...s
...eisteswelt

N. Schmitt

# Aufgaben aus der technischen Mechanik

## I: Bewegungslehre, Statik und Festigkeitslehre

Zweite Auflage

B. G. Teubner · Leipzig · Berlin

# Die Sammlung

# „Aus Natur und Geisteswelt“

nunmehr über 800 Bände umfassend, bietet wirkliche „Einführungen“ in abgeschlossene Wissensgebiete für den Unterricht oder Selbstunterricht des Laien nach den heutigen methodischen Anforderungen und erfüllen so ein Bedürfnis, dem weder umfangreiche Enzyklopädien noch skizzenhafte Abrisse entsprechen können. Die Bände wollen jedem geistig Mündigen die Möglichkeit schaffen, sich ohne besondere Vorkenntnisse an sicherster Quelle, wie sie die Darstellung durch berufene Vertreter der Wissenschaft bietet, über jedes Gebiet der Wissenschaft, Kunst und Technik zu unterrichten. Sie wollen ihn dabei zugleich unmittelbar im Beruf fördern, den Gesichtskreis erweiternd, die Einsicht in die Bedingungen der Berufsarbeit vertiefend.

Die Sammlung bietet aber auch dem Fachmann eine rasche zuverlässige Übersicht über die sich heute von Tag zu Tag weitenden Gebiete des geistigen Lebens in weitestem Umfang und vermag so vor allem auch dem immer stärker werdenden Bedürfnis des Forschers zu dienen, sich auf den Nachbargebieten auf dem laufenden zu erhalten. In den Dienst dieser Aufgaben haben sich darum auch in dankenswerter Weise von Anfang an die besten Namen gestellt, gern die Gelegenheit benutzend, sich an weiteste Kreise zu wenden.

Seit Herbst 1925 ist eine Neuerung insofern eingetreten, als neben den Bänden im bisherigen Umfange solche in erweitertem, etwa anderthalbfachem zu $1\frac{1}{2}$fachem Preise ausgegeben werden, weil abgeschlossene Darstellungen größerer Gebiete auf beschränkterem Raume heute schwer möglich sind. Diese Bände, die die Nummern von 1001 ab tragen, erscheinen, um die Einheitlichkeit der Sammlung zu wahren, in der gleichen Ausstattung wie die übrigen Bände. Sie sind nur auf dem Rückentitel durch je ein Sternchen über und unter der Nummer besonders gekennzeichnet.

Alles in allem sind die schmucken, gehaltvollen Bände besonders geeignet, die Freude am Buche zu wecken und daran zu gewöhnen, einen Betrag, den man für Erfüllung körperlicher Bedürfnisse nicht anzusehen pflegt, auch für die Befriedigung geistiger anzuwenden.



de

ch

Leipzig, i[n] ... [G.] Teubner

Ein vollständiges nach Wissenschaftsgebieten geordnetes Verzeichnis versendet auf Wunsch der Verlag, Leipzig, Poststraße 3/5

## Wärmelehre.

**Die Lehre von der Wärme.** Gemeinverständlich dargestellt von Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. R. Börnstein. 2., durchgesehene Auflage. Hrsg. von Prof. Dr. A. Wigand. Mit 33 Abbildungen im Text. (Bd. 172.)

**Einführung in die technische Wärmelehre** (Thermodynamik). Von Geh. Bergrat Prof. R. Vater. 3. Aufl. von Prof. Dr. Fr. Schmidt. Mit 46 Abb. im Text. (Bd. 516.)

**Praktische Thermodynamik.** Aufgaben und Beispiele zur technischen Wärmelehre. Von Geh. Bergrat Prof. R. Vater. 2. Aufl. herausgegeben von Prof. Dr. Fr. Schmidt. Mit 40 Abb. im Text und 1 Tafeln. (Bd. 596.)

## Einführung in die Chemie.

**Einführung in die allgemeine Chemie.** Von Oberstudienrat Dr. B. Bavink. 2. Aufl. Mit 24 Figuren. (Bd. 582.)

**Einführung in die anorganische Chemie.** Von Oberstudienrat Dr. B. Bavink. Mit 31 Abbildungen im Text. (Bd. 598.)

**Einführung in die organische Chemie.** (Natürliche und künstliche Pflanzen- und Tierstoffe.) Von Oberstudienrat Dr. B. Bavink. 3. Aufl. Mit 9 Abb. im Text. (Bd. 187.)

**Einführung in die analytische Chemie.** Von Dr. F. Rüsberg. 2 Bde. I. Theorie und Gang der Analyse. Mit 15 Fig. i. T. II. Die Reaktionen. Mit 4 Fig. i. T. (Bd. 524/25.)

**Einführung in die Biochemie in elementarer Darstellung.** Von Prof. Dr. W. Löb. 2. durchges. u. verm. Aufl. V. Prof. Dr. H. Friedenthal. M. 12 Fig. i. T. (Bd. 352.)

**Elektrochemie und ihre Anwendungen.** Von Prof. Dr. K. Arndt. 2. Auflage. Mit 37 Abbildungen im Text. (Bd. 234.)

**Das Radium und die Radioaktivität.** Von Prof. Dr. M. Centnerszwer. 2. Aufl. Mit 33 Figuren im Text. (Bd. 405.)

**Photochemie.** Von Prof. Dr. G. Kümmell. 2. Aufl. Mit 23 Abb. i. T. u. auf 1 Tafel. (227.)

**Luft, Wasser, Licht und Wärme.** Einführung in die Experimentalchemie. Von Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. R. Blochmann. 5. Aufl. Mit 92 Abbildungen. (Bd. 5.)

**Das Wasser.** Von Geh. Regierungsrat Dr. O. Anselmino. Mit 44 Abbild. (Bd. 291.)

---

**Chemisches Wörterbuch.** Von Prof. Dr. H. Remy. Mit 15 Abb. im Text und 5 Tabellen im Anhang. (Teubners kl. Fachwörterbücher Bd. 10/11.)

## Chemische Technologie.

**Die künstliche Herstellung von Naturstoffen.** Von Prof. Dr. E. Rüst. (Bd. 674.)

**Der Luftstickstoff und seine Verwertung.** Von Prof. Dr. K. Kaiser. 2. Aufl. Mit 13 Abbildungen (Bd. 313.)

**Agrikulturchemie.** Von Dr. P. Krische. 2., verb. Aufl. Mit 21 Abbildungen. (Bd. 314.)

**Die Sprengstoffe, ihre Chemie und Technologie.** Von Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. R. Biedermann. 2. Auflage. Mit 12 Figuren. (Bd. 286.)

**Farben u. Farbstoffe.** Ihre Erzeugung u. Verwendung. Von Dr. A. Zart. Mit 31 Abb. (Bd. 483.)

**Bierbrauerei.** Von Dr. A. Bau. Mit 47 Abb. (Bd. 333.)

---

**Wörterbuch der Warenkunde.** Von Prof. Dr. M. Pietsch. (Teubners kleine Fachwörterbücher Bd. 3.)

## Naturlehre im Hause.

**Physik in Küche u. Haus.** Von Studiendirektor Prof. H. Speitkamp. 2. Aufl. Mit 54 Abb. (Bd. 478.)

**Chemie in Küche und Haus.** Von Dr. J. Klein. 5. Aufl. (Bd. 76.)

**Desinfektion, Sterilisation, Konservierung.** Von Regierungs- und Medizinalrat Dr. O. Solbrig. Mit 20 Abbildungen. (Bd. 401.)

***Ernährung und Nahrungsmittel.** Von Geh. Rat Prof. Dr. N. Zuntz. 4. Aufl. (Bd. 19.)

**Die Bakterien im Haushalt der Natur und des Menschen.** Von Prof. Dr. E. Gutzeit. 2. Aufl. Mit 13 Abbildungen. (Bd. 242.)

Die mit * bezeichneten und weitere Bände befinden sich in Vorbereitung.

Aus Natur und Geisteswelt
Sammlung wissenschaftlich-gemeinverständlicher Darstellungen

558. Band

# Aufgaben aus der technischen Mechanik

## für den Schul- und Selbstunterricht

Von

**Prof. N. Schmitt**
Oberlehrer in Dortmund



## I. Bewegungslehre, Statik und Festigkeitslehre

240 Aufgaben und Lösungen
Mit zahlreichen Figuren im Text



Verlag und Druck von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin 1921

## Vorwort.

Der vorliegende Band enthält Aufgaben aus der Bewegungslehre, der Statik und Festigkeitslehre. So bildet sein erster und zweiter Teil die zweite Auflage der früheren Aufgabensammlung „Bewegungslehre und Statik" mit Ausnahme der Aufgaben der Hydrostatik. Diese soll der zweite, demnächst erscheinende Band bringen, dessen Hauptinhalt „Aufgaben aus der Dynamik" sein wird. Den Schluß der Statik bilden die Kapitel „Das Trägheitsmoment" und „Das Zentrifugalmoment". Mit der Lösung dieser Aufgaben muß jeder vertraut sein, der sich mit Festigkeitslehre und Dynamik beschäftigen will. Der dritte Teil bringt Aufgaben aus sämtlichen Gebieten der Festigkeitslehre der Bau- und Maschinentechnik.

Bei der Bearbeitung des Bandes ist sein Zweck, den Unterricht in der Mechanik zu erleichtern, dem Schüler Freude an der Arbeit zu machen und den Techniker bei seiner weiteren Ausbildung zu unterstützen, im Auge behalten worden.

Dortmund, im Juni 1921.

**N. Schmitt.**

I

# Inhalt.

# I. Bewegungslehre.

I. Ein Körper bewegt sich, wenn er seinen Ort im Raum ändert. Die Ursache der Bewegung heißt Kraft, der Körper durchläuft bei der Bewegung einen gewissen Weg und braucht dazu eine gewisse Zeit.

Bei geradlinigen Bewegungen führen alle Punkte eines Körpers gleiche Bewegungen aus; die Bewegung eines Punktes ist auch die Bewegung des Körpers dem der Punkt angehört.

Die Länge des Weges, den ein Punkt zurücklegt, wird in Meter (m), die Zeit in Sekunden (sec) angegeben. Die Länge des Weges, den ein Punkt in einer Sekunde zurücklegt, ist die Geschwindigkeit (m/sec) des Punktes.

Bleibt die Geschwindigkeit des Punktes immer dieselbe, so bewegt er sich gleichförmig, ändert sich die Geschwindigkeit, so bewegt er sich ungleichförmig.

## 1. Gleichförmige Bewegung.

II. Ist $c$ die Geschwindigkeit, $t$ die Zeit, $s$ der Weg, so ist $s = c \cdot t$, $c = \frac{s}{t}$, $t = \frac{s}{c}$.

1. Welchen Weg legt ein Körper, der sich mit einer Geschwindigkeit $c = 7{,}5$ m/sec. gleichförmig bewegt, in 20 Sekunden zurück?

2. Welche Geschwindigkeit muß ein Körper haben, der in einer Minute einen Weg $s = 240$ m zurücklegt?

3. In welcher Zeit legt ein Körper, der sich mit einer Geschwindigkeit $c = 5$ m/sec gleichförmig bewegt, einen Weg $s = 600$ m zurück?

4. Zwei Züge fahren gleichzeitig von den Endpunkten I und II einer 45 km langen Bahnstrecke mit den Geschwindigkeiten $c_1 = 10$ m/sec, $c_2 = 12{,}5$ m/sec gegeneinander ab. Wann und wo kreuzen sich die Züge?

5. Eine Last soll in 10 Sekunden 20 m hoch gehoben werden. Wie groß muß ihre Geschwindigkeit sein?

**6.** In welcher Zeit passiert ein mit der Geschwindigkeit $c = 10$ m/sec fahrender Zug von 200 m Länge eine 180 m lange Brücke?

## 2. Gleichförmig beschleunigte Bewegung.

**III.** Wächst die Geschwindigkeit eines Punktes stetig und gleichmäßig, so bewegt er sich gleichförmig beschleunigt.

Nimmt die Geschwindigkeit stetig und gleichmäßig ab, so bewegt sich der Punkt gleichförmig verzögert. Der Zuwachs der Geschwindigkeit in der Sekunde wird Beschleunigung (m/sec²) genannt.

Ein Punkt, dessen Anfangsgeschwindigkeit $c$ und dessen Beschleunigung $p$ ist, erreicht in $t$ Sekunden eine Endgeschwindigkeit $v = c + pt$. Seine mittlere Geschwindigkeit in der Zeit $t$ ist $v_m = \frac{c+v}{2} = c + \frac{pt}{2}$ und der zurückgelegte Weg $s = v_m \cdot t = ct + \frac{pt^2}{2}$.

**7.** Ein Körper bewegt sich gleichförmig beschleunigt mit einer Anfangsgeschwindigkeit $c = 0$ und einer Beschleunigung $p = 0{,}5$ m/sec². Welchen Weg legt er in 20 Sekunden zurück?

**8.** Ein Körper wird mit einer Anfangsgeschwindigkeit $c = 50$ m/sec lotrecht hochgeworfen. Wie hoch steigt er?

**9.** Welche Anfangsgeschwindigkeit muß ein Körper haben, der lotrecht hochgeworfen eine Höhe von 500 m erreicht?

**10.** Ein Zug soll beim Anfahren seine vorgeschriebene Geschwindigkeit $v = 15$ m/sec in 5 Sekunden erreichen. Welche Beschleunigung muß er haben und welchen Weg legt er während der Beschleunigung zurück?

## 3. Kreisbewegung.

**IV.** Ein Körper dreht sich im Kreise, wenn alle Punkte des Körpers Kreise um denselben Mittelpunkt, Drehpunkt genannt, beschreiben. Der Abstand eines Punktes des Körpers vom Drehpunkt ist des Punktes Drehradius.

Alle Punkte des Körpers durchlaufen ihre Kreisbahnen in derselben Zeit. Die Kreisbahnen haben verschiedene Längen, daher die Punkte des Körpers verschiedene Geschwindigkeiten. Die Geschwindigkeiten zweier Punkte eines sich im Kreise drehenden Körpers verhalten sich wie die Drehradien der Punkte.

Sind $v_1$ und $v_2$ die Geschwindigkeiten, $r_1$ und $r_2$ die Drehradien zweier Punkte, so ist: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2}$, $\frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2} = w$.

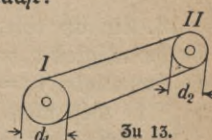
Das Verhältnis $w$ wird die **Winkelgeschwindigkeit** des Körpers genannt. Ist $r = 1$, so wird $w = v$, d. h. die Winkelgeschwindigkeit eines Körpers ist die Geschwindigkeit eines Punktes des Körpers, dessen Drehradius gleich Eins ist.

Die Tourenzahl eines Rades ist die Zahl der Umdrehungen, die das Rad in einer Minute macht. Ist $d$ der Durchmesser, $n$ die Tourenzahl eines Rades, so ist seine **Umfangsgeschwindigkeit** $v = \frac{\pi d \cdot n}{60}$, demnach die Tourenzahl $n = \frac{60\, v}{\pi \cdot d}$. Für $d = 2$ wird $v = w = \frac{\pi n}{30}$.


11. Wie groß ist die Umfangsgeschwindigkeit einer Scheibe von 800 mm Durchmesser, wenn sie 90 Touren macht?

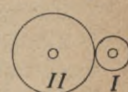
12. Wie groß ist die Umfangs- und Winkelgeschwindigkeit der Scheibe, wenn a) $d = 0{,}9$ m, $n = 120$, b) $d = 1{,}5$ m, $n = 60$?

13. Es sei $d_1 = 800$ mm, $d_2 = 600$ mm, $n_1 = 120$. Wie groß ist $n_2$?



Zu 13.

14. Die Zahnräder haben $z_1 = 60$, $z_2 = 20$ Zähne. Wie groß ist $n_2$, wenn $n_1 = 30$ ist?

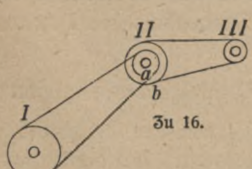


Zu 14.

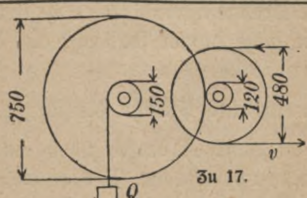
15. Eine eingängige Schnecke greift in ein Rad mit 30 Zähnen. Die Schnecke macht 1200 Touren. Wieviel Touren macht das Rad?

16. Es sei $d_1 = 900$ mm, $n_1 = 60$, $n_2 = 120$, $n_3 = 240$, $d_3 = 300$ mm. Zu bestimmen ist: $v_1$, $v_2$, $w_1$, $w_2$, $w_3$, $d_{2a}$, $d_{2b}$.

17. Die an der Winde hängende Last $Q$ soll mit einer Geschwindigkeit $c = 0{,}5$ m/sec gehoben werden. Wie groß muß die Geschwindigkeit $v$ des Riemens sein?



Zu 16.



Zu 17.

## 4. Zusammensetzen der Geschwindigkeiten.

V. Die Bewegung eines Punktes ist durch die Richtung und Größe seiner Geschwindigkeit gegeben.

Die Geschwindigkeiten werden durch gerade Strecken dargestellt. Die Länge einer solchen Strecke gibt die Größe, die Richtung der Strecke die Richtung der Geschwindigkeit an.

Hat ein Punkt zwei Geschwindigkeiten $c_1$ und $c_2$, so ist die wirkliche Geschwindigkeit $v$ des Punktes die Diagonale des Parallelogramms, dessen Seiten $c_1$ und $c_2$ sind.

$v$ wird die resultierende Geschwindigkeit oder Resultante genannt, $c_1$ und $c_2$ sind die Geschwindigkeitskomponenten.

Es kann auch eine Geschwindigkeit $v$ in zwei Komponenten $c_1$ und $c_2$ zerlegt werden.

18. Ein an einem Laufkran hängendes Gewicht wird mit einer Geschwindigkeit $c_1 = 1{,}2$ m/sec gehoben und gleichzeitig mit einer Geschwindigkeit $c_2 = 0{,}9$ m/sec wagerecht bewegt. Wie groß ist die wirkliche Geschwindigkeit $v$ des Gewichts?

19. Auf einer unter einem Winkel von $30^0$ ansteigenden Bahn bewegt sich ein Körper mit einer Geschwindigkeit $v = 4$ m/sec.

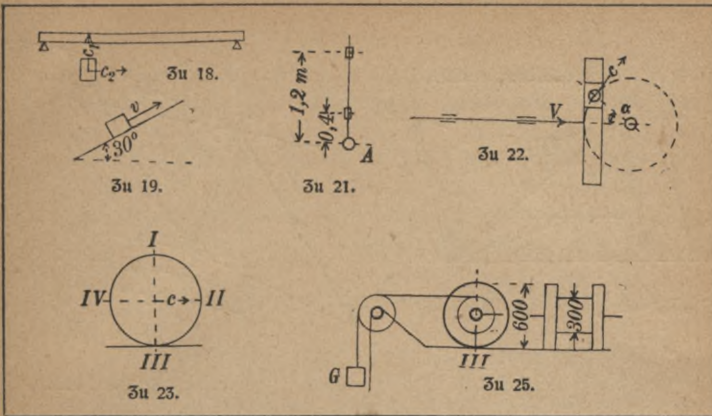
Wie groß ist die Hubgeschwindigkeit $c_1$ des Körpers?

20. Ein Körper bewegt sich mit einer Geschwindigkeit $c_1 = 1$ m/sec wagerecht und mit der Beschleunigung $p = 1$ m/sec$^2$, lotrecht. Es ist der Weg des Körpers und sein Geschwindigkeitsdiagramm zu zeichnen.

VI. Die Geschwindigkeit $c$ eines sich gleichförmig im Kreise drehenden Punktes behält ihre Größe $c$, ändert aber fortwährend ihre Richtung.

Die Drehgeschwindigkeit $c$ ist stets tangential zur Kreisbahn gerichtet, sie steht immer senkrecht auf dem Drehradius des Punktes.

21. Auf einer Stange, die sich mit der Winkelgeschwindigkeit $w = \frac{2}{\text{sec}}$ um den Punkt $A$ dreht, wird eine Hülse mit der Geschwindigkeit $c = 1$ m/sec verschoben. Welche Geschwindigkeiten hat die Hülse, wenn sie im Punkte $I$ und wenn sie im Punkte $II$ steht?




22. Der Zapfen der Kurbelschleife dreht sich mit der Geschwindigkeit $c = 1{,}2$ m/sec.

Es ist das Geschwindigkeitsdiagramm der Stange zu zeichnen.

23. Eine zylindrische Scheibe rollt mit der Geschwindigkeit $c = 2$ m/sec. Wie groß sind die Geschwindigkeiten der Umfangspunkte *I*, *II*, *III* und *IV*?

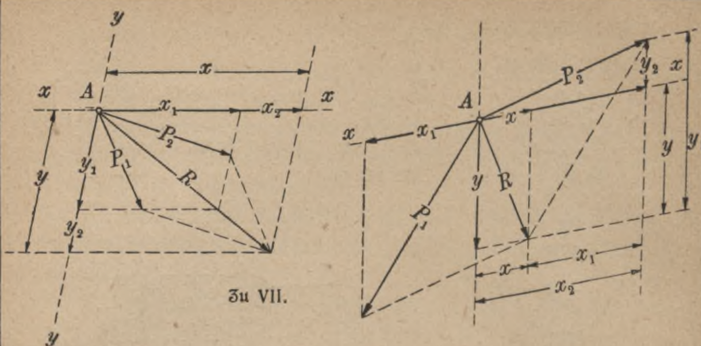
24. Die Durchmesser der Treibräder einer Lokomotive, die 72 km in der Stunde fährt, betragen 1,5 m. Wieviel Touren machen die Räder?

25. Zwei Räder von 600 mm und eine Trommel von 300 mm Durchmesser sitzen auf einer Achse. An einem über die Trommel gewickelten Seil, das über eine feste Rolle geht, hängt ein Gewicht $G$. Mit welcher Geschwindigkeit $v$ wird $G$ gehoben, wenn die Räder mit einer Geschwindigkeit $c = 2$ m/sec rollen?

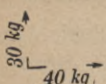
# II. Statik.

## 1. Zusammensetzen der Kräfte.

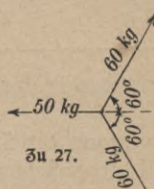
**VII.** Eine Kraft ist durch ihre Richtung und Größe bestimmt. Die Größe der Kraft wird in Kilogramm angegeben. Die Kräfte werden durch gerade Strecken dargestellt, deren Längen die Größen, deren Richtungen die Richtungen der Kräfte angeben. Der Angriffspunkt einer Kraft, die an einem Körper wirkt, kann in der Richtung der Kraft beliebig verschoben werden.



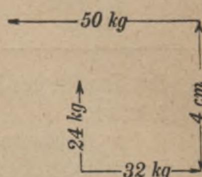
Zu VII.



Zu 26.



Zu 27.



Zu 28.

Zwei in einer Ebene wirkende Kräfte können durch eine Kraft, die Mittelkraft oder Resultante der beiden gegebenen Kräfte ersetzt werden. Die gegebenen Kräfte heißen Seitenkräfte oder Komponenten. Die Resultante zweier Kräfte, deren Richtungen sich in einem Punkte schneiden, ist die Diagonale des Parallelogrammes, dessen Seiten die beiden Kräfte sind. Die Diagonale gibt die Richtung und Größe der Resultante an.

Jede Kraft kann in zwei Komponenten von beliebigen Richtungen zerlegt werden. Die Summen der parallelen Komponenten $x_1$ $x_2$ und $y_1$ $y_2$ zweier Kräfte $P_1$ und $P_2$, die sich in einem Punkte schneiden, sind gleich den in dieselben Richtungen fallenden Komponenten $x$ und $y$ der Resultante $R$ von $P_1$ und $P_2$. Fallen die Komponenten auf dieselbe Seite vom Schnittpunkte $A$ der Kräfte, so wird $x = x_1 + x_2$ $y = y_1 + y_2$.

Fallen die Komponenten auf verschiedene Seiten von $A$, so wird

$$x = x_1 - x_2 \quad y = y_1 - y_2.$$

Die Resultante zweier parallel und gleich gerichteter Kräfte ist gleich der Summe der Kräfte. Sie ist parallel zu den gegebenen Kräften gerichtet und fällt in dieselbe Ebene.

Die Resultante zweier parallel, aber entgegengesetzt gerichteter Kräfte ist gleich der Differenz der Kräfte und fällt in dieselbe Ebene.

**26.** Es ist die Resultante der beiden Kräfte von 30 und 40 kg, deren Richtungen aufeinander senkrecht stehen, zu bestimmen.

**27.** Es ist die Resultante der Kräfte zu bestimmen, deren Richtungen sich in einem Punkte schneiden und Winkel von $120^0$ miteinander bilden.

**28.** Es ist die Resultante der Kräfte von 50 kg, 24 kg und 32 kg zu bestimmen.

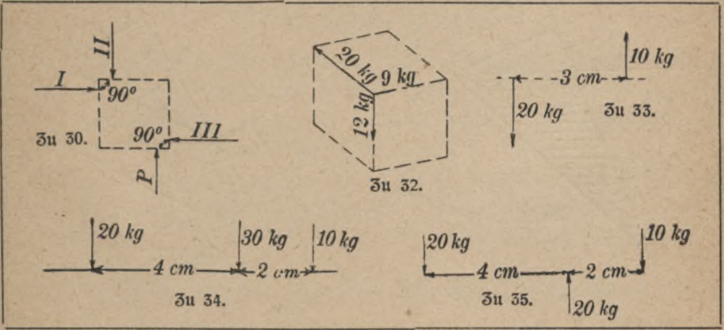
**29.** Die Resultante dreier Kräfte von 25 kg, 60 kg und $P$ kg, die sich in einem Punkte schneiden, ist gleich Null. Die Richtungen der beiden ersten Kräfte stehen senkrecht zueinander. Es ist die Größe und Lage von $P$ zu bestimmen.

**30.** Die in der Figur angegebenen Kräfte seien $I = 180$ kg, $II = 100$ kg, $III = 60$ kg und die Resultante sämtlicher Kräfte $R = 200$ kg. Es ist die Kraft $P$ zu bestimmen.

**31.** Es sei (Aufg. 30) $I = 5$ kg, $II = 5$ kg, $III = 25$ kg, $R = 25$ kg. Es ist die Kraft $P$ zu bestimmen.

**32.** Die Richtungen der gegebenen Kräfte von 9, 12 und 20 kg fallen mit den Kanten eines Würfels zusammen. Wie groß ist ihre Resultante?

**33—35.** Es ist die Größe und Lage der Resultante der gegebenen Kräfte durch Zeichnung zu bestimmen.




Zu 30. Zu 32. Zu 33. Zu 34. Zu 35.

## 2. Das Drehmoment oder statische Moment.

**VIII.** Der Abstand $a$ der Richtung einer Kraft $P$ von einem Punkte $A$ wird der Hebelarm oder Dreharm der Kraft bezogen auf den Punkt $A$ genannt. Das Produkt $M = Pa$ aus einer Kraft $P$ und ihrem Arm $a$ ist das statische Moment oder Drehmoment der Kraft $P$ bezogen auf den Punkt $A$. Das Drehmoment der Kraft $P$ ist gleich dem doppelten Inhalt des Dreiecks, dessen Basis gleich $P$ und dessen Höhe $a$ ist.

$$M = Pa = cd.$$

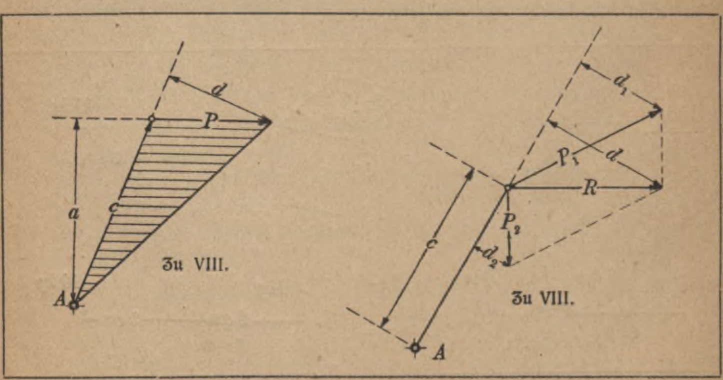
Die Maßeinheit für das Drehmoment ist das Meterkilogramm (mkg).

Das Drehmoment $M$ der Resultante $R$ zweier sich schneidender Kräfte $P_1$ und $P_2$ für einen Punkt $A$ ist gleich der Summe der Drehmomente $M_1$ und $M_2$ ihrer beiden Komponenten

$$M = cd, \quad M_1 = cd_1 \quad M_2 = cd_2.$$
$$d_1 + d_2 = d. \quad M = M_1 + M_2.$$

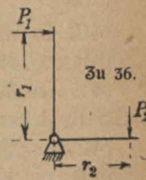
Die Momente $M_1$ und $M_2$ haben gleiche Vorzeichen, wenn die Kräfte $P_1$ und $P_2$ in gleichem Sinne um $A$ drehen, im anderen Falle haben sie verschiedene Vorzeichen. Liegt $A$ auf der Resultante, so ist $M = 0$, $M_1 = M_2$.

Die Resultante zweier parallel und gleich gerichteter Kräfte teilt den Abstand der beiden Kräfte voneinander innerlich im umgekehrten Verhältnis der anstoßenden Kräfte.



Die Resultante zweier parallel, aber entgegengesetzt gerichteter Kräfte teilt den Abstand der Kräfte voneinander äußerlich im umgekehrten Verhältnis der anstoßenden Kräfte. Sind diese Kräfte gleich groß, so bilden sie ein **Kräftepaar** oder **Drehpaar**. Das Produkt $M = Pa$ ist das **Drehmoment** des Kräftepaares. $a$ ist der Abstand der Kräfte voneinander.

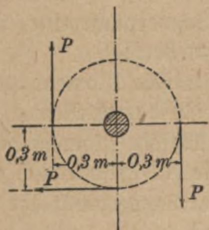
**36.** Ein drehbar gelagerter Körper wird von zwei Kräften $P_1 = 60$ kg, $P_2 = 80$ kg, deren Richtungen senkrecht aufeinander stehen, gedreht. Ihre Hebelarme sind $r_1 = 0{,}6$ m, $r_2 = 0{,}4$ m. Es ist die Größe der Resultante, ihr Hebelarm und Moment zu bestimmen.



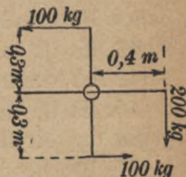
Zu 36.

**37.** Zwei parallel und gleich gerichtete Kräfte von 50 und 100 kg haben einen Abstand von 0,3 m voneinander. Es ist die Größe und Lage ihrer Resultante zu berechnen.

**38.** Drei gleiche Kräfte $P = 50$ kg drehen um dieselbe Achse am Hebelarm von 0,3 m. Zwei Kräfte sind entgegengesetzt gerichtet, die dritte wirkt senkrecht zu den beiden ersten. Es ist die Größe und Lage der Resultante durch Rechnung und Zeichnung zu bestimmen.



Zu 38.



Zu 39.

**39.** Es ist die Größe und Lage der Resultante der in beistehender Fig. gegebenen Kräfte zu bestimmen.

## 3. Der Schwerpunkt.

**IX.** Die Gewichte der Teilchen, aus denen ein Körper besteht, bilden eine Schar paralleler Kräfte, deren Resultante das Gewicht des ganzen Körpers, gleich der Summe dieser Kräfte ist und wie diese stets in der Richtung des Lotes wirkt.

Wird der Körper verschoben oder gedreht, so behält diese Resultante ihre Richtung, sie ändert ihre absolute Richtung nicht, wohl aber ihre Richtung gegen den Körper. Jede solche Richtung ist eine **Schwerachse** des Körpers.

Alle Schwerachsen eines Körpers schneiden sich in einem Punkt, dem **Schwerpunkt** des Körpers.

In der Mechanik wird auch von den Schwerpunkten der Linien und Flächen gesprochen, obwohl dieselben keine Gewichte haben. Bei den Linien werden an Stelle der Gewichte die Längen, bei den Flächen die Flächeninhalte gesetzt.

**40.** Es ist das statische Moment einer Strecke von 2 m Länge bezogen auf den Endpunkt $A$ geometrisch darzustellen.

**41.** Zwei Strecken von je 4 cm Länge stehen senkrecht zueinander. Wo liegt der gemeinschaftliche Schwerpunkt der Strecken?

**42.** Es ist der Schwerpunkt dreier Strecken von 3, 4 und 5 cm Länge, die ein rechtwinkliges Dreieck bilden, zu bestimmen.

**43.** Es ist der Schwerpunkt eines Kreisbogens zu bestimmen, dessen Zentriwinkel $60^0$ und dessen Radius 5 cm beträgt.

**44.** Es ist der Schwerpunkt eines Halbkreisbogens zu bestimmen, dessen Radius 2 cm beträgt.

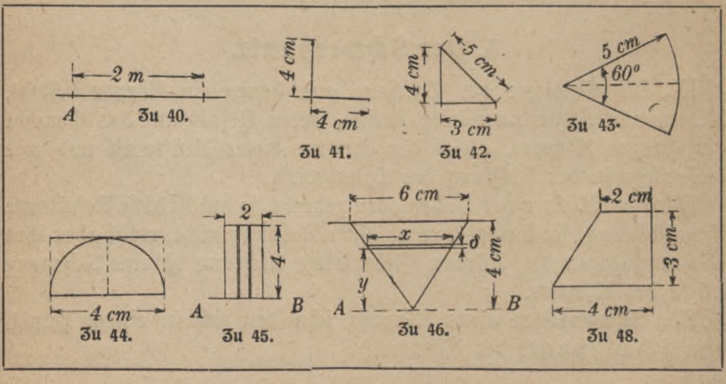
**45.** Es ist das statische Moment der Rechteckfläche bezogen auf die Achse $AB$ geometrisch darzustellen.

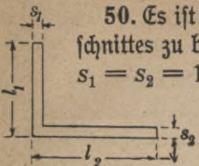
**46.** Es ist das statische Moment des gleichschenkligen Dreiecks bezogen auf die Achse $AB$ geometrisch darzustellen.

**47.** Wo liegt der Schwerpunkt der in der vorigen Aufgabe gegebenen Dreieckfläche?

**48.** Wo liegt der Schwerpunkt der Trapezfläche?

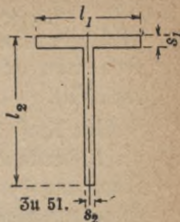
**49.** Es ist der Schwerpunkt des Kreisausschnittes zu bestimmen, dessen Zentriwinkel $60^0$ und dessen Radius 6 cm beträgt.





Zu 50.

**50.** Es ist der Schwerpunkt des Winkeleisenquerschnittes zu bestimmen. Es sei $l_1 = l_2 = 100$ mm, $s_1 = s_2 = 10$ mm.



Zu 51.

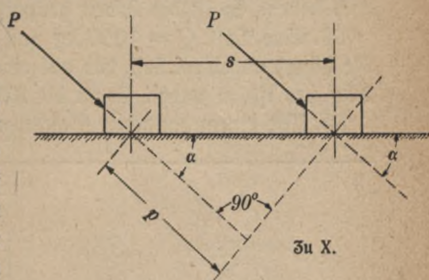
**51.** Es ist der Schwerpunkt des T Profiles zu bestimmen. Es sei $l_2 = 270$ mm, $l_1 = 125$ mm, $s_1 = s_2 = 20$ mm.

**52.** Es ist der Schwerpunkt des T Profiles zu bestimmen. Es sei $l_2 = 300$ mm, $l_1 = 140$ mm, $s_1 = 20$ mm, $s_2 = 15$ mm.

**53.** Es soll der Schwerpunkt eines Profileisenquerschnittes auf graphischem Wege bestimmt werden.

## 4. Arbeit und Leistung der Kräfte.

X. Wirkt eine nach Richtung und Größe unveränderliche Kraft $P$ während der Zeit auf einen Körper, in welcher dieser den geradlinigen Weg $s$ zurücklegt, so ist $A = P \cdot s \cos\alpha$ die von der Kraft in dieser Zeit an dem Körper geleistete Arbeit. $\alpha$ ist der Winkel, den die Kraftrichtung mit der Wegrichtung bildet. $s\cos\alpha = p$ ist die Projektion des Weges auf die Kraftrichtung. Die Arbeit ist das Produkt aus der Kraft und der Projektion des Weges auf die Kraftrichtung. Dieser Satz gilt auch für krummlinige Wege bei unveränderlicher Kraft. Ist $\alpha = 0$, fallen also Kraft- und Wegrichtung zusammen, so wird $A = Ps$, d. h. die Arbeit ist das Produkt aus Kraft und Weg.



Zu X.

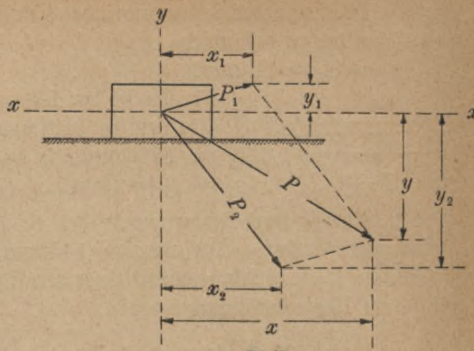
Ist $\alpha = 90^0$, so wird $A = 0$, d. h. die Arbeit wird gleich Null, wenn die Kraftrichtung senkrecht zur Wegrichtung steht.

Ist $x$ die in die Wegrichtung und $y$ die dazu senkrecht stehende Komponente von $P$, so ist
$$A = x \cdot s.$$

Die Arbeit ist das Produkt aus der Weglänge $s$ und der Projektion $x$ der Kraft auf die Wegrichtung.

Die Arbeit der Resultante zweier Kräfte, deren Richtungen sich schneiden, ist gleich der Summe der Arbeiten der Kräfte (vgl. VII).

Eine Kraft kann auch als Widerstand, d. h. der Bewegung des Körpers entgegenwirken, dann muß eine zweite Kraft in der Bewegungsrichtung wirken, welche die Arbeit leistet, die der Widerstand verbraucht.



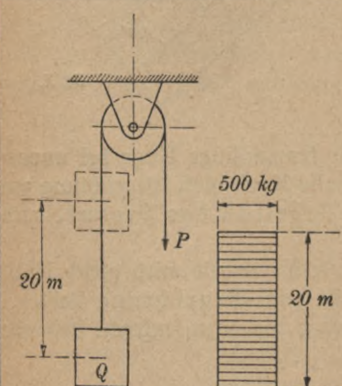

Zu X.

Die Maßeinheit der Arbeit ist das Meterkilogramm (mkg).

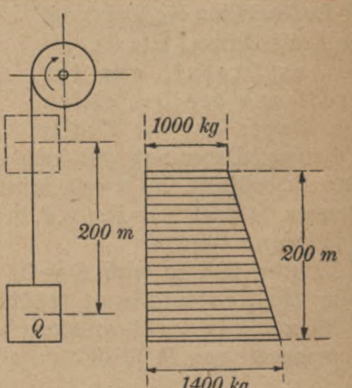
**54.** Eine Kraft $P$ soll eine Last $Q = 500$ kg an einer Rolle 20 m hoch heben. Es ist die Arbeit graphisch darzustellen.

**55.** Eine Last $Q = 1000$ kg soll 20 m hoch gehoben werden. Sie hängt an einem Seil, das auf eine Trommel gewickelt wird und 2 kg pro lfd. m wiegt. Es ist die Arbeit graphisch darzustellen.

**56.** Mit einem einfachen Flaschenzug soll eine Last $Q = 300$ kg

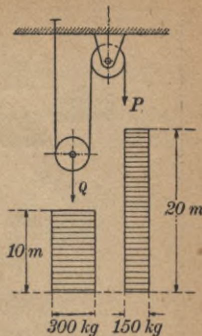



Zu 54.




Zu 55.

10 m gehoben werden. Es sind die Arbeitsdiagramme von $Q$ und $P$ zu zeichnen.



Zu 56.

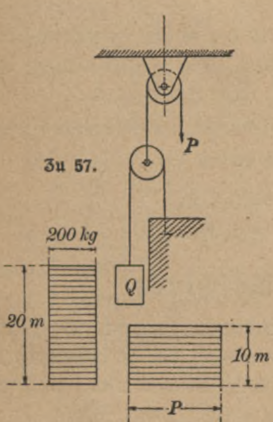
**57.** Mit beistehender Hebevorrichtung soll eine Last $Q = 200$ kg 20 m gehoben werden. Die Arbeitsdiagramme von $Q$ und $P$ sind zu zeichnen.

**58.** Eine Kraft $P$ soll die dreieckige Platte von 600 kg Gewicht durch Drehen um die Kante $AB$ aus der wagerechten in die lotrechte Lage bringen. Die Kraft $P$ soll stets senkrecht zur Platte wirken. Die Arbeitsdiagramme sind zu zeichnen.

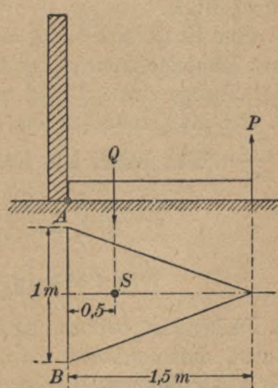
**59.** Die mittlere Kolbenkraft einer Dampfmaschine ist gleich 1200 kg. Wie groß wird die mittlere Kurbelkraft?

Ist $v$ die Geschwindigkeit der Richtung einer Kraft $P$, so ist $L = Pv$ die in der Sekunde von der Kraft geleistete Arbeit $\left(\frac{\text{mkg}}{\text{sec}}\right)$ oder die **Leistung** der Kraft.

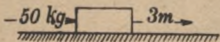
Die Leistung eines Kräftepaares ist $L = Pa \cdot w$, wenn $w$ die Winkelgeschwindigkeit ist.



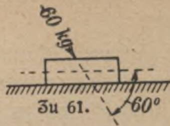
Zu 57.



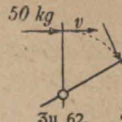
Zu 58.




Zu 60.

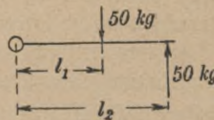



Zu 61.




Zu 62.


Zu 63.




Zu 64.

**60.** Es ist $P = 50$ kg, $v = 3\,\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ (s. Fig.). Wie groß ist $L$?

**61.** $P = 60$ kg bewegt den Körper mit $v = 5\,\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. Kraft- und Bewegungsrichtung bilden einen Winkel von $60^0$ miteinander. Wie groß ist $L$?

**62.** Die Richtung der Drehkraft $P = 50$ kg steht immer senkrecht zur drehbar gelagerten Stange und hat eine Geschwindigkeit $v = 2{,}5$ m/sec. Wie groß ist $L$?

**63.** Eine Kraft von 60 kg dreht die in der Figur gegebene Stange mit der Winkelgeschwindigkeit $w = 5/\text{sec}$. Die Kraftrichtung bildet mit der Stange einen Winkel von $30^0$. Wie groß ist $L$?

**64.** Die Kräfte drehen die Welle mit der Winkelgeschwindigkeit $w = \frac{7{,}5}{\text{sec}}$. Was leistet das Kräftepaar wenn

a) $l_1 = 0{,}4$ m, $l_2 = 0{,}8$ m.
b) $l_1 = 0{,}6$ m, $l_2 = 1{,}0$ m.

## Die Leistung der Maschinen.

**XI.** In der Praxis wird die Leistung der Kraftmaschinen (Dampfmaschinen, Gasmaschinen, Turbinen) wie auch der Arbeitsverbrauch von Arbeitsmaschinen (Werkzeugmaschinen, Winden usw.) in Pferdestärken (PS oder HP) angegeben. Es ist 1 PS $= 75\,\frac{\text{mkg}}{\text{sec}}$.

Die Leistung ($L_n$ Nutzleistung) einer Kraftmaschine ist stets kleiner als die Leistung ($L_b$) des die Maschine treibenden Körpers (Dampf, Wasser usw.). Das Verhältnis $\eta = \frac{L_n}{L_b}$ wird der **Wirkungsgrad** oder **Nutzeffekt** der Maschine genannt. Der Wirkungsgrad ist immer ein echter Bruch, je größer derselbe ist, um so vollkommener ist die Maschine.

Die nützliche Leistung $L_n$ einer Arbeitsmaschine ist stets kleiner als die von der Kraftmaschine auf die Arbeitsmaschine übertragene Leistung $L_b$. Auch hier ist $\frac{L_n}{L_b}$ ein echter Bruch.

**65.** Eine Dampfmaschine leistet 30 PS, hat einen Hub von 500 mm und macht 90 Touren. Wie groß ist die mittlere Kolbenkraft $P$ und die mittlere Kurbelkraft $K$?

**66.** Ein Elektromotor hat ein Drehmoment $M_d = 5$ mkg und macht 720 Touren. Wieviel PS leistet er?

**67.** Wieviel PS sind zum Betrieb einer Pumpe erforderlich, die in der Stunde 18 cbm Wasser 15 m hoch fördert, wenn der Wirkungsgrad der Pumpe $\eta = 0{,}75$ ist?

**68.** Das Schwungrad einer Dampfmaschine ist gleichzeitig Riemscheibe und hat einen Durchmesser von 1800 mm. Die Maschine leistet bei 150 Touren 20 PS. Wie groß ist die Riemenkraft $P$ und ihr Drehmoment?

**69.** Das Arbeitsvermögen eines Baches, der bei 5 m Gefälle in der Minute 24 cbm Wasser liefert, wird durch ein Wasserrad gewonnen, dessen Wirkungsgrad $\eta = 0{,}75$ ist. Wieviel PS liefert das Rad?

**70.** Eine Last von 600 kg wird mit einer Geschwindigkeit $v = 1{,}5$ m/sek gehoben. Der Wirkungsgrad der Winde ist $\eta = 0{,}8$. Wieviel PS sind zum Betrieb der Winde erforderlich?

**71.** Eine Turbine, welcher in der Minute 20 cbm Wasser mit 3 m Gefälle zufließen, treibt eine Pumpe, deren Förderhöhe 20 m beträgt. Der Wirkungsgrad der Turbine ist $\eta_1 = 0{,}75$, der Wirkungsgrad der Pumpe $\eta_2 = 0{,}8$. Wieviel cbm Wasser fördert die Pumpe in der Stunde?

**72.** Auf einer schiefen Ebene, die auf 10 m Wegelänge 1 m steigt, soll ein Wagen von 3600 kg Gewicht mit einer Geschwindigkeit $v = 1{,}5$ m/sec aufwärts bewegt werden. Wieviel PS sind hierzu erforderlich, wenn $\eta = 0{,}9$ ist?

**73.** Auf der Welle eines Elektromotors, der bei 900 Touren 8 PS leistet, sitzt ein Zahnrad von 120 mm Durchmesser, das in ein Rad von 600 mm Durchmesser greift. Wie groß wird der Zahndruck?

**74.** Wie groß ist das an der Welle wirkende Drehmoment, die bei 300 Touren 12 PS überträgt.

## 5. Das Gleichgewicht der Kräfte.

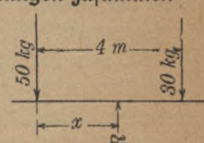
**XII.** Zwei an einem Körper wirkende Kräfte sind im Gleichgewicht, wenn sie gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet sind und ihre Richtungen in eine gerade Linie fallen. Diese Kräfte haben auf die Bewegung des Körpers keinen Einfluß.

Drei oder mehrere an einem Körper wirkende Kräfte sind im Gleichgewicht, wenn eine dieser Kräfte gleich aber entgegengesetzt gerichtet der Resultante der andern ist und ihre Richtung mit der Richtung der Resultante in eine gerade Linie fällt.

Kräfte in einer Ebene sind im Gleichgewicht, wenn:
a) die Summe ihrer Horizontalkomponenten gleich Null,
b) die Summe ihrer Vertikalkomponenten gleich Null,
c) die Summe ihrer Drehmomente für einen beliebigen Drehpunkt gleich Null ist.

Im Gleichgewicht stehende Kräfte lassen sich zu zwei Kräftepaaren mit gleichen Momenten und verschiedenen Drehrichtungen zusammensetzen.

**75.** Es ist die Größe und Lage der Kraft $R$ zu bestimmen, die den beiden parallelen Kräften von 50 und 30 kg das Gleichgewicht hält.

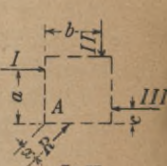


Zu 75.

**76.** An den Ecken eines aus drei Stäben gebildeten rechtwinkligen Dreiecks wirken die Kräfte $P_1 P_2 P_3$, die im Gleichgewicht sind. $P_1$ ist senkrecht zu Stab $I$, $P_2$ senkrecht zu Stab $II$ gerichtet, und es ist $a = 1{,}5$ m, $b = 2$ m, $P_1 = 30$ kg. Es sind die Kräfte $P_2$ und $P_3$ zu bestimmen.

**77.** Es sei $I = 60$ kg, $II = 45$ kg, $III = 30$ kg; $a = 0{,}4$ m, $b = 0{,}4$ m, $c = 0{,}2$ m. Wie groß muß die Kraft $R$ und ihr Drehmoment bezogen auf Punkt $A$ sein, die den gegebenen Kräften das Gleichgewicht hält?

Zu 76.



Zu 77.

**78.** Es soll die Größe und Lage der Kraft $P_4$ durch Zeichnung bestimmt werden, die mit den drei gegebenen Kräften im Gleichgewicht ist.

## 6. Innere und äußere Kräfte.

**XIII.** Auf jeden Körper, der sich nicht bewegt, muß eine Kraft wirken, die seinem Gewicht das Gleichgewicht hält. Dem Gewicht eines auf einer ebenen Fläche stehenden Körpers hält die Reaktion der Fläche das Gleichgewicht, die durch den Druck des Gewichts hervorgerufen wird. Die Zugkraft des Seiles (Seilreaktion) hält dem am Seil hängenden Gewicht das Gleichgewicht.

Jede senkrecht zu einer festen ebenen Fläche wirkende Kraft ruft in der Fläche eine ebenso große aber entgegengesetzt gerichtete Reaktion hervor.

Jede in der Richtung eines festen Stabes wirkende Zug- oder Druckkraft ruft im Stab eine ebenso große aber entgegengesetzt gerichtete Reaktion hervor.

Seile können nur Zugkräfte aushalten. Die Reaktion einer ebenen Fläche steht senkrecht zur Fläche.

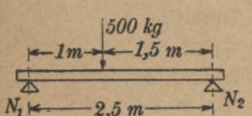
Die Reaktion einer zylindrischen Fläche steht in jedem Punkte der Fläche senkrecht zur Fläche, sie geht also durch den Mittelpunkt bzw. durch die Achse der Fläche.

Die Reaktionen werden innere Kräfte, die Kräfte, welche die Reaktionen hervorrufen, äußere Kräfte genannt.

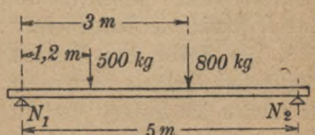
Kräfte an einem geradlinig geführten Körper sind im Gleichgewicht, wenn ihre Resultante senkrecht zur Führung steht. Die Reaktion der Führung hält der Resultante das Gleichgewicht. Kräfte an einem drehbar gelagerten Körper sind im Gleichgewicht, wenn ihre Resultante durch den Drehpunkt geht. Die Lagerreaktion hält dann der Resultante das Gleichgewicht.

**79.** Es sind die Auflagerreaktionen $N_1$ und $N_2$ des Balkens zu bestimmen.

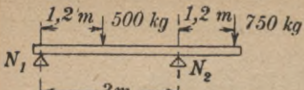
**80.** Wie groß sind die Auflagerreaktionen $N_1$ und $N_2$ des Balkens?



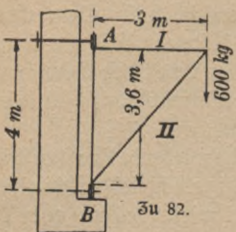

Zu 79.



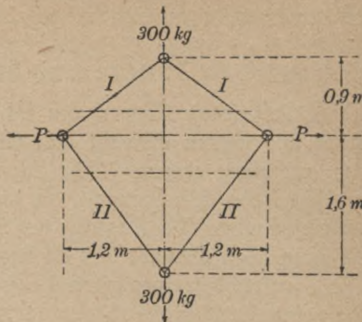

Zu 80.



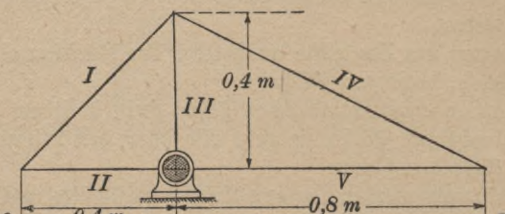

Zu 81.



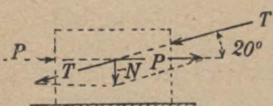

Zu 82.




Zu 83.




Zu 84.




Zu 86.


Zu 85.

**81.** Wie vorige Aufgabe.

**82.** Am Kran hängt eine Last von 600 kg. Es sind die Stabkräfte *I* und *II* sowie die Zapfenreaktionen zu bestimmen.

**83.** Die Stäbe des Vierecks sollen an ihren Endpunkten durch reibungslose Gelenke verbunden sein. In der obersten und untersten Ecke wirken die lotrecht gerichteten Kräfte von je 300 kg. Wie groß müssen die wagerecht gerichteten Kräfte $P$ sein, damit die Verbindung die gegebene Form behält?

**84.** Es sollen $P$ und die Stabkräfte für $Q = 120$ kg bestimmt werden.

**85.** Auf den Kreuzknopf einer Dampfmaschine wirkt eine Kraft $P = 800$ kg. Es sind die Stangenkraft $T$ und der Führungsdruck $N$ zu bestimmen.

**86.** Wie groß muß die Kraft $P$ sein, die das Gewicht $G = 50$ kg auf der zylindrischen Fläche hält, wenn a) $\alpha = 60^0$, b) $\alpha = 45^0$ ist?

**87.** Es sollen die an der Winde wirkenden Kräfte bestimmt werden.

**88.** Aus der Kolbenkraft $P$ sind die übrigen an dem Kurbelmechanismus wirkenden Kräfte durch Zeichnungen zu bestimmen.

**89.** Es soll der Druck auf den Zapfen einer Seilleitrolle für eine Seilkraft von 1000 kg bestimmt werden.

**90.** Wie groß ist die Summe der Reaktionen einer Rolle der vorigen Aufgabe?

## 7. Die Reibung.

**XIV.** Zur Bewegung einer Last auf wagerechter Bahn ist, wie die Erfahrung lehrt, eine gewisse Arbeit erforderlich, obwohl die Last nicht gehoben, eine nützliche Arbeit nicht geleistet wird.

Die Leistung $L = Pv$ der bewegenden Kraft $P$ wird von der zwischen Last und Bahn wirkenden Reibung aufgezehrt. Die Reibung ist eine Kraft, die der äußeren Kraft $P$ das Gleichgewicht hält.

Die Größe der Reibungskraft muß durch Versuche bestimmt werden. Versuche haben ergeben, daß die Reibungskraft $W = \mu \cdot N$ ist. $\mu$ der Reibungskoeffizient oder die Reibungsziffer ist gewöhnlich ein echter Bruch, $N$ ist wie früher die Normalreaktion der Bahn.

Es wird also $L = Pv = N \cdot \mu \cdot v_1$. $v$ ist die Geschwindigkeit der Kraftrichtung, $v_1$ die Geschwindigkeit der Last auf der Bahn. Wird die Last auf fester Bahn bewegt und wirkt die Kraft unmittelbar an der Last, so ist $v_1 = v$, $P = N\mu$.

Versuche zeigen, daß die Kraft $P_0$, die den Körper aus der Ruhe in Bewegung bringt, größer als die Kraft $P$ sein muß, die den in Bewegung gebrachten Körper weiter bewegt. Es ist $P_0 = N \cdot \mu_0$. $\mu_0$ ist der Reibungskoeffizient der Ruhe, $\mu$ der Reibungskoeffizient der Bewegung. Die Reaktion $N$ der Bahn wirkt senkrecht, die Reibung $W$ parallel zur Bahn. Die Resultante $N_1$ beider Kräfte bildet mit $N$ einen Winkel $\rho$, der Reibungswinkel genannt wird. Es ist

$$\operatorname{tang} \rho = \frac{N\mu}{N} = \mu.$$

## a) Gleitende Reibung.

Die beim Gleiten eines Körpers auf einem anderen Körper wirkende Reibung wird gleitende Reibung genannt.

**91.** Ein Gewicht $G = 50$ kg, soll auf einer wagerechten Bahn bewegt werden. Wie groß muß die Schubkraft $P$ sein, wenn $\mu = 0{,}2$ ist?

**92.** Die Komponenten einer schräg gerichteten Kraft, $P = 125$ kg, die einen Körper auf wagerechter Bahn bewegen soll, sind $K = 100$ kg, $N = 75$ kg. Der Reibungskoeffizient ist $\mu = 0{,}2$. Wie groß ist die Reibung $W$?

**93.** Wie groß darf der Neigungswinkel $\alpha$ der schiefen Ebene höchstens sein, damit das Gewicht $G$ noch darauf stehen bleibt?

**94.** Welche Arbeit ist erforderlich, um ein Gewicht $G$ auf der schiefen Ebene um $a$ m zu bewegen?

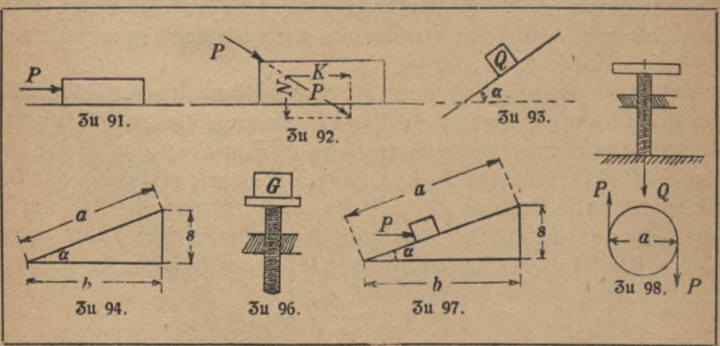
**95.** Die vorige Aufgabe ist für $G = 100$ kg, $\mu = 0{,}2$, $a = 20$ m, $s = 2$ m zu lösen.

**96.** Ein Gewicht $G$ soll die Spindel abwärts drehen. Wie groß muß die Steigung $h$ der Spindel mindestens sein, wenn $\mu = 0{,}1$ ist?

**97.** Wie groß muß die wagerecht wirkende Kraft $P$ sein, die ein Gewicht $G$ auf der schiefen Ebene bewegt?

**98.** An einer Schraubenspindel von 40 mm Gewindedurchmesser und 10 mm Steigung wirkt ein Kräftepaar $Pa = 3{,}6$ mkg. Wie groß wird der Achsialdruck $Q$, wenn $\mu = 0{,}1$ ist?

**99.** Auf einen n e u e n 60 mm starken Stirnzapfen wirkt ein Druck von 2400 kg. Der Zapfen macht 180 Touren, es ist $\mu = 0{,}05$. Wie



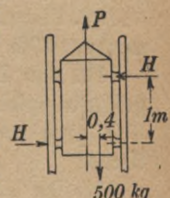
groß ist der Arbeitsverlust durch die Reibung und welche Kräfte wirken an Lager und Zapfen?

**100.** Auf einen eingelaufenen Zapfen von 80 mm Stärke wirkt ein lotrechter Druck $Q = 2400$ kg. Der Zapfen macht 180 Touren, es ist $\mu = 0{,}05$. Wie groß wird der Arbeitsverlust durch die Reibung und welche Kräfte wirken am Lager?

**101.** Wieviel nimmt die Spannung des Seiles der Aufg. 89 ab, wenn es über eine Rolle geht? Die Rollenzapfen sollen 30 mm stark und $\mu = 0{,}1$ sein.

**102.** Ein Spurzapfen von 60 mm Stärke erleidet einen Druck von 800 kg. Wie groß ist der Arbeitsverlust durch die Reibung, wenn der Zapfen 150 Touren macht und $\mu = 0{,}1$ ist?

**103.** Mit dem Aufzug soll eine Last von 500 kg, deren Schwerpunkt 0,4 m von der Mittellinie liegt, gehoben werden. Das Eigengewicht des Aufzuges beträgt 180 kg, der Reibungskoeffizient an den Führungen ist gleich 0,1.



Zu 103.

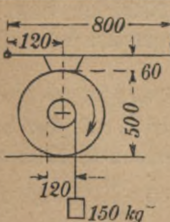
Wie groß muß die Zugkraft $P$ sein?

**104.** Mit der Backenbremse soll eine Last = 150 kg gehalten werden. Wie groß muß die Hebelkraft $P$ sein, wenn $\mu = 0{,}2$ ist?

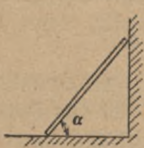
**105.** Unter welchem Winkel $\alpha$ gegen die Horizontale muß die Stange stehen, damit sie nicht abrutscht?

**106.** Es ist die zum Anziehen des Keils erforderliche Kraft $P$ durch Rechnung und Zeichnung zu bestimmen.

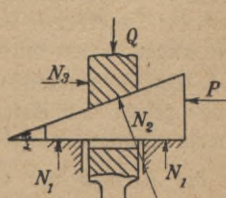
**107.** Zwischen zwei Rädern von 1200 mm Durchmesser sitzt ein Motor. Räder und Motor wiegen zusammen 1800 kg. Wie groß kann



Zu 104.



Zu 105.



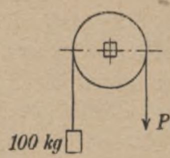
Zu 106.

das Drehmoment des Motors sein, wenn $\mu = 0{,}15$ ist, und wie groß wird die Zugkraft $Z$ des Wagens?

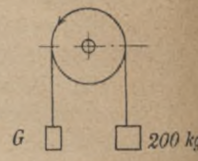
### b) Seilreibung.

Die Wirkung der Seilreibung soll bei den zwei folgenden Aufgaben erläutert werden.

**108.** Wie groß muß eine Kraft $P$ sein, die ein Seil, an dem eine Last von 100 kg hängt, über eine feststehende Rolle zieht?



Zu 108.

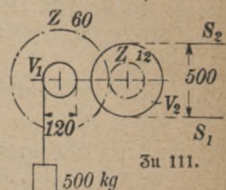


Zu 109.

**109.** Mit einer Seilreibungsrolle soll eine Last von 200 kg gehoben werden. Wie groß muß das Gegengewicht $G$ sein?

**110.** Ein Riementrieb soll 6 PS übertragen, wenn die Riemengeschwindigkeit $v = 10$ m/sec beträgt und $S_1 : S_2 = 2 : 1$ ist. Wie groß werden die Riemenspannungen und der Druck auf die Welle?

**111.** Die Winde mit Riemenantrieb hat zwei Zahnräder mit 12 und 60 Zähnen. Wie groß werden die Riemenspannungen?



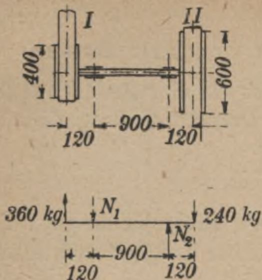
Zu 111.

**112.** Mit dem Vorgelege sollen bei 120 Touren 4 PS übertragen werden. Die Welle ist 60 mm stark und der Koeffizient der Zapfenreibung $\mu = 0{,}05$. Es sind die Riemenspannungen und die Zapfenreibungen zu berechnen.

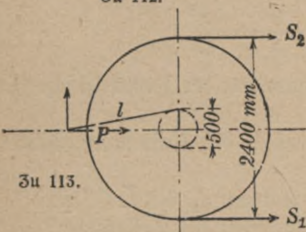
**113.** Auf den Kolben einer liegenden Dampfmaschine von 500 mm Hub wirkt, wenn der Kolben in seiner Mittellage steht, ein Druck $P = 1000$ kg.

Das Schwungrad, das gleichzeitig Riemenscheibe ist, hat einen Durchmesser $D = 2400$ mm und ein Gewicht $G = 1200$ kg. Wie groß werden die Lagerdrucke der Welle, wenn Gleichgewicht der äußeren Kräfte angenommen wird.

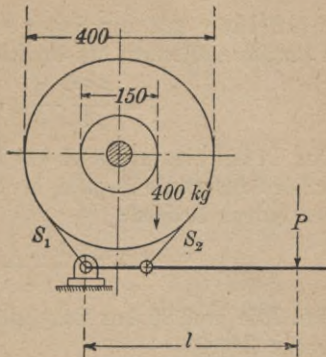
**114.** Ein Riemen wird mit einer Spannung $S = 225$ kg über die Scheiben gelegt. Im Betriebe soll das Verhältnis $S_1 : S_2$ der beiden Riemenspannungen höchstens gleich 2 werden können. a) Wieviel PS kann der Riemen mit Geschwindigkeit $v = 10\ \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ übertragen? b) Wie groß werden die Spannungen $S_1$ und $S_2$, wenn der Riemen




Zu 112.




Zu 113.




Zu 115.

bei derselben Geschwindigkeit nur $^3/_5$ der Höchstleistung zu übertragen hat? c) Wie groß werden die Achsendrucke in beiden Fällen?

**115.** Mit der Bandbremse soll eine Last von 400 kg gehalten werden. Wie groß werden die Bandspannungen $S_1$ und $S_2$, wenn $S_1 : S_2 = 2{,}25$ ist?

## 8. Das Trägheitsmoment.

**XV.** $x\mathfrak{d}$ ist das statische Moment der Strecke $\mathfrak{d}$, bezogen auf den Punkt $A$ (s. Aufg. 40). $\Sigma x\mathfrak{d}$, das statische Moment der ganzen Strecke $l$, ist gleich dem Inhalt des gleichschenklichen Dreiecks, also $\Sigma x\mathfrak{d} = \frac{l^2}{2}$.

$x^2\mathfrak{d}$ ist das Trägheitsmoment von $\mathfrak{d}$, bezogen auf den Punkt $A$. Es ist aber $x^2\mathfrak{d} = x \cdot (x\mathfrak{d})$ das statische Moment des statischen Moments von $\mathfrak{d}$. Daher ist das Trägheitsmoment der ganzen Strecke $l$ gleich dem statischen Moment des Dreiecks bezogen auf die linke Ecke:

$$\Sigma x^2\mathfrak{d} = I = \frac{l^2}{2} \cdot \frac{2}{3}\, l = \frac{l^3}{3}.$$

Demnach ist das Trägheitsmoment einer 3 m langen Strecke für einen Endpunkt $I = \frac{3^3}{3} = 9\ \text{m}^3$. Das Trägheitsmoment der Rechteckfläche mit den Seiten $b$ und $h$ für eine Seite $b$ ist gleich dem statischen Moment des dreiseitigen Prismas (s. Aufg. 45).

$$I = \frac{bh^2}{2} \cdot \frac{2}{3} h = \frac{bh^3}{3}.$$

Das Trägheitsmoment der Rechteckfläche für die zur $b$-Seite parallele Schwerachse ist gleich der Summe der Trägheitsmomente der beiden halben Rechtecke

$$I = 2 \cdot \frac{b\left(\frac{h}{2}\right)^2}{2} \cdot \frac{h}{3} = \frac{bh^3}{12}.$$

**116.** Wie groß ist das Trägheitsmoment der Rechteckfläche für die gegebene Achse?

**117.** Es soll das Trägheitsmoment $I_x$ des Kastenquerschnitts bestimmt werden.

**118.** Wie groß ist das Trägheitsmoment $I_x$ des ⊏-Eisens?

**119.** Wie groß ist das Trägheitsmoment des I-Trägers?

$xx$ sei eine Schwerachse, $x_1 x_1$ eine hierzu parallele Achse, die von der Schwerachse den Abstand $e$ hat. Ein Flächenteilchen $f$ hat von der Schwerachse den Abstand $y$, von der anderen Achse den Abstand $y + e$. Dann ist

$$f(y+e)^2 = fy^2 + 2fye + fe^2.$$

$$I_{x1} = \Sigma f(y+e)^2 = \Sigma fy^2 + 2e\Sigma fy + e^2 \cdot \Sigma f.$$

$$I_{x1} = I_x + e^2 F, \quad \text{weil} \quad \Sigma fy = 0 \text{ ist.}$$

**120.** Wie groß ist das Trägheitsmoment des halben Rechtecks für die zur Seite $b$ parallele Schwerachse des Rechtecks?

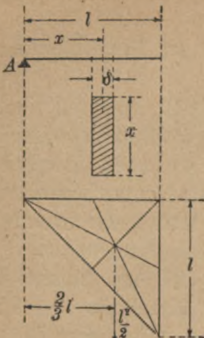
**121.** Wie groß ist das Trägheitsmoment des Dreiecks für die zur Seite $b$ parallele Achse?

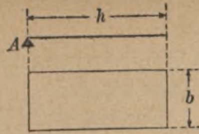
**122.** Wie groß ist das Trägheitsmoment des Dreiecks für die $b$-Seite?

**123.** Wie groß ist das Trägheitsmoment des Dreiecks für die durch die Spitze gehende, parallel zu $b$ laufende Achse?

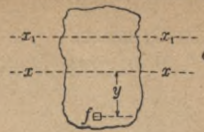
**124.** Es ist das Trägheitsmoment des Dreiecks für die zur Höhe $h$ parallele Schwerachse $y$ zu bestimmen.

**125.** Es ist das Trägheitsmoment der Halbkreislinie für den Durchmesser zu bestimmen.

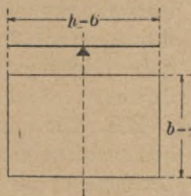


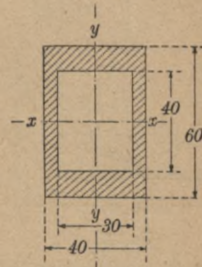

Zu XV.



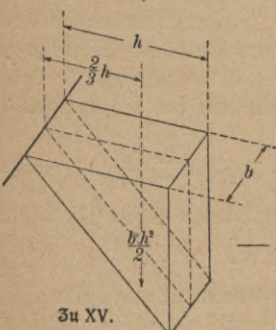

Zu XV.



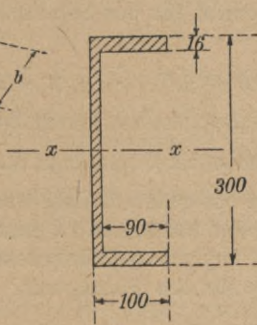

Zu 116.



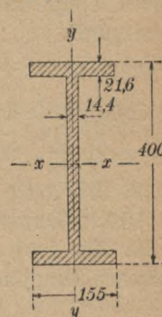

Zu 117.



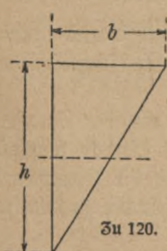

Zu XV.




Zu 118.

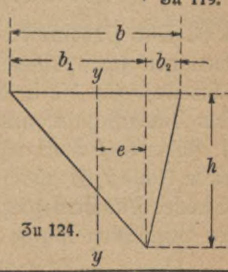



Zu 119.




Zu 120.

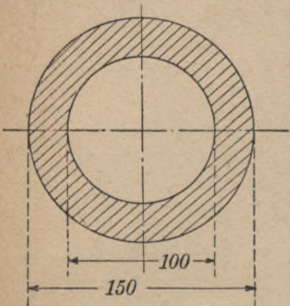

Zu 121.




Zu 124.

**126.** Wie groß ist das Trägheitsmoment der Halbkreisfläche für den Durchmesser?

**127.** Wie groß ist das Trägheitsmoment der Ringfläche für den Durchmesser?




Zu 127.

Das auf einen Punkt, bzw. auf eine senkrecht zur Fläche stehende Achse bezogene Trägheitsmoment wird polares Trägheitsmoment genannt. Die in den vorstehenden Aufgaben bestimmten Trägheitsmomente sind äquatoriale Trägheitsmomente.

**128.** Wie groß ist das polare Trägheitsmoment einer Kreislinie von 10 cm Durchmesser für den Mittelpunkt?

Die Summe zweier äquatorialen Trägheitsmomente einer Linie oder Fläche für zwei senkrecht zueinander stehenden Schwerachsen ist konstant und gleich dem polaren Trägheitsmoment für den Schnittpunkt der Achsen bzw. den Schwerpunkt.

$$fx^2 + fy^2 = fr^2, \quad \Sigma fx^2 + \Sigma fy^2 = \Sigma fr^2.$$

Das äquatoriale Trägheitsmoment des Quadrates ist für jede Schwerachse gleich $\frac{a^4}{12}$, wenn $a$ die Seitenlänge ist.

**129.** Wie groß ist das polare Trägheitsmoment einer Kreisfläche von 10 cm Durchmesser für den Mittelpunkt?

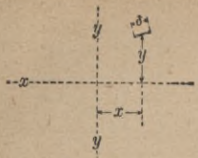
**130.** Wie groß ist das polare Trägheitsmoment der in Aufg. 127 gegebenen Ringfläche für den Mittelpunkt?

## 9. Das Zentrifugalmoment.

**XVI.** Das Produkt $\delta xy$ aus der kleinen Strecke $\delta$ und ihren Abständen von zwei Achsen $x$ und $y$ wird das Zentrifugalmoment der Strecke $\delta$ für die beiden Achsen genannt.

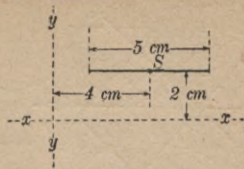
Das Zentrifugalmoment der Strecke $l$ für die auf der Strecke senkrecht stehende Schwerachse $x$ und die mit der Strecke zusammenfallende Achse $y$ ist gleich Null. Diese Achsen sind die Hauptachsen der Strecke. Das Zentrifugalmoment der Strecke $l$ für die zu den Hauptachsen parallelen Achsen $x_1 y_1$ ist

$$Zx_1y_1 = \Sigma\delta\,(y + e_1) \cdot e_2 = e_2 \cdot \Sigma y\delta + e_1 e_2 \cdot \Sigma\delta.$$

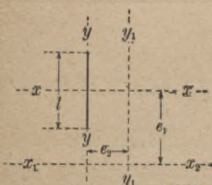



Zu XVI.

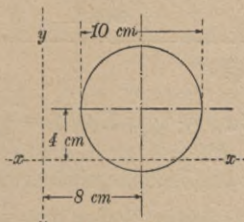

Zu XVI.



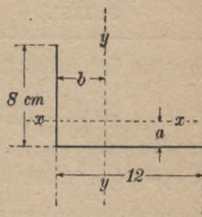

Zu 131.




Zu XVI.




Zu 132.




Zu 133.

Da aber $\Sigma y \delta = 0$, $Z x_1 y_1 = e_1 \cdot e_2 \cdot l$.

**131.** Wie groß wird das Zentrifugalmoment der 5 cm langen Strecke für die Achsen $x$ und $y$, wenn $e_1 = 2$ cm, $e_2 = 4$ cm?

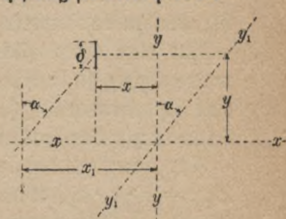
**132.** Wie groß ist das Zentrifugalmoment der Kreislinie von 10 cm Durchmesser für die gegebenen Achsen?

**133.** Es ist das Zentrifugalmoment der beiden aufeinander senkrecht stehenden Strecken von 8 und 12 cm Länge für die zu den Strecken parallelen Schwerachsen zu bestimmen.

**XVII.** Die beiden Achsen $x$ und $y$ stehen senkrecht zueinander. Die kleine Strecke $\delta$ hat die Abstände $x$ und $y$ von den Achsen. Wird die $y$-Achse um den Schnittpunkt der Achsen so gedreht, daß sie mit ihrer ursprünglichen Lage den Winkel $\alpha$ bildet, so sind die schiefwinkligen Koordinaten der der Strecke $\delta$:

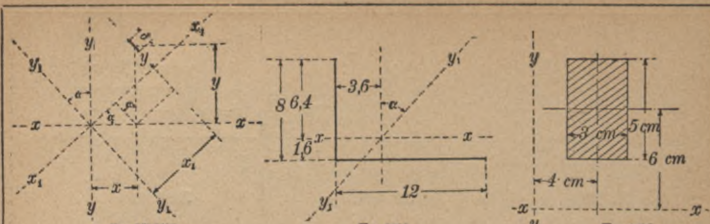
$$x_1 = x \pm y \operatorname{tg} \alpha, \quad y_1 = \frac{y}{\cos \alpha} \text{ und daher}$$

$$\delta x_1 y_1 = \delta\,(x \pm y \operatorname{tg} \alpha) \cdot \frac{y}{\cos \alpha}.$$




Zu XVII.

Das Zentrifugalmoment einer Strecke $l$ für




Zu XVIII. Zu 134. Zu 136.

das neue Achsenkreuz ist

$$\Sigma \mathfrak{d} x_1 y_1 = \frac{1}{\cos\alpha}(\Sigma \mathfrak{d} x y \pm \operatorname{tg}\alpha\, \Sigma \mathfrak{d} y^2) = \frac{1}{\cos\alpha}(Z_{xy} \pm \operatorname{tg}\alpha\, I_x).$$

Ist $\operatorname{tg}\alpha = \frac{Z_{xy}}{I_x}$, so wird das Zentrifugalmoment gleich Null. Die Achsen sind dann *zugeordnete* Achsen. Stehen diese Achsen aufeinander senkrecht, so sind sie *Hauptachsen*.

**134.** Es soll zu der $x$-Achse die zugeordnete Achse der beiden Strecken bestimmt werden.

**XVIII.** Werden die beiden senkrecht zueinander stehenden Achsen $x$ und $y$ um ihren Schnittpunkt um gleiche Winkel $\alpha$ gedreht, so wird

$$x_1 = x\cos\alpha + y\sin\alpha, \quad y_1 = y\cos\alpha - x\sin\alpha.$$

$$\mathfrak{d} x_1 y_1 = \mathfrak{d}\,(x\cos\alpha + y\sin\alpha)\,(y\cos\alpha - x\sin\alpha).$$

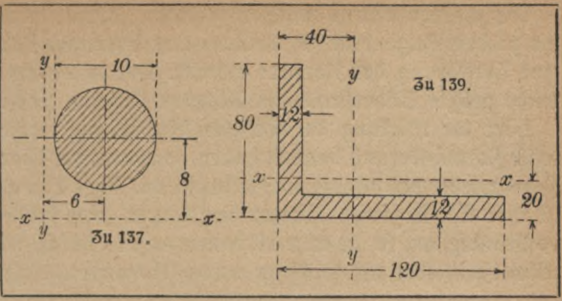
$$Z_{x1\,y1} = \cos 2\alpha \cdot Z_{xy} \pm \frac{\sin 2\alpha}{2}(I_x - I_y).$$

Es wird $Z_{x1\,y1} = 0$, wenn $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 Z_{xy}}{I_y - I_x}$.

**135.** Es sind die Hauptachsen der in der letzten Aufgabe gegebenen Strecken zu bestimmen.

Hat eine ebene Fläche zwei zueinander senkrecht stehende Symmetrieachsen, so sind diese die Hauptachsen der Fläche. Hat die Fläche eine Symmetrieachse, so bildet diese mit der dazu senkrecht stehenden Schwerachse das Hauptachsenpaar.

Für zwei zu den Hauptachsen einer Fläche parallelen Achsen ist $Z_{xy} = F \cdot e_1 \cdot e_2$, wenn $F$ der Inhalt der Fläche $e_1$ und $e_2$ die Abstände der Achsen von den Hauptachsen sind (vgl. XVI).




136. Wie groß ist das Zentrifugalmoment des Rechtecks für die beiden gegebenen Achsen und für zwei Seiten.

137. Wie groß ist das Zentrifugalmoment der Kreisfläche für die gegebenen Achsen.

138. Zu einer Schwerachse eines Rechtecks, die den Winkel β mit der zu $b$-Seite parallelen Schwerachsen bildet, ist die zugeordnete Achse zu bestimmen.

139. Es soll das Zentrifugalmoment des Winkeleisenprofils für die zu den Kanten parallelen Schwerachsen bestimmt werden.

140. Es soll die zur $x$-Achse der in voriger Aufgabe gegebenen Fläche zugeordnete Achse bestimmt werden.

141. Es sollen die Hauptachsen der in voriger Aufgabe gegebenen Fläche bestimmt werden.

# III. Festigkeitslehre.

**XIX.** Zwei oder mehrere an einem festen Körper wirkende Kräfte, die im Gleichgewicht sind, ändern die Form des Körpers. Die Formänderung besteht in einer Verschiebung der Körperteilchen gegeneinander.

Der Formänderung setzt die Kohäsion des Materials einen Widerstand entgegen. Diese Widerstandskräfte, die durch die Formänderung im Körper geweckt werden, heißen innere Kräfte zum Unterschiede von den äußeren, die Formänderung bewirkenden Kräften.

Zu der Formänderung eines Körpers ist eine gewisse Arbeit erforderlich, die von den äußeren Kräften vor Eintritt des Gleichgewichts geleistet wird. An jedem Körperteilchen wirken zwei entgegengesetzt gerichtete, gleich große, innere Kräfte.

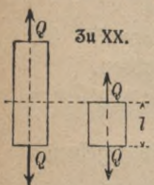
Ist der Gleichgewichtszustand der äußeren Kräfte eingetreten, so sind auch die inneren Kräfte unter sich im Gleichgewicht.

Die inneren Kräfte wachsen mit der Formänderung des Körpers bis zu dem Augenblick, in welchem eine Trennung der Körperteilchen, eine Zerstörung des Körpers eintritt. Der in diesem Augenblick wirkende größte Widerstand des Körpers ist seine Festigkeit.

Hört die Wirkung der äußeren Kräfte auf, nachdem sie eine gewisse Formänderung bewirkt haben, so nimmt der Körper seine frühere Form wieder vollständig oder teilweise an. Diese Eigenschaft der Körper ist ihre Elastizität. Nimmt der Körper seine frühere Form wieder vollständig an, so ist er vollkommen elastisch, nimmt er sie nur teilweise wieder an, so ist er unvollkommen elastisch.

## 1. Zug- und Druckfestigkeit.

**XX.** An einem geraden Stabe wirken zwei entgegengesetzt gerichtete Kräfte von gleicher Größe $Q$, die gleichmäßig über die Endquerschnitte verteilt sind, und deren Richtung mit der Stabachse zusammenfällt. Diese Kräfte verlängern den Stab und rufen in demselben innere Kräfte hervor.



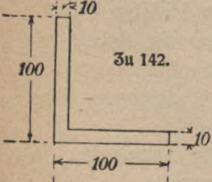
Zu XX.

Wird aus dem Stab ein Stück $l$ geschnitten, so müssen, um dieses Stück in dem Zustand zu erhalten, in dem es vorher war, in den Schnittflächen Kräfte $Q$ angebracht werden, die wieder gleichmäßig über die Flächen verteilt sind. Diese Kräfte sind gleich den inneren Kräften, die vor dem Zerschneiden, in den Querschnitten gewirkt haben.

Ist der Stabquerschnitt gleich $F$ cm², so ist $s = \frac{Q}{F}$ die innere Kraft pro qcm Querschnitt, Zugspannung, auch Normalspannung genannt.

Bei Bau- und Maschinenteilen soll die Spannung des Materials eine gewisse Grenze nicht überschreiten. Diese Grenzspannung ist die zulässige Spannung des Materials.

**142.** Wie groß ist die Tragfähigkeit eines schmiedeeisernen Stabes von nebenstehendem Querschnitt, der auf Zug beansprucht wird, wenn die zulässige Spannung $k_z = 1000$ kg/cm² ist?



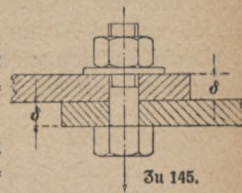
Zu 142.

**143.** Wie groß ist die Tragfähigkeit eines 30 mm starken Hanfseils, das zu einem Aufzug verwendet wird, wenn $k_z = 100$ kg/cm² ist?

**144.** Wie groß ist die Tragfähigkeit einer 10 mm starken Gliederkette, wenn $k_z = 600$ kg/cm² ist?

**145.** Mit welchem Druck können die beiden Platten durch die Schraube zusammengepreßt werden, wenn die Schraube 1″ stark und $k_z = 600$ kg/cm² Kernquerschnitt ist?

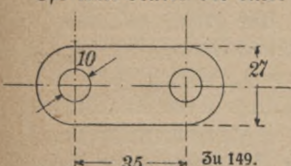
**146.** Ein Riemen von 100 mm Breite und 6 mm Stärke überträgt bei einer Geschwindigkeit $v = 10$ m/sec 10 PS. Wie groß wird die Riemenspannung $k_z$?



Zu 145.

**147.** Ein Hanfseil von 30 mm Stärke soll bei einer Geschwindigkeit $v = 15$ m/sec 8 PS übertragen. Wie groß wird die Seilspannung $k_z$?

**148.** Wieviel PS kann ein Stahlband von 50 mm Breite und 0,5 mm Stärke bei einer Geschwindigkeit $v = 15$ m/sec übertragen, wenn $k_z = 1000$ kg/cm² ist?



Zu 149.

**149.** Die Tragfähigkeit einer Gallschen Kette die aus 4 Platten von 2 mm Stärke und den beistehenden Maßen besteht, wird zu 1000 kg angegeben. Wie groß wird die Zugspannung $k_z$ der Platten?

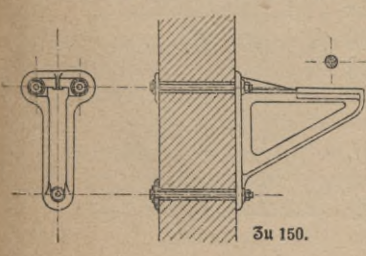
**150.** Auf der Konsole soll ein Sellers-Lager von 50 mm Bohrung und 200 mm Schalenlänge stehen, das einen Flächendruck $p = 4$ kg/cm² auszuhalten hat. Drei Schrauben sollen die Konsolplatte so stark gegen die Wand pressen, daß die Reibung zwischen Platte und Wand gleich der Last wird.

Der Reibungskoeffizient ist $\mu = 0{,}2$.

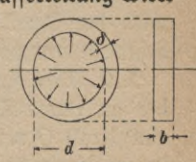
Wie stark müssen die Schrauben sein?

**151.** Auf die Innenfläche eines Kreisringes wirken radial nach außen gerichtete, gleichmäßig verteilte Kräfte. Der innere Durchmesser des Ringes ist gleich $d$ cm; der Druck pro qcm Innenfläche gleich $p$ kg, die Ringstärke $\delta$ cm, die Ringbreite $b$ cm.

Wie groß wird die Ringspannung $k_z$?


Zu 150.

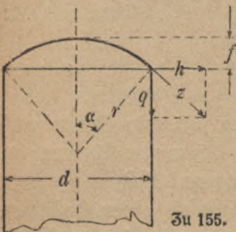
**152.** In einer Wasserleitung wirkt ein Überdruck von 50 Atm. Wie groß muß die Wandstärke der schmiedeeisernen geschweißten Rohre sein,



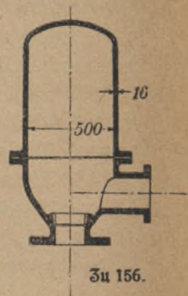
Zu 151.

wenn die lichte Rohrweite 300 mm beträgt, und $k_z = 600$ kg/cm² ist?

**153.** Ein geschweißtes Rohr, das als Siederohr verwendet werden soll und bei 70 mm lichter Weite 3 mm Wandstärke hat, muß einen Probedruck von mindestens 50 Atm. aushalten können, ohne eine Formänderung zu zeigen. Wie groß wird die Zugspannung $k_z$ bei diesem Probedruck?




Zu 155.




Zu 156.

**154.** Ein Schrumpfring, der auf eine Nabe gezogen wird, ist 10 mm stark und 20 mm breit. Er erleidet eine Spannung $k_z = 500$ kg/cm². Wie groß wird die Reibung zwischen Ring und Nabe, wenn $\mu = 0{,}2$ ist?

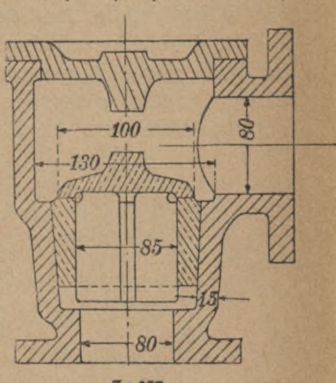
**155.** Der Abschluß eines zylindrischen Behälters ist eine Kugelfläche, die einen radial gerichteten gleichmäßig über die Fläche verteilten Druck von $p$ kg/cm² erleidet. Wie groß wird die Normalspannung dieses Bodens?

**156.** Der Windkessel einer Pumpe erleidet einen Druck $p = 10$ kg/cm². Sein Durchmesser beträgt 500 mm, der Radius des Kugelbodens 1000 mm, die Wandstärke 16 mm. Es sind die Wandspannungen zu bestimmen.

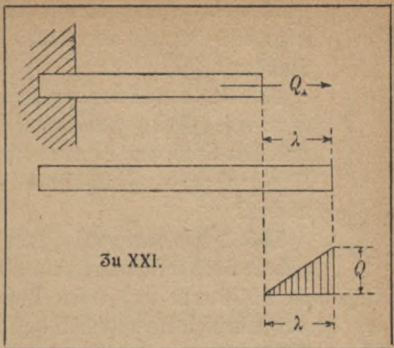
**157.** Die Sitzfläche des Druckventils einer Pumpe hat die Durchmesser $D = 100$ mm, $d = 85$ mm. Wie groß wird der Flächendruck, wenn die Druckhöhe 50 m beträgt?

**158.** Die Tragfähigkeit einer 1″ starken Schraube beträgt 2145 kg, wenn $k_z = 600$ kg/cm² ist. Die Mutterhöhe dieser Schraube beträgt 1″, die Anzahl der Gänge in der Mutter 8. Wie groß wird der Druck zwischen Mutter und Schraube pro cm² Gewinde?

**XXI.** Wird ein Stab von der Länge $l$, der an einem Ende befestigt ist, durch eine Kraft $Q$ verlängert, so wächst die innere Kraft des Stabes mit der Ver-




Zu 157.



Zu XXI.

längerung. Die **Arbeit**, welche am Stab geleistet wird, kann durch ein Dreieck dargestellt werden, dessen Inhalt bzw. geleistete Arbeit $A = \frac{Q\lambda}{2}$ ist. $\lambda$ ist die Verlängerung des Stabes.

Nach Hookes Gesetz sind Spannungen und Dehnungen proportional. Dieses Gesetz gilt bis zu einer bestimmten Dehnungsgrenze, der sog. **Proportionalitätsgrenze**. Wenn also $s$ die Spannung des Stabes bei der Dehnung $\lambda$ und $E$ die Spannung bei der Dehnung $l$ ist, so wird:

$$\lambda : l = s : E, \quad \lambda = \frac{ls}{E}.$$

$E$ wird **Elastizitätsmodul** genannt. Demnach wird:

$$A = \frac{Q\lambda}{2} = \frac{Qls}{2E} = \frac{Ql}{2E} \cdot \frac{Q}{F},$$

$$A = \frac{Q^2 l}{2EF}.$$

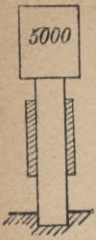
$F$ ist der Querschnitt des Stabes. Statt $E$ wird vielfach der **Dehnungskoeffizient** $\alpha = \frac{1}{E}$ eingesetzt. Es wird dann

$$A = \frac{\alpha}{2} \cdot \left(\frac{Q}{F}\right)^2 \cdot Fl = \frac{\alpha}{2} \cdot s^2 V = \frac{s^2 V}{2E}.$$

Demnach ist die Arbeit, welche in einem Stab steckt, wenn seine Spannung $s$ ist, dem Stabvolumen $V$ und den Quadrat von $s$ proportional.

**159.** Ein Hanfseil von 2 cm$^2$ Querschnitt und 15 m Länge wird mit 200 kg belastet. Wieviel wird das Seil verlängert und welche Arbeit wird hierbei geleistet, wenn $E = 10000$ kg/cm$^2$ ist?

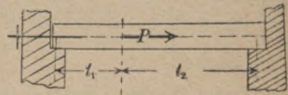
**160.** Welche Arbeit ist erforderlich, um einem Ring von 100 mm äußerem Durchmesser, 10 mm Stärke und 20 mm Breite eine Spannung von 600 kg/cm$^2$ zu geben, wenn $E = 1000000$ kg/cm$^2$ ist?




Zu 161.

**161.** Auf einen lotrecht stehenden, seitlich geführten Stab wird ein Gewicht von 5000 kg gelegt. Wie groß wird die Stabkraft $Q$?

**162.** Auf den in voriger Aufgabe gegebenen Stab fällt ein Gewicht von 100 kg, das eine Stabkraft $Q = 1000$ kg hervorruft und den Stab um 2 cm verkürzt. Wie groß ist die Fallhöhe des Gewichts?




Zu 164.

**163.** Der in voriger Aufgabe gegebene Stab soll eine ursprüngliche Länge von 1000 mm und einen Querschnitt $f = 5\ \mathrm{cm}^2$ haben. Wie groß ist der Elastizitätsmodul $E$ des Stabmaterials?

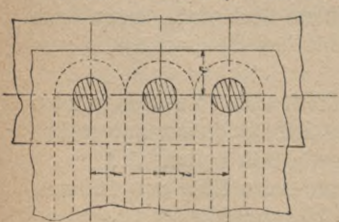
**164.** Ein wagerecht liegender Balken ist an seinen Enden so gelagert, daß keine Verschiebung der Endpunkte möglich ist. Eine mit der Balkenachse zusammenfallende Kraft $P$ beansprucht das linke Balkenstück auf Zug, das andere auf Druck. Wie groß sind die in den Balkenstücken wirkenden Kräfte?

## 2. Scherfestigkeit.

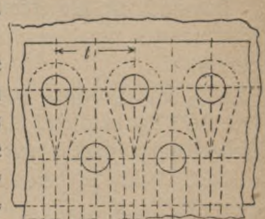
**XXII.** Die Scher- oder Schubfestigkeit eines Stabes ist sein Widerstand gegen das Zerschneiden, senkrecht zur Stabachse. Die Scherfestigkeit eines Stabes ist dem Querschnitt des Stabes proportional, ebenso die Tragfähigkeit eines auf Abscheren beanspruchten Stabes. Letztere ist also $P = Fk_s$. Die zulässige Spannung $k_s$ des Materials kann im allgemeinen gleich $\frac{4}{5}k_z$ angenommen werden.

**165.** Zwei Bleche von 12 mm Stärke sollen durch eine einfache Überlappungsnietung verbunden werden. Die Nietstärke soll 20 mm betragen. Es sind die Maße der Verbindung zu bestimmen.

**166.** Zwei Bleche von 12 mm Stärke sind durch eine zweireihige Nietnat zu verbinden. Die Nietstärke soll 20 mm betragen. Es sind die Maße der Verbindung zu bestimmen.

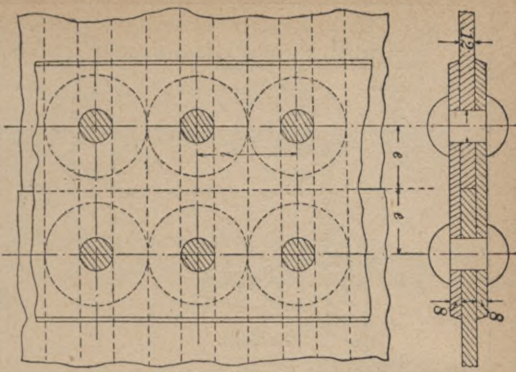


Zu 165.




Zu 166.

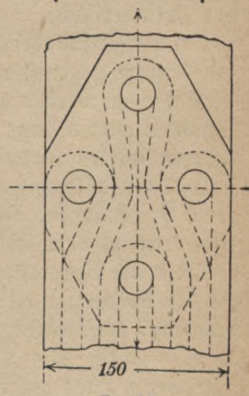
**167.** Zwei Bleche von 18 mm Stärke sollen durch eine Doppellaschennietung verbunden werden. Die Nietstärke soll 25 mm betragen. Es sind die Maße der Verbindung zu bestimmen.



Zu 167.

**168.** Zwei Zugstangen von 150 mm Breite und 10 mm Stärke, die eine Zugkraft von 6000 kg zu übertragen haben, sollen durch vier Niete von 20 mm Stärke verbunden werden. Es sind die Zugspannung des Bleches und die Scherspannung der Niete zu bestimmen.

**169.** Welche Arbeit ist erforderlich, um ein 12 mm starkes Blech zu lochen? Die Lochweite soll 20 mm, die Festigkeit des Bleches 4000 kg/cm² betragen.

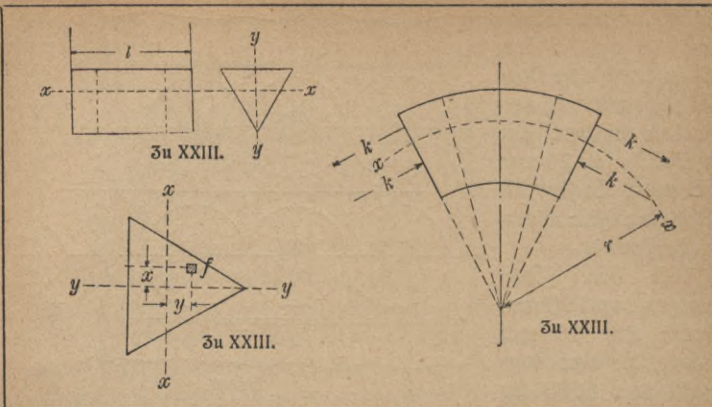



Zu 168.

## 3. Biegungsfestigkeit.

**XXIII.** Der Querschnitt eines geraden prismatischen Stabes hat eine Symmetrieachse $y$. Die Symmetrieachsen sämtlicher Querschnitte liegen in der Symmetrieebene $y$, senkrecht hierzu steht die Schwerebene $x$ des Stabes. Die Ebenen $x$ und $y$ schneiden sich in der Stabachse.

Äußere Kräfte sollen den Stab so umformen, daß die Stabachse in eine ebene Kreislinie übergeht, wobei sie in der Ebene $y$ liegen bleibt. Diese Ebene wird die Biegungsebene, die $x$-Ebene wird eine Zylinderfläche, die damit zusammenfallende Stabschicht soll keine Längenänderung erleiden. Sie wird neutrale Schicht genannt. Die Zylinderfläche schneidet jeden Stabquerschnitt in der neutralen Achse $x$ des Querschnitts. Die Querschnitte standen früher senkrecht zur $x$-Ebene, jetzt stehen sie senkrecht zur Zylinder-




Zu XXIII. Zu XXIII. Zu XXIII.

fläche $x$. Die Richtungen der Querschnitte schneiden sich in der Achse 0 der Zylinderfläche.

Bei der Formänderung drehen sich die ursprünglich parallelen Stabquerschnitte gegeneinander. Die über der neutralen Schicht liegenden Stabschichten werden verlängert, die unteren verkürzt. In den oberen Schichten wirken Zug-, in den unteren Druckspannungen. Diese Spannungen wirken senkrecht zu den Stabquerschnitten und werden deshalb Normalspannungen genannt. In der neutralen Schicht wirken keine Spannungen. Die Dehnung oder Kürzung einer Stabschicht ist proportional dem Abstand der Schicht von der neutralen Schicht.

Ist $s$ die Normalspannung im Abstande 1 von der $x$-Achse, so ist $ys$ die Spannung im Abstande $y$, $fys$ die Normalkraft im Flächenteilchen $f$. Die Resultante der Zug- oder Druckkräfte eines Querschnitts ist $K_0 = \Sigma fy \cdot s = s\Sigma fy$. Es ist aber $\Sigma fy$ das statische Moment der oberen oder unteren Querschnittsfläche bezogen auf die neutrale Achse. Die neutrale Achse ist eine Schwerachse, daher ist das statische Moment der oberen gleich dem statischen Moment der unteren Fläche. Die Zugkräfte der oberen und die Druckkräfte der unteren Fläche, also die inneren Kräfte des Stabes bilden ein Kräftepaar, dessen Moment $K_0 a = sa\Sigma fy$ ist. $a$ ist der Arm des Kräftepaares. Es wirkt in der $y$-Ebene. Deshalb müssen auch die äußeren Kräfte, welche die Formänderung des Stabes bewirken, ein in der $y$-Ebene wirkendes Kräftepaar bilden, dessen Moment gleich $K_0 a$ ist. Die

Kraft $sfy$ im Flächenteilchen $f$ hat den Dreharm $y$, also das Moment $sfy^2$. Die Summe der Momente der inneren Kräfte ist

$$s\Sigma fy^2 = s \cdot I_x,$$

wenn $I_x$ das Trägheitsmoment des Querschnitts für die $x$-Achse ist.

$$K_0 \cdot a = s \cdot I_x, \quad a = s \cdot \frac{I_x}{K_0}.$$

Die größte Spannung wirkt in der Stabschicht, welche den größten Abstand von der $x$-Achse hat. Diese Spannung ist $k_b = s \cdot c$, wenn $c$ der größte Abstand ist

$$s = \frac{k_b}{c}.$$

Das Moment des Kräftepaares, auch **Biegungsmoment** genannt, ist

$$K_0 \cdot a = I_x \cdot s = \frac{I_x \cdot k_b}{c}.$$

$\frac{I_x}{c} = W_x$ ist das **Widerstandsmoment** des Querschnittes.

Die allgemeine **Biegungsgleichung** lautet:

$$M_b = K_0 a = W_x \cdot k_b.$$

**XXIV.** Die Kraft $fys$ leistet eine Arbeit

$$f \cdot ys \cdot \frac{\delta}{2} = \frac{1}{2} fys \cdot \frac{l}{E} \cdot ys = \frac{ls^2}{2E} fy^2.$$

Die ganze Arbeit im Stabe ist

$$A = \frac{ls^2}{2E} \Sigma fy^2 = \frac{l}{2E} s^2 \cdot I_x = \frac{l}{2E} \left(\frac{M_b}{I_x}\right)^2 \cdot I_x.$$

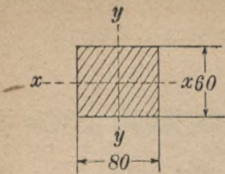
$$A = \frac{l}{2E \cdot I_x} \cdot M_b^2.$$

Es ist auch $A = K_0 \cdot a \cdot \frac{\alpha}{2} = M_b \cdot \frac{\alpha}{2}$, wenn $\alpha$ der Drehwinkel ist,

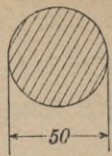
$$\alpha = \frac{l}{E \cdot I_x} \cdot M_b.$$

Für den Krümmungsradius $r$ gilt die Gleichung:

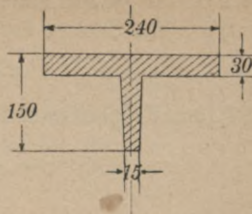
$$r : l = 1 : \frac{l}{E} s, \quad r = \frac{E}{s} = \frac{E \cdot I_x}{M_b}.$$



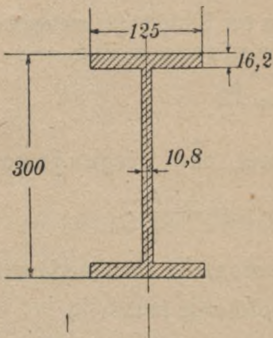

Zu 170.



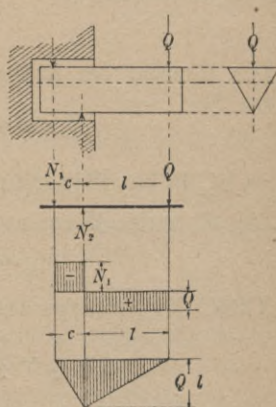

Zu 171.



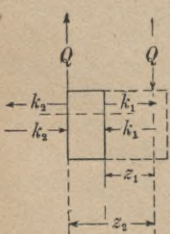

Zu 172.



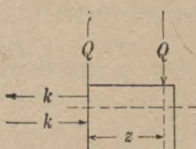

Zu 173.




Zu XXV.




Zu XXV.




Zu XXV.

**170.** Ein gerader Stab von beistehendem Querschnitt und 2 m Länge soll durch ein Kräftepaar eine Kreiskrümmung erleiden. Die Biegungsspannung $k_b = 2500$ kg/cm$^2$ soll noch unter der Proportionalitätsgrenze des Materials liegen und $E = 2\,000\,000$ kg/cm$^2$ sein. Zu bestimmen sind: $K_0$, $a$, $A$.

**171.** Ein 50 mm starkes Rundeisen von 5 m Länge soll durch ein Kräftepaar so gekrümmt werden, daß der Krümmungsradius $r =$ 50 m beträgt. Zu bestimmen sind: $\mathfrak{d}$, $k_b$, $M_b$ und $A$.

**172.** Ein gußeiserner Träger von beistehendem Querschnitt und

3 m Länge wird durch ein in der $y$-Ebene wirkendes Kräftepaar so gekrümmt, daß $k_b = 900$ kg/cm² wird. Es sind $M_b$, $K_0$; $a$ und $A$ zu bestimmen.

173. Ein I-Träger N. P. 30 erleidet durch ein Kräftepaar eine Biegungsspannung $k_b = 1000$ kg/cm². Es sind $M_b$, $K_0$ und $a$ zu bestimmen.

**XXV.** Der eingespannte Balken trägt am freien Ende eine Last $Q$, die in der Symmetrieebene $y$ des Balkens wirkt. Sie ruft die Reaktionen hervor:

$$N_1 = \frac{Ql}{c} \cdot \qquad N_2 = \frac{Q(c+l)}{c}:$$

Die inneren Kräfte im Querschnitt $z$ müssen $Q$ das Gleichgewicht halten, sie müssen ein Kräftepaar $K \cdot a$ und eine aufwärts gerichtete Kraft $Q$ bilden. Es ist $Ka = Qz = M_z$ das Biegungsmoment des Querschnittes, das mit dem Abstand $Z$ wächst und bei $N_2$ den größten Wert $M_b = Ql$ erreicht. Die beiden Rechtecke mit den Höhen $Q$ und $N_1$ bilden die Scherkraftfläche. Der Inhalt dieser ganzen Fläche ist gleich Null. Das Dreieck mit der Höhe $Ql$ ist die Momentenfläche. An einem ausgeschnittenen Balkenstück werden die vorher inneren Kräfte als äußere angebracht. Dann ist

$$K_1 \cdot a + Q(z_2 - z_1) = K_2 \cdot a$$

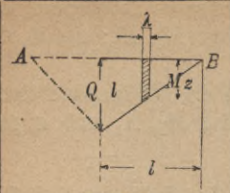
$$M_1 + Q(z_2 - z_1) = M_2,$$

$$M_2 - M_1 = Q(z_2 - z_1)$$

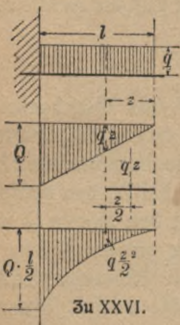
ist der Zuwachs des Biegungsmoments auf der Strecke $z_2 - z_1$; bei gleich bleibendem Querschnitt auch der Zuwachs der Kraft $K$. Für $z_2 - z_1 = 1$ wird dieser Zuwachs gleich $Q$. Die Scherkraftfläche gibt an, wieviel das Biegungsmoment pro Längeneinheit des Balkens wächst. Der Inhalt $Qz$ der Scherkraftfläche ist gleich dem Biegungsmoment im Abstande $z$. Die gerade Schwerachse des Balkens geht in eine Kurve, die elastische Linie, über, die aus kleinen Kreisbogen besteht. Die $y$-Ebene ist Biegungsebene.

**XXVI.** Die Arbeit der Normalspannungen in einem kleinen Balkenstück $\lambda$ ist gleich $\frac{1}{EI}\frac{M_z^2}{2} \cdot \lambda$. Die ganze Arbeit im Balken $l$

$$A = \frac{1}{EI}\sum \frac{M_z^2}{2} \cdot \lambda.$$




Zu XXVI.




Zu XXVI.

$\sum \frac{M_z^2}{2}\cdot\lambda$ ist das statische Moment der Momentenfläche für die Basis $AB$; daher

$$A = \frac{1}{EI}\cdot\frac{Ql^2}{2}\cdot\frac{Ql}{3} = \frac{Q^2l^3}{6EI}.$$

Nach XXIV ist $\alpha = \frac{l}{E\cdot I}M_b$. Hier ist $M_b = M_z$ veränderlich, $\alpha$ wächst im Stück $\lambda$ um $\varphi = \frac{M_z\cdot\lambda}{EI}$ und der Neigungswinkel am freien Ende wird $\alpha_0 = \frac{1}{EI}\Sigma M_z\cdot\lambda$. Es ist $\Sigma M_z\lambda$ gleich dem Inhalt der Momentenfläche. Im vorliegenden Falle ist

$$\alpha_0 = \frac{1}{EI}\cdot\frac{Ql^2}{2}.$$

Im Abstande $z$ vom freien Ende ist der Neigungswinkel

$$\alpha = \frac{1}{EI}\frac{Q}{2}(l^2 - z^2)$$

Das Stück $\lambda$ senkt sich um

$$\lambda\alpha = \frac{\lambda}{EI}\frac{Q}{2}(l^2 - z^2).$$

Die Einsenkung im Abstand $z$ vom freien Ende ist

$$\alpha z = \frac{1}{EI}\Sigma M_z\cdot\lambda z.$$

$\Sigma M_z\cdot\lambda z$ ist das statische Moment der Momentenfläche für den Endpunkt $B$ des Balkens. Im vorliegendem Falle ist die Durchbiegung an einer beliebigen Stelle

$$y = \frac{Q}{3EI}(l^3 - z^3)$$

und die Durchbiegung am freien Ende

$$f = \frac{Ql^3}{3EI}.$$

Ist die Last $Q$ gleichmäßig über die ganze Länge $l$ verteilt, so kommt auf die Längeneinheit eine Last $q = \frac{Q}{l}$. Auf der Länge $z$ liegt die Last $qz$, die in der Mitte des Stückes wirkend angenommen werden kann. Die Scherkraft $qz$ wächst mit $z$ bis auf $ql = Q$, die Scherkraftfläche ist ein Dreieck. Das Biegungsmoment im Abstand $z$ vom freien Ende ist

$$M_z = qz \cdot \frac{z}{2} = \frac{qz^2}{2}.$$

Das größte Biegungsmoment an der Wand ist

$$M_b = \frac{ql^2}{2} = \frac{Ql}{2}.$$

Die untere Begrenzungslinie der Momentenfläche ist eine Parabel. Es wird ferner:

$$A = \frac{Q^2 l^3}{40\,EI}.$$

$$\alpha_0 = \frac{Ql^2}{6EI}.$$

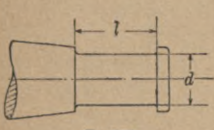
$$y = \frac{Qz^3}{8EI}, \qquad f = \frac{Ql^3}{8EI}.$$

**174.** Ein Zapfen erleidet einen Druck $Q = 1250$ kg. Wie stark muß der Zapfen sein, wenn seine Länge $l = 1{,}6\,d$ und $k_b = 400$ kg/cm² ist?

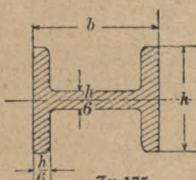
**175.** Ein Zahnrad hat eine Teilung $t = 30$ mm, eine Zahnbreite $b = 60$ mm und 60 Zähne.

a) Wieviel PS kann das Rad bei einer Umfangsgeschwindigkeit $v = 2{,}1$ m/sec übertragen, wenn die zulässige Biegungsspannung des Zahnes $k_b = 300$ kg/cm² ist?

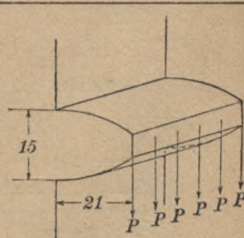
b) Es ist der Armquerschnitt zu bestimmen.



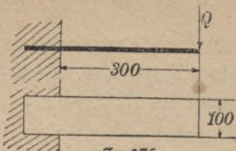

Zu 174.



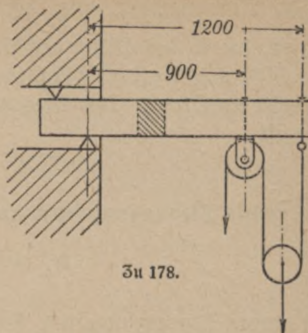

Zu 175.



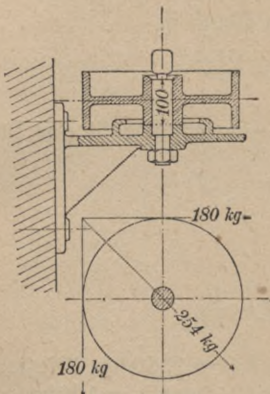

Zu 175.



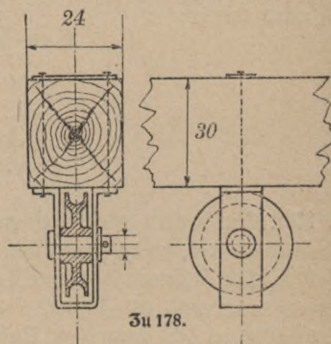

Zu 176.



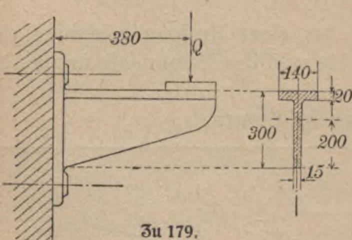

Zu 178.



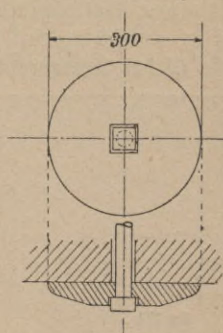

Zu 177.



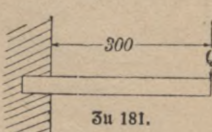

Zu 178.




Zu 179.




Zu 180.




Zu 181.

**176.** Eine Blattfeder von 300 mm Länge, 100 mm Breite und 12 mm Stärke erleidet durch eine am freien Ende wirkende Kraft $Q$ eine größte Biegungsspannung $k_b = 4000\ \mathrm{kg/cm^2}$. Wie groß sind $Q$ und die Durchbiegung $f$ der Feder?

**177.** Eine Leitrolle führt einen Riemen von 120 mm Breite und 6 mm Stärke, der $^1/_4$ des Rollenumfanges belegt. Die größte Riemenspannung ist $k_z = 25\ \mathrm{kg/cm^2}$. Es ist die Achsenstärke nach den angegebenen Maßen für $k_b = 400\ \mathrm{kg/cm^2}$ zu bestimmen.

**178.** Wie groß wird die Spannung $K_b$ des Balkens, wenn mit dem Aufzug eine Last von 600 kg gehoben wird? Der Balkenquerschnitt soll $^{24}/_{30}$ cm sein.

**179.** Der größte Querschnitt einer Wandkonsole hat die in der Figur angegebenen Maße. Die Ausladung der Konsole beträgt 380 mm.

Es ist die Biegungsspannung $k_b$ des Querschnitts für einen Lagerdruck $Q = 3000$ kg zu bestimmen.

**180.** Auf einen $1^1/_2''$ starken Anker wirkt eine Zugkraft von 5000 kg. Die Ankerplatte hat einen Durchmesser von 300 mm und ist 40 mm stark.

a) Wie groß wird der Druck auf das Mauerwerk pro cm²?

b) Wie groß wird die Biegungsspannung $k_b$ der Platte?

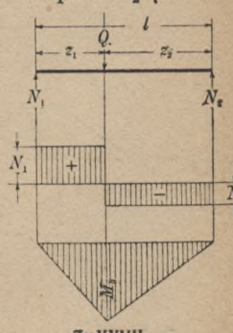
**181.** Ein Holzbalken von 3 m Länge trägt am freien Ende eine Last von 600 kg. Der rechteckige Balkenquerschnitt ist 20/30 cm.

Es sind die inneren Kräfte des Balkens, die Arbeit $A$ und die Durchbiegung $f$ zu bestimmen.

**XXVII.** Ein auf zwei Stützen ruhender Balken trägt eine Last $Q$. Diese Last ruft in den Stützen die Reaktionen $N_1$ und $N_2$ hervor

$$N_1 + N_2 = Q, \qquad N_2 l = Q z_1,$$

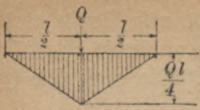
$$N_2 = \frac{Q z_1}{l} \qquad N_1 = \frac{Q z_2}{l}.$$



zu XXVII.

Die Scherkraftfläche besteht aus zwei Rechtecken (s. Figur). Der Inhalt der ganzen Scherkraftfläche ist gleich Null.

Die Formänderung des Balkens ist dieselbe, als wenn er im Angriffspunkte von $Q$ eingeklemmt wäre und an den Enden die aufwärts gerichteten Kräfte $N_1$ und $N_2$ wirkten. Die Mo-




Zu XXVII.

mentenfläche ist ein Dreieck. Das größte Biegungsmoment wirkt im Angriffspunkt von $Q$ und ist

$$M_b = N_1 z_1 = N_2 z_2 = \frac{Q z_1 z_2}{l}.$$

Liegt die Last in der Mitte des Balkens, so ist

$$z_1 = z_2, \quad M_b = \frac{Ql}{4}.$$

Die Arbeit der Normalspannungen ist in diesem Falle:

$$A = \frac{Q^2 l^3}{96 EI}$$

die Einsenkung in der Mitte $f = \dfrac{Q l^3}{48 EI}$.

**XXVIII.** Ist die Last $Q$ gleichmäßig über die ganze Balkenlänge verteilt, so kommt auf die Längeneinheit des Balkens die Last

$$q = \frac{Q}{l},$$

die Auflagerdrucke sind $\quad N_1 = N_2 = \dfrac{Q}{2} = \dfrac{ql}{2}$.

An dem Balkenstück $z$ wirken die Kräfte $\dfrac{ql}{2}$ und $qz$, die vertikale Scherkraft in dem angenommenen Schnitt ist

$$V = \frac{ql}{2} - qz = q\left(\frac{l}{2} - z\right).$$

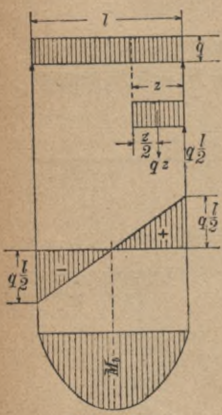
In der Mitte des Balkens ist die Scherkraft gleich Null. Die Scherkraftfläche besteht aus zwei Dreiecken.

Das Biegungsmoment in dem angenommenen Schnitt ist

$$M_z = \frac{ql}{2} \cdot z - qz \cdot \frac{z}{2} = \frac{q}{2} \cdot (lz - z^2).$$

Das größte Biegungsmoment in der Mitte des Balkens ergibt sich, wenn $z = \dfrac{l}{2}$ gesetzt wird

$$M_b = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{Ql}{8}.$$




Zu XXVIII.

Die Arbeit der Normalspannungen ist

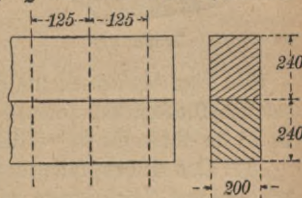
$$A = \frac{Q^2 l^3}{240 EI},$$

$$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{Q l^3}{EI}.$$

**182.** Wie groß wird die Scherkraft in der neutralen Schicht der in Aufg. 176 gegebenen Blattfeder?

**183.** Ein Stab von kreisförmigem Querschnitt, 100 mm Stärke und 1 m Länge trägt am freien Ende eine Last von 600 kg. Wie groß wird die Scherspannung in der neutralen Schicht?

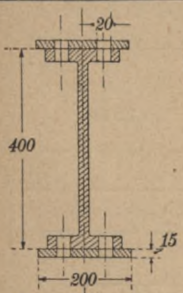
**184.** Wie verteilt sich die Scherkraft $Q$ über den Querschnitt des I-Trägers N. P. 30?



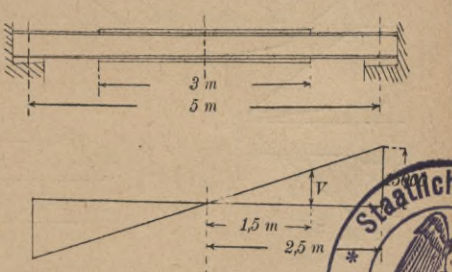
185.

**185.** Ein an einem Ende eingemauerter Holzbalken, der am freien Ende eine Last von 1000 kg trägt, besteht aus zwei übereinanderliegenden Balken von gleichem Querschnitt, die so miteinander verschraubt sind, daß sie wie ein massiver Balken wirken. Die Schrauben sind $1\,^1\!/_4''$ stark und stehen 20 cm voneinander. Wie groß wird die Zugspannung des Schraubenkerns wenn der Koeffizient der Reibung zwischen den Balken gleich 0,2 ist?

**186.** Ein I-Träger N. P. 40 ist durch zwei Platten von 200/15 mm verstärkt. Die Niete sind 20 mm stark, die Nietteilung beträgt 200 mm, der Träger ist 5 m, die Platten sind 3 m lang. Es sind die Träger-

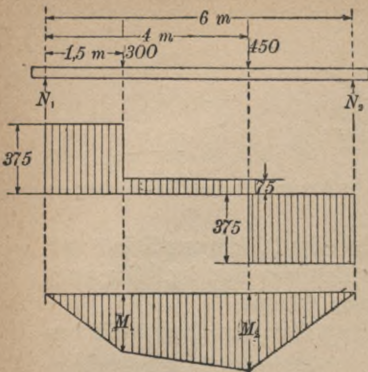


Zu 186.



Zu 186.

ANuG 557: Schmitt, Aufgabensammlung a. d. Mechanik I. 2. Aufl.



Zu 187.

und Nietspannungen für eine gleichmäßig verteilte Last von 30000 kg zu bestimmen.

**187.** Es sollen die Scherkraft- und Momentenfläche des Balkens bestimmt werden.

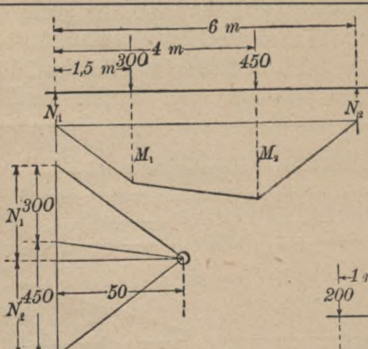
**188.** Es ist die Momentenfläche des in voriger Aufgabe gegebenen Balkens durch Zeichnung zu bestimmen.

**189.** Es ist die Momentenfläche des Balkens zu zeichnen.

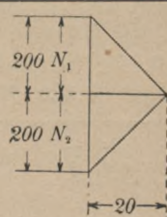
**190.** Es ist die Momentenfläche des Balkens zu zeichnen.

**191.** Eine schmiedeeiserne Achse wird in der Mitte mit 2500 kg belastet. Die Achsenlänge von Zapfen- zu Zapfenmitte beträgt 800 mm. Es ist die Achse für $k_b = 500$ kg/cm$^2$ zu berechnen.

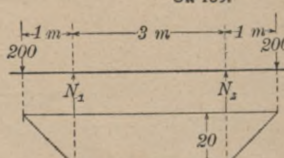
**192.** Das in dem Hängebock stehende Lager von 80 mm Bohrung und 320 mm Schalenlänge erleidet einen Flächendruck von 5 kg/cm$^2$. Es ist der Querschnitt des I-Trägers, an dem der Hängebock befestigt ist, für $k_b = 500$ kg/cm$^2$ zu bestimmen.



Zu 188.



Zu 189.



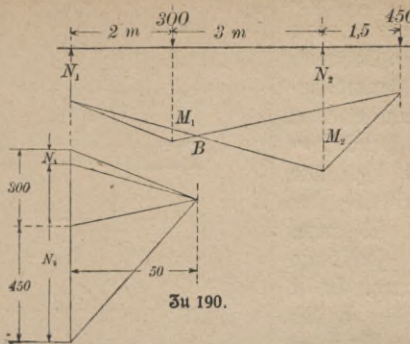
Zu 189.

**193.** Die Eisenbahnwagenachse soll eine Last von 16 000 kg tragen. Es sind die Biegungsspannungen der Zapfen und der Achse zu berechnen.

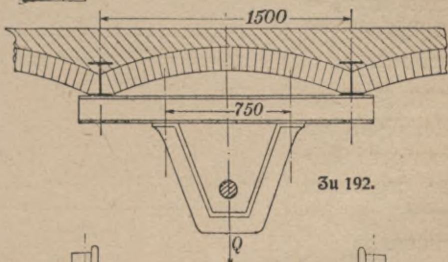
**194.** An dem Ankerbolzen von $1^1/_2''$ Stärke wirkt eine Zugkraft von 5000 kg. Es ist die Splinthöhe $h$ für den Fall zu bestimmen, daß die Splintstärke 12 mm beträgt und $k_b = 1000\ \mathrm{kg/cm^2}$ ist.

**195.** Der Gabelzapfen soll 4000 kg tragen, eine Gesamtlänge $l = 2{,}5\,d$, eine Traglänge $l_1 = 1{,}5\,d$ haben und eine Spannung $k_b = 500\ \mathrm{kg/cm^2}$ erleiden. Es sind die Maße des Zapfens zu bestimmen.

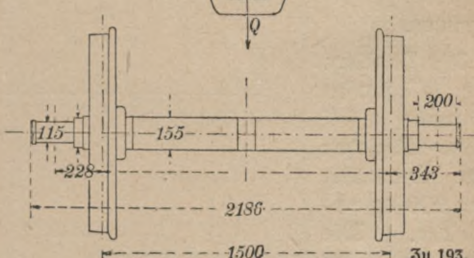
**196.** Es ist die Biegungsspannung des Gabelauges zu bestimmen.



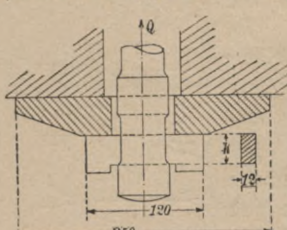
Zu 190.



Zu 192.



Zu 193.



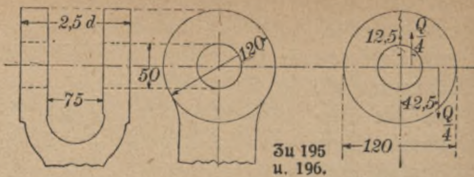
Zu 194.

**197.** Ein Zapfenlager von 60 mm Bohrung und 90 mm Schalenlänge erleidet einen Druck $Q = 2400$ kg. Die Lagerbreite beträgt 65 mm, die Fußlänge 300 mm. Es ist die Höhe $h_1$ des Lagers für $k_b = 300$ kg/cm² zu berechnen.

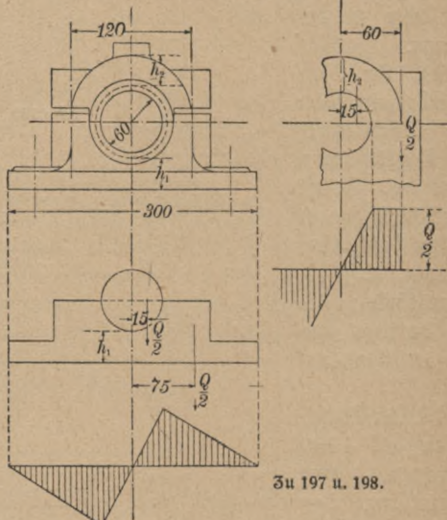
**198.** Es ist die Deckelhöhe $h_2$ des in voriger Aufgabe gegebenen Lagers zu bestimmen.

**199.** Der Kern der ⁵/₈″ starken Schraube soll beim Anziehen eine Spannung von 600 kg/cm² erleiden. Wie groß wird die Spannung $k_b$ des Gabelbolzens?

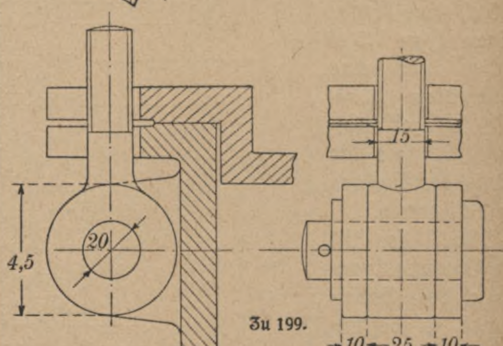
**200.** Ein Laufkran soll eine Spannweite von 10 m und eine Tragfähig-



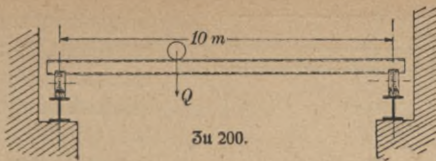
Zu 195 u. 196.



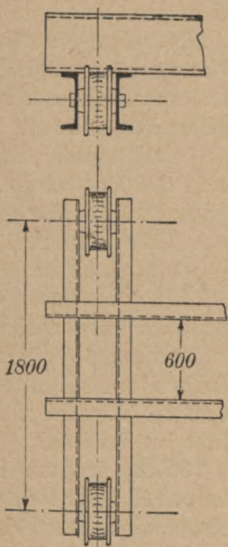
Zu 197 u. 198.



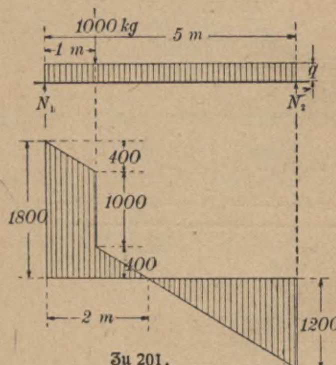
Zu 199.




Zu 200.




Zu 200.

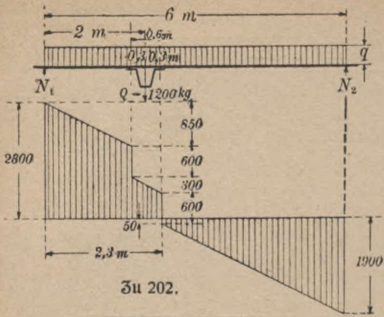



Zu 201.

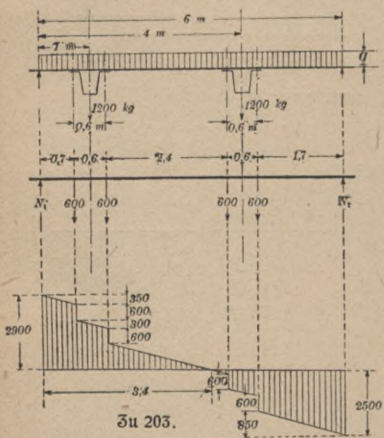
keit von 2000 kg haben. Es sind die Trägerquerschnitte zu bestimmen.

**201.** Der Balken trägt eine gleichmäßig verteilte Last von 2000 kg und eine Einzellast von 1000 kg. Wie groß ist das größte Biegungsmoment $M_b$ des Balkens und wo wirkt es?

**202.** An einem Deckenträger, der eine gleichmäßig verteilte Last von 3000 kg trägt, soll ein Hängelager angebracht werden, das einen Druck von 1200 kg erleidet. Wo wirkt das größte Biegungsmoment $M_b$ und wie groß ist es?




Zu 202.




Zu 203.

**203.** Ein Träger von 6 m Länge trägt eine gleichmäßig verteilte Last von 3000 kg und zwei mit je 1200 kg belastete Hängelager. Es soll das größte Biegungsmoment $M_b$ des Balkens bestimmt werden.

**204.** Eine kreisförmige Platte von 5 cm Stärke liegt am Rande auf und trägt eine gleichmäßig verteilte Last, die einschließlich Eigengewicht 6000 kg beträgt. Der mittlere Durchmesser der Auflagerfläche beträgt 1,8 m. Es ist $k_b$ zu bestimmen.

**205.** An einem eingemauerten Balken wirken zwei entgegengesetzt gerichtete Kräfte $P$ und $Q$. Wie groß wird die Durchbiegung am Ende des Balkens?

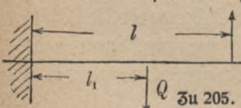
**206.** Wie groß muß bei der vorigen Aufgabe die Kraft $P$ sein, damit die Durchbiegung am Ende gleich Null ist?

**207.** Wie groß muß bei der vorigen Aufgabe die Kraft $P$ sein, damit die Einsenkung im Angriffspunkte von $Q$ gleich Null ist?

**208.** Es ist der Auflagerdruck $N$ des Balkens zu bestimmen.

**209.** Es ist die Momentenfläche des in voriger Aufgabe gegebenen Balkens für $l = 2l_1$ zu zeichnen.

**210.** Es ist der Auflagerdruck $N$ des Balkens zu bestimmen (s. Lösung).

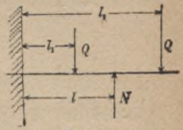



Zu 205.

**211.** Es ist die Momentenfläche des in voriger Aufgabe gegebenen Balkens $l = \frac{l^1}{2}$ zu zeichnen.

212. Es ist der Auflagerdruck $N$ des eingemauerten Balkens zu bestimmen, der eine gleichmäßig verteilte Last $Q = ql$ trägt.

213. Es ist die Momentenfläche des in voriger Aufgabe gegebenen Balkens zu zeichnen.



Zu 214.

214. Wie groß ist der Auflagerdruck $N$ des eingemauerten Balkens, der zwei gleiche Lasten $Q$ trägt?

215. Es soll die Momentenfläche des in voriger Aufgabe gegebenen Balkens gezeichnet werden.

216. Ein an beiden Enden eingemauerter Balken trägt in der Mitte eine Last $Q$. Es ist die Momentenfläche des Balkens zu zeichnen.

217. Ein an beiden Enden eingemauerter Balken trägt eine gleichmäßig verteilte Last $Q$. Es ist die Momentenfläche des Balkens zu zeichnen.

218. Ein auf drei Stützen ruhender Balken trägt in der Mitte jedes Feldes von der Länge $l$ eine Last $Q$. Es sind die Auflagerdrucke $N_1$ und $N_2$ zu bestimmen und die Momentenfläche zu zeichnen. Die Stützpunkte sollen in gleicher Höhe liegen.

219. Der auf drei Stützen ruhende Balken soll eine gleichmäßig verteilte Last $Q$ tragen. Es sind die Auflagerdrucke $N_1$ und $N_2$ zu bestimmen und die Momentenfläche zu zeichnen.

## 4. Torsionsfestigkeit.

**XXIX.** Zwei an einem Stab wirkende Kräftepaare von gleichem Moment $M_t$, deren Ebenen senkrecht zur Stabachse stehen und welche entgegengesetzt drehen, sich also das Gleichgewicht halten, beanspruchen den Stab auf Verdrehung oder Torsion. Die Spannungen jedes Stabquerschnitts bilden ein in diesen Querschnitt fallendes Kräftepaar. Die Formänderung besteht in einer Verdrehung der Querschnitte gegeneinander. Jeder Querschnitt dreht sich um seinen Mittelpunkt. Die Querschnitte gleiten aufeinander, wodurch in den Querschnitten Schubspannungen entstehen.

Die Verschiebung eines Querschnittpunktes ist proportional dem Abstand des Punktes vom Mittelpunkt, daher ist auch die Spannung diesem Abstand proportional. Die Spannung im Flächenteilchen $f$ ist $f\rho s$, wenn $s$ die Spannung im Radius 1 und $\rho$ der Abstand des $f$ vom Mittelpunkt ist.

$$\Sigma f \rho s = s \Sigma f \rho$$

ist die Summe aller Spannungen des Querschnitts. Das Drehmoment der Spannung $f \rho s$ ist gleich $f \rho^2 \cdot s$, daher wird das ganze Drehmoment

$$M_t = \Sigma f \rho^2 s = s \Sigma f \rho^2 = s I_p$$

oder auch $M_t = W_p \cdot k_t$ (vgl. polares Trägheitsmoment und Widerstandsmoment). $k_t$ ist die Spannung in der äußersten Faser, also am Umfang. Dieselbe ist hier in allen Querschnitten dieselbe.

**220.** Wieviel PS kann eine 60 mm starke Welle bei 150 Touren übertragen, wenn $k_t = 200$ kg/cm² ist?

**221.** Eine 100 mm starke Welle soll bei 180 Touren 80 PS übertragen. Wie groß wird $k_t$?

**222.** Wieviel PS kann eine Hohlwelle von 120/80 mm bei 120 Touren übertragen, wenn $k_t = 200$ kg/cm² ist?

**223.** Eine 80 mm starke Welle, die bei 120 Touren 20 PS überträgt, soll mit einer Schalenkupplung versehen werden, die vier, bzw. acht Schrauben hat. Wie stark müssen die Schrauben sein, wenn $k_z = 450$ kg/cm² und $\mu = 0{,}2$ ist?

**224.** Es sollen die Schrauben einer Scheibenkuppelung mit Zwischenstück berechnet werden. Der Wellendurchmesser sei $d = 100$ mm und $k_t = 300$ kg/cm².

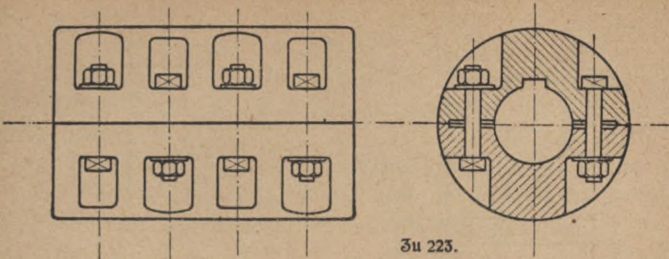
**225.** Die Spannringe einer Hülsenkupplung für eine Welle von 60 mm Durchmesser haben einen rechteckigen Querschnitt von 20/30 mm. Wie groß muß die Zugspannung $k_z$ der Ringe sein, wenn die Torsionsspannung der Welle $k_t = 300$ kg/cm² und $\mu = 0{,}2$ ist?

**226.** Auf einer Transmissionswelle von 80 mm Stärke wird eine geteilte Riemenscheibe von 600 mm Durchmesser befestigt, die bei 150 Touren der Welle 6 PS übertragen soll. Mit welchem Druck müssen die beiden Scheibenteile auf die Welle gepreßt werden, wenn der Koeffizient der Reibung zwischen Welle und Scheibennabe $\mu = 0{,}15$ ist?

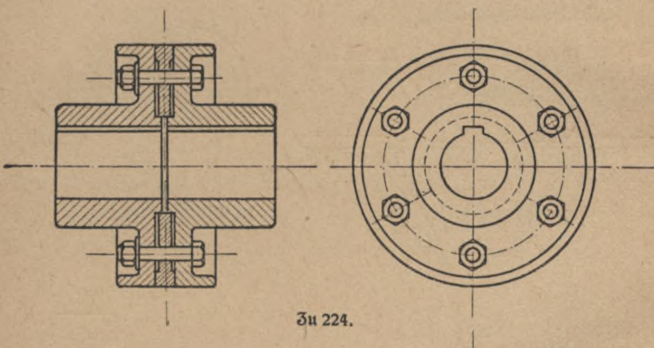
## 5. Zusammengesetzte Festigkeit.

**227.** Wie wird der in der Figur dargestellte Balken von der Kraft $Q$ beansprucht?

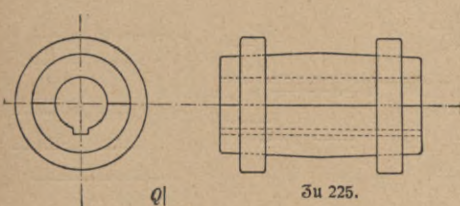
**228.** Wie wird der in der Figur gegebene Balken durch eine parallel zur Achse im Abstande $a$ von der Achse wirkende Kraft beansprucht?



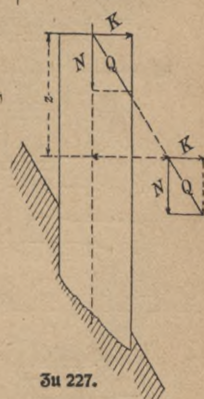
Zu 223.



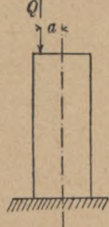
Zu 224.



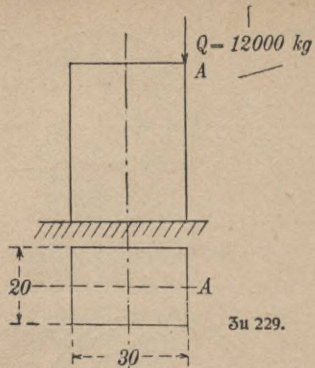
Zu 225.



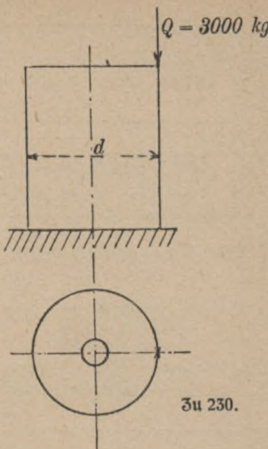

Zu 227.



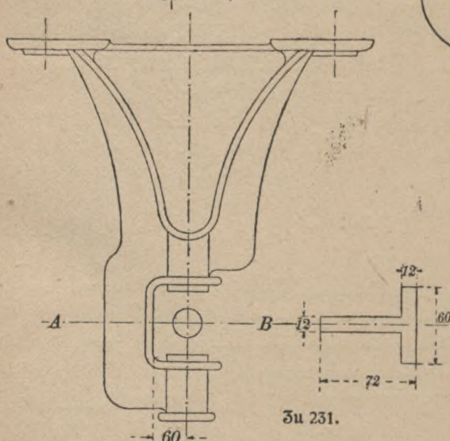

Zu 228.



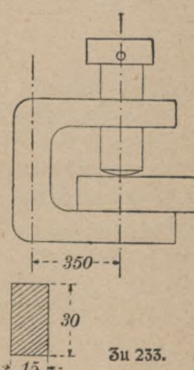

Zu 229.



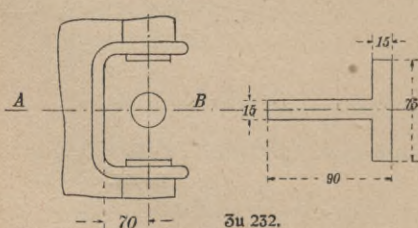

Zu 230.




Zu 231.




Zu 233.




Zu 232.

**229.** Eine Last von 12000 kg wirkt im Punkte $A$, dem Schnittpunkte der Hauptachse des Querschnitts mit der Seitenfläche. Wie wird der Balken beansprucht?

**230.** Eine Last $Q = 3000$ kg wirkt am Rande eines Rundstabes von 120 mm Durchmesser parallel zur Stabachse. Wie wird der Stab beansprucht?

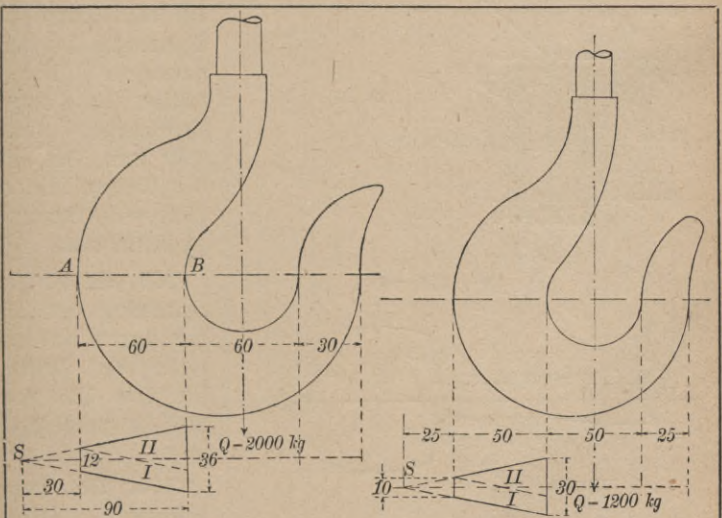
**231.** Der Querschnitt $AB$ des offenen Hängelagers soll die in der zweiten Figur angegebenen Maße haben. Es sind die größten Zug- und Druckspannungen des Querschnitts für einen Lagerdruck $Q = 500$ kg zu bestimmen.

**232.** Dieselbe Aufgabe wie 231 ist für nebenstehende Maße und $Q = 600$ kg zu lösen.

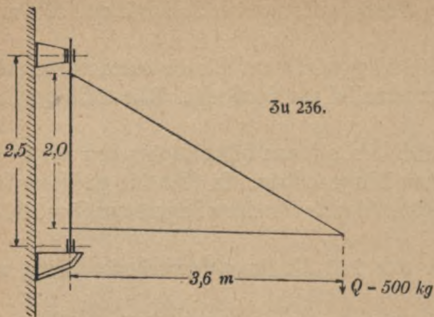
**233.** Mit der Schraube der gegebenen Klemme soll ein Druck von 300 kg ausgeübt werden. Wie groß werden die Spannungen im gegebenen Querschnitt.

**234.** Der Haken soll eine Last von 2000 kg tragen. Wie groß werden die Spannungen im Querschnitt $AB$?

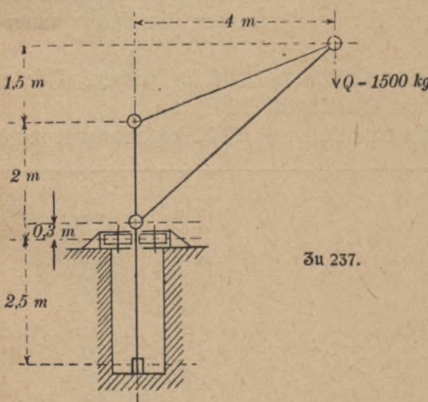
**235.** Der Haken soll für eine Last von 1200 kg berechnet werden.



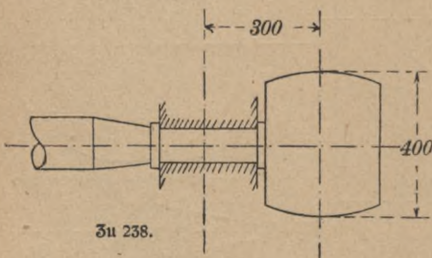

Zu 234. Zu 235.




Zu 236.




Zu 237.




Zu 238.

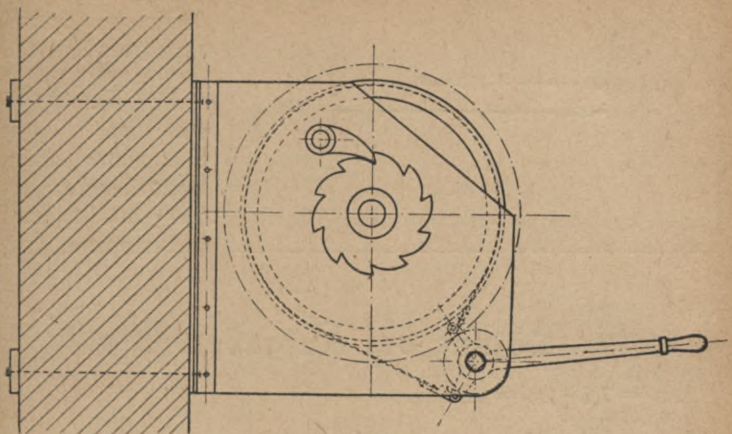
**236.** Auf dem unteren horizontalen Träger des Wandkrans wird eine Last von 500 kg bewegt. Es sollen die in den einzelnen Teilen des Krans wirkenden Kräfte bestimmt werden.

**237.** Es sind die Teile des Schachtkrans für eine Last von 1500 kg zu berechnen.

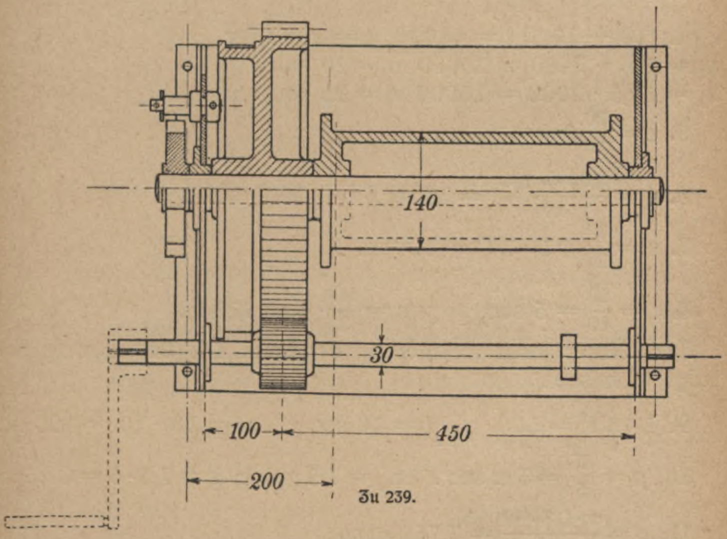
**238.** Die Welle einer Dynamomaschine hat 30 PS bei 750 Touren zu übertragen. Die freigetragene Riemscheibe hat einen Durchmesser von 400 mm. Es ist die Wellenstärke $d$ für $k_b = 300$ kg/cm$^2$ zu bestimmen.

**239.** Es ist die Spannung der 30 mm starken Kurbelwelle der Winde für eine Last von 500 kg zu bestimmen.

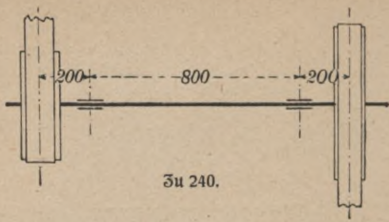
**240.** Mit dem Vorgelege sollen 12 PS übertragen



Zu 239.




Zu 239.




Zu 240.

werden, wenn die Umfangsgeschwindigkeit der Scheibe I $v_1 = 6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $d_1 =$ 400 mm, $d_2 =$ 600 mm ist. Es ist die Wellenstärke für $k_b = 300$ kg/cm² zu berechnen.

## Lösung der Aufgaben.

1. $s = 7{,}5 \cdot 20 = 150$ m.

2. $c = \frac{240}{60} = 4$ m/sec.

3. $t = \frac{600}{5} = 120$ sec.

4. $(10 + 12{,}5)\, t = 45000$; $t = 2000$ sec.
$s_1 = 10 \cdot 2000 = 20000$ m $= 20$ km.
$s_2 = 12{,}5 \cdot 2000 = 25000$ m $= 25$ km.

5. $c = \frac{20}{10}\, 2 = 4$ m/sec.

6. $t = \frac{200 + 180}{10} = 38$ sec.

7. $s = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 20^2 = 100$ m.

8. $t = \frac{50}{10} = 5$ sec. $\quad s = \frac{50}{2} \cdot 5 = 125$ m.

Der Körper steigt gleichförmig verzögert. Die Verzögerung beträgt 10 m/sec².

9. $\frac{1}{2}\, 10\, t^2 = 500$. $\quad t = 10$ sec. $\quad c = 10 \cdot 10 = 100$ m.

10. $p = \frac{15}{5} = 3$ m/sec². $\quad v_m = 7{,}5$ m/sec, $s = 7{,}5 \cdot 5 = 37{,}5$ m

11. $v = \frac{\pi \cdot 0{,}8 \cdot 90}{60} = 3{,}768$ m/sec.

12a. $v = \frac{\pi \cdot 0{,}9 \cdot 120}{60} = 5{,}65$ m/sec. $w = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{12{,}56}{\text{sec}}$

b. $v = \frac{\pi \cdot 1{,}5 \cdot 60}{60} = 4{,}71$ m/sec. $w = \frac{\pi \cdot 60}{30} = \frac{6{,}28}{\text{sec}}$

13. $n_2 = \frac{800 \cdot 120}{600} = 160$

14. $n_2 = \frac{r_1 \cdot n_1}{z_2} = \frac{60 \cdot 30}{20} = 90.$

15. Eine eingängige Schnecke kann als ein Rad mit einem Zahn angesehen werden.

$$n = \frac{1 \cdot 1200}{30} = 40.$$

16. $v_1 = 2{,}826$ m/sec, $v_2 = 3{,}768$ m/sec, $w_1 = \frac{6{,}28}{\text{sec}}$, $w_2 = \frac{12{,}56}{\text{sec}}$, $w_3 = \frac{25{,}12}{\text{sec}}$, $d_{2a} = 450$ mm, $d_{2b} = 600$ mm.

17. $v = 0{,}5 \frac{750 \cdot 480}{150 \cdot 120} = 10$ m/sec.

18. $v = \sqrt{1{,}2^2 + 0{,}9^2} = 1{,}5$ m/sec.

19. $c_1 = 4 \sin 30^0 = 2$ m/sec.

20. Figur a ist das Geschwindigkeitsdiagramm. Nach der ersten Sekunde hat der Körper eine wagerechte Geschwindigkeit von 1 m/sec und eine lotrechte Geschwindigkeit von 1 m/sec. Daher ist seine Geschwindigkeit

$$v_1 = \sqrt{1^2 + 1^2} = 1{,}414 \text{ m/sec.}$$

Seine Geschwindigkeit nach der zweiten Sekunde ist

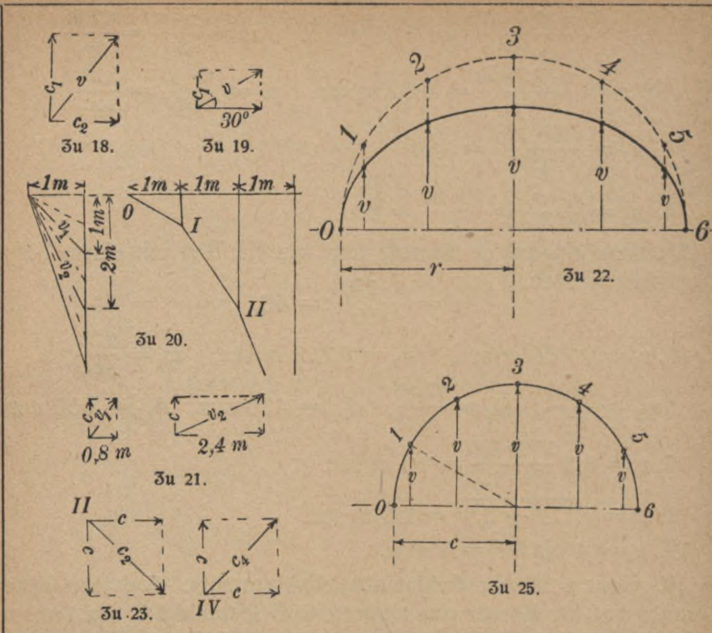
$$v_2 = \sqrt{1^2 + 2^2} = 2{,}236 \text{ m/sec usf.}$$

Die punktierten Linien sind die mittleren Geschwindigkeiten in der ersten, zweiten usw. Sekunde. Zu diesen Linien sind in Figur b Parallele gezogen, deren Schnittpunkte *0 I II* usf. Punkte der Kurve sind, die der Körper durchläuft.

21. Die beiden Geschwindigkeiten der Hülse stehen immer senkrecht aufeinander.

$$v_1 = \sqrt{(0{,}4 \cdot 2)^2 + 1^2} = 1{,}3 \text{ m/sec,}$$
$$v_2 = \sqrt{(1{,}2 \cdot 2)^2 + 1^2} = 2{,}6 \text{ m/sec.}$$

22. Wird ein Kreis mit dem Radius $c$ gleichmäßig eingeteilt, so sind die Lote $v$ von den Teilpunkten auf den wagerechten Durchmesser

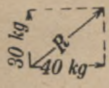


Zu 18. Zu 19. Zu 20. Zu 21. Zu 22. Zu 23. Zu 25.

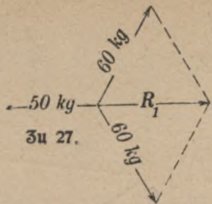
die zu den betreffenden Kurbelstellungen gehörigen Geschwindigkeiten der Stange. Der zweite punktierte Kreis, der Kurbelkreis, wird ebenso eingeteilt, dann werden die in der ersten Figur bestimmten Geschwindigkeiten $v$ auf den durch die Teilpunkte gehenden Lote aufgetragen. Ihre Endpunkte werden durch eine Kurve (Geschwindigkeitskurve) verbunden.

**23.** Die Scheibe rollt, wenn sie sich mit einer Geschwindigkeit $c$ geradlinig bewegt und gleichzeitig mit der Umfangsgeschwindigkeit $c$ dreht. Jeder Punkt der Scheibe hat zwei Geschwindigkeiten. Die beiden Geschwindigkeiten des Punktes *I* sind wagerecht und gleich gerichtet, die Geschwindigkeiten der Punkte *II* und *IV* stehen aufeinander senkrecht, die Geschwindigkeiten des Punktes *III* sind wagerecht und entgegengesetzt gerichtet. Daher wird

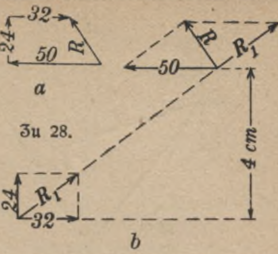
$$c_1 = 2c = 4 \text{ m/sec}, \quad c_2 = c_4 = \sqrt{2c^2} = 2{,}82 \text{ m/sec}, \quad c_3 = 0.$$




Zu 26.




Zu 27.




Zu 28.

24. $v = \frac{72000}{3600} = 20$ m/sec, $n = \frac{60 \cdot 20}{3{,}14 \cdot 1{,}5} = 255$.

25. Die Trommel hat eine geradlinige Geschwindigkeit von 2 m/sec und eine Drehgeschwindigkeit von 1 m/sec. Daher ist die Geschwindigkeit ihres höchsten Punktes oder die Hubgeschwindigkeit des Gewichts $v = 2 + 1 = 3$ m/sec.

26. $R = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50$ kg.

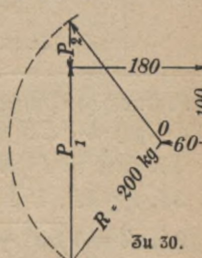
27. Die Resultante der beiden Kräfte von 60 kg, $R_1 = 60$ kg, ist der dritten Kraft entgegengerichtet, daher $R = 10$ kg.

28. $R = \sqrt{24^2 + (50 - 32)^2} = 30$ kg. Nach Fig. *a* kann die Größe und Richtung, nach *b* die Größe, Richtung und Lage von $R$ bestimmt werden.

29. Die Resultante der beiden ersten Kräfte ist $R_1 = \sqrt{25^2 + 60^2} = 65$ kg. Die Kraft $P$ muß gleich $R_1$ aber entgegengesetzt gerichtet sein.

30. $(180 - 60)^2 + (100 - P)^2 = 200^2$,

$P_1 = 260$ kg, $P_2 = -60$ kg.

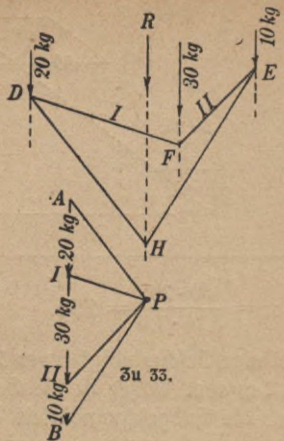



Zu 30.

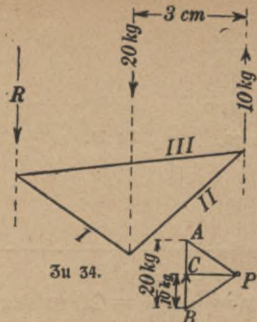
31. $P_1 = 20$ kg, $P_2 = -10$ kg.

32. $R = \sqrt{9^2 + 12^2 + 20^2} = 25$ kg.

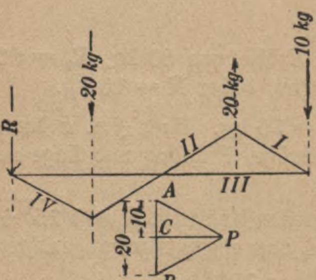
33. Die Kräfte werden auf der Geraden $AB$ in einem bestimmten Maßstab aufgetragen, dann werden die Punkte $A\,I\,II\,B$ mit einem beliebigen Punkte $P$ (Pol) verbunden. Zum Seilstrahl $IP$ wird durch $D$ die Parallele $I$ bis zum Schnitt $F$ mit der Kraft von 30 kg, durch diesen Schnittpunkt die Parallele $II$ zum Strahl $IIP$ gezogen. $DH$ ist parallel zu $AP$, $EH$ parallel zu



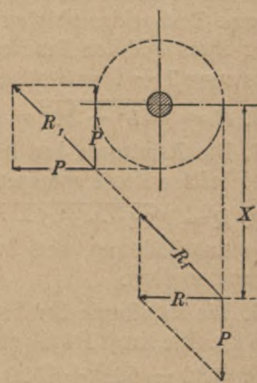

Zu 33.




Zu 34.




Zu 35.




Zu 38.

*BP*. Durch den Punkt *H* geht die Resultante $R = 20 + 30 + 10 = 60$ kg. Die Figur *DFEH* wird Seilpolygon oder Seileck genannt.

**34.** Hier ist $I \parallel AP$, $II \parallel BP$, $III \parallel CP$, $R = 10$ kg.

**35.** $I \parallel AP$, $II \parallel BP$, $III \parallel CP$, $IV \parallel AP$, $R = 10$ kg.

**36.** $R = \sqrt{60^2 + 80^2} = 100$ kg.

$Rx = P_1 r_1 + P_2 r_2$.

$100 x = 60 \cdot 0{,}6 + 80 \cdot 0{,}4$.

$x = 0{,}68$ m.

37. $R = 50 + 100 = 150$ kg.

Wird ein Punkt der Kraft 50 kg als Drehpunkt angenommen und der Abstand der Resultante von diesem Punkte mit $x$ bezeichnet, so ist

$$R \cdot x = 100 \cdot 0{,}3. \qquad x = 0{,}2 \text{ m}.$$

$$0{,}2 : 0{,}1 = 100 : 50.$$

Wird ein Punkt der andern Kraft als Drehpunkt angenommen, so wird

$$R x_1 = 50 \cdot 0{,}3, \qquad x_1 = 0{,}1 \text{ m}.$$

$$x + x_1 = 0{,}3 \text{ m}.$$

38. $R = 50$ kg.

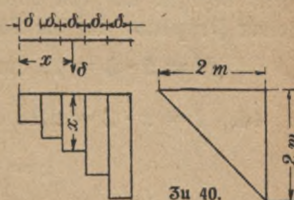
$$R x = 3 \cdot 50 \cdot 0{,}3 = 45 \text{ mkg}.$$

$$x = \frac{45}{50} = 0{,}9 \text{ m}.$$

In beistehender Figur sind $R$ und $x$ durch Zeichnung bestimmt.

39. $R = 200$ kg. $x = 0{,}1$ m.

40. Die Strecke wird in kleine Stücke von der Länge $\delta$ geteilt. Das statische Moment eines solchen Stückes $m = x\delta$ läßt sich geometrisch durch ein Rechteck darstellen, dessen Inhalt „$x\delta$" gleich $m$ ist. Wenn so die Inhalte aller Stücke dargestellt werden, ergibt sich eine treppenförmige Figur, deren Inhalt gleich dem statischen Moment der ganzen Strecke ist. Die Darstellung wird um so genauer, je kleiner $\delta$ genommen wird. Wird $\delta$ unendlich klein genommen, so geht die Figur in ein Dreieck über, dessen Inhalt $M = \frac{2^2}{2} = 2$ m$^2$ das statische Moment der ganzen Strecke ist.




Zu 40.

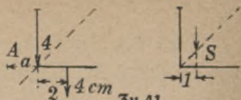
Das statische Moment einer Linie ist also eine Fläche.

41. Die Figur hat eine Symmetrieachse, die Winkelhalbierungslinie. Diese Linie ist auch eine Schwerachse.

Zur Bestimmung einer zweiten Schwerachse wird das statische Moment bezogen auf den Punkt $A$ bestimmt.

$$\begin{aligned} M_1 &= 4\text{ cm}\cdot a &&= 4a\text{ cm}^2,\\ M_2 &= 4\text{ cm}\,(a+2) &&= 4a\text{ cm}^2 + 8\text{ cm}^2,\\ \hline M &= &&\phantom{=}\ 8a\text{ cm}^2 + 8\text{ cm}^2, \end{aligned}$$

$$x = \frac{M}{8\text{ cm}} = (a+1)\text{ cm}.$$




Zu 41.

**42.** Es ist

$$\begin{aligned} l_1 &= 4\text{ cm} \\ l_2 &= 3\ \text{„} \\ l_3 &= 5\ \text{„} \\ \hline l &= 12\text{ cm} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} M_1 &= 4\cdot 0 &&= 0{,}0\text{ cm}^2 \\ M_2 &= 3\cdot 1{,}5 &&= 4{,}5\ \text{„} \\ M_3 &= 5\cdot 1{,}5 &&= 7{,}5\ \text{„} \\ \hline M &= && \phantom{=}\ 12{,}0\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$x = \frac{M}{l} = \frac{12}{12} = 1\text{ cm}.$$

Für die zweite Lage ist

$$\begin{aligned} M_1 &= 4\cdot 2 = 8\text{ cm}^2 \\ M_2 &= 3\cdot 0 = 0\ \text{„} \\ M_3 &= 5\cdot 2 = 10\ \text{„} \\ \hline M &= \phantom{5\cdot 2 =}\ 18\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$y = \frac{M}{l} = \frac{18}{12} = 1{,}5\text{ cm}.$$

**43.** Hier ist $l = \frac{\pi 10}{6} = 5{,}17$ cm. Das statische Moment des Bogens bezogen auf den Mittelpunkt 0 ist gleich dem stat. Moment seiner Projektion auf die Scheiteltangente

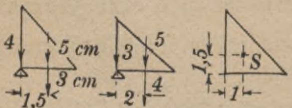
$$M = 5\cdot 5 = 25\text{ cm}^2, \qquad x = \frac{25}{5{,}17} = 4{,}8\text{ cm}.$$

**44.** $l = \pi\cdot 2 = 6{,}28$ cm, $\qquad M = 4\cdot 2 = 8\text{ cm}^2.$

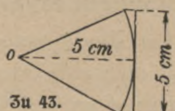
$$x = \frac{8}{6{,}28} = 1{,}2\text{ cm}.$$

**45.** Die Rechteckfläche wird in schmale Streifen zerlegt, die senkrecht zur Achse $AB$ stehen.

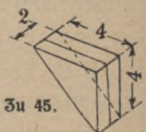
Das statische Moment eines Streifens kann durch ein rechtwinkliges Dreieck dargestellt werden. Die Dreiecke so nebeneinander ge-




Zu 42.




Zu 43.



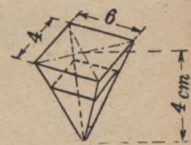

Zu 45.

legt, wie die Streifen liegen, bilden ein dreiseitiges Prisma, dessen Inhalt gleich dem statischen Moment des Rechtecks ist.

$$M = \frac{4 \cdot 4}{2} \cdot 2 = 16 \text{ cm}^3.$$

Das statische Moment eines Rechtecks ist also ein Körper.

**46.** Die Dreiecksfläche wird in schmale Streifen parallel zur Grundlinie zerlegt. Das statische Moment eines Streifens $m = xy \cdot \delta$ läßt sich durch eine Platte von der Fläche $xy$ und der Stärke $\delta$ darstellen. Werden die Platten aller Streifen so aufeinander gelegt, wie die Streifen liegen, so bilden sie eine Pyramide, deren Inhalt $M = 6 \cdot 4 \cdot \frac{4}{3} = 32 \text{ cm}^3$ gleich dem statischen Moment der Dreiecksfläche ist.



Zu 46.

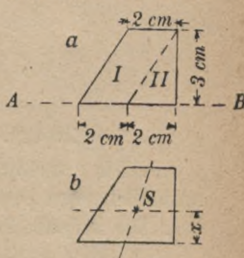
**47.** Der Inhalt der Dreiecksfläche ist $F = \frac{4 \cdot 6}{2} = 12 \text{ cm}^2$, daher ist $x = \frac{M}{F} = \frac{32}{12} = \frac{8}{3}$ cm der Abstand des Schwerpunktes von der Achse $AB$.

**48.** Die Trapezfläche wird in ein Parallelogramm $I$ und ein Dreieck $II$ zerlegt:

$$\begin{aligned} F_1 &= 2 \cdot 3 = 6 \text{ cm}^2 \\ F_2 &= \frac{2 \cdot 3}{2} = 3 \quad " \\ \hline F &= \qquad\; 9 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

Bezogen auf die Achse $AB$ ist:

$$\begin{aligned} M_1 &= 6 \cdot 1{,}5 = \;\; 9 \text{ cm}^3 \\ M_2 &= 3 \cdot 1 \;\;\; = \;\; 3 \quad " \\ \hline M &= \qquad\quad 12 \text{ cm}^3 \\ x &= \frac{M}{F} = \frac{12}{9} = 1\tfrac{1}{3} \text{ cm}. \end{aligned}$$



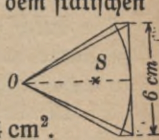
Zu 48.

Die Parallele zu $AB$ im Abstande $1\frac{1}{3}$ cm ist eine Schwerachse. Eine zweite Schwerachse ist die Verbindungslinie der Mittelpunkte der parallelen Seiten. Beide Schwerachsen schneiden sich im Schwerpunkt $S$.

**49.** Das statische Moment des Ausschnittes ist gleich dem statischen Moment des gleichschenkligen Dreiecks, dessen Grundlinie und Höhe je 6 cm ist

$$M = \frac{6 \cdot 6}{2} \cdot \frac{2}{3}\, 6 = 72 \text{ cm}^3.$$

Der Inhalt der Ausschnittfläche ist $F = \frac{\pi \cdot 6^2}{6} = 18{,}84 \text{ cm}^2$.



Zu 49.

Daher ist $$x = \frac{M}{F} = \frac{72}{18{,}84} = 3{,}8\ \text{cm}$$

der Abstand des Schwerpunktes vom Mittelpunkt 0.

**50.** Die Winkelhalbierungslinie bzw. Symmetrieachse ist eine Schwerachse. Es ist:

$$\begin{aligned} F_1 &= 10 \cdot 1 = 10\ \text{cm}^2 \\ F_2 &= \phantom{1}9 \cdot 1 = \phantom{1}9\ \text{,,} \\ \hline F &= \qquad\quad 19\ \text{cm}^2. \end{aligned}$$

Für die Ecke ist: $$\begin{aligned} M_1 &= 10 \cdot 1 \cdot 0{,}5 = 5\ \text{cm}^3 \\ M_2 &= \phantom{1}9 \cdot 1 \cdot 5{,}5 = 49{,}5\ \text{,,} \\ \hline M &= \qquad\qquad 54{,}5\ \text{cm}^3, \end{aligned}$$

$$x = \frac{54{,}5}{19} = 2{,}87\ \text{cm}.$$

**51.** $$\begin{aligned} F_1 &= 12{,}5 \cdot 2 = 25\ \text{cm}^2 \\ F_2 &= 25 \cdot 2 = 50\ \text{,,} \\ \hline F &= \qquad\quad 75\ \text{cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_1 &= 25 \cdot 26 = 650\ \text{cm}^3 \\ M_2 &= 50 \cdot 12{,}5 = 625\ \text{,,} \\ \hline M &= \qquad\quad 1275\ \text{cm}^3 \end{aligned}$$

$$x = \frac{1275}{75} = 17\ \text{cm}.$$

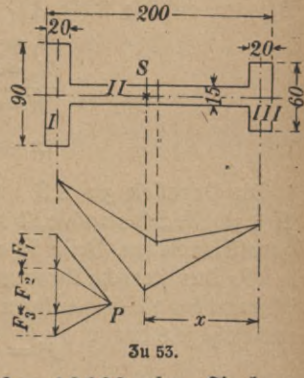
**52.** $x = 20$ cm.

**53.** Die graphische Bestimmung soll an beistehenden Profileisen gezeigt werden. Die Inhalte der drei Rechtecke

$$F_1 = 2 \cdot 9 = 18\ \text{cm}^2,$$
$$F_2 = 1{,}5 \cdot 16 = 24\ \text{cm}^2,$$
$$F_3 = 2 \cdot 6 = 12\ \text{cm}^2$$

sind als Gewichte anzusehen, deren Resultante zu bestimmen ist.

Die durch den Schwerpunkt gehende Resultante wirkt im Abstande $x$ von der rechtsseitigen Mittellinie.



Zu 53.

**54.** Die Arbeit beträgt $A = 500 \cdot 20 = 10\,000$ mkg. Sie kann durch ein Rechteck dargestellt werden, dessen Seiten 50 kg und 20 m betragen. Diese Fläche ist das Arbeitsdiagramm, es stellt die von der Kraft $P$ geleistete und auch die von der Last $Q$ verbrauchte Arbeit dar.

55. Bei Beginn der Arbeit ist eine Last von $1000 + 200 \cdot 2 = 1400$ kg zu heben. Die Last nimmt, da das Seil immer kürzer wird, gleichmäßig ab bis auf 1000 kg. Das Arbeitsdiagramm ist ein Trapez, dessen parallele Seiten 1400 und 1000 kg betragen und dessen Höhe gleich 200 m ist. Die Arbeit oder der Inhalt des Diagramms ist $A = \frac{1000 + 1400}{2} \cdot 200 = 240\,000$ mkg. Diese Arbeit wird von der an der Trommel wirkenden Drehkraft geleistet und von der Last verbraucht.

56. Das Diagramm der von $Q$ verbrauchten Arbeit ist ein Rechteck, das die Seiten 300 kg und 10 m, den Inhalt $A = 300 \cdot 10 = 3000$ mkg hat. Da die Geschwindigkeit der Kraft $P$ doppelt so groß als die Geschwindigkeit der Last ist, ist der Weg der Kraft gleich 20 m. $P \cdot 20 = 3000$ mkg. $P = \frac{3000}{20} = 150$ kg. Das Arbeitsdiagramm der Kraft $P$ hat die Seiten 150 kg und 20 m.

57. Das Diagramm für $Q$ ist ein Rechteck, das die Seiten 200 kg und 20 m, den Inhalt $A = 200 \cdot 20 = 4000$ mkg hat. Da die Geschwindigkeit von $P$ halb so groß als diejenige der Last ist, wird der Weg der Kraft gleich 10 m und $P \cdot 10 = 4000$ mkg. $P = 400$ kg.

58. Es kann angenommen werden, daß das Plattengewicht $Q$ im Schwerpunkt der Platte wirkt, dann wird dieses Gewicht bei der Drehung um 0,5 m gehoben; so groß ist die Projektion des Schwerpunktweges auf die Richtung des Gewichts. Das Arbeitsdiagramm des Gewichts ist ein Rechteck mit den Seiten 600 kg und 0,5 m. $A = 600 \cdot 0{,}5 = 300$ mkg. Der Weg der Kraft ist ein Viertelkreis mit dem Radius 1,5 m, das Diagramm ein Rechteck mit den Seiten $P$ und $\frac{\pi \cdot 1{,}5}{2}$ m.

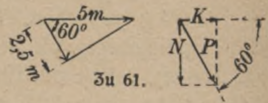
$$P \cdot \frac{\pi \cdot 1{,}5}{2} = 300 \text{ mkg.} \qquad P \sim 127 \text{ kg.}$$

59. Ist $P$ die Kolben-, $K$ die Kurbelkraft, so ist

$$K \cdot \pi \cdot r = P \cdot 2r. \qquad K = \frac{2}{\pi} \cdot 1200 = 765 \text{ kg.}$$

60. $L = 50 \text{ kg} \cdot 3 \text{ m/sec} = 150 \text{ mkg/sec.}$

**61.** Die Geschwindigkeit $v$ des Körpers ist in eine in die Richtung der Kraft fallende Komponente $v_1$ und eine dazu senkrecht stehende Komponente zu zerlegen. $v_1$ ist die Geschwindigkeit der Kraftrichtung, daher $L = Pv_1 = 60 \cdot 2{,}5 = 150$ mkg/sec. Die Kraft $P$ kann in zwei Komponenten $K$ und $N$ zerlegt werden. Die in die Bewegungsrichtung fallende Komponente ist

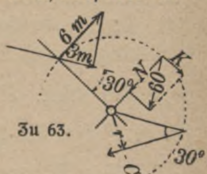



Zu 61.

$$K = \frac{P}{2} = 30 \text{ kg}. \qquad L = K \cdot v = 30 \cdot 5 = 150 \text{ mkg/sec}.$$

**62.** Die Geschwindigkeit $v$ ist auch die Geschwindigkeit der Kraftrichtung $L = 50 \cdot 2{,}5 = 125$ mkg/sec.

**63.** Die Drehgeschwindigkeit ist $v = 1{,}2 \cdot 5 = 6$ m/sec, die Geschwindigkeit der Kraftrichtung $v_1 = 3$ m/sec, $L = 60 \cdot 3 = 180$ mkg/sec. Die Kraft von 60 kg kann auch in zwei Komponenten $K$ und $N$ zerlegt werden. Es ist dann $L = Kv = 30 \cdot 6 = 180$ mkg/sec. Die durch den Drehpunkt gehende Komponente $N$ leistet keine Arbeit, weil sie keine Geschwindigkeit hat.




Zu 63.

**64.** a) $L = (50 \cdot 0{,}8 - 50 \cdot 0{,}4)\ 7{,}5 = 150$ mkg/sec.

b) $L = (50 \cdot 1{,}0 - 50 \cdot 0{,}6)\ 7{,}5 = 150$ mkg/sec.

**65.** $L = Pv = 30 \cdot 75 = 2250$ mkg/sec,

$$v = \frac{0{,}5 \cdot 2 \cdot 90}{60} = 1{,}5 \text{ m/sec},$$

$$P = \frac{2250}{1{,}5} = 1500 \text{ kg},$$

$$L = K \cdot v_1 = 2250 \text{ mkg/sec},$$

$$v_1 = \frac{\pi \cdot 0{,}5 \cdot 90}{60} = 2{,}36 \text{ m/sec},$$

$$K = \frac{2250}{2{,}36} = 952 \text{ kg}.$$

**66.** $L = P \cdot r \cdot w = M_d \cdot w = 5 \text{ mkg} \cdot \frac{3{,}14 \cdot 720}{30} = 376{,}8$ mkg/sec,

$$N = \frac{376{,}8}{75} = 5 \text{ PS}.$$

67. $L_n = \frac{18000 \cdot 15}{3600} = 75$ mkg/sec, $L_b = \frac{75}{0,75} = 100$ mkg/sec,

$N = \frac{100}{75} = 1\frac{1}{3}$ PS.

68. $L = Pv = 20 \cdot 75 = 1500$ mkg/sec,

$v = \frac{3,14 \cdot 1,8 \cdot 150}{60} = 14$ m/sec,

$P = \frac{1500}{14} = 108$ kg,

$M_d = P \cdot r = 108 \cdot 0,9 = 97,2$ mkg.

69. $L_b = \frac{24000 \cdot 5}{60} = 2000$ mkg/sec,

$L_n = 2000 \cdot 0,75 = 1500$ mkg/sec,

$N = \frac{1500}{75} = 20$ PS.

70. $L_n = 600 \cdot 1,5 = 900$ mkg/sec, $L_b = \frac{900}{0,8} = 1125$ mkg/sec,

$N = \frac{1125}{75} = 15$ PS.

71. $Q \cdot 20 = 20 \cdot 60 \cdot 3 \cdot 0,75 \cdot 0,8, \quad Q = 108\ m^3$.

72. $L_n = 3600 \cdot \frac{1,5}{10} = 540$ mkg/sec,

$L_b = \frac{540}{0,9} = 600$ mkg/sec,

$N = \frac{600}{75} = 8$ PS.

73. Die Umfangsgeschwindigkeit der Zahnräder ist

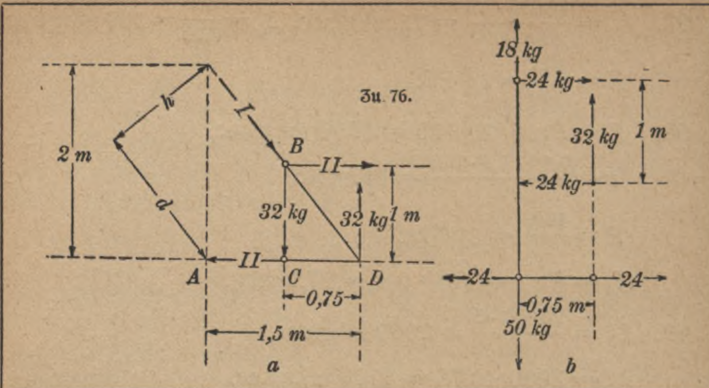
$$v = \frac{\pi \cdot 0,12 \cdot 900}{60} = 5,65 \text{ m/sec.}$$

$$Pv = 8 \cdot 75 \qquad P = \frac{8 \cdot 75}{5,65} = 106 \text{ kg.}$$

74. $M_d = \frac{12 \cdot 75}{w}, \quad w = \frac{\pi \cdot 300}{30} = \frac{31,4}{\text{sec}}. \quad M_d = \frac{900}{31,4} \sim 29$ mkg.

75. $R = 80$ kg.

$x = \frac{30 \cdot 4}{80} = 1,5$ m.




**76.** Die graphische Bestimmung siehe Figur. Für den Drehpunkt $A$ ist:

$$P_1 \cdot d = P_2 \cdot a = P_2 \cdot 1{,}5, \qquad d = \sqrt{2^2 - 1{,}2^2} = 1{,}6 \text{ m},$$

$$h = \frac{2 \cdot 1{,}5}{2{,}5} = 1{,}2 \text{ m}, \qquad P_2 = \frac{30 \cdot 1{,}6}{1{,}5} = 32 \text{ kg}.$$

Für die Komponenten $V_1$ und $H_1$ von $P_1$ gilt die Gleichung:

$V_1 : H_1 = 1{,}5 : 2 = 3 : 4,$

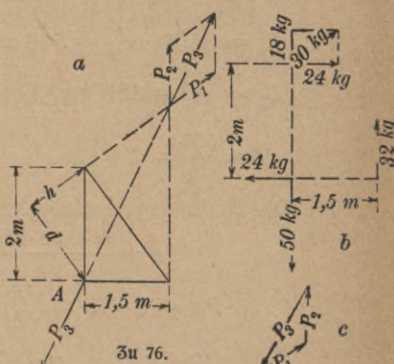
$V_1 = 18$ kg, $\quad H_1 = 24$ kg.

Die Komponenten von $P_3$ sind

$V_3 = 18 + 32 = 50$ kg,

$H_3 = 24$ kg,

$P_3 = \sqrt{50^2 + 24^2} = 55{,}4$ kg.




**77.** $R = \sqrt{(I - III)^2 + II^2}$

$= \sqrt{30^2 + 45^2} = 54$ kg.

Für den Drehpunkt $A$ gilt:

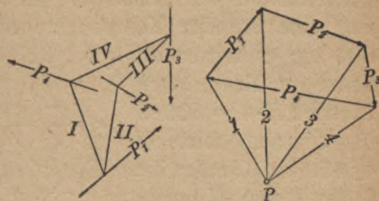
$Rx = Ia + IIb \cdot - III \cdot c,$

$$54 \cdot x = 60 \cdot 0{,}4 + 45 \cdot 0{,}4 - 30 \cdot 0{,}2,$$

$$= 36 \text{ mkg},$$

$$x = \frac{36}{54} = \frac{2}{3} \text{ m}.$$

**78.** Die Kraft $P_4$ ist die Schlußlinie des Kraftecks der vier Kräfte. Wird Punkt $P$ als Pol angenommen, werden dann die Strahlen 1 2 3 4 gezogen und hieraus das Seileck I II III IV gezeichnet, so muß $P_4$ durch den Schnittpunkt von I und IV gehen. Bei Annahme eines anderen Pols ergibt sich ein anderes Seileck, aber die Lage von $P_4$ gegen die anderen Kräfte bleibt dieselbe. Das Krafteck gibt die Größe und Richtung von $P_4$, das Seileck die Lage dieser Kraft an. Kräfte sind im Gleichgewicht, wenn Krafteck und Seileck geschlossen sind.




Zu 78.

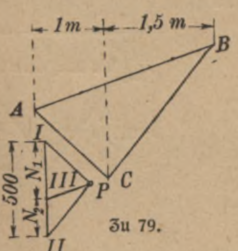
**79.** $N_1 + N_2 = 500$ kg. Für den linken Auflagerpunkt als Drehpunkt gilt: $N_2 \cdot 2{,}5 = 500 \cdot 1$, $N_2 = 200$ kg, $N_1 = 300$ kg. In beistehender Figur sind die Kräfte graphisch bestimmt. Es ist $AC \parallel PI$, $BC \parallel PII$, $PIII \parallel AB$.

**80.** $N_1 + N_2 = 500 + 800 = 1300$ kg,

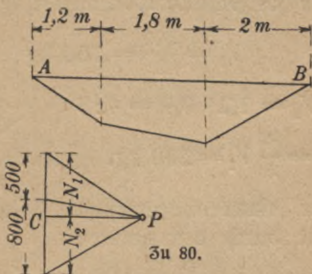
$$N_2 \cdot 5 = 500 \cdot 1{,}2 + 800 \cdot 3,$$
$$N_2 = 600 \text{ kg}, \; N_1 = 700 \text{ kg}.$$

**81.** $N_1 + N_2 = 500 + 750 = 1250$ kg,

$$N_2 \cdot 3 = 500 \cdot 1{,}2 + 750 \cdot 4{,}2,$$
$$N_2 = 1250 \text{ kg}, \; N_1 = 0.$$

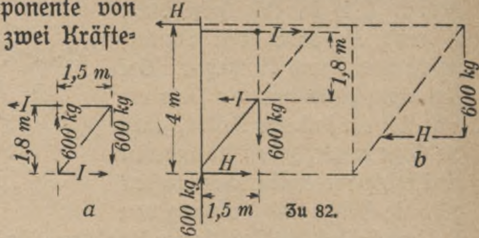



Zu 79.




Zu 80.

**82.** Die Reaktionen der Lager $A$ und $B$ halten der Last das Gleichgewicht. Die Reaktion $H$ des Lagers $A$ kann nur wagerecht wirken. Die Reaktion des Lagers $B$ hat eine wagerechte Komponente $H$ und eine lotrechte Komponente von 600 kg, es wirken also zwei Kräftepaare am Kran, deren Moment $H \cdot 4 = 600 \cdot 3$ ist. Hiernach wird $H = 450$ kg. Werden die Stäbe $I$ und $II$ durchschnitten, so müssen das Kräftepaar $I \cdot 1{,}8$ und die aufwärts gerichtete Kraft von 600 kg angebracht werden.




Zu 82.

$$I \cdot 1{,}8 = 600 \cdot 1{,}5,\quad I = 500 \text{ kg},\quad II = \sqrt{500^2 + 600^2} = 780 \text{ kg}.$$

An dem links vom Schnitt liegenden Stück wirken 3 Kräftepaare

$$I \cdot 1{,}8 + 600 \cdot 1{,}5 = H \cdot 4,$$
$$900 + 900 \qquad = 1800.$$

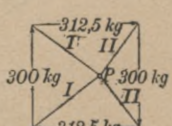
Die Stabkraft $I$ ist eine Zug-, Stabkraft $II$ eine Druckkraft. Die Säule $AB$ wird auf Druck und Biegung beansprucht.

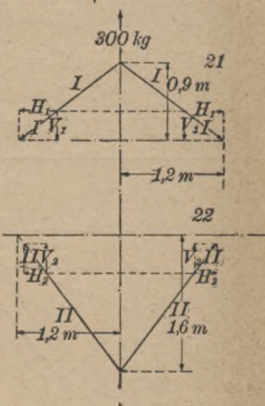
**83.** Wird durch den oberen Teil ein wagerechter Schnitt gelegt, so müssen, um das abgeschnittene Stück im Gleichgewicht zu halten, in den Schnittflächen die beiden Stabkräfte $I$ angebracht werden, die die Vertikalkomponenten $V_1$, die Horizontalkomponenten $H_1$ haben. Es ist

$$V_1 = \frac{300}{2} = 150 \text{ kg}$$

$$H_1 : V_1 = 1{,}2 : 0{,}9 = 4 : 3$$

$$H_1 = \frac{4}{3} V_1 = 200 \text{ kg}.$$



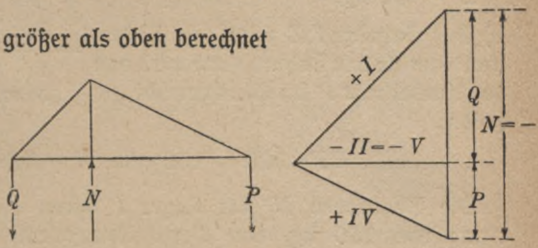

Zu 83.

Für einen wagerechten Schnitt durch den unteren Teil ergibt sich $V_2 = 150$ kg. $H_2 = \frac{3}{4} V_2 = 112{,}5$ kg. Dann wird $P = H_1 + H_2 = 312{,}5$ kg.

$\mathrm{I} = \sqrt{150^2 + 200^2} = 250$ kg. $\mathrm{II} = \sqrt{150^2 + 112{,}5^2} = 187{,}5$ kg.

Die vier äußeren Kräfte bilden ein Rechteck. Werden durch dessen Ecken Parallele zu den Stäben gezogen, so schneiden sich diese im Pol $P$ und die Strecken sind die Stabkräfte. Wird ein fünfter Stab zugefügt, der die beiden Angriffspunkte der Kräfte $P$ verbindet, so nimmt dieser Stab die Kraft $P$ auf. Diese Verbindung behält ihre Form ohne die äußere Kraft $P$.

Wird die Kraft $P$ größer als oben berechnet wurde, so erweitert sich die Verbindung nach beiden Seiten, die oberste und die unterste Ecke nähern sich bis wieder Gleichgewicht besteht.



Zu 84.

**84.** Die Lösung ist aus der Figur ersichtlich. Es wird

$$Q = 120 \text{ kg}. \quad P = 60 \text{ kg}.$$

$$\mathrm{II} = Q = 120 \text{ kg}. \qquad \mathrm{I} = \sqrt{2 \cdot 120^2} = 120\sqrt{2} \text{ kg}.$$

$$\mathrm{III} = P + Q = 180 \text{ kg}. \quad \mathrm{IV} = \sqrt{120^2 + 60^2} = 60\sqrt{5} \text{ kg}.$$

$$\mathrm{V} = \mathrm{II} = 120 \text{ kg}. \qquad N = 180 \text{ kg (Lagerdruck)}.$$

**85.** Die Kräfte $P$ und $T$ sind die äußeren, auf den Kreuzkopf wirkenden Kräfte, die im Gleichgewicht sind, wenn ihre Resultante senkrecht zur Führung steht. Es ist $T = \frac{P}{\cos 20^0} = 852$ kg,

$$N = P \operatorname{tg} 20^0 = 290 \text{ kg}.$$

**86.** Die Resultante von $G$ und $P$ muß in die Richtung des Radius fallen.

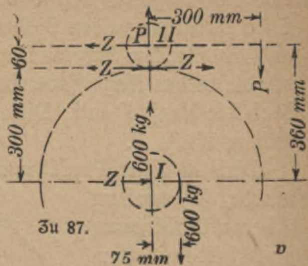
$$P = \frac{G}{\operatorname{tg} \alpha}. \quad \text{a) } P = 29 \text{ kg, b) } P = 50 \text{ kg}.$$

**87.** Die Zahnraddurchmesser der Winde seien $D = 600$ mm, $d = 120$ mm, der Trommeldurchmesser $d_1 = 150$ mm, Kurbellänge $l = 300$ mm, die Last $Q = 600$ kg.

Die Winde besteht aus zwei einfachen Maschinen. Die Trommel und das große Zahnrad bilden die erste, das kleine Zahnrad und die Kurbel die zweite Maschine.

a) der Zahndruck $Z$ wirkt als Kraft am großen Zahnrad und hält $Q$ das Gleichgewicht $Z \cdot 300 = 600 \cdot 75$, $Z = 150$ kg.

b) Der Zahndruck $Z$ wirkt als Widerstand am kleinen Zahnrad und wird von der Kurbelkraft $P$ im Gleichgewicht gehalten.



Zu 87.

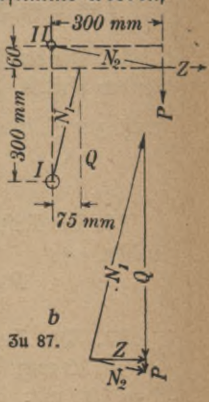
$$P \cdot 300 = 150 \cdot 60,\ P = 30 \text{ kg}.$$

Die Reaktionen $N_1$ der Lager $I$ haben eine Horizontalkomponente von 150 kg, eine Vertikalkomponente von 600 kg. Die Komponenten der Reaktionen $N_2$ der Lager $II$ betragen 150 kg und 30 kg.

An der ganzen Maschine wirken $Q$, $P$, $N_1$ und $N_2$, die sich zu drei im Gleichgewicht stehenden Kräftepaaren zusammensetzen lassen.

$$30 \cdot 300 + 600 \cdot 75 = 150 \cdot 360.$$

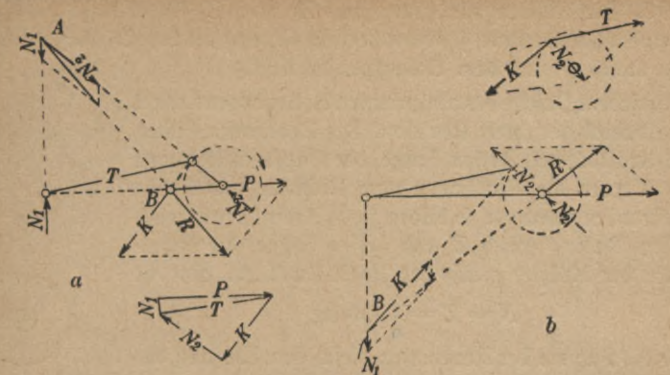
$Q$ ist nach Richtung und Größe, $P$ der Richtung nach gegeben, die Richtungen von $N_1$ und $N_2$ können nach Satz XIII bestimmt werden, und $Z$, $N_2$ durch $II$ und durch den Schnittpunkt der Richtungen von $N_1$ geht durch $I$ und durch den Schnittpunkt der Richtungen von $Q$ $Z$ und $P$. Die Kräfte $Q$, $P$, $N_1$ und $N_2$ bilden ein geschlossenes Viereck bzw. Dreieck. $Z$ ist eine innere Kraft. (Fig. 87 b.) Bei dieser Rechnung sind keine Reibungsverluste berücksichtigt.



Zu 87.

**88.** An dem Kurbelmechanismus wirken die Stangenkraft $P$, der Kurbelwiderstand $K$, die Reaktion $N_1$ der Kreuzkopfführung und die Reaktionen $N_2$ der Kurbelwellenlager.

Der Mechanismus besteht aus zwei einfachen Maschinen, dem Kreuzkopf und der Kurbel.




Zu 88.

a) Am Kreuzkopf wirken die Kraft $P$ und die Schubstangenkraft $T$. Diese Kräfte sind im Gleichgewicht, wenn ihre Resultante $N_1$ senkrecht zur Kreuzkopfführung steht.

b) An der Kurbel wirken $T$ und $K$, deren Resultante $N_2$ durch den Kurbeldrehpunkt gehen, also mit der Kurbel zusammenfallen muß.

Der Mechanismus kann auch als eine Maschine angesehen werden, an der die äußeren Kräfte $P K N_1 N_2$ wirken. $T$ ist die innere Kraft. $N_1$ und $N_2$ schneiden sich in $A$, $K$ und $P$ in $B$, die Linie $AB$ ist die Richtung der Resultante.

$P$ und $N_2$ schneiden sich im Kurbeldrehpunkt, $N_1$ und $K$ in $B$. Die Verbindungslinie des Drehpunktes mit $B$ ist die Resultantenrichtung (Fig. 88 b).

Bei allen Bestimmungen muß entweder $P$ oder $K$ gegeben sein. Es ist noch eine dritte Lösung möglich.

**89.** Die im Seil wirkende Zugkraft ändert mit dem Seil ihre Richtung, die in den Seilstücken wirkenden Zugkräfte $Z_1 Z_2$ usw. unterscheiden sich, wenn von den Zapfenwiderständen abgesehen wird, nur durch ihre Richtungen voneinander.

$Z_3$ ist aber die Resultante von $Z_2$ und der Zapfenreaktion $N_1$. Ist $N_1 = Z = 1000$ kg, so wirkt auf jeden der beiden Rollenzapfen ein Druck von 500 kg.

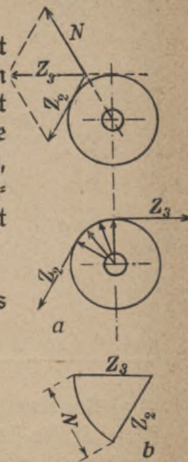
**90.** Die Richtungsänderung von $Z_2$ nach $Z_3$ findet nicht plötzlich in einem Punkte statt, sondern verteilt sich auf die Strecke, die zwischen dem Auflauf- und dem Ablaufpunkte liegt.

In jedem Punkte des umspannten Rollenbogens wirkt eine radial gerichtete Reaktion. Die Reaktionen bilden ein Kraftbüschel, dessen Spitze der Zapfenmittelpunkt ist. Werden die Reaktionen nach Richtung und Größe aneinander getragen, so bilden sie $^1/_6$ Kreis (Kraftkreis), dessen Radius gleich $Z$ und dessen Sehne, die Resultante der Kräfte, gleich der Reaktion $N$ ist. Hier ist

$$N = Z = 1000 \text{ kg}$$

und die Summe der Reaktionen gleich dem Umfang des Kreisbogens

$$S = \frac{\pi}{3} \cdot 1000 = 1046 \text{ kg}.$$

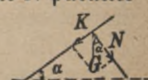


Zu 90.

**91.** $P = 50 \cdot 0{,}2 = 10$ kg.

**92.** $W = 75 \cdot 0{,}2 = 15$ kg.

**93.** Das Gewicht $G$ kann in zwei Komponenten $K$ und $N$ parallel und senkrecht zur schiefen Ebene zerlegt werden

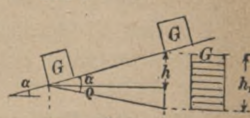



$$K = G \sin \alpha, \quad N = G \cos \alpha.$$

Das Gewicht bleibt stehen, wenn $K = N\mu$, $\dfrac{K}{N} = \dfrac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha = \mu$.

Das Gewicht bleibt stehen, wenn der Neigungswinkel $\alpha$ gleich oder kleiner als der Reibungswinkel $\rho$ ist.

**94.** Zum Heben des Gewichts ist eine Arbeit $A_1 = G \cdot s$, zur Überwindung der Reibung $A_2 = G \cos \alpha \cdot \mu \cdot \alpha = G \cdot b \cdot \mu$ erforderlich.



Zu 94.

Also ist die ganze Arbeit $A = G\,(s + b \cdot \mu)$. Der Wirkungsgrad ist

$$\eta = \frac{G \cdot s}{G\,(s + b\mu)} = \frac{s}{s + b \cdot \mu}\cdot \quad \text{Nach der Figur } \eta = \frac{h}{h_1}\cdot$$

**95.** $A = 100\,(2 + b \cdot 0{,}2)$, $\qquad A = 598$ mkg,

$$b = \sqrt{20^2 - 2^2} = 19{,}9 \text{ m}, \qquad \eta = \frac{100 \cdot 2}{598} = 0{,}33.$$

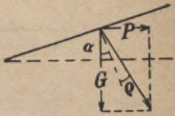
**96.** Die Schraubenfläche ist eine um einen Zylinder gewickelte schiefe Ebene. Das Gewicht $G$ dreht die Spindel abwärts, wenn der Steigungswinkel der Spindel $\alpha > \rho$ ist.

**97.** a) Die Komponenten von $G$ sind $G\cos\alpha$ und $G\sin\alpha$, die Komponenten von $P$, $P\sin\alpha$ und $P\cos\alpha$. Die Arbeitsgleichung lautet:

$$Pb = G \cdot s + G \cdot \cos\alpha \cdot \mu \cdot a + P\sin\alpha \cdot \mu \cdot a,$$

$$P = G \cdot \frac{s + \mu b}{b - \mu s} = G \cdot \frac{\mu + \frac{s}{b}}{1 - \mu \cdot \frac{s}{b}},$$

$$P = G \cdot \operatorname{tang}(\alpha + \rho).$$



Zu 97.

b) Die Resultante von $P$ und $G$ bildet mit der Normalen zur schiefen Ebene den Winkel $\rho$, daher ist

$$P = G \cdot \operatorname{tang}(\alpha + \rho), \qquad \eta = \frac{\operatorname{tang}\alpha}{\operatorname{tang}(\alpha + \rho)}.$$

**98.** $Pa = Qr \cdot \operatorname{tang} \cdot (\alpha + \rho), \qquad \operatorname{tang}\alpha = \frac{10}{3{,}14 \cdot 40} = 0{,}08,$

$$\operatorname{tang}\rho = 0{,}1, \qquad \operatorname{tang}(\alpha + \rho) \sim 0{,}18,$$

$$Q = 1000 \text{ kg}.$$

Wirkt keine Reibung, so ist

$$Q_1 = 2250 \text{ kg}, \quad \text{daher } \eta = \frac{1000}{2250} = 0{,}44.$$

**99.** Die ganze Reibungskraft ist

$$W = Q\mu \cdot \frac{\pi}{2} = 2400 \cdot 0{,}05 \cdot 1{,}57 \sim 180 \text{ kg}.$$

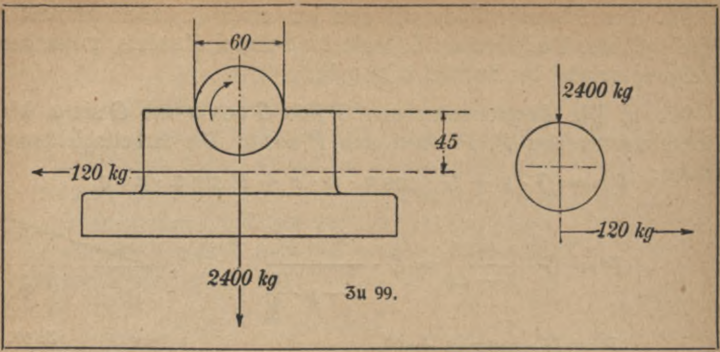
$$v = \pi \cdot \frac{0{,}06 \cdot 180}{60} \sim 0{,}56 \text{ m/sec}.$$

$$L_r = 180 \cdot 0{,}56 \sim 100 \text{ mkg}.$$

Die Summe der Drehmomente der Zapfenreibung ist

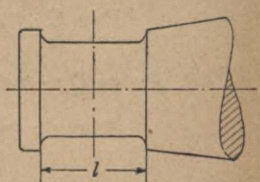
$$W \cdot r = 180 \cdot 30 = 5400 \text{ mmkg}.$$

Die Resultante der Reibungskräfte ist wagerecht gerichtet und beträgt $Q\mu = 2400 \cdot 0{,}05 = 120$ kg; daher ist ihr Arm $a = \frac{5400}{120} = 45$ mm. Dreht sich der Zapfen rechts herum, so wirkt an dem

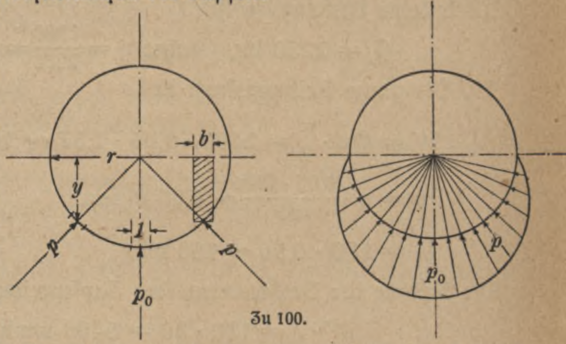



Zu 99.

Lager ein durch den Mittelpunkt gehender Vertikaldruck von 2400 kg und im Abstand 45 mm vom Mittelpunkt eine wagerechte von rechts nach links wirkende Kraft von 120 kg. Auf den Zapfen wirkt ebenfalls ein Vertikaldruck von 2400 kg und eine linksdrehende Kraft von 120 kg bzw. ein Drehmoment $120 \cdot 45 = 5400$ mmkg.




**100.** Hier wird angenommen, daß der Normaldruck auf ein Flächenteilchen des Zapfens proportional der Horizontalprojektion des Flächenteilchens ist. Demnach ist der Normaldruck pro qmm an der untersten Stelle am größten, er nimmt nach oben hin ab und wird beim horizontalen Durchmesser gleich Null.




Zu 100.

Ist der Druck pro qmm an der untersten Stelle gleich $p_0$ kg, so wirkt dort auf einen Flächenstreifen von 1 mm Breite und $l$ mm Länge ($l$ Zapfenlänge) ein Druck von $p_0 \cdot l$ kg. Wirkt an beliebiger Stelle ein Normaldruck $p$ kg/mm², so wirkt auf einen ebenso großen Streifen wie vorhin ein Normaldruck von $p \cdot l$ kg und es ist:

$$p : p_0 = b : 1, \qquad p = p_0 b.$$

$$pl = p_0 \cdot b \cdot l.$$

Der veränderliche Druck $p$ ist in beistehender Figur dargestellt.

Es ist aber $$b : 1 = y : r, \qquad b = \frac{y}{r}.$$

$$pl = p_0 \cdot \frac{y}{r} \cdot l.$$

Die lotrechte Komponente des Normaldrucks im untersten Punkte ist gleich $p_0 l$ und an einer beliebigen Stelle ist dieselbe gleich $p_1 l$.

$$p_1 : p = b : 1. \qquad p_1 = b \cdot p.$$

$$p_1 \cdot l = b \cdot p \cdot l = b \cdot \frac{y}{r} \cdot l \cdot p_0.$$

Es ist aber $by = f$, gleich dem Inhalt des schraffierten Rechtecks $p_1 l = fl \cdot \frac{p_0}{r}$.

Die Summe der Inhalte aller Rechtecke $f$ ist gleich dem Inhalte der halben Kreisfläche. Demnach wird der ganze lotrechte Druck

$$Q = \frac{\pi r^2}{2} \cdot l \cdot \frac{p_0}{r} = \frac{\pi r}{2} \cdot l \cdot p_0.$$

$$p_0 = \frac{2 \cdot Q}{l \cdot \pi r}, \qquad p = p_0 b \cdot 1 = \frac{2Qb \cdot 1}{l\pi r}, \qquad p = \frac{2Qy \cdot 1}{l\pi r^2}.$$

Demnach wird der ganze Normaldruck $S$ gleich dem Produkte aus $\frac{2Q \cdot l}{l\pi r^2}$ und der Summe der Produkte $y \cdot 1$. Diese Summe ist gleich dem statischen Moment der Halbkreislinie bezogen auf den Durchmesser, also gleich $2r^2$. Hiernach wird

$$S = \frac{2Q}{\pi r^2} \cdot 2r^2 = \frac{4Q}{\pi} \quad \text{und die Reibung} \quad W = \frac{4Q}{\pi}\mu.$$

Bei dem gegebenen Zapfen wird

$$W = \frac{4 \cdot 2400}{3{,}14} \cdot 0{,}05 \cdot \sim 153 \text{ kg},$$

das Moment der Reibung gleich $153 \cdot 40 = 6120$ mmkg, die wagerechte Resultante der Reibung $Q\mu = 2400 \cdot 0{,}05 = 120$ kg, ihr Arm $a = \frac{6120}{120} \sim 51$ mm.

$$L_r = \frac{153 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}08 \cdot 180}{60} = 115 \text{ mkg/sec.}$$

**101.** Es ist $S = 146$ kg, $W = S\mu = 104{,}6$ kg.
Beträgt der Rollenhalbmesser 120 mm, so wird

$$Z_1 - Z_2 = \frac{104{,}6 \cdot 30}{120} = 26{,}15 \text{ kg.}$$

**102.** Die mittlere Geschwindigkeit der Zapfen-Stützfläche ist

$$v = \frac{2}{3} \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}06 \cdot 150}{60} = 0{,}314 \text{ m/sec,}$$

$$L_r = 800 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}314 = 25{,}12 \text{ mkg/sec.}$$

**103.** Für die Reaktionen $H$ der Führung gilt:

$$H \cdot 1 = 500 \cdot 0{,}4,\quad H = 200 \text{ kg,}$$

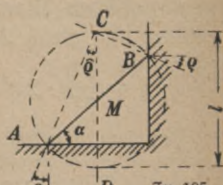
$$P = 500 + 2 \cdot 200 \cdot 0{,}1 = 540 \text{ kg.}$$

**104.** Die Reibung am Umfang der Bremsscheibe ist $W = 150 \cdot \frac{d}{D} = 36$ kg. Der erforderliche Normaldruck zwischen Bremsbacke und Scheibe $N = \frac{W}{\mu} = 180$ kg. Für die Hebelkraft gilt die Gleichung:

$$P \cdot 800 = 180 \cdot 120 + 36 \cdot 60,$$

$$P = 30 \text{ kg.}$$

**105.** Es wird ein Kreis gezeichnet, dessen Durchmesser gleich der Stablänge $l$ ist und der lotrechte Durchmesser $CD$ gezogen. An $CD$ wird in $C$ der Winkel $\rho$ angetragen, dessen Schenkel den Kreis in $A$ schneidet. $AMB$ ist die Lage des Stabes. $AC$ und $BC$ sind die Richtungen der Reaktionen der Stützflächen. Aus der Figur ergibt sich $\tan \alpha = \cot 2\rho$.

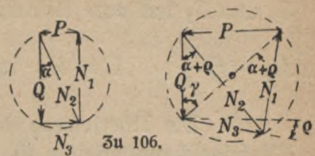


Zu 105.

**106.** An der Keilverbindung wirken die äußeren Kräfte $Q$, $P$, $N_1$ und $N_3$. Die beiden letzten sind die Reaktionen der Führungen. Die

Kraft $N_2$ ist als Reaktion des Keilrückens eine innere Kraft. Wirkt keine Reibung, so stehen die Kräfte $N_1 N_2 N_3$ senkrecht auf den Führungsflächen. Die Kräftefigur ist ein Rechteck und es wird

$$P = Q \operatorname{tang} \alpha.$$



Zu 106.

Wirkt Reibung, so drehen sich die Richtungen der Reaktionen um den Winkel $\rho$. $N_1$ und $N_3$ drehen sich in demselben Sinne, bleiben also senkrecht zueinander stehen, $N_2$ bildet jetzt mit $Q$ den Winkel $\alpha + \rho$. Die Figur wird ein Viereck mit zwei rechten Winkeln.

Es ergibt sich $\gamma = \alpha + 2\rho$, $P = Q \operatorname{tang}(\alpha + 2\rho)$.

**107.** $M_d = 1800 \cdot 0{,}15 \cdot 0{,}6 = 162$ mkg,

$Z = 1800 \cdot 0{,}15 = 270$ kg.

**108.** Das über die feststehende Rolle laufende Seil reibt sich an der Rolle, die Kraft $P$ hat die Last zu heben und die Reibung zu überwinden. Zur Berechnung der Seilreibung dient die Formel

$$P = Q e^{\mu\alpha},$$

wo $e = 2{,}718\ldots$, $\mu$ der Reibungskoeffizient und $\alpha$ die umlegte Bogenlänge für den Radius 1 ist.

Den Wert „$e^{\mu\alpha}$" findet man für verschiedene $\mu$ und $\alpha$ in Tabellen angegeben. Wird hier $e^{\mu\alpha} = 2$ angenommen, so wird

$$P = 100 \cdot 2 = 200 \text{ kg}.$$

**109.** Im vorigen Beispiel bewegt sich das Seil über die feste Rolle, hier dreht sich die Rolle gegen das Seil, die relative Bewegung des Seiles gegen die Rolle ist in beiden Fällen dieselbe. Hier hat $G$ und die Seilreibung der Last das Gleichgewicht zu halten, deshalb muß $G = \frac{200}{2} = 100$ kg sein. Wird $G$ etwas größer, so wird die Last gehoben.

**110.** Die Riementriebkraft ist $P = \frac{6 \cdot 75}{10} = 45$ kg. Der Riemen wird bei der Montage mit einer Spannung $S_0$ auf die Scheiben gelegt. Wird nun die Antriebscheibe gedreht, so wächst die Spannung im ziehenden Riemen auf $S_1$ und fällt im gezogenen Riemen auf $S_2$. Es ist dann $S_1 + S_2 = 2 S_0$, $S_1 - S_2 = P = 45$ kg. Wenn nun

$S_1 = 2 S_2$ ist, wird $S_1 = 90$ kg, $S_2 = 45$ kg. Der Druck auf die Welle ist $Q = 45 + 90 = 135$ kg. Der Druck $Q$, die Resultante von $S_1$ und $S_2$ hat vom Mittelpunkt den Abstand $\frac{d}{6}$, daher ist

$$M_d = Q\,\frac{d}{6}, \qquad L = M_d \cdot w = Q\,\frac{d}{6} \cdot \frac{10 \cdot 2}{d}, \qquad L = 450 \text{ mkg/sec.}$$

**111.** Die Übersetzung der Zahnräder bzw. das Verhältnis der Winkelgeschwindigkeiten ist

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}.$$

Daher wird die Riemenkraft

$$P = \frac{500 \cdot 0{,}06}{0{,}25} \cdot \frac{1}{5} = 24 \text{ kg.}$$

Die Riemenspannungen

$$S_1 = 48 \text{ kg}, \quad S_2 = 24 \text{ kg.}$$

**112.** $v_1 = \dfrac{\pi \cdot 0{,}4 \cdot 120}{60} = 2{,}5$ m/sec,

$$v_2 = \frac{6}{4} \cdot 2{,}5 = 3{,}75 \text{ m/sec,}$$

$$P_1 = \frac{4 \cdot 75}{2{,}5} = 120 \text{ kg}, \quad P_2 = 80 \text{ kg.}$$

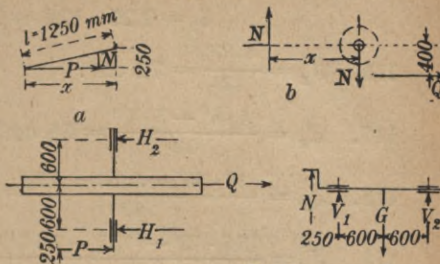
Am linken Wellenende wirkt eine aufwärts gerichtete Kraft $Q_1 = 3 P_1 = 360$ kg, am rechten Ende eine abwärts gerichtete Kraft $3 P_2 = 240$ kg. Es werden $N_1 = 440$ kg; $N_2 = 320$ kg; $L_r = 760 \cdot \mu \cdot v = 14{,}4$ mkg/sec.

**113.** Als äußere Kraft sind $P$ und die Resultante $Q$ der Riemenspannungen anzusehen. Die Kraft $P$ ruft in der Kreuzkopfführung eine Reaktion $N$ hervor, für welche gilt:

$$N : P = 250 : x, \qquad x = \sqrt{1250^2 - 250^2} = 1225 \text{ mm,}$$

$$N = P \cdot \frac{250}{x}, \quad N = 204 \text{ kg.}$$

Werden in der Mittellinie des Kurbelzapfens zwei lotrecht, aber entgegengesetzt gerichtete Kräfte $N$ angebracht, so bildet die abwärts gerichtete Kraft $N$ mit der Reaktion $N$ der Führung ein Kräftepaar; außerdem wirkt an der Welle die aufwärts gerichtete Kraft $N$. Das Drehmoment des Kräftepaares $M_d = N \cdot x = 204 \cdot 1{,}225 = 250$ mkg ist das augenblickliche Drehmoment der Maschine und gleich dem Drehmoment des Riementriebs




Zu 113.

$$\frac{Q \cdot 2{,}4}{6} = Q \cdot 0{,}4$$

$$= 250 \text{ mkg},$$

$$Q = 625 \text{ kg}, \qquad S_1 = 417 \text{ kg}, \qquad S_2 = 208 \text{ kg}.$$

Die wagerechten Kräfte $Q$ und $P$ rufen die Lagerreaktionen $H_1$ und $H_2$, die Kräfte $N$ und $G$ die Reaktionen $V_1$ und $V_2$ hervor

$$H_2 \cdot 1200 = 625 \cdot 600 - 1000 \cdot 250,$$

$$H_1 = 1522 \text{ kg}, \quad H_2 = 104 \text{ kg},$$

$$V_2 \cdot 1200 = 1200 \cdot 600 + 204 \cdot 250,$$

$$V_2 = 643 \text{ kg}, \quad V_1 = 357 \text{ kg}.$$

Hieraus können die resultierenden Reaktionen $N_1$ und $N_2$ bestimmt werden.

114. a) $S_1 + S_2 = 2 \cdot 225 = 450$ kg, $\quad 3\,S_2 = 450$ kg,
$S_2 = 150$ kg, $S_1 = 300$ kg, $Pv = 150 \cdot 10 = 1500$ mkg/sec,
$N = 20\ PS$.

b) $\quad Pv = \frac{3}{5} \cdot 1500 = 900$ mkg/sec, $\quad P = \frac{900}{10} = 90$ kg.

$$\begin{aligned} S_1 - S_2 &= \phantom{0}90 \text{ kg}, \\ S_1 + S_2 &= 450 \text{ kg}, \\ \hline 2\,S_1 \phantom{+S_2} &= 540 \text{ kg}. \end{aligned} \qquad S_1 = 270 \text{ kg}. \qquad S_2 = 180 \text{ kg}.$$

Der Achsendruck ist in jedem Falle gleich 450 kg.

115. $$S_1 - S_2 = \frac{400 \cdot 150}{400} = 150 \text{ kg}.$$

$$S_1 = 2{,}25 \cdot S_2.$$

$(2{,}25 - 1)\,S_2 = 150, \qquad S_2 = \frac{150}{1{,}25} = 120 \text{ kg}.$

$$S_1 = 2{,}25 \cdot 120 = 270 \text{ kg}.$$

**116.** $J_x = \frac{4 \cdot 6^3}{12} = 72 \text{ cm}^4.$

**117.** $J_x = \frac{4 \cdot 6^3 - 3 \cdot 4^3}{12} = 56 \text{ cm}^4.$

**118.** $J_x = \frac{10 \cdot 30^3 - 9(30 - 3{,}2)^3}{12} = 8063 \text{ cm}^4.$

**119.** $J_x = \frac{15{,}5 \cdot 40^3 - (15{,}5 - 1{,}44)\,(40 - 2 \cdot 2{,}16)^3}{12}$

$$= \frac{992000 - 14{,}06 \cdot 45426{,}4^3}{12} = 29440 \text{ cm}^4.$$

**120.** $J_x = \frac{bh^3}{24}.$

**121.** $J_x = \frac{bh^3}{24} - \frac{bh}{2} \cdot \left(\frac{h}{6}\right)^2 = \frac{bh^3}{36}.$

**122.** $J = \frac{bh^3}{36} + \frac{bh}{2} \cdot \left(\frac{h}{3}\right)^2 = \frac{bh^3}{12}.$

**123.** $J = \frac{bh^3}{36} + \frac{bh}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}h\right)^2 = \frac{bh^3}{4}.$

$J$ ist hier gleich dem statischen Moment der in Aufgabe 46 gefundenen Pyramide

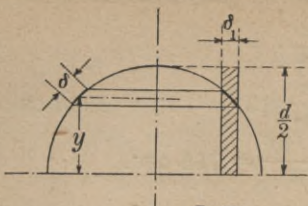
$$J = bh \cdot \frac{h}{3} \cdot \frac{3}{4}h = \frac{bh^3}{4}.$$

**124.** $J_y = \frac{h}{12} \cdot (b_1^3 + b_2^3) - e^2 \cdot F, \quad e = \frac{b_1 - b_2}{3}.$

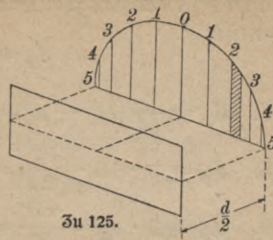
$$J_y = \frac{h}{36}\,[b_1^3 + b_2^3 + 2b_1 b_2 (b_1 + b_2)].$$

Ist $\quad b_1 = b_2 = \frac{b}{2}$, so wird $\quad J_y = \frac{hb^3}{48}.$

**125.** Das statische Moment eines Bogenstückes $\delta$ für den Durchmesser ist $\delta y = \delta_1 \cdot \frac{d}{2}$ (vgl. 43), also gleich dem Inhalt des schraffierten Rechtecks. Das Trägheitsmoment von $\delta$ ist $\delta y^2 = \delta_1 y \cdot \frac{d}{2}$,



Zu 125.



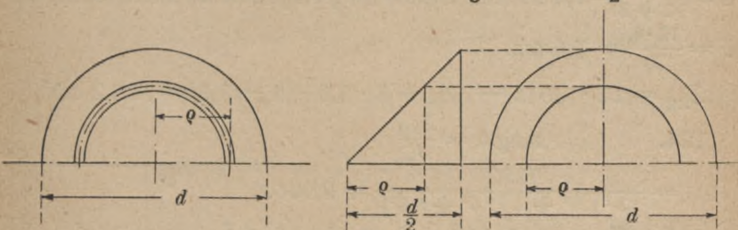
Zu 125.

also gleich dem statischen Moment der in der zweiten Figur schraffierten Fläche für die im Abstande $\frac{d}{2}$ gezeichnete Ebene.

Das Trägheitsmoment der Halbkreislinie ist gleich dem statischen Moment der Halbkreisfläche für diese Ebene

$$J = \frac{\pi d^2}{8} \cdot \frac{d}{2} = \frac{\pi d^3}{16}.$$

**126.** Die Halbkreisfläche wird in Halbkreisringe zerlegt. Das Trägheitsmoment eines Ringes von der kleinen Breite δ und dem Radius ρ ist gleich dem statischen Moment eines im Abstande ρ von der Ebene gelegenen Zylinderstückes mit der Grundfläche $\frac{\pi \rho^2}{2}$ und der Höhe δ. Die sich für die einzelnen Ringe ergebenden Zylinderflächen bilden einen Halbkreiskegel, die Grundfläche ist $\frac{\pi d^2}{8}$, die Höhe $\frac{d}{2}$. Das statische Moment dieses Kegels für die Spitze ist gleich dem Trägheitsmoment der Halbkreisfläche.



Zu 126.

$$\frac{J}{2} = \frac{\pi d^2}{8} \cdot \frac{d}{6} \cdot \frac{3}{4} \frac{d}{2} = \frac{\pi d^4}{128}.$$

Demnach ist das Trägheitsmoment der ganzen Kreisfläche für einen Durchmesser

$$J_x = \frac{\pi d^4}{64}.$$

127. $J_x = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4) = \frac{\pi}{64}(15^4 - 10^4) = 1993 \text{ cm}^4.$

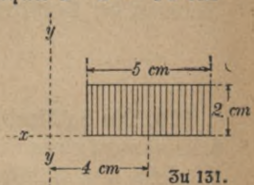
128. $J_p = \pi \cdot 10 \cdot \left(\frac{10}{2}\right)^2 = \frac{\pi \cdot 10^3}{4} = 785 \text{ cm}^3.$

129. $J_p = 2 \cdot J_x = \frac{\pi d^4}{32} = 980 \text{ cm}^4.$

130. $J_p = 2 \cdot 1990 = 3980 \text{ cm}^4.$

131. $J_{xy} = 2 \cdot 4 \cdot 5 = 40 \text{ cm}^3.$

a) Geometrisch läßt sich das statische Moment der Strecke für die $x$-Achse durch ein Rechteck darstellen, dessen Inhalt $2 \cdot 5 = 10 \text{ cm}^2$ ist. Das statische Moment des Rechtecks für die $y$-Achse ist das Zentrifugalmoment der Strecke $Z_{xy} = 10 \cdot 4 = 40 \text{ cm}^3$.



Zu 131.

b) Das statische Moment der Strecke für die $y$-Achse ist ein Trapez, dessen Inhalt $1{,}5 \cdot 5 + \frac{5 \cdot 5}{2} = 20 \text{ cm}^2$. Dieses Trapez liegt senkrecht zur $xy$-Ebene im Abstande von 2 cm. $Z_{xy} = 20 \cdot 2 = 40 \text{ cm}^3$.

132. $Z_{xy} = \pi \cdot 10 \cdot 4 \cdot 8 = 1004{,}8 \text{ cm}^3.$

133. Der Abstand der $x$-Achse von der wagerechten Strecke ist $a = \frac{8 \cdot 4}{12 + 8} = 1{,}6 \text{ cm}$, der Abstand der $y$-Achse von der lotrechten Strecke $b = \frac{12 \cdot 6}{20} = 3{,}6 \text{ cm}$.

$$Z_{xy} = 12 \cdot 1{,}6\,(6 - 3{,}6) + 8 \cdot 3{,}6 \cdot (4 - 1{,}6) = 115{,}2 \text{ cm}^3.$$

134. $$\operatorname{tang} \alpha = \frac{Z_{xy}}{J_x}$$

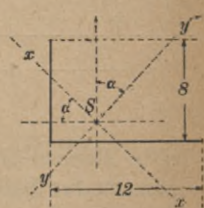
$$= \frac{115{,}2}{12 \cdot 1{,}6^2 + \frac{1}{3}(1{,}6^3 + 6{,}4^3)} = 0{,}906.$$

135. $Z_{xy} = 115 \text{ cm}^3, \quad J_x = 119{,}47 \text{ cm}^3.$

$$J_y = 8 \cdot 3{,}6^2 + \tfrac{1}{3}(3{,}6^3 + 8{,}4^3) = 316{,}8 \text{ cm}^3.$$

$$\operatorname{tang} 2\alpha = \frac{2 \cdot 115}{316{,}8 - 119{,}7} = 1{,}116.$$

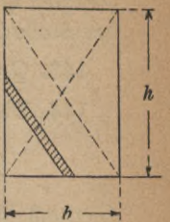
$$2\alpha = 48^0\,10', \quad \alpha = 24^0\,5'.$$



Zu 135.

**136.** $Z_{xy} = 3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 6 = 360\ \text{cm}^4$, $Z_{xy} = \frac{5^2 \cdot 3^2}{4} = 56{,}25\ \text{cm}^4$.

**137.** $Z_{xy} = \frac{\pi \cdot 10^2}{4} \cdot 6 \cdot 8 = 3770\ \text{cm}^4$.



Zu 138.

**138.** Der Winkel $\alpha$, den die zugeordnete Achse mit der Seite bildet, ergibt sich aus der Gleichung $\operatorname{tang}\alpha = \frac{b^2}{h^2} \cdot \operatorname{tg}\beta$. Ist $\operatorname{tang}\beta = \frac{h}{b}$, d. h. fällt die gegebene Achse mit der Diagonale zusammen, so wird $\operatorname{tang}\alpha = \frac{b}{h}$, die gesuchte Achse ist die andere Diagonale des Rechtecks, die Diagonalen sind zugeordnete Achsen des Rechtecks.

**139.**

$$\begin{aligned} F_1 &= 8 \cdot 1{,}2 = 9{,}6\ \text{cm}^2. \\ F_2 &= 10{,}8 \cdot 1{,}2 = 12{,}96\ \text{,,} \\ \hline F &= 22{,}56\ \text{cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_1 &= 9{,}6 \cdot 0{,}6 = 5{,}76\ \text{cm}^3. \\ M_2 &= 12{,}96 \cdot 6{,}6 = 85{,}536\ \text{,,} \\ \hline M &= 91{,}296\ \text{cm}^3. \end{aligned}$$

$$x = \frac{91{,}296}{22{,}56} \sim 4\ \text{cm}.$$

$$\begin{aligned} M_3 &= 9{,}6 \cdot 4 = 38{,}4\ \text{cm}^3 \\ M_4 &= 12{,}96 \cdot 0{,}6 = 7{,}78\ \text{,,} \\ \hline M &= 46{,}18\ \text{cm}^3. \end{aligned} \qquad y = \frac{46{,}18}{22{,}56} \sim 2\ \text{cm}.$$

$$J_x = \frac{1{,}2 \cdot 6^3}{3} + \frac{12 \cdot 2^3}{3} - \frac{10{,}8 \cdot 0{,}8^3}{3} = 116{,}6\ \text{cm}^4.$$

$$Z_{xy} = 10{,}8 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}4 \left(\frac{10{,}8}{2} + 2{,}8\right) + 8 \cdot 1{,}2 \cdot 3{,}4 \cdot 2 = 94{,}33\ \text{cm}^4.$$

**140.** $\operatorname{tang}\alpha = \frac{Z_{xy}}{J_x} = \frac{94{,}3}{116{,}6} \sim 0{,}81.$

**141.** $J_x = 116{,}6\ \text{cm}^4$. $J_y = \frac{1}{3}(1{,}2 \cdot 8^3 + 8 \cdot 4^3 - 8 \cdot 2{,}8^3)$
$= 317\ \text{cm}^4$. $Z_{xy} = 94{,}33\ \text{cm}^4$.

$$\operatorname{tang} 2\alpha = \frac{2 \cdot 94{,}33}{317 - 116{,}6} = 0{,}943.$$

$$2\alpha = 43^0 20', \qquad \alpha = 21^0 40'.$$

**142.** Der Querschnitt ist $F = (10 + 9) \cdot 1 = 19\ \text{cm}^2$. Die Tragfähigkeit $Q = 19 \cdot 1000 = 19000$ kg. Die Kraftrichtung muß mit der Stabachse zusammenfallen.

**143.** $Q = \frac{\pi}{4} \cdot 3^2 \cdot 100 = 7{,}06 \cdot 100 \sim 700$ kg.

**144.** Die Kette trägt in zwei Querschnitten

$$Q = 2 \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot k_z = 1{,}570 \cdot 600 \sim 1000\ \text{kg}.$$

Hiernach ist die Tragfähigkeit einer 5 mm starken Kette

$$Q = \tfrac{1000}{4} = 250\ \text{kg},$$

die Tragfähigkeit einer 20 mm starken Kette $Q = 4 \cdot 1000 = 4000$ kg.

**145.** Der Kernquerschnitt ist nach der Schraubentabelle

$$F = 3{,}57\ \text{cm}^2, \quad \text{daher} \quad Q = 3{,}57 \cdot 600 = 2145\ \text{kg}.$$

Die Reibung, welche die Verschiebung der Platten verhindert ist, wenn

$$\mu = 0{,}2, \quad W = 2145 \cdot 0{,}2 \sim 430\ \text{kg}.$$

**146.** Die Riementriebkraft ist $P = \frac{10 \cdot 75}{10} = 75$ kg, die größte Zugkraft im Riemen $S_1 = 2P = 150$ kg und die Spannung

$$k_z = \frac{150}{10 \cdot 0{,}6} = 25\ \text{kg/cm}^2.$$

Der Druck auf die Welle wird $3\,P = 225$ kg.

**147.** $P = \frac{8 \cdot 75}{15} = 40$ kg, $S_1 = 80$ kg, $k_z = \frac{80 \cdot 4}{\pi \cdot 3^2} = 11{,}4\ \text{kg/cm}^2$.

**148.** $P \cdot 15 = \frac{5 \cdot 0{,}5 \cdot 1000}{2} \cdot 15 = 1875$ mkg/sec.

$$N = \tfrac{1875}{75} = 25 \cdot PS.$$

**149.** $4 \cdot 0{,}2\,(2{,}7 - 1) \cdot K_z = 1000$,

$$k_z = \frac{1000}{0{,}8 \cdot 1{,}7} = 735\ \text{kg/cm}^2.$$

**150.** Die Reibung ist $W = Q + G$, wenn $Q$ der Lagerdruck, $G$ das Eigengewicht ist. Wird $G = 50$ kg angenommen, so wird

$$W = 5 \cdot 20 \cdot 4 + 50 = 450\ \text{kg}.$$

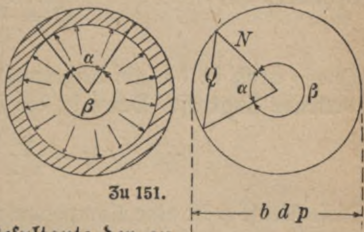
$$3Z = \frac{450}{0{,}2} = 2250 \text{ kg.} \quad Z = 750 \text{ kg.}$$

Wird $k_z = 480$ kg/cm² angenommen, so wird die Schraubenstärke

$$d = {}^5/_8{}''.$$

In den Ausführungen ist die Wandplattenfläche $F \sim 450$ cm², demnach ist der Druck $p = \frac{2250}{450} = 5$ kg/cm².

**151.** Die auf der Innenfläche des Ringes wirkenden Kräfte bilden nach Richtung und Größe aneinander getragen einen geschlossenen Kreis (vgl. Statik); die Resultante der an dem Bogen α wirkenden Kräfte ist gleich der Resultante der an dem Bogen β wirkenden. Diese äußeren Kräfte rufen in den Radialfugen normale Zugkräfte $N$ hervor, die gleich dem Radius des Kraftkreises sind



Zu 151.

$$N = \frac{b\,d\,p}{2}.$$

Die in jeder Radialfuge wirkende Kraft $N$ ist unabhängig von α. Die Normalspannung des Ringquerschnitts ist

$$k_z = \frac{N}{2b\delta} = \frac{b\,d\,p}{2b\delta} = \frac{d \cdot p}{2\delta}.$$

**152.** Die Normaldrucke $p$ auf die innere Rohrwand bilden einen Kraftkreis, dessen Radius gleich der in der Wandung wirkenden Zugkraft ist. Wird $b = 1$ cm genommen (s. vor. Aufgabe) so wird

$$N = \frac{50 \cdot 30}{2} = 750 \text{ kg}, \quad \delta = \frac{750}{600} = 1{,}25 \text{ cm.}$$

In der Ausführung ist die Wandstärke

$$\delta_1 = \delta + 0{,}2 \sim 1{,}5 \text{ cm.}$$

**153.** $k_z = \frac{7 \cdot 30}{2 \cdot 0{,}3} = 350$ kg/cm².

**154.** Hier wird $N = 2 \cdot 1 \cdot 500 = 1000$ kg der Radius des Kraftkreises

Die Summe der Normaldrucke zwischen Ring und Stab ist gleich dem Umfang des Kraftkreises $Q = 2\pi \cdot N = 6{,}28 \cdot 1000$ kg und die Reibung
$$W = Q\mu = 6{,}28 \cdot 1000 \text{ kg} \cdot 0{,}2 = 1256 \text{ kg}.$$

**155.** Der ganze Druck auf die Kugelfläche ist gleich dem Druck auf eine ebene Kreisfläche, deren Durchmesser gleich dem Durchmesser des Behälters ist
$$Q = \frac{\pi d^2}{4} \cdot p.$$

Ebenso groß ist die am Kugelrand in der Richtung der Behälterachse wirkende Zugkraft. Dann ist die Zugkraft pro lfcm
$$q = \frac{Q}{\pi d} = \frac{pd}{4}.$$

Diese Kraft $q$ ist eine Komponente der Kraft $z$, welche in der Kugelrichtung bzw. senkrecht zum Kugelradius wirkt. Diese Kraft pro lfcm ist
$$z = \frac{q}{\sin\alpha} = \frac{2qr}{d} = \frac{2pd \cdot r}{4 \cdot d} = \frac{pr}{2}.$$

Hiernach wird
$$k_z = \frac{pr}{2\delta},$$

wenn $\delta$ die Wandstärke der Kugel ist.

Die Komponente $h$ von $z$ ist $h = z \cos\alpha$
$$h = p\frac{(r-f)}{2}$$

wenn $f$ die Pfeilhöhe der Kugel ist.

**156.** Hier wird $k_z = \dfrac{10 \cdot 100}{2 \cdot 1{,}6} = 312{,}5 \text{ kg/cm}^2$

die Normalspannung der Kugelwand.
$$s = \frac{\frac{\pi}{4}d^2 \cdot p}{\pi d \delta} = \frac{pd}{4\delta} = \frac{10 \cdot 50}{4 \cdot 1{,}6} = 78 \text{ kg/cm}^2$$

ist die in der Achsenrichtung des Behälters wirkende Normalspannung des Mantels,
$$s_1 = \frac{dp}{2\delta} = \frac{50 \cdot 10}{2 \cdot 1{,}6} = 156 \text{ kg/cm}^2$$

die Ringspannung. Die Spannung des Mantels in der Achsenrichtung ist also gleich der halben Ringspannung.

Soll der Windkessel mit Schrauben befestigt werden, so ist die ganze Schraubenkraft

$$P = \frac{\pi \cdot 50^2}{4} \cdot 10 = 15\,700 \text{ kg}.$$

Eine Schraube von 1″ Stärke hat bei $K_z = 600$ kg/cm² eine Tragfähigkeit von 2150 kg, mithin sind $\frac{15\,700}{2\,150} \sim 8$ Schrauben erforderlich.

157. Der Druck ist

$$Q = \frac{\pi 10^2}{4} \cdot 5 = \frac{\pi}{4}(10^2 - 8{,}5^2)p$$

$$p = \frac{10^2 \cdot 5}{10^2 - 8{,}5^2} = \frac{500}{27{,}75} = 18 \text{ kg/cm}^2.$$

158. $\frac{\pi}{4}(1^2 - 0{,}84^2)8p = 2145$ kg.

$$p = 1166 \text{ kg pro Quadratzoll}$$

$$p_1 = \frac{1166}{6{,}45} = 180 \text{ kg/cm}^2.$$

159. $k_z = \frac{200}{2} = 100$ kg/cm².

Die Verlängerung ist $\lambda = \frac{100 \cdot l}{10000} = 15$ cm.

Die Arbeit $A = \frac{200 \cdot 15}{2} = 1\,500$ cmkg.

160. $A = \frac{s^2 V}{2E} = \frac{600^2}{2 \cdot 1000000} \cdot \frac{\pi}{4}(10^2 - 8^2) \cdot 2 = 10{,}15$ cmkg.

161. Ist $\lambda$ die Verkürzung des Stabes so ist die von dem Gewicht geleistete Arbeit

$$A_1 = 5000\,\lambda,$$

denn diese Arbeit läßt sich durch ein Rechteck darstellen, das die Seiten 5000 kg und $\lambda$ cm hat. Die Arbeit der inneren Kraft $Q$ kann durch ein Dreieck dargestellt werden, weil die innere Kraft gleichmäßig mit der Verkürzung wächst, es ist also

$$A_2 = \frac{Q\lambda}{2}.$$

Nun ist $A_2 = A$, $\frac{Q\lambda}{2} = 5000\,\lambda$, $Q = 10000$ kg.

Da nun die innere Kraft größer als das Gewicht ist, wird das Gewicht wieder gehoben. Ist der Stab vollkommen elastisch, so wird das Gewicht wieder auf seine ursprüngliche Höhe gehoben, dann wiederholt sich die Bewegung, das Gewicht schwingt.

**162.** $100 \cdot x = \frac{1000 \cdot 2}{2}, \quad x = 10$ cm.

**163.** $s = \frac{1000}{5} = 200$ kg/cm²,

$$E = \frac{sl}{\lambda} = \frac{200 \cdot 100}{2} = 10\,000 \text{ kg/cm}^2.$$

**164.** Die Verlängerung des linken Balkenstückes muß gleich der Verkürzung des rechten sein. Ist $E_1$ der Elastizitätsmodul für Zug, $E_2$ derjenige für Druck und sind $P_1$ und $P_2$ die in Balkenstücken wirkenden Kräfte, so ist

$$P_1 = \frac{E_1 \cdot F}{l_1} \cdot \lambda \qquad P_2 = \frac{E_2 \cdot F}{l_2} \cdot \lambda.$$

$$F \cdot \lambda \left(\frac{E_1}{l_1} + \frac{E_2}{l_2}\right) = P \qquad \lambda = \frac{P \cdot l_1 l_2}{F(E_1 l_2 + E_2 l_1)}.$$

$$P_1 = \frac{P \cdot E_1 \cdot l_2}{E_1 l_2 + E_2 l_1} \qquad P_2 = \frac{P \cdot E_2 \cdot l_1}{E_1 l_2 + E_2 l_1}.$$

Ist $E_1 = E_2$, so wird

$$P_1 = \frac{P \cdot l_2}{l_1 + l_2} = \frac{P l_2}{l}, \qquad P_2 = \frac{P \cdot l_1}{l}.$$

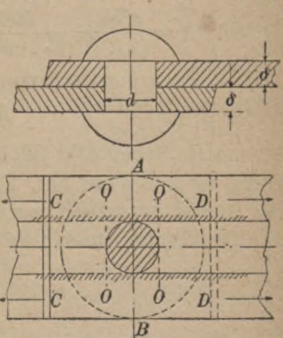
Die Kräfte $P_1$ und $P_2$ sind gleich den Auflagerreaktionen $N_1$ und $N_2$, wenn $P$ eine vertikal wirkende Kraft ist.

**165.** Hierbei werden folgende Annahmen gemacht:

1. Werden zwei Bleche, in welchen eine Zugkraft wirkt, durch ein Niet verbunden, so wird das Niet, wenn es nicht genügend stark ist, in der Berührungsfläche der Bleche durchschnitten.

2. Hat das Blech nicht die genügende Stärke, so wird es in der Linie $AB$ zerrissen.

3. Steht das Niet zu nahe am Blechrande, so wird das Blech in Linie $OC$ oder $OD$ aufgerissen.



Zu 165.

4. Wird der Druck des Niets gegen das Blech zu groß, so kann das Blech zerquetscht werden.

Nach 1. und 2. muß die Scherfestigkeit des Niets gleich der Zugfestigkeit des zum Niet gehörigen Bleches sein.

Bei einer Nietstärke von 20 mm ist die Tragfähigkeit eines Niets gleich

$$\frac{\pi}{4} d^2 \cdot k_s = \frac{\pi}{4} \cdot 2^2 \cdot k_s.$$

Das zum Niet gehörige Blech ist eine um das Niet liegende Schleife (s. Figur), deren Tragfähigkeit $(t - d) \cdot \delta \cdot K_z$ ist. Es wird also

$$(t - d) \cdot \delta \cdot k_z = \frac{\pi}{4} d^2 k_s.$$

Da das Nietmaterial gewöhnlich besser als das Blechmaterial ist, kann $K_s = K_z$ gesetzt werden. Dann wird

$$(t - d) s = \frac{\pi}{4} d^2, \; t = \frac{\pi d^2}{4 \delta} + d = \frac{314}{12} + 20 = 46 \text{ mm}.$$

Ist $e$ der Abstand des Nietmittelpunktes von der Blechkante, so muß nach 3

$$2\left(e - \frac{d}{2}\right) \delta \frac{4}{5} = \frac{\pi d^2}{4} \text{ sein,}$$

wenn die Scherfestigkeit des Bleches gleich $^4/_5$ von der Scherfestigkeit des Nietes genommen wird.

$$e = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{5}{8 \delta} + \frac{d}{2} = \frac{314 \cdot 5}{8 \cdot 12} + 10 = 26{,}4 \text{ mm}.$$

In der Praxis wird $e = 1{,}5\, d = 30$ mm genommen. Nach 4 wird der Laibungsdruck

$$q = \frac{\pi d^2 \cdot ks}{4 \delta d} = \frac{\pi d}{4 \delta} \cdot k_s$$

$$q = \frac{3{,}14 \cdot 2}{4 \cdot 1{,}2} \cdot k_s = 1{,}3\, k_s.$$

Es ist $q = 2 K_s$ zulässig.

Durch die Lochung erleidet das Blech einen Festigkeitsverlust. Das Verhältnis der Festigkeit des gelochten zu der Festigkeit des vollen Bleches

$$\varphi = \frac{46 - 20}{46} = 0{,}57$$

ist der Wirkungsgrad der Verbindung.

**166.** Hier muß die Zugfestigkeit des zwischen zwei Nieten derselben Reihe sitzende Blech gleich der Scherfestigkeit zweier Niete sein:

$$(t-d)\delta = \frac{2\pi d^2}{4}, \quad t = \frac{2\pi d^2}{4\delta} + d, \quad t = \frac{2\cdot 3{,}14}{1{,}2} + 2 = 7{,}2\text{ cm}.$$

Hier wird $\varphi = \frac{72-20}{72} = 0{,}72$, die Verbindung ist also günstiger als die einreihige.

**167.** Bei der Doppellaschennietung trägt jedes Niet in zwei Querschnitten, deshalb ist

$$t = 2\cdot\frac{\pi d^2}{4\delta} + d = \frac{2\cdot 491}{18} + 25 \sim 80\text{ mm}.$$

$$e = 2\cdot\frac{\pi d^2}{4}\,\frac{5}{8} + \frac{d}{2} = 2\cdot 491\cdot\frac{5}{8\cdot 18} + \frac{25}{2}$$

$$e = 46\text{ mm}.$$

Die Laschenstärke braucht nur gleich der halben Blechstärke zu sein, sie soll hier 10 mm betragen. Die Laschenschleifen sind geschlossen, sie verbinden je zwei symmetrisch zur Stoßkante der Hauptbleche sitzende Niete miteinander.

**168.** Nach der Figur wird das Blech um eine Nietstärke geschwächt, der tragende Blechquerschnitt ist

$$F = 1\cdot(15-2) = 13\text{ cm}^2, \quad k_z = \tfrac{6000}{13} = 462\text{ kg/cm}^2,$$

Ein Niet trägt 1500 kg,

$$k_s = \frac{1500\cdot 4}{\pi d^2} = \frac{1500}{3{,}14} = 478\text{ kg/cm}^2.$$

Der Laibungsdruck

$$p = \frac{1500}{\pi d\cdot 1} = \frac{1500}{6{,}28} = 240\text{ kg/cm}^2.$$

**169.** Die erforderliche Kraft ist

$$P = \pi\cdot 2\cdot 1{,}2 = 4000, \quad P = 30000\text{ kg},$$

$$A = \frac{P\cdot\delta}{2} = 30000\cdot 0{,}6 = 18000\text{ cm/kg}.$$

**170.** Hier ist $\frac{k_b}{E} = \frac{2500}{2000000} = \frac{1}{800},$

daher wird die Dehnung in der äußersten Faser

$$\frac{l}{800} = \frac{2000}{800} = 2,5 \text{ mm.}$$

$$K_0 = \frac{bh}{4} \cdot k_b = \frac{8 \cdot 6}{4} \cdot 2500 = 30\,000 \text{ kg.}$$

$$a = \tfrac{2}{3} \cdot 6 = 4 \text{ cm.}$$

$$M_b = 30\,000 \cdot 4 = 120\,000 \text{ cmkg,}$$

auch $$M_b = W \cdot k_b = \frac{8 \cdot 6^2}{6} \cdot 2500 = 120\,000 \text{ cmkg.}$$

Der Weg der Kraft $K_0$ ist

$$\frac{2 \cdot 0,25}{3} = \frac{0,5}{3} = \frac{1}{6} \text{ cm.}$$

Die Arbeit $$A = \frac{2 \cdot K}{2} \cdot \frac{1}{6} = 5000 \text{ cmkg,}$$

auch $$A = \frac{l}{EI} \cdot \frac{M_b^2}{2} = \frac{200}{2000000} \cdot \frac{12}{8 \cdot 6^3} \cdot \frac{120000^2}{2}$$

$$A = 5000 \text{ cmkg.}$$

171. Nach Formel XXIV ist

$$r = \frac{E}{s}, \quad s = \frac{E}{r} = \frac{2000000}{5000} = 400 \text{ kg/cm}^2.$$

$$k_b = \frac{d}{2} \cdot s = 2,5 \cdot 400 = 1000 \text{ kg/cm}^2.$$

$$M_b = W \cdot k_b = \frac{5^3}{10} \cdot 1000 = 12\,500 \text{ cmkg.}$$

$$Ka = \frac{d^2}{6} \cdot k_b \cdot a = 12\,500, \quad a = \frac{12500 \cdot 6}{25 \cdot 1000} = 3 \text{ cm.}$$

$$K = \frac{12500}{3} = 4166\,\frac{2}{3} \text{ kg.}$$

$$A = \frac{500 \cdot 20}{2 \cdot 2000000 \cdot 5^4} \cdot 12\,500^2 = 625 \text{ cmkg.}$$

**172.** Zur Schwerpunktslage:

$$\begin{array}{llll} F_1 = 24 \cdot 3 & = 72\ \text{cm}^2 & \qquad M_1 = 72 \cdot 13{,}5 = & 972\ \text{cm}^3 \\ F_2 = 12 \cdot 1{,}5 & = 18\ \ \text{"} & \qquad M_2 = 18 \cdot \ \ 6 \ \ = & 108\ \ \text{"} \\ \hline F = & \ \ 90\ \text{cm}^2. & \qquad M & = 1080\ \text{cm}^3. \end{array}$$

$$x = \tfrac{1080}{90} = 12\ \text{cm}.$$

Die Schwerachse $xx$ fällt mit der untern Kante des Rechteckes 240/30 zusammen.

Die Trägheitsmomente der beiden Rechtecke sind

$$\begin{array}{ll} I_1 = \dfrac{24 \cdot 3^3}{3} = & 216\ \text{cm}^4 \\ I_2 = \dfrac{1{,}5 \cdot 12^3}{3} = & 864\ \ \text{"} \\ \hline I_x = & 1080\ \text{cm}^4. \end{array} \quad W_x = \tfrac{1080}{12} = 90\ \text{cm}^3.$$

$$M_b = W \cdot k_b = 90 \cdot 900 = 81\,000\ \text{cmkg}.$$

$$a = \tfrac{2}{3} \cdot 15 = 10\ \text{cm}.$$

$$K = \frac{Mb}{a} = 8100\ \text{kg}.$$

Die größte Druckspannung in der untersten Faser ist also 900 kg/cm², dann ist die größte Zugspannung in der obersten Faser

$$900 \cdot \tfrac{3}{12} = 225\ \text{kg/cm}^2.$$

$$A = \frac{300 \cdot 81\,000^2}{2 \cdot 1\,000\,000 \cdot 1080} = 911{,}25\ \text{cmkg}.$$

$$\alpha = \frac{2A}{M_b} = \frac{2 \cdot 911{,}25}{81\,000} = 0{,}0225$$

$$r = \frac{l}{\alpha} = \frac{300}{0{,}0225} = 13\,333^1/_3\ \text{cm}.$$

**173.** Das Trägheitsmoment des Querschnitts ist

$$\begin{array}{rl} I_x = \dfrac{12{,}5 \cdot 30^3}{12} & = 28\,125\ \text{cm}^4 \\ -\dfrac{11{,}42 \cdot 26{,}76^3}{12} & = 18\,236 \\ \hline I_x = & \ \ \ 9\,889\ \text{cm}^4. \end{array}$$

$$W_x = \tfrac{9889}{15} = 659 \text{ cm}^3.$$

$$M_b = 659 \cdot 1000 = 659000 \text{ cmkg}.$$

$$s = \tfrac{1000}{15} = 66^2/_3 \text{ kg/cm}^2.$$

$$K = s \Sigma f y.$$

$$\begin{aligned} \Sigma f y = \quad & 12{,}5 \cdot 1{,}62 \cdot 14{,}19 = 287{,}35 \text{ cm}^3 \\ & + 1{,}08 \cdot \frac{13{,}38^2}{2} = \quad 96{,}67 \text{ „} \\ \Sigma f y = \quad & \quad\quad 384{,}02 \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

**174.** Der Zapfen kann als ein eingespannter Stab von der Länge $l$ angesehen werden, der eine gleichmäßig verteilte Last $Q$ trägt. Dann ist

$$M_b = \frac{Q \cdot l}{2} = W \cdot k_b,$$

$$1250 \cdot 0{,}8 d = \frac{d^3}{10} \cdot 400,$$

$$d^2 = \frac{1250 \cdot 0{,}8}{40} = 25,$$

$$d = 5 \text{ cm} = 50 \text{ mm}, \quad l = 80 \text{ mm}.$$

**175.** a) Hier wird angenommen, daß der Zahndruck $P$ am Ende des Zahns wirke und den Zahn an der Wurzel abzubrechen suche. Die Höhe des Zahns ist $0{,}7\,t = 21$ mm, der Bruchquerschnitt hat die Maße $0{,}5\,t = 15$ mm und $b = 60$ mm.

$$M_b = P \cdot 2{,}1 = \frac{6 \cdot 1{,}5^2}{6} \cdot 300,$$

$$P \sim 320 \text{ kg}.$$

Die Arbeit des Rades ist

$$L = P \cdot v = 320 \cdot 2{,}1 = 672 \text{ mkg/sec},$$

$$N = \tfrac{672}{75} \sim 9 \text{ PS}.$$

b) Der Halbmesser des Rades ist

$$r = \frac{60 \cdot 3{,}0}{2\pi} = 28{,}7 \text{ cm}.$$

Das Drehmoment $\quad Pr = 9184$ cmkg.

So groß ist auch das Biegungsmoment des Armes. Hat das Rad vier Arme, so wird zur Sicherheit angenommen, daß $M_b$ an einem Arm wirkt.

$$M_b = 9184 = W \cdot k_b,$$

$$W = \tfrac{9184}{300} = 30 \text{ cm}^3.$$

Für den gegebenen Querschnitt ist angenähert

$$W = \frac{2}{6} \cdot \frac{h}{6} \cdot h^2 = \frac{h^3}{18},$$

$$\frac{h^3}{18} = 30, \quad h \sim 80 \text{ mm}.$$

$b$ ist gleich der Radbreite 60 mm.

Diesen Querschnitt müßte der Arm an der Nabe haben. Am Kranze würde $\frac{3}{4} h = 60$ mm genügen.

**176.** $M_b = W \cdot k_b,$

$$Q \cdot 30 = \frac{10 \cdot 1{,}2^2}{6} \cdot 4000,$$

$$Q = 320 \text{ kg},$$

$$A = \frac{Q^2 l^3}{6EJ} = \frac{320^2 \cdot 30^3 \cdot 12}{6 \cdot 2000000 \cdot 10 \cdot 1{,}2^3} = 160 \text{ cmkg}.$$

Ist $f$ die Einbiegung, so ist

$$\frac{Qf}{2} = 160.$$

$$f = \frac{2 \cdot 160}{320} = 1 \text{ cm}.$$

**177.** Die größte Zugkraft des Riemens ist

$$S_1 = 12 \cdot 0{,}6 \cdot 25 = 180 \text{ kg}.$$

Der Achsendruck $Q = 180 \cdot \sqrt{2} = 254$ kg.

$$M_b = \frac{Ql}{2} = 254 \cdot 5 = \frac{1}{10} d^3 \cdot 400,$$

$$d^3 = \frac{254 \cdot 5}{40} \sim 32$$

$$d = 35 \text{ mm}.$$

178. Zum Heben der Last ist eine Kraft $P = 300$ kg erforderlich, die feste Rolle bekommt einen Achsendruck von 600 kg, der Balken hat die Lasten von 600 und 300 kg zu tragen.

$$M_b = 300 \cdot 120 + 600 \cdot 90 = \frac{24 \cdot 30^2}{6} \cdot k_b,$$

$$k_b = 25 \text{ kg/cm}^2.$$

179. Zuerst muß die Lage der Schwerachse bestimmt werden (vgl. Statik, Schwerpunkt). In der Figur ist ihre Lage angegeben.

Für diese Achse ist:

$$\begin{aligned} J_x = \frac{14 \cdot 2^3}{12} &= \quad 9{,}33 \text{ cm}^4 \\ + 2 \cdot 14 \cdot 9^2 &= 2268{,}00 \text{ ,,} \\ + \frac{1{,}5 \cdot 8^3}{3} &= \ 256{,}00 \text{ ,,} \\ + \frac{1{,}5 \cdot 20^3}{3} &= 4000{,}00 \text{ ,,} \\ \hline J_x = \qquad\qquad & \quad 6533{,}33 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

$$W_x = \frac{6533{,}33}{20} \sim 326 \text{ cm}^3,$$

$$k_b = \frac{3000 \cdot 38}{326} = 350 \text{ kg/cm}^2.$$

Diese Spannung ist die größte Druckspannung in der untersten Faser. Die größte Zugspannung in der obersten Faser ist

$$\frac{350 \cdot 100}{200} = 175 \text{ kg/cm}^2.$$

180. Die Plattenfläche ist

$$\frac{\pi \cdot 30^2}{4} \sim 700 \text{ cm}^2.$$

Der Flächendruck $p = \dfrac{5000}{700} \sim 7 \text{ kg/cm}^2$.

Der Druck ist gleichmäßig über die Platte verteilt. Der Druck

$$\frac{5000}{2} = 2500 \text{ kg}$$

auf die halbe Plattenfläche greift im Schwerpunkt der halben Kreisfläche an, der Schwerpunkt liegt

$$x = \frac{2}{3} \cdot \frac{rs}{b} = \frac{2}{3} \cdot \frac{15 \cdot 30 \cdot 2}{\pi \cdot 30} \sim 6{,}4 \text{ cm}$$

vom Mittelpunkt.

Das Biegungsmoment für einen Durchmesser ist

$$M_b = 2500 \cdot 6{,}4 = \frac{30 \cdot 4^2}{6} \cdot k_b,$$

$$k_b = 200 \text{ kg/cm}^2.$$

**181.** In jedem Balkenquerschnitt wirken Normalspannungen und Scherspannungen. Die in dem schraffierten Stück des Querschnitts wirkende Normalkraft ist

$$K = \frac{bhs}{2} \cdot \frac{h}{4} - by \cdot s \cdot \frac{y}{2},$$

$$K = \frac{bs}{2} \cdot \left(\frac{h^2}{4} - y^2\right),$$

Hierin ist

$$s = \frac{Qz}{J} = \frac{12 \cdot Q \cdot z}{bh^3}.$$

$$K = \frac{6Qz}{h^3}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right).$$

Für einen Querschnitt, der $z+1$ vom freien Ende liegt, ist

$$K_1 = \frac{6Q(z+1)}{h^3}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right).$$

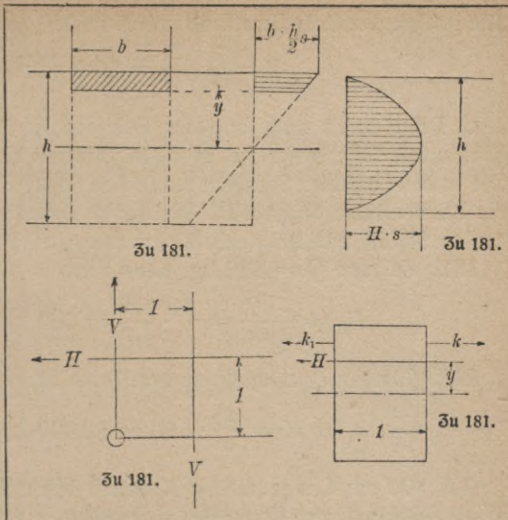
Demnach wirkt in der horizontalen Schicht des Balkens, die den Abstand $y$ von der neutralen Achse hat, eine Scherkraft

$$H = K_1 - K = \frac{6Q}{h^3} \cdot \left(\frac{h^2}{4} - y^2\right).$$

Für die neutrale Schicht ist $y = 0$ und die Scherkraft

$$H_0 = \frac{6Q}{h^3} \cdot \frac{h^2}{4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{h}.$$

Werden die in den Horizontalschichten wirkenden Scherkräfte senkrecht zum Querschnitt aufgetragen, so ergibt sich die in der Figur angegebene Parabelfläche.




Zu 181. Zu 181. Zu 181. Zu 181.

Bei vorliegendem Beispiel ist die größte horizontale Scherkraft pro lfcm in der neutralen Schicht

$H_0 = \frac{3}{2}\frac{600}{30} = 30$ kg.

Nun ist noch die Verteilung der vertikalen Scherkraft $Q$ über den Querschnitt zu bestimmen. An einem rechteckigen Balkenstück von der Seitenlänge 1 wirkt die horizontale Scherkraft $H$ und das Kräftepaar $V$ der vertikalen Scherkraft. Für den angenommenen Drehpunkt ist

$$V \cdot 1 = H, \quad V = H.$$

Die vertikale Scherkraft verteilt sich über den Querschnitt auch nach der in der Kurvenfläche dargestellten Regel.

In gleicher Höhenlage des Balkenstückes sind die Scherspannungen des Quer- und Längenschnitts gleich groß.

a) in jedem Balkenquerschnitt wirken Normalspannungen, die ein Kräftepaar bilden. Die Kraft $K$ dieses Paares wächst von Null am freien Ende bis auf

$$K_{\max} = \frac{600 \cdot 300}{\frac{2}{3} \cdot 30} = 9000 \text{ kg} \qquad \text{an der Wand}$$

Die größte Normalspannung ist im Querschnitt an der Wand

$$k_b = \frac{9000 \cdot 4}{b\,h} = \frac{9000 \cdot 4}{20 \cdot 30} = 60 \text{ kg/cm}^2.$$

b) Ferner wirkt in jedem Querschnitt die Scherkraft von 600 kg, die sich über den Querschnitt so verteilt, wie die Kurvenfläche angibt.

Die größte vertikale Scherkraft wirkt in der neutralen Achse und ist

$$V = \frac{2}{3} \cdot \frac{Q}{h} = 30 \text{ kg/cm}.$$

c) Dann wirkt noch in jeder Horizontalschicht des Balkens eine horizontale Scherkraft, die in allen Punkten einer Schicht gleich ist. Die in den einzelnen Schichten wirkenden Scherkräfte sind wieder durch die Kurvenfläche dargestellt. Die größte Scherkraft wirkt in der neutralen Schicht und ist gleich 30 kg/cm.

**182.** Es war $Q = 320$ kg, dann wird

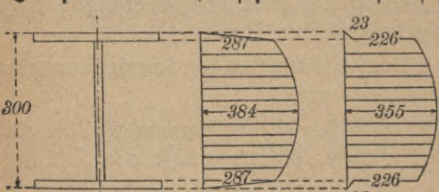
$$H_0 = \frac{3}{2} \frac{Q}{h} = \frac{3}{2} \cdot \frac{320}{1{,}2} = 400 \text{ kg/cm}.$$

**183.** Für den Querschnitt an der Wand ist: $600 \cdot 100 = \frac{1}{10} d^3\, 600$

$$K = \frac{d^3}{6} \cdot 600 = 10\,000 \text{ kg}.$$

Auf 100 cm Länge wächst $K$ von 0 bis auf 10000 kg, mithin ist die Scherkraft pro lfcm $\frac{10\,000}{100} = 100$ kg, auf 1 cm Breite kommen $\frac{100}{10} = 10$ kg. Ebenso groß ist die vertikale Scherspannung in der neutralen Schicht.

**184.** Die Scherkraft verteilt sich nach den statischen Momenten der Flächenteile des Querschnitts. Das statische Moment des halben Querschnitts für die neutrale Achse ist gleich 384 cm³, das statische Moment des Flansches gleich 287 cm³. Werden die Maße senkrecht zum Querschnitt aufgetragen und die Endpunkte durch Parabelbogen verbunden, so ergibt sich die in der ersten Figur dargestellte Fläche, die die Verteilung der Scherkraft darstellt. Die Scherkräfte pro cm Breite sind in der zweiten Figur dargestellt,



Zu 184.

$$\frac{287}{12{,}5} = 23 \text{ kg}, \quad \frac{287}{1{,}08} = 266 \text{ kg}, \quad \frac{384}{1{,}08} = 355 \text{ kg}.$$

**185.** Die Scherkraft pro lfcm in der neutralen Schicht ist $\frac{3}{2} \frac{1000}{48} = 32$ kg. Dann muß der Normaldruck zwischen den Balken auf 20 cm

Länge $\frac{32 \cdot 20}{0,2} = 3200$ kg betragen. Die Schraubenspannung wird

$$k_z = \frac{3200}{5,768} = 550 \text{ kg/cm}^2.$$

**186.** In Aufgabe 119 ist für das Trägheitsmoment des $N \cdot P \cdot 40$ gefunden: $J = 29\,440$ cm$^4$, $W = 1472$ cm$^3$. Durch die Nietlöcher erleidet das Trägheitsmoment des Trägers einen Verlust.

$$i_1 = \frac{2 \cdot 2}{12}(40^3 - 35,68^3) = 6190 \text{ cm}^4.$$

Das Trägheitsmoment der Platten ist

$$i_2 = \tfrac{16}{12}(43^3 - 40^3) = 20\,670 \text{ cm}^4.$$

Demnach wird das Trägheitsmoment des verstärkten Trägers

$$J_x = 29\,440 + 20\,670 - 6190 = 43\,920 \text{ cm}^4$$

und das Widerstandsmoment

$$W_x = \frac{43\,920}{21,5} = 2040 \text{ cm}^3.$$

Die Biegungsspannung im mittleren Querschnitt wird:

$$k_b = \frac{M_b}{W_x} = \frac{Ql}{8 \cdot W_x} = \frac{30\,000 \cdot 500}{8 \cdot 2040} \sim 920 \text{ kg/cm}^2.$$

Die Last pro lfcm beträgt $q = \frac{30\,000}{500} = 60$ kg/cm. Hiernach wird das Biegungsmoment in 1 m Abstand von einem Ende:

$$M = 15\,000 \cdot 100 - 6000 \cdot 50 = 1\,200\,000 \text{ cmkg}$$

und die Biegungsspannung

$$k_b = \tfrac{1\,200\,000}{1472} \sim 815 \text{ kg/cm}^2.$$

Die Scherkraft an dieser Stelle ist $V = \frac{15\,000 \cdot 1,5}{2,5} = 9000$ kg. Die Biegungsspannung wächst also hier um $\frac{9000}{2040} = 4,5$ kg/cm.

Da der Plattenquerschnitt $f = (20 - 4) \cdot 1,5 = 24$ cm$^2$ beträgt, wächst die Scherkraft um $24 \cdot 4,5 = 108$ kg/cm. Sitzen die Niete 20 cm voneinander, so kommt auf ein Nietpaar eine Schubkraft

$$S = 108 \cdot 20 = 2160 \text{ kg.} \qquad k_s = \frac{2160 \cdot 4}{2 \cdot \pi d^2} = 344 \text{ kg.}$$

Die Nietteilung könnte noch größer sein, auch könnte sie nach der Trägermitte zu wachsen, weil $V$ abnimmt.

**187.** $N_2 = \frac{300 \cdot 1{,}5 + 450 \cdot 4}{6} = 375$ kg,

$N_1 = 300 + 450 - 375 = 375$ kg.

In jedem Querschnitt zwischen $N_1$ und 300 kg wirkt eine Scherkraft von 375 kg, zwischen den beiden Lasten ist die Scherkraft 375 — 300 = 75 kg und von der zweiten Last bis zum rechtsseitigen Auflager 75 — 450 = — 375 kg. Die größten Biegungsmomente sind $M_1 = 375 \cdot 1{,}5 = 562{,}5$ mkg, $M_2 = 375 \cdot 2 = 750$ mkg.

**188.** Die Balkenlänge kann im Maßstab 1 : 50 gezeichnet werden. Die beiden Lasten sind an einer lotrechten Geraden aufzutragen. Wird 1 mm = 10 kg angenommen, so sind die Lasten 30 und 45 mm lang. Der Pol, der 50 mm von dieser Geraden absteht, wird mit den Endpunkten der Laststrecken verbunden. Zu diesen Strahlen werden Parallele zwischen den Lasten und Auflager gezogen (vgl. Statik). Dann ergibt sich die Momentfläche, zu deren Schlußlinie eine Parallele durch den Pol gezogen wird. Dieser Strahl liefert die beiden Auflagerdrucke $N_1$ und $N_2$. Der ganze Maßstab, der bei der Berechnung der Biegungsmomente in Betracht kommt, setzt sich zusammen aus 1 : 50 (Längenmaßstab), 1 : 10 (Kräftemaßstab), 1 : 50 (Polweite). Demnach ist der Maßstab 1 : 50 · 10 · 50 = 1 : 25000.

Es wird in der Figur $M_1 = 23$ mm, daher wird

$$M_1 = 23 \cdot 25\,000 = 575 \text{ mkg.}$$

Ebenso $$M_2 = 30 \cdot 25\,000 = 750 \text{ mkg.}$$

**189.** Hier wird $N_1 = N_2 = 200$ kg, $M_b = 20 \cdot 50 \cdot 10 \cdot 20$. $M_b = 20$ mkg, wenn der Längenmaßstab wieder 1 : 50, Kräftemaßstab 1 : 10, Polweite 20 genommen wird.

**190.** Die Ausführung ist dieselbe wie in den vorigen Aufgaben. Im Punkte $B$ wird das Biegungsmoment gleich Null.

$$M_1 = 3{,}6 \cdot 25\,000 = 90 \text{ mkg}, \quad M_2 = 27 \cdot 25\,000 = 675 \text{ mkg.}$$

**191.** Das Biegungsmoment in der Mitte ist

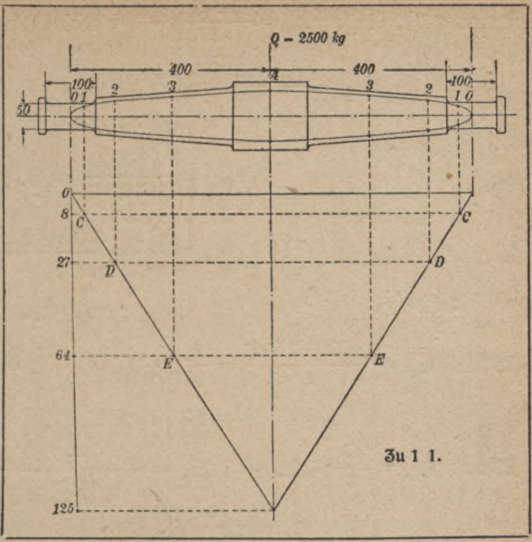
$$M_b = \frac{2500 \cdot 80}{4} = 50\,000 \text{ cmkg} = W \cdot k_b.$$

$$\frac{d^3}{10} \cdot 500$$
$$= 50000,$$
$$d = 10 \text{ cm}$$
$$= 100 \text{ mm}$$

ist die Kopfstärke in der Mitte der Achse.

Es ist also

$$d = \sqrt[3]{8 \cdot 125}$$
$$= 2\sqrt[3]{125}.$$



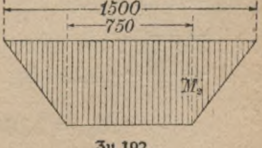
Zu 1 1.

125 mm sind in der Mitte aufgetragen, und dann ist das Dreieck gezeichnet, dessen Basis 800 mm, dessen Höhe 125 mm ist. An der vertikalen Linie auf der linken Seite sind die Kubikzahlen 8, 27, 64 aufgetragen und durch die Teilpunkte wagerechte Linien gezogen, die die Dreiecksseiten in den Punkten $C$, $D$ und $E$ schneiden. Durch diese Punkte sind die Linien $C1$, $D2$, $E3$ gezogen. Dann ist die Achsenstärke in 1 $d_1 = 2\sqrt[3]{8} = 40$ mm, die Stärke in 2 $d_2 = 2\sqrt[3]{27} = 60$ mm, in 3 $d_3 = 2\sqrt[3]{64} = 80$ mm. Der Körper, welcher diese Maße hat, ist ein Körper gleicher Festigkeit. Die eigentliche Achse muß diesen Körper umhüllen, die beiden Achsschenkel sind konisch. Auf jeden Zapfen kommt ein Druck von 1250 kg. Wird die Zapfenlänge $l = 2d$ angenommen, so ist:

$$1250d = \tfrac{1}{10}d^3 \cdot 500, \quad d = 50 \text{ mm}, \; l = 100 \text{ mm}.$$

**192.** $Q = 8 \cdot 32 \cdot 5 = 1280$ kg.

$$W = \frac{640 \cdot 37{,}5}{500} = 48 \text{ cm}^3. \quad N \cdot P \cdot 12.$$

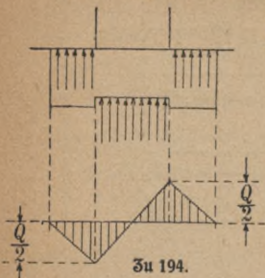


Zu 192.

**193.** $Q = 8000$ kg,

$$M_b = 8000 \cdot 22{,}8 = \tfrac{1}{10}\, 15{,}5^3 \cdot k_b.$$

Spannung der Achse $k_b = \frac{1824000}{372{,}4} = 490\ \text{kg/cm}^2$.



Zu 194.

Für den Zapfen gilt:

$$8000 \cdot 10 = \tfrac{1}{10} 11{,}5^3 \cdot k_b,$$

$$k_b = \frac{800000}{1520{,}875} = 526\ \text{kg/cm}^2.$$

**194.** $M_b = \frac{Q\,l}{8} = \frac{5000 \cdot 12}{8} = \frac{1{,}2 \cdot h^2}{6} \cdot 1000,$

$$h \sim 60\ \text{mm}.$$

**195.** $M_b = \frac{4000 \cdot 2{,}5\,d}{8} = \frac{1}{10} d^3 \cdot 500, \quad d = 50\ \text{mm},$

$$l = 125\ \text{mm}.$$

**196.** $M_b = \frac{Q}{4}(4{,}25 - 1{,}25) = \frac{2{,}5(6 - 2{,}5)^2}{6} \cdot k_b.$

$$k_b \sim 600\ \text{kg}.$$

**197.** $M_b = 1200 \cdot (7{,}5 - 1{,}5) = \frac{6{,}5 \cdot h_1^2}{6} \cdot 300,\ h_1 \sim 50\ \text{mm}.$

**198.** $M_b = 1200 \cdot (6 - 1{,}5) = \frac{6{,}5 \cdot h_2^2}{6} \cdot 300,\ h_2 \sim 40\ \text{mm}.$

**199.** $k_b = \frac{785 \cdot 4{,}5 \cdot 10}{8 \cdot 2^3} = 562\ \text{kg/cm}^2.$

**200.** Für die beiden Längsträger sind ⊏-Eisen $N \cdot P \cdot 28$ gewählt, die je $10 \cdot 42 = 420$ kg wiegen. Dieselben werden am stärksten beansprucht, wenn die Last in der Mitte steht. Dann wird

$$M_b = \frac{1000 \cdot 1000}{4} + \frac{420 \cdot 1000}{8} = W \cdot k_b = 450\, k_b.$$

$$k_b = 672\ \text{kg/cm}^2.$$

Steht die Last an einer Seite, so kommt auf ein Rad ein Druck $1000 + \frac{420}{2} \sim 1200$ kg. Das Biegungsmoment des Querträgers wird

$$M_b = 1200 \cdot \left(\frac{180 - 60}{2}\right) = W \cdot k_b.$$

Wird $K_b = 600$ kg/cm angenommen, so wird

$$W = \frac{1200 \cdot 120}{2 \cdot 600} = 120 \text{ cm}^3.$$

Jeder Träger muß ein Widerstandsmoment von 60 cm³ haben, ⊏ $N \cdot P \cdot 12$.

**201.** Es wird $N_1 = 1800$ kg, $N_2 = 1200$ kg. Hiernach kann die Scherkraftfläche gezeichnet werden. Da, wo die Scherkraft gleich Null ist, wirkt das größte Moment.

$$M_b = \frac{1200 \cdot 3}{2} = 1800 \text{ mkg}.$$

**202.** $$N_1 = \frac{300 \cdot 3 + 1200 \cdot 4}{6} = 2300 \text{ kg}.$$

$$N_2 = 3000 + 1200 - 2300 = 1900 \text{ kg}.$$

Die Scherkraftfläche hat am linken Auflager eine Höhe von 2300 kg, fällt nun nach rechts hin um $q = \frac{3000}{6} = 500$ kg pro lfm; wird bei 1,7 m gleich $2300 - 1,7 \cdot 500 = 1450$ kg, fällt in diesem Punkte noch um 600 kg und wird 850 kg. Auf der Strecke von 0,6 m fällt die Scherkraft um $0,6 \cdot 500 = 300$ kg. Es bleiben also $850 - 300 = 550$ kg. Hiervon wieder ab 600 kg, bleiben $550 - 600 = -50$ kg. Nun nimmt die Scherkraft gleichmäßig ab bis auf $N_2 = -1900$ kg. Das größte Biegungsmoment, das im Abstand 2,3 m vom linken Auflager wirkt, ist gleich dem Inhalt der positiven oder negativen Scherkraftfläche.

$$M_b = \frac{2300 + 1450}{2} \cdot 1,7 + \frac{850 + 550}{2} \cdot 0,6 = \frac{50 + 1900}{2} \cdot 3,7,$$

$$M_b = 3607,5 \text{ mkg}.$$

**203.** $$N_1 = \frac{3000 \cdot 3 + 1200\,(2 + 5)}{6} = 2900 \text{ kg}. \quad N_2 = 2500 \text{ kg}.$$

Das größte Biegungsmoment, das im Abstande 3,4 m vom linken Auflager wirkt, ist

$$M_b = \frac{2900 + 2550}{2} \cdot 0,7 + \frac{1950 + 1650}{2} \cdot 0,6 + \frac{1050}{2} \cdot 2,1$$

$$= \frac{150}{2} \cdot 0,3 + \frac{750 + 1050}{2} \cdot 0,3 + \frac{1650 + 2500}{2} \cdot 1,7$$

$$= 4090 \text{ mkg}$$

oder auch: $M_b = 2500 \cdot 2{,}6 - 1300 \cdot 1{,}3 - 1200 \cdot 0{,}6$

$$= 2900 \cdot 3{,}4 - 1200 \cdot 2{,}4 - 1700 \cdot 1{,}7 = 4090 \text{ mkg}.$$

**204.** Hier wird das in einem Durchmesser wirkende Biegungsmoment bestimmt. Der an der halben Platte wirkende Auflagerdruck wirkt im Schwerpunkt der mittleren Kreislinie, dessen Abstand vom Schnitt $x_1 = \frac{rs}{b} = \frac{1{,}8}{\pi}$ ist. Die auf der halben Platte ruhende Last wirkt im Schwerpunkt der halben Kreisfläche, dessen Abstand

$$x_2 = \frac{2}{3}\,\frac{rs}{b} = \frac{1{,}2}{\pi} \quad \text{ist.}$$

Demnach wird:

$$M_b = \frac{6000}{2} \cdot \frac{(1{,}8 - 1{,}2)}{\pi} = 57300 \text{ cmkg}.$$

$$W = \frac{180 \cdot 5^2}{6} = 750 \text{ cm}^3. \qquad k_b = \frac{57300}{750} = 76{,}4 \text{ kg/cm}^2.$$

**205.** $Q$ bewirkt in ihrem Angriffspunkte eine Durchbiegung

$$\frac{1}{EJ} \cdot \frac{Q l_1^2}{2} \cdot \frac{2}{3}\, l_1 = \frac{Q l_1^3}{3EJ}$$

und am Balkenende $\quad f_1 = \frac{Q l_1^3}{3EJ} + \frac{Q l_1^2}{2EJ}(l - l_1).$

$P$ bewirkt am Ende die Einsenkung $f_2 = -\frac{P l^3}{3EJ}$. Die Einsenkung des Balkenendes ist also

$$f = f_1 - f_2 = \frac{1}{EJ} \cdot \left[\frac{Q l_1^3}{3} + \frac{Q l_1^2 \cdot (l - l_1)}{2} - \frac{P l^3}{3}\right].$$

**206.** Die Durchbiegung am Ende ist $f = 0$, wenn

$$P = \frac{Q}{l^3}\left[l_1^3 + \frac{3}{2}\, l_1^2\,(l - l_1)\right] = \frac{Q l_1^2}{2 l^3}\,(3l - l_1).$$

**207.** Die von $Q$ bewirkte Einsenkung ihres Angriffspunktes ist $\frac{Q l_1^3}{3EJ}$. $P$ bewirkt in diesem Punkte eine Einsenkung

$$\frac{P}{EJ}\left[(l - l_1) \cdot \frac{l_1^2}{2} + \frac{l_1^3}{3}\right].$$

Es muß also: $P\cdot\left[(l-l_1)\,\frac{l_1^2}{2}+\frac{l_1^3}{3}\right]=\frac{Q\,l_1^3}{3}$ sein.

$$P=\frac{Q\,l_1^3}{\frac{3}{2}\,l_1^2\,(l-l_1)+l_1^3}=\frac{2\,Q\,l_1}{3\,l-l_1}.$$

**208.** Aus den letzten Aufgaben ergibt sich bei der Annahme, daß die Einsenkung an der Stütze gleich Null ist,

$$N=\frac{Q\,l_1^2}{2\,l^3}\cdot(3\,l-l_1).$$

**209.** Hier wird $N=\frac{Q\,l_1^2}{2\cdot 8\,l_1^3}\,(6\,l_1-l_1)=\frac{5}{16}\,Q.$

In den Figuren sind die Scherkraft- und Momentenfläche dargestellt. Das größte Biegungsmoment an der Wand ist $M_b=\frac{3}{16}\,Q\,l.$

In einem Punkte wird das Biegungsmoment gleich Null.

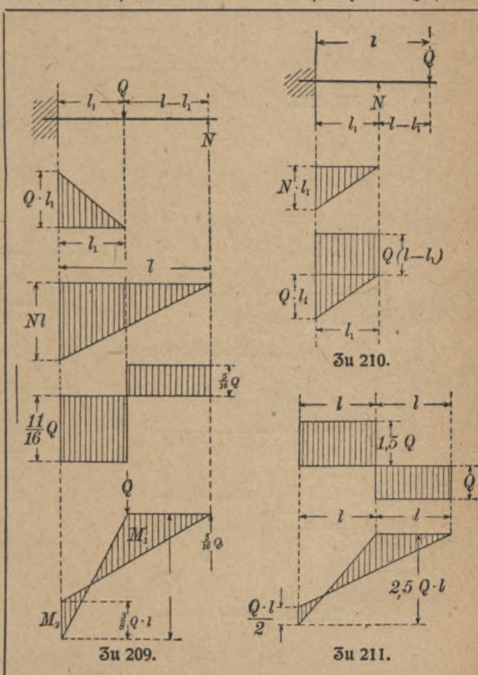
**210.** $N=\frac{Q\cdot(3\,l-l_1)}{2\,l_1}.$

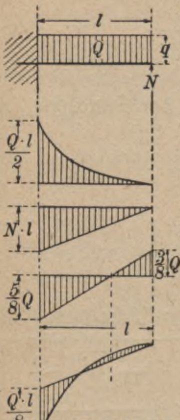
**211.** Wird in der vorigen Aufgabe $l_1=\frac{l}{2}$ gesetzt, so wird

$$N=\frac{5\cdot Q\cdot l}{2\cdot l}=\frac{5}{2}\cdot Q,$$

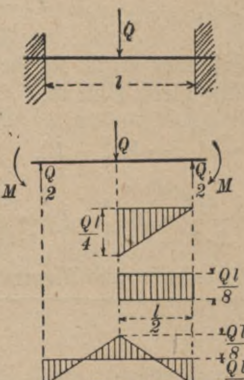
hiernach ist die Momentenfläche dargestellt.

**212.** $\frac{Q\cdot l}{2}\cdot\frac{l}{3}\cdot\frac{3}{4}\,l=\frac{N\cdot l^3}{3},\quad N=\frac{3}{8}\,Q.$

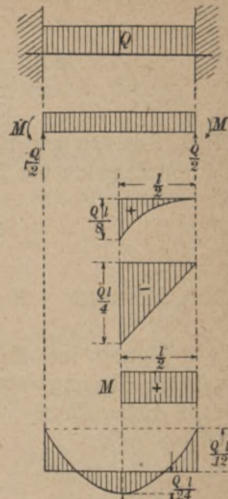




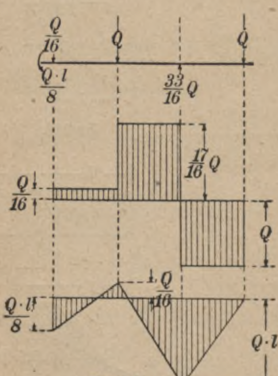

Zu 212—213.



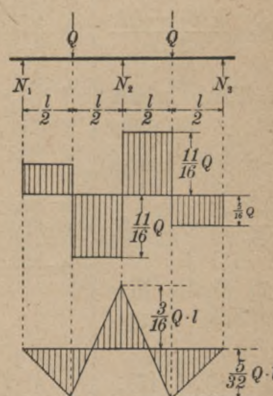

Zu 216.




Zu 217.




Zu 215.




Zu 218.

213. Siehe Figur. Das größte Biegungsmoment an der Wand ist

$$M_b = -\frac{Q \cdot l}{8}.$$

214. $$N = \frac{Q l_1^2}{2 l^3} \cdot (3l - l_1) + \frac{Q}{2l} \cdot (3 l_2 - l)$$
$$= \frac{Q}{2l^3} \cdot [l_1^2 (3l - l_1) + l^2 \cdot (3 l_2 - l)].$$

215. In der Figur ist die Momentenfläche für den Fall, daß die Felderweiten gleich sind, gezeichnet. Es wird $N = \frac{33}{16} Q$, $M_b = Q l$.

216. $N = \frac{Q}{2} \cdot$ An jedem Auflager wirkt ein Moment

$$M \cdot \frac{l}{2} = \frac{Ql}{4} \cdot \frac{l}{4} = \frac{Ql^2}{16}, \quad M = \frac{Ql}{8}.$$

Das Biegungsmoment in der Mitte ist $M_b = -\frac{Ql}{8}$.

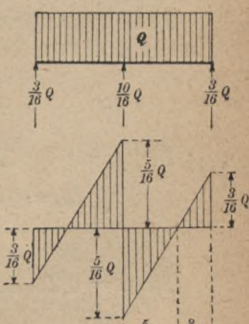
217. $$N = \frac{Q}{2}, \quad M \cdot \frac{l}{2} + \frac{Ql}{8} \cdot \frac{l}{6} = \frac{Ql}{4} \cdot \frac{l}{4}, \quad M = \frac{Ql}{12},$$
$$M_b = \frac{Ql}{12} - \frac{Q}{2} \cdot \frac{l}{2} + \frac{Q}{2} \cdot \frac{l}{4} = \frac{Ql}{24}.$$

218. $N_1 = \frac{5}{16} Q$, $N_2 = \frac{11}{8} Q$. In der Feldermitte wird

$$M_1 = \frac{5}{16} Q \cdot \frac{l}{2} = \frac{5}{32} Q l,$$

über der Mittelstütze $M_2 = -\frac{3}{16} Q l$.

219. $N_1 = \frac{3}{16} Q$, $N_2 = \frac{10}{16} Q$. Über der Mittelstütze wirkt $M_b = \frac{Ql}{16}$. Die Momente können aus den Scherkraftflächen berechnet werden.



Zu 219.

220. $$M_t = \frac{1}{5} d^3 \cdot K_t = \frac{6^3}{5} \cdot 200$$
$$= 8640 \text{ cmkg}.$$

Die Leistung ist

$$L = M_t \cdot w, \quad w = \frac{\pi n}{30} = 3{,}14 \cdot 5 = \frac{15{,}7}{\text{sec}},$$

$$L = 8640 \cdot 15{,}7 \frac{\text{cmkg}}{\text{sec}},$$

$$N = \frac{86{,}4 \cdot 15{,}7}{75} = 18 \text{ PS}.$$

**221.** $M_t \cdot w = 8000 \cdot 75, \quad \frac{10^3}{5} \cdot k_t \cdot \frac{\pi \cdot 180}{30} = 600\,000,$

$$k_t = \frac{600\,000 \cdot 30 \cdot 5}{1000 \cdot 3{,}14 \cdot 180} \sim 160 \text{ kg/cm}^2.$$

**222.** $W_p = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{12^4 - 8^4}{6} = 277{,}6 \text{ cm}^3,$

$$M_t = 277{,}6 \cdot 200 = 555{,}2 \text{ mkg},$$

$$w = \frac{\pi \cdot 120}{3} = \frac{12{,}56}{\text{sec}}, \qquad L = M_t \cdot w = 555{,}2 \cdot 12{,}56,$$

$$N = \frac{555{,}1 \cdot 12{,}56}{75} \sim 90 \text{ PS}.$$

**223.** Ist $W$ die Reibung zwischen Kuppelung und Welle, so ist

$$M_t = W \cdot 0{,}04, \quad L = W \cdot 0{,}04 \cdot \frac{\pi \cdot 120}{30},$$

$$W \cdot 0{,}04 \cdot \frac{\pi \cdot 120}{30} = 20 \cdot 75 = 1500 \text{ mkg}, \quad W = 3000 \text{ kg}.$$

Der Normaldruck der Schraube ist dann:

$$N = \frac{3000}{0{,}2} = 15000 \text{ kg}.$$

Auf eine Schraube kommt eine Zugkraft

$$P = \tfrac{15000}{8} \sim 1900 \text{ kg}.$$

Die Schrauben müßten 1″ stark sein.

**224.** Der äußere Durchmesser des Zwischenstücks sei 380 mm, der innere 150 mm, dann ist der Durchmesser des Schwerkreises

$$d_m = \frac{2}{3} \cdot \frac{38^3 - 15^3}{38^2 - 15^2} \sim 280 \text{ mm}.$$

Dieses soll der Durchmesser des Schraubenkreises sein

$$M_t = 14\,W = \tfrac{1}{5}\,10^3 \cdot 300 = 60\,000 \text{ cmkg},$$

$$W = \tfrac{60\,000}{14} = 4200 \text{ kg}.$$

Ist $\mu = 0{,}25$, so wird der ganze Normaldruck

$$N = \frac{4200}{0{,}25} = 16\,800 \text{ kg}.$$

Bei sechs Schrauben wird

$$P = \tfrac{16800}{6} = 2800 \text{ kg}, \quad d = 1\,{}^1\!/_8 \text{ bis } 1\,{}^1\!/_4{}''.$$

**225.** $M_t = \frac{1}{5} 6^3 \cdot 300 = 12960$ cmkg. Ist $W$ die Reibung zwischen Hülse und Welle, so ist $M_t = W \cdot 3$.

$$W = \tfrac{12960}{3} = 4320 \text{ kg}.$$

Der ganze Normaldruck zwischen Welle und Hülse ist

$$N = \frac{4320}{0{,}2} = 21600 \text{ kg}.$$

Dann ist der Radius des Kraftkreises bzw. die Zugkraft im Ring:

$$P = \frac{21600}{2\,\pi} = 3500 \text{ kg}, \quad k_z = \frac{3500}{2 \cdot 3} \sim 590 \text{ kg/cm}^2.$$

**226.** $v = \dfrac{\pi \cdot 0{,}08 \cdot 150}{60} = 0{,}62\,\dfrac{\text{m}}{\text{sec}}, \quad W = \dfrac{6{,}75}{0{,}62} = 750$ kg,

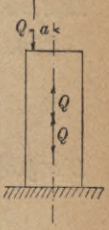
$$N = \frac{750}{0{,}15} = 5000 \text{ kg}.$$

**227.** Die Last $Q$ wird in zwei Komponenten zerlegt. Die in die Balkenachse fallende Komponente $Q \sin\alpha$ beansprucht den Balken auf Druck, die senkrecht zur Achse wirkende Komponente $Q \cos\alpha$ beansprucht ihn auf Biegung. Ein Balkenquerschnitt im Abstand $z$ vom freien Ende erleidet den Druck $Q \sin\alpha$ und das Biegungsmoment $M_z = Q \cos\alpha \cdot z$. Das größte Biegungsmoment wirkt an der Wand. Die Last $Q$ kann auch im Schnittpunkte $A$ der Lastrichtung mit dem Querschnitt in die angegebenen Richtungen zerlegt werden. Die Komponente $Q \sin\alpha$ beansprucht den Balken auf Druck und Biegung

$$M_z = Q \sin\alpha \cdot z \cdot \operatorname{ctg}\alpha = Q \cos\alpha \cdot z.$$

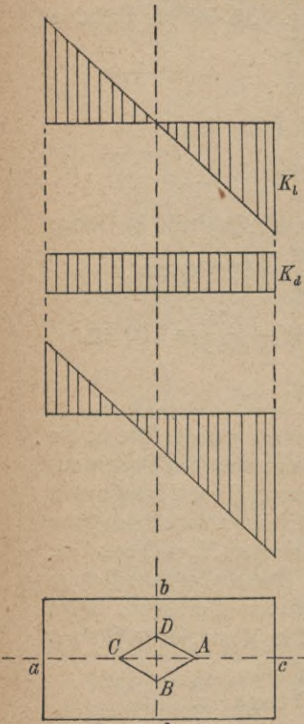
Die Komponente $Q \cos\alpha$ beansprucht den Balken auf Abscheren.

**228.** Werden in einem Querschnitt zwei entgegengesetzt gerichtete, mit der Achse zusammen fallende Kräfte $Q$ angebracht, so wird hierdurch nichts geändert, weil sich die Kräfte aufheben. Die aufwärts gerichtete Kraft bildet mit der gegebenen Last $Q$ ein Kräftepaar, dessen Moment $Qa$, das in jedem Balkenquerschnitt wirkende Biegungsmoment ist. Außerdem wirkt in jedem Querschnitt der Druck $Q$. Die Biegungs- und Druckspannungen sind zusammenzusetzen (s. nächste Aufgabe).



Zu 228.

**229.** In jedem Querschnitt wirkt eine gleichmäßig verteilte Druckspannung $k_d = \frac{Q}{F} = \frac{12000}{20 \cdot 30} = 20\ \mathrm{kg/cm^2}$. Das Biegungsmoment in jedem Querschnitt ist $M_b = 12000 \cdot 15 = 180000$ cmkg und daher $k_b = \frac{180000 \cdot 6}{20 \cdot 30^2} = 60\ \mathrm{kg/cm^2}$. Diese Spannung wirkt in den Seitenflächen. Da die Biegungsspannungen gleichmäßig nach der Mitte des Querschnitts abnehmen, bilden sie in ihrer graphischen Darstellung zwei Dreiecke mit den Höhen von 60 kg. Die Druckspannungen bilden ein Rechteck von 20 kg Höhe. Zusammengesetzt bilden die Spannungen zwei ungleiche Dreiecke von 80 und 40 kg Höhe. Die größte Spannung von 80 kg ist Druckspannung. Die Nullinie steht von der Achse 5 cm $= \frac{h}{6}$ ab. Würde die Last im Punkte $B$ wirken, so wäre der Abstand der Nullinie von der Achse gleich $\frac{b}{6}$. Das Parallelogramm mit den Diagonalen $\frac{b}{3}$ und $\frac{h}{3}$ ist der Kern des rechteckigen Querschnitts. Liegt der Angriffspunkt der Last im Kern, so entstehen nur Druckspannungen. Wirkt $Q$ in $A$, so fällt die Nullinie mit $a$ zusammen, wirkt $Q$ in $B$, so fällt die Nullinie mit $b$ zusammen usf. Wirkt $Q$ im Mittelpunkt von $a$, so geht die Nullinie durch $A$ und ist parallel zu $a$ usf.



Zu 229.

**230.** Hier wird

$$k_d = \frac{Q \cdot 4}{\pi d^2}. \quad k_b = \frac{Q \frac{d}{2} \cdot 32}{\pi d^3} = \frac{16\,Q}{\pi d^2}. \quad k_b = 4 k_d.$$

Die größte Druckspannung ist

$$k_b + k_d = 5 k_d = \frac{3000 \cdot 5}{114} = 132{,}7\ \mathrm{kg/cm^2}.$$

Die Nullinie hat von der Achse den Abstand $\frac{d}{8}$, sie berührt einen Kreis vom Durchmesser $\frac{d}{4}$, d. i. der Kern des Kreisquerschnitts.

231. Hier wird

$$\begin{array}{ll} F_1 = 6 \cdot 1{,}2 = 7{,}2\ \mathrm{cm}^2 & M_1 = 7{,}2 \cdot 3 = 21{,}6\ \mathrm{cm}^3 \\ F_2 = 6 \cdot 1{,}2 = 7{,}2\ \mathrm{cm}^2 & M_2 = 7{,}2 \cdot 6{,}6 = 47{,}52\ \mathrm{cm}^3 \\ \hline F = \quad 14{,}4\ \mathrm{cm}^2 & M = \quad 69{,}12\ \mathrm{cm}^3. \end{array}$$

Der Abstand der Schwerachse von der linken Kante ist

$$x = \frac{69{,}12}{14{,}4} = 4{,}8\ \mathrm{cm}.$$

$$\begin{array}{rl} I_1 = \frac{1{,}2 \cdot 4{,}8^3}{3} & = 44{,}2368\ \mathrm{cm}^4 \\ + I_2 = \frac{6 \cdot 2{,}4^3}{3} & = 27{,}648\ \mathrm{cm}^4 \\ \hline I_1 + I_2 & = 71{,}8848\ \mathrm{cm}^4, \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} - I_3 = \frac{4{,}8 \cdot 1{,}2^3}{3} & = 2{,}7648 \\ \hline I_x & = 69{,}12\ \mathrm{cm}^4, \end{array}$$

$$W_x = \frac{69{,}12}{4{,}8} = 14{,}4\ \mathrm{cm}^3.$$

$$k_b = \frac{500 \cdot 8{,}4}{14{,}4} = 291{,}6\ \mathrm{kg/cm}^2.$$

$$k_z = \frac{500}{14{,}4} = 34{,}7\ \mathrm{kg/cm}^2.$$

Die größte Druckspannung ist

$$s_1 = -291{,}9 + 34{,}7 = -256{,}9\ \mathrm{kg/cm}^2.$$

Die größte Zugspannung

$$+\frac{291{,}6 \cdot 2{,}4}{4{,}8} + 34{,}7 = 180{,}5\ \mathrm{kg/cm}^2.$$

232. Hier wird $x = 6\ \mathrm{cm}$, $I_x = 168{,}75\ \mathrm{cm}^4$, $W_x = 28{,}125\ \mathrm{cm}^3$, $k_b = 213{,}3\ \mathrm{kg/cm}^2$, $k_z = 26{,}7\ \mathrm{kg}$.

Die größte Druckspannung gleich 186,57 kg. Die größte Zugspannung gleich 123,2 kg.

**233.** In dem Querschnitt wirkt ein Biegungsmoment

$$M_b = 300 \cdot 3{,}5 = 1050 \text{ cmkg}, \quad \text{also wird} \quad k_b = \frac{1050 \cdot 6}{3 \cdot 1{,}5^2}$$

$$k_b \sim 930 \text{ kg}, \qquad k_z = \frac{300}{1{,}5 \cdot 3} = 67 \text{ kg},$$

$$k_b + k_z = 997 \text{ kg/cm}^2, \quad k_b - k_z = 863 \text{ kg/cm}^2.$$

**234.**

$$\begin{array}{llll} & F_1 = \frac{3{,}6 \cdot 9}{2} = 16{,}2 \text{ cm}^2 & & M_1 = 16{,}2 \cdot 6 = 97{,}2 \text{ cm}^3 \\ - & F_2 = \frac{1{,}2 \cdot 3}{2} = \phantom{1}1{,}8 \ \text{"} & - & M_2 = \phantom{1}1{,}8 \cdot 2 = \phantom{9}3{,}6 \ \text{"} \\ \hline & F = \qquad 14{,}4 \text{ cm}^2 & & M_1 = \qquad 83{,}6 \text{ cm}^3. \end{array}$$

$$x = \frac{93{,}6}{14{,}4} = 6{,}5 \text{ cm}.$$

Für die Spitze $S$ ist:

$$I_1 = {}^1/_4(3{,}6 \cdot 9^3 - 1{,}2 \cdot 3^3) = 648 \text{ cm}^4.$$

$$I_x = 648 - 14{,}4 \cdot 6{,}5^2 = 39{,}6 \text{ cm}^4.$$

$$W_x = \frac{39{,}6}{3{,}5} = 11{,}314 \text{ cm}^3.$$

$$k_b = \frac{2000(3 + 2{,}5)}{11{,}314} = 970 \text{ kg/cm}^2.$$

$$k_z = \frac{2000}{14{,}4} = 140 \text{ kg/cm}^2.$$

Die größte Zugspannung wird gleich 840 kg/cm², die größte Druckspannung gleich 830 kg/cm².

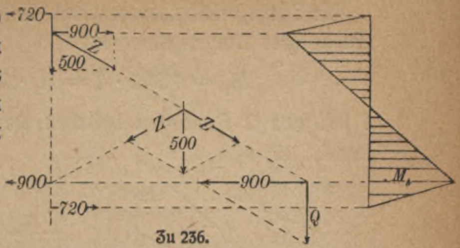
**235.** Hier wird die größte Zugspannung gleich 730 kg/cm. Die größte Druckspannung gleich 750 gk/cm². Nach „Bach, Maschinenelemente" müssen bei einer genaueren Berechnung der Haken, die Krümmung der Hakenmittellinie und die damit verbundene Formänderung der äußersten Faser berücksichtigt werden. Die Zugspannung der inneren Faser wird dann größer, die Druckspannung der äußeren Faser kleiner als obige Rechnung ergibt.

**236.** Der untere Träger wird am stärksten beansprucht, wenn die Last in der Mitte des Trägers steht. Dann wirkt auf ihn ein Biegungsmoment $H \cdot 1$. Es ist

$$H : 3{,}6 = \frac{Q}{2} : 2.$$

$$H = \frac{3{,}6 \cdot 250}{2} = 450 \text{ kg}.$$

$$M_b = 450 \text{ mkg}.$$




Zu 236.

Dann wirkt auf den Träger noch ein Druck von 450 kg. Die Zugstangen und die Kransäule werden am stärksten beansprucht, wenn die Last im äußersten Punkte steht. Für die Zugstangenkraft $z$ ergibt sich:

$$500 : z = 2 : \sqrt{2^2 + 3{,}6^2}, \quad z = 1030 \text{ kg}.$$

Der Zapfendruck wird in diesem Falle

$$H_1 = \frac{500 \cdot 3{,}6}{2{,}5} = 720 \text{ kg}.$$

An der Kransäule wirken zwei horizontale Kräftepaare

$$720 \cdot 2{,}5 = 900 \cdot 2$$

und ein Vertikaldruck von 500 kg. Die Kräftepaare beanspruchen die Säule auf Biegung. Das größte Biegungsmoment ist

$$M_b = 720 \cdot 25 = 18000 \text{ cm/kg}.$$

**237.** In beistehender Figur sind die Kräfte durch Zeichnung bestimmt. Die Horizontalkomponenten $H_1$ der Stangenkräfte $I$ und $II$ bilden ein Kräftepaar: $H_1 \cdot 1{,}7 = 1500 \cdot 4$, $H_1 = 3530$ kg. Die Vertikalkomponente von $I$ ist

$V_1 = \frac{H_1 \cdot 1{,}5}{4} = 1324$ kg. Ebenso ist $V_2 = \frac{H_1 \cdot 3{,}2}{4} = 2824$ kg.

Die Stangenkräfte sind:

$$I = \sqrt{3530^2 + 1324^2} = +\ 3770 \text{ kg}.$$

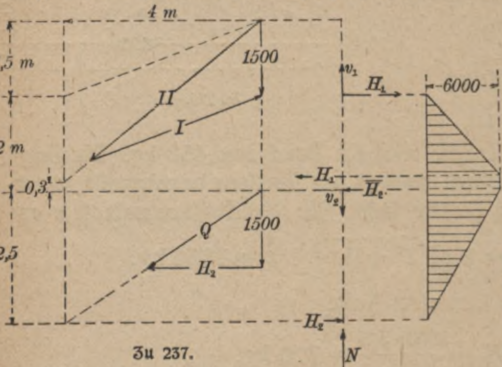
$$II = \sqrt{3530^2 + 2824^2} = -\ 4736 \text{ kg}.$$

$I$ wird auf Zug, $II$ auf Druck bzw. Knicken beansprucht.

Die Säule erleidet im unteren Teil einen Druck von 1500 kg und ein größtes Biegungsmoment

$$M_b = 1500 \cdot 4 = H_2 \cdot 2{,}5 = 6000 \text{ mkg}.$$

$I$ soll aus 2 Rundeisen bestehen, deren Querschnitt




Zu 237.

$$f = \frac{3770}{2 \cdot 600}$$

$= 3{,}2 \text{ cm}^2$ sein muß.

$$\frac{\pi d^2}{4} = 3{,}2,$$

$$d = 20 \text{ mm}.$$

Da die Stangen sich bei ihrer Länge leicht durch ihr Eigengewicht durchbiegen soll $d = 25$ mm sein. Vorteilhafter sind zwei Flacheisen. Die Stange $II$ soll aus zwei ⊏-Eisen bestehen. Jedes Eisen erleidet den Druck von rund 2500 kg. Die Formel für Knickfestigkeit lautet

$$I = \frac{P \cdot l^2 \cdot S}{\pi^2 \cdot E},$$

$P$ ist der Druck, $l$ die Länge und $\mathfrak{S}$ der Sicherheitskoeffizient, der in diesem Falle zu 10 angenommen werden kann.

$$I = \frac{2500 \cdot 5{,}1^2 \cdot 10}{10 \cdot 2000000} = 330 \text{ cm}^4.$$

Es genügen zwei ⊏-Eisen $\pi \cdot P \cdot 12$, die sich an die Säule von beiden Seiten anschließen und durch etwa 3—4 Stehbolzen versteift werden. Wird für die Säule $K_b = 600$ kg/cm² angenommen, so wird

$$\tfrac{1}{10} d^3 \cdot 600 = 600000 \text{ cmkg}. \quad d \sim 210 \text{ mm}.$$

Die Säule kann auch als Hohlsäule ausgeführt werden ($D = 250$ cm, $d = 190$ mm). Auf den Spurzapfen wirkt ein Druck von 1500 kg und die biegende Kraft $H$

$$H_2 = \frac{1500 \cdot 4}{2{,}5} = 2400 \text{ kg}, \quad d = 60 \text{ mm}, \quad l = 90 \text{ mm}.$$

238. Die Umfangsgeschwindigkeit der Riemenscheibe ist

$$v = \frac{\pi \cdot 0{,}4 \cdot 750}{60} = 15{,}7 \text{ m/sec},$$

die Riemenkraft $P = \frac{30 \cdot 75}{19{,}7} = 143 \sim 145$ kg.

Dann werden die Riemenspannungen $S_1 = 290$ kg, $S_2 = 145$ kg. Der Druck auf die Welle $290 + 145 = 435$ kg. Der Druck soll einschließlich Eigengewicht zu 500 kg angenommen werden. Dann wirkt in der Mitte des Zapfens ein Biegungsmoment

$$M_b = 500 \cdot 30 = 15000 \text{ cm/kg}.$$

Außerdem wirkt an der Welle ein Drehmoment

$$M_t = 145 \cdot 20 = 2900 \text{ cm/kg}.$$

Aus den beiden Momenten $M_b$ und $M_t$ wird das ideelle Biegungsmoment $M_i$ nach der Formel berechnet:

$$M_i = \frac{m-1}{2m} M_b + \frac{m+1}{2m}\sqrt{M_b^2 + M_t^2}$$

$m$ ist der Kontraktionskoeffizient des Materials, der durch Versuche festgestellt werden muß. Früher wurde $m = 4_1$ jetzt $m = \frac{10}{3}$ angenommen, dann ist:

$$M_i = \tfrac{7}{20} M_b + \tfrac{13}{20}\sqrt{M_b^2 + M_t^2}.$$

Ist $M_b > M_t$, so kann $M_i = M_b + \frac{1}{4} M_t$, ist $M_b < M_t$, so kann

$$M_i = \tfrac{5}{8}(M_b + M_t)$$

gesetzt werden (s. Lindner, Maschinenelemente). Hiernach wird

$$M_i = 15000 + \tfrac{1}{4} \cdot 2900 = 15725 \text{ cmkg},$$

$$\tfrac{1}{10} d^3 \cdot 300 = 15725, \quad d = \sqrt[3]{\tfrac{15\,725}{30}} \sim 80 \text{ mm}.$$

239. Das Drehmoment an der Trommelwelle ist

$$M_d = 7 \cdot 500 = 3500 \text{ cmkg}.$$

Das große Zahnrad soll 60 Zähne mit $t = 7\pi$ haben, das kleine Rad 12 Zähne

$$D = \frac{60 \cdot 7\pi}{\pi} = 420 \text{ mm}, \quad d = \frac{12 \cdot 7\pi}{\pi} = 84 \text{ mm}.$$

Der Zahndruck wird: $P = \frac{500 \cdot 14}{420} = 170$ kg.

Das Drehmoment an der Kurbelwelle:

$$M_t = 170 \cdot 4{,}2 = 714 \text{ cmkg},$$

das Biegungsmoment dort, wo das kleine Rad sitzt,

$$M_b = \frac{170 \cdot 45}{55} \cdot 10 = 1400 \text{ cmkg}.$$

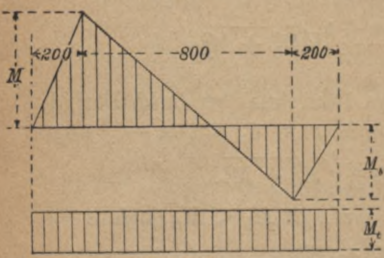
$$M_i = 1400 + \tfrac{714}{4} = 1580 \text{ cmkg}.$$

$$\tfrac{1}{10} 3^3 \cdot k_b = 1580, \quad k_b = 580 \text{ kg/cm}^2.$$

$K_b$ wäre die größte Spannung der Welle bei der Maximallast

$$Q = 500 \text{ kg}.$$

**240.** $v_2 = \frac{6 \cdot 6}{4} = 9$ m/sec. $P_1 = \frac{12 \cdot 75}{6} = 150$ kg.




Zu 240.

Achsendruck

$$3P_1 = 450 \text{ kg},$$

$$P_2 = \frac{12 \cdot 75}{9} = 100 \text{ kg},$$

$$3P_2 = 300 \text{ kg}.$$

Das größte Biegungsmoment am linken Lager ist

$$M_b = 450 \cdot 20 = 9000 \text{ cmkg},$$

das Drehmoment $M_t = 100 \cdot 30 = 3000$ cmkg.

$$M_i = 9000 + \tfrac{3000}{4} = 9750 \text{ cmkg} = \tfrac{1}{10} d^3 \cdot 3000.$$

$$d \sim 70 \text{ mm}.$$