Grundzüge

der

constructiven Anordnung und statischen Berechnung

der

Brücken- und Hochbau-Constructionen.

Zweiter Theil.

Die statische Berechnung der Brückenconstructionen.

Zweites Heft.

Die statische Berechnung der gestützten und aufgehängten Brücken.

Mit zahlreichen, durchgerechneten Beispielen und 11 lithographirten Tafeln.

Zum Gebrauche bei

Vorträgen und Privatstudien über Brückenbau, sowie bei statischen Berechnungen von Brücken

bearbeitet von

Dr. Friedrich Heinzerling,

Kgl. Baurath und Professor an der Kgl. rheinisch-westphälischen polytechnischen Schule zu Aachen,
vormals ordentlicher Professor der Bau- und Ingenieurwissenschaften an der Universität Gießen
und Sectionsingenieur der hessischen Ludwigseisenbahngesellschaft.

Leipzig.

Verlag von Arthur Felix.

1874.

Vorwort.

Das vorliegende zweite Heft des zweiten Theiles der „Grundzüge" ist zunächst dazu bestimmt, bei den Vorlesungen über Brückenbau an der diesseitigen polytechnischen Schule die Anwendung der theoretischen Mechanik auf die Berechnung und Construction der gestützten und aufgehängten Brücken zu zeigen und so den Uebergang von jener theoretischen zu dieser practischen Disciplin, welche sowohl in der Literatur als in den Vorträgen technischer Hochschulen im Ganzen noch etwas unvermittelt nebeneinander stehen, zu erleichtern. Um die zwischen der wissenschaftlichen Ableitung und correcten Anwendung einer Gleichung und dem durch Einführung zuverlässiger Erfahrungswerthe zu erlangenden practisch brauchbaren Resultate liegende, von dem angehenden Ingenieur bekanntlich nicht ohne Schwierigkeit auszufüllende Kluft zu überbrücken, hat sich die vollständig durchgeführte, statisch-constructive Behandlung der wichtigeren Brücken-Programme, welche einen besonderen Theil jener Vorlesungen bildet, mittels der zuvor für die Praxis zugeschnittenen Gleichungen zweckmäßig erwiesen. Das vorliegende Heft soll jenen theoretisch-practischen Vortrag derart unterstützen, daß die Entwickelung dieser Gleichungen, welche nicht in extenso vorgetragen werden kann, wo nöthig, privatim studirt und deshalb mehr Zeit auf den constructiven Theil des Brückenbaues verwendet werden kann.

Was den Inhalt dieses zweiten Hefts betrifft, so ist darin zunächst die Schwedler'sche Theorie der Stützlinie in exacter Weise auf die Construction der Brückengewölbe, insbesondere auf die Bestimmung ihrer Stärke, Belastung und zuläßige Materialpressung angewandt und hierbei die letztere, welche mit der Zunahme der Lagerflächen, also mit der Spannweite der Brückengewölbe wächst, unter Benutzung zahlreicher, ausgeführter und bewährter Brückengewölbe für die in praxi vorkommenden Fälle bestimmt und tabellarisch zusammengestellt worden.

Bei Ermittelung der günstigsten Gewölbeformen wurde die von Sivering für 5 bis 9 Mittelpunkte aufgestellte Theorie der Korblinien mit constanter Minimaldifferenz der aufeinanderfolgenden Halbmesser nunmehr allgemein, also für eine beliebige Anzahl von Mittelpunkten entwickelt.

Die Vertical- und Horizontalprojection, sowie die Abwickelung der schiefgewölbten Brücken mit variablem Fugenwinkel wurde sowohl auf graphischem als auch, um den Grad der Annäherung zu zeigen, auf analytischem Wege hergeleitet und bei den in der Praxis relativ häufigsten, schief und mit constantem Fugenwinkel gewölbten Brücken der, einem gegebenen Pfeilverhältniß entsprechende, größte zuläßige Schrägungswinkel, sowie das, einem gegebenen Schrägungswinkel entsprechende, kleinste zuläßige Pfeilverhältniß ermittelt und diese Untersuchung mit einer für die Disposition schiefgewölbter Brücken praktisch anwendbaren Tabelle begleitet.

Unter den Pfeilerstärken gewölbter Brücken ist diejenige der Strompfeiler, welche bisher meist nach analogen Ausführungen oder mittelst einer empirischen Formel bestimmt wurde, durch Einführung des bei der größten einseitigen Belastung auf sie ausgeübten Seitendrucks wissenschaftlich bestimmt und hierbei gezeigt worden, daß die Ergebnisse jener empirischen Formel, welche zudem eine wenigstens annähernde Kenntniß der zu suchenden Pfeilerstärke voraussetzt, in gewissen Fällen als unzureichend anzusehen ist.

Von den hölzernen Sprengwerken ist nur deren rationellstes, aus graden Streben zusammengesetztes System einer statischen Berechnung, jedoch mit Berücksichtigung hinreichenden Widerstandes gegen Ausbiegung (Zerknicken), unterzogen worden. Bei Ermittelung der Form und Stärke ihrer Pfeiler ist das Verfahren, von einer einfachen auf die hier erforderliche zusammengesetzte Querschnittsform überzugehen, sowie die Prüfung dieser letzteren auf ihre Stabilität gezeigt worden.

Unter den gestützten und aufgehängten Brücken in Eisen sind diejenigen mit je drei Charnieren ausführlich behandelt und hierzu die gleichnamigen, früher im Civilingenieur, Bd. XIII und XVII erschienenen Abhandlungen mit den erforderlichen Zusätzen und Kürzungen benutzt worden. Die Behandlung der gestützten Brücken mit nur zwei Charnieren an den Stützpunkten bleibt, um den in Aussicht genommenen Umfang dieses Hefts nicht allzusehr zu überschreiten, einer anderen Stelle vorbehalten, dagegen ist die statische Berechnung ihrer Land- und Strompfeiler mit Berücksichtigung ihrer größten einseitigen Belastung vervollständigt und auch diese mit einem durchgeführten, speciellen Beispiele begleitet worden.

Der in dem hiermit abgeschlossenen zweiten Theile dieses Werkes behandelten statischen Berechnung der Brücken wird nach dessen früher bekannt gegebenen Programme in dem darauf folgenden dritten Theile die constructive Anordnung der Brücken und in einem letzten Theile, dessen Erscheinen mit Rücksicht auf die diesseitigen Vorlesungen über Constructionen des höheren Bauwesens besonders zu beschleunigen ist, die statische Berechnung und constructive Anordnung der Hochbauten folgen.

Schließlich gereicht es uns zur angenehmen Pflicht, der Verlagsbuchhandlung für die ebenso gediegene, als gefällige Ausstattung, welche sie, wie dem vorhergehenden, so dem Texte und den Tafeln auch dieses Heftes hat zu Theil werden lassen, unseren besonderen Dank auszusprechen.

Möchte auch das vorliegende Heft unseren Studirenden des Brückenbaues sich nützlich erweisen und von den Fachgenossen, deren Bedürfniß es gleichfalls entsprechen sollte, freundlich aufgenommen und wohlwollend beurtheilt werden.

Aachen, Ende August 1874.

H.

Druckfehler.

Spalte 5, Gleichung (7) lies $\int_0^x$ statt $\int^x$.
„ 31, „ (85) lies x^2 statt x_2.
„ 39, Zeile 20 v. u. lies y_0 statt y.
„ 44, „ 8 v. o. lies f^m statt x^m.
„ 44, „ 10 v. o. lies 1,27 statt 1,25.
„ 44, „ 20 v. o. schalte hinter „Werth" u = ein.
„ 44, „ 24 v. o. lies $\left(\frac{1}{2u}\right)^2$ statt $\left(\frac{1}{2a}\right)^2$.
„ 46, „ 2 v. u. lies (124^a).
„ 54, „ 12 v. u. lies b) Construction u. s. w.

Spalte 102, Zeile 9 v. u. lies (292^a) statt (292).
„ 102, „ 7 v. u. lies (292^b) statt (293).
„ 150, „ 19 v. u. lies 393^a statt 393.
„ 151, „ 7 v. o. lies hin statt für.

Taf. 4, Fig. 3 ist über der Linie OX 2,56 statt 256 zu lesen.
„ 5, „ 9 ist B und C um je einen Winkelschenkel weiter rechts zu rücken.
„ 5, „ 7 oben ist x_s statt x zu lesen.

Inhalt.

Zweite Abtheilung.

Die aufgehängten Brücken (Hängbrücken).

Erster Abschnitt.

Zweiter Abschnitt.

Erste Abtheilung.

Die gestützten Brücken.

Die Träger der gestützten Brücken unterstützen die Brückenbahn von unten, bedürfen hierzu einer bedeutenderen Constructionshöhe, als die Balkenträger mit unten liegender Fahrbahn und werden, dem angewandten Baumaterial und Constructionssystem entsprechend, theils in Bogenform, theils in Polygonalform hergestellt. Wir unterscheiden hiernach die gestützten Brücken in Stein oder die gewölbten Brücken, die gestützten Brücken in Eisen oder die eisernen Bogenbrücken und die gestützten Brücken in Holz oder die hölzernen Sprengwerkbrücken.

Erster Abschnitt.

Die gewölbten Brücken.

Die Stabilität auszuführender Brückengewölbe erfordert deren Gleichgewicht gegen Drehung durch Kippen, sowie deren Gleichgewicht gegen fortschreitende Bewegung durch Gleiten. Erhält das Gewölbe die Form einer der untersuchten Stützlinien*) mit der ihr entsprechenden Belastung, so ist eine Drehung seiner Gewölbsteine im Ganzen und Einzelnen verhindert, da die Form der Stützlinie aus der allgemeinen Bedingung: $H dy = V_x dx$ entwickelt ist, welche das Gleichgewicht gegen Drehung ausdrückt.

Das Gleichgewicht gegen Gleiten wird dadurch erreicht, daß die Lagerfugen senkrecht zur Stützlinie liegen oder höchstens um den Reibungswinkel von dieser Lage abweichen. Läuft die Wölblinie parallel zur Stützlinie, so wird auch jene von der Lagerfuge senkrecht geschnitten, wie es der Steinschnitt in der Regel erfordert. Geht die Stützlinie durch die Mitten der Gewölbsteine, so lassen sich beide Bedingungen nicht mehr gleichzeitig erfüllen. Man stellt alsdann die Lagerfugen senkrecht zur inneren Wölblinie und beachtet, daß sie in dieser Lage von der zur Stützlinie normalen Lage höchstens um jenen Reibungswinkel abweichen dürfen.

Alle Brückengewölbe, für welche sich das Belastungsgesetz vom Scheitel bis zum Widerlager erfüllen läßt, wie die meisten Segmentbogen- und die Klinoidengewölbe, s. Taf. 2, Fig. 4—7 und Taf. 4, Fig. 1, 2, 4 und 5, erfordern daher nur eine Hilfsconstruction, s. Taf. 2, Fig. 4 und 6 und Taf. 4, Fig. 1 und 4, worin die Stützlinie, die innere Wölblinie und die auf das Gewölbmaterial, als Einheitsgewicht, bezogene oberste Belastungslinie sowie eine der Verkehrsbelastung, dem Gewicht der Verkehrsbahn, der Zwischenconstruction und dem Gewölbegewicht entsprechende Zwischenbelastungslinie einzutragen ist. Die eigentliche Gewölbeconstruction wird hieraus abgeleitet, indem man die obere und untere Begrenzungslinie des Gewölbes selbst beibehält, die Verkehrsbelastung selbstverständlich wegläßt und der Verkehrsbahn, sowie dem Zwischengewölbe die ihnen zukommende Lage und Höhe giebt, während der Rest entweder der Hintermauerung und Zwischenschüttung oder den Pfeilern dieser Zwischenconstruction entspricht, siehe Taf. 2, Fig. 5 u. 7, sowie Taf. 4, Fig. 2 u. 5.

Alle Brückengewölbe, für welche sich das Belastungsgesetz nur vom Scheitel bis zu einem gewissen, durch die nothwendige Lage der Brückenbahn bedingten Punkte erfüllen läßt, wie beim Halbkreis-, Korbbogen- und elliptischen Gewölbe, s. Taf. 2, Fig. 1, 2 und Taf. 3, Fig. 1, 2, 4, 5 lassen sich vom Scheitel ab bis zu jenem Punkte ganz in der obenerwähnten Weise, von da ab aber in der Weise construiren, daß man die der Lage der Fahrbahn entsprechende, veränderte Belastungslinie sammt allen obengenannten Zwischenbelastungslinien in die Hilfsconstruction einträgt und die ihr entsprechende Stützlinie mit Benutzung der aus der analytischen Behandlung bekannten, constanten Größe $H = g z_0 \varrho_0$ des Horizontalschubes auf graphischem Wege aufsucht. Entfernt sich die hierdurch erhaltene Stützlinie zu sehr von der zweckmäßigen Richtung, so läßt sich deren Lage durch Erhöhung der Hintermauerung und Erniedrigung der Zwischenconstruction in gewünschter Weise abändern.

Um die Grenze der Abweichung dieser verlegten von der

*) S. Heinzerling, Grundzüge der constructiven Anordnung und statischen Berechnung der Brücken- und Hochbauconstructionen. Erster Theil. Leipzig 1870. Spalte 511 ff.

normalen Stützlinie zu finden, bezeichne T die Tangentialpressung der verlegten Stützlinie in einem beliebigen Punkte mit der Abscisse x derselben, s. Taf. 1, Fig. 1. Zerlegt man T in eine zur Lagerfuge parallele und in eine zu derselben senkrechte Componente N, welche an dem Hebelsarm n des Abstandes der Stützlinie von der Mittellinie des Gewölbes wirkt, so ergiebt sich, wenn die an der äußersten Kante des Gewölbes herrschende Pressung mit p, und die Länge der Lagerfuge mit d_x bezeichnet wird, für die Breite 1 eines Gewölbstreifens die bekannte Momentengleichung

$$N n = p_{\prime} . \frac{d_x^2}{6},$$

woraus man

$$p_{\prime} = 6 . \frac{n}{d_x^2} N$$

erhält. Wird die in der Lagerfuge herrschende mittlere, gleichförmig vertheilte Pressung mit $p_{\prime\prime}$ bezeichnet, so ergiebt sich

$$N = p_{\prime\prime} d_x, \text{ woraus } p_{\prime\prime} = \frac{N}{d_x}.$$

Soll ein Oeffnen der Fugen oder ein Zug in der betrachteten Lagerfuge des Gewölbes nicht stattfinden, so muß, wie in Fig. 2 angedeutet, $p_{\prime} - p_{\prime\prime} = 0$, oder

$$6 . \frac{n}{d_x^2} = \frac{1}{d_x}, \text{ daher } n = \frac{d_x}{6}$$

sein. Weicht die verlegte Stützlinie von der Mittellinie des Gewölbes nach der entgegengesetzten Seite ab, so darf auch hier die zur Lagerfuge normale Componente N_1 höchstens in dem Abstande

$$n_1 = \frac{d_x}{6}$$

von jener Mittellinie des Gewölbes angreifen, mithin ergiebt sich als die Grenze jener Abweichungen der verlegten von der normalen Stützlinie für jede Lagerfuge die Breite

$$n + n_1 = \frac{d_x}{3}$$

eines in dem Inneren des Gewölbes enthaltenen Streifens, des Kernstreifens, welchen die verlangte Stützlinie nicht überschreiten darf, ohne auf ein Oeffnen der Lagerfugen an der inneren oder äußeren Wölblinie hinzuwirken.

Aus dem Winkel β, welchen die Tangentialpressung T mit deren zur Lagerfuge normalen Componente N bildet und welchen der Reibungswinkel des angewandten Gewölbmaterials nicht überschreiten darf, der nach den hierüber angestellten Versuchen*) im Mittel zu 20 bis 25° anzunehmen ist, läßt sich alsdann für jede Stelle des Gewölbes beurtheilen, ob in Folge einer Verlegung der Stützlinie ein Gleiten der Gewölbsteine zu besorgen ist oder nicht.

*) Vrgl. u. A. die Versuche von Bukowsky, Ztschr. d. ö. Ing. u. Arch.-Ver. Wien 1870. S. 224.

Um die beabsichtigte Lage der Stützlinie in dem Gewölbe zu erreichen und nicht dem Zufalle zu überlassen, handelt es sich hauptsächlich um eine Fixirung ihrer Endpunkte am Scheitel und am Kämpfer durch Anwendung zweckmäßig angeordneter Druckschläge oder schwach convexer Lagerfugen, welche sowohl bei der durch die Ausrüstung bewirkten Senkung des Gewölbes als bei den geringen, in Folge von Temperaturveränderungen und einseitigen Belastungen eintretenden Hebungen und Senkungen desselben, als Charniere wirken. Hierdurch wird der Widerstandslinie nicht nur die beabsichtigte Lage im Gewölbe gegeben, sondern auch der Hauptdruck desselben von der Kante abgelenkt und auf den inneren, widerstandsfähigeren Theil jener Fugen vertheilt. Um die Widerstandsfähigkeit derselben zu vermehren, lassen sich sowohl zu den Kämpfern und Anlaufsteinen, als zu dem Schlußstein und den beiden Auslaufsteinen des Gewölbes, welche alle an ihren Berührungsstellen jene convexen Lagerfugen erhalten, während die ihnen gegenüberstehenden Lagerfugen eben sind, festere Steinarten als zu den übrigen Theilen der Gewölbschenkel verwenden, s. Fig. 3 u. 4, Taf. 1.

Die Axen der gewölbten Brücken schneiden die zu überbrückende Weg- oder Wasserlinie entweder unter einem rechten Winkel, in welchem Falle sie gerade, oder unter einem spitzen Winkel, in welchem Falle sie schiefe Brücken bilden.

A) Die geraden gewölbten Brücken.

Versteht man unter H den Horizontalschub, unter V_x das Gewicht des Gewölbes, einschließlich seiner größten bewegten Belastung von seinem Scheitel bis zu einer beliebigen Abscisse x, so gilt für die Stützlinien aller Gewölbe die Gleichung:

$$H . \frac{dy}{dx} = V_x. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Bezeichnet man mit z die Belastungshöhe des Gewölbes für die Abscisse x, und mit g das Gewicht der kubischen Einheit des Gewölb- und des mit ihm homogen gedachten Belastungsmaterials, so ist das Gewicht des betrachteten Gewölbstückes

$$V_x = g \int_0^x z \, dx, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

mithin, wenn dieser Werth in Gleichung (1) eingeführt und dann die letztere differentiirt wird,

$$H \frac{d^2 y}{dx^2} = g z. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Setzt man in der allgemeinen Gleichung des Krümmungshalbmessers jeder Gewölbecurve

$$\varrho = \frac{\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}},$$

$\frac{dy}{dx} = 0$, so ist der Krümmungshalbmesser im Scheitel

$\varrho_0 = \frac{1}{\frac{d^2y}{dx^2}}$, mithin

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{\varrho_0}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

daher, wenn dieser Werth in Gleichung (3) eingeführt wird,

$$H = g z_0 \varrho_0 = g h. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Der Horizontalschub jedes Gewölbes ist daher constant und gleich dem Gewichte eines, aus dem zu dem Gewölbe angewandten Materiale bestehenden, Parallelepipedums von der Dicke 1, der Länge des Krümmungshalbmessers und der Breite der Belastungshöhe im Scheitel oder von dem Volumen h. Aus Gleichung (5) folgt ferner die Belastungshöhe im Gewölbscheitel

$$z_0 = \frac{h}{\varrho_0}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Wird der Werth von V_x aus Gleichung (2) und von H aus Gleichung (5) in Gleichung (1) eingeführt, so ergiebt sich

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{h}\int^x z\,dx, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

und wenn man den Werth von H aus Gleichung (5) in Gleichung (3) einsetzt, oder Gleichung (7) differentiirt,

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{z}{h}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Hieraus erhält man die Belastungshöhe für die Abscisse x

$$z = h \, . \, \frac{d^2y}{dx^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

und mit Berücksichtigung des Werthes aus Gleichung (6)

$$z = z_0 \varrho_0 \frac{d^2y}{dx^2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Die Belastung der Brückengewölbe besteht theils aus ihrem eigenen, theils aus dem Gewichte der Brückenbahn sammt der sie unterstützenden Zwischenconstruction und theils aus der veränderlichen Verkehrslast.

Behält g seine frühere Bedeutung und bezeichnet d die Stärke des Schlußsteins, d′ die Höhe der Brückenbahn mit dem mittleren Gewichte g′ ihrer kubischen Einheit und v die Verkehrsbelastung für die Quadrateinheit der Brückenbahn, so beträgt die Gesammtbelastung V_x des Gewölbes im Scheitel für die Abscisse x = 1

$$V_1 = dg + d'g' + v, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

und deren Belastungshöhe

$$z_0 = \frac{V_1}{g} = d + \frac{d'g' + v}{g}, \quad . \quad . \quad (12)$$

worin $\frac{d'g'}{g}$ und $\frac{v}{g}$ die auf das Gewölbmaterial als Einheitsgewicht reducirten Höhen jener Belastungen d′g′ und v darstellen.

Die Verkehrsbelastung kann angenommen werden:

1) bei Straßenbrücken zu v = 400 Kilogr. pro □Met.,

2) bei Eisenbahnbrücken zu 0,25 bis 0,4 der Belastung q für die laufende Einheit

eines Geleises, je nachdem man die letztere auf die ganze Breite der Brücke oder nur auf die Breite der Querschwellen vertheilt annimmt, also im Mittel für die Quadrateinheit zu

$$v = \frac{1}{2}(0{,}25 + 0{,}4)\,q = \text{rot.}\ \frac{1}{3}\,q.$$

Die größte gleichförmig vertheilte Verkehrslast q von Eisenbahnbrücken nimmt ab mit deren Spannweite und ergiebt sich aus umstehender Tabelle.

Die ruhende Belastung der Brückengewölbe besteht aus derjenigen der Brückenbahn und der zwischen beiden befindlichen Zwischenschüttung oder Zwischenconstruction.

Das Gewicht der Fahrbahn steinerner Straßenbrücken kann:

1) bei Anwendung von Chaussirung zu 500 bis 700, also im Mittel zu

$$f_s^c = \frac{1}{2}(500 + 700) = 600 \text{ Kilogr. pro □Met.}$$

2) bei Anwendung von Pflasterung zu 800 bis 1200, also im Mittel zu

$$f_s^p = \frac{1}{2}(800 + 1200) = 1000 \text{ Kilogr. pro □Met.}$$

angenommen werden.

Das Gewicht der Fahrbahn steinerner Eisenbahnbrücken kann, je nachdem man dasselbe auf die Breite der Querschwellen oder auf die Breite der Brücke vertheilt annimmt, zu 1040 bis 1160, also im Mittel zu

$$f_e = \frac{1}{2}(1040 + 1160) = 1100 \text{ Kilogr. pro □Met.}$$

Brückenbahn angenommen werden.

Besteht die Zwischenconstruction einer 8 Met. breiten Straßen- oder Eisenbahnbrücke aus 5 Zwischengewölben von je 0,6 Met. Spannweite und 0,25 Met. Stärke, vier Zwischenpfeilern von je 0,5 Met. und zwei Widerlagpfeilern von je 0,75 Met. Stärke und 5 Sohlgewölben von je 0,9 Met. Spannweite und 0,25 Met. Stärke, so kann deren Gewicht mit Ausschluß der Zwischen- und Endpfeiler, je nachdem der hierzu meist verwandte Backstein 2000 bis 2200 Kilogr. pro Centim. wiegt; zu 500 bis 600, also im Mittel zu

I. Tabelle der größten gleichförmig vertheilten Verkehrsbelastung für verschiedene Spannweiten und ein Geleise.*)

Spannweite in		Verkehrsbelastung pro laufenden		Spannweite in		Verkehrsbelastung pro laufenden		Spannweite in		Verkehrsbelastung pro laufenden	
Met.	Fuß	Met. in Klg.	Fuß in ZC.	Met.	Fuß	Met. in Klg.	Fuß in ZC.	Met.	Fuß	Met. in Klg.	Fuß in ZC.
1	3	23520	148,07	24	76	5170	32,47	90	287	3430	21,50
2	6	11760	74,67	27	86	5110	32,09	100	318	3250	20,37
3	10	10000	62,77	30	95	5060	31,78	110	350	3100	19,43
4	13	9700	60,89	33	105	4990	31,31	120	382	2970	18,69
5	16	9030	56,69	36	115	4880	30,62	130	414	2859	17,93
6	19	8540	53,59	40	127	4680	29,37	140	446	2740	17,24
8	25	7450	46,72	45	143	4580	28,74	150	478	2659	16,68
10	29	6770	42,53	50	159	4430	27,80	160	510	2570	16,18
12	38	6010	37,76	55	175	4250	26,67	170	542	2490	15,67
15	48	5470	34,38	60	191	4100	25,73	180	574	2420	15,24
18	57	5460	34,29	70	223	3830	24,01	190	605	2360	14,86
21	67	5300	33,28	80	255	3610	22,63	200	637	2310	14,54

$$z = \frac{1}{2}(500 + 600) = 550 \text{ Kilogr. pro } \square \text{Met.}$$

Brückenbahn gerechnet werden.

Die gleichförmig verbreitete ruhende Belastung der Brückengewölbe ergiebt sich aus der Summe der zuvor berechneten Belastungen durch die Fahrbahn und die Zwischenconstruction und beträgt im Mittel

bei chaussirten Straßenbrücken

$$d'g' = f_s^c + z = 600 + 550 = 1150 \text{ Kilogr.},$$

bei gepflasterten Straßenbrücken

$$d'g' = f_s^p + z = 1000 + 550 = 1550 \text{ Kilogr.},$$

bei Eisenbahnbrücken

$$d'g' = f_e + z = 1100 + 550 = 1650 \text{ Kilogr.}$$

pro □ Met. Brückenbahn.

Das Gewicht einer aus Sand oder Kies bestehenden, durchnäßten Zwischenschüttung beträgt 2000 bis 2200 Kilogr. pro Kbkmtr., während das Gewicht g der Gewölbe

aus Granitquadern zu . . . . . . 2800 Kilogr.,
aus hartem Sandsteinquader oder frischem
Bruchsteinmauerwerk zu 2500 bis 2200 Kilogr.,
aus hartgebrannten Ziegeln zu 2200 bis 2000 Kilogr.

angenommen werden kann.

*) Ueber die Zusammensetzung der Maschinen und Wagen des in vorstehender Tabelle zu Grunde gelegten Normalzuges, vrgl. H. Schmidt, über die Bestimmung der äußeren, auf ein Brückensystem wirkenden Kräfte. Allg. Bauztg. Wien 1866, S. 27 ff. und Heinzerling, die angreifenden und widerstehenden Kräfte der Brücken- und Hochbauconstructionen. Berlin 1867, Seite 6 ff.

Eine österreichische Ministerialverordnung, betr. die bei Erbauung eiserner Brücken zu beobachtenden Sicherheitsrücksichten, d. d. 30. Aug. 1870, bestimmt als kleinste zufällige Belastung

bei 1 Met. Spannweite	20 Tons	(20000 Kilogr.) pro lauf. Met. Geleise,
„ 2 „ „	15 „	(15000 Kilogr.) pro lauf. Met. Geleise,
„ 5 „ „	10 „	(10000 Kilogr.) pro lauf. Met. Geleise,
„ 20 „ „	5 „	(5000 Kilogr.) pro lauf. Met. Geleise,
„ 30 und mehr „	4 „	(4000 Kilogr.) pro lauf. Met. Geleise.

Bezeichnet man mit p die Pressung, welcher man die Quadrateinheit der Lagerfuge des Schlußsteins mit Sicherheit und mit Bezug auf die Größe ihres Flächeninhaltes aussetzen darf, so muß allgemein

$$H = d p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

und, wenn für H aus Gleichung (5) sein Werth gesetzt wird,

$$g z_0 \varrho_0 = d p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

sein. Wird aus Gleichung (12) der Werth von z_0 eingeführt, so erhält man

$$g\left(d + \frac{d'g' + v}{g}\right)\varrho_0 = d p, \quad . \quad . \quad (15)$$

mithin, wenn nach d aufgelöst wird, die allgemeine Gleichung der Stärke des Schlußsteins

$$d = \frac{d'g' + v}{\frac{p}{\varrho_0} - g}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

worin ϱ_0 für jede Gewölbeform zu ermitteln und p als Erfahrungswerth zu bestimmen ist.

Geht die Stützlinie durch die halbe Höhe $\frac{d}{2}$ des Schlußsteins, so ist, wenn ϱ_0' den Krümmungshalbmesser am Scheitel der inneren Wölblinie bezeichnet,

$$\varrho_0 = \varrho_0' + \frac{d}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Aus Gleichung (15) und (17) ergiebt sich alsdann

$$p = \varrho_0 \left(\frac{d'g' + v}{d} + g\right), \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

woraus folgt, daß die Pressung der Quadrateinheit des Gewölbmaterials dem Krümmungshalbmesser der Stützlinie des Gewölbes im Scheitel direct proportional ist, mit der Höhe und dem Einheitsgewichte des Füllmateriales, mit dem Einheitsgewichte des Gewölbmateriales sowie mit der Größe der Verkehrsbelastung wächst und mit der Dicke des Schlußsteins abnimmt.

Aus vorstehender Formel läßt sich also die Pressung p im Schlußstein bestimmen, sobald die Größen ϱ_0, d, d', g', g und v bekannt sind. Werden dieselben einer hinreichend großen Zahl ausgeführter Eisenbahn- und Straßenbrücken entnommen,*) so erhält man mit Berücksichtigung der Verschiedenheit des angewandten Gewölbmaterials umstehende Tabelle.

Bezeichnet α den Winkel, welchen die Tangente für einen beliebigen Punkt (x, y) der Stützlinie mit dem Horizonte oder der Krümmungshalbmesser dieses Punktes der Stützlinie mit einer Lothrechten einschließt, siehe Fig. 5, Taf. 1, so ist die Tangentialpressung in diesem Punkte

$$T = \frac{H}{\cos\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

und, wenn mit d_x die Länge der Lagerfuge in diesem Punkte bezeichnet und dieselbe Pressung p auf die Quadrateinheit zugelassen wird,

$$T = d_x \cdot p, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

mithin, wenn man diesen, sowie den Werth von H aus Gleichung (13) einführt

$$d_x = \frac{d}{\cos\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

und wenn, wie beim Kreise, der Krümmungshalbmesser $\varrho = r$ constant ist, also

$$\cos\alpha = \frac{r - y}{r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

gesetzt werden kann,

$$d_x = \frac{rd}{r - y} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

Da die Lagerfuge in jedem Punkte der Stützlinie normal zu ihrer Tangente sein, der Winkel α also mit dem Neigungswinkel, den die Lagerfuge mit einer Lothrechten bildet, übereinstimmen soll, so ist d_x als die Hypotenuse eines Dreiecks, dessen senkrechte Kathete der aus Gleichung (17) bekannten Schlußsteinstärke d entspricht, bekannt und leicht zu construiren. Für den Bogenanfang, für welchen $x = \frac{l}{2}$ und $\alpha = \varphi$, ergiebt sich die Länge der Kämpferfuge

$$d_{\frac{l}{2}} = \frac{d}{\cos\varphi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

und, da für den Kreis

$$\cos\varphi = \frac{r - f}{r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

gesetzt werden kann,

$$d_{\frac{l}{2}} = \frac{rd}{r - f}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

welche leicht zu berechnen oder auf die analoge Weise zu construiren ist.

In Gleichung (1) ist entweder:

$\frac{dy}{dx}$, d. h. die Form der Wölblinie, oder

$V_x = f(x)$, d. h. die Belastungsweise des Gewölbes gegeben und hieraus beziehungsweise die Belastung des Gewölbes oder die Form der Wölblinie zu finden. Unter die gebräuchlichsten Formen der Gewölbe gehört der Kreis und die Ellipse. Die Kreisgewölbe haben entweder die Form des Halbkreises oder „vollen Bogens", des Kreissegmentes oder Stichbogens oder eines aus mehreren Kreissegmenten zusammengesetzten Bogens, des Korbbogens. Als die natürlichste Belastungsweise ergiebt sich die der zweckmäßigsten Lage der Fahrbahn entsprechende, gerad abgeglichene und hier entweder das Gewölbe mit wagrecht abgeglichener Belastung oder das Aklinoidengewölbe und das Gewölbe mit gerad abgeglichener, von beiden Seiten nach der Mitte hin steigender Belastung oder das Anaklinoidengewölbe.

I. Die Brücken, welche den Kreis oder Theile des Kreises zur Gewölbeform haben.

Die Scheitelgleichung der kreisförmigen Stützlinie mit dem Radius r, s. Fig. 6, Taf. 1, ist

$$r - y = \sqrt{r^2 - x^2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

*) Siehe: Heinzerling, Theorie, Construction und statische Berechnung der Brückengewölbe nebst Ermittelung der hierzu erforderlichen Erfahrungswerthe. Allgem. Bauzeitung. Wien 1872. Tab. IV.

II. Tabelle über die in den Schlußsteinen der Gewölbe von Eisenbahn= und Straßen

Nr.	Krümmungshalbmesser ϱ_0' im Scheitel.			Stärke d des Schlußsteins.			Krümmungshalbmesser $\varrho_0' + \frac{d}{2}$ der Stützlinie im Scheitel			Belastung $d'g' + v$	
	Haustein	Backstein	Bruchstein	Haustein	Backstein	Bruchstein	Haustein	Backstein	Bruchstein	Eisenbahn= brücke	Straßen= brücke
	Met.	Met.	Met.	Met.	Met.	Met.	Met.	Met.	Met.	Kg. p. □m.	Kg. p. □m.
1	5	—	—	0,52	—	—	5,26	—	—	2800	1800
2	—	5	—	—	0,58	—	—	5,29	—	"	"
3	—	—	5	—	—	0,64	—	—	5,32	"	"
4	10	—	—	0,64	—	—	10,32	—	—	"	"
5	—	10	—	—	0,71	—	—	10,35	—	"	"
6	—	—	10	—	—	0,79	—	—	10,39	"	"
7	15	—	—	0,77	—	—	15,38	—	—	"	"
8	—	15	—	—	0,85	—	—	15,42	—	"	"
9	—	—	15	—	—	0,95	—	—	15,47	"	"
10	20	—	—	0,89	—	—	20,44	—	—	"	"
11	—	20	—	—	0,99	—	—	20,49	—	"	"
12	—	—	20	—	—	1,10	—	—	20,55	"	"
13	25	—	—	1,02	—	—	25,51	—	—	"	"
14	—	25	—	—	1,13	—	—	25,52	—	"	"
15	—	—	25	—	—	1,26	—	—	25,55	"	"
16	30	—	—	1,14	—	—	30,57	—	—	"	"
17	—	30	—	—	1,26	—	—	30,63	—	"	"
18	—	—	30	—	—	—	—	—	30,70	"	"
19	35	—	—	1,27	—	1,41	35,63	—	—	"	"
20	—	35	—	—	1,41	—	—	35,70	—	"	"
21	—	—	35	—	—	—	—	—	35,78	"	"
22	40	—	—	1,39	—	1,57	40,69	—	—	"	"
23	45	—	—	1,52	—	—	45,76	—	—	"	"
24	50	—	—	1,64	—	—	50,82	—	—	"	"
25	55	—	—	1,77	—	—	55,88	—	—	"	"
26	60	—	—	1,89	—	—	60,94	—	—	"	"

brücken in Haustein, Backstein und Bruchstein stattfindenden Pressungen.

Gewicht g des Gewölbmauerwerks			Pressung p des Schlußsteins von Eisenbahnbrücken			Pressung p des Schlußsteins von Straßenbrücken.		
Haustein	Backstein	Bruchstein	Haustein	Backstein	Bruchstein	Haustein	Backstein	Bruchstein
Klg. p. Kmet.	Klg. p. Kmet.	Klg. p. Kmet.	Klg. p. □m.	Klg. p. □m.	Klg. p. □m.	Klg. p. □m.	Klg. p. □m.	Klg. p. □m.
2800 2500	—	—	43000 41500	—	—	32900 31400	—	—
—	2200 2000	—	—	37200 36100	—	—	28000 27000	—
—	—	2500 2200	—	—	36600 35000	—	—	28200 27000
2800 2500	—	—	74000 71000	—	—	57900 54800	—	—
—	2200 2000	—	—	63600 61500	—	—	49000 47000	—
—	—	2500 2200	—	—	66943 59700	—	—	49600 46500
2800 2500	—	—	99000 94400	—	—	79000 74400	—	—
—	2200 2000	—	—	84700 81600	—	—	66500 63500	—
—	—	2500 2200	—	—	84300 79600	—	—	68000 63300
2800 2500	—	—	119000 115400	—	—	98500 92400	—	—
—	2200 2000	—	—	103000 98900	—	—	82300 78200	—
—	—	2500 2200	—	—	103700 97800	—	—	85000 78900
2800 2500	—	—	141000 133800	—	—	116400 108800	—	—
—	2200 2000	—	—	119400 114300	—	—	96800 91700	—
—	—	2500 2200	—	—	120600 113000	—	—	100400 92700
2800 2500	—	—	161000 151000	—	—	133900 124300	—	—
—	2200 2000	—	—	135400 129300	—	—	118900 105000	—
—	—	2500 2200	—	—	137700 128500	—	—	115900 106700
2800 2500	—	—	178000 167600	—	—	153800 139600	—	—
—	2200 2000	—	—	149400 142300	—	—	124100 117000	—
—	—	2500 2200	—	—	153200 142500	—	—	130500 119700
2800 2500	—	—	196000 183700	—	—	166600 154400	—	—
2800 2500	—	—	212000 198700	—	—	182300 168600	—	—
2800 2500	—	—	229000 213800	—	—	187800 182800	—	—
2800 2500	—	—	245000 228100	—	—	213300 196500	—	—
2800 2500	—	—	261000 242600	—	—	228600 210400	—	—

woraus eine zweimalige Differentiation

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{\sqrt{r^2 - x^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

und beziehungsweise

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{r^2}{\sqrt{(r^2 - x^2)^3}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

liefert. Setzt man in Gleichung (17) $\varrho_0 = r$, so erhält man

$$d = \frac{d'g' + v}{\frac{p}{r} - g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

und wenn mit r_1 der bekannte Radius der inneren Wölblinie bezeichnet wird, da die Stützlinie durch die Mitte des Schlußsteins gehen soll,

$$r = r_1 + \frac{d}{2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

also nach Einführung dieses Werthes in Gleichung (30)

$$d = \frac{d'g' + v}{\frac{p}{r_1 + \frac{d}{2}} - g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

und hieraus, wenn man nach Potenzen von d ordnet,

$$d^2 - d\left(\frac{2p - d'g' + v}{g} - 2r_1\right) + 2r_1(d'g' + v) = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33)$$

Wird diese quadratische Gleichung nach d aufgelöst und der Kürze halber

$$\frac{2p - (d'g' + v)}{2g} - r_1 = A \quad . \quad . \quad . \quad (34)$$

ferner

$$\frac{2r_1}{g}(d'g' + v) = B \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

gesetzt, so ergiebt sich die Schlußsteinstärke aller Kreis-, Stich- und Korbbogengewölbe:

$$d = A - \sqrt{A^2 - B}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

Wird dieser Werth in die Gleichungen (12) und (31) eingeführt, so ist z_0 und r bekannt und man erhält unter Benutzung des Werthes in Gleichung (29), worin $\varrho_0 = r$ zu setzen ist, aus Gleichung (10) die Belastungshöhen aller genannten Wölblinien

$$z = z_0 \frac{r^3}{\sqrt{(r^2 - x^2)^3}}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (37)$$

welche in der später angegebenen Weise zu berechnen und aufzutragen sind.

Da die Belastungshöhe z um so rascher wächst, je mehr x sich dem Werthe von r nähert, und für $x = r$ sogar ∞ wird, so läßt sich das theoretische Belastungsgesetz hier praktisch nicht bis zu dem Bogenanfang, sondern nur bis zu einem gewissen, von der Neigung der Brückenbahnebene abhängigen Punkte mit der Abscisse x_1 erfüllen. Zwischen diesem Punkte und dem Gewölbscheitel ist alsdann jedes halbkreisförmige Gewölbe als ein Stichbogengewölbe von der Spannweite

$$l_1 = 2x_1, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (38)$$

und der Pfeilhöhe

$$f = r_1 - \sqrt{r_1^2 - x_1^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (39)$$

zu behandeln. Zwischen jenem Punkte und dem Gewölbanfange dagegen, also für den unteren Rest des Gewölbes, ist die Belastungslinie dem Längenprofil der Brückenbahn entsprechend anzunehmen, die derselben entsprechende Stützlinie zu construiren und hieraus zu entnehmen, ob dieselbe weder der äußeren, noch der inneren Wölblinie zu nahe kommt, beziehungsweise aus dem mittleren Drittel der Lagerfugen heraustritt, noch auch um mehr als den erlaubten Reibungswinkel, welcher nach den darüber angestellten Versuchen*) 20 bis 25° beträgt, von den Normalen zu jenen Fugen abweicht.

Bezeichnet M_1, s. Fig. 7 und 8, Taf. 1, den Punkt der Stützlinie des Gewölbes, bis zu welchem vom Scheitel ab sich das Belastungsgesetz erfüllen läßt und von welchem ab nach dem Kämpfer hin die Belastung des Gewölbes nach der erforderlichen Neigung der Brückenbahn abzugleichen ist, so verändert sich von hier ab zugleich die Stützlinie. Um diese veränderte Stützlinie, welche sich nur bei einem mathematisch definirbaren Belastungsgesetz analytisch bestimmen läßt, auf graphischem Wege zu erhalten, construirt man mittelst der nach Größe und Neigung bekannten, in jenem Punkte M_1 die Stützlinie berührenden Pressung R, sowie mit Hilfe der aus der Zeichnung zu ermittelnden Gewichte 1, 2, 3 . . ., alle folgende Belastungselemente der veränderten Stützlinie in der Weise, daß man jene Tangentialkraft R, wie in Fig. 8, mit diesen, in demselben Kräftemaßstab aufgetragenen Verticalkräften 1, 2, 3 . . zusammensetzt und die so erhaltenen neuen Resultanten R_1 R_2 . . . ., wie in Fig. 7, von M_1 ab der Reihe nach in den Schwerlinien jener Belastungselemente zu einem Polygon verbindet. Dieses letztere, welches die veränderte Stützlinie darstellt, erhebt sich, da die Verticalkräfte in Folge der Abgleichung A'M' geringer werden, vom Punkte M_1 ab über die kreisförmige Stützlinie und tritt daher mehr in das Innere der Gewölbmassen, wonach sich wieder die äußere Wölblinie zu richten hat. Da die Gewölbe nach dem Korbbogen und nach der Ellipse eine Erfüllung des Belastungsgesetzes bis zu deren Bogenanfang gleichfalls nicht gestatten, so ist auch für diese, später zu behandelnde Gewölbe eine ähnliche Modification ihrer Belastung nach Maßgabe der erforderlichen Neigung der Brückenbahn nöthig und die Construction der hierdurch veränderten Stützlinie auf analogem Wege zu bewirken.

---

*) Vrgl. u. a. die Versuche von Bukowsky, Zeitschr. d. österr. Ing.- und Arch.-Ver. Wien 1870. S. 224.

1) Die Brücken mit Halbkreisgewölben.

Ist die Spannweite l eines Halbkreisgewölbes gegeben, so ist der Radius seiner inneren Wölblinie

$$r_1 = \frac{l}{2} \quad \ldots\ldots \quad (40)$$

und der Radius seiner Widerstandslinie:

$$r = r_1 + \frac{d}{2} = \frac{l+d}{2} \quad \ldots \quad (41)$$

Da die Halbkreisgewölbe wegen ihres großen Pfeilverhältnisses

$$\frac{f}{l} = \frac{1}{2}$$

seltner zu Strombrücken, dagegen meistens zu hohen Viaducten angewandt werden, so soll die vorstehende statische Berechnung an einem der letzteren erläutert werden.

Beispiel. Eisenbahnviaduct mit aus Ziegeln bestehendem Halbkreisgewölbe und horizontaler Fahrbahn (s. Taf. 2, Fig. 1—3).

Beträgt dessen
Spannweite l = 30 Met.,
Gewicht des Oberbaues und der Zwischenconstruction $d'g' = 1100$ Kilogr. per □ Met.,
Verkehrsbelastung $v = \frac{5060}{3} =$ rot. 1700 Kilogr. per □ Met., also die
Gesammtbelastung $d'g' + v = 2800$ Kilogr., ferner das
Gewölbegewicht $g = 2500$ Kilogr. per Kmet.,

so erhält man nach Relation (40)

$$r_1 = \frac{30}{2} = 15 \text{ Met.},$$

ferner mit Berücksichtigung der jeweiligen Umstände aus der in Spalte 11 bis 14 enthaltenen Tabelle

$$p = 94400 \text{ Kilogr. per □ Met.}$$

und aus den Relationen (34) und (35) die Werthe

$$A = \frac{2.94400 - 2800}{2.2500} - 15 = 22{,}19,$$

$$B = \frac{2.15.2800}{2500} = 33{,}6,$$

mithin aus Gleichung (36) die Stärke des Schlußsteins

$$d = A - \sqrt{A^2 - B} = 22{,}19 - \sqrt{22{,}19^2 - 33{,}6} = 0{,}77^{\,m}.$$

Hieraus ergiebt sich die Belastungshöhe im Scheitel

$$z_0 = d + \frac{d'g' + v}{g} = 0{,}77 + \frac{2800}{2500} = 1{,}89 \text{ Met.},$$

und der Radius der Widerstandslinie im Scheitel

$$r = r_1 + \frac{d}{2} = 15 + \frac{0{,}77}{2} = 15{,}38 \text{ Met.},$$

daher die Belastungshöhe für beliebige Absciſſen

$$z = z_0 \frac{r^3}{\sqrt{(r^2 - x^2)^3}} = 1{,}89 \,.\, \frac{\overline{15{,}38}^3}{\sqrt{(15{,}38^2 - x^2)^3}}$$

und für:

x	0	2,5	5	7,5	10	12,5	15
z	1,89	1,97	2,23	2,84	4,31	9,56	175,31

Werden diese Höhen aufgetragen, so ergiebt sich die in Fig. 1, Taf. 2, dargestellte Belastungslinie, welche in dem Abstande x = 12,1 von der horizontalen Fahrbahnlinie geschnitten wird und folglich, da sich die Belastungshöhe selbstverständlich nicht über die Fahrbahnebene erheben darf, eine Abänderung erleiden muß. Bewirkt man diese von dem Punkte ab, worin die Belastungshöhe zu steigen beginnt und dessen Absciſſe x = 8,75 Meter beträgt, indem man zur gleichzeitigen Herstellung einer guten Abwässerung, anstatt jener steigenden und gekrümmten, eine fallende und gerade Abgleichungslinie der Hintermauerung annimmt, so ändert sich von jenem Punkte ab das Belastungsgesetz und die ihm entsprechende Widerstandslinie, während beide in dem mittleren, empfindlicheren Theile des Gewölbes dieselben bleiben. Der Einfluß, welchen eine Aenderung in dem Belastungsgesetze auf die Form der Widerstandlinie ausübt, wird nämlich relativ um so geringer, je näher an dem Widerlager diese Aenderung erfolgt. Combinirt man nun jene, durch die abgeänderte Belastungslinie theilweise verkürzten Belastungselemente mit dem constanten Horizontalschube, so erhält man die verlegte, weniger fallende Stützlinie. Die mittleren, vom Scheitel ab auf einander folgenden Höhen

1,9; 1,95; 2,00; 2,09; 2,19; 2,35; 3,15; 3,67; 4,45; 5,60; 7,20 und 9,90 Met.

der je $\frac{15}{12} = 1{,}25$ Met. breiten Belastungselemente 1 bis 12 ergeben nämlich, wenn sie successive summirt werden, die Theilhöhen

1,9; 3,85; 5,85; 7,94; 10,13; 12,48; 15,63; 19,30; 23,75; 29,35; 36,56 und die Gesammthöhe 46,45 Met.,

welche in Fig. 3 in $\frac{1}{5}$ der Belastungshöhen aufgetragen sind. Der Horizontalschub beträgt

$$H = g z_0 r = g \,.\, 1{,}89 \,.\, 15{,}38 = g \,.\, 29{,}07 \text{ Kilogr.}$$

und entspricht dem Gewichte eines parallelepipedischen Steinprismas von 29,07 Met. Länge, 1 Met. Breite und 1 Met. Dicke, also 29,07 Met. kubischem Inhalt oder, wenn man die Breite von 1,25 der Belastungselemente zu Grunde legt, dem Gewichte eines Steinprismas von $29{,}07 \,.\, \frac{1}{1{,}25} = 23{,}25$ Met. Länge, 1,25 Met. Breite, 1 Met. Dicke und demselben kubischen Inhalte. Aus der letzteren, im Verhältniß von $\frac{1}{1{,}25} = \frac{4}{5}$ reducirten Länge 23,25 Met. der Horizontalkraft und den obigen 12 Verticalkräften sind in Fig. 3, Taf. 2, die vom Scheitel ab aufeinander folgenden Resultanten dieser Kräfte construirt und in den Schwerlinien der zugehörigen Belastungselemente (z. B. die Hypotenuse von 23,25 und 1,9 in der Schwerlinie des Belastungselementes 1, die Hypotenuse von 23,25 und 3,85 in der Schwerlinie des Belastungselementes 2 u. s. f.) zu der combinirten Stützlinie zusammengesetzt worden, die, wie Fig. 1 zeigt, vom Scheitel bis zu jener, der Abscisse 8,75 entsprechenden Ordinate mit der normalen Stützlinie vollkommen übereinstimmt und nur in dem unteren, der Abscisse 8,75 bis 15 entsprechenden Theile des Gewölbes, von ihr abweicht. Dieselbe Stützlinie läßt sich mit Hilfe der 29,07 Met. langen Horizontalkraft construiren, wenn die 12 Verticalkräfte in dem Maßstabe von $\frac{1}{5} . 1{,}25 = \frac{1}{4}$ der zugehörigen Belastungshöhen, was einem Gesammtvolumen von 46,45 . 1,25 = 58,06 Kmet. entspricht, aufgetragen werden, wie dies in der erwähnten Figur gleichfalls geschehen ist.

Berechnet oder construirt man hierauf zwischen der Schlußfuge und der der Abscisse 15 entsprechenden Kämpferfuge die Längen einer hinreichenden Zahl verschiedener, nach dem Mittelpunkte des Halbkreises gerichteter Lagerfugen, indem man in deren unteren Endpunkten Lothrechte von der Länge d = 0,77 Met. des Schlußsteins errichtet und die ersteren mit einer durch den oberen Endpunkt der letzteren gelegten Horizontalen schneidet, so erhält man durch die Verbindung dieser Schnittpunkte die äußere Wölblinie, welche über die Zulässigkeit der verlegten Stützlinie entscheidet und in dem vorliegenden Falle zeigt, daß die letztere das mittlere Drittel der Gewölbfugen noch nicht überschreitet, mithin noch zulässig ist. Hiermit ist der Entwurf des Gewölbes als freitragende Construction beendet und der unterhalb der Kämpferfuge gelegene Theil des Halbkreisbogens ist als Widerlager entweder mit wagrechten oder mit geneigten Lagerfugen auszuführen.

2) Die Brücken mit Segmentbogen- oder Stichbogen-Gewölben.

Ist die Spannweite l und die Pfeilhöhe f, welche bei dem, einem Centriwinkel von 60° entsprechenden, sogenannten 60gradigen Stichbogen

$$f = l - \sqrt{l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} = l\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0{,}13395\, l \quad (42)$$

beträgt, gegeben, so erhält man mit Bezug auf Fig. 9, Taf. 1

1) den Radius der inneren Wölblinie aus der bekannten Beziehung $\left(\frac{l}{2}\right)^2 = f(2r_1 - f)$

$$r_1 = \frac{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + f_2}{2f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43)$$

und für den 60°igen Bogen

$$r_1 = l, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (44)$$

2) den Radius der Stützlinie, und zwar

α) parallel zur inneren Wölblinie

$$r = r_1 + \frac{d}{2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (45)$$

β) durch die Mitten der Lagerfugen aus derselben Beziehung

$$\left(\frac{l}{2} + \frac{d}{2} \cdot \frac{\frac{l}{2}}{r_1 - f}\right)^2 = f(2r - f)$$

$$r = \frac{l^2}{8f}\left(1 + \frac{\frac{d}{2}}{r_1 - f}\right)^2 + \frac{f}{2}, \quad . \quad (46)$$

3) den Radius der äußeren Wölblinie auf dieselbe Weise aus

$$\left(\frac{l}{2} + 2 . \frac{d}{2} . \frac{\frac{l}{2}}{r_1 - f}\right)^2 = f(2r_{,,} - f)$$

$$r_{,,} = \frac{l^2}{8f}\left(1 + \frac{d}{r_1 - f}\right)^2 + \frac{f}{2} . \quad . \quad . \quad (47)$$

Die für alle Kreisgewölbe aufgestellten Formeln gelten also hier für die Abscissen x = 0 bis $x = \frac{l}{2}$. Da die Kreissegmentbogenbrücken sehr häufig, meistens zu Strombrücken sowohl in Eisenbahn- als Straßenlinien, verwendet werden, so soll nachstehend die statisch-numerische Berechnung sowohl einer Straßenbrücke mit gegebenem Pfeilverhältniß als einer Eisenbahnbrücke mit 60gradigem Segmentbogen gezeigt werden.

Erstes Beispiel. Gepflasterte Straßenbrücke mit aus Quadern bestehendem Stichbogengewölbe und mit zur inneren Wölblinie paralleler Stützlinie (s. Taf. 2, Fig. 4 und 5), deren

Spannweite l = 30 Met.,

Pfeilhöhe $f = \frac{l}{10} = 3$ Met.

Fahrbahngewicht mit Einschluß der Zwischengewölbe

d′g′ = 1100 + 300 = 1400 Klg. p. □ Met.

Verkehrslast v = 400 Kilogr. per □ Met.

Gewölbgewicht g = 2150 Kilogr. per Kmet.

beträgt.

Aus Gleichung (43) findet man den Radius der inneren Wölblinie

$$r' = \frac{15^2 + 3^2}{2.6} = 39 \text{ Met.}$$

Mit Rücksicht auf diesen Werth, sowie auf das Gewölbmaterial und die Brückengattung ergiebt sich aus der in Spalte 11 bis 14 enthaltenen Tabelle der Pressungen rund

$$p = 140000 \text{ Kilogr. per } \square \text{ Met.}$$

Die Gleichungen (34) und (35) ergeben alsdann beziehungsweise:

$$A = \frac{2.140000 - 1800}{2.2150} - 39 = 25{,}69,$$

$$B = \frac{2.39.1800}{2150} = 65{,}30,$$

mithin ist nach Gleichung (36)

$$d = 25{,}69 - \sqrt{\overline{25{,}69}^2 - 65{,}30} = 1{,}31 \text{ Met.}$$

und nach Gleichung (26) die Länge der Kämpferfuge

$$d_{15} = \frac{39.1{,}31}{39 - 3} = 1{,}42 \text{ Met.}$$

Aus Gleichung (12) erhält man

$$z_0 = 1{,}31 + \frac{1800}{2150} = 2{,}15 \text{ Met.}$$

und, weil nach Gleichung (41)

$$r = 39 + \frac{1{,}31}{2} = 39{,}66 \text{ Met.}$$

beträgt, aus Gleichung (37)

$$z = 2{,}15 \cdot \frac{\overline{39{,}66}^3}{\sqrt{(\overline{39{,}66}^3 - x^2)^3}}$$

daher für:

x	0	2,5	5	7,5	10	12,5	15 Met.
z	2,15	2,16	2,20	2,27	2,37	2,51	2,71 Met.

Werden diese Belastungshöhen, wie auf Taf. 2, Fig. 4 und 5, von der inneren Wölblinie aus lothrecht aufgetragen und von denselben mit dem aus Gleichung (47) abgeleiteten Radius der äußeren Wölblinie

$$r_{\prime\prime} = \frac{\overline{30}^2}{8.3}\left(1 + \frac{1{,}31}{39 - 3}\right)^2 + \frac{3}{2} = 41{,}78 \text{ Met.}$$

die Gewölbhöhen abgeschnitten, so stellt der oben verbliebene Rest jener Belastungshöhen theils die der Verkehrslast entsprechende Belastungshöhe $\frac{v}{g}$, welche in der Constructionszeichnung, Fig. 5, weggelassen wird, theils die dem Gewichte der Straßenfahrbahn entsprechende Belastungshöhe $\frac{d'g'}{g}$ dar, welche nun, ebenso wie jeder ihrer Bestandtheile, das Pflaster und dessen Sandlager, in ihrer wahren Höhe aufgetragen wird, wie dies in Fig. 5 gleichfalls geschehen ist. Der zwischen dem Gewölbe und der Straßenfahrbahn übrig bleibenden, dem Gewichte des Gewölbmaterials entsprechend aufgetragenen Belastung hat die auf jenen Gewölben ruhende, durchbrochen gebaute Zwischenconstruction zu entsprechen.

Wäre dasselbe Brückengewölbe in Ziegeln oder Bruchsteinen herzustellen, so würde unter übrigens gleichen Umständen nach praktischen Erfahrungen die Stärke des Schlußsteins bei dem

Ziegelgewölbe $d_z = 1{,}11\, d$
Bruchsteingewölbe $d_b = 1{,}24\, d$,

mithin statt 1,31, beziehungsweise 1,45 und 1,62 zu wählen und diese Stärke in alle davon abhängige Gleichungen einzuführen sein.

Zweites Beispiel. Eisenbahnbrücke mit 60 gradigem, aus Quadern bestehendem Stichbogengewölbe und mit die Lagerfugen der Gewölbsteine halbirender Widerstandslinie, s. Taf. 2, Fig. 6 u. 7, deren

Spannweite $l = 30$ Met.,
Oberbaugewicht mit Einschluß der Zwischengewölbe $d'g' = 1200 + 300 = 1500$ Klg. p. □ Met.,
Verkehrsbelastung $v = \frac{5060}{3} =$ rot. 1700 „ „ „
mithin $d'g' + v =$ 3200 Klg. p. □ Met.,
Gewölbmaterialgewicht $g =$ 2500 „ p. Kmet.
beträgt.

Nach Gleichung (44) beträgt der Radius der inneren Gewölblinie

$$r' = 30 \text{ Met.},$$

und nach Gleichung (42) deren Pfeilhöhe

$$f = \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) l = 0{,}13395 . 30 = 4{,}02 \text{ Met.}$$

Mit Bezug auf obigen Werth r, sowie auf das Gewölbmaterial und die Brückengattung ergiebt sich aus der in Spalte 11 bis 14 enthaltenen Tabelle der Pressungen

$$p = 162230 \text{ Kilogr. per } \square \text{ Met.},$$

ferner aus den Relationen (34) und (35) beziehungsweise

$$A = \frac{2.162230 - 3200}{2.2500} - 30 = 34{,}25$$

$$\text{und } B = \frac{2.30.3200}{2500} = 76{,}8,$$

mithin aus Gleichung (36)

$$d = 34{,}25 - \sqrt{\overline{34{,}25}^2 - 76{,}8} = 34{,}25 - 33{,}109 = 1{,}14^{m}$$

und aus Gleichung (26)

$$d_{\frac{1}{2}} = \frac{30 . 1{,}14}{30 - 4{,}02} = 1{,}32 \text{ Met.}$$

Aus den Gleichungen (12) und (46) ergiebt sich beziehungsweise die Belastungshöhe im Scheitel

$$z_0 = 1{,}14 + \frac{3200}{2500} = 1{,}14 + 1{,}28 = 2{,}42 \text{ Met.}$$

und der Radius der Widerstandslinie

$$r = \frac{\overline{30}^2}{8 . 4{,}02}\left(1 + \frac{0{,}57}{30 - 4{,}02}\right)^2 + \frac{4{,}02}{2} = 31{,}235 \text{ Met.},$$

mithin aus Gleichung (37) für beliebige Abscissen

$$z = 2{,}42 . \frac{\overline{31{,}235}^3}{\sqrt{(31{,}235^2 - x^2)^3}}.$$

und für

x	0	2,5	5	7,5	10	12,5	15 Met.,
z	2,42	2,443	2,52	2,64	2,85	3,14	3,59 Met.,

welche Belastungshöhen von der innern Wölblinie aus lothrecht nach oben aufgetragen werden. Nach Gleichung (47) beträgt der Radius der äußeren Wölblinie

$$r_{,,} = \frac{30^2}{8 . 4{,}02}\left(1 + \frac{1{,}14}{30 - 4{,}02}\right)^2 + \frac{4{,}02}{2} = 32{,}515 \text{ Met.},$$

welcher zum Abschneiden der Gewölbhöhen dient, worauf, wie bei den vorhergehenden Beispielen, die Höhe $\frac{v}{g}$ der Verkehrsbelastung weggelassen und die Belastungshöhe $\frac{d' g'}{g}$ des Oberbaues in ihrer wahren Höhe aufgetragen wird. Die zwischen dem Oberbau und dem Gewölbe erforderliche Zwischenconstruction hat alsdann wieder der zwischen beiden übrig bleibenden Belastung zu entsprechen. Für eine der inneren Wölblinie parallel laufende Widerstandslinie würde

$$r = 30 + \frac{1{,}44}{2} = 30{,}72 \text{ Met.}$$

werden und für Ziegel oder Bruchstein, nach Spalte 22, d zu vergrößern und einzusetzen sein.

3) Die Brücken mit Korbbogengewölben.

Sind die Spannweite l und die Pfeilhöhe f eines Korbbogens, s. Taf. 1, Fig. 10, gegeben, so sind zunächst vom Scheitel ab die Radien $r, r_{,,} \ldots r_m$ der einzelnen Kreisbogen sammt den ihnen zugehörigen Centriwinkeln $\alpha, \alpha_{,,} \ldots . \alpha_m$ z. B. unter der Annahme zu bestimmen, daß jene Radien in arithmetischer Progression fallen, während diese Centriwinkel in arithmetischer Progression wachsen. Die bei dieser Annahme noch unbestimmt bleibende Differenz der aufeinanderfolgenden Halbmesser wird in statischer und ästhetischer Beziehung am vollkommsten so bestimmt, daß sie ein Minimum wird.*)

Bezeichnet für einen solchen, aus $2n - 1$ Kreissegmenten bestehenden Korbbogen mit constanter Minimaldifferenz der aufeinanderfolgenden Halbmesser, für welchen $f < \frac{l}{2}$ ist, s. Fig. 11,

r_1 den größten und r_m den kleinsten Halbmesser,

$\varDelta$ die constante Differenz der aufeinanderfolgenden Halbmesser,

$2\alpha_{,}, \alpha_{,,} \ldots . \alpha_m$ die zu den, mit dem größten bis kleinsten Halbmesser beschriebenen, Bogen gehörigen Centriwinkel,

$A_{,}, A_{,,} \ldots A_{m-1}$ die verticalen, $B_{,}, B_{,,} \ldots B_{m-1}$ die horizontalen } Abstände aller Kreiscentren von den ihnen unmittelbar vorhergehenden,

so hat man, da der halbe Korbbogen m Centren besitzt,

$$r_1 = r_m + (m - 1)\varDelta. \quad . \quad . \quad . \quad (48)$$

Aus Figur (11) folgt unmittelbar

$$A_{,} = \varDelta \cos\alpha_{,} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (49)$$

$$B_{,} = \varDelta \sin\alpha_{,} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (50)$$

$$A_{,,} = \varDelta \cos(\alpha_{,} + \alpha_{,,}) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (51)$$

$$B_{,,} = \varDelta \sin(\alpha_{,} + \alpha_{,,}) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (52)$$

$$A_{,,,} = \varDelta \cos(\alpha_{,} + \alpha_{,,} + \alpha_{,,,}) \quad . \; . \; . \quad (53)$$

$$B_{,,,} = \varDelta \sin(\alpha_{,} + \alpha_{,,} + \alpha_{,,,}) \quad . \; . \; . \quad (54)$$

$$A_{m-1} = \varDelta \cos(\alpha_{,} + \alpha_{,,} + . . \alpha_{m-1}) \quad . \; . \quad (55)$$

$$B_{m-1} = \varDelta \sin(\alpha_{,} + \alpha_{,,} + . . \alpha_{m-1}) \quad . \; . \quad (56)$$

Durch Addition dieser Gleichungen entsteht beziehungsweise:

$$A_{,} + A_{,,} + \ldots A_{m-1} = \varDelta[\cos\alpha_{,} + \cos(\alpha_{,} + \alpha_{,,}) + \ldots \cos(\alpha_{,} + \alpha_{,,} + \ldots \alpha_{m-1})] = r_1 - f \quad . \; . \; . \quad (57)$$

$$B_{,} + B_{,,} + \ldots B_{m-1} = \varDelta[\sin\alpha_{,} + \sin(\alpha_{,} + \alpha_{,,}) + \ldots \sin(\alpha_{,} + \alpha_{,,} + \ldots \alpha_{m-1})] = \frac{l}{2} - r_m. \quad . \quad (58)$$

Wird aus Gleichung (48) $r_m + (m - 1)\varDelta$ statt r_1 in Gleichung (57) gesetzt und hierauf aus den Gleichungen (57) und (58) r_m eliminirt, so ergiebt sich

*) Vergl. hierüber Romberg, Ztschr. für practische Baukunst 1863, S. 229 ff.

$$\varDelta = \frac{\frac{l}{2} - f}{\sin\alpha_, + \sin(\alpha_, + \alpha_{,,}) + \ldots \sin(\alpha_, + \alpha_{,,} + \ldots \alpha_{m-1}) + \cos\alpha_, + \cos(\alpha_, + \alpha_{,,}) + \ldots \cos(\alpha_, + \alpha_{,,} + \ldots \alpha_{m-1}) - (m-1)}$$

$$= \frac{\frac{l}{2} - f}{K}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (59)$$

wenn der Nenner der vorstehenden Gleichung der Kürze halber K gesetzt wird. Alsdann erhält man durch Differentiation

$$\frac{d\varDelta}{d\alpha_,} = -\frac{\left(\frac{l}{2} - f\right)\left(\cos\alpha_, + \cos(\alpha_, + \alpha_{,,})\frac{d(\alpha_, + \alpha_{,,})}{d\alpha} + \ldots \cos(\alpha_, + \alpha_{,,} + \ldots \alpha_m)\frac{d(\alpha_, + \alpha_{,,} + \ldots \alpha_{m-1})}{d\alpha_,}\right)}{K^2}$$

$$-\frac{\sin\alpha_, + \sin(\alpha_, + \alpha_{,,})\frac{d(\alpha_, + \alpha_{,,})}{d\alpha_,} + \ldots \sin(\alpha_, + \alpha_{,,} + \ldots \alpha_m)\frac{d(\alpha_, + \alpha_{,,} + \ldots \alpha_{m-1})}{d\alpha_,}}{K^2} \quad . \; . \; (60)$$

und für $\frac{d\varDelta}{d\alpha_,} = 0$

$$\sin\alpha_, + \sin(\alpha_, + \alpha_{,,})\frac{d(\alpha_, + \alpha_{,,})}{d\alpha_,} + \ldots \sin(\alpha_, + \alpha_{,,} + \ldots \alpha_{m-1})\frac{d(\alpha_, + \alpha_{,,} + \ldots \alpha_{m-1})}{d\alpha_,} =$$

$$\cos\alpha_, + \cos(\alpha_, + \alpha_{,,})\frac{d(\alpha_, + \alpha_{,,})}{d\alpha_,} + \cos(\alpha_, + \alpha_{,,} + \ldots \alpha_{m-1})\frac{d(\alpha_, + \alpha_{,,} + \ldots \alpha_{m-1})}{d\alpha_,}. \quad . \; . \; . \; (61)$$

Bezeichnet man mit δ die Differenz der aufeinander folgenden Winkel, so sind diese letzteren

$$\alpha_,,\ \alpha_{,,} = 2\alpha_, + \delta,\ \alpha_{,,,} = 2\alpha_, + 2\delta, \ldots\ldots \alpha_m = 2\alpha_, + (m-1)\delta,$$

daher

$$\alpha_, + \alpha_{,,} + \ldots \alpha_m = (2m-1)\alpha_, + \frac{m(m-1)}{2}\delta = 90^0,$$

und hieraus

$$\delta = 2 . \frac{90 - (2m-1)\alpha_,}{m(m-1)} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (62)$$

Führt man den Werth von δ in die Ausdrücke für $\alpha_,, \alpha_{,,}, \alpha_{,,,} \ldots \alpha_{m-1}$ ein, so erhält man:

$$\alpha_, + \alpha_{,,} = 3\alpha_, + 2 . \frac{90 - (2m-1)\alpha_,}{m(m-1)}, \text{ daher } \frac{d(\alpha_, + \alpha_{,,})}{d\alpha_,} = 3 - \frac{2(2m-1)}{m(m-1)}, \quad \ldots \ldots \quad (63)$$

$$\alpha_, + \alpha_{,,} + \alpha_{,,,} = 5\alpha_, + 6 . \frac{90 - (2m-1)\alpha_,}{m(m-1)}, \text{ daher } \frac{d(\alpha_, + \alpha_{,,} + \alpha_{,,,})}{d\alpha_,} = 5 - \frac{6(2m-1)}{m(m-1)}, \quad . \; . \; . \; (64)$$

$$\alpha_, + \alpha_{,,} + \ldots \alpha_{m-1} = (2m-3)\alpha_, + \frac{(m-2)[90 - (2m-1)\alpha_,]}{m},$$

$$\text{daher } \frac{d(\alpha_, + \alpha_{,,} + \ldots \alpha_{m-1})}{d\alpha_,} = 2m - 3 - \frac{(m-2)(2m-1)}{m} \quad \ldots \ldots \quad (65)$$

Werden die Werthe von

$$\alpha,\ \alpha_{,,} \ldots \alpha_{m-1} \text{ und } \frac{d(\alpha_, + \alpha_{,,})}{d\alpha_,} \ldots \frac{d(\alpha_, + \alpha_{,,} + \ldots a_{m-1})}{d\alpha_,}$$

in Gleichung (61) eingeführt, so ergiebt sich

$$\sin\alpha_, + \sin\left(3\alpha_, + 2 . \frac{90 - (2m-1)\alpha_,}{m(m-1)}\right)\left(3 - \frac{2(2m-1)}{m(m-1)}\right) + \ldots \sin\left((2m-3)\alpha_, + (m-2)\frac{90 - (2m-1)\alpha_,}{m}\right)$$

$$\left(2m - 3 - \frac{(m-2)(2m-1)}{m}\right) = \cos\alpha_, + \cos\left(3\alpha_, + 2 . \frac{90 - (2m-1)\alpha_,}{m(m-1)}\right)\left(3 - \frac{2(2m-1)}{m(m-1)}\right) + \ldots$$

$$\cos\left((2m-3)\alpha_, + (m-2)\frac{90 - (2m-1)\alpha_,}{m}\right)\left(2m - 3 - \frac{(m-2)(2m-1)}{m}\right). \quad . \; . \; . \; . \; (66)$$

Wird hieraus $\alpha_,$ durch einige Versuchsrechnungen bestimmt, woraus sich alsdann die Winkel $\alpha_{,,}\ \alpha_{,,,} \ldots \alpha_{m-1}$ ergeben und diese Werthe in Gleichung (59) eingeführt, so ergiebt sich das Minimum von $\varDelta$ und hierdurch aus den Gleichungen (57) und (58)

$$r_1 = f + \varDelta\,[\cos\alpha_{,} + \cos(\alpha_{,} + \alpha_{,,}) + \ldots \cos(\alpha_{,} + \alpha_{,,} + \ldots \alpha_{m-1})], \quad \ldots \quad (67)$$

$$r_m = \frac{l}{2} - \varDelta\,[\sin\alpha_{,} + \cos(\alpha_{,} + \alpha_{,,}) + \ldots \sin(\alpha_{,} + \alpha_{,,} + \ldots \alpha_{m-1})], \quad \ldots \quad (68)$$

sowie aus den Gleichungen (49) bis (56) die Werthe von

$A, A_{,,} \ldots A_{m-1}$ und $B, B_{,,} \ldots B_{m-1}$.

Sind z. B. 5 Kreiscentren vorhanden, so ist $2m - 1 = 5$, mithin $m = \frac{6}{2} = 3$, $m - 1 = 2$ und die Gleichung (66) geht über in

$$\sin\alpha_{,} + \frac{4}{3}\sin\left(30 + \frac{4}{3}\alpha_{,}\right) = \cos\alpha_{,} + \frac{4}{3}\cos\left(30 + \frac{4}{3}\alpha_{,}\right), \quad \ldots \quad (69)$$

woraus auf 3′ Annäherung $\alpha_{,} = 23^0\,18'$ gefunden wird.

Man erhält alsdann $\alpha_{,} + \alpha_{,,} = 30 + \frac{4}{3}\alpha_{,} = 61^0\,4'$, mithin

$$\sin\alpha_{,} = 0{,}3955455 \quad \ldots \quad (70) \qquad \cos\alpha_{,} = 0{,}9184464 \quad \ldots \quad (71)$$

$$\sin(\alpha_{,} + \alpha_{,,}) = 0{,}8751832 \quad \ldots \quad (72) \qquad \cos(\alpha_{,} + \alpha_{,,}) = 0{,}4837916 \quad \ldots \quad (73)$$

und

$$\varDelta = \frac{\frac{l}{2} - f}{\sin\alpha_{,} + \sin(\alpha_{,} + \alpha_{,,}) + \cos a_{,} + \cos(\alpha_{,} + \alpha_{,,}) - 2} = \frac{\frac{l}{2} - f}{0{,}6729667}$$

$$= 1{,}4850576\left(\frac{l}{2} - f\right), \quad \ldots \quad (74)$$

ferner

$$r_{,} = f + \varDelta\left(\cos\alpha_{,} + \cos(\alpha_{,} + \alpha_{,,})\right) = f + 2{,}0836662\left(\frac{l}{2} - f\right), \quad \ldots \quad (75)$$

$$r_{,,,} = \frac{l}{2} - \varDelta\left(\sin\alpha_{,} + \sin(\alpha_{,} + a_{,,})\right) = \frac{l}{2} - 1{,}8882490\left(\frac{l}{2} - f\right), \quad \ldots \quad (76)$$

$$A_{,,} = \varDelta\cos(\alpha_{,} + \alpha_{,,}) = 0{,}7188938\left(\frac{l}{2} - f\right), \quad \ldots \quad (77)$$

$$B_{,} = \varDelta\sin\alpha_{,} = 0{,}5877638\left(\frac{l}{2} - f\right), \quad \ldots \quad (78)$$

woraus sich die geometrische Form des Korbbogens mit 5 Kreissegmenten und 5 Mittelpunkten ergiebt.

Werden die so für Korbbogen mit 5 Mittelpunkten, s. Fig. 12, Taf. 1, gewonnenen Resultate tabellarisch zusammengestellt und denselben diejenigen für Korbbogen mit 7 und 9 Mittelpunkten beigefügt, so ergiebt sich, wenn der Kürze halber $\frac{l}{2} - f = c$ gesetzt wird, umstehende Tabelle.

Auf Korbbogen mit 3 Kreistheilen läßt sich das vorstehende Verfahren nicht anwenden, dafür das folgende:

Bezeichnet wieder $\frac{l}{2}$ die halbe Spannweite, f die Pfeilhöhe r und r′ die Halbmesser dieses Korbbogens, s. Fig. 13, Taf. 1, so ist für $\varDelta$ ADE

$$(r - f)^2 + \left(\frac{l}{2} - r'\right)^2 = (r - r')^2,$$

woraus

$$f^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 = 2fr - 2rr' + 2\,\frac{l}{2}\,r'. \quad . \quad (79)$$

Läßt man das Verhältniß zwischen beiden Halbmessern ein Minimum werden*) und setzt den Werth r′y statt r in Gleichung (79), so ergiebt sich

$$f^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 = y(2fr' - 2r'^2) + 2.\frac{l}{2}.r'. \quad . \quad (80)$$

Das Minimum von $y = \frac{r}{r'}$ ergiebt sich für

$$\frac{dy}{dr'} = y(2f - 4r') + 2\,\frac{l}{2} = 0,$$

---

*) Vergl.: Sganzin, Grundsätze der Straßen-, Brücken-, Canal- und Hafenbaukunde, deutsch von Lehritter und Strauß. Regensburg 1832. II. S. 7.

III. Tabelle zur Construction der Korbbogen mit 5, 7 und 9 Mittelpunkten bei constanter Minimaldifferenz der aufeinanderfolgenden Halbmesser.

Zahl der Kreistheile.	Coordinaten der Centren der Kreistheile.		Länge der Erzeugungshalbmesser.	Centriwinkel der Kreistheile	
	Abscissen.	Ordinaten.		in Grad und Minuten.	in Bogenlängen für den Rad. 1.
5	0,0000	2,0837 c	f + 2,0837 c	46° 36′	0,81332
	0,5878 c	0,7189 c	f + 0,5977 c	37° 46′	0,65915
	1,8882 c	0,0000	f — 0,8882 c	28° 56′	0,50498
7	0,0000	2,2039 c	f + 2,2039 c	30° 12′	0,52709
	0,2759 c	1,1813 c	f + 1,1448 c	27° 35′	0,48142
	0,9939 c	0,4047 c	f + 0,0856 c	24° 58′	0,43575
	1,9735 c	0,0000	f — 0,9735 c	22° 21′	0,39008
9	0,0000	2,2511 c	f + 2,2511 c	22° 20′	0,38979
	0,1590 c	1,4458 c	f + 1,4302 c	21° 17′	0,37146
	0,5994 c	0,7531 c	f + 0,6094 c	20° 14′	0,35314
	1,2522 c	0,2555 c	f — 0,2115 c	19° 11′	0,33481
	2,0323 c	0,0000	f — 0,0323 c	18° 8′	0,31649

woraus

$$y = \frac{2 \cdot \frac{l}{2}}{4r' - 2f} = \frac{\frac{l}{2}}{2r' - f}.$$

Wird dieser Werth in Gleichung (80) eingeführt und in Bezug auf r' aufgelöst, so erhält man

$$r' = \frac{1}{l}\left[\left(\frac{l}{2}\right)^2 + f^2 - \left(\frac{l}{2} - f\right)\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + f^2}\right]. \quad (81)$$

Wegen $r = r'y$ erhält man:

$$r = \frac{r' \cdot \frac{l}{2}}{2r' - f}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (82)$$

Die Gleichungen (81) und (82) lösen die Aufgabe. Sie enthalten die gesuchten Halbmesser als Function der Spannweite und Pfeilhöhe.

Graphische Bestimmung von r und r′.

Zieht man die Sehne CB, schneidet auf derselben von C aus die Länge CH = AB — CB ab, halbirt HB und errichtet in dem Halbirungspunkt M eine Normale, so schneidet dieselbe auf der Horizontalen AB den Radius r'' und auf der Verticalen AC den Radius r ab. Man hat nämlich:

$$\frac{BE}{BM} = \frac{BC}{AB}, \text{ daher } BE = \frac{BM.BC}{AB} = \frac{HB.BC}{2AB} = \frac{(BC - CH)BC}{2AB} = \frac{(BC - AB + AC)BC}{2AB} =$$

$$\frac{1}{2AB}\left[BC^2 - (AB - AC)BC\right] = \frac{1}{l}\left[\left(\frac{l}{2}\right)^2 + f^2 - \left(\frac{l}{2} - f\right)\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + f^2}\right] = r,$$

Sind nach dem Vorstehenden die Radien $r, r_{\prime\prime} \ldots r_m$ der inneren Wölblinie bestimmt, so sind bei approximativ ermittelter Schlußsteinstärke auch die ihnen entsprechenden Radien $\varrho_{\prime} = r_{\prime} + \frac{d}{2}$, $\varrho_{\prime\prime} = r_{\prime\prime} + \frac{d}{2} \ldots \varrho_m = r_m + \frac{d}{2}$ der zu ihr parallelen Widerstandslinie annähernd bestimmt. Da das mittlere Bogenstück des Korbbogengewölbes mit dem Radius r' den statischen Gesetzen eines ihm gleichen Segmentbogengewölbes unterliegt, so ergiebt sich die Pressung seines Schlußsteins aus der Gleichung (18), dessen Stärke aus den Gleichungen (34), (35) und (36), ferner aus Gleichung (12); dessen Belastungshöhe im Scheitel

$$z_{\prime}^{0} = d + \frac{d'g' + v}{g}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (83)$$

mithin im Scheitel des m^{ten} Bogenstückes nach Gleichung (383)*)

*) Vergl. Grundzüge der Brücken- und Hochbau-Constructionen. I. Leipzig 1870. Spalte 63.

$$z_m{}^0 = z^0 \cdot \frac{\varrho_{,}}{\varrho_m} \quad \ldots\ldots \quad (84)$$

Die Belastungshöhen für beliebige Abscissen jenes Bogenstückes, welche übrigens stets auf den Scheitel eines jeden derselben zu beziehen sind, ergeben sich alsdann nach Gleichung (384) a. a. O. aus:

$$z_m = z \cdot \frac{\varrho_{,}}{\varrho_m} = z_0 \frac{\varrho_{,} \cdot \varrho_m{}^{-2}}{\sqrt{(\varrho_m{}^2 - x_2)^3}} \quad \ldots \quad (85)$$

Beispiel. Gepflasterte Straßenbrücke mit aus Quadern bestehendem Korbbogengewölbe mit fünf Mittelpunkten und constanter Minimaldifferenz der aufeinanderfolgenden Halbmesser.

Aus dem in Spalte 27 und 28 berechneten Beispiele erhält man die Winkel $\alpha_{,} = 23^0\,18'$ und $\alpha_{,} + \alpha_{,,} = 61^0\,4'$, also $\alpha_{,,} = 37^0\,46'$, ferner nach den Gleichungen (74—78) beziehungsweise die constante Minimaldifferenz der Halbmesser

$$\varDelta = 1{,}4859576\,(15-10) = 7{,}43 \text{ Met.},$$

den Radius im Scheitel

$$r_{,} = 10 + 2{,}0836662\,(15-10) = 20{,}42 \text{ Met.},$$

woraus sich zugleich der folgende Radius

$$r_{,,} = r_{,} - \varDelta = 20{,}42 - 7{,}43 = 12{,}99 \text{ Met.}$$

ergiebt, ferner den Radius am Bogenanfang

$$r_{,,,} = 15 - 1{,}8882490\,(15 - 10) = 5{,}56 \text{ Met.},$$

den lothrechten Abstand des zweiten Centrums von der Sehne des Korbbogens

$$A_{,,} = 0{,}7188938\,(15 - 10) = 3{,}59 \text{ Met.},$$

sowie den wagrechten Abstand desselben von der Mittellinie des Bogens

$$B_{,} = 0{,}5877638\,(15-10) = 2{,}94 \text{ Met.}$$

Beträgt nun:

das Fahrbahngewicht mit Einschluß der Zwischengewölbe $d'g' = 1100 + 300 = 1400$ Kilogr. pro Kmet.,
die Verkehrslast $v = 400$ Kilogr. pro □ Met.,
das Gewölbgewicht $g = 2200$ Kilogr. pro Kmet.,

so erhält man zunächst mit Bezug auf die in Spalte 11 bis 14 enthaltene Tabelle aus Gleichung (18) die Pressung

$$p = \left(\frac{1400 + 400}{0{,}90} + 2200\right)(20{,}42 + 0{,}45) = 87654 \text{ Kilogr. pro □ Met.},$$

mithin nach Gleichung (34) und (35) beziehungsweise

$$A = \frac{2 \cdot 87654 - 1800}{2 \cdot 2200} - 20{,}42 \cdot = 19{,}01$$

$$\text{und } B = \frac{2 \cdot 20{,}42 \cdot 1800}{2200} = 33{,}43,$$

woraus nach Gleichung (36) die Schlußsteinstärke

$$d = 19{,}01 - \sqrt{19{,}01^2 - 33{,}41} = 19{,}01 - 18{,}11 = 0{,}9^{\,m}$$

erhalten wird.

Die Belastungshöhen im Scheitel des ersten, zweiten und dritten Bogenstücks ergeben sich aus den Gleichungen (12) und (84) bezw.

$$z_0{}' = 0{,}90 + \frac{1800}{2200} = 1{,}72 \text{ Met.}$$

$$z_0{}'' = z_0{}' \cdot \frac{\varrho_{,}}{\varrho_{,,}} = 1{,}72 \cdot \frac{20{,}87}{13{,}44} = 2{,}67 \text{ Met.}$$

$$z_0{}''' = z_0{}' \cdot \frac{\varrho_{,}}{\varrho_{,,,}} = 1{,}72 \cdot \frac{20{,}87}{6{,}01} = 5{,}97 \text{ Met.},$$

mithin für beliebige, von dem zugehörigen Scheitel ab zu zählende Abscissen des ersten, zweiten und dritten Bogenstücks aus Gleichung (85)

$$z_{,} = z_0{}' \cdot \frac{\varrho_{,}{}^3}{\sqrt{(\varrho_{,}{}^2 - x_{,}{}^2)^3}} = 1{,}72 \cdot \frac{\overline{20{,}87}^2}{\sqrt{(\overline{20{,}87}^2 - x_{,}{}^2)^3}},$$

$$z_{,,} = z_0{}' \cdot \frac{\varrho_{,}\varrho_{,,}{}^2}{\sqrt{(\varrho_{,,}{}^2 - x_{,,}{}^2)^3}} = 1{,}72 \cdot \frac{20{,}87 \cdot \overline{13{,}44}^2}{\sqrt{(\overline{13{,}44}^2 - x_{,,}{}^2)^3}},$$

$$z_{,,,} = z_0{}' \cdot \frac{\varrho_{,}\varrho_{,,,}{}^2}{\sqrt{(\varrho_{,,,} - x_{,,,}{}^2)^3}} = 1{,}72 \cdot \frac{29{,}87 \cdot \overline{6{,}01}^2}{\sqrt{(\overline{6{,}01}^2 - x_{,,,}{}^2)^3}},$$

wobei sich

$x_{,}$ von 0 bis $\varrho' \sin\alpha = 20{,}87 \cdot \sin 23^0\,18' = 8{,}255$ Met.,
$x_{,,}$ von $\varrho_{,,} \sin\alpha_{,} = 13{,}44 \cdot \sin 23^0\,18' = 5{,}316$ bis
$\varrho_{,,} \sin(\alpha_{,} + \alpha_{,,}) = 13{,}44 \cdot \sin 61^0\,04' = 11{,}762$ Met.,
und $x_{,,,}$ von $\varrho_{,,,} \sin(\alpha_{,} + \alpha_{,,}) = 6{,}01 \cdot \sin 61^0\,4' = 5{,}26$ bis $\varrho_{,,,} = 6{,}01$ Met.
erstreckt.

Setzt man successive $x_{,}$ =	2,5	5	7,5	8,255	$x_{,,}$ =	5,316	7,5	10	11,762	$x_{,,,}$ =	5,260	5,5	6,01
so ergiebt sich bezw. $z_{,}$ =	1,76	1,88	2,12	2,22	$z_{,,}$ =	3,45	4,67	8,96	23,59	$z_{,,,}$ =	52,59	91 17	∞

Die Lagerfugen der Korbbogengewölbe bilden nach Gleichung (23) und (26) die Hypotenuse rechtwinkeliger Dreiecke, deren senkrechte Katheten sämmtlich der Höhe d des Schlußsteins gleich sind und lassen sich mithin leicht construiren, wodurch die Lage der äußeren Wölblinie erhalten wird, wie dies auf Taf. 3, Fig. 1 und 2 dargestellt ist.

Da von der Absciſſe $x = 8{,}25$ Met. ab, wie dieſe Figuren zeigen, ſich das Belaſtungsgeſetz nicht mehr erfüllen läßt, ſo iſt in dieſem Punkte, der nothwendigen Abwäſſerung des Gewölbes entſprechend, die Abgleichungslinie der Hintermauerung tangential an die äußere Wölblinie angeſchloſſen worden. Ueber der erſteren ſind in Figur 1 die dem Verkehr, der Fahrbahn und der Zwiſchenconſtruction entſprechenden und auf Gewölbmaterial bezogenen Belaſtungslinien aufgetragen, mithin die Höhen der zwölf, je 1,25 Met. breiten Belaſtungselemente vom Scheitel ab ſucceſſive zu 1,70; 1,70; 1,75; 1,80; 1,90; 2,05; 2,20; 2,40; 2,85; 3,50; 4,50 und 5,90 Met. zuſammen 32,25 Met. beſtimmt, welche in Figur 3 in dem Maßſtabe von $^1/_5$ der Belaſtungshöhen aufgetragen ſind. Der conſtante Horizontalſchub beträgt nach Gleichung (5)

$$H = g z_0 \varrho_0 = g \,.\, 1{,}72 \,.\, 20{,}87 = g \,.\, 35{,}89 \text{ Kilogr.}$$

und entſpricht mithin dem Gewichte eines Steinprismas von entweder 35,89 Met. Länge, 1 Met. Breite, 1 Met. Dicke und 35,89 Kmet. Inhalt oder von $35{,}89 \,.\, \frac{1}{1{,}25} = 28{,}72^{\text{m}}$ Länge, 1,25 Met. Breite, 1 Met. Dicke und demſelben Inhalte. Mit den Längen von 28,72 Met. und den obigen Höhen der 12 Belaſtungselemente ſind in Fig. 3 die vom Scheitel ab aufeinanderfolgenden Reſultanten dieſer Kräfte conſtruirt und in den Schwerpunkten dem zugehörigen Belaſtungselemente 1—12, z. B. die Hypotenuſe von 28,72 und 1,70 im Schwerpunkte des Belaſtungselementes 1, die Hypotenuſe von 28,72 und $1{,}7 + 1{,}7 = 3{,}40$ im Schwerpunkte des Belaſtungselementes 2 u. ſ. f. zu den in Figur 1 und 2 enthaltenen combinirten Stützlinien zuſammengeſetzt worden. Wie man hieraus ſieht, ſtimmt dieſelbe bis zu der, zur Absciſſe $x = 8{,}25$ gehörigen, Ordinate vollkommen mit der normalen Stützlinie überein und weicht nur in dem unteren Theile des Gewölbes von derſelben ab: eine Abweichung, welche, falls ſie zu bedeutend erſcheinen und eine zu große Gewölbſtärke erfordern ſollte, durch eine Erhöhung der Hintermauerung beliebig vermindert werden kann. Die in Figur 3 enthaltene Hilfsconſtruction läßt ſich auch aus der Horizontalkraft von 35,89 Kmet. ableiten, wenn die erwähnten 12 Verticalkräfte nun in dem Maßſtabe von $\frac{1}{5} \,.\, 1{,}25 = \frac{1}{4}$ der zugehörigen Belaſtungshöhen, woraus man ein Geſammtvolumen von $32{,}25 \,.\, 1{,}25 = 40{,}31$ Kmet. erhält, aufgetragen werden, wie dies in der erwähnten Figur gleichfalls geſchehen iſt.

II. Die Brücken mit elliptiſchen Gewölben.

Iſt die Spannweite l und Pfeilhöhe f der elliptiſchen Stützlinie des Gewölbes, ſ. Fig. 14, Taf. 1, gegeben, ſo iſt deren Scheitelgleichung:

$$f - y = \frac{f}{\frac{l}{2}} \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - x^2}, \quad \ldots \quad (86)$$

woraus durch zweimalige Differentiation

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f}{\frac{l}{2}} \,.\, \frac{x}{\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - x^2}} \quad \ldots \quad (87)$$

und beziehungsweiſe

$$\frac{d^2y}{dx^2} = f \,.\, \frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{\left(\left(\frac{l}{2}\right)^2 - x^2\right)^3}} \quad \ldots \quad (88)$$

erhalten wird.

Wird $\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\alpha$ geſetzt, ſo ergiebt ſich aus Gleichung (87)

$$\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - x^2} = \frac{\frac{l}{2} \,.\, f}{\left(f^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \operatorname{tg}^2\alpha\right)^{1/2}}$$

und wenn dieſer Werth in Gleichung (88) eingeführt wird,

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\left(f^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \operatorname{tg}^2\alpha\right)^{3/2}}{f^2 \,.\, \left(\frac{l}{2}\right)^2} \quad \ldots \quad (89)$$

Führt man den Werth von $\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\alpha$ und von $\frac{d^2y}{dx^2}$ aus Gleichung (89) in die allgemeine Gleichung

$$\varrho = \frac{\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$$

ein und reducirt, ſo ergiebt ſich der Krümmungshalbmeſſer der Ellipſe

$$\varrho = \frac{f^2}{\frac{l}{2}} \left(\frac{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}{\left(\frac{2f}{l}\right)^2 + \operatorname{tg}^2\alpha}\right)^{3/2} \quad \ldots \quad (90)$$

der im Scheitel, für welchen $\alpha = 0$, in

$$\varrho_0 = \frac{\left(\frac{l}{2}\right)^2}{f} \quad \ldots \ldots \quad (91)$$

übergeht, worauf ſich derſelbe für beliebige Winkel α berechnen und mit Hilfe beider die Ellipſe conſtruiren läßt.

Wird der Werth von $\frac{d^2y}{dx^2}$ aus Gleichung (88) in Gleichung (9) eingeführt, ſo ergiebt ſich die Belaſtungshöhe

$$z = h \,.\, \frac{f \,.\, \frac{l}{2}}{\sqrt{\left(\left(\frac{l}{2}\right)^2 - x^2\right)^3}}, \quad \ldots \quad (92)$$

mithin über dem Scheitel, für welchen $x = 0$ ist, die Belastungshöhe

$$z_0 = h . \frac{f}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (93)$$

und wenn dieser Werth in Gleichung (37) eingeführt wird,

$$z = z_0 \frac{\left(\frac{l}{2}\right)^3}{\sqrt{\left(\left(\frac{l}{2}\right)^2 - x^2\right)^3}} . \quad . \; . \quad (94)$$

Für $x = \frac{l}{2}$ wird $z = \infty$, woraus folgt, daß auch für das elliptische Gewölbe das Belastungsgesetz sich nicht bis zum Gewölbanfang erfüllen läßt, mithin wenigstens von dem Punkte, bis zu welchem das Belastungsgesetz erfüllbar ist, eine Modification erfahren muß.

Wird mit f_1 die Pfeilhöhe, mit l_1 die Spannweite der inneren Wölblinie bezeichnet und die Stützlinie mit derselben parallel laufend angenommen, so ist

$$f = f_1 + \frac{d}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (95)$$

$$\text{und } \frac{l}{2} = \frac{l_1 + d}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (96)$$

zu setzen ist. Werden diese Werthe in Gleichung (91) eingeführt, so ergiebt sich aus Gleichung (16) die Schlußstärke

$$d = \frac{d'g' + v}{p . \frac{f_1 + \frac{d}{2}}{\left(\frac{l_1 + d}{2}\right)^2} - g} , \quad . \; . \; . \quad (97)$$

woraus man, wenn nach Potenzen von d geordnet und der Kürze halber

$$A = \frac{4 p f_1}{g} - l_1^2 - \frac{2 l_1}{g} (d'g' + v), \quad . \quad (98)$$

$$B = \frac{2p}{g} - 2 l_1 - \frac{d'g' + v}{g}, \quad . \; . \; . \quad (99)$$

$$C = \frac{(d'g' + v)}{g} l_1^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (100)$$

gesetzt wird, die Gleichung

$$d^3 - d^2 . B - d . A + C = 0 \quad . \; . \quad (101)$$

erhält. Hieraus ergiebt sich durch einige Versuche die Schlußsteinstärke der elliptischen Gewölbe. Der Gang der Rechnung ist nun folgender:

Aus der Spannweite l_1 und Pfeilhöhe f_1 der inneren Wölblinie, welche gegeben sein müssen, erhält man zunächst mit Bezug auf Gleichung (90) und (91) den Krümmungshalbmesser der inneren Wölblinie

$$\varrho_1 = \frac{f_1^2}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} \left(\frac{1 + tg^2 \alpha}{\left(\frac{2 f_1}{l_1}\right)^2 + tg^2 \alpha} \right)^{3/2}$$

und den Krümmungshalbmesser im Scheitel

$$\varrho_1{}^0 = \frac{\left(\frac{l}{2}\right)^2}{f} .$$

Durch Einführung des letzteren in Gleichung (21) ergiebt sich mit Bezug auf die Tabelle II, Sp. 11—14, die zulässige Pressung im Schlußstein

$$p = \left(\frac{d'g' + v}{d} + g \right) \left(\varrho_1{}^0 + \frac{d}{2} \right) . \quad . \quad (102)$$

Mit Hilfe dieses Werthes erhält man durch einige Versuche, wobei empirische Formeln zur Ermittelung von Näherungswerthen dienen können, aus Gleichung (101)

$$d^3 - d^2 B - d A = - C,$$

worin A, B und C die durch Gleichung (98), (99) und (100) angegebenen Werthe haben, die Stärke d des Schlußsteins und durch Einführung der so erhaltenen Werthe von d ergiebt sich nach Gleichung (12)

$$z_0 = d + \frac{d'g' + v}{g},$$

mithin aus Gleichung (94)

$$z = z_0 \frac{\left(\frac{l_1 + d}{2}\right)^3}{\sqrt{\left(\left(\frac{l_1 + d}{2}\right)^2 - x^2\right)^3}} .$$

Beispiel: Eisenbahnbrücke mit aus Quadern bestehenden elliptischen Gewölben.

Spannweite $l = 30$ Met.,

Pfeilhöhe $f = \frac{l}{3} = 10$ Met.,

Oberbaugewicht

mit Einschluß der Zwischengewölbe $d'g' = 1100$ Kilogr. pro □Met.,

Verkehrsgewicht $v = 1690$ Kilogr. pro □Met.,

Gewölbgewicht $g = 2500$ Kilogr. pro Kubmet.

beträgt.

Aus obiger Gleichung ergiebt sich für:

α	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
ϱ_1	22,5	22,19	21,35	20,01	18,37	16,61	14,93	13,42	12,04	10,86	9,79	8,99	8,34	7,79	7,38

und wenn der Krümmungshalbmesser im Scheitel $\varrho_1^0 = 22{,}5$ Met. in Gleichung (102) gesetzt wird, die Pressung des Schlußsteins per $\square$ Met.

$$p = \left(\frac{2800}{0{,}95} + 2500\right)(22{,}5 + 0{,}48) = \text{rot. } 125180 \text{ Kilogr.}$$

Die Schlußsteinstärke ergiebt sich dann aus Gleichung (97)

$$d = \frac{2800}{\dfrac{125180\left(10 + \dfrac{d}{2}\right)}{\left(15 + \dfrac{d}{2}\right)^2} - 2500} = \text{nahe } 0{,}94 \text{ Met.}$$

Aus den Gleichungen (59) und (60) ergiebt sich sodann beziehungsweise

$$z_0 = 0{,}94 + \frac{2800}{2500} = 2{,}06 \text{ Met.},$$

und hieraus

$$z = 2{,}06 \,.\, \frac{\overline{15{,}47}^3}{\sqrt{((15{,}47)^2 - x^2)^3}}.$$

Giebt man x die nachstehenden Werthe, so erhält man die zugehörigen Werthe von z wie folgt.

x	0	2,5	5	7,5	10	12,5	15
z	2,06	2,14	2,43	3,08	4,64	10,07	140,74

wonach die Gesammtbelastungshöhen aufgetragen werden.

Da die Lagerfugen auch der elliptischen Gewölbe nach Gleichung (21) die Hypotenusen rechtwinkeliger Dreiecke bilden, deren senkrechte Katheten durchweg der Höhe des Schlußsteins gleich sind, so läßt sich hieraus die äußere Wölblinie leicht construiren, wie dies in Fig. 4 und 5, Taf. 3, geschehen ist.

Das horizontale Planum der Eisenbahn schneidet die Belastungslinie in einem Abstande x_1 vom Scheitel, welcher sich aus Gleichung (92ª)*) finden läßt. Wird nämlich die jener Abscisse x, entsprechende Belastungshöhe z, eingeführt, so erhält man

$$f + z_0\left(1 - \frac{\left(\dfrac{l_1 + d}{2}\right)^3}{\sqrt{\left(\left(\dfrac{l_1 + d}{2}\right)^2 - x_1^2\right)^3}}\right) = f\sqrt{1 - \left(\frac{x_1}{\dfrac{l}{2}}\right)^2},$$

mithin, wenn die bekannten Zahlenwerthe eingesetzt werden,

$$10 + 2{,}06\left(\frac{\overline{15{,}47}^3}{\sqrt{(\overline{15{,}47}^2 - x_1^2)^3}}\right) = 10\sqrt{1 - \left(\frac{x_1}{15}\right)^2},$$

woraus x_1 = nahe 10 Met. gefunden wird. Bis zu diesem Punkte ließe sich das Belastungsgesetz erfüllen, da aber alsdann die in Fig. 4 und 5 punktirt eingetragene Abgleichslinie der Hintermauerung von der Abscisse x = 5 Met. ab bereits zu steigen beginnt, so erscheint es für die nothwendige Abwässerung des Gewölbes vortheilhaft, kein daselbst an den Gewölbrücken tangential anschließende, gerade und geneigte Hintermauerung zu wählen, wie dies in Fig. 4 und 5 geschehen ist. Werden über derselben die der Verkehrslast, der Fahrbahn und der Zwischenconstruction entsprechenden und auf das Gewicht des Gewölbmaterials bezogenen Belastungslinien aufgetragen, s. Fig. 4, so betragen die Höhen der zwölf, je 1,25 Met. breiten Belastungselemente vom Scheitel ab der Reihe nach 2,1; 2,1; 2,2; 2,35; 2,50; 2,75; 3,15; 3,60; 4,20; 5,00; 6,10 und 7,85, mithin zusammen 43,9 Met., welche in Fig. 6, Taf. 3, in dem Maßstabe von $\frac{1}{5}$ der Belastungshöhen aufgetragen sind. Der Horizontalschub beträgt nach Gleichung (5)**)

$$H = g z_0 \varrho_0 = g \,.\, 2{,}06 \,.\, 22{,}5 = g \,.\, 46{,}35 \text{ Kilogr.}$$

und entspricht mithin dem Gewichte eines Steinprismas von 46,35 Met. Länge, 1 Met. Breite, 1 Met. Dicke und 46,35 Kmet. Inhalt oder von $46{,}35 \,.\, \frac{1}{1{,}25} = 37{,}08$ Met. Länge, 1,25 Met. Breite und 1 Met. Dicke bei demselben Rauminhalte. Mit der Länge von 37,08 Met. und den oben angegebenen Höhen der zwölf Belastungselemente sind in Fig. 6 Taf. 3, die vom Scheitel ab aufeinanderfolgenden Resultanten dieser Kräfte construirt und in den Schwerpunkten der zugehörigen 12 Belastungselemente (z. B. der Hypotenuse von 37,08 und 2,1 im Schwerpunkte des Belastungselements 1, die Hypotenuse von 37,08 und 2,1 + 2,1 = 4,2 im Schwer-

*) S. Ztschr. f. Bauw., Brln. 1869, Spalte 110.

**) S. vorl. Heft, Spalte 5.

punkte des Belastungselements 2 u. s. f.) zu der in Figur 4 und 5 enthaltenen combinirten Stützlinie zusammengesetzt worden, die, wie man sofort bemerkt, bis zu der, der Abscisse 10 entsprechenden Ordinate fast genau mit der normalen Stützlinie zusammenfällt und nur in dem unteren Theile des Gewölbes von derselben abweicht. Sollte diese Abweichung eine zu bedeutende Zunahme der Gewölbstärke erfordern, so läßt sich durch eine angemessene, auf Kosten der Zwischenconstruction bewirkte Erhöhung der Hintermauerung jene Abweichung herabmindern. Die in Fig. 6 dargestellte Hilfsconstruction läßt sich übrigens auch aus der Horizontalkraft direct ableiten, wenn die erwähnten 12 Verticalkräfte in dem Maßstabe von $\frac{1}{5} . 1{,}25 = \frac{1}{4}$ der zugehörigen Belastungshöhe, woraus man ein Gesammtvolumen von $43{,}95 . 1{,}25 = 54{,}87$ Kmet. erhält, aufgetragen werden, wie dies in Fig. 6 gleichfalls geschehen ist.

III. Die Brücken mit Klinoïdengewölben.

Wird im Nachfolgenden mit a die trigonometrische Tangente des Neigungswinkels β, s. Fig. 15, Taf. 1, einer Brückenbahn, mit

$$y_0 = d + \frac{d' g' + v}{g} \quad . \quad . \quad . \quad (102)$$

die Belastungshöhe im Scheitel, worin d mit Hilfe von l und f aus einer empirischen Formel zu bestimmen bleibt, und y hinreichend groß zu nehmen ist, bezeichnet, so ist, wenn h die durch Gleichung (5) gegebene Bedeutung behält, die allgemeine Gleichung der Klinoïden*)

$$y = \pm\, a x + \frac{y_0}{2}\left(e^{\frac{x}{\sqrt{h}}} + e^{-\frac{x}{\sqrt{h}}}\right) \mp \frac{a\sqrt{h}}{2}\left(e^{\frac{x}{\sqrt{h}}} - e^{-\frac{x}{\sqrt{h}}}\right), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (103)$$

worin die oberen Vorzeichen für die Gewölbe mit gerade abgeglichener, von beiden Seiten nach dem Scheitel steigender Brückenbahn oder für die Anaklinoïdengewölbe, s. Fig. 15, und die unteren Vorzeichen für die Gewölbe mit gerade abgeglichener, von beiden Seiten nach dem Scheitel fallender Brückenbahn oder für die Kataklinoïdengewölbe, s. Fig. 16, Taf. 1, gelten, während der Werth $a = 0$ den Gewölben mit gerade abgeglichener und wagrechter Brückenbahn oder den Aklinoïdengewölben, s. Fig. 17, entspricht.

Setzt man in der vorstehenden Gleichung $x = \frac{l}{2}$, so wird $y = f + y_0$ und es ergiebt sich

$$f + y_0 = \pm\, a \frac{l}{2} + \frac{y_0}{2}\left(e^{\frac{l}{2\sqrt{h}}} + e^{-\frac{l}{2\sqrt{h}}}\right) \mp \frac{a\sqrt{h}}{2}\left(e^{\frac{l}{2\sqrt{h}}} - e^{-\frac{l}{2\sqrt{h}}}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (104)$$

und hieraus, wenn a und y gegeben oder angenommen sind, der Werth von h durch Substitution oder auf einem, bei den Ana- und Aklinoïdengewölben erläuterten, graphischen Wege. Wird der so ermittelte Werth von h in die Gleichung (103) eingesetzt, so erhält man für angenommene Werthe von x die zugehörigen Ordinaten y und die Klinoïden lassen sich hiernach mittels Coordinaten auftragen. Um jedoch zugleich die Richtung der Lagerfugen der Klinoïdengewölbe zu erhalten, ist es vortheilhaft, dieselben mittels ihres Krümmungshalbmessers

$$\varrho = \frac{h}{\cos^3\alpha \sqrt{{y_0}^2 + h\,(\operatorname{tg}^2\alpha \mp 2\,a \operatorname{tg}\alpha)}} \quad . \quad (105)$$

zu construiren, worin α den Winkel bezeichnet, welchen die Tangente an irgend einen Punkt der Curve mit dem Horizonte oder der Krümmungshalbmesser in demselben Punkte mit der Verticalen einschließt. Läßt man denselben von dem Scheitel, worin $\alpha = 0$ ist, allmälig wachsen, so erhält man die demselben entsprechenden Krümmungshalbmesser. Setzt man in Gleichung (104) $\alpha = 0$, so ergiebt sich der Krümmungshalbmesser im Scheitel

$$\varrho_0 = \frac{h}{y_0}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (106)$$

mithin, wenn für h aus Gleichung (5) sein Werth gesetzt wird, der Horizontalschub der Klinoïdengewölbe

$$H = g h = g y_0 \varrho_0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (107)$$

ein Ergebniß, welches mit dem früher allgemein gefundenen übereinstimmt.

Ist h aus Gleichung (104) gefunden, so ist aus der Beziehung (106) auch ϱ_0 bekannt und man erhält aus Gleichung (18) die Pressung p.

Andererseits folgt aus den Gleichungen (5) und (13) $g h = d p$ und hieraus die Stärke des Schlußsteins

$$d = \frac{g h}{p}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (108)$$

welcher, in Gleichung (102) eingeführt, einen zweiten Werth y_0' von y_0 liefert, der entweder mit dem zuvor gefundenen genau übereinstimmt oder falls y_0, wie bemerkt, hinreichend groß gewählt war, einen kleinen Belastungsüberschuß $y_0 - y_0'$ liefert, welcher als eine, die Stärke und damit die Sicherheit des Gewölbes nur vermehrende, Zusatzbelastung zu betrachten ist.

Ist ϱ und d gefunden, so erhält man hieraus den Krümmungshalbmesser

*) Die Entwickelung dieser Formel siehe: Heinzerling, Grundzüge u. s. w. Erster Theil. Spalte 54. ff.

$$\varrho_1 = \varrho - \frac{d}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (109)$$

der inneren Wölblinie und durch die Bestimmung der Länge einer hinreichenden Zahl von, der Neigung nach gegebenen. Lagerfugen entweder aus Gleichung (21) und (23) oder durch die dort gleichzeitig angegebene Construction die äußere Wölblinie, durch welche von der Gesammtbelastungshöhe die dem Gewichte der Fahrbahn und des Verkehrs entsprechende Theilbelastungshöhe abgeschnitten wird. Wird hierauf die letztere weggelassen und die erstere nach Maßgabe des specifischen Gewichts der Fahrbahn reducirt, so entspricht der Rest dem Gewichte des auf dem Gewölbe ruhenden, die Fahrbahn unterstützenden Zwischenmittels, welches entweder in einem Füllmaterial von dem entsprechenden specifischem Gewichte, in einer massiven oder in einer mit Hohlraum versehenen Zwischenconstruction besteht.

1) Die Brückengewölbe mit Anaklinoïdengewölben.

Ist die Spannweite l und die Pfeilhöhe f gegeben und die auf das Einheitsgewicht des Gewölbmaterials reducirte Belastungshöhe im Scheitel

$$y_0 = d + \frac{d'g' + v}{g} \quad . \; . \; . \quad (110)$$

unter der Annahme bestimmt, daß d mit Hilfe der Kenntniß von l und f vorläufig aus einer empirischen Formel abgeleitet wird, so ist aus Gleichung (104)

$$f + y_0 = a\frac{l}{2} + \frac{y_0}{2}\left(e^{\frac{l}{2\sqrt{h}}} + e^{-\frac{l}{2\sqrt{h}}}\right) - \frac{a\sqrt{h}}{2}\left(e^{\frac{l}{2\sqrt{h}}} - e^{-\frac{l}{2\sqrt{h}}}\right) \quad . \; . \; . \; . \quad (111)$$

zunächst der Werth von h, am einfachsten in folgender Weise, zu bestimmen. Multiplicirt man dieselbe mit $\frac{2 \cdot \frac{l}{2}}{y_0\sqrt{h}}$ und löst dieselbe nach $\frac{a \cdot \frac{l}{2}}{y_0}$ auf, so ergiebt sich:

$$a \cdot \frac{\frac{l}{2}}{y_0} = \frac{\frac{l}{2\sqrt{h}}\left(e^{\frac{l}{2\sqrt{h}}} + e^{-\frac{l}{2\sqrt{h}}} - 2\right) - 2\frac{l}{2\sqrt{h}} \cdot \frac{f}{y_0}}{e^{\frac{l}{2\sqrt{h}}} - e^{-\frac{l}{2\sqrt{h}}} - 2\frac{l}{2\sqrt{h}}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (112)$$

und hieraus, wenn der Kürze halber die Funktion von $\frac{l}{2\sqrt{h}}$

$$\frac{l}{2\sqrt{h}} \cdot \frac{e^{\frac{l}{2\sqrt{h}}} + e^{-\frac{l}{2\sqrt{h}}} - 2}{e^{\frac{l}{2\sqrt{h}}} - e^{-\frac{l}{2\sqrt{h}}} - 2\frac{l}{2\sqrt{h}}} = f'\left(\frac{l}{2\sqrt{h}}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (113)$$

und

$$\frac{l}{2\sqrt{h}} \cdot \frac{2}{e^{\frac{l}{2\sqrt{h}}} - e^{-\frac{l}{2\sqrt{2}}} - 2\frac{l}{2\sqrt{h}}} = f''\left(\frac{l}{2\sqrt{h}}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (114)$$

gesetzt werden,

$$f'\left(\frac{l}{2\sqrt{h}}\right) - a\frac{l}{2 \cdot y_0} - f''\left(\frac{l}{2\sqrt{h}}\right)\frac{f}{y_0} = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (115)$$

Die Größen $f'\left(\frac{l}{2\sqrt{h}}\right) - \frac{al}{2y_0}$ und $f''\left(\frac{l}{2\sqrt{h}}\right)\frac{f}{y_0}$ erscheinen als die Ordinaten von Curven mit den gemeinschaftlichen Abscissen $\frac{l}{2\sqrt{h}}$. Legt man den letzteren verschiedene Werthe bei, berechnet daraus die ihnen entsprechenden Ordinaten $f'\left(\frac{l}{2\sqrt{h}}\right) - \frac{al}{2y_0}$ und $f''\left(\frac{l}{2\sqrt{h}}\right)\frac{f}{y_0}$ und trägt dieselben auf, s. Taf. 3, Fig. 3, so findet sich diejenige, aus der Construction abzugreifende Abscisse

$$u = \frac{l}{2\sqrt{h}} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (116)$$

ihres Schnittpunktes, woraus alsdann der Werth

$$h = \left(\frac{l}{2u}\right)^2 \quad . \; . \; . \; . \quad (117)$$

um so genauer erhalten wird, je schärfer die Abscisse u graphisch bestimmt wurde. Durch Einführung des so erhaltenen Näherungswerthes von h in Gleichung (111) läßt sich übrigens derselbe prüfen und im Falle einer nicht genügenden Erfüllung derselben durch Einführung feinerer Näherungswerthe beliebig verbessern. Mit Hilfe des Werthes von h und der Belastungshöhe y_0 im Scheitel ergiebt sich der Krümmungshalbmesser daselbst

$$\varrho_0 = \frac{h}{y_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (118)$$

und mit Benützung desselben aus der in Spalte 11 bis 14 enthaltenen Tabelle II die Pressung p. Hierauf ergiebt sich aus Gleichung (108) die Schlußsteinstärke d.

Zur Construction der Widerstandslinie dient die in Gleichung (105) enthaltene Länge des Krümmungshalbmessers der Widerstandslinie

$$\varrho = \frac{h}{\cos^3\alpha\sqrt{y_0{}^2 + h\,(\mathrm{tg}^2\alpha - 2\,a\,\mathrm{tg}\,\alpha)}}, \quad (119)$$

woraus der Krümmungshalbmesser der zu ihr parallelen inneren Wölblinie

$$\varrho_1 = \varrho - \frac{d}{2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (120)$$

sowie die Richtung sämmtlicher, zu ihr senkrechter Lagerfugen erhalten wird.

Beispiel. Eisenbahnbrücke mit aus Quadern bestehenden Anaklinoïdengewölben, deren

Spannweite $l = 30$ Met.,
Pfeilhöhe $x = 10$ Met.,
Oberbaugewicht $d'g' = 1100$ Kilogr. per □ Met.,
Verkehrsgewicht $v = \frac{5060}{2{,}5} = 2100$ Kilogr. p. □ Met.,
mithin $d'g' + v = 3200$ Kilogr. per □ Met.,
Gewölbgewicht $g = 2500$ Kilogr.,
und vorläufig angenommene Fahrbahnsteigung $a = 0{,}2$ beträgt.

Benützt man zur vorläufigen Ermittelung von y_0 die Formel

$$d^m = 0{,}219 + \frac{l^m}{12}\left(0{,}3 + 0{,}04\,\frac{l^m}{x^m}\right)^{*)}$$

und führt die Zahlenwerthe ein, so erhält man die Schlußsteinstärke

$$d = 0{,}219 + \frac{30}{12}\left(0{,}3 + 0{,}04\,\frac{30}{10}\right) = \text{rot. } 1{,}25 \text{ Met.}$$

mit Hilfe deren man aus Gleichung (102) die Belastungshöhe im Scheitel

$$y_0 = 1{,}27 + \frac{1100 + 2100}{2500} = 2{,}55 \text{ Met.}$$

erhält. Hieraus ergeben sich alsdann die zur Bestimmung von h erforderlichen Werthe

$$\frac{a\,l}{2\,y_0} = \frac{0{,}2 \, . \, 30}{2 \, . \, 2{,}55} = 1{,}18 \text{ und } \frac{f}{y_0} = \frac{10}{2{,}55} = 3{,}92$$

und nach Gleichung (115) für den Durchschnittspunkt beider Curvenzweige

$$f'\left(\frac{l}{2\sqrt{h}}\right) - 1{,}18 - 3{,}92\,f''\left(\frac{l}{2\sqrt{h}}\right) = 0.$$

Für den Werth $\frac{l}{2\sqrt{h}} = 2{,}602$ findet man nun mit hinreichender Annäherung

$$f'\left(\frac{l}{2\sqrt{h}}\right) - 1{,}18 - 3{,}92 \, . \, f''\,\frac{l}{2\sqrt{h}} = 3{,}66387 - 1{,}18 - 2{,}48395 = -\,0{,}00008,$$

woraus die gesuchte Größe

$$h = \left(\frac{l}{2\,a}\right)^2 = \left(\frac{30}{2 \, . \, 2{,}602}\right)^2 = 33{,}2329$$

erhalten und durch Einführung in die Gleichung:

$$10 + 2{,}55 = 0{,}2 \, . \, 15 + 1{,}275\left(e^{\frac{15}{\sqrt{h}}} + e^{-\frac{15}{\sqrt{h}}}\right) - 0{,}1\sqrt{h}\left(e^{\frac{15}{\sqrt{h}}} - e^{-\frac{15}{\sqrt{h}}}\right)$$

geprüft wird. Diese Prüfung ergiebt für die rechte Seite dieser Gleichung

$$3 + 17{,}2951 - 7{,}7344 = 12{,}5607,$$

mithin eine hinreichende Annäherung an die Summe 12,55 der beiden Glieder der linken Seite derselben Gleichung.

Aus Gleichung (106) erhält man nun den Krümmungshalbmesser im Scheitel

$$\varrho_0 = \frac{h}{y_0} = \frac{33{,}2329}{2{,}55} = 13{,}03 \text{ Met.}$$

und mit Hilfe dessen aus Tabelle II die Pressung $p =$ rot. 83000 Kilogr. Führt man die Werthe von h und p in Gleichung (108) ein, so ergiebt sich die Schlußsteinstärke

$$d = \frac{g\,h}{p} = \frac{2500 \, . \, 33{,}2329}{83000} = 1{,}18 \text{ Met.}$$

und hieraus die eigentliche Belastungshöhe im Scheitel

$$y_0' = 1{,}18 + \frac{3200}{2500} = 2{,}46 \text{ Met.},$$

mithin die Differenz

*) Vergl. v. Kaven, d. Wegebau, Hannover 1870, S. 516.

$$y_0 - y_0' = 2{,}55 - 2{,}46 = 0{,}09 \text{ Met.},$$

welche bei der Construction als Zusatzbelastung zu dem Gewichte der Fahrbahn betrachtet wird.

Aus Gleichung (119) findet man den Krümmungshalbmesser der Widerstandslinie

$$\varrho = \frac{33{,}23}{\cos^3\alpha \sqrt{2{,}55^2 + 33{,}23\,(\operatorname{tg}^2\alpha - 2 \, . \, 0{,}2 \operatorname{tg}\alpha)}}$$

welcher für $\alpha =$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
die entsprechenden Werthe $\varrho =$	13,032	14,213	15,27	15,98	16,26	16,27	16,26	16,46	17,07	18,28	20,34	23,68	29,15

annimmt und zur Construction der inneren Wölblinie dient, indem man von den Enden der einzelnen Krümmungshalbmesser die halbe Schlußsteinstärke $\frac{d}{2} = 0{,}59$ des Schlußsteins nach abwärts aufträgt und durch Verbindung der so erhaltenen Punkte die innere Wölblinie erhält. Da die unten durch die Widerstandslinie, oben durch die Neigungslinie der Fahrbahn begrenzten Belastungshöhen y für gleiche Abscissen dieselben bleiben, so sind sie nur um die denselben entsprechende Differenz der Widerstands- und inneren Wölblinie senkrecht abwärts gerückt worden. Die äußere Wölblinie ist durch Abtrag der Längen der einzelnen Lagerfugen in der oben angegebenen Weise bewirkt, der Fahrbahn die wagrechte Lage gegeben, deren Höhe, dem ihr zukommenden Eigengewicht entsprechend, modificirt und die zur Unterstützung der Fahrbahn dienende Zwischenconstruction dem übrig bleibenden Belastungsgewicht entsprechend angeordnet worden.

Um das Gewölbe in seinem unteren, hintermauerten Theile, worin ein Theil des Horizontalschubes durch die Hintermauerung aufgehoben werden kann, nicht übermäßig zu verstärken, ist die Gewölbdicke von dem Punkt 8 der Widerstandslinie abwärts allmälig so vermindert worden, daß die durch Punkt 12 der Widerstandslinie gehende Lagerfuge nur noch den $\frac{4}{5}$ Theil des Horizontalschubes oder

$$\frac{4}{5} H = \frac{4}{5} g h = \frac{4}{5} g y_0 \varrho_0 = \frac{4}{5} . 2500 . 2{,}55 . 13{,}03 = \frac{4}{5} . 2500 . 33{,}23 = 66380 \text{ Kilogr.},$$

während die Hintermauerung den Rest oder 5. Theil desselben mit $\frac{1}{5} . 2500 . 33{,}23 = 16595$ Kilogr. aufnimmt. Dieser verkürzten, durch 12 gehenden Lagerfuge, sowie dem theilweisen Horizontalschube von 66380 Kilogr. entspricht die verticale Kathete

$$1{,}18 . \frac{4}{5} = 1{,}18 . 0{,}08 = 0{,}944 \text{ Met.}$$

Hiernach ist die äußere, der Aufnahme des gesammten Horizontalschubes entsprechende Wölblinie in den Figuren 1 und 2, Taf. 4, punktirt, die der theilweisen Aufnahme jenes Horizontalschubes entsprechende äußere Wölblinie dagegen ausgezogen, hierdurch aber wegen des gleichen specifischen Gewichtes des Gewölbes und der Hintermauerung, weder an den Belastungsverhältnissen, noch an der ihnen entsprechenden Form der Widerstandslinie des Gewölbes etwas geändert worden.

2) Die Brücken mit Aklinoïdengewölben.

Ist die Spannweite l und die Pfeilhöhe f gegeben, sowie die auf das Einheitsgewicht g' des Gewölbmaterials reducirte Belastungshöhe

$$y_0 = d + \frac{d'g' + v}{g} \quad . \; . \; . \quad (121)$$

angenommen, wobei d mit Hilfe der Größe l und f aus einer empirischen Formel möglichst annähernd zu bestimmen ist, so ergiebt Gleichung (104), wenn darin die trigonometrische Tangente a der Straßenneigung Null gesetzt ist, für $x = \frac{l}{2}$

$$f + y_0 = \frac{y_0}{2}\left(e^{\frac{l}{2\sqrt{h}}} + e^{-\frac{l}{2\sqrt{h}}}\right), \; . \quad (122)$$

woraus man den Werth von h entweder durch einige Substitutionen oder, wie folgt, auf graphischem Wege ermittelt. Wird diese Gleichung nämlich mit $\frac{y_0}{2}$ dividirt, so läßt sich dieselbe auch schreiben

$$e^{\frac{l}{2\sqrt{h}}} - 2\left(\frac{f}{y_0} + 1\right) - e^{-\frac{l}{2\sqrt{h}}} = 0, \; (123)$$

oder wenn die Function von $\frac{l}{2\sqrt{h}}$

$$e^{\frac{l}{2\sqrt{h}}} = f_{\prime}\left(\frac{l}{2\sqrt{h}}\right) \; . \; . \; . \; . \quad (12^{a}4)$$

und

$$e^{-\frac{1}{2\sqrt{h}}} = f_{\prime\prime}\left(\frac{1}{2\sqrt{h}}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (124^b)$$

gesetzt wird,

$$f_{\prime}\left(\frac{1}{2\sqrt{h}}\right) - 2\left(\frac{f}{y_0} + 1\right) - f_{\prime\prime}\left(\frac{1}{2\sqrt{h}}\right) = 0, \quad (125)$$

Die Größen

$$f_{\prime}\left(\frac{1}{2\sqrt{h}}\right) - 2\left(\frac{f}{y_0} + 1\right) \text{ und } f_{\prime\prime}\left(\frac{1}{2\sqrt{h}}\right)$$

erscheinen als die Ordinaten von Curven mit der gemeinschaftlichen Abscisse $\frac{1}{2\sqrt{h}}$. Legt man dieser letzteren verschiedene Werthe bei, berechnet daraus die ihr entsprechenden Werthe $f_{\prime}\left(\frac{1}{2\sqrt{h}}\right) - 2\left(\frac{f}{y_0} + 1\right)$ und $f_{\prime\prime}\left(\frac{1}{2\sqrt{h}}\right)$ und trägt dieselben als Ordinaten auf, so findet sich diejenige, aus der Zeichnung abzugreifende Abscisse

$$u = \frac{1}{2\sqrt{h}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (126)$$

ihres Schnittpunktes, woraus der Werth

$$h = \left(\frac{1}{2u}\right)^2, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (127)$$

um so genauer erhalten wird, je genauer der Werth u graphisch bestimmt wurde. Durch Einführung des Werthes von h in obige Gleichung prüft, bezw. verbessert man denselben. Mit Hilfe dieses hinreichend angenäherten Werthes von h und der Belastungshöhe y_0 im Scheitel ergiebt sich der Krümmungshalbmesser daselbst

$$\varrho_0 = \frac{h}{y_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (128)$$

und mit Benutzung desselben aus Tabelle II die Pressung p, worauf man durch Einführung dieser Werthe in Gleichung (108) die Schlußsteinstärke d erhält.

Zur Construction der Widerstandslinie dient der durch Gleichung (105), worin vorher a = 0 zu setzen ist, gegebene Krümmungshalbmesser

$$\varrho = \frac{h}{\cos^3\alpha \, . \sqrt{y_0^2 + h\,\mathrm{tg}^2\alpha}}, \quad . \quad . \quad (129)$$

während die innere Wölblinie mittels des Krümmungshalbmessers

$$\varrho_1 = \varrho - \frac{d}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (130)$$

sammt der Richtung sämmtlicher, zu ihr senkrechter Lagerfugen erhalten wird. Die äußere Wölblinie erhält man wieder durch Bestimmung der Längen einer hinreichenden Zahl von Lagerfugen, welche wieder die Hypotenuse von Dreiecken darstellen, deren senkrechte Kathete der Schlußsteinstärke d gleichkommt. Durch die äußere Wölblinie wird von der Gesammtbelastungshöhe die dem Gewichte der Fahrbahn, der Zwischenschüttung und des Verkehrs entsprechende Belastungshöhe abgeschnitten, wovon in Fig. 5, Taf. 4, die letztere weggelassen und die Belastungshöhe des Oberbaues, seinem geringern specifischen Gewichte entsprechend, reducirt wird. Der zwischen Oberbau und Gewölbe befindliche Theil der Belastung ist theils als Zwischenschüttung, theils als Hintermauerung nach Maßgabe ihrer specifischen Gewichte und des ihnen zukommenden Gesammtgewichts zu behandeln, wodurch deren Grenzlinie, welche zugleich die Abgleichungslinie der Hintermauerung bildet, bestimmt wird.

Beispiel. Eisenbahnbrücke mit aus Quadern bestehenden Aklinoïdengewölben,

deren

Spannweite l = 30 Met.,

Pfeilhöhe f = 10 Met.,

Oberbaugewicht d′g′ = 2200 Kilogr. per □ Met.,

Gewicht der Auffüllung von:

0,8 Met. über dem Gewölbscheitel = 1800 Kilogr. p. Kmet.,

Verkehrslast $v = \frac{5060}{2{,}5}$ = rot. 2100 kg p. □ Met.,

Gewölbgewicht g = 2500 Kilogr. p. Kmet.

beträgt.

Läßt man, da Spannweite und Pfeilhöhe derjenigen der zuvor berechneten Brücke gleich sind, auch den dort ermittelten Werth d = 1,27 Met. gelten, so erhält man aus Gleichung (121)

$$y_0 = 1{,}27 + \frac{0{,}5 \, . \, 2200 + 0{,}8 \, . \, 1800 + 2100}{2500} = 1{,}27 + 1{,}87 = 3{,}14 \text{ Met.}$$

und durch dessen Einführung in Formel (122)

$$10 + 3{,}14 = \frac{3{,}14}{2}\left(e^{\frac{15}{\sqrt{h}}} + e^{-\frac{15}{\sqrt{h}}}\right),$$

woraus durch einige Substitutionen annähernd genug h = 50,54 erhalten wird, da sich durch Einführung dieses Werthes in die so eben benutzte Gleichung 13,1409 statt 13,14 ergiebt. Mit dessen Hilfe erhält man aus Gleichung (129) den Krümmungshalbmesser im Scheitel

$$\varrho_0 = \frac{h}{y_0} = \frac{50{,}54}{3{,}14} = 16{,}09 \text{ Met.},$$

und mit Hilfe dessen aus Tabelle II die Pressung p = rot. 89700 Kilogr.

Führt man die Werthe von h und p in Gleichung (108) ein, so ergiebt sich die Dicke des Schlußsteins

$$d = g h = \frac{2500 \,.\, 50{,}54}{89700} = 1{,}28 \text{ Met.},$$

welche den zweiten Werth

$$y_0' = 1{,}28 + \frac{0{,}5 \,.\, 2200 + 0{,}8 \,.\, 1800 + 2100}{2500} = 1{,}28 + 1{,}87 = 3{,}15 \text{ Met.},$$

mithin die verschwindende Differenz $y_0 - y_0' = 3{,}14 - 3{,}15 = -0{,}01$ Met. ergiebt.

Zur Construction der Widerstandslinie erhält man aus Gleichung (129) den Krümmungshalbmesser

$$\varrho = \frac{50{,}54}{\cos^3\alpha \,.\, \sqrt{3{,}14^2 + 50{,}54\, \mathrm{tg}^2\alpha}}$$

und für $\alpha =$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
$\varrho =$	16,094	15,969	15,650	15,268	14,969	14,867	15,056	15,622	16,677	18,393	21,060	25,201	31,816

Längen, aus welchen die entsprechenden Krümmungshalbmesser der inneren Wölblinie durch Abzug von $\frac{d}{2} = 0{,}64$ Met. gefunden werden. Die äußere, dem Eigengewicht des Gewölbmaterials entsprechende Wölblinie ergiebt sich mit Hilfe des Werthes von d in der früher mehrfach angedeuteteten Weise. Wird nun die dem Verkehrs- und Fahrbahngewicht entsprechende Belastungshöhe beziehungsweise weggelassen und abgeschnitten, so liefert der zwischen der unteren Begrenzung der Fahrbahn und der äußeren Wölblinie gelegene Theil der Belastungshöhe die in den Figuren 4 und 5, Taf. 4, eingezeichnete Grenzlinie der Zwischenschüttung und Hintermauerung.

Um das Gewölbe in seinem unteren, hintermauerten Theile auch hier nicht übermäßig zu verstärken, ist von Punkt 7 der Widerstandslinie ab die Gewölbstärke so vermindert worden, daß die durch den Punkt 12 gehende Widerstandslinie nur noch den $^4/_5$ten Theil des Horizontalschubes

$$\frac{4}{5} H = \frac{4}{5} g h = \frac{4}{5} g y_0 \varrho_0 = \frac{4}{5} . 2500 . 3{,}14 . 16{,}09 = \frac{4}{5} . 2500 . 50{,}54 = 101080 \text{ Kilogr.},$$

während die Hintermauerung den Rest oder $^1/_5$ten Theil desselben mit $\frac{1}{5} . 2500 . 50{,}54 = 25270$ Kilogr. aufnimmt. Die durch Punkt 12 gehende Lagerfuge erfährt daher eine Verkürzung, welche der auf $\frac{4}{5} . 1{,}27 = 1{,}02$ verkürzten lothrechten Kathete 1,27 entspricht.

Auch hier wird wegen des gleichen specifischen Gewichts des Gewölbes und der Hintermauerung weder an den Belastungsverhältnissen noch an der Form der Widerstandslinie etwas geändert, wenn die zwischen der, in Fig. 4 und 5, Taf. 4, punktirten und ausgezogenen äußeren Wölblinie gelegene Belastung als Hintermauerung und nicht als Gewölbe angeordnet wird. Sollte die Belastung etwa durch eine gerade Abgleichung der Hintermauerung etwas verändert werden, so läßt sich der Einfluß dieser Abänderung auf die Form der Stützlinie, sowie deren Zulässigkeit nach der bereits angegebenen graphischen Methode zur Verzeichnung derselben leicht prüfen.

B) Die schiefen gewölbten Brücken.

Bildet die Achse des schiefen Gewölbes den Winkel β, s. Taf. 5, Fig. 1, mit seiner Stirnfläche, so schließt dieselbe mit einer zur Stirnfläche Normalen den Complementwinkel $\alpha = 90^0 - \beta$ ein, welchen man den Schrägungswinkel des schiefen Gewölbes nennt. Ist dieser Schrägungswinkel sehr klein, so läßt sich das schiefe Gewölbe wie ein gerades ausführen, dessen Stirnstücke man nach dem Neigungswinkel β der Stirnfläche mit der Gewölbachse abschrägt, s. Fig. 2, ein Verfahren, welches man am einfachsten erst nach der Schließung und Ausrüstung des Gewölbes vornimmt. Ist der Schrägungswinkel größer, so wird der Winkel β für den Steinschnitt zu spitz und das Gewölbe muß anders angeordnet werden. Zerlegt man nämlich das ganze Gewölbe in eine hinreichende Anzahl dünner, zu seiner Stirnfläche paralleler Gewölbstreifen, so läßt sich jeder dieser Streifen wie ein gerades Gewölbe behandeln, dessen Lagerflächen senkrecht zu seiner Stirnfläche und Laibungsfläche stehen. Trägt man, wie in Figur 3 und 4 geschehen, diese Gewölbstreifen im Grund- und Aufriß auf, so erhält man an einer beliebigen Stelle M, M_1 des Gewölbes für einen durch mehrere solcher Streifen reichenden Gewölbstein die gebrochene Lagerfuge

1 2 3 4 5, deren einzelne Polygonstücke auf den zugehörigen Bogen senkrecht stehen, s. Fig. 3. Dieser gebrochenen Lagerfuge entspricht eine aus ebenso vielen Theilen bestehende Lagerfläche, deren einzelne Theilflächen die gleiche, jenen Polygonstücken entsprechende Neigung haben. Wird jeder Absatz, z. B. 1 2, 2 des in einzelne Streifen zerlegten Gewölbes bis zur geraden Linie 1 2 ausgefüllt, so ändert sich hierdurch die Verticalprojection der Lagerfugen nicht, da z. B. der Schenkel 1 2, sich hierbei als Punkt projicirt, mithin der Schenkel 2, 2 in Fig. 4 den Schenkel 2 3 in Fig. 3 deckt.

Wählt man nun diese Absätze unendlich klein, so geht jene gebrochene Lagerfuge in eine stetige und die ihr zugehörige gebrochene Lagerfläche in eine windschiefe über. Da jede dieser stetig gekrümmten Lagerfugen die auf einander folgenden, unendlich dünnen Gewölbelemente unter rechten oder, behufs einfacherer Ausführung, unter gleichen, nur annähernd rechten Winkeln schneidet, so bilden diese Fugen Curven, welche sich wie Schraubenlinien um die Gewölbfläche winden und hierbei dessen Cylinderelemente beziehungsweise unter veränderlichen oder constanten Winkeln schneiden. Hiernach sind die schiefen Gewölbe mit veränderlichem Fugenwinkel und die schiefen Gewölbe mit constantem Fugenwinkel zu unterscheiden.

I. Die schiefen Brückengewölbe mit veränderlichem Fugenwinkel.

1) Theorie der schiefen Brückengewölbe mit veränderlichem Fugenwinkel.

In der Praxis bilden die Stirnbogen der meisten schiefen Gewölbe Halbkreise, mithin die zu ihren Achsen normalen Schnitte halbe Ellipsen oder Theile von halben Ellipsen. Unter dieser Voraussetzung ist zu bestimmen

a) die Vertical- und Horizontalprojection der schiefen Brückengewölbe mit veränderlichem Fugenwinkel.

Die Verticalprojection dieser Gewölbe erhält man am einfachsten durch Construction, indem die Lagerfuge die auf der Laibung des Gewölbes dargestellten Stoßfugen nicht nur im Raum, sondern auch im Aufriß senkrecht schneidet. Da nämlich jede Stoßfuge zur Stirnebene, mithin zur verticalen Projectionsebene parallel ist, so steht jede zu ihr normale Linie, wie die Lagerfuge, auch in der Verticalprojection zu ihr senkrecht. Verbindet man daher, wie in Fig. 3, Taf. 5, geschehen, die Punkte 1, 2, 3, 4, 5 der halbkreisförmigen Stoßfugen mit den ihnen zugehörigen Mittelpunkten, so erhält man die Verticalprojection 1 2 3 4 5 der Lagerfuge.

Die auf diese Weise construirte Lagerfuge ist gebrochen und nähert sich der wahren, stetig verlaufenden um so mehr, je dünner die Gewölbstreifen sind, in welche man sich das Gewölbe zerlegt denkt. Da aber die letzteren immer noch eine meßbare Breite haben müssen, so ist die construirte Lagerfuge immer nur annähernd richtig und für den Fall, daß die Genauigkeit der letzteren nicht ausreicht, der analytische Weg einzuschlagen.

Bezeichnet man mit x und y, s. Fig. 5, Taf. 5, die Coordinaten des kreisförmigen Stirnbogens, mit r dessen Radius, mit w den Winkel, welchen eine Lagerfuge desselben mit dem Horizonte einschließt, so ist

$$x = r(1 - \cos w) \text{ und } y = r.\sin w, \quad . \quad (131)$$

woraus durch Differentiation

$$dx = r \sin w\, dw \text{ und } dy = r.\cos w\, dw \quad (132)$$

erhalten wird. Werden beide Werthe dividirt, so ergiebt sich die Differentialgleichung des Stirnbogens

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos w}{\sin w} = \operatorname{cotg} w = \operatorname{tg}(90 - w).. \quad (133)$$

Da nun die Verticalprojection der Lagerfuge senkrecht auf dem Stirnbogen steht, so erhält man aus der Relation (133) die Differentialgleichung der orthogonalen Trajectorie

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\operatorname{tg}(90 - w)} = -\operatorname{tg} w \quad . \quad (134)$$

und hieraus, wenn der Werth von dy aus Gleichung (132) und $\operatorname{tg} w = \frac{\sin w}{\cos w}$ gesetzt wird,

$$dx = -\frac{dy}{\operatorname{tg} w} = -\frac{r \cos^2 w\, dw}{\sin w}. \quad . \quad (135)$$

Durch Integration ergiebt sich

$$x = -r\int \frac{\cos^2 w\, dw}{\sin w} = -r\int \frac{(1 - \sin^2 w)\, dw}{\sin w} = -r\int \frac{dw}{\sin w} + r\int \sin^2 w\, dw. \; . \; . \; . \; (136$$

mithin, wenn dieselbe ausgeführt wird,

$$x = -r \log \operatorname{tg}\frac{w}{2} - r\cos w + \text{Const.} \quad (137)$$

Da $\operatorname{tg}\frac{w}{2} = \frac{1}{\operatorname{cotg}\frac{w}{2}}$, mithin $\log \operatorname{tg}\frac{w}{2} = -\log \operatorname{cotg}\frac{w}{2}$ gesetzt werden kann, so erhält man durch dessen Einführung in Gleichung (137)

$$x = r \log \operatorname{cotg}\frac{w}{2} - r\cos w + \text{Const.} \quad . \quad (138)$$

Setzt man, um die Constante zu bestimmen, $w = \frac{\pi}{2} = 90^0$ und $x = r$, so folgt aus Gleichung (138)

$$r = \text{Const.}, \; . \; . \; . \; . \; . \; (139)$$

mithin aus Gleichung (138) die Abscisse der zu dem Winkel w gehörigen Verticalprojection der orthogonalen Trajectorie:

$$x = r.\log \operatorname{cotg} \frac{w}{2} + r(1 - \cos w). \quad . \quad (140)$$

Hierin stellt nach Gleichung (131) das letzte Glied die Abscisse x_s des Stirnbogens dar, mithin sind die Abscissen der projicirten Lagerfugen, wenn dieselben vom Stirnbogen ab aufgetragen werden,

$$t = r.\log \operatorname{cotg} \frac{w}{2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (141)$$

Die Discussion dieser Gleichung ergiebt für die Gestalt der projicirten orthogonalen Trajectorie folgende Anhaltspunkte:

Für $w = 0$ wird $\frac{w}{2} = 0$ und $x = \infty$,

„ $w = \frac{\pi}{2} = 90^0$ wird $\frac{w}{2} = \frac{\pi}{4} = 45^0$ und $x = 0$,

„ $w > \frac{\pi}{2}$ wird $\frac{w}{2} > \frac{\pi}{4}$, daher x negativ,

„ $w = \pi = 180^0$ wird $\frac{w}{2} = \frac{\pi}{2} = 90^0$, daher $x = -\infty$.

Diese in Fig. 6, Taf. 5, dargestellte Curve besitzt daher zwei, zu einer durch den Mittelpunkt des halbkreisförmigen Stirnbogens gelegten Lothrechten symmetrische Zweige, hat in dessen Scheitel einen Rückkehrpunkt und schneidet auf beiden Seiten jener Lothrechten die Abscissenachse in der Unendlichkeit.

Für Brigg'sche Logarithmen, wovon der Neper'sche Logarithmus der Basis $\log 10 = 2{,}302585$ beträgt, erhält man aus Gleichung (141)

$$t = r \operatorname{Log} \operatorname{cotg} \frac{w}{2}.\log 10, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (142)$$

aus Gleichung (140)

$$x = t + x_s = r \operatorname{Log} \operatorname{cotg} \frac{w}{2} \log 10 + r(1 - \cos w). \quad (143)$$

und hieraus, wenn man zu den Logarithmen übergeht,

$$\operatorname{Log} t = \operatorname{Log}.\operatorname{Log} \operatorname{cotg} \frac{w}{2} + \operatorname{Log}.r \log 10, . \quad (144)$$

worin das letzte Glied eine Constante darstellt.

Die Lagerfugen, sowie deren Verticalprojectionen haben nach dem Vorstehenden zwischen denselben wagrechten Cylinderelementen den gleichen Verlauf. Hat man daher die durch den Scheitel des Stirnbogens gehende Lagerfuge construirt, oder mittels der Coordinaten aufgetragen, so findet man daraus alle übrigen Lagerfugen, wenn man durch deren höchsten und tiefsten Punkt Horizontale zieht und dieselben so weit verlängert, bis sie jene erstere Lagerfuge schneiden. Der durch die so erhaltenen Schnittpunkte begrenzte Theil derselben bildet die gesuchte Lagerfuge und ist nur wagrecht, soweit als nöthig, zu verschieben. Diese Verschiebung wird, insbesondere bei dem Auftragen vieler Lagerfugen, wesentlich durch die Anfertigung einer, nach der Form jener durch den Scheitel des Stirnbogens gehenden Lagerfuge ausgeschnittenen, Schablone erleichtert, welche man auf der Basis des Gewölbes wagrecht so lange zu verschieben hat, bis der in dem Stirnbogen gelegene Anfangspunkt jeder Lagerfuge erreicht ist. Da für die linke Hälfte des Gewölbes der rechte und für die rechte Hälfte des Gewölbes der linke Zweig der projicirten Lagerfuge in Anwendung kommt, beide Zweige aber vollkommen symmetrisch sind, so genügt es, die Schablone nur für den einen derselben anzufertigen und für den anderen wagrecht umzukehren.

Die zu einer Lagerfuge der inneren Wölbfläche gehörige Lagerfuge der äußeren Wölbfläche bildet die Durchschnittslinie der windschiefen Lagerfläche mit der äußeren Fläche des Gewölbes. Man erhält daher einen beliebigen Punkt derselben durch Verlängerung des zugehörigen Radius bis zur äußeren Wölbfläche. Da alle diese Radien zur Stirnfläche parallel sind, so sind alle diese Verlängerungen genau der Gewölbdicke gleich. Zusammengehörige, in der innern und äußern Wölbfläche liegende Punkte einer Lagerfläche haben mithin gleiche, zur Gewölbachse parallele Abstände von einer und derselben Stirnebene und die ihnen zugehörigen Bogen der Stoßfugen verhalten sich, wie die ihnen zugehörigen Radien. Selbstverständlich schneidet die so erzeugte Lagerfuge der äußeren Gewölbfläche die zur Gewölbstirn parallelen Stoßfugen nicht mehr unter rechten Winkeln.

Sind sämmtliche Lagerfugen der Verticalprojection in der einen oder andern Weise aufgetragen, mithin deren Schnittpunkte mit den halbkreisförmigen Stoßfugen bekannt, so erhält man deren Horizontalprojection, wenn jene Schnittpunkte auf die entsprechenden parallelen und geraden Horizontalprojectionen der Stoßfugen übertragen und hierauf die so erhaltenen, zueinandergehörigen Schnittpunkte des Grundrisses miteinander verbunden werden. Ist dieses geschehen, so laufen die Lagerfugen von Stirn zu Stirn und theilen im Grund- und Aufriß die innere Gewölbefläche in durchlaufende Streifen ab, während die Stoßfugen innerhalb dieser letzteren abwechseln und sie in Theile zerlegen, welche die Laibungsflächen der einzelnen Wölbsteine darstellen.

Construction der Gewölbsteine der schiefen Brückengewölbe mit variablem Fugenwinkel.

Da letztere Flächen von den bekannten Lager- und Stoßfugen der einzelnen Wölbsteine begrenzt werden, so enthält der Grund- und Aufriß alle zur Darstellung dieser Flächen erforderlichen Abmessungen. Zieht man im letzteren durch die Endpunkte der beiden Stoßfugen radiale Linien bis zur äußeren Gewölbfläche, s. Fig. 16, Taf. 5, so stellt die so gewonnene Verticalprojection außerdem die beiden Stoßflächen abcd und efgh jedes Steins in ihrer wahren Gestalt und gegenseitigen Lage dar. Die sich an dieselben anschließenden Lagerflächen aecg und bfdh denkt man sich dann durch

Gerade erzeugt, welche stets parallel zur Stirnfläche und senkrecht zur inneren Wölbfläche sich längs der Lagerfugen d h und c g fortbewegen. Man erhält dieselben, wenn man die Laibungsfläche c d g h, Fig. 16 und 17, Taf. 5, jedes Wölbsteins zwischen den Stoßfugen durch eine hinreichende Anzahl zur Stirnfläche paralleler Ebnen schneidet, durch die Schnittpunkte dieser Ebenen mit den inneren Lagerfugen die zugehörigen Radien zieht und dieselben so weit verlängert, bis sie die entsprechenden Durchschnittslinien der äußeren Wölbfläche schneiden. Durch Verbindung der so gebildeten äußeren Schnittpunkte erhält man die Lagerfugen a e und b f in der äußeren Gewölbfläche und hiermit die vollständige Begrenzung eines Wölbsteins.

Die Horizontal- und Verticalprojection der inneren Wölbfläche zeigt, daß die Breiten der zwischen je zwei Lagerfugen befindlichen Gewölbstreifen sich fortwährend ändern und daß, wenn dieselben in der vorderen Stirn einander gleich sind und ohne Unterbrechung bis zur hinteren Stirnfläche durchlaufen, an dieser die Gewölbsteine auf der einen Seite so dünn und auf der anderen Seite so dick werden müßten, daß deren Herstellung practisch unausführbar wäre. Da hiernach die Anordnung gleich starker Wölbsteine in den Stirnen und ununterbrochen von Stirn zu Stirn durchlaufender Lagerfugen unvereinbar ist, so behält man meist die Eintheilung der Stirnen in eine Anzahl gleich starker Wölbsteine bei und setzt die zugehörigen Lagerfugen da ab, wo sie sich einander so sehr nähern, daß die dazwischen befindlichen Wölbsteine eine zu geringe, practisch unausführbare Stärke erhalten müßten.

An diesen Stellen sind also einzelne Wölbsteine erforderlich, die durch mehrere Wölbschichten reichen, und gegen welche sich die von den entgegengesetzten Stirnen ausgehenden Lagerfugen absetzen.

Obwohl sich auf diese Weise der Steinschnitt des schiefen Gewölbes vollkommen bestimmen und jeder Wölbstein desselben heraustragen und bearbeiten läßt, so erleichtert doch die Abwickelung der Wölbflächen nicht nur die Anordnung des ebenerwähnten Steinschnitts, sondern sie führt uns auch auf eine Vereinfachung desselben bei Gewölben, welche keinen vollen Halbkreis zum Stirnbogen, also auch keine so große Verschiedenheit in den veränderlichen Winkeln haben, unter welchen deren Lagerfugen die zur Gewölbachse parallelen Cylinderelemente schneiden.

c) Die Abwickelung der schiefen Brückengewölbe mit variablen Fugenwinkeln.

α) Die Abwickelung der Gewölbflächen.

Die Abwickelung der inneren Wölbfläche bietet keine Schwierigkeit, wenn man mit Hilfe der gleichweitentfernten Theilpunkte des Stirnbogens den zur Gewölbachse senkrechten elliptischen Schnitt construirt und mittels der einzelnen, so erhaltenen ungleichen Bogenlängen die zur Gewölbachse parallelen Cylinderelemente aneinander reiht. Die Summe dieser Bogenlängen ergiebt den Umfang der halben Ellipse, welche durch die Annäherungsformel,

$$\frac{U}{2} = 1{,}6467 . a + 1{,}4949\, b \quad . \; . \; . \; . \quad (145)$$

worin

$$a = r \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (146)$$

die halbe große Achse und

$$b = r . \cos\alpha \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (147)$$

die halbe kleine Achse der Ellipse bezeichnet, controlirt werden kann. Werden die Enden der so erhaltenen, abgewickelten Cylinderelemente durch die zur Gewölbachse senkrechten, durch die Horizontalprojection jener im Stirnbogen enthaltenen Theilungspunkte der Gewölbsteine geführten Linie geschnitten, so ergeben sich die abgewickelten Stirnbogen und mit ihnen sämmtliche, zu ihnen parallele, abgewickelte Stoßfugen. Ist diese Construction richtig ausgeführt, so sind die auf den Stirnbogen durch die Cylinderelemente abgeschnittenen Bogenstücke untereinander und jenen Bogenstücken gleich, in welche der Stirnbogen getheilt ist. Auch das Uebertragen der Lagerfugen in die Abwickelung auf constructivem Wege hat keine Schwierigkeit, sobald man die Länge des zugehörigen Kreis- oder elliptischen Bogens kennt und diese von der Kämpferlinie ab, beziehungsweise auf einem der beiden Stirnbogen oder auf einer abgewickelten Stoßfuge abträgt oder normal zu jener Kämpferlinie aufträgt. Obwohl dies Verfahren bei einer zur Bestimmung jeder abgewickelten Lagerfuge hinreichenden Zahl von Punkten ohne Weiteres und mit aller wünschenswerthen Genauigkeit ausgeführt werden kann, so ist es doch gerade in diesem Falle sehr zeitraubend und wird besser durch das Auftragen der algebraisch ermittelten, abgewickelten Lagerfuge ersetzt.

β) Analytische Bestimmung der abgewickelten Lagerfuge.

Bezeichnet man mit φ den Winkel, welchen die Tangente an einen beliebigen Punkt x, y des abgewickelten Stirnbogens, s. Fig. 7, Taf. 5, mit einer zur Kämpferlinie A X Normalen einschließt, so folgt mit Bezug auf die Bezeichnungen jener Figur

$$\frac{dx}{dy} = \mathrm{tg}\,\varphi \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (148)$$

Behalten α, w und r ihre frühere Bedeutung, so ergiebt sich aus der Figur

$$x = r \sin\alpha - r \cos w \sin\alpha = r \sin\alpha (1 - \cos w) \quad (149)$$

und der zu dem Winkel w gehörige Bogen für den Radius r

$$s = r . w \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (150)$$

Durch Differentiation erhält man aus Gleichung (149), worin das erste Glied constant ist,

$$dx = r \sin\alpha \sin w\, dw \quad . \quad . \quad . \quad (151)$$

und aus Gleichung (150)

$$ds = r\, dw, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (152)$$

mithin, wenn man

$$dy = \sqrt{ds^2 - dx^2}$$

setzt und die Werthe von dx und ds aus Gleichung (151) und (152) einführt,

$$dy = r\, dw \sqrt{1 - \sin^2\alpha . \sin^2 w} . \quad . \quad . \quad (153)$$

Führt man den Werth von dx aus Gleichung (151) und von dy aus Gleichung (153) in Gleichung (148) ein, so ergiebt sich die Differentialgleichung des abgewickelten Stirnbogens

$$\frac{dx}{dy} = \operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\alpha . \sin w}{\sqrt{1 - \sin^2\alpha . \sin^2 w}} . \quad . \quad (154)$$

Auf dem abgewickelten Stirnbogen steht die abgewickelte Lagerfuge senkrecht: eine Bedingung, welche sich aus Gleichung (148) ergiebt, wenn man setzt

$$\frac{dx}{dy} = -\frac{1}{\operatorname{tg}\varphi} . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (155)$$

Wird der Werth von dy aus Gleichung (153) und von $\operatorname{tg}\varphi$ aus Gleichung (154) eingeführt, so ergiebt sich die Differentialgleichung der abgewickelten Lagerfuge

$$dx = -\frac{dy}{\operatorname{tg}\varphi} = -\frac{r(1 - \sin^2\alpha . \sin^2 w)\, dw}{\sin\alpha . \sin w}, \quad (156)$$

oder, wenn man deren Glieder trennt,

$$dx = -\frac{r}{\sin\alpha} . \frac{dw}{\sin w} + r \sin\alpha . \sin w . dw. \quad (157)$$

Hieraus ergiebt sich durch Integration

$$x = -\frac{r}{\sin\alpha} . \log . \operatorname{tg}\frac{w}{2} - r\sin\alpha . \cos w + \text{Const.} \quad (158)$$

Setzt man, um die Constante zu bestimmen, $w = 90^0$, in welchem Falle $x = r . \sin\alpha$ wird, so ergiebt sich aus Gleichung (158)

$$r\sin\alpha = -\frac{r}{\sin\alpha} . \log 1 - r . \sin\alpha . 0 + \text{Const.},$$

mithin

$$\text{Const.} = r \sin\alpha$$

und wenn dieser Werth in Gleichung (158) eingeführt wird, die dem beliebigen Lagerfugenwinkel w entsprechende Abscisse der abgewickelten Lagerfuge

$$x = r\sin\alpha(1 - \cos w) - \frac{r}{\sin\alpha} . \log . \operatorname{tg}\frac{w}{2} . \quad (159)$$

Hierin bezeichnet nach Gleichung (149) das erste Glied die auf die Kämpferlinie AX als Coordinatenachse bezogene Abscisse x_s des Stirnbogens, man erhält mithin für den beliebigen, durch Gleichung (150) bestimmten Bogen s den Abstand eines Punktes der abgewickelten Lagerfuge von jenem Stirnbogen aus

$$t = -\frac{r}{\sin\alpha} \log . \operatorname{tg}\frac{w}{2} . \quad . \quad . \quad . \quad (160)$$

Wird hierin

$$-\log . \operatorname{tg}\frac{w}{2} = \log 1 - \log . \operatorname{tg}\frac{w}{2} = \log . \frac{1}{\operatorname{tg}\frac{w}{2}} = \log . \operatorname{cotg}\frac{w}{2}$$

gesetzt, so ist, wenn dieser Werth in Gleichung (160) eingeführt wird,

$$t = \frac{r}{\sin\alpha} \log . \operatorname{cotg}\frac{w}{2}, \quad . \quad . \quad . \quad (161)$$

mithin für Brigg'sche Logarithmen, worin der Neper'sche Logarithmus der Basis $\log 10 = 2{,}302585$ beträgt, die Abscisse:

$$t = \frac{r \log 10}{\sin\alpha} . \operatorname{Log} \operatorname{cotg}\frac{w}{2} \quad . \quad . \quad . \quad (162)$$

und deren Brigg'scher Logarithmus

$$\operatorname{Log} t = \operatorname{Log} . \frac{r \log 10}{\sin\alpha} + \operatorname{Log} . \operatorname{Log} \operatorname{cotg}\frac{w}{2} . \quad (163)$$

Discutirt man, um ein Bild von der abgewickelten Lagerfuge zu erhalten, die zusammengehörigen Gleichungen (150) und (160), so erhält man für

$w = 0$ die zusammengehörigen Werthe $s = 0$ und $t = \infty$ . . . . (164)

$w = 90$ „ „ „ $s = \frac{\pi}{2}$ „ $t = 0$, ... (165)

$w = 180$ „ „ „ $s = \pi$ „ $t = -\infty$. . . . . . . (166)

In der Abwickelung wächst mithin die Abscisse der Lagerfuge vom Scheitel des Stirnbogens ab, wo sie Null ist, auf der positiven und negativen Seite bis ins Unendliche, ist auf beiden Seiten zum Stirnbogen symmetrisch und hat die beiden Kämpferlinien zu Asymptoten, wie die in Fig. 8, Taf. 5, enthaltene Darstellung zeigt.

Die Abscisse x der abgewickelten Lagerfuge der äußeren Gewölbfläche setzt sich zusammen aus derjenigen x_s ihres abgewickelten Stirnbogens und dem parallel zur Gewölbachse gemessenen, bekannten Abstande t der Lagerfuge der inneren Gewölbfläche von ihrem abgewickelten Stirnbogen. Für den Radius r_1 der äußeren Gewölbfläche ergiebt sich aus Gleichung (149) analog die Abscisse ihres abgewickelten Stirnbogens

$$x_s' = r_1 \sin\alpha (1 - \cos w), \quad . \quad . \quad . \quad (167)$$

mithin, da bei dem nämlichen Gewölbe α und bei den nämlichen Lagerflächenwinkeln w desselben der Factor von r_1 derselbe bleibt wie bei der durch Gleichung (149) gegebnen Abscisse x_s des abgewickelten inneren Stirnbogens, durch Division von Gleichung (149) in Gleichung (167)

$$x_s' = x_s . \frac{r_1}{r} . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (168)$$

Man erhält mithin die Abscisse der abgewickelten, äußeren Lagerfuge

$$x = t + x_s', \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (169)$$

welche successive von den entsprechenden Theilungspunkten des abgewickelten Stirnbogens aus parallel zur Gewölbachse aufzutragen sind. Ist dies geschehen, so lassen sich nunmehr die von dem rechten Winkel abweichenden Winkel erkennen, unter welchen die abgewickelten Lagerfugen der äußeren Gewölbfläche die Stoßfugen schneiden.

Die Abscisse der abgewickelten Lagerfuge einer zweiten Gewölbfläche mit dem Radius r_1 ergiebt sich durch analoge Ableitung für den Schrägungswinkel α und Lagerfugenwinkel w aus Gleichung (162)

$$t' = \frac{r_1 \log 10}{\sin\alpha} . \text{Log. cotg.} \frac{w}{2}, \quad . \quad . \quad (170)$$

mithin für denselben Schrägungswinkel und für die gleichen Lagerfugenwinkel der abgewickelten inneren und äußeren Wölbfläche durch Division der Gleichung (162) in (170)

$$\frac{t'}{t} = \frac{r_1}{r},$$

woraus folgt, daß

$$t' = \frac{r_1}{r} t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (171)$$

t übertrifft, aber demselben proportional ist. Hat man also für die innere Wölbfläche irgend eines schiefen Gewölbes die den Winkeln α und w entsprechenden Werthe von x berechnet, so ergeben sich die Abscissen x der Lagerfuge jenes zweiten Gewölbes durch Multiplication mit dem Quotienten $\frac{r_1}{r}$ des Radius der ersteren in den Radius der zweiten Wölbfläche.

Da die Stoßfugen sowohl der inneren, als der äußeren Wölbfläche dem zugehörigen Stirnbogen derselben innerhalb der gleichen, zu den Kämpferlinien parallelen Cylinderelementen parallel sind, so sind auch die denselben entsprechenden Theile der abgewickelten Lagerfugen parallel. Man erhält mithin aus der in Bezug auf einen Stirnbogen construirten abgewickelten Lagerfuge der inneren oder äußeren Wölbfläche, ähnlich wie bei der Verticalprojection der Lagerfugen, einfach durch eine zu den Kämpferlinien parallele Verschiebung jener abgewickelten Lagerfuge alle übrigen Lagerfugen und empfiehlt sich auch hier die Anfertigung einer, zum Auftragen sämmtlicher abgewickelter Lagerfugen dienenden, Schablone, wie sie z. B. in Fig. 5 und 6 dargestellt ist.

γ) Construction der abgewickelten Lagerfuge.

Sind jene, zu den Kämpferlinien parallelen Cylinderelemente hinreichend schmal gewählt, so läßt sich die abgewickelte Lagerfuge auch aus den einzelnen Schenkeln jener verschiedenen Winkel zusammensetzen, unter welchen diese Cylinderelemente von der Lagerfuge geschnitten werden. Betrachtet man, um diesen veränderlichen Schnittwinkel γ, den sogenannten **Fugenwinkel** zu bestimmen, die dreikantige Ecke ABCM, s. Fig. 9, Taf. 5, welche, in einem beliebigen Punkt M des Stirnbogens, die Tangente MB des Stirnbogens, die zur Ebene des Stirnbogens parallele Linie AM und die zur Kämpferlinie parallele Linie MC bilden, so schließen, wie die Darstellung in Fig. 9, Taf. 5, zeigt, die Kanten

AM und BM den Winkel $90 - w$,
BM „ MC „ „ $90 - \gamma$,
AM „ CM „ „ $90 - \alpha$

ein. Beschreibt man von dem Punkte M, s. Fig. 10, Taf. 5, als Mittelpunkt einer Kugel, aus mit dem Radius 1 die jenen Winkeln entsprechenden Bogen eines sphärischen Dreiecks, so liegt der Kantenwinkel $90 - \gamma$ dem Flächenwinkel BAC gegenüber, welchen die Ebene BMA des Stirnbogens mit der zur Ebene der beiden Kämpferlinien parallelen Ebene AMC einschließt, während die Kantenwinkel $90 - w$ und $90 - \alpha$ diesem Winkel anliegen. Da nun die Stirnbogenebene lothrecht und die Ebene der Kämpferlinien wagrecht ist, so ist der Flächenwinkel BAC ein Rechter. Es findet aber nach den Entwickelungen der sphärischen Trigonometrie*) zwischen jenen 3 Kantenwinkeln $90 - w$, $90 - \gamma$, $90 - \alpha$ und diesem Flächenwinkel BAC, welchen die Seiten BA und AC des sphärischen Dreiecks miteinander einschließen, allgemein die Beziehung statt

$$\cos BAC = \frac{\cos(90 - \gamma) - \cos(90 - w)\cos(90 - \alpha)}{\sin(90 - w)\sin(90 - \alpha)} = \frac{\sin\gamma - \sin w . \sin\alpha}{\cos w . \cos\alpha}, \quad . \quad . \quad . \quad (172)$$

woraus sich, da Winkel BAC ein rechter ist,

$$0 = \frac{\sin\gamma - \sin w . \sin\alpha}{\cos w . \cos\alpha},$$

mithin

$$\sin\gamma = \sin\alpha . \sin w \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (173)$$

ergiebt. Hieraus folgt, daß an der Kämpferbasis, für welche $w = 0$, $\sin\gamma = 0$ und mithin auch der Fugenwinkel $\gamma = 0$

*) Vgl. u. A. Francoeur, übersetzt von Külp, Sphär. Trig. II. 2. S. 6. Formel 4.

und in dem Scheitel, für welchen w = 90, also sin w = 1 ist, sin γ = sin α und $\gamma = \alpha$, also der Fugenwinkel dem Schrägungswinkel des Gewölbes gleich wird. Aus Gleichung (173) läßt sich der veränderliche Fugenwinkel γ entweder durch Rechnung oder durch die in Fig. 11, Taf. 5, dargestellte Construction finden. Beschreibt man nämlich mit dem Radius r den Quadranten AB und trägt in denselben den constanten Schrägungswinkel α und den veränderlichen Lagerfugenwinkel w mit der in der Figur angegebenen Lage ein, so erhält man sofort r . sin w und, indem man mit diesem als Radius einen dem Centriwinkel α entsprechenden Kreisbogen beschreibt, den Werth r . sin w . sin α, welcher dem Sinus des veränderlichen Fugenwinkels r . sin γ gleich ist, zu welchem sich der letztere auf die in der Figur angegebene Weise leicht construiren läßt. Construirt man diesen veränderlichen Fugenwinkel für sämmtliche, jenen einzelnen Lagerfugenwinkeln w entsprechende Cylinderelemente, so läßt sich auf die in Fig. 5 der Taf. 6 durchgeführte Weise von dem Stirnbogen ab eine abgewickelte Lagerfuge zusammensetzen, welche gebrochen ist und jener exacten, durch Berechnung gefundenen, abgewickelten Lagerfuge um so näher kommt, je schmäler man die Cylinderelemente wählt.

d) Bestimmung der kleinsten parallelepipedischen Umschließungskörper und Bearbeitung der Wölbsteine des schiefen Brückengewölbes mit variablem Fugenwinkel.

Stellt abcdefgh, s. Taf. 6, Fig. 9, wieder die in Fig. 16, Taf. 5, bereits entwickelte Verticalprojection eines Wölbsteins dar, so erhält man den kleinsten parallelepipedischen Umschließungskörper, wenn man um jene Verticalprojection das kleinste, umschließende Rechteck legt und den Abstand der vorderen und hinteren, lothrechten Stoßfläche des Wölbsteins jenem Prisma zur Tiefe giebt. Verbindet man zu diesem Zweck die äußersten Punkte e, b der Rückenfläche abef mit dem Mittelpunkte O, halbirt den durch die Schenkel bO und eO gebildeten Winkel und zieht zu dessen Mittellinie OM parallel durch e und b die Seiten il und km und zu denselben normal durch a und g oder h die Seiten ik und lm, so ist jenes kleinste Rechteck und damit der ganze Umschließungskörper bestimmt, welcher sich jetzt auch auf die in Fig. 10 enthaltene Horizontalprojection übertragen läßt.

Die Bearbeitung des Wölbsteins beginnt mit derjenigen der Vorderfläche im und Hinterfläche nq, Fig. 10, Taf. 6, auf welche die beiden Stoßflächen abcd und efgh nach Form und gegenseitiger Lage aufgetragen werden. Von den unteren Bogen cd und gh derselben (Fig. 9 und 10) lassen sich mit Hilfe des Schrägungswinkels $\alpha = 30^0$ des Gewölbes die im Grundriß unverkürzten Längen rs... und tu..., Fig. 10, Taf. 6, welche den verkürzten Längen rs... und tu... im Aufriß, Fig. 9, Taf. 6, entsprechen, beziehungsweise von vorn nach hinten und von hinten nach vorn auftragen, wodurch sich die Lagerfugen cg und dh der Laibungsfläche ergeben und damit auch diese letztere sammt ihrer cylindrischen Krümmung bestimmt ist. Schlägt man an diese letztere eine Schmiege, Fig. 11, Taf. 6, deren untrer Schenkel nach der Wölbfläche gekrümmt und deren obrer Schenkel gerade ist und auf dem ersteren senkrecht steht, in verschiedenen Lagen, parallel zu den Stoßflächen an, so zeigt ihr gerader Schenkel die jeder dieser Lagen entsprechende Richtung der windschiefen Lagerfläche bfdh oder acg, Fig. 11, Taf. 6, an. Die Rückenfläche abef des Gewölbsteins wird entweder der inneren Laibungsfläche ähnlich, oder, wie bei den meisten schiefgewölbten Brücken, gar nicht bearbeitet, sondern bleibt rauh. Die in Fig. 11 enthaltene, aus den Figuren 9 und 10 abgeleitete perspectivische Darstellung des Gewölbsteins und seines kleinsten parallelepipedischen Umschließungskörpers dient dazu, die Bearbeitung sämmtlicher Begrenzungsflächen des Gewölbsteins in ihrem Zusammenhange darzustellen, zu welchem Zwecke darin die entsprechenden Punkte mit den gleichen Buchstaben bezeichnet sind.

2) Berechnung und Construction eines aus Quadern bestehenden schiefen Brückengewölbes mit halbkreisförmigem Stirnbogen und variablem Fugenwinkel.

(Siehe Taf. 5, Fig. 12 bis 17 und Taf. 6, Fig. 1 bis 11.)

Beträgt dessen

zur Stirn parallele Spannweite l = 15,5 Met.,

Normalabstand der Stirnen 20 Met.,

Schnittwinkel der Straßen- und Brückenachse 60°,

Gewölbstärke 2,5 Met.*),

Zahl der Wölbsteine 19,

so wird der

Radius des inneren Stirnbogens

$$r = \frac{14{,}5}{2} = 7{,}25 \text{ Met.},$$

Radius des äußeren Stirnbogens

$$r_1 = 7{,}25 + 2{,}5 = 9{,}75 \text{ Met.},$$

Schrägungswinkel des Gewölbes $\alpha = 90 - 60 = 30^0$.

a) Die Vertical- und Horizontalprojection.

Die Verticalprojection der Lagerfuge der inneren Wölbfläche ergiebt sich aus den Gleichungen (143) und (142) ihrer Abscisse, wovon die erstere auf die Ordinatenachse, die letztere auf den Stirnbogen bezogen ist. Wird der Werth von r eingeführt, so ergiebt sich beziehungsweise

*) Die Gewölbstärke ist absichtlich stärker als nöthig gewählt worden, um den Unterschied in dem Verlaufe der Lagerfugen der inneren und äußeren Gewölbfläche deutlicher zu zeigen.

Tabelle zur Berechnung der Abscissen der Verticalprojection der Lagerfugen des schiefen Gewölbes.

Nr. der Lagerfläche.	Werthe von		$\text{Log cotg}\,\frac{w}{2}$	t	x_s	x
	w	$\frac{w}{2}$				
0	0	0	∞	∞	0,000	∞
1	9° 28′ 25″	4° 44′ 12″	1,0816588	18,057	0,099	18,156
2	18° 56′ 50″	9° 28′ 25″	0,7776239	12,981	0,393	13,374
3	28° 25′ 14″	14° 12′ 37″	0,5964764	9,957	0,874	10,831
4	37° 53′ 41″	18° 56′ 50″	0,4643293	7,751	1,529	9,280
5	47° 22′ 04″	23° 41′ 02″	0,3578920	5,974	2,340	8,314
6	56° 50′ 28″	28° 25′ 14″	0,2666679	4,452	3,285	7,737
7	66° 18′ 52″	33° 9′ 26″	0,1848676	3,086	4,338	7,424
8	75° 47′ 22″	37° 53′ 51″	0,1088357	1,817	5,470	7,287
9	85° 15′ 46″	42° 37′ 53″	0,0359485	0,600	6,651	7,251
9½	90°	45°	0,0000000	0,000	7,250	7,250

$$t = r\,\text{Log}\,.\,\text{cotg}\,\frac{w}{2}\,\text{log}\,.\,10 = 7{,}25.\ \text{Log}\,.\,\text{cotg}\,\frac{w}{2}\,.\,\text{log}\,10,\ \text{ferner}\ x_s = r(1 - \cos w) = 7{,}25\,(1 - \cos w)$$

und

$$x = t + x_s = 7{,}25.\ \text{Log}\,.\,\text{cotg}\,\frac{w}{2}\,.\,\text{log}\,10 + 7{,}25\,(1 - \cos w).$$

Werden in diese Gleichungen nach und nach die den aufeinanderfolgenden Lagerfugen entsprechenden Winkel w eingeführt, so ergiebt sich vorstehende Tabelle.

Werden die in dieser Tabelle enthaltenen Abscissen aufgetragen, so ergiebt sich die in Fig. 12, Taf. 5 und Fig. 1, Taf. 6, dargestellte Verticalprojektion der Lagerfugencurve, unter welcher die construirte gebrochene Lagerfuge um die, aus der ersteren Figur ersichtliche, Differenz zurückbleibt. Mit Hilfe dieser Lagerfugencurve und einer nach ihr angefertigten Schablone erhält man hierauf den in Fig. 14, Taf. 5 und Fig. 1, Taf. 6, angegebenen Fugenschnitt, woraus die Horizontalprojectionen in der früher angegebenen, aus Fig. 13 und 15, Taf. 5 und Fig. 2, Taf. 6, ersichtlichen Weise abgeleitet sind.

b) Die Abwickelung.

Die vom abgewickelten Stirnbogen aus aufzutragenden Abscissen t der abgewickelten Lagerfuge ergeben sich aus der

Tabelle der Abscissen der abgewickelten Lagerfugen der inneren Wölbfläche des schiefen Brückengewölbes.

Nr. der Gewölbst.	w	$\frac{w}{2}$	$\text{Log cotg}\,\frac{w}{2}$	Log . Log cotg $\frac{w}{2}$	Log . $\frac{r\log 10}{\sin\alpha}$	Log t	t	x_s	x
0	0°	0°	∞	∞	1,52358	∞	∞	0,000	∞
1	9° 28′ 25″	4° 44′ 12″	1,0817	0,0341	"	1,5577	36,12	0,049	36,169
2	18° 56′ 50″	9° 28′ 25″	0,7783	0,8911—1	"	1,4147	25,98	0,196	26,176
3	28° 25′ 14″	14° 12′ 37″	0,5965	0,7755—1	"	1,2990	19,92	0,437	20,357
4	37° 53′ 41″	18° 56′ 50″	0,4643	0,6668—1	"	1,1903	15,50	0,765	16,265
5	47° 22′ 04″	23° 41′ 02″	0,3579	0,5387—1	"	1,0772	11,95	1,170	13,120
6	56° 50′ 28″	28° 25′ 14″	0,2665	0,4259—1	"	0,9494	8,90	1,643	10,543
7	66° 18′ 52″	33° 09′ 26″	0,1848	0,2668—1	"	0,7904	6,16	2,169	8,329
8	75° 47′ 22″	37° 53′ 41″	0,1088	0,0367—1	"	0,5600	3,63	2,735	6,365
9	85° 15′ 46″	42° 37′ 53″	0,0359	0,5556—2	"	0,0792	1,20	3,325	4,525
9½	90°	45°	0,0000	∞	"	— ∞	0,00	3,625	3,625

Gleichung (163), welche nach Einführung der numerischen Werthe übergeht in:

$$\mathrm{Log}\,t = \mathrm{Log}.\mathrm{Log}.\mathrm{cotg}\frac{w}{2} + \mathrm{Log}.\frac{7{,}25 \,.\, 2{,}302585}{\sin 30^0}.$$

Werden die den aufeinanderfolgenden 9 Lagerfugen entsprechenden Winkel w nach und nach in diese Gleichungen eingeführt und den so erhaltenen Abscissen diejenigen des abgewickelten Stirnbogens

$$x_s = r \sin\alpha(1 - \cos w) = 7{,}25 \,.\sin 30 \,.(1 - \cos w)$$

hinzugefügt, so ergiebt sich vorstehende Tabelle.

Werden den hieraus gefundenen Abscissen t diejenigen des abgewickelten Stirnbogens der äußeren Wölbfläche

$$x_s' = r' \sin\alpha(1 - \cos w) = 9{,}75 \,.\sin 30(1 - \cos w),$$

welche, mit Hilfe der zuvor ermittelten Abscissen x_s des Stirnbogens der inneren Wölbfläche, einfacher aus der Gleichung

$$x_s' = \frac{r'}{r}\,.\,x_s = \frac{9{,}75}{7{,}25}\,.\,x_s$$

erhalten werden, hinzugefügt, so ergiebt sich nachstehende

Tabelle der Abscissen der abgewickelten Lagerfuge der äußeren Wölbfläche des schiefen Brückengewölbes.

Nr. des Gewölbsteins.	w	t	x_s'	x
0	0°	∞	0,000	∞
1	9°28′25″	36,12	0,067	36,187
2	18°56′50″	25,98	0,264	26,244
3	28°25′14″	19,92	0,587	20,507
4	37°53′41″	15,50	1,028	16,528
5	47°22′04″	11,95	1,577	13,527
6	56°50′28″	8,90	2,209	11,109
7	66°18′52″	6,16	2,916	9,076
8	75°47′22″	3,63	3,678	7,308
9	85°15′46″	1,20	4,472	5,672
9½	90°	0,00	4,875	4,875

Werden die in den beiden letzten Tabellen enthaltenen Abscissen in der früher erwähnten Weise aufgetragen, so ergiebt sich die in Fig. 5 und 8, Taf. 6, dargestellte, abgewickelte Lagerfuge der inneren und äußeren Wölbfläche, nach welcher auch alle übrigen Lagerfugen dieser beiden abgewickelten Gewölbflächen eingetragen worden sind.

Um die Fugenwinkel der aufeinanderfolgenden Cylinderelemente durch Rechnung zu finden, benutzt man Gleichung 173), welche nach Einführung des bekannten Werthes übergeht in

$$\sin\gamma = \sin 30 \,.\sin w.$$

Werden wieder dieselben aufeinanderfolgenden Winkel w eingeführt, so ergiebt sich folgende

Tabelle der Fugenwinkel des schiefen Brückengewölbes.

Nr. des Gewölbsteins.	w	sin w	sin 30 . sin w = sin γ	γ
0	0°	0,00000	0,00000	0°
1	9°28′25″	0,16453	0,08226	4°43′10″
2	18°56′50″	0,32467	0,16233	9°20′32″
3	28°25′14″	0,47597	0,23798	13°46′02″
4	37°53′41″	0,61434	0,30717	17°53′20″
5	47°22′04″	0,73568	0,36784	21°34′03″
6	56°50′28″	0,83717	0,41858	24°44′42″
7	66°18′52″	0,91574	0,45787	27°14′59″
8	75°47′22″	0,96940	0,48470	28°59′34″
9	85°15′46″	0,94657	0,49828	29°53′10″
9½	90°	1,00000	0,50000	30°

Die Ermittelung der hier durch Rechnung gefundenen Fugenwinkel durch Construction ist in Fig. 6 auf Taf. 6 und deren Zusammensetzung zu der angenäherten, gebrochenen Lagerfuge in Fig. 7 und 5, Taf. 6, bewirkt, welche, wie sich aus derselben Figur ergiebt, von der durch Rechnung gefundenen, stetig verlaufenden Lagerfuge um so weniger abweicht, je größer die Zahl der Cylinderelemente ist, in welche die Gewölbfläche zerlegt war und je genauer die Construction und Zusammensetzung der Fugenwinkel bewirkt wurde.

Die Figuren 16 und 17 der Tafel 5 stellen den bei M in Fig. 14 durch Schraffirung hervorgehobenen, in der früher angegebenen Weise herausgetragenen Gewölbstein dar, wonach nicht nur die Größe des dazu erforderlichen Steinblocks bestimmt, sondern auch jeder erforderliche Anhaltspunkt zu seiner Bearbeitung gewonnen werden kann.

II. Die schiefen Brückengewölbe mit mittlerem, constantem Fugenwinkel.

1) Theorie und Construction der schiefen Brückengewölbe mit mittlerem constantem Fugenwinkel.

Die Ausführung der schiefen Gewölbe mit veränderlichem Fugenwinkel wird durch das Heraustragen und die verschiedene Bearbeitung jedes einzelnen Wölbsteins so sehr erschwert, daß der Ingenieur in den meisten Fällen, wo von einem Rechten abweichende Schnittwinkel der Tracen vorkommen, vorzieht, durch Verlegung entweder einer Achse oder beider Achsen einen rechten Schnittwinkel und somit ein gerades Gewölbe zu erhalten oder, wo die örtlichen Verhältnisse dies nicht gestatten oder zu sehr erschweren, durch Einführung eines unveränderlichen Fugenwinkels, wodurch die Lagerfugen an der Laibung des Gewölbes Schraubenlinien und in deren Abwickelung parallele Gerade werden, den Steinschnitt des schiefen Gewölbes möglichst zu vereinfachen.

a) Ermittelung des mittleren constanten Fugenwinkels.

Zu diesem constanten Fugenwinkel empfiehlt sich der, das arithmetische Mittel zwischen dem größten und kleinsten variablen Fugenwinkel $\gamma_{\max}$ und $\gamma_{\min}$ bildende, mittlere Fugenwinkel, welcher mithin, da der größte veränderliche Fugenwinkel im Scheitel dem Schrägungswinkel α des Gewölbes gleich wird, durch den Ausdruck

$$\gamma_c = \frac{\gamma_{\max} + \gamma_{\min}}{2} = \frac{\alpha + \gamma_{\min}}{2} \quad . \quad (174)$$

bestimmt ist.

Die Einführung dieses mittleren, constanten Fugenwinkels und die damit verbundene Abweichung von dem theoretisch begründeten Steinschnitt bewirkt, daß

1) die Richtung des Drucks auf die Lagerflächen des Gewölbes nicht mehr eine normale, sondern eine schiefe ist,

2) dieser schiefe Druck, indem er sich in eine zur Lagerfläche des Gewölbes normale und eine zu derselben parallele, nach der Gewölbstirn hin gerichtete Seitenkraft zerlegen läßt, eine Verschiebung der Gewölbsteine auf ihren Lagerflächen gegen die Stirnfläche des Gewölbes hin zu bewirken sucht,

3) diese Verschiebung entweder wirklich eintritt und dann, wenn nicht den Einsturz des Gewölbes, doch mindestens dessen Ausbauchung an den Gewölbstirnen zur Folge hat, oder

4) diese Verschiebung, durch Reibungswiderstände verhindert, nicht eintritt und dann unschädlich ist.

Um daher, ohne Gefahr für die Sicherheit des Gewölbes, einen mittleren constanten Fugenwinkel einführen zu können, ist zu ermitteln, um wieviel derselbe von dem wahren Fugenwinkel abweichen darf, ohne ein Gleiten der Wölbsteine auf ihren Lagerfugen zu veranlassen. Bezeichnet man die größte zulässige Abweichung des veränderlichen Fugenwinkels am Scheitel und am Kämpfer des Gewölbes mit β, so ergiebt sich aus

$$\gamma_c = \frac{\alpha + (\alpha - \beta)}{2} = \alpha - \frac{\beta}{2} \quad . \quad (175)$$

Nimmt man, da sich an Gewölben, bei welchen jene Abweichung $\beta = 16^0$ betrug, schon Ausbauchungen zeigten, mit E. Heider*) zu 10^0 an, so ergiebt sich, wenn α gegeben ist, der mittlere constante Fugenwinkel

$$\gamma_c = \alpha - 5^0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (176)$$

Dieser durch Rechnung bestimmte, mittlere, constante Fugenwinkel bedarf in den meisten und zwar in allen den Fällen, wo er nicht mit der gewählten Eintheilung der Gewölbschichten übereinstimmt, einer durch die practische Ausführung bedingten Modification. Da die Lagerfugen mit constantem Fugenwinkel in der Laibungsfläche des Gewölbes Schraubenlinien und in deren Abwickelung Gerade bilden, welche durch Theilungspunkte der beiden Stirnbogen des Gewölbes gehn müssen, s. Taf. 7, Fig. 1, 2 und 3, so ist, wenn der Schenkel b c des berechneten kleinsten, mittleren, constanten Fugenwinkels a b c nicht durch je 2 solche gegenüberliegende Theilpunkte geht, der demselben am nächsten kommende, kleinere Fugenwinkel, welcher durch die soeben angegebene Construction hinreichend genau bestimmt werden kann, der Ausführung zu Grunde zu legen.

b) Ermittelung des kleinsten zulässigen Lagerfugenwinkels und des demselben entsprechenden, größten zulässigen Pfeilverhältnisses bei gegebenem Schrägungswinkel des Gewölbes.

Ist der Schrägungswinkel und kleinste Lagerfugenwinkel des Gewölbes bestimmt, so ergiebt sich nach Gleichung (173) der dem letzteren entsprechende, größte Lagerflächenwinkel aus

$$\sin w = \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (177)$$

mithin, wenn $\gamma = \alpha - \beta$ gesetzt wird,

$$\sin w = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad (178)$$

und, wenn $\beta = 10^0$ angenommen wird,

$$\sin w = \frac{\sin(\alpha - 10)}{\sin \alpha}, \quad . \quad . \quad . \quad (179)$$

woraus der kleinste Lagerflächenwinkel

$$w_{\min} = \text{arc}\left(\sin = \frac{\sin(\alpha - 10)}{\sin \alpha}\right) \quad . \quad (180)$$

gefunden wird. Aus dem Winkel $w_{\min}$ läßt sich das zugehörige, größte Pfeilverhältniß $\frac{f}{l}$ des Stirnbogens des schiefen Gewölbes bestimmen. Bezeichnet r dessen Radius, so ist

$$\sin w = \frac{r - f}{r}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (181)$$

und da $r = \dfrac{f^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}{2f}$, mithin $r - f = \dfrac{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - f^2}{2f}$ beträgt

*) Vgl. Heider, Theorie schiefer Gewölbe. Wien 1846.

$$\sin w = \frac{1 - \left(\frac{2f}{l}\right)^2}{1 + \left(\frac{2f}{l}\right)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (182)$$

Wird diese Gleichung nach $\frac{f}{l}$ aufgelöst, so erhält man, wenn der durch Gleichung (179) gegebene Werth von sin w eingeführt wird, das größte gesuchte Pfeilverhältniß

$$\frac{f}{l} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1 - \sin w}{1 + \sin w}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (183)$$

Legt man dem Schrägungswinkel α nacheinander die Werthe 10, 20 .... 90° bei, so ergeben sich nach dem Vorhergehenden die in nachstehender Tabelle berechneten Werthe von α_1, γ_c, sin w, w und $\frac{f}{l}$.

α	α'	γ_c	sin w	w	$\frac{f}{l}$ berechnet.	$\frac{f}{l}$ rund
10	80	5	0,000	0° 00′	0,500	$\frac{1}{2}$
15	75	10	0,336	19° 37′	0,352	$\frac{1}{3}$
20	70	15	0,509	30° 36′	0,285	$\frac{1}{3,5}$
25	65	20	0,612	37° 44′	0,245	$\frac{1}{4}$
30	60	25	0,684	43° 09′	0,216	$\frac{1}{4,6}$
35	55	30	0,737	47° 30′	0,195	$\frac{1}{5}$
40	50	35	0,777	51° 00′	0,177	$\frac{1}{5,6}$
45	45	40	0,812	54° 18′	0,158	$\frac{1}{6,4}$
50	40	45	0,839	57° 00′	0,147	$\frac{1}{6,8}$
55	35	50	0,863	59° 40′	0,135	$\frac{1}{7,4}$
60	30	55	0,884	62° 08′	0,121	$\frac{1}{8,2}$
65	25	60	0,904	64° 41′	0,112	$\frac{1}{9}$
70	20	65	0,921	67° 00′	0,101	$\frac{1}{10}$

Aus dieser Tabelle folgt, daß mit der Zunahme des Schrägungswinkels oder mit der Abnahme des Schnittwinkels der Achsen das Pfeilverhältniß abnimmt und daß das dem größten und kleinsten Schnittwinkel der Achsen von 80° und 20° entsprechende größte zulässige Pfeilverhältniß bezw. $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{10}$ beträgt. Für zwischenliegende Werthe der Schrägungs- und Schnittwinkel können die ihnen zugehörigen Werthe der größten zulässigen Pfeilverhältnisse durch Interpolation gefunden werden. Zu einem Schrägungswinkel von z. B. 52° 30′ würde sich hiernach ein größtes Pfeilverhältniß von $\frac{1}{7,1}$ ergeben.

c) Ermittelung des größten zulässigen Schrägungswinkels des Gewölbes und des davon abhängigen kleinsten zulässigen Schnittwinkels der Bahn- und Gewölbachse, wenn das Pfeilverhältniß und der kleinste Lagerflächenwinkel des Gewölbes gegeben ist.

Ist der Lagerfugenwinkel γ und der Lagerflächenwinkel w bekannt, so läßt sich hieraus der entsprechende größte Schrägungswinkel α und kleinste Schnittwinkel α' der Achsen beider Tracen finden.

Aus der Relation (177) ergiebt sich, wenn für γ der kleinste zulässige Fugenwinkel $\gamma = \alpha - \beta$ eingeführt wird,

$$\sin\alpha = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin w} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (184)$$

Wird für $\sin(\alpha - \beta)$ sein Werth gesetzt, so ergiebt sich

$$\sin\alpha = \frac{\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta}{\sin w}, \quad . \quad (185)$$

woraus

$$\sin\alpha(\cos\beta - \sin w) = \cos\alpha\sin\beta,$$

oder

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{\sin\beta}{\cos\beta - \sin w} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (186)$$

Wird hierin wie früher $\beta = 10°$ gesetzt, so ergiebt sich $\sin\beta = 0{,}174$ und $\cos\beta = 0{,}985$, mithin die Relation

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{0{,}174}{0{,}985 - \sin w}, \quad . \quad . \quad . \quad (187)$$

in welche der in Gleichung (182) erhaltene Werth von sin w einzuführen ist.

Nimmt man hierin das Verhältniß $\frac{f}{l} = \frac{1}{10}$ als das absolut kleinste zulässige Pfeilverhältniß an, so ist nach Gleichung (182)

$$\sin w = \frac{1 - \left(\frac{2}{10}\right)^2}{1 + \left(\frac{2}{10}\right)^2} = 0{,}923,$$

und wenn dieser Werth in Gleichung (187) eingeführt wird

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{0{,}174}{0{,}985 - 0{,}923} = 2{,}806. \quad . \quad (188)$$

Nun ist

$$\operatorname{Log} 2{,}806 = 0{,}4480877 = \operatorname{Log}\operatorname{tang}\alpha,$$

mithin der bei einem schiefen Segmentbogengewölbe größte zulässige Schrägungswinkel

$$\alpha = 70^{0}\,23',$$

welchem der kleinste, überhaupt zulässige Schnittwinkel der Bahn- und Gewölbachse

$$\alpha' = 90 - \alpha = 19^{0}\,37', \text{ rot. } 20^{0}$$

entspricht.

Setzt man noch successive $\frac{f}{l} = \frac{1}{10}, \frac{1}{8}, \frac{1}{7} \cdots\cdots \frac{1}{2}$, welches letztere dem vollen Halbkreisgewölbe entspricht, so ergiebt sich nachstehende Tabelle für die demselben entsprechenden Schrägungs- und Schnittwinkel schiefer Segmentbogengewölbe.

$\frac{f}{l}$	sin w	w	tg α	α	α_1 berechnet.	α_1 abgerundet.
$\frac{1}{10}$	0,923	$67^{0}\,20'$	2,806	$70^{0}\,23'$	$19^{0}\,37'$	20^{0}
$\frac{1}{8}$	0,882	$62^{0}\,05'$	1,694	$59^{0}\,27'$	$30^{0}\,33'$	30^{0}
$\frac{1}{7}$	0,849	$58^{0}\,07'$	1,278	$51^{0}\,58'$	$38^{0}\,02'$	38^{0}
$\frac{1}{6}$	0,800	$53^{0}\,06'$	0,941	$43^{0}\,15'$	$45^{0}\,45'$	46^{0}
$\frac{1}{5}$	0,724	$46^{0}\,25'$	0,667	$33^{0}\,42'$	$56^{0}\,18'$	56^{0}
$\frac{1}{4}$	0,600	$36^{0}\,52'$	0,452	$24^{0}\,20'$	$65^{0}\,40'$	66^{0}
$\frac{1}{3}$	0,385	$22^{0}\,37'$	0,289	$16^{0}\,06'$	$73^{0}\,54'$	74^{0}
$\frac{1}{2}$	0	$0^{0}\,00'$	0,177	$10^{0}\,03'$	$79^{0}\,57'$	80^{0}

Aus dieser Tabelle folgt wieder, daß der Zunahme des Pfeilverhältnisses auch eine Zunahme des Schnittwinkels der Achsen entspricht und daß die den Pfeilverhältnissen $\frac{1}{10}$ und $\frac{1}{2}$ entsprechenden Schnittwinkel von 20^{0} und 80^{0} zugleich deren Grenzen für Segmentbogengewölbe mit mittlerem constantem Fugenwinkel bilden. Für zwischenliegende Werthe der Pfeilverhältnisse lassen sich die zugehörigen Schnittwinkel auch hier durch Interpolation ermitteln, wonach z. B. dem Pfeilverhältniß von $\frac{1}{7{,}5}$ der Schnittwinkel von nahe $34^{0}\,30'$ entspricht.

In vielen Fällen der Praxis wird weder der Schnittwinkel, noch das Pfeilverhältniß des Gewölbes genau gegeben, vielmehr ein passendes, den örtlichen Umständen entsprechendes Verhältniß zwischen beiden aufzusuchen sein, wobei es, falls Tabellen, wie die oben berechneten, nicht zur Hand sind, wünschenswerth erscheint, aus dem Pfeilverhältniß den entsprechenden Schrägungswinkel oder aus dem Schrägungswinkel das entsprechende Pfeilverhältniß ableiten zu können. Im ersteren Falle ergiebt sich aus Gleichung (187), wenn für sin w aus Gleichung (182) sein Werth und der Kürze halber das Pfeilverhältniß

$$\frac{f}{l} = \varphi$$

gesetzt wird,

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{0{,}174}{0{,}985 - \left(\dfrac{1 - 4\varphi^2}{1 + 4\varphi^2}\right)}, \quad . \quad (189)$$

im letzteren Falle erhält man, wenn dieser Ausdruck in Bezug auf φ aufgelöst wird,

$$\varphi = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{0{,}015\,\operatorname{tg}\alpha + 0{,}174}{1{,}985\,\operatorname{tg}\alpha - 0{,}174}}, \quad . \quad (190)$$

Gleichungen, aus welchen durch einige Versuchsrechnungen das den örtlichen Bedingungen entsprechendste Verhältniß zwischen φ und α zu ermitteln ist.

Hat man beispielsweise für den Schrägungswinkel des Gewölbes die Wahl zwischen den Grenzwerthen $\alpha_1 = 30^{0}$ und $\alpha_{,,} = 40^{0}$, so ergiebt sich für beide Fälle beziehungsweise das Pfeilverhältniß

$$\varphi_{,} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{0{,}015\,.\,0{,}577 + 0{,}174}{1{,}985\,.\,0{,}577 + 0{,}174}} = \frac{1}{2}\sqrt{0{,}185} = 0{,}215 = \frac{1}{4{,}6}$$

und

$$\varphi_{,,} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{0{,}015\,.\,0{,}839 + 0{,}174}{1{,}985\,.\,0{,}839 - 0{,}174}} = \frac{1}{2}\sqrt{0{,}125} = 0{,}177 = \frac{1}{5{,}6},$$

woraus man das geeignetste mittlere Verhältniß ableitet.

2) Berechnung und Construction eines aus Quadern oder aus Quadern und Ziegeln bestehenden schiefen Brückengewölbes mit kreissegmentförmigem Stirnbogen und constantem Fugenwinkel.

Siehe Taf. 7, Fig. 4 bis 16.

Beträgt dessen

zur Stirn parallele Spannweite $l = 8{,}55$ Met.,
Normalabstand der Stirnen 10 Met.,
Schnittwinkel der Straßen- und Brückenachse 60^0,
Centriwinkel des Stichbogens 70^0,
Gewölbstärke $d = 1{,}15$ Met.,
Zahl der Gewölbsteine 17,

so erhält man den

Radius der inneren Wölblinie

$$r = \frac{\frac{l}{2}}{\sin.\frac{70}{2}} = \frac{l}{2\sin 35^0} = \frac{8{,}55}{2\,.\,0{,}574} = 7{,}45 \text{ Met.},$$

Radius der äußeren Wölblinie

$$R = r + d = 7{,}45 + 1{,}15 = 8{,}6 \text{ Met.},$$

Schrägungswinkel des Gewölbes

$$\alpha = 90^0 - 60^0 = 30^0.$$

a) Berechnung und Construction des schiefen Brückengewölbes.

Der mittlere constante Fugenwinkel ergiebt sich aus Gleichung (174)

$$\gamma_c = \frac{\alpha + \gamma_{min}}{2} = \frac{30 + \gamma_{min}}{2},$$

der kleinste variable Fugenwinkel γ_{min} für den kleinsten Lagerfugenwinkel

$$w_{min} = \frac{180 - 70}{2} = 55^0,$$

nach Gleichung (173)

$$\sin\gamma_{min} = \sin\alpha\,.\,\sin w_{min} = \sin 30^0\,.\,\sin 55^0.$$

Hieraus erhält man

$$\gamma_{min} = 24^0\,10'\,40'',$$

mithin den berechneten, mittleren constanten Fugenwinkel

$$\gamma_c = \frac{30 + 24^0\,10'\,40''}{2} = 27^0\,5'\,20'',$$

ein Werth, welcher von dem größten und kleinsten variablen Fugenwinkel nur um

$$30^0 - 27^0\,5'\,20'' = 27^0\,5'\,20'' - 24^0\,10'\,40'' = 2^0\,54'\,40''$$

abweicht, also keine nachtheiligen Verschiebungen der Gewölbsteine nach den Gewölbstirnen veranlassen kann. Wird derselbe in die Abwickelung eingetragen, wie dies in Fig. 6 geschehen ist, so ergiebt sich der corrigirte, mittlere constante Fugenwinkel.

Die Abscissen des abgewickelten Stirnbogens ergeben sich aus Gleichung (149), worin für r und α ihr Werth zu setzen und w zwischen den Grenzen 55 und $180 - 55 = 125^0$ zu nehmen ist. Hiernach erhält man aus Gleichung (149)

$$x = r\,.\sin\alpha(1 - \cos w) = 7{,}45\,.\sin 30^0(1 - \cos w) = 3{,}725(1 - \cos w)$$

und für

$$\begin{aligned} w &= 55^0;\ x = 3{,}725(1 - \cos 55^0) = 1{,}5875,\\ w &= 90^0;\ x = 3{,}725(1 - \cos 90^0) = 3{,}7250,\\ w &= 125^0;\ x = 3{,}725(1 - \cos 125^0) = 5{,}8625.\end{aligned}$$

Wird, um diese auf den vollen Halbkreis bezogenen Abscissen nicht vollständig auftragen zu müssen, die Abscisse 1,5875 des Anfangspunktes von ihnen abgezogen, so ergiebt sich für

$$\begin{aligned} w &= 55^0;\ x = 1{,}5875 - 1{,}5875 = 0{,}0000,\\ w &= 90^0;\ x = 3{,}7250 - 1{,}5875 = 2{,}1375,\\ w &= 125^0;\ x = 5{,}8625 - 1{,}5875 = 4{,}2750,\end{aligned}$$

wie dies in Fig. 6 der Taf. 8 eingetragen ist.

Da die in Fig. 4 und 5, Taf. 7, eingetragenen Stoßfugen des Gewölbes parallel zur Stirnfläche, mithin in der Abwickelung, Fig. 6, parallel zu dem darin dargestellten, abgewickelten Stirnbogen sind, so ist der Steinschnitt in dieser Abwickelung bestimmt und kann mit Hilfe der zur Gewölbachse parallelen Cylinderelemente, welche in der Horizontalprojection, Fig. 5, und in der Abwickelung, Fig. 6, dieselbe Länge besitzen, sowohl in der Horizontalprojection als auch, sobald die Lagerfugen in diese letztere eingetragen sind, in der Verticalprojection dargestellt werden, wie dies beziehungsweise in Fig. 5 und 4 geschehen ist. Ist der Steinschnitt der inneren Gewölbfläche in der Verticalprojection bestimmt, so erhält man den in der letzteren Figur gleichfalls dargestellten Steinschnitt der äußeren Gewölbfläche, wenn man den zu irgend einem Fugenpunkte der inneren Gewölbfläche gehörigen Radius um die Dicke des Gewölbes verlängert.

b) Steinschnitt des schiefen Brückengewölbes.

Auf diese Weise ist der Steinschnitt in Auf- und Grundriß vollkommen bestimmt und jeder wünschenswerthe Anhaltspunkt für das Heraustragen und Bearbeiten der Gewölbsteine gegeben. So giebt Fig. 8, Taf. 7, die Verticalprojection eines Stirnstückes und einiger Kämpfer, Fig. 9 und 13 deren Horizontalprojection, Fig. 12 die aus Fig. 13 entwickelte Ansicht der Kämpfer von der Gewölbelaibung. Aus den in Fig. 8 und 12 eingetragenen Fugen q r s und t I v geht zugleich die Anordnung der gebrochenen Stoßflächen der Kämpfer deutlich hervor, welche unterhalb einer durch die Linie 0 I II III... des Gewölbanfangs gelegten Horizontalebene durchweg lothrecht, oberhalb derselben unter dem Winkel t I 0 (Fig. 12) zur Horizontalen geneigt, mithin aus einer unten befindlichen, lothrechten Fläche von der Tiefe I w (Fig. 13) und der Höhe I v (Fig. 13) sowie aus einer darüber befindlichen geneigten, paralleltrapezförmigen Fläche mit den in Fig. 13 dargestellten, wagrechten Seiten w I unten, z x oben und der hinteren, zu beiden Seiten normalen dritten Seite t I (Fig. 12) zusammengesetzt sind.

Nur im Scheitel des Gewölbes, wo die Lagerfuge wagrecht und die Stoßfläche lothrecht ist, schließen beide einen rechten Winkel ein, während sie an allen übrigen Stellen des Gewölbes einen um so spitzeren Winkel miteinander bilden, je weiter sie von dem Gewölbscheitel entfernt sind.

Um nun bei Anwendung von Ziegelschichten diese da, wo sie die Stirnstücke unter spitzen Winkeln treffen, nicht verhauen zu müssen, zieht man vor, die aus Quadern bestehenden Stirnstücke so „abzuwinkeln", daß die Stoßfugen derselben normal zur Richtung jener Ziegelschichten sind. Alsdann müssen ihre, in der Laibung sichtbaren Stoßflächen sowohl senkrecht auf den geraden Lagerfugen der Abwickelung, (siehe die in doppeltem Maaßstabe gegebene Figur 7) als auch senkrecht auf der geneigten Lagerfuge stehen. Um dies Verfahren der Abwinkelung an einem Kämpfer, also da zu zeigen, wo dieselbe am bedeutendsten wird, ist die Projection X a (Fig. 5, Taf. 7) der Lagerfuge in Fig. 10 derselben Tafel aufgetragen und in dem Punkte a diejenige Lothrechte a c errichtet, welche dem gleichnamigen, lothrechten Abstande des höchsten Punktes der Lagerfuge von deren tiefstgelegenem Puncte entspricht. Wird zu der, auf diese angenäherte Weise erhaltenen, Neigung c X (Fig. 10) der Lagerfuge in X eine zu ihr Normale von der Länge der Gewölbdicke errichtet, so entspricht die Projection b X der Horizontalprojection (Fig. 11) der oberen und inneren Begrenzungslinie jener zu den angrenzenden Ziegelschichten normalen Stoßflächen. Wird der Abstand b X nach e f in Fig. 11 übertragen, welche in allen übrigen Theilen aus der Verticalprojection, Fig. 8, Taf. 7, entwickelt ist, so ergiebt sich hierdurch der nur an deren Zacken etwas veränderte Steinschnitt der Kämpfer, welcher für alle Kämpfer, mit Ausnahme jener an den beiden Stirnen, die ihre lothrechte Stirnfläche behalten, der nämliche bleibt.

c) Austragen der End- und Zwischenkämpfer (Stirn- und Laibungskämpfer) des schiefen Brückengewölbes sammt Bestimmung ihres kleinsten parallelepipedischen Umschließungskörpers.

α) End- oder Stirnkämpfer.

Der in Fig. 8 und 9, Taf. 7, enthaltene Auf- und Grundriß des vorderen linken Stirnkämpfers liefert nicht nur alle Vertical- und Horizontal-Abmessungen der in Fig. 14, Taf. 7, enthaltenen perspectivischen Darstellung desselben, sondern auch die kleinste rechteckige Basis g h i k (Fig. 9) und die größte lothrechte Höhe l l' (Fig. 8) des gleichfalls in Fig. 14 construirten Umschließungskörpers g g' h h' i i' k k', dessen Vorderfläche mit der lothrechten Stirnfläche dieses Quaders zusammenfällt, während seine lothrechten Seitenflächen i i' g g', k k' h h' und g g' h h' seine durch I und i' (Fig. 9) gehenden lothrechten Kanten enthalten und seine obere wagrechte Begrenzungsfläche g' i' h' k' durch jenen höchsten Punkt l (Fig. 8) geht.

β) Zwischen- oder Laibungskämpfer.

Auch für die in Fig. 15 und 16, Taf. 7, enthaltene perspectivische Darstellung des dritten linken Zwischenkämpfers von dessen Rück- und Stirnseite liefern die Figuren 8 und 9 alle nöthigen Vertical- und Horizontal-Abmessungen. Die kleinste, in Fig. 9 eingetragene, rechteckige Basis m n o p des parallelipedischen Umschließungskörpers m m' n n' o o' p p' (Fig. 15 und 16, Taf. 7), sammt der ihm zukommenden Höhe $\lambda\lambda' = l l'$ (Fig. 8) bestimmen hierauf dessen sämmtliche Abmessungen. Die lothrechte Fläche m m' o o' desselben fällt hiernach mit der Rückenfläche des Kämpfers zusammen, während dessen lothrechte Begrenzungsflächen m m' n n', o o' p p' und n n' p p' (Fig. 15 und 16), beziehungsweise durch die Kanten m n, o p und den Punkt y der Figur 9 festgelegt sind und die obere wagrechte Begrenzungsfläche m' n' o' p' (Fig. 15 und 16) durch den höchsten Punkt λ (Fig. 8) des Quaders hindurch geht.

C) **Die Pfeiler der gewölbten Brücken.**

Bei gewölbten Brücken mit n Oeffnungen werden zwei End- oder Landpfeiler und n — 1 Zwischen- oder Stirnpfeiler erforderlich, von welchen die ersteren dem einseitigen Drucke der äußersten Gewölbe, die letzteren entweder nur dem einseitigen Drucke eines Zwischengewölbes (starke Zwischenpfeiler), oder wie gewöhnlich nur den größten Druckdifferenzen der beiden auf ihnen ruhenden Träger (schwache Zwischenpfeiler) zu widerstehen haben.

I. Stärke der Landpfeiler.

Die Dicken der Land- oder Widerlagspfeiler der gewölbten Brücken hängen, außer von ihrem eigenen Gewichte, sowohl von dem größten Horizontalschub der Ueberbauconstruction und dem in gleicher Richtung wirkenden größten Ueberdruck des Wassers, als auch von dem ihnen der Richtung nach entgegengesetzten größten Horizontaldruck der dahinter liegenden Erdmassen ab und werden am sichersten nach dem relativ größten dieser beiden Horizontaldrucke derart bemessen, daß die Widerlagspfeiler einem jeden derselben für sich allein einen genügenden Widerstand entgegenzusetzen vermögen.

1) Die vom Erd- und Wasserdruck abhängige Stärke der Landpfeiler.

Bezeichnet

h_e die Höhe der Erdhinterfüllung des Widerlagers über dem inneren Drehpunkt D_i desselben, s. Taf. 8, Fig. 1,

ϱ den Reibungswinkel der Füllerde und

γ_1 das Gewicht ihrer cubischen Einheit,

so ist bekanntlich der größte wagrechte Erddruck:

$$H_{max} = \gamma_1 \cdot \frac{h_e^2}{2} \cdot tg^2 \left(45 - \frac{\varrho}{2}\right), \quad . \quad (191)$$

und wenn die Füllerde gänzlich durchnäßt werden kann, in welchem Falle $\varrho = 0$,

$$H_{max} = \gamma_1 \cdot \frac{h_e^2}{2}, \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (192)$$

dessen Angriffspunkt in beiden Fällen $\frac{h_e}{3}$ über dem Drehpunkt D_i liegt.

Bezeichnet, mit Bezug auf Figur 1,

d_0 die obere Dicke des Landpfeilers,

d_1 die untere Dicke desselben,

m das Neigungsverhältniß seiner verfüllten Seite,

h_1 seine Höhe über dem Drehpunkt D_i,

b_1 seine Tiefe,

G_1 sein Gewicht mit Ausschluß des Fundaments,

g_1 den zugehörigen Hebelsarm, bezogen auf D_i,

g das Gewicht seiner cubischen Einheit,

so ergiebt sich als Gegenmoment des Erddrucks:

$$G_1 g_1 = g \frac{(2 d_0 + m h_1)}{2} \cdot b_1 h_1 g_1 . \; . \; . \; . \quad (193)$$

Wird der Factor von $b_1 g$ dieser Gleichung den statischen Momenten der Theilflächen des Landpfeilerquerschnitts, bezogen auf denselben Drehpunkt, gleichgesetzt, so ergiebt sich:

$$\frac{h_1(2 d_0 + m h_1)}{2} \cdot g_1 = \frac{h_1 m h_1}{2} \left(\frac{m h_1}{3} + d_0\right) + d_0 h_1 \cdot \frac{d_0}{2}$$

$$= \frac{h_1}{2} \left(d_0^2 + m h_1 d_0 + \frac{m^2 h_1^2}{3}\right),$$

und wenn dieser Werth in Gleichung (193) eingesetzt wird:

$$G_1 g_1 = \frac{b_1 h_1 g}{2} \left(d_0 + m h_1 d_0 + \frac{m^2 h_1^2}{3}\right). \quad . \quad (194)$$

Wird das Moment des Landpfeilers dem Moment des Erddruckes in Gleichung (191) gleichgesetzt, so erhält man:

$$\frac{b_1 h_1 g}{2} \left(d_0^2 + m h_1 d_0 + \frac{m^2 h_1^2}{3}\right) = H_{max} \cdot \frac{h_e}{3}, \quad (195)$$

und hieraus die obere Stärke des Landpfeilers:

$$d_0 = -\frac{m h_1}{2} + \sqrt{H_{max} \cdot \frac{2 . h_e}{3 g b_1 h_1} - \frac{m^2 h_1^2}{12}}. \quad (196)$$

und, wenn der Landpfeiler rechteckigen Querschnitt erhalten und die Erdhinterfüllung bis zum Kopfe des Landpfeilers reichen soll, wegen $m = 0$ und $h_1 = h_e$

$$d_0 = \sqrt{\frac{2}{3 g b_1} . H_{max}} . \; . \; . \; . \; . \quad (197)$$

Die untere Dicke des hinten geböschten Landpfeilers ergiebt sich alsdann

$$d_1 = d_0 + m h, \quad . \; . \; . \; . \quad (198)$$

worin bei senkrechter Rückwand $m = 0$ zu setzen ist.

Bezeichnet h_n den niedrigsten Wasserstand,

h_w den höchsten Wasserstand

über dem Drehpunkt D_i, ferner

γ das Gewicht der kubischen Einheit Wasser,

so ist bei einem plötzlichen Steigen des Wassers der größtmögliche einseitige Wasserdruck auf den Landpfeiler

$$W_{max} = \frac{(h_w - h_n)^2}{2} \cdot \gamma, \quad . \; . \; . \; . \quad (199)$$

dessen Angriffspunkt um

$$w = h_n + \frac{h_w - h_n}{3} = \frac{2 h_n + h_w}{3} \quad . \quad (200)$$

über D_i liegt.

2) Die vom Drucke der Gewölbe abhängige Stärke der Landpfeiler.

Der Seitendruck des äußersten Gewölbes auf den Landpfeiler wird nahezu am größten, wenn dasselbe voll belastet ist. Der Landpfeiler erhält entweder, und zwar gewöhnlich auf seiner Rückseite, einen Anlauf, also einen paralleltrapezförmigen Querschnitt oder im einfachsten Falle eine senkrechte Rückseite, also einen rechteckigen Querschnitt.

a) Die Landpfeiler mit paralleltrapezförmigem Querschnitt.

Bezeichnet, unter Hinweis auf Fig. 1,

H die Resultante des in der halben Höhe $\frac{d}{2}$ des Schlußsteins angreifenden Horizontaldrucks des vollbelasteten Endgewölbes,

$f + \frac{d}{2} + h_a$ deren, auf den Drehpunkt D_a bezogenen Hebelsarm,

V die im Schwerpunkte der Hälfte jenes Gewölbes wirkende Resultante ihres Verticaldrucks,

$v + d_1$ deren auf den Drehpunkt D_a bezogenen Hebelsarm,

so ist, wenn G_1, h_1, g_1, d_1, d_0 und m ihre frühere Bedeutung behalten, und wenn h_a die Höhe des Pfeilers bis zum Gewölbanfang bedeutet, mit Bezug auf den Drehpunkt D_a für die laufende Einheit des Landpfeilers und Gewölbes

$$G_1(d_1 - g_1) + V(v + d_1) - H\left(f + \frac{d}{2} + h_a\right) = 0. \quad (201)$$

Hierin ist, wenn man sich die Querschnittsfläche des Landpfeilers in ein Dreieck mit der Höhe h_1 und Basis $m h_1$, sowie in ein Rechteck mit der Höhe h_1 und Basis d_0 zerlegt denkt,

$$G_1(d_1 - g_1) = \frac{m h_1^2}{2} \cdot \frac{2 m h_1}{3} \cdot g + h_1 d_0 \left(\frac{d_0}{2} + m h_1\right) g,$$

und wenn für d_0 sein Näherungswerth

$$d_0 = d_1 m h_1$$

gesetzt und reducirt wird,

$$G_1(d_1 - g_1) = \frac{h_1 g}{2}\left(d_1^2 - \frac{m^2 h_1^2}{3}\right).$$

Wird dieser Werth in Gleichung (201) eingeführt und nach Potenzen von d_1 geordnet, so ergiebt sich, wenn der Kürze halber

$$A = H\left(f + \frac{d}{2} + h_a\right) + \frac{g}{6} . m^2 h_1^3 - V_v \quad (202)$$

gesetzt wird,

$$d_1 = -\frac{V}{g h_1} + \sqrt{\frac{2}{g h_1} A + \left(\frac{V}{g h_1}\right)^2}. \quad (203)$$

Hierin ist nach Gleichung (5), (12) und (17)

$$H = g z_0 \varrho_0 = (d g + d' g' + v)\left(\varrho_0' + \frac{d}{2}\right), \quad (204)$$

daher, wenn die Stützlinie mit der inneren Wölblinie parallel läuft und deren Tangente am Gewölbanfang den Winkel φ mit dem Horizont einschließt,

$$V = H \operatorname{tg} \varphi. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (205)$$

Bezeichnet v_1 den Abstand der Resultante V von dem Durchschnittspunkte der Tangente durch den Endpunkt der Stützlinie mit der Horizontalen durch den Bogenanfang, c den Abstand jenes Durchschnittspunktes von diesem Bogenanfang, so ist der Abstand $v = v' - c$, worin $v' = \frac{f + \frac{d}{2}}{\operatorname{tg}\varphi}$ und aus $c . \sin\varphi = \frac{d}{2}$ der Werth $c = \frac{d}{2 \sin\varphi}$ gefunden wird.

Es ergiebt sich mithin

$$v = \frac{2f + d}{2 \operatorname{tg}\varphi} - \frac{d}{2\sin\varphi} = \frac{1}{\sin\varphi}\left(f\cos\varphi - \frac{d}{2}(1 - \cos\varphi)\right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (206)$$

b) Die Landpfeiler mit rechteckigem Querschnitt.

Wird in dem Werthe für A in Gleichung (202) $m = 0$ gesetzt, so erhält man

$$B = H\left(f + \frac{d}{2} + h_a\right) - V v, \quad . \quad . \quad (207)$$

und aus Gleichung (203)

$$d_1 = -\frac{V}{g h_1} + \sqrt{\frac{2B}{g h_1} + \left(\frac{V}{g h_1}\right)^2}, \quad . \quad (208)$$

worin die Größen H, V und v die in Gleichung (204), (205) und (206) entwickelten Werthe besitzen.

II. Die Stärke der Strompfeiler.

Nimmt man die beiden, auf den Strompfeiler sich stützenden Gewölbhälften vollbelastet und deren Gewicht für die Tiefeneinheit zu je V an, bezeichnet mit p die Widerstandsfähigkeit des angewandten Materials, so ergiebt sich eine Strompfeilerstärke

$$d_s = \frac{2V}{p}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (209)$$

welche dem Stoße abgehender Eismassen meist nicht gewachsen ist.

Die Stärke von Strompfeilern, welche einem Eisgange zu widerstehen haben, wird daher bisweilen aus der empirischen Formel

$$d_s = 0{,}762 + 0{,}147\, h_s \sqrt[3]{\frac{1 + d_s}{h_s}} \text{ Met.} \quad (210)$$

bestimmt, worin alle Abmessungen in Meter einzuführen sind.

Der Seitendruck zweier sich auf einen Strompfeiler stützender Gewölbe wird nahezu am größten, wenn das eine derselben unbelastet, das andere vollbelastet ist. Wird mit H der Seitendruck des halben vollbelasteten, mit

H_1 der Seitendruck des halben entlasteten Gewölbes bezeichnet, so erfährt der Strompfeiler die horizontale Druckdifferenz $H - H'$. Werden die Verticaldrucke der belasteten und unbelasteten Gewölbhälfte mit V und V_1, die nahezu gleichen Abstände ihrer Schwerpunkte von dem Strompfeiler mit v bezeichnet, s. Fig. 2, Taf. 8, so besteht, wenn h_s und h_a die Höhe des Strompfeilers bzw. bis zur Fahrbahn und bis zum Gewölbanfang, d_s seine Stärke bedeutet und alle übrigen Beziehungen dieselben bleiben, in Bezug auf D die Momentengleichung

$$(H - H_1)\left(f + \frac{d}{2} + h_a\right) - V(v + d_s) + V_1 v - g.\frac{h_s d_s^2}{2} = 0$$

Wird nach Potenzen von d_s geordnet und der Kürze halber

$$C = (H - H')\left(f + \frac{d}{2} + h_a\right) - Vv + V_1 v$$

gesetzt, so ergiebt sich die Stärke des Strompfeilers

$$d_s = -\frac{V}{gh_s} + \sqrt{\frac{2C}{gh_s} + \left(\frac{V}{gh_s}\right)^2}. \quad . \quad (211)$$

Hierin ist nach Gleichung (204)

$$H = (gd + g'd' + v)\left(\varrho_0' + \frac{d}{2}\right),$$

ferner

$$H_1 = (gd + g'd')\left(\varrho_0' + \frac{d}{2}\right), \quad . \quad . \quad (212)$$

mithin

$$H - H_1 = v\left(\varrho_0' + \frac{d}{2}\right), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (213)$$

ferner nach Gleichung (205)

$$V = H\,\mathrm{tg}\,\varphi$$

und

$$V_1 = H_1\,\mathrm{tg}\,\varphi, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (214)$$

während v in beiden Fällen annähernd den durch Gleichung (206) dargestellten Werth behält.

Beispiel. Erhält die von Spalte 20 bis 22 berechnete Straßenbrücke mit $l = 30$ Met. Spannweite, $f = 3$ Met. Pfeilhöhe, $r' = 39$ Met. Radius der inneren Gewölblinie, $d = 1{,}31$ Met. Schlußsteinstärke, $g = 2150$ Klgr. Gewicht per Gewölbmaterial, $d'g' = 1400$ Kilogr. Fahrbahngewicht per □Met., $v = 400$ Klgr. Verkehrsbelastung pr. □Met., Pfeiler aus demselben Steinmaterial, deren Höhe vom obersten Fundamentabsatz bis zum Bogenanfang $h = 6$ Met., bis zur Sohle der Zwischengewölbe $h_l = h_s = 8$ Met., und deren Anlauf an der Rückseite des Landpfeilers $m = \frac{1}{10}$ beträgt, so ergiebt sich nach Gleichung (204)

$$H = (1{,}31 . 2150 + 1400 + 400)\left(39 + \frac{1{,}31}{2}\right) = 183045, \text{ rot. } 183000 \text{ Kilogr.}$$

ferner da $\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{\frac{l}{2}}{r' - f} = \frac{15}{39 - 3} = 0{,}4166$ beträgt, nach Gleichung (205)

$$V = 183045 . 0{,}4166 = 75007, \text{ rot. } 75000 \text{ Kilogr.}$$

Nun ist nach Gleichung (212)

$$H_1 = (1{,}31 . 2150 + 1400)\left(39 + \frac{1{,}31}{2}\right) = 167184, \text{ rot. } 167200 \text{ Kilogr.},$$

und nach Gleichung (214)

$$V_1 = H_1 . \mathrm{tg}\,\varphi = 167184 . 0{,}4166 = 69649, \text{ rot. } 69650 \text{ Kilogr.}$$

Nach Gleichung (206), worin $\sin\varphi = \frac{\frac{l}{2}}{r'} = \frac{15}{39} = \frac{5}{13}$ und $\cos\varphi = \frac{r' - f}{r'} = \frac{39 - 3}{39} = \frac{12}{13}$ beträgt, ist

$$v = \frac{1}{\sin\varphi}\left(f\cos\varphi - \frac{d}{2}(1 - \cos\varphi)\right) = \frac{13}{5}\left(3 . \frac{12}{13} - \frac{1{,}31}{2}\left(1 - \frac{12}{13}\right)\right) = 7{,}06 \text{ Met.}$$

Hieraus ergiebt sich

$$\frac{V}{g h_l} = \frac{75000}{2150 . 8} = 1{,}018,$$

ferner

$$A = H\left(f + \frac{d}{2} + h_a\right) + \frac{g}{6} m^2 . h_l^3 - V . v = 183000\left(3 + \frac{1{,}21}{2} + 6\right) + \frac{2150}{6} . \frac{8^3}{100} - 75000 . 7{,}06 = 1238285$$

und

$$B = H\left(f + \frac{d}{2} + h_a\right) - V . v = 183000\left(3 + \frac{1{,}31}{2} + 6\right) - 75000 . 7{,}06 = 1236450,$$

mithin

1) die gesuchte untere Stärke des Landpfeilers,

a) mit trapezförmigem Querschnitt nach Gleichung (203)

$$d_1 = -\frac{V}{g\,h_1} + \sqrt{\frac{2}{g\,h_1}.A + \left(\frac{V}{g\,h_1}\right)^2} = -1{,}018 + \sqrt{\frac{1238285}{8600} + \overline{1{,}016}^2} = -1{,}018 + \sqrt{144 + \overline{1{,}018}^2} =$$

$$11{,}024, \text{ rot. } 11 \text{ Met.,}$$

woraus $d_0 = d_1 - m\,h_1 = 11 - \frac{8}{10} = 10{,}2$ Met.

b) mit rechteckigem Querschnitt nach Gleichung (208)

$$d_1 = -\frac{V}{g\,h_1} + \sqrt{\frac{2}{g\,h_1}.B + \left(\frac{V}{g\,h_1}\right)^2} = -1{,}018 + \sqrt{\frac{1236450}{8600} + \overline{1{,}018}^2} = 10{,}982 \text{ Met.}$$

Ferner erhält man

$$C = (H - H_1)\left(f + \frac{d}{2} + h_a\right) - v(V - V_1) = 15860\left(3 + \frac{1{,}31}{2} + 6\right) - 7{,}06(75000 - 69650) =$$

$$153049 - 37771 = 115278$$

und hieraus nach Gleichung (211)

2) die Stärke des Strompfeilers

$$d_s = -\frac{V}{g\,h_s} + \sqrt{\frac{2}{g\,h_s}.C + \left(\frac{V}{g\,h_s}\right)^2} = -1{,}018 + \sqrt{\frac{115278}{8600} + \overline{1{,}018}^2} = -1{,}018 + \sqrt{13{,}4 + \overline{1{,}018}^2}$$

$$= 3{,}65 \text{ Met.}$$

Die vorstehend gefundenen Stärken eines Land- und Strompfeilers sind unter der Voraussetzung berechnet, daß die Resultante der auf Drehung wirkenden Kräfte durch eine äußerste Kante der Pfeilerbasis geht, sind mithin Minimalstärken, welchen bei einem Landpfeiler ein Zusatz von etwa $\frac{1}{8}$ bis höchstens $\frac{1}{4}$, bei einem Strompfeiler, welcher einem Ueberdrucke von zwei entgegengesetzten Seiten zu wiederstehen hat, ein Zusatz von $\frac{1}{4}$ bis höchstens $\frac{1}{2}$ der zuvor berechneten Pfeilerstärke gegeben wird, um jene Druckresultante so tief in das Innere des Mauerwerks zu verlegen, daß die zulässige Pressung jener Pfeilerkante nicht überschritten wird. Hiernach würde der Landpfeiler eine Stärke von 12,375 bis höchstens 13,75 Met. und der Strompfeiler eine solche von 4,56 bis 5,47 Met. erhalten müssen.

Berechnet man die Stärke des letzteren nach der für den Widerstand gegen Eisstoß aufgestellten, empirischen Formel (210), so ergiebt sich eine Pfeilerstärke

$$d_s = 0{,}762 + 0{,}147\,h_s \sqrt[3]{\frac{1 + d_s}{h_s}} = 0{,}762 + 0{,}147 . 8 \sqrt[3]{\frac{35}{8}} = 3{,}57 \text{ Met.,}$$

welche, wie man sieht, noch etwas hinter der oben berechneten Minimalstärke zurückbleibt. Nimmt man die Widerstandsfähigkeit des Quadermauerwerkes nur zu $p = 150000$ Kilogr. pro □Met. an, so ergiebt sich nach Gleichung (209)

$$d_s = \frac{2\,V}{p} = \frac{2 . 75000}{150000} = 1 \text{ Met.,}$$

eine Stärke, welche mithin den beiden, zuvor berechneten bedeutend nachsteht. Werden die oben berechneten Stärken von d_1 und d_s aufgetragen, so ergiebt sich die in Fig. 1 und 2, Taf. 8 enthaltene Darstellung.

Zweiter Abschnitt.

Die eisernen Stützbrücken.

A) Die Träger der eisernen Stützbrücken.

I. Allgemeine Anordnung.

Die Träger der eisernen Stützbrücken werden meist mit horizontalem, in der Brückenebene liegenden, oberen und mit polygonalem, unteren Gurte construirt, zwischen welchen sich die, gewöhnlich aus lothrechten Ständern bestehende Uebertragungs- und die, aus geneigten Stäben bestehende, Versteifungsconstruction befindet.

Betrachtet man eine Tragrippe einer eisernen Stützbrücke und bezeichnet mit

A den lothrechten Gegendruck, H den Horizontaldruck } der linken Stütze,
B den lothrechten Gegendruck, H_1 den Horizontaldruck } der rechten Stütze,
G das Gewicht jener Tragrippe,
g den Abstand ihres Schwerpunktes vom rechten Stützpunkte,
l deren Spannweite,

so ergeben sich mit Bezug auf Taf. 9, Fig. 1, die allgemeinen Bedingungen des Gleichgewichts der angreifenden Kräfte gegen lothrecht und wagrecht fortschreitende, sowie gegen drehende Bewegung beziehungsweise

$$A + B - G = 0, \quad \ldots \quad (215)$$
$$H - H_1 = 0, \quad \ldots \quad (216)$$
$$A l - G g = 0, \quad \ldots \quad (217)$$

also 3 Gleichungen, woraus sich von den 4 unbekannten angreifenden Kräften A, B, H und H_1 folgende 3, nämlich

$$B = G\frac{(l-g)}{l} \quad \ldots \quad (218)$$
$$H_1 = H \quad \ldots \quad (219)$$
$$A = \frac{G g}{l} \quad \ldots \quad (220)$$

unmittelbar finden lassen, während die 4te unbekannte Kraft H vorläufig unbestimmt bleibt.

Führt man in dem wagrechten Abstande x vom linken Stützpunkte einen lothrechten Schnitt, s. Fig. 2, ersetzt die in den durchschnittenen Gurtungen stattfindenden Widerstände durch äußere Kräfte und bezeichnet mit

V_x die Verticalkraft in jene Schnitte,
H_o die Horizontalkraft der oberen Gurtung,
H_u die Horizontalkraft der unteren Gurtung,
G_x das Gewicht der Tragrippe bis zu jenem Schnitt,
g_x den Abstand ihres Schwerpunktes von jenem Schnitte,

so ergeben sich mit Bezug auf Fig. 2 die allgemeinen Bedingungen des Gleichgewichts der angreifenden und wiederstehenden Kräfte

$$A - G_x - V_x = 0 \quad \ldots \quad (221)$$
$$H + H_o - H_u = 0 \quad \ldots \quad (222)$$
$$G_x g_x - A x + H_u y_u + H_o y_o = 0, \quad (223)$$

also 3 Gleichungen, woraus sich die drei unbekannten, widerstehenden Kräfte

$$V_x = A - G_x \quad \ldots \quad (224)$$
$$H_u = H_o + H \quad \ldots \quad (225)$$
$$H_o = \frac{A x - H y_u - G_x g_x}{y_o + y_u} \quad \ldots \quad (226)$$

finden lassen, während der Horizontalwiderstand H auch hier vorläufig unbestimmt bleibt. Setzt man, um ihn bei der Stützbrücke zu bestimmen, $H_o = 0$,*) so wird

$$H_u = H = \frac{A x - G_x g_x}{y_u} \quad \ldots \quad (228)$$

Dieser Voraussetzung entspricht eine Unterbrechung des oberen Gurtes**). Die beiden Trägerhälften dürfen sich alsdann nur in ihren Scheiteln berühren und bilden, wenn sie hier, sowie an ihren Stützpunkten, zur Vermeidung nachtheiliger innerer Spannungen durch einseitige Belastung und Temperaturwechsel, mit Charnieren versehen werden, die gestützten Charnierbrücken.

Die Form der polygonalen Gurte hängt hauptsächlich von der Belastungsweise ab, welcher sie entweder stets oder, bei den gewöhnlich stattfindenden veränderlichen Belastungen, in gewissen Fällen ausgesetzt sind. Da nun die Straßen- und Eisenbahnbrücken, sowohl im unbelasteten, als im vollbelasteten Zustande (durch Menschengedränge oder Eisenbahnzüge) nahezu gleichförmig auf ihre Projection belastet werden, so verdienen gerade diese Belastungszustände als die beziehungsweise längstandauernden und quantitativ größten bei der Wahl der Trägerform vorzugsweise Berücksichtigung. Die Abmessungen der Systemglieder dagegen bleiben indeß jederzeit nach ihren größten Anstrengungen durch symmetrische oder unsymmetrische Belastungen zu bestimmen.

Bezeichnet p eine solche, gleichförmig auf die Projection vertheilte Belastung für die laufende Einheit, so besteht für das beliebige Trägerstück AM und die Abscisse x, s. Fig. 3, welches durch die Kräfte H und T im Gleichgewicht erhalten wird, in Bezug auf Punkt M (x, y) die Momentengleichung

*) Vrgl. die drei überhaupt möglichen Fälle in Heinzerling, Grundzüge u. s. w. Erster Theil. Leipzig 1870. Sp. 3 bis 7.

**) Zu demselben Schlusse gelangt Schwedler bei der „statischen Berechnung der festen Hängebrücke". Zeitschr. für Bauwesen. Berlin 1861. Sp. 74 ff.

$$Hy = px \cdot \frac{x}{2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (229)$$

welche für den Stützpunkt A des Trägers mit der Spannweite l und Pfeilhöhe f übergeht in

$$Hf = p\,\frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (230)$$

woraus durch Division die Gleichung

$$y = \frac{4f}{l^2} \cdot x^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (231)$$

einer **gemeinen Parabel** mit den durch den Punkt O gehenden, lothrechten Axe erhalten wird. Wird die gleichförmig vertheilte Belastung der Brückenbahn durch einzelne Verticalständer auf den unteren Gurt des Trägers übertragen, s. Fig. 4, wovon jeder die halbe Belastung der beiden angrenzenden Strecken aufzunehmen hat, so behalten unter übrigens gleichen Umständen die Gleichungen (229), (230), (231) ihre Gültigkeit und der Träger nimmt, mögen sich nun die Verticalständer in gleichen oder ungleichen Abständen befinden, die Form eines **der Parabel eingeschriebenen Polygons** an. Hiernach nehmen die parabolischen Stützbrücken die in Fig. 28 und 29, Taf. 9, angegebene Form und Anordnung an.

II. Statische Berechnung der gestützten Charnierbrückenträger mit wagrechtem Obergurt und parabolisch-polygonalem Untergurt.

1) Bestimmung der Spannungen Z in den Polygonalstücken.

a) Bei voller Belastung.

Führt man einen Schnitt $\alpha\beta$, s. Fig. 5, durch das beliebige m te Feld und bezeichnet

Z_m die Spannungen im m ten Polygonstück,

z_m deren Hebelsarm für den Durchschnittspunkt D der beiden mitdurchschnittenen Stangen als Drehpunkt,

$p + q$ die volle Belastung durch Eigengewicht und Verkehr pro Knotenpunkt des Trägers,

V und H bezugsweise die verticale und horizontale Componente des von der rechten Trägerhälfte in C auf die linke ausgeübten Scheiteldruckes,

so ergiebt, mit Berücksichtigung der Bezeichnungen in Fig. 28, die Bedingung des Gleichgewichts gegen Drehung um D die Momentengleichung:

$$Z_m z_m - V \cdot m\lambda + Hk + (p+q)\left[1 + 2 + ..(m-1) + \frac{m}{2}\right]\lambda = 0. \quad (251)$$

Die beiden Componenten V und H des Scheiteldrucks ergeben sich aus den beiden Momentengleichungen der linken und rechten Trägerhälfte mit je n Feldern für den ihnen zugehörigen Stützpunkt A und B als Drehpunkt; nämlich links:

$$-Vn\lambda - Hf + (p+q)\left[1 + 2 + \ldots(n-1) + \frac{n}{2}\right]\lambda = 0,$$

rechts:

$$-Vn\lambda + Hf - (p+q)\left[1 + 2 + \ldots(n-1) + \frac{n}{2}\right]\lambda = 0,$$

woraus durch Addition:

$$-2Vn\lambda = 0, \text{ daher } V = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (252)$$

durch Subtraction:

$$-2Hf + 2\lambda(p+q)\frac{n^2}{2}, \text{ daher}$$

$$H = (p+q)\frac{n^2}{2} \cdot \frac{\lambda}{f}. \quad . \quad . \quad . \quad (253)$$

Werden die Werthe von V aus Gleichung (252) und von H aus Gleichung (253) in Gleichung (251) eingeführt und die Factoren von $p + q$ summirt, so folgt:

$$Z_m z_m = -(p+q)\frac{n^2}{2} \cdot \frac{k\lambda}{f} - (p+q)\frac{m^2}{2} \cdot \lambda$$

$$= -\frac{(p+q)\lambda}{2}\left(n^2 \frac{k}{f} + m^2\right),$$

woraus, wenn für z_m sein Werth

$$z_m = (k + y_m)\frac{\lambda}{b_m} = \left(k + f \cdot \frac{m^2}{n^2}\right)\frac{\lambda}{b_m},$$

worin

$$b_m = \sqrt{\lambda^2 + (y^m - y^{m-1})^2} = \sqrt{\lambda^2 + \left(\frac{f}{n^2}(m^2 - (m-1)^2)\right)} = \sqrt{\lambda^2 + \left(\frac{(2m-1)f}{n^2}\right)^2} \quad . \quad . \quad (254)$$

gesetzt wird, sich ergiebt:

$$Z_m = -(p+q)\frac{n^2}{2} \cdot \frac{b_m}{f}, \quad . \quad . \quad . \quad (255)$$

eine Gleichung, welche mit der für den parabolischen Balkenträger sich ergebenden vollkommen übereinstimmt. Gleichung (255) wird nicht geändert, wenn sie mit dem Factor $m - \frac{1}{2} = \frac{2m-1}{2}$ multiplicirt und wie folgt, geschrieben wird:

$$Z_m = -(p+q)\frac{(2m-1)}{2} \cdot \frac{b_m}{f \cdot \frac{(2m-1)}{n^2}}. \quad (256)$$

Da in diesem Ausdrucke $f \cdot \frac{(2m-1)}{n^2}$ die verticale Kathete zur Hypotenuse b_m und $(p+q)\frac{(2m-1)}{2}$ die gesammte Belastung der Trägerhälfte von dem Scheitel bis zum m ten Polygongliede bedeutet, so folgt hieraus, daß bei voller Belastung das Polygon der parabolischen Charnierbrücke diese ganze Last allein auf die festen Stützpunkte überträgt. Das nte Polygonstück hat daher die gesammte Belastung der einen Trägerhälfte zu übertragen, wie sich aus Gleichung (256) ergiebt, wenn darin $m = n$ gesetzt wird.

b) Bei der größten einseitigen Belastung.

Die größte einseitige Belastung ergiebt sich aus der Lage $\gamma\delta$, s. Fig. 6, derjenigen Verticalen, welche durch den Schnittpunkt der Druckrichtungen BC der rechten und AD der linken Trägerhälfte gezogen wird, wovon die erstere jederzeit durch den Scheitelpunkt C und den rechten Stützpunkt B, die letztere durch den linken Stützpunkt A und den jedesmaligen Schnittpunkt D der beiden mit dem mten Polygonstück durchschnittenen Stäbe, s. Fig. 6, geht. Ein in der Verticalen $\gamma\delta$ wirkendes Gewicht bringt dann nämlich keine Spannung, ein links von derselben aufgelegtes Gewicht einen Zug, ein rechts von derselben liegendes Gewicht einen Druck im mten Polygonstück hervor, wie sich sofort aus den auf Drehpunkt D bezogenen Momentengleichungen für diese drei Fälle ergiebt. Im ersten Falle nämlich ist der Hebelsarm des Gewichts, mithin sein Moment Null, im zweiten Falle liefert das Moment des Gewichts in die Momentengleichung für $+ Z_m z_m$ ein negatives Glied, das einer Zugspannung von Z_m entspricht, und im dritten Falle bringt das Moment des Gewichts in jene Momentengleichung ein positives Glied, das einer Druckspannung von Z_m entspricht. Man erhält hiernach die größte Zugspannung Z_m^{max} des mten Polygongliedes, wenn man sämmtliche Knotenpunkte links von jener Belastungsscheide $\gamma\delta$, als belastet, und die größte Druckspannung Z_m^{min} desselben mten Polygongliedes, wenn man sämmtliche Knotenpunkte rechts von der Lastscheide als belastet annimmt, wie dies in Fig. 6 durch schraffirte Linien mit den ihnen entsprechenden Bezeichnungen max. und min. erläutert ist.

Zur Bestimmung des Abstandes e der Belastungsscheide vom Trägermittel hat man mit Hinweis auf die Bezeichnungen der Fig. 7 die Gleichungen:

$$s = f.\frac{\left(\frac{l}{2} + e\right)}{\frac{l}{2}} = (f + k)\frac{\left(\frac{l}{2} - e\right)}{(n - m)\lambda}, \text{ woraus}$$

$$e = \lambda.\frac{nk + mf}{k + \left(\frac{2n - m}{n}\right)f} \quad \ldots \ldots \quad (257)$$

Hieraus ergeben sich die Abstände $m'\lambda$ und $m''\lambda$, siehe Fig. 6, derjenigen Knotenpunkte vom Trägermittel, von welchen ab, mit Einschluß ihrer selbst, sämmtliche Belastungen links Zug- und sämmtliche Belastungen rechts Druckspannung erzeugen. Fällt die Belastungsscheide zufällig mit einem Knotenpunkte zusammen, so ist die Belastung dieses Knotenpunktes selbstverständlich ohne Einfluß auf die Spannung vom mten Polygonstück und bedarf keiner weiteren Berücksichtigung.

Um die größte Zugspannung von Z_m zu erhalten, sind sämmtliche Knotenpunkte der mit max bezeichneten Abtheilung in Fig. 6 als belastet anzunehmen und man erhält, wenn in Fig. 8 der Schnitt $\alpha\beta$ durch das beliebige mte Feld geführt und der Schnittpunkt D als Drehpunkt gewählt wird:

$$Z_m^{max} z_m - V m\lambda + Hk + p\lambda\left(1 + 2 + \ldots (m-1) + \frac{m}{2}\right) + q\lambda\left(1 + 2 + \ldots (m - m')\right) = 0. \quad (258)$$

Die beiden Componenten des Scheiteldruckes ergeben sich wieder aus den beiden Momentengleichungen der linken und rechten Trägerhälfte für den linken und bezugsweise rechten Stützpunkt A und B als Drehpunkt, nämlich

$$\text{rechts:} \quad - V n\lambda + Hf - p\lambda\left[1 + 2 + \ldots (n-1) + \frac{n}{2}\right] = 0,$$

$$\text{links:} \quad - V n\lambda - Hf + p\lambda\left[1 + 2 + \ldots (n-1) + \frac{n}{2}\right] + q\lambda\left[1 + 2 + \ldots (n - m')\right] = 0,$$

woraus, wenn die Factoren von $p\lambda$ und $q\lambda$ zugleich summirt werden, durch Addition:

$$- 2Vn + q\frac{(n - m')(n - m' + 1)}{2} = 0, \quad \text{daher } V = \frac{q}{2n}.\frac{(n - m')(n - m' + 1)}{2}, \quad \ldots . \quad (259)$$

durch Subtraction:

$$+ 2Hf - 2p\lambda.\frac{n^2}{2} - q\lambda\frac{(n - m')(n - m' + 1)}{2} = 0, \text{ daher } H = \frac{\lambda}{2f}\left[pn^2 + q.\frac{(n - m'(n - m' + 1)}{2}\right]. \quad (260)$$

Werden diese Werthe von V und H in Gleichung (258) eingeführt und darin die Factoren von $p\lambda$ und $q\lambda$ summirt, so ergiebt sich nach gehöriger Reduction:

$$Z_m^{max} = \frac{q\lambda}{2z_m}\left[\frac{(n - m')(n - m' + 1)}{2}\left(\frac{m}{n} - \frac{k}{f}\right) - (m - m')(m - m' + 1)\right] - \frac{p\lambda}{2}\left(n^2.\frac{k}{f} + m^2\right),$$

und, wenn durch den in Gleichung (18) entwickelten Werth von z_m dividirt wird,

$$Z_m^{\max} = \frac{n^2}{2} . b_m \left[\frac{q}{n^2 k + m^2 f} \left(\frac{(n - m')(n - m' + 1)}{2} \left(\frac{m}{n} - \frac{k}{f} \right) - (m - m')(m - m' + 1) \right) - \frac{p}{f} \right]. \quad (261)$$

Um die größte Druckspannung von Z_m zu ermitteln, sind sämmtliche Knotenpunkte der mit min. bezeichneten Abtheilung in Fig 6 als belastet anzunehmen, wie Fig. 9 zeigt, und man erhält, wenn hierin der Schnitt $\alpha\beta$ geführt und D als Drehpunkt gewählt wird:

$$Z_m^{\min} z_m + V m \lambda + H k + p \lambda \left[1 + 2 + \ldots (m - 1) + \frac{m}{2} \right] +$$

$$+ q \lambda \left[(m - m'') + (m - m'' + 1) + \ldots (m - 1) + \frac{m}{2} \right] = 0. \quad \ldots \ldots \quad (262)$$

Die beiden Componenten V und H des Scheiteldruckes findet man wie früher aus den beiden Momentengleichungen der linken und rechten Trägerhälfte, bezogen auf den linken und bezugsweise rechten Stützpunkt als Drehpunkt, nämlich

links: $V n \lambda - H f + p \lambda \left(1 + 2 + \ldots (n - 1) + \frac{n}{2} \right) + q \lambda \left[(n - m'') + (n - m'' + 1) + \ldots (n - 1) + \frac{n}{2} \right] = 0,$

rechts: $V n \lambda + H f - (p + q) \lambda \left(1 + 2 + \ldots (n - 1) + \frac{n}{2} \right) = 0,$

woraus, wenn zugleich die Factoren von $p\lambda$, $q\lambda$ und $(p + q)\lambda$ summirt werden, durch

Addition: $2 V n + p \left[\frac{n(2m'' + 1) - m''(m'' + 1)}{2} - q . \frac{n^2}{2} = 0, \right.$ daher

$$V = \frac{q}{4n} \left[n(n - 2m'' - 1) - m''(m'' + 1) \right] \quad \ldots \ldots \ldots \quad (263)$$

Subtraction: $2 H f - p \lambda n^2 - q \lambda \left[\frac{n^2}{2} + \frac{n(2m'' + 1) - m''(m'' + 1)}{2} \right] = 0,$ mithin:

$$H = \frac{\lambda}{2f} \left[p n^2 + q . \frac{n(2m'' + 1) - m''(m'' + 1)}{2} \right]. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (264)$$

Werden die Werthe (263) und (264) von V und H in Gleichung (262) eingeführt und darin die Factoren von $p\lambda$ und $q\lambda$ summirt, so ergiebt sich nach gehöriger Reduction:

$$Z_m^{\min} z_m = - \frac{q \lambda}{2} \left[\frac{n^2}{2} \left(\frac{m}{n} + \frac{k}{f} \right) - \frac{n(2m'' + 1) - m''(m'' + 1)}{2} \left(\frac{m}{n} - \frac{k}{f} \right) + m(2m'' + 1) - m''(m'' + 1) \right] -$$

$$- \frac{p \lambda}{2} \left(n^2 . \frac{k}{f} + m^2 \right),$$

und, wenn durch den bereits in Gleichung (18) entwickelten Werth von z_m dividirt wird,

$$Z_m^{\min} = - \frac{n^2}{2} b_m \left[\frac{q}{n^2 k + m^2 f} \left(\frac{n^2}{2} \left(\frac{m}{n} + \frac{k}{f} \right) - \frac{n(2m'' + 1) - m''(m'' + 1)}{2} \left(\frac{m}{n} - \frac{k}{f} \right) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + m(2m'' + 1) - m''(m'' + 1) \right) + \frac{p}{f} \right]. \quad \ldots \ldots \quad (265)$$

In den Gleichungen (255), (261) und (265) kommt dasselbe Glied $- \frac{n^2}{2} . \frac{b_m}{t} . p$ vor, welches zeigt, daß **sowohl bei einseitigen, als bei vollen Belastungen das gleichförmig vertheilte Eigengewicht dieselben Druckspannungen in den Polygonstücken hervorbringt**, daß man mithin die Entwickelung der Gleichungen (261) und (265) vereinfachen kann, wenn man das Eigengewicht auch in den Momentengleichungen für die Componenten des Scheiteldrucks vorläufig ganz unberücksichtigt läßt und schließlich der gefundenen Maximal- und Minimalspannung des mten Polygongliedes das erwähnte übereinstimmende, aus Gleichung (255) bereits bekannte, Glied hinzufügt.

Die Gleichungen (255), (261) und (265) unterscheiden sich hiernach nur durch den Factor von q, welcher in Gleichung (265) den Factor $\frac{n^2}{2} . \frac{b_m}{f}$ von q in Gleichung (255) übersteigt, sobald er den Quotienten $\frac{1}{f}$ übertrifft.

Die Polygonstücke der parabolischen Charnierbrücke können hiernach durch einseitige Belastungen größere Spannungen erfahren, als bei der vollen Verkehrslast.

Da in den Gleichungen (255), (261) und (265) die Größe f nur im Nenner vorkommt, so folgt, daß die Spannungen in den Polygonstücken mit abnehmender Pfeilhöhe wachsen und für $f = 0$ unendlich werden, so daß es in dieser Beziehung vortheilhaft erscheint, den parabolischen Charnierbrücken keine zu geringe Pfeilhöhe zu geben.

Die Gleichung (261) für die Maximalspannung verdient bei Festellung der Abmessungen und Verbindung der Polygonstücke nur dann Berücksichtigung, wenn das positive Glied das negative überwiegt, mithin wirkliche Zugspannungen eintreten, wie dies bei einer im Vergleich zum Eigengewicht p großen Verkehrslast q möglich ist, denn so lange das negative das positive Glied übertrifft, erscheint die negative Maximalspannung in der Minimalspannung inbegriffen.

Während Gleichung (255) von dem Werthe k unabhängig ist, zeigen die Gleichungen (261) und (265), wie unvortheilhaft es ist, die horizontale Gurtung des Trägers dem Polygon zu sehr zu nähern, oder gar durch den Parabelscheitel zu legen. Läßt man nämlich in beiden Gleichungen k mehr und mehr abnehmen, so wachsen die Spannungen in den Bogenstücken beträchtlich.*)

2) Bestimmung der Spannungen X in den einzelnen Stücken der horizontalen Gurtung.

a) Bei voller Belastung.

Führt man den Schnitt $\alpha\beta$, s. Fig. 10, durch das beliebige mte Feld, und bezeichnet mit:

X_m die Spannung im mten Stück der horizontalen Gurtung,

x_m deren Hebelsarm für den Durchschnittspunkt D der beiden mitdurchschnittenen Stangen als Drehpunkt,

während p, q, V und H die sub. II. 1) angegebene Bedeutung haben, so erfordert, wenn die Bezeichnungen der Fig. 28 beibehalten werden, die Bedingung des Gleichgewichts gegen Drehung um D, daß:

$$-X_m(k + y^{m-1}) - V(m-1)\lambda - H.y^{m-1} + (p+q)\lambda\left[1 + 2 + \ldots (m-2) + \frac{(m-1)^2}{2}\right] = 0.$$

Setzt man die Werthe von V und H für die volle Belastung aus Gleichung (252) und (253) ein, so ergiebt sich:

$$X_m(k + y^{m-1}) = -(p+q)\frac{n^2}{2}\cdot\frac{\lambda}{f}\cdot y^{m-1} + (p+q)\lambda\frac{(m-1)^2}{2} = 0,$$

woraus, wenn der Werth von

$$y^{m-1} = \left(\frac{m-1}{n}\right)^2 f \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (266)$$

eingeführt wird,

$$X_m = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (267)$$

Aus Gleichung (267) folgt:

1) daß jede volle, oder auch nur gleichförmig vertheilte Belastung, z. B. des Eigengewichts, auf die Spannung der horizontalen Gurtung ohne Einfluß ist, was sich aus der durch Gleichung (256) erwiesenen Thatsache erklärt, daß in den angegebenen Belastungszuständen das Trägerpolygon die Uebertragung der Last allein übernimmt. Aus diesem Grunde kann bei Berechnung der durch die größten einseitigen Belastungen erzeugten Grenzspannungen der geraden Gurtungsstücke das Eigengewicht außer Acht bleiben.

2) daß zwei einseitige Verkehrsbelastungen, welche sich zur vollen Verkehrsbelastung ergänzen (in der Folge mit dem Namen „Ergänzungsbelastungen" bezeichnet), in den einzelnen Theilen der horizontalen Gurtung successive zwei Spannungen S hervorrufen, welche numerisch gleich und nur hinsichtlich ihres Zeichens verschieden sind, daß mithin die Gleichungen stattfinden müssen:

$$X_m^{max} = +S \text{ und } X_m^{min} = -S.$$

Nur in diesem Falle nämlich können die beiden Ergänzungsbelastungen, wenn sie gleichzeitig wirken, mithin volle Belastung eintritt, die Spannung Null in allen Theilen der horizontalen Gurtung erzeugen. Bei Bestimmung ihrer Spannungen durch die größten einseitigen Belastungen ist es daher ausreichend, nur die Maximal- oder Minimalspannung zu bestimmen, weil beide numerisch gleich sind.

b) Bei den größten einseitigen Belastungen.

Die größte einseitige Belastung ergiebt sich wieder aus der Lage $\gamma\delta$, siehe Fig. 11, der Belastungsscheide, welche durch den Schnittpunkt der Druckrichtungen BC der rechten und AD der linken Hälfte des Trägers bestimmt wird, wovon die erstere wieder stets durch den Scheitelpunkt C

---

*) Eine Folgerung, mit welcher Schwedler übereinstimmt. Vrgl. dessen oben angeführte Abhandlung, Seite 85 und 86.

und den rechten Stützpunkt B, die letztere wieder durch den linken Stützpunkt A und den jedesmaligen Schnittpunkt D der beiden mit dem mten Gurtungsstück durchschnittenen Stäbe, s. Fig. 12, geht. Mittelst einer ähnlichen Schlußfolgerung, wie sie bei Ermittelung der Grenzspannungen der Polygonstücke sub II. 1. b) eingehalten wurde, gelangt man zu der Einsicht, daß jede Belastung links von der Lastscheide $\gamma\delta$ Druck und jede Belastung rechts von derselben Zug erzeugen müsse. Im ersten Falle nämlich liefert das Moment des Gewichts in die auf Drehpunkt D bezogene Momentengleichung für $-X_m x_m$ ein negatives, im letzteren Falle dagegen ein positives Glied, welches mithin bezugsweise jener Druck- und Zugspannung entspricht. Die größte Druckspannung oder Minimalspannung X_m^{min} des mten Gurtungsstücks entsteht daher, wenn sämmtliche Knotenpunkte links von $\gamma\delta$, die größte Zugspannung oder Maximalspannung X_m^{max} desselben Gurtungsstücks, wenn sämmtliche Knotenpunkte rechts von $\gamma\delta$ belastet sind, wie dies in Fig. 11 durch die mit den Bezeichnungen min. und max. versehenen schraffirten Linien graphisch dargestellt ist.

Der Abstand e der Belastungsscheide vom Trägermittel ergiebt sich mit Hinblick auf die Benennungen in Fig. 12 aus den beiden Gleichungen:

$$s = \left(\frac{l}{2} - e\right)\frac{f - y^{m-1}}{n - (m-1)\lambda} = f.\frac{n\lambda + e}{n\lambda},$$

woraus, wenn aus Gleichung (266) der Werth y^{m-1} eingeführt wird:

$$e = \lambda.\frac{n(m-1)(n-m+1)}{2n^2 - (m-1)(n+m-1)}. \quad . \quad (268)$$

Hieraus ergiebt sich der Abstand $m'\lambda$, s. Fig. 13, desjenigen Knotenpunktes vom Trägermittel, von welchem ab alle Knotenpunkte links, einschließlich seiner selbst, belastet sein müssen, um die größte Druckspannung zu erzeugen, während durch die Belastung aller Knotenpunkte rechts von demselben, ihn selbst inbegriffen, die größte Zugspannung hervorgerufen wird. — Trifft die Belastungsscheide zufällig mit einem Knotenpunkte zusammen, so bleibt die Belastung dieses Knotenpunktes wieder ohne Einfluß auf die Spannung des mten Gurtungsstückes.

Um nun die größte Druckspannung X_m^{min} zu erhalten, sind sämmtliche Knotenpunkte der mit min. bezeichneten Abtheilung in Fig. 11 als belastet anzunehmen, wie Fig. 14 angiebt, und es ergiebt sich, wenn der Schnitt $\alpha\beta$ durch das beliebige mte Feld geführt und der Schnittpunkt D der mit dem Gurtungsstück durchschnittenen Stangen als Drehpunkt gewählt wird,

$$-X_m^{min} x_m - V\lambda(m-1) - H.y^{m-1} + \\ + q\lambda(1+2\ldots(m-m'-1)) = 0. \quad (269)$$

Die beiden auf den bezugsweise linken und rechten Stützpunkt A und B bezogenen Momentengleichungen der linken und rechten Trägerhälfte, woraus sich die Componenten V und H des Scheiteldrucks ergeben, sind:

links: $-Vn\lambda - Hf + q\lambda(1+2+\ldots(n-m')) = 0,$

rechts: $-Vn\lambda + Hf = 0,$

woraus, wenn gleichzeitig der Factor von $q\lambda$ summirt wird, durch

Addition: $-2Vn + q\dfrac{(n-m')(n-m'+1)}{2} = 0,$

daher $V = \dfrac{q}{2n}.\dfrac{(n-m')(n-m'+1)}{2},$

Subtraction: $2Hf + q\lambda\dfrac{(n-m')n-m'+1)}{2} = 0,$

daher $H = \dfrac{q\lambda}{2f}.\dfrac{(n-m')(n-m'+1)}{2},$

Werden diese Werthe von V und H, sowie der aus Gleichung (266) bekannte Werth von y^{m-1} in Gleichung (269) eingesetzt und der Factor von $q\lambda$ summirt, so ergiebt sich nach einiger Reduction:

$$X_m^{min}.x_m = -\frac{q\lambda}{2}\left[\left(\frac{(n-m')(n-m'+1)}{2}\right)\left(\frac{m-1}{n} + \left(\frac{m-1}{n}\right)^2\right) - (m-m')(m-m'-1)\right],$$

woraus, wenn durch

$$x_m = k + y^{m-1} = k + f\left(\frac{m-1}{n}\right)^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (270)$$

dividirt wird, folgt:

$$X_m^{min} = -\frac{q\lambda}{2x_m}\left[\frac{(n-m')(n-m'+1)(m-1)(n+m-1)}{2n^2} - (m-m')(m-m'-1)\right] = -S. \quad (271)$$

Nach dem unter II. 2) a) geführten Beweise ist alsdann:

$$X_m^{max} = +S, \; . \; . \; . \; . \; . \quad (272)$$

worin S den in Gleichung (271) gegebenen numerischen Werth hat.

Aus den Gleichungen (270), (271) und (272) folgt, daß die Grenzspannungen X_m^{min} und X_m^{max} des mten geraden Gurtungsstückes der Verkehrsbelastung q und der Entfernung λ der Knotenpunkte proportional sind, und daß dieselben mit der Abnahme, sowohl der Entfernung k der horizontalen Gurtung von dem Parabelscheitel, als mit der Pfeilhöhe wachsen.

3) Bestimmung der Spannungen Y in den Diagonalstäben.

a) Bei voller Belastung.

Führt man den Schnitt $\alpha\beta$, s. Fig. 14, durch das beliebige $m$te Feld und bezeichnet mit

Y_m die Spannung in dem Diagonalstabe des $m$ten Feldes, mit

y_m deren Hebelsarm für den Durchschnittspunkt D der beiden mitdurchschnittenen Stangen als Drehpunkt, mit

v_m den Abstand des Drehpunktes D vom Trägermittel, während

p, q, V und H die sub II. 1) gegebene Bedeutung haben, so erfordert, wenn die Bezeichnungen der Figur 14 benutzt werden, die Bedingung des Gleichgewichts gegen Drehung um D, daß:

$$Y_m \cdot y_m + Hk - (p+q)\left[\frac{v_m}{2} + (v_m + \lambda) + v_m + 2\lambda) + \ldots (v_m + (m-1)\lambda\right] = 0. \quad . \quad . \quad . \quad (273)$$

Werden die aus Gleichung (252) und (253) bekannten Werthe von V und H für die volle Belastung des Trägers eingeführt und der Factor von $(p+q)$ summirt, so ergiebt sich nach einiger Reduction:

$$Y_m y_m = \frac{(p+q)}{2}\left[-n^2 . \lambda . \frac{k}{f} + (2m-1)\,v_m + m(m-1)\lambda\right]. \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (274)$$

In dieser Gleichung ist, wenn w_m den Abstand des jedesmaligen Drehpunktes D von der $m$ten Verticalstange bezeichnet, $v_m = w_m - m\lambda$, und hierin, wie sich aus einer einfachen geometrischen Beziehung und der Natur des parabolischen Polygons, vergl. Fig. 14 und 28, leicht ergiebt:

$$w_m = (k + y^m)\,\frac{\lambda}{y^m - y^{m-1}} = \frac{\left(k + f\left(\frac{m}{n}\right)^2\right)\lambda}{f\left[\left(\frac{m}{n}\right)^2 - \left(\frac{m-1}{n}\right)^2\right]} = \frac{n^2 k + m^2 f}{f(2m-1)} . \lambda, \quad . \; . \; . \quad (275)$$

daher

$$v_m = \lambda\left(\frac{n^2 k + m^2 f}{f(2m-1)} - m\right). \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (276)$$

Wird dieser Werth in Gleichung (274) eingesetzt und letztere durch y_m dividirt, so ergiebt sich:

$$Y_m = \frac{(p+q)\lambda}{2 y_m}\left[-n^2 . \frac{k}{f} + (2m-1)\left(\frac{n^2 k + f m^2}{f(2m-1)} - m\right) + m(m-1)\right]$$

und hieraus nach einiger Reduction:

$$Y_m = 0. \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (277)$$

Aus Gleichung (277) folgt:

1) daß jede volle oder auch nur gleichförmig vertheilte Belastung, z. B. durch Eigengewicht, auf die Spannung der Diagonalstäbe ohne Wirkung ist, was sich wieder aus der in Gleichung (256) ausgesprochenen Thatsache erklärt, daß in den angegebenen Belastungszuständen das Trägerpolygon die Uebertragung dieser Belastungen allein übernimmt, weswegen auch bei Berechnung der durch die größten einseitigen Belastungen erzeugten Grenzspannungen der Diagonalstäbe die Belastung durch Eigengewicht unberücksichtigt bleiben kann,

2) daß zwei Ergänzungsbelastungen in jedem Diagonalstabe successive zwei Spannungen T hervorrufen, welche quantitativ gleich und nur durch ihre Vorzeichen unterschieden sind, daß mithin die Gleichungen bestehen müssen:

$$Y_m^{max} = +T \text{ und } Y_m^{min} = -T,$$

wenn deren algebraische Summe Null werden soll, wie dies der hierdurch charakterisirte Fall der vollen Belastung erfordert. Es genügt daher, bei Ermittelung der Maximal- und Minimalspannung in den Diagonalstäben auch hier nur eine derselben zu bestimmen.

b) Bei den größten einseitigen Belastungen.

Bei Bestimmung derjenigen größten einseitigen Belastungen, welche die Grenzspannungen der Diagonalstäbe hervorrufen, sind drei Fälle zu unterscheiden:

Erster Fall. Der, durch die beiden, mit dem zu untersuchenden Diagonalstab gleichzeitig durchschnittenen, Stäbe bedingte Drehpunkt D, s. Fig. 15, fällt rechts von dem Durchschnittspunkt F, der durch den linken Stützpunkt A und den Scheitelpunkt C bestimmten Druckrichtung und der geraden Gurtung, oder es ist, da $\frac{kl}{2f}$ der constante Abstand C′F der Fig. 15, und wenn mit w_m wie früher der Abstand des jedesmaligen Drehpunktes D von der $m$ten Verticalstange bezeichnet wird, der Abstand dieses Drehpunktes D vom linken Widerlager:

$$(n-m)\lambda + w_m > \frac{1}{2}\left(1+\frac{k}{f}\right). \quad . \quad (280)$$

Führt man nämlich einen Schnitt $\alpha\beta$, Fig. 16, so überzeugt man sich leicht, daß jedes links von $\alpha\beta$ wirkende Gewicht nur einen Scheiteldruck von B nach C, jedes rechts von $\alpha\beta$ aufgelegte Gewicht dagegen nur einen Scheiteldruck von C nach A auf die linke Trägerhälfte erzeugen kann. In die auf den Drehpunkt D bezogene Momentengleichung von $+ Y_m y_m$ liefert daher das Moment des Gewichts links von $\alpha\beta$ ein positives Glied, das einer Druckspannung, das Moment des Gewichts rechts von $\alpha\beta$, sowohl auf der linken, als auf der rechten Trägerhälfte, dagegen ein negatives Glied, das einer Zugspannung des Diagonalstabes entspricht. Nimmt man nun sämmtliche Knotenpunkte links von $\alpha\beta$ belastet an, so wird die größte Druckspannung, belastet man dagegen sämmtliche Knotenpunkte rechts von $\alpha\beta$, so wird die größte Zugspannung des Diagonalstabes erzeugt, wie dies in Fig. 15 durch schraffirte Linien mit den ihnen entsprechenden Bezeichnungen max. und min. graphisch erläutert ist. Mithin bildet in dem vorliegenden Falle der Schnitt $\alpha\beta$ zugleich die Belastungsscheide. Nimmt man zur Bestimmung von Y_m^{min} die sämmtlichen Knotenpunkte links von $\alpha\beta$ belastet an, so ergiebt sich mit Bezug auf Fig. 16 für Drehpunkt D die Momentengleichung:

$$Y_m^{min} y_m + V v_m + H k = 0. \quad . \quad . \quad (281)$$

Die beiden Componenten V und H des Scheiteldrucks ergeben sich wie früher aus den beiden Momentengleichungen der linken und rechten Trägerhälfte für den linken und bezugsweise rechten Stützpunkt A und B als Drehpunkt, nämlich:

$$\text{links:}\quad -Vn\lambda - Hf + q\lambda(1+2+\ldots(n-m)) = 0,$$
$$\text{rechts:}\quad -Vn\lambda + Hf = 0,$$

woraus, wenn gleichzeitig der Factor von $q\lambda$ summirt wird, durch:

$$\text{Addition:}\quad -2Vn\lambda + q\lambda\frac{(n-m)(n+1-m)}{2} = 0, \text{ daher } V = \frac{q}{2n}\cdot\frac{(n-m)(n+1-m)}{2}, \quad . \quad (282)$$

$$\text{Subtraction:}\quad -2Hf + q\lambda\frac{(n-m)(n+1-m)}{2} = 0, \text{ daher } H = \frac{q\lambda}{2f}\cdot\frac{(n-m)(n+1-m)}{2}. \quad . \quad (283)$$

Werden diese Ausdrücke für V und H in Gleichung (281) eingeführt, so ergiebt sich:

$$Y_m^{min} y_m = -\frac{q}{2n}\cdot\frac{(n-m)(n+1-m)}{2} v_m - k\cdot\frac{q\lambda}{2f}\frac{(n-m)(n+1-m)}{2},$$

daher, wenn durch y_m dividirt und der gemeinschaftliche Factor ausgeschieden wird,

$$Y_m^{min} = -\frac{q(n-m)(n+1-m)}{4\cdot y_m}\left[\frac{v_m}{n} + \frac{k\lambda}{f}\right] = -T, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (284)$$

worin zufolge einfacher geometrischer Beziehungen und mit Berücksichtigung des Werthes von w_m in Gleichung (275):

$$y_m = w_m\cdot\frac{f\left(\frac{m-1}{n}\right)^2 + k}{d_m} = \frac{\lambda}{d_m}\cdot\frac{(n^2k + m^2f)(m-1)^2 f + n^2k)}{(2m-1)n^2\cdot f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (285)$$

und hierin:

$$d_m = \sqrt{\lambda^2 + \left(k + f\left(\frac{m-1}{n}\right)^2\right)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (286)$$

zu setzen ist. Zufolge des unter 3^a geführten Beweises ist nunmehr:

$$Y_m^{max} = +T, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (287)$$

worin T den durch die Gleichungen (284), (285), (286) gegebenen numerischen Werth besitzt.

Zweiter Fall. Der Drehpunkt D fällt zwischen die Punkte F und E, in welchen die Druckrichtungen AC und BC die horizontale Gurtung durchschneiden. In diesem Falle ist, da der Abstand $C'F = C'E = \frac{kl}{2f}$, (s. Fig. 17), der Abstand des Drehpunktes D vom linken Widerlager:

$$(n-m)\lambda + w_m \begin{cases} < \frac{1}{2}\left(1+\frac{k}{f}\right) \\ < \frac{1}{2}\left(1-\frac{k}{f}\right) \end{cases} \quad . \quad (288)$$

Die größte einseitige Belastung ergiebt sich hier aus der Lage $\gamma\delta$ der Belastungsscheide einerseits und des durch den zu untersuchenden Stab geführten Schnittes $\alpha\beta$, siehe Fig. 17, andererseits. Ein links von der Belastungsscheide $\gamma\delta$ aufgebrachtes Gewicht nämlich erzeugt nur so lange einen Zug in dem betrachteten Diagonalstab, als es zwischen $\gamma\delta$ und dem Schnitt $\alpha\beta$ liegt, während es links von $\alpha\beta$

wie beim ersten Fall, nur einen Scheiteldruck von B nach C auf die linke Trägerhälfte bewirkt, mithin auf den Stab einen Druck hervorbringt. Ein rechts von der Belastungsscheide auf den Träger wirkendes Gewicht dagegen erzeugt mit dem von B nach C wirkenden Scheiteldruck eine Resultante, die von dem Durchschnittspunkt dieses Scheiteldrucks und der Kraftrichtung des Gewichts nach dem linken Stützpunkt A hinstrebt und demnach, wie das links von $\alpha\beta$ ruhende Gewicht, einen Druck auf den Diagonalstab äußert. Links von $\alpha\beta$ aufgelegt, liefert nämlich das Moment des Gewichts ein positives Glied in die auf Drehpunkt D bezogene Momentengleichung für $+ Y_m y_m$, welches einem Druck entspricht, zwischen $\alpha\beta$ und $\gamma\delta$ liegend bringt das Moment des Gewichts ein negatives Glied in jene Momentengleichung, welches einem Zug, und rechts von $\gamma\delta$ liefert dasselbe Moment wieder ein positives Glied in jene Gleichung, welches wieder einem Druck auf den zu untersuchenden Diagonalstab entspricht.

Die größte Druckspannung Y_m^{min} dieses Stabes entsteht nun, wenn alle Knotenpunkte der beiden links von $\alpha\beta$ und rechts von $\gamma\delta$ gelegenen Trägerstrecken, die größte Zugspannung Y_m^{min} dagegen, wenn sämmtliche Knotenpunkte des Trägers zwischen dem Schnitt $\alpha\beta$ und der Belastungsscheide $\gamma\delta$ belastet sind, wie dies in Fig. 17 durch die drei mit min, max und min bezeichnete, schraffirte Linien erläutert ist.

Der Abstand e der Belastungsscheide vom Trägermittel ergiebt sich unter Hinweis auf die Benennungen in Fig. 18 aus den beiden Gleichungen:

$$s = (k + f)\frac{\frac{l}{2} - e}{(n - m)\lambda + w_m} = f \cdot \frac{\frac{l}{2} + e}{\frac{l}{2}}, \quad . \quad (289)$$

woraus, wenn der Werth von w_m aus Gleichung (275) eingeführt wird, nach möglichster Reduction:

$$e = \lambda\left(n - \frac{2}{\dfrac{\dfrac{k+f}{f(n-m) + \dfrac{k\,n^2 + f\,m^2}{2m-1}}}{} + \dfrac{1}{n}}\right). \quad 290)$$

Hieraus ergiebt sich der Abstand $m'\lambda$, siehe Fig. 18, desjenigen Knotenpunktes vom Trägermittel, von welchem ab alle Knotenpunkte links, ihn selbst einbegriffen, bis zum Schnitt $\alpha\beta$ belastet sein müssen, um die größte Zugspannung zu erzeugen.

Um diese größte Zugspannung Y_m^{max} zu bestimmen, erhält man, wenn unter u_m der Abstand des jedesmaligen Drehpunktes D von dem in der Entfernung $m'\lambda$ vom Trägermittel gelegenen Knotenpunkte verstanden wird, und wenn die früheren Bezeichnungen beibehalten werden, aus Fig. 19 für den Zustand des Gleichgewichts gegen Drehung um D:

$$Y_m^{max} y_m - V(m\lambda - w_m) + Hb - q[u_m + (u_m + \lambda) + (u_m + 2\lambda) + \ldots (u_m + (m - m' - 1)\lambda)] = 0. \quad (291)$$

Die beiden Componenten V und H des Scheiteldruckes ergeben sich, wie früher, aus den beiden Momentengleichungen der linken und rechten Trägerhälfte für den linken und bezugsweise rechten Stützpunkt B als Drehpunkt und zwar:

links: $- Vn\lambda - Hf + q\lambda[(n - m + 1) + (n - m + 2) + \ldots . (n - m + (m - m'))] = 0,$

rechts: $- Vn\lambda - Hf = 0,$

woraus, wenn der Factor von $q\lambda$ summirt wird, durch

Addition:

$$-2Vn + q(m - m')\left(\frac{2n - (m + m') - 1}{2}\right), \text{ daher } V = \frac{q}{2n}(m - m')\left(\frac{2n - (m + m') + 1}{2}\right), \quad . \quad (292)$$

Subtraction:

$$-2Hf + q\lambda(m - m')\left(\frac{2n - (m + m') + 1}{2}\right), \text{ daher } H = \frac{q\lambda}{2f}(m - m')\left(\frac{2n - (m + m') + 1}{2}\right). \quad . \quad (293)$$

Werden diese Werthe von V und H in Gleichung (291) eingeführt, so erhält man, wenn zugleich einige Reductionen vorgenommen werden:

$$Y_m^{max} y_m = q\left[\frac{(m - m')(2n - (m + m') + 1)}{4}\left(\frac{m\lambda - w_m}{n} - \frac{k\lambda}{f}\right) + (m - m')\left(u_m + \frac{(m - m' - 1)}{2}\lambda\right)\right],$$

und wenn der gemeinschaftliche Factor $m - m'$ ausgeschieden und durch y_m dividirt wird:

$$Y_m^{max} = \frac{q(m - m')}{y_m}\left[\frac{(2n - (m + m') + 1)}{4}\left(\frac{m\lambda - w_m}{n} - \frac{k\lambda}{t}\right) + u_m + \frac{(m - m' - 1)}{2}\lambda\right] = + U. \quad (293)$$

In dieser Gleichung besitzt y_m den durch die Gleichungen (285) und (286) bestimmten Werth, während

$$u_m = w_m - (m - m')\lambda, \quad . \quad . \quad . \quad (294)$$

worin wieder w_m durch Gleichung (275) gegeben ist.

Der unter 3^a enthaltenen Erläuterung zufolge ist nunmehr:

$$Y_m^{min} = -Y, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (295)$$

worin U den durch die Gleichungen (293), (285), (286), und (275) gegebenen Werth besitzt.

Dritter Fall. Der, durch die mit dem Diagonalstab gleichzeitig durchschnittenen Stäbe bedingte, Drehpunkt D, s. Fig. 20, fällt links von dem Durchschnittspunkt E der verlängerten Druckrichtung BC mit der geraden Gurtung, oder es ist, wenn w_m die Bedeutung in Gleichung (275) hat, der Abstand des Drehpunktes vom linken Widerlager:

$$(n - m)\lambda + w_m < \frac{l}{2}\left(1 - \frac{k}{f}\right). \quad . \quad (296)$$

Die größte einseitige Belastung ergiebt sich hier wieder allein aus der Lage $\gamma\delta$ der Belastungsscheide, welche, wie man aus Fig. 20 ersieht, durch die Druckrichtungen AD und BC bestimmt wird und deren Lage, wie beim zweiten Fall, durch Gleichung (290) gegeben ist. Jedes links von der Belastungsscheide aufgelegte Gewicht erzeugt hierbei in dem zu untersuchenden Diagonalstab eine Zugspannung, weil das Moment dieses Gewichts, bezogen auf D als Drehpunkt, ein negatives Glied in die Momentengleichung von $+ Y_m y_m$ liefert. Jedes rechts von der Belastungsscheide wirkende Gewicht erzeugt dagegen in demselben Stab eine Druckspannung, weil das Moment dieses Gewichts ein positives Glied in die Momentengleichung von $Y_m y_m$ bringt.

Die größte Zugspannung Y_m^{max} erhält man daher, wenn sämmtliche Knotenpunkte links von der Belastungsscheide, die größte Druckspannung Y_m^{min} dagegen, wenn sämmtliche Knotenpunkte rechts von der Belastungsscheide belastet sind. Bleibt man bei der ersten Annahme stehen, so erhält man, wenn der Schnitt $\alpha\beta$, Fig. 21, geführt und unter m, λ, w_m und u_m dieselben Abstände, wie im zweiten Fall verstanden werden, mit Beibehaltung aller früheren Bezeichnungen die Momentengleichung für D als Drehpunkt:

$$Y_m^{max} y_m - V(m\lambda - w_m) + Hk - q[u_m + (u_m + \lambda) + u_m + 2\lambda + \ldots (u_m + (m - m' - 1)\lambda)] = 0. \quad . \quad (297)$$

Die beiden Componenten V und H des Scheiteldrucks erhält man aus den beiden, auf den bezugsweise linken und rechten Stützpunkt A und B bezogenen Momentengleichungen der linken und rechten Trägerhälfte, nämlich:

links: $-V.n\lambda - Hf + q\lambda[1 + 2 + \ldots (n - m')] = 0$,

rechts: $-V.n\lambda + Hf = 0$,

woraus, wenn zugleich der Factor von $q\lambda$ summirt wird, durch

$$\text{Addition:} \quad -2Vn + q.\frac{(n - m')(n - m' + 1)}{2} = 0, \text{ daher } V = \frac{q}{2n}.\frac{(n - m')(n - m' + 1)}{2}, \quad . \quad (298)$$

$$\text{Subtraction:} \quad -2Hf + q\lambda\frac{(n - m')(n - m' + 1)}{2} = 0, \text{ daher } H = \frac{q\lambda}{2f}.\frac{(n - m')(n - m' + 1)}{2}. \quad . \quad (299)$$

Werden diese Werthe in Gleichung (297) eingeführt und der Factor von q in derselben summirt, so ergiebt sich nach gehöriger Reduction und wenn durch y_m dividirt wird:

$$Y_m^{max} = \frac{q}{y_m}\left[\frac{(n - m')(n - m' + 1)}{4}\left(\frac{m\lambda - w_m}{n} - \frac{k\lambda}{f}\right) + (m - m')\left(u_m + \frac{(m - m' + 1)}{2}\lambda\right)\right] = + W. \; (300)$$

In dieser Gleichung haben die Größen y_m, w_m und u_m die durch die Gleichungen (285), (286) und (294) gegebenen Werthe und ist nun nach dem unter 3^a gelieferten Beweise:

$$Y_m^{min} = -W, \quad . \; . \; . \; . \quad (301)$$

wo W den durch die Gleichungen (300), (285), (286) und (294) gegebenen numerischen Werth hat.

4) Bestimmung der Spannungen W in den Verticalstäben.

a) Bei voller Belastung.

Führt man den Schnitt $\alpha\beta$ durch das beliebige mte Feld und bezeichnet mit

W_m die Spannung in dem Verticalstabe des mten Feldes, mit

w_m deren Hebelsarm für den Durchschnittspunkt D der beiden mitdurchschnittenen Stangen als Drehpunkt, mit

v_m den Abstand des Drehpunktes vom Trägermittel,

während alle übrigen Bezeichnungen bekannt sind, so erfordert die Nothwendigkeit des Gleichgewichts gegen Drehung um D, daß:

$$-W_m w_m - V.v_m + Hk - (q + q)\left[\frac{v_m}{2} + (v_m + \lambda) + \right.$$
$$\left. + (v_m + 2\lambda) + \ldots (v_m + m\lambda)\right] = 0. \quad . \quad (302)$$

Werden die Werthe von V und H aus den Gleichungen (252) und (253) eingeführt und der Factor von p + q summirt, so ergiebt sich nach einiger Reduction:

$$W_m w_m = \frac{(p + q)}{2}\left[\frac{n^2\lambda k}{f} - (2m + 1)v_m - m(m + 1)\lambda\right],$$

und, wenn überdies der Werth von v_m aus Gleichung (38) eingeführt und durch w_m dividirt wird, nach gehöriger Vereinfachung:

$$W_m = \frac{\lambda(p+q)}{w_m}\left[\frac{n^2 k}{f} + m^2 - \frac{(2m+1)}{2m-1}\left(\frac{n^2 k}{f} + m^2\right)\right].$$

Setzt man in diese Gleichung den Werth von w_m aus Gleichung (275) ein und reducirt, so erhält man

$$W_m = -(p+q), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (303)$$

woraus folgt: 1) daß bei voller Belastung des Trägers jeder Verticalpfosten einer Pressung ausgesetzt ist, welche der vollen Belastung je eines Knotenpunktes numerisch gleich ist, daß ferner für $q = 0$ jeder Verticalpfosten einen Druck erfährt, welcher der Belastung p durch das Eigengewicht eines Knotenpunkts entspricht. Hieraus folgt, daß das Eigengewicht bei Berechnung der Grenzspannungen vorläufig ganz außer Acht gelassen werden kann, wenn nachträglich jeder berechneten Grenzspannung die entsprechende Druckspannung durch das Eigengewicht hinzugefügt wird. Wenn man sich die Hälfte desselben, nämlich $-\frac{p}{2}$, an dem oberen, in der Fahrbahn gelegenen Endpunkte, die andere Hälfte an dem unteren, mit dem Polygon zusammenhängenden Endpunkte des Pfostens angreifend denken kann, wodurch derselbe eine Pressung von $-\frac{p}{2}$ erfährt, so ist alsdann jeder berechneten Grenzspannung der Werth $-\frac{p}{2}$ zuzufügen.

2) Wenn bei der vollen Belastung des Trägers jeder Verticalpfosten eine Pressung $-q$ durch den Verkehr erfährt, so muß eine durch diesen Verkehr hervorgebrachte Grenzspannung die andere zu $-q$ ergänzen. Es genügt daher auch hier die Berechnung nur einer, von der Verkehrsbelastung herrührenden Grenzspannung, um die andere unmittelbar daraus abzuleiten.

b) Bei den größten einseitigen Belastungen.

Bei Ermittelung derjenigen größten einseitigen Belastungen, welche die Grenzspannungen der Verticalpfosten hervorrufen, sind dieselben drei Fälle zu unterscheiden, welche bei Bestimmung der Grenzspannungen in den Diagonalstäben betrachtet worden sind. Wie ein Blick auf die Figg. 22, 24 und 26 lehrt, welche diese drei Fälle behufs Bestimmung der Grenzspannungen in den Verticalstäben darstellen, kommt das Moment dieser Spannungen in diesen drei Fällen als negatives Glied — also mit dem entgegengesetzten Zeichen, wie das Moment der Grenzspannungen in den Diagonalstäben — in die Momentengleichung, während die Vorzeichen aller übrigen Glieder unverändert bleiben. Es folgt hieraus, daß die Anspruchnahmen auf Zug oder Druck der Verticalstäbe in allen drei Fällen die entgegengesetzten derer sein müssen, welche unter 3[b] gefunden wurden, wie dies ein Vergleich der Figg. 15, 17, 20, mit den Figg. 22, 24, 25 lehrt, in welchen letzteren diese Verhältnisse durch die Bezeichnungen max. und min. der schraffirten Linien graphisch erläutert sind. Aus denselben Figuren erkennt man, daß die Lage $\gamma\delta$ der Belastungsscheibe in den sich entsprechenden Fällen ganz dieselbe bleibt, mithin durch die Gleichung (290) gegeben ist, während nur der Schnitt $\alpha\beta$ keine verticale, sondern eine schräge Lage erfordert, wodurch sich die Zahl der als belastet anzunehmenden Knotenpunkte in den sich entsprechenden Fällen um 1 vermehrt.

Erster Fall.

$$(n-m)\lambda + w_m < \frac{1}{2}\left(1 + \frac{k}{f}\right), \text{ s. Fig. 22.}$$

Nimmt man zur Bestimmung der größten Zugspannung W_m^{max} des Verticalstabes alle Knotenpunkte des Trägers links von $\alpha\beta$ belastet an, s. Fig. 23, so ergiebt sich in Bezug auf D die Momentengleichung:

$$-W_m^{max} w_m + V(w_m - m\lambda) + Hk = 0. \quad (304)$$

Die Componenten V und H des Scheiteldruckes ergeben sich in der früher angegebenen Weise aus den beiden Momentengleichungen in Bezug auf A und B, nämlich

links: $-Vn\lambda - Hf + q\lambda(1+2+\ldots(n-m-1))$ und
rechts: $-Vn\lambda + Hf = 0$,

woraus, wenn der Factor von $q\lambda$ gleichzeitig summirt wird, durch

$$\text{Addition:} \quad -2Vn + q.\frac{(n-m)(n-m-1)}{2} = 0, \quad \text{daher } V = \frac{q}{2n}.\frac{(n-m)(n-m-1)}{2},$$

$$\text{Subtraction:} \quad -2Hf + q.\frac{(n-m)(n-m-1)}{2} = 0, \quad \text{daher } H = \frac{q\lambda}{2f}.\frac{(n-m)(n-m-1)}{2}.$$

Die Einführung dieser Werthe in Gleichung (304) ergiebt:

$$W_m^{max} = p.\frac{(n-m)(n-m-1)}{4w_m}\left(\frac{w_m - m\lambda}{n} + \frac{k\lambda}{f}\right) = qA, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (305)$$

wenn der Factor von q der Kürze halber $= A$ gesetzt wird.

Nach der unter a) 1) gegebenen Erläuterung besteht die Gleichung

$$W_m^{max} + W_m^{min} = -q. \quad . \quad . \quad . \quad (306)$$

Hieraus erhält man:

$$W_m{}^{min} = -(qA + q), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (307)$$

und wenn das Eigengewicht berücksichtigt wird,

$$W_m{}^{max} = qA - \frac{p}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (308)$$

und

$$W_m{}^{min} = -(qA + q) - \frac{p}{2} = -\left[q(A+1) + \frac{p}{2}\right]. \quad (309)$$

Ein Ständer in der Mitte des Trägers erfährt höchstens die Druckspannung durch die auf ihm ruhende volle Belastung $-\frac{p+q}{2}$, und wenn das Eigengewicht zur Hälfte oben, zur Hälfte unten angreifend gedacht wird, so ist für den Punkt $m = 0$:

$$W_0{}^{min} = -\frac{\left(\frac{p}{2} + q\right)}{2} = -\frac{1}{2}\left(\frac{p}{2} + q\right). \quad (310)$$

Zweiter Fall.

$$(n-m)\lambda + w_m \left\{ \begin{array}{l} < \frac{1}{2}\left(1 + \frac{k}{f}\right) \\ > \frac{1}{2}\left(1 - \frac{k}{f}\right) \end{array} \right., \text{ s. Fig. 24,}$$

Um die größte Druckspannung zu bestimmen, hat man alle Knotenpunkte zwischen dem Schnitt $\alpha\beta$ und der Belastungsscheide $\gamma\delta$ belastet anzunehmen, s. Fig. 25, und erhält dann, wenn u_m und m' die frühere Bedeutung haben, für den Zustand des Gleichgewichtes gegen Drehung um D:

$$-W_m{}^{min} w_m - V(m\lambda - w_m) + Hk - q[u_m + (u_m + \lambda) + (u_m + 2\lambda + \ldots (u_m + (m - m')\lambda) = 0. \quad . \quad . \quad (311)$$

Die Componenten V und H des Scheiteldrucks ergeben sich wie früher aus den beiden Momentengleichungen in Bezug auf die Stützpunkte A und B, nämlich

links: $-Vn\lambda - Hf + q\lambda[(n-m) + (n-m+1) + \ldots (n-m+(m-m'))]$ und

rechts: $-Vn\lambda + Hf$,

woraus, wenn zugleich der Factor von q summirt wird, durch

Addition:

$$-2Vn + q(m - m' + 1)\left(n - m + \frac{m - m'}{2}\right) = 0, \text{ daher } V = \frac{q}{2n}(m - m' + 1)\left(\frac{2n - (m + m')}{2}\right), \quad (312)$$

Subtraction:

$$-2Hf + q\lambda(m - m' + 1)\left(n - m + \frac{m - m'}{2}\right) = 0, \text{ daher } H = \frac{q\lambda}{2f}(m - m' + 1)\left(\frac{2n - (m + m')}{2}\right). \quad (313)$$

Werden diese Werthe in Gleichung (311) eingesetzt und wird darin zugleich der Factor von q summirt und durch w_m dividirt, so ergiebt sich nach gehöriger Reduction:

$$W_m{}^{min} = -\frac{q(m - m' + 1)}{w_m}\left[\frac{(2n - (m + m'))}{4}\left(\frac{m\lambda - w_m}{n} - \frac{k\lambda}{f}\right) + u_m + \frac{(m - m')\lambda}{2}\right] = -qB, \quad . \quad (314)$$

wenn der Factor von q der Kürze halber $= B$ gesetzt wird.

Wegen Gleichung (306) erhält man:

$$W_m{}^{max} = q.B - q, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (315)$$

und, wenn das Eigengewicht in der unter a) 1) angedeuteten Weise berücksichtigt wird,

$$W_m{}^{min} = -qB - \frac{p}{2} = -\left(qB + \frac{p}{2}\right), \quad . \quad (316)$$

$$W_m{}^{max} = qB - q - \frac{p}{2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (317)$$

Dritter Fall.

$$(n - m)\lambda + w_m < \frac{1}{2}\left(1 - \frac{k}{f}\right), \text{ s. Fig. 26.}$$

Nimmt man sämmtliche Knotenpunkte der Trägerstrecke links von der Lastscheide $\gamma\delta$ belastet an, s. Fig. 26, so ergiebt sich die größte Druckspannung in dem zu untersuchenden Verticalstab. Führt man den Schnitt $\alpha\beta$, s. Fig. 27, so ergiebt sich mit Bezug auf D die Momentengleichung:

$$-W_m{}^{min} w_m - V(m\lambda - w_m) + Hk - q[u_m \times (u_m + \lambda) + (u_m + 2\lambda) + \ldots (u_m + (m - m')\lambda)] = 0. \quad (318)$$

Die beiden Componenten V und H des Scheiteldruckes erhält man aus den bereits entwickelten Gleichungen (298) und (299). Werden dieselben in Gleichung (311) eingeführt, der Factor von q summirt und durch w_m dividirt, so ergiebt sich nach gehöriger Reduction:

$$W_m{}^{min} = -\frac{q}{w_m}\left[\frac{(n - m')(n - m' + 1)}{4}\left(\frac{m\lambda - w_m}{n} - \frac{k\lambda}{f}\right) + (m - m' + 1)\left(u_m + \frac{(m - m')\lambda}{2}\right)\right] = -qC, \quad (319)$$

wenn der Factor von q, der Kürze halber, mit C bezeichnet wird.

Aus Gleichung (306) folgt:

$$W_m^{max} = qC - q, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (320)$$

und, wenn das Eigengewicht in der unter a) 1) angenommenen Weise berücksichtigt wird,

$$W_m^{min} = -qC - \frac{p}{2} = -\left(qC + \frac{p}{2}\right), \quad (321)$$

$$W_m^{max} = qC - q - \frac{p}{2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (322)$$

III. Numerische Berechnung der Spannungen in den einzelnen Gliedern des gestützten parabolischen Charnierbrückenträgers.

Der in Figur 28 und 29 dargestellte, hinsichtlich seiner Abmessungen im Wesentlichen mit dem Ueberbau der Theißbrücke bei Szegedin übereinstimmende Träger, ist links mit den in dem vorhergehenden Abschnitt gewählten Bezeichnungen, rechts mit den Zahlenwerthen von $\frac{l}{2} = 20, f = 5,$ $k = 0{,}5$ und $\lambda = 2$ Met., sowie mit den nach Gleichung (254), (266) und (286) berechneten Abmessungen von b^m, $k + y^{m-1}$ und d^m versehen. Die Belastung der Knotenpunkte des Trägers durch

Eigengewicht ist zu $p = 2{,}4$ tons (à 1000 Kilogr.)
Verkehr zu $q = 4$ „ „
angenommen.

1. Berechnung der Grenzspannungen Z in den Polygonstücken.

a. Berechnung der Lage der Belastungsscheiden nach Gleichung (257).

$$e = \lambda . \frac{nk + mf}{k + \left(\frac{2n - m}{n}\right) f}$$

Für $m = 1$ ist $e = \lambda . \frac{2}{2} = \lambda . 1{,}0$*), daher $m' = 1$ und $m'' = 0$,

„ $m = 2$ „ $e = \lambda . \frac{3}{1{,}9} = \lambda . 1{,}5$, „ $m' = 2$ „ $m'' = 1$,

„ $m = 3$ „ $e = \lambda . \frac{4}{1{,}8} = \lambda . 2{,}2$, „ $m' = 3$ „ $m'' = 2$,

„ $m = 4$ „ $e = \lambda . \frac{5}{1{,}7} = \lambda . 2{,}9$, „ $m' = 3$ „ $m'' = 2$,

„ $m = 5$ „ $e = \lambda . \frac{6}{1{,}6} = \lambda . 3{,}7$, „ $m' = 4$ „ $m'' = 3$,

„ $m = 6$ „ $e = \lambda . \frac{7}{1{,}5} = \lambda . 4{,}6$, „ $m' = 5$ „ $m'' = 4$,

„ $m = 7$ „ $e = \lambda . \frac{8}{1{,}4} = \lambda . 5{,}7$, „ $m' = 6$ „ $m'' = 5$,

„ $m = 8$ „ $e = \lambda . \frac{9}{1{,}3} = \lambda . 6{,}9$, „ $m' = 7$ „ $m'' = 6$,

„ $m = 9$ „ $e = \lambda . \frac{10}{1{,}2} = \lambda . 8{,}3$, „ $m' = 9$ „ $m'' = 8$,

„ $m = 10$ „ $e = \lambda . \frac{11}{1{,}1} = \lambda . 10$**), „ $m' = 10$ „ $m'' = 9$,

b. Berechnung der Maximalspannungen Z_m^{max} nach Gleichung (261).

$$Z_m^{max} = \frac{n^2}{2} b_m \left[\frac{q}{n^2 k + m^2 f} \left(\frac{(n - m')(n - m' + 1)}{2} \left(\frac{m}{n} - \frac{k}{f}\right) - (m - m')(m - m' - 1)\right) - \frac{p}{f}\right].$$

Für $m = 1$ und $m' = 1$ ist $Z_1^{max} = 50 . 2{,}000 \left[\frac{4}{50 + 5 . 1} \left(\frac{9 . 10}{2} . 0 - 0\right) - \frac{2{,}4}{5}\right] = -48{,}02$ tons.

*) Die Belastungsscheide fällt daher mit dem ersten Verticalstab zusammen.
**) Die Belastungsscheide fällt daher mit dem 10. Verticalstab zusammen.

Für $m = 2$ und $m' = 2$ ist $Z_2^{\,max} = 50.2{,}005\left[\frac{4}{50+5.4}\left(\frac{8.9}{2}.\frac{1}{10} - 0\right) - \frac{2{,}4}{5}\right] = -27{,}51$ tons.

" $m = 3$ " $m' = 3$ " $Z_3^{\,max} + 50.2{,}015\left[\frac{4}{50+5.9}\left(\frac{7.8}{2}.\frac{2}{10} - 0\right) - \frac{2{,}4}{5}\right] = -24{,}58$ "

" $m = 4$ " $m' = 3$ " $Z_4^{\,max} = 50.2{,}029\left[\frac{4}{50+5.16}\left(\frac{7.8}{2}.\frac{3}{10} - 0\right) - \frac{2{,}4}{5}\right] = -29{,}04$ "

" $m = 5$ " $m' = 4$ " $Z_5^{\,max} = 50.2{,}049\left[\frac{4}{50+5.25}\left(\frac{6.7}{2}.\frac{4}{10} - 1.2\right) - \frac{2{,}4}{5}\right] = -34{,}22$ "

" $m = 6$ " $m' = 5$ " $Z_6^{\,max} = 50.2{,}073\left[\frac{4}{50+5.36}\left(\frac{5.6}{2}.\frac{5}{10} - 1.2\right) - \frac{2{,}5}{5}\right] = -39{,}80$ "

" $m = 7$ " $m' = 6$ " $Z_7^{\,max} = 50.2{,}102\left[\frac{4}{50+5.49}\left(\frac{4.5}{2}.\frac{6}{10} - 1.2\right) - \frac{2{,}4}{5}\right] = -44{,}77$ "

" $m = 8$ " $m' = 7$ " $Z_8^{\,max} = 50.2{,}135\left[\frac{4}{50+5.64}\left(\frac{3.4}{2}.\frac{7}{10} - 1.2\right) - \frac{2{,}4}{5}\right] = -46{,}51$ "

" $m = 9$ " $m' = 9$ " $Z_9^{\,max} = 50.2{,}172\left[\frac{4}{50+5.81}\left(\frac{1.1}{2}.\frac{8}{10} - 0\right) - \frac{2{,}4}{5}\right] = -51{,}47$ "

" $m = 10$ " $m' = 10$ " $Z_{10}^{\,max} = 50.2{,}213\left[\frac{4}{50+5.100}\left(0 - 0\right) - \frac{2{,}4}{5}\right] = -53{,}11$ "

c) Berechnung der Minimalspannungen $Z_m^{\,min}$ nach Gleichung (265).

$$Z_m\,min = -\frac{n^2}{2}\,b_m\left[\frac{q}{n^2k+m^2f}\left(\frac{n^2}{2}\left(\frac{m}{n}+\frac{k}{f}\right) - \frac{n(2m''+1)-m''(m''+1)}{2}\left(\frac{m}{n}-\frac{k}{f}\right) + m(2m''+1) - m''(m''+1) + \frac{p}{f}\right]\right..$$

Für $m = 1$ und $m'' = 0$ ist $Z_1^{\,min} = 50.2{,}000\left[\frac{4}{50+5.1}\left(50.\frac{2}{10} - \frac{(10-0)}{2}.\frac{0}{10} + 1 - 0\right) + \frac{2{,}4}{5}\right] = -128{,}00$ tons.

" $m = 2$ " $m'' = 1$ " $Z_2^{\,min} = 50.2{,}005\left[\frac{4}{50+5.4}\left(50.\frac{3}{10} - \frac{(30-2)}{2}.\frac{1}{10} + 6 - 2\right) + \frac{2{,}4}{5}\right] = -148{,}97$ "

" $m = 3$ " $m'' = 2$ " $Z_3^{\,min} = 50.2{,}015\left[\frac{4}{50+5.9}\left(50.\frac{4}{10} - \frac{(50-6)}{2}.\frac{2}{10} + 15 - 6\right) + \frac{2{,}4}{5}\right] = -152{,}63$ "

" $m = 4$ " $m'' = 2$ " $Z_4^{\,min} = 50.2{,}029\left[\frac{4}{50+5.16}\left(50.\frac{5}{10} - \frac{(50-6)}{2}.\frac{3}{10} + 20 - 6\right) + \frac{2{,}4}{5}\right] = -149{,}84$ "

" $m = 5$ " $m'' = 3$ " $Z_5^{\,min} = 50.2{,}049\left[\frac{4}{50+5.25}\left(50.\frac{6}{10} - \frac{(70-12)}{2}.\frac{4}{10} + 35 - 12\right) + \frac{2{,}4}{5}\right] = -145{,}99$ "

" $m = 6$ " $m'' = 4$ " $Z_6^{\,min} = 50.2{,}073\left[\frac{4}{50+5.36}\left(50.\frac{7}{10} - \frac{(90-20)}{2}.\frac{5}{10} + 54 - 20\right) + \frac{2{,}4}{5}\right] = -142{,}70$ "

" $m = 7$ " $m'' = 5$ " $Z_7^{\,min} = 50.2{,}102\left[\frac{4}{50+5.49}\left(50.\frac{8}{10} - \frac{(110-30)}{2}.\frac{6}{10} + 77 - 30\right) + \frac{2{,}4}{5}\right] = -140{,}20$ "

" $m = 8$ " $m'' = 6$ " $Z_8^{\,min} = 50.2{,}135\left[\frac{4}{50+5.64}\left(50.\frac{9}{10} - \frac{(130-42)}{2}.\frac{7}{10} + 104 - 42\right) + \frac{2{,}4}{5}\right] = -139{,}20$ "

" $m = 9$ " $m'' = 8$ " $Z_9^{\,min} = 50.2{,}172\left[\frac{4}{50+5.81}\left(50.\frac{10}{10} - \frac{(170-72)}{2}.\frac{8}{10} + 153 - 72\right) + \frac{2{,}4}{5}\right] = -139{,}77$ "

" $m = 10$ " $m'' = 9$ " $Z_{10}^{\,min} = 50.2{,}213\left[\frac{4}{50+5.100}\left(50.\frac{11}{10} - \frac{(190-90)}{2}.\frac{9}{10} + 190 - 90\right) + \frac{2{,}4}{5}\right] = -141{,}63$ "

2. Berechnung der Grenzspannungen X in den geraden Gurtungsstücken.

a. Berechnung der Lage der Belastungsscheiden nach Gleichung (268) und Werthe x_m nach Gleichung (270).

$$e = \lambda.\frac{n(m-1)(n-m+1)}{2n^2-(m-1)(n+m-1)} \qquad x_m = k + f\left(\frac{m-1}{n}\right)^2.$$

$$\text{Für } m = 1 \text{ ist } e = \lambda . \frac{10.0.10}{200 - 0.10} = \lambda . 0, \quad \text{daher } m' = 1;\ x_1 = 0{,}5 + 5 . \frac{0}{100} = 0{,}50.$$

$$„\ m = 2\ „\ e = \lambda . \frac{10.1.9}{200 - 1.11} = \lambda . 0{,}47, \quad „\ m' = 1;\ x_2 = 0{,}5 + 5 . \frac{1}{100} = 0{,}55.$$

$$„\ m = 3\ „\ e = \lambda . \frac{10.2.8}{200 - 2.12} = \lambda . 0{,}9, \quad „\ m' = 1;\ x_3 = 0{,}5 + 5 . \frac{4}{100} = 0{,}70.$$

$$„\ m = 4\ „\ e = \lambda . \frac{10.3.7}{200 - 3.13} = \lambda . 1{,}3, \quad „\ m' = 2;\ x_4 = 0{,}5 + 5 . \frac{9}{100} = 0{,}95.$$

$$„\ m = 5\ „\ e = \lambda . \frac{10.4.6}{200 - 4.14} = \lambda . 1{,}6, \quad „\ m' = 2;\ x_5 = 0{,}5 + 5 . \frac{16}{100} = 1{,}30.$$

$$„\ m = 6\ „\ e = \lambda . \frac{10.5.5}{200 - 5.15} = \lambda . 2{,}0\ {}^{*)} \quad „\ m' = 3;\ x_6 = 0{,}5 + 5 . \frac{25}{100} = 1{,}75.$$

$$„\ m = 7\ „\ e = \lambda . \frac{10.6.4}{200 - 6.16} = \lambda . 2{,}3, \quad „\ m' = 3;\ x_7 = 0{,}5 + 5 . \frac{36}{100} = 2{,}30.$$

$$„\ m = 8\ „\ e = \lambda . \frac{10.7.3}{200 - 7.17} = \lambda . 2{,}5, \quad „\ m' = 3;\ x_8 = 0{,}5 + 5 . \frac{49}{100} = 2{,}95.$$

$$„\ m = 9\ „\ e = \lambda . \frac{10.8.2}{200 - 8.18} = \lambda . 2{,}8, \quad „\ m' = 3;\ x_9 = 0{,}5 + 5 . \frac{64}{100} = 3{,}70.$$

$$„\ m = 10\ „\ e = \lambda . \frac{10.9.1}{200 - 9.19} = \lambda . 3{,}1, \quad „\ m' = 4;\ x_{10} = 0{,}5 + 5 . \frac{81}{100} = 4{,}55.$$

b. Berechnung der Grenzspannungen X nach Gleichung (271) und (272).

$$X_{m\,\min}^{\ \max} = \pm \frac{q\lambda}{2x_m}\left[(n - m')(n - m' + 1)(m - 1)(n + m - 1)\frac{1}{2n^2} - (m - m')(m - m' - 1)\right].$$

$$\text{Für } m = 1 \text{ und } m' = 1 \text{ ist } X_{1\,\min}^{\ \max} = \pm \frac{4}{0{,}5}\left[\frac{10.11.0.10}{200} - 0. - 1\right] = \pm\ 0 \ \text{tons.}$$

$$„\ m = 1\ „\ m' = 2\ „\ X_{2\,\min}^{\ \max} = \pm \frac{4}{0{,}55}\left[\frac{9.10.1.11}{200} - 1\ .\ 0\right] = \pm\ 36{,}00\ „$$

$$„\ m = 3\ „\ m' = 1\ „\ X_{3\,\min}^{\ \max} = \pm \frac{4}{0{,}70}\left[\frac{9.10.2.12}{200} - 2\ .\ 1\right] = \pm\ 50{,}28\ „$$

$$„\ m = 4\ „\ m' = 2\ „\ X_{4\,\min}^{\ \max} = \pm \frac{4}{0{,}95}\left[\frac{8.9.3.13}{200} - 2\ .\ 1\right] = \pm\ 50{,}69\ „$$

$$„\ m = 5\ „\ m' = 2\ „\ X_{5\,\min}^{\ \max} = \pm \frac{4}{1{,}30}\left[\frac{8.9.4.14}{200} - 3\ .\ 2\right] = \pm\ 43{,}57\ „$$

$$„\ m = 6\ „\ m' = 3\ „\ X_{6\,\min}^{\ \max} = \pm \frac{4}{1{,}75}\left[\frac{7.8.5.15}{200} - 3\ .\ 2\right] = \pm\ 34{,}28\ „$$

$$„\ m = 7\ „\ m' = 3\ „\ X_{7\,\min}^{\ \max} = \pm \frac{4}{2{,}30}\left[\frac{7.8.6.16}{200} = 4\ .\ 3\right] = \pm\ 25{,}92\ „$$

$$„\ m = 8\ „\ m' = 3\ „\ X_{8\,\min}^{\ \max} = \pm \frac{4}{2{,}95}\left[\frac{7.8.7.17}{200} = 5\ .\ 4\right] = \pm\ 18{,}06\ „$$

$$„\ m = 9\ „\ m' = 3\ „\ X_{9\,\min}^{\ \max} = \pm \frac{4}{3{,}70}\left[\frac{7.8.8.18}{200} - 6\ .\ 5\right] = \pm\ 11{,}15\ „$$

$$„\ m = 10\ „\ m' = 4\ „\ X_{10\,\min}^{\ \ \max} = \pm \frac{4}{4{,}55}\left[\frac{6.7.9.19}{200} - 6\ .\ 5\right] = \pm\ 5{,}19\ „$$

*) Die Belastungsscheide fällt daher hier mit dem 2. Verticalständer zusammen.

3. **Berechnung der Grenzspannungen Y in den Diagonalstäben nach den Gleichungen (284) und (287), (293 u. 295) und (300 u. 301).**

a. Berechnung der Lage der Belastungsscheiden nach Gleichung (290).

$$e = \lambda \left(\frac{2}{\dfrac{k+f}{f(n-m) + \dfrac{k n^2 + f m^2}{2m-1}} + \dfrac{1}{n}} \right).$$

$$\text{Für } m = 1 \text{ ist } e = \lambda \left[10 - \frac{2}{\dfrac{5{,}5}{5.9 + 5(10+1)\,{}^1\!/_1} + \dfrac{1}{10}} \right] = \lambda . -8{,}00$$

$$\text{„ } m = 2 \text{ „ } e = \lambda \left[10 - \frac{2}{\dfrac{5{,}5}{5.8 + 5(10+4)\,{}^1\!/_3} + \dfrac{1}{10}} \right] = \lambda . -0{,}70$$

Wenn e negativ, kommt m′ nicht vor.

$$\text{„ } m = 3 \text{ „ } e = \lambda \left[10 - \frac{2}{\dfrac{5{,}5}{5.7 + 5(10+9)\,{}^1\!/_5} + \dfrac{1}{10}} \right] = \lambda . 0{,}10, \text{ daher } m' = 1.$$

$$\text{„ } m = 4 \text{ „ } e = \lambda \left[10 - \frac{2}{\dfrac{5{,}5}{5.6 + 5(10+16)\,{}^1\!/_7} + \dfrac{1}{10}} \right] = \lambda . 0{,}70, \text{ „ } m' = 1.$$

$$\text{„ } m = 5 \text{ „ } e = \lambda \left[10 - \frac{2}{\dfrac{5{,}5}{5.5 + 5(10+25)\,{}^1\!/_9} + \dfrac{1}{10}} \right] = \lambda . 1{,}10, \text{ „ } m' = 2.$$

$$\text{„ } m = 6 \text{ „ } e = \lambda \left[10 - \frac{2}{\dfrac{5{,}5}{5.4 + 5(10+36)\,{}^1\!/_{11}} + \dfrac{1}{10}} \right] = \lambda . 1{,}46, \text{ „ } m' = 2.$$

$$\text{„ } m = 7 \text{ „ } e = \lambda \left[10 - \frac{2}{\dfrac{5{,}5}{5.3 + 5(10+49)\,{}^1\!/_{13}} + \dfrac{1}{10}} \right] = \lambda . 1{,}70, \text{ „ } m' = 2.$$

$$\text{„ } m = 8 \text{ „ } e = \lambda \left[10 - \frac{2}{\dfrac{5{,}5}{5.2 + 5(10+64)\,{}^1\!/_{15}} + \dfrac{1}{10}} \right] = \lambda . 2{,}30, \text{ „ } m' = 3.$$

$$\text{„ } m = 9 \text{ „ } e = \lambda \left[10 - \frac{2}{\dfrac{5{,}5}{5.1 + 5(10+81)\,{}^1\!/_{17}} = \dfrac{1}{10}} \right] = \lambda . 2{,}70, \text{ „ } m' = 3.$$

$$\text{„ } m = 10 \text{ „ } e = \lambda \left[10 - \frac{2}{\dfrac{5{,}5}{5.0 + 5(10+100)\,{}^1\!/_{19}} + \dfrac{1}{10}} \right] = \lambda . 3{,}10, \text{ „ } m' = 4.$$

b. Berechnung der Werthe d_m, w_m, y_m und u_m nach den Gleichungen (286), (275), (285) und (294).

$$d_m = \sqrt{\lambda^2 + \left(k + f\left(\frac{m-1}{n}\right)^2\right)^2}; \quad w_m = \frac{n^2 k + m^2 f}{f(2m-1)} . \lambda; \quad y_m = w_m \frac{+ k f \left(\dfrac{m-1}{n}\right)^2}{d_m}; \quad u_m = w_m - (m - m')\lambda.$$

$$\text{Für } m = 1 \text{ ist } d_1 = \sqrt{4 + \left(0{,}5 + 5.\frac{0}{100}\right)^2} = 2{,}06; \; w_1 = 2\left[\frac{50+5.1}{5.1}\right] = 22{,}00; \; y_1 = 22{,}00\left(\frac{0{,}5 + 5.{}^0\!/_{100}}{2{,}06}\right) = 5{,}32;$$

$$\text{„ } m = 2 \text{ „ } d_2 = \sqrt{4 + \left(0{,}5 + 5.\frac{1}{100}\right)^2} = 2{,}07; \; w_2 = 2\left[\frac{50+5.4}{5.3}\right] = 9{,}32; \; y_2 = 9{,}32\left(\frac{0{,}5 + 5.{}^1\!/_{100}}{2{,}07}\right) = 2{,}47;$$

Da m′ nicht vorkommt, kommt auch u_m nicht vor.

Für $m = 3$ ist $d_3 = \sqrt{4+\left(0{,}5+5.\frac{4}{100}\right)^2} = 2{,}12$; $w_3 = 2\left[\frac{50+5.9}{5.5}\right] = 7{,}60$; $y_3 = 7{,}60\left(\frac{0{,}5+5.{}^{4}/_{100}}{2{,}12}\right) = 2{,}51$; $u_3 = 7{,}60 - 2.2 = 3{,}60$.

„ $m = 4$ „ $d_4 = \sqrt{4+\left(0{,}5+5.\frac{9}{100}\right)^2} = 2{,}21$; $w_4 = 2\left[\frac{50+5.16}{5.7}\right] = 7{,}43$; $y_4 = 7{,}40\left(\frac{0{,}5+5.{}^{9}/_{100}}{2{,}21}\right) = 3{,}19$; $u_4 = 7{,}43 - 3.2 = 1{,}43$.

„ $m = 5$ „ $d_5 = \sqrt{4+\left(0{,}5+5.\frac{16}{100}\right)^2} = 2{,}38$; $w_5 = 2\left[\frac{50+5.25}{5.9}\right] = 7{,}78$; $y_5 = 7{,}78\left(\frac{0{,}5+5.{}^{16}/_{100}}{2{,}38}\right) = 4{,}25$; $u_5 = 7{,}78 - 3.2 = 1{,}78$.

„ $m = 6$ „ $d_6 = \sqrt{4+\left(0{,}5+5.\frac{25}{100}\right)^2} = 2{,}65$; $w_6 = 2\left[\frac{50+5.36}{5.11}\right] = 8{,}36$; $y_6 = 8{,}36\left(\frac{0{,}5+5.{}^{25}/_{100}}{2{,}65}\right) = 5{,}51$; $u_6 = 8{,}36 - 4.2 = 0{,}36$.

„ $m = 7$ „ $d_7 = \sqrt{4+\left(0{,}5+5.\frac{36}{100}\right)^2} = 3{,}05$; $w_7 = 2\left[\frac{50+5.49}{5.13}\right] = 9{,}08$; $y_7 = 9{,}08\left(\frac{0{,}5+5.{}^{36}/_{100}}{3{,}05}\right) = 6{,}83$; $u_7 = 9{,}08 - 5.2 = -0{,}92$.

„ $m = 8$ „ $d_8 = \sqrt{4+\left(0{,}5+5.\frac{49}{100}\right)^2} = 3{,}56$; $w_8 = 2\left[\frac{50+5.64}{5.15}\right] = 9{,}87$; $y_8 = 9{,}87\left(\frac{0{,}5+5.{}^{49}/_{100}}{3{,}56}\right) = 8{,}17$; $u_8 = 9{,}87 - 5.2 = -0{,}13$.

„ $m = 9$ „ $d_9 = \sqrt{4+\left(0{,}5+5.\frac{64}{100}\right)^2} = 4{,}21$; $w_9 = 2\left[\frac{50+5.81}{5.17}\right] = 10{,}71$; $y_9 = 10{,}71\left(\frac{0{,}5+5.{}^{64}/_{100}}{4{,}21}\right) = 9{,}40$; $u_9 = 10{,}71 - 6.2 = -1{,}29$.

„ $m = 10$ „ $d_{10} = \sqrt{4+\left(0{,}5+5.\frac{81}{100}\right)^2} = 4{,}97$; $w_{10} = 2\left[\frac{50+5.100}{5.19}\right] = 11{,}58$; $y_{10} = 11{,}58\left(\frac{0{,}5+5.{}^{81}/_{100}}{4{,}97}\right) = 10{,}46$; $x_{10} = 11{,}58 - 6.2 = -0{,}42$.

c. Berechnung der Werthe $\frac{l}{2}\left(1 \pm \frac{k}{f}\right)$ und $(n-m)\lambda + w_m$ zur Bestimmung der 3 Fälle.

Der constante Werth $\frac{l}{2}\left(1 \pm \frac{k}{f}\right) = 20\left(1 \pm \frac{0{,}5}{5}\right) = \left\{\begin{matrix}22\\18\end{matrix}\right\}$.

Für $m = 1$ ist $(n-m)\lambda + w_m = 18 + 22 = 40 > 22$
„ $m = 2$ „ „ $= 16 + 9{,}32 = 25{,}32 > 22$
„ $m = 3$ „ „ $= 14 + 7{,}6 = 21{,}6 \left\{\begin{matrix}<22\\>18\end{matrix}\right.$
„ $m = 4$ „ „ $= 12 + 7{,}4 = 19{,}4 \left\{\begin{matrix}<22\\>18\end{matrix}\right.$

Für $m = 5$ ist $(n-m)\lambda + w_m = 10 + 7{,}78 = 17{,}78 < 18$
„ $m = 6$ „ „ $= 8 + 8{,}36 = 16{,}36 < 18$
„ $m = 7$ „ „ $= 6 + 9{,}08 = 15{,}08 < 18$
„ $m = 8$ „ „ $= 4 + 9{,}87 = 13{,}87 < 18$
„ $m = 9$ „ „ $= 2 + 10{,}71 = 12{,}71 < 18$
„ $m = 10$ „ „ $= 0 + 11{,}58 = 11{,}58 < 18$

Hieraus ergiebt sich, daß die Diagonalen des 1. und 2. Feldes nach Gleichung (284 und 287) des ersten Falles, die Diagonalen des 3. und 4. Feldes nach Gleichung (293 und 295) des zweiten Falles, die Diagonalen des 5. bis 10. Feldes nach Gleichung (300 und 301) des dritten Falles zu berechnen sind.

d. Berechnung der Grenzspannungen Y.

Erster Fall, wo $(n-m)\lambda + w_m > \frac{l}{2}\left(1 + \frac{k}{f}\right)$ nach den Gleichungen (284) und (287).

$$Y_{m\,\min}^{\;\max} = \pm \frac{q(n-m)(n-m+1)}{4y_m}\left[\frac{w_m - m\lambda}{n} + \frac{k\lambda}{f}\right].$$

Für $m = 1$ ist $Y_{1\,\min}^{\;\max} = \pm \frac{4}{5{,}32}\left[\frac{9.10}{4}\left(\frac{22-2}{4} + \frac{2}{10}\right)\right] = \pm 37{,}20$ tons.

„ $m = 2$ „ $Y_{2\,\min}^{\;\max} = \pm \frac{4}{2{,}47}\left[\frac{8.9}{4}\left(\frac{9{,}33-4}{4} + \frac{2}{10}\right)\right] = \pm 21{,}38$ „

Zweiter Fall, wo $(n-m)\lambda + w \left\{\begin{matrix}< \frac{l}{2}\left(1 + \frac{k}{f}\right)\\ > \frac{l}{2}\left(1 - \frac{k}{f}\right)\end{matrix}\right\}$ nach den Gleichungen (293) und (295).

$$Y_{m\,\min}^{\;\max} = \pm \frac{q(m-m')}{y_m}\left[\left(\frac{m-m'}{4}\right)(2n-m-m'+1)\left(\frac{m\lambda - w_m}{n} - \frac{k\lambda}{f}\right) + (m-m')\left(u_m + \frac{m-m'-1}{2}.\lambda\right)\right].$$

Für m = 3 ist m' = 1 und $Y_{3\,\min}^{\;\max} = \pm \frac{4.2}{2{,}51}\left[\frac{(20-3)}{4}\left(\frac{6-7{,}6}{10}-\frac{2}{10}\right)+3{,}6+\frac{1.2}{2}\right] = \pm\ 9{,}78$ tons.

„ m = 4 „ m' = 1 „ $Y_{4\,\min}^{\;\max} = \pm \frac{4.3}{3{,}19}\left[\frac{(20-4)}{4}\left(\frac{8-7{,}4}{10}-\frac{2}{10}\right)+1{,}429+\frac{2.2}{2}\right] = \pm\ 10{,}77$ „

Dritter Fall, wo $(n-m)\lambda + w < \frac{1}{2}\left(1-\frac{k}{f}\right)$, nach den Gleichungen (300) und (301).

$$Y_{m\,\min}^{\;\max} = \pm\ \frac{q}{y_m}\left[\frac{(n-m')}{4}(n-m'+1)\left(\frac{m\lambda-w_m}{n}-\frac{k\lambda}{f}\right)+(m-m')\left(u_m+\frac{(m-m'-1)}{2}.\lambda\right)\right].$$

Für m = 5 ist m' = 2 und $Y_{5\,\min}^{\;\max} = \pm \frac{4}{4{,}25}\left[\frac{8.9}{4}\left(\frac{2{,}22}{10}-\frac{2}{10}\right)+3\left(1{,}78+\frac{2.2}{2}\right)\right] = \pm\ 11{,}06$ tons.

„ m = 6 „ m' = 2 „ $Y_{6\,\min}^{\;\max} = \pm \frac{4}{5{,}1}\left[\frac{8.9}{4}\left(\frac{3{,}64}{10}-\frac{2}{10}\right)+4\left(0{,}36+\frac{3.2}{2}\right)\right] = \pm\ 11{,}90$ „

„ m = 7 „ m' = 2 „ $Y_{7\,\min}^{\;\max} = \pm \frac{4}{6{,}83}\left[\frac{8.9}{4}\left(\frac{8{,}92}{10}-\frac{2}{10}\right)+5\left(-0{,}92+\frac{4.2}{2}\right)\right] = \pm\ 12{,}08$ „

„ m = 8 „ m' = 3 „ $Y_{8\,\min}^{\;\max} = \pm \frac{4}{8{,}17}\left[\frac{7.8}{4}\left(\frac{6{,}13}{10}-\frac{2}{10}\right)+5\left(-0{,}13+\frac{5.2}{2}\right)\right] = \pm\ 12{,}30$ „

„ m = 9 „ m' = 3 „ $Y_{9\,\min}^{\;\max} = \pm \frac{4}{9{,}40}\left[\frac{7.8}{4}\left(\frac{7{,}29}{10}-\frac{2}{10}\right)+6\left(-1{,}29+\frac{5.2}{2}\right)\right] = \pm\ 12{,}59$ „

„ m = 10 „ m' = 4 „ $Y_{10\,\min}^{\;\max} = \pm \frac{4}{10{,}46}\left[\frac{6.7}{4}\left(\frac{8{,}42}{10}-\frac{2}{10}\right)+6\left(-0{,}42+\frac{5.2}{2}\right)\right] = \pm\ 12{,}91$ „

4. Berechnung der Grenzspannungen in den Verticalstäben.

a. Ohne Berücksichtigung des Eigengewichtes nach den Gleichungen (305) und (307), (314) und (315), (319) und (320).

Erster Fall, wo $(n-m)\lambda + w_m > \frac{1}{2}\left(1+\frac{k}{f}\right)$, nach den Gleichungen (305) und (307).

$$W_m \max = q\,\frac{(n-m)(n-m-1)}{4\,w_m}\left(\frac{w_m-m\lambda}{n}+\frac{k\lambda}{f}\right) = q\,A;\quad W_m \min = -\ W_m \max - q.$$

Für m = 1 ist $W_1^{\max} = \frac{4.9.8}{4.22}.2{,}2 = 7{,}2$ tons, daher $W_1^{\min} = -\ 7{,}2 - 4 = -\ 11{,}2$ tons.

„ m = 2 „ $W_2^{\max} = \frac{4.8.7}{4.9{,}32}.0{,}73 = 4{,}39$ „ „ $W_2^{\min} = -\ 4{,}39 - 4 = -\ 8{,}39$ „

Zweiter Fall, wo $(n-m)\lambda + w_m \begin{cases} < \frac{1}{2}\left(1+\frac{k}{f}\right) \\ > \frac{1}{2}\left(1+\frac{k}{f}\right)\end{cases}$, nach den Gleichungen (314) und (315).

$$W_m \min = -\ \frac{q(m-m'+1)}{w_m}\left[\frac{(2n-m-m')}{4}\left(\frac{m\lambda-w_m}{n}-\frac{k\lambda}{f}\right)+u_m+\frac{(m-m')\lambda}{2}\right];\quad W_m \max = -\ W_m \min - q.$$

Für m = 3 ist m' = 1 und $W_3^{\ \min} = -\ \frac{4.3}{7{,}6}\left[\left(\frac{20-4}{4}\right)\left(-\frac{1{,}6}{10}-\frac{2}{10}\right)+3{,}6+\frac{2.2}{2}\right] = -\ 6{,}57$ tons, daher $W_3^{\max} = 6{,}57 - 4 = 2{,}57$ ts.

„ m = 4 „ m' = 1 „ $W_4^{\ \min} = -\ \frac{4.4}{7{,}42}\left[\left(\frac{20-5}{4}\right)\left(\frac{0{,}6}{10}-\frac{2}{10}\right)+1{,}43+\frac{3.2}{2}\right] = -\ 8{,}38$ „ „ $W_4^{\max} = 8{,}38 - 4 = 4{,}38$ „

Dritter Fall, wo $(n-m)\lambda + w_m < \frac{1}{2}\left(1-\frac{k}{f}\right)$, nach den Gleichungen (319) und (320).

$$W_m \min = -\ \frac{q}{w_m}\left[\frac{(n-m')(n-m'+1)}{4}\left(\frac{m\lambda-w_m}{n}-\frac{k\lambda}{f}\right)+(m-m'+1)\left(u_m+\frac{(m-m')\lambda}{2}\right)\right];\quad W_m \max = -\ W_m \min - q.$$

Für m = 5 ist m' = 2 und $W_5^{\,min} = -\frac{4}{7{,}78}\left[\frac{8.9}{4}\left(\frac{2{,}22}{10}-\frac{2}{10}\right)+4\left(+1{,}78+\frac{3.2}{2}\right)\right] = -10{,}03$ ts., daher $W_5^{\,max} = 10{,}03 - 4 = 6{,}03$ ts.

" m = 6 " m' = 2 " $W_6^{\,min} = -\frac{4}{8{,}36}\left[\frac{8.9}{4}\left(\frac{3{,}64}{10}-\frac{2}{10}\right)+5\left(+0{,}36+\frac{4.2}{2}\right)\right] = -11{,}84$ " " $W_6^{\,max} = 11{,}84 - 4 = 7{,}84$ "

" m = 7 " m' = 2 " $W_7^{\,min} = -\frac{4}{9{,}08}\left[\frac{8.9}{4}\left(\frac{4{,}92}{10}-\frac{2}{10}\right)+6\left(+0{,}92+\frac{5.2}{2}\right)\right] = -13{,}10$ " " $W_7^{\,max} = 13{,}10 - 4 = 9{,}10$ "

" m = 8 " m' = 3 " $W_8^{\,min} = -\frac{4}{9{,}87}\left[\frac{7.8}{4}\left(\frac{6{,}13}{10}-\frac{2}{10}\right)+6\left(-0{,}13+\frac{5.2}{2}\right)\right] = -14{,}20$ " " $W_8^{\,max} = 14{,}20 - 4 = 10{,}20$ "

" m = 9 " m' = 3 " $W_9^{\,min} = -\frac{4}{10{,}71}\left[\frac{7.8}{4}\left(\frac{7{,}29}{10}-\frac{2}{10}\right)+7\left(-1{,}29+\frac{6.2}{2}\right)\right] = -15{,}08$ " " $W_9^{\,max} = 15{,}08 - 4 = 11{,}08$ "

" m = 10 " m' = 4 " $W_{10}^{\,min*)} = -\frac{4}{11{,}58}\left[\frac{6.7}{4}\left(\frac{8{,}42}{10}-\frac{2}{10}\right)+7\left(-0{,}42+\frac{6.2}{2}\right)\right] = -15{,}82$ " " $W_{10}^{\,max} = 15{,}82 - 4 = 11{,}82$ "

b. Mit Berücksichtigung des Eigengewichts nach den Gleichungen (310), (308 und 309), (319 und 317) und (321 und 321).

$$W_0^{\,min} = -\frac{1}{2}\left(\frac{p}{2}+q\right) = -\frac{1}{2}\left(\frac{2{,}4}{2}+4\right) = -\ 2{,}6 \text{ tons.}$$

$W_1^{\,min}$	$= -11{,}2 - 1{,}2$	$= -12{,}4$ tons;	$W_1^{\,max}$	$= 7{,}2 - 1{,}2 =$	$6{,}0$ tons.
$W_2^{\,min}$	$= -8{,}39 - 1{,}2$	$= -9{,}59$ "	$W_2^{\,max}$	$= 4{,}39 - 1{,}2 =$	$3{,}19$ "
$W_3^{\,min}$	$= -6{,}57 - 1{,}2$	$= -7{,}77$ "	$W_3^{\,max}$	$= 2{,}57 - 1{,}2 =$	$1{,}37$ "
$W_4^{\,min}$	$= -8{,}38 - 1{,}2$	$= -9{,}58$ "	$W_4^{\,max}$	$= 4{,}38 - 1{,}2 =$	$3{,}18$ "
$W_4^{\,min}$	$= -10{,}03 - 1{,}2$	$= -11{,}23$ "	$W_5^{\,max}$	$= 6{,}03 - 1{,}2 =$	$4{,}83$ "
$W_6^{\,min}$	$= -11{,}84 - 1{,}2$	$= -13{,}04$ "	$W_6^{\,max}$	$= 7{,}84 - 1{,}2 =$	$6{,}64$ "
$W_7^{\,min}$	$= -13{,}10 - 1{,}2$	$= -14{,}30$ "	$W_7^{\,max}$	$= 9{,}10 - 1{,}2 =$	$7{,}90$ "
$W_8^{\,min}$	$= -14{,}20 - 1{,}2$	$= -15{,}40$ "	$W_8^{\,max}$	$= 10{,}20 - 1{,}2 =$	$9{,}00$ "
$W_9^{\,min}$	$= -15{,}08 - 1{,}2$	$= -16{,}28$ "	$W_9^{\,max}$	$= 11{,}08 - 1{,}2 =$	$9{,}88$ "
$W_{10}^{\,min**)}$	$= -15{,}82 - 1{,}2$	$= -17{,}02$ "	$W_{10}^{\,max**)}$	$= 11{,}82 - 1{,}2 =$	$10{,}62$ "

Die vorstehenden Rechnungsresultate sind in Fig. 30 zusammengestellt.

B) Die Pfeiler der eisernen Stützbrücken.

Bei Stützbrücken mit N Oeffnungen werden 2 End- oder Landpfeiler und N — 1 Zwischen- oder Strompfeiler erforderlich, von welchen die ersteren, außer dem Drucke der Hinterfüllungserde, dem einseitigen Drucke der Träger, die letzteren, außer dem Stoße der Eismassen, der größten Druckdifferenz der beiden auf ihnen ruhenden Träger zu widerstehen haben.

I. Stärke der Landpfeiler.

1) Die vom Erd- und Wasserdruck abhängige Stärke der Landpfeiler.

Da die Landpfeiler der gestützten eisernen Charnierbrücken dem seitlichen Drucke der auf ihnen lastenden Erd- und Wassermassen in einer, derjenigen der gewölbten Brücken ganz ähnlichen Weise zu widerstehen haben, so gelten in dieser Hinsicht die in Gleichung (196), (197) und (198) enthaltenen Werthe d_o und d_l für die obere und untere Stärke des Landpfeilers.

2) Die vom Drucke der Träger abhängige Stärke der Landpfeiler.

Um das größte Drehungsmoment der Ueberbauconstruction für den Landpfeiler abzuleiten, ergiebt sich, mit Bezug auf die Bezeichnungen der Fig. 3, Taf. 8, und wenn unter h_c der Abstand des Fußcharniers von dem Drehpunkt D_1 verstanden wird,

$$s = \left(\frac{l}{2} - e'\right)\frac{h_c}{d_l} = \frac{f\left(\frac{l}{2}+e'\right)}{\frac{l}{2}},$$

*) Der 10. Verticalpfosten ist hier mit der vollen Verkehrsbelastung q in Rechnung genommen.

**) Der 10. Verticalpfosten ist hier mit der vollen Eigengewichtsbelastung p berechnet.

und hieraus der Abstand der Belastungsscheide $\gamma\delta$ vom Trägermittel:

$$e' = \frac{1}{2}\left(\frac{\frac{h_c}{d_1} - 2\frac{f}{l}}{\frac{h_c}{d_1} + 2\frac{f}{l}}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (323)$$

Sämmtliche, zwischen der Belastungsscheide und dem Landpfeiler befindlichen Gewichte befördern die Standfähigkeit des Landpfeilers, während sämmtliche, zwischen der Belastungsscheide und dem nächsten Strompfeiler befindlichen, in Fig. 3 angegebenen Belastungen auf Drehung des Landpfeilers um D_1 wirken. Man erhält demnach die größte, auf Umkippen des Landpfeilers wirkende Verkehrsbelastung des Trägers, wenn man seine sämmtlichen Knotenpunkte von dem Strompfeiler bis zu dem, der Belastungsscheide zunächst gelegenen, in dem Abstande $m'\lambda$ vom Trägermittel befindlichen Knotenpunkt, mit Einschluß seiner selbst, als belastet annimmt.

Aus Gleichung (323) folgt, daß sich die Lage der Belastungsscheide und der dadurch bestimmte Abstand $m'\lambda$ schon aus dem Verhältnisse:

$$\frac{h_c}{d_1} = r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (324)$$

ergiebt, falls man, statt der oben vorgenommenen Ermittelung von d_1 für die bekannte (gewöhnlich den höchsten Wasserstand h_w um wenig übertreffende) Höhe h_c, r zu bestimmen in der Lage ist.

Weicht das durch Einführung des berechneten Werthes von d_1 gefundene Verhältniß $\frac{h_c}{d_1}$ zu sehr von dem angenommenen Verhältnisse r ab, so ist das erstere in die Gleichung einzuführen, hieraus die veränderte Lage der Belastungsscheide und dann auf analogem Wege ein exacterer Werth von d_1 zu bestimmen.

Bezeichnet nun, wie früher, V die verticale und H die horizontale Componente des bei der größten Umsturzbelastung eintretenden Druckes im Scheitelcharnier, b die Entfernung der Bogenrippe von Mitte zu Mitte, ${}^aM_{max}$ das größte Angriffsmoment des auf den Landpfeiler wirkenden Druckes einer Bogenrippe, bezogen auf den Drehpunkt D_{11}, p das Eigengewicht und q die Verkehrsbelastung für einen Knotenpunkt jener Bogenrippe, so ist

$$\begin{aligned}{}^aM_{max} = {} & V\left(d_1 + \frac{l}{2}\right) - H(h_c + f) + \\ & + p\left[\frac{d_1}{2} + (d_1 + \lambda) + (d_1 + 2\lambda) + \ldots (d_1 + (n-1)\lambda) + \frac{d_1 + n\lambda}{2}\right] + \\ & + q\left[(n - m_1)\lambda + d_1 + (n - m_1 + 1)\lambda + d_1 + \ldots (n-1)\lambda + d_1 + \frac{n\lambda + d_1}{2}\right],\end{aligned}$$

woraus, wenn die Factoren von p und q summirt werden:

$$\begin{aligned}{}^aM_{max} = {} & V\left(d_1 + \frac{l}{2}\right) - H(h_c + f) + \frac{p}{2}\left[n^2\lambda + 2nd_1\right] + \\ & + \frac{q}{2}\left[\lambda(n(2m'+1) - m'(m'+1)) + d_1(2m'+1)\right]. \quad . \quad . \quad . \quad (325)\end{aligned}$$

Die Componenten V und H des Scheiteldruckes ergeben sich, wenn wie früher die Momente der angreifenden Kräfte successive auf den linken und rechten Stützpunkt bezogen werden, woraus man erhält:

links: $$Vn\lambda - Hf + p\lambda\left[1 + 2 + \ldots (n-1) + \frac{n}{2}\right]$$
$$+ q\lambda\left[(n - m') + (n - (m' - 1)) + \ldots (n-1) + \frac{n}{2}\right] = 0,$$

rechts: $$Vn\lambda + Hf - (p + q)\lambda\left[1 + 2 + \ldots (n-1) + \frac{n}{2}\right] = 0.$$

Hieraus findet man durch Addition, wenn zugleich der Factor von $q\lambda$ summirt wird:

$$2Vn - \frac{q}{2}\left[n^2 - n(2m'+1) + m'(m'+1)\right] = 0, \text{ und hieraus}$$

$$V = \frac{q}{4n}\left[n^2 + m'(m'+1) - n(2m'+1)\right], \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (326)$$

und durch Subtraction:

$$-2Hf + p\lambda n^2 + \frac{q\lambda}{2}\left[n^2 + n(2m'+1) - m'(m'+1)\right] = 0, \text{ woraus:}$$

$$H = \frac{\lambda}{2f}\left[pn^2 + \frac{q}{2}\left(n^2 + n(2m'+1) - m'(m'+1)\right)\right]. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (327)$$

Nach Einführung dieser, durch Gleichung (326) und (327) gegebenen Werthe von V und H in Gleichung (325) erhält man den Werth des Angriffsmomentes ${}^aM_{max}$.

Auf Drehung des Landpfeilers um den Punkt D_{11} wirken nun nach rechts der durch Gleichung (191) oder (192) gegebene Erddruck mit dem Hebelsarm $\frac{h_e}{3}$ und das durch Gleichung (194) gegebene Gewicht G_1 des Pfeilers mit dem Hebelsarm $d_1 - g_1$, nach links der durch Gleichung (199) gegebene Wasserüberdruck an dem durch Gleichung (200) gegebenen Hebelsarm, wozu das durch die Gleichungen (325), (326) und (327) gegebene Moment der Ueberbauconstruction kommt. Soll Gleichgewicht gegen Umsturz des Landpfeilers durch Wasserüberdruck und Horizontalschub der Bogenträger bestehen, so muß

$$H_{max} \cdot \frac{h_e}{3} + G_1(d_1 - g_1) - W_{max}\, w + {}^aM_{max} = 0, \quad (328)$$

und, wenn Erd- und Wasserüberdrucke nicht berücksichtigt werden,

$$G_1(d_1 - g_1) + {}^aM_{max} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (329)$$

sein.

Behält man die früheren Bezeichnungen bei, so ergiebt sich für einen Landpfeiler von trapezförmigem Querschnitt mit Bezug auf Drehpunkt D_{11}

$$G_1(d_1 - g_1) = h \,.\, \frac{m\, h_1^2}{2} \,.\, \frac{2\, m\, h_1}{3} \,.\, \gamma_{\prime\prime} + b\,.\, h_1\, d_0\left(\frac{d_0}{2} + m\, h_1\right)\gamma_{\prime\prime} \quad . \quad . \quad . \quad (330)$$

und, wenn aus Gleichung (198) für d_0 sein Werth gesetzt und reducirt wird,

$$G_1(d_1 - g_1) = \frac{h_1\, b\, g}{2}\left(d_1^2 - \frac{m^2\, h_1^2}{3}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (331)$$

Wird dieser, sowie der Werth für ${}^aM_{max}$ in Gleichung (329) eingeführt, nach Potenzen von d_1 geordnet und der Kürze halber

$$A = b \,.\, \frac{h_1}{2} \,.\, g \quad . \quad . \quad . \quad (332)$$

$$B = V + p\, n + \frac{q}{2}(2\, m' + 1) \quad . \quad . \quad . \quad (333)$$

$$C = H(h_e + f) - V \,.\, \frac{l}{2} - p \,.\, \frac{n^2}{2} \,.\, \lambda + \frac{q}{2} \,.\, \lambda\Big(n(2\, m' + 1) - (m' + 1)\, m'\Big) + b_s\, \frac{m^2\, h^3}{6} \,.\, g \quad . \quad (334)$$

gesetzt, so ergiebt sich die untere Pfeilerstärke

$$d_1 = -\frac{B}{2A} + \sqrt{\frac{C}{A} + \left(\frac{B}{2A}\right)^2} \quad . \quad . \quad (335)$$

Für einen Landpfeiler mit rechteckigem Querschnitt ist in Gleichung (335) $m = 0$ zu setzen.

II. Stärke der Strompfeiler.

Die Stärke d_s von Strompfeilern, welche dem Eisstoße Widerstand zu leisten haben, ergiebt sich annähernd aus der empirischen Formel (210).

Um das größte Drehungsmoment der Ueberbauconstruction für den Strompfeiler zu bestimmen, ist vorher der Abstand e'' der Belastungsscheide von dem Trägermittel zu finden und ergiebt sich mit Bezug auf Fig. 4 aus Gleichung (323), wenn darin d_s statt d_1 und h_s statt h_e gesetzt wird:

$$e'' = \frac{1}{2}\left(\frac{\frac{h_s}{d_s} - 2\,\frac{f}{l}}{\frac{h_s}{d_s} - 2\,\frac{f}{l}}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (336)$$

Die größte, auf Umkanten des Strompfeilers wirkende Verkehrsbelastung erhält man daher, wenn man die in Fig. 4 angegebenen, Knotenpunkte des Trägers von dem nächsten Pfeiler (hier Landpfeiler) bis zu dem der Belastungsscheide $\gamma\,\delta$ zunächst gelegenen, im Abstand $m''\lambda$ von dem Trägermittel befindlichen Knotenpunkte, mit Einschluß seiner selbst, als belastet annimmt.

Aus Gleichung (336) folgt, daß zur Bestimmung der Entfernung e'' der Belastungsscheide oder des Abstandes $m''\lambda$ schon die Kenntniß oder Annahme des Verhältnisses

$$\frac{h_s}{d_s} = t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (337)$$

genügt, wenn man von einer Bestimmung der Strompfeilerstärke d_s aus Gleichung (210) Abstand nimmt und t anzunehmen in der Lage ist. Für den Fall, daß das durch Einführung des berechneten Werthes von d_s erhaltene Verhältniß $\frac{h_s}{d_s}$ von dem angenommenen Verhältnisse t allzuviel abweicht, dient die oben angegebene Methode zu einer exacteren Bestimmung von d_s.

Ist m'' gefunden, so findet man das größte, auf den Strompfeiler ausgeübte Drehungsmoment, wenn man in Gleichung (325) m'' statt m', d_s statt d_1 und h_s statt h_e setzt und alle Zeichen umkehrt, aus:

$$^{a}M_{max} = -V\left(d_s + \frac{l}{2}\right) + H(h_s + f) - \frac{p}{2}[n^2\lambda + 2nd_s]$$

$$-\frac{q}{2}[\lambda(n(2m'' + 1) - m''(m'' + 1)) + d_s(2m'' + 1)], \quad (338)$$

worin, wenn in den Gleichungen (326) und (327) wieder m'' mit m' vertauscht wird, bezw. die verticale und horizontale Componente des Scheiteldruckes:

$$V = \frac{q}{4n}[n^2 + m''(m'' + 1) - n(2m'' + 1)] \quad (339)$$

und

$$H = \frac{\lambda}{2f}\left[pn^2 + \frac{q}{2}(n^2 + n(2m'' + 1) - m''(m'' + 1))\right] \quad (340)$$

zu setzen ist.

Dem durch die Gleichungen (338), (339) und (340) gegebenen größten Drehungsmoment wirkt das Moment des Strompfeilers, sowie im ungünstigsten Falle das kleinste Moment M_{min} des rechts vom Strompfeiler gelegenen, nur durch sein eigenes Gewicht belasteten Bogenträgers, beide bezogen auf den Drehpunkt D, entgegen. Mit Bezug auf Fig. 4 erhält man für das letztere Angriffsmoment die Gleichung

$$^{a}M_{min} = V \cdot \frac{l}{2} - H(h_s + f) + q\lambda\left(1 + 2 + \ldots(n-1) + \frac{n}{2}\right). \quad (341)$$

Die beiden Componenten V und H des Scheiteldruckes ergeben sich aus den beiden Momentengleichungen der unbelasteten linken und rechten Trägerhälfte für den ihnen angehörigen linken und rechten Stützpunkt als Drehpunkt, nämlich

$$\text{links:}\quad -Vn\lambda - Hf + p\lambda\left[1 + 2 + \ldots(n-1) + \frac{n}{2}\right] = 0,$$

$$\text{rechts:}\quad -Vn\lambda + Hf - p\lambda\left[1 + 2 + \ldots(n-1) + \frac{n}{2}\right] = 0,$$

woraus durch Addition:

$$-2Vn\lambda = 0, \text{ daher } V = 0 \quad (342)$$

durch Subtraction:

$$-2Hf + 2\lambda p \cdot \frac{n^2}{2} = 0, \text{ daher } H = p \cdot \frac{n^2}{2} \cdot \frac{\lambda}{f}. \quad (343)$$

Werden die Werthe von V und H aus den Gleichungen (342) und (343) in Gleichung (341) eingeführt, so ergiebt sich, wenn zugleich der Factor von $p\lambda$ summirt wird,

$$^{a}M_{min} = -p \cdot \frac{n^2}{2} \cdot \frac{\lambda}{f}(h_s + f) + p\lambda\frac{n^2}{2} = -p\lambda\frac{n^2}{2}\frac{h_s}{f}. \quad (344)$$

Wird nun das Gewicht des Strompfeilers, dessen Hebelsarm, bezogen auf den Drehpunkt D_{111}, $\frac{d_s}{2}$ ist, mit G_s bezeichnet, so muß zwischen diesem Momente und den durch die Gleichungen (338) und (344) gegebenen Momenten die Beziehung bestehen:

$$-G_s \cdot \frac{d_s}{2} + {}^{a}M_{min} + {}^{a}M_{max} = 0,$$

oder, weil $G_s = bd_s(h_s + k + f)g$ ist,

$$\frac{b_s}{2}(h_s + k + f)g d_s^2 - {}^{a}M_{min} - {}^{a}M_{max} = 0. \quad (345)$$

Werden die Werthe von $^{a}M_{max}$ und $^{a}M_{min}$ aus den Gleichungen (338) und (344) in Gleichung (345) eingeführt, so ergiebt sich, wenn zunächst nach Potenzen von d_s geordnet und, der Kürze halber,

$$A = \frac{b_s g}{2}(h_s + k + f) \quad (346)$$

$$B = V + np + \frac{2m'' + 1}{2} \cdot q \quad (347)$$

$$C = H(h_s + f) - V \cdot \frac{l}{2} - \frac{n^2}{2}p\lambda\left(\frac{h_s}{f} + 1\right) -$$

$$\frac{p\lambda}{2}\left(n(2m'' + 1) - m''(m'' + 1)\right) \quad (348)$$

gesetzt wird, die Strompfeilerstärke:

$$d_s = -\frac{B}{2A} + \sqrt{\frac{C}{A} + \left(\frac{B}{2A}\right)^2}. \quad (349)$$

Beispiel. Legt man die früher gewählte Brücke über die Theiß bei Szegedin wieder zu Grunde, wobei

die Spannweite $l = 40$ Met.,

die Pfeilhöhe $f = 5$ Met.,

die halbe Felderzahl $n = 10$,
die ruhende Belastung für jeden Knotenpunkt $p = 2{,}4$ tons,
die bewegte Belastung für jeden Knotenpunkt $q = 4{,}0$ „
angenommen war und setzt
die ganze Pfeilerhöhe $h_l = 13$ Met.,
die Höhe des Pfeilers bis zum Charnier $h_c = h_s = 7{,}5$ Met.,
den Anlauf der Rückseite des Pfeilers $m = \frac{1}{10}$,
die Entfernung der Tragrippen von Mitte zu Mitte $b = 2$ Met.,
das Gewicht der kubischen Einheit Mauerwerk $g = 2{,}5$ tons pr. Kmet.,

so ergiebt sich nach Gleichung (323), wenn darin $\frac{h_c}{d_l} = 1$ gesetzt wird,

$$e' = \frac{l}{2}\left(\frac{\frac{h_c}{d_l} - 2\frac{f}{l}}{\frac{h_c}{d_l} + 2\frac{f}{l}}\right) = 20\left(\frac{1 - 2.\frac{5}{40}}{1 + 2.\frac{5}{40}}\right) = 12, \text{ daher aus } m'\lambda = m'.2 = 12,\ m' = 6.$$

Aus den Gleichungen (326) und (327) erhält man beziehungsweise:

$$V = \frac{q}{4n}\left[n^2 + m'(m'+1) - n(2m'+1)\right] = \frac{4}{4.10}(100 + 6.7 - 10.13) = 1{,}2 \text{ tons}$$

und

$$H = \frac{\lambda}{2f}\left[pn^2 + \frac{q}{2}(n^2 + n(2m'+1) - m'(m'+1))\right] = \frac{2}{2.5}\left[2{,}4.100 + \frac{4}{2}(100 + 10.13 - 6.7)\right] = 123{,}2 \text{ tons.}$$

Werden diese Werthe eingeführt, so erhält man aus Gleichung (332)

$$A = \frac{g}{2}.b.h_l = \frac{2{,}5}{2}.2.13 = 32{,}5,$$

aus Gleichung (333)

$$B = V + pn + \frac{q}{2}(2m'+1) = 1{,}2 + 2{,}4.10 + \frac{4}{2}.13 = 51{,}2$$

und aus Gleichung (334)

$$C = H(h_c + f) - V.\frac{l}{2} - p.\frac{n^2}{2}.\lambda + \frac{q\lambda}{2}(n(2m'+1) - (m'+1)m') + \frac{g}{6}bm^2h_l^3$$

$$= 123{,}2(7{,}5 + 5) - 1{,}2.20 - 2{,}4.\frac{100}{2}.2 + \frac{4.2}{2}(10.13 - 7.6) + \frac{2{,}5}{6}.2.\frac{13^3}{100} = 1792{,}775 \text{ tons.}$$

Durch Einsetzung dieser Werthe ergiebt sich nun für den Landpfeiler

a) mit trapezförmigem Querschnitt aus Gleichung (335)

$$d_l = -\frac{B}{2A} + \sqrt{\frac{C}{A} + \left(\frac{B}{2A}\right)^2} = -\frac{51{,}2}{65} + \sqrt{\frac{1792{,}775}{32{,}5} + \left(\frac{51{,}2}{65}\right)^2}$$

$$= -0{,}79 + \sqrt{55{,}16 + \overline{0{,}79}^2} = -0{,}79 + \sqrt{55{,}16 + 0{,}6241}$$

$$= -0{,}79 + \sqrt{55{,}7841} = -0{,}79 + 7{,}47 = 6{,}68 \text{ Met.}$$

Bildet man hierauf das Verhältniß $\frac{h_s}{d_s} = \frac{6{,}68}{7{,}5} = 0{,}89$, so folgt hieraus eine hinreichende Annäherung an den nach Gleichung (324) angenommenen Werth von $r = 1$, indem beide Verhältnisse in Fig. 3 eingetragen sind, woraus sich für das letztere wohl eine etwas veränderte Lage der Belastungsscheide, aber keine Veränderung in dem Belastungszustande der einzelnen Knotenpunkte ergiebt.

b) mit rechteckigem Querschnitt, wenn in dem Werthe für C, $m = 0$ gesetzt wird,

$$d_l = -\frac{51{,}2}{65} + \sqrt{\frac{1628}{32{,}5} + \left(\frac{5{,}2}{65}\right)^2} = -0{,}79 + \sqrt{50{,}092 + 0{,}624}$$

$$= -0{,}79 + \sqrt{50{,}716} = -0{,}79 + 7{,}12 = 6{,}33 \text{ Met.,}$$

also eine Differenz von $6{,}68 - 6{,}33 = 0{,}35$ Met.

2) Für den Strompfeiler ergiebt sich, wenn das Verhältniß

$$\frac{h_c}{d_s} = \frac{2}{1}$$

angenommen wird, aus Gleichung (336)

$$e'' = \frac{l}{2}\left(\frac{\frac{h_s}{d_s} - 2\frac{f}{l}}{\frac{h_s}{d_s} + 2\frac{f}{l}}\right) = 20\left(\frac{2 - 2.\frac{5}{40}}{2 + 2.\frac{5}{40}}\right) = 15{,}55 \text{ Met.}$$

Dieser Abstand liegt zwischen den Abständen 14 und 16 Met. benachbarter Knotenpunkte, mithin ist wegen $m''\lambda = m''.2 = 14$,

$$m'' = \frac{14}{2} = 7.$$

Aus den Gleichungen (339) und (340) ergiebt sich nun beziehungsweise

$$V = \frac{q}{4n}\left[n^2 + m''(m''+1) - n(2m''+1)\right] = \frac{4}{4.10}(100 + 7.8 - 10.15) = 0{,}6 \text{ tons}$$

und

$$H = \frac{\lambda}{2f}\left[pn^2 + \frac{q}{2}(n^2 + n(2m''+1) - (m''+1)m'')\right] = \frac{2}{2.5}\left[2{,}4.100 + \frac{4}{2}(100 + 10.15 - 7.8)\right]$$
$$= 125{,}6 \text{ tons.}$$

Werden diese Werthe eingeführt, so erhält man aus Gleichung (346)

$$A = \frac{g}{2}b(h_s + f + k) = \frac{2{,}5}{2}.2(7{,}5 + 5 + 0{,}5) = 32{,}5,$$

aus Gleichung (347)

$$B = V + np + \frac{q}{2}(2m''+1) = 0{,}6 + 10.2{,}4 + \frac{4}{2}.15 = 54{,}6$$

und aus Gleichung (348)

$$C = H(h_s + f) - V.\frac{l}{2} - \frac{n^2}{2}p\lambda\left(\frac{h_s}{f} + 1\right) - \frac{q\lambda}{2}(n(2m''+1) - (m''+1)m'')$$

$$= 125{,}6(7{,}5 + 5) - 0{,}6.20 - \frac{100}{2}.2{,}4.2\left(\frac{7{,}5}{5} + 1\right) - \frac{4.2}{2}(10.15 - 7.8) = 582,$$

mithin aus Gleichung (349)

$$d_s = -\frac{B}{2A} + \sqrt{\frac{C}{A} + \left(\frac{B}{2A}\right)^2} = -\frac{54{,}6}{65} + \sqrt{\frac{582}{32{,}5} + \left(\frac{54{,}6}{65}\right)^2} = 3{,}47 \text{ Met.}$$

Bildet man hieraus das Verhältniß $\frac{h_s}{d_s} = \frac{3{,}47}{7{,}5} = 2{,}16$, so folgt hieraus wieder eine hinreichende Annäherung an den nach Gleichung (337) angenommenen Werth $t = 2$, wie sich aus den beiden in Fig. 4 eingetragenen Verhältnissen $\frac{h_s}{d_s}$ erkennen läßt, wonach das durch die Berechnung erhaltene eine Veränderung in dem ungünstigsten Belastungszustande gleichfalls nicht herbeiführt.

Aus der empirischen Formel (210) ergiebt sich

$$d_s = 0{,}762 + 0{,}147.h_s\sqrt[3]{\frac{l + d_s}{h_s}}$$

$$= 0{,}762 + 0{,}147.7{,}5\sqrt[3]{\frac{43{,}5}{7{,}5}} = 2{,}74 \text{ Met.},$$

d. h. eine Abmessung, welche hinter der oben gefundenen um $3{,}47 - 2{,}74 = 0{,}73$ Met. zurückbleibt.

Werden die gegebenen und hieraus ermittelten Größen aufgetragen, so ergiebt sich die in Fig. 3 und 4, Taf. 8 enthaltene Darstellung.

Dritter Abschnitt.

Die hölzernen Stützbrücken.

A) Die Träger der hölzernen Stützbrücken.

Die hölzernen Stützbrücken sind sogenannte **Hängwerkbrücken**, wenn die Brückenbahn, bei beschränkter Constructionshöhe, **unter** und sogenannte **Sprengwerkbrücken**, wenn die Brückenbahn, bei beschränkter Constructionshöhe, **über** den Brückenträgern angebracht wird. Die Träger beider Brückengattungen sind aus graden oder gebogenen Balken und aus vertical nebeneinander gestellten oder horizontal übereinander gelegten Bohlen gebildet worden. Da der Krümmungspfeil eines Balkens höchstens $^1/_{25}$ seiner Länge betragen darf, wenn seine Festigkeit durch die Biegung nicht leiden soll, so können gekrümmte Balken nur verhältnißmäßig geringe Widerstandsmomente entwickeln, während die Bohlenbogen wegen ihrer zahlreichen Stoßfugen leicht sich setzen und durch Feuchtigkeit leiden. Letzterer Mißstand tritt bei den der Nässe vorzugsweise ausgesetzten Hängwerkbrücken ein, weshalb man bei beschränkter Constructionshöhe den Balkenträgern aus einfachen oder verdübelten Balken bei geringerer und den Fachwerkträgern bei größerer Spannweite, bei unbeschränkter Constructionshöhe entweder den, der Nässe weniger ausgesetzten, Sprengwerkbrücken aus geraden Hölzern oder den Fachwerksträgern mit aufgelegter Brückenbahn den Vorzug giebt. Da die Balkenbrücken sowohl mit gewöhnlichen Balken, als mit Fachwerkträgern bereits behandelt*) und die übrigen Systeme der hölzernen Stützbrücken unvortheilhaft und deshalb mehr oder minder verlassen sind, so werden nachstehend nur die **Sprengwerkbrücken mit geraden Hölzern** im Zuge von Straßen berechnet. Diese gestatten zugleich die Anwendung einer größeren Zahl von schwächeren, je 2 bis 2,5 Met. von einander entfernten Tragrippen, welche also bei Straßenbrücken von 5 bis 7,5 Met. Breite, je 3 bis 5 beträgt.

Nimmt man die Entfernung der Knotenpunkte dieser Tragrippen zu 3 bis 5 Met. an, so erhalten dieselben bei Brücken von

6—10 Met. Spannweite 1 Paar Streben, s. Taf. 10, Fig. 1 und 2,
10—20 „ „ 1—2 „ „ „ 2 „ 3,
20—30 „ „ 2—3 „ „ „ 3 „ 4,

wobei man zwischen die Köpfe des mittleren Strebenpaares nicht selten Spannriegel einschaltet. Die größte Anspruchnahme sowohl der Streben als der Spannriegel findet bei **voller Belastung der Brücke** statt, welche letztere man von der Hälfte jedes angrenzenden Feldes auf die einzelnen Knotenpunkte concentrirt und hier nach den Richtungen der Streben und Spannriegel zerlegt denkt.

Bezeichnet Q die Gesammtbelastung einer Brückenöffnung,
n die Zahl der gleichweit von einander entfernten Tragrippen,

so ist die Gesammtbelastung einer mittleren Tragrippe

$$P = \frac{Q}{n-1}, \quad . \; . \; . \; . \quad (350)$$

während jede Stirnrippe meist nur die Hälfte dieser Belastung zu tragen hat.

Besitzt die Tragrippe eine Länge l und n Knotenpunkte mit den Abständen $\lambda_1 \lambda_2 \dots$ von einander, s. Fig. 5, so ist die Gesammtbelastung des beliebigen m ten Knotenpunktes

$$P_m = \frac{(\lambda_m + \lambda_{m+1})}{2\,l} . P \quad . \; . \quad (351)$$

und des Auflagers

$$P_0 = \frac{\lambda_1}{2\,l} . P . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (352)$$

Bezeichnet λ' den wagrechten Abstand des Schnittpunktes der Strebenaxen von einer Lothrechten durch den Kopf der ersten Strebe und k den Abstand dieses Schnittpunktes von der Axe des Spannriegels, s. Fig. 6, so ist die Druckspannung der beliebigen m ten Strebe

$$S_m = P_m . \frac{\sqrt{(\lambda' + \lambda_2 + .. \lambda_m)^2 + k^2}}{k} \quad . \quad (353)$$

und die derselben entsprechende horizontale Componente

$$H_m = P_m . \frac{(\lambda' + \lambda_2 + .. \lambda_m)}{k} . \; . \; . \quad (354)$$

Da diese Horizontaldrücke sämmtlich von dem Auflager nach der Mitte hin wirken, so erhält man im m ten Knotenpunkte den gesammten Horizontaldruck

$$H = H_1 + H_2 + \dots H_m . \; . \; . \; . \quad (355)$$

Die Streben, Tramen und Spannriegel werden auf Ausbiegung (Knicken) beansprucht, daher ist, wenn

t das Trägheitsmoment ihres Querschnittes,
λ deren freie Länge und
E den Elasticitätsmodul des angewandten Materiales

bezeichnet, deren Anspruchnahme

$$K = N.m.\frac{E\,t}{\lambda^2}, \; . \; . \; . \; . \; . \quad (356)$$

worin der Sicherheitscoefficient für Holz $N = \frac{1}{10}$ und die der Befestigungsweise des Balkenstückes entsprechende Constante bei Festhaltung **eines** Endes, drehbarer Befestigung beider Enden und Festhaltung beider Enden, bezw. $m = \frac{\pi^2}{4}$, π^2 und $4\pi^2$ zu setzen ist.

Beispiel. Wird eine Brücke mit 2 Oeffnungen von je 17,5 Met. Spannweite und 7,5 Met. Breite, s. Taf. 10,

*) Vergl. das 2. Heft dieses Werkes, Sp. 47 ff. und Sp. 52 ff.

Fig. 15 bis 17, durch Menschengedränge mit 560 Kilogr. pr. □Met., also mit $17{,}5 . 7{,}5 . 560 = 73500$ Kilogr. im Ganzen belastet und besitzt, bei Anordnung von 5 Tragrippen, ein Eigengewicht von 38370 Kilogr., so beträgt die Gesammtbelastung einer Brückenöffnung

$$Q = 73500 + 38370 = 111870 \text{ Kilogr.},$$

daher die Gesammtbelastung einer mittleren Tragrippe nach Gleichung (350)

$$P = \frac{111870}{4} = \text{rot. } 27970 \text{ Kilogr.}$$

Enthält jede Tragrippe 2 Strebenpaare mit einem Spannriegel in ihrer Mitte, also auf jeder Seite 3 Knotenpunkte, deren Entfernung $\lambda_1 = 2{,}5$, $\lambda_2 = 3{,}75$ und $\lambda_3 = 5$ Met. beträgt, s. Fig. 7, so ergiebt sich aus Gleichung (352) die Belastung des Auflagers

$$P_0 = \frac{2{,}5}{2 . 17{,}5} . 27970 = 2000 \text{ Kilogr.},$$

die Belastung der beiden Strebeköpfe nach Gleichung (351) bezw.

$$P_1 = \frac{(2{,}5 + 3{,}75)}{2 . 17{,}5} . 27970 = 5000 \text{ Kilogr.}$$

und

$$P_2 = \frac{(3{,}75 + 5{,}00)}{2 . 17{,}5} . 27970 = 7000 \text{ Kilogr.}$$

Sind die Streben so angeordnet, daß $\lambda' = 2{,}75$ Met. und $k = 3{,}625$ Met. beträgt, so ergeben sich aus Gleichung (353) die Druckspannungen der beiden Streben

$$S_1 = 5000 . \frac{\sqrt{\overline{2{,}75}^2 + \overline{3{,}625}^2}}{3{,}625} = 6276 \text{ Kilogr.}$$

und

$$S_2 = 7000 . \frac{\sqrt{(2{,}75 + 3{,}75)^2 + \overline{3{,}625}^2}}{3{,}625} = 14370 \text{ Kilogr.},$$

aus Gleichung (354) deren horizontale Componenten:

$$H_1 = 5000 . \frac{2{,}75}{3{,}625} = 3793 \text{ Kilogr.}$$

und

$$H_2 = 7000 . \frac{(2{,}75 + 3{,}75)}{3{,}625} = 12552 \text{ Kilogr.},$$

folglich nach Gleichung (355) deren Summe

$$H = 3793 + 12552 = 16345 \text{ Kilogr.}$$

Wird angenommen, daß das obere Ende der ersten Strebe durch eine Zange festgehalten und jedes Ende der zweiten Strebe drehbar befestigt sei, so ist nach Gleichung (356) deren Druckspannung

$$S_1 = N . \frac{\pi^2}{4} . \frac{E t}{\lambda^2} \text{ und } S_2 = N . \pi^2 . \frac{E t}{\lambda^2},$$

worin das Trägheitsmoment des rechteckigen Querschnittes, von der Breite b und Höhe h, $t = \frac{h b^3}{12}$ und bzw. $\lambda = \sqrt{\lambda'^2 + k^2} = \sqrt{\overline{2{,}75}^2 + \overline{3{,}625}^2} = 4{,}55$ Met. und $\lambda = \sqrt{(\lambda' + \lambda_2)^2 + k^2} = \sqrt{(2{,}75 + 3{,}75)^2 + \overline{3{,}625}^2} = 7{,}44$ Met. zu setzen ist. Werden die Zahlenwerthe eingeführt und hierbei $E = 113000$ Kilogr. pr. □Centim. gesetzt, so ist für Kilogr. und Centim.

$$6276 = \frac{1}{10} . \frac{\overline{3{,}14}^2}{4} . \frac{113000}{455^2 . 12} . h b^3$$

und

$$14370 = \frac{1}{10} . \overline{3{,}14} . \frac{113000}{744^2 . 12} . h b^3.$$

Wird in beiden Gleichungen, worin b die kleinste Querschnittsdimension bezeichnet, $b = \frac{5}{7} h$ gesetzt, so ergiebt sich für die erste Strebe

$$b = \sqrt[4]{\frac{6276}{0{,}0157}} = \text{rot. } 25 \text{ Centim. und } h = \frac{7}{5} . 25 = 35 \text{ Centim.}$$

für die zweite Strebe

$$b = \sqrt[4]{\frac{14370}{0{,}0235}} = \text{rot. } 28 \text{ Centim. und } h = \frac{7}{5} . 28 = 38 \text{ Centim.}$$

Wird weiter angenommen, daß das äußere Ende des Tramens von der Breite b und Höhe h mit dem Sattelholz verschraubt, also einerseits und der Spannriegel von der Breite b und Höhe h an beiden Enden festgehalten sei, so ist nach Gleichung (356) deren Druckspannung bezw.

$$H_1 = N . \frac{\pi^2}{4} . \frac{E h . b^3}{\lambda_2^2 . 12} \text{ und } H_2 = N . 4 \pi^2 . \frac{E h . b^3}{\lambda_3^2 . 12}.$$

Werden die Zahlenwerthe eingeführt, so ist für Kilogr. und Centim.

$$3793 = \frac{1}{10} . \frac{\overline{3{,}14}^2}{4} . \frac{113000}{375^2 . 12} . h b^3$$

und

$$12552 = \frac{1}{10} . 4 . \overline{3{,}14}^2 . \frac{113000}{500^2 . 12} . h b^3.$$

Wird in beiden Gleichungen $b = \frac{5}{7} h$ gesetzt, so ergiebt sich für das freie Tramenstück

$$b = \sqrt[4]{\frac{3793}{0{,}0232}} = \text{rot. } 20 \text{ und } h = \frac{7}{5}.20 = \text{rot. } 30 \text{ Centim.}$$

für den Spannriegel

$$b = \sqrt[4]{\frac{12552}{0{,}208}} = \text{rot. } 16 \text{ und } h = \frac{7}{5}.16 = \text{rot. } 23 \text{ Centim.}$$

Wird eine Verdübelung des Spannriegels und Tramens, also eine Verbindung beider zu einem Balken an der Breite b und Höhe h und dessen Festhaltung an beiden Enden angenommen, so ist nach Gleichung (356)

$$H_1 + H_2 = N.4\pi^2.\frac{E.h b^3}{\lambda_3^2.12}$$

und, wenn die Zahlenwerthe eingeführt werden,

$$16345 = \frac{1}{10}.4.\overline{3{,}14}^2.\frac{113000}{500^2.12}.h b^3.$$

Wird hierin wieder $h = \frac{7}{5}.b$ gesetzt, so erhält man

$$b = \sqrt[4]{\frac{16345}{0{,}052}} = \text{rot. } 24 \text{ und } h = \frac{7}{5}.24 = \text{rot. } 34 \text{ Centim.}$$

Die Abmessungen $\frac{b}{h}$ des Tramens und Spannriegels in unverdübeltem und verdübeltem Zustande betragen nach dem Vorstehenden bezw. $\frac{20}{30}$, $\frac{16}{20}$ und $\frac{24}{34}$ Centim., welchen in der auf Taf. 10, Fig. 15—17 dargestellten Construction, zur Herstellung der erforderlichen Uebereinstimmung in der Breite, die Abmessung $\frac{30}{30}$ sowohl des Tramens, als des Spannriegels zu Grunde gelegt worden ist.

Erhalten die Bankette und die Fahrbahn bezw. einen doppelten Querbohlenbelag, welcher unmittelbar durch 9 Längsträger und mittelbar durch 8 auf den Tragrippen ruhende Querschwellen unterstützt wird, so sind diese sämmtlichen Theile unter der Voraussetzung einer Belastung durch ein schwerstes Wagenrad, welches zu 6000 Kilogr. angenommen werden soll, wie folgt zu berechnen.

Die Querträger liegen mit den Enden frei auf den äußersten Längsträgern und nach Fig. 8 auf $\frac{7{,}5}{4} - 0{,}3 =$ rot. 1,6 Met. frei, sind also im ungünstigsten Falle als in ihrer Mitte durch 6000 Kilogr. belastete Träger mit einem festgehaltenen und einem freien Ende, sowie mit der Spannweite von 160 Centim. zu berechnen. Nun beträgt für diesen Fall*)

$$Q = 5{,}33.p.\frac{b h^2}{6 l},$$

worin p die Druckfestigkeit des Holzes in Kilogr. pr. □ Centim. bedeutet. Werden die Zahlenwerthe eingeführt, so ist

$$6000 = 5{,}33.72.\frac{b h^2}{6.160}$$

und, wenn $b = \frac{5}{7} h$ gesetzt wird, die Höhe des Querträgers

$$h = \sqrt[3]{\frac{6000}{0{,}286}} = \text{rot. } 28, \text{ woraus } b = \frac{5}{7}.28 = 20 \text{ Centim.}$$

Die Längsträger liegen da, wo sie gestoßen sind, frei auf den Querträgern und nach Fig. 9 auf $\frac{17{,}5 - 7.0{,}2}{8}$ $= 2$ Met. frei, sind also im ungünstigsten Falle nach derselben Formel wie die Querträger zu berechnen. Demnach ist, wenn die Zahlenwerthe eingeführt werden,

$$6000 = \frac{5{,}33.72.b h^2}{6.200}$$

und hierin, wenn $b = \frac{5}{7} h$ gesetzt wird,

$$h = \sqrt[3]{\frac{6000}{0{,}228}} = \text{rot. } 30 \text{ Centim., woraus } b = \frac{5}{7}.30 = 20 \text{ Centim.}$$

erhalten wird.

Die Querbohlen der Fahrbahn, deren Breite zu 25 Centim. angenommen wird, liegen an den Enden frei auf den Längsträgern und nach Fig. 10 zwischen zwei Längsträgern auf $\frac{7{,}5 - 9.0{,}2}{8} = 0{,}71$ Met. frei. Steht nun ein Wagenrad von 6000 Kilogr. Gewicht in deren Mitte, so dient zur Berechnung dieselbe Formel. Werden sogleich die Zahlenwerthe eingeführt, so ist

$$6000 = \frac{5{,}33.72.25}{6.71}.h^2$$

*) Vergl. Heinzerling, Die angreifenden und widerstehenden Kräfte u. s. w., Berlin 1867. Seite 61, Nr. IV.

und hieraus

$$h = \sqrt{\frac{6000}{22{,}52}} = \text{rot. } 17 \text{ Centim.}$$

Hiernach wurde der Bohlenbelag aus einer doppelten Lage Bohlen von 12 Centim. Stärke unten und 5 Centim. Stärke oben angenommen.

B) Die Pfeiler der hölzernen Stützbrücken.

I. Die Land- oder Endpfeiler.

Die Stärken der Land- oder Endpfeiler gesprengter, hölzerner Brücken hängen, wie diejenigen der gewölbten Brücken, entweder von dem größten Drucke der hinterfüllten Erde oder von dem größten Drucke der Ueberbauconstruction und dem in der gleichen Richtung wirkenden größten Ueberdrucke des Wassers ab und werden am sichersten nach dem relativ größten dieser beiden Horizontaldrucke derart bemessen, daß die Landpfeiler einem jeden derselben für sich allein einen genügenden Widerstand entgegensetzen können.

1) Die von dem größten Erd- und Wasserdrucke abhängigen Stärken der Landpfeiler

werden nach den Formeln (191) bis (200) in ähnlicher Weise wie diejenigen der gewölbten Brücken mit trapezförmigem oder rechteckigem Querschnitt bestimmt und die auf diese Weise gefundenen Formen so modificirt, wie dies die Ueberbauconstruction, insbesondere die Unterstützung ihrer Streben und Horizontalbalken erfordert, worauf man das Stabilitätsmoment des Landpfeilers in dieser neuen Anordnung nochmals untersucht und mit dem Momente des größten Erddrucks vergleicht. Bezeichnet man nämlich mit:

$f_1\, f_2 \ldots f_m$ die Flächen, in welche man den Querschnitt am zweckmäßigsten zerlegt,

$s_1\, s_2 \ldots s_m$ die Abstände ihrer Schwerpunkte von der Innenkante des Pfeilers,

so ist, wenn das Gewicht der Kubikeinheit Mauerwerk wieder g genannt wird, jenes Stabilitätsmoment:

$$^{s}M = g(f_1 s_1 + f_2 s_2 + \ldots . f_m s_m). \quad . \quad (357)$$

Bezeichnet

$$F = f_1 + f_2 + \ldots f_m \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (358)$$

den Inhalt des Mauerquerschnitts, so ist der Abstand der Schwerlinie von der Innenkante des Pfeilers,

$$a = \frac{^{s}M}{F . g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (359)$$

und der Abstand des Punktes, worin die Resultante des Mauergewichts und Erddrucks mit dem Momente ^{e}M die Basis des Pfeilers schneidet,

$$b = \frac{^{e}M}{F . g}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (360)$$

mithin der Abstand dieses Schnittpunktes von der Innenkante des Pfeilers

$$a - b = \frac{^{s}M - {}^{e}M}{F . g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (361)$$

2) Die von den größten Strebendrucken abhängigen Stärken der Landpfeiler.

Von jeder Tragrippe der Brücke, deren gegenseitiger Abstand c beträgt, wird an beiden Enden mit Bezug auf Gleichung (355) der Horizontaldruck der Streben

$$H^1 = \frac{1}{c}(H_1 + H_2 + \ldots H_m) \quad . \quad . \quad (362)$$

der Verticaldruck der Streben

$$V^1 = \frac{1}{c}(P_1 + P_2 + \ldots P_m) \quad . \quad . \quad (363)$$

und der Verticaldruck der Horizontalbalken

$$V^0 = \frac{P_0}{C} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (364)$$

auf die Tiefeneinheit des Landpfeilers ausgeübt. Bezeichnet nun

h′ den Hebelsarm von H′ in Bezug auf die Pfeilerbasis,

$\left.\begin{matrix} v' \\ v^0 \end{matrix}\right\}$ den Abstand des Verticaldrucks $\left\{\begin{matrix} V' \\ V^0 \end{matrix}\right\}$ von der Schwerlinie des Mauerkörpers und e den Abstand dieser letzteren von dem Punkte, wo die Resultante sämmtlicher Kräfte die Pfeilerbasis schneidet, s. Fig. 11, so ergiebt sich mit Bezug auf diesen Punkt die Momentengleichung

$$H'h' - V'(v' + e) - V^0(v^0 + e) - gF . e = 0,$$

wonach jene Resultante die Pfeilerbasis in einem Abstande

$$e = \frac{H'h' - V'v' - V^0 v^0}{V' + V^0 + gF}, \quad . \quad . \quad (365)$$

von der Schwerlinie des Pfeilers oder in dem Abstande

$$i = d_u - (a + e) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (366)$$

von der Außenkante der Pfeilerbasis d_u schneidet.

II. Die Strom- oder Zwischenpfeiler.

Die Stärken der Strom- oder Zwischenpfeiler gesprengter hölzerner Brücken hängen theils von dem Stoße der Eismassen oder anderer schwimmender Körper, theils von dem größten einseitigen Horizontaldrucke ab, welcher von der Ueberbauconstruction auf dieselben ausgeübt wird.

1) Die von dem Eisstoße abhängige Stärke der Strompfeiler

kann, wie bei den Strompfeilern steinerner Brücken, annähernd aus Formel (210) bestimmt werden.

2) Die vom größten einseitigen Drucke abhängige Stärke der Strompfeiler.

Der größte einseitige Druck auf einen Strompfeiler findet Statt, wenn die Tragrippen einer Oeffnung vollbelastet und in der folgenden entlastet sind. Behalten P_0, V' und H_1', h', k und g ihre frühere Bedeutung, so besteht, wenn mit H'' und V'' bezw. der Horizontal- und halbe Verticaldruck einer entlasteten Tragrippe, mit a und b beziehungsweise der Abstand des Schnittpunkts der Strebenaxen und Mauerlatten von der Laibung des Pfeilers bezeichnet wird, s. Fig. 12, mit Bezug auf den Drehpunkt D die Momentengleichung

$$(H' - H'')\,h' - V'(d_s - a) - V'a' - V(d_s - b) -$$
$$V_1 b - g\left(h'.\frac{d_s^2}{2} + k.\frac{d_0^2}{2}\right) = 0,$$

woraus, wenn der Kürze halber

$$D = h'(H' - H'') + a(V' - V'') + b(V^0 - V_1^0) - g k.\frac{d_0^2}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (367)$$

gesetzt wird, die Pfeilerstärke

$$d_s = -\frac{V' + V^0}{g h'} + \sqrt{\frac{2}{g h'}.D + \left(\frac{V' + V^0}{g h'}\right)^2}. \quad (368)$$

gefunden wird, welcher man zur Verminderung der Pressung an der Kante der Pfeilerbasis noch $\frac{d}{4}$ bis $\frac{d}{3}$ auf jeder Seite zusetzt.

Hierin ist, wenn das Gewichtsverhältniß der unbelasteten zur belasteten Tragrippe mit α bezeichnet wird,

$$H'' = \alpha.H',\; V'' = \alpha.V' \text{ und } P_0' = \alpha.P_0, \quad (369)$$

während die Abstände a und b, den erforderlichen Auflage- und Widerlagflächen entsprechend, anzunehmen sind.

Die Pfeilerstärke wird dann nach dem relativ größten der beiden sub 1 und 2 ermittelten Werthe bemessen.

Beispiel. Beträgt für dieselbe Brücke
das Gewicht der hinterfüllten Erde g = 1500 Kilogr. pr. Kmet.,
deren Reibungswinkel $\varrho = 36^0$,
deren Höhe h = 9,25 Met.,
so ist nach Gleichung (191) der größte Erddruck

$$H_{max} = 1500.\frac{\overline{9{,}25}^2}{2}.tg^2.27^0 = 16660 \text{ Kilogr.}$$

und dessen Moment in Bezug auf die Pfeilerbasis

$${}^eM = \frac{h}{3}.H_{max} = \frac{9{,}25}{3}.16660 = \text{rot. } 51370 \text{ Klgrm.}$$

Wird der Querschnitt des Landpfeilers vorläufig rechteckig angenommen, so ist nach Formel (197) die Stärke des Landpfeilers für die Tiefe 1

$$d = \sqrt{\frac{2}{3g}}.H_{max} = \sqrt{\frac{2}{3.1500}}.16660 = 2{,}15 \text{ Met.}$$

ein Werth, welcher noch einen Zusatz von etwa $\frac{d}{4}$ erhalten und zu d = 2,77 Met. angenommen werden soll.

Aus dem in Fig. 13 dargestellten, modificirten Querschnitte des Landpfeilers ergiebt sich mit Bezug auf die Abmessungen der Figur

$$f_1 = \frac{8{,}75.1{,}25}{2} = 5{,}47^{\,qm},\quad s_1 = \frac{1{,}25}{3} + 2{,}65 = 3{,}07 \text{ Met.},$$
$$f_2 = 8{,}75.1{,}1 = 9{,}62 \;\text{„}\quad s_2 = \frac{1{,}1}{2} + 1{,}55 = 2{,}10 \;\text{„}$$
$$f_3 = 7{,}75.0{,}65 = 5{,}04 \;\text{„}\quad s_3 = \frac{0{,}65}{2} + 0{,}90 = 1{,}27 \;\text{„}$$
$$f_4 = 0{,}5.4{,}87 = 2{,}43 \;\text{„}\quad s_4 = 0{,}25 + 0{,}40 = 0{,}65 \;\text{„}$$
$$f_5 = \frac{4{,}5.0{,}4}{2} = 0{,}90 \;\text{„}\quad s_5 = 6{,}4 : .\frac{2}{3} = 0{,}27 \;\text{„}$$

mithin nach Gleichung (357) und (358) bezw.

$${}^sM = 2400(16{,}79 + 20{,}20 + 6{,}20 + 1{,}58 + 0{,}24) = 108024 \text{ Kilogrmet.}$$

und

$$F = 5{,}47 + 9{,}62 + 5{,}04 + 2{,}43 + 0{,}90 = 23{,}46 \;\square\text{Met.}$$

Werden diese und die Werthe von ${}^eM$ und von g in die Gleichung (359) gesetzt, so erhält man den Abstand

$$a = \frac{108024}{2400.23{,}46} = 1{,}91 \text{ Met. und nach Gleichung (361)}$$

$$a - b = \frac{108024 - 51370}{2400.23{,}46} = 0{,}91 \text{ Met.,}$$

woraus folgt, daß die Resultante die Basis des Pfeilers in einem noch hinreichenden Abstande von seiner Innenkante schneidet.

Beträgt die Entfernung zweier Tragrippen c = 1,875 Met., so ergeben sich aus den Gleichungen (362), (363) und (364) für die Tiefe 1 bezw. die Werthe

$$H' = \frac{16345}{1{,}875} = \text{rot. } 8715,\; V' = \frac{12000}{1{,}875} = \text{rot. } 6400 \text{ und } V^0 = \frac{2000}{1{,}875} = \text{rot. } 1066 \text{ Kilogr.}$$

und, wenn die Werthe $h' = 4{,}47$, $v' = 0{,}76$ und $v^0 = 0{,}69$ aus Figur 13 entnommen werden, nach Gleichung (365) der Abstand

$$e = \frac{8715 . 4{,}47 - 6400 . 0{,}76 - 1066 . 0{,}69}{6400 + 1066 + 2400 . 23{,}46} = 0{,}523 \text{ Met.}$$

und nach Gleichung (366) der Abstand von der Außenkante der $d_u = 3{,}9$ Met. breiten Pfeilerbasis

$$i = 3{,}9 - (1{,}910 + 0{,}523) = 1{,}47 \text{ Met.},$$

woraus folgt, daß die Resultante sämmtlicher Kräfte in hinreichender Entfernung von der Außenkante des Pfeilers dessen Basis schneidet.

Wird die Höhe des Strompfeilers $h_s = 4{,}47$ Met. und die Entfernung von Mitte zu Mitte der Peiler annähernd $l + d_s = 18{,}5$ Met. angenommen, so ergiebt sich aus Gleichung (210)

$$d_s = 0{,}762 + 0{,}147 . 4{,}47 \sqrt{\frac{18{,}5}{4{,}47}} = 1{,}81 \text{ Met.},$$

das Gewicht einer belasteten und entlasteten Tragrippe beträgt bezw. $P = 27970$ Kilogr. und $P' = \frac{38370}{4} = 9592$ Kilogr., daher ist $\alpha = \frac{P'}{P} = \frac{9592}{27970} = 0{,}343$ und nach den Gleichungen (369) $H'' = \alpha . H' = 0{,}343 . 8715$ = rot. 2990 Kilogr., $V'' = \alpha . V' = 0{,}343 . 6400$ = rot. 2200 Kilogr., $V_1{}^0 = \alpha . V^0 = 0{,}343 . 1066$ = rot. 370 Kilogr. Ferner ist $h' = 4{,}47$ Met., $a = 0{,}75$ Met., $b = 0{,}82$, $k = 3{,}625$ und $d_0 = 1$ Met., s. Fig. 14, mithin nach Relation (367)

$$D = H'(1-\alpha)h' + a V'(1-\alpha) + b V^0(1-\alpha) - g k . \frac{d_0{}^2}{2} = (1-\alpha)(H'h' + a V' + b V^0) - g k . \frac{d_0{}^2}{2}$$

$$= 0{,}657 (8715 . 4{,}47 + 6400 . 0{,}75 + 1066 . 0{,}82) - 2400 . 3{,}625 . \frac{1}{2} = 24972 \text{ Meterkilogr.}$$

Wird dieser, sowie der Werth $\frac{V_1 + G_0}{g h'} = \frac{6400 + 1066}{2400 . 4{,}47} = 0{,}69$ und $\frac{2}{g h'} = \frac{2}{2400 . 4{,}47} = \frac{1}{5364}$ in Gleichung (368) eingeführt, so ergiebt sich die untere Stärke des Strompfeilers

$$d_s = -0{,}69 + \sqrt{\frac{24972}{5364} + \overline{0{,}69}^2} = 1{,}58 \text{ Met.},$$

mithin, wenn ein Zusatz von $\frac{d_s}{4} = \frac{1{,}58}{4} = 0{,}39$ gemacht wird, d_s = rot. 2 Met., welchen der oben gefundene Werth von d_s übertrifft, mithin maaßgebend ist. Nach vorstehenden statischen Ermittelungen wurde die in Fig. 15 bis 17 dargestellte Construction durchgeführt.

Zweite Abtheilung.

Die aufgehängten Brücken (Hängbrücken).

Die Träger der Hängbrücken, welche die Brückenbahn sammt der auf ihr befindlichen Belastung mittels Hängstangen aufnehmen und an je zwei höher liegenden Stützpunkten aufgehangen werden, sind entweder, wenn sie zu Fußstegen oder Straßenbrücken angewendet werden, nicht oder wenig versteifte oder, wenn sie zu Eisenbahn- oder Kanalbrücken verwendet werden, mehr oder minder versteifte. Wir unterscheiden daher hinsichtlich ihres Constructionssystems schlaffe und steife Hängbrücken.

Erster Abschnitt.

Die schlaffen Hängbrücken.

Die Tragkabel der schlaffen Hängbrücken und deren Berechnungen gestalten sich verschieden, je nachdem die Lastpunkte ihrer Brückenbahn sich in größern gegenseitigen Entfernungen befinden oder sehr nahe zusammen liegen. Daher sind diejenigen mit isolirten und diejenigen mit nahe liegenden Belastungspunkten unterschieden.

1) Die schlaffen Hängbrücken mit isolirten Lastpunkten.

Bezeichnet $V_1\ V_2 \ldots V_m$ bezw. die Belastung in dem 1ten, 2ten, beliebigen mten und in dem letzten, nten Knotenpunkte, s. Taf. 8, Fig. 5,

x_m und y_m die zum mten Knotenpunkte gehörigen Abscissen,
H die constante Horizontalspannung,

so ergiebt sich die Form des Seil- oder Kettenpolygons aus

$$y_m - y_{m-1} = \frac{V_1 + V_2 + \ldots . V_m}{H}(x_m - x_{m-1}). \quad (370)$$

Bedeutet

f die Pfeilhöhe der Kette und
l' den Abstand seines Schwerpunktes vom Kettenscheitel,

so beträgt die Horizontalspannung

$$H = \frac{1}{f}(V_1 + V_2 + \ldots . V_n)\left(\frac{l}{2} - l'\right) \quad . \quad (371)$$

und die Spannung im mten Kettengliede:

$$T_m = \sqrt{H^2 + (V_1 + V_2 + \ldots V_m)^2}. \quad . \quad (372)$$

Sind die Lasten untereinander gleich und befinden sich, wie gewöhnlich, in gleichen Entfernungen, so ist, wenn mit

$p + q$ jene größte gesammte Belastung, mit
λ jene durchweg gleiche Entfernung

bezeichnet wird, nach Gleichung (370)

$$y_m - y_{m-1} = \frac{m(p+q)\lambda}{H}, \quad . \quad . \quad . \quad (373)$$

ferner, nach Gleichung (371)

$$H = \frac{n^2}{2}(p+q)\frac{\lambda}{f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (374)$$

und das Gewicht des halben Systems

$$V = (p+q)\frac{(2n-1)}{2}, \quad . \quad . \quad . \quad (375)$$

mithin die größte Spannung im höchsten Seil- oder Kettengliede nach Gleichung (372)

$$T_n = \sqrt{H^2 + V^2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (376)$$

Beispiel. Beträgt bei einer solchen, für Fußverkehr bestimmten, polygonalen Hängbrücke $l = 60$ Met. und $n = 24$, also $\lambda = \frac{l}{2.24} = 1{,}25$ Met., $f = 10$ Met. und $p + q = 250$ Kilogr., so ist nach Gleichung (374)

$$H = \frac{24^2}{2}.250.\frac{1{,}25}{10} = 9000 \text{ Kilogr.}$$

und nach Gleichung (375)

$$V = 250.\frac{47}{2} = 5875 \text{ Kilogr.},$$

mithin nach Gleichung (376)

$$T_n = \sqrt{9000^2 + 5875^2} = 10724 \text{ Kilogr.}$$

2) Die schlaffen Hängbrücken mit nahe liegenden Lastpunkten.

Rücken die Lastpunkte sehr nahe zusammen, s. Fig. 7, und bezeichnet

q die über die laufende Einheit der Brücke gleichförmig vertheilte Last,

so wird in Gleichung (370) $y_m - y_{m-1} = dy$, $x_m - x_{m-1} = dx$, $V_1 + V_2 + \ldots V_m = gx$, daher

$$dy = \frac{g}{H}.x\,dx$$

und durch Integration

$$y = \frac{g}{H}\int_0^x x\,dx = \frac{g}{2H}.x^2. \quad . \quad (377)$$

Für $y = f$ und $x = \frac{l}{2}$ erhält man

$$f = \frac{g}{2H}.\left(\frac{l}{2}\right)^2, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (378)$$

und hieraus

$$H = \frac{g l^2}{8f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (379)$$

ferner durch Division von (378) in (377)

$$y = 4.\frac{f}{l^2}x^2. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (380)$$

Für die Abscisse x ist die Gesammtbelastung

$$V_x = gx = H.\frac{dy}{dx} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (381)$$

und hierin durch Differentiation von (380)

$$\frac{dy}{dx} = 8.\frac{f}{l^2}.x, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (382)$$

mithin die Tangentialspannung im Punkte (x, y)

$$T_x = H\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = H\sqrt{1 + \left(\frac{8fx}{l^2}\right)^2}. \quad (383)$$

und im Punkte $\left(f, \frac{l}{2}\right)$, wenn der Werth von H aus Gleichung (379) eingeführt, die Reihe entwickelt und mit hinreichender Genauigkeit nur das erste und zweite Glied beibehalten wird,

$$T_{\frac{l}{2}} = H\left[1 + \left(\frac{4f}{l}\right)^2\right]^{1/2} = gl\left(\frac{l}{8f} + \frac{f}{l}\right). \quad (384)$$

Beispiel. Erhält die Kettencurve einer für Straßenverkehr bestimmten Hängbrücke, s. Taf. 8, Fig. 6, von 7,5 Met. Breite und 350 Kilogr. pr. □Met., also $7{,}5 . 350 = 2625$ Kilogr. pr. lauf. Met. Verkehrsbelastung, die Spannweite $l = 60$ Met. und Pfeilhöhe $f = 10$ Met., so beträgt, wenn das Eigengewicht der ganzen Brücke zu 2375 Kilogr. pr. lauf. Met. angenommen wird, die Totalbelastung des lauf. Meter Tragwand

$$g = \frac{2625 + 2375}{2} = 2500 \text{ Kilogr.}$$

Werden diese Zahlenwerthe eingeführt, so erhält man aus Gleichung (379) bei voller Belastung die Horizontalspannung

$$H = 2500 \cdot \frac{\overline{60}^2}{8 \cdot 10} = 112500 \text{ Kilogr.}$$

und, wenn $x = \frac{l}{2} = 30$ Met. gesetzt wird, aus Gleichung (381) den Verticaldruck am Aufhängepunkt

$$V_{\frac{l}{2}} = g \cdot \frac{l}{2} = 2500 \cdot 30 = 75000 \text{ Kilogr.}$$

ferner aus Gleichung (384) die daselbst stattfindende Tangentialspannung genau

$$T_{\frac{l}{2}} = H \sqrt{1 + \left(\frac{4f}{l}\right)^2} = 112500 \sqrt{1 + \left(\frac{4 \cdot 10}{30}\right)^2} = 145225 \text{ Kilogr.}$$

und annähernd

$$T_{\frac{l}{2}} = g l \left(\frac{l}{8f} + \frac{f}{l}\right) = 2500 \cdot 60 \left(\frac{60}{8 \cdot 10} + \frac{10}{60}\right) = 137500 \text{ Kilogr.}$$

Bezeichnet

Q den Querschnitt der Kette am Aufhängpunkte,

s die Zugfestigkeit des Eisens,

$L = l\left(1 + \frac{8f^2}{3l^2}\right)$ die Länge der parabolischen Kette,

γ das Gewicht der Kubikeinheit Eisen,

F den Quadratinhalt der Fahrbahntafel,

$p + q$ die ruhende und bewegte Belastung der laufenden Einheit Brücke,

so ist, da die Gesammtbelastung aus dem Gewichte der Ketten und der belasteten Brückenbahn besteht,

$$g l = Q \gamma l \left(1 + \frac{8f^2}{3l^2}\right) + F(p + q).$$

Hieraus erhält man den größten Kettenquerschnitt

$$Q = \frac{F(p + q)}{\frac{8lfs}{l^2 + 8f^2} - \gamma l \left(1 + \frac{8f^2}{3l^2}\right)}, \quad . \quad (385)$$

und, wenn es sich um Prüfung einer ausgeführten oder projectirten Brücke handelt, deren Querschnitt also bekannt ist, die Anspruchnahme des Materials für die Quadrateinheit

$$s = \left[\gamma l \left(1 + \frac{8f^2}{3l^2}\right) + \frac{F}{Q}(p + q)\right]\left(\frac{l}{8f} + \frac{f}{l}\right). \quad (386)$$

Beispiel. Bei der Sophienbrücke in Wien*) ist in österreichisch Maaß und Gewicht $l = 37{,}5^0$, $f = 2{,}67^0$, daher $\frac{f}{l} = \frac{1}{14}$, $b = 2{,}25^0$, daher $F = bl = 2{,}25 \cdot 3{,}75 = 84{,}375 \; \square^0$, ferner $p = 11$ Ctr. pr. $\square^0$, $q = 30$ Ctr. pr. $\square^0$. Nimmt man das Gewicht eines Kettengliedes von 1^0 Länge und $1 \; \square''$ Querschnitt $\gamma = 0{,}25$ Ctr. und die Zugfestigkeit des Eisens $s = 200$ Ctr. pr. $\square''$ an, so ergiebt sich aus Gleichung (385)

$$Q = \frac{84{,}375(11 + 30)}{\frac{8 \cdot 37{,}5 \cdot 2{,}67 \cdot 200}{\overline{37{,}5}^2 + 8 \cdot \overline{2{,}67}^2} - 0{,}25 \cdot 37{,}5 \left(1 + \frac{8 \cdot \overline{2{,}67}^2}{3 \cdot \overline{37{,}5}^2}\right)} = 32 \; \square'',$$

ein Querschnitt, welcher mit der Ausführung übereinstimmt, da die 4 Tragketten der genannten Brücke je 4 Glieder von je 2″ Höhe und 1″ Breite, mithin einen Querschnitt

$$Q = 4 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 1 = 32 \; \square''$$

besitzen. Legt man diesen Querschnitt zu Grunde, so ergiebt sich nach Gleichung (386) umgekehrt die Anspruchnahme der Tragketten

$$s = \left[0{,}25 \cdot 37{,}5 \left(1 + \frac{8 \cdot \overline{2{,}67}^2}{3 \cdot \overline{37{,}5}^2} + \frac{84{,}375}{32}(11 + 30)\right)\right]\left(\frac{37{,}5}{8 \cdot 2{,}67}\right) = 200 \text{ Ctr. pr. } \square''.$$

Für die Grenze der Spannweite einer Hängbrücke muß, wie aus Gleichung (385) folgt,

$$\frac{8lfs}{l^2 + 8f^2} < \gamma l \left(1 + \frac{8f^2}{3l^2}\right), \quad . \quad . \quad (387)$$

mithin

$$l < \frac{8lfs}{\gamma(l^2 + 8f^2)\left(1 + \frac{8f^2}{3l^2}\right)} < \frac{s}{\gamma} \cdot C. \quad (388)$$

sein, wenn der Kürze halber

$$C = \frac{8lf}{(l^2 + 8f^2)\left(1 + \frac{8f^2}{3l^2}\right)} \quad . \quad . \quad (389)$$

*) Vergl. Rebhann, Theorie d. Holz- und Eisenconstructionen. Wien 1856.

gesetzt wird. Die äußerste Grenze der Spannweite wird folglich erhalten, wenn

$$l_{max} = \frac{s}{\gamma}.C. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (390)$$

Die Pfeilverhältnisse der Hängbrücken bewegen sich in den Grenzen $\frac{f}{l} = \frac{1}{12}$ und $\frac{f}{l} = \frac{1}{18}$, während $s =$ 7000000 bis 16000000 Kilogr. pr. □Met. und $\gamma = 7790$ Kilogr. pr. Kmet. gesetzt werden kann. Hieraus sind für verschiedene Pfeilverhältnisse die folgenden möglichen Spannweiten in Meter berechnet.

$\frac{f}{l}$	C	l_{max} für $\gamma = 7790$ Kilogr. pr. Kmet.	
		s = 7000000 Kilgr.	s = 16000000 Kilgr.
1/12	0,617	550	1267
1/13	0,577	518	1185
1/14	0,540	485	1109
1/15	0,508	456	1043
1/16	0,479	430	984
1/17	0,453	407	930
1/18	0,430	386	883

Wird die Horizontalspannung durch eine Spannkette mit dem Neigungswinkel φ_1 zum Horizont und der Spannung T_1; s. Fig. 8, aufgehoben, während die Tragkette am Aufhängpunkte den Neigungswinkel φ und die Tangentialspannung T besitzt, so sind entweder

a) die Ketten über dem Pfeiler befestigt und in diesem ungewöhnlichen Falle $T_1 = T$ und deren Resultante

$$R = 2T\sin\left(\frac{\varphi + \varphi'}{2}\right), \quad . \quad . \quad . \quad (391)$$

welche mit dem Lothe den Winkel

$$\beta = \frac{\varphi' - \varphi}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (392)$$

einschließt, oder es sind wie gewöhnlich

b) die Ketten über dem Pfeiler auf einem Rollenstuhl, s. Fig. 10, oder Pendel, s. Fig. 9, beweglich und in diesem Falle, wenn H_1 und H bezw. die Horizontalspannung der Spannkette und Tragkette bezeichnet, $H = H'$, mithin

$$T_1 = T.\frac{\cos\varphi}{\cos\varphi_1}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (393)$$

Nimmt man als Beispiel die in Fig. 6, Taf. 8, dargestellte Hängbrücke wieder auf, so ergiebt sich aus Gleichung (382), wenn darin $x = \frac{l}{2}$ gesetzt wird, die Tangente am Aufhängpunkte

$$\mathrm{tg}\,\varphi = 4\,\frac{f}{l} = 4.\frac{10}{60} = \frac{2}{3},$$

woraus

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\varphi}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4}{9}}} = 0{,}832$$

gefunden wird. Für die Spannkette ist

$$\mathrm{tg}\,\varphi' = \frac{h_1}{l_1} = \frac{18{,}7}{23} = 0{,}813,$$

mithin

$$\cos\varphi' = \frac{1}{\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\varphi'}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \overline{0{,}813}^2}} = 0{,}776.$$

Da nach der früheren Berechnung die Spannung der Kette am Aufhängpunkte $T = 10724$ Kilogr. beträgt, so ergiebt sich aus Gleichung (393) der Zug in der Spannkette

$$T_1 = 10724.\frac{0{,}832}{0{,}776} = 11496 \text{ Kilogr.}$$

Dieselbe Beziehung findet auch bei Anordnung einer einhüftigen Tragkette an Stelle der Spannkette Statt, in welchem Falle dann T_1 die Tangentialspannung der ersteren am Aufhängpunkte dargestellt. Wird T in ähnlicher Weise wie oben $T_{\frac{1}{2}}$ bestimmt, so läßt sich auch für ein bekanntes φ der Werth φ_1 ermitteln.

Durch die größte einseitige Belastung einer unversteiften Hängbrücke entsteht eine Tendenz zur Horizontalverschiebung des Kettenscheitels, welche in maximo

$$H_{max} - H_{min} = \frac{(p + q)l^2}{8f} - \frac{p\,l^2}{8f} = \frac{q\,l^2}{8f}. \quad . \quad (393)$$

beträgt und welcher durch eine entsprechende Versteifung der Fahrbahn zu begegnen ist. Für eine Tragwand der in Fig. 7, Taf. 8, dargestellten Hängbrücke beträgt dieselbe beispielsweise

$$H_{max} - H_{min} = \frac{2625}{2}.\frac{\overline{60}^2}{8.10} = 59063 \text{ Kilogr.}$$

Diese Tendenz zur wagrechten Verschiebung äußert sich bei Annahme eines Rollenstuhls oder umgekehrten Pendels unter den Aufhängpunkten nicht oder nur vermöge der wälzenden oder gleitenden Reibung jener beweglichen Zwischenmittel auf die Pfeiler, infolge dessen dieselben durch die Last der Träger fast ausschließlich in lothrechtem Sinne beansprucht werden. Versteht man unter T und T_1 die größten, bei voller Belastung beider, auf einem Pfeiler ruhenden Trägerhälften eintretenden Kabelspannungen, so ist, wenn φ und φ' die obige Bedeutung behalten, der von denselben auf jeden Pfeiler ausgeübte lothrechte Druck

$$T\sin\varphi + T'\sin\varphi',$$

daher die geringste Stärke des Pfeilers, wenn mit b dessen

Länge, mit c dessen Dicke, mit p die zulässige Pressung der Flächeneinheit seines Baumaterials bezeichnet wird

$$c = \frac{T \sin \varphi + T' \sin \varphi'}{p\, b}.$$

Auf das Ankermauerwerk der Brücke, s. Fig. 6, Taf. 8, wirkt aufwärts die Verticalkraft

$$V = T_1 \sin \varphi_1$$

und seitwärts nach der Brückenöffnung für die Horizontalkraft

$$H = T_1 \cos \varphi_1,$$

welcher ersteren durch eine hinreichende Belastung der Verankerungsplatte mittels Mauerwerk und welcher letzteren durch eine hinreichende Reibung auf der Erdsohle durch Verzahnungen oder Verpfählungen zu begegnen ist. In dem angezogenen Beispiele beträgt

$$\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 . \varphi_1} = \sqrt{1 - \overline{0{,}776}^2} = 0{,}6325.$$

daher

$$V = T_1 \sin \varphi_1 = 11496 . 0{,}6325 = 7271 \text{ Kilogr.}$$

und

$$H = T_1 \cos \varphi_1 = 11496 . 0{,}776 = 8921 \text{ Kilogr.}$$

Wird die Spann- oder einhüftige Tragkette mit der Maximalspannung T_1 bei DE, Fig. 7, Taf. 8, senkrecht in das Verankerungsmauerwerk hinabgeführt, so hat der Landpfeiler sowohl ein dieser Spannung mindestens gleiches Gegengewicht, als auch ein ihrem Momente mindestens gleiches Stabilitätsmoment zu entwickeln.

Zweiter Abschnitt.

Die steifen Hängbrücken.

I. Allgemeine Anordnung der steifen Hängbrücken.

Um der Hängbrücke eine größere Festigkeit zu geben und sie dadurch vor den nachtheiligen Folgen allzuheftiger Schwankungen der Fahrbahn zu bewahren, hat man entweder

a) nur deren Fahrbahn versteift (System Rendel, System Clark, System Röbling),

b) nur deren Tragkabel versteift (System Wendelstadt-Schnirch.), oder

c) die ganze Tragwand der Brücke versteift (System Köpke).

Nach dieser dritten Anordnung, welche an die Stelle jener combinirten Constructionen die rationellere Anordnung eines homogenen Systems setzt, wird ein, zugleich zur Unterstützung der Fahrbahn dienender, grader Untergurt mit einem polygonalen Obergurt durch ein aus geneigten oder aus lothrechten und geneigten Stäben bestehendes Dreieckssystem verbunden. Der so gestaltete Hängträger gleicht dem ähnlich angeordneten, in verticalem Sinne umgedrehten Stützträger und unterliegt, statisch betrachtet, denselben früher entwickelten Bedingungen wie dieser. Hiernach bedürfen auch die beiden steif construirten Bogenhälften dieses Hängträgers einer Unterbrechung ihres oberen Gurtes und, zur Vermeidung nachtheiliger, durch Temperaturwechsel und einseitige Belastungen entstehender Spannungen, beweglicher Verbindungen an ihren Stützpunkten, sowie an ihrer Berührungsstelle.

Auch für die Form des Obergurtes gelten die früher gemachten Voraussetzungen einer annähernd gleichförmig vertheilten Belastung bei entlastetem und vollbelastetem Zustande, welcher wieder beziehungsweise der längstandauernde und quantitativ größte ist. Nach der bei der Stützbrücke gegebenen statischen Entwickelung empfiehlt sich daher für den polygonalen Gurt auch hier die Form eines der gemeinen Parabel eingeschriebenen Polygons.

Die Uebertragung der in der Zuggurtung aufgehängter Charnierbrücken entwickelten Spannungen auf die Verankerungsstellen kann entweder durch gerade Spannketten direct, oder durch polygonal gestaltete Tragketten indirect bewirkt werden. Im letzteren Falle erscheinen die Tragketten als Spannketten, welche gleichzeitig die Belastung einer Brückenbahn aufnehmen und deshalb mit der nöthigen Versteifung zu versehen sind. Hierdurch werden außer einer oder mehreren Mittelöffnungen zwei Seitenöffnungen, daher außer einem oder mehreren Hauptträgern zwei versteifte Seitenträger bedingt und die parabolische Charnierhängbrücke nimmt die in Fig. 20, Taf. 11, dargestellte Form und Anordnung an. Um die zwischen jenen Mittel- und diesen Seitenöffnungen erforderlichen Tragpfeiler einem Horizontalzuge nicht auszusetzen und zugleich den beiden, hier zusammentreffenden Trägern die erforderliche, durch Belastung und Temperaturveränderung bedingte, verticale Drehbewegung zu gestatten, können die Zuggurtungen jener Träger, wie dies bei der im Herbst 1869 vollendeten, versteiften Charnierbrücke über den Main bei Frankfurt geschehen ist, durch Lagerstühle, oder wie dies bei der über den Bahnhof zu Gotha erbauten Hängebrücke geschehen ist, durch umgekehrte Pendel unterstützt werden, von welchen sich die ersteren auf Walzen oder Stelzen wagrecht verschieben können und einen großen wagrechten Drehbolzen aufnehmen, um welchen sich die an ihm aufgehängten Gurte in verticalen Ebenen drehen und von welchen sich die letzteren um einen auf dem Pfeiler befestigten Bolzen drehen, während der an ihrem oberen Ende befindliche Bolzen den an ihm aufgehängten Gurten eine ähnliche Drehbewegung gestattet. Unter dieser Voraussetzung werden durch die veränderlichen Belastungen der Mittelträger Drücke auf die lediglich durch ihr eigenes Gewicht belasteten Seitenträger ausgeübt, welche sich nur in der Richtung S, Fig. 1, Taf. 11, der Verbindungslinien A E und B D ihrer Stützpunkte auf den Landpfeilern mit einem gemeinschaftlichen Drehbolzen äußern können, während die Belastungen der Seitenträger auf die Mittelträger ohne Einfluß bleiben und daher nur auf jene und deren Stützpunkte A und B, siehe Fig. 2, wirken. Die Theorie und statische Berechnung der Seitenträger, welche nicht nur unter dem Einflusse ihrer eigenen Belastung, sondern auch unter der Einwirkung der Mittelträgerbelastung stehen, weicht daher von derjenigen der Mittelträger ab, welche nur von ihrer eigenen Belastung angegriffen werden.

II. Statische Berechnung eines Seitenträgers der Charnierhängebrücken.

1) Bestimmung der Spannungen Z in den einzelnen Theilen des polygonalen Zugbandes.

a) Bei voller Belastung.

Bezeichnet

Z_m die Spannung des mten Polygonstückes mit dem Hebelarm z_m,

b_m die Länge des mten Polygonstückes,

H die horizontale, V die verticale Componente des vom Mittelträger in der Richtung A E auf den Seitenträger ausgeübten Druckes S, s. Fig. 1,

T den Gegendruck im Stützpunkt E, s. Fig. 2,

n die Felderzahl des Seitenträgers,

λ die Feldlänge „ „

f die Pfeilhöhe „ „

k die Höhe des Trägers im Scheitel,

p + q die volle Belastung durch Eigengewicht und Verkehr pro Knotenpunkt des Seiten- und Hauptträgers

so besteht für das beliebige mte Feld die Momentengleichung

$$Z_m z_m - Hk - Vm\lambda + Tm\lambda - q\lambda(1 + 2 \ldots . (m-1)) = 0, \quad . \quad . \quad (394)$$

worin H, V, T und z_m noch unbekannt und wie folgt zu ermitteln sind. Mit Bezug auf den Stützpunkt A als Drehpunkt, siehe Fig. 1, erhält man bei voller Belastung

$$-Hf + (p+q)\lambda\left(1 + 2 + \ldots . (n-1) + \frac{n}{2}\right) = 0,$$

und hieraus, wenn die Reihe summirt wird,

$$H = \frac{n^2}{2}(p+q)\frac{\lambda}{f}; \quad . \quad . \quad . \quad (395)$$

ferner

$$-V . n\lambda + Hf = 0,$$

und hieraus, wenn man den Werth von Hf einführt,

$$V = \frac{n}{2}(p+q), \quad . \quad . \quad . \quad (396)$$

endlich

$$Tn\lambda - (p+q)\lambda(1 + 2 + \ldots (n-1)) = 0,$$

und hieraus, wenn die Reihe summirt wird,

$$T = \frac{(n-1)}{2}(p+q). \quad . \quad . \quad . \quad (397)$$

Aus der Proportion

$$\frac{z_m}{k + y_m} = \frac{\lambda}{b_m}$$

folgt, wenn die Parabelordinate $y_m = f\frac{m^2}{n^2}$ gesetzt wird,

$$z_m = \left(k + f.\frac{m^2}{n^2}\right)\frac{\lambda}{b_m}, \quad . \quad . \quad . \quad (398)$$

worin die Länge des mten Polygonstückes nach Gleichung (254)

$$b_m = \sqrt{\lambda^2 + \left(\frac{(2m-1)f}{n^2}\right)^2} \quad . \quad . \quad (399)$$

gefunden wird.

Werden die Werthe von H, V, T und z_m aus den ihnen zugehörigen Gleichungen (395), (396), (397) und (398) in Gleichung (394) eingeführt und reducirt, so ergiebt sich

$$Z_m = \frac{n^2}{2}(p+q)\frac{b_m}{f}. \quad . \quad . \quad . \quad (400)$$

Hiernach beträgt die Spannung im mten Polygonstück des vollbelasteten Seitenträgers genau ebensoviel, als die Spannung im mten Polygonstück des gleichfalls vollbelasteten Hauptträgers, woraus nach der früheren Schlußfolgerung hervorgeht, daß bei voller Belastung auch die polygonale Gurtung des Seitenträgers der Charnierbrücke diese ganze Last allein auf die festen Stützpunkte überträgt. Derjenige Theil $Z_m{}^p$ jener Spannung Z_m, welcher durch das eigene Gewicht allein hervorgebracht wird, in welchem Falle in Gleichung (400) q = 0 zu setzen ist, beträgt mithin

$$Z_m{}^q = p . \frac{n^2}{2} . \frac{b_m}{f}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (401)$$

während der in diesem Falle durch die Verkehrsbelastung im mten Polygonglied erzeugte Antheil an der Spannung

$$Z_m{}^p = q . \frac{n^2}{2} . \frac{b_m}{f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (402)$$

beträgt.

b) Bei der größten einseitigen Belastung.

Führt man einen Schnitt $\alpha\beta$, s. Fig. 3, durch das mte Feld des Seitenträgers und bezeichnet mit

Z_m die von der Verkehrsbelastung q pro Knotenpunkt herrührende Spannung des mten Polygonstückes,

z_m deren Hebelsarm in Bezug auf den Schnittpunkt D,

S den von dem Mittelträger in der Richtung A E auf den Seitenträger ausgeübten Druck, T den, durch eine Belastung des links von dem Schnitt $\alpha\beta$ gelegenen Seitenträgerstückes bei D erzeugten, verticalen Gegendruck,

U den, durch eine Belastung des rechts von dem Schnitt $\alpha\beta$ gelegenen Seitenträgers bei D erzeugten, verticalen Gegendruck,

s, t und u beziehungsweise die Hebelsarme der Drücke S, T und U,

so besteht für das linke Seitenträgerstück mit dem Drehpunkt D, s. Fig. 3[a], die Momentengleichung

$Z_m z_m - Ss + Tt = 0$, woraus $Z_m z_m = Ss - Tt$

und für das rechte Seitenträgerstück mit dem Drehpunkt D, s. Fig. 3[b], die Momentengleichung

$-Z_m z_m + Ss - Uu = 0$, woraus $Z_m z_m = Ss - Uu$.

In diesen beiden Gleichungen hat das Moment von S mit dem von Z_m das entgegengesetzte Vorzeichen, eine Belastung des Mittelträgers bringt mithin einen Zug in dem mten Polygonstück hervor. Dagegen haben die Momente von T und U mit demjenigen von Z_m das gleiche Vorzeichen, jede Belastung des Seitenträgers erzeugt mithin einen Druck in demselben Polygonstück. Die größte Druckspannung des letzteren entsteht also bei voller Belastung des Seitenträgers, die größte Zugspannung bei voller Belastung des Mittelträgers. Beide Belastungszustände sind in Fig. 4 dargestellt.

Nimmt man den Mittelträger belastet an und behalten H und V ihre frühere Bedeutung, so ist mit Bezug auf den Drehpunkt D und die Bezeichnungen der Figur 5

$$Z_m z_m - Hk - Vm\lambda = 0. \quad . \quad . \quad (403)$$

Bei voller Belastung der Mittelbrücke ergiebt sich, wenn nur die Verkehrsbelastung q pro Knotenpunkt in Betracht gezogen wird, aus Gleichung (395)

$$H = \frac{n^2}{2} \cdot q \cdot \frac{\lambda}{f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (404)$$

und aus Gleichung (396)

$$V = \frac{n}{2} \cdot q \cdot \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (405)$$

Werden diese Werthe von H und V in die Gleichung (403) eingeführt, so ergiebt sich

$$Z_m^{max} = \frac{n\lambda q}{2 z_m}\left(\frac{nk}{f} + m\right),$$

und hieraus, wenn der Werth z_m aus Gleichung (398) eingeführt und aus Gleichung (401) die von dem Eigengewicht herrührende Spannung hinzugefügt wird, nach einiger Reduction:

$$Z_m^{max} = \frac{n^2 . b_m}{2f}\left(\frac{n^2 k + fmn}{n^2 k + fm^2} \cdot q + p\right) . \quad . \quad (406)$$

Die größte Zugspannung ergänzt die größte Druckspannung Z_m^{min} zu der durch Gleichung (402) dargestellten, durch die volle Verkehrsbelastung des Seitenträgers in dessen mtem Polygonstück erzeugten Spannung, daher ist

$$Z_m^{min} = \frac{n^2}{2} \cdot \frac{b_m}{f} \cdot q - Z_m^{max}, \quad . \quad . \quad . \quad (407)$$

und, wenn der Werth von Z_m^{max} aus Gleichung (406) eingeführt und reducirt wird,

$$Z_m^{min} = \frac{n^2}{2} \cdot \frac{b_m}{f}\left(p - \frac{fm(n-m)}{n^2 k + fm^2}\, q\right), \quad (408)$$

worin der Werth von b_m aus Gleichung (399) zu entnehmen ist.

2) Bestimmung der Spannungen X in den einzelnen Theilen der horizontalen Gurtung.

a) Bei voller Belastung.

Bezeichnet, wie früher:

X_m die Spannung des mten horizontalen Gurtungsstückes,

x_m deren Hebelsarm,

y_{m-1} die Ordinate des $(m-1)$ten Knotenpunktes der Parabel,

k die Höhe des Trägers im Scheitel,

während n, λ, f, p und q ihre frühere Bedeutung behalten, so ergiebt sich für das mte Feld und in Bezug auf den Durchschnittspunkt der mitdurchschnittenen Diagonal- und Polygonstange die Momentengleichung

$$-X_m x_m + Hy_{m-1} - V(m-1)\lambda + T(m-1)\lambda - \lambda q(1 + 2 \ldots . (m-2)) = 0$$

und wenn die Werthe H, V, T und y_{m-1} beziehungsweise aus den Gleichungen (395), (396), (397) und (266) eingeführt werden, nach Summirung der letzteren Reihe:

$$X_m x_m = \frac{(p+q)\lambda}{2}\left((m-1)^2 - n(m-1) + (n-1)(m-1) - (m-1)(m-2)\right)$$

und hieraus nach einiger Reduction

$$X_m = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (409)$$

Aus Gleichung (409) folgt, daß die horizontalen Gurtungsstücke des Seitenträgers bei voller Belastung der Brücke ohne Spannung sind, daß mithin

1) das gleichförmig vertheilte Eigengewicht auf die Spannung der horizontalen Gurtung ohne Einfluß bleibt, und daß

2) die Spannungen X_m^{max} und X_m^{min}, welche sich bei voller Belastung zu jener Spannung 0 ergänzen, numerisch gleich und nur hinsichtlich ihres Vorzeichens verschieden sind.

Bei Bestimmung der Spannungen in den horizontalen Gurtungsstücken durch die größten einseitigen Belastungen ist es daher ausreichend, nur die Maximal- oder Minimalspannung zu ermitteln.

b) Bei der größten einseitigen Belastung.

Führt man einen Schnitt $\alpha\beta$, s. Fig. 6, durch das mte Feld des Seitenträgers und bezeichnet mit

X_m die von der Verkehrsbelastung herrührende Spannung des mten Stückes der horizontalen Gurtung mit dem Hebelsarme x_m,

S den von dem Mittelträger herrührenden Druck auf den Seitenträger,

T den durch eine Belastung des links von dem Schnitt $\alpha\beta$ gelegenen Seitenträgerstücks erzeugten Gegendruck,

U den durch eine Belastung des rechts von dem Schnitt $\alpha\beta$ gelegenen Seitenträgerstückes erzeugten Gegendruck,

s, t und u beziehungsweise die Hebelsarme der Drucke S, T und U,

so besteht für das linke Seitenträgerstück und den Drehpunkt D, s. Fig. 6[a], die Momentengleichung

$-V_m x_m - S s + T t = 0$, woraus $X_m x_m = - S s + T t$,

ferner für das rechte Seitenträgerstück und den Drehpunkt D, s. Fig. 6[b], die Momentengleichung

$+X_m x_m + S s - U u = 0$, woraus $X_m x_m = - S s + U u$.

Hierin hat das Moment von S mit dem von X_m das gleiche Vorzeichen, eine Belastung des Mittelträgers bringt mithin einen Druck in dem mten horizontalen Gurtungsstück hervor, dagegen haben die Momente von T und U das entgegengesetzte Vorzeichen von X_m, jede Belastung des Seitenträgers erzeugt mithin einen Zug in demselben Gurtungsstücke. Die größte Zugspannung des letzteren entsteht daher bei voller Belastung des Seitenträgers, während der Mittelträger unbelastet bleibt, die größte Druckspannung desselben bei voller Belastung des Mittelträgers, während der Seitenträger unbelastet bleibt. Beide Belastungszustände sind in Fig. 7 dargestellt.

Für den letzteren Belastungszustand und das links von $\alpha\beta$ gelegene Seitenträgerstück, siehe Fig. 8, ergiebt sich die Momentengleichung

$$- X_m x_m + H y_{m-1} - V(m-1)\lambda = 0,$$

worin H und V die in Gleichung (6) und (7) enthaltenen Werthe haben. Werden dieselben, sowie die Werthe

$$x_m = k + y_{m-1} = k + f\left(\frac{m-1}{n}\right)^2 \qquad (410)$$

eingeführt und reducirt, so ergiebt sich

$$X_m^{min} = -\frac{n^2}{2}\cdot\frac{(m-1)(n-m+1)}{n^2 k + f(m-1)^2}\cdot q\lambda = -S, \quad (411)$$

mithin nach dem Früheren

$$X_m^{max} = + S. \quad . \quad . \quad . \quad (412)$$

3) Bestimmung der Spannungen Y in den Diagonalstäben.

a) Bei voller Belastung.

Führt man den Schnitt $\alpha\beta$ durch das beliebige mte Feld und bezeichnet mit

Y_m die Spannung des Diagonalstabes im mten Feld, mit

y_m deren Hebelsarm für den Durchschnittspunkt D der beiden mitdurchschnittenen Stangen als Drehpunkt, mit

v_m den Abstand des Drehpunktes vom Trägermittel, mit

T den vollen Gegendruck im Stützpunkte E, während H und V die durch Gleichung (495) und (496) dargestellten Werthe haben, so erfordert das Gleichgewicht gegen Drehung um den Durchschnittspunkt D der mit durchschnittenen Stangen, daß

$$Y_m y_m - Hk + V.v_m - T.v_m + (p+q)\left[\frac{v_m}{2} + (v_m+\lambda) + (v_m + 2\lambda) + \ldots\ldots (v_m + (m-1)\lambda)\right] = 0. \quad (413)$$

Hierin ist mit Bezug auf A als Drehpunkt

$$T n\lambda - (p+q)\left[1 + 2 + \ldots. (n-1) + \frac{n}{2}\right]\lambda = 0,$$

woraus

$$T = (p+q)\frac{n}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (414)$$

ein Werth, welcher mit dem von V übereinstimmt. Da beide Drücke auch gleiche Hebelsarme haben, so fallen deren Momente in Gleichung (413) weg und man erhält aus derselben, wenn der Werth von H eingeführt und summirt wird,

$$Y_m y_m = (p+q)\left[-\frac{n^2}{2}\cdot\frac{\lambda}{f}k + v_m\frac{(2m-1)}{2} + \frac{m(m-1)}{2}\lambda\right] = 0, \quad . \quad . \quad . \quad (415)$$

worin

$$v_m = w_m - m\lambda$$

und

$$w_m = (k + y_m)\frac{\lambda}{y_m - y_{m-1}} = \left(k + f\frac{m^2}{n^2}\right)\frac{\lambda}{f\frac{m^2}{n^2} - f\frac{(m-1)^2}{n^2}} = \frac{n^2 k + m^2 f}{f(2m-1)}\lambda; \quad . \quad . \quad (416)$$

mithin

$$v_m = \lambda\left(\frac{n^2 k + m^2 f}{f(2m-1)} - m\right) = \lambda\left(\frac{n^2 k - m(m-1)f}{f(2m-1)}\right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (417)$$

Wird letzterer Werth in Gleichung (415) eingeführt und durch y_m dividirt, so ergiebt sich

$$Y_m = \frac{(p+q)\lambda}{2y_m}\left[-n^2\frac{k}{f} + \frac{n^2 k - m(m-1)f}{f} + m(m-1)\right] = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (418)$$

Aus Gleichung (418) folgt,

1) daß jede volle oder auch nur gleichförmig vertheilte Belastung, wie das Eigengewicht, auf die Spannung der Diagonalstäbe ohne Wirkung bleibt, weshalb auch bei Berechnung der durch die größten einseitigen Belastungen erzeugten Grenzspannungen der Diagonalstäbe die Belastung durch Eigengewicht unberücksichtigt bleiben kann,

2) daß zwei Belastungen, welche sich zur vollen Belastung ergänzen, successive zwei Spannungen hervorrufen, welche quantitativ gleich und nur durch ihre Vorzeichen verschieden sind, weshalb nur eine derselben numerisch zu bestimmen bleibt.

b) Bei den größten einseitigen Belastungen.

Bei Bestimmung derjenigen größten einseitigen Belastungen, welche die Grenzspannungen in den Diagonalstäben erzeugen, sind drei Fälle zu unterscheiden, je nachdem der durch die beiden, mit dem zu untersuchenden Diagonalstab gleichzeitig durchschnittenen, Stäbe bedingte Drehpunkt D, 1) wie in Fig. 11, links von dem Durchschnittspunkt F der Druckrichtung AE mit der wagrechten Gurtung liegt, in welchem Falle $A'D > A'F$, oder 2) wie in Fig. 13 zwischen diesem Punkt F und dem Punkt E' unter dem Scheitel, in welchem Falle $A'D < A'F$ und $> A'E'$ ist, oder endlich 3) wie in Figur 15, zwischen diesen Punkt E' und den Punkt A_1 unter dem Bogenanfang fällt, in welchem Falle $A'D < A'E'$ ist. Der Abstand A'D des Drehpunktes S ergiebt sich allgemein aus $(n-m)\lambda + w_m$, worin w_m den durch Gleichung (275) gegebenen Werth hat, während der Abstand $E'F = \frac{1}{2}\cdot\frac{k}{f}$, mithin $A'F = \frac{1}{2}\left(1+\frac{k}{f}\right)$ ist.

Erster Fall. Fällt der Drehpunkt D links von dem Durchschnittspunkt F der Druckrichtung AE mit der wagrechten Gurtung, so ist

$$(n-m)\lambda + w_m > \frac{1}{2}\left(1+\frac{k}{f}\right). \quad . \quad (419)$$

Führt man den Schnitt $\alpha\beta$, s. Fig. 9, durch das beliebige mte Feld, welches vorstehender Bedingung noch entspricht, so ersieht sich aus der Figur, daß jede Belastung der Mittelbrücke im Punkte E einen Druck S erzeugt, welcher die gleiche Drehungsrichtung hat, wie die Spannung Y_m des Diagonalstabes desselben Feldes, mithin da diese rechts dreht, zur Spannung Y_m einen negativen Antheil liefert. Jede Belastung der Mittelbrücke erzeugt daher in dem betrachteten mten Diagonalstab eine Druckspannung. Jede Belastung des Trägerstückes $A\alpha\beta$ erzeugt in E einen Gegendruck T, welcher links dreht, während Y_m rechts dreht, wirkt mithin auf Zug des mten Diagonalstabes. Jede Belastung des Trägerstückes $E\alpha\beta$ erzeugt in A einen Gegendruck U, welcher links dreht, während Y_m ebenfalls links dreht, wirkt mithin wieder auf Druck des mten Diagonalstabes. Hiernach wird der Schnitt $\alpha\beta$ zu einer Belastungsscheide und es ergeben sich die in Fig. 10 dargestellten drei Belastungsabtheilungen, wovon zwei einen Druck erzeugen und eine auf Zug wirkt.

Mit Bezug auf Fig. 11 erhält man alsdann, wenn nur die beiden Druckabtheilungen berücksichtigt werden und $w_m - m\lambda = v_m$ gesetzt wird,

$$Y_m y_m - Hk + V v_m + q[(v_m+\lambda) + (v_m + 2\lambda) + \ldots (v_m + (m-1)\lambda] - T v_m = 0, \quad . \quad . \quad (420)$$

worin H und V den in Gleichung (404) und (405), v_m den in Gleichung (417) enthaltenen Werth besitzt, während sich aus einer einfachen Proportion

$$y_m = w_m \frac{k + y_{m-1}}{d_m} = \frac{(n^2 k + m^2 f)\lambda}{(2m-1)f}\cdot\frac{k + f\frac{(m-1)^2}{n^2}}{d_m} = \frac{(n^2 k + m^2 f)(n^2 k + f(m-1)^2)}{f(2m-1)n^2 . d_m}.\lambda, \quad (421)$$

worin

$$d_m = \sqrt{\lambda^2 + (k + y_{m-1})^2} = \sqrt{\lambda^2 + \left(k + f\frac{(m-1)^2}{n^2}\right)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (422)$$

zu setzen ist, und aus der Momentengleichung

$$T n\lambda - q\lambda[(n-1) + (n-2) + \ldots (n-(m-1))] = 0$$

der Auflagerdruck

$$T = q.\frac{(m-1)(2n-m)}{2n}$$

ergiebt. Werden die Werthe von H, V und T eingeführt, summirt, durch y_m dividirt und reducirt, so erhält man

$$Y_m{}^{min} = -\frac{q}{y_m}\left[v_m\left(\frac{n^2 + m(m-1)}{2n}\right) + \frac{m(m-1)}{2}\lambda - \frac{n^2}{2}\cdot\frac{\lambda k}{f}\right] = -T_m. \quad . \quad . \quad . \quad (423)$$

Für das 1te Feld, welches der Bedingung (418) entspricht, fallen selbstverständlich die Belastungen links von dem Schnitt $\alpha\beta$, sammt deren Auflagerdrücken, mithin in Gleichung (419) die beiden letzten Glieder weg und man erhält

$$Y_1{}^{min} y_1 - Hk + Vv_1 = 0. \quad . \quad . \quad . \quad (424)$$

woraus nach Einführung der Werthe von H und V

$$Y_1{}^{min} = -\frac{q}{y_1}\left(\frac{n}{2}v_1 - \frac{n^2}{2}\cdot\frac{\lambda k}{f}\right), \quad . \quad (425)$$

mithin, wenn in Gleichung (417) $m = 1$ gesetzt und der so erhaltene Werth

$$v_1 = \frac{n^2 . k\lambda}{f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (426)$$

in Gleichung (424) eingesetzt wird,

$$Y_1{}^{min} = -\frac{q}{y_1}\cdot\frac{n^2\lambda k}{2f}(n-1) = -T_1 \quad . \quad (427)$$

folgt. Nach der früher gezogenen Schlußfolgerung erhält man nun

$$Y_m{}^{max} = T_m \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (428)$$

und

$$Y_1{}^{max} = T_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (429)$$

Zweiter Fall. Fällt der Drehpunkt D zwischen den Durchschnittspunkt F der Druckrichtung AE mit der wagrechten Gurtung und den Punkt E_1 unter dem Scheitel, so ist

$$(n-m)\lambda + w_m \begin{matrix} < \\ > \end{matrix} \begin{matrix} {}^1\!/_2\, l \\ {}^1\!/_2\, l \end{matrix} \left(1 + \frac{k}{f}\right). \quad . \quad (430)$$

In diesem Falle verwandelt sich nun die Drehungsrichtung des von einer Belastung der Mittelbrücke auf den Punkt D ausgeübten Druckes R in die entgegengesetzte, da sie nunmehr um den durch den Durchschnittspunkt des verlängerten mten Polygonstückes mit der geraden Gurtung gegebenen Drehpunkt D links, während Y_m rechts dreht. Jede Belastung der Mittelbrücke übt daher auf den mten Diagonalstab einen Zug aus. Die Belastungen rechts und links von dem Schnitt $\alpha\beta$ bringen aus den bei Betrachtung des vorhergehenden Falles angeführten Gründen beziehungsweise einen Druck und einen Zug auf den betrachteten Diagonalstab hervor, weshalb sich die in Fig. 12 dargestellten Belastungsabtheilungen bilden. Behält man nun die Druckabtheilung bei, so ergiebt sich mit Bezug auf Fig. 13

$$Y_m y_m{}^{min} - Tv_m + q[(v_m + \lambda) + (v_m + 2\lambda) + \ldots (v_m + (m-1)\lambda)] = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (431)$$

worin T den durch Gleichung (422) dargestellten Werth hat. Wird dieser Werth eingeführt und summirt, so erhält man

$$Y_m{}^{min} y_m - q\cdot\frac{(m-1)(2n-m)}{2n}v_m + q\left[(m-1)v_m + \frac{m(m-1)}{2}\lambda\right] = 0,$$

mithin, wenn der Werth von v_m aus Gleichung (417) eingeführt, durch y_m dividirt und reducirt wird,

$$Y_m{}^{min} = -\frac{m(m-1)}{2n}\cdot\frac{\lambda}{y_m}\cdot q\left(n + \frac{n^2 k - fm(m-1)}{f(2m-1)}\right) = -U, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (432)$$

mithin nach dem Früheren auch

$$Y_m{}^{max} = U \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (433)$$

Dritter Fall. Fällt der Drehpunkt D zwischen den Punkt E_1 unter dem Scheitel und den Punkt A_1 unter dem Bogenanfang, so ist

$$(n-m)\lambda + w_m < \frac{l}{2}. \quad . \quad . \quad . \quad (434)$$

Hier bleibt die Drehungsrichtung des von einer Belastung der Mittelbrücke auf den Punkt D ausgeübten Druckes S dieselbe wie im vorigen Falle. Da mithin S links und Y_m rechts dreht, so übt jede Belastung der Mittelbrücke auf den mten Diagonalstab einen Zug aus. Dagegen bringt nunmehr jede Belastung des Stückes $A\alpha\beta$ einen Druck D hervor, welcher rechts dreht, mithin, da Y_m ebenfalls rechts dreht ein negatives Glied in die Gleichung liefert und in dem mten Diagonalstab eine Druckspannung erzeugt. Da jede Belastung des Stückes $E\alpha\beta$ einen Druck U hervorbringt, welcher links dreht, mithin da Y_m ebenfalls links dreht, ein negatives Glied in die Gleichung für Y_m liefert, mithin in dem betrachteten Diagonalstab ebenfalls eine Druckspannung erzeugt. Auf diese Weise bilden sich die in Fig. 14 dargestellten Belastungsabtheilungen.

Behält man nun die volle Belastung der Mittelbrücke bei, so ergiebt sich mit Bezug auf Fig. 15

$$Y_m{}^{max} y_m - Hk - V(m\lambda - w_m) = 0, \quad . \quad (435)$$

worin H, V und w_m die in den Gleichungen (404), (405) und (416) enthaltenen Werthe haben. Werden dieselben in Gleichung (435) eingesetzt und durch y_m dividirt, so ergiebt sich

$$Y_m{}^{max} = \frac{n}{2}\cdot\frac{\lambda}{y_m}\cdot q\left[n\cdot\frac{k}{f} + m - \frac{n^2 k + fm^2}{f(2m-1)}\right] = \frac{n}{2}\cdot\frac{\lambda}{f}\cdot\frac{q}{y_m}\left[\frac{nk(m-n-1) + m(m-1)f}{2m-1}\right] = S, \quad (436)$$

woraus nach dem Früheren folgt:

$$Y_m^{min} = - S \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (437)$$

4. Bestimmung der Spannungen W in den Verticalstäben.

a) Bei voller Belastung.

Führt man den Schnitt $\alpha\beta$ durch das beliebige $m$te Feld und bezeichnet mit

W_m die Spannung des $m$ten Verticalstabes, mit

w_m deren Hebelsarm für den Durchschnittspunkt der mitdurchschnittenen Stangen, mit

v_m den Abstand des Drehpunktes vom Trägermittel, während H, V und T die sub 3ª angegebene Bedeutung haben, so erfordert das Gleichgewicht gegen Drehung um D, daß

$$- W_m w_m - H k + V v_m - T v_m + (p + q)\left[\frac{v_m}{2} + (v_m + \lambda + (v_m + 2\lambda + \ldots (v_m + m\lambda)\right] = 0. \quad (438)$$

Hierin ist nach Gleichung (396) und (414) $V = T$, mithin verschwinden deren Momente und man erhält, wenn der Werth von H eingeführt und der Factor von $p + q$ summirt wird:

$$- W_m w_m - \frac{n^2}{2}\left(\frac{\lambda k}{f} + (p + q)\left[\frac{(2m + 1)}{2} v_m + \frac{m(m + 1)}{2}\lambda\right]\right) = 0,$$

woraus, wenn der Werth v_m aus Gleichung (417) eingeführt und durch w_m dividirt wird, folgt:

$$W_m = - \frac{\lambda(p + q)}{2 w_m}\left[\frac{n^2 k}{f} - \frac{n^2 k + m(m - 1)f}{(2m - 1)f}(2m + 1) - m(m + 1)\right].$$

Setzt man aus Gleichung (416) den Werth von w_m ein und reducirt, so erhält man

$$W_m = (p + q), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (439)$$

woraus folgt:

1) daß bei voller Belastung der Brücke auch jeder Verticalpfosten des Seitenträgers einer Spannung ausgesetzt ist, welche der vollen Belastung je eines Knotenpunktes numerisch gleich ist, daß ferner für $q = 0$ jeder Verticalpfosten einen Druck erfährt, welcher der Belastung p durch das Eigengewicht pro Knotenpunkt entspricht. Hieraus folgt, daß das Eigengewicht bei Berechnung der Grenzspannungen vorläufig ganz außer Acht gelassen werden kann, wenn jeder berechneten Grenzspannung nachträglich die durch das Eigengewicht veranlaßte Zugspannung hinzugefügt wird. Wenn man sich die Hälfte $\frac{p}{2}$ desselben in dem oberen, die andere Hälfte $\frac{p}{2}$ in dem unteren, in der Fahrbahn gelegenen Endpunkte des Pfostens angreifend denken kann, wodurch derselbe eine Zugspannung $\frac{p}{2}$ erfährt, so ist alsdann jeder berechneten Grenzspannung der Werth $\frac{p}{2}$ hinzuzufügen.

2) daß, wenn bei der vollen Belastung des Trägers jeder Verticalpfosten eine Spannung q durch den Verkehr erfährt, eine durch diesen Verkehr hervorgebrachte Grenzspannung die andere zu q ergänzen muß, oder daß die Beziehung besteht

$$W_m^{max} + W_m^{min} = q. \quad . \quad . \quad . \quad (440)$$

Es genügt daher auch hier die Berechnung nur einer, von der Verkehrsbelastung herrührenden Grenzspannung, um die andere unmittelbar daraus abzuleiten.

b) Bei den größten einseitigen Belastungen.

Bei Ermittelung derjenigen größten einseitigen Belastungen, welche die Grenzspannungen in den Verticalpfosten erzeugen, sind dieselben drei Fälle zu unterscheiden, welche bei Bestimmung der Grenzspannungen in den Diagonalen unterschieden worden sind.

Wie ein Blick auf die Figur 17 lehrt, kommt das Moment dieser Spannungen als negatives Glied — also mit dem entgegengesetzten Zeichen, wie das Moment der Grenzspannungen in den Diagonalstäben — in die Momentengleichung, während die Vorzeichen aller übrigen Glieder unverändert bleiben. Es folgt hieraus, daß die Wirkungen auf Zug oder Druck der Verticalstäbe in allen drei Fällen die entgegengesetzten derer sein müssen, welche unter 3ᵇ gefunden wurden. Aus derselben Figur erkennt man ferner, daß die Lage des Drehpunktes für jeden $m$ten Verticalstab dieselbe bleibt, wie für jeden $m$ten Diagonalstab, und daß sich wegen der geneigten Lage der Schnittlinie, beziehungsweise Belastungsscheide $\alpha\beta$ nur die Zahl der als belastet anzunehmenden Knotenpunkte in den entsprechenden Fällen um einen ändert und zwar, wenn das links von dem Schnitt $\alpha\beta$ befindliche Trägerstück in Betracht gezogen wird, um einen vermehrt. Hiernach ergeben sich aus den sub 3ᵇ entwickelten und in Fig. 10, 12 und 14 dargestellten Belastungsweisen die im Folgenden anzunehmenden Belastungen durch Führung des schrägen Schnittes $\alpha\beta$ und Vertauschung der Beziehungen max. mit min. und min. mit max., wie dies

z. B. für die beiden ersten Fälle in den Figuren 16 und 18 dargestellt ist.

Erster Fall.

$$(n - m)\lambda + w_m > \frac{l}{2}\left(1 + \frac{k}{f}\right).$$

Nach dem vorher Gesagten wirkt hier, nach Fig. 16, jede Belastung der Mittelbrücke, sowie der Seitenbrücke links vom Schnitt $\alpha\beta$ auf Zug, dagegen jede Belastung der Seitenbrücke rechts vom Schnitt $\alpha\beta$ auf Druck des $m$ten Verticalstabes. Behält man nur die ersteren Belastungen bei, so erzeugen sie die größte Zugspannung jenes Stabes. Unter Hinweis auf Fig. 17 ergiebt sich alsdann die Gleichung

$$- W_m w_m - H k + V v_m - T v_m + q[(v_m + \lambda) + (v_m + 2\lambda) + ..(v_m + m\lambda)] = 0, \quad . \quad . \quad . \quad (441)$$

Hierin ist mit Bezug auf den Punkt A_1 als Drehpunkt

$$T n \lambda - q\lambda[(n - 1) + (n - 2) + \ldots (n - m)] = 0,$$

woraus, wenn summirt und reducirt wird,

$$T = \frac{m(2n - m - 1)}{2n} . q. \quad . \quad . \quad (442)$$

Wird vorstehender Ausdruck, sowie der Werth H und V aus Gleichung (404) und (405) in Gleichung (440) eingeführt, $w_m - m\lambda$ statt v_m gesetzt und durch w_m dividirt, so ergiebt sich

$$W_m^{max} = \frac{q}{w_m}\left[(w_m - m\lambda)\left(\frac{n}{2} + \frac{m(m+1)}{2n}\right) + \frac{m(m+1)}{2}\lambda - \frac{n^2}{2}\frac{\lambda k}{f}\right] = qA, \quad . \quad (443)$$

mithin, wenn der Factor von q der Kürze halber A gesetzt wird, nach der obigen Schlußfolgerung und Gleichung (440)

$$W_m^{min} = q - q.A = -q(A - 1), \quad . \quad (444)$$

und wenn das Eigengewicht berücksichtigt wird,

$$W_m^{max} = qA + \frac{p}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (445)$$

und

$$W_m^{min} = -q(A - 1) + \frac{p}{2}. \quad . \quad . \quad (446)$$

Der Pfosten in der Mitte des Trägers erfährt höchstens die Zugspannung der auf ihm ruhenden vollen Belastung $\frac{p + q}{2}$, und wenn das Eigengewicht wieder zur Hälfte oben, zur Hälfte unten angreifend gedacht, d. h. hierin $\frac{p}{2}$ statt p gesetzt wird, die größte Zugspannung

$$W_0^{max} = \frac{\frac{p}{2} + q}{2} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{p}{2} + q\right). . \quad (447)$$

Zweiter Fall.

$$(n - m)\lambda + w_m < \frac{l}{2}\left(1 + \frac{k}{f}\right).$$
$$> \frac{l}{2}.$$

Nach Figur 8 wirkt hier jede Belastung der Mittelbrücke, sowie das rechts vom Schnitt $\alpha\beta$ gelegene Stück der Seitenbrücke auf Druck, dagegen jede Belastung des links vom Schnitt $\alpha\beta$ gelegenen Stückes der Seitenbrücke auf Zug des $m$ten Verticalstabes. Behält man die auf Zug wirkende Belastung bei, so ergiebt sich die der Gleichung (431) analoge Beziehung

$$- W_m^{max} w_m - T v_m + q[(v_m + \lambda) + (v_m + 2\lambda) + \ldots (v_m + m\lambda)] = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (448)$$

Hierin ist mit Bezug auf den Punkt A_1 als Drehpunkt

$$T n\lambda - q\lambda[(n - 1) + (n - 2) + \ldots . (n - m)] = 0,$$

woraus, wenn summirt und reducirt wird,

$$T = \frac{q}{n} . \frac{m(2n - m - 1)}{2} . \quad . \quad . \quad (449)$$

Wird dieser Werth in Gleichung (448) eingeführt und $w_m - m\lambda$ statt v_m gesetzt, so ergiebt sich, wenn durch w_m dividirt und reducirt wird,

$$W_m^{max} = \frac{q}{w_m} . \frac{m(m + 1)}{2n}(w_m + (n - m)\lambda) = qB, \quad (450)$$

wenn der Factor von q der Kürze halber B gesetzt wird, mithin nach Gleichung (440)

$$W_m^{min} = q - qB = -q(B - 1), \quad . \quad (451)$$

und wenn das Eigengewicht berücksichtigt wird,

$$W_m^{max} = qB + \frac{p}{2} \quad . \quad . \quad . \quad (452)$$

und

$$W_m^{min} = -q(B - 1) + \frac{p}{2}. \quad . \quad . \quad (453)$$

Dritter Fall.

$$(n - m)\lambda + w_m < \frac{l}{2}.$$

Kehrt man in Fig. 14 die Bezeichnung max. in min. und min. in max. um, so erhält man die Belastungszustände, welche in dem vorliegenden Falle die größten Anstrengungen des $m$ten Verticalstabes bedingen. Die volle Belastung der Mittelbrücke bringt mithin den größten Druck, die volle Belastung der Seitenbrücke den größten Zug in demselben hervor. Nimmt man nun die Mittelbrücke als belastet an, so ergiebt sich die der Gleichung (435) analoge Beziehung

$$-W_m{}^{min} w_m - H k - V(m\lambda - w_m) = 0, \quad (454)$$

worin H, V und w_m die durch Gleichung (404), (405) und (416) gegebenen Werthe haben. Führt man diese in Gleichung (454) ein, so ergiebt sich nach gehöriger Reduction

$$W_m{}^{min} = -\frac{n}{2} q \left[\frac{k n(2m - n - 1) + f m(m-1)}{n^2 k + m^2 f}\right] = -qC, \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (455)$$

wenn der Factor von q der Kürze halber mit C bezeichnet wird, woraus nach Gleichung (440) folgt:

$$W_m{}^{max} = q + qC = q(C+1), \quad . \quad (456)$$

und wenn das Eigengewicht berücksichtigt wird,

$$W_m{}^{min} = -qC + \frac{p}{2} \quad . \; . \; . \quad (457)$$

und

$$W_m{}^{max} = q(C+1) + \frac{p}{2} \quad . \; . \; . \quad (458)$$

III. Statische Berechnung eines Mittelträgers der Charnierhängbrücke.

Der Mittelträger der parabolischen Charnierhängbrücke, welcher nur durch seine eigene Belastung beansprucht wird, gleicht in statischer Beziehung einem Träger der gestützten Charnierhängbrücke mit vertical aufwärts wirkenden Belastungen p und q. Hierdurch nehmen nicht nur diese Belastungen, sondern auch die von ihrer Richtung abhängigen und durch sie bedingten verticalen und horizontalen Componenten des Scheiteldrucks die entgegengesetzte Richtung, mithin sämmtliche Momente derselben das entgegengesetzte Vorzeichen an, während das Vorzeichen des Momentes der gesuchten Spannung in deren Momentengleichung sich nicht ändert. Hieraus folgt, daß diese Spannung numerisch dieselbe bleibt und nur ihr Vorzeichen ändert, mithin sich Druck in Zug und Zug in Druck verwandelt.

Es erübrigt daher hier nur, die zur Berechnung der Spannungen im gestützten parabolischen Träger dienenden Formeln mit jener der aufgehängten parabolischen Charnierbrücke entsprechenden Vertauschung der Vorzeichen zusammenzustellen.

1) Bestimmung der Grenzspannungen Z in den Polygonstücken.

Der Abstand der Belastungsscheide vom Trägermittel beträgt nach Gleichung (257)

$$e = \lambda \cdot \frac{nk + mf}{k + \left(\frac{2n - m}{n}\right) f}, \quad . \; . \quad (459)$$

woraus sich die Abstände $m'\lambda$ und $m''\lambda$ derjenigen Knotenpunkte vom Trägermittel ergeben, welche bis zu dem ihnen entsprechenden linken und rechten Auflager belastet sein müssen, um jene Grenzspannungen zu erzeugen. Nur wenn die Belastungsscheide zufällig mit einem Knotenpunkte zusammentrifft, ist die Belastung dieses Knotenpunktes ohne Einfluß auf die Spannung des mten Polygonstückes und bedarf keiner weiteren Berücksichtigung.

Die größte Zugspannung ergiebt sich, wenn m'' bekannt ist, aus Gleichung (265)

$$Z_m^{max} = \frac{n^2}{2} b_m \left[\frac{q}{n^2 k + m^2 f}\left\{\left(\frac{m}{n} + \frac{k}{f}\right)\frac{n^2}{2} - \frac{n(2m''+1) - m''(m''+1)}{2}\left(\frac{m}{n} - \frac{k}{f}\right) + m(2m''+1) - m''(m''+1)\right\} + \frac{p}{f}\right], \quad (460)$$

die größte Druckspannung, wenn m' bekannt ist, aus Gleichung (261)

$$Z_m{}^{min} = -\frac{n^2}{2} b_m \left[\frac{2}{n^2 k + m^2 f}\left(\frac{(n-m')(n-m'+1)}{2}\left(\frac{m}{n} - \frac{k}{f}\right) - (m-m')(m-m'+1)\right) - \frac{p}{f}\right]. \quad (461)$$

2) Bestimmung der Grenzspannungen X in den horizontalen Gurtungsstücken.

Der Abstand der Belastungsscheide vom Trägermittel beträgt nach Gleichung (268)

$$e = \lambda \cdot \frac{n(m-1)(n-m+1)}{2n^2 - (m-1)(n+m-1)}, \quad . \quad (462)$$

woraus sich wieder der Abstand $m'\lambda$ desjenigen Knotenpunktes vom Trägermittel ergiebt, welcher sammt allen zwischen ihm und dem ihm entsprechenden Auflager gelegenen Knotenpunkten belastet sein muß, um eine der in der horizontalen Gurtung für Zug und Druck numerisch gleichen Grenzspannungen zu erzeugen.

Diese Grenzspannungen ergeben sich, wenn m' bekannt und nach Gleichung (266) der Hebelsarm von X_m

$$x_m = k + f\left(\frac{m-1}{n}\right)^2 \quad . \; . \; . \quad (463)$$

zuvor berechnet ist, aus Gleichung (271)

$$X_m{}^{max}_{min} = \pm \frac{q\lambda}{2x_m}\left[\frac{(n-m')(n-m'+1)(m-1)(n+m-1)}{2n^2} - (m-m')(m-m'-1)\right]. \quad . \quad (464)$$

3) Bestimmung der Grenzspannungen Y in den Diagonalen.

Hier sind drei Fälle zu unterscheiden:

Erster Fall. Der in dem Durchschnittspunkt der verlängerten, mit dem m ten Diagonalstab gleichzeitig durchschnittenen Stäbe gelegene Drehpunkt fällt außerhalb und jenseits der beiden Durchschnittspunkte der durch die Kämpfercharniere und das Scheitelcharnier gehenden zwei Druckrichtungen mit der horizontalen Gurtung, oder es ist

$$(n - m)\lambda + w_m > \frac{1}{2}\left(1 + \frac{k}{f}\right). \quad . \quad (465)$$

In diesem Falle erhält man, wenn zuvor aus den Gleichungen (275), (286) und (285)

$$w_m = \frac{n^2 k + m^2 f}{f(2m - 1)} . \lambda \quad . \quad . \quad . \quad (466)$$

$$d_m = \sqrt{\lambda^2 + \left(k + f\left(\frac{m-1}{n}\right)^2\right)^2} \quad . \quad (467)$$

und

$$y_m = w_m \frac{f\left(\frac{m-1}{n}\right)^2 + k}{d_m} \quad . \quad . \quad . \quad (468)$$

berechnet ist, aus Gleichung (284) und (287) die Grenzspannungen:

$$Y_m^{max} = \pm \frac{q}{y_m} . \frac{(n-m)(n-m+1)}{4}\left(\frac{w_m - m\lambda}{n} + \frac{k\lambda}{f}\right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (469)$$

Zweiter Fall. Der in dem Durchschnittspunkt der verlängerten, mit dem m ten Diagonalstab gleichzeitig durchschnittenen Stäbe gelegene Drehpunkt fällt zwischen die beiden Durchschnittspunkte der durch die Kämpfercharniere und das Scheitelcharnier gehenden zwei Druckrichtungen mit der horizontalen Gurtung oder es ist:

$$(n - m)\lambda + w_m \begin{array}{l} < \frac{1}{2}\left(1 + \frac{k}{f}\right) \\ < \frac{1}{2}\left(1 + \frac{k}{f}\right) \end{array}. \quad . \quad (470)$$

In diesem Falle erhält man nach Gleichung (290) den Abstand der Belastungsscheide vom Trägermittel

$$e = \left(n - \frac{2}{\frac{k+f}{f(n-m) + \frac{k n^2 + f m^2}{2m-1}} + \frac{1}{n}}\right)\lambda \quad . \quad (471)$$

und hieraus den Abstand $m'\lambda$ desjenigen Knotenpunktes vom Trägermittel, von welchem ab alle Knotenpunkte links, ihn selbst inbegriffen, bis zu dem Schnitt durch das m te Feld belastet sein müssen, um die größte Druckspannung im m ten Diagonalstab zu erzeugen.

Ist zuvor aus den Gleichungen (468) und (466) Y_m und w_m und mit Hilfe des letzteren nach Gleichung (294) der Abstand

$$u_m = w_m - (m - m')\lambda \quad . \quad . \quad . \quad (472)$$

berechnet, so ergiebt sich aus Gleichung (293) und (295)

$$Y_{m\,min}^{\;max} = \pm \frac{q(m - m')}{y_m}\left[\frac{(2n - m - m' + 1)}{4}\left(\frac{m\lambda - w_m}{n} - \frac{k\lambda}{f}\right) + u_m + \frac{(m - m' - 1)}{2}\lambda\right]. \quad . \quad (473)$$

Dritter Fall. Der in dem Durchschnittspunkt der verlängerten, mit dem m ten Diagonalstab gleichzeitig durchschnittenen Stäbe gelegene Drehpunkt fällt außerhalb und diesseits der beiden Durchschnittspunkte der durch die Kämpfercharniere und das Scheitelcharnier gehenden zwei Druckrichtungen mit der horizontalen Gurtung, oder es ist

$$(n - m)\lambda + w_m < \frac{1}{2}\left(1 - \frac{k}{f}\right). \quad . \quad (474)$$

Ist der Abstand e der Belastungsscheide vom Trägermittel wie im vorhergehenden Fall aus Gleichung (471) und hiernach der ihr entsprechende Abstand λ, ferner aus der Gleichung (466), (472) und (468) beziehungsweise der Werth w_m, u_m und y_m bestimmt, so ergiebt sich aus Gleichung (300) und (301) die Grenzspannung

$$Y_{m\,min}^{\;max} = \pm \frac{q}{y_m}\left[\frac{(n - m')(n - m' + 1)}{4}\left(\frac{m\lambda - w_m}{n} - \frac{k\lambda}{f}\right) + (m - m')\frac{(m - m' - 1)}{2}\lambda\right)\right]. \quad . \quad (475)$$

4) Bestimmung der Grenzspannungen W in den Verticalen.

Hier sind die unter 3 angeführten, durch die Ungleichungen (465), (470) und (474) dargestellten drei Fälle zu unterscheiden.

Erster Fall.

$$(n - m)\lambda + w_m > \frac{1}{2}\left(1 + \frac{k}{f}\right).$$

Ist aus Gleichung (466) zuvor w_m bestimmt, so ergiebt sich ohne Berücksichtigung des Eigengewichts aus Gleichung (307)

$$W_m^{max} = q\left[\frac{(n-m)(n-m-1)}{4 w_m}\left(\frac{w_m - m\lambda}{n} + \frac{k\lambda}{f}\right) + 1\right] = q[A + 1] \quad . \quad . \quad . \quad (476)$$

und

$$W_m^{min} = - W_m^{max} + q = - qA. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (477)$$

Mit Berücksichtigung des Eigengewichtes erhält man

$$W_m^{max} = q[A+1] + \frac{p}{2} \quad . \ . \ . \quad (478)$$

und

$$W_m^{min} = -qA + \frac{p}{2} . \quad . \ . \ . \ . \quad (479)$$

Ein Ständer in der Mitte der Träger erfährt höchstens die Zugspannung der auf ihm ruhenden vollen Belastung $\frac{p+q}{2}$ und, wenn das Eigengewicht wieder zur Hälfte oben, zur Hälfte unten angreifend gedacht wird, die größte Zugspannung

$$W_0^{max} = \frac{\frac{p}{2}+q}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{p}{2}+q\right) . \quad . \quad (480)$$

Zweiter Fall.

$$(n-m)\lambda + w_m \begin{matrix} < \left(1+\frac{k}{f}\right). \\ > \left(1-\frac{k}{f}\right). \end{matrix}$$

Ist aus Gleichung (471), (466) und (472) beziehungsweise m', w_m und u_m bestimmt, so ergiebt sich ohne Berücksichtigung des Eigengewichtes aus Gleichung (314):

$$W_m^{max} = \frac{q(m-m'+1)}{w_m} \left[\frac{(2n-m-m')}{4}\left(\frac{m\lambda - w_m}{4} - \frac{k\lambda}{f}\right) + u_m + \frac{(m-m')\lambda}{2}\right] = qB, \quad (481)$$

und aus Gleichung (315)

$$W_m^{min} = -W_m^{max} + q = -q(B-1) \quad (482)$$

und mit Berücksichtigung des Eigengewichtes

$$W_m^{max} = qB + \frac{p}{2} \quad . \ . \ . \quad (483)$$

und

$$W_m^{min} = -q(B-1) + \frac{p}{2} . \ . \ . \quad (484)$$

Dritter Fall.

$$(n-m)\lambda + w_m < \frac{1}{2}\left(1-\frac{k}{f}\right).$$

Ist wieder aus Gleichung (471), (466) und (472), beziehungsweise m', w_m und u_m bestimmt, so ergiebt sich ohne Berücksichtigung des Eigengewichts aus Gleichung (319)

$$W_m^{max} = \frac{q}{w_m}\left[\frac{(n-m')(n-m'+1)}{4}\left(\frac{m\lambda - w_m}{n} - \frac{k\lambda}{f}\right) + (m-m'+1)\left(u_m + \frac{(m-m')\lambda}{2}\right)\right] = qC \quad (485)$$

und aus Gleichung (320)

$$W_m^{min} = -W_m^{max} + q = -q(C-1) \quad (486)$$

und mit Berücksichtigung des Eigengewichtes

$$W_m^{max} = qC + \frac{p}{2} \quad . \ . \ . \quad (487)$$

und

$$W_m^{min} = -q(C-1) + \frac{p}{2} . \ . \ . \quad (488)$$

IV. Berechnung der Spannungen in den einzelnen Gliedern eines Seitenträgers der aufgehängten parabolischen Charnierbrücke.

Die vorstehend entwickelten Formeln gelten allgemein und liefern fertige Resultate. Um deren leichte Anwendbarkeit, sowie den Gang der Rechnung an einem praktischen Beispiele zu zeigen, soll der in Figur 19 dargestellte Träger, links bei Fig. 19ª mit den in dem vorhergehenden Abschnitt gewählten Bezeichnungen, rechts bei Fig. 19ᵇ mit den Zahlenwerthen von $\frac{1}{2}$, f, k und λ, sowie den nach Gleichung (399) (410) und (415) berechneten Abmessungen von b_m, $k + y_{m-1}$ und d_m versehen, mit einer Belastung

p = 20 tons durch Eigengewicht,
q = 12 „ „ Verkehr

für jeden Knotenpunkt angenommen werden.

1) Berechnung der Grenzspannungen Z in den Polygonstücken nach Gleichung (406) und (408).

a) Berechnung der Maximalspannungen Z_m^{max} nach Gleichung (406).

$$Z_m^{max} = \frac{n^2 b_m}{2f}\left(\frac{n^2k + fmn}{n^2k + fm^2} . q + p\right).$$

Für m = 1 ist $Z_1^{max} = \frac{100}{2.15} . 6{,}000 \left[\frac{100.1{,}5 + 15.1.10}{100.1{,}5 + 15.1.1} . 12 + 20\right] = 836{,}80$ tons.

$$\text{Für } m = 2 \text{ ist } Z_2^{\max} = \frac{100}{2.15} \,.\, 6{,}015 \left[\frac{100.1{,}5 + 15.2.10}{100.1{,}5 + 15.2.2} \,.\, 12 + 20\right] = 916{,}48 \text{ tons.}$$

$$„ \; m = 3 \; „ \; Z_3^{\max} = \frac{100}{2.15} \,.\, 6{,}045 \left[\frac{100.1{,}5 + 15.3.10}{100.1{,}5 + 15.3.3} \,.\, 12 + 20\right] = 913{,}20 \; „$$

$$„ \; m = 4 \; „ \; Z_4^{\max} = \frac{100}{2.15} \,.\, 6{,}087 \left[\frac{100.1{,}5 + 15.4.10}{100.1{,}5 + 15.4.4} \,.\, 12 + 20\right] = 873{,}28 \; „$$

$$„ \; m = 5 \; „ \; Z_5^{\max} = \frac{100}{2.15} \,.\, 6{,}147 \left[\frac{100.1{,}5 + 15.5.10}{100.1{,}5 + 15.5.5} \,.\, 12 + 20\right] = 830{,}25 \; „$$

$$„ \; m = 6 \; „ \; Z_6^{\max} = \frac{100}{2.15} \,.\, 6{,}219 \left[\frac{100.1{,}5 + 15.6.10}{100.1{,}5 + 15.6.6} \,.\, 12 + 20\right] = 793{,}12 \; „$$

$$„ \; m = 7 \; „ \; Z_7^{\max} = \frac{100}{2.15} \,.\, 6{,}306 \left[\frac{100.1{,}5 + 15.7.10}{100.1{,}5 + 15.7.7} \,.\, 12 + 20\right] = 762{,}39 \; „$$

$$„ \; m = 8 \; „ \; Z_8^{\max} = \frac{100}{2.15} \,.\, 6{,}405 \left[\frac{100.1{,}5 + 15.8.10}{100.1{,}5 + 15.8.8} \,.\, 12 + 20\right] = 738{,}30 \; „$$

$$„ \; m = 9 \; „ \; Z_9^{\max} = \frac{100}{2.15} \,.\, 6{,}576 \left[\frac{100.1{,}5 + 15.9.10}{100.1{,}5 + 15.9.9} \,.\, 12 + 20\right] = 721{,}10 \; „$$

$$„ \; m = 10 \; „ \; Z_{10}^{\max} = \frac{100}{2.15} \,.\, 6{,}639 \left[\frac{100.1{,}5 + 15.10.10}{100.1{,}5 + 10.10.10} \,.\, 12 + 20\right] = 708{,}16 \; „$$

b) Berechnung der Minimalspannungen $Z_m^{\min}$ nach Gleichung (408).

$$Z_m^{\min} = \frac{n^2}{2} \,.\, \frac{b_m}{f} \left(p - \frac{fm(n-m)}{n^2 k + fm^2} \,.\, q\right).$$

$$\text{Für } m = 1 \text{ ist } Z_1^{\min} = \frac{50}{15} \,.\, 6{,}000 \left[20 - \frac{15.1.9}{100.1{,}5 + 15.1.1} \,.\, 12\right] = 203{,}80 \text{ tons.}$$

$$„ \; m = 2 \; „ \; Z_2^{\min} = \frac{50}{15} \,.\, 6{,}015 \left[20 - \frac{15.2.8}{100.1{,}5 + 15.2.2} \,.\, 12\right] = 125{,}99 \; „$$

$$„ \; m = 3 \; „ \; Z_3^{\min} = \frac{50}{15} \,.\, 6{,}045 \left[20 - \frac{15.3.7}{100.1{,}5 + 15.3.3} \,.\, 12\right] = 135{,}81 \; „$$

$$„ \; m = 4 \; „ \; Z_4^{\min} = \frac{50}{15} \,.\, 6{,}087 \left[20 - \frac{15.4.6}{100.1{,}5 + 15.4.4} \,.\, 12\right] = 181{,}07 \; „$$

$$„ \; m = 5 \; „ \; Z_5^{\min} = \frac{50}{15} \,.\, 6{,}147 \left[20 - \frac{15.5.5}{100.1{,}5 + 15.5.5} \,.\, 12\right] = 234{,}24 \; „$$

$$„ \; m = 6 \; „ \; Z_6^{\min} = \frac{50}{15} \,.\, 6{,}219 \left[20 - \frac{15.6.4}{100.1{,}5 + 15.6.6} \,.\, 12\right] = 484{,}60 \; „$$

$$„ \; m = 7 \; „ \; Z_7^{\min} = \frac{50}{15} \,.\, 6{,}306 \left[20 - \frac{15.7.3}{100.1{,}5 + 15.7.7} \,.\, 12\right] = 330{,}60 \; „$$

$$„ \; m = 8 \; „ \; Z_8^{\min} = \frac{50}{15} \,.\, 6{,}405 \left[20 - \frac{15.8.2}{100.1{,}5 + 15.8.8} \,.\, 12\right] = 371{,}66 \; „$$

$$„ \; m = 9 \; „ \; Z_9^{\min} = \frac{50}{15} \,.\, 6{,}516 \left[20 - \frac{15.9.1}{100.1{,}5 + 15.9.9} \,.\, 12\right] = 408{,}34 \; „$$

$$„ \; m = 10 \; „ \; Z_{10}^{\min} = \frac{50}{15} \,.\, 6{,}639 \left[20 - \frac{15.10.0}{100.1{,}5 + 15.10.10} \,.\, 12\right] = 442{,}60 \; „$$

2) Berechnungen der Grenzspannungen X in den geraden Gurtungsstücken nach der Gleichung (411) und (412).

$$X_{m\,\min}^{\;\max} = \pm \frac{n^2}{2} \,.\, \frac{(m-1)(n-m+1)}{n^2 k + f(m-1)^2} \,.\, q\lambda.$$

Für m = 1 ist $X_1{}^{max}_{min} = \pm 50.0.12 = \pm 0$ tons.

" m = 2 " $X_2{}^{max}_{min} = \pm 50.\frac{6.1.9}{100.1{,}5 + 15.1.1}.12 = \pm 196{,}20$ tons.

" m = 3 " $X_3{}^{max}_{min} = \pm 50.\frac{6.2.8}{100.1{,}5 + 15.2.2}.12 = \pm 274{,}20$ "

" m = 4 " $X_4{}^{max}_{min} = \pm 50.\frac{6.3.7}{100.1{,}5 + 15.3.3}.12 = \pm 265{,}20$ "

" m = 5 " $X_5{}^{max}_{min} = \pm 50.\frac{6.4.6}{100.1{,}5 + 15.4.4}.12 = \pm 221{,}52$ "

" m = 6 " $X_6{}^{max}_{min} = \pm 50.\frac{6.5.5}{100.1{,}5 + 15.5.5}.12 = \pm 171{,}36$ "

" m = 7 " $X_7{}^{max}_{min} = \pm 50.\frac{6.6.4}{100.1{,}5 + 16.6.6}.12 = \pm 125{,}16$ "

" m = 8 " $X_8{}^{max}_{min} = \pm 50.\frac{6.7.3}{100.1{,}5 + 15.7.7}.12 = \pm 85{,}44$ "

" m = 9 " $X_9{}^{max}_{min} = \pm 50.\frac{6.8.2}{100.1{,}5 + 15.8.8}.12 = \pm 51{,}84$ "

" m = 10 " $X_{10}{}^{max}_{min} = \pm 50.\frac{6.9.1}{100.1{,}5 + 15.9.9}.12 = \pm 23{,}64$ "

3) Berechnung der Grenzspannungen Y in den Diagonalstäben nach den Gleichungen (423) und (427), (432) und (436).

a) Berechnung der Werthe d_m, w_m und y_m nach Gleichung (422), (416) und (421).

$$d_m = \sqrt{\lambda^2 + \left(k + f\frac{(m-1)^2}{n^2}\right)^2};\quad w_m = \frac{n^2 k + m^2 f}{f(2m-1)}.\lambda;\quad y_m = \frac{(n^2 k + m^2 f)\lambda}{(2m-1)f}.\frac{k + f\frac{(m-1)^2}{n^2}}{d_m}.$$

Für m = 1 ist $d_1 = \sqrt{36 + \left(1{,}5 + 15.\frac{0}{100}\right)^2} = 6{,}18$; $w_1 = 6\left(\frac{150 + 15.1}{15.1}\right) = 66{,}00$; $y_1 = 66{,}00\frac{1{,}5 + 15.\frac{0}{100}}{6{,}18} = 15{,}97$ Met.

" m = 2 " $d_2 = \sqrt{36 + \left(1{,}5 + 15.\frac{1}{100}\right)^2} = 6{,}21$; $w_2 = 6\left(\frac{150 + 15.4}{15.3}\right) = 27{,}96$; $y_2 = 27{,}96\frac{1{,}5 + 15.\frac{1}{100}}{6{,}21} = 7{,}41$ "

" m = 3 " $d_3 = \sqrt{36 + \left(1{,}5 + 15.\frac{2}{100}\right)^2} = 6{,}36$; $w_3 = 6\left(\frac{150 + 15.9}{15.5}\right) = 22{,}80$; $y_3 = 32{,}80\frac{1{,}5 + 15.\frac{4}{100}}{6{,}36} = 7{,}53$ "

" m = 4 " $d_4 = \sqrt{36 + \left(1{,}5 + 15.\frac{3}{100}\right)^2} = 6{,}63$; $w_4 = 6\left(\frac{150 + 15.16}{15.7}\right) = 22{,}29$; $y_4 = 22{,}29\frac{1{,}5 + 15.\frac{9}{100}}{6{,}63} = 9{,}58$ "

" m = 5 " $d_5 = \sqrt{36 + \left(1{,}5 + 15.\frac{4}{100}\right)^2} = 7{,}14$; $w_5 = 6\left(\frac{150 + 15.25}{15.9}\right) = 23{,}34$; $y_5 = 23{,}34\frac{1{,}5 + 15.\frac{16}{100}}{7{,}14} = 12{,}72$ "

" m = 6 " $d_6 = \sqrt{36 + \left(1{,}5 + 15.\frac{5}{100}\right)^2} = 7{,}30$; $w_6 = 6\left(\frac{150 + 15.36}{15.11}\right) = 25{,}08$; $y_6 = 25{,}08\frac{1{,}5 + 15.\frac{25}{100}}{7{,}30} = 16{,}53$ "

" m = 7 " $d_7 = \sqrt{36 + \left(1{,}5 = 15.\frac{6}{100}\right)^2} = 9{,}15$; $w_7 = 6\left(\frac{150 + 15.49}{15.13}\right) = 27{,}24$; $y_7 = 27{,}24\frac{1{,}5 + 15.\frac{36}{100}}{9{,}15} = 20{,}50$ "

$$\text{Für } m = 8 \text{ ist } d_8 = \sqrt{36 + \left(1{,}5 + 15 . \frac{7}{100}\right)^2} = 10{,}68;\ w_8 = 6\left(\frac{150 + 15.64}{15.15}\right) = 29{,}61;\ y_6 = 29{,}61\ \frac{1{,}5 + 15 . \frac{49}{100}}{10{,}68} = 24{,}48 \text{ tons.}$$

$$\text{„ } m = 9 \text{ „ } d_9 = \sqrt{36 + \left(1{,}5 + 15 . \frac{8}{100}\right)^2} = 12{,}63;\ w_9 = 6\left(\frac{150 + 15.81}{15.17}\right) = 32{,}13;\ y_9 = 32{,}13\ \frac{1{,}5 + 15 . \frac{64}{100}}{12{,}63} = 28{,}26 \text{ „}$$

$$\text{„ } m = 10 \text{ „ } d_{10} = \sqrt{36 + \left(1{,}5 + 15 . \frac{9}{100}\right)^2} = 14{,}91;\ w_{10} = 6\left(\frac{150 + 15.100}{15.19}\right) = 34{,}74;\ y_{10} = 34{,}74\ \frac{1{,}5 + 15 . \frac{81}{100}}{14{,}91} = 31{,}80 \text{ „}$$

b) Berechnung der Werthe $n\lambda$, $\frac{l}{2}\left(1 + \frac{k}{f}\right)$ und $(n - m)\lambda + w_m$ zur Bestimmung der drei Fälle.

Die constanten Werthe sind $n\lambda = 60$ Met. und $\frac{l}{2}\left(1 + \frac{k}{f}\right) = 60\left(1 + \frac{1{,}5}{15}\right) = 66$ Met.

Für $m = 1$	ist $(n - m)\lambda + w_m$	$= 54 + 66{,}00 =$	$120{,}00 > 66.$
„ $m = 2$	„	$= 48 + 27{,}96 =$	$75{,}96 > 66.$
„ $m = 3$	„	$= 42 + 22{,}80 =$	$64{,}80 \begin{smallmatrix} < 66. \\ > 60. \end{smallmatrix}$
„ $m = 4$	„	$= 36 + 22{,}29 =$	$58{,}29 < 60.$
„ $m = 5$	„	$= 30 + 23{,}34 =$	$53{,}34 < 60.$
„ $m = 6$	„	$= 24 + 25{,}08 =$	$49{,}08 < 60.$
„ $m = 7$	„	$= 18 + 27{,}24 =$	$45{,}24 < 60.$
„ $m = 8$	„	$= 12 + 29{,}61 =$	$41{,}61 < 60.$
„ $m = 9$	„	$= 6 + 32{,}13 =$	$38{,}13 < 60.$
„ $m = 10$	„	$= 0 + 34{,}74 =$	$34{,}74 < 60.$

c) Berechnung der Grenzspannungen Y.

Erster Fall, wo $(n - m)\lambda + w_m < \frac{l}{2}\left(1 + \frac{k}{f}\right)$ nach den Gleichungen (427) und (423).

$$Y_{1\,\min}^{\ \max} = \pm \frac{q}{y_1} . \frac{n^2 \lambda k}{2f}(n - 1);\quad Y_{m\,\min}^{\ \max} = \pm \frac{q}{y_m}\left[v_m\left(\frac{n^2 + m(m-1)}{2n}\right) + \frac{m(m-1)}{2}\lambda - \frac{n^2}{2} . \frac{\lambda k}{f}\right].$$

$$\text{Für } m = 1 \text{ ist } Y_{1\,\min}^{\ \max} = \pm \frac{12}{15{,}97} . \frac{50.6.1{,}5.9}{15} = \pm 202{,}88 \text{ tons.}$$

$$\text{„ } m = 2 \text{ „ } Y_{2\,\min}^{\ \max} = \pm \frac{12}{7{,}41}\left[16\left(\frac{100 + 2.1}{20}\right) + \frac{2.1}{2}.6 - 50 . \frac{5.1{,}5}{15}\right] = \pm 93{,}31 \text{ tons.}$$

Zweiter Fall, wo $(n - m)\lambda + w_m \left\{\begin{matrix} < \frac{l}{2}\left(1 + \frac{k}{f}\right) \\ > n\lambda \end{matrix}\right.$ nach Gleichung (432).

$$Y_{m\,\min}^{\ \max} = \pm \frac{m(m-1)\lambda . q}{2n . y_m}\left(n + \frac{n^2 k - fm(m-1)}{f(2m-1)}\right).$$

$$\text{Für } m = 3 \text{ ist } Y_{3\,\min}^{\ \max} = \pm \frac{3.2.6.12}{2.10.7{,}53}\left(10 + \frac{100.1{,}5 - 15.3.2}{15.5}\right) = \pm 30{,}98 \text{ tons.}$$

Dritter Fall, wo $(n - m)\lambda + w_m < n\lambda$ nach Gleichung (436).

$$Y_{m\,\min}^{\ \max} = \pm \frac{n . \lambda . q}{2 . f . y_m}\left[\frac{nk(2m - n - 1) + m(m-1)f}{2m - 1}\right].$$

$$\text{Für } m = 4 \text{ ist } Y_4{}^{\max}_{\min} = \pm \frac{5.6.12}{15.9{,}58}\left(\frac{-15.3 + 4.3.15}{7}\right) = \pm 48{,}20 \text{ tons.}$$

$$\text{„ } m = 5 \text{ „ } Y_5{}^{\max}_{\min} = \pm \frac{5.6.12}{15.12{,}72}\left(\frac{-15.1 + 5.4.15}{9}\right) = \pm 59{,}52 \text{ „}$$

$$\text{„ } m = 6 \text{ „ } Y_6{}^{\max}_{\min} = \pm \frac{5.6.12}{15.16{,}53}\left(\frac{15.1 + 6.5.15}{11}\right) = \pm 61{,}20 \text{ „}$$

$$\text{„ } m = 7 \text{ „ } Y_7{}^{\max}_{\min} = \pm \frac{5.6.12}{15.20{,}50}\left(\frac{15.3 + 7.6.15}{13}\right) = \pm 60{,}72 \text{ „}$$

$$\text{„ } m = 8 \text{ „ } Y_8{}^{\max}_{\min} = \pm \frac{5.6.12}{15.24{,}48}\left(\frac{15.5 + 8.7.15}{15}\right) = \pm 59{,}78 \text{ „}$$

$$\text{„ } m = 9 \text{ „ } Y_9{}^{\max}_{\min} = \pm \frac{5.6.12}{15.28{,}26}\left(\frac{15.7 + 9.8.15}{17}\right) = \pm 59{,}24 \text{ „}$$

$$\text{„ } m = 10 \text{ „ } Y_{10}{}^{\max}_{\min} = \pm \frac{5.6.12}{15.31{,}80}\left(\frac{15.9 + 10.9.15}{19}\right) = \pm 58{,}61 \text{ „}$$

4) Berechnung der Grenzspannungen W in den Verticalstäben nach den Gleichungen (443) bis (447), (450) bis (453) und (455) bis (458).

a) Ohne Berücksichtigung des Eigengewichts nach den Gleichungen (443) und (444), (450) und (451), (455) und (456).

Erster Fall, wo $(n - m)\lambda + w_m < \frac{l}{2}\left(1 + \frac{k}{f}\right)$ nach den Gleichungen (443) und (444).

$$W_m \max = \frac{q}{w_m}\left[(w_m - m\lambda)\left(\frac{n}{2} + \frac{m(m+1)}{2n}\right) + \frac{m(m+1)}{2}\lambda - \frac{n^2}{2}\cdot\frac{\lambda k}{f}\right] \text{ und } W_m{}^{\min} = q - W_m{}^{\max}.$$

$$\text{Für } m = 1 \text{ ist } W_1{}^{\max} = \frac{12}{66}\left[60\left(5 + \frac{1.2}{20}\right) + 6.\frac{1.2}{2} - 50.\frac{6.1{,}5}{15}\right] = 51{,}32 \text{ tons, daher } W_1{}^{\min} = 12 - 51{,}32 = -39{,}32 \text{ tons.}$$

$$\text{„ } m = 2 \text{ „ } W_2{}^{\max} = \frac{12}{28}\left[16\left(5 + \frac{2.3}{20}\right) + 6.\frac{2.3}{2} - 50.\frac{6.1{,}5}{15}\right] = 31{,}16 \text{ „ „ } W_2{}^{\min} = 12 - 31{,}16 = -19{,}16 \text{ „}$$

Zweiter Fall, wo $(n - m)\lambda + w_m \begin{cases} < \frac{l}{2}\left(1 + \frac{k}{f}\right) \\ > n\lambda \end{cases}$ nach Gleichung (450) und (451).

$$W_m \max = \frac{q}{w_m}\cdot\frac{m(m+1)}{2n}(w_m + (n - m)\lambda) \text{ und } W_m \min = q - W_m \max.$$

$$\text{Für } m = 3 \text{ ist } W_3{}^{\max} = 12.\frac{3.4}{2.10.22{,}8}\left(7.6 + 22{,}8\right) = 20{,}48 \text{ tons, daher } W_3{}^{\min} = 12 - 20{,}48 = -8{,}48 \text{ tons.}$$

Dritter Fall, wo $(n - m)\lambda + w_m < n\lambda$ nach Gleichung (455) und (456).

$$W_m \min = -\frac{n}{2}q\left[\frac{kn(2m - n - 1) + fm(m - 1)}{n^2 k + m^2 f}\right] \text{ und } W_m \max = q - W_m \min.$$

$$\text{Für } m = 4 \text{ ist } W_4{}^{\min} = -5.12\left(\frac{-1{,}5.10.3 + 15.4.3}{100.1{,}5 + 16.15}\right) = -20{,}76 \text{ tons, daher } W_4{}^{\max} = 12 + 20{,}76 = 32{,}76 \text{ tons.}$$

$$\text{„ } m = 5 \text{ „ } W_5{}^{\min} = -5.12\left(\frac{-1{,}5.10.1 + 15.5.4}{100.1{,}5 + 16.15}\right) = -32{,}58 \text{ „ „ } W_5{}^{\max} = 12 + 32{,}58 = 44{,}58 \text{ „}$$

$$\text{„ } m = 6 \text{ „ } W_6{}^{\min} = -5.12\left(\frac{1{,}5.10.1 + 15.6.5}{100.1{,}5 + 36.15}\right) = -40{,}44 \text{ „ „ } W_6{}^{\max} = 12 + 40{,}44 = 52{,}44 \text{ „}$$

$$\text{„ } m = 7 \text{ „ } W_7{}^{\min} = -5.12\left(\frac{1{,}5.10.3 + 15.7.6}{100.1{,}5 + 49.15}\right) = -45{,}72 \text{ „ „ } W_7{}^{\max} = 12 + 45{,}72 = 57{,}72 \text{ „}$$

Für $m = 8$ ist $W_8{}^{\min} = -5.12\left(\frac{1{,}5.10.5 + 15.8.7}{100.1{,}5 + 64.15}\right) = -49{,}44$ tons, daher $W_8{}^{\max} = 12 + 49{,}44 = 61{,}44$ tons.

„ $m = 9$ „ $W_9{}^{\min} = -5.12\left(\frac{1{,}5.10.7 + 15.9.8}{100.1{,}5 + 81.15}\right) = -52{,}08$ „ „ $W_9{}^{\max} = 12 + 52{,}08 = 64{,}08$ „

„ $m = 10$ „ $W_{10}{}^{\min} = -5.12\left(\frac{1{,}5.10.9 + 15.10.9}{100.1{,}5 + 100.15}\right) = -54{,}00$ „ „ $W_{10}{}^{\max} = 12 + 54{,}00 = 66{,}00$ „

b) Mit Berücksichtigung des Eigengewichts nach den Gleichungen (447), (445) und (446), (452) und (453), (458) und (457)

$W_0{}^{\max} = \frac{1}{2}\left(q + \frac{p}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(12 + \frac{20}{2}\right) = 11$ tons. nach Gleichung (447).

$W_1{}^{\max} = 51{,}32 + \frac{20}{2} = 61{,}32$ tons. $W_1{}^{\min} = -39{,}32 + \frac{20}{2} = -29{,}32$ tons.

$W_2{}^{\max} = 31{,}06 + \frac{20}{2} = 41{,}16$ „ $W_2{}^{\min} = -19{,}16 + \frac{20}{2} = -9{,}16$ „

nach den Gleichungen (445) und (446).

$W_3{}^{\max} = 20{,}48 + \frac{20}{2} = 30{,}48$ „ $W_3{}^{\min} = -8{,}48 + \frac{20}{2} = +1{,}52$ „ nach den Gleich. (452) u. (453).

$W_4{}^{\max} = 32{,}76 + \frac{20}{2} = 42{,}76$ „ $W_4{}^{\min} = -20{,}76 + \frac{20}{2} = -10{,}76$ „

$W_5{}^{\max} = 44{,}58 + \frac{20}{2} = 54{,}58$ „ $W_5{}^{\min} = -32{,}58 + \frac{20}{2} = -22{,}58$ „

nach den Gleichungen (458) und (457).

$W_6{}^{\max} = 52{,}44 + \frac{20}{2} = 62{,}44$ „ $W_6{}^{\min} = -40{,}44 + \frac{20}{2} = -30{,}44$ „

$W_7{}^{\max} = 57{,}72 + \frac{20}{2} = 67{,}72$ „ $W_7{}^{\min} = -45{,}72 + \frac{20}{2} = -35{,}72$ „

$W_8{}^{\max} = 61{,}44 + \frac{20}{2} = 71{,}44$ „ $W_8{}^{\min} = -49{,}44 + \frac{20}{2} = -39{,}44$ „

$W_9{}^{\max} = 64{,}08 + \frac{20}{2} = 74{,}08$ „ $W_9{}^{\min} = -52{,}08 + \frac{20}{2} = -42{,}08$ „

$W_{10}{}^{\max} = 66{,}00 + \frac{20}{2} = 76{,}00$ „ $W_{10}{}^{\min} = -54{,}00 + \frac{20}{2} = -44{,}00$ „

nach den Gleichungen (458) und (457).

V. Berechnung der Spannungen in den einzelnen Gliedern des Hauptträgers einer aufgehängten parabolischen Charnierbrücke.

1. Berechnung der Grenzspannungen Z in den Polygonstücken nach Gleichung (460) und (461).

a. Berechnung der Lage der Belastungsscheiden nach Gleichung (459).

$$e = \lambda.\frac{n k + m f}{k + \left(\frac{2 n - m}{n}\right) f}$$

Für $m = 1$ ist $e = \lambda.\frac{2}{2} = \lambda.\ 1{,}0$, daher $m' = 1$ und $m'' = 0$,

„ $m = 2$ „ $e = \lambda.\frac{3}{1{,}9} = \lambda.\ 1{,}5$, „ $m' = 2$ „ $m'' = 1$,

„ $m = 3$ „ $e = \lambda.\frac{4}{1{,}8} = \lambda.\ 2{,}2$, „ $m' = 3$ „ $m'' = 2$,

„ $m = 4$ „ $e = \lambda.\frac{5}{1{,}7} = \lambda.\ 2{,}9$, „ $m' = 3$ „ $m'' = 2$, Für $m = 5$ ist $e = \lambda . \frac{6}{1{,}6} = \lambda . 3{,}7$, daher $m' = 4$ und $m'' = 3$,

„ $m = 6$ „ $e = \lambda . \frac{7}{1{,}5} = \lambda . 4{,}6$, „ $m' = 5$ „ $m'' = 4$,

„ $m = 7$ „ $e = \lambda . \frac{8}{1{,}4} = \lambda . 5{,}7$, „ $m' = 6$ „ $m'' = 5$,

„ $m = 8$ „ $e = \lambda . \frac{9}{1{,}3} = \lambda . 6{,}9$, „ $m' = 7$ „ $m'' = 6$,

„ $m = 9$ „ $e = \lambda . \frac{10}{1{,}2} = \lambda . 8{,}3$, „ $m' = 9$ „ $m'' = 8$,

„ $m = 10$ „ $e = \lambda . \frac{11}{1{,}1} = \lambda . 10$, „ $m' = 10$ „ $m'' = 9$.

b) Berechnung der Maximalspannungen Z_m^{max} nach Gleichung (460).

$$Z_m \max = \frac{n^2}{2} b_m \left[\frac{q}{n^2k + m^2f} \left\{ \left(\frac{m}{n} + \frac{k}{f}\right) \frac{n^2}{2} - \frac{n(2m''+1) - m''(m''+1)}{2} \left(\frac{m}{n} - \frac{k}{f}\right) + m(2m''+1) - m''(m''+1) \right\} + \frac{p}{f}\right].$$

Für $m = 1$ und $m'' = 0$ ist $Z_1^{max} = 50 . 6{,}000 \left[\frac{12}{150 + 15.1}\left(50 . \frac{2}{10} - \frac{(10-0)}{2} . \frac{0}{10} + 1 - 0\right) + \frac{20}{15}\right] = 640{,}00$ tons.

„ $m = 2$ „ $m'' = 1$ „ $Z_2^{max} = 50 . 6{,}015 \left[\frac{12}{150 + 15.4}\left(50 . \frac{3}{10} - \frac{(30-2)}{2} . \frac{1}{10} + 6 - 2\right) + \frac{20}{15}\right] = 704{,}75$ „

„ $m = 3$ „ $m'' = 2$ „ $Z_3^{max} = 50 . 6{,}045 \left[\frac{12}{150 + 15.9}\left(50 . \frac{4}{10} - \frac{(50-6)}{2} . \frac{2}{10} + 15 - 6\right) + \frac{20}{15}\right] = 715{,}14$ „

„ $m = 4$ „ $m'' = 2$ „ $Z_4^{max} = 50 . 6{,}087 \left[\frac{12}{150 + 15.16}\left(50 . \frac{5}{10} - \frac{(50-6)}{2} . \frac{3}{10} + 20 - 6\right) + \frac{20}{15}\right] = 710{,}66$ „

„ $m = 5$ „ $m'' = 3$ „ $Z_5^{max} = 50 . 6{,}147 \left[\frac{12}{150 + 15.25}\left(50 . \frac{6}{10} - \frac{(70-12)}{2} . \frac{4}{10} + 35 - 12\right) + \frac{20}{15}\right] = 702{,}29$ „

„ $m = 6$ „ $m'' = 4$ „ $Z_6^{max} = 50 . 6{,}219 \left[\frac{12}{150 + 15.36}\left(50 . \frac{7}{10} - \frac{(90-20)}{2} . \frac{5}{10} + 54 - 20\right) + \frac{20}{15}\right] = 691{,}54$ „

„ $m = 7$ „ $m'' = 5$ „ $Z_7^{max} = 50 . 6{,}306 \left[\frac{12}{150 + 15.49}\left(50 . \frac{8}{10} - \frac{(110-30)}{2} . \frac{6}{10} + 77 - 30\right) + \frac{20}{15}\right] = 690{,}41$ „

„ $m = 8$ „ $m'' = 6$ „ $Z_8^{max} = 50 . 6{,}405 \left[\frac{12}{150 + 15.64}\left(50 . \frac{9}{10} - \frac{(130-42)}{2} . \frac{7}{10} + 104 - 42\right) + \frac{20}{15}\right] = 691{,}73$ „

„ $m = 9$ „ $m'' = 8$ „ $Z_9^{max} = 50 . 6{,}516 \left[\frac{12}{150 + 15.81}\left(50 . \frac{10}{10} - \frac{(170-72)}{2} . \frac{8}{10} + 153 - 72\right) + \frac{20}{15}\right] = 697{,}11$ „

„ $m = 10$ „ $m'' = 9$ „ $Z_{10}^{max} = 50 . 6{,}639 \left[\frac{12}{150 + 15.100}\left(50 . \frac{11}{10} - \frac{(190-90)}{2} . \frac{9}{10} + 190 - 90\right) + \frac{20}{15}\right] = 708{,}05$ „

c. Berechnung der Minimalspannungen Z_m^{min} nach Gleichung (461).

$$Z_m^{min} = -\frac{n^2}{2} b_m \left[\frac{q}{n^2k + m^2f}\left(\frac{(n-m')(n-m'+1)}{2}\left(\frac{m}{n} - \frac{k}{f}\right) - (m-m')(m-m'+1)\right) - \frac{p}{f}\right].$$

Für $m = 1$ und $m' = 1$ ist $Z_1^{min} = -50 . 6{,}000 \left[\frac{12}{150 + 15.1}\left(\frac{9.10}{2} . 0 - 0\right) - \frac{20}{15}\right] = +400{,}00$ tons.

„ $m = 2$ „ $m' = 2$ „ $Z_2^{min} = -50 . 6{,}015 \left[\frac{12}{150 + 15.4}\left(\frac{8.9}{2} . \frac{1}{10} - 0\right) - \frac{20}{15}\right] = 309{,}05$ „

„ $m = 3$ „ $m' = 3$ „ $Z_3^{min} = -50 . 6{,}045 \left[\frac{12}{150 + 15.9}\left(\frac{7.8}{2} . \frac{2}{10} - 0\right) - \frac{20}{15}\right] = 328{,}86$ „

Für $m = 4$ und $m' = 3$ ist $Z_4^{\min} = -50.6{,}087\left[\frac{12}{150+15.16}\left(\frac{7.8}{2}.\frac{3}{10} - 0\right) - \frac{20}{15}\right] = 327{,}17$ tons.

" $m = 5$ " $m' = 4$ " $Z_5^{\min} = -50.6{,}147\left[\frac{12}{150+15.25}\left(\frac{6.7}{2}.\frac{4}{10} - 1.2\right) - \frac{20}{15}\right] = 350{,}68$ "

" $m = 6$ " $m' = 5$ " $Z_6^{\min} = -50.6{,}219\left[\frac{12}{150+15.36}\left(\frac{5.6}{2}.\frac{5}{10} - 1.2\right) - \frac{20}{15}\right] = 384{,}95$ "

" $m = 7$ " $m' = 6$ " $Z_7^{\min} = -50.6{,}306\left[\frac{12}{150+15.49}\left(\frac{4.5}{2}.\frac{6}{10} - 1.2\right) - \frac{20}{15}\right] = 410{,}78$ "

" $m = 8$ " $m' = 7$ " $Z_8^{\min} = -50.6{,}405\left[\frac{12}{150+15.64}\left(\frac{3.4}{2}.\frac{7}{10} - 1.2\right) - \frac{20}{15}\right] = 410{,}36$ "

" $m = 9$ " $m' = 9$ " $Z_9^{\min} = -50.6{,}516\left[\frac{12}{150+15.81}\left(\frac{1.2}{2}.\frac{8}{10} - 1.2\right) - \frac{20}{15}\right] = 431{,}01$ "

" $m = 10$ " $m' = 10$ " $Z_{10}^{\min} = -50.6{,}639\left[\frac{12}{150+15.100}\left(0 - 0\right) - \frac{20}{15}\right] = 442{,}49$ "

2. Berechnung der Grenzspannungen X in den horizontalen Gurtungsstücken nach Gleichung (464).

a. Berechnung der Lagen der Belastungsscheiden nach Gleichung (462) und der Werthe x_m nach Gleichung (463).

$$e = \lambda.\frac{n(m-1)(n-m+1)}{2n^2-(m-1)(n+m-1)} \qquad x_m = k + f\left(\frac{m-1}{n}\right)^2.$$

Für $m = 1$ ist $e = \lambda.\frac{10.0.10}{200-0.10} = \lambda.0{,}00$, daher $m' = 1$; $x_1 = 1{,}5 + 15.\frac{0}{100} = 1{,}50$ Met.

" $m = 2$ " $e = \lambda.\frac{10.1.9}{200-1.11} = \lambda.0{,}47$, " $m' = 1$; $x_2 = 1{,}5 + 15.\frac{1}{100} = 1{,}65$ "

" $m = 3$ " $e = \lambda.\frac{10.2.8}{200-2.12} = \lambda.0{,}90$, " $m' = 1$; $x_3 = 1{,}5 + 15.\frac{4}{100} = 2{,}10$ "

" $m = 4$ " $e = \lambda.\frac{10.3.7}{200-3.13} = \lambda.1{,}30$, " $m' = 2$; $x_4 = 1{,}5 + 15.\frac{9}{100} = 2{,}85$ "

" $m = 5$ " $e = \lambda.\frac{10.4.6}{200-4.14} = \lambda.1{,}60$, " $m' = 2$; $x_5 = 1{,}5 + 15.\frac{16}{100} = 3{,}90$ "

" $m = 6$ " $e = \lambda.\frac{10.5.5}{200-5.15} = \lambda.2{,}00$, " $m' = 3$; $x_6 = 1{,}5 + 15.\frac{25}{100} = 5{,}25$ "

" $m = 7$ " $e = \lambda.\frac{10.6.4}{200-6.16} = \lambda.2{,}30$, " $m' = 3$; $x_7 = 1{,}5 + 15.\frac{36}{100} = 6{,}90$ "

" $m = 8$ " $e = \lambda.\frac{10.7.3}{200-7.17} = \lambda.2{,}50$, " $m' = 3$; $x_8 = 1{,}5 + 15.\frac{49}{100} = 8{,}85$ "

" $m = 9$ " $e = \lambda.\frac{10.8.2}{200-8.18} = \lambda.2{,}80$, " $m' = 3$; $x_9 = 1{,}5 + 15.\frac{64}{100} = 11{,}10$ "

" $m = 10$ " $e = \lambda.\frac{10.9.1}{200-9.19} = \lambda.3{,}10$, " $m' = 4$; $x_{10} = 1{,}5 + 15.\frac{81}{100} = 13{,}65$ "

b. Berechnung der Grenzspannungen X nach Gleichung (464).

$$X_{m\,\min}^{\max} = \pm\frac{q\lambda}{2x_m}\left[\frac{(n-m')(n-m'+1)(m-1)(n+m-1)}{2n^2} - (m-m')(m-m'-1)\right].$$

Für $m = 1$ und $m' = 1$ ist $X_{1\,\min}^{\;\max} = \pm\frac{12.6}{2.1{,}50}\left[\frac{9.10.0.10}{200} - 0.-1\right] = \pm 0$ tons.

Für $m = 2$ und $m' = 2$ ist $X_{2\,min}^{\;max} = \pm \frac{16.6}{2.1{,}65}\left[\frac{9.10.1.11}{200} - 1.0\right] = \pm 108{,}00$ tons.

„ $m = 3$ „ $m' = 1$ „ $X_{3\,min}^{\;max} = \pm \frac{12.6}{2.2{,}10}\left[\frac{9.10.2.12}{200} - 2.1\right] = \pm 150{,}84$ „

„ $m = 4$ „ $m' = 2$ „ $X_{4\,min}^{\;max} = \pm \frac{12.6}{2.2{,}85}\left[\frac{8.9.3.13}{200} - 2.1\right] = \pm 152{,}07$ „

„ $m = 5$ „ $m' = 2$ „ $X_{5\,min}^{\;max} = \pm \frac{12.6}{2.3{,}90}\left[\frac{8.9.4.14}{200} - 3.2\right] = \pm 130{,}71$ „

„ $m = 6$ „ $m' = 3$ „ $X_{6\,min}^{\;max} = \pm \frac{12.6}{2.5{,}25}\left[\frac{7.8.5.15}{200} - 3.2\right] = \pm 102{,}84$ „

„ $m = 7$ „ $m' = 3$ „ $X_{7\,min}^{\;max} = \pm \frac{12.6}{2.6{,}90}\left[\frac{7.8.6.16}{200} = 4.3\right] = \pm 77{,}76$ „

„ $m = 8$ „ $m' = 3$ „ $X_{8\,min}^{\;max} = \pm \frac{12.6}{2.8{,}85}\left[\frac{7.8.7.17}{200} = 5.4\right] = \pm 54{,}18$ „

„ $m = 9$ „ $m' = 3$ „ $X_{9\,min}^{\;max} = \pm \frac{16.6}{2.11{,}10}\left[\frac{7.8.8.18}{200} - 6.5\right] = \pm 33{,}45$ „

„ $m = 10$ „ $m' = 4$ „ $X_{10\,min}^{\;max} = \pm \frac{12.6}{2.13{,}65}\left[\frac{6.7.9.19}{200} - 6.5\right] = \pm 15{,}57$ „

3. Berechnung der Grenzspannungen Y in den Diagonalstäben nach den Gleichungen (469), (473) und (475).

a. Berechnung der Lage der Belastungsscheiden nach Gleichung (471).

$$e = \lambda\left(n - \frac{2}{\dfrac{k+f}{f(n-m) + \dfrac{kn^2 + fm^2}{2m-1}} + \dfrac{1}{n}}\right).$$

Für $m = 1$ ist $e = \lambda.\left[10 - \frac{2}{\dfrac{16{,}5}{15.9 + (150+15)\,{}^1\!/_1} + \dfrac{1}{10}}\right] = \lambda.-8{,}00$

„ $m = 2$ „ $e = \lambda.\left[10 - \frac{2}{\dfrac{16{,}5}{15.8 + (150+15)\,{}^1\!/_3} + \dfrac{1}{10}}\right] = \lambda.-0{,}70$

Wenn e negativ, kommt m' nicht vor.

„ $m = 3$ „ $e = \lambda.\left[10 - \frac{2}{\dfrac{16{,}5}{15.7 + (150+15)\,{}^1\!/_5} + \dfrac{1}{10}}\right] = \lambda.0{,}10$, daher $m_1 = 1$.

„ $m = 4$ „ $e = \lambda.\left[10 - \frac{2}{\dfrac{16{,}5}{15.6 + (150+15)\,{}^1\!/_7} + \dfrac{1}{10}}\right] = \lambda.0{,}70$, „ $m_1 = 1$.

„ $m = 5$ „ $e = \lambda.\left[10 - \frac{2}{\dfrac{16{,}5}{15.5 + (150+15)\,{}^1\!/_9} + \dfrac{1}{10}}\right] = \lambda.1{,}10$, „ $m_1 = 2$.

„ $m = 6$ „ $e = \lambda.\left[10 - \frac{2}{\dfrac{16{,}5}{15.4 + (150+15)\,{}^1\!/_{11}} + \dfrac{1}{10}}\right] = \lambda.1{,}46$, „ $m_1 = 2$.

„ $m = 7$ „ $e = \lambda.\left[10 - \frac{2}{\dfrac{16{,}5}{15.3 + (150+15)\,{}^1\!/_{13}} + \dfrac{1}{10}}\right] = \lambda.1{,}70$, „ $m_1 = 2$.

$$\text{Für } m = 8 \text{ ist } e = \lambda . \left[10 - \frac{2}{\frac{16{,}5}{15 . 2 + (150 + 15)\,{}^1/_{15}} + \frac{1}{10}}\right] = \lambda . 2{,}30, \text{ daher } m_1 = 3.$$

$$\text{„ } m = 9 \text{ „ } e = \lambda . \left[10 - \frac{2}{\frac{16{,}5}{15 . 1 + (150 + 15)\,{}^1/_{17}} = \frac{1}{10}}\right] = \lambda . 2{,}70, \text{ „ } m_1 = 3.$$

$$\text{„ } m = 10 \text{ „ } e = \lambda . \left[10 - \frac{2}{\frac{16{,}5}{15 . 0 + (150 + 15)\,{}^1/_{19}} + \frac{1}{10}}\right] = \lambda . 3{,}10, \text{ „ } m_1 = 4.$$

b. Berechnung der Werthe d_m, w_m, y_m und u_m nach den Gleichungen (467), (466), (468) und (472).

$$d_m = \sqrt{\lambda^2 + \left(k + f\left(\frac{m-1}{n}\right)^2\right)^2};\; w_m = \frac{n^2 k + m^2 f}{f(2m-1)} . \lambda;\; y_m = w_m \frac{f\left(\frac{m-1}{n}\right)^2 + k}{d_m};\; u_m = w_m - (m - m')\lambda.$$

$$\text{Für } m = 1 \text{ ist } d_1 = \sqrt{36 + \left(1{,}5 + 15 . \frac{0}{100}\right)^2} = 6{,}18;\; w_1 = 6\left(\frac{150 + 15 . 1}{15 . 1}\right) = 66{,}00.$$

$$y_1 = 66{,}00 \frac{\left(1{,}5 + 15 . \frac{0}{100}\right)}{6{,}18} = 15{,}97; \quad u_1 \text{ kommt in Gleichung (469) nicht vor.}$$

$$\text{„ } m = 2 \text{ „ } d_2 = \sqrt{36 + \left(1{,}5 + 15 . \frac{1}{100}\right)^2} = 2{,}21;\; w_2 = 6\left(\frac{150 + 15 . 4}{15 . 3}\right) = 27{,}96.$$

$$y_2 = 27{,}96 \frac{\left(1{,}5 + 15 . \frac{1}{100}\right)}{6{,}21} = 7{,}41; \quad u_2 \text{ kommt in Gleichung (469) nicht vor.}$$

$$\text{„ } m = 3 \text{ „ } d_3 = \sqrt{36 + \left(1{,}5 + 15 . \frac{4}{100}\right)^2} = 6{,}36;\; w_3 = 6\left(\frac{150 + 15 . 9}{15 . 5}\right) = 22{,}80.$$

$$y_3 = 22{,}80 \frac{\left(1{,}5 + 15 . \frac{9}{100}\right)}{6{,}36} = 7{,}53; \quad u_3 = 22{,}80 - 2 . 6 = 10{,}80.$$

$$\text{„ } m = 4 \text{ „ } d_4 = \sqrt{36 + \left(1{,}5 + 15 . \frac{9}{100}\right)^2} = 6{,}63;\; w_4 = 6\left(\frac{150 + 15 . 16}{15 . 7}\right) = 22{,}29.$$

$$y_4 = 22{,}29 \frac{\left(1{,}5 + 15 . \frac{9}{100}\right)}{6{,}63} = 9{,}58; \quad u_4 = 22{,}29 - 3 . 6 = 4{,}29.$$

$$\text{„ } m = 5 \text{ „ } d_5 = \sqrt{36 + \left(1{,}5 + 15 . \frac{16}{100}\right)^2} = 7{,}14;\; w_5 = 6\left(\frac{150 + 15 . 25}{15 . 9}\right) = 23{,}34.$$

$$y_5 = 23{,}34 \frac{\left(1{,}5 + 15 . \frac{16}{100}\right)}{7{,}14} = 12{,}72; \quad u_5 = 23{,}34 - 3 . 6 = 5{,}34.$$

$$\text{„ } m = 6 \text{ „ } d_6 = \sqrt{36 + \left(1{,}5 + 15 . \frac{25}{100}\right)^2} = 7{,}95;\; w_6 = 6\left(\frac{150 + 15 . 36}{15 . 11}\right) = 28{,}08.$$

$$y_6 = 28{,}08 \frac{\left(1{,}5 + 15 . \frac{25}{100}\right)}{7{,}95} = 16{,}53; \quad u_6 = 28{,}08 - 4 . 6 = 1{,}08.$$

Für $m = 7$ ist $d_7 = \sqrt{36 + \left(1{,}5 + 15 \cdot \frac{36}{100}\right)^2} = 9{,}15$; $w_7 = 6\left(\frac{150 + 15.49}{15.13}\right) = 27{,}24$.

$$y_7 = 27{,}24 \frac{\left(1{,}5 + 15 \cdot \frac{36}{100}\right)}{9{,}15} = 20{,}50; \qquad u_7 = 27{,}24 - 5.6 = -\ 2{,}76.$$

„ $m = 8$ „ $d_8 = \sqrt{36 + \left(1{,}5 + 15 \cdot \frac{49}{100}\right)^2} = 10{,}68$; $w_8 = 6\left(\frac{150 + 15.64}{15.15}\right) = 28{,}61$.

$$y_8 = 29{,}61 \frac{\left(1{,}5 + 15 \cdot \frac{49}{100}\right)}{10{,}68} = 24{,}48; \qquad u_8 = 29{,}61 - 5.6 = -\ 0{,}39.$$

„ $m = 9$ „ $d_9 = \sqrt{36 + \left(1{,}5 + 15 \cdot \frac{64}{100}\right)^2} = 12{,}63$; $w_9 = 6\left(\frac{150 + 15.81}{15.17}\right) = 32{,}13$.

$$y_9 = 32{,}13 \frac{\left(1{,}5 + 15 \cdot \frac{64}{100}\right)}{12{,}63} = 28{,}26; \qquad u_9 = 32{,}13 - 6.6 = -\ 3{,}87.$$

„ $m = 10$ „ $d_{10} = \sqrt{36 + \left(1{,}5 + 15 \cdot \frac{81}{100}\right)^2} = 14{,}91$; $w_{10} = 6\left(\frac{150 + 15.100}{15.19}\right) = 34{,}74$.

$$y_{10} = 34{,}74 \frac{\left(1{,}5 + 15 \cdot \frac{81}{100}\right)}{14{,}91} = 31{,}80; \qquad u_{10} = 34{,}74 - 6.6 = -\ 1{,}26.$$

c. Berechnung der Werthe $\frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{k}{f}\right)$ und $(n - m)\lambda + w_m$ zur Bestimmung der drei Fälle.

Der constante Werth $\frac{l}{2}\left(1 \pm \frac{k}{f}\right) = 60\left(1 \pm \frac{1{,}5}{15}\right) = \left\{\begin{matrix} 66 \\ 54 \end{matrix}\right\}$.

Für $m = 1$ ist $(n - m)\lambda + w_m = 54 + 66{,}00 = 120{,}00 > 66.$

„ $m = 2$ „ $(n - m)\lambda + w_m = 48 + 27{,}96 = 75{,}96 > 66.$

„ $m = 3$ „ $(n - m)\lambda + w_m = 42 + 22{,}80 = 64{,}80 \begin{matrix} < 66. \\ > 54. \end{matrix}$

„ $m = 4$ „ $(n - m)\lambda + w_m = 36 + 22{,}29 = 58{,}29 \begin{matrix} < 66. \\ > 54. \end{matrix}$

„ $m = 5$ „ $(n - m)\lambda + w_m = 30 + 23{,}34 = 53{,}34 < 54.$

„ $m = 6$ „ $(n - m)\lambda + w_m = 24 + 28{,}08 = 52{,}08 < 54.$

„ $m = 7$ „ $(n - m)\lambda + w_m = 18 + 27{,}24 = 45{,}24 < 54.$

„ $m = 8$ „ $(n - m)\lambda + w_m = 12 + 29{,}61 = 41{,}61 < 54.$

„ $m = 9$ „ $(n - m)\lambda + w_m = 6 + 32{,}13 = 38{,}13 < 54.$

„ $m = 10$ „ $(n - m)\lambda + w_m = 0 + 34{,}74 = 34{,}74 < 54.$

d. Berechnung der Grenzspannungen Y nach Gleichung (469), (473) und (475).

Erster Fall, wo $(n - m)\lambda + w_m > \frac{l}{2}\left(1 + \frac{k}{f}\right)$ nach Gleichung (469).

$$Y_{m\,\min}^{\,\max} = \pm \frac{q}{y_m} \cdot \frac{(n - m)(n - m + 1)}{4}\left[\frac{w_m - m\lambda}{n} + \frac{k\lambda}{f}\right].$$

Für $m = 1$ ist $Y_{1\,\min}^{\,\max} = \pm \frac{12}{15{,}97} \cdot \frac{9.10}{4}\left(\frac{66 - 6.1}{10} + \frac{1{,}5.6}{15}\right) = \pm\ 111{,}60$ tons.

„ $m = 2$ „ $Y_{2\,\min}^{\,\max} = \pm \frac{12}{7{,}41} \cdot \frac{8.9}{4}\left(\frac{27{,}96 - 6.2}{10} + \frac{1{,}5.6}{15}\right) = \pm\ 64{,}16$ „

Zweiter Fall, wo $(n - m)\lambda + w_m \begin{Bmatrix} < \frac{l}{2}\left(1 + \frac{k}{f}\right) \\ > \frac{l}{2}\left(1 - \frac{k}{f}\right) \end{Bmatrix}$ nach Gleichung (473).

$$Y_m{}^{max}_{min} = \pm \frac{q(m - m')}{y_m}\left[\frac{(2n - m - m' + 1)}{4}\left(\frac{m\lambda - w_m}{n} - \frac{k\lambda}{f}\right) + u_m + \frac{(m - m' - 1)}{2}.\lambda\right].$$

Für $m = 3$ ist $m' = 1$ und $Y_3{}^{max}_{min} = \pm \frac{12.2}{7{,}53}\left[\frac{(20-3)}{4}\left(\frac{18 - 22{,}80}{10} - \frac{1{,}5.6}{15}\right) + 10{,}80 + \frac{1.6}{2}\right] = \pm 29{,}34$ tons.

„ $m = 4$ „ $m' = 1$ „ $Y_4{}^{max}_{min} = \pm \frac{12.3}{9{,}58}\left[\frac{(20-4)}{4}\left(\frac{24 - 22{,}29}{10} - \frac{1{,}5.6}{15}\right) + 4{,}29 + \frac{2.6}{2}\right] = \pm 32{,}31$ „

Dritter Fall, wo $(n - m)\lambda + w_m < \frac{l}{2}\left(1 - \frac{k}{f}\right)$, nach Gleichung (475).

$$Y_m{}^{max}_{min} = \pm \frac{q}{y_m}\left[\frac{(n - m')(n - m' + 1)}{4}\left(\frac{m\lambda - w_m}{n} - \frac{k\lambda}{f}\right) + (m - m')\left(u_m + \frac{(m - m' - 1)}{2}.\lambda\right)\right].$$

Für $m = 5$ ist $m' = 2$ und $Y_5{}^{max}_{min} = \pm \frac{12}{12{,}72}\left[\frac{8.9}{4}\left(\frac{30 - 23{,}34}{10} - \frac{1{,}5.6}{15}\right) + 3\left(5{,}34 + \frac{2.6}{2}\right)\right] = \pm 33{,}18$ ts.

„ $m = 6$ „ $m' = 2$ „ $Y_6{}^{max}_{min} = \pm \frac{12}{16{,}53}\left[\frac{8.9}{4}\left(\frac{36 - 28{,}08}{10} - \frac{1{,}5.6}{15}\right) + 4\left(1{,}08 + \frac{3.6}{2}\right)\right] = \pm 35{,}70$ „

„ $m = 7$ „ $m' = 2$ „ $Y_7{}^{max}_{min} = \pm \frac{12}{20{,}50}\left[\frac{8.9}{4}\left(\frac{42 - 27{,}24}{10} - \frac{1{,}5.6}{15}\right) + 5\left(-2{,}76 + \frac{4.6}{2}\right)\right] = \pm 36{,}24$ „

„ $m = 8$ „ $m' = 3$ „ $Y_8{}^{max}_{min} = \pm \frac{12}{24{,}48}\left[\frac{7.8}{4}\left(\frac{48 - 29{,}61}{10} - \frac{1{,}5.6}{15}\right) + 5\left(-0{,}39 + \frac{5.6}{2}\right)\right] = \pm 36{,}90$ „

„ $m = 9$ „ $m' = 3$ „ $Y_9{}^{max}_{min} = \pm \frac{12}{28{,}26}\left[\frac{7.8}{4}\left(\frac{54 - 32{,}13}{10} - \frac{1{,}5.6}{15}\right) + 6\left(-3{,}87 + \frac{5.6}{2}\right)\right] = \pm 37{,}77$ „

„ $m = 10$ „ $m' = 4$ „ $Y_{10}{}^{max}_{min} = \pm \frac{12}{31{,}80}\left[\frac{6.7}{4}\left(\frac{60 - 34{,}74}{10} - \frac{1{,}5.6}{15}\right) + 6\left(-1{,}26 + \frac{5.6}{2}\right)\right] = \pm 38{,}73$ „

4. Berechnung der Grenzspannungen in den Verticalankern.

a. Ohne Berücksichtigung des Eigengewichts.

Erster Fall, wo $(n - m)\lambda + w_m > \frac{l}{2}\left(1 + \frac{k}{f}\right)$, nach den Gleichungen (476) und (477).

$$W_m \max = q\left[\frac{(n - m)(n - m - 1)}{4 w_m}\left(\frac{w_m - m\lambda}{n} + \frac{k\lambda}{f}\right) + 1\right]. \quad W_m \min = q - W_m \max.$$

Für $m = 1$ ist $W_1{}^{max} = 12\left[\frac{9.8}{4.66}\left(\frac{66 - 6.1}{10} + \frac{6}{10}\right) + 1\right] = 33{,}6$ tons, daher $W_1{}^{min} = -33{,}6 + 12 = -21{,}6$ tons.

„ $m = 2$ „ $W_2{}^{max} = 12\left[\frac{4.27{,}96}{8.7}\left(\frac{27{,}96 - 6.2}{10} + \frac{6}{10}\right) + 1\right] = 25{,}17$ „ „ $W_2{}^{min} = -25{,}17 + 12 = -13{,}17$ „

Zweiter Fall, wo $(n - m)\lambda + w_m \begin{Bmatrix} < \frac{l}{2}\left(1 + \frac{k}{f}\right) \\ > \frac{l}{2}\left(1 + \frac{k}{f}\right) \end{Bmatrix}$, nach den Gleichungen (481) und (482).

$$W_m \max = \frac{q(m - m' + 1)}{w_m}\left[\frac{(2n - m - m')}{4}\left(\frac{m\lambda - w_m}{n} - \frac{k\lambda}{f}\right) + u_m + \frac{(m - m')\lambda}{2}\right]. \quad W_m \min = q - W_m \max.$$

Für $m = 3$ ist $m' = 1$ und $W_3{}^{max} = \frac{12.3}{22{,}8}\left[\frac{16}{4}\left(\frac{18 - 22{,}8}{10} - \frac{6}{10}\right) + 10{,}8 + \frac{2.6}{2}\right] = 19{,}70$ tons,

daher $W_3{}^{min} = -19{,}70 + 12 = -7{,}70$ tons.

Für m = 4 ist m' = 1 und $W_4^{\max} = \frac{12.4}{22{,}29}\left[\frac{15}{4}\left(\frac{24-22{,}29}{10}-\frac{6}{10}\right)+4{,}29+\frac{3.6}{2}\right] = 25{,}14$ tons,

daher $W_4^{\min} = -25{,}14 + 12 = -13{,}14$ tons

Dritter Fall, wo $(n-m)\lambda < \frac{1}{2}\left(1-\frac{k}{f}\right)$, nach den Gleichungen (485) und (486).

$$W_m\max = \frac{q}{w_m}\left[\frac{(n-m')(n-m'+1)}{4}\left(\frac{m\lambda - w_m}{n}-\frac{k\lambda}{f}\right)+(m-m'+1)\left(u_m+\frac{(m-m')\lambda}{2}\right)\right] W_m\min = q - W_m\max.$$

Für m = 5 ist m' = 2 und $W_5^{\max} = \frac{12}{23{,}34}\left[\frac{8.9}{4}\left(\frac{30-23{,}34}{10}-\frac{6}{10}\right)+4\left(5{,}34+\frac{3.6}{2}\right)\right] = 30{,}09$ tons.,

daher $W_5^{\min} = -30{,}09 + 12 = -42{,}09$ tons.

" m = 6 " m' = 2 " $W_6^{\max} = \frac{12}{28{,}08}\left[\frac{8.9}{4}\left(\frac{36-28{,}08}{10}-\frac{6}{10}\right)+5\left(1{,}08+\frac{4.6}{2}\right)\right] = 35{,}52$ "

daher $W_6^{\min} = -35{,}52 + 12 = -23{,}52$ tons.

" m = 7 " m' = 3 " $W_7^{\max} = \frac{12}{27{,}24}\left[\frac{8.9}{4}\left(\frac{42-27{,}24}{10}-\frac{6}{10}\right)+6\left(-2{,}76+\frac{5.6}{2}\right)\right] = 39{,}30$ "

daher $W_7^{\min} = -39{,}30 + 12 = -27{,}30$ tons.

" m = 8 " m' = 3 " $W_8^{\max} = \frac{12}{29{,}61}\left[\frac{7.8}{4}\left(\frac{48-29{,}61}{10}-\frac{6}{10}\right)+6\left(-0{,}39+\frac{5.6}{2}\right)\right] = 42{,}60$ "

daher $W_8^{\min} = -42{,}60 + 12 = -30{,}60$ tons.

" m = 9 " m' = 3 " $W_9^{\max} = \frac{12}{32{,}13}\left[\frac{7.8}{4}\left(\frac{54-32{,}13}{10}-\frac{6}{10}\right)+6\left(-3{,}87+\frac{6.6}{2}\right)\right] = 45{,}24$ "

daher $W_9^{\min} = -45{,}24 + 12 = -33{,}24$ tons.

" m = 10 " m' = 4 " $W_{10}^{\max} = \frac{12}{34{,}74}\left[\frac{6.7}{4}\left(\frac{60-34{,}74}{10}-\frac{6}{10}\right)+7\left(-1{,}27+\frac{6.6}{2}\right)\right] = 47{,}46$ "

daher $W_{10}^{\min} = -47{,}46 + 12 = -35{,}46$ tons.

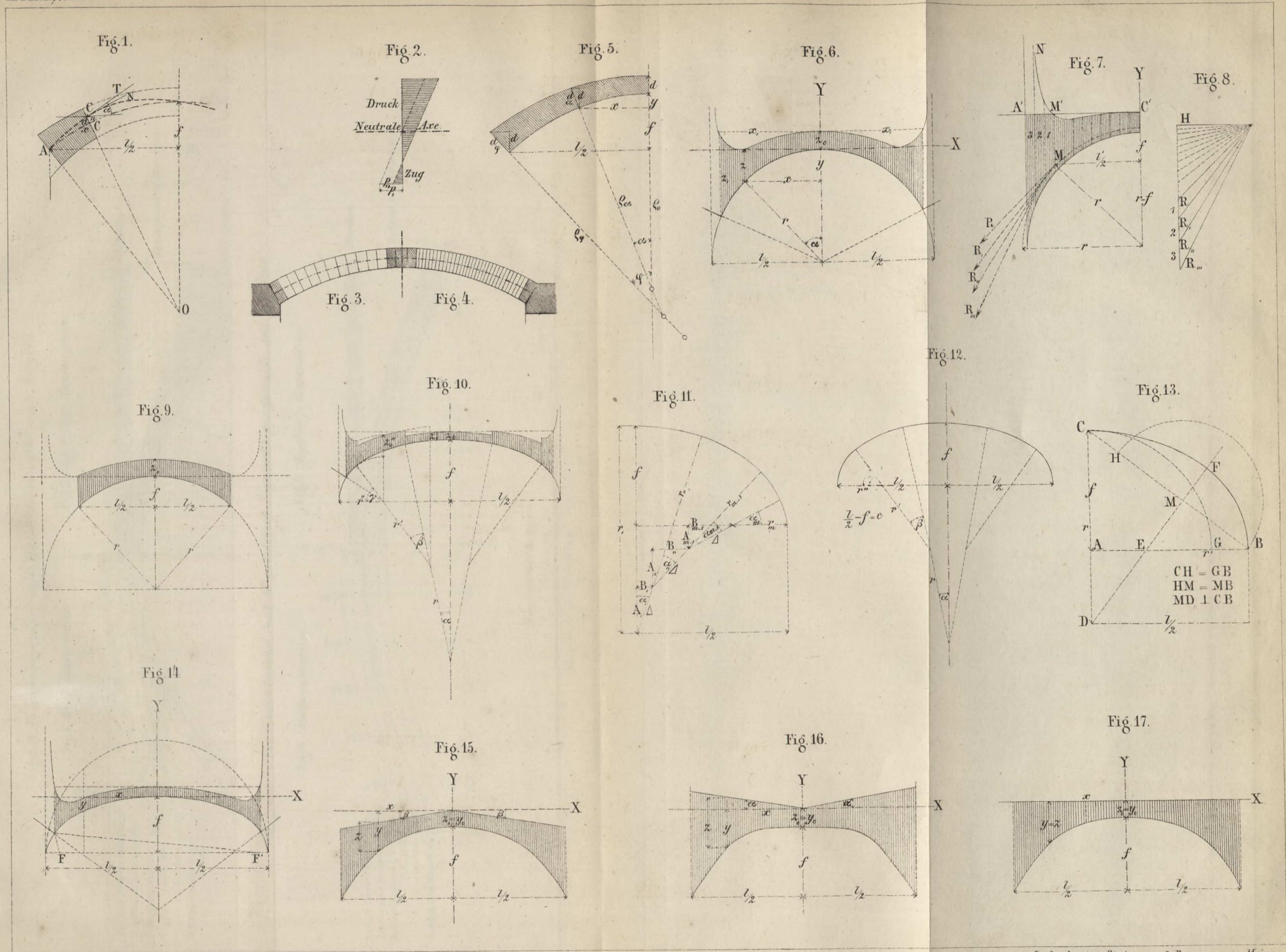
b. Mit Berücksichtigung des Eigengewichts nach den Gleichungen (480), (478 und 479), (483 und 484), sowie (487 und 488).

$W_0^{\max} = \frac{1}{2}(10 + 12) = 11{,}00$ tons. nach Gleichung (480).

$W_1^{\max} = 33{,}60 + 10 = 43{,}60$ tons.	$W_1^{\min} = -21{,}60 + 10 = -11{,}60$ tons.	nach den Gleichungen (478) und (479).
$W_2^{\max} = 25{,}17 + 10 = 35{,}17$ "	$W_2^{\min} = -13{,}17 + 10 = -3{,}17$ "	
$W_3^{\max} = 19{,}70 + 10 = 29{,}70$ "	$W_3^{\min} = -7{,}70 + 10 = +2{,}30$ "	nach den Gleichungen (483) und (484).
$W_4^{\max} = 25{,}14 + 10 = 35{,}14$ "	$W_4^{\min} = -13{,}14 + 10 = -3{,}14$ "	
$W_5^{\max} = 30{,}09 + 10 = 40{,}09$ "	$W_5^{\min} = -42{,}09 + 10 = -32{,}09$ "	nach den Gleichungen (487) und (488).
$W_6^{\max} = 35{,}52 + 10 = 45{,}52$ "	$W_6^{\min} = -23{,}52 + 10 = -13{,}52$ "	
$W_7^{\max} = 49{,}30 + 10 = 49{,}30$ "	$W_7^{\min} = -27{,}30 + 10 = -17{,}30$ "	
$W_8^{\max} = 42{,}60 + 10 = 52{,}60$ "	$W_8^{\min} = -30{,}60 + 10 = -20{,}60$ "	
$W_9^{\max} = 45{,}24 + 10 = 55{,}24$ "	$W_9^{\min} = -33{,}24 + 10 = -23{,}24$ "	
$W_{10}^{\max} = 47{,}46 + 10 = 57{,}46$ "	$W_{10}^{\min} = -35{,}46 + 10 = -25{,}46$ "	

Die vorstehend für die Brückenträger gewonnenen Resultate sind in Fig. 20 und zwar für die Seitenträger in Fig. 20ª und für den Mittelträger in Figur 20ᵇ übersichtlich zusammengestellt.

Druck von A. Th. Engelhardt in Leipzig.



Verlag von Arthur Felix in Leipzig.
Lith. Anst. v. Steinmetz & Bornemann, Meissen.

Fig. 1–3. *Eisenbahnviaduct mit Halbkreisgewölbe aus Ziegeln.*

Fig. 1. *Hülfsconstruction.* Fig. 2. *Abgeleitete Construction.*

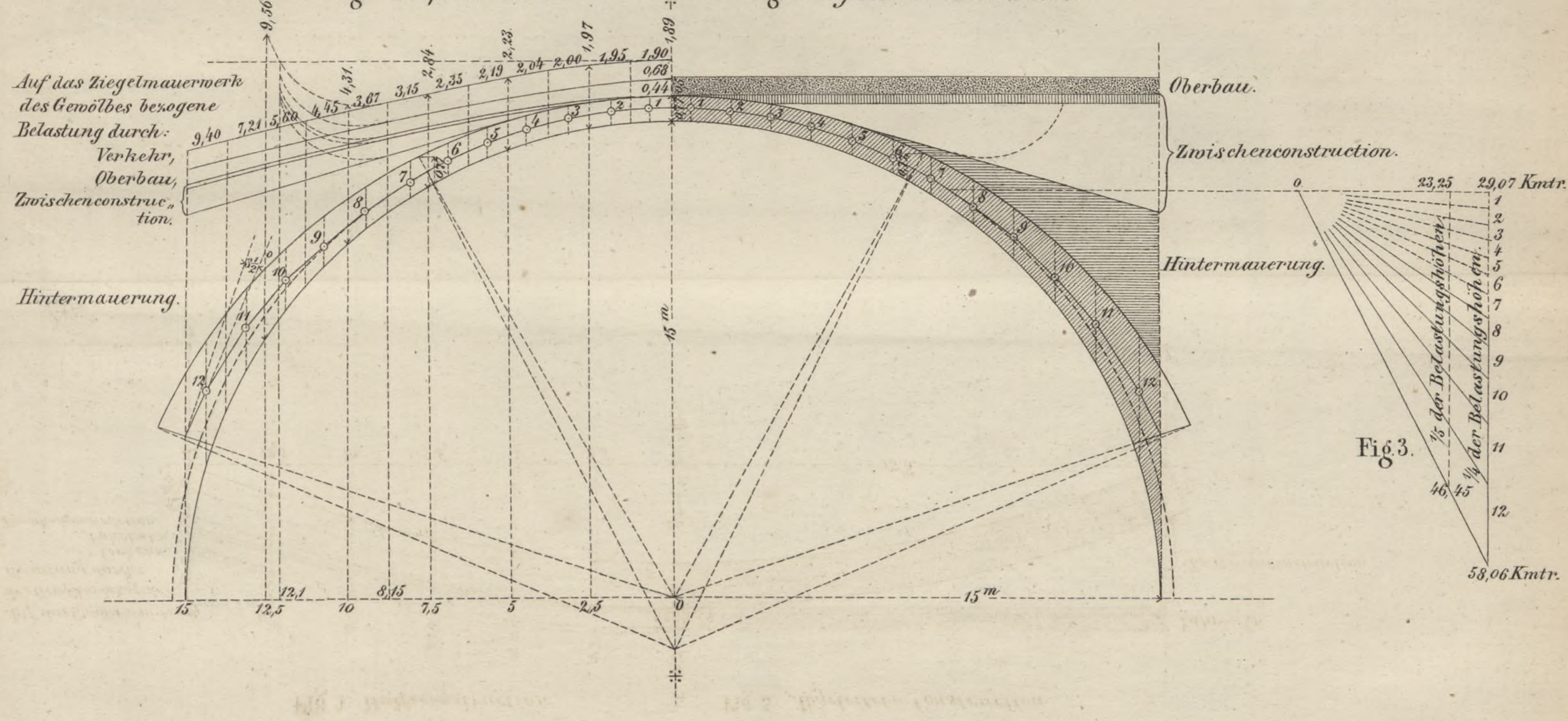


Fig. 4 u. 5. *Gepflasterte Strassenbrücke mit Segmentbogengewölbe aus Quadern.*

Fig. 4. *Hülfsconstruction.* Fig. 5. *Abgeleitete Construction.*

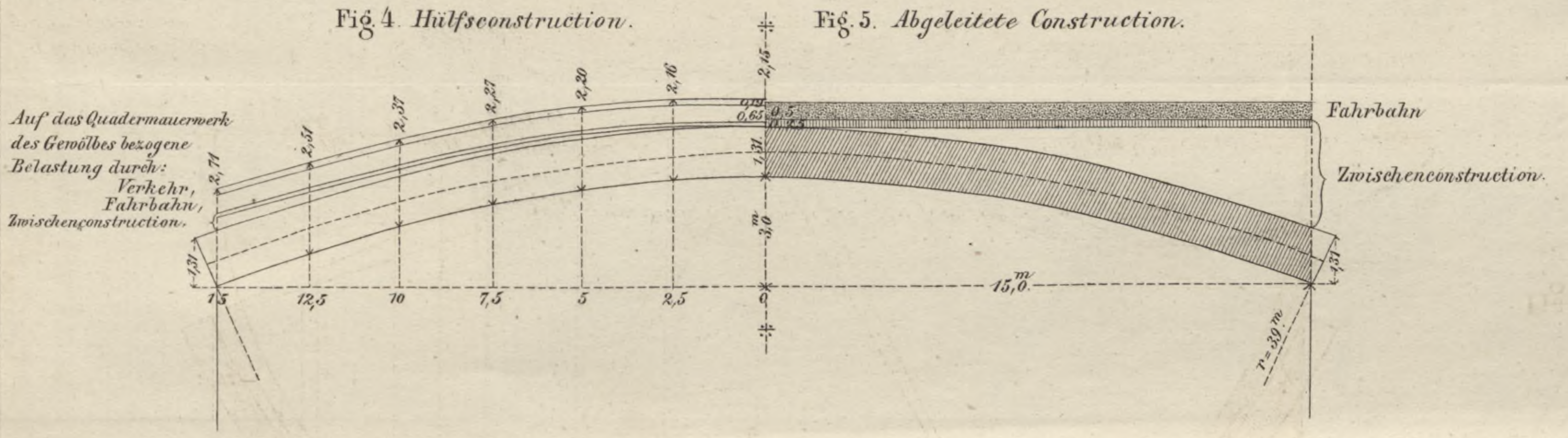
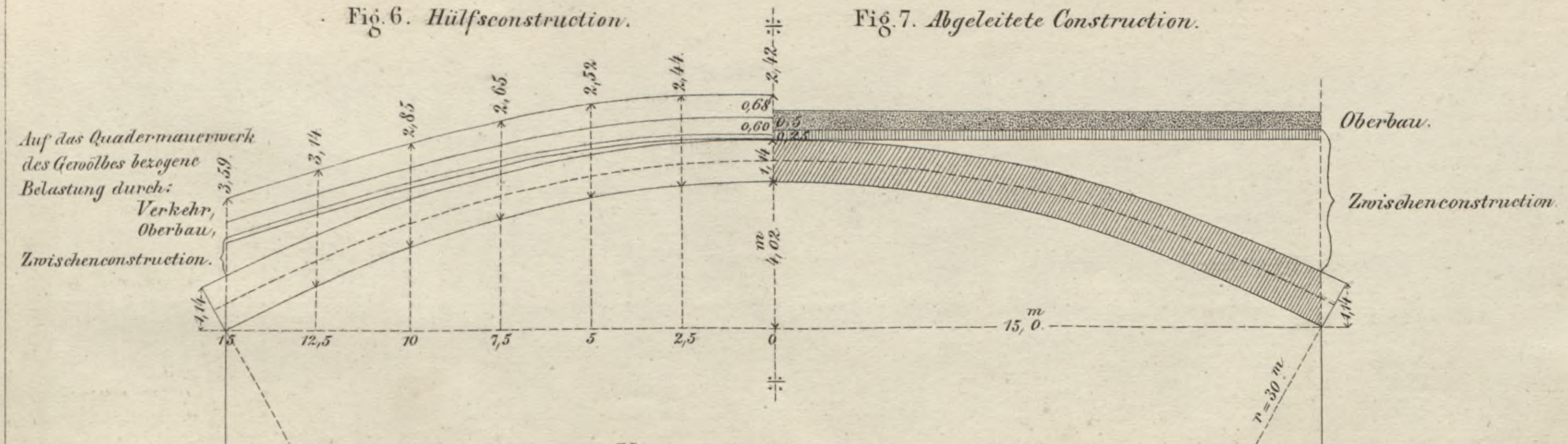
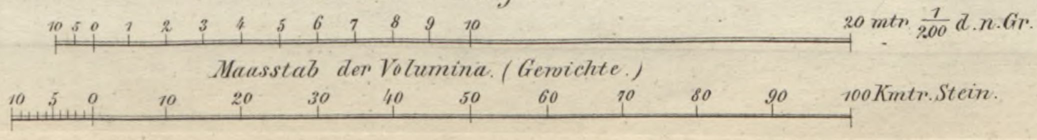


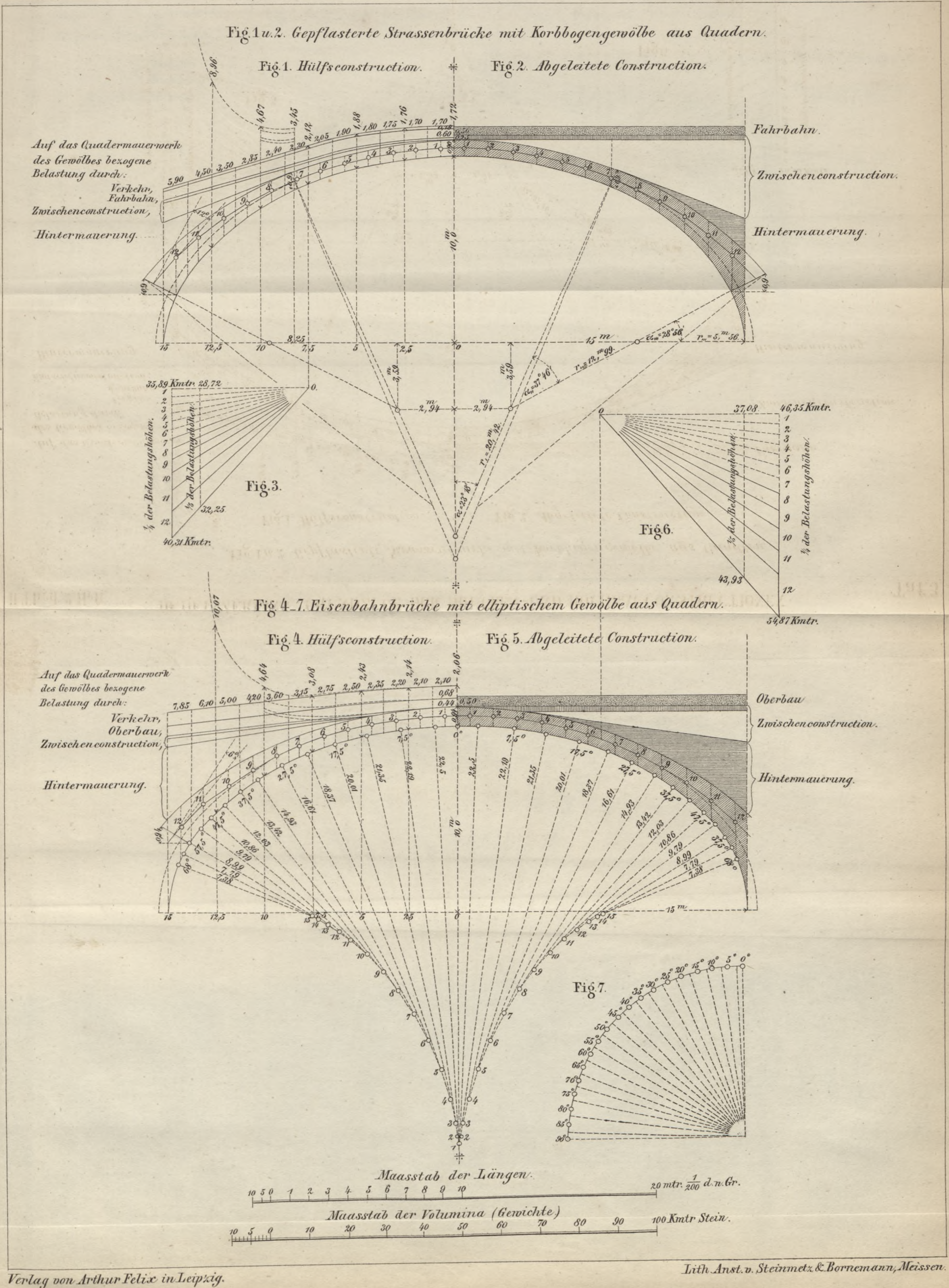
Fig. 6 u. 7. *Eisenbahnbrücke mit 60° gradigem Segmentbogengewölbe aus Quadern.*

Fig. 6. *Hülfsconstruction.* Fig. 7. *Abgeleitete Construction.*





Verlag von Arthur Felix in Leipzig. Lith. Anst. v. Steinmetz & Bornemann, Meissen.



Verlag von Arthur Felix in Leipzig.

Lith. Anst. v. Steinmetz & Bornemann, Meissen.

Fig. 1–3. *Eisenbahnbrücke mit Anaklinoïdengewölbe aus Quadern.*

Fig. 1. *Hülfsconstruction.* Fig. 2. *Abgeleitete Construction.*

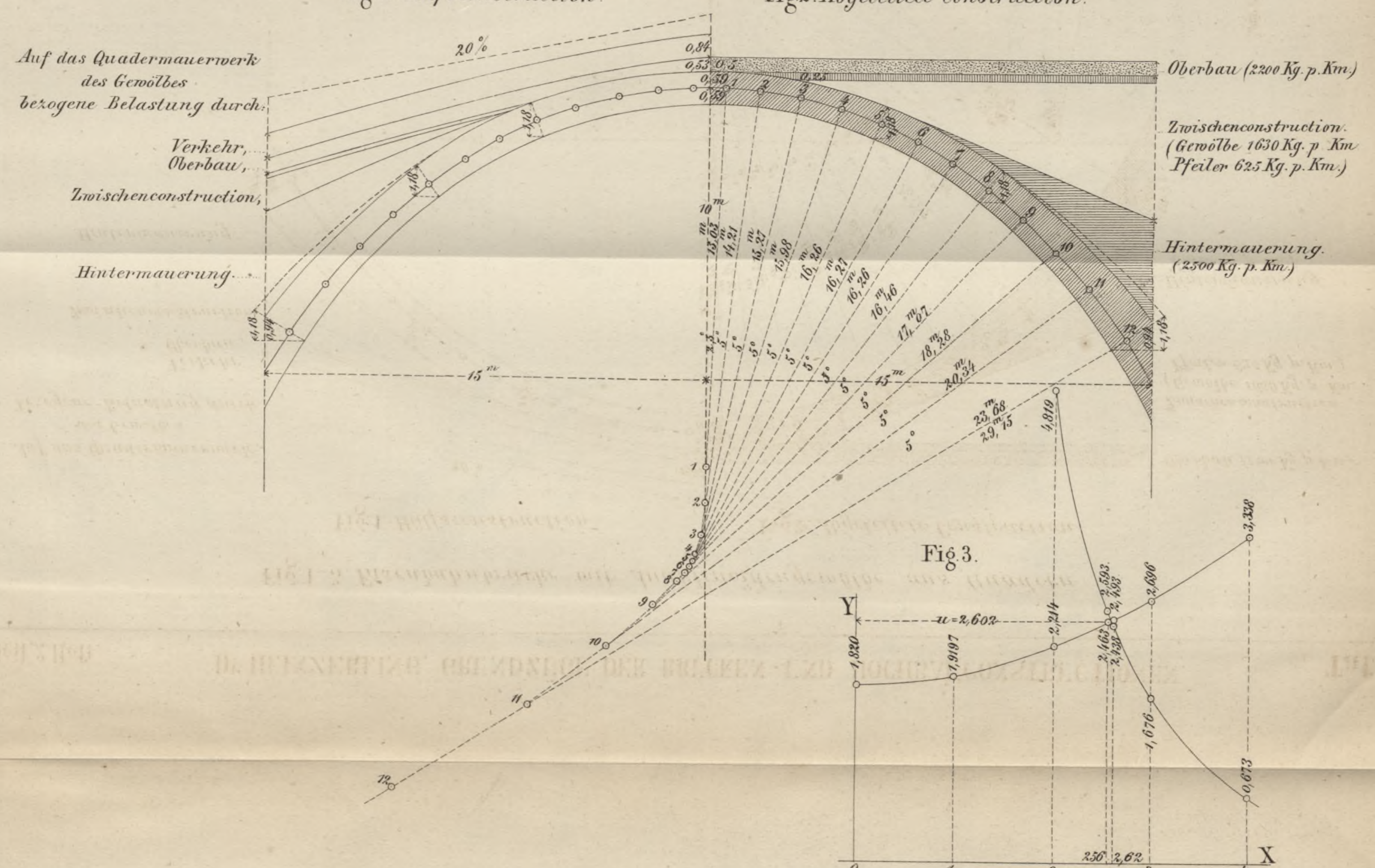
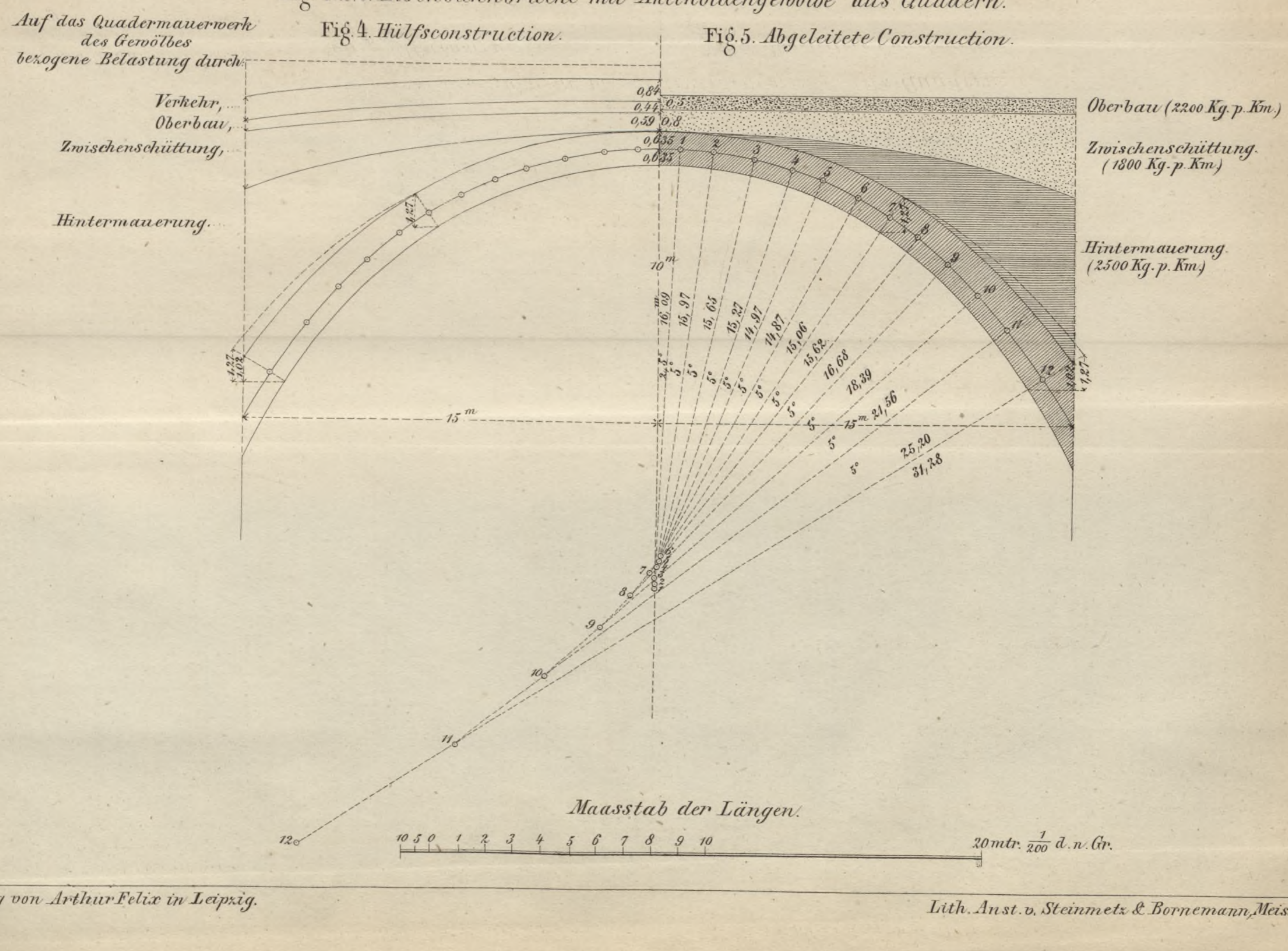


Fig. 4 u. 5. *Eisenbahnbrücke mit Aklinoïdengewölbe aus Quadern.*

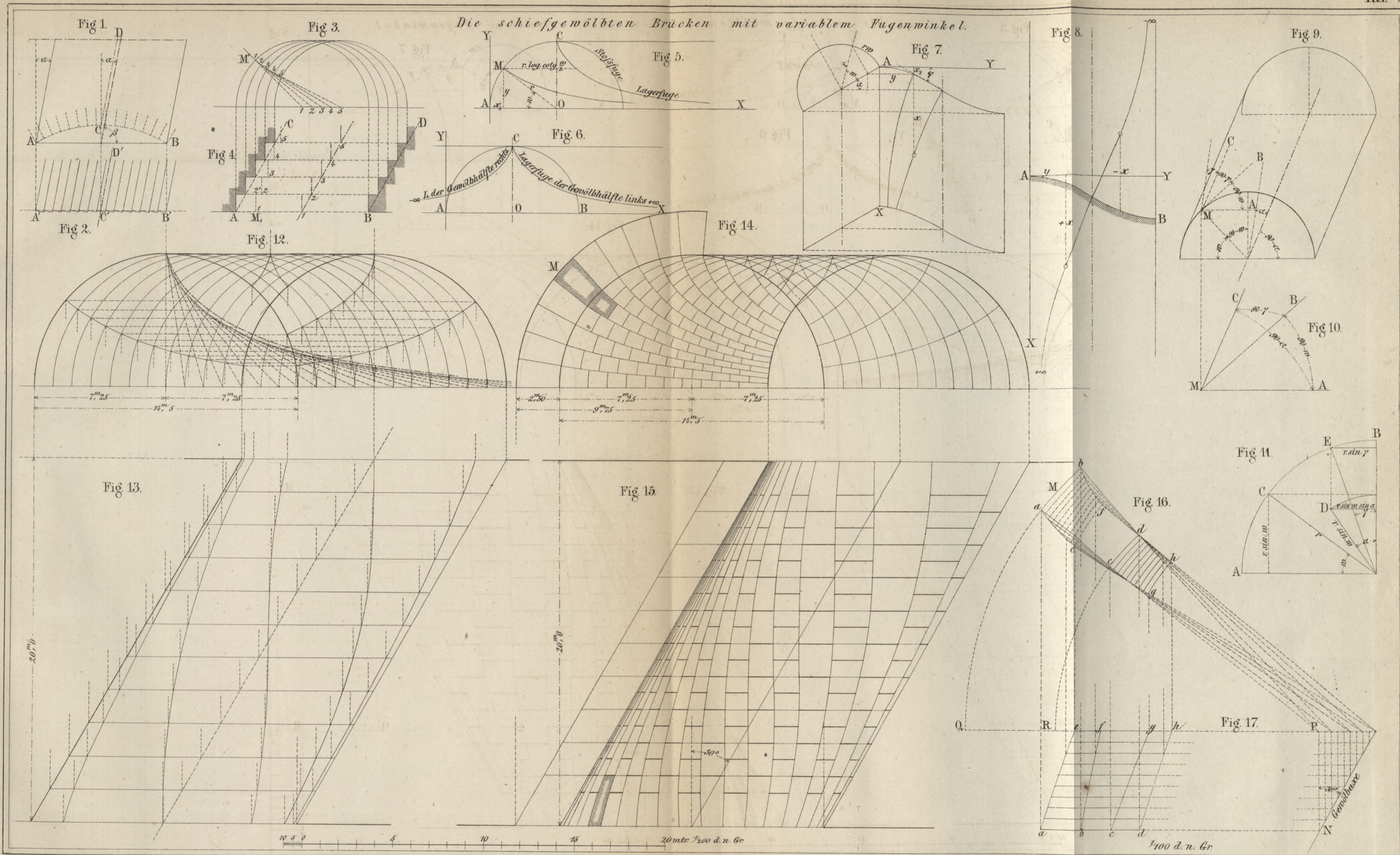
Fig. 4. *Hülfsconstruction.* Fig. 5. *Abgeleitete Construction.*



Maasstab der Längen.

10 5 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 20 mtr. $\frac{1}{200}$ d. n. Gr.

Verlag von Arthur Felix in Leipzig. Lith. Anst. v. Steinmetz & Bornemann, Meissen.



Verlag von Arthur Felix in Leipzig.

Lith. Anst. v. Steinmetz & Bornemann, Meißen.

1. Die schiefgewölbten Brücken mit variablem Fugenwinkel.

Zu Fig. 1.

Abscissen der Lagerfuge in der Verticalprojection.

Nr	t	x_s	x
9½	0,000	7,250	7,250
9	0,600	6,651	7,251
8	1,817	5,470	7,287
7	3,086	4,338	7,424
6	4,452	3,285	7,737
5	5,074	2,340	8,314
4	7,751	1,529	9,280
3	9,957	0,874	10,831
2	12,981	0,393	13,374
1	18,057	0,099	18,156
0	∞	0,000	00

$t = r.\log.\operatorname{cotg}.\frac{w}{2}.$

$x_s = r(1 - \cos w).$

$x = t + x_s.$

Zu Fig. 6.

Nr.	w	γ
9½	90° 00′ 00″	30° 00′ 00″
9	85° 15′ 46″	29° 53′ 10″
8	75° 47′ 22″	28° 59′ 34″
7	66° 18′ 52″	27° 14′ 59″
6	56° 50′ 28″	24° 44′ 42″
5	47° 22′ 04″	21° 34′ 03″
4	37° 53′ 41″	17° 53′ 20″
3	28° 25′ 14″	13° 46′ 02″
2	18° 56′ 50″	9° 20′ 32″
1	9° 28′ 25″	4° 43′ 10″
0	0° 00′ 00″	0° 00′ 00″

Zu Fig. 5 und 8.

Abscissen der abgewickelten Lagerfuge

	der inneren Gewölbfläche.			der äusseren Gewölbfläche.		
Nr.	t	x_s	x	t	x_s	x
9½	0,00	3,625	3,625	0,00	4,875	4,875
9	1,20	3,325	4,525	1,20	4,472	5,672
8	3,63	2,735	6,365	3,36	3,678	7,308
7	6,16	2,169	8,329	6,16	2,916	9,076
6	8,90	1,643	10,543	8,90	2,209	11,109
5	11,95	1,170	13,120	11,95	1,577	13,527
4	15,50	0,765	16,265	15,50	1,028	16,528
3	19,92	0,437	20,357	19,92	0,587	20,507
2	25,98	0,196	26,176	25,98	0,264	26,244
1	30,12	0,049	36,169	36,12	0,067	36,187
0	∞	0,000	∞	∞	0,000	∞

Innere Gewölbfläche: $t = \frac{r}{\sin\alpha}\log.\operatorname{cotg}.\frac{w}{2}.$ $x_s = r.\sin\alpha(1 - \cos w)$ $x = t + x_s.$

Äussere Gewölbfläche: $t = \frac{r}{\sin\alpha}\log.\operatorname{cotg}.\frac{w}{2}$ $x_s = r'\sin\alpha(1 - \cos w)$ $x = t + x_s$

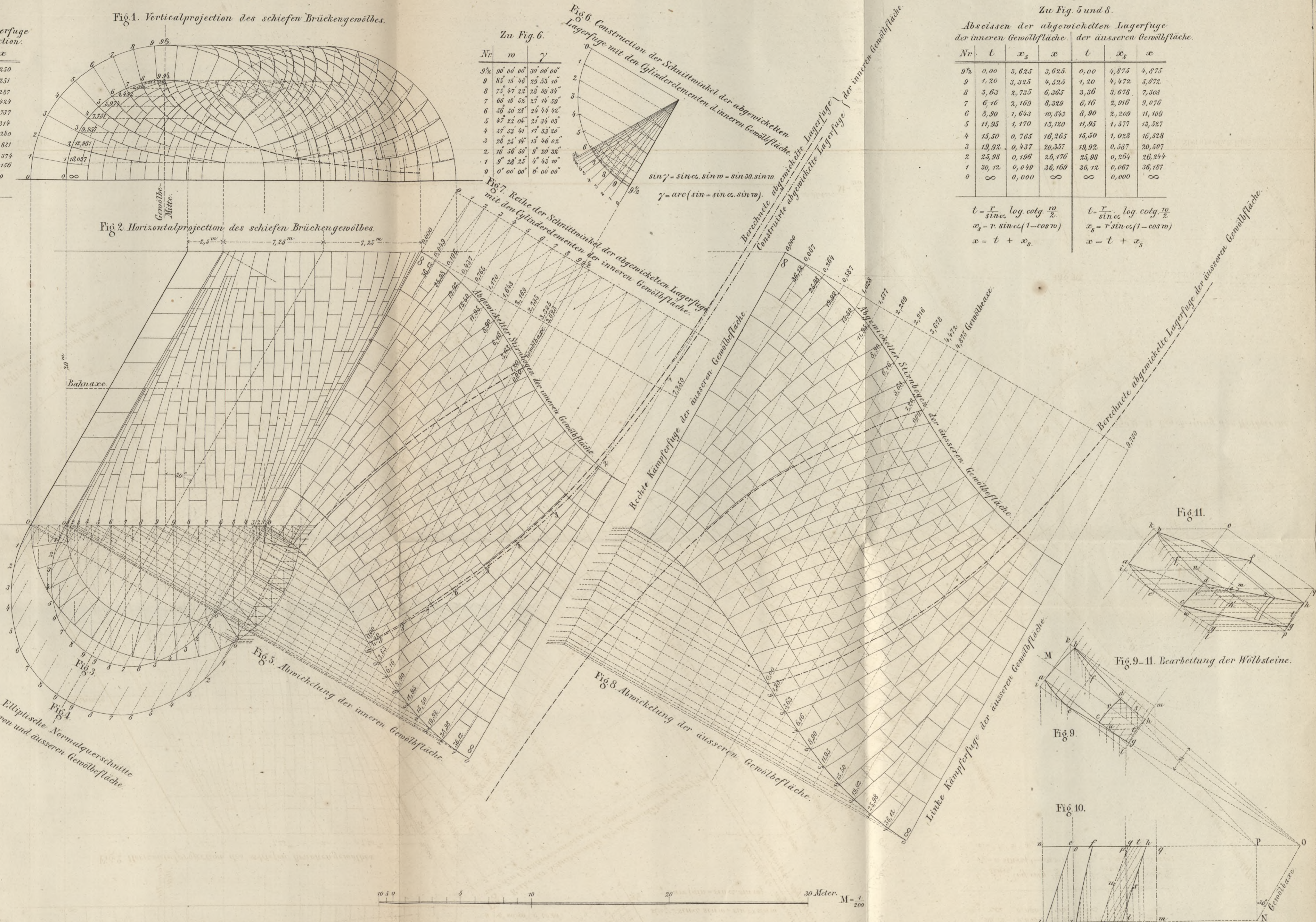
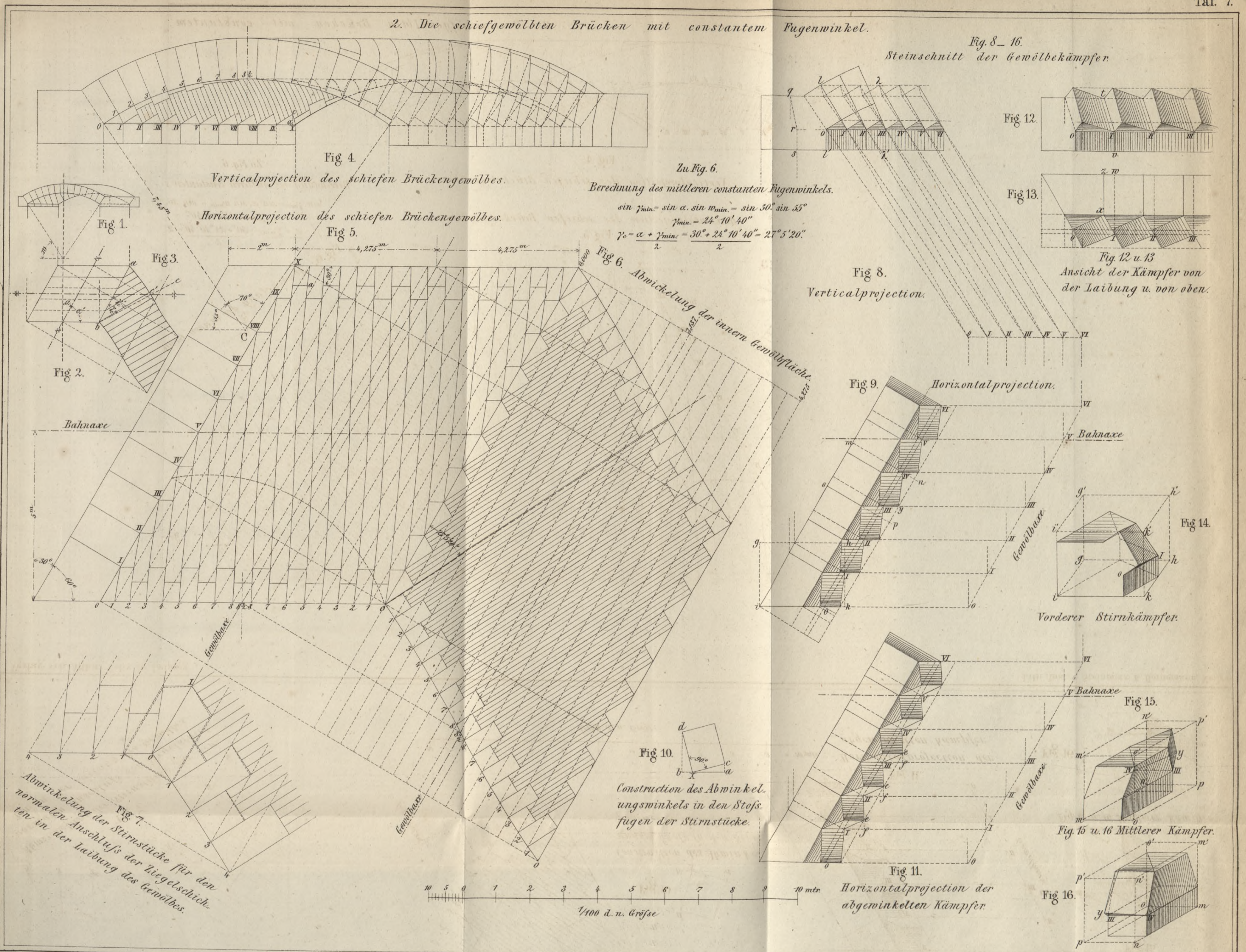


Fig. 9–11. Bearbeitung der Wölbsteine.

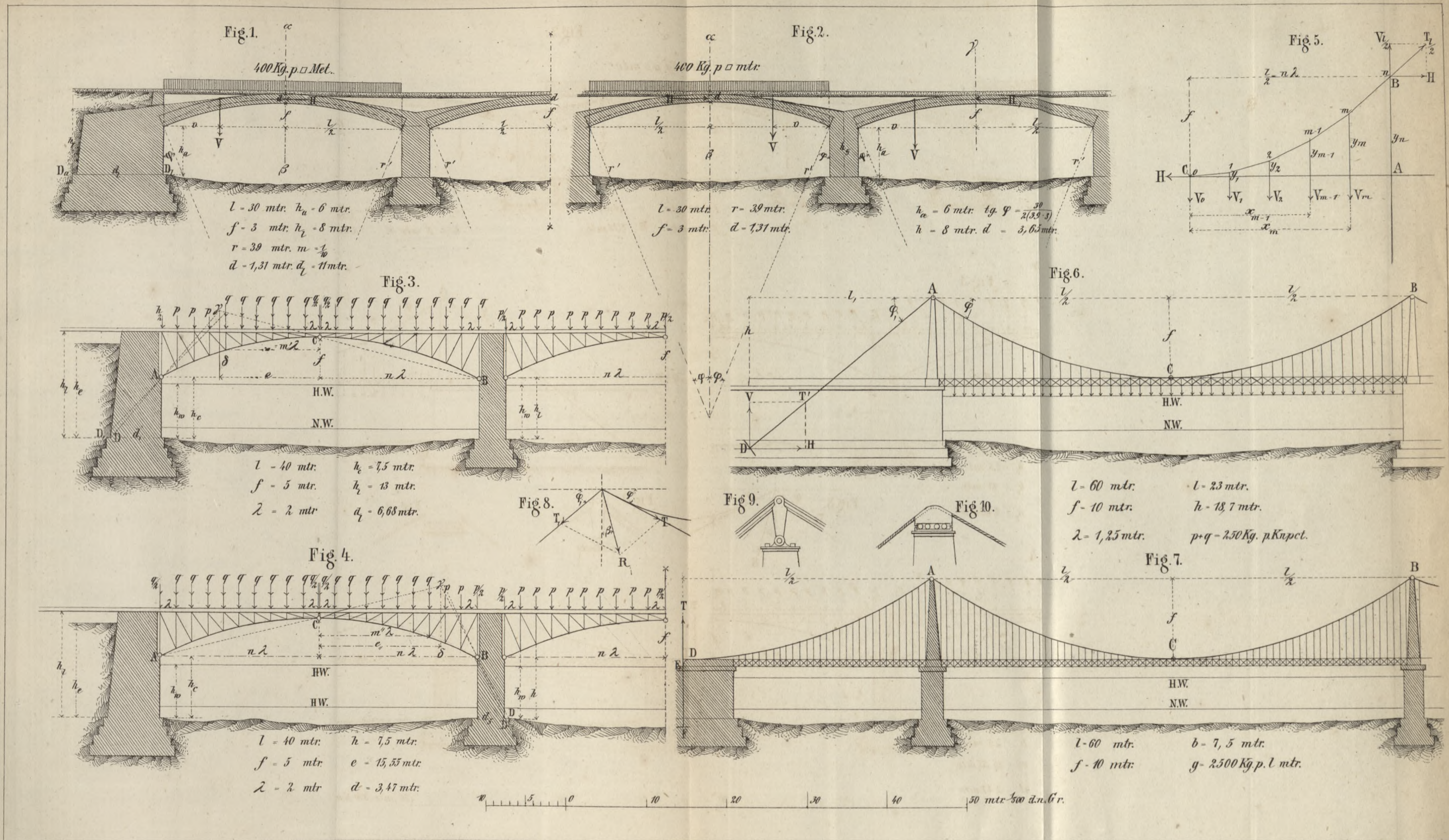
Verlag von Arthur Felix in Leipzig.

Lith. Anst. v. Steinmetz & Bornemann, Meissen.

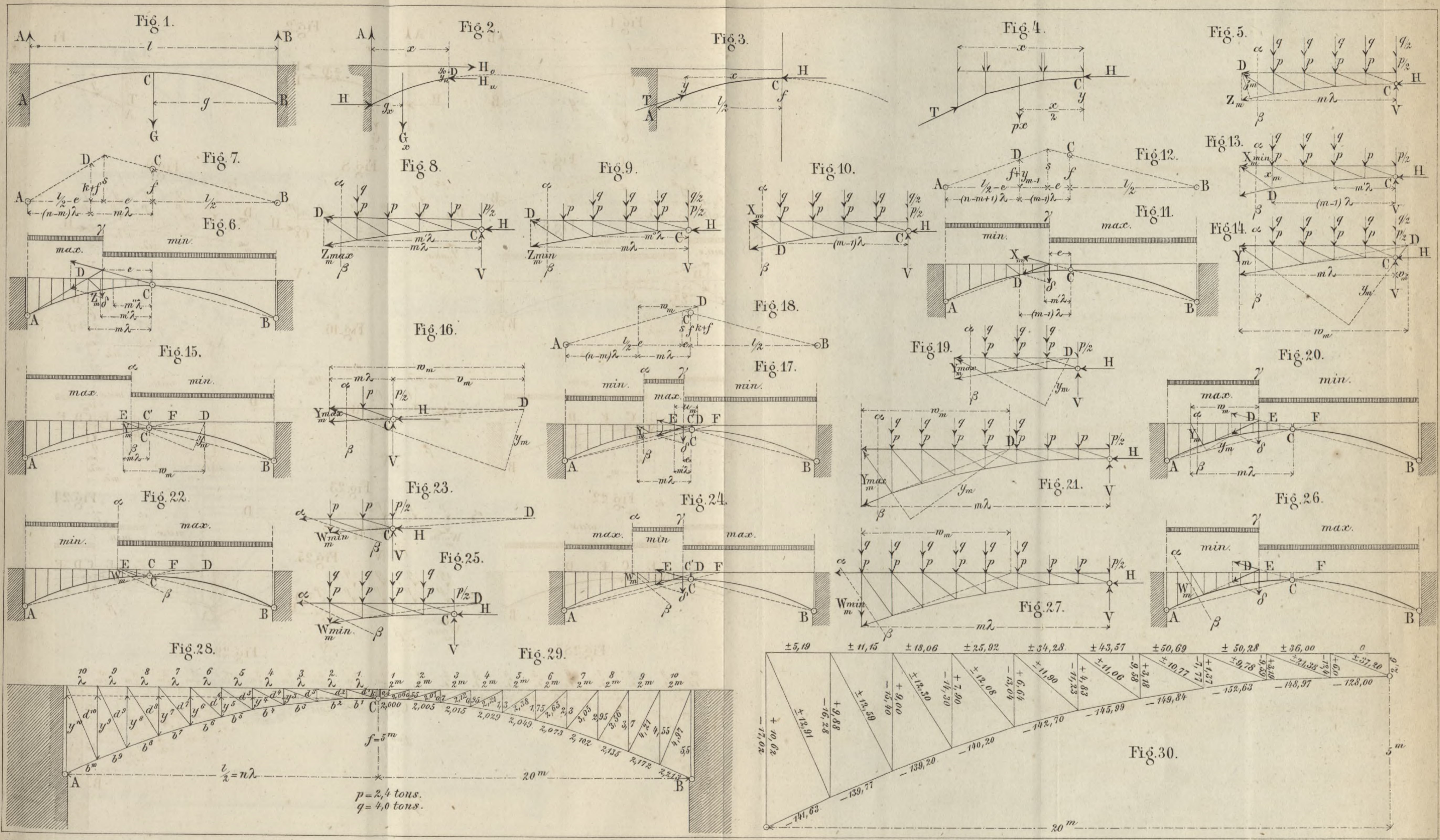


Verlag von Arthur Felix in Leipzig.

Lith. Anst. v. Steinmetz & Bornemann, Meissen.

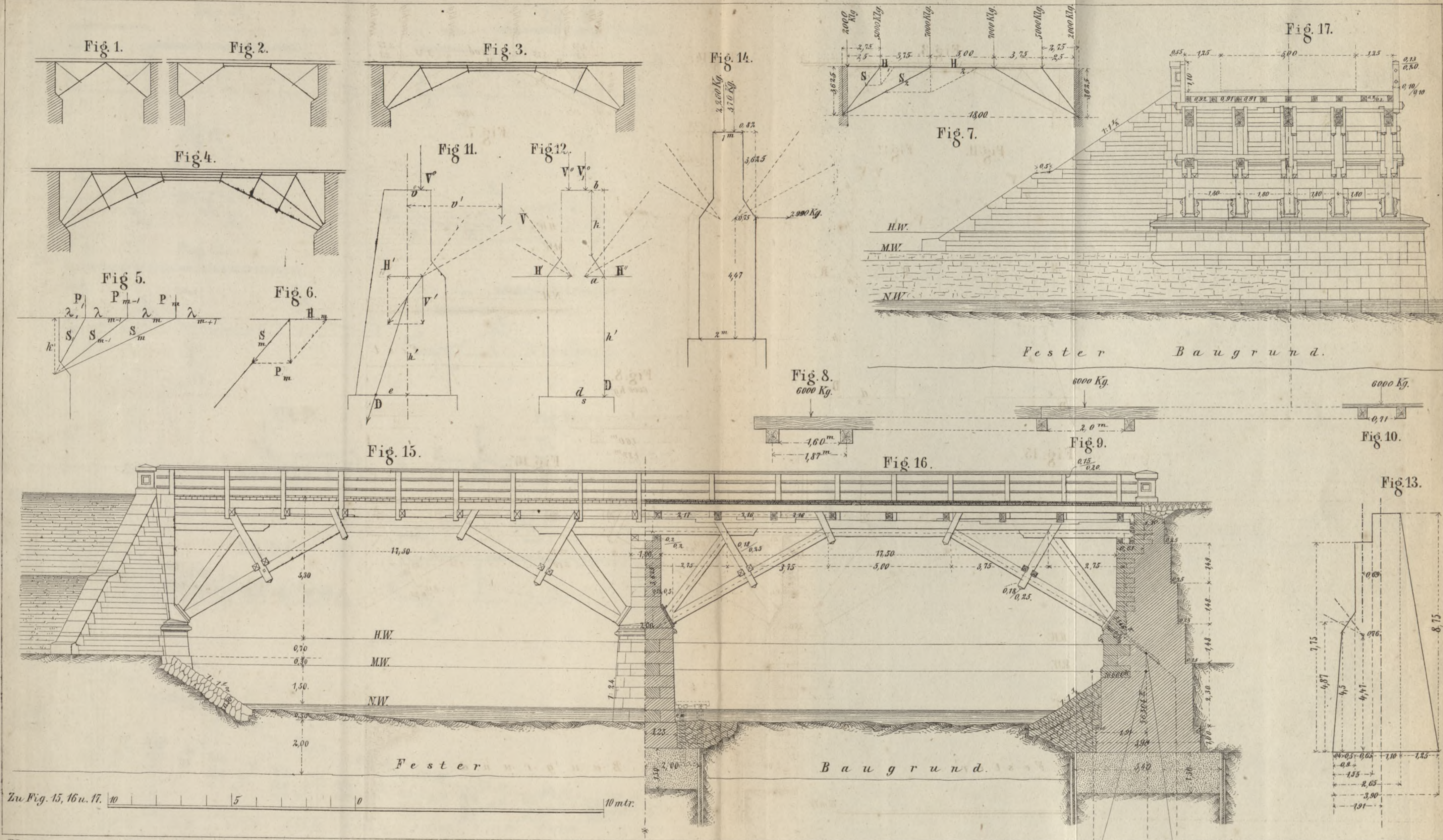


Verlag von Arthur Felix in Leipzig.
Lith. Anst. v. Steinmetz & Bornemann, Meissen.

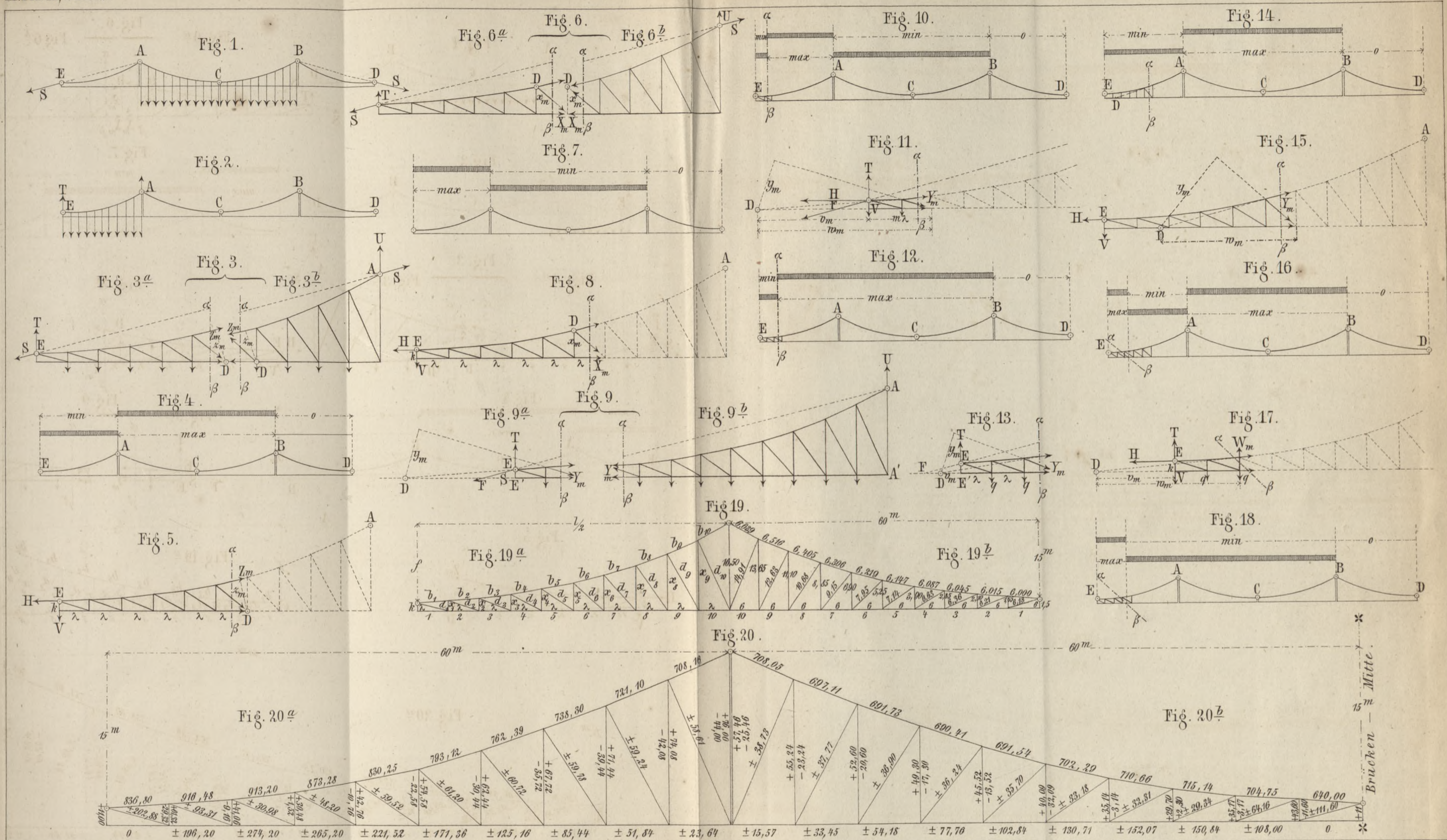


Verlag von Arthur Felix in Leipzig.

Lith. Anst. v. Steinmetz & Bornemann, Meißen.



Verlag v. Arthur Felix in Leipzig. Lith. Anst. v. Steinmetz & Bornemann. Meißen.



Verlag von Arthur Felix in Leipzig. Lith. Anst. v. Steinmetz & Bornemann, Meissen.

100.00