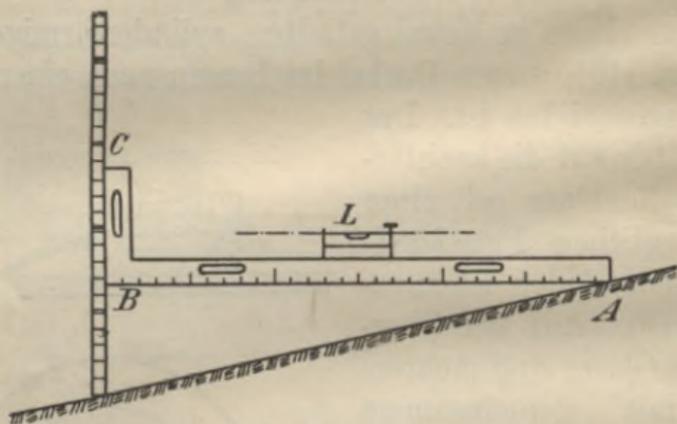


Fig. 111.

stellt werden müssen, sollten außer einer Röhrenlibelle eine Dosenlibelle haben; die rohe und die genäherte Aufstellung des Instruments erfolgt dann mit Hilfe der Dosenlibelle, für die feinere Aufstellung benützt man die Röhrenlibelle.

Nach der an eine Dosenlibelle zu stellenden Anforderung muß ihre Achse parallel bzw. senkrecht zu der mit ihrer Hilfe horizontal bzw. vertikal zu stellenden Ebene bzw. Geraden sein. Die Untersuchung, ob diese Anforderung erfüllt ist, wird in ähnlicher Weise wie bei der Röhrenlibelle vorgenommen.

§ 18. Die Setzlatte.

Die Setzlatte (Fig. 111) besteht aus der eigentlichen,

gewöhnlich 3 m langen Setzlatte und einer z. B. 3 m langen Meßlatte mit quadratischem Querschnitt. Die untere Lattenkante AB , die mit einer Dezimeterteilung versehen ist, wird mit Hilfe einer auf der Latte befestigten Libelle L horizontal gelegt; zu diesem Zweck müssen Libellenachse und Lattenkante AB parallel sein. Um zu untersuchen, ob dies der Fall ist, wählt man zwei feste Punkte P_1 und P_2 (Fig. 112), stellt die Meßlatte auf dem tieferliegenden Punkt P_2 vertikal auf und macht an ihr bei einspielender Libelle entsprechend den zwei möglichen Lagen der Setzlatte die beiden Ablesungen a_1 und a_2 , die für den Fall, daß Libellenachse und Lattenkante

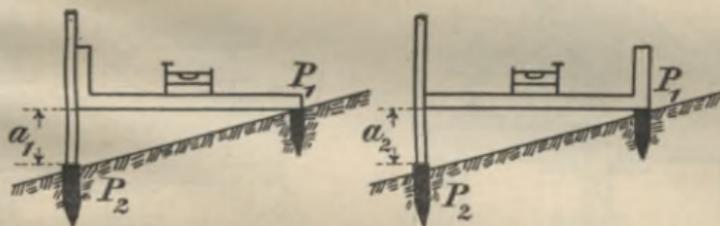


Fig. 112.

parallel sind, gleich sein müssen; trifft dies nicht zu, so stellt man mit der Setzlatte die Ablesung $\frac{a_1 + a_2}{2}$ ein und bringt die Libelle mit Hilfe ihrer Berichtigungsvorrichtung zum Einspielen.

§ 19. Das Nivellierinstrument.

Das Nivellierinstrument besteht außer dem Stativ, auf dem es beim Gebrauch befestigt wird, aus dem Unterbau, dem Fernrohr und der Libelle.

1. Das Stativ.

Jedes Stativ besteht aus zwei Hauptteilen, den drei Stativbeinen und dem Stativkopf. Je nach der Beschaffenheit des Stativkopfes unterscheidet man Zapfen- und Tellerstative.

Die aus Holz gefertigten Stativbeine bestehen mit Rück-

sicht auf ihre Festigkeit meistens aus zwei Stücken mit entsprechenden Querversteifungen. Die Beine sind an ihrem unteren Ende mit eisernen Spitzen versehen und lassen sich mit Hilfe von besonderen Ansätzen bequem in den Boden treten. Bei Stativen, die in steilem Gelände Verwendung finden, ist ein Stativbein mit einer Vorrichtung zum Verändern seiner Länge versehen.

Beim Tellerstativ¹⁾ besteht der Stativkopf aus einer Platte aus Holz oder Metall, die an ihrer Unterseite Ansätze

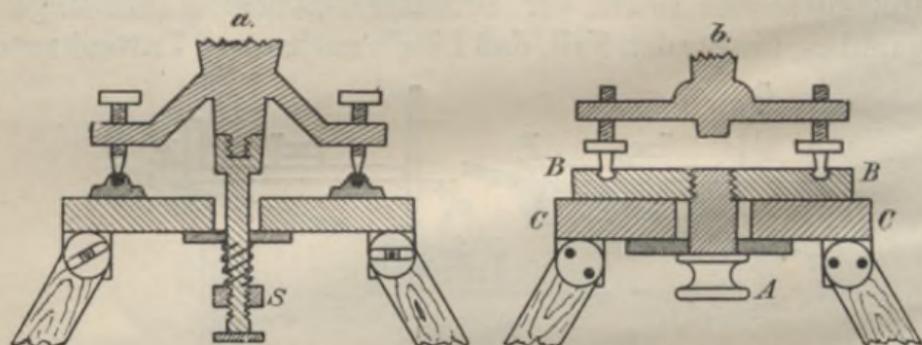


Fig. 113.

zum Befestigen der Beine hat. Die Befestigung des Instruments auf dem Stativ geschieht entweder mit Hilfe einer Schraube *S* (Fig. 113 a) in Verbindung mit einer kräftigen Spiralfeder oder mit Hilfe einer Schraube *A* (Fig. 113 b), die auf eine mit den Fußschrauben des Instruments verbundene Platte *B* wirkt. Die letztere Art der Befestigung verdient den Vorzug.

2. Der Unterbau

besteht aus den drei Fußschrauben und einer Büchse *B* (Fig. 114), in der sich ein Zapfen *Z* um seine Achse *U*, die Umdrehungsachse des Instruments, drehen läßt. Der Zapfen *Z*, der mit Hilfe der Plattfeder *P* entlastet wird, ist ent-

¹⁾ Das Zapfenstativ wird heute kaum mehr verwendet.

weder unmittelbar (Fig. 115) am Fernrohr oder (Fig. 116) an dem Fernrohrträger befestigt. An passender Stelle, ∇ am besten mit dem drehbaren Teil ∇ verbunden, ist eine Dosenlibelle angebracht, die beim Aufstellen des Instruments wertvolle Dienste leistet. Eine Erleichterung beim Einspielenlassen der z. B. auf dem Fernrohr angebrachten Röhrenlibelle bietet eine Feinbewegungsschraube E (Fig. 116), mit deren Hilfe die

Libelle stets in ihrer eigenen Richtung um O geneigt werden kann. Die Schraube E ist zum Festhalten einer bestimmten Stellung vielfach mit einer Marke versehen.

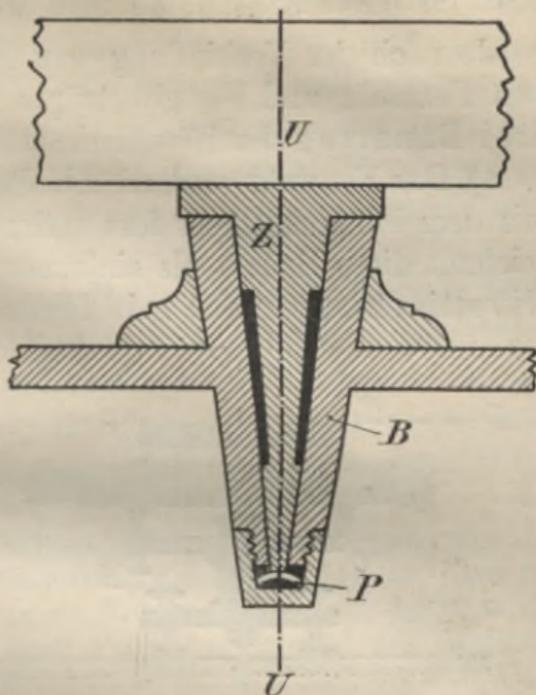


Fig. 114.

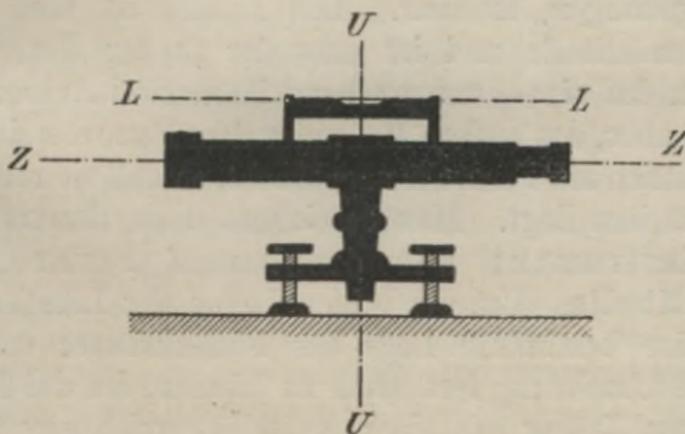


Fig. 115.

3. Libelle und Fernrohr.

Je nach der Verbindung von Libelle und Fernrohr und von Fernrohr und Fernrohrträger kann man die folgenden drei Bauarten des Nivellierinstrumentes unterscheiden:

a) Das Fernrohr und die Libelle sind untereinander und mit dem Fernrohrträger fest verbunden (Fig. 115); man bezeichnet diese Bauart als einfaches Nivellierinstrument oder Nivellierinstrument mit festem Fernrohr. Denselben

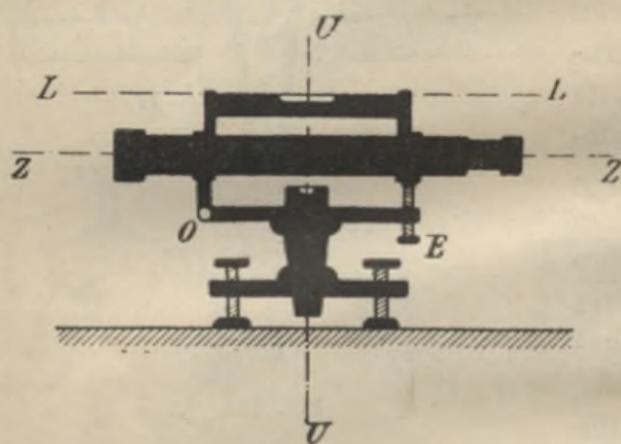


Fig. 116.

Namen trägt auch diejenige Bauart (Fig. 116), bei der Fernrohr und Libelle fest verbunden sind, sich jedoch zusammen mit Hilfe einer Feinbewegungsschraube *E* um eine Achse *O* kippen lassen.

b) Die Libelle ist mit dem Fernrohr fest verbunden, dieses ist jedoch im Fernrohrträger um seine Längsachse in den Lagerringen drehbar. Die Libelle ist eine Doppel- oder Wendelibelle und ist entweder so am Fernrohr angebracht, daß sie — entsprechend ihren zwei Achsen — das eine Mal über, das andere Mal unter dem Fernrohr liegt; oder sie ist seitlich am Fernrohr angebracht, so daß sie rechts bzw. links von ihm liegt. Man bezeichnet diese Bauart als Nivellierinstrument mit drehbarem Fernrohr und Doppellibelle. Um die beiden Lagen der Libellenachsen, denen eine bestimmte Lage des Fadenkreuzes entspricht, für die Beobachtung festhalten zu können, ist das Fernrohr und dessen Träger mit einer Anschlagvorrichtung versehen (Fig. 123).

c) Die Libelle ist vom Fernrohr abnehmbar, und dieses läßt sich von seinem Träger wegnehmen und umlegen, d. h. seine Enden vertauschen. Es ist dies ein Nivellierinstrument mit beweglichen Teilen oder ein Nivellierinstrument mit umlegbarem Fernrohr. Die Lagerung des Fernrohrs geschieht mit Hilfe von Lagerringen oder mit Hilfe von Stahlschneiden.

Bei der Bestimmung von Höhenunterschieden mit Hilfe des Nivellierinstruments werden mit dem Horizontalfaden bei einspielender Libelle an einem vertikal aufgestellten, als Nivellierlatte bezeichneten Maßstab Ablesungen ausgeführt; dies erfordert, daß man unmittelbar vor der Ausführung einer Ablesung nach der Libelle sieht.

Um den Stand der Libellenblase im Zusammenhang mit der Ausführung der Ablesung bequem übersehen zu können, baut die Firma Otto Fennel Söhne ein Nivellierinstrument, bei dem die Libellentheilung mit Hilfe eines Prismensystems in das Gesichtsfeld des Fernrohrs übertragen wird, so daß in diesem der Stand der Libellenblase bequem zu übersehen ist. Die Vorrichtung hat außerdem den Vorteil, daß die Beobachtung des Blasenstandes parallaxenfrei ist.

Die Güte eines Nivellierinstruments und damit seine Verwendung zu feineren oder gröberen Messungen ist hauptsächlich abhängig von der Fernrohrvergrößerung und von der Angabe oder Empfindlichkeit der Libelle. In bezug auf die drei angeführten Bauarten läßt sich jedoch bemerken, daß für einfachere Arbeiten zunächst das Nivellierinstrument mit festem Fernrohr und wegen seiner bequemen Untersuchung dasjenige mit drehbarem Fernrohr in Betracht kommen. Die Verwendung des Nivellierinstruments mit umlegbarem Fernrohr empfiehlt sich nur für feinste Messungen.

Für untergeordnete, rohere Messungen werden sog. Freihandnivellierinstrumente gebaut, die entweder — wie der Name sagt — freihändig oder auch auf einem Stab verwendet werden. Die Einrichtung dieser Instrumente ist meist derart, daß man im Gesichtsfeld außer dem Lattenbild ein durch Spiegelung erzeugtes Bild der Libelle sieht. Die praktische Bedeutung dieser Instrumente ist nicht groß.

§ 20. Die Nivellierlatten.

Um mit einem Nivellierinstrument Messungen ausführen zu können, braucht man noch einen als Nivellierlatte bezeichneten Maßstab.

Die gewöhnlich aus Holz gefertigte Nivellierlatte hat eine Länge von 3—5 m und eine Breite von etwa 1 dm; sie besteht — vergleiche die in den Figuren 117 angegebenen Querschnitte — entweder aus einem einfachen Brettstück, das zur Versteifung in der Mitte mit einer oder an den Seiten mit zwei Rippen versehen ist, oder bei der sog. Kastenlatte aus zwei durch Querleisten zusammengehaltenen Brettstücken.

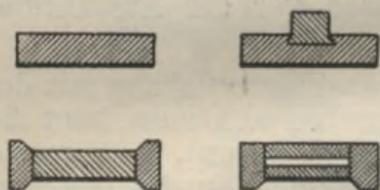


Fig. 117.

Mit Rücksicht auf die Beförderung werden auch zusammenklappbare Latten gebaut, die jedoch den aus einem Stück bestehenden Latten gegenüber in bezug auf Widerstandsfähigkeit während der Messung und Genauigkeit des Maßstabs im Nachteil sind. Um die Latte, die in vertikaler Stellung benützt wird, bequem und sicher halten zu können, versieht man sie mit zwei seitlich angebrachten Handgriffen, die mit der Latte fest verbunden oder zum Abschrauben eingerichtet sind (Fig. 118 b und c). Das Vertikalstellen der Latte von freier Hand wird mit Hilfe eines am oberen Lattenende befestigten Schnurlotes (Fig. 118 a) oder besser mit einer in der Höhe von etwa 1 m seitlich angebrachten Dosenlibelle (Fig. 118 c) ausgeführt. Die Untersuchung der Dosenlibelle wird mit Hilfe einer Hauskante oder eines Schnurlotes vorgenommen.

Bei gewissen Nivellementsarbeiten ist man gezwungen, feste Punkte zum Aufsetzen der Nivellierlatte vorübergehend für die Zwecke der Messung herzustellen; man benützt hierzu sog. Boden- oder Unterlagsplatten (Fig. 118 b und c), das sind gußeiserne, einige Kilogramm schwere, zum Festtreten in den Boden unten mit Spitzen versehene Platten, die an

ihrer Oberfläche zum Aufsetzen der Latte einen Stollen oder eine Vertiefung besitzen. Der Bodenplatte entsprechend, ist der Fuß der Nivellierlatte entweder durch eine Ebene abgeschnitten oder mit einem Stollen versehen.

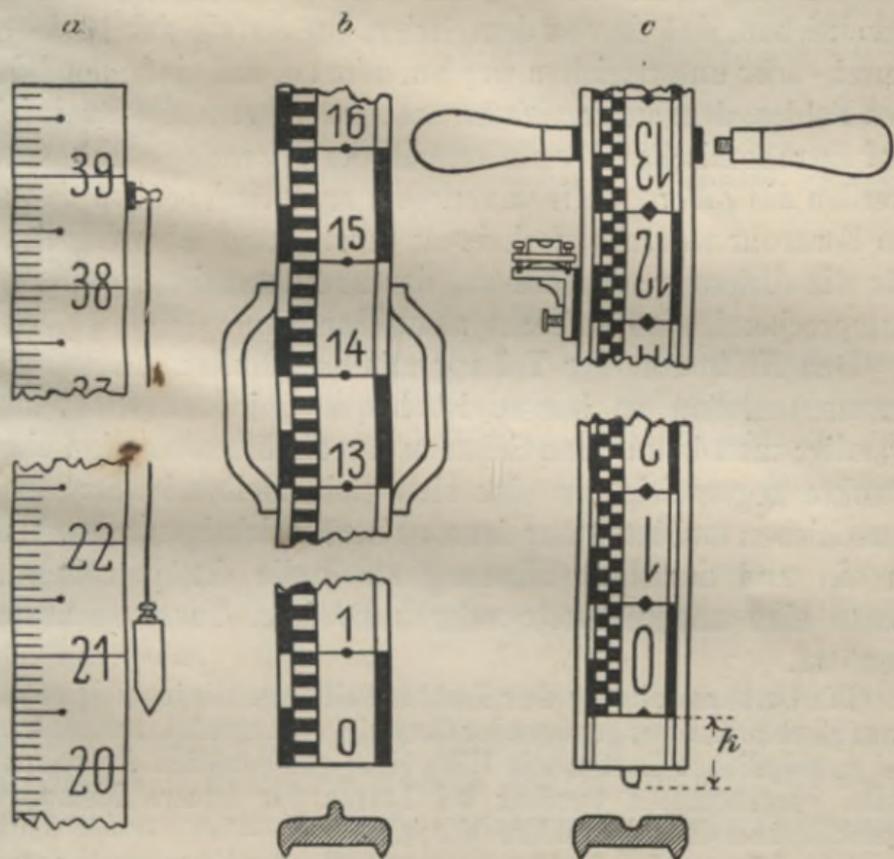


Fig. 118.

Zum Schutz gegen Feuchtigkeitseinflüsse und zur Aufnahme der Teilung trägt die Nivellierlatte einen weißen Ölfarbanstrich. Der kleinste Teil der Lattenteilung ist ein Zentimeter, und nur bei Latten für die feinsten Messungen Teile eines solchen. Je nach der Ausführung der Bemalung unterscheidet man (Fig. 118) Strich-, Felder- und Schach-

bretteilungen¹⁾). Um die Übersichtlichkeit der Teilung zu erhöhen, werden die einzelnen Dezimeter, halben Meter und ganzen Meter durch entsprechende Bemalung zusammengefaßt.

Die Bezifferung der Teilung wird gewöhnlich nach Dezimetern vorgenommen. Die Ziffern werden entweder so angeschrieben, daß sie von dem Strich, auf den sie sich beziehen, durch- oder unterstrichen werden, oder so, daß sie in der Mitte des Feldes, dem sie den Namen geben, stehen. Mit Rücksicht auf astronomische — verkehrte Bilder gebende — Fernrohre werden die Ziffern vielfach verkehrt angeschrieben, so daß sie im Fernrohr aufrecht erscheinen; es ist jedoch übersichtlicher für die Ablesung, die Ziffern, der zunehmenden Bezifferung entsprechend, also aufrecht anzuschreiben.

Den Nullpunkt der Teilung mit dem Lattenaufsetzpunkt zusammenfallen zu lassen, ist bequem, jedoch nicht notwendig; man kann ohne Schaden für die Messung die beiden Punkte gegenseitig um eine sich gleichbleibende Strecke k verschieben und hat k nur dann zu berücksichtigen, wenn man in ein und derselben Messung an Stelle der betreffenden Latte eine andere Latte oder z. B. einen Taschenmaßstab benützt.

Die Untersuchung der Lattenteilung, die im allgemeinen vom Mechaniker mit genügender Genauigkeit ausgeführt wird, kann bei gewöhnlichen Latten mit Hilfe eines gut geteilten Anlegemaßstabs vorgenommen werden; bei Latten für feinere Messungen braucht man dazu besondere Vorrichtungen.

Die Länge des Lattenmeters, die den Temperatur- und besonders Feuchtigkeitseinflüssen stark unterworfen und deren genaue Kenntnis auch schon für Messungen mit mittlerer Genauigkeit von Wichtigkeit ist, wird mit Hilfe eines als Strichmaß ausgeführten Normalmeters bestimmt. Ein solcher Normalmaßstab besteht aus einem etwas mehr als 1 m langen Stahlstab mit z. B. quadratischem Querschnitt; an seinen Enden sind in der Entfernung von 1 m auf eingelegten Silberplättchen die Anfangs- und die Endmarke durch eingravierte Striche angegeben, die zum Zweck der

¹⁾ Außer diesen wurden in den letzten Jahren mehrfach auch Latten mit Transversalteilungen hergestellt.

Ablesung nach links und rechts je mit einer Überteilung¹⁾ versehen sind. Die Temperatur T des Maßstabes wird an einem eingelassenen Thermometer abgelesen.

Bei Benutzung eines solchen Normalmaßstabes muß man dessen wirkliche Länge L kennen; man erhält sie auf Grund der Gleichung

$$L = 1 \text{ m} + a \text{ mm} + 0,012 (T - 18) \text{ mm},$$

in der a eine von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt zu bestimmende Größe und 0,012 den Wärmeausdehnungskoeffizient von Stahl bedeuten.

Die Länge des Lattenmeters wird durch unmittelbares Anlegen des Normalmaßstabes an die Lattenteilung und Ablesen an der Überteilung an verschiedenen Stellen der Latte unter Berücksichtigung der Maßstabtemperatur T bestimmt.

§ 21. Untersuchung und Berichtigung des Nivellierinstrumentes mit festem Fernrohr.

Allgemein ist jedes zum Messen irgendeiner Größe bestimmte Instrument mit mehr oder weniger großen Fehlern behaftet, welche die mit seiner Hilfe ermittelten Größen beeinflussen. Um ein von solchen Instrumentalfehlern freies Ergebnis einer Messung zu erhalten, kann man:

a) die Größe der Instrumentalfehler bestimmen, ihren Einfluß auf eine ausgeführte Messung berechnen und bei dieser berücksichtigen; oder

b) die Instrumentalfehler durch eine der Messung vorausgehende Untersuchung und Berichtigung des Instruments wegschaffen, d. h. so klein machen, daß ihr Einfluß dem Zweck der Messung entsprechend als verschwindend klein angesehen werden kann; oder endlich

c) die Messung so anordnen, daß vorhandene Instrumentalfehler ohne Einfluß auf das Messungsergebnis sind.

Während bei feinsten Messungen das zuerst angegebene Verfahren meistens zusammen mit den beiden anderen zur Anwendung kommt, wird bei Messungen, bei denen nur eine geringere Genauigkeit erforderlich ist, das zweite Verfahren,

¹⁾ Die Überteilung ist gewöhnlich so ausgeführt, daß 1 mm in 5 Teile geteilt ist, so daß mit Hilfe einer Lupe auf 0,1 mm genau abgelesen werden kann.

unter Umständen ebenfalls zusammen mit dem zuletzt angegebenen Verfahren angewendet; jedenfalls sucht man in allen Fällen die Instrumentalfehler den auszuführenden Messungen entsprechend klein zu halten.

An einem Nivellierinstrument unterscheidet man drei Achsen; es sind dies (Fig. 115 und 116) die Umdrehungsachse U , die Zielachse Z und die Libellenachse L .

Nach der Hauptanforderung, die an ein Nivellierinstrument gestellt wird, muß die Zielachse parallel der Libellenachse sein, so daß bei einspielender Libelle, also horizontal liegender Libellenachse, die Zielachse ebenfalls horizontal liegt.

Die Nebenanforderung, die zunächst mit Rücksicht auf die Bequemlichkeit bei der Messung gestellt wird, lautet so: Die Umdrehungsachse muß senkrecht stehen zur Libellenachse, so daß beim Drehen des Fernrohrs um die vertikal stehende Umdrehungsachse die Zielachse eine horizontale Ebene beschreibt.

Die auf diese beiden Anforderungen sich beziehenden Berichtigungen und damit Untersuchungen des Instruments sind den verschiedenen Bauarten entsprechend in verschiedener Reihenfolge, jedenfalls so vorzunehmen, daß eine vorangehende Berichtigung nicht durch eine nachfolgende wieder aufgehoben wird.

Beim einfachen Nivellierinstrument sind drei Berichtigungsvorrichtungen denkbar; eine an der Libelle (Fig. 104), eine an der Fadenkreuzplatte (Fig. 93) und eine am Fernrohrlager in Gestalt einer Feinbewegungsschraube (Fig. 116) oder von zwei Druckschrauben und einer Zugschraube (Fig. 131).

a) Sind die Berichtigungsvorrichtungen B_1 an der Libelle und B_2 an der Fadenkreuzplatte (Fig. 119 a) vorhanden, so muß man zuerst untersuchen, ob die Umdrehungsachse U senkrecht zur Libellenachse L steht; ist dies nicht der Fall, so schafft man den Fehler mit Hilfe von B_1 weg. An zweiter

Stelle untersucht man, ob die Zielachse Z parallel zur Libellenachse L ist; zeigt sich dabei ein Fehler, so beseitigt man ihn mit Hilfe von B_2 .

b) Bei den Berichtigungsvorrichtungen B_1 an der Libelle und B_3 am Fernrohrlager (Fig. 119 b) muß man zuerst untersuchen, ob die Zielachse Z parallel zur Libellenachse L ist; ein dabei sich ergebender Fehler wird mit Benützung von B_1 beseitigt. Zeigt sich bei der Untersuchung der Stellung der Umdrehungsachse U zur Libellenachse L ein Fehler, so wird er mit Hilfe von B_3 weggeschafft.

c) Hat ein Nivellierinstrument die Berichtigungsvorrichtungen B_2 an der Fadenkreuzplatte und B_3 am Fernrohr-

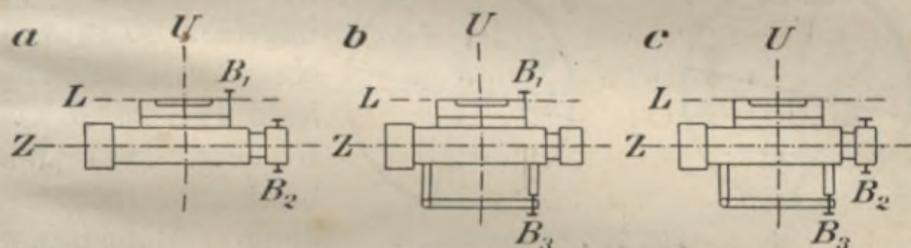


Fig. 119.

träger (Fig. 119 c), so ist es gleichgültig, in welcher Reihenfolge man die auf die beiden Anforderungen sich beziehenden Untersuchungen und Berichtigungen vornimmt. Instrumente mit den Berichtigungsvorrichtungen B_2 und B_3 verdienen deshalb den Vorzug im Vergleich zu den beiden anderen Anordnungen.

1. Untersuchung, ob die Hauptanforderung, nach der die Zielachse Z parallel zur Libellenachse L sein muß, erfüllt ist.

Bevor zur Untersuchung der gegenseitigen Lage von Zielachse und Libellenachse geschritten wird, untersucht man das Fernrohr in der oben angegebenen Weise auf Parallaxe und schafft eine etwa vorhandene weg. Sodann ist noch zu untersuchen, ob der „Horizontalfaden“ bei vertikal stehender

Umdrehungsachse¹⁾ horizontal liegt; man zielt für diesen Zweck einen scharf bezeichneten Punkt mit dem einen Ende des Fadens (Fig. 120) an und dreht hierauf das Fernrohr so, daß der Punkt auf der anderen Seite des Gesichtsfeldes erscheint; findet dann eine Abweichung des Fadens von dem Punkt statt, so entspricht diese Abweichung dem doppelten Fehler des Fadenkreuzes und wird demnach zur Hälfte durch Drehen der Fadenkreuzplatte beseitigt. Mit Hilfe einer Fußschraube wird der Punkt erneut eingestellt und die Untersuchung wiederholt.

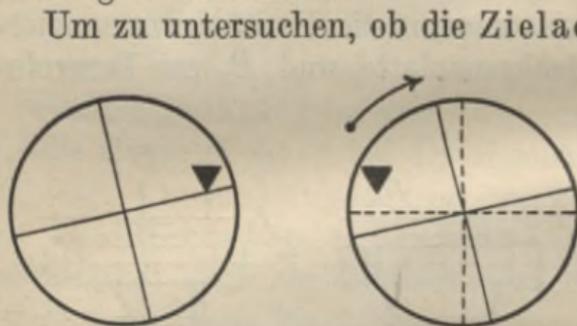


Fig. 120.

Um zu untersuchen, ob die Zielachse Z parallel zur Libellenachse L ist, wählt man zwei, ungefähr 50 m voneinander entfernte feste Punkte A und B (Fig. 121) und bestimmt zunächst deren Höhenunterschied h durch „Ni-

vellieren aus der Mitte“ mit Hilfe des unter Umständen noch fehlerhaften Instruments; man wählt hierzu für das Instrument den Standpunkt S_1 ²⁾ auf dem Mittellot von AB und macht an der zuerst in A und sodann in B vertikal aufgestellten Nivellierlatte je bei gut einspielender Libelle die Ablesungen³⁾ a_1 und b_1 , womit man den Höhenunterschied

¹⁾ Es genügt für diesen Zweck, die Umdrehungsachse mit Hilfe der noch nicht untersuchten Röhrenlibelle oder mit der Dosenlibelle vertikal zu stellen.

²⁾ Der Punkt S_1 kann durch Abschreiten bestimmt werden.

³⁾ Um an einer aufgestellten Nivellierlatte eine Ablesung zu machen, hat man folgendermaßen vorzugehen: Man sucht die Latte über das Fernrohr zielend auf, stellt, durch das Fernrohr schauend, mit Hilfe des Okulartriebs das Lattenbild scharf ein, bringt den Vertikalfaden in die Nähe der Latten- (Zentimeter-) Teilung, läßt die Libelle scharf einspielen und macht nun am Horizontalfaden die Ablesung, wobei man die Meter und Dezimeter abliest, die Zentimeter abzählt und die Millimeter schätzt. Sieht man vor jeder Ablesung die Libelle nach bzw. läßt man die Libelle vor jeder Ablesung scharf einspielen, so genügt es, die Umdrehungsachse nur genähert senkrecht zur Libellenachse zu stellen;

h fehlerfrei¹⁾ erhält aus

$$h = a_1 - b_1.$$

Nun wählt man einen Standpunkt S_2 in der Nähe²⁾ von B und macht an der Latte in B die mit Rücksicht auf die kurze

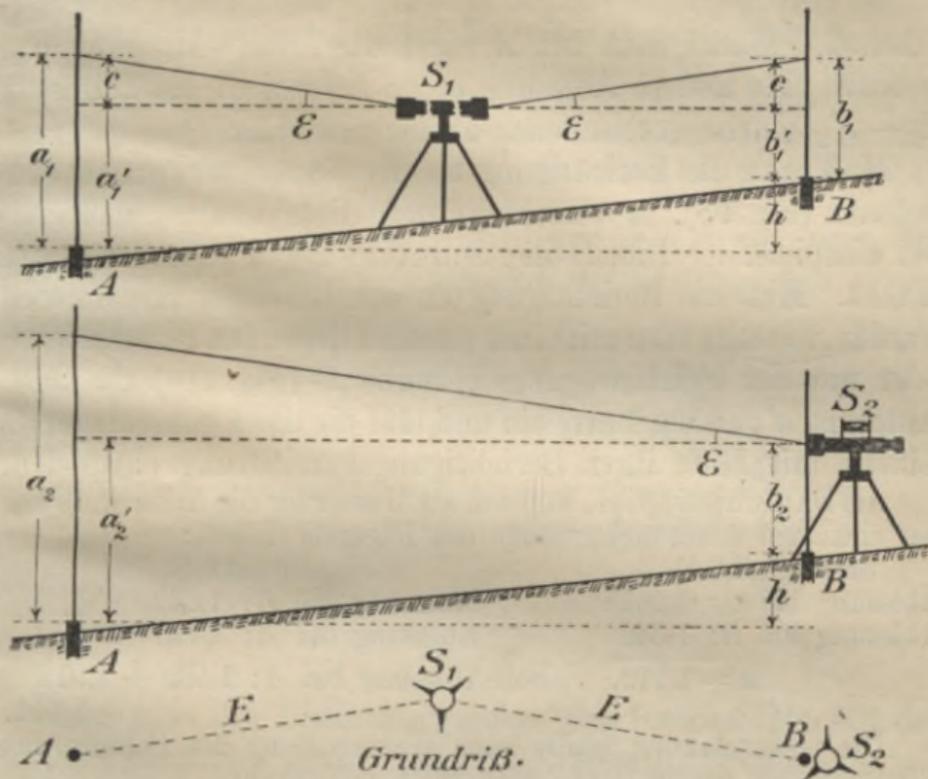


Fig. 121.

die hierauf! sich; beziehende Anforderung kann deshalb als Nebenanforderung bezeichnet werden.

¹⁾ Setzt man voraus, daß die Zielachse einen Winkel ϵ mit der Libellenachse bildet, daß also das Instrument mit einem Fehler, dem sog. Zielachsenfehler, behaftet ist, und bezeichnet man den mit Rücksicht auf die gleiche Entfernung E der Punkte A und B von S_1 für die Ablesungen a_1 und b_1 ebenfalls gleichen Fehlereinfluß des Winkels ϵ mit c , so hat man

$$h = a_1 - c - b_1 + c = (a_1 - c) - (b_1 - c)$$

oder

$$h = a_1' - b_1'.$$

Man kann also auch mit einem fehlerhaften Instrument Höhenunterschiede fehlerfrei durch Nivellieren aus der Mitte bestimmen.

²⁾ Die Entfernung des Standpunktes S_2 vom Punkt B ist vom Fernrohr abhängig und beträgt 2–6 m. Man kann das Instrument auch ganz nahe bei der Latte aufstellen; die Ablesung wird dann derart vorgenommen, daß man

Entfernung vom Zielachsenfehler nicht — oder doch nur wenig — beeinflusste Ablesung b_2 ; wäre die Zielachse parallel der Libellenachse, so müßte man jetzt bei einspielender Libelle an der in A aufgehaltene Latte die Ablesung

$$a'_2 = b_2 + h$$

machen. Macht man bei A nicht die „Soll“-Ablesung a'_2 , sondern eine andere Ablesung a_2 , so entspricht die Differenz $a_2 - a'_2$ einem vorhandenen Zielachsenfehler ε^1 .

Muß man die Berichtigung an der Fadenkreuzplatte vornehmen (Fig. 93), so verschiebt man diese derart²⁾, daß man bei einspielender Libelle die Soll-Ablesung a'_2 an der Latte macht. Muß die Berichtigung an der Libelle vorgenommen werden, so stellt man mit einer passend liegenden Fußschraube oder mit der Feinbewegungsschraube E (Fig. 116) die Soll-Ablesung a'_2 an der Latte ein und läßt die dann ausschlagende Libelle mit Hilfe ihrer Berichtigungsvorrichtung einspielen.

Als Zahlenbeispiel, zugleich als Muster für die Aufschreibung der einzelnen Ablesungen, möge das folgende dienen:

Standpunkt S_1 .	Standpunkt S_2 .
Ablesung bei A : 3,261	Ablesung bei B : 1,532
Ablesung bei B : 1,342	Ablesung bei A : 3,465
$h = 1,919$.	Soll-Ablesung bei A : $1,532 + 1,919$ $= 3,451$.

Die Untersuchung wurde nach Wegschaffung des Fehlers mit Rücksicht auf dessen Größe wiederholt und ergab:

A: 3,343	B: 1,650
B: 1,425	A: 3,570
$h = 1,918$.	A (Soll): $1,650 + 1,918 = 3,568$.

in der Richtung Objektiv—Okular durch das Fernrohr sieht und auf der Latte eine horizontal gehaltene Nadel in der Mitte des kleinen kreisförmigen Gesichtsfeldes einweist.

¹⁾ ε selbst findet man aus

$$\varepsilon = \frac{a_2 - a'_2}{S_2 A} \varrho, \text{ wobei } \varrho = \frac{180^\circ}{\pi} = 206\,265'' \text{ ist.}$$

²⁾ Beim Verschieben der Fadenkreuzplatte ist darauf zu achten, daß diese nach endgültiger Einstellung fest zwischen dem zum Verschieben benützten Schraubenpaar (Fig. 93) sitzt. Das Fernrohr sollte nie am Okularkopf oder gar an den Schrauben der Fadenkreuzplatte angefaßt werden; bei neueren Instrumenten werden diese Schrauben durch einen abschraubbaren Schutzring verdeckt.

Nachdem der kleine noch vorhandene Fehler beseitigt wurde, konnte das Instrument als berichtigt angesehen werden.

Als Punkt B , d. i. derjenige Punkt, bei dem die Nahaufstellung des Instruments stattfindet, wählt man am besten — wenigstens bei größeren Höhenunterschieden zwischen A und B — den höher gelegenen Punkt; man schiebt also den Lattenträger beim Nivellieren aus der Mitte zuerst auf den tiefer liegenden Punkt.

Um die Berechnung der Soll-Ablesung a'_2 in bezug auf das Vorzeichen von h mechanisch vornehmen zu können, hat man nur zu beachten, daß, wenn dem Punkt A beim Standpunkt S_1 eine größere Ablesung zukam als dem Punkt B , dies auch bei Standpunkt S_2 der Fall sein muß und umgekehrt.

2. Untersuchung, ob die Anforderung, nach der die Umdrehungsachse U senkrecht zur Libellenachse L sein muß, erfüllt ist.

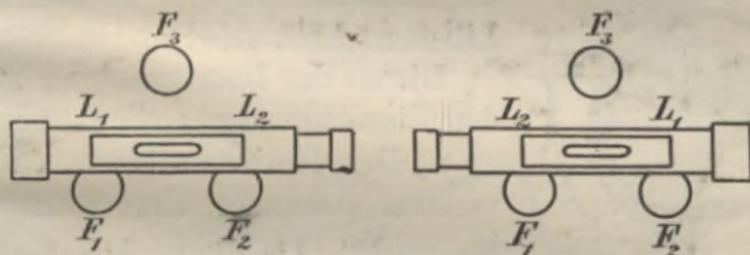


Fig. 122.

Hat man die Umdrehungsachse des Instruments mit der unter Umständen einen Fehler aufweisenden Libelle oder mit der Dosenlibelle in der früher angegebenen Weise vertikal gestellt, so stellt man die Libelle ungefähr parallel zu z. B. zwei Fußschrauben F_1 und F_2 (Fig. 122) und läßt sie mit diesen scharf einspielen. Dreht man dann den Oberbau des Instruments mit der Libelle um 180 Grad und zeigt die Libelle in ihrer neuen Lage einen Ausschlag, so entspricht dieser dem doppelten Fehler der Libelle; der Ausschlag ist deshalb wegzuschaffen zur Hälfte mit den Fußschrauben F_1 und F_2 und zur Hälfte mit der Berichtigungsvorrichtung B_1 der Libelle (Fig. 119 a) bzw. der Berichtigungsvorrichtung B_3 am Fernrohrlager (Fig. 119 b und c). Nachdem die Libelle in ihrer

Stellung über die dritte Fußschraube F_3 mit dieser zum Einspielen gebracht wurde, wird die Untersuchung wiederholt.

Als Schlußbemerkung zur Untersuchung des Nivellierinstrumentes mit festem Fernrohr möge noch beigefügt sein, daß das Nivellierinstrument mit drehbarem Fernrohr und ebenso das mit umlegbarem Fernrohr sich ebenfalls als einfaches Nivellierinstrument mit festem Fernrohr in der oben geschilderten Weise untersuchen und berichtigen lassen; doch gibt es auch besondere Verfahren dazu, von denen im folgenden die Rede sein soll.

§ 22. Untersuchung und Berichtigung des Nivellierinstrumentes mit drehbarem Fernrohr und Doppellibelle.

Nach der Hauptanforderung, die an das berichtigte Instrument gestellt wird, muß wieder die Zielachse parallel zu den beiden Libellenachsen sein¹⁾.

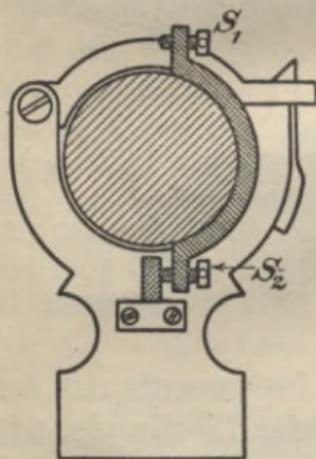


Fig. 123.

Die an das Instrument zu stellenden Einzelanforderungen lauten so:

a) Der Horizontalfaden muß bei vertikal stehender Umdrehungsachse in beiden Fernrohrlagen, d. h. bei „Libelle rechts“ und „Libelle links“ (oder Libelle „oben“ und „unten“) horizontal liegen.

b) Die Drehachse oder mechanische Achse des Fernrohrs muß parallel zu den beiden Achsen der Doppellibelle sein.

c) Die Zielachse oder optische Achse muß mit der Drehachse oder mechanischen Achse des Fernrohrs zusammenfallen oder „zentriert sein“.

Außerdem muß nach der Nebenanforderung die Umdrehungsachse senkrecht zur Libellenachse stehen.

Die Untersuchung dieser Einzelanforderungen wird folgendermaßen ausgeführt:

¹⁾ Von den beiden Achsen der Doppellibelle wird zunächst vorausgesetzt, daß sie unter sich parallel sind, was auch wohl immer der Fall sein wird.

1. Die Untersuchung, ob der „Horizontalfaden“ bei vertikal stehender Umdrehungsachse horizontal liegt, wird für beide Fernrohrlagen — Libelle rechts und Libelle links — in der schon früher angegebenen Weise vorgenommen; Berichtigungen werden mit Hilfe der Anschlagschrauben S_1 und S_2 (Fig. 123) ausgeführt.

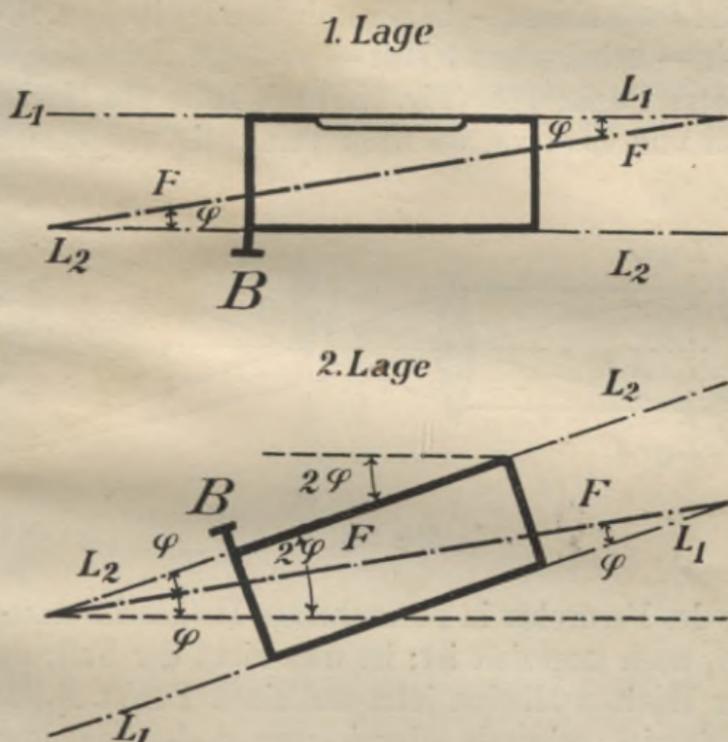


Fig. 124.

2. Bei der Untersuchung der Drehachse F des Fernrohrs in ihrer Lage zu den Libellenachsen L_1 und L_2 (Fig. 124) bringt man die z. B. über zwei Fußschrauben gestellte Libelle mit diesen zum Einspielen und dreht dann das Fernrohr in die zweite Lage; zeigt sich in dieser ein Ausschlag der Libelle, so entspricht er dem doppelten Fehler φ (Winkel zwischen Fernrohrdrehachse F und Libellenachsen L_1 und L_2) und wird daher zur einen Hälfte mit der Berichtigungsvorrichtung B

der Libelle, die für diesen Zweck vorhanden sein muß, und zur anderen Hälfte mit den Fußschrauben weggeschafft. War ein Fehler zu beseitigen, so empfiehlt es sich, die Untersuchung zu wiederholen.

3. Um zu untersuchen, ob die Zielachse mit der Drehachse des Fernrohrs zusammenfällt, zielt man — bei beliebigem Stand der Libellenblase — in Fernrohrlage I (Libelle z. B. oben) einen weit — mindestens 100 m — entfernt liegenden, scharf bezeichneten Punkt¹⁾ A_1 (Fig. 125) mit Hilfe des Horizontalfadens an und sieht zu, ob nach vorsichtig vorgenommener

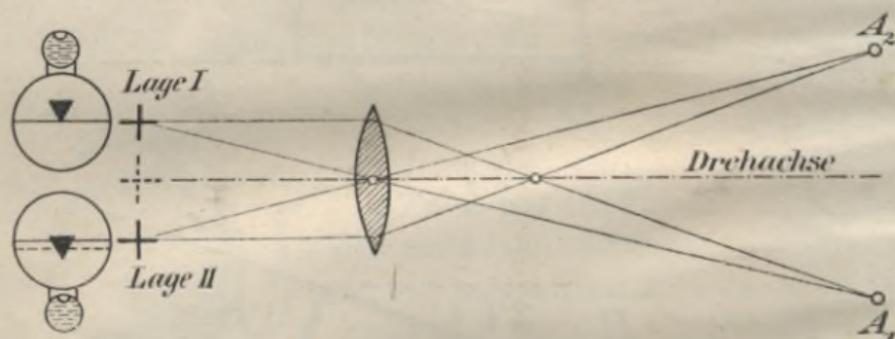


Fig. 125.

Drehung des Fernrohrs in Fernrohrlage II (Libelle unten) der Punkt A_1 noch angezielt ist; ist dies nicht der Fall, sondern weist der Horizontalfaden jetzt auf einen Punkt A_2 , so entspricht die sich zeigende Abweichung A_1A_2 dem doppelten Winkel zwischen Zielachse und Fernrohrdrehachse. Die Abweichung wird weggeschafft zur Hälfte durch entsprechendes Verschieben der Fadenkreuzplatte und zur anderen Hälfte mit Hilfe der Fußschrauben oder der vertikal wirkenden Feinbewegungsschraube. Die Untersuchung wird zweckmäßigerweise wiederholt.

4. Um die Umdrehungsachse senkrecht zur Libellenachse zu stellen, verfährt man in derselben Weise wie beim Nivellieren

¹⁾ Z. B. einen Teilstrich einer vertikal aufgestellten und ruhig gehaltenen Nivellierlatte.

instrument mit festem Fernrohr; nötig werdende Berichtigungen dürfen aber nicht mehr an der Libelle, sondern müssen mit Hilfe der Feinbewegungsschraube, die demnach beim Nivellierinstrument mit drehbarem Fernrohr vorhanden sein muß¹⁾, vorgenommen werden.

Zu der im vorstehenden angegebenen Untersuchung ist noch folgendes zu bemerken:

a) Bei der Untersuchung der gegenseitigen Lage von Zielachse und Drehachse des Fernrohrs wurde stillschweigend vorausgesetzt, daß der optische Mittelpunkt der Objektivlinse in der Drehachse des Fernrohrs liege (Fig. 125) oder das Objekt „zentriert“ sei.

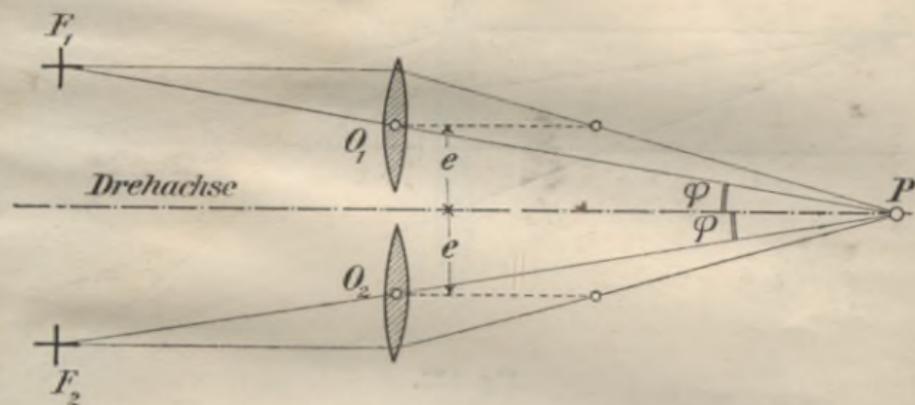


Fig. 126.

Setzt man die Zentrierung des Objektivs nicht als selbstverständlich voraus, so zerfällt die Untersuchung in bezug auf die Zentrierung der Zielachse in zwei Teile, nämlich in die Untersuchung der Zentrierung des Fadenskreuzes (insbesondere des Horizontalfadens) und in die der Zentrierung des Objektivs. Nimmt man die Zentrierung des Fadenskreuzes in der oben angegebenen Weise mit Hilfe eines Punktes P (Fig. 126) vor, so kommt das Fadenskreuz bei exzentrisch liegendem Objektiv entsprechend den zwei Fernrohrlagen nach F_1 bzw. F_2 ; die Zielachse $F_1 O_1$ bzw. $F_2 O_2$ fällt in diesem Fall mit der Drehachse nicht mehr zusammen, sondern bildet mit dieser einen Winkel φ , der um so kleiner ist, je weiter der Punkt P entfernt ist; ist P genügend weit entfernt,

¹⁾ An die Stelle einer Feinbewegungsschraube kann auch eine Berichtigungs-
vorrichtung am Fernrohrlager treten (Fig. 131).

so liegt die Zielachse parallel zur Drehachse im Abstand e . Infolge der exzentrischen Lage des Objektivs ist das Fadenkreuz nur für Punkte mit derselben Entfernung wie P „zentriert“; würde dagegen ein z. B. sehr nahe gelegener Punkt in Fernrohrlage I angezielt, so würde sich — genügend genaue Parallelverschiebung des Fadenkreuzes zur Drehachse mit Hilfe des Okulartriebs vorausgesetzt — in Fernrohrlage II eine dem doppelten Objektivfehler e entsprechende Abweichung ergeben.

Will man die Objektivlinse auf ihre Zentrierung untersuchen und dabei frei von dem „Gang der Okularröhre“ sein, so zielt man einen nicht zu nahe liegenden Punkt mit Hilfe des Horizontalfadens scharf an und dreht die — mit Rücksicht auf Erschütterungen zuvor

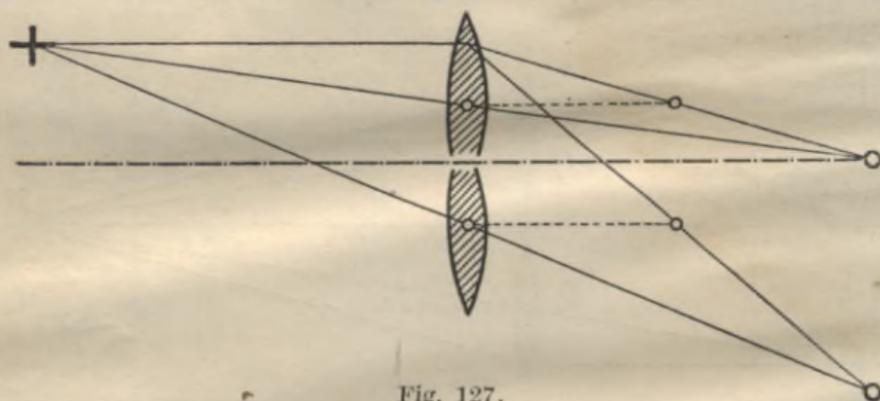


Fig. 127.

geloockerte — Objektivlinse um 180 Grad (Fig. 127), wobei sich bei zentrierter Linse keine Verschiebung zwischen Zielpunkt und Fadenkreuz ergeben darf. Zur Probe für die Güte der Fassung der Linse wird man diese nochmals um 180, also zusammen um 360 Grad drehen, wonach der Punkt wieder angezielt sein muß. Zeigt sich eine Exzentrizität des Objektivs, so müßte man die Linse in ihrer Fassung oder mit dieser verschieben, was aber in den seltensten Fällen möglich ist.

b) Berichtigt man in der oben beschriebenen Weise das Instrument bzw. die Libelle derart, daß die Libelle vor und nach der Drehung des Fernrohrs, also bei Lage „oben“ und „unten“ vom Fernrohr einspielt, so liegt die zentrierte Zielachse nur horizontal, wenn die beiden Libellenachsen L_1 und L_2 parallel sind; bilden diese einen Winkel φ miteinander, so ist die Drehachse des Fernrohrs und damit die Zielachse Z unter dem Winkel $\frac{\varphi}{2}$ gegen die Horizontale geneigt (Fig. 128).

Um zu untersuchen, ob die beiden Achsen der Doppellibelle parallel sind, berichtigt man zunächst das Instrument in der angegebenen Weise und untersucht dann wie beim einfachen Nivellierinstrument mit festem Fernrohr, ob die Zielachse parallel zu einer der beiden Libellenachsen liegt; ist das letztere der Fall, so sind die beiden Libellenachsen parallel.

Die auf die Zentrierung des Objektivs und den Parallelismus der beiden Libellenachsen sich beziehenden Untersuchungen hat man eigentlich nur einmal vorzunehmen.

Das Nivellierinstrument mit drehbarem Fernrohr bietet im Vergleich zu dem Instrument mit festem Fernrohr den

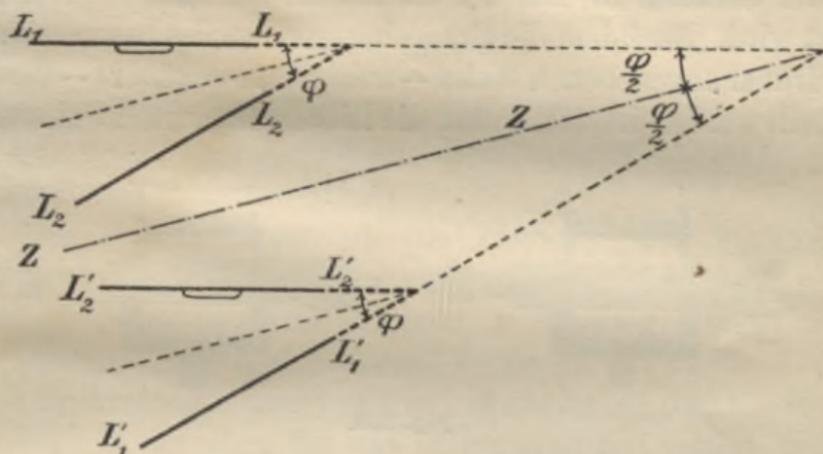


Fig. 128.

Vorteil, daß die Untersuchung und die Berichtigung des Instruments von einem Standpunkt aus in einfachster Weise — während der Ausführung von Messungen — vorgenommen werden kann.

§ 23. Untersuchung und Berichtigung des Nivellierinstrumentes mit umlegbarem Fernrohr.

Nach der Hauptanforderung muß die Zielachse parallel zur Libellenachse liegen; daraus ergeben sich die folgenden Einzelanforderungen:

1. Die Libellenachse muß parallel zur mechanischen Achse des Fernrohrs liegen.

2. Die Zielachse oder optische Achse des Fernrohrs muß mit der mechanischen Achse des Fernrohrs zusammenfallen.

Der Nebenanforderung entsprechend, sorgt man wieder dafür, daß die Umdrehungsachse senkrecht zur Libellenachse steht.

1. Die Untersuchung der Lage der Libellenachse zu der mechanischen Achse des Fernrohrs zerfällt in die beiden folgenden Einzeluntersuchungen:

a) Zunächst ist zu untersuchen, ob die Libellenachse parallel zu der Geraden ist, mit der die Libelle auf das Fernrohr gesetzt wird. Nachdem die Umdrehungsachse des Instruments in der früher angegebenen Weise — wenigstens genähert — vertikal gestellt worden ist, stellt man die Libelle über zwei Fußschrau-

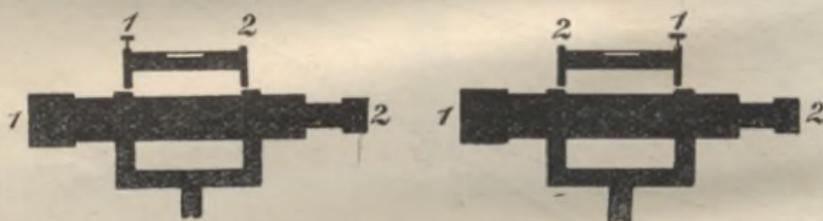


Fig. 129.

ben, läßt sie mit diesen scharf einspielen und setzt sie durch Vertauschen ihrer Enden um (Fig. 129); ein sich zeigender Ausschlag entspricht dem doppelten Fehler der Libelle und wird zur Hälfte mit der Berichtigungsvorrichtung der Libelle und zur Hälfte mit den Fußschrauben weggeschafft. Zeigt sich bei der Wiederholung dieses Vorgangs kein Ausschlag der Libelle nach dem Umsetzen, so ist die Libellenachse parallel zu einer Mantellinie des durch die beiden Lagerringe des Fernrohrs bestimmten Zylinders oder zur Achse dieses Zylinders oder zur mechanischen Achse des Fernrohrs.

b) Es ist zu untersuchen, ob die beiden Lagerringe des Fernrohrs gleich dick sind oder ob der „Lagerringzylinder“ ein Zylinder und kein Kegel ist. Hierzu läßt man die Libelle

scharf einspielen und legt das Fernrohr um, indem man die Libelle und das Fernrohr vorsichtig abnimmt und das Fernrohr mit, die Libelle ohne vertauschte Enden vorsichtig wieder auflegt (Fig. 130); zeigt sich nun ein Ausschlag der

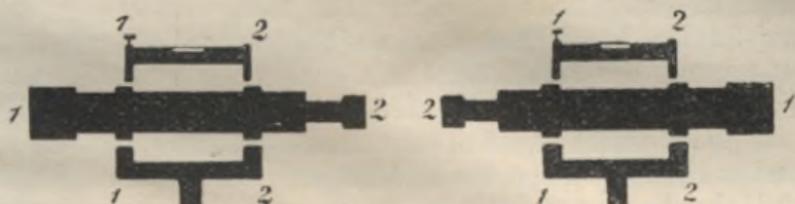


Fig. 130.

Libelle, so liegt der Fehler in der ungleichmäßigen Dicke der Lagerringe, und es müssen diese vom Mechaniker entsprechend abgedreht werden¹⁾.

2. Die Untersuchung, ob die Zielachse des Fernrohrs mit dessen mechanischer Achse zusammenfällt und notwendig werdende Berichtigungen erfolgen in derselben Weise wie beim Instrument mit drehbarem Fernrohr.

Die Senkrechstellung von Umdrehungsachse und Libellenachse wird in der oben für das Instrument mit festem Fernrohr angegebenen Weise vorgenommen; um sich zeigende Fehler verbessern zu können, muß das Instrument mit einer Feinbewegungsschraube oder einer entsprechenden Vorrichtung versehen sein. Diese am Fernrohrträger angebrachte, ebenfalls in vertikalem Sinn wirkende Berichtigungsvorrichtung besteht z. B. aus einer Zugschraube und zwei Druckschrauben (Fig. 131).

Die Horizontallegung des Horizontalfadens wird in derselben Weise wie beim Instrument mit drehbarem Fernrohr vorgenommen.

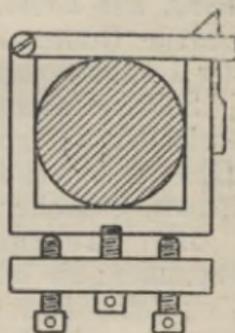


Fig. 131.

¹⁾ In seltenen Fällen findet man an den Lagerringen Vorrichtungen, die deren Dicke zu verändern erlauben.

5. Kapitel.

Ausführung von Höhenmessungen durch Nivellieren.

Die Höhenmessungen durch Nivellieren kann man einteilen in die Bestimmung der Höhen einzelner Punkte, ganzer Linien und zusammenhängender Flächen. Die Bestimmung der Höhen einzelner Punkte bezeichnet man als Festpunktnivellement. Bei der Bestimmung der Höhenverhältnisse einer Linie handelt es sich um die Aufnahme des durch die Linie bestimmten Vertikalschnittes durch die Erdoberfläche oder um die Aufnahme des durch die Linie bestimmten Profils. Sollen die Höhenverhältnisse eines Stücks der Erdoberfläche bestimmt werden, so spricht man von der Ausführung eines Flächennivellements. Dementsprechend kann man die Nivellementsarbeiten einteilen in Ausführung von Festpunktnivellements, Aufnahme von Profilen, wobei man zwischen Längsprofilen und Querprofilen zu unterscheiden hat, und Ausführung von Flächennivellements.

§ 24. Bezeichnung von Höhenpunkten.

Die Art der Bezeichnung von Höhenpunkten ist abhängig davon, ob die Punkte nur vorübergehend, für die Dauer der Messung, oder für die Zeit einiger Monate, z. B. während der Ausführung eines Baues oder einer größeren Vermessung, oder für immer, also dauernd, bezeichnet werden sollen.

Als Höhenpunkte, die nur vorübergehend, während der Messung, ihren Zweck zu erfüllen haben, verwendet man je nach der Beschaffenheit des Bodens und der bei der Messung angestrebten Genauigkeit, beliebige Bodenpunkte, eingetretene oder eingebaute Steine, mit Kreide bezeichnete Punkte auf Randsteinen, passend gelegene Grenzsteine oder eine in den Boden getretene Boden- oder Unterlagsplatte.

Sollen Höhenpunkte für längere Zeit, etwa für ein Jahr, bezeichnet werden, so verwendet man in den Boden getriebene Pfähle, festsitzende Grenzsteine oder besondere, auf Randsteine, Mauern, Staffeltreite u. dgl. eingehauene Zeichen.

Die dauernde Bezeichnung wird verschiedenartig vorgenommen; sie besteht in der Hauptsache darin, daß ein Metallstück horizontal oder vertikal in die Mauerfläche vorhandener Bauwerke oder in besondere, zu diesem Zweck gesetzte Steinpfeiler eingelassen wird.

Figur 132 a zeigt einen Nivellementsmauerbolzen des Reichsamts für Landesaufnahme; in Figur 132 b ist ein Nivellements-pfeiler mit

eingelassenem Bolzen angedeutet. Eine früher übliche Bezeichnung ist in Figur 132 c angegeben; vor einem in die Mauer horizontal eingelassenen Messingbolzen ist eine gußeiserne „Höhentafel“ angebracht, auf der die N. N.-Höhe des betreffenden Punktes angeschrieben werden kann; der Höhenpunkt selbst ist durch ein in Platte und Bolzen angebrachtes Loch bezeichnet, in das ein Stift gesteckt werden kann. Die Figuren 132 d u. e zeigen einfache Metallstücke, die horizontal bzw. vertikal in vorhandene Mauerflächen eingelassen sind.

Um Mißverständnisse auszuschließen, empfiehlt es sich, stets die höchste Stelle des bezeichneten Punktes als Höhenpunkt zu benutzen.

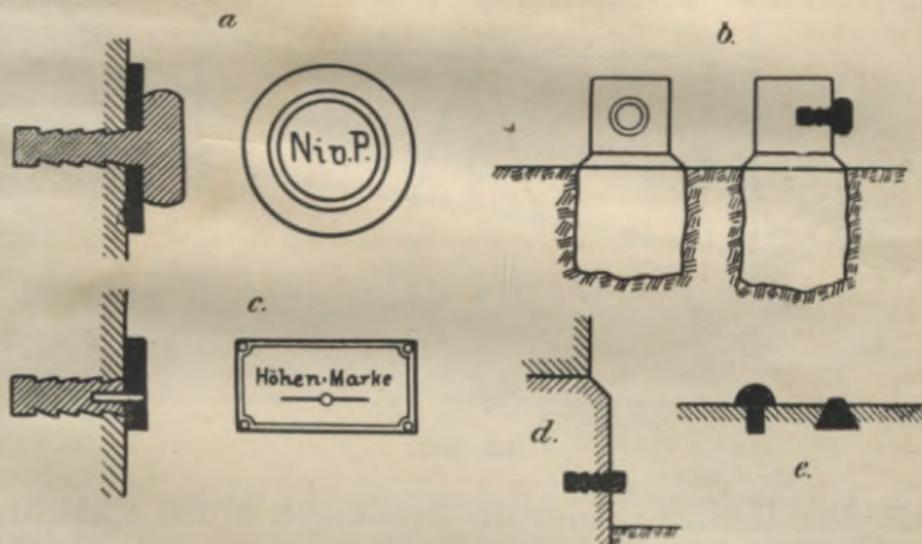


Fig. 132.

Bei der Anbringung von Höhenfestpunkten ist der Platz so zu wählen, daß die etwa 4 m lange Nivellierlatte auf dem Punkt aufgestellt und an ihr¹⁾ unmittelbar mit Hilfe des in einiger Entfernung aufgestellten Instruments abgelesen werden kann; am besten bringt man die Punkte so an, daß sie sich nur wenige Dezimeter über dem umliegenden Boden befinden.

¹⁾ Ist der Höhenfestpunkt z. B. sehr hoch angebracht, so muß man an Stelle der Latte einen Taschenmaßstab oder dergleichen anwenden, wobei dann eine etwaige Differenz zwischen dem Aufsetzpunkt der Latte und ihrem Teilungsnulldpunkt zu berücksichtigen ist.

§ 25. Ausführung von Festpunktnivellements.

Das Festpunktnivellement hat die Aufgabe, von einem Festpunkt mit gegebener N. N.-Höhe ausgehend, die N. N.-Höhen neuer Höhenfestpunkte zu bestimmen.

Ist die N. N.-Höhe H_a des Punktes A (Fig. 133) gegeben und soll die N. N.-Höhe H_b des Punktes B bestimmt werden, so bestimmt man den Höhenunterschied h der beiden Punkte dadurch, daß man das Nivellierinstrument zwischen A und B aufstellt und an der zuerst auf A und dann auf B vertikal aufgehaltene Nivellierlatte — je bei einspielender Libelle —

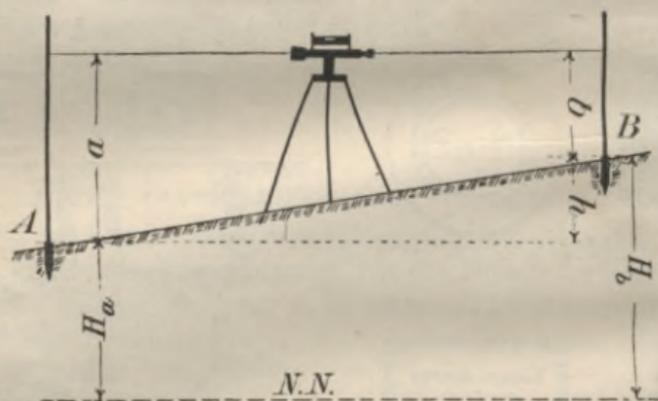


Fig. 133.

mit dem Horizontalfaden die Ablesungen a und b macht; es ist dann

$$h = a - b.$$

Mit Hilfe des gemessenen Höhenunterschieds h und der gegebenen N. N.-Höhe H_a berechnet man die gesuchte N. N.-Höhe H_b des Punktes B aus

$$H_b = H_a + h.$$

Unter der Voraussetzung, daß bei der Latte Aufsetzpunkt und Teilungsnulldpunkt zusammenfallen (Fig. 118 b), ist $H_a + a$ die N. N.-Höhe der horizontal liegenden Zielachse oder des „Instrumentenhorizonts“.

Vielfach ist es nicht möglich, den Höhenunterschied

zweier Punkte A und B mit nur einer Aufstellung des Instruments oder mit nur einer horizontalen Geraden — wie in Figur 133 — zu bestimmen. Man ist dann gezwungen, den Standpunkt und damit den Horizont des Instruments in der in der Figur 134 angegebenen Weise zu wechseln; dies geschieht mit Hilfe der als Wechsellpunkte bezeichneten Punkte W_1, W_2, \dots, W_{n-1} . Der Vorgang bei der Messung ist der folgende: Man stellt das Instrument in passender Entfernung von A in S_1 auf und macht bei ein spielender Libelle mit dem Horizontalfaden an der in A vertikal aufgehaltene n Latte die als Rückblick bezeichnete Ablesung r_1 . Der Lattenträger

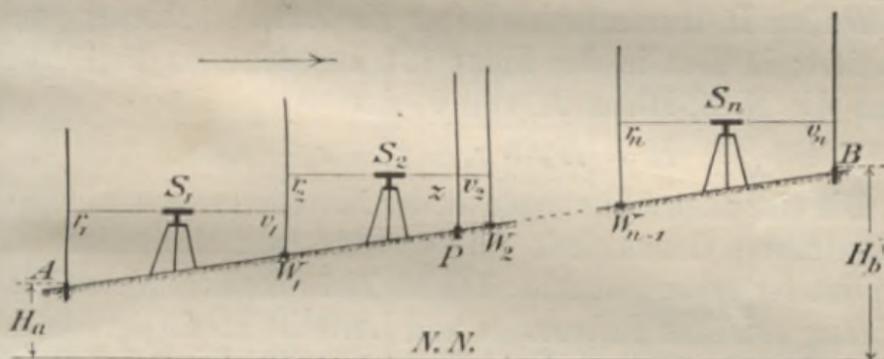


Fig. 134.

wählt dann in der Richtung nach B den Wechsellpunkt W_1 und hält auf ihm die Latte vertikal auf, so daß bei ein spielender Libelle die als Vorblick bezeichnete Ablesung v_1 gemacht werden kann. Während die Latte in W_1 bleibt, wird das Instrument nach dem Standpunkt S_2 gebracht und dort aufgestellt; hierauf werden je bei ein spielender Libelle von S_2 aus der Rückblick r_2 und für einen neuen Wechsellpunkt W_2 der Vorblick v_2 abgelesen. Zuletzt werden von einem Standpunkt S_n aus der Rückblick r_n für den Wechsellpunkt W_{n-1} und der Vorblick v_n für den Punkt B je bei ein spielender Libelle abgelesen.

Ist H_a die gegebene N. N.-Höhe von A , so erhält man die N. N.-Höhe H_b von B aus

$$H_b = H_a + r_1 - v_1 + r_2 - v_2 + \dots + r_n - v_n.$$

Da man in dieser Gleichung alle Rückblicke addieren und alle Vorblicke subtrahieren muß, so kann man sie auch so schreiben:

$$H_b = H_a + \Sigma r - \Sigma v.$$

Soll aus irgendeinem Grunde die N. N.-Höhe H eines zwischen A und B liegenden Punktes P mitbestimmt werden, so macht man von einem passenden Instrumentenstandpunkt aus an der auf P aufgehaltene Latte die „Zwischenablesung“ z . Die N. N.-Höhe eines solchen Zwischenpunktes erhält man allgemein dadurch, daß man von der N. N.-Höhe des betreffenden Instrumentenhorizonts die Zwischenablesung subtrahiert; in dem in der Figur 134 angedeuteten Fall erhält man die N. N.-Höhe H von P aus

$$H = H_a + r_1 - v_1 + r_2 - z.$$

Die einzelnen Ablesungen an der Nivellierlatte werden, der angestrebten Genauigkeit entsprechend, auf Millimeter oder Zentimeter genau gemacht. Die als Zielweite bezeichnete Entfernung zwischen Instrument und Latte ist abhängig von den Höhenverhältnissen und richtet sich nach der Genauigkeit, mit der an der Latte abgelesen werden soll. Sollen die Ablesungen an der Latte auf Millimeter genau gemacht werden, so wählt man als größte Zielweite etwa 50 m; werden die Ablesungen nur auf Zentimeter genau gemacht, so kann man bei der Zielweite bis zu 100 m gehen.

Als Wechsellpunkte wählt man je nach der angestrebten Genauigkeit beliebige Bodenpunkte, eingetretene oder eingebaute Steine, Grenzsteine oder eine festgetretene Bodenplatte.

Für die Aufschreibung der allgemeinen, auf die Messung sich beziehenden Bemerkungen und der bei der Messung gemachten Ablesungen verwendet man zweckmäßigerweise einen Vordruck, in dem man die Ablesungen nach Rück-

Datum: *20. August 1907* Instrument: *N^o 10*Wetter: *sonnig, leichter Wind* Beobachter: *N. N.**Nivellement von Punkt N^o 1 nach Punkt N^o 5*

Punkt =		Lattenablesung			Horizont	Höhe über N. N.
N ^o	Beschreibung	Rückblick	Vorblick	Zwischenablesung		
1	Höhenmarke	0,243			236,974	<u>236,731</u>
	W ₁ {		1,356		238,101	235,618
		2,483				.
2	Grenzstein			1,324		236,777
3	Straße			1,35		236,75
	W ₂ {		2,421		239,223	235,680
		3,543				
	W ₃ {		2,785		239,019	236,438
		2,581				
4	Grenzstein			2,403		236,616
	W ₄ {		1,782		239,067	237,237
		1,830				
5	□ auf Tritt		1,724			237,343
Summe		10,680	10,068	Seitenprobe	236,731	
Differenz		+ 0,612			+ 0,612	237,343

blicken, Vorblicken und Zwischenablesungen trennt; beim Aufschreiben verwendet man am besten für jede Ablesung eine besondere Zeile. Ein Vordruck dieser Art mit den entsprechenden Eintragungen ist der umstehende.

Die Berechnung der N. N.-Höhen geschieht in der Weise, daß man zuerst die auf die Wechsellpunkte sich beziehende Berechnung seitenweise mit der Probe „Letzte N. N.-Höhe gleich erste N. N.-Höhe plus Summe aller Rückblicke minus Summe aller Vorblicke“ durchführt und dann erst die N. N.-Höhen der Zwischenpunkte berechnet.

Liegen die Punkte *A* und *B* (Fig. 134) weit auseinander, so daß die Messung mehr als vier bis fünf Instrumentauf-

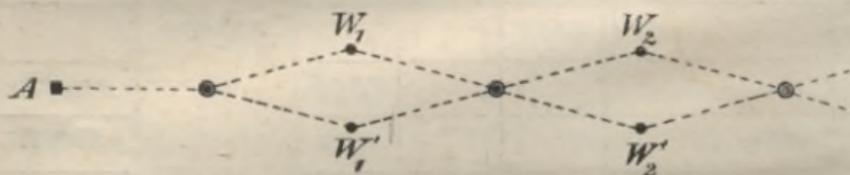


Fig. 135.

stellungen erfordert, so bestimmt man mit Rücksicht auf Störungen bei der Messung außer den Höhen der Wechsellpunkte die Höhen von natürlich bezeichneten, passend gelegenen Hilfspunkten, in denen gegebenenfalls das Nivellement jederzeit neu begonnen werden kann. Solche Hilfspunkte können auch beim Aufsuchen von Messungsfehlern als Anschlußpunkte benützt werden.

Zur Verhütung bzw. bequemen Auffindung von Messungsfehlern gibt es verschiedene Mittel; das beste besteht in der Ausführung von zwei Messungen, die entweder hin und her, also nacheinander, oder gleichzeitig, also nebeneinander, ausgeführt werden. Steht die Zeit zur Ausführung eines solchen Doppelnivellements nicht zur Verfügung, so verwendet man eine Wendelatte oder auch eine mit zwei Aufsetzpunkten versehene Bodenplatte.

Das nacheinander, hin und her, ausgeführte Doppelnivellement wird in derselben Weise wie ein einfaches Nivellement ausgeführt. Beim gleichzeitig, nebeneinander ausgeführten Doppelnivellement liegen zwischen zwei Instrumentstandpunkten je zwei Wechsellpunkte (Fig. 135), die z. B. durch zwei Bodenplatten¹⁾ bezeichnet werden; die Lattenablesungen werden, den beiden Nivellements entsprechend, getrennt aufgeschrieben.

Die Wendelatte ist eine Nivellierlatte, die auch auf ihrer Rückseite mit einer Teilung versehen ist, so daß jeder Ablesung an der Vorderseite der Latte eine bestimmte Ablesung an ihrer Rückseite entspricht. Die Bezifferung der rückseitigen Lattenteilung wird derart ausgeführt, daß die beiden Lattenablesungen entweder addiert oder subtrahiert eine unveränderliche Zahl ergeben; es empfiehlt sich, die hintere Teilung derartig anzubringen, daß jene Zahl keine runde, auf null endigende Zahl ist. Figur 136 zeigt eine Wendelatte, bei der die Teilung und die Bezifferung der Rückseite so angeordnet sind, daß die Differenz der beiden Ablesungen 4,083 beträgt.

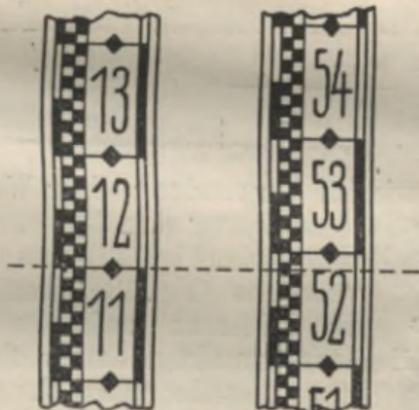


Fig. 136.



Fig. 137.

Zur Vermeidung bzw. Auffindung von Ablesefehlern, bei feineren Messungen zur Ermöglichung von eigenartigen Berechnungsweisen, werden auch Latten mit nur einseitiger Teilung gefertigt, bei denen die doppelseitige Bezifferung der Wendelatte rechts und links von der in der Mitte der Latte angebrachten Teilung angeschrieben ist. Die Figur 137 zeigt eine solche doppelte Bezifferung, bei der die Summe der beiden Ablesungen stets 4,000 beträgt.

Bei Verwendung einer Wendelatte oder einer Latte mit einseitiger, doppelt bezifferter Teilung werden die Aufschreibungen

¹⁾ Mit Rücksicht auf die zwei Wechsellpunkte werden vielfach zwei Latten und damit zwei Meßgehilfen verwendet, doch läßt sich die Arbeit ohne Zeitverlust auch bequem mit einer Latte und einem Meßgehilfen durchführen.

in einem Vordruck vorgenommen, der dann — abgesehen von dem Kopf — folgendermaßen eingerichtet sein kann:

Punkt:		Lattenablesung Vorderseite			Horizont	Höhe	Lattenablesung Rückseite		
N ^o	Bezeichnung	Rückblick	Vor s blick	Zwischenablesg.			Rückblick	Vor s blick	Zwischenablesg.
	Summe			Seitenprobe					
	Differenz								

Ähnlich wie bei Verwendung einer Wendelatte erhält man für jede einzelne Lattenablesung eine Probe, wenn man an Stelle der gewöhnlichen Bodenplatte (Fig. 118) eine mit zwei Aufsetzpunkten versehene (Fig. 138) benützt; in diesem Fall ist die Differenz zwischen den beiden, den zwei Aufsetzpunkten entsprechenden Lattenablesungen stets dieselbe, nämlich gleich dem Höhenunterschied k zwischen den beiden Aufsetzpunkten.

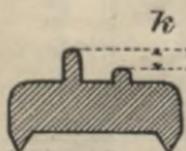


Fig. 138.

Die Festpunktnivellements kann man einteilen in:

Nivellements I. Ordnung mit einem mittleren Höhenfehler bis zu ± 1 mm bei einer Länge von 1 km,

Nivellements II. Ordnung mit einem mittleren Höhenfehler bis zu 20 mm bei einer Länge von 1 km und

Nivellements III. Ordnung mit einem mittleren Höhenfehler von über 2 cm bei einer Länge von 1 km.

1. Die Nivellements I. Ordnung oder Feinnivellements,

deren Ausführung eine Aufgabe der Erd- und nicht der Feldmessung ist, haben außer wissenschaftlichen Zwecken den

Hauptzweck, von dem Normalhöhenpunkt ausgehend, die N. N.-Höhen zu übertragen und damit die Grundlage für alle weiteren Höhenmessungen, insbesondere zunächst für die Nivellements II. Ordnung, zu schaffen.

Zur Ausführung der Feinnivellements verwendet man Instrumente mit 35—45facher Fernrohrvergrößerung und einer Libellenangabe von 3—7 Sekunden. Die Teilungen der gewöhnlich nur 3 m langen Nivellierlatten, die mit besonderer Sorgfalt ausgeführt sein müssen und die vor ihrer Benutzung auf Teilungsfehler zu untersuchen sind, sind nicht als 1 cm-Teilung, sondern z. B. als 0,5 cm-Teilung ausgeführt. An Stelle der einen Nivellierlatte verwendet man gewöhnlich zwei Latten, die sich auf Vor- und Rückblick verteilen. Um ein ruhiges Vertikalhalten der Latte mit Hilfe der an ihr angebrachten Dosenlibelle zu ermöglichen, verwendet man besondere Lattenhalter oder einen gewöhnlichen Fluchtstab. Die Länge des Lattenmeters wird bei Holzlatten täglich mit Hilfe eines Normalmaßstabes bestimmt. An Stelle von Teilungen auf Holz verwendet man besser solche auf einem Metallband.

Die Untersuchung und unter Umständen Berichtigung des Instruments wird täglich vor Beginn der Messung vorgenommen; trotzdem wird stets „aus der Mitte“ nivelliert, so daß die aus Ungenauigkeiten bei der Bewegung der Okularröhre sich ergebenden oder während der Messung durch Erschütterungen des Instruments sich einstellenden Fehler unschädlich sind. Die größte Zielweite beträgt 50 m.

Mit Rücksicht auf den großen Fehler beim Schätzen zwischen zwei Strichen einer Teilung werden bei Feinnivellements an der Nivellierlatte keine Ablesungen gemacht, sondern Einstellungen ausgeführt. Diese Einstellungen des Horizontalfadens auf einen Strich¹⁾ oder auf die Mitte eines Feldes der Lattenteilung erfolgen entweder bei einspielender oder bei nicht einspielender Libelle. Bei einspielender Libelle werden die Einstellungen durch Drehen einer vor dem Objektiv des Fernrohrs angebrachten planparallelen Glasplatte ausgeführt; die Größe der dadurch hervorgerufenen Parallelverschiebung der horizontalen Zielachse wird dabei an der Trommel der Schraube abgelesen, mit deren Hilfe die Glasplatte gedreht wird. Arbeitet man mit nicht einspielender Libelle, so wird der Horizontalfaden mit Hilfe einer Feinbewegungsschraube

¹⁾ Bei Einstellung auf einen Teilstrich — die Lattenteilung ist dann als Strichteilung ausgeführt — verwendet man an Stelle des einen Horizontalfadens zwei entweder parallele oder keilförmig zueinander stehende Striche.

an der Latte eingestellt und der jeweilige Stand der Libelle abgelesen, deren Teilung zu diesem Zweck mit einer durchlaufenden Bezifferung versehen ist. Man nimmt gewöhnlich für einen Punkt nicht nur eine Latteneinstellung, sondern mindestens zwei vor, wobei man für die zweite Einstellung bei Anwendung einer Wendelatte die Rückseite der Latte, bei einer einseitig geteilten, doppelt bezifferten Latte die zweite Bezifferung und bei einer Bodenplatte mit zwei Aufsetzpunkten den anderen der beiden verwendet. Um die durch den Ausschlag der Libelle bedingte, an der Latteneinstellung anzubringende Verbesserung berechnen zu können, muß man die Zielweite — am bequemsten mit Hilfe eines Meßbandes — bestimmen bzw. vor Aufstellung des Instruments und der Latte abmessen; außerdem muß die Angabe der Libelle bekannt sein.

Zur Sicherung und zur Erhöhung der Genauigkeit des zu wertenden Ergebnisses der Messung wird beim Feinnivellement meistens jede Strecke doppelt, hin und her, nivelliert.

2. Die Nivellements II. Ordnung

werden je nach Bedarf zwischen die Nivellements I. Ordnung eingeschaltet und liefern zugleich die Grundlage für weitere Höhenmessungen, also zunächst für die Nivellements III. Ordnung. Nivellements II. Ordnung bilden die Grundlage der Höhenmessungen für Ingenieurbauten. Die zur Verwendung kommenden Instrumente haben eine 20—30 fache Fernrohrvergrößerung und eine Libellenangabe von 10—20 Sekunden; die Untersuchung des Instruments wird in Zeitabschnitten von einigen Tagen, besonders nach größeren Transporten vorgenommen. An Instrumenten verwendet man solche mit festem Fernrohr oder — mit Rücksicht auf die bequeme Untersuchung von einem Standpunkt aus — solche mit drehbarem Fernrohr und Doppellibelle.

Auch hier nivelliert man möglichst aus der Mitte, wobei man die gleichen, nicht mehr als 50 m langen Zielweiten durch Abschreiten bestimmt. Die Ablesungen an der in Zentimeter geteilten, freihändig aufgehaltene oder durch einen Fluchtstab verstreuten, gewöhnlich 4 m langen Latte werden bei einspielender Libelle durch Schätzung auf Millimeter ausgeführt.

Proben für die Messung erhält man beim Nivellement II. Ordnung am besten durch Anwendung einer Wendelatte, wobei die Ablesungen an der Rückseite der Latte meist nicht zur Berechnung der N. N.-Höhen benützt werden.

Die Länge des Lattenmeters wird in 8—14 tägigen Zeitabschnitten mit Hilfe eines Normalmeters bestimmt.

3. Für die Nivellements III. Ordnung,

die nur für untergeordnete Zwecke ausgeführt werden, würden Instrumente mit festem Fernrohr, 10—20facher Fernrohrvergrößerung und einer Libellenangabe von 20—40 Sekunden genügen; doch wird man einerseits ein eben zur Verfügung stehendes Instrument benützen und andererseits einem größeren Instrument den Vorzug geben, um gelegentlich auch mit größeren Zielweiten — bis zu 100 m — arbeiten zu können. Mit Rücksicht auf große Zielweiten muß die Untersuchung des Instruments von Zeit zu Zeit vorgenommen werden.

Auf Nivellieren aus der Mitte wird keine Rücksicht genommen. Die Ablesungen an der mindestens 4 m langen, in Zentimeter oder auch nur halbe Dezimeter geteilten Latte werden bei einspielender Libelle auf Zentimeter genau vorgenommen.

§ 26. Aufnahme und Ausarbeitung von Längsprofilen.

Unter einem Längsprofil versteht man einen Vertikalschnitt der Erdoberfläche längs einer bestimmten Linie (Trasse, Achse). Mit der Aufnahme eines Längsprofils ist in den meisten Fällen eng verbunden diejenige von Querprofilen, das sind kürzere Vertikalschnitte quer zum Längsprofil. Längs- und Querprofile werden zum Zweck des Baues oder der Unterhaltung von Straßen, Eisenbahnen und Wasserläufen aufgenommen; bei Neubauten bildet ihre Aufnahme den Hauptteil der besonderen Vorarbeiten.

1. Aufnahme der Längsprofile.

Im folgenden möge von Lagemessungen insofern abgesehen werden, als vorausgesetzt werden soll, daß bei Neubauten die auf Grund der allgemeinen Vorarbeiten entworfene Trasse im Felde abgesteckt ist und daß bei Umbauten oder Unterhaltungsbauten ein Lageplan fertig vorliegt. Trotzdem ist die Aufgabe bei der Aufnahme eines Längsprofils eine doppelte, indem außer der Höhenmessung eine Längenmessung — am besten jener vorausgehend — ausgeführt werden muß.

Die Aufnahme beginnt mit der Verpfählung (Stationierung) derjenigen Linie, der entlang das Längsprofil aufgenommen werden soll; also bei Neubauten der Trasse, bei vorhandenen Bauten der Straßen- bzw. Bahnachse. Bei bestehenden Wasserläufen wird die Verpfählung je nach der Breite an einem Ufer oder beiden Ufern, unter Umständen in der Mitte des Wasserlaufes vorgenommen. Verpfählt werden — gewöhnlich mit größeren Pfählen — die Trassen bzw. Achsen in Abständen von 50 oder 100 m und bei regelmäßiger Linienführung — also zunächst bei Trassen — die Anfangs- bzw. Endpunkte und unter Umständen noch Mitten von Kreisbögen; ferner — gewöhnlich mit kleineren Pfählen — je nach der Beschaffenheit des Geländes in ebenem Gelände in Abständen von 10, 20 oder 30 m solche Punkte, in denen Querprofile aufgenommen werden müssen. Jeder Pfahl wird — aufgenommen an Wasserläufen — so weit eingetrieben, daß sein Kopf mit dem durch ihn bezeichneten Geländepunkt in bezug auf die Höhe übereinstimmt; zum bequemen Auffinden wird jeder Pfahl mit einem seitlich an geschützter Stelle eingeschlagenen Beipfahl versehen.

Gleichzeitig mit der Verpfählung wird die zur Festlegung der Pfähle in horizontalem Sinn nötige, im Anfangspunkt des Längsprofils beginnende Längenmessung ausgeführt. Die für einen Pfahl gemessene Länge dient zu seiner Bezeichnung und wird — bei kürzeren Profilen nach Hektometern ($3 + 45,0$)

und bei längeren Profilen nach Kilometern (1 + 240,0) — auf seinem Beipfahl angeschrieben.

Die Aufgabe der nach vorausgegangener Verpfählung auszuführenden Höhenmessung besteht in der Bestimmung der N. N.-Höhen der einzelnen Pfähle, zu welchem Zweck ein von einem oder besser zwei, ihrer N. N.-Höhe nach bekannten Höhenfestpunkten ausgehendes Nivellement auszuführen ist. Sind solche Anschlußpunkte in der Nähe nicht vorhanden, so genügt es, bei untergeordneten Arbeiten die Höhe des Anfangspunktes — z. B. auf Grund einer topographischen Karte — anzunehmen. Bei der Ausführung des Nivellements, das als solches II. Ordnung ausgeführt wird, werden in Abständen von etwa 500 m mit Rücksicht auf nachfolgende Bauten abseits gelegene Festpunkte ihrer Höhe nach bestimmt; bei langen Profilen und voraussichtlich mehrjähriger Bauzeit, wie bei Eisenbahnen, empfiehlt sich außerdem die Anlage von besonders gut bezeichneten Festpunkten in Abständen von etwa 1 km.

Bei der Aufnahme des Längsprofils von Wasserläufen hat man außer den Ufern etwa vorhandene Kunstbauten, Nieder-, Mittel- und Hochwasserstände und die Sohle (tiefste Stelle des Bettes) zu berücksichtigen. Um die Höhen der verschiedenen Wasserstände mit Hilfe von — gewöhnlich schon vorhandenen — Pegelbeobachtungen ermitteln zu können, muß man bei Ausführung des Nivellements die Höhen der Pegelnullpunkte und nach dem Nivellement — durch unmittelbares Abmessen oder mit Hilfe einer Setzlatte — die Höhen des vorhandenen, zu gleicher Zeit auch an den Pegeln abgelesenen Wasserstands bestimmen. Die Sohlenhöhe, die bei Bächen und schmalen Flußläufen durch unmittelbares Aufhalten der Nivellierlatte bestimmt werden kann, läßt sich bei breiteren Flußläufen erst aus der nachfolgenden Querprofilaufnahme ermitteln.

2. Die Aufzeichnung der Längsprofile

wird derart vorgenommen (Fig. 139), daß die Höhen in einem größeren — gewöhnlich zehnmal größeren — Maßstab als die Längen aufgetragen werden. Als Maßstab für die Längen wählt man am besten den eines vorhandenen Lageplans. Zum Abgreifen von nicht gemessenen Höhen oder zum Einzeichnen von Entwürfen wird das Profil in passenden Abständen mit Parallelen (Horizonten) versehen, die runden N. N.-Höhen entsprechen. Die eigent-

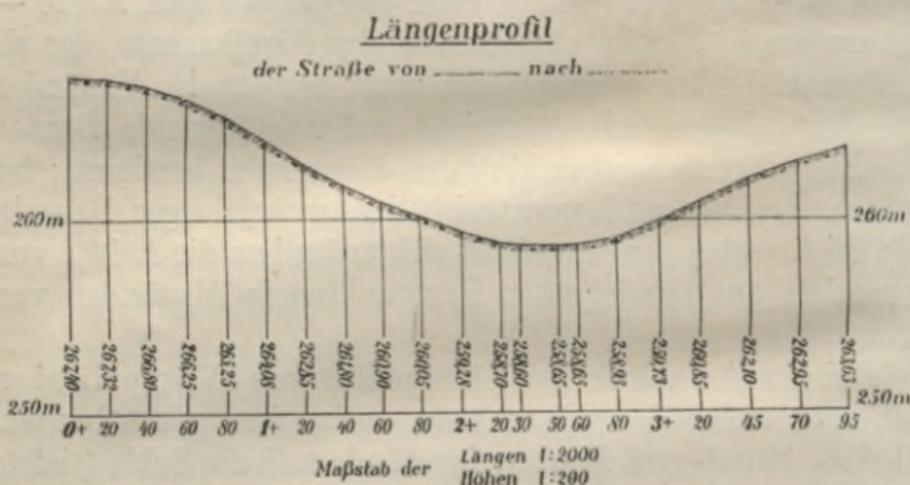


Fig. 139.

liche Profillinie, die Parallelen zu N. N., die den einzeln aufgenommenen Höhenpunkten entsprechenden Senkrechten sowie die gemessenen Längen und Höhen werden meistens mit schwarzer Tusche ausgezogen bzw. eingeschrieben; Wasserlinien und Höhen von Wasserständen werden durch blaue Farbe unterschieden. Wichtige Punkte, wie Markungsgrenzen, Einmündungen u. dgl., werden besonders hervorgehoben. Im übrigen hat man sich bei der Ausarbeitung nach den jeweils bestehenden Vorschriften zu richten.

§ 27. Aufnahme und Ausarbeitung von Querprofilen.

Der Zweck der Querprofile ist insofern ein doppelter, als

sie einerseits bei der Bearbeitung des Entwurfs Verwendung finden und andererseits die Grundlage für die Erdmassenberechnung bilden. Die Querprofile werden senkrecht bzw. radial zur Längsprofilinie, in Eckpunkten in der Winkelhalbierenden aufgenommen; ihre Ausdehnung vom Längsprofil aus nach rechts und links ist von den jeweiligen Verhältnissen abhängig und demnach sehr verschieden. Während in manchen Fällen eine seitliche Ausdehnung von je 20 m oder noch weniger genügt, können Fälle vorkommen, in denen man die Profile bis zu 50 m und noch mehr nach beiden Seiten ausdehnt. Die Entfernung zwischen den einzelnen Querprofilen ist abhängig vom Gelände und wechselt mit diesem; jedenfalls sind — mit Rücksicht auf die Erdmassenberechnung — Querprofile in allen Punkten aufzunehmen, in denen entweder ein Wechsel in der Steigung des Geländes oder ein Abweichen aus der Geraden in horizontalem Sinn stattfindet. In ebenem, gleichmäßigem Gelände werden die Querprofile in Abständen von 10—30 m gelegt. Die Absteckung der Profile senkrecht, winkelhalbierend oder radial zur Achse wird z. B. mit Hilfe der Kreuzscheibe vorgenommen.

1. Die Aufnahme der Querprofile

erfolgt in wenig geneigtem und übersehbarem Gelände mit Hilfe des Nivellierinstrumentes; in stark geneigtem Gelände und im Wald verwendet man besser die Setzlatte; bei größeren Wasserläufen benützt man die Peilstange.

a) Die Verwendung des Nivellierinstrumentes empfiehlt sich hauptsächlich dann, wenn die Steigung des Geländes die Aufnahme eines Querprofils von nur einem Standpunkt aus erlaubt. Man stellt in diesem Fall das Instrument so auf, daß man von Sichthindernissen (Gebüsch u. dgl.) so wenig wie möglich beim Überblick über das ganze Profil gehindert ist, und bestimmt zunächst den Instrumentenhorizont durch Ablesen an der auf dem Achspfehl aufgehaltene Latte;

sodann werden die einzelnen Profilpunkte ihrer Lage und Höhe nach — gleichzeitig, so daß keine Bezeichnung der Punkte erforderlich ist — durch Einmessen vom Achspfad aus und durch Ablesen an der Nivellierlatte (auf Zentimeter genau) bestimmt. Das Aufschreiben der gemessenen Längen und der Lattenablesungen sowie der auf die aufgenommenen Punkte sich beziehenden Bemerkungen wird in einem Vor- druck, der z. B. die untenstehende Form hat, vorgenommen; die Bezeichnung der Profile wird entsprechend derjenigen der Längsprofilpfähle durchgeführt.

Profil				Punkt	Rück- blick	Vor- blick	Horizont	Höhe
links				rechts				
Bemerkungen	Ent- fernung	Latten- ablesung	Horizont Höhe	Bemerkungen	Ent- fernung	Latten- ablesung	Horizont Höhe	

b) Die Aufnahme von Querprofilen mit Hilfe der Setzlatte zeigt die Figur 140; die Aufschreibungen werden in einer dieser Figur ähnlichen Skizze ausgeführt.

c) Bei der Aufnahme der Querprofile von breiteren Flüssen wird zwischen den zwei die Profilrichtung bestimmenden Uferpfählen eine Schnur oder ein Draht (Peilleine) gespannt, die mit einer an dem einen Pfahl beginnenden Teilung — je nach Bedarf von zwei zu zwei oder von fünf zu fünf Meter — versehen sind. Nachdem die N. N.-Höhe des zur Zeit der Aufnahme herrschenden Wasserstandes durch Abmessen — unter Umständen mit Hilfe der Setzlatte — vom Ausgangspfad aus bestimmt ist, wird die Aufnahme, das sog. Peilen, derart vorgenommen, daß die Tiefe des Wassers vom Boot aus in

gewöhnlich gleichen, an der Peilleine abgelesenen Abständen mit Hilfe der Peilstange — einer je nach Bedarf 3, 5 oder mehr Meter langen, an ihrem unteren Ende mit einem Querbrett zum Aufsetzen versehenen Meßplatte — gemessen wird.

2. Die Aufzeichnung der Querprofile

wird nicht wie beim Längsprofil „überhöht“, sondern mit demselben Maßstab für Längen und Höhen — meistens 1:100 — ausgeführt. Mit Rücksicht auf die für die Zwecke der Erdmassenberechnung auf Grund der Querprofile auszuführenden Flächenbestimmungen verwendet man zum Auf-

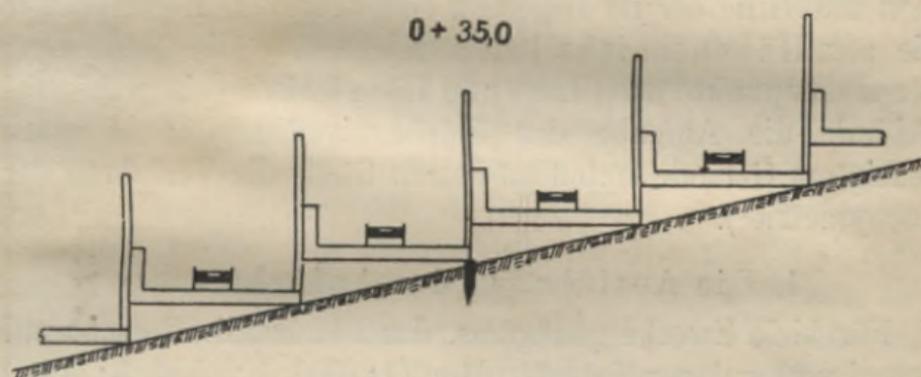


Fig. 140.

zeichnen der Profile vielfach Millimeterpapier, auf dem sich die Flächenbestimmungen durch Zerlegen in schmale Trapeze in der früher beschriebenen Weise bequem ausführen lassen. Verwendet man zum Aufzeichnen gewöhnliches Zeichenpapier, so werden die einzelnen Punkte vom Instrumentenhorizont aus aufgetragen, so daß man ihre Höhen nicht ausrechnen muß.

Die Ausarbeitung der Querprofile wird ähnlich derjenigen des Längsprofils vorgenommen; insbesondere ist jedes Profil mit einem durch die Pfahlhöhe bestimmten Horizont zu versehen. Außer der Bezeichnung des Profils, der Pfahlhöhe und, nach Einzeichnung von Entwürfen, der Höhe in der Achse der Neuanlage werden gewöhnlich keine Zahlen eingeschrieben.

§ 28. Ausführung und Ausarbeitung von Flächennivellements.

Für viele Zwecke — z. B. zur Ausführung der allgemeinen Vorarbeiten, zur Bearbeitung von Stadtbauplänen, zur Anlage von Entwässerungen und Bewässerungen usw. — eignet sich die Darstellung des Geländes durch Längsprofile in Verbindung mit Querprofilen nicht. Eine andere, für die angegebenen Zwecke brauchbare Geländedarstellung besteht darin, daß man in dem betreffenden Lageplan für eine Anzahl Punkte die N. N.-Höhe des Geländes einschreibt. Ein besonders anschauliches Bild des Geländes erhält man, wenn man mit Hilfe der im Lageplan eingetragenen Höhenpunkte die sog. Höhengichtlinien zeichnet. Die Festlegung der Höhenpunkte nach Lage und Höhe ist in wenig geneigtem Gelände die Aufgabe des Flächennivellements; in stark geneigtem Gelände treten an dessen Stelle die Verfahren der Tachymetrie¹⁾.

1. Die Ausführung der Aufnahme.

Für viele Zwecke genügt es, das Flächennivellement auf Grund vorhandener Katasterpläne (1:1000, 1:2500, 1:5000) vorzunehmen; der Einmessung der Punkte nach ihrer Lage ist man in diesem Fall meistens enthoben, da genügend viele Punkte ihrer Lage nach bereits im Plan gegeben sind; kommt es dabei vor, daß ein im Plane nicht gegebener Punkt aufgenommen werden soll, so läßt sich in wenig geneigtem Gelände seine Lage in einfachster Weise — unter Umständen durch Abschreiten — bestimmen.

Steht kein Katasterplan zur Verfügung oder sind in einem vorhandenen Katasterplan z. B. infolge weiter Parzellierung wenig Anhaltspunkte vorhanden oder muß die Aufnahme aus irgendeinem Grunde in einem größeren Maßstabe (1:500, 1:250, 1:100) vorgenommen werden, so hat man außer der

¹⁾ Vgl. Band III, Sammlung Göschen Band 862.

Höhenmessung eine Lagemessung auszuführen, die entweder gleichzeitig oder in den meisten Fällen getrennt ausgeführt wird.

Das bei der Lagemessung anzuwendende Verfahren ist abhängig von der Beschaffenheit des Geländes. In ebenem Gelände verschafft man sich die aufzunehmenden Punkte dadurch, daß man das betreffende Gebiet mit einem Netz von Parallelen und Senkrechten zu einer Aufnahmelinie (z. B. einer Grenze) überzieht; sollen in diesem Fall aus irgendeinem Grunde der eine oder andere Geländepunkt, der nicht mit einem Netzeckpunkt zusammenfällt, aufgenommen werden, so läßt er sich in einfacher Weise auf das Netz einmessen.

In unebenem Gelände, wo es sich um die Aufnahme von unregelmäßig liegenden, den charakteristischen Formen des Geländes entsprechenden Punkten handelt, ist jeder Punkt für sich — z. B. durch rechtwinklige Koordinaten in bezug auf eine bequem liegende Aufnahmelinie — seiner Lage nach festzulegen. Für die Auswahl der Punkte denkt man sich die unregelmäßige Erdoberfläche durch einen sich ihr anschmiegenden, von lauter Dreiecken begrenzten Vielflächner ersetzt, dessen Eckpunkte die für die Aufnahme in Betracht kommenden Punkte vorstellen.

Der Abstand der aufzunehmenden Punkte ist abhängig von der Form des Geländes und von dem Maßstab des herzustellenden Höhenplanes. In ebenem Gelände wählt man die Punkte derart, daß ihr Abstand im Höhenplan nicht kleiner als 2 bis 3 cm ist.

Als Grundlage für die Höhenbestimmung wird ein von einem Festpunkt mit bekannter N. N.-Höhe ausgehendes und an einem solchen Punkt abschließendes Festpunktnivellement II. Ordnung ausgeführt, das in passenden Abständen Anschlußpunkte für das Flächennivellement zu bestimmen hat; sind keine Festpunkte mit bekannter N. N.-Höhe in der Nähe, so genügt es bei untergeordneten Arbeiten, für einen

Punkt die Höhe — unter Benützung einer topographischen Karte — anzunehmen und durch Nivellement zu übertragen.

Zur Ausführung des eigentlichen Flächennivellements verwendet man kein zu kleines, vor Benützung untersuchtes bzw. berichtigtes Instrument, so daß man auch bei Zielweiten von 300 m — ausnahmsweise bis zu 400 m — an der mindestens 4 m langen, für diese Zwecke nicht mehr in Zentimeter, sondern in halbe Dezimeter (Fig. 141) geteilten Latte bequem ablesen kann. Die Lattenablesungen werden je nach der Beschaffenheit des Bodens und dem Maßstab des zu fertigen Höhenplanes auf Zentimeter, halbe oder auch

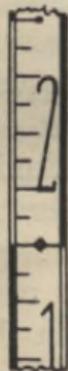


Fig. 141.

nur ganze Dezimeter gemacht. Um nicht vor jeder Ablesung die Libelle zum Einspielen bringen zu müssen, stellt man vor Beginn der Messung die Umdrehungsachse des Instruments ziemlich gut senkrecht zur Libellenachse, so daß — abgesehen von kleinen Ausschlägen — die Libelle nach Vertikalstellung der Umdrehungsachse für längere Zeit in jeder Richtung des Fernrohrs einspielt. Bei Bestimmung des jeweiligen Instrumentenhorizontes durch unmittelbaren oder mittelbaren Anschluß an ein vorausgegangenes Festpunktnivellement sollten stets mindestens zwei Ausgangspunkte benützt werden. Zum Aufschreiben der Höhenmessung ist ein Vordruck fast nicht erforderlich. Die aufgenommenen Punkte werden, in dem als Feldriß gezeichneten Lageplan und im Aufschrieb übereinstimmend, fortlaufend numeriert.

Bei gleichzeitiger Ausführung von Lage- und Höhenmessung sind zwei Beobachter erforderlich, von denen der eine die aufzunehmenden Punkte aussucht, mit Unterstützung eines Meßgehilfen einmißt und in den zu führenden Feldriß nach Lage und Nummer einträgt; der zweite, die Höhenmessung ausführende Beobachter bedient das Nivellierinstrument und nimmt die Ablesungen an der von einem anderen Meßgehilfen in den eingemessenen Punkten aufgehaltene

Nivellierlatte vor. Wird die gesamte Arbeit von einem Beobachter ausgeführt, so nimmt dieser zunächst die Auswahl, Einmessung und Eintragung der aufzunehmenden Punkte für eine bestimmte Fläche vor; dabei wird jeder Punkt in einfacher Weise — z. B. mit einem mit der betreffenden Punktnummer versehenen Span — bezeichnet, so daß bei der nachfolgenden Höhenmessung der die Latte haltende Meßhilfe die einzelnen Punkte bequem wieder auffindet.

2. Ausarbeiten des Höhenplanes.

Nachdem der genaue Eintrag der aufgenommenen Punkte in den Lageplan und die Berechnung ihrer N. N.-Höhen stattgefunden hat, werden die Höhenpunkte durch kleine Kreuze bezeichnet und die betreffenden N. N.-Höhen beschrieben. Durch Einzeichnen der Höhenschichtlinien wird nicht nur die Übersichtlichkeit in der durch die Höhenzahlen erreichten Geländedarstellung wesentlich erhöht, sondern die ganze Höhenaufnahme für den praktischen Gebrauch bei den verschiedensten technischen Arbeiten erst recht verwendbar gemacht.

Als Höhenschichtlinie oder Höhenkurve oder Niveaulinie oder Horizontalkurve bezeichnet man die Verbindungslinie von Geländepunkten mit derselben N. N.-Höhe. Man erhält die Höhenschichtlinien je als Schnittlinie des Geländes mit einer Horizontalebene von bestimmter N. N.-Höhe. Die Höhenabstände dieser Horizontalebenen und damit diejenigen der Schichtlinien sind verschieden; sie sind abhängig außer von der Neigung und Form des Geländes und dem Maßstab des Planes von dem Zweck, dem sie zu dienen haben. In den für technische Arbeiten in Betracht kommenden Karten und Plänen, also in den Maßstäben 1 : 25 000, 1 : 10 000 und größeren, werden die Höhenschichtlinien nach Bedarf in Höhenabständen von 10; 5; 2,5; 1,25; 1,0; 0,5 und 0,25 m gezeichnet.

Die Höhengschichtlinien erhält man dadurch, daß man einzelne ihrer Punkte zwischen den aufgenommenen und im Plan eingetragenen Höhenpunkten bestimmt, indem man zwischen je zwei Punkten, von deren Verbindungslinie man weiß, daß sie — abgesehen von geringen Abweichungen — mit dem Gelände zusammenfällt, Punkte mit den N. N.-Höhen der entsprechenden Höhengschichtlinien einschaltet.

Ist das Gelände sehr eben, so daß seine Formen in der Natur nicht zu erkennen sind, oder tritt der Fall ein, daß

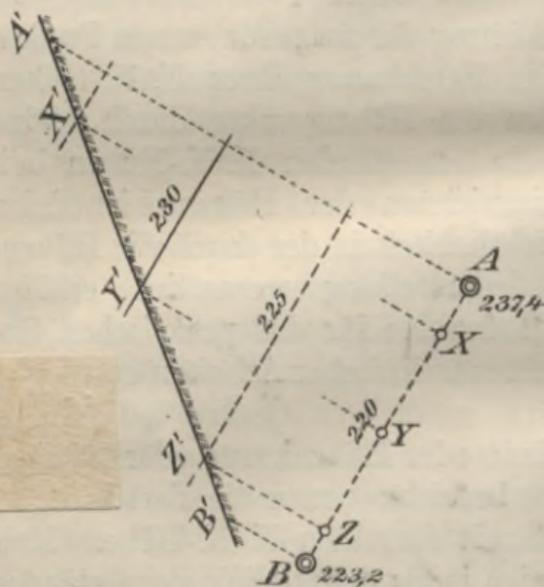


Fig. 142.

man das Gelände selbst nicht kennt und deshalb zunächst nicht weiß, zwischen welchen Punkten die Einschaltung vorzunehmen ist, so ist man gezwungen, sich dadurch ein Bild vom Gelände zu verschaffen, daß man die Höhengschichtlinien zunächst durch Schätzung einzeichnet; bei der folgenden Punkteinschaltung sind dann stets solche Punktpaare zu wählen, deren Verbindungsgeraden mög-

lichst senkrecht zu den geschätzten Schichtlinien liegen.

Zur Bestimmung von Punkten der zu zeichnenden Höhengschichtlinien gibt es verschiedene Verfahren; das nächstliegende besteht darin, daß man den durch zwei Höhenpunkte A und B (Fig. 142) bestimmten vertikalen Geländeschnitt in die Ebene umklappt und dort die Schnittpunkte X', Y' und Z' der Geländegeraden A'B' mit den zwischen den beiden Punkten A und B liegenden Höhengschichten bestimmt. Ein anderes Verfahren besteht darin, daß man die Entfernungen der gesuchten Punkte von einem Höhenpunkt mit Hilfe des Rechenschiebers berechnet, nach-

dem man zuvor die Entfernung der beiden benützten Höhenpunkte dem Plan entnommen hat. Von den zahlreichen graphischen oder besser graphisch-mechanischen Hilfsmitteln zur Bestimmung von Punkten von Höhenschichtlinien mögen die beiden folgenden, einfach zu fertigenden angeführt sein:

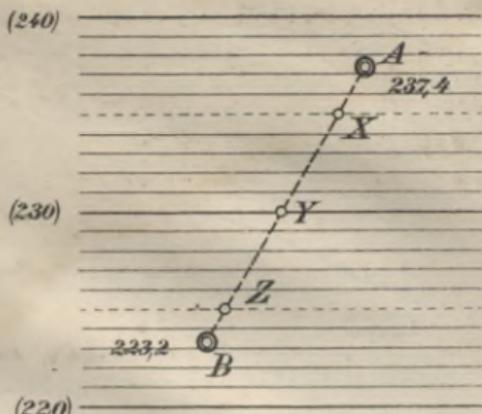


Fig. 143.

a) Ein z. B. auf Pauspapier gezeichnetes Parallelnetz, bei dem zur Erhöhung der Übersichtlichkeit je die 5. bzw. 10. Parallele unterschieden sind, wird in der in der Figur 143 gezeichneten Weise auf die Punkte A und B gelegt, so daß die den Höhenlinien

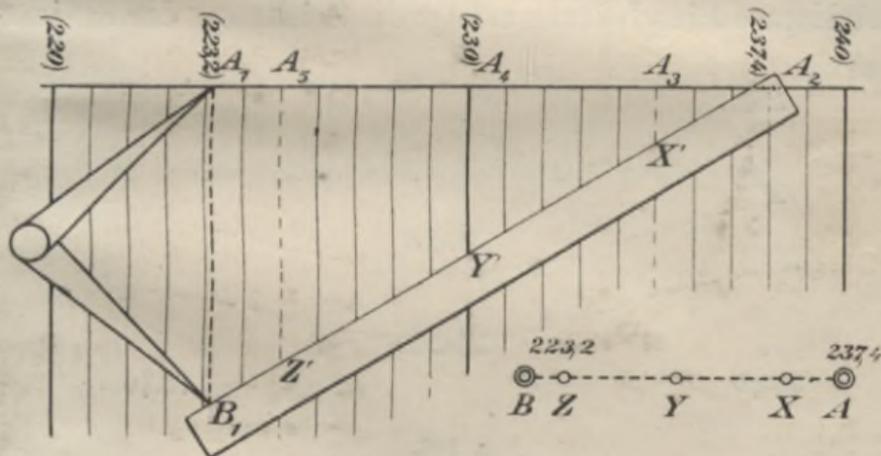


Fig. 144.

225, 230 und 235 entsprechenden Punkte X, Y und Z mit Hilfe einer Nadel bezeichnet werden können. Die in der Figur in Klammer beigefügte Bezeichnung einiger Parallelen durch N. N.-Höhen wird mit Rücksicht auf den steten Wechsel der letzteren nicht durchgeführt.

b) Man benutzt ein Diagramm in Form von einem Streifen Millimeterpapier, das man mit Rücksicht auf flaches und steiles Gelände mit verschiedenen Bezifferungen versieht; in dieses Diagramm

(Fig. 144) trägt man mit Hilfe des Zirkels die Strecke $A_1B_1 = AB$ an der der N. N.-Höhe des tiefer liegenden Punktes B entsprechenden Stelle ein und schlägt die Kante eines Lineals derart an die Zirkelspitze in B_1 an, daß sie zu gleicher Zeit durch den

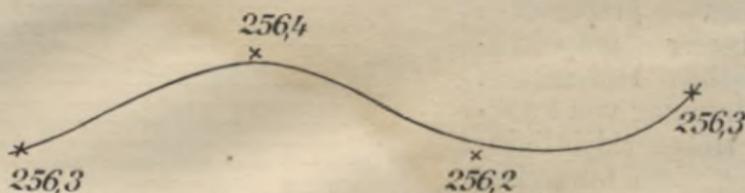


Fig. 145.

auf derselben Geraden wie A_1 gelegenen Punkt A_2 , welcher dort der N. N.-Höhe von A entsprechend gewählt wird, geht. Hält man das Lineal fest, so lassen sich die Strecken $AX = A_3X'$, $AY = A_4Y'$ und $AZ = A_5Z'$ mit dem Zirkel dem Diagramm entnehmen.

Nach Bestimmung genügend vieler Schichtlinienpunkte durch lineare Einschaltung erfolgt die Zeichnung der Schicht-

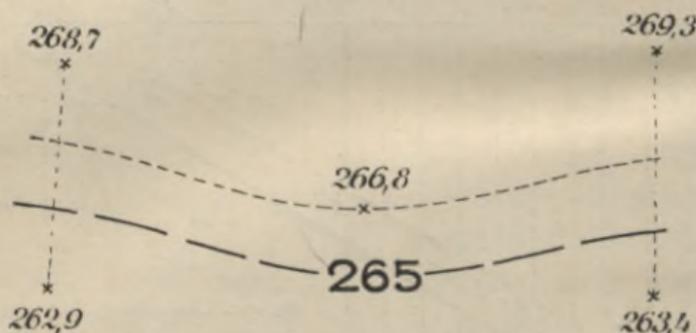


Fig. 146.

linien selbst. Die Schichtlinienzeichnung wird erleichtert durch gelegentlich vorhandene „Leitlinien“; es sind dies Stücke von beliebigen Hilfsschichtlinien (Fig. 145), die durch mehrere aufgenommene, in der Höhe ganz oder nahezu übereinstimmende Punkte bestimmt sind. Bei der Zeichnung der Schichtlinien sollte jeder aufgenommene Höhenpunkt berücksichtigt werden, so daß nach Fertigstellung der Zeich-

nung jeder aufgenommenen Punkt die ihm seiner N. N.-Höhe nach zukommende Lage zwischen den beiden ihn einschließenden Schichtlinien hat. Man erreicht dies vielfach durch Verwendung von „Zwischenlinien“; es sind dies Stücke von beliebigen Hilfsschichtlinien (Fig. 146), die im einfachsten Fall durch einen aufgenommenen Punkt und zwei eingeschaltete Punkte bestimmt sind und eine ähnliche Rolle wie die Leitlinien spielen¹⁾).

Die Auszeichnung der Schichtlinien erfolgt gewöhnlich in brauner oder roter Farbe, wobei eine Unterscheidung der einzelnen Linien derart vorgenommen wird, daß die 100 m-Linien mit einer kräftigen, die 10 m-Linien mit einer mittelkräftigen, die 5 m-Linien mit einer lang gerissenen, die 2,5 m- und 7,5 m-Linien mit einer kurz gerissenen Linie usw. ausgezogen werden. Um einen raschen Überblick über die Höhenschichtlinien eines Planes zu ermöglichen, schreibt man an einzelnen Linien die ihnen zukommende N. N.-Höhe an.

¹⁾ In dem fertigen Höhenplan bleiben Leitlinien und Zwischenlinien weg.

Sachverzeichnis.

- Ablesefernrohr** 93.
Ablotverfahren bei der Streckenmessung 32.
Abstecken gerader Linien 25.
— langer Lote 58.
Abstecken rechter Winkel 40.
— mit dem Dreiseitprisma 43.
— mit dem Fünfeitprisma 44.
— mit der Kreuzscheibe 40.
— mit dem Winkelspiegel 42.
Aufnahme einzelner Grundstücke 47.
— eines kleineren Lageplanes 46, 53.
Aufnahmelinien 49.
— System von 50.
Aufstecken eines Punktes 9.
Aufzeichnen von Höhenplänen 157.
— von Lageplänen 58.
— von Längsprofilen 150.
— von Querprofilen 153.
Ausfluchten einer Geraden 25, 30.
- Barometrische Höhenmessung** 91, 92.
Bezeichnung von Geraden 10.
— von Punkten 7.
— von Höhenpunkten 136.
Boden- oder Unterlagsplatte 118, 144.
- Deutliche Schweite** 94.
Diopterinstrumente 14.
Doppellibelle 104, 116, 128.
Doppelnivellement 142.
Dosenlibelle 111.
Dreiseitprisma 19, 43.
- Fadenkreuz** 97.
Fehlergrenzen für Flächenbestimmung 66, 71.
— für Längenmessung 39.
Feinnivellement 144.
Feldriß 52, 156.
Fernrohr 93.
— von Huygens 102.
— von Kepler 95.
— von Ramsden 102.
— mit innerer Einstelllinse 100.
Festpunktnivellement 138.
Flächenbestimmung aus Feldmaßen 62.
— aus Feld- und Planmaßen 71.
— aus Planmaßen 67.
— mit dem Planimeter 72.
Flächennivellement 154.
Flächenteilung 87.
Fluchtstab 7.
Fünfeitprisma 21, 44.
- Gerade** 10.
Gradbogen 12, 34.
Gradbogenverfahren bei der Streckenmessung 34.
Gradscheibe 17.
Graphische Flächenbestimmung 67.
Günstigste Schweite 94.
- Halbgraphische Flächenbestimmung** 72.
Handriß 52.
Höhenmessung 6, 91.
Höhenplan 157.
Höhenschichtlinie 157.
Horizontal- oder Lage-messung 6.
Huygenssches Fernrohr 102.
- Instrumentalfehler** 121.
Instrumentenhorizont 138.
- Kammerlibelle** 104.
Keplersches Fernrohr 95.
Kompensationsplanimeter 86.
Koordinatenverfahren 47, 49.
Kreuzscheibe 15, 27, 40.
Kreuzvisier 19.
Kugelplanimeter 86.
- Lagemessung** 6.
Lageplan 46, 53, 58.
Längenmessung 30.
Längsprofil 147.
Libelle 103.
Linearplanimeter 86.
Liniennetz 48, 50, 53.
Lupe 94.
- Meereshöhen** 91.
Meßband 11, 38.
Meßplatten oder Meßstangen 10, 30.
- Nivellement I. Ordnung** 144.
— II. Ordnung 146.
— III. Ordnung 147.
Nivellieren 91, 136.
Nivellierinstrument 93, 113.
— mit drehbarem Fernrohr 116, 128.
— mit festem Fernrohr 116, 121.
— mit umlegbarem Fernrohr 117, 133.
Nivellierlatte 118.
Nonagesimalteilung 7.
Normalnullhöhen 91.
- Papiereingang** 70.
Parallaxe 98.
Peilstange 153.
Planimeter 72.
Polarplanimeter 73, 86.
Prismeninstrumente 19.

Prismenkreuz 19, 24, 30.
Prismenrömmel 25.
Punktbezeichnung 7, 136.

Querprofil 150.

Ramsdenses Fernrohr
102.

Röhrenlibelle 103.

Scheibenplanimeter 86.

Schneidelatten 11.

Schnurlot 12.

Schweite 94.

Setzlatte 93, 112.

Sexagesimalteilung 7.

Spiegelinstrumente 17.

Spiegelkreuz 18, 28.

Stativ 113.

Streckenverfahren 47.
Stücmessung 46.

Transversalmaßstab 59.
Trigonometrische Höhen-
bestimmung 91, 92.

Universalplanimeter 86.

Vergleich der Aufnahme-
verfahren 51.

— der Rechtwinkel-
instrumente 44.

Vermessungsfläche 5.

Vertikal- oder Höhen-
messung 6, 91.

Vervielfältigung von Plä-
nen 61.

Vierseitprisma 22.

Wasserwaage 103.

Wechselpunkt 139.

Wendelatte 143.

Wendelibelle 104.

Winkelprisma 19.

Winkelspiegel 18.

Winkelspiegelprisma 19.

Winkeltrommel 15.

Zentesimalteilung 7.

Zielachse 97.

Zielfehler 98.

Zielfernrohr 93.

Zielmarke 97.

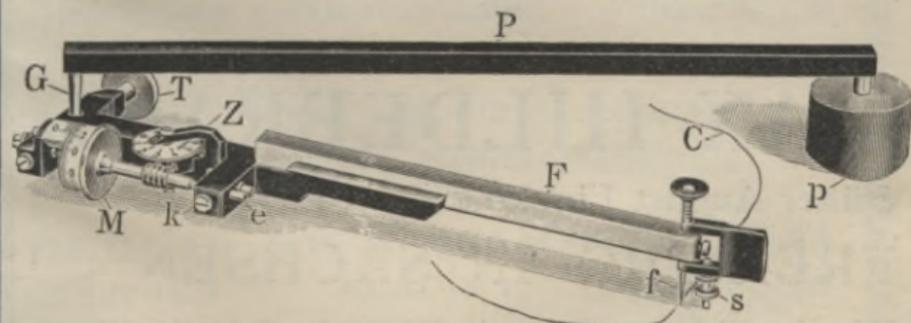
Zielweite 140, 145, 146,
147.

Zugebeverfahren bei der
Streckenmessung 36.

A. OTT, KEMPTEN (BAYERN)

Planimeter f. die ver-
schiedensten Zwecke

Präzisions-
Pantographen



Koordinatographen

Harmonische
Analysatoren

Kennen Sie schon unsere neuen

8 cm-Theodolite

für die Land- u. Stadtmessung, die
Grube, die Reise des Bauingenieurs
und für alle ähnlichen Arbeiten?



Geben Sie uns bitte Ihre Wünsche an und
verlangen Sie unsere Kostenanschläge!

MAX HILDEBRAND

früher August Lingke & Co. / G. m. b. H.

FREIBERG IN SACHSEN

Werkstätten für wissenschaftliche
Präzisions-Instrumente / Gegr. 1791

Seit



1873

GEBR. WICHMANN

m. b. H.

Technische Papiere

Bürobedarf



Theodolite - Nivellierinstrumente

Stahl- und Leinenbandmaße

Pantographen - Planimeter

Winkelköpfe - Winkelprismen - Winkelspiegel

Nivellierlatten - Meßplatten - Fluchtstäbe

Zeichen-, Paus- und Transparentpapiere

Pausleinewand - Schriftschablonen

BERLIN NW 6, KARLSTR. 13/14

HAMBURG 1

Rathausstr. 13

BRESLAU 1

Reuschestr. 13/14

DÜSSELDORF

Adlerstr. 78

MAGDEBURG

Alte Ulrichstr. 17

STETTIN

Scharlaustr. 2

STUTTGART

Kronenstr. 24



BOGDAN GISEVIUS

Berlin W 57, Bülowstr. 66

Begründet 1875

Lithographische Anstalt u. Steindruckerei

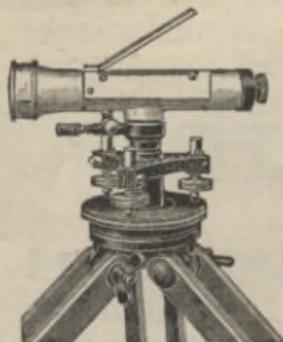
Anfertigung und Vervielfältigung von Stadtplänen, Vermessungsplänen, Gemarkungskarten, Rissen und Gutskarten.

GISALDRUCK. Schönste und billigste Vervielfältigung schwarzer Strichzeichnungen / Vergrößerungen, Verkleinerungen, Kolorieranstalt / **OFFSETDRUCK.**

Reich ausgestattete Hefte mit ca. 60 viel farbigen Vervielfältigungen verschiedener Technik aus allen Gebieten auf schriftlichen Antrag kostenlos.

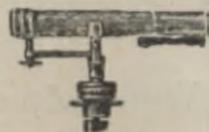
Nivellier-Instrumente

Spezialität: Taschen-Nivelliere



Illustr. Preisliste gratis!

mit 90° Winkel-
messer **RM. 44.-**,
ohne Winkel-
messer **RM. 36.-**



Theodolite, Meßgeräte, Reißzeuge
und Zeichenmaterialien

Nivellierinstrumente

modernster Bauart.

Unveränderliche Justierung, weil Fernrohr
und Achse aus einem Stück. **Höchste
Leistung** bei kleinstem Format und
geringstem Gewicht.

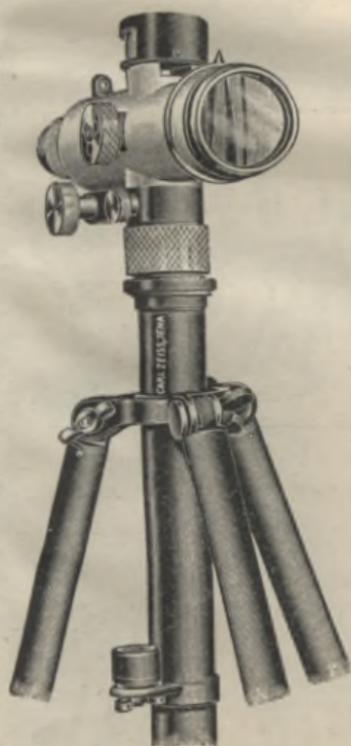
Georg Butenschön, Bahrenfeld (Hamburg),
Gegr. 1886

ZEISS

Nivellier-Instrumente Theodolite

Optische Distanzmesser

zur Aufnahme nach der polaren und orthogonalen Methode



Lotstab-Entfernungsmesser

Sehr leichte und
trotzdem stabile, leistungs-
fähige Instrumente

Nivellierlatten

Winkelprismen

Druckschriften und jede
weitere Auskunft kostenfrei

von



Sartorius - Werke

Aktiengesellschaft

Göttingen (Provinz Hannover)

Gegr. 1870

Theodolite

Nivellier-Instrumente

leicht und stabil gebaut

Bussolen-
Instrumente

*

Winkelmesser

*

Markscheide-
Instrumente

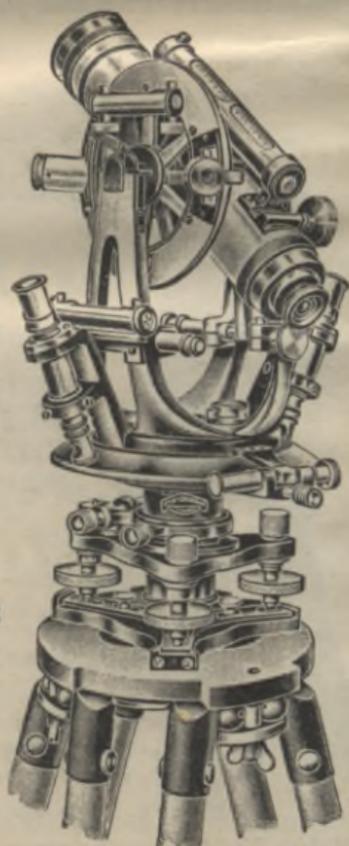
*

Reise - Universale

*

Katalog „GEO 35“

kostenfrei



„Theo II“

Mathematische Literatur

in Auswahl

WALTER DE GRUYTER & CO. / BERLIN W 10

Journal für die reine und angewandte Mathematik. Gegründet von A. L. Crelle 1826. Herausgegeben von K. Hensel, H. Hasse, L. Schlesinger. Wissenschaftlicher Beirat: H. Brandt, M. Dehn, G. Doetsch, A. Fraenkel, O. Haupt, F. Hausdorff, E. Hellinger, G. Kowalewski, H. Rademacher, K. Reidemeister, A. Rosenthal, C. Schaefer, W. Schmeidler, F. Schottky, O. Toeplitz. Band 1—140 Preise auf Anfrage, Band 141—144 je RM. 16.—, Band 145—147 je RM. 12.—, Band 148—151 je RM. 10, Band 152 RM. 12.—, Band 153 RM. 17.50, Band 154 RM. 30.—, Band 155 u. 156 je RM. 36.—, Band 157 u. 158 (Jubiläumsband I/II), Band 159—164 je RM. 36.—

Das von A. L. Crelle gegründete „Journal für die reine und angewandte Mathematik“ darf auf eine über hundertjährige ruhmvolle Vergangenheit zurückblicken. Seit seiner Gründung im Jahre 1826 wurde es der Sammelplatz für die Arbeiten der großen Männer, welche seit dieser Zeit der Mathematik einen neuen Aufschwung gaben.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Gegründet von Carl Ohrtmann und Felix Müller, fortgeführt von Emil Lampe, Arthur Korn, Leon Lichtenstein. Herausgegeben ab Band 51 von der Preußischen Akademie der Wissenschaften. Schriftleiter: Georg Feigl. Band 1—55: Jahrgang 1868—1929. Band 1—44 Preise auf Anfrage, Band 45 RM. 75.—, Band 46 RM. 92.—, Band 47 RM. 74.—, Band 48 RM. 121.—, Band 49 RM. 77.—, Band 50 RM. 78.—, Band 53 (1927) RM. 117.—. Gegenwärtig im Erscheinen begriffen: die Bände 51 (Jahrg. 1925), 54 (Jahrg. 1928), 55 (Jahrg. 1929), 56 (Jahrg. 1930). In Bearbeitung: die Bände 52 (Jahrg. 1926), 57 (Jahrg. 1931).

Ausgabe in Sonderheften.

Sonderheft I: Geschichte, Philosophie, Pädagogik, Mengenlehre. Sonderheft II: Arithmetik und Algebra. Sonderheft III: Analysis. Sonderheft IV: Geometrie. Sonderheft V: Angewandte Mathematik. Es liegen bisher vor: Aus Band 53 (Literatur 1927) Sonderheft I (II, 75 S.) RM. 8.60; Sonderheft II (II, 99 Seiten) RM. 11.20; Sonderheft III (II, 360 Seiten) RM. 40.50; Sonderheft IV (II, 186 Seiten) RM. 21.—; Sonderheft Angewandte Mathematik (II, 214 Seiten) RM. 24.—; Aus Band 54 (Literatur 1928) Sonderheft I (II, 99 S.) RM. 11.20; Sonderheft II (II, 115 S.) RM. 13.—.

Das „Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik“ bringt eingehende Besprechungen sämtlicher periodischen und nichtperiodischen Neuerscheinungen auf dem Gebiete der reinen Mathematik, Mechanik, Relativitätstheorie, Astronomie und mathematischen Physik. Auch die Geschichte und Philosophie der Mathematik wie die Fragen der Didaktik finden sorgfältige Berücksichtigung.

Geschichte der Mathematik. Von Oberstudien-Dir. Prof. Dr. H. Wieleitner. 2 Bde. I: Von den ältesten Zeiten bis zur Wende des 17. Jahrhunderts. 136 Seiten. 1922. II: Von 1700 bis zur Mitte des 19. Jahrhunderts. 154 Seiten. 1923. (Samml. Göschen Nr. 226, 875) . . . Geb. je RM. 1.80

Geschichte der Mathematik. I. Teil: Von den ältesten Zeiten bis Cartesius. Von Professor Dr. S. Günther in München. Mit 56 Figuren. VIII, 428 Seiten. Neudruck 1927. (Samml. Schubert Bd. 18) . Geb. RM. 17.40

II. Teil: Von Cartesius bis zur Wende des 18. Jahrhunderts. Von Oberstudien-Dir. Prof. Dr. H. Wieleitner in München. 1. Hälfte: Arithmetik, Algebra, Analysis. Mit 6 Figuren. VIII, 251 Seiten. 1911. (Samml. Schubert Bd. 63.) Geb. RM. 8.40. 2. Hälfte: Geometrie und Trigonometrie. Mit 13 Figuren. VI, 222 Seiten. 1921. (Samml. Schubert Bd. 64.) Geb. RM. 3.50

Geschichte der Elementar-Mathematik in systematischer Darstellung. Von Professor Dr. Johannes Tropfke, Direktor der Kirschner-Oberrealschule zu Berlin. Lexikon-Oktav.

Band 1: Rechnen. VII, 222 Seiten. 3. Aufl., 1930. RM. 12.—, geb. RM. 13.20

Band 2: Allgemeine Arithmetik. IV, 221 Seiten. 2. Aufl., 1921. RM. 8.50, geb. RM. 9.50

Band 3: Proportionen, Gleichungen. IV, 151 Seiten. 2. Aufl., 1922. RM. 6.—, geb. RM. 7.—

Band 4: Ebene Geometrie. IV, 240 Seiten. 2. Aufl., 1922. RM. 9.—, geb. RM. 10.—

Band 5: I. Ebene Trigonometrie. II. Sphärik und sphärische Trigonometrie. IV, 185 Seiten. 2. Aufl., 1923. RM. 7.50, geb. RM. 8.50

Band 6: Analysis, Analytische Geometrie. IV, 169 Seiten. 2. Aufl., 1924. RM. 7.—, geb. RM. 8.—

Band 7: Stereometrie, Verzeichnisse. V, 128 Seiten. 2. Aufl., 1924. RM. 6.50, geb. RM. 7.50

„Dem Verfasser gebührt unser Dank für sein die neuesten Ergebnisse historischer Forschungen berücksichtigendes, durch Vollständigkeit und Klarheit sich auszeichnendes Werk. Es verdient seinen Platz im Bücherschrank eines jeden Mathematikers.“
Naturwissenschaften.

Mathematische Forschung in den letzten 20 Jahren. Rede, gehalten am 31. Januar 1921 vor der Mathematischen Gesellschaft Benares von deren Vorsitzendem Ganesh Prasad. Aus dem Englischen übersetzt von Dr. Friedrich Lange. Groß-Oktav. 37 Seiten. 1923 RM. 0.80

In leichtverständlicher Darstellung berichtet der Verfasser über den Aufbau der Theorie der Integralgleichungen und ihre Anwendungen, die Erforschung der Grundlagen der mathematischen Physik, die Verallgemeinerung des Begriffs der konvergenten Reihen und die Entwicklung der modernen Relativitätstheorie. Dasselbe in englischer Sprache. 1923 RM. 0.80

Neue Rechentafeln. Für Multiplikation und Division mit allen ein- bis vierstelligen Zahlen. Herausgegeben von Professor Dr. J. Peters, Observator am Astronomischen Recheninstitut. Folio-Format. VI, 378 Seiten. 1909 Geb. RM. 20.—

Diese Rechentafeln von Peters sind ebenfalls in französischer wie englischer Ausgabe zu haben Geb. je RM. 20.—

Dr. A. L. Crelles Rechentafeln, welche alles Multiplizieren und Dividieren mit Zahlen unter Tausend ganz ersparen, bei größeren Zahlen aber die Rechnung erleichtern und sicherer machen. Neue Ausgabe. Besorgt von O. Seeliger. Mit Tafeln der Quadrat- und Kubikzahlen von 1—1000. VII, 501 Seiten. Folio. 1930 Geb. RM. 26.—

Diese Rechentafeln von Crelle liegen auch in englischer Ausgabe vor. Geb. RM. 26.—

Fünfstellige Logarithmen. Mit mehreren graphischen Rechentafeln und häufig vorkommenden Zahlwerten. Von Regierungsrat Professor A. Adler. Zweite Aufl. 117 Seiten und 1 Tafel. 1929. (Samml. Göschen Bd. 423) Geb. RM. 1.80

Der Band enthält die gemeinen Logarithmen der ganzen Zahlen bis 1000, die der goniometrischen Funktionen, die wirklichen Werte dieser Funktionen und die Reihe von mathematischen, physikalischen und astronomischen Hilfstafeln, wie sie fünfstelligen Logarithmentafeln gewöhnlich beigegeben sind.

Fünfstellige Logarithmentafeln der trigonometrischen Funktionen für jede Zeitekunde des Quadranten. Herausgegeben von Prof. Dr. J. Peters, Observator am Astronomischen Recheninstitut. Lexikon-Oktav. IV, 82 Seiten. 1912 Geb. RM. 7.—

In den vorliegenden Tafeln bietet der Herausgeber, unter Benutzung des wertvollen Materials, das ihm als Resultat der mit J. Bauschinger ausgeführten Bearbeitung der achtstelligen Tafeln der trigonometrischen Funktionen zur Verfügung stand, der rechnenden Astronomie ein Hilfsmittel von großem Nutzen.

Vollständige logarithmische und trigonometrische Tafeln. Von Professor Dr. E. F. August, weiland Direktor des Köllnischen Realgymnasiums, Berlin. Neunundvierzigste Auflage in der Bearbeitung von Dr. F. August, weiland Professor an der Artillerie- und Ingenieur-Schule, Berlin. Oktav. VII, 204 Seiten. 1931 Geb. RM. 2.—

„Die Anordnungen des Zahlenmaterials in den Tafeln, der klare Druck, handliches Format und gediegene Ausstattung empfehlen das Buch allein.“

Allgemeine Vermessungs-Nachrichten.

Vierstellige Tafeln und Gegentafeln für logarithmisches und trigonometrisches Rechnen in zwei Farben zusammengestellt. Von Professor Dr. Hermann Schubert. Neue Ausgabe von Dr. Robert Haußner, o. ö. Professor an der Universität Jena. 175 Seiten. Neudruck 1926. (Samml. Göschen Bd. 81) Geb. RM. 1.80

„Die vierstelligen Logarithmen sind in der Form recht handlich und gefällig. Besonders zu empfehlen sind die Tafeln für Schulen, wo es von Vorteil ist, die Lernenden nicht mit umfangreichen Büchern zu belasten.“

Zeitschrift d. Österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins.

Vierstellige Logarithmentafeln. Von Dr. Max Zacharias, Studienrat am Vereinigten Friedrichs- und Humboldt-Gymnasium in Berlin, und Dr. Paul Meth, Studienrat an der Herderschule in Charlottenburg. Groß-Oktav. 44 Seiten. 1927 Geb. RM. 1.50

„Diese Logarithmentafel zeichnet sich durch übersichtliche Anordnung und Reichtum des Gebotenen aus.“

Deutsche Schulzeitung in Polen.

Logarithmische Rechentafeln für Chemiker, Pharmazeuten, Mediziner und Physiker. Gegründet von Professor Dr. F. W. Küster †. Für den Gebrauch im Unterrichtslaboratorium und in der Praxis berechnet und mit Erläuterungen versehen. Nach dem gegenwärtigen Stande der Forschung bearbeitet von Dr. A. Thiel, o. ö. Professor der physikalischen Chemie, Direktor des Physik.-Chem. Instituts der Universität Marburg. Fünfunddreißigste bis vierzigste, verbesserte und vermehrte Auflage. Oktav. 188 Seiten und eine Tafel. 1929 Geb. RM. 7.50

„Die wohl allseitig bekannten Küsterschen Rechentafeln sind dem Chemiker, der sich ihrer einmal bedient hat, zum ungern entbehrten Werkzeug geworden, das sich in seiner bewährten Anordnung des Stoffes zu einem wirklich nützlichen und fast notwendigen Hilfsbuch entwickelt hat. Die Neuaufgabe erscheint wie üblich nach dem neuesten Stande der Forschung.“

Zeitschrift für angewandte Chemie.

Fünfstellige Tafeln der Kreis- und Hyperbelfunktionen sowie der Funktionen e^x und e^{-x} mit den natürlichen Zahlen als Argument. Von Dr.-Ing. Keiichi Hayashi, Professor an der Kaiserlichen Kyushu-Universität Fukuoka-Hakosaki, Japan. Oktav. IV, 182 Seiten. Neudruck 1931. RM. 9.—

„Der bekannte japanische Verfasser hat aus der Notwendigkeit die Werte beider Funktionsarten gleichzeitig zur Verfügung zu haben, Tafeln berechnet, in denen nicht nur die Hyperbelfunktionen, sondern auch die Kreisfunktionen mit verschieden großen Abstufungen, auf fünf Dezimalstellen angewendet sind. Die Anordnung dieser Tafeln ist äußerst praktisch, Druck und Papier sind ausgezeichnet, so daß die Benutzung sich bequem und einfach gestaltet. Für alle, die zahlenmäßige Rechnungen mit den genannten Funktionen häufiger auszuführen haben, ist der Gebrauch der Tafeln als praktisch und zeitsparend zu empfehlen.“

Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure.

Hauptsätze der Elementar-Mathematik zum Gebrauch an höheren Lehranstalten. Von Dr. F. G. Mehler. Neu bearbeitet von Oberstudien-direktor A. Schulte-Tiggess. Oktav.

Ausgabe A. 31. Auflage des Stammbuches. Mit 107 Figuren im Text und auf 1 Tafel. XII, 280 Seiten. 1921 RM. 2.80

Ausgabe B mit Übungen. Unterstufe. 13. Auflage. Mit 6 Tafeln. IX, 223 Seiten. 1927 RM. 2.80
 Ausgabe B ohne Übungen. 12. Auflage. (Sonst wie die vorige.) Unterstufe. Mit 3 Tafeln. 156 Seiten. 1923 RM. 1.80
 Oberstufe. 8. Auflage. Mit 6 Tafeln. VII, 254 Seiten. 1925. RM. 4.—
 Geometrische Aufgaben und Übungen (aus der Ausgabe B). Unterstufe. Mit 2 Tafeln. 58 Seiten. 1923 RM. 0.60
 Oberstufe. 89 Seiten. 1925 RM. 1.50

Hierzu sind erschienen:

Rechentafeln für höhere Lehranstalten. 2. Auflage. 18 Seiten. 1929 RM. 0.30

Arithmetische Aufgabensammlung (aus der Ausgabe B).

Unterstufe. Mit 4 Tafeln. V, 100 Seiten. 1927 RM. 2.50
 Oberstufe. 106 Seiten. 1929 RM. 3.—
 Ergebnisse zur Unterstufe. 42 Seiten. 1928 RM. 3.—
 Auflösungen zur Oberstufe. IV, 92 Seiten. 1929 RM. 4.—

Ferner folgende Einzelteile der Oberstufe mit Übungen:

Grundzüge und Anwendungen der Differential- und Integralrechnung mit zahlreichen Übungsaufgaben für höhere Schulen. Mit 1 Tafel. 63 Seiten. 1925 RM. 1.—

Grundzüge der darstellenden Geometrie mit zahlreichen Übungsaufgaben für höhere Schulen. Mit 4 Tafeln. 63 Seiten. 1925 RM. 1.50

Mathematische Formelsammlung. Von Professor O. Th. Bürklen †. Vollständig umgearbeitete Neuausgabe von Dr. F. Ringleb. Mit 38 Figuren. Zweite, verbesserte Auflage. 256 Seiten. 1931. (Sammlung Göschens Bd. 51) Geb. RM. 1.80

„Eine sehr geschickt ausgewählte und recht reichhaltige Sammlung, welche wohlgeeignet ist, die Abiturienten der Gymnasien und Oberrealschulen bei den Repetitionen zu unterstützen und ihnen einen klaren Überblick über das ganze System der Elementarmathematik zu geben.“ *Fortschritte der Mathematik.*

Mathematische Mußstunden. Eine Sammlung von Geduldsspielen, Kunststücken und Unterhaltungsaufgaben mathematischer Natur. Von Prof. Dr. Hermann Schubert. Vierte Auflage, neu bearbeitet von Professor Dr. F. Fitting, München-Gladbach. Oktav. 245 Seiten. 1924. Geb. RM. 6.—

„Das kleine, auch äußerlich hübsch ausgestattete Buch wird allen Lesern Freude machen, und insbesondere der Lehrer wird in ihm eine Fülle von Anregungen für den Unterricht vorfinden. Wir empfehlen die ‚Mußstunden‘ allgemeiner Beachtung.“ *Zeitschrift für das Realschulwesen.*

Arithmetik nebst Gleichungen 1. und 2. Grades. Von Professor Dr. Hermann Schubert. Dritte Auflage, neubearbeitet von Professor P. B. Fischer, Studienrat am Gymnasium zu Berlin-Steglitz. Mit 5 Figuren. 132 Seiten. 1923. (Samml. Göschens Bd. 47) Geb. RM. 1.80

Die neue Bearbeitung des vorliegenden Bandes ist durch einen Abschnitt über Kombinatorik bereichert.

Mengenlehre. Von Professor Dr. E. Kamke. Mit 6 Figuren. 160 Seiten. 1928. (Samml. Göschens Bd. 999) Geb. RM. 1.80

Der Band behandelt die grundlegenden Tatsachen der Mengenlehre, die für alle Zweige der Mathematik so große Bedeutung gewonnen hat. Die Definition der Menge erfolgt im Anschluß an Cantor. Besondere Vorkenntnisse werden nicht vorausgesetzt.

Mengenlehre. Von Dr. F. Hausdorff, o. Professor an der Universität Bonn. Zweite, neubearbeitete Auflage. Mit 12 Figuren. 1927. 285 Seiten. (Göschens Lehrbücherei Bd. 7) RM. 12.—, geb. RM. 13.50

Das Lehrbuch setzt beim Lesen keine höheren mathematischen Kenntnisse als die Anfangsgründe der Differential- und Integralrechnung, allerdings aber eine gewisse Schärfe des abstrakten Denkens voraus und wird von Studierenden in mittleren Semestern mit Erfolg gelesen werden können.

Einführung in die Axiomatik der Algebra. Von Dr. H. Beck, o. Professor an der Universität Bonn. 1926. X, 198 Seiten. (Göschens Lehrbücherei Bd. 6) RM. 9.—, geb. RM. 10.50

Das vorliegende Buch enthält im wesentlichen den Stoff einer an der Bonner Universität gehaltenen Anfängervorlesung; es erschöpft sich nicht in axiomatischen Dingen, sondern bringt darüber hinaus eine Reihe anderer Gebiete, die der Studierende braucht.

Lehrbuch der Algebra. Von Dr. Alfred Loewy, o. Professor an der Universität in Freiburg i. Br. I. Teil: Grundlagen der Arithmetik. Groß-Oktav. VI, 398 Seiten. 1915 RM. 12.—, geb. RM. 13.20

Elementare Algebra. Von Professor P. B. Fischer, Studienrat am Gymnasium in Berlin-Steglitz. Mit 20 Figuren. 149 Seiten. 1926. (Sammlung Göschens Bd. 930) Geb. RM. 1.80

„Der erste Teil des Bandes behandelt die allgemeine Theorie der algebraischen Gleichungen, der zweite besondere Gleichungen und Lösungsverfahren. Dem Text sind gut gewählte Zahlenbeispiele beigegeben.“ Allg. Vermessungs-Nachrichten.

Höhere Algebra. Von Dr. Helmut Hasse, o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Marburg.

I: Lineare Gleichungen. 160 Seiten. 1926. (Samml. Göschens Bd. 931) Geb. RM. 1.80

II: Gleichungen höheren Grades. 160 Seiten. 1927. (Samml. Göschens Bd. 932) Geb. RM. 1.80

„Es ist dem Verfasser gelungen, in engstem Rahmen das Gebäude der ‚allgemeinen‘ Algebra vor den Augen des Lesers aufzurichten, einer Algebra, die auf dem Fundament der Definitionen der Ringe, Körper und Integritätsbereiche aufgebaut ist.“ Zeitschrift für mathem. und naturw. Unterr.

Algebraische Theorie der Körper. Von Prof. Dr. Ernst Steinitz. Neu herausgegeben, mit Erläuterungen und einem Anhang: Abriß der Galoisschen Theorie versehen von Dr. Reinhold Baer und Prof. Dr. Helmut Hasse. Oktav. 134 Seiten und 27 Seiten Erläuterungsheft. 1930. RM. 9.—, geb. RM. 10.20

Algebra I: Die Grundlagen. Von Dr. Oskar Perron, o. ö. Professor an der Universität München. Mit 4 Figuren. VIII, 307 Seiten. 1927. (Göschens Lehrbücherei Bd. 8) RM. 10.—, geb. RM. 11.50

Algebra II: Theorie der algebraischen Gleichungen. Von Dr. Oskar Perron, o. ö. Professor an der Universität München. Mit 5 Figuren. VIII, 243 S. 1927. (Göschens Lehrbücherei Bd. 9) RM. 8.—, geb. RM. 9.50

Band I enthält die Grundbegriffe, es folgt ein Kapitel über den polynomischen und den Taylorschen Satz und der für den Ingenieur wichtige Abschnitt über Determinanten. Anschließend folgen Kapitel über symmetrische Funktionen, Teilbarkeit und über die Existenz von Wurzeln. Band II ist der Gleichungstheorie gewidmet.

Praxis der Gleichungen. Von Dr. C. Runge, Professor an der Universität Göttingen. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 8 Figuren. V, 172 Seiten. 1921. (Göschens Lehrbücherei Bd. 2) RM. 6.—, geb. RM. 7.—

Eine erschöpfende Darstellung der Verfahren zur numerischen Auswertung der linearen und nichtlinearen Gleichungen mit einer und mehreren Unbekannten. Dient das Werk auch in erster Linie den Bedürfnissen des praktischen Rechnens, so findet doch auch der Lehrer viele wertvolle Anregungen darin.

Beispielsammlung zur Arithmetik und Algebra. Von Professor Dr. Hermann Schubert. Vierte, neubearbeitete und erweiterte Auflage von Professor P. B. Fischer, Studienrat am Gymnasium in Berlin-Steglitz. Mit 8 Figuren. 139 Seiten. Neudruck. 1931. (Samml. Göschens Bd. 48) Geb. RM. 1.80

Gruppentheorie. Von Dr. Ludwig Baumgartner in München. Mit 8 Figuren. 120 Seiten. 1921. (Samml. Göschens Bd. 837) Geb. RM. 1.80

Determinanten. Von Studienrat Professor Paul B. Fischer. Zweite, verbesserte Auflage. Durchgesehener Neudruck. 136 Seiten. 1928. (Samml. Göschens Bd. 402) Geb. RM. 1.80

- Einführung in die Determinantentheorie** einschließlich der Fredholmschen Determinanten. Von Dr. Gerhard Kowalewski, o. Professor an der Technischen Hochschule in Dresden. Zweite, verbesserte Auflage. Groß-Oktav. IV, 304 Seiten. 1925 RM. 14.—, geb. RM. 15.50
„Die Kowalewskische Darstellung des umfangreichen Gebietes zeichnet sich durch die anschauliche Kraft und Klarheit der Sprache vor anderen aus. Die Beschäftigung mit diesem Buche gewährt neben dem wissenschaftlichen Gewinn einen reichen ästhetischen Genuß.“ Schulwart.
- Zahlentheorie.** Von Dr. Kurt Hensel, o. ö. Professor an der Universität Marburg. Groß-Oktav. XII, 356 Seiten. 1913. RM. 10.—, geb. RM. 12.—
- Grundlehren der neueren Zahlentheorie.** Von Professor Dr. Paul Bachmann. Dritte, neu durchgesehene Auflage. Herausgegeben von Dr. Robert Haußner, ord. Professor an der Universität Jena. Mit 10 Figuren. 1931. XVI, 252 Seiten. (Göschens Lehrbücherei Bd. 3) RM. 9.50, geb. RM. 10.50
Der erste Abschnitt umfaßt die klassische Theorie der rationalen Zahlen, der zweite eine Einführung in die Theorie der algebraischen Zahlen, deren verschiedene Methoden am Beispiel des quadratischen Körpers zu einem harmonischen, in sich geschlossenen Bau zusammengefügt werden.
- Synthetische Zahlentheorie.** Von Dr. Rudolf Fueter, o. Professor an der Universität Zürich. Zweite, verbesserte Auflage. 1925. VIII, 277 Seiten. (Göschens Lehrbücherei Bd. 4) RM. 10.—, geb. RM. 12.—
Die vorliegende zweite Auflage des bewährten Lehrbuches weist gegen die erste zahlreiche Änderungen und Ergänzungen auf.
- Das Fermatproblem in seiner bisherigen Entwicklung.** Von Professor Dr. Paul Bachmann. Oktav. VIII, 160 Seiten. 1919 RM. 2.50
In der vorliegenden Abhandlung gibt der Verfasser eine Übersicht von den Beweisverfahren und den Theorien, welche Euler, Legendre, Gauß, Dirichlet, Kummer und andere Forscher in ihren Studien über das allgemeine Fermatproblem angewandt und entwickelt haben.
- Irrationalzahlen.** Von Dr. Oskar Perron, o. ö. Professor an der Universität München. 1921. VIII, 186 Seiten. (Göschens Lehrbücherei Bd. 1) RM. 6.—, geb. RM. 7.—
Inhalt: Die Grundlagen — Der Begriff der Grenze — Potenzen und Logarithmen — Verschiedene Darstellungsformen irrationaler Zahlen — Approximation irrationaler Zahlen durch rationale — Algebraische und transzendente Zahlen.
- Punkt- und Vektor-Rechnung.** Von Dr. Alfred Lotze, Privatdoz. für Mathematik an der Technischen Hochschule Stuttgart. Mit 7 Figuren. 192 Seiten. 1929. (Göschens Lehrbücherei Bd. 13) RM. 12.—, geb. RM. 13.—
Das Buch gibt eine Einführung in die Punktrechnung, einschließlich der Vektorrechnung, welche dabei als Teilgebiet der umfassenden Punktrechnung erscheint. Neben der ursprünglichen Großmannschen Darstellung, die sich auf den Fall der Euklidischen Geometrie beschränkte, wird auch eine rein projektive Begründung der Punktrechnung durchgeführt. Der zweite Teil enthält zahlreiche Anwendungen auf Algebra, projektive und Differentialgeometrie sowie auf Mechanik und zeigt daran die Vorzüge und die Tragweite der entwickelten Methoden.
- Lehrbuch der Mathematik für Studierende der Naturwissenschaften und der Technik.** Eine Einführung in die Differential- und Integralrechnung und in die analytische Geometrie. Von Dr. Georg Scheffers, Geh. Regierungsrat, Prof. a. d. Techn. Hochschule Charlottenburg. Mit 438 Fig. Sechste, verb. Aufl. Lex.-Okt. VIII, 743 S. 1925. RM. 30.—, geb. RM. 33.—
Dieses vor allem für Studierende der Naturwissenschaften und der Technik geschriebene Lehrbuch ist in erster Linie für den Selbstunterricht bestimmt und geht daher von dem denkbar geringsten Maß von Vorkenntnissen aus: der Leser braucht nur im Buchstabenrechnen, in der Auflösung von Gleichungen ersten Grades mit einer Unbekannten und in der niederen Geometrie bewandert zu sein.
- Niedere Analysis.** Von Professor Dr. Benedikt Sporer. Mit 5 Figuren. Zweite, verbesserte Auflage. Sechster Abdruck. 179 Seiten. 1919. (Samml. Göschens Bd. 53) Geb. RM. 1.80

Ohne den wissenschaftlichen Boden zu verlassen, war es das Bestreben des Verfassers, alle Ableitungen in den verschiedenen Kapiteln dieses umfangreichen Gebietes so einfach und verständlich wie möglich darzustellen und durch Beispiele klarer zu machen.

Differentialrechnung. Von Prof. Dr. A. Witting, Oberstudienrat i. R. in Dresden. Mit 94 Figuren und 185 Beispielen. 191 Seiten. 1931. (Samml. Göschen Bd. 87) Geb. RM. 1.80

Integralrechnung. Von Dr. Fr. Junker, Rektor des Realgymnasiums und der Oberrealschule in Göppingen. Mit 50 Figuren im Text. Vierte, verbesserte Auflage. Neudruck. 132 Seiten. 1929. (Samml. Göschen Bd. 88) Geb. RM. 1.80

„Die Bändchen sind eine wahre Hochschule des abstrakten Denkens, und das Werk genießt in Fachkreisen mit Recht das höchste Ansehen.“

Magazin für Pädagogik.

Repetitorium und Aufgabensammlung zur Differentialrechnung. Von Rektor Dr. Fr. Junker. Vierte, verbesserte Auflage von Oberstudienrat Professor Dr. A. Witting. Mit 47 Figuren im Text. 130 Seiten. 1928. (Samml. Göschen Bd. 146) Geb. RM. 1.80

Der Band, der sich als vorzügliches Mittel zur Einübung der elementaren Sätze und Formeln der Differentialrechnung bewährt hat, erfuhr bei seiner Neuauflage eine bedeutende Verbesserung und Erweiterung.

Repetitorium und Aufgabensammlung zur Integralrechnung. Von Rektor Dr. Fr. Junker. Mit 52 Figuren im Text. Dritte, verbesserte Auflage. Neudruck. 135 Seiten. 1929. (Samml. Göschen Bd. 147) Geb. RM. 1.80

„Die reichhaltige Aufgabensammlung ist für den Selbstunterricht sehr geeignet. Das nützliche Büchlein wird weiterhin die verdiente große Verwendung finden.“

Schweizer Pädagogische Zeitschrift.

Elementare Reihenlehre. Von Dr. Hans Falckenberg, Professor an der Universität Gießen. Mit 4 Figuren im Text. 136 Seiten. 1926. (Samml. Göschen Bd. 943) Geb. RM. 1.80

Das Bändchen will mehr bieten als das, was in jedem Lehrbuch der Infinitesimalrechnung über unendliche Reihen enthalten ist, und fügt deshalb z. B. der Erörterung über das Cauchysche Divergenz- und Konvergenzkriterium auch solche über das Raabesche, das logarithmische und das Gaußsche an.

Komplexe Reihen nebst Aufgaben über reelle und komplexe Reihen. Von Dr. Hans Falckenberg, Professor an der Universität Gießen. Mit 3 Figuren im Text. 140 Seiten. 1931. (Samml. Göschen Bd. 1027) . Geb. RM. 1.80

Fouriersche Reihen. Von Dr. W. Rogosinski, a. o. Professor an der Universität Königsberg i. Pr. Mit 4 Figuren. 135 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 1022) Geb. RM. 1.80

Lebesguesche Integrale und Fouriersche Reihen. Von Dr. L. Schlesinger, o. Professor an der Universität Gießen, und Dr. A. Pleßner. Groß-Oktav. VIII, 229 Seiten. 1926 RM. 14.—, geb. RM. 16.—

„Das System ist so durchgeführt, daß fast keine Vorkenntnisse gefordert und trotzdem das volle Beherrschen des Materials erzielt werden kann.“

Allgemeine Österr. Chemiker- u. Techniker-Zeitung.

Lehrbuch der Differentialgleichungen. Von Dr. Heinrich Liebmann, o. Professor an der Universität Heidelberg. Groß-Oktav. VI, 226 Seiten. Mit 31 Figuren. 1901 RM. 6.—, geb. RM. 7.20

Einführung in die Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen auf funktionentheoretischer Grundlage. Von Dr. Ludw. Schlesinger, o. Professor an der Universität Gießen. Dritte, neubearbeitete Auflage. Groß-Oktav. VIII, 326 Seiten. 1922 RM. 10.—, geb. RM. 11.—

Es war das Bestreben des Verfassers, durch die hier gegebene Darstellung die Theorie der Differentialgleichungen auch denjenigen leichter zugänglich zu machen, die es mit den Anwendungen der Analysis zu tun haben.

Gewöhnliche Differentialgleichungen. Von Prof. Dr. G. Hoheisel. Zweite, verbesserte Auflage. 159 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 920)

Geb. RM. 1.80

Der Band beginnt mit einer elementar gehaltenen Einführung in die Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen, geht aber in den späteren Teilen über die Anfangsgründe hinaus. Bei der Auswahl des Stoffes wurden Gegenstände, welche Anwendungen zulassen, bevorzugt.

Gewöhnliche Differentialgleichungen. Von Dr. J. Horn, o. Professor an der Technischen Hochschule Darmstadt. Zweite, völlig umgearb. Auflage. Mit 4 Figuren. 1927. VIII, 197 Seiten. (Göschens Lehrbücherei Bd. 10) RM. 9.—, geb. RM. 10.50

Inhalt: Elementare Integrationsmethoden, Existenzbeweise, Methode der schrittweisen Annäherung, numerische und graphische Näherungsmethoden, lineare Differentialgleichungen, elementare Integrationsmethoden und weitere Untersuchungen im reellen Gebiet, Existenzbeweise im komplexen Gebiet, Abhängigkeit der Lösungen von Parametern und Anfangswerten, Singularitäten nichtlinearer Differentialgleichungen.

Partielle Differentialgleichungen. Von Prof. Dr. G. Hoheisel. 159 Seiten. 1928. (Samml. Göschens Bd. 1003) Geb. RM. 1.80

Das Buch enthält alle wichtigen Lehrsätze und Methoden für die Integration der partiellen Differentialgleichungen. Trotz der Kürze sind alle wesentlichen Ideen und Wege aufgezeigt.

Partielle Differentialgleichungen. Von Dr. J. Horn, o. Professor an der Technischen Hochschule Darmstadt. Zweite, umgearbeitete Auflage. Mit 8 Figuren. VIII, 228 Seiten. 1929. (Göschens Lehrbücherei Bd. 14) RM. 11.—, geb. RM. 12.—

In diesem einführenden Lehrbuch, das seine Eigenart ganz aus dem bewährten Programm von „Göschens Lehrbücherei“ herleitet, werden sowohl lineare partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung, wie sie in der mathematischen Physik vorkommen, als auch nichtlineare partielle Differentialgleichungen erster und zweiter Ordnung behandelt, sowohl Randwert- als auch Anfangswertprobleme, durchweg unter Beschränkung auf zwei unabhängige Veränderliche; es wird auch eine Einführung in die häufig benutzte Theorie der Integralgleichungen gegeben.

Integralgleichungen. Von Dr. Gerhard Kowalewski, o. Professor an der Technischen Hochschule Dresden. Mit 11 Figuren. Groß-Oktav. 302 Seiten. 1930. (Göschens Lehrbücherei Bd. 18) . . . RM. 15.—, geb. RM. 16.50

Funktionentheoretische Vorlesungen. Von Heinrich Burkhardt. Neu herausgegeben von Dr. Georg Faber, o. Professor an der Technischen Hochschule in München.

I. Band 1. Heft. Dritte, umgearbeitete Auflage. Groß-Oktav. X, 182 Seiten. 1920 RM. 6.—, geb. RM. 7.20

I. Band 2. Heft. Fünfte, umgearbeitete Auflage. Groß-Oktav. X, 286 Seiten. 1921 RM. 9.—, geb. RM. 10.50

II. Band. Dritte, vollständig umgearbeitete Auflage. Groß-Oktav. VI, 444 Seiten. 1920 RM. 14.—, geb. RM. 15.50

Das Buch will in einer für Studierende geeigneten Form den Zugang zu den Funktionentheorien von Weierstraß und von Riemann zugleich erschließen.

Funktionentheorie. Von Dr. Konrad Knopp, o. Professor an der Universität Tübingen.

Erster Teil: Grundlagen der allgemeinen Theorie der analytischen Funktionen. Mit 8 Figuren. Vierte, verbesserte Auflage. 140 Seiten. 1930. (Samml. Göschens Bd. 668) Geb. RM. 1.80

Zweiter Teil: Anwendungen und Weiterführung der allgemeinen Theorie. Mit 7 Figuren. Vierte, verbesserte Auflage. 138 Seiten. 1931. (Samml. Göschens Bd. 703) Geb. RM. 1.80

„Die beiden vollständig neubearbeiteten Bände seien allen Studierenden der Mathematik als Muster klarer und strenger Darstellung aufs wärmste empfohlen.“
Monatsschrift für Mathematik und Physik.

Aufgabensammlung zur Funktionentheorie. Von Dr. Konrad Knopp, o. Professor an der Universität Tübingen.

Erster Teil: Aufgaben zur elementaren Funktionentheorie. Zweite, verbesserte Auflage. 136 Seiten. 1931. (Samml. Göschen Bd. 877)

Geb. RM. 1.80

Zweiter Teil: Aufgaben zur höheren Funktionentheorie. 143 Seiten. 1928. (Samml. Göschen Bd. 878) Geb. RM. 1.80

Die Mehrzahl der in den beiden Bänden enthaltenen Aufgaben beziehen sich auf Knopps „Funktionentheorie“ (Samml. Göschen Bd. 668 und 703). Sämtlichen Aufgaben sind die Lösungen beigegeben.

Einführung in die konforme Abbildung. Von Dr. Ludwig Bieberbach, o. ö. Professor an der Universität Berlin. Zweite, neubearbeitete Auflage. Mit 38 Figuren. 131 Seiten. 1927. (Samml. Göschen Bd. 768)

Geb. RM. 1.80

„Der Autor faßt seine Aufgabe, eine Einführung in die konforme Abbildung zu geben, in doppeltem Sinne auf. Er vermittelt dem Leser die eigentlich elementaren Teile der Theorie der konformen Abbildung; andererseits eröffnet er durch Eingehen auf einzelne neue Entwicklungen den Zugang zu den modernsten und tiefsten Untersuchungen der gesamten Funktionentheorie.“

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik.

Automorphe Funktionen. Von Dr. L. Schlesinger, o. Professor an der Universität Gießen. X, 205 Seiten. 1924. (Göschens Lehrbücherei Bd. 5)

RM. 8.—, geb. RM. 9.20

Elliptische Funktionen. Von Dr. R. König, o. Professor der Mathematik an der Universität Jena, und Dr. M. Krafft, a. o. Professor an der Universität Marburg i. H. Mit 4 Figuren. 263 Seiten. 1928. (Göschens Lehrbücherei Bd. 11) RM. 13.—, geb. RM. 14.50

Das Buch will dem Studierenden und Fachmann die elliptischen Funktionen als Glied eines großen Organismus verstehen lehren, der mit den einfachsten analytischen Funktionen, den rationalen, beginnt und schließlich zu den Riemannschen Funktionensystemen emporwächst.

Elliptische Funktionen. Von Dr. Karl Boehm, Professor an der Technischen Hochschule Karlsruhe.

I. Teil: Theorie der elliptischen Funktionen aus analytischen Ausdrücken entwickelt. Mit 11 Figuren. Oktav. XII, 356 Seiten, Neudruck 1930. (Samml. Schubert Bd. 30) . . . Geb. RM. 20.—

II. Teil: Theorie der elliptischen Integrale. Umkehrproblem. Mit 28 Figuren. Oktav. VII, 180 Seiten. 1910. (Samml. Schubert Bd. 61)

Geb. RM. 7.80

Einführung in die Theorie der algebraischen Funktionen einer Veränderlichen. Von Heinrich W. E. Jung, o. ö. Professor an der Universität Halle-Wittenberg. Mit 35 Abbildungen im Text. Groß-Oktav. VI, 246 Seiten. 1923 RM. 3.50, geb. RM. 4.—

Potentialtheorie. Von Dr. W. Sternberg, a. o. Professor in Breslau.

I. Die Elemente der Potentialtheorie. Mit 5 Figuren. 136 Seiten. 1925. (Samml. Göschen Bd. 901) Geb. RM. 1.80

II. Die Randwertaufgaben der Potentialtheorie. Mit 1 Figur. 133 Seiten. 1926. (Samml. Göschen Bd. 944) Geb. RM. 1.80

„Die Bände geben einen klaren Einblick in die Gedankengänge und Beweismethoden der Potentialtheorie. Da es dem Verfasser gelungen ist, trotz der räumlichen Enge alle erforderlichen Beweise exakt durchzuführen, ist das Werk als Hilfsbuch neben einer Vorlesung durchaus zu empfehlen.“

Zeitschrift für den mathem. u. naturw. Unterricht.

Theorie des Potentials und der Kugelfunktionen. Von Professor Dr. A. Wangerin in Halle a. d. S.

I. Teil: Mit 46 Figuren. VIII, 255 Seiten. Unveränderter Neudruck. 1922. (Samml. Schubert Bd. 58) Geb. RM. 4.—

II. Teil: Mit 17 Figuren. VIII, 286 Seiten. 1921. (Samml. Schubert Bd. 59)

Geb. RM. 4.—

Numerische Integration. Von Professor Dr. Fr. A. Willers. Mit 2 Figuren. 116 Seiten. 1923. (Samml. Göschen Bd. 864) Geb. RM. 1.80

Die Darstellung ist sehr übersichtlich und so elementar als möglich gehalten. Sie setzt nur die Kenntnisse der Grundgesetze der Differential- und Integralrechnung voraus und wendet sich an Mathematiker, Physiker und vor allem an Ingenieure, für die das Buch eine gute Anleitung und Einführung ist.

Graphische Integration. Von Professor Dr. Fr. A. Willers. Mit 53 Figuren. 142 Seiten. 1920. (Samml. Göschen Bd. 801) Geb. RM. 1.80

Methoden der praktischen Analysis. Von Dr. Fr. A. Willers, o. Professor a. d. Bergakademie Freiberg (Sachsen). Mit 132 Figuren. 344 Seiten. 1928. (Göschens Lehrbücherei Bd. 12) RM. 20.—, geb. RM. 21.50

Der Band gibt dem Mathematiker einen Einblick in die Anwendungsmöglichkeiten der Methoden und macht den Naturwissenschaftler und Ingenieur mit den theoretischen Grundlagen bekannt.

Praktisches Zahlenrechnen. Von Professor Dr.-Ing. P. Werkmeister in Dresden. Mit 60 Figuren. Zweite, verbesserte Auflage. 136 Seiten. 1929. (Samml. Göschen Bd. 405) Geb. RM. 1.80

Das Buch gibt eine übersichtliche Auskunft über die in der Praxis angewendeten Arten des Rechnens. Es wird daher in allen Kreisen der Technik und Naturwissenschaft ein willkommener Führer und Ratgeber sein.

Mathematische Instrumente. Von Professor Dr. Fr. A. Willers. Mit 68 Figuren. 144 Seiten. 1926. (Samml. Göschen Bd. 922) . . . Geb. RM. 1.80

Der Band bringt nicht nur eine Beschreibung der mathematischen Instrumente, sondern auch eine genaue Theorie, aus der die Anwendungsmöglichkeiten, die beste Art des Gebrauchs sowie die Größe der auftretenden Ungenauigkeiten abgeleitet werden.

Geodäsie (Landesvermessung und Erdmessung). Von Prof. Dr. Gustav Förster. Mit 33 Figuren. 122 Seiten. 1927. (Samml. Göschen Bd. 102) Geb. RM. 1.80

Vermessungskunde. Von Dr.-Ing. P. Werkmeister, o. Professor an der Technischen Hochschule Dresden.

I: Stückmessung und Nivellieren. Mit 140 Figuren. Vierte Auflage. 156 Seiten. 1926. (Samml. Göschen Bd. 468) Geb. RM. 1.80

II: Messung von Horizontalwinkeln, Festlegung von Punkten im Koordinatensystem. Absteckungen. Mit 93 Figuren. Dritte Auflage. 148 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 469) Geb. RM. 1.80

III: Trigonometrische und barometrische Höhenmessung. Tachymetrie und Topographie. Mit 61 Figuren. Zweite Auflage. 136 Seiten. 1923. (Samml. Göschen Bd. 862) Geb. RM. 1.80

Grundlagen der Geometrie. Von Professor Dr. Gerhard Hessenberg. Herausgegeben von Dr. W. Schwan. Mit 77 Figuren. 143 Seiten. 1930. (Göschens Lehrbücherei Bd. 17) RM. 6.50, geb. RM. 7.80

Inhalt: I. Gleichheit, Ordnung und Stetigkeit. II. Die Messung durch Zahlen. (Streckenmessung, Winkelmessung, Flächenmessung.) III. Die projektive Geometrie in der Ebene. (Der Fundamentalsatz. Analyse des Fundamentalsatzes. Beweis des Fundamentalsatzes.) IV. Die projektive Geometrie im Raume. (Der Fundamentalsatz. Der Desarguessche Satz. Die Koordinatengeometrie.) V. Künstliche Geometrien.

Ebene Geometrie. Von G. Mahler, Professor der Mathematik am Gymnasium in Ulm. Mit 110 zweifarbigen Figuren. Vierte, verbesserte Auflage. Neudruck. 166 Seiten. 1922. (Samml. Göschen Bd. 41) Geb. RM. 1.80

Grundzüge der ebenen Geometrie. Von Professor Dr. F. Bohnert in Hamburg. Mit 220 Figuren. VIII, 223 Seiten. 1915. (Samml. Schubert Bd. 2) Geb. RM. 3.90

Ebene und sphärische Trigonometrie. Von Prof. Dr. F. Bohnert in Hamburg. Zweite Auflage. Dritter Neudruck. Mit 63 Figuren. VIII, 167 Seiten. 1919. (Samml. Schubert Bd. 3) Geb. RM. 4.40

Das Buch enthält die Grundbegriffe der Trigonometrie. Die beigegebenen Beispiele sollen den unentbehrlichen Übungsstoff liefern und gleichzeitig einen Überblick über die vielfache Verwendbarkeit und Bedeutsamkeit der Trigonometrie gewähren. Das letzte Kapitel bietet die wichtigsten Anwendungen der Sphärik auf die mathematische Geographie.

Ebene und sphärische Trigonometrie. Von Professor Dr. Gerhard Hessenberg. Mit 59 Figuren. Dritte, neubearbeitete Auflage. Durchgesehener Neudruck. 171 Seiten. 1926. (Samml. Göschen Bd. 99) Geb. RM. 1.80
„Der Verfasser hat seine Aufgabe, in dem engen Rahmen nicht bloß alle wichtigen Formeln mitzuteilen, sondern auch die Grundgedanken, auf welchen dieselben beruhen, klar darzustellen und den Zusammenhang derselben, ihre Bedeutung und Anwendbarkeit hervorzuheben, vortrefflich gelöst.“

Archiv der Mathematik und Physik.

Sammlung von Aufgaben aus der ebenen und sphärischen Trigonometrie. Von Dr. Fritz Heiland, Studienrat am Gymnasium in Jena. Mit 26 Fig. 152 Seiten. 1922. (Samml. Göschen Bd. 848) Geb. RM. 1.80

Die Sammlung schließt sich nach Anordnung und Bezeichnung dem Lehrbuch Hessenbergs (Samml. Göschen Bd. 99) an. Wichtigere Formeln sind vorangestellt, zum Teil mit Ableitung. Zu sämtlichen Aufgaben sind die Lösungen angegeben.

Stereometrie. Von Professor Dr. Robert Glaser. Dritte, verbesserte Auflage. Neudruck. Mit 81 Figuren. 139 Seiten. 1920. (Samml. Göschen Bd. 97) Geb. RM. 1.80

Sammlung von Aufgaben aus der Stereometrie. Von Professor Dr. Robert Glaser. Mit 54 Figuren. 168 Seiten. 1917. (Samml. Göschen Bd. 779) Geb. RM. 1.80

Aufgaben über Prisma und Zylinder — Projektionszeichnen — Pyramiden und Kegel — Kugel und Kugelteile — konoidartige Körper — Prismatoide — schief abgeschnittene Prismen und Zylinder — Guldinsche Regel.

Einführung in die analytische Geometrie. Von Professor Dr. Gerhard Kowalewski. Mit 112 Figuren. Dritte, unveränderte Auflage. Lexikon-Oktav. VIII, 360 Seiten. 1929 Geb. RM. 11.20

Das aus Vorlesungen entstandene Buch ist namentlich zum Gebrauch für Studierende bestimmt.

Lehrbuch der analytischen Geometrie. Von Dr. Friedrich Schur, o. Professor an der Universität Breslau. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 81 Figuren. Groß-Oktav. XII, 248 Seiten. 1912.

RM. 6.50, geb. RM. 7.70

Analytische Geometrie der Ebene. Von Dr. R. Haußner, o. ö. Professor an der Universität Jena. Mit 60 Figuren. 164 Seiten. 1928. (Samml. Göschen Bd. 65) Geb. RM. 1.80

Die Darstellung beginnt elementar und setzt nur die nötigsten planimetrischen und algebraischen Schulkenntnisse voraus. Es ist nicht nur die allgemeine Theorie der analytischen Gebilde ersten und zweiten Grades vollständig gegeben, sondern auch eine größere Zahl von speziellen Sätzen, vornehmlich über die Kegelschnitte.

Sammlung von Aufgaben und Beispielen zur analytischen Geometrie der Ebene mit den vollständigen Lösungen. Von Dr. R. Haußner, o. ö. Professor an der Universität Jena. Mit 22 Figuren im Text. 139 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 256) Geb. RM. 1.80

Analytische Geometrie des Raumes. Von Professor Dr. Max Simon, Straßburg i. E. Mit 28 Abbildungen. Dritte, verbesserte Auflage. Neudruck. 208 Seiten. 1922. (Samml. Göschen Bd. 89) Geb. RM. 1.80

Das Werk besitzt den Charakter eines ausführlichen Lehrbuches; es gibt eine übersichtliche und abgeschlossene Darstellung der analytischen Geometrie des Raumes nach dem gegenwärtigen Stande der wissenschaftlichen Forschung und bietet zuverlässige Belehrung über die analytisch-geometrischen Theorien.

Aufgaben zur analytischen Geometrie des Raumes. Von O. Th. Bürklen, Professor am Realgymnasium in Schwäb.-Gmünd. Mit 8 Figuren. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Neudruck. 109 Seiten. 1923. (Samml. Göschen Bd. 309) Geb. RM. 1.80

Die vorliegende Sammlung ist für die erste Einführung bestimmt. Sie soll dem Schüler oder Studierenden Gelegenheit geben, die analytischen Methoden anzuwenden, die Gebilde in ihren verschiedenen Lagen und ihren besonderen Fällen sowie ihre Beziehungen zueinander zu erfassen und zugleich seine Raumanschauung zu bilden.

Elementargeometrie der Ebene und des Raumes. Von Professor Dr. Max Zacharias, Studienrat in Berlin. Mit 196 Figuren im Text. 252 Seiten. 1929. (Göschens Lehrbücherei Bd. 16) . . . RM. 13.—, geb. RM. 14.50

Die Elementargeometrie wird nicht vom Standpunkte des Schulunterrichts, sondern von dem der Wissenschaft aus behandelt. Ausgangspunkt ist das (etwas modifizierte) Hilbertsche Axiomensystem. In der Darstellung treten zwei Momente in den Vordergrund: die geschichtliche Entwicklung und die prinzipielle Begründung der einzelnen Gebiete.

Koordinatensysteme. Von Professor Paul B. Fischer, Studienrat am Gymnasium zu Berlin-Steglitz. Mit 8 Figuren. Zweite, verbesserte Auflage. 128 Seiten. 1919. (Samml. Göschen Bd. 507) . . . Geb. RM. 1.80

Der Verfasser versucht den Koordinatenbegriff von einem allgemeinen Standpunkt aus darzustellen. Durch sorgfältig ausgewählte, zahlreiche Literaturangaben wird der Wert des Bandes erhöht.

Nichteuklidische Geometrie. Von Professor Dr. Richard Baldus. Mit 71 Figuren. 152 Seiten. 1927. (Samml. Göschen Bd. 970) . . . Geb. RM. 1.80

Wenn auch der Band durch möglichste Klarheit und zahlreiche Figuren, auf die besondere Sorgfalt verwendet wurde, zunächst auf den Neuling auf diesem Gebiet Rücksicht nimmt, so dürfte doch auch der Fachmann manches Neue darin finden. Daß bis zu den Übergängen aus dem mathematischen in das rein philosophische Gebiet vorgedrungen wird, dürfte philosophisch interessierten Lesern willkommen sein.

Nichteuklidische Geometrie. Von Prof. Dr. H. Liebmann in Heidelberg. Mit 40 Figuren. Dritte Auflage. 150 Seiten. 1923. RM. 6.—, geb. RM. 7.—

Das vorliegende Buch will, möglichst wenig an mathematischen Kenntnissen voraussetzend, in die nichteuclidische Geometrie einführen, und zwar nur auf einem Gebiete — dem der Ebene —, auf diesem aber gründlich dargestellt.

Kreis und Kugel. Von Dr. Wilhelm Blaschke, o. Prof. a. d. Univ. Hamburg. Mit 27 Fig. im Text. Groß-Oktav. X, 169 S. 1916. RM. 4.40, geb. RM. 5.50

Algebraische Kurven. Neue Bearbeitung von Prof. Dr. H. Wieleitner, Oberstudiendirektor in München.

Erster Teil: Gestaltliche Verhältnisse. Mit 97 Figuren. Durchgesehener Neudruck. 146 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 435) Geb. RM. 1.80

Zweiter Teil: Allgemeine Eigenschaften. Mit 35 Figuren. Neudruck. 123 Seiten. 1919. (Samml. Göschen Bd. 436) . . . Geb. RM. 1.80

Liniengeometrie mit Anwendungen. Von Professor Dr. Konrad Zindler in Innsbruck. I. Teil. Mit 87 Figuren. Neudruck. VIII, 380 Seiten. 1928. (Samml. Schubert Bd. 34) . . . Geb. RM. 18.—

II. Teil. Mit 24 Figuren. VII, 252 Seiten. 1906. (Samml. Schubert Bd. 51) Geb. RM. 9.50

Ein besonderer Vorzug dieses vorliegenden Lehr- und Einführungsbuches sind die jedem Bande beigegebenen Übungsaufgaben, zu deren Lösung sich am Schluß eine Anleitung befindet.

Projektive Geometrie in synthetischer Behandlung. Von Dr. Karl Doehlemann, weil. Professor an der Technischen Hochschule München. Fünfte Auflage.

Erster Teil. Mit 59 Figuren. 132 Seiten. 1922. (Samml. Göschen Bd. 72)

Zweiter Teil. Mit 55 Figuren. 138 Seiten. 1924. (Samml. Göschen Bd. 87⁶) Geb. je RM. 1.80

„Die Darstellung ist musterhaft klar und leichtverständlich und wird durch übersichtliche Zeichnungen und zahlreiche Aufgaben aufs trefflichste illustriert.“

Bayerische Blätter für das Gymnasialschulwesen.

Geometrische Transformationen. Von Dr. Karl Doehlemann, weil. Professor an der Technischen Hochschule München. Zweite Auflage, herausgegeben von Dr. Wilhelm Olbrich, Professor an der Hochschule für Bodenkultur in Wien. Mit 89 Figuren im Text und 4 Abbildungen. 254 Seiten. 1930. (Göschens Lehrbücherei Bd. 15) RM. 13.—, geb. RM. 14.50

Vorlesungen über allgemeine natürliche Geometrie und Liesche Transformationsgruppen. Von Dr. Gerhard Kowalewski, o. ö. Professor der reinen Mathematik an der Technischen Hochschule zu Dresden. Mit 16 Figuren.

Groß-Oktav. 280 Seiten. 1931. (Göschens Lehrbücherei Bd. 19) RM. 15.50, geb. RM. 17.—

- Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf Geometrie.** Von Dr. Georg Scheffers, Geh. Reg.-Rat, Professor an der Technischen Hochschule Charlottenburg. I. Mit 107 Figuren. Dritte, verbesserte Auflage. XII, 482 Seiten. 1923 RM. 13.—, geb. RM. 14.50
 II. Mit 110 Figuren. Dritte, verbesserte Auflage. XI, 582 Seiten. 1922 RM. 15.—, geb. RM. 16.50

Die besprochenen Probleme werden alle mit großer Ausführlichkeit behandelt. Die am Schluß beigefügten Formeltafeln und Register erhöhen den Wert des Werkes, das nicht nur einführen, sondern auch zu selbständigen Forschungen anregen soll.

- Theorie der Raumkurven und krummen Flächen.** Von Oberstudiendirektor Prof. Dr. V. Kommerell in Tübingen und Prof. Dr. K. Kommerell in Tübingen. I. Krümmungen der Raumkurven und Flächen. Vierte Auflage. Mit 38 Figuren. 203 Seiten. 1931. (Göschens Lehrbücherei Bd. 20) Im Druck.

II. Kurven auf Flächen. Spezielle Flächen. Theorie der Strahlensysteme. Vierte Auflage. Mit 26 Figuren. Im Druck.

- Vektoranalysis** in ihren Grundzügen und wichtigsten physikalischen Anwendungen. Von Dr. Arthur Haas, a. o. Professor an der Universität Wien. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 37 Abbildungen im Text. Groß-Oktav. VI, 147 Seiten. 1929 RM. 5.—, geb. RM. 6.—

- Vektoranalysis.** Von Dr. Siegfried Valentiner, Professor für Physik an der Bergakademie Clausthal. Mit 16 Figuren. Vierte, umgearbeitete Auflage. 136 Seiten. 1929. (Samml. Göschens Bd. 354) Geb. RM. 1.80

- Darstellende Geometrie.** Von Dr. Robert Haußner, o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Jena.

Erster Teil: Elemente; Ebenflächige Gebilde. Vierte, verbesserte Auflage. Mit 110 Figuren im Text. 207 Seiten. 1930. (Samml. Göschens Bd. 142) Geb. RM. 1.80

Zweiter Teil: Perspektive ebener Gebilde; Kegelschnitte. Dritte, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 88 Figuren im Text. 168 Seiten. 1930. (Samml. Göschens Bd. 143) Geb. RM. 1.80

Dritter Teil: Zylinder, Kegel, Kugel, Rotations- und Schraubenflächen, Schattenkonstruktionen, Axonometrie. Von Dr. Robert Haußner, o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Jena, und Dr. Wolfgang Haack, Privatdozent für Mathematik an der Technischen Hochschule Danzig-Langfuhr. Mit 65 Figuren im Text. 141 Seiten. 1931. (Samml. Göschens Bd. 144) Geb. 1.80

- Lehrbuch der darstellenden Geometrie.** Von Dr. Karl Rohn, Geh. Rat, weiland Professor an der Universität Leipzig, und Dr. Erwin Papperitz, Geh. Rat, Professor an der Bergakademie in Freiberg i. Sa. Drei Bände. Groß-Oktav. I. Orthogonalprojektion. Vielfache, Perspektivität ebener Figuren, Kurven, Zylinder, Kugel, Kegel, Rotations- und Schraubenflächen. Vierte, erweiterte Auflage. XX, 502 Seiten. Mit 351 Figuren. 1913. Anastatischer Nachdruck. 1921 RM. 16.50, geb. RM. 18.—
 II. Axonometrie, Perspektive, Beleuchtung. Vierte, umgearbeitete Auflage. VI, 194 Seiten mit 118 Figuren. 1916 RM. 6.20, geb. RM. 7.20
 III. Kegelschnitte, Flächen zweiten Grades, Regel-, abwickelbare und andere Flächen. Flächenkrümmung. Vierte, unveränderte Auflage. X, 334 Seiten. Mit 157 Figuren. 1923 RM. 10.80, geb. RM. 12.—

- Darstellende Geometrie.** Von Theodor Schmid, o. ö. Professor an der Technischen Hochschule in Wien. I. Teil: Eckige Körper, Kugel, Zylinder, Kegel, Plankurven und Raumkurven mit den zugehörigen Torsen im Normalrißverfahren und in orthogonaler Axonometrie. Dritte Auflage. Mit 170 Figuren. 283 S. 1922. (Samml. Schubert Bd. 65) Geb. RM. 6.—
 II. Teil: Schiefe und zentrale Projektion. Dreh-, Rohr-, Schrauben- und Regelflächen. Geländedarstellung, Kartenprojektion, Nomographie. Zweite Auflage. Mit 163 Fig. 340 S. 1923. (Samml. Schubert Bd. 66) Geb. RM. 7.50

„Unter den zahlreichen guten Lehrbüchern der darstellenden Geometrie steht das vorliegende mit in erster Reihe. Ausgezeichnete Figuren, klare Darstellung, reicher Inhalt sind seine besonderen Kennzeichen.“ Unterrichtsblätter f. Mathem. u. Naturw.

Wahrscheinlichkeitsrechnung. Von Dr. Otto Knopf, o. Professor der Astronomie an der Universität Jena. I. 112 Seiten. 1923. II. Mit 10 Figuren. 112 Seiten. 1923. (Samml. Göschen Bd. 508 und 871) Geb. je RM. 1.80

Eine knappe, klare Darstellung der Wahrscheinlichkeitsrechnung, deren Wert für die mathematischen Grundlagen des Versicherungswesens, für die statistische Mechanik und neuerdings auch für das Fernsprechwesen auf der Hand liegt.

Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Von Wilhelm Weitbrecht, Professor der Geodäsie in Stuttgart. Zweite, veränderte Auflage.

I. Teil: Ableitung der grundlegenden Sätze und Formeln. Mit 8 Figuren. Neudruck. 127 Seiten. 1919. (Samml. Göschen Bd. 302) Geb. RM. 1.80

II. Teil: Zahlenbeispiele. Mit 8 Figuren. Neudruck. 141 Seiten. 1920. (Samml. Göschen Bd. 641) Geb. RM. 1.80

Jeder der beiden Teile bildet ein das ganze Gebiet umfassendes, für sich geschlossenes Ganzes. Der erste enthält die Ableitung der grundlegenden Sätze und Formeln, während im zweiten die fertigen Ergebnisse dieser Ableitungen zusammengestellt und auf hauptsächlich dem Gebiet der Geodäsie entnommene Zahlenbeispiele angewendet werden.

Versicherungsmathematik. Von Dr. Friedrich Boehm, Professor an der Universität München.

I. Elemente der Versicherungsrechnung. 144 Seiten. 1925. (Sammlung Göschen Bd. 180) Geb. RM. 1.80

II. Lebensversicherungsmathematik. Einführung in die technischen Grundlagen der Sozialversicherung. 171 Seiten. 1926. (Samml. Göschen Bd. 917) Geb. RM. 1.80

Der erste Band behandelt den Zins als erste, die Sterbetafel als zweite Rechnungsgrundlage, die Prämienreserve und die Versicherung verbundener Leben. Der zweite Band enthält außer einer eingehenden Behandlung der Lebensversicherungsmathematik eine Einführung in die technischen Grundlagen der Sozialversicherung.

Politische Arithmetik. (Zinseszinsen-, Renten- und Anleiherechnung.) Von Dr. Emil Foerster, Honorarprofessor an der Technischen Hochschule in Wien. Mit 7 Figuren. 155 Seiten. 1924. (Samml. Göschen Bd. 879) Geb. RM. 1.80

In 6 Kapiteln wird der Reihe nach die einfache Zinsenrechnung, die Zinseszinsenrechnung für Einzelkapitalien und Renten, das Rechnen mit vorschüssigen Zinsen, die Schuldentilgung sowie die Kurs- und Rentabilitätsrechnung behandelt.

Graphische Darstellung in Wissenschaft und Technik. Von Professor Dr. M. Pirani. Zweite, verbesserte Auflage, besorgt durch Dr. J. Runge. Mit 71 Abbildungen. 149 Seiten. 1931. (Samml. Göschen Bd. 728) Geb. RM. 1.80

Von der einfachen Darstellung von Größen mit unbekanntem Zusammenhang in Form von Kurven oder Skalen ausgehend, geht der Verfasser zur Darstellung von Größen bekannter Abhängigkeit (Funktionsskalen, insbesondere logarithmische projektive Teilung) über und bespricht dann die Aufstellung von Rechentafeln namentlich mit der Methode der fluchtrechten Punkte oder mit Hilfe mehrerer gekreuzter Linien.

Graphische Statik mit besonderer Berücksichtigung der Einflußlinien. Von Dipl.-Ing. Otto Henkel, Bauingenieur und Studienrat an der Bauwerkschule in Erfurt. 2 Teile. (Samml. Göschen Bd. 603 u. 695) Geb. je RM. 1.80

Statik. I. Teil: Die Grundlagen der Statik starrer Körper. Von Privatdozent Dr.-Ing. Ferd. Schleicher in Karlsruhe. Mit 47 Abbildungen. 143 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 178) Geb. RM. 1.80

II. Teil: Angewandte (techn.) Statik. Von Professor Dipl.-Ing. W. Hauber in Stuttgart. Mit 61 Abbildungen. Sechster Neudruck. 149 Seiten. 1922. (Samml. Göschen Bd. 179) Geb. RM. 1.80

Kinematik. Von Dr.-Ing. Hans Polster, Betriebsingenieur der Badischen Anilin- und Sodafabrik Merseburg-Leuna. Mit 76 Abbildungen. Zweite Auflage. 151 Seiten. 1920. (Samml. Göschen Bd. 584) Geb. RM. 1.80

Der Band bietet dem Studierenden eine Einführung, will aber darüber hinaus den in der Praxis stehenden Ingenieuren, die sich in die schwierigen Bewegungsverhältnisse von Nocken-, Schwingdaumen- und Wälzhebélsteuerungen oder von anderen Gebieten tieferen Einblick verschaffen wollen, ein bequemer Führer sein.

Dynamik. Von Prof. Dr. Wilhelm Müller. I: Dynamik des Einzelkörpers. Mit 70 Figuren. 160 Seiten. 1925. (Samml. Göschen Bd. 902) Geb. RM. 1.80
II: Dynamik von Körpersystemen. Mit 51 Figuren. 137 Seiten. 1925. (Samml. Göschen Bd. 903) Geb. RM. 1.80

Aerodynamik des Fluges. Eine Einführung in die mathematische Tragflächentheorie. Von Professor Dr. Harry Schmidt. Mit 81 Figuren. VII, 258 Seiten RM. 15.—, geb. RM. 16.50

Der Verfasser gibt mit diesem Werk ein exakt einführendes Lehrbuch für Studierende und bereits in der Praxis stehende Ingenieure, das auf einem Minimum an hydrodynamischen und mathematischen Kenntnissen aufbaut.

Es entwickelt dementsprechend ausführlich die erforderlichen hydrodynamischen und funktionentheoretischen Hilfsmittel und insbesondere die Methoden der konformen Abbildungen. Im Zusammenhang mit diesen wurden die Kutta-Joukowski-von Misessche Theorie der unendlich breiten Tragfläche wie auch die Prandtl'sche Tragflügeltheorie besonders ausführlich entwickelt.

Festigkeitslehre. Von Professor Dipl.-Ing. W. Hauber in Stuttgart. Mit 56 Figuren und 1 Tafel. Achter Neudruck. 127 Seiten und 1 Tafel. 1923. (Samml. Göschen Bd. 288) Geb. RM. 1.80

In dem Band gibt der Verfasser eine kurze Übersicht über die Fundamentalsätze der elastischen Kräfte in ihrer Anwendung auf die einfacheren Fälle der Festigkeit, soweit sie für die gewöhnlichen Aufgaben des praktischen Lebens in Frage kommen.

Aufgabensammlung zur Festigkeitslehre mit Lösungen. Von R. Haren. Dritte, vollständig neubearbeitete Auflage von Josef Furtmayr, Dipl.-Ing. in Stuttgart. Mit 43 Figuren. 116 Seiten. 1923. (Samml. Göschen Bd. 491) Geb. RM. 1.80

Hydraulik. Von Professor Dipl.-Ing. W. Hauber in Stuttgart. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Neudruck. Mit 45 Figuren. 156 Seiten. 1925. (Samml. Göschen Bd. 397) Geb. RM. 1.80

Das Buch enthält eine Darstellung der Hydrostatik und bringt aus der Hydrodynamik: Ausfluß des Wassers aus Gefäßen; Überfall des Wassers über Wehre; Die Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen; Die Bewegung des Wassers in Röhren mit konstantem Querschnitt; Stoß eines zylindrischen oder prismatischen Wasserstrahls auf eine Zylinderfläche.

Elastizitätslehre für Ingenieure. Von Professor Dr.-Ing. Max Ensslin an der Höheren Maschinenbauschule Eßlingen. 2 Bde. (Samml. Göschen Bd. 519 und 957) Geb. je RM. 1.80

Band I bespricht die Grundlagen der Elastizitätslehre sowie Allgemeines über Spannungszustände, Zylinder, ebene Platten, Torsion und gekrümmte Träger, Band II gibt eine Einführung in die Methoden zur Berechnung der statisch unbestimmten Konstruktion des Bau- und Maschineningenieurs.

Einführung in die geometrische Optik. Von Dr. W. Hinrichs, Berlin-Wilmersdorf. Mit 56 Figuren. Zweite, verbesserte Auflage. 143 Seiten. 1924. (Samml. Göschen Bd. 532) Geb. RM. 1.80

Nach der Einleitung über die Grundgesetze der geometrischen Optik folgen die Abschnitte über die Reflexion an ebenen Flächen und sphärischen Flächen. Dann wird die Berechnung an ebenen Flächen, an einer Kugelfläche und durch ein zentriertes System von Kugelflächen behandelt. In Kapitel VI finden die Linsen und Linsensysteme Beachtung.

Technische Tabellen und Formeln. Von Reg.-Baurat a. D. Prof. Dr.-Ing. W. Müller. Mit 105 Figuren. Dritte, verbesserte und erweiterte Auflage. 151 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 579) Geb. RM. 1.80

Theoretische Physik. Von Dr. Gustav Jäger, Professor der Physik an der Universität Wien. 5 Bände.

I. Band: Mechanik. Mit 25 Figuren. Sechste, verbesserte Auflage. 150 Seiten. 1930. (Samml. Götschen Bd. 76) Geb. RM. 1.80

II. Band: Schall und Wärme. Mit 7 Figuren. Sechste, umgearbeitete und vermehrte Auflage. 133 Seiten. 1930. (Samml. Götschen Bd. 77) Geb. RM. 1.80

III. Band: Elektrizität und Magnetismus. Mit 35 Figuren. Sechste, verbesserte Auflage. 151 Seiten. 1930. (Samml. Götschen Bd. 78) Geb. RM. 1.80

IV. Band: Optik. Mit 44 Figuren. Sechste, umgearbeitete und vermehrte Auflage. 148 Seiten. 1930. (Samml. Götschen Bd. 374) Geb. RM. 1.80

V. Band: Wärmestrahlung, Elektronik und Atomphysik. Mit 16 Figuren. Sechste, umgearbeitete und vermehrte Auflage. 128 Seiten. 1930. (Samml. Götschen Bd. 1017) Geb. RM. 1.80

Allen, welche sich ein Kompendium der theoretischen Physik anschaffen wollen, seien diese Bändchen empfohlen. Der Verfasser hat den Stoff aus dem Gesamtgebiet sorgfältig ausgewählt und dabei die neuesten Resultate der Forschung berücksichtigt.

Einführung in die theoretische Physik mit besonderer Berücksichtigung ihrer modernen Probleme. Von Dr. Arthur Haas, a. o. Professor a. d. Universität Wien. I. Band. Fünfte und sechste, abermals völlig umgearbeitete und wesentlich vermehrte Auflage. Mit 67 Abbildungen im Text. Groß-Oktav. X, 396 Seiten. 1930. RM. 15.—, geb. RM. 16.50

II. Band. Fünfte und sechste, abermals völlig umgearbeitete und wesentlich vermehrte Auflage. Mit 85 Abbildungen im Text und auf sechs Tafeln. Groß-Oktav. VIII, 448 Seiten. 1930. RM. 17.—, geb. RM. 18.50

Die vorliegende neue (5. und 6.) Auflage bringt die Kapitel „Atomtheorie“ und „Statistische Physik“ in fast völlig neuer Behandlung, der Teil „Relativitätstheorie“ ist vermehrt und zum Teil umgearbeitet. Die „Deutsche Literaturzeitung“ schreibt am 10. Mai 1930: „Das Buch erfüllt seinen Zweck, eine Einführung in die theoretische Physik zu geben, auf das vollkommenste. Es ist überaus klar und bündig geschrieben und für den Anfänger zum Selbststudium trefflich geeignet. Die wenigen etwas schwierigen Paragraphen sind so eingefügt, daß sie beim ersten Angriff auch beiseitegelassen werden können. Schließlich bildet die kurze Zusammenfassung des Inhalts am Ende des Buches eine nicht geringe Lernhilfe für den Studierenden.“

Einführung in die theoretische Physik. Von Dr. Clemens Schäfer, Professor an der Universität Breslau. I. Band: Mechanik materieller Punkte, Mechanik starrer Körper, Mechanik der Kontinua (Elastizität und Hydromechanik). Mit 272 Figuren im Text. Dritte, verbesserte und vermehrte Auflage. Groß-Oktav. XII, 991 Seiten. 1929.

RM. 45.—, geb. RM. 48.—

II. Band: Theorie der Wärme. Molekular-kinetische Theorie der Materie. Mit 88 Figuren im Text. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Groß-Oktav. X, 660 Seiten. 1929 RM. 28.—, geb. RM. 30.—

III. Band: Erscheint Frühjahr 1932.

„Das vorliegende Werk füllt eine merkbare Lücke in der bisher vorliegenden Literatur über theoretische Physik aus. Was es von seinen Vorgängern unterscheidet, ist einmal die Verwendung aller modernen Methoden und zum zweiten die klare und ausführliche Darstellungsweise, welche auch das Studium schwieriger Kapitel zu einem Genuß macht.“
Annalen der Physik.

Atomphysik. Von Dr. Hans Leßheim in Breslau. I. Band: Mit 36 Abbildungen. 134 Seiten. 1929. (Samml. Götschen Bd. 1009) Geb. RM. 1.80

Vorlesungen über Thermodynamik. Von Dr. Max Planck, Professor der theoretischen Physik an der Universität Berlin. Mit 5 Figuren im Text. Neunte Auflage. Groß-Oktav. XI, 288 Seiten. 1930. Geb. RM. 11.50

**VERLAG VON WALTER DE GRUYTER & CO.
IN BERLIN W 10 UND LEIPZIG**

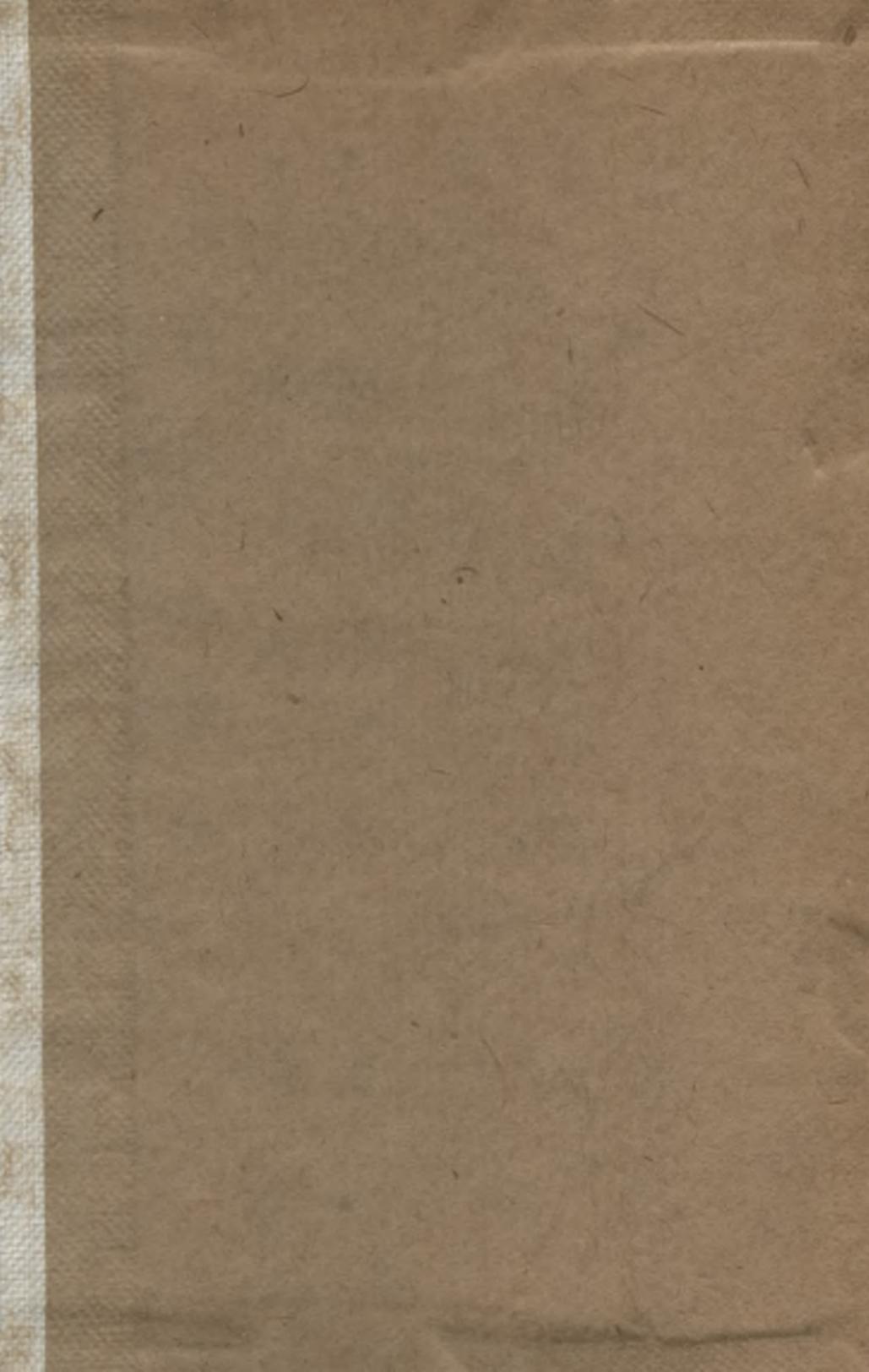
BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Roßberg'sche Buchdruckerei, Leipzig

S. 61

80,00
1

S - 96



BIBLIOTEKA GŁÓWNA

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



I-301599

PK 2-00. 1200/73 - 100000 498.

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000296058