

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA



2621

L. inw.

LT U. POSTUVANSCHITZ

DIE BERECHNUNG
DER
TRAGWERKE AUS EISENBETON
ODER
STAMPFBETON

BEI HOCHBAUTEN UND STRASSENBRÜCKEN

26

INZ. I. STELLA SIVITERII
MUTON INZYNIER CIWELNY
KRAKÓW, POLSKA

WIEN UND LEIPZIG
FRANZ DEUTICKE

II 2621

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000297434

B

DIE BERECHNUNG
DER
TRAGWERKE AUS EISENBETON
ODER
STAMPFBETON

BEI
HOCHBAUTEN UND STRASSENBRÜCKEN.

AUF GRUND DER VORSCHRIFTEN DES K. K. MINISTERIUMS
FÜR ÖFFENTLICHE ARBEITEN VOM 15. JUNI 1911.

VON

KARL HABERKALT,
K. K. MINISTERIALRAT IM MINISTERIUM
FÜR ÖFFENTLICHE ARBEITEN

UND **DR. FRITZ POSTUVANSCHITZ,**
K. K. BAURAT IM HANDELSMINISTERIUM,
DOZENT DER K. K. HOCHSCHULE FÜR
BODENKULTUR.

ZWEITE, VOLLSTÄNDIG UMGEARBEITETE AUFLAGE.

MIT 190 TEXTABBILDUNGEN UND 12 TAFELN.

INŻ. I. STELLA SAWICHI
AUTOR. INŻYNIER CYWILNY
KONCES. BUDOWNICZY.

WIEN UND LEIPZIG.
FRANZ DEUTICKE.

1912.

ALLE RECHTE VORBEHALTEN.

Verlags-Nr. 1882.

**BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW**

112621

(12+ablic)

K. und K. Hofbuchdruckerei Karl Prochaska in Teschen.

Akc. Nr.

1751149

Vorrede zur I. Auflage.

Mit dem Erlasse vom 15. November 1907 hat das k. k. Ministerium des Innern Vorschriften über die Herstellung von Tragwerken aus Stampfbeton oder Beton-Eisen bei Hochbauten und Straßenbrücken herausgegeben, welche eine einheitliche Regelung dieser wichtigen, in neuerer Zeit stetig an Verbreitung zunehmenden Bauweisen bezwecken. In diesen Vorschriften sind nicht nur die Bestimmungen über die den Berechnungen zugrunde zu legenden Belastungen und zulässigen Spannungen, über die Beschaffenheit und Prüfung der zu verwendenden Baustoffe sowie über die Erprobung der Tragwerke enthalten, sondern sind auch die Regeln und Annahmen festgesetzt, nach denen die Spannungen und — sobald ein Eingehen auf statische Querschnitts- oder Festigkeitswerte hiezu erforderlich ist — auch die äußeren Kräfte zu ermitteln sind.

Der Umstand, daß die genannten Vorschriften mancherlei Neues und Abweichendes gegenüber den bestehenden Normen anderer Länder aufweisen, so hinsichtlich der Festsetzung bestimmter Werte für die Formänderungszahlen des Betons und Eisens, der Forderung nach Einhaltung von Grenzwerten für die Betonzugspannungen, der Art der Berücksichtigung der Knickungsverhältnisse, der Berechnungsweisen für exzentrisch belastete Druckglieder sowie solcher aus umschnürtem Beton u. a., ließ in den Verfassern den Wunsch entstehen, den Fachgenossen ein Werk zu bieten, in welchem die Berechnung der Tragwerke aus Stampfbeton und Beton-Eisen im Sinne der Vorschriften eingehend dargestellt und an Beispielen erläutert werden soll. Ein solches Werk erschien ungeachtet der reichhaltigen Literatur des Beton-Eisenbaues nicht überflüssig, da die vorhandenen Lehr- und Handbücher häufig nur die elementaren Fälle behandeln oder auf anderen Annahmen aufgebaut und daher zur Benützung für die Berechnung nach den österreichischen Vorschriften nicht direkt verwendbar sind.

Bei der Zusammenstellung des vorliegenden, dem genannten Bestreben entsprungenen Buches glaubten indessen die Verfasser

sich aus zwei Gründen nicht auf die bloße Erläuterung der Vorschriften durch Beispiele beschränken zu sollen. Der erste gipfelt in der Erwägung, daß noch so zahlreiche und eingehende Beispiele kaum je eine völlige Vertrautheit mit dem betreffenden Sachgebiete mit sich bringen, besonders wenn dieses, wie die Theorie der Tragwerke aus Beton-Eisen, immerhin gewisse Schwierigkeiten bietet, und daß nur die technisch-wissenschaftliche Durchdringung des Problems den Ingenieur zur befriedigenden Lösung aller betreffenden Aufgaben befähigt. Die Verfasser sind demgemäß stets von allgemeinen Untersuchungen ausgegangen, welche selbstverständlich — fern von Meinungen und Ansichten, wie sie im Entwicklungsgange der technischen Wissenschaften auftreten — nur auf den durch die Vorschriften festgegebenen Grundlagen ruhen und die hiedurch bedingte baumechanische Theorie dieses Gebietes darstellen. Hienach wird das Werk auch für die Berechnung nach Vorschriften anderer Länder, in denen abweichende Ziffernwerte der elastischen oder Festigkeitsgrößen normiert sind, mit gleichem Erfolge brauchbar sein.

Dort, wo die experimentellen Forschungen noch lückenhaft sind und die Vorschriften selbst bindende Regeln nicht geben, ist dies hervorgehoben und sind Berechnungsverfahren empfohlen, welche, ohne auf Exaktheit Anspruch machen zu können, erfahrungsgemäß hinreichende Sicherheit verbürgen.

Aber noch ein zweiter Grund bewog die Verfasser zu einer erweiterten Anlage des Buches. Eine der wesentlichsten Neuerungen der österreichischen Vorschriften gegenüber anderen bildet die Forderung des rechnerischen Nachweises der unter bestimmten Voraussetzungen zu ermittelnden Zugspannung im Beton bei den auf Biegung beanspruchten Tragwerken. Diese Forderung scheint geeignet die Befürchtung zu erwecken, daß die rechnerischen Untersuchungen der meisten Tragwerke in einer für die Praxis empfindlich fühlbaren und lästigen Weise kompliziert würden — eine Befürchtung, welcher u. a. in der vom Ministerium des Innern behufs Begutachtung der Entwürfe zu den Vorschriften einberufenen Enquête von Seite der Vertreter der Praxis mehrfach Ausdruck gegeben wurde.

Die von den Verfassern angestellten und im Buche wiedergegebenen ausführlichen Untersuchungen über den Zusammenhang der Betonzugspannungen mit den Druckspannungen und Querschnittsgrößen haben nun klargelegt, in welcher Weise schon bei dem Entwurfe dafür vorgesorgt werden kann, daß der genannten Forderung stets entsprochen wird, so daß eine mehrmalige ver-

suchsweise Annahme entfallen würde. Durch den Hinweis auf diese schon in den Dimensionsverhältnissen gelegene und nach den graphischen Darstellungen und Tabellen des Werkes zu beurteilende Einhaltung der Grenzzugspannungen des Betons wird dort, wo diese Zugspannungen überhaupt in Frage kommen, z. B. bei Rippenplatten, in den meisten Fällen ein besonderer rechnerischer Nachweis — in ähnlicher Art, wie man ja auch z. B. die Schubspannungen im Stege gewalzter Träger in der Regel nicht gesondert untersucht — erspart und durch den Hinweis auf die Darlegungen des vorliegenden Buches ersetzt werden können.

Um das Werk in gleicher Weise für den überwachenden und überprüfenden, wie für den projektierenden Ingenieur brauchbar zu machen, sind überall sowohl die bei der Überprüfung eines im Projekte vorliegenden oder bereits ausgeführten Tragwerkes zu verwendenden Gleichungen als auch jene Formeln entwickelt, welche zur direkten oder angenäherten Bemessung zu entwerfender Bauwerke dienen sollen. In letzterer Beziehung ist den „idealen“ Armierungen, welche die gleichzeitige Ausnützung des Betons und Eisens hinsichtlich der maßgebenden Spannungen gestatten, ein besonderes Eingehen gewidmet und auch die Frage der wirtschaftlich vorteilhaftesten Dimensionierung von Verbundkörpern vielfach beleuchtet. Alle wesentlichen Fälle sind durch Beispiele erläutert.

Die Verfasser haben sich bei der Anlage des Werkes bemüht, den Schein eines Rezeptbuches, wie ihn manche Lehrbücher der Beton-Eisenkonstruktionen tragen, soweit als möglich zu vermeiden, um der Gefahr einer unrichtigen oder verständnislosen Anwendung gegebener Formeln zu begegnen. Immerhin ist die Einteilung und die Behandlung des Stoffes so getroffen, daß nicht nur Ingenieure und Studierende technischer Hochschulen das Werk mit Nutzen verwenden können, sondern daß es sich auch für die Vertreter der Baugewerbe und die Angehörigen der technischen Mittelschulen als brauchbar und geeignet zur raschen und mühelosen Lösung der hierher gehörigen Aufgaben erweisen dürfte. Durch die Vorführung von Näherungsmethoden, welche eine für die meisten praktischen Fälle hinreichend genaue Untersuchung oder Dimensionierung gestatten, durch die Beigabe zahlreicher Tabellen für häufig vorkommende Werte sowie von graphischen Darstellungen, aus denen die betreffenden Größen mit genügender Genauigkeit direkt abgegriffen werden können, wurde den praktischen Zwecken des Buches gerecht zu werden gesucht; in dieser Beziehung wird auch die Aufnahme einer an den Anfang

des Buches gesetzten „Zusammenstellung der verwendeten Bezeichnungen (Seite XVI), wodurch das oft lästige Nachsuchen nach der Bedeutung der in den Formeln vorkommenden Zeichen erspart werden kann, willkommen sein.

Möge sich das vorliegende Werk den beteiligten Fachkreisen als nützlicher Ratgeber und verlässliches Nachschlagebuch bei der Anwendung der neuen Vorschriften erweisen.

Wien, im Jänner 1908.

Die Verfasser.

Vorrede zur 2. Auflage.

Die im Jänner 1908 erschienene 1. Auflage dieses Werkes war bereits zu Anfang des Jahres 1910 im Buchhandel vergriffen; mit Rücksicht darauf, daß in dieser Zeit bereits im k. k. Ministerium für öffentliche Arbeiten die Vorarbeiten für eine Umarbeitung der Vorschriften über Beton-Eisen und Stampfbeton vom 15. November 1907 begannen, deren Anwendung auf die statische Berechnung der betreffenden Bauwerke den Gegenstand des Werkes bildet, sahen sich die Verfasser veranlaßt, mit der Herausgabe einer neuen Auflage bis zu dem Zeitpunkte zuzuwarten, in welchem die neuen Normen erlassen sein würden, um das Buch denselben anpassen zu können. Dieser Zeitpunkt ist mit der Herausgabe der Vorschriften vom 15. Juni 1911 über die Herstellung der Tragwerke aus Eisenbeton und Stampfbeton (Erlaß des k. k. Ministeriums für öffentliche Arbeiten Z. 42/30 — IX d) nunmehr gekommen.

Die allgemeine Anlage des Werkes und die Einteilung des Stoffes sind im großen und ganzen gleich geblieben; sie ergeben sich aus dem Zwecke, dem das Buch dienen soll und wie er schon im Vorworte zur ersten Auflage angegeben ist: Den Fachgenossen eine erschöpfende Erläuterung und Behandlung der auf dem Gebiete des Eisenbeton- und Betonbaues bei Hochbauten und Straßenbrücken vorkommenden rechnerischen Aufgaben im Sinne der neuen Vorschriften zu geben, also gewissermaßen die auf den gegebenen Grundlagen aufgebaute Theorie dieses Gebietes vorzuführen. Änderungen im Gegenstande selbst sind sonach nur insoweit zu verzeichnen, als es der Inhalt der neuen Bestimmungen erforderte; sie gelangen insbesondere in dem Abschnitt über die Haftspannungen, deren Ermittlung nunmehr auf einer wesentlich anderen Grundlage als früher zu erfolgen hat, ferner in jenem über Träger, die mit elastischen Stützen entsprechend steif verbunden sind („rahmenartige Tragwerke“), durch-

laufende Träger und über plattenförmige Körper, sowie auch in dem Abschnitte über Schubspannungen zum Ausdrucke. Die Änderungen der neuen Vorschriften gegenüber den früheren hinsichtlich der zulässigen Spannungen, der Berücksichtigung der Knickung, von stärkeren Armierungen bei Eisenbeton-Druckgliedern u. s. w. bedingten eine weitgehende Umarbeitung der bezüglichen Tabellenwerte und zeichnerischen Darstellungen.

In den neuen Vorschriften über Hochbauten ist der früher für alle Tragwerke ohne Unterschied geforderte Nachweis der Betonzugspannungen auf solche eingeschränkt, die der Einwirkung der Witterung, von Nässe, Dämpfen, Rauch oder dem Eisen schädlichen Gasen ausgesetzt sind. Für alle anderen Bauwerke, die wohl die weit überwiegende Zahl aller Hochbauten umfassen, ist der erwähnte Nachweis nicht erforderlich. Für diese entfällt sonach die betreffende, immerhin ziemlich umständliche Berechnung; letztere muß nur bei Brücken und bei der obengenannten Gattung von Hochbauten, die der Kürze halber mit dem zusammenfassenden Namen „besondere Hochbauten“ bezeichnet sind, durchgeführt werden. Zur leichteren Übersicht und Benützung des Werkes durch den Leser sind nun in dem Abschnitte über die bloß auf Biegung beanspruchten Verbundkörper jene Teile, die sich auf alle Hochbauten und Brücken beziehen (Ermittlung der größten Betondruck- und Eisenzugspannungen) durch die Überschrift gekennzeichnet: „Anzuwenden für alle Tragwerke im Hoch- und Brückenbau“, während jene Teile, die sich mit der Untersuchung der Betonzugspannungen befassen, mit der Überschrift versehen sind: „Anzuwenden für besondere Hochbau- und Brückentragwerke.“

Der Frage der wirtschaftlichsten Anordnung und Bemessung von Verbundkörpern ist in der vorliegenden 2. Auflage gleichfalls besonderes Augenmerk gewidmet. Durch die Angabe von Näherungsmethoden, die an Stelle der strengeren, aber häufig umständlichen Rechnungsverfahren angewendet, ebenfalls eine hinreichende Sicherheit der Tragwerke verbürgen, durch zahlreiche Beispiele, die alle wichtigeren Fälle erläutern, sowie durch eine Reihe von Tabellen und zeichnerischen Tafeln, welche die Übersicht erleichtern, sucht das Werk den praktischen Zwecken gerecht zu werden.

Die Verfasser glauben schließlich — im Hinblick auf die Stellungnahme einzelner Kritiken zur 1. Auflage — nochmals in Kürze auf die allgemeinen Gesichtspunkte hinweisen zu sollen, von denen sie sich bei der Verfassung des vorliegenden Werkes leiten ließen und die im wesentlichen allerdings schon in der 1. Auflage an-

gedeutet sind. Das Buch soll nichts anderes als die Theorie des Eisenbeton- und des Betonbaues für Hochbauten und Straßenbrücken auf jenen Grundlagen darstellen, wie sie durch die ministeriellen Vorschriften vom 15. Juni 1911 unzweideutig festgelegt sind; es soll also keineswegs ein Lehrbuch des Eisenbetonbaues sein oder eine Darstellung des gegenwärtigen Standes der Theorie dieses Gebietes bringen, wie sie sich im geschichtlichen Entwicklungsgange dieses Zweiges des Bauwesens herausgebildet hat. Kritische Vergleiche von Berechnungsweisen, gegenseitiges Abwägen von Meinungen und Anschauungen verschiedener Forscher, ein Eingehen auf ungeklärte oder erst in experimenteller Untersuchung befindliche Fragen konnten somit keinen Platz in demselben finden; deshalb erschien auch eine weitgehende Heranziehung der einschlägigen Fachliteratur nicht geboten. Auf bestimmte Erscheinungen derselben wird an einzelnen Stellen jedoch dann verwiesen, wenn auf praktische Berechnungsverfahren, Näherungsregeln, graphische Tafeln u. s. w. aufmerksam gemacht werden soll, welche die statische Behandlung der Tragwerke in vorteilhafter Weise zu vereinfachen oder das Entwerfen zu erleichtern geeignet sind.

In der vorliegenden Form des Werkes ist, wie in der 1. Auflage, überall eine theoretisch-wissenschaftliche Durchdringung der bezüglichen Probleme angestrebt, um den Leser zur selbständigen Lösung aller hierher gehörigen Aufgaben zu befähigen. Ist es sonach in erster Linie für Ingenieure und für Studierende der technischen Hochschulen bestimmt, so ist doch anderseits die Einteilung und Behandlung des Stoffes so getroffen, daß es auch von Baumeistern und Angehörigen der technischen Mittelschulen mit großem Nutzen bei der Berechnung und dem Entwurfe derartiger Tragwerke benützt werden kann.

Möge sich das Werk, das mit dem Erlaß des k. k. Ministeriums für öffentliche Arbeiten vom 19. November 1908, Z. 14731, allen unterstehenden Behörden und Organen zur Benützung empfohlen wurde und demnach die maßgebende Interpretation der ministeriellen Vorschriften darstellt, auch in der neuen 2. Auflage zahlreiche Freunde in dem Kreise der Fachgenossen erwerben.

Wien, im September 1911.

Die Verfasser.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Vorrede zur 1. Auflage	III
Vorrede zur 2. Auflage	VII
Inhaltsverzeichnis	X
Verzeichnis der Tafeln	XIII
Verzeichnis der Tabellen	XIV
Zusammenstellung der verwendeten Bezeichnungen	XVI

A. Tragwerke aus Eisenbeton.

I. Einleitung	1
II. Allgemeine Untersuchung eines bloß auf Biegung beanspruchten Verbundkörpers.	
1. Die Normalspannungen	9
2. Die Schubspannungen	15
3. Die Hauptnormalspannungen	19
4. Die Haftspannungen	22
III. Berechnung der bloß auf Biegung beanspruchten Verbundkörper hinsichtlich der Normalspannungen.	
1. Allgemeines	26
2. Balken und plattenförmige Körper mit einfacher Eiseneinlage	29
a) Die Überprüfung:	
α) Verfahren A (ohne Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton)	29
β) Verfahren B (mit Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton)	35
b) das Entwerfen	37
c) Ermittlung der Länge der Eiseneinlagen (Materialverteilung) mit Rücksicht auf die Momente	54
3. Balken und plattenförmige Körper mit doppelter Eiseneinlage.	
a) Die Überprüfung.	
α) Verfahren A (ohne Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton)	61
β) Verfahren B (mit Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton)	64
b) das Entwerfen	65
c) Ermittlung der Länge der Eiseneinlagen (Materialverteilung) mit Rücksicht auf die Momente	72

4. Plattenbalken (Rippenbalken) mit einfacher Eiseneinlage.	76
a) Die Überprüfung:	
a) Verfahren A (ohne Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton)	78
β) Verfahren B (mit Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton)	84
b) das Entwerfen	86
Beziehungen zwischen den Spannungen σ_{bd} , σ_{ez} und σ_{bz} bei Plattenbalken mit beliebiger Armierungsziffer p	88
a) Verfahren A (ohne Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton)	88
β) Verfahren B (mit Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton)	89
Die Spannungsverhältnisse bei einfach und ideal armierten Plattenbalken	99
c) Näherungsverfahren zur direkten Bestimmung der Querschnitte von Plattenbalken	110
d) Ermittlung der Länge der Eiseneinlagen (Materialverteilung) mit Rücksicht auf die Momente	116
5. Plattenbalken (Rippenbalken) mit doppelter Eiseneinlage.	
a) Die Überprüfung:	
a) Verfahren A (ohne Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton)	117
β) Verfahren B (mit Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton)	121
b) das Entwerfen	123
c) Ermittlung der Länge der Eiseneinlagen (Materialverteilung) mit Rücksicht auf die Momente	126
IV. Berechnung der bloß auf Biegung beanspruchten Verbundkörper hinsichtlich der Schub- und Hauptzugspannungen	127
V. Berechnung der bloß auf Biegung beanspruchten Verbundkörper hinsichtlich der Haftspannungen	145
VI. Zentrisch belastete Druckglieder.	
1. Allgemeines	169
2. Zentrisch belastete Druckglieder bei $\frac{L}{i} < 60$ (keine Knickung)	174
3. Zentrisch belastete Druckglieder bei $\frac{L}{i} > 60$ (Knickung)	177
4. Zentrisch belastete Druckglieder aus umschnürtem Beton bei $\frac{L}{i} < 60$ (keine Knickung)	183
5. Zentrisch belastete Druckglieder aus umschnürtem Beton bei $\frac{L}{i} > 60$ (Knickung)	191
6. Knickfestigkeit der Eiseneinlagen	193
7. Schub- und Haftspannungen	196
VII. Exzentrisch belastete Druckglieder.	
1. Allgemeines	197
2. Exzentrisch belastete Druckglieder bei $\frac{L}{i} < 60$ (keine Knickung)	200
3. Exzentrisch belastete Druckglieder bei $\frac{L}{i} > 60$ (Knickung)	210

XII

	Seite
4. Exzentrisch belastete Druckglieder aus umschnürtem Beton bei $\frac{L}{i} < 60$ (keine Knickung)	214
5. Exzentrisch belastete Druckglieder aus umschnürtem Beton bei $\frac{L}{i} > 60$ (Knickung)	216
6. Schlußbemerkungen	218
VIII. Berechnung der äußeren Kräfte und Biegemomente äußerlich statisch unbestimmter Tragwerke.	
1. Allgemeines	220
2. Äußerlich statisch unbestimmte Tragwerke	221
IX. Eingespannte und rahmenartige Tragwerke	228
X. Durchlaufende Träger	247
XI. Plattenförmige Körper	253
XII. Gewölbe.	
1. Allgemeines	263
2. Normalspannungen	264
3. Schub- und mittlere Haftspannungen	269
XIII. Einfluß der Temperatur	271

B. Tragwerke aus Stampfbeton.

I. Allgemeines	273
II. Bloß auf Biegung beanspruchte Verbundkörper	273
III. Zentrisch belastete Druckglieder	274
IV. Exzentrisch belastete Druckglieder	275
V. Gewölbe	281
VI. Schlußbemerkungen	282

C. Anhang.

Vorschriften vom 15. Juni 1911, herausgegeben mit Erlaß des k. k. Ministeriums für öffentliche Arbeiten, Z. 42/30 — IX d.

1. Vorschrift über die Herstellung von Tragwerken aus Eisenbeton oder Stampfbeton bei Hochbauten 283
2. Vorschrift über die Herstellung von Tragwerken aus Eisenbeton oder Stampfbeton bei Straßenbrücken 308

Verzeichnis der Tafeln.

		Erklärung Seite
Tafel Nr. 1.	Hilfstafel zur Berechnung einfach und doppelt armierter Balken und Platten	47, 69
„ „ 2.	Hilfstafel zur Berechnung einfach armierter Plattenbalken bei Hochbauten für $\delta = \frac{d}{H} = 0\cdot3$	} 91 ff.
„ „ 3.	Detto für $\delta = \frac{d}{H} = 0\cdot2$	
„ „ 4.	Detto für $\delta = \frac{d}{H} = 0\cdot1$	
„ „ 5.	Hilfstafel zur Berechnung einfach armierter Plattenbalken bei Straßenbrücken für $\delta = \frac{d}{H} = 0\cdot3$	
„ „ 6.	Detto für $\delta = \frac{d}{H} = 0\cdot2$	
„ „ 7.	Detto für $\delta = \frac{d}{H} = 0\cdot1$	} 106 ff.
„ „ 8.	Graphische Darstellung der Betonzugspannungen σ_{bz} , Tragmomente iM und Eisenarmierung ($^ip, ^iF_e$) bei einfach und ideal armierten Plattenbalken für Hochbauten; Mischungsverhältnis 470 kg/m^3	
„ „ 9.	Detto; Mischungsverhältnis 350 kg/m^3	
„ „ 10.	Detto; Mischungsverhältnis 280 kg/m^3	
„ „ 11.	Graphische Darstellung der Betonzugspannungen σ_{bz} bei einfach und ideal armierten Plattenbalken für Straßenbrücken; Stützweiten $l = 4 m$ und $l = 20 m$. Mischungsverhältnis 470, 350, 280 kg/m^3	
„ „ 12.	Hilfstafel zur näherungsweise direkten Bestimmung der Höhe H' und der Eisenfläche iF_e bei einfach und ideal armierten Plattenbalken für Hochbauten	114
	Hilfstafel zur Ermittlung der Lage der Nulllinie bei einfach und ideal armierten Plattenbalken.	106

Verzeichnis der Tabellen.

	Seite
Tabelle Nr. 1. Verhältnis der auftretenden Betonzugspannungen (σ_{bz}) zu den Betondruckspannungen (s_{bd}) bei ideal bewehrten Balken oder Platten	4
„ „ 2 für das Entwerfen von einfach und ideal bewehrten Balken oder Platten	45
„ „ 3. Entfernung der Nulllinie $x = \zeta' H'$ von der Druckkante bei einfach bewehrten Balken, Platten und Plattenbalken (bei letzteren für $x < d$) mit der „nutzbaren“ Höhe H'	79
„ „ 4. Werte von ζ , ζ_1 , $\frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}}$, $\frac{\sigma_{ez}}{\sigma_{bd}}$ und Momente M für einfach bewehrte Plattenbalken mit verschiedenen Bewehrungsziffern p ($\alpha = 0.08$)	93—95
„ „ 5. Zusammenstellung der Formeln für einfach und ideal bewehrte Plattenbalken	nach 104
„ „ 6. Zulässige Spannungen s_{bd} , s_{ez} und Lage der Nulllinie bei einfach und ideal bewehrten Plattenbalken	105
„ „ 7. Untere Grenzen der zulässigen Werte $\beta = \frac{b}{B}$ bei ideal bewehrten Plattenbalken mit Rücksicht auf Einhaltung der zulässigen Betonzugspannung σ_{bz}	108
„ „ 8 zur näherungsweise direkten Bestimmung der Höhe H' und der Eisenfläche F_e einfach und ideal bewehrter Plattenbalken bei Hochbauten	113
„ „ 9. Zulässige Betonspannungen bei Tragwerken aus Eisenbeton für Hochbauten bei verschiedenen Mischungsverhältnissen	172
„ „ 10. Wirkliche und rechnermäßige Bewehrungsziffern p bzw. p' bei Druckgliedern	173
„ „ 11. Ideale Flächen (F_i), Trägheitsmomente (\mathfrak{S}_{ik}), Trägheitshalbmesser i und Kernpunktabstände (k) verschiedener, bewehrter Querschnittsformen	178
„ „ 12. Abminderungszahlen α und deren reziproke Werte $\frac{1}{\alpha}$ für Knickung bei Druckgliedern aus Eisenbeton	180
„ „ 13. Zulässige Spannungen $s_{bk} = \alpha c s_{bd}$ mit Rücksicht auf Knickung bei Druckgliedern aus Eisenbeton bei Hochbauten	180
„ „ 14. Abminderungszahlen α_e , deren reziproke Werte $\frac{1}{\alpha_e}$ und zulässige Eisenspannungen s_k bei Hochbauten mit Rücksicht auf Knickung	194

Tabelle Nr. 15.	Formeln für die zulässige Belastung P zentrisch oder ex-	
	zentrisch beanspruchter Druckglieder aus Eisenbeton . . .	219
„ „	16. Biegemomente und Stützdrücke $a)$ für einerseits frei	
	aufliegende, anderseits fest eingespannte, $b)$ für beiderseits	
	fest eingespannte Träger nach	246
„ „	17. Biegemomente für, über zwei oder drei Felder durch-	
	laufende Tragwerke bei verschiedenen Belastungsweisen nach	248
„ „	18. Maximale (\pm) Momente ¹ und Querkräfte für über zwei, drei	
	oder vier gleichlange Felder durchlaufende Tragwerke .	250 ff.
„ „	19. Werte der Lastverteilungszahlen $\alpha = \frac{b^2}{ka^2 + b^2} = \frac{n^2}{k + n^2}$ und	
	$\beta = \frac{ka^2}{ka^2 + b^2} = \frac{k}{k + n^2} = (1 - \alpha)$ für gekreuzt armierte	
	Platten rechteckiger Form	255
„ „	20. Abminderungszahlen α und deren reziproke Werte $\frac{1}{\alpha}$ bei	
	Druckgliedern aus Stampfbeton	275
„ „	21. Charakteristische Exzentrizitätsverhältnisse $\rho = \frac{r}{a}$ (Figur 188)	
	bei exzentrisch belasteten Druckgliedern aus Stampfbeton	
	bei Hochbauten	280

Zusammenstellung der verwendeten Bezeichnungen.

Bezeichnung	Bedeutung	Erklärung Seite	Siehe Fig. Nr.
<i>l</i>	Stützweite eines Trägers
<i>L</i>	Länge eines Tragwerkes oder Tragwerktheiles, auch freie Knicklänge
<i>b</i>	Breite eines rechteckigen Querschnittes		21
	Breite der Rippen bei Plattenbalken		41
<i>B</i>	Plattenbreite = Rippenentfernung bei Plattenbalken		41
<i>a, b</i>	Seitenlängen einer rechteckigen Platte	254	169,170
<i>h</i>	Höhe eines rechteckigen Querschnittes		21
	Höhe der Rippe bei Plattenbalken		41
<i>h'</i>	„Nutzbare“ Höhe bei Balken und Platten aus Eisenbeton, das ist der Abstand der Druckkante vom Schwerpunkte der Eisenzugfläche		21
<i>H</i>	Gesamthöhe eines Plattenbalkens		41
<i>H'</i>	„Nutzbare“ Höhe eines Plattenbalkens d. i. der Abstand der Druckkante vom Schwerpunkte der Eisenzugfläche		41
<i>a</i>	Abstand der Zugkante vom Schwerpunkte der Eisenzug- fläche		21, 41
<i>a'</i>	Abstand der Druckkante vom Schwerpunkte der Eisen- druckfläche		34, 51
<i>d</i>	Plattendicke bei Plattenbalken		41
<i>x</i>	Abstand der Nulllinie <i>A</i> von der Druckkante, berechnet nach Verfahren <i>A</i> , das ist ohne Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton		21, 41
<i>x₁</i>	Abstand der Nulllinie <i>B</i> von der Druckkante, berechnet nach Verfahren <i>B</i> , das ist mit Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton		28, 47
<i>z</i>	Hebelsarm des inneren Momentes		76 c
<i>α</i>	Verhältnis $\frac{a}{h}$ bei Balken oder Platten
<i>α'</i>	„ $\frac{a'}{h}$ „ „ „ „ „
<i>α</i>	Abminderungszahl $\alpha = 1.72 - 0.012 \frac{L}{i}$ im Falle der Knickung bei Druckgliedern aus Eisenbeton oder Stampf- beton
<i>β</i>	Verhältnis $\frac{b}{B}$ bei Plattenbalken
<i>δ</i>	„ $\frac{d}{H}$ „ „
<i>δ'</i>	„ $\frac{d}{H'}$ „ „

Bezeichnung	Bedeutung	Erklärung Seite	Siehe Fig. Nr.			
ξ	Verhältnis $\frac{x}{H}$ bei Plattenbalken	} bei idealer Armierung			
ξ'	" $\frac{x}{H'}$ " "				
	" $\frac{x}{h'}$ bei Balken oder Platten				
ξ_1	" $\frac{x_1}{h}$ " " " "				
	" $\frac{x_1}{H}$ bei Plattenbalken				
ζ	" $\frac{x}{H}$ " "			} bei beliebiger Armierung	
ζ'	" $\frac{x}{H'}$ " "				
	" $\frac{x}{h'}$ bei Balken oder Platten				
ζ_1	" $\frac{x_1}{h}$ " " " "				
	" $\frac{x_1}{H}$ bei Plattenbalken				
r	Exzentrizität einer Last bei gedrückten Tragwerksteilen, das ist der Abstand des Angriffspunktes der Last vom Schwerpunkte des wirklichen (oder ideellen) Querschnittes	197	96, 97			
e_1, e_2	Abstände der äußersten Fasern bei exzentrischer Belastung eines Druckgliedes von der Nulllinie des wirklichen (oder ideellen) Querschnittes und zwar e_1 auf der, der Exzentrizität entgegengesetzten Seite, e_2 jener auf der Seite der Exzentrizität		97			
k	$F_b : F_a$, d. i. Verhältnis d. Eisenflächen bei rechteckigen Platten	254	.			
n	$b : a$, d. i. Verhältnis d. Seitenlängen bei rechteckigen Platten	255	.			
k_1, k_2	Abstände der Kernpunkte K_1 und K_2 von der Nulllinie des wirklichen (oder ideellen) Querschnittes	202	97			
E_e	Formänderungszahl (Elastizitätsmodul) des Eisens für Zug oder Druck, $E_e = 2,100.000 \text{ kg/cm}^2$			
E_{bd}	Formänderungszahl des Betons für Druck, $E_{bd} = 140.000 \text{ kg/cm}^2$			
E_{bz}	Formänderungszahl des Betons für Zug, $E_{bz} = 56.000 \text{ kg/cm}^2$			
ν	Verhältniszahl $\frac{E_e}{E_{bd}} = 15$			
μ	" $\frac{E_{bz}}{E_{bd}} = 0,4$			
F'	Fläche eines Querschnittes			
F_b	Betonfläche in einem Querschnitte			
F_e	Eisenfläche in einem Querschnitte mit einfacher Armierung			
iF_e	„Ideale“ Armierungsfläche (für volle Ausnützung des Betons auf Druck und des Eisens auf Zug)	37, 40	.			

Bezeichnung	Bedeutung	Erklärung Seite	Siehe Fig. Nr.
F_{ez}	Eisenzugfläche } in einem Querschnitt mit Eisendruckfläche } doppelter Armierung		
F_{ed}			
$^1 F_e$	Eisenfläche einer Platte für die Plattenbreite 1 cm		
F_i	Ideelle Querschnittsfläche eines nur längsarmierten Druckgliedes: $F_b + 15 F_e = F_b (1 + 0.15 p)$	170	
λ	Hilfslänge $\frac{\sqrt{F_e}}{b}$ bei einfach armierten Balken oder Platten	30	
	Hilfslänge $\frac{\sqrt{F_{ez}}}{b}$ bei doppelt armierten Balken oder Platten	62	
λ'	Hilfslänge $\frac{\sqrt{F_{ed}}}{b}$ bei doppelt armierten Balken oder Platten	62	
λ	Hilfslänge $\frac{\sqrt{F_e}}{B}$ bei einfach armierten Plattenbalken . .	78	
	Hilfslänge $\frac{\sqrt{F_{ez}}}{B}$ bei doppelt armierten Plattenbalken . .	118	
λ'	Hilfslänge $\frac{\sqrt{F_{ed}}}{B}$ bei doppelt armierten Plattenbalken . .	118	
F_k	Fläche des von den Quereinlagen eingeschlossenen Betonkerns eines Druckgliedes	173	
F_{is}	Ideelle Querschnittsfläche eines Druckgliedes aus umschnürtem Beton: $F_b + 15 F_e + 30 F_s$	183	
F_s	Bei Druckgliedern aus umschnürtem Beton: Querschnittsfläche eines gedachten Längseisens, dessen Gewicht gleich jenem der schraubenförmigen Quereinlage ist, beide Gewichte auf die Längeneinheit des Druckgliedes bezogen	183	
S_{ed}	Statisches Moment der Eisendruckfläche, bezogen auf die betreffende Nulllinie		
S_{ez}	Statisches Moment der Eisenzugfläche, bezogen auf die betreffende Nulllinie		
S_{bd}	Statisches Moment der ganzen Betondruckfläche, bezogen auf die betreffende Nulllinie		
S_{bz}	Statisches Moment der ganzen Betonzugfläche, bezogen auf die betreffende Nulllinie		
S_{id}	Statisches Moment des Druckteiles der ideellen Querschnittsfläche, bezogen auf die betreffende Nulllinie . .	11	
S_{iz}	Statisches Moment des Zugteiles der ideellen Querschnittsfläche, bezogen auf die betreffende Nulllinie	12	
J_{bd}	Trägheitsmoment der Betondruckfläche bezgl. Nulllinie A	14	
J_e	Trägheitsmoment der Eisenfläche bezgl. Nulllinie A . .		
J_{ez}	Trägheitsmoment der Eisenzugfläche „ „ A . .		
J_{ed}	Trägheitsmoment der Eisendruckfläche „ „ A . .		
J_e^o	Trägheitsmoment der Eisenzug- oder -Druckfläche bezgl. deren Schwerachse parallel zur Nulllinie A oder B . .	30	
J_i	Trägheitsmoment des ideellen Querschnittes, bezogen auf die Nulllinie A	14	

Bezeichnung	Bedeutung	Erklärung Seite	Siehe Fig. Nr.
J_e	Trägheitsmoment der Eisenfläche bezgl. Nulllinie B . . .	36	.
J_{bd}	Trägheitsmoment der Betondruckfläche bezgl. Nulllinie B		
J_{bz}	„ „ „ Betonzugfläche „ „ B		
J_i	Trägheitsmoment des ideellen Querschnittes bezogen auf die Nulllinie B		
\mathfrak{S}	Äquatoriales Trägheitsmoment eines Querschnittes (entsprechend HV. § 5, Abs. 8 d, BV. § 5, Abs. 7 e)
\mathfrak{S}_i	für symmetrische Querschnitte, bei denen die Kraftlinie mit der Symmetrieachse zusammenfällt: Trägheitsmoment des ideellen Gesamtquerschnittes bezogen auf die zur Kraftlinie senkrechte Schwerachse	201	.
\mathfrak{S}_{ik}	kleinstes äquatoriales Trägheitsmoment des ideellen Gesamtquerschnittes	174	.
i	Trägheitshalbmesser $\sqrt{\frac{\mathfrak{S}_{ik}}{F_i}}$	174	.
P	Äußere Kraft.
P'	Tragkraft eines Druckgliedes	174	.
R	Resultierende aller auf einer Seite eines Querschnittes angreifenden äußeren Kräfte	184
N	Normalkraft = Komponente von R senkrecht zur Querschnittsebene	
Q	Querkraft = Komponente von R parallel zur Querschnittsebene	
M	Biegemoment der äußeren Kräfte, bezogen auf den Schwerpunkt des Querschnittes
1M	Biegemoment wie vor, auf die Plattenbreite 1 cm bezogen	41	.
iM	„Ideales“ Tragemoment, entsprechend der idealen Armierungsfläche iF_e bei voller Ausnützung des Betons auf Druck und des Eisens auf Zug	42	.
σ	Normalspannung
τ	Schubspannung
σ_d	Eisendruckspannung
σ_z	Eisenzugspannung
$\sigma_b d$	Betonspannung an der Druckkante
$\sigma_b z$	Betonspannung an der Zugkante
τ_e	Schubspannung des Eisens
τ_b	Schubspannung des Betons
τ_o	„ „ „ in der Nulllinie A
τ_h	Mittlere Haftspannung	22	.
τ_z, τ_d	Hauptzugspannung, Hauptdruckspannung	20	.
s	Zulässige Normalspannung
t	„ Schubspannung
s_e	„ Eisenspannung
s_k	„ Eisenspannung mit Rücksicht auf Knickung
$s_b d$	Zulässige Betondruckspannung } im Falle der Biegung und	.	.
$s_b z$	„ Betonzugspannung } bei exzentrischem Druck	.	.

Bezeichnung	Bedeutung	Erklärung Seite	Siehe Fig. Nr.
<i>c s b d</i>	Zulässige Betondruckspannung bei zentrischem Druck
<i>s b k</i>	„ Betondruckspannung mit Rücksicht auf Kniekung
<i>t e</i>	„ Schubspannung des Eisens
<i>t b</i>	„ „ „ Betons
<i>t h</i>	„ mittlere Haftspannung
<i>t z</i>	„ Hauptzugspannung
<i>p</i>	Armierungsziffer $\frac{100 F_e}{F}$, bezogen auf die ganze Querschnittsfläche F u. zw.:	.	.
	bei rechteckigen Balken: $\frac{100 F_e}{bh}$,
	bei Plattenbalken: $\frac{100 F_e}{Ed + bh}$
<i>i p</i>	„Ideale“ Armierungsziffer $\frac{100 {}^i F_e}{F}$ bezogen auf die ganze Querschnittsfläche F	40	.
<i>i p'</i>	„Ideale“ Armierungsziffer $\frac{100 {}^i F_e}{bh'} = \frac{{}^i p}{1 - \alpha}$ bezogen auf die nutzbare Querschnittsfläche bh'	40	.

A. Tragwerke aus Eisenbeton.

I. Einleitung.

Die genaue Erkenntnis der Spannungsverhältnisse, welche sich im Innern eines, äußeren Einflüssen, Kraft- und Wärmewirkungen unterworfenen Verbundkörpers aus Beton und Eisen herausbilden, begegnet mancherlei Schwierigkeiten; trotz der emsigen Forscherarbeit, durch welche die technische Wissenschaft auf diesem Gebiete unausgesetzt erweitert wird, harren noch viele Fragen der Klärung und es erscheint vorläufig überhaupt noch zweifelhaft, ob es gelingen werde, hinsichtlich der Verbundkörper zu jener wohlbegründeten Einsicht in die baumechanischen Beziehungen zwischen äußeren und inneren Kräften zu gelangen, welche die Technik betreffs der homogenen Körper bereits errungen hat.

Die Ursachen dieser Erscheinung sind, abgesehen von der Kürze des Zeitraumes, welcher der Forschung bis nun zu Gebote stand, vor allem in der Natur des Betons selbst zu suchen. Der Beton ist ein Baustoff, dessen Festigkeitseigenschaften bekanntlich von vielerlei Umständen wie: Güte des Zements, Sandes und Steinmaterials, dem Mischungsverhältnisse, dem Wasserzusatz, der Art der Stampfung, den Witterungsverhältnissen während der Erhärtung, dem Alter u. s. w. abhängen und daher von Fall zu Fall in weiten Grenzen veränderlich sind. Eine andere Ursache jenes Umstandes liegt in der Tatsache, daß die Naviersche Annahme (Ebenbleiben der Querschnitte auf Biegung beanspruchter Körper) sowie das Hookesche Gesetz (Proportionalität zwischen Spannung und spezifischer Formänderung), welche beide der Festigkeitslehre homogener Körper zu Grunde liegen, bei Beton nicht zutreffen, bezw. nur bei sehr geringen Spannungen näherungsweise als gültig angenommen werden können, also bis zu Grenzen,

welche bei den tatsächlich eintretenden Spannungen meist überschritten werden. Ein weiterer hierher gehöriger Grund ist durch das verschiedene Verhalten des Betons gegenüber den Zug- und Druckkräften, insbesondere durch den Umstand gegeben, daß schon bei Zugspannungen geringer Größe verhältnismäßig bedeutende bleibende Dehnungen eintreten und der Widerstand gegen Zug weit geringer als jener gegen Druck ist.

Das Wesen der Verbundkörper aus Beton und Eisen besteht nun bekanntlich darin, daß Eiseneinlagen in erster Linie an solchen Stellen angeordnet werden, an denen Zugspannungen auftreten; das Eisen soll in diesem Falle den Beton in seinem Widerstande gegen Zug unterstützen, ihn dadurch vor dem Eintreten größerer Längenänderungen schützen und schließlich, wenn bei wachsender Einwirkung der äußeren Einflüsse unter Überwindung der Zugfestigkeit des Betons in letzterem Risse entstehen, an diesen Stellen die gesamten Zugkräfte allein aufnehmen. Dieses Zusammenwirken von Beton und Eisen hat zur Voraussetzung eine innige Verbindung der beiden Baustoffe, derart, daß sie als ein Ganzes wirken und Verschiebungen gegeneinander nicht zustande kommen. Ist nun schon das Maß der sogenannten Haftfähigkeit, worin der Verbund von Beton und Eisen zum Ausdrucke gelangt, in eben so hohem Maße wie die anderen Festigkeitseigenschaften des Betons selbst von den oben genannten Umständen, überdies aber noch von der Form und Oberflächenbeschaffenheit der Eiseneinlagen abhängig, so daß auch hieraus wieder ein wechselndes Verhalten sonst gleicher Verbundkörper sich ergeben kann, so folgt aus dieser festen Verbindung der zwei verschiedenen Baustoffe eine Quelle weiterer Schwierigkeiten für die wissenschaftliche Erkenntnis ihrer Wirkungsweise.

Die Verbundkörper sind nämlich auch dann, wenn sie äußeren Kräften nicht ausgesetzt sind, nicht spannungslose Körper im Sinne der Mechanik, sondern sie sind im allgemeinen mit sogenannten „Anfangsspannungen“ behaftet. Der Beton erleidet beim Erhärten Volumsänderungen und zwar zieht er sich beim Abbinden an der Luft zusammen und dehnt sich beim Erhärten unter Wasser aus. Bei den Tragwerken aus Eisenbeton im Hoch- und Brückenbaue kommt die erstere Eigenschaft, das sogenannte „Schwinden“ in Betracht. Sind im Beton Eiseneinlagen eingebettet, so wird er nun an der spannungslosen Zusammenziehung durch den Widerstand des Eisens teilweise gehindert, und es entstehen im Beton Zug-, im Eisen Druckkräfte, die sich das Gleichgewicht halten müssen. Die diesen Kräften entsprechenden

Anfangsspannungen beeinflussen wesentlich das Spannungsbild und daher auch das elastische Verhalten der Verbundkörper.

Ferner sind zu beachten die remanenten Spannungen, die in Verbundkörpern bei Wiederholung von Kraftwirkungen auftreten. Der Beton erfährt nämlich, wie bereits oben erwähnt, schon bei geringen Zugspannungen bleibende Dehnungen, das heißt, von den bei einer bestimmten Kraftwirkung entstehenden gesamten Längenänderungen ist nur ein Teil elastischer Natur, der beim Entlasten wieder verschwindet, während ein anderer Teil eine bleibende Verlängerung darstellt. Die bezüglichen Spannungsgrenzen liegen aber innerhalb der Elastizitätsgrenze des Eisens; das letztere will sich daher nach Aufhören der Kraftwirkung wieder vollständig auf seine ursprüngliche Länge zusammenziehen, woran es indessen durch den bleibend verlängerten Beton gehindert wird. Es bildet sich abermals ein Gleichgewichtszustand heraus, als dessen Ergebnis remanente Spannungen, und zwar Druck- im Beton und Zugspannungen im Eisen zurückbleiben, so daß eine neuerliche Belastung bereits Spannungen im Verbundkörper vorfindet.

Wärmeschwankungen haben auf das Bild der Spannungen eines Verbundkörpers nur einen geringen Einfluß, insolange es sich um keine Behinderung der durch sie angestrebten Verschiebungen an den Stützen und um die gewöhnlichen Temperaturwechsel der Luft handelt. Die Wärmeausdehnungsziffern für Eisen und Beton sind nämlich im Mittel wenig von einander verschieden; es werden also in gewöhnlichen Fällen diejenigen Spannungen, welche infolge des Strebens der beiden Verbundstoffe, sich verschieden stark auszudehnen oder zusammenzuziehen, entstehen, nicht berücksichtigt werden müssen. Anders verhält es sich mit jenen Verbundkörpern, die als Ganzes infolge ihrer Lagerung verhindert werden, sich den Wärmeschwankungen entsprechend auszudehnen oder zusammenzuziehen. Bei diesen werden die dadurch verursachten Spannungen — wie bei ebenso gelagerten Tragwerken aus homogenen Stoffen — auch schon bei den gewöhnlichen Wärmeschwankungen unter Umständen einen beträchtlichen Teil der Gesamtspannungen betragen.

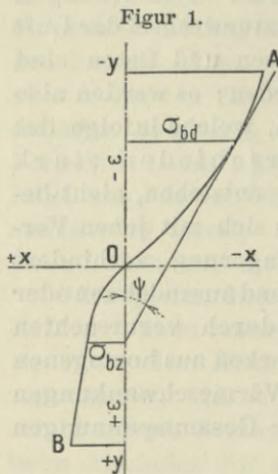
Schließlich ist bei den Tragwerken aus Eisenbeton auch den Hauptzugspannungen ein besonderes Augenmerk zuzuwenden. Die Zugfestigkeit des Betons ist nämlich — im Gegensatze zu homogenen Baustoffen, z. B. dem Schmiedeeisen — kleiner als die Schubfestigkeit; daher werden in Querschnitten mit großen Schubspannungen die schiefen Hauptzugspannungen, die in der Nulllinie, das ist in der Schichte des reinen Schubes, gleich

groß mit den auftretenden Schubspannungen werden, Trennungen hervorrufen können.

Die im vorstehenden gegebene kurze Darstellung der bei Verbundkörpern in Betracht kommenden Umstände läßt erkennen, wie verwickelt die Festigkeitsverhältnisse hier liegen und wie weit man heute, wo erst seit verhältnismäßig kurzer Zeit die streng wissenschaftliche Erforschung solcher Tragwerke seitens der Materialprüfungsanstalten oder durch technische Körperschaften mit entsprechenden Apparaten und Einrichtungen in Angriff genommen wurde, noch von einer endgültigen Klärung des in Rede stehenden Gebietes entfernt ist.

Vielfältig sind die Versuche, den mittels Beobachtung und Erfahrung gewonnenen Tatsachen auf dem Wege theoretischer Betrachtung zu folgen und sichere Grundlagen für die Berechnung und Bemessung von Tragwerken aus Eisenbeton zu schaffen. Allen hierher gehörigen Verfahren liegen gemeinsam gewisse Annahmen zu Grunde: einerseits die eines so innigen Verbundes von Beton und Eisen, daß innerhalb der Grenzen der in Betracht kommenden Lastwirkungen keine Trennung beider, also keine Verschiebung des Eisens im Beton eintritt, andererseits die vereinfachende Voraussetzung, daß ursprünglich ebene Querschnitte auf Biegung beanspruchter Verbundkörper auch nach der Biegung eben sind.

Die bisher vorgeschlagenen Rechenverfahren unterscheiden sich — soweit sie überhaupt einer wissenschaftlichen Beurteilung standhalten — untereinander durch die Rolle, die dem Beton hinsichtlich der Aufnahme von Zugspannungen zugewiesen wird, sowie durch die Annahmen über die Verteilung der Spannungen in Querschnitten gebogener Verbundkörper bzw. über die Gestalt der sogenannten Formänderungslinie des Betons, das ist jener Linie, welche den Zusammenhang zwischen den Dehnungen und den Spannungen zur Darstellung bringt.



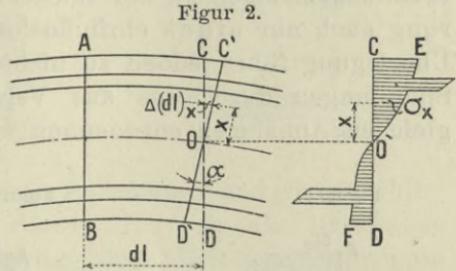
In Figur 1 sind auf einem rechtwinkligen Achsenkreuze Ox , Oy die spezifischen Längenänderungen (Längenänderungen auf die Längeneinheit bezogen) als Ordinaten und die bezüglichen Spannungen des Betons als Abszissen aufgetragen und zwar Zugspannungen und Dehnungen nach den positiven, Druckspannungen und spezifische Verkürzungen (Stauchungen) nach den negativen

Richtungen der Koordinatenachsen. Der Linienzug $A O B$ stellt die Formänderungslinie des Betons dar, wie sie sich ungefähr nach den vorliegenden Versuchen ergibt; es ist allgemein die Spannung $\sigma_{b,d}$ (bezw. $\sigma_{b,z}$) eine Funktion der spezifischen Längenänderung ε , somit $\sigma_{b,d}$ (bezw. $\sigma_{b,z}$) = $\varphi(\varepsilon)$.

Mit Hilfe dieser Linie können die in Querschnitten gebogener Verbundkörper auftretenden Normalspannungen berechnet werden.

Zwei im Abstände dl gelegene, ursprünglich parallele Querschnitte AB und CD (Fi-

gur 2) erfahren infolge der Biegung des Körpers eine relative Verdrehung gegeneinander, CD kommt bei festgehaltenem Querschnitt AB in die Lage $C'D'$ und der Schnittpunkt O der Geraden CD und $C'D'$ bestimmt die Lage der sogenannten Null-



linie des Querschnittes bzw. der neutralen Schichte des gebogenen Körpers. Werden die Querschnitte auch nach der Biegung als eben angenommen (Naviersche Annahme), so sind die Längenänderungen $(\Delta dl)_x$ der einzelnen, zur neutralen Schichte parallelen Fasern den Abständen x von ersterer proportional; es ist allgemein $(\Delta dl)_x = x \operatorname{tg} \alpha$ und weiter die bezügliche Spannung σ_x eines und desselben Querschnittes CD

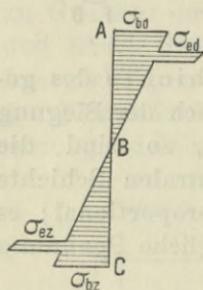
$$\sigma_x = \varphi(\varepsilon_x) = \varphi\left(\frac{(\Delta dl)_x}{dl}\right) = \frac{1}{dl} \varphi(x \operatorname{tg} \alpha) = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{dl} \varphi(x) = C \cdot \varphi(x).$$

Die Spannungslinie $E O' F$, welche man erhält, wenn man die σ_x senkrecht zu einer Achse CD aufträgt, und die den Verlauf der in den einzelnen Schichten auftretenden Spannungen zum Ausdrucke bringt, ist sonach bei auf Biegung beanspruchten Tragwerken wegen der Navierschen Annahme durch die Formänderungslinie des Betons dargestellt; nur müssen die Abszissen derselben auf einem entsprechend geänderten Maßstabe abgelesen werden.

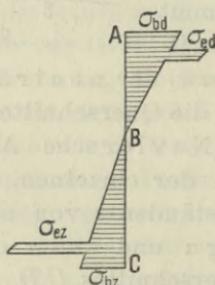
Würde man die tatsächliche Formänderungslinie des Betons der statischen Untersuchung der Tragwerke zu Grunde legen, so würden die Berechnungen sehr umständlich werden und, da überdies diese Linie für jede einzelne Betongattung stets erst bestimmt werden müßte, für die Praxis geradezu unbrauchbar erscheinen. Demgemäß werden allgemein vereinfachende Voraussetzungen gemacht und wird die Spannungslinie durch Gerade oder einfache Kurven ersetzt. Da die Naviersche Annahme, welche bekannt-

lich allen Berechnungen der auf Biegung beanspruchten Tragwerke zugrunde gelegt ist, nicht strenge zutrifft, so werden die errechneten Spannungswerte mit den tatsächlichen nicht genau übereinstimmen; weiterhin wird aber diese Abweichung noch erhöht durch die vereinfachenden Annahmen hinsichtlich der Spannungslinien. Es ist also wohl im Auge zu behalten, daß allen rechnermäßigen Spannungen nur ein Vergleichswert zukommt und daß sich nicht nur der absolute Wert, sondern auch das Verhältnis der rechnermäßigen zu der tatsächlichen Spannung mit jeder Änderung auch nur eines einflußnehmenden Argumentes ändert. Diese Überlegung führt jedoch zu nichts Bedenklichem, da die zulässigen Spannungen durchwegs aus Versuchen unter den entsprechend gleichen Annahmen entnommen werden.

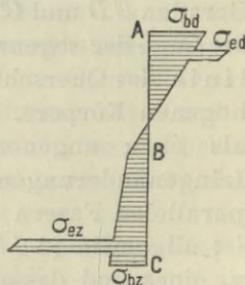
Figur 3.



Figur 4.



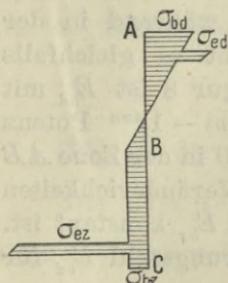
Figur 5.



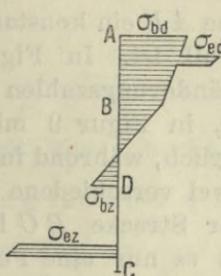
Von den Annahmen der bisher in Vorschlag gebrachten oder in Anwendung gekommenen Verfahren mögen nur folgende erwähnt werden: *a*) Eine und dieselbe Gerade für Zug und Druck (Neumann), Figur 3; *b*) je eine besondere Gerade für Zug und Druck (Melan), Figur 4; *c*) zwei Gerade, die sich in der Zugzone schneiden (Ostenfeld), Figur 5; *d*) zwei Gerade wie unter *c*), jedoch jene im äußeren Teil der Zugzone parallel zur Ordinatenachse verlaufend (Considère, Barkhausen), Figur 6; *e*) zwei Gerade nach Figur 7 im Bereiche der Druckzone und in einem Teile der Zugzone, während im restlichen Teile der letzteren die Zugspannungen vernachlässigt werden (Dr. v. Thullié); *f*) eine Parabel im Druckteile und Vernachlässigung der Zugspannungen in der Zugzone (Dr. Ritter), Figur 8; *g*) in der Zug- und Druckzone je eine Linie, die dem Bachschüleschen Potenzgesetz: $\varepsilon = \frac{\sigma^m}{E_b}$ entspricht, wobei ε die spezifische Längenänderung, σ die Spannung, E_b die Formänderungszahl

des Betons für Zug bzw. Druck und m einen vom Materiale abhängigen, für Zug und Druck verschiedenen Exponenten bedeutet (Sanders), Figur 9; h) in der Druckzone eine Parabel, im Zugteile

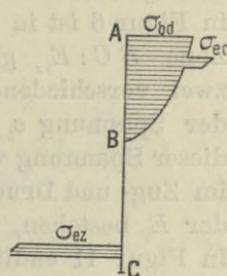
Figur 6.



Figur 7.

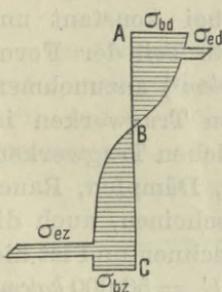


Figur 8.

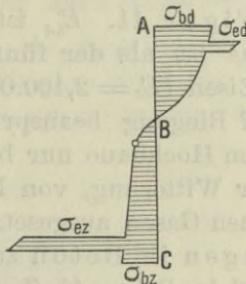


gleichfalls eine Parabel (mit anderem Parameter) und eine anschließende Tangente (Haberkaht), Figur 10; i) in der Druckzone eine Gerade bei Vernachlässigung der Betonzugspannungen (Christophe, Koenen, Mörsch), Figur 11.

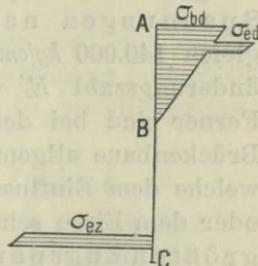
Figur 9.



Figur 10.



Figur 11.



Letzteres Verfahren ist das einfachste und hat bisher die weiteste Anwendung gefunden.

Hinsichtlich der Formänderungszahlen (Elastizitätsmoduli) des Betons gilt folgendes: Bei gekrümmter Formänderungslinie ist diese Zahl bekanntlich nicht konstant, sondern durch den Ausdruck $E_b = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \varphi'(\varepsilon)$ gegeben, welcher die trigonometrische Tangente des Winkels darstellt, den die in dem betreffenden Punkte an die Formänderungslinie gelegte Tangente mit der Ordinatenachse einschließt ($\sphericalangle \psi$ in Figur 1).

Die Einführung von Geraden anstatt der gekrümmten Formänderungslinie kommt daher darauf hinaus, die Formänderungs-

zahl E_b des Betons in dem betreffenden Spannungsgebiet als konstant zu betrachten. Hienach ist in Figur 3 die Formänderungszahl des Betons für Druck (E_{bd}) gleich jener für Zug (E_{bz}); in Figur 4 ist das konstante E_{bd} von dem konstanten E_{bz} verschieden; in Figur 5 ist in der Zone AB und BC je ein konstantes E_b ; in Figur 6 ist in der Zone AB ein konstantes E_{bd} , während in der Zone BC : E_{bz} gleich Null ist. In Figur 7 gibt es gleichfalls zwei verschiedene Formänderungszahlen; in Figur 8 ist E_{bd} mit der Spannung σ_{bd} linear, in Figur 9 mit der $(m-1)^{ten}$ Potenz dieser Spannung veränderlich, während in Figur 10 in der Zone AB im Zug- und Druckteil zwei verschiedene lineare Veränderlichkeiten der E_b bestehen, auf der Strecke BC hingegen E_{bz} konstant ist. In Figur 11 endlich gibt es nur eine Formänderungszahl E_{bd} für Druck, während E_{bz} für Zug gleich Null ist.

Die amtlichen österreichischen Vorschriften vom Jahre 1911 (u. zw. HV. § 5, Abs. 8 und 9, BV. § 5, Abs. 7*) bestimmen in dieser Hinsicht folgendes: Für die Ermittlung der größten Betondruck- und Eisenzugspannungen ist die Annahme zu machen, der Beton nehme keine Normalzugspannungen auf; hiefür gilt also eine Verteilung der Spannungen nach Figur 11. E_{bd} ist hierbei konstant und gleich 140.000 kg/cm^2 , das ist als der fünfzehnte Teil der Formänderungszahl E_e von Eisen ($E_e = 2,100.000 \text{ kg/cm}^2$) anzunehmen. Ferner sind bei den auf Biegung beanspruchten Tragwerken im Brückenbaue allgemein, im Hochbaue nur bei solchen Tragwerken, welche dem Einflusse der Witterung, von Nässe, Dämpfen, Rauch oder dem Eisen schädlichen Gasen ausgesetzt erscheinen, auch die größten Zugspannungen im Beton zu berechnen und ist hierbei die Formänderungszahl des Betons für Zug mit $E_{bz} = 56.000 \text{ kg/cm}^2$, das ist mit dem 0·4fachen Betrage desjenigen für Druck, also

$$E_{bz} = 0\cdot4 E_{bd} = \frac{1}{37\cdot5} E_e \text{ anzunehmen.}$$

Die Verteilung der Spannungen für diesen Fall ist demnach jene nach Figur 4.

Zum Schlusse dieser einleitenden Bemerkungen möge noch auf den Zusammenhang zwischen der Eisenspannung (σ_e) (einerlei, ob auf Zug oder Druck) und jener (σ_b) eines an gleicher Stelle gedachten Betonelementes hingewiesen werden; das Verhältnis $E_e : E_b$ sei allgemein gleich n . Wegen des vorausgesetzten Eben-

*) HV. = Vorschrift für Hochbauten, BV. = Vorschrift für Straßenbrücken.

bleibens der Querschnitte bei einer Biegung erfahren das Eisen-
element und das an gleicher Stelle gedachte Betonelement die
gleichen Dehnungen; jene des ersteren ist

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma_e}{E_e},$$

die des Betonelementes

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b}.$$

Wegen der Gleichheit von ε_e und ε_b wird $\sigma_e = \sigma_b \cdot \frac{E_e}{E_b} = n \cdot \sigma_b$.

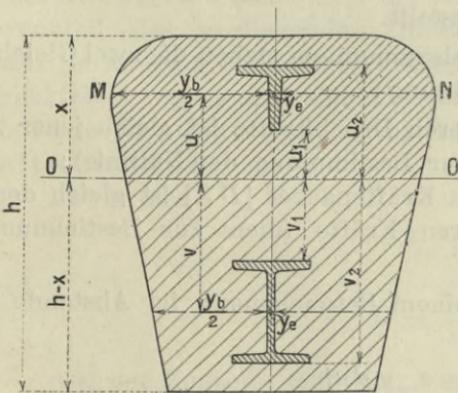
Die Eisenspannung ist also stets n mal — u. zw. bei
Druck $n = \nu = 15$ mal, bei Zug $n = \frac{\nu}{\mu} = \frac{15}{0.4} = 37.5$ mal — grö-
ßer als die bezügliche Betonspannung an derselben
Stelle, ein Satz, der im weiteren wiederholte Anwendung findet.

II. Allgemeine Untersuchung eines bloß auf Biegung beanspruchten Verbundkörpers.

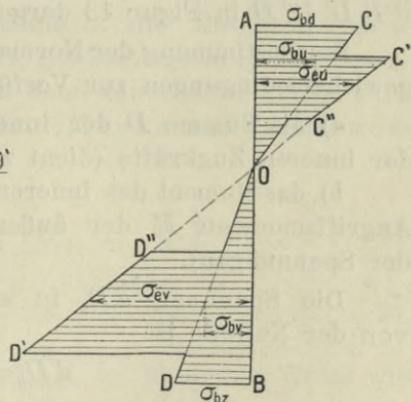
1. Die Normalspannungen.

Im folgenden wird ein irgendwie gelagerter und nur durch
Kräfte senkrecht zur Stabachse belasteter Verbundkörper beliebiger
Form, mit Eiseneinlagen sowohl in der Zug- als in der Druckzone,
vorausgesetzt.

Figur 12.



Figur 13.



Die äußeren Kräfte und daher auch die Angriffsmomente
seien bekannt, und es handle sich nur darum, die Spannungen
im Sinne der amtlichen Vorschriften zu bestimmen.

Bei dieser allgemeinen Untersuchung wird angenommen, daß der Beton Druck- und Zugspannungen aufzunehmen vermag, der Querschnitt symmetrisch ist und die Kraftlinie mit der Symmetrieachse zusammenfällt.

In dem betrachteten Querschnitte (Figur 12) sei das äußere Moment: M und die Querkraft: Q ; das Verhältnis der Formänderungszahl des Betons für Druck zu jenem des Eisens sei

$$\frac{E_{bd}}{E_e} = \frac{1}{\nu}$$

und das Verhältnis der Formänderungszahlen des Betons für Zug und Druck

$$\frac{E_{bz}}{E_{bd}} = \mu;$$

sodann ist

$$\frac{E_{bz}}{E_e} = \frac{\mu}{\nu}.$$

Nach den amtlichen Vorschriften ist, wie oben bemerkt,

$$\nu = 15, \mu = 0.4, \frac{\mu}{\nu} = \frac{1}{37.5}.$$

Das Moment M möge den Verbundkörper so biegen, daß im Querschnitte oben Druckspannungen, unten Zugspannungen auftreten. In einem Horizontalschnitte MN in der Entfernung u von der Nulllinie werden die Breite des Betonelementes mit y_b , jene des Eisenelementes mit y_e , die bezüglichen Spannungen mit σ_{bu} und σ_{eu} bezeichnet. Die im Querschnitte wirkenden Spannungen sind durch die Abszissen der Linienzüge $AC C' C'' O \dots$ und $BD D' D'' O$ in Figur 13 dargestellt.

Zur Bestimmung der Normalspannungen stehen die zwei Gleichgewichtsbedingungen zur Verfügung:

a) die Summe D der inneren Druckkräfte ist gleich jener Z der inneren Zugkräfte (dient zur Bestimmung der Nulllinie);

b) das Moment des inneren Kräftepaars $[DZ]$ ist gleich dem Angriffsmomente M der äußeren Kräfte (dient zur Bestimmung der Spannungen).

1 Die Spannung dD_b in einem Betonelement im Abstände u von der Nulllinie ist

$$dD_b = \sigma_{bu} y_b du,$$

jene in einem Eisenelement derselben Schichte

$$dD_e = \sigma_{eu} y_e du.$$

Die Summe aller inneren Druckkräfte wird

$$D = D_b + D_e = \int_0^x \sigma_{bu} y_b du + \int_{u_1}^{u_2} \sigma_{eu} y_e du.$$

Hierin können wegen der Proportionalität zwischen den Spannungen und den Abständen von der Nulllinie, welche bei eben bleibenden Querschnitten (nach Navier) und konstantem E (nach Hooke) besteht, und wegen der auf S. 9 entwickelten Beziehung zwischen der Spannung σ_{eu} eines Eisenelementes und jener σ_{bu} eines in gleicher Schichte liegenden Betonelementes alle Spannungen durch die Spannung σ_{bd} in der äußersten, im Abstände x von der Nulllinie gelegenen Druckschichte ausgedrückt werden.

Es ist hienach

$$\sigma_{bu} = \frac{u}{x} \sigma_{bd},$$

$$\sigma_{eu} = \nu \sigma_{bu} = \frac{\nu u}{z} \sigma_{bd}.$$

Hiemit wird

$$D = \frac{\sigma_{bd}}{x} \left[\int_0^x y_b u du + \nu \int_{u_1}^{u_2} y_e u du \right].$$

$\int_0^x y_b u du$ ist das statische Moment (S_{bd}) der ganzen Betondruckfläche, $\int_{u_1}^{u_2} y_e u du$ jenes (S_{ed}) der Eisendruckfläche, beide bezogen auf die Nulllinie; der Klammerausdruck stellt das statische Moment S_{id} einer ideellen Fläche dar, die man erhält, wenn man sich im Druckteil des vorliegenden Querschnittes die Eisendruckfläche ν mal parallel zur Nulllinie verbreitert, gewissermaßen in eine Betondruckfläche verwandelt denkt. Man kann daher diese Fläche auch als ideelle (oder verzerrte) Betonfläche auf der Druckseite bezeichnen.

Es ist also

$$S_{id} = S_{bd} + \nu S_{ed} \dots \dots \dots 1)$$

und

$$D = \frac{\sigma_{bd}}{x} \cdot S_{id} \dots \dots \dots 2).$$

2. Auf der Zugseite läßt sich zunächst in ähnlicher Weise wie oben die Summe der Zugkräfte darstellen durch

$$Z = \int_0^{h-x} \sigma_{bv} y_b dv + \int_{v_1}^{v_2} \sigma_{ev} y_e dv.$$

Hierin können wieder σ_{bv} und σ_{ev} in folgender Weise durch die Betonspannung an der Druckkante σ_{bd} ausgedrückt werden.

Wäre $E_{bz} = E_{bd}$ (Figur 3), so würden die Betonspannungen in beliebigen Schichten wie bei homogenen Körpern proportional den Abständen von der Nulllinie sein. Ist jedoch $\frac{E_{bz}}{E_{bd}} = \mu$ (Figur 4), dann werden die Betonzugspannungen noch überdies μ mal so groß, sobald die Navier-Hookesche Annahme zu Recht besteht.

Es wird somit $\sigma_{bv} = \mu \left(\frac{v}{x} \sigma_{bd} \right)$ und nach S. 9

$$\sigma_{ev} = \frac{v}{\mu} \cdot \sigma_{bv} = \frac{v v}{x} \sigma_{bd}.$$

Nunmehr berechnet sich Z mit

$$Z = \frac{\sigma_{bd}}{x} \left[\mu \int_0^{h-x} y_b v dv + v \int_{v_1}^{v_2} y_e v dv \right].$$

Die Integrale lassen sich in ähnlicher Weise wie oben deuten; es ist $\int_0^{h-x} y_b v dv$ das statische Moment (S_{bz}) der ganzen Betonzug-

fläche, $\int_{v_1}^{v_2} y_e v dv$ jenes (S_{ez}) der Eisenzugfläche, beide bezogen auf die

Nulllinie, und endlich der ganze Klammerausdruck das statische Moment S_{iz} einer ideellen Betonfläche auf der Zugseite, welche man erhält, wenn man sich die Breiten der Betonzugfläche μ mal und jene der Eisenzugfläche v mal verzerrt denkt; es ist also

$$S_{iz} = \mu S_{bz} + v S_{ez} \dots \dots \dots 3)$$

und

$$Z = \frac{\sigma_{bd}}{x} \cdot S_{iz} \dots \dots \dots 4).$$

Unter y_b ist streng genommen nicht die Gesamtbreite \overline{MN} des Querschnittes in der Entfernung u von der Nulllinie (Figur 12), sondern nur die Breite der Betonschichte zu verstehen, so daß also $y_b = \overline{MN} - y_e$ ist. Wenn aber trotzdem, um die Formeln einfacher zu gestalten — wie in der Praxis allgemein üblich — hier und überall im folgenden für y_b die Strecke \overline{MN} eingeführt, das heißt, bei Bildung der ideellen Betonflächen die Eisenelemente parallel zur Nulllinie auf der Druckseite $v = 15$ statt $(v - 1) = 14$ mal, auf der Zugseite $v = 15$ statt $(v - 0.4) = 14.6$ mal vergrößert wurden,

so kommt dies einer stillschweigenden Annahme von $\nu' = 16$ im Druckgurte und $\nu'' = 15.4$ im Zuggurte statt $\nu = 15$ gleich, welche Annahme die Ergebnisse nur unwesentlich beeinflusst.

Aus der ersten der oben genannten Gleichgewichtsbedingungen a) folgt unter Heranziehung der Gl. 2) und 4)

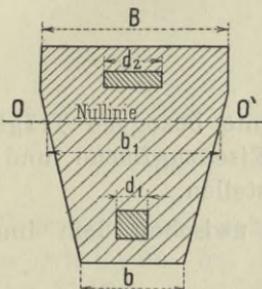
$$S_{id} = S_{iz} \dots \dots \dots 5)$$

oder

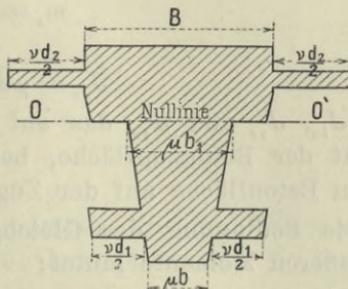
$$S_{bd} + \nu S_{ed} = \mu S_{bz} + \nu S_{ez} \dots \dots \dots 6).$$

Die Nulllinie ist hienach die Schwerachse der ideellen Gesamtbetonfläche, welche letztere entsteht, wenn die Eisenflächen mit den ν fachen und die Betonzugflächen mit den μ fachen Breiten aufgetragen gedacht werden. (Figur 14 und 14 a.)

Figur 14.



Figur 14 a.



Bei gegebenen Umrißlinien und Eiseneinlagen unterliegt sonach die Ermittlung der Nulllinie keiner Schwierigkeit.

Die zweite der oben genannten Gleichgewichtsbedingungen b) liefert ein Mittel an die Hand, die größte, in der Druckkante im Abstände x entstehende Betondruckspannung σ_{bd} und damit auch jede andere Spannung im Beton oder Eisen zu bestimmen.

Bezieht man das Moment der inneren Kräfte (gleich dem Moment des inneren Kräftepaares $[DZ]$) auf die Nulllinie $O O'$ (Figur 12), so ist für den Druckteil:

$$m_d = \int_0^x \sigma_{bu} y_b u du + \int_{u_1}^{u_2} \sigma_{eu} y_e u du.$$

Werden σ_{bu} und σ_{eu} durch σ_{bd} ausgedrückt, so erhält man

$$m_d = \frac{\sigma_{bd}}{x} \left[\int_0^x y_b u^2 du + \nu \int_{u_1}^{u_2} y_e u^2 du \right].$$

Es bedeutet nun das erste Integral das Trägheitsmoment J_{bd} der Betondruckfläche, das zweite jenes J_{ed} der Eisendruckfläche

und somit der ganze Klammerausdruck das Trägheitsmoment J_{id} der bereits früher erläuterten ideellen Betonfläche auf der Druckseite, bezogen auf die Nulllinie.

Es ist

$$J_{id} = J_{bd} + \nu J_{ed} \dots \dots \dots 7)$$

und somit

$$m_d = \frac{\sigma_{bd}}{x} J_{id} \dots \dots \dots 8).$$

Auf ähnlichem Wege ergibt sich für das Moment der inneren Kräfte des Zugteils

$$m_z = \frac{\sigma_{bd}}{x} \left[\mu \int_0^x y_b v^2 dv + \nu \int_{v_1}^{v_2} y_e v^2 dv \right],$$

oder

$$m_z = \frac{\sigma_{bd}}{x} J_{iz} \dots \dots \dots 9)$$

für

$$J_{iz} = \mu J_{bz} + \nu J_{ez} \dots \dots \dots 10),$$

worin J_{bz} , J_{ez} und J_{iz} das auf die Nulllinie bezogene Trägheitsmoment der Betonzugfläche, bezw. der Eisenzugfläche und der ideellen Betonfläche auf der Zugseite darstellen.

Die Bedingung des Gleichgewichtes zwischen dem inneren und äußeren Momente lautet:

$$m_d + m_z = M$$

oder

$$\frac{\sigma_{bd}}{x} (J_{bd} + \nu J_{ed} + \mu J_{bz} + \nu J_{ez}) = M.$$

Statt $\nu J_{ed} + \nu J_{ez}$ kann, wenn J_e das Trägheitsmoment des ganzen Eisenquerschnittes bezeichnet, gesetzt werden

$$\nu J_{ed} + \nu J_{ez} = \nu J_e$$

und es ist sodann

$$\frac{\sigma_{bd}}{x} (J_{bd} + \mu J_{bz} + \nu J_e) = M.$$

Der Klammerausdruck bedeutet das Trägheitsmoment J_i der ideellen Gesamtbetonfläche (Figur 14 a), auf die Nulllinie bezogen. Es ist also

$$J_i = J_{bd} + \mu J_{bz} + \nu J_e \dots \dots \dots 11)$$

und

$$\sigma_{bd} = \frac{M}{J_i} x \dots \dots \dots 12).$$

Wie hieraus ersichtlich, ist die statische Untersuchung des betrachteten Verbundkörpers auf jene eines homogenen Körpers

zurückgeführt; man hat nur die ideelle Betonfläche zu bilden, indem man sich die Betonzugflächen μ fach und die Eisenflächen ν fach verbreitert denkt, und kann dann genau so wie bei einem homogenen Körper vorgehen.

Nach der Ermittlung von σ_{bd} bestimmen sich die Spannungen in der äußersten Betonzugkante (σ_{bz}), ferner in einer beliebigen Betondruck- oder Betonzugschichte (σ_{bu} , σ_{bv}) und schließlich in einer beliebigen Eisendruck- oder Eisenzugschichte (σ_{eu} , σ_{ev}) mit Hilfe der oben erläuterten Beziehungen in einfacher Weise wie folgt:

$$\sigma_{bz} = \mu \frac{M}{J_i} (h - x) \dots \dots \dots 13),$$

$$\sigma_{bu} = \frac{M}{J_i} u \dots \dots \dots 14),$$

$$\sigma_{bv} = \mu \frac{M}{J_i} v \dots \dots \dots 15),$$

$$\sigma_{eu} = \nu \frac{M}{J_i} u \dots \dots \dots 16),$$

$$\sigma_{ev} = \nu \frac{M}{J_i} v \dots \dots \dots 17).$$

Hiernach sind auch die Spannungen in den Eiseneinlagen ebenso wie jene im Beton mit dem Abstände u bzw. v von der Nulllinie veränderlich. Jedoch können bei Eiseneinlagen mit verhältnismäßig kleinen Profilen, z. B. Rundeisen, Quadrat-eisen u. s. w. die Spannungen σ_e im ganzen Eisenquerschnitte näherungsweise als gleich groß angenommen werden und ist dann statt u und v der betreffende Schwerpunktsabstand zu setzen.

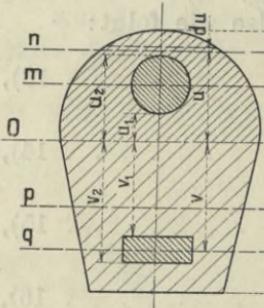
2. Die Schubspannungen.

Es wird auch hier angenommen, daß der Beton Normal-Druck- und -Zugspannungen aufnimmt. Die in einer beliebigen Schichte von der Länge „1“ wirkende Längsschubkraft T bestimmt sich bekanntlich als Unterschied der Normalkräfte, die in den zwei Querschnitten AB und $A'B'$ (Figur 15 a) ober- oder unterhalb der angenommenen Schichte (beispielsweise nn' , mm' , pp' , qq') wirken (Figur 15).

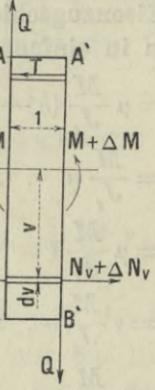
Aus Unterabschnitt II, 1 ist bekannt, daß die inneren Normal-kräfte in einem Verbundkörper ebenso ermittelt werden wie in einem Träger aus homogenem Baustoffe, der die elastischen Eigen-schaften des auf Druck beanspruchten Betons besitzt und dessen Querschnittsfläche gleich der ideellen ist. Es ist daher klar, daß

auch die Schubkräfte, da sie Unterschiede von inneren Normalkräften darstellen, sich aus diesem homogenen Ersatzträger bestimmen lassen, und ist dabei nur darauf zu achten, daß alle statischen Funktionen, die sich aus Flächenelementen ableiten, auf die ideale Betonfläche oder deren Teile bezogen werden müssen.

Figur 15.



Figur 15a.



Für homogene Träger besteht die bekannte Beziehung:

$$T = \frac{QS}{J},$$

wobei T die Schubkraft in einer beliebigen, zur neutralen parallelen Schichte pro Trägerlängeneinheit, Q die in der betreffenden Strecke „1“ als konstant angenommene Querkraft, S das statische Moment des durch die betrachtete

Schichte abgetrennten Querschnittsteiles und J das Trägheitsmoment des ganzen Querschnittes — S und J bezogen auf die Nulllinie — bedeuten. Dementsprechend erhält man bei Verbundkörpern

$$T = \frac{QS_i}{J_i} \dots \dots \dots 18),$$

wobei alle Größen die erwähnte Bedeutung behalten, jedoch S_i und J_i auf die ideale Betonfläche zu beziehen sind. Insofern es sich um die Schubkraft in einer um u von der Nulllinie entfernten Schichte der Druckzone handelt, wird daher S_i allgemein gleich sein $S_i = S_{bu} + vS_{eu}$; hierin ist S_{bu} das statische Moment des abgetrennten Betondruckquerschnittes und S_{eu} das statische Moment des hierin eingeschlossenen Eisendruckquerschnittes, beide bezogen auf die Nulllinie. Somit wird für Schichten der Druckzone, welche zwischen sich und der Druckkante nur Beton haben (wie $n n'$ mit $u > u_2$ in Figur 15), $S_{eu} = 0$ und daher $S_i = S_{bu}$ sein.

Ähnlich liegen die Verhältnisse auf der Zugseite. Für diese wird, wenn es sich um eine von der neutralen um v entfernte Schichte handelt, allgemein $S_i = \mu S_{bv} + vS_{ev}$ sein; hierin ist S_{bv} das statische Moment des abgetrennten Betonzugquerschnittes und S_{ev} das statische Moment des darin eingeschlossenen Eisen-

zugquerschnittes, beide bezogen auf die Nulllinie (Figur 15, Schichte pp'). Liegt hingegen die untersuchte Betonschichte zwischen der Eisenzugfläche und der Zugkante ($v > v_2$), dann wird $S_{ev} = 0$ und daher $S_i = \mu S_{bv}$.

Unter Bezugnahme auf die Bezeichnungen der Figuren 12 und 15 bedeuten also:

$$\left. \begin{aligned} \text{für alle Werte von } u, S_{bu} &= \int_{u'}^x y_b u \, du \\ \text{,, } u > u_2 \dots \dots \dots S_{eu} &= 0 \\ \text{,, } u_2 > u > u_1 \dots \dots S_{eu} &= \int_{u'}^{u_2} y_c u \, du \\ \text{,, } u < u_1 \dots \dots \dots S_{eu} &= \int_{u_1}^{u_2} y_e u \, du \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 19),$$

ferner:

$$\left. \begin{aligned} \text{für alle Werte von } v, S_{bv} &= \int_v^{h-x} y_b v \, dv \\ \text{,, } v > v_2 \dots \dots \dots S_{ev} &= 0 \\ \text{,, } v_2 > v > v_1 \dots \dots S_{ev} &= \int_v^{v_2} y_e v \, dv \\ \text{,, } v < v_1 \dots \dots \dots S_{ev} &= \int_{v_1}^{v_2} y_e v \, dv \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 20).$$

Handelt es sich nun darum, aus der so erhaltenen Schubkraft T pro Trägerlängeneinheit die Schubspannungen zu ermitteln, so kommen zwei Fälle in Betracht:

1. Die betrachtete Schichte trifft nicht auf eine Eisenfläche ($u > u_2$ und $u > u_1$ bzw. $v > v_2$ und $v < v_1$), das heißt, der Beton hat allein der Schubkraft zu widerstehen;
2. Die in Frage kommende Schichte schneidet die Armierung ($u_2 > u > u_1$ bzw. $v_2 > v > v_1$), das heißt, der Beton wird in der Aufnahme der Schubkraft durch das Eisen unterstützt.

Für den Fall 1) ist unter der Annahme, daß die Schubkraft sich gleichmäßig über die Betonschichte verteilt:

$$T = \tau_b y_b \cdot 1,$$

also mit Benützung von Gl. 18) die Betonschubspannung

$$\tau_b = \frac{Q S_i}{y_b J_i} \dots \dots \dots 21).$$

Für den Fall 2) ist

$$T = (\tau_b y_b + \tau_e y_e) \cdot l = \frac{Q S_i}{J_i},$$

wobei τ_e die Schubspannung im Eisen bedeutet.

Zur Ermittlung von τ_b und τ_e steht hier nur eine Gleichung zur Verfügung und es ist nötig noch eine zweite Beziehung zwischen diesen beiden Größen aufzustellen bzw. anzunehmen.

Unter der Voraussetzung des festen Verbundes zwischen Beton und Eisen derart, daß keine Verschiebung zwischen den beiden Stoffen eintreten kann, verhalten sich die Schubspannungen τ_b und τ_e wie die betreffenden Formänderungszahlen für Schub (Schubmoduli) G_b und G_e , also $\tau_b : \tau_e = G_b : G_e$.

Obschon sich die Formänderungszahl des Betons für Schub mit der Größe der Schubspannung nach einem etwas anderen Gesetze ändern dürfte als die Formänderungszahl des Betons für Druck im Vergleiche zur Druckspannung — genauere Versuche hierüber liegen derzeit noch nicht vor —, so kann in dem vorliegenden Falle doch mit hinreichender Genauigkeit als Mittelwert für G_b der ν te Teil von G_e angenommen werden, so daß mit

$$G_b = \frac{G_e}{\nu} \dots \dots \dots 22)$$

$$\tau_b = \frac{\tau_e}{\nu} \dots \dots \dots 23)$$

wird. Man erhält demnach

$$T = \tau_b (y_b + \nu y_e) = \frac{Q S_i}{J_i}$$

und daraus

$$\tau_b = \frac{Q S_i}{(y_b + \nu y_e) J_i} \dots \dots \dots 24).$$

Die rechnungsmäßige Betonschubspannung ist hiernach für beide Fälle 1) und 2) so groß, als ob sich die Schubkraft T gleichmäßig auf eine Fläche von der Länge „1“ und der betreffenden Schichtenbreite $(y_b + \nu y_e)$ der ideellen Betonfläche verteilen würde. Die größte Schubspannung an einer bestimmten Trägerstelle entsteht dort, wo

$$\frac{S_i}{y_b} \text{ bzw. } \frac{S_i}{y_b + \nu y_e}$$

ein Größtwert wird.

Dies trifft zumeist in der neutralen Schichte selbst oder in deren Nähe zu, falls daselbst nicht die Breite der ideellen Beton-

fläche außergewöhnlich groß ist. Für die Nulllinie mit der Breite y_o ($= \mu b_1$ in Figur 14a) der ideellen Betonfläche und dem statischen Moment S_{id} der ideellen Betonfläche auf der Druckseite, bezogen auf die Nulllinie, wird dann die Betonschubspannung:

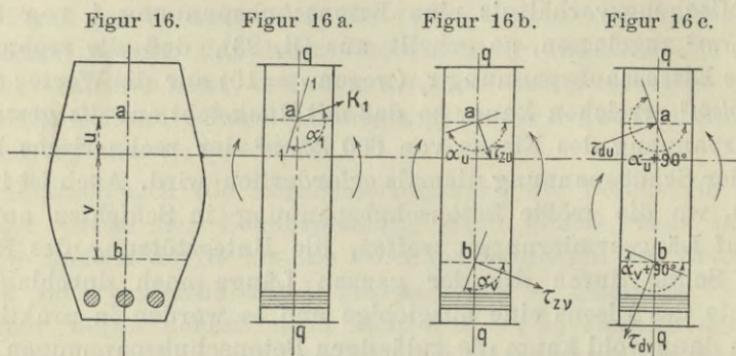
$$\tau_o = \frac{Q S_{id}}{y_o J_i} \dots \dots \dots 25).$$

Wird gemäß den Vorschriften HV. und BV. § 6, Abs. 1, je nach dem Mischungsverhältnis eine Betonschubspannung t_b von 3 bis 4.5 kg/cm^2 zugelassen, so erhellt aus Gl. 23), daß die rechnermäßige Eisenschubspannung τ_e (wegen $\nu = 15$) nur die Werte: 45 bis 67.5 kg/cm^2 erreichen kann, so daß mit Rücksicht auf die gestattete Schubspannung des Eisens von 600 kg/cm^2 der rechnerische Nachweis der Schubspannung niemals erforderlich wird. Auch ist in den Fällen, wo die größte Betonschubspannung in Schichten auftritt, die auf Längsarmierungen treffen, die Unterstützung des Betons gegen Schub durch die der ganzen Länge nach durchlaufende Schichte des Eisens eine ausgiebige und es werden in praktischen Fällen dann wohl kaum die zulässigen Betonschubspannungen überschritten werden. Anders verhält es sich — und das ist gewöhnlich der Fall —, wenn in der Schichte der größten Schubkraft kein Längseisen eingelegt ist und somit der Beton allein den Widerstand gegen Verschieben aufnehmen sollte. Da stellt sich häufig die Notwendigkeit heraus, durch besondere konstruktive Maßnahmen (wie Einlegen von eisernen Bügeln normal oder schief zur neutralen Schichte, schräge Überführung der Zug- oder Druckeisen in die Druck- oder Zugzone oder gleichzeitige Verwendung dieser Mittel) den Beton hinsichtlich der Schubwirkungen zu entlasten. Die Berechnung dieser Konstruktionsteile soll, da sie sich den besonderen Tragwerksgattungen anzupassen haben, nicht in diesem, der allgemeinen Untersuchung gewidmeten Teile durchgeführt werden, sondern dem Abschnitt IV vorbehalten bleiben.

3. Die Hauptnormalspannungen.

Betrachtet man einen beliebig geformten Querschnitt $q q$ eines Trägers (Figur 16 und 16a) und nimmt man vorerst an, daß der Beton sowohl Normaldruck- als auch Normalzugspannungen aufzunehmen vermag, so kann man unter Zugrundelegung je eines konstanten Wertes für E_{bd} , E_{bz} und E_c nach Gl. 6) die Nulllinie bestimmen und ferner bei Bekanntsein des dem Querschnitte entsprechenden Angriffsmomentes für eine etwa im Abstände u von der Nulllinie zu derselben parallel laufende Querschichte nach Gl. 14)

die Betonnormalspannung σ_{bu} und nach Gl. 19 bis 21) die Betonschubspannung τ_{bu} berechnen. Frägt man nun nicht nur nach der senkrecht zum Querschnitte wirkenden Spannung σ_{bu} bzw. nach der in a im Querschnitt und in a im horizontalen Längenschnitt auftretenden gleich großen Betonschubspannung τ_{bu} , sondern auch nach der Spannung k_1 , die in einem durch a unter dem Winkel α_1 schief gelegten Element $\bar{1}, \bar{1}$ auftritt, so erhält man



aus der Bedingung des Gleichgewichtes der soeben aufgezählten, an einem unendlich kleinen, dreiseitigen Prisma angreifenden Spannungen eine im allgemeinen zum Flächenelement $\bar{1}, \bar{1}$ schräg gerichtete Spannung, die durch eine Normal- und eine Schubspannung des Elementes ersetzt werden kann. Aus der Theorie der Spannungen der auf reine Biegung beanspruchten Träger aus homogenem Baustoffe ist bekannt, daß es beim Drehen dieses Elementes $\bar{1}, \bar{1}$ zwei zueinander senkrechte Lagen gibt, denen senkrecht zum Elemente gerichtete Spannungen zugehören, von denen die eine die größte Zugspannung, die andere die größte Druckspannung unter allen Spannungen in a vorstellt.

In diesen zwei Lagen treten somit keine Schubspannungen auf. Diese beiden Hauptnormalspannungen:

$$\begin{aligned} \text{Hauptzugspannung} & \left\{ \begin{array}{l} \tau_{zu} \text{ für die Druckseite,} \\ \tau_{zv} \text{ „ „ „ Zugseite,} \end{array} \right. \\ \text{Hauptdruckspannung} & \left\{ \begin{array}{l} \tau_{du} \text{ „ „ „ Druckseite,} \\ \tau_{dv} \text{ „ „ „ Zugseite,} \end{array} \right. \end{aligned}$$

haben bekanntlich den Wert:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{du} \\ \tau_{zu} \end{aligned} \right\} = \frac{\sigma_{bu}}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma_{bu}^2}{4} + \tau_{bu}^2} \quad \dots \dots \dots 26).$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_{dv} \\ \tau_{zv} \end{aligned} \right\} = \frac{\sigma_{bv}}{2} \mp \sqrt{\frac{\sigma_{bv}^2}{4} + \tau_{bv}^2}$$

Die Lage der entsprechenden Hauptzugspannungselemente ist gegeben:

Für die Druckseite durch

$$\left. \begin{aligned} \text{tg}(2\alpha_u) &= -\frac{2\tau_{bu}}{\sigma_{bu}} \\ \text{bzw. für die Zugseite durch} \\ \text{tg}(2\alpha_v) &= +\frac{2\tau_{bv}}{\sigma_{bv}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 27).$$

Hiebei sind durchwegs die Normal- und Schubspannungen σ_{bu} , σ_{bv} bzw. τ_{bu} , τ_{bv} mit ihrem absoluten Werte einzusetzen. Für die Winkel ($2\alpha_u$ und $2\alpha_v$) sind die zwischen 180 und 360 Grad liegenden Werte anzunehmen und sind die Winkel α_u und α_v im Trägerlängenschnitt von der nach rechts von dem betrachteten Punkt a bzw. b parallel zur neutralen Schicht auslaufenden Längsschichte im Sinne des Uhrzeigers aus aufzutragen. (Figur 16 b, 16 c.)

Hinsichtlich der Lage und Größe der Hauptnormalspannung in den durch veränderliche u und v bestimmten, verschiedenen Schichten gilt unter der durch die amtlichen Vorschriften (HV. § 5, Abs. 8, BV. § 5, Abs. 7) festgesetzten Annahme, daß der Beton keine Normalspannungen aufnimmt, folgendes:

Die Hauptdruckspannung wird bei sämtlichen in der Praxis vorkommenden Trägertypen den Größtwert in der äußersten Druckkante als daselbst auftretende Normaldruckspannung erreichen. Wird also der amtlichen Vorschrift gemäß die gestattete Betonnormaldruckspannung $s_{b,d}$ nicht überschritten, so kann der Beton an allen anderen Stellen den Hauptdruckspannungen mit noch größerer Sicherheit allein widerstehen, so daß letztere weiter nicht in Betracht zu ziehen sind. Anders steht es mit den Hauptzugspannungen. Diesen kann der Eisenbetonträger im allgemeinen nicht in allen Schichten allein Widerstand leisten.

Von der Nulllinie bis zur Zugarmierung ist — weil σ_{bv} konstant und gleich Null ist — die Hauptzugspannung τ_{zv} nach Gl. 26) durchwegs gleich der jeweiligen Betonschubspannung τ_{bv} . Nach Gl. 27) sind die τ_{zv} in dieser Zone überdies durchwegs parallel.

Aus der Gl. 26) für τ_{zu} ersehen wir weiters, daß die Hauptzugspannungen in der Druckzone von der Nulllinie aus sehr rasch abnehmen. Daraus folgt, daß die maximalen Hauptzugspannungen gleichzeitig mit den maximalen Betonschubspannungen der Zugzone auftreten.

Die Lage der entsprechenden Hauptzugspannungselemente ist nach Gl. 27) durch $\operatorname{tg} 2\alpha = \infty$, das heißt durch $\alpha = 135^\circ$ gegeben, so daß die maximalen Hauptzugspannungen unter $(135 - 90) = 45^\circ$ gegen die neutrale Schicht geneigt wirken.

Für alle jene Partien von der Zugarmierung gegen die Druckseite zu, in welchen die Betonschubspannungen rechnermäßig große Werte besitzen, wird also eine besondere Untersuchung notwendig sein, ob der Beton im Hinblick auf seine geringe Zugfestigkeit allein genügende Sicherheit gegen Überwindung der Hauptzugspannungen bietet.

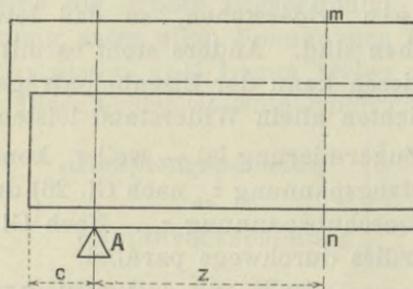
Überschreitet der rechnermäßige Wert dieser Hauptzugspannung die nach den amtlichen Vorschriften (HV. § 6, Abs. 1, BV. § 6, Abs. 1) festgesetzten gestatteten Grenzwerte (gleichzeitig mit den Betonschubspannungen), dann werden je nach Art des vorliegenden Tragwerkes von der Zugarmierung aus am besten unter 45° geneigte, bis in die Druckzone reichende, schräge Eisenarmierungen (aufgebogene Zugarmierungseisen, besondere schiefe Bügel) zur Entlastung des Betons hinsichtlich der Hauptzugspannungen angeordnet werden müssen.

Die rechnerische Festlegung dieser schiefen Armierungen soll erst im Abschnitt IV für die besonderen Tragwerksgattungen durchgeführt werden.

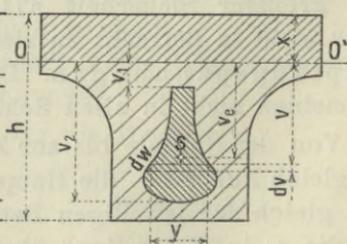
4. Die Haftspannungen.

Hinsichtlich der Haftspannungen ist laut der Vorschriften (HV. § 5, Abs. 23, BV. § 5, Abs. 21) nachzuweisen, daß die in irgend einem Querschnitte einer Eiseneinlage wirkende Zug- oder

Figur 17.



Figur 17 a.



Druckkraft bereits vor diesem Querschnitte durch „mittlere Haftspannungen“ von zulässiger Größe vom Beton in das Eisen übertragen werden kann, wobei sie gleichmäßig verteilt auf die betreffende Haftfläche (Umfang der Eiseneinlage mal Haftlänge) anzunehmen sind.

Handelt es sich demnach um die Untersuchung der „mittleren Haftspannung“ für den Querschnitt $m n$ eines auf Biegung beanspruchten Verbundkörpers (Figur 17 und 17 a), so ist zunächst die in diesem Querschnitte wirkende normale Zug- oder Druckkraft zu bestimmen. Nach Gl. 17) ist die Normalkraft eines zur neutralen Schichte parallelen Eisenelementes von der Breite y und der Höhe dv im Abstände v von der Nulllinie gegeben durch

$$dZ = \frac{v M y}{J_i} v dv,$$

wenn M das betreffende Biegemoment im Querschnitte $m n$ bedeutet.

Diese Normalkraft muß nun durch „mittlere Haftspannungen“ von zulässiger Größe längs der vorhandenen Einbettungslänge $(z + c)$ — natürlich gemessen vom Querschnitt bis zum nähergelegenen Ende des Eisens — vom Beton in das Eisen übertragen werden können. Da die Normalspannung in jeder zur Nulllinie parallelen Eisenschichte eine andere, mit v veränderliche ist und die Normalkraft des Eisenelementes nur durch Haftspannungen τ_{hv} in den beiden zugehörigen Elementen dw ($z + c$) der Eisenmantelfläche vom Beton übertragen werden kann, so muß sein:

$$\tau_{hv} \cdot 2 dw (z + c) = v \frac{M y}{J_i} v dv;$$

hieraus folgt die mittlere Haftspannung

$$\tau_{hv} = \frac{1}{2} \cdot \frac{v y v}{z + c} \cdot \frac{M}{J_i} \cdot \frac{dv}{dw} \dots \dots \dots 28).$$

Längs des Umfanges der Eiseneinlage ist sonach in einem und demselben Querschnitte τ_{hv} mit v , y und — von der Form der Eiseneinlage abhängig — mit $\frac{dv}{dw}$ veränderlich. Ein Maximum wird für ein gewisses $v = v'$ in einem Querschnitte, dessen Abstand $z = z'$ von der Stütze beträgt, eintreten; v' und z' sind mit Hilfe der Differentialrechnung als Maxima zu bestimmen.

Da die einzelnen Eisen- und Haftflächen nicht, wie in der vorstehenden Ableitung angenommen, schichtenweise von einander getrennt, sondern zusammenhängend sind, wird ein gewisser, mit der Navier-Hookeschen Annahme in Widerspruch stehender Ausgleich zwischen den Haftspannungen eintreten, und man wird insbesondere bei relativ kleinem Querschnitt der Eiseneinlage mit einer verglichenen Haftspannung für ein und dasselbe Träger-element rechnen können.

Die Normalkraft in der ganzen Eiseneinlage des betrachteten Querschnittes, die wir von nun an beispielsweise als Zugkraft Z_e annehmen wollen, ist sodann:

$$Z_e = \int_{v_1}^{v_2} \frac{\nu My}{J_i} v dv = \frac{\nu M}{J_i} \int_{v_1}^{v_2} y v dv = \frac{\nu MS_{ez}}{J_i},$$

wobei (s. S. 12) S_{ez} das statische Moment der Eisenfläche in bezug auf die Nulllinie darstellt.

Bezeichnet man die Fläche der ganzen Eiseneinlage mit F_{ez} , den Umfang derselben mit u , den Abstand des Schwerpunktes der Eisenfläche von der Nulllinie mit v_e , ferner die Eisenspannung in der zur Nulllinie parallelen Schwerpunktsschichte mit σ_{ez} , so wird wegen $S_{ez} = F_{ez} v_e$ und nach Gl. 17)

$$Z_e = \frac{\nu MF_{ez} v_e}{J_i} = \sigma_{ez} F_{ez} \dots \dots \dots 29).$$

Die gesamte, für den betrachteten Querschnitt in Frage kommende Haftkraft ist, wenn man die Haftspannung τ_{hz} auf der ganzen Haftfläche $u(z+c)$ der Eiseneinlage als konstant annimmt,

$$T_h = u(z+c) \tau_{hz}.$$

Aus der Gleichsetzung von T_h und Z_e ergibt sich die „mittlere Haftspannung“ mit

$$\tau_{hz} = \frac{Z_e}{u(z+c)} = \frac{\nu MF_{ez} v_e}{u(z+c) J_i} = \frac{\sigma_{ez} F_{ez}}{u(z+c)} \dots \dots \dots 30).$$

Ein ähnlicher Ausdruck läßt sich für jeden Querschnitt der Eiseneinlage aufstellen; als maßgebend zu betrachten und in Vergleich mit dem durch die amtlichen Vorschriften bestimmten zulässigen Werte der Haftspannung (t_h) zu stellen ist offenbar nur der größte Wert von τ_{hz} , der sich in dem vorliegenden Verbundkörper bei Veränderlichkeit der zusammengehörigen Größen σ_{ez} , F_{ez} , $u(z+c)$ ergibt. τ_{hz} wird ein Maximum für jenen Wert von $z = z'$, für welchen

$$\frac{d\tau_{hz}}{dz} = \frac{d\left(\frac{MF_{ez} v_e}{u(z+c) J_i}\right)}{dz} = \frac{d\left(\frac{\sigma_{ez} F_{ez}}{u(z+c)}\right)}{dz} = 0 \dots \dots \dots 31)$$

wird. Bei konstantem Eisen- und Betonquerschnitt des Verbundkörpers wird F_{ez} , v_e , u , J_i konstant und es ist dann $z = z'$ für den größten Wert der „mittleren Haftspannung“ aus der Gleichung

$$\frac{d\left(\frac{M}{z+c}\right)}{dz} = 0 \dots \dots \dots 31a)$$

zu bestimmen. Der maßgebende Wert der „mittleren Haftspannung“ ergibt sich durch Einsetzen des aus Gl. 31) oder 31a) ermittelten Wertes z' in die Gl. 30).

Ist eine Eiseneinlage im Druckgurte vorhanden, so ist der maßgebende Wert der daselbst giltigen „mittleren Haftspannung“ τ_{hd} in ähnlicher Weise wie τ_{hz} zu bestimmen. Die betreffenden Gleichungen werden erhalten, indem man v_e durch u_e (Abstand des Schwerpunktes der Druckeinlage von der Nullinie), F_{ez} durch F_{ed} und σ_{ez} durch σ_{ed} ersetzt; demnach ist

$$\tau_{hd} = \frac{\nu M F_{ed} u_e}{u(z+c) J_i} = \frac{\sigma_{ed} F_{ed}}{u(z+c)} \dots \dots \dots 32).$$

In ähnlicher Weise wie bei τ_{hz} ist auch für τ_{hd} der maßgebende größte Wert zu ermitteln.

Sind bei einem Verbundkörper die parallel zur Nullinie verlaufenden Eiseneinlagen verschieden weit von der ersteren entfernt (wie es bei Anordnung von 2 oder mehreren Scharen von Eiseneinlagen der Fall ist) oder haben die Eiseneinlagen verschiedenen Querschnitt, so sind — streng genommen — die „mittleren Haftspannungen“ für diese Fälle und zwar jeweilig mit den entsprechenden Werten v_e bzw. u_e , u und F_e getrennt zu untersuchen.

Bei der rechnerischen Einführung der Länge c , um welche die Eiseneinlage über den theoretischen Stützpunkt des Verbundkörpers hinausreicht oder um welche Eiseneinlagen über den aus den Tragmenten und der Momentenlinie zu bestimmenden Punkt, in dem das Eisen voll benötigt wird, hinaus angeschlossen werden müssen, ist eine etwa vorhandene hakenförmige Ausbildung des Endes gemäß den Vorschriften (HV. § 5, Abs. 23, BV. § 5, Abs. 21) entsprechend zu berücksichtigen. Es ist als Äquivalenz der Wirkung dieser Haken für einen rechtwinkligen Haken das Vierfache, hingegen für einen halbkreisförmigen das Zwölffache der in die Biegungsebene fallenden Querschnittsabmessung (bei Rundeisen somit des Durchmessers) mit in Rechnung zu ziehen.*)

Ein näheres Eingehen auf die Haftspannungen folgt bei der späteren Untersuchung im Abschnitte V.

*) Für die hier vorgeführte Berechnung von „mittleren Haftspannungen“ ist eine Analogie im Eisenbau zu finden. Dort wird bei der Ermittlung der Anschlußniete eines Stabes, der Stoßverbindung derselben oder etwa der Niete, die für den Anschluß eines Kopfbleches über die theoretische Länge hinaus notwendig sind, angenommen, daß die ganze, in dem in Frage kommenden Konstruktionsteil wirkende achsiale Zug- oder Druckkraft in sämtlichen Nieten Schubspannungen von gleicher Größe erzeugt. Die Spannungsverteilung nach dieser Annahme weicht sehr wesentlich von der tatsächlichen ab; jedoch hat die bisherige Berechnungsart diese Anschluß-

III. Berechnung der bloß auf Biegung beanspruchten Verbundkörper hinsichtlich der Normalspannungen.

1. Allgemeines.

Gemäß HV. § 5, Abs. 8, BV. § 5, Abs. 7 sind bei allen auf Biegung beanspruchten Tragwerken im Hoch- und Brückenbaue die Betondruck- und Eisenzugspannungen unter der Annahme zu berechnen, daß der Beton an der Aufnahme von Normalzugspannungen nicht mitwirke und daß somit ein, meist mit Phase II bezeichneter Spannungszustand vorausgesetzt wird, bei dem im Maximalmomentenquerschnitt ein bis zur Nulllinie reichender Zugriß vorhanden ist. Ferner sind aber (HV. § 5, Abs. 9, BV. § 5, Abs. 7) für gewisse Tragwerke von Hochbauten, nämlich für solche, welche dem Einflusse der Witterung, von Nässe, Dämpfen, Rauch oder dem Eisen schädlichen Gasen ausgesetzt erscheinen, sowie für alle Brückentragwerke die größten Betonzugspannungen nachzuweisen, wobei der ganze Trägerquerschnitt als wirkend anzunehmen ist (Spannungszustand ohne Zugrisse: Phase I).

Bei dem ersten Berechnungsverfahren — es soll im nachfolgenden der Kürze halber Verfahren A (ohne Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton) genannt werden — ist die Formänderungszahl E'_{bd} des Betons auf Druck

und Stoßnieten bei Einhaltung der üblichen Grenzwerte für die zulässigen Schubspannungen durchwegs eine hinreichende Sicherheit geboten.

Bei der Einführung des Begriffes der „mittleren Haftspannung“ ist es nun nur notwendig, von der Annahme eines Betonzugrisses, wie sie bei der Querschnittsberechnung der Längseisen sicherheitshalber gemacht wird, auszugehen, so daß dann die von der Rißstelle an reichende Haftfläche den Anschluß des Eisens bewirkt. Durch die weitere Festlegung eines zulässigen Grenzwertes für die „mittlere Haftspannung“, wie er mustergiltigen Ausführungen und Versuchsergebnissen entspricht, ist dann für die nötige Sicherheit gegen Herausreißen der Eiseneinlagen aus dem Beton für die Annahme einer Zugrißbildung in ausreichendem Maße vorgesorgt. Maßgebend für die Bestimmung der „mittleren Haftspannung“ bzw. der notwendigen Haftlänge ist somit unter allen möglichen Rißquerschnitten (im Abschnitt V: „maßgebender Punkt“ genannt) immer jener, dem der größte Wert der „mittleren Haftspannung“ entspricht. Hiebei kommt nun, übereinstimmend mit den tatsächlichen Verhältnissen auch jene Haftstrecke rechnermäßig in Betracht, die über das theoretische, unbelastete Trägerende hinausreicht und die bei der sonst vielfach üblichen Bestimmung der Haftspannungen aus den Quer- bzw. Schubkräften — wegen $Q=0$ — nicht zur Berücksichtigung gelangt. Durch die weitere, nun auch zwanglos mögliche Annahme einer der Wirkung der Endhaken entsprechenden äquivalenten Haftlänge des Eisens wird dem tatsächlichen Kräftespiel noch in erhöhtem Maße Rechnung getragen.

mit 140.000 kg/cm^2 , das ist mit $1/15$ derjenigen des Eisens E_e auf Zug und Druck ($E_e = 2,100.000 \text{ kg/cm}^2$) anzunehmen; es ist also

$$\nu = \frac{E_e}{E_{bd}} = 15.$$

Das zweite Verfahren — im nachfolgenden kurz als Verfahren *B* (mit Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton) bezeichnet — ist unter der Annahme durchzuführen, daß die konstante Formänderungszahl des Betons für Zug $E_{bz} = 56.000 \text{ kg/cm}^2$, das ist das 0,4fache derjenigen des Betons für Druck sei. Hier ist also $\mu = 0,4$, daher

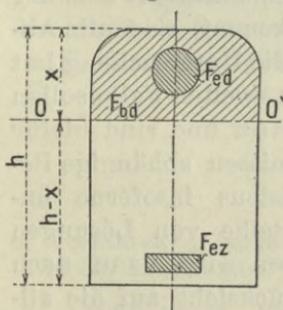
$$E_{bz} = 0,4 E_{bd} = \frac{E_e}{37,5}$$

zu setzen.

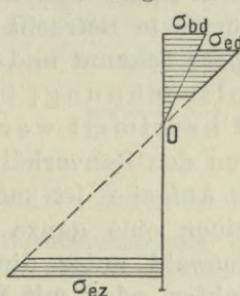
Die Schub-, Hauptzug- und mittleren Haftspannungen sind unter Zugrundelegung des Verfahrens *A* zu berechnen.

Im folgenden soll zur besseren Übersichtlichkeit bei der Erörterung der genannten Rechnungsweisen in den besonderen Fällen jedesmal auch denselben beigefügt werden, bei welchen Gattungen von Tragwerken sie anzuwenden sind. Der Einfachheit halber werden als „besondere“ Hochbautragwerke jene bezeichnet, welche den oben angeführten Einwirkungen der Witterung, von Nässe, Dämpfen, Rauch oder dem Eisen schädlichen Gasen ausgesetzt erscheinen, auf welche demnach HV. § 5, Abs. 9 Geltung hat und für welche die Betonzugspannungen nachzu-

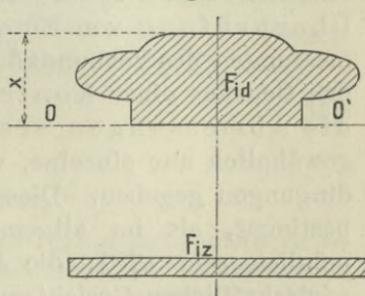
Figur 18.



Figur 19.



Figur 20.



weisen sind, im Gegensatz zu den „gewöhnlichen“ Hochbautragwerken, bei welchen letzteres nicht erforderlich ist.

Die im Abschnitte II entwickelten allgemeinen Formeln erhalten für den Fall des Verfahrens *A* gewisse Vereinfachungen, die im nachstehenden angegeben werden.

Das Spannungsbild des Körpers (Figur 18) nimmt in diesem Falle die Form nach Figur 19 an; die ideelle Quer-

schnittsfläche ist in Figur 20 dargestellt. Die Nulllinie O' im Abstände x von der Druckkante ergibt sich als Schwerachse der ideellen Querschnittsfläche (ideellen Gesamtbetonfläche); bezeichnet wie früher S_{bd} das statische Moment der Betondruck-, S_{ed} jenes der Eisendruck- und S_{ez} jenes der Eisenzugfläche, so ist nach Gl. 6) wegen $S_{bz} = 0$

$$S_{bd} + \nu S_{ed} = \nu S_{ez} \dots \dots \dots 33),$$

oder, wenn S_{id} das statische Moment der Druckfläche F_{id} und S_{iz} jenes der Zugfläche $F_{iz} = \nu F_{ez}$ des ideellen Querschnittes nach Figur 20 bezeichnet, nach Gl. 5)

$$\left. \begin{aligned} S_{id} &= S_{iz}, \\ S_{id} &= S_{bd} + \nu S_{ed}, \\ S_{iz} &= \nu S_{ez} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 34).$$

Die allgemeinen Ausdrücke sollen nun auf die wichtigsten in der Baupraxis vorkommenden Formen von Eisenbetonträgern angewendet werden.

Hiebei wird auf den Umstand Rücksicht genommen werden, daß es zwei von einander wesentlich verschiedene Aufgaben sind, die hier in Betracht kommen; es kann sich nämlich entweder darum handeln, einen vorliegenden Träger dahin zu untersuchen, ob die rechnerisch zulässigen Spannungen unter der Einwirkung gegebener Kräfte eingehalten werden, oder aber darum, einen Träger erst zu finden, welcher unter den gegebenen einwirkenden Kräften rechnerische Spannungen innerhalb der Grenzen der Vorschriften erfährt. Im ersten Falle, der hauptsächlich bei der Überprüfung von Entwürfen in Betracht kommt, sind alle Abmessungen des Verbundkörpers bekannt und die Untersuchung hat das Gepräge einer Kontrollrechnung; im zweiten Falle sollen die Abmessungen erst bestimmt werden und sind hiefür gewöhnlich nur einzelne, von den Bauverhältnissen abhängige Bedingungen gegeben. Diese Aufgabe ist meistens insofern unbestimmt, als im allgemeinen eine ganze Reihe von Lösungen möglich sein wird; die Auswahl unter diesen wird dann nach wirtschaftlichen Gesichtspunkten oder mit Rücksicht auf die allfälligen sonstigen technischen Bedingungen, z. B. beschränkte Konstruktionshöhe, Forderungen ästhetischer Natur u. s. w. zu treffen sein.

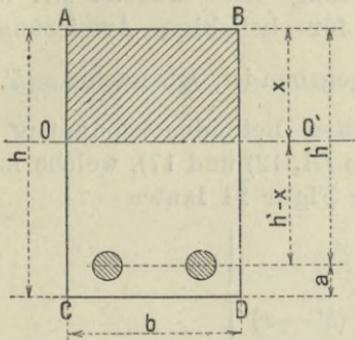
Für beide Aufgaben sind andere Formelgruppen notwendig; bei der ersten werden die Spannungen σ_{bd} , σ_{bz} und σ_{ez} , sowie jene auf Schub τ_b , ferner die Hauptzugspannung τ_z und die mittlere Haftspannung τ_h durch die Abmessungen des Querschnitts

und die von den äußeren Kräften abhängigen statischen Werte (Q, M) auszudrücken sein; bei der zweiten sind die oberen Grenzen der Spannungen als bekannt anzusehen und sind die Querschnittsgrößen (Breite, Höhe, Stärke und Lage der Armierung u. s. w.) aus ihnen zu berechnen.

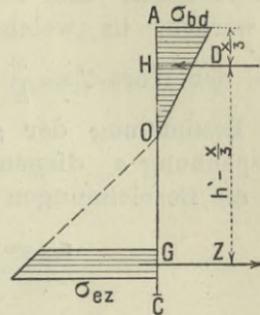
2. Balken und plattenförmige Körper mit einfacher Eiseneinlage.

Der Balken habe die Breite b und die Höhe h ; der Schwerpunkt der Eiseneinlagen, die natürlich auf der Zugseite anzuordnen sind, liege in den Abständen h' und a von Druck- und Zugkante (Figur 21 bzw. 25).

Figur 21.



Figur 22.



Die Stärke der Armierung wird häufig durch die sogenannte „Armierungsziffer“ p dargestellt, welche anzeigt, wieviel Prozent des ganzen Querschnitts die Fläche der Eiseneinlagen ausmacht. Ist F_e die Eisenfläche, so ist daher die Armierungsziffer

$$p = \frac{100 F_e}{bh} \dots \dots \dots 35).$$

a) Die Überprüfung.

a) Verfahren A (ohne Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton), anzuwenden für alle Tragwerke im Hoch- und Brückenbau.

Vom Beton wirkt nur der in Figur 21 (25) schraffierte Teil auf Druck; das Spannungsbild ist in Figur 22 (26) dargestellt. Zur Bestimmung des Nulllinienabstandes x dient die Gl. 33), welche wegen des Wegfalls einer Eiseneinlage im Druckteil lautet:

$$S_{bd} = \nu S_{ez}$$

oder im vorliegenden Falle

$$\frac{1}{2} b x^2 = \nu F_e (h' - x).$$

Hieraus wird

$$x = \frac{\nu F_e}{b} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 b h'}{\nu F_e}} \right) \dots \dots \dots 36).$$

Es empfiehlt sich zur Vereinfachung die Hilfslänge

$$\lambda = \frac{\nu F_e}{b} = \frac{15 F_e}{b} = 0.15 p h \dots \dots \dots 37)$$

einzuführen, wornach sich ergibt

$$x = -\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 2 h' \lambda} = \left[-0.15 p + \sqrt{(0.15 p)^2 + 0.30 p \frac{h'}{h}} \right] \cdot h = \zeta h \dots \dots 38).$$

Die ziffermäßige Ermittlung von x kann in einem gegebenen Falle durch die Benützung der Tabelle Nr. 3, S. 79 erspart werden, in welcher für beliebige Armierungsziffern $p' = \frac{100 F_e}{b h'}$ der Wert $\zeta' = \frac{x}{h'}$ angegeben ist, wornach $x = \zeta' h'$ wird.

Zur Bestimmung der größten Betondruckspannung σ_{bd} und Eisenzugspannung σ_{ez} dienen die Gl. 12) und 17), welche mit Rücksicht auf die Bezeichnungen der Figur 21 lauten

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{M}{J_i} x, \\ \sigma_{ez} &= \frac{\nu M}{J_i} (h' - x) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 39).$$

Das Trägheitsmoment J_i der ideellen Querschnittsfläche wird nach Gl. 11) wegen $J_{bz} = 0$ (Vernachlässigung des Betonzugteiles)

$$J_i = J_{bd} + \nu J_e = \frac{1}{3} b x^3 + \nu [J_e^0 + F_e (h' - x)^2] \dots \dots 40),$$

wobei J_e^0 das Trägheitsmoment der Eisenfläche, bezogen auf ihre eigene Schwerachse, bedeutet.

Hiernach wird

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{M x}{\frac{1}{3} b x^3 + \nu [J_e^0 + F_e (h' - x)^2]}, \\ \sigma_{ez} &= \frac{\nu M (h' - x)}{\frac{1}{3} b x^3 + \nu [J_e^0 + F_e (h' - x)^2]} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 41).$$

Die Gl. 38) bis 41) sind zur Überprüfung von vorliegenden Balken oder plattenförmigen Körpern zu verwenden. Hiebei ist noch eine beliebige Form der Eiseneinlage vorausgesetzt, so daß das σ_{ez} eine mittlere Eisenzugspannung bedeutet.

Eine wesentliche Vereinfachung erfahren die Gl. 41) für die Spannungen von Beton und Eisen, wenn die Eiseneinlagen verhältnismäßig klein und so geformt sind, daß man ihr Trägheitsmoment J_e^0 , bezogen auf ihre eigene Schwerachse, gegen jenes, bezogen auf die Nulllinie, vernachlässigen kann (Figur 21).

Dies trifft bei der Verwendung von Rund-, Quadrat-, Knoten-, sowie sonstigen Formeisen verhältnismäßig kleinen Querschnittes (sogenannten „schlaffen“ Eiseneinlagen) in fast allen praktisch vorkommenden Fällen ¹⁾ zu, und es können sonach hiefür die in folgender Weise vereinfachten Gleichungen Verwendung finden.

Es wird

$$J_i = \frac{1}{3} b x^3 + \nu F_e (h' - x)^2$$

und mit Rücksicht auf die oben zur Bestimmung von x benützte Beziehung

$$\frac{b x^2}{2} = \nu F_e (h' - x)$$

entweder

$$J_i = \frac{b x^2}{2} \left(h' - \frac{x}{3} \right)$$

oder

$$J_i = \frac{1}{3} \nu F_e (h' - x) (3h' - x) \dots \dots \dots 42).$$

Nach Einsetzen dieser Werte in Gl. 39) wird für einreihige „schlaffe“ Eiseneinlagen

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{2 M}{b x \left(h' - \frac{x}{3} \right)}, \\ \sigma_{ez} &= \frac{M}{F_e \left(h' - \frac{x}{3} \right)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 43).$$

Die Gl. 43) können rascher auf folgendem direkten Wege abgeleitet werden. Wie eine kurze Überlegung lehrt, kommt die Vernachlässigung des Trägheitsmomentes J_e^0 gegenüber dem Werte

¹⁾ Mit Rücksicht hierauf soll in allen folgenden Entwicklungen von dem Trägheitsmomente J_e^0 der Eiseneinlagen in bezug auf ihre eigene, zur Nulllinie parallele Schwerachse abgesehen werden; es wird jedoch stets zu beachten sein, daß in solchen Fällen, in denen die genannte Vernachlässigung ohne erheblichen Fehler nicht statthaft ist, z. B. bei Verwendung verhältnismäßig großer L, T oder I-Profile u. dgl. dieses J_e^0 in Rechnung zu nehmen ist.

$F_e (h' - x)^2$ in Gl. 40) bei verhältnismäßig kleinen Formeisen der Annahme gleich, daß sich die Zugkräfte $\sigma_{e_z} \cdot d F_e$ im Eisen gleichmäßig über dessen Fläche verteilen; die gesamte Eisenzugkraft $\sigma_{e_z} F_e$ kann demnach im Schwerpunkte dieser Fläche angreifend gedacht werden. Aus der Spannungsverteilung in Figur 22 folgt, daß die Resultierende D aller Betondruckkräfte $\left(D = \frac{1}{2} \sigma_{b_d} b x \right)$

im Abstände $\frac{x}{3}$ von der Druckkante, jene Z der Eisenzugkräfte ($Z = \sigma_{e_z} F_e$) im Abstände a von der Zugkante angreift.

Wählt man als Momentenpunkt einmal G , dann H , so lautet die Beziehung für die Gleichheit des inneren Momentes mit dem äußeren Angriffsmomente einmal

$$\frac{1}{2} \sigma_{b_d} b x \left(h' - \frac{x}{3} \right) = M$$

und das anderemal

$$\sigma_{e_z} F_e \left(h' - \frac{x}{3} \right) = M,$$

woraus unmittelbar die Gl. 43) folgern.

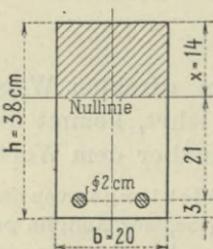
Es sei hier bemerkt, daß sich auch die Größe x (Gl. 36 und 38) leicht direkt und zwar aus der Gleichsetzung von Z und D ableiten läßt, also aus

$$\frac{1}{2} \sigma_{b_d} b x = \sigma_{e_z} F_e,$$

wenn darin σ_{e_z} durch den aus den Gl. 39) folgernden Ausdruck $\nu \frac{h' - x}{x} \sigma_{b_d}$ ersetzt wird.

Beispiel. Ein frei aufliegender Balken mit den Abmessungen nach Figur 23 aus Eisenbeton habe auf 4·3 m Stützweite außer seinem Eigengewichte eine gleichförmig verteilte Last von 2200 kg zu tragen: wie groß sind die Spannungen?

Figur 23.



Das Eigengewicht beträgt auf 4·3 m Länge: $4·3 (0·2 \cdot 0·38 \cdot 2400) = \text{rund } 800 \text{ kg}$; die Gesamtlast ist demnach $G = 2200 + 800 = 3000 \text{ kg}$ und das größte Biegemoment $M = \frac{1}{8} Gl = 161250 \text{ kgcm}$.

Zur Ermittlung der Lage der Nulllinie dient die Gl. 38), worin zu setzen ist: $\nu = 15, F_e = 2 \times 3 \cdot 14 = 6 \cdot 28 \text{ cm}^2, b = 20 \text{ cm}, h = 38 \text{ cm}, a = 3 \text{ cm}, h' = h - a = 35 \text{ cm}$,

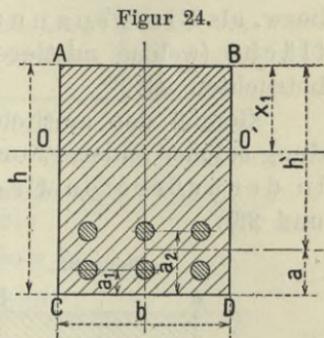
$$\lambda = \nu \frac{F_e}{b} = 4 \cdot 71 \text{ cm}, \text{ so daß}$$

$x = -4 \cdot 71 + \sqrt{4 \cdot 71^2 + 70 \cdot 4 \cdot 71} = 14 \cdot 0 \text{ cm}$ wird. Hiernach ist $\left(h' - \frac{x}{3} \right) = 30 \cdot 3 \text{ cm}$ und gemäß den Gl. 43)

$$\sigma_{bd} = \frac{2 M}{b x \left(h' - \frac{x}{3} \right)} = \frac{2 \cdot 161250}{20 \cdot 14 \cdot 30 \cdot 3} = 38 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_{ez} = \frac{M}{F_e \left(h' - \frac{x}{3} \right)} = \frac{161250}{6 \cdot 28 \cdot 30 \cdot 3} = 847 \text{ kg/cm}^2.$$

Einer besonderen Bemerkung bedarf noch der ziemlich häufig bei hohen Armierungsziffern vorkommende Fall, daß die Eiseneinlagen in zwei oder mehreren Schichten übereinander, wie ersteres in Figur 24 dargestellt ist, angeordnet sind. Hier kann man zwar mit dem Abstände a des Schwerpunktes aller Einlagen von der Zugkante CD die Berechnung für x und x_1 (Nulllinienabstände für Verfahren A und Verfahren B) durchführen, wenn man es nicht vorzieht, bei der Aufstellung der Gleichungen für x und x_1 die Abstände a_1 und a_2 der zwei Eisenscharen zu benutzen; hinsichtlich der Trägheitsmomente J_e für Gl. 40) und J_e^1 für die später folgende Gl. 47) erscheint es jedoch richtiger, dieselben für jede Schar der Einlagen getrennt zu ermitteln. Sind F_e'' und F_e''' die bezüglichen Flächen der äußeren und inneren Einlagen, so ist



in Gl. 40): $J_e = [F_e''(h - a_1 - x)^2 + F_e'''(h - a_2 - x)^2]$

und

in Gl. 47): $J_e^1 = [F_e''(h - a_1 - x_1)^2 + F_e'''(h - a_2 - x_1)^2]^*$

zu setzen.

Als größte Eisenspannungen σ_{ez} sind in solchen Fällen gemäß den amtlichen Vorschriften jene in der untersten Einlagenschicht zu berechnen und es ist nach Gl. 39)

$$\sigma_{ez} = \frac{\nu M (h - a_1 - x)}{J_e} \dots \dots \dots 39 a).$$

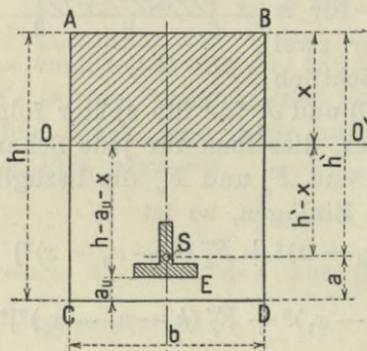
Mit einer für die meisten Zwecke hinreichenden Genauigkeit kann jedoch auch hier mit dem Ausdrucke $J_e = F_e (h' - x)^2$ und $J_e^1 = F_e (h' - x_1)^2$ gerechnet werden, wobei F_e die gesamte Eisensfläche, x und x_1 die betreffenden Nulllinienabstände sind; das Trägheitsmoment wird sich dann meist nur unwesentlich kleiner ergeben. Die Eisenzugspannung muß jedoch stets für die äußerste Schicht bestimmt werden.

*) Für verhältnismäßig große Profile ist nach S. 31 auch J_e^0 zu berücksichtigen.

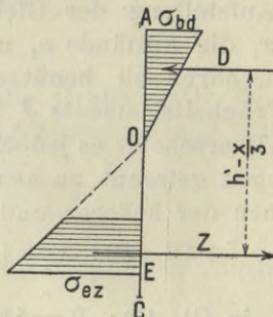
Bei der Verwendung anderer Formeisen als der auf S. 31 genannten, also von sogenannten „steifen“ Eiseneinlagen wie in Figur 25 und 26, erscheint im allgemeinen die Vernachlässigung des Trägheitsmomentes J_o derselben, bezogen auf die eigene Schwerachse, gegenüber jenen, bezogen auf die Nulllinie des ganzen Querschnittes — $J_o + F_o (h' - x)^2$ — in den Gl. 40) und 41) nicht mehr zulässig. Es sind daher alsdann diese letzteren Formeln anzuwenden, wobei der Ausdruck für σ_{ez} nunmehr als „mittlere“, bzw. als Eisenspannung in der Schwerachse der Eiseneinlage (welche mittlere Spannung aber nicht maßgebend ist) zu betrachten ist.

Gemäß den amtlichen Vorschriften sind vielmehr bei Verwendung solcher anderer Formeisen stets die Eisenzugspannungen in der äußersten Faser zu berechnen (also in E der Figur 25 und 26).

Figur 25.



Figur 26.



Es wird dann für steife Eiseneinlagen

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{M}{J_i} x, \\ \sigma_{ez} &= \frac{\nu M}{J_i} (h - a_u - x) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 43 a).$$

Beispiel. Gegeben: Platte nach Figur 27 von der Stützweite 3 m mit einer Nutzlast von 900 kg/m²; wie groß sind die Spannungen?

Auf einen Plattenstreifen von 60 cm Breite entfällt an

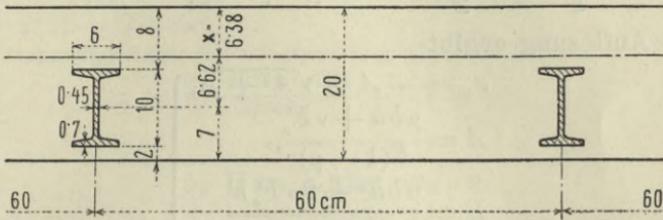
Beton . . .	3 · 0·6 · 0·2 · 2200 =	792 kg
Walzträger	3 · 9·6 =	29 „
Nutzlast	3 · 0·6 · 900 =	1620 „
	zus. G =	2441 kg.

Im vorliegenden Falle ist $h = 20$ cm, $a = 7$ cm, $h' = 13$ cm, $b = 60$ cm, $a_u = 2$ cm,

$J_o = 205·8$ cm⁴, $F_o = 12·27$ cm², $M = \frac{1}{8} G l = 91540$ kgcm, $\lambda = \frac{\nu F_o}{b} = 3·07$ cm.

Es wird $x = -3.07 + \sqrt{3.07^2 + 26.3.07} = 6.38 \text{ cm}$, $h - a_u - x = 11.62 \text{ cm}$.
 Der Walzträger fällt ganz in die Zugzone; aber auch in dem Falle, als ein Teil desselben in die Druckzone reichen würde, käme die Gl. 40) für J_i in Anwendung. Nach letzterer wird $J_i = \frac{1}{3} 60 \cdot 6.38^3 + 15 (205.8 + 12.27 \cdot 6.62^2) = 16350 \text{ cm}^4$, ferner nach Gl. 43a)

Figur 27.



$$\sigma_{bd} = \frac{91540}{16350} \cdot 6.38 = 35.7 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_{ez} = \frac{15 \cdot 91540}{16350} \cdot 11.62 = 976 \text{ kg/cm}^2.$$

(Die Spannung im Schwerpunkte der Eisenfläche ist

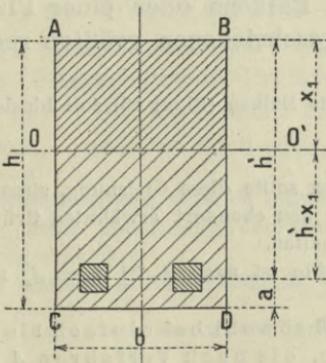
$$\sigma_{ez} = \frac{15 \cdot 91540}{16350} \cdot 6.62 = 556 \text{ kg/cm}^2.)$$

Bei Vernachlässigung des Trägheitsmomentes J_o der Eiseneinlage hätte man erhalten $J_i = 13260 \text{ cm}^4$, $\sigma_{bd} = 44.0 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_{ez} = 1203 \text{ kg/cm}^2$, welche Werte von den obigen wesentlich abweichen.

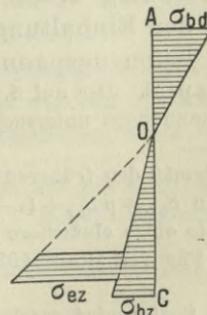
β) Verfahren B (mit Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton), anzuwenden für „besondere“ Hochbau- und für Brückentragwerke.

Das Spannungsbild des Querschnittes in Figur 28, von welchem nunmehr die ganze schraffierte Betonfläche mitwirkt, ist in Figur 29 dargestellt.

Figur 28.



Figur 29.



Um den Nulllinienabstand x_1 zu bestimmen, wird die Gl. 6) verwendet, welche wegen des Wegfalls einer Druckarmierung lautet:

$$S_{bd} = \mu S_{bz} + \nu S_{ez} \text{.}^*)$$

Hier ist $S_{bd} = \frac{1}{2} b x_1^2$, $S_{bz} = \frac{1}{2} b (h - x_1)^2$, $S_{ez} = F_e (h' - x_1)$;

die Bedingungsgleichung für x_1 lautet demnach

$$\frac{1}{2} b x_1^2 = \frac{1}{2} \mu b (h - x_1)^2 + \nu F_e (h' - x_1).$$

Die Auflösung ergibt

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -A + \sqrt{A^2 + B}, \\ A &= \frac{\mu b h + \nu F_e}{b(1 - \mu)}, \\ B &= \frac{\mu b h^2 + 2\nu F_e h'}{b(1 - \mu)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 44).$$

Mit den in den Vorschriften gegebenen Werten von $\mu = 0.4$, $\nu = 15$ wird nach Einführung 'der Hilfslänge $\lambda = \frac{\nu F_e}{b}$ (Gl. 37)

$$x_1 = \frac{1}{3} \left[\sqrt{10 h^2 + 5 \lambda (5 \lambda + 4 h + 6 h')} - 2 h - 5 \lambda \right] \dots \dots \dots 45).$$

Die Betonzugspannung, welche ihren Größtwert in der äußersten Schichte CD erreicht und welche gemäß den Vorschriften rechnerisch nachzuweisen ist, ermittelt sich nach Gl. 13) mit

$$\sigma_{bz} = \frac{\mu M (h - x_1)}{J_i^1} \dots \dots \dots 46),$$

wobei

$$J_i^1 = J_{bd}^1 + \mu J_{bz}^1 + \nu J_e^1 = \frac{1}{3} b [x_1^3 + \mu (h - x_1)^3] + \nu F_e (h' - x_1)^2 \dots 47)**).$$

Die soeben entwickelten Ausdrücke gestatten wieder die Überprüfung eines gegebenen Balkens oder einer Platte hinsichtlich der Einhaltung der vorgeschriebenen größten rechnermäßigen Betonzugspannungen. ***)

Beispiel. Der auf S. 32 behandelte Balken (Figur 23) soll hinsichtlich der Betonzugspannungen untersucht werden.

*) Gemäß den früheren Ausführungen sollte diese Gleichung, streng genommen, lauten $S_{bd} = \mu S_{bz} + (\nu - \mu) S_{ez}$; aus den ebendort erwähnten Gründen wird indessen die obige einfachere Form beibehalten.

**) Für verhältnismäßig große Profile ist nach S. 31 auch J_e^0 zu berücksichtigen.

***) Später wird gezeigt werden, daß sowohl bei einfach als auch bei doppelt armierten Rechteckbalken, die nach Verfahren A den amtlichen Vorschriften entsprechen, der rechnermäßige Nachweis der Betonzugspannungen niemals nötig ist, da diese letzteren sich stets kleiner als die bezüglichen zulässigen Werte ergeben.

Wegen $\lambda = \frac{\sqrt{F_e}}{b} = 4.71 \text{ cm}$ wird nach Gl. 45)

$$x_1 = \frac{1}{3} \left[\sqrt{10.38^2 + 5.4.71 [5.4.71 + 4.38 + 6.35]} - 2.38 - 5.4.71 \right] = 17.9 \text{ cm.}$$

Nullinie B liegt also — wie selbstverständlich — tiefer als die nach dem Verfahren A (ohne Berücksichtigung des gezogenen Betonteiles) ermittelte. Das Trägheitsmoment bestimmt sich nach Gl. 47) mit $J_i^1 = \frac{1}{3} 20 [17.9^3 + 0.4 \times 20.1^3] + 15.6.28.17.1^2 = 87440 \text{ cm}^4$.

Die rechnungsmäßige Betonzugspannung wird nun (Gl. 46)

$$\sigma_{bz} = \frac{0.4.161250.20.1}{87440} = 14.8 \text{ kg/cm}^2.$$

b) Das Entwerfen.

Beim Entwerfen handelt es sich darum, für einen gegebenen Belastungsfall die Abmessungen und Eiseneinlagen eines Balkens oder plattenförmigen Körpers derart zu bestimmen, daß bei Erfüllung der jeweiligen Bedingungen bautechnischer und ästhetischer Natur vorgeschriebene oder zulässige Spannungen nicht überschritten werden, und zwar sind bei allen Hoch- und Brückenbauten vorgeschriebene Werte s_{bd} und s_{ez} , bei „besonderen“ Hochbau- und bei Brückentragwerken auch gewisse Werte s_{bz} einzuhalten.

Die gleichzeitige Einhaltung der obersten zulässigen Grenzen der Spannungen des Betons auf Druck (s_{bd}) und des Eisens auf Zug (s_{ez}) ist bei gegebenen Abmessungen des Balkens oder der Platte und bei gegebener Lage der Armierung nur durch einen bestimmten Armierungsgehalt erreichbar, den wir den „idealen“ nennen wollen und der immer mit Verfahren A) allein zu bestimmen ist. Eine einfache Überlegung lehrt, daß ein kleinerer als der „ideale“ Armierungsgehalt die Ausnützung des Betons auf Druck und ein größerer die Ausnützung des Eisens auf Zug nicht zuläßt.

Für österreichische Preisverhältnisse sind nun die „ideal armierten“ Balken und Platten nicht nur die baumechanisch günstigsten, sondern auch die wirtschaftlichsten,*) so daß man

*) Dieser Nachweis wird im folgenden auf Grund der von E. Ellwitz in der Zeitschrift „Beton und Eisen“, Jahrgang 1905, Heft I und II veröffentlichten Abhandlung durchgeführt.

Aus letzterer ist zu entnehmen, daß es für jedes angenommene Verhältnis von $\frac{\sigma_{ez}}{\sigma_{bd}} = \gamma$ zwei weit auseinanderliegende Kostenverhältnisse

$$k = \frac{\text{Preis einer Volumeneinheit Armierungsseisen}}{\text{Preis einer Volumeneinheit Beton}}$$

gibt von der Eigenschaft, daß

es beim Entwerfen — falls nicht andere bereits erwähnte Forderungen dem entgegenstehen — wohl vorzugsweise mit solchen ideal armierten Balken und Platten zu tun hat; es sollen deshalb die nachstehenden Entwicklungen von diesem Gesichtspunkte aus erfolgen. Doch sind alle Beziehungen ohneweiters auch für nicht ideal armierte Balken und Platten verwendbar, insofern man statt der höchstzulässigen Spannungen s_{bd} und s_{ez} niedrigere Werte σ_{bd} und σ_{ez} einsetzt.

Die in Rede stehende Aufgabe lautet: Es sind die Größen b , h und F_e durch die gegebenen Werte s_{bd} , s_{ez} und M auszudrücken. Aus der den Gl. 39) zu entnehmenden Beziehung

bei Unterschreitung des ersten Verhältnisses (k_1) der Beton } voll zu beanspruchen,
 „ Überschreitung „ zweiten „ (k_2) das Eisen }
 das Eisen } jedoch nicht auszunützen ist, wenn der wirtschaftlichste Balken gesucht
 der Beton } wird.

Für alle Kostenverhältnisse k , die zwischen k_1 und k_2 liegen, ist hingegen bei gleichzeitiger Ausnützung von Eisen und Beton, also bei idealer Armierung, der Balken am wirtschaftlichsten bemessen.

Nach den BV. § 6, Abs. 1 hat man es bei Straßenbrücken mit von der Stützweite abhängigen Werten γ zu tun. Die äußersten Grenzen für γ entsprechen:

1. dem Mischungsverhältnis 470 kg/m^3 und einer größten Stützweite für freiauffliegende Balken von etwa 20.0 m : $\gamma_{\min} = \frac{800 + 3.20}{33 + 0.2.20} = 23.25$ und

2. dem Mischungsverhältnis 280 kg/m^3 und einer kleinsten Stützweite von rund 0.0 m : $\gamma_{\max} = \frac{800}{25} = 32.0$.

Die äußersten Werte von γ für Hochbauten, welche Werte hier von der Stützweite unabhängig sind, ergeben sich nach HV. § 6, Abs. 1

1. für das Mischungsverhältnis 470 kg/m^3

$$\gamma_{\min} = \frac{1000}{42} = 23.81 \text{ und}$$

2. für das Mischungsverhältnis 280 kg/m^3

$$\gamma_{\max} = \frac{1000}{32} = 31.25.$$

Diese Werte liegen also innerhalb der für Brückenbauten bestimmten Grenzen von γ .

Zur Berechnung der Kostenverhältnisse k_1 und k_2 dienen nach Ellwitz die Gleichungen:

$$\begin{aligned} [1 + \mathfrak{A} k_1] [2\gamma - \mathfrak{B}] &= \mathfrak{C} k_1 \\ [1 + \mathfrak{A} k_2] [3\gamma + \nu - \mathfrak{B}] &= \mathfrak{C} k_2, \end{aligned}$$

wobei

$$\mathfrak{A} = \frac{\nu}{2\gamma(\gamma + \nu)}, \quad \mathfrak{B} = \frac{3\gamma(\gamma + \nu)}{3\gamma + 2\nu}, \quad \mathfrak{C} = \frac{\nu(2\gamma + \nu)}{\gamma(\gamma + \nu)}$$

ist. Hiernach ergibt sich mit $\nu = 15$

$$\text{für } \gamma_{\min} = 23.25 \quad \begin{cases} k_1 = 22.7 \\ k_2 = 105.8, \end{cases}$$

$$\text{für } \gamma_{\max} = 32.0 \quad \begin{cases} k_1 = 43.7 \\ k_2 = 181.7. \end{cases}$$

folgt:

$$\left. \begin{aligned} s_{ez} &= \frac{h' - x}{x} \nu s_{bd} \\ x &= \frac{\nu s_{bd}}{s_{ez} + \nu s_{bd}} h' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 48).$$

Es empfiehlt sich, die Konstante

$$\xi' = \frac{\nu s_{bd}}{s_{ez} + \nu s_{bd}} \dots \dots \dots 49)$$

in die Rechnung einzuführen; dann wird

$$\left. \begin{aligned} s_{ez} &= \frac{1 - \xi'}{\xi'} \nu s_{bd}, \\ x &= \xi' h' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 50).$$

Die Werte von ξ' sind aus der Tabelle Nr. 2, S. 45 zu entnehmen.

Nimmt man nun an, daß in absehbarer Zeit die Schwankungen des Preises der Armierungseisen (einschließlich Zurichten) höchstens zwischen 220 K/1 t und 380 K/1 t stattfinden, so lassen sich für die obigen Werte von k_1 und k_2 aus

$$\frac{7.85 \times 220 \text{ (bzw. 380)}}{K} = k_1 \text{ (bzw. } k_2)$$

diejenigen Grenzen der Einheitspreise K in Kronen für 1 m³ Beton (ohne Schalung) berechnen, zwischen welche der tatsächliche Betonpreis fallen muß, wenn die ideal armierten Balken zugleich die wirtschaftlichsten sein sollen.

	s_{ez}	s_{bd}	γ	Eisenpreis	k	Betonpreis K
Brückenbau:					$k_1 = 22.7$	76.2
Mischungsverhältnis: 470 kg				220	$k_2 = 105.8$	16.3
Portlandzement auf 1 m ³ *)	860	37	23.25		$k_1 = 22.7$	131.3
Stützweite $l = 20 \text{ m} \dots \dots$				380	$k_2 = 105.8$	28.1
Brückenbau:					$k_1 = 43.7$	39.6
Mischungsverhältnis: 280 kg				220	$k_2 = 181.7$	9.5
Portlandzement auf 1 m ³ *)	800	25	32		$k_1 = 43.7$	68.2
Stützweite $l \doteq 0.0 \text{ m} \dots \dots$				380	$k_2 = 181.7$	16.4
*) Gemenge von Sand und Steinmaterial	kg/cm ²	kg/cm ²		K/1 t		K/1 m ³

Aus vorstehender Zusammenstellung ersieht man, daß für österreichische Verhältnisse die tatsächlichen Einheitspreise K in Kronen für 1 m³ Beton (ohne Schalung) in allen Fällen innerhalb jener Grenzen liegen, durch welche die ideal armierten Balken als die wirtschaftlichsten gekennzeichnet sind.

Nach Einsetzen dieses Wertes in Gl. 43) berechnet sich leicht

$$\left. \begin{aligned} h' &= C_1 \sqrt{\frac{M}{b}}, \\ C_1 &= \frac{1}{\xi'} \sqrt{\frac{6 \nu (1 - \xi')}{(\beta - \xi') s_{e z}}} = \frac{1}{\xi'} \sqrt{\frac{6 \xi'}{(\beta - \xi') s_{b d}}} \end{aligned} \right\} \dots \dots 51).$$

Die zur idealen Armierung erforderliche Eisenfläche, welche im folgenden stets ${}^i F_e$ genannt werden soll, ermittelt sich aus Gl. 43) unter Berücksichtigung von Gl. 50) mit

$$\left. \begin{aligned} {}^i F_e &= \frac{3}{(\beta - \xi') s_{e z}} \cdot \frac{M}{h'} = \frac{\xi'}{2} \cdot \frac{s_{b d}}{s_{e z}} \cdot b h' = \\ &= \frac{\xi'^2}{2 \nu (1 - \xi')} b h' = C_2 \cdot b h', \end{aligned} \right\} \dots \dots 52).$$

wobei

$$C_2 = \frac{\xi'^2}{2 \nu (1 - \xi')}$$

Es ergibt sich auch leicht

$${}^i F_e = C_1 C_2 \sqrt{M b} \dots \dots \dots 53).$$

Zu Vergleichszwecken erscheint auch die Angabe der „idealen“ Armierungsziffer nützlich; dieselbe wird häufig der Einfachheit halber nur auf die sogenannte „nutzbare“ Balkenfläche $b h'$ bezogen und berechnet sich sodann mit

$${}^i p' = \frac{100 {}^i F_e}{b h'} = 100 C_2 = 50 \xi' \cdot \frac{s_{b d}}{s_{e z}} = \frac{50 \xi'^2}{\nu (1 - \xi')} \dots \dots 54).$$

Die ideale Armierungsziffer ${}^i p'$ ist also nur von dem Verhältnis der gegebenen Spannungen $s_{b d}$ und $s_{e z}$, nicht aber von den Balkenabmessungen abhängig.

Mit der Einführung von $\alpha = \frac{a}{h}$ wird die auf die ganze Betonfläche bezogene ideale Armierungsziffer

$$\left. \begin{aligned} {}^i p &= \frac{100 {}^i F_e}{b h} = {}^i p' (1 - \alpha) = 100 C_2 (1 - \alpha) = \\ &= 50 \xi' (1 - \alpha) \frac{s_{b d}}{s_{e z}} = \frac{50 \xi'^2 (1 - \alpha)}{\nu (1 - \xi')} \end{aligned} \right\} \dots \dots 55).$$

Diese ist somit auch von der Lage der Armierung im Balken abhängig.

Die Gl. 50), 51) und 52) liefern die für die Dimensionierung eines Balkens bei gegebenem Außenmomente und bei Ausnützung der zulässigen Spannungen $s_{b d}$ und $s_{e z}$ maßgebenden Größen. Da in densen in den Ausdrücken für h' und ${}^i F_e$ noch die Balkenbreite b vorkommt, so muß diese vorerst angenommen werden. Ergibt sich

hiernach h' mit einem aus anderen Gründen unpassenden Werte, so muß mit abgeändertem b ein neues h' berechnet werden u. s. w.

Ist umgekehrt, wie es häufig der Fall ist, die ganze Balkenhöhe h im vorhinein gegeben, so nimmt man zunächst a (schätzungsweise etwa mit $0.06 h$ bis $0.12 h$) an und erhält dann b aus Gl. 51) mit

$$b = \frac{6\nu(1-\xi')}{\xi'^2(3-\xi')h'^2} \cdot \frac{M}{s_{ez}} = \frac{6}{\xi'(3-\xi')h'^2} \cdot \frac{M}{s_{bd}} = C_1^2 \cdot \frac{M}{h'^2} \quad \dots 56).$$

Bei plattenförmigen Verbundkörpern kann man das äußere Moment auf die Plattenbreite $b = 1$ (cm) beziehen und es wird dann, wenn man dieses Moment mit 1M bezeichnet,

$$h' = C_1 \sqrt{{}^1M} \quad \dots \dots \dots 57)$$

und

$${}^1F_e = C_2 h' = C_1 C_2 \sqrt{{}^1M} \quad \dots \dots \dots 58).$$

Hier kann man bei Annahme eines bestimmten $\alpha = \frac{a}{h}$ (für Platten: a bis zu $0.25 h$) direkt aus dem Momente allein die Plattenstärke $h = \frac{h'}{1-\alpha}$ nach Gl. 57), die Eisenzugfläche 1F_e nach Gl. 58) und die Armierungsziffern $'p'$ und $'p$ nach den Gl. 54) und 55) bestimmen.

Die vorstehenden Entwicklungen gestatten die direkte Bestimmung ideal armierter Balken und Platten für „gewöhnliche“ Hochbautragwerke (siehe S. 27). Bei Tragwerken für „besondere“ Hochbauten und für Brücken ist jedoch noch folgendes zu beachten.

Beim Entwerfen von Tragwerken letzterer Gattung sollen die Abmessungen so gewählt werden, daß nicht nur die zulässigen Betondruck- und Eisenzugspannungen (nach Verfahren *A* berechnet), sondern auch die Betonzugspannungen (nach Verfahren *B* ermittelt) die zulässigen Werte s_{bd} und s_{ez} bzw. s_{bz} nicht überschreiten. Zur Erkenntnis des Zusammenhanges dieser beiden Forderungen soll nun das Verhältnis $\sigma_{bz} : \sigma_{bd}$ berechnet werden, in welchem die Betonrandspannungen eines Verbundbalkens oder einer solchen Platte zueinander stehen, wenn der Körper ideal armiert ist.

Dieses Verhältnis bleibt bei veränderlicher Belastung konstant und soll hier für das größte zulässige Biegemoment ermittelt werden, so daß hiefür σ_{bd} in s_{bd} übergeht.

Es ist hiebei zu bemerken, daß σ_{bz} unter einer anderen Annahme (nach Verfahren *B*) als σ_{bd} (s_{bd}) und σ_{ez} (s_{ez}) (nach Ver-

fahren *A*) berechnet wird und daß daher das Verhältnis $\sigma_{bz} : s_{bd}$ nur ein rechnungsmäßiges ist.

Der einzuschlagende Weg ist nun folgender: Die zur idealen Armierung erforderliche Eisenfläche iF_e ist durch Gl. 52) gegeben, wenn vorher ξ' nach Gl. 49) bestimmt wird. Das „ideale“ Tragmoment iM , das ist das größte zulässige Biegemoment, bei welchem also die zulässigen Grenzwerte der Spannungen s_{bd} und s_{ez} gleichzeitig erreicht werden, berechnet sich nach Gl. 56) zu

$${}^iM = C_3 b h'^2, \text{ wobei } C_3 = \frac{1}{C_1^2} = \frac{\xi' (3 - \xi')}{6} s_{bd} = \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \dots 59).$$

$$= \frac{\xi'^2 (3 - \xi')}{6 \nu (1 - \xi')} s_{ez}$$

Für die Berechnung nach Verfahren *B* läßt sich nun mittels des gefundenen ${}^iF_e = C_2 b h'$ nach Gl. 44) oder 45) x_1 und weiters nach Gl. 47) J_i durch die bekannten Größen ausdrücken. Aus den Gl. 46) und 59) unter Benützung von Gl. 45) und 47) erhält man sodann die gesuchte Beziehung $\sigma_{bz} : s_{bd}$.

Da bei diesem Vergleich von Werten, die nach den verschiedenen Verfahren *A* und *B* ermittelt wurden, die Größen h und h' vorkommen, so ist es nötig, eine bestimmte Annahme für

$\alpha = \frac{a}{h}$ zu machen. Mittleren Verhältnissen entspricht bei Balken

$\alpha = 0.08$, so daß $h' = 0.92 h$ und $h = 1.089 h'$ wird.

Mit $\nu = 15$, $\mu = 0.4$ und ξ' aus Gl. 49) wird

$$\lambda = 0.46 \frac{\xi'^2}{(1 - \xi')} \cdot h = 13.8 C_2 h, \quad (C_2 : \text{ s. Gl. 52) und mit}$$

$$C_4 = \frac{5\lambda}{h} = 69 C_2 \text{ wird ferner}$$

$$\xi_1 = \frac{x_1}{h} = \frac{1}{3} \left[\sqrt{10 + C_4 (9.52 + C_4)} - (2 + C_4) \right].$$

Daraus berechnet sich

$$\sigma_{bz} = 0.1693 \frac{\xi' (1 - \xi') (3 - \xi') (1 - \xi_1)}{(1 - \xi') [\xi_1^3 + 0.4 (1 - \xi_1)^3] + 1.38 \xi'^2 (0.92 - \xi_1)^2} \cdot s_{bd}.$$

Hiernach sind für ideal armierte Balken in nachstehender Tabelle Nr. 1*) die vorhandenen Werte σ_{bz} und $\frac{\sigma_{bz}}{s_{bd}}$ den zulässigen

*) In dieser Tabelle sind hinsichtlich der Spannungen des Eisens die laut der Vorschriften für Flußeisen gültigen Werte eingesetzt, dies mit Rücksicht auf den Umstand, daß derzeit fast durchgehends Flußeisen verwendet wird und Schweißeisen wohl nur mehr ausnahmsweise benützt werden dürfte. Das gleiche gilt für alle später folgenden Tabellen.

Werten s_{bz} und $\frac{s_{bz}}{s_{bd}}$ gegenübergestellt. Da sich für beide Grenzen eines Anwendungsbereiches im Brückenbau von 2 bis 22 m Stützweite und für besondere Hochbauten das vorhandene $\sigma_{bz} =$ rund $0.4 s_{bd}$ wesentlich kleiner als das zulässige s_{bz} herausstellt, so ist damit ganz allgemein gezeigt, daß der rechnermäßige Nachweis der Betonzugspannung nach Verfahren B bei ideal armierten Balken immer entfallen darf.

Tabelle Nr. 1.

Verhältnis der auftretenden Betonzugspannungen (σ_{bz}) zu den Betondruckspannungen (s_{bd}) bei ideal armierten Balken oder Platten.

Mischungsverhältnis: Auf 1 m ³ Gemenge von Sand und Steinhmaterial Portlandzement in kg	Tragwerke bei	Stützweite in m	$(x_1 = 5_1 h)$	Spannungen in kg/cm ²				Verhältnis	
				zulässig		vorhanden		zulässig	vorhanden
				$s_{ez}^*)$	s_{bd}	s_{bz}	σ_{bz}	$\frac{s_{bz}}{s_{bd}}$	$\frac{\sigma_{bz}}{s_{bd}}$
				σ_1					
470	besonderen Hochbauten	·	0.4651	1000	42.0	25.0	16.6	0.595	0.395
	Straßenbrücken	2	0.4637	806	33.4	19.2	13.2	0.576	0.396
		22	0.4680	866	37.4	21.2	14.7	0.567	0.394
350	besonderen Hochbauten	·	0.4527	1000	37.0	24.0	14.8	0.649	0.401
	Straßenbrücken	2	0.4514	806	29.4	18.2	11.6	0.619	0.395
		22	0.4566	866	33.4	20.2	13.4	0.606	0.400
280	besonderen Hochbauten	·	0.4403	1000	32.0	22.0	12.8	0.687	0.401
	Straßenbrücken	2	0.4392	806	25.4	16.7	10.2	0.658	0.401
		22	0.4452	866	29.4	18.7	11.8	0.636	0.402

*) Hiebei ist Flußeisen vorausgesetzt.

Demnach ist für das Entwerfen solcher Tragwerke nur nach dem Verfahren A) vorzugehen.

In einer weiteren Tabelle Nr. 2) S. 45 sind die unter Heranziehung der Gl. 49) bis 54), 56) und 59) ermittelten und den

amtlichen Vorschriften entsprechenden Größen für ideal armierte Balken und Platten zusammengestellt.

Die Tabelle ist für jeden beliebigen Wert von $\alpha = \frac{a}{h}$, also auch für Platten mit größerem α als angenommen ($\alpha = 0.08 h$), verwendbar, wobei das jeweilige $h = \frac{h'}{1 - \alpha}$ und $i p = \frac{100 {}^i F_e}{b h} = {}^i p' (1 - \alpha)$ wird.

Mit Hilfe dieser Tabelle können verschiedene, nachstehend angeführte Aufgaben gelöst werden*) und zwar für Hochbauten bei sämtlichen Stützweiten, für Straßenbrücken direkt bei Stützweiten von 2, 6, 10, 14, 18 und 22 m, während bei zwischenliegenden Stützweiten die geradlinig interpolierten Werte hinreichend genau sind.

a) Balken:

1 a) Gegeben: M, b ; gesucht: $h', h, {}^i F_e, {}^i p'$;

2 a) gegeben: M, h' (bezw. h); gesucht: h (bezw. h'), $b, {}^i F_e, {}^i p'$;

3 a) gegeben: b, h ; gesucht $h', {}^i M, {}^i F_e, {}^i p'$.

b) Platten:

Es ist durchwegs $b = 1$ und statt M das betreffende, für die Breite $b = 1$ gültige Moment ${}^1 M$ zu setzen; der bezügliche Wert der Eisenfläche für Platten, gleichfalls auf die Breite 1 bezogen, sei ${}^1 F_e$.

1 b) Gegeben: ${}^1 M$; gesucht: $h', h, {}^1 F_e, {}^i p'$;

3 b) gegeben: h ; gesucht: $h', {}^1 M, {}^1 F_e, {}^i p'$.

Bei den Aufgaben 1 a), 2 a) und 1 b) sind für gegebene äußere Momente die Balkenabmessungen und die ideale Armierungsziffer zu ermitteln, während bei jenen 3 a) und 3 b) für gegebene Balkendimensionen der ideale Armierungsgehalt und das ideale Tragmoment bestimmt wird.

Beispiele für ideal armierte Balken und Platten:

1. Träger bei einer Straßenbrücke von 12.0 m Stützweite, Mischungsverhältnis 470 kg/m³.

Gegeben: $M = 8000000 \text{ kgcm}$, **) $b = 40 \text{ cm}$, $\alpha = \frac{a}{h} = 0.06$. Gesucht: $h, h', {}^i F_e, {}^i p$.

Nach Tabelle Nr. 2 ergibt sich:

*) Siehe auch Lösung mittels der graphischen Darstellung auf Tafel Nr. 1.

**) In praktischen Fällen muß bei der Berechnung der äußeren Kräfte und der Angriffsmomente M das vorläufig noch unbekanntes Eigengewicht des Tragwerkes berücksichtigt und zu diesem Zwecke schätzungsweise oder nach Erfahrungsdaten angenommen werden. Nach Bestimmung des Profiles muß man die getroffene Annahme prüfen und erforderlichenfalls eine Änderung derselben und eine Wiederholung der Rechnung vornehmen.

Tabelle Nr. 2

für das Entwerfen von einfach und ideal armierten Balken und Platten. *)

Tragwerke	Stützweite <i>s</i>	<i>S_{e z}</i> **)	Mischungsverhältnis : 470 kg Portlandzement auf 1 m ³ ***)							
			<i>s_{b d}</i>	<i>x = ζ' h'</i>	<i>h'</i>	<i>b</i>	<i>ⁱF_e</i>	<i>ⁱM</i>	<i>ⁱp'</i>	
			m	kg/cm ²	kg/cm ²	cm	cm	cm	cm ²	kgcm
bei Hochbauten	.	1000	42·0	0·3865	0·3761	0·1414	0·008117	0·003052	7·071	0·8117
bei Straßenbrücken	0	800	33·0	0·3822	0·4263	0·1817	0·007882	0·003360	5·503	0·7882
	2	806	33·4	0·3833	0·4232	0·1791	0·007941	0·003361	5·583	0·7941
	6	818	34·2	0·3854	0·4173	0·1741	0·008056	0·003361	5·744	0·8056
	10	830	35·0	0·3874	0·4116	0·1694	0·008166	0·003361	5·904	0·8166
	14	842	35·8	0·3894	0·4060	0·1649	0·008278	0·003361	6·065	0·8278
	18	854	36·6	0·3913	0·4007	0·1606	0·008385	0·003360	6·227	0·8385
	22	866	37·4	0·3931	0·3957	0·1565	0·008487	0·003358	6·388	0·8487
bei Hochbauten	.	1000	37·0	0·3569	0·4146	0·1719	0·006603	0·002738	5·817	0·6603
bei Straßenbrücken	0	800	29·0	0·3522	0·4710	0·2219	0·006382	0·003006	4·507	0·6383
	2	806	29·4	0·3536	0·4670	0·2181	0·006448	0·003011	4·585	0·6448
	6	818	30·2	0·3564	0·4592	0·2109	0·006579	0·003021	4·742	0·6579
	10	830	31·0	0·3591	0·4518	0·2041	0·006707	0·003030	4·900	0·6707
	14	842	31·8	0·3617	0·4447	0·1977	0·006832	0·003038	5·058	0·6832
	18	854	32·6	0·3641	0·4379	0·1918	0·006949	0·003044	5·215	0·6949
	22	866	33·4	0·3665	0·4314	0·1861	0·007068	0·003049	5·373	0·7068
bei Hochbauten	.	1000	32·0	0·3243	0·4648	0·2161	0·005189	0·002412	4·628	0·5189
bei Straßenbrücken	0	800	25·0	0·3191	0·5297	0·2805	0·004985	0·002640	3·564	0·4985
	2	806	25·4	0·3209	0·5242	0·2748	0·005055	0·002650	3·639	0·5055
	6	818	26·2	0·3245	0·5136	0·2638	0·005196	0·002669	3·701	0·5196
	10	830	27·0	0·3280	0·5036	0·2536	0·005336	0·002687	3·944	0·5336
	14	842	27·8	0·3312	0·4941	0·2442	0·005467	0·002704	4·096	0·5467
	18	854	28·6	0·3344	0·4851	0·2354	0·005600	0·002717	4·249	0·5600
	22	866	29·4	0·3374	0·4766	0·2272	0·005727	0·002730	4·402	0·5727
.	.	.	.	<i>h'</i>	$\sqrt{\frac{M}{b}}$	$\frac{M}{h'^2}$	<i>bh'</i>	\sqrt{Mb}	<i>bh'^2</i>	$\frac{100^i F_e}{bh'}$

Maßeinheiten: Sämtliche Längen sind in cm, Spannungen in kg/cm², Momente in kgcm einzuführen.

*) Für Platten ist statt *b*...1 cm, statt *M*...¹*M* (Moment auf 1 cm Breite) und statt ^{*i*}*F_e*...^{*i*}*F_e* zu setzen,

**) Hier sind die Werte für Flußeisen angenommen.

***) Gemenge von Sand und Steinmaterial.

$$h' = \frac{0.4116 + 0.4060}{2} \sqrt{\frac{M}{b}} = 182.8 \text{ cm,}$$

$$h = \frac{h'}{1 - \alpha} = \frac{182.8}{0.94} = 194.5 \text{ cm,}$$

$${}^iF_e = 0.003361 \sqrt{M b} = 60.1 \text{ cm}^2,$$

$${}^i p' = \frac{0.8166 + 0.8278}{2} = 0.82,$$

$$\text{(oder } {}^i p' = \frac{100 {}^i F_e}{b h'} = \frac{6010}{40 \cdot 182.8} = 0.82)$$

$${}^i p = {}^i p' (1 - \alpha) = 0.82 \cdot 0.94 = 0.77.$$

2. Hochbauträger; Mischungsverhältnis 280 kg/m³.

Gegeben: $M = 180000 \text{ kgcm}$, $h = 42 \text{ cm}$, $\alpha = \frac{a}{h} = 0.08$. Gesucht: b , ${}^i F_e$ und ${}^i p$.

Zunächst ist $h' = h (1 - \alpha) = 42 \cdot 0.92 = 38.6 \text{ cm}$.

Nach Tabelle Nr. 2 berechnet sich:

$$b = 0.2161 \frac{M}{h'^2} = 26.1 \text{ cm,}$$

$${}^i F_e = 0.005189 b h' = 5.23 \text{ cm,}$$

$${}^i p' = 0.519; \quad {}^i p = {}^i p' (1 - \alpha) = 0.92 p' = 0.48.$$

3. Hochbauträger; Mischungsverhältnis 350 kg/m³.

Gegeben: $b = 25 \text{ cm}$, $h = 50 \text{ cm}$, $\alpha = \frac{a}{h} = 0.10$. Gesucht: ${}^i M$, ${}^i F_e$ und ${}^i p$. Es

ist zunächst $h' = h (1 - \alpha) = 0.9 h = 45 \text{ cm}$. Mit Hilfe der Tabellenwerte wird

$${}^i M = 5.817 b h'^2 = 294500 \text{ kgcm,}$$

$${}^i F_e = 0.006603 b h' = 7.43 \text{ cm}^2,$$

$${}^i p' = 0.660; \quad {}^i p = {}^i p' (1 - \alpha) = 0.9 \cdot {}^i p' = 0.594.$$

4. Platte von 1.0 m Stützweite für eine Straßenbrücke; Mischungsverhältnis 470 kg/m³.

Gegeben: Biegemoment M für 70 cm Breite: $M = 75000 \text{ kgcm}$, $\alpha = \frac{a}{h} = 0.12$.

Gesucht: h und ${}^i F_e$.

Man findet

$${}^i M = \frac{75000}{70} = 1071 \text{ kgcm}$$

und damit aus der Tabelle

$$h' = \frac{0.4232 + 0.4263}{2} \sqrt{{}^i M} = 13.9 \text{ cm,}$$

$$h = \frac{h'}{1 - \alpha} = \frac{13.9}{0.88} = 15.8 \text{ cm,}$$

$${}^i F_e = \frac{0.007882 + 0.007941}{2} h' = 0.1099 \text{ cm}^2,$$

daher $F_e = 10.99 \text{ cm}^2$ für 1 m Plattenlänge; hierfür werden gewählt 10 Rundeseisen mit je 1.2 m Durchmesser mit zusammen $F_e = 11.31 \text{ cm}^2$.

Der Abstand a beträgt $a = 0.12 h = 1.9 \text{ cm}$; es bleibt also zwischen den Eiseneinlagen und dem Betonrande noch ein Abstand von $1.9 - \frac{1}{2} 1.2 = 1.3 \text{ cm}$, was genügt, da nach BV. § 5, Abs. 22 nur 1 cm erforderlich ist.

An früherer Stelle (S. 43) wurde gezeigt, daß bei allen ideal armierten Balken und Platten der rechnermäßige Nachweis der Betonzugspannungen entbehrlich ist, da diese stets kleiner als die zulässigen sind. Es fragt sich nun, ob dies auch für Balken zutrifft, welche nicht ideal armiert sind, wie sie in der Praxis aus verschiedenen Gründen häufig angewendet werden, ob also auch für solche Balken, bei denen $p \leq i'p$ ist, durchwegs der rechnermäßige Nachweis der Betonzugspannung nach Verfahren B entfallen darf. Behufs Untersuchung dieser Frage benützen wir die zeichnerische Darstellung der Verhältnisse, wie sie bei einfach und doppelt armierten Balken für veränderliche p bestehen (s. Tafel Nr. 1). Diese Hilfstafel ist auch zur Überprüfung und zum Entwerfen jedes einfach armierten Balkens, für den das Verhältnis $\frac{a}{h} = \alpha = 0.08$ besteht, verwendbar. Hiefür kommen in Betracht die Kurven O bis VIII, während die Kurven IX bis XI sich nur auf die doppelt- und zugleich ideal-armierten Balken beziehen (hierüber s. Unterabschnitt III, 3).

Sämtliche Kurven sind für Hochbauten, die Kurven allgemeiner Natur O, I, IV und VII hingegen auch für Straßenbrücken verwendbar. Die Abszissenachse ist für die veränderlichen Armierungsziffern $p = \frac{100 F'_e}{F} = \frac{100 F'_e}{bh}$ bestimmt; die Werte $i'p$, die sich nach Gl. 55) für Hochbauten aus der Tabelle Nr. 2, S. 45 ergeben, sind besonders hervorgehoben; es ist für das Mischungsverhältnis:

- a) 470 kg/m³ . . . $i'p = i'p' (1 - \alpha) = 0.92 \times 0.8117 = 0.747$,
- b) 350 kg/m³ . . . $i'p = i'p' (1 - \alpha) = 0.92 \times 0.6603 = 0.608$,
- c) 280 kg/m³ . . . $i'p = i'p' (1 - \alpha) = 0.92 \times 0.5189 = 0.477$.

Die Ordinaten sämtlicher Kurven bedeuten Verhältniszahlen und zwar von Spannungen bei den Kurven O bis VI und von Momenten M und $bh^2\sigma_{bd}$ bei den Kurven VII und VIII.

Die Spannungen sind durchwegs in das Verhältnis zur vorhandenen Betondruckspannung σ_{bd} gesetzt, die bei den Kurven II, III, V und VI zugleich die zulässige Spannung s_{bd} ist. Die voll ausgezogenen Kurventeile gehören zu, im allgemeinen nicht ideal armierten, aber nach der amtlichen Vorschrift hinsichtlich des Eisens oder Betons voll ausgenützten Balken, bei denen also, wenn sie ein $p < i'p$ aufweisen, die zulässige Eisenzugspannung s_{ez} , und wenn sie ein $p > i'p$ haben, die zulässige Betondruckspannung s_{bd} das Tragmoment bestimmt.

Kurve I bringt ganz allgemein, d. h. für ausgenützte und nicht ausgenützte Balken das Verhältnis des vorhandenen σ_{e_z} zu dem vorhandenen σ_{b_d} zur Darstellung.

Die Kurven II geben das Verhältnis des vorhandenen σ_{b_d} zum zulässigen s_{b_d} bei voller Eisenausnutzung an; für die Werte $p \leq i_p$ wird $\frac{\sigma_{b_d}}{s_{b_d}} \leq 1$, d. h. es ist die volle Ausnutzung des Eisens für $p > i_p$ unzulässig, da sonst die Betondruckspannung zu groß würde.

Die Linie O — eine Gerade mit der konstanten Ordinate 1·0 — zeigt an, daß beim Mischungsverhältnisse:

- a) 470 kg/m³ für alle p von $i_p = 0\cdot747$ nach aufwärts,
- b) 350 kg/m³ „ „ „ „ $i_p = 0\cdot608$ „ „ und
- c) 280 kg/m³ „ „ „ „ $i_p = 0\cdot477$ „ „

die vorhandene Betondruckspannung σ_{b_d} für einen vollausgenützten Balken gleich dem zulässigen s_{b_d} ist.

Durch die Geraden III ist das Verhältnis der zulässigen Werte s_{e_z} und s_{b_d} dargestellt.

Die Kurve IV gibt das Verhältnis der vorhandenen σ_{b_z} zu den vorhandenen σ_{b_d} und gilt wieder ganz allgemein wie Kurve I für ausgenützte und nicht ausgenützte Balken; aus derselben ermittelt sich die vorhandene Betonzugspannung σ_{b_z} .

Die Kurven V zeigen das Verhältnis des vorhandenen σ_{b_z} zum zulässigen s_{b_d} bei voller Eisenausnutzung. Auch hier können wie bei Kurve II für $p > i_p$ die Werte der σ_{b_z} für nach den amtlichen Vorschriften entworfenen Balken wegen Überschreitung der zulässigen Spannung s_{b_d} nicht auftreten.

Die Geraden VI mit den konstanten Ordinaten

- für das Mischungsverhältnis a) 470 kg/m³ von 0·595,
- „ „ „ b) 350 kg/m³ „ 0·649 und
- „ „ „ c) 280 kg/m³ „ 0·687

geben die Verhältniszahlen der zulässigen s_{b_z} zu den zulässigen s_{b_d} bei Hochbauten an.

Kurve VII gilt wieder ganz allgemein wie Kurve I und IV für ausgenützte und nicht ausgenützte Balken und stellt die Beziehung zwischen dem Traggmoment M , den Balkenabmessungen und dem vorhandenen σ_{b_d} her.

Die Kurven VIII zeigen die Beziehung zwischen M und dem zulässigen s_{b_d} für alle $p < i_p$.

Für alle ausgenützten Balken verlaufen sonach die vorhandenen Betondruckspannungen σ_{b_d} von $p = 0$ bis i_p nach dem

Gesetze der Kurven II und von da an nach der Geraden O, dann die vorhandenen Eisenzugspannungen σ_{ez} bis ip nach den Geraden III und von da an nach der Kurve I, ferner die vorhandenen Betonzugspannungen σ_{bz} bis ip nach den Kurven V und von da an nach der Kurve IV und schließlich die Traggmomente M bis ip nach den Kurven VIII und von da an nach der Kurve VII. Es treten somit die Werte der Kurven II, III, V und VIII oder der Kurven O, I, IV und VII gleichzeitig auf.

Aus der Lage der Schnittpunkte von IV und V ersieht man somit, daß sich unter allen nach den amtlichen Vorschriften im Hochbau gerade noch zulässigen Balken die größten, rechnungsmäßigen Betonzugspannungen σ_{bz} für die ideal armierten Balken ergeben, und daß daher die Werte σ_{bz} (s. S. 43) im Hochbau bei Rechteckbalken niemals nachgewiesen zu werden brauchen (s. auch Lage dieser Schnittpunkte gegenüber den Geraden VI).

Aus dem Charakter dieser Kurven kann, wenn auch auf die streng mathematische Begründung hier nicht eingegangen werden soll, doch geschlossen werden, daß für die ideal armierten Balken bei Straßenbrücken das gleiche gilt.

Berechnung der Kurvenordinaten.

Kurve I. y_1 aus Gl. 43) mit Benützung von Gl. 37) und 38).

Gerade III. y_3 aus den amtlichen Vorschriften.

Für das Mischungsverhältnis:

$$a) 470 \text{ kg/m}^3 \text{ ist } y_3 = \frac{s_{ez}}{s_{bd}} = \frac{1000}{42} = 23.81,$$

$$b) 350 \text{ kg/m}^3 \text{ ,, } y_3 = \frac{s_{ez}}{s_{bd}} = \frac{1000}{37} = 27.03,$$

$$c) 280 \text{ kg/m}^3 \text{ ,, } y_3 = \frac{s_{ez}}{s_{bd}} = \frac{1000}{32} = 31.25.$$

$$\text{Kurven II. } y_2 \text{ aus } \frac{y_2}{y_0 (=1.0)} = \frac{y_3}{y_1}.$$

Kurve IV. Für einen durch b, h, F_e bzw. p und $\alpha = \frac{a}{h} = 0.08$

gegebenen Balken erhält man mit Einführung von $\zeta = \frac{x}{h}$ für

nicht ideal armierte Balken (zum Unterschiede von $\xi = \frac{x}{h}$ für

ideal armierte Balken) aus Gl. 43) nach Verfahren A:

$$M = \frac{\zeta}{2} (2.76 - \zeta) b h^2 \sigma_{bd},$$

wobei sich ζ aus den Gl. 37) und 38) ergibt mit:

$$\zeta = [\sqrt{(0.15p)^2 + 0.276p} - 0.15p];$$

nach Verfahren *B* wird aus Gl. 46) und 47) mit Benützung von Gl. 45) und mit Einführung von ζ_1 für nicht ideal armierte Balken (gegenüber ξ_1 für ideal armierte)

$$\zeta_1 = \frac{x_1}{h} = \frac{1}{3} [\sqrt{10 + 0.75p(0.75p + 9.52)} - (2 + 0.75p)],$$

$$M = \frac{\frac{1}{3} \{ \zeta_1^3 + 0.4(1 - \zeta_1)^3 \} + 0.15p(0.92 - \zeta_1)^2}{0.4(1 - \zeta_1)} \cdot bh^3 \sigma_{bz}.$$

Die Gleichsetzung der nach Verfahren *A* und *B* ermittelten Werte für *M* gibt die Ordinaten der Kurven IV:

$$y_4 = \frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}} = \frac{\zeta(1 - \zeta_1)(2.76 - \zeta)}{5[\zeta_1^3 + 0.4(1 - \zeta_1)^3 + 0.45p(0.92 - \zeta_1)^2]}.$$

Dieser Wert wird für $p = 0.5$ zu einem Maximum.

Bei den ideal armierten Balken ergeben sich mit Einführung der *p* für das Mischungsverhältnis:

$$a) 470 \text{ kg/m}^3 \dots \dots \dots y_4 = \frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}} = 0.395,$$

$$b) 350 \text{ kg/m}^3 \dots \dots \dots y_4 = \frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}} = 0.401,$$

$$c) 280 \text{ kg/m}^3 \dots \dots \dots y_4 = \frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}} = 0.401,$$

welche Werte mit jenen der Tabelle Nr. 1, S. 43 übereinstimmen.

$$\text{Kurven V. } y_5 \text{ aus } \frac{y_5}{y_4} = \frac{y_2}{y_0} (= 1.0).$$

Gerade VI. $y_6 = \frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}}$ aus den amtlichen Vorschriften für Hochbauten s. Tabelle Nr. 1, S. 43.

Kurve VII. y_7 aus dem nach Verfahren *A* ermittelten Tragmoment *M*, also $y_7 = \frac{M}{bh^2 \sigma_{bd}} = \frac{\zeta}{6} (2.76 - \zeta)$. [ζ : s. Gl. 38).]

Bei den ideal armierten Balken ergeben sich mit Einführung des $\xi = 0.92 \xi'$ (s. Tabelle Nr. 2, S. 45) an Stelle von ζ für das Mischungsverhältnis:

$$a) 470 \text{ kg/m}^3 \dots \dots \dots y_7 = \frac{M}{bh^2 \sigma_{bd}} = 0.1425,$$

$$b) 350 \text{ kg/m}^3 \dots \dots \dots y_7 = \frac{M}{bh^2 \sigma_{bd}} = 0.1330,$$

$$c) 280 \text{ kg/m}^3 \dots \dots \dots y_7 = \frac{M}{bh^2 \sigma_{bd}} = 0.1224.$$

Kurven VIII. y_8 aus: $\frac{y_8}{y_7} = \frac{y_2}{y_0 (= 1.0)}$.

Die Verwendung der Tafel Nr. 1 zum Überprüfen und zum Entwerfen soll im folgenden an einigen Beispielen gezeigt werden.

1. Kontrolle zum Beispiel auf S. 32 und 36. Für einen nicht ideal armierten Rechteckbalken ist gegeben: $M = 161250 \text{ kgcm}$, $b = 20 \text{ cm}$, $h = 38 \text{ cm}$, $F_e = 6.28 \text{ cm}^2$, $p = 0.83$, $\alpha \approx 0.08$ (daher die Tafel Nr. 1 verwendbar).

Nach Kurve VII ist für $p = 0.83 \dots \frac{M}{b h^2 \sigma_{bd}} = 0.147$, daraus

$$\sigma_{bd} = \frac{161250}{0.147 \cdot 20 \cdot 38^2} = 38.0 \text{ kg/cm}^2;$$

ferner ist nach Kurve I... $\frac{\sigma_{ez}}{\sigma_{bd}} = 22.2$, daher $\sigma_{ez} = 22.2 \cdot 38.0 = 844 \text{ kg/cm}^2$; endlich

wird nach Kurve IV... $\frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}} = 0.39$; daher $\sigma_{bz} = 0.39 \times 38.0 = 14.8 \text{ kg/cm}^2$, welche

Werte befriedigend mit den gerechneten übereinstimmen.

2. Kontrolle zum Beispiel Nr. 2 auf S. 46 für einen ideal armierten Rechteckbalken.

Aus Kurve VII bzw. VIII ist zu entnehmen:

$$i p = 0.477 \text{ und } \frac{M}{b h^2 \sigma_{bd}} = 0.122,$$

und da laut der Vorschriften $\sigma_{bd} = s_{bd} = 32 \text{ kg/cm}^2$ ist, so wird

$$b = \frac{M}{0.122 h^2 \sigma_{bd}} = \frac{180000}{0.122 \cdot 42^2 \cdot 32} = 26.1 \text{ cm},$$

$$i F_e = \frac{0.477 b h}{100} = 5.22 \text{ cm},$$

welche Werte mit den früher gefundenen gut übereinstimmen.

Für alle folgenden Beispiele gilt die Voraussetzung, daß die Balken nach den Vorschriften hinsichtlich der Betondruckspannung oder Eisenzugspannung allein oder hinsichtlich beider gleichzeitig ausgenützt, in letzterem Falle also „ideal“ armiert sind.

3. Hochbaukonstruktion mit dem Mischungsverhältnis 470 kg/m^3 , daher $s_{bd} = 42 \text{ kg/cm}^2$ und $s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$. Gegeben: $M = 50000 \text{ kgcm}$, $b = 15 \text{ cm}$ und

$$\alpha = \frac{\alpha}{h} = 0.08.$$

a) $p = 0.6 < i p$, daher ausgenützt $\sigma_{ez} = s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$. Gesucht: σ_{bd} , F_e , h .

Nach Kurve II ist: $\frac{\sigma_{bd}}{s_{bd}} = 0.872$, daher $\sigma_{bd} = 0.872 \cdot 42 = 36.6 \text{ kg/cm}^2$; nach

Kurve VII ist: $\frac{M}{b h^2 \sigma_{bd}} = 0.132$, daher

$$h = \sqrt{\frac{M}{0.132 b \sigma_{bd}}} = 26.3 \text{ cm};$$

$$F_e = \frac{p \cdot b \cdot h}{100} = \frac{0.6 \cdot 15 \cdot 26.3}{100} = 2.37 \text{ cm}^2.$$

b) Ideale Armierung $p = i p = 0.747$, daher ausgenützt $\sigma_{bd} = s_{bd} = 42 \text{ kg/cm}^2$ und $\sigma_{ez} = s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$. Gesucht: $i F_e$, h .

Nach Kurve VII bzw. VIII ist $\frac{M}{b h^2 s_{bd}} = 0.1425$, daher

$$h = \sqrt{\frac{M}{0.1425 \cdot b s_{bd}}} = 23.6 \text{ cm};$$

$$iF_e = \frac{i_p b h}{100} = \frac{0.747 \cdot 15 \cdot 23.6}{100} = 2.64 \text{ cm}^2.$$

c) $p = 0.9 > i_p$, daher ausgenützt $s_{bd} = s_{bd} = 42 \text{ kg/cm}^2$. Gesucht: σ_{ez} , F_e , h .

Nach Kurve I ist $\frac{\sigma_{ez}}{s_{bd}} = 21.1$, daher $\sigma_{ez} = 21.1 \cdot 42 = 884 \text{ kg/cm}^2$; nach Kurve

VII ist $\frac{M}{b h^2 \sigma_{bd}} = 0.1512$, daher

$$h = \sqrt{\frac{M}{0.1512 b s_{bd}}} = 22.9 \text{ cm};$$

$$F_e = \frac{p \cdot b h}{100} = \frac{0.9 \cdot 15 \cdot 22.9}{100} = 3.10 \text{ cm}^2.$$

Nimmt man für einen Kostenvergleich den Preis E des Eisens (einschließlich Zurichten) innerhalb der Grenzen $E_{\min} = 200 \text{ K/t}$ und $E_{\max} = 380 \text{ K/t}$ und den Preis B des Betons (ohne Schalung) innerhalb der Grenzen $B_{\min} = 35 \text{ K/m}^3$ und $B_{\max} = 50 \text{ K/m}^3$ an, so ergeben für obiges Beispiel die vier Preisverbindungen folgende Balkenpreise, die nur Vergleichswerte darstellen:

Preisverbindung	Balkenpreise in Hellern für 1 m Länge				
	$p = 0.60$	$<$	$i_p = 0.747$	$<$	$p = 0.90$
E_{\min}, B_{\min}	178.8	$>$	169.5	$<$	173.4
E_{\min}, B_{\max}	238.0	$>$	222.7	$<$	225.6
E_{\max}, B_{\min}	208.5	$>$	202.6	$<$	212.2
E_{\max}, B_{\max}	267.7	$>$	255.8	$<$	263.8

Dieses Ergebnis bekräftigt den in der Fußnote zu S. 37 allgemein erbrachten Nachweis der Wirtschaftlichkeit der ideal armierten gegenüber den nicht ideal armierten Rechteckbalken.

4. Straßenbrücke von 9.0 m Stützweite mit dem Mischungsverhältnis 350 kg/m^3 ; daher ist $s_{bd} = 29.0 + 9.0 \cdot 2 \text{ l} = 30.8 \text{ kg/cm}^2$ und $s_{ez} = 800 + 9.3 \text{ l} = 827 \text{ kg/cm}^2$.

Gegeben: $b = 30 \text{ cm}$, $h = 140 \text{ cm}$, $\alpha = \frac{a}{h} = 0.08$.

a) $p = 0.55 < i_p$ (letzteres ergibt sich mit Hilfe der Tabelle Nr. 2, S. 45; durch Interpolieren findet man dort $i_{p'} = 0.6675$, somit $i_p = 0.92 i_{p'} = 0.614$; daher ist ausgenützt $\sigma_{ez} = s_{ez} = 827 \text{ kg/cm}^2$. Gesucht: σ_{bd} , M .

Nach Kurve I ist $\frac{\sigma_{ez}}{s_{bd}} = 28.8$; daraus $\sigma_{bd} = \frac{827}{28.8} = 28.7 \text{ kg/cm}^2$, wie zu erwarten, kleiner als $s_{bd} = 30.8 \text{ kg/cm}^2$.

Nach Kurve VII ist $\frac{M}{b h^2 \sigma_{bd}} = 0.1284$, daher

$$M = 0.1284 \cdot 30 \cdot 140^2 \cdot 28.7 = 2167000 \text{ kgcm.}$$

b) Ideale Armierung $p = i p = 0.614$, daher ausgenützt $\sigma_{bd} = s_{bd} = 30.8 \text{ kg/cm}^2$ und $\sigma_{ez} = s_{ez} = 827 \text{ kg/cm}^2$. Gesucht: $i M$.

Nach Kurve VII bzw. VIII ist $\frac{i M}{b h^2 \sigma_{bd}} = 0.1334$, daher

$$i M = 0.1334 \cdot 30 \cdot 140^2 \cdot 30.8 = 2414000 \text{ kgcm.}$$

c) $p = 0.680 > i p$, daher ausgenützt $\sigma_{bd} = s_{bd} = 30.8 \text{ kg/cm}^2$. Gesucht: σ_{ez} , M .

Nach Kurve I ist $\frac{\sigma_{ez}}{\sigma_{bd}} = 25$, daher $\sigma_{ez} = 25 \cdot 30.8 = 770 \text{ kg/cm}^2$, wie zu erwarten, kleiner als $s_{ez} = 827 \text{ kg/cm}^2$.

Nach Kurve VII ist $\frac{M}{b h^2 \sigma_{bd}} = 0.1382$, daher

$$M = 0.1382 \cdot 30 \cdot 140^2 \cdot 30.8 = 2503000 \text{ kgcm.}$$

Da die Unterschiede zwischen den Armierungsziffern für a), b) und c) nahezu einander gleich, nämlich 0.064 bzw. 0.066 sind, die Tragmomente hingegen um 247000 kgcm bzw. nur um 89000 kgcm verschieden sind, so zeigt dieses Beispiel, daß bei einfach armierten Rechteckbalken eine Armierungszunahme über die ideale hinaus das Tragmoment wesentlich weniger vergrößert als eine gleiche Armierungszunahme unterhalb der idealen Armierung.

5. Hochbaukonstruktion mit dem Mischungsverhältnis c): 280 kg/m^3 ; daher ist $s_{bd} = 32 \text{ kg/cm}^2$ und $s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$. Gegeben: $b = 20 \text{ cm}$, $h = 40 \text{ cm}$,

$$\alpha = \frac{a}{h} = 0.08.$$

a) $M = 120000 \text{ kgcm}$. Gesucht: p , σ_{ez} , σ_{bd} .

Nimmt man vorerst an, daß $p < i p = 0.477$ nötig wird, so ist Kurve VIII zu verwenden, und man erhält für das vorliegende

$$\frac{M}{b h^2 \sigma_{bd}} = \frac{120000}{20 \cdot 40^2 \cdot 32} = 0.1172;$$

dem entspricht $p = 0.455$, so daß tatsächlich die Verwendung der Kurve VIII gerechtfertigt erscheint. Somit ist $\sigma_{ez} = s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$.

Nach Kurve I wird für $p = 0.455 \dots \frac{\sigma_{ez}}{\sigma_{bd}} = 32.2$, somit $\sigma_{bd} = 1000 : 32.2 = 31.1 \text{ kg/cm}^2$, also, wie erklärlich, kleiner als $s_{bd} = 32 \text{ kg/cm}^2$.

b) $M = 190000 \text{ kgcm}$. Gesucht: p , σ_{ez} , σ_{bd} .

Wird versuchsweise angenommen, daß $p > i p = 0.477$ nötig wird, so ist Kurve VII zu verwenden und man erhält, da für diese Annahme $\sigma_{bd} = s_{bd} = 32 \text{ kg/cm}^2$ sein muß:

$$\frac{M}{b h^2 \sigma_{bd}} = \frac{190000}{20 \cdot 40^2 \cdot 32} = 0.186;$$

dem entspricht $p = 1.9$, so daß, da $p > i p$ ist, tatsächlich die Verwendung der Kurve VII gerechtfertigt war.

Nach Kurve I ist $\frac{\sigma_{ez}}{\sigma_{bd}} = 13.0$, daher $\sigma_{ez} = 13.0 \cdot 32 = 416 \text{ kg/cm}^2$, also, wie zu erwarten, kleiner als $s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$.

c) Ermittlung der Länge der Eiseneinlagen (Materialverteilung) mit Rücksicht auf die Momente.

Wie aus der zweiten der Gl. 43) hervorgeht, hängt die erforderliche Eisenfläche F'_e bei Balken oder Platten von dem Momente M ab; es erscheint daher zulässig und ist bei größeren Tragwerken aus Eisenbeton in der Praxis auch üblich, den Querschnitt F'_e nicht konstant über die ganze Länge durchzuführen, sondern ihn dadurch zu verändern, daß entsprechend dem Wachsen der äußeren Momente M nach und nach immer mehr Armierungseisen angeordnet werden. Auch die mit Rücksicht auf die Aufnahme von Hauptzugspannungen oder eventueller Einspannungsmomente wegen fast durchwegs getroffene Anordnung, daß Armierungseisen aus der Zugzone schräg nach aufwärts gezogen werden, hat eine Veränderlichkeit des Zugquerschnittes F'_e zur Folge, da diese Eisen für die Aufnahme der normalen Zugspannungen des Untergurtes nicht mehr in Betracht kommen.

In solchen Fällen handelt es sich darum, eine Materialverteilung der Eiseneinlagen aufzustellen in ähnlicher Weise, wie dies bei eisernen, vollwandigen Trägern mit veränderlichem Querschnitte geschieht. Als Grundsatz ist hiebei zu beachten, daß an den Stellen der Querschnittsveränderung die Spannungen im Beton und Eisen höchstens die zulässigen Grenzwerte erreichen dürfen.

Man bedarf (s. Figur 30) hiezu der Kurve der Maximalmomente $IGHK$ für den betreffenden Träger.

α) Balken mit konstanter Höhe.

Eine einfache Überlegung lehrt, daß in diesem Falle bei einer Veränderlichkeit der Eisenfläche nur das Eisen und zwar an einzelnen Stellen bis zur zulässigen Grenze ausgenützt werden kann, während der Beton die volle zulässige Druckspannung nur in einem, nämlich jenem Querschnitte erleidet, für welchen die Dimensionierung des Querschnittes nach dem Grundsätze wirtschaftlicher Materialausnützung erfolgte.

In diesem Querschnitte ist die Fläche F'_e durch Gl. 52) und die Armierungsziffer durch Gl. 54) und 55) bestimmt, wobei sich der Hilfwert ξ' nach Gl. 49) aus den gegebenen Grenzwerten s_{bd} und s_{ez} ergibt.

Wird nun in einem anderen als dem gefährlichen Querschnitte des geringeren äußeren Momentes wegen die Eisenfläche kleiner gemacht (F'_e), so kann, wie bereits auf S. 37 bemerkt wurde, bei voller Ausnützung des Eisens der Beton nicht mehr bis zur Grenze

beansprucht werden. Das Tragsmoment M' für eine kleinere Fläche F'_e findet man in folgender Weise: Nach Gl. 43) wird

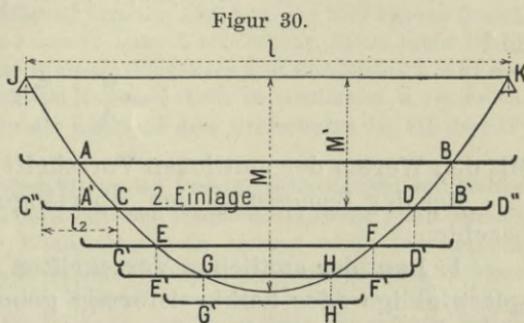
$$M' = \left(h' - \frac{x'}{3} \right) s_{ez} F'_e,$$

wobei sich x' aus Gl. 36) mit

$$x' = \frac{\nu F'_e}{b} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 b h'}{\nu F'_e}} \right]$$

oder nach Gl. 37) und 38) berechnet. Die geringe Veränderlichkeit des Hebelsarmes z für das innere Moment (s. Beispiel S. 57) läßt es übrigens als den praktischen Bedürfnissen entsprechend erscheinen, nur für die kleinste und größte Anzahl gleich starker Armierungseisen ein und derselben Schar die Tragsmomente rechnerisch zu bestimmen und für jede beliebige Anzahl den Wert des Tragsmomentes geradlinig zu interpolieren. Sind die Armierungseisen verschieden stark, so ist bei der Interpolation auf die verschiedene Größe der Querschnittsflächen Rücksicht zu nehmen.

Trägt man in die Maximalmomentenkurve (Figur 30) die Tragsmomente M' , M'' u. s. w. ein, welche den nach stufenweisem Wegfalle je eines Armierungseisens verbleibenden Eisenflächen F'_e , F''_e u. s. w. entsprechen, und zieht die Parallelen zur Abszissenachse, so geben die Sehnen die erforderlichen theoretischen Längen der Eisenlagen.



In Figur 30 sind im ganzen fünf Einlagen erforderlich; die zweite kann theoretisch in den Punkten A' und B' aufhören, die dritte braucht nur die theoretische Länge $C' D'$, die vierte $E' F'$ und die fünfte $G' H'$ zu haben. Es muß also beispielsweise die zweite Einlage ihre Wirkung mindestens in A' beginnen und in C' vollkommen angeschlossen sein. Nur in jenen Fällen, in denen etwa die dritte Einlage über C' , wo sie theoretisch beginnen muß, nicht hinausreicht, wird die zweite Einlage in dem Punkte C' die rechnermäßige Grenzspannung s_{ez} haben, wie dies bei der Bestimmung des zugehörigen Tragsmomentes bzw. des Punktes C' vorausgesetzt wurde. Reicht aber die dritte Einlage über C' hinaus, so daß sie dort bereits teilweise angeschlossen

ist, so wird die Spannung der zweiten Einlage in C kleiner als s_{ez} sein. Trotzdem wird es sich der Sicherheit halber empfehlen, die zweite Einlage über den Punkt C bis C'' auf eine solche Länge l hinauszuführen, daß die zulässige „mittlere Haftspannung“ auf dieser Strecke eine Kraft einzuleiten vermag, die der vollen Ausnützung der Eisenfläche im Punkte C entspricht.

Diese Überlänge l folgt aus der Bedingung

$$l u t_h = f_e s_{ez},$$

wobei u den Umfang, f_e die Fläche der betreffenden Eiseneinlage und t_h die zulässige „mittlere Haftspannung“ bedeutet. Aus obigem ergibt sich

$$l = \frac{f_e}{u} \cdot \frac{s_{ez}}{t_h}.$$

Für Rundeisen vom Durchmesser d wird

$$u = d \pi, \quad f_e = \frac{d^2 \pi}{4}$$

und

$$l = \frac{d}{4} \cdot \frac{s_{ez}}{t_h}.$$

Mit den Werten der amtlichen Vorschrift wird $l = (45.5 \text{ bis } 62.5) d$.

Bei der Bemessung der Überlänge l ist noch folgendes zu beachten:

1. Laut der amtlichen Vorschriften sind Haken (rechtwinklige, spitzwinklige oder halbkreisförmig gebogene) an den Enden von Eiseneinlagen in die Haftlänge und zwar auf die S. 25 angegebene Art einzurechnen. Dies gilt natürlich in gleichem Maße für Eiseneinlagen, die bis an das Trägerende hinausreichen, und für solche Einlagen mit Haken, die, weil sie am Trägerende nicht mehr benötigt werden, nicht bis zu diesem hinausgeführt sind.

2. Die in einem Tragwerksquerschnitte nicht mehr erforderlichen Zugeinlagen werden meist schief zur Achse gegen den Druckgurt zu abgebogen, um an der Aufnahme der Hauptzugspannungen mitzuwirken (s. Seite 22) oder um zur Aufnahme von Zugspannungen an den Enden zu dienen, falls eine Einspannung vorhanden ist. Eine solche Abbiegung darf nach dem obigen erst in einem Punkte erfolgen, in welchem das Armierungseisen zur Aufnahme der Zugkraft nicht mehr erforderlich ist. So dürfte in Figur 30 beispielsweise die zweite Eiseneinlage erst im Punkte A' abgebogen werden. Doch darf in die im Punkte C beginnende

Überlänge l_2 für den Fall, als die Einlage in den Druckgurt übergeführt wird, auch der schräge Teil des Zugeisens (u. zw. mit der Projektion der Länge desselben auf die Trägerachse, s. S. 160) und der im Druckgurt wieder parallel zur Trägerachse verlaufende Teil der Einlage sowie eine eventuelle der Hakenwirkung äquivalente Haftlänge von $4d$ oder $12d$ mit einbezogen werden.

3. Es ist darauf zu achten, ob solche Zugeisen, für die zur Aufnahme der Zugkräfte nur die Momente, ferner zur Aufnahme der Hauptzugkräfte die Querkräfte (s. Abschnitt IV) maßgebend sind, nicht infolge der Einhaltung der zulässigen Werte der mittleren Haftspannung weiter gegen das Trägerende hinaus im Zuggurt benötigt werden (s. Abschnitt V). Es wird sich daher empfehlen, die Untersuchung nach allen drei Gesichtspunkten gleichzeitig durchzuführen (s. Beispiel S. 142 und 165), damit für alle Bedürfnisse sicher vorgesorgt wird.

Beispiel. Ein Hochbauträger, herzustellen im Mischungsverhältnisse 470 kg/m^3 , hat bei 8.0 m Stützweite eine gleichförmig verteilte Last von $q = 2600 \text{ kg/m}$ zu tragen und soll in der Trägermitte das in Figur 31 unter I ersichtliche, 35 cm breite Profil erhalten. Die notwendigen Längen der Einlagen (im ganzen acht Rundeisen zu je 21 mm Durchmesser) sind mit Rücksicht auf die Momente allein zu bestimmen u. zw. sollen durch stufenweise Weglassung je zweier Eisen die drei Querschnitte II, III und IV erzielt werden.

Es werden zunächst die statischen Werte der vier Querschnitte ermittelt; hiebei ist zu beachten, daß sich die Nutzhöhe h' mit dem Weglassen je zweier Eisen deshalb ändert, weil der Schwerpunkt der Eiseneinlagen ein anderer wird. Der Abstand a derselben von der Zugkante ist z. B. bei acht Einlagen $a = 7 \text{ cm}$, bei sechs Einlagen 5.7 cm u. s. w. Die Entfernung x der Nulllinie von der Druckkante ist sodann mittels Gl. 36), die Tragmomente der Profile I und II sind aus Gl. 39) mit Rücksicht auf die unterste der beiden Scharen der Einlagen, jenes der Profile III und IV aus Gl. 43) berechnet.

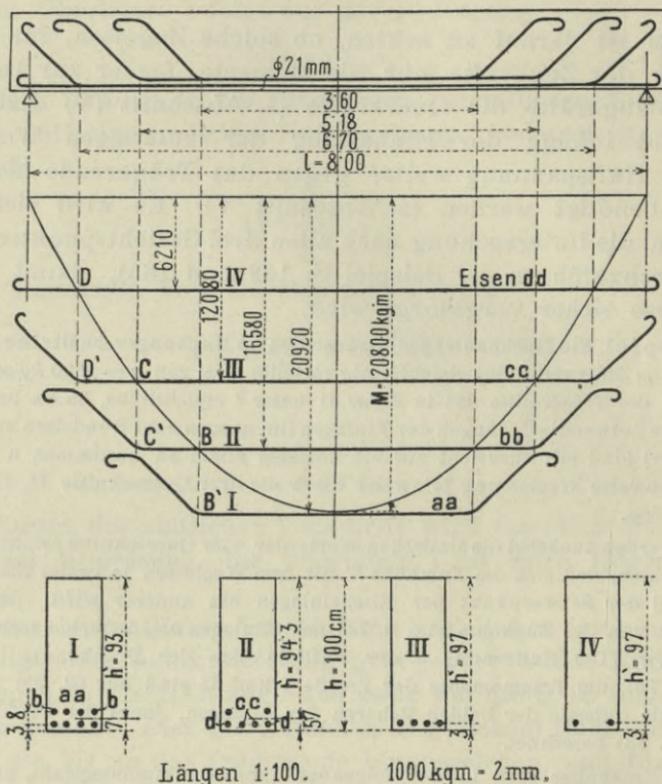
Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengefaßt, und sind in diese auch die (im allgemeinen nicht erforderlichen) Betondruckspannungen σ_{bd} an den Punkten A, B, C und D aufgenommen, um die Abnahme derselben von der Mitte gegen das Ende zu zeigen.

Profil	I	II	III	IV
Eisenfläche	27.7	20.8	13.8	6.9 cm^2 ,
h'	93.0	94.3	97.0	97.0 cm ,
x	36.6	33.0	28.5	21.2 cm ,
$z = h' - \frac{x}{3}$	80.8	83.3	87.5	89.9 cm ,
M	20920	16580	12080	6210 kgm ,
σ_{bd}	40.4	34.4	27.7	18.6 kg/cm^2 .

In Figur 31 sind die Tragmomente M in die Momentenlinie, welche im gegebenen Falle durch eine Parabel mit der Scheitelordinate $M = \frac{1}{8} q l^2 =$

$= \frac{1}{8} 2600 \cdot 8^2 = 20800 \text{ kgm}$ dargestellt wird, eingetragen und die betreffenden Horizontalen gezogen. Hienach ist die theoretisch erforderliche Länge der Rundeisen $a \dots 3 \cdot 60 \text{ m}$, $b \dots 5 \cdot 18 \text{ m}$ und $c \dots 6 \cdot 70 \text{ m}$. Die Rundeisen d werden über die ganze Trägerlänge geführt; die anderen werden von den Punkten B' , C' und D' an behufs Aufnahme der Hauptzugspannungen unter 45° nach aufwärts geführt.

Figur 31.



Ob die Eiseneinlagen wegen einer nötigen Herabminderung der mittleren Haftspannungen nicht erst weiter gegen das Trägerende zu abgebogen werden müssen, würde eine besondere Untersuchung (s. Abschnitt V) benötigen.

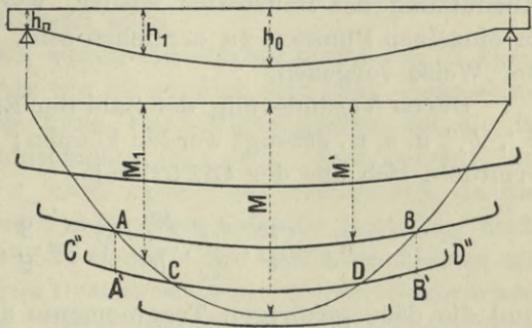
β) Balken mit veränderlicher Höhe.

Hier sind zwei Fälle möglich; entweder ist die Trägerform gegeben, das heißt, es sind die oberen und unteren Begrenzungslinien bekannt und es handelt sich darum, die Veränderlichkeit der Eiseneinlagen festzustellen, oder es kann die Form des Trägers selbst noch beliebig gewählt werden. Die Trägerhöhe und die Eisenfläche F_e im mittleren Querschnitte seien bereits nach dem früheren bestimmt.

Im ersten Falle kann man in folgender Weise vorgehen. Man ermittle für einige Trägerhöhen $h_0, h_1, h_2 \dots h_n$ die Tragmomente unter der Voraussetzung voller Ausnützung der Eiseneinlagen und zwar in jedem dieser Querschnitte unter der Annahme der beabsichtigten Veränderlichkeit in der Zahl der Eiseneinlagen, also wenn (wie z. B. in Figur 32) vier Rundeisenstäbe im mittleren Querschnitte vorhanden sind, die Tragmomente für 1, 2, 3 und 4 Stäbe (s. Figur 33). Trägt man diese Momente in den, den Höhen $h_0 \dots h_n$ entsprechenden Lotrechten auf

Figur 32.

und verbindet die derselben Armierungsstärke entsprechenden Punkte durch Kurven, so erhält man in den Schnitten mit der Maximalmomentenlinie die gesuchten theoretischen Endpunkte der Eiseneinlagen. Hinsichtlich der Verlängerungen über diese Punkte hinaus gilt das unter a) Gesagte.



Figur 33.

Es braucht hinsichtlich einer allfälligen Überprüfung solcher Träger kaum erwähnt zu werden, daß der gefährliche Querschnitt, das ist jener, in welchem die größten Spannungen eintreten, in dem Falle veränderlicher Trägerhöhe nicht an der Stelle des größten äußeren Momentes M liegen muß; er wird vielmehr gegeben sein durch das kleinste Verhältnis des vorhandenen Tragmomentes zu dem im gleichen Querschnitte vorhandenen größten äußeren Biegemomente, welches Verhältnis immer gleich oder größer als „1“ sein muß.

Die Überprüfung wird sich also nötigenfalls auf mehrere Punkte ausdehnen müssen und am besten mit Hilfe des angedeuteten zeichnerischen Verfahrens geführt werden.

Kann die Trägerhöhe beliebig gewählt werden, so ist es theoretisch möglich, sie derart zu bestimmen, daß die größten Spannungen σ von Beton und Eisen bei konstanter Belastung in den mittleren Querschnitten gleich den zulässigen Werten s sind, so daß also der Träger an diesen Stellen vollständig ausgenützt, ideal armiert, ist. Die erforderliche Trägerhöhe im beliebigen Querschnitte h_1 (Figur 32) bestimmt sich alsdann bei angenommenem b aus dem betreffenden Momente M_1 nach Gl. 51) mittels

$$h'_1 = \frac{1}{\xi'} \sqrt{\frac{6\nu(1-\xi')}{(3-\xi')} \cdot \frac{M_1}{b s_{ez}}},$$

wobei nach Gl. 49)

$$\xi' = \frac{\nu s_{bd}}{s_{ez} + \nu s_{bd}} \quad \text{und} \quad h_1 = \frac{h'_1}{1-\alpha}$$

ist. Die erforderliche Eisenfläche ist dann nach Gl. 52) zu berechnen.

Dieser Vorgang setzt aber eine stetige Änderung des Eisenquerschnittes voraus; da man nun in Wirklichkeit nur mit stufenweise veränderlicher Fläche rechnen kann, so wird die volle Ausnützung des Baustoffes wieder, wie in obigem Falle α), nur in einzelnen Punkten zu erreichen sein. Man wird dann in folgender Weise vorgehen.

Durch Veränderung der Zahl der Einlagen mögen die Flächen F'_e , F''_e u. s. w. erzeugt werden können; die entsprechenden Höhen ermitteln sich aus der Gl. 52) mit

$$h'_1 = \frac{2}{\xi'} \cdot \frac{s_{ez}}{s_{bd}} \cdot \frac{F'_e}{b}, \quad h'_2 = \frac{2}{\xi'} \cdot \frac{s_{ez}}{s_{bd}} \cdot \frac{F''_e}{b} \dots$$

und die dazu gehörigen Tragmomente aus Gl. 56) mit

$$M_1 = \frac{\xi'^2(3-\xi')}{6\nu(1-\xi')} b h_1'^2 s_{ez}; \quad M_2 = \frac{\xi'^2(3-\xi')}{6\nu(1-\xi')} b h_2'^2 s_{ez} \dots$$

Trägt man diese Momente $M_1, M_2 \dots$ in die Figur 33 ein, so findet man die Punkte, an welchen die Höhen $h'_1, h'_2 \dots$ und die Eisenflächen $F'_e, F''_e \dots$ bzw. die ganzen Trägerhöhen $h_1 = \frac{h'_1}{1-\alpha}, h_2 = \frac{h'_2}{1-\alpha} \dots$ vorhanden sein müssen, wodurch einerseits die Trägerform festgelegt ist und andererseits sich wieder die erforderliche Länge der Eiseneinlagen bestimmen läßt.

Im vorstehenden wurden die Längen der Eiseneinlagen stets unter der Bedachtnahme auf die Bedingung ermittelt, daß die Zugspannungen des Eisens nicht die zulässige Grenze überschreiten.

Der in den amtlichen Vorschriften für „besondere“ Hochbauten und für Brücken verlangte rechnerische Nachweis der Betonzugspannungen kann hier unter Berufung auf die Ausführungen auf S. 43 und 49 entfallen.

3. Balken und plattenförmige Körper mit doppelter Eiseneinlage.

Diese Tragwerke mit Eiseneinlagen in der Zug- und Druckzone (Figur 34 und 37) kommen zur Anwendung, wenn α) in einem und demselben Querschnitte äußere Momente verschiedenen

Biegungssinnes infolge von Belastungen auftreten, die der Größe oder der Richtung oder der Größe und Richtung nach wechseln (also beispielsweise bei Gewölben, Fundamentplatten, Schleusenböden, eingespannten und durchlaufenden Balken u. s. w.), oder wenn β) in einem Querschnitte, der nur von Momenten gleichen Biegungssinnes beansprucht wird, die Balkenhöhe im Verhältnisse zum Moment zu klein und daher eine große Zugarmierung notwendig ist; letztere kann dann nur ausgenützt werden, wenn auf der Druckseite durch Einlegen einer Eisendruckarmierung die daselbst sonst überbeanspruchte Betondruckzone mindestens bis zum zulässigen Wert s_{bd} entlastet wird.

Es ist von vornherein wegen des Verhältnisses $\nu = 15$ klar, daß das Eisen im Druckgurte nie ausgenützt sein kann, denn seine rechnungsmäßige Spannung kann nur 15mal größer als die in einer gleichgelegenen Betonschichte (σ_{bd}) sein. Nun beträgt im Maximum bei Hochbauten $s_{bd} = 42 \text{ kg/cm}^2$; es wird sonach, da die Druckarmierung vom Druckrande etwas abseits liegt, σ_{ed} noch etwas kleiner als $15 \times 42 = 630 \text{ kg/cm}^2$, also wesentlich kleiner als die gestattete Größe von $s_e = 1000 \text{ kg/cm}^2$ sein; für Straßenbrücken ergibt sich etwas ähnliches. Ungeachtet dieser nicht vollständigen Ausnützung des Eisens im Druckgurte wird der Gesamtaufwand an Eisen gegenüber einem gleich tragfähigen Balken von einfacher Armierung oft wesentlich geringer und sind daher die Verbundkörper mit doppelter Eiseneinlage unter Umständen, z. B. bei beschränkter Konstruktionshöhe, wirtschaftlich günstiger als einfach armierte Balken, wie später noch genauer gezeigt werden wird.

a) Die Überprüfung.

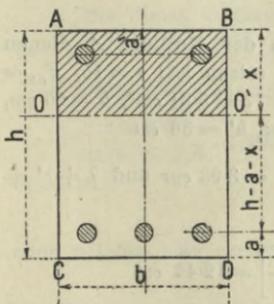
α) Verfahren A (ohne Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton), anzuwenden für alle Tragwerke im Hoch- und Brückenbau.

Die Spannungsverteilung in einem solchen Balken (Figur 34) ist in Figur 35 dargestellt. Zur Bestimmung des Nulllinienabstandes x dient Gl. 33).

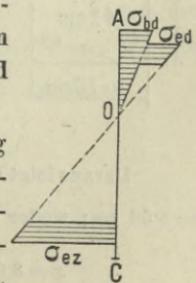
In diese ist einzusetzen

$$S_{bd} = \frac{1}{2} b x^2, \quad S_{ed} = F_{ed} (x - a'), \quad S_{ez} = F_{ez} (h' - x).$$

Figur 34.



Figur 35.



Die Bedingungsgleichung für x lautet somit:

$$\frac{1}{2} b x^2 + \nu F'_{ed} (x - a') = \nu F'_{ez} (h' - x)$$

oder

$$x^2 + \frac{2 \nu (F'_{ez} + F'_{ed})}{b} x = \frac{2 \nu}{b} [F'_{ed} a' + F'_{ez} h'].$$

Hieraus ergibt sich:

$$x = \frac{1}{b} [-\nu (F'_{ez} + F'_{ed}) + \sqrt{\nu^2 (F'_{ez} + F'_{ed})^2 + 2 \nu b (F'_{ed} a' + F'_{ez} h')}] \dots 60).$$

Mit den Bezeichnungen:

$$\frac{\nu F'_{ez}}{b} = \lambda, \quad \frac{\nu F'_{ed}}{b} = \lambda' \dots \dots \dots 61)$$

wird in einfacherer Schreibweise

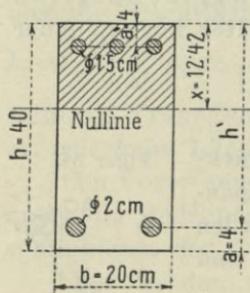
$$x = (\lambda + \lambda') \left[-1 + \sqrt{1 + 2 \frac{\lambda h' + \lambda' a'}{(\lambda + \lambda')^2}} \right] \dots \dots 62).$$

Für einreihige „schlaffe“ Eiseneinlagen ergibt sich aus den Gl. 12) und 17) mit Rücksicht auf den Wert

$$J_i = J_{bd} + \nu J_{ed} + \nu J_{ez} = \frac{1}{3} b x^3 + \left\{ \dots \dots \dots 63), \right. \\ \left. + \nu [F'_{ed} (x - a')^2 + F'_{ez} (h' - x)^2] \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{M x}{J_i}, \\ \sigma_{ez} &= \frac{\nu M (h' - x)}{J_i} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 64).$$

Figur 36.



Beispiel: Ein frei aufliegender Balken mit den Abmessungen nach Figur 36 habe ein größtes Biegemoment $M = 190000 \text{ kgcm}$ aufzunehmen; wie groß sind die Spannungen σ_{ez} und σ_{bd} ?

Zur Ermittlung der Lage der Nulllinie A dienen die Gl. 61) und 62), worin zu setzen ist: $\nu = 15$, $F'_{ez} = 2 \cdot 3 \cdot 14 = 6 \cdot 28 \text{ cm}^2$, $F'_{ed} = 3 \cdot 1 \cdot 77 = 5 \cdot 31 \text{ cm}^2$, $b = 20 \text{ cm}$, $h = 40 \text{ cm}$, $a = a' = 0 \cdot 1 h = 4 \text{ cm}$, $h' = 36 \text{ cm}$.

Daraus folgt $\lambda = \frac{15 \cdot 6 \cdot 28}{20} = 4 \cdot 71 \text{ cm}$, $\lambda' = \frac{15 \cdot 5 \cdot 31}{20} = 3 \cdot 98 \text{ cm}$ und $\lambda + \lambda' = 8 \cdot 69 \text{ cm}$; weiter wird

$$x = 8 \cdot 69 \left[-1 + \sqrt{1 + 2 \cdot \frac{4 \cdot 71 \cdot 36 + 3 \cdot 98 \cdot 4}{8 \cdot 69^2}} \right] = 12 \cdot 42 \text{ cm}.$$

Es ist somit $(x - a') = 8 \cdot 42 \text{ cm}$, $(h' - x) = 23 \cdot 58 \text{ cm}$ und daher nach Gl. 63)

$$J_i = \frac{1}{3} 20 \cdot 12 \cdot 42^3 + 15 \cdot 5 \cdot 31 \cdot 8 \cdot 42^2 + 15 \cdot 6 \cdot 28 \cdot 23 \cdot 58^2 = 70800 \text{ cm}^4.$$

Aus den Gl. 64) ergibt sich schließlich

$$\sigma_{bd} = \frac{190000 \cdot 12 \cdot 42}{70800} = 33 \cdot 3 \text{ kg/cm}^2 \text{ und}$$

$$\sigma_{ez} = \frac{15 \cdot 190000 \cdot 23 \cdot 58}{70800} = 948 \text{ kg/cm}^2 \text{ *)}$$

Handelt es sich um eine Hochbaukonstruktion, dann müßte nach HV. § 6, Abs. 1 der verwendete Beton mindestens 300 kg Portlandzement auf 1 m³ Gemenge aus Sand und Steinmaterial enthalten, da hierfür die zulässige Betondruckspannung (s. Tabelle Nr. 9, S. 172) $\sigma_{bd} = 33 \cdot 4 \text{ kg/cm}^2$ ist.

Bei Anordnung zweier oder mehrerer Scharen von Eiseneinlagen im Zug- oder Druckgurte ist in ähnlicher Weise, wie auf S. 33 gezeigt ist, vorzugehen.

Handelt es sich bei einer oder beiden Lagen der Armierungseisen um sogenannte „steife“ Formeisen, so ist das auf S. 34 Gesagte im sinngemäßer Weise zu beachten; es darf alsdann im allgemeinen in dem Ausdrucke für J_i das in Gl. 63) stillschweigend ausgelassene Glied J_e^0 , das ist die Summe der Trägheitsmomente der betreffenden Eisenflächen, bezogen auf ihre eigenen, zur Nulllinie parallelen Schwerachsen, nicht mehr vernachlässigt werden. Es gilt vielmehr für „steife“ Eiseneinlagen:

$$J_i = \frac{1}{3} b x^3 + \nu [F'_{ed} (x - a')^2 + F_{ez} (h' - x)^2] + \nu J_e^0 \dots 63a)$$

und (s. auch Figur 25)

*) Eine Kontrolle dieser Rechnungsergebnisse kann auch mittels der graphischen Hilfstafel, welche in dem Aufsätze „Hilfstafel und Näherungsformeln zur Berechnung doppelt armerter Balken und Plattenbalken“, von Professor J. Melan, Sonderdruck aus den „Technischen Blättern“, Prag 1907, enthalten ist, erfolgen, da in dem obigen Beispiele die für diese Hilfstafel gültigen Werte $a = a' = 0 \cdot 1 h$ zutreffen. Mit den daselbst gewählten Bezeichnungen α_u und α_o für die Armierungsziffern erhält man

$$\alpha_u = \frac{100 F'_{ez}}{b h} = 0 \cdot 785 \text{ und } \alpha_o = \frac{100 F_{ed}}{b h} = 0 \cdot 665.$$

Der diesen Ordinaten entsprechende Punkt liegt auf der $\left(\zeta = \frac{z}{d}\right)$ -Linie: 0:31 und auf der $(m = 0 \cdot 178 b d^2 \sigma_b)$ -Linie. Mit den obigen Bezeichnungen ist also $\frac{x}{h} = 0 \cdot 31$, d. h. $x = 0 \cdot 31 \cdot 40 = 12 \cdot 4 \text{ cm}$ und $M = 0 \cdot 178 b h^2 \sigma_{bd}$, somit

$$\sigma_{bd} = \frac{190000}{0 \cdot 178 \cdot 20 \cdot 40^2} = 33 \cdot 3 \text{ kg/cm}^2;$$

dann ist

$$k = \frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{15 (0 \cdot 9 - \zeta)}{\zeta}$$

oder mit den hier verwendeten Bezeichnungen

$$\frac{\sigma_{ez}}{\sigma_{bd}} = \frac{15 (h' - x)}{x} = 28 \cdot 5$$

und sodann $\sigma_{ez} = 28 \cdot 5 \cdot 33 \cdot 3 = 948 \text{ kg/cm}^2$.

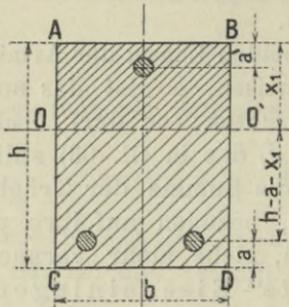
Die Kontrollwerte zeigen vollkommene Übereinstimmung mit den oben berechneten.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{Mx}{J_i}, \\ \tau_{ez} &= \frac{\nu M(h - a_u - x)}{J_i} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 64 a).$$

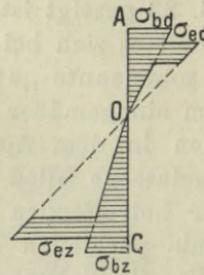
β) Verfahren B (mit Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton), anzuwenden für „besondere“ Hochbau- und für Brückentragwerke.

Das Spannungsbild des Balkens (Figur 37) ist in Figur 38 ersichtlich.

Figur 37.



Figur 38.



Der Nulllinienabstand x_1 bestimmt sich aus Gl. 6), in welche einzusetzen ist:

$$S_{bd} = \frac{1}{2} b x_1^2, \quad S_{bz} = \frac{1}{2} b (h - x_1)^2, \quad S_{ed} = F_{ed} (x_1 - a') \quad \text{und}$$

$$S_{ez} = F_{ez} (h' - x_1). \quad \text{Die Bedingungsgleichung für } x_1 \text{ lautet demnach:}$$

$$\frac{1}{2} b x_1^2 - \frac{1}{2} \mu b (h - x_1)^2 = \nu F_{ez} (h' - x_1) - \nu F_{ed} (x_1 - a').$$

Die Auflösung gibt:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -C + \sqrt{C^2 + D}, \\ C &= \frac{\mu b h + \nu (F_{ez} + F_{ed})}{b(1 - \mu)}, \\ D &= \frac{\mu b h^2 + 2\nu (F_{ez} h' + F_{ed} a')}{b(1 - \mu)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 65).$$

Mit den in den Vorschriften gegebenen Werten $\mu = 0,4$, $\nu = 15$ und nach Einführung der Hilfwerte Gl. 61): $\lambda = \frac{\nu F_{ez}}{b}$ und $\lambda' = \frac{\nu F_{ed}}{b}$ wird weiter

$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{1}{3} [2h + 5(\lambda + \lambda')], \\ D &= \frac{2}{3} [h^2 + 5(\lambda h' + \lambda' a')] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 66).$$

Die nachzuweisende größte Betonzugspannung (in der Schichte CD) ist sodann nach Gl. 13) für einreihige „schlaffe“ Eiseneinlagen

$$\sigma_{bz} = \frac{\mu M (h - x_1)}{J'_i},$$

wobei

$$J'_i = \frac{1}{3} b [x_1^3 + \mu (h - x_1)^3] + \nu [F_{ez} (h' - x_1)^2 + F_{ed} (x_1 - a')^2]$$

} 67).

Für den Fall, als die Eiseneinlagen in der Zug- oder Druckzone in zwei oder mehreren Scharen übereinander angeordnet sind, ist in ähnlicher Weise wie auf S. 33 erörtert ist, vorzugehen.

Für „steife“ Formeisen gilt das auf S. 34 diesbezüglich Gesagte; alsdann kommt im Ausdrucke für J'_i noch das Glied $\nu J'_e$ hiezu.

Wie aus den späterfolgenden Ausführungen erhellt, kann der rechnungsmäßige Nachweis der Betonzugspannungen bei sämtlichen, hinsichtlich der Armierungsziffern innerhalb praktischer Grenzen liegenden doppeltarmierten Rechteckbalken, bei welchen die vorgeschriebenen Grenzen der Betondruck- und Eisenzugspannungen eingehalten erscheinen, entfallen, so daß die Vorführung eines Beispielles überflüssig wird.

b) Das Entwerfen.

Beim Entwerfen doppelt armierter Balken sind die auf S. 60 ff. unterschiedenen Fälle α) und β) zu trennen. Ist die doppelte Armierung durch den Wechsel des Vorzeichens des äußeren Momentes bedingt, so empfiehlt es sich für die erste Annahme, jede Armierung für sich ohne Rücksicht auf die andere hinsichtlich der Zugspannungen zu bemessen; man kann indessen auch nach der auf S. 63 zitierten Abhandlung von Melan vorgehen, in welcher ein Verfahren zur direkten wirtschaftlichen Bemessung einer doppelten Armierung für Gewölbe, wo dieser Fall hauptsächlich eintritt, angegeben erscheint.

Bei den folgenden Berechnungen sollen hingegen nur Balken der Art β) betrachtet werden, also solche, die bei einer stärkeren als der einfachen und idealen Zugarmierung eine volle Ausnützung der letzteren gestatten, ohne daß hiebei die gestattete Betondruckspannung überschritten wird.

Mit Beziehung auf das bei den einfach armierten Balken auf S. 37 hinsichtlich der Wirtschaftlichkeit Gesagte liegt die Vermutung nahe, daß auch unter den doppelt armierten Balken der

hier betrachteten Art jene, bei denen die Eisenzug- und Betondruckspannung gleichzeitig die gestatteten Grenzwerte s_{ez} und s_{bd} erreichen und welche im folgenden doppelt und ideal armierte Balken genannt werden sollen, die wirtschaftlichsten sein werden; stellen sie doch bei größtmöglicher Ausnützung von Eisen auf Zug und Druck und von Beton auf Druck jene Balken dar, die bei verhältnismäßig größter Tragfähigkeit gerade noch den amtlichen Vorschriften genügen.

Eine Bestätigung für die Richtigkeit dieser Schlußfolgerung konnte einer Hilfstafel entnommen werden, welche von den Verfassern mit der Annahme $\alpha = \alpha' = 0.08$ und mit den durch die Vorschriften gegebenen Grenzwerten der Beton- und Eisen- spannungen auf Grund des in der Fußnote auf S. 63 angeführten Aufsatzes des Professors Melan angefertigt wurde, von deren Wiedergabe hier indessen mit Rücksicht auf den zur Verfügung stehenden Raum abgesehen wird. Diese Tafel zeigte, daß die doppelt und ideal armierten Balken mit jenen, welche unter allen doppelt armierten Balken von gleicher Tragfähigkeit den geringsten Gesamteisenaufwand haben, also die wirtschaftlichsten sind, hinsichtlich dieses Aufwandes mit großer Genauigkeit übereinstimmen.

Die vorliegende Aufgabe ist nun folgende. Es sind die Grenzwerte s_{bd} und s_{ez} sowie M gegeben und es soll ein entsprechender Rechteckbalken gesucht werden; in Betracht kommen die Werte b, h, a, a', F_{ez} und F_{ed} . Selbst wenn man a und a' nach praktischen Regeln als bestimmte Teile von h annimmt, bleiben noch immer vier Unbekannte, während nur die aus den zwei Gleichgewichtsbedingungen folgernden Gl. 60) und 64) zur Verfügung stehen. Man muß demnach noch zwei Größen, etwa b und h , annehmen und die Aufgabe lautet dann wie folgt:

Für einen Balken mit der Höhe h und der Breite b sind die Flächen F_{ez} und F_{ed} der unteren und oberen Eiseneinlagen so zu bestimmen, daß bei gegebenem äußeren Momente M die größten Betondruck- und Eisenzugspannungen die gestatteten Grenzwerte s_{bd} und s_{ez} erreichen.

Der betreffende Nulllinienabstand ist wieder durch Gl. 50) mit $x = \xi' h'$ gegeben, wobei nach Gl. 49)

$$\xi' = \frac{\nu s_{bd}}{s_{ez} + \nu s_{bd}} \text{ ist.}$$

Führt man diesen Wert in die Bedingungsgleichung für x (S. 62) sowie in die erste der Gl. 64) ein und setzt weiters

$$\frac{a'}{h} = \alpha' \dots \dots \dots 68),$$

so erhält man nach einiger Umformung

$$\begin{aligned} \nu(1 - \xi') F_{ez} - \nu \left(\xi' - \frac{\alpha'}{1 - \alpha} \right) F_{ed} &= \frac{1}{2} b \xi'^2 h', \\ \nu(1 - \xi')^2 F_{ez} + \nu \left(\xi' - \frac{\alpha'}{1 - \alpha} \right)^2 F_{ed} &= \frac{\xi' M}{h' s_{bd}} - \frac{1}{3} b \xi'^3 h'. \end{aligned}$$

Aus diesen beiden Gleichungen wird:

$$\left. \begin{aligned} F_{ez} &= \frac{\xi' \left[M + \frac{1}{6} \xi' \left(\xi' - \frac{3\alpha'}{1 - \alpha} \right) s_{bd} b h'^2 \right]}{\nu(1 - \xi') \left(1 - \frac{\alpha'}{1 - \alpha} \right) s_{bd} h'} \\ F_{ed} &= \frac{\xi' \left[M - \frac{1}{6} \xi' (3 - \xi') s_{bd} b h'^2 \right]}{\nu \left(1 - \frac{\alpha'}{1 - \alpha} \right) \left(\xi' - \frac{\alpha'}{1 - \alpha} \right) s_{bd} h'} \end{aligned} \right\} \dots \dots 69).$$

Diese Gleichungen geben einen klaren Einblick in die erstmalig von Dr. M. Milankovitch*) gezeigten einfachen Beziehungen, wie sie bei dieser Tragwerksart bestehen. Man ersieht vorerst, daß die notwendigen Eisenzug- und Eisendruckflächen sich mit dem Tragmomente geradlinig ändern, sobald die Betonfläche und die Grenzwerte s_{bd} und s_{ez} konstant bleiben. Daher gehört unter den gleichen Voraussetzungen zu jedem, jeweilig einem bestimmten Momente entsprechenden F_{ez} , dessen Armierungsziffer

$$p_z = \frac{100 F_{ez}}{b h}$$

natürlich größer sein muß als die nach den Gl. 54) und 55) festgelegte Ziffer der einfachen und idealen Armierung p , nur ein einziges F_{ed} und zwar mit einer Armierungsziffer

$$p_d = \frac{100 F_{ed}}{b h}.$$

Dieses F_{ed} soll im folgenden, die (einer bestimmten Zugarmierung beigeordnete) ideale Druckarmierung genannt werden, obschon die betreffende Spannung σ_{ed} (im Gegensatz zu σ_{ez}) unter dem zulässigen Wert s_e bleibt, da sie, wie bereits auf S. 61 bemerkt wurde, auf der Druckseite niemals vollständig ausgenützt werden kann.

*) Dr. M. Milankovitch, „Beitrag zur Theorie der Beton-Eisträger“, Wien 1905.

Aus Gl. 69) ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} F_{ed} &= \frac{1 - \xi'}{\xi' - \frac{\alpha'}{1 - \alpha}} \cdot F_{ez} - \frac{\xi'^2 b h'}{2 \nu \left(\xi' - \frac{\alpha'}{1 - \alpha} \right)}, \\ p_d &= \frac{1 - \xi'}{\xi' - \frac{\alpha'}{1 - \alpha}} \cdot p_z - \frac{50 \xi'^2 (1 - \alpha)}{\nu \left(\xi' - \frac{\alpha'}{1 - \alpha} \right)} \end{aligned} \right\} \dots 70).$$

Während also bei den einfach und ideal armierten Balken die Ziffer der idealen Armierung i_p durch die Maßverhältnisse des Betonquerschnittes und die Grenzwerte s_{ez} und s_{bd} allein bestimmt ist, also das Tragemoment auf diese Größe keinen Einfluß nimmt, hat man es bei den doppelt und ideal armierten Balken mit unendlich vielen einander zugehörigen, durch die Gl. 70) festgelegten Paaren von p_z und p_d zu tun, die jeweilig zu einem bestimmten Momente gehören, wobei jedoch $p_z > i_p$ sein muß.

Man erhält diesen Wert i_p als ein p_z , dem ein $p_d = 0$ zugeordnet ist, aus den Gl. 70); derselbe stimmt mit dem aus den Gl. 54) und 55) für einfach und ideal armierte Balken ermittelten Werte überein und beträgt

$$i_p = \frac{50 \xi'^2 (1 - \alpha)}{\nu (1 - \xi')}.$$

Damit eine doppelte und ideale Armierung überhaupt möglich ist, muß $M \geq \frac{\xi'}{6} (3 - \xi') b h'^2 s_{bd}$ sein, d. h. es muß

$$\left. \begin{aligned} h' &\leq \sqrt{\frac{6 M}{\xi' (3 - \xi') b s_{bd}}} \\ \text{oder} \\ b &\leq \frac{6 M}{\xi' (3 - \xi') h'^2 s_{bd}} \end{aligned} \right\} \dots 71)$$

angenommen werden.

Beispiel. Es sei die Aufgabe gestellt, den unter 5b) der Beispiele für die einfach armierten Balken (S. 53) gegebenen Träger, für den sich $p > i_p$ herausstellte, doppelt und ideal zu armieren.

Das Kriterium für die Anwendbarkeit einer doppelten und idealen Armierung (Gl. 71) ergibt mit $M = 190000 \text{ kgcm}$, $b = 20 \text{ cm}$, $s_{bd} = 32 \text{ kg/cm}^2$, daß

$$h' \leq \sqrt{\frac{6 \cdot 190000}{\xi' (3 - \xi') \cdot 20 \cdot 32}} \text{ gewählt werden muß.}$$

Aus Tabelle Nr. 2, S. 45 folgt $\xi' = \frac{x}{h'} = 0.3243$, mit welcher Ziffer sich ergibt

$h' \leq 45.3 \text{ cm}$ oder wegen $\alpha = 0.08 \dots h \leq \frac{45.3}{0.92} = 49.2 \text{ cm}$. Der vorliegende Balken mit $h = 40 \text{ cm}$ ($h' = 0.92 \cdot 40 = 36.8 \text{ cm}$) kann daher doppelt und ideal armiert werden.

Nach Gl. 69 erhält man

$$F_{e_z} = \frac{0.3243 \left[190000 + \frac{0.3243}{6} \left(0.3243 - \frac{0.24}{0.92} \right) 32.20.36.8^2 \right]}{15.0.6757 \left(1 - \frac{0.08}{0.92} \right) \cdot 32.36.8} = 5.74 \text{ cm}^2.$$

Nach Gl. 70 ist nun

$$F_{e_d} = \frac{0.6757}{0.3243 - \frac{0.08}{0.92}} 5.74 - \frac{0.3243^2 \cdot 20.36.8}{30 \left(0.3243 - \frac{0.08}{0.92} \right)} = 5.48 \text{ cm}^2.$$

Dem Eisenaufwand entspricht hier

$$p = p_z + p_d = \frac{100.5.74}{20.40} + \frac{100.5.48}{20.40} = 0.72 + 0.68 = 1.40.$$

Für den gleich tragfähigen, einfach armierten Balken (s. S. 53) ergab sich $p = 1.9$; dies zeigt den bedeutenden wirtschaftlichen Vorteil der doppelt und ideal armierten Balken für jene Fälle, in welchen die ideale Armierung für einen einfach armierten Balken nicht mehr ausreicht.

Beim Entwerfen doppelt armerter Balken oder Platten muß indessen bei „besonderen“ Hochbau- und bei Brückentragwerken auch darauf Bedacht genommen werden, daß die zulässigen Betonzugspannungen eingehalten werden. Um hierüber Anhaltspunkte zu gewinnen, soll zunächst auch hier eine Untersuchung — ähnlich der früher für die einfach und ideal armierten Balken angestellten — vorgenommen und soll für doppelt und ideal armierte Balken oder Platten das Verhältnis der Zugspannung σ_{b_z} (nach Verfahren B berechnet) zur Betondruckspannung σ_{b_d} (nach Verfahren A ermittelt) bestimmt werden.

Die zur idealen Armierung erforderlichen Eisenflächen F_{e_z} und F_{e_d} sind durch die Gl. 69) gegeben. Setzt man diese Werte in die erste der Gl. 64) und in Gl. 67) ein, so erhält man M einmal als Funktion von σ_{b_d} und das anderemal als Funktion von σ_{b_z} ; durch Gleichstellung dieser Ausdrücke gewinnt man das Verhältnis $\sigma_{b_z} : \sigma_{b_d}$, das nun mit dem laut der amtlichen Vorschriften gestatteten Werte verglichen werden kann.

Zur Klarlegung der bei doppelt und ideal armierten Balken auftretenden Verhältnisse ist die bereits bei den einfach armierten Balken mit Erfolg verwendete Tafel Nr. 1 zu benutzen; sie dient zur Überprüfung und zum Entwerfen nur solcher Balken mit doppelter Eiseneinlage, die gleichzeitig ideal armiert sind.

Es soll hier ausdrücklich hervorgehoben werden, daß absolute Werte dieser Tafel nur für jene Fälle, bei denen

$$\alpha = \alpha' = \frac{a}{h} = \frac{a'}{h} = 0.08 \text{ ist, entnommen werden dürfen, und daß}$$

in allen anderen Fällen die Gl. 61) bis 64) bzw. Gl. 69) und 70) zu verwenden sind.

Die im halben Maßstab der p_z aufgetragenen Ordinaten der Geraden IX geben die Ziffer der idealen Druckarmierung p_d an, welche einem jeweiligen $p_z > p$ zugeordnet ist. Das Anwachsen der p_d gegenüber den p_z ist gegeben durch Gl. 70) mit

$$\frac{dp_d}{dp_z} = \frac{1 - \xi'}{\xi' - \frac{\alpha'}{1 - \alpha}} \dots \dots \dots 72)$$

und beträgt für Hochbauten

im Mischungsverhältnis	470 kg/m ³	2·048,
„ „	350 kg/m ³	2·382,
„ „	280 kg/m ³	2·848.

Jede Druckarmierungsziffer, die — einem bestimmten p_z zugeordnet — größer als das betreffende p_d ist, läßt bei Ausnützung

des $\left\{ \begin{array}{l} \text{Eisens auf Zug} \\ \text{Betons auf Druck} \end{array} \right\}$ die Ausnützung des $\left\{ \begin{array}{l} \text{Betons auf Druck} \\ \text{Eisens auf Zug} \end{array} \right\}$

nicht zu, oder anders gesagt, die den $p_z > p$ zugeordneten p_d vermögen die bei einfacher Armierung nach den Kurven II auftretenden Betondruckspannungen, welche einer vollen, aber in diesem Falle nicht zulässigen Ausnützung des Eisens auf Zug nach den Geraden III entsprechen, auf die zulässige Grenze s_{bd} herabzudrücken. Gleichzeitig werden die nach den Kurven V bei demselben Tragwerke auftretenden Betonzugspannungen ermäßigt.

In der Tafel Nr. 1 ist für das Mischungsverhältnis 1 : 5 die Kurve X der $\frac{\sigma_{bz}}{s_{bd}}$ eingetragen. Diese Kurve X dient nur zum Nachweis, daß bei doppelt und ideal armierten Balken und damit auch für alle doppelt armierten Balken, die den Vorschriften entsprechen und deren Armierungsziffern innerhalb praktischer Grenzen bleiben, die rechnermäßigen Betonzugspannungen σ_{bz} den zulässigen Grenzwert s_{bz} niemals erreichen. Es wird daher auch nicht nötig sein, σ_{bz} rechnerisch nachzuweisen. Aus der Lage der Kurve X ersieht man nämlich, daß selbst bei $p_z = 1.7$ und gleichzeitigem $p_d = 3.49$, also bei einem Gesamteisenaufwande von 5.2% das nach S. 65 bestimmte, rechnermäßig vorhandene $\sigma_{bz} = 0.656 s_{bd}$ noch nicht den gestatteten Grenzwert $s_{bz} = 0.6875 s_{bd}$ (Gerade VI) erreicht hat. Auch ist aus der Lage der Kurven V gegenüber den Geraden VI ohneweiters ersichtlich, daß für die

Mischungsverhältnisse *b*) 350 kg/m³ und *c*) 280 kg/m³ die Erreichung des zulässigen Grenzwertes $s_{b,z}$ erst bei noch bedeutend höheren Armierungsziffern eintritt.

Daß $\sigma_{b,z} < s_{b,z}$ auch für doppeltarmierte Balken, deren Druckarmierungsziffer kleiner als p_d ist, gilt, ist auch ohne rechnerischen Nachweis einzusehen; eine Ermäßigung der Druckarmierungsziffer unter p_d hat nämlich bei gleichbleibendem p_z und bei Einhaltung der zulässigen Betondruckspannung $s_{b,d}$ ein Kleinerwerden des rechnungsmäßigen $\sigma_{b,z}$ zur Folge, da hiedurch das in erster Linie einflußnehmende Tragmoment kleiner wird. (Vergl. weiter unten die Lage der Geraden XI gegenüber Kurve VII).

Doppeltarmierte Balken aber, deren Druckarmierungsziffer größer als p_d ist, gelangen wohl nicht zur Anwendung, da dies nicht dem Zwecke derselben entsprechen würde und einer Verschwendung an Druckeinlagen gleichkäme. Auf solche Balken wird daher nicht weiter eingegangen.

Die Geraden XI stellen die Beziehung zwischen dem Tragmoment für doppelt und ideal armierte Balken und dem zulässigen $s_{b,d}$ sowie den Balkenabmessungen dar.

Es treten somit die Werte der Kurven IX, X und XI gleichzeitig bei der vollen Ausnützung der doppelt und ideal armierten Balken auf.

Die bereits erwähnte geradlinige Änderung des Tragmomentes mit der Armierungsziffer p_z bzw. p_d ist nach Gl. 69) ausgedrückt durch

$$\frac{dM}{dp_z} = \frac{\nu}{100 \xi'} \left(1 - \frac{\alpha'}{1 - \alpha} \right) (1 - \xi') b h h' s_{b,d}.$$

Dies ergibt für $\nu = 15$, $\alpha = \alpha' = 0.08$ und $h' = 0.92 h$

$$\frac{dM}{dp_z} = 0.126 \frac{1 - \xi'}{\xi'} b h^2 s_{b,d}.$$

Mit $\xi' = \frac{x}{h'}$ aus Tabelle Nr. 2, S. 45 wird die einem $\Delta p_z = 1.0$ entsprechende Änderung ΔM des Momentes und zwar für Hochbauten:

für das Mischungsverhältnis:

a) 470 kg/m³ . . . $\Delta M = 0.1998 b h^2 s_{b,d}$

b) 350 kg/m³ . . . $\Delta M = 0.2268 b h^2 s_{b,d}$

c) 280 kg/m³ . . . $\Delta M = 0.2623 b h^2 s_{b,d}$

Aus der hieraus bestimmten Lage der Geraden XI gegenüber der Kurve VII ist die bedeutende Erhöhung des Tragmomentes

infolge der idealen Druckarmierung gegenüber einem einfach armierten Balken, dessen $p_z > 'p$ ist, deutlich zu ersehen.

Die Kurven VIII und XI geben die mit den Armierungsziffern $p_z = 0.3$ bis 2.0 überhaupt erreichbaren Tragmomente von Balken mit gegebenen Abmessungen b, h an, wobei aber von $p_z = 'p$ aufwärts die Zugabe einer „idealen“ Druckarmierung im Ausmaße p_d erforderlich ist.

Beispiel für die Verwendung der Tafel Nr. 1. Kontrolle des auf S. 68 rechnerisch durchgeführten Beispiels.

Es beträgt:

$$\frac{M}{b h^2 s_{bd}} = \frac{190000}{20.40^2 \cdot 32} = 0.186;$$

dem entspricht nach Kurve XI für eine Hochbaukonstruktion im Mischungsverhältnisse $280 \text{ kg/cm}^2 \dots p_z = 0.72$ und $p_d = 0.68$, so daß

$$F_{ez} = 0.0072 \cdot 20.40 = 5.76 \text{ cm}^2$$

und

$$F_{ed} = 0.0068 \cdot 20.40 = 5.44 \text{ cm}^2$$

nötig wird. Diese Werte stimmen befriedigend mit den gerechneten überein.

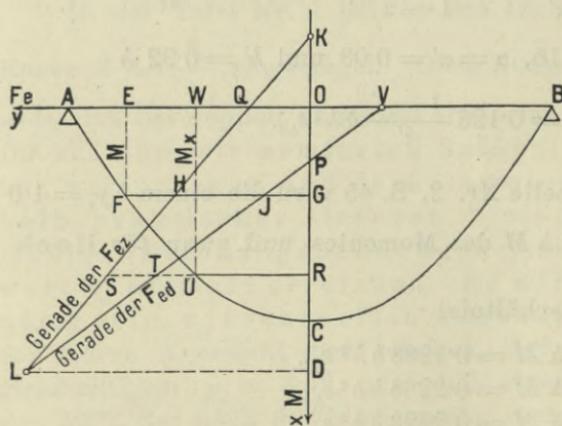
Aus dem Vergleich der umständlichen rechnerischen Ermittlung nach Gl. 69) und derjenigen mittels der Tafel Nr. 1 ist der große Vorteil der letzteren zu ersehen.

c) Ermittlung der Länge der Eiseneinlagen (Materialverteilung) mit Rücksicht auf die Momente.

Die Eiseneinlagen doppelt armierter Träger können entsprechend den äußeren Momenten veränderlich gestaltet werden

in der Weise, daß nicht alle Armierungseisen über die ganze Länge durchlaufen, sondern einzelne an den Stellen geringerer Momente aufhören. In ähnlicher Weise, wie dies oben bei den Balken mit einfacher Einlage gezeigt wurde, kann die Austeilung der Eisen (bei Trägern von überall gleicher Höhe h) einfach und übersichtlich

Figur 96. 39



mittels einer sogenannten Materialverteilung durchgeführt werden. Der einzuschlagende Vorgang werde an einem frei auf-

liegenden Träger gezeigt, von welchem die Linie der Maximalmomente ACB (Figur 39) als bekannt betrachtet wird. Die Beziehungen zwischen F_{ez} und M sowie zwischen F_{ed} und M (Gl. 69) haben für ideal armierte Balken im allgemeinen die Form

$$\begin{aligned} F_{ez} &= C_1 M + C_2, \\ F_{ed} &= C_3 M + C_4, \end{aligned}$$

sind also, wie schon früher erwähnt, linearer Natur und können daher durch Gerade dargestellt werden. Faßt man Ox als Ordinatenachse (Achse der Momente) und Oy als Abszissenachse (Achse der F_{ez} und F_{ed}) auf, so mögen KL die Gerade der F_{ez} und PL jene der F_{ed} darstellen.

Diese Geraden werden am einfachsten gefunden, wenn man M einmal den Wert Null, ein anderesmal einen beliebigen Wert M_1 , etwa jenen, für welchen $F_{ez} = F_{ed}$, also $M_1 = \frac{C_4 - C_2}{C_1 - C_3}$ wird, beilegt und die zugehörigen F_{ez} und F_{ed} aus den Gl. 69) berechnet. Macht man $\overline{OQ} = \varphi_0 = C_2$, $\overline{DL} = \varphi_e = C_1 M_1 + C_2$, $\overline{OV} = \varphi'_0 = C_4$ und $\overline{OD} = M_1$, so erhält man die Geraden QL und VL als Darstellung der F_{ez} und F_{ed} .

Man sieht, daß erst bei einem Moment \overline{OP} eine doppelte Armierung notwendig wird. Einem beliebigen Momente, etwa $M = \overline{EF}$, entsprechen also bei doppelter und idealer Armierung, die durch die gegebenen Grenzwerte s_{bd} und s_{ez} festgelegt ist und in der Lage der F_e -Geraden ihren Ausdruck findet, die Flächen $F_{ez} = \overline{GH}$ und $F_{ed} = \overline{GJ}$.

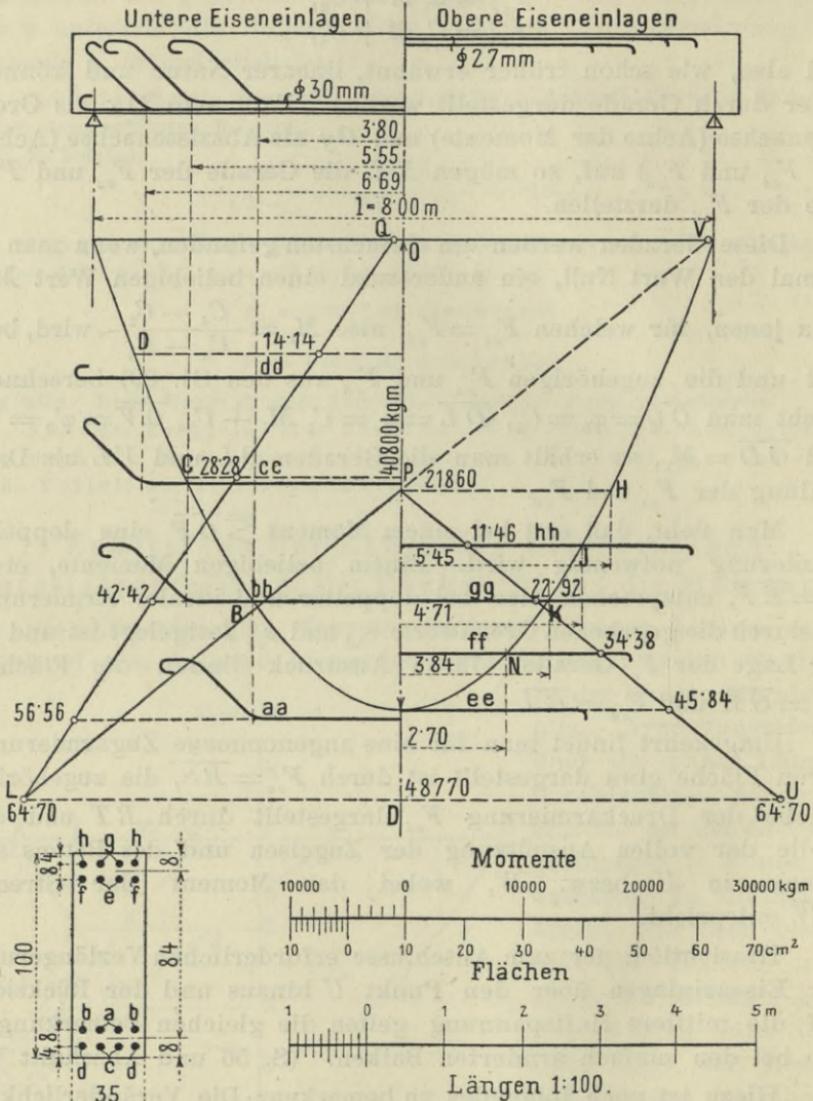
Umgekehrt findet man für eine angenommene Zugarmierung, deren Fläche etwa dargestellt ist durch $F_{ez} = \overline{RS}$, die zugehörige Fläche der Druckarmierung F_{ed} dargestellt durch \overline{RT} und die Stelle der vollen Ausnützung der Zugsisen und des Betons auf Druck in U bzw. W , wobei das Moment der Strecke \overline{UW} entspricht.

Hinsichtlich der zum Anschlusse erforderlichen Verlängerung der Eiseneinlagen über den Punkt U hinaus und der Rücksicht auf die mittlere Haftspannung gelten die gleichen Bemerkungen wie bei den einfach armierten Balken. (S. 56 und Abschnitt V.)

Hiezu ist noch folgendes zu bemerken: Die Veränderlichkeit der Eisenflächen F_{ez} und F_{ed} ist praktisch genommen dadurch gegeben, daß der größte bezügliche Querschnitt von F_{ez} aus etwa n gleichen Stäben (Rundeisen, Knoteneisen u. s. w.), jener von F_{ed} etwa aus m gleichen Stäben hergestellt wird, von denen mit der Ver-

änderlichkeit des Momentes M einzelne wegzulassen sind. An ein- und derselben Stelle, also bei einem gewissen Momente M_x , entspricht nach dem obigen einer verringerten Fläche F'_{ed} eine vollkommen

Figur 40.



bestimmte Fläche der Druckarmierung F'_{ed} . Es wird nun wegen der nur nach $\frac{1}{m} F_e$ möglichen Veränderung von F'_{ed} meist nicht möglich sein, den im Punkte M_x erforderlichen Querschnitt F'_{ed}

genau in dieser Größe anzuordnen, sondern man wird genötigt sein, die nächst größere erzielbare Fläche herzustellen.

Beispiel. Der in dem Beispiele S. 57 dargestellte Betonbalken soll derart armiert werden, daß er eine gleichförmige Last von $q = 5100 \text{ kg/m}$ zu tragen vermag. (Figur 40.)

Das äußere Moment in der Balkenmitte ist

$$M = \frac{1}{8} \cdot 8^2 \cdot 5100 = 40800 \text{ kgm.}$$

Die erforderliche Höhe h' für einfache und ideale Armierung wäre nach Tabelle Nr. 2, S. 45 (Hochbauträger, Mischungsverhältnis 470 kg/m^3):

$$h' = 0.3761 \sqrt{\frac{M}{b}} = 128.4 \text{ cm, also } h \text{ etwa } \frac{h'}{0.92} = 140 \text{ cm; da für } h \text{ nur } 100 \text{ cm zur Ver-}$$

fügung stehen, so muß eine doppelte Armierung angeordnet werden. Für diese werde angenommen $a = a' = 8 \text{ cm}$, also $\alpha = \alpha' = 0.08$; für ideale Armierung wäre nach den Vorschriften $s_{bd} = 42$, $s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$. Eine annähernde Vorberechnung hat indessen ergeben, daß die Zugseisen in 2 Scharen übereinander angeordnet werden müssen; um zu vermeiden, daß die Eisenspannung in der äußersten Eisenschicht größer als zulässig wird, muß die Spannung s_{ez} , welche sich auf den Schwerpunkt des ganzen Eisenquerschnittes bezieht, entsprechend kleiner angenommen werden.*) Hiefür wird demnach schätzungsweise $s_{ez} = 920 \text{ kg/cm}^2$ gesetzt, wonach gemäß Gl. 49)

$$\xi = \frac{15.42}{920 + 15.42} = 0.4064 \text{ wird. Mit } b = 35 \text{ cm und } h' = 92 \text{ cm nehmen die Gl. 69) die Form an:}$$

$$F_{ez} = 0.00001294 M + 1.59,$$

$$F_{ed} = 0.00002404 M - 52.55.$$

Für $M = 4080000 \text{ kgcm}$ ergibt sich

$$F_{ez} = 54.38 \text{ cm}^2, F_{ed} = 45.54 \text{ cm}^2.$$

Angeordnet werden für F_{ez} : 8 Rundeisen von 30 mm Durchmesser, zusammen $8 \times 7.07 = 56.56 \text{ cm}^2$, für F_{ed} : 8 Rundeisen von 27 mm Durchmesser, zusammen $8 \times 5.73 = 45.84 \text{ cm}^2$.

Behufs Veränderung des Querschnittes sollen stufenweise je zwei Eisen in der aus Figur 40 ersichtlichen Weise weggelassen werden; hiedurch entstehen im Zuggurte Eisenflächen von 56.56, 42.42, 28.28 und 14.14 cm^2 , im Druckgurte solche von 45.84, 34.38, 22.92 und 11.46 cm^2 . Es handelt sich nun um die Bestimmung der theoretischen Längen der Eiseneinlagen.

Zum Zeichnen der beiden Geraden, welche den Zusammenhang zwischen den erforderlichen Eisenflächen und M darstellen, dienen folgende Werte, welche nach den, in Figur 40 ersichtlichen Maßstäben eingetragen wurden.

$$\text{Für } M = 0 \dots F_{ez} = 1.59 \text{ cm}^2 = \overline{OQ},$$

$$\text{,, } M = 0 \dots F_{ed} = -52.55 \text{ cm}^2 = \overline{OY},$$

*) An dieser Stelle möge darauf aufmerksam gemacht werden, daß die Resultierende der Zugkräfte der beiden Eisenscharen nicht durch den Schwerpunkt des ganzen Eisenquerschnittes hindurch geht und daß sie vielmehr wegen der Verschiedenheit der Spannungen in den beiden Scharen etwas tiefer liegt. Für die Bestimmung des Hebelsarmes des inneren Momentes bzw. der gesamten Eisenzugkraft wäre somit streng genommen nicht der Schwerpunkt des ganzen Eisenquerschnittes sondern der Zugmittelpunkt maßgebend. Die Abweichungen sind indessen unwesentlich.

$$\text{Für } F_{ed} = 0 \dots M = 21860 \text{ kgm} = \overline{OP}.$$

$$\text{Für } M = 48770 \text{ kgm} : F_{ez} = F_{ed} = 64 \cdot 7 \text{ cm}^2 = \overline{DL}.$$

Hiernach sind die beiden Geraden QL und VL gezeichnet. Trägt man die Abszissen gleich den oben berechneten verschiedenen Flächen in diese Geraden ein, so erhält man Horizontale, welche auf der Ordinatenachse die betreffenden Tragmomente abschneiden und in ihren Schnittpunkten B, C, D, N, K, J mit der Momentenlinie die theoretischen Längen der Eiseneinlagen bestimmen.

In Figur 40 ist der Deutlichkeit halber die Materialverteilung der Eisen im Zuggurte links, jene der Einlagen im Druckgurte rechts aufgetragen.

Zu bemerken ist noch, daß die Länge der oberen Einlagen hh durch die Gerade PH gegeben ist, wobei OP jenes Moment bezeichnet, bei welchem noch keine obere Armierung erforderlich ist; ferner kann die Länge der unteren Einlagen dd und cc , da bei alleinigem Vorhandensein derselben nur ein einfach armierter Träger vorliegt, nicht mittels der Geraden QL bestimmt werden, sondern ist hiefür wie für einfach armierte Träger (s. Beispiel S. 57) vorzugehen. Die theoretischen Längen der Einlagen sind in Figur 40 eingeschrieben.

4. Plattenbalken (Rippenplatten) mit einfacher Eiseneinlage.

Das große Anwendungsgebiet, das sich die Plattenbalken unter den Tragwerken aus Eisenbeton gesichert haben, verdanken sie der wirtschaftlichen Anordnung der verwendeten Betonmassen. Um an denselben bei größeren Tragmomenten zu sparen, hat man nämlich den Beton der Zugseite, auf dessen Wirkung nicht unbedingt gerechnet werden darf und den man daher nach dem Verfahren *A* rechnungsmäßig bei der Aufnahme von Normalzugspannungen nicht berücksichtigt, nur in einzelnen Rippen von solcher Breite angeordnet, als es die Einbettung der Zugeisen erfordert. Auch die Heranziehung der ohnedies als Decke notwendigen Platte zur Aufnahme der Druckspannungen muß schon ohne rechnungsmäßigen Nachweis einen von Haus aus erkennbaren wirtschaftlichen Vorteil bringen. Dem Beton der Rippe verbleibt somit, ähnlich wie dem Stehblech vollwandiger Eisenträger, mehr oder minder die Rolle der Aufnahme der Querkräfte.

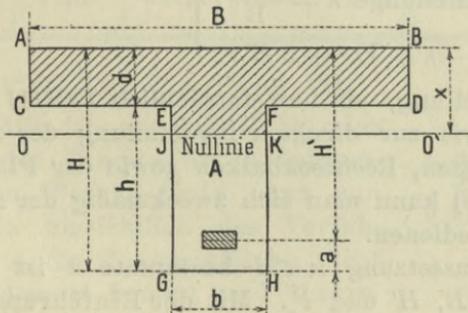
Diese Anordnung hat aber nicht nur unmittelbar, sondern wegen des bedeutend verminderten Eigengewichtes auch mittelbar eine Materialersparnis an Beton und Eisen zur Folge; dem Eisen kommt überdies auch gegenüber den Platten seine größere Entfernung von der Druckzone zu gute. Nur für kleine Tragmomente werden Platten oder Rechteckbalken wirtschaftlicher ausfallen, da dann die Materialersparnis die Verteuerung an Schalung nicht aufzuwiegen vermag.

In den amtlichen Vorschriften für Hochbauten (HV. § 5, Abs. 12) sind Bestimmungen enthalten, welche jene Plattenbreite

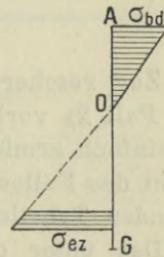
begrenzen, die bei der statischen Berechnung von Plattenbalken einbezogen werden darf. Hiernach darf diese als mitwirkend in Rechnung zu ziehende Breite nach jeder Seite, von der Rippenachse aus, nicht größer als die vierfache Rippenbreite oder als die achtfache Plattendicke oder endlich als die zugehörige Achsenentfernung der Rippen angenommen werden, wobei das kleinste dieser Maße zu wählen ist. Überdies dürfen Platten von Plattenbalken nicht als mitwirkend in Rechnung gestellt werden, wenn deren kleinste Dicke bei Hochbauten weniger als 6 cm, bei Straßenbrücken (BV. § 5, Abs. 10) weniger als 8 cm beträgt.

Für „besondere“ Hochbauten und für Brücken sind in gleichen Belangen gemäß HV. § 5, Abs. 9, BV. § 5, Abs. 7. bestimmte rechnungsmäßige Betonzugspannungen s_{bz} einzuhalten, was, wie später gezeigt werden wird, zur Folge hat, daß die Rippenbreite nicht zu sehr beschränkt bzw. die Verlagsweite der Rippen nicht zu groß werden darf; dadurch wird gleichzeitig das übermäßige Anwachsen der Schubspannungen beim Anschluß der Rippe an die Platte hintangehalten.

Figur 41.



Figur 42.



Die maßgebenden Abmessungen eines Plattenbalkens sind (Figur 41): Die Gesamthöhe H , Rippenhöhe h , Plattendicke d , Plattenbreite B , Rippenbreite b und Eisenfläche F_e mit ihrem Schwerpunktsabstande a von der Zugkante. Mit den Bezeichnungen

$$\frac{b}{B} = \beta, \quad \frac{d}{H} = \delta \dots \dots \dots 73)$$

erhält man für die Armierungsziffer p der Eiseneinlagen, bezogen auf die ganze Fläche des Plattenbalkens

$$p = \frac{100 F_e}{B d + b h} = \frac{100 F_e}{B H} \cdot \frac{1}{\beta + \delta (1 - \beta)} \dots \dots \dots 74).$$

a) Die Überprüfung.

a) Verfahren A (ohne Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton), anzuwenden für alle Tragwerke im Hoch- und Brückenbau.

Die Spannungsverteilung ist in Figur 42 ersichtlich. Es handelt sich zunächst wieder um die Lage der Nulllinie A bezw. um die Bestimmung des Abstandes x derselben von der Druckkante. Hierbei können zwei Fälle eintreten; entweder fällt 1) die Nulllinie in die Platte $ABCD$ oder 2) sie schneidet die Rippe $EFGH$. Je nach der Länge 1) oder 2) sind andere Formeln zur Berechnung der Größen σ_{bd} und σ_{ez} erforderlich.

Fällt die Nulllinie in die Plattenunterkante ($x = d$), so kann dies als Grenzfall zwischen 1) und 2) aufgefaßt werden. Um zu bestimmen, welcher der zwei Fälle vorliegt, empfiehlt es sich, x vor allem unter der Annahme des Falles 1) zu bestimmen; es gilt dann Gl. 36) mit entsprechender Änderung der Buchstaben, so daß wird:

$$x = \frac{\nu F_e}{B} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 B H'}{\nu F_e}} \right] \left. \begin{array}{l} \text{oder (mit Benützung der Hilfslänge } \lambda = \frac{\nu F_e}{B} \text{)} \\ x = -\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 2 H' \lambda} \end{array} \right\} \dots \dots \dots 75).$$

Zur rascheren Beurteilung, ob nun tatsächlich Fall 1) oder etwa Fall 2) vorliegt, sowie zur direkten Bestimmung des x für alle einfach armierten Platten, Rechteckbalken sowie der Plattenbalken des Falles 1) ($x < d$) kann man sich zweckmäßig der nachstehenden Tabelle Nr. 3 bedienen.

Das unter der Voraussetzung $x < d$ bestimmte x ist nach Gl. 75) nur abhängig von B , H' und F_e . Mit der Einführung der Verhältniszahl $\zeta' = \frac{x}{H'}$, sowie einer auf die Fläche $B H'$ bezogenen

Armierungsziffer $p' = \frac{100 F_e}{B H'}$ erhält man

$$\zeta' = \frac{\nu p'}{100} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{200}{\nu \psi}} \right]$$

und mit $\nu = 15$ schließlich

$$\zeta' = f(p') = \sqrt{(0.15 p')^2 + 0.3 p'} - 0.15 p' \dots \dots 76).$$

Die Tabelle gibt für eine Reihe von p' -Werten innerhalb praktischer Grenzen die ζ' an; Zwischenwerte können mit genügender Genauigkeit geradlinig eingeschaltet werden.

Ergibt sich $x = \zeta' H'$ kleiner als d (Fall 1), so ist dieser Wert von x bereits der richtige; ist hingegen das gefundene $\zeta' H' > d$, so bedeutet dies, daß man es mit dem Falle 2): $x > d$ zu tun hat und daß die richtige Lage der Nulllinie aus der später folgenden Gl. 79) zu bestimmen ist.

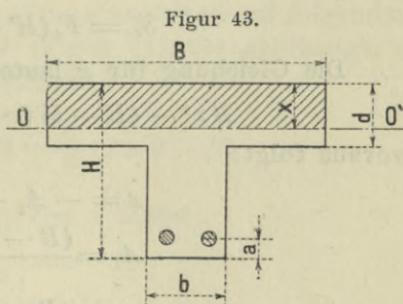
Tabelle Nr. 3.

Entfernung der Nulllinie $x = \zeta' H'$ von der Druckkante bei einfach armierten Balken, Platten und Plattenbalken (bei letzteren für $x < d$) mit der „nutzbaren“ Höhe H' .

p'	ζ'	Δ_1	p'	ζ'	Δ_1	p'	ζ'	Δ_1
0·0	0·0	0·0745	0·25	0·2389	0·0195	0·65	0·3547	0·0104
0·02	0·0745	0·0292	0·30	0·2584	0·0174	0·70	0·3651	0·0099
0·04	0·1037	0·0218	0·35	0·2758	0·0158	0·75	0·3750	0·0094
0·06	0·1255	0·0179	0·40	0·2916	0·0145	0·80	0·3844	0·0089
0·08	0·1434	0·0154	0·45	0·3061	0·0134	0·85	0·3933	0·0085
0·10	0·1588	0·0320	0·50	0·3195	0·0125	0·90	0·4018	0·0082
0·15	0·1908	0·0260	0·55	0·3320	0·0117	0·95	0·4100	0·0079
0·20	0·2168	0·0221	0·60	0·3437	0·0110	1·00	0·4179	—

Fall 1) $x < d$ (Figur 43).

Mit dem aus den Gl. 75) oder aus der Tabelle Nr. 3 entnommenen Wert x findet man nun — da hinsichtlich des Verfahrens A die Betonzugfläche nicht in Betracht kommt und theoretisch der Fall eines einfach armierten Balkens vorliegt — die maßgebenden Spannungen aus den Gl. 39) und 40) mit



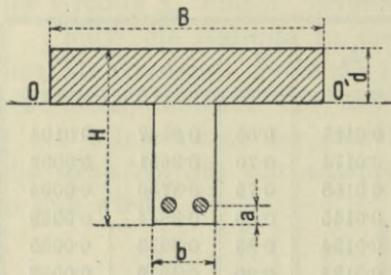
$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_{bd} &= \frac{Mx}{J_i}, \\
 \sigma_{ez} &= \frac{\nu M(H' - x)}{J_i}, \\
 J_i &= J_{bd} + \nu J_e = \frac{Bx^3}{3} + \nu \left[J_e^0 + F_e (H' - x)^2 \right]
 \end{aligned} \right\} \dots 77)$$

oder bei Verwendung von einreihigen „schlaffen“ Eiseneinlagen mit genügender Genauigkeit auch nach den einfacheren Gl. 43) mit

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{2M}{Bx\left(H' - \frac{x}{3}\right)}, \\ \sigma_{ez} &= \frac{M}{F_e\left(H' - \frac{x}{3}\right)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 78).$$

Fällt die Nulllinie gerade in die Plattenunterkante (Figur 44), so ist in den Gl. 77) und 78) x gleich d zu setzen.

Figur 44.



Fall 2) $x > d$.

Für diesen Fall müssen nun besondere Gleichungen aufgestellt werden, da ein Teil der Betondruckzone auch in die Rippe fällt. Die allgemeine Gl. 33) zur Bestimmung der Nulllinie lautet mit Rücksicht auf das Fehlen einer Druckarmierung:

$$S_{bd} = \nu S_{ez};$$

hierin ist zu setzen (s. Figur 41)

$$S_{bd} = \frac{Bx^2}{2} - (B-b)\frac{(x-d)^2}{2},$$

$$S_{ez} = F_e(H' - x).$$

Die Gleichung für x lautet demnach:

$$Bx^2 - (B-b)(x-d)^2 = 2\nu F_e(H' - x),$$

woraus folgt:

$$\left. \begin{aligned} x &= -A_1 + \sqrt{A_1^2 + B_1}, \\ A_1 &= \frac{(B-b)d + \nu F_e}{b}, \\ B_1 &= \frac{(B-b)d^2 + 2\nu F_e H'}{b} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 79).$$

Die größten Betondruck- und Eisenzugspannungen berechnen sich nach den Gl. 12) und 17) mit

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{Mx}{J_i}, \\ \sigma_{ez} &= \frac{\nu M(H' - x)}{J_i}, \\ J_i &= \frac{1}{3} [Bx^3 - (B-b)(x-d)^3] + \nu F_e(H' - x)^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots 80).$$

Eine Vereinfachung der obigen Formeln läßt sich erzielen, wenn die in den Druckteil des Betons fallende Rippenfläche (*EFKJ* in Figur 41) vernachlässigt wird. Dies ist für viele, ja für die meisten Fälle der Praxis mit hinreichender Genauigkeit zulässig, im allgemeinen immer dann, wenn die Nulllinie nahe an die Plattenunterkante fällt. Beim Zusammentreffen von verhältnismäßig dünnen Platten, breiten Rippen und starker Armierung sind die Abweichungen beträchtlicher; auch auf die rechnermäßige Tragfähigkeit bei Einhaltung der Grenzspannungen s_{bd} und s_{ez} hat diese Vernachlässigung unter genannten Umständen einen nicht unwesentlichen Einfluß; beispielsweise ist bei

$$\frac{d}{H} = \delta = \frac{1}{7} \text{ und } \frac{b}{B} = \beta = 0.3$$

und idealer Armierung die Tragfähigkeit bei Berücksichtigung des Rippendruckteiles rechnermäßig um 16 v. H. größer als jene bei Vernachlässigung des genannten Teiles.

Hinsichtlich der vereinfachenden Annahme lehrt eine kurze Überlegung, daß die Betondruckfläche kleiner, folglich rechnermäßig die Betondruckspannung σ_{bd} etwas größer und wegen des nun größeren Hebelarmes des inneren Momentes die Eisenzugspannung σ_{ez} etwas kleiner wird als bei der genauen Berechnung.

Zu den einfacheren Formeln gelangt man auf folgendem Wege: Wird der Stegteil *EFKJ* (Figur 41) vernachlässigt, so ist das statische Moment der Druckfläche

$$S_{bd} = \frac{B}{2} [x^2 - (x-d)^2] = \frac{B}{2} (2xd - d^2),$$

und die Gleichung zur Bestimmung von x lautet:

$$S_{bd} = \nu S_{ez} \text{ oder}$$

$$B(2xd - d^2) = 2\nu F_e (H' - x),$$

woraus sich berechnet

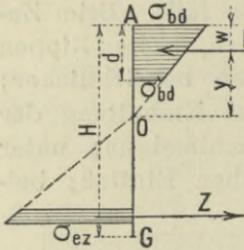
$$x = \frac{1}{2} \cdot \frac{B d^2 + 2\nu F_e H'}{B d + \nu F_e}$$

oder (mit Benützung der Hilfslänge $\lambda = \frac{\nu F_e}{B}$) 81).

$$x = \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2 + 2\lambda H'}{d + \lambda}$$

Die Werte σ_{ez} und σ_{bd} lassen sich in einfacher Gestalt durch Einführung des Abstandes y des Druckmittelpunktes von der Nulllinie darstellen.

Figur 45.



Sind σ_{bd} und σ'_{bd} die Spannungen in der äußeren und inneren Schichte der Platte (Figur 45), so ist der Abstand w der Druckkraft D von der Druckkante

$$w = \frac{d}{3} \cdot \frac{\sigma_{bd} + 2\sigma'_{bd}}{\sigma_{bd} + \sigma'_{bd}};$$

weiter wird (wegen $\sigma'_{bd} = \sigma_{bd} \cdot \frac{x-d}{x}$)

$$w = \frac{d}{3} \cdot \frac{3x - 2d}{2x - d}$$

und

$$y = x - w = x - \frac{d(3x - 2d)}{3(2x - d)}$$

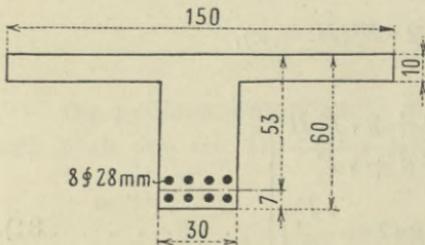
oder

$$y = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6(2x - d)} \dots \dots \dots 82).$$

Die größten Spannungen σ_{bd} und σ_{ez} ergeben sich dann aus der Gleichsetzung des äußeren Momentes M und des inneren Momentes $\sigma_{ez} F_e (H' - x + y)$ zu:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ez} &= \frac{M}{F_e (H' - x + y)}, \\ \sigma_{bd} &= \frac{x}{H' - x} \cdot \frac{\sigma_{ez}}{\nu} = \frac{Mx}{\nu F_e (H' - x) (H' - x + y)} \end{aligned} \right\} \dots 83).$$

Figur 46.



Die Gl. 77), 78), 80) und 83) gelten zunächst für einreihige „schlafte“ Eiseneinlagen.

Bei Plattenbalken kommt nun wegen der relativ geringeren Breite, die für die Unterbringung der Eiseneinlagen zur Verfügung steht, bei verhältnismäßig starker Armierung

häufig der Fall vor, daß die Eiseneinlagen in zwei oder drei Lagen übereinander angeordnet werden müssen; in diesem Falle

sowie bei Verwendung „steifer“ Formeisen hat das auf S. 33 und 34 Gesagte sinngemäß Anwendung zu finden.

Beispiel. Bei einem Hochbaue hat der in Figur 46 dargestellte Plattenbalken auf 9 m Stützweite eine gleichförmige Last von 1200 kg/m (einschließlich des Eigengewichtes) und zwei im Abstände von je 1.5 m von der Mitte liegende Einzellasten von je 2700 kg zu tragen. Mischungsverhältnis 350 kg/m³. Wie groß sind die Spannungen? Das größte Moment ist

$$M = \frac{1}{8} 1200 \cdot 9^2 + 2700 \cdot 3 = 20250 \text{ kgm} = 2025000 \text{ kgcm.}$$

Im vorliegenden Falle ist $B = 150$, $b = 30$, $d = 10$, $H = 60$, $H' = 53$ (alle Maße in cm), $F_e = 8.6 \cdot 16 = 49 \cdot 28 \text{ cm}^2$. Um zuerst zu entscheiden, ob die Nulllinie in die Platte fällt oder die Rippe schneidet, wird zunächst $p' = \frac{100 F_e}{B H'}$ zu $\frac{100 \cdot 49 \cdot 28}{150 \cdot 53} = 0.62$ bestimmt.

Aus der Tabelle Nr. 3) ist zu entnehmen, daß hierfür ungefähr $\zeta' = 0.348$, also $\zeta' H' = 18.4 \text{ cm}$ wird; da dies größer als $d = 10 \text{ cm}$ ist, so fällt die Nulllinie in die Rippe.

Es sind sonach die Formelgruppen 79) und 80) anzuwenden; nach Einsetzen der obigen Größen wird $A_1 = 64.64 \text{ cm}$, $B_1 = 3011.8 \text{ cm}^2$, $x = 20.2 \text{ cm}$, $J_i = 1174000 \text{ cm}^4$ endlich

$$\sigma_{bd} = \frac{Mx}{J_i} = \frac{2025000 \cdot 20.2}{1174000} = 34.8 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_{ez} = \frac{\nu M (H' - x)}{J_i} = \frac{15 \cdot 2025000 \cdot 32.8}{1174000} = 849 \text{ kg/cm}^2.$$

σ_{ez} ist die Eisenspannung im Schwerpunkte aller Eiseneinlagen zusammengekommen (s. Fußnote S. 75); die maßgebende Spannung in der unteren Schar, wenn deren Mitte 3.5 cm von der Zugkante entfernt liegt, ergibt sich zu

$$\sigma_{ez} = \frac{849 \cdot 36.3}{32.8} = 940 \text{ kg/cm}^2.$$

Mit Rücksicht auf die für das angewendete Mischungsverhältnis gestatteten Spannungen $s_{bd} = 37$ und $s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$ genügt sonach der untersuchte Querschnitt.

Derselbe soll nun auch nach dem angenäherten Verfahren geprüft werden. Nach den Gl. 81) und 82) wird zunächst $x = 20.8 \text{ cm}$, $y = 16.3 \text{ cm}$, ferner $(H' - x) = 32.2 \text{ cm}$, $(H' - x + y) = 48.5 \text{ cm}$, endlich nach Gl. 83)

$$\sigma_{ez} = \frac{2025000}{49 \cdot 28 \cdot 48.5} = 847 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_{bd} = \frac{20.8}{32.2} \cdot \frac{847}{15} = 36.5 \text{ kg/cm}^2.$$

Die Spannung in der unteren Eisenschar wird hier

$$\sigma'_{ez} = \frac{847 \cdot 35.7}{32.2} = 939 \text{ kg/cm}^2.$$

Die Unterschiede gegenüber der genaueren Methode sind im vorliegenden Falle selbst bei den Betondruckspannungen nicht wesentlich.

β) Verfahren *B* (mit Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton), anzuwenden für „besondere“ Hochbau- und für Brückenbau-Tragwerke.

Die Verteilung der Spannungen im Plattenbalken Figur 47 ist in Figur 48 dargestellt. Der zunächst zu suchende Abstand der Nulllinie *B* von der Druckkante sei hier (zum Unterschiede von dem nach Verfahren *A* berechneten und dort *x* genannten) mit x_1 (Figur 47) bezeichnet.

Es sind auch hier die zwei Fälle möglich, daß die Nulllinie entweder in die Platte fällt oder den Steg schneidet, je nachdem $x_1 \gtrless d$ ist. In der Praxis kommt beinahe durchwegs der Fall vor, daß die Nulllinie den Steg schneidet. Eine Reihe von, durch die Verfasser angestellten Berechnungen, auf deren Wiedergabe hier verzichtet werden soll, ergab nämlich, daß für Plattenstärken $d < 0.20 H$, selbst bei Rippen von nur $0.08 B$ Breite und bei einer Armierungsziffer von nur $p = 0.5$, $x_1 > d$ ausfällt.

Erst bei Plattenstärken von $d = 0.3 H$ fällt diese Nulllinie dann in die Platte, sobald bei einer Armierungsziffer von

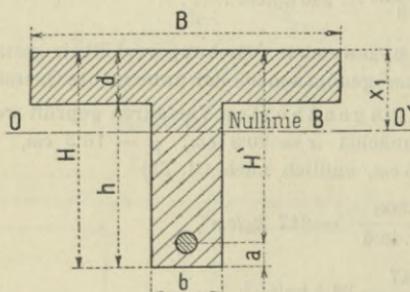
$$p = 0.5 \text{ die Rippenbreite } b < \frac{B}{4}$$

und von

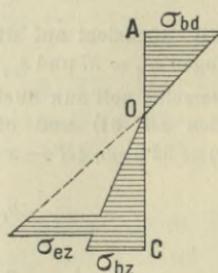
$$p = 1.0 \text{ die Rippenbreite } b < \frac{B}{10}$$

wird, während auch hier bei $p = 1.5$ die Nulllinie *B* immer den Steg schneidet.

Figur 47.



Figur 48.



Es wird daher nur in seltenen Fällen notwendig werden, x_1 nach dem im folgenden unter 1) behandelten Fall $x_1 < d$ zu berechnen, und dies dann, wenn nach den Gl. 86) für den Fall 2) der Rechnungswert x_1 sich kleiner als d herausstellt. Dies kann nur gleichzeitig mit $x < d$ eintreten.

Fall 1) $x_1 < d$. (Figur 49.)

Es wird die allgemeine Gl. 6) benützt, welche, da keine Druckarmierung vorhanden ist, lautet:

$$S_{bd} = \mu S_{bz} + \nu S_{ez},$$

worin ist

$$S_{bd} = \frac{B x_1^2}{2}, \quad S_{bz} = \frac{1}{2} [b (H - x_1)^2 + (B - b) (d - x_1)^2],$$

$$S_{ez} = F_e (H' - x_1).$$

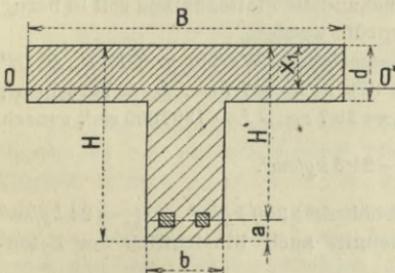
Daraus ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -A_2 + \sqrt{A_2^2 + B_2}, \\ A_2 &= \frac{\mu [b H + (B - b) d] + \nu F_e}{(1 - \mu) B}, \\ B_2 &= \frac{\mu [b H^2 + (B - b) d^2] + 2 \nu F_e H'}{(1 - \mu) B} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 84).$$

Die größte Betonzugspannung in der Zugkante berechnet sich am einfachsten nach Gl. 13):

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bz} &= \frac{\nu M (H - x_1)}{J_i^1}, \\ J_i^1 &= \frac{1}{3} [B x_1^3 + \mu b (H - x_1)^3 + \mu (B - b) (d - x_1)^3] + \nu F_e (H' - x_1)^2 * \end{aligned} \right\} \dots 85).$$

Figur 49.



Fällt die Nulllinie gerade in die Plattenunterkante, so ist in Gl. 85) x_1 gleich d zu setzen, wodurch sich die Formel für J_i^1 etwas vereinfacht.

Fall 2) $x_1 > d$ (Figur 47).

Unter Benützung der allgemeinen Gl. 6)

$$S_{bd} = \mu S_{bz} + \nu S_{ez}$$

und mit den folgenden statischen

Momenten (s. Figur 47):

$$S_{bd} = \frac{1}{2} [B x_1^2 - (B - b) (x_1 - d)^2],$$

$$S_{bz} = \frac{b}{2} (H - x_1)^2, \quad S_{ez} = F_e (H' - x_1)$$

*) Siehe Fußnote auf S. 31.

ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -A_3 + \sqrt{A_3^2 + B_3}, \\ A_3 &= \frac{\mu b H + (B - b) d + \nu F_e}{(1 - \mu) b}, \\ B_3 &= \frac{\mu b H^2 + (B - b) d^2 + 2 \nu F_e H}{(1 - \mu) b} \end{aligned} \right\} \dots 86).$$

Die maßgebende Betonzugspannung in der Zugkante ermittelt sich wieder aus:

$$\sigma_{bz} = \frac{\mu M(H - x_1)}{J_i^1},$$

wobei nun nach Gl. 11) ist:

$$J_i^1 = \frac{1}{3} [B x_1^3 - (B - b) (x_1 - d)^3 + \mu b (H - x_1)^3] + \left. \begin{aligned} &+ \nu F_e (H' - x_1)^2 \ast \end{aligned} \right\} 87).$$

Unter Bezugnahme auf S. 81 muß bemerkt werden, daß eine Vernachlässigung des in die Rippe fallenden Betondruckteiles hier einen größeren Einfluß als beim Verfahren *A* hat, da die nach Verfahren *B* ermittelte Nulllinie bedeutend weiter als die nach Verfahren *A* bestimmte von der Plattenunterkante entfernt liegt. Es gilt dies sowohl für die Bestimmung von x_1 als auch von J_i^1 .

Die Gl. 85) und 87) gelten zunächst für einreihige „schlaffe“ Eiseneinlagen. Hinsichtlich des Falles mehrerer „schlaffer“ Einlagen oder „steifer“ Formeisen gilt die bezügliche Bemerkung von S. 82 und 83.

Beispiel. Der in dem Beispiele auf S. 83 behandelte Plattenbalken soll in bezug auf die auftretende Betonzugspannung σ_{bz} überprüft werden.

Mit den im gegebenen Falle gültigen numerischen Werten von b, B, H, H' und d wird nach den Formelgruppen 86) und 87) $A_3 = 147.7 \text{ cm}$, $B_3 = 7419.7 \text{ cm}^2$, $x_1 = 23.3 \text{ cm}$, ferner $H - x_1 = 36.7 \text{ cm}$, $H' - x_1 = 29.7 \text{ cm}$, $J_i^1 = 1397000 \text{ cm}^4$, sonach

$$\sigma_{bz} = \frac{0.4 \cdot 2025000 \cdot 36.7}{1397000} = 21.3 \text{ kg/cm}^2.$$

Da laut HV. § 6, Abs. 1 beim Mischungsverhältnisse $350 \text{ kg/m}^3 \dots s_{bz} = 24 \text{ kg/cm}^2$ zulässig ist, so genügt der untersuchte Querschnitt auch hinsichtlich der Betonzugspannungen.

b) Das Entwerfen.

Die Aufgabe, einen Plattenbalken zu finden, welcher gegebene Lasten unter Einhaltung — aber nicht notwendiger gleichzeitiger Erreichung — gegebener Grenzwerte der zulässigen Spannungen (für „gewöhnliche“ Hochbauten s_{bd} und s_{e2} , für „besondere“ Hoch-

*) Siehe Fußnote auf S. 31.

bauten und für Brücken s_{bd} , s_{bz} und s_{ez}) zu tragen vermag, läßt natürlich unendlich viele Lösungen zu, unter welchen die wirtschaftlichsten*) auszuwählen sein werden, insofern nicht andere, bereits bei den Balken besprochene Bedingungen vorliegen.

Im allgemeinen erscheint die erwähnte Aufgabe, falls sie so gefaßt wird, daß die vorgeschriebenen Grenzspannungen gerade erreicht werden sollen, verhältnismäßig umständlich dann, wenn es sich um „besondere“ Hochbauten oder um Brückentragwerke handelt. Bei diesen muß nämlich der betreffende Plattenbalken zwei verschiedenen Bedingungen entsprechen, indem sowohl die nach Verfahren A nachzuweisende Betondruck- und Eisenzugspannung**) den Wert s_{bd} und s_{ez} , als auch die nach Verfahren B zu berechnende Betonzugspannung den Wert s_{bz} annehmen soll. Die Aufgabe läßt sich aber wesentlich vereinfachen, wenn man auf die Beziehungen eingeht, welche allgemein zwischen den Maßverhältnissen der Plattenbalken und den Spannungen sowie den betreffenden Tragmomenten bestehen. Diesem Zwecke dienen die beiden nachstehenden Abschnitte.

*) Siehe Fußnote auf S. 37 ff.

**) Hinsichtlich des Wesens des rechnermäßigen σ_{bz} soll hier neuerdings auf die Bemerkungen verwiesen werden, die bereits auf S. 41 und 42 für die Balken und Platten gemacht wurden.

Eine besondere Untersuchung hat gezeigt, daß die ideal armierten Plattenbalken, deren Begriffsbestimmung durch die bei den einfach armierten Balken (s. S. 37) gegebenen Erklärungen festgelegt ist, dann für österreichische Preisverhältnisse die wirtschaftlichsten sind, wenn die Rippenbreite rund $\frac{1}{4}$ der Plattenbreite und darüber $\left(\beta \geq \frac{1}{4}\right)$ beträgt. Hierbei ist eine relativ große Verhältniszahl

$k = \frac{\text{Eisenpreis pro Raumeinheit}}{\text{Betonpreis pro Raumeinheit}}$ angenommen; wird k kleiner, dann rückt auch der Grenzwert für β herunter.

Ist die Rippe jedoch schmaler, dann kann durch eine Vergrößerung der Rippenhöhe bei gleichbleibender Platte ein billigerer Typus für dieselbe Tragfähigkeit dadurch gefunden werden, daß durch Verringerung des Armierungsgehaltes mehr beim Eisen erspart wird, als der Mehraufwand an Beton beträgt; die Vergrößerung der Rippenhöhe findet für die Wirtschaftlichkeit eine von der Rippenbreite und den Preisverhältnissen abhängige obere Begrenzung. Diese höheren Träger gestatten dann natürlich nur die rechnermäßige Ausnützung des Eisens allein; wie hier bemerkt werden soll, ist bei solchen höheren Trägern die Betonzugspannung σ_{bz} kleiner als die gestattete (s_{bz}), wenn die Rippenbreite bei idealer Armierung der Einhaltung von s_{bz} gemäß gewählt worden ist. Unter allen Umständen bilden aber vom wirtschaftlichen Standpunkte aus die ideal armierten Plattenbalken in jenen Fällen, in denen sie nicht den allerbilligsten Typus darstellen, beim Entwerfen eine gute Handhabe für die erste Wahl der Dimensionen, dies umso mehr, als der Unterschied der Kosten des ideal armierten Trägers gegenüber dem billigsten, praktisch genommen, immer ein unwesentlicher bleibt.

Beziehungen zwischen den Spannungen σ_{bd} , σ_{ez} und σ_{bz} bei Plattenbalken mit beliebiger Armierungsziffer p .

Einen lehrreichen Einblick in die bei Plattenbalken verschiedener Typen herrschenden Beziehungen zwischen den Betondruck-, Eisenzug- und Betonzugspannungen σ_{bd} , σ_{ez} und σ_{bz} , wie sie sich gemäß den vorgeschriebenen Berechnungsmethoden und zwar in ihrer Abhängigkeit von der Armierungsziffer p ergeben, gewinnt man aus folgender Untersuchung, deren in graphischen Darstellungen niedergelegte Ergebnisse die Überprüfung sowie das Entwerfen von einfach armierten Plattenbalken von beliebiger Armierung sehr wesentlich vereinfachen.

Ein Plattenbalken sei durch seine Abmessungen gegeben und habe eine der Armierungsziffer p entsprechende Eiseneinlage. Mit den Bezeichnungen 73) ist die ganze Fläche

$$F = B d + b (H - d) = [\delta + \beta (1 - \delta)] B H$$

und

$$F_e = 0.01 p [\delta + \beta (1 - \delta)] B H \dots \dots \dots 88).$$

Unter der Einwirkung eines Biegemomentes M entstehen (nach Verfahren A berechnet) gewisse Betondruck- und Eisenzugspannungen σ_{bd} und σ_{ez} und ebenso (nach Verfahren B ermittelt) gewisse Betonzugspannungen σ_{bz} ; die Verhältnisse, in welchen diese drei Spannungen zueinander stehen, also die Werte

$$\frac{\sigma_{ez}}{\sigma_{bd}} \text{ und } \frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}}$$

sind vom Momente M unabhängig, wie aus einer Betrachtung der Gl. 77), 78), 80), 83), 85) und 87) hervorgeht, laut welcher alle diese Spannungen dem M direkt proportional sind.

Diese Verhältniszahlen sollen nun allgemein bestimmt und durch die Abmessungen und die Armierungsziffer des Plattenbalkens ausgedrückt werden. Hierbei wird durchgehends die Annahme verhältnismäßig kleiner Eisenprofile gemacht und demgemäß J_e^0 (s. Fußnote auf S. 31) vernachlässigt.

α) Verfahren A (ohne Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton), anzuwenden für alle Tragwerke im Hoch- und Brückenbau.

1. Fall: $x < d$ ($\zeta < \delta$).

Die Gl. 77) und 78) sind entsprechend umzugestalten. Mit den früher eingeführten Verhältniszahlen α , β , δ und dem Werte von F_e aus Gl. 88) wird

$$\left. \begin{aligned} x &= \zeta H^*), \\ \zeta &= 0.01 \nu p [\delta + \beta (1 - \delta)] \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{200 (1 - \alpha)}{\nu p [\delta + \beta (1 - \delta)]}} \right], \\ \frac{\sigma_{\sigma z}}{\sigma_{bd}} &= \frac{\zeta}{0.02 p [\delta + \beta (1 - \delta)]} \end{aligned} \right\} 89).$$

2. Fall: $x > d$ ($\zeta > \delta$).

In ähnlicher Weise wie früher findet man aus den Gl. 79) und 80) mit Rücksicht auf Gl. 88):

$$\left. \begin{aligned} x &= \zeta H, \\ \zeta &= -\mathfrak{A}_1 + \sqrt{\mathfrak{A}_1^2 + \mathfrak{B}_1}, \\ \mathfrak{A}_1 &= \frac{1}{\beta} [(1 - \beta) \delta + 0.01 \nu p \{\delta + \beta (1 - \delta)\}], \\ \mathfrak{B}_1 &= \frac{1}{\beta} [(1 - \beta) \delta^2 + 0.02 \nu p (1 - \alpha) \{\delta + \beta (1 - \delta)\}], \\ \frac{\sigma_{\sigma z}}{\sigma_{bd}} &= \frac{\nu (1 - \alpha - \zeta)}{\zeta} \end{aligned} \right\} \dots 90).$$

β) Verfahren B (mit Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton), anzuwenden für „besondere“ Hochbau- und für Brückentragwerke.

1. Fall: $x_1 < d$ ($\zeta_1 < \delta$).

Hier kommen die Gl. 84) und 85) und für das Verhältnis

$\frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}}$ auch Gl. 78) in Betracht. Es wird

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \zeta_1 H, \\ \zeta_1 &= -\mathfrak{A}_2 + \sqrt{\mathfrak{A}_2^2 + \mathfrak{B}_2}, \\ \mathfrak{A}_2 &= \frac{1}{1 - \mu} [\mu \{\beta + (1 - \beta) \delta\} + 0.01 \nu p \{\delta + \beta (1 - \delta)\}], \\ \mathfrak{B}_2 &= \frac{1}{1 - \mu} [\mu \{\beta + (1 - \beta) \delta^2\} + 0.02 \nu p (1 - \alpha) \{\delta + \beta (1 - \delta)\}], \\ \frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu \zeta \left(1 - \alpha - \frac{1}{3} \zeta\right) (1 - \zeta_1)}{\frac{1}{3} [\zeta_1^3 + \mu \beta (1 - \zeta_1)^3 + \mu (1 - \beta) (\delta - \zeta_1)^3] + 0.01 \nu p [\delta + \beta (1 - \delta)] (1 - \alpha - \zeta_1)^2} \end{aligned} \right\} 91).$$

2. Fall: $x_1 > d$ ($\zeta_1 > \delta$).

Hier sind die Gl. 86) und 87) zu benützen; hinsichtlich des Verhältnisses $\frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}}$ ist, je nachdem $x < d$ oder $x > d$ war, die erste

*) Für das Verhältnis $\frac{x}{H}$ wird hier zum Unterschiede von dem Werte $\frac{x}{H} = \xi$ bei den ideal armierten Plattenbalken die Bezeichnung ζ eingeführt.

der Gl. 78) oder 80) zu verwenden und selbstverständlich das dazugehörige x bezw. ζ aus den Gl. 89) oder 90) zu entnehmen.

Man erhält:

$$x_1 = \zeta_1 H,$$

$$\zeta_1 = -\mathfrak{A}_3 + \sqrt{\mathfrak{A}_3^2 + \mathfrak{B}_3},$$

$$\mathfrak{A}_3 = \frac{1}{\beta(1-\mu)} [\mu\beta + (1-\beta)\delta + 0.01 \nu p \{\delta + \beta(1-\delta)\}],$$

$$\mathfrak{B}_3 = \frac{1}{\beta(1-\mu)} [\mu\beta + (1-\beta)\delta^2 + 0.02 \nu p (1-\alpha) \{\delta + \beta(1-\delta)\}],$$

bei $\zeta < \delta$ (ζ aus Gl. 89):

$$\frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3\mu\zeta\left(1-\alpha-\frac{1}{3}\zeta\right)(1-\zeta_1)}{\zeta_1^3 - (1-\beta)(\zeta_1-\delta)^3 + \mu\beta(1-\zeta_1)^3 + 0.03\nu p \{\delta + \beta(1-\delta)\}(1-\alpha-\zeta_1)^2},$$

bei $\zeta > \delta$ (ζ aus Gl. 90):

$$\frac{\zeta}{\mu(1-\zeta_1)} \cdot \frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}} = \frac{\zeta_1^3 - (1-\beta)(\zeta-\delta)^3 + 0.03\nu p \{\delta + \beta(1-\delta)\}(1-\alpha-\zeta)^2}{\zeta_1^3 - (1-\beta)(\zeta_1-\delta)^3 + \mu\beta(1-\zeta_1)^3 + 0.03\nu p \{\delta + \beta(1-\delta)\}(1-\alpha-\zeta_1)^2}$$

Auf Grund der oben entwickelten Formeln wurde nun für eine Reihe von Typen, welche die praktisch vorkommenden Fälle einschließen dürften, und zwar für die Verhältnisse $\beta = \frac{b}{B} = 0.08,$

$0.1, 0.15, 0.2, 0.25$ und 0.3 , ferner für $\delta = \frac{d}{H} = 0.1, 0.2$ und 0.3

und für Armierungsziffern von $p = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$ und 3.0 die

Werte $\frac{\sigma_{ez}}{\sigma_{bd}}$ und $\frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}}$ ermittelt und in der Tabelle Nr. 4, S. 93 bis 95,

zusammengestellt. Für sämtliche Typen ist der Abstand des Schwerpunktes der Eiseneinlagen mit $a = 0.08 H$, also $\alpha = 0.08$ angenommen.

In dieser Tabelle sind auch die Werte der Momente M eingetragen, welche sich für die betreffende Type ergeben, und zwar in der Form $M = \mathfrak{R}_1 \cdot B H^2 \sigma_{bd}$ und $M = \mathfrak{R}_2 \cdot B H^2 \sigma_{ez}$, nach dem Verfahren A berechnet unter Benützung der Gl. 77).

Nach Einführung der obigen Bezeichnungen ergibt sich für Fall a) und b), also für $x < d, x_1 \leq d$:

$$\mathfrak{R}_1 = \frac{1}{3\zeta} [\zeta^3 + 0.45 p \{\beta + (1-\beta)\delta\} (0.92 - \zeta)^2] \dots 93);$$

für Fall c) $x > d$, $x_1 > d$:

$$\mathfrak{R}_1 = \frac{1}{3\zeta} [\zeta^3 - (1-\beta)(\zeta - \delta)^3 + \\ + 0.45p \{ \beta + (1-\beta)\delta \} (0.92 - \zeta)^2] \dots \dots \dots 94).$$

Den Wert des Momentes, ausgedrückt durch σ_{e_z} , findet man aus dem obigen mittels der Beziehung

$$\mathfrak{R}_2 = \mathfrak{R}_1 \frac{\zeta}{1 - \alpha - \zeta} = \mathfrak{R}_1 \frac{\zeta}{15(0.92 - \zeta)} \dots \dots \dots 95).$$

Ein Vergleich der laut der amtlichen Vorschriften zulässigen Werte von $\frac{s_{b_z}}{s_{b_d}}$ und $\frac{s_{e_z}}{s_{b_d}}$ (s. Tabelle Nr. 1, S. 43) mit den in der Tabelle Nr. 4 enthaltenen analogen Werten läßt sofort erkennen, welche Typen in einem gegebenen Falle jeweils (nach Mischungsverhältnis und Armierungsziffer) unzulässig sind. Hat man andererseits einen gegebenen Typus mit einer bestimmten Armierungsziffer p zu überprüfen, so ist der Tabelle sofort zu entnehmen, ob — wenn die Betonzugspannungen in Frage kommen, es sich also um „besondere“ Hochbau- oder um Brückentragwerke handelt — das Verhältnis $\frac{\sigma_{b_z}}{\sigma_{b_d}}$ den zulässigen Wert $\frac{s_{b_z}}{s_{b_d}}$ überschreitet oder nicht, in welchem letzterem Falle die rechnerische Prüfung hinsichtlich der Einhaltung der zulässigen Grenzwerte der Betonzugspannungen σ_{b_z} entfallen kann. Endlich kann der Tabelle entnommen werden, welcher der Grenzwerte von σ_{b_d} , σ_{b_z} und σ_{e_z} , das ist s_{b_d} , s_{b_z} und s_{e_z} , jeweilig zuerst erreicht wird und daher für die Tragfähigkeit bzw. das Tragmoment maßgebend ist.

Einen klareren Einblick in die bezüglichen Verhältnisse gewinnt man indessen aus den graphischen Darstellungen der Tabellenwerte, wie sie in den Tafeln Nr. 2 bis 7 gegeben sind. Für jeden der drei angenommenen Werte

$$\delta = \frac{d}{H} = 0.3, 0.2 \text{ und } 0.1$$

sind zwei Tafeln, die eine für Hochbauten, die andere für Brückenbauten gezeichnet; jede Tafel enthält vier Quadranten, von welchen der Quadrant rechts oben die Darstellung der $\frac{\sigma_{b_z}}{\sigma_{b_d}}$, jener rechts unten die der $\frac{\sigma_{e_z}}{\sigma_{b_d}}$, der Quadrant links oben die Momente M , jener links unten die ζ angibt. Alle diese Werte sind als Ordinaten zu den Armierungsziffern als Abszissen aufgetragen.

Dadurch erhält man mit Rücksicht auf die angenommenen sechs Werte von β für jedes Verhältnis $\frac{b}{B} = \beta$ und $\frac{d}{H} = \delta$ je eine Kurve,

für jede der Größen $\frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}}$, $\frac{\sigma_{ez}}{\sigma_{bd}}$, M und ζ demnach in jedem Quadranten sechs Kurven; dieselben sind mit dem betreffenden β bezeichnet. Die für jeden Quadranten gültigen Maßstäbe sind an den lotrechten Quadrantseiten angeordnet.

Aus den Tafeln können nun für jede beliebige Armierungsziffer die obigen maßgebenden Werte direkt und mit genügender Genauigkeit abgelesen werden, so daß eine Berechnung meist entbehrlich werden dürfte. Bei Verhältnissen, die zwischen den $\beta = 0.08, 0.1, 0.15, 2.0, 2.5, 3.0$ und $\delta = 0.3, 0.2, 0.1$ liegen, sowie für in der Tabelle Nr. 4 nicht direkt angeführte Armierungsziffern p wird man hinreichend genau geradlinig interpolieren dürfen.

So findet man z. B. für einen Hochbauträger mit $\bar{d} = 0.1$ und $\beta = 0.2$ bei $p = 1.0$ (Tafel Nr. 4) $\frac{\sigma_{ez}}{\sigma_{bd}} = 33.7$; liegt das Mischungsverhältnis 280 kg/m^3 vor, so ist

$\frac{s_{ez}}{s_{bd}} = \frac{1000}{32} = 31.2$. Hier kann also der Beton auf Druck nicht ausgenützt werden, wenn das Eisen voll beansprucht werden soll; denn für $\sigma_{ez} = s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$ findet sich $\sigma_{bd} = \frac{1000}{33.7} = 29.6 \text{ kg/cm}^2$ gegenüber einem zulässigen Wert von $s_{bd} = 32 \text{ kg/cm}^2$. Das Tragmoment dieses Trägers ergibt sich mit $0.0024 B H^2 (\sigma_{ez} = s_{ez}) = 24 B H^2$. Die Entfernung x der Nulllinie von der Druckkante wird $x = \zeta H = 0.28 H$.

Für „besondere“ Hochbauten und für $\delta = 0.2$, $\beta = 0.15$ und $p = 1.4$ ergibt sich (Tafel Nr. 3) $\frac{\sigma_{ez}}{\sigma_{bd}} = 30.9$, $\frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}} = 0.733$; handelt es sich um ein Mischungs-

verhältnis 470 kg/m^3 , so ist $\frac{s_{ez}}{s_{bd}} = \frac{1000}{42} = 23.81$ und $\frac{s_{bz}}{s_{bd}} = \frac{25}{42} = 0.595$. Hier kann

sonach der Beton auf Druck und das Eisen auf Zug nicht ausgenützt werden, da sonst die Betonzugspannungen zu groß würden. Sollte nämlich $\sigma_{bd} = s_{bd} = 42 \text{ kg/cm}^2$ werden, so wäre $\sigma_{bz} = 42 \cdot 0.733 = 30.8$ und $\sigma_{ez} = 30.9 \cdot 42 = 1298 \text{ kg/cm}^2$, beides größer als die zulässigen Werte von 25, bzw. 1000 kg/cm^2 . Man kann hier den Beton auf Druck nur mit dem kleineren jener Werte beanspruchen, der sich aus den gefundenen Verhältniszahlen $\frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}} = 0.733$ und $\frac{\sigma_{ez}}{\sigma_{bd}} = 30.9$ für $\sigma_{bz} = 25$ und $\sigma_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$ ergibt. Nach ersterer Bedingung wird $\sigma_{bd} = 34.1$, nach letzterer 32.4 kg/cm^2 ; dieses ist also die zulässige Grenze für σ_{bd} .

Wird dieselbe eingehalten, so ist gleichzeitig $\sigma_{ez} = s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$ und $\sigma_{bz} = 32.4 \cdot 0.733 = 23.8 \text{ kg/cm}^2$.

Für dasselbe p wird das Moment (hier zugleich Tragmoment):

$$0.00373 B H^2 (\sigma_{ez} = s_{ez}) = 3.73 B H^2.$$

Zur Kontrolle kann auch die Kurve der $B H^2 \sigma_{bd}$ benützt werden; man findet

Tabelle Nr. 4.

Werte von $\zeta, \zeta_1, \frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}}, \frac{\sigma_{ez}}{\sigma_{bd}}$ und Momente M für einfach armierte Plattenbalken mit verschiedenen Armierungsziffern p ($\alpha = 0.08$).

$\delta = \frac{d}{H}$	$\beta = \frac{b}{B}$	Armierungsziffer p	Nulllinienabstand		Verhältnis der Spannungen		Moment		Eisenfläche
			$x = \zeta H$	$x_1 = \zeta_1 H$	$\frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}}$	$\frac{\sigma_{ez}}{\sigma_{bd}}$	$M = \mathfrak{R}_1 B H^2 \sigma_{bd}$	$M = \frac{\mathfrak{R}_2}{100} B H^2 \sigma_{ez}$	$F_e = \frac{\mathfrak{R}_3}{100} B H$
			ζ	ζ_1			\mathfrak{R}_1	\mathfrak{R}_2	\mathfrak{R}_3
$\delta = \frac{d}{H} = 0.3$	0.08	0.5	0.1965	0.2376	1.182	55.19	0.0840	0.1521	0.178
		1.0	0.2645	0.2891	0.944	37.15	0.1100	0.2961	0.356
		1.5	0.3123	0.3310	0.791	29.20	0.1273	0.4359	0.534
		2.0	0.3519	0.3674	0.679	24.22	0.1391	0.5744	0.712
		3.0	0.4173	0.4280	0.531	18.07	0.1539	0.8517	1.068
	0.10	0.5	0.1999	0.2471	1.099	54.01	0.0853	0.1579	0.185
		1.0	0.2688	0.2979	0.898	36.32	0.1117	0.3073	0.370
		1.5	0.3172	0.3398	0.758	28.50	0.1289	0.4522	0.555
		2.0	0.3576	0.3762	0.654	23.59	0.1406	0.5960	0.740
		3.0	0.4232	0.4364	0.513	17.61	0.1555	0.8831	1.110
	0.15	0.5	0.2079	0.2684	0.952	51.34	0.0885	0.1723	0.203
		1.0	0.2790	0.3183	0.805	34.44	0.1154	0.3351	0.405
		1.5	0.3292	0.3601	0.689	26.92	0.1327	0.4929	0.608
		2.0	0.3711	0.3963	0.599	22.19	0.1443	0.6504	0.810
		3.0	0.4380	0.4557	0.474	16.51	0.1589	0.9626	1.215
	0.20	0.5	0.2156	0.2872	0.847	48.99	0.0914	0.1865	0.220
		1.0	0.2886	0.3366	0.734	32.80	0.1189	0.3623	0.440
		1.5	0.3406	0.3783	0.634	25.52	0.1362	0.5338	0.660
		2.0	0.3837	0.4141	0.553	20.97	0.1476	0.7040	0.880
		3.0	0.4515	0.4725	0.442	15.56	0.1622	1.0421	1.320
0.25	0.5	0.2228	0.3039	0.769	46.90	0.0943	0.2009	0.238	
	1.0	0.2977	0.3532	0.678	31.33	0.1222	0.3898	0.475	
	1.5	0.3515	0.3946	0.590	24.26	0.1393	0.5742	0.713	
	2.0	0.3954	0.4299	0.518	19.90	0.1508	0.7574	0.950	
	3.0	0.4633	0.4874	0.417	14.79	0.1654	1.1190	1.425	
0.30	0.5	0.2297	0.3192	0.708	45.04	0.0969	0.2150	0.255	
	1.0	0.3064	0.3682	0.634	30.04	0.1253	0.4171	0.510	
	1.5	0.3617	0.4092	0.554	23.15	0.1424	0.6150	0.765	
	2.0	0.4063	0.4441	0.488	18.96	0.1537	0.8105	1.020	
	3.0	0.4751	0.5006	0.394	14.05	0.1682	1.1974	1.530	

$\delta = \frac{d}{H}$	$\beta = \frac{b}{B}$	Armierungsziffer p	Nulllinien- abstand		Verhältnis der Span- nungen		Moment		Eisen- fläche
			$x = \zeta H$	$x_1 = \zeta_1 H$	$\frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}}$	$\frac{\sigma_{ez}}{\sigma_{bd}}$	$M = \mathfrak{R}_1 B H^2 \sigma_{bd}$	$M = \frac{\mathfrak{R}_2}{100} B H^2 \sigma_{ez}$	$F_e = \frac{\mathfrak{R}_3}{100} \cdot B H$
			ζ	ζ_1			\mathfrak{R}_1	\mathfrak{R}_2	\mathfrak{R}_3
$\delta = \frac{d}{H} = 0.2$	0.08	0.5	0.1720	0.2183	1.266	65.17	0.0742	0.1137	0.132
		1.0	0.2353	0.2703	1.039	43.65	0.0973	0.2229	0.264
		1.5	0.2866	0.3147	0.857	33.15	0.1098	0.3312	0.396
		2.0	0.3302	0.3532	0.727	26.79	0.1177	0.4393	0.528
		3.0	0.4005	0.4167	0.559	19.46	0.1273	0.6543	0.792
	0.10	0.5	0.1766	0.2312	1.160	63.08	0.0761	0.1205	0.140
		1.0	0.2420	0.2833	0.969	42.02	0.0992	0.2361	0.280
		1.5	0.2947	0.3277	0.806	31.83	0.1117	0.3510	0.420
		2.0	0.3391	0.3660	0.687	25.70	0.1196	0.4654	0.560
		3.0	0.4102	0.4289	0.531	18.64	0.1291	0.6925	0.840
	0.15	0.5	0.1875	0.2600	0.972	58.58	0.0804	0.1372	0.160
		1.0	0.2577	0.3121	0.839	38.55	0.1036	0.2687	0.320
		1.5	0.3135	0.3561	0.707	29.02	0.1159	0.3994	0.480
		2.0	0.3595	0.3937	0.608	23.39	0.1238	0.5294	0.640
		3.0	0.4316	0.4550	0.484	16.97	0.1336	0.7871	0.960
	0.20	0.5	0.1975	0.2846	0.847	54.85	0.0844	0.1538	0.180
		1.0	0.2723	0.3364	0.747	35.68	0.1076	0.3016	0.360
		1.5	0.3303	0.3797	0.637	26.78	0.1199	0.4477	0.540
		2.0	0.3773	0.4165	0.552	21.58	0.1278	0.5923	0.720
		3.0	0.4497	0.4762	0.437	15.69	0.1379	0.8789	1.080
0.25	0.5	0.2069	0.3057	0.771	51.70	0.0880	0.1702	0.200	
	1.0	0.2857	0.3569	0.680	33.30	0.1111	0.3336	0.400	
	1.5	0.3454	0.3995	0.583	24.95	0.1236	0.4953	0.600	
	2.0	0.3930	0.4356	0.509	20.11	0.1317	0.6548	0.800	
	3.0	0.4653	0.4938	0.409	14.66	0.1428	0.9742	1.200	
0.30	0.5	0.2160	0.3239	0.706	48.89	0.0913	0.1868	0.220	
	1.0	0.2980	0.3745	0.627	31.31	0.1145	0.3657	0.440	
	1.5	0.3588	0.4164	0.542	23.46	0.1272	0.5422	0.660	
	2.0	0.4067	0.4517	0.475	18.93	0.1356	0.7163	0.880	
	3.0	0.4786	0.5085	0.382	13.83	0.1464	1.0585	1.320	

$\delta = \frac{d}{H}$	$\beta = \frac{b}{B}$	Armerungsziffer ν	Nulllinien- abstand		Verhältnis der Span- nungen		Moment		Eisen- fläche
			$x = \zeta H$	$x_1 = \zeta_1 H$	$\frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}}$	$\frac{\sigma_{ez}}{\sigma_{ed}}$	$M = \mathfrak{R}_1 BH^2 \sigma_{bd}$	$M = \frac{\mathfrak{R}_2}{100} BH^2 \sigma_{ez}$	$F_e = \frac{\mathfrak{R}_3}{100} BH$
			ζ	ζ_1			\mathfrak{R}_1	\mathfrak{R}_2	\mathfrak{R}_3
$\delta = \frac{d}{H} = 0.1$	0.08	0.5	0.1485	0.2280	1.262	77.93	0.0588	0.0755	0.086
		1.0	0.2236	0.2832	1.000	46.71	0.0700	0.1498	0.172
		1.5	0.2830	0.3294	0.813	33.76	0.0755	0.2236	0.258
		2.0	0.3324	0.3691	0.683	26.52	0.0789	0.2975	0.344
		3.0	0.4082	0.4335	0.523	18.81	0.0832	0.4423	0.516
	0.10	0.5	0.1571	0.2479	1.125	72.84	0.0607	0.0833	0.095
		1.0	0.2358	0.3026	0.907	43.53	0.0719	0.1652	0.190
		1.5	0.2969	0.3484	0.744	31.48	0.0776	0.2465	0.285
		2.0	0.3465	0.3873	0.632	24.83	0.0812	0.3271	0.380
		3.0	0.4229	0.4504	0.487	17.63	0.0856	0.4855	0.570
	0.15	0.5	0.1766	0.2875	0.916	63.14	0.0648	0.1026	0.118
		1.0	0.2622	0.3409	0.752	37.63	0.0765	0.2033	0.235
		1.5	0.3259	0.3852	0.630	27.35	0.0827	0.3024	0.353
		2.0	0.3762	0.4226	0.542	21.68	0.0867	0.3999	0.470
		3.0	0.4520	0.4828	0.427	15.53	0.0920	0.5923	0.705
	0.20	0.5	0.1937	0.3166	0.780	56.24	0.0686	0.1220	0.140
		1.0	0.2836	0.3687	0.659	33.66	0.0809	0.2403	0.280
		1.5	0.3484	0.4117	0.561	24.61	0.0878	0.3568	0.420
		2.0	0.3987	0.4478	0.487	19.62	0.0924	0.4711	0.560
		3.0	0.4734	0.5056	0.388	14.15	0.0985	0.6961	0.840
0.25	0.5	0.2087	0.3388	0.695	51.12	0.0721	0.1410	0.163	
	1.0	0.3011	0.3897	0.603	30.83	0.0855	0.2773	0.325	
	1.5	0.3633	0.4315	0.517	22.67	0.0930	0.4102	0.488	
	2.0	0.4162	0.4665	0.449	18.16	0.0982	0.5408	0.650	
	3.0	0.4896	0.5224	0.362	13.19	0.1050	0.7963	0.975	
0.30	0.5	0.2217	0.3564	0.635	47.25	0.0755	0.1598	0.185	
	1.0	0.3157	0.4061	0.572	28.71	0.0931	0.3243	0.370	
	1.5	0.3808	0.4469	0.493	21.24	0.1011	0.4760	0.555	
	2.0	0.4302	0.4797	0.434	17.08	0.1067	0.6248	0.740	
	3.0	0.5024	0.5354	0.350	12.35	0.1139	0.9223	1.110	

$M = 0.1134 BH^2 \sigma_{bd}$ und mit $\sigma_{bd} = 32.4 \text{ kg/cm}^2$, $M = 3.67 BH^2$, was genügend übereinstimmt. Die Entfernung x der Nulllinie von der Druckkante wird $x = \zeta H = 0.30 H$.

In jede der Tafeln Nr. 2 bis 7 sind nun die Werte von $\frac{s_{ez}}{s_{bd}}$ und $\frac{s_{bz}}{s_{bd}}$, welche nach der amtlichen Vorschrift zulässig sind, als Parallele zur Abszissenachse eingetragen.

Für Hochbauten ist je eine solche Linie vorhanden; für Straßenbrücken entspräche, da σ_{bd} und σ_{ez} mit der Stützweite veränderlich sind, eigentlich jeder Stützweite eine Gerade in den beiden betreffenden Quadranten. Der Deutlichkeit halber sind nur die für Stützweiten von 4 m und 20 m (welch letztere als beiläufige Grenze der Anwendbarkeit der Plattenbalken angenommen ist) geltenden Geraden eingetragen.

Die Schnittpunkte der Geraden $\frac{s_{ez}}{s_{bd}}$ mit den $\frac{\sigma_{ez}}{\sigma_{bd}}$ -Kurven bestimmen in ihren Abszissen die idealen Armierungsziffern i_p , welche somit vorhanden sein müssen, wenn die beiden Spannungen σ_{ez} und σ_{bd} gleichzeitig die zulässigen Grenzwerte s_{ez} und s_{bd} erreichen sollen, das heißt, wenn gleichzeitig das Eisen auf Zug und der Beton auf Druck bis zur zulässigen Grenze ausgenützt werden soll. So z. B. schneidet die für Hochbauten beim Mischungsverhältnisse 470 kg/m^3 gültige Gerade auf Tafel Nr. 4 für $\beta = 0.2$ die $\frac{\sigma_{ez}}{\sigma_{bd}}$ -Kurve in einem Punkte, dem die Armierung $i_p = 1.57$ entspricht. Dies besagt: Bei dem vorliegenden Plattenbalken (Plattenbreite gleich der fünffachen Rippenbreite und Plattendicke gleich $\frac{1}{10}$ der Trägerhöhe) muß die Armierung $i_p = 1.57$ sein, damit der Beton auf Druck und das Eisen auf Zug gleichzeitig ausgenützt, das heißt, der Beton auf Druck mit 42 kg/cm^2 , das Eisen auf Zug mit 1000 kg/cm^2 beansprucht werden kann; bei schwächerer Armierung (siehe Kurventeil unter der Geraden für 470 kg/m^3) wird $\frac{\sigma_{ez}}{\sigma_{bd}}$ größer als zulässig, daher muß behufs Einhaltung des Grenzwertes $s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2$, σ_{bd} kleiner werden. Es kann also dann der Beton nicht ausgenützt werden. Bei stärkerer Armierung als 1.57 (Kurventeil zwischen der bezeichneten Geraden für 470 kg/m^3 und der Abszissenachse) wird $\frac{\sigma_{ez}}{\sigma_{bd}}$ kleiner als der für $\frac{s_{ez}}{s_{bd}}$ gültige Wert; es wird dann das Eisen nicht ausgenützt werden können.

Bei „besonderen“ Hochbau- und bei Brückentragwerken kommen auch die Kurven der $\frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}}$ und die Geraden $\frac{s_{bz}}{s_{bd}}$ in Betracht; deren Schnittpunkte bestimmen in ihren Abszissen jene Armierungsziffern p , welche vorhanden sein müssen, wenn die betreffenden Spannungen σ_{bz} und σ_{bd} gleichzeitig die zulässigen Grenzwerte s_{bz} und s_{bd} erreichen sollen, das heißt, wenn gleichzeitig der Beton auf Zug und Druck bis zur zulässigen Grenze ausgenützt werden soll.

Es möge untersucht werden, wie sich im früher behandelten Falle eines Plattenbalkens die Betonzugspannungen stellen.

Die Lotrechte durch den Punkt $i^p = 1.57$ gibt in ihrem Schnittpunkte mit der $\frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}}$ -Kurve Aufschluß, wie sich bei gleichzeitiger Ausnützung des Betons auf Druck und des Eisens auf Zug der Beton auf Zug verhält. Der betreffende Schnittpunkt mit der $\frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}}$ -Kurve ($\beta = 0.2$) fällt unter die Horizontale, welche das zu-

lässige Verhältnis $\frac{s_{bz}}{s_{bd}}$ bei Hochbauten (Mischungsverhältnis 470 kg/m^3)

angibt, das heißt, bei der idealen Armierung $i^p = 1.57$ ist das Ver-

hältnis $\frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}}$ kleiner als den Grenzwerten entspricht; die Betonzug-

spannung σ_{bz} erreicht also nicht die zulässige Grenze s_{bz} . Schneidet hingegen die Lotrechte durch den Punkt i^p die bezügliche $(\sigma_{bz} : \sigma_{bd})$ -Kurve oberhalb der dem betreffenden Mischungsverhältnisse zugehörigen Horizontalen, so wird bei der genannten Armierung der Beton auf Zug zu hoch beansprucht; in diesem letzteren Falle entspricht somit der Träger den Vorschriften nicht.

Einen weiteren Wert bieten diese graphischen Darstellungen auch insofern, als sie den bei der Überprüfung eines vorliegenden Plattenbalkens — bei „besonderen“ Hochbauten und bei Brücken — erforderlichen rechnerischen Nachweis der Betonzugspannungen, der etwas mühsam und zeitraubend ist, entbehrlich machen. Die Schnittpunkte der bei den $\frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}}$ -Kurven eingetragenen Horizontalen $\frac{s_{bz}}{s_{bd}}$

geben nämlich die geringsten Armierungsziffern an, bei welchen σ_{bz} (unter Ausnützung des Betons auf Druck) den zulässigen Wert s_{bz} nicht überschreitet. So muß z. B. (s. Tafel Nr. 6) ein Plattenbalken

mit $\delta = 0.2$ und $\beta = 0.2$ für eine Straßenbrücke von 4 m Lichtweite, im Mischungsverhältnis 350 kg/m^3 , mindestens eine Armierungsziffer von $p = 1.6$ (bei voller Ausnützung des Betons auf Druck mit $s_{bd} = 29.8 \text{ kg/cm}^2$) erhalten, damit σ_{bz} nicht größer als zulässig (18.4 kg/cm^2) werde. Das Eisen wird aber hiebei nicht voll ausgenützt, da für dasselbe allein (ohne Rücksicht auf σ_{bz}) $i p = 1.46$ genügen würde, wie aus dem Schnitte der betreffenden Geraden $\frac{s_{ez}}{s_{bd}}$ mit der Kurve $\beta = 0.2$ hervorgeht.

Daß umgekehrt auch für das Entwerfen ähnliche Erwägungen zur richtigen Wahl der Querschnitte, Rippenbreite u. s. w. zweckdienlich benützt werden können, bedarf keiner weiteren Erläuterung.

Die Tafeln Nr. 2 bis 7 geben in den links angeordneten Quadranten auch die Werte der ζ , welche mit $x = \zeta H$ die Lage der Nulllinie für Verfahren A festlegen, sowie die Tragsmomente M und ersparen so jede analytische Überprüfung eines vorliegenden Falles oder die Berechnung der Tragfähigkeit eines gegebenen Plattenbalkens; endlich sind in den Quadranten rechts unten noch Scharen von Geraden eingezeichnet, welche auf dem dazugehörigen Maßstabe direkt die den betreffenden Armierungsziffern entsprechenden Eisenflächen F_e geben. Diese Flächen sind bestimmt durch

$$F_e = 0.01 p [\delta + (1 - \delta) \zeta] B H$$

und sind wieder als Ordinaten zu p als Abszissen aufgetragen. Diese Werte F_e sind auch in die Tabelle Nr. 4 aufgenommen.

Bezüglich der Kurven der Momente ist noch folgendes zu bemerken. Es sind zwei Kurvenscharen gezeichnet, die eine dem Faktor $BH^2 \sigma_{bd}$, die andere jenem $BH^2 \sigma_{ez}$ entsprechend; beide können in gleicher Weise zur Berechnung des Momentes verwendet werden, so daß eine zur Kontrolle der anderen dienen kann.

Sollen diese Kurven zur Ablesung der Tragsmomente, das heißt jener äußeren Momente M benützt werden, bei welchen die zulässigen Spannungen s_{bd} oder s_{ez} gerade erreicht werden, so ist dann $\sigma_{bd} = s_{bd}$ oder $\sigma_{ez} = s_{ez}$ zu setzen.

Hinsichtlich dieser Tragsmomente darf die ($M: BH^2 \sigma_{bd}$)-Kurve indessen nur bei Armierungsziffern $p \geq i p$ und die ($M: BH^2 \sigma_{ez}$)-Kurve nur bei Armierungsziffern $p \leq i p$ benützt werden, denn nur bei $p \geq i p$ darf $\sigma_{bd} = s_{bd}$ und nur bei $p \leq i p$ darf $\sigma_{ez} = s_{ez}$ werden.

Für „besondere“ Hochbauten und für Brückentragwerke ist ferner hiebei noch vorausgesetzt, daß die Betonzugspannung σ_{bz} die zulässige Grenze s_{bz} ein-

halte. Ist dies in einem gegebenen Beispiele nicht der Fall, so kann zur Bestimmung des Tragemomentes nur ein dem s_{b_z} entsprechend zu bestimmendes σ_{b_d} oder σ_{e_z} benützt werden.

Mit Rücksicht auf die Wichtigkeit, welche hiernach den idealen Armierungsziffern bei der Benützung der Kurven der Tragemomente zukommt, sind in diese letzteren, aber nur in den für Hochbauten giltigen Tafeln Nr. 2, 3 und 4 die, den idealen Armierungen entsprechenden Momente M besonders ersichtlich gemacht; die demselben Mischungsverhältnisse entsprechenden Punkte einer Kurvenschar $M : BH^2 \sigma_{b_d}$ oder $M : BH^2 \sigma_{e_z}$ sind durch eine Kurve verbunden.

Jene Teile der Momentenkurven, welche für die Berechnung der Tragemomente mit s_{b_d} oder s_{e_z} benützt werden dürfen, sind stark ausgezogen; die der idealen Armierungsziffer entsprechenden Tragemomente $M = \mathfrak{K}_1 BH^2 s_{b_d}$ und $\frac{\mathfrak{K}^2}{100} \cdot BH^2 s_{e_z}$ (s. Tabelle Nr. 4) sind in einer Lotrechten abzulesen und müssen denselben Wert ergeben.

Bei den für Straßenbrücken giltigen Kurven der Momente M sind die idealen Armierungsziffern nicht eingetragen, da dieselben mit der Spannweite veränderlich sind; sie können aber, wie früher erörtert, jeweils aus dem Quadranten rechts unten als Abszissen der Schnittpunkte der Kurven III und der Geraden IV entnommen und in die Kurven VI und VII eingetragen werden.

Die Spannungsverhältnisse bei einfach und ideal armierten Plattenbalken.

Im folgenden soll nun eine Untersuchung über die ideal armierten Plattenbalken angestellt werden, worunter im Sinne des auf S. 37 bei den einfach armierten Balken Gesagten solche Plattenbalken zu verstehen sind, bei denen die (nach Verfahren A zu ermittelnden) Betondruck- und Eisenzugspannungen gleichzeitig ihre zulässigen Grenzwerte erreichen.

Je ein Typus der Plattenbalken ist gegeben durch die Plattenbreite B , die Gesamthöhe H , ferner durch die mit Gl. 73) eingeführten Größen $\frac{b}{B} = \beta$, $\frac{d}{H} = \delta$, wodurch die Rippenbreite b und die Plattendicke d festgelegt sind, sowie durch die Lage des Schwerpunktes der Zugarmierung, wobei (s. Figur 41)

$$\frac{a}{H} = \alpha \dots \dots \dots 96)$$

gesetzt werden soll, und schließlich durch die zulässigen Grenzwerte s_{bd} und s_{ez} bzw. deren Verhältnis

$$\frac{s_{bd}}{s_{ez}} = \gamma \dots \dots \dots 97).$$

Vorerst sollen nun die ideale Armierungsfläche iF_e und das dazugehörige, als „ideales“ bezeichnete Tragmoment iM (S. 42) bestimmt werden. Die ideale Armierungsfläche iF_e stellt also jene Eisenfläche dar, die, in der Schwerpunktsentfernung a von der Betonzugkante des durch B, H, β und δ gegebenen Typus des Plattenbalkens angebracht, bewirkt, daß unter dem Einfluß eines Momentes iM (des idealen Tragmomentes) die größte Betondruck- und die Eisenzugspannung rechnerungsmäßig gleichzeitig die zulässigen Grenzwerte s_{bd} und s_{ez} erreichen. Es sollen wieder „schlaffe“ Eiseneinlagen vorausgesetzt werden, so daß mit hinreichender Genauigkeit die Eisenzugkraft im Schwerpunkt des Eisenprofils wirkend gedacht werden kann. Für alle Typen

von Balken und Plattenbalken muß bei gegebenem $\gamma = \frac{s_{bd}}{s_{ez}}$

die nach Verfahren A (anzuwenden für alle Hoch- und Brückenbauten) bestimmte Nulllinie in der Entfernung

$$x = \frac{\nu \gamma (H - a)}{1 + \nu \gamma} \dots \dots \dots 98)$$

liegen, was sich ohne weiters aus der Beziehung

$$\frac{s_{bd}}{s_{ez}} = \gamma = \frac{x}{\nu(H - a - x)}$$

ergibt. Hieraus folgt für ideale Armierung

$$\xi = \frac{x}{H} = \frac{\nu \gamma (1 - \alpha)}{1 + \nu \gamma} \dots \dots \dots 99).$$

Mit wachsender Plattendicke verändert sich also die Lage der Nulllinie nicht, wenn immer ideal armiert wird und $\gamma = \frac{s_{bd}}{s_{ez}}$ konstant bleibt.

Nimmt man zunächst den Fall an, daß $\delta < \xi$ ist, daß also die Nulllinie A (womit die nach Verfahren A bestimmte bezeichnet werden soll) die Rippe schneidet, so ist für jeden beliebigen mit F_e auf der Zugseite armierten Plattenbalken (s. Figur 41) die Lage der Nulllinie A durch Gl. 79) festgelegt; sie gilt also auch für ideale Armierung, wenn F_e durch iF_e ersetzt wird.

Durch Wegschaffung von x aus Gl. 79) und Gl. 98) erhält man die Fläche der idealen Armierung

$${}^iF_e = (B - b) d \left[\gamma - \frac{d(1 + \nu\gamma)}{2\nu H'} \right] + \frac{\nu\gamma^2 b H'}{2(1 + \nu\gamma)} \dots 100)$$

oder mit Einführung der Verhältniszahlen γ aus Gl. 97), dann ξ aus Gl. 99) und β , δ

$$\left. \begin{aligned} {}^iF_e &= C_1 B H, \\ C_1 &= \frac{\lambda}{2} \left[(1 - \beta) \left(2 - \frac{\delta}{\xi} \right) \delta + \beta \xi \right] \end{aligned} \right\} \dots 101).$$

Das ideale Tragemoment iM erhält man aus der zweiten der Gl. 80), indem man statt $F_e \dots {}^iF_e$ und statt $\sigma_{e_z} \dots s_{e_z}$ setzt, zu

$$\left. \begin{aligned} {}^iM &= s_{e_z} \left[{}^iF(H' - x) + \right. \\ &+ \gamma \cdot \frac{b(x - d)^3 + B d(3x^2 - 3xd + d^2)}{3x} \end{aligned} \right\} \dots 102)$$

oder mit Einführung der Verhältniszahlen β , γ , δ und ξ

$$\left. \begin{aligned} {}^iM &= C_2 B H^2 s_{e_z}, \\ C_2 &= \frac{\xi C_1}{\nu\gamma} + \frac{\gamma}{3\xi} \left[\beta(\xi - \delta)^3 + \delta(3\xi^2 - 3\xi\delta + \delta^2) \right] \end{aligned} \right\} \dots 103).$$

Nimmt nun die Plattenstärke d zu, bis die Plattenunterkante in die Nulllinie A fällt, wird also $d = x$ nach Gl. 98) oder $\delta = \xi$ nach Gl. 99), so wachsen die Werte iF_e und iM bis zu ihren Maximalwerten, die man erhält, wenn man in den Gl. 101) bzw. 103) $\delta = \xi$ setzt; hiefür wird

$$\left. \begin{aligned} {}^iF_{\max} &= C_1' B H, \\ C_1' &= \frac{\gamma}{2} \xi \end{aligned} \right\} \dots 104)$$

und

$$\left. \begin{aligned} {}^iM_{\max} &= C_2' B H^2 s_{e_z}, \\ C_2' &= \xi \left[\frac{C_1'}{\nu\gamma} + \frac{\gamma\xi}{3} \right] = \frac{3 + 2\nu\gamma}{6\nu} \xi^2 \end{aligned} \right\} \dots 105).$$

Wächst die Plattendicke weiter, so daß die Nulllinie A in die Platte fällt, so behalten die Werte iF_e und iM die nach Gl. 104) und 105) festgelegten Maximalwerte bei, da sie nach Verfahren A zu bestimmen sind und hiebei jener Plattenteil, der unter die Nulllinie A fällt, zur Druckaufnahme rechnermäßig nicht herangezogen wird. Diese Maximalwerte gelten also auch für $d = H$, d. h. für den einfach und ideal armierten Rechteckbalken.

Man erhält iF_e und iM daher auch, wenn in Gl. 101) und 103) $b = B$, demnach $\beta = 1$ gesetzt wird.

Frägt man nun nach den zugehörigen Rechnungswerten der Betonzugrandspannung σ_{bz} , so hat man es mit dem Verfahren B (anzuwenden für „besondere“ Hochbauten und für Brückentragwerke) zu tun. Hier muß wieder unterschieden werden, ob I) die Nulllinie B die Rippe schneidet ($x_1 > d$ bzw. $\xi_1 > \delta$) oder ob sie II) in die Platte fällt ($x_1 < d$ bzw. $\xi_1 < \delta$).

Für den Fall I): $x_1 > d$ ($\xi_1 > \delta$)) müssen wieder zwei Unterfälle in Betracht gezogen werden, nämlich ob $x > d$ ($\xi > \delta$) oder $x < d$ ($\xi < \delta$) ist, d. h. ob die dazugehörige Nulllinie A a) die Rippe schneidet oder b) in die Platte fällt.

$$\text{Ia) Fall: } \begin{cases} x_1 > d (\xi_1 > \delta), \\ x > d (\xi > \delta). \end{cases}$$

Hiefür ist x_1 durch Gl. 86) bestimmt, wobei statt $F_e \dots {}^iF_e$ nach Gl. 101) zu setzen ist. Mit den vorhin eingeführten Verhältniswerten bekommt man

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -A_3 + \sqrt{A_3^2 + B_3} = \xi_1 H, \\ A_3 &= C_3 H, \quad C_3 = \frac{\delta(1-\beta) + \nu C_1 + \mu\beta}{\beta(1-\mu)}, \\ B_3 &= C_4 H^2, \quad C_4 = \frac{\delta^2(1-\beta) + 2\nu C_1(1-\alpha) + \mu\beta}{\beta(1-\mu)}, \\ \xi_1 &= -C_3 + \sqrt{C_3^2 + C_4} \end{aligned} \right\} \dots 106).$$

σ_{bz} ist nun durch Gl. 87) gegeben, wenn statt $F_e \dots {}^iF_e$ aus Gl. 101) und statt $M \dots {}^iM$ aus Gl. 103) gesetzt wird. Nach Einführung der bekannten Verhältniswerte geht σ_{bz} über in

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bz} &= C_8 s_{ez}, \\ C_8 &= \frac{\mu(1-\xi_1)C_2}{C_5 + \mu C_6 + \nu C_7}, \\ C_5 &= \frac{\xi_1^3 - (1-\beta)(\xi_1 - \delta)^3}{3}, \\ C_6 &= \frac{\beta(1-\xi_1)^3}{3}, \\ C_7 &= C_1(1-\xi_1 - \alpha)^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 107).$$

$$\text{Ib) Fall: } \begin{cases} x_1 > d (\xi_1 > \delta), \\ x < d (\xi < \delta). \end{cases}$$

Hiefür ist in Gl. 86) statt $F_e \dots {}^iF_e$ zu setzen und nach den bei Gl. 104) gemachten Bemerkungen aus letzterer zu entnehmen. Man erhält dann

$$\left. \begin{aligned} x_1' &= -A_3' + \sqrt{A_3'^2 + B_3'} = \xi_1' H, \\ A_3' &= C_3' H, \quad C_3' = \frac{\delta(1-\beta) + \mu\beta + \frac{\nu\gamma}{2}\xi}{\beta(1-\mu)}, \\ B_3' &= C_4' H^2, \quad C_4' = \frac{\delta^2(1-\beta) + \mu\beta + \nu\gamma\xi(1-\alpha)}{\beta(1-\mu)}, \\ \xi_1' &= -C_3' + \sqrt{C_3'^2 + C_4'} \end{aligned} \right\} \dots 108).$$

Nun ist in Gl. 87) statt $F_e \dots {}^i F_e$ nach Gl. 104) und analog statt $M \dots {}^i M$ nach Gl. 105) einzusetzen; man erhält dann:

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_{bz} &= C_8' s_{ez}, \\ C_8' &= \frac{\mu(1-\xi_1')(\beta + 2\nu\gamma)\xi^2}{6\nu(C_5' + \mu C_6' + \nu C_7')} = \frac{\mu(1-\xi_1')C_2'}{C_5' + \mu C_6' + \nu C_7'}, \\ C_5' &= \frac{\xi_1'^3 - (1-\beta)(\xi_1' - \delta)^3}{3}, \\ C_6' &= \frac{\beta(1-\xi_1')^3}{3}, \\ C_7' &= \frac{\gamma\xi}{2}(1-\xi_1' - \alpha)^2 \end{aligned} \right\} \dots 109).$$

Für Fall II): $x_1 < d$ ($\xi_1 < \delta$) kommt natürlich nur gleichzeitig $x < \delta$ ($\xi < \delta$) in Betracht. Also

$$\text{Fall II)} \quad \left\{ \begin{aligned} x_1 &< d \quad (\xi_1 < \delta), \\ x &< d \quad (\xi < \delta). \end{aligned} \right.$$

Hiefür ist x_1 durch Gl. 84) bestimmt, wobei ${}^i F_e$ wieder nach den bei Gl. 104) gemachten Bemerkungen aus letzterer zu entnehmen ist. Man erhält dann mit Einführung der bisher verwendeten Verhältniszerte:

$$\left. \begin{aligned} x_1'' &= -A_2 + \sqrt{A_2^2 + B_2} = \xi_1'' H, \\ A_2 &= C_3'' H, \quad C_3'' = \frac{\mu[\delta(1-\beta) + \beta] + \frac{\nu\gamma}{2}\xi}{(1-\mu)}, \\ B_2 &= C_4'' H^2, \quad C_4'' = \frac{\mu[\delta^2(1-\beta) + \beta] + \nu\gamma\xi(1-\alpha)}{(1-\mu)}, \\ \xi_1'' &= -C_3'' + \sqrt{C_3''^2 + C_4''} \end{aligned} \right\} \dots 110).$$

σ_{bz} ist nun durch Gl. 85) gegeben, wenn statt $F_e \dots {}^i F_e$ aus Gl. 104) und analog statt $M \dots {}^i M$ aus Gl. 105) gesetzt wird. Nach weiterer Einführung der bisher bekannten Verhältniszerte geht σ_{bz} über in

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_{bz} &= C_8'' s_{e2}, \\
 C_8'' &= \frac{\mu (1 - \xi_1'') (3 + 2 \nu \gamma) \xi^2}{6 \nu (C_5'' + \mu C_6'' + \nu C_7'')} = \frac{\mu (1 - \xi_1'') C_2'}{C_5'' + \mu C_6'' + \nu C_7''} \\
 C_5'' &= \frac{\xi_1''^3}{3}, \\
 C_6'' &= \frac{\beta (1 - \xi_1'')^3 + (1 - \beta) (\delta - \xi_1'')^3}{3}, \\
 C_7'' &= \frac{\gamma \xi}{2} (1 - \xi_1'' - \alpha)^2
 \end{aligned} \right\} . 111).$$

Mit Vereinheitlichung der Bezeichnungen sind nun in Tabelle Nr. 5 für alle vorkommenden Fälle der Lagen der beiden Nulllinien A und B zu der Plattenunterkante und als Sonderfall auch für den Rechteckbalken die gesuchten Werte der idealen Armierungsfläche $'F_e$, des idealen Tragemomentes $'M$, des Abstandes x_1 der Nulllinie B von der Betondruckkante und der rechnermäßigen Betonzugrandspannung σ_{bz} zusammengestellt.

Um nun für das Entwerfen Anhaltspunkte zu gewinnen und in den meisten Fällen auch das immerhin umständliche Auswerten der angegebenen Formeln zu ersparen, wurden für eine Reihe von Plattenbalkentypen die soeben genannten Größen berechnet und hierauf durch eine zeichnerische Darstellung derart veranschaulicht, daß die Werte auch für alle anderen dazwischenliegenden und nicht durchgerechneten Typen mit großer Schärfe entnommen werden können.

Es wurden für Hochbauten angenommen die Verhältnisse:

$$\left\{ \begin{aligned}
 \beta &= \frac{b}{B} = 0.30, 0.25, 0.20, 0.15, 0.10, \\
 \delta &= \frac{d}{H} = 0.30, 0.20, 0.10,
 \end{aligned} \right.$$

und für Straßenbrücken die Verhältnisse:

$$\left\{ \begin{aligned}
 \beta &= 0.30, 0.25, 0.20, 0.16, \\
 \delta &= 0.30, 0.25, 0.20, 0.16, 0.13.
 \end{aligned} \right.$$

In allen Fällen wurde $\alpha = \frac{a}{H}$ mit 0.08 als Mittelwert der meist in den Grenzen zwischen 0.06 und 0.10 schwankenden α gewählt; auf den Einfluß, den das Ersetzen des Mittelwertes durch die angeführten Grenzen auf die Werte $'F_e$, $'M$ und σ_{bz} nimmt, soll später kurz zurückgekommen werden.

Eine weitere Mannigfaltigkeit in den Typen erhält man dadurch, daß der Wert $\gamma = \frac{s_{bd}}{s_{e2}}$ mit dem Mischungsverhältnisse und

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Tabelle Nr. 5.

Zusammenstellung der Formeln für einfach und ideal armierte Plattenbalken.

Gegeben: $B, H, a \left(a = \frac{d}{H} \right), b \left(b = \frac{b}{B} \right), d \left(d = \frac{d}{H} \right), \nu = \frac{E_e}{E_{bd}}, \mu = \frac{E_{bz}}{E_{bd}}, \gamma = \frac{s_{bd}}{s_{az}}$ und daraus $x = \xi H = \frac{\nu \gamma (1-a)}{1+\nu \gamma} H$

Gesucht: $iF_e = C_1 B H, iM = C_2 B H^2 s_{az}, x_1 = \xi_1 H = (-C_3 + \sqrt{C_3^2 + C_4}) H, \sigma_{bz} = C_5 s_{az}.$

Gattung je nach Lage der Nulllinien A und B	Fall	Kennzeichen	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8
	0	$d > x$ $(\delta < \xi)$ $d < x_1$ $(\delta < \xi_1)$	$\frac{\gamma}{2} \left[(1-\beta) \left(2 - \frac{\delta}{2} \right) \delta + \beta \xi \right]$	$\frac{\xi C_1}{\nu \gamma} + \frac{\gamma}{3 \xi} \left[\beta (\xi - \delta)^3 + 2(3\xi^2 - 3\xi\delta + \delta^2) \right]$	$\frac{\delta(1-\beta) + \nu C_1 + \mu \beta}{\beta(1-\mu)}$	$\frac{\delta^2(1-\beta) + 2\nu C_1(1-\alpha) + \mu \beta}{\beta(1-\mu)}$	$\frac{\xi_1^3 - (1-\beta)(\xi_1 - \delta)^3}{3}$	$\frac{\beta(1-\xi_1)^3}{3}$		
	I	$d = x$ $(\delta = \xi)$ $d < x_1$ $(\delta < \xi_1)$								
	II	$d > x$ $(\delta > \xi)$ $d < x_1$ $(\delta < \xi_1)$								
	III	$d > x$ $(\delta > \xi)$ $d = x_1$ $(\delta = \xi_1)$	Maximalwert $\frac{\gamma \xi}{2}$	Maximalwert $\frac{3 + 2\nu \gamma}{6\nu} \cdot \xi^2$						
	IV	$d > x$ $(\delta > \xi)$ $d > x_1$ $(\delta > \xi_1)$			$\frac{\mu \delta (1-\beta) + \nu C_1 + \mu \beta}{(1-\mu)}$	$\frac{\mu \delta^2 (1-\beta) + 2\nu C_1 (1-\alpha) + \mu \beta}{(1-\mu)}$	$\frac{\xi_1^3}{3}$	$\frac{\beta(1-\xi_1)^3 + (1-\beta)(\delta - \xi_1)^3}{3}$	$C_1(1-\xi_1 - \alpha)^2$	
	V	$d = H$ $(\delta = 1)$ (Balken)			$\frac{\nu C_1 + \mu}{(1-\mu)}$	$\frac{2\nu C_1(1-\alpha) + \mu}{(1-\mu)}$	$\frac{(1-\xi_1)^3}{3}$		$\frac{\mu(1-\xi_1)C_2}{C_5 + \mu C_6 + \nu C_7}$	

bei Straßenbrücken überdies mit der Stützweite veränderlich ist. Es wurden für Hochbauten und Straßenbrücken die in den Vorschriften besonders angeführten Mischungsverhältnisse 470, 350 und 280 kg/m^3 ausgewählt und für Brückenbauten noch überdies eine Veränderlichkeit durch Einführung von zwei Grenzwerten der Stützweiten und zwar von $l = 4.0m$ und $l = 20.0m$ erzielt, so daß im ganzen für Brückenbauten: $4 \times 5 \times 6 = 120$ Typen,
 „ Hochbauten: $5 \times 3 \times 3 = 45$ „,
 zusammen 165 Typen zur Berechnung gelangten.

Mit $\nu = 15$ und $\alpha = 0.08$ wurden die für die Berechnung maßgebenden Größen γ nach Gl. 97) und ξ (Lage der Nulllinie A) nach Gl. 99) ermittelt und in nachstehender Tabelle Nr. 6 eingetragen.

Tabelle Nr 6.

Zulässige Spannungen s_{bd} , s_{ez} und Lage der Nulllinie bei einfach und ideal armierten Plattenbalken.

Tragwerke für	Mischungsverhältnis*)	Stützweite	s_{bd}	s_{ez} **)	$\gamma = \frac{s_{bd}}{s_{ez}}$	$x = \xi H$
		l				$\sigma_{tr} = \frac{13.8 \gamma}{1 + 15 \gamma}$
		m	kg/cm^2			
Hochbauten	470	—	42.0	1000	0.0420	0.356
	350	—	37.0	1000	0.0370	0.328
	280	—	32.0	1000	0.0320	0.298
Straßenbrücken	470	4	33.8	812	0.0416	0.354
		20	37.0	860	0.0430	0.361
	350	4	29.8	812	0.0367	0.327
		20	33.0	860	0.0384	0.336
	280	4	25.8	812	0.0318	0.297
		20	29.0	860	0.0337	0.309

*) in kg Portlandzement auf $1 m^3$ Gemenge von Sand und Steinmaterial.
 **) Hier sind die Werte für Flußeisen eingesetzt.

Die Werte ξ_1 (Lage der Nulllinie B) sind — da auch von der Rippenbreite abhängig — für sämtliche 165 Typen verschieden. Um in jedem einzelnen, vorliegenden Falle sofort ersehen zu können, ob derselbe im Hinblick auf die Tabelle Nr. 5 unter

0, I, IV einzureihen ist (wodurch dann die für die Bestimmung von iF_e , iM , x_1 und σ_{bz} zu verwendenden Gleichungen festgelegt sind), wurden in der Tafel Nr. 12 sowohl für Hochbauten als auch für Straßenbrücken die Linien der ξ (Gerade) und ξ_1 (Kurven) dargestellt. Die Abszissen stellen jeweilig die β und die Ordinaten die δ dar.

Was den Einfluß anlangt, den die Wahl des $\alpha = \frac{a}{H}$ auf die Hauptwerte iF_e , iM und σ_{bz} nimmt, so mögen folgende Zahlen einen Anhaltspunkt geben.

Für die durch die Vorschrift für Straßenbrücken gegebenen Werte des Mischungsverhältnisses 470 kg/m^3 und für starke Rippen ($\beta = 0.30$) wurden sowohl für dicke Platten ($\delta = 0.30$) als auch für dünne ($\delta = 0.10$) die drei Werte iF_e , iM und σ_{bz} ermittelt und zwar für $\alpha = 0.06, 0.08, 0.10$. Es ergab sich durchwegs, daß die Abweichungen der Werte für $\alpha = 0.06$ gegenüber $\alpha = 0.08$ absolut genommen beinahe gleich jener für $\alpha = 0.10$ gegenüber $\alpha = 0.08$ sind, so daß die Angabe der Mittelwerte genügt. Hier beträgt für

$\delta = 0.30$	(0.10)	die Änderung des iF_e	. . .	± 1.77	(1.10)	v. H.,
	„	„	„	iM	. . .	± 4.04	(3.30)
	„	„	„	σ_{bz}	. . .	± 1.67	(1.37)

wobei das obere Vorzeichen für die ersteren, das untere für die letztgenannten Abweichungen gilt.

Die Tafeln Nr. 8, 9 und 10 beziehen sich auf Hochbauten. Auf jeder Tafel sind in zwei Quadranten Kurven verzeichnet, welche die Größe der idealen Armierungsfläche iF_e und des idealen Tragemomentes iM angeben. Wie dieselben zur direkten Dimensionierung verwendet werden können, soll auf S. 109 an einem Beispiele gezeigt werden. In einem dritten Quadranten sind Kurven enthalten, denen das rechnerisch ermittelte σ_{bz} entnommen werden kann; diese Kurven kommen also nur für die „besonderen“ Hochbautragwerke in Betracht.

Die Tafel Nr. 11 bezieht sich auf Straßenbrücken und die dargestellten Kurven zeigen den Wert des rechnerisch ermittelten σ_{bz} für jede Gattung von ideal bewehrten Plattenbalken.

Die Quadranten der σ_{bz} sind folgendermaßen zu verstehen: Die Abszissen stellen die β , die Ordinaten die δ dar; jeder Punkt des Quadranten kennzeichnet also einen ganz bestimmten Typus. Denkt man sich in irgend einem solchen Punkte in einem beliebigen Maßstab als z -Ordinate das dem betreffenden Typus zugehörige, rechnerisch ermittelte σ_{bz} (kg/cm^2) aufgetragen und dies über den ganzen Quadranten durchgeführt, so erhält man eine σ_{bz} -Fläche.

Auf dieser wurden für „besondere“ Hochbautragwerke die durch ganze kg/cm^2 , für Straßenbrücken die durch ganze und halbe kg/cm^2 ausgedrückten, besonderen σ_{b_z} -Punkte durch Schichtenlinien verbunden und letztere Kurven im Grundriß zur Darstellung gebracht. Besonders kräftig ausgezogen erscheint in jedem σ_{b_z} -Quadranten die s_{b_z} -Kurve, also jene Kurve, welche dem nach den Vorschriften zulässigen Werte s_{b_z} der Betonzugspannung entspricht. Typen, die durch Punkte gekennzeichnet sind, welche rechts von der s_{b_z} -Grenze liegen, genügen also — wenn sie ideal armiert sind — den Anforderungen der Vorschriften hinsichtlich der Einhaltung der festgelegten Grenzwerte s_{b_z} , während Typen, die links von der s_{b_z} -Grenze liegen, bei idealer Eisenarmierung diesen Vorschriften nicht genügen und, um letzteren zu entsprechen, eine mehr oder minder große Verstärkung der Eisenflächen erhalten müssen. Allerdings ist damit auch eine gewisse Erhöhung des Tragemomentes erzielt. Hierüber wurde bereits des Näheren an Hand der Tafeln Nr. 2 bis 7 auf S. 91—99 erschöpfend Aufschluß gegeben.

Für solche Trägertypen, welche nicht direkt in den Tafeln angegeben sind, können die betreffenden σ_{b_z} -Werte mit genügender Genauigkeit durch geradlinige Einschaltung zwischen den gezeichneten σ_{b_z} -Kurven bestimmt werden.

Aus den zeichnerischen Darstellungen ist ohneweiters die Tragweite der Bestimmung der amtlichen Vorschriften hinsichtlich der Betonzugspannungen auf die ideal armierten Plattenbalken zu ersehen.

In nachstehender Tabelle Nr. 7 sind die den verschiedenen, durch δ ausgedrückten Plattendicken entsprechenden Kleinstwerte der zulässigen Rippenbreiten (ausgedrückt durch β), bei denen eine ideale Armierung gerade noch möglich ist, zusammengestellt. Bei Anwendung kleinerer Rippenbreiten, als sie in der Tabelle enthalten sind, muß eine Verstärkung über die ideale Armierung hinaus platzgreifen, um die Betonzugspannungen innerhalb der vorgeschriebenen Grenzen s_{b_z} zu halten.

Für Hochbauten sind in den Tafeln Nr. 8, 9 und 10 die Kurven der iF_e und iM nach den ganz gleichen Grundsätzen gezeichnet. Bei den iF_e -Kurven sind die den berechneten Typen entsprechenden und in die Tafeln eingetragenen Werte mit $\frac{BH}{100}$ zu multiplizieren, um iF_e zu erhalten; bei den iM -Kurven sind die eingetragenen Werte mit BH^2 zu multiplizieren, um iM zu finden.

Tabelle Nr. 7.

Untere Grenzen der zulässigen Werte $\beta = \frac{b}{B}$ bei ideal armierten Plattenbalken mit Rücksicht auf Einhaltung der zulässigen Betonzugspannung $s_{b,z}$.

$\delta = \frac{d}{H}$	Hochbauten			Straßenbrücken					
	Mischungsverhältnisse*)			Mischungsverhältnisse*)					
				470		350		280	
	470 350 280			Stützweite l (in m)					
				4		20		4	
0·30	0·223	0·220	0·238	0·280	0·268	0·277	0·270	0·287	0·286
0·25	0·211	0·208	0·229	0·265	0·253	0·264	0·257	0·280	0·277
0·20	0·190	0·189	0·213	0·241	0·230	0·243	0·236	0·260	0·257
0·16	0·165	0·168	0·197	0·215	0·205	0·218	0·211	0·236	0·233
0·13	0·144	0·149	0·178	0·190	0·180	0·194	0·187	0·212	0·209
0·10	0·122	0·124	0·144

*) in kg Portlandzement auf $1 m^3$ Gemenge von Sand und Steinmaterial.

Will man sich beim Entwerfen nicht mit der durch Abgreifen aus den Tafeln zu erzielenden Genauigkeit begnügen, so kann man, wenn auf Grund der Tafeln eine Wahl für die Verhältnisse β und δ getroffen worden ist, noch eines der Maße B oder H annehmen und das andere (H oder B) sowie $'F_e$ und $'M$ berechnen, wozu die Gl. 101) und 103) bzw. 104) und 105) zu verwenden sind.

Für die Überprüfung geben die zeichnerischen Darstellungen natürlich direkte Werte nur dann, wenn es sich zufällig um ideal armierte Plattenbalken handelt. Doch kann, wenn es sich nur um die Untersuchung handelt, ob die Betonzugspannungen $s_{b,z}$ eingehalten sind, jede Rechnung dann erspart werden, wenn bei Unterarmierung ($p < 'p$) } der Typus { links } von der $s_{b,z}$ -Grenz-Überarmierung ($p > 'p$) } rechts }

linie liegt; es ist dann nämlich der Träger } nicht zulässig.
 } zulässig.

In allen anderen Fällen gibt die auf S. 91 bis 99 enthaltene Darstellung mit wenig Einschaltungsrechnungen verlässliche Auskunft.

Beim Entwerfen können die Tafeln Nr. 8 bis 11 aber nach dem in der Fußnote S. 87 Gesagten in allen Fällen, in denen $\beta > 0.25$ wird, unmittelbar zur Bestimmung der wirtschaftlichsten Plattenbalken verwendet werden.

Es kann sogar eine gleichzeitige Erreichung sämtlicher 3 Grenzwerte $s_{b\bar{v}}$, s_{e_z} und s_{b_z} erzielt werden, wodurch man jene Typen erhält, die unter den ideal armierten Plattenbalken die geringste zulässige Rippenbreite aufweisen. Dies soll an nachstehendem Beispiel gezeigt werden:

Bei einem „besonderen“ Hochbautragwerk habe sich durch örtliche Verhältnisse eine Verlagsweite der Rippen von $B = 100 \text{ cm}$ als angemessen ergeben. Dieser Verlagsweite und der Belastung entspreche bei einem Mischungsverhältnisse 470 kg/m^3 eine Plattenstärke $d = 12 \text{ cm}$ und ferner der Stützweite des Plattenbalkens ein größtes Biegemoment $M = 1340000 \text{ kgcm}$. Es soll nun jener ideal armierte Plattenbalken ermittelt werden, dessen Rippen mit Rücksicht auf die zulässige Betonzugspannung s_{b_z} die geringste Breite besitzen.

Einer ersten Annahme von H mit $H_1 = 60 \text{ cm}$ entspricht ein $\delta_1 = \frac{d}{H_1} = \frac{12}{60} = 0.20$. Die δ_1 -Horizontale gibt in dem iM -Quadranten der Tafel Nr. 8 für Hochbauten (Mischungsverhältnis 470 kg/m^3) auf der eingetragenen s_{b_z} -Grenzlinie ein ideales Tragmoment $iM_1 = 5.18 B H_1^2$ an, das dem Biegemoment $M = 1340000 \text{ kgcm}$ gleichzusetzen ist. Man erhält sodann aus $1340000 = 5.18 \cdot 100 \cdot H_1^2$ einen zweiten Näherungswert $H_2 = 50.8 \text{ cm}$, der zeigt, daß die erste Annahme der Gesamthöhe (H_1) keine zutreffende war. Dem Werte H_2 entspricht nun ein $\delta_2 = \frac{d}{H_2} = \frac{12}{50.8} = 0.236$.

Analog zum früheren gibt δ_2 bei voller Ausnützung des Betons auf Zug ($s_{b_z} = 25 \text{ kg/cm}^2$) ein $iM_2 = 5.53 B H_2^2$; aus $iM_2 = M = 1340000 = 5.53 \cdot 100 \cdot H_2^2$ folgt $H_3 = 49.2 \text{ cm}$. Dieser Gesamthöhe entspricht ein $\delta_3 = 0.244$, ferner ein $iM_3 = 5.59 B H_3^2$ und ein $H_4 = 48.9 \text{ cm}$. Man sieht, daß die Annäherung von dem ersten angenommenen Wert für die Gesamthöhe H an einen Grenzwert sehr rasch erfolgt.

Für die den Tafeln zu Grunde gelegte Annahme $a_3 = 0.08 \cdot H_3 = 3.9 \text{ cm}$ beträgt somit $H_3' = (H_3 - a_3) = 45.3 \text{ cm}$. Den Werten δ_3 und iM_3 (Schnittpunkt der δ_3 -Horizontalen mit der s_{b_z} -Grenzlinie) entspricht in dem iF_e -Quadranten ein $iF_e = \frac{0.686 \cdot B H_3}{100} = \frac{0.686 \cdot 100 \cdot 49.2}{100} = 33.7 \text{ cm}^2$, und — aus irgend einem der drei Quadranten zu entnehmen — ein $\beta = 0.21$, also eine Rippenbreite $b = 0.21 \cdot 100 = 21.0 \text{ cm}$. Da 34.7 cm^2 Eisenfläche bei einer Rippenbreite von rund 20 cm und bei Verwendung von Rundeisen zwei Scharen erfordert, so hat man im Auge zu behalten, daß die Spannung der äußeren Schar größer sein wird, als ein für den Schwerpunkt von iF_e berechneter ideeller Spannungswert. Da letzterer nun schon 1000 kg/cm^2 beträgt, muß die tatsächliche Armierungsfläche größer als iF_e gewählt werden.

Nach einer überschlägigen Schätzung liegt die Nulllinie A rund 20.0 cm (x') von der Plattenoberkante entfernt, so daß $H_3' - x' = 25.3\text{ cm}$ beträgt. Bei einer weiteren Annahme, daß das Mittel der äußeren Schar um rund 2.0 cm tiefer liegt als der Schwerpunkt der tatsächlichen Armierungsfläche, folgt, daß letztere mindestens $\frac{25.3 + 2}{25.3}$ mal größer als F_e sein, somit $\frac{27.3}{25.3} \cdot 33.7 = 36.3\text{ cm}^2$ oder mehr betragen muß.

Es werden gewählt drei Rundeisen zu 30 mm und zwei Rundeisen zu 32 mm Durchmesser, welche zusammen ein $F_e = 37.30\text{ cm}^2$ geben. Wird a nach HV. § 5, Abs. 24 zu 5.7 cm (statt 4.2 cm) ermittelt, so ergibt sich mit $H_3' = 45.3\text{ cm} \dots H = 51\text{ cm}$; b wird mit 21 cm ausgeführt.

Die zeichnerischen Darstellungen auf den Tafeln Nr. 2 bis 11 geben ein Mittel an die Hand, um sich rasch und ohne Rechnung über die zweckmäßige Gestaltung eines Plattenbalkens zu vergewissern bzw. sich für den zu wählenden Typus eines solchen Trägers (Wahl von $b : B$, $d : H$) zu entscheiden, wobei häufig gewisse technische Rücksichten die Einhaltung bestimmter Trägerhöhen oder Rippenabstände fordern, ferner der wirtschaftliche Standpunkt zu beachten ist.

In letzterer Beziehung spielt das Preisverhältnis zwischen Beton und Eisen eine Rolle; so kann unter Umständen bei verhältnismäßig hohen Eisenpreisen ein weniger als ideal armierter Träger, das heißt ein solcher, bei welchem der Beton nicht ausgenützt ist, wirtschaftlich vorteilhafter erscheinen als ein niedrigerer Träger mit voller Ausnützung der Baustoffe, der aber die größere, ideale Armierung erfordert.

Eine Entscheidung in dieser Hinsicht kann nur auf Grund vergleichender Rechnungen und durch Auswahl unter mehreren, gleich tragfähigen Typen von Plattenbalken getroffen werden.

c) Näherungsverfahren zur direkten Bestimmung der Querschnitte von Plattenbalken.

Außer dem im Beispiele auf S. 109 gezeigten Vorgang zur direkten Bestimmung des Querschnittes eines einfach und ideal armierten Plattenbalkens, welcher einem gegebenen Biegemomente M entspricht, bei welchem Vorgang auch — wenn dies notwendig — gleichzeitig auf die Einhaltung der vorgeschriebenen Grenzen für s_{bz} Rücksicht genommen werden kann, soll im nachfolgenden ein Näherungsverfahren angegeben werden, das ebenfalls rasch und leicht zum Ziele führt. Wie später näher ausgeführt wird, kann mit diesem Verfahren aber

auch in allen jenen Fällen, wo keine ideale Armierung vorliegt, eine direkte Dimensionierung durchgeführt werden.

Bei der Ableitung soll von dem Zugwiderstande des Betons abgesehen und ferner in dem Falle, daß die Nulllinie den Steg schneidet, das Trägheitsmoment des in den Steg fallenden Druckteiles vernachlässigt werden.

Die Lage der Nulllinie ist für die ideale Armierung laut Gl. 98) durch den Abstand x derselben von der Druckkante gegeben, welcher Wert sich nach Einführung von $H' = H - a$ und

$$\gamma = \frac{s_{bd}}{s_{ez}} \text{ auch schreiben läßt:}$$

$$x = \xi' H' = \frac{\nu s_{bd}}{s_{ez} + \nu s_{bd}} H' \dots \dots \dots 112),$$

wobei ξ' als bekannt zu betrachten ist. Ferner sei auch die Plattendicke $d = \delta' H'$ bereits gegeben, etwa aus anderen Bedingungen (z. B. der Querbeanspruchung der Platte) bestimmt oder nach praktischen Rücksichten angenommen.

Bezieht man in Figur 50 die Momente der inneren Kräfte auf den Schwerpunkt der Eiseneinlagen und bezeichnet y den Abstand einer beliebigen Betonschichte mit der Spannung σ_y von ersterem, so besteht die Gleichung

$$M = \int_{H'-d}^{H'} B \sigma_y y dy.$$

Drückt man σ_y durch die Randspannung σ_{bd} (im vorliegenden Falle $\sigma_{bd} = s_{bd}$) aus, nämlich

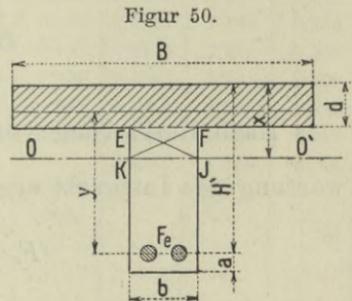
$$\sigma_y = \frac{y - H' + x}{x} s_{bd},$$

so wird

$$M = \frac{B s_{bd}}{x} \int_{H'-d}^{H'} (y - H' + x) y dy$$

und weiter

$$M = \frac{B s_{bd}}{x} \left[\frac{y^3}{3} - (H' - x) \frac{y^2}{2} \right]_{H'-d}^{H'}$$



Figur 50.

Nach Einführung der Grenzen und entsprechender Reduktion ergibt sich

$$M = \frac{B d s_{bd}}{6 x} [3 x (2 H' - d) - d (3 H' - 2 d)]$$

oder nach Einführung der Verhältniszahlen δ' und ξ'

$$M = \frac{\delta' s_{bd}}{6 \xi'} [3 \xi' (2 - \delta') - \delta' (3 - 2 \delta')] B H'^2. \dots 113).$$

Aus dieser Gleichung wird

$$G_1 = \left. \begin{array}{l} H' = G_1 \sqrt{M : B}, \\ \sqrt{\frac{6 \xi'}{\delta' s_{bd} [3 \xi' (2 - \delta') - \delta' (3 - 2 \delta')]} } \end{array} \right\} \dots 114).$$

Für die erforderliche Eisenfläche iF_e läßt sich eine Gleichung aus der Bedingung: Summe der inneren Druckkräfte gleich jener der inneren Zugkräfte gewinnen, das ist

$$B \int_{H'-d}^{H'} \sigma_y dy = {}^iF_e s_{ez}.$$

Nach Einführung von σ_y und $s_{ez} = \nu \frac{H' - x}{x} s_{bd}$ und nach Auswertung des Integrals ergibt sich

$${}^iF_e = \frac{\delta' (2 \xi' - \delta')}{2 \nu (1 - \xi')} B H' \dots 115)$$

oder

$$\left. \begin{array}{l} {}^iF_e = G_2 \cdot B H', \\ G_2 = \frac{\delta' (2 \xi' - \delta')}{2 \nu (1 - \xi')} \end{array} \right\} \dots 116).$$

Die Ermittlung von H' und iF_e für einen bestimmten Fall aus den Gl. 115) und 116) bei gegebenem B, d, M, s_{bd} und s_{ez} könnte rechnerisch nur versuchsweise erfolgen, da wegen $\delta' = \frac{d}{H'}$ das gesuchte H' auch in δ' enthalten ist. Einfacher gelangt man durch die Benützung der nachstehenden für Hochbauten giltigen Tabelle Nr. 8 oder auf graphischem Wege*) zum Ziele.

*) Siehe Dr. Ing. R. Saliger, „Der Eisenbeton in Theorie und Konstruktion“, Stuttgart 1906.

Tabelle Nr. 8

zur näherungsweise direkten Bestimmung der Höhe H' und der Eisenfläche iF_e einfach und ideal armierter Plattenbalken bei Hochbauten.

$\delta' = \frac{d}{H'}$	Mischungsverhältnis								
	in kg Portlandzement auf 1 m ³ Gemenge aus Sand und Steinmaterial								
	470			350			280		
	$s_{bd} = 42 \text{ kg/cm}^2, s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2, *$ $\xi' = 0.3865$			$s_{bd} = 37 \text{ kg/cm}^2, s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2, *$ $\xi' = 0.3569$			$s_{bd} = 32 \text{ kg/cm}^2, s_{ez} = 1000 \text{ kg/cm}^2, *$ $\xi' = 0.3243$		
G_1	10 $G_1 \delta'$	100 G_2	G_1	10 $G_1 \delta'$	100 G_2	G_1	10 $G_1 \delta'$	100 G_2	
0.08	0.5876	0.470	0.301	0.6290	0.503	0.263	0.6806	0.545	0.224
0.10	0.5358	0.536	0.366	0.5743	0.574	0.318	0.6226	0.623	0.271
0.12	0.4989	0.599	0.426	0.5355	0.643	0.369	0.5816	0.698	0.313
0.14	0.4713	0.660	0.482	0.5066	0.709	0.416	0.5514	0.772	0.351
0.16	0.4499	0.720	0.533	0.4844	0.775	0.459	0.5284	0.845	0.386
0.18	0.4331	0.780	0.580	0.4672	0.841	0.498	0.5107	0.919	0.416
0.20	0.4197	0.839	0.623	0.4535	0.907	0.533	0.4966	0.993	0.443
0.22	0.4090	0.900	0.661	0.4427	0.974	0.563	0.4863	1.070	0.465
0.24	0.4003	0.961	0.695	0.4341	1.042	0.589	0.4783	1.148	0.484
0.26	0.3933	1.023	0.725	0.4275	1.111	0.612	0.4724	1.228	0.498
0.28	0.3878	1.086	0.750	0.4224	1.183	0.630	0.4683	1.311	0.509
0.30	0.3835	1.151	0.771	0.4188	1.256	0.643	0.4659	1.398	0.516
0.32	0.3803	1.217	0.788	0.4164	1.332	0.653	0.4649	1.488	0.519
0.3243	—	—	—	—	—	—	0.4649	1.508	0.519
0.34	0.3781	1.286	0.800	0.4150	1.411	0.659	—	—	—
0.3569	—	—	—	0.4146	1.480	0.660	—	—	—
0.36	0.3766	1.356	0.808	—	—	—	—	—	—
0.38	0.3761	1.429	0.811	—	—	—	—	—	—
0.3865	0.3761	1.454	0.812	—	—	—	—	—	—

$$H' = G_1 \sqrt{M : B}, \quad {}^iF_e = G_2 B H', \quad G_1 \delta' = \frac{d}{\sqrt{M : B}}$$

*) Hier sind die Werte für Flußeisen eingesetzt.

In der Tabelle sind die Werte von G_1 , 10 $G_1 \delta'$ und 100 G_2 für verschiedene Werte von δ' und für die den Mischungsverhältnissen 470, 350 und 280 kg/m^3 im Hochbaue entsprechenden s_{bd} und s_{ez} zusammengestellt.

Nach obigem ist

$$\left. \begin{aligned} \delta' &= \frac{d}{H'} = \frac{d}{G_1 \sqrt{M : B}} \\ \text{somit } G_1 \delta' &= \frac{d}{\sqrt{M : B}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 117).$$

In einem gegebenen Falle geht man mit dem berechneten Werte $\frac{10 d}{\sqrt{M:B}}$ in die Tabellenkolonne $10 G_1 \delta'$ und findet durch geradlinige Interpolation genügend genau δ' .

Für die graphische Bestimmung von δ' sind in Tafel Nr. 12 (links) auf einer horizontalen Achse die δ' als Abszissen und auf einer vertikalen die Größe G_1 , $10 G_1 \delta'$ und $100 G_2$ als Ordinaten aufgetragen.

In einem gegebenen Falle berechnet man die Größe $\frac{10 d}{\sqrt{M:B}}$ und sucht die zugehörige Abszisse auf der Kurve $10 G_1 \delta'$, wodurch man δ' erhält. Hiernach findet sich H' aus $\delta' = \frac{d}{H'}$ mit $H' = \frac{d}{\delta'}$. Die gleiche Abszisse ergibt auf der Kurve der $100 G_2$ den betreffenden Wert G_2 , womit dann $F_e = G_2 B H'$ gefunden wird.

Der Plattenbalken ist hiernach insoweit bestimmt, als die Einhaltung der größten Betondruck- und Eisenzugspannungen s_{bd} und s_{ez} gesichert ist. Die Breite b der Rippe ist bis nun noch willkürlich; bei ihrer Bemessung sind die Bestimmungen der amtlichen Vorschriften über die Mindestabstände der Eiseneinlagen untereinander und von der Oberfläche des Betons (HV. § 5, Abs. 24, BV. § 5, Abs. 22) sowie bei Hochbauten über die als mitwirkend in Rechnung zu ziehende Plattenbreite (im Verhältnisse zur Rippenbreite) maßgebend (HV. § 5, Abs. 12); überdies ist bei „besonderen“ Hochbauten, ferner bei Brückentragwerken diese Breite aber so anzunehmen, daß auch die vorgeschriebenen Betonzugspannungen s_{bz} eingehalten werden (HV. § 5, Abs. 9, BV. § 5, Abs. 7 d). Hiefür liefern die zeichnerischen Darstellungen auf den Tafeln Nr. 2 bis 11 hinreichende Anhaltspunkte.

Beispiel. Bei einem Hochbaue soll ein Plattenbalken, bei welchem die Rippenentfernung $B = 1.5 m$ und die Plattendicke $d = 14 cm$ ist, ein Biegemoment von $M = 19000 kgm$ aufnehmen; Mischungsverhältnis $350 kg/m^3$. Gesucht: die Höhe und die Eisenarmierung eines entsprechenden, einfach und ideal armierten Plattenbalkens.

Im vorliegenden Falle ist

$$G_1 \delta' = \frac{d}{\sqrt{M:B}} = \frac{14}{\sqrt{1900000:150}} = 0.1244, \text{ also } 10 G_1 \delta' = 1.244;$$

durch Interpolation in der Tabelle Nr. 8 (woselbst für $\delta' = 0.28 \dots 10 G_1 \delta' = 1.183$ und für $\delta' = 0.30 \dots 10 G_1 \delta' = 1.256$ oder aus der Tafel Nr. 12 findet man $\delta' = 0.297$).

Hiernach ist $H' = \frac{d}{\delta'} = \frac{14}{0.297} = 47 cm$. Durch Interpolation in der Tabelle oder durch Entnahme aus der Tafel Nr. 12 wird weiters $100 G_2 = 0.643$ und $F_e = G_2 B H' = 0.00643 \cdot 150 \cdot 47 = 45.4 cm^2$.

In manchen Fällen ist beim Entwerfen von Plattenbalken auch die Höhe H bezw. H' schon gegeben und es handelt sich nur mehr darum, die Stärke der Eiseneinlagen, also F_e zu bestimmen, wobei dann auf ideale Armierung verzichtet werden muß.

In einem solchen Falle sehe man zunächst nach, wie sich das gegebene H' (vorläufig zu 0.88 bis $0.9 H$ angenommen) zu dem aus Gl. 114) für den vorliegenden Fall berechneten H' , das mit \mathfrak{H}' bezeichnet werden möge, verhält. Ist $H' > \mathfrak{H}'$, so kann die Eisenarmierung schwächer werden, als sich nach Gl. 116) ergibt; der Beton wird aber dann auf Druck nicht ausgenützt. Ist $H' < \mathfrak{H}'$, so ist eine stärkere Eiseneinlage als nach Gl. 116) erforderlich; es würde aber alsdann der Beton zu stark beansprucht werden, so daß daher auch im Druckgurt eine Eisenarmierung notwendig wird. Dieser letztere Fall wird bei den Plattenbalken mit doppelter Eiseneinlage behandelt. Für den Fall, daß $H' > \mathfrak{H}'$, ist in folgender Weise zur Ermittlung von F_e vorzugehen.

Die früher aufgestellte Gl. 113) gilt allgemein, wenn statt s_{bd} die tatsächliche Betondruckspannung σ_{bd} , die hier kleiner als der Grenzwert s_{bd} ist, gesetzt wird; sie läßt sich auch durch Einführung der Grenzspannung s_{ez} mittels der Beziehung

$$\sigma_{bd} : s_{ez} = \xi' H' : \nu (1 - \xi') H'$$

umformen in

$$\frac{6 M}{B H'^2} = \frac{\delta' s_{ez}}{\nu (1 - \xi')} [3 \xi' (2 - \delta') - \delta' (3 - 2 \delta')].$$

Hieraus kann ξ' berechnet werden und zwar ergibt sich mit Einführung von $k = \frac{6 M}{B H'^2}$:

$$\xi' = \frac{\delta'^2 (3 - 2\delta') s_{ez} + \nu k}{3 \delta' (2 - \delta') s_{ez} + \nu k} \dots \dots \dots 118).$$

Ist ξ' bestimmt, so berechnet sich das gesuchte F_e aus Gl. 116).

Beispiel. Für die in dem obigen Beispiele gegebenen Verhältnisse sei auch die ganze Balkenhöhe H mit 60 cm gegeben; es soll die erforderliche Armierung berechnet werden.

Die Höhe H' kann bei $H = 60 \text{ cm}$ zu $H' = 54 \text{ cm}$ angenommen werden. Auf die oben gezeigte Weise findet man die Trägerhöhe des ideal armierten Plattenbalkens mit $\mathfrak{H}' = 47 \text{ cm}$; da die vorhandene Höhe H' also größer als letztere ist, tritt der oben erwähnte Fall ein.

Es wird zunächst $k = \frac{6 M}{B H'^2} = \frac{6 \cdot 1900000}{150 \cdot 54^2} = 26.1 \text{ kg/cm}^2$ und damit, wegen $\delta' = \frac{15}{48} = 0.312$, $\xi' = 0.316$. Hiemit ergibt sich nach Gl. 116)

$$F_e = \frac{0.312 (2 \cdot 0.316 - 0.312)}{2 \cdot 15 \cdot 0.684} \cdot 150 \cdot 54 = 39.4 \text{ cm}^2.$$

In diesem Falle, bei welchem die nutzbare Trägerhöhe $H' = 54 \text{ cm}$ größer als in dem früheren Beispiele ($H' = 48 \text{ cm}$) ist, erscheint also, wie vorausszusehen, eine kleinere Eisenfläche als dort erforderlich.

Die Betondruckspannung ist aber hier nicht ausgenützt; eine diesbezügliche Berechnung ergibt (mit Vernachlässigung des Druckteiles des Steges): $\sigma_{b,d} = 30.8 \text{ kg/cm}^2$.

d) Ermittlung der Länge der Eiseneinlagen (Materialverteilung) mit Rücksicht auf die Momente.

Bestehen bei Plattenbalken die Eiseneinlagen aus mehreren Stäben, so brauchen dieselben im allgemeinen nicht über die ganze Trägerlänge durchzulaufen und es kann eine Abstufung des Eisenquerschnittes in ähnlicher Weise angeordnet werden, wie es S. 55 für die Balken gezeigt wurde.

Man wird die Längen, auf welchen die betreffenden Eiseneinlagen vorhanden sein müssen, wieder unter dem Gesichtspunkte ermitteln, daß die zulässige Eisenspannung möglichst ausgenützt wird. Bei konstanter Trägerhöhe H wird man am besten die Tragsmomente $M_1, M_2, M_3 \dots$ entsprechend den verschiedenen Eisenflächen ${}^1F_e, {}^2F_e, {}^3F_e \dots$, wie sie sich durch Weglassung einer oder mehrerer Einlagen ergeben, berechnen und zwar auf folgende Weise:

Aus ${}^1F_e, {}^2F_e, {}^3F_e$ und den bekannten Abmessungen H, B, a, b, d bestimmt man zunächst x nach Gl. 76) oder 79) und weiter die Tragsmomente M aus den zweiten der Gl. 77) oder 80), je nachdem x sich $\begin{cases} < \\ > \end{cases} d$ ergab, unter Einsetzung von $\sigma_{e,z} = s_{e,z}$. Diese Momente M werden in die Kurve der Maximalbiegungsmomente des Trägers eingetragen und wird dann weiter wie oben geschildert verfahren.

Eine ähnliche Betrachtung, wie sie S. 58 ff. für Balken mit veränderlicher Höhe angestellt wurde, gilt auch für Plattenbalken und kann hier darauf verwiesen werden.

Bei der Anlage einer solchen Materialverteilung ist es bei Plattenbalken in „besonderen“ Hochbau- und in Brückentragwerken erforderlich, noch zu prüfen, ob bei der geplanten Verringerung der Eisenfläche, die nach der Bedingung der Ausnützung der Eisenzugspannung erfolgte, nicht etwa die Betonzugspannung die zulässige Grenze überschreitet. Man kann sich hievon auf rechnerischem Wege die Überzeugung verschaffen; indessen gewähren die Tabelle Nr. 4, S. 93 ff. und die zeichnerischen Darstellungen auf den Tafeln Nr. 8 bis 13 hier wertvolle Aufschlüsse, so daß in den meisten Fällen ein gesonderter Nachweis der Betonzugspannungen entbehrlich werden wird.

Auch bei veränderlicher Trägerhöhe bleibt die Anwendung der genannten Kurven zur raschen Übersicht noch immer möglich; man wird nur beachten müssen, daß mit der Veränderung von H (bei gleichbleibender Plattendicke d) das Verhältnis $d : H = \delta$ sich ändert und daß die betreffende richtige Kurve der $\frac{\sigma_{ez}}{\sigma_{bd}}$ — in den mehrgenannten Fällen auch jene der $\frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bd}}$ — aufzusuchen oder zu interpolieren ist.

Im übrigen gelten die bei den einfachen Balken gemachten Bemerkungen auch hier; auf die Vorführung eines Beispiels kann daher verzichtet werden.

5. Plattenbalken (Rippenplatten) mit doppelter Eiseneinlage.

Plattenbalken mit doppelter Armierung werden in der Praxis aus mehrfachen Gründen angewendet und zwar 1. dort, wo in demselben Querschnitt bei wechselnder Belastung ein Vorzeichenwechsel des Biegemomentes eintreten kann, also positive und negative Momente aufzunehmen sind; 2. wo die zur Verfügung stehende Höhe für einfach armierte Plattenbalken nicht ausreicht oder doch außergewöhnlich dicke Platten oder zu starke Armierungen erforderlich würden; 3. wenn bei sonst ausreichenden, einfach armierten Plattenbalken örtlich eine Verschwächung der Platte, z. B. durch Einlegen von Oberlichtern vorgenommen wird und der Plattenbalken an dieser Stelle verstärkt werden muß. Vom theoretischen Standpunkte aus erscheint die doppelte Armierung insofern ungünstig, als aus den bereits früher (S. 61) erörterten Gründen das Eisen im Druckgurte nie bis zu der nach den Vorschriften zulässigen Grenzzugspannung s_{ez} ausgenützt werden kann. Dessenungeachtet werden doppelt armierte Plattenbalken für den Fall 2 wirtschaftlicher als einfach armierte von gleicher Tragfähigkeit sein. Ihre Berechnungsweise wird im nachfolgenden vorgeführt.

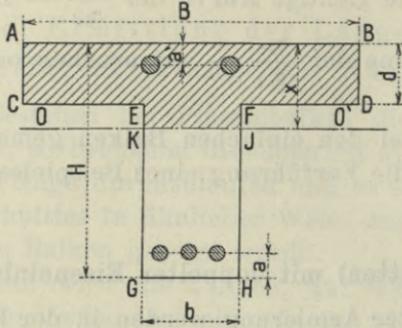
a) Die Überprüfung.

α) Verfahren A (ohne Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton), anzuwenden für alle Tragwerke im Hoch- und Brückenbau.

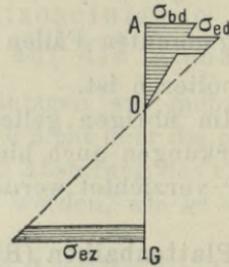
Die Spannungsverteilung des Plattenbalkens der Figur 51 ist in Figur 52 dargestellt. Es handelt sich zunächst wieder um die Lage der Nulllinie, wobei die schon bei den einfach armierten Plattenbalken erwähnten zwei Fälle eintreten können, daß nämlich die Nulllinie in die Platte fällt oder die Rippe schneidet. Je nach

der betreffenden Lage sind andere Gleichungen zur Berechnung der Größen σ_{bd} und σ_{ez} erforderlich. Um zu bestimmen, welcher der zwei Fälle vorliegt, empfiehlt es sich, x unter der Annahme

Figur 51.



Figur 52.



zu berechnen, daß die Nulllinie in die Platte falle; es gilt dann Gl. 60), welche mit den hier benützten Bezeichnungen lautet:

$$\left. \begin{aligned} x = -\frac{\nu (F_{ez} + F_{ed})}{B} + \\ + \sqrt{\frac{\nu^2 (F'_{ez} + F'_{ed})^2}{B^2} + \frac{2\nu}{B} (F_{ed} a' + F_{ez} H')} \end{aligned} \right\} \quad . \quad 119).$$

Nach Einführung der Hilfswerte

$$\frac{\nu F_{ez}}{B} = \lambda, \quad \frac{\nu F_{ed}}{B} = \lambda' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 120)$$

wird in einfacherer Schreibweise

$$x = (\lambda + \lambda') \left[-1 + \sqrt{1 + 2 \frac{\lambda H' + \lambda' a'}{(\lambda + \lambda')^2}} \right] \quad . \quad . \quad . \quad 121).$$

Ergibt sich hiernach

1. Fall: $x < d$, so fällt die Nulllinie tatsächlich, wie angenommen wurde, in die Platte und man hat, da nach Verfahren A die Betonzugfläche nicht in Betracht kommt, eigentlich für die Rechnung einen gleicharmierten Balken von der Breite B und der Höhe H' vorliegen.

Die größten Betondruck- und Eisenzugspannungen findet man aus Gl. 12) und 17) mit Berücksichtigung von $J_{bz} = 0$ und

$$\left. \begin{aligned} J_i = J_{bd} + \nu (J_{ed} + J_{ez}) = \frac{1}{3} B x^3 + \\ \nu [F_{ez} (H' - x)^2 + F_{ed} (x - a')^2] \end{aligned} \right\} \quad . \quad . \quad . \quad 122)$$

zu

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{Mx}{J_i}, \\ \sigma_{ez} &= \frac{\nu M(H' - x)}{J_i} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 123).$$

Bei verhältnismäßig großen, sogenannten „steifen“ Eisen-
einlagen sind in dem Ausdrücke für J_i in der Klammer noch die
Werte J_{ez}^o und J_{ed}^o der Eisenquerschnitte, bezogen auf deren eigene
Schwerachse, hinzuzufügen.

2. Fall: $x > d$.

Ergibt sich aus der obigen Gl. 121) der rechtsseitige Aus-
druck größer als d , so schneidet die Nulllinie die Rippe. Der Be-
rechnungsvorgang ist sodann folgender: In der Gl. 33)

$$S_{bd} + \nu S_{ed} = \nu S_{ez}$$

ist zu setzen (Figur 51):

$$\begin{aligned} S_{bd} &= \frac{1}{2} Bx^2 - \frac{1}{2} (B-b)(x-d)^2, \\ S_{ed} &= F_{ed}(x-a'), \\ S_{ez} &= F_{ez}(H' - x) \end{aligned}$$

und man erhält als Gleichung für x :

$$Bx^2 - (B-b)(x-d)^2 + 2\nu F_{ed}(x-a') = 2\nu F_{ez}(H' - x),$$

woraus sich x berechnet:

$$\left. \begin{aligned} x &= -A_6 + \sqrt{A_6^2 + B_6}, \\ A_6 &= \frac{(B-b)d + \nu(F_{ez} + F_{ed})}{b}, \\ B_6 &= \frac{(B-b)d^2 + 2\nu[F_{ez}H' + F_{ed}a']}{b} \end{aligned} \right\} \dots \dots 124).$$

Für die größten Materialspannungen gilt ähnlich wie bei
Fall 1 das Gleichungssystem:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{Mx}{J_i}, \\ \sigma_{ez} &= \frac{\nu M(H' - x)}{J_i}, \\ J_i &= \frac{1}{3} [Bx^3 - (B-b)(x-d)^3] + \\ &\quad + \nu [F_{ez}(H' - x)^2 + F_{ed}(x-a')^2] \end{aligned} \right\} \dots \dots 125).$$

Hinsichtlich der Berücksichtigung der Trägheitsmomente J_{ez}^o und J_{ed}^o steifer Eiseneinlagen gilt das bereits wiederholt Gesagte.

Mit Rücksicht auf den oben bemerkten Umstand, daß das Eisen im Druckgurte nicht voll beansprucht werden kann, erscheint die Berechnung der Spannungen σ_{ed} nicht erforderlich; sie ist im übrigen im Falle 1 oder 2 nach Gl. 16)

$$\sigma_{ed} = \frac{\nu M(x - a')}{J_i}$$

(mit dem Werte J_i aus Gl. 122 oder 125) vorzunehmen.

Vernachlässigung des in die Rippe fallenden Teiles der Druckfläche. In ähnlicher Weise wie bei den einfach armierten Plattenbalken gezeigt wurde (S. 110), kann man auch hier eine Vereinfachung der Formeln erzielen, wenn man die in den Druckteil fallende Rippenfläche ($E F J K$) (Figur 51) vernachlässigt. Hinsichtlich der Zulässigkeit und des Einflusses dieser Weglassung gelten die ebendort gemachten Bemerkungen, nur ist hier der Einfluß ein etwas geringerer, was leicht einzusehen ist, wenn man bedenkt, daß das Eisen in der Platte durch eine fünfzehnmal so große Betonfläche ersetzt werden kann, die Platte hier also gegen die erwähnte Rippenfläche überwiegender ist, als bei einfach armierten Plattenbalken.

Die bezüglichen Gleichungen ermitteln sich wie folgt:

Aus Gl. 33): $S_{bd} + \nu S_{ed} = \nu S_{ez}$, in welcher zu setzen ist

$$S_{bd} = \frac{1}{2} B [x^2 - (x - d)^2] = \frac{1}{2} B (2dx - d^2)$$

ergibt sich

$$x = \frac{1}{2} \cdot \frac{Bd^2 + 2\nu(F_{ez}H' + F_{ed}a')}{Bd + \nu(F_{ez} + F_{ed})} \dots \dots \dots 126)$$

oder mit Benützung der Hilfswerte aus Gl. 120)

$$x = \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2 + 2\lambda H' + 2\lambda' a'}{d + \lambda + \lambda'} \dots \dots \dots 127).$$

Die weitere Berechnung der Spannungen σ_{bd} und σ_{ez} erfolgt sodann nach Gl. 12) und 17), welche hier lauten:

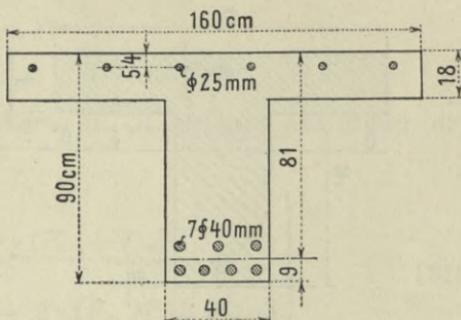
$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{Mx}{J_i}, \\ \sigma_{ez} &= \frac{\nu M(H' - x)}{J_i}, \\ J_i &= \frac{1}{3} B [x^3 - (x - d)^3] + \nu [F_{ez}(H' - x)^2 + F_{ed}(x - a')^2] \end{aligned} \right\} \dots \dots 128).$$

Beispiel. Bei einer Straßenbrücke von 11 m Stützweite kommt für ein größtes Biegemoment von 50000 kgm der in Figur 53 dargestellte Plattenbalken (im Mischungsverhältnisse 350 kg/m³ geplant) zur Anwendung; derselbe soll überprüft werden.

Figur 53.

Für den vorliegenden Fall gelten folgende Ziffernwerte (in cm bzw. cm² und kgcm): $B = 160$, $b = 40$, $H = 90$, $d = 18$, $a = 9$, $a' = 5.4$, $M = 5000000$, $F_{e_z} = 7.12.57 = 87.99$, $F_{e'd} = 6.4.91 = 29.46$.

Eine Vorberechnung nach Gl. 119) zeigt, daß die Nulllinie die Rippe schneidet, es kommen somit Gl. 124) und 125) zur Benützung.



Man findet

$$A_g = \frac{120 \cdot 18 + 15 \cdot 117.45}{40} = 98.04 \text{ cm},$$

$$B_g = \frac{120 \cdot 18^2 + 30 (87.99 \cdot 81 + 29.46 \cdot 5.4)}{40} = 6436.7 \text{ cm}^2$$

und damit $x = 28.6 \text{ cm}$. Hiermit wird weiters

$$J_i = \frac{1}{3} [160 \cdot 28.6^3 - 120 \cdot 10.6^3] + 15 [37.71 \cdot 48.4^2 + 50.28 \cdot 55.4^2 + 29.46 \cdot 23.2^2] = 5078000 \text{ cm}^4,$$

$$\sigma_{bd} = \frac{5000000 \cdot 28.6}{5078000} = 28.2 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_{e_z} = \frac{15 \cdot 5000000 \cdot 52.4}{5078000} = 774 \text{ kg/cm}^2.$$

Das gefundene σ_{e_z} bezieht sich hier nur auf den Schwerpunkt der ganzen Eiseneinlage; die größte Spannung tritt in der unteren der beiden Schichten der Längseisen ein und wird $\sigma'_{e_z} = \sigma_{e_z} \frac{55.4}{52.4} = 818 \text{ kg/cm}^2$.

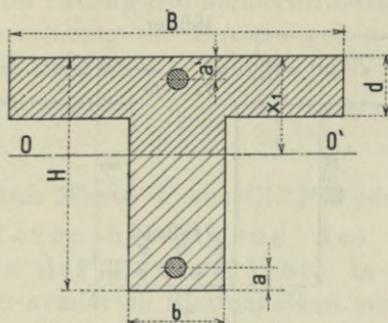
Mit Rücksicht auf die laut BV. § 6 Abs. 1 zulässigen Spannungen $s_{bd} = 29 + 0.2 l = 31.2 \text{ kg/cm}^2$ und $s_{e_z} = 800 + 3 l = 833 \text{ kg/cm}^2$ genügt der angenommene Querschnitt.

β) Verfahren B (mit Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton), anzuwenden für „besondere“ Hochbau- und für Brückentragwerke.

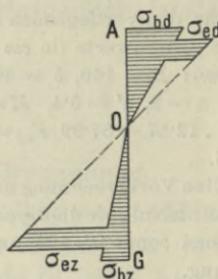
Der Abstand der Nulllinie für diesen in Figur 54 dargestellten Fall, für welchen die Spannungsfläche in Figur 55 ersichtlich ist, sei wieder mit x_1 bezeichnet. Auch hier müssen zwei Fälle je nach der Lage der Nulllinie unterschieden werden, für welche dann besondere Gleichungen anzuwenden sind; diese Lage wird man indessen unter Benützung der Tabelle Nr. 4, S. 93 ff. und unter Bedachnahme auf das nach Verfahren A bereits ermittelte x schätzen

können, so daß eine zweimalige versuchsweise Berechnung von x_1 meist wird entfallen können.

Figur 54.



Figur 55.



1. Fall. $x_1 < d$.

In Gl. 6)

$$S_{bd} + \nu S_{ed} = \mu S_{bz} + \nu S_{ez}$$

ist zu setzen:

$$S_{bd} = \frac{1}{2} B x_1^2,$$

$$S_{ed} = F_{ed} (x_1 - a'),$$

$$S_{bz} = \frac{1}{2} [b (H - x_1)^2 + (B - b) (d - x_1)^2],$$

$$S_{ez} = F_{ez} (H - x_1).$$

Aus der so gewonnenen Bedingungsgleichung für x_1 erhält man

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -A_7 + \sqrt{A_7^2 + B_7}, \\ A_7 &= \frac{\mu [b H + (B - b) d] + \nu (F_{ez} + F_{ed})}{(1 - \mu) B}, \\ B_7 &= \frac{\mu [b H^2 + (B - b) d^2] + 2 \nu (F_{ez} H + F_{ed} a')}{(1 - \mu) B} \end{aligned} \right\} \dots 129).$$

Da es hier nur auf die größten Betonzugspannungen ankommt, so sind nur diese zu berechnen und zwar nach Gl. 13)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bz} &= \frac{\mu M (H - x_1)}{J_i^1}, \\ J_i^1 &= \frac{1}{3} [B x_1^3 + \mu b (H - x_1)^3 + \mu (B - b) (d - x_1)^3] + \\ &\quad + \nu [F_{ez} (H - x_1)^2 + F_{ed} (x_1 - a')^2] \end{aligned} \right\} \dots 130).$$

2. Fall. $x_1 > d$.

Hier ist unter Benützung der Gl. 6) in ähnlicher Weise wie im 1. Falle vorzugehen. Es wird (Figur 54)

$$S_{bd} = \frac{1}{2} [B x_1^2 - (B - b) (x_1 - d)^2],$$

$$S_{ed} = F_{ed} (x_1 - a'),$$

$$S_{bz} = \frac{1}{2} b (H - x_1)^2,$$

$$S_{ez} = F_{ez} (H - x_1).$$

Nach Einführung dieser Werte in Gl. 6) und Auflösung der letzteren findet man

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -A_8 + \sqrt{A_8^2 + B_8}, \\ A_8 &= \frac{\mu b H + (B - b) d + \nu (F_{ez} + F_{ed})}{(1 - \mu) b}, \\ B_8 &= \frac{\mu b H^2 + (B - b) d^2 + 2 \nu (F_{ez} H + F_{ed} a')}{(1 - \mu) b} \end{aligned} \right\} \dots 131).$$

Die Betonzugspannung ermittelt sich hiernach aus

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bz} &= \frac{\mu M (H - x_1)}{J_i^1}, \\ J_i^1 &= \frac{1}{3} [B x_1^3 - (B - b) (x_1 - d)^3 + \mu b (H - x_1)^3] + \\ &\quad + \nu [F_{ez} (H - x_1)^2 + F_{ed} (x_1 - a')^2] \end{aligned} \right\} \dots 132).$$

Beispiel: Für den Plattenbalken, welcher auf S. 121 hinsichtlich der σ_{bd} und σ_{ez} untersucht wurde, soll hier auch die Betonzugspannung σ_{bz} berechnet werden. Anzuwenden sind Gl. 131) und 132).

Es wird

$$A_8 = \frac{0.4 \cdot 40.90 + 120.18 + 15 \cdot 117.45}{0.6 \cdot 40} = 223.4 \text{ cm},$$

$$B_8 = \frac{0.4 \cdot 40.90^2 + 120.18^2 + 30 [87.99 \cdot 81 + 29.46 \cdot 5.4]}{0.6 \cdot 40} = 16128 \text{ cm}^2$$

und damit $x_1 = 33.6 \text{ cm}$.

$$J_i^1 = \frac{1}{3} [160 \cdot 33.6^3 - 120 \cdot 15.6^3 + 0.4 \cdot 40 \cdot 56.4^3] + 15 [37.71 \cdot 43.4^2 + 50.28 \cdot 50.4^2 + 29.46 \cdot 28.2^2] = 6161000 \text{ cm}^4,$$

$$\sigma_{bz} = \frac{0.4 \cdot 5000000 \cdot 56.4}{6161000} = 18.3 \text{ kg/cm}^2.$$

Da $\sigma_{bz} = 18 + 0.1 l = 19.1 \text{ kg/cm}^2$ gestattet ist, so genügt der obige Querschnitt auch hinsichtlich der Betonzugspannungen.

b) Das Entwerfen.

Die Aufgabe, einen doppelt armierten Plattenbalken zu finden, der einem gegebenen Biegemomente M unter Einhaltung vorgeschriebener Grenzwerte der Materialspannungen entspricht, ist im allgemeinen unbestimmt und sei, um Wiederholungen zu vermeiden, auf das diesbezüglich auf S. 87 Gesagte verwiesen.

Die Aufgabe möge daher zunächst enger gestellt werden. Es seien bereits die hauptsächlichsten Abmessungen eines Plattenbalkens, also B, H, b, d gewählt oder aus anderen Gründen bestimmt und es werden nur jene oberen und unteren Eisenlagen gesucht, welche bewirken, daß die Beton- und Eisenzugspannungen gerade die zulässigen Grenzwerte erreichen.

Es handelt sich demnach wieder um die sogenannte ideale Armierung. Wie sich hiebei die Betonzugspannung σ_{bz} gestaltet, darüber sollen später einige Bemerkungen angefügt werden.

Bei der nachfolgenden Untersuchung werden die früher eingeführten Verhältniszahlen $\alpha = \frac{a}{H}, \beta = \frac{b}{H}, \delta = \frac{d}{H}$ benützt und wird weiter das Verhältnis

$$\frac{a'}{H} = \alpha' \dots \dots \dots 133)$$

gesetzt.

Die Bedingung, daß bei einem Plattenbalken die Grenzspannungen s_{bd} und s_{ez} gerade erreicht werden, ist durch die Gl. 90) und 91) mit

$$x = \xi H = \frac{(1 - \alpha) \nu s_{bd} \cdot H}{\sigma_{ez} + \nu s_{bd}}$$

bestimmt; ξ ist hienach bei dem gegebenen Plattenbalken als bekannt vorauszusetzen.

Für das Weitere sind wieder je nach der Lage der Nulllinie zwei Fälle zu unterscheiden.

1. Fall. $x < d, (\xi < \delta).$

Die allgemeine Gl. 33) gibt hier

$$\frac{1}{2} B x^2 + \nu F_{ed}(x - a') = \nu F_{ez}(H' - x).$$

Setzt man hierin sowie in Gl. 122) und 123) die Verhältniszahlen $\xi, \alpha, \alpha', \beta$ und δ ein, so erhält man nach einiger Umformung für F_{ez} und F_{ed} die beiden Gleichungen:

$$\nu(1 - \alpha - \xi) F_{ez} - \nu(\xi - \alpha') F_{ed} = \frac{1}{2} \xi^2 B H,$$

$$\nu(1 - \alpha - \xi)^2 F_{ez} + \nu(\xi - \alpha')^2 F_{ed} = \frac{\xi M}{s_{bd} H} - \frac{1}{3} \xi^3 B H.$$

Aus diesen Gleichungen ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} F_{ez} &= \frac{\xi \left[M + \frac{1}{6} \xi (\xi - 3\alpha') s_{bd} B H^2 \right]}{\nu (1 - \alpha - \alpha') (1 - \alpha - \xi) s_{bd} H} , \\ F_{ed} &= \frac{\xi \left[M - \frac{1}{6} \xi (3 - 3\alpha - \xi) s_{bd} B H^2 \right]}{\nu (1 - \alpha - \alpha') (\xi - \alpha') s_{bd} H} \end{aligned} \right\} \dots \dots 134).$$

2. Fall. $x > d, (\xi > \delta).$

Hiefür sind die auf S. 119 entwickelte Bedingungsgleichung für x und die Gl. 125) zu verwenden, welche nach entsprechender Ordnung die Form annehmen:

$$\nu (1 - \alpha - \xi) F_{ez} - \nu (\xi - \alpha') F_{ed} = \frac{1}{2} [\xi^2 - (1 - \beta) (\xi - \delta)^2] B H,$$

$$\nu (1 - \alpha - \xi)^2 F_{ez} + \nu (\xi - \alpha')^2 F_{ed} = \frac{\xi M}{s_{bd} H} - \frac{1}{3} [\xi^3 - (1 - \beta) (\xi - \delta)^3] B H.$$

Für F_{ez} und F_{ed} ergeben sich hieraus die Ausdrücke:

$$\left. \begin{aligned} F_{ez} &= \frac{\xi M + \frac{1}{6} [\xi^2 (\xi - 3\alpha') - (1 - \beta) (\xi + 2\delta - 3\alpha') (\xi - \delta)^2] s_{bd} B H^2}{\nu (1 - \alpha - \alpha') (1 - \alpha - \xi) s_{bd} H} , \\ F_{ed} &= \frac{\xi M - \frac{1}{6} [\xi^2 (3 - 3\alpha - \xi) - (1 - \beta) (3 - 3\alpha - 2\delta - \xi) (\xi - \delta)^2] s_{bd} B H^2}{\nu (1 - \alpha - \alpha') (\xi - \alpha') s_{bd} H} \end{aligned} \right\} 135).$$

Mit der Anordnung der Eisenquerschnitte F_{ez} und F_{ed} nach diesem Ausmaß ist gewährleistet, daß die Betondruck- und Eisenzugspannungen die vorgeschriebenen Grenzwerte s_{bd} und s_{ez} gerade erreichen.

Bei „besonderen“ Hochbauten und bei Brücken bedarf es noch einer Untersuchung, ob nicht etwa die Betonzugspannungen σ_{bz} (nach Verfahren B zu berechnen) die zulässige Größe s_{bz} überschreiten. Man muß hiezu die gefundenen F_{ez} und F_{ed} benützen, um mit Hilfe der Gl. 129) und 130) bzw. 131) und 132) zunächst x_1 und dann σ_{bz} zu ermitteln. Sollte eine Überschreitung von s_{bz} eintreten, so wird man durch Abänderung des ursprünglichen Typus der Plattenbalken, etwa durch Verbreiterung der Rippe u. s. w. auf die Verringerung der σ_{bz} hinwirken; die in den Tafeln Nr. 2 bis 7 dargestellten Kurven können hiebei, wenn sie auch nur für einfach armierte Plattenbalken gelten, immerhin gewisse Anhaltspunkte für die zu wählenden Mittel geben.

Man denke sich zu diesem Behufe die Eisendruckfläche, indem man sie mit 15 multipliziert, in eine Betonfläche von der Plattendicke d verwandelt und diese Fläche an die Platte seitlich angefügt, so daß deren Breite B übergeht in

$$B' = B + 15 \frac{F_{ed}}{d}.$$

Hiedurch ist gleichsam der doppelt armierte Plattenbalken in einen ungefähr gleichwertigen einfach armierten umgewandelt, auf welchen dann die oben entwickelten Regeln Anwendung finden können.

Auch für die erstmalige Wahl der Rippenbreite und des Armierungsgehaltes, sowie überhaupt für die erste angenäherte Bestimmung des Querschnittes mittels der Tafeln Nr. 2 bis 11 wird dieses Näherungsverfahren gute Dienste leisten, so daß wiederholte Versuchsrechnungen fast stets vermieden werden können.

c) Ermittlung der Länge der Eiseneinlagen (Materialverteilung) mit Rücksicht auf die Momente.

Bei Plattenbalken mit oberen und unteren Eiseneinlagen kann ebenfalls, wenn letztere je aus mehreren Stäben bestehen, eine Veränderlichkeit des Eisenquerschnittes platzgreifen, indem entsprechend der Verringerung des Biegemomentes M einzelne Eisen weggelassen werden. Zum Unterschiede von den einfach armierten Balken und Plattenbalken, woselbst mit einer solchen Veränderung der Eisenfläche bzw. der Armierungsziffer eine Nichtausnützung des Betons auf Druck parallel geht, kann hier ebenso wie bei den doppelt armierten Balken die Anordnung so getroffen werden, daß der Träger — eine kontinuierliche Änderung der Eisenquerschnitte als möglich vorausgesetzt — überall ideal armiert ist, das heißt, daß überall der Beton auf Druck und das Eisen auf Zug gleichzeitig ausgenützt sind.

Wegen der aus konstruktiven Gründen nur stufenweise auszuführenden Querschnittsänderung des Eisens kann diese ideale Armierung natürlich nur für die Stellen der genannten Änderung selbst gelten. Zur Bestimmung der Materialverteilung ist in ganz ähnlicher Weise vorzugehen wie dies bereits S. 72 ff. für die doppelt armierten Balken gezeigt wurde.

Die Größen F_{ez} und F_{ed} , ob sie nun nach den Gl. 134) oder nach jenen 135) zu berechnen sind, haben nämlich die Form

$$F_{ez} = C_5 M + C_6, \quad F_{ed} = C_7 M + C_8$$

und können daher durch Gerade dargestellt werden, wenn man die F'_{ez} und F'_{ed} als Abszissen und die M als Ordinaten auf ein Achsenkreuz bezieht.

Der weitere Vorgang ist ein ganz ähnlicher wie bei den doppelt armierten Balken, und kann deshalb hier, um Wiederholungen zu vermeiden, auf S. 72 bis 76 verwiesen werden.

Hinsichtlich der erforderlichen Untersuchung, ob nicht bei der geplanten Veränderung von F'_{ez} und F'_{ed} unter der Einwirkung des betreffenden Momentes sich unzulässig große Betonzugspannungen σ_{bz} ergeben, kann — wenn der Nachweis der Einhaltung vorgeschriebener Werte für σ_{bz} überhaupt in Frage kommt — wieder das oben erwähnte überschlägige Verfahren mit Umwandlung der Eisendruckfläche F'_{ed} in eine ideelle Plattenfläche verwertet werden.

Bis nun war hinsichtlich der Materialverteilung konstante Rippenhöhe vorausgesetzt; es kommen auch Fälle vor, bei welchen die Rippen veränderliche Höhe zeigen, z. B. der Träger gegen die Mitte zu höher wird. In solchen Fällen wird man am besten für einzelne Trägerstellen mit den Höhen H' , H'' ... mit Hilfe der betreffenden Momente M' , M'' ... die erforderlichen F''_{ez} und F''_{ed} , F''_{ez} und F''_{ed} ... berechnen und sodann die Veränderung der Querschnitte der oberen und unteren Eiseneinlagen so durchführen, daß in jedem Punkte die erforderliche Eisenfläche wirklich vorhanden ist.

IV. Berechnung der bloß auf Biegung beanspruchten Verbundkörper hinsichtlich der Schub- und Hauptzugspannungen.

Laut der HV. § 5, Abs. 8e, BV. § 5, Abs. 7f sind die Schub- und Hauptzugspannungen unter der Annahme zu berechnen, daß der Beton keine Normalzugspannungen aufnehme; für die Ermittlung dieser erstgenannten Spannungen ist sonach stets der im früheren als Verfahren A bezeichnete Vorgang einzuhalten.

Gemäß Gl. 18) ist die Schubkraft T pro Längeneinheit in einem Schnitte parallel zur Nulllinie

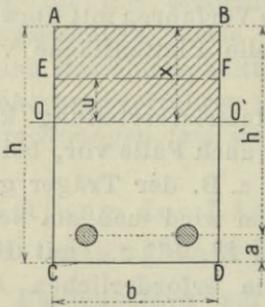
$$T = \frac{Q S_i}{J_i},$$

worin Q die Querkraft an der betreffenden Stelle, S_i das statische Moment des durch den Schnitt abgetrennten Teiles der ideellen

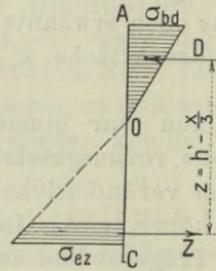
Betonfläche und J_i ; das Trägheitsmoment dieser letzteren, beide bezogen auf die Nulllinie, bedeuten. Diese Gleichung ist sowohl für Balken und Platten mit einfacher und doppelter, als auch für Plattenbalken mit einfacher und doppelter Armierung gültig. Eine getrennte Besprechung ist erst notwendig, wenn man auf die Schubspannungen übergeht, da hier die verschiedene Breite des Querschnittes in Betracht kommt.

Bei einfach armierten Balken (Figur 56) oder Platten ist sowohl die Schubkraft als auch die Schubspannung τ_0 inner-

Figur 56.



Figur 57.



halb eines Querschnittes in der Nullschichte am größten, da dort das statische Moment S_i am größten und zwar $S_i = S_{bd} = \nu S_{ez}$ ist. Es wird die Betonschubspannung für den nicht durch Bügel oder dgl. bewehrten Rechteckbalken

$$\tau_0 = \frac{Q S_i}{b J_i} = \frac{Q S_{bd}}{b J_i} = \frac{\nu Q S_{ez}}{b J_i} \dots \dots \dots 136).$$

Bekanntlich bedeutet

$$\frac{J_i}{S_{bd}} = \frac{J_i}{\nu S_{ez}}$$

die Entfernung der Mittelpunkte der inneren Zug- und Druckkräfte (im Spannungsschema Figur 57 mit z bezeichnet) und ist daher bei „schlaffen“ Eiseneinlagen, bei denen also der Mittelpunkt der Eisenzugkräfte mit dem Schwerpunkte zusammenfallend angenommen werden kann:

$$z = \frac{J_i}{S_{bd}} = \frac{J_i}{\nu S_{ez}} = h' - \frac{x}{3},$$

also

$$\tau_0 = \frac{Q}{b \left(h' - \frac{x}{3} \right)} \dots \dots \dots 137).$$

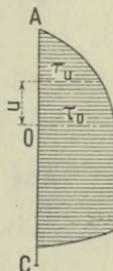
Beispiel. Bei dem auf S. 32 untersuchten Balken (Figur 23) ist die Querkraft an der Stütze $Q = 0.5 G = 1500 \text{ kg}$; die Schubspannung in der Nulllinie berechnet sich unter Berücksichtigung der ebendort ersichtlichen Maße $b = 20 \text{ cm}$,

$$h' - \frac{x}{3} = 30.3 \text{ cm mit}$$

$$\tau_0 = \frac{1500}{20 \cdot 30.3} = 2.5 \text{ kg/cm}^2.$$

Längs des Trägers oder Balkens ist die Schubspannung τ_0 mit Q veränderlich und wird sonach unter sonst gleichen Umständen (bei konstantem Querschnitte) an den Stellen der größten Querkraft ihren größten Wert erreichen, bei frei aufliegenden und ganz oder teilweise eingespannten Trägern an den Widerlagern, bei durchlaufenden Tragwerken im allgemeinen an den Mittelstützen u. s. w. An diesen Stellen werden also die Schubspannungen τ_0 hinsichtlich ihrer Zulässigkeit zu untersuchen, das heißt mit der nach den Vorschriften (HV. § 6, Abs. 1, BV. § 6, Abs. 1) zulässigen Schubspannung t_b zu vergleichen sein. Das Bild der Schubspannungen im Querschnitte ist in Figur 58 dargestellt.

Figur 58.



Bei frei aufliegenden Trägern von der Stützweite l und mit gleichförmiger Belastung q auf die Längeneinheit ist

$$\max Q = \frac{ql}{2},$$

daher die größte Schubspannung

$$\max \tau_0 = \frac{ql}{2b \left(h' - \frac{x}{3} \right)} \dots \dots \dots 138).$$

Bei Balken oder Platten ergeben sich, besonders wenn es sich um gleichförmige Belastung handelt, für τ_0 meist Werte, welche kleiner als die zulässige Schubspannung t_b sind, so daß der Beton allein zur Aufnahme der Schubkräfte ausreicht und es nicht notwendig erscheint, Eiseneinlagen in Form von Bügeln zur Unterstützung des Betons gegen Schubwirkungen anzuordnen.

Für gleichförmige Belastung läßt sich auch in der Voraussetzung, daß es sich um ideal armierte Platten handelt, in nachstehender Art jene gleichförmige Last q_1 auf das Quadratmeter angeben, bei welcher die größten Schubspannungen in der Nullschichte den Wert t_b erreichen.

Es handle sich zunächst um eine frei aufliegende, ideal armierte Platte von der nutzbaren Höhe h' und der Stützweite l . Der Abstand der Nulllinie von der Druckkante ist alsdann nach

Gl. 49) und 50) gegeben durch $x = \xi' h'$ und das Tragmoment auf die Breite 1 cm bezogen nach Gl. 57) durch

$${}^1M = \frac{1}{C_1^2} h'^2 = \frac{\xi' (3 - \xi')}{6} h'^2 s_{bd}.$$

Ist q_1 die Last in kg/m^2 , so wird

$${}^1M = \frac{1}{8} \cdot \frac{q_1 l^2}{10000} \text{ (in } kgcm), \quad {}^1Q = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_1 l}{10000}$$

und es bestehen die Gleichungen

$${}^1M = \frac{\xi' (3 - \xi')}{6} h'^2 s_{bd} = \frac{1}{8} \cdot \frac{q_1}{10000} l^2,$$

$$\max \tau_0 = t_b = -\frac{{}^1Q}{h' - \frac{x}{3}} = \frac{3 q_1 l}{20000 h' (3 - \xi')}.$$

Aus beiden Gleichungen findet man

$$q_1 = \frac{10000 t_b^2 (3 - \xi')}{3 \xi' s_{bd}} = \frac{5000 t_b^2 \left[3 - \frac{x}{h'}\right]^2}{q \cdot \frac{{}^1M}{h'^2}}.$$

Mit den aus der Tabelle Nr. 2, S. 45 für Hochbauten zu entnehmenden zusammengehörigen Werten von $\frac{x}{h'}$ und $\frac{{}^1M}{h'^2}$ sowie unter Berücksichtigung der in den Vorschriften bestimmten Werte von t_b findet man als Maximum von q_1 je nach dem Mischungsverhältnisse rund 10500 bis 10800 kg/m^2 .

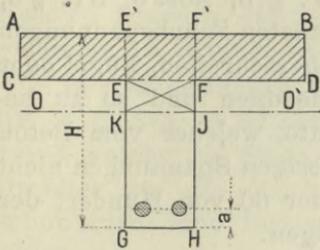
Da derartige gleichförmige Belastungen im Hochbau äußerst selten vorkommen dürften, wird — und dies gilt in gleicher Weise für Platten wie für Rechteckbalken — wohl nur bei großen, in Nähe der Auflager liegenden Einzellasten (die somit große Querkkräfte, aber verhältnismäßig kleine Momente erzeugen) eine Untersuchung hinsichtlich der Schubspannungen notwendig sein.

Bei Plattenbalken mit einfacher Eiseneinlage ist die zur Aufnahme der horizontalen größten Schubspannungen zur Verfügung stehende Betonfläche verhältnismäßig wesentlich kleiner als bei Balken oder Platten, daher hier die Anordnung von Bügeln meist unerlässlich ist. Die größten Schubspannungen treten bei Plattenbalken nur dann in der Nullschicht auf, wenn die Nulllinie die Rippe schneidet (z. B. Figur 59). Die größte Betonschubspannung für den nicht durch Bügel oder dgl. bewehrten Plattenbalken ist:

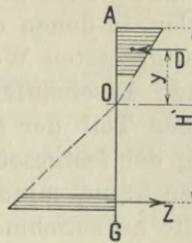
$$\tau_0 = \frac{Q S_i}{b J_i} \dots \dots \dots \text{ (s. Gl. 136).}$$

Die im Querschnitte auftretenden Schubspannungen sind in der Figur 61 dargestellt.

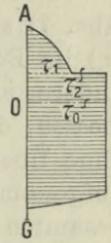
Figur 59.



Figur 60.



Figur 61.



Anders verhält es sich jedoch, wenn die Nulllinie in die Platte fällt (Figur 62, 63); dann ist die Schubspannung in der Nulllinie

$$\tau_0 = \frac{Q S_i}{B J_i},$$

in der Anschlußfläche der Rippe an die Platte sowie in der Rippe selbst jedoch $\frac{B}{b}$ mal größer als in der Nulllinie:

$$\tau_0 = \frac{Q S_i}{B J_i} \cdot \frac{B}{b} = \frac{Q S_i}{b J_i} \dots \dots \dots 139).$$

Am einfachsten berechnet man τ_0 mittels des statischen Momentes der Eisenzugfläche

$$S_i = \nu S_{ez} = \nu F_{ez} (H' - x).$$

τ_0 kann auch in der Form

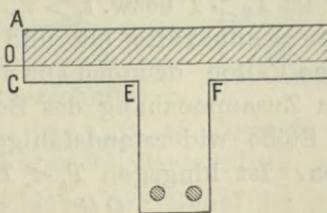
$$\tau_0 = \frac{Q}{b (H' - x + y)} \dots \dots \dots 140)$$

ausgedrückt werden, wobei $(H' - x + y)$ die Entfernung der Mittelpunkte der inneren Zug- und Druckkräfte im betreffenden Querschnitte bedeutet.

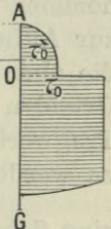
Diese Formel ist vorteilhaft dann (bei verhältnismäßig kleinen Eisenprofilen) anzuwenden, wenn die Nulllinie in der Platte liegt, in welchem Falle wie bei einem Balken

$H' - x + y = H' - \frac{x}{3}$ wird, oder wenn man, sobald die Nulllinie die Rippe schneidet, bei der Untersuchung der Schubspannungen mit

Figur 62.



Figur 63.



genügender Genauigkeit von den auf den gedrückten Rippenstege-
teil ($E F J K$ in Figur 59) entfallenden Druckspannungen absieht.
Hiebei ist y durch Gl. 82) bestimmt.

Nach den amtlichen Vorschriften (HV. § 6, Abs. 6, BV. § 6,
Abs. 7) sind in Fällen, in denen die berechneten Schubspannungen
(τ_o) im Beton die festgesetzten Werte (t_b) überschreiten, Bügel oder
andere entsprechende Eiseneinlagen anzuordnen und so zu be-
messen, daß sie jenen Teil der Schubkräfte, welcher vom Beton
ohne Überschreitung der festgesetzten zulässigen Spannungen nicht
aufgenommen werden kann, mindestens aber 60 von Hundert der
gesamten Schubkräfte aufzunehmen vermögen.

Da die Betonschubspannung τ_o für den nicht durch Bügel oder
dgl. bewehrten Plattenbalken den gleichen mathematischen Aus-
druck hat, ob die Nulllinie in die Platte fällt oder die Rippe
schneidet, und da dieser Ausdruck (Gl. 139) mit jenem für Rech-
teckbalken (s. Gl. 136) vollkommen übereinstimmt, so gilt die nun
folgende Berechnung der Stärke und Entfernung der Bügel, ihrer
Austeilung über die Trägerlänge sowie die Berechnung der zur
Aufnahme der Hauptzugkräfte etwa nötigen schrägen Armierungs-
eisen in gleicher Weise für Rechteckbalken und für Platten-
balken.

Bei der rechnerischen Auswertung der Gleichungen ändern
sich von Fall zu Fall nur die Werte Q , b und $\frac{S_i}{J}$.

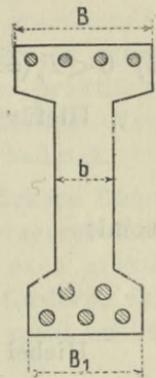
An irgend einer Stelle betrage die Querkraft Q , demnach die
Schubkraft in der Nulllinie auf die Längeneinheit laut Gl. 18)

$$T = \frac{Q S_i}{J_i} = b \tau_o.$$

Bezeichnet t_b die zulässige Schubspannung des Betons, so kann
von diesem die Schubkraft $T_b = b t_b$ auf die Längeneinheit aufge-
nommen werden. Ist $T_b \geq T$ bzw. $t_b \geq \tau_o$, so reicht der Beton allein
zur Aufnahme der Schubkräfte hin und es bedarf keiner Bügel,
die aber in solchen Fällen dennoch aus anderweitigen praktischen
Gründen (um den Zusammenhang des Betons zu sichern und das
Tragwerk gegen Stöße widerstandsfähiger zu machen) eingelegt
zu werden pflegen. Ist hingegen $T_b < T$ bzw. $t_b < \tau_o$, so bleibt
eine Schubkraft $T_s = T - T_b = \frac{Q S_i}{J_i} - b t_b$ übrig, welche dem vor-
geschriebenen Rechnungsvorgange entsprechend, den Bügeln zu-
fallen soll.

Gemäß der oben zitierten amtlichen Bestimmung ist aber dann, wenn Bügel überhaupt erforderlich sind, also $T_b < T$ ist, zu beachten, ob die auf die Bügel entfallende Schubkraft $T_e = T - T_b$ nicht kleiner als $0.6 T$ ist; in letzterem Falle ist nicht etwa T_e , sondern die Schubkraft $0.6 T$ der Bügelberechnung zu Grunde zu legen.

Figur 64.



In den amtlichen Vorschriften (HV. § 6, Abs. 6, BV. § 6, Abs. 7) ist auch eine Bestimmung enthalten, durch welche die Stegdicke eines Verbundkörpers im Hinblick auf die durch den Beton aufzunehmenden Schubkräfte eine Begrenzung nach unten findet.

Der Beton muß nämlich für sich allein im stande sein, mindestens 30 von Hundert der Schubkräfte (T) durch Schubspannungen von zulässiger Größe (t_b) aufzunehmen. Es muß also sein:

$$0.3 T \leq T_b \text{ d. h. } T \leq 3.33 T \text{ bzw. } \tau_o \leq 3.33 t_b \dots 141).$$

Im Zusammenhalte mit den früheren Darlegungen ergibt sich hiernach weiters, daß Bügel zur Aufnahme von Schubspannungen für min. 60 bis max. 70 von Hundert der veränderlichen Querkräfte zu dimensionieren sind.

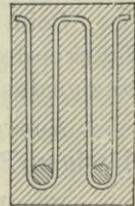
Die Bedingung 141) ist insbesondere bei Verbundkörpern nach Figur 64 zu beachten, bei denen ein Ober- und Untergurt durch einen verhältnismäßig schwachen Steg miteinander verbunden sind. Im nachstehenden sei angenommen, daß dort, wo die Bedingung 141) von vornherein nicht erfüllt war, die nötige Verbreiterung des Steges bereits vorgenommen worden ist.

Figur 65.

Figur 66.

Die Überprüfung eines Balkens hinsichtlich der Bügelanordnung gestaltet sich somit in folgender Weise:

Es seien an der betreffenden Stelle lotrechte Bügel vom Querschnitte φ im Abstände c angebracht und es mögen für die Abscherung n Querschnitte φ in Betracht kommen. So ist z. B. in Figur 65 der Bügel zweischnittig, also $n = 2$, in Figur 66 vierschnittig, also $n = 4$.



Die abzuscherende Fläche der Bügel ist pro Längeneinheit

$\frac{n \varphi}{c}$. Man hat nun zwei Fälle zu unterscheiden:

a) $T_e (= T - T_b) \leq 0.6 T$ oder $T \leq 2.5 T_b$ bzw. $\tau_o \leq 2.5 t_b$.

Hiefür ist $\frac{n \varphi}{c} \cdot \tau_e = T_e$, somit

$$\tau_e = \frac{c}{n \varphi} T_e = \frac{c}{n \varphi} \left(\frac{Q S_i}{J_i} - b t_b \right) = \frac{b c}{n \varphi} (\tau_o - t_b) \quad . \quad . \quad 142).$$

b) $0 < T_e (= T - T_b) < 0.6 T$ oder $T_b < T < 2.5 T_b$ bzw. $t_b < \tau_o < 2.5 t_b$.

Hiefür ist zu setzen:

$$\frac{n \varphi}{c} \cdot \tau_e = 0.6 T,$$

somit

$$\tau_e = \frac{c}{n \varphi} \cdot 0.6 T = 0.6 \frac{c}{n \varphi} \cdot \frac{Q S_i}{J_i} = 0.6 \frac{b c}{n \varphi} \cdot \tau_o \quad . \quad . \quad 142 a).$$

Hiebei muß — wenn in einem vorliegenden Tragwerke die angeordneten lotrechten Bügel hinreichend bemessen und richtig ausgeteilt sein sollen — an allen Stellen des Tragwerkes $\tau_e \leq t_e$ sein.

Bei Aufstellung der Gl. 142) und 142 a) wurde vorausgesetzt, daß die Querkraft auf der Strecke c konstant sei, was allerdings schon der ständigen Belastung wegen nicht der Fall sein kann. Mit hinreichender Genauigkeit wird aber ein der verhältnismäßig kurzen Länge c entsprechender Mittelwert der veränderlichen Querkraft Q eingeführt werden können. Nach der vorangeführten Entwicklung wird somit jedes auf Biegung beanspruchte Tragwerk je nach der Größe der Schubkräfte bestehen aus Teilen mit veränderlichem τ_e nach Gl. 142) (Fall a . . . $\tau_o \geq 2.5 t_b$), aus Teilen mit veränderlichem τ_e nach Gl. 142 a) (Fall b . . . $t_b < \tau_o < 2.5 t_b$) und aus Teilen, die keine Bügel oder dgl. benötigen ($\tau_o < t_b$).

Beim Entwerfen handelt es sich um die Bestimmung der Stärke der Bügel und der Entfernungen c , in welcher dieselben anzuordnen sind.

Aus den Gl. 142) bzw. 142 a) folgt bei Ausnützung der zulässigen Eisenschubspannung t_e :

Für Fall a):

$$\frac{n \varphi}{c} = \frac{1}{t_e} \left(\frac{Q S_i}{J_i} - b t_b \right) = \frac{b}{t_e} (\tau_o - t_b) \quad . \quad . \quad . \quad 143);$$

für Fall b):

$$\frac{n \varphi}{c} = \frac{0.6}{t_e} \cdot \frac{Q S_i}{J_i} = \frac{0.6 b}{t_e} \cdot \tau_o \quad . \quad . \quad . \quad 143 a).$$

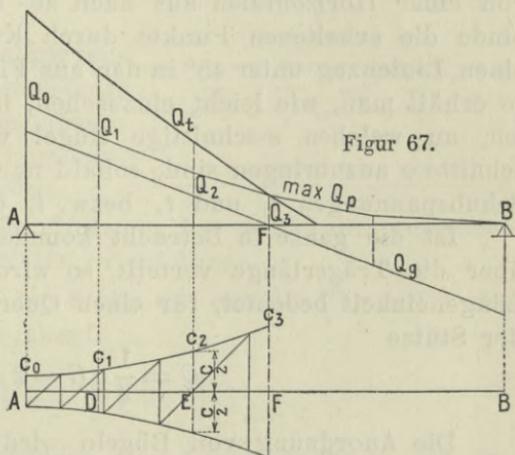
Ist hiernach in einem bestimmten Falle der Querschnitt des Verbundkörpers, also S_i , J_i und b gegeben, sind ferner die Querkraft Q sowie t_b und t_e als zulässige Spannung des Betons und des Eisens auf Schub bekannt, so kann die Berechnung des Bügelquerschnittes φ oder der Entfernung c der Bügel voneinander nach Gl. 143) oder 143 a) erfolgen. Die Zahl n der in einen Schnitt fallenden Bügelquerschnitte ist meist durch praktische Rücksichten, insbesondere jene auf möglichst gleichförmige Verteilung der Bügel über den Querschnitt des Körpers bedingt.

Nach Gl. 143) und 143 a) kann man entweder stärkere Bügel in größerer Entfernung oder schwächere Bügel in geringerer Entfernung anordnen. Die Entscheidung hierüber wird nach praktischen Rücksichten zu treffen sein, welche einerseits fordern, daß die Bügel nicht zu nahe stehen, um die Stampfung nicht zu behindern, andererseits aber auch starke Bügel in großen Entfernungen als nicht zweckmäßig erscheinen lassen, da hiebei die Kraftübertragung vom Beton auf die Bügel, welche Übertragung mittels der Haftspannung an den Bügelflächen erfolgt, nicht in ausreichendem Maße gewährleistet ist.

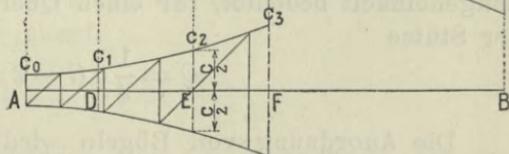
Nach Annahme eines Bügels (d. h. der Anzahl der Schnitte n und der Querschnittfläche φ) kann

sodann die Berechnung der Entfernung c erfolgen. Da die Querkraft Q längs des Trägers veränderlich ist, so wird sich auch c an jeder Stelle des Trägers mit einem anderen Werte ergeben, d. h. es wird zweckmäßig eine der Querkraft Q entsprechende veränderliche Entfernung der Bügel angeordnet werden.

Zur Austeilung der Bügel ist demnach die Kenntnis der Kurve der größten Querkräfte erforderlich. Dieselbe sei in einem bestimmten Falle bereits bekannt, z. B. wie in Figur 67 aus der Linie der Q_g von der ständigen Last und jener der $\max Q_p$ von der Nutzlast abgeleitet. Man kann sodann auf einfache Weise die Entfernung c der Bügel zeichnerisch derart bestimmen, daß obiger Berech-



Figur 67.



Figur 68.

nungsannahme zufolge überall das Eisen bis zur zulässigen Grenze t_e beansprucht ist. Nach Gl. 143) und 143 a) ergibt sich

für jenen Tragwerksteil, in dem nach Fall a): $\tau_0 \geq 2.5 t_b$,

$$c = \frac{n \varphi t_e}{\frac{Q S_i}{J_i} - b t_b} = \frac{n \varphi t_e}{b (\tau_0 - t_b)} \dots \dots \dots 144),$$

für jenen Tragwerksteil, in dem nach Fall b): $t_b < \tau_0 < 2.5 t_b$,

$$c = \frac{5}{3} n \varphi t_e \cdot \frac{J_b}{Q S_i} = \frac{5}{3} \cdot \frac{n \varphi}{b} \cdot \frac{t_e}{\tau_0} \dots \dots \dots 144 a).$$

Man berechne in ähnlicher Weise, wie man bei der Bestimmung der Dübelentfernungen bei verdübelten Holzbalken vorzugehen pflegt, c für einige Stellen des Trägers, z. B. für $A, D, E, F \dots$, trage diese Werte $c_0, c_1, c_2, c_3 \dots$ (Figur 68) je zur Hälfte von einer Horizontalen aus nach ab- und aufwärts auf und verbinde die erhaltenen Punkte durch Kurven. Zeichnet man nun einen Linienzug unter 45° in der aus Figur 68 ersichtlichen Weise, so erhält man, wie leicht einzusehen, in den Lotrechten die Stellen, an welchen n -schnittige Bügel vom angenommenen Querschnitte φ anzubringen sind, sobald nach Gl. 144) bzw. 144 a) die Schubspannungen t_0 und t_e bzw. t_e eingehalten werden sollen.

Ist die ganze in Betracht kommende Belastung gleichmäßig über die Trägerlänge verteilt, so wird, wenn q die Last auf die Längeneinheit bedeutet, für einen Querschnitt im Abstände x von der Stütze

$$Q = \frac{1}{2} q (l - 2x).$$

Die Anordnung von Bügeln wird nach Gl. 143) nur bis in eine Entfernung l_b vom Auflager notwendig, wobei sich l_b aus der Gleichung

$$\frac{q (l - 2 l_b) S_i}{2 J_i} - b t_b = 0$$

berechnet mit

$$l_b = \frac{l}{2} - \frac{b t_b J_i}{q S_i} \dots \dots \dots 145).$$

Für die Bügelentfernungen c innerhalb l_b wird aber, je nachdem Fall a) oder Fall b) vorliegt, Gl. 144) oder Gl. 144 a) maßgebend sein.

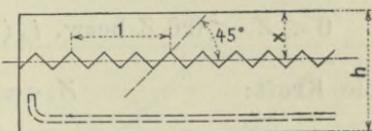
Die in Figur 68 dargestellte, zur zeichnerischen Ermittlung der Bügelabstände c dienende Kurve wird hier, ins solange Fall a) vorliegt, eine Hyperbel sein.

Zur Aufnahme der Hauptzugspannungen sind schräge, am besten unter 45° liegende Eiseneinlagen dann anzuordnen, wenn erstere nicht vom Beton allein aufgenommen werden können. Die Hauptzugspannungen wirken in der Nullschichte unter 45° gegen die Stabachse; sie sind (auf die Flächeneinheit des schiefen, zur Hauptzugspannung senkrecht gerichteten Schnittes bezogen) gleich den horizontalen und vertikalen Schubspannungen an derselben Stelle.

Es ist also von der Zugarmierung bis zur Nulllinie $\tau_z = \tau_0$. Da nun laut der amtlichen Vorschriften die zulässigen Werte der Schub- und Hauptzugspannungen t_b und t_z gleich groß sind, so folgt, daß überall dort, wo in einem Tragwerke der Beton allein zur Aufnahme der Schubkräfte nicht ausreicht bzw. bei Nichtvorhandensein einer Bügelarmierung die Betonschubspannungen zu groß würden, dies auch hinsichtlich der Hauptzugkräfte und Hauptzugspannungen der Fall ist.

Immer dort also, wo Bügel zur teilweisen Übertragung der Schubkraft rechnerisch notwendig werden, müssen auch Eiseneinlagen für die Hauptzugspannungen angewendet werden.

Figur 69.



Die Berechnung solcher Einlagen hat gemäß der amtlichen Vorschriften auf folgende Weise zu erfolgen:

Auf die Längeneinheit der Stabachse entfällt (Figur 69) eine unter 45° gerichtete Hauptzugkraft

$$Z = \frac{\tau_z}{2} \sqrt{2} = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot \frac{Q S_i}{J_i}.$$

Jener Teil der entsprechenden Hauptzugspannungen, der den für Beton zulässigen Wert t_z überschreitet, wird den schiefen Bügeln oder Eiseneinlagen zugewiesen, so daß bei der Balkenbreite b auf die letzteren rechnungsmäßig eine Kraft

$$Z_e = \frac{1}{2} \sqrt{2} \left(\frac{Q S_i}{J_i} - b t_z \right)$$

pro Längeneinheit des Trägers entfällt.

Die auf S. 132 erläuterten amtlichen Bestimmungen (HV. § 6, Abs. 6, BV. § 6, Abs. 7) gelten nicht nur für Schub-, sondern auch für Hauptzugkräfte. Sind somit überhaupt schiefe Bügel oder Eiseneinlagen notwendig, d. h. ist

$$\frac{Q S_i}{J_i} > b t_z \text{ oder } \tau_z \left(= \tau_0 = \frac{Q S_i}{b J_i} \right) > t_z \left(= t_b \right),$$

so ist zu beachten, ob die auf die schiefen Eiseneinlagen pro Längeneinheit entfallende Hauptzugkraft Z_e nicht kleiner als $0.6 Z$ ist; in letzterem Falle ist nicht etwa Z_e , sondern die Hauptzugkraft $0.6 H$ der Berechnung der schiefen Eiseneinlagen zu Grunde zu legen.

Die Überprüfung eines Balkens hinsichtlich der schiefen Bügel oder Eiseneinlagen gestaltet sich somit in folgender Weise:

Ist die Entfernung der schiefen Bügel oder Eiseneinlagen an der betrachteten Stelle, gemessen in der Richtung der Stabachse, gleich e , so hat das Eisen, dessen Querschnitt φ sein möge, im ganzen aufzunehmen:

im Falle a) $Z_e \geq 0.6 Z$ bzw. $\tau_z (= \tau_o) \geq 2.5 t_z (= 2.5 t_b)$

die Kraft:
$$Z_e e = \frac{e}{2} \sqrt{2} \left(\frac{Q S_i}{J_i} - b t_z \right) \dots \dots \dots 146),$$

hingegen im Falle b)

$$0 < Z_e < 0.6 Z \text{ bzw. } t_z (= t_b) < \tau_z (= \tau_o) < 2.5 t_z (= 2.5 t_b)$$

die Kraft:
$$Z_e e = 0.3 e \sqrt{2} \cdot \frac{Q S_i}{J_i} \dots \dots \dots 146 a).$$

Dieser Hauptzugkraft $Z_e e$ entspricht eine Hauptzugspannung:

im Falle a)
$$\tau_z = \frac{b e \sqrt{2}}{2 \varphi} (\tau_o - t_z) \dots \dots \dots 147),$$

im Falle b)
$$\tau_z = \frac{0.3 b e \sqrt{2}}{\varphi} \cdot \tau_o \dots \dots \dots 147 a);$$

τ_o hat hiebei die auf S. 128 angegebene Bedeutung.

Hiebei muß — wenn in einem vorliegenden Tragwerke die angeordneten schiefen Bügel oder Eiseneinlagen hinreichend bemessen und richtig ausgeteilt sein sollen — an allen Stellen des Tragwerkes $\tau_z \geq t_z$ sein.

In ähnlicher Weise wie für die Entfernung e der lotrechten Bügel (s. S. 134) gilt auch hier, daß mit hinreichender Genauigkeit ein der Länge e entsprechender Mittelwert der veränderlichen Querkraft Q eingeführt werden kann.

Bei veränderlicher Nutzlast, wie z. B. bei Brücken, muß für Q der entsprechende Maximalwert der betreffenden ungünstigsten Laststellung berücksichtigt werden.

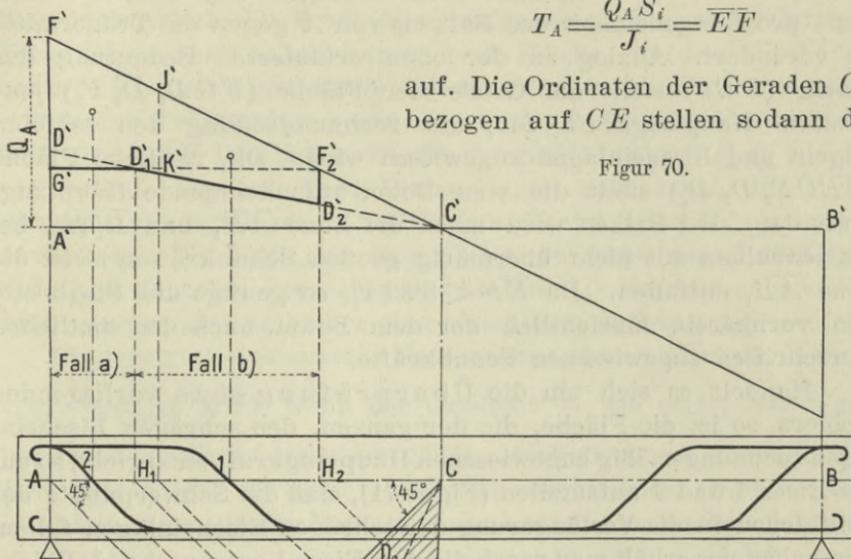
Am einfachsten geht man sowohl bei der Überprüfung als auch beim Entwerfen in zeichnerischer Weise vor, wie im nachstehenden für gleichförmige Belastung gezeigt wird.

Die veränderliche Querkraft Q ist (Figur 70) durch die Ordinaten der Geraden $F'C'$ dargestellt. In Figur 71 sei ACB die Nulllinie. Man ziehe durch A und C Gerade unter 45° gegen die Nulllinie und trage vom Schnittpunkte E aus die Größe

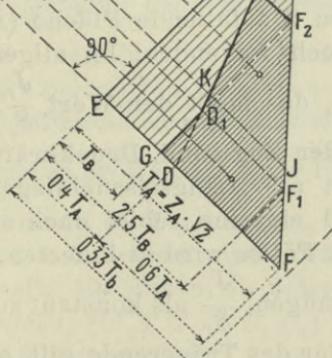
$$T_A = \frac{Q_A S_i}{J_i} = \overline{EF}$$

auf. Die Ordinaten der Geraden CF bezogen auf CE stellen sodann die

Figur 70.



Figur 71.



veränderliche Schubkraft T bzw. die $\sqrt{2}$ -fache veränderliche Hauptzugkraft Z pro Längeneinheit des Balkens dar. Die Fläche $(FEC) = Z_A \sqrt{2} \cdot \frac{EC}{2} = \frac{Z_A}{2} \cdot \frac{l}{2}$ stellt die gesamte auf die Trägerhälfte AC entfallende Hauptzugkraft dar. Trägt man $T_b = b t_b = \overline{EG}$, ferner

$\overline{ED} = 0.4 T_A$ oder $\overline{FD} = 0.6 T_A$ auf, zieht $GF_2 \parallel EC$ und den Strahl DC , so stellen die Ordinaten der Fläche (FGF_2) die veränderlichen Werte $T_e = (T - T_b)$, die Ordinaten der Fläche (FDC) die veränderlichen Werte $0.6 T$ dar.

Innerhalb der Balkenstrecke $\overline{AH_1}$ ist nun $T_e > 0.6 T$ oder $Z_e \left(= \frac{T_e \sqrt{2}}{2} \right) > 0.6 Z (= 0.3 T \sqrt{2})$.

Es kommt somit der Fall a) von S. 133 bzw. 138 in Betracht. Innerhalb der Strecke $\overline{H_1 H_2}$ ist hingegen $0 < T_e < 0.6 T$ oder

$0 < Z_e \left(= \frac{T_e \sqrt{2}}{2} \right) < 0.6 Z (= 0.3 T \sqrt{2})$, somit die Berechnungsart nach Fall b) maßgebend.

Die Ordinaten der Fläche ($FGD_1 D_2 F_2$) geben somit an, wie sich die rechnermäßig den lotrechten Bügeln zugewiesene Schubkraft pro Längeneinheit des Balkens von A gegen die Trägermitte zu verändert. Analog zu der oben erläuterten Bedeutung der Fläche (FEC) stellt die Größe der Fläche ($FGD_1 D_2 F_2$) jene gesamte Hauptzugkraft dar, die rechnermäßig den schiefen Bügeln und Eiseneinlagen zugewiesen wird. Die restliche Fläche ($GECF_2 D_2 D_1$) stellt die vom Beton aufzunehmende Hauptzugkraft dar. Bei Balken wird meist die Zone $\overline{AH_1}$ und $\overline{H_1 H_2}$, bei Plattenbalken mit nicht übermäßig großen Schubkräften meist die Zone $\overline{AH_1}$ entfallen. Da $\overline{EF} < 3.33 T_e$, so genügt die Stegbreite von vornherein hinsichtlich der dem Beton nach den amtlichen Vorschriften zugewiesenen Schubkräfte.

Handelt es sich um die Überprüfung eines vorliegenden Trägers, so ist die Fläche, die der ganzen, den schrägen Eiseneinlagen rechnermäßig zugewiesenen Hauptzugkraft entspricht, so auf die Eisen 1 und 2 aufzuteilen (Figur 71), daß die Schwerpunkte der Teilflächen in die Verlängerung der schrägen Eiseneinlagen fallen. Versuchsweise erhält man rasch die dem Eisen 1 entsprechende Fläche ($JKD_2 F_2$) und die dem Eisen 2 zufallende Fläche ($FGD_1 KJ$).

Zu beachten ist hierbei noch folgendes: Im allgemeinen sind auch S_i und J_i nicht konstant, das heißt der Wert $\frac{J_i}{S_i}$, welcher die Entfernung der Mittelpunkte der Zug- und Druckkräfte vorstellt, ändert sich, wenn z. B. nicht alle Längseiseneinlagen über die ganze Länge durchlaufen und einzelne schief nach aufwärts gezogen werden. In den meisten Fällen wird es indessen, wenigstens bei prismatischen Trägern, genügen, $\frac{J_i}{S_i}$ als konstant zu betrachten und etwa jenen Wert, welcher für das Trägerende gilt, einzuführen.

Bei veränderlicher Trägerhöhe und stark veränderlichem Eisenquerschnitte empfiehlt es sich, $T = \frac{Q S_i}{J_i}$ für einige Trägerstellen zu berechnen und hiernach die Ordinaten der Linie CF aufzutragen. In solchen Fällen wird CF auch für gleichförmige Belastung oder Einzellasten eine Kurve bzw. eine stufenförmige, aus Kurvenstücken zusammengesetzte Linie.

Beim Entwerfen wird man in nachstehender Art vorgehen, wenn, wie üblich, die Hauptzugspannungen durch die im Untergurte

nicht mehr erforderlichen, hinaufgezogenen Längseisen aufgenommen werden sollen. Ist F_1 der Querschnitt des ersten, hinsichtlich der Aufnahme der Momente bereits nicht mehr notwendigen Eisens und s_{ez} die zulässige Zugspannung desselben, so darf dieses Eisen rechnerisch die Kraft $F_1 s_{ez}$ aufnehmen. Man schneidet nun (Figur 71) — nach Aufzeichnung jener Fläche, die den sämtlichen schrägen Eiseneinlagen zuzuweisenden Hauptzugkräften entspricht — von der Trägermitte gegen das Auflager fortschreitend durch Parallele zu AF Teilflächen ab, die den Kräften $F_1 s_{ez}$, $F_2 s_{ez}$ u. s. w. entsprechen. Die schrägen Eiseneinlagen sind dann, durch die Schwerpunkte der einzelnen Teilflächen gehend, unter 45° gegen AB anzuordnen. Die Lage der Grenzlinien zwischen den Teilflächen wird am einfachsten versuchsweise bestimmt; dies gilt namentlich dann, wenn es sich nicht um eine gleichförmige Belastung handelt.

Die gezeigte zeichnerische Untersuchung hinsichtlich der Hauptzugspannungen wird, wenn der Quotient $\frac{J_i}{S_i}$, wie meist der Fall, als nahezu konstant betrachtet werden darf, direkt an der Linie der Querkräfte (Figur 70) dann mit Vorteil vorgenommen werden, wenn diese Linie allgemeinerer Natur ist; jedoch muß dann für die Ordinaten ein anderer Maßstab benützt werden, dessen Einheit $\frac{J_i \sqrt{2}}{S_i}$ mal so groß ist als jener für Q ; für diesen Maßstab erhält man direkt die den Hauptzugkräften entsprechenden Flächen. Mißt man hingegen die Ordinaten dieser Flächen mit einem Maßstab, dessen Einheit $\frac{J_i}{S_i}$ mal so groß ist als jener für Q , so stellen sie Schubkräfte pro Längeneinheit, die Flächen hingegen die Schubkräfte selbst dar. So entspricht beispielsweise die Fläche ($F' G' D'_1 D'_2 F'_2$) jener Gesamtschubkraft, die durch die lotrechten Bügel aufzunehmen ist, während Fläche ($G' A' C' F'_2 D'_2 D'_1$) die Schubkraft darstellt, die rechnerungsmäßig dem Beton zugewiesen wird. Man kann somit dieselbe zeichnerische Darstellung zur Überprüfung und zur Austeilung ebensowohl der schrägen Eiseneinlagen wie auch der lotrechten Bügel verwenden, wenn in beiden Fällen die entsprechend richtigen Ordinatenmaßstäbe zu Grunde gelegt werden.

Es braucht nicht erst betont zu werden, daß die Längseisen nur dann in der angedeuteten Weise zur Aufnahme der Hauptzugspannungen herangezogen werden können, wenn sie an jenen Stellen, an welchen sie nach dem obigen für den genannten Zweck erforderlich werden, im gezogenen Gurte bereits entbehrlich sind und daher gegen die Druckzone abgelenkt werden dürfen. Dort, wo

große Momente und große Querkräfte in gleichen Querschnitten zusammentreffen, wie beispielsweise in der Nähe der Stützen kontinuierlicher Träger, wird man daher in manchen Fällen zur Anordnung von unter 45° geneigten Bügeln oder von besonderen abgebogenen Eiseneinlagen greifen müssen.

Bei veränderlicher Belastung geht man für die Untersuchung der Schubkräfte und der Hauptzugspannungen mit genügender Genauigkeit von der Linie der größten Querkräfte aus. Man vernachlässigt hierbei nur den geringen Unterschied der Ordinaten dieser Linie und der Querkraftlinien, die der Belastung für die größte Querkraft jener Trägerabschnitte entsprechen, welche den einzelnen schrägen Eiseneinlagen zuzuweisen sind.

Was weiter oben über die direkte Verwendung der Querkraftlinie für eine ruhende Belastung und über die zwei verschiedenen Maßstäbe gesagt ist, die einerseits zur Bestimmung der lotrechten Bügel und andererseits zu jener der schrägen Eiseneinlagen zu verwenden sind, gilt in ganz gleicher Weise auch hier bei Zugrundelegung der Linie der größten Querkräfte beim Vorhandensein von veränderlicher Belastung.

Bei Balken, Platten oder Plattenbalken mit doppelter Armierung ändert sich die vorgeführte Berechnungsweise der Schub- und Hauptzugspannungen nur insofern, als statt der Betondruckfläche die ideelle Betondruckfläche einzuführen ist. Zur Ausmittlung des statischen Momentes S_i benützt man am besten auch hier das statische Moment der Eiseneinlagen auf der Zugseite, also

$$S_i = \nu S_{e_z} = \nu F'_{e_z} (h' - x).$$

Beispiel. An dem in den Figuren 73 und 74 dargestellten Plattenbalken eines Hochbaues sind die Bügel und schiefen Armierungseisen zur Aufnahme der Hauptzugspannungen zu entwerfen. Stützweite 8.4 m, Last gleichmäßig verteilt 18000 kg, Mischungsverhältnis 280 kg/m³.

Von den 8 Armierungseisen ($d = 2.6$ cm) sollen die vier unteren bis zum Ende fortgeführt, die anderen, soweit erforderlich, zur Aufnahme der Hauptzugspannungen verwendet werden. Zunächst muß festgestellt werden, auf welche Länge je 8, 7, 6, 5 und 4 Armierungseisen wegen der Momente notwendig sind.

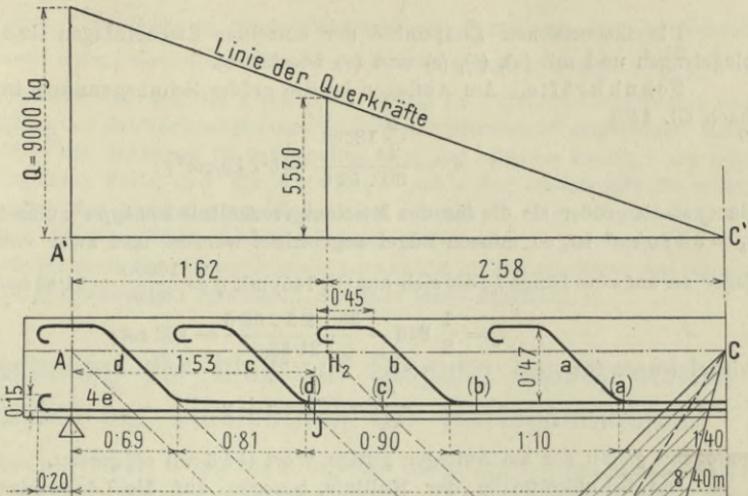
Das Biegemoment in Trägermitte ist

$$M = \frac{1}{8} 18000 \cdot 8.4 = 18900 \text{ kgm.}$$

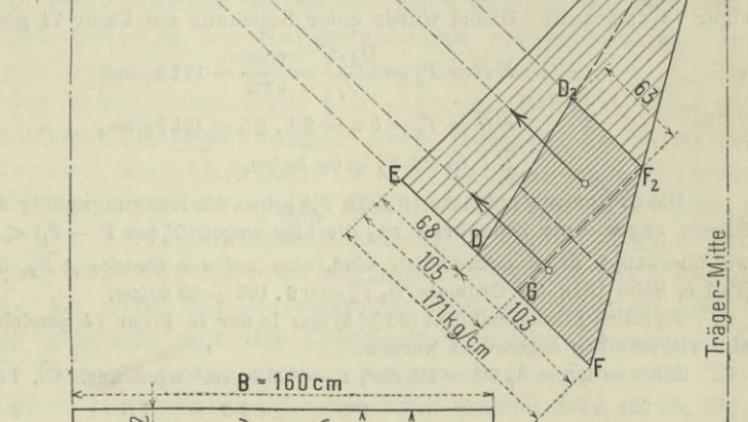
Unter Benützung des Näherungsverfahrens (Gl. 81, 82 und 83) findet man folgende statische Werte der einzelnen Querschnitte sowie die betreffenden Tragemomente (für $s_{e_z} = 1000 \text{ kg/cm}^2$) und erforderlichen theoretischen Längen:

Zahl der Eisen	8	7	6	5	4
F_e (cm ²)	42.48	37.17	31.86	26.55	21.24
l' (cm)	54.0	54.4	55.0	55.8	57.0
x (cm)	18.0	16.9	16.1	14.6	13.3

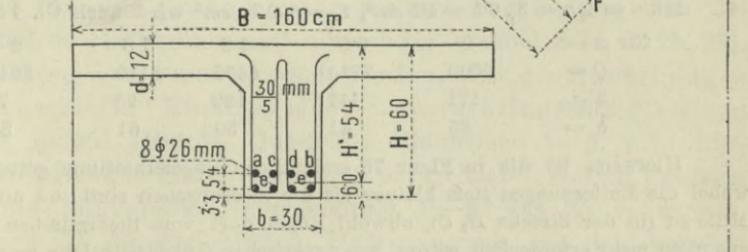
Figur 72.



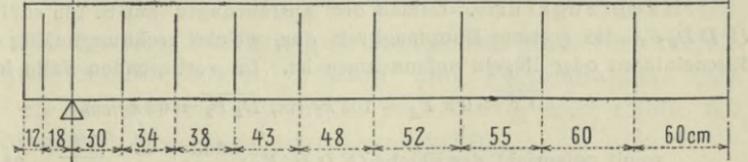
Figur 73.



Figur 74.



Figur 75.



Zahl der Eisen	8	7	6	5	4
y (cm)	13.0	12.0	11.3	10.0	8.9
z (cm) = $H' - x + y$	49.0	49.5	50.2	51.2	52.6
M (kgm)	20810	18400	15990	13590	11170
erforderliche Länge (m)	1.37	3.21	4.41	5.37	.

Die theoretischen Endpunkte der einzelnen Eiseneinlagen sind in Figur 73 eingetragen und mit (a), (b), (c) und (d) bezeichnet.

Schubkräfte. Am Auflager ist die größte Schubspannung in der Nulllinie nach Gl. 140)

$$\tau_o = \frac{1}{2} \frac{18000}{30 \cdot 52.6} = 5.7 \text{ kg/cm}^2;$$

da τ_o somit größer als die für das Mischungsverhältnis 280 kg/m^3 zulässige Spannung $t_b = 3.5 \text{ kg/cm}^2$ ist, so müssen Bügel angeordnet werden und zwar von jedem Auflager an auf eine Länge l_b , die sich aus Gl. 145) mit $q = \frac{18000}{840} = 21.43 \text{ kg/cm}$ ergibt zu:

$$l_b = \frac{1}{2} 840 - \frac{30 \cdot 3.5 \cdot 52.6}{21.43} = 162 \text{ cm};$$

hiebei wurde für

$$\frac{J_i}{S_i} = H' - x + y$$

genügend genau der am Auflager gültige Wert (52.6 cm) eingesetzt.

Die Schubkräfte in der Nulllinie, bezogen auf die Längeneinheit, sind in Figur 73 dargestellt. Hiebei wurde unter Beziehung auf Figur 71 gemacht:

$$\overline{EF} = T_A = \frac{Q_A S_i}{J_i} = \frac{9000}{52.6} = 171 \text{ kg/cm},$$

$$\overline{EG} = T_b = b \tau_b = 30 \cdot 3.5 = 105 \text{ kg/cm},$$

$$\overline{ED} = 0.4 T_A = 68 \text{ kg/cm}.$$

Die Ordinaten der Fläche ($FD D_2 F_2$) geben die rechnermäßig den lotrechten Bügeln zugewiesene Schubkraft an, die hier wegen $T_e (= T - T_b) < 0.6 T$ überall wo überhaupt Bügel erforderlich sind, also auf der Strecke $A \overline{H_2}$, $0.6 T$ beträgt. (Fall b, Seite 134); die Ordinate $\overline{D_2 F_2} = 0.6 \cdot 105 = 63 \text{ kg/cm}$.

Es sollen Flacheisenbügel (30×5) mm in der in Figur 74 gezeichneten Weise, also vierschnittig angeordnet werden.

Mit $n = 4$, $\varphi = 3.05 = 1.5 \text{ cm}^2$, $t_e = 600 \text{ kg/cm}^2$ wird nach Gl. 144 a)

für $x =$	0	0.6	1.2	1.8	2.4 m,
$Q =$	9000	7710	6430	5140	3840 kg,
$T =$	171	147	122	98	73 kg/cm,
$c_e =$	35	41	50	61	82 cm.

Hiernach ist die in Figur 75 ersichtliche Bugeleinteilung getroffen worden, wobei die Entfernungen stets kleiner als die theoretischen sind und auch gegen die Mitte zu (in der Strecke $\overline{H_2 C}$), obwohl Bügel dort vom theoretischen Standpunkte aus nicht mehr erforderlich wären, aus praktischen Gründen solche angeordnet sind.

Hauptzugkräfte. Gemäß den Ausführungen auf S. 139 stellt die Fläche, ($FD D_2 F_2$) die gesamte Hauptzugkraft dar, welche rechnermäßig von schiefen Eiseneinlagen oder Bügeln aufzunehmen ist. Im vorliegenden Falle ist

$$\overline{DF} = 0.6 T_A = 103 \text{ kg/cm}, \quad \overline{D_2 F_2} = 63 \text{ kg/cm},$$

$$\text{somit entspricht der Fläche } (FD D_2 F_2): \frac{103 + 63}{2} \cdot \frac{1.62}{\sqrt{2}} = 9510 \text{ kg}.$$

Ein Längseisen von 26 mm Durchmesser vermag eine Hauptzugkraft von $Z' = \frac{2.6^2 \pi}{4} \cdot 1000 = 5310 \text{ kg}$ aufzunehmen; es müssen also 2 Längseisen zur Übernahme der Hauptzugkräfte verwendet werden.

Unter der Voraussetzung einer gleichmäßigen Verteilung der Gesamtkraft 9510 kg auf zwei Eisen, wovon auf jedes hiernach die Spannung $\tau_x = \frac{1}{2} \cdot \frac{9510 \cdot 4}{2 \cdot 6^2 \pi} = 897 \text{ kg/cm}^2$ entfällt, wurden die Fläche ($F D D_2 F_2$) in 2 gleiche Teile geteilt und die schiefen Eisen den Schwerpunkten der Teilflächen entsprechend angeordnet. Hiernach ergibt sich die in Figur 73 dargestellte Lage der schiefen Eisen; diese zeigt in dem vorliegenden Falle, daß die Einlagen c und d der Hauptzugkräfte wegen beträchtlich über die theoretischen Endpunkte (e) und (d), die sich aus den Momenten ergeben, hinausgeführt werden müssen.

Es erscheint noch eine Untersuchung notwendig, ob die getroffene Anordnung in bezug auf Haftspannungen ausreicht; hierüber siehe Abschnitt V.

V. Berechnung der bloß auf Biegung beanspruchten Verbundkörper hinsichtlich der Haftspannungen.

Im Abschnitte II, 4 wurden bereits die allgemeinen Grundsätze entwickelt und die Formeln aufgestellt, nach welchen bei der rechnerischen Untersuchung der Haftspannungen vorzugehen ist. Im folgenden soll nun hierauf näher eingegangen werden.

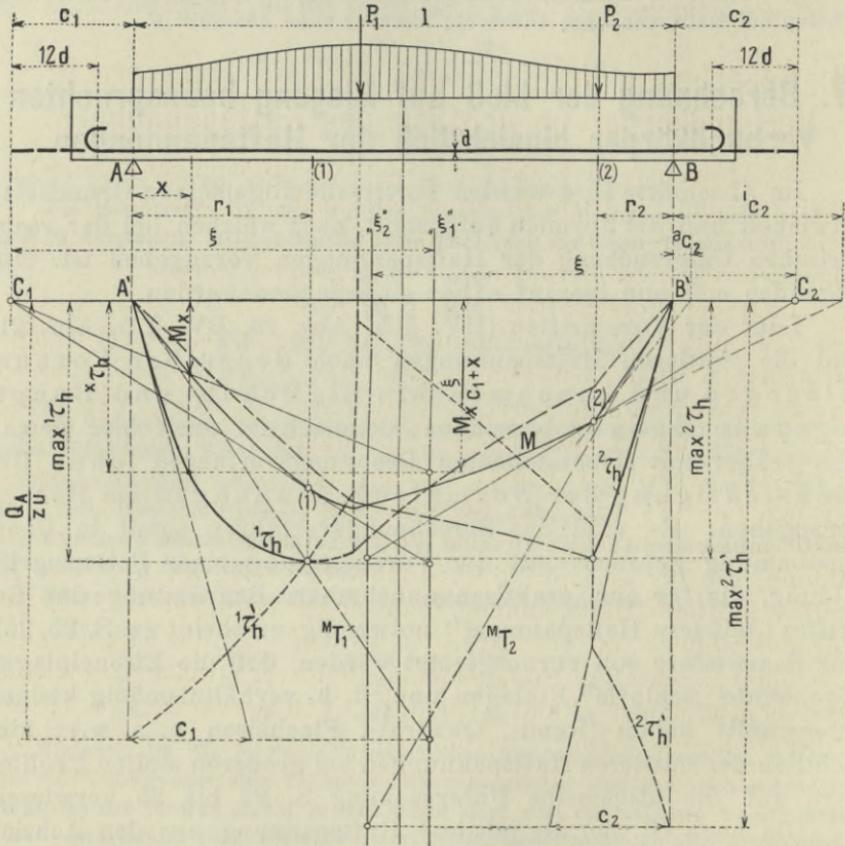
Laut der Vorschriften (HV. § 5, Abs. 23, BV. § 5, Abs. 21) sind die mittleren Haftspannungen nach denselben Voraussetzungen und Annahmen wie die Schub- und Hauptzugspannungen zu berechnen; demnach ist auch hier gemäß dem früher mit A bezeichneten Rechnungsverfahren (ohne Berücksichtigung der Normalzugspannungen im Beton) vorzugehen. Es wird das Berechnungsverfahren somit in Übereinstimmung gebracht mit der Voraussetzung einer Betonzugrißbildung, die für eine praktisch annehmbare Begründung des Begriffes „mittlere Haftspannung“ notwendig erscheint (s. S. 25, 26). Für das weitere soll vorausgesetzt werden, daß die Eiseneinlagen sogenannte „schlaffe“ Einlagen sind, d. h. verhältnismäßig kleinen Querschnitt haben (Rund-, Quadrat-, Flacheisen u. s. w.); hinsichtlich der mittleren Haftspannungen bei größeren steifen Profilen wird auf die allgemeine Untersuchung S. 22 bis 25 verwiesen.

Da nach Gl. 30) die mittlere Haftspannung aus den Achsialkräften der Eiseneinlagen und aus Haftflächen bestimmt wird, so gelten alle folgenden Darlegungen in gleichem Maße für einfach- und doppelt-armierte Balken, Platten und Plattenbalken. Ein Unterschied in der Berechnung ergibt sich einzig und allein bei der Ermittlung der Eisenzug- oder Druckkräfte.

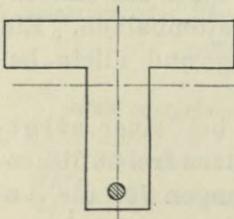
Vorerst soll untersucht werden, wie sich bei einer allgemeinen, ruhenden Belastung eines auf zwei Stützen frei aufliegenden Trägers die Werte der mittleren Haftspannungen für die Annahme einer einzigen Eiseneinlage und eines veränder-

lichen Zugrißquerschnittes ergeben. Doch gilt das folgende auch für den Fall, als diese Einlage in mehrere, einer einzigen Schar angehörige Einlagen aufgelöst ist, welche somit durchwegs gleichweit über die Stützpunkte hinausgeführt sind; das u der Gl. 148) stellt dann natürlich den Gesamtumfang aller dieser Eiseneinlagen dar. Dem allgemeinen Belastungsfall entspräche die in Figur 76a

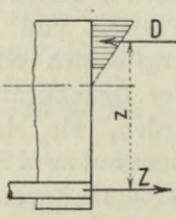
Figur 76 a.



Figur 76 b.



Figur 76 c.



eingezeichnete Momentenlinie. Unter Zugrundelegung der Figuren 76 b und 76 c ergibt sich somit für die Haftfläche, die durch den im beliebigen Abstand x vom linken Auflager liegenden Querschnitt begrenzt ist, die mittlere Haftspannung

$$\tau_h^x = \frac{M_x}{zu(c_1 + x)} \dots \dots \dots 148),$$

wobei M_x das Biegemoment für den betreffenden Querschnitt, u den Umfang des Zugeisens und c_1 die über den Stützpunkt hinausreichende, unter Berücksichtigung von allfällig vorhandenen Haken entsprechend vergrößerte Länge der Eiseneinlage bedeuten.

Für alle Trägerquerschnitte mit nur einem Armierungseisen ist $zu = C$ (konstant). Bestimmt man für veränderliche x , entsprechend der Annahme einer veränderlichen Zugrißstelle (s. S. 26) jeweilig die mittleren Haftspannungen und trägt dieselben an der Zugrißstelle als Ordinaten auf, so erhält man die „Kurve der mittleren Haftspannungen“. Die Ordinaten derselben stellen somit die an dieser Trägerstelle, aber auch gleichzeitig die für alle außerhalb der Rißstelle, das ist von dieser Stelle bis zum Eisenende liegenden Querschnitte gleich groß angenommenen mittleren Haftspannungen*) dar.

Um die Kurve der mittleren Haftspannungen zu erhalten, sind somit die Ordinaten der Momentenlinie verkehrt proportional zur Länge $(c_1 + x)$ nach einem für die Haftspannung entsprechend gewählten Maßstab zu verzerren. Um diesen Maßstab zu finden, sollen vorerst die Ordinaten der Momentenkurve dem oben angeführten Gesetz entsprechend nach einem beliebig gewählten Maßstab verzerrt und für die so gefundene Kurve — dieselbe als Kurve der mittleren Haftspannungen aufgefaßt — der dazu gehörige Ordinatenmaßstab (Maßstab für die mittleren Haftspannungen) bestimmt werden. Projiziert man von dem, dem theoretischen Ende der Haftlänge entsprechenden Punkte C_1 aus die Punkte der Momentenlinie zentral auf einen vorerst in der beliebigen Entfernung ξ von C_1 angenommenen vertikalen Strahl „ ξ_1 “, diese Punktreihe hierauf parallel zur x -Achse auf die zugehörigen Momentenordinaten, so gibt die Verbindungslinie dieser zweiten Punktreihe die gewünschte Verzerrung. Es ist nämlich die Ordinate M_x dadurch mit einer für alle Querschnitte konstanten Länge ξ multipliziert und — wie gewünscht — durch die von Querschnitt zu Querschnitt veränderliche Länge $(c_1 + x)$ dividiert worden.

Wird diese Ordinate $M_x \cdot \frac{\xi}{c_1 + x}$ als der Rißstelle „ x “ ent-

*) Die Kurve ist somit ihrem Wesen nach grundverschieden von der in der einschlägigen Literatur und auch gemäß der amtlichen Vorschrift vom Jahre 1907 bisher zur Verwendung gelangten Haftspannungskurve, deren Ordinaten in jedem Querschnitt die der Querkraft direkt proportionalen, veränderlichen, rechnermäßigen Haftspannungen bedeuten.

sprechende mittlere Haftspannung ${}^x\tau_h$ aufgefaßt, so ist der zugehörige Verzerrungsmaßstab (s. Gl. 148)

$$\xi^{cm} d . N . *) = \left(\frac{1}{\varepsilon u} \right)^{cm-2} d . N .$$

bezw. die absolute Einheit „1“ des Verzerrungsmaßstabes gleich

$$\left(\frac{1}{\varepsilon u \xi} \right)^{cm-3} d . N .$$

Mit Hilfe dieser Beziehung erhält man zu dem angenommenen Momentenmaßstab $1^{cm} d . Z . = \mu^{kgcm} d . N .$ durch Multiplikation den gesuchten Spannungsmaßstab der Ordinaten:

$$„1“ . 1^{cm} d . Z . = \left(\frac{1}{\varepsilon u \xi} \right)^{cm-3} \cdot \mu^{kgcm} d . N ., \text{ d. h.}$$

$$1^{cm} d . Z . = \left(\frac{\mu}{\varepsilon u \xi} \right)^{kgcm-2} d . N .$$

Wählt man nun, umgekehrt, statt der Strecke ξ den Spannungsmaßstab etwa derart, daß $n^{cm} d . Z . = t_h^{kgcm-2} d . N .$, d. i. gleich der zulässigen mittleren Haftspannung ist, so kann mittels der vorhin abgeleiteten Beziehung die Entfernung ξ jenes Strahles ermittelt werden, auf dem die verzerrten Momentenstrecken sich direkt als mittlere Haftspannungen in dem wie vorhin gewählten Spannungsmaßstab ergeben. Man erhält:

$$1^{cm} d . Z . = \left(\frac{t_h}{n} \right)^{kgcm-2} d . N .$$

und somit:

$$\left(\frac{t_h}{n} \right)^{kgcm-2} d . N . = \left(\frac{\mu}{\varepsilon u \xi} \right)^{kgcm-2} d . N .,$$

woraus sich ergibt:

$$\xi^{cm} d . N . = n \cdot \frac{\mu^{kgcm}}{\varepsilon^{cm} u^{cm} t_h^{kgcm-2}} \dots \dots \dots 149).$$

In Figur 76 a ist die punktwies konstruierte „Kurve der mittleren ${}^1\tau_h$ und ${}^2\tau_h$ “, bezogen auf den linken und rechten Trägerteil, unter Benützung der Strahlen „ ξ_1 “ und „ ξ_2 “ durchgeführt.

Unter jeder Einzellast entsteht ein Knick und die beiden Kurven der ${}^1\tau_h$ und ${}^2\tau_h$ schneiden die Momentenlinie in dem zugehörigen ξ_1 - bzw. ξ_2 -Strahl. Sind die theoretischen Überlängen des Eisens — wie in Figur 76 a — links und rechts gleich groß ($c_1 = c_2 = c$), so liegen der ξ_1 - und ξ_2 -Strahl symmetrisch zur

*) Im folgenden bedeutet: $d . N .$ die Abkürzung von „der Natur“,
 $d . Z .$ „ „ „ „der Zeichnung“.

Trägermitte und es schneiden sich — unabhängig von der Belastung — die ${}^1\tau_h$ - und ${}^2\tau_h$ -Kurven in der Trägermitte.

Sind hingegen die theoretischen Überlängen links und rechts verschieden ($c_1 \neq c_2$), so schneiden sich die beiden τ_h -Kurven in der Mitte der theoretischen Eisenlänge; links von diesem Querschnitt ist die linke, rechts hievon die rechte Haftlänge maßgebend.

Aus der punktweisen Konstruktion der τ_h -Kurven ist ohne weiters zu ersehen, daß die Größe von $\max \tau_h$ auf dem ξ -Strahl durch jenen Projektionsstrahl aus C abgeschnitten wird, der den größten Winkel mit der x -Achse einschließt. Dieser Strahl kann entweder

1. die Momentenlinie tangieren oder

2. durch einen, einer Einzellast entsprechenden Knickpunkt der Momentenlinie gehen. [S. Figur 76 a: Lage der maßgebenden Punkte (1) und (2)]. Der entsprechende Berührungspunkt bzw. der maßgebende Knickpunkt liegt dann in jenem Querschnitt, bis zu welchem vom Eisenende an in allen Querschnitten die rechnermäßig größte mittlere Haftspannung $\max \tau_h$ auftritt.

Unter Verwendung der bekannten Eigenschaft der Momentenlinie:

$$(c + r) = \frac{M_r}{Q_r} \dots \dots \dots 150)$$

gilt hier allgemein der Satz:

Der für die Berechnung der mittleren Haftspannung maßgebende Punkt liegt, wenn vom Auflager gegen die Trägermitte fortgeschritten wird, in jenem Querschnitt, für welchen der Angriffspunkt der Querkraft den theoretischen Endpunkt der Eiseninlage (Haftlänge) entweder 1. stetig oder 2. sprungweise überschreitet.

Im allgemeinsten Belastungsfalle (teilweise und ungleichförmig verteilte Belastungen und Einzellasten) wird die Momentenlinie überall dort, wo die Belastungslinie ihre Gesetzmäßigkeit ändert, und überdies an jeder Einzellast ihren Charakter, somit auch ihre Gleichung ändern; die Momentenlinie wird aus einer Reihe von Kurven bestehen, die entweder tangentiell ineinander übergehen oder unter den Einzellasten Knickpunkte aufweisen. Die Lage des für die mittlere Haftspannung maßgebenden Punktes wird daher rechnerisch in folgender Weise bestimmt werden können:

Vom Auflager ausgehend, wird man an dem innenliegenden Ende jeder Momenten-Teilkurve und überdies bei Einzellasten auch

unmittelbar innerhalb derselben den Hebelsarm $\frac{M}{Q}$ der Querkraft Q und damit die Lage dieser Querkraft bestimmen. Sobald die Querkräfte Q für zwei solche aufeinanderfolgende Endpunkte von Momenten-Teilkurven (Fall 1) oder bei Einzellasten für die zu beiden Seiten unmittelbar benachbarten Querschnitte (Fall 2) zu verschiedenen Seiten des theoretischen Eisenendes zu liegen kommen, ist die Trägerstrecke (Fall 1) bzw. der Querschnitt (Fall 2) festgelegt, in denen der maßgebende Punkt liegt.

Für den Fall 1 (Figur 76 a, links) ergibt sich r_1 , indem man für einen einstweilen noch beliebig angenommenen Querschnitt der betreffenden Teilstrecke die allgemeinen Werte M_{r_1} und Q_{r_1} aufstellt und dann aus der Gl. 150), die hier $(c + r_1) = \frac{M_{r_1}}{Q_{r_1}}$ lautet, den Wert r_1 bestimmt.

Für den Fall 2 ist r_2 der Abstand der betreffenden Einzellast vom Auflager. Auch für die rechnerische Bestimmung der Größe von $\max \tau_h$ sind die Fälle 1 und 2 zu unterscheiden.

Fall 1: Der maßgebende Punkt liegt in einem Querschnitte ohne Einzellast (Figur 76 a, links): Unter Benützung der Gl. 150) geht Gl. 148) über in:

$$\max \tau_h = \frac{M_{r_1}}{z u (c_1 + r_1)} = \frac{Q_{r_1}}{z u} \dots \dots \dots 148 a),$$

d. h. die maximale mittlere Haftspannung erhält man aus der Querkraft für den maßgebenden Punkt, indem man diese durch das Produkt aus dem Hebelarm des inneren Momentes dieses Querschnittes in den Umfang des Eisens dividiert.*)

Fall 2: Der maßgebende Punkt liegt in einem Querschnitt mit Einzellast (Figur 76 a, rechts). Die τ_h - Kurve wird bei Überschreitung dieses Punktes ebensowenig ihren Wert sprunghaft

*) Verglichen mit dem Werte $\max \tau'_h$, entsprechend der bisher allgemein üblichen Berechnungsart, wie sie u. a. auch in der Vorschrift des Ministeriums des Innern vom 15. November 1907 vorgeschrieben war, ergibt sich somit, daß gemäß der amtlichen Vorschrift vom Jahre 1911 nicht die maximale Querkraft, das ist jene des Auflagerquerschnittes, sondern die Querkraft des maßgebenden Punktes in die Berechnung einzuführen, im übrigen aber ganz gleich vorzugehen ist wie bisher, wo die Eisenüberlänge nicht in Rechnung gezogen wurde. Die Kurve der τ'_h bzw. τ''_h (s. Figur 76 a) schneidet somit die Kurve der τ_h bzw. τ''_h in der Vertikalen durch den maßgebenden Punkt (1) bzw. (2). Für die Querschnitte zwischen diesen Punkten und den jeweilig zunächst liegenden Stützpunkten sind somit die Werte τ_h kleiner als τ'_h .

ändern wie die Momentenlinie, aus deren Verzerrung die τ_h -Kurve ja hervorgegangen ist.*)

Gl. 148) geht über in:

$$\max {}^2\tau_h = \frac{M_{r_2}}{z u (c_2 + r_2)} \dots \dots \dots 148 b).$$

Die einfache Beziehung, wie sie zwischen $\max {}^1\tau_h$ und Q_{r_1} im Falle 1 besteht (s. Gl. 148 a), gilt hier nicht mehr, da die Querkraft Q_{r_2} nicht durch das theoretische Eisenende geht.

Es ist hier nämlich nach Gl. 150) für den unmittelbar außerhalb bzw. innerhalb der Einzellast liegenden Querschnitt (s. Figur 76 a, rechts)

$$\begin{aligned} ({}^a c_2 + r_2) &= \frac{M_{r_2}}{a Q_{r_2}} \neq (c_2 + r_2), \\ ({}^i c_2 + r_2) &= \frac{M_{r_2}}{i Q_{r_2}} \neq (c_2 + r_2). \end{aligned}$$

Zeichnerisch erhält man $\max \tau_h$ [s. Figur 76 a links und rechts] wie jeden anderen τ_h -Wert mit Hilfe der beiden Strahlen „ ξ_1 “ und „ ξ_2 “.

Von Interesse ist vor allem der Verlauf der τ_h -Kurve zwischen dem Auflager und dem für die Berechnung der Haftspannung maßgebenden Punkte. Es soll daher ganz allgemein die Gleichung der Tangente der τ_h -Kurve im Auflager ermittelt werden.

Bezeichnet man vorübergehend ${}^x\tau_h$ mit y , so ist (s. S. 147)

$$\begin{aligned} y &= \xi \cdot \frac{M_x}{c_1 + x}, \text{ daher } \frac{d y}{d x} = \xi \cdot \frac{(c_1 + x) \cdot \frac{d M_x}{d x} - M_x}{(c_1 + x)^2} = \xi \frac{(c_1 + x) Q_x - M_x}{(c_1 + x)^2} \\ \text{und } \left. \frac{d y}{d x} \right|_{x=0} &= \frac{\xi \cdot c_1 Q_A}{c_1^2} = \frac{\xi \cdot Q_A}{c_1}, \text{ d. h.} \end{aligned}$$

die Gleichung der Tangente an die τ_h -Kurve im Ursprung lautet:

$$y = \frac{\xi}{c_1} \cdot Q_A x \dots \dots \dots 151).$$

Mit $\xi = \frac{1}{\varepsilon u}$ (Verzerrungsmaßstab, s. S. 148) wird

$$\frac{y}{x} = \frac{Q_A}{z u} \cdot \frac{1}{c_1} \dots \dots \dots 151 a).$$

*) Die τ'_h -Kurve (d. i. die Kurve der Haftspannungen gemäß der amtlichen Vorschrift vom Jahre 1907), für welche die Querkraftkurve maßgebend ist, ändert hingegen ihren Wert an einer Einzellast gleichzeitig mit der Querkraft sprunghaft.

**) Unter Berücksichtigung der Werte τ'_h für die Haftspannungen nach der früheren amtlichen Vorschrift vom Jahre 1907 ergibt sich auch: $\frac{y}{x} = \frac{\max \tau'_h}{c_1}$.

Man erhält somit die gesuchte Tangente an die ${}^1\tau_h$ -Kurve im Ursprung, indem man zur positiven Abszisse c_1 die Ordinate $\frac{Q_A}{zu}$ im Spannungsmaßstab aufträgt und den erhaltenen Punkt mit dem, dem Auflager A entsprechenden Ursprung verbindet.

Aus Gl. 148) folgt, daß für $x = -c_1 \dots {}^1\tau_h = \infty$ wird, da für jede beliebige Belastung gleichzeitig $M_{-c_1} \neq 0$ ist. Es ist somit immer der durch den theoretischen Endpunkt der Eiseneinlage bzw. durch C_1 parallel zur Ordinatenachse gelegte Strahl eine Asymptote für sämtliche Teile der ${}^1\tau_h$ -Kurve.

Sinngemäß gelten die Gesetze natürlich auch für die ${}^2\tau_h$ -Kurve.

Einfluß der Überlänge c . Wird die Überlänge c immer kleiner und zum Schlusse gleich Null, so erhält man nach Gl. 148) immer größer werdende ${}^x\tau_h$ und als oberen Grenzwert für $c=0$:

$${}^1\tau_h = \frac{M_x}{zu x}.$$

Für $c=0$ wird dann für veränderliche Querschnitte, d. h. für veränderliche $x \dots {}^x\tau_h$ zum Maximum, wenn $x=0$ wird;

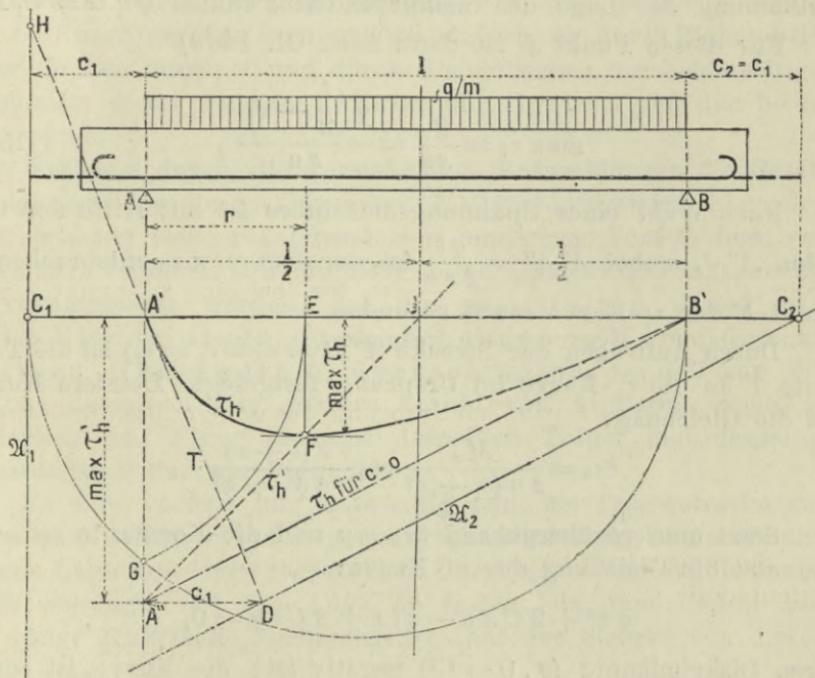
$$\text{für } \begin{cases} c=0 \\ x=0 \end{cases} \text{ ist also } \tau_h = \frac{Q_A}{zu}.$$

Die amtliche Berechnungsweise vom Jahre 1911 ergibt somit nur für den Fall der rechnerischen Vernachlässigung der über das Auflager hinausreichenden Haftfläche und der Hakenwirkung den größten Wert*) der mittleren Haftspannung am Auflager.

*) Dieser Wert ist gleich $\max {}^1\tau_h$ und stimmt mit dem Werte der maximalen Haftspannung (am Auflager), ermittelt nach der Berechnungsart gemäß der amtlichen Vorschrift vom Jahre 1907, überein. Für diesen Sonderfall sind somit die Haftspannungswerte identisch. Die Werte ${}^x\tau_h$ für $\begin{cases} c=0 \\ x \neq 0 \end{cases}$ bleiben hingegen durchwegs größer als die Werte ${}^x\tau_h'$. Diese relativen Verhältnisse sind am besten der zeichnerischen Darstellung zu entnehmen (s. Figur 76 a). In derselben sind die τ_h -Werte durch die trigonometrischen Tangenten der Winkel ausgedrückt, welche die x -Achse mit den Strahlen einschließt, die durch den jeweiligen Punkt C zu den Punkten der Momentenkurve gezogen werden, während bekanntlich die τ_h' -Werte durch die trigonometrischen Tangenten der Winkel gemessen werden, welche die jeweiligen geometrischen Tangenten an die Momentenlinie mit der x -Achse einschließen. Die Darstellung zeigt dann den bedeutenden Einfluß, den die Anordnung einer Überlänge und von Haken auf die Herabminderung des maximalen Wertes der mittleren Haftspannung hat.

Da die Belastungsfälle immer den Fall der totalen gleichförmig verteilten Belastung durch das Eigengewicht in sich schließen und sich der für die Haftspannungen maßgebende Punkt, ferner die τ_h -Kurve und der Wert $\max \tau_h$ nicht aus einer Übereinanderlegung verschiedener Belastungsfälle, sondern nur immer mit Hilfe der vollständig vorliegenden Belastung ermitteln lassen, so soll im nachstehenden nur der am häufigsten vorkommende Sonderfall der totalen gleichförmigen Belastung (Eigengewicht + Nutzlast) erläutert werden.

Figur 77.



Hinsichtlich der Lage des für die mittlere Haftspannung maßgebenden Punktes (im Abstände r von A) gilt folgendes (Fig. 77):

$$Q_r = q \left(\frac{l}{2} - r \right), \quad M_r = \frac{q r (l - r)}{2}$$

und somit aus

$$(c_1 + r) = \frac{M_r}{Q_r} \text{ (s. Gl. 150):}$$

$$r = \sqrt{c_1 (c_1 + l)} - c_1 \dots \dots \dots 152).$$

Es entsprechen den Werten:

$c = 0.0$ 0.01 0.02 0.03 0.04 0.05 . l ,
 die Werte: $r = 0.0$ 0.0905 0.1228 0.1458 0.1640 0.1791 . l ,

$c = 0.06$ 0.07 0.08 0.09 0.10 . l ,
 die Werte: $r = 0.1922$ 0.2037 0.2139 0.2232 0.2317 . l .

r ergibt sich auch als Abszisse des Berührungspunktes einer Tangente, die von C_1 aus an eine in einem beliebigen Maßstab gezeichnete Momentenparabel gezogen wird. Diesem Ausdruck von r entspricht die einfache, in Figur 77 eingetragene, zeichnerische Bestimmung der Lage des maßgebenden Punktes ($\overline{C_1 G} = \overline{C_1 E}$),

Für diesen Punkt E ist dann nach Gl. 148 a)

$$\max \tau_h = \frac{Q_r}{zu} = \frac{q \left(\frac{l}{2} - r \right)}{zu} \dots \dots \dots 153).$$

Nach Wahl eines Spannungsmaßstabes ist mit Hilfe der Geraden $A''J$, wobei $\overline{A'A''} = \frac{ql}{2zu}$ ist, der dem $\max \tau_h$ entsprechende Punkt F der τ_h -Kurve rasch gefunden.

Durch Auftragen der Strecke $\overline{A''D} = c (= c_1 = c_2)$ ist die Tangente T an die τ_h -Kurve im Ursprung festgelegt. Letztere Kurve hat die Gleichung:

$${}^x \tau_h = \frac{M_x}{zu(c_1 + x)} = \frac{qx(l-x)}{2zu(c_1 + x)}.$$

Setzt man vorübergehend ${}^x \tau_h = y$ und die Konstante $zu = C$, so lautet die Gleichung der τ_h -Kurve:

$$qx^2 + 2Cxy - qlx + 2Ccy = 0,$$

deren Diskriminante ($q \cdot 0 - C^2$) negativ ist; die Kurve ist somit eine Hyperbel. Sie geht durch die beiden, den Stützen entsprechenden Punkte A' und B' , da für $x=0$ und $x=l, y=0$ wird.

Nach dem auf S. 152 ganz allgemein bewiesenen Satze ist die durch C_1 gezogene Parallele zur y -Achse die eine Asymptote \mathfrak{A}_1 . Bringt man die Kurvengleichung in die Form

$$y = \alpha x + \beta + v, \text{ wobei } v = \varphi(x) \text{ ist,}$$

so lautet sie:

$$y = -\frac{qx^2 - qlx}{2Cx + 2Cc_1} = -\frac{q}{2C} \left\{ x - (l + c_1) + \frac{c(l + c_1)}{(x + c_1)} \right\}.$$

Da nun $v = -\frac{q}{2C} \cdot \frac{c_1(l+c_1)}{(x+c_1)}$ für $\lim x = \infty$ zu Null wird, so lautet die Gleichung der zweiten Asymptote \mathfrak{A}_2 :

$$y = \alpha x + \beta$$

bezw. hier:

$$y = -\frac{q}{2C}[x - (l+c_1)].$$

Für $x = (l+c_1)$ wird $y = 0$ und für $x = +c_1$ wird $y = \frac{ql^*}{2C}$.

Man erhält somit die Asymptote \mathfrak{A}_2 durch Verbinden der Punkte D und C_2 (Probe: $\frac{A'H}{A'D} = \frac{A'C_1}{B'C_2}$). Punkte der τ_h -Kurve ergeben sich nun am einfachsten durch Ziehen beliebiger Sehnen durch A' und durch Gleichmachen der beiderseitigen Abschnitte dieser Sehnen zwischen der Hyperbel und den beiden Asymptoten.

Nachdem durch die vorstehenden Entwicklungen die Gesetzmäßigkeiten für die rechnerischen Haftspannungswerte klargelegt sind, wie sie sich auf Grund der amtlichen Vorschriften vom Jahre 1911 ergeben, soll nunmehr — zu Dimensionierungszwecken — vorausgesetzt werden, daß die ermittelten, einer einzigen Eiseneinlage entsprechenden τ_h -Werte den zulässigen Grenzwert t_h überschreiten, so daß zur Einhaltung desselben eine größere Anzahl von Armierungseisen erforderlich ist. Figur 78 stellt denselben Träger und denselben Belastungsfall dar wie Figur 76a.

Es wird vorerst nur notwendig sein, die Trägerstrecke zwischen dem Auflager und dem mehrgenannten maßgebenden Punkte (dessen Lage von der theoretischen Überlänge c und der Belastung allein abhängig ist) ins Auge zu fassen, da dann, wenn hier die nötige Haftfläche vorhanden ist, auf der Strecke von diesem

*) Wegen $C = zu$ ist auch $\frac{ql}{2C} = \max \tau'_h$. Hinsichtlich des Einflusses der Über-

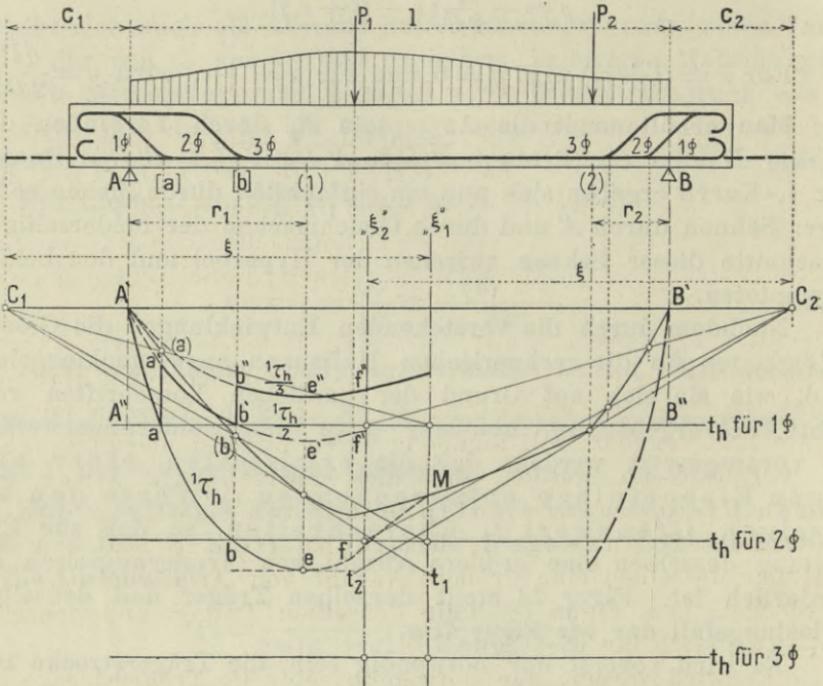
länge c gilt folgendes: Mit kleiner werdendem c_1 wird nach Gl. 152) r kleiner, der Punkt F rückt auf der τ'_h -Linie immer weiter nach links, die Werte $\max \tau_h$ werden somit immer größer, die Tangente im Ursprung A' wird immer steiler und für $c_1 = 0$ fällt die τ_h -Kurve mit der Grenzlage der Asymptote \mathfrak{A}_2 , d. i. mit $A''B'$ zusammen. Für diesen Fall ist, wie ganz allgemein gültig, $\max \tau_h = \max \tau'_h$.

Für $\begin{cases} c_1 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$ sind die Werte $x\tau_h$ wohl kleiner als $\max \tau'_h$, jedoch größer als die τ'_h -Werte. Beispielsweise ist:

$$\text{für } \begin{cases} c_1 = 0 \\ x = \frac{l}{2} \end{cases} \dots \tau_h = \frac{1}{2} \max \tau'_h, \text{ hingegen } \tau'_h = 0.$$

Punkte gegen die Trägermitte zu die Haftfläche um so eher ausreicht, als hier die Werte τ_h oft auch noch infolge einer zweiten Ursache, nämlich durch die Vergrößerung des Gesamtumfanges der Eisen, kleiner werden.

Figur 78.



Wäre man genötigt, statt eines Armierungseisens an der maßgebenden Stelle m Eisen desselben Umfanges anzuordnen, die durchaus dieselbe theoretische Haftlänge (bis C_1) aufweisen sollen, so würden — unter der vorläufigen Annahme, daß der Hebelsarm z des inneren Momentes unveränderlich bleibt — die mittleren Haftspannungen nur den m^{ten} Teil von jenen für ein Armierungseisen betragen.

In Figur 78 ist gezeigt, daß eine einzige Eiseneinlage hinsichtlich der mittleren Haftspannung nur bis $[a]$ ausreicht, da weiter gegen die Trägermitte zu die Ordinaten der entsprechenden ${}^1\tau_h$ -Kurve größer als der zulässige Wert t_h ($A' A''$) werden. Wird nun eine zweite Einlage von gleichem Durchmesser derart angeordnet, daß sie im Punkte $[a]$ — aus dem Druckgurt herabgeführt — als vollwertige Zugarmierung hinzutritt, so wird unmittelbar

rechts von $[a]$ der Zugkraft, wie sie gleich groß unmittelbar links von $[a]$ wirkt, eine doppelt so große Haftfläche zur Verfügung stehen. Dies gilt aber nur dann, wenn — wie später als zutreffend nachgewiesen wird — zur Bestimmung der Haftfläche für den schräg verlaufenden Teil der Einlage die Projektion der Länge desselben in der Richtung der Trägerachse eingeführt wird und wenn überdies — wie schon weiter oben vorausgesetzt — die theoretische Länge dieser Einlage ebenfalls bis C_1 reicht. Die mittlere Haftspannung wird somit unmittelbar rechts von $[a]$ sprungweise auf die Hälfte herabgemindert. Von da ab nimmt sie wieder zu, d. h. es werden die Werte der $\frac{1\tau_h}{2}$ -Kurve maßgebend werden, deren Ordinaten halb so groß wie jene der $1\tau_h$ -Kurve sind. Im Punkte $[b]$ wird dann eine dritte Einlage notwendig, um die mittlere Haftspannung unter dem zulässigen Wert t_h halten zu können. Dadurch ermäßigt sich unmittelbar rechts von $[b]$ die mittlere Haftspannung auf den Ordinatenwert von b'' , der einem Drittel der Ordinate von b entspricht. Weiterhin gegen die Trägermitte werden die Punkte der $\frac{1\tau_h}{3}$ -Kurve maßgebend, die — wie zu ersehen — hier beständig unter der dem zulässigen Grenzwert t_h entsprechenden Geraden $A'' B''$ bleiben.

Ganz allgemein wäre man somit genötigt, immer dann, wenn bei gleicher theoretischer Haftlänge der Gesamtumfang der Eisen durch Zulegen neuer Eisen sich vergrößert, die Ordinaten der, einem einzigen Armierungseisen entsprechenden τ_h -Kurve im verkehrten Verhältnis zur Zunahme des Umfanges zu verkleinern, wodurch eine stufenförmige τ_h -Kurve entstünde.

Um diese umständliche Arbeit zu ersparen, ist es einfacher, auch bei Vorhandensein mehrerer Armierungseisen, der Berechnung die τ_h -Kurve, wie sie einem einzigen Eisen entspricht, zugrunde zu legen. Man hat nur nötig, die Ordinaten der τ_h -Kurve mit verschiedenen Spannungsmaßstäben zu messen, die sich von Trägerstück zu Trägerstück, sobald ein neues Armierungseisen hinzukommt, stufenweise ändern.

Aus Gl. 149) ist zu ersehen, daß bei Beibehaltung desselben Wertes ξ (d. h. desselben ξ -Strahles) die Maßzahl n des Spannungsmaßstabes direkt proportional dem Produkte ($z \cdot u$) zu vergrößern ist.

Es wird somit — bei Annahme eines konstanten z — für die Trägerstücke mit 1, 2, m Armierungseisen des-

selben Umfanges der Spannungsmaßstab der entsprechenden Stücke der τ_h -Kurve $n, 2n, \dots (m \cdot n)^{cm} d.Z. = t_h^{kg/cm^2} d.N.$ zu wählen sein.

Sind die Armierungseisen Rundeisen desselben Durchmessers, dann ist die Maßzahl des Spannungsmaßstabes also auch direkt proportional der Anzahl der Rundeisen; bei verschiedenen großen Durchmessern der Rundeisen ist jedoch für die Reduktionsziffer überdies der Umfang bzw. der Durchmesser maßgebend.

Im folgenden sollen gleich starke Rundeisen angenommen werden.

Wurde die Lage des ξ_1 - bzw. ξ_2 -Strahles in Figur 78 unter der Annahme:

$$(\overline{A' A''} =) 1.5^{cm} d.Z. = t_h^{kg/cm^2} d.N.$$

festgelegt ($n = 1.5$), wobei auch (s. Gl. 149) μ, z, u und t_h bestimmte, für alle Querschnitte gleich große Werte erhielten, so lassen sich die dem Grenzwerte t_h entsprechenden Strecken bei Armierung mit $1, 2 \dots m$ Rundeisen als entsprechende Vielfache von 1.5 cm auf dem ξ_1 - und ξ_2 -Strahl auftragen. Durch Verbindung der Punkte

auf dem ξ_1 -Strahl mit C_1
 und jener „ „ ξ_2 - „ „ C_2

werden auf der Momentenkurve Punkte (a), (b) festgelegt, die jene Trägerstücke bestimmen, innerhalb deren bei Einhaltung des zulässigen Wertes $t_h \dots 1$ bzw. $2, \dots m$ Rundeisen genügen.

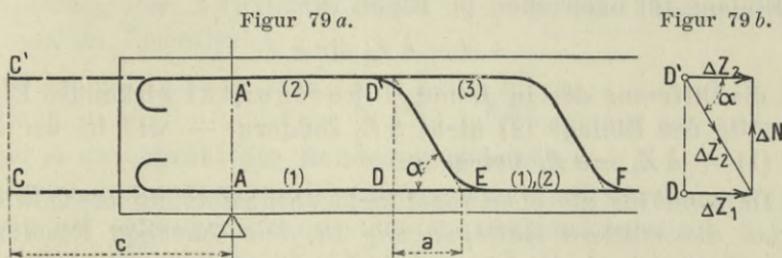
Gleichzeitig ersieht man aus den Abschnitten, welche die beiderseitig aus C_1 und C_2 an die Momentenlinie gezogenen Tangenten auf dem ξ_1 - bzw. ξ_2 -Strahl abschneiden, daß an der für die Haftspannung maßgebenden Stelle (1) bzw. (2) theoretisch rund 2.3 bzw. 2.2 Rundeisen notwendig sind.

Es ist weiters zu ersehen, daß bei Ermittlung der Stellen [a], [b], an denen, vom Trägerende ausgehend, nach und nach die Eisen in den anderen Gurt übergeführt werden dürfen, ohne daß die zulässige mittlere Haftspannung t_h überschritten wird, einzig und allein die Momentenkurve notwendig ist, somit die Konstruktion der τ_h -Kurve selbst überflüssig erscheint.

Die der Berechnung der mittleren Haftspannungen eigentlich zugrunde gelegte Annahme von Rissen im Zuggurte läßt nun ganz ungezwungen — wie aus dem Nachstehenden zu ersehen ist — zu, auch die Haftfläche der in den Druckgurt übergeführten Stücke der Eiseneinlagen als gleichwertig mit jener anzusehen, die den im Zuggurte gerade durchlaufenden Eisenenden entspricht.

Nach der durch die amtlichen Vorschriften vom Jahre 1911 festgelegten Berechnungsart ist nachzuweisen, daß zwischen jedem Querschnitt und dem theoretischen Eisenende eine so große Haftfläche vorhanden ist, wie sie die Zugkraft in dem betreffenden Querschnitt für den Anschluß des Eisens erfordert. Dieser Anschluß muß nun durchaus nicht geradlinig, in demselben Gurt, erfolgen.

Es werde (Figur 79 a) angenommen, daß die Abbiegungen der ebenso wie Einlage (1) mit einer theoretischen Überlänge c ausgestatteten Einlagen (2) und (3) genau in jenen Querschnitten (E , F) erfolgen, für die sich in den Einlagen (1) bzw. (1) und (2) zusammengenommen, die mittleren Haftspannungen τ_h gleich dem zulässigen Werte t_h ergeben. Da die Einlage (2) bzw. (3) infolge der Einbettung im Beton und wegen ihrer natürlichen Steifigkeit an der Abbiegestelle E bzw. F statische Verhältnisse schafft, die



viel eher jenen eines Fachwerkknotenpunktes als jenen eines biegsamen Seiles entsprechen, wird — im Sinne einer erhöhten Sicherheit hinsichtlich der Haftspannungen — die Voraussetzung gemacht, der Einlage mangle der Charakter eines Seiles vollständig, das heißt, sie weise im Verbunde mit dem Beton gar keine Biegsamkeit auf. Man kann sich etwa vorstellen, daß gleichsam der schrägliegende Teil der Eiseneinlage die Rolle einer Zugstrebe, der Beton jene eines gedrückten Pfostens übernimmt.

Da nun der Anschluß der Einlagen (1) und (2) in den Strecken \overline{CD} und $\overline{C'D'}$ bzw. \overline{EF} in ganz gleicher Art — nämlich in horizontaler Richtung — erfolgt, so muß unter der notwendigen Voraussetzung, daß in F beide Einlagen dieselbe Zugkraft $Z_1 = Z_2$ besitzen, auch auf den Strecken \overline{DE} und $\overline{D'E}$ in beiden Eisen eine Entlastung derselben um gleich große Teile von $Z_1 = Z_2$, d. i. um $\Delta Z_1 = \Delta Z_2$ (horizontal gemessen) erfolgen.

Bezeichnet man mit $\Delta Z'_2$ die der Strecke $\overline{D'E}$ entsprechende entlastende Kraft der Einlage (2), so muß $\Delta Z'_2 = \frac{\Delta Z_1}{\cos \alpha}$ sein; da nun

der Kraft $\Delta Z'_2$ eine Haftlänge $\frac{a}{\cos \alpha}$,
 „ „ $\Delta Z'_1$ „ „ a

zur Verfügung steht, so wird rechnermäßig der schräge Teil $\overline{D'E}$ der Einlage (2) die gleiche mittlere Haftspannung

$$\tau_h = \frac{\Delta Z'_2}{\frac{a}{\cos \alpha} \cdot u} = \frac{\Delta Z'_1}{a u}$$

erfahren, wie der gerade durchlaufende Teil \overline{DE} der Einlage (1)

$$\tau_h = \frac{\Delta Z'_1}{a u};$$

im vorliegenden Falle ist für Annahme eines Risses in $F \dots \tau_h = t_h$.

Infolge des gleichzeitig auftretenden Druckes des Betons gegen die Einlage (2) nach oben (s. Figur 79b)

$$\Delta N = \Delta Z'_2 \cdot \sin \alpha$$

wird die Differenz der in E und D' horizontal wirkenden Eisenzugkräfte der Einlage (2) nicht $\Delta Z'_2$ sondern — wie in der Einlage (1) — $\Delta Z_2 = \Delta Z_1$ betragen.

Da somit für die oben angeführte Voraussetzung nachgewiesen ist, daß die mittlere Haftspannung in den schrägen Eisenteilen ebenso groß ist als in den gerade durchlaufenden Eiseneinlagen, so stellen sich die Projektionen der abgebogenen Eisen in Richtung der Trägerachse als zur Überleitung der Zugkräfte in den Beton rechnermäßig genau gleichwertig den im Zuggurt geradlinig durchlaufenden Eisen heraus, sobald ihre theoretischen Enden um die gleiche Strecke c über das Auflager hinausreichen.

In jenen Fällen, in denen wegen rascher Zunahme der Momente nächst den Auflagern die theoretischen Abbiegestellen nahe aufeinanderfolgen, wird man — der dadurch vereinfachten Ausführung wegen — wohl am besten immer zwei oder mehrere Eisen gleichzeitig abbiegen und dadurch auch die Verbundwirkung erhöhen.

Aus der bisherigen Darstellung ist zu ersehen, daß es sich bei der Überprüfung eines vorliegenden Tragwerkes darum handeln wird, in den ungünstigsten Querschnitten, d. i. unmittelbar außerhalb jener Abbiegestellen der einzelnen Eisen, welche zwischen dem Auflager und dem für die Haftspannung maßgebenden

Punkte liegen, die Haftspannungen zu untersuchen, bezw. man wird also die Abbiegestellen für die Einhaltung von $\tau_h = t_h$ bestimmen und nachsehen, ob das vorliegende Tragwerk hinsichtlich des Verbundes mindestens die hiedurch festgesetzte Sicherheit aufweist.

Was nun die eingangs vorausgesetzte Gleichheit des Hebelsarmes z des inneren Momentes für die in Betracht kommenden Querschnitte anlangt, so sei auf nachstehendes verwiesen:

Je nach dem Mischungsverhältnis, d. h. dem Werte t_h , ferner je nach der Größe der Überlänge c und des Durchmessers d der Eisen wird der Eisenbedarf und somit z an dem für die Haftspannung maßgebenden Punkte verschieden groß sein. Unter gewissen Voraussetzungen, die aber den praktischen Verhältnissen entsprechen, sollen vorerst diese schwankenden Verhältnisse untersucht werden.

Bei totaler, gleichförmig verteilter Belastung und bei voller Ausnützung der Zugfläche ergibt sich für die Trägermitte die notwendige Eisenfläche:

$$F_z = m \cdot \frac{\pi d^2}{4} = \frac{q l^2}{8 z s_e},$$

wobei m die Anzahl der Rundeisen bedeutet.

Da nun die Haftspannung an dem für sie maßgebenden Punkte, wieder bei voller Ausnützung der Haftfläche, beträgt:

$$t_h = q \frac{\left(\frac{l}{2} - r\right)}{z' u},$$

so ist daselbst der notwendige Gesamtumfang

$$u = n \pi d = \frac{q \left(\frac{l}{2} - r\right)}{z' t_h},$$

d. h. die notwendige Eisenfläche:

$$F_h = u \frac{d}{4} = \frac{q \left(\frac{l}{2} - r\right)}{z' t_h} \cdot \frac{d}{4};$$

n bedeutet die Anzahl der Rundeisen an dem genannten maßgebenden Punkte.

Bei vorläufiger — und wie sich später zeigen wird, praktisch nahezu vollkommen zutreffender — Voraussetzung eines für die beiden hier maßgebenden Trägerquerschnitte gleich großen $z = z'$ ergibt sich das Verhältnis von $F_h : F_z$, das ist zugleich das Ver-

hältnis der notwendigen Anzahl von Rundeisen gleichen Durchmessers, zu:

$$\frac{F_h}{F_z} = \frac{n}{m} = \frac{q \left(\frac{l}{2} - r \right) \cdot \frac{d}{4} \cdot 8 z \cdot s_c}{z' t_h \cdot q l^2} = \frac{l - 2r}{l} \cdot \frac{d}{l} \cdot \frac{s_c}{t_h}$$

Ist das Mischungsverhältnis, die Stützweite und die Gesamtbelastung $q l$ gegeben, so ist somit $\frac{n}{m}$ oder n direkt proportional dem Durchmesser der Rundeisen und der Strecke zwischen den beiderseitigen, für die Haftspannung maßgebenden Punkten. Eine Vergleichsrechnung, deren Vorführung hier Platzmangels wegen unterbleiben soll, zeigt für verschiedene, praktischen Verhältnissen entsprechende Werte von c unter Benützung der zugehörigen Werte r (s. S. 154) für die drei Mischungsverhältnisse 470, 350, 280 *kg* Portlandzement auf 1 m^3 Gemenge von Sand und Steinmaterial und unter der Annahme einer oberen Grenze für $d = 0.004 l^*$, daß der Eisenbedarf an dem für die Haftspannung maßgebenden Punkte bei Hoch- und Brückenbauten zwischen 55 und 70 von Hundert des Eisenbedarfes, der bei voller Ausnützung der zulässigen Eisenzugspannung in Trägermitte notwendig ist, schwankt. Bei größeren Werten von c und zwar je nach dem Mischungsverhältnis von 0.05 bis 0.08 l an wird hiebei an dem für die Haftspannung maßgebenden Punkte das Moment einen größeren Eisenbedarf als die Rücksicht auf den Verbund erfordern. Da nun in einem und demselben Träger der Hebelsarm des inneren Momentes mit der Anzahl der Rundeisen verhältnismäßig wenig veränderlich ist,**) wird es den praktischen Bedürfnissen vollauf genügen, diesen Hebelsarm z für den ganzen Träger konstant und zwar dem $\frac{3}{4}$ fachen Eisenbedarf des Maximalmomentenquerschnittes entsprechend, d. i. mit rund 1.03 z_m anzunehmen; z_m bezieht sich hiebei auf Querschnitte mit m Rundeisen.

Die Einführung der jeweilig zutreffenden z -Werte gegenüber dem soeben angegebenen konstanten Näherungswert 1.03 z_m ergibt belanglose Abweichungen in der Lage jener Querschnitte, in denen die einzelnen Eiseneinlagen im Hinblick auf die mittleren Haftspannungen abgelenkt werden dürfen.

*) Wird d kleiner gewählt, so ist auch $\frac{n}{m}$ bzw. n proportional kleiner.

***) Rechteckbalken S. 57: $\begin{cases} z_s = 80.8 \text{ cm} (= z) \\ z_e = 83.3 \text{ cm} = 1.03 z, \end{cases}$
 Plattenbalken S. 142: $\begin{cases} z_s = 49.0 \text{ cm} (= z) \\ z_e = 50.2 \text{ cm} = 1.024 z. \end{cases}$

Was nun irgend eine Eiseneinlage anbelangt, die der Haftspannungen wegen nicht bis zum entsprechenden Punkte [(1) bzw. (2) in Figur 78] hinausgeführt werden muß, sondern schon früher in den Druckgurt abgebogen wird — sei es, weil sie für die Zugkräfte im Zuggurt nicht mehr erforderlich ist, sei es, weil sie etwa zur Aufnahme von Hauptzugkräften benötigt wird —, so gilt für dieselbe nach den amtlichen Vorschriften nur die Forderung, daß die in jedem Querschnitt ihr zufallende Achsialkraft bereits vor diesem Querschnitt durch mittlere Haftspannungen von zulässiger Größe in das Eisen übertragen werden kann.

Eine solche Einlage braucht im allgemeinen nicht mehr bis ans Trägerende geführt zu werden, sondern erhält über ihre hinsichtlich der Momente theoretisch notwendige Länge hinaus eine Überlänge, die nach S. 56 zu bestimmen ist, die also unter Einhaltung des Grenzwertes t_h der mittleren Haftspannungen sicherstellt, daß nicht etwa die zulässige Eisenzugspannung s_e infolge unzureichenden Anschlusses der neu hinzutretenden Eisenzugfläche überschritten wird. Zur Ermittlung der Haftfläche für den schräg verlaufenden Teil der Eiseneinlage ist auch hier (wie auf S. 158 ff. erläutert wurde) die Projektion der Länge desselben in Richtung der Trägerachse einzuführen.

Übersteigt der gesamte vorhandene Eisenquerschnitt den der Momentenlinie entsprechenden Bedarf, so kann natürlich für die Bestimmung der Achsialkraft auch die entsprechende, den zulässigen Grenzwert s_e nicht erreichende Spannung σ_e verwendet werden.

Ein gleicher Vorgang ist einzuhalten bei einer Eiseneinlage, die am maßgebenden Punkte wohl der Momente wegen, nicht aber im Hinblick auf die Haftspannungen im Zuggurt noch nötig ist.

Werden Einlagen der besprochenen Arten auch dann, wenn es nicht nötig ist, im Druckgurt ebenso weit wie die im Zuggurt verbleibenden Eisen geführt, so kommt dies auch den letzteren hinsichtlich des Verbundes zu gute, d. h. das Tragwerk wird in diesem Belang eine erhöhte Sicherheit gewinnen.

Für bewegliche Nutzlasten läßt sich das bisher Vorgeführte sinngemäß anwenden. Hier sind nun für alle Querschnitte deren Maximalmomente maßgebend, so daß für einen beliebigen, im Abstände x vom Auflager liegenden Querschnitt

$${}^x\tau_h = \frac{\max M_x}{z u (c + x)}$$

ist. Um den Wert $\max \tau_h$ zu erhalten, wird man wieder jenen maßgebenden Querschnitt suchen müssen, für den der obige Wert

x_{τ_h} bei veränderlichem x ein Maximum wird. Die Werte $\max M_x$ — als Ordinaten zu den jeweiligen x aufgefaßt — werden nun auf der Maximalmomentenlinie liegen und es wird $\max \tau_h$ wieder dem $x=r$ des Berührungspunktes der Tangente entsprechen, die von C aus an die Maximalmomentenlinie gelegt wird.

Für einen oberen, der Praxis entsprechenden Grenzwert von $c = 0.11 l$ reicht es, wie angestellte Berechnungen zeigen, aus, die Maximalmomentenlinie nur für das äußere Trägerviertel zu bestimmen. Am schnellsten wird bei veränderlichen Einzellasten die Verwendung des Seilpolygons der nun als ruhend angenommenen Nutzlast und der Schlußlinie des sich unter den Lasten verschiebenden Trägers zum Ziele führen.*) Die an die Maximalmomentenlinie vom Punkte C aus gezogene Tangente fällt selbstverständlich zusammen mit der Tangente an die Momentenlinie, die jener Laststellung entspricht, welche für den maßgebenden Querschnitt das $\max M_x$ erzeugt, da ja diese Momentenlinie vollständig innerhalb der Maximalmomentenlinie liegt und nur im maßgebenden Querschnitte selbst die gleiche Ordinate wie die letztere Linie besitzt. Für die Ermittlung jener Querschnitte, in denen nun die einzelnen Eiseneinlagen zwischen dem Auflager und dem maßgebenden Punkte mit Rücksicht auf die zulässige mittlere Haftspannung in den Druckgurt bereits übergeführt werden dürfen, wäre natürlich die für diese Querschnitte jeweilig maßgebende Momentenlinie zu verwenden; benützt man jedoch, um die Berechnung zu vereinfachen, auch hiezu die bereits für das äußere Trägerviertel konstruierte Maximalmomentenlinie, so wird sich nur ein geringer Unterschied für die Lage der zulässigen Abbiegestelle — und zwar eine Verschiebung derselben gegen das Trägerende zu, d. h. im Sinne einer erhöhten Sicherheit — ergeben.

Bei eingespannten Trägern liegt der hinsichtlich der Berechnung der Haftspannungen maßgebende Punkt unter allen Umständen an der Innenflucht der Stütze, an welcher die größten Zugkräfte der oben liegenden Eiseneinlagen mit deren kleinster Haftlänge zusammentreffen.

Um hier nicht nur hinsichtlich der Momente, sondern auch der in das Auflager reichenden, des Verbundes wegen nötigen Anschlußlänge der Eisen eine den amtlichen Vorschriften entsprechende Sicherheit zu erreichen, werden je nach dem Grade der

*) Es empfiehlt sich für die Untersuchungen hinsichtlich der Haftspannungen — der Einfachheit halber — von einer allfällig in Betracht kommenden verteilten Wirkung der Eisenbetonplatte in Richtung der Trägerlänge abzusehen.

Einspannung bezw. der Größe der Einspannungsmomente besondere Vorkehrungen notwendig sein. Als solche können außer der Anordnung von Rundhaken in Betracht kommen: eine entsprechend große Auflagerlänge bezw. Haftlänge, die Verwendung verhältnismäßig dünner Längseisen (zur Vergrößerung des Gesamtumfanges der Eiseneinlagen), die Anordnung von Vouten und von Zulage- oder Sattelleisen, die Vergrößerung der Trägerhöhe innerhalb der Einspannungsstelle, das Überführen der Längseisen in die Widerlager oder Auflagerkörper und deren eventuelle Verbindung mit Quereinlagen, welche als Schließen wirken, ferner die Verwendung von Beton mit reichlicherem Zementzusatz. Fehlt jedoch die Möglichkeit einer hinreichenden Verankerung der oberen Einlagen, dann wird im Sinne der amtlichen Vorschriften (H V., B V., § 5, Abs. 2) für die positiven Momente rechnerisch nur eine teilweise Einspannung von solcher Größe angenommen werden dürfen, daß die zulässige mittlere Haftspannung t_h nicht überschritten wird.

1. Beispiel. Es möge untersucht werden, ob die im Beispiele Seite 142 ermittelte Anordnung der Längsarmierungseisen (Figur 73) auch bezüglich der Haftspannungen ausreicht.

Die 4 durchlaufenden Längseisen reichen über den theoretischen Stützpunkt 20 cm hinaus und sind an den Enden halbkreisförmig nach einem Durchmesser von 15 cm gekrümmt. Im vorliegenden Falle ist die Lage des für die mittlere Haftspannung maßgebenden Punktes nach Gl. 152) zu berechnen; die über den theoretischen Stützpunkt hinausreichende Haftlänge c_1 ist gemäß H V. § 5, Abs. 23: $c_1 = (20 \cdot 0 - 7 \cdot 5) + 12 \cdot 2 \cdot 6 = 43 \cdot 7$ cm. Hiermit wird nach Gl. 152) mit $l = 840$ cm: $r = \sqrt{c_1(c_1 + l)} - c_1 = \sqrt{43 \cdot 7 \cdot (43 \cdot 7 + 840)} - 43 \cdot 7 = 152 \cdot 8$ cm.

In dem entsprechenden Punkte J sind 5 bis ans Ende reichende Längseisen von 26 mm Durchmesser vorhanden, da gemäß Seite 160 das eine nach aufwärts abgobene und bis zum Ende geführte Längseisen d einem, im Untergurte gerade durchlaufenden gleich zu halten ist.

Die Haftspannung $\max \tau_h$ ist nach Gl. 153) mit $q = \frac{18000}{840} = 21 \cdot 43$ kg/cm, $l = 840$ cm, $z_m = 49$ cm (Seite 142), $z = 1 \cdot 03 \cdot 49 = 50 \cdot 5$ cm, $u = 5 \cdot 2 \cdot 6 \pi = 40 \cdot 84$ cm: $\max \tau_h = \frac{21 \cdot 43 \cdot 267 \cdot 2}{50 \cdot 5 \cdot 40 \cdot 84} = 2 \cdot 9$ kg/cm².

Der zulässige Wert der Haftspannung t_h beim Mischungsverhältnisse 280 kg/m³ ... 4·5 kg/cm² wird somit nicht erreicht und die wegen der Momente bezw. Hauptzugspannungen getroffene Anordnung der Eiseneinlagen reicht in dem für die Haftspannungen maßgebenden Punkte hinsichtlich des Verbundes aus.

Nach dem Früheren bedarf es keiner weiteren Untersuchung auf Haftspannung; an jeder anderen Stelle werden nämlich die nach den Vorschriften zu berechnenden „mittleren Haftspannungen“ kleiner als in J . Nur ist bezüglich der nicht bis ans Trägerende reichenden abgobenen Eisen noch nachzusehen, ob dieselben genügend lang über den jeweiligen, im Hinblick auf die Momente ermittelten theoretischen Endpunkt (a), (b), (c) hinaus angeschlossen sind.

Für ein Armierungseisen von 2.6 cm Durchmesser ist bei der zulässigen Eisen-
spannung $s_e = 1000 \text{ kg/cm}^2$ und der zulässigen Haftspannung $t_h = 4.5 \text{ kg/cm}^2$ nach
S. 56 eine Haftlänge erforderlich $l = \frac{2.6 \cdot 1000}{4 \cdot 4.5} = 144 \text{ cm}$. Die gemäß Fig. 73 zur
Verfügung stehenden Haftlängen (als Projektion auf die Stabachse gemessen und
für die Rundhaken das Zwölfwache des Durchmessers gerechnet) betragen:

für die Einlage a bis zur Trägermitte ... 1.86 m,
 „ „ „ b bis zum Punkte (a) ... 2.26 m,
 „ „ „ c bis zum Punkte (b) ... 2.26 m.

Die vorliegende Anordnung ist sonach auch hinsichtlich der Haftspannungen
in den Überlängen ausreichend.

2. Beispiel. Der in Figur 80 a und 80 b dargestellte Träger habe in einem Hoch-
bau eine gleichförmig verteilte Last von 33000 kg einschließlich Eigengewicht zu
tragen; Stützweite 5.0 m, Mischungsverhältnis 470 kg/m^3 . Wie sind die Eisenein-
lagen mit Rücksicht auf die zulässigen mittleren Haftspannungen anzuordnen?

Hier möge das auf S. 157 und 158 gezeigte Verfahren unter Benützung der
Momentenlinie (ohne Aufzeichnung der τ_h -Kurve) verwendet werden.

Der Hebelsarm z des inneren Momentes wird genügend genau für den ganzen
Träger mit dem für $\frac{3}{4}$ aller Einlagen, d. i. für 6 Rundeisen gültigen Betrage an-
genommen (s. S. 162); auf bekannte Weise findet man den Nulllinienabstand
 $x = 33.0 \text{ cm}$ und $z = 100.0 - (3.0 + \frac{1}{3} 8.0) - \frac{1}{3} 33.0 = 83.3 \text{ cm}$. Ferner ist die über
den Stützpunkt hinausreichende theoretische Haftlänge $c = 22 - 6.5 + 12 \cdot 2.1 =$
 $= 40.6 \text{ cm}$. In Figur 80 a ist die Momentenlinie mit der Scheitelordinate
 $M = \frac{1}{8} 33000 \cdot 5 = 20620 \text{ kgm} = 2062000 \text{ kgcm}$ im Maßstabe $1 \text{ cm d. Z.} = 800000 \text{ kgcm}$
 $d. N.$ gezeichnet. Als Spannungsmaßstab zum Auftragen der Haftspannungen t_h
(s. Figur 78) wird gewählt $1 \text{ cm d. Z.} = 3 \text{ kg/cm}^2 d. N.$ In Gl. 149) ist dann zu
setzen, da $t_h = 5.5 \text{ kg/cm}^2 = \left(\frac{5.5}{3}\right) 1.833 \text{ cm d. Z.}$ ist, $n = 1.833$, $\mu = 800000 \text{ kgcm}$,
ferner $z = 83.3 \text{ cm}$, der Umfang eines Rundeisens $u = 2.1 \pi = 6.6 \text{ cm}$. Die Länge ξ
ergibt sich hiernach mit $\xi = n \cdot \frac{\mu}{z u t_h} = 485 \text{ cm d. N.}$

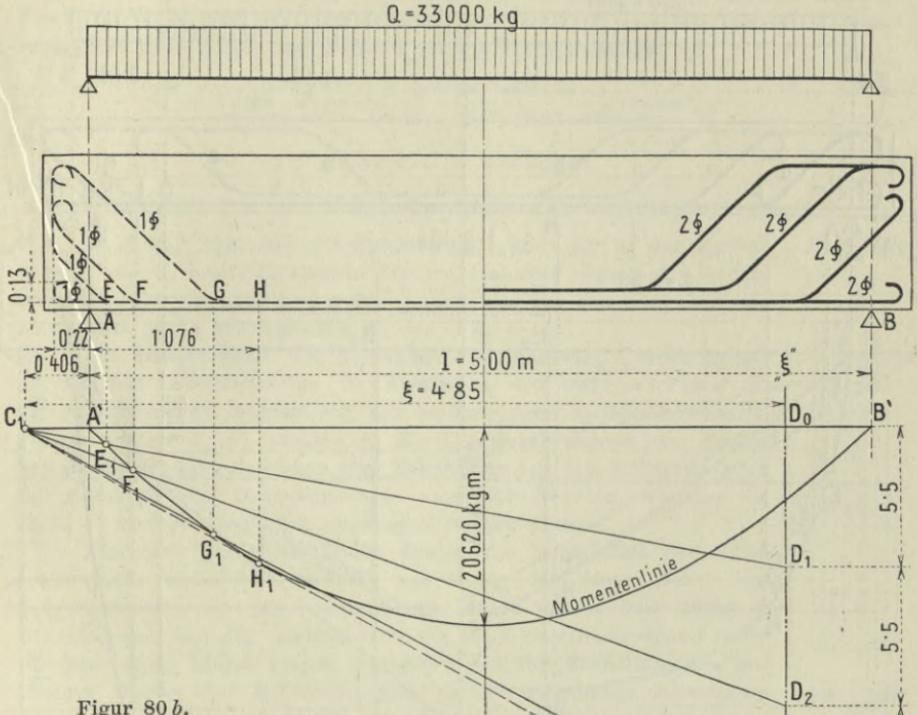
In Figur 80 a stellt $\frac{C_1 D_0}{D_0 D_1} = 4.85 \text{ m}$ die Länge ξ dar. Von D_0 aus sind nach
abwärts aufgetragen $\frac{D_0 D_1}{D_1 D_2} = \frac{D_2 D_3}{D_3 D_4} = t_h = 5.5 \text{ kg/cm}^2$ und die Geraden
 $C_1 D_1$, $C_1 D_2$ u. s. w. gezogen, wobei die Strecke $A' C_1 = c$, das ist gleich der rech-
nungsmäßigen, über den Stützpunkt hinausreichenden theoretischen Haftlänge ist.
Die Schnittpunkte E_1 , F_1 und G_1 der von C_1 ausgehenden Strahlen mit den Momenten-
linien bestimmen in ihren Projektionen E , F und G jene Stellen, bis zu welchen
vom Auflager an 1 bzw. 2 und 3 Eiseneinlagen für die Haftspannungen hinreichen
würden, an welchen Punkten also die 2. bzw. 3. und 4. Einlage nach oben ab-
gebogen werden können. Die so erhaltene, gestrichelt eingezeichnete Eisenverteilung
wird aus praktischen Gründen etwa in der Weise, wie auf der rechten Seite der
Figur ersichtlich (2 Eisen horizontal durchlaufend), abgeändert werden. Selbst-
verständlich ist nun noch die Untersuchung betreffend die für die Momente erforder-
lichen Längen der Rundeisen durchzuführen, die in der im 1. Beispiel erläuterten
Art zu erfolgen hat.

Es sei noch bemerkt, daß die Tangente $C_1 H_1$ von C_1 an die Momentenlinie
den Punkt H liefert, von welchem an bis ans Trägerende sich rechnermäßig
in den dort vorhandenen 4 Längseisen gleichzeitig die größte mittlere Haftspannung

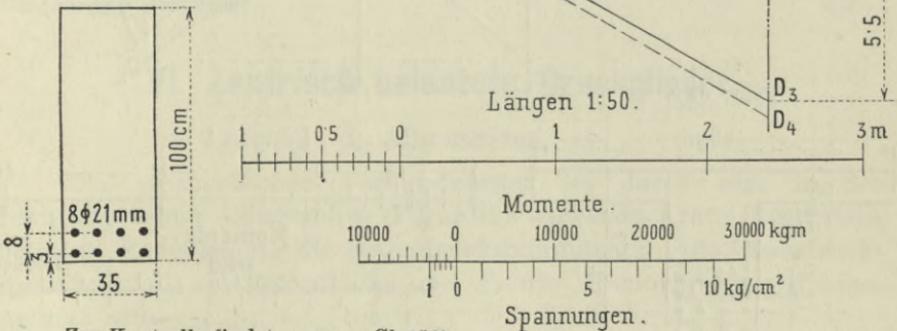
ergibt. Dieselbe errechnet sich für jedes der 4 Rundeisen aus dem Abschnitt $\overline{D_0 D_4} = 17.1 \text{ kg/cm}^2$ der Tangente auf der Lotrechten durch D_0 mit

$$\tau_h = \frac{17.1}{4} = 4.3 \text{ kg/cm}^2.$$

Figur 80 a.



Figur 80 b.



Zur Kontrolle findet man aus Gl. 152)

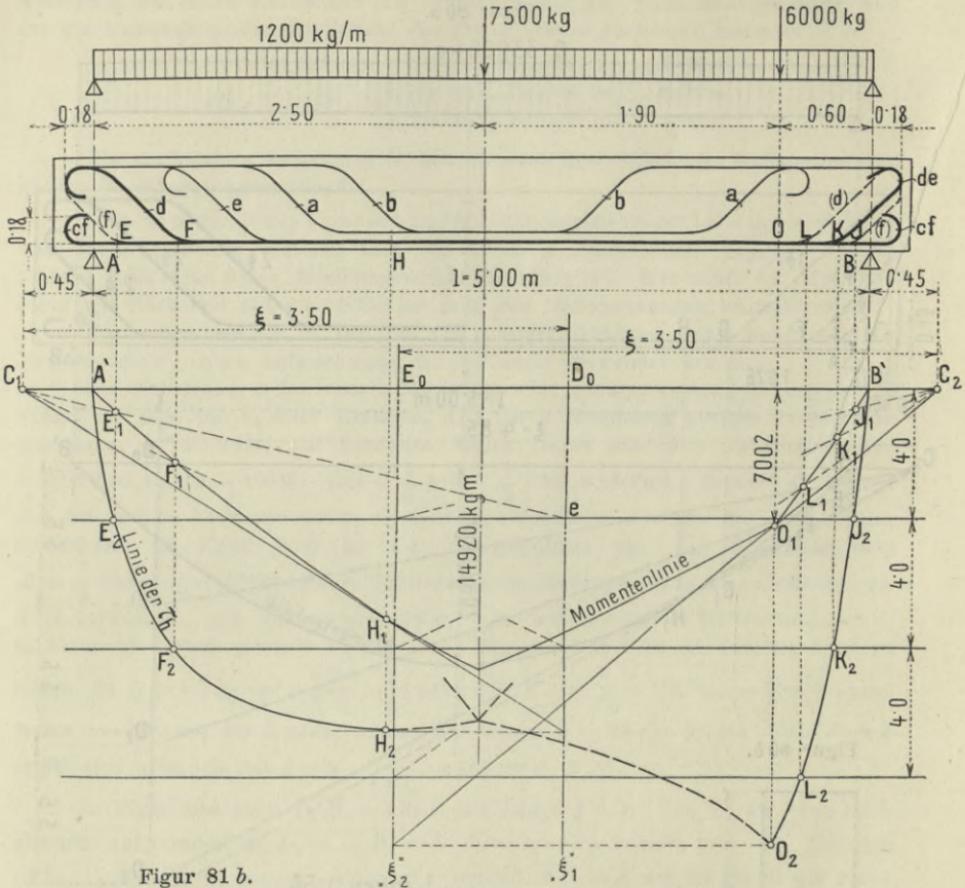
$$r = \sqrt{c(c+l)} - c = 107.6 \text{ cm},$$

was mit der Zeichnung genügend übereinstimmt.

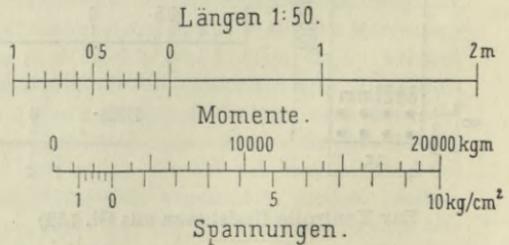
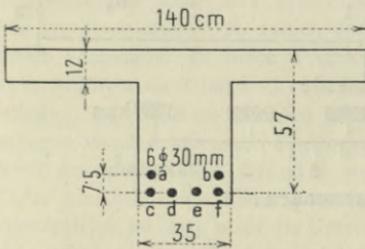
3. Beispiel. Der in Figur 81 a und 81 b dargestellte, mit der gleichförmig verteilten Last von $1200 \times 5.0 = 6000 \text{ kg}$ und mit den Einzellasten von 7500 kg und 6000 kg unsymmetrisch belastete Plattenbalken eines Brückentragwerkes soll hin-

sichtlich der Haftspannungen in einer den amtlichen Vorschriften entsprechenden Art armiert werden (Mischungsverhältnis 280 kg/m^3). Hierzu wird beispielsweise die nach Figur 76 a konstruierte Haftspannungskurve (τ_h -Kurve) benützt.*

Figur 81 a.



Figur 81 b.



*) Es soll hier aber ausdrücklich bemerkt werden, daß zur alleinigen Bestimmung der theoretischen Abbiegestellen der Eisen die Konstruktion der τ_h -Kurve nicht notwendig ist, diese Stellen vielmehr aus der Momentenlinie allein bestimmt werden können (s. Figur 80 a).

Im vorliegenden Falle ist $c_1 = c_2 = 18 - 9 + 12 \cdot 3 \cdot 0 = 45 \text{ cm}$, der Umfang eines Rundeisens $u = 3 \cdot 0 \cdot \pi = 9 \cdot 42 \text{ cm}$. Der Hebelsarm z des inneren Momentes, wird genügend genau (s. S 162) unter der Annahme von 4 Längseisen berechnet, wofür man in bekannter Weise findet: $z = 51 \cdot 5 \text{ cm}$. Zur Konstruktion der Haftspannungskurven möge hier die Abszisse ξ der Strahlen „ ξ “ angenommen und der Maßstab für die Ordinaten der ersteren berechnet werden. Es ist gewählt: $\xi = 350 \text{ cm d. N.}$ und der Momentenmaßstab $1 \text{ cm d. Z.} = 400000 \text{ kgcm d. N.}$ Dann erhält man nach S. 148 den Maßstab für die Haftspannungen τ_h :

$$1 \text{ cm d. Z.} = \frac{\mu}{z u \xi} = \left(\frac{400000}{51 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 42 \cdot 350} \right) \text{ kg/cm}^2,$$

also

$$1 \text{ cm d. Z.} = 2 \cdot 36 \text{ kg/cm}^2$$

oder

$$1 \text{ kg/cm}^2 = 0 \cdot 424 \text{ cm d. Z.}$$

In Figur 81 a sind die Strahlen „ ξ_1 “ und „ ξ_2 “ in der Entfernung ξ von C_1 bzw. C_2 lotrecht gezogen und sind sodann die beiderseitigen τ_h -Kurven nach Figur 76 a punktweise aus der Momentenlinie konstruiert (siehe beispielsweise $C_1 - e - E_1 - E_2$).

Die entsprechend der zulässigen Haftspannung $t_h = 4 \cdot 0 \text{ kg/cm}^2$ parallel zur Abszissenachse in Abständen $4 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 424 = 1 \cdot 7 \text{ cm d. Z.}$ gezogenen Strahlen ergeben auf den beiderseitigen τ_h -Kurven Schnittpunkte (links: E_2, F_2 , rechts: J_2, K_2, L_2), durch welche jene Stellen bestimmt sind, bis zu welchen vom Trägerende aus 1, 2, 3 Eiseneinlagen zur Aufnahme der Haftspannungen ausreichen würden, wo also die 2., 3., 4. Einlage nach oben abgezogen werden könnte.

Die stark gezogenen Linien deuten die hinsichtlich der Haftspannungen tatsächlich gewählte Anordnung der Eisen nächst dem Trägerende an; die schwachgezogenen Linien stellen jene kürzeren Eiseneinlagen dar, die mit Rücksicht auf die Momente angeordnet sind; die gestrichelten Linien zeigen schließlich die zur Einhaltung des zulässigen Wertes der Haftspannungen gerade notwendige Anordnung der Armierungseisen; derselben entspricht die in Klammern beige setzte Bezeichnung der Eisen.

Figur 82.



VI. Zentrisch belastete Druckglieder.

1. Allgemeines.

Ein prismatischer Verbundkörper sei durch eine in der Richtung seiner Längsachse (Figur 82) wirkende Kraft P zentrisch belastet. Bedeutet σ_{bd} die Betondruckspannung, σ_{ed} die Eisendruckspannung, F_b die Betonfläche und F_e die Eisenquerschnittsfläche, so muß sein

$$F_b \sigma_{bd} + F_e \sigma_{ed} = P.$$

Ferner besteht wegen der Voraussetzung zentrischer Belastung und somit gleicher Zusammendrückung von Beton und Eisen die Gleichung:

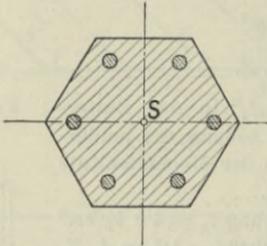
$$\sigma_{ed} = \nu \sigma_{bd},$$

und es ergeben sich die Spannungen mit

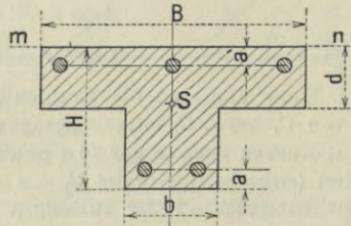
$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{P}{F_b + \nu F_e} = \frac{P}{F_i'} \\ \sigma_{ed} &= \frac{\nu P}{F_b + \nu F_e} = \frac{\nu P}{F_i'} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 154),$$

wenn die ideelle Querschnittsfläche $F_i = F_b + \nu F_e$ eingeführt wird.

Figur 83.



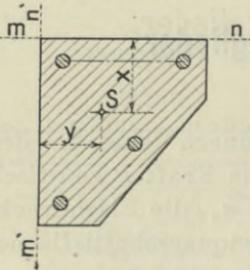
Figur 84.



Es ist zu bemerken, daß F_b als Betonfläche eigentlich die Gesamtfläche weniger der Fläche der Eiseneinlagen darstellt. In der Praxis pflegt man jedoch, wie bereits auf S. 12 erwähnt wurde, mit hinreichender Genauigkeit statt F_b die Gesamtfläche F in Rechnung zu stellen.

Der Bedingung der zentrischen Belastung, bei der somit keine Biegung eintritt, wird entsprochen, wenn die Kraft P im Schwerpunkte einer ideellen Betonfläche F_i angreift, welche entsteht, wenn im Querschnitte an Stelle der Eisenfläche eine ν mal (also nach den Vorschriften 15mal) größere Betonfläche gesetzt gedacht wird; der Schwerpunkt von F_i soll in Hinblick der Kürze halber „ideeller Schwerpunkt“ genannt werden.

Figur 85.



Besitzt der Querschnitt des Verbundkörpers zwei Symmetrieachsen (Figur 83), so muß der Angriffspunkt von P mit dem gemeinschaftlichen Schwerpunkte S der Beton- und Eisenfläche zusammenfallen. Bei Profilen mit nur einer Symmetrieachse (Figur 84) oder bei unsymmetrischen Formen (Figur 85) muß

die Lage des ideellen Schwerpunktes mittels einer oder zweier Flächenmomentengleichungen bestimmt werden.

Die Bestimmungsgleichung für den Abstand x des ideellen Schwerpunktes von m lautet z. B. für Figur 84, wenn F_e die Fläche der in der Figur oben, F_e' jene der unten gelegenen

Eiseneinlagen, a und a' ihre Abstände von den Außenflächen sind und wenn $m n$ als Momentenachse gewählt wird:

$$\frac{b H^2}{2} + (B - b) \frac{d^2}{2} + v [F_e (H - a) + F_e' a'] =$$

$$= [b H + (B - b) d + v (F_e + F_e')] x.$$

Im Falle der Figur 85 werden zwei solche Gleichungen, z. B. auf $m n$ und $m' n'$ bezogen, für die Bestimmung von x und y nötig sein.

Die rechnermäßige Eisenspannung ist, wie bekannt, 15mal so groß als jene des Betons. Bei den in den amtlichen Vorschriften gegebenen zulässigen Werten der Eisen- und Betonspannungen kann das Eisen bei solchen zentrisch beanspruchten Druckgliedern nicht vollständig ausgenützt werden, da die zulässige Eisenspannung s_e stets größer ist als die 15fache zulässige Betondruckspannung. Die Berechnung von σ_{ed} erscheint daher im allgemeinen nicht notwendig; gleichwohl muß σ_{ed} dort, wo die Knickung der Eisenteile auch für sich allein in Frage kommt, gemäß den Vorschriften (H.V. § 6, Abs. 4, B.V. § 6, Abs. 5) bestimmt werden.

Im folgenden sollen die bei zentrischem Druck zulässigen Betondruckspannungen (ohne Rücksicht auf Knickung) mit ${}^c s_{bd}$ bezeichnet werden, um sie von den früher benützten zulässigen Betondruckspannungen im Falle der Biegung und bei exzentrischem Druck: s_{bd} zu unterscheiden.

Nach den Vorschriften (H.V., B.V. § 6, Abs. 1) ist

	bei Hochbauten	bei Straßenbrücken
für das Mischungsverhältnis 470 kg/m^3 : ${}^c s_{bd} = 28$ kg/cm^2 ,		25 kg/cm^2 ,
„ „ „ 350 kg/m^3 : ${}^c s_{bd} = 25$ „ „		22 „ „
„ „ „ 280 kg/m^3 : ${}^c s_{bd} = 22$ „ „		19 „ „

In der Tabelle Nr. 9, S. 172 sind auch für andere Mischungsverhältnisse als die obigen die zulässigen Betonspannungen für Hochbauten zusammengestellt.

Beim Einsetzen von F_e in Gl. 154) bzw. bei der Bestimmung von F_e' ist jedoch zu beachten (H.V. § 5, Abs. 18, B.V. § 5, Abs. 16), daß die Fläche der Längseisen mindestens 0·8 v. H. der ganzen Querschnittsfläche betragen muß und daß, wenn sie mehr als 2 v. H. dieser ganzen Querschnittsfläche ausmacht, der Mehrbetrag über 2 v. H. nur mit dem dritten Teile in Rechnung gebracht werden darf. Es muß also $F_e \geq 0\cdot008 F$ sein; ist $F_e > 0\cdot02 F$, so darf nur $F_e = 0\cdot02 F + \frac{1}{3} (F_e - 0\cdot02 F) = 0\cdot0133 F + 0\cdot33 F_e \dots 155)$ berücksichtigt werden.

Tabelle Nr. 9.

Zulässige Betonspannungen bei Tragwerken aus Eisenbeton für Hochbauten bei verschiedenen Mischungsverhältnissen.

Auf 1 m ³ Gemenge von Sand- und Stein- material: Portland- zement in kg	Zulässige Spannung in kg/cm ²				
	Im Falle der Biegung und bei exzentrischem Druck		Bei zentrischem Druck	Schub-, Scher- und Hauptzug- spannung t_b	Mittlere Haft- spannung t_h
	Druck- spannung s_{bd}	Zug- spannung s_{bz}	Druck- spannung s_{bd}^c		
470	42·00	25·00	28·00	4·50	5·50
460	41·58	24·92	27·75	4·46	5·46
450	41·17	24·83	27·50	4·42	5·42
440	40·75	24·75	27·25	4·38	5·38
430	40·33	24·67	27·00	4·33	5·33
420	39·91	24·58	26·75	4·29	5·29
410	39·50	24·50	26·50	4·25	5·25
400	39·08	24·42	26·25	4·21	5·21
390	38·66	24·33	26·00	4·17	5·17
380	38·25	24·25	25·75	4·12	5·12
370	37·83	24·17	25·50	4·08	5·08
360	37·41	24·08	25·25	4·04	5·04
350	37·00	24·00	25·00	4·00	5·00
340	36·29	23·72	24·57	3·93	4·93
330	35·57	23·43	24·15	3·86	4·86
320	34·86	23·15	23·72	3·79	4·79
310	34·14	22·86	23·29	3·72	4·72
300	33·43	22·58	22·86	3·65	4·65
290	32·72	22·29	22·43	3·58	4·58
280	32·00	22·00	22·00	3·50	4·50

Führt man die früher mehrfach erwähnte (tatsächlich vorhandene) Armierungsziffer $p = \frac{100 F_e}{F}$ ein und bezeichnet mit p' die rechnermäßig zu berücksichtigende Armierungsziffer, so muß $p \geq 0.8$ sein und darf bei $p > 2.0$ nur eine Armierungsziffer

$$p' = 1.33 + 0.33 p \dots \dots \dots 156)$$

in die Rechnung eingeführt werden.

Hiernach ist die Tabelle Nr. 10, S. 173, berechnet.

Ist $F_e < 0.008 F$, so ist nicht nur bei Bestimmung der ideellen Querschnittsfläche F_e die Eisenquerschnittsfläche F_e zu vernach-

lässigen, sondern es ist das Druckglied bei der Berechnung überhaupt nicht mehr als Eisenbetontragwerk anzusehen, d. h. es sind die Grenzwerte der Betondruckspannung für Tragwerke aus Stampfbeton (HV. § 17, Abs. 1, BV. § 20, Abs. 1) maßgebend.

Tabelle Nr. 10.

Wirkliche und rechnungsmäßige Armierungsziffern p bzw. p' bei Druckgliedern.

p	p'	p	p'	p	p'	p	p'
0·8	0·80	3·4	2·47	5·0	3·00	7·5	3·83
2·0	2·00	3·6	2·53	5·2	3·07	8·0	4·00
2·2	2·07	3·8	2·60	5·4	3·13	8·5	4·17
2·4	2·13	4·0	2·67	5·6	3·20	9·0	4·33
2·6	2·20	4·2	2·73	5·8	3·27	9·5	4·50
2·8	2·27	4·4	2·80	6·0	3·33	10·0	4·67
3·0	2·33	4·6	2·87	6·5	3·50	10·5	4·83
3·2	2·40	4·8	2·93	7·0	3·67	11·0	5·00

Bei Berechnung der Druckglieder ist noch zu beachten, daß nach HV. § 5, Abs. 21, BV. § 5 Abs. 19 für die Kraftaufnahme als Betonquerschnittsfläche F'_b (bzw. F') höchstens das 1·8fache der Fläche F'_k des Betonkerns, der von den Quereinlagen eingeschlossen ist, in Rechnung gezogen werden darf. Ist somit $1·8 F'_k < F'$, so muß bei Bestimmung von F'_i , ins solange es sich um die Kraftaufnahme, d. h. um die Bestimmung der Tragkraft $P' = F'_i s_{b,d}$ oder bei gegebener Belastung um die Ermittlung der Betondruckspannung $\sigma_{b,d}$ handelt, statt F' der Wert $1·8 F'_k$ eingeführt werden. Bei Ermittlung von Werten jedoch, die bei der Knickung oder bei exzentrischem Druck benötigt werden (Trägheitsmomente, Trägheitshalbmesser, Kernpunktabstände) ist immer der volle Wert von F' zu benutzen.

Wird etwa aus architektonischen oder anderen Rücksichten die Querschnittsfläche über $1·8 F'_k$ hinaus vergrößert, so ist es selbstverständlich zulässig, den ganzen Betonquerschnitt F' in die Rechnung einzuführen, sobald in letzterer auf die Mitwirkung der Längseisen, die etwa doch angeordnet sind, verzichtet wird; als Grenzwerte der Betondruckspannungen haben dann nur jene für Stampfbetondruckglieder zu gelten.

Durch diese Bestimmung wird die Entfernung der Längseisen von der Außenfläche des Druckgliedes aus Eisenbeton in gewissen

Grenzen gehalten, die ein gleichartiges Zusammenwirken auch der äußersten Betonschichten mit den Längseisen gewährleisten und die deshalb nicht überschritten werden sollen, damit bei rechnerisch nicht berücksichtigten Exzentrizitäten des Lastangriffes, wie sie bei ungleichen Belastungen angrenzender Felder entstehen, vornehmlich die Längseisen zur Aufnahme des Spannungszuwachses herangezogen werden.

2. Zentrisch belastete Druckglieder bei $\frac{L}{i} < 60$ (keine Knickung).

Nach den Vorschriften (HV. § 5, Abs. 14, BV. § 5, Abs. 12) muß auf den erforderlichen Widerstand gegen Knickung erst Bedacht genommen werden, wenn das Verhältnis der freien Knicklänge L zum betreffenden Trägheitshalbmesser i der ideellen Querschnittsfläche F_i den Wert $\frac{L}{i} = 60$ überschreitet.

Hierbei ist

$$i = \sqrt{\frac{\mathfrak{S}_{ik}}{F_i}}$$

und \mathfrak{S}_{ik} das kleinste (äquatoriale) Trägheitsmoment der ideellen Querschnittsfläche, sobald nicht durch konstruktive Vorkehrungen eine andere Knickebene festgelegt ist, in der die Ausknickung am leichtesten erfolgen kann.

Die Überprüfung eines vorliegenden Druckgliedes besteht sodann darin, daß $\sigma_{b\bar{a}}$ nach Gl. 154) berechnet und mit dem zulässigen $^c s_{b\bar{a}}$ verglichen wird. Es muß, um den amtlichen Vorschriften zu entsprechen,

$$\sigma_{b\bar{a}} < ^c s_{b\bar{a}} \text{ oder} \\ P \leq (F_i \cdot ^c s_{b\bar{a}} = \text{Tragkraft } P') \dots \dots \dots 157)$$

sein.

Die umgekehrte, beim Entwerfen zu lösende Aufgabe, zu einer bestimmten zentrischen Last P ein Druckglied zu finden, derart, daß eine vorgeschriebene zulässige Spannung $^c s_{b\bar{a}}$ eingehalten werde, ist im allgemeinen unbestimmt, da nur eine Gl. 154) zur Verfügung steht, in welcher aber zwei Unbekannte F (annäherungsweise $= F_b$) und F_e enthalten sind. Die Wahl unter den unendlich vielen Lösungen wird, insofern nicht technische Gründe, etwa die Forderung bestimmter Profilformen u. s. w. maßgebend sind, nach wirtschaftlichen Rücksichten zu treffen sein. Man muß daher entweder eine der beiden Größen annehmen und die andere be-

rechnen oder die Armierungsziffer p von vornherein festsetzen. Im letzteren Falle wird dann

$$\left. \begin{aligned} F &= \frac{P}{(1 + 0.15 p) c_{sbd}}, \\ F_e &= 0.01 p F \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 158).$$

Selbstverständlich ist hierbei, wenn $p > 2.0$ ist, in die erste Gleichung nur das p' nach Gl. 156) einzusetzen, die Fläche F_e jedoch mit p zu berechnen.

Häufig ist die Gesamtfläche F schon durch andere Gründe festgelegt und es handelt sich dann beim Entwerfen nur darum, die erforderliche Eisenfläche F_e bzw. die Armierungsziffer p'^*) zu finden.

In diesem Falle gilt

$$\left. \begin{aligned} p' &= 6.67 \left(\frac{P}{F c_{sbd}} - 1 \right), \\ F_e &= 0.01 p' F \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 159).$$

Hierbei kann es nun vorkommen, daß sich $p' > 2.0$ herausstellt; in diesem Falle ist mit Rücksicht auf Gl. 156) die Ausführung nach einer tatsächlichen Armierungsziffer

$$p = 3 p' - 4 \dots \dots \dots 160)$$

vorzunehmen, während für $p' < 2.0$ sofort p' für die Ausführung in Betracht kommt.

Beispiel 1. Bei einer gewölbten Straßenbrücke hat ein auf den Bogen aufgesetzter quadratischer Pfeiler aus Eisenbeton eine Last von 60000 kg zu tragen; Höhe 5.0 m, Mischungsverhältnis 470 kg/m³. Welcher Querschnitt ist zu wählen, wenn eine Armierungsziffer $p = 2.5$ angenommen wird?

Zunächst wird nach Gl. 156)

$$p' = 1.33 + 0.33 \cdot 2.5 = 2.17$$

und sodann nach Gl. 158) mit $c_{sbd} = 25 \text{ kg/cm}^2$

$$F = \frac{60000}{(1 + 0.15 \cdot 2.17) 25} = 1810 \text{ cm}^2,$$

$$F_e = 0.025 F = 45.3 \text{ cm}^2.$$

Der Pfeiler muß also etwa einen quadratischen Querschnitt von $h = \sqrt{1810} = 42.5 \text{ cm}$ Seitenlänge erhalten und mit acht Rundeisen von $d = 2.7 \text{ cm}$ Durchmesser (Gesamtfläche $8 \cdot \frac{2.7^2 \pi}{4} = 45.84 \text{ cm}^2$) armiert werden.

Da die tatsächliche Fläche $F = 1806 \text{ cm}^2$ beträgt, so muß — um sie voll anrechnen zu können (s. S. 173) — $F_k > \left(\frac{1806}{1.8} \right) = 1003 \text{ cm}^2$ sein. Die Quadratseite des Betonkernes muß somit $> 31.7 \text{ cm}$, d. h. die Deckung a der Längseisen muß

*) Letztere muß hier mit p' als rechnungsmäßig erforderlich bezeichnet werden, da die wirklich auszuführende Armierungsziffer p davon verschieden sein kann.

$a < \left(\frac{42.5 - 31.7}{2} \right) = 5.4 \text{ cm}$ sein. Da nach BV. § 5, Abs. 22: $a \geq (1.5 \cdot 2.7 =) 4.05 \text{ cm}$ sein muß, so können die Längseisen derart angeordnet werden, daß in die Rechnung der ganze Betonquerschnitt F eingeführt werden darf.

Schließlich ist noch zu untersuchen, ob hier nicht auf Knickung Rücksicht zu nehmen ist. Aus der Tabelle Nr. 11 (Seite 178) findet man für $p = 2.5$, $i = 0.304$. $h = 0.304 \cdot 43 = 13.1 \text{ cm}$, folglich ist $\frac{L}{i} = \frac{500}{13.1} = 38 < 60$, so daß Knickung nicht in Betracht kommt.

Beispiel 2. Welche Armierung hat ein rechteckiger Pfeiler $40 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm}$ von 2.2 m Höhe für 59600 kg Last (Mischungsverhältnis 280 kg/m^3 , Hochbau) zu erhalten?

Nach Gl. 159) ergibt sich, da $c_{sbd} = 22 \text{ kg/cm}^2$ ist,

$$p' = 6.67 \left(\frac{59600}{40 \cdot 50 \cdot 22} - 1 \right) = 2.36.$$

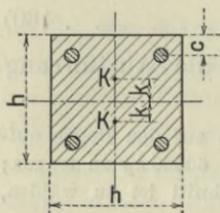
Da $p' > 2.0$, so ist auszuführen nach Gl. 160): $p = 3 \cdot 2.36 - 4 = 3.08$.

Die erforderliche Eisenfläche wird

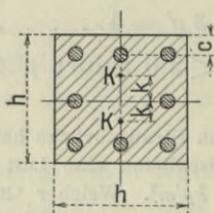
$$F_e = 0.0308 \cdot 40 \cdot 50 = 61.6 \text{ cm}^2,$$

wofür acht Rundeseisen von je 32 cm Durchmesser, zusammen mit $8 \cdot 8.04 = 64.3 \text{ cm}^2$, gewählt werden. Auch hier kann (s. Beispiel 1) der Bedingung $F_k > \frac{F}{1.8}$ ent-

Figur 86.



Figur 87.



sprochen werden.

Für Druckglieder von regelmäßig polygonaler oder symmetrischer Querschnittsform lassen sich einfache Beziehungen zwischen den maßgebenden Abmessungen, der Armierungsziffer, der zulässigen Betonspannung c_{sbd} und der zulässigen Last (Tragkraft) P' aufstellen, welche gestatten, entweder ein vorliegendes Druckglied rechnerisch zu untersuchen oder für eine gegebene Last P die erforderlichen Querschnitte F und F_e zu ermitteln. Für die wichtigsten Querschnittsformen werden die bezüglichen Werte nachstehend angegeben.

a) Quadrat. (Figur 86, 87)

$$P' = (1 + 0.15 p) h^2 c_{sbd},$$

$$h = \sqrt{\frac{P}{(1 + 0.15 p) c_{sbd}}},$$

$$c_{sbd} = \frac{P}{(1 + 0.15 p) h^2},$$

$$p = 6.67 \left(\frac{P}{h^2 c_{sbd}} - 1 \right), \quad F = h^2, \quad F_e = 0.01 p h^2.$$

b) Rechteck. (Figur 88)

$$P' = (1 + 0.15 p) b h c_{sbd},$$

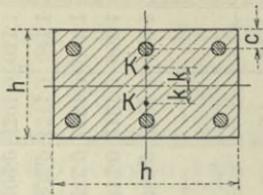
$$b h = \frac{P}{(1 + 0.15 p) c_{sbd}},$$

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{(1 + 0.15 p) b h},$$

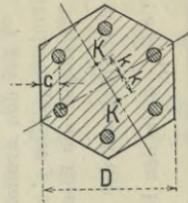
$$p = 6.67 \left(\frac{P}{b h c_{sbd}} - 1 \right),$$

$$F = b h, F_e = 0.01 p b h.$$

Figur 88.



Figur 89.



c) Regelmäßiges Sechseck. (Figur 89)

$$P' = 0.866 (1 + 0.15 p) D^2 c_{sbd},$$

$$D = 1.074 \sqrt{\frac{P}{(1 + 0.15 p) c_{sbd}}},$$

$$\sigma_{bd} = \frac{1.155 P}{(1 + 0.15 p) D^2},$$

$$p = 6.67 \left(\frac{1.115 P}{c_{sbd} D^2} - 1 \right), F = 0.866 D^2, F_e = 0.00866 p D^2.$$

d) Kreis. (Figur 90, 91)

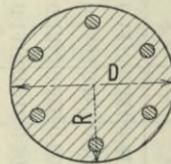
$$P' = 3.14 (1 + 0.15 p) R^2 c_{sbd},$$

$$R = 0.564 \sqrt{\frac{P}{(1 + 0.15 p) c_{sbd}}},$$

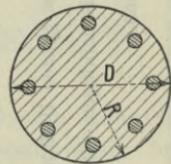
$$\sigma_{bd} = \frac{0.318 P}{(1 + 0.15 p) R^2},$$

$$p = 6.67 \left(\frac{0.318 P}{c_{sbd} R^2} - 1 \right), F = 3.14 R^2, F_e = 0.0314 p R^2.$$

Figur 90.



Figur 91.



3. Zentrisch belastete Druckglieder bei $\frac{L}{i} > 60$ (Knickung).

Wie bereits auf S. 174 bemerkt wurde, ist auf den erforderlichen Widerstand gegen Knickung Bedacht zu nehmen, wenn $\frac{L}{i} > 60$ ist.

Hiebei gelten (HV. § 6, Abs. 4, BV. § 6, Abs. 5) für zentrisch belastete Druckglieder als zulässige Spannungen die für zentrischen Druck zulässigen Betonspannungen c_{sbd} , multipliziert mit der Abminderungszahl

$$\alpha = 1.72 - 0.012 \frac{L}{i} \dots \dots \dots 161).$$

$$\text{In } i = \sqrt{\frac{S_{ik}}{F_i}} \text{ (s. S. 174) ist}$$

$$F_i = F_b + \nu F_e$$

Tabelle Nr. 11.

Ideelle Flächen (F_i), Trägheitsmomente ($S_{i/k}$), Trägheitsabmesser (i) und Kernpunktabstände (k) verschiedener, armierter Querschnittsformen.

Armierungsziffer p	Quadrat mit vier Eiseneinlagen (Figur 86)				Quadrat mit acht Eiseneinlagen (Figur 87)				Rechteck** Eisenanlage parallel zu b (Figur 88)				Regelmäßiges Sechseck mit sechs Eiseneinlagen (Figur 89)				Kreis mit n gleichen Eiseneinlagen (Figur 90 und 91)			
	F_i	$S_{i/k}$	i	k	F_i	$S_{i/k}$	i	k	F_i	$S_{i/k}$	i	k	F_i	$S_{i/k}$	i	k	F_i	$S_{i/k}$	i	k
0-0	1-000	0-08333	0-289	0-167	1-000	0-08833	0-289	0-167	1-000	0-08333	0-289	0-167	0-866	0-0601	0-263	0-139	0-785	0-0491	0-250	0-125
0-8	1-120	0-1025	0-303	0-183	1-120	0-09777	0-295	0-174	1-120	0-1025	0-303	0-183	0-970	0-0712	0-271	0-147	0-886	0-0566	0-254	0-129
1-2	1-180	0-1121	0-308	0-190	1-180	0-1049	0-298	0-178	1-180	0-1121	0-308	0-190	1-022	0-0768	0-274	0-150	0-927	0-0604	0-255	0-130
1-6	1-240	0-1217	0-313	0-196	1-240	0-1121	0-301	0-181	1-240	0-1217	0-313	0-196	1-074	0-0823	0-277	0-153	0-974	0-0642	0-256	0-131
2-0	1-300	0-1313	0-318	0-202	1-300	0-1193	0-303	0-183	1-300	0-1313	0-318	0-202	1-126	0-0879	0-279	0-156	1-021	0-0679	0-258	0-133
2-5**)	1-325	0-1353	0-320	0-204	1-325	0-1223	0-304	0-185	1-325	0-1353	0-320	0-204	1-147	0-0902	0-280	0-157	1-040	0-0695	0-258	0-134
3-0**)	—	—	—	—	1-350	0-1253	0-305	0-186	1-350	0-1393	0-321	0-206	1-169	0-0925	0-281	0-158	1-060	0-0710	0-259	0-134
4-0**)	—	—	—	—	1-400	0-1313	0-306	0-187	1-400	0-1473	0-324	0-210	1-212	0-0972	0-283	0-160	1-100	0-0742	0-260	0-135
$\frac{F_i}{100}$	$\cdot h^2$	$\cdot h^4$	$\cdot h$	h	$\cdot h^2$	$\cdot h^4$	$\cdot h$	h	$\cdot bh$	$\cdot bh^3$	h	h	$\cdot D^2$	$\cdot D^4$	$\cdot D$	$\cdot D$	$\cdot D^2$	$\cdot D^4$	$\cdot D$	$\cdot D$

*) Bei den Armierungsziffern $p > 2-0$, also $F_e > 0-02 F_i$, ist bei der Berechnung von F_i , $S_{i/k}$, i und k nach Gl. (156) nur eine Armierungsziffer $p' = 1-33 + 0-33 p$ berücksichtig.

***) Liegen die Eiseneinlagen parallel zu h oder längs des ganzen Umfanges, so sind $S_{i/k}$, i und k entsprechend zu berechnen.

Als Mittelwert der Enttarnung des Schwerpunktes der Eiseneinlagen vom nächsten Querschnittsrande ist in den Figuren 86 bis 88: $c = \frac{1}{10} h$, in den Figuren 89 bis 91: $c = \frac{1}{10} D$ angenommen.

und für kleine Eisenprofile:

$$\mathfrak{I}_{ik} = \mathfrak{I}_b + \nu \sum F_e x^2$$

zu setzen, wobei \mathfrak{I}_b und F_b sich auf die Betonfläche, F_e auf die einzelnen Eisenflächen beziehen und x die Abstände der Schwerachsen der Eiseneinlagen von der Trägheitsachse bedeuten.

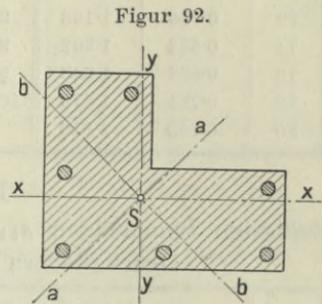
Bei verhältnismäßig großen Eisenprofilen, bei denen das Trägheitsmoment \mathfrak{I}_e der Eiseneinlage, bezogen auf deren eigene Schwerachse, nicht mehr vernachlässigt werden kann, ist zu setzen

$$\mathfrak{I}_{ik} = \mathfrak{I}_b + \nu \sum (\mathfrak{I}_e + F_e x^2).$$

Statt F_b und \mathfrak{I}_b kann auch hier bei den im allgemeinen verhältnismäßig kleinen Armierungsziffern meist mit genügender Genauigkeit F und \mathfrak{I} für den vollen Querschnitt eingesetzt werden.

Bei regelmäßig polygonaler oder symmetrischer Querschnittsform läßt sich der Trägheitshalbmesser i durch die Hauptabmessungen ausdrücken, wenn über die Lage der Eisen und die Armierungsziffer p gewisse Annahmen gemacht werden.

In der Tabelle Nr. 11, Seite 178 sind die Ergebnisse für einige Querschnittsformen und verschiedene Armierungsziffern unter Bezug auf die Figuren 86 bis 91 zusammengestellt.



Figur 92.

Ist der Querschnitt eines Druckgliedes aus Eisenbeton unsymmetrisch (Figur 92), so ist das kleinste Trägheitsmoment in bekannter Weise mittels zweier beliebiger, am besten auf zwei senkrecht zueinander stehende Achsen bezogener Trägheitsmomente zu berechnen oder mittels einer der bekannten zeichnerischen Methoden zu ermitteln.

Die für verschiedene $\frac{L}{i}$ sich ergebenden Abminderungszahlen α (Gl. 161) sind samt deren häufig gebrauchten reziproken Werten $\frac{1}{\alpha}$ in der Tabelle Nr. 12, Seite 180 zusammengestellt; die nächste Tabelle Nr. 13, Seite 180 gibt die zulässigen Spannungen $s_{bk} = \alpha \cdot s_{bd}$ mit Rücksicht auf Knickung bei Druckgliedern des Hochbaues für die Mischungsverhältnisse 470 kg/m^3 , 350 kg/m^3 und 280 kg/m^3 .

Die Überprüfung eines vorliegenden Druckgliedes, bei welchem Knickung in Betracht kommt, erfolgt in der Weise, daß man σ_{bd} nach Gl. 154) berechnet und das gefundene σ_{bd} mit dem, mit Rücksicht auf Knickung zulässigen Werte vergleicht; da letzterer nach dem obigen gleich $\alpha \cdot s_{bd}$ ist, muß sein

$$P < \overline{P} \quad (P' = \alpha F_i \cdot s_{bd}) \dots \dots \dots 162).$$

Tabelle Nr. 12.

Abminderungszahlen α und deren reziproke Werte $\frac{1}{\alpha}$ für Knickung bei Druckgliedern aus Eisenbeton.

$$\alpha = 1.72 - 0.012 \frac{L}{i} \text{ für } \frac{L}{i} \leq 60.$$

$\frac{L}{i}$	α	$\frac{1}{\alpha}$	$\frac{L}{i}$	α	$\frac{1}{\alpha}$	$\frac{L}{i}$	α	$\frac{1}{\alpha}$
60	1.000	1.000	82	0.736	1.359	102	0.496	2.016
62	0.976	1.025	84	0.712	1.404	104	0.472	2.119
64	0.952	1.050	86	0.688	1.453	106	0.448	2.232
66	0.928	1.078	88	0.664	1.506	108	0.424	2.358
68	0.904	1.106	90	0.640	1.562	110	0.400	2.500
70	0.880	1.136	92	0.616	1.623	112	0.376	2.660
72	0.856	1.168	94	0.592	1.689	114	0.352	2.841
74	0.832	1.202	96	0.568	1.761	116	0.328	3.049
76	0.808	1.238	98	0.544	1.838	118	0.304	3.289
78	0.784	1.276	100	0.520	1.923	120	0.280	3.571
80	0.760	1.316						

Tabelle Nr. 13.

Zulässige Spannungen $s_{bk} = \alpha c s_{bd}$ mit Rücksicht auf Knickung bei Druckgliedern aus Eisenbeton bei Hochbauten.

$\frac{L}{i}$	Zulässige Spannung in kg/cm^2			$\frac{L}{i}$	Zulässige Spannung in kg/cm^2		
	beim Mischungsverhältnisse				beim Mischungsverhältnisse		
	470 kg/m^3	350 kg/m^3	280 kg/m^3		470 kg/m^3	350 kg/m^3	280 kg/m^3
60	28.0	25.0	22.0	92	17.2	15.4	13.6
62	27.3	24.4	21.5	94	16.6	14.8	13.1
64	26.6	23.8	21.0	96	15.9	14.2	12.6
66	26.0	23.2	20.5	98	15.2	13.6	12.1
68	25.3	22.6	19.9	100	14.6	13.0	11.4
70	24.6	22.0	19.4	102	13.9	12.4	10.9
72	24.0	21.4	18.9	104	13.2	11.8	10.4
74	23.3	20.8	18.4	106	12.5	11.2	9.9
76	22.6	20.2	17.8	108	11.9	10.6	9.3
78	21.9	19.6	17.3	110	11.2	10.0	8.8
80	21.3	19.0	16.8	112	10.5	9.4	8.3
82	20.6	18.4	16.3	114	9.9	8.8	7.8
84	19.9	17.8	15.7	116	9.2	8.2	7.2
86	19.3	17.2	15.2	118	8.5	7.6	6.7
88	18.6	16.6	14.7	120	7.8	7.0	6.2
90	17.9	16.0	14.2				

Hinsichtlich der Berechnung von F_i bei $p > 2.0$ unter Einführung eines rechnungsmäßigen p' gelten die gleichen Bemerkungen wie auf S. 172.

Auch das Entwerfen von Druckgliedern, bei denen Knickung in Frage kommt, kann in ähnlicher Weise wie bei solchen, bei denen $\frac{L}{i} < 60$ ist, geschehen und sind die gleichen Formeln hier wie dort anzuwenden, nur ist überall anstatt $\epsilon_{s_{b,d}}$ die entsprechend verminderte zulässige Spannung $\alpha \epsilon_{s_{b,d}}$ in die Formel einzuführen.

Für Druckglieder gelten demnach mit Rücksicht auf Knickung folgende Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} F &= \frac{P}{(1 + 0.15 p) \alpha \epsilon_{s_{b,d}}}, \\ p' &= 6.67 \left(\frac{P}{\alpha \epsilon_{s_{b,d}} F} - 1 \right), \\ F_e &= 0.01 p F \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 163).$$

Hier muß beim Entwerfen α zunächst schätzungsweise angenommen werden. Ergibt sich $p' > 2.0$, so ist, wie bereits auf S. 175 bemerkt, $p = 3 p' - 4$ und weiter $F_e = 0.01 p F$ zu berechnen.

Beispiel. In einem Gebäude hat eine Säule mit einem Querschnitte nach Figur 90, 6.0 m Höhe und 30 cm Durchmesser; sie ist armiert mit 6 Längseisen von je 2 cm Durchmesser ($c = 3$ cm); es ist zu untersuchen, ob sie für eine zentrische Last von 18000 kg genügt. Mischungsverhältnis 350 kg/m³.

Es ist

$$F = \frac{\pi}{4} \cdot 30^2 = 706.9 \text{ cm}^2, \quad F_e = 18.84 \text{ cm}^2.$$

Da $F_e > 0.02 F$ ist, darf F_e nach Gl. 155) nur mit

$$F'_e = 0.0133 \cdot 706.9 + 0.33 \cdot 18.84 = 15.7 \text{ cm}^2$$

in Rechnung gestellt werden. Der Bedingung $F_k > \frac{F}{1.8}$ ist sowohl bei kreisrundem als bei sechseckigem Betonkern entsprochen.

$$F_i = 706.9 + 15 \cdot 15.7 = 942.4 \text{ cm}^2,$$

$$\mathfrak{S}_{ik} = \frac{\pi}{64} D^4 + 15 F_e \cdot \left(\frac{30}{2} - 3 \right)^2 = \frac{\pi}{64} \cdot 30^4 + 15 \cdot 15.7 \cdot 12^2 = 73670 \text{ cm}^4,$$

demnach

$$i = \sqrt{\frac{73670}{942.4}} = 8.8 \text{ cm}$$

und

$$\frac{L}{i} = \frac{600}{8.8} = 68.$$

Die Abminderungszahl α wird nach Tabelle Nr. 12 $\alpha = 0.904$ und wegen $\epsilon_{s_{b,d}} = 25 \text{ kg/cm}^2$ die zulässige Spannung mit Rücksicht auf Knickung gleich $\alpha \epsilon_{s_{b,d}} = 0.904 \cdot 25 = 22.6 \text{ kg/cm}^2$.

Die mittlere Spannung σ_{bd} findet sich aus

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F_i} = \frac{18000}{942.4} = 19.1 \text{ kg/cm}^2.$$

Da $\sigma_{bd} < \alpha c_{sbd}$ ist, genügt die Säule.

Beispiel für das Entwerfen. Bei einem Gebäude ist das Profil einer Säule zu bestimmen, welche bei 5.8 m Höhe eine Last von 26500 kg zu tragen hat. Die Säule soll rund und möglichst schlank sein, keinesfalls mehr als 32 cm Durchmesser erhalten.

Es werde mit Rücksicht auf die geforderte Schlankheit ein Beton im Mischungsverhältnisse 470 kg/m³ gewählt. Die zulässige Druckspannung ist $c_{sbd} = 28 \text{ kg/cm}^2$. Schätzungsweise wird zunächst eine Armierung von $p = 2.0$ angenommen, hierfür wird nach Tabelle Nr. 11 ... $i = 0.258 D = 8.3 \text{ cm}$, $\frac{L}{i} = 70$ und $\alpha = 0.88$ (Tabelle Nr. 12). Die erforderliche Fläche F_i wird

$$F_i = \frac{P}{\alpha \cdot 28} = \frac{26500}{24.64} = 1075 \text{ cm}^2.$$

Bei 32 cm Durchmesser ist $F' = 804 \text{ cm}^2$, also wegen $F_i = F' + 15 F_e$

$$F_e = \frac{1075 - 804}{15} = 18.0 \text{ cm}^2.$$

Die Armierungsziffer muß also

$$p' = \frac{18.0 \cdot 100}{804} = 2.24$$

betragen. Da $p' > 2.0$ ist, so muß nach Gl. 160) tatsächlich ausgeführt werden

$$p = 3p' - 4 = 3 \cdot 2.24 - 4 = 2.72.$$

Die erforderliche Eisenfläche wäre sonach

$$F'_e = 0.0272 \cdot 804 = 21.8 \text{ cm}^2.$$

Wählt man 8 Rundeisen zu 2.0 cm Durchmesser, so wird die tatsächliche Eisenfläche

$$F''_e = 8 \cdot 3.14 = 25.1 \text{ cm}^2,$$

somit die rechnungsmäßig einzuführende Fläche (s. Gl. 155):

$$0.0133 \cdot 804 + 0.33 \cdot 25.1 = 19.1 \text{ cm}^2.$$

Die Kontrollrechnung unter der Annahme $c = 3.5 \text{ cm}$ (Figur 90) ergibt

$$F_i = 804 + 15 \cdot 19.1 = 1090 \text{ cm}^2,$$

$$\mathfrak{N}_{ik} = \frac{\pi}{64} \cdot 32^4 + 15 \cdot 19.1 \cdot 12.5^2 = 96200 \text{ cm}^4, \text{ ferner } i = 9.4 \text{ cm}, \frac{L}{i} = 62, \alpha = 0.98$$

und als zulässige Spannung $c_{sbd} = 0.98 \cdot 28 = 27.3 \text{ kg/cm}^2$.

Die mittlere Spannung beträgt

$$\sigma_{bd} = \frac{26500}{1090} = 24.3 \text{ kg/cm}^2$$

und die Armierungsziffer

$$p = \frac{100 \cdot 25.12}{804} = 3.1.$$

Da $F_k > \frac{F}{1.8}$, ist die volle Anrechnung des Betonquerschnittes F zulässig.

4. Zentrisch belastete Druckglieder aus umschnürtem Beton bei

$$\frac{L}{i} < 60 \text{ (keine Knickung).}$$

Für Druckglieder aus Eisenbeton, bei welchen außer Längseinlagen auch schraubenförmig gewundene, durchlaufende Quereinlagen angeordnet sind, also für Druckglieder aus sogenanntem „umschnürtem Beton“, ist in den amtlichen Vorschriften (HV. § 5, Abs. 19, BV. § 5, Abs. 17) eine besondere Berechnungsweise vorgeschrieben.

Es ist nämlich zur Bestimmung der Druckspannung infolge zentrischen Druckes eine ideelle Querschnittsfläche

$$F_{is}^{*}) = F_b + 15 F_e + 30 F_s \dots \dots \dots 164)$$

einzuführen, worin F_b den vollen Betonquerschnitt, F_e die Querschnittsfläche der Längseisen und F_s die Querschnittsfläche eines gedachten Längseisens bedeutet, dessen Gewicht gleich jenem der schraubenförmigen Quereinlage ist, beide Gewichte auf die Längeneinheit des Druckgliedes bezogen.

Hinsichtlich der Eisenfläche F_e bzw. der Armierungsziffer p gelten die Beschränkungen, welche bereits oben unter VI, 2 erörtert wurden, wonach $p \leq 0.8$ sein muß und bei $p > 2.0$ nur ein $p' = 2 + \frac{1}{3}(p - 2) = 1.33 + 0.33 p$ in Rechnung gestellt werden darf.

In Figur 93, S. 187, erhält man den einem beliebigen $p > 2.0$ entsprechenden Wert p' als Abszisse eines Punktes auf der Geraden BC' , der die gleiche Ordinate hat, wie der der Abszisse p entsprechende Punkt der Geraden BC , und umgekehrt. Z. B. sind entsprechende Werte: $p = 8.0$ (Punkt C) und $p' = 2 + \frac{1}{3}(8 - 2) = 4.0$ (Punkt C').

In den amtlichen Vorschriften wird nun auch eine Beschränkung hinsichtlich der Größe F_{is} festgesetzt. Macht nämlich die gemäß der Vorschriften gebildete ideelle Fläche F_{is} mehr als $1.5 (F_b + 15 F_e)$ oder mehr als $2.0 F_b$ aus, so darf für F_{is} nur der kleinere dieser beiden Grenzwerte in Rechnung gestellt werden. Es muß also sein

$$F_{is} \left\{ \begin{array}{l} \leq 1.5 (F_b + 15 F_e) \\ \leq 2.0 F_b \end{array} \right\} \dots \dots \dots 165).$$

*) Für die ideelle Fläche bei umschnürtem Beton, welche in den Vorschriften F_i genannt ist, wird hier die Bezeichnung F_{is} gewählt, um Verwechslungen mit der ideellen Fläche $F_i = F_b + 15 F_e$ bei Druckgliedern, die nur Längsarmierung (ohne Umschnürung) aufweisen, vorzubeugen.

Mit der früheren Bezeichnung $F_i = F_b + 15 F_e$, wo also F_i die ideelle Fläche eines gleich dimensionierten Druckgliedes mit Längseisen allein (ohne Umschnürung) darstellt, ist auch

$$F_{is} \left\{ \begin{array}{l} \leq 1.5 F_i \\ \leq 2.0 F_b \end{array} \right\} \dots \dots \dots 165 \text{ a).}$$

Für die meist vorkommenden verhältnismäßig geringen Armierungsziffern p kann auch hier mit genügender Genauigkeit der ganze Querschnitt F anstatt F_b gesetzt werden.

Es sollen nun wieder die Armierungsziffern p eingeführt werden; da hier zwei solche Ziffern, nämlich jene der tatsächlich vorhandenen Längseisen und jene der gedachten, die Umschnürung ersetzenden Längseisen vorkommen, so soll zur Unterscheidung die erstere p_e , die letztere p_s genannt werden, so daß ist

$$\left. \begin{array}{l} p_e = \frac{100 F_e}{F_b}, \\ p_s = \frac{100 F_s}{F_b} \end{array} \right\} \dots \dots \dots 166).$$

Mit diesen Bezeichnungen kann nun Gl. 164) auch geschrieben werden:

$$\left. \begin{array}{l} F_{is} = F_b + 15 F_e + 30 F_s = F_i + 30 F_s = \\ = F_b (1 + 0.15 p_e + 0.3 p_s) \end{array} \right\} \dots \dots 164 \text{ a).}$$

Es sollen nun für das weitere noch folgende Bezeichnungen eingeführt werden:

$$\left. \begin{array}{l} \varphi = \frac{F_i}{F_{is}}, \\ \psi = \frac{F_b}{F_{is}} = \frac{\varphi}{1 + 0.15 p_e} \end{array} \right\} \dots \dots \dots 167).$$

Die Ziffer p_e stellt die (bei $p_e > 2.0$ entsprechend auf p'_e zu reduzierende) Armierungsziffer der tatsächlich vorhandenen Längseisen (das die Schraubeneinlagen ersetzende, gedachte Längseisen nicht inbegriffen) vor. Sowohl φ als ψ sind stets kleiner als „1“. Die in den amtlichen Vorschriften festgesetzten Beschränkungen besagen ferner (s. Gl. 165 a), daß nur Werte $\varphi \geq \left(\frac{1}{1.5} = \frac{2}{3}\right)$ und $\psi \geq \left(\frac{1.0}{2.0} = 0.5\right)$ in Rechnung gestellt werden dürfen.

Aus Gl. 164) und 165) gewinnt man folgende zwei Beziehungen zwischen p_e und p_s :

$$\left. \begin{array}{l} p_s \leq 1.67 + 0.25 p_e, \\ p_s \leq 3.33 - 0.5 p_e. \end{array} \right\}$$

Jedem Werte von p_e entspricht hiernach ein bestimmter Grenzwert von p_s (er soll mit p'_s bezeichnet werden), mit welchem p_s höchstens in die Rechnung eingestellt werden darf (dieser Grenzwert p'_s liegt zwischen 1.86 (für das kleinste zulässige $p_e = 0.8$) und 2.22 (für $p_e = 2.22$ und $p_e = 3p' - 4 = 2.66$). Für größere p_e als 2.66 wird p'_s wieder kleiner. (Siehe Figur 93, S. 187 und Erläuterung hiezu S. 186*).

Bei der Überprüfung eines vorliegenden Druckgliedes aus umschnürtem Beton ist zunächst zu untersuchen, ob Knickung in Frage kommt. Zu diesem Zwecke ist wieder nachzusehen, ob $\frac{L}{i} < 60$ ist und muß daher vorerst der kleinste Trägheitshalbmesser i des Querschnittes bestimmt werden.

Gemäß den Vorschriften (HV. § 5, Abs. 14, BV. § 5, Abs. 12) ist i aus der zu ermittelnden ideellen Querschnittsfläche, also aus $i = \sqrt{\frac{S_{ik}}{F_i}}$ (s. S. 174) zu berechnen, wobei nur die tatsächlichen Längseisen — nicht aber die schraubenförmigen Querverbindungen oder die an deren Stelle gedachte Längseinlage — zu berücksichtigen sind. Hiernach ist i von der Umschnürung unabhängig. Der Trägheitshalbmesser und folglich auch die Abminderungszahl und die zulässige Betonspannung mit Rücksicht auf Knickung sind demnach für umschnürte Druckglieder genau so groß, als ob keine Umschnürung vorhanden wäre.

Bei regelmäßig polygonalen oder symmetrischen Querschnittsformen kann daher auch die Tabelle Nr. 11 (S. 178) benützt werden.

Es sei nun gefunden worden, daß $\frac{L}{i} < 60$, also auf Knickung nicht Rücksicht zu nehmen ist.

Die mittlere Betondruckspannung σ_{bd} berechnet sich dann aus der ideellen Fläche F_{is} zu $\sigma_{bd} = \frac{P}{F_{is}}$ und es muß sein:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{P}{F_{is}} = \varphi \frac{P}{F_i} \leq c_{s_{bd}} \\ \text{oder} \quad P &\leq \left(P' = F_{is} c_{s_{bd}} = \frac{1}{\varphi} F_i c_{s_{bd}} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 168);$$

$c_{s_{bd}}$ ist aus den Vorschriften zu entnehmen; die betreffenden Werte sind für Hochbauten auch in Tabelle Nr. 9, S. 172 zusammengestellt.

* Dem $p'_s = 1.86$ entspricht die Abszisse zu AD ,
dem $p'_s = 2.22$ „ „ „ zu KF .

Mit der Einführung der Armierungsziffern p_e und p_s lautet die Bedingung auch

$$P \leq [P' = (1 + 0.15p_e + 0.3p_s)F_b c_{s_{bd}}] \dots 168 a).$$

Für das Entwerfen gelten im allgemeinen wegen der Unbestimmtheit der Aufgabe ähnliche Bemerkungen wie auf S. 174; nur ist hier insofern ein größerer Spielraum hinsichtlich der Abmessungen der Eiseneinlagen möglich, als sowohl F_e wie F_s zu wählen sind. Da die Flächen F_s der schraubenförmigen Einlagen in den Formeln mit dem doppelten Faktor wie jene F_e der Längseisen erscheinen, so wird es im allgemeinen vorteilhaft sein, F_e so klein und F_s so groß als möglich zu wählen, insoweit es die in den Vorschriften gegebenen Beschränkungen gestatten.

Die Bedingung, welcher die Armierungsziffern p_e und p_s genügen müssen, lautet nach Gl. 168 a), wenn die gestattete Betonspannung $c_{s_{bd}}$ ausgenützt werden soll,

$$p_e + 2p_s = 6.67 \left(\frac{P'}{F_b c_{s_{bd}}} - 1 \right) \dots 169).$$

Hierin sind zwei der drei Größen p_e , p_s und F_b anzunehmen und ist die dritte Größe zu bestimmen.

Einen klaren Einblick in die bei Druckgliedern aus umschnürtem Beton herrschenden Verhältnisse gibt die zeichnerische Darstellung Figur 93, die den Zusammenhang zwischen den Tragkräften und den Armierungsziffern p_e und p_s zeigen soll.

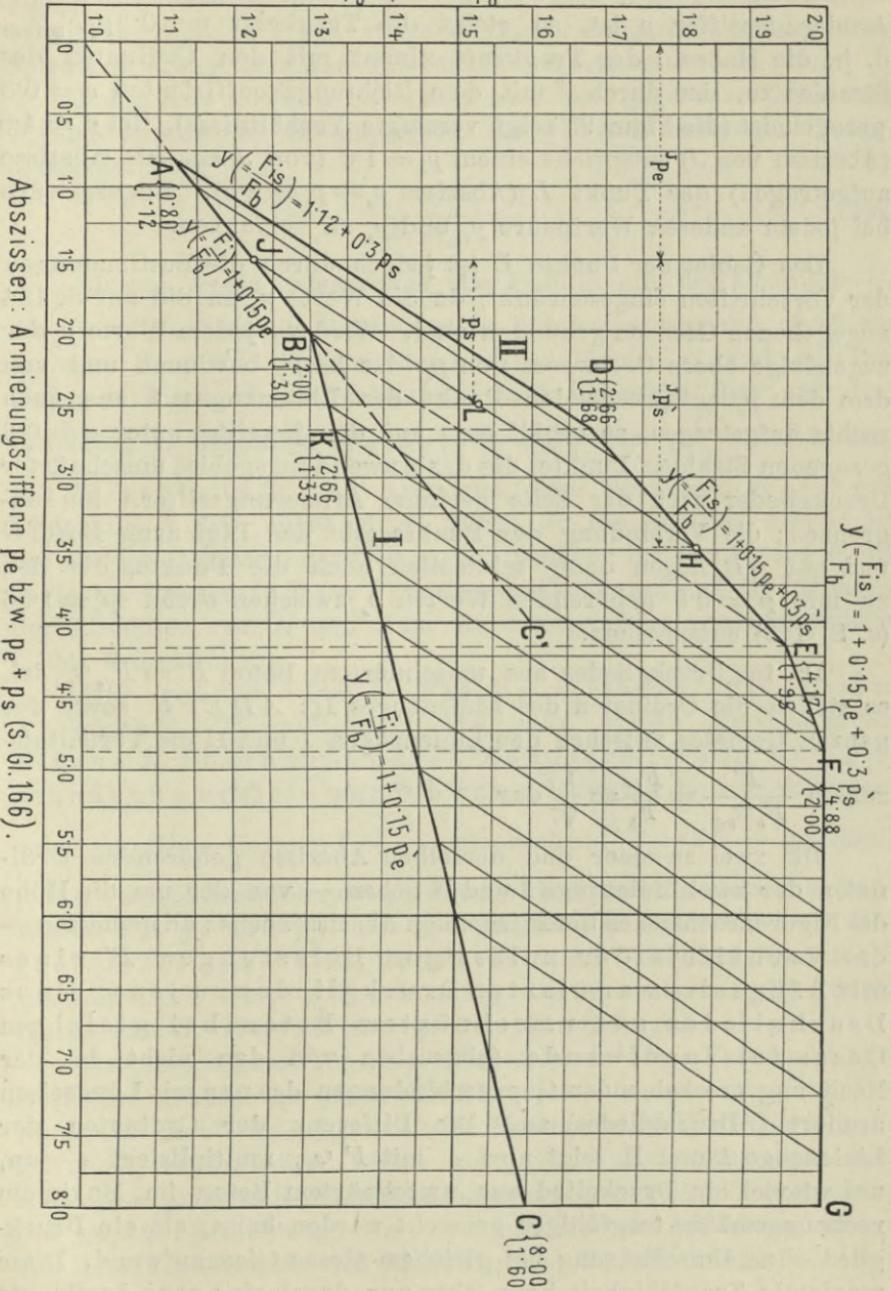
Von den nur mit Längseisen armierten Druckgliedern ausgehend, läßt sich die Veränderlichkeit der Tragkraft bei Beibehaltung des Betonquerschnittes F_b und bei veränderlichem Armierungsgehalt durch einen Linienzug darstellen, für den beispielsweise als Abszissen die Armierungsziffer p_e und als Ordinaten die Tragkräfte P' aufgetragen werden. Hier sollen nun aber nicht die P' , sondern die durch die Konstante $F_b c_{s_{bd}}$ dividierten Tragkräfte,

d. h. die Verhältniszahlen $\frac{F_i}{F_b} = \frac{\varphi}{\psi} = \frac{P'}{F_b c_{s_{bd}}}$ (siehe Gl. 167 und 168)

als Ordinaten gewählt werden. Man erhält dann den Linienzug I: ABC , der durch den Knick in B die rechnermäßige Abminderung der über $p_e = 2.0$ hinausreichenden Armierung zum Ausdruck bringt. Sieht man die Ordinaten als Maßzahlen der Tragkräfte an, so stellt die Differenz der Ordinaten zwischen 1.0 und dem Linienzug I die Zunahme der Tragkraft bei Anordnung einer Längsarmierung gegenüber der Tragkraft eines nicht armierten Druckgliedes bei Annahme derselben Betondruckspannung dar.

Figur 93.

Ordinaten: Verhältnis $\frac{F_i}{F_b} = \frac{y}{\Psi}$ und $\frac{F_{is}}{F_b} = \frac{1}{\Psi}$



Abszissen: Armierungsziffern pe bzw. $pe + ps$ (s. Gl. 166).

Wird nun ein bestimmtes — beispielsweise mit $p_e = 1.5$ — längsarmiertes Druckglied, dessen Tragkraft somit der Punkt J entspricht, überdies mit einer Umschnürung ausgestattet, deren Armierungsziffer p_s ist, so steigt die Tragkraft um $0.3 p_s F_b^{cs_{bd}}$, d. h. die Maßzahl der Tragkraft nimmt mit den Ordinaten des Strahles zu, der durch J mit dem Richtungskoeffizienten $a = 0.3$ gezogen ist (die Figur 93 zeigt verzerrte Verhältnisse). Bei $p_e = 1.5$ (Abszisse von J) entspricht einem $p_s = 1.0$ (von J aus als Abszisse aufgetragen) der Punkt L (Abszisse $p_e + p_s = 2.5$). Ebenso wäre bei jedem anderen Wertpaare p_e und p_s zu verfahren.

Das Gebiet der Punkte L ist jedoch durch die Bestimmungen der Vorschriften eingeschränkt, da die Werte p_s an die auf S. 184 angegebenen Grenzen gebunden sind. Wird zu jedem Werte p_e der zugehörige obere Grenzwert von p_s , das ist p'_s bestimmt und von dem dem p_e entsprechenden Punkt des Linienzuges I aus nach rechts aufgetragen, so erhält man auf den jeweilig unter $a = 0.3$ gezogenen Strahlen Punkte, die das Anwendungsgebiet umschnürter Druckglieder nach der Seite geringer Armierungsziffern hin abgrenzen; die Verbindung der Punkte gibt den Linienzug $DEFG$ und auf AD liegen dann schließlich noch die Punkte, die den zu $\min p_e = 0.8$ gehörenden Werten p_s zwischen 0 und $p'_s = 1.86$ (s. S. 185) entsprechen.

Da für Druckglieder aus umschnürtem Beton $P' = F_{is}^{cs_{bd}}$ ist, so stellen die Ordinaten des Linienzuges II: $ADEFG$ sowie des ganzen Gebietes zwischen den Linienzügen I und II die Verhältniszahlen $\frac{P'}{F_b^{cs_{bd}}} = \frac{F_{is}}{F_b} = \frac{1}{\psi}$ dar.

Die zwei zu einer und derselben Abszisse gehörenden Ordinaten der zwei Linienzüge I und II geben — von der um die Höhe des Figurenrechteckes tieferliegenden Abszissenachse an gemessen — das Verhältnis der zulässigen Belastungen P' eines mit Längseisen armierten Druckgliedes zu jenereines Druckgliedes aus umschnürtem Beton bei gleichem Gesamteisenaufwande (abgesehen von den nicht in der Rechnung erscheinenden Querverbindungen des nur mit Längseisen armierten Druckgliedes) an. Die Differenz der Ordinaten der Linienzüge I und II zeigt also — mit $F_b^{cs_{bd}}$ multipliziert — an, um wieviel ein Druckglied aus umschnürtem Beton im Maximum rechnerungsmäßig tragfähiger gemacht werden kann, als ein Druckglied ohne Umschnürung bei gleichem Gesamteisenaufwand. Diese maximale Tragfähigkeit kann aber nur durch eine ganz bestimmte

Aufteilung dieses Eisenaufwandes auf Längseisen und Umschnürung erzielt werden. In ähnlicher Weise gibt für eine und dieselbe Ordinate die Differenz der Abszissen der Linienzüge I und II an, um wieviel für dieselbe Tragkraft im Maximum durch Verwendung einer Spiralarmierung am Gesamteisenaufwand erspart werden kann.

Beim Entwerfen berechnet man bei gegebener Belastung P , angenommenem Betonquerschnitte F_b und zulässiger Betondruckspannung $c_{s_{bd}}$

$$\frac{P}{F_b c_{s_{bd}}} = \frac{1}{\psi} \dots \dots \dots 170).$$

Diesem Werte entsprechen alle Punkte mit der Ordinate $\frac{1}{\psi}$, die zwischen I und II liegen; jedem Punkte entspricht aber ein anderes Paar von zusammengehörigen Werten p_e und p_s . Der geringste Eisenaufwand entspricht dann jedenfalls dem auf dem Linienzug II liegenden Punkt. Z. B. ergibt für $\frac{P}{F_b c_{s_{bd}}}$ der Linienzug II den Punkt H und dann auf einer Parallelen zu AD der Linienzug I den zugehörigen Punkt J ; die Abszisse von J ist die kleinste Armierungsziffer p_e , mit welcher bei der Fläche F_b die verlangte Tragkraft $P' (= P)$ erzielt werden kann, und die Differenz der Abszissen von H und J ist die dazugehörige Armierungsziffer p_s der Umschnürung.

Die größte ideelle Fläche F_{is} (bezw. die größte Tragkraft $P' = F_{is} c_{s_{bd}}$), die mit einer bestimmten Fläche F_b überhaupt durch Längsarmierung und Umschnürung erzielt werden kann, ist durch die zur Abszissenachse parallele Gerade FG — entsprechend $\frac{1}{\psi} = 2.0$ — gegeben; jedem Punkte derselben entsprechen wieder zwei zusammengehörige Werte von p_e und p_s . Der geringste Eisenaufwand bei größtmöglicher Tragkraft ist durch die dem Punkte F zukommenden Werte $p_e = 2.66$ und $p_s = 2.22$ bestimmt; alle Punkte rechts von F erfordern eine größere Eisenmenge.

Da im allgemeinen der Einheitspreis der Umschnürungseisen ein höherer als jener der Längseisen ist, so entspricht dem Punkte F nicht das Minimum der Kosten; dieses wird vielmehr bei einem etwas weiter rechts gelegenen Punkte eintreten, dem eine etwas größere Gesamteisenmenge als $p_e + p'_s = 4.88$ entspricht. Die genaue Ermittlung der wirtschaftlichsten Armierung hängt von dem Verhältnisse der Einheitspreise für die Längseisen und Quereinlagen ab.

Ähnliches gilt auch hinsichtlich der Punkte A bis F des Linienzuges II, welche dann in Frage kommen, wenn es sich bei dem gewählten Betonquerschnitte F'_b nicht um die größte rechnungsmäßige Tragkraft, die durch Längs- und Spiralarmierung eines bestimmten Betonquerschnittes F'_b erzielt werden kann, handelt.

Beispiel. Der im Beispiele 1, S. 175 behandelte quadratische, auf eine gewölbte Straßenbrücke aufgesetzte Pfeiler soll in umschnürtem Beton bei gleicher Betonfläche hergestellt werden.

Es ist $P = 60000 \text{ kg}$, $h = 43 \text{ cm}$, $F'_b \doteq F = 42 \cdot 5^2 = 1806 \text{ cm}^2$. Mit $c_{s_{bd}} = 25 \text{ kg/cm}^2$ wird nach Gl. 169)

$$p_e + 2 p_s = 6 \cdot 67 \left(\frac{60000}{1806 \cdot 25} - 1 \right) = 2 \cdot 19.$$

Nimmt man nun p_e so klein als zulässig, also $p_e = 0 \cdot 8$ an, so wird $p_s = 0 \cdot 7$; der Gesamteisenaufwand ist hier $p_e + p_s = 1 \cdot 5$ gegenüber jenem bei einfacher Längsarmierung von $p = 2 \cdot 5$, S. 175.

Die erforderliche Fläche der Längseisen ist

$$F'_e = 0 \cdot 008 \cdot 1806 \text{ cm}^2 = 14 \cdot 45 \text{ cm}^2;$$

wählt man abermals 8 Rundeseisen, so benötigen dieselben nur einen Durchmesser von $1 \cdot 6 \text{ cm}$; die tatsächliche Fläche der Längseisen beträgt dann:

$$F'_e = 8 \cdot 2 \cdot 01 = 16 \cdot 08 \text{ cm}^2.$$

Eine Probe ergibt als Tragkraft der so armierten Säule nach Formel 168 a) $P = (1 + 0 \cdot 15 \cdot 0 \cdot 8 + 0 \cdot 3 \cdot 0 \cdot 7) 1806 \cdot 25 = 60050 \text{ kg}$.

Mit Benützung der Figur 93 ergibt sich nach Gl. 170):

$$\frac{1}{\psi} = \frac{60000}{1806 \cdot 25} \doteq 1 \cdot 33$$

und hiefür bei Annahme von $p_e = 0 \cdot 8$, d. h. bei Verwendung des Strahles AD :

$$p_e + p_s \doteq 1 \cdot 5,$$

somit $p_s \doteq 0 \cdot 7$; hingegen ergibt der Linienzug I für den nur längsarmierten Pfeiler $p_e \doteq 2 \cdot 5$.

Um das Profil der Querarmierung zu bestimmen, muß noch der Durchmesser der Schraubenwindungen gewählt werden; wird dieser mit 38 cm und die Höhe eines Schraubenganges mit $\frac{1}{5} 38 = 7 \cdot 6 \text{ cm}$ angenommen, so ist die Länge einer Windung $l \doteq 38 \pi = 119 \cdot 4 \text{ cm}$ und auf 1 cm der Säulenhöhe entfallen $\frac{119 \cdot 4}{7 \cdot 6} = 15 \cdot 7 \text{ cm}$ Umschnürung.

Das ideale, gleich schwere Längseisen hat nach obigem $p_s = 0 \cdot 7$, also eine Fläche $F_s = \frac{0 \cdot 7 \cdot 1849}{100} = 12 \cdot 9 \text{ cm}^2$; die Umschnürung muß daher einen Querschnitt von $\frac{12 \cdot 9}{15 \cdot 7} = 0 \cdot 82 \text{ cm}^2$ besitzen; dem entspricht ein Rundeseisen von $1 \cdot 1 \text{ cm}$ Durchmesser mit $f = 0 \cdot 95 \text{ cm}^2$.

Da der Durchmesser des Betonkerns: $(38 - 1 \cdot 1) = 36 \cdot 9 \text{ cm}$, somit $F_k = 1069 \text{ cm}^2$ beträgt, so ist $1 \cdot 8 F_k > F$, d. h. die volle Anrechnung des Betonquerschnittes ist zulässig. Die Deckung a der Längseisen beträgt $\frac{42 \cdot 5 - 36 \cdot 9}{2} = 2 \cdot 8 \text{ cm}^2$ und ist somit größer als der für den Durchmesser der Längseisen von $1 \cdot 6 \text{ cm}$ bei Straßenbrücken zulässige Mindestwert von $2 \cdot 5 \text{ cm}$.

5. Zentrisch belastete Druckglieder aus umschnürtem Beton bei

$$\frac{L}{i} > 60 \text{ (Knickung).}$$

Ergibt die im Unterabschnitte VI, 4 erläuterte Untersuchung des Verhältnisses $\frac{L}{i}$ bei einem Druckgliede aus umschnürtem Beton $\frac{L}{i} > 60$, so ist gemäß den Vorschriften auf Knickung Rücksicht zu nehmen und zwar sind alsdann die für zentrischen Druck zulässigen Spannungen $^e s_{bd}$ durch Multiplikation mit der Abminderungszahl

$$\alpha = 1.72 - 0.012 \frac{L}{i}$$

zu verringern.

Es gelten demnach folgende Gleichungen für die Betondruckspannung σ_{bd} und die zulässige Belastung P' eines Druckgliedes aus umschnürtem Beton im Falle der Knickung:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{P}{F_{is}} = \varphi \frac{P}{F_i} \leq \alpha ^e s_{bd}, \\ P &\leq \left(P' = \alpha F_{is} ^e s_{bd} = \frac{\alpha}{\varphi} F_i ^e s_{bd} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 171)$$

oder mit der Einführung der Armierungsziffern p_e und p_s

$$P \leq [P' = \alpha (1 + 0.15 p_e + 0.3 p_s) F_b ^e s_{bd}] \dots \dots 171a).$$

Hinsichtlich der Berechnung von i aus F_i und \mathfrak{S}_{ik} gelten die gleichen Bemerkungen wie auf S. 185 und sei wiederholt darauf hingewiesen, daß im Falle $p_i > 2.0$ bei der Ermittlung von F_i und \mathfrak{S}_{ik} die entsprechend zu reduzierende Fläche der Längseisen zu benutzen ist.

Auch hinsichtlich des Entwerfens solcher Druckglieder, bei denen Knickung in Frage kommt, kann auf die Bemerkungen auf S. 186 verwiesen werden; eine direkte Bestimmung der Querschnittsfläche F_b oder der Armierungsziffern p_e und p_s ist nicht möglich und muß das wirtschaftlichste Profil durch rechnerische Versuche ermittelt werden.

Handelt es sich um die Festsetzung der Armierungsziffern für eine zur Belastung P bereits gewählte Betonfläche, so dient hiezu folgende aus Gl. 171 a) zu gewinnende Formel:

$$p_e + 2 p_s = 6.67 \left(\frac{P}{\alpha F_b ^e s_{bd}} - 1 \right) \dots \dots \dots 172).$$

Für p_e und p_s sind die auf S. 184 und 185 angegebenen Grenzen zu beachten. Auch das dort an Hand der Figur 93 gezeigte Ver-

fahren kann zur Bestimmung zweier zusammengehöriger Werte von p_e und p_s benützt werden, wenn man beachtet, daß aus Gl. 171 a) unter Rücksicht auf Gl. 164 a) folgt:

$$\text{Ordinate } \frac{1}{\psi} = \frac{F'_{is}}{F'_b} = \frac{P}{\alpha F'_b c_{s_{bd}}} \dots \dots \dots 173).$$

Beispiel: 1. Für die im Beispiele auf S. 181 behandelte Säule liegt ein Alternativprofil für umschnürten Beton vor und zwar sind im Querschnitte von 30 cm Durchmesser 6 Rundeseisen von 1.1 cm Durchmesser angeordnet, die mit Spiralen einer den HV. § 5, Abs. 19 entsprechenden Ganghöhe von 5 cm und einer Drahtstärke von 0.8 cm umschnürt sind. Die Längseisen liegen mit ihrem Mittel 3 cm vom Rande. Genügt die Säule bei 6.0 m Höhe für 18000 kg Last? (Mischungsverhältnis 350 kg/m³).

Es ist wie früher $F_b = 706.9 \text{ cm}^2$, dann $F_e = 6 \cdot 1.1^2 \frac{\pi}{4} = 5.7 \text{ cm}^2$, wobei F_e der unteren gestatteten Grenze $p_e = 0.8$ entspricht. Die Länge einer Schraubengewindung (Durchmesser 30 — 2.3 + 1.1 + 0.8 = 25.9 cm) ist $l = 25.9 \pi = 81 \text{ cm}$, die Fläche des Spiraleisens $\frac{0.8^2 \pi}{4} = 0.5 \text{ cm}^2$ und daher jene des ideellen, die Schraubearmierung ersetzenden Längseisens: $F_s = \frac{0.5 \cdot 81}{5} = 8.1 \text{ cm}^2$.

Die Abminderungszahl α ergibt sich nach Tabelle Nr. 11, S. 178 für $p_e = 0.8$ mit $i = 0.254 \cdot 30 = 7.6 \text{ cm}$ und $\frac{L}{i} = 79$ zu $\alpha = 0.772$ (Tabelle Nr. 12, S. 180).

Die zulässige Spannung ist laut Tabelle Nr. 13, S. 180: $s_{bk} = 19.3 \text{ kg/cm}^2$, die auftretende ist rechnermäßig nach Gl. 171)

$$\sigma_{bd} = \frac{18000}{706.9 + 15 \cdot 5.7 + 30 \cdot 8.1} = 17.4 \text{ kg/cm}^2.$$

Die Säule hat somit entsprechende Abmessungen. Der gesamte Eisenaufwand ist hier $F_e + F_s = 13.8 \text{ cm}^2$, im Beispiele auf S. 181 hingegen wesentlich größer: 18.84 cm².

Der Bedingung $F_k > \frac{F}{1.8}$ ist entsprochen, so daß $F \doteq F_b = 706.9 \text{ cm}^2$ voll eingesetzt werden darf.

Beispiel 2. Die auf S. 182 besprochene Säule soll in umschnürtem Beton hergestellt werden, da der dort berechnete Eisenaufwand (Armierungsziffer $p = 3.1$) zu hoch erscheint.

Gegeben ist die Belastung $P = 26500 \text{ kg}$, die Säulenhöhe 5.8 m und der Durchmesser 32 cm; Mischungsverhältnis 470 kg/m³, also (für Hochbauten) $c_{s_{bd}} = 28 \text{ kg/cm}^2$. Nimmt man, wie an der bezeichneten Stelle, zunächst schätzungsweise die Armierungsziffer mit $p_e = 2.0$ an, so ist wie früher $\alpha = 0.88$.

Nach Gl. 173) wird also mit $F'_b \doteq F = \frac{32^2 \pi}{4} = 804 \text{ cm}^2$

$$\frac{F'_{is}}{F'_b} = \frac{1}{\psi} = 1 + 0.15 p_e + 0.3 p_s = \frac{26500}{0.88 \cdot 804 \cdot 28} = 1.34.$$

Sucht man in Figur 93 den Punkt mit der Ordinate 1.34 auf dem Linienzuge II auf, so findet man, daß er auf der Teilstrecke AD liegt; es ist also $p_e = 0.8$ und damit

$$p_s = \frac{1.34 - (1 + 0.15 \cdot 0.8)}{0.3} = 0.73.$$

Dieser Wert kann auch in Figur 93 abgelesen werden, da der Ordinate $\frac{1}{\psi} = 1.34$ ein Wert $p_e + p_s = 1.53$ entspricht.

Hiernach könnten die Querschnitte der Längseisen und Spiralen bestimmt werden.

Wie man sieht, ist die Armierungsziffer p_e zu hoch geschätzt worden und würde infolgedessen auch eine geringere Armierung genügen. Der Wert α wird aber durch eine Änderung von p_e nur sehr wenig beeinflusst, so daß eine nochmalige

Berechnung von $\frac{F_{ts}}{F_b}$ und damit von p_s entfallen kann.

Mit obigen Werten von p_e und p_s wird $F_e = 0.8 \cdot \frac{804}{100} = 6.4 \text{ cm}^2$ und $F_s = 0.73 \cdot \frac{804}{100} = 5.87 \text{ cm}^2$. Der ersteren Fläche entsprechen 6 Rundeisen von 1.2 cm Stärke mit $F_e = 6 \cdot 1.13 = 6.78 \text{ cm}^2$; wird für die Spiralen ein Durchmesser von 28 cm und eine Ganghöhe von 5.5 cm angenommen, so ist die Länge einer Windung 88 cm, daher der erforderliche Querschnitt der Spirale

$$\frac{5.87 \cdot 5.5}{88} = 0.37 \text{ cm}^2.$$

Es wird ein Durchmesser von 0.8 cm mit $f = 0.5 \text{ cm}$ gewählt. Eine in ähnlicher Weise wie oben durchgeführte Kontrollrechnung ergibt bei den angenommenen Eiseneinlagen (mit $c = 3.5 \text{ cm}$, Figur 86) $\sigma_{bd} = 23.1 \text{ kg/cm}^2$, $\alpha c_{s_{bd}} = 25.3 \text{ kg/cm}^2$, also $\sigma_{bd} < \alpha c_{s_{bd}}$.

Der gesamte Eisenaufwand ist hier

$$F_e + F_s = 6.78 + \frac{880.5}{5.5} = 14.78 \text{ cm}^2$$

gegenüber 25.1 cm² bei der nur längsarmierten Säule.

Auch hier ist — wie im vorhergehenden Beispiel — $F_k > \frac{F}{1.8}$.

6. Knickfestigkeit der Eiseneinlagen.

In den amtlichen Vorschriften ist festgesetzt, in welcher Weise die Knickung bei Eiseneinlagen, welche auch für sich allein hinsichtlich ihres Knickwiderstandes zu untersuchen sind, berücksichtigt werden muß; es sind alsdann die zulässigen Druckspannungen s_e des Eisens — einerlei ob es sich um Schweiß- oder Flußeisen handelt — auf den Wert s_k nach folgenden Formeln abzumindern (HV. § 6, Abs. 4, BV. § 6, Abs. 5):

a) Für Längenverhältnisse $\frac{L}{i} = 10$ bis 105:

$$s_k = \alpha_e s_e = \left(0.816 - 0.003 \frac{L}{i} \right) s_e \dots \dots \dots 174),$$

b) für Längenverhältnisse $\frac{L}{i} > 105$:

$$s_k = \alpha_e s_e = 5580 \left(\frac{i}{L} \right)^2 s_e \dots \dots \dots 175).$$

Die Abminderungszahlen $\alpha_e = \frac{s_k}{s_e}$, deren reziproke Werte $\frac{1}{\alpha_e}$ sowie die betreffenden zulässigen Eisenspannungen s_k für Hochbauten sind in der Tabelle Nr. 14 zusammengestellt.

Tabelle Nr. 14.

Abminderungszahlen α_e , deren reziproke Werte $\frac{1}{\alpha_e}$ und zulässige Eisenspannungen s_k bei Hochbauten mit Rücksicht auf Knickung.

$\frac{L}{i}$	α_e	$\frac{1}{\alpha_e}$	s_k	$\frac{L}{i}$	α_e	$\frac{1}{\alpha_e}$	s_k
10	0·786	1·272	747	70	0·606	1·650	576
15	0·771	1·297	733	75	0·591	1·692	561
20	0·756	1·323	718	80	0·576	1·736	547
25	0·741	1·349	704	85	0·561	1·783	533
30	0·726	1·377	690	90	0·546	1·832	519
35	0·711	1·407	675	95	0·531	1·883	504
40	0·696	1·437	661	100	0·516	1·938	490
45	0·681	1·469	647	105	0·501	1·996	476
50	0·666	1·502	633	110	0·461	2·169	438
55	0·651	1·536	619	115	0·422	2·369	401
60	0·636	1·572	604	120	0·387	2·584	368
65	0·621	1·610	590	125	0·357	2·801	339

Für Rundeisen vom Durchmesser D ist $i = 0·25 D$.

Es lassen sich nun die Mindestentfernungen der Querverbindungen, also jene Längen L angeben, für welche die Eiseneinlagen die verlangte Sicherheit gegen Ausknicken aufweisen. Die bei voller Ausnützung des Betons im Eisen herrschende Spannung σ_{ed} darf höchstens gleich der zulässigen Knickspannung s_k sein, also

$$\sigma_{ed} \leq s_k$$

oder

$$\nu \sigma_{bd} \leq \alpha_e s_e,$$

woraus sich nach Einsetzen von α_e aus Gl. 174) (für $\frac{L}{i} < 105$ bzw. $L < 26·25 D$) ergibt:

$$L \geq \left(68 - 1250 \frac{\sigma_{bd}}{s_e} \right) D.$$

Je nach den Mischungsverhältnissen 470, 350 oder 280 kg/m^3 ergibt sich hiernach bei Hochbauten für Flußeisen

$$L \geq 33 D, 37 D, 41 D.$$

Da diese Werte durch die für die Anwendbarkeit der Gl. 174) notwendige Voraussetzung $L < 26 \cdot 25 D$ gedeckt erscheinen, werden für letztere bei voller Ausnützung des Betons Rundeiseneinlagen rechnermäßig Knickspannungen aufweisen, die innerhalb der zulässigen Grenzen liegen.

Wird hingegen α_e aus Gl. 175) (für $\frac{L}{i} > 105$ bzw. $L > 26 \cdot 25 D$) in $\sigma_{ed} \leq \alpha_e \sigma_e$ eingesetzt, so ergibt sich

$$L \leq 4 \cdot 81 \sqrt{\frac{s_e}{e s_{bd}}} \cdot D.$$

Je nach den Mischungsverhältnissen 470, 350 oder 280 kg/m³ muß hiernach bei Hochbauten für Flußeisen

$$L \leq 28 \cdot 7 D, 30 \cdot 4 D, 32 \cdot 4 D$$

sein, damit bei voller Ausnützung des Betons in Rundeiseneinlagen die zulässigen Knickspannungen rechnermäßig nicht überschritten werden.

Bei Straßenbrücken ändern sich diese Werte etwas mit der betreffenden Spannweite l , da s_e mit l veränderlich ist. Hält man die kleinsten Werte von L fest (für $l=0$), die sonach für alle Fälle genügen, so findet man bei den drei genannten Mischungsverhältnissen für Flußeisen ähnliche Werte wie oben; es muß nämlich unter der Voraussetzung $L < 16 \cdot 28 D$

$$L \leq 29 D, 34 D, 38 D$$

sein. Es gilt somit das für $L < 26 \cdot 25 D$ oben für Hochbauten Gesagte. Unter der Voraussetzung $L > 26 \cdot 25 D$ ergeben sich die Werte

$$L \leq 27 \cdot 2 D, 29 \cdot 0 D, 31 \cdot 2 D,$$

für welche bei voller Ausnützung des Betons Rundeiseneinlagen rechnermäßig nicht überbeansprucht werden.

Die geringste Entfernung der Querverbindungen ist überdies in den Vorschriften (HV. § 5, Abs. 16, BV. § 5, Abs. 14) durch die Bestimmung begrenzt, daß Querverbindungen in Abständen höchstens gleich dem kleinsten, durch den Schwerpunkt des Querschnitts gezogenen Durchmesser des Tragwerksteiles anzuordnen sind. Hiernach wird im allgemeinen die Entfernung der Querverbindungen bei schwachen Profilen der Eiseneinlagen nach der Rücksicht auf Knickung, bei starken Profilen nach der letztgenannten Forderung der Vorschriften bemessen werden müssen.

7. Schub- und Haftspannungen.

Da bei nur parallel zur Längsachse zentrisch belasteten Verbundkörpern die Querkraft in allen Querschnitten gleich Null ist, treten hier zwischen den einzelnen Längsschichten keine Schubkräfte auf.

Hingegen werden auch hier Haftspannungen entstehen. Da nämlich eine direkte Übertragung der Kraft P meist nur auf den Beton und nicht auf das in demselben eingebettete Eisen erfolgt — was praktisch auch kaum anders durchzuführen möglich ist —, so kann letzteres seine Spannung nur vom Beton mittels Haftspannung übertragen erhalten. Hieraus folgt von selbst, daß

sich das Eisen nur nach und nach an der Aufnahme der Last P beteiligt. Im obersten Querschnitte bei A (Figur 94) hat das Eisen noch keine Spannung und muß der Beton den ganzen Druck P aufnehmen; seine Spannung ist daher

$$\sigma''_{bd} = \frac{P}{F_b} \cdot *)$$

In einem tiefer liegenden Querschnitte BB' ist durch die Haftspannung bereits ein Teil von P auf das Eisen übertragen worden und der

Beton hat nur mehr $\sigma'_{bd} < \sigma''_{bd}$ aufzunehmen. Erst im Querschnitte CC' im Abstand λ vom Säulenkopfe wird das Eisen rechnermäßig eine Spannung

$$\sigma_{ed} = \nu \sigma_{bd}$$

und der Beton eine solche von

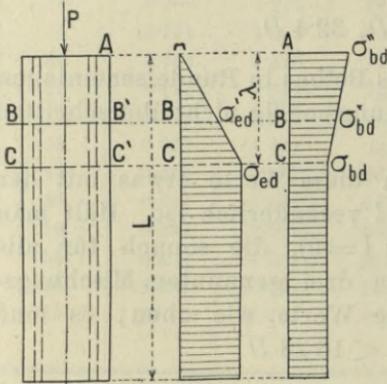
$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F_b + \nu F_e}$$

erleiden, also die gleichzeitige volle statische Wirkung beider Baustoffe erreicht sein. Die Spannungszunahme im Eisen und die Abnahme im Beton von A gegen C ist in Figur 95 unter der Annahme einer mittleren Haftspannung veranschaulicht.

*) Wegen dieser stärkeren Betonspannung empfiehlt sich die Anordnung einer Verbreiterung oder auch einer Umschnürung an den Köpfen von Druckgliedern; der erwähnte Umstand läßt auch die in mehreren Vorschriften über Eisenbeton enthaltene Festsetzung einer relativ geringeren zulässigen Spannung bzw. höheren Sicherheit für Druckglieder aus Eisenbeton als z. B. für die auf Biegung beanspruchten Tragwerke gerechtfertigt erscheinen.

Figur 94.

Figur 95.



Bei gegebener Form der Armierung läßt sich der Abstand λ berechnen, in welchem unter Einhaltung der vorgeschriebenen mittleren Haftspannung t_h die volle mögliche Ausnützung des Eisens eintritt. Ist $^c s_{bd}$ die zulässige Betondruckspannung, so ist der von der Fläche eines Längseisens f_e aufgenommene Druck, welcher gleich der Haftkraft auf der Länge λ sein muß: $\nu ^c s_{bd} f_e$. Beim Umfange u des Eisenprofils wird demnach

$$\nu ^c s_{bd} f_e = \lambda u t_h$$

und hieraus die notwendige Länge

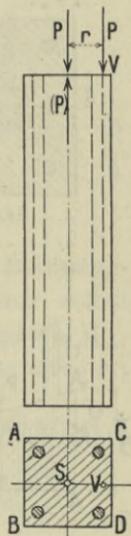
$$\lambda = \nu \frac{f_e}{u} \cdot \frac{^c s_{bd}}{t_h}.$$

Für kreisförmigen Querschnitt vom Durchmesser D wird

$$\frac{f_e}{u} = \frac{D}{4}, \text{ demnach mit } \nu = 15 \dots \lambda = 3.75 \frac{^c s_{bd}}{t_h} D.$$

Die für die Übertragung der Druckkraft P vom Beton auf das Eisen notwendige Länge λ wird demnach umso größer, je stärker das eingebettete Eisen ist, und beträgt für Rundeisen bei Ausnützung der Druck- und Haftspannung das 18- bis 19-fache des Durchmessers. Hieraus sowie aus der fernerer Erwägung, daß die gleichzeitige statische Wirkung von Eisen und Beton und damit eine gleichmäßige Kraftverteilung um so eher eintritt, je kleiner die Querschnittsfläche der einzelnen Eiseneinlagen ist, folgt, daß es im allgemeinen zweckmäßiger erscheint, mehrere schwächere als einzelne stärkere Eisenprofile anzuwenden. Das passendste Verhältnis wird aus praktischen Rücksichten folgern.

Figur 96.



VII. Exzentrisch belastete Druckglieder.

1. Allgemeines.

Greift eine Druckkraft P parallel zur Längsachse eines Verbundkörpers derart an (Figur 96), daß ihr Angriffspunkt V nicht mit dem Schwerpunkte S der mehrgenannten ideellen Betonfläche zusammenfällt, so spricht man von einem exzentrischen Druck. Die Wirkung einer solchen exzentrischen Kraft P läßt sich bekanntlich auf jene einer zentrisch angreifenden Kraft P und eines Biegemomentes $P r = M$ zurückführen.

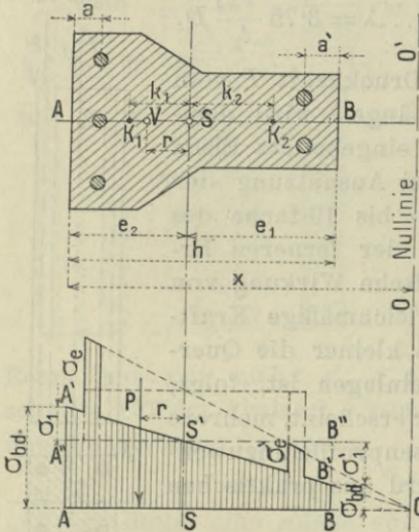
Das Spannungsbild in einem beliebigen Querschnitte wird dann aus jenem für den zentrischen Druck und jenem für die Biegung giltigen als algebraische Summe der Spannungen an gleichen Stellen gefunden. Dies gilt indessen uneingeschränkt nur für homogene Körper innerhalb der Proportionalitätsgrenze.

Bei den Verbundkörpern, bei welchen laut der Vorschriften der Zugwiderstand des Betons bei der Berechnung der Betondruckspannungen nicht in Betracht zu ziehen ist, ist das bezeichnete Verfahren der Spannungsermittlung im allgemeinen nicht zulässig.

Es ist jedoch einleuchtend, daß dann, wenn im Querschnitte ausschließlich Druckspannungen herrschen, wenn also die Nulllinie außerhalb des Profiles liegt, das erwähnte Verfahren der Summierung von Achsial- und Biegungs-

spannungen — unter stillschweigender Annahme der Giltigkeit des Hookeschen Gesetzes — auch für exzentrisch gedrückte Tragwerke aus Eisenbeton Anwendung finden kann. Liegt jedoch die Nulllinie innerhalb des Querschnittes und treten demgemäß im Querschnitte Druck- und Zugspannungen auf, so ist das genannte Verfahren nicht anwendbar; der Körper ist nämlich dann nicht mehr als homogen aufzufassen, da die Formänderungszahl $E_{b,d}$ für die Druckzone einen von $E_{b,z}$ für die Zugzone verschiedenen Wert besitzt, und muß in diesem Falle auf

Figur 97.



Figur 98.

die Bedingungen des Gleichgewichts zwischen inneren und äußeren Kräften zurückgegriffen werden, um die Spannungen zu ermitteln.

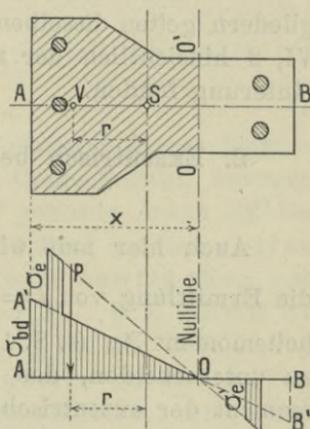
Die Spannungsverteilung für den ersten Fall (Figur 97) ist in Figur 98 dargestellt, wobei S der ideelle Schwerpunkt, V der Angriffspunkt der Kraft P , \overline{VS} die Exzentrizität r und $O'O'$ die Nulllinie ist. Im Spannungsbilde werden die Spannungen, herrührend von der in S zentrisch wirkend gedachten Kraft P durch die Fläche ($AB''A''$) und die vom Biegemomente $M = Pr$ herrührenden Biegungsspannungen durch die Dreiecke $A'A'S'$ (Druck) und $B'B''S'$ (Zug) dargestellt. Bei der Berechnung der

letzteren ist stillschweigend — und nur für diesen Fall — die Annahme gleicher Formänderungszahlen für Druck und Zug $E_{bd} = E_{bz}$ zu machen, was zulässig ist, da es sich hier nur um fiktive Zugkräfte, die tatsächlich nicht auftreten, bezw. nur um eine rechnungsmäßige Verminderung von Druckkräften handelt.

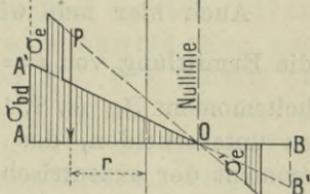
Im zweiten, oben genannten Falle (Figur 99) ist das Spannungsbild, da von der Zugwirkung des Betons abzusehen ist, das in Figur 100 gezeichnete; darnach sind hier die größte Betondruckspannung σ_{bd} und die größte Zugspannung im Eisen σ_e zu berechnen.

Gemäß den amtlichen Vorschriften sind im allgemeinen die Betonzugspannungen bei den auf Biegung beanspruchten „besonderen“ Hochbau- und bei Brückentragwerken rechnerisch nachzuweisen. Hier aber, wo Betonzugspannungen überhaupt erst bei größeren Exzentrizitäten auftreten, wird dieser Nachweis immer unterbleiben dürfen, da durch die achsiale Druckspannung die vom Biegemoment herrührenden Betonzugspannungen wesentlich herabgemindert werden und daher selbst für die hinsichtlich der Betonzugspannungen ungünstigsten (L-, - oder -|- förmigen) Querschnittsformen die Grenzwerte s_{bz} niemals erreicht werden.*)

Figur 99.



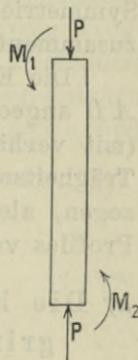
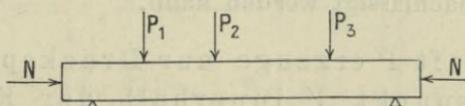
Figur 100.



Figur 102.

*) Anders kann es sich bei zwei anderen Arten von zusammengesetzter Beanspruchung, bei denen auch wie im obigen Falle Biegemomente mit Normalkräften zusammentreffen, verhalten. Es ist dies a) der Fall eines auf Biegung beanspruchten Körpers, auf den gleichzeitig eine Achsialkraft wirkt (Figur 101), und b) der Fall eines Rahmenteils, der durch ein- oder beidseitigen steifen Anschluß Einspannungsmomenten und gleichzeitig einer Längskraft ausgesetzt ist (Figur 102). Beidemale kann bei bedeutendem Überwiegen der Biegemomente über die Normalspannungen nicht von vornherein sicher abgeschätzt werden, ob die auftretenden Betonzugspannungen unterhalb der zulässigen Grenze bleiben werden. Über die Berechnung der letzteren in diesen Fällen s. S. 206 ff.

Figur 101.



Ob bei einer gegebenen Anordnung und Belastung eines Tragwerkes aus Eisenbeton der erste oder der zweite der obgenannten Fälle, welche letzterer eine umständlichere Berechnung erfordert, vorliegt, ist stets im Vorhinein in einfacher Weise aus der Betrachtung der Lage von P gegenüber den sogenannten „Kernpunkten“ des Querschnittes (s. weiter unten) zu erkennen.

Bei allen Berechnungen von exzentrisch belasteten Druckgliedern gelten dieselben Bestimmungen, wie sie im Unterabschnitt VI, 2 hinsichtlich der zentrisch belasteten Druckglieder ihre Erläuterung fanden.

2. Exzentrisch belastete Druckglieder bei $\frac{L}{i} < 60$ (keine Knickung).

Auch hier muß wie bei zentrisch belasteten Druckgliedern die Ermittlung von $i = \sqrt{\frac{\mathfrak{S}_{ik}}{F_i}}$ bezw. $\frac{L}{i}$ vorangehen. Das Trägheitsmoment \mathfrak{S}_{ik} (s. S. 174) ist von jenem Trägheitsmoment \mathfrak{S}_i wohl zu unterscheiden, das zur Bestimmung des aus dem Biegemoment der exzentrisch angreifenden Kraft folgenden Spannungsanteils dient. Oftmals werden die Achsen, auf welche sich diese beiden Trägheitsmomente beziehen, aufeinander senkrecht stehen, wie beispielsweise in dem Falle eines rechteckigen Querschnittes, bei dem die Kraftlinie zur Längsseite parallel liegt.

Der Einfachheit halber wurde für die nachfolgende Untersuchung mit Rücksicht darauf, daß die exzentrisch belasteten Verbundkörper (Säulen, Stützen, Gewölbe) wohl meist mit symmetrischen Profilen ausgeführt werden, ein Querschnitt mit einer Symmetrieachse zu Grunde gelegt, mit der auch die Kraftlinie zusammenfallen soll (Figur 97).

Die Eiseneinlagen seien in beliebiger Weise symmetrisch zu AB angeordnet. Es wird ferner sogenannte „schlafte“ Armierung (mit verhältnismäßig kleinen Profilen) vorausgesetzt, so daß das Trägheitsmoment der Eiseneinlagen, auf deren eigene Achse bezogen, als unwesentlich gegen das Trägheitsmoment des ganzen Profils vernachlässigt werden kann.

- a) Die Kraft P erzeuge nur Druckspannungen (Angriffspunkt V innerhalb der Kernweite)
($r < k_1$ oder $r < k_2$).

Auf den Körper wirkt dann nach dem früheren gleichsam eine zentrische Kraft P und ein Biegemoment $M = Pr$; die erstere

erzeugt eine gleichförmige Druckspannung $P: F_i$ im ganzen Querschnitte, wenn die ideelle Fläche $F_i = F_b + \nu (F_e + F'_e)$ ist. F_e und F'_e sind hiebei die Flächen der Eiseneinlagen zu beiden Seiten der Achse SS' (Figur 97). Das Moment $M = Pr$ erzeugt hingegen Biegungsspannungen, die unter der Voraussetzung $E_{bd} = E_{bz}$ zu ermitteln sind, so daß die Druckspannungen in A

$$\sigma_1 = \frac{Pr e_2}{\mathfrak{S}_i}$$

und die Zugspannungen in B

$$\sigma'_1 = \frac{Pr e_1}{\mathfrak{S}_i}$$

betragen, wenn e_1 und e_2 die Abstände der äußersten Betonschichten und \mathfrak{S}_i das Trägheitsmoment des ideellen Querschnittes, bezogen auf die zur Kraftlinie senkrechte, durch S gehende Achse SS' bezeichnen. Dieses Trägheitsmoment \mathfrak{S}_i bezieht sich auf den vollen Betonquerschnitt und die 15fache Eisenfläche, also auf die ideelle Querschnittsfläche der HV. § 5, Absatz 8d und BV. § 5, Absatz 7e. \mathfrak{S}_i ist von dem J_i bei der Berechnung der nur auf Biegung beanspruchten Tragwerke nach dem Verfahren A (siehe Abschnitt III) wohl zu unterscheiden, bei welchem letzterem J_i nur die Betondruckfläche und die 15fache Eisenfläche in Betracht kommen.

Die Druckspannungen in den äußersten Kanten sind dann

$$\left. \begin{array}{l} \text{in } A \dots \sigma_{bd} = \frac{P}{F_i} + \frac{Pr e_2}{\mathfrak{S}_i}, \\ \text{in } B \dots \sigma'_{bd} = \frac{P}{F_i} - \frac{Pr e_1}{\mathfrak{S}_i} \end{array} \right\} \dots \dots \dots 176).$$

Die Berechnung der Eisenspannungen erscheint im allgemeinen überflüssig, da sie, wie schon bei den doppelt armierten Tragwerken erörtert wurde, nie bis zur zulässigen Grenze ausgenützt werden können; nur wenn allfällig Knickung der Eiseneinlagen in Betracht kommt, kann die Berechnung der Spannungen σ_e und σ'_e im Eisen notwendig werden.

Dieselben ermitteln sich wie folgt:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_e = \nu \left[\sigma'_{bd} + (\sigma_{bd} - \sigma'_{bd}) \frac{h-a}{h} \right], \\ \sigma'_e = \nu \left[\sigma'_{bd} + (\sigma_{bd} - \sigma'_{bd}) \frac{a'}{h} \right] \end{array} \right\} \dots \dots \dots 177).$$

Der Grenzfall, für welchen das obige Berechnungsverfahren zulässig ist, ergibt sich aus der zweiten Gl. 176), wenn σ'_{bd} gleich Null wird. Dies tritt für eine bestimmte Lage von P , das heißt

für eine gewisse Exzentrizität r ein; nennt man diesen Grenzwert von $r \dots k_1$, so ist

$$k_1 = \frac{\mathfrak{S}_i}{F_i e_1} \dots \dots \dots 178).$$

Trägt man k_1 von S aus auf die Seite der Exzentrizität auf, so erhält man einen Punkt K_1 , welcher der Kernpunkt in bezug auf die Druckspannung in B genannt werden soll. So lange die Kraft P auf der von der Druckkante B abgewendeten Seite von S innerhalb der Strecke $\overline{K_1 S}$ verbleibt, sind in B stets Druckspannungen; diese werden zu Null, wenn die Last P im Kernpunkte selbst angreift.

Es ist leicht einzusehen, daß es zwischen S und B einen zweiten Kernpunkt K_2 im Abstände

$$k_2 = \frac{\mathfrak{S}_i}{F_i e_2} \dots \dots \dots 179)$$

gibt; dieser bestimmt die Grenzlage des Angriffspunktes der Kraft P auf der Kraftlinie, bei welcher noch Druckspannungen in A auftreten.

Die Länge $\overline{K_1 K_2}$ heißt die Kernweite und es ist nach dem obigen klar, daß der besprochene Fall — im ganzen Querschnitte Druckspannungen — dann eintritt und damit das gekennzeichnete einfache Verfahren der Übereinanderlegung zweier Spannungszustände anzuwenden ist, wenn die Last zwischen den Kernpunkten K_1 und K_2 angreift, wenn also $r < k_1$ oder $r < k_2$ ist.

Mit Hilfe der Kernpunktsentfernungen k_1 und k_2 vom ideellen Schwerpunkte S lassen sich die Betonspannungen σ_{bd} und σ'_{bd} in den äußersten Kanten einfacher durch Einführung der sogenannten „Kernpunktsmomente“ 1M_k und 2M_k ausdrücken. Man kann nämlich die Gl. 176) auch wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{P e_2}{\mathfrak{S}_i} \left(r + \frac{\mathfrak{S}_i}{F_i e_2} \right) = \frac{P e_2}{\mathfrak{S}_i} (r + k_2), \\ \sigma'_{bd} &= \frac{P e_1}{\mathfrak{S}_i} \left(\frac{\mathfrak{S}_i}{F_i e_1} - r \right) = \frac{P e_1}{\mathfrak{S}_i} (k_1 - r). \end{aligned}$$

Nun ist $P(r + k_2) = {}^2M_k$ das Moment der Last P in bezug auf den Kernpunkt K_2 und $-P(k_1 - r) = {}^1M_k$ jenes in bezug auf den Kernpunkt K_1 .

Man kann daher auch setzen:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{{}^2M_k e_2}{\mathfrak{S}_i}, \\ \sigma'_{bd} &= -\frac{{}^1M_k e_1}{\mathfrak{S}_i} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 180).$$

Die Spannungen σ_{bd} und σ'_{bd} können also nach ähnlichen Formeln wie bei den bloß auf Biegung beanspruchten Verbundkörpern berechnet werden, wenn die äußeren Momente auf die Kernpunkte bezogen werden.

Die Kenntnis der Lage der Kernpunkte ist somit für die Beurteilung des Spannungszustandes einer exzentrisch belasteten Stütze wichtig. Die Lage der Kernpunkte wurde demgemäß für die am häufigsten vorkommenden Querschnittsformen und für verschiedene Armierungsziffern ermittelt und in die Tabelle Nr. 11 (S. 178) eingetragen.

Die entwickelten Formeln dienen zur Überprüfung eines vorliegenden Tragwerkes für einen bestimmten Belastungsfall. Soll das Druckglied genügen, so muß sich σ_{bd} kleiner als die für exzentrischen Druck zulässige Druckspannung s_{bd} (laut der Vorschriften so groß wie jene für Druck bei Biegung) bzw. die Belastung P gleich oder kleiner als die Tragkraft P' ergeben.

Es muß also sein

$$\frac{P}{F_i} + \frac{Pr e_2}{\mathfrak{I}_i} \leq s_{bd} \dots \dots \dots 181)$$

oder
$$P \leq \left(P' = F_i s_{bd} \frac{i^2}{i^2 + e_2 r} \right) \dots \dots \dots 181 a).$$

Unter i ist hierbei der zum Trägheitsmomente \mathfrak{I}_i gehörige Trägheitshalbmesser zu verstehen.

Bei der Untersuchung eines exzentrisch belasteten Druckgliedes ist jedoch auch jene Bestimmung der Vorschriften (HV. § 6, Abs. 5, BV. § 6, Abs. 6) zu beachten, welche besagt, daß die Belastung solcher Druckglieder nicht größer angenommen werden darf, als die bei gedachter zentrischer Kraftwirkung mit der zulässigen Betonspannung für zentrischen Druck sich ergebende Tragkraft desselben Druckgliedes. Es muß demnach auch hier die Bedingung 157)

$$P \leq F_i^c s_{bd} \dots \dots \dots 157)$$

stets erfüllt werden.

Für das Entwerfen derart beanspruchter Tragwerksteile lassen sich keine Formeln aufstellen; man wird gegebenenfalls versuchsweise ein Profil annehmen und sodann prüfen müssen, ob die vorgeschriebenen Spannungen s_{bd} eingehalten werden.

b) Die Kraft P erzeuge sowohl Druck- als auch Zugspannungen (Angriffspunkt V außerhalb der Kernweite)

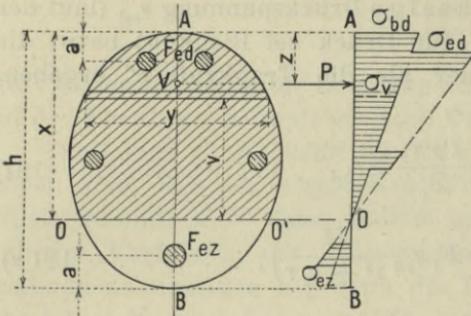
$$(r > k_1 \text{ oder } r > k_2).$$

In diesem Falle ist nach den Ausführungen auf S. 198 das unter a) erörterte Verfahren der Spannungsberechnung mittels der Gl. 176) bis 181) nicht mehr anwendbar.

Der alsdann einzuschlagende Weg soll zunächst an einem beliebig geformten Querschnitte (Figur 103), bezüglich dessen nur Symmetrie und weiter vorausgesetzt wird, daß die Kraftlinie mit der Symmetrieachse zusammenfällt, vorgeführt werden.

Figur 103.

Figur 104.



$O O'$ sei die Nulllinie; in dem Teile oberhalb derselben entstehen im Beton und in den Eiseneinlagen Druckspannungen, unterhalb derselben Zugspannungen (Figur 104). Im Sinne der Vorschriften müssen nun die größten Beton-

druck- und Eisenzugspannungen unter der Annahme berechnet werden, daß der Beton keine Normalzugspannungen aufnimmt; das betreffende Verfahren soll in ähnlicher Weise wie bei den nur auf Biegung (ohne Achsialdruck) beanspruchten Tragwerken als Verfahren A bezeichnet werden.

Hingegen kann hier gemäß den Ausführungen auf S. 199 der Nachweis der größten Zugspannungen im Beton entfallen.

Zur Bestimmung von σ_{bd} , σ_{ez} und σ_{ed} sind zwei Gleichgewichtsbedingungen nötig; die eine besagt, daß die äußere Kraft P gleich ist der algebraischen Summe der inneren Längskräfte, die andere, daß das Moment der äußeren Kraft (etwa auf $O O'$ bezogen) gleich ist der algebraischen Summe der Momente der inneren Kräfte.

Bezeichnen y die Breite einer Betonschichte in der Entfernung v von der Nulllinie, σ_v deren Spannung, σ_{bd} die Spannung in der äußersten Schichte A, σ_{ez} und σ_{ed} die Spannungen der Eiseneinlagen auf der Zug- bzw. Druckseite, so lauten die beiden Bedingungsgleichungen:

$$\left. \begin{aligned} P &= \int_0^x \sigma_v y \, dv + \sigma_{ed} F_{ed} - \sigma_{ez} F_{ez}, \\ P(x-z) &= \int_0^x \sigma_v y v \, dv + \sigma_{ed} F_{ed}(x-a') + \sigma_{ez} F_{ez}(h-a-x) \end{aligned} \right\}.$$

Ersetzt man hierin σ_v , σ_{ed} und σ_{ez} durch die Ausdrücke $\sigma_v = \frac{v}{x} \sigma_{bd}$, $\sigma_{ed} = \frac{v(x-a')}{x} \sigma_{bd}$, $\sigma_{ez} = \frac{v(h-a-x)}{x} \sigma_{bd}$, so erhält man die Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{Px}{\sigma_{bd}} &= \int_0^x y v \, dv + v F_{ed}(x-a') - v F_{ez}(h-a-x), \\ Px \frac{(x-z)}{\sigma_{bd}} &= \int_0^x y v^2 \, dv + v F_{ed}(x-a')^2 + v F_{ez}(h-a-x)^2 \end{aligned} \right\}.$$

Der rechte Teil der ersten Gleichung stellt das statische Moment der ideellen Querschnittsfläche (den Zugteil der Betonfläche nicht berücksichtigt), der rechte Teil der zweiten Gleichung das Trägheitsmoment derselben ideellen Querschnittsfläche, beide bezogen auf die Nulllinie, vor. Bezeichnet man das erstere mit ${}^x S_i$, das letztere mit ${}^x J_i$, so nehmen die obigen Bedingungsgleichungen die Form an

$$\left. \begin{aligned} \frac{Px}{\sigma_{bd}} &= {}^x S_i, \\ Px \frac{(x-z)}{\sigma_{bd}} &= {}^x J_i \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 182),$$

wobei ${}^x S_i$ und ${}^x J_i$ Funktionen von x sind.

Hinsichtlich der Bedeutung und des Vorzeichens von x und z ist zu beachten, daß x die Entfernung der Nulllinie bis zur Druckkante, die auf der Seite der Exzentrizität liegt, und z die Entfernung des Angriffspunktes V der Kraft P von derselben Druckkante ist. Die Größe z ist positiv, so lange die Kraft innerhalb des Querschnittes angreift, und negativ, wenn V außerhalb des Querschnittes fällt.

Aus dem obigen ergibt sich weiter

$$x - z = \frac{{}^x J_i}{{}^x S_i} \dots \dots \dots 183)$$

als Gleichung, aus der x berechnet werden kann.

Die Spannungen σ_{bd} , σ_{ez} und σ_{ed} finden sich sodann aus

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{Px}{xS_i} = \frac{Px(x-z)}{xJ_i}, \\ \sigma_{ez} &= \frac{\nu(h-a-x)}{x} \sigma_{bd}, \\ \sigma_{ed} &= \frac{\nu(x-a')}{x} \sigma_{bd} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 184).$$

Es ist zu bemerken, daß für die Tragkraft P' immer nur die zulässige Betondruckspannung s_{bd} maßgebend ist und die gleichzeitig auftretende Eisenzugspannung σ_{ez} immer weit unter der zulässigen Grenze s_{ez} bleibt, so daß der rechnerische Nachweis von σ_{ez} hier immer unterbleiben darf.

Dies hängt mit der Lage der Nulllinie zusammen, deren Entfernung von den auf Zug beanspruchten Längseisen selbst bei sehr großer Exzentrizität verhältnismäßig gering ist. Auch das durch $p=0.8$ nach unten eingeschränkte Ausmaß der Längsarmierung kommt einem niedrigen Werte von σ_{ez} zugute.*)

Die Bedingung 157) S. 203 ist hier, wo der Lastangriff außerhalb des Kernes erfolgt und infolge des durch die Vorschriften festgelegten Verhältnisses der zulässigen Betonspannungen bei exzentrischem und bei zentrischem Druck von vorneherein immer erfüllt.

*) Es möge hier in Kürze der Vorgang zur Bestimmung der Betonzugspannungen σ_{bz} dargelegt werden, deren Untersuchung in den auf S. 199 besprochenen Fällen des gleichzeitigen Einwirkens von Achsialkräften und Biegemomenten notwendig werden kann.

Auf ähnlichem Wege wie oben (S. 204) lassen sich unter Bezug auf Figur 103 zwei Gleichgewichtsbedingungen ableiten; bezeichnet nunmehr x_1 die Ordinate der Nulllinie und σ_{uz} die Betonzugspannung in einer Schichte von der Breite y im Abstände u von der Nulllinie, so ist in der obigen Gleichung für P (S. 205) auf der rechten

Seite noch das Glied $-\int_0^{h-x_1} \sigma_{uz} y du$ und in jener für $P(x-z)$ das Glied $\int_0^{h-x_1} \sigma_{uz} y u du$ hinzuzufügen. Mit $\sigma_{uz} = \mu \cdot \frac{u}{x_1} \cdot \sigma'_{bd}$ ergeben sich dann schließlich die Bedingungs-

gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{Px_1}{\sigma'_{bd}} &= \int_0^{x_1} yv dv - \mu \int_0^{h-x_1} yu du + \nu F_{ed}(x_1-a') - \nu F_{ez}(h-a-x_1), \\ \frac{Px_1(x_1-z)}{\sigma'_{bd}} &= \int_0^{x_1} yv^2 dv + \mu \int_0^{h-x_1} yu^2 du + \nu F_{ed}(x_1-a')^2 + \nu F_{ez}(h-a-x_1)^2 \end{aligned} \right\}.$$

Der rechte Teil der ersten Gleichung stellt das statische Moment $x_1 S_i$ der ideellen Querschnittsfläche mit Berücksichtigung des Zugteiles der Betonfläche, der

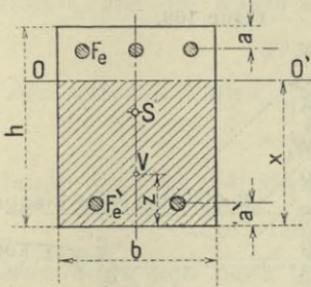
Spezieller Fall.

Der einfachste Sonderfall ist der rechteckige Querschnitt (Figur 105). Mit den Bezeichnungen dieser Figur wird

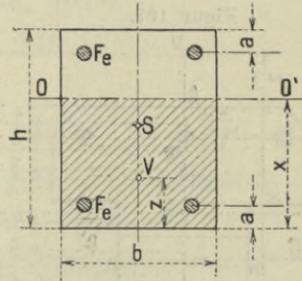
$$xS_i = \frac{1}{2} b x^2 + \nu F'_e (x - a') - \nu F_e (h - a - x),$$

$$xJ_i = \frac{1}{3} b x^3 + \nu F'_e (x - a')^2 + \nu F_e (h - a - x)^2.$$

Figur 105.



Figur 106.



Nach Einsetzen von xS_i und xJ_i in Gl. 183) ergibt sich für x die kubische Gleichung

$$-\frac{1}{6} b x^3 + \frac{1}{2} b z x^2 + \nu [F_e (a + z - h) + F'_e (z - a')] x = \left. \begin{aligned} & \dots 185) \\ & = \nu [F_e (h - a) (a + z - h) + F'_e a' (z - a')] \end{aligned} \right\}$$

Ist der Querschnitt symmetrisch armiert, also $F_e = F'_e$, ferner $a = a'$ (Figur 106), so lautet die Bedingungsgleichung für x

$$\frac{b x^3}{6 \nu F_e} - \frac{b z x^2}{2 \nu F_e} + (h - 2 z) x = 2 a^2 + h^2 - h (2 a + z) \dots 186).$$

rechte Teil der zweiten Gleichung das Trägheitsmoment xJ_i derselben Fläche, beide bezogen auf die Nulllinie, dar. Obige Gleichungen nehmen hiernach die Form an

$$\left. \begin{aligned} \frac{P x_1}{i'_{bd}} &= x_1 S_i \\ \frac{P x_1 (x_1 - z)}{\sigma'_{bd}} &= x_1 J_i \end{aligned} \right\} \dots 182a).$$

Die Formel zur Berechnung von x_1 lautet:

$$x_1 - z = \frac{x_1 J_i}{x_1 S_i} \dots 183 a).$$

Die gesuchte Betonzugspannung σ_{bz} ergibt sich aus

$$\sigma_{bz} = \frac{\mu P (h - x_1)}{x_1 S_i} \dots 184a).$$

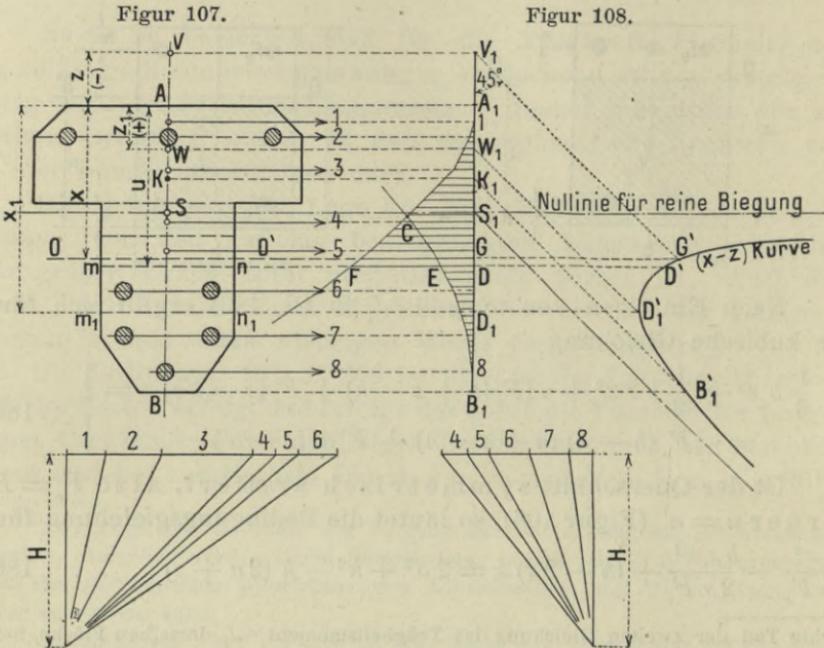
Für rechteckige, symmetrisch armierte Querschnitte (Figur 106) ergeben sich:

$$x_1 S_i = \frac{1}{2} b x_1^2 - \mu \frac{b}{2} (h - x_1)^2 + \nu F_e (2 x_1 - h),$$

$$x_1 J_i = \frac{1}{3} b x_1^3 + \mu \frac{b}{3} (h - x_1)^3 + \nu F_e [(x_1 - a)^2 + (h - a - x_1)^2].$$

Diese Gleichung ist am einfachsten versuchsweise aufzulösen. Für andere Querschnitte z. B. T förmige, kreisförmige, polygonale u. s. w. empfiehlt sich zur Bestimmung der Nulllinie ein Verfahren, das auf der bekannten zeichnerischen Darstellung der statischen Momente und Trägheitsmomente ebener Flächen beruht (Figur 107 und 108).

Man teilt den Querschnitt senkrecht zur Symmetrieachse in Lamellen, denke in den Schwerpunkten derselben die Flächen



dieser Lamellen als Kräfte senkrecht zur Symmetrieachse angreifend und konstruiere hiezu mit einer beliebigen Poldistanz H zwei Seilpolygone, deren erste Seite parallel zur Symmetrieachse liegt, indem man einmal von A , das zweitemal von B ausgeht. Die Eisenflächen sind hiebei mit dem v -fachen Betrage einzuführen. Auf der Zugseite für eine von vornherein beliebig angenommene Nulllinie mn sind die Betonflächen nicht zu berücksichtigen.

Die beiden Seilpolygone mögen sich im Punkte C schneiden; dieser Punkt entspricht dem ideellen Schwerpunkt der Fläche, die durch mn in eine Zug- und Druckzone geteilt ist.*) Die Seilpolygone schließen mit der Geraden A_1B_1 die Fläche $(1C8)$ ein. Für den Schnitt mn gilt nun bekanntlich folgendes:

*) Wäre mn die Nulllinie für reine Biegung, so müßte C auf mn liegen.

Das statische Moment des über mn liegenden Querschnittsteiles bezogen auf die Achse mn ist gegeben durch $\overline{DF} \cdot H$, jenes des unterhalb mn liegenden Teiles (ν -fache Eiseneinlagen ohne Betonflächen) durch $\overline{DE} \cdot H$, und folglich das statische Moment S_u des ganzen Profiles durch

$$S_u = \overline{EF} \cdot H.$$

Ferner ist das Trägheitsmoment des genannten oberen Querschnittsteiles, auf die Achse mn bezogen, gleich

$$\text{area } (1FD) \cdot 2H,$$

jenes des unteren Teiles gleich

$$\text{area } (8ED) \cdot 2H,$$

und daher das Trägheitsmoment des ganzen Querschnittes

$$J_u = \text{area } (1CFE81) \cdot 2H.$$

Man bilde nun nach Gl. 183) den Quotienten

$$\frac{J_u}{S_u} = \frac{2 \text{ area } (1CFE81)}{\overline{EF}}$$

und trage diese Strecke von D aus auf der Schnittlinie mn auf, wodurch man einen Punkt D' erhält. Wiederholt man dies für mehrere andere Achsen $m_1 n_1$ u. s. w., denen immer wieder wegen der Verschiebung der Betonzuggrenze neue Paare von Seilpolygonen entsprechen, so bekommt man Punkte D'_1 u. s. w., welche die „ $(x - z)$ -Kurve“ für verschiedene Lagen des Kraftangriffspunktes V unter der Voraussetzung geben, daß jeweilig der Beton zwischen B und dem betreffenden Schnitte $mn, m_1 n_1 \dots$ keine Zugspannung aufnimmt. Zieht man sodann durch V_1 , welcher Punkt dem Angriffspunkte V der Last P entspricht, eine Gerade unter 45° gegen $A_1 B_1$ und schneidet diese die erwähnte Kurve in G' , so bestimmt dieser Punkt die gesuchte Nulllinie im Abstände x von A ; denn für denselben ist offenbar

$$\overline{GG'} = \frac{{}^x J_i}{{}^x S_i} = x - z.$$

Die Spannungen können sodann mit Hilfe der Gl. 184) ermittelt werden.

Da dem Angriffspunkt im Unendlichen die Nulllinie durch S für reine Biegung und dem Angriffspunkt S die Nulllinie im Unendlichen entspricht, müssen die Nulllinie durch S und der in S_1 unter 45° gegen $A_1 B_1$ gezogene Strahl Asymptoten zur „ $(x - z)$ -Kurve“ sein.

Will man die vorliegende Aufgabe rechnerisch lösen, so empfiehlt es sich, unter Zuhilfenahme der Nulllinie für reine Biegung und des Kernpunktes K auf Seite des Lastangriffes schätzungsweise eine Nulllinie $m_1 n_1$ so zu wählen, daß sie möglichst dem Angriffspunkt V entspricht. Für diese Nulllinie ist dann mit Hilfe der Gl. 183) der tatsächlich entsprechende Angriffspunkt W im Abstände $(x_1 - z_1)$ festzulegen, sodann versuchsweise durch Gabelbildung die dem gegebenen Angriffspunkt V entsprechende Nulllinie $m n$ zu bestimmen. Eine höchstens 2 bis 3-malige Anwendung der Gl. 183) wird zu dem für die Praxis erforderlichen Ziele führen, da ja eine besonders genaue Bestimmung dieser Nulllinie nicht erforderlich ist.

Bei der Überprüfung von exzentrisch belasteten Tragwerken, bei denen im Querschnitte Druck- und Zugspannungen entstehen, ist nun nachzusehen, ob der so berechnete Wert σ_{bd} die gestattete Grenze s_{bd} oder ob P die Tragkraft P' nicht überschreitet, wobei für P' aus Gl. 184) (bei $\sigma_{bd} = s_{bd}$) zu setzen ist

$$P' = \frac{x S_i s_{bd}}{x} \dots \dots \dots 187).$$

Die auf S. 203 erwähnte Bestimmung der Vorschriften hinsichtlich des Grenzwertes der Tragfähigkeit exzentrisch beanspruchter Druckglieder, das heißt die Bedingung $P < \overline{F}_i^c s_{bd}$ gilt auch hier. Doch wird dieselbe nicht in Frage kommen, da jene Grenzexzentrizität, unterhalb welcher das Druckglied für die Berechnung der Tragkraft als zentrisch belastet anzusehen ist, immer in die Kernweite fällt, so daß hiefür der Fall a) vorliegt.

Hinsichtlich des Entwerfens gilt das für Fall a) auf S. 203 Gesagte.

3. Exzentrisch belastete Druckglieder bei $\frac{L}{i} > 60$ (Knickung).

Es sollen auch hier wie im Unterabschnitte VII, 2 die beiden Fälle a) und b) unterschieden werden.

a) Die Kraft P erzeuge nur Druckspannungen

$$(r < k_1 \text{ oder } r < k_2).$$

Der ganze, auf S. 200 bis 203 für den Fall, daß Knickung nicht in Frage kommt, dargelegte Berechnungsvorgang gilt auch hier und sind die Spannungen nach Gl. 176) oder 180) zu er-

mitteln. Lediglich die zulässigen Betonspannungen werden andere und sind hiefür die betreffenden Bestimmungen der Vorschriften (HV. § 6, Abs. 4, BV. § 6, Abs. 5) maßgebend. Hiernach gelten in diesem Falle als zulässige Spannungen die für exzentrischen Druck zulässigen Betondruckspannungen, vermindert um die $\frac{1-\alpha}{\alpha}$ fache, einer gedachten zentrischen Belastung entsprechende Druckspannung.

Es tritt sonach an die Stelle von s_{bd} in Gl. 181)

$$k s_{bd} = s_{bd} - \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F_i}$$

und die Bedingung, daß ein vorliegendes Profil den Vorschriften entspricht, lautet

$$\left(\sigma_{bd} = \frac{P}{F_i} + \frac{P r e_2}{\mathfrak{S}_i} \right) \leq s_{bd} - \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F_i} \dots \dots \dots 188).$$

Sonach ergibt sich die Tragkraft P' eines exzentrisch belasteten Druckgliedes im Falle der Knickung für $\sigma_{bd} = s_{bd}$ mit

$$P' = F_i s_{bd} \cdot \frac{\alpha i^2}{i^2 + \alpha e_2 r} \dots \dots \dots 189).$$

Die Spannung s_{bd} bezieht sich auf jenen Punkt des Querschnittes, in welchem die größte Druckspannung aus der exzentrischen Belastung σ_{bd} mit dem Knickspannungszuschlag

$$\frac{P}{\alpha F_i} - \frac{P}{F_i} = \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F_i} \text{ zusammentrifft.}$$

Die mehrfach erwähnte Bedingung 157) für die Grenze der Tragfähigkeit gilt auch hier und nimmt nur wegen der Rücksicht auf Knickung die Form an:

$$P \leq \alpha F_i c s_{bd} \dots \dots \dots 190).$$

α muß unabhängig von der Lage der Kräftebene wieder für das kleinste äquatoriale Trägheitsmoment \mathfrak{S}_k ermittelt werden.

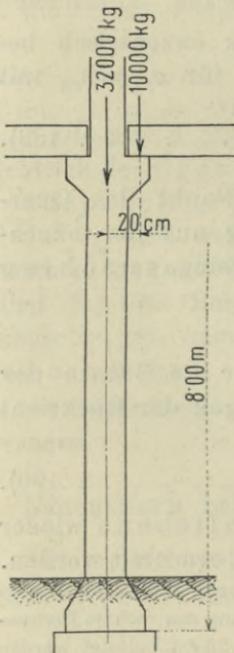
Beispiel: In einem Gebäude soll die in den Figuren 109 und 110 dargestellte Stütze zentrisch mit 32000 kg, überdies aber bei Belastung des rechten Deckenfeldes durch 10000 kg exzentrisch mit einem Hebelarm von 20 cm belastet werden (Mischungsverhältnis 350 kg/m³). Genügt die Stütze?

Die Bedingung $F_k > \frac{F}{1.8}$ ist erfüllt, so daß F mit dem vollen Werte in Rechnung gestellt werden darf.

Die beiden Lasten können durch eine einzige Kraft $P = 42000 \text{ kg}$ ersetzt werden, die in der Entfernung $r = \frac{10000 \cdot 20}{42000} = 4.76 \text{ cm}$ von der Achse wirkt. Zunächst ist

zu untersuchen, ob P innerhalb der Kernweite liegt. Da hier $e = 0.1 h$ ist, kann Tabelle Nr. 11 (S. 178) benützt werden. Die Armierungsziffer ist $p = \frac{8 \cdot 3.8 \cdot 100}{1600} = 1.9$, hierfür gibt die Tabelle Nr. 11: $k = 0.183 \cdot 40 = 7.3 \text{ cm}$. Da also $r < k$ ist, so liegt Fall a) vor, im Querschnitte treten nur Druckspannungen auf. Daß Knicken in Betracht kommt, ersieht man aus dem Werte $\frac{L}{i}$. Aus Tabelle Nr. 11 ergibt sich nämlich $i = 0.303 \cdot 40 = 12.1 \text{ cm}$, somit $\frac{L}{i} = \frac{800}{12.1} = 66.1 > 60$; das entsprechende $\alpha = 0.93$ (s. Tabelle Nr. 12, S. 180). Mit den Werten $F_i = 40 \cdot 40 + 15 \cdot 8 \cdot 3.8 = 2056 \text{ cm}^2$, $S_i = \frac{1}{12} 40^4 + 15 \cdot 6 \cdot 3.8 \cdot 16^2 = 300880 \text{ cm}^4$, $e = 20 \text{ cm}$ ergibt sich nach Gl. 188): $\sigma_{bd} = \frac{42000}{2056} + \frac{42000 \cdot 4.76 \cdot 20}{300880} = 20.4 + 13.3 = 33.7 \text{ kg/cm}^2$, ferner $k s_{bd} = 37 - \frac{1 - 0.93}{0.93} \cdot \frac{42000}{2056} = 35.5 \text{ kg/cm}^2$. Da somit $\sigma_{bd} < k s_{bd}$ ist, so reichen die Abmessungen der Säule für die gegebene Belastung aus.

Figur 109.



Ein anderer Weg wäre die Ermittlung der Tragkraft P' nach Gl. 189). Man findet $P' = 2056 \cdot 37 \cdot \frac{0.93 \cdot 12.1^2}{12.1^2 + 0.93 \cdot 20 \cdot 4.76} = 44090 \text{ kg}$, somit größer als die vorhandene Kraft $P = 42000 \text{ kg}$. Ferner zeigt die Auswertung der Gl. 190), daß auch $P (= 42000 \text{ kg}) < (0.93 \cdot 2056 \cdot 25) = 47800 \text{ kg}$ und somit auch der Bedingung gemäß Gl. 190) entsprochen ist.

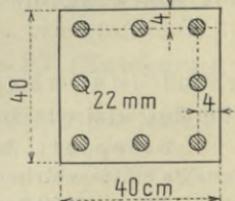
b) Die Kraft P erzeuge sowohl Druck- als auch Zugspannungen.

$$(r > k_1 \text{ oder } r > k_2).$$

In diesem Falle bleibt der gleiche Rechnungsvorgang wie für den Fall 2 b (S. 204 bis 210), bei dem keine Rücksicht auf Knickung zu nehmen war, aufrecht und ist zur Berechnung der Spannungen nach Gl. 182) bis 187) vorzugehen.

Lediglich die zulässigen Betonspannungen werden andere, und zwar gelten bezüglich derselben

Figur 110.



die gleichen Bemerkungen wie im vorhergehenden Unterabschnitte VII, 3 a. Die aus Gl. 184) ermittelte größte Randspannung σ_{bd} darf nicht größer werden als die zulässige Spannung $k s_{bd}$, also

$$\sigma_{bd} \leq k s_{bd} - \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F_i} \dots \dots \dots 191).$$

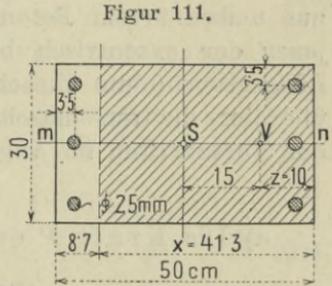
Bei $\sigma_{bd} = s_{bd}$ ergibt sich für die Tragkraft aus Gl. 184) und Gl. 191) der Ausdruck

$$P' = \frac{x S_i s_{bd}}{x + \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot \frac{x S_i}{F_i}} \dots \dots \dots 191 a).$$

Hinsichtlich der Grenzbedingung 190), S. 211 gilt das für Fall 2 b) auf S. 206 über Bedingung 157) Gesagte.

Die Überprüfung eines vorliegenden Tragwerkes muß hiernach mittels der Gl. 184) und 191) geschehen; das Entwerfen derartiger Druckglieder kann hingegen nur auf dem Wege versuchsweiser Annahme der Abmessungen und rechnerischer Nachprüfung erfolgen.

Beispiel: In einem Gebäude wird eine 7.0 m hohe Stütze von dem in Figur 111 dargestellten Querschnitte im Punkte V im Abstände 15 cm vom ideellen Schwerpunkte exzentrisch mit $P = 28000 \text{ kg}$ belastet (Mischungsverhältnis 470 kg/m^3). Genügt die Stütze?



Wegen $F_k > \frac{F}{1.8}$ ist die volle Anrechnung des Betonquerschnittes F zulässig.

Zunächst ist zu untersuchen, ob Fall a) oder b) vorliegt. Die Größen k und i können hier nicht aus der Tabelle Nr. 11 (S. 178) entnommen werden, da $c = 3.5 \text{ cm}$, also nicht gleich $0.1 h = 5 \text{ cm}$ ist. Nach Gl. 178) ist $k = \frac{\mathfrak{S}_i}{F_i e}$; mit $F_i = 30 \cdot 50 + 6 \cdot 15 \cdot 4 \cdot 91 = 1942 \text{ cm}^2$, $\mathfrak{S}_i = \frac{1}{12} 30 \cdot 50^3 + 6 \cdot 15 \cdot 4 \cdot 91 \cdot 21 \cdot 5^2 = 516770 \text{ cm}^4$ und $e = 25 \text{ cm}$ wird $k = 10.6 \text{ cm} < r (= 15 \text{ cm})$. Es liegt somit Fall b) vor, im Querschnitte treten sowohl Druck- als Zugspannungen auf. Man hat also zur Berechnung von x die Gl. 186) anzuwenden; mit $\nu F_e = 15 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 91 = 22095 \text{ cm}^2$, $z = 10 \text{ cm}$, $a = 3.5 \text{ cm}$, $b = 30 \text{ cm}$, $h = 50 \text{ cm}$ ergibt sich $\frac{30 x^3}{6 \cdot 22095} - \frac{30 \cdot 10 \cdot x^2}{2 \cdot 22095} + (50 - 20) x = 2.3 \cdot 5^2 + 50^2 - 50(2.3 \cdot 5 + 10)$, oder $x^3 - 30 x^2 + 1326 x - 73996 = 0$. Hieraus folgt $x = 41.3 \text{ cm}$ und somit $x S_i = \frac{1}{2} 30 \cdot 41.3^2 + 22095(37.8^2 - 5 \cdot 2^2) = 32790 \text{ cm}^3$. Nun ist nachzusehen, ob überdies Knickung in Betracht kommt. Es ist (auf die Achse $m n$ bezogen):

$$\mathfrak{S}_{ik} = \frac{1}{12} 50 \cdot 30^3 + 4 \cdot 15 \cdot 4 \cdot 91 \cdot 11 \cdot 5^2 = 151500 \text{ cm}^4,$$

daher $i = \sqrt{\frac{\mathfrak{S}_{ik}}{F_i}} = \sqrt{\frac{151500}{1942}} = 8.83 \text{ cm}$, $\frac{L}{i} = \frac{700}{8.83} = 79.3 > 60$; es liegt somit nicht Fall 2 b), sondern Fall 3 b) vor. Aus Tabelle 12, S. 180 folgt: $\alpha = 0.768$. Nun wird nach Gl. 191 a)

$$P' = \frac{32790 \cdot 42}{41.3 + \frac{1 - 0.768}{0.768} \cdot \frac{32790}{1942}} = 29700 \text{ kg}.$$

Da $P (= 28000 \text{ kg}) < P' (= 29700 \text{ kg})$ ist, so entsprechen die Abmessungen der Säule der gegebenen Belastung.

4. Exzentrisch belastete Druckglieder aus umschnürtem Beton

bei $\frac{L}{i} < 60$ (keine Knickung).

Die Berechnung von exzentrisch belasteten Druckgliedern aus umschnürtem Beton unterscheidet sich nicht wesentlich von jener der exzentrisch belasteten Druckglieder, in welchen nur Längseisen (ohne Umschnürung) angeordnet sind; es sind nur überdies die auf umschnürten Beton bezüglichen Bestimmungen der Vorschriften im Auge zu behalten.

a) Die Kraft P erzeuge nur Druckspannungen

$$(r < k_{s1} \text{ oder } r < k_{s2}).$$

Die schraubenförmigen Einlagen sind zur Ermittlung der vom Biegemomente herrührenden Spannungen nicht zu berücksichtigen, das heißt, es ist nur zur Bestimmung des Spannungsanteils, der aus dem zentrischen Druck folgt, die ideelle Fläche F_{is} (S. 183 ff.) einzuführen, wobei alle ebendasselbst gemachten Bemerkungen hinsichtlich der Armierungsziffern p_e und p_s sowie deren Grenzwerte, endlich hinsichtlich der Größen φ und ψ vollinhaltlich gelten.

Zur Bestimmung der Spannungen sind die Gl. 176) und 177) anzuwenden, wobei jedoch noch folgendes zu bemerken ist: Die ideelle Fläche F_i in Gl. 176) ist nach obigem durch F_{is} zu ersetzen, da hier die Umschnürung in der vorgeschriebenen Weise zu berücksichtigen ist. Das zweite Glied der Gl. 176), das die vom Momente $M = Pr$ herrührenden Biegungsspannungen darstellt, bleibt hingegen nach obigem unverändert.

Für umschnürte Druckglieder gilt demnach im vorliegenden Falle:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{P}{F_{is}} + \frac{Pr e_2}{\mathfrak{S}_i}, \\ \sigma'_{bd} &= \frac{P}{F_{is}} - \frac{Pr e_1}{\mathfrak{S}_i} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 192).$$

In \mathfrak{S}_i kommen nach dem früheren nur die tatsächlich vorhandenen, allfällig (bei $p > 2.0$) entsprechend zu verringernden Längseisen vor.

Man kann auch für umschnürte Druckglieder in ähnlicher Weise, wie es S. 202 gezeigt wurde, die Kernmomente benützen;

die Kernpunkte weichen hier in ihrer Bedeutung von der allgemein üblichen etwas ab, da ihre Abstände

$$\left. \begin{aligned} k_{s_1} &= \frac{\mathfrak{S}_i}{F'_{is} e_1}, \\ k_{s_2} &= \frac{\mathfrak{S}_i}{F'_{is} e_2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 193)$$

aus zweierlei ideellen Querschnitten ermittelt werden.

Die Spannungen sind

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{^2M_k e_2}{\mathfrak{S}_i}, \\ \sigma'_{bd} &= \frac{^1M_k e_1}{\mathfrak{S}_i} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 194).$$

Druckspannungen treten im Querschnitte wieder nur dann auf, wenn der Angriffspunkt V der Kraft P innerhalb der Kernweite liegt, also $r < k_{s_1}$ oder $r < k_{s_2}$ ist.

Bei der Überprüfung eines vorliegenden umschnürten Druckgliedes kann man entweder σ_{bd} berechnen und es mit dem für exzentrischen Druck zulässigen Wert s_{bd} vergleichen, wobei sein muß

$$\left(\sigma_{bd} = \frac{P}{F'_{is}} + \frac{Pr e_2}{\mathfrak{S}_i} \right) \leq s_{bd} \dots \dots \dots 195),$$

oder man vergleicht P mit der Tragkraft P' , für welche sich nach Gl. 195) bei $\sigma_{bd} = s_{bd}$ ergibt

$$P' = F'_{is} s_{bd} \frac{\varphi i^2}{\varphi i^2 + e_2 r} \dots \dots \dots 196),$$

worin nach Gl. 167) $\varphi = \frac{F'_i}{F'_{is}}$ ist.

Hinsichtlich der Grenzen von φ sowie von $\psi = \frac{F'_b}{F'_{is}}$ gelten die Bemerkungen von S. 184 und 185.

Die Last P ist auch hier an die in den Vorschriften bestimmten Grenzen (s. S. 203) gebunden, und es muß somit die für zentrisch belastete Druckglieder aus umschnürtem Beton giltige Bedingung

$$P \leq \frac{1}{\varphi} F'_i s_{bd} \dots \dots \dots 168)$$

auch bei exzentrischem Druck erfüllt werden.

b) Die Kraft P erzeuge sowohl Druck- als auch Zugspannungen

$$(r > k_{s1} \text{ oder } r > k_{s2}).$$

Bei derartig beanspruchten Tragwerken kommt die Umschnürung zur Bestimmung der Spannungen σ_{bd} überhaupt nicht in Betracht, weil sich der Spannungsanteil, der aus dem zentrischen Druck folgt, nicht von der Gesamtspannung σ_{bd} abtrennen läßt und daher auch die Zuweisung von zwei verschiedenen ideellen Querschnittsflächen F'_{is} und F_i für zentrischen Druck und für das Exzentrizitätsmoment, wie dies im Unterabschnitte VII, 4a durchgeführt wurde, nicht möglich ist. Es sind daher direkt die Gl. 183), 184) und 187) anzuwenden, wobei σ_{bd} mit der zulässigen Spannung s_{bd} für exzentrischen Druck zu vergleichen ist. Die Nichtberücksichtigung der Umschnürung erscheint hier auch insofern gerechtfertigt, als der Spannungsanteil infolge des Biegemomentes im Falle b) immer überwiegt.

Der Grenzwert nach Gl. 168) kommt hier ebenso wie im Falle 2b) nicht in Betracht (s. S. 210).

5. Exzentrisch belastete Druckglieder aus umschnürtem Beton

$$\text{bei } \frac{L}{i} > 60 \text{ (Knickung).}$$

Die Berechnungsweise unterscheidet sich nicht wesentlich von jener für Druckglieder aus Eisenbeton ohne Umschnürung (Unterabschnitt VII, 3) und kann auf die Bemerkungen S. 211 betreffs der hier geltigen zulässigen Spannungen verwiesen werden.

a) Die Kraft P erzeuge nur Druckspannungen

$$(r < k_{s1} \text{ oder } r < k_{s2}).$$

Es ist der gleiche Vorgang, wie im Unterabschnitte VII, 4a gezeigt wurde, einzuschlagen; an die Stelle der zulässigen Spannung s_{bd} in Gl. 195) tritt jedoch

$$k'_{s'bd} = s_{bd} - \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F'_{is}},$$

wornach die Bedingung, daß ein vorliegendes Druckglied den Vorschriften entspricht, lautet

$$\left(\sigma_{bd} = \frac{P}{F'_{is}} + \frac{Pr e_2}{S_i} \right) \leq s_{bd} - \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F'_{is}} \dots \dots \dots 197);$$

hieraus ergibt sich für $\sigma_{bd} = k_s' r$ die Tragkraft

$$P' = F_{is} s_{bd} \frac{\alpha \varphi i^2}{\varphi i^2 + \alpha e_2 r} \dots \dots \dots 198).$$

Die mehrerwähnte Grenzbedingung für die Tragkraft eines exzentrisch beanspruchten Druckgliedes ist auch hier zu beachten und lautet, da in Gl. 190) F_i durch F_{is} zu ersetzen ist,

$$P \leq \left(\alpha F_{is} e_{s_{bd}} = \frac{\alpha}{\varphi} F_i e_{s_{bd}} \right) \dots \dots \dots 199).$$

b) Die Kraft P erzeuge sowohl Druck- als auch Zugspannungen

$$(r > k_{s1} \text{ oder } r > k_{s2}).$$

Für diesen Fall kommt in ähnlicher Weise wie im Unterabschnitte VII, 4b die Umschnürung zur Bestimmung der Spannungen σ_{bd} nicht in Betracht; es sind zur Ermittlung der Nulllinie und der Betonspannung σ_{bd} die Gl. 183) und 184) zu verwenden. Die zulässige Betonspannung $k_s' r$ ist die oben unter 5a) angegebene. Die Tragkraft P' ergibt sich somit für $\sigma_{bd} = k_s' r$ aus Gl. 184) — analog zu Gl. 191a) — mit

$$P' = \frac{x S_i' s_{bd}}{x + \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{x S_i}{F_{is}}} \dots \dots 200).$$

Die Grenzbedingung 199) kommt — s. hierüber Fall 4b), S. 216 — nicht in Betracht.

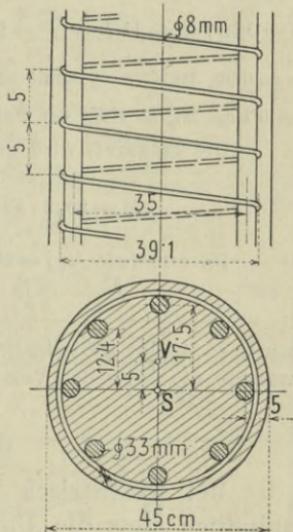
Beispiel. In einem Gebäude ist die in Figur 112 dargestellte Säule von 8.0 m Höhe aus umschnürtem Beton in V exzentrisch im Abstände $r = 5$ cm vom Mittelpunkte mit 49000 kg belastet Mischungsverhältnis 470 kg/m³. Genügt die Säule?

Die Untersuchung soll hier in der Art geführt werden, daß die Tragkraft P' nach den betreffenden Formeln der auf S. 219 folgenden Tabelle Nr. 15 berechnet und mit der wirklichen Last P verglichen wird.

Im vorliegenden Falle ist:

$$L = 800 \text{ cm, } r = 5 \text{ cm, } F_b = \frac{45^2 \cdot \pi}{4} = 1590.4 \text{ cm}^2.$$

Figur 112.



Da $F_k > \frac{F'}{1.8}$, so ist die volle Anrechnung des Betonquerschnittes F' zulässig.

$$F_e = 8 \cdot \frac{3 \cdot 3^2 \pi}{4} = 68.4 \text{ cm}^2,$$

$$F_s = \frac{0.8^2 \pi}{4} \cdot \frac{122.8}{5} = 12.35 \text{ cm}^2,$$

wobei die Länge einer Schraubenwindung (Durchmesser 39.1 cm) gleich $39.1 \cdot \pi = 122.8 \text{ cm}$ ist. Da hier $p_e = \frac{68.4 \cdot 100}{1590.4} = 4.31 > 2.0$, darf nach Gl. 156) nur $p' = 1.33 + 0.33 \cdot 4.31 = 2.77$ und $F'_e = \frac{2.77 \cdot 1590.4}{100} = 44.05 \text{ cm}^2$ (statt F_e) in Rechnung gestellt werden.

Nach Gl. 164) ff. beträgt

$$F'_{i_s} = 1590.4 + 15 \cdot 44.05 + 30 \cdot 12.35 = 2622 \text{ cm}^2,$$

$$F'_i = 1590.4 + 15 \cdot 44.05 = 2251 \text{ cm}^2.$$

Die Verhältniszahlen φ und ψ sind:

$$\varphi = \frac{F'_i}{F'_{i_s}} = 0.858, \quad \psi = \frac{F'_b}{F'_{i_s}} = 0.608;$$

die betreffenden Grenzen $\varphi \leq 0.67$ und $\psi \leq 0.5$ (S. 184) sind also eingehalten.

Weiter berechnet sich nach der Tabelle Nr. 11 (S. 178) genügend genau $i = 0.26 \cdot 45 = 11.7 \text{ cm}$, $i^2 = 136.9 \text{ cm}^2$, $\frac{L}{i} = \frac{800}{11.7} = 68.4$ und nach Tabelle Nr. 12, S. 180: $\alpha = 0.90$. Da $\frac{L}{i} > 60$ und nach Tabelle Nr. 11 für $p_e = 4.3$, $k_{s_1} = k_{s_2} = 0.135 \cdot 45 = 6.1 \text{ cm}$ ist, so liegt der Fall Nr. VII, 5 a der Tabelle Nr. 15 (S. 219) vor.

Die Tragkraft wird daher (mit $s_{b,d} = 42 \text{ kg/cm}^2$)

$$P' = 2622 \cdot 42 \cdot \frac{0.9 \cdot 0.858 \cdot 136.9}{0.858 \cdot 136.9 + 0.9 \cdot 22.5 \cdot 5} = 53200 \text{ kg}.$$

Da nun (mit $c_{s_{b,d}} = 28 \text{ kg/cm}^2$)

$$\alpha F'_{i_s} c_{s_{b,d}} = 0.9 \cdot 2622 \cdot 28 = 66100 \text{ kg}$$

wird, so bleibt die wirkliche Last (49000 kg) unter diesen beiden Grenzwerten, weshalb die Säule den Vorschriften genügt.

6. Schlußbemerkungen.

Bei exzentrisch belasteten Druckgliedern genügt selbstverständlich stets die Untersuchung derjenigen Betondruckspannung, welche an dem, auf der Seite der Exzentrizität gelegenen Rande auftritt ($\sigma_{b,d}$). Die Knickfestigkeit der Längseisen ist im Sinne des Unterabschnittes VI, 6 auch bei exzentrisch belasteten Druckgliedern zu untersuchen.

Hinsichtlich der Schub- und Haftspannungen gilt das auf S. 196 und 197 für zentrisch belastete Säulen Gesagte.

Tabelle Nr. 15.

Formeln für die zulässige Belastung P zentrisch oder exzentrisch beanspruchter Druckglieder aus Eisenbeton.

Ab-schnitt	Be-lastungsart	Armierung	$\frac{L}{i}$	Spannungsverteilung im Querschnitt	Zulässige Belastung $P \leq$ Tragkraft P'	Erläuterung s. Seite		
VI, 2	zentrischer Druck	Längseisen mit Quer-verbindingen	$< 60.$	nur Druck	$P \leq F_i c s_{bd}$	174		
VI, 3			$> 60.$	"	$P \leq \alpha F_i c s_{bd}$	177		
VI, 4			$< 60.$	"	$P \leq \left(F_{is} c s_{cd} = \frac{1}{\varphi} F_i c s_{bd} \right)$	183		
VI, 5			$> 60.$	"	$P \leq \left(\alpha F_{is} c s_{bd} = \frac{\alpha}{\varphi} F_i c s_{bd} \right)$	191		
VII, 2a			Längseisen mit Quer-verbindingen	Längseisen mit Umschnürung**)	$< 60.$	nur Druck ($r < k_1$ oder $r < k_2$)	$P \leq F_i s_{bd} \cdot \frac{i^2}{i^2 + e_2 r}$ $P \leq F_i c s_{bd}$	200
VII, 2b	sowohl Druck als Zug ($r > k_1$ oder $r > k_2$)	$P \leq \frac{\alpha S_i s_{bd}}{x}$				204		
VII, 3a	$> 60.$	nur Druck ($r < k_1$ oder $r < k_2$)			$P \leq F_i s_{bd} \cdot \frac{\alpha i^2}{i^2 + \alpha e_2 r}$ $P \leq \alpha F_i c s_{bd}$	210		
VII, 3b		sowohl Druck als Zug ($r > k_1$ oder $r > k_2$)			$P \leq \frac{\alpha S_i s_{bd}}{1 - \alpha \frac{\alpha S_i}{x + \frac{\alpha}{F_i}}}$	212		
VII, 4a	Längseisen mit Umschnürung**)	$< 60.$			nur Druck ($r < k_{s_1}$ oder $r < k_{s_2}$)	$P' \leq F_{is} c s_{bd} \cdot \frac{\varphi i^2}{\varphi i^2 + e_2 r}$ $P \leq \left(F_{is} c s_{bd} = \frac{1}{\varphi} F_i c s_{bd} \right)$	214	
VII, 4b					sowohl Druck als Zug ($r > k_{s_1}$ oder $r > k_{s_2}$)	$P \leq \frac{\alpha S_i s_{bd}}{x}$	216	
VII, 5a					$> 60.$	nur Druck ($r < k_{s_1}$ oder $r < k_{s_2}$)	$P \leq F_{is} s_{bd} \frac{\alpha \varphi i^2}{\varphi i^2 + \alpha e_2 r}$ $P \leq \left(\alpha F_{is} c s_{bd} = \frac{1}{\varphi} F_i c s_{bd} \right)$	216
VII, 5b						sowohl Druck als Zug ($r > k_{s_1}$ oder $r > k_{s_2}$)	$P \leq \frac{\alpha S_i s_{bd}}{1 - \alpha \frac{\alpha S_i}{x + \frac{\alpha}{F_{is}}}}$	217

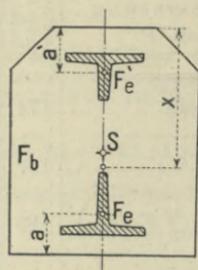
*) Für exzentrischen Druck ist bei Angabe zweier Grenzwerte von P der kleinere maßgebend.

***) Bei allen Druckgliedern aus umschnürtem Beton darf $\varphi = \frac{F_i}{F_{is}}$ nur ≤ 0.67

und $\psi = \frac{F_b}{F_{is}}$ nur ≤ 0.5 in Rechnung gestellt werden.

Wenn die Eiseneinlagen nicht, wie bei den obigen Untersuchungen über Druckglieder bisher angenommen wurde, aus verhältnismäßig kleinen, sondern aus größeren Profilen (Figur 113)

Figur 113.



bestehen, so daß die Vernachlässigung der auf ihre eigene Schwerachse bezogenen Trägheitsmomente J_0 nicht mehr ohneweiters zulässig ist, so ändert sich das erläuterte Verfahren dem Wesen nach nicht; bei der Bestimmung des Trägheitsmomentes J_i oder \mathfrak{J}_i ist dann J_0 zu berücksichtigen.

Zur leichteren Übersicht sind in der Tabelle Nr. 15, Seite 219 für alle in den Abschnitten VI und VII erörterten Belastungs- und Armierungsfälle von Druckgliedern die Formeln für die zulässige Belastung bzw. deren obere Grenze (Tragkraft P') zusammengestellt.

VIII. Berechnung der äußeren Kräfte und Biegemomente äußerlich statisch unbestimmter Tragwerke.

1. Allgemeines.

Die Berechnung der Spannungen in Verbundkörpern, wie sie in den vorangegangenen Abschnitten erörtert wurde, setzt voraus, daß die äußeren Kräfte und die aus ihnen abgeleiteten Biegemomente bereits vorher bestimmt worden sind und daher als bekannt angesehen werden können.

Die Ermittlung der äußeren Kräfte muß sonach auch hier jeder statischen Untersuchung der Spannungen vorangehen.

Die äußeren Kräfte zerfallen bekanntlich in zwei Gruppen, nämlich in die eigentlichen Belastungskräfte (auch „aktive“ Kräfte genannt), das sind die vom Eigengewichte, von der Verkehrs- oder Nutzlast, vom Winddruck u. s. w. herrührenden Kräfte und in die, die Widerstände darstellenden Auflagerkräfte („passive“ Kräfte), welche von den Stützen und Gelenken den durch das Tragwerk auf sie übertragenen Lasten entgegengesetzt werden und mit den Belastungskräften im Gleichgewichte sein müssen.

Die Belastungskräfte lassen sich in jedem einzelnen Falle auf Grund der in den Vorschriften gegebenen Werte über die Eigengewichte verschiedener Baustoffe und die Größe der zunehmenden Nutzlasten, der Winddrücke u. s. w. leicht bestimmen. Auch sind für die Annahme der Wärmeschwankungen, die je nach der Stützungsart der Tragwerke ebenfalls äußere Ursachen für das

Auftreten von Auflagerkräften darstellen können, in den Vorschriften (HV. § 4, Abs. 14, BV. § 4, Abs. 3) Bestimmungen enthalten.

Bezüglich der Nutzlasten ist, insofern sie veränderlich sind, zu beachten, daß sie stets in jener Stellung oder Verteilung auf das Tragwerk einwirkend gedacht werden müssen, welche die betreffende ungünstigste Beanspruchung desselben hervorruft.

Die Grundsätze, nach denen hier zu verfahren ist, gehören in das Gebiet der Baumechanik und werden als bekannt vorausgesetzt.

Die Bestimmung der Auflagerkräfte muß unter Bedachtnahme auf die durch dieselben zu erfüllenden Auflagerbedingungen erfolgen. In dieser Hinsicht unterscheidet man bekanntlich statisch bestimmt und statisch unbestimmt gelagerte Tragwerke. Reichen die Bedingungen des statischen Gleichgewichtes hin, um aus den Belastungskräften die Auflagerkräfte zu bestimmen, so nennt man das Tragwerk auch ein äußerlich statisch bestimmtes; genügen diese Bedingungen aber nicht und müssen deshalb die Gesetze der Elastizitätslehre mit herangezogen werden, so heißt das Tragwerk ein äußerlich statisch unbestimmtes. Je nach der Zahl der auf statischem Wege nicht bestimmbarcn Auflagerkräfte spricht man dann von einfach, zwei- oder mehrfach äußerlich statisch unbestimmten Tragwerken.

Hinsichtlich des Vorganges, welcher einzuhalten ist, um die Auflagerkräfte bei jeder der beiden Gattungen von Systemen zu berechnen, muß gleichfalls, als dem Zwecke dieses Buches ferner liegend, auf die Lehren der Baumechanik verwiesen werden. Erst durch die Kenntnis der Auflagerkräfte wird man in den Stand gesetzt, die bereits früher berührte Frage nach den ungünstigsten statischen Wirkungen (Momente, Querkräfte u. s. w.), welche für eine bestimmte Beanspruchungsweise des Tragwerkes (durch Normal-, Schub- oder Haftspannungen) in Betracht kommen, zu lösen.

Im folgenden soll auf die Ermittlung der äußeren Kräfte nur insoweit eingegangen werden, als es die eigenartige Natur der Tragwerke aus Eisenbeton mit Rücksicht auf die in den Vorschriften gegebenen Weisungen erfordert.

2. Äußerlich statisch unbestimmte Tragwerke.

Hinsichtlich der statisch unbestimmten Systeme ist in den Vorschriften über die Berechnung der Spannungen folgender Punkt enthalten (HV. § 5, Abs. 8 d, BV. § 5, Abs. 7 e):

„Bei der Berechnung der äußeren Kräfte und elastischen Formänderungen äußerlich statisch unbestimmter Tragwerke ist

die aus dem vollen Betonquerschnitte und aus der 15fachen Fläche der Längseisen gebildete ideelle Querschnittsfläche, sowie eine für Druck und Zug im Beton gleich große Formänderungszahl (140000 kg/cm²) in Rechnung zu stellen“.

Dieser Vorschrift entsprechend sind die Werte E , F und \mathfrak{S} in die Bedingungsgleichungen zur Ermittlung der statisch nicht bestimmaren Größen eines Tragwerkes einzusetzen.

Die allgemeine Form dieser Bedingungsgleichungen ist bekanntlich für einen homogenen Körper:

$$L = \int \frac{N}{EF} \cdot \frac{\partial N}{\partial X} dx + \int \frac{M}{E\mathfrak{S}} \cdot \frac{\partial M}{\partial X} dx + \varepsilon t \int \frac{\partial N}{\partial X} dx \dots \dots \dots 201).$$

Hierin bedeuten:

N die Normalkräfte (in der Achsenrichtung des betreffenden Tragwerkes wirkend),

M die Biegemomente,

X eine beliebige der statisch nicht bestimmaren Größen,

E die Formänderungszahl,

\mathfrak{S} Das Trägheitsmoment der aus dem vollen Betonquerschnitte und aus der 15fachen Fläche der Längseisen gebildeten ideellen Querschnittsfläche, deren Größe F ist,

ε den linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten für 1 Grad Celsius,

t den für das ganze Tragwerk konstanten Temperaturunterschied in Celsiusgraden gegenüber jener Temperatur, bei der durch dieselbe allein keine Spannung erzeugt wird,

L die virtuelle Arbeit der Auflagerkräfte für den Zustand „ $X=1$ “, das heißt für jenen Belastungszustand, welcher entsteht, wenn auf das Tragwerk nur die Kraft $X=1$ wirkt und alle gegebenen äußeren Kräfte und die übrigen statisch nicht bestimmaren Größen X' , X'' u. s. w. gleich Null gesetzt werden.

< Ist weder eine Höhenänderung noch ein Ausweichen oder Verdrehen der Widerlager zu berücksichtigen und kann man die elastischen Verdrückungen derselben wie in den meisten Fällen vernachlässigen, so ist L gleich Null zu setzen.

Bei fast allen im Bauwesen vorkommenden statisch unbestimmten Tragwerken ist der Einfluß der Achsialkräfte N gegenüber jenem der Momente M sehr klein und kann demnach in Gl. 201) das erste Glied auf der rechten Seite vernachlässigt werden; kann man überdies von Temperaturänderungen absehen, so erhält man

$$L = \int \frac{M}{E\mathfrak{S}} \cdot \frac{\partial M}{\partial X} \cdot dx \dots \dots \dots 202),$$

worin wieder für starre, unverrückbare Widerlager L gleich Null zu setzen ist.

(Die in den Gl. 201) und 202) vorkommenden Größen F und \mathfrak{S} sind identisch mit den Größen F_i und \mathfrak{S}_i , welche bei der Berechnung der Druckglieder Anwendung fanden).

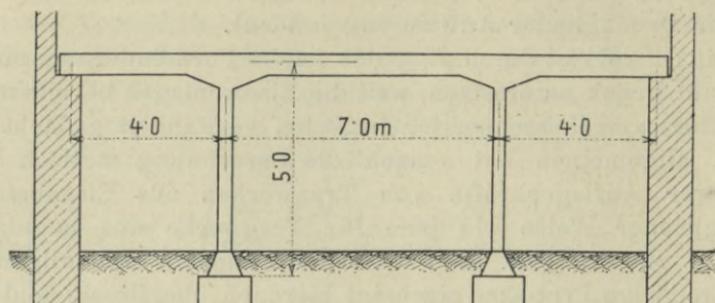
E in Gl. 201) ist durch $E'_{b,d}$, das ist die Formänderungszahl des Betons auf Druck zu ersetzen, weil die Eiseneinlagen bereits mittels des Faktors $\nu = 15$ rechnerisch in Beton verwandelt gedacht sind.

Im allgemeinen hat sonach die Berechnung statisch unbestimmbarer Auflagerkräfte von Tragwerken aus Eisenbeton in genau gleicher Weise wie jene für Tragwerke aus homogenem Materiale zu erfolgen. Ein weiteres Eingehen auf allgemeine, hierhergehörige Probleme erscheint hiernach überflüssig und kann in dieser Beziehung auf die Werke der Baumechanik verwiesen werden. Es sei nur noch besonders hervorgehoben, daß sich die soeben erläuterte Rechnungsweise mit Verwendung der ideellen Gesamtquerschnittsfläche, die aus dem vollen Betonquerschnitte und der 15fach parallel zur Nulllinie verbreiterten Eisenfläche besteht, sowie die Annahme einer gleichen Formänderungszahl des Betons für Zug und Druck im Sinne der Vorschriften ausschließlich auf die Bestimmung der äußeren Kräfte bezieht. Sind aber einmal die äußeren Kräfte für eine gegebene Belastung und aus ihnen die für die gefährlichen Querschnitte maßgebenden Normalkräfte, Querkkräfte und Biegemomente bestimmt, dann sind hinsichtlich der Spannungen die in den amtlichen Bestimmungen vorgeschriebenen und in den früheren Abschnitten erläuterten Berechnungsarten anzuwenden. Hierbei ist also für die Ermittlung der größten Betondruck- und Eisenzugspannungen vom Zugwiderstande des Betons abzusehen und $E'_{b,d} = 140000 \text{ kg/cm}^2 = \frac{1}{15} E_c$ zu setzen, für jene der größten Betonzugspannungen bei den auf Biegung beanspruchten „besonderen“ Hochbau- und bei Brückentragwerken hingegen $E'_{b,z} = 56000 \text{ kg/cm}^2 = 0.4 E'_{b,d}$ anzunehmen.

Hinsichtlich der Untersuchung eines statisch unbestimmten Tragwerkes sei noch folgendes bemerkt: Zur Durchführung einer solchen Untersuchung müssen bereits die Ausmaße und die Armierung der einzelnen Tragwerksteile bekannt sein, sie müssen also vorerst nach Erfahrungssätzen oder Näherungsregeln angenommen werden. Die Rechnung stellt dann eigentlich — wie es übrigens auch bei homogenem Baustoffe der Fall ist — nur die Überprüfung eines angenommenen, bereits dimensionierten Trag-

werkes in der Richtung dar, ob die Maße hinreichen, damit die vorgeschriebenen Grenzwerte eingehalten werden. Zeigt die Be-

Figur 114.



rechnung, daß letzteres nicht der Fall ist, so müssen die angenommenen Maße abgeändert und muß sodann diese Rechnung so oft wiederholt werden, bis die genannten Grenzwerte bei möglichster Ausnützung von Beton und Eisen nicht überschritten werden.

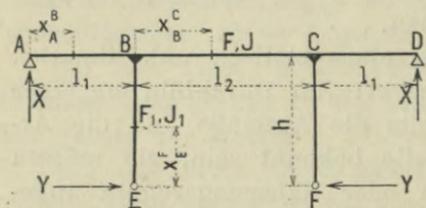
Von den im Bauwesen vorkommenden äußerlich statisch unbestimmten Tragwerken sind als wichtigste zu nennen:

- a) Eingespannte und rahmenartige Tragwerke,
- b) durchlaufende Träger,
- c) plattenförmige Körper und
- d) Gewölbe.

Diese Tragwerksarten werden in den folgenden Abschnitten IX bis XII eingehender erörtert.

Häufig kommen auch Tragwerke aus Eisenbeton mit veränderlichem Querschnitte vor und zwar meist in der Art, daß die Höhe des Querschnittes variiert oder daß die Zahl der Eisen-

Figur 115.



des Querschnittes bietet bei der Bestimmung der äußeren Kräfte statisch unbestimmter Tragwerke keine grundsätzliche Schwierigkeit und kann in ähnlicher Weise wie bei homogenen Körpern erfolgen; die Untersuchung selbst gestaltet sich jedoch wesentlich umständlicher.

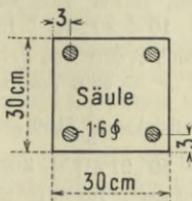
In den meisten Fällen wird man sich begnügen, einen konstanten, mittleren Querschnitt — allfällig unter Berücksichtigung

des Umstandes, daß gewisse Teile des Tragwerkes auf die Werte der statisch unbestimmbaren Größen den stärksten Einfluß haben — in die Rechnung einzuführen. Bei starker Veränderlichkeit des Querschnittes und in gewissen wichtigen Fällen (bei größeren Gewölben) wird man jedoch die genauere Methode nicht umgehen können.

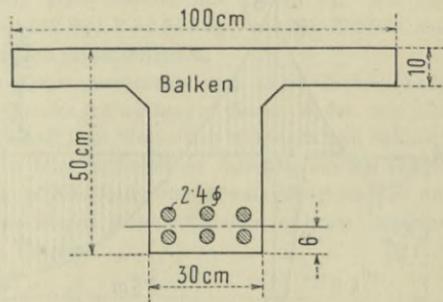
Im nachfolgenden soll der einzuschlagende Vorgang an einem Beispiele dargelegt werden.

Beispiel. Ein über drei Felder durchlaufender Träger ist nach Figur 114 durch zwei mit ihm fest verbundene Säulen unterstützt; da an den beiden Mauern freie Auflagerung stattfindet, darf dieses Tragwerk somit nicht nach der in den HV. § 5, Abs. 5 angegebenen Näherungsregel berechnet werden, Träger und Säulen

Figur 116.



Figur 116a.



sind aus Eisenbeton; der erstere ist mit $q = 3000 \text{ kg/m}$ belastet. Die Querschnitte sind aus Figur 116 und 116 a ersichtlich; die äußeren Kräfte und Momente sind zu ermitteln.

Der vorliegende Fall ist in Figur 115 schematisch dargestellt. Wegen der Symmetrie der Anordnung und der Belastung ist das Tragwerk nur zweifach statisch unbestimmt; als statisch nicht bestimmbare Größen werden der Stützendruck X auf die Seitenmauern und der Horizontalschub Y in E und F angenommen. Die Fußpunkte der Säulen werden als Gelenke betrachtet.

Die allgemeinen Bestimmungsgleichungen für die Unbekannten X und Y lauten, wenn von Stützensenkungen in A und D , von seitlichem Ausweichen der Fußpunkte E und F , von Wärmeschwankungen und vorläufig auch vom Einflusse der Achsialkräfte N abgesehen wird (s. Gl. 202):*)

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= \int \frac{M}{E\mathfrak{S}} \cdot \frac{\partial M}{\partial X} dx = 0, \\ L_2 &= \int \frac{M}{E\mathfrak{S}} \cdot \frac{\partial M}{\partial Y} dx = 0 \end{aligned} \right\}.$$

*) Die Berechnung soll hier zunächst ohne und dann mit Berücksichtigung der Achsialkräfte N durchgeführt werden, um an einem Vergleiche der betreffenden Ergebnisse den verhältnismäßig geringen Einfluß von N zu zeigen.

Die Momente M sind nun zunächst durch die Unbekannten X und Y auszudrücken.

$$\text{Stab } AB : M = Xx - \frac{qx^2}{2}, \quad \frac{\partial M}{\partial X} = x, \quad \frac{\partial M}{\partial Y} = 0.$$

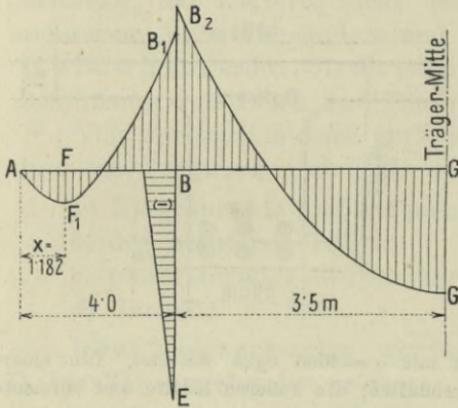
$$\text{Stab } BC : M = Xl_1 + q\left(l_1 + \frac{l_2}{2}\right)x - q\frac{(l_1+x)^2}{2} - Yh, \quad \frac{\partial M}{\partial X} = l_1, \quad \frac{\partial M}{\partial Y} = -h.$$

$$\text{Stab } BE : M = -Yx, \quad \frac{\partial M}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial M}{\partial Y} = -x.$$

Durch Einsetzen dieser Werte in obige Gleichungen findet man bei Integration bis zur Tragwerkmittle:

$$\left. \begin{aligned} X\left(\frac{l_1}{3} + \frac{l_2}{2}\right) - Y\frac{hl_2}{2} &= \frac{q}{24}\left(3l_1 + 6l_2 - \frac{l_2^3}{l_1^2}\right), \\ Xl_1 - Y\left(h + \frac{2}{3}\frac{\mathfrak{S}h^2}{\mathfrak{S}_1l_2}\right) &= \frac{q}{12}\left(6l_1^3 - l_2^3\right) \end{aligned} \right\}.$$

Figur 117.



Im vorliegenden Falle ist zu setzen:

$$\begin{aligned} l_1 &= 400 \text{ cm}, \quad l_2 = 700 \text{ cm}, \quad h = \\ &= 500 \text{ cm}, \text{ ferner für den Balken:} \\ F &= 100 \cdot 10 + 30 \cdot 40 + 15 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 52 = \\ &= 2607 \text{ cm}^2, \quad \mathfrak{S} \text{ (für den Schwerpunkts-} \\ &\text{abstand } x = 22,6 \text{ cm vom oberen} \\ &\text{Plattenrande)} = \frac{1}{3} [100 \cdot 22,6^3 - 70 \cdot \\ &\cdot 12 \cdot 6^3 + 30 \cdot 27 \cdot 4^3] + 406,8 \cdot 21 \cdot 4^2 = \\ &= 730100 \text{ cm}^4; \text{ für die Säule: } F_1 = \\ &= 30 \cdot 30 + 15 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 01 = 1021 \text{ cm}^2, \\ \mathfrak{S}_1 &= \frac{1}{12} 30^4 + 15 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 01 \cdot 12^2 = 84870 \text{ cm}^4; \\ q &= 30 \text{ kg/cm}. \end{aligned}$$

Die Gleichungen für X und Y nehmen hiermit die Form an:

$$\left. \begin{aligned} 9,67 X - 8,75 Y &= 32560 \text{ kg}, \\ 4 X - 25,48 Y &= 11750 \text{ kg} \end{aligned} \right\},$$

woraus sich $X = 3438 \text{ kg}$ und $Y = 78,6 \text{ kg}$ ergibt. Das Bild der auftretenden Momente ist in Figur 117 dargestellt. Hierbei sind die größten Werte: Unmittelbar links von

Stütze B : $\overline{BB_1} = M_1 = Xl_1 - \frac{ql_1^2}{2} = -1025000 \text{ kgcm}$; am Säulenkopfe $M_3 =$
 $= Yh = -39300 \text{ kgcm}$; unmittelbar rechts von Stütze B : $\overline{BB_2} = M_1 + M_3 =$
 $= M_2 = -1054300 \text{ kgcm}$; im ersten Felde $M_4 = \overline{FF_1} = 197000 \text{ kgcm}$; in der
 Mitte des zweiten Feldes $M_5 = \overline{GG_1} = \frac{1}{8} ql_2^2 + M_2 = 783200 \text{ kgcm}$. Der Achsial-
 druck auf eine Säule ist $D = q\left(l_1 + \frac{l_2}{2}\right) - X = 19060 \text{ kg}$.

Bei Berücksichtigung der Formänderungen infolge der Achsialkräfte lauten die Bestimmungsgleichungen nach Gl. 201):

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \int \frac{N}{EF} \cdot \frac{\partial N}{\partial X} dx + \int \frac{M}{E\mathfrak{S}} \cdot \frac{\partial M}{\partial X} dx = 0, \\ I_2 &= \int \frac{N}{EF} \cdot \frac{\partial N}{\partial Y} dx + \int \frac{M}{E\mathfrak{S}} \cdot \frac{\partial M}{\partial Y} dx = 0 \end{aligned} \right\}.$$

Für M sind die gleichen Werte wie oben zu setzen; weiter wird:

$$\text{Stab } AB : N = 0.$$

$$\text{Stab } BC : N = -Y, \quad \frac{\partial N}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial N}{\partial Y} = -1.$$

$$\text{Stab } BE : N = q \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right) - X.$$

$$\frac{\partial N}{\partial X} = -1, \quad \frac{\partial N}{\partial Y} = 0.$$

Es ergeben sich folgende Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} X \left(\frac{l_1}{3} + \frac{l_2}{2} + \frac{\mathfrak{S}h}{F_1 l_1^2} \right) - Y \frac{h l_2}{2 l_1} &= \frac{q}{24} \left[l_1 \left(3 l_1 + 6 l_2 - \frac{l_2^3}{l_1^2} \right) + \frac{12 \mathfrak{S}h}{F_1 l_1} \left(2 + \frac{l_2}{l_1} \right) \right], \\ X l_1 - Y \left(h + \frac{2 \mathfrak{S}h^2}{3 \mathfrak{S}_1 l_2} + \frac{\mathfrak{S}}{F'h} \right) &= \frac{q}{12} (6 l_1^2 - l_2^2) \end{aligned} \right\}$$

Die früheren Bestimmungsgleichungen für X und Y unterscheiden sich von den zuletzt gefundenen durch den Wegfall aller Glieder mit F' und F_1 . Mit den obigen Ziffernwerten wird hieraus $X = 3542 \text{ kg}$, $Y = 94.8 \text{ kg}$, welche Zahlen sich von den früher gefundenen nur unwesentlich unterscheiden.

Nach vollzogener Bestimmung der Biegemomente und Achsialkräfte kann die Untersuchung der Spannungen in der bereits früher besprochenen Weise erfolgen.

Es mögen hier noch behufs Vergleiches jene Werte der Momente und Stützendrücke angegeben werden, welche sich bei dem vorliegenden durchlaufenden Träger dann ergeben würden, wenn man — wie es häufig in der Praxis geschieht — auf die steife Verbindung des Trägers mit den Säulen keine Rücksicht nähme. Alsdann ist nach der Theorie der durchlaufenden Träger

$$\text{bei A} \dots \dots \dots X' = \frac{q}{4} \cdot \frac{3 l_1^3 + 6 l_1^2 l_2 - l_2^3}{l_1 (2 l_1 + 3 l_2)} = 3369 \text{ kg},$$

$$\text{bei B} \dots \dots \dots M'_1 = -\frac{q}{4} \cdot \frac{l_1^3 + l_2^3}{2 l_1 + 3 l_2} = -1052600 \text{ kgcm}.$$

Das größte positive Moment ($X'x - \frac{1}{2} q x^2$) im 1. Felde wird zum Maximum für $x = 112.3 \text{ cm}$:

$$M'_4 = 189200 \text{ kgcm};$$

das größte positive Moment im 2. Felde wird

$$M'_5 = \frac{1}{8} q l_2^2 + M'_1 = 784900 \text{ kgcm};$$

der Achsialdruck in der Säule ist

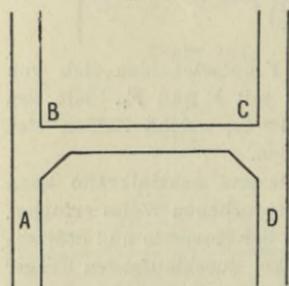
$$D = q \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right) - X' = 19130 \text{ kg}.$$

Ein Vergleich mit den früher gefundenen Werten ergibt, daß im gegebenen Falle der Einfluß der starren Verbindung von Säule und Träger auf den letzteren ein relativ geringer ist und 7 bis 13 v. H. beträgt; für die Säule ist er, da die zutreffendere erste Berechnung die Biegemomente berücksichtigt, ein wesentlich größerer; im vorliegenden Falle würde die Vernachlässigung des Einflusses der starren Verbindung die Spannungen in der Säule um zirka 27 v. H. zu klein ergeben.

IX. Eingespannte und rahmenartige Tragwerke.

Träger, welche an ihren Enden derart gelagert sind, daß sich die Tangente an die elastische Linie daselbst bei einer Belastung nicht frei verdrehen kann, nennt man bekanntlich „eingespannt“. Man unterscheidet eine „vollkommene“ oder „feste“ Einspannung, bei welcher die Neigung der erwähnten Tangente unverrückbar festgelegt ist, und eine „unvollkommene“ oder „teilweise“ Einspannung, bei welcher eine Verdrehung der Tangente bis zu einem gewissen Grade möglich ist, wobei dieser Grad durch die Art der Auflagerung und die elastischen Eigenschaften der in Betracht kommenden Baustoffe bedingt wird.

Figur 118.



Strenge genommen ist es praktisch nicht möglich, eine vollkommene Einspannung auszuführen, da sie eine unendlich starre Stütze zur Voraussetzung haben müßte; man wird demnach stets mit einer mehr oder minder unvollkommenen Einspannung zu rechnen haben. Die in solchen Fällen zu

lösende Aufgabe hat nun gemäß den Vorschriften (HV. BV. § 5, Abs. 2) darin zu bestehen, den durch die baulichen Anordnungen bedingten Grad der Einspannung rechnerisch zu fassen und nur diesen bei der Dimensionierung oder der Untersuchung der Spannungen zu berücksichtigen.

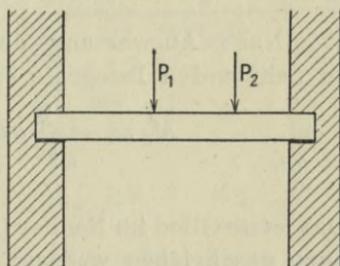
Werden bei Tragwerken die Eiseneinlagen von Trägern in die Stützen übergeführt, so daß eigentlich ein einziges ununterbrochenes Tragwerk entsteht (wie z. B. in Figur 118), so werden von den ersteren auf die Stützen nicht bloß Auflagerkräfte, sondern auch Biegemomente übertragen, das heißt Stützen und Träger beeinflussen gegenseitig ihre Biegungen. Betrachtet man den Träger *B C* für sich, so sind die Biegemomente an den Enden *B* und *C* desselben nicht gleich Null wie bei frei aufliegenden Trägern, sondern sie haben einen bestimmten, vom Biegungswiderstande der Stützen und des Trägers *B C* selbst abhängigen Wert, das heißt der Träger ist „teilweise“ eingespannt. Diese „rahmenartigen Tragwerke“ oder auch bloß „Rahmen“ genannten Tragwerke stellen ein- oder mehrfach statisch unbestimmte Systeme dar; die Lösung solcher Aufgaben kann unter gewissen Voraussetzungen genau oder nur mit einem größeren oder geringeren Grade von Annäherung erfolgen. Wegen des einzuschlagenden

Vorganges muß hinsichtlich der einfeldrigen, ein- oder mehrgeschossigen Rahmen auf den Abschnitt VIII hingewiesen werden, woselbst auch ein Beispiel für ein statisch unbestimmtes Tragwerk ähnlicher Art (S. 225 ff.) vorgeführt ist.

Es möge hier nur noch darauf aufmerksam gemacht werden, daß bei solchen Tragwerken nach Ermittlung der äußeren Kräfte und Momente selbstverständlich zu untersuchen ist, ob die an den Einspannungsstellen B und C (Figur 118) befindlichen Querschnitte und Eiseneinlagen hinreichen, um den Anforderungen der Vorschriften betreffs der zulässigen Spannungen zu entsprechen.

Eine Einspannung der Trägerenden kann aber auch in anderer Art bestehen oder herbeizuführen gesucht werden und zwar am häufigsten in der Weise, daß ein Träger nach Figur 119 in eine Mauer eingreift, woselbst das Trägerende durch das darauf lastende Mauerwerk niedergehalten wird. Hier soll nun dieser letztere Fall besprochen werden.

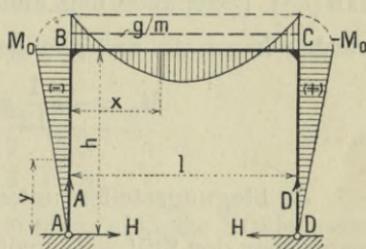
Figur 119.



Gemäß den Vorschriften ist in einem vorliegenden Falle, bei dem eine Einspannung in Frage kommt, zunächst das Einspannungsmoment zu bestimmen und dann zu untersuchen, welche Spannungen unter Voraussetzung dieser als vollkommen anzusehenden oder nur teilweisen Einspannung in den maßgebenden Bauteilen entstehen.

Für die Untersuchung der Einspannungsmomente gilt die schematische Darstellung in Figur 120. Die beiden Stützen AB und CD mögen gleichartig sein, also gleiche Fläche F_1 und gleiches Trägheitsmoment \mathfrak{S}_1 besitzen; für den Träger BC sind unter den bezüglichen Werten F und \mathfrak{S} die im Sinne der Erörterungen auf S. 222 auf die ideelle Gesamtfläche bezogenen Werte zu verstehen.

Figur 120.



Die Formänderungszahl des Materials der Stütze sei E_1 , für jene des Trägers ist $E = E_{b,d}$ einzuführen. Es werde gleichförmig verteilte Belastung des Trägers angenommen.

Bezeichnet M_0 das gesuchte Einspannungsmoment, so gilt, wenn von Temperaturänderungen, ferner von Veränderungen in der Höhenlage und der gegenseitigen Entfernung der unteren Endpunkte der Stützen abgesehen und vorausgesetzt wird, daß sich

die Stützen um diese Endpunkte drehen können (eine namhafte Einspannung wird wohl nur in seltenen Fällen stattfinden), für $X = M_0$ nach Gl. 201)

$$L = \int \frac{N}{EF} \cdot \frac{\partial N}{\partial M_0} \cdot dx + \int \frac{M}{E\mathfrak{S}} \cdot \frac{\partial M}{\partial M_0} \cdot dx = 0.$$

Für die einzelnen Tragwerksteile gelten mit den Bezeichnungen der Figur 120 u. zw.

$$\text{für Stab } AB \text{ und } CD: M = M_0 \frac{y}{h}, N = \frac{y l}{2},$$

$$\text{für Stab } BC: M = M_0 + \frac{1}{2} g x (l - x), N = \frac{M_0}{h}.$$

Nach Auswertung der zwischen den maßgebenden Grenzen zu nehmenden Integrale erhält man:

$$M_0 = - \frac{1}{12} g l^2 \cdot \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{E\mathfrak{S}}{E_1\mathfrak{S}_1} \cdot \frac{h}{l} + \frac{\mathfrak{S}}{Fh^2}} \dots 203).$$

Das letzte Glied im Nenner (herrührend von den Achsialkräften) kann auch geschrieben werden:

$$\frac{\mathfrak{S}}{Fh^2} = \left(\frac{i}{h} \right)^2,$$

wenn i den der Kraftebene entsprechenden Trägheitshalbmesser des Balkenquerschnittes bedeutet.

Das Verhältnis $\frac{i}{h}$ ist in praktischen Fällen meist so klein, daß $\left(\frac{i}{h} \right)^2$ gegenüber den anderen Größen im Nenner vernachlässigt werden kann, so daß genügend genau wird

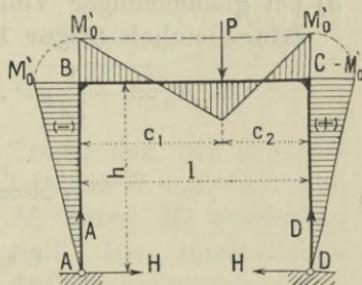
$$M_0 = - \frac{1}{12} g l^2 \cdot \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{E\mathfrak{S}}{E_1\mathfrak{S}_1} \cdot \frac{h}{l}} \dots 203 a).$$

Je biegeungssteifer unter sonst gleichen Umständen der Träger gegenüber der Stütze, je größer also $\frac{E\mathfrak{S}}{l}$ gegenüber $\frac{E_1\mathfrak{S}_1}{h}$ ist, umso kleiner wird M_0 , d. h. destoweniger wird die Einspannung wirksam. Ist hingegen $\frac{E_1\mathfrak{S}_1}{h}$ des für die Einspannung in Frage kommenden

Mauerpfeilers oder Mauerteiles groß gegenüber $\frac{E\mathfrak{S}}{l}$, was bei starken und niedrigen Pfeilern oder Mauern eintritt, dann wird das zweite Glied des Nenners gegen 1 klein und kann vernachlässigt werden.

Alsdann wird $M_0 = -\frac{1}{12} g l^2$. Es tritt somit bei dieser symmetrischen Belastung ein Eckmoment auf, das gleich jenem der vollen Einspannung ist. Man wird aber dann, sowie für jeden aus Gl. 203 a) berechneten Wert von M_0 im Sinne der Vorschriften noch zu untersuchen haben, ob diese Einspannung durch bauliche Anordnung tatsächlich und ohne Überschreitung der zulässigen Spannungen der in Betracht kommenden Bauteile erzielt ist. Diese Untersuchung bezieht sich einerseits auf das, die Einspannung bewirkende, auflastende oder durch Zuganker angehängte Mauergewicht, andererseits auf die Randspannungen in den Auflagerflächen. Zur Biegungsbeanspruchung der Stützen kommt noch je als zentrische achsiale Druckkraft $\frac{g l}{2}$ hinzu.

Figur 121.



Bevor jedoch hierauf eingegangen wird, soll noch der wichtige Fall einer in allgemeiner Lage senkrecht auf den Träger wirkenden Einzellast P (Figur 121) behandelt werden. Durch eine ähnliche Berechnungsweise wie oben erhält man auch bei unsymmetrischer Belastung für die Ecke B und C gleichgroße Einspannungsmomente

$$M_0' = -\frac{P c_1 c_2}{2l} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{E \mathfrak{S}}{E_1 \mathfrak{S}_1} \cdot \frac{h}{l} + \frac{\mathfrak{S}}{F h^2}} \quad \dots \quad 204),$$

welcher Ausdruck sich nach der fast stets gestalteten Vernachlässigung des Nennerendgliedes auf

$$M_0' = -\frac{P c_1 c_2}{2l} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \frac{E \mathfrak{S}}{E_1 \mathfrak{S}_1} \cdot \frac{h}{l}} \quad \dots \quad 204 a)$$

reduziert. Stellen die beiden Stützen starke, niedrige Pfeiler oder Mauern vor, so wird in B und C : $M_0' = -\frac{P c_1 c_2}{2l}$, ein Wert, der bei symmetrischer Belastung gleich jenem bei voller Einspannung: $-\frac{P l}{8}$ ist.

Als zentrische, achsiale Druckkräfte kommen überdies für die Stützen: $A = \frac{P c_2}{l}$ und $D = \frac{P c_1}{l}$ in Betracht.

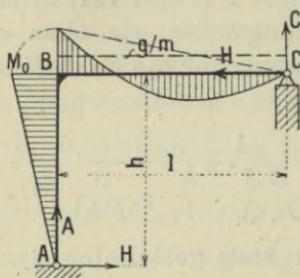
Bei der Herleitung der Gl. 203) und 204) wurde vorausgesetzt, daß die beiden Stützen gleichartig sind, also gleiches E_1 , F_1 und \mathfrak{S}_1 aufweisen; ist dies nicht der Fall, so können die entsprechenden Gleichungen in ähnlicher Weise wie oben hergeleitet werden.

Es kommt im Bauwesen auch vor, daß eine Einspannung nur auf einer Seite eintritt, während auf der anderen Seite unverschiebliche, gelenkige Auflagerung stattfindet. (Figur 122 und 123.) Hierfür gelten nachstehende Gleichungen, die auf dem oben bezeichneten Wege gewonnen werden können:

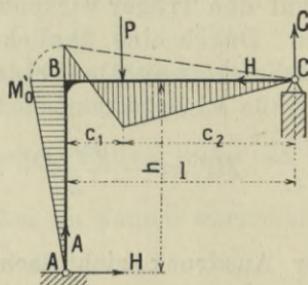
a) bei gleichmäßiger Vollbelastung des Trägers mit g auf die Längeneinheit (Figur 122)

$$\left. \begin{aligned} M_0 &= -\frac{1}{12} g l^2 \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{E\mathfrak{S}}{E_1\mathfrak{S}_1} \cdot \frac{h}{l} + \frac{\mathfrak{S}}{Fh^2}}, \\ A &= \frac{1}{l} \left(\frac{g l^2}{2} - M_0 \right), \\ C &= \frac{1}{l} \left(\frac{g l^2}{2} + M_0 \right) \end{aligned} \right\} \dots 205),$$

Figur 122.



Figur 123.



b) bei Wirkung einer Einzellast P im Abstände c_1 bzw. c_2 von den Stützen (Figur 123)

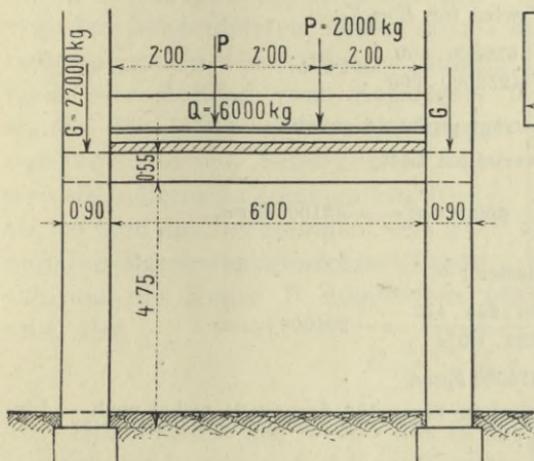
$$\left. \begin{aligned} M_0 &= -\frac{P c_1 c_2}{2l} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{E\mathfrak{S}}{E_1\mathfrak{S}_1} \cdot \frac{h}{l} + \frac{\mathfrak{S}}{Fh^2}}, \\ A &= \frac{1}{l} (P c_2 - M_0), \\ C &= \frac{1}{l} (P c_1 + M_0) \end{aligned} \right\} \dots 206).$$

In den zuletzt angegebenen Gleichungen für M_0 bzw. M_0' kann wieder mit hinreichender Genauigkeit in allen praktisch vorkommenden Fällen das Endglied im Nenner vernachlässigt werden.

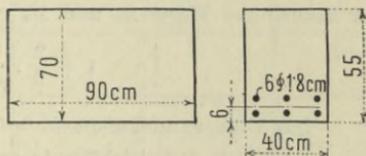
Bei starker, niedriger Stütze AB erhält man $M_0 = -\frac{gl^2}{12}$ bzw. $M'_0 = -\frac{Pc_1c_2}{2l}$, d. h. die gleichen Werte wie bei zwei-stieligen Rahmen.

Ist das drehbare Ende C des Trägers BC verschieblich, so stellt das Tragwerk einen auf 2 Stützen A und C frei aufliegenden

Figur 124.



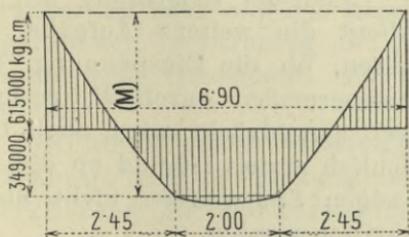
Figur 125.



Träger dar, der Horizontalschub H und somit auch M_0 bzw. M'_0 werden zu Null. Die tatsächlichen Auflagerbedingungen werden je nach der konstruktiven Ausgestaltung entweder mehr dem Grenzfall der festen Gelenklagerung oder dem der freien Auflagerung entsprechen. In zweifelhaften Fällen sollten daher beide Grenzfälle durch die Dimensionierung gedeckt erscheinen.

Mit Hilfe der Gl. 203) und 204) bzw. 203 a) und 204 a) oder der Gl. 205) und 206) kann jeder beliebige Fall einer lotrechten Belastung untersucht werden.

Figur 126.



Beispiel. Bei einem Gebäude greift der Unterzug einer Decke aus Eisenbeton in einen Pfeiler aus Stampfbeton, eingespannt und in der aus Figur 124 ersichtlichen Weise belastet, ein. Es sollen zunächst die Spannungen im Balken ermittelt werden.

Zur Bestimmung des Einspannungsmomentes sollen die (hier genügend genauen) Gl. 203 a) und 204 a) angewendet werden. Es ist bei rechteckigem Pfeilerquerschnitt mit den Seitenlängen 70 cm und 90 cm nach Figur 124 und 125 : $h = (475 + 27.5) \doteq 500$ cm, $l = 690$ cm und (für den nichtarmierten Pfeiler) $\mathfrak{S}_1 = \frac{1}{12} 70 \cdot 90^3 = 4252000$ cm⁴. Der Schwerpunkt der ideellen Gesamfläche $(40 \cdot 55 + 6 \cdot 15 \cdot 2.54 = 2429$ cm²) des Balkens liegt im Abstände $z = \frac{6 \cdot 15 \cdot 2.54 \cdot 21.5}{2429} = 2.0$ cm von der

Mitte, also 29.5 cm von der oberen bzw. 25.5 cm von der unteren Kante entfernt. Demnach ist, wenn die Eisenfläche hier mit genügender Genauigkeit im gemeinsamen Schwerpunkt der beiden Scharen vereinigt gedacht wird,

$$\mathfrak{S} = \frac{1}{3} 40 \cdot (29.5^3 + 25.5^3) + 6 \cdot 15 \cdot 2 \cdot 54 \cdot 19.5^2 = 650300 \text{ cm}^4.$$

Der Ausdruck

$$1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{E\mathfrak{S}}{E_1\mathfrak{S}_1} \cdot \frac{h}{l}$$

im Nenner der Werte M_0 und M_0' wird für $E = E_1$:

$$1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{650300 \cdot 500}{4252000 \cdot 690} = 1.074$$

Das Spannungsmoment beträgt genügend genau:

a) bezüglich der gleichförmig verteilten Last

$$M_0 = -\frac{1}{12 \cdot 1.074} 6000 \cdot 690 = -321000 \text{ kgcm},$$

b) bezüglich der beiden Einzellasten:

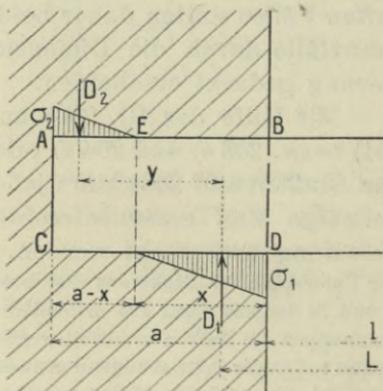
$$M_0' = -\frac{2 \cdot 2000 \cdot 245 \cdot 445}{2 \cdot 690 \cdot 1.074} = -294000 \text{ kgcm},$$

zusammen (M_0) = $M_0 + M_0' = -615000 \text{ kgcm}$.

Die entstehenden Momente sind in Figur 126 dargestellt, wobei noch — hinreichend genau — gemacht wurde:

$$(M) = 2000 \cdot 245 + \frac{6000}{690} \left[345 \cdot 245 - \frac{245^2}{2} \right] = 964000 \text{ kgcm}.$$

Figur 127.



Nach der Ermittlung von M_0 obliegt die weitere Aufgabe, zu prüfen, ob die Einspannung, die gewissermaßen durch M_0 rechnerisch ausgedrückt wird, auch tatsächlich erzielt ist und ob die zulässigen Spannungen nicht überschritten werden.

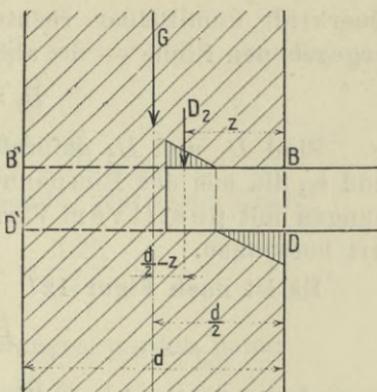
Ist in Figur 127 A^*BCD der in die Stütze eingreifende Teil des Trägers, so entsteht, wenn mit Rücksicht auf die verhältnismäßig geringe Länge dieses Teiles ange-

nommen wird, daß er bei der Biegung gerade bleibt, die dargestellte Kräfteverteilung; in DF drückt der Träger nach abwärts, in AE nach aufwärts. Die Druckspannungen nehmen geradlinig von F gegen D und von E gegen A zu und erreichen ihre größten Werte σ_1 und σ_2 in D und A .

Die Resultierenden der Gegendrücke seien D_1 und D_2 ; die erste greift in einem Abstände $\frac{x}{3}$ von D , letztere im Abstände $\frac{a-x}{3}$ von A an.

Figur 128.

Der Resultierenden D_2 wirkt das Gewicht des oberhalb befindlichen Mauerwerkteiles, welcher durch das Trägerende zu heben und von den benachbarten Teilen abzutrennen gesucht wird, entgegen. Sieht man, wie üblich, vom Zugwiderstande des Mauerwerkes und auch von vorhandenen Scherkräften, so weit sie in Betracht kommen könnten, ab, so muß das Drehmoment des genannten Mauerwerkgewichtes (Figur 128) um die Kante B mindestens gleich jenem des Druckes D_2 sein, also



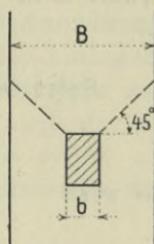
$$G \frac{d}{2} \geq D_2 z.$$

Hinsichtlich der Größe des in Rechnung zu ziehenden Mauerkörpers wird man von AE etwa unter 45° ausgehende Verteilungsflächen des Druckes annehmen können (Figur 129).

Wird statt einer Belastung des Trägerendes eine Verankerung nach abwärts angebracht, so ist D_2 der Zug in dieser Verankerung und muß letztere hiernach (sowohl nach Querschnitt als Länge) dimensioniert werden.

Figur 129.

Ist hinreichendes Belastungsgewicht vorhanden, so erübrigt noch die Prüfung der Spannungen in den Druckflächen AE und DF (Figur 127) sowie in der Mauerwerksfuge BB' (Figur 128) und zwar hinsichtlich letzterer, ob nicht etwa Zugspannungen an einer der Kanten entstehen.



Man kann hiezu folgendes Näherungsverfahren einschlagen. Das Einspannungsmoment M_0 des Balkens, das nach dem früheren bestimmt wurde, kann genügend genau

$$M_0 = D_2 y = \frac{2}{3} D_2 a \text{ und daher } D_2 = \frac{3 M_0}{2 a}$$

gesetzt werden. Bei der in Figur 127 eingetragenen Richtung des Gegendruckes D_2 ist M_0 mit seinem absoluten Werte einzuführen.

Die Stützweite L des Balkens ist hierbei bis zu D_1 reichend, also $L = l + \frac{x}{3}$ vorausgesetzt.

Ist R_l die nur aus der gegebenen Belastung zu bestimmende Querkraft unmittelbar rechts von D_1 , so ist für die Kräfte im angegebenen Sinne — die absoluten Werte in Rechnung gestellt —

$$D_1 = D_2 + R_l.$$

Sind D_1 und D_2 gefunden, so lassen sich die Spannungen σ_1 und σ_2 , die aus der Einspannung allein folgen (als Druckspannungen mit positivem Vorzeichen eingeführt), in nachstehender Art berechnen.

Es ist nach Figur 127

$$D_1 = \frac{b x}{2} \sigma_1,$$

wenn b die Breite der Auflagerfläche des Balkens ist und

$$D_2 = -\frac{b (a - x)}{2} \sigma_2,$$

ferner

$$\sigma_1 : \sigma_2 = x : (a - x).$$

Nach Einsetzen dieser Größen in die Gleichung

$$D_1 = D_2 + R_l$$

erhält man

$$\frac{x^2}{(a - x)^2} = 1 + \frac{2 a R_l}{3 M_0}.$$

Setzt man

$$\sqrt{1 + \frac{2 a R_l}{3 M_0}} = C,$$

so wird

$$x = \frac{a C}{1 + C}$$

} 207).

Mit dem hiedurch bestimmten Wert von x ergeben sich dann

$$\sigma_1 = \frac{2 D_1}{b x} = \frac{2}{b x} \left(R_l + \frac{3 M_0}{2 a} \right),$$

$$\sigma_2 = \frac{2 D_2}{b (a - x)} = \frac{3 M_0}{a b (a - x)}$$

} 208).

Um die gesamte in D herrschende Druckspannung σ zu finden, muß nun zu σ_1 noch die vom Belastungsgewichte (Auflast oder verankertes Mauergewicht) herrührende Biegungs- und Normal-

spannung σ' hinzugefügt werden. An dem ober der Fuge $D D'$ befindlichen Mauerwerk greift ein in D Zug erzeugendes Moment

$$M' = D_2 \left(\frac{d}{2} - z \right)$$

oder (mit Beachtung von $z = \frac{2a+x}{3}$)

$$M' = \frac{M_0}{4a} (3d - 4a - 2x)$$

und überdies eine nach abwärts wirkende, zentrische Kraft

$$N' = G - D_2 = G - \frac{3M_0}{2a}$$

an.

Die entsprechenden Kantenspannungen werden daher

$$\left. \begin{array}{l} \text{in } D: \quad \sigma' = \frac{N'}{bd} - \frac{6M'}{bd^2}, \\ \text{in } D': \quad \sigma'' = \frac{N'}{bd} + \frac{6M'}{bd^2} \end{array} \right\} \dots \dots \dots 209).$$

Die gesamte Kantenspannung in D ist somit

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma'.$$

Den Bedingungen der Vorschrift entsprechend, müssen σ , (σ_2^*) und σ'' innerhalb der gestatteten Grenzen bleiben. Ist dies bei einer dieser Größen nicht der Fall, so muß durch Anordnung von Unterlagsplatten eine hinreichende Verbreiterung der Auflagerfläche geschaffen werden, um den Druck auf das Mauerwerk auf das gestattete Maß herabzumindern. Hierbei ist aber auch darauf zu achten, daß die Druckspannung des Tragwerkes selbst an den Auflagerflächen nicht etwa größer ist, als für dasselbe zulässig ist.

Auf dem angedeuteten Wege läßt sich in den Fällen, in welchen Tragwerke aus Eisenbeton nicht durch Überführen der Eiseneinlagen in die (Beton-) Widerlager mit diesen ein Ganzes bilden, sondern in Mauerwerk (Ziegel-, Stein- oder Betonmauerwerk) bloß eingreifen und dort übermauert sind, der Grad der Einspannung beurteilen und hiernach das Tragwerk dimensionieren.

*) Streng genommen wäre (ebenso wie σ_1 in D) σ_2 noch durch eine Biegungs- und Normalspannung zu ergänzen. Da aber die Kante A der Pfeilermitte wesentlich näher liegt als die Kante D , wird diese Korrektur hier vernachlässigt werden können. Das nachfolgende Zahlenbeispiel zeigt, daß selbst σ' und σ'' nur verhältnismäßig kleine Spannungszuschläge sind.

Die Erfahrung lehrt aber, daß die Bedingungen einer vollkommenen Einspannung in solchen Fällen selbst bei verhältnismäßig geringen Spannweiten nie vollständig zutreffen; es ist nämlich zu beachten, daß einerseits die verschieden starke Zusammenpressung in den Auflagerflächen des Widerlagers eine Verdrehung der Tangente an die elastische Linie und eine Änderung der letzteren selbst bewirkt, die nicht der angenommenen Spannungsverteilung entsprechen, und daß andererseits schon ganz geringe Verdrehungen dieser Tangente das Tragwerk zu einem frei aufliegenden machen.

Nach HV. § 5, Abs. 2 ist dann, wenn ein Träger auf einer Mauer aus gewöhnlichen Ziegeln und Weißkalkmörtel auflagert bezw. in dieselbe eingreift, für die Bestimmung der positiven Feldmomente keinerlei Einspannung in Rechnung zu stellen. Für die negativen Momente ist, demselben Absatz entsprechend — wie schon auf S. 228 ausgeführt —, der Grad der Einspannung maßgebend. Falls derselbe nicht ermittelt wird, ist nach HV. § 5, Abs. 27 durch entsprechende Anordnung von Eiseneinlagen demselben konstruktiv Rechnung zu tragen.

Beispiel. Es soll die Einspannung im Sinne der obigen Bemerkungen an dem auf S. 233 und 234 berechneten Beispiele eines eingespannten Trägers untersucht werden. Die Auflagerlänge a ist 50 cm, demnach

$$D_2 = \frac{3 M_0}{2 a} = \frac{3 \cdot 615000}{2 \cdot 50} = 18450 \text{ kg.}$$

$R_l = \frac{1}{2} 6000 + 2000 = 5000 \text{ kg}$, demnach $D_1 = D_2 + R_l = 23450 \text{ kg}$; ferner wird nach Gl. 207) mit

$$C = \sqrt{1 + \frac{2 a R_l}{3 M_0}} = 1.15 \dots x = 26.8 \text{ cm.}$$

Liegt der Träger ohne Unter- oder Überlagsplatten im Betonpfeiler, so werden die Kantenpressungen nach Gl. 208)

$$\sigma_1 = \frac{2}{b x} \left(R_l + \frac{3 M_0}{2 a} \right) = 43.8 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_2 = \frac{3 M_0}{a b (a - x)} = 39.8 \text{ kg/cm}^2.$$

Da mit $z = \frac{2 a + x}{3} = 42.3 \text{ cm}$ das Drehmoment $G \frac{d}{2} - D_2 z = 210000 \text{ kgcm}$ positiv wird, reicht nach S. 235 das Belastungsgewicht $G = 22000 \text{ kg}$ hier aus, um ein Abheben des oberen Mauerwerksteiles hintanzuhalten.

Die Kantenspannungen in D und D' (Figur 125) werden nach Gl. 209) mit $N' = G - D_2 = 3350 \text{ kg}$ und $M' = D_2 \left(\frac{d}{2} - z \right) = 49810 \text{ kgcm}$:

$$\sigma' = \frac{N'}{b d} - \frac{6 M'}{b d^2} = 0.1 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{bzw. } \sigma'' = \frac{N'}{b d} + \frac{6 M'}{b d^2} = 1.9 \text{ kg/cm}^2.$$

Die größte Kantenspannung (in D) beträgt demnach $\sigma = \sigma_1 + \sigma' = 43.8 + 0.1 = 43.9 \text{ kg/cm}^2$, in A genügend genau $\sigma_2 = 39.8 \text{ kg/cm}^2$.

Ist der Pfeiler etwa aus Stampfbeton 350 kg/m^3 hergestellt, wofür bei Biegung und exzentrischem Druck nur $\sigma_{b,d} = 30 \text{ kg/cm}^2$ zulässig ist, so werden im vorliegenden Falle entsprechend breite Unterlagsplatten anzuordnen sein.

Laut der Hochbau-Vorschriften (§ 4, Abs. 5) ist für durchlaufende, mit ein- oder mehrgeschossigen Stützen aus Eisenbeton entsprechend steif verbundene Träger (rahmenartige Tragwerke), sofern nicht der Nachweis der auftretenden Kräfte und Biegemomente im Sinne von HV. § 5, Abs. 3 und 4 erbracht wird, (siehe hiefür S. 221 bis 227), für lotrechte Trägerbelastungen auch ein Näherungsverfahren zur Bestimmung der Stützen- und Querkräfte sowie der Biegemomente zulässig. Dieses besteht in folgendem: Die negativen Feldmomente sind den bei gedachter vollständiger Einspannung des betreffenden Feldes entstehenden gleich zu halten. Die positiven Feldmomente sind gleich jenen bei gedachter freier Auflagerung des betreffenden Feldes, jedoch vermindert mit Rücksicht auf die, der gleichen Laststellung und einer vollständigen Einspannung entsprechenden Stützenmomente anzunehmen, wobei von diesen letzteren nur zwei Drittel in Rechnung zu ziehen sind; für die positiven Feldmomente in den Endfeldern ist an den Endstützen eine Einspannung nicht zu berücksichtigen. Für die Ermittlung der Biegemomente in den Stützen sind die oben bezeichneten vollen Einspannungsmomente der anschließenden Felder unter Annahme der jeweils ungünstigsten Felderbelastungen zugrunde zu legen und das Fußmoment einer Stütze mit der Hälfte des Kopfmomentes derselben Stütze, jedoch mit entgegengesetztem Vorzeichen zu bemessen. Querkräfte und Stützendrücke sind wie für durchlaufende Träger zu berechnen.

~ Diese angenäherte Berechnungsweise derartiger Rahmentragwerke (wozu somit die einfeldrigen ein- oder mehrgeschossigen nicht gehören) gestaltet sich demnach wie folgt:

In Figur 130 ist ein solches Tragwerk mit totalen gleichförmigen Belastungen g_1, g_2, g_3 aller Geschosse schematisch dargestellt. Die durchlaufenden Träger $A_I D_I, A_{II} D_{II}, A_{III} D_{III}$ sind mit den Stützen $A A_{III}, B B_{III}, C C_{III}$ und DD_{III} steif verbunden.

~ Die negativen Feldmomente ergeben sich aus den Momentenlinien der einzelnen, jeweilig beiderseits fest eingespannt gedachten Trägerfelder. Die negativen Momentenflächen der Träger sind wagrecht schraffiert.

Für die positiven Feldmomente muß zwischen Mittel- und Endfeldern unterschieden werden. Bei Mittelfeldern ist

für die volle Einspannung des an dieser Stütze allein als eingespannt vorausgesetzten Trägerfeldes. An der Außenstütze ist der Abschnitt hingegen — der hier vorausgesetzten freien Auflagerung entsprechend — gleich Null. Die entsprechenden positiven Momentenflächen der Träger sind lotrecht schraffiert.

↪ Zur Bestimmung der Momente in den Stützen geht man von den Kopfmomenten der Stützen des obersten Geschosses aus. In einer Endstützenreihe, beispielsweise der linken: $A A_I A_{II} A_{III}$, ist zunächst das Kopfmoment im dritten Geschoß:

$$K_A^{III} = M_A^{III},$$

d. i. gleich dem betreffenden Einspannungsmoment des angrenzenden Trägerfeldes. Das Fußmoment derselben Stütze beträgt

$$F_A^{II} = -\frac{1}{2} K_A^{III}.*)$$

An dem Kopfe der Stütze des zweiten Geschosses greift das Fußmoment F_A^{II} , sowie das Einspannungsmoment des dort einbindenden Trägers an, so daß

$$K_A^{II} = M_A^{II} + F_A^{II}.$$

Das Fußmoment derselben Stütze beträgt:

$$F_A^I = -\frac{1}{2} K_A^{II},$$

ferner das Kopfmoment

$$K_A^I = M_A^I + F_A^I$$

und endlich das Fußmoment der untersten Stütze:

$$F_A = -\frac{1}{2} K_A^I.$$

Die Summen sind algebraische und sämtliche Werte sind mit ihrem Vorzeichen — Einspannungsmomente somit negativ — einzuführen.

Für den Fall als der Fuß in A an das Fundament gelenkig angeschlossen ist oder daselbst Flächenlagerung besteht, ist $F_A = 0$ zu setzen.

Für jede Stütze ist die Momentenlinie eine Gerade, da zwischen Kopf und Fuß keine Biegemomente sowie keine, eine Querkraft erzeugende Last hinzutreten.

Für die Vorzeichen der Momente in den Stützen und für die Auftragung derselben wird folgende Annahme gemacht, deren

*) Dieser Wert von F_A^{II} entspricht der Annahme, daß bei der Biegung der Stütze Kopf und Fuß nicht horizontal ausweichen.

Einhaltung von Bedeutung ist, da nur so Verwechslungen zwischen Zug- und Druckseite in den Stützen hintangehalten werden können:

Momente, welche Krümmungen der elastischen Linie entsprechen, die nach $\left\{ \begin{array}{l} \text{rechts} \\ \text{links} \end{array} \right\}$ konvex verlaufen, werden $\left\{ \begin{array}{l} \text{positiv} \\ \text{negativ} \end{array} \right\}$ bezeichnet und — einem ganz allgemein eingeführten Vorgang folgend — von der Stützenachse nach der Seite der Konvexität, d. h. nach der Zugseite hin aufgetragen.

In einer Mittelstützenreihe, z. B.: $B B_I B_{II} B_{III}$ beeinflussen den Stützenkopf die beiderseits angrenzenden Trägerfelder in entgegengesetztem Biegungssinne, so daß in jeden Stützenkopf die algebraische Differenz der Einspannungsmomente M der beiden angrenzenden Felder eingeleitet wird. Der obigen Annahme über die Vorzeichen der Kopfmomente entspricht es nun, von dem Einspannungsmoment des rechts liegenden Trägerfeldes jenes des links liegenden Feldes abzuziehen.

Auf die Kopfmomente des obersten Geschosses sind natürlich nur die beiderseits anschließenden Träger, hingegen auf jene der unteren Geschosse auch die Fußmomente der jeweils dort angeschlossenen Stütze des oberen Geschosses Einfluß nehmend. Man erhält somit:

$$K_B^{III} = M_{B,r}^{III} - M_{B,l}^{III}, \quad F_B^{II} = -\frac{1}{2} K_B^{III},$$

$$K_B^{II} = (M_{B,r}^{II} - M_{B,l}^{II}) + F_B^{II}, \quad F_B^I = -\frac{1}{2} K_B^{II},$$

$$K_B^I = (M_{B,r}^I - M_{B,l}^I) + F_B^I, \quad F_B = -\frac{1}{2} K_B^I,$$

bezw. bei gelenkigem Anschluß oder bei Flächenlagerung:

$$F_B = 0.$$

Aus der für die Bestimmung der Vorzeichen und für die Berechnung der Momente gemachten Annahme folgt, daß sich das oberste Kopfmoment der $\left\{ \begin{array}{l} \text{linken} \\ \text{rechten} \end{array} \right\}$ Außenstütze immer $\left\{ \begin{array}{l} \text{negativ} \\ \text{positiv} \end{array} \right\}$, somit $\left\{ \begin{array}{l} \text{gleich} \\ \text{entgegengesetzt} \end{array} \right\}$ bezeichnet wie das entsprechende Einspannungsmoment des anschließenden Trägerfeldes ergibt.*)

*) Es ist dies eine nur scheinbare Unstimmigkeit, welche bedingt ist durch die im ganzen Tragwerk gleichartige Zuweisung desselben Momentenvorzeichens für die nach derselben Seite gekehrte Konvexität der elastischen Linie. Mit der Einführung der „Außenseite“ und „Innenseite“ kann bei mehrstieligen Rahmen nicht mehr das Auslangen gefunden werden. Eine gleichen Ursachen entspringende Analogie besteht bei der Beziehung zwischen den Stützendrücken und den daselbst auftretenden

Aus dem Bildungsgesetz der Kopfmomente ist ohne weiters zu ersehen, daß die größten Kopfmomente erzielt werden, wenn die Differenz der Einspannungsmomente der angrenzenden Trägerfelder einen absolut größten Wert ergibt und wenn gleichzeitig das Fußmoment der darüber stehenden Stütze gleiches Vorzeichen wie diese Differenz der Einspannungsmomente besitzt. Aus beiden Bedingungen zusammengenommen folgt für das bisher besprochene dreigeschossige Rahmentragwerk, daß für die größten Kopfmomente (bezw. Fußmomente) die gleichförmig verteilten Lasten nach dem Schema der Figur 131 oder nach einem Schema aufzubringen sind, für welche die nach dieser Figur unbelasteten Felder vollständig belastet werden und umgekehrt. Beispielsweise ergibt die Belastung nach Figur 131 das größte negative Kopfmoment für B_{III} und B_I und gleichzeitig für das größte positive Kopfmoment für B_{II} . Für das größte positive Kopfmoment in B_{III} und B_I und gleichzeitig für das größte negative Kopfmoment in B_{II} müßten hingegen die Felder $A_{III} B_{III} A_I B_I B_{II} C_{II}$ belastet und die Felder $A_{II} B_{II} B_{III} C_{III} B_I C_I$ unbelastet sein.

Bei gleich großen Feldern, sowie bei totaler gleichförmig verteilter Belastung sämtlicher Felder, wobei diese Belastung je in einem Geschoß in den einzelnen Trägerfeldern gleich groß ist, sind alle Mittelstützen rechnermäßig ohne Momente; erst durch eine Nutzlast, die nicht symmetrisch zu einer Mittelstützenreihe aufgebracht ist, werden diese Mittelstützen rechnermäßig auf Biegung beansprucht.

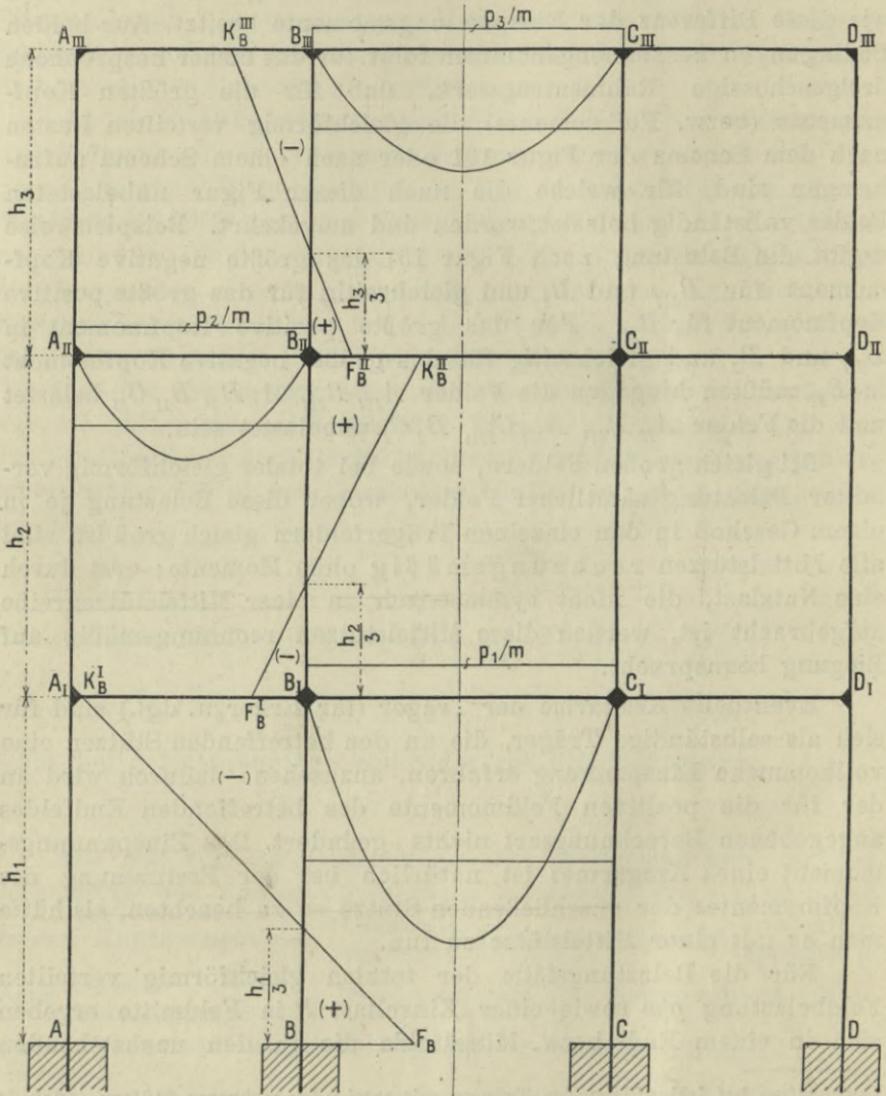
Eventuelle Kragarme der Träger (für Erker u. dgl.) sind für sich als selbständige Träger, die an den betreffenden Stützen eine vollkommene Einspannung erfahren, anzusehen: dadurch wird an der für die positiven Feldmomente des betreffenden Endfeldes angegebenen Berechnungsart nichts geändert. Das Einspannungsmoment eines Kragarmes ist natürlich bei der Bestimmung des Kopfmomentes der anschließenden Stütze so zu beachten, als hätte man es mit einer Mittelstütze zu tun.

Für die Belastungsfälle der totalen gleichförmig verteilten Feldbelastung g/m sowie einer Einzellast P in Feldmitte ergeben sich in einem End- bzw. Mittelfelde die in den nachstehenden

Querkräften bei freiaufliegenden Trägern mit zwei oder mehreren Stützen. Auch da ist durch die Annahme über den Sinn der Querkräfte jeweilig ein Stützendruck gleich der algebraischen Differenz aus der rechts und links auftretenden Querkraft, so daß der Stützendruck der $\left. \begin{array}{l} \text{linken} \\ \text{rechten} \end{array} \right\}$ Außenstütze $\left. \begin{array}{l} \text{gleiches} \\ \text{entgegengesetztes} \end{array} \right\}$ Vorzeichen wie die Querkraft an der gleichen Stelle besitzt.

Figuren 132 a), b) bzw. 133 a), b) eingetragenen Momentenlinien, wie sie der Berechnung der Träger eines Rahmentragwerkes zu Grunde zu legen sind.

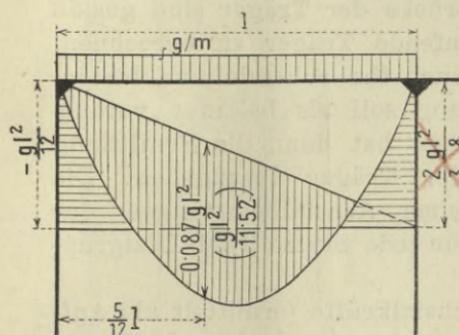
Figur 131.



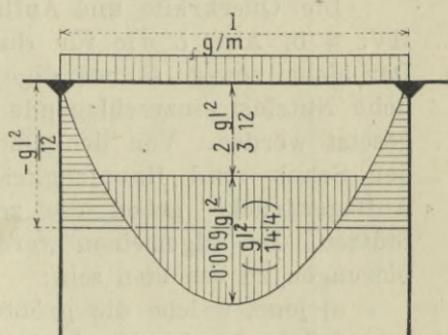
Für andere Belastungsfälle (partielle, gleichförmig verteilte Belastung, Einzellasten in beliebiger Lage und für Kombinationen solcher Belastungen) sind ebenfalls jeweilig die für die Berech-

nung maßgebenden Momentenflächen in den Mittel- und Endfeldern zu ermitteln und können hierfür die in Tabelle Nr. 16 (nach S. 246) für charakteristische Belastungsfälle angegebenen Formeln unter Berücksichtigung des durch die amtliche Vorschrift (HV. § 5, Abs. 5) festgesetzten Näherungsverfahrens mit Vorteil Verwendung finden. In dieser Tabelle sind die notwendigen Werte für die einerseits frei aufliegenden, andererseits fest eingespannten sowie

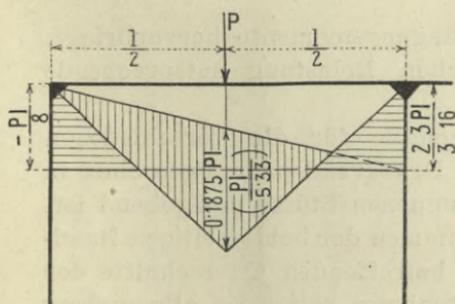
Figur 132 a.



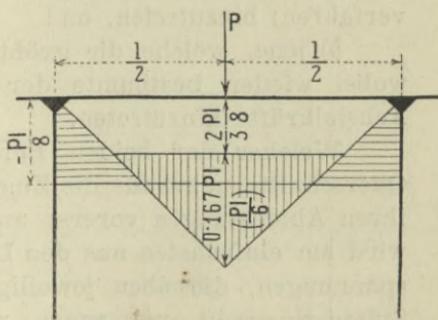
Figur 133 a.



Figur 132 b.



Figur 133 b.



für die beiderseits fest eingespannten Träger eingetragen. (Die Werte der Auflagerdrücke kommen für die Berechnung rahmenartiger Tragwerke nicht in Betracht, sie können nur dann, wenn die in Tabelle Nr. 16 angeführten Träger als selbständige Tragwerke vorliegen, angewendet werden,

Handelt es sich ausnahmsweise um bewegliche verteilte Belastung oder um bewegliche Einzellasten, so wird man aus Einflußlinien für die Momente einzelner Querschnitte der einzelnen Trägerfelder unter Beachtung des vorangeführten

Näherungsverfahren die betreffenden Größtwerte bestimmen und dieselben auch weiterhin zur Berechnung der Stützen selbst verwenden.

Die auf die erörterte Art gefundenen Momentenflächen der Träger und Stützen bilden die Grundlage für die Austeilung der Längseisen, d. i. für die Materialverteilung sowie für die Untersuchung auf Haftspannungen; aus der Veränderung der Momente in den Stützen können schließlich auch die Schubspannungen der letzteren bestimmt werden.

Die Querkräfte und Auflagerdrücke der Träger sind gemäß HV. § 5, Abs. 5 wie für durchlaufende Träger zu berechnen. Der hiebei sowohl für ständige als auch für ruhende und bewegliche Nutzlast einzuschlagende Vorgang soll als bekannt vorausgesetzt werden. Von den Querkräften hat dann die Ermittlung der Schub- und Hauptzugkräfte der Träger auszugehen. Die Auflagerdrücke geben die zentrischen Achsialbelastungen der Stützen. Im allgemeinen werden für jede Stütze zwei Lastgruppierungen zu beachten sein:

a) jene, welche die größten Achsialkräfte (ermittelt als Auflagerdrücke der durchlaufenden Träger) erzeugt, wobei bestimmte, der gleichen Belastung entsprechende Biegemomente (ermittelt nach dem durch die HV. § 5, Abs. 5 festgelegten Näherungsverfahren) hinzutreten, und

b) jene, welche die größten Biegemomente hervorbringt, wobei wieder bestimmte der gleichen Belastung entsprechende Achsialkräfte hinzutreten.

Welcher der beiden Belastungsfälle für die verschiedenen Querschnitte u. zw. für die Zug- und Druckrandspannungen einer in ihren Abmessungen vorerst angenommenen Stütze maßgebend ist, wird am einfachsten aus den Diagrammen der beiderseitigen Randspannungen, dieselben jeweilig im betreffenden Querschnitte der Stütze wagrecht aufgetragen, zu entnehmen sein. Im allgemeinen wird an den Köpfen und Füßen die Lastgruppierung *b)*, an den mittlere Säulenpartien die Lastgruppierung *a)* die größeren Randspannungen erzeugen.

Natürlich muß hier, wo rechnerisch die Zugteile des Betons ausgeschaltet werden, in die Belastung die ständige Last gleichzeitig mit einbezogen werden.

Tabelle Nr. 16.
 Biegemomente und Stützdrücke a) für einseitig frei aufliegende, andererseits fest eingespannte, b) für beiderseits fest eingespannte Träger.

Nr.	Belastungsfall	Momente und Stützdrücke
1	<p>Figur 134.</p>	$M = -\frac{1}{8} g l^2 = -0.125 g l^2$ $\sum R = \frac{1}{8} g l^2 = 0.125 g l^2$ $D_1 = \frac{3}{8} g l = 0.375 g l$ $D_2 = \frac{5}{8} g l = 0.625 g l$
2	<p>Figur 135.</p>	$M = -\left[\frac{(b+c)^2 - c^2}{2} \frac{(b+c)^3 - c^3}{2l} + \frac{(b+c)^4 - c^4}{8l^2} \right] P$ $\sum R = \frac{(2a+b)(2c+b)}{4l} p b$ $D_1 = \left[\frac{(b+c)^3 - c^3}{2l^2} - \frac{(b+c)^4 - c^4}{8l^3} \right] P$ $D_2 = p b - D_1$
3	<p>Figur 136.</p>	$M = -\frac{2l^2 - b^2}{8l^2} p b^2$ $\sum R = \frac{2c+b}{4l} p b^2$ $D_1 = \frac{3}{8} p l - \frac{(3l+b)c^2}{8l^3} p c$ $D_2 = p b - D_1$
4	<p>Figur 137.</p>	$M = -\frac{(l+a)^2}{8l^2} p b^2$ $\sum R = \frac{2a+b}{4l} p b^2$ $D_1 = \frac{(3l+a)b^2}{8l^3} p b$ $D_2 = p b - D_1$
5	<p>Figur 138.</p>	$M = -\frac{l^2 - x^2}{2l^2} P x$ $\sum R = \frac{l-x}{l} P x$ $D_1 = \frac{(l-x)^2(2l+x)}{2l^3} P$ $D_2 = P - D_1$
6	<p>Figur 139.</p>	$M_1 = M_2 = -\frac{1}{12} g l^2 = -0.083 g l^2$ $M = \frac{1}{24} g l^2 = 0.0417 g l^2$ $\sum R = \frac{1}{8} g l^2 = 0.125 g l^2$ $D_1 = D_2 = \frac{1}{2} g l$
7	<p>Figur 140.</p>	$M_1 = -\frac{1}{2} (2a+b) - \frac{2}{3l} (3a^2 + 3ab + b^2) + \frac{1}{4l^2} (4a^3 + 6a^2b + 4ab^2 + b^3) p b$ $M_2 = -\frac{1}{9} (2c+b) - \frac{2}{3l} (3c^2 + 3bc + b^2) + \frac{1}{4l^2} (4c^3 + 6cb^2 + 4b^2c + b^3) p b$ $\sum R = \frac{(2a+b)(2c+b)}{4l} p b$ $D_1 = \frac{2c+b}{2l} p b + \frac{M_2 - M_1}{l}$ $D_2 = p b - D_1$
8	<p>Figur 141.</p>	$M_1 = -\frac{l^2 + 2cl + 3c^2}{12l^2} p b^2$ $M_2 = -\frac{(4l-3b)b}{12l^2} p b^2$ $\sum R = \frac{2c+b}{4l} p b^2$ $D_1 = \frac{2c+b}{2l} p b + \frac{M_2 - M_1}{l}$ $D_2 = p b - D_1$
9	<p>Figur 142.</p>	$M_1 = -\frac{(l-x)^2}{l^2} P x$ $M_2 = -\frac{x^2}{l^2} P (l-x)$ $\sum R = \frac{l-x}{l} P x$ $D_1 = \frac{l-x}{l} P + \frac{M_2 - M_1}{l}$ $D_2 = P - D_1$

X. Durchlaufende Träger.*)

In den Vorschriften sind mehrere Bestimmungen enthalten, welche sich auf durchlaufende (kontinuierliche) Träger beziehen. Zunächst ist (HV., BV. § 5, Abs. 3) festgesetzt, daß Tragwerke, welche über mehrere Felder durchgehen und auf den Stützen frei aufrufen, nach den Regeln für durchlaufende Träger unter Berücksichtigung der jeweils ungünstigsten Laststellung zu berechnen sind. Hiernach darf also im allgemeinen nicht eine gleichmäßige Vollbelastung eines oder aller Felder mit der veränderlichen (Nutz-)Last zur Bestimmung der Querkräfte und Biegemomente benützt werden, sondern es sind mit Hilfe der maßgebenden Teilbelastung die Maximalwerte der genannten Größen für jeden Querschnitt zu ermitteln. Letzteres ist insbesondere überall dort unbedingt erforderlich, wo eine Veränderlichkeit des Querschnittes durch Wechsel der Eiseneinlagen herbeigeführt werden soll, wo es sich also um eine Materialverteilung, somit um Bestimmung der Eisenlängen, ferner um Austeilung von Bügeln u. s. w. handelt. Bei beweglichen Einzellasten werden die ungünstigsten Laststellungen am zweckmäßigsten mittels Einflußlinien ermittelt werden.

Eine weitere Bestimmung (HV., BV. § 5, Abs. 4) besagt, daß durchlaufende Platten von Plattenbalken ohne Bedachtnahme auf die elastischen Formänderungen der Balken als auf diesen frei aufruhend berechnet werden können. Bei dieser Tragwerksgattung kann also die Senkung oder Verdrehung der Balken (Rippen) außer Acht gelassen und ein freies Aufrufen, d. h. eine ungehinderte Beweglichkeit der Platte über den Balken, ferner eine unveränderliche Höhenlage der letzteren für die Rechnung vorausgesetzt werden.

Im allgemeinen gilt jedoch nach derselben Bestimmung auch für durchlaufende Träger die Festsetzung, daß bei einer entsprechend steifen Verbindung derselben mit elastischen Stützen die Formänderung der letzteren infolge der Wirkung der äußeren Kräfte zu berücksichtigen ist.

Derartige durchlaufende Tragwerke müssen hinsichtlich der äußeren Kräfte natürlich nach den allgemeinen Regeln für statisch unbestimmt gelagerte Träger untersucht werden und ist daher auf den vorangehenden Abschnitt zu verweisen, wo auch ein

*) Das Näherungsverfahren für durchlaufende rahmenartige Tragwerke (HV. § 5, Abs. 5) ist im Abschnitt IX besprochen.

Beispiel vorgeführt wurde. Hier sollen nur die durchlaufenden Tragwerke im engeren Sinne, die auf unnachgiebigen Stützen frei aufruhem, mit Rücksicht auf ihr häufiges Vorkommen im Bauwesen etwas näher besprochen werden.

Einleitend sei bemerkt, daß, wenn es auch theoretisch unnachgiebige, absolut starre Stützen nicht gibt, immerhin mit genügender Genauigkeit fast alle gewöhnlich vorkommenden Fälle, in welchen platten- oder balkenförmige Tragwerke über Mauern oder Träger aus Eisenbeton hinweglaufen, unter der Annahme fester Stützen berechnet werden können; bei der Ausführung ist dann aber dieser Annahme dadurch Rechnung zu tragen, daß durch sachgemäße Fundierung einer Senkung oder Verdrehung der Widerlager oder Stützen vorzubeugen ist. Auch die Berücksichtigung einer durch Veränderlichkeit der Trägerhöhe oder der Eiseneinlagen bedingten Querschnittsänderung für die Ermittlung der äußeren Kräfte bietet zwar theoretisch keine Schwierigkeiten, ist aber, abgesehen von der für die Praxis sehr ins Gewicht fallenden Umständlichkeit der Rechnungen, praktisch bedeutungslos gegenüber den sonstigen mannigfachen, nur annähernd gültigen rechnerischen Voraussetzungen. Es soll daher im folgenden zur Vereinfachung die Annahme eines konstanten Querschnittes gemacht werden.

Hinsichtlich des im allgemeinen bei der Untersuchung durchlaufender Träger einzuschlagenden Vorganges muß, als den Zwecken des vorliegenden Buches ferner liegend, auf die Theorie dieser Trägergattung verwiesen werden. Für die einfacheren Fälle von zwei oder drei gleichen oder ungleichen sowie von mehr als drei, jedoch gleichen Feldern lassen sich verhältnismäßig einfache Formeln für die maßgebenden statischen Größen aufstellen, welche die Berechnung wesentlich vereinfachen. Demgemäß sind in der folgenden Tabelle Nr. 17 die betreffenden statischen Werte zusammengestellt und zwar für zwei und drei gleiche oder ungleiche Felder, für gleichförmige Belastung und für eine Einzellast in beliebiger Lage.

In die Tabelle sind für den jeweiligen, dort dargestellten Belastungsfall die Stützenmomente, dann bei gleichförmiger Last das Moment in der Feldmitte des entsprechenden einfelderigen, frei aufliegenden Trägers, ferner bei Einwirkung einer Einzellast das Moment am Angriffspunkte der Last, gleichfalls auf den einfelderigen frei aufliegenden Träger derselben Feldweite bezogen, endlich für die Ermittlung der Querkräfte die Werte einzelner Stützendrücke aufgenommen.

Nr.	Belastungsfall	Momente (Stützdrücke)	Nr.	Belastungsfall	Momente (Stützdrücke)
1	<p>Figur 143.</p>	$M_1 = -\frac{1}{8} g l^2$ $\mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M}_2 = \frac{1}{8} g l^2$ $\left(D_0 = D_2 = \frac{3}{8} g l, D_1 = \frac{10}{8} g l \right)$ $\max M = 0.0703 g l^2 \text{ bei } x = \frac{3}{8} l$	7	<p>Figur 149.</p>	$M_1 = M_2 = -\frac{1}{10} g l^2$ $\mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M}_2 = \mathfrak{M}_3 = \frac{1}{8} g l^2$ $(D_0 = D_3 = 0.4 g l, D_1 = D_2 = 1.1 g l)$ <p>1. Feld: $\max M = 0.08 g l^2$ bei $x = 0.4 l$ 2. „ : $\max M = 0.025 g l^2$ „ $x = 0.5 l$</p>
2	<p>Figur 144.</p>	$M_1 = -\frac{1}{16} p l^2$ $\mathfrak{M}_1 = \frac{1}{8} p l^2$ $\left(D_0 = \frac{7}{16} p l, D_1 = \frac{5}{8} p l, D_2 = -\frac{1}{16} p l \right)$ $\max M = 0.0957 p l^2 \text{ bei } x = \frac{7}{16} l$	8	<p>Figur 150.</p>	$M_1 = M_2 = -\frac{1}{20} p l^2$ $\mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M}_3 = \frac{1}{8} p l^2$ $(D_0 = D_3 = 0.45 p l, D_1 = D_2 = 0.55 p l)$ <p>1. Feld: $\max M = 0.1013 p l^2$ bei $x = 0.45 l$</p>
3	<p>Figur 145.</p>	$M_1 = -\frac{(l^2 - x^2)}{4 l^2} P x$ $\mathfrak{M}_1 = \frac{l-x}{l} P x$	9	<p>Figur 151.</p>	$M_1 = M_2 = -\frac{1}{20} p l^2$ $\mathfrak{M}_2 = \frac{1}{8} p l^2$ $(D_0 = D_3 = -0.05 p l, D_1 = D_2 = 0.55 p l)$ <p>2. Feld: $\max M = 0.075 p l^2$ bei $x = 0.5 l$</p>
4	<p>Figur 146.</p>	$\mathfrak{M}_1 = -\frac{1+n^3}{8 n^2 (1+n)} g l_1^2$ $\mathfrak{M}_1 = \frac{1}{8} g l_1^2, \mathfrak{M}_2 = \frac{1}{8} g l_2^2$	10	<p>Figur 152.</p>	$M_1 = -\frac{7}{60} p l^2$ $M_2 = -\frac{1}{30} p l^2$ $\mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M}_2 = \frac{1}{8} p l^2$ $(D_0 = 0.3833 p l, D_1 = 1.2 p l, D_2 = 0.45 p l)$ $D_3 = -0.0333 p l$ <p>1. Feld: $\max M = 0.0735 p l^2$ bei $x = 0.3833 l$ 2. „ : $\max M = 0.0534 p l^2$ „ $x = 0.4167 l$</p>
5	<p>Figur 147.</p>	$M_1 = -\frac{n}{8(1+n)} p l_1^2$ $\mathfrak{M}_1 = \frac{1}{8} p l_1^2$	11	<p>Figur 153.</p>	$M_1 = -\frac{4(l^2 - x^2)}{15 l^2} P x$ $M_2 = \frac{l^2 - x^2}{15 l^2} P x$ $\mathfrak{M}_1 = \frac{l-x}{l} P x$
6	<p>Figur 148.</p>	$M_1 = \frac{n(l_1^2 - x^2)}{2(1+n)l_1^2} P x$ $\mathfrak{M}_1 = \frac{l_1 - x}{l_1} P x$	12	<p>Figur 154.</p>	$M_1 = -\frac{(l-x)(7l-5x)}{15 l^2} P x$ $M_2 = -\frac{(l-x)(2l+5x)}{15 l^2} P x$ $\mathfrak{M}_2 = \frac{l-x}{l} P x$

In Figur 146 bis 148 ... $l_1 = n l_2$.

Tabelle Nr. 17.

Biegemomente für über zwei oder drei Felder durchlaufende Tragwerke bei verschiedenen Belastungsweisen.

Nr.	Belastungsfall	Momente	Nr.	Belastungsfall	Momente
13	Figur 155. 	$M_1 = M_2 = -\frac{1+n^3}{4(3+2n)} g l_2^2$ $\mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M}_3 = \frac{1}{8} g l_1^2$ $\mathfrak{M}_2 = \frac{1}{8} g l_2^2$	19	Figur 161. 	$M_1 = -\frac{1+2n^3}{2(7+8n)} g l_2^2$ $M_2 = -\frac{3+4n-n^3}{4(7+8n)} g l_2^2$ $\mathfrak{M}_1 = \frac{1}{8} g l_1^2, \quad \mathfrak{M}_2 = \mathfrak{M}_3 = \frac{1}{8} g l_2^2$
14	Figur 156. 	$M_1 = M_2 = -\frac{n}{4(3+2n)} p l_1^2$ $\mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M}_3 = \frac{1}{8} p l_1^2$	20	Figur 162. 	$M_1 = -\frac{-1+4n^3}{4(7+8n)} p l_2^2$ $M_2 = -\frac{2+2n-n^3}{4(7+8n)} p l_2^2$ $\mathfrak{M}_1 = \frac{1}{8} p l_1^2, \quad \mathfrak{M}_3 = \frac{1}{8} p l_2^2$
15	Figur 157. 	$M_1 = M_2 = \frac{n}{4(3+2n)} p l_2^2$ $\mathfrak{M}_2 = \frac{1}{8} p l_2^2$	21	Figur 163. 	$M_1 = -\frac{3}{4(7+8n)} p l_2^2$ $M_2 = -\frac{1+2n}{4(7+8n)} p l_2^2$ $\mathfrak{M}_2 = \frac{1}{8} p l_2^2$
16	Figur 158. 	$M_1 = -\frac{2(1+n)(1+n^3)-1}{4(1+2n)(3+2n)} p l_2^2$ $M_2 = -\frac{1+2n-n^3}{4(1+2n)(3+2n)} p l_2^2$ $\mathfrak{M}_1 = \frac{1}{8} p l_1^2, \quad \mathfrak{M}_2 = \frac{1}{8} p l_2^2$	22	Figur 164. 	$M_1 = -\frac{3+4n^3}{4(7+8n)} p l_2^2$ $M_2 = -\frac{1+2n-n^3}{4(7+8n)} p l_2^2$ $\mathfrak{M}_1 = \frac{1}{8} p l_1^2, \quad \mathfrak{M}_2 = \frac{1}{8} p l_2^2$
17	Figur 159. 	$M_1 = -\frac{2(1+n)(l_1^2-x^2)}{n(1+2n)(3+2n)l_2^2} P x$ $M_2 = \frac{l_1^2-x^2}{n(1+2n)(3+2n)l_2^2} P x$ $\mathfrak{M}_1 = \frac{l_1-x}{l_1} P x$	23	Figur 165. 	$M_1 = -\frac{1}{2(7+8n)} p l_2^2$ $M_2 = -\frac{3+4n}{4(7+8n)} p l_2^2$ $\mathfrak{M}_2 = \mathfrak{M}_3 = \frac{1}{8} p l_2^2$
18	Figur 160. 	$M_1 = -\frac{(l_2-x)[(3+4n)l_2-(3+2n)x]}{(1+2n)(3+2n)l_2^2} P x$ $M_2 = -\frac{(l_2-x)[2n l_2+(3+2n)x]}{(1+2n)(3+2n)l_2^2} P x$ $\mathfrak{M}_2 = \frac{l_2-x}{l_2} P x$	24	Figur 166. 	$M_1 = -\frac{4(l_1^2-x^2)}{l_1(8l_1+7l_2)} P x$ $M_2 = \frac{l_1^2-x^2}{l_1(8l_1+7l_2)} P x$ $\mathfrak{M}_1 = \frac{l_1-x}{l_1} P x$
			25	Figur 167. 	$M_1 = -\frac{(l_2-x)(7l_2-5x)}{(8l_1+7l_2)l_2} P x$ $M_2 = -\frac{(l_2-x)[2l_1 l_2+2l_1 x+3l_2 x]}{(8l_1+7l_2)l_2^2} P x$ $\mathfrak{M}_2 = \frac{l_2-x}{l_2} P x$
			26	Figur 168. 	$M_1 = \frac{l_2^2-x^2}{l_2(8l_1+7l_2)} P x$ $M_2 = -\frac{2(l_1+l_2)(l_2^2-x^2)}{l_2^2(8l_1+7l_2)} P x$ $\mathfrak{M}_3 = \frac{l_2-x}{l_2} P x$

In Figur 155 bis 168 ... $l_1 = n l_2$.

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Hiernach ist man im stande, für die wichtigsten maßgebenden Belastungsarten die Stützendrücke, Querkräfte und Momente zu bestimmen, allfällig bei veränderlicher Verkehrslast, wie bei Brücken, Einflußlinien zu entwickeln und mit deren Hilfe die ungünstigste Stellung eines Systems von Einzellasten auszumitteln bezw. die entsprechenden Maximalwerte der Momente zu finden.*)

Für durchlaufende Träger mit 2, 3 ... 7, 8 gleich langen Feldern sind bekanntlich — und zwar für gleichförmig verteilte Vollbelastung aller Felder (beispielsweise für das Eigengewicht g kg/m) — die Stützendrücke, Stützenmomente, maximalen positiven Feldmomente und die Querschnitte, in denen dieselben auftreten, ferner die Momenten-Nullpunkte in „Des Ingenieurs Taschenbuch, herausgegeben vom Verein: Hütte“ angegeben. Die Momentenlinien, durchwegs aus Parabeln mit dem Parameter $\frac{1}{g}$ zusammengesetzt, sind dadurch festgelegt, ebenso die Querkraftlinien, die aus schräg zur x -Achse, untereinander parallelen Geraden (Richtungswinkel = $\arctg g$) bestehen. An den Stützen ändern sich die Ordinaten um die den jeweiligen Stützendrücken entsprechenden Werte sprungweise.

Liegt ein durchlaufender Träger mit verschiedenen langen Feldern vor, so werden für gleichförmig verteilte Vollbelastung aller Felder (Eigengewicht) vorerst mit Hilfe der Clapeyron'schen Gleichungen oder zeichnerisch die Stützenmomente und dann aus diesen die Querkräfte und Stützendrücke ermittelt. Die Momentenlinie und Querkraftlinie werden dann in ganz gleicher Art wie für gleich lange Felder bestimmt.

Die infolge gleichförmig verteilter partieller Verkehrslast p kg/m auftretenden maximalen (\pm) Momente und die maximalen (\pm) Querkräfte erhält man bekanntlich für einen beliebigen Querschnitt aus abwechselnder Total- und Nullbelastung benachbarter Felder, in denen der Querschnitt nicht liegt, und aus totaler oder teilweiser Belastung des Querschnittfeldes selbst. Hinsichtlich des Näheren hierüber muß auf die bekannten Werke über Baumechanik verwiesen werden.

*) Für durchlaufende Träger mit zwei und drei gleichlangen Feldern sind die Gleichungen ferner die Einflußwerte der Stützendrücke und der Stützenmomente sowie der Biegemomente für sämtliche Querschnitte in Intervallen von 0,1 l zu entnehmen dem Werke: „Analytische Ermittlung und Anwendung der Einflußlinien“ von Dr.-Ing. Arthur Lederer, Verlag Wilh. Ernst & Sohn, Berlin 1908.

In nachstehender Tabelle Nr. 18*) sind die Werte der maximalen (\pm) Momente und maximalen (\pm) Querkräfte für 2, 3 und 4 gleich lange Felder und zwar in den Außenstrecken (d. i. zwischen den Stützen und den Fixpunkten) für Intervalle von $0\cdot05 l$, in den Innenstrecken (d. i. zwischen den Fixpunkten) für Intervalle von $0\cdot10 l$, ferner auch die Momente für die Fixpunkte selbst angegeben.

Tabelle Nr. 18.

Maximale (\pm) Momente und Querkräfte für über zwei, drei oder vier gleich lange Felder durchlaufende Tragwerke.
2 gleich lange Felder.**)

x	max (+ M)	max (— M)	max (+ Q)	max (— Q)
0	0	0	0·4375	0·0625
0·1	0·03875	0·00625	0·3437	0·0687
0·2	0·06750	0·01250	0·2624	0·0874
0·3	0·08625	0·01875	0·1932	0·1182
0·4	0·09500	0·02500	0·1359	0·1609
0·5	0·09375	0·03125	0·0898	0·2148
0·6	0·08250	0·03750	0·0544	0·2794
0·7	0·06125	0·04375	0·0287	0·3537
0·75	0·04688	0·04688	—	—
0·8	0·03000	0·05000	0·0119	0·4369
0·85	0·01523	0·05773	—	—
0·9	0·00611	0·07361	0·0027	0·5277
0·95	0·00138	0·09638	—	—
1·0	0	0·12500	0	0·6250
$\cdot l$	$\cdot (+ pl^2)$	$\cdot (- pl^2)$	$\cdot (+ pl)$	$\cdot (- pl)$

Liegt ein durchlaufender Träger mit mehr als 4 gleich langen Feldern oder ein solcher mit beliebig vielen, ungleich langen Feldern vor, so ist für die Bestimmung der einer gleichförmig verteilten, partiellen Verkehrslast $p \text{ kg/m}$ entsprechenden (\pm) Maximalmomentenlinie, sowie der (\pm) Maximalquerkraftlinie folgendes zu beachten:

Für Querschnitte der Innenstrecken erhält man — abgesehen von der schon weiter oben angegebenen Regel für die Belastung der übrigen Felder —

*) Nach Dr. E. Winkler: „Theorie der Brücken, 1. Heft: Äußere Kräfte der Balkenbrücken“, Wien 1886.

**) Die Tabellenwerte für 3 und 4 gleich lange Felder finden sich auf Seite 251 und 252.

das maximale (+) Moment bei Vollbelastung,
 „ „ (-) „ „ Nullbelastung

des Querschnittsfeldes, so daß in den Innenstrecken die (+) Maximalmomentenlinien sämtlicher Felder durch Parabeln mit dem Parameter $\frac{1}{p}$ und die (-) Maximalmomentenlinien durch Gerade dargestellt werden.

Für Querschnitte der Außenstrecken ist für das maximale (\pm) Moment eine teilweise Belastung des Querschnittsfeldes maßgebend. Die entsprechenden (\pm) Maximalmomentenlinien sind Kurven höherer Ordnung, die in den Endfeldern tangentiell in die (\pm) Maximalmomentenlinien der betreffenden Innenstrecken übergehen, während in den Mittelfeldern ein solcher tangentieller Übergang nicht stattfindet.

3 gleich lange Felder.

x	max (+ M)	max (- M)	max (+ Q)	max (- Q)
		1. Feld.		
0	0	0	0·4500	0·0500
0·1	0·040	0·005	0·3560	0·0563
0·2	0·070	0·010	0·2752	0·0752
0·3	0·090	0·015	0·2065	0·1065
0·4	0·100	0·020	0·1496	0·1496
0·5	0·100	0·025	0·1042	0·2042
0·6	0·090	0·030	0·0694	0·2694
0·7	0·070	0·035	0·0443	0·3443
0·7895	0·04362	0·03948	—	—
0·8	0·04022	0·04022	0·0280	0·4280
0·85	0·02773	0·04898	—	—
0·9	0·02042	0·06542	0·0193	0·5191
0·95	0·01706	0·08831	—	—
1·0	0·01667	0·11667	0·0167	0·6167
		2. Feld.		
0	0·01667	0·11667	0·5833	0·0833
0·5	0·01408	0·09033	—	—
0·1	0·01748	0·06248	0·4870	0·0870
0·15	0·02053	0·05678	—	—
0·2	0·030	0·050	0·3991	0·0991
0·3	0·055	0·050	0·3210	0·1210
0·4	0·070	0·050	0·2537	0·1537
0·5	0·075	0·050	0·1979	0·1979
l	$\cdot (+ pl^2)$	$\cdot (- pl^2)$	$\cdot (+ pl)$	$\cdot (- pl)$

4 gleich lange Felder.

x	$\max(+M)$	$\max(-M)$	$\max(+Q)$	$\max(-Q)$
		1. Feld.		
0	0	0	0.4464	0.0535
0.1	0.03964	0.00536	0.3528	0.0599
0.2	0.06929	0.01071	0.2717	0.0788
0.3	0.08893	0.01607	0.2029	0.1101
0.4	0.09857	0.02143	0.1461	0.1533
0.5	0.09822	0.02679	0.1007	0.2079
0.6	0.08786	0.03214	0.0660	0.2731
0.7	0.06750	0.03750	0.0410	0.3481
0.7887	0.04108	0.04225	—	—
0.8	0.03738	0.04309	0.0247	0.4319
0.85	0.02484	0.05216	—	—
0.9	0.01629	0.06772	0.0160	0.5231
0.95	0.01393	0.09197	—	—
1.0	0.01340	0.12054	0.0134	0.6205
		2. Feld.		
0	0.01340	0.12054	0.6027	0.0670
0.05	0.01163	0.09323	—	—
0.1	0.01455	0.07212	0.5064	0.0707
0.15	0.02537	0.06340	—	—
0.2	0.03000	0.05000	0.4187	0.0830
0.3	0.05678	0.04821	0.3410	0.1153
0.4	0.07357	0.04643	0.2742	0.1385
0.5	0.08036	0.04464	0.2190	0.1833
0.6	0.07715	0.04286	0.1755	0.2398
0.7	0.06393	0.04107	0.1435	0.3078
0.7895	0.04363	0.03947	—	—
0.8	0.04170	0.04027	0.1222	0.3865
0.85	0.03451	0.04754	—	—
0.9	0.03105	0.06105	0.1106	0.4749
0.95	0.03173	0.08120	—	—
1.0	0.03571	0.10714	0.1071	0.5714
l	$\cdot (+pl^2)$	$\cdot (-pl^2)$	$\cdot (+pl)$	$\cdot (-pl)$

Für die praktischen Bedürfnisse des Eisenbetonbaues genügt es nun vollkommen, statt der genauen Werte der maximalen (\pm) Momente der Außenstrecken jene einzusetzen, die den Sehnen der betreffenden Kurven entsprechen. Da die (\pm) Maximalmomentenlinie der Außenstrecken in ihren für die Dimensionierung maßgebenden Teilen (d. h. in jenen mit \pm Ordinaten) die konvexen

Seiten der x -Achse zukehren, so wird durch die soeben angegebene Näherungsregel die Sicherheit etwas erhöht und viel an Rechnerarbeit gespart.

Auf diese Art ist es immer nur nötig, für die Stütz- und Fixpunktquerschnitte die maximalen (\pm) Momente zu ermitteln, so daß man bei der Bestimmung der vollständigen (\pm) Maximalmomentenlinie des durchlaufenden Trägers immer mit Vollbelastungen der einzelnen Felder auskommt. Es wird sich daher sowohl bei der Berechnung als auch bei der zeichnerischen Ermittlung der Maximalmomentenlinien empfehlen, für die Vollbelastung eines jeden einzelnen Feldes allein sämtliche Stützenmomente zu ermitteln und aus diesen mit Hilfe des Superpositionsgesetzes die Stützenmomente für jene Belastungsfälle zu bestimmen, die für die maximalen (\pm) Stützenmomente und für die maximalen (\pm) Momente der Innenstrecken maßgebend sind. Die nur aus Parabeln und Geraden zusammengesetzte ($+$) Maximalmomentenlinie, sowie die nur aus Geraden zusammengesetzte ($-$) Maximalmomentenlinie selbst sind dann nach dem bereits oben angeführten eindeutig festgelegt.

Die (\pm) Maximalquerkraftlinien sind schwach gekrümmte Kurven höherer Ordnung, welche ihre konvexe Seite der x -Achse zukehren. Auch bei diesen ist es zulässig, die Sehnen einzuführen, so daß nur die Werte der maximalen (\pm) Querkräfte unmittelbar zu beiden Seiten der Stützen aus Belastungsfällen abzuleiten sind, bei denen, wie für die Stützenmomente, Vollbelastungen einzelner Felder maßgebend sind.

Besteht die Verkehrslast entweder vollständig oder zum Teil aus Einzellasten, dann ist die immerhin umständliche Ermittlung der Einflußlinien für die Momente und Querkräfte nötig, worüber die einschlägigen Werke über Baumechanik Aufschluß geben.

Durch die amtlichen Bestimmungen (HV. § 4, Abs. 15) wird übrigens im allgemeinen die Anordnung von Dilatationsfugen in Abständen von höchstens 20 m vorgeschrieben, so daß mehr als sechsfeldrige durchlaufende Träger und deren zeitraubende Berechnung wohl selten in Frage kommen dürften.

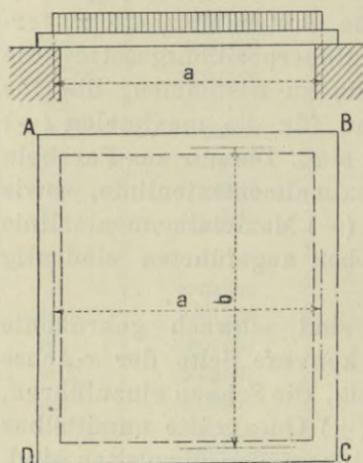
XI. Plattenförmige Körper.

In den amtlichen Vorschriften (HV. § 5, Abs. 6, BV. § 5, Abs. 5) ist eine Bestimmung enthalten, welche die Berechnungsweise ringsum frei aufruhender oder eingespannter, rechteckiger Platten mit sich kreuzenden Eiseneinlagen festsetzt.

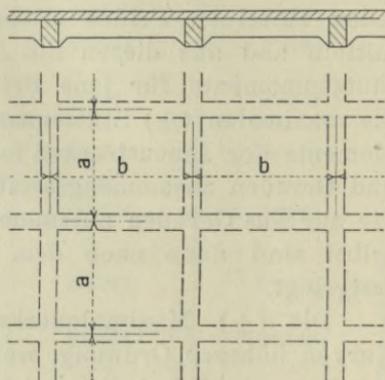
In den Figuren 169 und 170 sind allseitig derart durch Mauern oder Träger unterstützte Platten dargestellt, daß Rechtecke mit den Seitenlängen a und b entstehen; als letztere sind die im Sinne der HV., BV. § 5, Abs. 1 zu ermittelnden rechnerungsmäßigen Stützweiten aufzufassen.

Durch die oben angeführte Vorschreibung wird eine gewisse Lastverteilung festgesetzt. Von einer auf eine solche Platte einwirkenden Last Q , ob dieselbe nun eine Einzellast oder eine gleich-

Figur 169.



Figur 170.



mäßig verteilte Belastung oder schließlich eine Kombination beider Belastungsarten darstellt, entfällt auf eine gedachte Platte A von der Stützweite a :

$$\left. \begin{aligned} Q_a &= \frac{b^2}{ka^2 + b^2} Q = \alpha Q, \\ \text{auf die zweite gedachte Platte } B \text{ von der Stützweite } b: & \dots 210). \\ Q_b &= \frac{ka^2}{ka^2 + b^2} Q = \beta Q \end{aligned} \right\}$$

Das Verhältnis $k = \frac{F_b}{F_a}$, wobei

F_a die Eisenfläche auf 1 m, letzteres gemessen in Richtung a ,
 F_b „ „ „ 1 m, „ „ „ „ „ b

ist, darf hierbei nur zwischen den Grenzen 0.3 und $\frac{1}{0.3} = 3.33$

liegen. Ist dies bei einer gekreuzt armierten Platte der vorerwähnten Art nicht der Fall, dann ist im Sinne der amtlichen Vorschriften die

Platte nur als nach der kleineren Stützweite a aufliegend zu berechnen; dasselbe gilt auch, wenn die größere Stützweite b mehr als das Einundeinhalbfache der Stützweite a beträgt, d. h. wenn $\left(\frac{b}{a} = n\right) > 1.5$ ist.

Besonders zu beachten ist, daß nach HV. § 5, Abs. 24, BV. § 5, Abs. 22 durchlaufende schlaaffe Eiseneinlagen bei allen Tragwerken — mit Ausnahme von Stützen — in Abständen von höchstens 20 cm angeordnet werden dürfen, falls ihre statische Wirkung berücksichtigt werden soll. Darnach kann eine ringsum aufliegende Platte eventuell auch in dieser Hinsicht als eine nur nach einer Stützweite a oder b oder sogar als nicht armiert aufzufassen sein.

Mit Rücksicht auf die gegebenen Grenzen der Verhältnisse k und $n = (b : a)$ können auch die, die Lastverteilung kennzeichnenden Verhältniszahlen α und β in Gl. 210) sich nur zwischen gewissen Grenzwerten bewegen. In der Tabelle Nr. 19 sind die Größen α und β für eine Reihe von Werten der k und n zusammengestellt.

Tabelle Nr. 19.

Werte der Lastverteilungszahlen $\alpha = \frac{b^2}{ka^2 + b^2} = \frac{n^2}{k + n^2}$ und $\beta = \frac{ka^2}{ka^2 + b^2} = \frac{k}{k + n^2} = (1 - \alpha)$ für gekreuzt armierte Platten rechteckiger Form.

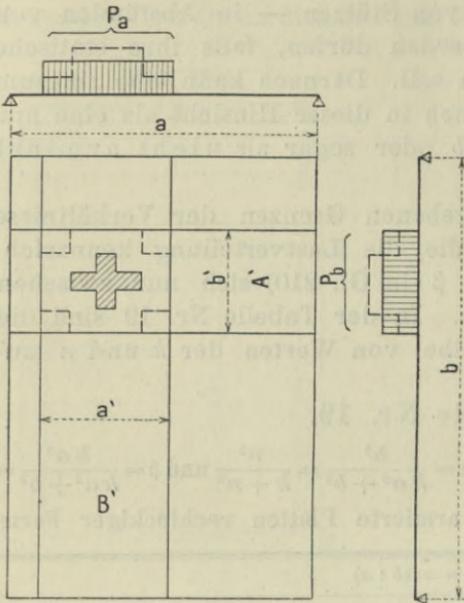
k	n = (b : a)											
	1		1.1		1.2		1.3		1.4		1.5	
	α	β	α	β	α	β	α	β	α	β	α	β
0.3	0.769	0.231	0.801	0.119	0.828	0.172	0.850	0.150	0.867	0.133	0.882	0.118
0.4	0.714	0.286	0.752	0.248	0.783	0.217	0.808	0.192	0.830	0.170	0.849	0.151
0.5	0.667	0.333	0.708	0.292	0.742	0.258	0.772	0.228	0.797	0.203	0.818	0.181
0.6	0.625	0.375	0.669	0.331	0.706	0.294	0.738	0.262	0.766	0.234	0.790	0.210
0.7	0.588	0.412	0.633	0.367	0.673	0.327	0.707	0.293	0.737	0.263	0.763	0.237
0.8	0.556	0.444	0.602	0.398	0.643	0.357	0.679	0.321	0.710	0.290	0.738	0.262
0.9	0.526	0.474	0.574	0.426	0.615	0.385	0.652	0.348	0.685	0.315	0.714	0.286
1.0	0.500	0.500	0.547	0.453	0.590	0.410	0.628	0.372	0.662	0.338	0.692	0.308
1.5	0.400	0.600	0.446	0.554	0.489	0.511	0.530	0.470	0.566	0.434	0.600	0.400
2.0	0.333	0.667	0.377	0.623	0.418	0.582	0.458	0.542	0.495	0.505	0.530	0.470
2.5	0.286	0.714	0.326	0.674	0.365	0.635	0.403	0.597	0.440	0.560	0.474	0.526
3.0	0.250	0.750	0.287	0.713	0.324	0.676	0.360	0.640	0.396	0.604	0.429	0.571
3.33	0.231	0.769	0.267	0.733	0.302	0.698	0.336	0.664	0.370	0.630	0.403	0.597

Zwischenwerte können mit genügender Genauigkeit geradlinig interpoliert werden.

Kommt als Belastung eine Einzellast P in Betracht, so ist zunächst jene Fläche der Platte zu bestimmen, auf welche sich

der Druck P verteilt; die Ausmaße dieser Fläche sind durch die Bestimmungen HV. § 5, Abs. 13 und BV. § 5, Abs. 11 festgesetzt. Die größten Ausmaße a' und b' dieser Verteilungsfläche, gemessen in Richtung der beiden Seitenlängen a und b (s. Figur 171), geben jene für die Lastaufnahme statisch wirksam gedachten Breiten der Platten B' und A' an, die für die Aufnahme der Einzellasten P_b und P_a rechnerisch einzuführen sind.

Figur 171.



Hierbei werden auch bei Formen der Verteilungsfläche, die von Rechtecken abweichen, die Einzellasten P_a und P_b als über die Belastungslänge a' und b' gleichförmig verteilt angenommen werden dürfen.

Der Vorgang, welcher beim Überprüfen einer solchen in Rede stehenden Platte mit sich kreuzenden Eiseneinlagen einzuschlagen ist, bedarf nach dem obigen kaum einer näheren Erläuterung. Im allgemeinen sind nach den vorhan-

denen Verhältnissen k und $n = (b : a)$ die auf die beiden, nur nach der Stützweite a oder b aufliegend gedachten Platten A und B entfallenden Lastanteile gemäß Gl. 210) mit Hilfe der Tabelle Nr. 19 zu ermitteln, hierauf die betreffenden Momente (bei Einzellasten oder bei Kombination derselben mit verteilten Lasten unter Berücksichtigung des oben Gesagten) zu bestimmen und die Platten A und B hinsichtlich ihrer Spannungen im Sinne des Abschnittes III zu untersuchen.

Für das Entwerfen derartiger Platten ist der Berechnungsvorgang insofern nicht so scharf festgelegt, als bereits von vornherein eine Annahme über das Verhältnis k der Querschnittsflächen der beiden Scharen von Eiseneinlagen gemacht werden muß, um die Lastanteile berechnen und die Plattenstärke nebst den Eisenquerschnitten bemessen zu können. Bei totaler gleichförmig verteilter Belastung der Platte wird immer höchstens nur die obere Schar bis zur zulässigen Grenze ausgenützt sein,

während sich die untere bei Festhaltung des angenommenen k durchwegs als unterbeansprucht herausstellt. *)

Eine rechnerische und zeichnerische Untersuchung, deren Wiedergabe hier zu weit führen würde, ergab bei Zugrundelegung einer totalen, gleichförmig verteilten Belastung für ringsum frei aufliegende Platten folgende Anhaltspunkte für eine wirtschaftliche Bemessung dieser Tragwerke:

1. Die Eiseneinlagen der gedachten Platte A (mit der kleineren Stützweite a) ist oberhalb der Eiseneinlagen für die Platte B anzuordnen und ist die Platte A ideal zu armieren.

2. Jener größte Wert von k , für den bei idealer Armierung der Platte A die Betondruckspannung ${}^b\sigma_{b,d}$ der Platte B noch unter der zulässigen Spannung $s_{b,d}$ bleibt, liegt für die verschiedenen Mischungsverhältnisse innerhalb enger Grenzen, nämlich zwischen rund 1·3 und 1·5, wobei der kleinere Wert dem Mischungsverhältnis 280 kg/m^3 und der größere dem Mischungsverhältnis 470 kg/m^3 entspricht; größere Werte von k lassen weder eine Ausnützung des Betons der Platte A noch beider Scharen von Eiseneinlagen zu; dem gestatteten Größtwert $k = 3·33$ entspricht eine höchstens $\frac{2}{3}$ fache Ausnützung der Platte A und eine dementsprechend noch geringere Ausnützung der unteren Eisenschar der Platte B .

3. Bei veränderlichem n ist k verschieden groß anzunehmen, so zwar, daß

einem $n = 1·0$.. als günstigster Wert: $k = 1·3 - 1·5$ (s. Punkt 2),
 „ $n = 1·5$ „ „ „ „ $k = 0·3$ entspricht.

4. Die Veränderlichkeit von k ist von geringem Einfluß auf die Gesamtkosten der Platte; hiebei werden bei

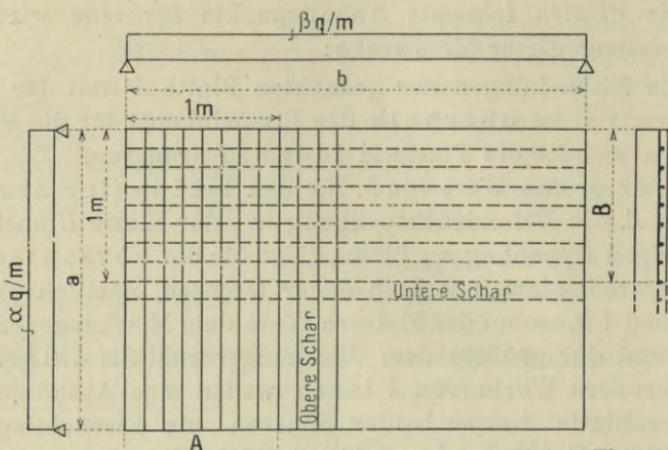
$$n = \begin{cases} 1·0 \\ 1·5 \end{cases} \text{ und wachsendem } k \text{ die Gesamtkosten } \left. \begin{array}{l} \text{kleiner} \\ \text{größer.} \end{array} \right\}$$

5. Unabhängig von der Größe von n entspricht einem wachsenden k eine Verkleinerung der Plattenstärke und des Eisenbedarfes der Platte A , hingegen eine wesentlich stärker zum Ausdruck kommende Vergrößerung des Eisenbedarfes der Platte B und somit auch eine Vergrößerung des Gesamtbedarfes an Eisen.

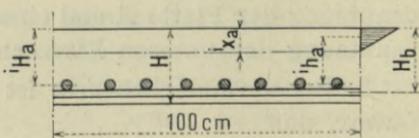
*) Eine gleichzeitige Ausnützung beider Scharen wäre nur dann möglich, wenn dieselben bei gleichem Eisenaufwand die gleiche Höhenlage des Zugmittelpunktes erhalten könnten, denn für alle Fälle von $\begin{cases} n \leq 1·0 \\ k = 1·0 \end{cases}$ ist bei totaler gleichförmig verteilter Belastung der Platte: $M_a = (\alpha q) \cdot \frac{a^2}{8} = M_b = (\beta q) \cdot \frac{b^2}{8}$.

6. Bei Platten mit Eiseneinlagen, welche ausgenützt werden können (Mindeststärke bei Hochbauten: gemäß HV. § 5, Abs. 25 . . . 5 mm, bei Brücken gemäß BV. § 5, Abs. 23 . . . 7 mm),

Figur 172.



Figur 173.



nimmt die Eisenspannung ${}^b\sigma_{\epsilon z}$ der Platte B, u. zw. für alle Werte von n , bei von 0.3 bis 1.5 wachsendem k nur um 2—3 v. H. zu und schwankt ${}^b\sigma_{\epsilon z}$ für verschiedene Mischungsverhältnisse zwischen 85 und 92 v. H. des Wertes ${}^a\sigma_{\epsilon z}$ der Platte A. Für dieselben Grenzen von k nimmt die Betondruckspannung ${}^b\sigma_{bd}$ der Platte B, u. zw. für alle Werte von n , von rund 0.4 s_{bd} bis 1.0 s_{bd} — gleich ${}^a\sigma_{bd}$ — zu.

Für die Anordnung nach Punkt 1 und für totale, gleichförmig verteilte Belastung einer ringsum frei aufliegenden Platte (Figur 172 und 173) wird sich somit die Berechnung folgendermaßen stellen:

Gegeben: $a, b, q \text{ kg/m}^2$, angenommen: $k = \frac{F_b}{F_a}$; die Verhältniszahlen α und β sind somit nach Tabelle Nr. 19, S. 255 bekannt.

Bezeichnet man mit M_a (M_b) das größte Moment der 1 m breiten, nur nach der Stützweite a (b) aufliegend gedachten Platte A (B), so ist in kgem :

$$M_a = \alpha \cdot q \cdot \frac{a^2}{8} \quad \text{und} \quad M_b = \beta \cdot q \cdot \frac{b^2}{8}$$

wenn unter ${}^1q = \frac{q}{100}$ die gleichförmig verteilte Belastung für das laufende cm und $1 m$ Breite zu verstehen ist und a (b) in cm eingeführt wird.

Nach Tabelle Nr. 2, S. 45 ist für jedes Mischungsverhältnis der ideale Armierungsgehalt ${}^i p'_a$ der Platte A durch die Werte der zulässigen Spannungen für Beton und Eisen gegeben und beträgt beispielsweise für Hochbauten:

$${}^i p'_a = \frac{100 {}^i F_a}{100 cm \cdot {}^i H_a} = \frac{{}^i F_a}{1 cm \cdot {}^i H_a} = 0.8117, 0.6603, 0.5189,$$

je nachdem das Mischungsverhältnis: 470, 350, 280 kg/m^3 vorliegt.

Mit der Einführung ${}^i x_a = {}^i \zeta'_a {}^i H_a$ ist ${}^i h_a = {}^i H_a \left(1 - \frac{{}^i \zeta'_a}{3}\right)$; hiermit und mit

$${}^i F_a = 1 cm \cdot {}^i H_a {}^i p'_a \dots \dots \dots 211)$$

wird

$$M_a = {}^i F_a {}^i h_a s_{ez} = 1 cm \cdot {}^i H_a^2 {}^i p'_a \left(1 - \frac{{}^i \zeta'_a}{3}\right) s_{ez} = 1 cm \cdot {}^i H_a^2 {}^i \varepsilon_a s_{ez},$$

wobei unter Zugrundelegung der Gl. 76) bzw. der Tabelle Nr. 3, S. 79

$${}^i \varepsilon_a = {}^i p'_a \left(1 - \frac{{}^i \zeta'_a}{3}\right) = 0.707, 0.582, 0.463$$

beträgt. Da andererseits $M_a = \alpha {}^1q \cdot \frac{a^2}{8}$ ist, so muß

$${}^i H_a^{cm} = a \sqrt{\frac{\alpha {}^1q}{8 cm \cdot {}^i \varepsilon_a s_{ez}}} \dots \dots \dots 212)$$

sein. Damit ist auch ${}^i F_a$ und

$$F_b = k {}^i F_a \dots \dots \dots 213)$$

bestimmt. Die Aufteilung von ${}^i F_a$ (F_b) auf m_a (m_b) Querschnitte ${}^i f_a$ (f_b) — wobei $m_{a,b} \geq \left(\frac{100}{20} = 5\right)$ (s. S. 255), sein muß — ergibt den notwendigen Durchmesser der Längseinlagen der Platte A (B) mit

$${}^i d_a = 2 \sqrt{\frac{{}^i f_a}{\pi}} \text{ und } d_b = 2 \sqrt{\frac{f_b}{\pi}}.$$

Damit wird

$$H_b = {}^i H_a + \frac{{}^i d_a + d_b}{2}$$

und die gesamte notwendige Plattenstärke

$$H \geq H_b + \left(1 cm + \frac{d_b}{2}\right) \dots \dots \dots 214).$$

Aus diesen Abmessungen lassen sich nun die Spannungen der Platte *B* ermitteln.

Es ist das notwendige

$$p'_b = \frac{F_b}{1 \text{ cm} \cdot H_b} = \frac{k \cdot 1 \text{ cm} \cdot {}^i H_a \cdot {}^i p'_a}{1 \text{ cm} \left({}^i H_a + \frac{{}^i d_a + d_b}{2} \right)} = k \cdot p'_a \left(1 - \frac{{}^i d_a + d_b}{2 {}^i H_a} \right).$$

Diesem Werte von p'_b entspricht wieder ein bestimmter Wert ζ'_b und weiterhin $\varepsilon_b = p'_b \left(1 - \frac{\zeta'_b}{3} \right)$ (s. Tabelle Nr. 3, S. 79).

Da nun in Analogie zur Platte *A*

$$M_b = \beta \cdot 1q \cdot \frac{b^2}{8} = 1 \text{ cm} \cdot H_b^2 \cdot \varepsilon_b \cdot {}^b \sigma_{\varepsilon z}$$

ist, so erhält man

$${}^b \sigma_{\varepsilon z} = \frac{\beta \cdot 1q}{8 \text{ cm} \cdot \varepsilon_b} \left(\frac{b}{H_b} \right)^2 \dots \dots \dots 215),$$

$${}^b \sigma_{b,d} = F'_b \cdot {}^b \sigma_{\varepsilon z} : \frac{100 \text{ cm} \cdot x_b}{2};$$

mit $x_b = \zeta'_b H_b$ wird

$${}^b \sigma_{b,d} = 0 \cdot 02 \cdot \frac{p'_b}{\zeta'_b} \cdot {}^b \sigma_{\varepsilon z} \dots \dots \dots 216).$$

Der Eisenbedarf (in Raumeinheiten) ermittelt sich in folgender Art:

Eisenbedarf in Richtung *a* $E_a = F'_a \cdot a \cdot \frac{b}{100}$,

„ „ „ *b* $E_b = F'_b \cdot b \cdot \frac{a}{100}$,

daher Gesamteisenbedarf $E = E_a + E_b = \frac{ab}{100} (F'_a + F'_b)$, wobei F'_a

und F'_b die Querschnittsflächen der tatsächlich zur Verwendung gelangten Eiseneinlagen der Platte *A* bzw. *B* bedeuten (Figur 172); der Betonbedarf beträgt $B = a b H$.

Beispiel: Für einen Hochbau soll eine rechteckige, ringsum frei aufliegende Platte mit den Lichtweiten 1·9 m und 2·85 m für eine gleichförmig verteilte Totlast $Q = 7200 \text{ kg}$ dimensioniert werden; Mischungsverhältnis: 280 kg/m^3 .

Nach HV. § 5, Abs. 1 muß: $a \geq 1 \cdot 05 \cdot 190 \text{ cm}$ bzw. $\geq (190 + 10) \text{ cm}$ und $b \geq 1 \cdot 05 \cdot 285 \text{ cm}$ bzw. $\geq (285 + 10) \text{ cm}$ gewählt werden, wofür $a = 200 \text{ cm}$, $b = 300 \text{ cm}$ (also $n = \frac{b}{a} = 1 \cdot 5$) angenommen wird. Die Platte darf somit im Sinne der HV. § 5, Abs. 6 berechnet werden.

Um den Einfluß der Wahl des Verhältnisses $k = \frac{F_b}{F_a}$ zu zeigen, möge die Berechnung für die 3 Annahmen $k_1 = k_{min} = 0.3$, $k_2 = 1.0$, $k_3 = 1.5$ durchgeführt werden. Für die 3 Fälle sind gemeinsame Größen: $n = 1.5$, $q = \frac{7200}{2.3} = 1200 \text{ kg/m}^2$ bzw.: $\alpha^1 q = (12 \alpha) \text{ kg f. d. lfd. cm}$ der Platte A und $\beta^1 q = (12 \beta) \text{ kg f. d. lfd. cm}$ der Platte B ; ${}^a\sigma_{e_z} = s_{e_z} = 1000 \text{ kg/cm}^2$; ${}^a\sigma_{b,d} = s_{b,d} = 32 \text{ kg/cm}^2$ und somit (s. S. 259) $i'_{p_a} = 0.5189$, $i'_{\epsilon_a} = 0.463$.

Zusammenstellung.

	$k =$				$k =$		
	0.3	1.0	1.5		0.3	1.0	1.5
α	0.882	0.692	0.600	$H_b \text{ cm}$	11.49	10.44	9.86
β	0.118	0.308	0.400	$H \text{ cm} \geq$	12.77	11.93	11.44
$i H_a \text{ cm}$	10.70 (10.90)**)	9.47 (9.50)	8.82 —	p_b'	(13.00)	(12.00)	—
$i F_a \text{ cm}^2$	5.56 (5.61)	4.91 (5.23)	4.58 —	r_b'	0.144	0.466	0.686
$i f_a \text{ cm}^2$ *)	0.778	0.687	0.641	ϵ_b	0.187	0.310	0.362
$i d_a \text{ cm}$	0.99 (1.00)	0.93 (1.00)	0.90 —	${}^b\sigma_{e_z} \text{ kg/cm}^2$	0.135	0.418	0.603
$F_b \text{ cm}^2$	1.67 (1.89)	4.91 (5.23)	6.87 —	${}^b\sigma_{e_d} \text{ kg/cm}^2$	893	913	921
$f_b \text{ cm}^2$ ***)	0.250	0.737	1.031	Eisenbedarf $E \text{ cm}^3$	13.8	27.4	34.8 †)
$d_b \text{ cm}$	0.56 (0.60)	0.97 (1.00)	1.15 —	Betonbedarf $B \text{ m}^3$	4497	6276	—

*) Auf je 14 cm Entfernung der Eiseneinlagen.
 **) Die in Klammern gesetzten Werte beziehen sich auf die für die Ausführung gewählten Maße.
 ***) Auf je 15 cm Abstand der Eiseneinlagen.
 †) Bereits größer als die zulässige Betondruckspannung $s_{b,d} = 32 \text{ kg/cm}^2$.

Aus dieser Zusammenstellung ist zu ersehen, daß dem Verhältnis $k = 1.5$ bei idealer Armierung der Platte A bereits eine Überbeanspruchung des Betons der Platte B entspricht.

Für andere als totale, gleichförmig verteilte Belastungen, sowie für eingespannte Platten und für durchlaufende Platten, deren einzelne Felder auf 4 Seiten gelagert sind, ist eine wirtschaftliche Bemessung der Eiseneinlagen und der Plattenstärke nur durch Vergleichsrechnungen zu erzielen; hiezu werden aber die auf S. 257 u. 258 angeführten Ergebnisse der Untersuchungen an vierseitig frei aufliegenden Platten mit totaler, gleichförmig verteilter Belastung immerhin Anhaltspunkte bieten.

Bei einer rechteckigen Platte, die nach einer oder beiden Richtungen durchläuft, sind jene durchlaufenden Platten *A* und *B* einzuführen, die jeweilig nur in einer Richtung aufgelagert gedacht und durch die Lage der Last bestimmt sind. Für die Aufteilung der Lasten ist das Verhältnis der Seitenlängen und der Querschnittsflächen der Eiseneinlagen des betreffenden Feldes maßgebend. Wenn für ein solches Feld wegen $n > 1.5$ die rechnerische Annahme einer vierseitigen Auflagerung nicht zulässig ist, ist wohl die Annahme einer Kontinuität aufrecht zu halten, jedoch die Belastung des betreffenden Feldes vollständig der maßgebenden, nur zweiseitig gestützt angenommenen Platte zuzuweisen.

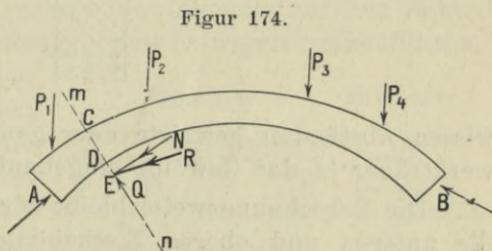
Was die Platten betrifft, die zugleich als Bestandteile von Plattenbalken aufzufassen sind, so ist zu bemerken, daß dieselben in der Richtung der Längsachse des Plattenbalkens bei freier Auflagerung auf nur 2 Stützen durchwegs auf Druck, bei teilweiser oder vollkommener Einspannung und bei durchlaufenden Plattenbalken zum Teil auf Druck, zum Teil auf Zug beansprucht werden. In der zur Längsachse senkrechten Richtung wird diese Platte jedoch in den mittleren Partien zwischen zwei Rippen oben auf Druck, unten auf Zug, hingegen über den Rippen und in deren Nähe oben auf Zug, unten auf Druck beansprucht. Die Anordnung der Eiseneinlagen muß natürlich diesen verschiedenen Umständen entsprechen.

Wie ersichtlich treten bei allen Platten gleichzeitig Spannungen in zwei aufeinander senkrechten Richtungen — entweder 1) gleichzeitig Druck- oder Zugspannungen oder 2) in der einen Richtung Druck-, in der anderen Zugspannungen — auf; für das Maß der Anstrengung kämen hiernach die sogenannten „reduzierten Hauptspannungen“ in Betracht. Eine Berechnung dieser ist bei Beton derzeit im Hinblick auf die Unsicherheit des dazu erforderlichen Verhältnisses der Querdehnung zur Längsausdehnung noch nicht möglich. Es wird nun allenthalben empfohlen, der beim Zusammentreffen von Zug und Druck örtlich eintretenden Überanstrengung des Materials Rechnung zu tragen und bei derlei Platten an den maßgebenden Stellen die zulässige Spannung nicht voll auszunützen. Die Praxis nimmt jedoch auf obigen Umstand meist keine Rücksicht, weil die Berechnung nach Verfahren *A* ohnedies immer zu große Betondruckspannungen $\sigma_{b,d}$ ergibt. (Siehe u. a. Mörsch: „Der Eisen-Betonbau“.)

XII. Gewölbe.

1. Allgemeines.

Führt man bei einem Gewölbe einen Schnitt $m n$ (Figur 174) senkrecht zur Bogenachse, so lassen sich bekanntlich alle auf einer (beispielsweise der rechten) Seite des Schnittes angreifenden äußeren Kräfte (Belastungen, Auflagerdrücke) zu einer Resultierenden R vereinigen, welche den Schnitt $m n$ in einem Punkte E der „Stützlinie“ des betreffenden Belastungsfalles schneidet. Zerlegt man R in eine Komponente N senkrecht zum Querschnitte und in eine zweite Q , in die Ebene des Querschnittes fallend, so steht das an CD angrenzende Bogenelement des Bogenteils ACD unter dem Einflusse einer auf den Endschnitt CD im allgemeinen exzentrisch wirkenden Normalkraft N und einer Querkraft Q .



Erstere erzeugt Normal- und Biegungsspannungen, welche genau nach den im Abschnitt VII für exzentrisch belastete Verbundkörper entwickelten Regeln berechnet werden können, letztere (Q) hingegen Schubspannungen, deren Ermittlung wie bei auf Biegung beanspruchten Verbundkörpern erfolgen kann.

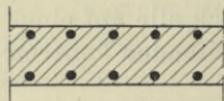
Die Untersuchung der Materialspannungen in den einzelnen Querschnitten eines Gewölbes setzt voraus, daß die sämtlichen äußeren Kräfte bekannt und sonach die Auflagerkräfte und damit die Vertikalkomponenten derselben, die Horizontalschübe und Auflagermomente bereits aus den gegebenen Lasten bestimmt worden sind. Man ist nämlich hierauf im stande, auf bekannte Weise die Stützlinie zu zeichnen und für jeden Querschnitt N sowie Q zu ermitteln oder auf rechnerischem Wege N und Q sowie die Lage des Angriffspunktes von N zu bestimmen.

Die Benützung der Normal- und Querkräfte zur Berechnung der Materialspannungen bietet eigentlich nichts Neues; immerhin soll im nachfolgenden darauf näher eingegangen werden, um einige Bemerkungen daran zu knüpfen.

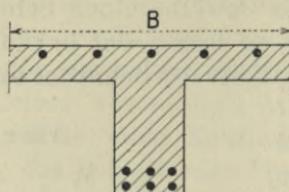
Bei Gewölben kommen im wesentlichen nur zwei Formen in Betracht: der rechteckige und der Plattenbalkenquerschnitt (Figur 175 und 176); bei beiden wird meist doppelte Armierung angewendet,

wenigstens dort, wo es sich um wechselnde Belastungen handelt und die Möglichkeit des Auftretens von positiven und negativen

Figur 175.



Figur 176.

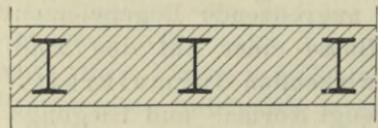


Biegemomenten beziehungsweise von Zugspannungen im inneren und äußeren Teile der Querschnitte vorliegt.

Beim System Melan kommt sogenannte steife Armierung in Anwendung, indem in ge-

wissen Abständen gewalzte oder genietete Vollwand- bzw. Fachwerkträger in das Gewölbe eingebaut sind (Figur 177).

Figur 177.



Die Berechnungsweise bleibt für alle Fälle — gleichgiltig, ob die unteren und oberen Eiseneinlagen voneinander verschieden oder gleich groß sind — dieselbe und kommen die verschiedenen Formen der Querschnitte sowie die Größe und Anordnung der Armierung nur in den bezüglichen statischen Werten des Nulllinienabstandes, der

ideellen Betonfläche und des ideellen Trägheitsmomentes zum Ausdrucke.

2. Normalspannungen.

Hier ist zunächst zu bemerken, daß bei Gewölben mit rechteckigem Querschnitt gemäß den Darlegungen in Abschnitt VII auch bei „besonderen“ Hochbauten und bei Brücken die Berechnung der Betonzugspannungen nicht nötig ist; für solche Bauwerke wird es aber auch bei Plattenbalkenquerschnitten nicht erforderlich sein, den rechnerischen Nachweis der etwa auftretenden Betonzugspannungen zu erbringen, da sich bei einem Vergleich mit den bloß auf Biegung beanspruchten Plattenbalken auch schon ohne Rechnung herausstellt, daß infolge der verhältnismäßig kleinen Biegemomente und des gleichzeitigen Auftretens von Normaldruckkräften die Betonzugspannungen immer weit unter der zulässigen Grenze bleiben werden.

Bei der Berechnung der Betondruckspannungen kann in ganz gleicher Weise, wie bei den exzentrisch gedrückten Tragwerken erörtert wurde, vorgegangen werden.

a) Fällt die Stützlinie innerhalb der Kernweite, also die Nulllinie außerhalb der Querschnittsfläche, so sind die Formeln 176),

177) und 180) anzuwenden, welche mit den Bezeichnungen der Figuren 178 und 179 an der Außen- bzw. Innenkante geben:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{N}{F_i} + \frac{N r e_2}{\mathfrak{S}_i} = \frac{{}^2M_k e_2}{\mathfrak{S}_i}, \\ \sigma'_{bd} &= \frac{N}{F_i} - \frac{N r e_1}{\mathfrak{S}_i} = -\frac{{}^1M_k e_1}{\mathfrak{S}_i} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 217).$$

Da die Einwirkung des rechten Gewölbeteils auf den linken betrachtet wird, sind die Kernmomente positiv (negativ) einzuführen, wenn sie entgegen dem (im) Sinne der Uhrzeigerbewegung wirken; auch ist dementsprechend die Exzentrizität r positiv (negativ) einzusetzen, wenn die Druckkraft N den Querschnitt außenseitig (innenseitig) exzentrisch angreift.

Ob die Bedingung, daß die Stützlinie innerhalb der Kernweite fällt, erfüllt ist, erkennt man daran, daß beide Kernmomente entgegengesetztes Zeichen haben und daß σ_{bd} und σ'_{bd} sich positiv ergeben müssen.

β) Haben beide Kernmomente

$$\begin{aligned} {}^2M_k &= (r + k_2) N, \\ {}^1M_k &= (r - k_1) N \end{aligned}$$

positives (negatives) Zeichen, so zeigt dies an, daß die Stützlinie außerhalb der Kernweite fällt und Zugspannungen auf der inneren (äußeren) Querschnittsseite auftreten.

In der Praxis sind nun zwei wesentlich voneinander verschiedene Belastungsfälle zu unterscheiden:

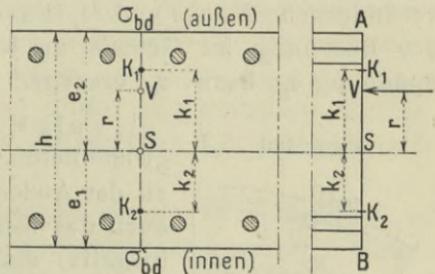
- a) konstante Belastung des Gewölbes und
- b) veränderliche Belastung, die sich aus einer ständigen Last (dem Eigengewichte) und einer beweglichen (der Verkehrs- oder Nutzlast) zusammensetzt.

Im Falle a) ist nur eine einzige Stützlinie in Betracht zu ziehen, welche, wenn einmal die äußeren Kräfte und Momente bestimmt sind, leicht zeichnerisch oder rechnerisch festgelegt werden kann.

Für den Fall a, α) ist dann die Größe der Normalkräfte N und der Kernpunktmomente 1M_k und 2M_k und mit diesen aus Gl. 217) σ_{bd} oder σ'_{bd} leicht ermittelbar.

Figur 178.

Figur 179.



Für den Fall α, β) muß die Berechnung der Betondruckspannungen hingegen nach den Formeln 184) erfolgen, wobei zunächst der Abstand x der Nulllinie aus der bekannten Entfernung z des Angriffspunktes der Kraft P vom Rande nach der Formel 183)

$$x - z = \frac{x J_i}{x S_i}$$

zu berechnen ist.

Anders verhält es sich jedoch (Fall b), wenn bewegliche Lasten zu berücksichtigen sind, wie es wohl bei vielen Gewölben der Fall ist. Dann kommen veränderliche Laststellungen und damit veränderliche N, r, z und M_k in Betracht und ist jene Lastverteilung der Rechnung zu Grunde zu legen, welche jeweilig die größte Spannung σ_{bd} bzw. σ_{ez} erzeugt.

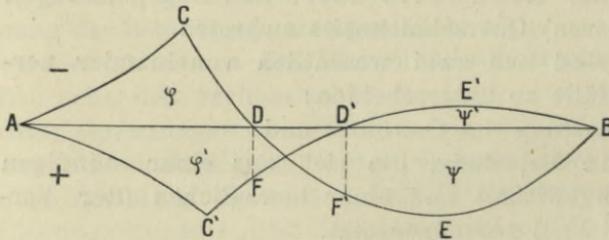
Figur 180.



Fall b, α). Nach Gl. 217) erhält man die größte Betondruckspannung eines Querschnittes an der Außen-(Innen-)kante, wenn r und somit auch das Kernmoment 2M_k (bzw. 1M_k) positiv (negativ) am größten wird. Man wird demnach in bekannter Weise die Einflußlinien der Kernmomente ermitteln und aus diesen die erforderlichen Laststellungen und die Größe dieser Kernmomente selbst entnehmen.

In Figur 181 sei die Einflußlinie $AC'E'B$ des Kernmomentes 2M_k (maßgebend für die Spannung σ_{bd} in G) und jene $ACEB$ des

Figur 181.



Kernmomentes 1M_k (maßgebend für die Spannung σ'_{bd} im Punkte H (s. Figur 180) gezeichnet; die positiven Einflußwerte seien nach abwärts, die negativen nach aufwärts aufgetragen.

Das Eigengewicht (g auf die Längeneinheit) erzeugt beispielsweise um K_1 ein Kernmoment 1m_g , das sich aus den negativen und positiven Flächen $(ACD) = \varphi$ und $(DEB) = \psi$ (φ und ψ durchwegs absolut genommen) zusammensetzt, und es ist

$${}^1m_g = g (\psi - \varphi).$$

Durch die veränderliche Last (p auf die Längeneinheit) wird das größte negative Kernmoment um K_1 bei Belastung der Strecke \overline{AD} erzeugt und beträgt

$${}^1m_p = -p \varphi.$$

Sonach ist das größtmögliche negative Gesamtkernmoment für K_1 , das für die größte Druckspannung σ'_{ba} in H (Innenkante) maßgebend ist,

$${}^1M_k = {}^1m_g + {}^1m_p = -(g + p) \varphi + g \psi.$$

Mit diesem soeben ermittelten Größtwerte von 1M_k darf die größte Druckspannung σ'_{ba} in H aber nur dann nach den Formeln 217) berechnet werden, wenn die Bedingung für deren Anwendbarkeit zutrifft, das heißt, wenn die Nulllinie außerhalb des Querschnittes fällt. Um dies zu entscheiden, wird man für dieselbe Belastung das andere Kernmoment (2M_k) mittels dessen Einflußlinie, welche ohnehin zur Prüfung der größten Spannung σ_{ba} in G nötig ist, untersuchen.

Bezeichnet man die Fläche ($AC'D'$) mit φ' , ($D'E'B$) mit ψ' , so ergibt sich ähnlich wie oben das der Belastungsstrecke AD entsprechende Kernmoment um K_2 mit

$$({}^2M_k) = g(\varphi' - \psi') + p(\varphi' - \Delta\varphi'),$$

wenn die Fläche ($DD'F'$) mit $\Delta\varphi'$ bezeichnet wird.

Haben die beiden Momente entgegengesetztes Zeichen [1M_k negativ, (2M_k) positiv], so fällt die Nulllinie außerhalb des Querschnittes; die Anwendung der Formeln 217) für σ'_{ba} ist daher zulässig.

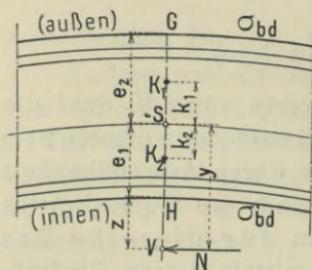
In ähnlicher Weise ist bei Bestimmung der größten Druckspannung σ_{ba} in G (Außenkante) vorzugehen. Hierbei muß sich die veränderliche Belastung auf die positive Beitragslänge $\overline{AD'}$ erstrecken. Das hier maßgebende größte positive Kernmoment um K_2 ist dann ${}^2M_k = (g + p) \varphi' - g \psi'$, das gleichzeitig auftretende, auf K_1 bezogene, hingegen: (1M_k) = $g(-\varphi + \psi) + p(-\varphi + \Delta\psi)$, wenn die Fläche ($DD'F''$) mit $\Delta\psi$ bezeichnet wird. Beide Momente müssen wieder entgegengesetztes Vorzeichen haben [2M_k positiv, (1M_k) negativ], damit für Bestimmung des größten Druckes σ_{ba} (Außenkante) die Formeln 217) mit Einsetzung von 2M_k Verwendung finden dürfen.

Sind aber bei Bestimmung der größten Werte von σ'_{ba} (bezw. σ_{ba}) beide Kernmomente negativ (bezw. positiv), so tritt der Fall β) ein, bei dem im Querschnitte Zug- und Druckspan-

nungen vorhanden, daher rechnermäßig die Zugspannungen vom Eisen allein aufzunehmen, also die Formeln 182) anzuwenden sind (Unterabschnitt VII, 2 b).

Fall b, β) erfordert jedoch die Kenntnis der Größe und Lage der Normalkraft N . Wie aus Figur 182 hervorgeht, betragen die gleichzeitig auftretenden Momente, sobald die Kräfte und Längen mit ihrem absoluten Wert eingesetzt werden:

Figur 182.



$$\begin{aligned} ({}^2M_k) &= -N(y - k_2), \\ ({}^1M_k) &= -N(y + k_1). \end{aligned}$$

Für diese Werte besteht entsprechend der Figur 182 die Voraussetzung, daß die größte Druckspannung σ'_{bd} (Innenkante) gleichzeitig mit einer Zugspannung an der Außenkante auftritt.

Aus diesen beiden Gleichungen ergeben sich Größe und Lage von N :

$$\left. \begin{aligned} N &= \frac{-{}^1M_k + ({}^2M_k)}{k_1 + k_2}, \\ y &= \frac{k_2 {}^1M_k + k_1 ({}^2M_k)}{{}^1M_k - ({}^2M_k)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 218).$$

Bei gleichen Kernpunktsabständen $k_1 = k_2$, z. B. bei rechteckigem Querschnitte und symmetrischer Armierung, wird

$$\left. \begin{aligned} N &= \frac{-{}^1M_k + ({}^2M_k)}{2k}, \\ y &= k \frac{{}^1M_k + ({}^2M_k)}{{}^1M_k - ({}^2M_k)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 219).$$

Tritt die größte Druckspannung σ_{bd} an der Außenkante gleichzeitig mit einer Zugspannung an der Innenkante auf, so ergeben sich aus

$$\begin{aligned} ({}^2M_k) &= N(y + k_2), \\ ({}^1M_k) &= N(y - k_1) \end{aligned}$$

die Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} N &= \frac{{}^2M_k - ({}^1M_k)}{k_1 + k_2}, \\ y &= \frac{k_1 {}^2M_k + k_2 ({}^1M_k)}{{}^2M_k - ({}^1M_k)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 218a).$$

Bei gleichen Kernpunktsabständen $k_1 = k_2$ wird:

$$\left. \begin{aligned} N &= \frac{{}^2M_k - ({}^1M_k)}{2k}, \\ y &= k \frac{{}^2M_k + ({}^1M_k)}{{}^2M_k - ({}^1M_k)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 219a).$$

Aus y ermittelt sich der Abstand der Kraft N vom Rande z (Figur 182) mit $z = y - e_1$ für Bestimmung des größten σ'_{ba} und mit $z = y + e_2$ für die des größten σ_{ba} .

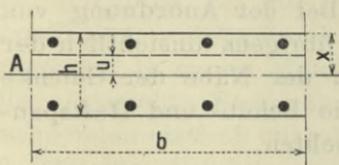
Mit Hilfe der so bestimmten Größen N und z sind sodann σ'_{ba} und σ_{ba} (allfällig auch σ_{ez}) nach den Gl. 183) und 184) auszuwerten.

Wenn als veränderliche Last nicht gleichförmige Belastung, sondern ein System von Einzellasten, entsprechend Wagenzügen, Dampfstraßenwalzen u. s. w. zu berücksichtigen ist, so sind die Einflußlinien der Kernpunktsmomente gleichfalls in bekannter Weise zur Ermittlung der die größten Druckspannungen erzeugenden Momente zu benutzen.

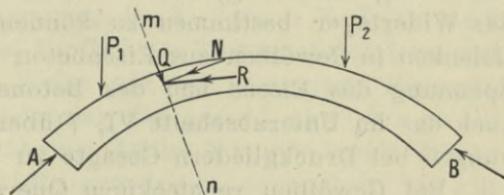
3. Schub- und mittlere Haftspannungen.

Aus denselben Gründen wie bei den geraden, bloß auf Biegung beanspruchten Trägern treten auch bei Gewölben zwischen

Figur 183.



Figur 184.



den zur Bogenachse parallelen Schichten Längsschubkräfte auf. Die Schubkraft T_u pro Bogenlängeneinheit berechnet sich für eine Schichte von der Tiefe b im Abstände u von der dem Exzentrizitätsmoment allein entsprechenden Nulllinie A des Querschnittes (Figur 183) analog zu S. 127 nach der Formel

$$T_u = \frac{Q S_u}{J_i}$$

Hierin bedeutet: S_u das statische Moment des ober- oder unterhalb der betrachteten Schichte liegenden Teiles der ideellen Querschnittsfläche, J_i das Trägheitsmoment der letzteren (S_u und J_i auf die Nulllinie A bezogen) und Q die für den betreffenden Schnitt $m n$ (Figur 184) giltige, nach S. 263 zu bestimmende Querkraft. Die Ermittlung der größten Schubspannungen erfolgt nun in ganz gleicher Weise wie bei den bloß auf Biegung beanspruchten Verbundkörpern.

Handelt es sich hiebei um veränderliche Belastung, so wird man wieder zweckmäßig mit Hilfe der Einflußlinien für die Querkraft des Querschnittes den maßgebenden größten Wert der letzteren bestimmen.

Hat der Gewölbequerschnitt die Form eines Plattenbalkens (Figur 176), so wird man alle Lasten und statischen Werte auf die Entfernung B zweier Rippen beziehen.

Auch die Berechnung der mittleren Haftspannungen bei Gewölben aus Eisenbeton erfolgt im allgemeinen nach denselben Grundsätzen, wie sie bei der Besprechung der Balkenträger entwickelt wurden. Man ermittelt für den zu prüfenden Querschnitt am besten mit Hilfe der Randspannungen des Betons die Eisen-
spannungen, aus diesen die Druck- oder Zugkraft im Eisen und untersucht nun, ob diese Kraft mittels Haftspannungen von zulässiger Größe innerhalb der betreffenden Haftlänge vom Beton in das Eisen übertragen werden kann.

Bei der verhältnismäßig geringen Ausnützung der Eiseneinlagen in Gewölben ist eine besondere Untersuchung betreffs der Haftspannungen meist entbehrlich; nur an den Kämpfern eingespannter (gelenkloser) Bogentragwerke erscheint eine solche Untersuchung notwendig, um das Maß des Eingriffes der Eisen in das Widerlager bestimmen zu können. Bei der Anordnung von Gelenken in Gewölben aus Eisenbeton ist übrigens hinsichtlich der Spannung des Eisens und des Betons in der Nähe der Gelenke auch das im Unterabschnitt VI, 7 über die Schub- und Haftspannungen bei Druckgliedern Gesagte zu beachten.

Bei Gewölben rechteckigen Querschnittes brauchen aus denselben Gründen, wie bereits bei den bloß auf Biegung beanspruchten balken- und plattenförmigen Körpern im Abschnitt IV dargelegt wurde, die Schubspannungen nicht untersucht zu werden, da sie, unter Berücksichtigung des Umstandes, daß hier die Querkräfte wegen der meist geringen Abweichung der Bogenachse von der Richtung der Kraft R verhältnismäßig viel kleiner als bei den genannten Tragwerken sind, die zulässigen Werte t_b fast niemals erreichen. Daher erscheint auch aus Gründen der Rechnung die Anordnung von Bügeln bei rechteckigen Gewölbequerschnitten zum Zwecke der Aufnahme von Schubkräften meist überflüssig; dessenungeachtet werden sie stets aus praktischen Gründen angewendet, um die beiden Scharen von Eiseneinlagen miteinander zu einem starren Ganzen zu verbinden und sie gegen Deformationen beim Stampfen zu sichern.

Bei Gewölben von außergewöhnlicher Form (Spitzbogen u. dgl.) wird es bei Anwendung von Querschnitten nach Form von Plattenbalken von vornherein nicht möglich sein, die Schubspannungen als innerhalb der zulässigen Grenzwerte liegend einzuschätzen, und werden sich daher die kurzen Anleitungen dieses Abschnittes vornehmlich auf diese Fälle beziehen.

XIII. Einfluß der Temperatur.

Stehen den durch die Änderung der Temperatur bewirkten Längenänderungen eines Verbundkörpers keine Widerstände entgegen, so sind mit diesen Änderungen keine Spannungen verbunden; im gegenteiligen Falle werden durch die Widerstände innere Kräfte geweckt, die ihrerseits Spannungen im Beton und Eisen zur Folge haben.

Für Verbundkörper wird man den linearen Ausdehnungskoeffizienten des Betons, welcher in den amtlichen Vorschriften mit $\alpha = 0.000012$ für einen Grad Celsius (somit nahezu übereinstimmend mit jenem für Eisen) angegeben ist, annehmen können, da der Beton stets den weitaus überwiegenden Teil des Gesamtkörpers ausmacht. Da bei jenen äußerlich statisch unbestimmten Tragwerken aus Eisenbeton, bei denen Temperaturänderungen Spannungen verursachen, die Sätze über die Formänderungsarbeit anzuwenden sind, erfolgt gemäß den Vorschriften (HV. § 5, Abs. 8d, BV. § 5, Abs. 7e) die Bestimmung der äußeren Kräfte und Momente, welche durch den Einfluß der Temperaturänderungen entstehen, in genau gleicher Weise wie bei homogenen Körpern. Die allgemeine Bedingungsgleichung für irgend eine der zu berechnenden statisch unbestimmbaren Größen X wurde bereits früher (S. 222) für alle Belastungskräfte gemeinsam angegeben; sie gilt ohneweiters für den Einfluß der Temperaturänderungen allein, wenn die Größen N und M nur in dem Ausmaße, als sie durch diese entstehen, eingesetzt werden.

Solcher Gleichungen sind so viele anzuschreiben als statisch unbestimmbare Größen vorkommen, so daß letztere eindeutig bestimmt werden können. In weiterer Folge können nun die äußeren Kräfte selbst gewonnen und mit diesen dann die Spannungen in der früher erläuterten Weise berechnet werden. Doch ist hierbei noch folgendes zu bemerken: Bei den Tragwerken aus Eisenbeton erscheint es bei Berechnung der Spannungen nicht allgemein angängig, nach dem Gesetze der Unabhängigkeit der Wirkungen (Superpositionsgesetz) vorzugehen, das heißt, die von der Temperatur herrührenden Spannungen in Beton und Eisen sowie die durch andere Einwirkungen (lotrechte Belastungen u. s. w.) verursachten Spannungen je für sich zu berechnen und zu addieren; dieser Vorgang ist nur dann richtig, wenn in beiden Fällen die wirkenden Beton- (Druck- bzw. Zug-)flächen die gleichen sind. Bei bloß auf Biegung beanspruchten Tragwerken, bei zentrischem Druck und bei exzentrischem dann, wenn die Normalkraft innerhalb der Kern-

weite des betreffenden Querschnittes angreift, ist dies der Fall, nicht aber wenn es sich um außerhalb der Kernweite exzentrisch wirkende Normalkräfte handelt, wie sie bei Gewölben und anderen Systemen von Bogenträgern vorkommen können. In solchen Fällen muß die Wirkung der lotrechten Belastungen und jene der Temperaturänderungen gemeinsam betrachtet und müssen aus den betreffenden resultierenden äußeren Kräften und Momenten die Nulllinie bestimmt und die Spannungen abgeleitet werden.

Laut der Vorschriften für Hochbauten (HV. § 4, Abs. 14) sind Wärmeschwankungen, sofern durch sie Spannungen verursacht werden, im allgemeinen nur dann zu berücksichtigen, wenn das Tragwerk dem Temperaturwechsel der Außenluft ausgesetzt ist. Ausnahmefälle betreffen Trockenkammern, Schornsteine, Kühlräume u. s. w. Das Maß der jeweils anzunehmenden Temperaturgrenzen ist in den Vorschriften (HV. § 4, Abs. 14, BV. § 4, Abs. 3) festgesetzt.

Der Einfluß der genannten Temperaturänderungen ist unter Umständen, z. B. bei eingespannten Tragwerken (geraden oder Bogenträgern, Gewölben) ein wesentlicher; er gelangt dann nicht bloß hinsichtlich des betreffenden Tragwerkes selbst, sondern auch betreffs der Stützen oder Widerlager zum Ausdruck.

Auf die Widerlager werden nämlich hierbei die entsprechenden, aus den ermittelten Formänderungen der Tragwerke zu berechnenden äußeren Kräfte ausgeübt, denen sie widerstehen müssen; vermögen sie dies nicht, so werden je nachdem Überbeanspruchungen, Bewegungen derselben oder Risse veranlaßt.

Die Einspannung von Tragwerken wird also dort, wo es sich um größere Temperaturänderungen handelt, jedenfalls auch hinsichtlich des Einflusses der letzteren zu beurteilen sein; mit Rücksicht auf diese Einwirkungen wird man des öfteren gezwungen sein, von einer Einspannung ganz abzusehen, und wird durch geeignete Anordnungen (Gleit- oder Rollenlager) auf die Ermöglichung einer möglichst ungehinderten Bewegung an den Widerlagern hinzuzielen sein.

Aus gleichen Gründen wird auch der entsprechenden Anordnung von Dilatationsfugen in Tragwerken von größerer Ausdehnung ein Augenmerk zuzuwenden sein. In den Vorschriften (HV. § 4, Abs. 15) ist für solche Tragwerke bestimmt, daß, wenn die Einflüsse der Temperatur in der Rechnung nicht berücksichtigt sind, Dilatationsfugen in Abständen von höchstens 20 *m* anzuordnen sind.

B. Tragwerke aus Stampfbeton.

I. Allgemeines.

Die Berechnung von Tragwerken aus Stampfbeton (also ohne Eiseneinlagen) hat gemäß den Vorschriften (HV. § 16, Abs. 7, BV. § 19, Abs. 7) wie für homogene Körper unter Annahme einer Formänderungszahl für Zug und Druck von 140.000 kg/cm^2 zu erfolgen. Die zulässigen Spannungen sind hierbei durch § 17 der HV. und § 20 der BV. bestimmt.

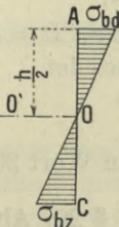
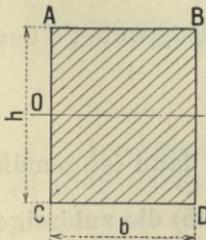
Immerhin sollen im folgenden die wichtigsten Beanspruchungsfälle von Tragwerken aus Stampfbeton kurz besprochen werden, um auch hier die vorgeschriebene Berechnungsweise zu erläutern.

II. Bloß auf Biegung beanspruchte Verbundkörper.

Ein Körper mit rechteckigem Querschnitt (Figur 185), wie er bei bloß auf Biegung beanspruchten Betonbalken wohl meist vorkommen wird, sei nur durch Kräfte in Richtung von h belastet; die Angriffsmomente seien bereits bestimmt. Dann ist bekanntlich

Figur 185.

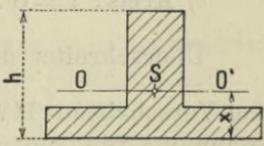
Figur 186.



$$\sigma_{bz} = \sigma_{bd} = \frac{6 M}{b h^2} \dots \dots \dots 220).$$

Die Spannungsverteilung im Querschnitte ist aus Figur 186 ersichtlich.

Figur 187.



Da die zulässige Zugspannung laut der Vorschriften (HV. § 17, Abs. 1, BV. § 20, Abs. 1) wesentlich kleiner als die zulässige Druckspannung ist, so kommt es stets darauf an, zu sehen, ob das berechnete σ_{bz} die gestattete Größe s_{bz} nicht überschreitet.

Bei einer anderen Querschnittsform als der rechteckigen ist zunächst die Schwerachse O' (Figur 187), sodann das Trägheits-

moment \mathfrak{S} , bezogen auf diese Achse, zu bestimmen und gilt, wenn x der Abstand der äußersten Zugfaser von der Schwerachse ist, für σ_{bz} die Gleichung

$$\sigma_{bz} = \frac{Mx}{\mathfrak{S}} \dots \dots \dots 221).$$

III. Zentrisch belastete Druckglieder.

Wird eine Stütze (Pfeiler, Säule u. s. w.) zentrisch durch eine Kraft P belastet, so nimmt man die Druckspannung über den ganzen Querschnitt von der Fläche F gleich groß an, so daß

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F} \dots \dots \dots 222)$$

ist. Die zulässige Größe $^e s_{bd}$ von σ_{bd} gilt für eine freie Länge der

Stütze $L \leq 20 i$, wenn $i = \sqrt{\frac{\mathfrak{S}_k}{F}}$ den Trägheitshalbmesser des

Querschnittes bedeutet; \mathfrak{S}_k ist hierbei das kleinste, äquatoriale Trägheitsmoment, sobald nicht durch konstruktive Vorkehrungen eine andere Knickebene festgelegt ist, in der die Ausknickung am leichtesten erfolgen kann. Für die in der Praxis am häufigsten vorkommenden Formen entspricht dies folgenden Verhältnissen der Länge L des Druckgliedes zu den maßgebenden Abmessungen des Querschnittes:

a) Rechteck und Quadrat: $i = 0.289 a$, $L = 5.8 a$, wobei im ersten Fall a die kleinere Seite bedeutet,

b) regelmäßiges Sechseck: $i = 0.263 d$, $L = 5.3 d$, wobei d der Durchmesser des eingeschriebenen Kreises ist,

c) Kreis: $i = 0.25 d$, $L = 5 d$.

Überschreitet das Verhältnis $\frac{L}{i}$ den Wert 20, dann ist gemäß den Vorschriften (HV. § 17, Abs. 5, BV. § 20, Abs. 5) die zulässige Spannung für zentrischen Druck $^e s_{bd}$ auf den Wert s_{bk} nach der Formel

$$s_{bk} = \left(1.72 - 0.036 \frac{L}{i} \right) ^e s_{bd} = \alpha ^e s_{bd}$$

abzumindern. Die Werte der Abminderungszahlen $\alpha = 1.72 - 0.036 \frac{L}{i}$ sind in der folgenden Tabelle Nr. 20 zusammengestellt.

Tabelle Nr. 20.

Abminderungszahlen α und deren reziproke Werte $\frac{1}{\alpha}$ bei Druckgliedern aus Stampfbeton.

$\frac{L}{i}$	α	$\frac{1}{\alpha}$	$\frac{L}{i}$	α	$\frac{1}{\alpha}$
20	1·000	1·000	38	0·352	2·841
22	0·928	1·078	40	0·280	3·571
24	0·856	1·168	42	0·208	4·808
26	0·784	1·276	44	0·136	7·353
28	0·712	1·404	46	0·064	15·625
30	0·640	1·562	(47·7	0	∞)
32	0·568	1·761			
34	0·496	2·016	—	—	—
36	0·424	2·358	—	—	—

Für die Praxis kommen im allgemeinen Druckglieder aus Stampfbeton, deren Verhältnis $\frac{L}{i} > 35$ ist, kaum mehr in Betracht.

Die zulässige Belastung eines zentrisch beanspruchten Druckgliedes aus Stampfbeton ist

a) für $\frac{L}{i} \leq 20$ $P \leq F^c s_{bd} \dots \dots \dots 223)$

b) für $\frac{L}{i} > 20$ $P \leq \alpha F^c s_{bd} \dots \dots \dots 224).$

IV. Exzentrisch belastete Druckglieder.

a) bei $\frac{L}{i} \leq 20$.

Es werde wieder angenommen, daß der Querschnitt symmetrisch sei und die Kraftlinie mit der Symmetrieachse zusammenfalle.

Bei exzentrisch wirkendem Drucke, der in der Symmetrieachse im Punkte V um r vom Schwerpunkte S des Querschnittes entfernt angreift, sind die größten Randspannungen bekanntlich gegeben durch

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F} + \frac{M e_1}{S} = \frac{P}{F} + \frac{P r e_1}{S},$$

$$\sigma'_{bd} = \frac{P}{F} - \frac{M e_1}{S} = \frac{P}{F} - \frac{P r e_2}{S}.$$

Erstere stellt die größte, letztere die (algebraisch) kleinste Kantenspannung dar.

Bezeichnet man bei einem rechteckigen Querschnitte (Figur 188)*), der als am häufigsten bei Druckgliedern aus Stampfbeton vorkommend für das folgende vorausgesetzt werden soll, das Verhältnis der Exzentrizität r zur betreffenden Rechteckseite a mit $\rho = \frac{r}{a}$, so nehmen obige Gleichungen die Form an

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bd} &= \frac{P}{F} (1 + 6\rho), \\ \sigma'_{bd} &= \frac{P}{F} (1 - 6\rho) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 225).$$

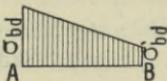
Figur 188.



In einem gegebenen Falle sind diese algebraisch größten bzw. kleinsten Kantenspannungen mit den gestatteten Grenzwerten zu vergleichen. Sind beide positiv, so herrscht im ganzen Querschnitte nur Druck; die Spannungsverteilung ist dann durch die Figur 189, entsprechend der Belastung nach Figur 188, gegeben und es muß sein

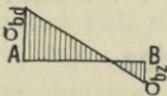
$$P \leq \frac{F s_{bd}}{1 + 6\rho} \dots \dots \dots 226);$$

Figur 189.



σ'_{bd} kommt als kleinste Druckspannung nicht weiter in Betracht.

Figur 190.



Anders verhält es sich, wenn σ'_{bd} negativ, also eine Zugspannung wird, wobei sich die Spannungsverteilung nach Figur 190 gestaltet, entsprechend einer Lage des Lastpunktes V zwischen A und K_1 . Diese Randspannung σ_{bz} muß dann, absolut genommen, kleiner als die gestattete Zugspannung s_{bz} (HV. § 17, Abs. 1, BV. § 20, Abs. 1),

$$P \leq \frac{F s_{bz}}{6\rho - 1} \dots \dots \dots 227)$$

d. h.

sein.

Die größte zulässige Belastung P' eines exzentrisch gedrückten Tragwerkes ist durch den kleineren der beiden für P aus Gl. 226) und 227) sich ergebenden Werte festgelegt. Überdies darf aber nach den amtlichen Vorschriften (HV. § 17, Abs. 6, BV. § 20, Abs. 6) die Belastung exzentrisch beanspruchter Druckglieder nicht

*) Die Bezeichnungen in Klammern beziehen sich auf den Abschnitt V: „Gewölbe“.

größer angenommen werden, als die bei gedachter zentrischer Kraftwirkung mit der zulässigen Betonspannung für zentrischen Druck sich ergebende Tragkraft desselben Druckgliedes. Es muß also jederzeit auch sein

$$P \leq F \cdot s_{bd} \dots \dots \dots 228).$$

Aus einem Vergleiche der Beziehungen 226) und 228) ergibt sich ein charakteristisches Verhältnis ρ_e und eine entsprechende Exzentrizität $r_e = \rho_e a$; ist die tatsächliche Exzentrizität $r < r_e$, so ist die exzentrisch belastete Säule als zentrisch mit s_{bd} , ist hingegen $r > r_e$, so ist sie als exzentrisch belastete Säule mit s_{bz} zu berechnen; es wird mit

$$n = \frac{s_{bd}}{c s_{bd}} \dots \dots \rho_e = \frac{n-1}{6} \dots \dots \dots 229).$$

Man kann ferner auch nach dem Exzentrizitätsverhältnis ρ_g fragen, für welches die beiden P nach Gl. 226) und 227) einander gleich sind, d. h. für welches die beiden zulässigen Spannungen s_{bd} und s_{bz} zugleich erreicht werden. Man findet aus

$$\left. \begin{aligned} \frac{F s_{bd}}{1 + 6 \rho} &= \frac{F s_{bz}}{6 \rho - 1} \\ \rho_g &= \frac{1 + m}{6(1 - m)}, \\ m &= \frac{s_{bz}}{s_{bd}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 230).$$

Die Hilfsgrößen n und m sind bei Hochbauten für das

Mischungsverhältnis	470	350	280	230 kg/m ³ :
$n =$	1.50	1.50	1.53	1.50,
$m =$	0.076	0.083	0.077	0.095.

Die aus Gl. 229) sich ergebenden ρ_e , sowie die Werte ρ_g nach Gl. 230) sind aus der ersten Zeile ($\frac{L}{i} = 0$ bis 20) der Tabelle Nr. 21 (S. 280) zu entnehmen.

b) bei $\frac{L}{i} > 20$.

In diesem Falle gelten gemäß HV. § 17, Abs. 5b, BV. § 20, Abs. 5b als zulässige Druckspannungen die für exzentrischen Druck zulässigen Spannungen s_{bd} , vermindert um die $\frac{1-\alpha}{\alpha}$ fache,

einer gedachten zentrischen Belastung entsprechende Druckspannung $\left(\frac{P}{F}\right)$.

Es muß demnach — u. zw. wieder für den bisher betrachteten rechteckigen Querschnitt — sein:

$$\sigma_{bd} = \frac{P}{F}(1 + 6\rho) \leq s_{bd} - \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F},$$

$$\text{somit } P \leq \frac{F s_{bd}}{6\rho + \frac{1}{\alpha}} \dots \dots \dots 231).$$

α muß unabhängig von der Lage der Kraftebene wieder für das kleinste äquatoriale Trägheitsmoment \mathfrak{S}_k ermittelt werden.

Sind beide nach Gl. 225) zu bestimmenden Spannungen σ_{bd} und σ'_{bd} positiv, also Druckspannungen, so kommt σ'_{bd} als die kleinere wieder nicht in Betracht.

Wird hingegen σ'_{bd} negativ, also eine Zugspannung, so kann man behufs Beurteilung, ob die festgesetzte Grenze s_{bz} eingehalten wird, von der bekannten Anschauung ausgehen, daß das Glied $\frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F}$ in Gl. 231) eine Biegungsspannung darstellt, welche zu den von der exzentrischen Kraft P herrührenden Spannungen in Gl. 225) algebraisch und zwar zu σ_{bd} als Druck-, zu σ'_{bd} als Zugspannung zu addieren ist. Man erhält dadurch die Gesamtspannung für jene Eckpunkte des Querschnittes, wo die algebraisch größten und kleinsten Spannungen aus der exzentrischen Belastung mit dem Zuschlag $+\frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F}$ bzw. $-\frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F}$ zusammentreffen. (Siehe hierüber auch S. 211.)

Die größte Druckspannung wird hiernach

$$\max \sigma_{bd} = \frac{P}{F}(1 + 6\rho) + \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F},$$

woraus sich der Wert von P nach Gl. 231) ergibt; die algebraisch kleinste Spannung wird hingegen

$$\min \sigma_{bd} = \frac{P}{F}(1 - 6\rho) - \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{P}{F}.$$

Ist dieser Wert negativ, also $\min \sigma_{bd}$ eine größte Zugspannung, so muß diese, absolut genommen, kleiner als s_{bz} sein; es

muß dann, wenn der absolute Wert mit $|\min \sigma_{bd}|$ bezeichnet wird, sein

$$|\min \sigma_{bd}| = \frac{P}{F} \left(-2 + 6\rho + \frac{1}{\alpha} \right) \leq s_{bz} \text{ und somit}$$

$$P \leq \frac{F s_{bz}}{-2 + 6\rho + \frac{1}{\alpha}} \dots \dots \dots 232).$$

Es läßt sich auch hier (im Falle $\frac{L}{i} > 20$) ein gewisses Exzentrizitätsverhältnis ρ_g bestimmen, bei welchem beide Grenzwerte s_{bd} und s_{bz} gleichzeitig erreicht werden. Man findet durch Gleichsetzen der Kräfte P aus Gl. 231) und 232)

$$\rho_g = \frac{2\alpha - (1 - m)}{6\alpha(1 - m)} \dots \dots \dots 233).$$

Für $\alpha = 1$, also $\frac{L}{i} \leq 20$, geht dieser Wert in das ρ_g der Gl. 230) über.

Setzt man den Zähler von ρ_g gleich Null, so erhält man jene Werte α_0 von α und weiter jene Schlankheitsziffer $\left(\frac{L}{i}\right)_0$, für welche im Sinne des obigen Gedankenganges bei der Exzentrizität $\rho_g = 0$, also bei zentrischem Druck die Grenze s_{bz} der Zugspannung erreicht wird.

Es ergeben sich mit den auf S. 277 angegebenen Werten von m bei Hochbauten für die Mischungsverhältnisse von 470 bis 230 kg/m^3 Werte von α_0 , die zwischen 0.452 und 0.462 liegen. Denselben entspricht der hohe Wert von $\left(\frac{L}{i}\right)_0 = 35$, welchem bei rechteckigem Querschnitte ein in der Praxis wohl kaum mehr vorkommendes Verhältnis der Säulenhöhe zur schmälere Rechteckseite des Querschnittes von rund 10 gleichkommt, so daß ein Überschreiten der gestatteten Zugspannung bei zentrischem Druck in praktischen Fällen nicht eintreten wird.

Für exzentrisch belastete Druckglieder aus Stampfbeton, bei denen $\frac{L}{i} > 20$, ist noch in ähnlicher Weise wie bei Druckgliedern, bei denen $\frac{L}{i} < 20$ ist, zu beachten (HV. § 17, Abs. 6, BV. § 20, Abs. 6), daß die Tragfähigkeit nicht größer angenommen werden darf, als die bei gedachter zentrischer Kraftwirkung mit der zuläs-

sigen Betonspannung für zentrischen Druck sich ergebende Tragkraft desselben Druckgliedes. Es muß also jederzeit auch sein:

$$P \leq \alpha F \epsilon_{s_{bd}} \dots \dots \dots 234).$$

Aus einem Vergleiche dieses Ausdruckes mit jenem in Gl. 231) findet man wieder ein Exzentrizitätsverhältnis ρ_e , unterhalb dessen eine exzentrisch belastete Säule als zentrisch (mit $\epsilon_{s_{bd}}$) und oberhalb dessen sie als exzentrisch belastet (mit s_{bd}) zu berechnen ist,

und zwar wird mit $n = \frac{s_{bd}}{\epsilon_{s_{bd}}}$

$$\rho_e = \frac{n-1}{6\alpha} \dots \dots \dots 235).$$

Für $\alpha = 1$, also $\frac{L}{i} \leq 20$, geht dieser Wert in das ρ_e der Gl. 229) über.

Die Größen ρ_g und ρ_e sind für einige Schlankheitsziffern $\frac{L}{i}$ für Hochbauten in nachstehender Tabelle Nr. 21 angeführt.

Bei den exzentrisch belasteten Druckgliedern aus Stampfbeton können auch die Kernmomente zur Ermittlung der Spannungen in ähnlicher Weise, wie dies früher gezeigt wurde, benützt werden.

Tabelle Nr. 21.

Charakteristische Exzentrizitätsverhältnisse $\rho = \frac{r}{a}$ (Figur 188) bei exzentrisch belasteten Druckgliedern aus Stampfbeton bei Hochbauten.

$\frac{L}{i} =$	$\alpha = 1.72 - 0.036 \frac{L}{i}$	ρ_g nach Gl. 230) und 233)				ρ_e nach Gl. 229) und 235)			
		Mischungsverhältnis kg/m^3				Mischungsverhältnis kg/m^3			
		470	350	280	230	470	350	280	230
0—20	1.00	0.194	0.197	0.195	0.202	0.083	0.083	0.088	0.083
30	0.64	0.100	0.103	0.100	0.108	0.130	0.130	0.138	0.130
40	0.28	0.298	0.298	0.315	0.298

V. Gewölbe.

Die statische Untersuchung der Gewölbe aus Stampfbeton erfolgt nach den bekannten Regeln wie für homogene Körper, so daß ein näheres Eingehen auf dieselbe hier überflüssig erscheint.

Lediglich die Formeln für die Berechnung der Spannungen sollen unter Hinweis auf die Ausführungen bei den Gewölben aus Eisenbeton (Abschnitt A, XII) nochmals angeführt werden, um einige Bemerkungen hieran zu knüpfen.

Die Randspannungen (Figur 188) sind:

$$\sigma_{b,d} = \frac{N}{F'} + \frac{Nr e_2}{\mathfrak{S}} = \frac{{}^2M_k e_2}{\mathfrak{S}},$$

$$\sigma'_{b,d} = \frac{N}{F'} - \frac{Nr e_1}{\mathfrak{S}} = -\frac{{}^1M_k e_1}{\mathfrak{S}},$$

wobei mit den Kernpunktsentfernungen $k_1 = \frac{\mathfrak{S}}{F' e_1}$ und $k_2 = \frac{\mathfrak{S}}{F' e_2}$ die Kernmomente ${}^2M_k = N(r + k_2)$, ${}^1M_k = N(r - k_1)$ betragen.

F' und \mathfrak{S} beziehen sich hier auf die volle Betonfläche. Bei dem meist angewendeten rechteckigen Querschnitte wird

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{b,d} &= \frac{N}{bh} + \frac{6Nr}{bh^2} = 6 \frac{{}^2M_k}{bh^2}, \\ \sigma'_{b,d} &= \frac{N}{bh} - \frac{6Nr}{bh^2} = -6 \frac{{}^1M_k}{bh^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 236);$$

die Kernpunkte liegen in je ein Drittel der Gewölbestärke:

$$k_1 = k_2 = \frac{1}{6} h.$$

Da laut der Vorschriften für exzentrischen Druck, also auch für Gewölbe kleine Zugspannungen $s_{b,z}$ zulässig sind, so kann bei Gewölben aus Stampfbeton die Stützlinie aus dem mittleren Drittel des Querschnittes (allgemein gesagt, aus der Kernweite) um ein Geringes heraustreten. Der betreffende Wert r_1 der Exzentrizität findet sich aus der Bedingung, daß der absolute Wert des für r_1 negativ gewordenen Ausdruckes von $\sigma'_{b,d}$ höchstens gleich der zulässigen Zugspannung $s_{b,z}$ wird. Es ist also

$$s_{b,z} = \frac{N r_1 e_1}{\mathfrak{S}} - \frac{N}{F'} \text{ und somit}$$

$$r_1 = \frac{\mathfrak{S}}{F' e_1} \left(1 + \frac{F s_{b,z}}{N} \right) = k_1 \left(1 + \frac{F s_{b,z}}{N} \right).$$

Auch auf der anderen Querschnittsseite gibt es einen solchen „Zuggrenzpunkt“ im Abstände r_2 vom Schwerpunkte:

$$r_2 = k_2 \left(1 + \frac{F s_{bz}}{N} \right).$$

Bei rechteckigem Querschnitte wird

$$r_1 = r_2 = \frac{h}{6} \left(1 + \frac{b h s_{bz}}{N} \right).$$

VI. Schlußbemerkungen.

Hinsichtlich der Schub- und Hauptzugspannungen bei Tragwerken aus Stampfbeton kann auf die Erörterungen in den Abschnitten A, IV und A, XII, 3 verwiesen werden, welche sinngemäß auch hier gelten; eine Ermittlung dieser Spannungen ist übrigens bei dem wohl ausschließlich angewendeten Rechteckprofile der hieher gehörigen Tragwerke fast stets entbehrlich. Ebenso darf betreffs der äußeren Kräfte statisch unbestimmter Systeme und des Einflusses von Temperaturänderungen auf die Abschnitte A, VIII und A, XIII verwiesen werden. Die maßgebenden allgemeinen Gleichungen gelten auch hier und sind nur für F und \mathfrak{Z} die auf die volle Betonfläche bezogenen Werte einzusetzen.

C. Anhang.

1. Vorschrift

vom 15. Juni 1911 über die Herstellung von Tragwerken aus Eisenbeton oder Stampfbeton bei Hochbauten.*)

Herausgegeben mit Erlaß des k. k. Ministeriums für öffentliche Arbeiten,
Z. 42/30-IX d ex 1911.

I. Abschnitt.

Tragwerke aus Eisenbeton.

§ 1. Begriffsbestimmung.

Tragwerke oder Tragwerksteile aus Eisenbeton sind solche, bei denen Eisen mit Stampfbeton in eine derartige Verbindung gebracht ist, daß beide Baustoffe hinsichtlich der Lastaufnahme zu gemeinsamer statischer Wirkung gelangen.

§ 2. Allgemeines.

Die Bestimmungen dieser Vorschrift gelten nur insofern, als die bestehenden örtlichen Bauvorschriften (Bauordnungen) nicht weitergehende Anforderungen enthalten. Für den Bau hoher Schornsteine hat überdies der Erlaß des k. k. Ministeriums des Innern vom 24. Mai 1902, Z. 38290 ex 1901, sinngemäß Anwendung zu finden.

A. Entwurf.

§ 3. Inhalt des Entwurfes.

1. Der Bauentwurf hat folgende Vorlagen zu umfassen:

a) Zeichnungen, welche das Tragwerk im ganzen und in allen Einzelheiten — insbesondere hinsichtlich der Verteilung und des Verlaufes aller Eiseneinlagen — klar zur Darstellung bringen, sowie die Angabe des

*) Die Vorschrift ist vom Kommissionsverlage Lehmann & Wentzel G. m. b. H., Wien, I., Kärntnerstrasse 30, zum Preise von 60 Heller für ein Stück zu beziehen.

Mischungsverhältnisses für den Beton und zwar hinsichtlich des Zements nach Gewichtsmengen, hinsichtlich der anderen Baustoffe nach Raummengen enthalten;

b) eine statische Berechnung, welche sich auf alle Teile des Tragwerks zu erstrecken hat, unter Zugrundelegung der Bestimmungen der §§ 4, 5 und 6 verfaßt ist und übersichtlich und leicht prüfbar sein muß;

c) eine Beschreibung, mit welcher außergewöhnliche Tragwerksanordnungen besonders erläutert werden.

2. Die Vorlagen sind vom Verfasser des Entwurfes und vom Bauherrn zu fertigen, der genehmigte Entwurf ist auch vom Unternehmer, der die Ausführung bewirkt, zu unterzeichnen.

§ 4. Berechnungsgrundlagen.

1. Für die Berechnung sind zu berücksichtigen:

Die bleibende Last, das ist das Eigengewicht des Tragwerks samt der sonstigen ständigen Belastung;

die Nutzlast, das ist die durch den Zweck des Bauwerkes bedingte veränderliche Last, ferner allfällig

die Einflüsse des Schneedruckes, Winddruckes und der Wärmeschwankungen sowie des Erddruckes und des Wasserdruckes.

Bleibende Last.

2. Als Grundlage für den Nachweis des Eigengewichtes des Tragwerkes und der sonstigen ständigen Belastung haben die folgenden Einheitsgewichte und zwar in *kg* für $1 m^3$ zu gelten:

Schweißeisen		7.800
Flußeisen		7.850
Roheisenguß		7.300
Stahl		7.900
Blei		11.400
Kupfer, gewalzt		9.000
Eichenholz	} luft- trocken	800
Buchenholz		750
Lärchenholz		650
Kiefern-, Tannen- oder Fichtenholz		600
Holzstöckelpflaster		1.100
Steinholzbelag		1.400
Glas		2.600
Erde, trocken		1.350
Erde, feucht		1.800
Lehm, trocken		1.600
„ feucht		2.000
Schotter, Kies		1.900
Sand		1.600
Mauerschutt		1.400
Granulierte Hochofenschlacke		850
Steinkohlenasche und Kohlenlöschel		750
Gußasphalt		1.200
Gußasphalt mit Rieselschotter		2.100

Stampfasphalt	2,040
Terrazzo	2,200
Feinklinkerplatten	2,300
Steinpflaster aus Kalkstein, Sandstein oder dgl. je nach der Steingattung	2,000 bis 2,500
Steinpflaster aus Granit, Basalt, Porphyr oder dgl.	2,700
Gipsdielen	1,000
Gips in Verbindung mit Schlacke	1,250
Füllungsbeton aus Zement und Schlacke	1,000 bis 1,300
Korkstein	330
Trockener Weißkalkmörtel	1,520
Trockener Roman- und Portlandzementmörtel . . .	1,700
Ziegelmauerwerk samt Mörtelputz und zwar:	
Aus gewöhnlichen Vollziegeln	
a) mit Weißkalkmörtel	1,600
b) mit Roman- oder Portlandzementmörtel . . .	1,700
Aus geschlämmten oder Maschinziegeln	
a) mit Weißkalkmörtel	1,700
b) mit Roman- oder Portlandzementmörtel . . .	1,800
Aus Klinkerziegeln mit Portlandzementmörtel . . .	1,950
Aus Hohl(Loch-)ziegeln mit Weißkalkmörtel . . .	1,400
Aus porösen Vollziegeln mit Weißkalkmörtel . . .	1,300
Aus porösen Hohl(Loch-)ziegeln mit Weißkalkmörtel	1,200
Bruchsteinmauerwerk aus Kalkstein, Sandstein oder dgl. je nach der Steingattung	2,000 bis 2,500
Bruchsteinmauerwerk aus Granit, Basalt, Porphyr oder dgl.	2,700
Quadermauerwerk aus Kalkstein, Sandstein oder dgl. je nach der Steingattung	2,100 bis 2,600
Quadermauerwerk aus Granit, Basalt, Porphyr oder dgl.	2,800

3. Das Einheitsgewicht von Stampfbeton ist mit mindestens 2,200 *kg* für 1 *m*³, jenes von Eisenbeton mit 2,400 *kg* für 1 *m*³ anzunehmen, sofern bei letzterem nicht ein gesonderter Nachweis mit Rücksicht auf die Ausmaße der Eiseneinlagen geliefert wird.

4. Bei Anwendung außergewöhnlicher, im vorstehenden nicht angeführter Baustoffe ist deren Einheitsgewicht besonders nachzuweisen.

5. Das Eigengewicht von Dacheindeckungen, einschließlich Schalung oder Lattung und Sparren, jedoch ohne Tragwerk, ist für das *m*² geneigter Dachfläche in *kg* wie folgt anzunehmen:

Einfaches Ziegeldach	100
Doppeltes Ziegeldach	125
Falzziegeldach	64
Einfaches Schieferdach	73
Doppeltes Schieferdach	82
Schieferdach aus Kunstschieferplatten mit Dachpappenunterlage	41
Einfaches Pappendach mit nicht besandeter Dachpappe	32
Doppeltes Teerpappendach	35
Holzzementdach mit 8 <i>cm</i> hoher Schotterlage . . .	200

Für andere Dacheindeckungen (zum Beispiel aus Metall, Glas usw.) sind die Eigengewichte jeweils besonders nachzuweisen.

Nutzlast.

6. Für die Nutzlast sind nachstehende Werte in *kg* auf m^2 anzunehmen:

Gewöhnliche Dachräume	150
Gewöhnliche Wohnräume	250
Schulräume	300
Gänge und Stiegen in gewöhnlichen Wohnhäusern, Massenunterkünfte, Turn- und Fechtsäle, Futter- kammern	400
In Stockwerken gelegene Werkstätten, Geschäfts- und Lagerräume	450
Gänge und Stiegen in öffentlichen Gebäuden, Konzert- und Tanzsäle, Versammlungsräume, ferner im Erdgeschoß gelegene Werkstätten, Geschäfts- und Lagerräume	550
Eiskeller (bei 1 <i>m</i> Eishöhe)	750

7. Die Größe der Nutzlast für Theater, Büchereien, Speicher, Lager-
räume, ferner für Arbeitsräume mit schweren Maschinen ist von Fall zu
Fall zu bestimmen.

8. Tragwerke, welche Erschütterungen erleiden, müssen mit dem
1·3fachen, jene, welche starken Stößen (zum Beispiel durch schwere Arbeits-
maschinen) ausgesetzt sind, mit dem 1·5fachen Betrage der unter Punkt 6
angegebenen oder nach Punkt 7 ermittelten Nutzlast berechnet werden.

Schneedruck.

9. Der Schneedruck ist in *kg* auf 1 m^2 Grundrißfläche, wie folgt, an-
zunehmen:

bei Dachneigungen unter 40 Grad	75
bei Dachneigungen zwischen 40 Grad und 60 Grad . . .	40

Bei Dachneigungen über 60 Grad ist der Schneedruck nicht zu be-
rücksichtigen.

Für südlich gelegene, nachweisbar schneearme Gegenden kann fall-
weise eine Ermäßigung der vorstehenden Schneelasten zugestanden werden.
Für Gegenden mit nachweisbar sehr bedeutenden Schneefällen ist der
Schneedruck je nach der örtlichen Lage entsprechend höher und zwar bei
Dachneigungen unter 40 Grad bis zu 200 *kg*, bei solchen zwischen 40 und
60 Grad bis zu 110 *kg* auf 1 m^2 Grundrißfläche anzunehmen. Die Schneelast
ist entweder auf sämtliche oder, wenn dies ungünstigere Belastungsver-
hältnisse ergibt, nur auf einzelne Dachflächen wirkend in Rechnung zu
stellen.

Winddruck.

10. Der Winddruck ist auf 1 m^2 einer zur Windrichtung senkrechten
Ebene im allgemeinen mit $p = 150$ *kg*, in außergewöhnlichen Fällen je nach
der örtlichen Lage bis zu 250 *kg* anzunehmen.

11. Die Windrichtung ist als wagrecht vorzusetzen; für Flächen,
welche mit der Windrichtung einen Winkel α einschließen, ist der Winddruck
senkrecht zu dieser Fläche mit $p_1 = p \sin^2 \alpha$ auf 1 m^2 zu rechnen.

12. Bei offenen Hallen, Vordächern usw. ist gegebenenfalls ein von innen nach außen senkrecht zur Dachfläche wirkender Winddruck von 60 kg, in außergewöhnlichen Fällen je nach der örtlichen Lage bis zu 100 kg auf 1 m² anzunehmen.

13. Bei Bauwerken, welche sich in dauernd windgeschützter Lage befinden, kann eine Ermäßigung des Winddruckes bis auf $p = 75 \text{ kg auf } 1 \text{ m}^2$ zugelassen werden.

Wärmeschwankungen.

14. Die Wärmeschwankungen sind, sofern durch sie Spannungen verursacht werden — von Ausnahmefällen, wie Trockenkammern, Schornsteinen, Kühlräumen usw. abgesehen — nur dann zu berücksichtigen, wenn das Tragwerk dem Temperaturwechsel der Außenluft ausgesetzt ist; hierbei sind Änderungen der Temperatur desselben von ± 15 Grad Celsius gegenüber dem spannungslosen Zustande und ein Wärmeausdehnungskoeffizient des Betons $\alpha = 0.000012$ für 1 Grad Celsius anzunehmen. In den vorerwähnten Ausnahmefällen sind die betreffenden größten Temperaturunterschiede gegenüber einer mittleren Temperatur von $+ 10$ Grad Celsius zu berücksichtigen.

15. Zur Ermöglichung der durch Wärmeschwankungen verursachten Längenänderungen von Tragwerken sind, wenn erstere bei der Berechnung der Spannungen nicht berücksichtigt werden und wenn größere Längen in Betracht kommen, Dilatationsfugen in Abständen von höchstens 20 m anzuordnen; die Lage derselben ist in den Plänen ersichtlich zu machen.

§ 5. Statische Berechnung.

1. Als rechnungsmäßige Stützweite ist, sofern sie nicht durch die Art der Auflagerung unzweifelhaft festgestellt erscheint, bei frei aufliegenden Tragwerken mit nur einem Felde die mindestens um 5 von Hundert, wenigstens jedoch um 10 cm vergrößerte Lichtweite, bei durchlaufenden Tragwerken in den Mittelfeldern die Entfernung von Mitte zu Mitte der Stützen anzunehmen; in den Endfeldern der letzteren Trägereattung ist die Stützweite hiernach sinngemäß zu bemessen.

2. Bei der Ermittlung der äußeren Kräfte und Angriffsmomente darf an einer Stütze nur jenes Maß von Einspannung angenommen werden, welches durch geeignete bauliche Anordnungen tatsächlich und ohne Überschreitung der festgesetzten zulässigen Spannungen der in Betracht kommenden Bauteile erzielt wird. Bei einer Auflagerung auf Mauerwerk aus gewöhnlichen Ziegeln und Weißkalkmörtel darf an der betreffenden Stütze für die Bestimmung der positiven Feldmomente keinerlei Einspannung in Rechnung gestellt werden. Eine Auflagerung von Platten auf mehr als zwei Seiten darf rechnerisch nur dann angenommen werden, wenn sie durch die Art der Bauausführung tatsächlich gewährleistet ist.

3. Tragwerke, welche über mehrere Felder durchgehen und auf den Stützen frei aufruhend, sind nach den Regeln für durchlaufende Träger unter Berücksichtigung der jeweils ungünstigsten Laststellung zu berechnen.

4. Bei der Berechnung von Trägern, welche mit elastischen Stützen entsprechend steif verbunden sind, müssen im allgemeinen die infolge der Wirkung der äußeren Kräfte auftretenden elastischen Formänderungen des Tragwerks berücksichtigt werden. Durchlaufende Platten von Plattenbalken

können jedoch ohne Bedachtnahme auf die elastischen Formänderungen der Balken als auf diesen frei aufruhend berechnet werden.

5. Durchlaufende, mit ein- oder mehrgeschossigen Stützen aus Eisenbeton entsprechend steif verbundene Träger (»rahmenartige« Tragwerke) sind — sofern nicht der Nachweis der auftretenden Kräfte und Biegemomente im Sinne der Absätze 3 und 4 erbracht wird — für lotrechte Trägerbelastungen in nachstehender Art näherungsweise zu berechnen: Die negativen Feldmomente sind den bei gedachter vollständiger Einspannung des betreffenden Feldes entstehenden gleich zu halten. Die positiven Feldmomente sind gleich jenen bei gedachter freier Auflagerung des betreffenden Feldes, jedoch vermindert mit Rücksicht auf die, der gleichen Laststellung und einer vollständigen Einspannung entsprechenden Stützenmomente anzunehmen, wobei von diesen letzteren nur zwei Drittel in Rechnung zu ziehen sind; für die positiven Feldmomente in den Endfeldern ist an den Endstützen eine Einspannung nicht zu berücksichtigen. Für die Ermittlung der Biegemomente in den Stützen sind die oben bezeichneten vollen Einspannungsmomente der anschließenden Felder unter Annahme der jeweils ungünstigsten Felderbelastungen zugrunde zu legen und das Fußmoment einer Stütze mit der Hälfte des Kopfmomentes derselben Stütze, jedoch mit entgegengesetztem Vorzeichen zu bemessen. Querkräfte und Stützendrücke sind wie für durchlaufende Träger zu berechnen.

6. Rechteckige Platten, ringsum frei aufruhend oder eingespannt, mit den Seitenlängen (Stützweiten) a und b und sich kreuzenden Eiseneinlagen sind in nachstehender Weise zu berechnen: Die auf die Platte einwirkenden Lasten sind auf zwei, je nur zweiseitig aufgelagerte Platten gleicher Art (frei aufruhend oder eingespannt), die eine Platte mit der Stützweite a , die andere mit der Stützweite b , in der Weise verteilt wirkend anzunehmen, daß auf die erstere nur die im Verhältnisse $b^2 : (ka^2 + b^2)$ und auf die letztere nur die im Verhältnisse $ka^2 : (ka^2 + b^2)$ verminderten Lasten bei sonst gleichbleibender Lastanordnung entfallen; hierbei bedeutet k das Verhältnis der Querschnittsfläche der zu b parallelen Schar der Eiseneinlagen zur Querschnittsfläche der zu a parallelen Schar der Eiseneinlagen, beide Querschnittsflächen bezogen auf das laufende Meter. Dieser Lastverteilung entsprechend sind die Querkräfte, Stützendrücke und Biegemomente zu ermitteln. Die vorbezeichnete Berechnungsweise ist nicht zulässig, wenn die eine Stützweite b mehr als das Einundeinhalbfache der andern Stützweite a oder die Querschnittsfläche der einen Schar der Eiseneinlagen weniger als 30 von Hundert der Querschnittsfläche der andern Schar der Eiseneinlagen, beide bezogen auf das laufende Meter, beträgt; in diesen Fällen ist die rechteckige Platte nur für die kleinere der beiden Stützweiten zu berechnen. Bei durchlaufenden Platten mit sich kreuzenden Eiseneinlagen ist hinsichtlich der Berechnungsweise sinngemäß vorzugehen. Bei derlei durchlaufenden oder eingespannten Platten dürfen jedoch die positiven Feldmomente nicht kleiner als mit zwei Drittel der betreffenden, für die frei aufruhende, einfelderige Platte nach obigem sich ergebenden positiven Feldmomente angenommen werden.

7. Die statische Untersuchung hat sich auch auf die Pfeiler, Widerlager und Fundamente unter Berücksichtigung eines allfälligen wirkenden hydrostatischen Auftriebes, sowie auf den Nachweis der Bodenpressungen zu erstrecken.

8. Die Berechnung der Spannungen in Tragwerken aus Eisenbeton ist nach folgenden Annahmen durchzuführen:

a) Ursprünglich ebene Querschnitte bleiben bei einer Formänderung des Körpers eben;

b) die Formänderungszahl (Elastizitätsmodul) des Betons für Druck ist mit 140.000 *kg* auf 1 *cm*², gleich dem fünfzehnten Teile von jener des Eisens für Zug und Druck (2,100.000 *kg* auf 1 *cm*²) anzunehmen;

c) die Spannungen des Betons auf Druck und des Eisens auf Zug sind unter der Voraussetzung zu ermitteln, daß der Beton keine Normalzugspannungen aufnehme;

d) bei der Berechnung der äußeren Kräfte und elastischen Formänderungen äußerlich statisch unbestimmter Tragwerke ist die aus dem vollen Betonquerschnitte und aus der fünfzehnfachen Fläche der Längseisen gebildete ideelle Querschnittsfläche, sowie eine für Druck und Zug im Beton gleich große Formänderungszahl gemäß Absatz 8 *b* in Rechnung zu stellen;

e) die Schub- und Hauptzugspannungen sind unter der in Absatz 8 *c* bestimmten Annahme zu ermitteln.

9. Bei solchen auf Biegung beanspruchten Tragwerken, welche dem Einflusse der Witterung, von Nässe, Dämpfen, Rauch oder dem Eisen schädlichen Gasen ausgesetzt erscheinen, sind auch die größten Zugspannungen des Betons nachzuweisen, welche sich für eine Formänderungszahl des Betons für Zug von 56.000 *kg* auf 1 *cm*² und im übrigen unter den im Absatz 8 *a* und *b* festgesetzten Annahmen ergeben.

10. Sind schlaffe Eiseneinlagen in zwei oder mehreren Reihen angeordnet, so ist die Spannung für die betreffende äußerste Reihe nachzuweisen; bei steifen Eiseneinlagen (Formeisen) ist dieser Nachweis für die betreffende äußerste Schichte durchzuführen.

11. Bei nur auf Zug beanspruchten Tragwerksteilen ist die Mitwirkung des Betons nicht zu berücksichtigen.

12. Die bei Plattenbalken als mitwirkend in Rechnung zu ziehende Breite der Platte darf nach jeder Seite, von der Rippenachse aus gemessen, nicht größer als die vierfache Rippenbreite oder als die achtfache Plattendicke oder als die halbe zugehörige Achsenentfernung der Rippen angenommen werden; das kleinste dieser Maße ist zu wählen. Platten mit weniger als 6 *cm* kleinster Dicke dürfen bei Plattenbalken nicht als mitwirkend in Rechnung gestellt werden.

13. Einzellasten sind, wenn zwischen ihrer Aufstandsfläche und einer tragenden Eisenbetonplatte eine Deckschichte vorhanden ist, als gleichförmig verteilt auf eine Fläche wirkend anzunehmen, deren Ausmaße gegenüber den betreffenden Maßen der Aufstandsfläche bei rechteckiger Form der letzteren zu vergrößern sind: a) bei sich kreuzenden Eiseneinlagen, bei welchen das Verhältnis der Querschnittsflächen dem Absatz 6 entspricht, um die doppelte Höhe der Deckschichte und die doppelte Plattendicke; b) bei sich kreuzenden Eiseneinlagen, bei denen dies nicht zutrifft, in der Richtung der stärkeren Eiseneinlage, ferner bei nur in einer Richtung angeordneten Eiseneinlagen in der Richtung derselben wie bei a), in der dazu senkrechten Richtung um die doppelte Höhe der Deckschichte und die einfache Plattendicke. Bei Aufstandsflächen anderer als rechteckiger Form ist hinsichtlich ihrer Vergrößerung sinngemäß vorzugehen. Als für die Lastaufnahme statisch

wirksame Plattenbreite ist die betreffende, gemäß vorstehendem vergrößerte Breite der Aufstandsfläche in Rechnung zu ziehen. Eine allfällig vorhandene Pflasterung ist für die Druckverteilung nicht zu berücksichtigen.

14. Bei Druckgliedern, das sind auf zentrischen oder exzentrischen Druck beanspruchte Tragwerke oder Tragwerksteile, muß auf den erforderlichen Widerstand gegen Knickung Bedacht genommen werden, wenn das Verhältnis der freien Knicklänge L zum betreffenden Trägheitshalbmesser i der gemäß Absatz 8 *d* zu bestimmenden Querschnittsfläche den Wert $\frac{L}{i} = 60$ überschreitet.

15. Als freie Knicklänge L ist die Länge des Druckgliedes zwischen zwei gegen Ausweichen gesicherten Punkten der Längsachse anzunehmen.

16. In Druckgliedern sind die Eiseneinlagen auch für sich allein hinsichtlich ihres Widerstandes gegen Knickung unter Annahme einer freien Knicklänge gleich dem Abstand der Querverbände zu untersuchen; letztere sind in Abständen höchstens gleich dem kleinsten, durch den Schwerpunkt des Querschnittes gezogenen Durchmesser des Druckgliedes anzuordnen.

17. Bei Druckgliedern sind allfällig exzentrische Lastangriffe zu berücksichtigen.

18. Druckglieder — mit Ausnahme von Gewölben — dürfen nur dann im Sinne der §§ 5 und 6 berechnet werden, wenn die Fläche der Längseisen in jedem Querschnitte mindestens 0·8 von Hundert der ganzen Querschnittsfläche beträgt; macht die genannte Eisenfläche mehr als 2 von Hundert dieser ganzen Querschnittsfläche aus, so darf der Mehrbetrag an Fläche der Längseisen über 2 von Hundert nur mit dem dritten Teile in Rechnung gebracht werden. Beträgt die Fläche der Längseisen weniger als 0·8 von Hundert der ganzen Querschnittsfläche, so entfällt die Berücksichtigung der Eiseneinlagen bei der Bemessung der Tragfähigkeit und ist das Druckglied als solches aus Stampfbeton zu berechnen. Für Gewölbe gilt als bezügliches Mindestausmaß der Fläche der Längseisen 0·4 von Hundert der ganzen Querschnittsfläche.

19. Bei Druckgliedern, in welchen außer Längseinlagen auch schraubenförmig gewundene, durchlaufende Quereinlagen angeordnet sind („umschnürter Beton“), ist zur Bestimmung der Druckspannung infolge zentrischen Druckes eine ideelle Querschnittsfläche $F_i = F_b + 15 F_e + 30 F_s$ einzuführen, wobei F_b den Betonquerschnitt, F_e die Querschnittsfläche der Längseisen unter Berücksichtigung des vorstehenden Absatzes 18 und F_s die Querschnittsfläche eines gedachten Längseisens bedeutet, dessen Gewicht gleich jenem der schraubenförmigen Quereinlage ist, beide Gewichte auf die Längeneinheit des Druckgliedes bezogen. Macht hierbei die so gebildete ideelle Fläche F_i mehr als 1·5 ($F_b + 15 F_e$) oder mehr als 2·0 F_b aus, so darf für F_i nur der kleinere dieser beiden Grenzwerte in Rechnung gestellt werden. Bei exzentrischem Lastangriffe sind die schraubenförmigen Quereinlagen zur Ermittlung der vom Biegemomente herührenden Spannungen nicht zu berücksichtigen. Die Ganghöhe der Schraubenwindungen darf höchstens ein Fünftel des kleinsten, durch den Schwerpunkt des Querschnittes gezogenen Durchmessers betragen.

20. Druckglieder mit Längseinlagen und solchen Quereinlagen oder Anordnungen, welche nach ihrer Wirkungsweise einer schraubenförmig gewundenen, durchlaufenden Quereinlage gleichkommen, sind im Sinne des Absatzes 19 zu berechnen.

21. Bei allen Druckgliedern darf für die Kraftaufnahme als Betonquerschnittsfläche höchstens das 1,8fache des von den Quereinlagen eingeschlossenen Teiles dieser Querschnittsfläche in Rechnung gezogen werden.

22. Druckglieder mit selbständig tragfähigem Eisengerippe, bei welchen der Beton nur als ausfüllendes oder umhüllendes Material dient, dürfen nicht als Tragwerke aus Eisenbeton im Sinne des § 5 berechnet werden.

23. Hinsichtlich des Verbundes von Eisen und Beton ist nachzuweisen, daß die in irgend einem Querschnitte wirkende, gemäß Absatz 8 c berechnete Zug- oder Druckkraft einer Eiseneinlage bereits vor diesem Querschnitte durch „mittlere Haftspannungen“ von zulässiger Größe in das Eisen übertragen werden kann; zur Berechnung dieser „mittleren Haftspannungen“ ist die genannte Zug- oder Druckkraft gleichmäßig verteilt über die betreffende Haftfläche (Umfang der Eiseneinlage mal Haftlänge) anzunehmen. Für die Wirkung von recht- oder spitzwinkligen Haken ist die vierfache, für jene von halbkreisförmigen Haken die zwölffache, in die Biegungsebene fallende Querschnittsabmessung der Eiseneinlage (bei Rund-eisen das bezügliche Vielfache des Durchmessers) zur anschließenden geraden Haftstrecke zuzuschlagen.

24. Die geringsten Abstände der Oberfläche der Längseisen von der Oberfläche des Betons, sowie die Zwischenräume zwischen den einzelnen Eiseneinlagen müssen, sofern nicht mit Rücksicht auf Scher- und Haftspannungen größere Maße erforderlich sind, mindestens betragen: erstere bei Platten 1 cm, bei andern Tragwerken 2 cm; letztere 2 cm, bei Rund-eisen von größerem Durchmesser als 2 cm den Durchmesser. Durchlaufende schlaife Eiseneinlagen müssen, wenn ihre statische Wirkung berücksichtigt werden soll, bei allen Tragwerken — mit Ausnahme von Stützen — in Abständen von höchstens 20 cm angeordnet sein.

25. Die kleinste Stärke von Längs- und Verteilungseisen, Bügeln und Querverbindungen muß mindestens 5 mm betragen.

26. Zur Sicherung des Verbundes von Eisen und Beton sind Bügel und Querverbindungen in ausreichender Zahl anzuordnen und die Enden der Eiseneinlagen hakenförmig oder in anderer entsprechender Weise auszubilden, falls nicht schon deren Oberflächengestaltung einer Verschiebung im Beton entgegenwirkt.

27. Dem möglichen Auftreten von Einspannungsmomenten über den Stützen ist, auch wenn sie rechnerisch nicht besonders nachgewiesen werden, durch entsprechende Anordnung von Eiseneinlagen Rechnung zu tragen.

§ 6. Zulässige Spannungen.

1. Unter Zugrundelegung der gemäß § 4 bestimmten Lastwirkungen und Einflüsse dürfen die größten rechnermäßigen Spannungen des Betons und Eisens die in der nachstehenden Tabelle (S. 292) angegebenen Grenzwerte nicht überschreiten.

2. Bei Anwendung anderer als der im Absatz 1 angegebenen Mischungsverhältnisse sind die zulässigen Betonspannungen durch geradlinige Einschaltung nach der betreffenden, auf 1 m³ Gemenge von Sand und Steinmaterial entfallenden Gewichtsmenge von Portlandzement zwischen die bezüglichen, im Absatz 1 genannten Werte zu bestimmen.

Materialgattung u. Art der Beanspruchung	Zulässige Spannung in <i>kg</i> auf 1 <i>cm</i> ²				
	Im Falle der Biegung und bei exzentrischem Druck		bei zentrischem Druck	Schub- u. Hauptzugspannung	Mittlere Haftspannung
	Druckspannung	Zugspannung	Druckspannung		
I. Beton.					
Bei einem Mischungsverhältnis auf 1 <i>m</i> ³ Gemenge von Sand und Steinmaterial:					
a) 470 <i>kg</i> Portlandzement	42	25	28	4·5	5·5
b) 350 " "	37	24	25	4·0	5·0
c) 280 " "	32	22	22	3·5	4·5
II. Eisen.					
			Schweißeisen	Flußeisen	
1. Beanspruchung auf Zug und Druck . . .			900	1.000	
2. Beanspruchung auf Abscherung, angenommen bei Nieten			500	600	
3. Beanspruchung der Niete auf Abscherung			600	700	
4. Beanspruchung der Lochleibung auf Druck			1.400	1.600	
5. Beanspruchung von Lagerteilen aus Roheisenguß:					
a) auf Druck			700		
b) auf zentrischen Zug			200		
c) auf Zug im Falle der Biegung			250		
6. Beanspruchung von Lagerteilen aus Flußstahl auf Zug oder Druck					
			Flußstahl		
			1.200		

3. Mischungsverhältnisse entsprechend einer geringeren Menge von Portlandzement als 280 *kg* auf 1 *m*³ Gemenge von Sand und Steinmaterial dürfen für Tragwerke aus Eisenbeton nicht angewendet werden.

4. Ist auf Knickung gemäß § 5, Absatz 14 Rücksicht zu nehmen, so gelten als zulässige Spannungen:

a) bei zentrisch belasteten Druckgliedern die laut Absatz 1 für zentrischen Druck zulässigen Betondruckspannungen, multipliziert mit der Abminderungszahl $\alpha = (1.72 - 0.012 \frac{L}{i})$;

b) bei exzentrisch belasteten Druckgliedern die laut Absatz 1 für exzentrischen Druck zulässigen Betondruckspannungen, vermindert um die $\frac{1-\alpha}{2}$ -fache, einer gedachten, zentrischen Belastung entsprechende Druckspannung.

Kommt bei Eiseneinlagen Knickung in Betracht, so sind die laut Tabelle im Absatz 1 zulässigen Eisendruckspannungen s_e auf den Wert s_k nach folgenden Formeln abzumindern:

a) für Längenverhältnisse $\frac{L}{i} = 10$ bis 105:

$$s_k = (0.816 - 0.003 \frac{L}{i}) s_e;$$

b) für Längenverhältnisse $\frac{L}{i} > 105$:

$$s_k = 5580 \left(\frac{i}{L}\right)^2 s_e.$$

5. Die Belastung exzentrisch beanspruchter Druckglieder darf nicht größer angenommen werden als die bei gedachter zentrischer Kraftwirkung mit der zulässigen Betonspannung für zentrischen Druck gemäß Absatz 1 und 4 sich ergebende Tragkraft desselben Druckgliedes.

6. Überschreiten die gemäß § 5, Absatz 8 berechneten Schub- und Hauptzugspannungen im Beton die im § 6, Absatz 1 festgesetzten Werte, so sind Bügel oder andere entsprechende Eiseneinlagen anzuordnen und so zu bemessen, daß sie jenen Teil der Schub- und Hauptzugkräfte, welcher vom Beton ohne Überschreitung der festgesetzten zulässigen Spannungen nicht aufgenommen werden kann, mindestens aber 60 von Hundert der gesamten Schub- und Hauptzugkräfte aufzunehmen vermögen. Der Beton muß für sich allein imstande sein, mindestens 30 von Hundert der Schubkräfte durch Schubspannungen von zulässiger Größe aufzunehmen.

7. Die Ausführung von Tragwerken ungewöhnlicher oder noch unerprobter Bauweise sowie die Verwendung von Baustoffen außergewöhnlicher Beschaffenheit bedarf einer besonderen Genehmigung. Die Festsetzung der Berechnungsart für solche Tragwerke sowie der zulässigen Spannungen für Baustoffe außergewöhnlicher Beschaffenheit oder besonderer Güte erfolgt von Fall zu Fall und kann vom Ergebnisse anzustellender Baustoff-, Belastungs- und Bruchproben abhängig gemacht werden.

B. Ausführung der Tragwerke.

§ 7. Beschaffenheit und Prüfung des Zements.

1. Zu Tragwerken aus Eisenbeton ist nur Portlandzement zu verwenden, das ist ein Zement, der aus natürlichen Kalkmergeln oder künstlichen Mischungen ton- und kalkhaltiger Stoffe durch Brennen bis zur Sinterung und darauffolgende Zerkleinerung bis zur Mehlfeinheit gewonnen wird und auf einen Gewichtsteil hydraulischer Bestandteile mindestens 1.7 Gewichtsteile Kalkerde (CaO) enthält.

2. Der Gehalt des Zements an Magnesia (MgO) darf nicht mehr als 5 von Hundert betragen.

3. Der Zement muß sowohl an der Luft als auch unter Wasser raumbeständig und langsam bindend sein. Als langsam bindend gilt ein Zement, wenn ein aus demselben mit 25 bis 30 von Hundert Wasserzusatz hergestellter Zementbrei nicht vor 30 Minuten nach dem Anmachen zu erhärten beginnt und mindestens $3\frac{1}{2}$ Stunden von der Wasserzugabe an zur Abbindung benötigt.

4. Der Zement muß so fein gemahlen sein, daß die Rückstände beim Sieben durch ein Sieb von 4900 Maschen auf 1 cm^2 und 0.05 mm Drahtstärke 30 von Hundert und von 900 Maschen auf 1 cm^2 und 0.1 mm Drahtstärke 5 von Hundert nicht überschreiten.

5. Die Bindekraft des Zements ist durch Prüfung der Festigkeitsverhältnisse an einer Mischung mit Sand zu ermitteln. Als normale Mischung gilt das Gemenge von einem Gewichtsteil Zement mit drei Gewichtsteilen Normalsand.

6. Als Normalsand gilt ein in der Natur vorkommender, gewaschener, reiner Quarzsand, dessen Korngröße dadurch bestimmt ist, daß das kleinste Korn nicht mehr durch ein Sieb von 144 Maschen auf 1 cm^2 und 0.3 mm Drahtstärke und das größte Korn noch durch ein Sieb von 64 Maschen auf 1 cm^2 und 0.4 mm Drahtstärke durchgeht.

7. In der normalen Mörtelmischung muß der Zement nach einer Erhärtungsdauer von 7 Tagen mindestens 12 kg Zugfestigkeit und nach einer solchen von 28 Tagen mindestens 220 kg Druckfestigkeit und 22 kg Zugfestigkeit auf 1 cm^2 aufweisen.

8. Die Proben auf Zugfestigkeit sind an Probekörpern von 5 cm^2 Querschnitt, jene auf Druckfestigkeit an Würfeln von 50 cm^2 Querschnitt vorzunehmen; sämtliche Probekörper sind während der ersten 24 Stunden nach ihrer Anfertigung an der Luft, geschützt vor rascher Austrocknung, und hierauf unter Wasser von $+15$ bis 18 Grad Celsius bis zur Vornahme der Probe aufzubewahren.

9. Den zuständigen Kontrollorganen bleibt das Recht gewahrt, jederzeit bei der Erzeugung, Verpackung und Absendung des Zements, sowie bei dessen Verarbeitung zu den Proben und der Durchführung der letzteren gegenwärtig zu sein und in beliebiger Weise die erforderlichen Mengen Zement behufs Erprobung zu entnehmen.

10. Die Prüfung des Zements ist in der Regel am Erzeugungsorte oder am Bauplatze durchzuführen; der behufs Prüfung entnommene Zement kann jedoch auch ganz oder teilweise in einer, zur Ausstellung von Zeugnissen über Materialprüfungen im Sinne des Gesetzes vom 9. September 1910, RGB. Nr. 185, befugten Prüfungsanstalt erprobt werden.

11. In der Regel ist bis zu 100 g und von je 100 g Zement mindestens eine Erprobung auf Raumbeständigkeit, Mahlfeinheit, Erhärtungsbeginn und Abbindezeit, ferner bis zu 200 g und von je 200 g Zement mindestens eine Erprobung auf Zug- und Druckfestigkeit anzustellen.

12. Bei Tragwerken geringeren Umfanges oder in Fällen besonderer Dringlichkeit kann der Nachweis der Beschaffenheit des Zements, dessen Erzeugungsstelle vom Bauunternehmer anzugeben ist, ausnahmsweise über jeweils einzuholende besondere Genehmigung auch durch Beibringung von Zeugnissen einer der im Absatz 10 genannten Prüfungsanstalten erbracht werden; solche Zeugnisse dürfen nicht über 6 Monate alt sein. In solchen Fällen ist aber stets mindestens die Prüfung auf Erhärtungsbeginn und Abbindezeit an der Baustelle vorzunehmen.

13. Der Zement ist in der Ursprungsverpackung, auf der in deutlicher Weise seine Bestimmung für Tragwerke aus Eisenbeton zu kennzeichnen ist, an die Baustelle zu liefern.

§ 8. Beschaffenheit des Sandes und Steinmaterials.

1. Der zur Betonbereitung dienende Sand muß rein, scharfkörnig, von ungleicher Korngröße und frei von lehmigen, tonigen oder erdigen Bestandteilen oder sonstigen Verunreinigungen, ferner so beschaffen sein, daß er durch ein Sieb von 7 mm lichter Maschenweite durchgeht und auf einem Sieb von 900 Maschen auf 1 cm² und 0·1 mm Drahtstärke wenigstens 95 von Hundert Rückstand ergibt.

2. Das Steinmaterial (Kies, Rundsotter oder Steinschlag) muß von ungleicher Korngröße, rein, wetterbeständig und von solcher Beschaffenheit sein, daß die Druckfestigkeit desselben mindestens 300 kg auf 1 cm² und die Wasseraufnahme nicht mehr als 10 von Hundert des Gewichtes beträgt; die letztgenannten Eigenschaften sind erforderlichenfalls durch entsprechende Proben festzustellen.

3. Die Korngröße des Steinmaterials muß im allgemeinen kleiner als der Raum zwischen den Eiseneinlagen unter sich oder zwischen diesen und der nächstliegenden Außenfläche der Tragwerke sein; in jedem Falle müssen die größten Stücke in jeder Lage durch ein Gitter von 30 mm lichter Maschenweite durchgehen und die kleinsten auf einem Siebe von 7 mm lichter Maschenweite liegen bleiben.

4. Die Korngrößen des Sandes und Steinmaterials sind mittels einzelner Sieb- und Wurfproben zu ermitteln.

5. Das anzuwendende Mischungsverhältnis zwischen Sand und Steinmaterial ist in Hinsicht auf die Erzielung eines möglichst dichten Gemenges jeweils durch Versuche zu bestimmen.

6. Die aus Zement und Sand bestehende Kittmasse (der Mörtel) muß mindestens das 1·2fache der Hohlräume des Steinmaterials betragen; überdies muß der Mörtel so viel Zement, daß seine Raummenge die Hohlräume des Sandes wenigstens um 5 von Hundert übersteigt, mindestens aber 500 kg Zement auf 1 m³ Sand enthalten.

7. Ein vorhandenes natürliches Gemenge von Sand und Steinmaterial kann ohne Trennung in seine Bestandteile zur Betonbereitung Verwendung finden, wenn die Beschaffenheit desselben den Bestimmungen der Absätze 1 bis 5 entspricht und die Zusammensetzung des Gemenges durch eine entsprechende Anzahl von Sieb- oder Wurfproben als geeignet nachgewiesen oder durch besondere Zusätze von Sand oder Steinmaterial geeignet gemacht wurde.

§ 9. Beschaffenheit, Erprobung und Bearbeitung des Eisens und Stahles.

1. Die Bestimmungen der Vorschrift des k. k. Ministeriums des Innern vom 16. März 1906, Z. 49898 ex 1905, über die Herstellung der Straßenbrücken mit eisernen oder hölzernen Tragwerken, bezw. die Bestimmungen der Verordnung des k. k. Eisenbahnministeriums vom 28. August 1904, RGB. Nr. 97, betreffend die Eisenbahnbrücken, Bahnüberbrückungen und Zufahrtsstraßenbrücken mit eisernen oder hölzernen Tragwerken, haben hinsichtlich der Beschaffenheit des Eisens und Stahles vollinhaltlich, hinsichtlich der Bearbeitung, Zusammensetzung und Auf-

stellung von eisernen Tragwerken sinngemäß auf die Eisenbestandteile von Tragwerken aus Eisenbeton Anwendung zu finden.

2. Der Nachweis der bedungenen Eigenschaften des Eisens und Stahles ist in der Regel durch Vornahme entsprechender Erprobungen am Bauplatze oder durch Beibringung eines Zeugnisses einer der im § 7, Absatz 10 genannten Prüfungsanstalten zu liefern, wobei die betreffenden Probestücke in sinngemäßer Anwendung der im § 9, Absatz 1 genannten Bestimmungen auszuwählen sind. Über besonderes Verlangen ist die Erprobung des Eisens und Stahles bereits am Erzeugungsorte und gemäß den genannten Bestimmungen durchzuführen.

3. Bei der Vornahme von Zerreißproben ist Stabeisen von rundem, quadratischem oder rechteckigem Querschnitt bis höchstens 6 cm^2 Fläche mit der Walzhaut und in nicht weiter bearbeitetem Zustande der Prüfung zu unterziehen; bei größerer Querschnittsfläche ist zur Entnahme von Probestäben im Sinne der im Absatz 1 genannten Bestimmungen vorzugehen, wobei zu beachten ist, daß der Probestab sowohl Kern- als Randmaterial enthalte.

4. Eisenteile, welche gemäß dem Entwurfe aus einem Stück bestehen sollen, dürfen ohne besondere Genehmigung weder durch Zusammenschweißen noch durch Zusammennieten mehrerer Stücke gebildet werden.

5. An Stoßstellen müssen die zu stoßenden Teile in geeigneter Weise derart miteinander verbunden werden oder müssen einander derart übergreifen, daß daselbst die Spannungen die im § 6 festgesetzten Werte nicht übersteigen. Schweißungen müssen mit aller Sorgfalt, ohne Überhitzung ausgeführt und dürfen in der Regel nur an solchen Stellen angeordnet werden, an welchen die betreffende Eiseneinlage im Tragwerke nicht voll beansprucht wird.

6. Bei Rundeisen dürfen Rundhaken nicht mit einem kleineren lichten Halbmesser als dem zweieinhalbfachen Durchmesser der Rundeisen und Abbiegungen nicht mit einem kleineren lichten Halbmesser als dem fünffachen Durchmesser der Rundeisen hergestellt werden; recht- und spitzwinkelige Haken müssen eine Mindestlänge gleich dem dreifachen Durchmesser des Rundeisens aufweisen. Für andere Formeisen gilt eine analoge Bestimmung, wobei an Stelle des Durchmessers die in die Biegungsebene fallende Querschnittsabmessung des Formeisens zu treten hat.

7. Haken dürfen nur bis 15 mm Stärke, Abbiegungen nur bis 25 mm Stärke der Formeisen in kaltem Zustande hergestellt werden.

8. Eisenteile, welche ganz in Beton eingehüllt werden sollen, sind mit der Walzhaut zu belassen und müssen vor der Einbetonierung mit geeigneten Mitteln sorgfältig von Schmutz, Fett, Anstrich, grobem oder losem Rost, etwa anhaftendem Eis usw. befreit werden.

9. Genietete oder verschraubte Tragwerksteile aus Eisen oder Stahl sind nach der Fertigstellung in der Werkstätte und nach der im Sinne des Absatzes 8 erfolgten Reinigung an jenen Stellen, an welchen sie im fertigen Tragwerke von Beton umgeben sind, mit dünnflüssigem Zementmörtel anzustreichen.

10. Teile aus Eisen oder Stahl, welche im Bauwerke nicht durchgehend von Beton eingehüllt werden, sind an den freibleibenden Stellen mit Anstrichen gemäß den einschlägigen Bestimmungen der im Absatz 1 genannten Vorschriften zu versehen.

§ 10. Bereitung, Beschaffenheit und Prüfung des Betons.

1. Der Zement ist bei der Bereitung des Betons in der Regel nach Gewichtsmengen beizumischen. Die Zumessung kann auch mit Hohlmaßen erfolgen, wobei der Zement lose und ohne Fall einzuschütten ist, die Gefäße vollzufüllen und glatt abzustreichen sind und zur Umrechnung von Gewichtsmengen auf Raummengen das Gewicht von $1 m^3$ lose eingeschütteten Portlandzements mit $1400 kg$ anzunehmen ist.

2. Das zur Betonbereitung zu benützte Wasser muß rein sein und darf keine die Erhärtung des Betons beeinträchtigenden Bestandteile enthalten. Moorwasser darf nicht verwendet werden.

3. Zu Tragwerken aus Eisenbeton ist sogenannter weicher (plastischer) Beton zu verwenden; der Wasserzusatz ist den betreffenden Witterungs- und Temperaturverhältnissen sowie der natürlichen Feuchtigkeit des Sandes und Steinmaterials entsprechend, jedenfalls aber so zu bemessen, daß der Beton noch gestampft werden kann und dabei weich wird; unter der Wirkung der Schwere darf sich aber der Mörtel vom Steinmaterial nicht lösen.

4. Die Mischung der Bestandteile soll in der Regel maschinell erfolgen; für Arbeiten geringeren Umfanges ist Handmischung zulässig.

5. Die Mischung der Bestandteile ist zunächst in trockenem Zustande vorzunehmen und dann unter allmählicher Wasserbeigabe so lange fortzusetzen, bis alles Steinmaterial gleichmäßig in der Masse verteilt und an allen Stellen von Zementmörtel umhüllt ist.

6. Der Beton darf nur innerhalb einer Stunde nach Vollendung der Mischung verwendet werden.

7. Der Beton muß nach sechswöchiger Erhärtung an der Luft mindestens folgende Werte der Druckfestigkeit (Würfelfestigkeit) in kg auf $1 cm^2$ und zwar senkrecht zur Stampfrichtung aufweisen:

Bei einem Mischungsverhältnisse:

Auf $1 m^3$ Gemenge von Sand und Steinmaterial

a) 470 kg Portlandzement	170
b) 350 „ „	150
c) 280 „ „	130

8. Bei Anwendung anderer als der im Absatz 7 angegebenen Mischungsverhältnisse ist die geforderte Würfelfestigkeit durch geradlinige Einschaltung nach der betreffenden, auf $1 m^3$ Gemenge von Sand und Steinmaterial entfallenden Gewichtsmenge von Portlandzement zwischen die bezüglichen, im Absatz 7 genannten Werte zu bestimmen.

9. Zur Prüfung des Betons hinsichtlich der geforderten Würfelfestigkeit sind in der Regel Probekörper und zwar in Würfelform von $20 cm$ Seitenlänge am Bauplatze anzufertigen und einer der im § 7, Absatz 10 genannten Prüfungsanstalten zur Erprobung zu überweisen oder an der Baustelle mittels einer geeigneten Presse zu prüfen.

10. Die Anfertigung der Probekörper hat mit den gleichen Baustoffen, demselben Mischungsverhältnisse und unter genau gleicher Art der Stampfung wie jene des Betons für das Tragwerk in zerlegbaren, eisernen Formen zu erfolgen.

11. Die Probekörper sind mit der Benennung des Bauwerkes, der Angabe des Mischungsverhältnisses, der Anfertigungszeit und der Stampf-

richtung, sowie mit einer entsprechenden Bezeichnung zu versehen und bis zur Erprobung in einem vor Frost, Hitze und Wind geschützten Raume unter erdfeuchtem Sande aufzubewahren.

12. Die Zahl der Probekörper ist in der Regel so zu bemessen, daß bis zu 200 m^3 und auf je 200 m^3 Betonmasse eines Mischungsverhältnisses 6 Probekörper entfallen; als Würfel Festigkeit gilt das arithmetische Mittel der bezüglichen Werte; ist dieses Mittel kleiner als die im Absatz 7 geforderte Würfel Festigkeit oder bleibt einer der bezüglichen Werte um mehr als 20 von Hundert unter dieser Würfel Festigkeit, so darf Beton dieser Beschaffenheit nicht verwendet werden.

§ 11. Herstellung der Tragwerke.

1. Die Herstellung von Tragwerken aus Eisenbeton darf nur durch geschulte Arbeiter und unter beständiger Aufsicht von Personen geschehen, die nachweisbar mit dieser Bauweise gründlich vertraut sind.

2. Die Schalungen und Rüstungen müssen so angeordnet und mindestens so stark sein, daß sie die schichtenweise Einbringung und Stampfung des Betons gestatten, hinreichenden Widerstand gegen Durchbiegungen beim Stampfen leisten und ohne Erschütterungen entfernt werden können; vor dem Einbringen des Betons sind sie entsprechend den betreffenden Witterungs- und Temperaturverhältnissen anzunässen.

3. Bei der Herstellung der Schalungen und Rüstungen ist auf eine entsprechende Überhöhung derselben zum Ausgleich der unter der Betonlast eintretenden Einsenkungen Bedacht zu nehmen.

4. Mit der Herstellung der Tragwerke darf in der Regel erst dann begonnen werden, wenn der Nachweis der bedungenen Beschaffenheit der Baustoffe im Sinne der §§ 7, 8, 9 und 10 erbracht ist. Die Prüfung derselben hat daher zu einer solchen Zeit zu erfolgen, daß die Ergebnisse dieser Prüfung bei Beginn der Verwendung der Baustoffe bereits vorliegen und demnach mit Sicherheit die Eignung derselben zur weiteren Verarbeitung beurteilt werden kann.

5. Der Beton ist in höchstens 20 *cm* starken Schichten einzubringen, welche je für sich in einem, dem jeweiligen Wasserzusätze entsprechenden Maße zu stampfen sind. Der Beton darf zum Verwendungsorte nur bis zu einer Tiefe von 3 *m* geworfen und muß bei größeren Tiefen mittels Gefäßen oder Vorrichtungen, welche eine Entmischung des Betons verhindern, eingebracht werden.

6. Die Eisenteile sind in der plangemäßen Lage einzubringen und in dieser stets so zu befestigen, daß sie beim Stampfen ihren Ort und ihre Form nicht verändern können; die auf Zug beanspruchten Eisenteile müssen dicht mit entsprechend feinerer Betonmasse (unter Ausschluß von größerem Steinmaterial) umkleidet werden.

7. Tragwerke oder selbständige Tragwerksteile sind im allgemeinen in einem Zuge, das heißt ohne Unterbrechung, zu betonieren; in Ausnahmefällen darf mit der Betonierung nur an solchen Stellen ausgesetzt werden, an welchen der Beton im fertigen Tragwerke verhältnismäßig kleine Spannungen erfährt.

8. Beim Aufbringen neuer Betonschichten auf früher eingebrachte, noch nicht erhärtete, sind letztere anzunässen; beim Weiterbetonieren auf bereits abgebundenen Lagen sind diese anzukerben oder aufzurauen, sodann

abzukehren und mit dünnflüssigem Zementmörtel im Mischungsverhältnisse von gleichen Teilen Zement und Sand oder mit Zementmilch anzunässen.

9. Bei Temperaturen unter Null Grad Celsius darf nur dann betoniert werden, wenn durch entsprechende Vorkehrungen eine schädliche Einwirkung des Frostes ausgeschlossen ist; gefrorener Sand, Schotter oder Beton dürfen keinesfalls verwendet werden. Nach einer Frostperiode dürfen auf fertigen Beton neue Schichten erst dann aufgebracht werden, wenn die Betonoberfläche genügend erwärmt ist.

10. Die Tragwerke sind nach vollendeter Betonierung bis zur genügenden Erhärtung entsprechend feucht zu erhalten und vor Erschütterungen, Beschädigungen, starker Zugluft sowie vor Sonnenbestrahlung oder vor der Einwirkung des Frostes zu schützen.

11. Eingerüstete Tragwerke dürfen ausnahmslos vor Ablauf von 4 Tagen nach Beendigung des Einstampfens keinerlei Belastung erfahren. Nach dieser Zeit und innerhalb der im Absatz 12 beziehungsweise 13 bestimmten Fristen dürfen eingerüstete Tragwerke nur dann aus dem Baubetriebe oder dem Baufortschritte allfällig sich ergebende Lasten aufnehmen, sowie bei mehrgeschossigen Gebäuden durch Wände, Pfeiler oder Säulen belastet werden, wenn die unterstützenden Gerüste und Schalungen hinreichend stark und die eingerüsteten Tragwerke derart erhärtet sind, daß sie außer ihrem Eigengewichte auch die vorgenannten Belastungen mit genügender Sicherheit und ohne schädliche Formänderungen der Tragwerke aufnehmen können.

12. Die unterstützenden Gerüste dürfen erst nach einer, genügende Tragfähigkeit verbürgenden Erhärtung des Betons und zwar in der Regel nicht früher als 4 Wochen nach Beendigung des Einstampfens entfernt werden. Schalungen und Rüstungen von Deckenplatten unter 8 cm Stärke können in der Regel in 10 Tagen, seitliche Schalungen ohne stützende Wirkung dürfen in der Regel nicht vor Ablauf von 4 Tagen nach Beendigung des Einstampfens abgenommen werden. Bei größeren Stützweiten und Querschnittsabmessungen sowie bei Verhältnissen, welche die Erhärtung ungünstig beeinflussen, ist die Frist bis zur Ausrüstung entsprechend zu verlängern.

13. In die im Absatz 12 genannten Fristen dürfen nur frostfreie, das sind solche Tage eingerechnet werden, an denen die Lufttemperatur, im Schatten gemessen, innerhalb 24 Stunden nicht unter Null Grad Celsius gesunken ist; beim Eintritt einer oder mehrerer Frostperioden sind diese Fristen daher noch mindestens um die Anzahl der Frosttage zu verlängern.

14. Beim Wegnehmen von Schalungen und Rüstungen sind Erschütterungen der Tragwerke zu vermeiden.

15. Von der Rüstung befreite Tragwerke dürfen innerhalb der im § 12, Absatz 2 festgesetzten Fristen außer durch die bleibende Last nicht durch irgendetwas eine nennenswerte Belastung beansprucht werden.

16. Die Tragwerke sind erforderlichenfalls in geeigneter Weise vor dem Eindringen von Niederschlagswasser zu schützen.

17. Die Verwendung von Tragwerksteilen aus Eisenbeton, wie Balken, Platten, Säulen, Stiegenstufen usw., welche auf gesonderten Werkplätzen erzeugt und in fertigem Zustande auf die Baustelle gebracht werden, bedarf in jedem einzelnen Falle einer besonderen Genehmigung. Dieselben müssen sinngemäß den Bestimmungen der §§ 4 bis 11 entsprechen und bis zur Verwendung eine Erhärtungsdauer von mindestens 6 Wochen aufweisen.

C. Prüfung der Tragwerke.

§ 12. Belastungs- und Bruchproben.

1. Außer der Prüfung des Betons (§ 10) sind über Verlangen auch Belastungsproben des ganzen Tragwerkes sowie Belastungs- und stichprobenweise Bruchproben einzelner Tragwerksteile vorzunehmen.

2. Belastungs- und Bruchproben dürfen nicht vor Ablauf von 6 Wochen nach Beendigung des Einstampfens beziehungsweise einer gemäß § 11, Absatz 12 und 13 zu bemessenden längeren Frist als 6 Wochen vorgenommen werden.

3. Die bei der Belastungsprobe aufzubringende Last ist bei selbständigen, mit anderen nicht in Verbindung stehenden Tragwerken und Tragwerksteilen so zu bemessen, daß diese der Einwirkung der bleibenden Last, das ist des Eigengewichtes des Tragwerkes und der sonstigen ständigen Belastung (§ 4, Absatz 2 bis 5) und der Nutzlast (§ 4, Absatz 6 bis 8) ausgesetzt werden. Bei solchen Tragwerken oder Tragwerksteilen, welche mit anderen derart in Verbindung stehen, daß eine teilweise Mitwirkung der letzteren bei der Lastaufnahme zu erwarten steht, ist in dem Falle, wenn nur ein Tragwerk oder ein Tragwerksteil der Probelastung unterzogen wird, die Nutzlast mit dem einundeinhalbfachen Betrage (§ 4, Absatz 6 bis 8) aufzubringen. Kommt für ein Tragwerk oder einen Tragwerksteil auch Schneedruck (§ 4, Absatz 9) in Betracht, so ist dieser in gleicher Weise wie die Nutzlast bei der Belastungsprobe zu berücksichtigen.

4. Die Probelast ist in der Regel in jener Verteilung und Anordnung aufzubringen, wie sie der statischen Berechnung zu Grunde gelegt wurde, und mindestens so lange auf dem Tragwerke zu belassen, bis Zunahmen der Formänderungen nicht mehr wahrzunehmen sind.

5. Unter der Einwirkung der Probelast dürfen die Tragfähigkeit beeinträchtigende Ribbildungen, ein Ausweichen gedrückter Teile oder sonstige bedenkliche Erscheinungen nicht eintreten; ferner dürfen die beobachteten elastischen Durchbiegungen die für die Einwirkung der Probelast berechneten nicht um mehr als 20 von Hundert überschreiten. Bleibende Durchbiegungen dürfen nicht mehr als ein Drittel der berechneten elastischen betragen. Bei Beurteilung der Probeergebnisse ist auf den allfälligen Einfluß von Temperaturunterschieden Rücksicht zu nehmen.

6. Bei der Ermittlung der elastischen Formänderungen sind der Querschnitt und die Formänderungszahl des Betons gemäß § 5, Absatz 8 *d* in Rechnung zu stellen.

7. Bei Bruchproben sind die zu prüfenden Tragwerksteile mit allmählich gesteigerter Last bis zum Bruch zu belasten. Die auf den Tragwerksteil aufgebrachte, den Bruch erzeugende Last muß mindestens der dreifachen Nutzlast mehr dem doppelten Eigengewichte des Tragwerksteiles mehr der dreifachen sonstigen ständigen Belastung (§ 4) entsprechen. Ein allfälliger in Betracht kommender Schneedruck ist in gleicher Weise wie die Nutzlast zu berücksichtigen.

8. Vor der Verwendung der im § 11, Absatz 17 genannten Tragwerksteile sind über Verlangen bis 100 und von je 100 dieser Teile 3 Stück auszuwählen und gemäß den Bestimmungen der Absätze 2 und 7 bis zum Bruche zu erproben. Entspricht von den ausgewählten Stücken eines diesen Bestimmungen nicht, so sind als Ergänzung dieser Proben von der-

selben Menge weitere 5 Stück auszuwählen und in gleicher Weise zu erproben. Sollte von den Ergänzungsproben auch nur eine nicht genügen, so sind die betreffenden 100 Stück von der Verwendung auszuschließen; dasselbe gilt, wenn von den ursprünglich ausgewählten 3 Stück mehr als eines den Bestimmungen nicht entsprochen hat.

II. Abschnitt.

Tragwerke aus Stampfbeton.

§ 13. Allgemeines.

Hierfür gelten die Bestimmungen des § 2.

A. Entwurf.

§ 14. Inhalt des Entwurfes.

Hierfür gelten sinngemäß die Bestimmungen des § 3.

§ 15. Berechnungsgrundlagen.

Hierfür gelten die Bestimmungen des § 4.

§ 16. Statische Berechnung.

1. Gleichlautend mit § 5, Absatz 1.

2. Bei der Ermittlung der äußeren Kräfte und Angriffsmomente darf an einer Stütze nur jenes Maß von Einspannung angenommen werden, welches durch geeignete bauliche Anordnungen tatsächlich und ohne Überschreitung der festgesetzten zulässigen Spannungen der in Betracht kommenden Bauteile erzielt wird. Bei einer Auflagerung auf Mauerwerk aus gewöhnlichen Ziegeln und Weißkalkmörtel darf an der betreffenden Stütze für die Bestimmung der positiven Feldmomente keinerlei Einspannung in Rechnung gestellt werden.

3. Gleichlautend mit § 5, Absatz 3.

4. Bei der Berechnung von Trägern, welche mit elastischen Stützen entsprechend steif verbunden sind, müssen die infolge der Wirkung der äußeren Kräfte auftretenden elastischen Formänderungen des Tragwerks berücksichtigt werden.

5. Rechteckige Platten, ringsum frei aufliegend oder eingespannt, sind als nur zweiseitig aufgelagert nach der kleineren der beiden Seitenlängen (Stützweiten) zu berechnen.

6. Gleichlautend mit § 5, Absatz 7.

7. Die Berechnung der Spannungen hat wie für homogene Körper unter Annahme einer Formänderungszahl des Betons für Druck und Zug von 140.000 kg auf 1 cm² zu erfolgen.

8. Einzellasten sind, wenn zwischen ihrer Aufstandsfläche und einer tragenden Betonplatte eine Deckschicht vorhanden ist, als gleichförmig verteilt auf eine Fläche wirkend anzunehmen, deren Ausmaße gegenüber den betreffenden Maßen der Aufstandsfläche bei rechteckiger Form der letzteren um die doppelte Höhe der Deckschicht und die einfache Platten-

dicke zu vergrößern sind. Bei Aufstandsflächen anderer als rechteckiger Form ist hinsichtlich ihrer Vergrößerung sinngemäß vorzugehen. Als für die Lastaufnahme statisch wirksame Plattenbreite ist die betreffende, gemäß vorstehendem vergrößerte Breite der Aufstandsfläche in Rechnung zu ziehen. Eine allfällig vorhandene Pflasterung ist für die Druckverteilung nicht zu berücksichtigen.

9. Gleichlautend mit § 5, Absatz 17.

§ 17. Zulässige Spannungen.

1. Unter Zugrundelegung der gemäß § 15 bestimmten Lastwirkungen und Einflüsse dürfen die größten rechnungsmäßigen Spannungen des Stampfbetons die in der nachstehenden Tabelle angegebenen Grenzwerte nicht überschreiten.

Materialgattung und Art der Beanspruchung	Zulässige Spannung in <i>kg</i> auf 1 cm^2			
	Im Falle der Biegung und bei exzentrischem Druck		bei zentrischem Druck	Schub-Scher- und Hauptzugspannung
	Druckspannung	Zugspannung	Druckspannung	
Bei einem Mischungsverhältnis auf 1 m^3 Gemenge von Sand und Steinmaterial . .				
a) 470 <i>kg</i> Zement . . .	33	2·5	22	3·5
b) 350 " " . . .	30	2·5	20	3·5
c) 280 " " . . .	26	2·0	17	2·5
d) 230 " " . . .	21	2·0	14	2·0
e) 160 " " . . .	13	.	9	.
f) 120 " " . . .	9	.	6	.

2. Für Lagerteile aus Schweiß- oder Flußeisen, Roheisenguß oder Flußstahl gelten die betreffenden im § 6, Abs. 1 festgesetzten zulässigen Spannungen.

3. Bei Anwendung anderer als der im Absatz 1 angegebenen Mischungsverhältnisse sind die zulässigen Betonspannungen durch geradlinige Einschaltung nach der betreffenden, auf 1 m^3 Gemenge von Sand und Steinmaterial entfallenden Gewichtsmenge von Zement zwischen die bezüglichen, im Absatz 1 genannten Werte zu bestimmen.

4. Mischungsverhältnisse entsprechend einer geringeren Menge von Zement als 120 *kg* auf 1 m^3 Gemenge von Sand und Steinmaterial dürfen für Tragwerke aus Stampfbeton nicht angewendet werden.

5. Überschreitet bei Druckgliedern das Verhältnis der freien Länge L zum kleinsten Trägheitshalbmesser i der Querschnittsfläche den Wert $\frac{L}{i} = 20$, so gelten als zulässige Spannungen:

a) bei zentrisch belasteten Druckgliedern die laut Absatz 1 für zentrischen Druck zulässigen Betonspannungen, multipliziert mit der Abminderungszahl $a = (1·72 - 0·036 \frac{L}{i})$;

b) bei exzentrisch belasteten Druckgliedern die laut Absatz 1 für exzentrischen Druck zulässigen Betondruckspannungen, vermindert um die $\frac{1-a}{a}$ fache, einer gedachten zentrischen Belastung entsprechende Druckspannung.

6. Die Belastung exzentrisch beanspruchter Druckglieder darf nicht größer angenommen werden als die bei gedachter zentrischer Kraftwirkung mit der zulässigen Betonspannung für zentrischen Druck gemäß Absatz 1 und 5 sich ergebende Tragkraft desselben Druckgliedes.

7. Die Ausführung von Tragwerken ungewöhnlicher oder noch unerprobter Bauweise sowie die Verwendung von Baustoffen außergewöhnlicher Beschaffenheit bedarf einer besonderen Genehmigung. Die Festsetzung der Berechnungsart für solche Tragwerke sowie der zulässigen Spannungen für Baustoffe außergewöhnlicher Beschaffenheit oder besonderer Güte erfolgt von Fall zu Fall und kann vom Ergebnisse anzustellender Baustoff-, Belastungs- und Bruchproben abhängig gemacht werden.

B. Ausführung der Tragwerke.

§ 18. Beschaffenheit und Prüfung des Zements.

1. Zu Tragwerken aus Stampfbeton ist in der Regel Portlandzement zu verwenden, das ist ein Zement, der aus natürlichen Kalkmergeln oder künstlichen Mischungen ton- und kalkhaltiger Stoffe durch Brennen bis zur Sinterung und darauffolgende Zerkleinerung bis zur Mehlfeinheit gewonnen wird und auf einen Gewichtsteil hydraulischer Bestandteile mindestens 1·7 Gewichtsteile Kalkerde (CaO) enthält. Die Verwendung anderer Zemente oder hydraulischer Bindemittel unterliegt einer fallweisen besonderen Genehmigung.

2. Gleichlautend mit § 7, Absatz 2.

3. Der Zement muß sowohl an der Luft als auch unter Wasser raumbeständig und in der Regel langsam bindend sein. Als langsam bindend gilt ein Zement, wenn ein aus demselben mit 25 bis 30 von Hundert Wasserzusatz hergestellter Zementbrei nicht vor 30 Minuten nach dem Anmachen zu erhärten beginnt und mindestens $3\frac{1}{2}$ Stunden von der Wasserzugabe an zur Abbindung benötigt. Die Verwendung schneller bindender Zemente für besondere Zwecke unterliegt einer fallweisen besonderen Genehmigung.

4. Gleichlautend mit § 7, Absatz 4.

5. „ „ § 7, „ 5.

6. „ „ § 7, „ 6.

7. In der normalen Mörtelmischung muß der Zement nach einer Erhärtungsdauer von 7 Tagen mindestens 12 kg Zugfestigkeit und nach einer solchen von 28 Tagen mindestens 180 kg Druckfestigkeit und 18 kg Zugfestigkeit auf 1 cm^2 aufweisen.

8. Gleichlautend mit § 7, Absatz 8.

9. „ „ § 7, „ 9.

10. „ „ § 7, „ 10.

11. „ „ § 7, „ 11.

12. „ „ § 7, „ 12.

13. Der Zement ist in der entsprechend zu kennzeichnenden Ursprungsverpackung an die Baustelle zu liefern.

§ 19. Beschaffenheit des Sandes und Steinmaterials.

1. Gleichlautend mit § 8, Absatz 1.

2. „ „ „ § 8, „ 2.

3. Die Korngröße des Steinmaterials ist so zu bemessen, daß die größten Stücke in jeder Lage durch eine quadratische Öffnung von 6 *cm* Weite durchgehen und die kleinsten auf einem Siebe von 7 *mm* lichter Maschenweite liegen bleiben.

4. Gleichlautend mit § 8, Absatz 4.

5. Das anzuwendende Mischungsverhältnis zwischen Zement, Sand und Steinmaterial ist jeweils durch Versuche zu bestimmen; der Dichtigkeitsgrad des Betons soll soweit als möglich jenem des Mörtels gleich sein.

6. Bei Bauwerksteilen aus Stampfbeton mit verhältnismäßig großen Querschnittsabmessungen (Widerlager, Fundamente usw.) können dem Beton bis zu 25 von Hundert Steine von größeren als den im Absatz 3 bestimmten Abmessungen und zwar bis 30 *cm* Kantenlänge oder Durchmesser beigemischt werden. Derlei Steine müssen vorher gereinigt, angehäßt und sodann satt eingebettet werden. Die Verwendung solcher Steineinlagen bedarf jedoch einer fallweisen besonderen Genehmigung.

7. Ein vorhandenes natürliches Gemenge von Sand und Steinmaterial kann ohne Trennung in seine Bestandteile zur Betonbereitung Verwendung finden, wenn die Beschaffenheit desselben den Bestimmungen der Absätze 1 bis 5 entspricht und die Zusammensetzung des Gemenges durch eine entsprechende Anzahl von Sieb- oder Wurfproben als geeignet nachgewiesen oder durch besondere Zusätze von Sand oder Steinmaterial geeignet gemacht wurde.

§ 20. Beschaffenheit, Erprobung und Bearbeitung des Eisens und Stahles.

Hierfür gelten sinngemäß die Bestimmungen des § 9, Absatz 1, 2, 3, 8, 9 und 10.

§ 21. Bereitung, Beschaffenheit und Prüfung des Betons.

1. Der Zement ist bei der Bereitung des Betons in der Regel nach Gewichtsmengen beizumischen. Die Zumessung kann auch mit Hohlmaßen erfolgen, wobei der Zement lose und ohne Fall einzuschütten ist, die Gefäße vollzufüllen und glatt abzustreichen sind und für Portlandzement zur Umrechnung von Gewichtsmengen auf Raummengen das Gewicht von 1 *m*³ (lose eingeschüttet) mit 1400 *kg* anzunehmen ist. Für andere Zemente ist das entsprechende Einheitsgewicht durch Abwage zu ermitteln.

2. Gleichlautend mit § 10, Absatz 2.

3. Zu Tragwerken aus Stampfbeton ist sogenannter erdfeuchter oder auch weicher (plastischer) Beton zu verwenden. Der Wasserzusatz ist den betreffenden Witterungs- und Temperaturverhältnissen sowie der natürlichen Feuchtigkeit des Sandes und Steinmaterials entsprechend, jedenfalls aber so zu bemessen, daß sich bei erdfeuchtem Beton die Masse mit der Hand gerade noch ballen läßt und dabei auf der Haut Feuchtigkeit zurückläßt, hingegen bei weichem (plastischen) Beton letzterer noch gestampft werden kann und dabei weich wird; unter der Wirkung der Schwere darf sich aber der Mörtel vom Steinmaterial nicht loslösen.

4. Gleichlautend mit § 10, Absatz 4.

5. „ „ § 10, „ 5.

6. „ „ § 10, „ 6.

7. Der Beton muß nach sechswöchiger Erhärtung an der Luft mindestens folgende Werte der Druckfestigkeit (Würfelfestigkeit) in *kg* auf 1 cm^2 und zwar senkrecht zur Stampfrichtung aufweisen:

Bei einem Mischungsverhältnisse:

Auf 1 m^3 Gemenge von Sand und Steinmaterial

a)	470 <i>kg</i> Zement	170
b)	350 „ „	150
c)	230 „ „	130
d)	230 „ „	110
e)	160 „ „	75
f)	120 „ „	50.

8. Bei Anwendung anderer als der im Absatz 7 angegebenen Mischungsverhältnisse ist die geforderte Würfelfestigkeit durch geradlinige Einschaltung nach der betreffenden, auf 1 m^3 Gemenge von Sand und Steinmaterial entfallenden Gewichtsmenge von Zement zwischen die bezüglichen im Absatz 7 genannten Werte zu bestimmen.

9. Zur Prüfung des Betons hinsichtlich der geforderten Würfelfestigkeit sind bei Mischungsverhältnissen entsprechend 230 *kg* Zement oder mehr auf 1 m^3 Gemenge von Sand und Steinmaterial in der Regel, bei anderen Mischungsverhältnissen über Verlangen Probekörper und zwar in Würfel-form von 20 *cm* Seitenlänge am Bauplatze anzufertigen und einer der im § 7, Absatz 10 genannten Prüfungsanstalten zur Erprobung zu überweisen oder an der Baustelle mittels einer geeigneten Presse zu prüfen.

10. Gleichlautend mit § 10, Absatz 10.

11. „ „ § 10, „ 11.

12. Die Zahl der Probekörper ist in der Regel so zu bemessen, daß bis zu 200 m^3 und auf je 200 m^3 Betonmasse eines Mischungsverhältnisses 6 Probekörper entfallen; als Würfelfestigkeit gilt das arithmetische Mittel der bezüglichen Werte; ist dieses Mittel kleiner als die im Absatz 7 geforderte Würfelfestigkeit oder bleibt einer der bezüglichen Werte um mehr als 20 von Hundert unter dieser Würfelfestigkeit, so darf Beton dieser Beschaffenheit nicht verwendet werden.

§ 22. Herstellung der Tragwerke.

1. Die Herstellung von Tragwerken aus Stampfbeton darf nur durch geschulte Arbeiter und unter beständiger Aufsicht von Personen geschehen, die nachweisbar mit dieser Bauweise gründlich vertraut sind.

2. Gleichlautend mit § 11, Absatz 2.

3. „ „ § 11, „ 3.

4. Mit der Herstellung der Tragwerke darf in der Regel erst dann begonnen werden, wenn der Nachweis der bedungenen Beschaffenheit der Baustoffe im Sinne der §§ 18, 19, 20 und 21 erbracht ist. Die Prüfung derselben hat daher zu einer solchen Zeit zu erfolgen, daß die Ergebnisse dieser Prüfung bei Beginn der Verwendung der Baustoffe bereits vorliegen und demnach mit Sicherheit die Eignung derselben zur weiteren Verarbeitung beurteilt werden kann.

5. Erdfeuchter Beton ist in Schichten von höchstens 15 *cm* Stärke, weicher Beton in Schichten von höchstens 20 *cm* Stärke einzubringen, welche je für sich in einem, dem jeweiligen Wasserzusätze entsprechenden Maße zu stampfen sind. Der Beton darf zum Verwendungsorte nur bis zu einer Tiefe von 3 *m* geworfen und muß bei größeren Tiefen mittels Gefäßen oder Vorrichtungen, welche eine Entmischung des Betons verhindern, eingebracht werden.

6. Gleichlautend mit § 11, Absatz 8.

7. „ „ § 11, „ 9.

8. „ „ § 11, „ 10.

9. Eingerüstete Tragwerke dürfen ausnahmslos vor Ablauf von 4 Tagen nach Beendigung des Einstampfens keinerlei Belastung erfahren. Nach dieser Zeit und innerhalb der im Absatz 10 bzw. 11 bestimmten Fristen dürfen eingerüstete Tragwerke nur dann aus dem Baubetriebe oder dem Baufortschritte allfällig sich ergebende Lasten aufnehmen, sowie bei mehrgeschossigen Gebäuden durch Wände, Pfeiler oder Säulen belastet werden, wenn die unterstützenden Gerüste und Schalungen hinreichend stark und die eingerüsteten Tragwerke derart erhärtet sind, daß sie außer ihrem Eigengewichte auch die vorgenannten Belastungen mit genügender Sicherheit und ohne schädliche Formänderungen der Tragwerke aufnehmen können.

10. Die unterstützenden Gerüste dürfen erst nach einer, genügende Tragfähigkeit verbürgenden Erhärtung des Betons und zwar in der Regel nicht früher als 4 Wochen nach Beendigung des Einstampfens entfernt werden. Seitliche Schalungen ohne stützende Wirkung dürfen in der Regel nicht vor Ablauf von 4 Tagen nach Beendigung des Einstampfens abgenommen werden. Bei größeren Stützweiten und Querschnittsabmessungen sowie bei Verhältnissen, welche die Erhärtung ungünstig beeinflussen, ist die Frist bis zur Ausrüstung entsprechend zu verlängern.

11. In die im Absatz 10 genannten Fristen dürfen nur frostfreie, das sind solche Tage eingerechnet werden, an denen die Lufttemperatur, im Schatten gemessen, innerhalb 24 Stunden nicht unter Null Grad Celsius gesunken ist; beim Eintritt einer oder mehrerer Frostperioden sind diese Fristen daher noch mindestens um die Anzahl der Frosttage zu verlängern.

12. Gleichlautend mit § 11, Absatz 14.

13. Von der Rüstung befreite Tragwerke dürfen innerhalb der im § 23, Absatz 2 festgesetzten Fristen außer durch die bleibende Last nicht durch irgend eine nennenswerte Belastung beansprucht werden.

14. Gleichlautend mit § 11, Absatz 16.

15. Die Verwendung von Tragwerksteilen aus Stampfbeton, wie Balken, Platten, Säulen, Stiegenstufen usw., welche auf gesonderten Werksplätzen erzeugt und in fertigem Zustande auf die Baustelle gebracht werden, bedarf in jedem einzelnen Falle einer besonderen Genehmigung. Dieselben müssen sinngemäß den Bestimmungen der §§ 15 bis 22 entsprechen und bis zur Verwendung eine Erhärtungsdauer von mindestens 6 Wochen aufweisen.

C. Prüfung der Tragwerke.

§ 23. Belastungs- und Bruchproben.

1. Außer der Prüfung des Betons (§ 21) sind über Verlangen auch Belastungsproben des ganzen Tragwerks sowie Belastungs- und stichprobenweise Bruchproben einzelner Tragwerksteile vorzunehmen.

2. Belastungs- und Bruchproben dürfen nicht vor Ablauf von 6 Wochen nach Beendigung des Einstampfens bezw. einer gemäß § 22, Absatz 10 und 11 zu bemessenden längeren Frist als 6 Wochen vorgenommen werden.

3. Gleichlautend mit § 12, Absatz 3.

4. „ „ § 12, „ 4.

5. „ „ § 12, „ 5.

6. Bei der Ermittlung der elastischen Formänderungen ist die Formänderungszahl des Betons gemäß § 16, Absatz 6 in Rechnung zu stellen.

7. Gleichlautend mit § 12, Absatz 7.

8. Vor der Verwendung der im § 22, Absatz 15 genannten Tragwerksteile sind über Verlangen bis 100 und von je 100 dieser Teile 3 Stück auszuwählen und gemäß den Bestimmungen der Absätze 2 und 7 bis zum Bruche zu erproben. Entspricht von den ausgewählten Stücken eines diesen Bestimmungen nicht, so sind als Ergänzung dieser Proben von derselben Menge weitere 5 Stück auszuwählen und in gleicher Weise zu erproben. Sollte von den Ergänzungsproben auch nur eine nicht genügen, so sind die betreffenden 100 Stück von der Verwendung auszuschließen; dasselbe gilt, wenn von den ursprünglich ausgewählten 3 Stück mehr als eines den Bestimmungen nicht entsprochen hat.

Vorschrift

vom 15. Juni 1911 über die Herstellung von Tragwerken aus Eisenbeton oder Stampfbeton bei Straßenbrücken.*)

Herausgegeben mit Erlaß des k. k. Ministeriums für öffentliche Arbeiten,
Z. 42/30-IX d ex 1911.

I. Abschnitt.

Tragwerke aus Eisenbeton.

§ 1. Begriffsbestimmung.

Tragwerke oder Tragwerksteile aus Eisenbeton sind solche, bei denen Eisen mit Stampfbeton in eine derartige Verbindung gebracht ist, daß beide Baustoffe hinsichtlich der Lastaufnahme zu gemeinsamer statischer Wirkung gelangen.

§ 2. Allgemeines.

Die Bestimmungen der Vorschrift des k. k. Ministeriums des Innern vom 16. März 1906, Z. 49898 ex 1905, über die Herstellung der Straßenbrücken mit eisernen oder hölzernen Tragwerken, bezw. die Bestimmungen der Verordnung des k. k. Eisenbahnministeriums vom 28. August 1904, R. G. B. Nr. 97, betreffend die Eisenbahnbrücken, Bahnüberbrückungen und Zufahrtsstraßenbrücken mit eisernen oder hölzernen Tragwerken, gelten sofern im nachfolgenden nicht abweichende Festsetzungen getroffen werden, sinngemäß auch für die Straßenbrücken mit Tragwerken aus Eisenbeton.

A. Entwurf.

§ 3. Inhalt des Entwurfes.

Der Bauentwurf hat außer den Erfordernissen gemäß § 2 auch die Angabe des Mischungsverhältnisses des Betons und zwar hinsichtlich des Zements nach Gewichtsmengen, hinsichtlich der anderen Baustoffe nach Raummengen zu enthalten.

§ 4. Berechnungsgrundlagen.

1. Für die Berechnungsgrundlagen gelten die im § 2 genannten Bestimmungen.

*) Die Vorschrift ist vom Kommissionsverlage Lehmann & Wentzel, G. m. b. H., Wien, I., Kärntnerstraße 30 zum Preise von 60 Heller für ein Stück zu beziehen.

2. Das Einheitsgewicht von Stampfbeton ist mit mindestens 2.200 *kg* für 1 *m*³, jenes von Eisenbeton mit 2.400 *kg* für 1 *m*³ anzunehmen, sofern nicht ein gesonderter Nachweis mit Rücksicht auf die Ausmaße der Eiseneinlagen geliefert wird.

3. Die Wärmeschwankungen sind, sofern durch sie Spannungen verursacht werden, für Änderungen der Temperatur des Tragwerkes von ± 15 Grad Celsius gegenüber dem spannungslosen Zustande und für einen Wärmeausdehnungskoeffizienten des Betons $\alpha = 0.000012$ für 1 Grad Celsius zu berücksichtigen. Bei Tragwerken, deren geringste Betonstärke mehr als 70 *cm* beträgt oder welche vollständig mit Erde, Schotter oder anderem Material auf eine durchschnittliche Höhe von mindestens 70 *cm* überschüttet sind, können obige Temperaturgrenzen auf ± 10 Grad Celsius ermäßigt werden.

§ 5. Statische Berechnung.

1. Als rechnungsmäßige Stützweite ist, sofern sie nicht durch die Art der Auflagerung unzweifelhaft festgestellt erscheint, bei frei aufliegenden Tragwerken mit nur einem Felde die Entfernung von Mitte zu Mitte der Auflagerlängen bzw. Auflagerplatten, bei durchlaufenden Tragwerken in den Mittelfeldern die Entfernung von Mitte zu Mitte der Stützen anzunehmen; in den Endfeldern der letzteren Trägereigenschaft ist die Stützweite hiernach sinngemäß zu bemessen.

2. Bei der Ermittlung der äußeren Kräfte und Angriffsmomente darf an einer Stütze nur jenes Maß von Einspannung angenommen werden, welches durch geeignete bauliche Anordnungen tatsächlich und ohne Überschreitung der festgesetzten zulässigen Spannungen der in Betracht kommenden Bauteile erzielt wird.

3. Tragwerke, welche über mehrere Felder durchgehen und auf den Stützen frei aufruhend, sind nach den Regeln für durchlaufende Träger unter Berücksichtigung der jeweils ungünstigsten Laststellung zu berechnen.

4. Bei der Berechnung von Trägern, welche mit elastischen Stützen entsprechend steif verbunden sind, müssen im allgemeinen die infolge der Wirkung der äußeren Kräfte auftretenden elastischen Formänderungen des Tragwerkes berücksichtigt werden. Durchlaufende Platten von Plattenbalken können jedoch ohne Bedachtnahme auf die elastischen Formänderungen der Balken als auf diesen frei aufruhend berechnet werden.

5. Rechteckige Platten, ringsum frei aufruhend oder eingespannt, mit den Seitenlängen (Stützweiten) *a* und *b* und sich kreuzenden Eiseneinlagen sind in nachstehender Weise zu berechnen: Die auf die Platte einwirkenden Lasten sind auf zwei, je nur zweiseitig aufgelagerte Platten gleicher Art (frei aufruhend oder eingespannt), die eine Platte mit der Stützweite *a*, die andere mit der Stützweite *b*, in der Weise verteilt wirkend anzunehmen, daß auf die erstere nur die im Verhältnisse $b^2 : (ka^2 + b^2)$ und auf die letztere nur die im Verhältnisse $ka^2 : (ka^2 + b^2)$ verminderten Lasten bei sonst gleichbleibender Lastanordnung entfallen; hierbei bedeutet *k* das Verhältnis der Querschnittsfläche der zu *b* parallelen Schar der Eiseneinlagen zur Querschnittsfläche der zu *a* parallelen Schar der Eiseneinlagen, beide Querschnittsflächen bezogen auf das laufende Meter. Dieser Lastverteilung entsprechend sind die Querkräfte, Stützendrücke und Biegemomente zu ermitteln. Die vorbezeichnete Berechnungsweise ist nicht zulässig, wenn die eine Stützweite *b* mehr als das Einundeinhalbfache der anderen Stützweite *a*

oder die Querschnittsfläche der einen Schar der Eiseneinlagen weniger als 30 von Hundert der Querschnittsfläche der andern Schar der Eiseneinlagen, beide bezogen auf das laufende Meter, beträgt; in diesen Fällen ist die rechteckige Platte nur für die kleinere der beiden Stützweiten zu berechnen. Bei durchlaufenden Platten mit sich kreuzenden Eiseneinlagen ist hinsichtlich der Berechnungsweise sinngemäß vorzugehen. Bei derlei durchlaufenden oder eingespannten Platten dürfen jedoch die positiven Feldmomente nicht kleiner als mit zwei Drittel der betreffenden, für die frei aufruhende, einfelderige Platte nach obigem sich ergebenden positiven Feldmomente angenommen werden.

6. Die statische Untersuchung hat sich auch auf die Pfeiler, Widerlager und Fundamente unter Berücksichtigung eines allfällig wirkenden hydrostatischen Auftriebes, sowie auf den Nachweis der Bodenpressungen zu erstrecken.

7. Die Berechnung der Spannungen in Tragwerken aus Eisenbeton ist nach folgenden Annahmen durchzuführen:

a) Ursprünglich ebene Querschnitte bleiben bei einer Formänderung des Körpers eben;

b) die Formänderungszahl (Elastizitätsmodul) des Betons für Druck ist mit 140.000 kg auf 1 cm^2 , gleich dem fünfzehnten Teile von jener des Eisens für Zug und Druck (2,100.000 kg auf 1 cm^2) anzunehmen;

c) die Spannungen des Betons auf Druck und des Eisens auf Zug sind unter der Voraussetzung zu ermitteln, daß der Beton keine Normalzugspannungen aufnehme;

d) bei den auf Biegung beanspruchten Tragwerken sind auch die größten Zugspannungen des Betons nachzuweisen, welche sich für eine Formänderungszahl des Betons für Zug von 56.000 kg auf 1 cm^2 ergeben;

e) bei der Berechnung der äußeren Kräfte und elastischen Formänderungen äußerlich statisch unbestimmter Tragwerke ist die aus dem vollen Betonquerschnitte und aus der fünfzehnfachen Fläche der Längseisen gebildete ideelle Querschnittsfläche, sowie eine für Druck und Zug im Beton gleich große Formänderungszahl gemäß Absatz 7 b in Rechnung zu stellen;

f) die Schub- und Hauptzugspannungen sind unter der im Absatz 7 c bestimmten Annahme zu ermitteln.

8. Sind schlaffe Eiseneinlagen in zwei oder mehreren Reihen angeordnet, so ist die Spannung für die betreffende äußerste Reihe nachzuweisen; bei steifen Eiseneinlagen (Formeisen) ist dieser Nachweis für die betreffende äußerste Schichte durchzuführen.

9. Bei nur auf Zug beanspruchten Tragwerksteilen ist die Mitwirkung des Betons nicht zu berücksichtigen.

10. Platten mit weniger als 8 cm kleinster Dicke dürfen bei Plattenbalken nicht als mitwirkend in Rechnung gestellt werden.

11. Einzellasten sind, wenn zwischen ihrer Aufstandsfläche und einer tragenden Eisenbetonplatte eine Deckschichte vorhanden ist, als gleichförmig verteilt auf eine Fläche wirkend anzunehmen, deren Ausmaße gegenüber den betreffenden Maßen der Aufstandsfläche bei rechteckiger Form der letzteren zu vergrößern sind: a) bei sich kreuzenden Eiseneinlagen, bei welchen das Verhältnis der Querschnittsflächen dem Absatz 5 entspricht, um die doppelte Höhe der Deckschichte und die doppelte Plattendicke; b) bei sich kreuzenden Eiseneinlagen, bei denen dies nicht zutrifft, in der Richtung

der stärkeren Eiseneinlage, ferner bei nur in einer Richtung angeordneten Eiseneinlagen in der Richtung derselben wie bei *a*), in der dazu senkrechten Richtung um die doppelte Höhe der Deckschichte und die einfache Plattendicke. Bei Aufstandsflächen anderer als rechteckiger Form ist hinsichtlich ihrer Vergrößerung sinngemäß vorzugehen. Als für die Lastaufnahme statisch wirksame Plattenbreite ist die betreffende, gemäß vorstehendem vergrößerte Breite der Aufstandsfläche in Rechnung zu ziehen. Eine allfällig vorhandene Pflasterung ist für die Druckverteilung nicht zu berücksichtigen.

12. Bei Druckgliedern, das sind auf zentrischen oder exzentrischen Druck beanspruchte Tragwerke oder Tragwerksteile, muß auf den erforderlichen Widerstand gegen Knickung Bedacht genommen werden, wenn das Verhältnis der freien Knicklänge L zum betreffenden Trägheitshalbmesser i der gemäß Absatz 7 *e* zu bestimmenden Querschnittsfläche den Wert $\frac{L}{i} = 60$ überschreitet.

13. Als freie Knicklänge L ist die Länge des Druckgliedes zwischen zwei gegen Ausweichen gesicherten Punkten der Längsachse anzunehmen.

14. In Druckgliedern sind die Eiseneinlagen auch für sich allein hinsichtlich ihres Widerstandes gegen Knickung unter Annahme einer freien Knicklänge gleich dem Abstand der Querverbände zu untersuchen; letztere sind in Abständen höchstens gleich dem kleinsten, durch den Schwerpunkt des Querschnittes gezogenen Durchmesser des Druckgliedes anzuordnen.

15. Bei Druckgliedern sind allfällig exzentrische Lastangriffe zu berücksichtigen.

16. Druckglieder — mit Ausnahme von Gewölben — dürfen nur dann im Sinne der §§ 5 und 6 berechnet werden, wenn die Fläche der Längseisen in jedem Querschnitte mindestens 0·8 von Hundert der ganzen Querschnittsfläche beträgt; macht die genannte Eisenfläche mehr als 2 von Hundert dieser ganzen Querschnittsfläche aus, so darf der Mehrbetrag an Fläche der Längseisen über 2 von Hundert nur mit dem dritten Teile in Rechnung gebracht werden. Beträgt die Fläche der Längseisen weniger als 0·8 von Hundert der ganzen Querschnittsfläche, so entfällt die Berücksichtigung der Eiseneinlagen bei der Bemessung der Tragfähigkeit und ist das Druckglied als solches aus Stampfbeton zu berechnen. Für Gewölbe gilt als bezügliches Mindestausmaß der Fläche der Längseisen 0·4 von Hundert der ganzen Querschnittsfläche.

17. Bei Druckgliedern, in welchen außer Längseisenlagen auch schraubenförmig gewundene, durchlaufende Quereinlagen angeordnet sind („umschnürter Beton“), ist zur Bestimmung der Druckspannung infolge zentrischen Druckes eine ideelle Querschnittsfläche $F_i = F_b + 15 F_e + 30 F_s$ einzuführen, wobei F_b den Betonquerschnitt, F_e die Querschnittsfläche der Längseisen unter Berücksichtigung des vorstehenden Absatzes 16 und F_s die Querschnittsfläche eines gedachten Längseisens bedeutet, dessen Gewicht gleich jenem der schraubenförmigen Quereinlage ist, beide Gewichte auf die Längeneinheit des Druckgliedes bezogen. Macht hierbei die so gebildete ideelle Fläche F_i mehr als 1·5 ($F_b + 15 F_e$) oder mehr als 2·0 F_b aus, so darf für F_i nur der kleinere dieser beiden Grenzwerte in Rechnung gestellt werden. Bei exzentrischem Lastangriffe sind die schraubenförmigen Quereinlagen zur Ermittlung der vom Biegemomente herrührenden Spannungen nicht zu

berücksichtigen. Die Ganghöhe der Schraubenwindungen darf höchstens ein Fünftel des kleinsten, durch den Schwerpunkt des Querschnittes gezogenen Durchmessers betragen.

18. Druckglieder mit Längseinlagen und solchen Quereinlagen oder Anordnungen, welche nach ihrer Wirkungsweise einer schraubenförmig gewundenen durchlaufenden Quereinlage gleichkommen, sind im Sinne des Absatzes 17 zu berechnen.

19. Bei allen Druckgliedern darf für die Kraftaufnahme als Betonquerschnittsfläche höchstens das 1,8fache des von den Quereinlagen eingeschlossenen Teiles dieser Querschnittsfläche in Rechnung gezogen werden.

20. Druckglieder mit selbständig tragfähigem Eisengerippe, bei welchen der Beton nur als ausfüllendes oder umhüllendes Material dient, dürfen nicht als Tragwerke aus Eisenbeton im Sinne des § 5 berechnet werden.

21. Hinsichtlich des Verbundes von Eisen und Beton ist nachzuweisen, daß die in irgend einem Querschnitte wirkende, gemäß Absatz 7c berechnete Zug- oder Druckkraft einer Eiseneinlage bereits vor diesem Querschnitte durch „mittlere Haftspannungen“ von zulässiger Größe in das Eisen übertragen werden kann; zur Berechnung dieser „mittleren Haftspannungen“ ist die genannte Zug- oder Druckkraft gleichmäßig verteilt über die betreffende Haftfläche (Umfang der Eiseneinlage mal Haftlänge) anzunehmen. Für die Wirkung von recht- oder spitzwinkligen Haken ist die vierfache, für jene von halbkreisförmigen Haken die zwölfwache, in die Biegungsebene fallende Querschnittsabmessung der Eiseneinlage (bei Rundeisen das bezügliche Vielfache des Durchmessers) zur anschließenden geraden Haftstrecke zuzuschlagen.

22. Die geringsten Abstände der Oberfläche der Längseisen von der Oberfläche des Betons, sowie die Zwischenräume zwischen den einzelnen Eiseneinlagen müssen, sofern nicht mit Rücksicht auf Scher- und Haftspannungen größere Maße erforderlich sind, mindestens betragen: erstere bei Platten 1 cm, bei anderen Tragwerken 2 cm; letztere 2,5 cm, bei Rundeisen von größerem Durchmesser als 1,6 cm den einundeinhalbfachen Durchmesser. Durchlaufende schlaaffe Eiseneinlagen müssen, wenn ihre statische Wirkung berücksichtigt werden soll, bei allen Tragwerken — mit Ausnahme von Stützen — in Abständen von höchstens 20 cm angeordnet sein.

23. Die kleinste Stärke von Längs- und Verteilungseisen muß mindestens 7 mm, jene von Bügeln und Querverbindungen mindestens 5 mm betragen.

24. Zur Sicherung des Verbundes von Eisen und Beton sind Bügel oder Querverbindungen in ausreichender Zahl anzuordnen und die Enden der Eiseneinlagen hakenförmig oder in anderer entsprechender Weise auszubilden, falls nicht schon deren Oberflächengestaltung einer Verschiebung im Beton entgegenwirkt.

25. Bei frei aufliegenden Tragwerken von 4 m Stützweite an sind Auflagerplatten oder -vorrichtungen anzuordnen und ist für die Ermöglichung der Bewegungen infolge Temperatur- und Spannungsänderungen entsprechend vorzusorgen.

26. Dem möglichen Auftreten von Einspannungsmomenten über den Stützen ist, auch wenn sie rechnerisch nicht besonders nachgewiesen werden, durch entsprechende Anordnung von Eiseneinlagen Rechnung zu tragen.

§ 6. Zulässige Spannungen.

1. Unter Zugrundelegung der gemäß § 4 bestimmten Lastwirkungen und Einflüsse dürfen die größten rechnungsmäßigen Spannungen des Betons und Eisens die in der nachstehenden Tabelle angegebenen Grenzwerte nicht überschreiten.

Materialgattung u. Art der Beanspruchung	Zulässige Spannung in <i>kg</i> auf 1 <i>cm</i> ²				
	im Falle der Biegung und bei exzentrischem Druck		bei zentrischem Druck	Schub-, Scher- und Hauptzugspannung	Mittlere Haftspannung
	Druckspannung	Zugspannung	Druckspannung		
I. Beton.					
Bei einem Mischungsverhältnis auf 1 <i>m</i> ³ Gemenge von Sand und Steinmaterial:					
a) 470 <i>kg</i> Portlandzement	33 + 0·2 <i>l</i>	19 + 0·1 <i>l</i> bis höchstens 22	25	4	5
b) 350 „ „	29 + 0·2 <i>l</i>	18 + 0·1 <i>l</i> bis höchstens 21	22	3·5	4·5
c) 280 „ „	25 + 0·2 <i>l</i>	16 + 0·1 <i>l</i> bis höchstens 19·5	19	3	4
II. Eisen.					
				Schweiß- eisen	Fluß- eisen
1. Beanspruchung auf Zug und Druck				750 + 2 <i>l</i>	800 + 3 <i>l</i>
bis höchstens				800	900
2. Beanspruchung auf Abscherung, ausgenom. bei Nieten				500	600
3. Beanspruchung der Niete auf Abscherung				600	700
4. Beanspruchung der Lochleibung auf Druck				1400	1600
Anmerkung: „ <i>l</i> “ bedeutet die Stützweite des Tragwerkes oder Tragwerksteiles in <i>m</i> .					

2. Für Bestandteile aus Schweiß- oder Flußeisen, Roheisenguß oder Flußstahl, welche sich — wie zum Beispiel Lager, eiserne Säulen Geländer u. s. w. — als selbständige Teile des ganzen Tragwerks darstellen, gelten hinsichtlich der zulässigen Spannungen die im § 2 genannten Bestimmungen.

3. Bei Anwendung anderer als der im Absatz 1 angegebenen Mischungsverhältnisse sind die zulässigen Betonspannungen durch geradlinige Einschaltung nach der betreffenden, auf 1 *m*³ Gemenge von Sand und Steinmaterial entfallenden Gewichtsmenge von Portlandzement zwischen die bezüglichen, im Absatz 1 genannten Werte zu bestimmen.

4. Mischungsverhältnisse entsprechend einer geringeren Menge von Portlandzement als 280 *kg* auf 1 *m*³ Gemenge von Sand und Steinmaterial dürfen für Tragwerke aus Eisenbeton nicht angewendet werden.

5. Ist auf Knickung gemäß § 5, Absatz 12 Rücksicht zu nehmen, so gelten als zulässige Spannungen:

a) bei zentrisch belasteten Druckgliedern die laut Absatz 1 für zentrischen Druck zulässigen Betonspannungen, multipliziert mit der Abminderungszahl $\alpha = \left(1.72 - 0.012 \frac{L}{i}\right)$;

b) bei exzentrisch belasteten Druckgliedern die laut Absatz 1 für exzentrischen Druck zulässigen Betondruckspannungen, vermindert um die $\frac{1-\alpha}{\alpha}$ fache, einer gedachten, zentrischen Belastung entsprechende Druckspannung.

Kommt bei Eiseneinlagen Knickung in Betracht, so sind die laut Tabelle im Absatz 1 zulässigen Eisendruckspannungen s_k auf den Wert s_k nach folgenden Formeln abzumindern:

a) für Längenverhältnisse $\frac{L}{i} = 10$ bis 105:

$$s_k = \left(0.816 - 0.003 \frac{L}{i}\right) s_e;$$

b) für Längenverhältnisse $\frac{L}{i} > 105$:

$$s_k = 5580 \left(\frac{i}{L}\right)^2 s_e.$$

6. Die Belastung exzentrisch beanspruchter Druckglieder darf nicht größer angenommen werden als die bei gedachter zentrischer Kraftwirkung mit der zulässigen Betonspannung für zentrischen Druck gemäß Absatz 1 und 5 sich ergebende Tragkraft desselben Druckgliedes.

7. Überschreiten die gemäß § 5, Absatz 7 berechneten Schub- und Hauptzugspannungen im Beton die im § 6, Absatz 1 festgesetzten Werte, so sind Bügel oder andere entsprechende Eiseneinlagen anzuordnen und so zu bemessen, daß sie jenen Teil der Schub- und Hauptzugkräfte, welcher vom Beton ohne Überschreitung der festgesetzten zulässigen Spannungen nicht aufgenommen werden kann, mindestens aber 60 von Hundert der gesamten Schub- und Hauptzugkräfte aufzunehmen vermögen. Der Beton muß für sich allein im stande sein, mindestens 30 von Hundert der Schubkräfte durch Schubspannungen von zulässiger Größe aufzunehmen.

8. Die Ausführung von Tragwerken ungewöhnlicher oder noch unerprobter Bauweise sowie die Verwendung von Baustoffen außergewöhnlicher Beschaffenheit bedarf einer besonderen Genehmigung. Die Festsetzung der Berechnungsart für solche Tragwerke sowie der zulässigen Spannungen für Baustoffe außergewöhnlicher Beschaffenheit oder besonderer Güte erfolgt von Fall zu Fall und kann vom Ergebnisse anzustellender Baustoff-, Belastungs- und Bruchproben abhängig gemacht werden.

B. Ausführung der Tragwerke.

§ 7. Beschaffenheit und Prüfung des Zements.

1. Zu Tragwerken aus Eisenbeton ist nur Portlandzement zu verwenden, das ist ein Zement, der aus natürlichen Kalkmergeln oder künstlichen Mischungen ton- oder kalkhaltiger Stoffe durch Brennen bis zur

Sinterung und darauf folgende Zerkleinerung bis zur Mehlfeinheit gewonnen wird und auf einen Gewichtsteil hydraulischer Bestandteile mindestens 1·7 Gewichtsteile Kalkerde (CaO) enthält.

2. Der Gehalt des Zements an Magnesia (MgO) darf nicht mehr als 5 von Hundert betragen.

3. Der Zement muß sowohl an der Luft als auch unter Wasser raumbeständig und langsam bindend sein. Als langsam bindend gilt ein Zement, wenn ein aus demselben mit 25 bis 30 von Hundert Wasserzusatz hergestellter Zementbrei nicht vor 30 Minuten nach dem Anmachen zu erhärten beginnt und mindestens $3\frac{1}{2}$ Stunden von der Wasserzugabe an zur Abbindung benötigt.

4. Der Zement muß so fein gemahlen sein, daß die Rückstände beim Sieben durch ein Sieb von 4900 Maschen auf 1 cm^2 und $0\cdot05\text{ mm}$ Drahtstärke 30 von Hundert und von 900 Maschen auf 1 cm^2 und $0\cdot1\text{ mm}$ Drahtstärke 5 von Hundert nicht überschreiten.

5. Die Bindekraft des Zements ist durch Prüfung der Festigkeitsverhältnisse an einer Mischung mit Sand zu ermitteln. Als normale Mischung gilt das Gemenge von einem Gewichtsteil Zement mit drei Gewichtsteilen Normsand.

6. Als Normsand gilt ein in der Natur vorkommender, gewaschener, reiner Quarzsand, dessen Korngröße dadurch bestimmt ist, daß das kleinste Korn nicht mehr durch ein Sieb von 144 Maschen auf 1 cm^2 und $0\cdot3\text{ mm}$ Drahtstärke und das größte Korn noch durch ein Sieb von 64 Maschen auf 1 cm^2 und $0\cdot4\text{ mm}$ Drahtstärke durchgeht.

7. In der normalen Mörtelmischung muß der Zement nach einer Erhärtungsdauer von 7 Tagen mindestens 12 kg Zugfestigkeit und nach einer solchen von 28 Tagen mindestens 220 kg Druckfestigkeit und 22 kg Zugfestigkeit auf 1 cm^2 aufweisen.

8. Die Proben auf Zugfestigkeit sind an Probekörpern von 5 cm^2 Querschnitt, jene auf Druckfestigkeit an Würfeln von 50 cm^2 Querschnitt vorzunehmen; sämtliche Probekörper sind während der ersten 24 Stunden nach ihrer Anfertigung an der Luft, geschützt vor rascher Austrocknung, und hierauf unter Wasser von $+15$ bis 18° Celsius bis zur Vornahme der Probe aufzubewahren.

9. Den zuständigen Kontrollorganen bleibt das Recht gewahrt, jederzeit bei der Erzeugung, Verpackung und Absendung des Zements, sowie bei dessen Verarbeitung zu den Proben und der Durchführung der letzteren gegenwärtig zu sein und in beliebiger Weise die erforderlichen Mengen Zement behufs Erprobung zu entnehmen.

10. Die Prüfung des Zements ist in der Regel am Erzeugungsorte oder am Bauplatze durchzuführen; der behufs Prüfung entnommene Zement kann jedoch auch ganz oder teilweise in einer, zur Ausstellung von Zeugnissen über Materialprüfungen im Sinne des Gesetzes vom 9. September 1910, R. G. B. Nr. 185, befugten Prüfungsanstalt erprobt werden.

11. In der Regel ist bis zu 100 g und von je 100 g Zement mindestens eine Erprobung auf Raumbeständigkeit, Mahlfeinheit, Erhärtungsbeginn und Abbindezeit, ferner bis zu 200 g und von je 200 g Zement mindestens eine Erprobung auf Zug- und Druckfestigkeit anzustellen.

12. Bei Tragwerken geringeren Umfangs oder in Fällen besonderer Dringlichkeit kann der Nachweis der Beschaffenheit des Zements, dessen

Erzeugungsstelle vom Bauunternehmer anzugeben ist, ausnahmsweise über jeweils einzuholende besondere Genehmigung auch durch Beibringung von Zeugnissen einer der im Absatz 10 genannten Prüfungsanstalten erbracht werden; solche Zeugnisse dürfen nicht über 6 Monate alt sein. In solchen Fällen ist aber stets mindestens die Prüfung auf Erhärtungsbeginn und Abbindezeit an der Baustelle vorzunehmen.

13. Der Zement ist in der Ursprungsverpackung, auf der in deutlicher Weise seine Bestimmung für Tragwerke aus Eisenbeton zu kennzeichnen ist, an die Baustelle zu liefern.

§ 8. Beschaffenheit des Sandes und Steinmaterials.

1. Der zur Betonbereitung dienende Sand muß rein, scharfkörnig, von ungleicher Korngröße und frei von lehmigen, tonigen oder erdigen Bestandteilen oder sonstigen Verunreinigungen, ferner so beschaffen sein, daß er durch ein Sieb von 7 mm lichter Maschenweite durchgeht und auf einem Sieb von 900 Maschen auf 1 cm² und 0,1 mm Drahtstärke wenigstens 95 von Hundert Rückstand ergibt.

2. Das Steinmaterial (Kies, Rundsotter oder Steinschlag) muß von ungleicher Korngröße, rein, wetterbeständig und von solcher Beschaffenheit sein, daß die Druckfestigkeit deselben mindestens 300 kg auf 1 cm² und die Wasseraufnahme nicht mehr als 10 von Hundert des Gewichtes beträgt; die letztgenannten Eigenschaften sind erforderlichenfalls durch entsprechende Proben festzustellen.

3. Die Korngröße des Steinmaterials muß im allgemeinen kleiner als der Raum zwischen den Eiseneinlagen unter sich oder zwischen diesen und der nächstliegenden Außenfläche der Tragwerke sein; in jedem Falle müssen die größten Stücke in jeder Lage durch ein Gitter von 30 mm lichter Maschenweite durchgehen und die kleinsten auf einem Siebe von 7 mm lichter Maschenweite liegen bleiben.

4. Die Korngrößen des Sandes und Steinmaterials sind mittels einzelner Sieb- und Wurfproben zu ermitteln.

5. Das anzuwendende Mischungsverhältnis zwischen Sand- und Steinmaterial ist in Hinsicht auf die Erzielung eines möglichst dichten Gemenges jeweils durch Versuche zu bestimmen.

6. Die aus Zement und Sand bestehende Kittmasse (der Mörtel) muß mindestens das 1,2fache der Hohlräume des Steinmaterials betragen; überdies muß der Mörtel so viel Zement, daß seine Raummenge die Hohlräume des Sandes wenigstens um 5 von Hundert übersteigt, mindestens aber 500 kg Zement auf 1 m³ Sand enthalten.

7. Ein vorhandenes natürliches Gemenge von Sand und Steinmaterial kann ohne Trennung in seine Bestandteile zur Betonbereitung Verwendung finden, wenn die Beschaffenheit desselben den Bestimmungen der Absätze 1 bis 5 entspricht und die Zusammensetzung des Gemenges durch eine entsprechende Anzahl von Sieb- oder Wurfproben als geeignet nachgewiesen oder durch besondere Zusätze von Sand oder Steinmaterial geeignet gemacht wurde.

§ 9. Beschaffenheit, Erprobung und Bearbeitung des Eisens und Stahles.

1. Die im § 2 genannten Bestimmungen haben hinsichtlich der Beschaffenheit und Erprobung des Eisens und Stahles vollinhaltlich, hinsichtlich

der Bearbeitung, Zusammensetzung und Aufstellung von eisernen Tragwerken sinngemäß auf die Eisenbestandteile von Tragwerken aus Eisenbeton Anwendung zu finden.

2. Bei Tragwerken geringeren Umfanges kann über besondere Genehmigung der Nachweis der bedungenen Eigenschaften des Eisens oder Stahles durch Vornahme entsprechender Erprobungen am Bauplatze oder durch Beibringung eines Zeugnisses einer der im § 7, Absatz 10 genannten Prüfungsanstalten geliefert werden, wobei die betreffenden Probestücke in sinngemäßer Anwendung der im § 9, Absatz 1 genannten Bestimmungen auszuwählen sind.

3. Bei der Vornahme von Zerreißproben ist Stabeisen von rundem, quadratischem oder rechteckigem Querschnitt bis höchstens 6 cm^2 Fläche mit der Walzhaut und in nicht weiter bearbeitetem Zustande der Prüfung zu unterziehen; bei größerer Querschnittsfläche ist zur Entnahme von Probestäben im Sinne der im § 2 genannten Bestimmungen vorzugehen, wobei zu beachten ist, daß der Probestab sowohl Kern- als Randmaterial enthalte.

4. Eisenteile, welche gemäß dem Entwurfe aus einem Stücke bestehen sollen, dürfen ohne besondere Genehmigung weder durch Zusammenschweißen noch durch Zusammennieten mehrerer Stücke gebildet werden.

5. An Stoßstellen müssen die zu stoßenden Teile in geeigneter Weise derart miteinander verbunden werden oder müssen einander derart übergreifen, daß daselbst die Spannungen die im § 6 festgesetzten Werte nicht übersteigen. Schweißungen müssen mit aller Sorgfalt, ohne Überhitzung, ausgeführt und dürfen in der Regel nur an solchen Stellen angeordnet werden, an welchen die betreffende Eiseneinlage im Tragwerke nicht voll beansprucht wird.

6. Bei Rundeisen dürfen Rundhaken nicht mit einem kleineren lichten Halbmesser als dem zweiundeinhalbfachen Durchmesser der Rundeisen und Abbiegungen nicht mit einem kleineren lichten Halbmesser als dem fünffachen Durchmesser der Rundeisen hergestellt werden; recht- und spitzwinkelige Haken müssen eine Mindestlänge gleich dem dreifachen Durchmesser des Rundeisens aufweisen. Für andere Formeisen gilt eine analoge Bestimmung, wobei an Stelle des Durchmessers die in die Biegungsebene fallende Querschnittsabmessung des Formeisens zu treten hat.

7. Haken dürfen nur bis 15 mm Stärke Abbiegungen nur bis 25 mm Stärke der Formeisen in kaltem Zustande hergestellt werden.

8. Eisenteile, welche ganz in Beton eingehüllt werden sollen, sind mit der Walzhaut zu belassen und müssen vor der Einbetonierung mit geeigneten Mitteln sorgfältig von Schmutz, Fett, Anstrich, grobem oder losem Rost, etwa anhaftendem Eis u. s. w. befreit werden.

9. Genietete oder verschraubte Tragwerksteile aus Eisen oder Stahl sind nach der Fertigstellung in der Werkstätte und nach der im Sinne des Absatzes 8 erfolgten Reinigung an jenen Stellen, an welchen sie im fertigen Tragwerke von Beton umgeben sind, mit dünnflüssigem Zementmörtel anzustreichen.

10. Teile aus Eisen oder Stahl, welche im Bauwerke nicht durchgehends von Beton eingehüllt werden, sind an den freibleibenden Stellen mit Anstrichen gemäß den einschlägigen Bestimmungen der im § 2 genannten Vorschriften zu versehen.

§ 10. Bereitung, Beschaffenheit und Prüfung des Betons.

1. Der Zement ist bei der Bereitung des Betons in der Regel nach Gewichtsmengen beizumischen. Die Zumessung kann auch mit Hohlmaßen erfolgen, wobei der Zement lose und ohne Fall einzuschütten ist, die Gefäße vollzufüllen und glatt abzustreichen sind und zur Umrechnung von Gewichtsmengen auf Raummengen das Gewicht von 1 m^3 lose eingeschütteten Portlandzements mit 1400 kg anzunehmen ist.

2. Das zur Betonbereitung zu benutzende Wasser muß rein sein und darf keine die Erhärtung des Betons beeinträchtigenden Bestandteile enthalten. Moorwasser darf nicht verwendet werden.

3. Zu Tragwerken aus Eisenbeton ist sogenannter weicher (plastischer) Beton zu verwenden; der Wasserzusatz ist den betreffenden Witterungs- und Temperaturverhältnissen sowie der natürlichen Feuchtigkeit des Sandes und Steinmaterials entsprechend, jedenfalls aber so zu bemessen, daß der Beton noch gestampft werden kann und dabei weich wird; unter der Wirkung der Schwere darf sich aber der Mörtel vom Steinmaterial nicht loslösen.

4. Die Mischung der Bestandteile soll in der Regel maschinell erfolgen; für Arbeiten geringeren Umfanges ist Handmischung zulässig.

5. Die Mischung der Bestandteile ist zunächst in trockenem Zustande vorzunehmen und dann unter allmählicher Wasserbeigabe so lange fortzusetzen, bis alles Steinmaterial gleichmäßig in der Masse verteilt und an allen Stellen von Zementmörtel umhüllt ist.

6. Der Beton darf nur innerhalb einer Stunde nach Vollendung der Mischung verwendet werden.

7. Der Beton muß nach sechswöchiger Erhärtung an der Luft mindestens folgende Werte der Druckfestigkeit (Würfelfestigkeit) in kg auf 1 cm^2 und zwar senkrecht zur Stampfrichtung aufweisen:

Bei einem Mischungsverhältnisse:

Auf 1 m^3 Gemenge von Sand und Steinmaterial

a) 470 kg Portlandzement	170
b) 350 „ „	150
c) 280 „ „	130.

8. Bei Anwendung anderer als der im Absatz 7 angegebenen Mischungsverhältnisse ist die geforderte Würfelfestigkeit durch geradlinige Einschaltung nach der betreffenden, auf 1 m^3 Gemenge von Sand und Steinmaterial entfallenden Gewichtsmenge von Portlandzement zwischen die bezüglichen, im Absatz 7 genannten Werte zu bestimmen.

9. Zur Prüfung des Betons hinsichtlich der geforderten Würfelfestigkeit sind in der Regel Probekörper und zwar in Würfel form von 20 cm Seitenlänge am Bauplatze anzufertigen und einer der im § 7, Absatz 10 genannten Prüfungsanstalten zur Erprobung zu überweisen oder an der Baustelle mittels einer geeigneten Presse zu prüfen.

10. Die Anfertigung der Probekörper hat mit den gleichen Baustoffen, demselben Mischungsverhältnisse und unter genau gleicher Art der Stampfung wie jene des Betons für das Tragwerk in zerlegbaren, eisernen Formen zu erfolgen.

11. Die Probekörper sind mit der Benennung des Bauwerkes, der Angabe des Mischungsverhältnisses, der Anfertigungszeit und der Stampf-

richtung, sowie mit einer entsprechenden Bezeichnung zu versehen und bis zur Erprobung in einem vor Frost, Hitze und Wind geschützten Raume unter erdfeuchtem Sande aufzubewahren.

12. Die Zahl der Probekörper ist in der Regel so zu bemessen, daß bis zu 200 m³ und auf je 200 m³ Betonmasse eines Mischungsverhältnisses 6 Probekörper entfallen; als Würfelfestigkeit gilt das arithmetische Mittel der bezüglichen Werte; ist dieses Mittel kleiner als die im Absatz 7 geforderte Würfelfestigkeit oder bleibt einer der bezüglichen Werte um mehr als 20 von Hundert unter dieser Würfelfestigkeit, so darf Beton dieser Beschaffenheit nicht verwendet werden.

§ 11. Herstellung der Tragwerke.

1. Die Herstellung von Tragwerken aus Eisenbeton darf nur durch geschulte Arbeiter und unter beständiger Aufsicht von Personen geschehen, die nachweisbar mit dieser Bauweise gründlich vertraut sind.

2. Die Schalungen und Rüstungen müssen so angeordnet und mindestens so stark sein, daß sie die schichtenweise Einbringung und Stampfung des Betons gestatten, hinreichenden Widerstand gegen Durchbiegungen beim Stampfen leisten und ohne Erschütterungen entfernt werden können; vor dem Einbringen des Betons sind sie entsprechend den betreffenden Witterungs- und Temperaturverhältnissen anzunässen.

3. Bei der Herstellung der Schalungen und Rüstungen ist auf eine entsprechende Überhöhung derselben zum Ausgleich der unter der Belastung eintretenden Einsenkungen Bedacht zu nehmen.

4. Mit der Herstellung der Tragwerke darf in der Regel erst dann begonnen werden, wenn der Nachweis der bedungenen Beschaffenheit der Baustoffe im Sinne der §§ 7, 8, 9 und 10 erbracht ist. Die Prüfung derselben hat daher zu einer solchen Zeit zu erfolgen, daß die Ergebnisse dieser Prüfung bei Beginn der Verwendung der Baustoffe bereits vorliegen und demnach mit Sicherheit die Eignung derselben zur weiteren Verarbeitung beurteilt werden kann.

5. Der Beton ist in höchstens 20 cm starken Schichten einzubringen, welche je für sich in einem, dem jeweiligen Wasserzusätze entsprechendem Maße zu stampfen sind. Der Beton darf zum Verwendungsorte nur bis zu einer Tiefe von 3 m geworfen und muß bei größeren Tiefen mittels Gefäßen oder Vorrichtungen, welche eine Entmischung des Betons verhindern, eingebracht werden.

6. Die Eisenteile sind in der plangemäßen Lage einzubringen und in dieser stets so zu befestigen, daß sie beim Stampfen ihren Ort und ihre Form nicht verändern können; die auf Zug beanspruchten Eisenteile müssen dicht mit entsprechend feinerer Betonmasse (unter Ausschluß von größerem Steinmaterial) umkleidet werden.

7. Tragwerke oder selbständige Tragwerksteile sind im allgemeinen in einem Zuge, das heißt ohne Unterbrechung, zu betonieren; in Ausnahmefällen darf mit der Betonierung nur an solchen Stellen ausgesetzt werden, an welchen der Beton im fertigen Tragwerke verhältnismäßig kleine Spannungen erfährt.

8. Beim Aufbringen neuer Betonschichten auf früher eingebrachte, noch nicht erhärtete, sind letztere anzunässen; beim Weiterbetonieren auf bereits

abgebundenen Lagen sind diese anzukerben oder aufzurauben, sodann abzukehren und mit dünnflüssigem Zementmörtel im Mischungsverhältnisse von gleichen Teilen Zement und Sand oder mit Zementmilch anzunässen.

9. Bei Temperaturen unter Null Grad Celsius darf nur dann betoniert werden, wenn durch entsprechende Vorkehrungen eine schädliche Einwirkung des Frostes ausgeschlossen ist; gefrorener Sand, Schotter oder Beton dürfen keinesfalls verwendet werden. Nach einer Frostperiode dürfen auf fertigen Beton neue Schichten erst dann aufgebracht werden, wenn die Betonoberfläche genügend erwärmt ist.

10. Die Tragwerke sind nach vollendeter Betonierung bis zur genügenden Erhärtung entsprechend feucht zu halten und vor Erschütterungen, Beschädigungen, starker Zugluft sowie vor Sonnenbestrahlung oder vor der Einwirkung des Frostes zu schützen.

11. Eingerüstete Tragwerke dürfen ausnahmslos vor Ablauf von 4 Tagen nach Beendigung des Einstampfens keinerlei Belastung erfahren. Nach dieser Zeit und innerhalb der im Absatz 12 bzw. 13 bestimmten Fristen dürfen eingerüstete Tragwerke nur dann aus dem Baubetriebe oder dem Baufortschritte allfällig sich ergebende Lasten aufnehmen, wenn die unterstützenden Gerüste und Schalungen hinreichend stark und die eingerüsteten Tragwerke derart erhärtet sind, daß sie außer ihrem Eigengewichte auch die vorgenannten Belastungen mit genügender Sicherheit und ohne schädliche Formänderungen der Tragwerke aufnehmen können.

12. Die unterstützenden Gerüste dürfen erst nach einer, genügende Tragfähigkeit verbürgenden Erhärtung des Betons und zwar in der Regel nicht früher als 6 Wochen nach Beendigung des Einstampfens entfernt werden. Seitliche Schalungen ohne stützende Wirkung dürfen in der Regel nicht vor Ablauf von 4 Tagen nach Beendigung des Einstampfens abgenommen werden. Bei größeren Stützweiten und Querschnittsabmessungen sowie bei Verhältnissen, welche die Erhärtung ungünstig beeinflussen, ist die Frist bis zur Ausrüstung entsprechend zu verlängern.

13. In die im Absatz 12 genannten Fristen dürfen nur frostfreie, das sind solche Tage eingerechnet werden, an denen die Lufttemperatur, im Schatten gemessen, innerhalb 24 Stunden nicht unter Null Grad Celsius gesunken ist; beim Eintritte einer oder mehrerer Frostperioden sind diese Fristen daher noch mindestens um die Anzahl der Frosttage zu verlängern.

14. Beim Wegnehmen von Schalungen und Rüstungen sind Erschütterungen der Tragwerke zu vermeiden.

15. Von der Rüstung befreite Tragwerke dürfen innerhalb der im § 12, Absatz 2 festgesetzten Fristen außer durch die bleibende Last nicht durch irgend eine nennenswerte Belastung beansprucht werden.

16. Die Tragwerke sind erforderlichenfalls in geeigneter Weise vor dem Eindringen der Niederschlagswasser zu schützen.

17. Die Verwendung von Tragwerksteilen aus Eisenbeton, wie Balken, Platten, Säulen, Stiegenstufen u. s. w., welche auf gesonderten Werksplätzen erzeugt und in fertigem Zustande auf die Baustelle gebracht werden, bedarf in jedem einzelnen Falle einer besonderen Genehmigung. Dieselben müssen sinngemäß den Bestimmungen der §§ 4 bis 11 entsprechen und bis zur Verwendung eine Erhärtungsdauer von mindestens 6 Wochen aufweisen.

C. Prüfung der Tragwerke.

§ 12. Prüfung und Erprobung neu hergestellter Tragwerke.

1. Die fertiggestellten Tragwerke sind behufs endgültiger Beurteilung ihrer Eignung für den Verkehr vor Übergabe an denselben einer kommissionellen Prüfung zu unterziehen und haben hierauf die im § 2 genannten Bestimmungen mit Ausnahme jener über die Größe der Durchbiegung der Tragwerke sinngemäß Anwendung zu finden.

2. Belastungsproben dürfen nicht vor Ablauf von 8 Wochen nach Beendigung des Einstampfens bezw. einer gemäß § 11, Absatz 12 und 13 zu bemessenden längeren Frist als 8 Wochen vorgenommen werden.

3. Die beobachteten elastischen Durchbiegungen dürfen die für die Einwirkung der Probelast berechneten nicht um mehr als 20 von Hundert überschreiten. Bleibende Durchbiegungen dürfen nicht mehr als ein Drittel der berechneten elastischen betragen. Bei Beurteilung der Probeergebnisse ist auf den allfälligen Einfluß von Temperaturunterschieden Rücksicht zu nehmen.

4. Bei der Ermittlung der elastischen Formänderungen sind der Querschnitt und die Formänderungszahl des Betons gemäß § 5, Absatz 7e in Rechnung zu stellen.

5. Werden bei der Erprobung eines Tragwerkes die Tragfähigkeit beeinträchtigende Ribbildungen, ein Ausweichen gedrückter Teile oder sonstige bedenkliche Erscheinungen wahrgenommen oder die im Absatz 3 festgesetzten Grenzwerte der Durchbiegungen überschritten, so ist nach vorausgegangener Instandsetzung des Tragwerkes neuerlich eine Erprobung durchzuführen. Hierbei darf weder eine bleibende Formänderung des Tragwerkes oder einzelner Teile desselben, ein Fortschreiten von Ribbildungen oder eine Vergrößerung der bleibenden Durchbiegung eintreten; im Gegenfalle ist das Tragwerk als für den öffentlichen Verkehr nicht geeignet zu erklären.

6. Vor der Verwendung der im § 11, Absatz 17 genannten Tragwerksteile sind über Verlangen bis 100 und von je 100 dieser Teile 3 Stück auszuwählen und mit allmählich gesteigerter Last bis zum Bruche zu erproben. Die auf dem Tragwerksteil aufgebrachte, den Bruch erzeugende Last muß mindestens der vierfachen Nutzlast mehr dem dreifachen Eigengewichte des Tragwerksteiles mehr der vierfachen sonstigen ständigen Belastung (§ 4) gleichkommen. Entspricht von den ausgewählten Stücken eines diesen Bestimmungen nicht, so sind als Ergänzung dieser Proben von derselben Menge weitere 5 Stück auszuwählen und in gleicher Weise zu erproben. Sollte von den Ergänzungsproben auch nur eine nicht genügen, so sind die betreffenden 100 Stück von der Verwendung auszuschließen; dasselbe gilt, wenn von den ursprünglich ausgewählten 3 Stück mehr als eines den Bedingungen nicht entsprochen hat.

§ 13. Überprüfung bestehender Tragwerke.

1. Sämtliche vor dem Erlasse der Vorschrift über die Herstellung von Tragwerken aus Stampfbeton oder Eisenbeton (Erlaß des k. k. Ministeriums des Innern vom 15. November 1907, Z. 37295) erbauten Straßenbrücken mit Tragwerken aus Eisenbeton sind unter Zugrundelegung der tatsächlich vor-

kommenden ungünstigsten Verkehrsbelastung sowie der sonstigen im § 4 angegebenen Belastungen und Einflüsse (Winddruck, Wärmeschwankungen u. s. w.) rechnungsmäßig zu überprüfen.

2. Bei diesen Straßenbrücken sollen die größten Spannungen, welche unter Zugrundelegung der im Absatz 1 bezeichneten Belastungen und Einflüsse eintreten, die im § 6 festgesetzten Werte nicht um mehr als 15 von Hundert überschreiten.

3. Wenn die laut Absatz 1 angeordnete Festigkeitsberechnung Überschreitungen der im § 6 festgesetzten zulässigen Spannungen um mehr als 15 von Hundert ergeben sollte, so ist der zuständigen Zentralstelle unter Bekanntgabe der auf Grund allfälliger Proben erhobenen Materialbeschaffenheit unter Stellung geeigneter Anträge zu berichten.

D. Schlußbestimmungen.

§ 14. Brücken für Straßen- und Eisenbahnverkehr.

1. Neu zu erbauende Straßenbrücken, welche sowohl dem Straßenverkehr als auch dem Verkehr von öffentlichen Eisenbahnen mit elektrischem, Dampf-, animalischem, Seil- oder sonstigem motorischen Betriebe oder einer in öffentliche Bahnen mit gleicher Spurweite einmündenden Schlepfbahn dienen sollen, sind nach den einschlägigen Bestimmungen dieser Vorschrift und den fallweise einzuholenden Weisungen des k. k. Eisenbahnministeriums zu berechnen, zu entwerfen und auszuführen.

2. Für eine bestehende Straßenbrücke, welche von einer öffentlichen Eisenbahn mit elektrischem, Dampf-, animalischem, Seil- oder sonstigem motorischem Betriebe oder einer in öffentliche Bahnen mit gleicher Spurweite einmündenden Schlepfbahn mitbenützt werden soll, ist dem Eisenbahnministerium und der zuständigen Straßenbehörde der statische Nachweis der Tragfähigkeit für den gedachten Zweck auf Grund der Bestimmungen der §§ 2 bis einschließlich 6 dieser Vorschrift sowie der besonderen Weisungen des Eisenbahnministeriums zu erbringen. Wenn nach dem Ergebnisse dieser Rechnung die Straßenbrücke aus Anlaß der Mitbenützung für Bahnzwecke einer Umgestaltung bedarf, so sind vor Verfassung des betreffenden Umgestaltungsprojektes Weisungen des k. k. Eisenbahnministeriums und für das Projekt selbst auch die Genehmigung seitens dieser Zentralstelle und der zuständigen Straßenbehörde einzuholen. Dem Projekte sind auch die erstmalig genehmigten Baupläne der gegenständlichen Straßenbrücke oder beglaubigte Kopien dieser Pläne beizuschließen. In Ermanglung solcher ist von der Bahnunternehmung ein auf Grund einer Aufnahme aufzustellender, von der zuständigen Straßenbehörde beglaubigter Bestandsplan der Brücke beizubringen.

3. Rücksichtlich der im Absatz 1 und 2 angeführten Straßenbrücken ist ferner folgendes zu beachten: Vor Durchführung der statischen Berechnung neuer mitzubeneützender Straßenbrücken bezw. vor Ausarbeitung der betreffenden Projekte, dann bei bestehenden mitzubeneützenden Straßenbrücken vor Erbringung des statischen Nachweises ihrer Tragfähigkeit für Bahnzwecke bezw. vor Verfassung der bezüglichlichen Umgestaltungsprojekte sind dem k. k. Eisenbahnministerium im Sinne des § 2, Punkt *f* der Verordnung vom 28. August 1904, R.G.B. Nr. 97, betreffend die Eisenbahnbrücken, Bahnüberbrückungen und Zufahrtsstraßenbrücken mit eisernen

oder hölzernen Tragwerken, schematische Skizzen über die in Aussicht genommenen Fahrbetriebsmittel mit genauen Angaben über das Gesamtgewicht, die Achsdrücke, Achsstände, größte Länge, Breite und Höhe derselben und über das Lademaß vorzulegen.

Dem Ermessen des k. k. Eisenbahnministeriums bleibt es vorbehalten, unter Rücksichtnahme auf den jeweiligen Charakter der Bahn und die Bedeutung derselben für den allgemeinen Verkehr, sowie unter angemessener Bedachtnahme auf etwa in späterer Zeit einzuführende schwerere Fahrzeuge der Bahnunternehmung das Belastungsschema — soweit der Eisenbahnverkehr in Betracht kommt —, dann für den kombinierten Straßen- und Eisenbahnverkehr die Belastungsangaben einvernehmlich mit der zuständigen Straßenbehörde als Grundlagen für die Durchführung der statischen Berechnung bzw. für die Verfassung der Projekte vorzuschreiben.

§ 15. Verkehrsbeschränkungen.

Ohne fallweise besondere Genehmigung dürfen die gemäß dieser Vorschrift hergestellten Brücken mit Fahrzeugen nicht befahren werden, welche dieselben nachteiliger beeinflussen als im Sinne der §§ 6 und 14 gestattet ist; ebenso dürfen die vor Erlassung dieser Vorschrift erbauten Brücken ohne eine solche besondere Genehmigung mit Fahrzeugen nicht befahren werden, welche dieselben ungünstiger beeinflussen, als im Sinne der §§ 13 und 14 zulässig ist.

II. Abschnitt.

Tragwerke aus Stampfbeton.

§ 16. Allgemeines.

Die im § 2 genannten Bestimmungen gelten, sofern im nachfolgenden nicht abweichende Festsetzungen getroffen werden, sinngemäß auch für die Straßenbrücken mit Tragwerken aus Stampfbeton.

A. Entwurf.

§ 17. Inhalt des Entwurfes.

Hierfür gelten sinngemäß die Bestimmungen des § 3.

§ 18. Berechnungsgrundlagen.

Hierfür gelten sinngemäß die Bestimmungen des § 4.

§ 19. Statische Berechnung.

1. Gleichlautend mit § 5, Absatz 1.
2. „ „ § 5, „ 2.
3. „ „ § 5, „ 3.

4. Bei der Berechnung von Trägern, welche mit elastischen Stützen entsprechend steif verbunden sind, müssen die infolge der Wirkung der äußeren Kräfte auftretenden elastischen Formänderungen des Tragwerkes berücksichtigt werden.

5. Rechteckige Platten, ringsum frei aufruhend oder eingespannt, sind als nur zweiseitig aufgelagert nach der kleineren der beiden Seitenlängen (Stützweiten) zu berechnen.

6. Gleichlautend mit § 5, Absatz 6.

7. Die Berechnung der Spannungen hat wie für homogene Körper unter Annahme einer Formänderungszahl des Betons für Druck und Zug von 140.000 *kg* auf 1 *cm*² zu erfolgen.

8. Einzellasten sind, wenn zwischen ihrer Aufstandsfläche und einer tragenden Betonplatte eine Deckschicht vorhanden ist, als gleichförmig verteilt auf eine Fläche wirkend anzunehmen, deren Ausmaße gegenüber den betreffenden Maßen der Aufstandsfläche bei rechteckiger Form der letzteren um die doppelte Höhe der Deckschicht und die einfache Plattendicke zu vergrößern sind. Bei Aufstandsflächen anderer als rechteckiger Form ist hinsichtlich ihrer Vergrößerung sinngemäß vorzugehen. Als für die Lastaufnahme statisch wirksame Plattenbreite ist die betreffende, gemäß vorstehendem vergrößerte Breite der Aufstandsfläche in Rechnung zu ziehen. Eine allfällig vorhandene Pflasterung ist für die Druckverteilung nicht zu berücksichtigen.

9. Gleichlautend mit § 5, Absatz 15.

§ 20. Zulässige Spannungen.

1. Unter Zugrundelegung der gemäß § 18 bestimmten Lastwirkungen und Einflüsse dürfen die größten rechnungsmäßigen Spannungen des Stampfbetons die in der nachstehenden Tabelle angegebenen Grenzwerte nicht überschreiten.

Materialgattung und Art der Beanspruchung	Zulässige Spannung in <i>kg</i> auf 1 <i>cm</i> ²			
	im Falle der Biegung und bei exzentrischem Druck		bei zentrischem Druck	Schub-, Scher- u. Hauptzugspannung
	Druckspannung	Zugspannung	Druckspannung	
Bei einem Mischungsverhältnis auf 1 <i>m</i> ³ Gemenge von Sand und Steinmaterial:				
a) 470 <i>kg</i> Zement	28 + 0·2 <i>l</i>	2	20	3
b) 350 „ „	25 + 0·2 <i>l</i>	2	18	3
c) 280 „ „	22 + 0·2 <i>l</i>	1·5	16	2
d) 230 „ „	18 + 0·2 <i>l</i>	1·5	13	1·5
e) 160 „ „	13	.	9	.
f) 120 „ „	9	.	6	.
Anmerkung: „ <i>l</i> “ bedeutet die Stützweite des Tragwerks oder Tragwerksteiles in <i>m</i> .				

2. Für Bestandteile aus Schweiß- oder Flußeisen, Roheisenguß oder Flußstahl, welche sich — wie zum Beispiel Lager, eiserne Säulen, Geländer u. s. w. — als selbständige Teile des ganzen Tragwerks darstellen, gelten hinsichtlich der zulässigen Spannungen die im § 16 genannten Bestimmungen.

3. Bei Anwendung anderer als der im Absatz 1 angegebenen Mischungsverhältnisse sind die zulässigen Betonspannungen durch geradlinige Einschaltung nach der betreffenden, auf 1 m^3 Gemenge von Sand und Steinmaterial entfallenden Gewichtsmenge von Zement zwischen die bezüglichen, im Absatz 1 genannten Werte zu bestimmen.

4. Mischungsverhältnisse entsprechend einer geringeren Menge von Zement als 120 kg auf 1 m^3 Gemenge von Sand und Steinmaterial dürfen für Tragwerke aus Stampfbeton nicht angewendet werden.

5. Überschreitet bei Druckgliedern das Verhältnis der freien Länge L zum kleinsten Trägheitshalbmesser i der Querschnittsfläche den Wert $\frac{L}{i} = 20$, so gelten als zulässige Spannungen:

a) bei zentrisch belasteten Druckgliedern die laut Absatz 1 für zentrischen Druck zulässigen Betonspannungen, multipliziert mit der Abminderungszahl $\alpha = \left(1.72 - 0.036 \frac{L}{i}\right)$;

b) bei exzentrisch belasteten Druckgliedern die laut Absatz 1 für exzentrischen Druck zulässigen Betondruckspannungen, vermindert um die $\frac{1-\alpha}{\alpha}$ -fache, einer gedachten zentrischen Belastung entsprechende Druckspannung.

6. Die Belastung exzentrisch beanspruchter Druckglieder darf nicht größer angenommen werden als die bei gedachter zentrischer Kraftwirkung mit der zulässigen Betonspannung für zentrischen Druck gemäß Absatz 1 und 5 sich ergebende Tragkraft desselben Druckgliedes.

7. Die Ausführung von Tragwerken ungewöhnlicher oder noch unerprobter Bauweise sowie die Verwendung von Baustoffen außergewöhnlicher Beschaffenheit bedarf einer besonderen Genehmigung. Die Festsetzung der Berechnungsart für solche Tragwerke sowie der zulässigen Spannungen für Baustoffe außergewöhnlicher Beschaffenheit oder besonderer Güte erfolgt von Fall zu Fall und kann vom Ergebnisse anzustellender Baustoff-, Belastungs- und Bruchproben abhängig gemacht werden.

B. Ausführung der Tragwerke.

§ 21. Beschaffenheit und Prüfung des Zements.

1. Zu Tragwerken aus Stampfbeton ist in der Regel Portlandzement zu verwenden, das ist ein Zement, der aus natürlichen Kalkmergeln oder künstlichen Mischungen ton- und kalkhaltiger Stoffe durch Brennen bis zur Sinterung und darauffolgende Zerkleinerung bis zur Mehlfineinheit gewonnen wird und auf einen Gewichtsteil hydraulischer Bestandteile mindestens 1.7 Gewichtsteile Kalkerde (CaO) enthält. Die Verwendung anderer Zemente oder hydraulischer Bindemittel unterliegt einer fallweisen besonderen Genehmigung.

2. Gleichlautend mit § 7, Absatz 2.

3. Der Zement muß sowohl an der Luft als auch unter Wasser raumbeständig und in der Regel langsam bindend sein. Als langsam bindend gilt ein Zement, wenn ein aus demselben mit 25 bis 30 von Hundert Wasserzusatz hergestellter Zementbrei nicht vor 30 Minuten nach dem Anmachen zu erhärten beginnt und mindestens $3\frac{1}{2}$ Stunden von der Wasserzugabe an zur Abbindung benötigt. Die Verwendung schneller bindender Zemente für besondere Zwecke unterliegt einer fallweisen besonderen Genehmigung.

4. Gleichlautend mit § 7, Absatz 4.

5. " " § 7, " 5.

6. " " § 7, " 6.

7. In der normalen Mörtelmischung muß der Zement nach einer Erhärtungsdauer von 7 Tagen mindestens 12 kg Zugfestigkeit und nach einer solchen von 28 Tagen mindestens 180 kg Druckfestigkeit und 18 kg Zugfestigkeit auf 1 cm² aufweisen.

8. Gleichlautend mit § 7, Absatz 8.

9. " " § 7, " 9.

10. " " § 7, " 10.

11. " " § 7, " 11.

12. " " § 7, " 12.

13. Der Zement ist in der entsprechend zu kennzeichnenden Ursprungsverpackung an die Baustelle zu liefern.

§ 22. Beschaffenheit des Sandes und Steinmaterials.

1. Gleichlautend mit § 8, Absatz 1.

2. " " § 8, " 2.

3. Die Korngröße des Steinmaterials ist so zu bemessen, daß die größten Stücke in jeder Lage durch eine quadratische Öffnung von 6 cm Weite durchgehen und die kleinsten auf einem Sieb von 7 mm lichter Maschenweite liegen bleiben.

4. Gleichlautend mit § 8, Absatz 4.

5. Das anzuwendende Mischungsverhältnis zwischen Zement, Sand und Steinmaterial ist jeweils durch Versuche zu bestimmen; der Dichtigkeitsgrad des Betons soll soweit als möglich jenem des Mörtels gleich sein.

6. Bei Bauwerksteilen aus Stampfbeton mit verhältnismäßig großen Querschnittsabmessungen (Widerlager, Fundamente u. s. w.) können dem Beton bis zu 25 von Hundert Steine von größeren als den im Absatz 3 bestimmten Abmessungen und zwar bis 30 cm Kantenlänge oder Durchmesser beigemischt werden. Derlei Steine müssen vorher gereinigt, angeätzt und sodann satt eingebettet werden. Die Verwendung solcher Steineinlagen bedarf jedoch einer fallweisen besonderen Genehmigung.

7. Ein vorhandenes natürliches Gemenge von Sand und Steinmaterial kann ohne Trennung in seine Bestandteile zur Betonbereitung Verwendung finden, wenn die Beschaffenheit derselben den Bestimmungen der Absätze 1 bis 5 entspricht und die Zusammensetzung des Gemenges durch eine entsprechende Anzahl von Sieb- oder Wurfproben als geeignet nachgewiesen oder durch besondere Zusätze von Sand oder Steinmaterial geeignet gemacht wurde.

§ 23. Beschaffenheit, Erprobung und Bearbeitung des Eisens und Stahles.

Hierfür gelten sinngemäß die Bestimmungen des § 9, Absatz 1, 2, 3, 8, 9 und 10.

§ 24. Bereitung, Beschaffenheit und Prüfung des Betons.

1. Der Zement ist bei der Bereitung des Betons in der Regel nach Gewichtsmengen beizumischen. Die Zumessung kann auch mit Hohlmaßen erfolgen, wobei der Zement lose und ohne Fall einzuschütten ist, die Gefäße vollzufüllen und glatt abzustreichen sind und für Portlandzement zur Umrechnung von Gewichtsmengen auf Raummengen das Gewicht von 1 m^3 (lose eingeschüttet) mit 1400 kg anzunehmen ist. Für andere Zemente ist das entsprechende Einheitsgewicht durch Abwage zu ermitteln.

2. Gleichlautend mit § 10, Absatz 2.

3. Zu Tragwerken aus Stampfbeton ist sogenannter erdfeuchter oder auch weicher (plastischer) Beton zu verwenden. Der Wasserzusatz ist den betreffenden Witterungs- und Temperaturverhältnissen sowie der natürlichen Feuchtigkeit des Sandes und Steinmaterials entsprechend, jedenfalls aber so zu bemessen, daß sich bei erdfeuchtem Beton die Masse mit der Hand gerade noch ballen läßt und dabei auf der Haut Feuchtigkeit zurückläßt, hingegen bei weichem (plastischem) Beton letzterer noch gestampft werden kann und dabei weich wird; unter der Wirkung der Schwere darf sich aber der Mörtel vom Steinmaterial nicht loslösen.

4. Gleichlautend mit § 10, Absatz 4.

5. „ „ § 10, „ 5.

6. „ „ § 10, „ 6.

7. Der Beton muß nach sechswöchiger Erhärtung an der Luft mindestens folgende Werte der Druckfestigkeit (Würfelfestigkeit) in kg auf 1 cm^2 und zwar senkrecht zur Stampfrichtung aufweisen:

Bei einem Mischungsverhältnisse:

Auf 1 m^3 Gemenge von Sand und Steinmaterial

a) 470 kg Zement	170
b) 350 „ „	150
c) 280 „ „	130
d) 230 „ „	110
e) 160 „ „	75
f) 120 „ „	50

8. Bei Anwendung anderer als der im Absatz 7 angegebenen Mischungsverhältnisse ist die geforderte Würfelfestigkeit durch geradlinige Einschaltung nach der betreffenden, auf 1 m^3 Gemenge von Sand und Steinmaterial entfallenden Gewichtsmenge von Zement zwischen die bezüglichen, im Absatz 7 genannten Werte zu bestimmen.

9. Zur Prüfung des Betons hinsichtlich der geforderten Würfelfestigkeit sind bei Mischungsverhältnissen entsprechend 230 kg Zement oder mehr auf 1 m^3 Gemenge von Sand und Steinmaterial in der Regel, bei anderen Mischungsverhältnissen über Verlangen Probekörper und zwar in Würfel-form von 20 cm Seitenlänge am Bauplatze anzufertigen und einer der im § 7, Absatz 10 genannten Prüfungsanstalten zur Erprobung zu überweisen oder an der Baustelle mittels einer geeigneten Presse zu prüfen.

10. Gleichlautend mit § 10, Absatz 10.

11. „ „ § 10, „ 11.

12. Die Zahl der Probekörper ist in der Regel so zu bemessen, daß bis zu 200 m³ und auf je 200 m³ Betonmasse eines Mischungsverhältnisses 6 Probekörper entfallen; als Würfel Festigkeit gilt das arithmetische Mittel der bezüglichen Werte; ist dieses Mittel kleiner als die im Absatz 7 geforderte Würfel Festigkeit oder bleibt einer der bezüglichen Werte um mehr als 20 von Hundert unter dieser Würfel Festigkeit, so darf Beton dieser Beschaffenheit nicht verwendet werden.

§ 25. Herstellung der Tragwerke.

1. Die Herstellung von Tragwerken aus Stampfbeton darf nur durch geschulte Arbeiter und unter beständiger Aufsicht von Personen geschehen, die nachweisbar mit dieser Bauweise gründlich vertraut sind.

2. Gleichlautend mit § 11, Absatz 2.

3. „ „ § 11, Absatz 3.

4. Mit der Herstellung der Tragwerke darf in der Regel erst dann begonnen werden, wenn der Nachweis der bedungenen Beschaffenheit der Baustoffe im Sinne der §§ 21, 22, 23 und 24 erbracht ist. Die Prüfung derselben hat daher zu einer solchen Zeit zu erfolgen, daß die Ergebnisse dieser Prüfung bei Beginn der Verwendung der Baustoffe bereits vorliegen und demnach mit Sicherheit die Eignung derselben zur weiteren Verarbeitung beurteilt werden kann.

5. Erdfeuchter Beton ist in Schichten von höchstens 15 cm Stärke, weicher Beton in Schichten von höchstens 20 cm Stärke einzubringen, welche je für sich in einem, dem jeweiligen Wasserzusatz entsprechenden Maße zu stampfen sind. Der Beton darf zum Verwendungsorte nur bis zu einer Tiefe von 3 m geworfen und muß bei größeren Tiefen mittels Gefäßen oder Vorrichtungen, welche eine Entmischung des Betons verhindern, eingebracht werden.

6. Gleichlautend mit § 11, Absatz 8.

7. „ „ § 11, „ 9.

8. „ „ § 11, „ 10.

9. Eingerüstete Tragwerke dürfen ausnahmslos vor Ablauf von 4 Tagen nach Beendigung des Einstampfens keinerlei Belastung erfahren. Nach dieser Zeit und innerhalb der im Absatz 10 bzw. 11 bestimmten Fristen dürfen eingerüstete Tragwerke nur dann aus dem Baubetriebe oder dem Baufortschritte allfällig sich ergebende Lasten aufnehmen, wenn die unterstützenden Gerüste und Schalungen hinreichend stark und die eingerüsteten Tragwerke derart erhärtet sind, daß sie außer ihrem Eigengewichte auch die vorgenannten Belastungen mit genügender Sicherheit und ohne schädliche Formänderungen der Tragwerke aufnehmen können.

10. Gleichlautend mit § 11, Absatz 12.

11. In die im Absatz 10 genannten Fristen dürfen nur frostfreie, das sind solche Tage eingerechnet werden, an denen die Lufttemperatur, im Schatten gemessen, innerhalb 24 Stunden nicht unter Null Grad Celsius gesunken ist; beim Eintritte einer oder mehrerer Frostperioden sind diese Fristen daher noch mindestens um die Anzahl der Frosttage zu verlängern.

12. Gleichlautend mit § 11, Absatz 14.

13. Von der Rüstung befreite Tragwerke dürfen innerhalb der im § 26, Absatz 2 festgesetzten Fristen außer durch die bleibende Last nicht durch irgend eine nennenswerte Belastung beansprucht werden.

14. Gleichlautend mit § 11, Absatz 16.

15. Die Verwendung von Tragwerksteilen aus Stampfbeton, wie Balken, Platten, Säulen, Stiegenstufen u. s. w., welche auf gesonderten Werkplätzen erzeugt und in fertigem Zustande auf die Baustelle gebracht werden, bedarf in jedem einzelnen Falle einer besonderen Genehmigung. Dieselben müssen sinngemäß den Bestimmungen der §§ 18 bis 25 entsprechen und bis zur Verwendung eine Erhärtungsdauer von mindestens 6 Wochen aufweisen

C. Prüfung der Tragwerke.

§ 26. Prüfung und Erprobung neu hergestellter Tragwerke.

1. Gleichlautend mit § 12, Absatz 1.

2. Belastungsproben dürfen nicht vor Ablauf von 8 Wochen nach Beendigung des Einstampfens bzw. einer gemäß § 25, Absatz 10 und 11 zu bemessenden längeren Frist als 8 Wochen vorgenommen werden.

3. Gleichlautend mit § 12, Absatz 3.

4. Bei der Ermittlung der elastischen Formänderungen ist die Formänderungszahl des Betons gemäß § 19, Absatz 7 in Rechnung zu stellen.

5. Gleichlautend mit § 12, Absatz 5.

6. Vor der Verwendung der im § 25, Absatz 15 genannten Tragwerksteile sind über Verlangen bis 100 und von je 100 dieser Teile 3 Stück auszuwählen und im Sinne des § 12, Absatz 6 zu erproben.

§ 27. Überprüfung bestehender Tragwerke.

1. Sämtliche vor dem Erlasse der im § 13 genannten Vorschrift erbauten Straßenbrücken mit Tragwerken aus Stampfbeton sind unter Zugrundelegung der tatsächlich vorkommenden ungünstigsten Verkehrsbelastung sowie der sonstigen im § 18 angegebenen Belastungen und Einflüsse (Winddruck, Wärmeschwankungen u. s. w.) rechnungsmäßig zu überprüfen.

2. Bei diesen Straßenbrücken sollen die größten Spannungen, welche unter Zugrundelegung der im Absatz 1 bezeichneten Belastungen und Einflüsse eintreten, die im § 20 festgesetzten Werte nicht um mehr als 15 von Hundert überschreiten.

3. Wenn die laut Absatz 1 angeordnete Festigkeitsberechnung Überschreitungen der im § 20 festgesetzten zulässigen Spannungen um mehr als 15 von Hundert ergeben sollte, so ist der zuständigen Zentralstelle unter Bekanntgabe der auf Grund allfälliger Proben erhobenen Materialbeschaffenheit unter Stellung geeigneter Anträge zu berichten.

D. Schlußbestimmungen.

§ 28. Brücken für Straßen- und Eisenbahnverkehr.

1. Gleichlautend mit § 14, Absatz 1.

2. Für eine bestehende Straßenbrücke, welche von einer öffentlichen Eisenbahn mit elektrischem, Dampf-, animalischem, Seil- oder sonstigem motorischen Betriebe oder von einer in öffentliche Bahnen mit gleicher

Spurweite einmündenden Schlepfbahn mitbenützt werden soll, ist dem Eisenbahnministerium und der zuständigen Straßenbehörde der statische Nachweis der Tragfähigkeit für den gedachten Zweck auf Grund der Bestimmungen der §§ 16 bis einschließlich 20 dieser Vorschrift sowie der besonderen Weisungen des Eisenbahnministeriums zu erbringen. Im übrigen gelten die Bestimmungen des § 14, Absatz 2.

3. Gleichlautend mit § 14, Absatz 3.

§ 29. Verkehrsbeschränkungen.

Ohne fallweise besondere Genehmigung dürfen die gemäß dieser Vorschrift hergestellten Brücken mit Fahrzeugen nicht befahren werden, welche dieselben, nachteiliger beeinflussen als im Sinne der §§ 20 und 28 gestattet ist; ebenso dürfen die vor Erlassung dieser Vorschrift erbauten Brücken ohne eine solche besondere Genehmigung mit Fahrzeugen nicht befahren werden, welche dieselben ungünstiger beeinflussen, als im Sinne der §§ 27 und 28 zulässig ist.

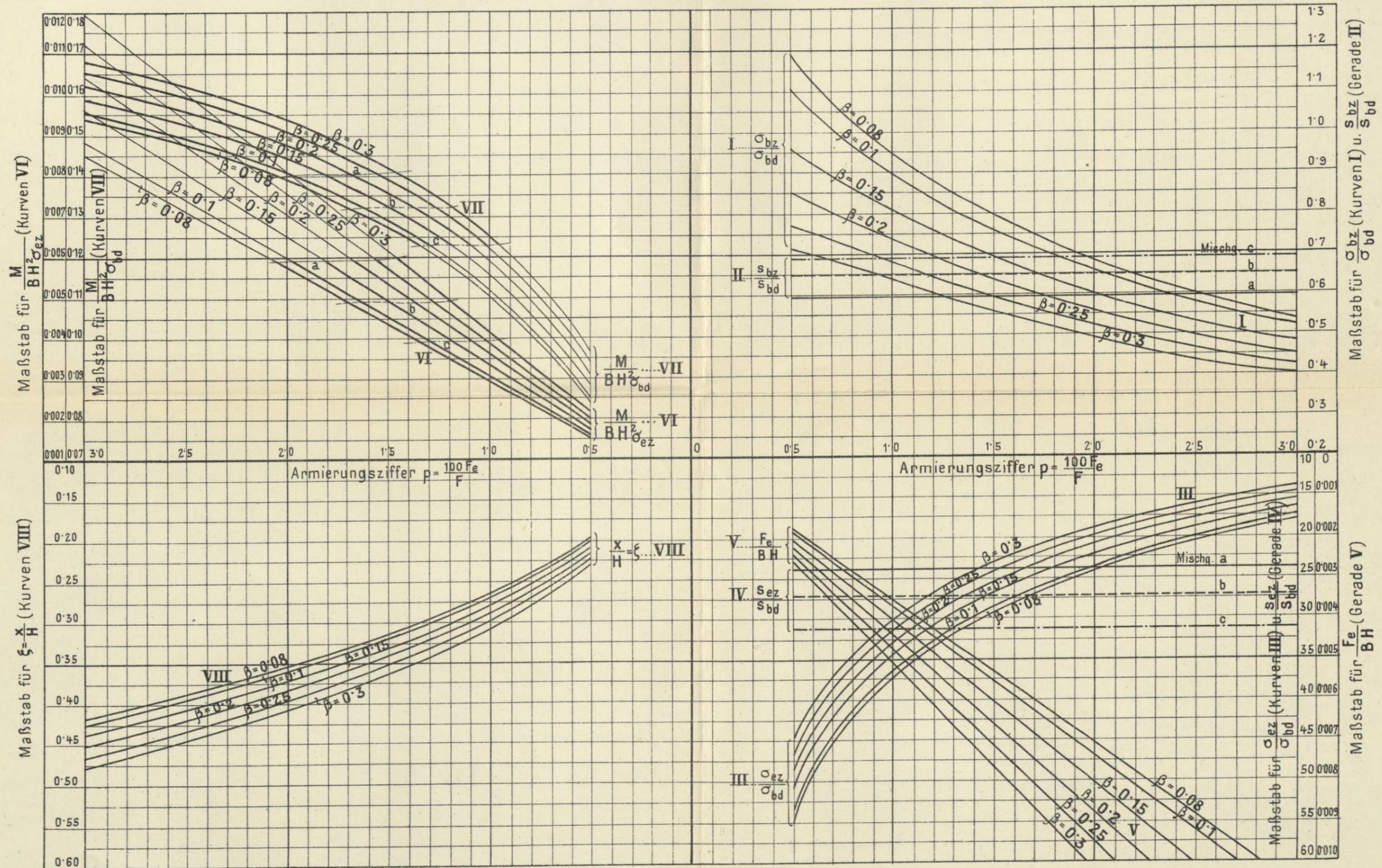
**BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW**



BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Hilfstafel zur Berechnung einfach armierter Plattenbalken bei Hochbauten für $\delta = \frac{d}{H} = 0.3$.

(Erklärung siehe Seite 91 ff.)



Mischungsverhältnis: $\left. \begin{array}{l} a = 470 \\ b = 350 \\ c = 280 \end{array} \right\} \text{ kg Portlandzement auf } 1 \text{ m}^3 \text{ Gemenge von Sand- und Steinmaterial.}$

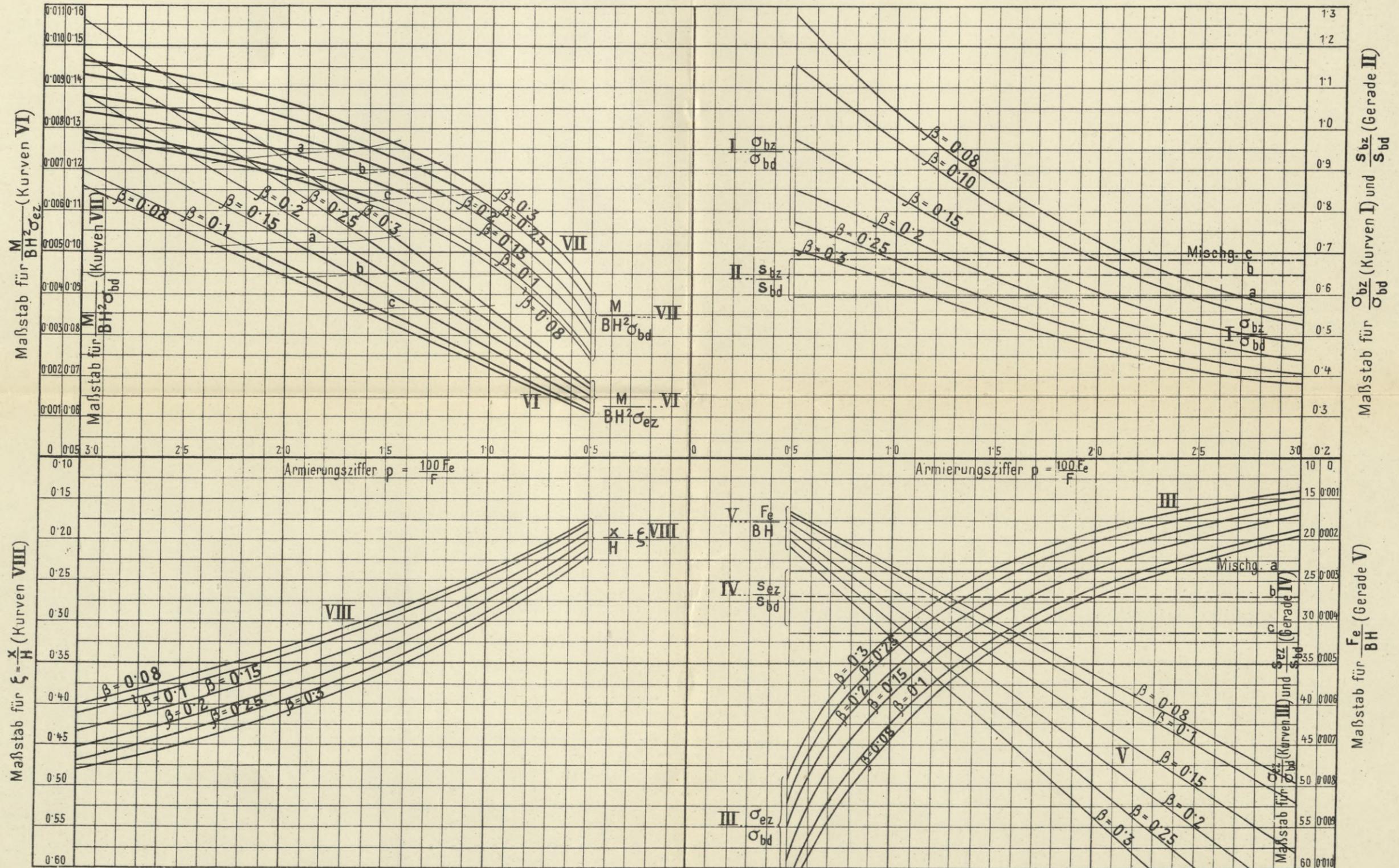
Die Kurven I und Geraden II beziehen sich nur auf „besondere“ Hochbauten.

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Hilfstafel zur Berechnung einfach armierter Plattenbalken bei Straßenbrücken für $\delta = \frac{d}{H} = 0.2$.

(Erklärung siehe Seite 91 ff.)

Hochbauten



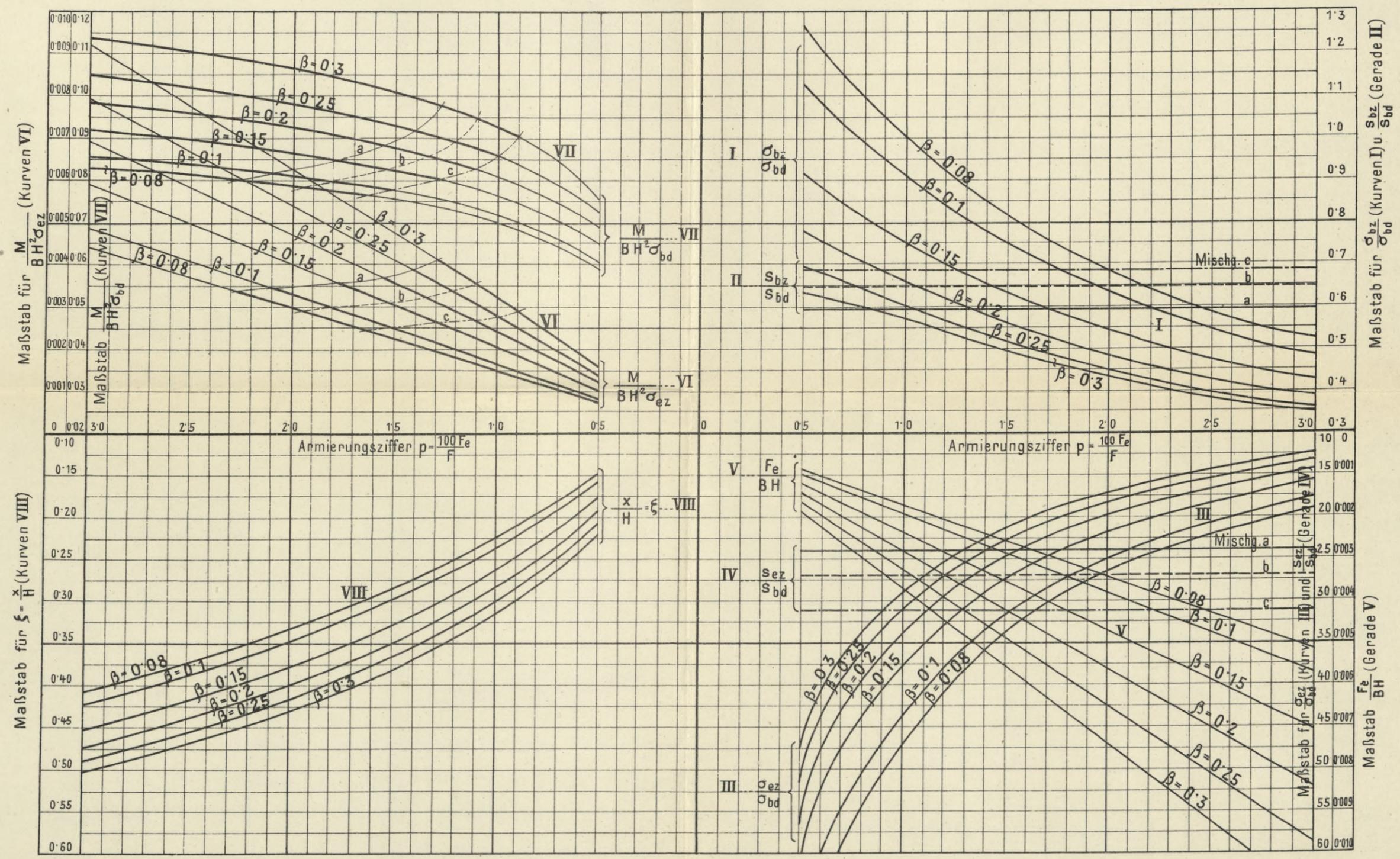
Mischungsverhältnis: $\left. \begin{matrix} a = 470 \\ b = 350 \\ c = 280 \end{matrix} \right\} \text{ kg Portlandzement auf } 1 \text{ m}^3 \text{ Gemenge von Sand- und Steinmaterial.}$

Die Kurven I und Geraden II beziehen sich nur auf „besondere“ Hochbauten

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Hilfstafel zur Berechnung einfach armierter Plattenbalken bei Hochbauten für $\delta = \frac{d}{H} = 0.1$.

(Erklärung siehe Seite 91 ff.)



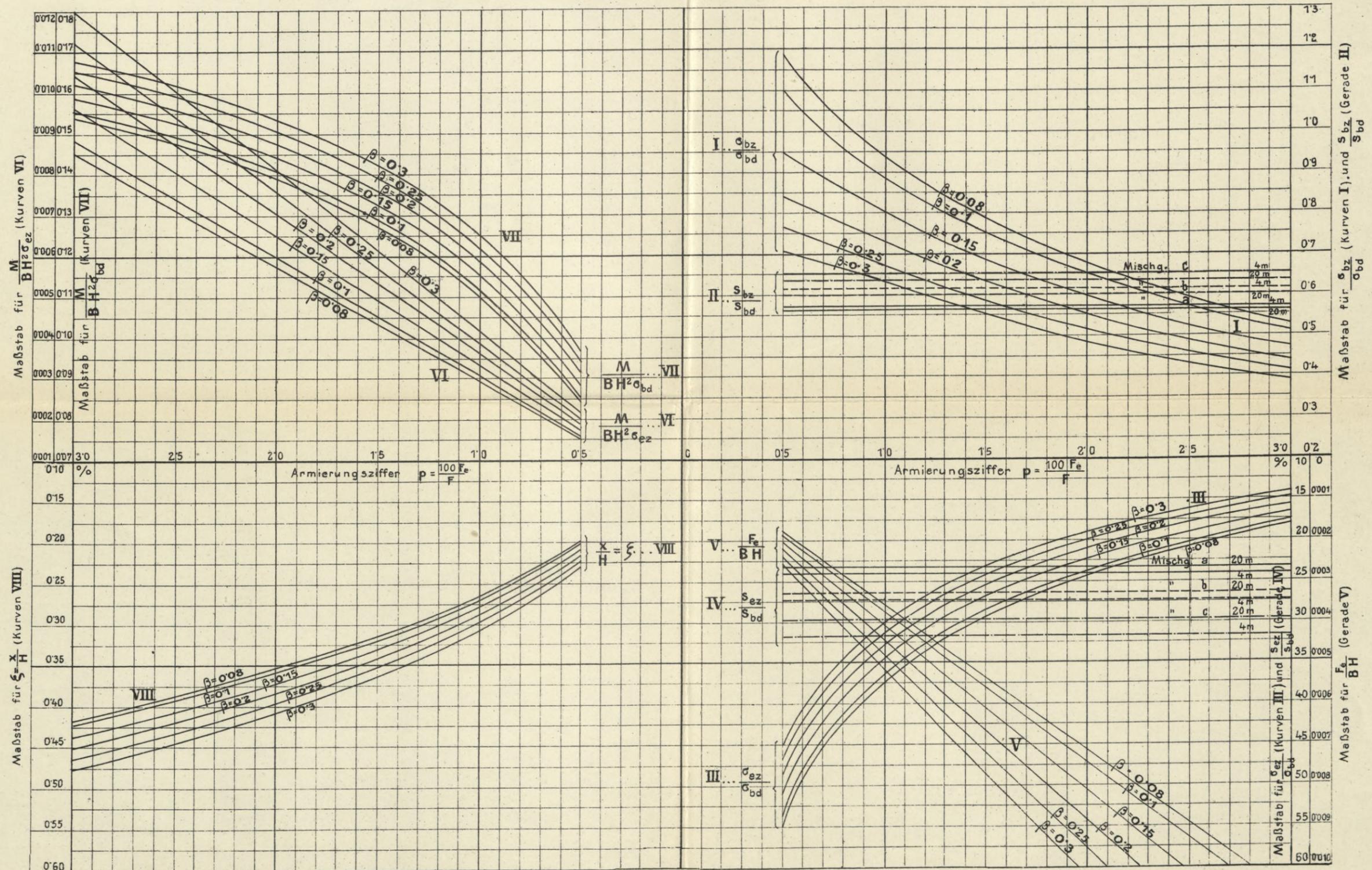
Mischungsverhältnis: $\left. \begin{array}{l} a = 470 \\ b = 350 \\ c = 280 \end{array} \right\} \text{ kg Portlandzement auf } 1 \text{ m}^3 \text{ Gemenge von Sand- und Steinmaterial.}$

Die Kurven I und Geraden II beziehen sich nur auf „besondere“ Hochbauten.

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Hilfstafel zur Berechnung einfach armierter Plattenbalken bei Straßenbrücken für $\delta = \frac{d}{H} = 0.3$.

(Erklärung siehe Seite 91 ff.)

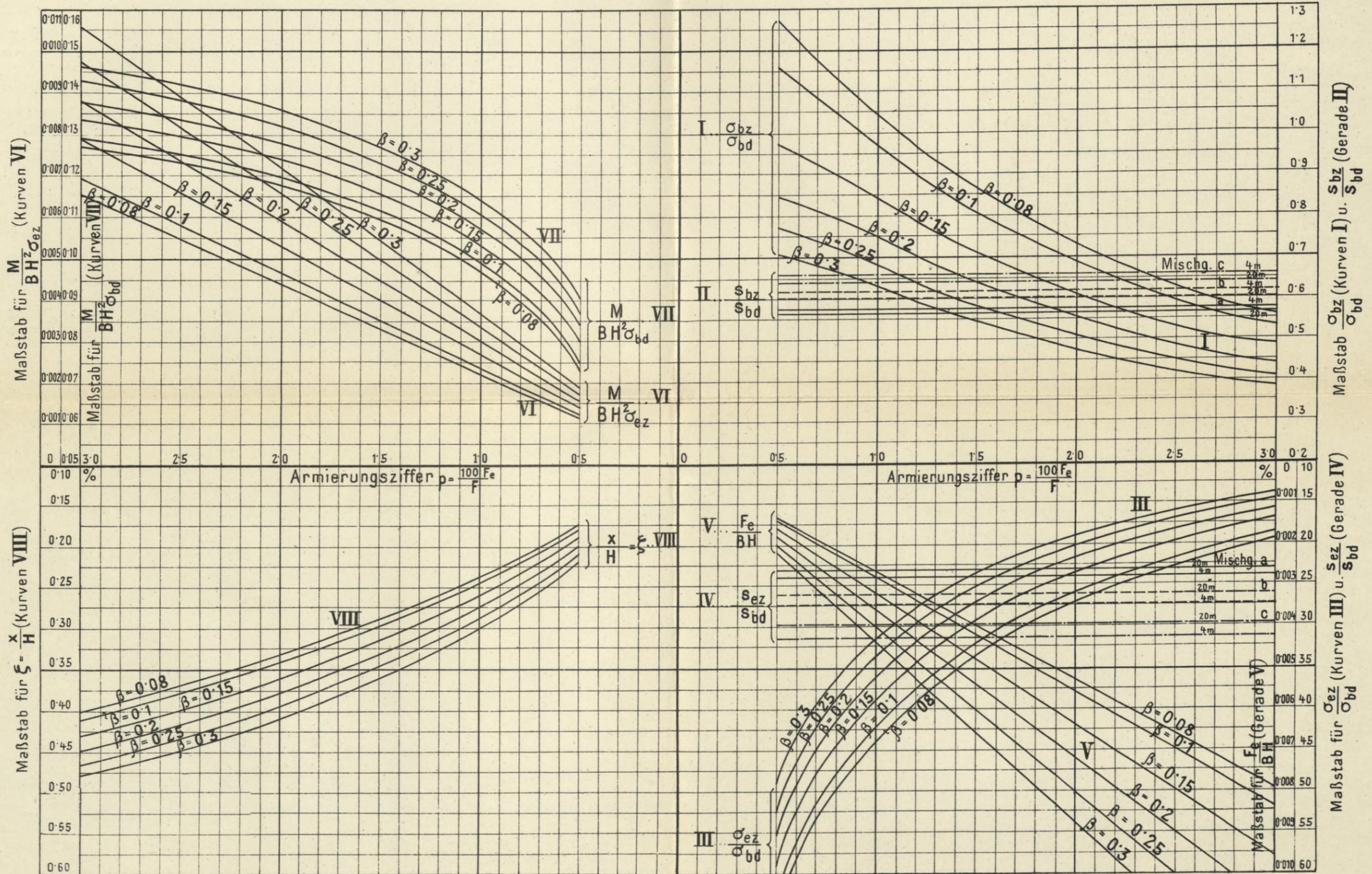


Mischungsverhältnis: $\left. \begin{array}{l} a = 470 \\ b = 350 \\ c = 280 \end{array} \right\} \text{kg Portlandzement auf } 1 \text{ m}^3 \text{ Gemenge von Sand- und Steinmaterial.}$

BIBLIOTEKA POLITECHNICZKA
KRAKÓW

Hilfstafel zur Berechnung einfach armierter Plattenbalken bei Straßenbrücken für $\delta = \frac{d}{H} = 0.2$.

(Erklärung siehe Seite 91 ff.)

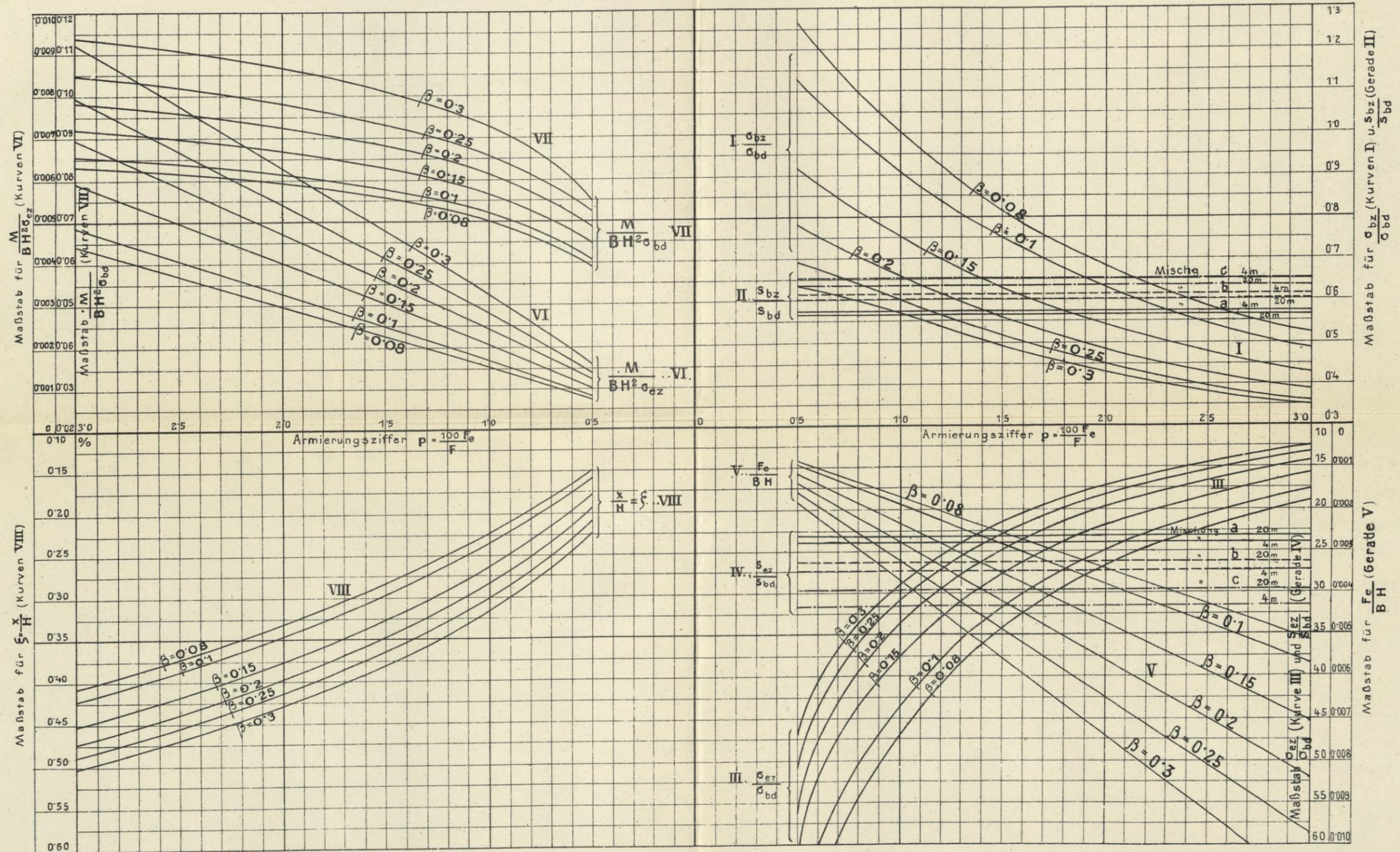


Mischungsverhältnis: $\left. \begin{array}{l} a = 470 \\ b = 350 \\ c = 280 \end{array} \right\} \text{ kg Portlandzement auf } 1 \text{ m}^3 \text{ Gemenge von Sand- und Steinmaterial.}$

BIBLIOTEKA POLITECHNICZKA
KRAKÓW

Hilfstafel zur Berechnung einfach armierter Plattenbalken bei Straßenbrücken für $\delta = \frac{d}{H} = 0.1$.

(Erklärung siehe Seite 91 ff.)



Mischungsverhältnis: $\left. \begin{array}{l} a = 470 \\ b = 350 \\ c = 280 \end{array} \right\} \text{kg Portlandzement auf } 1 \text{ m}^3 \text{ Gemenge von Sand- und Steinmaterial.}$

BIBLIOTEKA POLITECHNICZKA
KRAKÓW

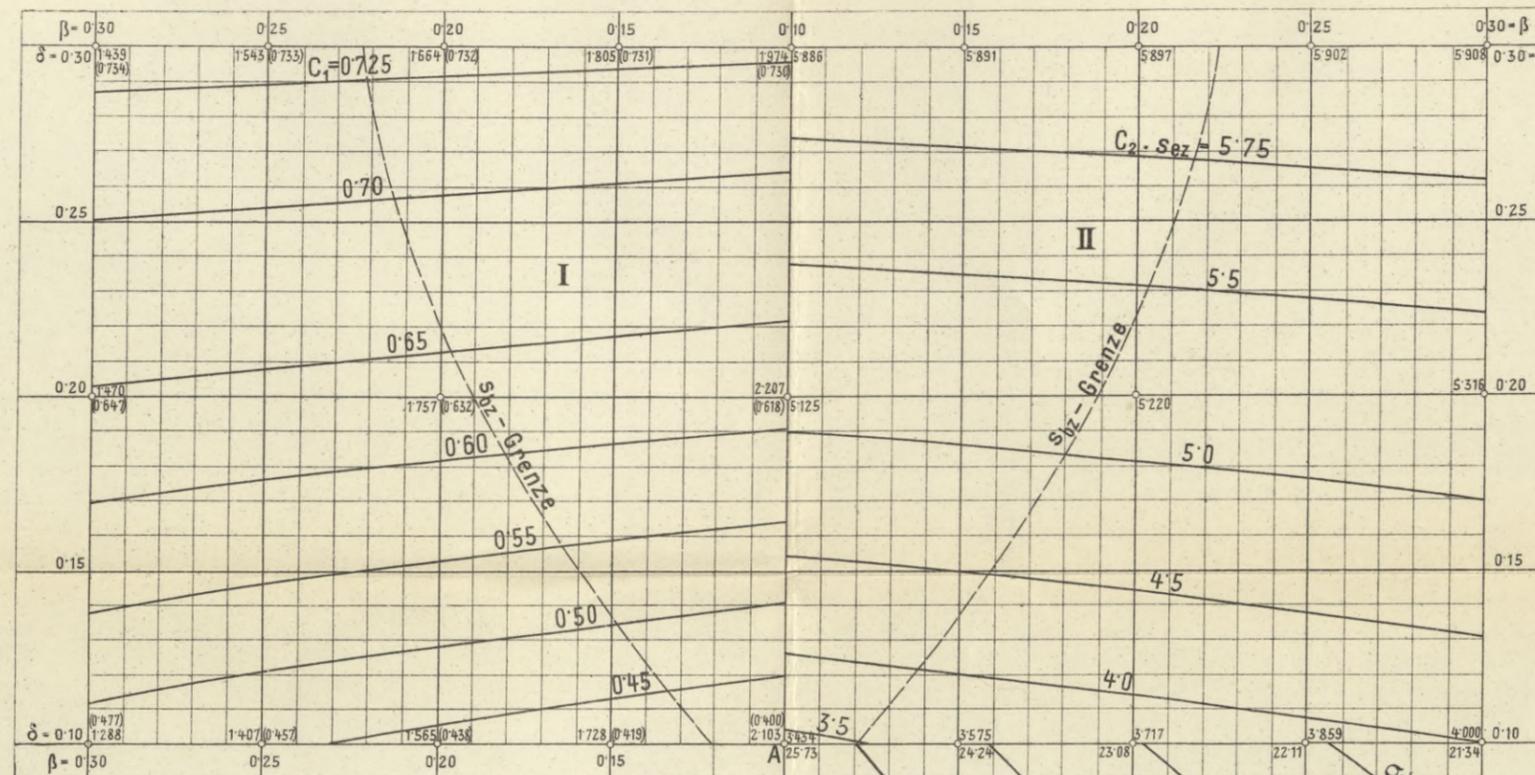
Graphische Darstellung der Betonzugspannungen σ_{bz} , Tragsmomente iM und Eisenarmierung (ip , iF_e) bei einfach und ideal armierten Plattenbalken für Hochbauten.

Mischungsverhältnis: 470 kg Portlandzement auf 1 m³ Gemenge von Sand- und Steinmaterial.

(Erklärung siehe Seite 106 ff.)

Armierungsziffer ip und Eisenfläche iF_e .

Tragsmomente iM .



Erklärung:

- Abszissen (nach links und rechts von A) . . $\beta = \frac{b}{B}$.
- Ordinaten (nach auf- und abwärts von A) . . $\delta = \frac{d}{H}$.
- Quadrant I dient zur Ermittlung der idealen Armierungsziffer ip und der entsprechenden Eisenfläche iF_e ; die Zahlen ohne Klammern bedeuten ip , die Zahlen in Klammern: C_1 , wobei ${}^iF_e = C_1 \cdot \frac{BH}{100}$.
- Quadrant II dient zur Ermittlung der Tragsmomente iM bei idealer Armierung u. zw. geben die eingeschriebenen Zahlen den Faktor: $C_2 \cdot s_{bz}$ ($s_{bz} = 1000 \text{ kg/cm}^2$), womit ${}^iM = (C_2 \cdot s_{bz}) BH^2$. B und H sind in cm einzusetzen; iF_e ergibt sich in cm^2 , iM in kgcm .
- Quadrant III gibt die Betonzugspannungen σ_{bz} (kg/cm^2) für „besondere“ Hochbautragwerke.

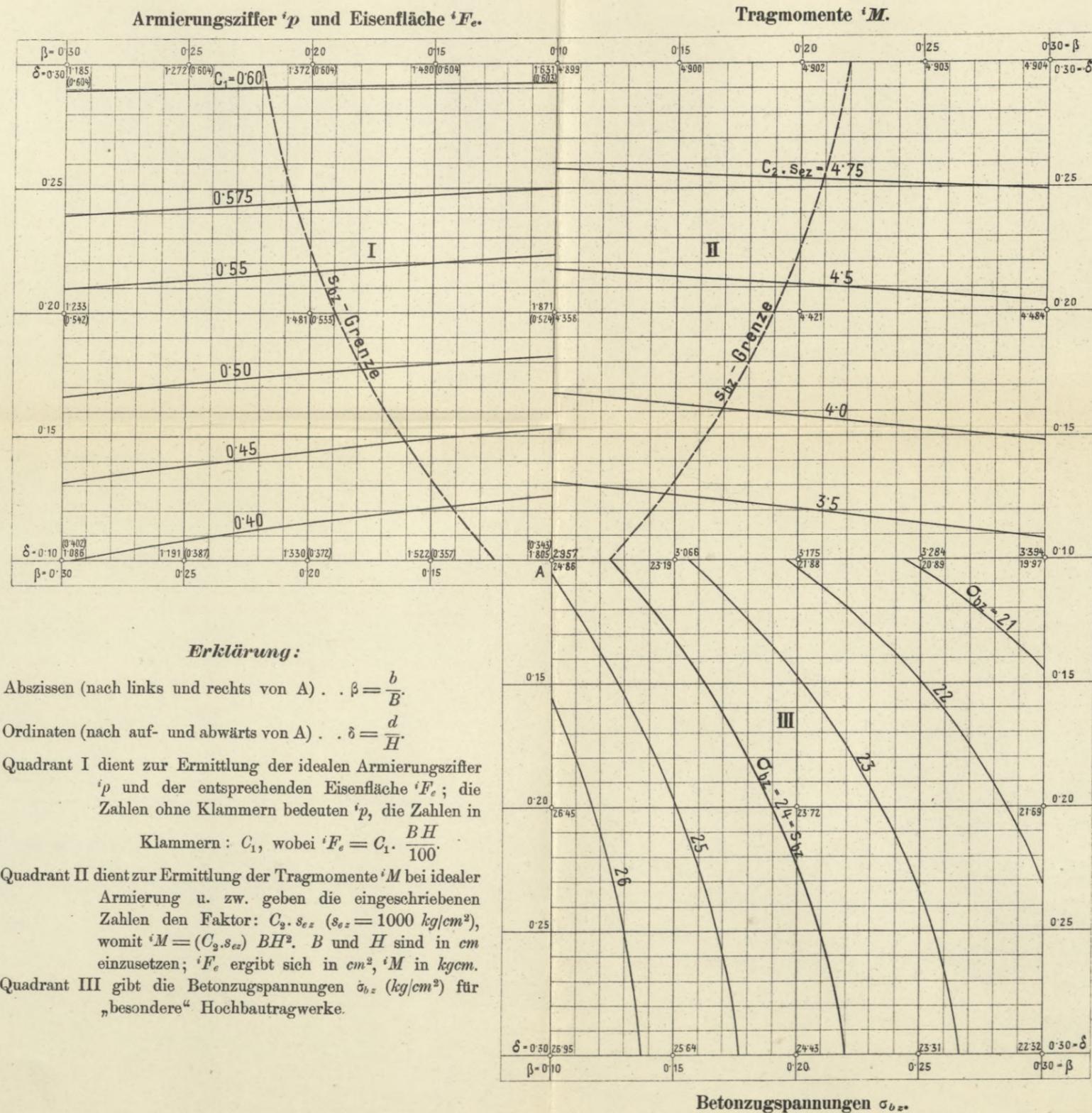
Betonzugspannungen σ_{bz} .

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Graphische Darstellung der Betonzugspannungen σ_{bz} , Tragmomente iM und Eisenarmierung ($^ip, ^iF_e$) bei einfach und ideal armierten Plattenbalken für Hochbauten.

Mischungsverhältnis: 350 kg Portlandzement auf 1 m³ Gemenge von Sand- und Steinmaterial.

(Erklärung siehe Seite 106 ff.)



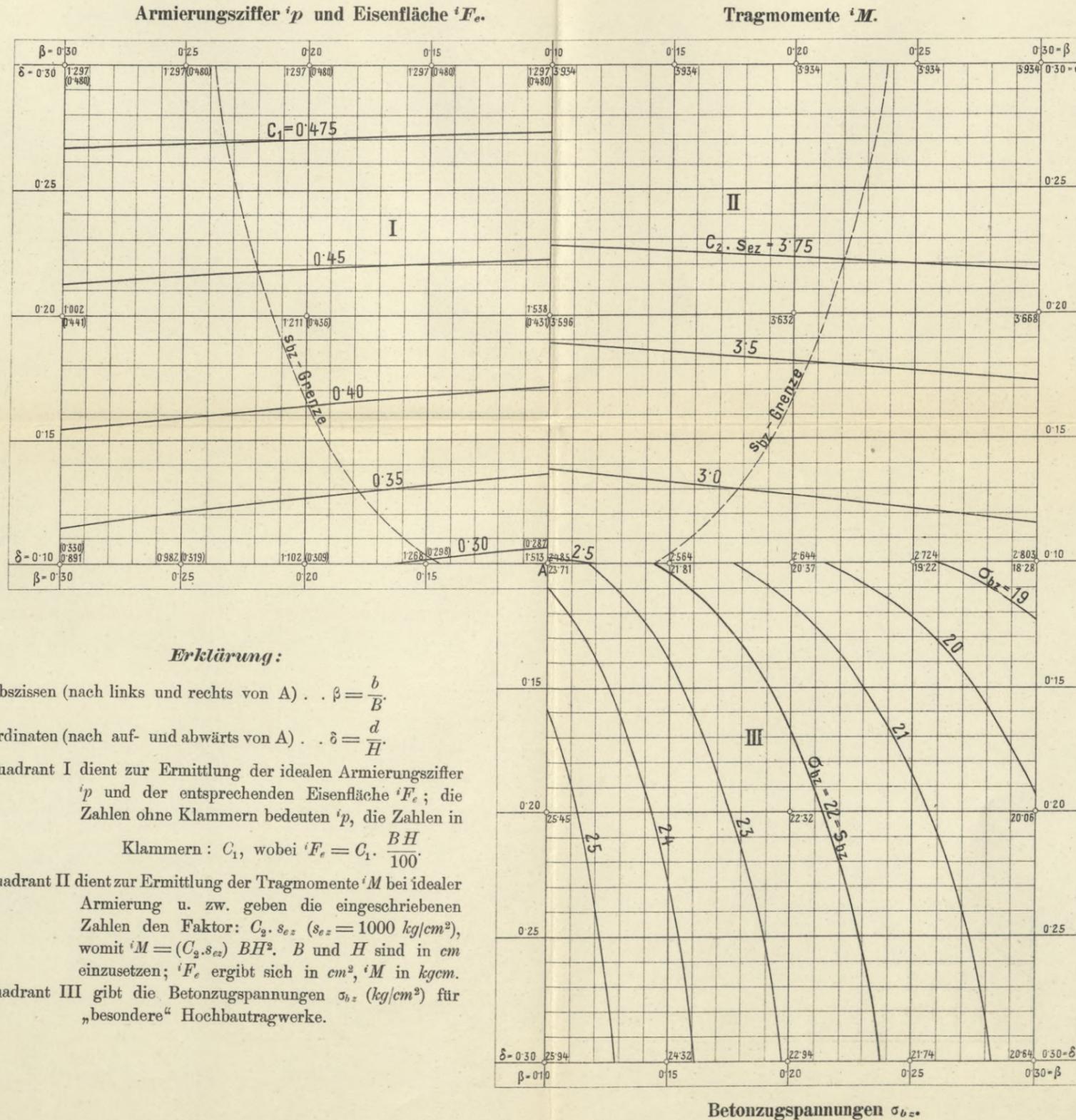
Betonzugspannungen σ_{bz} .

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Graphische Darstellung der Betonzugspannungen σ_{bz} , Tragmomente iM und Eisenarmierung (ip , iF_e) bei einfach und ideal armierten Plattenbalken für Hochbauten.

Mischungsverhältnis: 280 kg Portlandzement auf 1 m³ Gemenge von Sand- und Steinmaterial.

(Erklärung siehe Seite 106 ff.)



BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

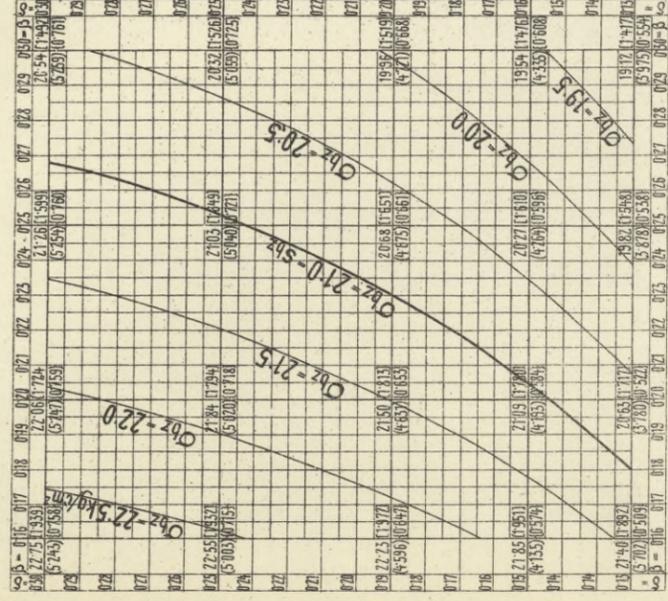
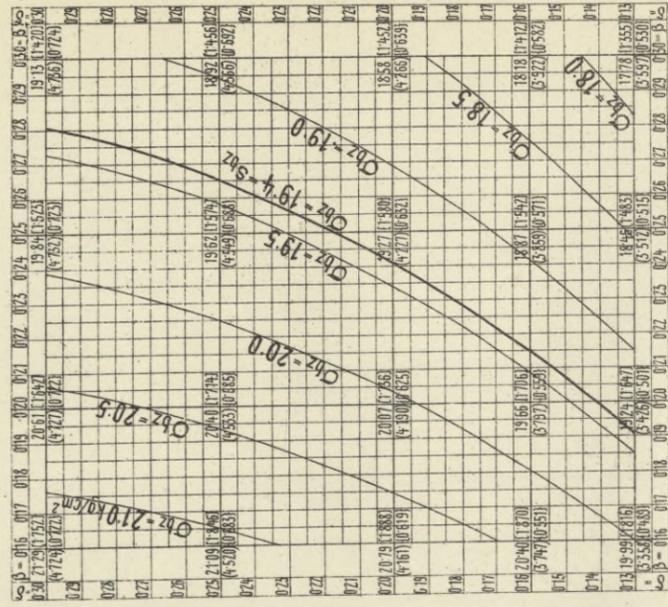
Graphische Darstellung der Betonzugspannungen σ_{bz} bei einfach und ideal armierten Plattenbalken für Straßenbrücken.

(Erklärung siehe Seite 106 ff.)

$l = 4 m$

Mischungsverhältnis a

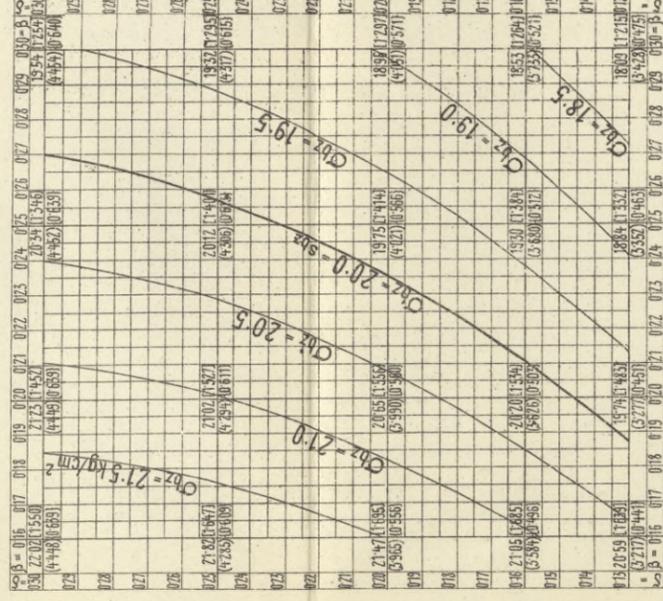
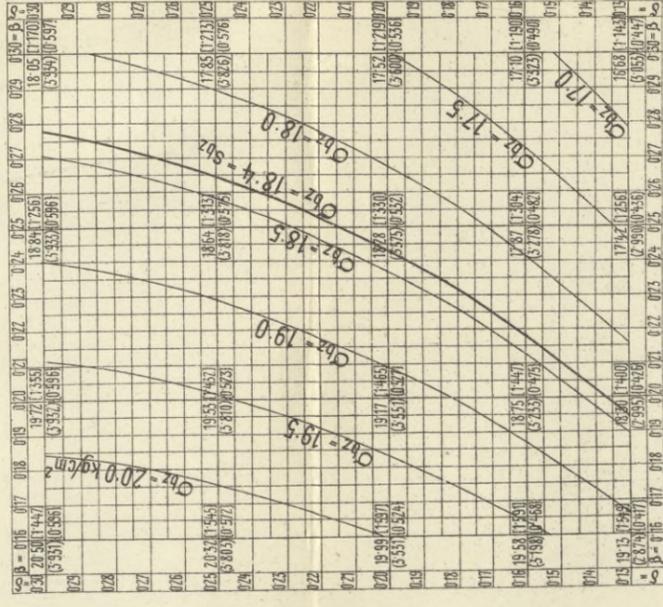
$l = 20 m$



$l = 4 m$.

Mischungsverhältnis b

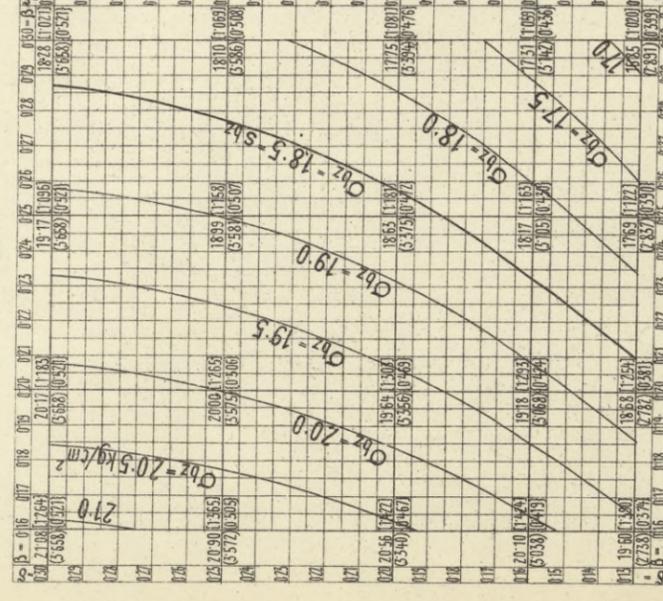
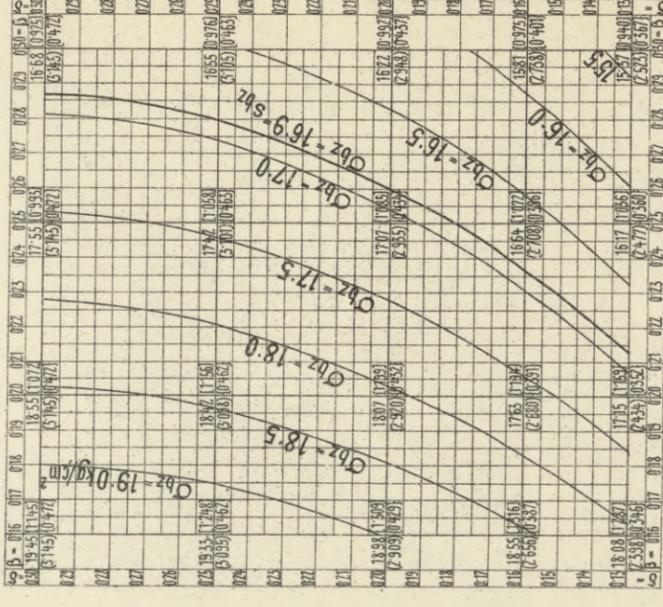
$l = 20 m$



$l = 4 m$

Mischungsverhältnis c

$l = 20 m$



Erklärung:

Mischungsverhältnis a: 470 kg Portlandzement auf 1 m³ Gemenge von Sand- und Steinmaterial.
 b: 350 kg
 c: 280 kg

Die eingeschriebenen Zahlen beziehen sich auf die durch stärkere Linien hervorgehobenen Maßverhältnisse $\beta = \frac{b}{H}$ und $\delta = \frac{d}{H}$ der Plattenbalken.

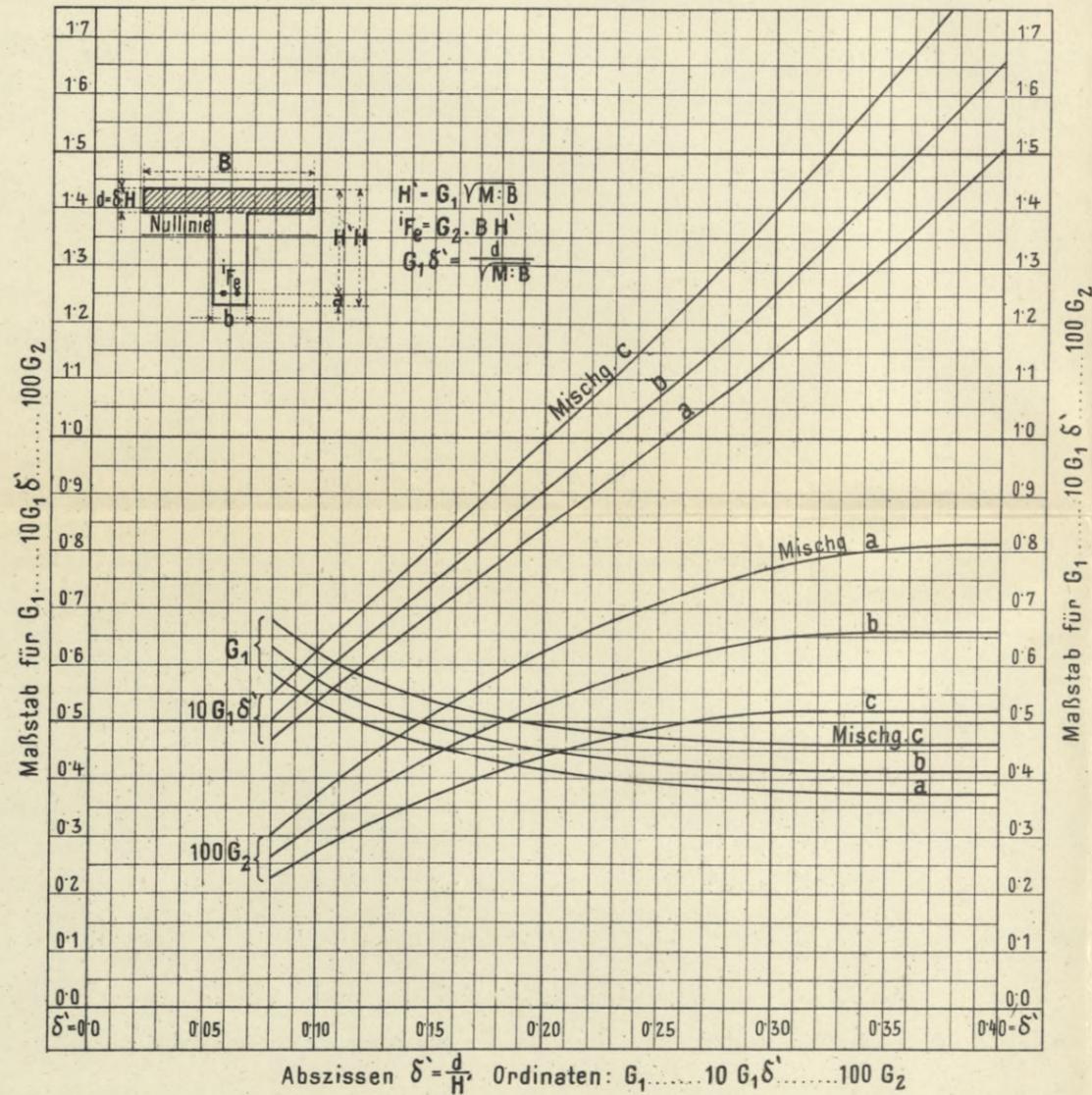
Von den vier, um einen Punkt mit der Abszisse β und der Ordinate δ geschriebenen Zahlen bedeuten jene

im Quadranten links oben σ_{bz} die Betonzugspannung,
 " " " " unten ($C_2 s_{z2}$) das Tragmaoment
 im Quadranten rechts oben [$'p$] die ideale Armierungs-
 ziffer $'p = \frac{100 'F_c}{F}$,
 im Quadranten rechts unten $\{C_1\}$ die ganze Eisenfläche
 $'F_c = C_1 B H$.

BIBLIOTEKA POLITECHNICZKA
KRAKÓW

Hilfstafel zur näherungsweise direkten Bestimmung der Höhe H' und der Eisenfläche F_e einfach und ideal armerter Plattenbalken für Hochbauten.

(Erklärung siehe Seite 114.)

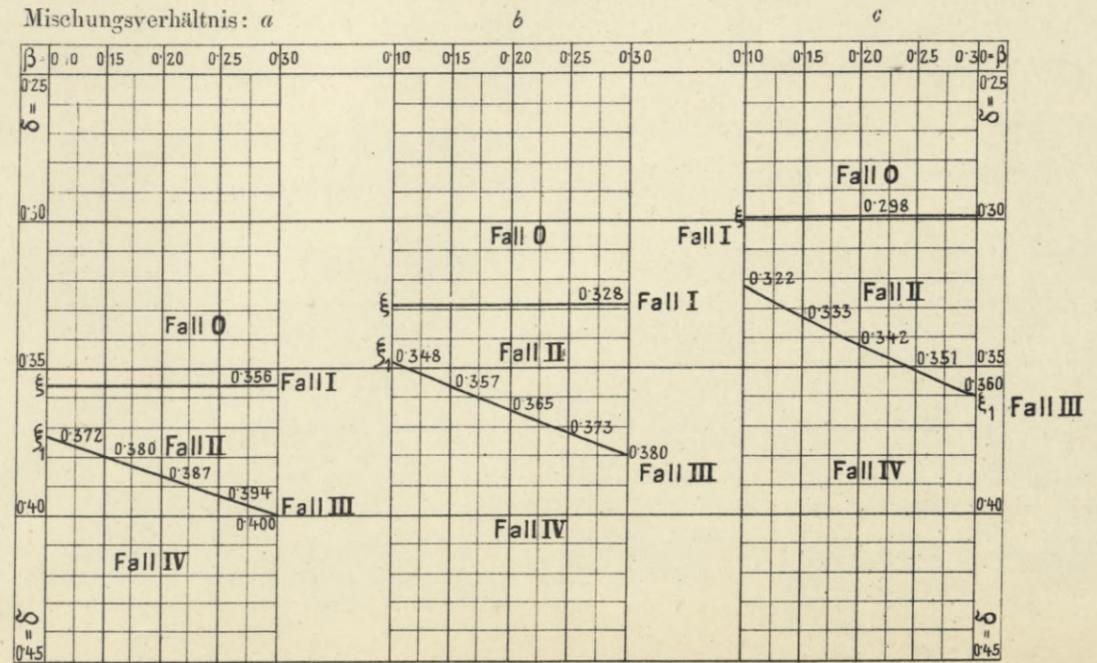


Mischungsverhältnis: $a = 470$ kg Portlandzement auf $1 m^3$ Gemenge von Sand- und Steinmaterial.
 $b = 350$
 $c = 280$

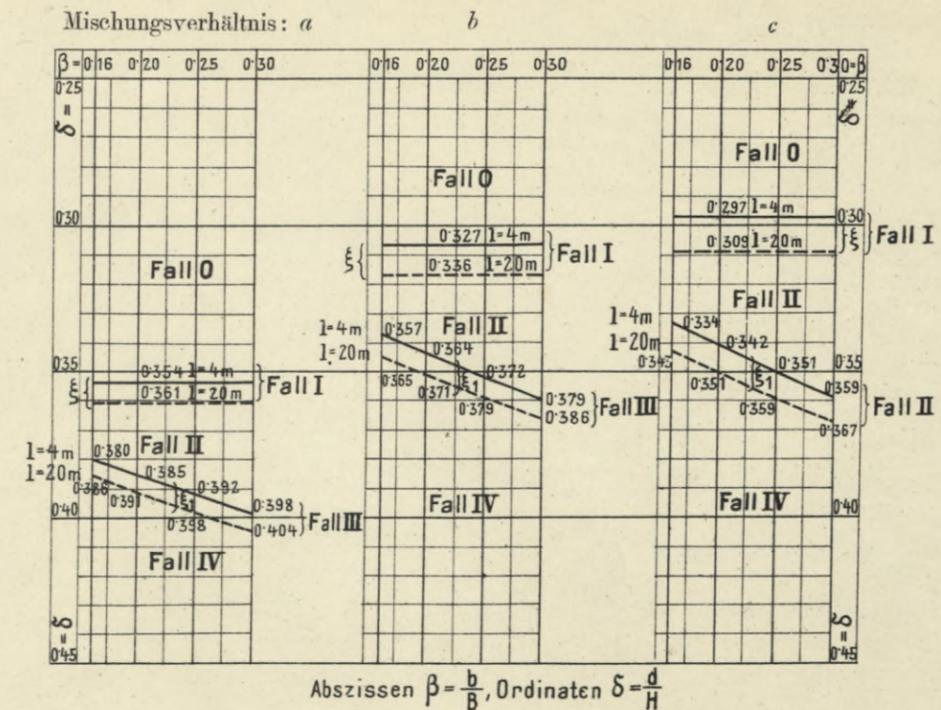
Hilfstafel zur Ermittlung der Lage der Nulllinie bei einfach und ideal armerter Plattenbalken.

(Erklärung siehe Seite 106.)

Bei Hochbauten.



Bei Straßenbrücken.



S - 96

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000297434