eisteswelt

dlicher Darstellungen

A. v. Ihering

Die Mechanik

der festen Körper

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig

Kulczyński Kazimierz

Ein vollst[illegible] us Natur
und Geist[illegible] Bandes.

ANuG allg. 400 : 1009. Pl.

Die Sammlung

„Aus Natur und Geisteswelt"

verdankt ihr Entstehen dem Wunsche, an der Erfüllung einer bedeutsamen sozialen Aufgabe mitzuwirken. Sie soll an ihrem Teil der unserer Kultur aus der Scheidung in Kasten drohenden Gefahr begegnen helfen, soll dem Gelehrten es ermöglichen, sich an weitere Kreise zu wenden, dem materiell arbeitenden Menschen Gelegenheit bieten, mit den geistigen Errungenschaften in Fühlung zu bleiben. Der Gefahr, der Halbbildung zu dienen, begegnet sie, indem sie nicht in der Vorführung einer Fülle von Lehrstoff und Lehrsätzen oder etwa gar unerwiesenen Hypothesen ihre Aufgabe sucht, sondern darin, dem Leser Verständnis dafür zu vermitteln, wie die moderne Wissenschaft es erreicht hat, über wichtige Fragen von allgemeinstem Interesse Licht zu verbreiten. So lehrt sie nicht nur die zurzeit auf jene Fragen erzielten Antworten kennen, sondern zugleich durch Begreifen der zur Lösung verwandten Methoden ein selbständiges Urteil gewinnen über den Grad der Zuverlässigkeit jener Antworten.

Es ist gewiß durchaus unmöglich und unnötig, daß alle Welt sich mit geschichtlichen, naturwissenschaftlichen und philosophischen Studien befasse. Es kommt nur darauf an, daß jeder Mensch an einem Punkte sich über den engen Kreis, in den ihn heute meist der Beruf einschließt, erhebt, an einem Punkte die Freiheit und Selbständigkeit des geistigen Lebens gewinnt. In diesem Sinne bieten die einzelnen, in sich abgeschlossenen Schriften gerade dem „Laien" auf dem betreffenden Gebiete in voller Anschaulichkeit und lebendiger Frische eine gedrängte, aber anregende Übersicht.

Freilich kann diese gute und allein berechtigte Art der Popularisierung der Wissenschaft nur von den ersten Kräften geleistet werden; in den Dienst der mit der Sammlung verfolgten Aufgaben haben sich denn aber auch in dankenswertester Weise von Anfang an die besten Namen gestellt, und die Sammlung hat sich dieser Teilnahme dauernd zu erfreuen gehabt.

So wollen die schmucken, gehaltvollen Bände die Freude am Buche wecken, sie wollen daran gewöhnen, einen kleinen Betrag, den man für Erfüllung körperlicher Bedürfnisse nicht anzusehen pflegt, auch für die Befriedigung geistiger anzuwenden. Durch den billigen Preis ermöglichen sie es tatsächlich jedem, auch dem wenig Begüterten, sich eine kleine Bibliothek zu schaffen, die das für ihn Wertvollste „Aus Natur und Geisteswelt" vereinigt.

Leipzig. **B. G. Teubner.**

Aus Natur und Geisteswelt
Sammlung wissenschaftlich-gemeinverständlicher Darstellungen
303. Bändchen

Die Mechanik
der festen, flüssigen und gasförmigen Körper

I. Teil
Die Mechanik der festen Körper

von
Albrecht von Ihering
Geheimem Regierungsrat

Mit 61 Abbildungen im Text

Druck und Verlag von B. G. Teubner in Leipzig 1910

Vorwort.

Ein Handbuch der Mechanik, welches die Aufgabe erfüllen soll, in dem beschränkten Umfang von kaum mehr als 100 Seiten den gebildeten Laien in das schwierige und ungemein vielseitige Gebiet der Lehre vom Gleichgewicht und der Bewegung der Körper einzuführen, muß von vornherein darauf verzichten, auch nur den Versuch machen zu wollen, etwas Erschöpfendes und Vollständiges zu bringen. Vielmehr kann ein solches Büchlein nur den Zweck verfolgen, die wichtigsten Grundsätze der Mechanik anzugeben, dieselben an besonders lehrreichen Anwendungsbeispielen zur Anschauung zu bringen, und an einfachen Berechnungen zu zeigen, wie die Hauptgleichungen, in welche sich die wichtigsten Lehrsätze fassen lassen, zur Anwendung zu bringen sind.

Wenn daher auch keine weiteren mathematischen Kenntnisse vorausgesetzt werden durften, als diejenigen, wie sie auf deutschen Mittelschulen erworben werden, so war es trotzdem in den meisten Fällen möglich, mit diesen elementaren Hilfsmitteln die meisten Probleme der Statik und Dynamik in mathematische Form zu kleiden.

Ein sehr wertvolles Hilfsmittel, welches die Anschauung und das Verständnis wesentlich erleichtert, die graphische Darstellung und die graphische Methode ist namentlich in der Behandlung der Statik zur Anwendung gekommen und dürften dadurch manche Probleme, so die Untersuchung der Beanspruchungen von Fachwerken und ungleichmäßig belasteten Trägern in klarer und einfacher Weise zur Kenntnis des Lesers gebracht sein, welche auf rechnerischem Wege komplizierter Formeln und Berechnungen bedurft hätten.

Da das Studium der Mechanik namentlich für angehende Techniker von größtem Interesse ist, so sind die meisten Anwendungsbeispiele auch aus dem Gebiete der Technik gewählt. Das Büchlein dürfte daher auch für solche Leser, welche sich auf das Studium der Mechanik vorbereiten wollen, zur Einführung in dieselbe von Nutzen sein können.

Aber auch solchen Laien, welche sich in ihrer beruflichen Tätigkeit häufig mit technischen Fragen befassen müssen, wie Juristen, Verwaltungsbeamten, kaufmännischen Angestellten oder Besitzern industrieller Werke kann es zur Beurteilung mancher technischen Frage eine willkommene Handhabe bieten. Es ist hierbei besonders an das Kapitel über die Arbeit der Kräfte und über die technischen Einheiten der Mechanik, der Wärmelehre und der Elektrotechnik und ihre gegenseitigen Beziehungen zueinander gedacht.

Landschlacht am Bodensee, im Dezember 1909.
(Kanton Thurgau, Nord-Schweiz.)

A. von Ihering.

Inhaltsverzeichnis.

Erster Teil.

Die Statik.

Zweiter Teil.

Die Dynamik.

Erster Teil.

Die Statik.

Einleitung.

Die Mechanik ist die Lehre von den Gesetzen, nach welchen die Körper im Raume sich entweder im Ruhezustand oder in der Bewegung befinden. Der Ruhezustand kann entweder ein absoluter sein, wenn sowohl der Körper selbst als auch seine Umgebung sich nicht bewegt, oder ein relativer, wenn zwar der Körper selbst sich in Ruhe befindet, aber seine Umgebung oder der Körper, mit welchem er zunächst in Berührung ist, sich bewegt.

Da jeder Körper im Raume einen bestimmten Platz einnimmt, der sein Ort im Raume heißt, so kann man auch sagen, daß Bewegung eines Körpers die Ortsveränderung desselben im Raume ist, während im Ruhezustand eine solche nicht erfolgt.

Ein Bauwerk, an einen festen Ort im Raume dauernd gebunden, ist also in bezug auf seine örtliche Umgebung in Ruhe. Da jedoch die Erde mit allen, mit ihr festverbundenen Körpern sich im Weltenraum fortgesetzt bewegt, so ist der Ruhezustand aller Körper, welche mit der Erdoberfläche fest verbunden sind, nur ein relativer.

In absoluter Ruhe befinden sich im Weltenraume eigentlich keine Körper, denn auch der Mittelpunkt unseres Planetensystems, die Sonne, bewegt sich[1]), und auch von den sogenannten Fixsternen ist nachgewiesen, daß sie geringe Eigenbewegungen zeigen.

In den folgenden Untersuchungen soll jedoch die Erde als im absoluten Ruhezustand befindlich angenommen werden, und sollen die Bewegungsgesetze nur in bezug auf diesen Zustand abgeleitet werden.

Unter dieser Voraussetzung befindet sich also ein in der Erde fundiertes Bauwerk in Ruhe, während ein Fahrzeug, z. B. ein Eisenbahnzug, ein Dampfschiff, ein Luftballon seinen Ort im Raume

1) Die Sonne dreht sich um ihre eigene Achse in 25 Tagen 5 Stunden 38 Minuten und bewegt sich ferner nach einem Punkte des Himmelsgewölbes zu, dessen Lage zur Sonne bestimmt ist.

fortwährend ändert, wenn es seinem Zwecke des Körpertransportes dienen soll.

Entsprechend den drei Aggregatzuständen der Körper, dem festen, flüssigen und gasförmigen Zustande, zerfällt auch die Mechanik in drei Hauptteile, in diejenige der festen Körper, in diejenige der flüssigen Körper oder Hydromechanik oder Hydraulik und diejenige der gas- oder luftförmigen Körper oder Aeromechanik, jede dieser Klassen aber wieder in die Gleichgewichts- und Bewegungslehre, so daß sich folgende sechs Hauptteile der Mechanik ergeben:

1. Mechanik der festen Körper, Geomechanik[1]),
   a) Geostatik,
   b) Geodynamik;
2. Mechanik der flüssigen Körper, Hydromechanik[2]), Hydraulik,
   a) Hydrostatik,
   b) Hydrodynamik, spezielle Hydraulik;
3. Mechanik der gasförmigen Körper, Aeromechanik[3]),
   a) Aerostatik,
   b) Aerodynamik.

Um einen Körper aus seinem Ruhezustand in den Bewegungszustand zu versetzen, zu bewegen, bedarf es nun der Einwirkung einer Kraft, der bewegenden Kraft. Sei es, daß ein Stein fortgewälzt wird, oder ein Wagen gezogen, oder eine Schiebekarre geschoben, oder eine Last gehoben wird, immer muß eine Kraft von bestimmter Größe und bestimmter Richtung wirksam sein, um den gewünschten Zweck, die Ortsveränderung des Körpers nach einer bestimmten Richtung hin, in einer bestimmten Zeit zu erreichen. Auf jeden bewegten Körper wirken also stets eine oder mehrere bestimmte Kräfte ein. Man hat es also bei der Untersuchung der Gesetze der Bewegung mit drei Größen zu tun, mit räumlichen Ausdehnungen, mit der Zeit, innerhalb welcher die Bewegung vor sich gehen soll, und mit Kräften, welche auf den zu bewegenden Körper wirken.

---

1) Nach dem griechischen Worte γηα — Gäa — die Erde.
2) Nach dem griechischen Worte ὑδωρ — Hydor — das Wasser.
3) Nach dem griechischen Worte ἀηρ — Aär — die Luft.
Im vorliegenden Bändchen soll nur die Mechanik der festen Körper behandelt werden, während diejenige der flüssigen und luftförmigen Körper in besonderem Bändchen werden behandelt werden.

Soll ein Wagen von bestimmtem Gewicht (z. B. mit Sand, Kohlen oder anderen Lasten beladen) in einer Stunde einen Weg von z. B. 5 km Länge zurücklegen, so muß vor demselben eine ganz bestimmte Kraft, die Zugkraft wirken, welche durch ein Zugtier, Pferd oder ein anderes Tier, ausgeübt wird. Ebenso spricht man bei Eisenbahnzügen von der Zugkraft der Lokomotive, womit genau angegeben ist, welche Lasten dieselbe auf ebener Bahn in bestimmter Zeit fortschaffen kann.

Es wäre nun aber falsch, zu schließen, daß ein Körper, welcher in Ruhe ist, keinerlei Kräften ausgesetzt sei. Ein einfacher Versuch der Elementarphysik lehrt das Gegenteil. Ein Stein, welcher in freier Luft festgehalten wird, fällt, sobald er losgelassen wird, zur Erde nieder. Dasselbe ist mit allen Körpern, seien es feste, flüssige oder gasförmige Körper ohne Ausnahme der Fall. Bei den gasförmigen Körpern, welche meistens leichter sind als die atmosphärische Luft, ist diese Erscheinung weniger leicht zu beobachten wie bei den festen und flüssigen Körpern. Indessen lehren die Versuche der Physik, welche mit luftleeren und mit Gas gefüllten Gefäßen angestellt sind, daß auch auf die gasförmigen Körper dasselbe Naturgesetz Anwendung findet.

Es ist also stets eine Kraft vorhanden, welche die Körper zur Erdoberfläche hinzieht, die Anziehungskraft der Erde. Dieselbe wirkt also auch auf den in Ruhe befindlichen Körper. Außerdem kann der Körper auch noch von anderen Kräften beansprucht sein und doch in Ruhe sein.

Lehnt man einen schweren Baustein oder Balken gegen eine Mauer oder gegen einen Baum, so wird der erstere dauernd gegen letztere „drücken", obgleich beide Körper dauernd in Ruhe sind. Spannt man ein Seil zwischen zwei Bäumen auf und hängt an dasselbe eine Last, so befindet sich sowohl die Last als auch die Bäume nach Beendigung der Aufhängung in Ruhe, trotzdem werden beide Bäume von der am Seile hängenden Last gezogen. Aber es herrscht Gleichgewicht zwischen der Last am Seil und den Bäumen, d. h. die in diesem System wirksamen Kräfte stehen gegenseitig im Gleichgewicht. Es ist nun die Aufgabe der Statik, die Gesetze zu untersuchen, nach welchen die auf einen Körper oder ein System von Körpern wirkende Kräfte im Gleichgewicht sind.

Zur Erleichterung und Vereinfachung dieser Untersuchungen werden dieselben jedoch zunächst für einen sehr kleinen, als gewichtslos angesehenen Körper, den sogenannten materiellen Punkt, angestellt und erst später auf die räumlich begrenzten Körper ausgedehnt.

Die Hauptaufgabe, welche der Statik also zufällt, ist die Lösung der Frage, unter welchen Bedingungen die auf einen Punkt oder Körper wirkenden äußeren Kräfte keine Bewegung hervorbringen, also gegenseitig im Gleichgewichte sind.

1. Kapitel.

Die Wirkungsweise der Kräfte.

Nach den drei Dimensionen des Raumes, der linearen, der Flächenausdehnung und der dreidimensionalen oder körperlichen Ausdehnung kann man drei Wirkungsarten der Kräfte unterscheiden, welche auch im folgenden behandelt werden sollen:

A. Die Kräfte wirken alle in einer und derselben Linie.
B. Die Kräfte wirken in einer und derselben Ebene.
C. Die Kräfte wirken in einem und demselben Körper aufeinander.

A. Wirkung der Kräfte in einer Linie.

Auf den Punkt A, Fig. 1, wirkt nach links die Kraft P_1, nach rechts die Kraft P_2, jedoch beide in ein und derselben geraden Linie. Es sei z. B. die Kraft $P_1 = 10$ kg und die Kraft $P_2 = 6$ kg.

Es ist sofort ohne weiteres klar, daß, da die nach links ziehende Kraft P_1 größer als die nach rechts ziehende Kraft P_2 ist, der Punkt A nicht auf seiner Stelle stehen bleiben kann, sondern sich, da links mit einer um $10 - 6 = 4$ kg größeren Kraft gezogen wird, nach links bewegen muß. Es ist aber hieraus auch ferner sofort klar, daß der Punkt A nur dann in Ruhe, die Kräfte also im Gleichgewichtszustand sich befinden können, wenn beide Kräfte, die nach entgegengesetzter Richtung wirken, einander gleich sind, also $P_1 = P_2$ ist.

Denkt man sich nun die Kräfte nicht in einer geraden, sondern in einer gebrochenen Linie auf den Punkt A wirkend, wie es in Fig. 2 dargestellt ist, so ist die Wirkung die, daß die beiden gleichen, aber entgegengesetzten Kräfte den Punkt A zu heben suchen werden, und zwar so lange, bis beide Kräfte PP wieder in einer geraden Linie nach entgegengesetzter Richtung wirken, da sie nur so im Gleichgewicht sind. Man erhält somit folgenden Lehrsatz:

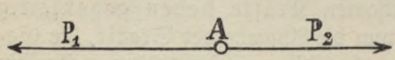


Fig. 1.

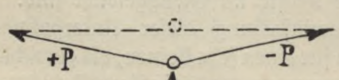


Fig. 2.

„Ein materieller Punkt oder Körper ist nur dann in Ruhe, wenn die Wirkung einer auf ihn wirkenden Kraft durch die Wirkung einer gleich großen, aber entgegengesetzt gerichteten Kraft aufgehoben wird."

Wenn aber ein Körper, Stein, Gewicht o. dgl. auf der Erde liegt, so ist er doch scheinbar in Ruhe, ohne daß er von zwei gleichen, entgegengesetzt gerichteten Kräften beansprucht wird.

Die folgende Untersuchung wird lehren, daß auch hier der oben ausgesprochene Lehrsatz seine volle Gültigkeit behält.

In Fig. 3 stelle A einen materiellen Punkt dar, der jedoch vorübergehend ein bestimmtes Gewicht G haben, z. B. 10 kg schwer sein soll. Mit diesem Gewicht drücke er auf die Platte eines Tisches T, welcher mit vier Füßen F auf dem Fußboden aufsteht.

Das Gewicht des Punktes A wird also von den vier Füßen F aufgenommen. Auch ist aus der Erfahrung bekannt, daß, wenn der Tisch plötzlich fortgezogen würde, der Stein sofort zur Erde fallen würde.

Die vier Füße des Tisches haben also zusammen das Gewicht des Punktes A zu tragen; wären sie hierzu nicht stark genug, so würden sie zusammenbrechen. Es müssen also, damit der Punkt A im Gleichgewicht ist, in den vier Füßen vier Kräfte nach oben wirken, um den Stein zu tragen. Denkt man sich aber statt der vier Füße F nur einen Fuß F_1 angebracht, und zwar seitlich, unter dem Tisch T, so würde der Tisch zweifellos umfallen. Nur dann, wenn der Fuß gerade unter dem Punkte A liegt, oder — wissenschaftlich ausgedrückt — wenn die Richtung der Kraft (des Gewichtes) G in die Richtung des Fußes F_1 fällt, befindet sich der Tisch in Ruhe.

Es folgt somit hieraus, daß der Schwerkraft oder dem Gewicht G eine Kraft entgegenwirken muß, welche genau ebenso groß, aber genau entgegengesetzt gerichtet sein muß, damit der Punkt A sich im Gleichgewicht befinde.

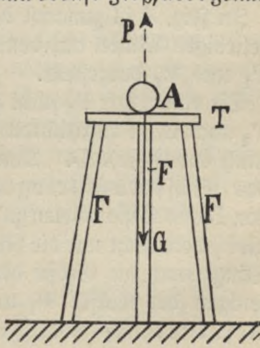


Fig. 3.

Man könnte sich z. B. auch denken, daß der Punkt A an einem Seil aufgehängt wäre, dann müßte eine Kraft P in demselben nach oben ziehen, um den Punkt A, wenn der Tisch fortgenommen würde, in Ruhe zu erhalten.

Man nennt nun diese Kraft, welche der Schwerkraft entgegenwirkt, die Reaktions- oder Gegendruckwirkung der Kraft, und muß dieselbe stets auf, in und über der Erde, ja auch im Weltenraume, also räumlich völlig unbeschränkt, genau so vorhanden sein, wie dies bei der Schwerkraft der Fall ist, wenn die Einwirkung derselben aufgehoben und ein Körper in Ruhe oder im Gleichgewicht beharren soll. Es wird bei Besprechung des Problems des Schwimmens im flüssigen und Schwebens im luftförmigen Medium hierauf noch näher einzugehen sein.

Kürzer läßt sich der erste Lehrsatz auch folgendermaßen aussprechen:

„Kraft und Gegenkraft (Aktion und Reaktion) sind stets gleich, aber entgegengesetzt gerichtet."

B. Wirkung der Kräfte in einer Ebene.

Während bei der Wirkung der Kräfte in einer Linie nur zwei Kräfte möglich waren, welche an einen Punkte angriffen und für den — hier allein in Betracht kommenden — Gleichgewichtszustand gleich, aber entgegengesetzt gerichtet sind, können in einer Ebene beliebig viele Kräfte wirken. Sie können gleich oder entgegengesetzt sein oder unter einem Winkel aufeinander wirken, können alle gleich oder verschieden groß sein, an demselben oder an verschiedenen Punkten der Ebene angreifen. Nur die eine Bedingung müssen sie alle erfüllen, daß ihre Richtungslinien alle in dieselbe Ebene fallen.

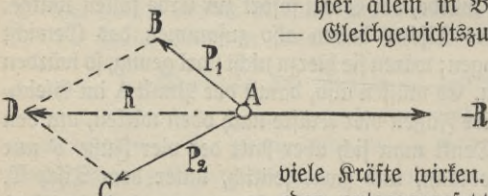


Fig. 4.

In Fig. 4 ist zunächst der einfachste Fall von zwei, unter einem beliebigen Winkel auf den materiellen Punkt A wirksamen Kräften P_1 und P_2 dargestellt.

Die eine Kraft P_1 sucht den Punkt A nach B zu ziehen, die andere P_2 nach C, in Wirklichkeit jedoch bewegt sich der Punkt in der Richtung der Linie AD. Man nennt diese Richtung die Diagonale des Kräfteparallelogramms und erhält den Punkt D, indem von B und C Parallelen zu P_1 und P_2 gezogen werden. Die Linie AD gibt jedoch nicht nur die Richtung der Bewegung an, sondern in ihrer Länge auch die Größe der Kraft an, welche in ihrer Wirkung derjenigen der Kräfte P_1 und P_2 gleich ist und die Mittelkraft, Resultierende oder Resultante, R, der beiden Kräfte heißt.

Man nennt die Kräfte P_1 und P_2 die Einzelkräfte oder Komponenten der Kraft R.

Soll jedoch — wie vorausgesetzt — der Punkt A sich nicht bewegen, so muß in der Richtung von AD, aber entgegengesetzt zu R eine Gegenkraft $-$ R noch angebracht werden, damit der Punkt A in Ruhe und die Kräfte P_1 und P_2 mit dieser dritten Kraft im Gleichgewicht sind.

Man kann aber auch die Kräfte P_1 und P_2 wieder selbst als Mittelkräfte je zweier anderer Kräfte ansehen und erhält dann den in Fig. 5 dargestellten Zusammenhang der Kräfte.

Die Kraft P_1 läßt sich in der Richtung der Resultanten AD und senkrecht dazu in die Kräfte h_1 und v_1, und ebenso die Kraft P_2 in die Kräfte $AG = h_2$, und $AF = v_2$ zerlegen. Dann greifen bei A an: senkrecht nach oben die Kraft v_1, senkrecht nach unten die gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Kraft v_2, welche sich gegenseitig aufheben oder das Gleichgewicht halten, nach links die Komponente h_1 von P_1 und die Komponente h_2 von P_2. Aus der Kongruenz der Dreiecke CDG und

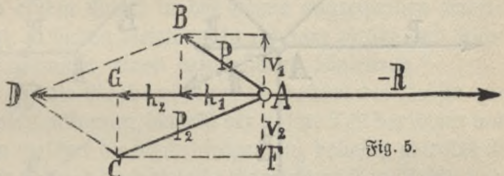


Fig. 5.

ABH folgt, daß die Strecke $DG = h_1$ ist, so daß die Resultierende $AD = h_1 + h_2$ ist. Wird nun im Punkt A nach rechts noch die Kraft $-$ R angebracht, so herrscht in demselben Gleichgewicht, da die Kräfte v_1 und v_2 sich aufheben, und die Gegenkraft $-$ R der Summe der beiden Horizontalkomponenten $h_1 + h_2$ das Gleichgewicht hält.

Zeichnerisch läßt sich die Gegenkraft sehr leicht bestimmen. Sind zwei Kräfte, P_1 und P_2, und der Winkel, unter welchem sie einander schneiden, bekannt, und stellen bestimmte Strecken bestimmte Kräfte dar, z. B. 1 mm = 1 kg, so wird folgendermaßen verfahren.

Es sei z. B. in Fig. 6 $P_1 = 40$ kg (also in vorstehendem Maßstab = 40 mm), $P_2 = 25$ kg (25 mm) und der eingeschlossene Winkel bei $A = 30^0$, so erhält man die Mittelkraft oder Gegenkraft, indem man an die Kraft P_1 die Kraft P_2 unter dem Winkel von 30^0 bei B anbringt und den Endpunkt

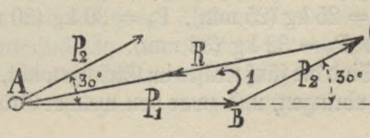


Fig. 6.

C mit A verbindet. Dann gibt Linie AC sowohl die Größe als auch die Richtung der Mittelkraft an. Umfährt man das Kräftedreieck ABC in der Richtung der Kräfte P_1 und P_2, also von A nach B und von B nach C, wie es der Pfeil 1 andeutet, so erhält man auch sofort in AC die Richtung, in welcher diese Kraft wirken muß, damit das System bei A im Gleichgewicht ist, nämlich von C nach A, oder von A aus schräg nach links unten.

Aus dem Vorstehenden folgt sofort ohne weiteres, daß drei Kräfte, welche an einem Punkt der Ebene angreifen, im Gleich-

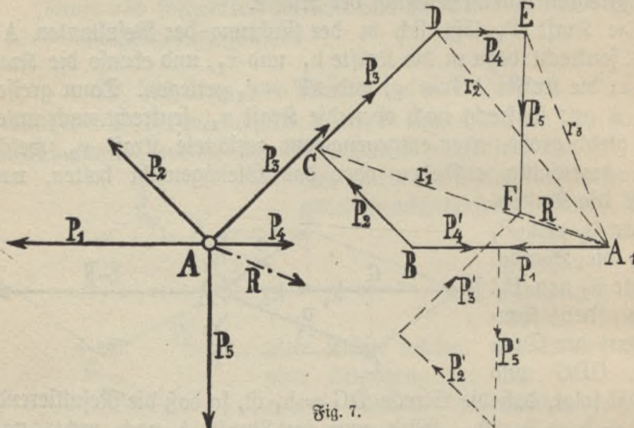


Fig. 7.

gewicht sind, wenn sie, in richtiger Reihenfolge und Richtung aneinandergefügt, ein geschlossenes Kräftedreieck bilden.

Was nun von drei Kräften gilt, läßt sich in gleicher Weise auch für beliebig viele Kräfte in der Ebene nachweisen. Denn es können alle Kräfte in horizontale und vertikale Komponenten zerlegt oder je zwei Kräfte zu einer Mittelkraft, diese wieder mit der nächstfolgenden zu einer zweiten Mittelkraft usw. vereinigt und schließlich zu der letzten Resultierenden die zugehörige gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Mittelkraft gefunden werden.

Es sollen beim Punkte A die fünf Kräfte P_1 bis P_5 in der in Fig. 7 dargestellten Weise angreifen, und zwar sei $P_1 = 35$ kg (35 mm), $P_2 = 25$ kg (25 mm), $P_3 = 30$ kg (30 mm), $P_4 = 15$ kg (15 mm) und $P_5 = 32$ kg (32 mm).

Sind die fünf Kräfte im Gleichgewicht, oder ist noch eine Gegenkraft anzubringen, und zwar von welcher Größe und in welcher Richtung?

Verfährt man wieder nach dem im Vorstehenden angewandten graphischen oder zeichnerischen Verfahren, so hat man zunächst die Kraft P_1 in Richtung und Länge von einem gewählten Punkte, z. B. A_1 aus gleich groß wie P_1 abzutragen, an diese Kraft am Ende die nächstfolgende Kraft P_2 in gleicher Richtung (also einfach parallel zu P_2) aufzutragen. Verbindet man den Endpunkt mit A, so ist die erhaltene Linie r_1 die Resultante von P_1 und P_2. Trägt man dann P_3 an und zieht r_2 nach A, so ist dies die Resultante von P_1, P_2 und P_3. In ähnlicher Weise ist r_3 die Resultante von P_1 bis P_4 und endlich R die Gegenkraft aller fünf Kräfte, welche noch in A anzubringen ist in der durch den Pfeil R angedeuteten Richtung, um alle fünf Kräfte P_1 bis P_5 im Gleichgewicht zu halten.

Der erhaltene Linienzug $A_1BCDEFA_1$ besteht aus den Außenseiten der Einzeldreiecke A_1BC, A_1CD usw. Der Linienzug $A_1BCDEFA_1$ bildet ein geschlossenes Polygon und gestattet sofort, folgenden Lehrsatz abzuleiten:

„Sind die an einem Punkt in der Ebene angreifenden Kräfte im Gleichgewicht, so bilden dieselben, in richtiger Größe und Richtung aneinandergetragen, einen geschlossenen Linienzug."

Daß es hierbei auf die Reihenfolge, in welcher die Kräfte angetragen werden, nicht ankommt, beweist der untere Teil der Figur des Kräftepolygons, in welcher die Reihenfolge ganz beliebig gewählt ist (P_1, P_4, P_5, P_2 und P_3) und doch dieselbe Gegenkraft R in Größe und Richtung erhalten ist. In der Regel empfiehlt es sich indessen doch, um ein Polygon von übersichtlicher Form zu erhalten, die Kräfte in der Reihenfolge, wie sie auf den Punkt A wirken, aneinander zu tragen.

Eine Erweiterung erfahren die gefundenen Sätze, ohne jedoch an ihrer vollen Gültigkeit einzubüßen, durch folgende Betrachtung.

Bei dem oben (S. 3) angeführten Beispiel des Seiles, welches zwischen zwei Bäumen gespannt und mit einem Gewicht belastet war, blieb es sich völlig gleich, in welcher Länge die beiden Seilhälften befestigt waren, d. h. zwischen dem Angriffspunkt der Last und dem Baum war an jeder Stelle des Seilstückes die in demselben wirkende Kraft die gleiche. Denkt man sich statt des Seiles eine starre, feste, z. B. eiserne Stange, so gilt dasselbe auch hierfür. Es kommt also bei der Wirkung der Kraft nur auf Größe und Richtung, nicht aber auf den Angriffspunkt an, wenn nur das ganze System ein starres ist.

Für die vorliegende Untersuchung der Kräfte in der Ebene ist es daher nur erforderlich, dieselbe als vollkommen starr anzunehmen. Es bleibt sich dann gleich, ob die Kräfte, z. B. in

Fig. 7, P_1 bis P_5, alle am Punkt A direkt angreifen oder nicht, wenn nur ihre Richtungslinien alle durch den Punkt A hindurchgehen, sich also alle in einem Punkte schneiden. Die Angriffspunkte können dann beliebig weit außerhalb des Punktes A liegen, wenn sie nur starr mit ihm verbunden sind.

In Fig. 8 stellt EE diese starre Ebene dar, B, C, D, F, G sind die Angriffspunkte der Kräfte, welche dieselbe Größe und Richtung z. B. wie in Fig. 7 haben mögen.

Wie sofort klar ersichtlich, ist an der Wirkung der Kräfte in bezug auf den gemeinschaftlichen Angriffspunkt oder Kraft-Mittelpunkt A nichts geändert. Um Gleichgewicht zu erhalten, muß auch hier die Mittel- oder Gegenkraft R in der Richtung AH wie oben angebracht werden, und es ist völlig gleich, ob der Angriffspunkt von R in H oder in Punkt H_1 oder in irgendeinem andern Punkte auf der Linie AH oder endlich in Punkt A selbst liegt.

Es folgt hieraus der wichtige Lehrsatz, daß es für die Wirkung einer Kraft in einer starren Ebene gleichbleibt, in welchem Punkte ihrer an sich unveränderten Richtungslinie sie angreift.

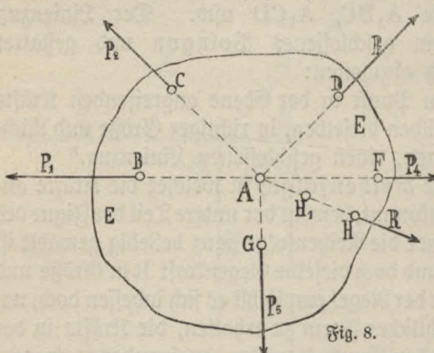


Fig. 8.

Der allgemeinste Fall der Wirkung der Kräfte in einer Ebene ist der in Fig. 9 dargestellte, bei welchem dieselben keinen gemeinschaftlichen Angriffspunkt mehr haben.

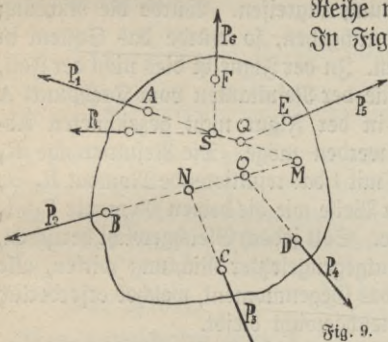
Geht man jedoch wieder davon aus, daß zu je zwei Kräften eine Resultierende in bekannter Weise zu finden ist, so bietet auch die Lösung dieser Aufgabe keine Schwierigkeiten mehr.

Es seien A, B...F die Angriffspunkte der Kräfte P_1, $P_2 \ldots P_6$ und M, N...S die Schnittpunkte je zweier benachbarter Kräfte-Richtungslinien.

Trägt man wieder, wie oben ausgeführt, die Kräfte P_1 und P_2 in gleicher Richtung aneinander und verbindet ihre Endpunkte, so ist r_1 die Resultierende oder Mittelkraft von P_1 und P_2, ebenso r_2 von P_3 und r_1, r_3 von P_4 und r_2, r_4 von P_5 und r_3. Zieht man schließlich noch P_6 und verbindet den Endpunkt mit dem Anfangspunkt von P_1, so schließt diese Linie R das Kräftepolygon und ist die Mittelkraft von P_6 und r_4, also auch von allen Kräften zusammen. Ihre Richtung und Größe ist aus dem Polygon gegeben und ist ihr Angriffspunkt der Schnittpunkt S von r_4 und P_6, da sie mit beiden Kräften im Kräftepolygon das letzte Dreieck bildet.

Bei den bisherigen Betrachtungen war angenommen worden, daß die starre Ebene durch die in ihr wirkenden Kräfte im Raume im Gleichgewicht, also frei schwebend gehalten werde.

Im folgenden soll nun angenommen werden, daß die Ebene zunächst in einem Punkte im Raume festgelagert, unterstützt sei und daß nun auf dieselbe mehrere Kräfte wirken. Die Untersuchung der Gleichgewichtsbedingungen für diesen Fall führt dann zu einer Reihe neuer Begriffe und Lehrsätze.



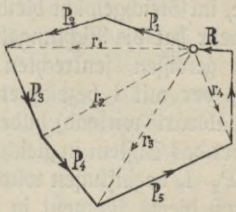


Fig. 9.

In Fig. 10 ist die starre Ebene EE dargestellt und sei sie im Punkte A unterstützt, während außerdem auf sie noch die Kräfte P_1 und P_2 wirken sollen.

In bekannter Weise läßt sich die Mittelkraft R dieser beiden Kräfte aus dem Kräftedreieck ermitteln.

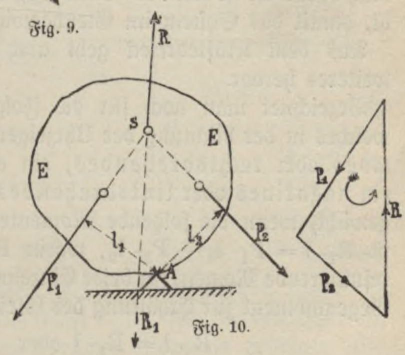


Fig. 10.

Wie jedoch aus der Figur ohne weiteres zu ersehen ist, würde die Ebene EE, da sie nur einseitig auf dem Stützpunkt A aufliegt, von demselben herunterrollen, wenn sie nicht gehalten würde. Diese rollende oder drehende Bewegung, welcher die Ebene ausgesetzt ist, hat ihren Grund in dem exzentrischen Angreifen der Kräfte in bezug auf den Punkt A. Fällt man nun von dem letzteren auf die Kräfte P_1 und P_2 bzw. ihre Richtungslinien, die Lote l_1 und l_2, so erhält man in den Produkten $P_1 \cdot l_1$ und $P_2 \cdot l_2$ die sogenannten Drehmomente oder Kraftmomente, auch statischen Momente der Kräfte P_1 und P_2 in bezug auf den Punkt A. Die Längen l_1 und l_2 heißen die Hebelarme dieser Kräfte.

Wie aus der Figur ohne weiteres ersichtlich ist, wirken beide Kraftmomente in bezug auf den Punkt A, den Drehpunkt des Systems, nach verschiedenen Richtungen.

Verlängert man die Kraftrichtungen bis zu ihrem Schnittpunkt S, so muß in ihm die Resultierende oder Mittelkraft in der aus dem Kräftedreieck gegebenen Richtung angreifen. Würde die Richtung durch den Stützpunkt A hindurchgehen, so würde das System in Ruhe, im Gleichgewicht bleiben. In der Figur ist dies nicht der Fall, vielmehr hat die Richtungslinie der Resultanten vom Drehpunkt A einen gewissen, senkrechten, in der Figur nicht gezeichneten Abstand, der mit l bezeichnet werden möge. Die Resultierende R_1 (nach abwärts wirkend) bildet mit l das resultierende Moment $R_1 \cdot l$, welches das System in gleicher Weise wie die beiden Momente $P_1 \cdot l_1$ und $P_2 \cdot l_2$ beeinflussen würde. Soll jedoch Gleichgewicht herrschen, so muß dieses Moment in entgegengesetzter Richtung wirken, also nach oben. Es ist dann $R \cdot l$ das Gegenmoment, welches erforderlich ist, damit das System im Gleichgewicht bleibt.

Aus dem Kräftedreieck geht auch die Richtung von R ohne weiteres hervor.

Bezeichnet man noch für die Folge ein solches Drehmoment, welches in der Richtung der Uhrzeigerdrehung wirkt, als ein positives oder rechtsdrehendes, ein entgegengesetzt wirkendes als ein negatives oder linksdrehendes Moment, so herrscht Gleichgewicht, wenn die folgende Momentengleichung besteht. Zunächst ist $R_1 \cdot l = P_1 \cdot l_1 - P_2 \cdot l_2$, worin $R_1 \cdot l$ das Ersatzmoment oder resultierende Moment für beide Einzelmomente ist. Nun soll aber das Gegenmoment zur Erhaltung des Gleichgewichtes wirken, also muß

$$R \cdot l = R_1 \cdot l \text{ oder}$$
$$R \cdot l = P_1 \cdot l_1 - P_2 \cdot l_2 \text{ sein.}$$

Die Gleichgewichtsgleichung schreibt sich auch unter Berücksichtigung der Drehrichtung der Momente, bezogen auf den Drehpunkt A:

$$+ R \cdot l + P_2 \cdot l_2 - P_1 \cdot l_1 = 0,$$

d. h. die an einem starren, ebenen System wirkenden statischen Momente halten sich das Gleichgewicht, wenn

1. die algebraische Summe der Einzelmomente gleich dem Moment der Resultierenden ist und
2. die algebraische Summe aller Momente gleich Null ist.

Aus der vorigen Gleichung folgt auch der Beweis, daß das System im Gleichgewicht ist, wenn die Mittelkraft durch den Stützpunkt geht, denn dann ist der Hebelarm der Resultierenden $l = 0$ und $P_1 \cdot l_1 - P_2 \cdot l_2 = 0$, oder $P_1 \cdot l_1 = P_2 \cdot l_2$, d. h. die statischen Momente halten sich das Gleichgewicht.

Zur Bestimmung des Hebelarmes l der Mittelkraft dient die einfache Gleichung

$$l = \frac{P_1 \cdot l_1 - P_2 \cdot l_2}{R}, \text{ oder allgemein}$$

$$l = \frac{P_1 \cdot l_1 \pm P_2 \cdot l_2 \pm P_3 \cdot l_3 \ldots}{R} = \frac{\text{Summe } (P \cdot l)}{R},$$

d. h. der Hebelarm ist gleich der algebraischen Summe aller statischen Momente geteilt durch die Resultierende aller Kräfte.

Die wichtigsten Anwendungen vom vorstehend abgeleiteten Lehrsatz von den statischen Momenten sind: der Hebel und die Wage.

Der Hebel.

Man unterscheidet zwei Arten desselben, den einarmigen und den doppelarmigen Hebel. Der erstere ist in Fig. 11, der letztere in Fig. 12 in verschiedenen Ausführungen dargestellt. Fig. 11a zeigt den einarmigen Hebel schematisch.

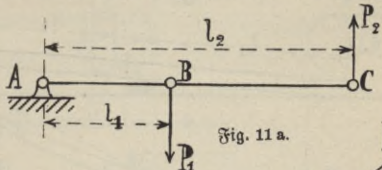


Fig. 11 a.

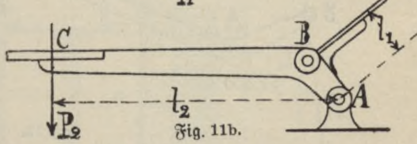


Fig. 11b.

Bei A ist derselbe festgelagert, bei B im Abstand l_1 greift die Kraft P_1, bei C im Abstand l_2 die Kraft P_2 an. Für das Gleichgewicht muß die Gleichheit der beiden statischen Momente bestehen, also

$$P_1 \cdot l_1 = P_2 \cdot l_2, \text{ oder } P_2 = P_1 \cdot \frac{l_1}{l_2}, \text{ oder } \frac{P_2}{P_1} = \frac{l_1}{l_2}$$

sein, d. h. die Kräfte verhalten sich umgekehrt wie die Hebelarme.

Fig. 11b zeigt einen einarmigen Hebel, wie er bei Fußbremsen vielfach Anwendung findet. Der winkelförmig gebogene

Hebel hat bei A seinen festen Drehpunkt. Bei B greift die Kraft P_1 an, welche als Zugkraft des Bremsbandes wirkt, dessen anderes Ende am Gestell der Maschine befestigt ist. Bei C ist eine Trittplatte angebracht, auf welche mit dem Fuß eine Kraft P_2 ausgeübt wird. Die Hebelarme beider Kräfte sind l_1 und l_2, und ist Gleichgewicht vorhanden, wenn wieder $P_1 \cdot l_1 = P_2 \cdot l_2$ ist.

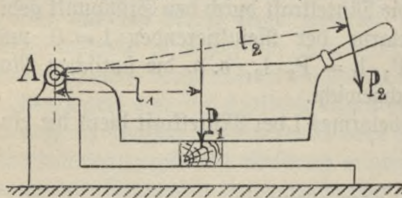


Fig. 11 c.

Fig. 11c stellt eine praktische Anwendung des Hebels dar, ein Messer zum Zerschneiden von Brot, Zucker o. dgl., wie es im Haushaltsbetrieb oft Anwendung findet. P_2 ist die mit der Hand am Handgriff ausgeübte Kraft, P_1 der beim Zerschneiden ausgeübte Druck. Hieraus geht sofort hervor, daß der letztere um so größer ist, je näher das zu zerschneidende Stück an den Drehpunkt gebracht wird, da $P_1 = P_2 \cdot \frac{l_2}{l_1}$ ist und der Wert $\frac{l_2}{l_1}$ um so größer wird, je kleiner l_1 ist.

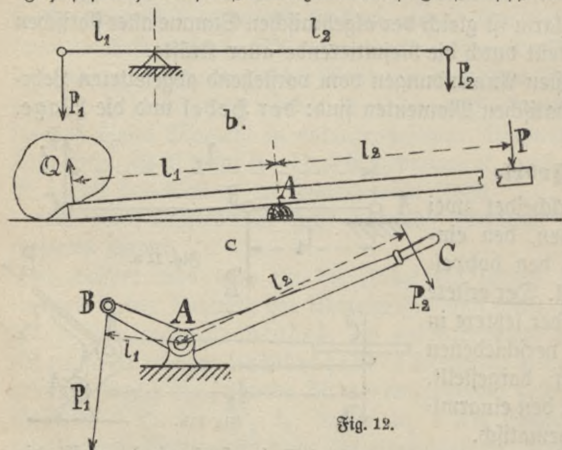


Fig. 12.

In Fig. 12a ist der doppelarmige Hebel schematisch dargestellt.

Auch für ihn gilt die statische Momentengleichung $P_1 \cdot l_1 = P_2 \cdot l_2$.

In Fig. 12b ist der oft benutzte Hebebaum dargestellt. Das eine Ende desselben greift unter die zu hebende Last Q, während der Baum bei A, möglichst nahe dem Angriffspunkt der Last, aufliegt und am anderen, möglichst langen Ende die Kraft P, z. B. das Gewicht eines auf den Hebebaum sich auflegenden Arbeiters

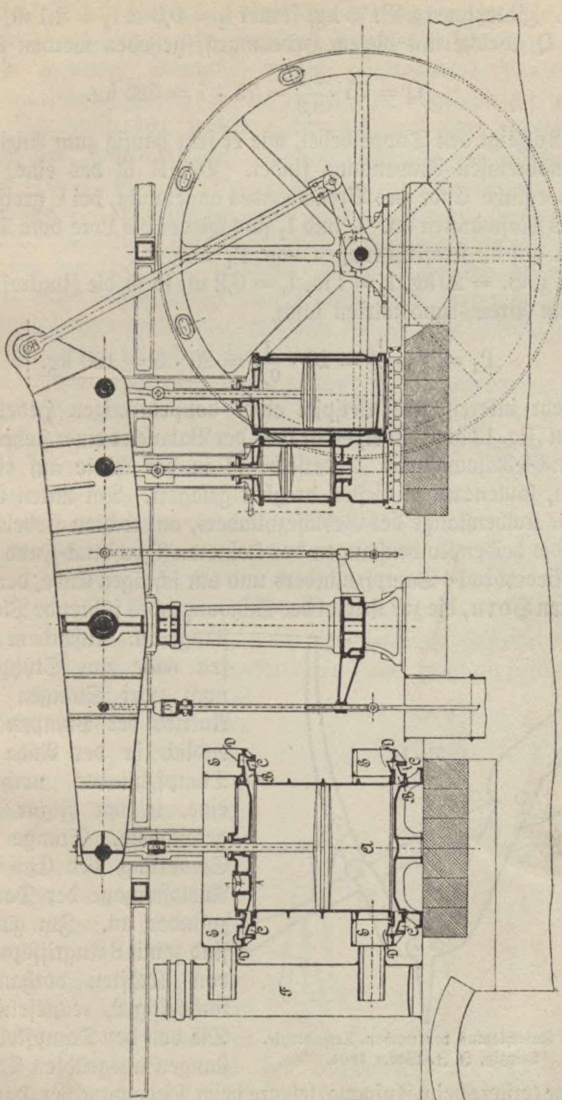


Fig. 13.

angreift. Ist letzteres z. B. 75 kg, ferner $l_1 = 0{,}3$ m $l_2 = 2{,}1$ m, so ist die Last Q, welche mit diesem Hebelangriff gehoben werden kann,

$$Q = 75 \cdot \frac{2{,}1}{0{,}3} = 75 \cdot 7 = 525 \text{ kg}.$$

Fig. 12c zeigt den Doppelhebel, wie er sehr häufig zum Anziehen von Handbremsen Anwendung findet. Bei B ist das eine, lose oder bewegliche Ende des Bremsbandes angebracht, bei C greift die Hand des Maschinisten an. l_1 und l_2 sind wieder die Lote vom Drehpunkte A auf die Kraftrichtungen von P_1 und P_2.

Ist P_2 z. B. $= 20$ kg, $l_2 = 1$ m, $l_1 = 0{,}2$ m, so ist die Zugkraft P_1, welche im Bremsband wirken kann,

$$P_1 = P_2 \cdot \frac{l_2}{l_1} = 20 \cdot \frac{1}{0{,}2} = 20 \cdot 5 = 100 \text{ kg}.$$

Ein sehr interessantes Beispiel eines doppelarmigen Hebels ist endlich in Fig. 13 abgebildet, es ist dies der Balancier einer stehenden Hochofen-Gebläsemaschine. Derselbe ist in der Mitte auf einem kräftigen, säulenartigen Gestell drehbar gelagert. Am linken Ende greift die Kolbenstange des Gebläsezylinders, am rechten Hebelarme greifen die beiden Kolbenstangen des kleineren (Hochdruck-) und größeren (Niederdruck-) Dampfzylinders und am schrägen Ende, dem sogenannten Horn, die zur Kurbel des Schwungrades führende Pleuelstange an. Außerdem greifen nahe am Stützpunkt noch zwei Stangen zum Antrieb der Pumpen und endlich in der Nähe der Dampfzylinder noch je eine, in der Figur nicht gezeichnete, Stange zur Steuerung der Ein- und Auslaßorgane der Dampfzylinder an. Im ganzen sind somit 8 Angriffspunkte von Kräften vorhanden, linksseitig 2, rechtsseitig 6. Die von den Dampfkolbenstangen ausgeübten Drücke und Züge (erstere beim Aufgang, letztere beim Niedergang der Dampfkolben) müssen alle an dem Balancier angreifenden Kräfte überwinden.

Fig. 14.

Aus: Katechismus der mechan. Technologie. Leipzig, J. J. Weber 1904.

Hieraus sind leicht die auf den Stützpunkt bezogenen statischen Momente der Kräfte in den einzelnen Angriffspunkten zu berechnen.

Ein anderes, ebenfalls häufig angewandtes Beispiel des doppelarmigen Hebels ist die in Fig. 14 abgebildete Stockschere. Der Drehpunkt der beiden Scherenblätter oder Backen ist zugleich der Punkt A des Doppelhebels der Figur 12c. Der lange Hebel der unteren Backe hat — für kleinere Schnittleistungen — am hinteren Ende einen Handgriff. Soll jedoch — zum Durchschneiden dickerer Bleche — die Kraft verstärkt werden, so wird am Ende des lotrechten Hebels angefaßt. Derselbe ist durch eine bogenförmige Lasche mit dem hinteren Ende des unteren Hebels verbunden, wodurch das Hebelverhältnis noch um die Länge des lotrechten Hebels vergrößert wird.

Es dürfte nach dem Vorhergehenden bei gegebenen Längenverhältnissen nicht schwer fallen, die Kraft zu berechnen, welche im ersteren und letzteren Falle auf die Scherenblätter ausgeübt wird.

Wie man sieht, hat der Hebel zahllose Anwendungen im Gebiete des gewerblichen Lebens, der hauswirtschaftlichen Geräte und im ganzen Maschinenbau gefunden. Er ist eines der wichtigsten und unentbehrlichsten Hilfsmittel zur Kraft- und Bewegungsübertragung.

Die Wage.

Die einfachste derselben ist die gleicharmige, einfache Balkenwage, Fig. 15. Ein doppelarmiger Hebel trägt an beiden Enden die Wagschalen. Er ist mittels zweier Schneiden auf zwei, in der Aufhängevorrichtung der Wage angebrachten Pfannen leicht beweglich gelagert. Das Gleichgewicht der Momente ist vorhanden, wenn $P \cdot l = Q \cdot l$, oder da beide Hebel gleich sind, wenn $P = Q$ ist.

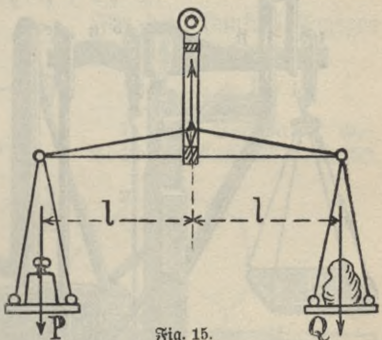


Fig. 15.

Nach diesem Prinzip sind auch die empfindlichsten aller Wagen, die chemischen Wagen gebaut, nur liegt bei denselben der Zeiger und die Nullpunktsskala nicht oberhalb, sondern unterhalb des Wagebalkens. Dieselben sind fast immer mit Vorrichtungen zum Abheben des Wagebalkens von den Schneiden während des Nichtgebrauchs versehen und vollständig in einem Glasgehäuse eingeschlossen.

Eine ungleicharmige Wage ist die sogenannte römische Wage oder Laufgewichtswage, Fig. 16. Der Doppelhebel trägt am kürzeren Ende die Wagschale mit der Last Q, am längeren Hebel ein verschiebbares und in die Kerben des Hebelarmes einzuhängendes Laufgewicht L. Im Gleichheitszustand spielt der Zeiger Z der Wage an einer Marke der Aufhängung lotrecht ein und besteht dann die Momentengleichung:

$$Q \cdot l_1 = P \cdot l_2.$$

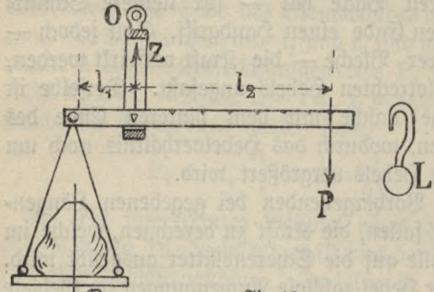


Fig. 16.

Der längere Hebel ist jedoch schon so tariert, daß beim Einhängen des Laufgewichts L in jede Kerbe das an derselben angegebene Gewicht auf der Wagschale gewogen wird, also eine Berechnung nicht mehr erforderlich ist, das Eigengewicht der Wagschale und der Hebelarme somit schon ausgeglichen ist. Gewöhnlich ist die Gleichgewichtslage der unbelasteten Wage diejenige, bei welcher das Laufgewicht in die innerste Kerbe eingehängt ist. An einer Öse O, in welche ein Haken eingreift, ist die Wage aufgehangen oder wird beim Abwiegen freischwebend gehalten.

Um mit kleinen Gewichten größere Lasten abwägen zu können, hat man

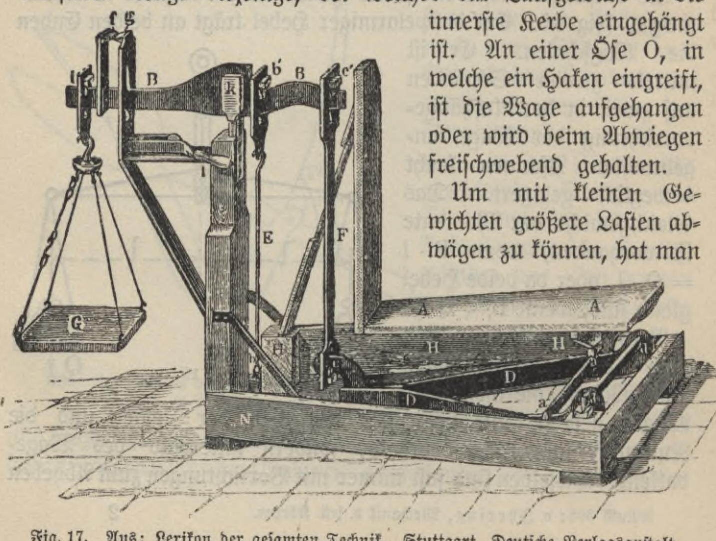


Fig. 17. Aus: Lexikon der gesamten Technik. Stuttgart, Deutsche Verlagsanstalt.

zusammengesetzte Wagen konstruiert, welche unter dem Namen Dezimal- und Zentesimal- oder Brückenwagen bekannt sind.

Die Dezimalwage ist in Fig. 17 in ihrer äußeren Ansicht und in Fig. 18 schematisch dargestellt.[1])

Das Wesentliche dieser Wage ist das, daß erstlich die Schale, welche die abzuwiegende Last trägt, sich innerhalb kleiner Grenzen parallel auf und nieder bewegt, daß ferner die Lastschale in zwei oder mehreren Achsen gestützt wird, welche nicht in ein und derselben Graden liegen und daß endlich das Gewichtsverhältnis zwischen dem Wägegewicht und der Last 1 : 10 beträgt. Auch ist es bei dieser Wage gleichgültig, auf welchem Punkte der Wageschale die Last liegt.

Am oberen, wagerechten Hebel, dem Wagebalken BB, Fig. 17, greifen drei Kräfte an, auf der linken Seite die Gewichtsschale G, auf der rechten die beiden Zugstangen E und F, deren jede auf einen unter der Brücke liegenden einarmigen Hebel wirkt.

In Fig. 18 ist der Mechanismus schematisch dargestellt und gestattet derselbe die Berechnung der statischen Momente.

Bei A ist die Gewichtsschale aufgehängt, auf welcher das Gewicht G liegt. Bei B ist der Hebel (Wagebalken) AD gestützt. Direkt dahinter greift bei C die eine Zugstange mit der Kraft P_1, bei D die andere Zugstange mit der Kraft P_2 an. Die auf der Brücke liegende und zu wiegende Last vom Gewicht Q zerfällt in zwei Kräfte P_1 und P_3.

Für den Punkt B gilt zunächst die statische Momentengleichung:

$$G \cdot l = P_1 \cdot l_1 + P_2 \cdot l_2.$$

Für den Punkt J dagegen gilt die Gleichung

$$P_2 \cdot l_4 = P_3 \cdot l_3.$$

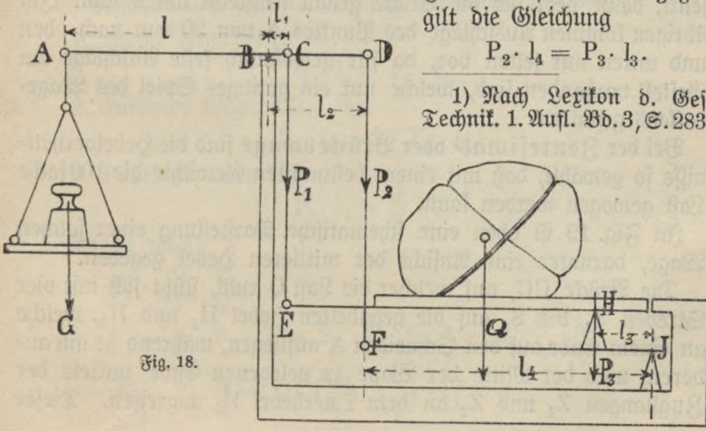


Fig. 18.

1) Nach Lexikon d. ges. Technik. 1. Aufl. Bd. 3, S. 283.

Ferner ist, ganz unabhängig von der Lage der Last auf der Brücke,

$$P_1 + P_3 = Q.$$

Aus der zweiten Gleichung folgt zunächst

$$P_2 = P_3 \cdot \frac{l_3}{l_4}.$$

Nun sind die Hebelverhältnisse folgende:

Es ist $l_1 = \frac{1}{10} l$, $l_2 = \frac{1}{2} l$, $l_3 = \frac{1}{5} l_4$; mithin ist $P_2 = \frac{P_3}{5}$, mithin

$$G \cdot l = P_1 l_1 + P_3 \cdot l_2 \cdot \frac{1}{5} = P_1 \cdot \frac{1}{10} + P_3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = (P_1 + P_3) \cdot \frac{1}{10}$$

oder $$G = \frac{1}{10}(P_1 + P_3) = \frac{1}{10} Q.$$

Daß auch die Brücke bei ihrer Hebung und Senkung stets in horizontaler Stellung bleibt, geht aus dem Hebelverhältnisse ebenfalls hervor.

Hebt sich z. B. der Punkt A um 20 mm, so geht der Punkt C um 2 mm nach unten, der Punkt D aber, da $l_2 = \frac{1}{2}$ ist, um 10 mm.

In gleichem Maße bewegt sich F um 10 mm nach unten und, da $\frac{l_3}{l_4} = \frac{1}{5}$ ist, der Punkt H um $\frac{10}{5} = 2$ mm. Es werden sich also beide Enden der Brücke, sowohl E als auch H, um 2 mm nach unten bewegen, so daß also die Brücke horizontal bleiben wird. Dasselbe gilt für den Fall, daß der Punkt A sich z. B. um 20 mm senkt, dann hebt sich die Brücke genau wagrecht um 2 mm. Im übrigen kommen Ausschläge des Punktes A von 20 mm nach oben und unten nur selten vor, da für gewöhnlich feste Anschläge am Gestell vorhanden sind, welche nur ein geringes Spiel des Wagebalkens gestatten.

Bei der Zentesimal- oder Brückenwage sind die Hebelverhältnisse so gewählt, daß mit einem bestimmten Gewichte die 100fache Last gewogen werden kann.

In Fig. 19 ist oben eine schematische Darstellung einer solchen Wage, darunter eine Ansicht der mittleren Hebel gegeben.

Die Brücke CC, auf welcher die Last Q ruht, stützt sich mit vier Streben S_1 bis S_4 auf die gegabelten Hebel H_1 und H_2, welche an einem Ende auf den Schneiden A aufliegen, während sie am anderen, nach der Mitte der Wage zu gelegenen Ende mittels der Zugstangen Z_1 und Z_2 an dem Querhebel H_3 angreifen. Dieser ist einerseits auf der Schneide B gelagert, während am anderen Ende die Zugstange Z_3 angreift, deren oberes Ende am Wagebalken W befestigt ist.

Die Last verteilt sich von der Brücke durch die vier Streben gleichmäßig auf die Hebel H_1 und H_2, so daß jeder Hebel mit $\frac{Q}{2}$ belastet ist.

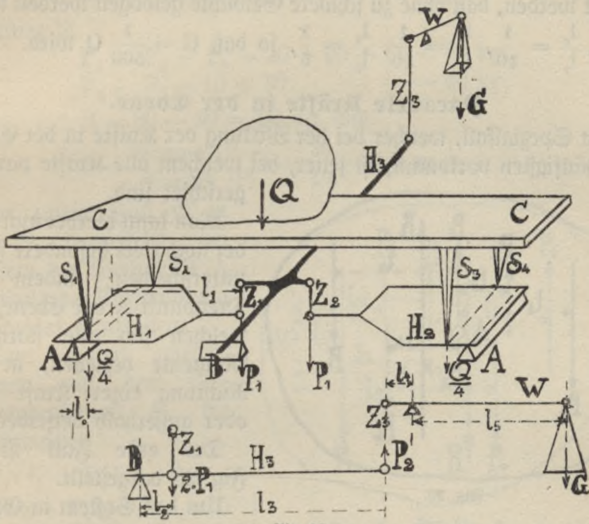


Fig. 19.

Es bestehen nun folgende statische Momentengleichungen:

1. oberer Wagebalken W:

$$G \cdot l_5 = P_2 \cdot l_4,$$

2. mittlerer Wagebalken H_3:

$$P_2 \cdot l_3 = 2 \cdot P_1 \cdot l_2,$$

3. Hebel H_1 oder H_2:

$$P_1 \cdot l_1 = \frac{Q}{2} \cdot l_0.$$

Hieraus folgt:

$$P_1 = \frac{Q}{2} \cdot \frac{l_0}{l_1}.$$

$$P_2 = 2 \cdot P_1 \cdot \frac{l_2}{l_3} = 2 \cdot \frac{Q}{2} \cdot \frac{l_0}{l_1} \cdot \frac{l_2}{l_3} = Q \cdot \frac{l_0}{l_1} \cdot \frac{l_2}{l_3}.$$

$$G = P_2 \cdot \frac{l_4}{l_5} = Q \cdot \left(\frac{l_0}{l_1}\right) \cdot \left(\frac{l_2}{l_3}\right) \cdot \left(\frac{l_4}{l_5}\right).$$

Wird nun z. B. $\frac{l_0}{l_1} = \frac{1}{5}$, $\frac{l_2}{l_3} = \frac{1}{5}$, $\frac{l_4}{l_5} = \frac{1}{4}$ gewählt, so ist

$$G = Q \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{Q}{100}.$$

Für sehr schwere Lasten, z. B. zum Wiegen von beladenen Eisenbahnwagen oder Lokomotiven können die Verhältnisse leicht so gewählt werden, daß ohne zu schwere Gewichte gewogen werden kann, z. B. $\frac{l_0}{l_1} = \frac{1}{10}$, $\frac{l_2}{l_3} = \frac{1}{10}$, $\frac{l_4}{l_5} = \frac{1}{5}$, so daß $G = \frac{1}{500}\,Q$ wird.

Parallele Kräfte in der Ebene.

Ein Spezialfall, welcher bei der Wirkung der Kräfte in der Ebene am häufigsten vorkommt, ist jener, bei welchem alle Kräfte parallel gerichtet sind.

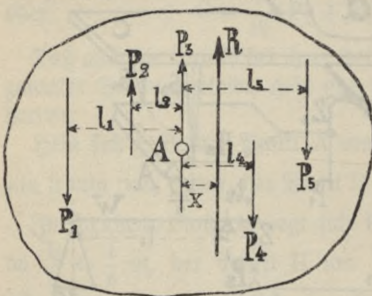


Fig. 20.

Man kann hierbei nun wieder noch zwei besondere Fälle unterscheiden, indem der Drehpunkt A der Ebene, auf welchen sich alle statischen Momente beziehen, in der Richtung einer Kraft liegt oder außerhalb derselben.

Der erste Fall ist in Fig. 20 dargestellt.

Um das System in Gleichgewicht zu erhalten, muß außer den Kräften P_1 bis P_5 noch eine Resultierende im Abstand x angreifen.

Man erhält dann folgende Momentengleichung:

$$-P_1 \cdot l_1 + P_2 l_2 + P_4 \cdot l_4 + P_5 l_5 - R \cdot x = 0 \text{ und}$$
$$P_1 + P_4 + P_5 - P_2 - P_3 - R = 0.$$

Hieraus folgt zunächst $R = P_1 + P_4 + P_5 - P_2 - P_3$ und

$$x = \frac{P_2 \cdot l_2 - P_1 l_1 + P_4 l_4 + P_5 l_5}{R} \text{ oder allgemein } x = \frac{\text{Summe } (P \cdot l)}{\text{Summe } (P)},$$

worin unter den Summen die algebraischen Summen unter Berücksichtigung der Vorzeichen zu verstehen sind.

Beispiel. Es seien

$P_1 = 20$ kg,	$l_1 = 1$ m,
$P_2 = 10$ kg,	$l_2 = 0{,}5$ m,
$P_3 = 30$ kg,	
$P_4 = 35$ kg,	$l_4 = 0{,}6$ m,
$P_5 = 25$ kg,	$l_5 = 1{,}2$ m.

Dann ist
$$\begin{aligned} P_2 \cdot l_2 &= 10 \cdot 0{,}5 = && 5 \text{ mkg}, \\ P_4 \cdot l_4 &= 35 \cdot 0{,}6 = && 21 \text{ mkg}, \\ P_5 \cdot l_5 &= 25 \cdot 1{,}2 = && \underline{30 \text{ mkg}}, \\ &&& 56 \text{ mkg}, \\ P_1 \cdot l_1 &= 20 \cdot 1 \quad = && \underline{-20 \text{ mkg}}, \end{aligned}$$
also die algeb. Summe = 36 mkg.

Ferner ist
$$P_1 + P_4 + P_5 = 20 + 35 + 25 = 80 \text{ kg},$$
$$P_2 + P_3 = 10 + 30 = 40 \text{ kg},$$
also $R = 80 - 40 =$ **40 kg** und
$$x = \frac{\text{Summe } (P \cdot l)}{\text{Summe } (P)} = \frac{36}{40} = \mathbf{0{,}9\ m}.$$

Der zweite Fall ist in Fig. 21 dargestellt, bei welchem der Drehpunkt A außerhalb der Kraftrichtung irgendeiner Kraft liegt.

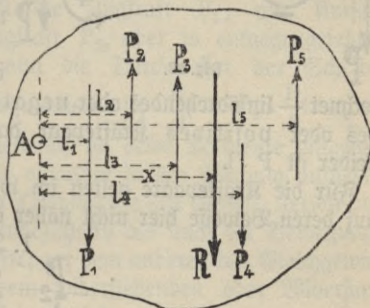


Fig. 21.

Dann gelten wieder, bezogen auf den Momentendrehpunkt A, die Gleichungen:
$$+ P_1 \cdot l_1 - P_2 l_2 - P_3 l_3 + R \cdot x + P_4 l_4 - P_5 l_5 = 0$$
und
$$P_1 - P_2 - P_3 + R + P_4 - P_5 = 0.$$

Hieraus folgt genau wie im ersten Falle:
$$R = P_2 + P_3 - P_1 - P_4 + P_5 \text{ und}$$
$$x = \frac{P_2 l_2 - P_1 l_1 + P_3 l_3 - P_4 l_4 + P_5 l_5}{R} = \frac{\Sigma(P \cdot l)}{\Sigma(P)}.$$ [1]

Genau wie im vorigen Fall läßt sich hieraus für ein gegebenes Beispiel die Mittelkraft R und der Hebelarm derselben berechnen.

Weit einfacher gestaltet sich die Ermittelung der beiden letztgenannten Größen auf zeichnerischem oder graphischem Wege, worauf jedoch erst weiter unten im dritten Kapitel näher eingegangen werden soll.

1) $\Sigma(Pl)$ bezeichnet die algebraische Summe aller statischen Momente und $\Sigma(P)$ die algebraische Summe aller Kräfte.

2. Kapitel.

Die Kräftepaare.

Wirken in einer Ebene zwei gleiche, aber entgegengesetzt gerichtete Kräfte in einem bestimmten Abstand voneinander, so suchen dieselben die Ebene in einem, aus der Richtung der Kräfte sich ergebenden Sinne zu drehen. Man bezeichnet dieses Kraftsystem als ein Kräftepaar, und das Produkt aus der Kraft P und dem Abstand der beiden Kräfte (Hebelarm) als das Moment, auch Drehmoment des Kräftepaares.

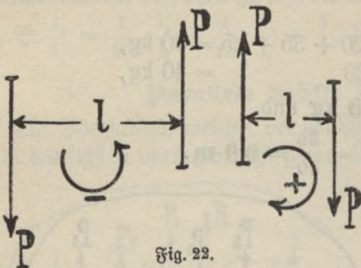


Fig. 22.

In Fig. 22 ist links ein — im Sinne des Uhrzeigers gerechnet — linksdrehendes oder negatives, rechts ein rechtsdrehendes oder positives Kräftepaar dargestellt. Das Drehmoment beider ist $P \cdot l$.

Für die Kräftepaare gelten im wesentlichen folgende Lehrsätze, auf deren Beweise hier nicht näher eingegangen werden kann.

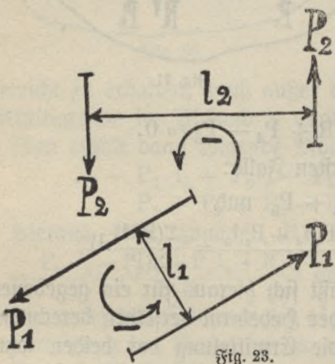


Fig. 23.

1. In einer starren Ebene kann ein Kräftepaar beliebig verschoben und in jede, zur ersteren Ebene parallele Ebene eines starren Körpers verlegt werden, ohne daß an der Wirkung des Kräftepaares etwas geändert wird.
2. Ein Kräftepaar kann durch ein zweites ersetzt werden, dessen Moment und Drehsinn dieselben sind; die Kräfte und Hebelarme können hierbei beliebig verschieden sein.

An Stelle des linksdrehenden Kräftepaares $P_1 P_1$ in Fig. 23 vom Moment $P_1 l_1$ kann in derselben Ebene, also an beliebiger Stelle das Kräftepaar $P_2 P_2$ vom Moment $P_2 l_2$ gesetzt werden, welches ebenfalls linksdrehend ist, wenn nur $P_1 \cdot l_1 = P_2 \cdot l_2$ ist.

Beispiel. Es sei $P_1 = 100$ kg, $l_1 = 2$ m, also das Moment $P_1 l_1 = 200$ mkg, so kann dasselbe durch das Kräftepaar $P_2 P_2$ von 50 kg mit einem Hebelarme $l_2 = 4$ m oder ein solches von 40 kg mit dem Hebelarm 5 m usw. ersetzt werden, wenn stets $P_2 \cdot l_2$ auch $= 200$ kg ist.

3. Zwei Kräftepaare von gleichem Moment, aber entgegengesetztem Drehsinn in derselben Ebene oder in parallelen Kräften eines starren Körpers heben einander auf oder halten sich das Gleichgewicht.

In Fig. 24 ist ein Beispiel dieser Art schematisch dargestellt.

Eine Welle ist an beiden Enden mittels zweier sogenannter Zapfen drehbar gelagert. Auf ihr sind zwei Seil- oder Riemenscheiben S_1 und S_2 vom Durchmesser D_1 und D_2 befestigt. Am Umfang der ersteren wirkt die Zugkraft P_1, am Umfang der zweiten Scheibe die Zugkraft P_2, aber in entgegengesetztem Drehsinne als P_1. Sind nun die Durchmesser der Scheiben so gewählt, daß das Drehmoment $P_1 \cdot \frac{D_1}{2} = P_2 \cdot \frac{D_2}{2}$ ist, so herrscht am System Gleichgewicht, da beide Momente entgegengesetzten Drehsinn haben und einander in der Wirkung aufheben. Dieser Fall tritt ein bei allen Triebwerken mit Seilen, Ketten oder Zahngetrieben sowohl im Ruhezustand als auch im Bewegungszustand, da stets das eine Kräftepaar dem anderen das Gleichgewicht hält, d. h. das treibende dem widerstehenden oder Widerstand leistenden mindestens gleich sein muß.[1])

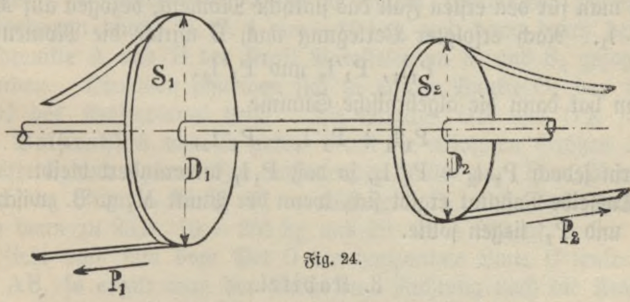


Fig. 24.

4. Kräftepaare in parallelen Ebenen lassen sich durch ein einziges, resultierendes Kräftepaar ersetzen, wenn das Moment des letzteren der algebraischen Summe der Momente sämtlicher

1) In der Praxis muß das erstere allerdings zur Überwindung der Reibungs- und Seilwiderstände etwas größer als das letztere sein.

Kräftepaare gleich und seine Ebene parallel zu den Ebenen der ersetzten Kräftepaare ist.

5. Eine Kraft in der Ebene läßt sich ersetzen durch eine ihr gleich große und gleich gerichtete und ein Kräftepaar in derselben Ebene, ohne daß an dem Gleichgewichtszustand etwas geändert wird.

Man kann diesen Satz auch so ausdrücken:

Eine Kraft läßt sich von ihrem Angriffspunkt parallel zu sich nach einem beliebigen Punkt derselben Ebene verschieben, indem man in dem neuen Angriffspunkt zwei mit ihr gleiche, zu ihr parallele, aber zueinander entgegengesetzt gerichtete Kräfte anbringt.

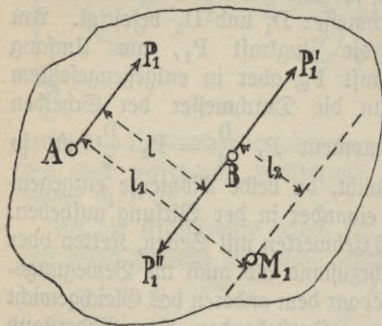


Fig. 25.

In Fig. 25 ist P_1 die ursprüngliche Kraft, welche im Punkte A angreift. In einem beliebigen anderen Punkt der Ebene, z. B. B, kann die Kraft P_1' nach derselben Richtung wie in A angreifen, ohne eine Änderung im System hervorzubringen, wenn P_1 auch in der entgegengesetzten Richtung wirkt. Denkt man sich z. B. die Ebene in M_1 festgehalten, so hat man für den ersten Fall das statische Moment, bezogen auf M_1: $P_1 \cdot l_1$. Nach erfolgter Verlegung nach B wirken die Momente:

$$P_1 l_1,\ P_1' l_2 \text{ und } P_1'' l_2.$$

Man hat dann die algebraische Summe

$$P_1 l_1 + P_1' l_2 - P_1'' l_2,$$

worin jedoch $P_1' l_2 = P_1'' l_2$, so daß $P_1 l_1$ unverändert bleibt.

Dasselbe Resultat ergibt sich, wenn der Punkt M_1 z. B. zwischen P_1 und P_1' liegen sollte.

3. Kapitel.

Das Gleichgewicht der biegsamen Körper.

Als Repräsentant der biegsamen Körper sei ein absolut biegsames, gewichtloses Seil von beliebiger Länge vorausgesetzt. Dasselbe sei an zwei Punkten A und B, Fig. 26, befestigt, aufgehangen, welche Punkte daher die Aufhängungspunkte heißen. An einem beliebigen Punkte M, z. B. an einem dort befindlichen Knoten, sei ein Haken befestigt, an welchem eine Belastung mit der Kraft P senkrecht nach unten wirke. Man nennt den Punkt M daher auch einen Knotenpunkt.

Auf den Punkt M lassen sich nun die im ersten Kapitel abgeleiteten Sätze ohne weiteres anwenden. In ihm wirken die drei Kräfte: P senkrecht nach unten und nach links und rechts je eine Spannkraft im Seil, S_1 und S_2, welche die Seilspannungen heißen. Diese letzteren beiden Kräfte wirken auch in den Punkten A und B.

Zerlegt man dieselben dort nach dem Parallelogramm der Kräfte in je eine horizontale und vertikale Kraft, so kann man S_1 durch H_1 und V_1 und S_2 durch H_2 und V_2 ersetzen. Da das ganze System in Gleichgewicht ist, so müssen die drei Kräfte P, S_1 und S_2 auch ein geschlossenes Kräftedreieck bilden. Dasselbe ist rechts gezeichnet,

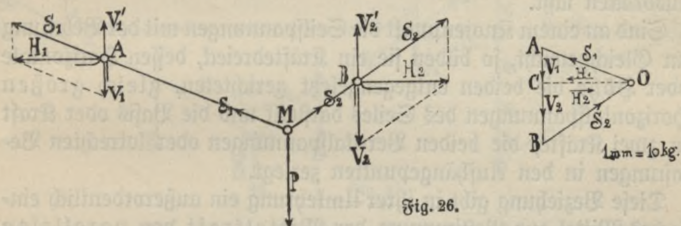


Fig. 26.

indem P_1 senkrecht nach unten in einem bestimmten Maßstab aufgetragen wurde (z. B. 1 mm = 10 kg), und dann durch beide Endpunkte A und B der Kraft Parallelen zu S_1 und S_2 gezogen wurden. Dieselben schneiden sich in einem Punkte O, der der Pol des Kräfteplanes heißt. Die Strecken OA und OB sind die Polstrahlen und sie geben direkt die absoluten Größen der Kräfte S_1 und S_2 an. Im vorliegenden Falle war P = 26 mm also, da 1 mm = 10 kg ist, = 260 kg. S_1 und S_2 ergeben sich dann zu $25{,}5 \cdot 10 = 255$ kg und $29 \cdot 10 = 290$ kg.

Zieht man nun vom Pol O die horizontale Linie C senkrecht zu AB, so erhält man der Größe und Richtung nach die Kräfte AC, CB und CO. Es ist, da die Dreiecke ACO geschlossen sind, zwischen AC, CO und S_1 Gleichgewicht, also sind die Kräfte AC und CO die Komponenten von S_1 oder die Kraft AC ist $= V_1$ und CO $= H_1$. Ebenso ist im Dreieck CBO CB $= V_2$ und CO $= H_2$. Man erhält somit durch Ziehen der Horizontalen OC sowohl die beiden

Vertikalkomponenten von P, welche in den Punkten A und B nach oben wirken, als auch die Horizontalkomponenten. Diese letzteren sind, wie sofort aus dem Kräftedreieck hervorgeht, einander gleich und entgegengesetzt gerichtet, heben einander also auf. Denn umfährt man das obere Dreieck A C O im Sinne von S_1, so müßte, damit Gleichgewicht herrscht, H_1 von links nach rechts wirken, die Komponente von S_1 wirkt also, wie durch Pfeil H_1 angedeutet ist, von rechts nach links, wie es auch im Seilplan gezeichnet ist. Dasselbe gilt für das untere Kräftedreieck C B O, wenn dasselbe in der Richtung von S_2 umfahren wird. Die Horizontalkomponente von S_2 wirkt also von links nach rechts im Sinne des eingezeichneten kleinen Pfeiles H_2. H_2 ist also gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet wie H_1, was auch aus Fig. 26 hervorgeht.

Man erhält somit die wichtige Beziehung zwischen dem Kraftsystem am Seil und dem Kräftedreieck, welche sich folgendermaßen ausdrücken läßt.

Sind an einem Knotenpunkt die Seilspannungen mit der Belastung im Gleichgewicht, so bilden sie ein Kräftedreieck, dessen Horizontale oder Höhe die beiden entgegengesetzt gerichteten, gleich großen Horizontalspannungen des Seiles darstellt und die Basis oder Kraft in zwei Kräfte, die beiden Vertikalspannungen oder lotrechten Belastungen in den Aufhängepunkten zerlegt.

Diese Beziehung gibt in ihrer Umkehrung ein außerordentlich einfaches Mittel zur Bestimmung der Mittelkraft von parallelen Kräften nach Größe und Richtung in der Ebene an. Nimmt man nämlich an, daß die beiden Kräfte V_1 und V_2 in den Punkten A und B lotrecht nach unten wirkten, und es soll die Richtung und Größe der Mittelkraft bestimmt werden, so ist die Konstruktion die folgende:

Man trägt die Kräfte V_1 und V_2 aneinander an, so ist ihre Summe zunächst gleich der Mittelkraft P. Nun wählt man außerhalb einen beliebigen Pol, z. B. den Punkt O, und zieht die Polstrahlen A O, B O und C O, zieht durch die Angriffspunkte A und B der Kräfte V_1 und V_2 in der linken Figur Parallelen zu S_1 und S_2, so ist der Schnittpunkt M dieser Strahlen der Angriffspunkt der Mittelkraft P.

Es wird sich weiter unten zeigen, welche Bedeutung dieser Beziehung für die ganze Statik, besonders die Lehre vom Schwerpunkt, die Lehre von den starren Systemen, den Fachwerken usw. zukommt.

Was nun für eine Kraft oder einen Punkt M gilt, läßt sich auch auf zwei und mehrere Kräfte oder Knotenpunkte anwenden, wie leicht nachzuweisen ist.

In Fig. 27 ist ein mehrfach belastetes Seil mit den beiden Aufhängepunkten A und E und den Knotenpunkten B, C und D, in welchen die Kräfte P_1, P_2 und P_3 senkrecht nach unten, also parallel wirken, dargestellt. Trägt man wieder die drei Kräfte in bestimmtem Maßstabe (z. B. wieder 1 mm = 10 kg) senkrecht untereinander auf, so ist die Resultierende aller Kräfte $R = P_1 + P_2 + P_3$, da alle Kräfte lotrecht nach unten wirken. Zieht man nun zu den Seilrichtungen AB, BC, CD und DE von den Endpunkten der Kräfte aus Parallelen, so schneiden sich diese Strahlen im Punkte O.

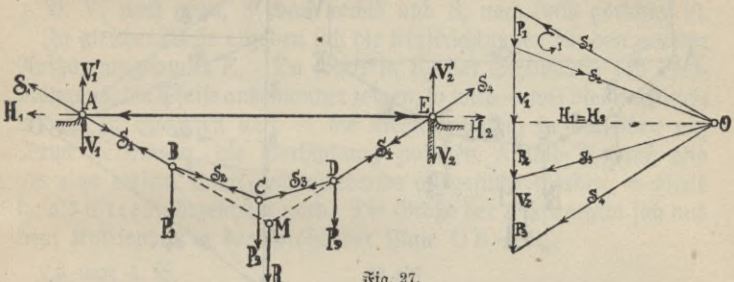


Fig. 27.

Die Strecken S_1, S_2, S_3 und S_4 im Kräftedreieck haben nun im gewählten Kräftemaßstabe die Größen der Seilspannungen in den einzelnen Strecken des Seiles, welche zusammen das sogenannte Seilpolygon ABCDE bilden.

Es war $P_1 = 10 \cdot 10 = 100$ kg,

$P_2 = 35 \cdot 10 = 350$ kg,

$P_3 = 20 \cdot 10 = 200$ kg.

Demnach ist $R = \Sigma(P) = 650$ kg.

Die einzelnen Seilspannungen ergeben sich aus dem Kräfteplan zu

$S_1 = 61 \cdot 10 = 610$ kg,

$S_2 = 57 \cdot 10 = 570$ kg,

$S_3 = 54{,}5 \cdot 10 = 545$ kg,

$S_4 = 63{,}5 \cdot 10 = 635$ kg,

und $H_1 = H_2 = 53 \cdot 10 = 530$ kg,

ferner $V_1 = \quad = 30 \cdot 10 = 300$ kg,

und $V_2 = \quad = 35 \cdot 10 = 350$ kg.

Verbindet man nun noch die beiden Aufhängepunkte A und E miteinander durch die Linie AE, welche z. B. als starre Linie (Stange, Balken) gedacht sein soll, so nennt man diese Linie die Schlußlinie des Seilpolygons. Die zu ihr parallele Linie im Kräftedreieck vom Pol O aus gibt die Horizontalspannungen H_1 und H_2, also jene Kräfte, welche in der Linie AE wirken. Am Aufhängepunkt A wirkt H_1 nach links, in E H_2 nach rechts. Zeichnet man diese Pfeilrichtungen in die Stange AE ein, so zeigt dieselbe zwei entgegengesetzte, auseinander gerichtete Pfeile. In den Seilen S_1 bis S_4 dagegen sind die Pfeilspitzen einander zugekehrt.

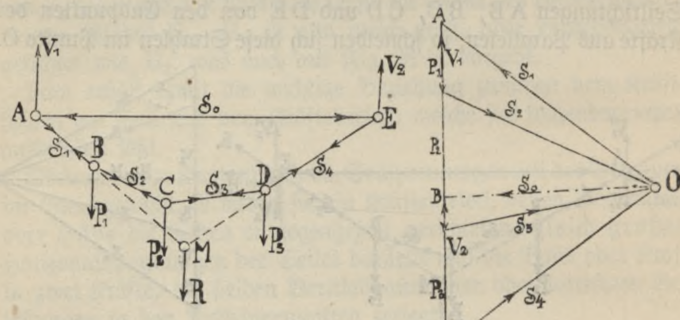


Fig. 28.

Da aber in den einzelnen Seilstrecken nur Zugkräfte wirken können, weil ja Seile nur diesen Kräften widerstehen, sie aber eine Druckbeanspruchung nicht erleiden können, so geht hieraus folgende wichtige Regel für den Zusammenhang der Seilpolygone und Kraftepläne hervor:

„Umfährt man jedes Kräftedreieck eines Knotenpunktes, z. B. $P_1S_1S_2$ im Sinne der Kraftwirkung (Pfeil 1) und zeichnet die Richtungen der Kräfte auch am zugehörigen Knotenpunkt ein und wiederholt dies für alle Knotenpunkte, so erhält man im Seilpolygon sofort die Art der Beanspruchung, indem zwei mit den Spitzen einander zugekehrte Pfeile eine Zugbeanspruchung, zwei mit den Spitzen einander abgekehrte Pfeile eine Druckbeanspruchung kennzeichnen."

Die Beanspruchungen in den Seilabschnitten oder Seilstrecken AB, BC usw. sind also solche auf Zug, wie es ja auch nur möglich ist und auch vorausgesetzt war, in der Stange oder Strebe AE aber auf Druck.

Liegen die Aufhängungspunkte, wie es z. B. in Fig. 28 dargestellt ist, nicht in einer Horizontallinie, so ändert sich trotzdem nichts. Man zieht wieder parallel den Polstrahlen S_1 bis S_4 die Seilstrecken AB, BC, CD und DE und die Schlußlinie AE des Seilpolygons und parallel zu letzterer im Kräfteplan die Linie OB.

Umfährt man die einzelnen Dreiecke des Kräfteplans wieder im Sinne der Kräfte P_1, P_2 usw. und trägt die Richtungen im Seilpolygon an den Knotenpunkten ein, so ergeben sich die in der Figur eingezeichneten Pfeilrichtungen.

Da die Auflagerdrücke V_1 und V_2 entgegengesetzt zu P_1 bis P_3 gerichtet sein müssen, so muß z. B. das Dreieck OAB in der Richtung der Kraft V_1 umfahren werden, so daß für den Aufhängepunkt A z. B. V_1 nach oben, S_1 nach rechts und S_0 nach links gerichtet ist.

In gleicher Weise ergeben sich die Kraftrichtungen für den zweiten Aufhängungspunkt E. Da somit in S_0, der Schlußlinie des Seilpolygons, die Pfeile auseinander zeigen, so wird — wie dies auch nicht anders zu erwarten war — die Beanspruchung in derselben auf Druck stattfinden, die Verbindung zwischen A und E muß also als eine diesem Druck widerstrebende ausgeführt werden, weshalb sie als Strebe bezeichnet wird. Die Größe der Kraft ergibt sich aus dem Kräfteplan in der Größe der Linie $OB = S_0$.

Es war z. B.

$$P_1 = 15 \text{ mm} = 15 \cdot 10 \text{ kg} = 150 \text{ kg},$$
$$P_2 = 30 \text{ mm} = 30 \cdot 10 \text{ kg} = 300 \text{ kg},$$
$$P_3 = 25 \text{ mm} = 25 \cdot 10 \text{ kg} = 250 \text{ kg}.$$

Mithin $$R = \Sigma(P) = 700 \text{ kg}.$$

Aus dem Kräftedreieck ergibt sich ferner

$$S_1 = 58{,}5 \text{ mm} = 58{,}5 \cdot 10 \text{ kg} = 585 \text{ kg},$$
$$S_2 = 50 \text{ mm} = 50 \cdot 10 \text{ kg} = 500 \text{ kg},$$
$$S_0 = 45 \text{ mm} = 45 \cdot 10 \text{ kg} = 450 \text{ kg},$$
$$S_3 = 46 \text{ mm} = 46 \cdot 10 \text{ kg} = 460 \text{ kg},$$
$$S_4 = 57 \text{ mm} = 57 \cdot 10 \text{ kg} = 570 \text{ kg},$$
$$V_1 = 37 \text{ mm} = 37 \cdot 10 \text{ kg} = 370 \text{ kg},$$
$$V_2 = 33 \text{ mm} = 33 \cdot 10 \text{ kg} = 330 \text{ kg}.$$

Der Angriffspunkt der Mittelkraft R endlich findet sich durch Verlängerung der beiden äußersten Seilstrecken S_1 und S_4 bis zum Durchschnitt in M.

Nach dem Vorstehenden ist es leicht, die folgenden Aufgaben zu lösen.

1. Es sollen die Kräfte $P_1 = 200$ kg, $P_2 = 300$ kg, $P_3 = 180$ kg, $P_4 = 240$ kg so verteilt werden, daß die beiden Auflagerdrücke einander gleich sind, daß die Mittelkraft durch die Mitte zwischen den beiden Aufhängepunkten geht und daß endlich beide Aufhängepunkte in einer Horizontallinie liegen sollen.

Man ziehe zunächst A F, Fig. 29, horizontal, halbiere die Linie und errichte $M M_0$ senkrecht auf M, dann liegt auf ihr der Angriffspunkt M_0 der Mittelkraft. Man lege ferner die Kräfte P_1 bis P_4 lotrecht untereinander, A B D E F, halbiere diese Linie und ziehe in C ein Lot und wähle auf ihr den Pol O beliebig. Zieht man hierauf die Strahlen $O A = S_1$ und $O F = S_5$ und hierauf im Polygon von

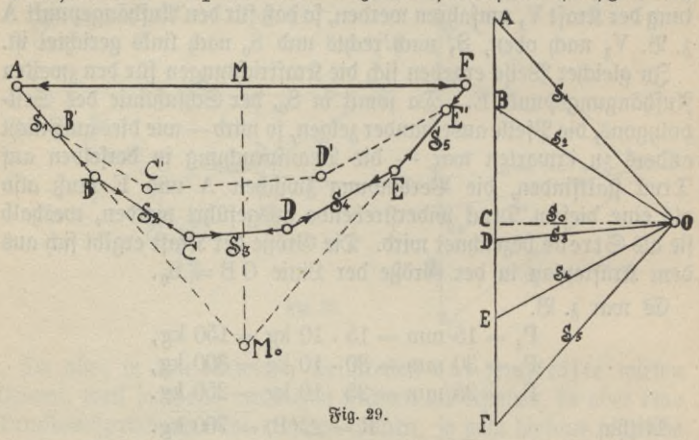


Fig. 29.

A und F Parallelen, so schneiden sich dieselben auf der Linie $M M_0$ in M_0, welcher Punkt der Angriffspunkt der Mittelkraft ist. Da $A C = C F$ gemacht ist, und C O horizontal liegt, so ist auch C O die Schlußlinie des Polygons. Nun zieht man noch die Polstrahlen O B, O D, O E, und zu ihnen von einem beliebig gewählten Punkte B aus die Parallelen B C, C D und D E zu den Polstrahlen, so ist das Seilpolygon geschlossen. Da die Abstände der Kräfte P_1 bis P_4 voneinander nicht gegeben sind, so lassen sich beliebig viele Polygone unterhalb A F zeichnen, welche alle dieselbe Lösung geben, z. B. A B′ C′ D′ E′ F.

2. Es sollen vier gleiche Kräfte von je 200 kg in gleichem Abstand voneinander wirken, und soll die Schlußlinie horizontal sein und ihre Größe 300 kg betragen.

Man hat zunächst die Entfernung AF, Fig. 30, in fünf gleiche Teile a zu teilen und in jedem Teilpunkt eine Lotrechte nach unten zu ziehen. Im Kräftedreieck sind die vier Kräfte P_1 bis P_4 lotrecht untereinander zu tragen, in der Mitte das Lot $S_0 = 30$ mm zu errichten, so erhält man am Endpunkt desselben den Pol O. Nun zieht man nach den Endpunkten der Kräfte P_1 bis P_4 die Polstrahlen S_1 bis S_5 und zu diesen parallel von A bis zur ersten Vertikale, Punkt B, von hier bis zur zweiten Vertikale, Punkt C, usw. Durch Verlängerung von S_1 und S_5 bis zum Schnitt in M erhält man dort den Angriffspunkt der Mittelkraft. V_1 und V_2 sind einander gleich und je gleich $2 \cdot 200 = 400$ kg.

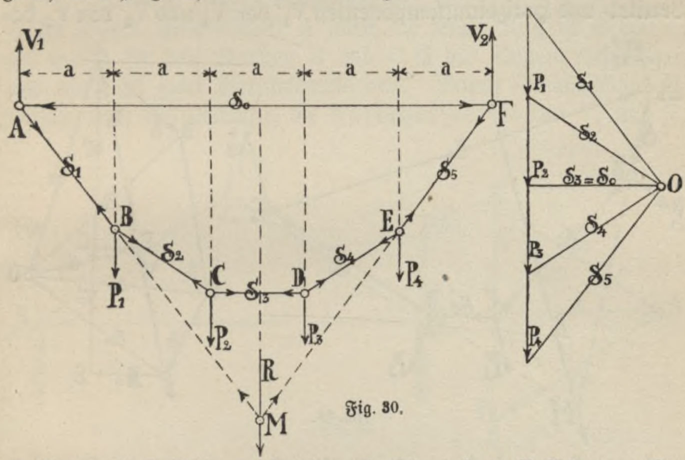


Fig. 30.

3. An zwei beliebig verschieden hochliegenden Aufhängepunkten A und E ist ein Seil aufgehängt und durch die beliebig in der Ebene, jedoch nicht parallel wirkenden Kräfte P_1, P_2 und P_3 gespannt. Es soll Lage und Größe der Mittelkraft, sowie Größe und Richtung der beiden in den Aufhängepunkten anzubringenden Gegenkräfte bestimmt werden.

In Fig. 31 sind A und E die Aufhängepunkte, B, C und D die drei Knotenpunkte, in welchen die Kräfte $P_1 = 250$ kg, $P_2 = 340$ kg, $P_3 = 200$ kg angreifen.

Man trägt zunächst im Kräftepolygon die Kräfte $AB = P_1$, $BC = P_2$ und $CD = P_3$ aneinander an, z. B. wieder im Maßstab 1 mm = 10 kg. Dann zieht man die Strahlen S_1, S_2, S_3 und S_4 parallel zu den Seiten AB, BC, CD und DE. Ist das System im Gleichgewicht, so müssen sich alle Strahlen im Pole O schneiden. Nun verbindet man A mit D, so ist AD die Resultante oder Mittelkraft von P_1 bis P_3. Verlängert man noch S_1 und S_4 im Seilpolygon bis zum Schnittpunkt M, und zieht hierdurch eine Parallele zur Mittelkraft AD im Kräftepolygon, so wirkt in dieser Linie die Mittelkraft R. Zieht man endlich noch im Seilpolygon die Schlußlinie AE und hierzu parallel den Strahl OF = S_0 im Kräftedreieck, so ist S_0 die Druckkraft in der Strebe AE, und FA = V_1 die Gegenkraft im Aufhängepunkt A, FD = V_2 die Gegenkraft im Aufhängepunkt E des Seilpolygons. Beide Kräfte sind parallel zur Mittelkraft R. Sollen jedoch die Auflagerkräfte vertikal wirken, so hat man die Vertikal- und Horizontalkomponenten V_1' von V_1 und V_2' von V_2 da-

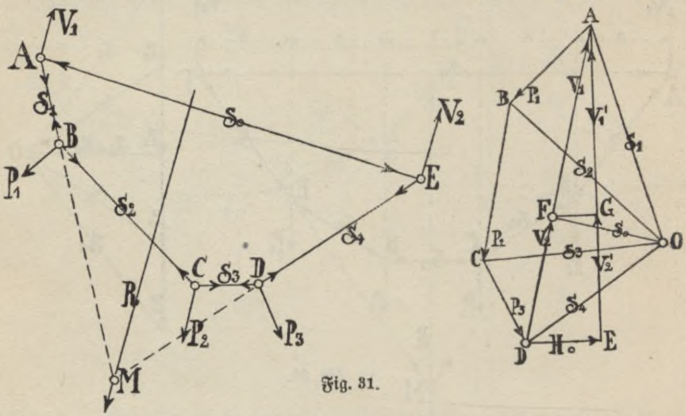


Fig. 31.

durch zu erhalten, daß man im Kräftepolygon von A eine Lotrechte nach unten zieht und von D die Linie DE = H_0 horizontal auf diese Lotrechte zieht, ebenso von F die Horizontale FG. Es ist dann V_1' die lotrechte Auflagerkraft in A und V_2' diejenige in B. Wie aber aus dem Kräfteplane sofort hervorgeht, muß in letzterem Falle noch eine Horizontalkraft H_0 in den Aufhängepunkten A oder E in der Richtung des Pfeiles in DE im Kräfteplan wirken, damit das ganze System im Gleichgewicht bleibt. Dies ist auch aus dem Seilpolygon ohne weiteres ersichtlich, da ohne diese horizontale Hilfskraft das ganze System durch die schräge Richtung der Mittelkraft R nach links verschoben würde.

In ähnlicher Weise lassen sich zahlreiche andere Aufgaben auf dem einfachen Wege der Beziehungen zwischen Seilpolygon und Kräftedreieck oder Kräftepolygon lösen.

4. Kapitel.

Die Kräftewirkungen am starren, gestützten Körper.

Die im vorigen Kapitel für die biegsamen Körper (Seile) gefundenen Beziehungen und Lehrsätze lassen sich nun auf die starren, gestützten Körper anwenden, und ermöglichen in sehr leichter und übersichtlicher Weise die Kräftewirkungen in denselben zu veranschaulichen und zu berechnen.

Die Umkehrung des Seiles mit zwei Aufhängepunkten und einem Knotenpunkt ist der einfache Dreiecksbinder oder das einfache Hängewerk, wie es in Fig. 32 dargestellt ist.

Im oberen Knotenpunkt A wirkt die Kraft P, z. B. = 500 kg (50 mm). In den Punkten B und C ist das System aufgelagert und übt dort zwei Vertikaldrücke aus. Damit Gleichgewicht ist, müssen zwei Vertikalkräfte, die Auflagerreaktionen V_1 und V_2

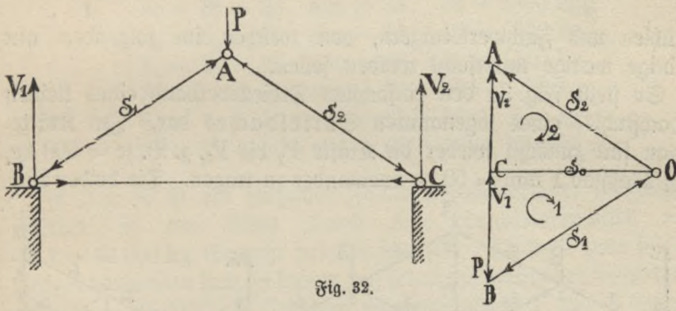
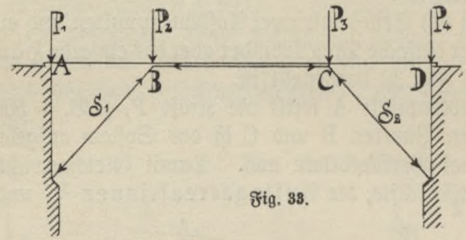


Fig. 32.

lotrecht nach oben wirken. Dieselben sowie die Kräfte in den drei Seiten des Dreiecks ABC sind nun nach den im vorigen Kapitel entwickelten Regeln sofort leicht durch Zeichnen des Kräftedreiecks zu bestimmen, wie in Fig. 32 dargestellt ist. Umfährt man in dem letzteren das Dreieck BOC in der Richtung von V_1 nach oben (Pfeil 1), so erhält S_1 im Knotenpunkt B einen Pfeil nach links unten, im Knotenpunkt A dagegen, da der Pfeil dort umkehrt eingezeichnet werden muß, wie im Knotenpunkt B, einen solchen nach rechts oben. Beide Pfeile zeigen auseinander. Es tritt also in AB eine Druckkraft auf, wie dies auch nicht anders zu erwarten war. Dasselbe ergibt sich in gleicher Weise für S_2. Die Schlußlinie BC erhält eine Zugbeanspruchung, wie durch Umfahren des unteren oder oberen Kräftedreiecks ACO oder BCO leicht festzustellen ist.

Bei dem in Fig. 33 dargestellten S p r e n g w e r k sind die Punkte A, B, C und D je mit der Kraft P_1 bis P_4 belastet. Aus dem Kräftedreieck ergeben sich die Größen und Arten der Beanspruchungen in den schrägen Streben und der mittleren horizontalen Strebe B C in bekannter Weise.

Sehr interessante Beispiele dieser Kraftwirkungen bieten die zahlreichen verschiedenen Arten von Dachstühlen und Fachwerksträgern, von welchen im folgenden nur einige wenige untersucht werden sollen.



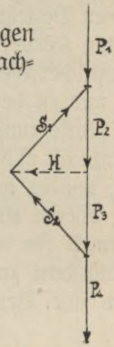
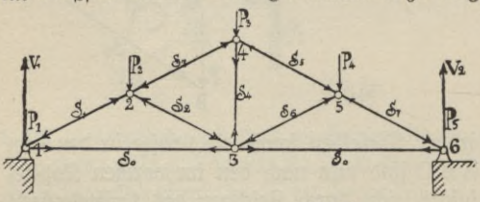


Fig. 33.

So stellt Fig. 34 den einfachsten Dreiecksverband eines kleinen Dachstuhls, eines sogenannten S a t t e l d a c h e s dar. Im Kräfteplan sind zunächst wieder die Kräfte P_1 bis P_5, z. B. je = 600 kg, im Maßstab 1 mm = 50 kg aneinander zu tragen. Die beiden Auflagerdrücke in den Punkten 1 und 6 sind je gleich der halben Summe von P_1 bis P_5; also ist die Kraftlinie zu halbieren. Es wirken dann V_1 und V_2 nach oben, da sie Gewichtsbelastungen P_1 bis P_5 entgegengesetzt gerichtet sind.



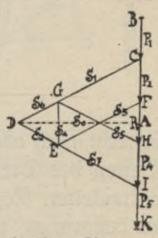


Fig. 34.

Für den Knotenpunkt 1 gilt folgendes. Vom Punkt A im Kräfteplan ist V_1 nach oben gerichtet, P_1 nach unten. Der Linienzug im Kräfteplan ist somit für den Punkt 1 folgender:

A B C D A, indem von C aus eine Parallele zu S_1 im Bauplan, und von A aus eine Parallele zu S_0 im Bauplan gezogen wird. In gleicher Weise ist für den Knotenpunkt 2 zu verfahren. P_2 und S_1 sind bekannt, es fehlen S_2 und S_3. Man zieht also von D aus eine Parallele zu S_2 und vom Endpunkt von P_2 aus eine solche zu S_3, so erhält man das Viereck CDEF. Für Knotenpunkt 4 sind bekannt P_3 und S_3, zu suchen S_4 und S_5. Man erhält sie, indem man von E aus eine Parallele EG zu S_4 und von G aus eine Parallele GH zu S_5 zieht. Das Kräfteviereck für Knotenpunkt 4 ist dann EFHG.

Verfährt man so weiter für die übrigen Knotenpunkte, so erhält man schließlich den Kräfteplan BCDJK. Die Entscheidung über Zug- und Druckbeanspruchung ergibt sich einfach durch Umfahren der einzelnen Vierecke und Einzeichnen der Pfeile, wie es in der Figur geschehen ist. Demnach werden die Streben S_1, S_2, S_3, S_5, S_6 und S_7 auf Druck, die Stangen S_0, S_0 und S_4 auf Zug beansprucht. Die Größe der einzelnen Kräfte ergibt sich aus dem Kräfteplan zu:

$$\begin{aligned}
S_1 = S_7 &= 38\ \text{mm} = 38 \cdot 50 = 1900\ \text{kg},\\
S_2 = S_6 &= 12\ \text{mm} = 12 \cdot 50 = 600\ \text{kg},\\
S_3 = S_5 &= 26\ \text{mm} = 26 \cdot 50 = 1300\ \text{kg},\\
S_0 &= 34\ \text{mm} = 34 \cdot 50 = 1700\ \text{kg},\\
S_4 &= 11{,}5\ \text{mm} = 11{,}5 \cdot 50 = 575\ \text{kg},\\
V_1 = V_2 &= 30\ \text{mm} = 30 \cdot 50 = 1500\ \text{kg}.
\end{aligned}$$

In Fig. 35 ist ein einfacher Fachwerksbrückenträger dargestellt, welcher in der Mitte durch eine Tenderlokomotive von 42 t = 42 000 kg Gewicht belastet sein soll. Da stets zwei solcher Träger vorhanden sind, so kommt auf jeden die Hälfte des Gewichtes, also $P_2 = 21\,000$ kg. In den Knotenpunkten 3 und 7 mögen je noch die Kräfte $P_1 = P_3 = 1000$ kg wirken.

Von Knotenpunkt 1 ausgehend, in welchem V_1, S_1 und S_2 wirken, hat man wieder zunächst für diese drei Kräfte das Kräftedreieck im Kräfteplan zu zeichnen und im Bauplan die entsprechenden Pfeilrichtungen anzugeben. In gleicher Weise ist mit den folgenden Knotenpunkten 2 bis 9 zu verfahren. Man erhält so den unter der Brücke gezeichneten Kräfteplan, welcher, da die Belastung eine symmetrische ist, ebenfalls symmetrisch erscheint. Wie aus dem Bauplan hervorgeht, sind die Streben S_1, S_4, S_5, S_8, S_{11}, S_{12} und S_{15} auf Druck beansprucht, die Stangen S_2, S_3, S_6, S_7, S_9, S_{10}, S_{13} und S_{14} dagegen auf Zug.

Da jedoch die Lokomotive von den Enden her auf die Brücke fährt, so ist auch der Fall zu untersuchen, wenn die Lokomotive z. B. über den Knotenpunkten 3 oder 7 steht. Wie zunächst sofort klar ist, wird dann die Belastung eine unsymmetrische sein und der Kräfteplan ein ebenfalls unsymmetrisches Bild ergeben.

Jetzt sind die Auflagerdrücke V_1 und V_2 nicht mehr gleich. Zur Ermittelung derselben ist vielmehr jetzt die statische Momentengleichung z. B. für den Knotenpunkt 1 aufzustellen.

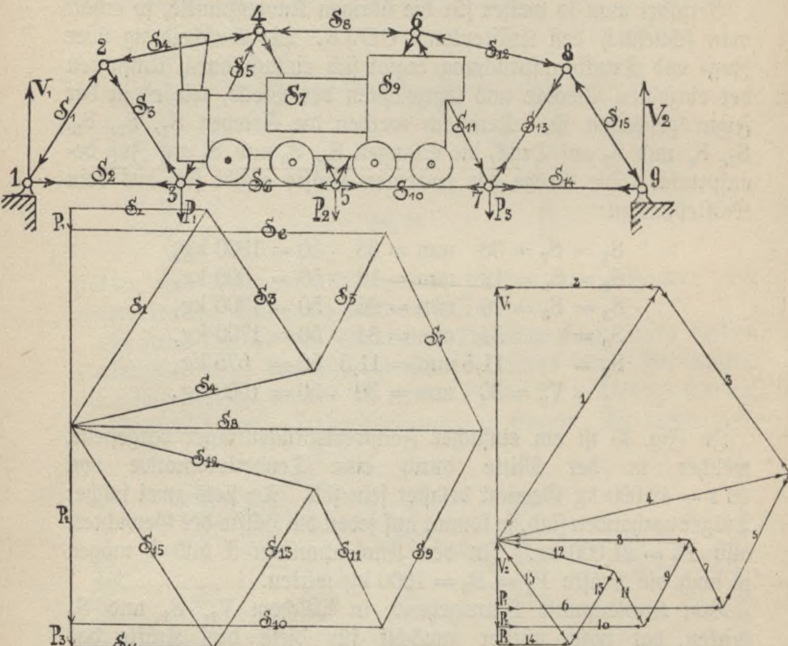


Fig. 35. Fig. 35 a.

Es soll z. B. die Last P_1 jetzt $= 21\,000$ kg sein, P_2 und P_3 dagegen nur je 1000 kg. Dann gelten die Gleichungen:

$$P_1 \cdot 1 + P_2 \cdot 2 + P_3 \cdot 3 = V_2 \cdot 4 \text{ und}$$
$$V_1 + V_2 = P_1 + P_2 + P_3.$$

Aus der ersten Gleichung folgt, wenn die Werte eingesetzt werden,

$$V_2 = \frac{21\,000 \cdot 1 + 1000 \cdot 2 + 1000 \cdot 3}{4} = \frac{26\,000}{4} = 6\,500 \text{ kg und ferner}$$
$$V_1 = 21\,000 + 1000 + 1000 - 6\,500 = 23\,000 - 6\,500 = 16\,500 \text{ kg}.$$

Die Konstruktion des Kräfteplanes erfolgt in derselben Weise wie vorher. Zu beachten ist, daß der Maßstab kleiner gewählt ist, und zwar 1 mm = 500 kg.

Zunächst ergibt sich aus dem Kräfteplan, daß die Strebe S_5, welche beim vorigen Belastungszustand auf Druck beansprucht war, jetzt auf Zug beansprucht ist. Das Umgekehrte gilt von Strebe S_7, welche früher mit Zug, jetzt mit Druck beansprucht ist. Für die Stellung der Hauptlast über Knotenpunkt 7 würden entsprechend S_{11} auf Zug und S_9 auf Druck beansprucht werden. Die Diagonalen S_5, S_7, S_9 und S_{11} sind also je nach der Stellung der Lokomotive abwechselnd mit Zug oder Druck belastet und dementsprechend auszubilden. Das obere Polygon $S_1 S_4 S_8 S_{12} S_{15}$ erhält dauernd Druckbeanspruchung, die Horizontalen $S_2 S_6 S_{10} S_{16}$ dauernd Zugbeanspruchung, ebenso S_3 und S_{13}.

Die absoluten Größen der Kräfte lassen sich leicht aus den Kräfteplänen ermitteln, wie es oben mehrfach gezeigt ist. Zu beachten ist nur, daß für jeden Konstruktionsteil die absolut größte, aus den gezeichneten Kräfteplänen sich ergebende Zug- oder Druckbeanspruchung als diejenige Kraft zugrunde zu legen ist, für welche dann die Festigkeit des betreffenden Konstruktionsteiles zu berechnen ist.

Es dürfte nun nicht schwer sein, an der Hand der vorstehend gegebenen Ausführungen auch kompliziertere Systeme zu untersuchen, jedoch können hier, da es sich nur um die Einführung in die Methode handelt, weitere Beispiele aus Raummangel nicht behandelt werden.

5. Kapitel.

Die Schwerkraft und der Schwerpunkt.

Wie oben, S. 5, ausgeführt ist, fällt ein auf einer Unterlage ruhender Körper, sobald die Unterlage entfernt wird, nieder, er bewegt sich gegen den Mittelpunkt der Erde hin in der gleichen Richtung, welche ein an einem Faden aufgehangener Körper, ein Lot, anzeigt. Denn auch dieser Körper wird stets nach dem Mittelpunkt der Erde hin gezogen. Man sagt daher, daß der fallende Körper sich lotrecht nach unten bewegt. Trifft er auf die Erdoberfläche, so kommt er zur Ruhe, fällt er dagegen in einen in der Erdoberfläche befindlichen Brunnen, Schacht, Abgrund o. dgl., so wird er immer weiter nach dem Erdinnern zu gelangen.

Die Kraft nun, welche diese Bewegung verursacht, heißt die Anziehungskraft der Erde oder die Schwerkraft und wird diese auf alle Körper der Erdoberfläche und oberhalb derselben gleichmäßig ausgeübt; sie hört auch an der Oberfläche der Erde nicht auf, wie wir gesehen haben, sondern wirkt bis in den Mittelpunkt der Erde hinein.

Ruht der Körper auf der Erdoberfläche, so wird er vermöge dieser Anziehungskraft auf den unter ihm befindlichen, starren Körper einen bestimmten Druck ausüben, welcher abhängig ist von seiner Größe (dem Inhalt oder Volumen) und dem Material, aus welchem er besteht. Ein Raummeter Holz wird einen geringeren Druck ausüben, als ein Raummeter Steinkohlen, dieser wieder weniger als ein Raummeter Ziegelsteine usw. Man nennt nun den Druck, welchen der Körper auf seine Unterlage ausübt, sein Gewicht oder seine Schwere.

Wie oben angedeutet ist, ist das Gewicht eines Körpers von zwei Faktoren abhängig, nämlich erstlich von der Menge der einzelnen kleinsten Teilchen, aus welchen der Körper besteht, oder der Masse des Körpers, also auch von seiner Größe oder seinen äußeren Abmessungen, seinem Volumen und zweitens von der Anziehung, welche jedes solches Massenteilchen erfährt.

Die internationale Generalkonferenz für Maß und Gewicht hat in Ausübung der ihr durch die Meterkonvention vom 20. Mai 1875 zugewiesenen Fürsorge für die Verbreitung und Vervollkommnung des metrischen Systems in der im Oktober 1901 in Paris abgehaltenen Versammlung folgende Begriffsbestimmung für „Gewicht" angenommen:

> „Der Ausdruck Gewicht bezeichnet eine Größe gleicher Art wie eine Kraft; das Gewicht eines Körpers ist das Produkt der Masse dieses Körpers mit der Beschleunigung der Schwere."

Diese letztere ist jedoch nicht überall auf der Erdoberfläche gleich, sondern ist veränderlich mit der Höhe über der Erdoberfläche und der geographischen Lage auf der Erde (wegen der nicht kugelförmigen, sondern ellipsoidischen Gestalt der Erde).

So ist z. B. das Gewicht derselben Masse unter sonst gleichen Umständen in Petersburg um etwas mehr als $^1/_6$ % größer als in Madrid. Um demnach den Begriff des Gewichtes eindeutig zu bestimmen, ist ferner festgesetzt: „insbesondere das normale Gewicht eines Körpers ist das Produkt der Masse dieses Körpers mit der normalen Beschleunigung der Schwere." Der im internationalen Maß- und Gewichtsdienste für den Wert der normalen Beschleunigung der Schwere angenommene Wert ist 980,6 cm in 1 Sekunde.[1])

Für die Einheit der Masse und des Gewichts sind folgende internationalen Vereinbarungen getroffen: „Das Kilogramm ist die Einheit der Masse; es ist gleich der Masse des internationalen Kilogrammprototypes."

Nach Schell[2]) versteht man unter der Masse eines Körpers die Eigenschaft der Materie, insbesondere der materiellen Punkte, unter der Wirkung derselben Kraft eine verschiedene Beschleunigung anzunehmen. Die Masse eines materiellen Punktes ist um so größer, je kleiner die ihm von derselben Kraft erteilte Beschleunigung ist. Als Maßstab für die Massen dient die Masse des Urkilogramms in Paris, und die Vergleichung der Massen erfolgt an der Wage unter Vermittlung der Schwerkraft; die Massen verhalten sich wie die Gewichte am selben Orte.

Das Gewicht G, d. h. die Kraft, welche der Masse m die Beschleunigung $g = 980{,}6$ cm oder $9{,}806$ m $\sim 9{,}81$ m in der Sekunde erteilt, ist daher $G = m \cdot g$ und die Masse dieses Körpers daher $m = \frac{G}{g}$.

Zur Messung der Gewichte der Körper ist, wie oben bereits bemerkt, als Einheit das Kilogramm international festgesetzt, d. h. das Gewicht eines Liters (1 l) reinen Wassers von 4° C unter dem Breitegrad von Paris.[3])

Wie oben ausgeführt, ist die Schwerkraft für jedes Massenteilchen nach dem Mittelpunkt der Erde gerichtet und ist daher die Annahme gerechtfertigt, daß alle Schwerkräfte eines Körpers parallel gerichtet sind. Da nach dem Früheren alle parallel gerichteten Kräfte eines starren Systems durch eine einzige Resultante, die Mittelkraft, ersetzt werden können, so kann dies auch hier geschehen. Diese Mittelkraft ist die Schwere oder das Gewicht des Körpers und ihr Angriffspunkt der Schwerpunkt des Körpers. Man kann somit alle Wirkungen der einzelnen Schwerkräfte der Massenteilchen eines Körpers ersetzen durch die im Schwerpunkt angreifende Schwerkraft oder das Gewicht des Körpers.

---

1) Lexikon d. gesamten Technik, 2. Aufl. Bd. IV, S. 485.

2) Ebenda, 2. Aufl. Bd. VI, S. 317.

3) Über das absolute Maß-System s. weiter unten II. Teil, Dynamik, Einleitung.

Es ist daher die nächste Aufgabe, diesen Schwerpunkt für die verschiedenen Körper zu bestimmen, um die Untersuchungen über die Kraftwirkungen auf die Körper zu vereinfachen. Entsprechend den drei Dimensionen hat man daher wieder die Untersuchungen 1. auf Linien, 2. auf Flächen und 3. auf Körper auszudehnen.

1. Bestimmung des Schwerpunkts von Linien.

Man hat auch hier wieder drei Arten von Linien zu unterscheiden: gerade, gebrochene und gekrümmte Linien.

Für eine gerade Linie ist die Bestimmung äußerst einfach, da der Schwerpunkt derselben in der Mitte derselben liegen muß, weil sonst kein Gleichgewicht herrschen kann.

Für eine gebrochene Linie sind die Schwerpunkte der einzelnen Strecken und hierauf die Resultierende aller Einzelschwerkräfte zu bestimmen.

Für gekrümmte Linien ist derselbe Weg einzuschlagen wie vorher, indem der Bogen als eine große Anzahl kleiner gerader Strecken anzusehen ist, deren Einzelschwerpunkte und Schwerkräfte zu bestimmen sind, woraus die Resultierende sich leicht ermitteln läßt.

Da die Schwerpunktsbestimmungen von Linien praktisch selten vorkommen, mag das Gesagte genügen.

2. Bestimmung des Schwerpunkts von Flächen.

a) Die Dreiecksfläche.

Denkt man sich dieselbe zunächst parallel zur Grundlinie AB in sehr viele, sehr nahe beieinanderliegende gerade Linien zerlegt,

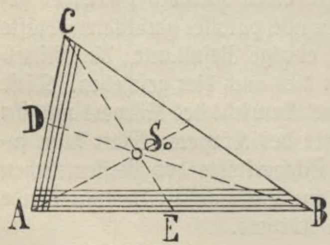


Fig. 36 a.

Fig. 36 a, so liegt der Schwerpunkt aller dieser Linien in ihrer Mitte. Also ist die Mittellinie CE von C nach der Mitte von AB, der eine geometrische Ort für den Schwerpunkt. Dasselbe gilt für die Parallelen zu AC. Indem man die Mittellinie BD zieht, schneidet sie die erstere Mittellinie CE. Da auch sie der geometrische Ort des Schwerpunktes ist, so ist der Schnittpunkt S_0 beider Mittellinien der Schwerpunkt des Dreiecks.

b) Quadrat, Rechteck und Parallelogramm.

Auch hier führt die gleiche Überlegung wie beim Dreieck zum Ziel. Wird das Quadrat nämlich in Parallelen zur einen Seite zerlegt, Fig. 36b, so liegt der Schwerpunkt auf der Mittellinie durch alle Parallelen. Ebenso kann eine Zerlegung parallel zur anderen Seite erfolgen. Zieht man auch diese Mittellinie, so ist der Schnittpunkt beider Linien der Schwerpunkt.

Fig. 36 b.

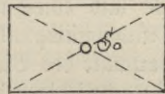


Fig. 36 c.

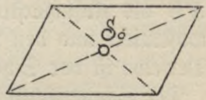


Fig. 36 d.

Da aber nach bekannten Sätzen der Geometrie die Diagonalen des Quadrates sich ebenfalls im Mittelpunkte desselben schneiden, so sind zur Ermittelung des Schwerpunkts einfach die beiden Diagonalen zu ziehen, ihr Schnittpunkt ist der Schwerpunkt. Dasselbe Verfahren gilt für das Rechteck, Fig. 36c, und Parallelogramm, Fig. 36d.

c) Das Trapez.

Bei demselben ist zunächst die Mittellinie EF der parallelen Seiten AB und CD, Fig. 37, zu ziehen, so liegt auf ihr jedenfalls der Schwerpunkt. Einen zweiten geometrischen Ort erhält man, wenn man das Trapez zu einem Parallelogramm vervollständigt, indem man an DC die Strecke CH gleich der größeren Parallelen des Trapezes und an AB die Strecke GA gleich der kleineren Parallelen des Trapezes anträgt. Verbindet man H mit G, so ist der Schnittpunkt von GH mit EF der Schwerpunkt S_0.

d) Das allgemeine Viereck.

Dasselbe wird zunächst durch die Diagonale BC, Fig. 38, in zwei Dreiecke zerlegt und für jedes derselben in bekannter Weise der Schwer-

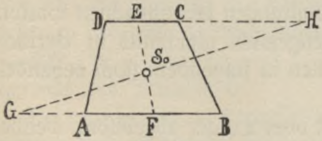


Fig. 37.

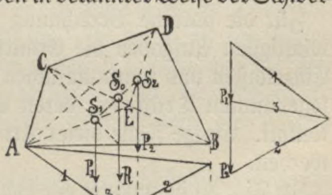


Fig. 38.

punkt S_1 und S_2 gesucht. Sind nun die Kräfte (Einzelgewichte) bekannt, welche in S_1 und S_2 wirken, so läßt sich leicht mit Hilfe des Kräftedreieckes und Seilpolygons die Richtung der Resultierenden von P_1 und P_2, also der Angriffspunkt derselben oder der Schwerpunkt, finden, wenn man noch S_1 mit S_2 verbindet. Der Schnittpunkt dieser Linie mit der lotrechten Richtung von R ist der Schwerpunkt.

Man kann aber auch, wenn nur die Größe von R, also das Gewicht des Vierecks, bekannt ist, den Schwerpunkt dadurch bestimmen, daß man zwei verschiedene Seilpolygone, so z. B. eines unterhalb A B als Auflagerstrecke und eines unter B D als Auflagerstrecke konstruiert und den Durchschnittspunkt beider Resultanten zeichnet. Derselbe ist der Schwerpunkt des Vierecks.

Der Schwerpunkt eines beliebigen Vielecks wird gefunden, indem man dasselbe durch Diagonalen in eine Anzahl von Dreiecken zerlegt, den Schwerpunkt jedes Dreiecks bestimmt und endlich den

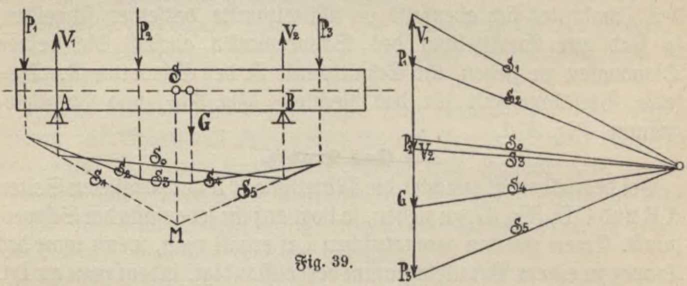


Fig. 39.

resultierenden Schwerpunkt aller Einzelschwerpunkte in der vorstehend angedeuteten Weise ermittelt.

Der Schwerpunkt eines regulären Vielecks, z. B. Sechsecks oder Achtecks, liegt im Mittelpunkt des dem Vieleck eingeschriebenen oder umschriebenen Kreises.

Der Schwerpunkt eines Kreises ist der Mittelpunkt dieses Kreises.

Für die statische Berechnung von Baukonstruktionen ist eine der wichtigsten Aufgaben die Ermittelung des Schwerpunktes von mit Einzellasten und kontinuierlichen Belastungen beanspruchten Balken, sogenannten Trägern, deren Eigengewicht gleichfalls in Betracht kommt. Einige Fälle dieser Art sollen in folgendem noch behandelt werden.

In Fig. 39 ist zunächst ein Balken oder Träger abgebildet, welcher ein bestimmtes Gewicht G habe, das im Schwerpunkt angreift, und außerdem von den Kräften P_1, P_2 und P_3 belastet ist, während der Balken in den Punkten A und B gelagert ist. Es soll der Schwerpunkt des ganzen Systems bestimmt werden.

Da alle Kräfte parallel wirken, sind dieselben in einem bestimmten Maßstab in bekannter Weise aneinander zu tragen, hierauf ein Pol O zu wählen, die Polstrahlen S_1 bis S_5 und hierzu parallel das Seilpolygon zu ziehen. Verbindet man endlich noch die Knotenpunkte auf den Lotrechten durch V_1 und V_2 miteinander durch die Linie S_0 und zieht im Kräftedreieck hierzu eine Parallele, so teilt diese die Kraftlinie in die beiden Strecken V_1 und V_2, welche die Auflagerdrücke in A und B ergeben. Verlängert man noch die Strahlen S_1 und S_5 im Seilpolygon bis zum Schnittpunkt M, so liegt in der Lotrechten hierdurch der Schwerpunkt des ganzen Systems.

Ist ein Träger auf seiner ganzen Länge völlig gleichmäßig belastet, so wird diese Belastungsart durch eine zum Träger parallele Rechteckfläche versinnbildlicht, wie es in Fig. 40 geschehen ist. Der

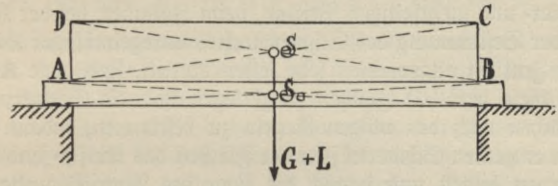


Fig. 40.

Schwerpunkt der gleichförmigen Belastung liegt somit in der Mitte über dem Schwerpunkt des Trägers selbst, S und S_0. Die in der Mitte wirkende Belastung ist dann gleich dem Eigengewicht G des Trägers, vermehrt um die im Schwerpunkt angreifend gedachte Gesamtlast L, also $= G + L$. Die Höhe AD des Rechtecks ABCD gibt dann in bestimmtem Maßstab, z. B. 1 mm = 10 kg, die Belastung pro Längeneinheit an. Ist z. B. AD = 12 mm, so ist die Belastung pro Längeneinheit $= 10 \cdot 12 = 120$ kg. Es sei z. B. die Länge des Trägers zwischen den Auflagern A und B = 5 m und die Belastung pro cm Längeneinheit = 12 kg, so ist die Gesamtlast $= 500 \cdot 12 = 6000$ kg = 6 t. Hierzu kommt noch das Eigengewicht des Trägers G.

Bei dem in Fig. 41 dargestellten Träger ist die Belastung ungleichförmig, und ist dieselbe durch verschieden hohe Rechtecke dargestellt. Der Schwerpunkt läßt sich hierbei wieder leicht durch Zeichnen des Seilpolygons bestimmen. Er liegt in der Lotrechten über dem Schnittpunkt M der Seilstrahlen S_1 und S_8, in welcher die Resultierende R von den Belastungen 1 bis 6 und dem Eigengewicht 7 des Trägers angreift.

3. Bestimmung des Schwerpunkts von Körpern.

Bei symmetrischen Körpern mit ebenen und gekrümmten Oberflächen liegt der Schwerpunkt bei homogener Massenverteilung

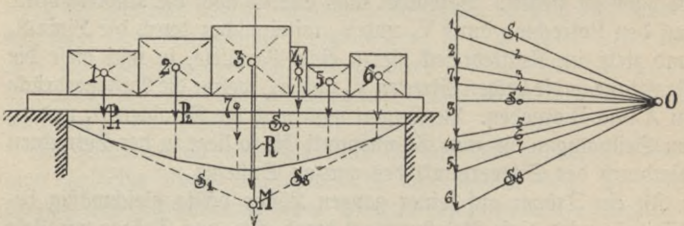


Fig. 41.

stets im geometrischen Mittelpunkt des Körpers, so beim Würfel, beim drei-, vier- und mehrseitigen Prisma, beim Zylinder, bei der Kugel.

Bei der Bestimmung des Schwerpunktes unregelmäßiger Körper, welcher Fall im allgemeinen sehr selten eintritt, sind diese Körper in sehr viele parallele Flächen zu zerlegen und die Schwerpunkte der Flächen nach den obigen Regeln zu bestimmen, sodann aber aus den einzelnen Schwerkräften der Flächen das Kräfte- und Seilpolygon zu bilden und danach die Lage des Angriffspunktes der Resultanten, also der Schwerpunkt, zu bestimmen.

Da die Schwerpunktsbestimmungen von Körpern überhaupt selten vorkommen, so mag das hier Angedeutete genügen.

6. Kapitel.

Die Belastungsmomente und die Momentenflächen.

Die in den vorigen Kapiteln abgeleiteten Lehrsätze von den Seilpolygonen geben eine sehr wertvolle Handhabe, die auf einen Körper ausgeübten Belastungen und deren statische Momente übersichtlich zur Anschauung zu bringen und auch die Größen der äußeren Momente an beliebigen Stellen eines belasteten Körpers direkt zu ermitteln.

Der einfachste Fall, einer Belastung durch eine einzige Kraft, enthält zwei Möglichkeiten der Belastung. Entweder kann, wie in Fig. 42 dargestellt, der Körper einseitig befestigt, eingemauert sein, und ist der Körper am Ende oder an einer beliebigen Stelle des freien Endes belastet. Man nennt den Körper dann freitragend. Oder der Körper kann auf zwei Auflagerpunkten aufruhen und ist zwischen denselben belastet, Fig. 43. Eine Kombination beider Belastungsarten ist die in Fig. 39 dargestellte Belastung, bei welcher der Körper oder Träger sowohl zwischen den Auflagerpunkten als auch außerhalb derselben belastet ist. P_1 und P_3 wirken dort außerhalb, P_2 innerhalb der Auflager A und B.

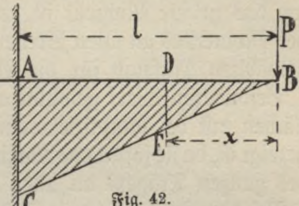


Fig. 42.

Bei der in Fig. 42 dargestellten Belastung wirkt die Kraft P am Ende B des Trägers AB. Das statische Moment bezogen auf den Punkt A ist somit $M = P \cdot l$. Für einen beliebigen Zwischenpunkt z. B. D, ist das Moment $M_1 = P \cdot x$. Die beiden Momente verhalten sich also $M_1 : M = P \cdot x : P \cdot l$ oder wie $\frac{x}{l}$. Zieht man nun von B eine beliebige Linie, z. B. BC, nach der Lotrechten durch A, so entsteht das Dreieck ABC, die sogenannte Momentenfläche. Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke folgt $AB : DB = AC : DE$ oder $l : x = AC : DE$, d. h. die Lotrechten der Momentenfläche verhalten sich wie die Hebelarme und, da diese sich direkt wie die Momente verhalten, auch wie die Momente. Die Strecken AC und DE sind also direkt ein Maß für die Momente an den betreffen-

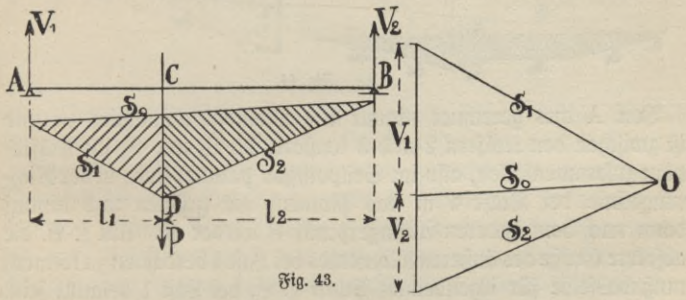


Fig. 43.

den Stellen. Wird noch ein bestimmter Maßstab für die Strecke AC gewählt, z. B. 1 mm = 100 mkg, so gibt die Momentenfläche für jede beliebige Strecke die Größe des Momentes in Meterkilogramm an.

Bei der Belastung nach Fig. 43 ergibt sich die Momentenfläche als die von den Linien S_1, S_2 und S_0 eingeschlossene (schraffierte) Fläche. Sie setzt sich aus zwei Momentenflächen nach Fig. 42 zusammen, da man annehmen kann, daß der Träger bei C befestigt sei und links das Moment $V_1 \cdot l_1$, rechts das Moment $V_2 \cdot l_2$ wirke. Da beide Momente gleich sind (weil sonst kein Gleichgewicht in C bestände), so sind auch die Momentenordinaten in der Mitte bei CD gleich. Die Fläche läßt genau erkennen, wie die Momente zunehmen, wo das größte Moment ist, und gestattet auch die absolute Größe des Momentes an allen Stellen aus den Werten V_1 und l_1 und dem gewählten Maßstab für die Momentenfläche zu berechnen.

Besonderen Wert gewinnt aber die Anwendung der Momentenflächen erst bei komplizierteren Belastungsfällen, wie im folgenden gezeigt ist, da sie sofort das Maximalmoment und die Beanspruchungen des ganzen Trägers an allen Stellen erkennen läßt.

Bei dem in Fig. 44 dargestellten Träger ist z. B. die Beanspruchung zwischen den Auflagern A und B von den Kräften 1, 2 und 4 nach unten, von den Kräften 3 und 5 nach oben. Trägt man die Kräfte wieder in richtiger Reihenfolge in der Kraftlinie auf und zieht nach einem beliebigen Pol O die Strahlen, konstruiert nach diesen das Seilpolygon und die Momentenfläche, so ergibt dieselbe folgendes.

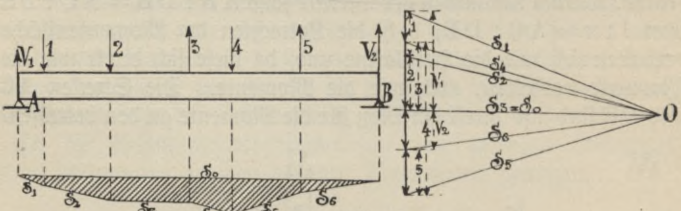


Fig. 44.

Von A aus gerechnet nimmt das Moment allmählich zu und ist zwischen den Kräften 2 und 3 konstant, da S_0 und S_3 im Kräfteplan zusammenfallen, also im Seilpolygon parallel sind; in der Richtungslinie der Kraft 4 ist das Moment am größten und nimmt dann nach dem anderen Auflagerpunkt B wieder ab. Um z. B. die absolute Größe des äußeren Momentes bei Last 4 berechnen zu können, muß dasselbe für irgendeinen Punkt z. B. bei Last 1 bekannt sein. Ist z. B. $V_1 = 450$ kg, der Abstand l_1 zwischen V_1 und der Last 1 $= 0{,}9$ m, so ist das Moment bei Last $1 = 450 \cdot 0{,}9 = 405$ mkg. Die entsprechende Strecke der Momentenfläche beträgt[1]) 2,5 mm. Die Strecke unterhalb Last 4 ist 8,5 mm, das Maximalmoment also $405 \cdot \frac{8{,}5}{2{,}5} = 1377$ mkg.

1) im richtigen Maßstabe; die Figur ist auf etwa $\frac{1}{2}$ verkleinert.

In gleicher Weise läßt sich dasselbe für jeden beliebigen anderen Querschnitt aus dem Verhältnis der zugehörigen Strecke der Momentenfläche zu einer bekannten Strecke, z. B. der obigen von 2,5 mm berechnen.

Bei der Belastung nach Fig. 45 ist der Balken an beiden Seiten frei tragend und an den Enden sowie zwischen den Auflagern belastet. Die Kräfte 1, 2, 3, 5, 6 wirken im Sinne der Schwerkraft, diejenigen V_1, 4, V_2 entgegengesetzt, also nach aufwärts. Die Konstruktion des Kräfteplanes und der Momentenfläche bedarf nach dem Früheren keiner Erklärung mehr.

Die untere Momentenfläche ist die nach dem Kräfteplan gezeichnete, die obere die auf eine horizontale Schlußlinie übertragene, welche

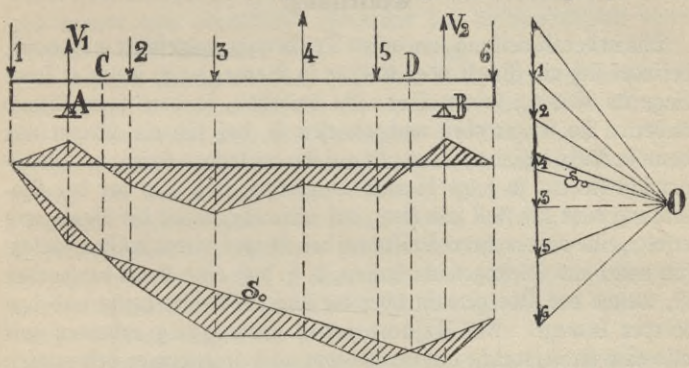


Fig. 45.

jedoch die gleichen Ordinaten wie die untere Fläche besitzt. Sie läßt folgende interessante Schlüsse über die Beanspruchung des Trägers zu.

Von links ausgehend findet man zunächst ein zunehmendes Moment bis zum Belastungspunkt A. Von hier an nimmt das Moment ab und ist im Punkte C gleich Null, wächst dann wieder bis zum Belastungspunkt der Last 3, wo es den absolut größten Wert erreicht, nimmt bis 4 ab, wächst bis 5 etwas, sinkt von dort bis zum Punkte D auf Null, wächst bis B wieder und nimmt dann gegen das Ende des Trägers bis Null ab. Die Fläche läßt also sofort erkennen, daß zwei Punkte C und D vorhanden sind, in welchen der Träger überhaupt kein statisches Moment erhält, und zeigt auch sonst in einfacher und übersichtlicher Weise den Verlauf der Beanspruchungen wie es beim rechnerischen Wege nicht so einfach zu erkennen wäre.

Die Momentenflächen geben somit das Mittel an die Hand, die Abmessungen der belasteten Balken rasch und einfach nach den Gesetzen der Elastizitäts- und Festigkeitslehre zu berechnen, worauf hier nur hingewiesen werden kann, da dieselbe nicht in den Rahmen dieser Untersuchungen gehört.

Zweiter Teil.

Die Dynamik.

Einleitung.

Wie in der Einleitung zum ersten Teil bereits ausgeführt worden ist, befindet sich ein Punkt oder Körper in Bewegung, wenn er seine Lage im Raume, seinen Ort nicht beibehält, sondern fortwährend ändert. Da ferner oben nachgewiesen ist, daß sich ein Körper nur dann in Ruhe befindet, wenn alle auf ihn wirkenden Kräfte im Gleichgewicht stehen, so folgt hieraus umgekehrt, daß dies bei der Bewegung nicht der Fall sein kann, daß vielmehr, damit die Bewegung erfolgt, eine oder mehrere Kräfte auf den Körper wirken müssen, welche sich nicht das Gleichgewicht halten, d. h. daß eine Kraft vorhanden ist, welche das Übergewicht über die übrigen Kräfte besitzt und den Körper bewegt. Als Ursache jeder Bewegung erkennen wir also eine Kraft, welche auf den Körper nach irgendeiner bestimmten Richtung hin wirkt, ihn also zwingt, sich nach dieser Richtung hin zu bewegen. Da der Körper somit fortgesetzt seinen Ort verändert, legt er einen bestimmten Weg zurück, welcher die Bahn des Körpers genannt wird. Sie ist also die Aufeinanderfolge aller Orte im Raume, welche der Körper nacheinander einnimmt. Diese Aufeinanderfolge ist jedoch nicht nur örtlich, sondern auch zeitlich anzusehen, d. h. der Körper gebraucht eine gewisse Zeit, um seine Bahn zurückzulegen.

Wir beobachten also bei der Bewegung eines Körpers das Wirken einer Kraft auf einem bestimmten Wege in einer bestimmten Zeit.

Diese drei Größen müssen daher in einer bestimmten Beziehung zueinander stehen, und erstrecken sich die Untersuchungen der Dynamik auf die Ermittelung der Gesetze für diese gegenseitigen Beziehungen.

Das einfachste Beispiel einer Bewegung durch eine äußere Kraft ist der Fall eines Körpers im Raume. Die hierbei wirkende Kraft ist die Anziehungskraft der Erde, die Schwerkraft, die Bahn des

Körpers ist hierbei stets eine lotrechte, d. h. eine zum Erdmittelpunkt gerichtete Gerade.

Verfolgen wir einen solchen frei fallenden Körper, so sehen wir, daß er in gewissen Zeiten stets einen bestimmten Weg zurücklegt, wir sehen aber ferner, daß er anfänglich langsamer fällt als später. Die Beziehung zwischen dem Weg, den er in einer bestimmten Zeit z. B. einer Sekunde zurücklegt, und zu dieser Zeit bezeichnet man als die Geschwindigkeit des Körpers. Wir sehen, daß diese Geschwindigkeit allmählich zunimmt, d. h. daß der Weg des Körpers in der ersten Sekunde oder einem Bruchteil derselben kleiner ist als in der folgenden oder einem folgenden Bruchteil.[1]) Diese Zunahme bezeichnen wir als die Beschleunigung des Körpers[2]) und verstehen darunter also immer eine allmähliche Zunahme der Geschwindigkeit eines Körpers. Das Gegenteil dieser Erscheinung, also eine allmähliche Abnahme der Geschwindigkeit, heißt eine Verzögerung derselben. Beide Begriffe beziehen sich also auf die Geschwindigkeit des Körpers und können daher durch das Verhältnis des Weges und der Zeit bestimmt werden. Tritt weder das eine noch das andere ein, so bewegt sich der Körper gleichförmig, während die Bewegung bei einer Beschleunigung oder Verzögerung als ungleichförmig be eichnet wird. Je nachdem endlich der Körper sich in gerader Richtung fortbewegt, oder in einer gekrümmten Bahn, unterscheidet man geradlinige und krummlinige Bewegungen.

Als Beispiele mögen die folgenden dienen.

Ein Eisenbahnzug auf gerader Strecke bewegt sich gleichförmig in geradliniger Bahn. Beim Einfahren in einen Bahnhof bewegt er sich ungleichförmig, nämlich mit allmählich abnehmender Geschwindigkeit oder verzögerter Bewegung. Ein frei fallender Körper bewegt sich geradlinig, ungleichförmig, weil fortwährend beschleunigt. Eine aus einem Geschütz abgefeuerte Granate bewegt sich ungleichförmig und krummlinig, da die Geschwindigkeit von der Geschützmündung an infolge des Luftwiderstandes und der Anziehung der Erde fortwährend bis zum Aufschlagspunkt abnimmt und krummlinig ebenfalls infolge der Anziehung der Erde in einer flachen Bogenlinie, der sogenannten Flugbahn des Geschosses. Ein um eine Welle umlaufendes Rad, z. B. eine Riemenscheibe bzw. jeder Punkt derselben, bewegt sich gleichförmig, krummlinig.

1) In der höheren Analysis bezeichnet man diese kleinen Änderungen und Zeitteilchen mit „unendlich klein".

2) Akzeleration der Schwerkraft.

Um die Bewegungsvorgänge rechnerisch ausdrücken und spezielle Fälle berechnen zu können, bedarf es jedoch bestimmter Einheiten oder Maße, mit welchen die verschiedenen Größen gemessen werden können.

Als Maßstab der Kräfte dient auch hier, wie bei den Untersuchungen des ersten Teils das Gewicht des Körpers und als Einheit des Gewichtes das Kilogramm. Als Einheit des Weges dient ein Meter, als Einheit der Zeit die Sekunde.

Außer diesen Maßeinheiten ist jedoch für die physikalischen, chemischen und elektrotechnischen Untersuchungen noch ein anderes Maßsystem im Gebrauch, das absolute Maßsystem. Dasselbe unterscheidet sich[1]) von den sonst gebräuchlichen Maßsystemen dadurch, daß es nur für Längen, Zeiten, Massen je eine willkürliche Einheit des Maßes festsetzt und die Maße aller anderen meßbaren Größen so auf diese Grundmaße zurückführt, daß alle Reduktionsfaktoren erspart werden. Das aus den Vorschlägen von Gauß und Weber und der Feststellung durch den Pariser Kongreß vom 21. September 1881 hervorgegangene absolute Maßsystem, das sogenannte Gramm-Zentimeter-Sekunden-System (abgekürzt = G. C. S.), hat als Einheit der Masse das Gramm, d. h. die Masse vom 1 ccm Wasser, als Einheit der Länge das Zentimeter und als Einheit der Zeit die Sekunde. Diese drei sind die fundamentalen Einheiten; alle anderen sind abgeleitete Einheiten und lassen sich in Funktionen von Potenzen der fundamentalen Einheiten ausdrücken. Diese Funktionen heißen ihre Dimensionen und werden durch in eckige Klammern gesetzte Produkte der Potenzen der drei fundamentalen Größen: [L] Länge, [M] Maße, [T] Zeit dargestellt.

Man unterscheidet 1. geometrische, 2. mechanische, 3. kalorische, 4. elektrostatische, 5. magnetische und 6. elektromagnetische Einheiten.

Flächen sind z. B. von der Dimension $[L^2]$, ihre Maßeinheit ist das Quadratzentimeter; Volumina $[L^3]$ haben als Einheit das Kubikzentimeter.

Die mittlere Geschwindigkeit eines Körpers wird gefunden, wenn man seinen Weg [L] durch die Zeit [T] dividiert, in welcher der Weg zurückgelegt wird, die Geschwindigkeit hat daher die Dimension $[LT^{-1}]$; ihre Einheit ist diejenige, bei welcher pro Sekunde 1 cm Weg beschrieben wird. Die gleichmäßige Beschleunigung oder die für die Zeiteinheit berechnete Zunahme der Geschwindig-

1) Näheres s. Lexikon der Gesamten Technik, 2. Aufl. Bd. VI, S. 327.

keit innerhalb einer gemessenen Zeit ist von der Dimension [LT^{-2}]. Die Beschleunigung der Schwere[1]) hat am Äquator den Wert $g = 978{,}1$, am Nordpol $g = 983{,}1$ und unter 45° Breite $g = 980{,}6$ cm.

Eine Kraft ist um so größer, je größer die von ihr bewegte Masse und je größer die von ihr bewirkte Beschleunigung ist; sie ist von der Dimension [MLT^{-2}]; ihre Einheit, die Dyne, ist der 980,6ste Teil des Gewichts von 1 ccm Wasser, denn die Masse von 1 g erleidet durch die Schwere eine Beschleunigung von 980,6 cm. Man verwechsle also nicht die beiden Bedeutungen: Gramm gleich Einheit der Masse im absoluten Maßsystem und Grammgewicht gleich Einheit einer Kraft im konventionellen Maßsystem im Betrage von 980,6 Dynen. Letztere Größe, das Grammgewicht, ist mit der geographischen Breite und mit der Erhebung über die Meeresoberfläche veränderlich, erstere unveränderlich. Das Gewicht eines Körpers, das an sich eine mit dem Orte veränderliche Kraft ist und bei seiner Ermittelung mittels einer Federwage sich als solches erweist, dient scheinbar als konventionelles Maß für die Masse. In Wirklichkeit vergleicht die Wägung mittels einer Gewichtswage die Massen, weil Ware und Gewichtsstücke ihre Gewichte in gleichem Verhältnis mit dem Orte verändern. Ein Körper hat in der Tat ebensoviel Gramm Masse nach absolutem Maßsystem, als er nach dem konventionellen Gewichtssystem Gramm an Gewicht besitzt.

Für die verschiedenen Arten der Bewegung erhält man nach dem Vorstehenden folgendes Schema:

Bewegung
- freie
  - gleichförmige
    - geradlinige
    - krummlinige
  - ungleichförmige
    - geradlinige — krummlinige
      - verzögerte
        - gleichf. verz.
        - ungl. verz.
      - beschleunigte
        - gleichf. beschl.
        - ungl. beschl.
- gezwungene
  - gleichförmige
    - geradlinige
    - krummlinige
  - ungleichförmige
    - geradlinige
      - verzögerte
        - gl. verz.
        - ungl. verz.
      - beschleunigte
        - gl. beschl.
        - ungl. beschl.
    - krummlinige
      - verzögerte
        - gl. verz.
        - ungl. verz.
      - beschleunigte
        - gl. beschl.
        - ungl. beschl.

---

1) S. weiter oben S. 41.

Man erhält somit sowohl bei der freien als auch bei der gezwungenen Bewegung je 10 verschiedene Bewegungsarten.

Es kann bei dem geringen zur Verfügung stehenden Raume und dem Zwecke dieses Buches, nur einen Überblick über die wichtigsten Gebiete der Mechanik zu geben, nicht die Aufgabe sein, auf alle die verschiedenen Arten und Möglichkeiten der Bewegungen einzugehen, vielmehr können nur die hauptsächlichsten derselben herausgehoben und ihre Anwendungen an Beispielen gezeigt werden.

Zur Vereinfachung der Untersuchungen sollen im ersten Abschnitt zunächst nur die Bewegungsgesetze eines sogenannten materiellen Punktes oder Massenpunktes untersucht, im zweiten Abschnitt diejenigen starrer Körper behandelt werden.

Erster Abschnitt.

Die Bewegung eines materiellen Punktes.

1. Kapitel.

Die freie Bewegung.

A. Allgemeine Betrachtungen.

Die freie Bewegung ist jene Bewegung, bei welcher der Körper sich frei im Raume bewegt, ohne an eine vorgeschriebene, feste Bahn gebunden zu sein.

Je nachdem das Verhältnis zwischen Weg und Zeit oder seine Geschwindigkeit dauernd gleichbleibend oder veränderlich ist, ist seine Bewegung eine gleichförmige oder ungleichförmige. Ist seine Bahn eine Gerade oder eine Kurve, so ist seine Bewegung eine gerad- oder krummlinige.

Bezeichnet s den Weg in bestimmter Zeit, t diese Zeit in Sekunden, c die Geschwindigkeit in m/Sek., so ist $s = c \cdot t$ und $c = \frac{s}{t}$ für die gleichförmige Bewegung.

Es ist also bei dieser die Geschwindigkeit gleichbleibend, unveränderlich oder $c =$ konstant.

1. Beispiel. Ein Fußgänger geht von einer Stadt mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit von 1,2 m/Sek. fort. Nach einer Zeit von 35 Minuten fährt von demselben Ausgangspunkt ein Einspänner mit einer Geschwindigkeit von 3,6 m/Sek. hinter dem

Fußgänger her. Nach welcher Zeit t_1 und in welcher Entfernung vom Ausgangspunkt trifft der letztere mit ersterem zusammen?

Die Wege beider Bewegenden müssen gleich sein, also $s = s_1$. Nun ist $s = c \cdot t$ und $s_1 = c_1 \cdot t_1$, worin c und t Weg und Zeit des Fußgängers, c_1 und t_1 diejenigen des Wagens bedeuten.

Man erhält die Gleichungen $c \cdot t = c_1 \cdot t_1$ und $t = t_1 \cdot \frac{c_1}{c}$. Ferner ist $t = t_1 + 35 \cdot 60 = t_1 + 2100$ Sek., also auch $t_1 \cdot \frac{c_1}{c} = t_1 + 2100$, woraus, da $\frac{c_1}{c} = \frac{3,6}{1,2} = 3$ ist, folgt $3\,t_1 - t_1 = 2\,t_1 = 2100$, $t_1 = 1050$ Sek. $= 17$ Min. 30 Sek., ferner $t = 1050 + 2100 = 3150$ Sek. $= 52$ Min. 30 Sek. und $s = s_1 = c \cdot t = 1,2 \cdot 3150 = 3780$ m $= 3,78$ km.

2. Beispiel. Ein Güterzug fährt von der Station A bis zur Station B mit einer Geschwindigkeit von 30 km/St. 2 Stunden und 42 Minuten mit drei Aufenthalten von 10, 12 und 18 Minuten auf drei Zwischenstationen. Ein Schnellzug soll den Güterzug auf Station B überholen und mit einer Geschwindigkeit von 75 km/St. fahren. Wieviel später als der Güterzug muß er von Station A abfahren? Wie groß ist die Entfernung zwischen den Stationen A und B?

Auch hier ist wieder $s = s_1$ und $s = c \cdot t$ und $s_1 = c_1 \cdot t_1$.

Die ganze Fahrzeit des Güterzuges beträgt 2 Stunden 42 Minuten = 162 Minuten. Hiervon gehen $10 + 12 + 18 = 40$ Minuten Aufenthalt ab, so daß die eigentliche Fahrzeit $162 - 40 = 122$ Min. = 7320 Sek. beträgt.

Die mittlere Geschwindigkeit des Güterzuges ist 30 km/St. = 8,333 m/Sek., der zurückgelegte Weg also $8,333 \cdot 7320 = 61\,000$ m = 61 km.

Für den Schnellzug ist $s_1 = c_1 \cdot t_1$. Dann ist die Geschwindigkeit $c_1 = 75$ km/St. $= 20,833$ m/Sek. Da $s_1 = s = 61\,000$ m ist, so folgt $t_1 = \frac{61\,000}{20,833} = 2928$ Sek. $= 48$ Min. 48 Sek.

Die Gesamtfahrzeit des Güterzugs betrug 2 Stunden 42 Minuten = 9720 Sek., diejenige des Schnellzugs 2928 Sek., also muß letzterer um $9720 - 2928 = 6792$ Sek. = 1 Stunde 53 Minuten 12 Sekunden später abfahren als der Güterzug.

Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht der gebräuchlichen Geschwindigkeiten bei gleichförmiger Bewegung.

	km/St.	m/Sek.
Gewöhnlicher Fußgänger	3,96—4,32	1,1—1,2
Infanterie beim gewöhnlichen Marsch, 112 Schritt in der Minute	5,4	1,5
Fahrrad, normal	15	$\sim$ 4
= äußerst	30	8,33
Pferd am Lastwagen, im Schritt	3,6	1,0
Kavallerie im Schritt	6,0	1,67
= im Trab	14,5	$\sim$ 4
= im Galopp	24	6,67
Die meisten Flüsse		0,65—1,3
Die Donau		1,6 —1,8
Schwacher Wind		1,0
Frischer = ...		2,0
Starke Brise		10—12
Sturm		25—30
Orkan		40—50
Segelschiff		4,5
Englische Rennpferde		14—25
Windhund		24
Adler		31,4
Brieftaube		20
Bahnzüge, Güter=	30	8,33
= Personen=	45	12,5
= Schnell=	65	18
= Expreß oder Blitz	100	$\sim$ 28
Ozean=Postdampfer, 12 Knoten	21,6	6
1 Knoten = 1 deutsche Seemeile/St. . .	1,853	0,5144
Ozean=Schnelldampfer, 22 Knoten = 520 Seemeilen = 960 km in 24 Stunden .	$\sim$ 40	11,333
Infanteriegewehrkugel an der Mündung .		620
10,5 cm=Granate aus Kruppschem Geschoß an der Mündung		933
Schallgeschwindigkeit		333
Erdgeschwindigkeit am Erdäquator		464

Licht und Elektrizität 40 000 Meilen/Sek. = 300 000 km/Sek.

Die ungleichförmige Bewegung ist diejenige, bei welcher die Geschwindigkeit sich fortwährend ändert, zu= oder abnimmt; im ersteren Falle ist die Bewegung eine beschleunigte, im letzteren Falle eine verzögerte. Ein Beispiel erster Art ist ein aus dem Still=

stand anfahrender Eisenbahnzug, ein solches letzterer Art eine rollende Kugel, welche durch die Reibung auf der Rollbahn und den Luftwiderstand allmählich zur Ruhe gebracht wird.

Nun sind auch hierbei noch zwei Möglichkeiten, indem die Beschleunigung oder Verzögerung eine gleichmäßige oder ungleichmäßige sein kann. Die erste findet statt, wenn in gleichen Zeiten die Geschwindigkeit um den gleichen Betrag zu- oder abnimmt, die letztere, wenn dieser Betrag veränderlich ist, d. h. größer oder kleiner wird.

Man nennt also die Änderung der Geschwindigkeit in der Zeiteinheit (Sek.) die **Beschleunigung** oder **Verzögerung** und bezeichnet dieselbe mit p. Sie ist bei gleichmäßigen Änderungen ausgedrückt durch die Beziehung

$$p = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1},$$

oder allgemein $p = \frac{v}{t}$,

also: Quotient aus der Geschwindigkeitsänderung durch die Zeitänderung. Die Geschwindigkeit berechnet sich daraus zu $v = v_0 + p \cdot t$, worin v_0 die Geschwindigkeit zur Zeit $t = 0$ oder zu Anfang der Bewegung bedeutet.

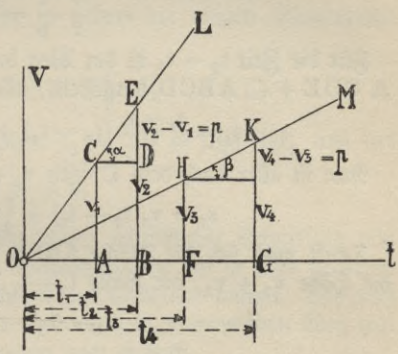


Fig. 46.

Ist diese Geschwindigkeit zu Anfang gleich Null, so ist einfach $v = p \cdot t$.

Man kann diese Geschwindigkeitsänderung auch bildlich darstellen. In Fig. 46 ist O der Koordinatenanfangspunkt und sind auf der horizontalen Achse die Zeiten, auf der lotrechten die Geschwindigkeiten aufgetragen.

Die Linie OL stellt die Beschleunigung dar, für welche $p = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ und $v_2 - v_1 = p \cdot (t_2 - t_1)$, also $v_2 = v_1 + p(t_2 - t_1)$ ist, Linie OM diejenige, für welche $p = \frac{v_4 - v_3}{t_4 - t_3}$ und $v_4 - v_3 = p(t_4 - t_3)$, $v_4 = v_3 + p(t_4 - t_3)$ ist.

Der Weg s war bei gleichförmiger Geschwindigkeit das Produkt aus der Geschwindigkeit und der Zeit, er ist also durch eine Fläche dargestellt, deren Höhe die Geschwindigkeit c und deren Basis die Zeit $(t_2 - t_1)$ ist. Im vorliegenden Falle ist der Weg s durch die Flächen OAC bzw. OBE, OFH bzw. OGK, also eine Dreiecksfläche, dargestellt, da die Geschwindigkeit proportional auf der Linie OL bzw. OM zunimmt. Oder allgemein $s = \frac{v}{2} \cdot t$, worin v die augenblickliche Geschwindigkeit und s den in der Zeit t zurückgelegten Weg bedeutet.

Da nun nach dem Früheren $v = p \cdot t$ ist, so folgt auch

$$s = \frac{1}{2} \cdot pt \cdot t = \frac{p}{2} \cdot t^2 = \frac{p \cdot t^2}{2}$$

und, da $t = \frac{v}{p}$ ist, auch

$$s = \frac{v}{2} \cdot \frac{v}{p} = \frac{v^2}{2p}.$$

Für die Zeit $t_2 - t_1$ ist der Weg durch die Fläche ABEC, also $\triangle$ CDE + $\square$ ABCD dargestellt, also

$$s_1 = \frac{v_2 - v_1}{2}(t_2 - t_1) + v_1 \cdot (t_2 - t_1).$$

Nun ist aber nach dem Obigen $v_2 - v_1 = p \cdot (t_2 - t_1)$, also

$$s_1 = v_1(t_2 - t_1) + \frac{p}{2} \cdot (t_2 - t_1)^2.$$

Denkt man sich die Fläche ABCE nach oben verdoppelt, so ist die Höhe $v_2 + v_1$, die Basis $t_2 - t_1$, also auch

$$2\,s_1 = (v_2 + v_1) \cdot (t_2 - t_1) \text{ oder}$$

$$s_1 = \frac{v_2 + v_1}{2} \cdot (t_2 - t_1)$$

oder, da $t_2 - t_1 = \frac{v_2 - v_1}{p}$ ist,

$$s_1 = \frac{1}{2p}(v_2 + v_1)(v_2 - v_1) = \frac{1}{2p}(v_2^2 - v_1^2) = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2p}.$$

Die letzte Formel ist sehr wichtig und wird weiter unten noch auf dieselbe mehrfach zurückzukommen sein.

Genau dieselben Gleichungen gelten nun auch für die andere Beschleunigungsart, die durch die Linie OM dargestellt ist, also

$$s_2 = v_3(t_4 - t_3) + \frac{p}{2}(t_4 - t_3)^2 \text{ und}$$

$$s_2 = \frac{1}{2p}(v_4^2 - v_3^2) = \frac{v_4^2 - v_3^2}{2p}.$$

Ganz allgemein also gilt für einen beliebigen Weg $s = \frac{v_e^2 - v_a^2}{2p}$, worin v_a, und v_e die Anfangs- und Endgeschwindigkeit beim Durchlaufen dieses Weges und p die konstante Beschleunigung (oder Verzögerung) ist. Im letzteren Falle ist p negativ in die Formeln einzusetzen.

Ebenso ist allgemein $s = v_a (t_e - t_a) + \frac{p}{2}(t_e - t_a)^2$, worin t_a und t_e die Anfangs- und Endzeiten sind, also $t_e - t_a$ die zum Zurücklegen des Weges s verbrauchte Zeit ist.

1. Beispiel. Ein Eisenbahnzug soll durch die Zugkraft der Maschine beim Anfahren eine konstante Beschleunigung von p = 0,6 m/Sek. erhalten. In welcher Zeit wird er die Geschwindigkeit von 30 km/St. = 8,33 m/Sek. erhalten und welchen Weg hat er bis zum Erreichen dieser Geschwindigkeit zurückgelegt?

Da $t_1 = 0$ und $v_1 = 0$ ist, so gehen die obigen Gleichungen über in die folgenden

$$t_2 = \frac{v}{p} \text{ und } s = \frac{p}{2} \cdot t_2^2.$$

Aus der ersten Gleichung folgt: $t_2 = \frac{8,33}{0,6} = 13,9$ Sek., aus der zweiten $s = \frac{0,6}{2} \cdot 13,9^2 = 57,96$ m.

2. Beispiel. Ein in voller Fahrt befindlicher Schnellzug von 75 km/St. = 20,833 m/Sek. Geschwindigkeit soll so stark gebremst werden, daß er nach 10 Sekunden zum Stillstand kommt. Wie groß muß die Verzögerung in der Sekunde sein und welchen Weg legt er in der Zeit von 10 Sekunden noch zurück?

Aus der Gleichung $t = \frac{v}{p}$ folgt $p = \frac{v}{t}$, also $= \frac{20,833}{10} = 2,083$ m/Sek. Aus der zweiten Gleichung $s = \frac{p}{2} \cdot t^2$ folgt

$$s = \frac{2,083}{2} \cdot 10^2 = \frac{208,3}{2} = 104,15 \text{ m}.$$

3. Beispiel. Ein Schnellzug von 90 km/St. Geschwindigkeit gebraucht zum Anfahren bis zur vollen Geschwindigkeit 25 Sek., zum Bremsen aus der vollen Fahrt in Stillstand 15 Sek. Er hat unterwegs auf neun Stationen folgenden Aufenthalt: auf einer einen solchen von 20 Minuten, auf zweien von 10 Minuten und auf sechs von je 1 Minute Aufenthalt. Der Zug hat Fahrzeit von morgens 8^{30} bis abends 6^{10}. Wie groß ist die von ihm zurückgelegte Gesamtstrecke?

Da er neun Stationen passiert, so sind zwischen der Anfangs- und Endstation zehn Fahrstrecken vorhanden. Es sind zunächst die

Wege und Fahrzeiten bei gleichförmig beschleunigtem Anfahren und gleichförmig verzögertem Einfahren in die Stationen zu berechnen.

Die Geschwindigkeit von 90 km/St. ist gleich 25 m/Sek.

Die Beschleunigung p ist $= \frac{v}{t} = \frac{25}{25} = 1$ m/Sek., der bis zur Erreichung der vollen Geschwindigkeit jedesmal zurückgelegte Weg $s = \frac{p}{2} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 25^2 = \frac{625}{2} = 312{,}5$ m.

Beim Einfahren ist die Verzögerung $p' = \frac{v}{t} = \frac{25}{15} = 1{,}667$ m/Sek. Der jedesmal bis zum Stillstand hierbei zurückgelegte Weg ist

$$s = \frac{p}{2} t^2 = \frac{1{,}667}{2} \cdot 15^2 = 187{,}483 \text{ m.}$$

Die gesamte bei zehnmaligem An- und Einfahren zurückgelegte Strecke ist somit

$$s_1 = (312{,}5 + 187{,}483) \cdot 10 \sim 5000 \text{ m} = 5 \text{ km},$$

die hierzu verbrauchte Zeit

$$t_1 = (25 + 15) \cdot 10 = 40 \cdot 10 = 400 \text{ Sek.} = 6 \text{ Min. } 40 \text{ Sek.}$$

Die gesamte Fahrzeit von morgens 8^{30} bis abends 6^{10} beträgt 9 Stunden 40 Minuten. Die Aufenthalte betragen zusammen

$$\begin{array}{r} 1 \cdot 20 = 20 \\ 2 \cdot 10 = 20 \\ 6 \cdot 1 = 6 \\ \hline 46 \text{ Minuten.} \end{array}$$

Von der Gesamtzeit von 9 Stunden 40 Minuten gehen also $46 + 6' 40'' = 52' 40''$ ab, so daß für die eigentliche Fahrzeit übrig bleibt:

$$(9 \cdot 3600 + 40 \cdot 60) - (52 \cdot 60 + 40) = 34\,800 - 3160 = 31\,640 \text{ Sek.}$$

Die Geschwindigkeit pro Sekunde ist 25 m/Sek., mithin legt der Zug $\frac{31\,640 \cdot 25}{1000} = 791$ km mit der vollen Fahrgeschwindigkeit zurück. Hierzu kommen noch 5 km während des Anfahrens und Einlaufens, so daß die ganze Entfernung von der Anfangs- bis zur Endstation 796 km beträgt. —

Zeichnet man in Fig. 46, indem man die Linie CD//AB und HJ//FG zieht, die rechtwinkligen Dreiecke CDE und HJK, so stellt die Höhe DE bzw. JK oder $v_2 - v_1$ und $v_4 - v_3$ die jedesmalige Geschwindigkeitszunahme dar.

Das Verhältnis dieser Zunahme zur Zeiteinheit, also $\frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$, ist aber die Beschleunigung. Im rechtwinkligen Dreieck ist aber $\frac{ED}{CD} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = p = \operatorname{tg} \alpha$ und ebenso im Dreieck HJK:

$$\frac{v_4 - v_3}{t_4 - t_3} = p = \operatorname{tg} \beta.$$

Es ist also die Beschleunigung dargestellt durch die trigonometrische Funktion der Tangente in dem betreffenden Punkte des Diagramms. Diese Betrachtung ist wichtig für die Darstellung der ungleichförmig beschleunigten Bewegung.

Dieselbe ist in Fig. 47 in zwei Formen dargestellt. Bei der durch Linie BB_1B_2 dargestellten Beschleunigungsänderung nimmt dieselbe stets zu. Denkt man sich, daß die Bewegung im Punkte B momentan mit gleichförmiger Beschleunigung weiterginge, so würde sie durch eine Tangente an die Kurve BB_1 im Punkt B dargestellt werden. Dann wäre $p = \operatorname{tg} \alpha = CD : DB = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$. Dasselbe gilt für den Punkt B_1, dort ist $p = \operatorname{tg} \alpha_1 = C_1D_1 : D_1B_1 = \frac{v_4 - v_3}{t_4 - t_3}$.

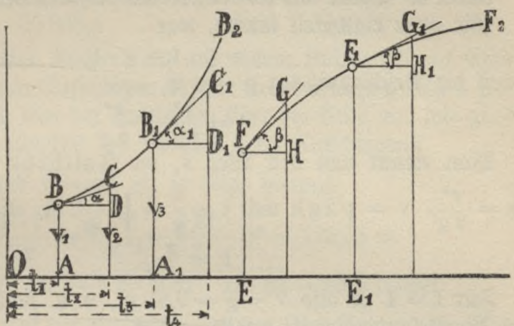


Fig. 47.

Nähme man nun die Entfernung zwischen B und B_1 sehr klein an, so könnte man ferner annehmen, daß $v_2 - v_1 = v_4 - v_3$ wäre, und ebenso $t_2 - t_1 = t_4 - t_3$ wäre, d. h. $p = \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{v'}{t'}$, worin v' und t' die als sehr klein gedachten Änderungen oder Zunahmen der Geschwindigkeit und Zeit bezeichnen sollen.

Man erhält dann also wieder wie bei der gleichförmigen Bewegung die Gleichung $p = \frac{v}{t}$, worin jedoch v die mittlere Geschwindigkeitsänderung zu Anfang und zu Ende ist. Es würde jedoch hier zu weit führen, auf die analytische Ableitung dieser Gleichung und der übrigen auf die ungleichförmig veränderte Bewegung bezüglichen Gleichungen einzugehen.

B. Der freie Fall.

Die wichtigste Anwendung finden die vorstehend abgeleiteten Gesetze über die gleichförmig veränderte Bewegung auf die Lehre vom freien Fall. Da ein frei fallender Körper nur der Schwerkraft unterworfen ist, also einer fortwährend mit gleicher Stärke wirkenden Kraft, so wird die demselben erteilte Beschleunigung eine gleichförmige sein, es wird in der Zeiteinheit stets dieselbe Vermehrung der Geschwindigkeit erfolgen. Diese Vermehrung oder Beschleunigung ist die Beschleunigung der Schwerkraft und hat an derselben Stelle der Erdoberfläche für alle Körper den gleichen Wert:

$$g = 9{,}81 \text{ m/Sek.}$$

Unter 45° Breite und an der Meeresoberfläche beträgt sie 9,808 m.

Wie oben entwickelt wurde, war

$$v = p \cdot t = g \cdot t,$$

weil die Beschleunigung $p = g$ ist, und

$$s = \frac{v^2}{2p} = \frac{v^2}{2g}.$$

Man nennt nun den Weg s, die Fallhöhe h, so daß auch

$h = \frac{v^2}{2g}$, $v = \sqrt{2gh}$ und $t = \frac{v}{g} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ ist, also hieraus

$$h = \frac{g \cdot t^2}{2}.$$

Für $t = 1$ ist also $v = g = 9{,}81$ m, d. h. nach einer Sekunde ist die Geschwindigkeit $= 9{,}81$ m/Sek.

Der zurückgelegte Weg oder die Fallhöhe h ist in 1 Sekunde dann

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{g^2}{2g} = \frac{g}{2} = \frac{9{,}81 \text{ m}}{2} = 4{,}905 \text{ m}.$$

Rechnet man die Werte für einige Sekunden aus, so erhält man die Werte:

Nach Verlauf von Sekunden	ist die Endgeschwindigkeit	und die gesamte Fallhöhe
1	$g = 9{,}81$ m	$\frac{g}{2} = 0{,}5\,g = 4{,}905$ m
2	$2\,g = 19{,}62$ m	$4 \,.\, 0{,}5\,g = 19{,}62$ m
3	$3\,g = 29{,}43$ m	$9 \,.\, 0{,}5\,g = 44{,}15$ m
4	$4\,g = 39{,}24$ m	$16 \,.\, 0{,}5\,g = 78{,}48$ m
5	$5\,g = 49{,}05$ m	$25 \,.\, 0{,}5\,g = 122{,}63$ m
⋮		
10	$10\,g = 98{,}10$ m	$100 \,.\, 0{,}5\,g = 490{,}50$ m
⋮		
t	$t \cdot g = t \cdot 9{,}81$ m	$t^2 \cdot \frac{g}{2} = t^2 \cdot 4{,}905$ m

Die folgende Tabelle gibt links die Geschwindigkeitshöhen für bestimmte Endgeschwindigkeiten und rechts die Endgeschwindigkeiten für bestimmte Fallhöhen in Metern an:

v	h	h	v
1	0,0509	1	4,429
5	1,274	5	9,905
10	5,097	10	14,007
25	31,86	25	22,147
50	127,42	50	31,32
75	286,69	75	38,36
100	509,68	100	44,29
500	12 724,1	500	99,05
1000	50 968,4	1000	140,07

1. Beispiel. Ein Körper fällt aus einem Luftballon zur Erde und braucht bis zum Aufschlagen auf die Erdoberfläche genau 5 Sekunden. Wie hoch war der Luftballon über der Erde und wie groß ist die Endgeschwindigkeit des Körpers beim Aufschlagen?

Da $h = \frac{v^2}{2g}$ und $v = g\,t$ ist, so folgt hieraus

$$h = \frac{g^2 \cdot t^2}{2g} = \frac{g \cdot t^2}{2} = \frac{9{,}81}{2} \cdot 5^2 = 122{,}63 \text{ m}.$$

Ferner ist $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 122{,}63} = 49{,}0$ m/Sek.

2. Beispiel. Auf der sächsischen Festung Königstein an der Elbe befindet sich ein tiefer, in den Felsen gearbeiteter Brunnen. Läßt man von oben einen Stein in denselben hineinfallen, so schlägt derselbe nach 6,6 Sekunden auf die Wasseroberfläche auf. Wie tief ist der Brunnen?

Aus der Gleichung $h = \frac{g \cdot t^2}{2}$ folgt

$$h = \frac{9{,}81 \cdot 6{,}6^2}{2} = 4{,}905 \cdot 43{,}56 = 215{,}66 \text{ m}.$$

3. Beispiel[1]). In Schweden gibt es eine Höhle, aus der das Aufschlagen eines von oben frei herabfallenden Steines erst nach 25 Sekunden gehört wird. Die Tiefe der Höhle ist zu berechnen.

Man erhält aus der Gleichung $h = \frac{1}{2} g \cdot t^2$

$$h = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot 25^2 = 3066 \text{ m},$$

1) Nach Stephan, Die technische Mechanik. Leipzig, B. G. Teubner. 1904, S. 229.

jedoch ist dabei nicht berücksichtigt, daß der Schall eine gewisse Zeit braucht, um den Weg nach oben zurückzulegen. Die Zeit t zerfällt also in zwei Teile, in die Fallzeit t_1 und die Zeit t_2, die der Schall braucht, um heraufzukommen.

Man erhält so die drei Gleichungen

$$t = t_1 + t_2, \quad h = \frac{g}{2} \cdot t_1^2 \; (g = 9{,}81 \text{ m/Sek.}) \quad \text{und}$$
$$h = v \cdot t_2 \; (v = 332 \text{ m/Sek.}).$$

Wird t_1 und t_2 aus den beiden unteren Gleichungen in die erste eingesetzt, so ist

$$\sqrt{\frac{2s}{g}} + \frac{h}{v} = t,$$

woraus sich nach Quadrierung und Auflösung der entstehenden quadratischen Gleichung ergibt

$$h = v \,.\, t + \frac{v^2}{2g}\left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2 \cdot t g}{v}}\right).$$

Nach Einsetzung der Zahlen wird

$$h = 8300 - 6433 = 1867 \text{ m}.$$

4. Beispiel[1]). Ein Körper wird mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_1 = 40$ m/Sek. senkrecht nach aufwärts geworfen. Zu berechnen ist die Steighöhe, die Zeit, nach der er wieder unten ankommt, und die dabei erreichte Geschwindigkeit.

Der Körper erhält die Verzögerung $g = -9{,}81$ m/Sek. und steigt, bis sich die Geschwindigkeit auf Null verringert hat; daraus ermittelt sich

$$s = \frac{v^2 - v_1^2}{2g} = \frac{0 - 40^2}{2(-9{,}81)} \sim 81{,}6 \text{ m}.$$

Die Steigdauer ist nach Gleichung

$$t' = \frac{v_2 - v_1}{g} = \frac{0 - 40}{-9{,}81} \sim 4{,}1 \text{ Sek}.$$

Von jetzt ab wird der Körper — beim Niederfallen zur Erde — positiv beschleunigt mit $g = +9{,}81$ m/Sek. Die Endgeschwindigkeit ermittelt sich aus der oben berechneten Steighöhe

$$s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} : \frac{v_2^2 - 0}{2 \cdot 9{,}81} = 81{,}6 \text{ m};$$

1) S. ebenda S. 231.

daraus folgt ohne weiteres, daß $v_2 = 40$ m/Sek. ist, d. h. die Endgeschwindigkeit beim Herunterfallen ist dieselbe wie die Wurfgeschwindigkeit. Die Fallzeit wird ebenfalls

$$t' = \frac{v_2 - v_1}{g} = \frac{40 - 0}{9{,}81} \sim 4{,}1 \text{ Sek.}$$

also ebenso groß wie die Steigdauer.

C. Die Wurfbewegung.

Man bezeichnet hiermit diejenige Bewegung, welche ein mit gleichförmiger Geschwindigkeit horizontal oder unter einem Winkel nach aufwärts bewegter, geworfener oder geschossener Körper unter der Einwirkung der Schwerkraft ausführt. Die hierbei

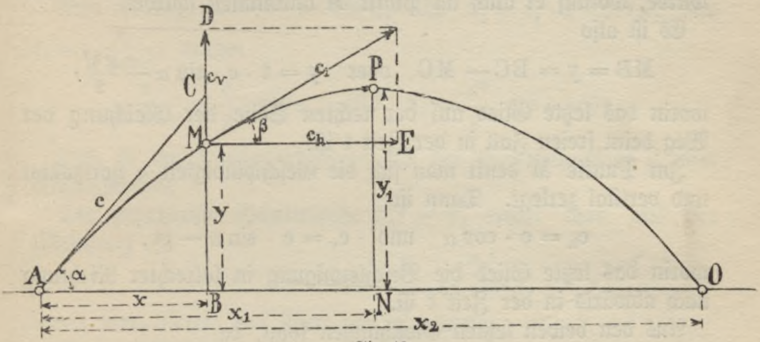


Fig. 48.

beschriebene Bahn heißt die **Wurflinie** oder **Flugbahn** (bei geschossenen Körpern). Die größte Höhe, welche der Körper hierbei über der Horizontalen erreicht, heißt die **Steighöhe**, die größte horizontale Entfernung, welche er beim Niederfallen erreicht, die **Wurfweite** oder **Flugweite**, die Zeit, welche er bis zum Niederfallen braucht, die **Flugzeit**.

In Fig. 48 ist die Wurflinie AMO dargestellt. Zur Berechnung der einzelnen Größen dienen folgende Gleichungen.

Im Punkte M der Bahn, dessen Koordinaten $AB = x$ und $BM = y$ sind, hat derselbe die Geschwindigkeit c_1, welche sich in eine horizontale Komponente $ME = c_h$ und $MD = c_v$ zerlegen läßt.

Für x und y erhält man aus dem rechtwinkligen Dreieck ABC folgende Werte. Es ist

$\frac{AB}{AC} = \cos\alpha$, also $AB = x = AC \cdot \cos\alpha = c.t.\cos\alpha$, also $t = \frac{x}{c \cdot \cos\alpha}$, da der Weg AC bei gleichförmiger Bewegung nach t Sekunden $= c \cdot t$ ist, worin c die gleichförmige Geschwindigkeit in der Richtung des Schenkels AC bezeichnet. Es ist ferner

$$\frac{BC}{AC} = \sin\alpha, \quad \text{also} \quad BC = t \cdot c \cdot \sin\alpha.$$

Nun ist $BC = MB + MC$. Dann ist MC der Weg, welchen der Körper infolge der Beschleunigung der Schwerkraft nach abwärts zurücklegt. Denn wäre dieselbe nicht vorhanden, so flöge er bis zum Punkte C auf der Geraden AC. Man kann auch annehmen, daß der Körper zunächst mit gleichförmiger Geschwindigkeit in der Zeit t bis zum Punkte C flöge und dann mit der Beschleunigung g durch die Schwerkraft in der Zeit t lotrecht nach unten bewegt würde, worauf er auch im Punkt M ankommen würde.

Es ist also

$$MB = y = BC - MC \quad \text{oder} \quad y = t \cdot c \cdot \sin\alpha - \frac{g t^2}{2},$$

worin das letzte Glied auf der rechten Seite der Gleichung der Weg beim freien Fall in der Zeit t ist.

Im Punkte M denkt man sich die Geschwindigkeit c horizontal und vertikal zerlegt. Dann ist

$$c_h = c \cdot \cos\alpha \quad \text{und} \quad c_v = c \cdot \sin\alpha - gt,$$

worin das letzte Glied die Beschleunigung in lotrechter Richtung nach abwärts in der Zeit t ist.

Aus den beiden letzten Gleichungen folgt, da

$$c_1^2 = c_v^2 + c_h^2 \quad \text{und} \quad c_1 = \sqrt{c_v^2 + c_h^2}$$

ist, wenn man die obigen Werte einsetzt,

$$c_1 = \sqrt{c^2 - 2\,gt \cdot c \sin\alpha + g^2 t^2},$$

die Geschwindigkeit in der Wurflinie nach der Zeit t.

Setzt man in der obigen Gleichung von y den Wert $\frac{x}{c \cos\alpha}$ für t ein, so erhält man die Hauptgleichung für die Flugbahn

$$y = \frac{x}{c \cdot \cos\alpha} \cdot c \cdot \sin\alpha - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{x}{c \cdot \cos\alpha}\right)^2 = x \cdot \frac{c \cdot \sin\alpha}{c \cdot \cos\alpha} - \frac{g}{2}\left(\frac{x}{c \cdot \cos\alpha}\right)^2$$

$$= x \cdot \operatorname{tg}\alpha - \frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{c^2 \cdot \cos^2\alpha}.$$

Das ist die Gleichung einer Parabel.

Dieselbe ermöglicht die verschiedenen, charakteristischen Punkte der Flugbahn zu bestimmen.

Der höchste Punkt oder Scheitelpunkt P der Wurflinie hat die Koordinate x_1 und y_1. Bezeichnet man noch den Winkel zwischen c_1 und c_h mit β, so ist für denselben $\frac{c_v}{c_1} = \sin\beta$.

Im Punkte P fällt aber c_1 mit c_h zusammen, es ist also $\beta = 0$ und $\sin\beta$ auch $= 0$.

Daher ist $\frac{c_v}{c_1} = \frac{c_{\sin\alpha} - g\,t}{\sqrt{c^2 - 2\,g\,t \cdot c \cdot \sin\alpha + g^2 t^2}}$ auch $= 0$.

Dies ist der Fall, wenn der Zähler $= 0$ ist, also $c \cdot \sin\alpha = g\,t$ ist, oder

$$g \cdot t = c \sin\alpha, \quad t = \frac{c}{g} \cdot \sin\alpha.$$

Nun ist aber $x = t \cdot c \cdot \cos\alpha$, also $x_1 = t_1 \cdot c \cdot \cos\alpha$, also $t_1 = \frac{x_1}{c \cdot \cos\alpha}$, mithin

$$\frac{x_1}{c \cdot \cos\alpha} = \frac{c}{g} \cdot \sin\alpha, \quad \text{also} \quad x_1 = \frac{c^2}{g} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha.$$

Dies ist der Horizontalabstand AN des Scheitelpunktes P vom Anfangspunkt A.

Die zugehörige Scheitelhöhe $PN = y_1$ erhält man aus der Gleichung

$$y_1 = x_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha - \frac{g}{2} \cdot \frac{x_1{}^2}{c^2 \cdot \cos^2\alpha},$$

wenn man hierein den Wert von x_1 einsetzt.

Man erhält dann

$$y_1 = \frac{c^2}{g} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot \operatorname{tg}\alpha - \frac{g}{2 \cdot c^2 \cdot \cos^2\alpha} \cdot \frac{c^4}{g^2} \cdot \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha$$

und daraus

$$y_1 = \frac{c^2}{2\,g} \cdot \sin^2\alpha.$$

Dieser Wert von y_1 ist am größten, wenn $\sin\alpha = 1$ oder $\alpha = 90^0$ ist, dann ist $y_1 = \frac{c^2}{2\,g}$ und $x_1 = \frac{c^2}{g} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha = 0$, weil $\cos 90^0 = 0$ ist. Dies ist der Fall beim senkrechten Wurf nach oben.

Um nun den Wert x_2 zu bestimmen, für welchen die Wurflinie die Horizontale wieder berührt, ist in der Gleichung

$$y_2 = x_2 \cdot \operatorname{tg}\alpha - \frac{g}{2} \cdot \frac{x_2^2}{c^2 \cdot \cos^2\alpha}$$

$y_2 = 0$ zu setzen, also

$$x_2 \cdot \operatorname{tg}\alpha - \frac{g}{2}\frac{x_2^2}{c^2 \cdot \cos^2\alpha} = 0, \text{ dann ist}$$

$$x_2 \cdot \operatorname{tg}\alpha = \frac{g}{2}\frac{x_2^2}{c^2 \cdot \cos^2\alpha} \text{ oder}$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{g}{2} \cdot \frac{x_2}{c^2 \cdot \cos^2\alpha}, \text{ also}$$

$$x_2 = \frac{2}{g} \cdot \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \cdot c^2 \cdot \cos^2\alpha = \frac{c^2}{g} \cdot 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{c^2}{g} \cdot \sin(2\alpha).$$

Dieser Wert wird am größten, wenn $\sin(2\alpha)$ am größten ist, also $\sin 2\alpha = 1$, also $2\alpha = 90^0$ und $\alpha = 45^0$, nämlich $x_2 = \frac{c^2}{g}$.

Die Wurfhöhe y_1 ist dann

$$= \frac{c^2}{2g}\sin^2\alpha = \frac{c^2}{2g} \cdot 0{,}707^2 = \frac{c^2}{2g} \cdot 0{,}5 = \frac{c^2}{4 \cdot g},$$

und der zugehörige Wert von

$$x_1 = \frac{c^2}{g}\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{c^2}{g} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} = \frac{c^2}{2g}.$$

Es ist dann für diesen Spezialfall

$$x_1 = \frac{x_2}{2} \text{ und } y_1 = \frac{x_2}{4} = \frac{x_1}{2}.$$

1. Beispiel. Ein Tennisball werde unter einem Winkel von 35^0 in die Höhe geworfen. Die Geschwindigkeit c betrage 10 m/Sek. Wie weit und wie hoch fliegt der Ball und nach welcher Zeit fällt er zur Erde?

Zunächst ist

$$x_2 = \frac{c^2}{g} \cdot \sin(2\alpha) = \frac{10^2}{9{,}81} \cdot \sin 70^0 = \frac{100}{9{,}81} \cdot 0{,}9397 = \frac{93{,}97}{9{,}81} = 9{,}57\,\text{m}.$$

Die Wurfhöhe ist

$$y_1 = \frac{c^2}{2g} \cdot \sin^2\alpha = \frac{100}{19{,}6_2} \cdot 0{,}574^2 = 5{,}097 \cdot 0{,}33 = 1{,}682\,\text{m}.$$

Um die Zeit t_2 zu bestimmen, für welche $y = 0$ ist, hat man zunächst in die Gleichung

$$y = c \cdot t \cdot \sin\alpha - \frac{g t^2}{2}$$

$y = 0$ zu setzen, dann ist

$$c \cdot t \cdot \sin\alpha = \frac{g \cdot t^2}{2}, \text{ oder } t = \frac{2 \cdot c \cdot \sin\alpha}{g} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 0{,}574}{9{,}81}$$

oder
$$t = 1{,}17 \text{ Sek.}$$

2. Beispiel. Ein Wasserstrahl fließt aus einer horizontalen Röhre im Bogen aus. Die Mündung liegt 1,8 m über dem Erd-

boden, der Wasserstrahl trifft in einer Entfernung von 4,2 m den letzteren. Wie groß ist die Ausflußgeschwindigkeit des Wassers?

Die Bahn des Wasserstrahls ist (ohne Berücksichtigung des Luftwiderstandes) durch die rechte Hälfte der Parabel in Fig. 48, also die Kurve PO, dargestellt.

Die Höhe der Mitte der Mündung des Rohres über dem Erdboden ist y_1, die Entfernung von y_1 bis zum Berührungspunkt des Wasserstrahles mit dem Erdboden, O, also NO ist dann x_1.

Aus den Gleichungen für y_1 und x_1, nämlich

$$y_1 = \frac{c^2}{2g} \cdot \sin^2\alpha \text{ und } x_1 = \frac{c^2}{g} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

ist zunächst der Winkel α zu berechnen.

Es ist nun

$$y_1 = \left(\frac{c^2}{g} \cdot \sin\alpha\right) \cdot \frac{\sin\alpha}{2}, \text{ also } \frac{c^2}{g} \cdot \sin\alpha = \frac{2y_1}{\sin\alpha}.$$

Setzt man dies in die Gleichung für x_1 ein, so folgt:

$$x_1 = \frac{2 \cdot y_1}{\sin\alpha} \cdot \cos\alpha, \text{ oder } \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha = \frac{2y_1}{x_1} = \frac{2 \cdot 1{,}8}{4{,}2} = 0{,}8571,$$

daher $$\alpha = 40^0 35' \text{ und } \sin\alpha = 0{,}65.$$

Nach der Gleichung für y_1 ist $c^2 = \frac{2g \cdot y_1}{\sin^2\alpha}$, also

$$c = \frac{\sqrt{2g \cdot y_1}}{\sin\alpha} = \frac{\sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}8}}{0{,}65} = 9{,}14 \text{ m/Sek.}$$

Wollte man noch berechnen, wie groß die Entfernung x_1 und der Winkel α bei einer Ausflußgeschwindigkeit von 15 m wäre, so wäre zunächst aus der Gleichung $y_1 = \frac{c^2}{2g} \cdot \sin^2\alpha$ die Gleichung $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2g \cdot y_1}}{c}$ abzuleiten, woraus nach Einsetzung der Werte folgt: $\sin\alpha = 0{,}396$, also $\alpha = 23^0 20'$. Aus der weiteren Gleichung $x_1 = \frac{2y_1}{\operatorname{tg}\alpha}$ folgt dann, da $\operatorname{tg} 23^0 20' = 0{,}431$ ist,

$$x_1 = \frac{2 \cdot 1{,}8}{0{,}431} = 8{,}35 \text{ m.}$$

3. Beispiel[1]). Eine Kanone wird auf die Spitze eines Turmes gerichtet, der Schuß trifft den Turm in der Horizontalebene durch die Kanone in $t_1 = 10{,}2$ Sek. Ein zweiter Schuß mit dem doppelten Steigungswinkel trifft die Spitze des Turmes in $t_2 = 10{,}6$ Sek. Die Entfernung des Turmes ist daraus zu berechnen.

1) Nach Stephan a. a. O. S. 269.

Für den ersten Schuß folgt aus den obigen Gleichungen:

$x_2 = s = c \cdot \cos\alpha \cdot t_1$ und $y_2 = 0 = c \cdot \sin\alpha\, t_1 - \frac{1}{2} g \cdot t_1^2$

oder $\frac{1}{2} g \cdot t_1^2 = c \cdot \sin\alpha\, t_1.$

Durch Division beider Gleichungen folgt

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{g \cdot t_1^2}{s}.$$

Für den zweiten Schuß gilt

$$x_2 = s = c \cdot \cos 2\alpha \cdot t_2 \quad \text{und}$$
$$y_2 = s \cdot \operatorname{tg}\alpha = c \cdot \sin 2\alpha\, t_2 - \tfrac{1}{2} g \cdot t_2^2.$$

Dies ergibt, in derselben Weise dividiert

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \operatorname{tg}\alpha + \frac{1}{2} \cdot \frac{g \cdot t_2^2}{s} \quad \text{oder} \quad \frac{2 \cdot \operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha} = \operatorname{tg}\alpha + \frac{1}{2} \cdot \frac{g \cdot t_2^2}{s}.$$

Wird hierin nach dem Obigen gesetzt $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{g \cdot t_1^2}{s}$, so folgt nach einigen Umformungen

$$s = \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 \cdot \sqrt{\frac{t_2^2 + t_1^2}{t_2^2 - t_1^2}} = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot 10{,}2^2 \sqrt{\frac{10{,}6^2 + 10{,}2^2}{10{,}6^2 - 10{,}2^2}}$$
$$= \sim 8060 \text{ m}.$$

4. Beispiel. In einem Berliner Zirkus war vor etlichen Jahren ein Radfahrer zu sehen, welcher auf einem hohen Gerüste auf einer hölzernen Bahn herunterfuhr und am Ende derselben eine Strecke weit im Bogen frei durch die Luft fuhr und in einer seitlich befindlichen Öffnung verschwand. Die freie Flugbahn ist in Fig. 49

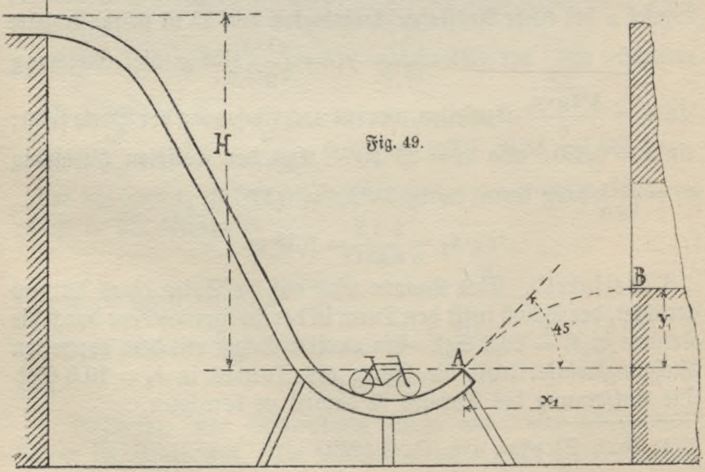


Fig. 49.

mit AB bezeichnet. Der Winkel α, unter welchem das letzte Ende der Bahn gegen die Horizontale geneigt war, betrug 45^0, weil bei diesem die Flugweite bei gegebener Geschwindigkeit am größten ist.

Die Höhe y_1 des Punktes B über dem Ausgangspunkt der Flugbahn betrug 4 m. Es soll berechnet werden, mit welcher Geschwindigkeit der Fahrer durch den Punkt A fahren mußte, und wie groß der horizontale Abstand x_1 des Punktes A von der Seitenmauer gemacht werden mußte.

Für den Winkel $\alpha = 45^0$ war nach den früheren Gleichungen

$$y_1 = \frac{c^2}{4\,g} = 4 \text{ m} \quad \text{und} \quad x_1 = \frac{c^2}{2\,g} = 2 \cdot y_1 = 2 \cdot 4 = 8 \text{ m}.$$

Aus der ersten Gleichung folgt

$$c = \sqrt{4 g y_1} = \sqrt{4 \cdot 9{,}81 \cdot 4} = 12{,}53 \text{ m/Sek.}$$

Die entsprechende Fallhöhe H (ohne Berücksichtigung der Reibungen und des Luftwiderstandes) vom Punkte A bis zum Anfangspunkt der Bahn gemessen, berechnet sich nach der oben (Seite 62) angegebenen Gleichung zu

$$H = \frac{c^2}{2\,g} = \frac{12{,}53^2}{19{,}62} \sim 8 \text{ m}.$$

In Wirklichkeit war die Höhe jedoch mit Rücksicht auf die Eigenreibungen des Rades, die Reibungen auf der Fahrbahn und den Luftwiderstand wesentlich höher und betrug etwa 16—20 m.

2. Kapitel.

Die gezwungene Bewegung.

A. Allgemeine Betrachtungen.

Weitaus häufiger ist in der Physik und Technik der Fall, daß ein Körper durch eine bestimmte Bahn gezwungen ist, eine genau vorgeschriebene Bewegung auszuführen. Hierbei führt derselbe meistens eine *periodische Bewegung* aus, d. h. derselbe kehrt nach bestimmter Zeit wieder an den Ausgangspunkt seiner Bahn zurück.

Die wichtigsten Beispiele der Bewegungen dieser Art sind die Bewegungen der Himmelskörper. Wie uns die Beobachtungen dieser Körper gelehrt haben, laufen die Tausende und Abertausende derselben in streng vorgeschriebenen Bahnen, welche sie in bestimmten Perioden oder Umlaufszeiten beschreiben. So beschreibt bekanntlich die Erde ihre Bahn um die Sonne in 365,26 Tagen oder einem Jahre, und beruht umgekehrt auf dieser Bewegung der Erde um die Sonne unsere Zeitrechnung. Ihre Bahn, sowie die Bahn aller übrigen Planeten sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht. Die Umlaufszeiten derselben um die Sonne sind sehr verschieden, so z. B. beim Merkur nur 87,97 Erdentage, beim Mars 686,98 Erdentage, beim Jupiter 4332,54 Tage oder $\sim$ 11 Jahre, 10 Monate, beim Neptun 60 125 Tage oder $\sim$ 164 Jahre 8 Monate. Ähnlich verhält es sich mit den meisten der bekannten Kometen, welche ebenfalls elliptische Bahnen haben, in welchen sie sich um die Sonne bewegen. Ihre Umlaufszeiten sind sehr verschieden. So ist dieselbe für den Halleyschen Kometen zu 76 Jahren, für den Bielaschen zu nur 3,29 Jahren berechnet worden, während es auch Kometen mit geschlossenen (elliptischen) Bahnen gibt, deren Umlaufszeit, wie z. B. beim Donatischen Kometen vom Jahre 1858 Tausende von Jahren beträgt.

Es ist klar, daß diese Bewegungen in den vorgeschriebenen Bahnen bedingt sind durch das Zusammenwirken der Anziehungskraft der Sonne und der sonstigen auf die Himmelskörper wirkenden Kräfte.

Weitere Beispiele der gezwungenen Bewegungen sind u. a. die Bewegungen auf kreisförmiger Bahn um einen festen Mittelpunkt, die Oszillations- oder Schwingungsbewegung, die Bewegung auf der geneigten oder schiefen Ebene, die Bewegungen der Mechanismen und Maschinen, von welchen einige der wichtigsten im folgenden behandelt werden sollen.

B. Die Bewegung auf kreisförmiger Bahn.

Eine bekannte Tatsache ist es, daß ein an einem Faden befestigter schwerer Körper, wenn er im Kreise geschwungen wird, das Bestreben hat, nach außen zu fliegen. Auf dieser Tatsache beruhen die Schleudern. Wird in irgendeinem Augenblicke der Faden einer solchen Schleuder freigelassen, so fliegt der Körper in der Richtung der Tangente an seine Kreislaufbahn fort. Seine Anfangsgeschwindigkeit ist hierbei gleich der Geschwindigkeit, mit welcher er die Kreisbahn beim Schwingen durchlaufen hat. Während des Schwingens wird der Körper durch eine Kraft nach außen gezogen, welche den Faden straff spannt. Im Faden selbst wirkt eine Kraft, die Zugkraft desselben, nach dem Drehungsmittelpunkt zu. Eine dritte Kraft endlich wirkt in der Bewegungsrichtung und erzeugt die Bewegung des Körpers in seiner kreisförmigen Bahn. Die erste Kraft heißt die **Zentrifugalkraft**, die zweite die **Zentripetalkraft**, die dritte die **Tangentialkraft**.

Im Punkte M, Fig. 50, wirkt die Zentrifugalkraft + Z nach außen, die Zentripetalkraft — Z nach innen und die Kraft P in der Richtung der Tangente an die Kreisbahn im Punkte M. + Z und — Z halten sich das Gleichgewicht.

Die Zentrifugalkraft ist das Produkt aus der Masse m und der Zentrifugalbeschleunigung, und die letztere ist dem Quadrat der Geschwindigkeit v direkt, dem Halbmesser der Kreisbahn umgekehrt proportional, so daß man die Gleichung erhält

$$Z = m \cdot p = m \cdot \frac{v^2}{r}.$$

Bezeichnet ferner ω die Winkelgeschwindigkeit, d. h. die Geschwindigkeit in der Entfernung des Halbmessers r = 1 vom Mittelpunkt O des Kreises gemessen, so ist die Geschwindigkeit auf der Kreisbahn $v = r \cdot \omega$, und daraus die Zentrifugalkraft

$$Z = m \cdot \frac{r^2 \cdot \omega^2}{r} = m \cdot r \cdot \omega^2.$$

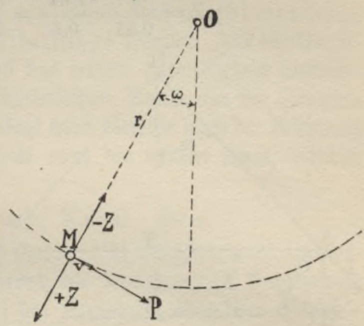


Fig. 50.

Bei gleichförmiger Umlaufsgeschwindigkeit ist der Weg, den der Punkt M auf der Kreisbahn bei einem Umlauf beschreibt, gleich dem Kreisumfang $2\,r \cdot \pi$, also bei n Umläufen in der Minute $n \cdot 2\,r \cdot \pi$ und in der Sekunde $\frac{2 \cdot r \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{r \cdot \pi \cdot n}{30}$, so daß man erhält

$$v = r \cdot \omega = \frac{r \cdot \pi \cdot n}{30} \text{ oder } \omega = \frac{\pi}{30} \cdot n,$$

die Winkelgeschwindigkeit im Abstand r = 1, z. B. = 1 m.

Ist z. B. n = 300 in der Minute, so ist

$$\omega = \frac{\pi}{30} \cdot 300 = 3{,}14 \cdot 10 = 31{,}4 \text{ m/Sek.}$$

Nach der zweiten obigen Gleichung ist die Zentrifugalkraft dem Halbmesser der Kreisbahn und dem Quadrate der Winkelgeschwindigkeit direkt proportional.

1. **Beispiel.** In einer Schleuder von 0,6 m Länge wird ein Stein von 2 kg Gewicht herumgeschleudert, und macht dieselbe bei ihrer größten Geschwindigkeit 2 Umdrehungen in der Sekunde.

Wie groß ist die Zentrifugalkraft, mit welcher die Schleuder gespannt wird und mit welcher Anfangsgeschwindigkeit fliegt der Stein, wenn die Schleuder losgelassen wird, fort?

Nach der obigen, ersten Gleichung ist

$$Z = m \cdot \frac{v^2}{r} = \frac{G}{g} \cdot \frac{v^2}{r}.$$

Zunächst ist $v = \frac{r \cdot \pi \cdot n}{30} = \frac{0,6 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 60}{30} = 7,54$ m/Sek.

Mit dieser Anfangsgeschwindigkeit wird auch der Stein beim Lösen der Schleuder fortfliegen.

Die Zentrifugalkraft ist

$$Z = \frac{2}{9,81} \cdot \frac{7,54^2}{0,6} = \frac{56,85}{2,943} = \mathbf{19,3\ kg.}$$

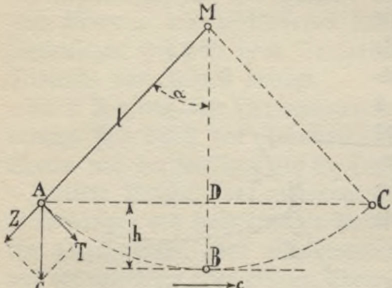


Fig. 51.

2. Beispiel. Eine 400 pferdige Hochofen-Gebläsemaschine hat ein Schwungrad, dessen Kranzgewicht 30 000 kg beträgt. Dasselbe hat einen Halbmesser von 4 m und macht 14 Umdrehungen in der Minute. Die Umfangsgeschwindigkeit und Zentrifugalkraft, mit welcher der Ring oder Radkranz beansprucht wird, ist zu berechnen. Es ist

$$v = \frac{r \cdot \pi \cdot n}{30} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 14}{30} = 5,86 \text{ m/Sek.}$$

Die Zentrifugalkraft berechnet sich aus der Gleichung

$$Z = \frac{G}{g} \cdot \frac{v^2}{r} = \frac{30\,000}{9,81} \cdot \frac{5,86^2}{4} = 27\,663 \text{ kg.}$$

Da das Schwungrad sechs Arme besitzt, so wird jeder Arm eine Beanspruchung durch die Zentrifugalkraft von 27 663 : 6 $\sim$ 4600 kg erhalten.

C. Die Pendelbewegung.

Denkt man sich den an einem gewichtlosen Faden befestigten Körper A, Fig. 51, aus seiner mittleren Schwerpunktslage MB z. B. nach links bewegt und dann losgelassen, so fällt derselbe vermöge der Schwerkraft wieder in seine Mittellage zurück. In dieser angelangt bleibt er jedoch nicht in Ruhe, sondern geht mit einer gewissen, allmählich abnehmenden Geschwindigkeit über diese Lage hinaus nach C, kommt dort momentan zur Ruhe, kehrt sodann wieder um und in die Anfangslage MA zurück. Würde er dort nicht aufgefangen, so würde das Spiel sich wiederholen.

Man sagt, daß der Körper um seine Mittel- oder Schwerpunktslage schwinge oder pendele und bezeichnet den mittels des Fadens bei M aufgehangenen Körper A als ein gewöhnliches Pendel oder ein Kreispendel.

Je nachdem man nun den Körper A nur als einen materiellen Punkt an dem gewichtlosen Faden AM oder als einen an einer Stange befestigten materiellen Körper, Scheibe, Kugel o. dgl. betrachtet, unterscheidet man ein einfaches oder mathematisches und ein materielles oder physikalisches Pendel. Für die Untersuchung der Pendelbewegung soll das erstere vorausgesetzt werden.

Im Punkte A wirkt auf den materiellen Punkt nur die Schwerkraft G lotrecht nach unten. Zerlegt man dieselbe nach der Richtung AM und senkrecht dazu, so erhält man die beiden Komponenten Z und T, und zwar ist

$$Z = G \cdot \cos\alpha \quad \text{und} \quad T = G \cdot \sin\alpha.$$

Die Komponente Z wird vom Faden AM aufgenommen und erzeugt die Fadenspannung, während die Komponente T diejenige Kraft ist, welche den Körper auf der Kreisbahn oder dem Schwingungsbogen ABC bewegt.

Aus der Gleichung für T folgt zunächst, daß die Kraft um so größer ist, je größer der Winkel α, der Ausschlag, oder Ausschlags- oder Elongationswinkel ist. Dies ist aber der Fall, je höher der Punkt A anfänglich gehoben wurde, oder je größer der Wert von h, die Fallhöhe des Punktes A, ist.

Aus Figur 51 ergibt sich, daß

$$h = BM - DM = l - l\cos\alpha = l(1 - \cos\alpha) \text{ ist.}$$

Für $\alpha = 0$, also für die lotrechte Mittellage ist $\cos\alpha = 1$, also $h = 0$, für $\alpha = 90^0$ ist $\cos\alpha = 0$, also $h = l$.

Die Geschwindigkeit c im Punkte B ist dieselbe, als wenn der materielle Punkt um die Höhe h frei gefallen wäre, also nach den früheren Gleichungen

$$c = \sqrt{2g \cdot h}.$$

Die Zeit, welche der materielle Punkt A zum Zurücklegen des Weges ABC oder zu einer Schwingung braucht, heißt die Schwingungszeit oder Schwingungsdauer des Pendels. Sie berechnet sich mit großer Annäherung für nicht zu große Schwingungsweiten aus der (hier nicht ableitbaren) Gleichung

$$t = \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{\pi}{\sqrt{g}} \cdot \sqrt{l} = \frac{3{,}1415}{3{,}1321} \cdot \sqrt{l} = 1{,}003 \cdot \sqrt{l},$$

worin $g = 9{,}81$ für den 45. Breitegrad eingesetzt ist.

Aus der Gleichung folgt sofort, daß für jeden Wert von g, der Akzeleration der Schwere, also für jeden Punkt der Erde die Schwingungsdauer desselben Pendels von der Größe g an diesem Punkte abhängig ist.

Da am Äquator z. B. $g = 9{,}7806$ m ist, so wird für diesen der Wert der Schwingungszeit ein anderer sein, als auf dem 45. Breitegrad. Man hat hieraus rückwärts die Abnahme der Schwerkraft von den Polen nach dem Äquator zu nachgewiesen. So ist die Akzeleration der Schwere am Äquator $g = 9{,}7806$ m, an den Polen $g = 9{,}831$ m, also dort um 5,1 cm oder 0,52 % größer als am Äquator.

1. Beispiel. Es soll die Länge des Pendels, welches zu seiner Schwingung genau 1 Sekunde braucht, des sogenannten Sekundenpendels, und die Länge desjenigen Pendels, welches für eine Doppelschwingung (also einen Hin- und Rückgang) 1 Sekunde braucht, für den 45. Breitegrad berechnet werden.

Setzt man in der obigen Gleichung $t = \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$ die Zeit $t = 1$, so folgt $\frac{1}{\pi^2} = \frac{l}{g}$, und

$$l = \frac{g}{\pi^2} = \frac{9{,}81}{9{,}8696} = 0{,}994 \text{ m, also rund } = 1 \text{ m.}$$

Für das zweite Pendel ist die Zeit einer Doppelschwingung = 1, also einer einfachen Schwingung $= \frac{1}{2}$ Sek., es ist somit zu setzen $\frac{1}{2} = \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$, $\frac{1}{4\pi^2} = \frac{l}{g}$ und $l = \frac{9{,}81}{4\pi^2} = \frac{9{,}81}{39{,}48} = 0{,}2485$ m, also rund $= \frac{1}{4}$ m. Man sieht hieraus, daß die Pendellängen sich verhalten, wie die Quadrate der Schwingungszeiten, wie auch aus der obigen Gleichung sofort folgt. Bezeichnet man nämlich für den ersten Fall die Zeit mit t_1, die Pendellänge mit l_1, für den zweiten Fall die betreffenden Werte mit t_2 und l_2, so gelten die beiden Gleichungen:

$$t_1 = \pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{g}} \text{ und } t_2 = \pi \cdot \sqrt{\frac{l_2}{g}}$$

woraus folgt:

$t_1^2 = \frac{\pi^2}{g} \cdot l_1$, $t_2^2 = \frac{\pi^2}{g} \cdot l_2$ und durch Division der ersten Gleichung durch die zweite:

$\frac{t_1^2}{t_2^2} = \frac{l_1}{l_2}$, also z. B. für $\frac{l_1}{l_2} = 4$, (z. B. $l_1 = 0{,}995$, $l_2 = 0{,}248$ m) wird $\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{4} = 2$, d. h., wenn ein Pendel 4 mal so lang wie ein anderes ist, so ist seine Schwingungszeit doppelt so groß (z. B. 1 Sekunde) als diejenige des kleineren Pendels ($^1/_2$ Sekunde).

2. Beispiel. In Fig. 52 ist mit ABC_1 eine sogenannte russische Rutschbahn schematisch dargestellt. Es soll unter der Annahme völlig reibungsloser Bewegung die Geschwindigkeit, mit welcher ein auf der Bahn rollender Wagen durch die Punkte B und C_1

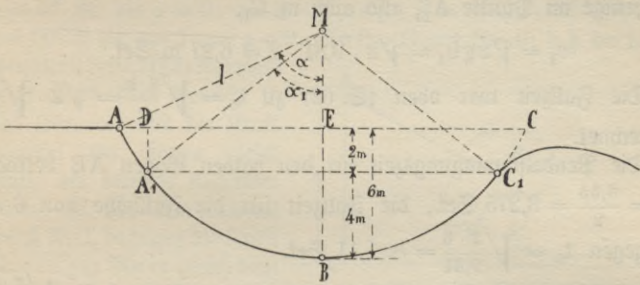


Fig. 52.

fährt, und die Zeit für die Fahrt von A—C_1 berechnet werden.

Die Bahn soll kreisförmig, der Winkel $\alpha = 45^0$ [1]), die lotrechte Fallhöhe = 6 m und der Höhenabstand von C_1 unter AC = 2 m sein.

Aus der Figur folgt zunächst, BE = BM — EM, oder

$$l - l \cdot \cos\alpha = 6 \text{ m, oder } l(1 - \cos\alpha) = 6,\ l = \frac{6}{1-\cos\alpha} = \frac{6}{0{,}293} = 20{,}48 \text{ m.}$$

Die Schwingungszeit ist $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 3{,}14\sqrt{\frac{20{,}48}{9{,}81}} = 6\,55$ Sek.

Diese Zeit gilt jedoch für den Weg von A über B bis C, es soll jedoch nur die Zeit bis zum Punkte C_1 berechnet werden. Hierzu ist zunächst noch die Strecke $CC_1 = AA_1$ zu berechnen.

Zunächst ist $AE = \frac{AC}{2} = l \cdot \sin\alpha$, also $AC = 2 \cdot l \cdot \sin\alpha = 28{,}96$ m.

Ferner ist $l \cdot \cos\alpha_1 - l\cos\alpha = 2$ m, daraus berechnet sich der

1) In der Figur ist der Winkel der größeren Deutlichkeit wegen etwas größer gezeichnet.

Winkel α_1 zu $36^0 30'$ und $A_1 C_1 = 2 \cdot l \cdot \sin \alpha = 24{,}36$ m, mithin $AD = \frac{AC - A_1 C_1}{2} = \frac{28{,}96 - 24{,}36}{2} = 2{,}3$ m.

Nimmt man $A A_1 = C C_1$ annähernd als Gerade an, so folgt $A A_1 = \sqrt{AD^2 + A_1 D^2} = \sqrt{2{,}3^2 + 2^2} = 3{,}05$ m.

Da der $\sphericalangle\, \alpha = 45^0$, also $2\alpha = 90^0$ ist, so ist der Bogen $ABC = \frac{1}{4}$ des Kreisumfanges $= \frac{2 \cdot l \cdot \pi}{4} = 32{,}154$ m, mithin der durchlaufene Weg $ABC_1 = 32{,}154 - 3{,}05 = 29{,}1$ m.

Die Geschwindigkeit im Punkte B ist

$$c = \sqrt{2\,g\,h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 6} = 10{,}847 \text{ m/Sek.},$$

diejenige im Punkte A_1, also auch in C_1,

$$c_1 = \sqrt{2 g h_1} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 2} = 6{,}27 \text{ m/Sek.}$$

Die Fallzeit war oben (S. 62) zu $t_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{h}{g}}$ berechnet.

Die Pendelschwingungszeit für den halben Bogen AB beträgt $\frac{t}{2} = \frac{6{,}55}{2} = 3{,}275$ Sek., die Fallzeit für die Fallhöhe von 6 m dagegen $t_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot 6}{9{,}81}} = \sim 1{,}11$ Sek.

Die Fallzeit für die Fallhöhe von 2 m ergibt sich zu $t_0' = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{9{,}81}} = \frac{2}{3{,}13} = 0{,}638$ Sek.

Um nun endlich die Schwingungszeit t_x für den Weg $A A_1$, also auch für $C_1 C$ zu bestimmen, kann man, ohne einen großen Fehler zu begehen, annehmen, daß die Fallzeiten und Schwingungszeiten proportional sind, also $t_x : 0{,}638 = 3{,}275 : 1{,}11$ sich verhält, woraus sich berechnet

$$t_x = \frac{3{,}275 \cdot 0{,}638}{1{,}11} = 1{,}882 \text{ Sek.}$$

Man erhält somit die Schwingungs- bzw. Fahrzeit für den Weg der Rutschbahn ABC_1 zu:

$$t_1 = 6{,}55 - 1{,}882 = \mathbf{4{,}668} \text{ Sek.}$$

D. Die Bewegung auf der schiefen Ebene.

Die in Fig. 53 abgebildete s c h i e f e E b e n e AB ist eine unter dem Winkel α gegen die Horizontale AC geneigte ebene Fläche, auf welcher ein Körper vom Gewicht G liegt, der bei bestimmter Größe des Winkels α heruntergleitet. Es ist klar, daß, wenn der Winkel etwa von 0^0 bis 90^0 wachsen würde, der Körper anfänglich, bei schwachen Neigungen der Ebene, liegen bleiben würde, bei einem bestimmten Winkel aber anfangen würde herabzugleiten. Es soll jedoch vorausgesetzt werden, daß zwischen dem Körper und der schiefen Ebene keine Reibung bestände, so daß also sowohl die Oberfläche des Körpers als auch diejenige der schiefen Ebene absolut glatt sein soll.

Zerlegt man das Gewicht G in zwei Komponenten P und N parallel und senkrecht zur schiefen Ebene, so ist $P = G \cdot \sin \alpha$ und $N = G \cdot \cos \alpha$. Die Grenzfälle ergeben sich hieraus sofort: für $\alpha = 0^0$ ist $\sin \alpha = 0$, $\cos \alpha = 1$, also $P = 0$, $N = G$ und für $\alpha = 90^0$ ist $\sin \alpha = 1$, $\cos \alpha = 0$, also $P = G$ und $N = 0$; d. h. bei horizontaler Ebene ist der Normaldruck gleich dem Gewicht G des Körpers, und die Kraft parallel zur Ebene gleich Null, bei lotrecht stehender Ebene ist der Normaldruck gleich Null, dagegen die Kraft parallel zur Ebene gleich dem Gewicht G des Körpers.

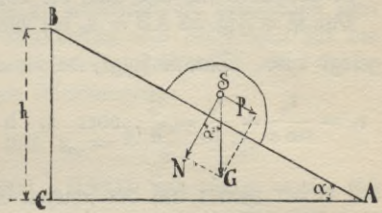


Fig. 53.

Für α =	30^0	45^0	60^0	75^0
ist: P =	$0{,}5 \cdot G$	$0{,}707 \cdot G$	$0{,}866 \cdot G$	$0{,}966 \cdot G$
und N =	$0{,}866 \cdot G$	$0{,}707 \cdot G$	$0{,}5 \cdot G$	$0{,}259 \cdot G$.

Die Normalkraft N erzeugt die Reibung zwischen dem Körper und der schiefen Ebene, während die Kraft P den Körper auf der Ebene herunter zu bewegen sucht.

Bezeichnet noch p die Beschleunigung, welche diese Kraft dem Körper erteilt, so ist $P = m \cdot p$.

Da aber $G = m \cdot g$ ist, so folgt

$$P = G \cdot \sin \alpha = m \cdot p = m \cdot g \cdot \sin \alpha, \quad \text{oder}$$

$$\frac{p}{g} = \sin \alpha, \quad \text{also auch} \quad p : g = \sin \alpha : 1, \quad \text{d. h.}$$

die Beschleunigung des Körpers auf der schiefen Ebene verhält sich zur Beschleunigung des freien Falles wie $\sin \alpha : 1$. Da jedoch der Wert $\sin \alpha$ stets kleiner als 1 ist, so ist die Beschleunigung auf der schiefen Ebene stets kleiner als diejenige des freien Falles.

Um die Endgeschwindigkeiten und Fallzeiten zu berechnen, sind die bekannten Gleichungen (s. oben S. 62) anzuwenden.

Es ist zunächst die Geschwindigkeit für die Bewegung auf der schiefen Ebene, $v_e = p \cdot t$, also da $p = g \cdot \sin\alpha$ ist, $v_e = g \sin\alpha \cdot t$.

Für den freien Fall dagegen ist $v_f = g \cdot t$. Man erhält somit $v_e : v_f = \sin\alpha : 1$, d. h die Geschwindigkeiten verhalten sich ebenso wie die Beschleunigungen, d. h. wie $\sin\alpha : 1$.

Der zurückgelegte Weg ist für die Bewegung auf der schiefen Ebene

$$s_e = \frac{v_e}{2} \cdot t = \frac{g \cdot t \cdot \sin\alpha}{2} \cdot t = g \cdot \sin\alpha \cdot \frac{t^2}{2},$$

für die Fallbewegung

$$s_f = \frac{v_f}{2} \cdot t = \frac{g \cdot t}{2} \cdot t = g \cdot \frac{t^2}{2}.$$

Es verhalten sich also auch die Wege $s_e : s_f = \sin\alpha : 1$.

Nun ist in Fig. 53 $AB = s_e$ der Weg, welcher in der Zeit t zurückgelegt wird. Daraus folgt, da $\sin\alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{h}{s_e}$ ist:

$$s_f = \frac{s_e}{\sin\alpha} = \frac{s_e}{\frac{h}{s_e}} = \frac{s_e^2}{h}, \text{ oder } s_f \cdot h = s_e^2 \text{ oder } \frac{h}{s_e} = \frac{s_e}{s_f}, \text{ d. h.}$$

der in der Zeit t auf der schiefen Ebene zurückgelegte Weg s_e ist die mittlere Proportionale zwischen der Steigungshöhe h der schiefen Ebene und der Freifallhöhe s_f für die gleiche Zeit t.

Die Zeit zum Durchlaufen des Weges $AB = s_e$ berechnet sich aus der obigen Gleichung

$$s_e = g \cdot \sin\alpha \cdot \frac{t^2}{2} \text{ zu } t = \sqrt{\frac{2 \cdot s_e}{g \cdot \sin\alpha}}.$$

1. Beispiel. Wie groß ist die Länge einer schiefen Ebene, auf welcher ein (reibungslos gedachter) Wagen herabrollen muß, um am Endpunkt A eine Geschwindigkeit von 60 km/Std. zu besitzen, wenn die Steigung der schiefen Ebene 12,5‰ = 1,25 % beträgt.

Der Geschwindigkeit von 60 km/St. entspricht eine solche von $v_e = \frac{60 \cdot 1000}{3600} = 16{,}67$ m/Sek.

Die Steigung von 1,25 % bedeutet auf 100 m Länge 1,25 m Steigung. Hieraus berechnet sich $\sin\alpha = \frac{1{,}25}{100} = 0{,}0125$.

Aus der obigen Gleichung für v_e folgt zunächst

$$t = \frac{v_e}{g \cdot \sin\alpha} = \frac{16{,}67}{9{,}81 \cdot 0{,}0125} = 135 \text{ Sek.} = 2 \text{ Min. } 15 \text{ Sek.}$$

Setzt man diesen Wert in die Gleichung $s_e = g \cdot \sin\alpha \cdot \frac{t^2}{2}$ ein, so folgt

$$s_e = \frac{9{,}81 \cdot 0{,}0125}{2} \cdot 135^2 = 0{,}0615 \cdot 18\,225 = 1120{,}8\,\text{m} \sim \mathbf{1{,}121\ km.}$$

In Wirklichkeit wird infolge der Eigenreibungen des Wagens und der Reibung desselben auf der Bahn der Weg beträchtlich länger und die Zeit größer sein, bis die Endgeschwindigkeit von 60 km/St. erreicht ist.

2. Beispiel. Beim Abbruch hoher Gebäude verwendet man vielerorts hölzerne Fallrinnen, in welchen die abgebrochenen Steine zum Erdboden niedergelassen werden. Die Rinne habe in der unteren Hälfte eine Steigung von 45°, in der oberen eine solche von 70°. Die ganze Fallhöhe beträgt 20 m. Welche Zeit gebraucht ein Ziegelstein, um die ganze Rinne zu durchlaufen?

Man hat zwei Zeitabschnitte zu unterscheiden, denjenigen zum Durchfallen durch das obere Rinnenstück und denjenigen für die untere Hälfte. Bezeichnet man die erste Zeit mit t_1, die zweite mit t_2, so folgt aus den obigen Gleichungen:

$$s_{e_1} = \frac{g \cdot \sin\alpha_1}{2} \cdot t_1^2 \text{ und } s_{e_2} = \frac{g \cdot \sin\alpha_2}{2} \cdot t_2^2.$$

Zunächst ist $\sin\alpha_1 = \sin 70^0 = 0{,}9397$ und $\sin\alpha_2 = \sin 45^0 = 0{,}707$.

Aus der ersten der beiden vorstehenden Gleichungen folgt

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot s_{e_1}}{g \cdot \sin\alpha_1}} \text{ und } t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot s_{e_2}}{g \cdot \sin\alpha_2}}.$$

Da die ganze Höhe 20 m, die Hälfte 10 m beträgt, so ist, da $\frac{h_1}{s_{e_1}} = \sin\alpha_1$ oder $s_{e_1} = \frac{h_1}{\sin\alpha_2}$ und $\frac{h_2}{s_{e_2}} = \sin\alpha_2$, also $s_{e_2} = \frac{h_2}{\sin\alpha_2}$ ist, $s_{e_1} = \frac{10}{0{,}9397} = 10{,}64$ m und $s_{e_2} = \frac{10}{0{,}707} = 14{,}14$ m.

Man erhält somit

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 10{,}64}{9{,}81 \cdot 0{,}9397}} = 1{,}516 \text{ und } t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 14{,}14}{9{,}81 \cdot 0{,}707}} = 2{,}02,$$

also zusammen

$$t = t_1 + t_2 = 3{,}536 \text{ oder } \sim 3^1/_2 \text{ Sek.}$$

Die beiden wichtigsten Hauptanwendungen der schiefen Ebene in der Technik sind der Keil und die Schraube, auf welche jedoch hier nicht weiter eingegangen werden soll.

E. Der Schubkurbelmechanismus.

Derselbe ist in Fig. 54 schematisch dargestellt und besteht aus der Kurbel OB, welche sich um die festgelagerte Drehachse, Welle, bei O dreht, der Kurbelstange oder Pleuelstange MB und dem Kolben K mit der Kolbenstange MK. Während die Kurbel eine kreisförmige oder Drehbewegung um die Welle O ausführt, geht der Punkt M und mit ihm gleichlaufend der Kolben K geradlinig hin und her. Dieser Mechanismus dient daher zur Umwandlung einer geradlinig hin und her gehenden Bewegung in eine drehende Bewegung und umgekehrt einer drehenden in eine geradlinige.

Er findet Anwendung bei allen Zylinderdampfmaschinen, Pumpen, Gebläsen, bei den Verbrennungsmaschinen, bei hydraulischen

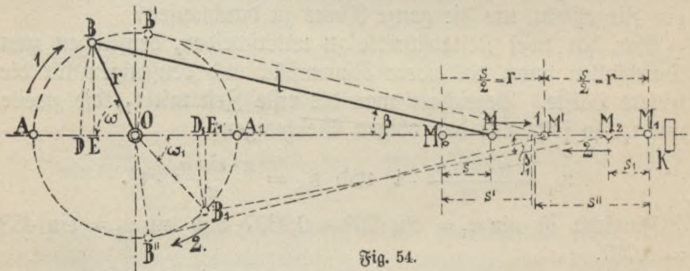


Fig. 54.

Pressen, zum Antriebe der Wasserdruckpumpen und bei zahlreichen anderen Maschinen.

Wie die nachfolgenden Berechnungen zeigen werden, ist die Bewegung keine gleichmäßige, vielmehr entsprechen gleichen Drehwinkeln oder Umdrehungsgeschwindigkeiten ungleiche Geschwindigkeiten des Punktes M und des Kolbens.

Damit die Bewegung des Punktes M dauernd auf einer geraden Linie erfolgt, muß derselbe durch eine Geradführung geführt, also gezwungen werden, nur diese Bewegung anzunehmen. Dieselbe besteht meistens aus zwei Gleitschienen, zwischen welchen ein am Gelenk bei M befindliches Gleitorgan, der sogenannte Kreuzkopf, hin und her gleitet.

Beschreibt man aus dem Punkte M mit MB = l einen Kreisbogen auf die Horizontale, so ist DM = l. Zieht man noch BE senkrecht auf die Horizontale, so läßt sich die Beziehung des Kolbenweges s zum Drehwinkel ω der Kurbel leicht ermitteln.

Da nämlich in der Anfangslage AO der Kurbel, dem sogenannten äußeren Todpunkte, die Strecke $M_0A = l$ ist, und MD auch $= l$ ist, so ist $AD = M_0M = s$.

Man erhält nun AD aus der Differenz von AO und DO. DO ist aber $= DE + EO$ und $DE = DM - EM$ und $EO = r \cdot \cos\omega$.

Man erhält somit die Gleichung

$AD = s = AO - DE - EO = r - r \cdot \cos\omega - (DM - EM)$
$= r(1 - \cos\omega) - (l - l \cdot \cos\beta) = r(1 - \cos\omega) - l(1 - \cos\beta)$,
worin β der Winkel zwischen der jeweiligen Lage der Pleuelstange und der Horizontalen ist.

Kommt der Punkt B in den Punkt A_1, den sogenannten zweiten oder inneren Todpunkt, so ist Punkt M nach M_1 gekommen. Jetzt kehrt, wenn die Drehung über A_1 hinaus fortgesetzt wird (Pfeil 2), der Punkt M, also auch der Kolben wieder zurück, bis A_1 nach A und M nach M_0 zurückgekehrt ist.

Man nennt den ersten Kolbenweg M_0M_1 den Hingang, den zweiten Kolbenweg M_1M_0 den Rückgang des Kolbens. Es entspricht also einer einzigen Umdrehung der Kurbel ein doppelter Kolbenweg, oder ein Hin- und Rückgang des Kolbens. Hierauf beginnt die Periode wieder von neuem. Die Ungleichheit der Geschwindigkeit bezieht sich also nur auf eine einzige Umdrehung und nennt man eine solche eine Periode, die Bewegung des Kurbelmechanismus also eine periodische.

Für den Rückgang gilt nun folgendes.

Der Weg $M_1M_2 = s_1$ in der Richtung des Pfeiles 2 ist, wenn wieder aus M_2 mit l der Bogen B_1D_1 beschrieben wird, gleich A_1D_1.

Letztere Strecke erhält man wieder aus der Differenz der Strecken A_1O und D_1O. Letzteres Stück ist aber $E_1O - D_1E_1$. Man hat somit

$$s_1 = A_1D_1 = A_1O - OE_1 + E_1D_1 = r - r \cdot \cos\omega_1 + (M_2D_1 - M_2E_1)$$
$$= r(1 - \cos\omega_1) + (l - l \cdot \cos\beta_1) = r(1 - \cos\omega_1) + l(1 - \cos\beta_1).$$

Man hat somit für den Hin- und Rückgang die allgemeine Gleichung

$$s = r(1 - \cos\omega) \mp l(1 - \cos\beta),$$

worin das obere Zeichen (—) für den Hingang, das untere (+) für den Rückgang gilt.

Man sieht hieraus sofort, daß gleichen Drehwinkeln ω beim Hin- und Rückgang nicht dieselben Kolbenwege s, also auch nicht dieselben Kolbengeschwindigkeiten entsprechen.

In den beiden rechtwinkeligen Dreiecken EBO und EBM ist nun $EB = r \cdot \sin\omega = l \cdot \sin\beta$, mithin $\sin\beta = \frac{r}{l} \cdot \sin\omega$. Da nun bekanntlich $\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$, also $\cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\beta}$ ist, so folgt

$$\cos\beta = \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \cdot \sin^2\omega} \quad \text{und}$$

$$s = r(1 - \cos\omega) \mp l\left(1 - \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \cdot \sin^2\omega}\right),$$

worin s nur in Beziehung zum Drehwinkel ω steht.

Für $\omega = 90^0, 180^0, 270^0$ erhält man z. B. folgende Werte von s. Für 90^0 ist $\sin\omega = 1$, $\cos\omega = 0$. Setzt man noch das Verhältnis $\frac{r}{l}$ ein, welches für jede Maschine bekannt ist, z. B. $\frac{r}{l} = \frac{1}{5}$, welcher Wert vielfach üblich ist, so folgt für $\omega = 90^0$

$$s = r(1 - 0) - 5r\left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{25} \cdot 1}\right) = r - 5r\left(1 - \sqrt{\frac{24}{25}}\right)$$
$$= r - 5r(1 - 0{,}989) = r(1 - 0{,}055) = 0{,}945 \cdot r,$$

also kleiner als die halbe Entfernung ($AA_1 = 2r$) der beiden Todpunkte.

Für $\omega = 180^0$ ist $\cos\omega = -1$, $\sin\omega = 0$, also

$$s = r(1 - -1) \mp l(1 - \sqrt{1 - 0}) = 2r \mp l(1 - 1) = 2r,$$

was auch ohne weiteres aus der Figur folgt. Der ganze Kolbenhub ist stets gleich dem Durchmesser 2r des Kurbelkreises.

Für $\omega = 270^0$ ist $\cos\omega = 0$, $\sin\omega = -1$, mithin

$$s = r(1 - 0) + 5r\left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{25}}\right) = r(1 + 0{,}055) = 1{,}055 \cdot r,$$

also größer als die halbe Entfernung der beiden Todpunkte. Die beiden, den Winkeln 90^0 und 270^0 entsprechenden Kolbenwege sind in der Figur mit s′ und s″ bezeichnet, während der halbe Kolbenweg $\frac{s}{2} = r$ über der Linie $M_0 M_1$ dargestellt ist. Um den Drehwinkel zu berechnen, welcher diesem Kolbenweg $\frac{s}{2} = r$ entspricht, ist in die obige Gleichung $s = r$ einzusetzen, woraus man nach einigen Umformungen den Drehwinkel zu $95^0 45'$ erhält, welcher Winkel in der Figur mit AOB′ bezeichnet ist. Beim Rückgang des Kolbens ist derselbe nur $84^0 15'$ groß; Stellung M′B″O.

Man erkennt aus dem Vergleich der Strecken $\frac{s}{2}$, s′ und s″ mit den zugehörigen Drehwinkeln sofort die Ungleichförmigkeit der Kolbenbewegung.

Noch augenfälliger tritt dies in die Erscheinung, wenn man, wie in Fig. 55 geschehen, den Kurbelkreis in acht gleiche Teile von je 45^0 teilt und die den Stellungen 1 — 8 entsprechenden Stellungen des Kolbens aufzeichnet.

Setzt man eine gleichförmige Umdrehungsgeschwindigkeit der Kurbel voraus, so legt der Kolben während des Bogens 1 — 3 $= 90^0$ den Kolbenweg 12,23, während der gleich großen Drehung $3 - 5 = 90^0$ dagegen den weitaus größeren Weg 345 zurück. Die Geschwindigkeit ist somit bei diesem Drehwinkel am größten, nimmt nach dem Todpunkt 6 hin wieder ab und dann wieder zu, um auf dem Wege 781 wieder ihren größten Wert zu erhalten. Gleichförmigen Kurbelgeschwindigkeiten entsprechen also ungleichförmige

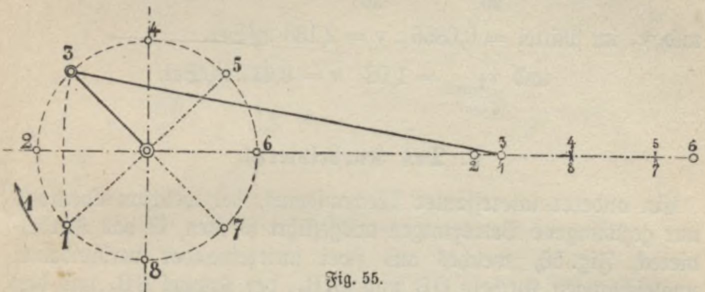


Fig. 55.

Kolbengeschwindigkeiten und umgekehrt. Betrachtet man eine einzelne Periode und bezeichnet mit v die Umfangsgeschwindigkeit des Punktes B, des Endpunktes der Kurbel, Fig. 54, also die Kurbelgeschwindigkeit und mit v_1 die mittlere Kolbengeschwindigkeit, so ist die Geschwindigkeit, da $2 r \pi$ der Weg bei einer Umdrehung, also bei n Umdrehungen in der Minute $2 r \pi \cdot n$ ist, daher in einer Sekunde

$$v = \frac{2 r \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{r \cdot \pi \cdot n}{30}.$$

Der mittlere Kolbenweg ist bei einer Umdrehung $2 s = 4 r$, also bei n Umdrehungen $4 r \cdot n$ und in der Sekunde

$$v_1 = \frac{4 \cdot r \cdot n}{60} = \frac{2 r \cdot n}{30}.$$

Man erhält somit das Verhältnis der beiden Geschwindigkeiten

$$\frac{v_1}{v} = \frac{\textit{mittlere Kolbengeschwindigkeit}}{\textit{Kurbelgeschwindigkeit}} = \frac{2 r \cdot n}{r \cdot \pi \cdot n} = \frac{2 r}{r \cdot \pi} = \frac{2}{\pi} = 0{,}6366,$$

d. h. die mittlere Kolbengeschwindigkeit ist nur etwa $^2/_3$ mal so groß als die konstante Kurbelgeschwindigkeit. Nach den Todpunkten der Kurbel und den Endstellungen der Kolben hin nimmt die Geschwindigkeit stetig ab und ist in den beiden Todpunkten gleich Null, während sie ihren absolut größten Wert beim Hingang bei einem Drehwinkel ω von etwa 101° und beim Rückgang von etwa 79° erreicht und bei einem Verhältnis von $\frac{r}{l} = \frac{1}{5}$, wie oben beispielsweise angenommen war, dabei den Wert $v_1 = 1{,}02\, v$ erreicht.

Ist z. B. der Kurbelhalbmesser $r = 0{,}4$ m, die Tourenzahl in der Minute $= 80$, so folgt

$$v = \frac{r \cdot \pi \cdot n}{30} = \frac{0{,}4 \cdot 3{,}14 \cdot 80}{30} = 3{,}351 \text{ m/Sek.}$$

und v_1 im Mittel $= 0{,}6366 \cdot v = 2{,}133$ m/Sek.

$$\text{und } v_{1_{max}} = 1{,}02 \cdot v = 3{,}417 \text{ m/Sek.}$$

F. Das Kurbelviereck.

Ein anderer interessanter Mechanismus, bei welchem ebenfalls nur gezwungene Bewegungen ausgeführt werden, ist das Kurbelviereck, Fig. 56, welches aus zwei untereinander verbundenen ungleichlangen Kurbeln OB und O_1B_1, der Koppel BB_1 und den beiden festgelagerten Drehachsen O und O_1 besteht. Man kann auch sagen, daß es aus vier durch starre Körper miteinander verbundenen Gelenken besteht, bei welchen die Verbindungslinie der beiden Kurbeln festgelagert ist. Während die kleinere derselben den Kurbelkreis ABCA beschreibt (in der Richtung des Pfeils 1 beim Hingang, des Pfeils 2 beim Rückgang), schwingt die größere Kurbel oder Schwinge zwischen den Endlagen O_1A_1 und O_1C_1 hin und her. Einer ganzen Umdrehung der Kurbel entspricht also eine Doppelschwingung der Schwinge. Die den beiden Endlagen A_1O_1 und C_1O_1 entsprechenden Stellungen der Kurbel AO und CO liegen nicht, wie beim Schubkurbelmechanismus einander gegenüber, sondern um $(180 + \gamma)$ voneinander entfernt. Beim Hingang entspricht also dem Wege $A_1B_1C_1$ der Schwinge der Drehwinkel $180 + \gamma$ oder der Bogen ABC des Kurbelkreises, beim Rückgang demselben Wege der Drehwinkel $180 - \gamma$ oder der Bogen CA. Man sieht hieraus sofort, daß die Bewegung der Schwinge bei gleichförmiger Bewegung des Kurbelendpunktes eine ungleichförmige ist.

Aber auch während eines Hin- oder eines Rückganges ist die Bewegung anfangs weniger, nachher mehr beschleunigt und zum Schluß verzögert, wovon man sich leicht überzeugen kann, wenn man in Fig. 56 den Kurbelkreis z. B. von A aus in acht gleiche Teile, 1 bis 8, teilt und die entsprechenden Stellungen auf dem Schwingungsbogen aufzeichnet.

Die beiden Todpunktlagen auf dem Schwingungsbogen erhält man, wenn man von O aus mit $l - r$ und $l + r$ den Schwingungs-

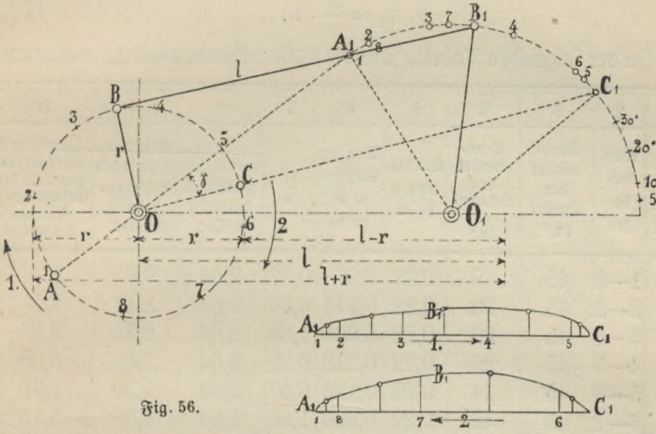


Fig. 56.

bogen schneidet, wodurch man die Punkte A_1 und C_1 erhält. Darin bezeichnet $l = BB_1$ die Länge der Koppel. Zieht man noch von A_1 und C_1 durch O Gerade, so erhält man die entsprechenden Punkte A und C auf dem Kurbelkreis, welche den Todpunkten A_1 und C_1 entsprechen.

Die Ungleichförmigkeit der Bewegung erkennt man noch besser, wenn man den der Kurbeldrehung 1—2 um 45° entsprechenden Weg 1—2 auf dem Schwingungsbogen mit den derselben Kurbeldrehung 3—4 oder 6—7 um je 45° entsprechenden Wegen 3—4 bzw. 6—7 des Schwingungsbogens $A_1 C_1$ vergleicht.

Wird z. B. angenommen, daß die Länge des Kurbelhalbmessers $r = 0{,}28$ m, diejenige der Schwinge $R = 0{,}5$ m und die der Koppel $l = 0{,}97$ m sei und daß die Kurbel 90 Touren in der Minute mache, so lassen sich leicht die den einzelnen Drehwinkeln entsprechenden Wege und Geschwindigkeiten der Schwinge berechnen, wenn man die Winkel abmißt.

Der Kurbelweg ist dann $s = \frac{2r \cdot \pi}{8}$ für eine Drehung um 45°, der Weg auf dem Schwingungsbogen $s_1 = R \cdot \pi \cdot \frac{\omega}{180}$, worin ω den zugehörigen Drehwinkel bezeichnet.

Die Geschwindigkeit der Kurbel, u in m/Sek. berechnet sich aus der Gleichung

$$u = \frac{2r \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{2 \cdot 0{,}28 \cdot 3{,}14 \cdot 90}{60} = 2{,}64 \text{ m/Sek.},$$

diejenige u_1 des Schwingungspunktes aus der Gleichung

$$u_1 = \frac{s_1}{s} \cdot u.$$

In der folgenden Tabelle sind die entsprechenden Werte enthalten:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nr.	Kurbelbogen	Drehwinkel der Kurbel in °	Drehwinkel der Schwinge in °	Kurbelweg s in m	Weg der Schwinge s_1 in m	$\frac{s_1}{s}$	Umdrehungsgeschwindigkeit u m/Sek.	Geschwindigkeit der Schwinge u_1 m/Sek.	Jeweiliges Verhältnis zur kleinsten Geschwindigkeit der Schwinge
1	1—2	45	8	0,22	0,07	0,32	2,64	0,85	1
2	2—3	45	20	0,22	0,174	0,80	2,64	2,11	2,5
3	3—4	45	26	0,22	0,226	1,03	2,64	2,72	3,2
4	4—5	45	25	0,22	0,218	0,99	2,64	2,62	3,08
5	5—6	45	14	0,22	0,126	0,57	2,64	1,50	1,76
6	6—7	45	42	0,22	0,366	1,66	2,64	4,38	5,15
7	7—8	45	25	0,22	0,218	0,99	2,64	2,62	3,08
8	8—1	45	8	0,22	0,07	0,32	2,64	0,85	1

Spalte 7 zeigt sofort das Verhältnis der Wege, also auch der Geschwindigkeiten zwischen Kurbel und Schwinge, während Spalte 10 das Verhältnis der jeweiligen Geschwindigkeit auf dem Schwingungsbogen zum absolut kleinsten Wert angibt. Wie ungleichförmig dieselbe ist, ergibt sich aus derselben sofort, da beim Hingang die größte Geschwindigkeit 3,2 mal größer als die kleinste Geschwindigkeit ist und beim Rückgang dies Verhältnis sogar 5,15 fach ist.

Trägt man die Bogenlänge A_1C_1 abgewickelt auf einer Geraden auf, wie es unter der Figur geschehen ist, und errichtet auf den Mitten der einzelnen Strecken 12, 23, 34 usw. die in der Tabelle enthaltenen Werte der mittleren Geschwindigkeiten in bestimmtem Maßstabe auf, so erhält man die beiden Diagramme $1—5C_1B_1A_1$ und $A_1B_1C_16—1$, welche ebenfalls deutlich den Verlauf der ungleichförmigen Geschwindigkeit zeigen, wenngleich sie der Wirklichkeit auch noch nicht genau entsprechen, da in denselben die Geschwindigkeit zwischen 12, 23, 34 usw. auch nicht gleichförmig bleibt, dieselbe vielmehr fortdauernd zu und wieder abnimmt. Indessen zeigen sie doch mit einer gewissen Annäherung den Grad der Ungleichförmigkeit der Geschwindigkeit beim Hingang (Pfeil 1) und beim Rückgang (Pfeil 2).

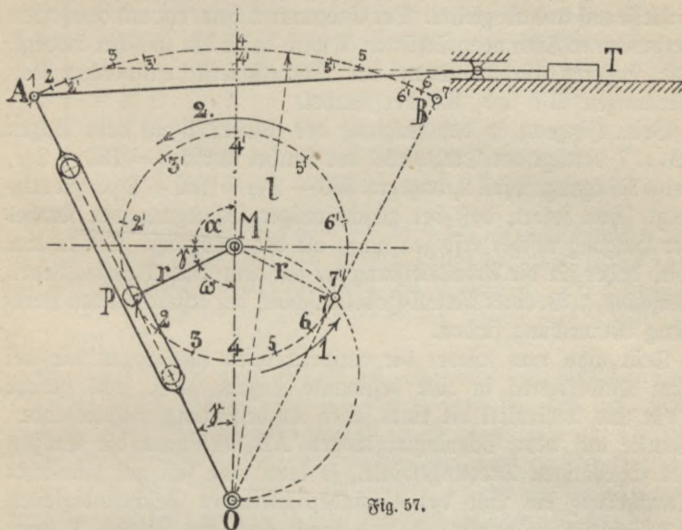


Fig. 57.

Seine ausgedehnteste Anwendung fand dieser Mechanismus bei den sogenannten Balancierdampfmaschinen, den ältesten Dampfmaschinen, bei welchen der Balancier jedoch als Doppelhebel ausgebildet ist. Derselbe ist bereits weiter oben, Fig. 13, auf S. 15 abgebildet, und sei auf das dort Gesagte verwiesen.

G. Die oszillierende Kurbelschleife.

Dieselbe ist dadurch beachtenswert, daß die Geschwindigkeit ihres freien Endpunktes A, Fig. 57, sowohl während einer Schwingung ungleichförmig ist, als auch während des Hinganges größer als während des Rückganges ist, so daß sie vermöge dieser beiden ungleichen Geschwindigkeiten dazu dienen kann und auch vielfach angewandt wird, einen Körper mit periodischer, hin und her gehender Bewegung einmal langsam und einmal — und zwar während des sogenannten Leerlaufes, während dessen keine Nutzarbeit verrichtet wird — rasch zu bewegen.

Die Schwinge APO ist bei O drehbar gelagert. In der Mitte hat sie eine längliche Schleife, in welcher der Kurbelzapfen P auf und ab gleiten kann. Dreht sich die Kurbel MP gleichförmig in der Richtung des Pfeiles 1, so schwingt die Schwinge oder Kurbelschleife um den Drehpunkt O hin und her, während der Zapfen P in der Schleife auf und ab gleitet. Der Endpunkt A bzw. ein mit demselben verbundener Tisch oder Schlitten T wird dabei hin und her bewegt. Die äußeren Endstellungen der Kurbelschleife entsprechen den Stellungen M 1 und M 7 der Kurbel.

Beim Hingang in der Richtung des Pfeiles 1 auf dem Bogen 12 ... 7 beträgt der Drehwinkel der Kurbel nur $2\,\omega = 180 - 2\,\gamma$, beim Rückgang, Pfeil 2, dagegen $360 - 2\,\omega = 180 + 2\,\gamma$. Hieraus folgt schon sofort, daß bei gleichförmiger Bewegung der Kurbel der Hingang rascher erfolgen muß, als der Rückgang. Der letztere wird daher für die Arbeitsleistung der mit dem Tisch T verbundenen Maschine, z. B. einer Metall-Hobelmaschine, der erstere für den Leergang Anwendung finden.

Teilt man nun wieder die entsprechenden Kreisbogen wie bei dem Kurbelviereck in eine bestimmte Anzahl, z. B. sechs gleiche Teile und konstruiert die einer jeden Kurbelstellung entsprechenden Punkte auf dem Schwingungsbogen AB, bestimmt die Größen der zugehörigen Drehungswinkel, so kann man sich mit ziemlicher Annäherung ein Bild der Veränderlichkeit der Geschwindigkeiten des Schleifenendpunktes A und somit auch des Tisches T beim Hin- und Rückgang machen.

Die entsprechenden Werte sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

1	2	3	4	5	6	7
Nr.	Bogen der Kurbel	Drehwinkel ω der Kurbel	Drehwinkel γ der Schwinge	Kurbelweg s in m	Weg des Endpunktes der Schwinge A, s_1 in m	$\frac{s_1}{s}$
1	12	20° 55′	2° 39′	0,091	0,0465	0,51
2	23	20° 55′	8° 15′	0,091	0,145	1,60
3	34	20° 55′	16° 21′	0,091	0,286	3,14
4	45	20° 55′	16° 21′	0,091	0,286	3,14
5	56	20° 55′	8° 15′	0,091	0,145	1,60
6	67	20° 55′	2° 39′	0,091	0,0465	0,51

1	2	3	4	5	6	7
Nr.	Bogen der Kurbel	Drehwinkel ω der Kurbel	Drehwinkel γ der Schwinge	Kurbelweg s in m	Weg des Endpunktes der Schwinge A, s_1 in m	$\frac{s_1}{s}$
7	7′ 6′	39° 5′	4° 15′	0,170	0,0741	0,43
8	6′ 5′	39° 5′	10°	0,170	0,174	1,02
9	5′ 4′	39° 5′	13°	0,170	0,227	1,33
10	4′ 3′	39° 5′	13°	0,170	0,227	1,33
11	3′ 2′	39° 5′	10°	0,170	0,174	1,02
12	2′ 1′	39° 5′	4° 15′	0,170	0,0741	0,43

In derselben gelten die Werte Nr. 1—6 für die Bewegung beim Hingang in der Richtung des Pfeiles 1 und diejenigen Nr. 7—12 für den Rückgang in der Richtung des Pfeiles 2. Die Länge r der Kurbel beträgt hierbei z. B. 0,25 m, die Länge MO = 0,56 m, die Länge OA = l = 1,00 m.

Die letzte Spalte zeigt wieder die Zunahme des Verhältnisses der mittleren Geschwindigkeiten von 0,51—3,14, also um mehr als das 6fache beim Hingang und von 0,43—1,33, also um ca. das 3fache beim Rückgang. Auch hier gilt dasselbe, was bei dem Kurbelviereck ausgeführt war, daß in Wirklichkeit die Geschwindigkeit der Kurbelschleife vom Punkte A an allmählich zunimmt bis zur Mitte und dann wieder allmählich abnimmt, während in der Tabelle mittlere Geschwindigkeiten zwischen den Punkten 12, 23 usw. angenommen und ausgerechnet sind. Trotzdem geht auch aus dieser Berechnung die Ungleichförmigkeit der Bewegung deutlich hervor.

H. Die unrunden oder elliptischen Räder.

Werden zwei unrunde oder elliptische Räder, Fig. 58, derartig miteinander in Beziehung gebracht, daß im Brennpunkt O_1 des einen Rades R_1 eine sich drehende Welle befindet, um welche das Rad sich dauernd mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegt, im Brennpunkt O_2 des zweiten Rades dagegen eine Welle, welche angetrieben werden soll, und wird durch richtige Anordnung von Zähnen am Umfang beider Räder dafür Sorge getragen, daß beide Räder fortgesetzt miteinander in Berührung bleiben, sich „kämmen“ oder sich so infolge der Verzahnung mitnehmen, daß ihre Umfangsgeschwindigkeit im jeweiligen Berührungspunkte stets dieselbe ist, so ergibt sich aus der Betrachtung gleicher Drehwinkel für das treibende Rad, wenn man die entsprechenden Drehwinkel des getriebenen Rades aufzeichnet, ohne weiteres, daß die Geschwindigkeit des letzteren eine ungleichförmige ist.

Der Stellung O_1ABC des treibenden Rades, bei welcher der Drehwinkel AO_1C z. B. $= 30^0$ ist, entspricht beim getriebenen Rad die Stellung $A_1O_2C_1$, da der Bogen A_1BC_1 gleich dem Bogen ABC ist. Der zu diesem Bogen gehörige Drehwinkel ist aber beinahe gleich 180^0, genau $157^0\,30'$. Bei einer Drehung des treibenden Rades um nur 30^0 ist also der Drehwinkel des getriebenen Rades in der gleichen Zeit $5^1/_4$ mal so groß, also die Winkelgeschwindigkeit

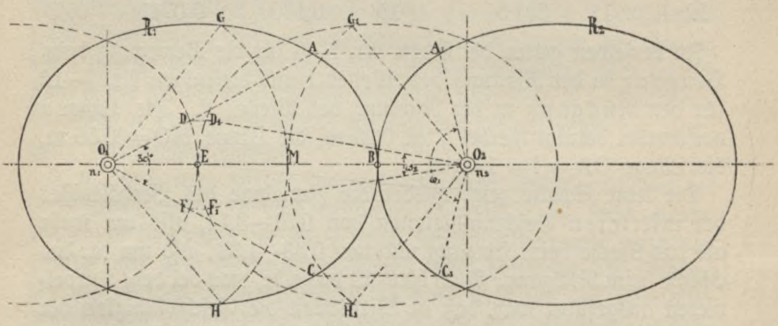


Fig. 58.

ebenfalls. Dieselbe nimmt nämlich von der Stellung $O_1A = O_2A_1$ bis zur Mittellage O_1BO_2 allmählich zu und erreicht in der Mittellage ihren größten Wert.

Bei der punktiert gezeichneten Lage beider Räder entspricht der Stellung DO_1F des treibenden Rades oder wieder einem Drehwinkel von 30^0 die Stellung $D_1O_2F_1$ des getriebenen Rades. Der dem Bogen D_1EF_1 zugehörige Drehwinkel ist $D_1O_2F_1 =$ ca. 20^0. Bei dieser Lage ist der Drehwinkel des getriebenen Rades nur $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$ mal so groß als derjenige des treibenden, also auch die Geschwindigkeit nur $^2/_3$ so groß.

Nach dem für Zahnräder ganz allgemein gültigen Bewegungsgesetz verhalten sich die Tourenzahlen zweier Räder, also auch ihre Geschwindigkeiten umgedreht wie die Halbmesser.

Nimmt man nun an, daß für sehr kleine Bogenstücke die Radien O_1B und O_2B bzw. O_1E und O_2E konstant blieben, sich also nicht fortwährend änderten, wie dies bei den elliptischen Rädern in Wirklichkeit der Fall ist, so kann man für diese Grenzstellungen die Verhältnisse der Geschwindigkeiten leicht berechnen.

Für die Stellung O_1BO_2 ist $O_1B = R_1$ und $O_2B = r_1$. Für die Stellung O_1EO_2 ist $O_1E = r_2$ und $O_2E = R_2$.

Im ersteren Falle ist die Umfangsgeschwindigkeit im Punkte B für beide Räder gleich, also:

$$\frac{2 R_1 \pi \cdot n_1}{60} = \frac{2 r_1 \cdot \pi \cdot n_2}{60},$$

worin n_1 und n_2 die Tourenzahlen der Räder sind, wenn man vorübergehend für beide Räder ein konstantes Verhältnis der Halbmesser voraussetzen würde. Daraus folgt

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{r_1}{R_1} \text{ und } n_2 = \frac{R_1}{r_1} \cdot n_1.$$

Für die zweite Stellung ist $2 R_2 \cdot \pi \cdot n_2 = 2 r_2 \cdot \pi \cdot n_1$, also

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{R_2}{r_2} \text{ und } n_2 = \frac{r_2}{R_2} \cdot n_1.$$

Ist z. B. $r_1 = r_2 = 190$ mm, $R_1 = R_2 = 550$ mm, und $n_1 = 120$ Touren in der Minute, so folgt

für die erste Stellung O_1BO_2

$$n_2 = \frac{R_1}{r_1} \cdot n_1 = 2{,}895 \cdot 120 = 347{,}4 \text{ Touren},$$

für die zweite Stellung O_1EO_2

$$n_2 = \frac{r_2}{R_2} \cdot n_1 = 0{,}346 \cdot 120 = 41{,}5 \text{ Touren}.$$

Das Verhältnis der größten zur kleinsten Tourenzahl, also auch das Verhältnis der größten zur kleinsten überhaupt vorkommenden Geschwindigkeit ist somit $\frac{2{,}895}{0{,}346}$ oder $= \frac{347{,}4}{41{,}5} = 8{,}3$.

Mit dem vorliegenden Mechanismus der elliptischen Räder kann also die Geschwindigkeit des getriebenen Rades zwischen einer niedrigsten und — bei den gewählten Abmessungen — 8,3 mal so großen Geschwindigkeit verändert werden. Allerdings sind diese Geschwindigkeiten nur Grenzwerte und nimmt die Geschwindigkeit in der einen Hälfte der Umdrehung von der niedrigsten zur größten Geschwindigkeit fortwährend zu, während der anderen Hälfte der Umdrehung fortwährend ab. Die Geschwindigkeiten beider Räder sind zweimal bei einer Umdrehung einander gleich, und zwar dann, wenn die Halbmesser O_1G und O_2G_1 bzw. O_1H und O_2H_1 in die Mittellage, also in den Berührungspunkt M kommen. Für diesen Moment ist $O_1 M = O_2 M$, also sind die beiden Halbmesser, demnach auch die Geschwindigkeiten, einander gleich.

Der Mechanismus der unrunden Räder findet vielfache Anwendung bei Maschinen, welche abwechselnd eine rasche und eine langsame Bewegung ausführen sollen, also zu ähnlichen Zwecken wie die oszillierende Kurbelschleife, so z. B. für Metallhobelmaschinen mit langsamem Arbeitsgang und raschem Rück- oder Leergang.

Zweiter Abschnitt.

Die Bewegung der materiellen Körper.

3. Kapitel.

Das d'Alembert'sche Prinzip.

Jeder materielle Körper setzt sich aus einer bestimmten, wenn auch sehr großen Anzahl sehr kleiner Teile, materieller Punkte, zusammen. Die Bewegung eines materiellen Körpers läßt sich daher bestimmen, wenn man die Bewegungen der einzelnen Punkte des Körpers kennt. Da jedoch beim festen Körper alle materiellen Punkte starr miteinander verbunden sind, so genügt es, wenn man die Bewegungsgesetze eines besonderen Punktes betrachtet, welcher an Stelle aller Einzelpunkte gesetzt werden kann, des Schwerpunktes des Körpers.

Bei der geradlinig fortschreitenden Bewegung eines Massensystems gehen alle Punkte parallel zueinander und parallel zum Schwerpunkt geradlinig fort.

Bei der Drehung eines Massensystems um eine feste Drehachse haben alle Punkte gleichen Abstandes von derselben die gleiche Bewegung und kann die Drehung des ganzen Systems auf die Drehung des Schwerpunktes um die feste Drehachse zurückgeführt werden.

Der allgemeinste Fall der Bewegung im Raume ist nun die Kombination einer fortschreitenden und einer drehenden Bewegung. Auch für diese Bewegung gilt also das vorstehend Gesagte, da sich die Bewegung zuerst in eine fortschreitende und dann in eine drehende Bewegung zerlegen läßt.

Das d'Alembert'sche Prinzip, welches hier jedoch nicht mathematisch abgeleitet werden kann, stellt nun die Grundgleichung dar, nach welcher ein System von Massenpunkten sich bewegen muß.

Es unterscheidet folgende vier Arten von Kräften, welche auf jeden einzelnen Punkt des Massensystems wirken.

Denkt man sich in Fig. 59 die äußeren Kräfte P_1, P_2, P_3 usw., welche auf die Massenpunkte m_1, m_2, m_3 usw. des Massensystems oder materiellen Körpers wirken, aufgefaßt als die Resultierende zweier Komponenten, so bewirkt die eine Gruppe derselben eine Beschleunigung nach bestimmter Richtung. Sie sind mit $m_1 \cdot p_1$, $m_2 \cdot p_2$, $m_3 \cdot p_3$ usw. bezeichnet, worin m_1, m_2, m_3 usw. die Massen der materiellen Punkte repräsentieren. Diese Kräfte seien die Ursachen der Bewegung und heißen die wirksamen oder beschleunigenden Kräfte. Die anderen Komponenten Q_1, Q_2, Q_3 usw. jedoch kommen nicht zur Wirkung, da sie keine Bewegung erzeugen. Sie heben sich gegenseitig im Innern des Massensystems auf und heißen die verlorenen Kräfte. Hebt man ferner noch die wirksamen Kräfte,

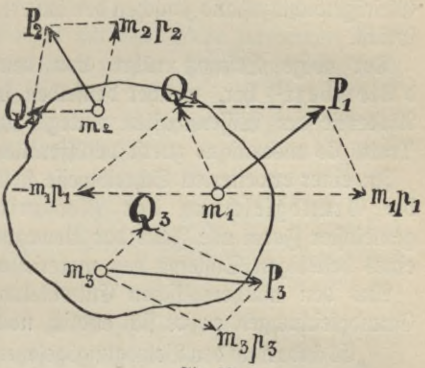


Fig. 59.

$m_1 p_1$ usw., durch gleichgroße, aber entgegengesetzt gerichtete Kräfte, wie es beim Punkte m_1 durch die Kraft $- m_1 p_1$ geschehen ist, auf, so hat man ein weiteres System von Kräften, welche die negativ genommenen wirksamen Kräfte oder die Trägheitskräfte heißen.

Das d'Alembert'sche Prinzip läßt sich nun zunächst in folgendem Satze ausdrücken:

„Wenn ein System von Punkten (Massensystem materieller Körper) sich unter dem Einfluß äußerer Kräfte im Raume fortbewegt, so heben sich die verlorenen Kräfte jederzeit auf oder sind untereinander im Gleichgewicht."

Man kann nun aber auch Q_1 noch als die Resultierende der äußeren Kraft P_1 und der negativ genommenen wirksamen Kraft oder der Trägheitskraft auffassen. Da nun alle verlorenen Kräfte Q_1, Q_2 usw. im Gleichgewicht sind, so sind es auch die äußeren Kräfte mit den negativ genommenen wirksamen Kräften oder den Trägheitskräften. Man erhält dann folgende Ausdrucksform des d'Alembert'schen Prinzips:

„Wenn ein System von Massenpunkten (Massensystem materieller Körper) sich unter dem Einfluß äußerer Kräfte im Raume fortbewegt, so sind die äußeren Kräfte (ΣP) im Gleichgewicht mit den, negativ genommenen, wirksamen Kräften oder den Trägheitskräften ($\Sigma m_1 p_1$)."

Hieraus folgt sofort, daß sich jede Aufgabe der Dynamik auf die Gesetze der Statik zurückführen läßt, da der obige Lehrsatz vom Gleichgewichtszustand zwischen den äußeren und den Trägheitskräften spricht.

Der obige Lehrsatz rührt von dem französischen Gelehrten d'Alembert[1]) her, welcher denselben im Jahre 1742 der Pariser Akademie der Wissenschaften vorlegte und 1743 in seinem Buche Traité de mécanique zuerst veröffentlichte.

In einer erweiterten Schreibweise stellt der d'Alembert'sche Satz die Grundgleichung der Mechanik dar, indem er in allgemeinster Form alle Fälle der Bewegung und des Gleichgewichts eines beliebigen Systems von materiellen Punkten umfaßt.

Aus den mathematischen Entwickelungen der d'Alembert'schen Grundgleichungen ergibt sich endlich noch der folgende Satz:

„Es ändert an den Bewegungsgesetzen nichts, wenn der Schwerpunkt als der Versammlungspunkt aller Massenpunkte angesehen und die Bewegung eines Massensystems ersetzt wird durch diejenige des Schwerpunktes desselben."

Man kann daher alle, auf den materiellen Punkt bezüglichen Gesetze und Gleichungen auf den materiellen Körper anwenden, wenn man den letzteren durch seinen Schwerpunkt ersetzt denkt.

4. Kapitel.

Die Arbeit der Kräfte.

Während bisher nur von den Bewegungsgesetzen der Kräfte die Rede war, soll im folgenden ein Begriff näher untersucht werden, welcher mit zu den wichtigsten der Mechanik gehört und sich mit dem Resultate der Bewegung einer Kraft auf bestimmter Bahn beschäftigt, derjenige der Arbeit.

---

1) Jean Lerond d'Alembert, geb. 1717 zu Paris, gest. 1783 daselbst, Mitglied der Academie française 1741.

Man bezeichnet damit das Resultat der Wirkung einer Kraft auf einem bestimmten Wege.

Bezeichnet man wieder, wie früher, mit P eine ihrer Intensität, Stärke oder Größe und ihrer Richtung nach unveränderliche Kraft und mit s den vom bewegten Körper oder seinem Schwerpunkt bei der Bewegung in der Richtungslinie der Kraft zurückgelegten Weg, so ist die von der Kraft hierbei verrichtete Arbeit das Produkt aus der Kraft und dem Wege oder

$$A = P \cdot s.$$

Fällt die Kraftrichtungslinie nicht mit dem Wege zusammen, so ist die Arbeit das Produkt aus der Kraft und der Projektion des Weges auf die Kraftrichtung.

Bezeichnet α den Winkel zwischen dem Wege und der Kraftrichtung, so ist diese Projektion $s \cdot \cos \alpha$ und daher

$$A = P \cdot s \cdot \cos \alpha.$$

Da, wie oben ausgeführt, bei technischen Problemen die Kraft stets in Kilogrammen, der Weg in Metern angegeben wird, so wird die Arbeit als Produkt beider Größen in Meterkilogrammen gemessen.

Ist z. B. $P = 10$ kg und $s = 7{,}5$ m, so ist die Arbeit, welche diese Kraft beim Durchlaufen dieses Weges verrichtet hat,

$$A = 10 \cdot 7{,}5 = 75 \text{ mkg}.$$

Die Einheit der Arbeit ist daher ein Meterkilogramm, d. h. die Arbeit, welche eine Kraft von 1 kg auf dem Wege von 1 m verrichtet.

Im absoluten Maßsystem, von welchem bereits in der Einleitung zur Dynamik[1]) gehandelt wurde, ist die Einheit der Kraft die Dyne, die Längeneinheit das Zentimeter, die Arbeitseinheit das Erg, also jene Arbeit, welche eine Dyne auf dem Wege eines Zentimeters verrichtet.

Die Dyne ist nun definiert durch denjenigen Druck, den $^1/_{981}$ Gramm auf seine Unterlage ausübt; daher ist

$$1 \text{ Erg} = \frac{1}{981} \text{ cmg (Zentimetergramm)}$$

Da nun $1 \text{ g} = 981$ Dynen ist, so ergibt sich der Zusammenhang zwischen dem absoluten und metrischen oder technischen Maßsystem folgendermaßen:

$$\begin{aligned} 1 \text{ mkg} &= 100 \text{ (cm)} \cdot 1000 \text{ (g)} \cdot 981 \text{ (Dynen)} = 981 \cdot 100\,000 \\ &= 9{,}81 \cdot 10^7 \text{ Erg}. \end{aligned}$$

1) S. oben S. 52.

Die Größe 10^7 Erg ist im absoluten Maßsystem mit 1 Joule[1]) bezeichnet worden, so daß auch 1 mkg = 9,81 Joule oder umgekehrt 1 Joule $= \frac{1}{9{,}81}$ mkg = 0,102 mkg ist.

Bei den bisherigen Beobachtungen war die Zeit, während welcher der bestimmte Weg zurückgelegt wurde oder die Geschwindigkeit des Körpers in der Sekunde, mit der er sich unter der Wirkung der Kraft fortbewegte, gar nicht berücksichtigt.

Das Produkt der Wirkung der Kraft auf einen bestimmten Weg in bestimmter Zeit nun oder das Produkt aus einer Kraft und einer gewissen Geschwindigkeit („Kraft mal Weg durch die Zeit") heißt nun die Leistung, Arbeitsstärke oder der Effekt einer Kraft und wird ausgedrückt, da die Zeiteinheit die Sekunde ist, durch den Ausdruck

$$E = \frac{P \cdot s}{t} \text{ in Sek./mkg.}$$

Einige Beispiele[2]) mögen zunächst zur Erklärung dienen.

Soll eine bestimmte Last, z. B. ein Baustein oder ein eiserner Träger oder Dachbalken vom Erdboden auf ein Baugerüst gehoben werden, so hat der Arbeiter, welcher diese Last mit Hilfe einer Hebevorrichtung (Flaschenzug oder Winde) zu heben hat, diese Hebung in einer bestimmten Zeit auszuführen. Ist z. B. die zu hebende Last = 500 kg, die gesamte Hubhöhe = 10 m und die Zeit, in welcher die Last auf diese Höhe gehoben werden soll, 5 Minuten = 300 Sekunden, so berechnet sich die Leistung nach der Gleichung

$$E = \frac{500 \cdot 10}{300} \sim 17 \text{ Sek./mkg.}$$

In Wirklichkeit ist indessen die Arbeitsleistung infolge der Reibungswiderstände des Seiles in dem Flaschenzuge und der Rollen desselben in ihren Lagern größer.

Ein anderes Beispiel ist die Hebung einer bestimmten Wassermenge in bestimmter Zeit auf eine gewisse Höhe. Soll z. B. ein Arbeiter an einer Pumpe in der Minute 120 l (= 120 kg) Wasser 4 m hoch pumpen, so erfolgt die Berechnung der theoretischen Leistung nach derselben Gleichung

$$E = \frac{120 \cdot 4}{60} = \frac{480}{60} = 8 \text{ Sek./mkg.}$$

Die wirkliche Leistung ist auch hier infolge der Widerstände des Wassers beim Durchgang durch die Ventile und durch die Rohr-

1) Sprich Dschaul.

2) Aus: v. Ihering, Maschinenkunde für Chemiker im Handbuch der Angewandten Physikalischen Chemie, Bd. III. S. 7. Leipzig. J. A. Barth. 1906.

leitung, der sogenannten hydraulischen Widerstände, und infolge der Reibung des Pumpenkolbens in der Pumpe und der sonstigen Widerstände der Pumpe wesentlich größer.

Für größere Arbeitsleistungen ist eine besondere Einheit, die Pferdestärke, vereinbart worden und versteht man darunter jene Leistung, welche imstande ist, in einer Sekunde 1 kg 75 m hoch oder 75 kg 1 m hoch zu heben, oder

$$1 \text{ PS} = 75 \text{ Sek./mkg}.$$

Im absoluten Maßsystem ist die Einheit der Leistung das Sekunden-Erg, die größere Einheit das Watt $= 10^7$ Sek./Erg $= 1$ Sekunden-Joule.

Der Zusammenhang zwischen beiden Maßsystemen ist wieder einfach durch folgende Gleichungen gegeben.

$$1 \text{ Sek./mkg} = 9{,}81 \text{ Sek./Joule} = 9{,}81 \text{ Watt}.$$

$$1 \text{ PS} = 75 \text{ Sek./mkg} = 75 \cdot 9{,}81 = 735{,}75 \sim 736 \text{ Watt}.$$

$$1 \text{ Watt} = \frac{1}{9{,}81} \text{ Sek./mkg} = 0{,}102 \text{ Sek./mkg}.$$

$$1 \text{ Kilowatt (KW)} = 1000 \text{ Watt} = 0{,}102 \cdot 1000 = 102 \text{ Sek./mkg}$$

$$= \frac{102}{75} = 1{,}36 \text{ PS}.$$

Die nachstehende Tabelle[1]) bringt den Zusammenhang der beiden Maßsysteme untereinander und mit den Einheiten der Wärme und Elektrizität übersichtlich zur Anschauung.

Kraft (P) = Masse (m) mal Beschleunigung (p); $P = m \cdot p$;

G (Gewicht) $= m \cdot g$; $m = \frac{G}{g}$; $g = 9{,}81$ m/Sek. (Beschleunigung, Akzeleration der Schwerkraft).

Absolutes Maßsystem:

Einheiten: Zentimeter (cm), Sekunde (Sek.), Gramm-Masse m_0 = Masse eines Körpers, der in Paris 1 Gramm (g) wiegt oder eines Kubikzentimeters (cbcm) Wasser.

I. Mechanische Arbeit.

1 $\overline{\text{Dyne}}^{\text{Kraft}} = \frac{1}{981}$ Gramm. — 1 Gramm = 981 Dynen. —

$\overbrace{\text{1 Erg = 1 Zentimeter-Dyne}}^{\text{Arbeit im absol. Maßsystem}}$ = Arbeit, welche 1 Dyne bei der Bewegung von 1 cm verrichtet. — 1 Joule $= 10^7$ Erg.

1) v. Ihering, Maschinenkunde f. Chemiker (s. oben S. 98), S. 9.

Arbeit im technischen Maßsystem = 1 Meterkilogramm = 1 mkg
= 100 (cm) · 1000 (Gramm) · 981 (Dynen) = 981 · 100 000
= 98 100 000 Erg = 9,81 · 10^7 Erg = 9,81 Joule.

Leistung im technischen Maßsystem = 1 Pferdestärke = 75 mkg
in der Sekunde = 75 · 98 100 000 Erg in der Sekunde
= 7 357 500 Erg/Sek. = 735,75 · 10^7 Erg/Sek. = 735,75 Joule/Sek.

II. Mechanische Arbeit und Wärme.

1 Wärmeeinheit (Kalorie, WE) = 428 mkg. — 1 mkg
= $\frac{1}{428}$ WE. — 1 kleine Kalorie (Grammkalorie, cal) = $\frac{1}{1000}$ cal
= $\frac{1}{1000}$ WE = 0,428 mkg = 42 800 cmg

1 cal = 0,428 · 98 100 000 Erg = 41 986 800 Erg. — A = $\frac{1}{428}$
= 0,002336 WE = 2,336 cal = Wärmeäquivalent für 1 mkg
oder Wärmeäquivalent der Arbeitseinheit.

E = $\frac{1}{A}$ = 428 mkg = Arbeitsäquivalent der Wärmeeinheit,
mechanisches Wärmeäquivalent.

III. Mechanische Arbeit, Wärme und Elektrizität.

1 Volt-Ampere (VA) = 1 Watt (W) = 10^7 Erg/Sek.
1 mkg/Sek. = 9,81 · 10^7 Erg/Sek. = 9,81 Watt.

1 PS = 75 mkg/Sek. = 75 · 9,81 Watt = 735,75 $\sim$ 736 Watt.
1 Watt = $\frac{1}{9,81}$ mkg/Sek. = 0,102 mkg/Sek. = 0,102
· 2,331 cal/Sek. = 0,23827 cal/Sek.

1 Kilowatt (KW) = 10^3 Watt = 102 mkg/Sek. = $\frac{102}{75}$
= 1,36 PS = 102 · 9,81 · 10^7 Erg/Sek. = 1000 · 10^7 Erg/Sek.
= 238 cal/Sek. = 0,238 WE/Sek.

Die in den vorigen Betrachtungen erörterten beiden Begriffe der Arbeit und Leistung sind nun nur zwei spezielle Formen eines umfassenderen, allgemeinen Begriffes, desjenigen der Energie, d. h. der Arbeitsfähigkeit oder des Arbeitsvermögens irgendeiner Kraft. Ganz allgemein bezeichnet man jede irgendwie mögliche Ursache von mechanischer Arbeit als Energie.

Julius Robert Mayer hat zuerst in allgemeinster Form nachgewiesen, daß durch Aufwenden mechanischer Arbeit sowohl Wärme, als auch elektrische, magnetische, chemische Erscheinungen hervorgebracht werden können, und daß einer bestimmten Menge mechanischer Arbeit eine ganz bestimmte Menge der anderen Energieform entspricht. Für die Wärme und Elektrizität ist dieser Zusammenhang aus der vorstehenden Tabelle (S. 100) ohne weiteres zu ersehen.

Auf Grund seiner Untersuchungen kam J. R. Mayer zu dem von ihm zuerst aufgestellten Gesetze oder Prinzip von der Erhaltung der Energie, welches zum Ausdruck bringt, daß die Energie unzerstörbar und unvermehrbar ist. Wie die Materie, so kann auch die Energie die verschiedensten Formen annehmen, bleibt aber quantitativ immer dieselbe.

Die Änderung der Energie oder Arbeitsfähigkeit eines Körpers kann daher nur durch eine Energieaufnahme von außen oder auch eine Abgabe derselben nach außen erfolgen. Da es nun aber für das ganze Weltall kein Außen gibt, so folgt hieraus der fundamentale Lehrsatz:

Die Energie der Welt ist konstant.[1])

Hinsichtlich der Betätigung oder der Art der Wirkung der Energie sind nun noch zwei wesentliche Unterschiede zu machen, nämlich zwischen der potentiellen oder disponiblen Energie oder der Energie der Lage und der kinetischen, aktuellen Energie oder der Energie der Bewegung.

Die erstere Energieform kann man sich als die ruhende Energie vorstellen, also diejenige, welche noch nicht in äußerer, mechanischer Arbeit oder Wärme oder irgendeiner anderen Form nutzbar gemacht ist. Sie „schläft" gleichsam, ist sozusagen aufgespeichert, steht jedoch jederzeit zur Leistung bestimmter Arbeitsmengen zur Verfügung. In dem Augenblicke aber, in welchem sie „geweckt" oder ausgelöst wird, geht sie in die andere Energieform, die kinetische Energie über. Einige Beispiele werden diesen Unterschied noch leichter verständlich machen.

Das Gewicht oder die Feder einer aufgezogenen, aber stillstehenden Uhr stellt eine bestimmte Menge potentieller Energie dar, welche beim Ingangsetzen der Uhr in kinetische Energie umgesetzt wird.

Das schwingende Uhrpendel befindet sich in seiner höchsten oder ausgeschwungenen Lage im Zustand der potentiellen Energie,

---

1) Näheres s. Weyrauch, Grundriß d. Wärmetheorie, I. Hälfte. Stuttgart, 1905. S. 17 u. folg.

wodurch es imstande ist, eine neue Schwingung auszuführen. In der tiefsten oder lotrechten Lage dagegen hat es den Höchstwert seiner kinetischen Energie erreicht.

Das Wasser eines Teiches oder des Obergrabens einer Wasserkraftanlage oder eines hochgelegenen Gebirgssees stellt eine ganz bestimmte Menge potentieller Energie dar, welche durch das Wassergewicht und das sogenannte Gefälle bestimmt und meßbar ist.

In dem Augenblick, in welchem durch Öffnen des Absperrschützens des Teiches oder Obergrabens das Wasser zum Abfluß kommt, verwandelt sich seine potentielle Energie in kinetische Energie, welche beim Durchfluß durch eine Wasserkraftmaschine, z. B. eine Turbine, in mechanische Arbeit verwandelt wird.

Eine elektrische Akkumulatorenbatterie von bestimmter Zellenzahl stellt ferner ebenfalls eine ganz bestimmte Menge potentieller, jedoch nicht mechanischer, sondern elektrischer Energie dar, welche durch Einschalten der Batterie in den Stromkreis eines Elektromotors in kinetische Energie, speziell in mechanische Arbeit umgesetzt werden kann.

Endlich ist in jedem Kilogramm Steinkohle, in jedem Liter eines flüssigen Brennstoffes (Petroleum, Benzin oder Spiritus), in jedem Kubikmeter eines brennbaren Gases eine ganz bestimmte Menge potentieller Energie enthalten, welche durch Verbrennen der Brennstoffe in Wärme und mechanische Arbeit, also Energie der Bewegung umgesetzt werden kann.

Der mathematische Ausdruck für die kinetische Energie oder das Arbeitsvermögen eines Körpers ist

$$L = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2,$$

worin m die Masse desselben und v seine Geschwindigkeit ist. Man nennt diesen Wert auch die *lebendige Kraft* des bewegten Körpers. Dieselbe ist ausgedrückt in derselben Maßeinheit wie die Arbeit, also in mkg.[1])

Um einen Körper aus dem Ruhestand in eine bestimmte Geschwindigkeit zu versetzen, bedarf es einer bestimmten Arbeit, welche der vom Körper erreichten lebendigen Kraft gleich ist, d. h.

$$L = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

1) $m = \frac{G(kg)}{g(m)}$, $L = \frac{1}{2} \cdot \frac{G(kg)}{g(m)} \cdot v(m) \cdot v(m) = \frac{1}{2}\left(\frac{v}{g}\right) \cdot G(kg) \cdot v(m)$ d. h. das Produkt von kg mal m = m · kg.

Soll der Körper mit der Masse m von einer bestimmten Anfangsgeschwindigkeit (v_a) in eine größere (v_e) übergehen, so ist hierzu ebenfalls eine bestimmte Arbeit zu leisten, welche dem Unterschied der lebendigen Kräfte in den beiden Grenzzuständen entspricht, d. h.

$$L = \frac{m \cdot v_e^2}{2} - \frac{m \cdot v_a^2}{2}.$$

Dieser Übergang drückt sich aus in dem Lehrsatz:

„Der Zuwachs an kinetischer Energie oder lebendiger Kraft, welchen ein bewegter Körper erfährt, wenn er aus einer Lage in eine andere übergeht, ist gleich der von den wirkenden Kräften verrichteten Arbeit."

Dasselbe ist der Fall, wenn ein Körper von einer größeren auf eine kleinere Geschwindigkeit gebracht werden soll. Es ist ihm dann eine der Differenz der lebendigen Kräfte entsprechende Arbeitsgröße zu entziehen, was meistens durch Einschalten von Bewegungswiderständen (Bremsen) geschieht.

1. Beispiel. Welche Leistung in Sek./PS ist erforderlich, um einen Güterzug von 10 Wagen à 22 Tonnen in 1 Minute aus dem Stillstand auf eine Geschwindigkeit von 20 km/Std. zu bringen?

Das Gesamtgewicht ist

1. Lokomotive . .	=	55 t	=	55 000 kg	
2. Tender	=	35 t	=	35 000 kg	
3. Wagen 10 × 22	=	220 t	=	220 000 kg	
Summa		310 t	=	310 000 kg.	

Die Endgeschwindigkeit ist $v = \frac{20 \cdot 1000}{60 \cdot 60} = \frac{20000}{3600} = 5{,}55$ m/Sek.

Die in 1 Minute zu leistende Gesamtarbeit ist demnach

$$L = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{310000}{9{,}81} \cdot 5{,}55^2 = 480\,500 \text{ mkg},$$

mithin die Leistung in Sek./PS

$$N = \frac{480500}{60 \cdot 75} = \mathbf{107\ PS}.$$

In Wirklichkeit ist natürlich die von der Lokomotive außerdem noch zu leistende Arbeit wesentlich größer infolge der Eigenwiderstände der Lokomotive und der Wagen, des Luftwiderstandes usw.

2. Beispiel.[1]) Ein Schnellzug von 20 Wagen-Achsen von je 6 Tonnen Achsdruck soll mit 90 km Geschwindigkeit fahren. Wie groß ist die hierzu erforderliche Arbeitsstärke der Lokomotive?

Das Gewicht der Lokomotive und des Tenders beträgt zusammen $42 + 28{,}5 = 70{,}5$ t, dasjenige der Wagen à $6\ \text{t} = 120$ t, also das Gesamtzuggewicht $Q = 190{,}5$ t.

Nach Versuchen mit preußischen Normal-Betriebsmitteln beträgt der Widerstand für 1 t Zuggewicht bei Personenzügen $w_0 = 2{,}5 + 0{,}001\, V^2$ kg, worin V die Geschwindigkeit in km/Stdn. bezeichnet.

Es ist somit die erforderliche Zugkraft der Lokomotive

$$Z = Q \cdot w_0 = 190{,}5 \cdot (2{,}5 + 0{,}001 \cdot 90^2)$$
$$= 190{,}5\ (2{,}5 + 8{,}1) = 190{,}5 \cdot 10{,}6 = 2019 \text{ kg}.$$

Die Leistung der Maschine in PS ist somit

$$N = \frac{Z \cdot v_{sec}}{75} = \frac{2019 \cdot 90 \cdot 1000}{60 \cdot 60 \cdot 75}$$
$$= \frac{2019 \cdot 25}{75} = \frac{2019}{3} = \mathbf{673\ PS.}$$

3. Beispiel. Welche Arbeitsleistung ist erforderlich, um den im vorigen Beispiel beschriebenen Schnellzug in $1^1/_2$ Minuten von 60 km auf 90 km Geschwindigkeit zu bringen.

Die entsprechenden Geschwindigkeiten in der Sekunde sind

$$\frac{60 \cdot 1000}{60 \cdot 60} = 16{,}66 \text{ m/Sek. und } 25 \text{ m/Sek.}$$

Die Arbeit in 1 Minute ist somit

$$L = \frac{1}{2}\, m\ (25^2 - 16{,}66^2) = \frac{1}{2}\frac{G}{g} \cdot 346$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{190500}{9{,}81} \cdot 346 = 3\,296\,000 \text{ mkg in } 1^1/_2 \text{ Min. oder 90 Sek.},$$

also in Sek./PS $L = \frac{3\,296\,000}{90 \cdot 75} = \mathbf{488\ PS.}$

5. Kapitel.

Die Trägheitsmomente.

Der im vorigen Kapitel abgeleitete Ausdruck für das Arbeitsvermögen oder die lebendige Kraft eines bewegten Körpers nimmt für solche Körper, welche sich um eine feste Achse drehen, also

1) Nach Taschenbuch der „Hütte", 16. Aufl., 1896, Bd. II, S. 162.

für die drehende Bewegung, eine besondere Form an, auf welche hier noch näher einzugehen ist. Denkt man sich in dem Ausdruck

$$L = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

die Masse m des bewegten Körpers zusammengesetzt aus (unendlich) vielen Massenteilchen der einzelnen Körpermoleküle, z. B. m_1, $m_2 \ldots m_n$, deren Abstände von der Drehachse r_1, $r_2 \ldots \ldots r_n$ seien, und bezeichnet man mit w die Winkelgeschwindigkeit bei der Umdrehung des Körpers, d. h. die Geschwindigkeit in Abstand $r = 1$[1]), so ist für jedes Massenteilchen, die absolute Geschwindigkeit v gleich dem Produkt aus dem Abstand r von der Drehachse und der Winkelgeschwindigkeit, also $v_1 = r_1 \cdot w$, $v_2 = r_2 \cdot w$, usw.

Man erhält somit den Ausdruck

$$L = \frac{1}{2} m_1 \cdot r_1^2 w^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot r_2^2 w_2 + \ldots$$
$$+ \frac{1}{2} m_n \cdot r_n^2 \cdot w^2 = \frac{w^2}{2} \cdot (m_1 \cdot r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots m_n \cdot r_n^2).$$

Der Klammerausdruck stellt die Summe der Produkte aller Massenteilchen mit den Quadraten ihrer Abstände von der Drehachse dar und schreibt man die obige Gleichung auch

$$L = \frac{w^2}{2} \cdot \Sigma(m \cdot r^2).$$

Man nennt nun die Summe $\Sigma(m \cdot r^2)$ das Trägheits- oder Drehungs- oder Massenmoment des Körpers in bezug auf die Drehachse. Man erhält also den einfachen Ausdruck

$$L = \frac{w^2}{2} \cdot J,$$

worin J das Trägheitsmoment ist.

Für symmetrische Flächen und Körper ist das Trägheitsmoment $J = M \cdot i^2$, worin M die gesamte, im Schwerpunkt vereinigte Masse des Körpers und i der Abstand des Schwerpunktes von der Drehachse ist und der Trägheitsarm der Masse heißt.

Beispiel. Es ist das Arbeitsvermögen eines gußeisernen Ringes von 2 m Durchmesser und rechteckigem Querschnitt von 16 cm Höhe und 12 cm Breite zu berechnen, welcher sich mit einer Geschwindigkeit von 240 Touren in der Minute um seine Drehachse an 6 (gewichtlos gedachten) Armen dreht.

---

1) Vgl. auch oben S. 73.

Das Gewicht des Körpers berechnet sich zu

$G = V \cdot \gamma$, worin V das Volumen des Ringes,

γ das Gewicht eines Kubikmeters Gußeisen = 7250 kg ist. Zunächst ist:

$$V = [2^2 - (2 - 2 \cdot 0{,}16)^2] \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}12 = [4 - 2{,}822] \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}12$$

$= 0{,}111$ cbm, daher $G = 0{,}111 \cdot 7250 = 804{,}75$ kg ~ 805 kg, daher $M = \frac{G}{g} = \frac{805}{9{,}81} = 82$.

Die Winkelgeschwindigkeit ist $w = \frac{\pi \cdot n}{30}$[1] $= \frac{3{,}14 \cdot 240}{30} = 3{,}14 \cdot 8 = 25{,}133$ m/Sek.

Der Trägheitsmoment berechnet sich zu $J = M \cdot i^2$.

Der Schwerpunkt des Rechteckes liegt in der Mitte desselben, also um $(1000 - \frac{160}{2}) = 920$ mm oder 0,92 m von der Drehachse entfernt, woraus folgt

$$J = 82 \cdot 0{,}92^2 = 69{,}4$$

und daraus

$$L = \frac{w^2}{2} \cdot J = \frac{25{,}133^2}{2} \cdot 69{,}4 = 22\,034{,}5 \sim 22\,035 \text{ mkg}.$$

Die Bestimmung der Trägheitsmomente erfolgt entweder rechnerisch oder zeichnerisch oder für zusammengesetzte Flächen und Körper durch Ermittelung der einzelnen Trägheitsmomente und Übertragung derselben auf ein resultierendes Trägheitsmoment.[2])

6. Kapitel.

Die Reibung.

Bei den bisherigen Betrachtungen waren lediglich die bewegenden Kräfte und ihr Einfluß auf die Geschwindigkeit eines Körpers ohne Berücksichtigung irgendwelcher äußerer Widerstände untersucht worden. In Wirklichkeit sind jedoch stets solche Widerstände vorhanden, deren wichtigste der Luftwiderstand und der Reibungswiderstand sind. Der erstere, welcher namentlich bei sehr raschen Bewegungen der Körper, bei der Wurfbewegung, bei den Dreh-

1) S. oben S. 73.

2) Näheres hierüber in Weisbach-Herrmann, Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinenmechanik; I. Teil, Theoret. Mechanik. Fünft. Abschn. 2. Kap. Die Lehre v. d. Trägheitsmomenten.

bewegungen vieler Körper auftritt, soll hier nicht weiter untersucht werden.

Dagegen spielt die **Reibung** bei allen Bewegungen der festen Körper auf anderen Körpern eine sehr wichtige Rolle und darf, um den wirklichen Verhältnissen Rechnung zu tragen, nicht unberücksichtigt bleiben. Da kein noch so glatter Körper von Unebenheiten ganz frei ist, so wird bei der Berührung zweier Körper infolge des Eigengewichtes des auf den unterstützenden Körper drückenden Körpers stets ein gewisses Eindrücken des einen in den anderen an der momentanen Berührungsstelle stattfinden und dadurch der freien Bewegung ein mit der Unebenheit des einen oder beider Körper zunehmender Widerstand entgegengesetzt, zu dessen Überwindung außer der theoretisch erforderlichen, die Bewegung erzeugenden Kraft noch eine Zusatzkraft erforderlich ist, so daß unter Berücksichtigung des Reibungswiderstandes die zur Bewegung erforderliche Kraft größer ist.

Die Reibung wirkt stets der Bewegungsrichtung entgegen, kann also als eine der bewegenden Kraft entgegengesetzt gerichtete Kraft von bestimmter Größe angenommen werden.

Man unterscheidet die Reibung der **Ruhe** und die Reibung der **Bewegung**.

Die erstere findet bei allen einander berührenden Körpern statt. Sie ist abhängig vom Gewicht, also dem Normaldruck des auf die Unterlage drückenden Körpers, und von der Oberflächenbeschaffenheit beider Körper. Infolge dieser Reibung bleibt ein Körper auf einer schrägen oder schiefen Ebene[1]) so lange ruhen, als der Steigungswinkel dieser Ebene einen bestimmten Wert nicht überschreitet, welcher von der Oberflächenbeschaffenheit, also auch dem Material, aus welchem die Körper bestehen, abhängt.

Man nennt diesen Winkel den **Reibungswinkel der Ruhe** oder **Grenzwinkel der Reibungsstützung**.

Diese Reibung spielt eine gewisse Rolle bei den Baukonstruktionen, so vor allem in der Theorie der Gewölbe.

Die **Reibung der Bewegung** zerfällt in zwei Hauptgruppen, die **gleitende** und die **rollende** oder **wälzende** Reibung.

Die **gleitende** Reibung tritt auf, wenn ein Körper auf einem anderen gleitet, d. h. sich so bewegt, daß alle seine Punkte sich in parallelen Linien bewegen.

---

1) S. oben S. 78.

Die rollende Reibung tritt auf, wenn ein Körper auf einem anderen rollt oder sich auf ihm abwälzt.

In beiden Fällen wird die Reibung erzeugt durch den Normaldruck des bewegten Körpers auf den ruhenden Körper oder die Unterlage.

Man drückt dies aus durch die Gleichung

$$W = \mu \cdot N, \text{ worin}$$

W den Reibungswiderstand in kg, N den Normaldruck in kg und μ den Reibungskoeffizienten bezeichnet.

1. Die gleitende Reibung.

Wird bei einem auf horizontaler Ebene ruhenden Körper die auf ihn parallel zu dieser Ebene oder schräg dazu gerichtete wirkende Kraft größer als der Reibungswiderstand W, so gleitet der Körper in der Richtung der Wirkung der äußeren Kraft auf der Ebene hin.

Beispiele der gleitenden Reibung sind:

Die Gradführungen an Dampfmaschinen, Lokomotiven, Pumpen usw., die Bewegungen vieler Arbeitstische, z. B. der Metall-Hobelmaschinen auf ihren Unterlagen (Betten), die Bewegung eines Schlittens auf der schneebedeckten Straße, die Bewegung eines Schlittschuhläufers auf einer Eisbahn, die Bewegung einer Kolbenstange in der sogenannten Stopfbüchse, die Bewegung einer Schraube in der Schraubenmutter, die Bewegung von Zapfen in ihren Lagern, die Bewegung eines auf und nieder gehenden Schlittens oder Stempels bei vielen Werkzeugmaschinen, bei Pressen, Lochmaschinen, Stanzen, Fallhämmern, kurz eine fast unbegrenzte Menge von Anwendungen bei Maschinen und Werkzeugen aller Art.

Die Werte der Reibungskoeffizienten finden sich in den Lehrbüchern der Mechanik, in den Ingenieurkalendern usw., und muß bei der großen Menge dieser Koeffizienten auf deren Wiedergabe hier verzichtet werden.

2. Die rollende Reibung.

Sie tritt auf bei allen Fortbewegungen von Fuhrwerken auf festen Bahnen und Straßen, so der Eisenbahnbetriebsmittel, der Straßenfuhrwerke aller Art und bei der Umdrehungsbewegung einer Walze, sowohl einer freien als auch einer belasteten.

In Fig. 60 ist zunächst der Fall dargestellt[1]), bei welchem ein runder Körper (Rad, Rolle, Walze, Kugel) auf horizontaler Ebene durch eine im Mittelpunkt O angreifende Kraft P fortbewegt wird, welcher Fall bei den, durch eine, an der Spitze des Fuhrwerkes wirkende, äußere Zugkraft fortbewegten Fuhrwerken, z. B. Eisenbahn- und Straßenbahnwagen, gewöhnlichen Pferdefuhrwerken, stattfindet. Zur Drehung um den momentanen Stützpunkt ist ein Kräftepaar, dessen Größe von der Reibung und der Belastung Q abhängt, zu überwinden. Das Moment desselben ist $M = Q \cdot f$, worin f den Hebelarm dieses Momentes darstellt (in cm). Dasselbe muß gleich dem äußeren Drehmoment sein, woraus folgt

$$P \cdot r = Q \cdot f.$$

Wirkt die Kraft P nicht im Mittelpunkt oder Schwerpunkt der Walze, sondern am Umfang, Kraft P_1, Fig. 60, so gilt die Gleichung

$$P_1 \cdot 2r = Q \cdot f.$$

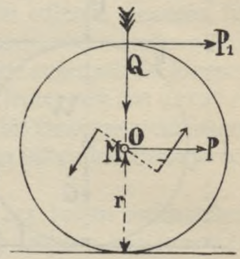


Fig. 60.

Der Hebelarm f ist z. B. für die Bewegung von Eisen auf Eisenschienen (oder Stahl auf Stahl)

$$f = 0{,}05 \text{ cm}.$$

Beispiel. Für einen Güterzug von Q = 750 t (150 Achsen à 5 t) Zuggewicht, 36 t Lokomotivgewicht und 28,5 t Tendergewicht ist der Reibungswiderstand für die rollende Reibung auf ebener Bahn zu berechnen.

Für die Wagenachse ist Q = 5 t, also pro Rad 2,5 t = 2500 kg. Es ergibt sich somit $P = Q \cdot \frac{0{,}05}{49} = 0{,}00102 \cdot Q = 2{,}55$ kg, also Z_1 für die Wagen $= 300 \cdot 2{,}55 = 765$ kg, wenn der Halbmesser der Räder zu 0,49 m = 49 cm angenommen wird.

Für die Lokomotive zu 3 Achsen ist die Belastung pro Rad $= \frac{36}{3 \cdot 2} = 6$ t, also $P = 6000 \cdot \frac{0{,}05}{65} = 4{,}61$, also die Zugkraft Z_2 für 6 Räder zu $4{,}61 \cdot 6 \sim 28$ kg bei einem Radhalbmesser von 0,65 m = 65 cm.

Für den dreiachsigen Tender ist der Raddruck $= \frac{28{,}5}{6} = 4{,}75$ t, also $P = \frac{0{,}05}{49} \cdot 4750 = 0{,}00102 \cdot 4750 = 4{,}85$, also die Zug-

[1]) Nach Hüttentaschenbuch, XVI. Aufl., Bd. I, S. 211.

kraft $Z_3 = 6 \cdot 4{,}85 = 29{,}1$ kg, mithin $Z = Z_1 + Z_2 + Z_3 = 765 + 28 + 29{,}1 = 822$ kg nur für die Überwindung der rollenden Reibungen.

Die wirklich erforderliche Zugkraft hat jedoch vor allem auch die Zapfenreibungen der Zapfen in den Lagern, die Widerstandsarbeit der Lokomotive, die sonstigen Widerstände des Zuges infolge der Schienenstöße, der Kurven, Steigungen, den Luftwiderstand usw. zu überwinden und ist daher wesentlich größer.

Bei der in Fig. 61 dargestellten Anordnung wird die Last Q auf der Walze W fortgeschoben. Hierbei ist das Moment $P \cdot 2r = P \cdot d$ erforderlich, um das Reibungsmoment M der Walze zu überwinden.

Das letztere setzt sich zusammen aus dem Reibungsmoment für die Belastung auf der Walze und jenem für die Walze auf der ebenen Bahn. Der Reibungskoeffizient der letzteren sei f, derjenige der ersteren f_1.

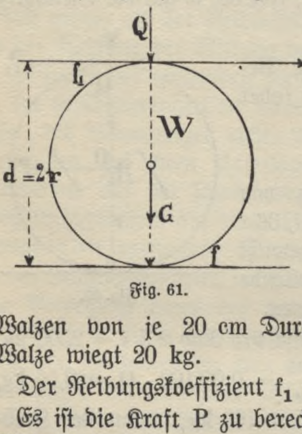


Fig. 61.

Man erhält somit die Gleichung

$$P \cdot d = M = Q \cdot f_1 + (Q + G) \cdot f,$$

worin G das Gewicht der Walze selbst ist.

Beispiel. Ein Stein von 1000 kg Gewicht soll auf zwei Walzen von je 20 cm Durchmesser fortbewegt werden. Die Walze wiegt 20 kg.

Der Reibungskoeffizient f_1 ist $= 0{,}08$, derjenige $f = 0{,}09$.

Es ist die Kraft P zu berechnen, welche erforderlich ist, um den Stein fortzubewegen.

Da zwei Walzen vorhanden sind, so kommt auf jede Walze eine Belastung von 500 kg. Es ist somit

$$P \cdot d = 500 \cdot 0{,}08 + (500 + 20) \cdot 0{,}09 = 86{,}8$$

also $P = \frac{86{,}8}{20} = 4{,}34$ kg, also für beide Walzen zusammen

$$P_0 = 2 \cdot 4{,}34 = 8{,}68 \sim 9 \text{ kg}.$$

7. Kapitel.

Die Lehre vom Stoß.

Wenn zwei Körper im Raume ihre Entfernung voneinander fortgesetzt so ändern, daß dieselbe immer kleiner wird, so stoßen dieselben schließlich gegeneinander. Hierbei können zwei Fälle vorkommen, indem nämlich entweder nur der eine Körper sich bewegt und der andere stillsteht, oder beide Körper sich gegeneinander bewegen.

Ersteres ist z. B. der Fall, wenn ein Körper (Ball, Kugel o. dgl.) gegen eine feste Wand trifft, letzteres, wenn zwei in Bewegung befindliche Eisenbahnwagen mit ihren Puffern zusammenprallen.

Bezüglich der Richtung des Stoßes unterscheidet man den zentrischen und exzentrischen Stoß. Bei ersterem bewegen sich beide Körper in der Richtung ihrer Schwerpunktsverbindungslinie gegeneinander, bei letzterem fällt die Stoßlinie außerhalb der Schwerpunktsverbindungslinie. Man unterscheidet ferner noch den geraden und den schiefen Stoß. Bei ersterem fallen die Bewegungsrichtungen beider Körper in die Stoßlinie, bei letzterem bilden die Bewegungsrichtungen miteinander einen Winkel.

Bezüglich der Wirkung der Elastizität der beiden aufeinandertreffenden Körper unterscheidet man endlich noch den vollkommen unelastischen Stoß, den vollkommen elastischen Stoß und den unvollkommen elastischen Stoß.

Am nächsten der Wirklichkeit kommt der letzte Fall, da es weder vollkommen unelastische Körper noch vollkommen elastische Körper gibt.

Für die Berechnung der Stoßformeln sind die Massen und Geschwindigkeiten der beiden bewegten Körper maßgebend.

Bezeichnen M_1 und M_2 die Massen der beiden Körper, v_1 und v_2 die Geschwindigkeiten vor dem Stoß, c_1 und c_2 dieselben nach dem Stoß, so ist die Hauptgleichung zwischen diesen Größen folgende:

$$M_1 v_1 + M_2 v_2 = M_1 c_1 + M_2 c_2.$$

Man nennt den Wert $M_1 v_1$ des bewegten Körpers seine Bewegungsgröße und erhält daher den Satz:

Die Summe der Bewegungsgrößen beider Körper vor und nach dem Stoß bleibt konstant.

Dies ist allerdings nur theoretisch richtig, da in Wirklichkeit infolge der Reibung der bewegten Körper auf ihrer Bahn, der unvollkommenen Elastizität, des Luftwiderstandes, und schließlich der beim Zusammenstoß erzeugten Wärme ein Teil der Bewegungsgrößen verloren geht.

Beim unelastischen Stoß gehen nach dem Stoß beide Körper mit der gleichen Geschwindigkeit c weiter, man hat die Gleichungen

$$M_1 v_1 + M_2 v_2 = c \cdot (M_1 + M_2) \text{ und}$$
$$c = \frac{M_1 v_1 + M_2 v_2}{M_1 + M_2}.$$

Der Arbeitsverlust, der hierbei auftritt, ist proportional dem Unterschiede der Geschwindigkeiten beider Körper und berechnet sich aus der Gleichung:

$$L = \frac{1}{2}\left(\frac{M_1 \cdot M_2}{M_1 + M_2}\right)(v_1 - v_2)^2.$$

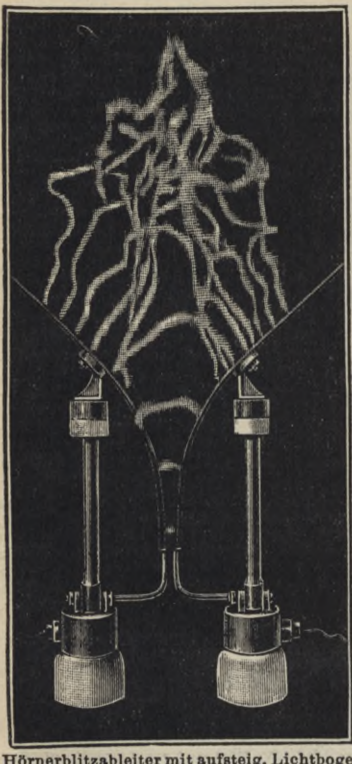
Beispiel. Die Gewichte der beiden bewegten Körper seien $G_1 = 100$ kg, $G_2 = 1000$ kg, ihre Geschwindigkeiten $v_1 = 8$ m/Sek., $v_2 = 3$ m/Sek. Es ist sodann $M_1 = \frac{G}{g} = \frac{100}{9,81} = 10,19$, $M_2 = \frac{1000}{9,81} = 101,9$, daher $c = \frac{10,19 \cdot 8 + 101,9 \cdot 3}{10,19 + 101,9} = \frac{387,2}{112,1} = 3,45$ m/Sek. und $L = \frac{1}{2}\frac{10,19 \cdot 101,9}{112,1}(8-3)^2 = 1157,75$ mkg.

Die Gleichungen für den vollkommen elastischen und unvollkommen elastischen Stoß hier wiederzugeben würde zu weit führen, da für dieselben die Lehren von der Elastizität der Körper und von den elastischen Formveränderungen in Betracht zu ziehen sind, auf welche hier nicht näher eingegangen werden kann.

Sachregister.

Druck von B. G. Teubner in Dresden.

Lehrbuch der Physik. Zum Gebrauch beim Unterricht, bei akad. Vorlesungen und zum Selbststudium. Von **E. Grimsehl**, Direktor der Oberrealschule auf der Uhlenhorst in Hamburg. Mit 1091 Textfig., 2 farb. Tafeln und Tabellen physik. Konstanten und Zahlentabellen. [XII u. 1052 S.] gr. 8. 1909. Geh. ℳ 15.—, geb. ℳ 16.—.



Hörnerblitzableiter mit aufsteig. Lichtbogen.
Aus Grimsehl, Lehrbuch der Physik.

Inhalt: Einleitung. — I. Meßkunde. II. Bewegungslehre (Phoronomie). III. Die Lehre von den Kräften (Dynamik). IV. Elastizität und Festigkeit. V. Gravitation. Potentialtheorie. VI. Flüssigkeiten. VII. Luftförmige Körper. VIII. Molekularphysik. IX. Wärmelehre. X. Wetterkunde. XI. Wellenlehre. XII. Akustik. XIII. Geometrische Optik. XIV. Physikalische Optik. XV. Die Polarisation des Lichts. XVI. Optische Erscheinungen in der Atmosphäre. XVII. Die Lichtenergie und ihre Umwandlungen. XVIII. Physiologische Optik. XIX. Magnetismus. XX. Elektrostatik. XXI. Die atmosphärische Elektrizität. XXII. Die strömende Elektrizität. XXIII. Umwandlung elektrischer Stromenergie in Wärmeenergie. XXIV. Elektrolyse. XXV. Elektromagnetismus. XXVI. Mechanische Wirkungen des elektrischen Stromes. XXVII. Induktion. XXVIII. Elektrische Entladungen. XXIX. Elektrische Schwingungen. — Anhang: Tabellen über wichtige physikalische Konstanten. Zahlentabellen.

„. . . Zu rühmen ist an dem Werk vor allem die lichtvolle Darstellung in einfacher, klarer Sprache, die auch das Eindringen in schwierigere Gebiete leicht macht. Ihren Ausgang nimmt sie immer vom Tatsächlichen, arbeitet scharf heraus, wo die Hypothese einsetzt und wie sich auf ihr die Theorie aufbaut. Das Energiegesetz nimmt überall die ihm zukommende führende Stellung ein. Die geschilderten Versuchsanordnungen und Apparate sind vielfach von Grimsehl zuerst angegeben. — Die tadellose Deutlichkeit und Übersichtlichkeit der vielen Figuren, besonders der schematischen Zeichnungen, verdient noch besonders hervorgehoben zu werden, weil durch sie die klare Darstellung in hohem Grade unterstützt wird. Die Ausstattung des Buches ist vorzüglich. Dem Werke ist ein großer Leserkreis zu wünschen, und ich glaube, er ist ihm sicher."

(Hamburger Nachrichten.)

Die Mechanik. **Eine Einführung mit einem metaphysischen Nachwort.** Von **Ludwig Tesar,** Professor an der k. k. Staatsrealschule im XX. Bezirke von Wien. Mit 111 Figuren. [XIV u. 220 S.] gr. 8. 1909. Geh. ℳ 3.20, in Leinwand geb. ℳ 4.—

Die Einführung will die Dunkelheiten mechanischer Einleitungen dadurch vermeiden, daß sie erklärt und nicht beschreibt, daß sie die Annahmen des mechanischen Weltbildes allmählich herausarbeitet, daß sie also bewußt dem Wahnbilde einer „Hypothesenfreien Wissenschaft" entgegentritt. — Die Kraft ist von ihrer Äußerung geschieden; die Bewegungslehre ist der eigentlichen Mechanik gegenübergestellt; der Begriff des materiellen Punktes wird benutzt. Die mechanischen Sätze werden an wirklichen Vorgängen erläutert. Mathematische Formeln sind vermieden, rechnerische Herleitungen sehr elementar gehalten. Um aber auch weitergehenden Ansprüchen zu genügen, führt das Werk in zwischengeschobenen, kleingedruckten Teilen in das Unendlichkeitskalkul vom mechanischen Standpunkte ein. Das Buch führt in einen Teil der Ideen Hartmanns, des Monisten, ein.

Aus Natur und Geisteswelt.

Sammlung wissenschaftlich-gemeinverständlicher Darstellungen aus allen Gebieten des Wissens.

Jeder Band ist in sich abgeschlossen und einzeln käuflich.

Jeder Band geh. M. 1.—, in Leinwand geb. M. 1.25.

Übersicht nach Wissenschaften geordnet.

Allgemeines Bildungswesen. Erziehung u. Unterricht.

Das deutsche Bildungswesen in seiner geschichtlichen Entwicklung. Von weil. Prof. Dr. Friedrich Paulsen. 2. Auflage. Mit einem Geleitwort von Prof. Dr. W. Münch und einem Bildnis Paulsens. (Bd. 100.)
Eine unparteiische Darstellung der Entwicklungsgeschichte des deutschen Bildungswesens nach seinen Hauptrichtlinien, zugleich ein Spiegelbild deutscher Kulturentwicklung.

Der Leipziger Student von 1409—1909. Von Dr. Wilhelm Bruchmüller. Mit 25 Abbildungen. (Bd. 273.)
Eine zusammenfassende Kultur- und Sittengeschichte des Leipziger Studenten.

Allgemeine Pädagogik. Von Prof. Dr. Th. Ziegler. 3. Aufl. (Bd. 33.)
Behandelt das mit der großen sozialen Frage unserer Zeit in so engem Zusammenhang stehende Problem der Volkserziehung in praktischer, selbständiger Weise und in sittlich-sozialem Geiste.

Experimentelle Pädagogik mit besonderer Rücksicht auf die Erziehung durch die Tat. Von Dr. W. A. Lay. Mit 2 Abbildungen. (Bd. 224.)
Behandelt Geschichte, Aufgaben, Wesen und Bedeutung der experimentellen Pädagogik und ihrer Forschungsmethode.

Moderne Erziehung in Haus u. Schule. Von Johannes Tews. (Bd. 159.)
Zeichnet scharf die Schattenseiten der modernen Erziehung und zeigt Mittel und Wege für eine allseitige Durchdringung des Erziehungsproblems.

Die höhere Mädchenschule in Deutschland. Von Oberlehrerin Marie Martin. (Bd. 65.)
Bietet aus berufenster Feder eine Darstellung der Ziele, der historischen Entwicklung, der heutigen Gestalt und der Zukunftsaufgaben der höheren Mädchenschulen.

Vom Hilfsschulwesen. Von Rektor Dr. B. Maennel. (Bd. 73.)
Gibt in kurzen Zügen eine Theorie und Praxis der Hilfsschulpädagogik nach ihrem gegenwärtigen Stand und zugleich Richtlinien für ihre künftige Entwicklung.

Das deutsche Fortbildungsschulwesen. Von Direktor Dr. Friedrich Schilling. (Bd. 256.)
Würdigt die gegenwärtige Ausgestaltung des gesamten (einschließlich des gewerblichen und kaufmännischen) Fortbildungsschulwesens und zeichnet Richtlinien für einen konsequenten Weiterbau.

Die Knabenhandarbeit in der heutigen Erziehung. Von Seminar-Dir. Dr. A. Pabst. Mit 21 Abbildungen und 1 Titelbild. (Bd. 140.)
Gibt einen Überblick über die Geschichte des Knabenhandarbeitsunterrichts, untersucht seine Stellung im Lichte der modernen pädagogischen Strömungen sowie seinen Wert als Erziehungsmittel und erörtert sodann die Art des Betriebes in den verschiedenen Schulen und Ländern.

Geschichte des deutschen Schulwesens. Von Oberrealschuldirektor Dr. Karl Knabe. (Bd. 85.)
Eine übersichtliche Darstellung der Entwicklungsgeschichte des deutschen Schulwesens von seinen Anfängen an bis zum nationalen Humanismus der Gegenwart.

Das deutsche Unterrichtswesen der Gegenwart. Von Oberrealschuldirektor Dr. Karl Knabe. (Bd. 299.)
Bietet einen anregenden Überblick über das Gesamtgebiet des gegenwärtigen deutschen Unterrichtswesens.

Das moderne Volksbildungswesen. Bücher- und Lesehallen, Volkshochschulen und verwandte Bildungseinrichtungen in den wichtigsten Kulturländern in ihrer Entwicklung seit der Mitte des neunzehnten Jahrhunderts. Von Stadtbibliothekar Dr. Gottlieb Fritz. Mit 14 Abbildungen. (Bd. 266.)
Gibt einen zusammenfassenden Überblick über das für den Aufschwung des geistigen Lebens der modernen Kulturvölker so wichtige Volksbildungswesen.

Schulkämpfe der Gegenwart. Von Johannes Tews. (Bd. 111.)
Stellt die Probleme dar, um die es sich bei der Reorganisation der Volksschulen handelt, deren Stellung zu Staat und Kirche, Abhängigkeit vom Zeitgeist und Wichtigkeit für die Herausgestaltung einer volksfreundlichen Gesamtkultur scharf beleuchtet werden.

Deutsches Ringen nach Kraft und Schönheit. Aus den literarischen Zeugnissen eines Jahrhunderts gesammelt. Von Turninspektor Karl Möller. In 2 Bänden.
Band I: Von Schiller bis Lange. (Bd. 188.) Band II: In Vorbereitung.
Eine feinsinnige Auslese von Aussprüchen und Aufsätzen unserer führenden Geister über eine allseitig harmonische Ausbildung von Leib und Seele.

Schulhygiene. Von Prof. Dr. Leo Burgerstein. 2. Auflage. Mit 33 Figuren. (Bd. 96.)
Ein alle in Betracht kommenden Fragen gleichmäßig berücksichtigendes Gesamtbild der modernen Schulhygiene.

Jugend-Fürsorge. Von Waisenhaus-Direktor Dr. Johannes Petersen. 2 Bände. (Bd. 161. 162.)
Band I: Die öffentliche Fürsorge für die hilfsbedürftige Jugend. (Bd. 161.)
Band II: Die öffentliche Fürsorge für die sittlich gefährdete und die gewerblich tätige Jugend. (Bd. 162.)
Behandelt das gesamte öffentliche Fürsorgewesen, dessen Vorzüge und Mängel sowie die Möglichkeit der Reform.

Die amerikanische Universität. Von Ph. D. Edward Delavan Perry. Mit 22 Abbildungen. (Bd. 206.)
Schildert die Entwicklung des gelehrten Unterrichts in Nordamerika, belehrt über das dortige innere und äußere akademische Leben und bietet interessante Vergleiche zwischen deutschem und amerikanischem Hochschulwesen.

Technische Hochschulen in Nordamerika. Von Prof. Siegmund Müller. Mit zahlreichen Abbildungen, Karte und Lageplan. (Bd. 190.)
Schildert, von lehrreichen Abbildungen unterstützt, die Einrichtungen und den Unterrichtsbetrieb der amerikanischen technischen Hochschulen in ihrer Eigenart.

Volksschule und Lehrerbildung der Vereinigten Staaten in ihren hervortretenden Zügen. Von Direktor Dr. Franz Kuypers. Mit 49 Abbildungen. (Bd. 150.)
Schildert anschaulich das amerikanische Schulwesen vom Kindergarten bis zur Hochschule, überall das Wesentliche der amerikanischen Erziehungsweise (die stete Erziehung zum Leben, das Wecken des Betätigungstriebes, das Hindrängen auf praktische Verwertung usw.) hervorhebend.

Pestalozzi. Sein Leben und seine Ideen. Von Prof. Dr. Paul Natorp. Mit einem Bildnis und einem Brieffaksimile. (Bd. 250.)
Sucht durch systematische Darstellung der Prinzipien Pestalozzis und ihrer Durchführung eine von seiner zeitlichen Bedingtheit losgelöste Würdigung des Pädagogen anzubahnen.

Herbarts Lehren und Leben. Von Pastor O. Flügel. Mit einem Bildnisse Herbarts. (Bd. 164.)

Sucht durch liebevolle Darstellung von Herbarts Werden und Lehre seine durch eigenartige Terminologie und Deduktionsweise schwer verständliche Philosophie und Pädagogik weiteren Kreisen zugänglich zu machen.

Friedrich Fröbel. Sein Leben und sein Wirken. Von Adele von Portugall. Mit 5 Tafeln. (Bd. 82.)

Lehrt die grundlegenden Gedanken der Methode Fröbels kennen und gibt einen Überblick seiner wichtigsten Schriften mit Betonung aller jener Kernaussprüche, die treuen und oft ratlosen Müttern als Wegweiser in Ausübung ihres hehrsten und heiligsten Berufes dienen können.

Hierzu siehe ferner:

Gaupp, Psychologie des Kindes S. 6. Hensel, Rousseau S. 5. Zander, Die Leibesübungen S. 18.

Religionswissenschaft.

Leben und Lehre des Buddha. Von Prof. Dr. Richard Pischel. Mit 1 Tafel. (Bd. 109.)

Gibt eine wissenschaftlich begründete, durchaus objektive Darstellung des Lebens des Buddha, seiner Stellung zu Staat und Kirche, seiner Lehrweise und Lehre sowie der weiteren Entwicklung des Buddhismus.

Mystik im Heidentum und Christentum. Von Dr. Edvin Lehmann. (Bd. 217.)

Verfolgt die Erscheinungen der Mystik von der niedrigsten Stufe durch die orientalischen Religionen bis zu den mystischen Phänomenen in den christlichen Kirchen aller Zeiten.

Palästina und seine Geschichte. Von Prof. Dr. Hermann Freiherr von Soden. 2. Auflage. Mit 2 Karten, 1 Plan von Jerusalem und 6 Ansichten des Heiligen Landes. (Bd. 6.)

Ein Bild, nicht nur des Landes selbst, sondern auch alles dessen, was aus ihm hervor- oder über es hingegangen ist im Laufe der Jahrhunderte, in deren Verlauf die Patriarchen Israels und die Kreuzfahrer, David und Christus, die alten Assyrer und die Scharen Mohammeds einander ablösten.

Palästina und seine Kultur in fünf Jahrtausenden. Nach den neuesten Ausgrabungen und Forschungen. Von Gymnasialoberlehrer Dr. Peter Thomsen. Mit 36 Abbildungen. (Bd. 260.)

Will, indem es die wichtigsten bis in das 4. Jahrtausend vor Christi zurückreichenden Ergebnisse der neuesten Ausgrabungen in Palästina zum ersten Male gemeinverständlich darstellt, zugleich ein Führer sein zu neuem und tieferem Eindringen in die geschichtlichen Grundlagen unserer Religion.

Die Grundzüge der israelitischen Religionsgeschichte. Von Prof. Dr. Friedrich Giesebrecht. 2. Auflage. (Bd. 52.)

Schildert, wie Israels Religion entsteht, wie sie die nationale Schale sprengt, um in den Propheten die Ansätze einer Menschheitsreligion auszubilden, und wie auch diese neue Religion sich verpuppt in die Formen eines Priesterstaats.

Die Gleichnisse Jesu. Zugleich Anleitung zu einem quellenmäßigen Verständnis der Evangelien. Von Lic. Prof. Dr. Heinrich Weinel. 2. Auflage. (Bd. 46.)

Will gegenüber kirchlicher und nichtkirchlicher Allegorisierung der Gleichnisse Jesu mit ihrer richtigen, wörtlichen Auffassung bekannt machen und verbindet damit eine Einführung in die Arbeit der modernen Theologie.

Wahrheit und Dichtung im Leben Jesu. Von Pfarrer D. Paul Mehlhorn. (Bd. 137.)

Will zeigen, was von dem im Neuen Testament uns überlieferten Leben Jesu als geschichtlich beglaubigter Tatbestand festzuhalten und was als Sage oder Dichtung zu betrachten ist.

Jesus und seine Zeitgenossen. Geschichtliches und Erbauliches. Von Pastor Carl Bonhoff. (Bd. 89.)
Sucht der ganzen Fülle und Eigenart der Persönlichkeit Jesu gerecht zu werden, indem es ihn in seinem Verkehr mit den ihn umgebenden Menschengestalten, Volks- und Parteigruppen zu verstehen sucht.

Der Text des Neuen Testamentes nach seiner geschichtlichen Entwicklung. Von Div.-Pfarrer August Pott. Mit 8 Tafeln. (Bd. 134.)
Will die Frage: „Ist der ursprüngliche Text des Neuen Testamentes überhaupt noch herzustellen?" durch eine Darstellung seiner Entwicklung von der ersten schriftlichen Fixierung bis zum heutigen „berichtigten" Text beantworten.

Christentum und Weltgeschichte. Von Prof. Dr. K. Sell. 2 Bände. (Bd. 297. 298.)
Zeigt durch eingehende Charakterisierung der schöpferischen Persönlichkeiten die Wechselbeziehungen zwischen Kulturentwicklung und Christentum auf.

Aus der Werdezeit des Christentums. Studien und Charakteristiken. Von Prof. Dr. Johannes Geffcken. 2. Auflage. (Bd. 54.)
Ein Bild der vielseitigen, kultur- und religionsgeschichtlichen Bedingtheiten, unter denen die Werdezeit des Christentums steht.

Der Apostel Paulus und sein Werk. Von Prof. Dr. Eberhard Vischer. (Bd. 309.)
Zeigt durch eingehende Darstellung von Leben und Lehre die Persönlichkeit des Apostels in ihrer zeitlichen Bedingtheit und in ihrer bleibenden weltgeschichtlichen Bedeutung.

Luther im Lichte der neueren Forschung. Ein kritischer Bericht. Von Prof. Dr. Heinrich Boehmer. 2. Auflage. Mit 2 Bildnissen Luthers. (Bd. 113.)
Gibt auf kulturgeschichtlichem Hintergrunde eine unparteiische, Schwächen und Stärken gleichmäßig beleuchtende Darstellung von Luthers Leben und Wirken.

Johann Calvin. Von Pfarrer Dr. G. Sodeur. Mit 1 Bildnis. (Bd. 247.)
Sucht durch eingehende Darstellung des Lebens und Wirkens sowie der Persönlichkeit des Genfer Reformators, sowie der Wirkungen, welche von ihm ausgingen, Verständnis für seine Größe und bleibende Bedeutung zu wecken.

Die Jesuiten. Eine historische Skizze. Von Prof. Dr. Heinrich Boehmer. 2. vermehrte Auflage. (Bd. 49.)
Ein Büchlein nicht für oder gegen, sondern über die Jesuiten, also der Versuch einer gerechten Würdigung des vielgenannten Ordens nach seiner bleibenden geschichtlichen Bedeutung.

Die religiösen Strömungen der Gegenwart. Von Superintendent D. August Heinrich Braasch. 2. Auflage. (Bd. 66.)
Will durch eine großzügige historische Übersicht über das an Richtungen und Problemen so reiche religiöse Leben der Gegenwart den innerlichsten und höchsten Lebenswerten gegenüber einen eigenen Standpunkt finden helfen.

Die Stellung der Religion im Geistesleben. Von Lic. Dr. Paul Kalweit. (Bd. 225.)
Will das Verhältnis der Religion zu dem übrigen Geistesleben, insbesondere zu Wissenschaft, Sittlichkeit und Kunst klarlegen, indem es die bedeutsamsten Anschauungen darüber erörtert.

Religion und Naturwissenschaft in Kampf und Frieden. Ein geschichtlicher Rückblick. Von Dr. August Pfannkuche. (Bd. 141.)
Will durch geschichtliche Darstellung der Beziehungen beider Gebiete eine vorurteilsfreie Beurteilung des heiß umstrittenen Problems ermöglichen.

Hierzu siehe ferner:

von Negelein, Germanische Mythologie S. 10.
Wachtler, Die Blütezeit der griechischen Kunst im Spiegel der Reliefsarkophage S. 8.

Philosophie und Psychologie.

Einführung in die Philosophie. Von Prof. Dr. Raoul Richter. 2. Aufl. (Bd. 155.)
Bietet eine anschauliche, zugleich wissenschaftlich-gründliche Darstellung der philosophischen Hauptprobleme und der Richtungen ihrer Lösung, insbesondere des Erkenntnisproblems, und nimmt dabei, nach einer vorherigen Abgrenzung des Gebietes der Philosophie und Bestimmung ihrer Aufgabe, zu den Standpunkten des Materialismus, Spiritualismus, Theismus und Pantheismus Stellung, um zum Schlusse die Fragen der Moral- und Religionsphilosophie zu beleuchten.

Die Philosophie. Einführung in die Wissenschaft, ihr Wesen und ihre Probleme. Von Realschuldirektor Hans Richert. (Bd. 186.)
Will die Stellung der Philosophie im Geistesleben der Gegenwart beleuchten, ihren Wert als Weltanschauung sicher stellen, ihre Grundprobleme und deren Lösungsversuche charakterisieren und in die philosophische Literatur einführen.

Führende Denker. Geschichtliche Einleitung in die Philosophie. Von Prof. Dr. Jonas Cohn. Mit 6 Bildnissen. (Bd. 176.)
Will durch Geschichte in die Philosophie einführen, indem es von sechs großen Denkern, Sokrates und Platon, Descartes und Spinoza, Kant und Fichte das für die Philosophie dauernd Bedeutende herauszuarbeiten sucht aus der Überzeugung, daß aus der Kenntnis der Persönlichkeiten am besten das Verständnis für ihre Gedanken zu gewinnen ist.

Die Weltanschauungen der großen Philosophen der Neuzeit. Von weil. Prof. Dr. Ludwig Busse. 4. Auflage, herausgegeben von Prof. Dr. R. Falckenberg. (Bd. 56.)
Eine sich auf die Darstellung der großen klassischen Systeme beschränkende, aber deren beherrschende und charakteristische Grundgedanken herausarbeitende und so ein klares Gesamtbild der in ihm enthaltenen Weltanschauungen entwerfende Einführung in die neuere Philosophie.

Die Philosophie der Gegenwart in Deutschland. Eine Charakteristik ihrer Hauptrichtungen. Von Prof. Dr. Oswald Külpe. 4. Auflage. (Bd. 41.)
Schildert die vier Hauptrichtungen der modernen deutschen Philosophie: den Positivismus, Materialismus, Naturalismus und Idealismus unter eingehender Würdigung der bedeutendsten Vertreter der verschiedenen Richtungen.

Rousseau. Von Prof. Dr. Paul Hensel. Mit 1 Bildnisse. (Bd. 180)
Stellt Rousseau als Vorläufer des deutschen Idealismus, seine Lebensarbeit als unumgängliche Voraussetzung für Goethe, Schiller, Herder, Kant, Fichte dar.

Immanuel Kant. Darstellung und Würdigung. Von Prof. Dr. Oswald Külpe. 2. Auflage. Mit einem Bildnisse Kants. (Bd. 146.)
Eine Einführung in das Verständnis Kants und eine Würdigung seiner Philosophie in ihre unvergleichlichen und schier unerschöpflichen Kraft der Anregung, wie seiner Persönlichkeit in ihrer echten in sich geschlossenen Eigenart.

Schopenhauer. Seine Persönlichkeit, seine Lehre, seine Bedeutung. Sechs Vorträge von Realschuldirektor Hans Richert. 2. Auflage. Mit dem Bildnis Schopenhauers. (Bd. 81.)
Gibt, in das Werden dieses großen deutschen Philosophen und Schriftstellers mit seinen geschichtlichen Bedingungen und Nachwirkungen einführend, einen zusammenfassenden Überblick über das Ganze seines Systems.

Herbert Spencer. Von Dr. Karl Schwarze. Mit Bildnis. (Bd. 245)
Gibt eine klar gefaßte Darstellung des Lebens und des auf dem Entwicklungsgedanken aufgebauten Systems Herbert Spencers nach seinen verschiedenen Seiten, nämlich philosophische Grundlegung, Biologie, Psychologie, Soziologie und Ethik.

Das Weltproblem von positivistischem Standpunkte aus. Von Prof. Dr. Josef Petzoldt. (Bd. 133.)
Sucht die Geschichte des Nachdenkens über die Welt als eine sinnvolle Geschichte von Irrtümern psychologisch verständlich zu machen im Dienste der von Schuppe, Mach und Avenarius vertretenen Anschauung, daß es keine Welt an sich, sondern nur eine Welt für uns gibt.

Aufgaben und Ziele des Menschenlebens. Von Dr. J. Unold. 3. Auflage. (Bd. 12.)
Stellt sich in den Dienst einer nationalen Erziehung, indem es zuversichtlich und besonnen eine von konfessionellen Schranken unabhängige, wissenschaftlich haltbare Lebensanschauung und Lebensordnung begründet und entwickelt.

Sittliche Lebensanschauungen der Gegenwart. Von Prof. Dr. Otto Kirn. (Bd. 177.)
Übt verständnisvolle Kritik an den Lebensanschauungen des Naturalismus, des Utilitarismus, des Evolutionismus, an der ästhetischen Lebensauffassung, um dann für das überlegene Recht des sittlichen Idealismus einzutreten, indem es dessen folgerichtige Durchführung in der christlichen Weltanschauung aufweist.

Die Mechanik des Geisteslebens. Von Prof. Dr. Max Verworn. 2. Auflage. Mit 18 Figuren. (Bd. 200.)
Schildert vom monistischen Standpunkt aus die modernen Anschauungen über die physiologischen Grundlagen der Gehirnvorgänge.

Hypnotismus und Suggestion. Von Dr. Ernst Trömner. (Bd. 199.)
Bietet eine rein sachliche Darstellung der Lehre von Hypnotismus und Suggestion und zeigt deren Einfluß auf die wichtigsten Kulturgebiete.

Psychologie des Kindes. Von Prof. Dr. Rob. Gaupp. Mit 18 Abbildungen. (Bd. 213.)
Behandelt die wichtigsten Kapitel aus der Kinderpsychologie unter Betonung der Bedeutung des psychologischen Versuchs für die Erkenntnis der Eigenart geistiger Tätigkeit wie der individuellen Verschiedenheiten im Kindesalter.

Die Psychologie des Verbrechers. Von Dr. Paul Pollitz, Strafanstaltsdirektor. Mit 5 Diagrammen. (Bd. 248.)
Gibt eine umfassende Übersicht und psychologische Analyse des Verbrechens als Produkt sozialer und wirtschaftlicher Verhältnisse, defekter geistiger Anlage wie persönlicher, verbrecherischer Tendenz.

Die Seele des Menschen. Von Prof. Dr. Joh. Rehmke. 3. Aufl. (Bd. 36.)
Gibt allgemeinverständlich eine eingehende wissenschaftliche Antwort auf die Grundfrage: „Was ist die Seele?"

Hierzu siehe ferner:

Lehmann, Mystik in Heidentum und Christentum S. 3. **Pischel,** Leben und Lehre des Buddha S. 3. **Flügel,** Herbarts Lehre und Leben S. 3. **Pfannkuche,** Naturwissenschaft und Religion in Kampf und Frieden S. 4. **Volbehr,** Bau und Leben der bildenden Kunst S. 8. **Mucke,** Geschichte der sozialistischen Ideen im 19. Jahrhundert S. 14.

Literatur und Sprache.

Die Sprachstämme des Erdkreises. Von Prof. Dr. Franz Nikolaus Finck. (Bd. 267.)
Gibt einen auf den Resultaten moderner Sprachforschung aufgebauten, umfassenden Überblick über die Sprachstämme des Erdkreises, ihre Verzweigungen in Einzelsprachen sowie über deren gegenseitige Zusammenhänge.

Die Haupttypen des menschlichen Sprachbaues. Von Prof. Dr. Franz Nikolaus Finck. (Bd. 268.)
Will durch Erklärung je eines charakteristischen Textes aus acht Hauptsprachtypen einen unmittelbaren Einblick in die Gesetze der menschlichen Sprachbildung geben.

Schrift- und Buchwesen in alter und neuer Zeit. Von Prof. Dr. O. Weise. 2. Auflage. Mit 37 Abbildungen. (Bd. 4.)
Verfolgt Schrift-, Brief- und Zeitungswesen, Buchhandel und Bibliotheken von den Bibliotheken der Babylonier und den Zeitungen im alten Rom bis zu der großartigen Entwicklung des Schrift- und Buchwesens seit Erfindung der Buchdruckerkunst.

Wie ein Buch entsteht. Von Prof. Arthur W. Unger. 2. Auflage. Mit 7 Tafeln und 26 Abbildungen. (Bd. 175.)
Schildert in einer durch Abbildungen und Papier- und Illustrationsproben unterstützten Darstellung Geschichte, Herstellung und Vertrieb des Buches unter eingehender Behandlung sämtlicher buchgewerblicher Techniken.

Entstehung und Entwicklung unserer Muttersprache. Von Prof. Dr. Wilhelm Uhl. Mit vielen Abbildungen und 1 Karte. (Bd. 84.)
Eine Zusammenfassung der Ergebnisse der sprachlich-wissenschaftlich lautphysiologischen wie der philologisch-germanistischen Forschung, die Ursprung und Organ, Bau und Bildung, andererseits die Hauptperioden der Entwicklung unserer Muttersprache zur Darstellung bringt.

Rhetorik. Von Dr. Ewald Geißler. (Bd. 310.)
Eine zeitgemäße Rhetorik für den Berufsredner wie für jeden nach sprachlicher Ausdrucksfähigkeit Strebenden.

Die deutschen Personennamen. Von Direktor A. Bähnisch. (Bd. 296.)
Gibt einen vollständigen historischen Überblick über das gesamte Gebiet der deutschen Vor- und Familiennamen und erklärt ihre Entstehung und Bedeutung nach ihren verschiedenen Gattungen.

Das deutsche Volkslied. Über Wesen und Werden des deutschen Volksgesanges. Von Dr. J. W. Bruinier. 3. Auflage. (Bd. 7.)
Eine von warmem Empfinden getragene, durch reiche Proben belebte Einführung in das Verständnis des Werdens und Wesens des deutschen Volksgesanges.

Die deutsche Volkssage. Übersichtlich dargestellt. Von Dr. Otto Böckel. (Bd. 262.)
Bietet zum erstenmal eine vollständige Übersicht über die reichen Schätze der deutschen Volkssage, als des tiefverschütteten Grundes deutscher Anschauungs- und Denkweise.

Schiller. Von Prof. Dr. Theobald Ziegler. Mit dem Bildnis Schillers von Kügelgen in Heliogravüre. 2. Auflage. (Bd. 74.)
Will durch eingehende Analyse der Einzelwerke in das Verständnis von Schillers Leben und Gedankenwelt einführen.

Friedrich Hebbel. Von Dr. Anna Schapire-Neurath. Mit einem Bildnis Hebbels. (Bd. 238.)
Gibt eine eindringende Analyse des Werkes und der Weltanschauung des großen deutschen Tragikers.

Gerhart Hauptmann. Von Prof. Dr. E. Sulger-Gebing. (Bd. 283.)
Sucht durch eindringende Analyse des Einzelwerkes in die Gedankenwelt Gerhart Hauptmanns einzuführen.

Deutsche Romantik. Von Prof. Dr. Oskar F. Walzel. (Bd. 232.)
Gibt auf Grund der modernen Forschungen ein knappes, lebendiges Bild jener Epoche, deren Wichtigkeit für unser Bewußtsein ständig wächst, und die an Reichtum der Gefühle, Gedanken und Erlebnisse von keiner anderen übertroffen wird.

Das deutsche Drama des neunzehnten Jahrhunderts. In seiner Entwicklung dargestellt von Prof. Dr. Georg Witkowski. 3. Auflage. Mit einem Bildnis Hebbels. (Bd. 51.)
Sucht in erster Linie auf historischem Wege das Verständnis des Dramas der Gegenwart anzubahnen und berücksichtigt die drei Faktoren, deren jeweilige Beschaffenheit die Gestaltung des Dramas bedingt: Kunstanschauung, Schauspielkunst und Publikum.

Das Drama. Band I. Von der Antike zum französischen Klassizismus. Von Dr. Bruno Busse. Mit 3 Abbildungen. (Bd. 287.)
Verfolgt die Entwicklung des Dramas von den primitiven Anfängen über Altertum, Mittelalter und Renaissance bis zum französischen Klassizismus.

Das Theater. Schauspielhaus und Schauspielkunst vom griech. Altertum bis auf die Gegenwart. Von Dr. Christian Gaehde. Mit 20 Abbild. (Bd. 230.)
Eine Geschichte des Theaters vom griechischen Altertum durch Mittelalter und Renaissance bis auf die Schauspielkunst der Gegenwart, deren verschiedene Strömungen in ihren historischen und psychologischen Bedingungen dargestellt werden.

Geschichte der deutschen Lyrik seit Claudius. Von Dr. Heinrich Spiero. (Bd. 254.)
Schildert unter liebevoller Würdigung der größten und feinsten Meister des Liedes an der Hand wohlgewählter Proben die Entwicklungsgeschichte der deutschen Lyrik.

Henrik Ibsen, Björnstjerne Björnson und ihre Zeitgenossen. Von Prof. Dr. B. Kahle. Mit 7 Bildnissen. (Bd. 193.)
Sucht Entwicklung und Schaffen Ibsens und Björnsons sowie der bedeutendsten jungen norwegischen Dichter auf Grund der Veranlagung und Entwicklung des norwegischen Volkes verständlich zu machen und im Zusammenhang mit den kulturellen Strömungen der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts darzustellen.

Shakespeare und seine Zeit. Von Prof. Dr. Ernst Sieper. Mit 3 Tafeln und 3 Textbildern. (Bd. 185.)
Schildert Shakespeare und seine Zeit, seine Vorgänger und eigenartige Bühne, seine Persönlichkeit und seine Entwicklung als Mensch und Künstler und erörtert die vielumstrittene Shakespeare-Bacon-Frage.

Hierzu siehe ferner:
Gerber, Die Stimme S. 19. **Das Buchgewerbe und die Kultur** S. 11.

Bildende Kunst und Musik.

Bau und Leben der bildenden Kunst. Von Direktor Dr. Theodor Volbehr. Mit 44 Abbildungen. (Bd. 68.)
Führt von einem neuen Standpunkte aus in das Verständnis des Wesens der bildenden Kunst ein, erörtert die Grundlagen der menschlichen Gestaltungskraft und zeigt, wie das künstlerische Interesse sich allmählich weitere und immer weitere Stoffgebiete erobert.

Die Blütezeit der griechischen Kunst im Spiegel der Reliefsarkophage. Eine Einführung in die griechische Plastik. Von Dr. H. Wachtler. Mit 8 Tafeln und 32 Abbildungen. (Bd. 272.)
Gibt an der Hand der Entwicklung des griechischen Sarkophags eine Entwicklungsgeschichte der gesamten griechischen Plastik in ihrem Zusammenhang mit Kultur und Religion.

Deutsche Baukunst im Mittelalter. Von Prof. Dr. Adalbert Matthaei. 2. Auflage. Mit 29 Abbildungen. (Bd. 8.)
Will mit der Darstellung der Entwicklung der deutschen Baukunst des Mittelalters über das Wesen der Baukunst aufklären, indem es zeigt, wie sich im Verlauf der Entwicklung die Raumvorstellung klärt und vertieft, wie das technische Können wächst und die praktischen Aufgaben sich erweitern.

Die deutsche Illustration. Von Prof. Dr. Rudolf Kautzsch. Mit 35 Abbildungen. (Bd. 44.)
Behandelt ein besonders wichtiges und lehrreiches Gebiet der Kunst und leistet zugleich, indem es an der Hand der Geschichte das Charakteristische der Illustration als Kunst zu erforschen sucht, ein gut Teil „Kunsterziehung".

Deutsche Kunst im täglichen Leben bis zum Schlusse des 18. Jahrhunderts. Von Prof. Dr. Berthold Haendcke. Mit 63 Abbildungen. (Bd. 198.)
Zeigt an der Hand zahlreicher Abbildungen, wie die angewandte Kunst im Laufe der Jahrhunderte das deutsche Heim in Burg, Schloß und Haus behaglich gemacht und geschmückt hat, wie die Gebrauchs- und Luxusgegenstände des täglichen Lebens entstanden sind und sich gewandelt haben.

Albrecht Dürer. Von Dr. Rudolf Wustmann. Mit 33 Abb. (Bd. 97.)
Eine schlichte und knappe Erzählung des gewaltigen menschlichen und künstlerischen Entwicklungsganges Albrecht Dürers, verbunden mit einer eingehenden Analyse seiner vorzüglichsten Werke.

Rembrandt. Von Prof. Dr. Paul Schubring. Mit 50 Abb. (Bd. 158.)
Eine durch zahlreiche Abbildungen unterstützte lebensvolle Darstellung des menschlichen und künstlerischen Entwicklungsganges Rembrandts.

Ostasiatische Kunst und ihr Einfluß auf Europa. Von Direktor Prof. Dr. Richard Graul. Mit 49 Abbildungen. (Bd. 87.)
Bringt unter Mitteilung eines reichen Bildermaterials die mehr als einmal für die Entwicklung der Kunst bedeutsame Einwirkung der japanischen und chinesischen Kunst auf die europäische zur Darstellung.

Kunstpflege in Haus und Heimat. Von Superintendent Richard Bürkner. 2. Auflage. Mit 29 Abbildungen. (Bd. 77.)
Zeigt, daß gesunde Kunstpflege zu wahrem Menschentum gehört, und wie es jedermann in seinen Verhältnissen möglich ist, sie zu verwirklichen.

Geschichte der Gartenkunst. Von Reg.-Baumeister Chr. Ranck. Mit 41 Abbildungen. (Bd. 274.)
Eine Geschichte des Gartens als Kunstwerk, vom Altertum bis zu den modernen Bestrebungen.

Geschichte der Musik. Von Dr. Friedrich Spiro. (Bd. 143.)
Gibt in großen Zügen eine übersichtliche, äußerst lebendig gehaltene Darstellung von der Entwicklung der Musik vom Altertum bis zur Gegenwart mit besonderer Berücksichtigung der führenden Persönlichkeiten und der großen Strömungen.

Haydn, Mozart, Beethoven. Von Prof. Dr. Carl Krebs. Mit vier Bildnissen auf Tafeln. (Bd. 92.)
Eine Darstellung des Entwicklungsganges und der Bedeutung eines jeden der drei großen Komponisten für die Musikgeschichte. Sie gibt mit wenigen, aber scharfen Strichen ein Bild der menschlichen Persönlichkeit und des künstlerischen Wesens der drei Heroen mit Hervorhebung dessen, was ein jeder aus seiner Zeit geschöpft und was er aus Eignem hinzugebracht hat.

Die Grundlagen der Tonkunst. Versuch einer genetischen Darstellung der allgemeinen Musiklehre. Von Prof. Dr. Heinrich Rietsch. (Bd. 178.)
Ein anschauliches Entwicklungsbild der musikalischen Erscheinungen, des Stoffes der Tonkunst, wie seiner Bearbeitung und der Musik als Tonsprache.

Einführung in das Wesen der Musik. Von Prof. Carl R. Hennig. (Bd. 119.)
Untersucht das Wesen des Tones als eines Kunstmaterials, prüft die Natur der musikalischen Darstellungsmittel und erörtert die Objekte der Darstellung, indem sie klarlegt, welche Ideen im musikalischen Kunstwerke gemäß der Natur des Tonmaterials und der Darstellungsmittel zur Darstellung gebracht werden können.

Die Blütezeit der musikalischen Romantik in Deutschland. Von Dr. Edgar Istel. Mit einer Silhouette von E. T. A. Hoffmann. (Bd. 239.)
Gibt eine erstmalige Gesamtdarstellung der Epoche Schuberts und Schumanns, der an Persönlichkeiten, Schöpfungen und Anregungen reichsten der deutschen Musikgeschichte.

Das moderne Orchester. Von Prof. Dr. Fritz Volbach. Mit Partiturbeispielen und 2 Instrumententabellen. (Bd. 308.)
Gibt zum ersten Mal einen Überblick über die Entwicklungsgeschichte der Orchestrierung vom Altertum bis auf Richard Strauß.

Geschichte und Kulturgeschichte.

Die Anfänge der menschlichen Kultur. Von Prof. Dr. Ludwig Stein. (Bd. 93.)
Behandelt als Einführung in die Kulturprobleme der Gegenwart den vorgeschichtlichen Menschen, die Anfänge der Arbeitsteilung, die Anfänge der Rassenbildung sowie der wirtschaftlichen, intellektuellen, moralischen und sozialen Kultur.

Kulturbilder aus griechischen Städten. Von Oberlehrer Dr. Erich Ziebarth. Mit 22 Abbildungen im Text und auf 1 Tafel. (Bd. 131.)
Sucht auf Grund der Ausgrabungen und der inschriftlichen Denkmäler ein anschauliches Bild von dem Aussehen einer altgriechischen Stadt und von dem städtischen Leben in ihr zu entwerfen.

Pompeji, eine hellenistische Stadt in Italien. Von Hofrat Prof. Dr. Friedrich v. Duhn. Mit 62 Abbildungen. (Bd. 114.)
Sucht an dem besonders greifbaren Beispiel Pompejis die Übertragung der griechischen Kultur und Kunst nach Italien, ihr Werden zur Weltkultur und Weltkunst verständlich zu machen.

Soziale Kämpfe im alten Rom. Von Privatdozent Dr. Leo Bloch. 2. Auflage. (Bd. 22.)
Behandelt die Sozialgeschichte Roms, soweit sie mit Rücksicht auf die die Gegenwart bewegenden Fragen von allgemeinem Interesse ist.

Byzantinische Charakterköpfe. Von Privatdozent Dr. Karl Dieterich. Mit 2 Bildnissen. (Bd. 244.)
Bietet durch Charakterisierung markanter Persönlichkeiten einen Einblick in das wirkliche Wesen des gemeinhin so wenig bekannten und doch so wichtigen mittelalterlichen Byzanz.

Germanische Kultur in der Urzeit. Von Prof. Dr. Georg Steinhausen. 2. Auflage. Mit 13 Abbildungen. (Bd. 75.)
Beruht auf eingehender Quellenforschung und gibt in fesselnder Darstellung einen Überblick über germanisches Leben von der Urzeit bis zur Berührung der Germanen mit der römischen Kultur.

Germanische Mythologie. Von Dr. Julius v. Negelein. (Bd. 95.)
Gibt ein Bild germanischen Glaubenslebens, indem es die Äußerungen religiösen Lebens, namentlich auch im Kultus und in den Gebräuchen des Aberglaubens aufsucht und sich überall bestrebt, das ihnen zugrunde liegende psychologische Motiv aufzudecken.

Mittelalterliche Kulturideale. Band I. Heldenleben. Von Prof. Dr. V. Vedel. (Bd. 292.)
Zeichnet auf Grund besonders der griechischen, germanischen, persischen und nordischen Heldendichtung ein Bild des heroischen Kriegerideals, um so Verständnis für die bleibende Bedeutung dieses Ideals für die Ausbildung der Kultur der Menschheit zu wecken.

Kulturgeschichte des deutschen Bauernhauses. Von Regierungsbaumeister a. D. Christian Ranck. Mit 70 Abbildungen. (Bd. 121.)
Gibt eine Entwicklungsgeschichte des deutschen Bauernhauses von der germanischen Urzeit über Skandinavien und Mittelalter bis zur Gegenwart.

Das deutsche Dorf. Von Robert Mielke. Mit 51 Abbild. (Bd. 192.)
Schildert die Entwicklung des deutschen Dorfes von den Anfängen dörflicher Siedelungen an bis in die Neuzeit, in der uns ein fast wunderbares Mosaik ländlicher Siedelungstypen entgegentritt.

Das deutsche Haus und sein Hausrat. Von Prof. Dr. Rudolf Meringer. Mit 106 Abbildungen. (Bd. 116.)
Will das Interesse an dem deutschen Hause, wie es geworden ist, fördern, indem es das „Herdhaus", das oberdeutsche Haus, die Einrichtung der für dieses charakteristischen Stube, den Ofen, den Tisch, das Eßgerät schildert und einen Überblick über die Herkunft von Haus und Hausrat gibt.

Deutsche Städte und Bürger im Mittelalter. Von Prof. Dr. B. Heil. 2. Auflage. Mit zahlreichen Abbildungen und 1 Doppeltafel. (Bd. 43.)
Stellt die geschichtliche Entwicklung dar, schildert die wirtschaftlichen, sozialen und staatsrechtlichen Verhältnisse und gibt ein zusammenfassendes Bild von der äußeren Erscheinung und dem inneren Leben der deutschen Städte.

Deutsche Volksfeste und Volkssitten. Von Hermann S. Rehm. Mit 11 Abbildungen. (Bd. 214.)
Will durch die Schilderung der wichtigsten deutschen Volksfeste und Bräuche Teilnahme und Verständnis für sie als Äußerungen des Seelenlebens unseres Volkes neu erwecken und beleben.

Historische Städtebilder aus Holland und Niederdeutschland. Von Regierungs-Baumeister a. D. Albert Erbe. Mit 59 Abbildungen. (Bd. 117.)
Will dem Sinn für die Reize der alten malerischen Städtebilder durch eine Schilderung der eigenartigen Herrlichkeit Alt-Hollands wie Niederdeutschlands, ferner Danzigs, Lübecks, Bremens und Hamburgs nicht nur vom rein künstlerischen, sondern auch vom kulturgeschichtlichen Standpunkt aus entgegen kommen.

Das deutsche Handwerk in seiner kulturgeschichtlichen Entwicklung. Von Direktor Dr. Eduard Otto. 3. Auflage. Mit 27 Abbildungen. (Bd. 14.)
Eine Darstellung der Entwicklung des deutschen Handwerks bis in die neueste Zeit und der Handwerkerbewegungen des 19. Jahrhunderts wie des älteren Handwerkslebens, seiner Sitten, Bräuche und Dichtung.

Deutsches Frauenleben im Wandel der Jahrhunderte. Von Dir. Dr. Eduard Otto. 2. Auflage. Mit 27 Abbildungen. (Bd. 45.)
Gibt ein Bild des deutschen Frauenlebens von der Urzeit bis zum Beginn des 19. Jahrhunderts, von Denken und Fühlen, Stellung und Wirksamkeit der deutschen Frau, wie sie sich im Wandel der Jahrhunderte darstellt.

Das Buchgewerbe und die Kultur. Sechs Vorträge, gehalten im Auftrage des Deutschen Buchgewerbevereins. Mit 1 Abbildung. (Bd. 182.)
Inhalt: Buchgewerbe und Wissenschaft: Prof. Dr. Rudolf Focke. — Buchgewerbe und Literatur: Prof. Dr. Georg Witkowski. — Buchgewerbe und Kunst: Prof. Dr. Rudolf Kautzsch. — Buchgewerbe und Religion: Privatdozent Lic. Dr. Heinrich Hermelink. — Buchgewerbe und Staat: Prof. Dr. Robert Wuttke. — Buchgewerbe und Volkswirtschaft: Prof. Dr. Heinrich Waentig.
Will für das mit sämtlichen Gebieten deutscher Kultur durch tausend Fäden verknüpfte Buchgewerbe verständnisvolle Freunde, tatkräftige Berufsgenossen werben.

Die Münze als historisches Denkmal sowie ihre Bedeutung im Rechts- und Wirtschaftsleben. Von Dr. Arnold Luschin v. Ebengreuth. Mit 53 Abbildungen. (Bd. 91.)
Zeigt, wie Münzen zur Aufhellung der wirtschaftlichen Zustände und der Rechtseinrichtungen früherer Zeiten dienen; legt die verschiedenen Arten von Münzen, ihre äußeren und inneren Merkmale sowie ihre Herstellung in historischer Entwicklung dar und gibt im Anschluß daran Münzensammlern beherzigenswerte Winke.

Von Luther zu Bismarck. 12 Charakterbilder aus deutscher Geschichte. Von Prof. Dr. Ottocar Weber. 2 Bände. (Bd. 123. 124.)
Ein knappes und doch eindrucksvolles Bild der nationalen und kulturellen Entwicklung der Neuzeit, das aus den vier Jahrhunderten je drei Persönlichkeiten herausgreift, die bestimmend eingegriffen haben in den Werdegang deutscher Geschichte.

Friedrich der Große. Sechs Vorträge. Von Privatdozent Theodor Bitterauf. Mit 2 Bildnissen. (Bd. 246.)
Schildert in knapper, wohldurchdachter, durch charakteristische Selbstzeugnisse und authentische Äußerungen bedeutender Zeitgenossen belebter Darstellung des großen Königs Leben und Wirken, das den Grund gelegt hat für die ganze spätere geschichtliche und kulturelle Entwicklung Deutschlands.

Politische Hauptströmungen in Europa im 19. Jahrhundert. Von Prof. Dr. Karl Theodor v. Heigel. (Bd. 129.)
Bietet eine knappe Darstellung der wichtigsten politischen Ereignisse im 19. Jahrhundert, womit eine Schilderung der politischen Ideen Hand in Hand geht, und wobei der innere Zusammenhang der einzelnen Vorgänge dargelegt, auch Sinnesart und Taten wenigstens der einflußreichsten Persönlichkeiten gewürdigt werden.

Restauration und Revolution. Skizzen zur Entwicklungsgeschichte der deutschen Einheit. Von Prof. Dr. Richard Schwemer. 2. Aufl. (Bd. 37.)

Die Reaktion und die neue Ära. Skizzen zur Entwicklungsgeschichte der Gegenwart. Von Prof. Dr. Richard Schwemer. (Bd. 101.)

Vom Bund zum Reich. Neue Skizzen zur Entwicklungsgeschichte der deutschen Einheit. Von Prof. Dr. Richard Schwemer. (Bd. 102.)

Die 3 Bände geben zusammen eine in Auffassung und Darstellung durchaus eigenartige Geschichte des deutschen Volkes im 19. Jahrhundert. „Restauration und Revolution" behandelt das Leben und Streben des deutschen Volkes von dem ersten Aufleuchten des Gedankens des nationalen Staates bis zu dem tragischen Fehlschlagen aller Hoffnungen in der Mitte des Jahrhunderts. „Die Reaktion und die neue Ära", beginnend mit der Zeit der Ermattung nach dem großen Aufschwung von 1848, stellt in den Mittelpunkt des Prinzen von Preußen und Otto von Bismarcks Schaffen. „Vom Bund zum Reich" zeigt uns Bismarck mit sicherer Hand die Grundlage des Reiches vorbereitend und dann immer entschiedener allem Geschehenen das Gepräge seines Geistes verleihend.

1848. Sechs Vorträge. Von Prof. Dr. Ottocar Weber. 2. Aufl. (Bd. 53.)

Sucht in kritischer, abwägender Darstellung den einzelnen Ständen und Parteien, den rechts und links auftretenden Extremen gerecht zu werden und hebt besonders den großartigen deutschnationalen Aufschwung jenes Jahres hervor.

Das Zeitalter der Entdeckungen. Von Prof. Dr. Siegmund Günther. 2. Auflage. Mit einer Weltkarte. (Bd. 26.)

Schildert die großen weltbewegenden Ereignisse der geographischen Renaissancezeit von der Begründung der portugiesischen Kolonialherrschaft und den Fahrten des Kolumbus an bis zu dem Hervortreten der französischen, britischen und holländischen Seefahrer.

Englands Weltmacht in ihrer Entwicklung vom 17. Jahrh. bis auf unsere Tage. Von Prof. Dr. Wilh. Langenbeck. Mit 19 Bildnissen. (Bd. 174.)

Eine großzügige und fesselnde Darstellung der für uns so bedeutsamen Entwicklung des britischen Weltreichs, seiner inneren und äußeren Ausgestaltung als einer der gewaltigsten Erscheinungen der Weltgeschichte.

Napoleon I. Von Privatdozent Dr. Theodor Bitterauf. Mit einem Bildnis Napoleons. (Bd. 195.)

Will zum Verständnis für das System Napoleons führen und zeigen, wie die napoleonischen Kriege nur unter dem Gesichtswinkel der imperialistischen Politik zu verstehen sind.

Österreichs innere Geschichte von 1848 bis 1907. Von Richard Charmatz. 2 Bände. (Bd. 242. 243.)

Band I: Die Vorherrschaft der Deutschen. (Bd. 242.)
Band II: Der Kampf der Nationen. (Bd. 243.)

Gibt zum ersten Male in lebendiger und klarer Sprache eine Gesamtdarstellung der Entstehung des modernen Österreichs, seiner interessanten, durch das Zusammenwirken der verschiedensten Faktoren bedingten innerpolitischen Entwicklung seit 1848.

Geschichte der Vereinigten Staaten von Amerika. Von Prof. Dr. Ernst Daenell. (Bd. 147.)

Gibt eine übersichtliche Darstellung der geschichtlichen, kulturgeschichtlichen und wirtschaftlichen Entwicklung der Vereinigten Staaten mit besonderer Berücksichtigung der verschiedenen politischen, ethnographischen, sozialen und wirtschaftlichen Probleme der Gegenwart.

Vom Kriegswesen im 19. Jahrhundert. Zwanglose Skizzen von Major Otto von Sothen. Mit 9 Übersichtskarten. (Bd. 59.)

In einzelnen Abschnitten wird insbesondere die Napoleonische und Moltkesche Kriegführung an Beispielen (Jena-Königgrätz-Sedan) dargestellt und durch Kartenskizzen erläutert. Damit verbunden sind kurze Schilderungen der preußischen Armee von 1806 und nach den Befreiungskriegen sowie nach der Reorganisation von 1860, endlich des deutschen Heeres von 1870 bis zur Gegenwart.

Der Krieg im Zeitalter des Verkehrs und der Technik. Von Alfred Meyer, Hauptmann im Kgl. Sächs. Inf.-Reg. Nr. 133 in Zwickau. Mit 3 Abbildungen im Text und zwei Tafeln. (Bd. 271.)

Stellt die ungeheuren Umwälzungen dar, welche die Entwicklung des modernen Verkehrswesens und der modernen Technik auf das Kriegswesen ausgeübt hat, wie sie bei einem europäischen Krieg der Zukunft in die Erscheinung treten würden.

Der Seekrieg. Eine geschichtliche Entwicklung vom Zeitalter der Entdeckungen bis zur Gegenwart. Von Kurt Freiherr von Maltzahn, Vize-Admiral a. D. (Bd. 99.)

Bringt den Seekrieg als Kriegsmittel wie als Mittel der Politik zur Darstellung, indem es zunächst die Entwicklung der Kriegsflotte und der Seekriegsmittel schildert und dann die heutigen Weltwirtschaftsstaaten und den Seekrieg behandelt.

Die moderne Friedensbewegung. Von Alfred H. Fried. (Bd. 157.)

Entwickelt das Wesen und die Ziele der Friedensbewegung, gibt eine Darstellung der Schiedsgerichtsbarkeit in ihrer Entwicklung und ihrem gegenwärtigen Umfang sowie des Abrüstungsproblemes und gibt zum Schluß einen eingehenden Überblick über die Geschichte der Friedensbewegung und eine chronologische Darstellung der für sie bedeutsamen Ereignisse.

Die moderne Frauenbewegung. Ein geschichtlicher Überblick. Von Dr. Käthe Schirmacher. 2. Auflage. (Bd. 67.)

Unterrichtet eingehend und zuverlässig über die moderne Frauenbewegung aller Länder auf den Gebieten der Bildung, Arbeit, Sittlichkeit, Soziologie und Politik.

Hierzu siehe ferner:

H. v. Soden, Palästina und seine Geschichte. S. 3. **Thomsen,** Palästina nach den neuesten Ausgrabungen. S. 3. **Neurath,** Antike Wirtschaftsgeschichte. S. 15. **Geffcken,** Aus der Werdezeit des Christentums. S. 4. **Sell,** Christentum und Weltgeschichte. S. 4. **Weise,** Die deutschen Volksstämme und Landschaften. S. 17. **Matthaei,** Deutsche Baukunst im Mittelalter. S. 8. **Bähnisch,** Die deutschen Personennamen. S. 7. **Böckel,** Die deutsche Volkssage. S. 7. **Bruinier,** Das deutsche Volkslied. S. 7. **Paulsen,** Das deutsche Bildungswesen in seiner geschichtlichen Entwicklung. S. 1. **Knabe,** Geschichte des deutschen Schulwesens. S. 1. **Bruchmüller,** Der Leipziger Student von 1409—1909. S. 1. **Boehmer,** Luther im Lichte der neueren Forschung. S. 4. **Sodeur,** Johann Calvin. S. 4. **Boehmer,** Die Jesuiten. S. 4. **Muckle,** Geschichte der sozialistischen Ideen im 19. Jahrhundert. S. 14. **Pohle,** Die Entwicklung des deutschen Wirtschaftslebens im 19. Jahrhundert. S. 14. **Laughlin,** Aus dem amerikanischen Wirtschaftsleben. S. 14. **Schmidt,** Geschichte des Welthandels. S. 14. **Fried,** Internationales Leben der Gegenwart. S. 14. **Wislicenus,** Der Kalender. S. 24. **Weise,** Schrift- und Buchwesen. S. 7. **Ranck,** Geschichte der Gartenkunst. S. 9.

Rechts- und Staatswissenschaft. Volkswirtschaft.

Deutsches Fürstentum und deutsches Verfassungswesen. Von Prof. Dr. Eduard Hubrich. (Bd. 80.)

Zeigt den Weg, auf dem deutsches Fürstentum und deutsche Volksfreiheit zu dem in der Gegenwart geltenden wechselseitigen Ausgleich gelangt sind, unter besonderer Berücksichtigung der Entwicklungsgeschichte der preußischen Verfassung.

Grundzüge der Verfassung des Deutschen Reiches. Von Prof. Dr. Edgar Loening. 3. Auflage. (Bd. 34.)

Eine durch geschichtliche Rückblicke und Vergleiche das Verständnis des geltenden Rechtes fördernde Einführung in das Verfassungsrecht des Deutschen Reiches, soweit seine Kenntnis für jeden Deutschen erforderlich ist.

Finanzwissenschaft. Von Dr. S. P. Altmann. (Bd. 306.)

Ein Überblick über das Gesamtgebiet der Finanzwissenschaft, der jedem die Möglichkeit einer objektiv-wissenschaftlichen Beurteilung der Reichsfinanzreform bietet.

Soziale Bewegungen und Theorien bis zur modernen Arbeiterbewegung. Von Gustav Maier. 4. Auflage. (Bd. 2.)

Schildert die sozialen Bewegungen und Theorien in ihrer geschichtlichen Entwicklung von den altorientalischen und antiken Kulturvölkern an durch das Mittelalter bis zur Entstehung des modernen Sozialismus.

Geschichte der sozialistischen Ideen im 19. Jahrhundert. Von Dr. Friedrich Muckle. 2 Bände. (Bd. 269. 270.)

Band I: Die Geschichte der sozialistischen Ideen im 19. Jahrhundert. (Bd. 269.)
Band II: Proudhon und der entwicklungsgeschichtliche Sozialismus. (Bd. 270.)

Gibt eine feine philosophischen Grundlagen aufzeigende Darstellung der Entwicklung des sozialen Ideals im 19. Jahrhundert mit liebevoller Charakterisierung der Einzelpersönlichkeiten von Owen, Fourier, Weitling über Proudhon, Saint-Simon, Rodbertus bis zu Karl Marx und Lassalle.

Das internationale Leben der Gegenwart. Von Alfred H. Fried. Mit einer lithographischen Tafel. (Bd. 226.)

Ein „Baedeker für das internationale Land", der durch eine Zusammenstellung der internationalen Vereinbarungen und Einrichtungen nach ihrem Umfang und ihrer Wirksamkeit zu zeigen sucht, wie weit der internationale Zusammenschluß der Kulturwelt auf nationaler Grundlage bereits gediehen ist.

Geschichte des Welthandels. Von Oberlehrer Dr. Max Georg Schmidt. (Bd. 118.)

Behandelt die Entwicklung des Handels vom Altertum an über das Mittelalter, in dem Konstantinopel, seit den Kreuzzügen Italien und Deutschland den Weltverkehr beherrschen, zur Neuzeit, die mit der Entdeckung Amerikas beginnt, und bis zur Gegenwart, in der auch der deutsche Kaufmann den ganzen Erdball erobert.

Geschichte d. deutschen Handels. Von Prof. Dr. W. Langenbeck. (Bd. 237.)

Schildert die Entwicklung von primitivsten prähistorischen Anfängen bis zur heutigen Weltmachtstellung des deutschen Handels mit ihren Bedingungen und gibt ein übersichtliches Bild dieses weitverzweigten Organismus.

Deutschlands Stellung in der Weltwirtschaft. Von Prof. Dr. Paul Arndt. (Bd. 179.)

Stellt unsere wirtschaftlichen Beziehungen zum Auslande sowie die Ursachen der gegenwärtigen hervorragenden Stellung Deutschlands in der Weltwirtschaft dar, erörtert die Vorteile und Gefahren dieser Stellung eingehend und behandelt endlich die vielen wirtschaftlichen und politischen Aufgaben, die sich aus Deutschlands internationaler Stellung ergeben.

Deutsches Wirtschaftsleben. Auf geographischer Grundlage geschildert von weil. Prof. Dr. Christian Gruber. 2. Auflage. Neubearbeitet von Dr. Hans Reinlein. (Bd. 42.)

Will Verständnis für den sieghaften Aufschwung unseres wirtschaftlichen Lebens seit der Wiederaufrichtung des Reichs herbeiführen und darlegen, inwieweit sich Produktion und Verkehrsbewegung auf die natürlichen Gelegenheiten, die geographischen Vorzüge unseres Vaterlandes stützen können und in ihnen sicher verankert liegen.

Die Entwicklung des deutschen Wirtschaftslebens im letzten Jahrhundert. Von Prof. Dr. Ludwig Pohle. 2. Auflage. (Bd. 57.)

Eine objektive, ruhig abwägende Darstellung der gewaltigen Umwälzung, die das deutsche Wirtschaftsleben im Laufe des einen Jahrhunderts erfahren hat.

Die deutsche Landwirtschaft. Von Dr. Walter Claaßen. Mit 15 Abbildungen und 1 Karte. (Bd. 215.)

Behandelt die natürlichen Grundlagen der Bodenbereitung, die Technik und Betriebsorganisation des Bodenbaues und der Viehhaltung, die volkswirtschaftliche Bedeutung des Landbaues sowie die agrarpolitischen Fragen, ferner die Bedeutung des Menschen als Produktionsfaktor in der Landwirtschaft und andererseits die Rolle, die das Landvolk im Lebensprozesse der Nation spielt.

Innere Kolonisation. Von A. Brenning. (Bd. 261.)

Gibt in knappen Zügen ein vollständiges Bild von dem Stande der inneren Kolonisation in Deutschland als einer der volkswirtschaftlich, wie sozial und national wichtigsten Aufgaben der Gegenwart.

Aus dem amerikanischen Wirtschaftsleben. Von Prof. J. Laurence Laughlin. Mit 9 graphischen Darstellungen. (Bd. 127.)

Ein Amerikaner behandelt für deutsche Leser die wirtschaftlichen Fragen, die augenblicklich im Vordergrunde des öffentlichen Lebens in Amerika stehen.

Die Japaner und ihre wirtschaftliche Entwicklung. Von Prof. Dr. Karl Rathgen. (Bd. 72.)
Schildert auf Grund langjähriger eigener Erfahrungen Land und Leute, Staat und Wirtschaftsleben sowie die Stellung Japans im Weltverkehr und ermöglicht so ein wirkliches Verständnis für die staunenswerte innere Neugestaltung des Landes in den letzten Jahrzehnten.

Antike Wirtschaftsgeschichte. Von Dr. O. Neurath. (Bd. 258)
Gibt auf Grund der modernen Forschungen einen gemeinverständlichen Überblick über die Wirtschaftsgeschichte der Antike unter stetem Vergleich mit modernen Verhältnissen.

Die Gartenstadtbewegung. Von Generalsekr. Hans Kampffmeyer. Mit 43 Abbildungen. (Bd. 259.)
Orientiert zum ersten Male umfassend über Ursprung und Geschichte, Wege und Ziele, Bedeutung und Erfolge der Gartenstadtbewegung.

Bevölkerungslehre. Von Prof. Dr. Max Haushofer. (Bd. 50.)
Will in gedrängter Form das Wesentliche der Bevölkerungslehre geben über Ermittlung der Volkszahl, über Gliederung und Bewegung der Bevölkerung, Verhältnis der Bevölkerung zum bewohnten Boden und die Ziele der Bevölkerungspolitik.

Arbeiterschutz und Arbeiterversicherung. Von Prof. Dr. Otto v. Zwiedineck-Südenhorst. (Bd. 78.)
Bietet eine gedrängte Darstellung des gemeiniglich unter dem Titel „Arbeiterfrage" behandelten Stoffes unter besonderer Berücksichtigung der Fragen der Notwendigkeit, Zweckmäßigkeit und der ökonomischen Begrenzung der einzelnen Schutzmaßnahmen und Versicherungseinrichtungen.

Die Konsumgenossenschaft. Von Prof. Dr. Franz Staudinger. (Bd. 222.)
Stellt die Konsumgenossenschaft nach ihrer Bedeutung und ihren Grundlagen, ihrer geschichtlichen Entwicklung und heutigen Organisation und in ihren Kämpfen und Zukunftsaussichten dar.

Die Frauenarbeit. Ein Problem des Kapitalismus. Von Privatdozent Dr. Robert Wilbrandt. (Bd. 106.)
Behandelt von dem Verhältnis von Beruf und Mutterschaft aus, als dem zentralen Problem der ganzen Frage, die Ursachen der niedrigen Bezahlung der weiblichen Arbeit, die daraus entstehenden Schwierigkeiten in der Konkurrenz der Frauen mit den Männern, den Gegensatz von Arbeiterinnenschutz und Befreiung der weiblichen Arbeit.

Grundzüge des Versicherungswesens. Von Prof. Dr. Alfred Manes. (Bd. 105.)
Behandelt die Stellung der Versicherung im Wirtschaftsleben, ihre Entwicklung und Organisation, den Geschäftsgang eines Versicherungsbetriebs, die Versicherungspolitik, das Versicherungsvertragsrecht und die Versicherungswissenschaft, ebenso die einzelnen Zweige der Versicherung, wie Lebensversicherung, Unfallversicherung usw.

Verkehrsentwicklung in Deutschland. 1800—1900. Vorträge über Deutschlands Eisenbahnen und Binnenwasserstraßen, ihre Entwicklung und Verwaltung sowie ihre Bedeutung für die heutige Volkswirtschaft. Von Prof. Dr. Walter Lotz. 3. Auflage, fortgeführt bis 1909. (Bd. 15.)
Gibt nach einer kurzen Übersicht über die Hauptfortschritte in den Verkehrsmitteln eine Geschichte des Eisenbahnwesens, schildert den heutigen Stand der Eisenbahnverfassung, das Güter- und das Personentarifwesen, die Reformversuche und die Reformfrage, ferner die Bedeutung der Binnenwasserstraßen und endlich die Wirkungen der modernen Verkehrsmittel.

Das Postwesen, seine Entwicklung und Bedeutung. Von Postrat Johannes Bruns. (Bd. 165.)
Eine umfassende Darstellung des gesamten Postwesens unter Berücksichtigung der geschichtlichen Entwicklung sowie der Bedürfnisse der Praxis.

Die Telegraphie in ihrer Entwicklung und Bedeutung. Von Postrat Johannes Bruns. Mit 4 Figuren. (Bd. 183.)
Gibt auf der Grundlage eingehender praktischer Kenntnis der einschlägigen Verhältnisse einen Einblick in das für die heutige Kultur so bedeutungsvolle Gebiet der Telegraphie und seine großartigen Fortschritte.

Die Telegraphen- und Fernsprechtechnik in ihrer Entwicklung. Von Telegrapheninspektor Helmut Brick. Mit 58 Abbildungen. (Bd. 235.)
Schildert unter klarer Veranschaulichung der zugrundeliegenden Prinzipien den Entwicklungsgang der Telegraphen- und Fernsprechtechnik von Flammenzeichen und Rufposten bis zum modernen Mehrfach- und Maschinentelegraphen und von Philipp Reis' und Graham Bells Erfindung bis zur Einrichtung unserer großen Fernsprechämter.

Deutsche Schiffahrt und Schiffahrtspolitik der Gegenwart. Von Prof. Dr. Karl Thieß. (Bd. 169.)
Gibt in übersichtlicher Darstellung der großen für ihre Entwicklung und ihr Gedeihen in Betracht kommenden volkswirtschaftlichen Gesichtspunkte eine Nationalökonomik der deutschen Schiffahrt.

Moderne Rechtsprobleme. Von Prof. Josef Kohler. (Bd. 128.)
Behandelt nach einem einleitenden Abschnitte über Rechtsphilosophie die wichtigsten und interessantesten Probleme der modernen Rechtspflege, insbesondere die des Strafrechts, des Strafprozesses, des Genossenschaftsrechts, des Zivilprozesses und des Völkerrechtes.

Verbrechen und Aberglaube. Skizzen aus der volkskundlichen Kriminalistik. Von Kammergerichtsreferendar Dr. Albert Hellwig. (Bd. 212.)
Bietet eine Reihe interessanter Bilder aus dem Gebiete des kriminellen Aberglaubens, wie z. B. von modernen Hexenprozessen, Vampyrglauben, Sympathiekuren, verborgenen Schätzen, Meineidszeremonien usw.

Das dtsch. Zivilprozeßrecht. Von Rechtsanw. Dr. M. Strauß. (Bd. 315.)
Die erste zusammenfassende Orientierung auf Grund der neuen Zivilprozeßreform.

Die Jurisprudenz im häuslichen Leben. Für Familie und Haushalt dargestellt. Von Rechtsanwalt Paul Bienengräber. 2 Bände. (Bd. 219. 220.)
Band I: Die Familie. (Bd. 219.) Band II: Der Haushalt. (Bd. 220.)
Behandelt in anregender, durch zahlreiche, dem täglichen Leben entnommene Beispiele belebter Darstellung alle in der Familie und dem Haushalt vorkommenden Rechtsfragen und Rechtsfälle.

Ehe und Eherecht. Von Prof. Dr. Ludwig Wahrmund. (Bd. 115.)
Schildert die historische Entwicklung des Ehebegriffes nach seiner natürlichen, sittlichen und rechtlichen Seite, untersucht das Verhältnis von Staat und Kirche auf dem Gebiete des Eherechtes und behandelt darüber hinaus auch alle jene Fragen über die rechtliche Stellung der Frau und besonders der Mutter, die immer lebhafter die öffentliche Meinung beschäftigen.

Der gewerbliche Rechtsschutz in Deutschland. Von Patentanwalt Bernhard Tolksdorf. (Bd. 138.)
Behandelt die geschichtliche Entwicklung des gewerblichen Rechtsschutzes und führt in Sinn und Wesen des Patent-, Muster- und Warenzeichenrechts ein.

Die Miete nach dem Bürgerlichen Gesetzbuch. Ein Handbüchlein für Juristen, Mieter und Vermieter. Von Rechtsanwalt Dr. Max Strauß. (Bd. 194.)
Will durch eine objektive, gemeinverständliche Darstellung des Mietrechts die beiden Gruppen Mieter und Vermieter über ihr gegenseitiges Verhältnis aufklären und gleichzeitig durch Berücksichtigung der einschlägigen Literatur und Entscheidungen dem praktischen Juristen als Handbuch dienen.

Das Wahlrecht. Von Regierungsrat Dr. Oskar Poensgen. (Bd. 249.)
Bietet eine Würdigung der verschiedenen Wahlrechtssysteme und Bestimmungen sowie eine Übersicht über die heutzutage in den einzelnen Staaten geltenden Wahlrechte.

Hierzu siehe ferner:

Bloch, Soziale Kämpfe im alten Rom S. 10. **Barth,** Uns. Schutzgebiete nach ihren wirtschaftl. Verhältnissen. Im Lichte d. Erdkunde dargestellt S. 17. **Pollitz,** Psychologie des Verbrechers S. 6.

Erdkunde.

Mensch und Erde. Skizzen von den Wechselbeziehungen zwischen beiden. Von Prof. Dr. Alfred Kirchhoff. 3. Auflage. (Bd. 31.)
Zeigt, wie die Ländernatur auf den Menschen und seine Kultur einwirkt, durch Schilderungen allgemeiner und besonderer Art, der Steppen- und Wüstenvölker, der Entstehung von Nationen wie Deutschland und China u. a. m.

Wirtschaftl. Erdkunde. Von weil. Prof. Dr. Christian Gruber. (Bd. 122.)
Will die ursprünglichen Zusammenhänge zwischen der natürlichen Ausstattung der einzelnen Länder und der wirtschaftlichen Kraftäußerung ihrer Bewohner klarmachen und Verständnis für die wahre Machtstellung der einzelnen Völker und Staaten erwecken.

Die deutschen Volksstämme und Landschaften. Von Prof. Dr. Oskar Weise. 3. Auflage. Mit 29 Abbildungen. (Bd. 16.)
Schildert, durch eine gute Auswahl von Städte-, Landschafts- und anderen Bildern unterstützt, die Eigenart der deutschen Gaue und Stämme, die charakteristischen Eigentümlichkeiten der Landschaft, den Einfluß auf das Temperament und die geistige Anlage der Menschen, die Leistungen hervorragender Männer, Sitten und Gebräuche, Sagen und Märchen u. a. m.

Die deutschen Kolonien. (Land und Leute.) Von Dr. Adolf Heilborn. 2. Auflage. Mit 26 Abbildungen und 2 Karten. (Bd. 98.)
Gibt eine durch Abbildungen und Karten unterstützte objektive und allseitige Darstellung der geographischen und ethnographischen Grundlagen, wie der wirtschaftlichen Entwicklung unserer deutschen Kolonien.

Unsere Schutzgebiete nach ihren wirtschaftlichen Verhältnissen. Im Lichte der Erdkunde dargestellt. Von Dr. Chr. G. Barth. (Bd. 290.)
Unsere kolonisatorischen Errungenschaften materieller und ideeller Art, wie auch die weitere Entwicklungsfähigkeit unserer Schutzgebiete werden geographisch und statistisch begründet.

Die Städte. Geographisch betrachtet. Von Prof. Dr. Kurt Hassert. Mit 21 Abbildungen. (Bd. 163.)
Erörtert die Ursachen des Entstehens, Wachsens und Vergehens der Städte, sowie ihre wirtschaftsgeographische Bedeutung und schildert das Städtebild als geographische Erscheinung.

Der Orient. Eine Länderkunde. Von Ewald Banse. (Bd. 277. 278. 279.)
Band I. Die Atlasländer. Marokko, Algerien, Tunesien. Mit 15 Abbildungen, 10 Kartenskizzen, 3 Diagrammen und 1 Tafel. (Bd. 277.)
Band II. Der arabische Orient. Mit 29 Abbildungen und 7 Diagrammen. (Bd. 278.)
Band III. Der arische Orient. (Bd. 279.)
Der erste Band gibt, durch zahlreiche Abbildungen unterstützt, eine lebendige Schilderung von Land, Leuten und wirtschaftlichen Verhältnissen in Marokko, Algier und Tunis, der zweite eine solche von Ägypten, Arabien, Syrien und Mesopotamien, der dritte von Kleinasien, Armenien und Iran.

Die Polarforschung. Geschichte der Entdeckungsreisen zum Nord- und Südpol von den ältesten Zeiten bis zur Gegenwart. Von Prof. Dr. Kurt Hassert. 2. Auflage. Mit 6 Karten. (Bd. 38.)
Faßt in gedrängtem Überblick die Fortschritte und wichtigsten Ergebnisse der Nord- und Südpolarforschung von den ältesten Zeiten bis zur Gegenwart zusammen.

Meeresforschung und Meeresleben. Von Dr. Otto Janson. 2. Aufl. Mit 41 Figuren. (Bd. 30.)
Schildert kurz und lebendig die Fortschritte der modernen Meeresuntersuchung auf geographischem, physikalisch-chemischem und biologischem Gebiete, die Verteilung von Wasser und Land auf der Erde, die Tiefen des Meeres, die physikalischen und chemischen Verhältnisse des Meerwassers, endlich die wichtigsten Organismen des Meeres, die Pflanzen und Tiere.

Die Alpen. Von Hermann Reishauer. Mit 26 Abb. u. 2 Karten. (Bd. 276.)
Gibt, durch zahlreiche Abbildungen unterstützt, eine umfassende Schilderung des Reiches der Alpen in landschaftlicher, erdgeschichtlicher, sowie klimatischer, biologischer, wirtschaftlicher und verkehrstechnischer Hinsicht.

Anthropologie. Heilwissenschaft u. Gesundheitslehre.

Der Mensch. Sechs Vorlesungen aus dem Gebiete der Anthropologie. Von Dr. Adolf Heilborn. Mit 44 Abbildungen. (Bd. 62.)
Bringt streng sachlich und doch durchaus volkstümlich das Wissen vom Ursprung des Menschen, die Entwicklungsgeschichte des Individuums, die Menschenrassen, die rassenanatomischen Verschiedenheiten und den Tertiärmenschen zur Darstellung.

Die Anatomie des Menschen. Von Prof. Dr. Karl v. Bardeleben. In 5 Bänden. Mit zahlreichen Abbildungen. (Bd. 201. 202. 203. 204. 263.)

I. Teil: Allgemeine Anatomie und Entwicklungsgeschichte. Mit 69 Abbildungen. (Bd. 201.)
II. Teil: Das Skelett. Mit 53 Abbildungen. (Bd. 202.)
III. Teil: Das Muskel- und Gefäßsystem. Mit 68 Abbildungen. (Bd. 203.)
IV. Teil: Die Eingeweide (Darm, Atmungs-, Harn- u. Geschlechtsorgane). Mit 38 Abb. (Bd. 204.)
V. Teil: Statik und Mechanik des menschlichen Körpers. Mit 26 Abbildungen. (Bd. 263.)

In dieser Reihe von 5 Bänden wird die menschliche Anatomie in knappem, für gebildete Laien leicht verständlichem Texte dargestellt, wobei eine große Anzahl sorgfältig ausgewählter Abbildungen die Anschaulichkeit erhöht. Der erste Band enthält u. a. einiges aus der Geschichte der Anatomie von Homer bis zur Neuzeit, ferner die Zellen- und Gewebelehre, die Entwicklungsgeschichte, sowie Formen, Maß und Gewicht des Körpers. Im zweiten Band werden dann Skelett, Knochen und die Gelenke nebst einer Mechanik der letzteren, im dritten die bewegenden Organe des Körpers, die Muskeln, das Herz und die Gefäße, im vierten die Eingeweidelehre, namentlich der Darmtraktus, sowie die Harn- und Geschlechtsorgane, und im fünften werden die verschiedenen Ruhelagen des Körpers, Liegen, Stehen, Sitzen usw., sodann die verschiedenen Arten der Ortsbewegung, Gehen, Laufen, Tanzen, Schwimmen, Reiten usw., endlich die wichtigsten Bewegungen innerhalb des Körpers, die der Wirbelsäule, des Herzens und des Brustkorbes bei der Atmung zur Darstellung gebracht.

Bau und Tätigkeit des menschlichen Körpers. Von Privatdozent Dr. Heinrich Sachs. 2. Auflage. Mit 37 Abbildungen. (Bd. 32.)

Erläutert die Einrichtung und die Tätigkeit der einzelnen Organe des Körpers und zeigt dabei vor allem, wie diese einzelnen Organe in ihrer Tätigkeit aufeinander einwirken, miteinander zusammenhängen und so den menschlichen Körper zu einem einheitlichen Ganzen machen.

Acht Vorträge aus der Gesundheitslehre. Von weil. Prof. Dr. H. Buchner. 3. Aufl., besorgt von Prof. Dr. M. v. Gruber. Mit 26 Abb. (Bd. 1.)

Unterrichtet über die äußeren Lebensbedingungen des Menschen, über das Verhältnis von Luft, Licht und Wärme zum menschlichen Körper, über Kleidung und Wohnung, Bodenverhältnisse und Wasserversorgung, die Krankheiten erzeugenden Pilze und die Infektionskrankheiten, kurz über die wichtigsten Fragen der Hygiene.

Die moderne Heilwissenschaft. Wesen und Grenzen des ärztlichen Wissens. Von Dr. Edmund Biernacki. Deutsch von Dr. S. Ebel. (Bd. 25.)

Will in den Inhalt des ärztlichen Wissens und Könnens einführen, indem die geschichtliche Entwicklung der medizinischen Grundbegriffe, die Fortschritte der modernen Heilkunst, die Beziehungen zwischen Diagnose und Therapie, sowie die Grenzen der modernen Diagnostik behandelt werden.

Der Arzt. Seine Stellung und Aufgaben im Kulturleben der Gegenwart. Ein Leitfaden der sozialen Medizin. Von Dr. med. Moritz Fürst. (Bd. 265.)

Gibt einen vollständigen Überblick über das Wesen des ärztlichen Berufes in seinen verschiedenen Betätigungen und veranschaulicht die heutige soziale Bedeutung unseres Ärztestandes.

Der Aberglaube in der Medizin und seine Gefahr für Gesundheit und Leben. Von Prof. Dr. D. von Hansemann. (Bd. 83.)

Behandelt alle menschlichen Verhältnisse, die in irgendeiner Beziehung zu Leben und Gesundheit stehen, besonders mit Rücksicht auf viele schädliche Arten des Aberglaubens, die geeignet sind, Krankheiten zu fördern, die Gesundheit herabzusetzen und auch in moralischer Beziehung zu schädigen.

Die Leibesübungen und ihre Bedeutung für die Gesundheit. Von Prof. Dr. Richard Zander. 2. Auflage. Mit 19 Abbildungen. (Bd. 13.)

Will darüber aufklären, weshalb und unter welchen Umständen die Leibesübungen segensreich wirken, indem es ihr Wesen, andererseits die in Betracht kommenden Organe bespricht; erörtert besonders die Wechselbeziehungen zwischen körperlicher und geistiger Arbeit, die Leibesübungen der Frauen, die Bedeutung des Sportes und die Gefahren der sportlichen Übertreibungen.

Ernährung und Volksnahrungsmittel. Von weil. Prof. Dr. Johannes Frentzel. 2. Auflage. Neu bearbeitet von Geh. Rat Prof. Dr. N. Zuntz. Mit 7 Abbildungen und 2 Tafeln. (Bd. 19.)

Gibt einen Überblick über die gesamte Ernährungslehre. Durch Erörterung der grundlegenden Begriffe werden die Zubereitung der Nahrung und der Verdauungsapparat besprochen und endlich die Herstellung der einzelnen Nahrungsmittel, insbesondere auch der Konserven behandelt.

Der Alkoholismus. Herausgegeben vom Zentralverband zur Bekämpfung des Alkoholismus. In 3 Bänden. (Bd. 103. 104. 145.)
Die drei Bändchen sind ein kleines wissenschaftliches Kompendium der Alkoholfrage, verfaßt von den besten Kennern der mit ihr zusammenhängenden sozial-hygienischen und sozial-ethischen Probleme, und enthalten eine Fülle von Material in übersichtlicher und schöner Darstellung.

Krankenpflege. Von Chefarzt Dr. Bruno Leick. (Bd. 152.)
Erörtert nach einem Überblick über Bau und Funktion der inneren Organe und deren hauptsächlichste Erkrankungen die hierbei zu ergreifenden Maßnahmen, wobei besonders eingehend die Pflege bei Infektionskrankheiten, sowie bei plötzlichen Unglücksfällen und Erkrankungen behandelt werden.

Vom Nervensystem, seinem Bau und seiner Bedeutung für Leib und Seele. Von Prof. Dr. Richard Zander. Mit 27 Figuren. (Bd. 48.)
Erörtert die Bedeutung der nervösen Vorgänge für den Körper, die Geistestätigkeit und das Seelenleben und sucht klarzulegen, unter welchen Bedingungen Störungen der nervösen Vorgänge auftreten, wie sie zu beseitigen und zu vermeiden sind.

Geisteskrankheiten. Von Anstaltsoberarzt Dr. Georg Ilberg. (Bd. 151.)
Erörtert an eingehend dargestellten Beispielen die wichtigsten Formen geistiger Erkrankung, um so die richtige Beurteilung der Zeichen geistiger Erkrankung und damit eine rechtzeitige verständnisvolle Behandlung derselben zu ermöglichen.

Die Geschlechtskrankheiten, ihr Wesen, ihre Verbreitung, Bekämpfung und Verhütung. Von Generaloberarzt Prof. Dr. Wilhelm Schumburg. Mit 4 Abbildungen und 1 Tafel. (Bd. 251.)
Gibt in sachlicher, aber rückhaltlos offener Darlegung ein Bild von dem Wesen der Geschlechtskrankheiten und von ihren Erregern, erörtert ausführlich ihre Bekämpfung und Verhütung, mit besonderer Rücksicht auf das gefährliche Treiben der Prostitution und der Kurpfuscher, die persönlichen Schutzmaßregeln, sowie die Aussichten auf erfolgreiche Behandlung.

Die fünf Sinne des Menschen. Von Prof. Dr. Josef Klemens Kreibig. 2. Auflage. Mit 30 Abbildungen. (Bd. 27.)
Eine Darstellung der einzelnen Sinnesgebiete, der Organe und ihrer Funktionsweise, der als Reiz wirkenden äußeren Ursachen, sowie der Empfindungen nach Inhalt, Stärke und Merkmalen.

Herz, Blutgefäße und Blut und ihre Erkrankungen. Von Prof. Dr. Heinrich Rosin. (Bd. 312.)
Eine allgemeinverständliche Darstellung von Bau und Funktion des Herzens und der Blutgefäße, sowie den verschiedenen Formen ihrer Erkrankungen.

Das Auge des Menschen und seine Gesundheitspflege. Von Privatdozent Dr. med. Georg Abelsdorff. Mit 15 Abbildungen. (Bd. 149.)
Schildert die Anatomie des menschlichen Auges, sowie die Leistungen des Gesichtssinnes und behandelt die Hygiene des Auges, seine Erkrankungen und Verletzungen, Kurzsichtigkeit, Vererbung usw.

Die menschliche Stimme und ihre Hygiene. Von Prof. Dr. Paul H. Gerber. Mit 20 Abbildungen. (Bd. 136.)
Nach den notwendigsten Erörterungen über das Zustandekommen und über die Natur der Töne werden der Kehlkopf des Menschen und seine Funktion als musikalisches Instrument behandelt; dann werden die Gesang- und die Sprechstimme, ihre Ausbildung, ihre Fehler und Erkrankungen, sowie deren Verhütung und Behandlung erörtert.

Das menschliche Gebiß, seine Erkrankung und Pflege. Von Zahnarzt Fritz Jäger. Mit 24 Abbildungen. (Bd. 229.)
Schildert Entwicklung und Aufbau, sowie die Erkrankungen der Zähne, die Wechselbeziehungen zwischen Zahnzerstörnis und Gesamtorganismus und die zur Schaffung und Erhaltung eines gesunden Gebisses dienlichen Maßnahmen.

Die Tuberkulose, ihr Wesen, ihre Verbreitung, Ursache, Verhütung und Heilung. Von Generaloberarzt Prof. Dr. Wilhelm Schumburg. Mit 1 Tafel und 8 Figuren. (Bd. 47.)
Schildert nach einem Überblick über die Verbreitung der Tuberkulose das Wesen derselben, beschäftigt sich eingehend mit dem Tuberkelbazillus, bespricht die Maßnahmen, durch die man ihn von sich fernhalten kann, und erörtert die Fragen der Heilung der Tuberkulose.

Die krankheiterregenden Bakterien. Von Privatdozent Dr. Max Loehlein. Mit 31 Abbildungen. (Bd. 307.)
Gibt eine Darstellung der wichtigsten Errungenschaften der modernen Bakteriologie und eine Übersicht über die häufigen Infektionskrankheiten nach dem Stande der neueren Forschungen.

Der Säugling, seine Ernährung und seine Pflege. Von Dr. Walter Kaupe. Mit 17 Abbildungen. (Bd. 154.)
Will der jungen Mutter oder Pflegerin in allen in Betracht kommenden Fragen den nötigen Rat erteilen. Außer der allgemeinen geistigen und körperlichen Pflege des Kindchens werden besonders die natürliche und künstliche Ernährung behandelt und für alle diese Fälle zugleich praktische Anleitung gegeben.

Gesundheitslehre für Frauen. Von weil. Privatdozent Dr. Roland Sticher. Mit 13 Abbildungen. (Bd. 171.)
Unterrichtet über den Bau des weiblichen Organismus und seine Pflege vom Kindesalter an, vor allem aber eingehend über den Beruf der Frau als Gattin und Mutter.

Naturwissenschaften. Mathematik.

Die Grundbegriffe der modernen Naturlehre. Von Prof. Dr. Felix Auerbach. 2. Auflage. Mit 79 Figuren. (Bd. 40.)
Eine zusammenhängende, für jeden Gebildeten verständliche Entwicklung der in der modernen Naturlehre eine allgemeine und exakte Rolle spielenden Begriffe Raum und Bewegung, Kraft und Masse und der allgemeinen Eigenschaften der Materie, Arbeit, Energie und Entropie.

Die Lehre von der Energie. Von Dr. Alfred Stein. Mit 13 Figuren. (Bd. 257.)
Vermittelt für jeden verständlich eine Vorstellung von der umfassenden Einheitlichkeit, die durch die Aufstellung des Energiegesetzes in unsere gesamte Naturauffassung gekommen ist.

Moleküle — Atome — Weltäther. Von Prof. Dr. Gustav Mie. 2. Auflage. Mit 27 Figuren. (Bd. 58.)
Stellt die physikalische Atomlehre als die kurze, logische Zusammenfassung einer großen Menge physikalischer Tatsachen unter einem Begriffe dar, die ausführlich und nach Möglichkeit als einzelne Experimente geschildert werden.

Das Licht und die Farben. Von Prof. Dr. Leo Graetz. 2. Auflage. Mit 116 Abbildungen. (Bd. 17.)
Behandelt, ausgehend von der scheinbar geradlinigen Ausbreitung, Zurückwerfung und Brechung des Lichtes, das Wesen der Farben, die Beugungserscheinungen und die Photographie.

Sichtbare und unsichtbare Strahlen. Von Prof. Dr. Richard Börnstein und Prof. Dr. W. Marckwald. 2. Auflage. Mit 85 Abb. (Bd. 64.)
Schildert die verschiedenen Arten der Strahlen, darunter die Kathoden- und Röntgenstrahlen, die Hertzschen Wellen, die Strahlungen der radioaktiven Körper (Uran und Radium) nach ihrer Entstehung und Wirkungsweise, unter Darstellung der charakteristischen Vorgänge der Strahlung.

Einführung in die chemische Wissenschaft. Von Prof. Dr. Walter Löb. Mit 16 Figuren. (Bd. 264.)
Ermöglicht durch anschauliche Darstellung der den chemischen Vorgängen zugrunde liegenden allgemeinen Tatsachen, Begriffe und Gesetze ein gründliches Verständnis dieser und ihrer praktischen Anwendungen.

Die optischen Instrumente. Von Dr. Moritz von Rohr. Mit 84 Abbildungen. (Bd. 88.)
Gibt eine elementare Darstellung der optischen Instrumente nach den modernen Anschauungen, wobei das Ultramikroskop, die neuen Apparate zur Mikrophotographie mit ultraviolettem Licht, die Prismen- und die Zielfernrohre, die Projektionsapparate und stereoskopischen Entfernungsmesser erläutert werden.

Spektroskopie. Von Dr. L. Grebe. Mit 62 Abbildungen. (Bd. 284.)
Gibt eine von zahlreichen Abbildungen unterstützte Darstellung der spektroskopischen Forschung und ihrer weittragenden Ergebnisse für Wissenschaft und Technik.

Das Mikroskop, seine Optik, Geschichte und Anwendung. Von Dr. W. Scheffer. Mit 66 Abbildungen. (Bd. 35.)
Nach Erläuterung der optischen Konstruktion und Wirkung des Mikroskops und Darstellung der historischen Entwicklung wird eine Beschreibung der modernsten Mikroskoptypen, Hilfsapparate und Instrumente gegeben und gezeigt, wie die mikroskopische Untersuchung die Einsicht in Naturvorgänge vertieft.

Das Stereoskop und seine Anwendungen. Von Prof. Theodor Hartwig. Mit 40 Abbildungen und 19 Tafeln. (Bd. 135.)
Behandelt die verschiedenen Erscheinungen und Anwendungen der Stereoskopie, insbesondere die stereoskopischen Himmelsphotographien, die stereoskopische Darstellung mikroskopischer Objekte, das Stereoskop als Meßinstrument und die Bedeutung und Anwendung des Stereokomparators.

Die Lehre von der Wärme. Von Prof. Dr. Richard Börnstein. Mit 33 Abbildungen. (Bd. 172.)
Behandelt ausführlich die Tatsachen und Gesetze der Wärmelehre, Ausdehnung erwärmter Körper und Temperaturmessung, Wärmemessung, Wärme- und Kältequellen, Wärme als Energieform, Schmelzen und Erstarren, Sieden, Verdampfen und Verflüssigen, Verhalten des Wasserdampfes in der Atmosphäre, Dampf- und andere Wärmemaschinen und schließlich die Bewegung der Wärme.

Die Physik der Kälte. Von Dr. Heinrich Alt. (Bd. 311.)
Ein Überblick über die künstliche Erzeugung tiefster Temperaturen und ihre so wichtige technische Verwendung.

Luft, Wasser, Licht und Wärme. Neun Vorträge aus dem Gebiete der Experimental-Chemie. Von Prof. Dr. Reinhart Blochmann. 3. Aufl. Mit 115 Abbildungen. (Bd. 5.)
Führt unter besonderer Berücksichtigung der alltäglichen Erscheinungen des praktischen Lebens in das Verständnis der chemischen Erscheinungen ein und zeigt die außerordentliche Bedeutung derselben für unser Wohlergehen.

Das Wasser. Von Privatdoz. Dr. O. Anselmino. Mit 44 Abb. (Bd. 291.)
Gibt eine zusammenfassende Darstellung unseres gesamten Wissens über das Wasser, dies Lebenselement der Erde, unter besonderer Berücksichtigung des praktisch Wichtigen.

Natürliche und künstliche Pflanzen- und Tierstoffe. Von Dr. B. Bavink. Mit 7 Figuren. (Bd. 187.)
Will einen Einblick in die wichtigsten theoretischen Erkenntnisse der organischen Chemie geben und das Verständnis für ihre darauf begründeten praktischen Entdeckungen und Erfindungen vermitteln.

Der Luftstickstoff u. seine Verwertung. Von Prof. Dr. Karl Kaiser. (Bd. 313.)
Ein Überblick über Wesen, Bedeutung und Geschichte dieses wichtigsten und modernsten Problems der Agrikulturchemie bis auf die neuesten erfolgreichen Versuche zu seiner Lösung.

Die Erscheinungen des Lebens. Von Privatdozent Dr. H. Miehe. Mit 40 Figuren. (Bd. 130.)
Sucht eine umfassende Totalansicht des organischen Lebens zu geben, indem es nach einer Erörterung der spekulativen Vorstellungen über das Leben und einer Beschreibung des Protoplasmas und der Zelle die hauptsächlichsten Äußerungen des Lebens, wie Entwicklung, Ernährung, Atmung, das Sinnesleben, die Fortpflanzung, den Tod und die Variabilität behandelt.

Abstammungslehre und Darwinismus. Von Prof. Dr. Richard Hesse. 3. Auflage. Mit 37 Figuren. (Bd. 39.)
Gibt einen kurzen, aber klaren Einblick in den gegenwärtigen Stand der Abstammungslehre und sucht die Frage, wie die Umwandlung der organischen Wesen vor sich gegangen ist, nach dem neuesten Stande der Forschung zu beantworten.

Der Befruchtungsvorgang, sein Wesen und seine Bedeutung. Von Dr. Ernst Teichmann. Mit 7 Abbildungen und 4 Doppeltafeln. (Bd. 70.)
Eine gemeinverständliche, streng sachliche Darstellung der bedeutsamen Ergebnisse der modernen Forschung über das Befruchtungsproblem.

Das Werden und Vergehen der Pflanzen. Von Prof. Dr. Paul Gisevius. Mit 24 Abbildungen. (Bd. 173.)
Eine leichtfaßliche Darstellung alles dessen, was uns allgemein an der Pflanze interessiert, eine kleine „Botanik des praktischen Lebens".

Vermehrung und Sexualität bei den Pflanzen. Von Prof. Dr. Ernst Küster. Mit 38 Abbildungen. (Bd. 112.)
Gibt eine kurze Übersicht über die wichtigsten Formen der vegetativen Vermehrung und beschäftigt sich eingehend mit der Sexualität der Pflanzen, deren überraschend vielfache und mannigfaltige Äußerungen, ihre große Verbreitung im Pflanzenreich und ihre in allen Einzelheiten erkennbare Übereinstimmung mit der Sexualität der Tiere zur Darstellung gelangen.

Unsere wichtigsten Kulturpflanzen (die Getreidegräser). Von Prof. Dr. Karl Giesenhagen. 2. Aufl. Mit 38 Figuren. (Bd. 10.)
Behandelt die Getreidepflanzen und ihren Anbau nach botanischen wie kulturgeschichtlichen Gesichtspunkten, damit zugleich in anschaulichster Form allgemeine botanische Kenntnisse vermittelnd.

Der deutsche Wald. Von Prof. Dr. Hans Hausrath. Mit 15 Abbildungen und 2 Karten. (Bd. 153.)
Schildert unter Berücksichtigung der geschichtlichen Entwicklung die Lebensbedingungen und den Zustand unseres deutschen Waldes, die Verwendung seiner Erzeugnisse sowie seine günstige Einwirkung auf Klima, Fruchtbarkeit, Sicherheit und Gesundheit des Landes, und erörtert zum Schlusse die Pflege des Waldes. Ein Büchlein also für jeden Waldfreund.

Der Obstbau. Von Dr. Ernst Voges. Mit 13 Abbildungen. (Bd. 107.)
Will über die wissenschaftlichen und technischen Grundlagen des Obstbaues sowie seine Naturgeschichte und große volkswirtschaftliche Bedeutung unterrichten. Die Geschichte des Obstbaues, das Leben des Obstbaumes, Obstbaumpflege und Obstbaumschutz, die wissenschaftliche Obstkunde, die Ästhetik des Obstbaues gelangen zur Behandlung.

Kolonialbotanik. Von Privatdoz. Dr. F. Tobler. Mit 21 Abb. (Bd. 184.)
Schildert die allgemeinen Grundlagen und Methoden tropischer Landwirtschaft und behandelt im besonderen die bekanntesten Kolonialprodukte, wie Kaffee, Zucker, Reis, Baumwolle usw.

Kaffee, Tee, Kakao und die übrigen narkotischen Getränke. Von Prof. Dr. Arwed Wieler. Mit 24 Abbildungen und 1 Karte. (Bd. 132.)
Behandelt Kaffee, Tee und Kakao, sowie Mate und Kola in bezug auf die Art und Verbreitung der Stammpflanzen, ihre Kultur und Ernte bis zur Gewinnung der fertigen Ware.

Die Pflanzenwelt des Mikroskops. Von Bürgerschullehrer Ernst Reukauf. Mit 100 Abbildungen. (Bd. 181.)
Eröffnet einen Einblick in den staunenswerten Formenreichtum des mikroskopischen Pflanzenlebens und lehrt den Ursachen ihrer wunderbaren Lebenserscheinungen nachforschen.

Die Tierwelt des Mikroskops (die Urtiere). Von Privatdozent Dr. Richard Goldschmidt. Mit 39 Abbildungen. (Bd. 160.)
Eröffnet dem Naturfreunde ein Bild reichen Lebens im Wassertropfen und sucht ihn zugleich zu eigener Beobachtung anzuleiten.

Die Beziehungen der Tiere zueinander und zur Pflanzenwelt. Von Prof. Dr. K. Kraepelin. (Bd. 79.)
Stellt in großen Zügen eine Fülle wechselseitiger Beziehungen der Organismen zueinander dar. Familienleben und Staatenbildung der Tiere, wie die interessanten Beziehungen der Tiere und Pflanzen zueinander werden geschildert.

Tierkunde. Eine Einführung in die Zoologie. Von Privatdoz. Dr. Kurt Hennings. Mit 34 Abb. (Bd. 142.)
Stellt die charakteristischen Eigenschaften aller Tiere — Bewegung und Empfindung, Stoffwechsel und Fortpflanzung — dar und sucht die Tätigkeit des Tierleibes aus seinem Bau verständlich zu machen.

Vergleichende Anatomie der Sinnesorgane der Wirbeltiere. Von Prof. Dr. Wilhelm Lubosch. Mit 107 Abbildungen. (Bd. 282.)
Gibt eine auf dem Entwicklungsgedanken aufgebaute allgemeinverständliche Darstellung eines der interessantesten Gebiete der modernen Naturforschung.

Die Stammesgeschichte unserer Haustiere. Von Prof. Dr. Carl Keller. Mit 28 Abbildungen. (Bd. 252.)
Schildert eingehend den Verlauf der Haustierwerdung, die allmählich eingetretene Umbildung der Rassen sowie insbesondere die Stammformen und Bildungsherde der einzelnen Haustiere.

Die Fortpflanzung der Tiere. Von Privatdozent Dr. Richard Goldschmidt. Mit 77 Abbildungen. (Bd. 253.)
Gewährt durch anschauliche Schilderung der zu den wechselvollsten und überraschendsten biologischen Tatsachen gehörenden Formen der tierischen Fortpflanzung sowie der Brutpflege Einblick in das mit der menschlichen Sittlichkeit in so engem Zusammenhang stehende Tatsachengebiet.

Deutsches Vogelleben. Von Prof. Dr. Alwin Voigt. (Bd. 221.)
Will durch Schilderung des deutschen Vogellebens in der Verschiedenartigkeit der Daseinsbedingungen in den wechselnden Landschaften die Kenntnis der charakteristischen Vogelarten und namentlich auch ihrer Stimmen fördern.

Vogelzug und Vogelschutz. Von Dr. Wilhelm R. Eckardt. (Bd. 218.)
Eine wissenschaftliche Erklärung der rätselhaften Tatsachen des Vogelzugs und der daraus entspringenden praktischen Forderungen des Vogelschutzes.

Korallen und andere gesteinsbildende Tiere. Von Prof. Dr. W. May. Mit 45 Abbildungen. (Bd. 231.)
Schildert die gesteinsbildenden Tiere, vor allem die für den Bau der Erdrinde so wichtigen Korallen nach Bau, Lebensweise und Vorkommen.

Lebensbedingungen und Verbreitung der Tiere. Von Prof. Dr. Otto Maas Mit 11 Karten und Abbildungen. (Bd. 139.)
Zeigt die Tierwelt als Teil des organischen Erdganzen, die Abhängigkeit der Verbreitung des Tieres von dessen Lebensbedingungen wie von der Erdgeschichte, ferner von Nahrung, Temperatur, Licht, Luft und Vegetation, wie von dem Eingreifen des Menschen, und betrachtet an der Hand von Karten die geographische Einteilung der Tierwelt.

Die Bakterien. Von Prof. Dr. Ernst Gutzeit. Mit 13 Abbild. (Bd. 233.)
Setzt, gegenüber der laienhaften Identifikation von Bakterien und Krankheiten, die allgemeine Bedeutung der Kleinlebewelt für den Kreislauf des Stoffes in der Natur und dem Haushalt des Menschen auseinander.

Die Welt der Organismen. In Entwicklung und Zusammenhang dargestellt. Von Prof. Dr. Kurt Lampert. Mit 52 Abbildungen. (Bd. 236.)
Gibt einen allgemeinverständlichen Überblick über die Gesamtheit des Tier- und Pflanzenreiches, über den Aufbau der Organismen, ihre Lebensgeschichte, ihre Abhängigkeit von der äußeren Umgebung und die Wechselbeziehungen zwischen den einzelnen Gliedern der belebten Natur.

Zwiegestalt der Geschlechter in der Tierwelt (Dimorphismus). Von Dr. Friedrich Knauer. Mit 37 Abbildungen. (Bd. 148.)
Die merkwürdigen, oft erstaunlichen Verschiedenheiten in Aussehen und Bau der Tiergeschlechter werden durch zahlreiche Beispiele aus allen Gruppen auf wissenschaftlicher Grundlage dargestellt.

Die Ameisen. Von Dr. Friedrich Knauer. Mit 61 Figuren. (Bd. 94.)
Faßt die Ergebnisse der Forschungen über das Tun und Treiben einheimischer und exotischer Ameisen, über die Vielgestaltigkeit der Formen im Ameisenstaate, über die Bautätigkeit, Brutpflege und die ganze Ökonomie der Ameisen, über ihr Zusammenleben mit anderen Tieren und mit Pflanzen, und über die Sinnestätigkeit der Ameisen zusammen.

Das Süßwasser-Plankton. Von Dr. Otto Zacharias. Mit 49 Abbildungen. (Bd. 156.)
Gibt eine Anleitung zur Kenntnis jener mikroskopisch kleinen und für die Existenz der höheren Lebewesen und für die Naturgeschichte der Gewässer so wichtigen Tiere und Pflanzen. Die wichtigsten Formen werden vorgeführt und die merkwürdigen Lebensverhältnisse und -bedingungen dieser unsichtbaren Welt einfach und doch vielseitig erörtert.

Der Kampf zwischen Mensch und Tier. Von Prof. Dr. Karl Eckstein. 2. Auflage. Mit 51 Figuren. (Bd. 18.)
Der hohe wirtschaftliche Bedeutung beanspruchende Kampf zwischen Mensch und Tier erfährt eine eingehende Darstellung, wobei besonders die Kampfmittel beider Gegner, hier Schußwaffen, Fallen, Gifte oder auch besondere Wirtschaftsmethoden, dort spitzige Kralle, scharfer Zahn, furchtbares Gift, List und Gewandtheit geschildert werden.

Wind und Wetter. Von Prof. Dr. Leonhard Weber. 2. Auflage. Mit 28 Figuren und 3 Tafeln. (Bd. 55.)
Schildert die historischen Wurzeln der Meteorologie, ihre physikalischen Grundlagen und ihre Bedeutung im gesamten Gebiete des Wissens, erörtert die hauptsächlichsten Aufgaben, die dem ausübenden Meteorologen obliegen, wie die praktische Anwendung in der Wettervorhersage.

Der Bau des Weltalls. Von Prof. Dr. J. Scheiner. 3. Auflage. Mit 26 Figuren. (Bd. 24.)
Gibt eine anschauliche Darstellung vom Bau des Weltalls wie der einzelnen Weltkörper und der Mittel zu ihrer Erforschung.

Entstehung der Welt und der Erde, nach Sage und Wissenschaft. Von Geh. Regierungsrat Prof. D. M. B. Weinstein. (Bd. 223.)
Zeigt, wie die Frage der Entstehung der Welt und der Erde in den Sagen aller Völker und Zeiten und in den Theorien der Wissenschaft beantwortet worden ist.

Das astronomische Weltbild im Wandel der Zeit. Von Prof. Dr. Samuel Oppenheim. Mit 24 Abbildungen. (Bd. 110.)
Schildert den Kampf des geozentrischen und heliozentrischen Weltbildes, wie er schon im Altertum bei den Griechen entstanden ist, anderthalb Jahrtausende später zu Beginn der Neuzeit durch Kopernikus von neuem aufgenommen wurde und da erst mit einem Siege des heliozentrischen Systems schloß.

Der Mond. Von Prof. Dr. Julius Franz. Mit 31 Abbild. (Bd. 90.)
Gibt die Ergebnisse der neueren Mondforschung wieder, erörtert die Mondbewegung und Mondbahn, bespricht den Einfluß des Mondes auf die Erde und behandelt die Fragen der Oberflächenbedingungen des Mondes und die charakteristischen Mondgebilde, anschaulich zusammengefaßt in „Beobachtungen eines Mondbewohners", endlich die Bewohnbarkeit des Mondes.

Die Planeten. Von Prof. Dr. Bruno Peter. Mit 18 Figuren. (Bd. 240.)
Bietet unter steter Berücksichtigung der geschichtlichen Entwicklung unserer Erkenntnis eine eingehende Darstellung der einzelnen Körper unseres Planetensystems und ihres Wesens.

Der Kalender. Von Prof. Dr. W. F. Wislicenus. (Bd. 69.)
Erklärt die für unsere Zeitrechnung bedeutsamen astronomischen Erscheinungen und schildert die historische Entwicklung des Kalenderwesens vom römischen Kalender ausgehend, den Werdegang der christlichen Kalender bis auf die neueste Zeit verfolgend, setzt ihre Einrichtungen auseinander und lehrt die Berechnung kalendarischer Angaben.

Aus der Vorzeit der Erde. Von Prof. Dr. Fritz Frech. In 5 Bänden. 2. Auflage. Mit zahlreichen Abbildungen. (Bd. 207—211.)
In 5 Bänden wird eine vollständige Darstellung der Fragen der allgemeinen Geologie und physischen Erdkunde gegeben, wobei Übersichtstabellen die Fachausdrücke und die Reihenfolge der geologischen Perioden erläutern und auf neue, vorwiegend nach Original-Photographien angefertigte Abbildungen und auf anschauliche, lebendige Schilderung besonders Wert gelegt ist.

Band I: Gebirgsbau, Erdbebenlehre und Vulkanismus. (Bd. 207.)
Band II: Kohlenbildung und Klima der Vorzeit. (Bd. 208.)
Band III: Die Arbeit des fließenden Wassers. Eine Einleitung in die physikalische Geologie. Mit 51 Abbildungen im Text und auf 3 Tafeln. (Bd. 209.)

Behandelt als eines der interessantesten Gebiete der Geologie die Arbeit fließenden Wassers, Talbildung u. Karstphänomen, Höhlenbildung u. Schlammvulkane, Wildbäche, Quellen u. Grundwasser.

Band IV: Die Arbeit des Ozeans und die chemische Tätigkeit des Wassers im allgemeinen. Mit 1 Titelbild und 51 Textabbildungen. (Bd. 210.)

Behandelt die grundlegenden erdgeschichtlichen Vorgänge der Bodenbildung und Abtragung, der Küstenbrandung und maritimen Gesteinsbildung und schließlich die Geographie der großen Ozeane in Vergangenheit und Zukunft.

Band V: Gletscher und Eiszeit. (Bd. 211.)

Arithmetik und Algebra zum Selbstunterricht. Von Prof. Dr. Paul Crantz. In 2 Bänden. Mit Figuren. (Bd. 120. 205.)

I. Teil: Die Rechnungsarten. Gleichungen ersten Grades mit einer und mehreren Unbekannten. Gleichungen zweiten Grades. 2. Auflage. Mit 9 Figuren. (Bd. 120.)
II. Teil: Gleichungen. Arithmetische und geometrische Reihen. Zinseszins- und Rentenrechnung. Komplexe Zahlen. Binomischer Lehrsatz. Mit 21 Figuren. (Bd. 205.)

Band I unterrichtet in leicht faßlicher, für das Selbststudium geeigneter eingehender Darstellung unter Beifügung ausführlich berechneter Beispiele über die sieben Rechnungsarten, die Gleichungen ersten Grades mit einer und mehreren Unbekannten und die Gleichungen zweiten Grades mit einer Unbekannten, Band II ebenso über Gleichungen höheren Grades, arithmetische und geometrische Reihen, Zinseszins- und Rentenrechnung, komplexe Zahlen und über den binomischen Lehrsatz.

Einführung in die Infinitesimalrechnung mit einer historischen Übersicht. Von Prof. Dr. Gerhard Kowalewski. Mit 18 Fig. (Bd. 197.)

Will, ohne große Kenntnis vorauszusetzen, in die moderne Behandlungsweise der Infinitesimalrechnung einführen, die die Grundlage der gesamten mathematischen Naturwissenschaft bildet.

Mathematische Spiele. Von Dr. Wilhelm Ahrens. Mit 70 Fig. (Bd. 170.)

Ein kurzweiliger und doch zuverlässiger Führer für jeden, dem das tiefere Verständnis der täglich von ihm geübten Unterhaltungsspiele Freude macht.

Das Schachspiel und seine strategischen Prinzipien. Von Dr. Max Lange. Mit den Bildnissen E. Laskers und P. Morphys, 1 Schachbrettafel und 43 Darstellungen von Übungsspielen. (Bd. 281.)

Sucht durch eingehende, leichtverständliche Einführung in die Spielgesetze sowie durch eine größere, mit Erläuterungen versehene Auswahl interessanter Schachgänge berühmter Meister diesem anregendsten und geistreichsten aller Spiele neue Freunde und Anhänger zu werben.

Hierzu siehe ferner:
Janson, Meeresforschung und Meeresleben S. 17.

Angewandte Naturwissenschaft. Technik.

Am sausenden Webstuhl der Zeit. Übersicht über die Wirkungen der Entwicklung der Naturwissenschaften und der Technik auf das gesamte Kulturleben. Von Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. Ing. Wilhelm Launhardt. 2. Aufl. Mit 16 Abbildungen. (Bd. 23.)

Ein geistreicher Rückblick auf die Entwicklung der Naturwissenschaften und der Technik, der die Weltwunder unserer Zeit verdankt werden.

Die Uhr. Von Reg.-Bauführer a. D. H. Bock. Mit 47 Abbild. (Bd. 216.)

Behandelt Grundlagen und Technik der Zeitmessung, sowie eingehend, durch zahlreiche technische Zeichnungen unterstützt, den Mechanismus der Zeitmesser und der feinen Präzisionsuhren nach seiner theoretischen Grundlage wie in seinen wichtigsten Teilen.

Bilder aus der Ingenieurtechnik. Von Baurat Kurt Merckel. Mit 43 Abbildungen. (Bd. 60.)

Zeigt in einer Schilderung der Ingenieurbauten der Babylonier und Assyrer, der Ingenieurtechnik der alten Aegypter unter vergleichsweiser Behandlung der modernen Irrigationsanlagen daselbst, der Schöpfungen der antiken griechischen Ingenieure, des Städtebaues im Altertum und der römischen Wasserleitungsbauten die hohen Leistungen der Völker des Altertums.

Schöpfungen der Ingenieurtechnik der Neuzeit. Von Baurat Kurt Merckel. 2. Auflage. Mit 55 Abbildungen. (Bd. 28.)
Führt eine Reihe interessanter Ingenieurbauten, die Gebirgsbahnen und die Gebirgsstraßen der Schweiz und Tirols, die großen Eisenbahnverbindungen in Asien, endlich die modernen Kanal- und Hafenbauten nach ihrer technischen und wirtschaftlichen Bedeutung vor.

Der Eisenbetonbau. Von Dipl.-Ing. E. Haimovici. Mit 81 Abb. (Bd. 275.)
Gibt eine fachmännische und dabei doch allgemein verständliche Darstellung dieses neuesten, in seiner Bedeutung für Hoch- und Tiefbau, Brücken- und Wasserbau stetig wachsenden Zweiges der Technik.

Das Eisenhüttenwesen. Von Geh. Bergrat Prof. Dr. Hermann Wedding. 3. Auflage. Mit 15 Figuren. (Bd. 20.)
Schildert, wie Eisen erzeugt und in seine Gebrauchsformen gebracht wird, wobei besonders der Hochofenprozeß nach seinen chemischen, physikalischen und geologischen Grundlagen dargestellt und die Erzeugung der verschiedenen Eisenarten und die dabei in Betracht kommenden Prozesse erörtert werden.

Die Metalle. Von Prof. Dr. Karl Scheid. 2. Auflage. Mit 16 Abb. (Bd. 29.)
Behandelt die für Kulturleben und Industrie wichtigen Metalle, die mutmaßliche Bildung der Erze, die Gewinnung der Metalle aus den Erzen, das Hüttenwesen mit seinen verschiedenen Systemen, die Fundorte der Metalle, ihre Eigenschaften, Verwendung und Verbreitung.

Mechanik. Bd. I. Die Mechanik der festen Körper. Von Geh. Regierungsrat Albrecht von Ihering. Mit 61 Abbildungen. (Bd. 303.)
Durch Anwendung der graphischen Methode und Einfügung instruktiver Beispiele eine ausgezeichnete Darstellung der Grundlehren der Mechanik der festen Körper.
Band II: Die Mechanik der flüssigen Körper. (In Vorbereitung.)
Band III: Die Mechanik der gasförmigen Körper. (In Vorbereitung.)

Maschinenelemente. Von Prof. Richard Vater. Mit 184 Abb. (Bd. 301.)
Eine Übersicht über die Fülle der einzelnen ineinandergreifenden Teile, aus denen die Maschinen zusammengesetzt sind, und ihre Wirkungsweise.

Hebezeuge. Das Heben fester, flüssiger und luftförmiger Körper. Von Prof. Richard Vater. Mit 67 Abbildungen. (Bd. 196.)
Eine für weitere Kreise bestimmte, durch zahlreiche einfache Skizzen unterstützte Abhandlung über die Hebezeuge, wobei das Heben fester, flüssiger und luftförmiger Körper nach dem neuesten Stande der Forschungen eingehend behandelt wird.

Dampf und Dampfmaschine. Von Prof. Richard Vater. 2. Auflage. Mit 45 Abbildungen. (Bd. 63.)
Schildert die inneren Vorgänge im Dampfkessel und namentlich im Zylinder der Dampfmaschine, um so ein richtiges Verständnis des Wesens der Dampfmaschine und der in der Dampfmaschine sich abspielenden Vorgänge zu ermöglichen.

Einführung in die Theorie und den Bau der neueren Wärmekraftmaschinen (Gasmaschinen). Von Prof. Richard Vater. 3. Auflage. Mit 33 Abbildungen. (Bd. 21.)
Gibt eine die neuesten Fortschritte berücksichtigende Darstellung des Wesens, Betriebes und der Bauart der immer wichtiger werdenden Benzin-, Petroleum- und Spiritusmaschinen.

Neuere Fortschritte auf dem Gebiete der Wärmekraftmaschinen. Von Prof. Richard Vater. 2. Auflage. Mit 48 Abbildungen. (Bd. 86.)
Will ein Urteil über die Konkurrenz der modernen Wärmekraftmaschinen nach ihren Vor- und Nachteilen ermöglichen und weiter in Bau und Wirkungsweise der Dampfturbine einführen.

Die Wasserkraftmaschinen und die Ausnützung der Wasserkräfte. Von Geh. Regierungsrat Albrecht v. Ihering. Mit 73 Figuren. (Bd. 228.)
Führt von dem primitiven Mühlrad bis zu den großartigen Anlagen, mit denen die moderne Technik die Kraft des Wassers zu den gewaltigsten Leistungen auszunutzen versteht.

Landwirtsch. Maschinenkunde. Von Prof. Dr. Gust. Fischer. (Bd. 316.)
Ein Überblick über die verschiedenen Arten der landwirtschaftlichen Maschinen und ihre modernsten Vervollkommnungen.

Die Eisenbahnen, ihre Entstehung und gegenwärtige Verbreitung. Von Prof. Dr. Friedrich Hahn. Mit zahlreichen Abbildungen. (Bd. 71.)
Nach einem Rückblick auf die frühesten Zeiten des Eisenbahnbaues führt der Verfasser die moderne Eisenbahn im allgemeinen nach ihren Hauptmerkmalen vor. Der Bau des Bahnkörpers, der Tunnel, die großen Brückenbauten sowie der Betrieb selbst werden besprochen, schließlich ein Überblick über die geographische Verbreitung der Eisenbahnen gegeben.

Heizung und Lüftung. Von Ingenieur Johann Eugen Mayer. Mit 40 Abbildungen. (Bd. 241.)
Will über die verschiedenen Lüftungs- und Heizungsarten menschlicher Wohn- und Aufenthaltsräume orientieren und zugleich ein Bild von der modernen Lüftungs- und Heizungstechnik geben, um dadurch Interesse und Verständnis für die dabei in Betracht kommenden, in gesundheitlicher Beziehung so überaus wichtigen Gesichtspunkte zu erwecken.

Die technische Entwicklung der Eisenbahnen der Gegenwart. Von Eisenbahnbau- u. Betriebsinsp. Ernst Biedermann. Mit 50 Abb. (Bd. 144.)
Behandelt die wichtigsten Gebiete der modernen Eisenbahntechnik, Oberbau, Entwicklung und Umfang der Spurbahnnetze in den verschiedenen Ländern, die Geschichte des Lokomotivenwesens bis zur Ausbildung der Heißdampflokomotiven einerseits und des elektrischen Betriebes andererseits sowie der Sicherung des Betriebes durch Stellwerks- und Blockanlagen.

Das Automobil. Eine Einführung in Bau und Betrieb des modernen Kraftwagens. Von Ing. Karl Blau. Mit 83 Abbild. (Bd. 166.)
Gibt einen anschaulichen Überblick über das Gesamtgebiet des modernen Automobilismus, wobei besonders das Benzinautomobil, das Elektromobil und das Dampfautomobil nach ihren Kraftquellen und sonstigen technischen Einrichtungen wie Zündung, Kühlung, Bremsen, Steuerung, Bereifung usw. besprochen werden.

Grundlagen der Elektrotechnik. Von Dr. Rudolf Blochmann. Mit 128 Abbildungen. (Bd. 168.)
Eine durch lehrreiche Abbildungen unterstützte Darstellung der elektrischen Erscheinungen, ihrer Grundgesetze und ihrer Beziehungen zum Magnetismus sowie eine Einführung in das Verständnis der zahlreichen praktischen Anwendungen der Elektrizität.

Die Telegraphen- und Fernsprechtechnik in ihrer Entwicklung. Von Telegrapheninspektor Helmut Brick. Mit 58 Abbildungen. (Bd. 235.)
Eine erschöpfende Darstellung der geschichtlichen Entwicklung, der rechtlichen und technischen Grundlagen sowie der Organisation und der verschiedenen Betriebsformen des Telegraphie- und Fernsprechwesens der Erde.

Drähte und Kabel, ihre Anfertigung und Anwendung in der Elektrotechnik. Von Telegrapheninspektor Helmuth Brick. Mit 47 Abb. (Bd. 285.)
Gibt, ohne auf technische Einzelheiten einzugehen, durch Illustrationen unterstützt, nach einer elementaren Darstellung der Theorie der Leitung, einen allgemein verständlichen Überblick über die Herstellung, Beschaffenheit und Wirkungsweise aller zur Übermittlung von elektrischem Strom dienenden Leitungen.

Die Funkentelegraphie. Von Oberpostpraktikant H. Thurn. Mit 53 Illustrationen. (Bd. 167.)
Nach eingehender Darstellung des Systems Telefunken werden die für die verschiedenen Anwendungsgebiete erforderlichen Konstruktionstypen vorgeführt, wobei nach dem neuesten Stand von Wissenschaft und Technik in jüngster Zeit ausgeführte Anlagen beschrieben werden. Danach wird der Einfluß der Funkentelegraphie auf Wirtschaftsverkehr und Wirtschaftsleben sowie die Regelung der Funkentelegraphie im deutschen und internationalen Verkehr erörtert.

Nautik. Von Oberlehrer Dr. Johannes Möller. Mit 58 Fig. (Bd. 255.)
Gibt eine allgemeinverständliche Übersicht über das gesamte Gebiet der Steuermannskunst, die Mittel und Methoden, mit deren Hilfe der Seemann sein Schiff sicher über See bringt.

Die Luftschiffahrt, ihre wissenschaftlichen Grundlagen und ihre technische Entwicklung. Von Dr. Raimund Nimführ. 2. Aufl. Mit 42 Abb. (Bd. 300.)
Bietet eine umfassende Darstellung der wissenschaftlichen Grundlagen und technischen Entwicklung der Luftschiffahrt, indem es vor allem das Problem des Vogelfluges und das aerostatische und aerodynamische Prinzip des künstlichen Fluges behandelt und eine ausführliche, durch zahlreiche Abbildungen unterstützte Beschreibung der verschiedenen Konstruktionen von Luftschiffen, von der Montgolfiere bis zum Motorballon und zum modernen Aeroplan gibt.

Die Beleuchtungsarten der Gegenwart. Von Dr. phil. Wilhelm Brüsch. Mit 155 Abbildungen. (Bd. 108.)
Behandelt die technischen und wissenschaftlichen Bedingungen für die Herstellung einer wirtschaftlichen Lichtquelle und die Methoden für die Beurteilung ihres wirklichen Wertes für den Verbraucher, die einzelnen Beleuchtungsarten sowohl hinsichtlich ihrer physikalischen und chemischen Grundlagen als auch ihrer Technik und Herstellung.

Bilder aus der chemischen Technik. Von Dr. Artur Müller. Mit 24 Abbildungen. (Bd. 191.)
Eine durch lehrreiche Abbildungen unterstützte Darstellung der Ziele und Hilfsmittel der chemischen Technik im allgemeinen, wie der wichtigsten Gebiete (z. B.: Schwefelsäure, Soda, Chlor, Salpetersäure, Teerdestillation, Farbstoffe) im besonderen.

Agrikulturchemie. Von Dr. P. Krische. Mit 21 Abbild. (Bd. 314.)
Eine allgemeinverständliche Übersicht über Geschichte, Aufgaben, Methoden, Resultate und Erfolge dieses volkswirtschaftlich so wichtigen Zweiges der angewandten Chemie.

Chemie und Technologie der Sprengstoffe. Von Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. Rud. Biedermann. Mit 15 Fig. (Bd. 286.)
Gibt eine allgemeinverständliche, umfassende Schilderung des Gebietes der Sprengstoffe, ihrer Geschichte und ihrer Herstellung bis zur modernen Sprengstoffgroßindustrie, ihrer Fabrikation, Zusammensetzung und Wirkungsweise sowie ihrer Anwendung auf den verschiedenen Gebieten.

Photochemie. Von Prof. Dr. Gottfried Kümmell. Mit 23 Abb. (Bd. 227.)
Erklärt in einer für jeden verständlichen Darstellung die chemischen Vorgänge und Gesetze der Einwirkung des Lichtes auf die verschiedenen Substanzen und ihre praktische Anwendung, besonders in der Photographie, bis zu dem jüngsten Verfahren der Farbenphotographie.

Elektrochemie. Von Prof. Dr. Kurt Arndt. Mit 38 Abb. (Bd. 234.)
Eröffnet einen klaren Einblick in die wissenschaftlichen Grundlagen dieses modernsten Zweiges der Chemie, um dann seine glänzenden technischen Erfolge vor Augen zu führen.

Die Naturwissenschaften im Haushalt. Von Dr. Johannes Bongardt. In 2 Bänden. Mit zahlreichen Abbildungen. (Bd. 125. 126.)
I. Teil: Wie sorgt die Hausfrau für die Gesundheit der Familie? Mit 31 Abb. (Bd. 125.)
II. Teil: Wie sorgt die Hausfrau für gute Nahrung? Mit 17 Abb. (Bd. 126.)
Selbst gebildete Hausfrauen können sich Fragen nicht beantworten wie die, weshalb sie z. B. kondensierte Milch auch in der heißen Zeit in offenen Gefäßen aufbewahren können, weshalb sie hartem Wasser Soda zusetzen, weshalb Obst im kupfernen Kessel nicht erkalten soll. Da soll hier an der Hand einfacher Beispiele, unterstützt durch Experimente und Abbildungen, das naturwissenschaftliche Denken der Leserinnen so geschult werden, daß sie befähigt werden, auch solche Fragen selbst zu beantworten, die das Buch unberücksichtigt läßt.

Chemie in Küche und Haus. Von weil. Prof. Dr. Gustav Abel. 2. Aufl. von Dr. Joseph Klein. Mit einer mehrfarbigen Doppeltafel. (Bd. 76.)
Gibt eine vollständige Übersicht und Belehrung über die Natur der in Küche und Haus sich vollziehenden mannigfachen chemischen Prozesse.

Hierzu siehe ferner:

Unger, Wie ein Buch entsteht. S. 7. **Bruns,** Die Telegraphie. S. 15. **Graetz,** Das Licht und die Farben. S. 20. **Alt,** Die Physik der Kälte. S. 21. **Bavink,** Natürliche und künstliche Pflanzen- und Tierstoffe. S. 21. **Kaiser,** Der Luftstickstoff. S. 21.

Bisher sind erschienen:

Die allgemeinen Grundlagen der Kultur der Gegenwart.

(I. 1.) [XV u. 671 S.] Lex.-8. 1906. Geh. ℳ 16.—, in Leinwand geb. ℳ 18.—.

Inhalt: Das Wesen der Kultur: W. Lexis. — Das moderne Bildungswesen: Fr. Paulsen. — Die wichtigsten Bildungsmittel. A. Schulen und Hochschulen. Das Volksschulwesen: G. Schöppa. Das höhere Knabenschulwesen: A. Matthias. Das höhere Mädchenschulwesen: H. Gaudig. Das Fach- und Fortbildungsschulwesen: G. Kerschensteiner. Die geisteswissenschaftliche Hochschulausbildung: Fr. Paulsen. Die naturwissenschaftliche Hochschulausbildung: W. v. Dyck. B. Museen. Kunst- und Kunstgewerbe-Museen: L. Pallat. Naturwissenschaftlich-technische Museen: K. Kraepelin. C. Ausstellungen. Kunst- und Kunstgewerbe-Ausstellungen: J. Lessing. Naturwissenschaftlich-technische Ausstellungen: O. N. Witt. D. Die Musik: G. Göhler. E. Das Theater: P. Schlenther. F. Das Zeitungswesen: K. Bücher. G. Das Buch: R. Pietschmann. H. Die Bibliotheken: F. Milkau. — Die Organisation der Wissenschaft: H. Diels.

Die orientalischen Religionen mit Einleitung „Die Anfänge der Religion und die Religion der primitiven Völker“. (I. III. 1.) [VII u. 267 S.]

Lex.-8. 1906. Geh. ℳ 7.—, in Leinwand geb. ℳ 9.—.

Inhalt: Die Anfänge der Religion und die Religion der primitiven Völker: Edv. Lehmann. — I. Die ägyptische Religion: Adolf Erman. — II. Die asiatischen Religionen. Die babylonisch-assyrische Religion: C. Bezold. Die indische Religion: H. Oldenberg. Die iranische Religion: H. Oldenberg. Die Religion des Islams: J. Goldziher. Der Lamaismus: A. Grünwedel. Die Religionen der Chinesen: J. J. M. de Groot. Die Religionen der Japaner: a) Der Shintoismus: K. Florenz. b) Der Buddhismus: H. Haas.

Die christliche Religion mit Einschluß der israelitisch-jüdischen Religion. (I. 4.) [X u. 752 S.]

Lex.-8. 1906. Geh. ℳ 16.—, in Leinwand geb. ℳ 18.—. Auch in zwei Hälften:

I. Geschichte der christlichen Religion. Geh. ℳ 9.60, geb. ℳ 11.—.

Inhalt: Die israelitisch-jüdische Religion: J. Wellhausen. Die Religion Jesu und die Anfänge des Christentums bis zum Nicaenum (325): A. Jülicher. Kirche und Staat bis zur Gründung der Staatskirche: A. Harnack. Griechisch-orthodoxes Christentum und Kirche in Mittelalter und Neuzeit: N. Bonwetsch. Christentum und Kirche Westeuropas im Mittelalter: K. Müller. Katholisches Christentum und Kirche in der Neuzeit: F. X. Funk. Protestantisches Christentum und Kirche in der Neuzeit: E. Troeltsch.

II. Systematische christliche Theologie. Geh. ℳ 6.60, geb. ℳ 8.—

Inhalt: Wesen der Religion und der Religionswissenschaft: E. Troeltsch. Christlich-katholische Dogmatik: J. Pohle. Christlich-katholische Ethik: J. Mausbach. Christlich-katholische praktische Theologie: C. Krieg. Christlich-protestantische Dogmatik: W. Herrmann. Christlich-protestantische Ethik: R. Seeberg. Christlich-protestantische praktische Theologie: W. Faber. Die Zukunftsaufgaben der Religion und der Religionswissenschaft: H. J. Holtzmann.

Allgemeine Geschichte der Philosophie. (I. 5.) [VIII u. 572 S.]

Lex.-8. 1909. Geh. ℳ 12.—, in Leinwand geb. ℳ 14.—.

Inhalt: Einleitung. Die Anfänge der Philosophie und die Philosophie der primitiven Völker: Wilhelm Wundt. I. Die indische Philosophie: Hermann Oldenberg. II. Die islamische und die jüdische Philosophie: Ignaz Goldziher. III. Die chinesische Philosophie: Wilhelm Grube. IV. Die japanische Philosophie: Tetsujiro Inouye. V. Die europäische Philosophie des Altertums: Hans von Arnim. VI. Die europäische Philosophie des Mittelalters: Clemens Bäumker. VII. Die neuere Philosophie: Wilh. Windelband.

Systematische Philosophie. (I. 6.) 2., durchgesehene Aufl. [X u. 435 S.]

Lex.-8. 1908. Geh. ℳ 10.—, in Leinwand geb. ℳ 12.—.

Inhalt: Allgemeines. Das Wesen der Philosophie: Wilhelm Dilthey. Die einzelnen Teilgebiete. I. Logik und Erkenntnistheorie: Alois Riehl. II. Metaphysik: Wilhelm Wundt. III. Naturphilosophie: Wilhelm Ostwald. IV. Psychologie: Hermann Ebbinghaus. V. Philosophie der Geschichte: Rudolf Eucken. VI. Ethik: Friedrich Paulsen. VII. Pädagogik: Wilhelm Münch. VIII. Ästhetik: Theodor Lipps. — Die Zukunftsaufgaben der Philosophie: Friedrich Paulsen.

Die orientalischen Literaturen mit Einleitung „Die Anfänge der Literatur und die Literatur der primitiven Völker". (I. 7.) [IX u. 419 S.] Lex.-8. 1906. Geh. ℳ 10.–, in Leinwand geb. ℳ 12.–.

Inhalt: Die Anfänge der Literatur und die Lit. der primitiven Völker: E. Schmidt. — Die ägyptische Lit.: A. Erman. Die babylonisch-assyrische Lit.: C. Bezold. Die israelitische Lit.: H. Gunkel. Die aramäische Lit.: Th. Nöldeke. Die äthiopische Lit.: Th. Nöldeke. Die arabische Lit.: M. J. de Goeje. Die indische Lit.: R. Pischel. Die altpersische Lit.: K. Geldner. Die mittelpersische Lit.: P. Horn. Die neupersische Lit.: P. Horn. Die türkische Lit.: P. Horn. Die armenische Lit.: F. N. Finck. Die georgische Lit.: F. N. Finck. Die chinesische Lit.: W. Grube. Die japanische Lit.: K. Florenz.

Die griechische und lateinische Literatur und Sprache. (I. 8.) 2. Auflage. [VIII u. 494 S.] Lex.-8. 1907. Geh. ℳ 10.—, in Leinwand geb. ℳ 12.—.

Inhalt: I. Die griechische Literatur und Sprache. Die griechische Literatur des Altertums: U. v. Wilamowitz-Moellendorff. Die griechische Literatur des Mittelalters: K. Krumbacher. Die griechische Sprache: J. Wackernagel. II. Die lateinische Literatur und Sprache. Die römische Literatur des Altertums: Fr. Leo. Die lateinische Literatur im Übergang vom Altertum zum Mittelalter: E. Norden. Die lateinische Sprache: F. Skutsch.

Die osteuropäischen Literaturen und die slawischen Sprachen. (I. 9.) [VIII u. 396 S.] 1908. Geh. ℳ 10.—, in Leinwand geb. ℳ 12.—.

Inhalt: Die slawischen Sprachen: V. v. Jagić. — Die russische Literatur: A. Wesselovsky. Die polnische Literatur: A. Brückner. Die böhmische Literatur: J. Máchal. Die südslawischen Literaturen: M. Murko. Die neugriechische Literatur: O. Thumb. Die ungarische Literatur: Fr. Riedl. Die finnische Literatur: E. N. Setälä. Die estnische Literatur: G. Suits. Die litauische Literatur: A. Bezzenberger. Die lettische Literatur: E. Wolter.

Die romanischen Literaturen und Sprachen mit Einschluß des Keltischen. (I. XI. 1.) [VII u. 499 S.] Lex.-8. 1909. Geh. ℳ 12.–, in Leinwand geb. ℳ 14.–.

Inhalt: I. Die keltischen Literaturen. 1. Sprache und Literatur der Kelten im allgemeinen: Heinrich Zimmer. 2. Die einzelnen keltischen Literaturen. a) Die irisch-gälische Literatur: Kuno Meyer. b) Die schottisch-gälische und die Manx-Literatur. c) Die kymrische (walisische) Literatur. d) Die kornische und die bretonische Literatur: Ludwig Christian Stern. — II. Die romanischen Literaturen. 1. Frankreich bis zum Ende des 15. Jahrhunderts. 2. Italien bis zum Ende des 17. Jahrhunderts. 3. Die kastilische und portugiesische Literatur bis zum Ende des 17. Jahrhunderts. 4. Frankreich bis zur Romantik. 5. Die übrige Romania bis zur Romantik. 6. Das 19. Jahrhundert: Heinrich Morf. — III. Die romanischen Sprachen: Wilhelm Meyer-Lübke.

Staat und Gesellschaft der neueren Zeit (bis zur französ. Revolution). (II. V. 1.) Bearb. v. F. v. Bezold, E. Gothein und R. Koser. [VI u. 349 S.] Lex.-8. 1908. Geh. ℳ 9.–, in Lwd. geb. ℳ 11.–.

Inhalt: I. Staat und Gesellschaft des Reformationszeitalters. a) Staatensystem und Machtverschiebungen. b) Der moderne Staat und die Revolution. c) Die gesellschaftlichen Wandlungen und die neue Geisteskultur: Friedrich von Bezold. II. Staat und Gesellschaft des Zeitalters der Gegenreformation: Eberh. Gothein. III. Staat und Gesellschaft zur Höhezeit des Absolutismus. a) Tendenzen, Erfolge und Niederlagen des Absolutismus. b) Zustände der Gesellschaft. c) Abwandlungen des europäischen Staatensystems: Reinh. Koser.

Allgemeine Verfassungs- und Verwaltungsgeschichte des Staates und der Gesellschaft. (II. 2.)

Inhalt: I. Anfänge der Verfassung und der Verwaltung; Verfassung und Verwaltung der primitiven Völker: A. Vierkandt. II. Orientalische Verfassung und Verwaltung des Altertums, Mittelalters und der Neuzeit. 1. Altertum: L. Wenger. 2. Mittelalter und Neuzeit. a) Nordafrikanische und westafrikanische (islamische) Verfassung und Verwaltung: M. Hartmann. b) Ostasiatische Verfassung und Verwaltung: O. Franke. III. Europäische Verfassung und Verwaltung. 1. Altertum: L. Wenger. 2. Mittelalter: A. Luschin v. Ebengreuth. 3. Neuzeit: O. Hintze.

Staat und Gesellschaft des Orients. (II. 3.)

Inhalt: I. Anfänge des Staates und der Gesellschaft. Staat und Gesellschaft der primitiven Völker: A. Vierkandt. — II. Staat und Gesellschaft des Orients im Altertum, Mittelalter und der Neuzeit. A. Altertum. G. Maspero. B. Mittelalter und Neuzeit. 1. Staat und Gesellschaft Nordafrikas und Westasiens. (Die islamischen Völker): M. Hartmann. 2. Staat und Gesellschaft Ostasiens. a) Staat und Gesellschaft Chinas: O. Franke. b) Staat und Gesellschaft Japans: K. Rathgen.

Systematische Rechtswissenschaft. (II. 8.) [X, LX u. 526 S.] Lex.-8. 1906. Geh. ℳ 14.—, in Leinwand geb. ℳ 16.—.

Inhalt: Allgemeines Wesen des Rechtes und der Rechtswissenschaft: R. Stammler. Die einzelnen Teilgebiete: Privatrecht. Bürgerliches Recht: R. Sohm. Handels- und Wechselrecht: G. Gareis. Versicherungsrecht: V. Ehrenberg. Internationales Privatrecht: L. v. Bar. Zivilprozeßrecht: L. v. Seuffert. Strafrecht und Strafprozeßrecht: F. v. Liszt. Kirchenrecht: W. Kahl. Staatsrecht: P. Laband. Verwaltungsrecht. Justiz und Verwaltung: G. Anschütz. Polizei und Kulturpflege: E. Bernatzik. Völkerrecht: F. v. Martitz. Die Zukunftsaufgaben des Rechtes und der Rechtswissenschaft: R. Stammler.

Allgemeine Volkswirtschaftslehre. (II. X. 1.) Von W. Lexis. Geh. M. 7.—, in Leinwand geb. M. 9.—.

Inhalt. Einleitung. — Der Kreislauf der Volkswirtschaft. I. Der Wert. II. Die Nachfrage. III. Die Produktion. IV. Kapitalvermögen und Unternehmung. V. Das Angebot. VI. Die Preisbildung. VII. Handel und Preise. VIII. Das Geld. IX. Kredit- und Bankwesen. X. Der Wert der Geldeinheit. XI. Das Einkommen. XII. Näheres über Arbeitseinkommen und Kapitalgewinn. XIII. Die Grundrente. XIV. Produktion und Einkommen. XV. Krisen. XVI. Die Konsumtion. XVII. Produktion und Verteilung. XVIII. Zukunftsaussichten.

In Vorbereitung befinden sich:

Aufgaben und Methoden der Geisteswissenschaften. (I. 2.) — Europäische Religion des Altertums. (I. III. 2.) — Deutsche Literatur und Sprache. (I. 10.) — Englische Literatur und Sprache, skandinavische Literatur und allgemeine Literaturwissenschaft. (I. XI. 2.) — Die Musik. (I. 12.) — Orientalische Kunst. Europäische Kunst des Altertums. (I. 13.) — Europäische Kunst des Mittelalters und der Neuzeit. Allgemeine Kunstwissenschaft. (I. 14.) — Völker-, Länder- und Staatenkunde. (II. 1.) — Staat und Gesellschaft Europas im Altertum und Mittelalter. (II. 4.) — Staat und Gesellschaft der neuesten Zeit. (II. V. 2.) — System der Staats- und Gesellschafts-Wissenschaft. (II. 6.) — Allgemeine Rechtsgeschichte mit Geschichte der Rechtswissenschaft. (II. 7.) — Allgemeine Wirtschaftsgeschichte mit Geschichte der Volkswirtschaftslehre. (II. 9.)

10.–

Urteile über B. G. Teubners farbige Künstler-Steinzeichnungen.

„....Doch wird man auch aus dieser nur einen beschränkten Teil der vorhandenen Bilder umfassenden Aufzählung den Reichtum des Dargebotenen erkennen. Indessen es genügt nicht, daß die Bilder da sind, sie müssen auch gekauft werden. Sie müssen vor allen Dingen an die richtige Stelle gebracht werden. Für öffentliche Gebäude und Schulen sollte das nicht schwer halten. Wenn Lehrer und Geistliche wollen, werden sie die Mittel für einige solche Bilder schon überwiesen bekommen. Dann sollte man sich vor allen Dingen in privaten Kreisen solche Bilder als willkommene Geschenke zu Weihnachten, zu Geburtstagen, Hochzeitsfesten und allen derartigen Gelegenheiten merken. Eine derartige große Lithographie in den dazu vorrätigen Künstlerrahmungen ist ein **Geschenk, das auch den verwöhntesten Geschmack** befriedigt. An den kleinen Blättern erhält man für eine Ausgabe, die auch dem bescheidensten Geldbeutel erschwinglich ist, **ein dauernd wertvolles Geschenk.**“

(Türmer-Jahrbuch.)

H. B. Wieland: Matterhorn 75×55 : 5 M.

Verkl. farbige Wiedergabe der Orig.-Lithographie.

„Es läßt sich kaum noch etwas zum Ruhme dieser wirklich künstlerischen Steinzeichnungen sagen, die nun schon in den weitesten Kreisen des Volkes allen Beifall gefunden und — was ausschlaggebend ist — von den anspruchsvollsten Kunstfreunden ebenso begehrt werden wie von jenen, denen es längst ein vergeblicher Wunsch war, das Heim wenigstens mit einem farbigen Original zu schmücken.“

(Kunst für Alle.)

„Von den Bilderunternehmungen der letzten Jahre, die der neuen ‚ästhetischen Bewegung‘ entsprungen sind, begrüßen wir eins mit ganz ungetrübter Freude: den ‚künstlerischen Wandschmuck für Schule und Haus‘, den die Firma B. G. Teubner in Leipzig herausgibt. Wir haben hier wirklich einmal ein aus warmer Liebe zur guten Sache mit rechtem Verständnis in ehrlichem Bemühen geschaffenes Unternehmen vor uns. Fördern wir es, ihm und uns zu Nutz, nach Kräften.“ **(Kunstwart.)**

„Alt und jung war begeistert, geradezu glücklich über die Kraft malerischer Wirkungen, die hier für verhältnismäßig billigen Preis dargeboten wird. Endlich einmal etwas, was dem öden Öldruckbilde gewöhnlicher Art mit Erfolg gegenübertreten kann.“ **(Die Hilfe.)**

„Das aber ist und bleibt ja der Vorzug aller echten Kunst und somit auch dieser Kunstblätter, daß ihr Eindruck so unmittelbar zu den Sinnen der Menschen spricht. Wir können sehen und miterleben, was der Künstler sah und erlebte. ....Es ist unseres Erachtens wertvoller, an dieser originalen Kunst sehen zu lernen, als an vielen hundert mittelmäßigen Reproduktionen das Auge zu verbilden und totes Wissen zu lernen, statt lebendige Kunst mitzuerleben.“ **(Illustrierte Zeitung.)**