…ches
Re…nen

für den

Kaufmann und Gewerbetreibenden

mit einem Anhang über

Münz-, Maaſs- und Gewichtskunde
aller Staaten der Erde

für den

Selbstunterricht und die Praxis

Leichtverständliche Anleitung für sämtliche Berufsstände, alle Rechnungsarten des bürgerlichen Lebens und öffentlichen Verkehrs schnell und richtig zu lösen.

Mit Resultaten.

Von
Oskar Voelkner
Leiter der I. kaufmännischen Fachschule in Berlin.

REINHOLD WICHERT, Verlagsbuchhandlung
Berlin SW. 61, Tempelhofer Ufer 5.

Moderne Geschäftspraxis.

Zweckmässige Anleitung für die Eröffnung und den rationellen Betrieb eines Geschäfts nebst einem Anhang: Die wichtigsten Handelsgebräuche von **Dr. Otto Knörk**, Direktor der kaufm. Schulen in Berlin. 320 Seiten, Oktavformat, gebunden **3 M.**

Inhalt: **Wesen und Erfordernisse des Geschäftslebens — Wesen und Arten der kaufmännischen und gewerblichen Betriebe — Der Betrieb des Einzelgeschäfts** — Der moderne Kontorbetrieb — Ein- und Verkauf der Ware — Bezahlung der Ware — Gewinnung und Erhaltung der Kundschaft — Buchführung und Kalkulation nebst Steuererklärung — **Die Hilfseinrichtungen des Handels** — Der Selbstschutz des Handels — Der staatliche Schutz des Handels u. a. m.

Das Buch will dem angehenden Geschäftsmann ein Wegweiser sein, sich durch planmässige Einrichtung seines Geschäftsbetriebes ein gesichertes und aussichtsvolles Feld der Tätigkeit zu eröffnen; es will den Angestellten zu einem brauchbaren und zuverlässigen Mitarbeiter machen; es soll schliesslich dem Geschäftsinhaber selber als Nachschlagewerk für die neuesten Einrichtungen des Gewerbes, Handels und Verkehrs dienen.

Geld-, Bank- und Börsenkunde.

Ein Ratgeber für den Verkehr mit der Bank und der Börse. Mit Anhang: **Kapitalanlage und Wertpapiere** von **Dr. Otto Knörk**, Direktor der kaufm. Schulen in Berlin. 320 Seiten, Oktavformat, gebunden **3 M.**

Inhalt: **Das Geld- und Zahlungswesen** — Ursprung und Zweck des Geldes — Das gemünzte Geld — Ersatzmittel des Geldes — **Das Bankwesen** — Das Privatbankwesen — Das Notenbankwesen — Die wichtigsten Bankgeschäfte — Der Verkehr mit der Reichsbank — **Das Börsenwesen — Wie schützt sich der Kapitalist vor Verlusten? — Wertpapiere, die sich zu Kapitalanlagen eignen** u. a. m.

Die Geld-, Bank- und Börsenkunde bezweckt, dem kaufmännischen Angestellten und dem im Gewerbe tätigen Geschäftsmann auf allen diesen Gebieten praktische Fingerzeige zu geben, sie will ein gern benutzter Ratgeber für den Zahlungsverkehr mit Kunden und Lieferanten, für den Geld- und Effektenverkehr mit der Bank und der Börse sein. Die Kapitalanlage ist am Schluss besonders berücksichtigt worden.

Einfache und doppelte Buchführung

mit einem Anhang über „Amerikanische Buchführung" für den Selbstunterricht und die Praxis. Leichtverständliche Anleitung für die verschiedenen Arten der Buchführung auf Grund der neuen kaufmännischen Gesetzgebung von **F. Wende**, Leiter der 2. kaufmännischen Fach- und Fortbildungsschule zu Berlin. 320 Seiten, Oktavformat, gebunden **3 M.**

In dem Buche herrscht das Bestreben, die Erklärungen in kurzer verständlicher Ausdrucksweise zu geben und mit Beispielen zu belegen. Eine reiche Anzahl von Geschäftsfällen und deren Verarbeitung gibt dem Lernenden Gelegenheit zur selbständigen praktischen Ausarbeitung und setzt ihn in den Stand, die Richtigkeit seiner Buchungen sofort zu kontrollieren. Es kann jedem jungen Kaufmann, der sich in der Buchführung vervollkommnen will, warm empfohlen werden.

Praktisches Rechnen

für den Kaufmann und Gewerbetreibenden mit einem Anhang über **Münz-, Mass- und Gewichtskunde** aller Staaten der Erde für den Selbstunterricht und die Praxis. Leichtverständliche Anleitung für sämtliche Berufsstände, **alle Rechnungsarten** des bürgerlichen Lebens und öffentlichen ... en. **Mit Resultaten.** Von Osk ... Fachschule in Berlin. 352 Seite...

Da... he alle wichtigen Arten des bürg... ht von den einfachsten Operation... n Rechnungsarten der Kontokor... ährt zum Schluss einen Einblick ..., Zins-, Diskont- und Kontokor... Das Buch eignet sich besonders ... elung eines schnellen und gewa...

Praktisches Rechnen.

Neue

Kaufmännische Bibliothek

für den

Selbstunterricht und die Praxis

herausgegeben

von

Dr. Otto Knörk

Direktor der kaufmännischen Schulen der Korporation der Kaufmannschaft von Berlin.

Band IV.

Berlin SW., Tempelhofer Ufer 5

Reinhold Wichert, Verlagsbuchhandlung

1907

Praktisches Rechnen

für den

Kaufmann und Gewerbetreibenden

mit einem Anhang über

Münz-, Maaſs- und Gewichtskunde
aller Staaten der Erde

für den

Selbstunterricht und die Praxis

Leichtverständliche Anleitung für sämtliche Berufsstände, alle Rechnungsarten des bürgerlichen Lebens und öffentlichen Verkehrs schnell und richtig zu lösen.

Mit Reſultaten.

Von

Oskar Voelkner
Leiter der I. kaufmännischen Fachschule in Berlin.

Berlin SW., Tempelhofer Ufer 5
Reinhold Wichert, Verlagsbuchhandlung
1907

Vorwort.

Das vorliegende Werk ist das Resultat meiner langjährigen Unterrichtstätigkeit an den Kaufmännischen Schulen der Korporation der Kaufmannschaft zu Berlin.

Als praktisches Rechenbuch soll es zeigen, wie man bei der Lösung von Aufgaben aus der Praxis am besten zum Resultat gelangt. Ich habe mich daher nur auf diejenigen Rechengebiete beschränkt, die wirklich praktischen Wert haben; theoretische Stoffe sind nur insoweit herangezogen, als sie zum Verständnis des Ganzen erforderlich sind.

Das Buch soll auch in der Hand des weniger Vorgebildeten mit Erfolg verwendet werden können; es war daher notwendig, mit den Elementen des Rechnens, wenn auch nur in der Form einer kurzen Wiederholung zu beginnen. Allen darauf folgenden Rechnungsarten habe ich eine einfache Darstellung zu geben versucht und bin der Meinung, daß sich der Leser nach gewissenhafter Durcharbeitung des grundlegenden Pensums auch in den späteren Kapiteln wird zurechtfinden können.

Es sei mir nun noch gestattet, den Herren Kollegen von der I. Kaufmännischen Fachschule, die mich bei dieser Arbeit unterstützt haben, insbesondere den Herren Ehrentreich, Kaun und Lehmann auch an dieser Stelle meinen wärmsten Dank auszusprechen.

So möge denn dieses Werk viele Freunde finden und ihnen das werden, was der Titel verspricht: eine gute Anleitung zum praktischen Rechnen.

Dahlem-Berlin, im Mai 1907.

Oskar Voelkner.

Inhalts-Verzeichnis.

Einleitung.

I. Die Grundrechnungsarten.

II. Die bürgerlichen Rechnungsarten.

III. Das Rechnen im Bankfach.

Anhang.

Die Münzen-, Mass- u. Gewichtssysteme aller Länder der Erde mit Umrechnungstabellen.

Einleitung.

Das Dezimalsystem.

Die Zahl gibt die Menge von Einheiten einer Art an.

Sie ist entweder eine benannte Zahl (10 ℳ, 5 km, 8 Dtz.) oder eine unbenannte Zahl (10, 5, 8), d. h. sie nimmt keine Rücksicht auf die Art der Einheiten.

Um mit Hilfe weniger Zahlen alle Zahlen ausdrücken zu können, bedient man sich des Zahlensystems. In fast allen Kulturländern ist das Zehnersystem mit der Grundzahl 10 eingeführt. 10 ist die erste Stufe unseres Systems. Der zehnte Teil davon = 1, zwei Zehntel = 2 bis neun Zehntel = 9. Die Zahlen von 1—9 bilden die Einer.

Durch Multiplikation der Zahl 10 mit 1 bis 9 entstehen die reinen Zehner 10, 20, bis 90.

Durch Addition der reinen Zehner und Einer werden gemischte Zehnerzahlen gebildet: 30 + 6 = 36. Die Zehner schreibt man in die 2. Stelle links.

Durch Multiplikation der Zahl 10 mit sich selbst, also 10 × 10, entsteht die 2. Grundstufe = 100. Multipliziert man diese Zahl wieder mit 1—9, so erhält man die reinen Hunderter 100—900, die nun wieder durch Hinzufügung von Zehnern und Einern zu gemischten Hundertern werden. Hunderter stehen in der 3. Stelle links. 10 zweimal mit sich selbst multipliziert, 10 × 10 × 10, ergibt die 3. Grundstufe 1000 u. s. w. Die 4. Grundstufe ist 10 000, die 5. 100 000, die 6. 1 000 000, die 7.

10 000 000. Unser Zahlensystem ist unbegrenzt, da durch Hinzufügung einer 0 immer eine neue Grundstufe entsteht. Es sind also:

10 Einer = 1 Zehner = 10,
10 Zehner = 1 Hunderter = 100,
10 Hunderter = 1 Tausender = 1000,
10 Tausender = 1 Zehntausender = 10 000,
10 Zehntausender = 1 Hunderttausender = 100 000,
10 Hunderttausender = 1 Millioner = 1 000 000,
10 Millioner = 1 Zehnmillioner = 10 000 000 u. s. w.
10 Hunderttausend Millioner sind eine Billion.
1000 Millionen nennt man eine Milliarde.

Übung im Zahlenlesen.

Eine vielstellige Zahl denkt man sich von rechts nach links in je 3 Stellen abgeteilt, also 5 768 549. In der 7. Stelle stehen die Millionen, hier also 5 Million; die 6., 5., und 4. Stelle liest man mit der Benennung Tausend, hier also 768tausend. Die 3., 2. und 1. Stelle hat keine weitere Benennung. Unsere Zahl wird also gelesen: 5 Million, 768tausend, 549. Die Zahl 420 031 001 heißt 420 Million, 31tausend und 1. 13 052 400 786 = 13 Milliarden, 52 Million, 400tausend, 786.

Lies:

3 958 469	400 700 319
7 034 005	579 340 048
6 406 374	1 949 576 374
18 503 489	56 034 685 276.

I. Die Grundrechnungsarten.

A. Das Rechnen mit unbenannten Zahlen.

Unser gesamtes Rechnen stützt sich auf 4 Grundrechnungsarten, Spezies genannt: Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division.

1. Die Addition.

Addieren heißt den Gesamtwert mehrerer Zahlenwerte ermitteln. Der Gesamtwert von 4 und 3 ist 7. Die zu addierenden — zusammenzuzählenden — Zahlen nennt man Summanden oder Posten. Der Gesamtwert derselben, das Resultat, ist die Summe. Das Additionszeichen ist +, das Gleichheitszeichen =.

Unser Beispiel wird also geschrieben: 4 + 3 = 7.

Kopfrechnen.

Aufg. 1.

2 + 8	7 + 2	4 + 6	2 + 7
3 + 6	3 + 5	1 + 9	4 + 4
4 + 5	5 + 5	3 + 4	3 + 7.

Schreibe das Ergebnis schnell nieder und vergleiche es mit den Resultaten im Anhang.

Aufg. 2.

32 + 7	22 + 5	63 + 5	45 + 5
81 + 4	44 + 6	12 + 4	23 + 4
94 + 6	82 + 8	93 + 6	51 + 8.

Aufg. 3.

Ergänze zum reinen Zehner:

45	91	81	54	16
57	84	64	72	85
12	53	13	94	42.

Aufgaben mit Überschreitung des Zehners:

47 + 8.

Zerlege 8 in 3 (die du zur Ergänzung zu 50 brauchst) und 5. 47 + 3 = 50, 50 + 5 = 55.

Aufg. 4.

35 + 7	36 + 8	57 + 9	48 + 8
63 + 9	45 + 7	89 + 7	26 + 9
18 + 6	69 + 5	15 + 8	39 + 7.

Aufg. 5.

23 + 7 + 6 + 5 + 9	15 + 9 + 7 + 4 + 8 + 6
71 + 8 + 6 + 4 + 7	55 + 6 + 5 + 4 + 7 + 9
27 + 8 + 7 + 6 + 5	43 + 9 + 6 + 3 + 5 + 8.

Aufg. 6.

Bilde nach folgendem Beispiel Reihen:

13 + 7 = 20, 20 + 7 = 27, 27 + 7 = 34 u. s. w. bis 90 +7 = 97; kürzer: 13 + 7 = 20 + 7 = 27; noch kürzer 13 20, 27 u. s. w.

8 + 6 = 14	15 + 9 = 24	9 + 8 = 17	12 + 7 = 19
14 + 6 = 20	24 + 9 = 33	+ 8	+ 7
u. s. w.	u. s. w.	u. s. w.	u. s. w.

Aufg. 7.

20 + 40	30 + 60	60 + 40	50 + 20
30 + 50	20 + 80	30 + 40	20 + 60
50 + 50	40 + 50	70 + 30	30 + 70.

Da 40 + 30 = 70 ist, muß 45 + 30 = 75 sein.

Aufg. 8.

56 + 40	67 + 30	19 + 30	18 + 60
23 + 20	46 + 40	65 + 20	27 + 70
59 + 30	38 + 60	26 + 60	15 + 80.

Aufg. 9.

38 + 46. 38 + 40 = 78, 78 + 6 = **84**.

37 + 26	17 + 15	28 + 67	37 + 38
48 + 29	43 + 48	19 + 78	44 + 19
33 + 28	35 + 47	27 + 55	13 + 27
64 + 27	26 + 57	39 + 26	54 + 38
75 + 19	48 + 38	15 + 67	28 + 49.

Rechenvorteil:

Liegt einer der Posten nahe an einem reinen Zehner, so wird dieser bezw. zu diesem addiert und das Resultat um die Differenz gekürzt.

59 + 28. 60 + 28 = 88, 88 — 1 = **87**.
23 + 68 23 + 70 = 93, 93 — 2 — **91**.

Aufg. 10.

19 + 35	17 + 28	26 + 68	27 + 28
14 + 49	16 + 79	48 + 35	45 + 48
28 + 39	55 + 38	13 + 59	49 + 35.

Aufg. 11.

300 + 50	410 + 50	318 + 30	420 + 48
500 + 70	720 + 30	716 + 60	710 + 86
900 + 80	360 + 30	536 + 40	340 + 59
400 + 60	240 + 40	912 + 50	110 + 73.

Aufg. 12.

238 + 45. 238 + 40 = 278 + 5 = **283**.

309 + 78	418 + 49	927 + 48	344 + 47
728 + 36	637 + 55	435 + 56	925 + 59
436 + 48	943 + 28	739 + 29	418 + 65
507 + 58	126 + 37	648 + 35	713 + 39.

Aufg. 13.

430 + 120	650 + 140	330 + 219	550 + 346
710 + 280	430 + 260	170 + 728	740 + 138
350 + 330	240 + 350	210 + 584	210 + 649
520 + 270	420 + 370	430 + 446	520 + 358.

Aufg. 14.

443 + **369**. 443 + 300 = 743 + 60 = 803 + 9 = **812**.

180 + 360	283 + 410	258 + 360	346 + 456
270 + 490	346 + 430	347 + 270	289 + 634
460 + 270	719 + 140	585 + 340	547 + 254
670 + 280	628 + 160	189 + 450	639 + 283.

Aufg. 15.

Bilde folgende Reihen:

46 + 46 = 92 + 46 ..... bis 966
87 + 87 = .. + 87 ..... „ 957
58 + 58 = .. + 58 ..... „ 986
64 + 64 = .. + 64 ..... „ 960.

Beispiel:

Wieviel fehlen von 485 bis 1000?

Von 485 bis 490 = 5
„ 490 „ 500 = 10
„ 500 „ 1000 = 500

von 485 bis 1000 = 515.

Aufg. 16.

Ergänze folgende Zahlen zu 1000:

378	716	351	618	749	464
804	408	788	539	614	555
135	418	275	865	394	313.

Aufg. 17.

Zähle mit 100 vorwärts und rückwärts von 1000—2000, von 4100 bis 6000, von 2500—4000, von 6800—8000.

Aufg. 18.

Zähle mit 10 vorwärts und rückwärts
von 1010—1150, von 4080—5050, von 8950—9010,
„ 3150—3200, „ 6890—7000, „ 9950—10 000.

Aufg. 19.

Zähle vorwärts und rückwärts
von 1000—1025, von 1991—2014, von 6998—7020,
„ 1090—1110, „ 3884—3906, „ 9984—10 000.

Aufg. 20.

4000 + 7	3028 + 40	6640 + 120
9800 + 9	5576 + 48	3485 + 410
6460 + 8	8945 + 93	6739 + 600
7119 + 5	4391 + 85	7082 + 910.

Aufg. 21.

2598 + 437. 2598 + 400 = 2998 + 30 = 3028 + 7 = **3035.**

1648 + 354	4780 + 245	5492 + 645
7654 + 836	2849 + 374	7673 + 763
3985 + 214	6931 + 269	6954 + 594
6489 + 759	8854 + 774	2865 + 297.

Aufg. 22.

Bilde folgende Reihen:

243 + 243 = ... bis 2673
584 + 584 = ... „ 5840
857 + 857 = ... „ 8570
668 + 668 = ... „ 8016.

Wieviel fehlt von 3621 bis 10 000?

Von 3621 bis 3630 = 9
„ 3630 „ 3700 = 70
„ 3700 „ 4000 = 300
„ 40000 „ 10000 = 6000

von 3621 bis 10000 = 6379.

Aufg. 23.

Ergänze folgende Zahlen zu 10 000:

3965	9557	3951	5433
1859	8399	7777	8154
2763	5761	5412	3428
5468	6890	2668	7653.

Rechenvorteile:

Grenzt ein Posten an einen reinen Hunderter oder Tausender, so addiert man zu diesem und vermindert das Resultat um die Differenz.

Beispiel: **8597 + 584.**

8600 + 584 = 9184 — 3 = **9181.**

6998 + 446.

7000 + 446 = 7446 — 2 = **7444.**

Aufg. 24.

8996 + 489	8399 + 640
2995 + 755	4796 + 186
7997 + 385	5697 + 235
1991 + 986	4898 + 480
3993 + 753	7299 + 643.

Schriftliches Rechnen.

Höhere Zahlenwerte oder viele Posten addiert man am besten schriftlich.

Dabei schreibt man die Zahlen so untereinander, daß die Einer genau unter den Einern, die Zehner unter den Zehnern, die Hunderter unter den Hundertern stehen, und macht darunter den Additionsstrich.

Man addiert nun zunächst die Einer, verwandelt das Resultat in Zehner und Einer, schreibt die Einer unter den Additionsstrich — unter die Einer — und notiert die Zehner in kleinen Ziffern unter die Zehnerreihe. Darauf addiert man die Zehner; der soeben notierte Zehner ist mitzurechnen. Das Resultat verwandelt man in Zehner und Hunderter. Den Zehner schreibt man ins Resultat unter die Zehnerreihe, den Hunderter notiert man wieder unter der Hunderterreihe und verfährt nun ebenso mit den Hundertern, Tausendern, Zehntausendern usw.

Um ein unbedingt sicheres Resultat zu erzielen, addiere man die Reihe erst abwärts, dann aufwärts. Untereinander stehende Zahlen, die zusammen 10 oder 11 betragen, faßt man als e i n e n Posten auf. Bei einiger Zahlenübersicht und Übung wird man auch 8, 8 und 4 als 20, oder 9, 9, 6 und 6 als 30 u. s. w. lesen und addieren.

Beispiel:

$$\begin{array}{r} 7\,350 \\ 85\,469 \\ 387 \\ 103\,795 \\ 9\,788\,591 \\ {\scriptstyle 1\,2\,2\;\;3\,2\;} \\ \hline 9\,985\,592. \end{array}$$

Aufg. 25.

a) 3793805 + 3857 + 639859 + 27034 + 936420 + 84 + 162738.

b) 5846 + 3003 + 7543892 + 6498 + 9374856 + 4801593 + 69 + 7014.

c) 4859 + 753864 + 760 + 4297634 + 85889706 + 13448375 + 4966.

d) 98465793 + 6854659 + 35987 + 4365 + 9889 + 4976548 + 889503.

e) 3154 + 68769890 + 5546478 + 498502 + 1984973 + 3984 + 28575.

f) 7593658 + 2697538 + 4501436 + 4894790 + 849 + 2694358 + 9542849.

g) 8965432 + 215426 + 68475 + 3948 + 28846 + 338891 + 29573 + 2858763.

Für längere Additionsreihen empfiehlt sich folgendes Verfahren: Man zerlegt die Reihe in mehrere Teile, addiert zunächst den ersten Teil auf und schreibt das Resultat in kleinen Ziffern darunter. Darauf addiert man den zweiten Teil, rechnet dabei das durch die kleinen Ziffern ausgedrückte Resultat des ersten Teiles mit, notiert dieses Resultat wieder unter den zweiten Teil und so fort, bis man zum Gesamtresultat gelangt.

Beispiel:

58 653
3 989
35 034
84 396
182 072
48 575
4 688
39 579
104 698
379 612
57 844
3 952
78 966
485 668
39 765
1 045 807

Aufg. 26.

a) 4358 + 468443 + 27085 + 38 + 5464 + 3968 + 4985 + 642 + 358 + 4015 + 7954 + 385 + 642 + 842 + 94472.

b) 889 + 2914 + 7643 + 4428 + 394 + 5971 + 6543 + 87294 + 358368 + 9703 + 6721 + 6842 + 95783 + 8847 + 9935.

c) 9465 + 3987 + 652 + 870 + 30049 + 295 + 64839 + 4785 + 49432 + 6464 + 33932 + 89784 + 64724 + 938765 + 4433652.

2. Die Subtraktion.

Subtrahieren heißt eine Zahl um den Wert einer andern vermindern.

Die Zahl, die vermindert werden soll, heißt Minuendus oder Vollzahl. Die Zahl, um welche der Minuendus vermindert werden soll, heißt Subtrahendus oder Abzugszahl. Das Resultat ist der Rest, die Differenz oder der Unterschied. Das Subtraktionszeichen ist ein wagerechter Strich (—) oder ⁒.

Soll 9 um 3 verringert oder 3 von 9 subtrahiert werden, so ist 9 der Minuendus, 3 der Subtrahendus, und das Resultat 6 ist die Differenz.

Unser Beispiel wird geschrieben 9 — 3 = 6.

Kopfrechnen.

Zahlenkreis bis 10.

Zunächst muß in der Subtraktion im Zahlenkreise bis 10 völlige Sicherheit erzielt werden. Schreibe daher das Resultat von folgenden Aufgaben **sehr schnell** nieder, vergleiche es mit der Lösung und wiederhole diese Übung recht oft.

Aufg. 1.

a) 3 — 1	b) 3 — 2	c) 4 — 3	d) 5 — 4	e) 5 — 5	f) 7 — 6
5 — 1	6 — 2	10 — 3	9 — 4	8 — 5	10 — 6
9 — 1	8 — 2	6 — 3	7 — 4	10 — 5	9 — 6
6 — 1	10 — 2	9 — 3	4 — 4	6 — 5	6 — 6
10 — 1	7 — 2	5 — 3	8 — 4	9 — 5	8 — 6
7 — 1	9 — 2	8 — 3	10 — 4	7 — 5	
2 — 1	5 — 2	3 — 3	6 — 4		

g) 10 — 7	h) 9 — 8	i) 10 — 9
8 — 7	10 — 8	9 — 9.
9 — 7	8 — 8	
7 — 7		

Zahlenkreis bis 100.

Der Subtrahendus ist einstellig.

Das Resultat kann in demselben Zehner bleiben, es kann aber auch in dem niederen Zehner liegen.

Die erste Gruppe bietet keine Schwierigkeiten.

Wenn 7 — 4 = 3 ist, muß 17 — 4 = 13, 27 — 4 = 23 usw. sein.

Aufg. 2.

a) 25 — 5	b) 39 — 7	c) 85 — 3	d) 96 — 6
38 — 4	75 — 5	27 — 6	66 — 4
67 — 6	18 — 8	96 — 5	89 — 7
19 — 3	58 — 6	48 — 7	54 — 3
96 — 5	29 — 8	77 — 7	79 — 7
45 — 4	39 — 9	95 — 4	88 — 8.

Ist der Subtrahendus größer als der Einer im Minuendus, z. B. in der Aufgabe 36—9, so verfährt man folgendermaßen: man subtrahiert von der Zahl 36 zunächst den Einer 6, erhält also den reinen Zehner 30; da man aber 9, also 3 mehr abziehen sollte, muß man von 30 noch 3 subtrahieren; das Resultat ist demnach 27.

Sprich: 36 — 9.

36 — 6 = 30,
30 — 3 = 27;

also ist 36 — 9 = 27.

Kürzer: 36 — 6 = 30 — 3 = 27.

Aufg. 3.

a) 63 — 4	b) 91 — 7	c) 32 — 5	d) 73 — 6
22 — 6	25 — 8	63 — 8	22 — 7
13 — 8	74 — 9	83 — 6	94 — 9
64 — 8	82 — 5	25 — 7	32 — 6
82 — 7	56 — 9	92 — 5	45 — 9
41 — 9	35 — 6	71 — 4	84 — 7.

Aufg. 4.

Bilde folgende Reihen:

100 — 2 = 98	100 — 3 = 97	100 — 4 = 96
98 — 2 = 96	97 — 3 = 94	96 — 4 = 92
bis 2 — 2 = 0	bis 4 — 3 = 1	bis 4 — 4 = 0
100 — 5 = 95	100 — 6 = 94	100 — 7 = 93
95 — 5 = 90	94 — 6 = 88	93 — 7 = 86
bis 5 — 5 = 0	bis 10 — 6 = 4	bis 9 — 7 = 2

100 — 8 = 92	100 — 9 = 91
92 — 8 = 84	91 — 9 = 82
bis 12 — 8 = 4.	bis 10 — 9 = 1.

Der Subtrahendus ist zweistellig.

1. Beispiel. 84 — 50. Hier subtrahiert man den reinen Zehner 50 von dem reinen Zehner 80, = 30. Der Einer 4 bleibt unverändert. Resultat also 34.

Aufg. 5.

a)	b)	c)	d)
55 — 40	79 — 40	92 — 70	42 — 30
47 — 30	65 — 50	66 — 30	84 — 50
66 — 50	54 — 50	83 — 80	51 — 30
84 — 70	29 — 20	49 — 30	92 — 70
93 — 30	81 — 60	74 — 60	63 — 50.

2. Beispiel. 76 — 27. Man subtrahiert zunächst den reinen Zehner 20 und darauf den Einer 7.

76 — 20 = 56; 56 — 7 = 49.

Aufg. 6.

a)	b)	c)	d)
93 — 22	85 — 44	56 — 37	93 — 57
53 — 31	79 — 56	62 — 48	72 — 49
86 — 53	68 — 23	53 — 17	65 — 38
48 — 26	55 — 34	81 — 28	83 — 54
64 — 42	39 — 18	95 — 46	54 — 28.

Rechenvorteil: Liegt der Subtrahendus nahe an einem reinen Zehner, so subtrahiert man diesen und erhöht das Resultat um die Differenz. Z. B. 62 — 48. 62 — 50 = 12; 12 + 2 (die Differenz zwischen 48 und 50) = 14; also ist 62 — 48 = 14.

Aufg. 7.

a)	b)	c)
87 — 19	93 — 78	42 — 28
94 — 38	78 — 39	91 — 39
45 — 29	54 — 17	35 — 29
74 — 48	89 — 27	87 — 58
83 — 18	47 — 38	74 — 48
48 — 29	72 — 48	68 — 19
		53 — 38.

Zahlenkreis bis 1000.

Der Subtrahendus ist ein- und zweistellig.

Die Subtraktion ein- und zweistelliger Zahlen bietet, wenn im Zahlenkreise bis 100 Sicherheit erlangt ist, keine Schwierigkeit, sofern das Resultat in demselben Hunderter bleibt, der Subtrahendus also kleiner ist als Zehner und Einer im Minuendus.

Beispiel: 483 — 46.
483 — 40 = 443
443 — 6 = 437;
also ist 483 — 46 = 437.

Aufg. 8.

a)	b)	c)
783 — 37	854 — 38	484 — 38
542 — 36	383 — 46	875 — 49
976 — 68	975 — 59	772 — 36
149 — 29	788 — 32	956 — 34
478 — 39	857 — 49	663 — 28
595 — 56	676 — 27	576 — 63.

Der Minuendus ist ein reiner Hunderter.

Beispiel: 500 — 6.
500 denken wir uns in 400 und 100 zerlegt.
Von 100 subtrahieren wir 6 = 94, folglich ist 500 — 6 = 494.

Aufg. 9.

a) 300 — 2	b) 200 — 4	c) 600 — 6
400 — 9	700 — 6	900 — 7
800 — 8	900 — 9	500 — 8
500 — 5	400 — 3	300 — 3.

Beispiel: 700 — 40.

Da 100 — 40 = 60 ist, sind 700 — 40 = 660.

Aufg. 10.

a) 500 — 80	b) 200 — 20	c) 500 — 40
400 — 40	400 — 90	300 — 50
800 — 50	900 — 80	900 — 60
300 — 30	700 — 30	600 — 70.

Der Minuendus besteht aus Hundertern und reinen Zehnern, der Subtrahendus ist ein reiner Zehner.

Beispiel: 730 — 50.

Von der Zahl 730 subtrahieren wir erst 30, erhalten also 700; hiervon ziehen wir noch 20 ab, bleibt als Rest 680.

Sprich: 730 — 50

730 — 30 = 700
700 — 20 = 680

folglich ist 730 — 50 = 680.

Aufg. 11.

a) 410 — 40	b) 720 — 50	c) 630 — 40
520 — 60	430 — 90	420 — 80
740 — 40	560 — 70	710 — 70
350 — 90	930 — 80	820 — 60.

Der Minuendus besteht aus Hundertern und gemischten Zehnern. Der Subtrahendus ist ein reiner Zehner.

Beispiel: 632 — 80.

Da 630 — 80 = 550 ist, muß 632 — 80 = 552 sein.

Aufg. 12.

a) 743 — 70	b) 418 — 50	c) 319 — 80
865 — 90	624 — 80	823 — 40
422 — 40	517 — 60	964 — 70
633 — 80	928 — 70	536 — 60.

Der Subtrahendus ist ein gemischter Zehner.

Beispiel,: 418 — 65.

418 — 60 = 358; 358 — 5 = 353; folglich ist 418 — 65 = 353.

Aufg. 13.

a)	b)	c)
717 — 43	876 — 87	412 — 26
943 — 57	433 — 48	933 — 55
863 — 78	784 — 93	664 — 78
428 — 36	482 — 98	845 — 88
743 — 51	321 — 46	356 — 79
622 — 92	916 — 29	713 — 25.

Aufg. 14.

Bilde folgende Reihen:

a)	b)	c)
860 — 43 = 817	480 — 24 = 456	810 — 27 = 783
817 — 43 = ?	456 — 24 = ?	783 — 27 = ?
bis 430	bis 240	bis 540

d)	e)	f)
900 — 45 = 855	720 — 36 = 684	640 — 64 = 576
855 — 45 = ?	684 — 36 = ?	576 — 64 = ?
bis 450	bis 360	bis 0

Der Subtrahendus ist dreistellig.

Beispiel: 885 — 400.

Da 800 — 400 = 400 ist, muß 885 — 400 = 485 sein.

Aufg. 15.

a)	b)	c)
965 — 600	543 — 400	685 — 300
483 — 200	999 — 800	803 — 500
576 — 400	446 — 300	514 — 500
843 — 500.	722 — 400.	749 — 600.

Beispiel: 749 — 160.

749 — 100 = 649; 649 — 60 = 589; folglich ist 749 — 160 = 589.

Aufg. 16.

a)	b)	c)
729 — 460	921 — 780	444 — 290
433 — 280	814 — 360	906 — 370
648 — 370	653 — 540	551 — 260
364 — 190	719 — 490	831 — 480.

Beispiel: 728 — 349.

$$\begin{array}{rl} 728 - 300 = 428 \\ 428 - 40 = 388 \\ 388 - 9 = 379 \\ \hline \end{array}$$

folglich ist $728 - 349 = 379$.

Aufg. 17.

a) 426 — 239	b) 714 — 319	c) 815 — 436
732 — 348	633 — 475	436 — 278
919 — 464	845 — 368	913 — 189
806 — 338	402 — 179	621 — 245.

Rechenvorteil: Liegt der Subtrahendus nahe an einem reinen Hunderter, so subtrahiert man diesen und erhöht das Resultat um die Differenz.

Z. B. 769 — 498. Der reine Hunderter ist in diesem Falle 500. Die Differenz zwischen 498 und 500 ist 2.

769 — 500 = 269; 269 + 2 = 271; also ist 769 — 498 = 271.

Aufg. 18.

a) 387 — 198	b) 703 — 298	c) 903 — 294
536 — 299	618 — 495	418 — 199
654 — 395	925 — 399	836 — 497
907 — 796	834 — 591	775 — 298
449 — 199	515 — 296	545 — 392.

Schriftliches Rechnen.

Gewöhnliches Verfahren.

Höhere Zahlenwerte subtrahiert man wieder am besten schriftlich.

Man schreibt den Subtrahendus so unter den Minuendus, daß der Einer unter dem Einer, der Zehner unter dem Zehner usw. steht, macht vor den Subtrahendus das Subtraktionszeichen und unter ihn den Subtraktionsstrich. Sehr einfach gestaltet sich nun die Subtraktion, wenn die entsprechenden Stellen im Minuendus größer sind als die im Subtrahendus. Die Differenz, der Unterschied dieser beiden Zahlen, wird als Resultat unter den Subtraktionsstrich geschrieben.

Beispiel: 497 358 — 214 146.

497 358
— 214 146
283 212.

Aufg. 19.

a) 946 854 — 311 632 b) 769 783 — 248 682
c) 5 793 084 — 2 192 082 d) 8 497 837 — 6 296 415
e) 78 664 993 — 26 432 762.

Ist eine Stelle im Subtrahendus größer als die entsprechende im Minuendus, so verfährt man wie in folgenden Beispielen.

1. Beispiel: 90 — 7

10
9.0
— 7
83

Von 0 Einern können nicht 7 subtrahiert werden. Wir lösen daher von den 9 Zehnern einen in 10 Einer auf, so daß nur noch 8 Zehner im Minuendus bleiben. Zum Zeichen, daß ein Zehner fortgenommen wurde, setzen wir neben die 9 einen Punkt. Die zehn Einer schreiben wir über die Einerstelle im Minuendus, also über die 0. 10 Einer weniger 7 Einer sind 3 Einer. Von den 8 Zehnern ist nichts abzuziehen, es bleiben also für das Resultat 8 Zehner und 3 Einer = 83.

2. Beispiel: 83 — 19.

10
8.3
— 19
64

Nachdem wie im vorigen Beispiel von den 8 Zehnern einer in 10 Einer aufgelöst worden und diese 10 Einer über die Einer im Minuendus gesetzt sind, haben wir in der Einerstelle 10 + 3 = 13.

13 Einer weniger 9 Einer sind 4 Einer.

7 Zehner weniger 1 Einer sind 6 Zehner.

Das Resultat ist also 6 Zehner und 4 Einer = 64.

3. Beispiel: 35 605 — 26 839

10 10 10 10
3.5. 6.0.5
— 26 839
8 766

Da wir von 5 Einern nicht 9 Einer subtrahieren können, in der Zehnerstelle aber eine 0 haben, lösen wir von den 6 Hundertern einen auf und setzen ihn als 10 Zehner über die Zehnerstelle. Von diesen 10 Zehnern machen wir einen zu 10 Einern (Punkt neben 10 nicht vergessen!) und schreiben sie über die Einerstelle. Nun haben wir in der Einerstelle $10 + 5 = 15$ Einer, weniger 9 gibt für das Resultat 6 Einer; in der Zehnerstelle des Minuendus sind von den 10 Zehnern noch 9 geblieben, weniger 3 Zehner sind 6 Zehner. Von 5 Hundertern (6. = 5) können wir nicht 8 subtrahieren. Wir verwandeln daher von den 5 Tausendern einen in 10 Hunderter, setzen diese über die Hunderterstelle im Minuendus und haben in der Hunderterstelle im ganzen 15, weniger 8 = 7 Hunderter. In derselben Weise ermitteln wir für die Tausenderstelle als Resultat 8 Tausender. In der Zehntausenderstelle hebt der Subtrahend den Minuend auf. Das Gesamtresultat ist also 8 Tausender 7 Hunderter, 6 Zehner und 6 Einer = 8766.

4. Beispiel: 310 005 — 293 576.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 10\,10\;\;10\,10\,10} \\ 3.1.0.\,0.0.5 \\ -\;\;2\,9\,3\;5\,7\,6 \\ \hline 1\,6\;4\,2\,9 \end{array}$$

Wir haben im Minuendus keine Zehner, Hunderter und Tausender, müssen daher einen Zehntausender in 10 Tausender, von diesen wieder einen in 10 Hunderter, von diesen einen in 10 Zehner und endlich von den 10 Zehnern einen in 10 Einer verwandeln, so daß wir also 9 Tausender, 9 Hunderter, 9 Zehner und 15 Einer zur Verfügung haben. Die Subtraktion macht jetzt keine weiteren Schwierigkeiten.

Aufg. 20.

a)	b)	c)
80 — 6	350 — 143	7 980 — 2 653
90 — 4	760 — 334	5 804 — 1 642
50 — 15	990 — 439	8 048 — 3 726
70 — 24	830 — 518	9 060 — 8 524
40 — 34	790 — 348	7 050 — 2 434.

Aufg. 21.

a)	b)	c)
74 — 36	482 — 263	82 135 — 26 542
92 — 48	985 — 356	76 431 — 37 689
81 — 45	567 — 279	92 134 — 25 746
63 — 56	872 — 685	84 321 — 45 885
52 — 26	724 — 539	54 663 — 28 788.

Aufg. 22.

a)	76 304 — 35 647	b)	47 030 — 26 836
	85 036 — 26 848		80 620 — 47 819
	90 746 — 38 928		92 051 — 82 863
	85 203 — 48 656 —		70 436 — 64 679
	38 043 — 18 476		57 030 — 28 494.

Aufg. 23.

a)	500 003 — 26 544	b)	475 003 — 4 574
	800 001 — 497 651		680 002 — 36 546
	750 006 — 490 378		700 092 — 86 459
	401 003 — 264 994		930 030 — 280 394
	800 300 — 466 037		795 000 — 687 403
	630 000 — 45 389		980 002 — 409 507.

Die Ergänzungsmethode

Die Subtraktion kann auch durch die sogenannte Ergänzungsmethode geschehen. In der Aufgabe 7 — 3 = 4 können auch Subtrahendus und Differenz als Posten aufgefaßt werden und der Minuendus als die Summe dieser Posten. Die Subtraktion ist dann gleich einer Addition, bei welcher die Summe und ein Posten bekannt sind und der andere Posten durch Ergänzung zur Summe gesucht wird.

Wenn wir nun die Aufgabe 7 — 3 in Form einer Subtraktion niederschreiben (7 — 3), sprechen wir 3 + **4** = 7 und setzen 4 als Resultat unter den Subtraktionsstrich.

Bei den Zehnern, Hundertern usw. verfahren wir natürlich ebenso.

$$\begin{array}{lr} \text{Beispiel:} & 95\,678 \\ & -\ 2\,463 \\ \hline & 93\,215 \end{array}$$

Sprich: 3 + **5** = 8; 6 + **1** = 7; 4 + **2** = 6; 2 + **3** = 5; 0 + **9** = 9.

Rechne die Aufgabe Nr. 19 nach der Ergänzungsmethode!

In der Aufgabe 75 — 48 sprechen wir 8 + **7** = 15. Wir schreiben die 7 unter den Additionsstrich, den Zehner aus der Zahl 15 legen wir zum Zehner 4 und sprechen 5 + **2** = 7. Resultat also 27.

Beispiel: $$\begin{array}{r} 31\,042 \\ -\ 2\,693 \\ \hline 28\,349 \end{array}$$

Sprich: $3 + \mathbf{9} = 12$; $10 + \mathbf{4} = 14$; $7 + \mathbf{3} = 10$; $3 + \mathbf{8} = 11$; $1 + \mathbf{2} = 3$.

Löse die Aufgaben Nr. 22 nach der Ergänzungsmethode!

Rechenvorteil: Nach dieser Methode kann man auch mehrere Subtrahenden von dem Minuendus schnell subtrahieren.

Beispiel: Bei einem Jahreseinkommen von 3 445 ℳ hat jemand im ersten Vierteljahr 776 ℳ, im zweiten 815 ℳ, im dritten 795 ℳ, im vierten 836 ℳ verbraucht. Wieviel hat er erspart?

Lösung: Von 3 445 ℳ sind die 4 verausgabten Posten 776 ℳ, 815 ℳ, 795 ℳ und 836 ℳ zu subtrahieren; also

$$\begin{array}{rl} & 3\,445 \text{ ℳ} \\ - \left\{ \begin{array}{r} 776 \\ 815 \\ 795 \\ 836 \end{array} \right. & \begin{array}{l} \text{„} \\ \text{„} \\ \text{„} \\ \text{„} \end{array} \\ & {\scriptstyle 3\ 2\ 2} \\ \hline & 223 \text{ ℳ} \end{array}$$

Sprich: $6 + 5 + 5 + 6 = 22 + \mathbf{3} = 25$; 3 ins Resultat, 2 in die Hunderterreihe.

$2 + 3 + 9 + 1 + 7 = 22 + \mathbf{2} = 24$; 2 ins Resultat, 2 in die Hunderterreihe.

$2 + 8 + 7 + 8 + 7 = 32 + \mathbf{2} = 34$; 2 ins Resultat, 3 in die Tausenderreihe.

$3 + 0 = 3$.

Aufg. 24.

a) 357 984 — (64 897, 26 539, 4 685, 79 564)
b) 685 003 — (24 764, 37 480, 64 084, 2 679)
c) 9 476 038 — (26 584, 357 942, 35 008, 973 599)
d) 85 003 006 — (2 814 936, 268 542, 937 684, 3 795)
e) 10 000 000 — (948 573, 2 846 541, 473 956, 948 765)

3. Die Multiplikation.

In der Aufgabe 7 + 7 + 7 + 7 tritt der Posten 7 4mal auf. Man kann die Aufgabe daher auch in die Form „4 mal 7" kleiden. Das Resultat würde, wie aus der Addition bekannt, 28 ergeben.

Die Addition gleicher Posten in dieser Weise ausgedrückt, heißt Multiplikation. Die Multiplikation ist also eine verkürzte Addition gleicher Posten. Der Posten heißt hier Multiplikandus; die Zahl, die angibt, wie oft der Posten auftritt, heißt Multiplikator; das Multiplikationszeichen ist ein liegendes Kreuz (×) oder ein Punkt (.), das Resultat heißt Produkt.

Multiplikator und Multiplikandus werden auch Faktoren genannt.

In unsrem Beispiel 4 × 7 = 28 ist also 4 der Multiplikator, 7 der Multiplikandus und 28 das Produkt.

Kopfrechnen.

I. Der Multiplikator ist einstellig.

Um multiplizieren zu können, muß man zunächst die Zahlen bis 10 schnell und sicher multiplizieren können. Die Multiplikation einstelliger Zahlen ist das sogenannte kleine 1 × 1.

1 × 1 = 1	1 × 2 = 2	1 × 3 = 3	1 × 4 = 4
2 × 1 = 2	2 × 2 = 4	2 × 3 = 6	2 × 4 = 8
3 × 1 = 3	3 × 2 = 6	3 × 3 = 9	3 × 4 = 12
4 × 1 = 4	4 × 2 = 8	4 × 3 = 12	4 × 4 = 16
5 × 1 = 5	5 × 2 = 10	5 × 3 = 15	5 × 4 = 20
6 × 1 = 6	6 × 2 = 12	6 × 3 = 18	6 × 4 = 24
7 × 1 = 7	7 × 2 = 14	7 × 3 = 21	7 × 4 = 28
8 × 1 = 8	8 × 2 = 16	8 × 3 = 24	8 × 4 = 32
9 × 1 = 9	9 × 2 = 18	9 × 3 = 27	9 × 4 = 36
10 × 1 = 10	10 × 2 = 20	10 × 3 = 30	10 × 4 = 40
1 × 5 = 5	1 × 6 = 6	1 × 7 = 7	1 × 8 = 8
2 × 5 = 10	2 × 6 = 12	2 × 7 = 14	2 × 8 = 16
3 × 5 = 15	3 × 6 = 18	3 × 7 = 21	3 × 8 = 24
4 × 5 = 20	4 × 6 = 24	4 × 7 = 28	4 × 8 = 32
5 × 5 = 25	5 × 6 = 30	5 × 7 = 35	5 × 8 = 40
6 × 5 = 30	6 × 6 = 36	6 × 7 = 42	6 × 8 = 48
7 × 5 = 35	7 × 6 = 42	7 × 7 = 49	7 × 8 = 56
8 × 5 = 40	8 × 6 = 48	8 × 7 = 56	8 × 8 = 64
9 × 5 = 45	9 × 6 = 54	9 × 7 = 63	9 × 8 = 72
10 × 5 = 50	10 × 6 = 60	10 × 7 = 70	10 × 8 = 80

× 9 = 9	6 × 9 = 54	1 × 10 = 10	6 × 10 = 60
2 × 9 = 18	7 × 9 = 63	2 × 10 = 20	7 × 10 = 70
3 × 9 = 27	8 × 9 = 72	3 × 10 = 30	8 × 10 = 80
4 × 9 = 36	9 × 9 = 81	4 × 10 = 40	9 × 10 = 90
5 × 9 = 45	10 × 9 = 90	5 × 10 = 50	10 × 10 = 100.

Sprich jede einzelne Reihe schnell vorwärts und rückwärts, verdecke die Produkte, schreibe die Glieder außer der Reihe auf und vergleiche dann!

Schreibe auch die einzelnen Reihen in der Folge auf: 7 ×, 3 ×, 9 ×, 4 ×, 10 ×, 6 ×, 2 ×, 8 ×, 5 ×, und prüfe die Resultate immer auf ihre Richtigkeit!

Aus dem kleinen 1 × 1 kann man leicht das sogenannte mittlere 1 × 1 ableiten. Man versteht darunter die Multiplikation der Zahlen von 11 bis 19 mit einem einstelligen Multiplikator (inkl. 10).

Diese Produkte werden durch Ausrechnung in folgender Weise gefunden:

$$\begin{array}{l} 4 \times 16 \\ \hline 4 \times 10 = 40, \\ 4 \times \;\;6 = 24, \text{ also ist} \\ \hline 4 \times 16 = \mathbf{64}. \end{array}$$

Aufg. 1.

a) 7 × 17	b) 8 × 13	c) 5 × 15	d) 8 × 12
3 × 19	9 × 12	9 × 14	6 × 17
5 × 12	4 × 16	3 × 11	3 × 18
6 × 15	2 × 18	8 × 16	7 × 19.

Die Kenntnis des mittleren 1 × 1 ist unerläßlich. Präge es dir daher in derselben Weise wie das kleine ein.

1 × 11 = 11	1 × 12 = 12	1 × 13 = 13
2 × 11 = 22	2 × 12 = 24	2 × 13 = 26
3 × 11 = 33	3 × 12 = 36	3 × 13 = 39
4 × 11 = 44	4 × 12 = 48	4 × 13 = 52
5 × 11 = 55	5 × 12 = 60	5 × 13 = 65
6 × 11 = 66	6 × 12 = 72	6 × 13 = 78
7 × 11 = 77	7 × 12 = 84	7 × 13 = 91
8 × 11 = 88	8 × 12 = 96	8 × 13 = 104
9 × 11 = 99	9 × 12 = 108	9 × 13 = 117
10 × 11 = 110	10 × 12 = 120	10 × 13 = 130

1 × 14 = 14	1 × 15 = 15	1 × 16 = 16
2 × 14 = 28	2 × 15 = 30	2 × 16 = 32
3 × 14 = 42	3 × 15 = 45	3 × 16 = 48
4 × 14 = 56	4 × 15 = 60	4 × 16 = 64
5 × 14 = 70	5 × 15 = 75	5 × 16 = 80
6 × 14 = 84	6 × 15 = 90	6 × 16 = 96
7 × 14 = 98	7 × 15 = 105	7 × 16 = 112
8 × 14 = 112	8 × 15 = 120	8 × 16 = 128
9 × 14 = 126	9 × 15 = 135	9 × 16 = 144
10 × 14 = 140	10 × 15 = 150	10 × 16 = 160

1 × 17 = 17	1 × 18 = 18	1 × 19 = 19
2 × 17 = 34	2 × 18 = 36	2 × 19 = 38
3 × 17 = 51	3 × 18 = 54	3 × 19 = 57
4 × 17 = 68	4 × 18 = 72	4 × 19 = 76
5 × 17 = 85	5 × 18 = 90	5 × 19 = 95
6 × 17 = 102	6 × 18 = 108	6 × 19 = 114
7 × 17 = 119	7 × 18 = 126	7 × 19 = 133
8 × 17 = 136	8 × 18 = 144	8 × 19 = 152
9 × 17 = 153	9 × 18 = 162	9 × 19 = 171
10 × 17 = 170	10 × 18 = 180	10 × 19 = 190

Beachte: 2 × 18 = 36 (**40** — 4) 2 × 19 = 38 = (40 — **2**)
3 × 18 = 54 (**60** — 6) 3 × 19 = 57 = (60 — **3**)
4 × 18 = 72 (**80** — 8) 3 × 19 = 76 = (80 — **4**)
usw. usw.

10 × 4 = 40; 10 × 7 = 70; 10 × 5 = 50.

Man multipliziert eine Zahl mit 10, indem man eine 0 daneben setzt.

3 × 40. 3 × 4 = 12; da aber der Multiplikandus (40) 10 × so groß ist, muß das Resultat 12 noch mit 10 multipliziert werden: 10 × 12 = 120; also ist 3 × 40 = 120.

Die Multiplikation der reinen Zehner mit den Zahlen 1 bis 10 nennt man das 1 × 1 der reinen Zehner.

Schreibe das 1 × 1 der reinen Zehner auf, und präge es dir in der angegebenen Weise fest ein!

Aufg. 2.

a) 5 × 70	b) 4 × 40	c) 3 × 60	d) 5 × 90
9 × 30	8 × 20	8 × 50	2 × 80
3 × 90	2 × 60	9 × 40	4 × 30
6 × 80	7 × 50	7 × 80	6 × 20

Außer diesen Einmaleinsreihen ist noch das 1 × 1 mit 24, 25 und 75 sicher zu lernen.

1 × 24 = 24	1 × 25 = 25	1 × 75 = 75
2 × 24 = 48	2 × 25 = 50	2 × 75 = 150
3 × 24 = 72	3 × 25 = 75	3 × 75 = 225
4 × 24 = 96	4 × 25 = 100	4 × 75 = 300
5 × 24 = 120	5 × 25 = 125	5 × 75 = 375
6 × 24 = 144	6 × 25 = 150	6 × 75 = 450
7 × 24 = 168	7 × 25 = 175	7 × 75 = 525
8 × 24 = 192	8 × 25 = 200	8 × 75 = 600
9 × 24 = 216	9 × 25 = 225	9 × 75 = 675
10 × 24 = 240	10 × 25 = 250	10 × 75 = 750

Beispiel: 3 × 48

3 × 40 = 120,
3 × 8 = 24, also ist

3 × 48 = **144**.

Aufg. 3.

a) 5 × 45	b) 4 × 26	c) 3 × 27	d) 5 × 68
9 × 53	8 × 49	8 × 92	2 × 97
3 × 87	2 × 63	4 × 56	7 × 44
6 × 92	7 × 38	9 × 48	3 × 58

Rechenvorteil: 7 × 89.

7 × 90 = 630. Der Multiplikandus (90) ist hier aber um 1 zu groß, folglich muß das Resultat um 7 × 1 = 7 gekürzt werden. 630 — 7 = 623.

Aufg. 4.

a) 3 × 89	b) 6 × 99	c) 5 × 59	d) 8 × 29
9 × 49	8 × 69	7 × 19	6 × 89
7 × 29	5 × 39	9 × 99	3 × 49
4 × 79	2 × 29	2 × 39	7 × 59.

$100 \times 5 = 500$; $100 \times 8 = 800$; $100 \times 6 = 600$.

Man multipliziert eine Zahl mit 100, indem man 00 daneben setzt.

6×700. $6 \times 7 = 42$. Der Multiplikandus (700) ist aber 100 mal so groß, das Resultat muß also noch mit 100 multipliziert werden. $100 \times 42 = 4\,200$, also $6 \times 700 = 4\,200$.

Die Multiplikation der reinen Hunderter mit den Zahlen 1 bis 10 nennt man das 1×1 der reinen Hunderter.

Schreibe das 1×1 der reinen Hunderter auf und präge es dir ein!

Aufg. 5.

a)	b)	c)	d)
4×400	3×500	8×200	4×300
7×600	8×900	3×900	6×500
9×300	5×200	7×800	9×700
3×800	2×700	5×400	2×600.

Beispiel: 8×409.

$$\begin{aligned} 8 \times 400 &= 3\,200, \\ 8 \times 9 &= 72, \text{ also ist} \\ \hline 8 \times 409 &= \mathbf{3\,272}. \end{aligned}$$

Aufg. 6.

a)	b)	c)	d)
4×706	3×502	9×305	2×603
8×307	7×608	3×908	5×808
5×809	9×404	8×706	7×206
2×205	6×905	6×507	4×904.

Beispiel: 7×640.

$$\begin{aligned} 7 \times 600 &= 4\,200 \\ 7 \times 40 &= 280 \\ \hline 7 \times 640 &= \mathbf{4\,480}. \end{aligned}$$

Aufg. 7.

a)	b)	c)	d)
2×830	6×760	6×480	2×680
5×250	8×570	9×780	5×790
7×370	3×430	7×930	8×420
4×490	9×740	3×270	4×650

Beispiel: 9×253.

$$\begin{aligned} 9 \times 200 &= 1\,800 \\ 9 \times 50 &= 450 \\ 9 \times 3 &= 27 \\ \hline 9 \times 253 &= 2\,277. \end{aligned}$$

Aufg. 8.

a) 3 × 143	b) 7 × 257	c) 9 × 991	d) 8 × 523
7 × 845	8 × 381	2 × 764	6 × 287
9 × 632	4 × 783	7 × 271	3 × 446
2 × 498	5 × 558	4 × 853	5 × 362.

Rechenvorteile: a) 9 × 399.

9 × 400 = 3 600. Der Multiplikandus (400) ist hier aber um 1 zu groß, folglich muß das Resultat um 9 × 1 = 9 gekürzt werden. 3 600 weniger 9 = **3 591**.

b) 8 × 794 = 8 × 800 — (8 × 6).

$$\begin{array}{rr} 8 \times 800 = & 6\,400 \\ -\,(8 \times 6) = & 48 \\ \hline 8 \times 794 = & \mathbf{6\,352}. \end{array}$$

c) 4 × 590 = 4 × 600 — (4 — 10).

$$\begin{array}{rr} 4 \times 600 = & 2\,400 \\ -\,(4 \times 10) = & 40 \\ \hline 4 \times 590 = & \mathbf{2\,360}. \end{array}$$

Ist der Multiplikandus etwas kleiner als ein reiner Hunderter, so multipliziert man zunächst den reinen Hunderter und verringert das Resultat um das Produkt aus Multiplikator und Differenz.

Aufg. 9.

a) 7 × 499	b) 6 × 494	c) 5 × 690
8 × 699	2 × 891	9 × 390
3 × 599	5 × 792	8 × 790
9 × 899	4 × 395	6 × 990.

II. Der Multiplikator ist zweistellig.

Ist der Multiplikator ein reiner Zehner, beispielsweise 60, so zerlegt man ihn in 6 × 10. Man multipliziert zuerst mit 6 und darauf mit 10.

Beispiel: 60 × 83.

$$\begin{array}{l} 6 \times 83 = 498, \\ 10 \times \quad 498 = 4\,980 \\ \hline 60 \times 83 = \mathbf{4\,980}. \end{array}$$

Aufg. 10.

a) 50 × 25	b) 30 × 48	c) 90 × 28
70 × 36	60 × 55	60 × 84
90 × 88	40 × 76	30 × 96
20 × 49	80 × 33	70 × 58
40 × 54	20 × 86	80 × 26
80 × 28	70 × 43	20 × 98.

Ist der Multiplikator ein gemischter Zehner, so multipliziert man zuerst mit dem reinen Zehner und addiert dazu das Produkt aus dem Einer und dem Multiplikandus.

Beispiel: 23 × 84.

$$\begin{array}{r} 20 \times 84 = 1\,680 \\ 3 \times 84 = 252 \\ \hline 23 \times 84 = 1\,932. \end{array}$$

Aufg. 11.

a) 42 × 36	b) 81 × 28	c) 38 × 43
33 × 45	32 × 67	93 × 29
81 × 92	52 × 51	74 × 26
55 × 28	64 × 33	83 × 25
24 × 56	72 × 71	65 × 36
92 × 39	26 × 35	95 × 41.

Rechenvorteile: Ist der Multiplikator oder der Multiplikandus ein Produkt zweier einstelliger Zahlen, so multipliziert man zuerst mit dem einen Faktor und darauf das Resultat mit dem andern.

54 × 63. 54 besteht aus den beiden Faktoren 9 und 6 (denn 9 × 6 = 54). 9 × 63 = 567; 6 × 567 = **3 402.**

Aufg. 12.

a) 12 × 53	b) 35 × 62
21 × 38	42 × 28
24 × 52	36 × 39
18 × 82	64 × 25
28 × 42	33 × 68
32 × 74	72 × 53.

Eine zweistellige Zahl wird mit 11 multipliziert, indem man deren Quersumme, d. h. die Summe aus den beiden Ziffern, zwischen beide

Ziffern setzt. Z. B. 11 × 27. 2 + 7 = 9. 9 zwischen 2 und 7 gestellt gibt 297. Der Grund wird aus der schriftlichen Multiplikation ersichtlich werden.

Aufg. 13.

Multipliziere folgende Zahlen mit 11:

18, 36, 72, 25, 33, 71, 62, 54.

Ist die Quersumme 10 oder mehr, so schreibt man zwischen die Ziffern nur die Einer der Quersumme; die erste Ziffer wird um 1 erhöht.

Z. B. 11 × 96. Die Quersumme aus 96 ist 15, 5 zwischen 9 und 6 gestellt und 9 um 1 erhöht gibt 1 056.

Aufg. 14.

Multipliziere folgende Zahlen mit 11:

89, 75, 99, 58, 95, 87, 67.

Sehr leicht läßt sich nun die Multiplikation mit 22, 33, 44 usw. ausführen. Da diese Zahlen ein Vielfaches von 11 sind, multipliziert man bei 22 zuerst mit 11 und dann mit 2, bei 33 zuerst mit 11, darauf mit 3 usw.

33 × 75. 11 × 75 = 825, 3 × 825 = 2 475.

Aufg. 15.

a) 33 × 26, 45, 38, 93, 87, 49
b) 22 × 75, 28, 39, 43, 58, 64
c) 44 × 17, 98, 55, 18, 23, 34
d) 66 × 19, 14, 21, 32, 43, 51.

Beispiel: 54 × 66.

In der Mitte dieser beiden Zahlen liegt der reine Zehner 60, die Differenz zu dieser Zahl beträgt in beiden Fällen 6. Man sucht nun das Quadrat der Zahl 60, d. h. man multipliziert 60 mit sich selbst, 60 × 60 = 3 600, und vermindert dieses Produkt um das Quadrat der Differenz, also um 6 × 6 = 36. 3 600 — 36 = 3 564.

54 = 60 — 6, 66 = 60 + 6; es ist also zu multiplizieren (60 — 6) × (60 + 6). Die Ausrechnung ergibt folgende Zahlen:

60 × 60 = 3 600
60 × 6 = 360, davon sind abzuziehen

6 × 60 = 360 und
6 × 6 = 36.

Der Subtrahend 360 hebt den Posten 360 auf, so daß nur noch von 3 600 die Zahl 36 zu subtrahieren ist.

Aufg. 16.

a) 33×47	b) 14×26	c) 72×68
52×68	34×26	104×96
48×52	63×77	93×87
75×85	19×21	76×84
18×22	43×37	109×91.

Beispiel: 65×65.

Wir multiplizieren 6 mit der um 1 größeren Zahl, also mit 7, und setzen rechts daneben das Produkt aus 5×5.

$$\begin{array}{r} 7 \times 6 = 42 \\ 5 \times 5 = 25 \\ \hline 65 \times 65 = \mathbf{4\,225}. \end{array}$$

$65 = 60 + 5$; es ist also zu multiplizieren: $(60 + 5) \times (60 + 5)$.

Die Ausrechnung ergibt 60×60

$$\begin{array}{rr} \left.\begin{array}{r} 60 \times 5 \\ 5 \times 60 \end{array}\right\} \text{ oder } & 10 \times 60 \\ \hline & 70 \times 60 = 4\,200 \\ & + \ 5 \times 5 = 25 \\ \hline & 65 \times 65 = \mathbf{4\,225}. \end{array}$$

Aufg. 17.

a) 15×15	b) 75×75
25×25	85×85
35×35	95×95
45×45	105×105 (10×11)
55×55	115×115
65×65	125×125.

Beispiel: 29×30.

Wir multiplizieren $30 \times 30 = 900$ und subtrahieren davon 1×30. $900 - 30 = \mathbf{870}$.

$29 \times 30 = (30 \times 30) - (1 \times 30)$.

Aufg. 18.

a) 19 × 20	b) 59 × 60
49 × 50	79 × 80
89 × 90	39 × 40
29 × 30	69 × 70
99 × 100	119 × 120.

Beispiel: 29 × 29.

Wir multiplizieren 30 × 30 = 900 und subtrahieren davon zunächst 30 und darauf 29. 900 — 30 = 870; 870 — 29 = **841.**

Nach dem vorigen Beispiel ist 29 × 30 = (30 × 30) — (1 × 30) = 870. 29 × 30 ist aber um 29 × 1 größer als 29 × 29. Folglich muß das Produkt 870 noch um 29 × 1 verringert werden. 870 — 29 = 841.

Aufg. 19.

a) 19 × 19	b) 69 × 69
39 × 39	89 × 89
99 × 99	49 × 49
29 × 29	59 × 59.
79 × 79	

Beispiel: 30 × 31.

Wir multiplizieren 30 × 30 = 900 und erhöhen dies Produkt um 30 = 930.

30 × 31 = (30 × 30) + (30 × 1).

Aufg. 20.

a) 40 × 41	d) 100 × 101
80 × 81	30 × 31
50 × 51	60 × 61
70 × 71	90 × 91.
20 × 21	

Beispiel: 31 × 31.

Wir multiplizieren 30 × 30 = 900 und addieren dazu zuerst 30 und darauf 31 = 961.

Nach dem vorigen Beispiel ist 30 × 31 = (30 × 30) + (30 × 1). 31 × 31 ist aber um 1 × 31 größer als 30 × 31; folglich muß das Produkt 930 noch um 31 erhöht werden.

Aufg. 21.

a) 41 × 41
81 × 81
51 × 51
71 × 71
21 × 21

b) 101 × 101
31 × 31
61 × 61
91 × 91.

Schriftliches Rechnen.

Bei der schriftlichen Multiplikation setzt man den Multiplikator rechts neben den Multiplikandus.

1. Beispiel:

370 418 × 9
---
3 333 762

Die Multiplikation beginnt mit der Einerstelle. 9 × 8 Einer sind 72 Einer = 7 Zehner und 2 Einer. Die 2 schreiben wir unter die Einerstelle. Nun werden die Zehner multipliziert und der Zehner 7 von vorher dazu addiert. 9 × 1 Zehner = 9 Zehner + 7 Zehner = 16 Zehner = 1 Hunderter und 6 Zehner. Die 6 Zehner wieder ins Resultat in die Zehnerstelle geschrieben, der Hunderter wieder vorgemerkt u. s. w.

Aufg. 22.

a) 4 × 58 653, 3 989, 35 034, 84 396, 48 575 , 4 688.
b) 7 × 39 579, 104 698, 57 844, 3 952.
c) 8 × 78 966, 485 568, 39 765, 48 032.
d) 6 × 356 034, 789 631, 219 846 3, 94 673, 850 369, 738 480.

2. Beispiel:

a) 84 936 × 34
339 744
2 548 08
2 887 824

d) 39 464 × 829
355 176
789 28
31 571 2
32 715 656

Der Multiplikator bei a ist zweistellig. Man führt zuerst in der geübten Weise die Multiplikation mit dem Einer (4) aus, darauf beginnt die Multiplikation mit dem Zehner (3). 3 Zehner mal 6 Einer = 18 Zehner, das sind 1 Hunderter und 8 Zehner. Die 8 Zehner unter die Zehnerstelle. 3 Zehner mal 3 Zehner = 9 Hunderter + 1 Hunderter von vorhin = 10 Hunderter = 1 Tausender und 0 Hunderter. Die

0 Hunderter schreiben wir unter die Hunderter. 3 Zehner mal 9 Hunderter = 27 Tausender + 1 Tausender von vorhin = 28 Tausender = 2 Zehntausender und 8 Tausender. Die 8 Tausender in die Tausenderstelle usw. Nun macht man den Additionsstrich und erhält durch einfache Addition das Resultat.

Ist der Multiplikator wie bei b dreistellig, so führt man wieder wie vorher die Multiplikation mit dem Einer (9) und dem Zehner (2) aus. Darauf beginnt die Multiplikation mit dem Hunderter (8). 8 Hunderter mal 4 Einer = 32 Hunderter = 3 Tausender und 2 Hunderter, die 2 Hunderter in die Hunderterstelle, die 3 Tausender werden wieder vorgemerkt u. s. w.

Man sieht, daß jede neu beginnende Multiplikationsreihe immer eine Stelle nach links rückt.

Aufg. 23.

a) 48 × 368 402, 957 368, 489 127
b) 93 × 274 038, 293 614, 58 907
c) 65 × 63 567, 98 364, 84 942
d) 385 × 2 946, 9 381, 5 429, 8 654
e) 794 × 2 947, 3 684, 2 793, 8 454
f) 4 376 × 5 843, 2 739, 6 848, 4 958
g) 8 779 × 3 987, 2 654, 37 546, 28 789.

3. Beispiel:

a)
```
  39 500 × 34
  -----------
   158 0
  1 185
  -------
  1 343 000
```

b)
```
  457 × 27 000
  ------------
   3 199
   9 14
  ----------
  12 339 000
```

c)
```
  3 400 × 19 000
  --------------
  30 6
  34
  ----------
  64 600 000
```

Hat einer der Faktoren (a, b) oder haben beide Faktoren (c) am Ende Nullen, so führt man die Multiplikation ohne Rücksicht auf die Nullen aus und hängt dem Resultat soviel Nullen an, als beide Faktoren zusammen haben.

Aufg. 24.

a) 360 × 2 489, 2 874, 3 693, 2 857
b) 4 800 × 2 941, 3 897, 5 438, 2 686
c) 964 × 2 500, 3 400, 4 800, 27 000
d) 7 500 × 480, 2 600, 39 000, 29 000

4. Beispiel:

```
    3 457 × 8 302
    -------------
        6 914
    1 037 1
   27 656
  ----------
   28 700 014.
```

Hier befindet sich im Multiplikator eine 0.

Ist die Multiplikation mit der Einerstelle ausgeführt, so müßte nun mit dem Zehner (0) multipliziert werden. Da diese zweite Reihe aber nur Nullen haben würde, unterlassen wir die Multiplikation mit dem Zehner und multiplizieren gleich mit dem Hunderter, rücken nun aber nicht um eine, sondern um zwei Stellen nach links. (3 Hunderter mal 7 Einer sind 21 Hunderter = 2 Tausender und 1 Hunderter. Der eine Hunderter muß also auch in die Hunderterreihe — unter die 9 — gesetzt werden).

a) 3 405 × 28 976, 347, 2 854
b) 9 104 × 3 286, 5 794, 3 857, 2 949
c) 8 036 × 5 864, 3 947, 2 694, 2 894
d) 60 301 × 487, 396, 693, 5 471
e) 409 006 × 2 880, 48 970, 340 600.

4. Die Division.

7 + 7 + 7 + 7 = 28.

In der Zahl 28 ist die 7 viermal enthalten. 7 ist also das M a ß, mit welchem 28 gemessen werden soll. Ich kann aber auch 28 in 4 gleiche Teile zerlegen; jeder Teil wäre 7.

Beides nennt man Division und zwar die erste Art das Enthaltensein oder Messen, die zweite das Teilen.

Diejenige Zahl, die geteilt werden soll, heißt Dividendus (28). Diejenige Zahl, die das Maß für den Dividendus angibt (beim Enthaltensein 7) oder die da sagt, in wieviel Teile der Dividendus zerlegt werden soll (beim Teilen 4), heißt Divisor. Das Ergebnis heißt Quotient (beim Enthaltensein 4, beim Teilen 7). Wenn der Divisor nicht im Dividendus aufgeht, bleibt ein Rest.

Das Divisionszeichen ist beim Enthaltensein das Wörtchen „in", beim Teilen ein Doppelpunkt (:).

7 in 28 = 4 × wird gelesen: 7 ist in 28 4mal enthalten.

28 : 4 = 7 heißt: 28 geteilt durch 4 = 7.

Beide Formen der Division sind auf die Multiplikation zurückzuführen.

6 × 5 = 30; folglich ist
6 in 30 = 5 ×
5 „ 30 = 6 ×
30 : 6 = 5
30 : 5 = 6.

Der Divisor kann auch in Bruchform ausgedrückt werden: $^1/_5$ von 30, $^1/_6$ von 30.

Kopfrechnen.

I. Der Divisor ist einstellig.

Übe die Einmaleinsreihen in der Form:

2 in 2 = 1 ×	2 : 2 = 1	$^1/_2$ von 2 = 1
2 „ 4 = 2 ×	4 : 2 = 2	$^1/_2$ „ 4 = 2
usw.	usw.	usw.

Steht der Dividendus nicht in der Einmaleinsreihe des Divisors, so ist die nächst tiefere Einmaleinszahl zu dividieren, die Differenz bleibt Rest.

$$\begin{array}{l} \underline{53 : 6} \\ \underline{48 : 6 = 8} \\ 53 : 6 = 8 \text{ Rest } 5. \end{array}$$

Aufg. 1.

a) Wie oft ist 2 enthalten in 11, 19, 7, 15, 9, 17, 21?
b) 13, 19, 29, 22, 16, 25, 28 : 3.
c) $^1/_4$ von 33, 18, 25, 39, 19, 43, 35.
d) der 5. Teil von 28, 32, 49, 19, 52, 38, 26.
e) 6 in 37, 50, 20, 56, 65, 39, 19, 28.
f) 36, 64, 49, 58, 41, 29, 53 : 7.
g) $^1/_8$ von 19, 38, 83, 75, 49, 60.
h) der 9. Teil von 30, 40, 70, 95, 80, 44, 32.

Eine Zahl wird durch 10 geteilt, indem man von rechts nach links eine Stelle abstreicht; die abgestrichene Zahl bleibt Rest.

545 : 10 = 54 Rest 5.

Aufg. 2.

$^1/_{10}$ von 478, 736, 599, 1 035, 2 587, 9 368, 5 461.

Beispiel: 245 : 6.

Nach dem 1 × 1 der reinen Zehner ist 6 × 40 = 240, folglich ist 240 : 6 = 40; 245 : 6 = 40 Rest 5.

Aufg. 3.

a)	b)	c)	d)
280 : 4	141 : 7	327 : 8	728 : 9
320 „	283 „	563 „	637 „
400 „	632 „	166 „	453 „
160 „	564 „	725 „	188 „
200 „	216 „	403 „	365 „
80 „	353 „	647 „	814 „
360 „	422 „	803 „	276 „

Beispiel: 344 : 8.

344 wird zerlegt in 320 und 24.

320 : 8 = 40
24 : 8 = 3, folglich ist

344 : 8 = 43.

Aufg. 4.

a) 128 : 2	b) $^1/_3$ von 123	c) 4 in 368	d) der 5. Teil von 255
84	282	172	415
196	51	228	165
138	192	344	370
174	264	296	485
38	222	176	225
96	162	316	310
156	252	224	195

e) $^1/_6$ von 252	f) 504 : 7	g) der 8. Teil von 200	h) 9 in 621
378	231	448	144
192	343	392	378
456	658	792	441
594	455	536	639
276	189	368	288
492	684	632	522
342	273	496	837

Beispiel: 477 : 6.

$$\begin{array}{r} 477 = 420 + 57 \\ \hline 420 : 6 = 70 \\ 57 : 6 = 9 \text{ Rest } 3 \\ \hline 477 : 6 = 79 \text{ Rest } 3. \end{array}$$

Aufg. 5.

a) 335 : 4	b) $^{1}/_{7}$ von 444	c) der 9. Teil von 713	d) 6 in 413
279	276	447	328
187	398	680	233
371	183	344	598
265	590	591	149
346	674	294	378
137	481	617	453
298	243	888	292

Beispiel: 3 780 : 7.

$$\begin{array}{r} 3\,780 = 3\,500 + 280 \\ \hline 3\,500 : 7 = 500 \\ 280 : 7 = 40 \\ \hline 3\,280 : 7 = 540 \end{array}$$

Aufg. 6.

a) 990 : 3	b) $^{1}/_{8}$ von 6 000	c) der 7. Teil von 3 850	d) 9 in 3 060
1 620	2 560	5 530	2 070
2 550	4 400	1 890	5 130
870	7 520	2 660	4 230
540	5 840	6 580	1 350
2 370	3 120	4 620	6 570
1 710	6 240	1 960	1 260
2 940	7 760	6 930	6 840

Beispiel: 3164 : 8.

$$\begin{array}{r} 3\,164 = 2\,400 + 720 + 44 \\ \hline 2\,400 : 8 = 300 \\ 720 : 8 = 90 \\ 44 : 8 = 5 \text{ Rest } 4 \\ \hline 3\,164 : 8 = 395 \text{ Rest } 4. \end{array}$$

Aufg. 7.

a) 5 in 4 393	b) $^1/_8$ von 6 849	c) 5 843 : 7	d) der 8. Teil von 4 375
2 682	2 567	3 864	2 984
3 946	3 958	6 231	5 779
1 837	4 763	4 443	7 542
4 634	1 759	2 649	1 436
2 292	5 846	3 496	6 592
3 143	4 123	1 885	4 728
4 879	3 674	6 849	5 317

b. Der Divisor ist zweistellig.

Nur dann rechnet man mit zweistelligem Divisor im Kopf, wenn es sich um die Divisoren 11 — 20, 24, 25, 75 oder um reine Zehner handelt.

Schreibe das 1 × 1 dieser Reihen auf und präge es dir ein!

Aufg. 8.

a) $^1/_{11}$ von 4 433	b) 852 : 12	c) der 13. Teil von 2 730
682	9 960	559
9 372	5 520	6 890
1 001	288	975
418	3 324	6 110
286	780	3 640
8 030	6 840	806
594	552	6 383

d) 14 in 1 540	e) $^1/_{15}$ von 7 800	f) 1 264 : 16
350	1 065	1 392
7 560	645	1 104
1 064	1 005	5 360
1 218	1 650	1 552
8 680	8 550	8 640
1 092	690	1 536
6 580	13 605	6 512

g) 1 105 : 17	h) der 18. Teil von 1 152	i) $^1/_{19}$ von 1 634
731	5 508	1 235
4 420	1 332	9 576
965	1 530	10 640
1 445	7 308	1 805
1 632	1 764	1 216
1 326	13 356	1 482
5 202	3 132	10 260

k) 24 in 1 800	l) $^1/_{25}$ von 1 325	m) 2 550 : 75
1 344	1 900	5 300
10 320	2 450	4 200
2 112	1 950	4 950
1 176	9 500	6 525
2 304	1 875	6 675
1 560	11 750	2 325
1 008	2 475	4 050

Schriftliches Rechnen.

a) Gewöhnliches Verfahren.

Beispiel: 375 680 : 6 = 62 613 (Resultat)

```
36
──
 15
 12
 ──
  36
  36
  ──
    8
    6
   ──
   20
   18
   ──
    2 Rest
```

Bei der schriftlichen Division beginnt man mit der höchsten Stelle. 37 Zehntausender : 6 = 6 Zehntausender, Rest 1 Zehntausender = 10 Tausender, + 5 Tausender = 15 Tausender : 6 = 2 Tausender, Rest 3 Tausender = 30 Hunderter, + 6 Hunderter = 36 Hunderter u. s. w.

Ist der Divisor zwei- oder mehrstellig, so verfährt man in derselben Weise:

Beispiel:

```
583 597 : 26 = 22 446        386 402 : 4 563 = 84
52                           365 04
──                           ──────
 63                           21 362
 52                           18 252
 ──                           ──────
 11 5                          3 110
 10 4
 ────
  1 19
  1 04
  ────
    157
    156
    ───
      1
```

Aufg. 9.

a) 35 684 : 3	b) 26 842 : 6	c) 4 880 254 : 9
26 495	48 536	3 947 436
45 720	792 647	8 492 175
38 423	348 874	3 485 674
d) 4 875 432 : 7	e) 3 568 492 : 12	f) 921 749 : 18
3 846 874	8 479 321	387 661
2 948 576	4 030 142	473 884
8 488 504	8 765 441	687 431
g) 454 637 : 24	h) 498 874 : 36	i) 4 683 971 : 54
723 485	294 368	6 392 847
793 219	498 664	3 546 988
284 926	205 094	2 746 719
h) 7 294 687 : 68	l) 487 392 : 97	m) 543 621 : 136
3 654 782	286 491	488 271
4 986 561	348 780	947 156
2 748 650	284 981	632 042
n) 234 580 : 254	o) 956 845 : 478	p) 395 784 : 743
846 726	394 683	896 572
694 857	765 432	946 872
342 886	284 887	108 064

q) 4 684 329 : 3 245
7 603 482
4 857 351
7 965 231

r) 4 856 583 : 5 605
2 648 764
8 304 628
6 785 431

s) 89 468 729 : 74 358
47 367 802
80 130 640
28 654 380

t) 79 654 386 : 83 468
14 172 230
19 181 070
21 346 854

b) Abgekürztes Verfahren.

Ist im gewöhnlichen Verfahren genügende Sicherheit erreicht, so übe man noch folgende Beispiele im abgekürzten Divisionsverfahren.

Beispiel: 375 680 : 6 = 62 613

```
375 680 : 6 = 62 613
 15
  36
    8
    20
     2 Rest
```

Wir multiziplieren hier jedesmal den Quotienten mit dem Divisor im Kopf und notieren nur den Rest.

Sprich:

37 : 6 = **6** Rest 1,
15 : 6 = **2** Rest 3,
36 : 6 = **6** Rest 1,
8 : 6 = **1** Rest 2,
20 : 6 = **3** Rest 2.

Die fett gedruckten Zahlen bilden das Resultat!

Ermittle auf diese Weise die Resultate der Aufgaben 19 a — g!

Dieses abgekürzte Verfahren läßt sich auch auf die Division mit mehrstelligem Divisor anwenden, indem man zur Ermittelung des Restes von der Ergänzungsmethode Gebrauch macht.

Beispiel: 386 402 : 4 563 = 84

```
386 402 : 4 563 = 84
 21 362
  3 110 Rest.
```

Sprich: $8 \times 3 = 24, + \mathbf{6} = 30,$

$(8 \times 6) + 3$ (die 3 Zehner aus der Zahl 30),

$= 51 + \mathbf{3} = 54,$

$(8 \times 5) + 5 = 45 + \mathbf{1} = 46,$

$(8 \times 4) + 4 = 36 + \mathbf{2} = 38,$

$(4 \times 3) = 12 + \mathbf{0} = 12,$

$(4 \times 6) + 1 = 25 + \mathbf{1} = 26,$

$(4 \times 5) + 2 = 22 + \mathbf{1} = 23,$

$(4 \times 4) + 2 = 18 + \mathbf{3} = 21.$

Die fett gedruckten Zahlen bilden hier die Reste.

Die Quotienten können auch ohne Aufzeichnung der Produkte und Reste sofort niedergeschrieben werden. Das macht man immer bei solchen Divisoren, deren Einmaleinsreihe sicher gewußt wird.

Man pflegt in diesem Falle unter die Aufgabe einen Strich zu ziehen und darunter die Quotienten zu notieren.

1. Beispiel: 4 876 503 : 6

812 750 Rest 3

2. Beispiel: 284 639 : 24

11 859 Rest 23

Rechne auf diese Weise Aufgabe 19 a — g!

c) Rechenvorteile:

Zerlegung des Divisors in seine Faktoren.

Ist der Divisor ein Produkt, das heißt, läßt er sich in Faktoren zerlegen, so dividiert man zuerst durch den einen Faktor und darauf den entstandenen Quotienten durch den andern. Etwaige Reste werden nicht berücksichtigt.

1. Beispiel: 7 392 : 56 ($56 = 8 \times 7$)

7 392 : 8

924 : 7

Resultat: 132

2. Beispiel: $\dfrac{58\,365 : 147}{}$ $(147 = 7 \times 7 \times 3)$

$$\begin{array}{c} 58\,365 : 147 \\ \hline 58\,365 : 7 \\ \hline 8\,337 : 7 \\ \hline 1\,191 : 3 \\ \hline \end{array}$$

Resultat: 397

Aufg. 10.

Rechne ohne Berücksichtigung der etwa entstehenden Reste mit Zerlegung des Divisors in seine Faktoren:

a) 46 394 : 63	b) 27 364 : 32	c) 56 784 : 144
38 976 : 36	84 961 : 81	26 789 : 168 (8 × 7 × 3)
54 906 : 48	98 762 : 49	49 674 : 192
78 439 : 72	71 563 : 28	79 463 : 108

Der Divisor ist ein bequemer Teil von einer dekadischen Zahl.

Soll eine Zahl durch 5 geteilt werden, so multipliziert man sie zuerst mit 2 und teilt sie darauf durch 10 (5 ist $^1/_2$ von 10).

Beispiel: 3 697 : 5

$$3\,697 \times 2 = 7\,394 : 10$$

739 (ohne Berücksichtigung d. Restes).

Ist eine Zahl durch 25 zu teilen, so wird sie mit 4 multipliziert und dann durch 100 geteilt (25 ist $^1/_4$ von 100).

Beispiel: 84 655 : 25

$$84\,655 \times 4 = 338\,620 : 100$$

3 386

Ebenso rechnet man bei der Division mit den Divisoren 50 (× 2 : 100) und 125 (× 8 : 1000).

Ist der Divisor 75, so teilt man zuerst durch 25 und den entstandenen Quotienten noch durch 3.

Ist der Divisor 375, so teilt man zunächst durch 125 und dann durch 3.

Ähnlich geschieht die Division durch 625 und 875.

Aufg. 11.

a) 579 368 : 5		b) 986 542 : 75	
439 478 : 25		786 843 : 375	
793 064 : 50		643 205 : 625	
685 432 : 125		954 360 : 875	

Der Divisor ist um wenige Einheiten kleiner als eine dekadische Zahl.

In solchen Fällen dividiert man durch die dekadische Einheit und addiert zu dem jedesmal entstehenden Teilrest das Produkt aus Teilquotient und Differenz zwischen dem Divisor und der dekadischen Zahl.

$$\begin{array}{l} 468\,975 : 998 = 469 \quad {\scriptstyle 1000 - 2} \\ \underline{69\,77} \\ \underline{9\,895} \\ 913 \end{array}$$

In 4689 ist 1000 = **4** × enthalten, der Rest wäre 689. Der Divisor ist aber um 2 kleiner, folglich muß der Rest um 4 × 2 = 8 größer, also

689 + 8 = 697 sein.

In 6977 ist 1000 = **6** × enthalten, Rest 977. Beim Divisor 998 beträgt der Rest 977 + (6 × 2) = 989 usw.

Aufg. 12.

a) 468 743 : 99	b) 549 875 : 998
496 854 : 98	765 836 : 997
387 684 : 97	394 986 : 9 999
298 478 : 999	586 543 : 9 998

B. Das Rechnen mit mehrfach benannten Zahlen.

Allgemeines.

Bereits auf Seite 1 ist der Unterschied zwischen unbenannten und benannten Zahlen gekennzeichnet. Bisher haben wir den Zahlen keine Benennung gegeben, denn zur Erlangung der rechnerischen Fertigkeit ist es gleichgültig, ob wir bloße Zahlen oder Zahlen mit der Benennung *M*, kg, m oder dergl. addieren.

Wird das Maß eines Gegenstandes durch eine Zahl mit einer Benennung ausgedrückt, so ist diese Zahl eine einfach benannte Zahl, z. B. 5 Meter; werden aber zwei oder mehr Benennungen gebraucht, so sind mehrfach benannte Zahlen verwendet worden, z. B. 10 Mark 50 Pfennige.

In dem Satze „5 Meter kosten 10 Mark 50 Pfennige" ist also das Längenmaß durch die einfach benannte Zahl 5 Meter, der Preis hingegen durch die mehrfach benannte Zahl 10 Mark 50 Pfennige bezeichnet.

Alle Gegenstände, die im Handel vorkommen, werden berechnet, gemessen, gezählt oder gewogen.

Der Preis wird stets durch Münzen, das Maß durch Längen-, Flächen-, Körper- und Hohlmaße, die Zahl durch Zählmaße, das Gewicht durch Gewichtsmaße ausgedrückt.

Durch Teilung der Münz-, Maß-, Zähl- und Gewichtseinheiten entstehen die Münzen, Maße und Gewichte niederen Grades. Die Zahl, welche bei dieser Teilung gebraucht wird, ist die Resolutions- oder Reduktionszahl, auch Währungszahl genannt.

Ist die Währungszahl eine dekadische Einheit (10, 100, 1000 usw.), so sprechen wir von Münzen, Maßen und Gewichten mit dezimaler Währung (100 ist die Währungszahl für Mark und Pfennige, Meter und Zentimeter, Hektoliter und Liter usw.). Ist die Währungszahl eine andere Zahl, so sind es Sorten mit nicht dezimaler Währ (12 ist die Währungszahl für Gros und Dutzend, Dutzend und Stück).

Soll eine Sorte mit höherer Benennung in eine andere mit niederer Benennung verwandelt werden, dann nennt man diese Operation das Resolvieren (Auflösen); ist aber eine Sorte mit niederer Benennung auf eine solche mit höherer Benennung zurückzuführen, so heißt diese Rechnung das Reduzieren (Zurückführen).

Die Schreibung mehrfach benannter Zahlen mit dezimaler Währung.

3 Zentimeter und 5 Millimeter schreibt man als cm = 3,5 cm. Man trennt also Zentimeter und Millimeter durch ein Komma und gibt dem Ganzen die Benennung cm.

Links vom Komma steht die höhere, rechts die niedere Sorte. Die Stellen rechts vom Komma werden Dezimalstellen genannt. Für die niedere Sorte werden soviel Dezimalstellen gebraucht, als die Währungszahl Nullen hat. Die Währungszahl heißt hier 10 (1 cm = 10 mm); es war also nur eine Dezimalstelle nötig.

1 Mark (ℳ) = 100 Pfennige (₰). Folglich werden die Pfennige mit 2 Dezimalstellen an die Mark geschrieben.

Sind nur 1 bis 9 Pfennige vorhanden, so setzt man in die erste Stelle rechts vom Komma eine Null, in die zweite Stelle erst die Pfennigzahl.

Soll eine niedere Sorte als höhere bezeichnet werden, so wird die fehlende höhere Sorte links vom Komma durch eine 0 angedeutet.:

8 g = 0,008 kg,
1 Kilogramm (kg) = 1000 Gramm (g),
3 kg und 500 g = 3,500 kg,
3 kg und 50 g = 3,050 kg,
3 kg und 5 g = 3,005 kg.

1 Quadratmeter (qm) = 10 000 Quadratzentimeter (qcm).

7 qm und 6 000 qcm = 7,6000 qm,
7 qm und 600 qcm = 7,0600 qm,
7 qm und 60 qcm = 7,0060 qm,
7 qm und 6 qcm = 7,0006 qm.

Bei den nun folgenden Übungen benutze das diesem Buche im Anhang beigegebene Verzeichnis der Münzen, Maße und Gewichte!

Präge dir zunächst das deutsche Münz-, Maß- und Gewichtssystem fest ein, darauf das englische und russische! Die Kenntnis dieser Systeme sowie der Münzverhältnisse der wichtigsten Handelsstaaten der Erde ist unbedingt nötig.

Aufg. 1.

Lies mit zweifacher Benennung:

a) 5,70 ℳ	b) 6,150 kg	c) 7,53 Frs.
9,18 m	7,040 km	13,08 Rubel
7,3 cm	60,001 g	5,18 Kronen (östr.)
8,31 hl	0,340 ccm	6,90 Kronen (dän.)
0,04 ℳ	0,035 kg	20,06 hfl. (holl. Guld.)
4,30 ha	8,010 km	0,350 Milreis
18,02 a	3,080 t	19,06 Pesetas

Aufg. 2.

Schreibe mit der Benennung der höheren Sorte:

a) 50 Pf., 75 cm, 10 l, 5 mm, 300 kg, 41 a, 3 ha, 5 cm.

b) 75 Centimes, 13 Oere, 5 Lepta, 90 Centesimi, 80 Cents (holl.), 17 Heller, 85 Reis, 90 Rappen, 8 Cents (spanisch).

c) 3 ℳ 90 ₰, 5 m 9 cm, 4 kg 30 g, 9 cm 5 mm, 5 ha 2 a, 15 qkm 6 ha, 19 km 70 m, 15 g 60 mg.

d) 13 Frs. 6 Centimes, 20 Kronen 2 Öre, 1 Drachme 5 Lepta, 50 Lire 13 Centesimi, 9 Kronen 9 Cents, 500 Rubel 5 Kopeken.

1. Das Resolvieren.

a. Nichtdezimale Währung.

1. Beispiel: 7 Grs. 8 Dtz. 9 Stck. = ? Stck.

```
7 Grs. = 12 × 7
         84 Dtz.
       +  8  „
         92 Dtz. = 12 × 92
                   1 104 Stck.
                   +   9  „
                   1 113 Stck.
```

2. Beispiel:

$$\begin{array}{rl}
3\,£\ 6\ s\ 10\ d & = \ ?\ d \\
\hline
3\,£ = 20 \times 3 & \\
\hline
60\ s & \\
+\ 6\ „ & \\
\hline
66\ s & = 12 \times 66 \\
 & \overline{\quad 792\ d} \\
 & +\ 10\ „ \\
 & \overline{\quad 802\ d}
\end{array}$$

Eine höhere Sorte wird in eine niedere verwandelt, indem man sie mit der Währungszahl multipliziert.

7 Grs. sind also 12 × 7 oder 84 Dtz., dazu kommen 8 Dtz. aus der Aufgabe = 92 Dtz.; 92 Dtz. = 12 × 92 = 1 104 Stck. + 9 Stck. = 1 113 Stck.

1. Kopfrechnen.

Verwandle folgende Sorten in die Sorte mit niederer Benennung:

Aufg. 3.

a) 5 Schck. 4 Mdl.	6 Feet 3 Inches
11 Dtz. 6 Stck.	7 £ 14 s
4 Tg. 8 Std.	13 s 6 d
11 Mon. 13 Tg.	7 Bushels 4 Gallons
3 Mdl. 14 Stck.	5 Saschen 2 Fuß
6 Min. 39 Sek.	7 Pud 27 Pfund
4 Jhr. 10 Mon.	4 Pfund 20 Solotnik
2 Jhr. 10 Tg.	3 Berkowetz 8 Pud.

2. Schriftliches Rechnen.

Aufg. 4) 3 Schck. 3 Mdl. 14 Stck.
5) 24 Grs. 10 Dtz. 10 Stck.
6) 25 Jhr. 4 Mon. 8 Tg.
7) 19 Tg. 18 Std. 14 Min.
8) 27 £ 13 s 8 d
9) 33 Yard 2 Feet 9 Inches
10) 16 Quarters 6 Bushels 5 Gallons
11) 17 Hundredweights 3 Quarters 27 Pounds
12) 7 Bushels 4 Gallons 8 Pints

b. Dezimale Währung.

Die Umrechnung von benannten Zahlen mit dezimaler Währung in die niedere Sorte ist sehr einfach.

3,45 ℳ = ? ₰

3,— ℳ = 300 ₰
+ 45 ₰
345 ₰

Man braucht also nur das Komma wegzustreichen und der Zahl die niedere Benennung zu geben. Derartige Aufgaben sind daher sämtlich im Kopf zu rechnen.

Aufg. 13.

Lies als eine Sorte mit der niederen Benennung:

a) 17,50 hl	b) 23,81 Rubel
13,05 ha	114,55 Frs.
901,10 ℳ	19,05 £
13,400 kg	85,83 Drachmen
315,010 km	258,03 Dollar
50,30 m	49,35 Milrëis
28,713 m	68,48 hfl.
316,5 cm	148,45 Piaster.

2. Das Reduzieren.

a. Nichtdezimale Währung.

1. Beispiel: 7 369 Stck. = ? Grs., Dtz. und Stck.

7 369 Stck. = 7 369 : 12 = 614 Dtz., 614 Dtz. = 614 : 12 = 51 Grs.
16 — 12
49 — 2 Dtz.
1 Stck.

Resultat: 51 Grs., 2 Dtz., 1 Stck.

2. Beispiel: Verwandle 1 135 Garnez in Tschetwert, Tschetwerik und Garnez.

1 135 Garnez = 1 135 : 8 = 141 Tschetwerik = 141 : 8 = 17 Tschwt.
33 — 61
15 — 5 Tschetwerik
Rest 7 Garnez.

Resultat: 17 Tschetwert, 5 Tschetwerik, 7 Garnez.

Eine niedere Sorte wird in eine höhere verwandelt, indem man sie durch die Währungszahl dividiert.

7 369 Stck. sind also 7 369 : 12 = 614 Dtz. Der Rest von **1** Stck. gehört zum Resultat. 614 Dtz. sind 614 : 12 = **51** Grs. und **2** Dtz.

7 369 Stck. sind also 51 Grs., 2 Dtz., 1 Stck.

1. Kopfrechnen.

Aufg. 14.

Verwandle folgende Sorten in die Sorte mit höherer Benennung:

a)		b)	
5	Mdl.	119	Inches
138	Tg.	335	s
72	Stck. (Mdl. u. Stck.)	75	d
258	Mon.	93	Gallons
90	Dtz.	513	Pfund (russisch)
435	Stck. (Schck. u. Stck.)	3750	Saschen (Werst u. Saschen)
140	Wochen (Jhr. u. Woch.)	109	Pounds
283	Sek.	150	Lot (russisch)
200	Std.	169	Ounces.

2. Schriftliches Rechnen.

Rechne in die Sorten mit höherer Benennung um:

Aufg. 15. 536 Stck. (Schck., Mdl., Stck.)
16. 3 565 Tg. (Jhr., Mon., Tg.)
17. 1 087 Stck., (Grs., Dtz., Stck.)
18. 2 709 Min. (Tg., Std., Min.)
19. 475 Gallons (Qrs., Bushels, Gallons)
20. 4 593 d (£ s d)
21. 1827 Garnez (Tschetwert, Tschetwerik, Garnez)
22. 987 Zoll (Saschen, Fuß, Zoll)
23. 1 359 Zoll (Yards, Feet, Inches)
24. 10 583 lb (Tons, Cwts., Qrs., lb).

b. Dezimale Währung.

Beispiel: 18 539 Centesimi sind wieviel Lire u. Centesimi?
= 185,39 Lire.

Da für Centesimi 2 Dezimalstellen gebraucht werden, schneidet man von rechts nach links 2 Stellen durch ein Komma ab und gibt die Benennung Lire.

Bei der Umwandlung von Sorten mit dezimaler Währung in solche mit höherer Benennung sind soviel Stellen von rechts nach links abzustreichen, als die Währungszahl Nullen hat.

Aufg. 25.

Verwandle folgende Sorten in Sorten mit höherer Benennung:

a) 7 561	₰	b) 38 597	Kopeken
17 635	cm	6 530	c. (£ und c.)
3 804	mm	59 020	Lepta
29 765	g	104 921	Rëis
89 423	a	89 487	$ (Milrëis) in: (Conto)
2 803	ha	39 684	Öre
50 937	kg	300 487	c. (Pesetas)
994 670	qm	584 703	Heller (Kronen)

3. Addition.

a. Nichtdezimale Währung.

1. Kopfrechnen.

1. Beispiel: 9 s 8 d + 11 d.

9 s 8 d + 4 d = 10 s,
10 s + 7 d = **10** s **7** d.

2. Beispiel: 2 Pud 28 Pfund + 5 Pud 18 Pfund.

2 Pud 28 Pfund + 5 Pud = 7 Pud 28 Pfund,
7 „ 28 „ + 12 Pfund = 8 Pud,
8 „ + 6 „ = **8** Pud **6** Pfund.

Im ersten Beispiel sind 9 s 8 d durch Addition von 4 s auf 10 s ergänzt worden. Da aber 11 d zu addieren sind, müssen zu den 10 s noch 7 d hinzugelegt werden.

Beim zweiten Beispiel wurden 2 Pud 28 Pfund zunächst um 5 Pud erhöht. Die Addition von 18 Pfund geschah wie vorhin.

Aufg. 1.

a) 5 Dtz. 7 Stck. + 5 Stck.	b) 2 Mon. 13 Tg. + 4 Mon. 17 Tg.
2 Mdl. 10 Stck. + 14 Stck.	10 Std. 42 Min. + 5 Std. 30 Min.
9 Grs. 8 Dtz. + 11 Dtz.	9 Dtz. 6 Stck. + 4 Dtz. 8 Stck.
10 Mon. 15 Tg. + 23 Tg.	4 Grs. 7 Dtz. + 5 Grs. 8 Dtz.
16 Std. 34 Min. + 40 Min.	1 Mdl. 11 Stck. + 1 Mdl. 14 Stck.
24 Min. 45 Sek. + 50 Sek.	11 Tg. 10 Std. + 5 Tg. 19 Std.
13 Tg. 19 Std. + 22 Std.	2 Schck. 34 Stck. + 7 Schck. 48 St.

Aufg. 2.

a) 5 Yards 2 Fuß + 2 Fuß	b) 2 Tschetwerik + 6 Garnez +
7 Fuß 7 Zoll + 9 Zoll	3 Tschetwerik 5 Garnez
8 £ 13 s + 18 s	14 £ 16 s + 13 £ 17 s
6 s 9 d + 10 d	9 s 10 d + 4 s 11 d
5 Bushels 3 Gall. + 7 Gall.	4 Bushels 5 Gall. + 2 B. 7 Gall.
1 Ton + 15 Cwts +14 Cwts	7 Yards 2 Fuß + 6 Yards 2 F.
1 Pud 28 Pfund + 19 Pfund.	2 Pud 30 Pfund + 5 Pud 18 Pfd.

2. Schriftliches Rechnen.

Beispiel: 10 Schck. 2 Mdl. 9 Stck. + 5 Schck. 3 Mdl. 11 Stck. + 2 Mdl. 14 Stck. + 8 Schck. 8 Stck. + 7 Schck. 1 Mdl.

10 Schck.	2 Mdl.	9 Stck.
5 „	3 „	11 „
— „	2 „	14 „
8 „	— „	8 „
7 „	1 „	— „
2	2	
32 Schck.	2 Mdl.	12 Stck.

Beim schriftlichen Addieren setzt man wie in unserm Musterbeispiel die gleichbenannten Sorten untereinander und zählt nun die niedrigste Sorte zusammen. Wir erhalten 42 Stck. = 2 Mdl. 12 Stck. Diese 12 Stck. werden ins Resultat gesetzt und die 2 Mdl. in der Mandelreihe notiert. Darauf werden die Mandeln addiert = 10 Mdl. = 2 Schck. 2 Mdl. Die 2 Mandeln gehören wieder ins Resultat, die 2 Schck. mit der Schockreihe verrechnet sind 32 Schck.; so daß das Gesamtresultat 32 Schck. 2 Mdl. 12 Stck. ist.

Aufg. 3.

5 Grs. 10 Dtz. 6 Stck. + 12 Grs. 4 Stck. + 6 Grs. 11 Dtz. + 4 Grs. 8 Dtz. 9 Stck. + 11 Dtz. 5 Stck. + 7 Grs. + 20 Grs. 4 Dtz. 3 Stck.

Aufg. 4.

38 Schck. 44 Stck. + 25 Schck. 35 Stck. + 19 Stck. + 27 Schck. + 14 Schck. 38 Stck.

Aufg. 5.

14 Grs. 8 Dtz. + 20 Grs. 5 Dtz. 7 Stck. + 17 Grs. 9 Stck. + 36 Grs. 9 Dtz. + 9 Grs. 7 Dtz. 6 Stck.

Aufg. 6.

3 Jhr. 5 Mon. 24 Tg. + 9 Jhr. 11 Mon. 17 Tg. + 5 Jhr. 20 Tg. + 9 Mon. 28 Tg. + 4 Jhr. 9 Mon. 13 Tg.

Aufg. 7.

13 Std. 48 Min. 15 Sek. + 53 Min. 35 Sek. + 15 Std. 51 Min. 38 Sek. + 9 Std. 45 Sek.

Aufg. 8.

7 Bushels 4 Gallons 3 Pints + 3 Bushels 5 Gallons + 2 Gallons 7 Pints + 5 Bushels 5 Pints + 6 Bushels 6 Gallons 4 Pints.

Aufg. 9.

In einer Faktura stehen folgende Beträge: 3 £ 12 s 9 d, 7 £ 10 d, 14 s 8 d, 2 £ 5 d, 7 £ 18 s 6 d. Über welchen Gesamtbetrag lautet die Faktura?

Aufg. 10.

5 Saschen 5 Fuß 11 Zoll + 8 Saschen + 9 Saschen 6 Fuß 9 Zoll + 8 Saschen 4 Fuß 8 Zoll + 3 Fuß 10 Zoll.

Aufg. 11.

40 Yards 2 Fuß 8 Zoll + 314 Yards 1 Fuß 4 Zoll + 183 Yards 9 Zoll + 98 Yards 2 Fuß 10 Zoll.

b. Dezimale Währung.

1. Kopfrechnen.

Beispiel: 15,65 Frs. + 3,40 Frs.

15,65 Frs. + 3,00 Frs. = 18,65 Frs.
18,65 „ + 0,40 „ = **19,05** „

Wir beginnen mit der Addition der höheren Sorte, addieren hier also zu 15,65 Frs. erst 3,00 Frs. = 18,65 Frs. (die Centimezahl 65 bleibt dabei unverändert). Nun legen wir noch 40 Centimes dazu und kommen zum Gesamtresultat 19,05 Frs.

Aufg. 12.

a)	b)
6,95 ℳ + 0,30 ℳ	4,80 m + 2,40 m
4,15 ha + 0,90 ha	8,45 ha + 2,25 ha
10,65 m + 0,48 m	5,810 km + 3,350 km
8,350 t + 0,750 t	2,640 Milreïs + 5,750 Milr.
6,78 Rubel + 0,36 Rubel	4,95 hfl. + 7,25 hfl.
7,67 Kr. + 0,88 Kr.	10,88 Pesetas + 3,40 Pesetas

2. Schriftliches Rechnen.

Beispiel: 3,755 t + 350 kg + 17 t + 2,614 t + 8,050 t + 475 kg.

3,755	t
0,350	„
17,000	„
2,614	„
8,050	„
0,475	„
2 2 1	
22,244	t

Alle diese Posten werden mit der Benennung t untereinander geschrieben, so daß aber immer Komma unter Komma steht. Wir addieren sie wie gewöhnliche Zahlen, streichen von der Summe 3 Stellen ab und geben dem Ganzen die Benennung t.

Aufg. 13.

a) 13,85 m + 14 cm + 29,67 m + 64 m + 26,89 m + 95 cm + 10,38 m.

b) 7,315 kg + 20,675 kg + 95 kg + 15,567 kg + 84 g + 1,594 kg + 769 g.

Aufg. 14.

Ein Kassenbuch weist folgende Einnahme- und Ausgabeposten auf:

Kassenbestand	330,65	ℳ	Ausgaben	240,65	ℳ
Einnahmen	275,80	„	„	285,40	„
„	4350,10	„	„	465,10	„
„	483,25	„	„	1435,40	„
„	728,35	„	„	985,45	„
„	916,85	„	„	2583,80	„
„	1249,40	„	„	145,—	„
„	275,45	„	„	513,75	„
„	829,65	„	„	985,60	„
„	1394,80	„			

a) Wieviel betrugen die Einnahmen ohne den Bestand?

b) Wie groß waren die Ausgaben?

c) Welches war der gesamte Geldumsatz (Einnahmen und Ausgaben)?

Aufg. 15.

Zur Herstellung eines Winterüberziehers werden gebraucht:

2 m Eskimo à 17 ℳ = 34 ℳ, 1,20 m Wollfutter à 5,40 ℳ = 6,50 ℳ, ein Samtkragen 3,25 ℳ, Ärmelfutter und Wattierleinewand 2,75 ℳ, Knöpfe und Taschen 1,75 ℳ, Watte, Nähseide 2,25 ℳ. An Arbeitslohn sind 19,50 ℳ zu entrichten.

a) Wieviel betragen die Kosten für das Material zu dem Überzieher?

b) Wieviel kostet das Kleidungsstück?

Aufg. 16.

Eine russische Faktura weist folgende Posten auf: 314,25 Rubel, 45,50 Rubel, 29,30 Rubel, 136,65 Rubel, 66,— Rubel.

Auf welchen Endbetrag lautet sie?

Aufg. 17.

Eine österreichische Bank nimmt folgende Posten ein: 238,20 K. 553,38 K., 285,19 K., 495,44 K., 1 516,33 K., 3 744,36 K., 810,87 K., 5 407,50 K.

Welches ist die Gesamteinnahme?

4. Subtraktion.

a) Nicht dezimale Währung.

1. Kopfrechnen.

Beispiel: 14 Cwts. 2 Qrs. — 6 Cwts. 3 Qrs.

14 Cwts. 2 Qrs. — 6 Cwts. = 8 Cwts. 2 Qrs.
8 „ 2 „ — 2 Qrs. = 8 „
8 Cwts. — 1 Qrs. = 7 Cwts. — 3 Qrs.

Man subtrahiert mehrfach benannte Zahlen im Kopf, indem man mit der Subtraktion der höheren Sorte beginnt. 14 Cwts. 2 Qrs. — 6 Cwts. = 8 Cwts. 2 Qrs. Dieses Gewicht vermindere ich nun zunächst um 2 Qrs., damit ich reine Cwts. erhalte und darauf noch um 1 Qr.

Aufg. 1.

a) 4 Mdl. 3 Stck. — 9 Stck.
10 Dtz. 5 Stck. — 10 Stck.
15 Jhr. 3 Mon. — 7 Mon.
9 Mon. 14 Tg. — 20 Tg.
8 Tg. 8 Std. — 13 Std.
14 Std. 12 Min. — 28 Min.

b) 6 Grs. 5 Dtz. — 2 Grs. 9 Dtz.
10 Dtz. 2 Stck. — 5 Dtz. 7 Stck.
15 Schck. 21 Stck. — 5 Schck. 30 St.
10 Mon. 17 Tg. — 2 Mon. 23 Tg.
16 Jhr. 5 Mon. — 7 Jhr. 10 Mon.
8 Std. 15 Min. — 3 Std. 40 Min.

Aufg. 2.

a) 9 £ 4 s — 12 s
1 Ton 7 Cwts. — 12 Cwts.
9 Pud 8 ℔ — 14 ℔
7 Tschetwert 3 Tschetwerik — 5 Tschetwerik
12 Qrs. 2 Bush. — 7 Bush.
11 s 3 d — 9 d

b) 7 Tschetwerik 4 Garnez — 2 Tschetwerik 7 Garnez
10 £ 9 s — 4 £ 15 s
15 Tons 8 Cwts. — 6 Tons 13 Cwts.
3 Qrs. 16 ℔ — 1 Qr. 20 ℔
14 s 6 d — 8 s 9 d
7 Pud 13 ℔ — 3 Pud 27 ℔.

2. Schriftliches Rechnen.

Beispiel: 10 £ 4 s 3 d — 6 £ 17 s 9 d

	£	s	d
		20	12
	10. £	4. s	3 d
—	6 „	17 „	9 „
	3 £	6 s	6 d.

Hier beginnen wir mit der Subtraktion der geringsten Sorte. Da wir von 3 d nicht 9 d abziehen können, verwandeln wir 1 s in 12 d. 12 d + 3 d = 15 d — 9 d = 6 d. Von 3 s können wir nicht 17s subtrahieren. Wir verwandeln daher 1 £ in 20 s.

20 s + 3 s = 23 s — 17 s = 6 s. 9 £ — 6 £ = 3 £.

Aufg. 3.

113 Grs. 2 Dtz. 7 Stck. — 67 Grs. 8 Dtz. 11 Stck.

Aufg. 4.

87 Jhr. 5 Mon. 14 Tg. — 48 Jhr. 8 Mon.

Aufg. 5.

18 Tg. 0 Std. 16 Min. — 9 Tg. 14 Std. 24 Min. (Da hier im Minuendus keine Stunden sind, wird von den 18 Tagen 1 Tag in Std. verwandelt und als 24 Std. über der Stundenkolonne notiert. Davon wird wieder 1 Std. als 60 Min. an die 16 Min. abgegeben.)

Aufg. 6.

Eine Ware wiegt mit der Verpackung 2 Cwts. 1 Qr. 16 ℔. Das Gewicht der Verpackung beträgt 1 Qr. 25 ℔. Welches ist das Netto-Gewicht der Ware? (Die Ware mit der Verpackung ist das Bruttogewicht; das Gewicht der Verpackung heißt Tara, dasjenige der

Ware ohne Verpackung Netto. Brutto = Netto + Tara; Netto = Brutto — Tara; Tara = Brutto — Netto).

Aufg. 7.

Brutto 193 Pud 7 ℔ 9 Solotnik; Tara = 15 Pud 12 ℔ 60 Sol. Wie groß ist Netto?

Aufg. 8.

Brutto Cwts. 156 . 3 . 13 (lies 156 Cwts. 3 Qrs. 13 ℔), Netto Cwts. 143.3.24. Wie groß ist die Tara?

Aufg. 9.

Jemand hat zu zahlen (Debet) £ 14.4.3. Er hat zu bekommen (Credit) £ 9.17.8. Durch welche Summe kann er sein Konto ausgleichen?

b. Dezimale Währung.

1. Kopfrechnen.

Beispiel: 8,05 $ — 3,45 $.

8,05 $ — 3,— $ = 5,05 $
3,05 „ — 0,45 „ = **2,60** „

Wir beginnen hier wieder mit der Subtraktion der höheren Sorte und vermindern darauf den entstandenen Rest noch um die niedere Sorte.

Aufg. 10.

a) 14,05 ℳ — 3,19 ℳ	b) 13,25 Pesetas — 8,75 Pesetas
138,50 ℳ — 30,75 ℳ	17,10 Frs. — 3,65 Frs.
18,25 m — 15,50 cm	20,40 Piaster — 6,80 Piaster
20,125 t — 1,500 t	15,20 Kr. — 3,90 Kr.
3,250 kg — 1,500 kg	35,60 hfl — 6,85 hfl
6,40 hl — 2,75 hl	24,40 Rubel — 5,90 Rubel

2. Schriftliches Rechnen.

Beispiel: 3 516,159 : (lies Konto und Milreïs) — 894,342 :

10 10 10
3.5.16.,159 :
— 8 94 ,342 „
2 6 21 ,817 :

Wir schreiben den Subtrahendus so unter den Minuendus, daß Komma unter Komma steht. Nun denken wir uns das Ganze in Milreïs verwandelt, das Komma in beiden also weggestrichen und subtrahieren dann wie mit ganzen Zahlen. Das Resultat verwandeln wir wieder in :, indem wir von rechts nach links 3 Stellen abstreichen.

Aufg. 11.

a) 4 056,35 ℳ — 3 497,75 ℳ b) 54 329,15 ℳ — 8 736,55 ℳ
c) 13 786,45 ℳ — 8 949,95 ℳ

Aufg. 12.

Eine Ware kostet im Verkauf 435,60 ℳ, im Einkauf 388,70 ℳ.
Wie groß ist der Gewinn?

Aufg. 13.

Ein Wald ist 347,37 ha groß. Es werden davon 85,93 ha verkauft und 25,70 ha abgeholzt.

Wieviel Waldfläche bleibt dem Besitzer noch?

Aufg. 14.

Jemand übergibt seinem Bankier 335,60 ℳ, 2 435,10 ℳ, 898,-- ℳ, 513,75 ℳ; er entnimmt 1 285,50 ℳ und 938,75 ℳ.

Welches Guthaben bleibt ihm noch?

Aufg. 15.

Eine Forderung beträgt 3 574,65 Rubel. Es werden darauf folgende Zahlungen geleistet: 837,40 Rubel, 758,65 Rubel, 184,50 Rubel.

Wie hoch ist die Forderung jetzt noch?

Aufg. 16.

Die Debetseite eines Kontos schließt mit 912,45 Frs., die Creditseite mit 759,69 Frs. ab.

Wieviel Frs. sind auf der Debetseite mehr (wie groß ist der Debetsaldo)?

5. Multiplikation.

a. Nichtdezimale Währung.

1. Kopfrechnen.

Beispiel: 6 × 13 s 5 d.

6 × 13 s = 78 s
6 × 5 d = 30 d = 2 s 6 d

6 × 13 s 5 d = 80 s 6 d = £ 4.0.6.

Man multipliziert mehrfach benannte Zahlen im Kopf, indem man mit der Multiplikation der höheren Sorte beginnt. 6 × 13 s = 78 s. 6 × 5 d = 30 d. Das letzte Produkt wird in die höhere Sorte verwandelt = 2 s 6 d und zu 78 s addiert = 80 s 6 d. Da 80 s = 4 £ sind, ist das Resultat £ 4.0.6.

Aufg. 1.

a) 7 × 11 Stck. (Dtz., Stck.)	b) 9 × 7 Gallons
11 × 15 Stck. (Schck., Stck.)	12 × 13 Garnez
9 × 14 Min.	8 × 37 ℔ (Pud und ℔)
12 × 13 Tg.	11 × 17 s
8 × 7 Jhr. 6 Mon.	6 × 7 Cwts. 2 Qrs.
5 × 9 Dtz. 7 Stck.	9 × 5 ℔ 8 oz (englisch)
10 × 6 Schck. 2 Mdl.	5 × 4 Tschetwert 5 Tschetwerik
7 × 3 Mdl. 14 Stck.	5 × 13 Yards 2 Feet.

2. Schriftliches Rechnen.

Beispiel: 136 Tons 3 Qrs. 15 ℔ × 37.

136 Tons	3 Qrs.	15 ℔ × 37.
136	3	15
× 37	× 37	× 37
952	111	105
408	+ 19	45
5032	130 : 4 = 32	555 : 28 = 19
+ 32	10	28
5064	**2**	275
		252
		23

Resultat: 5 064 Tons 2 Qrs. 23 ℔.

Alle Größen sind zunächst mit 37 multipliziert. Das Ergebnis war 5 032 Tons 111 Qrs. 555 ℔. 555 ℔ wurden zu Qrs. und ℔ gemacht, = 19 Qrs., 23 ℔. 23 ℔ gehören ins Resultat, 19 Qrs. wurden zu 111 Qrs. addiert = 130 Qrs., diese wieder auf Cwts. und Qrs. reduziert = 32 Cwts. 2 Qrs. 2 Qrs. gehören ins Resultat, 32 Cwts. wurden zu 5 032 Cwts. addiert = 5 064 Cwts. Resultat also wie oben.

Aufg. 2.

a) Für 1 ℳ erhält man 2 Grs. 3 Dtz. 7 Stck.
Wieviel bekommt man für 23 ℳ?
(Für 23 ℳ erhält man 23 × soviel als für 1 ℳ, also 23 × 2 Grs. 3 Dtz. 7 St.)

b) Für 15 ℳ erhält man 13 Grs. 7 Dtz. 9 Stck.
Wieviel erhält man für 105 ℳ?
(105 ℳ sind 7 × 15 ℳ; folglich erhält man auch 7 × soviel.)

c) Mit 100 ℳ reicht man 3 Wochen 3 Tage.
Wie lange reicht man mit 500 ℳ?

d) 24 Tg. 18 Std. 24 Min. × 46.

e) 1 ℔ Pottasche kostet 9 d.
Wie teuer sind 83 Cwts. 2 Qrs. 17 ℔?
(Bei solchen Aufgaben resolviert man am besten die mehrfach benannte Zahl (83 Cwts. 2 Qrs. 17 ℔ = ... ℔) und ermittelt dann den Gesamtpreis in d. Diese Zahl wird dann auf £, s und d reduziert.)

f) Berechne den Preis von 125 Cwts. à £ 4.13.6.

g) Was kosten 18 Pud 15 ℔, wenn 1 ℔ 45 Kopeken kostet?

b. Dezimale Währung.

1. Kopfrechnen.

Beispiel: 7 × 8,35 ℳ.

7 × 8 ℳ = 56 ℳ
7 × 35 ₰ = 245 ₰ = 2,45 ℳ

56 ℳ + 2,45 ℳ = **58,45 ℳ.**

Aufg. 3.

a) 9 × 2,40 ℳ	b) 7 × 15,25 Rubel
5 × 6,50 m	12 × 8,60 Frs.
3 × 7,255 t	8 × 9,75 £
7 × 11,25 ha	11 × 4,55 Kr.
11 × 13,50 a	4 × 13,65 Piaster
8 × 3,150 kg	9 × 9,70 hfl.

2. Schriftliches Rechnen.

Beispiel: 39 × 375,48 Frs.

375,48 Frs. × 39	
3 379 32	
11 264 4	
14 643,72 Frs.	

Man denkt sich 375,48 Frs. als 37 548 c, multipliziert diese mit 39 und verwandelt das Resultat wieder in Frs.

Aufg. 4.

a)	b)
14 × 356,75 ℳ	341 × 25,33 Rubel
235 × 84,384 t	658 × 38,28 $
854 × 34,175 kg	93 × 746,83 hfl.
783 × 26,84 ha	176 × 2 386,55 Kr.

Aufg. 5.

1 kg Soda kostet 0,17 ℳ.
Was kosten 525 kg?

Aufg. 6.

Die Fracht für 1 dz (Doppelzentner) beträgt 3,35 ℳ.
Was kostet die Fracht für 19 dz?

Aufg. 7.

1 m Lodenstoff kostet 1,73 ℳ.
Was kosten 23 m?

Aufg. 8.

1 kg süße Mandeln kostet 1,53 ℳ.
Was kosten 43 kg?

Aufg. 9.

1 kg Singapore-Pfeffer kostet 1,97 ℳ.
Wie teuer sind 4 Säcke à 55 kg?

Aufg. 10.

1 m schwarz Satin kostet 6,75 ℳ.
Was kostet ein Stück von 36 m?

Aufg. 11.

1 hl Weizen kostet 17,35 ℳ.
Wie teuer sind 467 hl?

6. Division.

a) Nicht dezimale Währung.

1. Kopfrechnen.

1. Beispiel: 31 ℔ 23 Lot (russisch) : 7.

31 ℔ : 7 = **4** ℔ Rest 3 ℔. 3 ℔ = 96 Lot und 23 Lot = 119 Lot
119 Lot : 7 = **17** Lot

Folglich sind 31 ℔ 23 Lot : 7 = 4 ℔ 17 Lot.

Aufg. 1.

a) 25 Tg. : 8
17 Dtz. 6 Stck. : 5
$^1/_9$ von 32 Mdl. 6 Stck.
$^1/_4$ von 63 Schck.
der 7. Teil von 9 Mon. 3 Tg.

b) $^1/_{10}$ von 3 Qrs. 6 ℔
$^1/_6$ von 7 Bushels 4 Gallons
der 9. Teil von 15 Tons 6 Cwts.
$^1/_4$ von 13 Saschen 5 Fuß
der 7. Teil von 20 £ 6 s.

2. Beispiel: Wie oft sind 7 Pints in 5 Gallons 2 Pints enthalten?
5 Gallons 2 Pints = 42 Pints
7 Pints sind in 42 Pints **6** mal enthalten.

Aufg. 2.

Wie oft sind enthalten

a) 7 Tg. in 3 Mon. 1 Tg.
9 Std. in 5 Tg. 6 Std.
11 Dtz. in 5 Grs. 6 Dtz.
8 Stck. in 9 Dtz. 4 Stck.
13 Stck. in 2 Schck. 10 Stck.

b) 5 d in 8 s 4 d
7 Gallons in 4 Bushels 3 Gll.
12 ℔ in 4 Pud 8 ℔
16 s in 7 £ 4 s
40 ℔ in 6 Cwts. 8 ℔?

Aufg. 3.

5 Yards kosten 13 s 4 d. Was kostet 1 Yard?

Aufg. 4.

8 Tons kosten 13 £ 12 s.
Wie teuer ist 1 Ton?

2. Schriftliches Rechnen.

1. Beispiel: 314 Tons 13 Cwts. 1 Qr. 15 ℔ : 47

```
314 Tons : 47 = 6 Tons
282
------
 32.20
------
   640 Cwts.
 +  13  „
---------
   653 Cwts : 47 = 13 Cwts.
   47
   ----
   183
   141
   ----
    42.4
   ------
     168 Qrs.
     + 1  „
     -------
     169 Qrs. : 47 = 3 Qrs.
     141
     -----
      28.28
     -------
       224
       56
     -------
       784 ℔
      +15  „
     -------
       799 ℔ : 47 = 17 ℔
       47
     -------
       329
       329
       ---
```

Resultat: 6 Tons 13 Cwts. 6 Qrs. 17 ℔.

Man beginnt mit der Division der höchsten Sorte, verwandelt den Rest in die nächst niedere Sorte, addiert dazu die gleich benannte Sorte aus der Aufgabe, dividiert diese Summe wieder durch den Divisor, verwandelt den Rest in die niedere Sorte usw.

314 Tons : 47 = **6** Tons Rest 32 Tons.

32 Tons = 32 × 20 = 640 Cwts., dazu 13 Cwts. aus der Aufgabe = 653 Cwts. 653 Cwts. : 47 = **13** Cwts., Rest 42 Cwts.

42 Cwts. = 42 × 4 = 168 Qrs., dazu 1 Qr. aus der Aufgabe = 169 Qrs. 169 Qrs. : 47 = **3** Qrs., Rest 28 Qrs.

28 Qrs. = 28 × 28 = 784 ℔, dazu 15 ℔ aus der Aufgabe = 799 ℔ 799 ℔ : 47 = **17** ℔.

2. Beispiel: Wie oft sind 3 Dtz. 11 Stck. in 28 Grs. 4 Dtz. 9 Stck. enthalten?

3 Dtz. 11 Stck. = 47 Stck.

28 Grs. 4 Dtz. 9 Stck. = 4 089 Stck.

47 Stck. in 4089 Stck. = **87** ×
376
329
329

Dividendus und Divisor werden beide in dieselbe niedrigste Sorte verwandelt, darauf wird untersucht, wie oft der Divisor in dem Dividendus enthalten ist.

3. Beispiel: 3 Cwts. 2 Qrs. kosten £ 1.15.4.
Wie teuer ist 1 Qr.?

3 Cwts. 2 Qrs. = 8 Qrs.

Kosten 8 Qrs. £ 1.15.4, so kostet 1 Qr. den 8. Teil von £ 1.15.4.

£ 1.15.4 : 8
1 £ = 20 s
+ 15 „
35 s : 8 = **3** s
3 s = 36 d
+ 4 „
40 d : 8 = **5** d
40

1 Qr. kostet also 3 s 5 d.

Aufg. 5.

a) 57 Tg. 9 Std. : 27

b) 975 Schck. 48 Stck. : 42
c) 655 Mdl. 50 Stck. : 25
d) 130 Jhr. 8 Mon. 2 Tg. : 86

Aufg. 6.
Ein Gärtner pflanzt 57 Schck. 45 Stck. Kohlrabipflanzen in 55 gleiche Reihen.
Wieviel Pflanzen stehen in jeder Reihe?

Aufg. 7.
Ein Landmann hat auf seinem Felde 278 Mdl. und 12 Garben Getreide stehen.
Wieviel Mandeln und Garben gehen durchschnittlich auf einen Wagen, wenn er das Getreide mit 41 Fuhren einfährt?

Aufg. 8.
Ein Gemüsehändler hat einen Vorrat von 94 Schck. 4 Mdl. Kohlrabi.
Wieviel verkauft er im Durchschnitt täglich, wenn der Vorrat in 38 Tg. geräumt ist?

Aufg. 9.
a) £ 1 369.—.3 (1 369 £ 0 s 3 d) : 43
b) 157 Qrs. 2 Bushels 7 Gallons : 27
c) 26 Tons 13 Cwts. 1 Qr. 20 ℔ : 32
d) 272 Pud 35 ℔ 28 Lot : 74

Aufg. 10.
74 Tons kosten 1 603 £ 19 s.
Wie teuer ist 1 Ton?

Aufg. 11.
49 Yards kosten £ 35.18.8.
Wie teuer ist 1 Yard?

Aufg. 12.
Eine Faktura über 10 Ballen Pfeffer gibt das Gewicht desselben mit Netto 1 Ton 6 Cwts. 0 Qr. 14 ℔ an. Der Preis der Sendung ohne Unkosten ist £ 121.18.4.
Wie teuer ist 1 ℔ berechnet?

Aufg. 13.
Ein Stück Tuch kostet ohne Spesen £ 15.13.4.
Was kostet 1 Yard, wenn das Stück 47 Yards enthält?

Aufg. 14.

In welcher Zeit setzt ein Schreibwarenhändler 13 Grs. 3 Dtz. 10 Stck. Hefte um, wenn er im Durchschnitt täglich 11 Dtz. 5 Stck. verkauft?

Aufg. 15.

Eine Sendung Kaffee kostet ohne Spesen £ 350.10.8.
Welches ist das Nettogewicht, wenn 1 ℔ mit 8 d berechnet ist?

b. Dezimale Währung.

1. Kopfrechnen.

1. Beispiel: 78,40 Frs. : 8.

72,— Frs. : 8.	= 9 Frs.
6,40 „ oder 640 c : 8	= 80 c
78,40 Frs. : 8	= 9 Frs. 80 c oder 9,80 Frs.

Wir haben 78,40 Frs. in 72 Frs. (die durch 8 teilbar sind) und 6,40 Frs. zerlegt, die letzte Zahl in Centimes verwandelt und nun jede Sorte durch 8 geteilt.

Von großer Wichtigkeit bei den folgenden Aufgaben ist das schnelle und sichere Zerlegen der gegebenen Zahl. Erst wenn man hierin Sicherheit hat, kann man eine genügende Fertigkeit im Dividieren erzielen.

Übe daher bei den Aufgaben in Nr. 16 zunächst nur das Zerlegen und beginne dann erst mit der Lösung!

Aufg. 16.

a)		b)	
	45,60 ℳ : 4		134,70 Frs. : 3
	39,60 m : 6		4,56 $: 8
	52,50 hl : 7		6,48 Rubel : 9
	78,30 ha : 9		13,50 £ : 15
	84,500 kg : 5		6,66 Gulden : 9
	63,200 km : 8		14,35 Kr. : 5
	49,50 a : 15		193,20 Drachmen : 30
	87,75 ℳ : 25		220,80 Pesetas : 12

Der 10. Teil von 3,60 ℳ oder 360 ₰ ist 36 ₰ = 0,36 ℳ Der 100. Teil von 34,— ℳ oder von 3 400 ₰ ist 34 ₰ oder 0,34 ℳ. Der 1000. Teil von 48,— kg oder von 48 000 g ist 48 g oder 0,048 g.

Ist der Divisor eine dekadische Einheit, so rückt das Komma im Dividendus um so viel Stellen nach links, als die dekadische Zahl Nullen hat. Etwa fehlende Stellen werden durch Nullen ersetzt.

Kostet 1 m 5 ℳ, so kostet 1 cm den 100. Teil von 5 ℳ = 0,05 ℳ oder 5 ₰.

Soviel ℳ das m kostet, soviel ₰ kostet das cm. Dasselbe Verhältnis besteht, wenn die Währungszahl sowohl im Maß als auch im Preise 100 ist.

Merke demnach folgende Regel:

Soviel ℳ (Frs., Rº usw.) das	m,	soviel ₰ (c, Kop. usw.) das	cm,
" " " " " "	hl,	" " " " " "	l,
" " " " " "	ha,	" " " " " "	a,
" " " " " "	a,	" " " " " "	qm,
" " " " " "	dz,	" " " " " "	kg,
" " " " " "	Ztr.,	" " " " " "	Pfund.

Aufg. 17.

Ein hl Wein kostet 285 ℳ.

a) Was kostet 1 l?
b) Was kosten 5 l?
c) Was kosten 11 l?

Aufg. 18.

1 ha Ackerland kostet 106 ℳ Pacht.

a) Was kostet 1 a?
b) Was kosten 40 a?
c) Was kosten 2 ha 30 a?

Aufg. 19.

100 Rubel = 216 ℳ.

a) Wieviel gilt 1 Rubel?
b) Wieviel gelten 8 Rubel?
c) Wieviel gelten 50 Kopeken?
d) Wieviel gelten 10,50 Rubel?

Aufg. 20.

12 kg Sultaninen kosten 8,64 ℳ.
Wie teuer ist 1 kg?

Aufg. 21.

15 kg Java-Reis kosten 5,70 ℳ.
Was kostet 1 kg?

Aufg. 22.

Die Firma J. Dupont u. Co., Hamburg liefert Kognak, Marke OA 3, in Originalkisten à 12 Flaschen. Sie berechnet 1 Kiste mit 45,60 ℳ
Wieviel kostet 1 Flasche?

2. Beispiel: Wie oft sind 35 cm in 2,45 m enthalten?

2,45 m = 245 cm
35 cm in 245 cm = 7 ×

Aufg. 23.

Wie oft sind enthalten

a) 75 ₰ in 8,25 ℳ	b) 16 Kopeken in 3,20 Rubeln
36 l in 1,80 hl	45 c in 3,15 Frs.
17 cm in 2,04 m	60 Lepta in 8,40 Drachmen
1,25 a in 11,25 ha	18 Öre in 2,16 Kr.
2,3 cm in 16,1 cm	1,50 Frs. in 16,50 Frs.
7,20 ha in 43,20 qkm	2,25 Piaster in 20,25 Piastern

2. Schriftliches Rechnen.

1. Beispiel: 1 951,60 Rubel : 56

```
1 951,60 Rubel : 56 = 34,85 Rubel
1 68
----
  271
  224
  ---
   47 6
   44 8
   ----
    2 80
    2 80
    ----
```

Man dividiert zunächst 1 951 R° durch 56 = 34 R°, setzt zum Zeichen, daß die Division der R° beendet ist, hinter 34 ein Komma, denkt sich den Rest von 47 R° in 4 700 Kop. verwandelt, zählt hierzu noch die 60 Kop. aus dem Dividendus und dividiert nun weiter durch 56. Das Resultat hat nun selbstverständlich die Benennung Rubel.

2. Beispiel: 115,60 Kr. : 136.

$$\begin{array}{l} 115{,}60\ \text{K.} : 136 = 0{,}85\ \text{K.} \\ \underline{108\,8} \\ \quad\ 6\,80 \\ \quad\ \underline{6\,80} \end{array}$$

Hier ist die Zahl für K. kleiner als der Divisor. Das Resultat zeigt daher auch 0 K. Hinter diese 0 wird das Komma gesetzt und darauf weiter durch 136 geteilt.

Bei den folgenden Aufgaben bleiben meist zum Schluß Reste, die nicht berücksichtigt werden sollen.

Aufg. 24.

a)	b)
369,48 ℳ : 48	754,18 Frs. : 78
5 483,95 m : 345	2 946,84 R : 325
2 849,38 ha : 8 475	8 469,— Pesetas : 485
98 563,500 km : 2 648	6 849,75 Piaster : 4 793
59 570,350 kg : 6 389	48,35 Dollar : 78
48 957,125 t : 4 736	29,380 Milrëis : 86
35,750 g : 175	68,75 Gulden : 235

Aufg. 25.

Die Fracht auf 37 dz wird mit 85,10 ℳ berechnet. Wieviel kommt auf 1 dz?

Aufg. 26.

46 Tonnen Heringe stellen sich mit Fracht und Spesen auf 977,50 ℳ. Wie teuer ist eine Tonne?

Aufg. 27.

$^{180}/_{10}$ Mille Rara Avis kosten laut Faktura 1 215 ℳ, Fracht und sonstige Unkosten betragen 37,80 ℳ.

Welches ist der Selbstkostenpreis für $^{1}/_{10}$ Mille?

3. Beispiel:

Wieviel Tage reicht man mit einem Futtervorrat von 3,920 t, wenn täglich im Durchschnitt 245 kg verbraucht werden?

Werden täglich 245 kg verbraucht, so reicht man mit 3,920 t soviel Tage, als 245 kg in 3,920 t enthalten sind.

245 kg in 3 920 t
245 kg in 3 920 kg = 16 ×
2 45
1 470
1 470

Folglich reicht der Vorrat 16 Tage.

Vor der Ausrechnung sind Divisor und Dividendus auf eine Benennung zu bringen, 3,920 t werden also in 3 920 kg verwandelt.

Aufg. 28.

Eine Küche hat 15,7500 qm Fußbodenfläche. 3,1500 qm werden zur Aufstellung der Kochmaschine gebraucht. Der übrige Teil des Fußbodens soll mit Fliesen ausgelegt werden.

Wieviel Fliesen werden gebraucht, wenn eine Fliese 420 qcm groß ist (1 qm = 10 000 qcm!)?

Aufg. 29.

Wieviel 20 Frank-Stücke erhält man in Wien für 8 213,70 K. österreichischer Währung, wenn ein 20 Frank-Stück 19,65 K. gilt.

Aufg. 30.

Wie oft kann man von 1 413,750 kg 16,250 kg auswiegen?

Aufg. 31.

Wieviel Fässer zu je 3,25 hl können aus einem Fasse von 113,75 hl gefüllt werden?

7. Verwandlung fremder Sorten in deutsche und umgekehrt.

Benutze bei folgenden Aufgaben die diesem Buche beigegebenen Umrechnungstabellen!

Beispiel: Wieviel ℳ sind £ 19.15.8.

19 £	=	388,17 ℳ
15 s	=	15,32 „
8 d	=	0 68 „
£ 19.15.8	=	404,17 ℳ

Aufg. 1.

a) Wieviel ℳ sind 71,75 Frs.?

(Beachte hierbei folgendes: Da 75 Frs. nach der Tabelle = 60,75 ℳ sind, sind 75 c = 60,75 ₰ = 0,61 ℳ.)

b) Wieviel Frs. sind 91,50 ℳ?

Aufg. 2.

a) Wieviel deutsche geographische Meilen sind 15 km? (Meilentabelle: 1 km = 0,135 deutsche geographische Meilen.)
b) Wieviele russische Werst sind 25 km?
c) Verwandle 74 km in englische Meilen!
d) Verwandle 121 englische geographische Meilen in km!
e) Verwandle 253 englische Meilen in km!

Aufg. 3.

a) 5 Yards 2 Feet 8 Inches sind wieviel m, cm und mm?
b) 3 ℔ 9 oz = wieviel kg?
c) 13 Tons 18 Cwts. = wieviel Tons?
d) 5 Troypfund 9 oz = wieviel kg?
e) 5 Bushels 3 Gallons = wieviel l?
f) £ 24.13.10 = wieviel ℳ?
g) 127,26 ℳ = wieviel £, s u. d?

Aufg. 4.

a) 4 Pud 23 = wieviel kg?
b) 569,60 Rubel = wieviel ℳ?

Aufg. 5.

a) 3 495,40 K. (österreichisch) = wieviel ℳ?
b) 5 849,50 ℳ = wieviel K.?

Aufg. 6.

a) 9 865,60 Kr. (dänisch) = wieviel ℳ?
b) 15 641,30 ℳ = wieviel Kr.?

Aufg. 7.

a) 20 560,10 Gulden = wieviel ℳ?
b) 3 580,50 ℳ = wieviel hfl.?

Aufg. 8.

a) 320,500 Milrëis (portugiesisch) = wieviel ℳ?
b) 595,85 ℳ = wieviel Milrëis?

Aufg. 9.

a) 675,30 Piaster = wieviel ℳ?
b) 325,50 ℳ = wieviel Piaster?

Aufg. 10.

a) 487,30 Milrëis (brasilianisch) = wieviel ℳ?
b) 2 480,50 ℳ wieviel Milrëis?

Aufg. 11.

a) 835,35 Gold-Pesos (mexikanisch) = wieviel *M*?

b) 621,70 *M* = wieviel Gold-Pesos?

Aufg. 12.

a) 91 438,40 Dollar = wieviel *M*?

b) 5 631,80 *M* = wieviel Dollar?

8. Die Zeitrechnung.

I. Der Kalender.

Die Zeit, während welcher sich unsere Erde einmal um ihre Achse dreht, nennen wir einen Tag. Der Tag wird in 24 Stunden à 60 Minuten à 60 Sekunden eingeteilt. 28 bis 31 Tage sind ein Monat. Der Monat entspricht ungefähr der Umlaufszeit des Mondes um die Erde. 365 Tage bilden ein gewöhnliches Jahr, ein Gemeinjahr; das ist annähernd die Umlaufszeit der Erde um die Sonne.

Nun ist aber durch genaue Beobachtung festgestellt worden, daß die Erde 365 Tage 5 Stunden, 48 Minuten und 48 Sekunden braucht, um einmal die Sonne zu umkreisen. Ein Gemeinjahr ist demnach um fast 6 Stunden zu kurz, das macht in 4 Jahren 24 Stunden oder einen Tag. Diesem Umstande ist dadurch Rechnung getragen worden, daß man jedem 4. Jahre — jedem Jahre, dessen Zahl sich durch 4 teilen läßt — einen Tag einschaltet. Man nennt diesen Tag Schalttag, das Jahr Schaltjahr. Der Monat Februar hat daher in einem Gemeinjahr 28, in einem Schaltjahr 29 Tage.

Die Veranlassung zur Einfügung des Schalttages hat Julius Cäsar gegeben; die Zeiteinteilung nach diesen Grundsätzen ist der julianische Kalender, der Kalender alten Stiles.

Während der julianische Kalender für ein Jahr 365 Tage 6 Stunden rechnet, ist das astronomische Jahr gleich 365 Tagen 5 Stunden 48 Minuten 48 Sekunden, also um 11 Minuten 12 Sekunden kürzer; das macht in 400 Jahren 400 × 11 Min. 12 Sek. = 3 Tage 1 Std. 20 Min.

Tatsächlich hatte sich zur Zeit des Papstes Gregor des Großen die Zeitrechnung bereits um 10 Tage verschoben. Um sie nun wieder mit dem astronomischen Jahr in Einklang zu bringen, ordnete er im Jahre 1582 an, bei der Zählung im Monat Oktober 10 Tage zu überspringen. Man schrieb demzufolge nach dem 4. den 15. Oktober. Damit aber auch für die Folge der Fehler des julianischen Kalenders vermieden werde, wurde ferner vereinbart, jedem Säkularjahr (1700, 1800, 1900 usw.), das nicht durch 400 teilbar ist, den Schalttag zu nehmen.

Diesen neuen verbesserten Kalender nennt man den gregorianischen, den Kalender neuen Stiles.

Der alte Kalender ist jetzt nur noch in Rußland, Griechenland und bei den Slaven griechischer Konfession im Gebrauch. Er weicht von dem gregorianischen bereits um 13 Tage ab. Wenn die Russen den ersten Januar schreiben, datieren wir breits den 14. Will man das Datum auf beide Arten angeben, so schreibt man die julianische Angabe unter die gregorianische, z. B. $\frac{\text{27. Juni,}}{\text{14. Juni,}}$ $\frac{\text{4. August}}{\text{22. Juli.}}$

Im Geschäftsverkehr wird bei der Berechnung der Zeit die Länge der Jahre und Monate in den verschiedenen Ländern verschieden angenommen.

Gebräuchlich ist zu rechnen: in

Deutschland, Rußland und Österreich das Jahr zu 360, den Monat zu 30 Tagen;

Frankreich, Italien, Holland und Belgien das Jahr zu 360, den Monat kalendermäßig;

England und Nordamerika das Jahr und den Monat kalendermäßig.

Handelt es sich aber um eine genaue Zeitberechnung, so müssen überall Jahre und Monate kalendermäßig ausgezählt werden.

II. Berechnung der Zeitdauer.

1. Beispiel:

Ein Kapital wurde am 15. Januar 1902 ausgeliehen und am 20. August 1906 wiedergezahlt.

Wie lange hat es gestanden?

Vom 15. Januar 1902 bis 15. Januar 1906 sind 4 Jahre;
„ 15. „ 1906 „ 15. August 1906 „ 7 Monate;
„ 15. August 1906 „ 20. August 1906 „ 5 Tage.

Das Kapital hat also 4 Jahre 7 Monate 5 Tage gestanden.

2. Beispiel:

Ein Wechsel wurde am 28. März diskontiert (verkauft), er ist am 3. Juni fällig.

Berechne die Diskontzeit (die Tage zwischen dem Verkaufs- und dem Fälligkeitstage)!

Im März liegen 2 Diskonttage (30 — 28 = 2),
im April und Mai „ 60 „ (jeder Monat 30 Tg.),
im Juni „ 3 „ .

Vom 28. März bis 3. Juni sind also 65 Diskonttage.

Die letzte Art der Zeitberechnung, also für kürzere Zeiten, ist für den geschäftlichen Verkehr sehr wichtig. Bei den folgenden Aufgaben sie daher besonders berücksichtigt.

Aufg. 1.

A wurde am 16. Juni 1846 geboren, er ist am 2. April 1904 gestorben. Wie alt ist er geworden?

Aufg. 2.

Eine Summe war am 3. August fällig; am Jahresschluß war sie noch nicht beglichen.

Für welche Zeit sind Zinsen zu entrichten?

Aufg. 3.

Berechne die Diskontzeit folgender Wechsel:

Diskontiert am	fällig am
a) 5. August	16. September
b) 16. Juni	13. August
c) 27. Januar	5. Mai
d) 30. Mai (0 Maitage!)	10. August
e) 14. Januar	1. März (1 Märztag!)

III. Berechnung eines Zeitpunktes.

a) Das Enddatum wird gesucht:

1. Beispiel:

Ein Kapital war am 15. September 1899 ausgeliehen worden. Es hatte 3 Jahre, 7 Monate, 25 Tage gestanden.

An welchem Tage wurde es zurückbezahlt?

3 Jahre nach dem 15. Septemper 1899 schrieb man den 15. September 1902,

7 Monate nach dem 15. September 1902 schrieb man den 15. April 1903,

25 Tage nach dem 15. April 1903 schrieb man den 10. Mai 1903.

Das Kapital wurde also am 10. Mai 1903 zurückgezahlt.

2. Beispiel:

Ein Wechsel ist am 26. Oktober diskontiert, er hat noch eine Diskontzeit von 57 Tagen.

Wann ist er fällig?

	4 Diskonttage (nicht 5!)	sind bis zum	31. Oktober,
weitere	30 „	„ „ „	31. November,
„	23 „	„ „ „	23. Dezember.

Der Wechsel ist also am 23. Dezember fällig.

Aufg. 4.

Der Kaiser Napoleon I. wurde am 15. August 1769 geboren. Er ist 51 Jahre 8 Monate 20 Tage alt geworden.

Wann starb er?

Aufg. 5.

Eine Geldsumme wurde am 10. Oktober 1902 ausgeliehen und nach 3 Jahren 5 Monaten 23 Tagen zurückgezahlt.

Wann ist das geschehen?

Aufg. 6.

Berechne den Fälligkeitstag folgender Wechsel:

verkauft am	Diskonttage!
15. August	39 Tage
29. November	65 „
26. Mai	58 „
8. Dezember	49 „

b. Das Anfangsdatum wird gesucht:

1. Beispiel:

Ein ausgeliehenes Kapital wurde am 16. April 1906 zurückgezahlt. Es hat 8 Jahre 5 Monate 20 Tage gestanden.

An welchem Tage ist es ausgeliehen worden?

8 Jahre vor dem 16. April 1906 schrieb man den 16. April 1898;
5 Monate vor dem 16. April 1896 schrieb man den 16. November 1897;
20 Tage vor dem 16. November 1897 schrieb man den 26. Oktober 1897.

Das Kapital ist also am 26. Oktober 1897 ausgeliehen worden.

2. Beispiel:

Ein Wechsel ist am 3. November fällig. Er ist vor 46 Tagen diskontiert worden.

Auf welchen Tag fällt die Diskontierung des Wechsels?

Vom	3. November	3 Tage	zurückgerechnet	= 31. Oktober;
„	31. Oktober	30 „	„	= 30. September;
„	30. September	13 „	„	= 17. „

Der Wechsel ist also am 17. September diskontiert worden.

Aufg. 7.

Es starb jemand am 24. August 1874; er ist 65 Jahre 7 Monate 19 Tage alt geworden.

Wann ist er geboren? (Tage kalendermäßig!)

Aufg. 8.

Berechne den Diskontierungstag folgender Wechsel:

fällig am	Diskonttage
13. Januar	38 Tage
5. April	61 „
1. Dezember	39 „
30. Juni	74 „
5. Februar	46 „

C. Das Rechnen mit gewöhnlichen Brüchen.

1. Allgemeines über die Entstehung und Arten der Brüche.

Wir haben bis jetzt nur mit sogenannten ganzen Zahlen gerechnet und die verschiedenen Operationen mit ihnen gemacht; wir haben gesehen, daß sie sich z. B. mit oder ohne Rest teilen lassen. Nun läßt sich aber auch ein Ganzes in beliebige Teile zerlegen. Teilen wir einen Apfel in 2 gleich große Teile, so entstehen 2 halbe Äpfel. In 3 Teile geteilt, erhält man 3 drittel Äpfel usw. Ein Teil ist dann ein halber bezw. ein drittel Apfel.

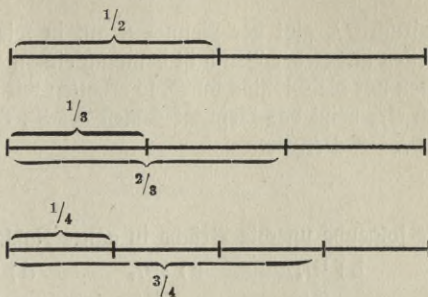
Sieht man nun von der Benennung (Apfel) ab, so erkennt man, daß sich jede Einheit, das Ganze, durch Teilung zerlegen läßt. Angenommen, folgender Strich bedeute ein Ganzes oder die Zahl 1.

Durch Teilung in zwei gleiche Teile würden wir zwei Halbe erhalten und nennen jeden Teil ein Halbes. Durch Teilung in 3, 4, 5 usw. Teile entstehen drittel, viertel, fünftel usw.

Ist ein Ganzes in siebentel geteilt und werden 2 solcher Teile zu einer Größe zusammengefaßt, so nennt man das zwei Siebentel.

Solche Größen, die einen oder mehrere Teile eines Ganzen bezeichnen, nennt man Brüche.

Zur schriftlichen Darstellung von Brüchen braucht man 2 Zahlen: eine Zahl, die angibt, in wieviel Teile das Ganze geteilt ist, den Nenner, und eine Zahl, welche sagt, wieviel solcher Teile zu einer Größe zusammengefaßt werden, den Zähler. Zähler und Nenner werden durch einen wagerechten oder auch schrägen Strich, den Bruchstrich, getrennt. Der Zähler steht über, der Nenner unter dem Bruchstrich. Ein Halbes = $1/2$, ein Drittel = $1/3$, zwei Drittel = $2/3$.



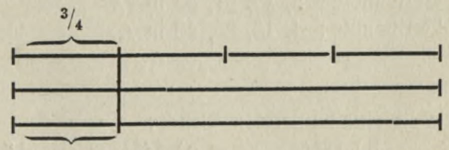
Solche Brüche, die als Zähler eine 1 haben, sind *Stammbrüche* ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$). Ist der Zähler eine größere Zahl, so ist der Bruch ein *abgeleiteter* Bruch ($2/3$, $3/4$, $2/5$, $4/5$).

Wenn der Zähler kleiner als der Nenner, der Bruch also auch kleiner als ein Ganzes ist, so heißt der Bruch ein *echter Bruch* ($3/4$, $5/7$, $3/8$, $9/10$); ist er aber größer als der Nenner, also auch größer als ein Ganzes, so nennt man ihn einen *unechten Bruch* ($5/3$, $8/4$, $11/5$).

Wird eine ganze Zahl und ein Bruch zu einer Größe vereinigt, so entsteht eine *gemischte Zahl* ($4\,1/2$, $3\,3/4$, $10\,1/3$).

Haben mehrere Brüche einen gleichen Nenner, so nennt man sie *gleichnamige Brüche* ($2/7$, $3/7$, $6/7$), im anderen Falle sind es *ungleichnamige Brüche* ($3/4$, $5/8$, $7/9$).

Ein abgeleiteter Bruch entsteht auch, wenn man mehrere Ganze durch eine Zahl teilt, wie aus folgender figürlichen Darstellung ersichtlich wird.



Wird also die Zahl 3 durch 4 geteilt, oder was dasselbe ist, wird der 4. Teil von 3 Ganzen genommen, so entstehen $3/4$. $5/7$ sind demnach der 7. Teil von 5 Ganzen usw.

2. Verwandlung unechter Brüche in ganze und gemischte Zahlen und umgekehrt.

In dem Bruch $^{32}/_{8}$ gibt der Nenner 8 an, in wieviel Teile der Zähler 32 zu teilen ist. Jeder Bruch ist demnach eine nicht ausgeführte Division. Führen wir die Division durch, so erhalten wir als Resultat 4. Bei dem Bruch $^{35}/_{8}$ heißt das Resultat 4 Rest 3. $3 : 8$ sind aber $^{3}/_{8}$, demnach sind $^{35}/_{8} = 4^{3}/_{8}$.

Aufg. 1.

Verwandle folgende unechte Brüche in ganze Zahlen:

a) $^{45}/_{5}$	b) $^{12}/_{4}$	c) $^{140}/_{7}$	d) $^{171}/_{19}$
$^{36}/_{6}$	$^{25}/_{5}$	$^{128}/_{16}$	$^{216}/_{24}$
$^{40}/_{8}$	$^{49}/_{7}$	$^{144}/_{18}$	$^{285}/_{15}$
$^{80}/_{10}$	$^{24}/_{3}$	$^{91}/_{13}$	$^{180}/_{36}$

Aufg. 2.

Verwandle in ganze und gemischte Zahlen:

a) $^{25}/_{3}$	b) $^{19}/_{4}$	c) $^{143}/_{15}$	d) $^{235}/_{13}$
$^{36}/_{7}$	$^{41}/_{8}$	$^{143}/_{16}$	$^{300}/_{19}$
$^{45}/_{8}$	$^{123}/_{10}$	$^{143}/_{19}$	$^{485}/_{17}$
$^{53}/_{6}$	$^{33}/_{5}$	$^{143}/_{18}$	$^{623}/_{24}$

$1 = {}^{5}/_{5}$, demnach sind $3 = {}^{15}/_{5}$, $7 = {}^{35}/_{5}$, $13 = {}^{65}/_{5}$. Soll die gemischte Zahl $7^{3}/_{4}$ in einen unechten Bruch verwandelt werden, so verwandeln wir zunächst 7 in $^{28}/_{4}$ und addieren dazu $^{3}/_{4} = {}^{31}/_{4}$.

Aufg. 3.

a) Verwandle: 9, 13, 21, 32 in $/_{7}$.
b) Verwandle: 4, 16, 25, 48 in $/_{9}$.

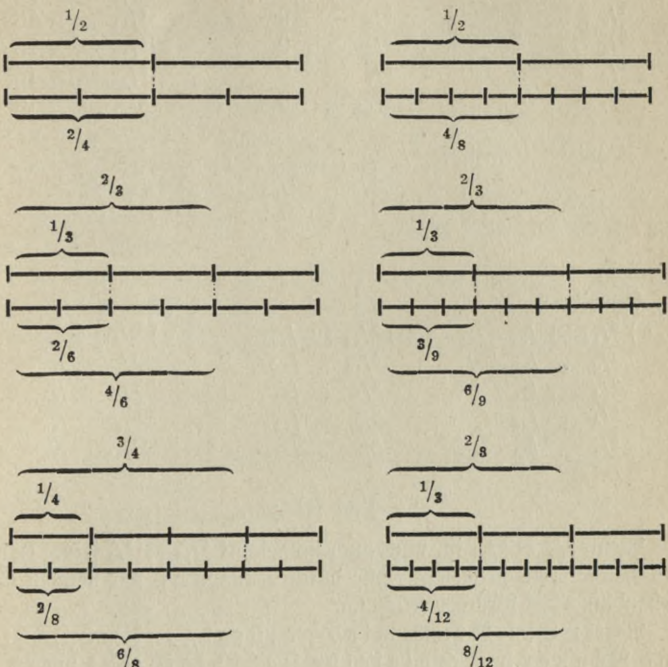
Aufg. 4.

Verwandle in einen unechten Bruch:

a) $9^{3}/_{4}$	b) $12^{2}/_{3}$	c) $14^{2}/_{7}$	d) $9^{5}/_{13}$
$8^{5}/_{7}$	$33^{1}/_{3}$	$17^{4}/_{5}$	$7^{6}/_{17}$
$6^{3}/_{8}$	$19^{5}/_{6}$	$29^{7}/_{8}$	$4^{18}/_{19}$
$7^{5}/_{9}$	$13^{4}/_{5}$	$18^{7}/_{10}$	$12^{5}/_{24}$

3. Erweitern und Kürzen der Brüche.

a) Das Erweitern.



Wie diese bildliche Darstellung zeigt, ist $^1/_2 = {}^2/_4$, $^1/_3 = {}^2/_6$, $^2/_3 = {}^4/_6$, $^1/_4 = {}^2/_8$, $^3/_4 = {}^6/_8$, $^1/_2 = {}^4/_8$, $^1/_3 = {}^3/_9$, $^2/_3 = {}^6/_9$, $^1/_3 = {}^4/_{12}$, $^2/_3 = {}^8/_{12}$.

Der Wert der Brüche ist stets derselbe geblieben, hingegen sind sowohl Zähler als auch Nenner größer geworden. Bei dem letzten Bruch ist aus dem Zähler 2 eine 8 geworden, er ist also mit 4 multipliziert, aus dem Nenner 3 entstand der Nenner 12, er ist ebenfalls auf das 4 fache gebracht. Zähler und Nenner sind also mit derselben Zahl multipliziert, man sagt, der Bruch ist *erweitert*.

Regel: *Ein Bruch wird erweitert, wenn Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliziert werden.*

Aufg. 1.

a) $^4/_5$ durch 4	b) $^2/_3$ durch 9	c) $^7/_{11}$ durch 16
$^3/_4$ „ 4	$^3/_{10}$ „ 9	$^3/_{13}$ „ 16
$^7/_8$ „ 4	$^5/_8$ „ 9	$^7/_{15}$ „ 16
$^3/_5$ „ 4	$^2/_5$ „ 9	$^{11}/_{12}$ „ 26
$^1/_6$ „ 4	$^3/_7$ „ 9	$^5/_6$ „ 16
$^5/_7$ „ 4	$^5/_{12}$ „ 9	$^9/_{20}$ „ 16

Beispiel: Erweitere $^5/_8$ zu $/_{56}$.

$$^1/_8 = {}^7/_{56}$$
$$^5/_8 = {}^{35}/_{56}$$

Aufg. 2.

Erweitere

a) $^5/_{12}$ zu $/_{36}$	b) $^3/_{24}$ zu $/_{72}$	c) $^2/_3$ zu $/_{90}$
$^4/_9$ „ $/_{36}$	$^5/_{18}$ „ $/_{72}$	$^4/_5$ „ $/_{90}$
$^3/_4$ „ $/_{36}$	$^3/_8$ „ $/_{72}$	$^7/_9$ „ $/_{90}$
$^5/_6$ „ $/_{36}$	$^3/_4$ „ $/_{72}$	$^5/_6$ „ $/_{90}$
$^2/_3$ „ $/_{36}$	$^8/_9$ „ $/_{72}$	$^{14}/_{15}$ „ $/_{90}$

b) Das Kürzen.

Wenn $^2/_3 = {}^8/_{12}$ ist, muß auch umgekehrt $^8/_{12} = {}^2/_3$ sein. Zähler und Nenner sind in diesem Falle durch 4 dividiert; wir nennen diese Behandlung des Bruches Kürzung.

Regel: *Ein Bruch wird gekürzt, indem Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividiert werden.*

Um einen Bruch zu kürzen, muß man eine Zahl suchen, welche sowohl im Zähler als auch im Nenner restlos enthalten ist. Bei Brüchen mit kleineren Zahlen im Zähler und Nenner findet man diese Kürzungszahl leicht (man nennt sie auch gemeinsames Maß), für das Kürzen von Brüchen mit größeren Zahlen ist es vorteilhaft, sich einige Regeln zu merken:

Durch 2 sind alle geraden Zahlen teilbar.

Sie haben in der Einerstelle 0 oder 2 oder 4 oder 6 oder 8. Die Zehner, Hunderter, Tausender sind durch 2 teilbar; 2, 4, 6, 8 sind ebenfalls durch 2 teilbar, folglich müssen also auch alle geraden Zahlen durch 2 teilbar sein.

Durch 4 sind alle Zahlen teilbar, deren Einer und Zehner zusammengenommen ohne Rest teilbar sind.

Da Hunderter, Tausender usw. durch 4 restlos teilbar sind, braucht man also nur die Zehner- und Einerstelle auf die Teilbarkeit durch 4 zu untersuchen.

Durch 8 sind alle Zahlen teilbar, deren Einer, Zehner und Hunderter zusammengenommen durch 8 teilbar sind.

1000 und jedes Vielfache davon ist durch 8 ohne Rest teilbar, folglich muß jede Zahl restlos durch 8 teilbar sein, deren letzte drei Stellen sich durch 8 teilen lassen.

Durch 5 ist jede Zahl teilbar, die in der Einerstelle eine 5 oder eine 0 hat.

Durch 10 ist jede Zahl teilbar, die in der Einerstelle eine 0 hat.

Durch 9 ist jede Zahl teilbar, deren Quersumme durch 9 teilbar ist. (Die Quersumme ist die Zahl, die durch Addition der Ziffern einer mehrstelligen Zahl entsteht. Die Quersumme von 24 ist $2 + 4 = 6$.)

Ist 5427 durch 9 teilbar?

Wenn	5000	durch	9	geteilt	wird,	bleibt	ein	Rest	von	5,
„	400	„	9	„	„	„	„	„	„	4,
„	20	„	9	„	„	„	„	„	„	2,
„	7	„	9	„	„	„	„	„	„	7.

Wenn 5427 durch 9 geteilt wird, bleibt also ein Rest von 18.

Dieser Rest ist zusammengesetzt aus dem Wert der Ziffern 5, 4, 2 und 7. Er ist durch 9 teilbar, folglich ist auch 5427 durch 9 teilbar.

Durch 3 ist jede Zahl teilbar, deren Quersumme durch 3 teilbar ist.

Ist 5392 durch 3 teilbar?

$1000 : 3 = 333$	Rest	1,	$5000 : 3 = 1665$	Rest	5
$100 : 3 = 33$	„	1,	$300 : 3 = 99$	„	3
$10 : 3 = 3$	„	1,	$90 : 3 = 27$	„	9
			$2 : 3 = 0$	„	2

Wenn 5392 wie oben durch 3 geteilt wird, bleibt ein Rest von 19.

Dieser Rest ist nicht durch 3 restlos teilbar, folglich ist auch 5392 nicht durch 3 ohne Rest teilbar.

Durch 6 ist jede gerade Zahl teilbar, deren Quersumme durch 3 teilbar ist.

Wenn sich eine Zahl durch 2 und durch 3 teilen läßt, so ist sie auch durch 2 × 3, also durch 6 teilbar.

Beispiel: $^{108}/_{189}$.

Der Bruch ist durch 9 zu kürzen, denn die Quersumme des Zählers ist 9, die des Nenners 18. $^{108}/_{189}$ also $= {}^{12}/_{21}$.

Dieser Bruch ist wieder durch 3 zu kürzen $= {}^{4}/_{7}$.

Aufg. 1.

Kürze folgende Brüche:

a) $^{21}/_{28}$	b) $^{15}/_{25}$	c) $^{18}/_{66}$	d) $^{60}/_{96}$
$^{9}/_{12}$	$^{81}/_{90}$	$^{56}/_{72}$	$^{45}/_{99}$
$^{25}/_{30}$	$^{42}/_{91}$	$^{48}/_{108}$	$^{33}/_{121}$
$^{36}/_{60}$	$^{35}/_{84}$	$^{84}/_{154}$	$^{75}/_{90}$

Aufg. 2.

a) $^{13}/_{39}$	b) $^{42}/_{91}$	c) $^{34}/_{119}$	d) $^{1088}/_{2256}$
$^{14}/_{70}$	$^{75}/_{105}$	$^{85}/_{187}$	$^{1688}/_{1464}$
$^{16}/_{144}$	$^{48}/_{144}$	$^{132}/_{297}$	$^{1425}/_{4245}$
$^{17}/_{136}$	$^{32}/_{184}$	$^{704}/_{902}$	$^{1184}/_{1392}$

4. Die vier Grundrechnungsarten mit gewöhnlichen Brüchen.

a) Die Addition.

aa) Das Addieren gleichnamiger Brüche.

Wie sich nur gleichnamige Sorten addieren lassen, so können wir auch nur gleichnamige Brüche zusammenzählen.

9 Mark + 5 Mark = 14 Mark, folglich $^{9}/_{11} + {}^{5}/_{11} = {}^{14}/_{11}$ oder $1^{3}/_{11}$.

Gleichnamige Brüche werden addiert, indem man die Zähler addiert, der Nenner bleibt derselbe.

1. Kopfrechnen.

1. Beispiel.

$$\frac{3}{8} + \frac{5}{8} + \frac{7}{8} = 1\frac{7}{8}.$$

Aufg. 1.

a) $^3/_4 + {}^1/_4$	b) $^5/_9 + {}^5/_9 + {}^7/_9$	c) $^7/_{20} + {}^{19}/_{20} + {}^9/_{20}$
$^5/_6 + {}^5/_6$	$^3/_7 + {}^5/_7 + {}^4/_7$	$^{13}/_{24} + {}^5/_{24} + {}^{17}/_{24}$
$^7/_{12} + {}^7/_{12}$	$^7/_{10} + {}^3/_{10} + {}^9/_{10}$	$^{19}/_{36} + {}^{31}/_{36} + {}^{35}/_{36}$

2. Beispiel.

$$5^4/_9 + 8^8/_9.$$
$$5^4/_9 + 8 = 13^4/_9$$
$$13^4/_9 + {}^8/_9 = 13^{12}/_9 = 14^3/_9 = 14^1/_3$$

Man läßt, wenn die Summanden gemischte Zahlen sind, den ersten Summanden ganz, legt zu ihm die ganze Zahl aus dem 2. Summanden ($5^4/_9 + 8 = 13^4/_9$), darauf addiert man zu dem Resultat noch den Bruch ($13^4/_9 + {}^8/_9 = 13^{12}/_9$). Ist das Resultat nun ein unechter Bruch, so verwandelt man ihn in eine gemischte Zahl ($^{12}/_9 = 1^3/_9$) und legt die entstandene ganze Zahl (die 1) zu der ganzen Zahl vom Resultat (zur 13). Endlich untersucht man, ob der Bruch ($^3/_9$) noch zu kürzen ist ($^3/_9 = {}^1/_3$).

Aufg. 2.

a) $1^3/_4 + 3^1/_4$	b) $7^4/_9 + 5^8/_9$	c) $3^3/_8 + 7^7/_8$
$5^2/_3 + 8^1/_3$	$9^4/_5 + 6^3/_5$	$13^7/_{12} + 25^{11}/_{12}$
$7^5/_6 + 9^1/_6$	$10^3/_7 + 4^6/_7$	$11^{14}/_{15} + 18^7/_{15}$

Schriftliches Rechnen.

$$\frac{17}{45} + \frac{29}{45} + \frac{11}{45} + \frac{34}{45} + \frac{41}{45}$$

$$\begin{array}{l} ^{17}/_{45} \\ ^{29}/_{45} \\ ^{11}/_{45} \\ ^{34}/_{45} \\ ^{41}/_{45} \\ \hline ^{132}/_{45} = {}^{132}/_{42} : 45 = 2^{42}/_{45} = 2^{14}/_{15} \end{array}$$

Sind mehrere Brüche zu addieren, so schreibt man sie untereinander, addiert nur die Zähler, gibt der Summe der Zähler (132) den gemeinsamen Nenner (45), verwandelt den entstandenen unechten Bruch in einen echten ($^{132}/_{45} = 2^{42}/_{45}$) und versucht zu kürzen ($^{42}/_{45} = {}^{14}/_{15}$).

2. Beispiel.

$$4^{5}/_{36} + 19^{17}/_{36} + 8^{25}/_{36} + 24^{31}/_{36} + 20^{29}/_{36}$$

$$\begin{array}{r}
4^{5}/_{36} \\
19^{17}/_{36} \\
8^{25}/_{36} \\
24^{31}/_{36} \\
20^{29}/_{36} \\
\hline
83^{132}/_{36}
\end{array}
\quad \begin{array}{r} 132 : 36 \\ \hline 24 \end{array} = 3^{24}/_{36} = \begin{array}{r} 3^{2}/_{3} \\ +\ 83 \\ \hline 86^{2}/_{3}. \end{array}$$

Aufg. 3.

$$9^{8}/_{13} + 17^{5}/_{13} + 36^{4}/_{13} + 25^{12}/_{13} + 34^{10}/_{13}$$

Aufg. 4.

$$20^{5}/_{18} + 31^{17}/_{18} + 29^{13}/_{18} + 6^{7}/_{18} + 14^{11}/_{18}$$

Aufg. 5.

$$15^{7}/_{30} + 24^{29}/_{30} + 104^{7}/_{30} + 87^{11}/_{30} + 45^{19}/_{30}$$

bb. Das Addieren ungleichnamiger Brüche.

Kopfrechnen:

Ungleichnamige Brüche müssen vor dem Addieren gleichnamig gemacht werden.

Beim Kopfrechnen geschieht das so, daß man die Einmaleinszahlen des größten Nenners durchgeht, bis man zu einer Zahl kommt, in der auch der andere Nenner enthalten ist. Man nennt diesen so gefundenen Nenner den Hauptnenner. Der Hauptnenner für 8 und 12 ist 24, für 16 und 20 ist 80 usw. Nun verwandelt man die gegebenen Brüche in Brüche mit dem Hauptnenner und addiert sie.

Beispiel: $^{7}/_{8} + {}^{5}/_{12}$.

Der Hauptnenner ist 24.

$$\begin{array}{l}
^{7}/_{8} = {}^{21}/_{24} \\
^{5}/_{12} = {}^{10}/_{24} \\
\hline
^{21}/_{24} + {}^{10}/_{24} = {}^{41}/_{24} = 1^{17}/_{24}.
\end{array}$$

Aufg. 6.

a) $^{3}/_{4} + {}^{1}/_{3}$	b) $^{4}/_{5} + {}^{3}/_{8}$	c) $^{3}/_{5} + {}^{5}/_{7}$	d) $^{8}/_{9} + {}^{3}/_{7}$	e) $^{13}/_{15} + {}^{5}/_{8}$
$^{5}/_{6} + {}^{1}/_{2}$	$^{6}/_{7} + {}^{1}/_{4}$	$^{2}/_{9} + {}^{3}/_{4}$	$^{7}/_{12} + {}^{5}/_{9}$	$^{7}/_{24} + {}^{3}/_{5}$
$^{2}/_{3} + {}^{5}/_{6}$	$^{4}/_{9} + {}^{3}/_{7}$	$^{6}/_{11} + {}^{2}/_{3}$	$^{8}/_{13} + {}^{3}/_{11}$	$^{9}/_{14} + {}^{4}/_{9}$

Schriftliches Rechnen:

Bei der Addition mehrerer ungleichnamiger Brüche sucht man den Hauptnenner in folgender Weise: Man schreibt alle Nenner in eine Reihe nebeneinander und untersucht, ob einige der Nenner einen gemeinschaftlichen Faktor enthalten, d. h. ob sie sich durch dieselbe Zahl teilen lassen. Wie unten im Beispiel gezeigt, setzt man diesen gemeinschaftlichen Faktor neben die Nennerreihe. Nun schreibt man in eine zweite Reihe darunter noch einmal sämtliche Nenner, dividiert aber diejenigen Nenner durch den gemeinschaftlichen Faktor, die sich ohne Rest teilen lassen. Darauf untersucht man, ob einige der Zahlen in der zweiten Reihe einen gemeinschaftlichen Faktor haben, den man dann wieder links neben die zweite Reihe stellt, und so fort bis die letzte Zahlenreihe einen gemeinschaftlichen Faktor nicht mehr hat. Nun multipliziert man die Zahlen der letzten Reihe und die gefundenen gemeinschaftlichen Faktoren miteinander. Das Produkt ist der Hauptnenner.

Die Brüche werden jetzt verwandelt und wie vorher gezeigt addiert.

Beispiel: $2^{3}/_{8} + 5^{4}/_{5} + 7^{5}/_{9} + 10^{2}/_{3} + 12^{13}/_{20} + 6^{5}/_{16}$.

Aufsuchen des Hauptnenners:

4	8.	5.	9.	3.	20.	16.
2	2.	5.	9.	3.	5.	4.
3	1.	5.	9.	3.	5.	2.
5		5.	3.	1.	5.	2.
		1	3		1	2

$4 \times 2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 2 = 720$

	720	
$2^{3}/_{8}$	90	270
$5^{4}/_{5}$	144	576
$7^{5}/_{9}$	80	400
$10^{2}/_{3}$	240	480
$12^{13}/_{20}$	36	468
$6^{5}/_{16}$	45	225
42		2 419 : 720 = $3^{259}/_{720}$
		2 160 + 42
		259 $45^{259}/_{720}$

Aufg. 7.

$5^2/_3 + 19^3/_4 + 7^5/_6 + 9^7/_{12} + 8^3/_5 + 8^7/_{10}$

Aufg. 8.

$13^5/_{12} + 17^{13}/_{20} + 11^1/_9 + 9^1/_{11} + 16^2/_3 + 18^4/_5$

Aufg. 9.

$20^5/_6 + 13^4/_5 + 17^7/_8 + 19^{11}/_{12} + 25^{11}/_{18} + 4^5/_{16}$

Aufg. 10.

$14^5/_7 + 8^2/_{21} + 21^2/_3 + 5^6/_{11} + 3^{17}/_{22} + 16^5/_{12}$

Aufg. 11.

$245^3/_5 + 359^2/_3 + 785^8/_9 + 650^3/_4 + 510^7/_{16} + 921^{17}/_{24}$

Aufg. 12.

$731^4/_9 + 345^5/_{18} + 18^7/_{12} + 941^{19}/_{24} + 293^{13}/_{28} + 1444^{17}/_{36}$

b) Die Subtraktion.

aa) Das Subtrahieren gleichnamiger Brüche.

9 Mark — 2 Mark = 7 Mark, daher sind $^9/_{11} - {}^2/_{11} = {}^7/_{11}$

Gleichnamige Brüche werden subtrahiert, indem man die Zähler subtrahiert.

1. Beispiel: $^{13}/_{15} - {}^4/_{15} = {}^9/_{15} = {}^3/_5$.

2. Beispiel: $7^5/_9 - {}^7/_9$

$7^5/_9 - {}^5/_9 = 7$

$7 \quad = {}^2/_9 = 6^7/_9$

3. Beispiel: $15^5/_{12} - 4^{11}/_{12}$

$15^5/_{12} - 4 \quad = 11^5/_{12}$

$11^5/_{12} - {}^{11}/_{12} = 10^6/_{12} = 10^1/_2$.

Aufg. 1.

a) $^{18}/_{25} - {}^7/_{25}$ b) $^{13}/_{18} - {}^5/_{18}$ c) $^{17}/_{28} - {}^{11}/_{28}$ d) $^{23}/_{30} - {}^{13}/_{30}$

Aufg. 2.

a) $9^3/_5 - {}^4/_5$ b) $16^4/_7 - {}^6/_7$ c) $20^5/_8 - {}^7/_8$ d) $24^{11}/_{15} - {}^{14}/_{15}$

Aufg. 3.

a) $7^3/_5 - 4^4/_5$ b) $8^2/_9 - 2^5/_9$ c) $12^1/_{12} - 9^7/_{12}$ d) $36^5/_8 - 17^7/_8$

bb) Das Subtrahieren ungleichnamiger Brüche:

Ungleichnamige Brüche müssen vor dem Subtrahieren gleichnamig gemacht werden.

Kopfrechnen:

1. Beispiel: $^5/_6 - {}^3/_5$.
Der Hauptnenner ist 30.

$$^5/_6 = {}^{25}/_{30},\quad {}^3/_5 = {}^{18}/_{30},\quad {}^{25}/_{30} - {}^{18}/_{30} = {}^7/_{30}.$$

2. Beispiel: $7^5/_8 - 3^{11}/_{12}$.
Der Hauptnenner ist 24.

$$7^5/_8 = 7^{15}/_{24},\quad 3^{11}/_{12} = 3^{22}/_{24}.$$
$$7^{15}/_{24} - 3 = 4^{15}/_{24}$$
$$4^{15}/_{24} = {}^{22}/_{24} = 3^{17}/_{24}.$$

Aufg. 4.
a) $^7/_8 - {}^1/_6$ b) $^3/_4 - {}^2/_3$ c) $^5/_6 - {}^3/_4$ d) $^5/_9 - {}^1/_7$ e) $^8/_{11} - {}^2/_3$

Aufg. 5.
a) $5^2/_3 - 2^1/_2$ b) $7^5/_9 - 4^1/_6$ c) $9^1/_4 - 2^2/_3$ d) $10^3/_5 - 1^1/_2$

Aufg. 6.
a) $13^2/_5 - 6^2/_3$ b) $11^2/_3 - 6^4/_7$ c) $18^2/_9 - 5^3/_4$ d) $14^1/_6 - 7^5/_7$

Schriftliches Rechnen:

Beispiel: $213^5/_{12} - 129^7/_9$.

$$\begin{array}{r|l} & \quad 36 \\ \hline 213\,^5/_{12} & 3\;\;15 \\ -\;129\,^7/_9 & 4\;\;28 \\ \hline 83 & \quad ^{23}/_{36} \end{array}$$

$$83^{23}/_{36}.$$

Der Hauptnenner ist 36. $^5/_{12} = {}^{15}/_{36}$, $^7/_9 = {}^{28}/_{36}$. Von $^{15}/_{36}$ kann man nicht $^{28}/_{36}$ abziehen, daher wird ein Ganzes von 213 in $^{36}/_{36}$ verwandelt. Nun haben wir im Minuendus $^{36}/_{36}$ und $^{15}/_{36} = {}^{51}/_{36}$ zur Verfügung. $^{51}/_{36} - {}^{28}/_{36} = {}^{23}/_{36}$. Nach der Subtraktion der ganzen Zahlen erhält man also als Gesamtresultat $83^{23}/_{36}$.

Aufg. 7.
a) $314 - 16^5/_8$ b) $731 - 418^3/_{16}$ c) $1450 - 839^5/_{11}$.

Aufg. 8.
a) $718^{13}/_{18} - 349^{14}/_{15}$ b) $905^5/_{12} - 237^{13}/_{16}$ c) $1428^7/_{15} - 683^{13}/_{18}$

c) Die Multiplikation.

Bei der Multiplikation mit gewöhnlichen Brüchen sind 3 Fälle zu unterscheiden:

1. Multiplikation eines Bruches mit einer ganzen Zahl,

2. Multiplikation einer gemischten Zahl mit einer ganzen Zahl,

3. Multiplikation eines Bruches oder einer gemischten Zahl mit einem Bruch oder einer gemischten Zahl.

aa) Multiplikation eines Bruches mit einer ganzen Zahl.

9×5 *M* $= 45$ *M*, $9 \times 5\ R^0 = 45\ R^0$, folglich sind auch 9×5 Achtel $= 45$ Achtel, $9 \times {}^5/_8 = {}^{45}/_8 = 4^5/_8$.

Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multipliziert, indem man den Zähler mit der ganzen Zahl multipliziert, der Nenner bleibt unverändert.

Man kann die Multiplikation des Bruches mit einer ganzen Zahl auch so darstellen: $9 \times {}^5/_8 = 9 \times 5 : 8 = \frac{9 \times 5}{8}$.

Oft läßt sich der Nenner gegen eine der Zahlen über dem Bruchstrich kürzen oder sogar ganz wegbringen, wodurch die Multiplikation wesentlich erleichtert wird.

1. Beispiel:

$$12 \times {}^5/_8 = \frac{\overset{3}{\cancel{12}}.5}{\underset{2}{\cancel{8}}} = {}^{15}/_2 = 7^1/_2$$

2. Beispiel:

$$24 \times {}^5/_8 = \frac{\overset{3}{\cancel{24}}.5}{\underset{1}{\cancel{8}}} = {}^{15}/_1 = 15.$$

3. Beispiel:

$$3 \times {}^7/_{12} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}}.7}{\underset{4}{\cancel{12}}} = {}^7/_4 = 1^3/_4.$$

Kopfrechnen:

Aufg. 1.

a) $7 \times {}^3/_4$ b) $10 \times {}^5/_6$ c) $12 \times {}^{13}/_{15}$ d) $8 \times {}^{14}/_{17}$ e) $12 \times {}^9/_{11}$

Aufg. 2.
a) $6 \times {}^{5}/_{9}$ b) $15 \times {}^{21}/_{25}$ c) $8 \times {}^{7}/_{12}$ d) $9 \times {}^{5}/_{6}$ e) $4 \times {}^{7}/_{8}$

Schriftliches Rechnen:

Aufg. 3.
a) $17 \times {}^{14}/_{15}$ b) $26 \times {}^{13}/_{17}$ c) $49 \times {}^{21}/_{34}$ d) $39 \times {}^{19}/_{25}$

Aufg. 4.
a) $36 \times {}^{73}/_{144}$ b) $216 \times {}^{19}/_{48}$ c) $64 \times {}^{17}/_{24}$ d) $49 \times {}^{73}/_{84}$

bb) Multiplikation einer gemischten Zahl mit einer ganzen Zahl.

Beispiel: $24 \times 13^{1}/_{5}$

$$\begin{array}{r} 24 \times 13 \\ \hline 312 \\ +\ 4^{4}/_{5} \\ \hline 316^{4}/_{5} \end{array} \qquad 24 \times {}^{1}/_{5} = {}^{24}/_{5} = 4^{4}/_{5}$$

Man multipliziert zuerst den Multiplikator mit der ganzen Zahl, darauf mit dem Bruch und addiert beide Produkte.

Kopfrechnen:

Aufg. 5.
a) $4 \times 3^{1}/_{4}$ b) $6 \times 7^{4}/_{5}$ c) $5 \times 8^{3}/_{7}$ d) $9 \times 8^{4}/_{11}$ e) $7 \times 12^{7}/_{9}$

Aufg. 6.
a) $8 \times 3^{3}/_{5}$ b) $3 \times 6^{1}/_{4}$ c) $7 \times 9^{2}/_{3}$ d) $11 \times 4^{2}/_{9}$ e) $10 \times 11^{7}/_{15}$

Schriftliches Rechnen:

Aufg. 7.
a) $26 \times 13^{5}/_{9}$ b) $35 \times 14^{8}/_{13}$ c) $51 \times 43^{8}/_{17}$ d) $63 \times 17^{8}/_{25}$

Aufg. 8.
a) $426 \times 121^{5}/_{17}$ b) $143 \times 97^{11}/_{26}$ c) $495 \times 649^{8}/_{33}$ d) 183×273

cc. Multiplikation eines Bruches oder einer gemischten Zahl mit einem Bruch oder einer gemischten Zahl:

$8 \times {}^{4}/_{5}$ heißt $8 \times 4 : 5 = \frac{8 \times 4}{5}$

Setzen wir für 8 den Bruch $^8/_9$ ein, so sind $^8/_9 \times {}^4/_5 = \dfrac{8 \times 4}{9 \times 5} = {}^{32}/_{45}$,
woraus wir die Regel herleiten:

B r ü c h e w e r d e n m i t e i n a n d e r m u l t i p l i z i e r t, i n d e m m a n Z ä h l e r m i t Z ä h l e r u n d N e n n e r m i t N e n n e r m u l t i z i p l i e r t.

Ist einer der Faktoren eine gemischte Zahl, oder sind beide Faktoren gemischte Zahlen, so werden diese erst in unechte Brüche verwandelt.

K o p f r e c h n e n :

Beispiel: $1^3/_5 \times 2^1/_4$

$1^3/_5 = {}^8/_5$, $2^1/_4 = {}^9/_4$

$^8/_5 \times {}^9/_4 = {}^{72}/_{20} = 3^{12}/_{20} = 3^3/_5$

Aufg. 9.

a) $^2/_3 \times {}^1/_2$ b) $^5/_6 \times {}^3/_4$ c) $^7/_9 \times {}^4/_5$ d) $^3/_5 \times {}^7/_8$ e) $^4/_{11} \times {}^2/_3$

Aufg. 10.

a) $1^1/_2 \times 3^1/_4$ b) $4^1/_2 \times 2^1/_3$ c) $4^1/_5 \times 1^3/_4$ d) $6^1/_2 \times 1^3/_8$, e) $2^3/_4 \times 1^4/_5$

S c h r i f t l i c h e s R e c h n e n :

Beispiel: $23^5/_6 \times 16^3/_4$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times\ 6 \\ \hline 138 \\ +\ 5 \\ \hline 143 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16 \\ \times\ 4 \\ \hline 64 \\ +\ 3 \\ \hline 67 \end{array}$$

$^{143}/_6 \qquad {}^{67}/_4$

$^{143}/_6 \times {}^{67}/_4 = \dfrac{143 \times 67}{6 \times 4}$

$$\begin{array}{l} 143 \times 67 \\ \hline 1001 \\ 858 \\ \hline 9581 : 24 = 399^5/_{24} \\ \hline 238 \\ \hline 221 \\ \hline \quad\ \ 5 \end{array}$$

Können Kürzungen vorgenommen werden, so hat das vor der Ausrechnung zu geschehen.

Aufg. 11.

a) $49\frac{5}{16} \times 75\frac{3}{4}$ b) $19\frac{13}{15} \times 28\frac{7}{16}$

Aufg. 12.

a) $25\frac{17}{18} \times 33\frac{4}{9}$ b) $38\frac{13}{15} \times 18\frac{9}{10}$

Aufg. 12.

a) $124\frac{3}{4} \times 16\frac{5}{6}$ b) $17\frac{13}{18} \times 20\frac{3}{4}$

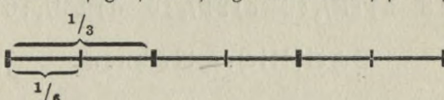
d) Die Division:

Bei der Division haben wir 2 Fälle zu unterscheiden:

1. Der Divisor ist eine ganze Zahl,
2. Der Divisor ist ein Bruch oder eine gemischte Zahl.

aa) Der Divisor ist eine ganze Zahl.

Bei der Betrachtung über das Wesen des Bruchs haben wir durch Veranschaulichung erkannt, daß der Wert eines Bruchs umso kleiner wird, je größer die Anzahl der Teile ist, in die das Ganze zerlegt werden soll. Die Anzahl der Teile wird durch den Nenner ausgedrückt. Es ist also $^1/_4$ kleiner als ein $^1/_2$, $^1/_{12}$ kleiner als $^1/_3$. Soll $^1/_3$ noch einmal in 2 Teile oder, wie wir sagen, durch 2 geteilt werden, so entstehen Sechstel.



Es ist also: $^1/_3 : 2 = \dfrac{1}{3 \times 2} = {}^1/_6$, $^1/_8 : 3 = \dfrac{1}{8 \times 3} = {}^1/_{24}$,

$^5/_8 : 3 = \dfrac{5}{8 \times 3} = {}^5/_{24}$.

Ein Bruch wird also durch eine ganze Zahl geteilt, indem der Nenner mit der ganzen Zahl multipliziert wird.

Soll eine gemischte Zahl durch einen Bruch geteilt werden, so verwandelt man sie erst in einen unechten Bruch.

Sind die Ganzen in einer gemischten Zahl größer als der Divisor, so teilt man zuerst die ganze Zahl, den Rest verwandelt man unter Hinzufügung des Bruchs in einen unechten Bruch und teilt diesen dann wieder durch den Divisor.

1. Beispiel: $^7/_{12} : 8 = \frac{7}{12 \times 8} = {^7/_{96}}$

2. Beispiel: $5^1/_3 : 9$.

$$5^1/_3 = {^{16}/_3} : 9 = \frac{16}{3 \times 9} = \underline{^{16}/_{27}}$$

3. Beispiel: $38^5/_6 : 4$.

$$38 : 4 = 9$$
$$\underline{36}$$
$$2 = {^{12}/_6} + {^5/_6} = {^{17}/_6} : 4 = \frac{17}{6 \times 4} = \underline{^{17}/_{24}}$$
$$38^5/_6 : 4 = \underline{9^{17}/_{24}}.$$

Kopfrechnen:

Aufg. 1.

a) $^4/_5 : 3$ b) $^3/_4 : 7$ c) $^7/_{10} : 4$ d) $^3/_8 : 9$ e) $^{11}/_{12} : 7$

Aufg. 2.

a) $^8/_9 : 4$ b) $^4/_5 : 2$ c) $^6/_{11} : 3$ d) $^{12}/_{17} : 6$ e) $^{24}/_{25} : 8$

Aufg. 3.

a) $3^1/_3 : 4$ b) $6^1/_2 : 9$ c) $2^3/_4 : 3$ d) $6^1/_4 : 7$ e) $6^2/_3 : 9$

Aufg. 4.

a) $15^4/_9 : 3$ b) $17^3/_4 : 6$ c) $24^3/_5 : 5$ d) $56^1/_4 : 6$ e) $30^3/_8 : 9$.

Schriftliches Rechnen:

Aufg. 5.

a) $^{14}/_{17} : 32$ b) $^{23}/_{24} : 42$ c) $^{39}/_{47} : 52$ d) $^{17}/_{49} : 34$

Aufg. 6.

a) $38^3/_4 : 45$ b) $26^5/_8 : 31$ c) $44^2/_9 : 52$ d) $19^5/_{18} : 22$

bb. Der Divisor ist ein Bruch:

$^3/_4 : 5 = {^3/_{20}}$. Soll statt des Divisors 5 der Divisor $^5/_6$ gesetzt werden, so ist dieser Divisor gleich dem 6. Teil des Divisors 5. Je kleiner aber der Divisor ist, desto größer muß der Quotient sein. Wird also der Divisor so verändert, daß er gleich dem 6. Teil ist, so muß der Quotient 6 mal so groß werden. Sind demnach $^3/_4 : 5 = \frac{3}{4 \times 5}$, so müssen $^3/_4 : {^5/_6} = \frac{3}{4 \times 5} \times 6 = \frac{3 \times 6}{4 \times 5}$ gekürzt $= \frac{3 \times 3}{2 \times 5} = {^9/_{10}}$ sein.

Für das praktische Rechnen gilt daher folgende Regel:

Ist der Divisor ein Bruch, so kehrt man ihn um und multipliziert ihn mit dem Dividendus.

Bei der Umkehrung wird aus $^5/_6$ der Bruch $^6/_5$, aus $^5/_8$ wird $^8/_5$. Ist der Divisor eine gemischte Zahl oder sind beide, Divisor und Dividendus gemischte Zahlen, so hat man sie erst in unechte Brüche zu verwandeln.

1. Beispiel: $^3/_4 : {}^4/_9 = {}^3/_4 \times {}^9/_4 = {}^{27}/_{16} = 1^{11}/_{16}$.

2. Beispiel: $15 : {}^8/_9 = 15 \times {}^9/_8 = {}^{135}/_8 = 16^7/_8$.

3. Beispiel: $7^5/_9 : 3^4/_5$.

$$7^5/_9 = {}^{68}/_9,\ 3^4/_5 = {}^{19}/_5$$

$$^{68}/_9 : {}^{19}/_5 = \frac{68 \times 5}{9 \times 19} = {}^{340}/_{171} = 1^{169}/_{171}$$

Kopfrechnen:

Aufg. 7.

a) $^3/_4 : {}^1/_2$ b) $^5/_6 : {}^2/_3$ c) $^2/_3 : {}^3/_4$ d) $^5/_8 : {}^2/_3$ e) $^4/_7 : {}^5/_6$

Aufg. 8.

a) $^9/_{10} : {}^4/_5$ b) $^7/_8 : {}^5/_{12}$ c) $^5/_7 : {}^4/_5$ d) $^4/_9 : {}^2/_5$ e) $^7/_{15} : {}^5/_6$

Aufg. 9.

a) $1^2/_3 : {}^2/_3$ b) $2^1/_2 : {}^4/_7$ c) $3^1/_3 : {}^6/_7$ d) $1^7/_8 : {}^2/_9$

Schriftliches Rechnen:

Aufg. 10.

a) $^{13}/_{15} : {}^{17}/_{19}$ b) $^{19}/_{24} : {}^{23}/_{28}$ c) $^{18}/_{23} : {}^9/_{19}$ d) $^{13}/_{27} : {}^{45}/_{46}$

Aufg. 11.

a) $23^5/_7 : 13^1/_3$ b) $33^1/_3 : 16^2/_7$ c) $14^8/_9 : 7^4/_{15}$ d) $18^4/_7 : 6^3/_4$

D. Das Rechnen mit Dezimalbrüchen.

1. Allgemeines über die Entstehung der Dezimalbrüche.

Die Dezimalbrüche sind eine Fortsetzung des dekadischen Zahlensystems unter die Einheit.

In dem dekadischen Zahlensystem bilden 10 Einheiten einer Stufe 1 Einheit der nächst höheren Stufe, und 1 Einheit einer Stufe hat je 10 Einheiten der nächst niederen Stufe. Daraus folgt, daß jede Ziffer nach links das 10 fache derselben in der vorhergehenden Stelle und nach rechts den 10. Teil derselben bedeutet.

In 1111 bedeutet die erste 1 (von rechts gerechnet) den Einer, die zweite den Zehner, die dritte den Tausender, die vierte den Zehntausender.

Schreibt man rechts von den Einern noch eine 1, also 1111_1, so gilt diese nach dem dekadischen Gesetze den 10. Teil von 1 Einer = $^1/_{10}$. Eine 1 rechts hiervon, 1111_{11}, gilt den 10. Teil von $^1/_{10}$ = $^1/_{100}$; die folgende 1 = 1111_{111} den 10. Teil von $^1/_{100}$ = $^1/_{1000}$ und so fort.

Die Einerstelle betrachtet man als die Grundstelle und kennzeichnet sie durch ein Komma; sind keine Einer (Ganze) vorhanden, so setzt man eine 0.

Die Stelle bestimmt den Wert der Ziffer.

In der 1. Stelle rechts vom Komma stehen die Zehntel (z),
" " 2. " " " " " " Hundertstel (h),
" " 3. " " " " " " Tausendstel (t),
" " 4. " " " " " " Zehntausendstel (zt),
" " 5. " " " " " " Hunderttausendstel (ht),
" " 6. " " " " " " Millionstel (m).

14,738 enthält also 1 Z 4 E 7 z 3 h 8 t
3,0728 " " 3 E 0 z 7 h 2 t 8 zt.
0,04 " " 0 E 0 z 4 h.

Da die Dezimalbrüche nur eine Erweiterung des Zahlensystems nach unten sind, so gestaltet sich das Rechnen mit denselben genau so, wie das Rechnen mit ganzen Zahlen, nur ist darauf zu achten, daß im Ergebnis dem Komma die richtige Stelle gegeben wird.

2. Addition und Subtraktion.

45,789 kg	46,30590
0,037 „	18,92306
146,405 „	27,38284
45,04 „	
1,1 „	0,0398
238,371 kg	0,005684
	0,034116

Dezimalbrüche werden addiert oder subtrahiert, indem man die gleichen Ordnungseinheiten untereinandersetzt (Komma unter Komma) und sie dann wie ganze Zahlen behandelt.

3. Multiplikation und Division.

a) Mit einer dekadischen Zahl.

I. 489,738
II. 4897,38

In Zahl I bedeuten die Ziffern 4 H 8 Z 9 E 7 z 3 h 8 t,
In Zahl II 4 T 8 H 9 Z 7 E 3 z 8 h.

Jede Ziffer in Zahl II ist 10 mal so groß als in Zahl I, folglich ist Zahl II 10 mal so groß als in Zahl I.

Dies Ergebnis ist dadurch erzielt worden, daß in Zahl II das Komma eine Stelle nach rechts gerückt wurde.

Ein Dezimalbruch wird mit 10 multipliziert, wenn man das Komma 1 Stelle nach rechts rückt.

Umgekehrt zeigt sich, daß Zahl I den 10. Teil von Zahl II beträgt, weil jede Ziffer der ersteren 10 mal kleiner ist, als in der letzteren. Das ist eine Folge davon, daß das Komma in Zahl I eine Stelle nach links gerückt ist.

Ein Dezimalbruch wird durch 10 dividiert, wenn man das Komma eine Stelle nach links rückt.

$$10 \cdot 0{,}89 = 8{,}9$$
$$0{,}89 : 10 = 0{,}089$$

Bei der Multiplikation und Division mit 100 ist das Komma um 2, bei 1000 um 3, bei 10 000 um 4 Stellen u. s. f. zu rücken.

Regel: Ein Dezimalbruch wird mit einer dekadischen Zahl multipliziert, indem man das Komma um soviel Stellen nach rechts rückt, als die dekadische Zahl Nullen hat.

Ein Dezimalbruch wird durch eine dekadische Zahl dividiert, indem man das Komma um soviel Stellen nach links rückt, als die dekadische Zahl Nullen hat.

Aufg. 1.

Multipliziere 14,056 mit 10, 100, 1000, 10 000, 100 000

Aufg. 2.

Multipliziere 0,07 „ 10, 100, 1000, 10 000, 100 000 .

Aufg. 3.

Multipliziere 483,2 „ 10, 100, 1000, 10 000, 100 000.

Aufg. 4.

Teile 4,8 156,07 23,0894 durch 10, 100, 1000, 10 000, 100 000.

b) Mit einer ganzen nicht dekadischen Zahl.

Multiplikation.

7 . 36 ℳ = 252 ℳ.
7 . 36 Schck. = 252 Schck.

7 . 36 z (3,6) = 252 z = 25,2
7 . 36 h (0,36) = 252 h = 2,52
7 . 36 t (0,036) = 252 t = 0,252
7 . 36 zt (0,0036) = 252 zt = 0,0252

Beispiel:

57 . 3,86	386 . 0,0789
27 02	4734
193 0	6 312
220,02	.. 23 67
	30,4554

Ein Dezimalbruch wird mit einer ganzen Zahl multipliziert, wenn man die Multiplikation ohne Rücksicht auf das Komma ausführt und vom Resultat soviel Stellen abschneidet, als im Multiplikandus Dezimalstellen vorhanden sind.

Division.

```
486,45 M : 15 = 32,43 M
45
 36
 30
  64
  60
   45
   45
```

48,645 : 15 = 3,243 M = 3,24 M
4,8645 : 15 = 0,3243 M = 0,32 M
0,48645 : 15 = 0,03243 M = 0,03 M

Ein Dezimalbruch wird durch eine ganze Zahl dividiert, indem man wie bei den ganzen Zahlen bei der höchsten Ordnungseinheit mit der Division beginnt, von Stufe zu Stufe bis zur letzten Einheit fortschreitet und das Komma im Quotienten dann setzt, wenn man es im Dividendus überschreitet, d. h. wenn man die Einer geteilt hat.

Geht die Division nicht auf, so verwandelt man den Rest in die nächst niedere Ordnungseinheit und teilt weiter, bis die erforderliche Anzahl von Dezimalstellen im Quotienten erreicht ist.

Beiſpiel:

6,45 : 8 = 0,80625
64 z
64 z
5 h
50 t
48 t
20 zt
16 zt
40 ht
40 ht

12,56 : 9 = 1,3955....
9
35
27
86
81
50
45
50
45
5 u. ſ. f.

Geht die Diviſion nicht auf, ſo rechnet man bei Münzen, Maßen und Gewichten bis auf ſo viel Stellen, daß man im Reſultat die niedrigſte Einheit der Münze, des Maßes oder Gewichtes abgekürzt angeben kann.

Um in dieſem Falle ein möglichſt genaues Reſultat zu bekommen, werden berechnet

bei	zur Beſtimmung der	Stellen	abgekürzt
M	Pf.	3	2
km	m	4	3
m	cm	3	2
m	mm	4	3
a	qm	3	2
ha	a	3	2
ha	qm	5	4
cbm	cdm	4	3
hl	l	3	2
kg	g	4	3
t	kg	4	3

Die Abkürzung der Dezimalbrüche geſchieht in der Weiſe, daß die niedrigſte der beizubehaltenden Stellen unverändert bleibt, wenn die darauf folgende eine 0, 1, 2, 3, 4, enthält; sie wird um 1 erhöht, wenn die folgende eine 5, 6, 7, 8, 9 enthält.

$$43{,}724 \text{ ℳ} = 43{,}72 \text{ ℳ},$$
$$8{,}3728 \text{ m} = 8{,}373 \text{ m}.$$

c) Mit einem Dezimalbruch.

Multiplikation.

$$6 \cdot 12 = 72$$
$$6 \cdot 1{,}2 = 7{,}2$$
$$0{,}6 \cdot 1{,}2 = 0{,}72$$

Die beiden ersten Beispiele wiederholen Bekanntes. In dem letzten soll ein Dezimalbruch mit einem Dezimalbruch multipliziert werden. Es ergeben sich im Resultat dieselben Ziffern; da aber in der 3. Aufgabe mit einem zehnmal kleineren Multiplikator multipliziert wird, so muß auch das Resultat zehnmal kleiner werden, das Komma muß eine Stelle weiter nach links gerückt werden als in dem 2. Resultat.

$$\begin{array}{r}
37 \cdot 4{,}056 \\
\hline
28\,392 \\
121\,68 \\
\hline
150{,}072
\end{array}$$

$$\begin{array}{r}
0{,}37 \cdot 4{,}056 \\
\hline
28392 \\
1\,2168 \\
\hline
1{,}50072
\end{array}$$

Beide Resultate enthalten dieselben Ziffern, nur die Stellung des Kommas und damit der Wert des Produktes ist verschieden. In der 2. Aufgabe soll mit dem 100. Teil des Multiplikators multipliziert werden; das Resultat muß also 100 mal kleiner werden, darum ist das Komma 2 Stellen nach links gerückt.

Die Zahl der Dezimalstellen im Resultat stimmt mit der Zahl der Stellen in den Faktoren überein. Daraus ergibt sich die Regel:

Dezimalbrüche werden miteinander multipliziert, wenn man sie ohne Rücksicht auf das Komma wie ganze Zahlen multipliziert und im Produkt soviel Stellen von rechts abschneidet, als beide Faktoren Dezimalstellen haben.

Division.

$24 : 6 = 4$	$25 : 5 = 5$
$48 : 12 = 4$	$125 : 25 = 5$

Aus diesen Beispielen ergibt sich: Der Quotient bleibt unverändert, wenn man Dividendus und Divisor mit derselben Zahl multipliziert.

Daher ist
$$456 : 0{,}7 = 4560 : 7$$
$$3{,}075 : 1{,}48 = 307{,}5 : 148$$
$$0{,}78 : 0{,}032 = 780 : 32$$

Beispiel:

$$\frac{358{,}3 : 6{,}25}{35830 : 625 = 57{,}328}$$

```
35830 : 625 = 57,328
3125
 4580
 4375
  2050
  1875
   1750
   1250
    5000
    5000
```

Man dividiert durch einen Dezimalbruch, indem man den Divisor durch Fortstreichen des Kommas zu einer ganzen Zahl macht und das Komma im Dividendus um ebensoviel Stellen nach rechts rückt, als im Divisor Dezimalstellen waren.

Kopfrechnen.

Aufg. 5.

a)	b)	c)
0,3 . 2	0,2 . 0,2	2,1 . 0,3
0,03 . 8	0,5 . 0,15	4,5 . 1,1
0,15 . 9	0,13 . 0,04	1,2 . 1,6
0,24 . 6	0,15 . 0,12	8,4 . 0,3

Aufg. 6.

a) 0,8 : 0,2	b) 4 : 0,5	c) 2,8 : 1,4
0,36 : 0,12	20 : 0,4	14,4 : 1,2
0,84 : 0,14	18 : 0,6	28,8 : 3,6
0,91 : 0,13	12 : 0,3	17,1 : 1,9

Schriftliches Rechnen.

Das Resultat ist unter Berücksichtigung der 4. Dezimalstelle auf 3 Stellen abzukürzen.

Aufg. 7.

a) 2,8 . 9,4	d) 5,34 . 0,685
b) 3,7 . 2,48	e) 7,96 . 13,041
c) 19,6 . 4,19	f) 13,01 . 125,365

Aufg. 8.

a) 13,074 . 5,681	d) 0,358 . 0,07
b) 26,368 . 4,04	e) 0,849 . 0,039
c) 7,103 . 8,85	f) 0,619 . 0,0036

Aufg. 9.

a) 36 : 0,7	d) 3,8 : 0,71
b) 75 : 0,12	e) 9,3 : 0,47
c) 49 : 3,6	f) 16,2 : 0,078

Aufg. 10.

a) 35,03 : 0,497	d) 0,459 : 7,58
b) 9,6 : 0,3948	e) 0,028 : 43,2
c) 13,1 : 0,0298	f) 0,048 : 0,093

4. Umwandlung gemeiner Brüche in Dezimalbrüche.

Die Dezimalzahl ist ein Bruch, dessen Nenner eine dekadische Zahl ist.

Bei der Umwandlung der gemeinen Brüche in Dezimalbrüche ist der Bruch demnach so zu erweitern, daß der Nenner eine dekadische Zahl wird. Alle Brüche, deren Nenner in einer dekadischen Zahl nicht enthalten sind, lassen sich als Dezimalbruch nicht genau darstellen.

$^1/_2 = {}^5/_{10} = 0{,}5$ $\qquad$ $^3/_4 = {}^{75}/_{100} = 0{,}75$

$^2/_3 = 0{,}666\ldots$ $\qquad$ $^3/_7 = 0{,}428571482\ldots\ldots$

Das Verwandeln der gemeinen Brüche in Dezimalbrüche geschieht, indem man den Zähler durch den Nenner dividiert; da jeder Bruch eine Divisionsaufgabe darstellt.

$^7/_8 = 7 : 8 = 0{,}875$	$^5/_9 = 5 : 9 = 0{,}555\ldots.$
70	50
60	50
40	50
	..
	..
$^7/_8 = 0{,}875$	$^5/_9 = 0{,}555\ldots.$

Geht bei der Division die Rechnung auf, so entsteht ein endlicher, geht die Rechnung nicht auf, so entsteht ein unendlicher Dezimalbruch.

$^1/_2$, $^3/_4$, $^7/_8$ ergeben endliche, aus

$^2/_3$, $^3/_7$, $^5/_9$ entstehen unendliche Dezimalbrüche.

Bei dem Dezimalbruch von $^2/_3$ und $^5/_9$ wiederholt sich dieselbe Ziffer, in $^3/_7$ dieselbe Ziffernreihe 0,42857142857142....

Die Reihe der sich immer wiederholenden Ziffern heißt Periode, ein solcher Dezimalbruch periodischer Dezimalbruch.

Beispiele:

$^2/_{13} = 2 : 13 = 0{,}1538461\ldots\ldots$
20
70
50
110
60
80
20

$^5/_{12} = 5 : 12 = 0{,}41666\ldots\ldots$
50
20
80
80
80

Bei $^2/_{13}$ beginnt die Periode unmittelbar nach dem Komma, bei $^5/_{12}$ nicht, es stehen vor der Periode noch andere Ziffern; die ersteren heißen rein periodische, die letzteren unrein periodische Dezimalbrüche.

Aufg. 11

Verwandle

a) $^5/_8$, $^5/_{16}$, $^4/_{25}$, $^{11}/_{32}$, $^7/_{64}$; (endlich)
b) $^2/_3$, $^3/_7$, $^5/_9$, $^6/_{11}$, $^6/_{13}$, $^7/_{33}$; (rein periodisch)
c) $^5/_6$, $^{11}/_{12}$, $^7/_{15}$, $^9/_{22}$, $^{13}/_{30}$ (unrein periodisch)

in einen Dezimalbruch.

5. Umwandlung der Dezimalbrüche in gemeine Brüche.

a. Endliche Dezimalbrüche.

$0{,}14 = {}^{14}/_{100} = {}^{7}/_{50}$; $0{,}23 = {}^{23}/_{100}$;
$0{,}75 = {}^{75}/_{100} = {}^{3}/_{4}$; $0{,}8 = {}^{8}/_{10} = {}^{4}/_{5}$; $0{,}125 = {}^{125}/_{1000} = {}^{1}/_{8}$.

Ein endlicher Dezimalbruch wird in einen gemeinen Bruch verwandelt, indem man den dekadischen Nenner unter den Dezimalbruch setzt und den Bruch kürzt, wenn es möglich ist.

b. Rein periodische Dezimalbrüche.

Der zu suchende gemeine Bruch sei x.

Dann ist

$$\begin{array}{rl} x &= 0{,}666\ldots \\ \hline 10\,x &= 6{,}66\ldots \\ -\,1\,x &= 0{,}66\ldots \\ \hline 9\,x &= 6 \\ \hline x &= {}^{6}/_{9} = {}^{2}/_{3} \\ \hline 0{,}666\ldots &= {}^{2}/_{3}. \end{array}$$

$$
\begin{array}{rcl}
x & = & 0{,}2727\ldots \\
\hline
100\,x & = & 27{,}27\ldots \\
-1\,x & = & 0{,}27\ldots \\
\hline
99\,x & = & 27{,}00 \\
\hline
x & = & {}^{27}/_{99} = {}^{3}/_{11} \\
\hline
\end{array}
$$

$$0{,}2727\ldots = {}^{3}/_{11}.$$

$$
\begin{array}{rcl}
x & = & 0{,}531531\ldots \\
\hline
1000\,x & = & 531{,}531\ldots \\
-1\,x & = & 0{,}531\ldots \\
\hline
999\,x & = & 531{,}000 \\
\hline
x & = & {}^{531}/_{999} = {}^{59}/_{111} \\
\hline
\end{array}
$$

$$0{,}531531\ldots = {}^{59}/_{111}.$$

Einen rein periodischen Dezimalbruch verwandelt man in einen gewöhnlichen Bruch, indem man unter die Periode soviel 9 als Nenner setzt, als die Periode Stellen hat.

c) Unrein periodische Dezimalbrüche.

Beispiel:

0,35496496 ist in einen gewöhnlichen Bruch zu verwandeln.

$$
\begin{array}{rcl}
x & = & 0{,}35\,496\,496\ldots \\
\hline
100\,000\,x & = & 35\,496{,}496\,496\ldots \\
\text{./.}\;100\,x & = & 35{,}496\,496\ldots \\
\hline
99\,900\,x & = & 35\,461 \\
x & = & {}^{35461}/_{99900}
\end{array}
$$

Man verwandelt einen unrein periodischen Dezimalbruch in einen gewöhnlichen Bruch, indem man die Vorziffern und ein Periodenglied als ganze Zahl betrachtet, sie um die Vorziffern vermindert, das Gefundene als Zähler nimmt und dem Nenner soviel Neunen gibt, als die Periode Stellen hat, mit soviel Nullen, als Vorziffern vorhanden sind.

Vorziffern 35		
Periode 496		
Vorziffer und Periode	35 496	
⁒ Vorziffern	35	
	35 461	= Zähler.
Die Periode hat 3 Stellen, der Nenner ist also zunächst . .	99 9	
dazu, weil die Vorziffer 2 Stellen hat, 2 Nullen . .	00	
	99 900	= Nenner.

Aufg. 12.

Verwandle in gewöhnliche Brüche:

a) 0,333....	b) 0,3636...	c) 0,42929...
0,2727...	0,423423...	0,7233...
0,4545...	0,211...	0,328282...
0,8787...	0,688...	0,75213213....

6. Umwandlung von s und d in einen Dezimalbruch von £.

Die unbequeme Stückelung des englischen Münzsystems ist bei manchen Rechnungsarten außerordentlich störend. Es empfiehlt sich daher, in solchen Fällen s und d als einen Dezimalbruch von £ darzustellen. Das Verfahren ist ziemlich einfach.

20 s = 1 £
1 s = $^1/_{20}$£ = 0,05 £
2 s = 0,10 £
3 s = 0,15 £

M a n v e r w a n d e l t s i n e i n e n D e z i m a l b r u c h v o n £, i n d e m m a n s i e m i t 0,05 m u l t i p l i z i e r t.

12 d (1 s) = 0,05 £

1 d	= 0,05 £ : 12	= 0,004166...	= 0,004 £
2 d		= 0,008333...	= 0,008 £
3 d		= 0,0125	= 0,013 £
4 d		= 0,01666...	= 0,017 £

5 d	= 0,020833...	= 0,021 £
6 d	= 0,025	= 0,025 £
7 d	= 0,029166..	= 0,029 £
8 d	= 0,0333...	= 0,033 £
9 d	= 0,0375	= 0,038 £
10 d	= 0,04166...	= 0,042 £
11 d	= 0,045833	= 0,046 £

Die Dezimalbrüche sind auf Tausendstel abgekürzt. Die Ziffern für die Schreibung der d als Dezimalbrüche müssen fest eingeprägt werden, wir wollen sie Pencezahlen nennen.

Man verwandelt d in einen Dezimalbruch von £, indem man sie mit 0,004 multipliziert, von 3 d an wird das Resultat um 0,001, von 9 d an um 0,002 erhöht.

4 s 3 d also = 0,2 £
+ 0,013 „
0,213 £

17 s 9 d = 0,85 £
+ 0,038 „
0,888 £

Kürzeres Verfahren: £ 5 . 15 . 6 = wieviel £?
£ 5,775.

Wir beginnen mit der Verwandlung von d und sprechen: $4 \times 6 + 1 = 25$. 5 wird in die Tausendstelstelle geschrieben, 2 wird gemerkt; $5 \times 15 + 2 = 77$ für die Zehntel- und Hundertstelstelle.

Schreibe dezimal als £:

Aufg. 1.

a) 2 s 8 d
10 „ 3 „
18 „ 6 „
4 „ 9 „
14 „ 11 „

b) 7 £ 12 s 7 d
13 „ 6 „ 3 „
3 „ 14 „ 5 „
9 „ 8 „ 2 „
20 „ 16 „ 11 „

Aufg. 2.

a) 5 s 2 d
19 „ 3 „
11 „ 9 „
7 „ 6 „
13 „ 4 „

b) £ 12. 9.6
9.15.8
21. 3.4
6.17.3
3. 7.9

Soll ein Dezimalbruch von £ wieder in s und d verwandelt werden, so ist das Verfahren umgekehrt. Aus den Zehnteln und Hundertsteln werden durch Division mit 5 die s ermittelt. Soll z. B. £ 0,873 in s und d verwandelt werden, so dividieren wir 87 durch 5 und erhalten **17** s. Als Rest bleibt mit der 3. Dezimalstelle 23. Diese Zahl liegt in der Reihe der Pencezahlen zwischen 21 und 25; man nimmt immer die nächstliegende, in diesem Falle 25. 25 Pencezahlen = **6** d. Also £ 0,873 = 17 s 6 d.

Schreibe als £, s und d:

Aufg. 3.

a) £ 0,058	b) £ 4,242
„ 0,413	„ 7,438
„ 0,938	„ 9,325
„ 0,746	„ 6,833

Aufg. 4.

a) £ 0,592	b) £ 7,264
„ 0,763	„ 13,591
„ 0,988	„ 5,785
„ 0,275	„ 9,974

II. Die bürgerlichen Rechnungsarten.

A. Die Regeldetri.

1. Einführung in die Regeldetri.

In der Aufgabe: „5 m einer Ware kosten 16,50 *M*. Wieviel kosten 11 m?" sind 3 Stücke gegeben, das 4. soll gesucht werden. Eine solche Aufgabe nennt man Regeldetri (regula de tribus numeris — Regel von 3 Zahlen). Sie besteht aus zwei Sätzen, aus dem Bedingungssatz (5 m kosten 16,50 *M*) und dem Fragesatz (Wieviel kosten 11 m?). Enthält der Bedingungssatz 2 Stücke und der Fragesatz 1 Stück, so ist es eine einfache Regeldetri-Aufgabe. Werden beide Sätze durch 1 Stück erweitert, so entsteht eine zusammengesetzte Regeldetriaufgabe, z. B. 5 Arbeiter verdienen in 18 Tagen à 10 Stunden 202,50 *M*. Wieviel verdienen 12 Arbeiter in 15 Tagen à 9 Stunden?

Es gibt demnach

einfache Regeldetriaufgaben mit 3 gegebenen Stücken und zusammengesetzte Regeldetriaufgaben mit 5, 7, 9 und mehr gegebenen Stücken.

In beiden Aufgaben war der Wert für eine Ware bezw. für die Arbeitskraft gegeben. Ware und Preis, Arbeitskraft und Lohn stehen aber in demselben Verhältnis zueinander; je mehr Ware, desto höher der Preis; je mehr Arbeit, desto mehr Lohn. Eine solche Rechnungsart nennt man Regeldetri mit geraden Verhältnissen. In der Aufgabe: „Bei 9 Pferden reicht man mit einem Vorrat Hafer 10 Tage. Wie lange reicht man bei 12 Pferden?" gehen wir von der Erkenntnis aus, daß man bei mehr Pferden weniger Tage reicht. Hier gilt also der Satz: je mehr, desto weniger, und diese Aufgaben gehören zur Regeldetri mit umgekehrten Verhältnissen. Auch sie können wieder einfach oder zusammengesetzt sein.

Wir teilen demnach die Regeldetri ein in

a. einfache Regeldetri (gerades und umgekehrtes Verhältnis),
b. zusammengesetzte Regeldetri (gerades und umgekehrtes Verhältnis).

Um zu untersuchen, ob die Verhältnisse gerade oder umgekehrte sind, empfiehlt es sich, folgende Schlüsse zu merken:

1. Je weniger Ware, desto weniger Geld,
   je weniger Geld, desto weniger Ware.
2. Je mehr Ware, desto mehr Geld,
   je mehr Geld, desto mehr Ware.
3. Je mehr Zeit, desto mehr Kosten,
   je weniger Zeit, desto weniger Kosten.
4. Je mehr Arbeit, desto mehr Arbeiter,
   je weniger Arbeit, desto weniger Arbeiter.
5. Je mehr Kapital, desto mehr Zinsen,
   je weniger Kapital, desto weniger Zinsen.

1. Je weniger Verzehrer, desto länger reicht der Vorrat,
   je mehr Verzehrer, desto weniger Zeit reicht der Vorrat.
2. Je weniger Geld man täglich ausgibt, desto mehr Tage reicht man mit einer Summe,
   je mehr Geld man täglich ausgibt, desto weniger Tage reicht man.
3. Je weniger Personen, desto mehr kann jede bei der Verteilung einer Summe erhalten,
   je mehr Personen, desto weniger kann jeder erhalten.
4. Je schmaler ein Stoff liegt, desto mehr braucht man an Länge,
   je breiter er liegt, desto weniger braucht man an Länge.
5. Je weniger Zeit man zur Verfügung hat, desto mehr Arbeitskräfte braucht man,
   je mehr Zeit, desto weniger Arbeitskräfte.

2. Einfache Regeldetri.

Bei diesen Aufgaben schließt man

1. von der Einheit auf eine Vielheit,
2. von einer Vielheit auf die Einheit,
3. von einer Vielheit auf eine andere Vielheit.

Die Aufgaben zu 1. und 2. haben bereits bei der Multiplikation und Division benannter Zahlen ihre Erledigung gefunden. Es soll hier aber noch eine Methode gezeigt werden, die für die 1. Gruppe im praktischen Leben sehr viel Anwendung findet:

die Zerlegungsmethode,

auch Zerfällungsmethode, welsche Praxis, genannt. Soll z. B. von 1 m auf 12,5 m geschlossen werden, so zerlegt man 12,5 m in 10 m und 2,5 m, berechnet den Preis für 10 m, entwickelt daraus den Preis für 2,5 m und sucht durch Addition den Preis für 12,5 m.

1. Beispiel: 1 m Stoff kostet 5,25 ℳ. Wieviel kosten 12,50 m?

10 m	=	52,50 ℳ.		
2,5 „	=	13,125 „		(der 4. Teil von 52,50 ℳ.)
12,5 m	=	65,625 ℳ	= 65,63 ℳ.	

2. Beispiel: 1 kg kostet 6,75 ℳ. Wieviel kosten $2^2/_3$ kg?

2 kg	=	13,50 ℳ	
$^2/_3$ „	=	4,50 „	(der 3. Teil von 13,50 ℳ)
$2^2/_3$ kg	=	18,— ℳ.	

3. Beispiel: 1 Cwt. kostet £ 2.12.6. Wieviel kosten 7 Cwts. 3 Qrs. 16 ℔?

1 Cwt.	= £ 2.12.6	= £ 2,625	
7 Cwts.	= £ 18,375		
2 Qrs.	= „ 1,312 5		(die Hälfte von 1 Cwt.)
1 Qr.	= „ 0,656 25		
14 ℔	= „ 0,328 125		(die Hälfte von 1 Qr.)
2 „	= „ 0,046 875		
Cwts. 7.3.16	= £ 20,918 75		
	= „ 20.18.4.		

Es kommt bei solchen Aufgaben darauf an, daß man schnell die gegebene Zahl in solche Zahlen zerlegt, mit denen sich bequem rechnen läßt.

Aufg. 1.	1 m	kostet	13,35 ℳ.	Wieviel kosten	65 m?
Aufg. 2.	1 „	„	8,65 „	„ „	33 „ ?
Aufg. 3.	1 kg	„	7,45 „	„ „	$62\frac{1}{2}$ kg?
Aufg. 4.	1 „	„	16,55 „	„ „	$37\frac{1}{2}$ „ ?
Aufg. 5.	1 t	„	343,50 „	„ „	$4\frac{4}{5}$ t?
Aufg. 6.	1 hl	„	58,30 „	„ „	55 l?
Aufg. 7.	1 Pud	„	117,35 R⁰.	„ „	$6\frac{1}{4}$ Pud?
Aufg. 8.	1 Cwt.	„	£ 19.17.6.	„ „	70 ℔?

Regeldetriaufgaben mit dem Schluß von einer Vielheit auf eine andere Vielheit ermittelt man meist durch den Ansatz.

Der Ansatz.

Man überlege zunächst: 1. Wonach ist gefragt? 2. Was ist gegeben? Die Aufgabe wird demnach in 2 Sätze zerlegt, den Fragesatz und den Bedingungssatz. Man schreibe den Bedingungssatz so nieder, daß dasjenige Glied, welches dem erfragten Gliede entspricht, am Ende steht; darunter schreibe man den Fragesatz und zwar die entsprechenden Glieder untereinander, das Fragewort an den Schluß. Man nennt die so niedergeschriebene Aufgabe den Ansatz.

Aufgabe: Wieviel kosten 17 kg, wenn 5 kg 21,20 ℳ kosten?

Ansatz: 5 kg kosten 21,20 ℳ
17 „ „ ? „

Nach ℳ ist gefragt, mit den gegebenen ℳ beginnen wir. 21,20 ℳ werden notiert und darunter ein langer Bruchstrich gemacht. Soviel kosten 5 kg; 1 kg kostet dann den 5. Teil von 21,20 ℳ (je *weniger* Ware, desto *weniger* Geld)

$$= \frac{21{,}20}{5}\ ℳ,$$

dann kosten 17 kg 17 mal soviel (je m e h r Ware, desto m e h r Geld)

$$= \frac{21{,}20 \times 17}{5} \text{ ℳ}.$$

Nach den Regeln über die Division und die Multiplikation eines Bruchs mit einer ganzen Zahl schreibt man also die Zahlen, durch die geteilt werden soll, unter den Bruchstrich, die Zahl dagegen, mit welcher zu multiplizieren ist, darüber.

Dieser Bruch ist nun auszurechnen. Die Zahlen, die über dem Bruchstrich stehen, werden multipliziert und das Produkt durch die Zahl unter dem Bruchstrich dividiert.

Ist es möglich, wie in unserem Falle, Zahlen im Zähler (oben) gegen Zahlen im Nenner zu kürzen, so tue man dies vor der Ausrechnung.

$$\frac{\overset{4{,}24}{\cancel{21{,}20}} \times 17}{\cancel{5}} \text{ ℳ} = 4{,}24 \text{ ℳ} \times 17$$

$$\begin{array}{r} 2\,968 \\ \hline 72{,}08 \text{ ℳ}. \end{array}$$

Aufg. 9.

Der Arbeitslohn für eine Woche à 6 Tagen beträgt 28,50 ℳ. Wieviel beträgt er für 19 Tage?

Aufg. 10.

11 Liter 90%iger Spiritus kosten 15,84 ℳ.
Wie teuer sind 19 Liter?

Aufg. 11.

Ein Stoff liegt 142 cm breit. Man braucht davon 25 m.
Wieviel würde man brauchen, wenn er 75 cm breit wäre?

Aufg. 12.

Eine Serone (90 kg) Cochenille kostet £ 12.18.10.
Wieviel £ s und d kosten 254 kg?

Aufg. 13.

4 Röhren füllen ein Bassin in 3 Stunden.
Wielange brauchen 7 Röhren von derselben Stärke dazu?

Aufg. 14.

Eine Maschine mäht ein Feld in 4 Tagen.
Wieviel Tage brauchen 16 Schnitter dazu, wenn die Maschine 20 Menschen ersetzt?

Aufg. 15.

12 Arbeiter vollenden ein Werk in einer Woche.
Wieviel Zeit brauchen 7 Arbeiter dazu?

Bei der Lösung der gegebenen Aufgaben ist immer nur der Schluß von einer Vielheit auf die Einheit und wieder von der Einheit auf eine andere Vielheit gemacht worden. Bei einer bestimmten Gruppe von Regeldetriaufgaben sind indessen noch andere Schlüsse nötig.

Beispiel: $3^3/_4$ l kosten $4^1/_2$ ℳ. Was kosten $7^3/_5$ l?

Hier müssen die gemischten Zahlen $3^3/_4$, $4^1/_2$ und $7^3/_5$ erst in unechte Brüche verwandelt werden:

$$3^3/_4 \text{ l} = {}^{15}/_4 \text{ l},$$
$$4^1/_2 \text{ ℳ} = {}^{9}/_2 \text{ ℳ},$$
$$7^3/_5 \text{ l} = {}^{38}/_5 \text{ l}.$$

Der Ansatz ist also

$^{15}/_4$ l kosten $^9/_2$ ℳ
$^{38}/_5$ „ „ ?

Der Gang der Lösung ist folgender: Wir schließen

von $^{15}/_4$ l auf $^1/_4$ l,
„ $^1/_4$ „ „ 1 „,
„ 1 „ „ $^1/_5$ „ und
„ $^1/_5$ „ „ $^{38}/_5$ „.

Kosten $^{15}/_4$ Liter $^9/_2$ ℳ, so kostet $^1/_4$ Liter $^9/_2 : 15 = \frac{9}{2 \cdot 15}$ ℳ,

$$\text{dann kostet 1 Liter } 4 \times \frac{9}{2 \cdot 15} \text{ ℳ} = \frac{9 \cdot 4}{2 \cdot 15},$$

$$\text{dann kostet } {}^1/_5 \text{ Liter } \frac{9 \cdot 4}{2 \cdot 15} \text{ ℳ} : 5 = \frac{9 \cdot 4}{2 \cdot 15 \cdot 5} \text{ ℳ},$$

$$\text{dann kosten } {}^{38}/_5 \; 38 \times \frac{9 \cdot 4}{2 \cdot 15 \cdot 5} \text{ ℳ} = \frac{9 \cdot 4 \cdot 38}{2 \cdot 15 \cdot 5} \text{ ℳ}.$$

$$\text{gekürzt } \frac{\overset{3}{\cancel{9}} \cdot \overset{2}{\cancel{4}} \cdot 38}{\underset{1}{\cancel{2}} \cdot \underset{5}{\cancel{15}} \cdot 5} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 38}{5 \cdot 5} = \frac{228}{25} = 228 : 25 = 9{,}12 \text{ ℳ}.$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ \hline 50 \end{array}$$

Aufg. 16.

$12^3/_4$ kg einer Ware kosten 48,45 ℳ.
Was kosten $6^3/_5$ kg?

Aufg. 17.

$9^2/_5$ kg kosten in Paris 15,04 Frs.
Was kosten $21^1/_3$ kg?

Aufg. 18.

$6^1/_4$ Dtz. Kragen kosten 41,25 ℳ.
Wie teuer sind $10^2/_3$ Dtz.?

Aufg. 19.

$3^7/_8$ ℔ russ. werden in Petersburg mit 69,44 R⁰ bezahlt.
Was kosten demnach $15^3/_4$ ℔?

Aufg. 20.

Auf $7^3/_8$ dz betragen die Spesen 78,47 ℳ.
Wieviel auf $3^1/_2$ dz?

Aufg. 21.

Für $3^1/_2$ ha braucht man $44^4/_5$ kg Samen.
Wieviel braucht man für $15^2/_3$ ha?

Aufg. 22.

Aus einem Posten Garn webt man 130 m $1^1/_4$ m breiten Stoff.
Wieviel könnte man daraus weben, wenn der Stoff nur $^5/_6$ m breit werden soll?

Aufg. 23.

Zum Tapezieren einer Wand braucht man 96 m Tapete von $^5/_6$ m Breite.
Wieviel m würde man brauchen, wenn die Tapete $^3/_4$ m breit ist?

Aufg. 24.

$8^1/_4$ Yards kosten in London £ 4.5.3.
Wieviel kosten $24^2/_3$ Yards?

Beispiel: Wenn man täglich 4,25 ℳ verbraucht, reicht man mit einer Geldsumme 16 Tage. Wie lange kommt man bei einem täglichen Verbrauch von 3,90 ℳ aus?

Bei 4,25 ℳ täglichem Verbrauch reicht man 16 Tage.
Bei 3,90 ℳ täglichem Verbrauch reicht man ? Tage?

$$\frac{16 . 4{,}25}{3{,}90} \text{ (Umgekehrtes Verhältnis!)}$$

Man schließt in solchen Aufgaben direkt von 4,25 ℳ auf 1 ℳ und von 1 ℳ auf 3,90 ℳ täglichen Verbrauch. Sprich: Man reicht 16 Tage, wenn man täglich 4,25 ℳ ausgibt. Braucht man täglich nur 1 ℳ, so reicht man 16.4,25 Tage usw.

Die Ausrechnung eines solchen Bruchstrichs kann auf zweifache Weise geschehen.

1. Man multipliziert 16.4,25 und teilt durch 3,90,

2. Man schafft vor der Ausrechnung die Dezimalstellen fort, indem man immer eine Dezimalzahl unter dem Bruchstrich und eine Zahl über den Bruchstrich mit einer solchen dekadischen Zahl (10, 100, 1000 usw.) multipliziert, daß die Dezimalbrüche verschwinden. In unserem Falle multiplizieren wir mit 100. Aus 4,25 wird dann 425, aus 3,90 entsteht 390. Resultat $\frac{16 . \overset{85}{\cancel{425}}}{\underset{78}{\cancel{390}}} = 16 . 85 = 1360 : 78 = 17^{17}/_{39}$ Tage.

Bliebe noch eine Dezimalzahl unter dem Bruchstrich übrig, so schaffen wir die Dezimalstelle ebenfalls durch Multiplikation mit einer dekadischen Zahl fort, setzen dann aber auch diese dekadische Zahl über den Bruchstrich. Angenommen in unserem Beispiel stände außer den bekannten Zahlen unten noch 0,755, also

$$\frac{16 . 4{,}25}{3{,}90 . 0{,}755},$$

so würde der eingerichtete Bruchstrich so aussehen:

$$\frac{16 . 425 . 1000}{390 . 755}$$

Bleibt über dem Bruchstrich noch eine Dezimalzahl, so wird, nachdem das Komma darin gestrichen ist, die entsprechende dekadische Zahl unter den Bruchstrich gesetzt.

Aufg. 25.

Für 216,30 ℳ erhält man 100 ℞°.
Wieviel für 3 516,25 ℳ?

Aufg. 25a.

100 hfl. = 168,65 M.
Wieviel hfl. erhält man für 1 635,50 M?

Aufg. 26.

Ein Küchenfußboden kann mit 540 Fliesen belegt werden, von denen jede 0,045 qm Oberfläche hat.
Wieviel Fliesen werden gebraucht, wenn solche mit 0,035 qm Oberfläche verwendet werden?

Aufg. 27.

Bei der Schlußrechnung eines Konkurses betragen die Aktiven (die zur Verteilung gelangende Summe) 6 345,40 M, die Passiven (die Schulden der Firma) 25 685,85 M. A hat eine Forderung von 4 933,50 M.
Wieviel wird er aus der Konkursmasse erhalten?

Aufg. 28.

Für 173,18 Rbl. erhält man 372 Arschin Schafwollstoff.
Wieviel kann man für 243,50 Rbl. erhalten?

3. Zusammengesetzte Regeldetri.

1. Beispiel: 6 Weber weben in 12 Wochen 1 173,6 m.
Wieviel weben 17 Weber in 9 Wochen?

6	Weber	weben in	12	Wochen	1 173,6 m
17	Weber	weben in	9	Wochen	?

$$\frac{\overset{\overset{146{,}7}{\cancel{586{,}8}}}{\cancel{1173{,}6}} \cdot 17 \cdot \overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{2}{\cancel{6}} \cdot \underset{\cancel{4}}{\cancel{12}}}$$

$$\begin{array}{r} 146{,}7 \cdot 17 \\ 102\,6\,9 \\ \hline \mathbf{249\,3{,}9} \text{ m.} \end{array}$$

Gefragt ist nach der Arbeitsleistung; von der gegebenen Arbeitsleistung (1 173,6 m) gehen wir aus. 1 173,6 m leisten 6 Weber, ein Weber leistet den 6. Teil davon $= \frac{1173{,}6}{6}$ m. 17 Weber schaffen 17 mal soviel $= \frac{1173{,}6 \cdot 17}{6}$ m. Das leisten sie in 12 Wochen, in einer Woche den 12. Teil $= \frac{1173 \cdot 17}{6 \cdot 12}$ m; in 9 Wochen 9 mal soviel $= \frac{1\,173 \cdot 17 \cdot 9}{6 \cdot 12}$ m.

2. Beispiel: 7 Maurer führen in 9 Tagen ein Mauerwerk von 85 cbm auf. Wieviel Maurer werden gebraucht, wenn 145 cbm in 8 Tagen geleistet werden sollen?

85 cbm leisten in 9 Tagen 7 Maurer,
145 cbm leisten in 8 Tagen ? Maurer?

$$\frac{7 \cdot \overset{29}{\cancel{145}} \cdot 9}{\underset{17}{\cancel{85}} \cdot 8} \text{ Maurer} = \frac{1827}{136} = 13^{59}/_{136} = \mathbf{13} \textbf{ Maurer.}$$

Die Lösung ist der vorigen ähnlich; es ist nur zu überlegen, daß Arbeitszeit und Arbeitskraft im umgekehrten Verhältnis zueinander stehen. Der Schluß heißt also: Je weniger Tage, desto mehr Arbeiter und umgekehrt.

Aufg. 29.

7 Arbeiter verdienen in 4 Tagen 91 *M*.

Wieviel verdienen dann nach dem gleichen Lohnsatz 11 Arbeiter in 9 Tagen?

Aufg. 30.

8 Schuhmacher verfertigen in 3 Wochen 75 Paar Stiefel.

Wieviel Schuhmacher müssen beschäftigt werden, wenn der Auftrag übernommen wurde, 2000 Paar Stiefel in $3^1/_2$ Wochen herzustellen?

Aufg. 31.

27,25 ha Land werden in $10^1/_2$ Tagen mit 5 Pflügen gepflügt.

Wieviel ha werden mit 8 Pflügen in $7^1/_2$ Tagen unter gleichen Voraussetzungen gepflügt?

Aufg. 32.

Aus 70 kg Garn verfertigt man 56 Stück Zeug von je 24 m Länge und 0,7 m Breite.

Wieviel Garn ist erforderlich zu 75 Stück Zeug, wenn jedes Stück 21 m lang und 0,65 m breit werden soll?

Aufg. 33.

Ein Stück Ackerland hat die Form eines Rechtecks; es ist 295 m lang und 124 m breit und wurde für 5 760 ℳ verkauft.

Wie teuer würde das benachbarte Feld mit gleicher Ertragsfähigkeit sein, das ebenfalls die Form eines Rechtecks mit 315 m Länge und 180 m Breite hat?

Aufg. 34.

Für 7 t 250 kg zahlt man für eine Strecke von 150 km 239,25 ℳ Transportkosten.

Wieviel müßte man demnach auf 10 t 650 kg für 135 km rechnen?

Aufg. 35.

Um eine Schreibarbeit zu bewältigen, sind 4 Schreiber 12 Tage à 9 Stunden beschäftigt.

In wieviel Tagen würden 6 Schreiber bei einer Arbeitszeit von 10 Stunden dasselbe leisten?

Aufg. 36.

24 Gasflammen verzehren in 6 Stunden für 4,32 ℳ Gas.

Wieviel Stunden können 16 Flammen für 3,80 ℳ brennen?

Aufg. 37.

Um eine Fläche mit Platten zu belegen, braucht man 486 Platten von 25,5 cm Länge und 16,5 cm Breite.

Wieviel Platten von 24 cm Länge und 14,5 cm Breite würden zur Belegung derselben Fläche notwendig sein?

4. Der Kettensatz.

Die Aufgabe: 6,550 kg kosten 24,85 ℳ. Was kosten 13,500 kg? wird durch folgenden Bruchstrich gelöst:

$$\frac{13{,}500 \quad 24{,}85.}{6{,}550}$$

	13,500
6,550	24,85

Denken wir uns den Bruchstrich in der angedeuteten Weise aufrecht gestellt, neben die Zahlen die Benennungen geschrieben, oben links neben den Bruchstrich die Frage ? ℳ gesetzt, so läßt sich dieser Bruchstrich auch lesen:

? ℳ kosten	13,500 kg,
wenn 6,550 kg	24,85 ℳ kosten.

Bei der Ermittelung des Resultats werden die Zahlen rechts vom Strich miteinander multipliziert und durch die Zahl links vom Strich dividiert.

Eine solche Form der Lösung nennt man Kettensatz. Sehen wir uns nun den Kettensatz an: Er nennt zuerst die Frage ? ℳ und dann diejenige Größe, für welche der Wert in ℳ gesucht werden soll, sie hat die Benennung kg. Der Satz

? ℳ | 13,500 kg.

ist das erste Glied der Kette.

Das zweite, hier das letzte Glied

6,550 kg | 24,85 ℳ

beginnt mit der Benennung kg, also mit derselben Benennung, mit welcher das erste Glied schloß. Es endet mit der Bezeichnung, auf welche die Frage gerichtet war.

Die Regeln für die Aufstellung des Kettensatzes sind demnach folgende:

1. Der Kettensatz beginnt mit der Frage und zwar zunächst mit dem Fragewort (wieviel ?) und der ihm zugehörigen Benennung (ℳ),

und endet mit der benannten Größe, auf welche die Frage gerichtet ist (13,500 kg).

2. Jedes folgende Kettenglied muß mit derselben Benennung beginnen, mit der das vorige Glied aufhörte.

3. Die letzte Benennung des letzten Gliedes muß dieselbe sein, mit der der Kettensatz anfing.

4. Wie beim Bruchstrich können die Zahlen rechts gegen diejenigen links vom Strich gekürzt werden.

5. Gewöhnliche Brüche werden in der Weise fortgeschafft, daß man den Nenner streicht und ihn als Faktor auf die entgegengesetzte Seite bringt. Gemischte Zahlen werden vorher in unechte Brüche verwandelt.

6. Bei der Ermittelung des Resultats werden alle Zahlen als Faktoren aufgefaßt. Das Produkt aus den Faktoren rechts wird durch das Produkt aus den Faktoren links dividiert.

Unser Beispiel enthält nur 2 Kettenglieder, weil nur ein Bedingungssatz gegeben war. Sind deren aber mehrere vorhanden — besonders bei Aufgaben mit Umrechnungen von Münzen, Maßen und Gewichten — so entsteht ein mehrgliedriger Kettensatz. Die genannten Regeln sind natürlich auch auf solche Aufgaben anzuwenden.

Beispiel: In Petersburg kostet 1 Pud 8,97 Rb°.

Wieviel kosten ohne Rücksicht auf die Spesen in Berlin 100 kg, wenn 100 Rb° = 216,45 ℳ und 1 ℔ russisch = 409,512 g sind?

? ℳ	~~100~~ kg
1 kg	100~~0~~ g
136,504 ~~409,512~~ g	1 ℔ russ.
~~40~~ ℔ russ.	1 Pud
1 Pud	8,97 Rb°
~~100~~ Rb°	~~216,45~~ ℳ 72,15

100.8,97.72,15 = 64 718,55
136,405.4 = 546,016
64 718,55 : 546,016 = 118,53

100 kg = **118,53 ℳ.**

Das 1. Glied endet mit der Benennung kg. In der Aufgabe ist eine weitere Angabe für kg nicht gemacht, wohl aber für g, folglich muß man von kg auf g hinüberleiten, das geschieht durch das 2. Glied: „1 kg = 1 000 g“. Das 3. Glied schließt mit ℔ russ. Die Aufgabe gibt den Preis für Pud an, wir leiten daher durch den Satz „40 ℔ russ. = 1 Pud“ auf Pud über.

Soll durch den Kettensatz der Preis für eine Größe, z. B. 1 kg, inkl. % Spesen, berechnet werden, so muß die Frage lauten: „? ℳ inkl. Spesen = 1 kg?“. Das vorletzte Glied wird dann mit der Benennung ... ℳ ohne Spesen enden, und das letzte Glied hat dann durch den Satz „100 ℳ ohne Spesen = ... ℳ mit Spesen“ die Kette zu schließen.

Sind in der Aufgabe die Spesen nicht in Prozenten sondern in anderer Weise z. B. als Gesamtspesen für die erfragte Größe angegeben, so werden diese zu dem Resultat addiert.

Beispiel: Wieviel kosten in Berlin 360 kg, wenn 1 kg in Paris mit 4,43 Frs. bezahlt werden und 15 % Spesen zu rechnen sind? (100 Frs. = 80,55 ℳ.)

? ℳ mit Spesen	360 kg
1 kg	4,43 Frs.
100 Frs.	80,55 ℳ ohne Spesen
100 ℳ ohne Spesen	115 ℳ mit Spesen
360 kg	= 147,73 ℳ.

Aufg. 1.

1 Pud Weizen kostet in Odessa 1,17 Rbº.
Wie teuer wären demnach in Hamburg 1000 kg, wenn 100 Rbº = 216 ℳ und 1 ℔ russ. = 409,512 g sind?

Aufg. 2.

1000 kg kosten in Hamburg 152,25 ℳ.
Wieviel Rbº kostet 1 Pud in Petersburg? 1 ℔ russ. = 409,512 g, 100 Rbº = 216,50 ℳ.

Aufg. 3.

1 Barrel Mehl (ein Faß enthaltend 196 engl. Pfund) wird in New-York mit $ 3,25 notiert.
Wie hoch stellen sich 50 kg in Berlin? (100 $ = 417,50 ℳ, 1 ℔ engl. = 453,6 g).

Aufg. 4.

51 m kosten in Deutschland 230,10 ℳ.
Welchem Preise in Schweden entspricht dies? (100 m = 168,41 schwedische Ellen, 1 Kr. = 1 ℳ $12^1/_2$ ₰).

Aufg. 5.

Amerikanisches Schmalz wird in New-York mit 12,75 \$ per Cwt. notiert.

Wie teuer sind 100 kg in Berlin? (100 \$ = 417,75 ℳ, 1 ℔ engl. = 0,4536 kg).

Aufg. 6.

Ein Barrique (ein Faß von 228 l) Wein kostet in Bordeaux 484,50 Frs. Wie hoch stellt sich ein l in Berlin, wenn 100 Frs. = 80,95 ℳ sind?

Aufg. 7.

Aus 10 Troy ℔ schlägt man 466 1/4 Sovereigns.

Wieviel Solotnik wiegt 1 Sovereign? (1 Troy ℔ = 373,242 g, 1 Solotnik = 4,267 g).

Aufg. 8.

1 kg kostet in Paris 5,45 Frs.

Wie teuer sind 350 kg in Berlin bei 12 % Spesen? (100 Frs. = 80,75 ℳ).

Aufg. 9.

1 Tschetwert Getreide kostet in Odessa 7,80 R^o.

Wie teuer wäre bei 10 % Spesen in London 1 Qr. (1 Qr. = 290,8 l, 1 Tschetwert = 209,9 l, 1 R^o = 25 d).

Erst nach der Prozentrechnung zu rechnen!

B. Die Mischungsrechnung.

Der Kaufmann und der Gewerbetreibende sind sehr oft gezwungen, verschiedene Qualitäten einer Ware miteinander zu mischen, teils um aus Waren von geringerer und solchen von feiner Beschaffenheit ein Mittelgut herzustellen, teils um dadurch eine dem Geschmack des Publikums zusagende Ware zu erzielen. (Wein, Kaffee, Tabak, Tee.)

Aufgabe der Mischungsrechnung ist es nun,

1. den Preis einer aus mehreren Qualitäten hergestellten Ware zu suchen,
2. die Mengen (Quantitäten) zu ermitteln, die von den einzelnen Sorten zur Mischung verwendet werden sollen.

1. Die Frage nach der Qualität.

Beispiel: Jemand mischt 40 l Wein à 2,75 ℳ und 15 l Wein à 2,10 ℳ.

Wieviel kostet 1 l der Mischung?

40 l à 2,75 ℳ	=	110,— ℳ		
15 „ à 2,10 „	=	31,50 „		
55 l Mischung	=	141,50 ℳ		
1 „ der Mischung	=	141,50 : 55	=	2,572
		31 5	=	2,57 ℳ
		4 00		
		150		

Es ist also der Gesamtpreis jeder einzelnen Sorte zu berechnen, die Sortenmaße und Sortenpreise zu addieren und der Gesamtpreis der Mischung durch das Maß der Mischung zu dividieren.

Aufg. 1.

Es werden 26 l Öl à 75 ₰ und 20 l à 90 ₰ gemischt.

Wie teuer ist ein l der Mischung?

Aufg. 2.

Ein Teehändler mischt 42 kg Tee zu 9,20 *M* und 36 kg à 7,50 *M*. Wie hoch stellt sich 1 kg dieser Mischung?

Aufg. 3.

Ein Weinhändler mischt 325 l à 0,95 *M*, 136 l à 1,10 *M*, 275 l à 1,50 *M* und 110 l à 1,75 *M*.

Welches ist der Preis für 1 hl der Mischung?

Aufg. 4.

Ein Getreidehändler mischt 20 dz Hafer à 12,25 *M* und 15 dz Gerste à 14 *M*.

Was kostet ein dz von diesem Pferdefutter?

Aufg. 5.

Ein Importeur mischt 350 kg Zanzibar-Gewürznelken à 138 *M* per 50 kg und 560 kg Amboina-Gewürznelken à 115 *M* per 50 kg. Welcher Preis wird für 50 kg dieser Mischung ermittelt?

Aufg. 6.

Es werden gemischt 90 kg Kupfer à 1,95 *M* mit 45 kg Zink à 45 *Pf*. Wie teuer ist 1 kg dieser Legierung?

2. Die Frage nach der Quantität.

Hierbei soll aus 2 oder mehr Sorten verschiedener Qualität eine bestimmte Mittelsorte von bestimmter Güte hergestellt werden, und es ist zu untersuchen,

1. nach welchem Verhältnis werden die gegebenen Sorten gemischt,
2. welche Mengen werden von den gegebenen Sorten gebraucht, wenn der Preis und die Menge der Mittelsorte vorher bestimmt sind.

a) Bestimmung des Mischungsverhältnisses:

Beispiel: Ein Kaufmann hat 2 Sorten Kaffee, das kg zu 2,70 *M* und 2,10 *M*. Er will eine Mischung herstellen, von welcher das kg 2,30 *M* kostet. In welchem Verhältnis muß er die beiden Kaffeesorten mischen?

Verkauft er die teurere Sorte zu 2,30 *M*, so hat er bei jedem verkauften kg einen Verlust von 2,70 — 2,30 = 0,40 *M*. Diesen Schaden kann er dadurch wieder aufheben, daß er die billigere Sorte zu dem Durchschnittspreise verkauft. Er würde bei jedem kg die Differenz zwischen 2,30 ℳ und 2,10 ℳ, also 0,20 ℳ gewinnen. Will er nun den Verlust von 0,40 ℳ wieder einholen, so muß er soviel mal 1 kg von der billigeren Sorte zum Durchschnittspreise verkaufen, als 0,20 in 0,40 ℳ enthalten sind = 2 ×. Nimmt er also zu der Mischung 1 kg der besseren Sorte, so muß er 2 kg der geringeren verwenden, er mischt die bessere und die geringere Sorte im Verhältnis wie 1 : 2 (gelesen 1 zu 2).

Preise der Sorten	Preisdifferenzen	Verhältnis der Preisdifferenzen	Mischungsverhältnis
I. Sorte 2,70 ℳ	0,40 ℳ	2	1
Verlangte Mittelsorte 2,30 ℳ			
II. Sorte 2,10 ℳ	0,20 ℳ	1	2

Die Mischungsmengen verhalten sich also umgekehrt wie die Preisdifferenzen.

Aufg. 7.

Es soll aus folgenden Sorten eine Durchschnittssorte hergestellt werden; bestimme das Mischungsverhältnis:

	I. Sorte:	II. Sorte:	Durchschnittssorte:
a)	3,50 ℳ	2,75 ℳ	3,20 ℳ
b)	4,65 „	3,80 „	4,10 „
c)	18,35 „	13,50 „	16,10 „
d)	1,95 „	1,55 „	1,80 „
e)	12,80 „	8,55 „	10,40 „

b. Bestimmung der Mischungsmenge:

Beispiel: Jemand braucht 3,80 hl einer Ware à 44 ℳ per hl. Er hat 2 Sorten Ware zu 49,50 ℳ und 39,50 ℳ vorrätig. Durch Mengen der Sorten will er die gewünschte Qualität erzielen. Wieviel muß er von jeder Sorte nehmen?

Preise der Sorten	Preisdifferenzen	Verhältnis der Preisdifferenzen	Mischungsmenge
I. Sorte 49,50 ℳ	5,50 ℳ	11	9
Mittelsorte 44,— ℳ			
II. Sorte 39,50 ℳ	4,50 ℳ	9	11

Nimmt er also von der I. Sorte 9 Teile, so muß er von der II. 11 Teile, zusammen 20 Teile, verwenden. Diese 20 Teile sind = 3,80 hl = 380 l. 1 Teil ist dann gleich 380 : 20 = 19 l.

Er verwendet also von der I. Sorte 9 . 19 l = 171 l,
" " II. " 11 . 19 " = 209 "
380 l.

Probe: 1,71 hl à 49,50 ℳ = 84,645 ℳ,
2,09 " " 39,50 " = 82,555 "
3,80 hl d. Mischung = 167,20 ℳ
1 l = 167,20 : 380 = 0,44 ℳ,
1 hl = 100 . 0,44 = 44,— ℳ.

Aufg. 8.

Aus 2 Kaffeesorten à 3,80 ℳ und 3,15 ℳ per kg will jemand 50 kg einer Mittelsorte zum Preise von 3,55 ℳ per kg herstellen.
Wieviel kg nimmt er von jeder Sorte?

Aufg. 9.

Ein Tabakhändler hat 2 Sorten Tabak zu 4,10 ℳ und 3,20 ℳ per kg. Er hat 40 kg à 3,85 ℳ zu liefern und will dazu die beiden Tabaksorten verwenden.
Wieviel nimmt er von jeder Sorte?

Aufg. 10.

Ein Landmann hat an einen Getreidehändler 38 dz Futterkorn à 125 ℳ per dz zu liefern. Er verwendet dazu Hafer à 140 ℳ und Gerste à 112 ℳ per dz.
Wie hat er zu mengen?

Ist aus 3 und mehr Sorten eine bestimmte Durchschnittssorte zu mengen, so sind sehr viele Lösungen möglich; denn wenn auch ein Mischungsverhältnis gefunden ist, so kann dies wieder dadurch abgeändert werden, daß man von der teureren Sorte weniger, dafür von einer billigeren Sorte mehr verwendet. Ist ein bestimmtes Resultat bei der Mischung von beispielsweise 3 Sorten gewünscht, so muß das Verhältnis oder die Menge von 2 Sorten gegeben sein.

Beispiel: Aus 3 Teesorten à 8,— 6,— und 5,— ℳ per kg soll eine Sorte à 6,50 ℳ und zwar die beiden teureren Sorten im Verhältnis von 3 : 2 gemischt werden. Wieviel sind von jeder Sorte zu nehmen, wenn 50 kg gebraucht werden?

Die beiden besseren Sorten sollen im Verhältnis von 3 : 2 gemischt werden, d. h. verwendet man von der I. Sorte 3 kg, so braucht man von der II. 2 kg.

3 kg à 8 ℳ	. .	= 24 ℳ
2 „ „ 6 „	. .	= 12 „
5 kg dieser Mischung		= 36 ℳ

5 kg der herzustellenden Sorte sollen nun aber 5.6,50 = 32,50 ℳ kosten, die Mischung aus den Sorten I und II ist also um 3,50 ℳ zu teuer. Dieser Preisunterschied kann dadurch aufgehoben werden, daß man noch die billigere Sorte hinzutut, und zwar verringert sich der Unterschied durch jedes billigere kg um 6,50 — 5,00 ℳ = 1,50 ℳ. Man verwendet demnach soviel kg der III. Sorte, als 1,50 ℳ in 3,50 ℳ enthalten sind = $2^1/_3$ mal.

Werden also von der I. Sorte 3 kg
und „ „ II. „ 2 „ gebraucht,
so werden „ „ III. „ $2^1/_3$ „ „ .

Das Verhältnis der Mengen ist folglich 3 : 2 : $2^1/_3$ oder mit 3 multipliziert **9 : 6 : 7** = 22 Teile.

Diese 22 Teile sind = 50 kg, 1 Teil = $2^3/_{11}$ kg.

I. Sorte	= 9 . $2^3/_{11}$ kg	=	$20^5/_{11}$ kg,
II. „	= 6 . $2^3/_{11}$ „	=	$13^7/_{11}$ „
III. „	= 7 . $2^3/_{11}$ „	=	$15^{10}/_{11}$ „
			50 kg.

Aufg. 11.

Ein Kaufmann mischt 3 Sorten einer Ware à 1,40 ℳ, 1,20 ℳ und 0,90 ℳ per kg. Er soll eine Mischung à 1,05 ℳ per kg herstellen. Die beiden besseren Sorten mischt er im Verhältnis von 3 : 4. Welche Gewichtsmengen verwendet er zu 90 kg Mischung?

Aufg. 12.

Wieviel muß er nach den vorigen Angaben von der II. und III. Sorte nehmen, wenn von der I. Sorte 20 kg verwendet werden?

C. Gesellschaftsrechnung.

1. Allgemeines.

Bei der Gesellschaftsrechnung kommt es darauf an, eine gegebene Größe in verschiedene Teile zu teilen, die zwar nicht gleich sind, aber doch in einer solchen Beziehung zueinander stehen, daß die Teilung nach einem bestimmten Plane, nach einem gegebenen oder erst zu ermittelnden Verhältnis erfolgen muß.

Im praktischen Leben findet die Gesellschaftsrechnung Anwendung, sobald ein von mehreren Personen gemeinsam erzielter Gewinn nach dem Verhältnis der Beteiligung an einem Unternehmen, an einem Geschäft verteilt werden soll, desgleichen bei gemeinschaftlich zu deckenden Kosten, sowie bei einem von mehreren Beteiligten zu tragenden Verlust.

2. Das Teilungsverhältnis ist in ganzen Zahlen gegeben.

1. Beispiel. 132 ℳ sollen unter drei Personen im Verhältnis von 5 : 4 : 3 verteilt werden. Wieviel erhält jede Person?

Lösung: Die Anteile sollen sich verhalten wie 5 : 4 : 3, d. i. wenn 5 ℳ + 3 ℳ + 4 ℳ, zusammen 12 ℳ zur Verteilung kommen, so erhält davon die erste Person 5 ℳ, die zweite 3 ℳ, die dritte 4 ℳ.

Da nun nicht 12 ℳ, sondern 132 ℳ, also 11 . 12 ℳ zur Verteilung kommen, so erhält jede Person ihren Anteil 11 mal.

Demnach bekommt die erste Person 11 . 5 ℳ = **55 ℳ**, die zweite Person 11 . 3 ℳ = **33 ℳ**, die dritte Person 11 . 4 ℳ = **44 ℳ**.

Aufg. 1.

Aus dem Walde werden 279 Raummeter Holz nach vier Plätzen abgefahren. Die Mengen sollen auf die Plätze im Verhältnis von 2 : 3 : 1 : 3 verteilt werden.

Wieviel Holz kommt auf jeden Platz?

Aufg. 2.

56 kg Reis sollen unter drei Hausfrauen im Verhältnis von 5 : 2 : 1 verteilt werden.
Wieviel kg erhält jede Hausfrau?

Aufg. 3.

Ein Gewinn von 287,70 ℳ soll im Verhältnis von 3 : 4 verteilt werden.
Wie groß sind die beiden Anteile?

Aufg. 4.

Bei einem Unternehmen erleiden die beteiligten Personen L, M, N und O einen Verlust von 3417,85 ℳ. Dieser ist nach dem Verhältnis 5 : 3 : 7 : 2 zu tragen.
Welchen Verlust erleidet jeder der Beteiligten?

Aufg. 5.

Ein Lotterielos bringt einen Gewinn von 1000 ℳ. Es wird von zwei Personen gespielt, deren Einlagen sich wie 3 : 5 verhalten.
Welchen Betrag erhält jeder Spieler, wenn nach dem Verlosungsplane $^1/_{10}$ des Gewinns in Abzug gebracht werden soll?

3. Das Teilungsverhältnis ist in Dezimalbrüchen angegeben.

2. Beispiel. Fünf Personen teilen einen Verlust von 7500 ℳ nach dem Verhältnis ihrer Forderungen, die sich verhalten wie 3 : 0,5 : 1,25 : 2 : 0,75.
Welchen Verlust erleidet jeder?

Lösung: Das Teilungsverhältnis ist

$$3 : 0{,}5 : 1{,}25 : 2 : 0{,}75$$

oder $^{300}/_{100} : {}^{50}/_{100} : {}^{125}/_{100} : {}^{200}/_{100} : {}^{75}/_{100}$

oder $300 : 50 : 125 : 200 : 75$

oder gekürzt $12 : 2 : 5 : 8 : 3$

$$12 + 2 + 5 + 8 + 3 = 30$$

30 in 7500 = 250 mal

250 . 12 ℳ = **3000 ℳ**; 250 . 2 ℳ = **500 ℳ**; 250 . 5 ℳ = **1250 ℳ**;
250 . 8 ℳ = **2000 ℳ**; 250 . 3 ℳ = **750 ℳ**.

Aufg. 6.

Vier Personen teilen einen Gewinn nach dem Verhältnis ihrer Einlagen.

Wieviel beträgt der Gewinn der einzelnen Personen in jedem Falle?

Gewinn:	Teilungsverhältnis:
a) 2304,— ℳ	0,08 : 2,8 : 0,36 : 0,6
b) 4648,— ℳ	0,45 : 0,8 : 1,1 : 0,45
c) 7284,60 ℳ	3,5 : 4 : 1,50 : 3
d) 968,— ℳ	2 : 3,25 : 1,75 : 1

4. Das Teilungsverhältnis muſs gesucht werden.

3. Beispiel. Zu einem Geschäftsbetrieb gibt A 2400 ℳ, B 1800 ℳ, C 3000 ℳ. Die Unternehmer erzielen einen Gewinn von 1152 ℳ. Wieviel beträgt der Gewinn eines jeden?

L ö s u n g: Die Gewinnanteile verhalten sich wie die Einlagen, also wie 2400 : 1800 : 3000 oder (durch 600 gekürzt) wie
4 : 3 : 5, d. i. wenn 4 ℳ + 3 ℳ + 5 ℳ = 12 ℳ gewonnen werden, so erhält davon A 4 ℳ, B 3 ℳ, C 5 ℳ.

Da nun nicht 12 ℳ, sondern 1152 ℳ, also 96 mal 12 ℳ gewonnen werden, so muß A 96 . 4 ℳ = **384** ℳ, B 96 . 3 ℳ = **288** ℳ und C 96 . 5 ℳ = **480** ℳ erhalten.

Aufg. 7.

Ein Unternehmen bringt einen Gewinn von 612,75 ℳ.

Wieviel erhält davon A, der 675 ℳ, B, der 750 ℳ, C, der 850 ℳ, D, der 950 ℳ gegeben hat?

Aufg. 8.

A beteiligt sich an einem Geschäft mit 3000 ℳ, B mit 4000 ℳ, C mit 5000 ℳ. Es ergibt sich beim Abschluß ein Verlust von 1080,60 ℳ.

In welcher Weise ist dieser von den Unternehmern zu tragen?

Aufg. 9.

Eine Baustelle ist von zwei Unternehmern für 45 000 ℳ gekauft worden. Sie wird mit 59 400 ℳ weiter verkauft.

Wie verteilt sich der Gewinn, wenn der eine 20 000 ℳ und der andere 25 000 ℳ zum Ankauf gegeben hatte?

Aufg. 10.

Bei einer Zahlungseinstellung haben die Lieferanten A, B und C zu fordern 2 700 ℳ, 12 250 ℳ und 7850 ℳ. Es sind vorhanden in barem Gelde 2327 ℳ; aus dem Warenlager wurden 4125 ℳ erzielt, die Forderungen, die noch einzutreiben sind, betragen 1300 ℳ.

Wieviel erhält jeder der drei Lieferanten von der zu verteilenden Summe?

Aufg. 11.

Die Kosten für die Ausbesserung eines Weges betrugen 330 ℳ. Sie sind von drei Grundbesitzern im Verhältnis der Größe ihrer Güter aufzubringen. A hat 142 ha, B 196 ha, C 102 ha Land.

Wieviel betrugen die Kosten für jeden?

Aufg. 12.

Vier Bauern pachten eine Wiese für 1 280 ℳ. A schickt 63, B 54, C 57, D 66 Stück Vieh auf die Weide.

Wieviel zahlt jeder?

5. Das Teilungsverhältnis wird durch Differenzangaben ausgedrückt

4. Beispiel. Zwei Personen sollen eine Erbschaft von 10 000 ℳ so teilen, daß die eine 2 500 ℳ mehr erhält als die andere. Wieviel bekommt jede?

Lösung: Die eine Person bekommt 2500 ℳ mehr als die andere, demnach bleiben 10 000 ℳ

— 2 500 „

7 500 ℳ, die zu gleichen Teilen geteilt werden müssen. 7 500 ℳ : 2 = 3750 ℳ;

3 750 „ + 2500 ℳ = 6250 ℳ.

Die eine Person erhält also **6 250** ℳ, die andere **3 750** ℳ.

5. Beispiel. Drei Geschäftsteilnehmer D, E, F teilen einen Gewinn von 18 700 ℳ so, daß D 2500 ℳ mehr erhält als E und dieser 1 500 ℳ mehr als F. Wieviel erhält jeder?

Lösung: E erhält 1500 ℳ mehr als F;

D erhält 2500 „ mehr als E, also 2500 ℳ + 1 500 ℳ = 4 000 ℳ mehr als F.

D und E erhalten vorweg daher 1 500 ℳ + 4000 ℳ = 5 500 ℳ.

Werden diese 5 500 ℳ von dem Gesamtgewinn von 18 700 ℳ abgezogen, so ergibt sich der Betrag von 13 200 ℳ, welcher an die drei Teilnehmer gleichmäßig zur Verteilung kommt.

F erhält $^1/_3$ von 13 200 ℳ = **4 400** ℳ,
E erhält 4 400 ℳ + 1 500 ℳ = **5 900** ℳ,
D erhält 5 900 ℳ + 2 500 ℳ = **8 400** ℳ.

Aufg. 13.

587 ℳ sind unter A, B und C so zu teilen, daß B 120 ℳ und C 167 ℳ mehr bekommt als A.
Wieviel erhält jeder?

Aufg. 14.

Ein Vermögen von 42 500 ℳ soll nach dem Willen des Vaters unter seine drei Kindern so verteilt werden, daß das jüngste Kind 3 500 ℳ mehr erhält als jedes der beiden anderen.
Wieviel erbt jedes Kind?

Aufg. 15.

Zwei Freunde lassen sich gemeinsam 2 dz Äpfel schicken. Der ältere nimmt 30 kg mehr.
Wieviel kg bekommt jeder?

Aufg. 16.

Bei der Gründung eines Geschäfts gibt A 12 000 ℳ, B 8 000 ℳ, C 4 000 ℳ. Am Schluß des ersten Geschäftsjahres ergibt sich ein Gewinn von 15 % ihrer Einlagen.
Wieviel erhält jeder der Gründer, wenn B schon 300 ℳ und C 450 ℳ im voraus erhielten.

(Erst nach der Prozentrechnung zu lösen!)

6. Das Teilungsverhältnis wird durch Nebenausgaben beeinflußt.

6. Beispiel. A, B und C teilen sich in die 3 600 ℳ betragenden Gerichtskosten so, daß B 2 mal soviel als C und noch 25 ℳ, A das Doppelte des B und noch 25 ℳ gibt. Wieviel zahlt jeder?

Lösung: C gibt **1** Teil,
B gibt 2 mal soviel, also **2** Teile + **25** ℳ,
A gibt 2 mal (2 Teile + 25 ℳ), also 4 Teile + 50 ℳ und noch 25 ℳ, mithin **4** Teile + **75** ℳ.

3 600 ℳ enthalten also 7 gleiche Teile + 25 ℳ + 75 ℳ oder 7 Teile + 100 ℳ.

7 Teile + 100 ℳ = 3 600 ℳ,
7 Teile = 3 600 ℳ — 100 ℳ, d. i. 3 500 ℳ,
1 Teil = 3 500 ℳ : 7 = 500 ℳ.

C gibt also **500 ℳ**,
B gibt 2 . 500 ℳ = 1 000 ℳ + 25 ℳ = **1025 ℳ**,
A gibt 2 . 1025 ℳ = 2050 ℳ + 25 ℳ = **2075 ℳ**.

Aufg. 17.

Vier Personen sollen 224 440 ℳ so teilen, daß B 3 mal soviel erhält als A, D 2 mal soviel als C und dieser 3 mal soviel als B. Wieviel bekommt jeder?

Aufg. 18.

Von 7 500 ℳ Kosten hat A $1^1/_3$ mal soviel zu tragen als B und außerdem 90 ℳ, B 3 mal soviel als C und dazu 90 ℳ. Wieviel muß jeder aufbringen?

7. Das Teilungsverhältnis ist zusammengesetzt.

7. Beispiel. Zu einem Wegebau stellt der Steinsetzmeister L 10 Arbeiter auf 8 Tage, der Meister M 8 Arbeiter auf 9 Tage. Sie verdienen zusammen 950 ℳ.

Wieviel erhält jeder Meister?

L ö s u n g : L stellt 10 Arbeiter auf 8 Tg., d. i. so gut, als stellte er 8 . 10 = 80 Arbeiter für 1 Tg.

M stellt 8 Arbeiter auf 9 Tg., d. i. so gut, als stellte er 9 . 8 Arbeiter = 72 Arbeiter für 1 Tg.

Die Anzahl der Arbeiter verhält sich wie 80 : 72 oder wie 10 : 9. In demselben Verhältnis stehen die Ansprüche der beiden Meister. 10 + 9 = 19; 950 : 19 = 50.

L erhält 10 . 50 ℳ = **500 ℳ**; M erhält 9 . 50 ℳ = **450 ℳ**.

Aufg. 19.

Zu einer Spekulation hatte A 1 500 ℳ auf 6 Monate,
B 2 500 „ „ 9 „ ,
C 2 000 „ „ 5 „ und
D 1 800 „ „ 8 „

hergegeben. Der Gewinn aus dem Unternehmen betrug 4 164,55 ℳ. Welche Summe kommt auf jeden bei der Verteilung?

Aufg. 20.

Zur Abtragung eines Hügels hatte die Gemeinde R 18 Arbeiter und 4 Pferde auf 10 Tage, die Gemeinde S 24 Arbeiter und 6 Pferde auf 12 Tage und die Gemeinde T 30 Arbeiter und 8 Pferde auf 9 Tage gestellt. Den 3 Gemeinden wurde eine Vergütung von insgesamt 1 548 ℳ gewährt.
Wie wurde diese Summe verteilt, wenn die Leistung eines Pferdes gleich 3 Männerleistungen gerechnet wurde?

D. Prozentrechnung.

1. Die Einführung in die Prozentbestimmung.

a) Einleitung.

Will man eine durch Zahlen ausgedrückte Größe messen, so bedient man sich als Maßstab dazu einer andern Zahl. Die zu messende Zahl erscheint dann als Vielfaches oder als Teil der Maßzahl.

Diese Art des Messens findet ihre Anwendung bei der Lösung der Regeldetriaufgaben, denn hier kommt nur Malnehmen und Teilen in Betracht.

Häufig stehen aber die zu messenden Zahlengrößen in einer bestimmten Abhängigkeit von einer andern Größe. So ist der Gewinn, den ein Kaufmann beim Verkauf einer Ware erzielt, von der Höhe des Einkaufspreises abhängig; die Zinsen stehen in Beziehung zum zinstragenden Kapital, die Verpackung zu dem vollen Gewicht einer Sendung und so fort.

Die Bedeutung dieser Abhängigkeit möge folgendes Beispiel zeigen:

Jemand erzielt mit 200 ℳ einen Gewinn von 20 ℳ und mit 800 ℳ einen Gewinn von 40 ℳ. Welche Geldsumme ist besser angelegt?

An und für sich ist zwar der Nutzen von 20 ℳ aus dem ersten Geschäft geringer als der Nutzen von 40 ℳ aus dem zweiten Geschäft, da 20 ℳ nur die Hälfte von 40 ℳ ausmachen. Aber eine solche Vergleichung hat für den Geschäftsmann keinen Wert. Eine richtige Schätzung des Gewinnes ergibt sich erst, wenn seine Abhängigkeit von dem Anlagewert berücksichtigt wird. Dies kann geschehen, indem man den Nutzen als einen bestimmten Teil des Anlagewertes betrachtet. Der Wert desselben ist dann genau bestimmt. Hier sind 20 ℳ Nutzen von

200 ℳ $^1/_{10}$ des Anlagewertes; 40 ℳ Nutzen von 800 ℳ ergeben aber nur $^1/_{20}$ des Anlagewertes. Daraus ist zu ersehen, daß das Geschäft im ersten Falle doppelt so günstig ist als im zweiten.

b) Die Zahl 100 als Beziehungszahl.

Im öffentlichen Leben kommt aber noch ein anderes Verfahren zur Anwendung, das zu demselben Ergebnis führt. Da es sich nämlich um einen von einer andern Zahl abhängigen Wert handelt, so kann man demselben auch einen Maßstab gegenüberstellen, der ebenfalls von einer andern Zahl abhängig ist. Die beiden vorher betrachteten Gewinne können auf eine den beiden Anlagewerten gemeinsame Mittelzahl bezogen und umgerechnet werden. Hierzu eignet sich am besten die Zahl 100. Der Nutzen von 100 ℳ des Anlagewertes dient so als Maßstab des Gesamtnutzens. In dem vorliegenden Beispiel führt die Beziehung auf 100 zu folgendem Ergebnis:

Im ersten Falle erzielt man mit 100 ℳ einen Gewinn von 10 ℳ, im zweiten Falle einen solchen von 5 ℳ. Ein Vergleich dieser beiden Zahlen läßt auch bei diesem Verfahren ohne weiteres erkennen, daß das Geschäft im ersten Falle doppelt so günstig ist als im zweiten Falle.

Welches von den beiden beschriebenen Verfahren zur Bestimmung eines abhängigen Wertes anzuwenden ist, hängt im Einzelfalle ganz von den Zahlenverhältnissen in der Aufgabe ab. Wo die abhängige Zahl sofort als ein einfacher Teil des ihr gegenüberstehenden Wertes erkannt wird, ist das erste Verfahren der kürzere Weg. Der so gefundene Wert kann trotzdem auf 100 zurückgeführt werden.

c) Feststehende Ausdrücke bei der Beziehung auf 100.

Im Geschäftsleben ist es allgemein üblich, abhängige Werte stets auf 100 umzurechnen. Diese Beziehung auf 100 drückt man durch die Bezeichnung pro cent (pro centum) aus. Das bedeutet „für 100". Man schreibt auch „Prozent" oder setzt dafür das Zeichen %. 10 ℳ Nutzen von 100 ℳ sind also 10 %, 5 ℳ aber 5 %. Der Ausdruck Prozent braucht sich nicht immer auf ℳ zu beziehen. 5 % kann ebenso gut heißen: für 100 ₰ 5 ₰, als auch für 100 ℳ 5 ℳ. Die Anwendung ist auch nicht bloß auf Geld beschränkt, man kann vielmehr bei den verschiedensten Dingen von Prozenten sprechen.

Neben dem Ausdruck Prozent ist gleich noch die Bezeichnung pro mille (= ‰) zu erwähnen. Diese findet Anwendung, wenn ein Wert nicht zu 100, sondern zu 1 000 in Beziehung gesetzt wird.

Mit 800 ℳ werden 40 ℳ oder 5 % verdient.

Hier sind 3 Zahlenausdrücke, für welche meist feststehende Bezeichnungen üblich sind. Man kann unterscheiden:

1. den Grundwert (Gw),
2. den Prozentwert oder die Prozente (Pzw) und
3. den Prozentsatz (p).

Der Grundwert ist stets die Zahl, von welcher Prozente berechnet werden, welche also den Prozenten zugrunde liegt, hier 800 ℳ. Der Prozentwert ist die vom Grundwert abhängige Zahl, hier 40 ℳ. Der Prozentsatz ist die von 100 abhängige Zahl, hier der Gewinn von 100 ℳ, also 5 %.

Als Grundwert gilt der Anlagewert bei der Berechnung von Gewinn oder Verlust, das Kapital bei der Berechnung von Zinsen, das volle oder Bruttogewicht bei Berechnung von Unkosten oder Verpackung, der Rechnungsbetrag bei Gewährung eines Nachlasses in Form von Rabatt und vieles andere. Die in Betracht kommenden Fälle sind so zahlreich, daß auf eine vollständige Aufzählung verzichtet werden muß. Gewinn und Verlust, Tara, Unkosten und Rabatt sind dann die entsprechenden Prozentwerte.

In einigen Fällen kann der Grundwert mit den darauf bezüglichen Prozenten zusammengesetzt oder auch um dieselben vermindert sein. Die Aufgabe weist dann einen vermehrten oder verminderten Grundwert auf. Ist dies nicht der Fall, so hat man einen reinen Grundwert. Zur Erläuterung diene für jeden der drei Fälle ein Beispiel:

1. Reiner Grundwert: Wieviel beträgt der Rabatt zu 4 % von 540 ℳ? Hier sind 540 ℳ der reine Grundwert. Man erkennt ihn bei der Untersuchung als solchen aus dem Umstande, daß weder zugezählte noch abgezogene Prozente vorkommen.

2. Vermehrter Grundwert: Eine Ware wird mit einem Gewinn von $7^1/_2$ % für 645 ℳ verkauft. Wie groß ist der Gewinn?

645 ℳ sind zusammengesetzt aus dem reinen Grundwert und dem Prozentwert, d. h. hier aus dem Einkaufspreis und dem Gewinn von $7^1/_2$ %. Sie stellen also einen vermehrten Grundwert dar. Der Ursprungs- oder reine Grundwert beträgt in diesem Falle 600 ℳ.

3. **Verminderter Grundwert:** Eine Ware wird mit einem Verlust von 6 % für 564 *M* verkauft. Wie teuer war sie im Einkauf?

564 *M* ist ein verminderter Grundwert, welcher um den Verlust von 6 % kleiner ist als der reine Grundwert. Letzterer beträgt hier ebenfalls 600 *M*.

Die Prozente sind immer von dem **reinen** Grundwert abhängig. Dies ist bei der Beurteilung einer Aufgabe stets im Auge zu behalten. Mit dem reinen Grundwerte haben wir es in den meisten Fällen überhaupt nur zu tun.

Da bei jeder Aufgabe Grundwert, Prozentwert und Prozentsatz in Betracht kommen, so kann jedes dieser drei Stücke aus den beiden andern berechnet werden.

2. Reiner Grundwert.

a) Die einfache Prozentbestimmung oder die Berechnung des Prozentsatzes.

Gegeben sind Grundwert und Prozentwert.

1. Beispiel: A kauft eine Ware mit 450 *M* ein und gewinnt 27 *M*. Wieviel % sind das?

Ausrechnung: Da die Frage den Sinn hat: Wieviel gewinnt er mit 100 *M*? so ist der vollständige Ansatz

450 *M* ergeben 27 *M* Gewinn,
100 „ „ ? „ „

Am Bruchstrich erhält man folgende Aufstellung:

$$\frac{\overset{2}{\cancel{100}} \cdot \overset{3}{\cancel{27}}}{\underset{50}{\cancel{450}}}\ \mathcal{M} = 6\ \mathcal{M} = 6\ \%.$$

Mündlich:

Von 450 *M* erhält man 27 *M* Gewinn,
„ 50 „ „ 27 : 9 = 3 *M*,
„ 100 „ „ 2 × 3 *M* = 6 *M* = 6 %.

Aus dem Bruchansatz ergibt sich die Formel:

$$p = \frac{\text{Pzw} \cdot 100}{\text{Gw}} \text{ oder } \frac{100\text{facher Pzw}}{\text{Gw}}$$

2. Beispiel: Wieviel % beträgt die Tara, wenn dieselbe bei einem Bruttogewicht von 650 kg mit 16,250 kg in Abzug kommt?

Bruchansatz: $$\frac{\overset{2}{\cancel{100}} \cdot \overset{1,25}{\cancel{16,250}}}{\underset{13}{\cancel{650}}} \text{ kg} = 2^1/_2 \text{ kg} = 2^1/_2 \text{ \%}.$$

Man kann zur Lösung derartiger Aufgaben auch die Form des Kettensatzes wählen, indem man mit der Frage beginnt und den Bedingungssatz folgen läßt:

? ℳ	von 100 ℳ,
wenn von 650 ℳ	16,250 ℳ Gew.

Die Ausrechnung ist natürlich dieselbe wie am Bruchstrich.

3. Beispiel: Die vierteljährliche Einnahme eines Geschäftes ist von 8 000 ℳ auf 9 000 ℳ gestiegen; um wieviel % also?

Hier ist zu beachten, daß der Prozentwert als Unterschied von 8 000 ℳ und 9 000 ℳ gegeben ist, er beträgt mithin 1 000 ℳ. Diese Feststellung ist als *Vorarbeit* nötig, ehe der Schluß auf 100 ausgeführt werden kann. Nun ergibt sich als Ansatz:

Auf 8 000 ℳ kommen 1 000 ℳ,
„ 100 „ „ ? „

Die Ausrechnung am Bruchstrich führt durch Kürzung von 1 000 und 8 000 auf $^1/_8$ von 100, nämlich

$$\frac{100 \cdot 1\cancel{000}}{8\cancel{000}} \text{ ℳ} = 100 \text{ ℳ} : 8 = 12^1/_2 \text{ ℳ} = 12^1/_2 \text{ \%}.$$

Zu diesem Ergebnis kommt man auch, wenn man gleich feststellt, daß die Mehreinnahme von 1 000 ℳ $^1/_8$ der ursprünglichen Einnahme von 8 000 ℳ beträgt. Demnach muß auf 100 ℳ auch $^1/_8$ dieser Zahl als Mehreinnahme kommen, = $12^1/_2$ ℳ = $12^1/_2$ %.

Aus diesem Beispiel läßt sich daher der Satz ableiten:

Sind die Prozente als ein bequemer Teil der Zahl zu erkennen, von welcher sie abhängig sind, so findet man den Prozentsatz durch einfache Division der Zahl 100. Als Divisor gilt der Nenner des das Teilverhältnis ausdrückenden Bruches. (Grundwertdivisor.) Es ist daher wichtig, daß sich jeder Rechner die durch einfache Teilung zu findenden Prozentsätze sicher einprägt. Hier einige Beispiele:

$^1/_2$ der ganzen Zahl (des Grundwertes)	= 50 %
$^1/_3$ „ „ „ „ „	= $33^1/_3$%
$^1/_4$ „ „ „ „ „	= 25 %
$^1/_5$ „ „ „ „ „	= 20 %.

In folgenden Aufgaben ist das erkennbare Teilverhältnis auf 10 zu übertragen. Die so gefundenen Prozentsätze sind in obiger Weise zusammenzustellen und einzuprägen.

Einkaufspreis:	Gewinn:	Einkaufspreis:	Gewinn:
a) 300 ℳ	50 ℳ	f) 300 ℳ	50 ℳ
b) 280 „	40 „	g) 320 „	20 „
c) 240 „	30 „	h) 320 „	16 „
d) 240 „	24 „	i) 250 „	10 „
e) 240 „	20 „	k) 180 „	6 „

Übungsaufgaben.

I. Kopfrechnen:

Aufg. 1.

Wieviel % sind in folgenden Fällen gewonnen?

Einkauf:	Verkauf:	Einkauf:	Verkauf:
a. 20 ℳ	25,— ℳ	i. 16,50 ℳ	22,— ℳ
b. 36 „	43,20 „	k. 27,50 „	30,— „
c. 60 „	65,— „	l. 37,50 „	40,— „
d. 72 „	80,— „	m. 45,— „	47,50 „
e. 75 „	100,— „	n. 72,— „	75,— „
f. 300 „	312,— „	o. 84,— „	94,50 „
g. 500 „	522,50 „	p. 250,— „	260,— „
h. 600 „	650,— „	q. 725,— „	754,— „

Der Gewinn, also der Prozentwert, ist hier nicht unmittelbar gegeben, sondern erscheint als Unterschied von Einkaufspreis und Verkaufspreis. Nachdem dieser gesucht ist, wird der Prozentsatz durch einfache Division gefunden.

Beispiel: Einkauf 20 ℳ, Verkauf 25 ℳ. Wieviel % sind gewonnen?

Von 20 ℳ bis 25 ℳ = 5 ℳ; 5 ℳ sind als $^1/_4$ von 20 ℳ zu erkennen, der Prozentsatz ist also $^1/_4$ von 100 ℳ = 25 ℳ = 25 %.

Ebenso, aber ohne vorherige Subtraktion:

Aufg. 2.

Wieviel % betragen die Spesen, wenn kommen

auf a.	16	ℳ	Fakturabetrag	4	ℳ	Spesen
b.	24	„	„	4	„	„
c.	32	„	„	4	„	„
d.	36	„	„	4	„	„
e.	40	„	„	4	„	„
f.	44	„	„	4	„	„
g.	45	„	„	3	„	„
h.	72	„	„	6	„	„
i.	96	„	„	6	„	„
k.	120	„		12	„	

Aufg. 3.

Wieviel % sind a) 60 von 120, b) 30 von 90, c) 20 von 80, d) 16 von 80, e) $2^1/_2$ von 10, f) $3^1/_2$ von 35, g) $4^1/_2$ von 54, h) $3^1/_3$ von 60.

(Das Teilverhältnis ist bei den gemischten Zahlen nach vorhergehendem Einrichten zu suchen.)

Aufg. 4.

a)	4	₰	=	?	%	von	3,—	ℳ
b)	6	„	=	„	„	„	1,80	„
c)	8	„	=	„	„	„	3,20	„
d)	20	„	=	„	„	„	4,—	„
e)	50	„	=	„	„	„	2,50	„

Hier ist Prozentwert (₰) und Grundwert (ℳ) ungleich benannt, daher ist zunächst Herstellung gleicher Benennung erforderlich.

Auf 300 ₰ kommen 4 ₰, auf 100 ₰ $^4/_3$ ₰ = $1^1/_3$ %,
„ 180 ₰ „ 6 ₰, = $^1/_{30}$ des Grundwertes = $3^1/_3$ %.

Aufg. 5.

a)	5	l	=	?	%	von	2,—	hl
b)	10	„	=	„	„	„	2,40	„
c)	12	„	=	„	„	„	2,40	„
d)	25	„	=	„	„	„	5,—	„
e)	40	„	=	„	„	„	6,40	„

Aufg. 6.

Wieviel % des niedrigen Preises beträgt der Unterschied?

Höchster Preis:	Niedrigster Preis:
a) 3,15 ℳ	3,— ℳ
b) 1,75 „	1,50 „
c) 2,50 „	2,25 „
d) 4,50 „	4,20 „
e) 7,50 „	7,20 „

Aufg. 7.

Wieviel % sind

a) 10,— ℳ	Dekort . .	von	1 500 ℳ
b) 9,— „	Provision .	„	1 200 „
c) 27,— „	Rabatt . . .	„	810 „
d) 2,75 „	Courtage .	„	550 „
e) 33,75 „	Delcredere .	„	750 „

Aufg. 8.

1000 kg Raffinade kostet im Einkauf 600 ℳ, im Verkauf 650 ℳ. Wieviel % beträgt der Gewinn?

Aufg. 9.

Eine Nähmaschine kostet bei Barzahlung 72 ℳ, auf Abzahlung 96 ℳ. Wieviel % Aufschlag?

Aufg. 10.

Eine Waldfläche ist 25 ha groß; davon werden 3 ha abgeholzt. Wieviel % sind dies?

Aufg. 11.

45 l Wein werden mit 5 l Wasser verdünnt.
Wieviel % der Mischung sind Wasser?

Aufg. 12.

Das Los zu einem Lotteriegewinn von 1000 ℳ hat 37,50 ℳ gekostet. Wieviel % des Gewinnes beträgt der Einsatz?

II. Schriftliches Rechnen:

Lösung mit Bruchansatz oder Formel

$$p = \frac{\text{Pzw} \cdot 100}{\text{Gw}}$$

Aufg. 13.

Auf 672 ℳ kommen 10,08 ℳ Skonto. Wieviel %?

Ansatz: Auf 672 ℳ kommen 10,08 ℳ,
„ 100 „ „ ? „

Ausrechnung:

$$\frac{100 \cdot \overset{0,03}{\cancel{10,08}}}{\underset{2}{\cancel{672}}} \text{ ℳ} = {}^{3}/_{2} \text{ ℳ} = 1^{1}/_{2}\ \%.$$

Ebenso ist der Prozentsatz bei folgenden Angaben zu berechnen:

Aufg. 14.

a)	Auf	825,60 Frs.	kommen	103,20 Frs.	Spesen.
b)	„	1232,40 Rb⁰	„	184,86 Rb⁰	Zoll.
c)	„	3124,50 hfl.	„	20,83 hfl.	Courtage.
d)	„	7429,20 £	„	61,91 £	Kommission.
e)	„	7250,— Kr.	„	3262,50 Kr.	Dividende.

Aufg. 15.

Die Kommissionsgebühr für 2 580 ℳ beträgt 19,35 ℳ.
Wieviel %?

Aufg. 16.

3 Dtz. Handschuhe kosten im Einkauf 63 ℳ, Gewinn 18 ℳ.
Wieviel %?

Aufg. 17.

5 Stck. weißer Taffet kosten im Einkauf 312,50 ℳ. Der Verkaufspreis beträgt 437,50 ℳ.
Wieviel % Gewinn?

Aufg. 18.

Eine Baustelle hat 25 400 ℳ gekostet und wird für 27 940 ℳ verkauft.
Wieviel % sind gewonnen?

Aufg. 19.

Ein Posten Lederwaren kostet 344,80 Rb⁰, Verlust 60,34 Rb⁰.
Wieviel % sind das?

Aufg. 20.

Eine Ware, die im Einkauf 1 632,50 ℳ gekostet hat, muß mit 117,54 ℳ Verlust verkauft werden.
Wieviel % beträgt der Verlust?

Aufg. 21.

Wieviel % werden verloren, wenn eine Ware für 2 432,40 ℳ eingekauft und für 2 351,32 ℳ verkauft wird?

Aufg. 22.

Wieviel % beträgt die Tara: a) br. 350 kg, T. 20 kg; b) br. 810 kg T. 27 kg; c) br. 1000 kg, T. $37\frac{1}{2}$ kg?

Aufg. 23.

4 Faß Zucker wiegen brutto 252 kg, die Tara beträgt 21 kg. Wieviel % also?

Aufg. 24.

6 Sack Brasilkaffee haben ein Bruttogewicht von 536 kg Tara 29,480 kg.

Wieviel %?

Aufg. 25.

4 Sack Santos-Kaffee wiegen brutto 243,600 kg, Tara 5,684 kg. Wieviel % beträgt dieselbe?

Aufg. 26.

Der Prozentsatz der Tara ist zu bestimmen bei: a) br. 180 kg, Nettog. 165 kg b) br. 270 kg, Nettog. 255 kg; c) br. 375 kg, Nettog. 360 kg.

Aufg. 27.

50 Kisten Reisstärke haben ein Bruttogewicht von 1 548 kg, netto 1 431,9 kg.

Wieviel % beträgt die Tara?

Aufg. 28.

Eine Sendung Kleiderstoffe kostet 640 ℳ; für die Verpackung sind 3,20 ℳ zu bezahlen.

Wieviel % des Nettopreises ist das?

Aufg. 29.

Ein Posten Zucker kostet 480 ℳ, Fracht und Unkosten 15 ℳ. Wieviel % des eigentlichen Preises betragen die Kosten?

Aufg. 30.

Eine Schule wird von 360 Schülern besucht. Im Durchschnitt haben 15 Schüler gefehlt.

Wieviel % sind es?

Aufg. 31.

Das jährliche Gehalt eines Beamten beträgt 2 250 ℳ. Er erhält eine Zulage von 150 ℳ.
Um wieviel % ist das Gehalt erhöht?

Aufg. 32.

Die Einwohnerzahl einer Stadt ist von 16 000 auf 17 440 gestiegen.
Wieviel % beträgt der Zuwachs?

Aufg. 33.

Aus einem Schweinebestande von 135 Tieren starben an der Rotlaufseuche 15.
Wieviel % gingen also ein?

Wie Gewinn, Verlust und Tara in vielen Aufgaben nicht als einzelne Zahl, sondern als Differenz auftritt, so ist der nach Prozenten anzugebende Wert auch noch häufig aus andern Bestimmungen abzuleiten. Handelt es sich um Gewinn und Verlust, so kann in der Aufgabe der Einkaufspreis für den ganzen Posten stehen, während der Verkaufspreis nur für die Einheit angegeben ist. Bei der Tara kann es heißen: 1 kg per Sack. In der Auslandsfaktura erscheint der Einkaufspreis in fremder Währung und steht vielleicht in der Aufgabe dem Verkaufspreise in einheimischer Währung gegenüber. Der nach Prozenten zu bestimmende Wert ist in solchen Fällen zwar auch unzweideutig in der Aufgabe enthalten. Doch ist er nicht sofort erkennbar, sondern nur aus andern Bestimmungen zu entnehmen. Ehe die Beziehung auf 100 erfolgen kann, ist daher eine Vorarbeit nötig, die häufig mehr Aufmerksamkeit und Überlegung fordert, als die Prozentbestimmung selbst.

Beispiel: 20 Dtz. Brieftaschen kosten im Einkauf 576 ℳ. Im Verkauf bringt das Stück 3,— ℳ.
Wieviel % beträgt der Gewinn?

a) Vorarbeit: 1 Stück kostet im Verkauf 3 ℳ, 20 Dtz. oder 240 Stück kosten im Verkauf 240 × 3 ℳ = 720 ℳ.
Gewinn 720 ℳ — 576 ℳ = 144 ℳ.

b) Prozentbestimmung: Der Ansatz heißt:

Auf 576 ℳ kommen 144 ℳ Gewinn,
„ 100 „ „ ? „ „

Lösung am Bruchstrich:

$$\frac{\overset{25}{\cancel{100}} \cdot \overset{1}{\cancel{144}}}{\underset{4}{\cancel{576}}}\ ℳ = 25\ ℳ = 25\ \%.$$

Aufg. 34.

10 Stck. Velvet, zusammen 360 m, kosten im Einkauf 360 ℳ. Das m wird mit 1,50 ℳ verkauft.

Wieviel % Gewinn?

Aufg. 35.

Ein Gastwirt kauft das hl Bier mit 25 ℳ und schenkt $^4/_{10}$ l für 15 ₰ aus.

Wieviel % verdient er?

Aufg. 36.

12 Sack Kampinas-Kaffee wiegen Brutto 1 050 kg. Tara per Sack $1^3/_4$ kg.

Wieviel % beträgt dieselbe?

a) Vorarbeit: Tara für 1 Sack $1^3/_4$ kg, für 12 Sack $1^3/_4$ kg × 12 = 21 kg.

b) Prozentbestimmung: Der Ansatz heißt:

Auf 1050 kg kommen 21 kg,
„ 100 „ „ ? „

Lösung am Bruchstrich:

$$\frac{\overset{2}{\cancel{100}} \cdot \cancel{21}}{\underset{21}{\cancel{1050}}}\ \text{kg} = 2\ \text{kg} = 2\ \%.$$

Aufg. 37.

20 Stck. Seide aus Lyon kosten 8 237,50 Frs. (à 0,80 ₰). Die Unkosten betragen 110 ℳ. Verkauf für 8 308 ℳ.

Wieviel % sind gewonnen?

a) Vorarbeit: Die französische Währung ist zuerst in deutsche Währung umzurechnen. Da 1 Fr. = 0,80 ℳ ist, oder $^4/_5$ ℳ, so sind 8 237,50 Frs. = 8 237,50 ℳ × $^4/_5$.

$$\begin{aligned} {}^5/_5 &= 8\,237{,}50 \text{ ℳ} \\ {}^1/_5 &= 1\,647{,}50 \text{ „} \\ \hline {}^4/_5 &= 6\,590{,}\text{— ℳ.} \end{aligned}$$

Einkaufspreis + Kosten = 6 590 ℳ + 110 ℳ = 6 700 ℳ.
Gewinn = 8 308 ℳ — 6 700 ℳ = 1 608 ℳ.

b) Prozentbestimmung: 6 700 ℳ ergeben 1 608 ℳ Gewinn, 100 ℳ ergeben 1 608 ℳ : 67 = 24 ℳ = 24 %.

Aufg. 38.

15 Kisten grüner Tee, zusammen 180 kg, kosten per kg 4,50 hfl (à 1,70 ℳ), Steuer 76,50 ℳ.
Wieviel % des Einkaufspreises beträgt dieselbe?

Aufg. 39.

Ein Pferdehändler kauft in Ostpreußen 10 Pferde zum Durchschnittspreise von 750 ℳ. Transport und Futterkosten im ganzen 200 ℳ. Er verkauft 1 Pferd mit 880 ℳ.
Wieviel % verdient er?

a) Vorarbeit: Der Gewinn ist die Differenz zwischen Einkaufspreis und Verkaufspreis. Der Verkaufspreis ist für 1 Pferd genau angegeben. Diesem muß der erst zu berechnende Einkaufspreis gegenübergestellt werden.

1 Pferd	ohne Unkosten	=	750 ℳ
10 Pferde	„ „	=	7 500 „
10 „	mit „	=	7 500 + 200 ℳ = 7 700 ℳ
1 Pferd	„ „	=	7 700 ℳ : 10 = 770 ℳ.

Gewinn 880 ℳ — 770 ℳ = 110 ℳ.

b) Prozentbestimmung: Der Gewinn von 110 ℳ ist auf den Einkaufspreis von 770 ℳ zu beziehen. Man erkennt denselben leicht als einen bequemen Bruchteil von 770 ℳ, nämlich als $^1/_7$ davon.

$^1/_7$ von 770 ℳ = 110 ℳ
$^1/_7$ „ 100 „ = $14^2/_7$ ℳ = $14^2/_7$ %.

Aufg. 40.

50 kg Zucker kosten im Einkauf per kg 0,64 ℳ. Der ganze Posten wird mit 35 ℳ verkauft.
Wieviel % sind gewonnen?

a) Vorarbeit: Einkaufs- und Verkaufspreis müssen erst gleichgestellt, d. h. auf gleiche Mengen umgerechnet werden.
Der Verkaufspreis für den ganzen Posten = 35 ℳ.
Der Einkaufspreis für den ganzen Posten = 50 × 0,64 ℳ = 32 ℳ.
Der Gewinn beträgt 35 ℳ — 32 ℳ = 3 ℳ.

b) Prozentbestimmung:
Auf 32 ℳ........ im Einkauf kommen 3 ℳ Gewinn
„ 4 „ ($^1/_8$ v. 32) „ „ „ $^3/_8$ „ „
„ 100 „ (25 × 4) „ „ „ $\frac{3 \cdot 25}{8}$ ℳ = $9^3/_8$ ℳ Gew.
= $9^3/_8$ %.

Die Beziehung auf 1000

ist genau so zu behandeln wie die Prozentbestimmung.

Beispiel: Ein Tischlermeister versichert seine Vorräte mit 33 600 ℳ und zahlt 25,20 ℳ Prämie.
Wieviel ‰ beträgt dieselbe?
Lösung: Die Frage hat den Sinn: Wieviel ℳ Prämie kommen auf 1000 ℳ?
Auf 33 600 ℳ kommen 25,20 ℳ
„ 336 000 „ „ 252,— „ (10 × soviel)
„ 1 000 „ „ 252,— ℳ : 336 = $\frac{252}{336}$ ℳ (gekürzt durch 84) = $^3/_4$ ‰.

Ebenso:

Aufg. 41.
Eine Seefracht im Werte von 48 600 ℳ erfordert eine Prämie von 60,75 ℳ.
Wieviel ‰ sind gerechnet?

Aufgaben zur Prozentbestimmung durch einfache Division.

Da die Auffassung der Prozente als Bruchteil des Grundwertes die Rechnung bedeutend vereinfacht, so ist dies Verfahren in allen Fällen anzuwenden, in denen ein bequemes Teilverhältnis sofort in die Augen fällt.

Aufg. 42.

Der jetzige Mietspreis einer Wohnung beträgt 720 *M*. Früher wurde sie für 600 *M* vermietet.
Wieviel % beträgt der Aufschlag?

Aufg. 43.

1 kg Fleisch ist von 1,60 *M* auf 2,— *M* gestiegen.
Um wieviel % ist es teurer geworden?

Aufg. 44.

B verkauft eine Forderung von 750 *M* für 500 *M*.
Wieviel % verliert er?

Aufg. 45.

Der Preis für eine Tonne Roggen fällt von 180 *M* auf 171 *M*.
Um wieviel % ist der Roggen billiger geworden?

Aufg. 46.

Ein Faß Olivenöl wiegt brutto 63 kg; Tara 9 kg.
Wieviel des Bruttogewichts macht die Tara aus?

Aufg. 47.

Ein Klavier hat 950 *M* gekostet und wird für 760 *M* verkauft.
Wieviel % des Einkaufspreises beträgt der Unterschied?

Aufg. 48.

Jemand wog 90 kg. Während einer Krankheit nahm er 15 kg ab.
Wieviel % seines ersten Gewichts ist das?

Aufg. 49.

Ein Landwirt hat einen täglichen Milchertrag von 75 l; 5 l werden im Haushalt verbraucht.
Wieviel % also?

Aufg. 50.

Eine Familie hat in einem Winter 5 500 Preßkohlen gebraucht.
Dies waren 500 mehr als im Vorjahre.
Wieviel % beträgt der Mehrverbrauch?

Aufg. 51.

Von 3 000 *M* Einkommen hat jemand 200 *M* erspart.
Wieviel % des Einkommens macht das aus?

b. Die Berechnung des Prozentwertes.

Gegeben sind Grundwert und Prozentsatz.

Im Geschäftsleben sind meist von vornherein bestimmte Prozente angenommen. Aus dem so vorher feststehenden Prozentsatz und dem Grundwert wird dann der Prozentwert berechnet. Dies ist der am häufigsten vorkommende Fall aus der ganzen Prozentrechnung.

Bezüglich des Verfahrens ist zu merken, daß bei dezimaler Schreibung des Grundwertes mit großer Leichtigkeit **1% desselben** gefunden werden kann. Da nämlich 1 % = $^1/_{100}$ des Grundwertes ist, so sind bei einer ganzen Zahl in der für 100 bekannten Divisionsweise nur 2 Stellen von rechts nach links durch ein Komma abzuschneiden. Bei schon vorhandenem Komma ist dieses um 2 Stellen nach links zu rücken, die so entstandene Zahl ist dann eben 1 % der gegebenen Zahl. Diese **Feststellung von 1%** eignet sich auch daher vorzüglich als Ausgangspunkt bei der Berechnung des Prozentwertes, weil der wirklich gegebene Prozentsatz naturgemäß eine kleine Zahl ist und daher auch leicht zerlegt werden kann. Von 1 % ist also ein Übergang zu dem gegebenen Prozentsatz leicht möglich. Es handelt sich dann nur um eine Vervielfältigung des Wertes für 1 % mit dem in bequeme Teile zerlegten gegebenen Prozentsatz. Dabei fällt noch als wesentlich ins Gewicht, daß die dabei erforderliche Multiplikation oder Division gewöhnlich nur mit einer einstelligen Zahl auszuführen ist und so in der kürzesten Form durch einfaches Niederschreiben des Resultats geschehen kann. Sieht man von der Zerlegung ab, so ergibt sich aus dem Zurückgehen auf 1 % und dem nachherigen Vervielfältigen mit dem Prozentsatz ohne weiteres die Formel:

$$\text{Pzw} = \frac{\text{Gw} \times \text{p}}{100}$$

1. Beispiel. Wieviel betragen 5 % Rabatt von 136,50 ℳ?

Ausrechnung: Grundwert 136,50 ℳ

$$\begin{array}{l} \hline 1\,\% = 1{,}3650 \text{ ℳ} \\ \hline 5\,\% = 6{,}825 \text{ ℳ } (5 \times 1\,\%) \\ \quad\;\; = 6{,}83 \text{ ℳ} \end{array}$$

2. Beispiel. Das Bruttogewicht einer Ware beträgt 2 425 kg. Tara $3^1/_2$ %. Wieviel kg sind für die Tara abzuziehen?

Ausrechnung: Grundwert 2 425 kg

1 % = 24,25 kg

3 % = 72,75 kg (3 × 1 %)
$^1/_2$ % = 12,125 „ (Hälfte von 1 %)

$3^1/_2$ % = 84,875 kg.

(Die nachträglich zu addierenden oder zu subtrahierenden Gleichungen werden nicht durch Querstriche getrennt.)

3. Beispiel. Einkaufspreis 532,80 K. Gewinn $15^3/_4$ %. Wieviel K. sind gewonnen?

Ausrechnung:

Grundwert 532,80 K.

1 % = 5,328 K.

10 % = 53,28 K. (Komma im Grundw. 1 Stelle nach links)
5 % = 26,64 „ (Hälfte von 10 %)
$^1/_2$ % = 2,664 „ (Hälfte von 1 % oder der 10. Teil von 5 %)
$^1/_4$ % = 1,332 „ (Hälfte von $^1/_2$ %)

$15^3/_4$ % = 83,916 K.
= 83,92 K.

Das Zurückgehen auf 1 % des Grundwertes bei Beginn der jedesmaligen Ausrechnung möge an vorstehenden Beispielen besondere Beachtung finden.

4. Beispiel. Es sind 20 % Gewinn von einer Einlage im Betrage von 39 000 ℳ zu berechnen.

Ausführung: Da die Bezeichnung 20 % hier den Sinn hat: von 100 ℳ Einlage beträgt der Gewinn 20 ℳ, so fällt sofort das bequeme Teilverhältnis zwischen 20 und 100 auf. Ohne weitere Rechnung ist erstere Zahl als $^1/_5$ von 100 zu erkennen. Da nun 100 ℳ der Grundwert für 20 ℳ Gewinn ist, so beträgt der Gewinn $^1/_5$ des Grundwertes. $^1/_5$ von 39 000 ℳ = 7 800 ℳ.

Der Fall, daß der Prozentsatz ein einfacher Bruchteil von 100 ist, kommt sehr häufig vor. Erkennt man dies bequeme Teilverhältnis zwischen dem Prozentsatz und der Zahl 100 sofort, so wird man bei der Rechnung auch stets den oben gezeigten Vorteil anwenden. Man findet die Prozente dann immer **durch einfache Division des gegebenen Grundwertes.** Als Divisor dient der Nenner des Bruches, welcher das Teilverhältnis zwischen dem Prozentsatz und der Zahl 100 angibt. (Grundwertdivisor.)

Die wichtigsten dieser so zu benutzenden Prozentsätze muß daher jeder Rechner fest dem Gedächtnis einprägen. Hier nur einige Beispiele:

50 %	= $^1/_2$	der	ganzen	Zahl	(des	Grundwertes)
$33^1/_3$ %	= $^1/_3$	"	"	"	"	"
$66^2/_3$ %	= $^2/_3$	"	"	"	"	"
25 %	= $^1/_4$	"	"	"	"	"
20 %	= $^1/_5$	"	"	"	"	"
10 %	= $^1/_{10}$	"	"	"	"	"
5 %	= $^1/_{20}$	"	"	"	"	"
4 %	= $^1/_{25}$	"	"	"	"	"

Bei folgenden weiteren Prozentsätzen ist das Verhältnis zu 100 zu suchen und zusammen mit den oben schon gegebenen Verhältnissen dem Gedächtnis fest einzuprägen: 1 %; 2 %; $2^1/_2$ %; $3^1/_3$ %; $6^1/_4$ %; $6^2/_3$ %; $8^1/_3$ %; $12^1/_2$ %; $14^2/_7$ %; $16^2/_3$ %.

Die oben gefundenen Teilverhältnisse sind auf folgende Aufgabe anzuwenden:

Aufg. 52.

Der Einkaufspreis einer Ware beträgt 1 260 *M*.

Wie hoch ist der Gewinn, wenn derselbe beträgt $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$, $^1/_5$, $^1/_6$, $^1/_7$, $^1/_8$, $^1/_{10}$, $^1/_{12}$, $^1/_{15}$, $^1/_{16}$, $^1/_{20}$, $^1/_{25}$, $^1/_{30}$, $^1/_{40}$, $^1/_{50}$ des Einkaufspreises? (Nach % und *M* anzugeben.)

---

5. Beispiel mit englischer Währung: Wieviel £ beträgt der Gewinn zu $7^1/_2$ % von £ 25.12.6?

a) Vorarbeit. £ 25.12.6 ergeben in dezimaler Schreibung durch Multiplikation der s mit 5 und der d mit 4 (Zugabe 1 bezw. 2) £ 125,625. Die Ausführung ist nun genau so wie in deutscher Währung, nämlich:

Grundwert 125,625 £
1 % = 1,256 25 £

7 % = 8,793 75 £
$^1/_2$ % = 0,628 13 „

$7^1/_2$ % = 9,421 88 £
= 9,422 „
= £ 9.8.5.

In England wird bei Versicherungsprämien und in ähnlichen Fällen der Prozentsatz meist so ausgedrückt, daß angegeben wird, wieviel s und d auf 100 £ zu rechnen sind. Wenn für 2 652 £ eine Prämie von 9 s 8 d auf 100 £ gerechnet werden soll, so wird dies geschrieben: £ 2652 à 9/8. Diese Angabe kann entweder nach der in Deutschland üblichen Ausdrucksweise umgeändert werden, indem die s und d als Bruchteile von £ aufgefaßt werden, oder sie kann nach dem Zerlegungsverfahren gerechnet werden:

6. Beispiel. Wieviel beträgt die Prämie für £ 2652 à 9/8?

Ausführung: 9 s 8 d = $9^2/_3$ s. Läßt man diesen Betrag nicht für 100 £, sondern für 1 £ gelten, so ist der später durch 100 zu teilende Wert 2652 × $9^2/_3$ s oder, was ebensoviel ergibt,

$9^2/_3$ × 2 652 s

1 × 2 652 s

9 × = 23 868 s
$^1/_3$ × = 884 „ ($^1/_3$ von 2652)
$^1/_3$ × = 884 „ (jedes Drittel einzeln)

$9^2/_3$ × = 25 636 s

Wieder auf 100 bezogen = 256,36 s
In £ verwandelt = 256,36 : 20 oder $^1/_{20}$ von 256,36 s

$^1/_{10}$ = 25,636

$^1/_{20}$ = 12,818 £

= £ 12.16.4

Häufig wird aber in England der von einer andern Zahl abhängige Wert überhaupt nicht in Prozenten ausgedrückt, sondern es gilt der auf 1 £ kommende Betrag als Maßstab. Soll z. B. eine Gebühr 2 s 6 d für 1 £ gelten, so schreibt man **2** s **6** d im £.

Die Berechnung für eine gegebene Summe ist dann nach dem Zerlegungsverfahren in ähnlicher Weise auszuführen, wie bei der vorstehenden Aufgabe, nur daß die Beziehung auf 100 wegfällt.

Bei der **Beziehung auf 1000** unterscheidet sich das Verfahren in keiner Weise von demjenigen bei Berechnung des Prozentwertes. $1‰ = \frac{1}{1000}$ des Grundwertes wird auf dieselbe leichte Weise gefunden wie 1 %, indem hier 3 Stellen durch Komma abgeschnitten werden oder das schon vorhandene um 3 Stellen nach links gerückt wird. Dies zeigt das

7. Beispiel. Die Feuerversicherungsprämie für eine Summe von 8 571 ℳ beträgt $\frac{2}{3}$ ‰. Wieviel ist zu zahlen?

Ausrechnung: Grundwert 8571 ℳ

$1‰$	$= 8{,}571$ ℳ	
$\frac{1}{3}‰$	$= 2{,}857$ ℳ	($\frac{1}{3}$ von $1‰$)
$\frac{1}{3}‰$	$= 2{,}857$ „	(dasselbe wiederholt)
$\frac{2}{3}‰$	$= 5{,}714$ ℳ	
	$= 5{,}71$ „.	

Übungsaufgaben.

I. Kopfrechnen.

Zu rechnen: 3 % = 3 ₰ von 1 ℳ, 3 Centimes von 3 Frs. usw.

Aufg. 53.

Wieviel sind 3 % von 14; 17; 22; 65; 78 ℳ od. Frs. od. Kr. od. Rp.

Aufg. 54.

Wieviel sind 4 % „ 25; 32; 45; 64; 84 „ „ „ „ „ „ „

Aufg. 55.

Wieviel sind 4 % „ 12; 18; 21; 46; 92 „ „ „ „ „ „ „

$2\frac{1}{2}$ % von 2 ℳ = 5 % von 1 ℳ.

Wenn der einen Bruch enthaltende Prozentsatz mit dem Nenner dieses Bruches multipliziert wird, so ergibt sich ein Prozentsatz ohne Bruch, mit dem man das gewollte Resultat findet, wenn man ihn auf die durch den erwähnten Nenner **geteilte** Zahl anwendet.

Aufg. 56.

$2\frac{1}{2}$ %; $3\frac{1}{2}$ %; $4\frac{1}{2}$ % von 24; 36; 48; 64; 96 ℳ oder Frs. oder Kr. oder Rº.

(Ausführung: $2\frac{1}{2}$ % v. 24 ℳ = 5 % v. 12 ℳ = 12 × 5 ₰ = 60 ₰)

$2\frac{1}{2}$ % v. 25 ℳ = 5 % v. 12 ℳ = 12 × 5 ₰ = 60 ₰ + 3 ₰ = 63 ₰

Aufg. 57.

$2\frac{1}{2}$ %; $3\frac{1}{2}$ %; $4\frac{1}{2}$ % von 21; 35; 45; 65; 95 ℳ oder Frs. oder Kr. oder Rº.

Ausführung wie vorstehendes Muster. Der bei der Teilung übrigbleibende Rest der ursprünglichen Zahl wird also dadurch berücksichtigt, daß man für jede überschießende ℳ usw. soviel Pf. usw. zu dem ersten Ergebnis hinzufügt, als der abgerundete Prozentsatz angibt.

Aufg. 58.

$3\frac{1}{3}$ % von 9; 15; 27; 39; 81 ℳ oder Frs. oder Kr. oder Rº.

Ausführung: $3\frac{1}{3}$ % von 9 ℳ = 10 % von 3 ℳ = 10 ₰ v. 1 ℳ × 3 = 30 ₰.

Aufg. 59.

$3\frac{1}{3}$ % von 10; 17; 29; 41; 82 ℳ oder Frs. oder Kr. oder Rº

Ausführung:

$3\frac{1}{3}$ % von 10 ℳ = 10 % von 3 ℳ = 10 ₰ von 1 ℳ × 3 = 30 ₰
+ 3 ₰ = 33 ₰

$3\frac{1}{3}$ % von 17 ℳ = 10 % von 5 ℳ = 10 ₰ von 1 ℳ × 5 = 50 ₰
+ 7 ₰ = 57 ₰.

Aufg. 60.

Wieviel sind a) $3\frac{1}{3}$ %, b) $3\frac{1}{2}$ %, c) $4\frac{1}{2}$ % von 24 ℳ; 35 ℳ; 43 ℳ; 72 ℳ; 85 ℳ; 96 ℳ?

Aufg. 61.

60 % von 310 ℳ.

Aufg. 62.

An einem Gewinn von 2 100 ℳ ist A mit 40 % beteiligt. Wieviel erhält er?

Aufg. 63.

Jemand hat ein Einkommen von 2 400 *M*. Er zahlt als Staatssteuer $1^{1}/_{2}$ % dieses Einkommens.

Wieviel also?

Aufg. 64.

Wieviel Salz enthalten 500 kg einer $12^{1}/_{2}$ % Sole?

Aufg. 65.

Jemand hat seine Wohnungseinrichtung mit 6 000 *M* versichert. Die Prämie beträgt $^{3}/_{4}$ ‰.

Wieviel zahlt er jährlich?

II. Schriftliches Rechnen.

Lösung vorzugsweise nach dem Zerlegungsverfahren oder nach der Formel $\text{Pzw} = \frac{\text{Gw} \times \text{p}}{100}$.

Aufg. 66.

Folgende Zahlen sind um a) $6^{1}/_{3}$ %, b) $8^{1}/_{3}$ %, c) $12^{1}/_{2}$ % zu vermehren: 75; 120; 450.

Ausführung:

$$\begin{array}{rcl}
100\,\% & = & 75 \\ \hline
1\,\% & = & 0{,}75 \\ \hline
6\,\% & = & 4{,}50 \\
^{1}/_{3}\,\% & = & 0{,}25 \\ \hline
6^{1}/_{3}\,\% & = & 4{,}75;\ 75 + 4{,}75 = 79{,}75
\end{array}$$

Aufg. 67.

Folgende Zahlen sind um a) $4^{1}/_{2}$, b) 15, c) 24 % zu vermindern: 600; 720; 810.

Aufg. 68.

Wieviel sind:

a) $^{1}/_{2}$ %	Courtage	von	4 560	*M*?
b) $1^{1}/_{3}$ %	Delcredere	„	5 775	„ ?
c) $^{3}/_{4}$ %	Dekort	„	836	„ ?
d) 2 %	Skonto	„	1 468	„ ?
e) $1^{1}/_{2}$ %	Skonto	„	780	„ ?

Aufg. 69.

Wieviel sind $18^{2}/_{3}$ % von 9 835,50 hfl.?

Aufg. 70.

Wieviel sind:

a)	2 %	Kommission	v.	2 425,50	ℳ od. Frs. od. Kr. od. hfl. od. Rº?
b)	$1^{1}/_{2}$ %	Courtage	„	432,25	„ „ „ „ „ „ „ „ „ ?
c)	$6^{1}/_{2}$ %	Rabatt	„	2 118,24	„ „ „ „ „ „ „ „ „ ?
d)	$3^{1}/_{3}$ %	Zoll	„	975,60	„ „ „ „ „ „ „ „ „ ?
e)	$37^{1}/_{2}$ %	Dividende	„	5 462,78	„ „ „ „ „ „ „ „ „ ?

Aufg. 71.

a) Bei einer Seeversicherung werden $^{3}/_{4}$ % als Prämie gezahlt.
Wieviel bei einer Versicherungssumme von 12 575 ℳ?

b) Der Verkaufspreis einer Ware beträgt 285,50 Frs.
Wie hoch ist der Rabatt von $4^{1}/_{2}$ %?

Aufg. 72.

Beim Umwechseln von Halbimperials (russ. 5-Rubelstück) werden durch Disagio $1^{1}/_{4}$ % verloren.
Wieviel bei 3 245 Rº?

Aufg. 73.

1 t kostet im Einkauf 425,25 ℳ. Gewinn $5^{4}/_{5}$ %.
Wieviel ℳ beträgt derselbe?

Aufg. 74.

Ein Stück Seide wird mit 925,60 Frs. eingekauft und mit $18^{3}/_{4}$ % Gewinn verkauft.
Wieviel Frs. beträgt derselbe?

Aufg. 75.

Wieviel wird an einer Ware gewonnen, die

a)	für	832,60 ℳ	eingekauft und mit	$7^{3}/_{4}$ %	Gewinn verkauft wird	?
b)	„	754,75 Frs.	„ „ „	$8^{1}/_{2}$ „	„ „ „	?
c)	„	968,20 Kr.	„ „ „	$8^{3}/_{4}$ „	„ „ „	?
d)	„	254,80 £	„ „ „	$5^{1}/_{2}$ „	„ „ „	?
e)	„	1 275,45 Peset.	„ „ „	$16^{1}/_{4}$ „	„ „ „	?
f)	„	2 563,70 hfl.	„ „ „	$13^{1}/_{2}$ „	„ „ „	?
g)	„	3 852,40 £	„ „ „	$18^{1}/_{2}$ „	„ „ „	?
h)	„	4 635,24 Drach.	„ „ „	$15^{2}/_{3}$ „	„ „ „	?

Aufg. 76.

20 Tschetwert kosten im Einkauf 325,80 Rº. Gewinn $9^3/_4$ %. Wieviel Rubel beträgt derselbe?

Aufg. 77.

16 Cwts. kosten im Einkauf £ 15.6.4. Es werden 8 % gewonnen. Wieviel also?

Aufg. 78.

948 kg Tee kosten im Einkauf 6 160 ℳ. Der Posten wird mit $4^3/_4$ % Verlust verkauft.
Wieviel beträgt der Verlust?

Aufg. 79.

Jemand muß eine Ware, die im Einkauf 7 256,80 ℳ gekostet hat, mit 12 % Verlust verkaufen.
Wie hoch ist der Verlust?

Aufg. 80.

Wieviel wird an einer Ware verloren, die

a)	für	268,70 ℳ	eingekauft	und	mit	8	%	Verlust	verkauft	wird?
b)	„	327,25 Frs.	„	„	„	$9^2/_3$	„	„	„	„ ?
c)	„	332,60 £	„	„	„	$10^1/_2$	„	„	„	„ ?
d)	„	582,30 Kr.	„	„	„	$7^2/_3$	„	„	„	„ ?
e)	„	650,50 Drach.	„	„	„	$14^1/_2$	„	„	„	„ ?
f)	„	972,60 Peset.	„	„	„	$15^1/_5$	„	„	„	„ ?
g)	„	1 243,80 $	„	„	„	$5^3/_4$	„	„	„	„ ?
h)	„	1 592,40 Milr.	„	„	„	$17^1/_2$	„	„	„	„ ?

Aufg. 81.

Wieviel kg beträgt die Tara von

a)	$6^2/_3$ %	bei	einem	Bruttogewicht	von	150	kg?
b)	$6^1/_4$ „	„	„	„	„	310	„ ?
c)	$7^1/_4$ „	„	„	„	„	350	„ ?
d)	$12^1/_4$ „	„	„	„	„	400	„ ?
e)	$9^2/_5$ „	„	„	„	„	780	„ ?

Aufg. 82.

1 Ballen Karolina-Reis wiegt Brutto 112 kg. Die Tara beträgt $6^1/_4$ %.
Wieviel kg sind es?

Aufg. 83.

2 Kisten Seife haben ein Bruttogewicht von 225 kg. Tara $6^1/_2$ %. Wieviel kg?

Aufg. 84.

5 Faß amerikanisches Petroleum haben ein Bruttogewicht von 890 kg. Wieviel kg kommen auf die Tara, wenn dieselbe $9^3/_4$ % beträgt?

Aufg. 85.

Eine Sendung von 20 Sack Kaffee wiegt Brutto 2 220 kg. Die Tara beträgt $5^1/_2$ %.
Wie hoch ist das Nettogewicht? (Brutto ⁒ Tara!)

Aufg. 86.

Auf 5 Sack Java-Kaffee mit einem Bruttogewicht von 375 kg kommen $6^3/_4$ % Tara.
Welches Nettogewicht hat die Sendung?

Aufg. 87.

Ein Kaufmann erhält 10 Sack Brasil-Kaffee mit einem Bruttogewicht von 820 kg. Die Tara beträgt $7^1/_2$ %.
Wieviel kg Netto?

Aufg. 88.

Ein Faß Provenceöl wiegt brutto 144 kg, Tara 10 %, Gutgewicht 1 % vom Nettogewicht.
Wieviel kg sind zu bezahlen?

Aufg. 89.

6 Sack Bahia-Kaffee wiegen brutto 347,5 kg, Tara 2 %, Gutgewicht 1 % vom Bruttogewicht.
Wie hoch ist das Netto-Nettogewicht?

Aufg. 90.

Zu einem Einkaufspreise von 3 500 Kr. kommen noch $4^1/_2$ % Spesen. Wieviel Kr. betragen dieselben?

Aufg. 91.

Wie hoch sind die Unkosten bei einem Einkaufspreise von 2 832 Rℳ, wenn $5^1/_4$ % desselben zu zahlen sind?

Aufg. 92.

Jemand hat bei einer Versicherung schon 834 ℳ eingezahlt. Er tritt zurück und bekommt $66^2/_3$ % seiner Prämie heraus.

Wieviel ℳ erhält er?

Die schon früher erwähnte Möglichkeit, daß die Hauptwerte in der Aufgabe nicht als einfache Zahlen auftreten, gilt auch vom Grundwert. Ist dieser nicht in einer vollen Zahl gegeben, so muß er erst aus andern Bestimmungen abgeleitet werden. Die dann der Ausrechnung der Prozente vorangehende Arbeit erfordert besondere Aufmerksamkeit des Rechners.

Beispiel:

Aufgabe: 5 Ballen Kammgarnstoff, zusammen 180 m, kosten im Einkauf per m 6,25 ℳ, Spesen 5 % des Einkaufspreises.

Wie hoch ist der Verdienst von 15 %?

a. Erklärung: Die Aufgabe enthält nur den Einzelpreis beim Einkauf, sowie die Spesen nach Prozenten. Der für den Verdienst von 15 % in Betracht kommende Grundwert besteht aber aus dem Gesamteinkaufspreise zuzüglich der Spesen. Diese Stücke sind demnach zuerst zu bestimmen.

b. Vorarbeit: 180 m kosten im Einkauf 180 × 6,25 ℳ = 180 × $^{25}/_4$ ℳ = 45 × 25 ℳ = 45 Viertelhundert ℳ = 1 125 ℳ

4 % Spesen = $11^1/_4$ × 4 ℳ . . . . = 45 „

zusammen . . . . 1 170 ℳ

c. Berechnung der 15 % Verdienst:

Gw = 1 170,— ℳ

10% = 117,— ℳ

5% = 58,50 „ (Hälfte von 10 %)

15% = 175,50 ℳ.

Aufg. 93.

Jemand kauft in Rußland für 4 500 R^o (à 2,20 ℳ) Pelzwaren. Fracht und Unkosten 500 ℳ. Er will 20 % verdienen.

Wieviel ℳ muß der Posten im Verkauf bringen?

Zuweilen gehört das Aufsuchen von Prozenten in einer Aufgabe nur zu den Nebenrechnungen und bildet so nur einen untergeordneten Teil der ganzen Lösung, während in der Hauptsache etwas anderes bestimmt werden soll. Dies ist unter anderem der Fall, wenn es sich darum handelt, den Gesamtbetrag einer Faktura zu berechnen. Die Aufgabe läßt sich dann immer in mehrere Teilaufgaben zerlegen.

B e i s p i e l :

Aufgabe: 10 Sack Rio-Kaffee wiegen Brutto 600 kg. Tara 1 kg per Sack, Gutgewicht $^1/_2$ % vom Bruttogewicht.
Wie hoch ist die Faktura, wenn 1 kg 1,20 ℳ gerechnet wird und $1^1/_2$ % Kommissionsgebühr zu zahlen ist?

A u s r e c h n u n g :

a. 1. T e i l : Zuerst ist das für die Bezahlung in Betracht kommende Gewicht festzustellen.

	Bruttogewicht	600,— kg	
⁒	Tara 1 kg per Sack	10,— „	= 590,— kg
⁒	Gutgewicht $^1/_2$ % von 590,— kg		= 2,950 „
	Nettogewicht		= 587,050 kg

b. 2. T e i l : Preisberechnung.

587,050 kg zu 1,20 ℳ = 587,050 × $^6/_5$ ℳ.	704,46 ℳ
+ $1^1/_2$ % Kommissionsgebühr (1 % = 7,045 ℳ und $^1/_2$ % = 3,522 ℳ)	10,57 „
Fakturabetrag . .	715,03 ℳ

In ähnlicher Weise sind Nr. 94 bis 97 zu rechnen.

Aufg. 94.

Ein Faß Butter wiegt brutto 120 kg, Tara 10 %.
Wieviel kostet die Ware, wenn für 50 kg 90 ℳ zu zahlen sind und 2 ℳ Spesen hinzukommen?

Aufg. 95.

Eine Warensendung wiegt netto 4 520 kg. 100 kg kosten 25 ℳ. Wie hoch stellt sich der Preis für die ganze Sendung mit 5 % Unkosten?

Aufg. 96.

20 Ballen Baumwolle wiegen brutto 4 400 kg. Tara 4 %.

a) Welches ist das Nettogewicht?

b) Wieviel kostet die Ware, das kg zu 0,35 ℳ?

Aufg. 97.

Brutto 315 kg Reis, Tara $6^2/_3$ %.

Welches ist der Fakturabetrag, wenn 1 kg 0,60 ℳ kostet und 3,60 ℳ für Verpackung gerechnet sind?

Aufg. 98.

$^1/_2$ ‰ Courtage von 5 200 ℳ?

Aufg. 99.

Für eine Seefracht im Werte von 32 400 ℳ beträgt die Prämie $1^1/_2$ ‰.

Wieviel ℳ sind zu zahlen?

Aufg. 100.

Eine Versicherungssumme beträgt a) 5 400 ℳ, b) 12 350 ℳ, c) 8 260 ℳ, d) 5 750 ℳ, e) 9 000 ℳ.

Welche Prämie ist zu zahlen: 1. bei $1^1/_4$ ‰, 2. bei $1^1/_2$ ‰, 3. bei $^2/_3$ ‰?

Aufg. 101.

Die Versicherungsprämie für 3 250 £ à $^{15}/_9$ ist zu berechnen.

Aufg. 102.

Wieviel beträgt die Provision für 650 £, $^1/_2$ s im £?

Aufg. 103.

Welches ist die Dividende à 2 s im £ von 840 £?

Aufgaben zur Berechnung des Prozentwertes durch einfache Division des Grundwertes.

(Der Prozentsatz ist ein einfacher Bruchteil von 100).

Aufg. 104.

Wieviel sind 5 % Skonto von a) 683 ℳ, b) 136,50 ℳ, c) 297,20 ℳ d) 774,40 ℳ, e) 1 137,20 ℳ?

Aufg. 105.

Wieviel sind $33^1/_3$ % Dividende von 54 896,55 ℳ?

Aufg. 106.

Der Verkaufspreis ist aus folgenden Angaben durch Division und nachfolgende Subtraktion zu berechnen:

	Einkaufspreis	Verlust		Einkaufspreis	Verlust
a.	76,80 ℳ	$6^1/_4$ %	e.	60,— ℳ	5 %
b.	63,50 Frs.	20 %	f.	25,— Frs.	4 %
c.	60,— Kr.	10 %	g.	47,40 Kr.	$6^2/_3$ %
d.	120 Rbl.	$12^1/_2$ %	h.	47,60 Rbl.	25 %

Aufg. 107.

3 Fässer Petroleum wiegen brutto 534 kg. Die Tara beträgt $12^1/_2$%
Wieviel kg also?

Aufg. 108.

7 Fässer Zement haben ein Bruttogewicht von 840 kg. Die Tara beträgt $8^1/_3$ %.
Wieviel kg also?

Aufg. 109.

1 Ballen Tuch: Brutto 130 kg, Tara $6^1/_4$ %.
Wieviel kg Tara?

Aufg. 110.

Bei einem Einkommen von 3 600 ℳ kommen 20 % auf die Miete.
Wie hoch ist dieselbe?

Aufg. 111.

Ein Mietspreis von 1 500 ℳ wird um $6^2/_3$ % erhöht.
Wieviel beträgt die neue Miete?

Aufg. 112.

Bei einem Brande wird Ware im Werte von 3 560 ℳ beschädigt. Sie wird verkauft und bringt noch 20 % des ursprünglichen Wertes.
Wieviel ist das?

Aufg. 113.

In einem Orte sind als Gemeindeeinkommensteuer 120 % der Staatssteuer zu zahlen.
Wieviel ℳ entfallen auf den Staatssteuersatz von 72 ℳ?

Aufg. 114.

Für die Vermittelung eines Klavierkaufs zahlt die Fabrik $8^1/_3$ % Provision.

Wieviel verdient der Vermittler bei einem Preise von 960 *M*?

c. Die Berechnung des Grundwertes.

Gegeben sind Prozentsatz und Prozentwert.

Die Frage nach dem Grundwert gewisser Prozente kommt im öffentlichen Leben nicht gar zu häufig vor. Wo die Berechnung in einzelnen Fällen aber doch erforderlich ist, bedient man sich vorzugsweise des Bruchansatzes. Da der Grundwert immer 100 % beträgt, so hat man von dem gegebenen Prozentsatz auszugehen und auf 100 zu schließen oder auch die Schlüsse nach dem Verhältnis des Prozentsatzes zum Prozentwert zu bilden.

1. Beispiel: Die Dividende einer Konkursmasse beträgt 3 444 *M* Welches war die Forderung, wenn 35 % ausgezahlt werden?

Ansatz I. Schlüsse auf 100 %:

35 % = 3 444 *M*,
100 „ = ? „

Ansatz II. Schlüsse nach dem Verhältnis des Prozentsatzes zum Prozentwert:

35 *M* haben einen Grundwert von 100 *M*,
3 444 „ „ „ „ „ ? „

$$\text{Ausrechnung I: } \frac{\overset{20}{\cancel{100}} \cdot 3444}{\underset{7}{\cancel{35}}} \mathcal{M} = 9840\ \mathcal{M}$$

$$\text{„ II: } \frac{3444 \cdot \overset{20}{\cancel{100}}}{\underset{7}{\cancel{35}}} \mathcal{M} = 9840\ \mathcal{M}.$$

In Form des Kettensatzes:

? *M*	100 %
wenn 35 %	3 444 *M*

= 9 840 *M*

Jede dieser Aufstellungen führt zu der Formel: $Gw = \frac{100 \times Pzw}{p}$

2. Beispiel: Von einer Forderung gehen nur 20 % in Höhe von 327,60 ℳ ein.

Wie hoch war dieselbe?

Ausrechnung: 20 % bedeuten hier: Von je 100 ℳ der Forderung gehen 20 ℳ ein. Einem gezahlten Betrage von 20 ℳ entsprechen also 100 ℳ der Forderung. 20 = $^1/_5$ von 100. Die Zahlung beträgt also auch $^1/_5$ der ganzen Forderung. Diese war demnach 5 × 327,60 ℳ = 1 638 ℳ.

Hieraus ergibt sich:

Ist der Prozentsatz sofort als ein einfacher Bruchteil von 100 zu erkennen, so findet man den Grundwert durch einfache Multiplikation des Prozentwertes. Als Multiplikator gilt der Nenner des Bruches, welcher das Teilungsverhältnis zwischen dem Prozentsatz und der Zahl 100 angibt.

Aufgaben.

Teils durch Bruchansatz, teils durch einfache Multiplikation zu lösen.

Aufg. 115.

4 %; 5 %; $6^2/_3$ %; $8^1/_3$ %; 10 %; $12^1/_2$ %; 20 %; 25 %; $33^1/_3$ % und 50 % einer Summe betragen 72 ℳ.

Wie heißt die Summe?

Aufg. 116.

75 kg Schokolade sind mit einem Gewinn von 30 ℳ verkauft worden.

Verdienst 20 %.

Wieviel kosten die 75 kg im Einkauf?

Aufg. 117.

Die Tara zu $3^1/_3$ % beträgt 86,5 kg.

Welches ist das Bruttogewicht?

Aufg. 118.

Bei einem Brande erhält jemand 25 % der versicherten Summe.

Ihm werden 1 500 ℳ ausbezahlt.

Wie hoch war er versichert?

Aufg. 119.

Ein Vermittler hat bei einem Hausverkauf 312,50 M verdient. Er erhielt $1\frac{1}{4}$ ‰ des Kaufpreises.
Wie hoch war derselbe?

Aufg. 120.

Ein Beamter hat eine Pension von 1 500 M. Dies sind 60 % seines früheren Gehaltes.
Wie hoch war dasselbe?

Aufg. 121.

Jemand kauft eine gebrauchte Wohnungseinrichtung für 2 440 M. Dies sind $66\frac{2}{3}$ % des ursprünglichen Preises.
Wie hoch war derselbe?

Aufg. 122.

Eine Familie befindet sich in Not und verkauft verschiedene Sachen mit einem Verlust von 44 % für 420 M.
Wieviel hatten diese bei der Anschaffung gekostet?

3. Vermehrter oder verminderter Grundwert.

Wie schon in der Einleitung zur Prozentrechnung erwähnt wurde, ist es manchmal erforderlich, aus Zahlen, die eine Zusammensetzung des Grundwertes mit den entsprechenden Prozenten darstellen, die Bestandteile derselben zu berechnen. Es handelt sich um einen vermehrten Grundwert. Die Frage kann sowohl nach dem Prozentwert als auch nach dem reinen Grundwert gestellt sein. Ist jedoch der Prozentwert berechnet, so ist der reine Grundwert leicht durch Subtraktion des Prozentwertes von dem vermehrten Grundwert zu finden. Ein besonderes Verfahren für diesen Fall ist also nicht erforderlich.

Wenn aber eine Zahl in einer Aufgabe einen Wert darstellt, der aus einem andern Werte durch Verminderung um gewisse Prozente entstanden ist, so ist aus dem reinen Grundwert ein verminderter Grundwert geworden. Auch hier kann nach dem Prozentwert und dem reinen Grundwert gefragt werden. Der reine Grundwert wird aber ebenso gut nach Berechnung des Prozentwertes durch Addition des letzteren zum verminderten Grundwert gefunden. Folglich ist auch hier nur die Berechnung des Prozentwertes ins Auge zu fassen.

1. Beispiel: (Vermehrter Grundwert.) Eine Ware wird mit $8^1/_2$ % Gewinn für 785,54 ℳ verkauft.

Wieviel ℳ beträgt der Gewinn?

Erklärung: 785,54 ℳ sind zusammengesetzt aus dem unbekannten Einkaufspreis und dem Gewinn. Da auf diese Weise der Gewinn mit dem Einkaufspreis eine einzige Zahl bildet, so muß dieser Zahl auch eine Zusammensetzung der Zahl 100 mit dem entsprechenden Gewinn gegenübergestellt werden. Der Gewinn für 100 ℳ im Einkauf beträgt 8,50 ℳ. Durch Addition dieser beiden Zahlen erhält man 108,50 ℳ. Nun entsteht der Regeldetriansatz:

108,50 ℳ enthalten 8,50 ℳ Gewinn,
785,54 „ „ ? „ „ ?

Ausrechnung am Bruchstrich:

$$\frac{\overset{36,2}{\cancel{785,54}} \cdot \overset{1,70}{\cancel{8,50}}}{\underset{\cancel{21,70}}{\cancel{108,50}}}\ ℳ = 1,70 \times 36,2\ ℳ = \mathbf{61,54}\ ℳ.$$

2. Beispiel: (Verminderter Grundwert). Das Nettogewicht einer Ware beträgt 723,75 kg. Es sind $3^1/_2$ % Tara abgezogen.

Wieviel kg kommen auf die Tara?

Erklärung: 723,75 kg sind aus dem unbekannten Bruttogewicht nach Abzug von $3^1/_2$ % Tara entstanden. Hier ist also ein verminderter Grundwert. Diesem muß die um den Prozentsatz verminderte Zahl 100 gegenübergestellt werden. Die Tara für 100 kg Brutto beträgt 3,5 kg ($3^1/_2$ %). Durch Verminderung der 100 kg um 3,5 kg erhält man 96,5 kg. Nun entsteht der Regeldetriansatz:

Auf 96,5 kg Netto kommen 3,5 kg Tara,
„ 723,75 „ „ „ ? „ „

Ausrechnung: $$\frac{\overset{37,5}{\cancel{723,75}} \quad \overset{0,7}{\cancel{3,5}}}{\underset{\cancel{19,3}}{\cancel{96,5}}}\ \text{kg} = 0,7 \times 37,5\ \text{kg} = \mathbf{26,25}\ \text{kg}.$$

3. Beispiel: (Einfache Division) a) 20 t Weizen werden mit einem Gewinn von $12^1/_2$ % für 513 *M* verkauft.

Wie hoch ist der Gewinn?

Erklärung: $12^1/_2$ % Gewinn gleich $^1/_8$ des Einkaufspreises. In 513 *M* sind also $^8/_8 + ^1/_8$ des Einkaufspreises enthalten. $^9/_8$ = 513 *M*; der Gewinn als $^1/_8$ des Einkaufspreises, beträgt daher den 9. Teil von 513 *M* = **57** *M*.

b) Der vorige Posten wird mit $12^1/_2$ % Verlust für 399 *M* verkauft. Wie hoch ist der Verlust?

Erklärung: Auch hier sind $12^1/_2$ % Verlust als $^1/_8$ des Einkaufspreises aufzufassen. Da 399 *M* den um den Verlust verminderten Einkaufspreis darstellen, so betragen sie nur $^7/_8$ des Einkaufspreises. $^7/_8$ des Einkaufspreises = 399 *M*; der Verlust als $^1/_8$ des Einkaufspreises beträgt mithin den 7. Teil von 399 *M* = **57** *M*.

Hier zeigt sich, daß der für einen bestimmten Prozentsatz geltende Grundwertdivisor bei vermehrtem Grundwert um 1 vermehrt, bei vermindertem Grundwert um 1 vermindert werden muß.

Der Rechner fertige hiernach eine Tabelle an, in welcher die bekannten Divisoren für vermehrten oder verminderten Grundwert abgeändert werden.

Aufgaben.

Aufg. 123.

84 m Tuch kosten im Verkauf 630,50 *M*. Es sind $8^1/_3$% gewonnen. Wieviel *M* beträgt a) der Gewinn, b) der Einkaufspreis?

Aufg. 124.

Ein Posten Mehl wird mit 12 % Gewinn verkauft und bringt 2 833,60 *M*.

Wie hoch ist a) der Gewinn, b) der Einkaufspreis?

Aufg. 125.

Jemand muß eine Ware für 7 245 *M* mit 8 % Verlust verkaufen.

a) Wieviel beträgt der Verlust?

b) Wie teuer hat er die Ware eingekauft?

Aufg. 126.

Eine Ware kostet einschließlich 15 % Zoll 4 140 *M*.

Wieviel *M* beträgt a) der Zoll, b) die Ware ohne Zoll?

Aufg. 127.

Eine Rechnung beträgt nach Abzug von $3^1/_2$ % Rabatt noch 1 351 ℳ a) Wieviel ℳ kommen auf den Rabatt, b) Wie hoch war die Rechnung?

Aufg. 128.

Nach Erlaß von $12^1/_2$ % der ursprünglichen Schuldsumme zahlt jemand noch 973 ℳ. — Wie hoch war die Schuld?

Aufg. 129.

Nach einer Lohnerhöhung von $8^1/_3$ % zahlt eine Fabrik jetzt wöchentlich 6 110 ℳ aus. — Wieviel vorher?

E. Die Zinsrechnung.

1. Einführung in die Zinsrechnung.

Rentier Schwarz leiht dem Kaufmann Weber zur Vergrößerung des Geschäfts 3 000 ℳ. Für die Benutzung dieses Geldes verpflichtet sich Weber, an Schwarz jährlich 180 ℳ zu zahlen. Schwarz ist dann der Gläubiger oder Kreditor, Weber ist Schuldner oder Debitor.

Die Entschädigung (180 ℳ) nennt man Zins, Zinsen auch Interesse (Zs.). Die Höhe der Zinsen hängt ab

1. von der Sicherheit, die der Debitor dem Kreditor bieten kann,
2. von der Höhe des geliehenen Kapitals,
3. von dem Angebot und der Nachfrage nach Kapital überhaupt,
4. von der Zeit, auf welche das Kapital geliehen ist.

Der Berechnung der Zinsen wird der Zinsfuß (p) zugrunde gelegt, das ist die Entschädigung, die von je 100 einer Münzart zu leisten ist, daher auch in der Zinsrechnung der Ausdruck Prozent (%).

Somit ist die Zinsrechnung eine Anwendung der Prozentrechnung; der Grundwert entspricht dem Kapital, der Prozentsatz dem Zinsfuß und der Prozentwert den Zinsen. 4 % Zinsen von 240 ℳ bedeutet also: Wieviel Zinsen sind von 240 ℳ zu zahlen, wenn auf 100 ℳ 4 ℳ Zinsen kommen.

Werden die Zinsen zu den festgesetzten Zeiten dem Darlehnsgeber gezahlt, so spricht man von einfachen Zinsen; werden sie indessen dem Kapital zugeschlagen, so daß also die Zinsen wieder zinstragend angelegt werden, dann nennt man solche Zinsen Zinseszinsen; im kaufmännischen und gewerblichen Leben kommen diese aber wenig vor.

Bei der Prozentrechnung hatten wir 4 Stücke: den Grundwert den Prozentsatz, den Prozentwert und die Zahl 100. Hier kommt zu den entsprechenden Stücken (Kapital, Zinsfuß, Zinsen und 100) noch ein fünftes, die Zeit, hinzu. Die Zinsrechnung stellt demnach 4 Fragen:

1. Die Frage nach den Zinsen,
2. die Frage nach dem Zinsfuß,
3. die Frage nach dem Kapital,
4. die Frage nach der Zeit.

2. Berechnung der Zinsen.

a. Zinsen nach Jahren.

1 % heißt der hundertste Teil des Grundwertes.
1 % Zinsen sind demnach der 100. Teil des Kapitals.

1 %	Zinsen von 300 ℳ	=	300 ₰	= 3,— ℳ,
1 %	„ „ 475 „	=	475 „	= 4,75 „
4 %	„ „ 475 „	=	4 × 4,75 ℳ	= 19,— „
3 %	„ „ 315 „	=	3 × 3,15 „	= 9,45 „,

In allen Fällen hat es sich hier um die Zinsen auf 1 Jahr gehandelt. Ist ein anderer Zeitraum angegeben, so muß von einem Jahr aus weiter geschlossen werden.

1. Beispiel: Wieviel Zinsen bringen 3 545,50 ℳ à $3\frac{1}{2}$ % in $3\frac{1}{4}$ Jahr?

Nach der Zerlegungsmethode.

1 %	von 3 545,50 ℳ	auf 1 Jahr	=	35,455 ℳ	
3 %	von 3 545,50 ℳ	auf 1 Jahr	=	106,365 ℳ	
$\frac{1}{2}$ %	„ 3 545,50 „	„ 1 „	=	17,7275 „	(Die Hälfte von 1%).
$3\frac{1}{2}$ %	von 3 545,50 ℳ	auf 1 Jahr	=	124,0925 ℳ	
$3\frac{1}{2}$ %	von 3 545,50 ℳ	auf 3 Jahre	=	372,2775 ℳ	
$3\frac{1}{2}$ %	„ 3 545,50 „	„ $\frac{1}{4}$ „	=	31,0231 „	(Der 4. Teil von den jährlichen Zinsen)
$3\frac{1}{2}$ %	von 3 545,50 ℳ	auf $3\frac{1}{4}$ Jahre	=	**403,30** ℳ	

Nach dem Ansatz.

100 ℳ bringen in 1 Jahre 3,50 ℳ Zinsen
3545,50 „ „ „ $3\frac{1}{4}$ „ ? „

$$\frac{3{,}50 \cdot 3545{,}50 \cdot 13}{100 \cdot 4} = 403{,}30 \text{ ℳ}$$

b. Zinsen nach Monaten oder Jahren und Monaten.

Sind Zinsen für Monate zu berechnen, so muß von den jährlichen Zinsen auf monatliche geschlossen werden.

2. Beispiel. Wieviel Zinsen bringen 765,65 ℳ à $4^1/_4$ % in 10 Monaten?

Nach der Zerlegungsmethode.

1 %	von	765,65 ℳ	auf	1 Jahr	=	7,6565 ℳ	
4 %	von	765,65 ℳ	auf	1 Jahr	=	30,6260 ℳ	
$^1/_4$ %	„	765,65 „	„	1 „	=	1,9141 „	
$4^1/_4$ %	von	765,65 ℳ	auf	1 Jahr	=	32,5401 ℳ	
$4^1/_4$ %	von	675,65 ℳ	auf	6 Mon.	=	16,27005 ℳ	(Die Hälfte der jährlichen Zinsen)
$4^1/_4$ %	„	765,65 „	„	4 „	=	10,8467 „	($^1/_3$ der jährlichen Zinsen)
$4^1/_4$ %	von	765,65 ℳ	auf	10 Mon.	=	27,11675 ℳ	
					=	**27,12 ℳ**	

Nach dem Ansatz.

100,— ℳ bringen in 12 Monaten 4,25 ℳ Zinsen
765,65 „ „ „ 10 „ ? „ „

$$\frac{4{,}25 \cdot 765{,}65 \cdot \cancelto{5}{10}}{100 \cdot \cancelto{6}{12}} = \mathbf{27{,}12}\ ℳ$$

3. Beispiel. Wieviel Zinsen bringen 744,50 ℳ à $5^1/_2$ % in 5 Jahren 4 Monaten?

Nach der Zerlegungsmethode.

1 %	von	744,50 ℳ	in 1 Jahr	=	7,445 ℳ
5 %	von	744,50 ℳ	in 1 Jahr	=	37,225 ℳ
$^1/_2$ %	„	744,50 „	„ 1 „	=	3,7225 „
$5^1/_2$ %	von	744,50 ℳ	in 1 Jahr	=	40,9475 ℳ
$5^1/_2$ %	von	744,50 ℳ	in 5 Jahr.	=	204,7375 ℳ
$5^1/_2$ %	„	744,50 „	„ 4 Mon.	=	13,6492 „
$5^1/_2$ %	von	744,50 ℳ	in 5 Jahr. 4 Mon.	=	218,3867 ℳ
				=	**218,39 ℳ.**

Nach dem Ansatz.

100	ℳ	bringen in	1 Jahr	5,50	ℳ	Zinsen
744,50	„	„ „	5 Jahr. 4 Mon.	?	„	„

(5 Jahre 4 Monate = 64 Monate)

$$\frac{5{,}50 \cdot 744{,}50 \cdot \overset{16}{\cancel{64}}}{100 \cdot \underset{3}{\cancel{12}}} = 218{,}39\ ℳ$$

Kopfrechnen.

Aufg. 1.

Wieviel Zinsen bringen?

a)	500	à 4 %	in 1 Jahr?			
b)	300	„ 5 %	„ 1 „ ?			
c)	700	„ 3 %	„ 1 „ ?			
d)	350	„ 4 %	„ 1 „ ?			
e)	820	„ 5 %	„ 1 „ ?			
f)	910	„ 4 %	„ 1 „ ?			
g)	724	„ 5 %	„ 1 „ ?			
h)	618	„ $4^1/_2$ %	„ 1 „ ?	(9 % v. d. Hälfte d. Kapitals)		
i)	1044	„ $3^1/_2$ %	„ 1 „ ?			
k)	948	„ $5^1/_2$ %	„ 1 „ ?			
l)	700	„ 5 %	„ 4 „ ?			
m)	360	„ 4 %	„ 6 „ ?			
n)	840	„ 3 %	„ 5 „ ?			
o)	700	„ $3^1/_2$ %	„ 6 „ ?			
p)	390	„ 6 %	„ 6 Mon.?	(= 3 % in 1 Jahr)		
q)	690	„ 4 %	„ 4 „ ?			
r)	480	„ 5 %	„ 9 „ ?			
s)	960	„ 3 %	„ 2 „ ?	(= $^1/_2$ % in 1 Jahr.)		

Schriftliches Rechnen.

Aufg. 2.

Wieviel Zinsen bringen 1 354,75 ℳ à 6 % in 9 Jahren?

Aufg. 3.

3 468,70 ℳ in 4 Jahren à 5 % wieviel Zinsen?

Aufg. 4.

7 950,— ℳ in 6 Jahren à $3^1/_2$ % wieviel Zinsen?

Aufg. 5.

1 891,30 ℳ in 3 Jahren à $4^1/_2$ % wieviel Zinsen?

Aufg. 6.

3 546,75 ℳ in 5 Mon. à $3^1/_3$ % wieviel Zinsen?

Aufg. 7.

6 541,30 ℳ in 7 Mon. à $4^1/_3$ % wieviel Zinsen?

Aufg. 8.

3 684,50 ℳ in $3^1/_2$ Jhr. à $5^1/_2$ % wieviel Zinsen?

Aufg. 9.

559,80 ℳ in 5 Jhr. 7 Mon. à $4^2/_3$ % wieviel Zinsen?

Aufg. 10.

1 579,50 ℳ in 4 Jhr. 11 Mon. à $3^2/_3$ % wieviel Zinsen?

c. Zinsen nach Tagen.

Für den Geschäftsverkehr kommt fast ausschließlich die Frage nach Zinsen für Tage in Betracht.

Bei der Berechnung der Zeit wird in Deutschland — ebenso in Rußland und Österreich — das Jahr mit 360, der Monat mit 30 Tagen angenommen.

Das Kapital wird auf ganze ℳ (Rᵒ, K.) abgerundet; unter 50 ₰ (Kop., Heller) fallen dabei fort, 50 ₰ und darüber werden zu einer Mark erhöht.

551,49 ℳ werden also auf 551 ℳ gekürzt,
551,50 oder 551,75 ℳ auf 552 ℳ erhöht.

In der Aufgabe:
Wieviel Zinsen à 5 % bringen 551,49 ℳ vom 17. August bis 3. Dezember?

berechnet man zunächst die Tage.

Vom 17. August bis 3. Dezember sind 106 Tage.

13 Tage	im August,
3 „	„ Dezember, dazu
90 „	für die Monate Sept., Okt. und Nov.
106 Tage	

Das Kapital 551,49 ℳ wird auf 551 ℳ abgerundet.

Nach der gewöhnlichen Zinsrechnung ist der Ansatz

100 ℳ bringen in 360 Tg. 5 ℳ Zinsen
551 „ „ „ 106 „ ? „ „

$$\frac{5 \cdot \overset{\frown}{551 \cdot 106}}{100 \cdot 360}$$

Bei der Ausrechnung multiplizieren wir nun die Zahlen für Kapital (K) und Tage (551 × 106). Das Produkt nennt man Zinszahl oder Nombre (58 406).

Statt nun diese Zinszahl mit 5 zu multiplizieren und dann durch 36 000 zu dividieren, kürzen wir 5 gegen 36 000 = 7 200 und brauchen also nur die Zinszahl (58 406) durch den Divisor 7 200 zu teilen.

Diese Zahl 7 200 nennt man Zinsdivisor. Natürlich gibt es nur für solche Zinsfüße (p) Zinsdivisoren, die ohne Rest in 36 000 enthalten sind, und man kann mit den unten gegebenen Zinsdivisoren nur rechnen, wenn das Jahr zu 360 Tagen angenommen wird.

Die Zinszahl (Zz oder #) ist das Produkt aus K × Tg.

Der Zinsdivisor (Zd) ist der Quotient aus 36 000 : p.

Die Zinsen (Zs) sind $= \frac{Zz}{Zd.}$

Zz = 38 406, Zd = 7 200, Zs = 58 406 : 7 200 = 8,11 ℳ.

Gekürzte Zinszahl, gekürzter Zinsdivisor.

Noch praktischer ist die Zinsberechnung, wenn man den Zinsdivisor, der immer ein Vielfaches von 100 ist, durch 100 kürzt; dann muß man natürlich auch die Zinszahl durch 100 teilen. Den bei der Zinszahl entstehenden Dezimalbruch streicht man, wenn er weniger als 0,50 beträgt, man erhöht die Einerstelle um 1, wenn im Dezimalbruch 0,50 oder mehr stehen. Aus der Zz 58 406 wird 584, aus dem Zd 7 200 wird 72. Zs = 584 : 72 = 8,11 ℳ.

Zinsdivisoren.

Zd für	1 %	ist	36 000,	gekürzter Zd	= 360
" "	$1\frac{1}{4}$ %	"	28 800,	" "	= 288
" "	$1\frac{1}{3}$ %	"	27 000,	" "	= 270
" "	$1\frac{1}{2}$ %	"	24 000,	" "	= 240
" "	$1\frac{2}{3}$ %	"	21 600,	" "	= 216
" "	2 %	"	18 000,	" "	= 180
" "	$2\frac{1}{4}$ %	"	16 000,	" "	= 160
" "	$2\frac{2}{5}$ %	"	15 000,	" "	= 150
" "	$2\frac{1}{2}$ %	"	14 400,	" "	= 144
" "	$2\frac{2}{3}$ %	"	13 500,	" "	= 135
" "	3 %	"	12 000,	" "	= 120
" "	$3\frac{1}{3}$ %	"	10 800,	" "	= 108
" "	$3\frac{3}{5}$ %	"	10 000,	" "	= 100
" "	$3\frac{3}{4}$ %	"	9 600,	" "	= 96
" "	4 %	"	9 000,	" "	= 90
" "	$4\frac{1}{2}$ %	"	8 000,	" "	= 80
" "	5 %	"	7 200,	" "	= 72
" "	6 %	"	6 000,	" "	= 60
" "	$6\frac{2}{3}$ %	"	5 400,	" "	= 54

Beispiel: 738,85 Kr. à $3\frac{3}{4}$ bringen in 28 Tg. wieviel Zinsen?

$$Zz = \frac{739 \cdot 28}{100} = 207$$

Zd à $3\frac{3}{4}$ % = 96

Zs = 207 : 96 = 2,16 Kr.

Aufg. 11.

a) Wieviel Zinsen bringen	1 452,85 ℳ	à 3 %	in 76	Tg.?
b) " " "	3 468,35 "	" 4 %	" 39	" ?
c) " " "	748,55 "	" 5 %	" 56	" ?
d) " " "	849,70 Ry°	" $4\frac{1}{2}$ %	" 85	" ?
e) " " "	1 567,30 Kr.	" $3\frac{3}{4}$ %	" 63	" ?
f) " " "	5 648,45 ℳ	" $3\frac{3}{5}$ %	" 71	" ?
g) " " "	2 897,80 Ry°	" $3\frac{1}{3}$ %	" 59	" ?
h) " " "	956,55 Kr.	" $4\frac{1}{2}$ %	" 35	" ?

Aufg. 12.

Wieviel Zinsen bringen

a)	438,90 *M*	à	5 %	vom	15. Jan.	bis	24. März?
b)	6 073,40 „	„	$6^2/_3$%	„	24. Febr.	„	5. Juni ?
c)	469,85 Kr.	„	3 %	„	19. Aug.	„	31. Okt. ?
d)	5 807,45 Rº	„	4 %	„	23. März	„	7. Juli ?

Hat der Zinsfuß keinen Zinsdivisor, wie z. B. $5^1/_2$ %, so wendet man die Zerlegungsmethode an.

Beispiel: Wieviel Zinsen à $5^1/_2$ % bringen 3 570,65 *M* vom 2. Januar bis 1. April?

Vom 2. Januar bis 1. April sind 89 Tage.

$$Zz = \frac{3571 \times 89}{100} = 3178$$

Zd à 5 %	= 72	
Zs à 5 %	= 3178 : 72	= 44,139 *M*
„ „ $^1/_2$ % (d. 10. Teil v. 5%)		= 4,4139 „
Zs à $5^1/_2$ %		= 48,5529 *M*
		= 48,55 „

Bei der Berechnung der Tage ist noch folgendes zu merken:

Auch der Monat Februar wird zu 30 Tagen gerechnet, wenn der Endtermin hinter dem letzten Februar liegt.

Vom 15. Februar bis 3. März = 15 + 3 Tg.
„ 28. „ „ 10. „ = 2 + 10 „
„ 29. „ „ 5. April = 1 + 5 + 30 Tg.

Ist indessen der Endtermin der letzte Februar, so zählt man für diesen Monat nur 28. resp. 29 Tage.

Vom 3. Januar bis 28 Februar = 27 + 28 Tg.
„ 27. „ „ 29. „ = 3 + 29 „

Ist der Endtermin der 31. Januar, März, Mai, Juli usw., so sind die Beträge zwar erst am 31. d. Mts. zu zahlen, der Monat ist aber mit 30 Tagen in Anrechnung zu bringen.

Man bedient sich in den Bureaus auch folgender Tabellen:

I. Tabelle für die Berechnung der Zinstage.

Der Monat zu 30 Tagen.

Datum	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.
1.	1	31	61	91	121	151	181	211	241	271	301	331
2.	2	32	62	92	122	152	182	212	242	272	302	332
3.	3	33	63	93	123	153	183	213	243	273	303	333
4.	4	34	64	94	124	154	184	214	244	274	304	334
5.	5	35	65	95	125	155	185	215	245	275	305	335
6.	6	36	66	96	126	156	186	216	246	276	306	336
7.	7	37	67	97	127	157	187	217	247	277	307	337
8.	8	38	68	98	128	158	188	128	248	278	308	338
9.	9	39	69	99	129	159	189	219	249	279	309	339
10.	10	40	70	100	130	160	190	220	250	280	310	340
11.	11	41	71	101	131	161	191	221	251	281	311	341
12.	12	42	72	102	132	162	192	222	252	282	312	342
13.	13	43	73	103	133	163	193	223	253	283	313	343
14.	14	44	74	104	134	164	194	224	254	284	314	344
15.	15	45	75	105	135	165	195	225	255	285	315	345
16.	16	46	76	106	136	166	196	226	256	286	316	346
17.	17	47	77	107	137	167	197	227	257	287	317	347
18.	18	48	78	108	138	168	198	228	258	288	318	348
19.	19	49	79	109	139	169	199	229	259	289	319	349
20.	20	50	80	110	140	170	200	230	260	290	320	350
21.	21	51	81	111	141	171	201	231	261	291	321	351
22.	22	52	82	112	142	172	202	232	262	292	322	352
23.	23	53	83	113	143	173	203	233	263	293	323	353
24.	24	54	84	114	144	174	204	234	264	294	324	354
25.	25	55	85	115	145	175	205	235	265	295	325	355
26.	26	56	86	116	146	176	206	236	266	296	326	356
27.	27	57	87	117	147	177	207	237	267	297	327	357
28.	28	58	88	118	148	178	208	238	268	298	328	358
29.	29	59	89	119	149	179	209	239	269	299	329	359
30.	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
31.	30		90		150		210	240		300		360

II. Tabelle für die Berechnung der Zinstage.

Die Monate kalendermäßig.

Datum	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.
1.	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335
2.	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336
3.	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337
4.	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338
5.	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339
6.	6	37	65	96	126	157	187	218	549	279	310	340
7.	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341
8.	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342
9.	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343
10.	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344
11.	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345
12.	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
13.	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347
14.	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348
15.	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349
16.	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350
17.	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351
18.	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352
19.	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353
20.	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354
21.	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355
22.	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356
23.	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357
24.	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358
25.	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359
26.	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360
27.	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361
28.	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362
29.	29		88	119	149	180	210	241	272	302	333	363
30.	30		89	120	150	181	211	242	273	303	334	364
31.	31		90		151		212	243		304		365

Beispiel für die Benutzung der Tabellen:

Wieviel Tage sind vom 24. Februar bis 7. Juli?

I. Tabelle. Der 24. Februar ist der 54., der 7. Juli der 187. Tag des Jahres. Zwischen dem 54. und 187. liegen 187—54 = **133** Tage.

II. Tabelle. Der 24. Februar ist der 55., der 7. Juli der 188. Tag des Jahres. Zwischen den beiden Daten liegen also 188 — 55 = **133** Tage. Ist das Jahr ein Schaltjahr, so erhöht sich das Resultat um 1 Tag.

Aufg. 13. Wieviel Zi sen bringen

a) 3 698,50 ℳ à $3^1/_2$ % vom 19. Juli bis 12. Dezember?
b) 6 837,75 ℳ à $6^1/_2$ % vom 28. Januar bis 5. März?
c) 395,45 ℳ à $2^1/_3$ % vom 6. Juli bis 1. November?
d) 8 947,20 ℛ⁰ à $4^3/_4$ % vom 12. Dezember bis 3. Februar a. f.?
(4 % + $^1/_2$ % + $^1/_4$ % oder 5 % — $^1/_4$ % d. 20. Teil v. 5 %)
e) 978,95 Kr. à $4^1/_3$ % vom 18. November bis 31. Januar a. f.?
f) 10 548,50 ℳ à $5^3/_4$ % vom 23. Mai bis 19. August?
($5^3/_4$ % = 6 % — $^1/_4$ %).
g) 3 590,75 Frs. à $6^1/_3$ % vom 21. Okt. bis 2. Febr. a. f.
(Tage kalendermäßig).
h) 836,45 £ à $3^1/_4$ % vom 1. Juli bis 28. Dez. (Tg. kal.)
i) 9 857,20 hfl. à $4^2/_3$ % vom 6. Dez. bis 5. März a. f. (Tg. kal.)
k) 15 456,85 hfl. à $5^2/_3$ % vom 31. Jan. bis 6. Mai (Tg. kal.)

c. Gesamtzinsen von Kapitalien mit gleichem Zinsfuß.

Das Wesen der Zinszahl und des Zinsdivisors bietet eine bedeutende Erleichterung, wenn es sich darum handelt, von mehreren Kapitalien, die zu gleichem Zinsfuße ausgeliehen sind, die Gesamtzinsen zu ermitteln.

Man berechnet in diesem Falle zunächst die Zinstage, darauf in der bekannten Weise aus Kapital und Tagen die Zinszahlen. Statt nun aus jeder einzelnen Zinszahl die Zinsen für jedes Kapital zu suchen, addiert man die Zinszahlen und stellt durch Division des Zinsdivisors in die Summe der Zinszahlen die Gesamtzinsen fest.

Beispiel: Welche Gesamtzinsen à $4^1/_2$ % ergeben 530,35 ℳ vom 19. Juli bis 15. September, 3 525,60 ℳ vom 25. Februar bis 1. Mai, 2 949,80 ℳ vom 1. August bis 10. Oktober, 3 905,40 ℳ vom 20. April bis 19. Juli?

Beträge	Daten	Tage	Zinszahlen
530,35	19/7.—15/9.	56	297
3 525,60	25/2.— 1/5.	66	2 327
2 949,80	1/8.—10/10.	69	2 036
3 905,40	20/4.—19/7.	89	3 475

8 135 : 80 = 101,6875
135 — 101,69 ℳ.
550
700
600
400

Aufg. 14.

Welche Gesamtzinsen à 4 % ergeben 845,55 ℳ vom 16. August bis 19. Dezember, 642,90 ℳ vom 15. Februar bis 21. Mai, 3 488,75 ℳ vom 28. November bis 1. Februar a. f., 2 948 ℳ vom 30. August bis 1. Dezember?

Aufg. 15.

Berechne die summarischen Zinsen à $4^1/_3$ % von 2 930,45 ℳ vom 24. Juni bis 2. Oktober, 7 358,50 ℳ vom 22. Januar bis 19. Mai, 495,45 ℳ vom 31. Dezember bis 15. März, 1 948,65 ℳ vom 17. Januar bis 1. Mai, 689,75 ℳ vom 14. November bis 13. Januar a. f.?

3. Berechnung des Zinsfußes.

Kopfrechnen.

Beispiel: 350 ℳ bringen in 2 Jahren 28 ℳ Zinsen. Zu wieviel Prozent sind sie ausgeliehen?

Es ist zu berechnen, wieviel Zinsen 100 ℳ in 1 Jahr bringen.

In 2 Jahren betragen die Zinsen 28 ℳ, in 1 Jahre also 14 ℳ. Bringen 350 ℳ in 1 Jahre 14 ℳ Zinsen, so bringen 50 ℳ den 7. Teil = 2 ℳ und 100 ℳ bringen in 1 Jahre 2 × 2 = 4 ℳ.

Das Kapital ist demnach zu 4 % ausgeliehen.

Aufg. 16.

Zu welchem Zinsfuß bringen

a)	600 ℳ	in	3 Jahren	90,— ℳ	?
b)	700 „	„	5 „	105,— „	?
c)	850 „	„	2 „	68,— „	?
d)	330 „	„	4 „	39,60 „	?
e)	1 250 „	„	$^1/_2$ „	31,25 „	?
f)	750 „	„	3 Mon.	11,25 „	?

Schriftliches Rechnen.

Beispiel: Zu welchem Zinsfuß sind 4 380 ℳ ausgeliehen, wenn sie in 4 Jahren 992,80 ℳ Zinsen bringen?

4 380 ℳ bringen in 4 Jahren 992,80 ℳ
100 „ „ „ 1 Jahre ? „

$$\frac{992{,}80 \cdot 100}{4\,380 \cdot 4} = 5^{292}/_{438} = 5^2/_3\ \%$$

Setzen wir für die Zahlen die Buchstaben Zs (Zinsen) K (Kapital) und Zt (Zeit) ein, so erhalten wir die Formel

$$p\ (\text{Zinsfuß}) = \frac{100 \cdot Zs}{K \cdot Zt}$$

Ist die Zeit nach Monaten oder Tagen angegeben, so muß die Formel mit 12 bezw. 360 multipliziert werden.

$$p = \frac{100 \cdot Zs\ (\cdot\ 12 \text{ bezw. } 360)}{K \cdot Zt}$$

Aufg. 17.

Zu welchem Zinsfuß bringen

a)	436 ℳ	in	$3^1/_2$ Jahren	61,04 ℳ	Zinsen?
b)	849 „	„	6 „	254,70 „	„ ?
c)	575 „	„	$4^1/_2$ „	103,51 „	„ ?
d)	1 140 „	„	9 Mon.	34,20 „	„ ?
e)	4 770 „	„	2 Jhr. 4 Mon.	371,— „	„ ?
f)	624 „	„	5 Mon.	9,75 „	„ ?

4. Berechnung des Kapitals.

Kopfrechnen.

Beispiel: Welches Kapital bringt à 4 % in 3 Jahren 150 ℳ Zinsen?

Wäre das Kapital = 100 ℳ, so würden die Zinsen in 3 Jahren à 4 % 12 ℳ betragen. Das Kapital bringt aber 150 ℳ, d. i. $12^1/_2 \times 12$ ℳ, folglich muß es auch $12^1/_2 \times 100$ ℳ sein = **1250 ℳ.**

Aufg. 18.

Wie groß ist das Kapital, das

a)	in 2 Jahren	zu 5 %	80,— ℳ	Zinsen bringt?	
b)	„ 3 „	„ 4 %	102,—	„ „ „	?
c)	„ 5 „	„ 3 %	97,50	„ „ „	?
d)	„ 6 Mon.	„ 6 %	33,—	„ „ „	?
e)	„ 9 „	„ 4 %	72,—	„ „ „	?
f)	„ 8 „	„ 3 %	45,—	„ „ „	?
g)	„ 10 „	„ 6 %	24,—	„ „ „	?

Schriftliches Rechnen.

Beispiel: Welches Kapital bringt in $2^1/_2$ Jahren à $3^1/_2$ % 482,50 ℳ Zinsen?

Bei $3^1/_3$ ℳ Zinsen in 1 Jahr ist das Kapital = 100 ℳ
„ 482,50 „ „ „ $2^1/_2$ Jhr. „ „ „ = ?

Zu beachten ist nun, daß K und Zt im umgekehrten Verhältnis stehen, also je mehr Zt, desto kleiner K (wenn es dieselben Zinsen bringen soll) und umgekehrt.

$$\frac{100 \cdot 3 \cdot \overset{96,50}{\cancel{482,50}} \cdot 2}{10 \cdot \cancel{5}} = 5\,790 \text{ ℳ}$$

$$\text{Formel: } K = \frac{100 \cdot Zs\ (\cdot 12 \text{ bezw. } 360)}{p \cdot Zt}$$

Aufg. 19.

Welches Kapital bringt:

a)	in 3 Jahren	à 4 %	714,— ℳ	Zinsen?	
b)	„ 2 „	„ 5 %	734,—	„ „	?
c)	„ 4 „	„ $3^1/_2$ %	760,20	„ „	?
d)	„ 9 Mon.	„ $5^1/_2$ %	294,03	„ „	?
e)	„ 5 „	„ $2^2/_3$ %	102,—	„ „	?

5. Berechnung der Zeit.

Kopfrechnen.

Beispiel: In welcher Zeit bringen 450 ℳ à 5 % 56,25 ℳ Zinsen?

450 ℳ bringen à 5 % in 1 Jahre $4^1/_2 \times 5$ ℳ = 22,50 ℳ; da das Kapital im ganzen aber 56,25 ℳ Zinsen bringt, muß es soviel Jahre stehen, als die jährlichen Zinsen in den Gesamtzinsen enthalten sind. 22,50 ℳ in 56,25 ℳ = $2^1/_2 \times$.

Das Kapital steht also $2^1/_2$ Jahre.

Aufg. 20.

In welcher Zeit bringen

a)	700	ℳ à	$3^1/_2$ %	49,—	ℳ	Zinsen?
b)	1 200	„ „	$4^1/_2$ %	189,—	„	„ ?
c)	650	„ „	5 %	97,50	„	„ ?
d)	280	„ „	5 %	56,—	„	„ ?
e)	575	„ „	4 %	34,50	„	„ ?
f)	340	„ „	5 %	51,—	„	„ ?
g)	550	„ „	3 %	8,25	„	„ ?
h)	480	„ „	5 %	6,—	„	„ ?
i)	850	„ „	6 %	8,50	„	„ ?

Schriftliches Rechnen.

Beispiel: In welcher Zeit bringen 4 170 ℳ à $3^1/_3$ % 451,75 ℳ Zinsen?

100 ℳ bringen $3^1/_3$ ℳ Zinsen in 1 Jahr;
4 170 „ „ 451,75 „ „ „ ? „ ?

$$\frac{1 \cdot \cancel{100} \cdot \cancel{3} \cdot 451{,}75}{\underset{139}{\cancel{4170}} \cdot \cancel{10}} = 3{,}25 \text{ Jahre}$$

3 Jahre 3 Monate.

Gefragt ist nach der Zeit; mit der gegebenen Zeit, mit 1 Jahr, beginnen wir. So lange müssen 100 ℳ stehen, um 3,50 ℳ Zinsen zu bringen. 1 ℳ müßte 100 × 1 Jahr stehen um dieselben Zinsertrag zu geben, 4 170 ℳ brauchen nur den 4170. Teil. Sollen die Zinsen nicht $3^1/_3$ sondern nur $^1/_3$ ℳ, also den 10. Teil der Zinsen betragen, so braucht die Zeit auch nur gleich dem 10. Teil zu sein; bei 1 ℳ Zinsen ist aber 3 × und endlich bei 451,75 ℳ Zinsen 451,75 × soviel Zeit erforderlich.

$$\text{Formel: } Zt = \frac{100 \cdot Zs}{K \cdot p}$$

Soll die Zeit in Monaten oder Tagen angegeben werden, dann muß das Resultat mit 12 bezw. 360 multipliziert werden.

Aufg. 21.

In welcher Zeit bringen

a)	3480 ℳ	à	4 %	487,20 ℳ	Zinsen?
b)	940 „	„	$4^1/_2$ %	49,35 „	„ ?
c)	3 420 „	„	$3^1/_2$ %	99,75 „	„ ?
d)	1 560 „	„	$3^1/_3$ %	$208^2/_3$ „	„ ?
e)	5 416 „	„	$4^1/_2$ %	304,65 „	„ ?
f)	7 224 „	„	$5^1/_2$ %	1489,95 „	„ ?

Die Formeln für die Berechnung des Zinsfußes, des Kapitals und der Zeit lassen sich sehr leicht merken, da über dem Bruchstrich stets **100** . Zs, unter ihm die übrigen gegebenen Stücke stehen. Ist die Zeit durch Monate oder Tage ausgedrückt, wird über den Bruchstrich noch die entsprechende Reduktionszahl (360 bezw. 12) gesetzt.

6. Berechnung der Zinseszinsen.

Zinseszinsen sind im Privatverkehr verboten, sie kommen aber bei den Berechnungen der Sparkassen, der Versicherungsgesellschaften und auch in den Zinskontokorrenten vor, da hier der Saldo des letzten Kontokorrents auf neue Rechnung zinstragend überschrieben wird.

Das Wesen der Zinseszinsen wurde bereits in der Einleitung zur Zinsrechnung gekennzeichnet. Meist handelt es sich um die Frage, wie hoch ein Kapital mit den Zinseszinsen in einer bestimmten Zeit anwächst.

Zu ihrer Lösung stellt man die Höhe des um die Zinseszinsen vermehrten Wertes entweder von Jahr zu Jahr staffelartig fest, oder man bedient sich der Zinseszinstabellen.

Beispiel: Auf welchen Wert wächst eine Sparkasseneinlage von 500 ℳ bei 3 % Verzinsung in 6 Jahren an?

1. Lösung (staffelartig).

Einlagekapital	ℳ 500,—
Jahreszinsen à 3 % von 500 ℳ	„ 15,—
Kapital am Ende des 1. Jahres. . . .	ℳ 515,—
Jahreszinsen à 3 % von 515 ℳ	„ 15,45
Kapital am Ende des 2. Jahres . . .	ℳ 530,45
Jahreszinsen à 3 % von 530,45 ℳ	„ 15,90
Kapital am Ende des 3. Jahres . . .	ℳ 546,35
Jahreszinsen à 3 % von 546,35 ℳ	„ 16,38
Kapital am Ende des 4. Jahres. . . .	ℳ 562,73
Jahreszinsen à 3 % von 562,73 ℳ	„ 16,89
Kapital am Ende des 5. Jahres . . .	ℳ **579,62**

2. Lösung (nach der Tabelle).

1 ℳ wächst in 5 Jahren à 3 % auf 1,1592 ℳ
500 ℳ wachsen daher auf 500 × 1,1592 = **579,60** ℳ

Die Differenz von 2 ₰ ist ohne Belang.

Aufg. 22.

Auf welchen Betrag wachsen durch Hinzufügen der Zinseszinsen

a)	700 ℳ	à 4 %	in	6 Jahren	?
b)	1 500 „	„ 5 %	„	10 „	?
c)	200 „	„ $3^1/_2$ %	„	8 „	?
d)	800 „	„ 3 %	„	16 „	?
e)	3 000 „	„ $4^1/_2$ %	„	30 „	?

Aufg. 23.

Eine Stadt hat 35 000 Einwohner. Sie ist bisher in jedem Jahre um 5 % in der Einwohnerzahl gewachsen.
Wieviel wird sie nach 12 Jahern unter der gleichen Voraussetzung zählen?

Aufg. 24.

Wie groß ist eine Spareinlage von 3 648 ℳ à 3 % Zinseszinsen nach $7^1/_4$ Jahren? (Die Zinsen vom letzten Vierteljahr werden besonders berechnet.)

Zinseszinstabelle.

Jahre	$1^1/_2$ %	2 %	$2^1/_2$ %	3 %	$3^1/_2$ %	4 %	$4^1/_2$ %	5 %
1	1,015	1,02	1,025	1,03	1,035	1,04	1,045	1,05
2	1,0302	1,0404	1,0506	1,0609	1,0712	1,0816	1,0920	1,1025
3	1,0457	1,0612	1,0769	1,0927	1,1087	1,1249	1,1412	1,1576
4	1,0614	1,0824	1,1038	1,1255	1,1475	1,1699	1,1925	1,2155
5	1,0773	1,1041	1,1314	1,1593	1,1877	1,2167	1,2462	1,2763
6	1,0934	1,1262	1,1597	1,1941	1,2293	1,2653	1,3023	1,3401
7	1,1098	1,1487	1,1887	1,2299	1,2723	1,3159	1,3609	1,4071
8	1,1265	1,1717	1,2184	1,2668	1,3168	1,3686	1,4221	1,4775
9	1,1434	1,1951	1,2489	1,3048	1,3629	1,4233	1,4861	1,5513
10	1,1605	1,2190	1,2801	1,3439	1,4106	1,4802	1,5520	1,6289
11	1,1779	1,2434	1,3121	1,3842	1,4600	1,5395	1,6229	1,7103
12	1,1956	1,2682	1,3449	1,4258	1,5111	1,6010	1,6959	1,7959
13	1,2136	1,2936	1,3785	1,4685	1,5640	1,6651	1,7722	1,8856
14	1,2318	1,3195	1,4120	1,5126	1,6187	1,7317	1,8519	1,9799
15	1,2502	1,3459	1,4483	1,5580	1,6753	1,8009	1,9353	2,0789
16	1,2690	1,3728	1,4845	1,6047	1,7340	1,8730	2,0224	2,1829
17	1,2880	1,4002	1,5216	1,6528	1,7947	1,9479	2,1134	2,2920
18	1,3073	1,4282	1,5597	1,7024	1,8575	2,0258	2,2085	2,4066
19	1,3270	1,4568	1,5987	1,7535	1,9225	2,1068	2,3079	2,5270
20	1,3469	1,4859	1,6387	1,8061	1,9898	2,1911	2,4117	2,6533
21	1,3671	1,5157	1,6796	1,8603	2,0594	2,2788	2,5202	3,7857
22	1,3876	1,5460	1,7216	1,9161	2,1315	2,3699	2,6337	3,9253
23	1,4084	1,5769	1,7646	1,9736	2,2061	2,4647	2,7522	3,0715
24	1,4295	1,6084	1,8087	2,0378	2,2833	2,5633	2,8760	3,2251
25	1,4509	1,6406	1,8539	2,0938	2,3632	2,6658	3,0054	3,3864
26	1,4227	1,6734	1,9003	2,1566	2,4460	2,7725	3,1407	3,5558
27	1,4948	1,7069	1,9478	2,2213	2,5316	2,8834	3,2820	3,7335
28	1,5172	1,7410	1,9965	2,2879	2,6202	2,9987	3,4297	3,9201
29	1,5400	1,7758	2,0464	2,3566	2,7119	3,1187	3,5840	4,1161
30	1,5631	1,8114	2,0976	2,4273	2,8068	3,2434	3,7453	4,3219

III. Das Rechnen im Bankfach.

A. Die Diskontrechnung.

1. Allgemeines.

Diskont auf und von 100.

Unter Diskont versteht man gewöhnlich einen Abzug, der bei sofortiger Barzahlung von einem erst später fällig werdenden Kapital gemacht wird.

A hat an B nach 3 Monaten 5 000 ℳ zu entrichten. Er will sich dieser Verpflichtung aber sofort entledigen. Es ist klar, daß er nicht die volle Summe zahlen wird, weil er doch das Kapital noch 3 Monate verwerten, es z. B. zinstragend anlegen könnte. Er wird also nur eine Summe zahlen, die mit den Zinsen in 3 Monaten auf 5 000 ℳ anwächst. Diesen Abzug zu ermitteln ist die Aufgabe der Diskontrechnung.

Der Wert, um welchen das Kapital verringert wird, ist der gegenwärtige oder der diskontierte Wert. Die vertragsmäßig erst später zu zahlende Summe heißt Nennwert. — Oft bezeichnet man mit dem Ausdruck Diskont auch den Prozentsatz, der der Diskontrechnung zugrunde gelegt wird.

Angenommen, der Diskontsatz sei 4 %, die Barzahlung 100 ℳ, so würde diese Summe nach 3 Monaten auf 101 ℳ anwachsen. Den Nennwert 5000 ℳ können wir demnach nicht zu der reinen Zahl 100, sondern müssen ihn zu der um die Zinsen für die Diskontzeit vermehrten Zahl 100, also zu 101 in Beziehung setzen.

Für die Berechnung des Diskonts machen wir von dem Kettensatz Gebrauch.

? ℳ Diskont	für 5 000 ℳ,
wenn für 101 ℳ	1 ℳ Diskont zu rechnen sind.

= 49,50 ℳ.

Die Barzahlung beträgt demnach 5 000 — 49,50 = 4 950,50 *M*.

Probe: Die Barzahlung müßte in 3 Monaten soviel Zinsen ergeben, wie der Diskont beträgt, so daß Barzahlung und Diskont wieder gleich Nennwert werden. Dies ist tatsächlich der Fall; denn 4 950,50 *M* bringen in 3 Monaten à 4 % 49,50 *M* Zinsen (eigentlich 49,51 *M*; der Fehler von 0,01 *M* ist durch die Anwendung der Abkürzungsregel entstanden).

Man nennt den auf diese Weise ermittelten Diskont den Diskont auf 100. Kommt es auf ein peinlich genaues Resultat an, oder handelt es sich um große Kapitalien oder lange Diskontzeiten, so muß man immer den Diskont auf 100 berechnen.

Im kaufmännischen Verkehr rechnet man aber fast immer den Diskont von 100, da bei kürzeren Diskontzeiten der Fehler ohne Belang ist. Die Diskontrechnung ist somit hier die reine Zinsrechnung, und wenn wir das Jahr zu 360 Tagen annehmen, sind wir auch bei der Diskontrechnung in der Lage, Zinsdivisoren zu verwenden.

Unsere Aufgabe wird also so gerechnet:

$$\text{Zz} = \frac{5000 \cdot 90}{100} = 4500$$

$$\text{Zd} = 90$$

$$\text{Diskont} = 4500 : 90 = 50 \ M$$

$$\text{Barzahlung} = 5000 - 50 = 4\,950 \ M$$

2. Berechnung des Barwertes noch nicht fälliger Wechsel.

Die Diskontrechnung beschränkt sich fast ausschließlich auf die Berechnung beim Verkauf von Wechseln. (Über Wesen und Arten der Wechsel verweisen wir auf den in dieser Sammlung erschienenen Band: Geld-, Bank- und Börsenkunde.)

Beispiel: Ein Wechsel auf Berlin über 1 800 *M*, fällig am 10. Juli 1907, soll am 5. Juni diskontiert werden. Wie wird der Wechsel bewertet? (Diskont $3^1/_2$ %).

Vom 5. Juni bis 10. Juli = 35 Tage,

M 1 800,— per 10. Juli

⁒ „ 6,13 Diskont = 35/$3^1/_2$ %

M 1 793,87 Valuta per 5. Juni.

Aufg. 1.

Ein Wechsel auf Breslau über 1 315,60 ℳ, fällig am 15. Januar a. f., wird am 13. Dezember à 5 % diskontiert. Wie groß ist der Ertrag?

Aufg. 2.

Welchen Ertrag liefert ein am 3. August fälliger Wechsel auf Königsberg i. Pr. über 839,75 ℳ, der am 5. Juli à $3^1/_2$ % diskontiert wird?

Aufg. 3.

Wieviel wird für einen Wechsel auf Köln über 2 346,40 ℳ am 4. Mai bezahlt, der am 10. Juli fällig ist? (Diskont $4^1/_2$ %).

Werden mehrere Wechsel zu gleicher Zeit diskontiert, so tritt das vereinfachte Verfahren ein, das wir bereits in der Zinsrechnung bei der Ermittelung der Gesamtzinsen von Kapitalien mit gleichem Zinsfuß kennen gelernt haben.

Man ordnet die Wechsel nach ihrer Verfallzeit, nennt bei der Aufzählung erst den Zahlungsort der Wechsel, darauf die Wechselsumme und dahinter den Fälligkeitstag; dann berechnet man die Diskontzeit und ermittelt die Diskontzahlen (#). Die Summe der Diskontzahlen wird durch den Zinsdivisor für den Diskontsatz, zu welchem die Wechsel diskontiert wurden, dividiert; man erhält auf diese Weise den Diskont, um welchen die Summe des Nennwertes aller Wechsel zu kürzen ist. Die so ermittelte Zahl gibt den Wert (die Valuta) an, welchen die Wechsel am Diskontierungstage haben.

Beispiel: Berlin, den 16. April 1907.

Für Ihre Rechnung sind heute à $4^1/_2$ % diskontiert:

					Tage	#
auf Brandenburg (Havel) .	ℳ	385,75	per	28. April	12	46
Aachen	„	1 481,20	„	30. „	14	207
Danzig	„	957,50	„	5. Mai	19	182
Hildesheim	„	1 560,—	„	11. „	25	390
Berlin	„	745,50	„	2. Juni	46	343
	„	5 129,95				1 168
	⁒ „	14,60	Diskont à $4^1/_2$ %			
	ℳ	5 115,35	Valuta per 16. April 1907.			

Berechne den Ertrag folgender Diskonten:

(Die Bankplätze sind hier nicht genannt, da sie für die Berechnung nicht erforderlich sind).

Aufg. 4.

Diskontiert am 12. Mai à 4 % : ℳ 516,30 per 10. Juni, ℳ 857,35 per 12. Juni, ℳ 2 581,75 per 19. Juni, ℳ 1 289,50 per 3. Juli, ℳ 948,20 per 8. Juli.

Aufg. 5.

Diskontiert am 28. Januar à $3^1/_2$ % : ℳ 2 965,— per 15. Februar, ℳ 649,45 per 20. Februar, ℳ 1 410,90 per 28. Februar, ℳ 875,60 per 1. März, ℳ 567,25 per 15. März.

Aufg. 6.

Diskontiert am 25. August à $4^3/_4$ % : ℳ 749,50 per 11. September, ℳ 913,65 per 16. September, ℳ 2 056,80 per 20. September, ℳ 1 574,80 per 2. Oktober, ℳ 873,50 per 5. Oktober.

Aufg. 7.

Diskontiert am 17. Dezember à 5 % : ℳ 653,90 per 31. Dezember, ℳ 1 240,85 per 5. Januar a. f., ℳ 1 455,10 per 12. Januar a. f., ℳ 9 000,— per 25. Januar a. f., ℳ 4 500,— per 31. Januar a. f.

3. Verkauf von Wechseln bei der Reichsbank.

Nach den allgemeinen Grundsätzen über den Geschäftsverkehr mit der Reichsbank kann jeder ordentliche Geschäftsmann nach festgesetzten Bestimmungen mit dieser Anstalt in Geschäftsverkehr treten. Er hat zuvor der Bankanstalt, in deren Bezirk er seinen Wohnsitz hat, die erforderlichen Mitteilungen über seine Vermögenslage zu machen und, wenn seine Firma in das Handelsregister eingetragen ist, einen beglaubigten Auszug aus demselben zu überreichen.

Bei der Diskontierung von Wechseln ist der Verkäufer an die „Allgemeinen Bestimmungen über den Geschäftsverkehr mit der Reichsbank" gebunden. Wir lassen diese daher, soweit sie den Ankauf von Wechseln auf das Inland betreffen, hier folgen:

1. Erfordernisse der Wechsel: Die Wechsel müssen der Wechselordnung, bezw. den an dem ausländischen Ausstellungsorte geltenden wechselrechtlichen Bestimmungen entsprechen, eine Laufzeit von höchstens 3 Monaten haben und die Unterschriften von in der Regel 3, mindestens aber 2 als zahlungsfähig bekannten Personen oder Firmen tragen; sie sind an die Bankanstalt des Zahlungsortes zu girieren.

Wechsel, welche am Sitz der ankaufenden Bankanstalt zahlbar sind, und alle domizilierten Wechsel, welche noch länger als 8 Tage zu laufen haben, müssen vor dem Ankaufe mit Annahmevermerk versehen sein. Von letzterem wird bei Domizilwechseln abgesehen, wenn der Bezogene an einem Bankplatze wohnt.

Wechsel, welche die Einschränkung „oder Wert" enthalten oder auf einen anderen als den im Wechsel angegebenen Verfalltag akzeptiert sind oder Rasuren oder Korrekturen enthalten, werden von der Reichsbank nicht angekauft.

Bei Wechseln mit offenem Giro muß jedenfalls das Indossament an den Verkäufer und dasjenige der letzteren an die Bank ausgefüllt sein. Allongen müssen stets eine vollständige Bezeichnung des Wechsels enthalten.

Die Wechsel sind mit den Fälligkeitstagen zu überschreiben und mit einer Rechnung (nach Ziffer 2) einzureichen und übereinstimmend mit derselben zu ordnen.

2. Erfordernisse der Rechnung: Besondere Rechnungen müssen ausgestellt werden:

a) für Platzwechsel (zahlbar am Sitze der ankaufenden oder einer ihr untergeordneten Bankanstalt);

b) für Versandwechsel (zahlbar an anderen deutschen Bankanstalten).

Außerdem sind bei Diskontierungen in der Zeit vom 1. Oktober bis 31. Dezember jeden Jahres die Wechsel, welche noch im alten Jahre verfallen, und diejenigen, welche im neuen Jahre fällig werden, voneinander zu trennen und auf besonderen Noten einzureichen.

Auf der Rechnung sind die Wechsel nach den Bankanstalten oder nach den Verfalltagen geordnet, nach Betrag, Verfalltag, Bezogenem und Zahlungsort einzeln zu verzeichnen und die in Abzug kommenden Zinsen auszurechnen; bei Domizilwechseln ist der Name und Wohnort des Akzeptanten und des Domiziliaten anzuführen.

Bei der Zinsberechnung wird jeder Monat zu 30 Tagen angenommen; indessen wird der Monat Februar bei solchen Wechseln, welche am letzten Februar fällig sind, nur zu 28 bezw. 29 Tagen gerechnet. Der Tag des Ankaufs wird nicht mitgezählt.

Mithin sind zu berechnen bei Wechseln,

am 15.	Februar	angekauft,	per	5. März	20	Tage,
„ 15.	„	„	, „	28. Februar	13	„ ,
„ 15.	„	„	, „	29. „	14	„ ,
„ 28.	„	„	, „	5. März	7	„ .

An Zinsen sind mindestens zu berechnen:

a) 4 Tage auf Wechsel, welche am Ankaufsorte zahlbar sind;

b) 5 Tage auf solche nicht am Ankaufsorte zahlbaren Wechsel, welche in Stücken von 10 000 ℳ oder mehr, oder bei Posten von mindestens 20 000 ℳ in Stücken von nicht unter 5 000 ℳ eingereicht werden;

c) 10 Tage für alle übrigen Wechsel.

Für jeden einzelnen Wechsel im Betrage von 100 ℳ und weniger werden jedoch mindestens 30 ₰, für jeden Wechsel über mehr als 100 ℳ mindestens 50 ₰ erhoben.

Die Berechnung der Zinsen ist durch Zinszahlen zu bewirken. Bei den einzelnen Wechseln müssen diese Zinszahlen mindestens ergeben

	für 30 ₰		für 50 ₰
bei 3 %	36,00 No.,		60,00 No.
$3^1/_2$ „	30,86 „	*)	51,43 „
4 „	27,00 „		45,00 „
$4^1/_2$ „	24,00 „	*)	40,00 „
5 „	21,60 „		36,00 „
$5^1/_2$ „	19,64 „	*)	32,73 „
6 „	18,00 „		30,00 „
$6^1/_2$ „	16,62 „	*)	27,69 „

Die Wechselrechnungen sind von dem Verkäufer bezw. dessen Prokuristen oder Bevollmächtigten eigenhändig zu quittieren.

B a n k p l ä t z e: Die deutsche Reichsbank hat im ganzen Reiche Zweiganstalten errichtet, die nach ihrer Bedeutung Reichsbankhauptstellen, Reichsbankstellen, Reichsbanknebenstellen und Warendepots sind. Die Ausgabe Nr. 44 der Reichsbankbestimmungen weist außer dem Reichsbankdirektorium Berlin 19 Reichsbankhauptstellen, 72 Reichsbankstellen, 365 Reichsbanknebenstellen und 13 Warendepots auf.**)

Die in diesem Verzeichnis in gewöhnlicher Schrift aufgeführten Orte, mit Ausnahme der durch ein Kreuz (†) bezeichneten, sind B a n k p l ä t z e.

An Bankplätzen und auf solche werden Wechsel aufgekauft. Auch

---

*) Anmerkung: Der Zinsdivisor für $3^1/_2$ % ist $^{360}/_{3,5} = 360 \cdot {}^2/_7$, d. h. die Summe der Zinszahlen wird mit 7 multipliziert und das Produkt durch 720 dividiert.

**) Das Verzeichnis der Bankplätze befindet sich in dem Bande „G e l d -, B a n k - u n d B ö r s e n k u n d e“.

auf die in dem Verzeichnis aufgeführten, in kleinerer Schrift gedruckten Orte (Wechselplätze) werden Wechsel angekauft. Solche sind an die unmittelbar vorhergenannte Bankanstalt zu girieren.

Wechsel, welche an den mit einem Kreuz bezeichneten Orten zahlbar sind, werden von der Reichsbank nicht angekauft. Die an diesen Orten befindlichen Bankanstalten (Nebenstellen und Warendepots) sind nicht mit Kasseneinrichtung versehen. Ihre Tätigkeit beschränkt sich nur auf die Vermittelung von Wechselankäufen und Lombardgeschäften.

Muster von Wechselrechnungen für die Reichsbank.

Den zu diskontierenden Wechseln sind vom Verkäufer selbst ausgefertigte Rechnungen beizugeben, und zwar sind bestimmte weiße Formulare für Platzwechsel, rosa Formulare für Versandwechsel zu verwenden.

I. Beispiel: Weißes Formular.

Berlin den 5. März 1907.

Wechsel auf Berlin, Charlottenburg, Potsdam, Rixdorf.

Rechnung von Emil Wendt & Co., Berlin

für die Reichshauptbank.

Wechselbetrag	Verfallzeit		Bezogene	Diskont à 4%		Empfangsbetrag
	Tag	Monat		Tage	Zinszahlen	
			auf Berlin			
M 95 50	12.	März	Ferdinand Kramer	7	27	
780 —	25.	"	L. Jacoby & Sohn	20	156	
110 —	26.	"	Emil Breuer	21	45	
1600 —	4.	April	Julius Altmann	29	464	
			auf Charlottenburg			
945 —	30.	März	Fritz Berger	25	236	
			auf Potsdam			
376 75	6.	Mai	Bruno Meyer	61	230	
M 3907 25					1158	
./. 12 87	Dis	kont à	4 %			M 3 894,38
M 3894 38					Betrag	erhalten
					Emil We	ndt & Co.

Der Wechsel per 12. März ist ein Wechsel unter 100 ℳ; für solche werden mindestens 30 ₰ Zinsen erhoben, folglich mußten 27 # eingesetzt werden. Für den 3. Wechsel über 100 ℳ sind mindestens 50 ₰ zu zahlen, daher sind 45 # notiert.

II. Beispiel: Rosa Formular.

Berlin, den 5. März 1907.

Wechsel auf auswärtige Bankstellen.

Rechnung von Emil Wendt & Co., Berlin

für die Reichshauptbank.

Wechsel-betrag	Verfallzeit Tag	Monat	Bezogene	Diskont à 4 % Tage	Zins-zahlen	Empfangs-betrag
			auf Königsberg i. P.			
ℳ 120 —	12.	März	Otto Haupt	10	45	
			auf Leipzig			
25000 —	8.	"	Kreditanstalt	5	1250	
			auf Breslau			
5000 —	8.	"	Breslauer Diskonto-			
			bank	5	250	
6000 —	8.	"	do.	5	300	
9000 —	9.	"	Breslauer Wechsler-			
			bank	5	450	
			auf Hamburg			
750 —	12.	April	G. Ermler	37	278	
ℳ 45870 —					2573	
⁒ 28 59	Dis	kont à	4 %			ℳ 45841,41
ℳ 45841 41					Betrag	erhalten
					Emil We	ndt & Co.

Der Wechsel No. 1 muß, da er auf eine Summe unter 20 000 ℳ lautet, mit mindestens 10 Tagen veranlagt werden; er würde aber auch dann nur 12 # ergeben. Da Wechsel über 100 ℳ aber mindestens 50 ₰ Zinsen einbringen müssen, sind 45 # eingesetzt.

Nr. 2 ist ein Wechsel von über 10 000 ℳ; hier werden also nicht 10, sondern nur 5 Tage angerechnet.

Nr. 3 bis 5 sind Wechsel im Gesamtbetrage von 20 000 ℳ, deren jeder einzeln nicht unter 5 000 ℳ Nennwert hat. Auch diese 3 Wechsel brauchen also nur mit 5 Tagen berechnet zu werden.

Nr. 6 ist nach der gewöhnlichen Zinsrechnungsart diskontiert.

Aufg. 1.

Ermittele den Erlös aus folgenden Werten:

Berlin, diskontiert am 3. Februar à 5 %

auf	Berlin	390,50 ℳ	fällig am	10. Februar,
„	„	483,75 „	„ „	28. „
„	„	1 560,— „	„ „	3. März
„	Potsdam	3 500,— „	„ „	2. „
„	Rixdorf	840,— „	„ „	8. April.

Aufg. 2.

Berlin, diskontiert am 25. Juli à 4 %

auf	Berlin	85,75 ℳ	fällig am	28. Juli,
„	„	150,— „	„ „	1. August,
„	„	970,— „	„ „	1. September,
„	Charlottenburg	1 000,— „	„ „	28. August.

Aufg. 3.

Berlin, diskontiert am 28. Februar à $4^1/_2$ %

auf	Kiel	ℳ 3 500	per	5. März,
„	Hamburg . .	„ 5 000	„	10. „
„	Mannheim .	„ 4 500	„	15. „

B. Die Terminrechnung.

1. Allgemeines.

Derjenige Tag, an welchem ein Betrag zu zahlen ist, heißt Zahlungstermin. Auf einem Konto können nun mehrere Beträge mit verschiedenen Zahlungsterminen stehen. Sollen diese Posten an einem Termin gezahlt werden, so muß ein Tag gesucht werden, der so liegt, daß weder Schuldner noch Gläubiger Zinsen verlieren. Diesen Tag zu finden ist Aufgabe der Terminrechnung.

Bei der Terminrechnung kommen zwei Fälle in Betracht:

1. Ein Posten soll in verschiedenen Quoten gezahlt werden (Restzahlungstermin),
2. mehrere Posten mit verschiedenen Zahlungsterminen sollen auf einmal beglichen werden (Mittlerer Zahlungstermin).

2. Restzahlungstermin.

1. Beispiel: A hat am 10. Februar 900 ℳ an B zu zahlen. Er zahlt aber schon am 10. Januar 400 ℳ und am 31. Januar 200 ℳ. Wie lange darf er den Rest behalten?

Wir setzen für die Lösung der Aufgabe einen Termin fest, von welchem aus wir unsere Berechnung beginnen. Man nennt diesen Tag die Epoche. Sie soll in unserm Beispiel auf den spätesten Zahlungstermin, den 10. Februar, gelegt sein.

A hat am 10. Januar 400 ℳ und am 31. Januar 200 ℳ gezahlt, trotzdem er dazu nicht verpflichtet war. Dadurch hat er ein Recht auf Zinszahlen erworben, diese betragen

im 1.	Falle	für	30	Tage	12 000 # *)
„ 2.	„	„	10	„	2 000 #
				zusammen	14 000 #

*) Wir rechnen hier mit ungekürzten Zinszahlen.

Er verzichtet auf die Zinsen daraus, will lieber dafür den Rest von 300 M so lange behalten, bis das Recht auf 14 000 # aufgebraucht ist.

Nun ist aber die Zinszahl ein Produkt aus Kapital mal Tage. Wird daher in das Produkt 14 000 der eine Faktor 300 dividiert, so sagt mir das Resultat $46^2/_3$, wieviel Tage A das Kapital nach dem 10. Februar behalten darf. ($46^2/_3$ Tage = 47 Tage.)

10. Februar + 47 Tage = 27. März.

Der Rest von 300 M ist also am 27. März zahlbar.

Kurze Darstellung:

$$\begin{array}{rl} & 900\ M \\ - \left\{ \begin{array}{l} 400\ " \\ 200\ " \end{array} \right. & \begin{array}{l} 30 \times 400 = 12\,000 \\ 10 \times 200 = 2\,000 \end{array} \\ \hline & 300\ M \qquad 14\,000 : 300 = 47 \text{ Tage.} \end{array}$$

Aufg. 1.

7 000 M sind am 3. Juli fällig. Es werden am 4. Juni 1 500 M und am 23. Juni 3 000 M gezahlt.
Wann ist der Rest zu bezahlen?

Aufg. 2.

A hat an B am 15. Dezember 2 400 M zu zahlen. Er zahlt aber schon am 1. November 1 100 M und am 23. November 750 M. Wann ist der Rest fällig?

Aufg. 3.

Auf eine Schuld von 13 500 M, die am 1. Juli beglichen werden soll, werden à conto am 14. Mai 4 300 M, am 25. Mai 2 100 M und am 9. Juni 3 250 M gezahlt.
An welchem Tage muß der Rest entrichtet werden?

3. Mittlerer Zahlungstermin.

2. Beispiel: A hat an B

am 1. Oktober 7 500 M,
„ 15. „ 3 400 „
„ 20. „ 2 000 „
„ 20. November 4 400 „ zu zahlen.

Er will die ganze Schuld auf einmal begleichen.
Wann muß das geschehen?

Die Epoche soll der 20. November sein.

Wenn sämtliche Posten an diesem Tage gezahlt würden, so würden alle bis auf den letzten zu spät ausgeglichen werden und zwar 49, bezw. 35, bezw. 30 Tage. A schuldet demnach an diesem Tage die Gesamtschuld von 17 300 ℳ und

$$\begin{aligned} 7\,500 \times 49 &= 367\,500 \ \#, \\ 3\,400 \times 35 &= 119\,000 \ \text{„ und} \\ 2\,000 \times 30 &= \underline{\ \ 60\,000 \ \text{„}} \\ \text{zusammen} & \ 546\,500 \ \#. \end{aligned}$$

B verzichtet auf die Zinsen daraus, will aber die 17 300 ℳ früher bezahlt bekommen. Die Tage finden wir wie im vorigen Beispiel wieder, indem wir die Summe der Zinszahlen (546 500) durch die Summe der Kapitalien (17 300) teilen.

$$546\,500 : 17\,300 = 31\,\frac{102}{173} = 32.$$

Das Gesamtkapital ist also 32 Tage vor dem 20. November, also am 18. Oktober fällig.

Berechne in folgenden Aufgaben den mittleren Zahlungstermin:

Aufg. 4.

3 450 ℳ per 3. Januar, 2 150 ℳ per 21. Januar, 275 ℳ per 18. Februar, 1 350 ℳ per 1. März.

Aufg. 5.

7 654 ℳ per 1. Oktober, 3 480 ℳ per 18. Oktober, 930 ℳ per 17. November, 1 500 ℳ per 30. November.

Aufg. 6.

4 890 ℳ per 4. August, 2 930 ℳ per 14. September, 5 400 ℳ per 5. Oktober, 948 ℳ per 1. Dezember, 1 619 ℳ per 20. Dezember.

Aufg. 7.

485,75 ℳ per 31. Januar, 781,25 ℳ per 15. Februar, 1 676,80 ℳ per 20. Februar, 1 220,25 ℳ per 9. April, 938,90 ℳ per 18. Juni.

C. Die Kontokorrentrechnung.

1. Einführung in die Kontokorrentrechnung.

Das Kontokorrent (italienisch Conto corrente) ist die laufende Rechnung, die der Kaufmann seinem Kunden in einem seiner Geschäftsbücher, dem Hauptbuche — auch Kontokorrentbuch genannt — macht. In die linke Seite, die Debetseite werden alle Leistungen, die er dem Kunden macht, eingetragen. In die rechte Seite, die Kreditseite, setzt man alle Leistungen des Kunden ein.

Jede Seite weist 6 Kolonnen auf, die Spalten für das Datum, den Text, den Verfall, die Zinstage, die Zinszahlen und die Beträge.

Im Bankgeschäft wird das Konto jedes Halbjahr abgeschlossen. Dabei werden beide Seiten summiert und die Differenz als Saldo zum Ausgleich auf die kleinere Seite gesetzt, sodaß beide Seiten also scheinbar gleich sind — sie balanzieren. Ist die Debetseite größer gewesen, so entsteht ein Debetsaldo, der also zum Ausgleich auf die Kreditseite gesetzt wird. Ein Kreditsaldo erscheint auf der Debetseite.

Nach dem Abschluß wird der Saldo auf neue Rechnung auf der entgegengesetzten Seite vorgetragen.

Die Abschrift dieses Kontos wird dem Geschäftsfreunde zur Anerkennung zugestellt. Man pflegt die Abschrift noch mit dem Ausdruck „Irrtum vorbehalten" oder den Buchstaben „S. E. e. O." (salvo errore et omissione = unbeschadet des Irrtums und der Auslassung) sowie mit dem Datum und der Unterschrift zu versehen; nach den geltenden gesetzlichen Bestimmungen ist dies indessen nicht unbedingt nötig.

Man hat nun Kontokorrente ohne Zinsen und Zinskontokorrente. Die ersteren kommen in kleineren Betrieben vor, die zweiten erfordern eine längere Betrachtung. Bei der Berechnung der Zinsen wird die Epoche (vgl. Terminrechnung) entweder auf den Abschlußtag oder auf den Eröffnungstag gelegt. Danach unterscheidet man eine progressive und eine retrograde Methode der Zinsberechnung. Eine dritte Art, die Zinsen zu berechnen, ist die, den Zins von einem Geschäftsvorfall bis zum andern festzustellen und zuletzt zu summieren; dies ist die sogenannte Staffelrechnung.

2. Die progressive Methode.

Beispiel Nr. 1 (Seite 208 u. 209).

Die Epoche ist der 31. Dezember.

Die Debetseite beginnt mit einem Saldo von 600 *M*, den Kuttner seit dem 30. Juni schuldet. Angenommen, die Kreditseite weist keine Beträge auf, dann schuldet K am 31. Dezember nicht allein die 600 *M*, sondern auch Zinszahlen für diesen Betrag vom 30. Juni bis 31. Dezember also für 180 Tage = 1080 #. Der 2. Posten müßte dann mit 87, der 3. mit 54 und der vierte mit 15 Tagen verzinst werden, so daß Kuttner außer den Beträgen 1080 + 609 + 486 + 150 = 2 325 Zinszahlen schuldet.

Bei der Betrachtung der Kreditseite nehmen wir an, daß Kuttner keine Posten auf der Debetseite hat, also nichts schuldet. — Er hat am 10. Juli 500 *M* gezahlt, die ihm natürlich bis 31. Dezember verzinst werden müssen und zwar mit 170 Tagen, wodurch 850 # entstehen. Aus demselben Grunde ist der zweite Posten für 51 Tage mit 612 Zinszahlen zu veranlagen. K hat also außer den Beträgen 850 + 612 = 1472 # gut.

Er schuldet wie oben 2325 #, er hat gut 1462 #, folglich hat er noch die Zinsen aus 2325 — 1462 = 863 # zu entrichten. Damit die Zinszahlenspalte balanziert, werden die 863 # unter der Bezeichnung Zahlensaldo in die Kreditseite gesetzt, die Zinsen à 5 % = 11,99 *M* werden aber in die Betragskolonne der Debetseite eingetragen.

Nun erst wird der Betragssaldo ermittelt und das Kontokorrent wie im Beispiel abgeschlossen.

Diese Art der Zinsberechnung heißt progressive Methode, weil man bei der Bestimmung der Zinstage von der Epoche vorwärtsschreitet (Progreß = Fortschritt).

Bei der progressiven Methode ist also zu merken, daß Zahlensaldo und Zinsen auf verschiedenen Seiten stehen.

Arbeiten bei der progressiven Methode:

1. Zinstage auf beiden Seiten berechnen,
2. Zinszahlen auf beiden Seiten berechnen,
3. Zahlensaldo ermitteln und in die Zahlenkolonne der kleineren Seite einsetzen,
4. Zinsen aus dem Zahlensaldo in die Betragskolonne der entgegengesetzten Seite eintragen,
5. Betragssaldo suchen und in die Betragskolonne der kleineren Seite setzen,
6. abschließen,
7. Saldo vortragen (entgegengesetzte Seite).

3. Die progressive Methode mit roten Zahlen.

Sehr oft werden Beträge ins Kontokorrent eingesetzt, die erst nach dem Abschlußtage fällig werden. So ist im 2. Beispiel am 15. Oktober ein Posten Ware eingetragen, der mit 3 Monaten Ziel gekauft ist, dessen Betrag also erst am 15. Januar fällig wird. Ferner ist am 20. Dezember auf Kuttner 3 Monate a dato gezogen worden. Der Betrag dafür wurde dem K. kreditiert, aber am 20. März ist das Papier erst fällig.

Sollen solche Posten in die Zinsberechnung mit hineingenommen werden, so sind sie anders zu behandeln.

Muster für ein solches Kontokorrent ist das Beispiel Nr. 2.

Der 1., 2. und 5. Posten der Debetseite bedarf keiner weiteren Erklärung. Der 3. Posten verfällt am 15. Januar. Wird er bereits am 31. Dezember mitverrechnet, so geschieht das 15 Tage zu früh. Für diese Zeit sind also dem Kuttner Zinsen zu vergüten. Die 105 # gehören daher ihrer Bedeutung nach ins Kredit. Wir tragen sie aber der Übersicht wegen ins Debet ein; weil sie indessen entgegengesetzte Bedeutung haben, werden Tage und Zinszahlen rot geschrieben. Der 4. Posten, fällig am 10. Februar, ist ebenso zu behandeln.

Der 3. Posten im Kredit hat seinen vollen Wert erst am 20. März. Wenn er schon am 31. Dezember mit 900 *M* angerechnet würde, so geschieht dies zum Schaden des Kontoführers. Daher muß Kuttner mit den Zinsen aus 900 *M* für die Zeit vom 31. Dezember bis 20. März, also für 80 Tage, belastet werden. Die 720 Zinszahlen gehören also ins Debet und werden im Kredit als Debetzinszahlen rot geschrieben.

Rote Zahlen im Debet haben also Kreditbedeutung, rote Zahlen im Kredit haben Debetbedeutung.

Bevor wir an die Berechnung des Zinszahlensaldos gehen, müssen die roten Zinszahlen erst geregelt werden. Es könnte das dadurch geschehen, daß man die roten Zahlen aus dem Debet schwarz in die Kreditzahlenkolonne und die roten Zahlen aus dem Kredit schwarz in die Debetzahlenspalte einsetzt. Man erreicht aber denselben Effekt, wenn man die Differenz sucht und diese schwarz auf die kleinere Seite bringt. In unserem Beispiel sind 105 + 400 = 505 rote Zahlen im Debet, 720 rote Zahlen im Kredit. Im Kredit sind also 215 rote Zahlen mehr, die demnach ins Debet gehören und auch dort schwarz unter der Bezeichnung Saldo der roten Zahlen eingesetzt sind.

Nun erst wird der eigentliche Zahlensaldo gesucht, wobei natürlich die roten Zahlen nicht mitzurechnen sind.

Die weiteren Arbeiten sind dieselben wie im vorigen Beispiel.

4. Die retrograde Methode.

Bei der retrograden Methode (Beispiel Nr. 3) wird die Epoche auf den Eröffnungstermin, hier also auf den 30. Juni gelegt. Im Gegensatz zur progressiven Methode schreiten wir bei der Berechnung der Zinstage von dem Verfalltage zur Epoche zurück; daher die Bezeichnung retrograde Methode (retrograd = zurückschreitend).

An diesem Tage sollen theoretisch alle Verpflichtungen ausgeglichen sein, wenigstens werden alle auf dieses Datum zurückgeführt.

Der Saldo von 1367,15 ℳ ist an demselben Tage fällig, an welchem er verrechnet wird, Epoche und Verfalltag treffen zusammen, Zinszahlen sind also nicht zu berechnen.

Der 2. Posten von 439,50 ℳ ist am 3. November fällig. Wenn er schon am 30. Juni verrechnet wird, so geschieht das 123 Tage zu früh. Dafür müssen dem Kunden Zinsen vergütet werden. 439,50 ℳ und 123 Tage ergeben 541 #. Diese Zinszahl gehört ihrer Bedeutung nach ins Kredit; sie wird aber als retrograde Zahl neben den Posten 439,50 ℳ ins Debet gestellt.

Alle andern Posten im Debet sind ebenso zu behandeln.

Wir haben also zu merken: Retrograde Zahlen im Debet haben Kreditbedeutung.

Der 1. Posten im Kredit ist ein Wechsel, der erst am 7. August fällig wird. Wenn wir diese Summe bereits am 30. Juni verrechnen, so ist der Kontoführer im Schaden. Er erleidet einen Zinsverlust für 1250 *M* auf 37 Tage = 463 #. Er macht sich dadurch schadlos, daß er den Kuttner mit 463 # belastet. Wir setzen diese Zinszahl zwar neben die Betragsziffer 1250 *M*, sie gehört aber ihrer Bedeutung nach ins Debet. Die zinsliche Veranlagung der andern Posten im Kredit ist dieselbe.

Retrograde Zahlen im Kredit haben also Debetbedeutung.

Wir haben bis jetzt nur die einzelnen Posten per 30. Juni verrechnet; es ist nur untersucht, welcher Zinseffekt, in Zinszahlen ausgedrückt, sich bei der Abrechnung ergeben würde. Es bleibt noch festzustellen, welche Summe Kuttner an diesem Abrechnungstage aus den Beträgen dem Kontoführer schuldet oder von ihm zu fordern hat. Diese Summe nennt man, da sie ohne Rücksicht auf etwaige Zinsen berechnet wird, Rohsaldo.

Alle Beträge sind zurückgerechnet per 30. Juni.

Kuttner schuldet per 30. Juni laut Debetseite	7 537,36 *M*,
er hat gut „ 30. „ „ Kreditseite	4 650,— „
der Rohsaldo ist also	2 887,36 *M*,

und zwar ist es ein Debetsaldo. Da aber der Wert nicht am 30. Juni sondern erst am 31. Dezember verlangt werden kann, müssen von Kuttner noch Zinsen vom 30. Juni bis 31. Dezember, also für 180 Tage, geleistet werden. Diese Zinszahl von 2 887,36 *M* für 180 Tage = 5197 # soll im Debet wirken. Weil wir mit retrograden Zahlen rechnen, müssen sie also in die Kreditseite eingetragen werden. Der Rohsaldo wird in der Textkolonne ebenfalls in der Kreditseite nur vorgemerkt.

Kuttner schuldet nun die Zinszahlen auf der Kreditseite	= 11 059 #
er hat gut die Zinszahlen auf der Debetseite	= 7 424 #
er schuldet demnach noch einen Zinssaldo von	3 635 #

Wir setzen diesen Saldo auf die kleinere Seite ins Debet, wodurch nun beide Zinszahlenspalten balanzieren.

Die Zinsen aus 3635 ℳ à $4^{1}/_{2}$ % werden mit 45,40 in die Debet-Betragskolonne gebracht. Bei der retrograden Methode stehen also Zahlensaldo und Zinsen auf derselben Seite.

Nun erst stellen wir in der bekannten Weise den Gesamtbetragssaldo fest und schließen das Kontokorrent ab.

Arbeiten bei der retrograden Methode:

1. Zinstage (retrograde) und Zinszahlen berechnen;
2. Rohsaldo aufsuchen und in der Textkolonne der kleineren Seite vornotieren; Zinszahl in die Zahlenspalte derselben Seite;
3. Zahlensaldo ermitteln; die Zinszahl aus dem Rohsaldo nicht vergessen; Zahlensaldo in die Zahlenspalte der kleineren Seite;
4. Zinsen aus dem Zahlensaldo in die Betragskolonne derselben Seite;
5. Betragssaldo auf die kleinere Seite bringen und abschließen.

5. Das Kontokorrent mit wechselndem Zinsfuss.

Die Höhe des Prozentsatzes, nach dem die Beträge im Kontokorrent behandelt werden, hängt immer von dem Diskont ab, zu welchem die Reichsbank Wechsel diskontiert. Ist die Reichsbank gezwungen, den Diskont zu verändern, so müssen diesem Beispiel auch die andern Bankanstalten folgen. Es tritt dann also auch im Kontokorrent ein Wechsel des Zinsfußes ein.

Das Beispiel Nr. 4 zeigt ein solches Kontokorrent; es ist auch nach der retrograden Methode bearbeitet.

Die Berechnung der Tage und Zinszahlen geschieht wie gewöhnlich. Darauf sucht man auf beiden Seiten die Stelle, wo der Diskont wechselt, das ist im Debet nach dem 5., im Kredit nach dem 2. Posten. Man addiert Zinszahlen und Beträge der ersten Diskontperiode und notiert die Resultate darunter in kleinen Ziffern. Darauf stellt man die Endsummen der Beträge und Zinszahlen fest, die ebenfalls in kleinen Ziffern unter den letzten Zahlen vorgemerkt werden.

Nachdem diese Vorarbeiten erledigt sind, beginnt man mit der Berechnung der 1. Diskontperiode.

Im Debet sind 9 364,05 ℳ Beträge,

„ Kredit „ 6 140,— „ , der Rohsaldo der 1. Periode ist demnach . . . . 3 224,05 ℳ. Er wird in die Textkolonne der kleineren, hier der Kreditseite gesetzt und mit 76 Tagen zinslich veranlagt (2 450 #). Diese Zinszahl darf aber nicht in die Zahlenkolonne wie bei dem Kontokorrent mit gleichbleibendem Zinsfuß gesetzt werden. Der Grund dafür wird aus der Besprechung der 2. Diskontperiode ersichtlich werden. — Für die Feststellung des Zahlensaldos der 1. Periode haben wir zur Verfügung aus dem Kredit . . . . 1568 #, dazu die Zinszahl aus dem 1. Rohsaldo . . . . 2450 #,

zusammen . . . 4018 #.

Im Debet sind . . . . 1605 #,

mithin beträgt der 1. Zahlensaldo . . . . 2413 #, woraus à $4^{1}/_{2}$ % 30,16 ℳ Zinsen entstehen.

Für die Ermittelung des 2. Zahlensaldos gilt nun folgendes: Man faßt den 2. Zahlensaldo als Differenz zwischen dem ganzen Kontokorrent und dem der 1. Diskontperiode auf.

Wir stellen also unsere Berechnung so an, als ob der Zahlensaldo des ganzen Kontokorrents zu suchen und davon der 1. Zahlensaldo abzuziehen sei. Daraus erklärt sich nun auch, weshalb die Zinszahl aus dem 1. Rohsaldo nur in der Textspalte vornotiert wurde; der 1. Rohsaldo und also auch seine Zinszahl hat mit der zinslichen Veranlagung des ganzen Kontokorrents nichts zu tun.

Von dem Zinseffekt der ganzen Geschäftsperiode wird nun der 1. Zahlensaldo — also der Zinseffekt der 1. Periode — dadurch abgezogen, daß er in die Zinszahlenspalte eingestellt und mitgerechnet wird, er wirkt dann subtraktiv.

Die Summe der Beträge im Kredit ist ℳ 17 655,—

„ „ „ „ „ Debet „ „ 11 931,20

Der 2. Rohsaldo beträgt demnach . . . ℳ 5 723,80

Er ist mit 180 Tagen zinslich zu veranlagen = 10 303 #. Der II. Rohsaldo wird wieder in die Textkolonne gesetzt; die Zinszahl kann aber schon, da es ja die Zinszahl aus dem letzten Rohsaldo ist, in die Zahlenkolonne eingestellt werden.

Der Zahlensaldo der ganzen Geschäftsperiode würde aus folgenden Zahlen entstehen

Kredit . .	—	16 839 #
Debet . .	4 453 #	—
der aus dem 2. Rohsaldo.	10 303 „	14 756 „
daraus würde ein Zahlensaldo von		2 083 #

für das Debet entstehen.

Nun ist aber in das Debet noch der 1. Zahlensaldo von 2 413 # gesetzt. Wird diese Zahl noch zu den 14 756 # hinzugerechnet, so verschwindet nicht nur der Zahlensaldo von 2 083 # im Debet, sondern es entsteht sogar noch für das Kredit ein 2. Zahlensaldo von 330 #, woraus à 4 % 3,67 ℳ Zinsen entstehen, die in die Betragskolonne der Kreditseite einzutragen sind.

Schließlich wird nun der Gesamtsaldo aus den Beträgen ermittelt und das Kontokorrent abgeschlossen.

Ist Provision verabredet worden und sind Porto und andere Unkosten zu verrechnen, so wird vor dem Abschluß die erstere von der größeren Seite berechnet, der Saldo aber, der von der vorigen Rechnung herrührt, wird erst in Abzug gebracht, weil er schon dort mit Provision belegt war.

Beim An- und Verkauf von Effekten ist die Provision schon in die Spezialrechnung des Auftraggebers aufgenommen. Diese Posten müssen also für die Provisionsberechnung aus dem Kontokorrent ausscheiden; desgleichen darf auch von denjenigen Posten eine Provision nicht erhoben werden, die provisionsfrei (provfr.) oder unkostenfrei (unkfr.) gehandelt wurden, oder die ihrer Natur nach k e i n e B a n k - g e s c h ä f t e sind, z. B. Warenrechnungen, Unkosten- und Versicherungsrechnungen und dergl.

Hat der Kontoführer sich beim Ein- und Verkauf von Wechseln auf ausländische Plätze, von Geldsorten und Effekten eines Maklers bedient, oder hätte er es tun können, so wird von diesen Beträgen noch Maklergebühr berechnet, wenn sie nicht ausdrücklich als mgbfr. (maklergebührenfrei) bezeichnet sind.

Endlich werden noch alle Unkosten wie Porto, Wechselstempel usw. in Rechnung gestellt, und nun erst kann das Kontokorrent abgeschlossen werden.

Arbeiten bei dem Kontokorrent mit wechselndem Zinsfuß:

1. Zinstage und Zinszahlen wie gewöhnlich ausrechnen;
2. die kleinen Endziffern beider Diskontperioden in Beträgen und Zahlen suchen;
3. I. Zahlensaldo und Zinsen für die I. Diskontperiode ermitteln.
   a) I. Rohsaldo in die Textkolonne der kleineren Seite;
   b) Zinszahl daraus ebenfalls in die Textkolonne;
   c) Zahlensaldo feststellen (nicht die Zinszahl aus dem Rohsaldo vergessen!) und, damit er später subtraktiv wirkt, in die Zahlenspalte;
   d) Zinsen daraus in die Betragskolonne.
4. Zahlensaldo und Zinsen für die II. Diskontperiode berechnen.
   a) II. Rohsaldo aus den Endsummen der Beträge suchen;
   b) Zinszahl daraus in die Zahlenkolonne;
   c) II. Zahlensaldo ermitteln (alle Zahlen, die jetzt in den Zahlenkolonnen stehen, mitrechnen);
   d) Zinsen daraus in die Betragskolonne.
5. Provision und Kosten einsetzen;
6. Gesamtsaldo suchen und abschließen.

6. Die Staffelrechnung.

Im Geschäftsverkehr mit den Banken wird sehr oft vereinbart, daß dem Kunden für alle Posten im Debet 1 % bis $1^1/_2$ % über Bankdiskont gerechnet, für alle Kreditbeträge 1 % bis $1^1/_2$ % unter Bankdiskont vergütet werden. In solchen Fällen kann man weder die progressive noch die retrograde Methode anwenden. Es werden dann die Zinsen nach der sogenannten Staffelrechnung ermittelt. Das Kontokorrent selbst wird ohne Zinstage und Zinszahlen aufgestellt; die Zinsen werden laut beigelegter Staffel eingetragen.

Beispiel Nr. 5 zeigt eine solche Art der Zinsberechnung. Die einzelnen Posten in Debet und Kredit sind nach dem Verfall chronologisch geordnet. Die Zinsennota beginnt mit dem Saldo von 600 ℳ, der am 30. Juni fällig ist. Erst ein Debetsaldo (das deutet das D in der zweiten

Spalte an) und bleibt unverändert bis zum 3. Juli, weshalb er mit 3 Tagen zu verzinsen ist. Die daraus entstehenden 18 # sind also Debetzinsen und werden in die Debetzinszahlenspalte eingesetzt. Am 3. Juli kommen aus dem Debet 700 ℳ zur Verrechnung, so daß der Saldo nun 1300 ℳ beträgt. Er ist ebenfalls ein Debetsaldo und muß vom 3. bis 10. Juli, also für 7 Tage mit 91 # verzinst werden. Am 10. Juli wird der Saldo durch einen Kreditposten um 500 ℳ verringert u. s. w. —

Jeder Saldo wird also immer bis zu dem Tage zinslich veranlagt, an welchem ein neuer Posten im Debet oder Kredit auftritt.

Debetsaldo und Debetposten ergeben wieder einen Debetsaldo.

Aus Kreditsaldo und Kreditposten entsteht ein Kreditsaldo.

Kommt ein *Debetsaldo* und ein *Kreditposten* oder ein *Kreditsaldo* und ein *Debetposten* zusammen, so wird der *Saldo* durch *Subtraktion* der *kleineren* von der *größeren* Zahl gefunden. Die Bezeichnung D oder C der größeren Zahlen gibt auch dem Saldo seine Benennung.

Kurz gesagt:

Bei gleichen Benennungen werden die Zahlen addiert, bei ungleichen Benennungen werden die Zahlen subtrahiert.

Der Saldo bekommt die Benennung der größeren Zahl.

Debetsalden bedingen Debetzinsen, Kreditsalden geben Kreditzinsen.

Der letzte Saldo wird bis zum Abschlußtage veranlagt. Darauf werden die Zinszahlen addiert, aus jeder Zahlensumme die Zinsen berechnet und miteinander verrechnet. Die ermittelten Zinsen werden ins Kontokorrent eingetragen.

Hat der Diskont im Laufe der Geschäftsperiode gewechselt, so wird jede Diskontperiode für sich berechnet. Man führt also das Kontokorrent bis zum Tage des Diskontwechsels, rechnet die Zinsen aus, führt dann das Kontokorrent bis zum Abschlußtage weiter, ermittelt aus der 2. Diskontperiode die Zinsen und verrechnet diese mit den Zinsen aus der 1. Diskontperiode.

I. Beispiel. Kontokorrent nach der

Debt Herr Heinrich

Monat	Tag		Verfall		Tage	Zahlen	Betrag	
1906								
Juli	1.	An Saldo	Juni	30	180	1080	600	—
"	3.	" Waren	Okt.	3.	87	609	700	—
August	6.	" do.	Nov.	6.	54	486	900	—
Sept.	15.	" do.	Dez.	15.	15	150	1000	—
		" 5 % 863 # . .					11	99
						2325	3211	99
1907								
Jan.	1.	An Saldo	Dez.	31.			1511	99

II. Beispiel. Kontokorrent nach der progressiven

1906								
Jan.	1.	An Saldo	Dez.	30.	180	2722	1511	99
März	10.	" Waren	Juni	10.	20	160	800	—
April	15.	" do.	Juli	15.	15	105	700	—
Mai	10.	" do.	Aug.	10.	40	400	1000	—
Juni	20.	" do.	Juni	20.	10	90	900	—
		" Saldo d. rot. Zahlen				215		
		" Zinsen 4 % 474 #					5	27
						3187	4917	26
Juli	7.	An Saldo	Juni	30.			1367	26

III. Beispiel. Kontokorrent nach der

1906								
Juli	1.	An Saldo	Juni	30.	—	Epoche	1367	26
Aug.	3.	" Waren	Nov.	3.	123	541	439	50
"	15.	" do.	Aug.	15.	45	1336	2968	75
Sept.	30.	" do.	Dez.	30.	180	1861	1034	25
Nov.	25.	" do.	Febr.	25	235	2298	978	—
Dez.	5.	" do.	Jan.	5.	185	1388	749	60
		" Zahlensaldo à $4^1/_2$%				3635	45	44
						11059	7582	80
1907								
Jan.	1.	An Saldo	Dez.	31.			2932	80

progressiven Methode.

Kuttner, Berlin. Credt

Monat	Tag		Verfall		Tage	Zahlen	Betrag	
1906								
Juli	10.	Per bar	Juli	10.	170	850	500	—
Nov.	9.	„ do.	Nov.	9.	51	612	1200	—
		„ Zahlensaldo . .				863		
		„ Saldo zu meinen Gunsten . . .	Dez.	31.			3211	99
						2325	1511	99

Irrtum vorbehalten.
Berlin, d. 31. Dezember 1906.

Karl Brämer.

Methode mit roten Zahlen.

1906								
Dez.	15.	Per bar	Jan.	15.	165	2475	1500	—
April	20.	„ J./Rimesse . .	Mai	10.	50	200	400	—
„	20.	„ M./Tratte . .	Sept.	20.	**80**	**720**	900	—
Juni	25.	„ bar	Juni	25.	5	38	750	—
		„ Zahlensaldo . .				474		
		„ Saldo z.m.Gunsten	Juni	30.			1367	26
						3187	4917	26

retograden Methode.

Juli	20.	Per J./Rimesse . .	Aug.	7.	37	463	1250	—
Nov.	10.	„ bar	Nov.	10.	130	650	500	—
„	15.	„ M./Tratte . .	Dez.	15.	165	4125	2500	—
Dez.	6.	„ bar	„	6.	156	624	400	—
		„ Rohsaldo 2887,36 ℳ	„	31	180	5197		
		„ Saldo z. m. Gunsten	„	31.			2932	80
						11059	7582	80

IV. Beispiel. Kontokorrent mit wechselndem Zins-

Debt

Herr Heinrich Kuttner,

Monat	Tag		Verfall		Tage	Zahlen	Betrag	
1907								
Jan.	1.	An Saldo-Vortrag .	Dez.	31.	—	Epoche	3 932	80
"	2.	" J/Tratte . . .	Jan.	10.	10	256	2 563	50
"	24.	" Effekten	"	25.	25	162	648	90
Febr.	10.	" do.	Febr.	10.	40	546	1 364	20
März	15.	" Giro-Überweisung	März	15.	75	641	854	65
						1605	9364	05
"	20.	" Effekten	"	20.	80	1 040	1 300	—
"	21.	" M/Rimesse . . .	April	30.	90	434	481	75
Juni	1.	" J/Entnahme . .	Juni	25.	175	1 374	785	40
						4453	11931	20
		" I. Zahlen-saldo à $4^1/_2$ %				2 413	30	16
		" II. Rohsaldo . .	"	30.	180	10 303		
		" Saldo	"	"			5 697	31
						17 169	17 658	67

V. Beispiel.

Debt

Monat	Tag		Verfall		Betrag	
1905						
Juli	1	An Saldo	Juni	30	600	—
"	1	" l. Paris	Juli	3	700	—
Okt.	20	" J/Tratte	Nov.	20	1500	—
Dez.	5	" Effekten	Dez.	5	700	—
		" Zinsen lt. Staffel .			—	94
					3 ,00	94
Jan.	1	An Saldo	Dez.	31	300	94

fuß. $4^1/_2$ % bis 16. März, 4 % bis 30. Juni.

Berlin. Cred^t^

Monat	Tag		Verfall		Tage	Zahlen	Betrag	
1907								
Jan.	3.	Per Giro-Überweisung	Jan.	3.	3	72	2 400	—
„	5.	„ M/Entnahme . .	Febr.	10.	40	1 496	3 740	—
						1 5 6 8	6 1 4 0	
Febr.	10.	„ J/Rimesse . . .	März	20.	80	3 600	4 500	—
Mai	5.	„ do. . . .	Juni	5.	155	1 302	840	—
Juni	15.	„ Effekten	„	15.	165	4 249	2 575	—
„	20.	„ do.	„	20.	170	6 120	3 600	—
						1 6 8 3 9	1 7 6 5 5	
		„ I. Rohsaldo *M* 3224,05 # 2450	März	16.	76			
		„ I. Zahlensaldo à 4 %				330	3	67
						17 169	17 658	67
Juli	1.	Per Saldo-Vortrag .	Juni	30.			5 697	31

Cred^t^

Monat	Tag		Verfall		Betrag	
Juli	10.	Per Kasse	Juli	10	500	—
Aug.	15.	„ Effekten	Aug.	15	1200	—
„	16.	„ J/Rimesse	„	30	600	—
Nov.	10.	„ M/Entnahme . .	Dez.	10	900	—
		„ Saldo zu m. G. .	„	31	300	94
					3500	94

Zinsen-Nota

für ....

		Deb.	Cred.	Betrag	Tage	Zinszahlen Debet 5%	Zinszahlen Credit 3%
Juni	30.	D.		600,–	3	18	
Juli	3.	D.		700,–			
		D.		1 300,–	7	91	
„	10.		C.	500,–			
		D.		800,–	35	280	
Aug.	15.		C.	1 200,–			
			C.	400,–	15		60
„	30.		C.	600,–			
			C.	1 000,–	80		800
Nov.	20.	D.		1 500,–			
		D.		500,–	15	75	
Dez.	5.	D.		700,–			
		D.		1 200,–	5	60	
„	10.		C.	900,–			
		D.		300,–	20	60	
		D.		Zins-Saldo 0,94		584	860
		D.		ℳ 300,94		ℳ 8,11	ℳ 7,17 Saldo 0,94
						ℳ 8,11	ℳ 8,11

Bei den nun folgenden Aufgaben sind die Geschäftserzählungen für die Textkolonne weggelassen, da sie ohne Einfluß auf die Berechnung der Zinsen sind. Es sind nur die Verfalltage und die Beträge angegeben.

Rechne die Aufgaben 1 bis 3 sowohl nach der progressiven als auch nach der retrograden Methode und nach der Staffelrechnung.

Aufg. 1. Abzuschließen per 30. Juni, Zinsen im Debet und Kredit 4 %.

Debet			Kredit		
per 31. Dezember	ℳ	650,—	per 31. Januar	ℳ	500,—
„ 20. Januar	„	1 000,—	„ 20. März	„	2 000,—
„ 10. März	„	900,—	„ 10. Mai	„	1 800,—
„ 30. April	„	1 500,—			
„ 20. Mai	„	500,—			
„ 10. Juni	„	2 100,—			

Aufg. 2.

Abzuschließen per 30. Juni, Zinsen im Debet und Kredit 5 %.

Debet				Kredit			
per 31.	Dezember	ℳ	486,40	per 1.	Februar	ℳ	1 500,—
„ 15.	Januar	„	1 639,60	„ 5.	März	„	2 450,—
„ 3.	Februar	„	731,35	„ 15.	„	„	4 121,50
„ 7.	März	„	2 285,65	„ 3.	Juni	„	953,75
„ 16.	„	„	1 480,25	„			
„ 21.	April	„	675,35				
„ 8.	Juni	„	300,—				

Aufg. 3.

Abzuschließen per 31. Dezember, Zinsen im Debet und Kredit $4^1/_2$ %.

Debet				Kredit			
per 30.	Juni	ℳ	1 397,40	per 15.	Juli	ℳ	4 758,—
„ 30.	Juli	„	1 456,85	„ 5.	August	„	1 396,45
„ 13.	August	„	1 875,—	„ 7.	Oktober	„	7 600,—
„ 29.	Juli	„	4 839,45	„ 10.	Januar	„	450,—
„ 3.	Januar	„	2 789,35	„ 3.	Februar	„	2 461,55
„ 10.	Februar	„	1 123,40	„ 21.	Dezbr.	„	967,30
„ 15.	Dezember	„	987,20				
„ 20.	„	„	435,45				

Aufg. 4.

Abzuschließen per 31. Dezember, Zinsen im Debet und Kredit bis 13. September 4 %, vom 14. September bis zum Abschluß 5 %.

Debet				Kredit			
per 30.	Juni	ℳ	700,—	per 20.	Juli	ℳ	600,—
„ 10.	Juli	„	400,—	„ 25.	August	„	300,—
„ 20.	„	„	900,—	„ 31.	„	„	1 000,—
„ 30.	August	„	200,—	„ 20.	September	„	900,—
„ 10.	September	„	600,—	„ 10.	Oktober	„	200,—
„ 30.	„	„	500,—	„ 20.	Dezember	„	500,—
„ 20.	Dezember	„	1 000,—				

Aufg. 5.

Abzuschließen per 30. Juni, Zinsen im Debet und Kredit bis 17. April $4^1/_2$ %, vom 18. April bis zum Abschluß 4 %.

Debet				Kredit			
per 31. Dezember	M	343,50		per 2. Januar	M	800,—
„ 5. Januar	„	269,30		„ 13. Februar	„	1 500,—
„ 7. Februar	„	1 357,40		„ 20. März	„	2 600,—
„ 11. „	„	849,10		„ 25. April	„	900,—
„ 4. April	„	1 658,45		„ 10. Juni	„	1 300,—
„ 9. Mai	„	389,45		„ 13. Juli	„	500,—
„ 6. Juni	„	264,50				
„ 23. „	„	805,30				
„ 28. „	„	1 496,—				
„ 6. Juli	„	879,40				

Aufg. 6.

Abzuschließen per 31. Dezember, Zinsen im Debet 4 %, im Kredit 2 %.

Debet				Kredit		
per 30. Juni	M	945,75		per 30. Juli	M	1 200,—
„ 10. Juli	„	1 364,40		„ 4. Oktober	„	950,—
„ 3. August	„	958,70		„ 3. November	„	3 000,—
„ 12. September	„	490,35		„ 30. „	„	2 400,—
„ 4. November	„	1 684,90		„ 13. Dezember	„	1 800,—
„ 25. „	„	374,65				
„ 21. Dezember	„	1 842,30				

D. Gold- und Silberrechnung.

1. Allgemeines.

Gold und Silber bilden in fast allen Kulturstaaten der Erde das Münzmetall. Sie eignen sich dazu in hohem Maße besonders wegen ihrer vorzüglichen chemischen Eigenschaften, wegen ihrer Dauerhaftigkeit, ihrer Widerstandsfähigkeit gegen atmosphärische Einflüsse, ihrer Dehnbarkeit und ihres Glanzes.

Beide Metalle sind indessen in reinem Zustande zu weich, sie werden daher, um ihnen mehr Härte zu geben, meist mit Kupfer vermischt.

Das beigemischte Metall ist die Legierung, Alliage oder Beschickung.

Reines Gold oder Silber wird fein, das legierte Metall rauh genannt. Das Gewicht des rauhen Metalls ist das Rauhgewicht, das Gewicht des darin enthaltenen feinen Metalls das Feingewicht. Das Verhältnis zwischen Feingewicht und Rauhgewicht heißt Feingehalt. Bei Münzen nennt man das Feingewicht „Korn" und das Rauhgewicht „Schrot".

Das Gewichtsmaß der Edelmetalle (Münzgewicht) stimmt nicht immer mit dem Handelsgewicht überein, es ist daher für die Berechnung der Edelmetalle die Kenntnis der in den einzelnen Ländern geltenden gesetzlichen Münzgewichte erforderlich.

2. Edelmetallgewichte und Feinheitsbestimmung.

In den meisten Ländern wird der Feingehalt der Edelmetalle in Tausendteilen ausgedrückt. 0,900 f (fein) oder einfach 900 f heißt: unter 1000 Teilen Rauhgewicht sind 900 Teile Feingewicht und 100 Teile Beschickung. Nur in einigen Ländern (siehe Rußland und England) bedient man sich anderer Feinheitsbezeichnungen.

Deutsches Reich.

Seit 1857 gilt als Gewicht für Edelmetalle das Münzpfund à 500 g oder 1 000 Aß und das kg à 1 000 g à 1 000 mg.

Das frühere Münzgewicht war die kölnische Mark = 233,8555 g. Sie wurde als Gewicht für Gold in 24 Karat à 12 Gräns, als Gewicht für Silber in 16 Lot à 18 Gräns eingeteilt. 18karätiges Gold enthielt unter 24 Teilen Rauhgewicht 18 Teile fein Gold. Die Feinheit dieses Goldes kann auch durch den Bruch $^{18}/_{24}$ ausgedrückt werden. Ist der Feingehalt in Karat und Gräns angegeben, so muß alles in Gräns verwandelt werden, der Nenner des Feinheitsbruches ist dann 24 × 12 = 288. Gold von 15 Karat 6 Gräns hat demnach den Feinheitsbruch $^{186}/_{288}$, Silber von 12 Lot 9 Gräns hat $^{225}/_{288}$ Feingehalt.

Diese Feinheitsbezeichnung findet sich heute noch auf den älteren goldenen und silbernen Geräten und Schmuckgegenständen. Will man sie in die neue Feinheitsbezeichnung verwandeln, so braucht man nur den Feinheitsbruch in einen Dezimalbruch zu verwandeln.

14karätiges Gold = $^{14}/_{24}$ = 14 : 24 = 0,583 f.

Aufg. 1.

Gib folgende Feinheitsbezeichnung in Tausendteilen an:
Gold: a) 16 Karat, b) 12 K., c) 14 K., d) 20 K., e) 18 K., 4 Gr., f) 15 K. 8 Gr., g) 20 K. 10 Gr.

Aufg. 2.

Welche Tausendstelbezeichnung haben folgende Silberlegierungen: a) 12 Lot, b) 8 L., c) 10 L., d) 9 L., e) 14 L., f) 12 L. 12 Gr., g) 13 L. 8 Gr., h) 10 L. 15 Gr.

Oesterreich-Ungarn.

Münzgewicht ist das kg à 1000 g.

Gegenstände aus Edelmetall werden auf den Punzierungsämtern mit einem Kontrollstempel versehen. Goldgegenstände sollen in den Feinheitsgraden $^{920}/_{1000}$ = No. 1, $^{840}/_{1000}$ = No. 2, $^{750}/_{1000}$ = No. 3, $^{580}/_{1000}$ = No. 4 gefertigt sein. Haben Waren einen andern Feinheitsgrad, so erhalten sie den nächstniedrigeren Stempel.

Silbergegenstände sollen die Feinheitsgrade $^{950}/_{1000}$ = No. 1, $^{900}/_{1000}$ = No. 2, $^{800}/_{1000}$ = No. 3, $^{750}/_{1000}$ = No. 4 haben.

Frankreich, Belgien, Italien, Portugal und Spanien.

Münzgewicht ist das kg à 1000 g.

Die Feinheitsbezeichnung geschieht in 1000 Teilen rauh.

Die Schweiz.

Münzgewicht ist das Münzpfund à 500 g.

Feinheitsbezeichnung wie in Frankreich.

Niederlande.

Münzgewicht ist das Pond (kg) à 1000 Wigtjes (g).

Feinheitsbezeichnung nach Tausendteilen.

Dänemark, Schweden und Norwegen.

Münzgewicht ist das kg à 1000 g.

Feinheitsbezeichnung nach Tausendteilen.

Russland.

Münzgewicht ist das Handelsgewicht (1 ℔ russ. = 96 Solotnik à 96 Doli. 1 ℔ = 96 × 96 = 9216 Doli. 1 ℔ = 409,512 g).

Die Feinheitsbezeichnung wird „Probe" genannt. Durch die Probe soll gezeigt werden, wieviel Solotnik bezw. Solotnik und Doli feinen Metalles in einem Pfund rauh enthalten sind. Der Nenner des Feinheitsbruches ist 96 oder 9216, je nachdem die Feinheit in Solotnik oder in Doli ausgedrückt werden soll. $^{84}/_{96}$ f. Gold bedeutet 84 Teile f. Gold in 96 Teilen rauh.

Die Umwandlung in die Bezeichnung nach Tausendsteln geschieht wieder in der Weise, daß der Zähler durch den Nenner dividiert wird.

England.

Münzgewicht ist das Troypfund (Tr℔) zu 12 Ounces (oz) zu 20 Pennyweights (dwts) zu 24 Grains (grs).

1 Troypfund = 12 × 20 × 24 = 5760 grs
1 „ = 373,242 g.

Feinheitsbezeichnung: Feingold = 24 Karat (car) à 4 Grains, Feinsilber = 240 Pennyweights (dwts) à 24 Grains. Sowohl bei Gold als auch bei Silber bezieht man aber die Feinheitsbezeichnung nicht auf 24 Karat bezw. 240 Pennyweights, sondern auf die Legierung, aus der Gold- und Silbermünzen geprägt werden, das ist bei Gold 22 Karat, bei Silber 222 Pennyweights. Metall in dieser Feinheit heißt S t a n d a r d m e t a l l. Um nun die Feinheit des Edelmetalls zu bezeichnen, gibt man an, um wieviel car und grs oder dwts es besser oder schlechter als Standardmetall ist. Dieser Unterschied wird durch report B (better = besser) und report W (worse = schlechter) ausgedrückt. Die Differenz zwischen der Feinheit des Metalls und Standardmetall ist die B e t t e r n e s s (das Mehr) und die W o r s e n e s s (das Weniger).

Beispiele: Welchen Feingehalt hat Gold vom report W 3„2?

Standardgold	=	22 car
Worseness	=	3 „ 2 grs
Gold vom report W 3„2	=	18 car 2 grs = $^{74}/_{96}$ f.

Welchen Feingehalt hat Silber vom rep. B 4„8?

Standardsilber	=	222 dwts
Betterness	=	4 „ 8 grs
Silber vom rep. B 4„8	=	226 dwts 8 grs = $^{5432}/_{5760}$ f.

Seit dem 1. November 1852 bezeichnet die Bank of England den Feingehalt des Goldes in Tausendteilen.

Will man die alte Feinheitsbezeichnung in die Angabe nach Tausendsteln umrechnen, so bildet man erst wie im Beispiel oben einen gewöhnlichen Bruch (18 car 2 grs = 72 grs + 2 grs = 74 grs, 24 car = 96 grs; Zähler 74, Nenner 96 = $^{74}/_{96}$) und verwandelt diesen in einen Dezimalbruch. $^{74}/_{96}$ = 0,7708 = $770^2/_3$ f. (Die Bank of England rechnet bis auf Dritteile von Tausendteilen).

Aufg. 3.

Rechne folgende Feinheitsbezeichnungen in Tausendstel um:

Gold:	a) report W 2 car	Silber:	a) report B 5 dwts
	b) „ B 1 „ 2 grs		b) „ W 7 „
	c) „ W 5 „ 1 „		c) „ W10 „
	d) „ B 0 „ 3 „		d) „ B 2 „ 12 grs

3. Berechnung des Feingewichts.

1. Beispiel: Ein Goldbarren von dem Feingehalt 0,850 wiegt 5,4 kg. Welches ist sein Feingewicht?

? kg f | 5,4 kg rauh
100$\cancel{0}$ rauh | 85$\cancel{0}$ f

$$\begin{array}{r} 5{,}4 \times 85 \\ \hline 270 \\ 432 \\ \hline 459{,}0 : 100 = \mathbf{4{,}590}\ \text{kg.} \end{array}$$

Sprich: Wieviel kg Feingold sind in 5,4 kg Rauhgewicht enthalten, wenn in 1000 Teilen rauh 850 Teile Feingold sind?

2. Beispiel: Ein Silberbecher von der Probe 84 wiegt 34 Solotnik. Wieviel Feinsilber ist darin enthalten?

? f | $\cancel{34}$ Sol. rauh 17
4 $\cancel{48}\cdot\cancel{96}$ rauh | $\cancel{84}$ f 7

$$\begin{array}{l} 17 \times 7 \\ \hline 119 : 4 = \mathbf{29^3/_4}\ \text{Sol.} \end{array}$$

3. Beispiel: Wieviel feines Metall berechnet man in London aus 65,376 oz Gold report W 1 car 2 grs?

Standardgold . . . . . = 22 car
∕. rep. W 1 car 2 grs = 1 „ 2 grs

20 car 2 grs = $\frac{20^1/_2}{24}$ = $^{41}/_{48}$ f

? oz f.	65,376 oz rauh	16,344
12 48 rauh	41 f	

$$\begin{array}{l} 16{,}344 \times 41 \\ 653\,76 \\ \hline 670{,}104 : 12 = \mathbf{55\,842}\ \text{oz f.} \\ \hline 70 \\ \hline 101 \\ \hline 50 \\ \hline 24 \end{array}$$

Man ermittelt das Feingewicht, indem man das Rauhgewicht mit dem Feingehaltsbruch multipliziert.

Aufg. 4.

Wieviel fein Silber ist in 214,7 kg Barrensilber $^{880}/_{1000}$ fein enthalten?

Aufg. 5.

Ein Goldbarren $^{910}/_{1000}$ fein ist 4,357 kg schwer.
Wieviel fein Gold enthält er?

Aufg. 6.

Eine goldene Medaille $^{890}/_{1000}$ fein wiegt 173 g.
Wie groß ist ihr Feingewicht?

Aufg. 7.

Eine goldene Uhrkette $^{585}/_{1000}$ fein wiegt 93 g.
Wieviel fein Gold ist darin enthalten?

Aufg. 8.

Wieviel fein Silber ergeben 14 Pfd. 34 Sol. 11 Doli von der Probe 84?

Aufg. 9.

Wieviel fein Gold sind in 94,834 oz vom rep. W 2 grs enthalten?

4. Berechnung des Wertes für legiertes Gold und Silber.

Gold und Silber bilden ebenso wie andere Waren einen beliebten Handelsartikel, der in bezug auf seine Bewertung dem Angebot und der Nachfrage unterworfen ist. Die Schwankungen des Preises zeigen sich in den amtlichen Börsennotizen. Außerdem sind für die Wertberechnung dieser beiden Metalle die festen Preise der Hauptbanken des betreffenden Landes sowie diejenigen der Münzstätten maßgebend.

Berlin: Eine amtliche Börsennotiz für Gold und Silber gibt es nicht mehr. Die Reichsbank kauft Barrengold von mindestens $^{900}/_{1000}$ f. zum Preise von 1392 ℳ per Münzpfund f. (500 g).

Bei fehlendem Probierschein müssen ihr 3,— ℳ vergütet werden.

Hamburg: Börsennotiz: Gold 2784—2788 per kg fein; Silber 70,80—71,10 per kg fein. Courtage $^1/_2$ ‰.

Frankfurt a/M.: Börsennotiz: Gold 2780—2788 per kg fein; Silber 70,75—71,10 per kg fein. Courtage $^1/_2$ ‰.

Paris: Fester Preis für Gold 3437 Frs. per kg. — Meist notiert Gold mit einem Aufgeld (prime) von 1—3 ‰. Courtage meist $^1/_8$ %.

London: Die Börsennotiz gilt für Münzmetall, d. i. Standardgold oder -Silber. Gold: 77 s 9—10$^1/_2$ d per Troyunze. Silber ca. 24 d per oz.

Wien: Die österreichisch-ungarische Bank zahlt für Barrengold 3278 K. Bei fehlendem Probierschein berechnet sie 2 K. Eine amtliche Börsennotiz für Gold und Silber gibt es nicht. Maßgebend ist daher der Bankpreis der Londoner, Amsterdamer und der anderen Börsen.

Amsterdam: Börsennotiz fein Gold per kg 1648—1649 hfl.. Courtage meist 1 ‰.

Die Nederlandsche Bank zahlt für Gold per kg fein 1648 hfl. und verkauft fein Gold mit 1653 hfl per kg.

New York: Börsennotiz Gold fein $ 800,— für 43 Troy-Ounzen, wobei aber eine in ‰ ausgedrückte Prämie oder ein Verlust in Anrechnung gebracht wird. Courtage wird meist vereinbart. Silber per Troy-Ounze fein 48$^3/_4$—49$^1/_8$ Cents.

Soll nun der Wert einer Gold- oder Silberlegierung ermittelt werden, so ist zunächst aus dem Rauhgewicht und dem Feingehalt das Feingewicht festzustellen und dieses darauf mit dem Gold- oder Silberpreise zu multiplizieren.

1. Beispiel: Ein Goldbarren, 5,438 kg à 890 fein, wird bei der Reichsbank Berlin ohne Probierschein verkauft.

Welches ist der Erlös?

Feingewicht 5,438 × 0,890 = 4,8398 kg

1 kg fein Gold = 2784 ℳ

4,8398 „ „ „ = 4,8398 × 2784 ℳ = 13 474,003 ℳ

⁒ Probierkosten .. 3,— „

13 471,— ℳ

2. Beispiel: Welchen Erlös bringt in London ein Barren Gold W 2„3, Rauhgewicht 94,703 oz, zum Preise von $77/9^1/_2$ (lies 77 s $9^1/_2$ d). Courtage $^1/_8$ %.

Standardgold = 22 car

report W = 2 „ 3 grains

19 car 1 grains = $19^1/_4$ =

$$19^1/_4 \text{ f} = \frac{19^1/_4}{22} \cdot \text{Standardgold} = {}^{77}/_{88} = {}^7/_8 \text{ Standardgold.}$$

In 1 oz rauh sind $^7/_8$ oz Standardgold,

in 94,703 oz rauh sind $^7/_8$ × 94,703 oz = 82,865 oz Standardgold.

1 oz St. G. kostet 77 s $9^1/_2$ d; 82,865 oz St. G. kosten also

82,865 × 77 s $9^1/_2$ d = £ 322.6.2

⁒ $^1/_8$ % Courtage = 8.1

Erlös . . = £ 321.18.1

Aufg. 10.

Wie hoch sind zu bewerten a) 2,560 kg Gold à 0,900 f., b) 4,135 kg Gold à 0,890 f., c) 4,765 kg Silber à 0,810 f., d) 13,431 kg Silber à 0,920 f.?

Goldpreis: 1 392,— ℳ per 0,500 kg.

Silberpreis: 70,85 ℳ per 1 kg.

Courtage $^1/_8$ %.

Aufg. 11.

Was kosten in London 45,306 oz vom rep. W 1 car 2 grs? 1 oz Standardgold = $^{77}/_9$.

Aufg. 12.

Was erhält man in London für 165,403 oz Silber vom rep. B 4 dwts? 1 oz Standardsilber = $23^1/_2$ d.

Aufg. 13.

Ein Barren güldisches Metall*) wiegt 18,3946 kg. Er enthält 775 Tausendteile Gold und 150 Tausendteile Silber. Goldpreis 2785 ℳ per kg, Silberpreis 70,90 ℳ per kg.

Berechne den Wert des Barrens!

Aufg. 14.

Welchen Ertrag bringen in Paris 23,346 kg Gold, Feingehalt 910 millièmes (Tausendteile)? Fester Preis 3437 Frs. per kg mit 2 ‰ prime. Courtage $^1/_8$ %.

E. Die Münzrechnung

1. Einführung in die Münzrechnung.

Münzen sind Metallstücke von meist runder Form. Sie haben ein bestimmtes Gewicht und einen bestimmten Feingehalt. Die beiden Seiten nennt man Avers und Revers. Der Avers zeigt das Bild des Landesherrn (20 ℳ-, 10 ℳ Stücke) oder die Bezeichnung des Wertes der Münze (1 ℳ-, $^1/_2$ ℳ-Stücke), der Revers weist das Landeswappen auf. Entweder auf dem Revers oder dem Avers lesen wir noch die Jahreszahl der Prägung und den Münzbuchstaben. Bei den deutschen Münzen bedeutet

Buchstabe	A	die Münzstätte	Berlin,
„	B	„ „	Hannover**),
„	C	„ „	Frankfurt a. M.**),
„	D	„ „	München,
„	E	„ „	Dresden,

---

*) Anmerkung: Güldisches Metall ist eine Mischung von Gold, Silber und Kupfer. Sein Wert wird bestimmt, indem man zunächst das Feingewicht jedes Edelmetalls berechnet. Darauf sucht man den Wert des Goldes und dann den des Silbers.

**) Die mit **) bezeichneten Münzstätten sind eingegangen.

Buchstabe F die Münzstätte Stuttgart,
„ G „ „ Karlsruhe,
„ H „ „ Darmstadt*),
„ J „ „ Hamburg,
„ K „ „ Straßburg*).

Man unterscheidet Kurant- und Scheidemünzen. Kurantmünzen bilden das gesetzliche Zahlungsmittel; ihr innerer Wert ist dem Nennwerte fast gleich. Scheidemünzen sind minderwertig geprägt und brauchen nur bis zu einem bestimmten Betrage in Zahlung genommen werden.

Die Befugnis zur Münzausprägung (Münzregal) hat jetzt in fast allen Ländern nur der Staat.

Die staatlichen Münzstätten sind berechtigt, soweit sie nicht von dem Staat in Anspruch genommen sind, auch für Privatpersonen Münzen zu prägen. Sie tun dies gegen Erhebung einer bestimmten Gebühr, des Schlagschatzes. Die deutschen Münzanstalten prägen aus 500 g fein Gold $139^1/_2$ Kronen = 1395 ℳ. Sie zahlen aber nur für 500 g fein Gold 1392 ℳ. Der Schlagschatz beträgt demnach 3 ℳ.

Münzen werden aus Gold, Silber, Kupfer, Nickel und Bronze geprägt. Die gesetzlichen Bestimmungen darüber, welches von den Metallen im Lande als Zahlungsmittel zu gelten hat, nennt man die Währung.

Sind Goldmünzen gesetzliches Zahlungsmittel, Silbergeld nur Scheidemünze, so spricht man von der Goldwährung.

Bei der Silberwährung kann Silber in beliebiger Höhe in Zahlung gegeben werden, Goldmünzen werden in solchen Ländern meist mit Aufgeld, Agio, berechnet.

In manchen Ländern ist Gold und Silber in ein bestimmtes Wertverhältnis, Relation, zueinander gesetzt. Beide Metalle gelten als gesetzliches Zahlungsmittel. Man nennt diese Geldverfassung die Doppelwährung.

Beim Übergang von der Doppel- oder Silberwährung zur Goldwährung wird oft den älteren Silbermünzen die Kuranteigenschaft gelassen, sie müssen also in jeder Höhe als Zahlungsmittel angenommen werden (im Deutschen Reich die Talerstücke). Die reine Goldwährung ist also dort noch nicht eingeführt; man bezeichnet diesen Zustand als hinkende Währung.

---

*) Die mit *) bezeichneten Münzstätten sind eingegangen.

Die gesetzliche Bestimmung darüber, wieviel Stücke einer Münze aus einer bestimmten Gewichtseinheit feinen oder auch legierten Metalls geprägt werden, nennt man Münzfuß. So wird durch den deutschen Münzfuß festgesetzt, daß aus 500 g fein Gold 1395 ℳ geschlagen werden. Das Gewicht, das dem Münzfuß zugrunde gelegt wird, ist das Münzgewicht.

Bei der Herstellung der Münzen ist es nicht immer möglich, sie ganz genau den gesetzlichen Bestimmungen gemäß sowohl in bezug auf die Feinheit als auch auf das Gewicht zu prägen; daher sind sowohl nach oben wie nach unten kleine Grenzen gegeben, innerhalb welcher die Münzen noch Zahlungsfähigkeit haben. Man bezeichnet die Abweichung mit Remedium oder Toleranz.

Dadurch, daß die Münzen im Verkehr von Hand zu Hand gehen, verlieren sie allmählich durch Abnutzung an Gewicht. Wieviel diese Differenz betragen darf, wird durch das Passiergewicht festgelegt. In Deutschland liegt diese Gewichtsgrenze 5 ‰ unter dem Vollgewicht. Das Normalgewicht eines 20 Markstücks ist 7,9649 g, das Passiergewicht demnach 7,9649 g — 5 ‰ = 7,9251 g. Ist der Gewichtsverlust noch größer geworden, so gelten solche Münzen nicht mehr als vollwertiges Zahlungsmittel, sie werden nur noch nach ihrem Gewicht bewertet, al marko gehandelt.

2. Münzverhältnisse der wichtigsten Länder.

Deutsches Reich.

Goldwährung. 1 Mark = 100 Pfennig.

Aus einem Münzpfund fein Gold à 500 g werden 139,5 Kronen (10 Markstücke) geprägt. 1 ℳ also = $^1/_{1395}$ ℔ oder $^1/_{2790}$ kg fein Gold. Feinheit der Goldmünzen 0,900, Rauhgewicht einer Krone 7,96495 g, Feingewicht 7,16846 g, Remedium für die Feinheit 2 ‰, für das Gewicht $2^1/_2$ ‰.

Kurantmünzen. 20 Markstücke (Doppelkronen) und 10 Markstücke (Kronen). Als Kurantmünze gilt auch der Taler. 30 Taler = 1 Münzpfund fein Silber; Rauhgewicht 18,5185 g, Feingehalt 0,900, Feingewicht 16,66... g.

Scheidemünzen. a) Silberstücke: 5, 2, 1 und $^1/_2$ Markstücke.

100 $\mathcal{M}$ = 1 Münzpfund fein Silber. b) Nickelmünzen: 10 und 5 Pfennigstücke. c) Bronzemünzen: 2 und 1 Pfennigstücke.

Handelsmünze. Für Deutsch-Ostafrika die Rupie.

Oesterreich-Ungarn.

Jetzt Goldwährung. (Seit dem 1. Januar 1900).

1 Krone = 100 Heller.

Aus 1 kg Feingold werden 164 20 Kronenstücke 0,900 fein geprägt. 1 Krone also = $^1/_{3280}$ kg fein Gold. Feingewicht eines 20 Kronenstücks 6,09756 g; Rauhgewicht 6,77507 g; Remedium für Feinheit 1 ‰, für Gewicht 2 ‰.

Kurantmünzen. 20 und 10 Kronenstücke.

Scheidemünzen. a) Silbermünzen: 5 und 1 Kronenstücke 0,900 fein. b) Nickelmünzen: 20 und 10 Hellerstücke. c) Bronzemünzen: 2 und 1 Hellerstücke.

Handelsmünzen. a) der Golddukat 0,986 $^1/_9$ fein, Rauhgewicht 3,4909 g; Feingewicht 3,44241 g. b) der Maria Theresientaler 0,833 $^1/_3$ fein Silber; Rauhgewicht 28,0668 g; Feingewicht 3,44241 g.

Vor dem 1. Januar 1900 Silberwährung.

1 Gulden (öfl) = 100 Kreuzer.

Guldenstücke sind noch im Verkehr als Kurantmünze geblieben. Bei der Umrechnung ist 1 Krone = $^1/_2$ öfl.

Die lateinische Münz-Union.

Dazu gehören Frankreich, Italien, Belgien, die Schweiz und seit 1868 auch Griechenland.

Doppelwährung. Gold- und Silbermünzen haben die Ausprägungsrelation 15 $^1/_2$: 1.

1 Frank = 10 Centimes.

Aus 1 kg fein Gold werden 3444 $^4/_9$ Frs. Gold und aus 1 kg fein Silber 222 $^2/_9$ Frs. Silber gemünzt.

Aus Gold werden 100, 50, 20, 10 und 5 Frankstücke 0,900 fein geprägt. Ein 100 Frankstück = 32,25806 g Rauhgewicht und 29,03226 g Feingewicht; Remedium für die Feinheit 1—2 ‰, für das Gewicht 1—3 ‰. Aus Silber à 0,900 fein wird das 5 Frankstück gemünzt, Rauhgewicht 25 g, Feingewicht 22,5 g. Diese Münze und die genannten Goldmünzen sowie die entsprechenden Münzen von Italien, Belgien, der Schweiz und Griechenland werden in allen Ländern der Münzunion zum vollen Wert in Zahlung genommen.

Scheidemünzen: 2 und 1 Frankstücke à 0,850 fein Silber. Nickelmünzen: Das 25 Centimesstück. Bronzemünzen: Das 10, 5, 2 und 1 Centimesstück. Das 5 Centimesstück führt im Verkehr den Namen Sou.

Außer den genannten Staaten haben noch einige andere Länder das Franksystem eingeführt, so daß der Frank, wenn auch unter anderem Namen, eine der verbreitetsten Münzen ist. Es folgen hier die Länder mit Frankwährung.

Belgien:	1 Frank = 100 Centimes, abgekürzt Fr, c.
Bulgarien:	1 Lewa (Mehrz. Lew) = 100 Stotinki (Einzahl Stotinka), abgekürzt L, st.
Griechenland:	1 Drachme (Mehrz. Drachmai) = 100 Lepta (Einzahl Lepton), abgekürzt Dr, l.
Italien:	1 Lira (Mehrz. Lire) = 100 Centesimi (Einz. Centesimo), abgekürzt £, c.
Rumänien:	1 Lëu (Mehrz. Lei) = 100 Bani (Einzahl Banu), abgekürzt L, b.
Schweiz:	1 Frank = 100 Centimes oder Rappen, abgekürzt Fr, c.
Serbien:	1 Dinar (Mehrz. Dinare) = 100 Paru, abgekürzt = Din, p.
Spanien:	1 Peseta (Mehrz. Pesetas) = 100 Centimos (Einz. Centimo), abgekürzt Pa, c.

England.

Goldwährung. 1 Livre Sterling (£) = 20 Shillings (s oder sh) = 12 Pence (Einzahl Penny). Aus 20 Troypfund Standardgold werden $934^1/_2$ £, aus einem Troypfund Standardsilber 66 s geprägt.

Kurantmünzen: 5, 2, 1 und $^1/_2$ £-Stücke. Der Sovereign, das 1 £-Stück, hat ein Rauhgewicht von 123,27447 grs oder 7,98805 g, ein Feingewicht von 7,322385 g, einen Feingehalt von $0{,}916^2/_3$; Remedium in der Feinheit 2 ‰, im Gewicht 0,2 grs.

Scheidemünzen.

a) Silbermünzen.

1 Silber-Crown . . . . . = 5 s

1 Silber-Double-Florin	. .	=	4 s
1 „ Half-Crown	. . .	=	$2^1/_2$ s
1 „ Florin	. . . . .	=	2 s
1 „ Shilling	. . . .	=	1 „
1 „ Sixpence	. . . .	=	6 d
1 „ Fourpence	. . .	=	4 „
1 „ Threepence	. . .	=	3 „
1 „ Twopence	. . .	=	2 „
1 „ Penny	. . . . .	=	1 „

b) Bronzemünzen.

1 Bronze-Penny	. . . .	=	1 d
1 „ -Half-Penny	. .	=	$^1/_2$ „
1 „ -Farthing	. . .	=	$^1/_4$ „

Russland.

Vor 1885 Silberwährung. 100 Silberrubel wurden aus $5^1/_{16}$ russ. Pfund rauh à $83^1/_3$ Sol. fein, $62^{26}/_{45}$ Halbimperial à 5,15 R^0 aus 1 Pfund rauh, 88 Sol. fein geschlagen.

Von 1885—1897 Doppelwährung. Der alte Halbimperial = 10 ältere Rubel. Auch jetzt noch kursiert der alte Silberrubel, aber als Scheidemünze.

Seit 1899 Goldwährung.

1 Rubel (R^0) = 100 Kopeken.

Das eigentliche Zahlungsmittel im inneren Verkehr ist noch immer der Silberrubel und der Papierrubel. Da jetzt diese Geldsorten von den Staatskassen in jeder Höhe in Zahlung genommen werden, haben sie mit dem Goldrubel den gleichen Wert. Der neue Goldrubel = $^2/_3$ der alten Münze, also 1 alter Goldrubel = $1^1/_2$ neuen Goldrubeln.

Kurantmünzen. 15, 10, $7^1/_2$ und 5 Rubelstücke. Das 15 Rubelstück (Imperial) hat 12,9039 g = 3 Sol. 2,4 Doli Rauhgewicht und ist, wie alle russischen Goldmünzen, 0,900 fein geprägt. Feingewicht 11,61349 g, Remedium aller Goldmünzen in der Feinheit 1 ‰, im Gewicht 1,3 bis 3 ‰.

Scheidemünzen. Der bisherige Silberrubel 0,900 fein; außerdem 20, 15, 10, 5 Kopekenstücke von 0,500 fein Silber und 5, 3, 2, 1, $^1/_2$ und $^1/_4$ Kopekenstücke aus Bronze.

Niederlande.

Doppelwährung. 1 holländischer Gulden = 100 Cents. Gold zu Silber = $15^5/_8$ zu 1.

Kurantmünzen: Goldstücke à 10 hfl (Tjentjes), 6,72 g rauh, 0,900 Feingehalt; der Silbergulden, 10 g rauh, 0,945 Feingehalt; der Rijksdaaler zu $2^1/_2$ fl, 25 g rauh und der $^1/_2$ Silbergulden zu 5 g.

Scheidemünzen: 25, 10, 5 cts-Stücke aus Silber und $2^1/_2$, $1^1/_2$ cts-Stücke aus Bronze.

Handelsmünze: Der holländische Dukat, 3,494 g rauh, 0,983 Feingehalt.

Schweden, Norwegen, Dänemark.

Goldwährung. 1 Kronor (Einz. Krona) = 100 Oere. Münzfuß: 1 kg fein Gold = 2480 Kronen.

Kurantmünzen: 20, 10 und 5 Kronor. 20 Kronorstücke à 8,96057 g rauh, 8,06452 g Feingewicht, 0,900 Feingehalt.

Scheidemünzen: 2, 1 Kr 50 40, 25, 10 Oe aus Silber und 5, 2, 1 Oe aus Bronze.

Türkei.

Nach dem Gesetz Doppelwährung, dem Auslande gegenüber Goldwährung, im innern Verkehr Silberwährung. 1 Piaster = 40 Para à 3 Asper.

Kurantmünzen: Der Goldlire zu 100 Piaster, rauh 7,2164 g, Feingewicht 6,61503, Feingehalt $0{,}916^2/_3$; außerdem Goldmünzen zu 500, 250, 50 und 25 Piaster. Silberkurantmünze für das Inland der Silber-Medjidié, früher im Werte von 20, seit 1880 von 19 Piastern. Feingehalt 0,830; ferner Silbermünzen à 10, 5, 2, 1 und $^1/_2$ Piaster.

Scheidemünzen: a) Silber-Altiliks zu 0,440 fein, zu 5, $2^1/_2$, $1^1/_2$ Piaster. b) Silber-Beschliks zu $2^1/_2$ und $1^1/_4$ Piaster, 0,225 bis 0,185 fein. c) Silber-Metalliques zu $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_8$ Piaster, 0 170 fein. d) Silberscheidemünzen vom Jahre 1900 zu $^1/_4$ und $^1/_9$ Piaster.

Portugal.

Goldwährung. 1 Milreïs ($) = 1000 Reïs (Einz. Reï oder Real). Münzfuß: 1 kg Gold = 615,116 $.

Kurantmünzen: 1, $^1/_2$, $^1/_5$, $^1/_{10}$ Kronen, 1 Krone = 10 $ rauh 17,735, Feingewicht 16,25708 g, Feingehalt $0{,}916^2/_3$.

Scheidemünzen: a) aus Silber 5, 2, 1 und $^1/_2$ Tostão, 0,916$^2/_3$ fein; b) aus Bronze 20, 10 und 5 Reïsstücke.

Rechnungsstufe: Das Conto (Zeichen:) = 1000 \$. 18 : 740 \$ 800 r = 18 Conto 740 Milreïs 800 Reïs.

Vereinigte Staaten von Amerika.

Nach dem Gesetz Doppelwährung, dem Auslande gegenüber Goldwährung. 1 Dollar (\$) = 100 Cents. 1 kg fein Gold = 664,615 \$.

Goldmünzen 20, 10, 5, 3 und 1 \$ à 0,900 fein. Ein 10 \$ Stück = 16,71813 g rauh, Feingewicht 15,04632, Remedium für die Feinheit 1 ‰, für das Gewicht 0,77—1,94 ‰.

Silbermünzen: 1, $^1/_2$, $^1/_4$ und $^1/_{10}$ \$ à 0,900 fein.

Nickelmünzen: 5 und 3 Centstücke.

Bronzemünzen: 3 und 1 Centstücke.

Brasilien.

Goldwährung. 1 Milreïs = 1 000 Reïs.

Goldmünzen: 20, 10 und 5 \$ Stücke à 0,916$^2/_3$ fein. Ein 10 \$ Stück = 8,964849 rauh, Feingewicht = 8,21778 g.

Silbermünzen: 2, 1 und $^1/_2$ \$ Stücke à 0,916$^2/_3$ fein.

Nickelmünzen: 200, 100, 50 Reïsstücke.

Bronzemünzen: 20 und 10 Reïsstücke.

Im Inlande kursiert nur Papiergeld mit bedeutendem Disagio.

China.

Silberwährung. 1 Taël = 10 Tsien = 10 Fan = 10 Li.

Der Taël ist aber nur Rechnungseinheit, er wird nicht geprägt. Man gibt Silberbarren in Zahlung, die nach Taël bewertet werden. Das Gewicht des Taëls ist für die verschiedenen Provinzen verschieden.

Der Haikwan-Taël	=	37,783 g	Feinsilber
„ Kanton- „	=	36,8284 „	„
„ Shangai- „	=	36,66 „	„

Zahlungsmittel.

a) Shoes (Schuhe) d. s. Silberbarren ca. 50 Taëls schwer, Feingehalt $^{239}/_{240}$.

b) Chinesische Cash. Das Cash dient im ganzen Reiche als Scheidemünze. Es hat in der Mitte ein viereckiges Loch zum Aufreihen auf Schnüre.

c) Der Drachen-Dollar zu 100 Cents (ungefähr = 1,70 M).

d) Der mexikanische Piaster, eine wichtige Zahlungsmünze im Exportverkehr.

e) Der britische Handelsdollar (ebenfalls = ca. 1,70 M).

f) Große Mengen Papiergeld der Notenbanken.

Japan.

Goldwährung. 1 Yen = 100 Sen à 10 Rin.

Goldmünzen: 20, 10, 5, 2 und 1 Yenstücke à 0,900 fein. Ein 20 Yen-Stück = 16,6667 g rauh, Feingewicht 15,000 g. 1 kg fein Gold = 66²/₃ 20 Yenstücke.

Silbermünzen: 1 Yen à 0,900 fein, 50, 20, 10 und 5 Senstücke à 0,800 fein.

3. Die Münzparität.

Die Münzparität drückt den Wert einer Münze in einer andern Währung aus. Sie stellt z. B. fest, wieviel Frs. gleich 1 M, wieviel Rubel gleich 1 Krone usw. ist. Die Parität der Münzen ergibt sich aus den Ausmünzungsverhältnissen. Es hat indessen nur Wert, Goldmünzen mit Goldmünzen zu vergleichen. Man bedient sich zur Feststellung des Münzparis am besten des Kettensatzes.

Beispiel. Welches ist das Münzpari von 1 £ in der Markwährung.

Es müssen hierbei sowohl die englischen wie die deutschen Ausmünzungsverhältnisse untersucht werden.

England: 20 Troypfund Standard = 934½ £.

Deutsches Reich: 500 g = 1 395 M.

? M	1 £
623 ~~1869~~ ~~934½~~ £	~~20~~ Troy ℔ Stand. 2
2 ~~6~~ ~~12~~ ~~24~~ Troy ℔ Stand.	22 Troy ℔ f 11
1 Troy ℔	= 373,242 g
50 ~~500~~ g	~~1395~~ M ~~465~~ 155
	2

63 637,761 : 31 150 = **20,4294**

1 £ = 20,4294 M.

Aufg. 1.

Welchen Wert hat nach den Ausmünzungsverhältnissen

a) Ein 20 Markstück in französischer Währung?
b) „ 20 „ „ englischer „ ?
c) „ £ „ französischer „ ?
d) „ Dollar „ deutscher „ ?
e) „ Imperial „ „ „ ?
f) „ „ „ französischer „ ?
g) „ „ „ englischer „ ?

4. Der Kurswert der Münzen.

Was bereits bei der Wertberechnung der Edelmetalle über die Preise für Gold und Silber gesagt wurde, daß nämlich ihr Handelswert von Angebot und Nachfrage abhängig ist, dasselbe gilt auch im internationalen Verkehr von dem Handelswert der Gold- und Silbermünzen. Die Kurszettel notieren diesen Wert entweder für 1 Stück oder für 100 Stück oder al marko, d. i. nach dem Gewicht.

Die Wertberechnung der Münzen nach dem Kurse ist außerordentlich einfach, sie geschieht, wenn der Preis für die Stückzahl angegeben ist, durch einfache Multiplikation.

Der Hertel'sche Kursbericht notierte für Berlin am 21. Februar 1907.

Gold-, Silber- und Banknoten.

Münz-Dukat p. Stck.	9,73 b. B	Dänische Noten .	112,10
Rand- „ „ „	—,—	Engl. Banknoten .	—,—
Sovereigns	—,—	Franz. „ .	81,25 b.
20 Franksstück . . .	16,315 b.	Holländ. „ .	169,10 b.
8 Gulden-Stück . .	—,—	Italien. „ .	81,30 b.
Dollar	—,—	Norweg. „ .	—,—
Imperials	—,—	Österr. „ .	84,95 b. G.
Alte per 500 Gr. .	—,—	„ 1 000 K. .	84,95 b. G.
100 Kº Gold . . .	215,20 et.b.G.	Russ. Banknoten .	215,40 b.
		„ 500 r . . .	215,30 b.
Amer. Not. 1000-5 $	4,2175 b.	„ klein	215,30 b.
„ „ 2 u. 1 $	4,2175 b.	„ Zollkoupons .	323,40 b.
„ Koup. zahlbar New-York	—,—	„ „ kl. .	323,40 b.
		Schwedische Noten.	112,10 b.
Belgische Noten . .	81,— b.	Schweizer „ .	81,20 b.

Die Kurszettel deutscher Börsen weisen insofern eine Verschiedenheit auf, als auf den einen Geldsorten nicht notiert werden, die sich auf andern vorfinden. So bringt der Berliner Kurszettel eine Notiz für Imperials, die für Hamburg fehlt.

Über die Bedeutung der Zeichen b, B. G, et. b siehe Effektenrechnung.

Beispiel. Wieviel Mark sind 218 Imperials à 16,62 ℳ?

1 Imperial = 16,62 ℳ

218 „ = 16,62 × 218 = 3 623,16 ℳ.

Aufg. 2.

Welchen Wert haben in Berlin

a) 545 holl. 10 fl Stücke	à 16,65	ℳ?
b) 936 Napoleons*)	„ 16,25	„ ?
c) 348 Sovereigns	„ 20,42	„ ?
d) 874 $	„ 4,15	„ ?
e) 178 Münzdukaten	„ 9,73	„ ?

F. Die Devisenrechnung.

Allgemeines über Wechsel in fremder Währung.

Im internationalen Verkehr werden die meisten Verbindlichkeiten durch Wechsel gelöst. Angenommen B in Berlin hat von P in Paris für 20 000 Frs. Waren bezogen. Seine dadurch entstandene Schuld kann er begleichen, indem er den P auffordert, auf ihn zu trassieren. P entnimmt nun auf B in Berlin soviel M a r k, daß er durch den Verkauf dieses Abschnittes am dortigen Platze 20 000 Frs. erhält.

Hat nun ein anderer Pariser Geschäftsmann in Berlin eine Schuld zu decken, so kann er dies Papier in Paris von P ankaufen und es als Rimesse nach Berlin einsenden.

Andererseits wird es B in Berlin möglich sein, an seinem Platze Abgaben auf Paris in Frankwährung anzukaufen und sie an P einzusenden.

*) 20 Frankstücke.

So entwickelt sich an beiden Plätzen ein lebhafter Handel mit Wechseln in fremder Währung auf ausländische Plätze, und solche Wechsel nennen wir Devisen.

Devisen sind also Wechsel in fremder Währung auf ausländische Plätze.

Devisen für Berlin sind z. B.
Wechsel in Frs. auf Paris, in R₽ auf Petersburg, in £ auf London usw.

Devisen für Paris sind
Wechsel in Mark auf Berlin, in £ auf London, in R₽ auf Petersburg usw.

Durch Vermittelung unserer großen Bankinstitute ist man in der Lage, jederzeit Wechsel auf ausländische Plätze in beliebiger Höhe zu erwerben; somit kann also jede Verbindlichkeit im internationalen Geschäftsverkehr gelöst werden.

Das Wechselpari.

Die Grundlage für die Devise ist das Wechselpari. Dieses ist eigentlich nichts anderes als eine Wertvergleichung zweier Münzen verschiedener Valuta nach ihrem innern Werte, d. h. nach den gesetzlichen Ausmünzungsverhältnissen. Es hat also mit dem Münzpari die gleichen Voraussetzungen und unterscheidet sich von ihm nur dadurch. daß es sich nicht auf eine Münzeinheit, sondern auf 100 Einheiten der fremden Währung bezieht.

Das Münzpari eines 20 Frs-Stücks ist 16,20 ℳ, das entsprechende Wechselpari demnach 100 Frs. = 81 ℳ.

Der Wechselkurs.

Hinsichtlich der Preisbestimmung der Devise ist aber nicht allein das Wechselpari maßgebend. Wie bei den Wechseln auf das Inland, so richtet sich auch der Preis der Devise nach dem Verfalltage. Während jene aber einen festen Grundpreis, den Nennwert haben,, der nur durch den Diskont reguliert wird, ist die Devise als Ware anzusehen, deren Wert von Angebot und Nachfrage und auch von mancherlei anderen Faktoren abhängig ist. Ihr Preis ist somit Schwankungen unterworfen, und diese kommen in den von vereidigten Kursmaklern festgestellten und im Kurszettel veröffentlichten Kursen zum Ausdruck.

Der Wechselkurs sagt, wieviel einheimische Valuta man für eine feststehende Zahl der auswärtigen, fremden Valuta anlegen muß. (Berliner Kurszettel: 100 Frs. = 81,10 ℳ, 1 $ = 4,26 ℳ).

Die fremde Valuta (Frs., $) ist die feste; man sagt, **die feste Valuta liegt im Auslande**. Die eigene Valuta (ℳ) ist veränderlich. Diese Art der Notierung nennt man die Börsennotiz. Die höhere Bewertung der Devise wird durch eine Zahl der eigenen Valuta ausgedrückt; für dieselbe Ware muß mehr Geld angelegt werden. In fast allen Wechselplätzen ist die Börsennotiz üblich.

Der Londoner Wechselkurszettel notiert anders. Für alle Wechselplätze Europas mit Ausnahme von Petersburg, Moskau, Madrid und Lissabon ist die einheimische Valuta fest, die ausländische dagegen veränderlich. **Die feste Valuta liegt im Inlande**. Durch den Kurs wird hier ausgedrückt, wieviel ℳ, Frs., £, K. man für den festen Wert von 1 £ erhält. Steigt der Wert der Devise, so fällt die ausländische Valuta, denn von einer teureren Ware erhält man für dasselbe Geld weniger. Man hat dieser Notierungsweise den Namen Wechselnotiz gegeben.

Wir merken demnach:

Börsennotiz:	Bei steigendem	Wert	der	Devise	steigt	der	Kurs,
	„ fallendem	„	„	„	fällt	„	„ .
Wechselnotiz:	„ steigendem	„	„	„	fällt	„	„ ,
	„ fallendem	„	„	„	steigt	„	„ .

In bezug auf den Verfall unterscheidet der Kurszettel drei Arten von Devisen:

1. Wechsel mit langer Sicht. Das sind Wechsel, die innerhalb zweier oder dreier Monate nach der Kursnotiz fällig werden.
2. Wechsel mit kurzer Sicht. Ihr Verfalltag ist nach acht oder zehn oder vierzehn Tagen.
3. Sichtwechsel. Sie sind bei Vorzeigung zahlbar.

Für einige Plätze sind sowohl Kurse für lange als auch für kurze Sicht angegeben.

Endlich findet man im Wechselkurszettel noch den Diskont für die einzelnen Wechselplätze, der für die Berechnung der Devisen maßgebend ist.

Wir lassen nun die Wechselkurszettel von einigen Wechselplätzen folgen.

Berlin, den 2. März 1907.

Devise auf:	Diskont	Sicht	feste Valuta		Kurs
Amsterdam. . . .	5 %	8 Tage	hfl.	100,—	168,85 b.
„ . . .	5 %	2 Mon.	„	100,—	167,90 b.
Brüssel u. Antwerp.	4 %	8 Tage	Frs.	100,—	81,10 b.
„	4 %	2 Mon.	„	100,—	80,60 b. G.
Budapest	4½%	8 Tage	K.	100,—	84,80 B.
„	4½%	2 Mon.	„	100,—	83,70 B.
Italienische Plätze	4 %	10 Tage	L.	100,—	81,00 b.
„	4 %	2 Mon.	„	100,—	80,20 b.
Kopenhagen . . .	5½%	8 Tage	Kr.	100,—	112,35 b.
London	5 %	8 Tage	£	1,—	20,49 G.
„	5 %	3 Mon.	„	1,—	20,24 b.
Madrid u. Barcelona	4 %	14 Tage	Pes.	100,—	73,50 B.
„	4 %	2 Mon.	„	100,—	72,65 B.
New-York	5 %	vista		1,—	4,175 b. G.
„	5 %	2 Mon.	„	1,—	4,135 b.
Paris	3 %	8 Tage	Frs.	100,—	81,08 b.
„	3 %	2 Mon.	„	100,—	80,44 b. G.
Petersburg. . . .	7 %	8 Tage	R⁰	100,—	214,70 b.
„ . . .	7 %	3 Mon.	„	100,—	209,10 b.
Schweiz	5 %	8 Tage	Frs.	100,—	81,— b. B.
„	5 %	2 Mon.	„	100,—	80,30 B.
Skandinav. Plätze .	6 %	10 Tage	Kr.	100,—	110,50 b.
Warschau	7 %	8 Tage	R⁰	100,—	214,70 b.
Wien	4½%	8 Tage	K.	100,—	84,90 b. G.
„	4½%	2 Mon.	„	100,—	83,80 G.

Die feste Valuta liegt, wie in den Kurszetteln aller deutschen Bankplätze, im Auslande. Lange Sicht ist meist zwei Monate, nur für London und Petersburg wird der Dreimonatskurs notiert. Kurze Sicht ist gewöhnlich acht Tage, für italienische und skandinavische Plätze zehn, für Madrid und Barcelona vierzehn Tage. Ein Vista-Kurs wird nur bei New-York genannt.

„Amsterdam, 8 Tage, 168,85" ist zu lesen: Ein nach acht Tagen (oder innerhalb acht Tage) fälliger Wechsel auf Amsterdam über 100,— hfl. wird in Berlin mit 165,85 ℳ bewertet.

Der Zweimonate-Kurs findet auf alle Wechsel Anwendung, die nach zwei Monaten, hier also am 2. Mai 07 fällig werden; der Dreimonate-Kurs bezieht sich auf den 2. Juni 07 als Verfalltag. Man nennt das auf diese Weise ermittelte Datum den Stichtag.

Eine Zinsvergütung auf Wechsel, die vor Ablauf der kurzen Sicht fällig werden, findet nicht statt.

Die Zinstage werden bei der kurzen Sicht nach dem Kalender berechnet, bei der langen Sicht gilt der Monat 30 Tage.

Sichtwechsel werden wie die Wechsel mit kurzer Sicht umgerechnet.

Bei Zeitsichtwechseln werden zur Zahl der Sichttage meist noch zwei Posttage hinzugerechnet, die zur Einholung des Akzepts erforderlich sind.

Über die Bedeutung der Buchstaben b., B., G. wird auf das Kapitel Kurszettel verwiesen.

Frankfurt am Main, den 4. März 1907.

Wechsel.

			Zinsv.	ℳ ₰
Amsterdam u. Rotterdam	fl. 10	k. S.	5 %	168 95
		l. S.	5 %	168 95
Antwerp. Brüssel	Fr. 100	k. S.	4 %	80 95
		l. S.	4 %	80 97½
Ital. Bankplätze	Lire 100	k. S.	5 %	81 05
	2½ à 3 Mte.		5 %	—
Lissabon u. Oporto	Milr. 100	k. S.	4 %	447
		l. S.	4 %	447
London	£ 10	k. S.	5 %	204 80
		l. S.	5 %	204 75
Madrid	Pes. 100		5 %	—
New-York	$ 1	k. S.		—
Paris	Fr. 100	k. S.	3 %	81 12½
		l. S.	3 %	81 15
Schweizer Bankpl.	Fr. 100	k. S.	5 %	81 15
St. Petersburg	S.-R. 100	3 W.	8 %	—
Wien	Kr. 100	k. S.	4½ %	84 90
		l. S.	4½ %	—

Hamburg, den 4. März 1907.

Wechsel.				Zins-Verg.	Brief:	Geld:	Bezahlt:
London	per	1	£Strlg. Sicht	—	20,54½	20,52½	20,51—53
"	"	1	" kurz	—	20,52	20,48	20,49 51
"	"	1	" 3 Mt.	4½	20,26½	20,22½	20,24½
Paris	"	100	Francs Sicht	—	81,25	80,95	81,00 08
Französische Bankplätze	"	100	" 3 Mt.	2½	80,55	80,25	80,38—44
Brüssel und Antwerpen	"	100	" Sicht	—	81,15	80,85	80,94 81,02
Belgische Bankplätze	"	100	" 3 Mt.	3½	80,20	79,90	80,12 - 04
Schweizerische Bankplätze	"	100	" Sicht	—	81,30	81,00	81,20—81,00
" "	"	100	" 3 Mt.	4½	80,30	80,00	80,20—10
Amsterdam und Rotterdam	"	100	fl. Holl. Sicht	—	160,20	168,80	168,85—169,00
" " "	"	100	" 3 Mt.	4½	166,80	166,40	166,70—50
Wien	"	100	Kronen Sicht	—	85,10	84,80	84,95 - 80
Oesterr. und Ungar. Bankplätze	"	100	" 3 Mt.	4	83,85	83,55	83,60—80
Italienische Bankplätze	"	100	Lire 3 Mt.	4	80,20	79,80	80,10 79,20
Spanische Plätze	"	100	Pesetas 3 Mt.	4	74,00	73,00	—
Portugiesische Plätze	"	1	Mill-R. 3 Mt.	4	4,45	4,35	—
St. Petersburg	"	100	Rubel S. Sicht	—	216,50	214,50	214,60—215,60
"	"	100	" 3 Mt.	6	211,—	209,00	—
Stockholm	"	100	Kronen Sicht	—	112,40	112,00	112,20—05
Schwedische Bankplätze	"	100	" 3 Mt.	5	110,60	110,20	110,50 - 30
Christiania	"	100	" Sicht	—	112,40	112,00	112,20—05
Norwegische Bankplätze	"	100	" 3 Mt.	4½	110,60	110,20	110,50—30
Kopenhagen	"	100	" Sicht	—	112,40	112,00	112,20—05
Dänische Bankplätze	"	100	" 3 Mt.	5	110,60	110,20	110,50 30
New-York	"	1	$ Gold Sicht	—	4,24½	4,21½	4,22 - 23
"	"	1	" 60 T.	—	4,16	4,13	4,15 - 14

Bank-Diskonto: Reichsbank 6 %, Amsterdam 5 %, Wien 4½ %, London 5 %, Paris 3 %, Kopenhagen 6 %, Schweiz 5 %, Belgien 4 %, Stockholm 6 %, Christiania 5 %, St. Petersburg 7 %.

LONDON
COURSE OF EXCHANGE.

Tuesday, Feb. 12th, 1907.

	TIMES	PRICES AS NEGOTIAED THIS DAYS. FROM	TO
Amsterdam, Rotterd., etc.	Short	12.12 1/2	12.13 1/2
Ditto.	3 Months	12.5 1/2	12.6 1/2
Antwerp, Brussels, etc. .	"	25.56 1/4	25.62 1/2
Paris	Cheques	25.26 1/2	25.27 1/2
Ditto. . .Commercial	3 Months	25.45	25.51 1/4
Marseilles, Lyons, etc. "	"	25.45	25.51 1/4
Zurich, Basle, etc.	"	25.56 1/4	25.60
Hamburg, Berlin and German Bank Places. . .	"	20.78	20.81
St. Petersburg	"	24 1/2	24 5/8
Moscow	"	24 1/2	24 5/8
Vienna, etc.	"	43	43 1/8
Madrid	"	24.40	24.50
Other Spanish Bank Places	"	43	43 1/8
New York.	Demand	486	485 3/4
Ditto	60 Days	nom.	nom.
Rome and Italian Bank Places	3 Months	25.56 1/2	25.62 1/2
Lisbon and Oporto	"	51 11/16	51 13/16

In Frankfurt a. Main bedeutet kurze Sicht acht Tage. Für Wechsel, die vor Ablauf der kurzen Sicht fällig werden, findet eine Zinsvergütung nicht statt. Alle Kurse verstehen sich für kurze Sicht, sie geben also den Kurswert für Wechsel an, die nach acht Tagen fällig werden. Auch der bei der langen Sicht angegebene Kurs bezieht sich auf den Wert des Wechsels, den er bei kurzer Sicht haben würde. Die kurze und lange Sicht sind daher in der Kursnotiz ziemlich gleich, Wechsel auf Paris mit l. S. sind sogar höher bewertet als solche mit k. S.

In **Hamburg** werden zum Sichtkurse alle Sichtwechsel, Checks und diejenigen Wechsel berechnet, die höchstens zehn Tage Laufzeit haben. Eine Zinsvergütung für kurze Wechsel (bis zehn) Tage findet nicht statt.

Alle anderen Wechsel werden nach dem langen Kurse behandelt. Der Zinssatz für die Wertberechnung der Wechsel mit weniger als drei Monaten Laufzeit ist meist $^1/_2$ % niedriger als der Bankdiskont des Platzes, auf den der Wechsel lautet.

London notiert alle europäischen Plätze mit Ausnahme von Petersburg, Moskau, Madrid und Lissabon in der Wechselnotiz; die feste Valuta liegt im Inlande. Durch den Wechselkurs wird somit ausgedrückt, wieviel ℳ, Frs., hfl. usw. man für den festen Wert von 1 £ erhält.

Für die außereuropäischen sowie für die genannten Plätze liegt dagegen die feste Valuta im Auslande (Börsennotiz); der Kurs gibt an, wieviel Pence für den festen Wert von 1 R°, 1 Peso, 1 Milrëis, 1 Rupie, 1 Silberyen usw. gezahlt werden. Der Kurs bei New-York notiert den Wert für 10 $.

Der Ausdruck „Demand" (bei Vorzeigung) ist der Bezeichnung „short", d. i. „kurz", gleich zu erachten. Für die Zahlung solcher Sichtwechsel bestehen aber auch drei Respekttage.

Bei der Zinsberechnung wird das Jahr zu 365 Tagen, die Monate kalendermäßig, der Februar stets zu 28 Tagen gezählt.

Berechnung des Wertes der Devisen.

a) Verfalltag und Stichtag stimmen überein.

Stimmen Verfalltag und Stichtag überein, so ist die Wertberechnung der Devise sehr einfach; sie wird durch die einfache Regeldetri oder den Kettensatz erledigt.

1. Beispiel: Berlin notiert am 2. März 1907 Petersburg lang 209,10. Was ist in Berlin ein Wechsel von 314,50 R°, fällig per 2. Juni, wert?

Die Kursnotiz bedeutet: 100 R° per 2. Juni kosten in Berlin am 2. März 209,10 ℳ. Stichtag und Verfalltag stimmen also überein.

100,— R° = 209,10 ℳ
314,50 „ = ? „

oder

? ℳ	314,50 R°
100 R°	209,10 ℳ

= 657,62 ℳ.

2. Beispiel: London notiert am 3. April Berlin 3 Monate mit 20,80. Welchen Wert haben in London 590,— ℳ per 3 Mt. auf Berlin?

Die Notiz sagt: 20,80 ℳ per 3 Mt. auf Berlin kosten in London 1 £; folglich ist

$$1 \text{ ℳ} = \frac{1}{20{,}80} \text{ £ und}$$

$$590{,}\text{— ℳ} = \frac{1 \cdot 590}{20{,}80} \text{ £} =$$

oder

$$\begin{array}{r|l} ? \text{ £} & 590 \text{ ℳ} \\ 20{,}80 \text{ ℳ} & 1 \text{ £} \end{array}$$

$= 28{,}365$ £ oder 28 £ 7 s $3^1/_2$ d.

Aufg. 1.

Welchen Wert haben in Berlin 675 hfl. kurz Amsterdam zum Kurse von 168,85?

Aufg. 2.

Wie teuer sind in Hamburg 1450 Kronen per Sicht auf Wien? (Kurs 84,95)

Aufg. 3.

Was wird in Frankfurt a. M. für 837 £ k. S. auf Genua zum Kurse von 81,05 gezahlt?

Aufg. 4.

Was zahlt man am 12. Februar in London für 935 ℳ auf Berlin, fällig per 12. Mai, wenn London deutsche Plätze per 3 Monate mit 20,81 notiert?

b) Verfalltag und Stichtag stimmen nicht überein.

Zur Berechnung derjenigen Wechsel, deren Verfalltag nicht mit dem durch den Kurszettel festzustellenden Stichtag übereinstimmt, ist noch die Kenntnis einiger Usanzen für die betreffenden Wechselplätze erforderlich.

In Berlin werden nur solche Wechsel nach dem kurzen Kurse berechnet, die höchstens noch 14 Tage Laufzeit haben. Da für alle Wechsel, die vor der kurzen Sicht verfallen, Zinsvergütung nicht gewährt wird, kann also auf kurze Wechsel nur eine solche von

14 — 8 = 6 Tagen in Anrechnung kommen*). Bei der kurzen Sicht werden die Tage kalendermäßig gezählt.

Zum Kurse für lange Sicht werden alle Wechsel gerechnet, die höchstens 15 Tage vor dem Stichtage fällig sind.

Wechsel, deren Verfall zwischen der kurzen und langen Sichtperiode liegt, nennt man Wechsel mit Mittelsicht. Sie werden nach dem Kurse für lange Sicht behandelt, erfordern aber eine besondere Vereinbarung über die Höhe des anzuwendenden Zinssatzes.

F r a n k f u r t a. M. rechnet auch bei Wechseln mit kurzer Sicht den Monat zu 30 Tagen, der Stichtag wird aber kalendermäßig ermittelt.

In H a m b u r g gelten als Wechsel mit kurzer Sicht solche mit bis acht Tagen Laufzeit; auf alle übrigen findet der Dreimonatskurs Anwendung. Die Monate werden ebenfalls zu 30 Tagen berechnet, nur bei Wechseln kurz London werden die Tage nach dem Kalender ausgezählt.

Die Wertberechnung von Wechseln, deren Verfalltag nicht auf den Ablauf der Kurssicht fällt, soll nun an einigen Beispielen gezeigt werden:

1. Beispiel: Welchen Wert hat in Berlin am 2. März ein Wechsel über 375,50 hfl. auf Amsterdam, der am 20. April fällig ist? Lange Sicht 167,90. Diskont 5 %.

Wir stellen zunächst fest, wie der Wechsel bewertet würde, wenn er am Stichtage, also am 2. Mai fällig wäre.

? ℳ	375,50 hfl.
100 hfl.	167,90 ℳ

= 630,46 ℳ.

Nun ist aber der Wechsel bereits am 20. April, also 12 Tage früher zahlbar. Sein Wert muß demnach um den Diskont für 12 Tage à 5 % höher sein.

630,46 ℳ à 5 % auf 12 Tage = 1,05 ℳ.

	375,50 hfl. per 2. Mai à 167,90	= 630,46 ℳ
+	Diskont à 5 % auf 12 Tage (f. früh. Fälligkeit)	1,05 „
	Wert des Wechsels am 2. März	631,51 ℳ.

*) Anmerkung: Eine Ausnahme bilden kurze Wechsel auf Portugal und Spanien, Italien und Skandinavien, welche einen kurzen Kurs von 14 Tagen notieren und noch mit 21 Tagen als kurze Wechsel lieferbar sind.

2. Beispiel: Welchen Erlös bringen in Berlin am 2. März 6531,50 Frs. auf Paris, fällig am 16. März, wenn Paris in Berlin 81,08 k. S. notiert wird und der Diskont 3 % beträgt?

Der Stichtag für k. S. ist acht Tage nach dem 2. März, also am 10. März. Der Wechsel wird aber erst am 16. März, also sechs Tage später fällig; sein Wert ist demnach um den Diskont für 6 Tage à 3 % geringer. Wir ermitteln daher zunächst, welchen Wert der Wechsel hätte, wenn er am 10. März fällig wäre, und subtrahieren davon den Diskont für die genannte Zeit.

? ℳ	6531,50 Frs.
100 Frs.	81,08 ℳ

	6531,50 Frs. per 10. März à 81,08 . . . =	5295,74 ℳ
⁒	Diskont für 6 Tage à 3 % . . . . =	2,65 „
	Wert des Wechsels am 2. März	5293,09 ℳ

3. Beispiel: In Frankfurt a./M. werden am 4. März folgende Wechsel auf Amsterdam verkauft: 1560 hfl. per 4. Mai, 875,75 hfl. per 10. Mai, 948,50 hfl. per 15. Mai, 560,— hfl. per 18. Mai.

Der Kurs der Wechsel mit l. S. ist 168,95. Der Diskont beträgt 5 %. Welchen Erlös bringen die Wechsel?

In Frankfurt a./M. gibt auch der lange Kurs an, welchen Wert ein erst nach $2^1/_2$—3 Monaten fälliger Wechsel haben würde, wenn er schon nach 8 Tagen zahlbar wäre.

Wir ermitteln daher zuerst den Wert in hfl., der sich ergeben würde, wenn alle Wechsel am Stichtage, also am 12. März verfallen. Da für 8 Tage keine Zinsen gerechnet werden, sind die Beträge einfach zu addieren.

Darauf untersuchen wir, wieviel T a g e jeder Wechsel hinter dem Stichtage fällig wird, und stellen die Z i n s z a h l e n fest, um welche jede Summe wegen des späteren Verfalls zu kürzen ist. Der Vereinfachung wegen werden aber nicht die Z i n s e n aus den e i n z e l n e n Zinszahlen, sondern aus deren S u m m e berechnet und von der G e s a m t wechselsumme subtrahiert. Wir erhalten so, in hfl ausgedrückt, den Gesamtwert der Wechsel am Verkaufstage und brauchen nur noch eine Umrechnung mit dem angegebenen Kurse vorzunehmen.

Verfalltag 4. März. Stichtag 12. März.

1560,— hfl.	per	4. Mai	52 Tg.	811 #	
875,75 „	„	10. „	58 „	508 „	
948,50 „	„	15.	63 „	598 „	
560,— „	„	18. „	66 „	370 „	
3944,25 hfl.				2287 #	
— 31,76 „				2287 : 72 = 31,76 hfl.	

3912,49 hfl. zum Kurse von 168,95 = 6610,15 *M*.

Als praktische Regel merke man:

Liegt der Verfall vor dem Stichtage, so wird der Diskont zur Wechselsumme addiert, liegt er aber hinter dem Stichtage, so ist der Diskont zu subtrahieren.

4. Beispiel: A in Berlin hat von B in Paris 5210 *M* zu fordern. Er will diese Summe durch einen nach 8 Tagen fälligen Wechsel entnehmen. Auf wieviel Frs. lautet die Tratte, wenn Paris kurz in Berlin mit 81,08 notiert wird?

Diese Aufgabe erledigt sich, da Stichtag und Wechselverfall zusammentreffen, durch einen einfachen Kettensatz.

? Frs.	5210 *M*
81,10 *M*	100 Frs.

= 6424,17 Frs.

Aufg. 5.

Ein Wechsel über 6249,70 Frs. per 20. Mai auf Paris wird in Berlin am 4. März zum langen Kurse von 81,08 verkauft. Welchen Erlös bringt er? (Diskont 3 %.)

Aufg. 6.

Wieviel muß man am 4. März in Berlin für 7385,40 £ per 15. März auf Mailand anlegen? Kurze Sicht 81,00. Diskont 4 %.

Aufg. 7.

Wie teuer sind am 4. März in Berlin 7613,50 Frs. per 18. März auf Antwerpen, wenn belgische Plätze in Berlin 81,10 k. S. bei 4 % Diskont notiert sind?

Aufg. 8.

Was kosten am 4. März in Berlin 975,75 R/° per 22. Mai/5. Juni? Lange Sicht 209,10. Diskont 7 %.

Aufg. 9.

Welchen Ertrag geben am 4. März in Berlin folgende Wechsel auf Wien? a) 2351 K per 20. Mai, b) 1675 K per 22. Mai, c) 4789,75 K per 25. Mai, d) 985,50 K per 27. Mai, e) 1345,80 K per 30. Mai. Kurs für l. S. 83,80. Diskont $4^1/_2$ %.

Aufg. 10.

In Hamburg wird am 4. März ein Wechsel auf Rotterdam über 2 560 hfl. per 28. Mai zum 3 Monatskurse von 166,60 bei $4^1/_2$ % Diskont verkauft.

Wie wird er bezahlt?

Aufg. 11.

Welchen Erlös bringen am 4. März in Frankfurt a./M. folgende Wechsel auf Paris zum Kurse für lange Sichtwechsel bei 3 % Diskont: a) 3445,50 Frs. per 21. Mai, b) 2845,75 Frs. per 25. Mai, c) 1483,— Frs. per 28. Mai, d) 948,70 Frs. per 1. Juni, e) 5648,— Frs. per 4. Juni?

Aufg. 12.

London begibt am 12. Februar 3519,70 ℳ per 2. Mai auf Berlin. Welches ist der Ertrag, wenn Berlin 3 Monate in London mit 20,78 notiert ist? (Diskont 3 %.)

G. Effektenrechnung.

1. Allgemeines über Effekten.

Effekten sind entweder Schuldverschreibungen der Staaten, Provinzen, Kreise oder Kommunen oder Anteilscheine der Industrie- und Handelsgesellschaften an ihren geschäftlichen Unternehmungen, oder sie geben dem Inhaber das Recht der Beteiligung an zu veranstaltenden Verlosungen. Man kann sie daher in

Schuldverschreibungen oder Obligationen,
Anteilscheine oder Aktien und
Lose oder Prämienanleihen

einteilen. Lauten sie auf den Namen des Eigentümers, so sind es Namenspapiere, sie können dann nur durch Indossament an andere Eigentümer übertragen werden. Meist sind sie aber Inhaberpapiere, d. h., jeder Inhaber des Effekts wird als dessen Eigentümer angesehen.

a. Die Obligationen.

Obligationen versprechen dem Inhaber einen festen Zinsgenuß und eignen sich daher besonders zu Anlagewerten. Von den gewöhnlichen Schuldverschreibungen, Schuldscheinen, unterscheiden sie sich vor allem dadurch, daß sie dem Schuldner gegenüber unkündbar sind. Hingegen steht diesem aber das Recht zu, den Zinsfuß für die Obligation herabzusetzen (Konversion) oder nach seinem Ermessen einen Teil oder die ganze Anleihe zur Rückzahlung zu kündigen, sofern nicht in der Obligation ausdrücklich ein Termin, bis zu welchem sie auch seitens des Schuldners unkündbar sein soll, angegeben ist. Wenn von vornherein die Rückzahlung nach einem bestimmten Plane vorgesehen ist, so nennt man diese Art der Tilgung die Amortisation. Die Obligationen lauten auf einen bestimmten Betrag, den Nominal- oder Nennwert.

In der Regel besteht eine Obligation aus zwei Blättern: 1. aus m Mantel, der eigentlichen Obligation, mit dem Namen, dem Nominalwert und der den Besitzer bezeichnenden und rechtlichen Angaben; 2. aus dem Zinsbogenschein, welcher aus den Zinsscheinen und dem Erneuerungsschein oder Talon besteht. Die Zinsscheine, auch Coupons genannt, sind Anweisungen zur Erhebung der fälligen Zinsen. An den auf den Coupons bezeichneten Zinsterminen schneidet der Inhaber einen Zinsschein ab und legt ihn der betreffenden Zahlstelle zum Inkasso vor. Gleichzeitig mit dem letzten Zinsschein reicht er auch den Talon ein und erhält darauf einen neuen Zinsbogen. Bei verlosten Papieren hört die Verzinsung mit dem an der Verlosung bekannt gegebenen Termin auf. Der Anspruch auf die Zinsen aus dem Coupon verjährt innerhalb 4 Jahre.

Die Hauptgruppen von Obligationen sind:

I. Staatspapiere oder Fonds.

Sie beruhen meist auf dem Ansehen und den Einnahmen des Staates, also auf den Zöllen und den Erträgen aus seinen geschäftlichen Unternehmungen. Die deutschen Fonds sind Rentenpapiere, bei welchen eine Rückzahlung nicht vorgesehen ist. Diese berechtigen den Inhaber also lediglich zum fortlaufenden Zinsgenuß. Einige Staaten, z. B. Frankreich, haben neben solchen Renten (perpetuellen, ewigen Inskriptionen) auch amortisierbare Staatspapiere ausgegeben.

II. Schuldverschreibungen von Kommunen.

Diese bieten als Unterpfand den gesamten Besitz an Grund und Boden, Gebäudewerten u. dergl. Sie sind meist nach einem festgelegten Tilgungsplane amortisierbar. Ihrem innern Werte nach sind sie oft den Fonds gleich zu erachten.

III. Pfandbriefe der Hypothekenbanken.

Sie sind durch die Darlehen sicher gestellt, welche diese Banken auf Grundbesitz oder Gebäude vergeben haben.

IV. Pfandbriefe der Landschaften.

Landschaften sind Kreditvereinigungen von ländlichen Grundbesitzern. Die Unterlage ihrer Pfandbriefe sind die Hypothekenforderungen, die sie auf den Grundbesitz der zu ihrem Verbande gehörenden Mitglieder an erster Stelle eingetragen haben. Diese Obligationen sind wegen ihrer Sicherheit ein sehr beliebtes Anlagepapier der Kapitalisten.

V. Prioritätsobligationen.

Zumeist sind es Eisenbahngesellschaften, welche durch Ausgabe von Prioritätsobligationen zur Einrichtung oder Erweiterung ihres Betriebes fremdes Kapital heranziehen. Diese Papiere genießen ein Vorzugsrecht in bezug auf die Zinsforderungen und diejenigen Beträge, die zur allmählichen Kapitaltilgung vorgesehen sind. Bevor also die Zinsen für die Obligationen nicht bezahlt und die genannten Beträge zur Tilgung nicht zurückgestellt sind, dürfen die Gesellschaftsmitglieder Gewinnanteile nicht erhalten.

b. Die Aktien.

Aktien sind Anteilscheine an dem Vermögen einer Aktiengesellschaft und berechtigen, am Gewinn derselben zu partizipieren. Sie stellen demnach nicht wie die Obligationen einen bestimmten gleichbleibenden Zinsgenuß in Aussicht. Ihr Ertrag richtet sich vielmehr immer nach dem jedesmaligen Ergebnis des Geschäftsunternehmens. Er ist daher oft sehr schwankend; auf Jahre mit sehr hohen Gewinnanteilen können solche folgen, in denen kein Nutzen erzielt wurde.

Die Gewinne der Aktiengesellschaft werden am Schlusse des Geschäftsjahres ermittelt und auf Beschluß der Generalversammlung unter die Besitzer von Aktien, die Aktionäre, in Prozenten als Dividende verteilt. Zur Abhebung der Dividende berechtigt der der Aktie beigegebene Dividendenscheinbogen, von dem der fällige Dividendenschein losgelöst und der Gesellschaft zur Zahlung der Dividende eingereicht wird.

Der Aktionär beteiligt sich also mit einem bestimmten Kapitalbetrage an dem Geschäftsunternehmen der Gesellschaft. Über diesen Betrag hinaus Einlagen zu leisten, ist er nicht verpflichtet.

Weil der Ertrag der Aktie sehr schwankend, ihr Wert somit auch sehr veränderlich ist, eignet sich dieses Papier vorzüglich als Spekulationsobjekt.

Häufig werden von den Aktiengesellschaften auch sogenannte Stamm-Prioritäts-Aktien ausgegeben. Diesen wird eine bestimmte, in Prozenten ausgedrückte Dividende garantiert. Hat die Gesellschaft eine höhere Dividende erzielt, so wird die Differenz als Superdividende bezeichnet.

Gegenüber den Stamm-Prioritätsaktien werden die ursprünglichen Aktien Stammaktien genannt.

Wenn auch bei Aktien eine bestimmte Dividende nicht in Aussicht gestellt werden kann, werden doch beim Verkauf an den deutschen Börsen meist 4 % Stückzinsen gerechnet; diese sind als Vergütung für die zu erwartende Dividende anzusehen.

Mit den Aktien verwandt sind die Kuxe. Das sind Anteile an Bergwerksunternehmungen. Sie lauten nicht auf einen bestimmten Betrag, sondern stellen $^1/_{64}$ oder $^1/_{128}$ oder auch $^1/_{100}$ des Gesellschaftskapitals dar. Der Inhaber eines Kuxes ist verpflichtet, wenn es erforderlich ist, Nachzahlung zu leisten. Ist er von dieser Verpflichtung befreit, so heißen solche Kuxe Freikuxe.

c. Die Lose oder Prämienscheine.

Prämienscheine versprechen meist nicht einen festen Zinsgenuß. Derjenige Betrag, der für die Verzinsung und Amortisation vorgesehen ist, wird zur Veranstaltung einer Lotterie verwendet, bei welcher Prämienscheine entweder mit ihrem Nennwerte oder einem oft sehr viel höheren Betrage ausgelost werden. Oft werden von einer Prämienanleihe immer je 100 oder 1000 Nummern zu einer Serie zusammengefaßt. Aus der Reihe der Serien werden dann durch die erste Verlosung die Gewinnserien und aus diesen durch eine zweite Verlosung die Gewinnlose bestimmt.

Prämienscheine werden von Staaten, Kommunen und auch von Privatinstituten nur dann ausgegeben, wenn selbst bei hohen Zinsen und niedrigen Emissionskursen die Unterbringung von Obligationen schwierig ist. Sie sind daher zur Kapitalsanlage besonders für den, der von Zinsen lebt, wenig geeignet.

Der Verkehr für Inhaberpapiere mit Prämien wird in Deutschland durch das Gesetz vom 8. Juni 1871 geregelt. Danach dürfen Prämienanleihen innerhalb des deutschen Reiches nur auf Grund eines Reichsgesetzes und nur zum Zwecke der Anleihe eines Bundesstaates oder des Reiches ausgegeben werden. Andere Inhaberpapiere mit Prämien, die im Inlande ausgegeben sind, und solche ausländische Prämienscheine, die nach dem 30. April 1871 ausgegeben sind, dürfen weder weiter begeben, noch an der Börse, noch an anderen zum Verkehr mit Wertpapieren bestimmten Versammlungsorten zum Gegenstande der Geschäftsvermittlung gemacht werden.

Ausländische, vor dem 1. Mai 1871 ausgegebene Inhaberpapiere mit Prämien können an den Börsen gehandelt werden, wenn sie zu diesem Zwecke abgestempelt sind. Solche Prämienanleihen sind z. B. die Russische erste Staats-Prämienanleihe vom Jahre 1864, die Russische zweite Staats-Prämienanleihe von 1866, die Türkenlose 400 Franks von 1870, die Bukarester Städtische Anleihe von 1869 usw.

2. Der Kurszettel.

Bei der Berechnung eines Effekts sind zwei Werte zu berücksichtigen: der Nominalwert, das ist derjenige Betrag, der auf dem Papier genannt wird, und der Kurswert, das ist der eigentliche Wert, den das Effekt im Börsenhandel hat. Diese beiden Werte sind meist sehr verschieden voneinander; während ersterer feststeht, ist der Kurswert von Angebot und Nachfrage abhängig, also veränderlich. An den deutschen Börsen wird der Kaufpreis eines Effekts nach Prozenten des Nominalbetrages festgestellt.

Die Ermittelung der Kurse geschieht täglich auf der Grundlage der von den Maklern an dem betreffenden Börsentage abgeschlossenen Geschäfte. Wird das Effekt mit 100 notiert, so steht es „pari". Ist der Kurs höher als 100, so wird es mit Agio gehandelt. Bei einem Kurse von 104,50 beträgt das Agio $4^1/_2$ %. Notiert der Kurs hingegen unter 100, so ergibt sich ein Disagio; bei einem Kurse von 98,25 beläuft sich das Disagio auf $1^3/_4$ %.

Die maßgebenden Kurse werden an jedem Börsentage im amtlichen Kurszettel veröffentlicht.

In dem folgenden Auszuge ist nur ein kleiner Teil derjenigen Effekten enthalten, die der Berliner Kurszettel aufweist. Zur Zeit werden in Berlin über 1600 Papiere gehandelt.

Auszug aus dem Kurszettel des Berliner Börsen-Courier.

Montag, 15 April 1907.

Deutsche Fonds

Zinstermin	Zinsfuß		
per 1. 4. 08	3½	Deutsche Reichsschatzscheine Serie I	99.00 B.
„ 1. 7. 08	3½	do. „ II	98.75 b.
April—Okt.	3½	do. 1905 I	98 75 b.
versch.	3½	Deutsche Reichsanleihe	95.90 b.
versch.	3	do.	84.70 b.
versch.	3½	Preußische Konsols	95.90 b.
Jan —Juli	4	Badische St. Anleihe unkv. 09 .	101.75 b.
Mai—Nov.	4	Bayerische Staatsanleihe . . .	101.40 b.
Jan —Juli	4	Hamburg. Staatsrente amort. 1900	100.90 b. G.

Rentenbriefe

April—Okt.	4	Hannoversche	— —
versch.	3½	Posensche	95.10 B.
April—Okt.	4	Preußische	100.80 G.

Stadt-Anleihen

Jan.—Juli	3½	Berliner 1876, 1878	98.00 b. G.
versch.	3½	do. 1882—98	96.20 b.
April—Okt.	3½	do. 1904 I	96.00 b.
versch.	4	Charlottenburg 1889, 1899 . . .	100.80 b.

Pfandbriefe

Jan.—Juli	5	Berliner	122.75 G.
Jan.—Juli	4	Ostpreußische	103.80 b.
Jan. Juli	3	do.	84.40 G.
Jan.—Juli	3½	Pommersche	94.75 B.
Jan.—Juli	4	Posensche Lit. D	101.10 B.

Fremde Fonds

Stücke zu	Notiz in	zahlb. in	Zinstermine	Zf.		Heutiger Kurs	Voriger Kurs
500 £	ℳ %	G	Jan.—Juli	5	Argentin. Eisenb. Anl. 1890	99.20 b.	99.10 b.
100 „	„	„	„ „	5	do. do.	99.80 b B.	99.80 b.
20 „	„	„	„ „	5	do. do.	100.20 b.	99.80 b.
500 „	„	„	„ „	6	Chinesische von 1895 . .	105.00 e. b.G.	105.10 b.G.
5000. 2500 F	F %	„	„ „	1,6	5 % Griechische 81 84 . .	51.50 b.G.	51.50 G.
20 £	ℳ %	„	April—Okt.	1,3	4 do. kleine . .	40.00 G.	40.00 b.G.
200 „	£ %	„	10/1.—10./7.	$4\frac{1}{2}$	Japanische Anl. II . . .	93.10 e. b G.	93.25 b.G.
100 „	„	„	„ „	$4\frac{1}{2}$	do. . . .	93.20 b.G	93.25 b.G.
20 „	„	„	„ „	$4\frac{1}{2}$	do. . . .	93.50 b.G.	93.40 b.G.
20. 10000 Fr	L %	„	Jan. - Juli	$3\frac{3}{4}$	Italiener konv.	— —	103.20 G.
1000 „	fl %	„	April—Okt.	4	Oesterr. Goldrente . . .	99.60 b.	— —
1000 „	„	S	„ „	$4\frac{1}{2}$	„ Silberrente . . .	— —	— —
2025 ℳ	ℳ %	G	Jan. - Juli	4	Ungar. Goldrente . . .	94.50 G.	94.60 B.
5000. 100 K	K %	„	Juni—Dez.	4	„ Kronenrente . . .	— —	94.50 b.

Amtlich notierte Loskurse

Zins	Serien-Ziehung	Prämien-Ziehung	letzte Ziehg.	Notiz in		Heutiger Kurs	Voriger Kurs
fr.	Febr. - Aug.	1.Mai/1.Sept	1934	ℳ p St.	Augsburger 7 fl Lose .	— —	— —
fr.	1/2 1/3 1/8 1/1	31/3 3/6 30/9 31/12	1924	ℳ p.St.	Braunschw. 20 Thlr. Lose	170.00 B.	169.00 b.
3	2. Jan.	2. Jan.	1926	ℳ %	Hamburger 50 Thlr. Lose	146.75 G.	145.75 b.

Deutsche Eisenbahn-Stamm- und Prioritäts-Aktien

Zinstermin	Dividende 1905	Dividende 1906		Heutiger Kurs
Jan.	6¼	5¾	Aachen-Mastr. abgest. . . .	—,
Jan.	6½	—	Braunschweig. Land-E. . . .	142,75 G.
Jan.	5½	–	Halberst. Blankenb. A. B. . .	128,75 G.
April	5,9	—	Königsberg-Cranz	150,40 G.
April	7	—	Paulinenaue-Neuruppin . . .	– ,–

Deutsche Eisenbahn-Prioritäts-Obligationen

Zinstermin	Zf.		Heutiger Kurs
Jan. Juli	3½	Braunschw. Land-Eisenbahn I . .	,—
Jan. – Juli	3½	Halberst. Blankenb. 1895 - 1903 .	92,75 G.
Apr. - Okt.	4	Nordhaus. Wernig. unk. 07 . . .	—,—

Fremde Eisenbahn-Stamm- u. Stamm-Prior.-Aktien

Dividende 1905	Dividende 1906	Zinstermin	Zf.	i bedeutet inkl. Dividendenschein.	Heutiger Kurs
5⅓	i —	Jan. 06	4	Böhmische Nordbahn . .	—,–
5	i R.D.	Juli 06	4	Csak-Agr. Pr.-A. . . .	104,30 G.
5¼	i R.D.	Juli 06	4	Oesterr. Nordw. . . .	—,—
1	i —	Jan. 06	4	Raab-Oedenburg . . .	34,50 e.b.B.
102	i —	Jan. 06	4	Südösterr. (Lb.) . . .	20,25 b.

Fremde Eisenbahn-Prioritäts-Obligationen.

Zinstermin	Zf.		Heutiger Kurs
Mai Nov.	5	Albrechtsbahn gar.	—,—
April – Okt.	4	Kronprinz Rudolfbahn gar. . .	99,60 G.
Jan. Juli	3	Dux-Prager Goldobl.	79,10 G.
März — Sept.	3	Oesterr. Staatsbahn gar. . . .	87,30 G.
März — Sept.	2,6	Südösterr. (Lomb.)	64,90 b.G.
Jan. — Juli	5	do. do. 5 % gar. Obl.	104,60 b.G.
April – Okt.	5	Anatolische Bahnen gr.	102,00 G.
April — Okt.	3½	Gotthardbahn	—,—
Jan. — Juli	4	Italienische Mittelmeerb. strfr. .	101,00 G.

Deutsche Hypoth.-Zertifikate u. Pfandbriefe.

Zinstermin	Zinsfuß	Notiz stets in Markprozent	Heutiger Kurs
versch.	3	Berliner Hypotheken-B.	90,75 G.
versch.	4	do. do. S. I u. II unk. 14	100 25 G.
versch.	5	Deutsche Hypothekenbank Berlin IV—IV	101,00 bG.
Jan—Juli	4	do. VII	99,25 b.G.
Jan.—Juli	4	Hamburger Hypoth. S. 141—340	99,25 b.G.
Febr.—Aug.	4	do. S. 471-500 unk. 1916	100,00 G.
April—Okt.	4	Meininger Hypoth. B. Serie II	100,00 b.
Jan.-Juli	4	do. Serie IX, unk. bis 1914	100,00 b.G.
Jan.—Juli	$3\frac{1}{2}$	do. konv.	93,20 b.G.
Jan.—Juli	4	Mitteld. Bodenkredit, Ser. II	99,75 G.
April—Okt.	4	Preußische Pfandbriefe, Ser. XVIII, unk. 1908	99,40 b.G.
Jan.—Juli	$3\frac{1}{2}$	do. Ser. XXIV unk. 1912	94,00 G.

Bankaktien.

Stücke zu Mark	Einzahlung	Dividende 1904	1905	1906	Zinstermin	i bedeutet inkl. Dividendenschein pro 1906	Heutiger Kurs
500, 1000	voll	8	9	9	Januar	Berliner Handelsges.	158,80 b.B.
1000	voll	4	$4\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	Januar	do. Hypoth. Bank	126,00 G
600, 1200	voll	6	7	6	Januar	Breslauer Diskonto-B.	109,00 b.G.
250 fl. sd.	voll	7	8	8	Januar	Darmst B. f. Hand. u. Industrie	—,—
600, 1200, 1600	voll	12	12	12	Januar	Deutsche Bank	230,30 b.
600, 1200	voll	$8\frac{1}{2}$	9	9	Januar	Diskonto-Gesellschaft	172,80 b.G.
600, 1200	voll	$7\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$	Januar	Dresdener Bank	146,50 et b.G.
1000, 3000	voll	7,4	6,15	8,22	Jan. Juli	Reichs-Bank	156,40 b.G.
250 R.°	voll	9	9	i 10	Januar 06	Russ. B. f. ausw. Hand.	141,00 b.

Industrie-Aktien

(Sämtliche — auch Vorzugs-Aktien — mit 4 % Stückzinsen zu rechnen)

Stücke in Mark	Dividende pro 1904	1905	1906	Zins-termin	i bedeutet incl. Dividendenschein pro 1906	Heutiger Kurs
1000	20	25	—	Nov.	Adler Fahrrad-Fabrik	320.00 b G.
600	4	4	4	Jan.	Berliner Aquarium .	128.00 G.
1000	15	15	–	Juli	Bleistiftfabr. Faber .	280 00 b G.
1000	20	22	—	Juli	Deutsche Gasglühlicht	317 00 b.G.
1000	11	12½	15	Jan.	do. Linoleumges. Rixdorf	192.75 G.
600. 1000	10	12	16	Jan.	Ludwig Löwe & Co. .	254.75 b.G.
600	2	4	0	Jan.	Norddeutsche Eiswerke	60.00 b.B.
1000	2	7½	i 8½	Jan.06	Norddeutscher Lloyd .	127.00 b B.
1000	12	14	—	Jan.	Orenstein & Koppel .	206.40 b.
1000	16	15	17	Jan.	Schering, Chem. Fabr.	272.10 b.G.

Industrie-Obligationen

(Die mit * bezeichneten Obligationen sind hypoth. sichergestellt)

A. O.	3½	Gr. Berliner Straßenbahn . . .	98.00 G.
A. O.	4½	Norddeutscher Lloyd	101.40 B.
M. N.	4½	*Orenstein & Koppel	103.25 b.
J. J.	4	*Schultheiß Brauerei	— —

Feste Umrechnung.

1 Livre Sterl. = 20,40 *M*, 1 Doll. = 4,20 *M* 1 Rubel = 2,16 *M* 1 Goldrubel (alte Goldrubel) = 3,20 *M*, 1 Silber-Rubel (alte Kreditrubel) = 2 16 *M*, 7 fl. südd Währ. = 12 *M*, 1 fl. österr. Währ. und 1 fl. Silber = 1 70 *M*, 1 österr. Goldgulden = 2 *M*, 1 ungarischer Goldgulden = 2,0.5 *M*, 1 Krone österr. und ungar. Währ. = 0 85 *M*, 1 fl. holl. Währ = 1 70 *M*, 1 Franc oder 1 Lira oder 1 Peseta oder 1 Lei = 80 Pf., 1 skand Krone = 1,12½ *M*, 1 Peso (Gold) = 4 *M*, 1 Peso (argentin. Papier) = 1 75 *M*.

Der Kurszettel erfordert einige Erklärungen.

Die Zinstermine geben die Daten an, an welchen die Zinsen für die Effekten fällig sind. April-Oktober oder auch A./O. bedeutet demnach, daß am 1. April und am 1. Oktober die halbjährlichen Zinsen gegen Einreichung der Zinsscheine gezahlt werden.

Der Ausdruck „versch." will angeben, daß hier sowohl Papiere mit A/O-Zinsen als auch mit J./J. (Januar/Juli)-Zinsen notiert sind. Zf. heißt Zinsfuß. Bei den fremden Eisenbahn-Stamm und Stamm-

Prioritäts-Aktien ist unter Zf. der Prozentsatz für die Stückzinsen zu verstehen, welche im Handel für diese Aktien berechnet werden.

In der Kolonne für die Dividende sind oft neben der Dividende für das verflossene Geschäftsjahr auch zur Vergleichung die Dividenden der früheren Jahre angegeben.

Die römischen Ziffern neben den Namen der Effekten bezeichnen die Nummer der Serie. Die Jahreszahlen nennen entweder das Emissionsjahr (Berliner Stadtanleihen von 1876 und 1878) oder dasjenige Jahr, bis zu welchem das Effekt seitens des Staates, der Kommunen usw. unkündbar (unk.) oder unkonvertierbar (unkv.) ist (Preußische Pfandbriefbank Serie XXIV unk. 1912).

Der Kurs ist in Prozenten ausgedrückt. Es wurden also z. B. am 15. April 1907 100 ℳ $3^1/_2$ % Deutsche Reichsschatzscheine von 1905 mit 98,75 ℳ bezahlt. Der Buchstabe b. heißt „bezahlt". Es soll dadurch ausgedrückt werden, daß zu dem genannten Kurse Abschlüsse auf das bezeichnete Papier gemacht sind. „etw. b." oder „et. bez." heißt: „etwas bezahlt", die Umsätze sind geringfügig gewesen.

Außerdem finden wir noch die Bezeichnungen G. und B. G. ist die Abkürzung von Geld und soll angeben, daß zu dem genannten Kurse Käufer für das Papier vorhanden waren, also Nachfrage danach hielten.

B. bedeutet Brief. Zu dem angegebenen Kurse wurde in dem Papier ein Angebot gemacht, es waren Verkäufer vorhanden.

Wurden Umsätze erzielt, blieb aber noch ein Teil der Käufer unbefriedigt, so setzt man hinter die Kurszahl ein b. G.; konnten dagegen nicht alle zum Verkauf angebotenen Papiere untergebracht werden, so bezeichnet man das durch b. B.

3. Die Berechnung der Effekten.

Die Wertermittlung eines Effekts setzt sich zusammen aus
der Berechnung des Kurswertes,
" " " Zinsen und
" " der Unkosten.

a. Die Berechnung des Kurswertes.

1. Beispiel: Was kosten 6000 ℳ $3^1/_2$ % Preußische Konsolidierte Anleihe zum Kurse von 99,80?

Der Kurs von 99,80 sagt: 100 ℳ Nennwert = 99,80 ℳ Kurswert. Der Kettensatz würde also lauten:

? ℳ Kurswert	6000 ℳ Nennwert
100 „ Nennwert	99,80 ℳ Kurswert

= 5988 ℳ.

Der Nennwert ist demnach mit dem Kurse zu multiplizieren und durch 100 zu dividieren.

2. Beispiel: Wie teuer sind am 8. April 1907 £ 200 $4^1/_2$ % Japanische Anleihe, wenn der Kurs an diesem Tage 92,80 ist?

Es empfiehlt sich, ausländische Effekten zuerst in deutsche Währung umzurechnen. Der Umrechnungssatz für £ beträgt 20,40 ℳ. 200 £ sind also 200 × 20,40 = 4080 ℳ. In der Praxis schreibt man die deutsche Währung unter die ausländische und trennt beide durch einen wagerechten Strich $\left(\frac{200\ £}{4080\ ℳ}\right)$.

Der Kurswert für 4080 ℳ Nennwert ist nach dem 1. Beispiel

$$\frac{4080 \times 92,80}{100} = 3786,24\ ℳ.$$

Man gewöhne sich, die Rechnung in folgender Weise aufzustellen:

$$\frac{£\ 200}{ℳ\ 4080} \text{ Japanische Anleihe à } 92,80 = 3786,24\ ℳ.$$

b. Die Berechnung der Zinsen.

An den deutschen Börsen werden die Kurse für die Effekten ohne Rücksicht auf die Zinsen notiert. Man hat also nicht allein den Kurswert des Papiers festzustellen, sondern es sind auch noch die Zinsen zu ermitteln, die entweder dem Verkäufer oder dem Käufer zu vergüten sind, je nachdem der letzte Zinsschein mitgeliefert oder zurückbehalten wird. Wird das Papier an dem Tage verkauft, an welchem die Zinsen fällig sind, so ist natürlich eine Zinsberechnung nicht erforderlich, da der Käufer auf den zunächst fälligen Zinsschein die vollen Zinsen für die Zeit erhalten wird, während welcher das Papier in seinem Besitz war, und andererseits der Verkäufer einen Zinsanspruch nicht hatte, weil er durch den letzten Zinsschein in bezug auf Zinsen befriedigt war.

Anders stellt sich aber die Rechnung, wenn der Kauftag und der Fälligkeitstag der Zinsen nicht zusammenfallen. Hier hat man zu unterscheiden, ob der letzte Zinsschein mitgeliefert wurde oder nicht.

Für die Berechnung der Zinsen gilt nun folgendes:

Zinsen werden stets nur vom Nennwerte berechnet. Bei noch nicht voll eingezahlten Aktien indessen nur von dem eingezahlten Teile des Nennwertes. Der Monat wird zu 30, das Jahr zu 360 Tagen angenommen. Der Tag des Kaufes ist mitzurechnen, so daß also vom 1. Oktober bis 7. November nicht 36 Tage wie bei der Diskontierung, sondern 37 Tage zu rechnen sind. — Wird der letzte Zinsschein dem Käufer mitgeliefert, so würde der Verkäufer die Zinsen vom letzten Zinsfälligkeitstage bis zum Kauftage verlieren. Sie sind also zu berechnen und dem Verkäufer zu vergüten. In solchen Fällen werden demnach die Zinsen zum Kursbetrage addiert.

Behält dagegen der Verkäufer den für die laufende Zinsperiode geltenden Zinsschein, so kann der Käufer für die Zeit vom Kauftage bis zum nächsten Zinsfälligkeitstage keine Zinsen erheben. Sie müssen ihm also vom Verkäufer vergütet werden; das geschieht in der Weise, daß die Zinsen für diese Zeit von dem Kurswerte abgesetzt werden.

3. Beispiel: Wie teuer sind am 12. April 7500 ℳ $3^1/_2$ % Berliner Stadtanleihen mit den Zinsen? Kurs 98, Zinstermine Januar und Juli.

Da der letzte Zinsschein mitgeliefert wird, müssen dem Käufer die Zinsen vom 1. Januar bis 12. April, also für 102 Tage, in Rechnung gestellt werden.

7500 ℳ $3^1/_2$ % Berl. Stadtanleihe à 98	=	ℳ 7350,—
+ 102/$3^1/_2$ % Zinsen von 7500 ℳ . . .	=	„ 74,38
		ℳ 7424,38

4. Beispiel: Was kosten am 12. April 8000 fl. 4 % Ungarische Goldrente mit den Zinsen? Kurs 94,40, Zinstermin 1./1. und 1./7.

Der feste Umrechnungssatz für ungarische Goldgulden ist 2,025 ℳ.

$\frac{16\,200 \text{ ℳ}}{8000 \text{ fl.}}$ Ungarische Goldrente à 94,40	=	ℳ 15 292,80
+ 102/4 % Zinsen von 16 200 ℳ	=	„ 183,60
		ℳ 15 476,40

Die Berechnung der Unkosten.

Die Unkosten bei dem Umsatz von Wertpapieren setzen sich zusammen aus der Courtage, dem Schlußscheinstempel und der Provision des Bankiers.

Die Courtage oder Maklergebühr ist derjenige Betrag, den der Makler für seine Bemühung bei der Vermittlung des Geschäfts erhält. Sie beträgt in Deutschland meist $^1/_2$ ‰ vom Nennwerte. Da einem Kauf auf der andern Seite ein Verkauf gegenübersteht, beträgt die Courtage bei einem Geschäft im ganzen also 1 ‰.

Der Schlußscheinstempel ist eine Steuer, mit welcher der Staat den Handel mit allen in- und ausländischen Effekten belegt. Sie wird vom Kurswert mit Abrundung nach oben auf das ganze Tausend berechnet und beträgt

für inländische Obligationen, für ausländische Staats- und Eisenbahn-Obligationen	$^2/_{10}$ ‰
(Deutsche Fonds sind von der Stempelpflicht befreit.)	
für Aktien und ausländische Staatsanleihen und Pfandbriefe	$^3/_{10}$ ‰
für Termingeschäfte	$^4/_{10}$ ‰
für Kuxe	1 ‰

Der Bankier berechnet stets den $1^1/_2$fachen Schlußscheinstempelbetrag. Es haben nämlich in Wirklichkeit 2 Umsätze in dem betreffenden Effekt stattgefunden, erstens zwischen dem beauftragten Makler und dem Bankier, zweitens zwischen dem Bankier und dem Auftraggeber. Der Makler berechnet dem Bankier einen halben Stempel (die andere Hälfte trägt der Partner), den dieser wieder mit dem zweiten Stempel seinem Kommittenten in Rechnung stellt.

Die Provision des Bankiers beträgt meist $^1/_8$ % bis 1 ‰. Sie wird vom Nennwert, oft aber auch vom Kurswert berechnet.

Alle Unkosten erhöhen die Kaufsumme, sind also zu dieser zu addieren, sie verringern den Erlös, sind demnach beim Verkauf von der Summe zu subtrahieren.

Es ist also bei der Berechnung von Effekten zu unterscheiden zwischen Kauf und Verkauf.

5. Beispiel: Wie teuer sind am 15. April 3000 ℳ $3^1/_2$ % Preuß. Konsols à 95,90 mit dem Zinsschein (Januar/Juli)? $^1/_8$ % Provision, $^1/_2$ ‰ Courtage.

3000 ℳ Preuß. Konsols à 95,90 . . . ℳ 2877,—
105/3½ Zinsen 30,63 2907,63
Provision 3,75
Courtage 1,50
5,25 5,25
ℳ 2912,88

6. Beispiel: Welchen Erlös erzielt man am 15. April für 5000 fl. Ungarische Goldrente à 4 % zum Kurse von 94,50 (Januar/Juli-Zinsen)? 1/8 % Provision, 1/2 ‰ Courtage.

$\frac{5000 \text{ fl.}}{10\,125 \text{ ℳ}}$ Ung. Goldr. à 94,50 . . ℳ 9568,13
105/4 % Zinsen . . . . 118,12 ℳ 9686,25
Provision 12,65
Courtage 5,10
Stempel 3,— 20,75
ℳ 9665,50

Übungsaufgaben.

Die Bedingungen zu den folgenden Aufgaben sind dem Kurszettel-Auszuge zu entnehmen. Der Termin für sämtliche Verkäufe und Käufe ist der 15. April 1907. An Provision soll stets 1/8 %, an Courtage 1/2 ‰ gerechnet werden.

Aufg. 1.

Kauf: 6000 ℳ 4 % Hamburger Staatsrente.

Aufg. 2.

Verkauf: 10 000 ℳ 3½ % Deutsche Reichsanleihe.

Aufg. 3.

Kauf: 3500 ℳ 3½ % Berliner Stadtanleihe 1878.

Aufg. 4.

Kauf: 9000 ℳ 4 % Ostpreußische Pfandbriefe.

Aufg. 5.

Verkauf: 400 £ 4½ % Japanische Anleihe II.

Aufg. 6.
Verkauf: 6500 K 4 % Ungarische Goldrente.

Aufg. 7.
Kauf: 6300 ℳ 4 % Meininger Hypotheken-Pfandbriefe.

Aufg. 8.
Verkauf: 10 000 ℳ $3^1/_2$ % Preuß. Pfandbriefe unk. 1912.

Aufg. 9.
Kauf: 3000 ℳ Deutsche Bankaktien.

Aufg. 10.
Verkauf: 6000 ℳ Aktien der Norddeutschen Eiswerke.

Aufg. 11.
Kauf: 12 000 ℳ $3^1/_2$ % Gr. Berl. Straßenbahn-Obligationen.

Aufg. 12.
Verkauf: 10 000 ℳ Aktien der Deutschen Gasglühlicht-Gesellschaft, Dividendenschein vom 1. Juli.

H. Die Arbitrage.

1. Allgemeines.

Eine sehr wichtige Anwendung der Gold-, Münz-, Devisen- und Effektenrechnung ist die Arbitrage. Arbitrieren heißt soviel wie schätzen, erwägen; die Arbitrage beschäftigt sich damit, zu schätzen, zu erwägen,

1. welche von mehreren Begleichungsarten bei der Deckung einer Schuld oder Einziehung einer Forderung die vorteilhaftere ist, oder
2. ob aus der Verschiedenheit der Kursnotierung an den verschiedenen Börsenplätzen bei Ein- und Verkauf von Edelmetallen, Geld, Wechseln oder Effekten ein Gewinn zu erzielen ist.

Somit kann man hinsichtlich des Zwecks der Arbitrage reden

1. von einer Ausgleichsarbitrage,
2. von einer Differenzarbitrage.

Mit Bezug auf das Objekt, das der Arbitrage zugrunde liegt, unterscheidet man 1. Goldarbitrage, 2. Devisenarbitrage, 3. Effektenarbitrage.

Die Arbitragenrechnung ist eine außerordentlich umfangreiche und erfordert eine ganz genaue Kenntnis der Usanzen an den Börsenplätzen, der Münzverhältnisse, der Zins-, Provisions- und Stempelsätze. Der Arbitrageur muß mit klarem Blick einen Vorteil schnell ermitteln können und darauf schnell handeln, kurz: er muß mit allen börsentechnischen Verhältnissen gut vertraut sein.

Wir müssen es uns hier versagen, das Kapitel Arbitrage erschöpfend zu behandeln. Wer sich genauer damit beschäftigen will, findet in dem Literaturnachweis geeignete Werke für diesen Zweck genannt. Wir wollen hier nur das bieten, was jeder Kaufmann und Gewerbetreibende über die Arbitrage wissen muß. An der Hand einiger Beispiele werden wir daher versuchen, einen Einblick in die Arbitrage zu eröffnen.

2. Ausgleichsarbitrage.

Bei dieser Art der Arbitrage handelt es sich immer um eine Schuld oder eine Forderung, die der Arbitrageur im Auslande hat. Er erwägt nun, welchen Börsenwert er beim Ausgleich verwendet.

Natürlich wird er zum Ausgleich einer Schuld dasjenige Papier benutzen, für das er am wenigsten anzulegen braucht; hingegen wird er seine im Ausland bestehende Forderung durch solche Werte einziehen, welche in der Währung seines Landes am teuersten sind.

1. Beispiel. Heinrich Kuttner in Berlin hat an Jules Barré in Paris 2 575 Frs., sofort fällig, zu zahlen.

Wie gleicht er diese Schuld aus, wenn Berlin Wechsel auf Paris per 8 Tage mit 81,05, per 2 Monate mit 80,85 bei 4 % Diskont notiert und deutsche Wechsel mit 3 Monaten Sicht in Paris 121,80 ebenfalls mit 4 % Diskont verzeichnet sind.

Lösung. Aus den angegebenen verschiedenartigen Kursen muß zunächst ein gleichartiger festgestellt werden. Am besten ist es, alle Kurse auf den Sichtkurs zurückzuführen, d. h. mittelst der angegebenen Diskontsätze aus dem 8 Tage- bzw. 2 Monate- bzw. 3 Monatekurs den Kurs für sofort fällige Wechsel zu berechnen.

Berlin auf Paris 8 Tage	=	81,05
+ 8/4 %	=	0,07
Paris vista		**81,12**

Wenn ein Wechsel von 100 Frs., der nach 8 Tagen fällig ist, mit 81,05 $\mathcal{M}$ bezahlt wird, dann muß ein sofort fälliger Wechsel in gleicher Höhe um die Zinsen aus 81,05 $\mathcal{M}$ à 4 % auf 8 Tage wertvoller sein, also um 0,07 $\mathcal{M}$ = 81,12 $\mathcal{M}$.

Berlin auf Paris 2 Monate =	80,70
+ 60/4 % =	0,54
Paris vista	**81,24**

Die Berechnung erklärt sich aus dem vorher Gesagten.

Kuttner könnte seine Schuld in Paris auch dadurch ausgleichen, daß er Barré auffordert, auf ihn zu trassieren und sich durch Verkauf dieses Papiers an der dortigen Börse bezahlt zu machen. Paris notiert Berlin 3 Monate nach der Aufgabe 121,80.

Paris auf Berlin 3 Monate =	121,80
+ 3 Mon./4 % =	1,22
Berlin à vue	123,02

? $\mathcal{M}$	100 Frs.
123,02 Frs	100 $\mathcal{M}$

= **81,28**.

Nachdem der Sichtkurs auf Berlin hergestellt wurde, mußte diese in Frs. ausgedrückte Zahl in die Markwährung umgerechnet werden. Der Sichtkurs 123,02 Paris auf Berlin entspricht dann also dem Sichtkurse 81,28 Berlin auf Paris.

Der Berliner Geschäftsmann kann also mit **81,12** $\mathcal{M}$ eine Schuld von 100 Frs. in Paris decken, wenn er Wechsel mit kurzer Sicht remittiert;

er muß **81,24** $\mathcal{M}$ beim Ausgleich durch Wechsel mit langer Sicht anlegen;

er muß für 100 Frs. Schuld **81,28** $\mathcal{M}$ rechnen, wenn er von Paris aus auf sich trassieren läßt.

Kuttner findet nun beim Vergleich dieser drei Notierungen, daß es für ihn am vorteilhaftesten ist, wenn er Wechsel mit kurzer Sicht verwendet, da er 100 Frs. Schuld schon mit 81,12 $\mathcal{M}$ ausgleichen kann.

Die Berechnung des Markbetrages, den er zur Deckung von 2575 Frs. anlegen muß, ist nun einfach. Er fragt:

? $\mathcal{M}$	2575 Frs.
100 Frs.	81,12 $\mathcal{M}$

= **2088,84** $\mathcal{M}$.

Auch die Preise für Edelmetalle, gemünzt und ungemünzt, können in die Arbitrage mit hineingezogen werden.

2. Beispiel: Jemand hat in Paris eine Schuld auszugleichen. Kurz Paris kostet in Berlin 81,05, Provision $^1/_8$ %, Courtage $^1/_2$ ‰. 1 kg fein Gold wird in Paris 3 437 mit 1 ‰ Prime (Aufgeld) bezahlt. Was ist nun günstiger, Rimesse in kurz Paris zu machen oder 20 Markstücke nach Paris zu senden, wenn man auf den Transport des Geldes vier Tage und für Courtage und Spesen 1 ‰ rechnen muß (Zinsfuß 4 %).

Lösung. Um das vorteilhaftere Deckungsmittel zu finden, berechnen wir,

1. wie teuer inkl. Kosten 100 Frs. vista Paris sind;
2. welchen Wert in Mark ausgedrückt nach dem Goldpreise 100 Frs. in Paris haben;
3. wie hoch sich der Preis dieser Summe inkl. 4 Tage Zinsen und Kosten stellt?

1. 100 Frs. 8 Tg. in Berlin	=	81,05
+ 8/4 %	=	0,07
$^1/_8$ % Provision	=	0,10
$^1/_2$ ‰ Courtage	=	0,04
100 Frs. vista in Berlin		**81,26**

2. Der Preis für 1 kg fein Gold in Paris ist 3 437 Frs.
+ 1 ‰ Prime = 3 437 + 3,44 = 3 440,44 Frs.

? ℳ	100 Frs.
3440,44 Frs.	1 kg f.
1 kg f	2790 ℳ

= **81,09** ℳ.

3. 100 Frs.	=	81,09 ℳ
4 Tage Zinsen à 4 %	=	0,04 „
1 ‰ Unkosten	=	0,08 „
		81,21 ℳ.

Eine Sendung von 20 Markstücken wäre nach dieser Berechnung vorteilhafter als die Rimesse; indessen wird die geringe Differenz von 5 ₰ per 100 Frs. bei der Remittierung von Münzen durch die Porto- und Versicherungsunkosten usw. aufgebraucht, so daß man es doch vorziehen wird, die Schuld durch einen Wechsel mit kurzer Sicht auszugleichen.

3. Differenzarbitrage.

Die Differenzarbitrage stellt fest, wie aus den Kursdifferenzen Gewinne erzielt werden können.

An den verschiedenen Börsenplätzen weichen die Kurse meist nicht sehr voneinander ab. Mitunter aber wird die Spannung doch so groß, daß sich trotz der Unkosten bei Ein- und Verkauf von Börsenpapieren immer noch Gewinne erzielen lassen, indem man nämlich das Papier an dem einen Orte mit niedrigerem Kurse kauft und es gleichzeitig am andern Orte zu höherem Kurse verkauft.

Daß es sich hierbei auch um die Kursnotierungen inländischer Börsenplätze handeln kann, möge folgendes Beispiel zeigen:

3. Beispiel. Am 22. April 1907 stand die 3 % Deutsche Reichsanleihe in Hamburg auf 84,50, in Berlin dagegen auf 84,30. Eine Berliner Bankfirma, von dem höheren Kurse in Hamburg durch Telephon verständigt, gab sofort den Auftrag, in Hamburg 2 000 000 ℳ Deutsche Reichsanleihe zu verkaufen und kaufte am Berliner Platze dasselbe Papier in gleicher Höhe.

Daraus entstand folgendes Arbitragegeschäft.

22. April 1907.

Berlin (Kauf).

ℳ 2 000 000 3 % Deutsche Reichsanleihe		
à 84,30	ℳ	1 686 000
Zinsen 22/3 %	„	3 666,70
	ℳ	1 689 666,70
Courtage	„	500,—
	ℳ	**1 690 166,70**

22. April 1907.

Hamburg (Verkauf).

ℳ 2 000 000 3 % Deutsche Reichsanleihe		
à 84,50	ℳ	1 690 000
Zinsen 22/3 %	„	3 666,70
	ℳ	1 693 666,70
Courtage	„	500,—
	ℳ	**1 693 166,70**

Der Ankauf kostete also 1 690 166,70 ℳ, der Verkauf brachte 1 693 166,70 ℳ; es wurde somit ein Reingewinn von 3000 ℳ erzielt.

Es konnte selbst bei dieser geringen Spannung von 20 ₰ per 100 ℳ Nennwert ein nennenswerter Gewinn herausgerechnet werden, weil Deutsche Reichsanleihe wie alle inländischen Staatspapiere beim Handel stempelfrei sind und mit dem Makler nur 1/4 ‰ Courtage vereinbart waren.

Es folgt nun noch ein Beispiel einer Arbitrage zwischen Berlin und einem ausländischen Börsenplatze.

4. Beispiel.

24. April 1907.

London (Kauf).

200 Stück / 40 £	Canada Pacific 178 . . .	£ 7 120.—
Kommission	. . . .	2.50
Stempel	. . . .	2.50
		£ **7 125**.—

Berlin (Verkauf).

20 000 $ Canada Pacific à 175,60 .	ℳ	147 504,—
300/4 %	„	2 100,—
	ℳ	149,604,—
Courtage	„	42,—
	ℳ	149 562,—
Stempel	„	44,40
	ℳ	**149 517,60**

Abrechnung:

Wir erhalten	ℳ	149 517,60
Wir zahlen £ 7 125 à ℳ 20,44 . . .	„	145 635,—
Reingewinn	ℳ	**3 882,60**

Lösungen.

Das Dezimalsystem.

Übung im Zahlenlesen.

	3 Million,	958 tausend,	469
	7 „ ,	34 „ ,	5
	6 „ ,	406 „ ,	374
	18 „ ,	503 „ ,	489
	400 „ ,	700 „ ,	319
	579 „ ,	340 „ ,	48
1 Milliarde,	949 „ ,	576 „ ,	374
56 Milliarden	34 „ ,	685 „ ,	276

Die Grundrechnungsarten.

Das Rechnen mit unbenannten Zahlen.

1. Die Addition.

Aufg. 1.	10	9	10	9
	9	8	10	8
	9	10	7	10
Aufg. 2.	39	27	68	50
	85	50	16	27
	100	90	99	59

Aufg. 3.

45 + 5 = 50	91 + 9 = 100	81 + 9 = 90
57 + 3 = 60	84 + 6 = 90	64 + 6 = 70
12 + 8 = 20	53 + 7 = 60	13 + 7 = 20
54 + 6 = 60		16 + 4 = 20
72 + 8 = 80		85 + 5 = 90
94 + 6 = 100		42 + 8 = 50

Aufg. 4.

42	44	66	56
72	52	96	35
24	74	23	46

Aufg. 5.

50	49
96	86
53	74

Aufg. 6.

14	24	17	19
20	33	25	26
26	42	33	33
32	51	41	40
38	60	49	47
44	69	57	54
50	78	65	61
56	87	73	68
62	96	81	75
68		89	82
74		97	89
80			96
86			
92			
98			

Aufg. 7.

60	90	100	70
80	100	70	80
100	90	100	100

Aufg. 8.

96	97	49	78
43	86	85	97
89	98	86	95

Aufg. 9.

63	32	95	75
77	91	97	63
61	82	82	40
91	83	65	92
94	86	82	77

Aufg. 10.

54	45	94	55
63	95	83	93
67	93	72	84

Aufg. 11.

350	460	348	468
570	750	776	796
980	390	576	399
460	280	962	183

Aufg. 12.

387	467	975	391
764	692	491	984
484	971	768	483
565	163	683	752

Aufg. 13.

550	790	549	896
990	690	898	878
680	590	794	859
790	790	876	878

Aufg. 14.

540	693	618	802
760	776	617	923
730	859	925	801
950	788	639	922

Aufg. 15. 46. 92. 138. 184. 230. 276. 322. 368. 414.
460. 506. 552. 598. 644. 690. 736. 782.
828. 874. 920. 966.
87. 174. 261. 348. 435. 522. 609. 696. 783.
870. 957.
58. 116. 174. 232. 290. 348. 406. 464. 522.
580. 638. 696. 754. 812. 870. 928. 986.
64. 128. 192. 256. 320. 384. 448. 512. 576.
640. 704. 768. 832. 896. 960.

Aufg. 16. 622 284 649 382 251 536
196 592 212 461 386 445
865 582 725 135 606 687

Aufg. 17. 1000. 1100. 1200. 1300. 1400. 1500. 1600.
1700. 1800. 1900. 2000. 1900. 1800. u. s. w.
4100. 4200. 4300. 4400. 4500. 4600. 4700.
4800. 4900. 5000. 5100. 5200. 5300.
5400. 5500. 5600. 5700. 5800. 5900.
6000. 5900. 5800. u. s. w.
2500. 2600. 2700. 2800. 2900. 3000. 3100.
3200. 3300. 3400. 3500. 3600. 3700.
3800. 3900. 4000. 3900. 3800. u. s. w.
6800. 6900. 7000. 7100. 7200. 7300. 7400. 7500.
7600. 7700. 7800. 7900. 8000. 7900. 7800 u. s. w.

Aufg. 18. 1010. 1020. 1030. ... 1090. 1100. 1110. ... 1150. 1140.
1130 u. s. w.
4080. 4090. 5000. 5010. 5020. 5030. 5040. 5050. 5040.
5030 u. s. w.
8950. 8960. ... 8990. 9000. 9010. 9000. 8990 u. s. w.
3150. 3160. ... 3190. 3200. 3190 u. s. w.
6890. 6900. 6910. ... 6990. 7000. 6990 u. s. w.
9950. 9960. ... 9990. 10 000. 9990 u. s. w.

Aufg. 19. 1000. 1001. ... 1025. 1024 u. s. w.
1991. 1992. ... 1999. 2000. 2001. ... 2014. 2013 u. s. w.
6998. 6999. 7000. 7001. ... 7020. 7019 u. s. w.
1090. 1091. ... 1099. 1100. ... 1110. 1111 u. s. w.
3884. 3885. ... 3899. 4000. 4001. ... 4006. 4005 u. s. w.
9984. 9985. ... 9999. 10 000. 9999. u. s. w.

Aufg. 20.

4007	3068	6760
9809	5624	3895
6468	9038	7339
7124	4476	7992

Aufg. 21.

2002	5025	6137
8490	3223	8436
4199	7200	7548
7248	9628	3162

Aufg. 22.

243	584	857	668
486	1168	1714	1336
729	1752	2571	2004
972	2336	3428	2672
1215	2920	4285	3340
1458	3504	5142	4008
1701	4088	5999	4676
1944	4672	6856	5344
2187	5256	7713	6012
2430	5840	8570	6680
2673			7348
			8016

Aufg. 23.

6035	443	6049	4567
8141	1601	2223	1846
7237	4239	4588	6572
4532	3110	7332	2347

Aufg. 24.

9485	9039
3750	4982
8382	5932
2977	5378
4746	7942

Aufg. 25. a) 5 563 797 b) 21 742 771 c) 104 400 164
d) 111 236 744 e) 768 355 556 f) 31 925 478
g) 12 509 354

Aufg. 26. a) 623 651 b) 612 275 c) 5 731 695

2. Subtraktion.

Aufg. 1.

a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)
2	1	1	1	0	1	3	1	1
4	4	7	5	3	4	1	2	0
8	6	3	3	5	3	2	0	
5	8	6	0	1	0	0		
9	5	2	4	4	2			
6	7	5	6	2				
1	3	0	2					

Aufg. 2.

a)	b)	c)	d)
20	32	82	90
34	70	21	62
61	10	91	82
16	52	41	51
91	21	70	72
41	30	91	80

Aufg. 3.

a)	b)	c)	d)
59	84	27	67
16	17	55	15
5	65	77	85
56	77	18	26
75	47	87	36
32	29	67	77

Aufg. 4. 100. 98. 96. 94. 92. 90. 88. 86 u. ſ. w.
100. 97. 94. 91. 88. 85. 82. 79. 76. 73. 70 u. ſ. w.
100. 96. 92. 88. 84. 80. 76. 72 u. ſ. w.
100. 95. 90. 85. 80 u. ſ. w.
100. 94. 88. 82. 76. 70. 64. 58. 52 u. ſ. w.
100. 93. 86. 79. 72. 65. 58. 51 u. ſ. w.
100. 92. 84. 76. 68. 60. 52 u. ſ. w.
100. 91. 82. 73. 64. 55. 46. 37. 28. 19. 10. 1.

Aufg. 5.

a)	b)	c)	d)
15	39	22	12
17	15	36	34
16	4	3	21
14	9	19	22
63	21	14	13

Aufg. 6.

a)	b)	c)	d)
71	41	19	36
22	23	14	23
33	45	36	27
22	21	53	29
22	21	49	26

Aufg. 7.

a)	b)	c)
68	15	14
56	39	52
16	37	6
26	62	29
65	9	26
19	24	49
		15

Aufg. 8.

a)	b)	c)
746	816	446
506	337	826
908	916	736
120	756	922
439	808	635
539	649	513

Aufg. 9.

a)	b)	c)
298	196	594
391	694	893
792	891	492
495	397	297

Aufg. 10.

a)	b)	c)
420	180	460
360	310	250
750	820	840
270	670	530

Aufg. 11.

a)	b)	c)
370	670	590
460	340	340
700	490	640
260	850	760

Aufg. 12.

a)	b)	c)
673	368	239
775	544	783
382	457	894
553	858	476

Aufg. 13.

a)	b)	c)
674	789	386
886	385	878
785	691	586
392	384	757
692	275	277
530	887	688

Aufg. 14.

a)	b)	c)	d)	e)	f)
817	456	783	855	684	576
774	432	756	810	648	512
731	408	729	765	612	448
688	384	702	720	576	384
645	360	675	675	540	320
602	336	648	630	504	256
559	312	621	585	468	192
516	288	594	540	432	128
473	264	567	495	396	64
430	240	540	450	360	0

Aufg. 15.

a)	b)	c)
365	143	385
283	199	303
176	146	14
343	322	149

Aufg. 16.

a)	b)	c)
269	141	154
153	454	536
278	113	291
174	229	351

Aufg. 17.

a)	b)	c)
187	395	379
384	158	158
455	477	724
468	223	376

Aufg. 18.

a)	b)	c)
189	405	609
237	123	219
259	526	339
111	243	477
250	219	153

Aufg. 19. a) 635 222 b) 521 101 c) 3 601 002 d) 2 201 422 e) 52 232 231

Aufg. 20.

a)	b)	c)
74	207	5327
86	426	4162
35	551	4322
46	312	536
6	442	4616

Aufg. 21.

a)	b)	c)
38	219	55 593
44	629	38 742
36	288	66 388
7	187	38 436
26	185	25 875

Aufg. 22.

a)	b)
40 657	20 194
58 188	32 801
51 818	9 188
36 547	5 757
19 567	28 536

Aufg. 23.

a)	b)
473 459	470 429
302 350	643 456
259 628	613 633
136 009	649 636
334 263	107 597
584 611	570 495

Aufg. 24. a) 182 299 b) 555 996 c) 8 082 905 d) 80 978 049
e) 4 782 165

Multiplikation.

Aufg. 1.	a) 119	b) 104	c) 75	d) 96
	57	108	126	102
	60	64	33	54
	90	36	128	133
Aufg. 2.	a) 350	b) 160	c) 180	d) 450
	270	160	400	160
	270	120	360	120
	480	350	560	120
Aufg. 3.	a) 225	b) 104	c) 81	d) 340
	477	392	736	194
	261	126	224	308
	552	266	432	174
Aufg. 4.	a) 267	b) 594	c) 295	d) 232
	441	552	133	534
	203	195	891	147
	316	58	78	413
Aufg. 5.	a) 1600	b) 1500	c) 1600	d) 1200
	4200	7200	2700	3000
	2700	1000	5600	6300
	2400	1400	2000	1200
Aufg. 6.	a) 2824	b) 1506	c) 2745	d) 1206
	2456	4256	2724	4040
	4045	3636	5648	1442
	410	5430	3042	3616
Aufg. 7.	a) 1660	b) 4560	c) 2880	d) 1360
	1250	4560	7020	3950
	2590	1290	6510	3360
	1960	6660	810	2600
Aufg. 8.	a) 429	b) 1799	c) 8919	d) 4184
	5915	3048	1528	1722
	5688	3132	1897	1338
	996	2790	3412	1810

Aufg. 9.

a)	b)	c)
3493	2964	3450
5592	1782	3510
1797	3960	6320
8091	1580	5940

Aufg. 10.

a)	b)	c)
1250	1440	2520
2520	3300	5040
7920	3040	2880
980	2640	4060
2160	1720	2080
2240	3010	1960

Aufg. 11.

a)	b)	c)
1512	2268	1634
1485	2144	2697
7452	2652	1924
1540	2112	2075
1344	5112	2340
3588	910	3895

Aufg. 12. a) 636 798 1248 1476 1176 2368
b) 2170 1218 1404 1600 2244 3816

Aufg. 13. 198 396 792 275 363 781 682 594

Aufg. 14. 979 825 1089 638 1045 957 737

Aufg. 15. a) 858 1485 1254 3069 2871 1617
b) 1650 616 858 946 1276 1408
c) 748 4312 2420 792 1012 1496
d) 1254 924 1386 2112 2838 3366

Aufg. 16.

a)	b)	c)
1551	364	4896
3536	884	9984
2496	4751	8091
6375	399	6384
396	1591	9919

Aufg. 17.

a)	b)
225	5 625
625	7 225
1225	9 025
2025	11 025
3025	13 225
4225	15 625

Aufg. 18.

a)	b)
380	3 540
2450	6 320
8010	1 560
870	4 830
9900	14 280

Aufg. 19.

a)	b)
361	4761
1521	7921
9801	2401
841	3481
6241	

Aufg. 20.

a)	b)
1640	10 100
6480	930
2550	3 660
4970	8 190
420	

Aufg. 21.

a)	b)
1681	10 201
6561	961
2601	3 721
5041	8 281
441	

Aufg. 22. a) 234 612 15 956 140 136 337 584 194 300 18 752
b) 277 053 732 866 404 908 27 664
c) 631 728 3 884 544 318 120 384 256
d) 2 136 204 4 737 786 13 190 778 568 038 5 102 214 4 430 880

Aufg. 23. a) 17 683 296 45 953 664 23 478 096
b) 25 485 534 27 306 102 5 478 351
c) 4 131 855 6 393 660 5 521 230
d) 1 134 210 3 611 685 2 090 165 3 331 790
e) 2 339 918 2 925 096 2 217 642 6 712 476
f) 25 568 968 11 985 864 29 966 848 21 696 208
g) 35 101 773 22 399 466 32 616 334 242 739 631

Aufg. 24. a) 896 040 1 034 640 1 329 480
b) 14 116 800 18 705 600 26 102 400 12 892 800
c) 3 600 000 19 500 000 292 500 000 217 500 000

Aufg. 25. a) 98 663 280 1 181 535 9 717 870
b) 29 915 744 52 748 576 35 114 128 26 847 696
c) 47 123 104 31 718 092 21 648 804 23 256 184
d) 29 366 587 23 879 196 41 788 593 329 906 717
e) 1 177 937 280 20 029 023 820 135 217 843 600

Division.

Aufg. 1. a) 5 Rest 1, 9 R. 1, 3 R. 1, 7 R. 1, 4 R. 1, 8 R. 1, 10 R. 1
b) 4 Rest 1, 6 R. 1, 9 R. 2, 7 R. 1, 5 R. 1, 8 R. 1, 9 R. 1
c) 8 Rest 1, 4 R. 2, 6 R. 1, 9 R. 3, 4 R. 3, 10 R. 3, 8 R. 3
d) 5 Rest 3, 6 R. 2, 9 R. 4, 3 R. 4, 10 R. 2, 7 R. 3, 5 R. 1
e) 6 Rest 1, 8 R. 2, 3 R. 2, 9 R. 2, 10 R. 5, 6 R. 3, 3 R. 1, 4 R. 4.
f) 5 Rest 1, 9 R. 1, 7, 8 R. 2, 5 R. 6, 4 R. 1, 7 R. 4
g) 2 Rest 3, 4 R. 6, 10 R. 3, 9 R. 3, 6 R. 1, 7 R. 4
h) 3 Rest 3, 4 R. 4, 7 R. 7, 10 R. 5, 8 R. 8, 4 R. 8, 3 R. 5

Aufg. 2. 47 Rest 8, 73 R. 6, 59 R. 9, 103 R. 5, 258 R. 7, 936 R. 8, 546 R. 1

Aufg. 3.

a)	b)	c)	d)
70	20 R. 1	40 R. 7	80 R. 8
80	40 „ 3	70 „ 3	70 „ 7
100	90 „ 2	20 „ 6	50 „ 3
40	80 „ 4	90 „ 5	20 „ 8
50	30 „ 6	50 „ 3	40 „ 5
20	50 „ 3	80 „ 7	90 „ 4
90	60 „ 2	100 „ 3	30 „ 6

Aufg. 4.

a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
64	41	92	51	42	72	25	69
42	94	43	83	63	33	56	16
98	17	57	33	32	49	49	42
69	64	86	74	76	94	99	49
87	88	74	97	99	65	67	71
19	74	44	45	46	27	46	32
48	54	79	62	82	98	79	58
78	84	56	39	57	39	62	93

Aufg. 5.

a)	b)	c)	d)
83 R. 3	63 R. 3	79 R. 2	68 R. 5
69 „ 3	39 „ 3	49 „ 6	54 „ 4
46 „ 3	56 „ 6	75 „ 5	38 „ 5
92 „ 3	26 „ 1	38 „ 2	99 „ 4
66 „ 1	84 „ 2	65 „ 6	24 „ 5
86 „ 2	96 „ 2	32 „ 6	63 „ 0
34 „ 1	68 „ 5	68 „ 5	75 „ 3
74 „ 2	34 „ 5	98 „ 6	48 „ 4

Aufg. 6.

a)	330.	540.	850.	290.	180.	790.	570.	980.
b)	750.	320.	550.	940.	730.	390.	780.	970.
c)	550.	790.	270.	380.	940.	660.	280.	990.
d)	340.	230.	570.	490.	150.	730.	140.	760.

Aufg. 7.

a)	b)	c)	d)
878 R. 3	856 R. 1	834 R. 5	546 R. 7
536 „ 2	320 „ 7	552 „ 0	373 „ 0
789 „ 1	494 „ 6	890 „ 1	722 „ 3
367 „ 2	595 „ 3	634 „ 5	942 „ 6
926 „ 4	219 „ 7	378 „ 3	179 „ 4
458 „ 2	730 „ 6	499 „ 3	824 „ 0
628 „ 3	515 „ 3	269 „ 2	591 „ 0
975 „ 4	459 „ 2	978 „ 3	664 „ 5

Aufg. 8.

a)	b)	c)	d)	e)	f)
403	71	210	110	520	79
62	830	43	25	71	87
852	460	530	540	43	69
91	24	75	76	67	335
38	277	470	87	110	97
26	65	280	620	570	540
730	570	62	78	46	96
54	46	491	470	907	407

g)	h)	i)	k)	l)	m)
65	64	86	75	53	34
43	306	65	56	76	—
260	74	504	430	98	56
56 R. 13	85	560	88	78	66
85	406	95	49	380	87
96	98	64	96	75	89
78	742	78	65	470	31
306	174	540	42	99	54

Aufg. 9.

a)	11 894 R. 2	b)	4 473 R. 4	c)	542 250 R. 4
	8 831 „ 2		8 089 „ 2		438 604 „ 0
	15 240 „ 0		132 107 „ 5		943 575 „ 0
	12 807 „ 2		58 145 „ 4		387 297 „ 1
d)	696 490 R. 2	e)	297 374 R. 4	f)	51 208 R. 5
	549 553 „ 3		706 610 „ 1		21 536 „ 13
	421 225 „ 1		335 845 „ 2		26 326 „ 16
	1 212 643 „ 3		730 453 „ 5		38 190 „ 11
g)	18 943 R. 5	h)	13 857 R. 22	i)	86 740 R. 11
	30 145 „ 5		8 176 „ 32		118 386 „ 3
	33 050 „ 19		13 851 „ 28		65 684 „ 52
	11 871 „ 22		5 697 „ 2		50 865 „ 9
k)	107 274 R. 55	l)	5 024 R. 64	m)	3 997 R. 29
	53 746 „ 54		2 953 „ 50		3 590 „ 31
	73 331 „ 53		3 595 „ 65		6 964 „ 52
	40 421 „ 22		2 937 „ 92		4 647 „ 50
n)	923 R. 138	o)	2 001 R. 367	p)	532 R. 508
	3 333 „ 144		825 „ 333		1 206 „ 514
	2 735 „ 167		1 601 „ 154		1 274 „ 290
	1 349 „ 240		595 „ 477		145 „ 329
q)	1 443 R. 1 794	r)	866 R. 2 653	s)	1 203 R. 16 055
	2 343 „ 447		472 „ 3 204		637 „ 1 756
	1 496 „ 2 831		1 481 „ 3 623		1 077 „ 47 074
	2 454 „ 2 001		1 210 „ 3 381		385 „ 26 550
		t)	954 R. 25 914		
			169 „ 66 138		
			229 „ 66 898		
			255 „ 62 514		

	a)	b)	c)
Aufg. 10.	736	855	394
	1082	1048	159
	1143	2015	258
	1089	2555	735

	a)	b)		a)	b)
Aufg. 11.	115 873	13 153	**Aufg. 12.**	4 734 R. 77	550 R. 975
	17 579	2 098		5 069 „ 92	768 „ 140
	15 861	1 029		3 996 „ 72	395 „ 381
	5 483	1 090		298 „ 776	587 „ 717

Das Rechnen mit mehrfach benannten Zahlen.

1. Resolvieren.

Aufg. 1.

a)	b)	c)
5 ℳ 70 Pf.	6 kg 150 g	7 Frs. 53 Centimes
9 m 18 cm	7 km 40 m	13 Rubel 8 Kopeken
7 cm 3 mm	60 g 1 mg	5 Kronen 18 Heller
8 hl 31 l	0 ccm 340 cmm	6 Kronen 90 Öre
0 ℳ 4 Pf.	0 kg 35 g	20 hfl 6 Cents
4 ha 30 a	8 km 10 m	0 Milrëis 350 Rëis
18 a 2 qm	3 t 80 kg	19 Pesetas 6 Centimos.

Aufg. 2.

a)	b)	c)	d)
0,50 ℳ	0,75 Frs.	3,90 ℳ	13,06 Frs.
0,75 m	0,13 Kr.	5,09 m	20,02 Kr.
0,10 hl	0,05 Drachmen	4,030 kg	1,05 Drach.
0,5 cm	0,90 £	9,5 cm	50,13 £
0,300 t	0,80 hfl	5,02 ha	9,09 K.
0,41 ha	0,17 K.	15,06 qkm	500,05 Rubel
0,03 qkm	0,085 Milrëis	19,070 km	
0,05 m	0,90 Frs.	15,060 g	
	0,08 Pesetas		

Aufg. 3.

a)	b)
24 Mdl.	75 Inches
138 Stck.	154 s.
104 Std.	162 d.
343 Tg.	60 Gallons
59 Stck.	37 Fuß
399 Sek.	307 Pfund
58 Mon.	404 Solotnik
740 Tg. (d. Jhr. zu 365 Tg.)	38 Pud.

Aufg. 4. 239 Stck.		**5.** 3586 Stck.		**6.** 9128 Tg.
7. 28 454 Min.		**8.** 6644 d.		**9.** 1221 Inches
10. 1077 Gall.		**11.** 2015 Pfd.		**12.** 488 Pints.

Aufg. 13. a) 1 750 l   b) 2 381 Kop.

a)	b)
1 750 l	2 381 Kop.
1 305 a	11 455 Centimes
90 110 Pf.	1 905 Centesimi
13 400 g	8 583 Lepta
315 010 m	25 803 Cents
5 030 cm	49 350 Reïs
28 713 mm	6 848 Cents
3 165 mm	14 845 Centimos.

Aufg. 14.

a)	b)
1 Schck. 1 Mdl.	9 Feet 11 Inches
4 Mon. 18 Tg.	16 £ 15 s.
4 Mdl. 12 Stck.	6 s. 3 d.
21 Jahre 6 Mon.	1 Qr. 3 Bsh. 5 Gall.
7 Grs. 6 Dtz.	12 Pud 33 Pfund
7 Schck. 15 Stck.	7 Werst 250 Saschen
2 Jahre 36 Wochen	3 Qrs. 25 Pfund
4 Min. 43 Sek.	4 Pfund 22 Lot
8 Tg. 8 St.	10 Pfund 9 oz.

Aufg. 15. 8 Schck. 3 Mdl. 11 Stck.
" **16.** 9 Jhr. 10 Mon. 25 Tg.
" **17.** 7 Grs. 6 Dtz. 7 Stck.
" **18.** 1 Tg. 21 Std. 9 Min.
" **19.** 7 Qrs. 3 Bush. 3 Gall.
" **20.** 19 £ 2 s 9 d.
" **21.** 28 Tschetw. 4 Tschetwk. 3 Garnez
" **22.** 11 Saschen 5 Fuß 3 Zoll.
" **23.** 37 Yards 2 Feet 3 Inches.
" **24.** 4 Tons 14 Cwts 1 Qr. 27 Pfund.
" **25.**

a)	b)
75,61 ℳ	385,97 Rubel
176,35 m	65,30 £
3,804 m (380,4 cm)	590,20 Drachmen
29,765 kg	104,921 Milreïs
894,23 ha	89,487 :
28,03 qkm	396,84 Kr.
50,937 t	3004,87 Pesetas
9946,70 a	5847,03 K.

Addition.

Aufg. 1. a) 6 Dtz.
3 Mdl. 9 Stck.
10 Grs. 7 Dtz.
11 Mon. 8 Tg.
17 Std. 14 Min.
25 Min. 35 Sek.
14 Tg. 17 Std.

b) 7 Mon.
16 Std. 12 Min.
14 Dtz. 2 Stck.
10 Grs. 3 Dtz.
3 Mdl. 10 Stck.
17 Tg. 5 Std.
10 Schck. 22 Stck.

Aufg. 2. a) 6 Yards 1 Fuß
8 Fuß 4 Zoll
9 £ 11 s.
7 s. 7 d.
6 Bushels 2 Gall.
2 Tons 9 Cwts
2 Pud 7 Pfund.

b) 6 Tschetwerik 3 Garnez
28 £ 13 s.
14 s. 9 d.
7 Bushels 4 Gall.
14 Yards 1 Fuß
8 Pud 8 Pfund

Aufg. 3. 57 Grs. 10 Dtz. 3 Stck. **Aufg. 4.** 106 Schck. 16 Stck.
„ **5.** 98 Grs. 6 Dtz. 10 Stck. „ **6.** 24 Jhr. 1 Mon. 12 Tg.
„ **7.** 39 Std. 34 Min. 13 Sek. „ **8.** 23 Bush. 3 Gall. 3 Pints
„ **9.** 21 £ 7 s. 2 d. „ **10.** 33 Saschen 0 Fuß 2 Zoll.
„ **11.** 637 Yards 1 Fuß 7 Zoll
„ **12.** a) 7,25 ℳ
5,05 ha
11,13 m
9,100 t
7,14 Rubel
8,55 Kr.

b) 7,20 ℳ
10,70 ha
9,160 km
8,390 Milreis
12,20 hfl.
14,28 Pesetas

Aufg. 13. a) 145,88 m b) 141,004 kg
„ **14.** a) 10 503,65 ℳ b) 7640,15 ℳ c) 18 143,80 ℳ
„ **15.** a) 50,50 ℳ b) 70,— ℳ
„ **16.** 591,70 Rubel. **Aufg. 17.** 13 051,27 K.

Subtraktion.

Aufg. 1. a) 3 Mdl. 9 Stck.
9 Dtz. 7 Stck.
14 Jhr. 8 Mon.
8 Mon. 24 Tg.
7 Tg. 19 Std.
13 Std. 44 Min.

b) 3 Grs. 8 Dtz.
4 Dtz. 7 Stck.
9 Schck. 51 Stck.
7 Mon. 24 Tg.
8 Jhr. 7 Mon.
4 Std. 35 Min.

Aufg. 2. a) 8 £ 12 s.
15 Cwts.
8 Pud 34 Pfund
6 Tschetw. 6 Tschwk.
11 Qrs. 3 Bush.
10 s 6 d

b) 4 Tschetw. 5 Garnez
5 £ 14 s.
8 Tons 15 Cwts
1 Qrs. 24 Pfund
5 s 9 d
3 Pud 26 Pfund

Aufg. 3. 45 Grs. 5 Dtz. 8 Stck.
Aufg. 4. 38 Jhr. 9 Mon. 14 Tg.
„ **5.** 8 Tg. 9 Std. 52 Min.
„ **6.** 1 Cwt 3 Qrs. 19 Pfund
„ **7.** 177 Pud 34 Pfd. 45 Sol.
„ **8.** 12 Cwts 3 Qrs. 17 Pfd.
„ **9.** 4 £ 6 s 7 d.
„ **10.** a) 10,86 *M*
107,75 *M*
2,75 m
18,625 t
1,750 kg
3,65 hl

b) 4,50 Pesetas
13,45 Frs.
13,60 Piaster
11,30 Kr.
28,75 hfl
18,50 Rubel

Aufg. 11. a) 558,60 *M* b) 45 592,60 *M* c) 4836,50 *M*.
Aufg. 12. 46,90
„ **13.** 235,74 ha
„ **14.** 1 958,20 *M*
„ **15.** 1 794,10 Rubel
„ **16.** 152,76 Frs.

Multiplikation.

Aufg. 1. a) 6 Dtz. 5 Stck.
2 Schck. 45 Stck.
2 Std. 6 Min.
6 Tg. 12 Std.
60 Jhr.
45 Dtz. 11 Stck.
65 Schck.
27 Mdl. 8 Schck.

b) 7 Bush. 7 Gall.
19 Tschwk. 4 Garnez
7 Pud 16 Pfund
9 £ 7 s
45 Cwts
49 Pfund 8 oz
23 Tschw. 1 Tschwk.
68 Yards 1 Fuß

Aufg. 2. a) 52 Grs. 10 Dtz. 5 Stck.
b) 95 Grs. 6 Dtz. 3 Stck.
c) 7 Wochen 1 Tg.
d) 1139 Tg. 6 Std. 24 Min.
e) 351 £ 6 s 9 d
f) 584 £ 7 s 6 d
g) 330 Rubel 75 Kopeken

Aufg. 3. a) 21,60 ℳ
32,50 m
21,765 t
78,75 ha
148,50 a
25,200 kg

b) 106,75 Rubel
103,20 Frs.
78,— £
50,05 Kr.
54,60 Piaster
87,30 hfl.

Aufg. 4. a) 4 994,50 ℳ
19 830,240 t
29 185,450 kg
21 015,72 ha

b) 8 637,53 Rubel
25 188,24 Dollar
69 455,19 hfl.
420 032,80 Kr.

Aufg. 5. 89,25 ℳ **Aufg. 6.** 63,65 ℳ **Aufg. 7.** 39,79 ℳ
„ **8.** 65,79 ℳ „ **9.** 433,40 ℳ „ **10.** 243,— ℳ
„ **11.** 8 102,45 ℳ

Division.

Aufg. 1. a) 3 Tg. 3 Std.
3 Dtz. 6 Stck.
3 Mdl. 9 Stck.
15 Schck. 45 Stck.
1 Mon. 9 Tg.

b) 9 Pfund
1 Bushel 2 Gall.
1 Ton 14 Cwts
3 Saschen 3 Fuß
2 £ 18 s

Aufg. 2. a) 13 ×, 14 ×, 6 ×, 14 ×, 10 ×
b) 20 ×, 5 ×, 14 ×, 9 ×, 17 ×

Aufg. 3. 2 s 8 d **Aufg. 4.** 1 £ 14 s

Aufg. 5. a) 2 Tg. 3 Std. b) 23 Schck. 14 Stck.
c) 26 Mdl. 14 Stck. d) 1 Jhr. 6 Mon. 7 Tg.

Aufg. 6. 63 Pflanzen **Aufg. 7.** durchschnittlich 6 Mdl. 12 Stck.

Aufg. 8. durchschnittlich 2 Schck. 2 Mdl.

Aufg. 9. a) 31 £ 16 s 9 d b) 5 Grs. 6 Bush. 5 Gall.
c) 16 Cwts 2 Grs. 19 Pfund d) 3 Pud 27 Pfund 16 Lot

Aufg. 10. £ 21.13.6 **Aufg. 11.** 14 s 8 d

Aufg. 12.
1 Ton 6 Cwts 14 ℔ = 2 926 ℔. £ 121.18.4 = 29 260 d.
2926 ℔ = 29 260 d.

1 ℔ = 10 d.

Aufg. 13. 6 s 8 d **Aufg. 14.** 14 Tg. **Aufg. 15.** 93 Cwts 3 Qrs. 16 Pfund

Aufg. 16.	a) 11,40 ℳ	b) 44,90 Frs.
	6,60 m	0,57 Dollar
	7,50 hl	0,72 Rubel
	8,70 ha	0,90 £
	16,900 kg	0,74 hfl.
	7,900 kg	2,87 Kr.
	3,30 a	6,44 Drachmen
	3,51 ℳ	18,40 Pesetas

Aufg. 17. a) 2,85 ℳ b) 14,25 ℳ c) 31,35 ℳ

„ **18.** a) 1,06 ℳ b) 42,40 ℳ c) 243,80 ℳ

„ **19.** a) 2,16 ℳ b) 17,28 ℳ c) 1,08 ℳ d) 22,68 ℳ

Aufg. 20. 0,72 ℳ **Aufg. 21.** 0,38 ℳ **Aufg. 22.** 3,80 ℳ

Aufg. 23.	a) 11 ×	b) 20 ×
	5 ×	7 ×
	12 ×	14 ×
	9 ×	12 ×
	7 ×	11 ×
	6 ×	9 ×

Aufg. 24.	a) 7,69 ℳ	b) 9,66 Frs.
	15,89 m	9,06 Rubel
	0,33 ha	17,46 Pesetas
	37,221 km	1,42 Piaster
	9,323 kg	0,61 Dollar
	10,337 t	0,341 Milreïs
	0,204 g	0,29 hfl.

Aufg. 25. 2,30 ℳ **Aufg. 26.** 21,25 ℳ **Aufg. 27.** 6,96 ℳ

„ **28.** 300 Fliesen „ **29.** 418 Stücke „ **30.** 87 ×

„ **31.** 35 Fässer

Verwandlung fremder Sorten in deutsche und umgekehrt.

Aufg. 1. a) 58,12 ℳ b) 112,97 Frs.

Aufg. 2. a) 2,025 deutsche geographische Meilen b) 23,425 Werst
c) 45,954 englische Meilen d) 224,455 km
e) 407,077 km

Aufg. 3. a) 1 Yard = 0,915 m, 5 Yards = 4,575 m
1 Foot = 0,305 m, 2 Feet = 0,610 m
1 Inch = 0,0254 m, 8 Inches = 0,2032 m

5 Yards 2 Feet 8 Inches = 5,3882 m
5 „ 2 „ 8 „ = 5 m 38 cm 8 mm

b) 1,616 kg — c) 14,126 Tonnen
d) 2,146 kg — e) 195,37 l
f) 504,45 ℳ — g) 6 £ 4 s 7 d

Aufg. 4. a) 74,941 kg b) nach der Tabelle 1902,46 ℳ, nach dem Satze 1 ℞° = 2,16 ℳ = 1 230,34 ℳ.

Aufg. 5. a) 2 971,09 ℳ — b) 6 881,77 K
„ **6.** a) 11 098,81 ℳ — b) 13 903,44 Kr.
„ **7.** a) 34 695,17 ℳ — b) 2 121,79 hfl.
„ **8:** a) 1 455,07 ℳ — b) 131,244 Milrëis
„ **9.** a) 124,94 ℳ — b) 1 757,70 Piaster
„ **10.** a) 383 812,69 ℳ — b) 1 341,60 Dollar.

Zeitrechnung.

Aufg. 1. 57 Jhr. 9 Mon. 17 Tg. (Die Tage sind hier kalendermäßig auszuzählen, der März wird also mit 31 Tagen berechnet.)

Aufg. 2. 147 Tg.

Aufg. 3. a) 41 Tg. b) 57 Tg. c) 98 Tg. d) 70 Tg. e) 47 Tg.

Aufg. 4. 5. Mai 1821 — **Aufg. 5.** 2. April 1906

Aufg. 6. 24. September, 4. Februar nächsten Jahres, 24. Juli, 27. Februar nächsten Jahres

Aufg. 7. 5. Januar 1809

Aufg. 8. a) 5. Dezember v. J. b) 4. Februar c) 22. Oktober d) 16. April e) 19. Dezbr. v. J.

Das Rechnen mit gewöhnlichen Brüchen.

Verwandle unechte Brüche in ganze und gemischte Zahlen und umgekehrt.

Aufg. 1. a) 9	b) 3	c) 20	d) 9
6	5	8	9
5	7	8	19
8	8	7	5

Aufg. 2.	a) $8^{1}/_{3}$	b) $4^{3}/_{4}$	c) $9^{8}/_{15}$	d) $18^{1}/_{13}$
	$5^{1}/_{7}$	$5^{1}/_{8}$	$8^{15}/_{16}$	$15^{15}/_{19}$
	$5^{5}/_{8}$	$12^{3}/_{10}$	$7^{10}/_{19}$	$28^{9}/_{17}$
	$8^{5}/_{6}$	$6^{3}/_{15}$	$7^{17}/_{18}$	$25^{23}/_{24}$

Aufg. 3. a) $^{63}/_{7}$, $^{91}/_{7}$, $^{147}/_{7}$, $^{224}/_{7}$ b) $^{36}/_{9}$, $^{144}/_{9}$, $^{225}/_{9}$, $^{432}/_{9}$

„ 4.	a) $^{39}/_{4}$	b) $^{38}/_{3}$	c) $^{100}/_{7}$	d) $^{122}/_{13}$
	$^{61}/_{7}$	$^{100}/_{3}$	$^{89}/_{5}$	$^{125}/_{17}$
	$^{51}/_{8}$	$^{119}/_{6}$	$^{239}/_{8}$	$94/19$
	$^{68}/_{9}$	$^{69}/_{5}$	$^{187}/_{10}$	$^{293}/_{24}$

Erweitern und Kürzen der Brüche.

Aufg. 1.	a) $^{16}/_{20}$	b) $^{18}/_{27}$	c) $^{112}/_{176}$
	$^{12}/_{16}$	$^{27}/_{90}$	$^{48}/_{208}$
	$^{28}/_{32}$	$^{45}/_{72}$	$^{112}/_{240}$
	$^{12}/_{20}$	$^{18}\ _{45}$	$^{286}/_{312}$
	$^{4}/_{24}$	$^{27}/_{63}$	$^{80}/_{96}$
	$^{20}/_{28}$	$^{45}/_{108}$	$^{144}/_{320}$
Aufg. 2.	a) $^{15}/_{36}$	b) $^{9}/_{72}$	c) $^{60}/_{90}$
	$^{16}/_{36}$	$^{20}/_{72}$	$^{72}/_{90}$
	$^{27}/_{36}$	$^{27}/_{72}$	$^{70}/_{90}$
	$^{30}/_{36}$	$^{54}/_{72}$	$^{75}/_{90}$
	$^{24}/_{36}$	$^{64}/_{72}$	$^{84}/_{90}$

Aufg. 3.	a) $^{3}/_{4}$	b) $^{3}/_{5}$	c) $^{6}/_{11}$	d) $^{5}/_{8}$
	$^{3}/_{4}$	$^{9}/_{10}$	$^{7}/_{9}$	$^{5}/_{11}$
	$^{5}/_{6}$	$^{6}/_{13}$	$^{4}/_{9}$	$^{3}/_{11}$
	$^{3}/_{5}$	$^{5}/_{12}$	$^{6}/_{11}$	$^{5}/_{6}$
	e) $^{1}/_{3}$	f) $^{6}/_{13}$	g) $^{2}/_{7}$	h) $^{272}/_{564}$
	$^{1}/_{5}$	$^{5}/_{7}$	$^{5}/_{11}$	$^{136}/_{183}$
	$^{1}/_{9}$	$^{1}/_{3}$	$^{4}/_{9}$	$^{95}/_{283}$
	$^{1}/_{8}$	$^{4}/_{23}$	$^{32}/_{41}$	$^{74}/_{87}$

Addition.

Aufg. 1.	a) 1	b) $1^{8}/_{9}$	c) $1^{3}/_{4}$
	$1^{2}/_{3}$	$1^{5}/_{7}$	$1^{11}/_{24}$
	$1^{1}/_{6}$	$1^{9}/_{10}$	$2^{13}/_{36}$
Aufg. 2.	a) 5	b) $13^{1}/_{3}$	c) $11^{1}/_{4}$
	14	$16^{2}/_{5}$	$39^{1}/_{2}$
	17	$15^{2}/_{7}$	$30^{2}/_{5}$

Aufg. 3. 124 Aufg. 4. $102\frac{17}{18}$ Aufg. 5. $277\frac{13}{30}$

„ 6. a) $1\frac{1}{12}$ b) $1\frac{7}{40}$ c) $1\frac{11}{35}$ d) $1\frac{20}{63}$ e) $1\frac{59}{120}$
$1\frac{1}{3}$ $1\frac{3}{28}$ $\frac{35}{36}$ $1\frac{5}{36}$ $\frac{107}{120}$
$1\frac{1}{2}$ $\frac{55}{63}$ $1\frac{7}{33}$ $\frac{127}{143}$ $1\frac{11}{126}$

Aufg. 7. $60\frac{2}{15}$ Aufg. 8. $86\frac{364}{495}$ Aufg. 9. $102\frac{251}{720}$
„ 10. $70\frac{65}{308}$ „ 11. $3474\frac{37}{720}$ „ 12. $3775\frac{17}{504}$

Subtraktion.

Aufg. 1. a) $\frac{11}{25}$ b) $\frac{4}{9}$ c) $\frac{3}{14}$ d) $\frac{1}{3}$
„ 2. a) $8\frac{4}{5}$ b) $15\frac{5}{7}$ c) $19\frac{3}{4}$ d) $23\frac{4}{5}$
„ 3. a) $2\frac{4}{5}$ b) $5\frac{2}{3}$ c) $2\frac{1}{2}$ d) $18\frac{3}{4}$
„ 4. a) $\frac{17}{24}$ b) $\frac{1}{12}$ c) $\frac{1}{12}$ d) $\frac{26}{63}$ e) $\frac{2}{33}$
„ 5. a) $3\frac{1}{6}$ b) $3\frac{7}{18}$ c) $6\frac{7}{12}$ d) $9\frac{1}{10}$
„ 6. a) $6\frac{11}{15}$ b) $5\frac{2}{21}$ c) $12\frac{17}{36}$ d) $6\frac{19}{42}$
„ 7. a) $297\frac{3}{8}$ b) $312\frac{13}{16}$ c) $610\frac{6}{11}$
„ 8. a) $368\frac{71}{90}$ b) $667\frac{29}{48}$ c) $744\frac{67}{90}$

Multiplikation.

Aufg. 1. a) $5\frac{1}{4}$ b) $8\frac{1}{3}$ c) $10\frac{2}{5}$ d) $6\frac{10}{17}$ e) $9\frac{9}{11}$
„ 2. a) $3\frac{1}{3}$ b) $12\frac{3}{5}$ c) $4\frac{2}{3}$ d) $7\frac{1}{2}$ e) $3\frac{1}{2}$
„ 3. a) $15\frac{13}{15}$ b) $19\frac{15}{17}$ c) $30\frac{9}{34}$ d) $29\frac{16}{25}$
„ 4. a) $18\frac{1}{4}$ b) $85\frac{1}{2}$ c) $45\frac{1}{3}$ d) $42\frac{7}{12}$
„ 5. a) 13 b) $46\frac{4}{5}$ c) $42\frac{1}{7}$ d) $75\frac{3}{11}$ e) $89\frac{4}{9}$
„ 6. a) $28\frac{4}{5}$ b) $18\frac{3}{4}$ c) $67\frac{2}{3}$ d) $46\frac{4}{9}$ e) $114\frac{2}{3}$
„ 7. a) $352\frac{4}{9}$ b) $511\frac{7}{13}$ c) 2217 d) $1091\frac{4}{25}$
„ 8. a) $51\,671\frac{5}{17}$ b) $13\,931\frac{1}{2}$ c) $321\,375\frac{10}{33}$ d) $50\,044\frac{25}{32}$
„ 9. a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{5}{8}$ c) $\frac{28}{45}$ d) $\frac{21}{40}$ e) $\frac{8}{33}$
„ 10. a) $4\frac{7}{8}$ b) $10\frac{1}{2}$ c) $7\frac{7}{20}$ d) $8\frac{15}{16}$ e) $4\frac{19}{20}$
„ 11. a) $3735\frac{27}{64}$ b) $564\frac{23}{24}$ Aufg. 12. a) $867\frac{113}{162}$ b) $2889\frac{9}{50}$
„ 13. a) $2099\frac{23}{24}$ b) $367\frac{53}{72}$

Division.

Aufg. 1. a) $\frac{4}{15}$ b) $\frac{3}{28}$ c) $\frac{7}{40}$ d) $\frac{3}{72}$ e) $\frac{11}{84}$
„ 2. a) $\frac{2}{9}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{2}{11}$ d) $\frac{2}{17}$ e) $\frac{3}{25}$
„ 3. a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{13}{18}$ c) $\frac{11}{12}$ d) $\frac{25}{28}$ e) $\frac{20}{27}$
„ 4. a) $5\frac{4}{27}$ b) $2\frac{23}{24}$ c) $4\frac{23}{25}$ d) $9\frac{3}{8}$ e) $3\frac{3}{8}$
„ 5. a) $\frac{7}{272}$ b) $\frac{23}{1008}$ c) $\frac{3}{188}$ d) $\frac{1}{98}$
„ 6. a) $\frac{31}{36}$ b) $\frac{213}{248}$ c) $\frac{199}{234}$ d) $\frac{347}{396}$

Aufg. 7.	a) $1\frac{1}{2}$	b) $1\frac{1}{4}$	c) $\frac{8}{9}$	d) $\frac{15}{16}$	e) $\frac{24}{35}$
„ 8.	a) $1\frac{1}{8}$	b) $2\frac{1}{10}$	c) $\frac{25}{28}$	d) $1\frac{1}{9}$	e) $\frac{42}{75}$
„ 9.	a) $2\frac{1}{2}$	b) $3\frac{3}{8}$	c) $3\frac{8}{9}$	d) $8\frac{7}{16}$	
„ 10.	a) $\frac{247}{255}$	b) $\frac{133}{138}$	c) $1\frac{15}{23}$	d) $\frac{598}{1215}$	
„ 11.	a) $1\frac{218}{280}$	b) $2\frac{8}{171}$	c) $1\frac{278}{327}$	d) $2\frac{142}{189}$	

Das Rechnen mit Dezimalbrüchen.

Multiplikation und Division.

Aufg. 1.	140,56	1405,6	14 056	140 560	1 405 600
„ 2.	0,7	7	70	700	7 000
„ 3.	4832	48 320	483 200	4 832 000	48 320 000
„ 4.	0,48	0,048	0,0048	0,00048	0,000048
	15,607	1,5607	0,15607	0,015607	0,0015607
	2,30894	0,230894	0,0230894	0,00230894	0,000230894

Aufg. 5.	a) 0,6	b) 0,04	c) 0,63
	0,24	0,075	4,95
	1,35	0,0052	1,92
	1,44	0,018	2,52
Aufg. 6.	a) 4	b) 8	c) 2
	3	50	12
	7	30	8
	7	40	9
Aufg. 7.	a) 26,32	b) 9,176	c) 82,124
	d) 3,658	e) 103,806	f) 1630,999
Aufg. 8.	a) 74,273	b) 106,527	c) 57,179
	d) 0,025	e) 0,033	f) 0,002
Aufg. 9.	a) 51,429	b) 625	c) 13,611
	d) 5,352	e) 19,787	f) 207,692
Aufg. 10.	a) 70,483	b) 24,316	c) 439,597
	d) 0,061	e) 0,065	f) 0,516

Aufg. 11.

a) 0,625 0,3125 0,16 0,34375 0,109375

b) 0,66... 0,42857142... 0,55... 0,5454...
0,46153846... 0,2121...

c) 0,8333... 0,91666... 0,4666... 0.40909...

Aufg. 12.

a)	b)	c)
$^{1}/_{3}$	$^{4}/_{11}$	$^{85}/_{198}$
$^{3}/_{11}$	$^{47}/_{111}$	$^{217}/_{300}$
$^{5}/_{11}$	$^{19}/_{90}$	$^{65}/_{198}$
$^{29}/_{33}$	$^{31}/_{45}$	$^{12523}/_{16650}$

Verwandlung von s und d in einen Dezimalbruch von £.

Aufg. 1.

a)	b)
0,133 £	7,629 £
0,513 „	13,313 „
0,925 „	3,721 „
0,238 „	9,408 „
0,746 „	20,846 „

Aufg. 2.

a)	b)
0,258 £	12,475 £
0,963 „	9,783 „
0,588 „	21,167 „
0,375 „	6,863 „
0,667 „	3,388 „

Aufg. 3.

a)	b)
1 s 2 d	4 £ 4 s 10 d
8 „ 3 „	7 „ 8 „ 9 „
18 „ 9 „	9 „ 6 „ 6 „
14 „ 11 „	6 „ 16 „ 8 „

Aufg. 4.

a)	b)
11 s 10 d	7 £ 5 s 3 d
15 „ 3 „	13 „ 11 „ 10 „
19 „ 9 „	5 „ 15 „ 8 „
5 „ 6 „	9 „ 19 „ 6 „

Regeldetri.

Aufg. 1. 867,75 M

Aufg. 2. 285,45 M

Aufg. 3. 465,63 M

Aufg. 4. 620,625

Aufg. 5. 1648,80 M

Aufg. 6. 3206,50 M

Aufg. 7. 733,44 Rp°

Aufg. 8. £ 12.8.5

Aufg. 9. 90,25 M

Aufg. 10. 27,36 M

Aufg. 11. $47^{1}/_{3}$ m

Aufg. 12. 36 £ 10 s 6 d

Aufg. 13. 1 Std. $42^{6}/_{7}$ Min.

Aufg. 14. 5 Tage

Aufg. 15. 10 Std. $17^{1}/_{7}$ Min.

Aufg. 16. 25,08 ℳ

Aufg. 17. 3,41 ℳ

Aufg. 18. 70,40

Aufg. 19. 282,24 R°

Aufg. 20. 37,24 ℳ

Aufg. 21. $200^{8}/_{15}$ kg

Aufg. 22. 195 m

Aufg. 23. $106^{2}/_{3}$ m

Aufg. 24. £ 12.14.11 (£ s u. d zuerst in d verwandeln).

Aufg. 25. 1625,64 R°

Aufg. 25a. 969,75 hfl.

Aufg. 26. 694 Fliesen

Aufg. 27. 1218,02 ℳ

Aufg. 28. $523^{443}/_{8659}$ Arschin

Aufg. 29. 321,75 ℳ

Aufg. 30. 183 Schuhmacher

Aufg. 31. 59,46 ha

Aufg. 32. 76,172 kg

Aufg. 33. 8928,16 ℳ

Aufg. 34. 482,78 ℳ

Aufg. 35. $7^{1}/_{5}$ Tage

Aufg. 36. 3 Std. $31^{1}/_{9}$ Min.

Aufg. 37. 588 Platten (abgerundet)

Kettensatz.

Aufg. 1.

? ℳ	1000 kg
1 kg	1000 g
409,512 g	1 ℔
40 ℔	1 Pud
1 Pud	1,17 R̸°
100 R̸°	216 ℳ

= 154,28 ℳ

Aufg. 2.

? R̸°	40 ℔
1 ℔	409,512 g
1000 g	1 kg
1000 kg	152,25 ℳ
216,5 ℳ	100 R̸°

= 1,15 R̸°

Aufg. 3.

? ℳ	50 kg
1 kg	1000 g
453,6 g	1 ℔
196 ℔	3,25 $
100 $	417,50 ℳ

= 7,63 ℳ

Aufg. 4.

? Kr.	1 Elle
168,41 Ellen	100 m
51 m	230,10 ℳ
1,125 ℳ	1 Kr.

= 2,38 Kr.

Aufg. 5.

? ℳ	100 kg
0,4536 kg	1 ℔
112 ℔	12,75 $
100 $	417,75 ℳ

= 104,84 ℳ

Aufg. 6.

? ℳ	1 l
228 l	484,50 Frs.
100 Frs.	80,95 ℳ

= 1,72 ℳ

Aufg. 7.

? Sol.	1 £
466,25 £	10 ℔
1 ℔	373,242 g
4,267 g	1 Sol.

= 1 Sol. 84 Doli

Aufg. 8.

? ℳ	350 kg
1 kg	5,45 Frs.
100 Frs.	80,75 ℳ
100 ℳ	112 ℳ
ohne Sp.	m. Spes.

Aufg. 9.

? £	1 Qr.
1 Qr.	290,8 l
209,9 l	1 Tschetwt.
1 Tschetwt.	7,80 R°
1 R°	25 d
240 d	1 £
10 £ o.Sp.	11 £ m.Sp.

Mischungsrechnung.

Aufg. 1.
0,82 ℳ

Aufg. 2.
8,41 ℳ

Aufg. 3.
1,28 ℳ

Aufg. 4.
13 ℳ

Aufg. 5.
123,84 ℳ

Aufg. 6.
1,45 ℳ

Aufg. 7.
a) 3 : 2; b) 6 : 11; c) 45 : 32; d) 5 : 3; e) 37 : 48.

Aufg. 8.
I. $30\frac{10}{13}$ kg, II. $19\frac{3}{13}$ kg.

Aufg. 9.
I. $28\frac{8}{9}$ kg, II. $11\frac{1}{9}$ kg.

Aufg. 10.
I. $17\frac{9}{14}$ kg, II. $20\frac{5}{14}$ kg.

Aufg. 11.
I. 15 kg, II. 20 kg, III. 55 kg.

Aufg. 12.
II. $11\frac{2}{3}$ kg, III. $58\frac{1}{3}$ kg.

Gesellschaftsrechnung.

Aufg. 1.
62, 93, 31, 93 Raummeter.

Aufg. 2.
35 kg, 14 kg und 7 kg.

Aufg. 3.
123,30 ℳ und 164,40 ℳ

Aufg. 4.
L. 1 005,25 ℳ, M. 603,15 ℳ,
N. 1 407,35 ℳ, O. 402,10 ℳ.

Aufg. 5.
Der Abzug beträgt $\frac{1}{10}$ von 100 ℳ, der zu verteilende Gewinn demnach 1000 — 100 = 900 ℳ. Bekommt der erste Spieler 3 ℳ, so kommen auf den zweiten 5 ℳ, zusammen 8 ℳ. Es sollen aber 900 ℳ, d. i. $112\frac{1}{2}$mal soviel, verteilt werden; folglich erhält der erste $112\frac{1}{2} \times 3 =$ **337,50 ℳ** und der zweite **562,50 ℳ**.

Aufg. 6.

a) Die Anteile verhalten sich wie 8 : 280 : 36 : 60 oder wie 2 : 70 : 9 : 15 = 96 Teile. 1 Teil = 2 304 : 96 = 24 ℳ. —, 2 Teile = **48** ℳ, 70 Teile = **1 680** ℳ, 9 Teil = **216** ℳ, 15 Teile = **360** ℳ.

b) 747 ℳ, 1 328 ℳ, 1 826 ℳ, 747 ℳ.

c) 2 124,67 ℳ, 2 428,20 ℳ, 910,58 ℳ, 1 821,15 ℳ.

d) 242 ℳ, 393,25 ℳ, 211,75 ℳ, 121 ℳ.

Aufg. 7. A 128,25 ℳ, B 142,50 ℳ, C 161,50 ℳ, D 180,50 ℳ.

„ **8.** A 270,15 ℳ, B 360,20 ℳ, C 450,25 ℳ.

„ **9.** A 6 400 ℳ, B 8 000 ℳ.

„ **10.** A 918 ℳ, B 4 165 ℳ, C 2 669 ℳ.

„ **11.** A 106,50 ℳ, B 147 ℳ, C 76,50 ℳ.

„ **12.** A 336 ℳ, B 288 ℳ, C 304 ℳ. D 352 ℳ.

„ **13.** A 100 ℳ, B 220 ℳ, C 267 ℳ.

Aufg. 14.

13 000 ℳ, 13 000 ℳ, 16 500 ℳ.

Aufg. 15.

115 kg, 85 kg.

Aufg. 16.

15 %	Gewinn	von	12 000 ℳ	=	1 800 ℳ
15 „	„	„	8 000 „	=	1 200 „
15 „	„	„	4 000 „	=	600 „

A erhält 1 800 ℳ, B erhält 1 200 — 300 ℳ = 900 ℳ, C erhält 600 — 450 = 150 ℳ.

Aufg. 17.

A hat den geringsten Anteil. Erhält er 1 Teil, so kommen auf B. 3 Teile, auf C 9 Teile auf D 18 Teile; das sind zusammen 31 Teile. 1 Teil = 224 440 : 31 = 7 240. A erhält also **7 240** ℳ, B 3 × 7 240 = **21 720** ℳ, C 3 × 21 720 = **65 160** ℳ, D 2 × 65 160 = **130 320** ℳ.

Aufg. 18.

C trägt 1 Teil, B 3 Teile + 90 ℳ, C $1^1/_3$ × (3 Teile + 90 ℳ) 4 Teile + 120 ℳ und außerdem noch 90 ℳ, also 4 Teile + 210 ℳ. Alle 4 tragen also

8 Teile + 90 ℳ + 210 ℳ = 7500 ℳ

8 „ = 7500 — 300 = 7200 ℳ, 1 Teil = 900 ℳ.

C trägt **900** ℳ, B trägt 3 × 900 + 90 = **2 790** ℳ, A trägt $1^1/_3$ × 2 790 = 3 720 ℳ + 90 ℳ = **3 810** ℳ.

Aufg. 19. 1 500 M auf 6 Monate = 100 M auf 90 Monate
2 500 „ „ 9 „ = 100 „ „ 225 „
2 000 „ „ 5 „ = 100 „ „ 100 „
1 800 „ „ 8 „ = 100 „ „ 144 „

Bei gleichen Einlagen (von je 100 M) auf zusammen 559 Monate beträgt der Gewinn 4 164,55 M; für 1 Monat 4 164,55 : 559 = 7,45 M

A erhält demnach	90 × 7,45 M	=	670,50 M
B „ „	225 × 7,45 „	=	1 676,25 „
C „ „	100 × 7,45 „	=	745,— „
D „ „	147 × 7,45 „	=	4 164,55 „

Aufg. 20.

Wenn die Leistung eines Mannes an einem Tage einen Anspruch von 1 Teil, die Leistung eines Pferdes an einem Tage einen Anspruch von 3 Teilen begründet, so bekommt die Gemeinde

R 18 × 10 = 180 + (4 × 10 × 3) = 120, zusammen 300 Teile
S 24 × 12 = 288 + (6 × 12 × 3) = 216, „ 504 „
T 30 × 9 = 270 + (8 × 9 × 3) = 216, „ 486 „

Alle 3 Gemeinden erhalten 1 290 Teile

1 Teil = 1 548 : 1 290 = 1,20 M.

die Gemeinde R erhält also 300 × 1,20 = 360,— M
„ „ S „ „ 504 × 1,20 = 604,80 „
„ „ T „ „ 486 × 1,20 = 583,20 „

Prozentrechnung.

Einfache Prozentbestimmung.

Durch einfache Teilung gefundene Prozentsätze.

a) $^1/_6$ d. ganz. Zahl = $16^2/_3$ %	f) $^1/_{15}$ d. ganz. Zahl = $6^2/_3$ %
b) $^1/_7$ „ „ „ = $14^2/_7$ %	g) $^1/_{16}$ d. „ „ = $6^1/_4$ %
c) $^1/_8$ „ „ „ = $12^1/_2$ %	h) $^1/_{20}$ „ „ „ = 5 %
d) $^1/_{10}$ „ „ „ = 10 %	i) $^1/_{25}$ „ „ „ = 4 %
e) $^1/_{12}$ „ „ „ = $8^1/_3$ %	k) $^1/_{30}$ „ „ „ = $3^1/_3$ %

Aufg. 1.

a) 25 %	e) $33^1/_3$ %	i) $33^1/_3$ %	n) $4^1/_6$ %
b) 20 %	f) 4 %	k) $9^1/_{11}$ %	o) $12^1/_2$ %
c) $8^1/_3$ %	g) $22^2/_9$ %	l) $6^2/_3$ %	p) 4 %
d) $11^1/_9$ %	h) $8^1/_3$ %	m) $5^5/_9$ %	q) 4 %

Aufg. 2.

a) 25 % d) $11\frac{1}{9}$ % g) $6\frac{2}{3}$ % i) $6\frac{1}{4}$ %
b) $16\frac{2}{3}$ % e) 10 % h) $8\frac{1}{3}$ % k) 10 %
c) $12\frac{1}{2}$ % f) $9\frac{1}{11}$ %

Aufg. 3.

a) 50 % b) $33\frac{1}{3}$ % c) 25 % d) 20 % e) 25 % f) 10 %
g) $8\frac{1}{3}$ % h) $5\frac{5}{9}$ %.

Aufg. 4.

a) $1\frac{1}{3}$ % b) $3\frac{1}{3}$ % c) $2\frac{1}{2}$ % d) 5 % e) 20 %

Aufg. 5.

a) $2\frac{1}{2}$ % b) $4\frac{1}{6}$ % c) 5 % d) 5 % e) $6\frac{1}{4}$ %

Aufg. 6.

a) 5 % b) $16\frac{2}{3}$ % c) $11\frac{1}{9}$ % d) $7\frac{1}{7}$ % e) $4\frac{1}{6}$ %

Aufg. 7.

a) $\frac{2}{3}$ % b) $\frac{3}{4}$ % c) $3\frac{1}{3}$ % d) $\frac{1}{2}$ % e) $4\frac{1}{2}$ %

Aufg. 8. $8\frac{1}{3}$ % **Aufg. 9.** $33\frac{1}{3}$ % **Aufg. 10.** 12 %

Aufg. 11.

10 % (die Mischung enthält 45 + 5 = 50 l).

Aufg. 12. 3,75 %.

Aufg. 14.	a) $12\frac{1}{2}$ %	**Aufg. 23.**	$8\frac{1}{3}$ %	**Aufg. 36.**	2 %
	b) 15 %	„ 24.	$5\frac{1}{2}$ %	„ 37.	24 %
	c) $\frac{2}{3}$ %	„ 25.	$2\frac{1}{3}$ %	„ 38.	$5\frac{5}{9}$ %
	d) $\frac{5}{6}$ %	„ 26.	a) $8\frac{1}{3}$ %	„ 39.	$14\frac{2}{7}$ %
	e) 45 %		b) $5\frac{5}{9}$ %	„ 40.	$9\frac{3}{8}$ %
„ 15.	$\frac{3}{4}$ %		c) 4 %	„ 41.	$1\frac{1}{4}$ %
„ 16.	$28\frac{4}{7}$ %	„ 27.	$7\frac{1}{2}$ %	„ 42.	20 %
„ 17.	40 %	„ 28.	$\frac{1}{2}$ %	„ 43.	25 %
„ 18.	10 %	„ 29.	$3\frac{1}{8}$ %	„ 44.	$33\frac{1}{3}$ %
„ 19.	$17\frac{1}{2}$ %	„ 30.	$4\frac{1}{6}$ %	„ 45.	5 %
„ 20.	$7\frac{1}{5}$ %	„ 31.	$6\frac{2}{3}$ %	„ 46.	$14\frac{2}{7}$ %
„ 21.	$3\frac{1}{3}$ %	„ 32.	9 %	„ 47.	20 %
„ 22.	a) $5\frac{5}{7}$ %	„ 33.	$11\frac{1}{9}$ %	„ 48.	$16\frac{2}{3}$ %
	b) $3\frac{1}{3}$ %	„ 34.	50 %	„ 49.	$6\frac{2}{3}$ %
	c) $3\frac{3}{4}$ %	„ 35.	50 %	„ 50.	10 %
				„ 51.	$6\frac{2}{3}$ %

Das Verhältnis der bekanntesten Prozentsätze zum Grundwert.

a)	$1\ \%$	$= \frac{1}{100}$	des Grundwertes
b)	$2\ \%$	$= \frac{1}{50}$	„ „
c)	$2\frac{1}{2}\ \%$	$= \frac{1}{40}$	„ „
d)	$3\frac{1}{3}\ \%$	$= \frac{1}{30}$	„ „
e)	$6\frac{1}{4}\ \%$	$= \frac{1}{16}$	„ „
f)	$6\frac{2}{3}\ \%$	$= \frac{1}{15}$	„ „
g)	$8\frac{1}{3}\ \%$	$= \frac{1}{12}$	„ „
h)	$12\frac{1}{2}\ \%$	$= \frac{1}{8}$	„ „
i)	$14\frac{2}{7}\ \%$	$= \frac{1}{7}$	„ „
k)	$16\frac{2}{3}\ \%$	$= \frac{1}{6}$	„ „

Aufg. 52.

$50\ \%$	= 630,— ℳ	$8\frac{1}{3}\ \%$	= 105,— ℳ
$33\frac{1}{3}\ \%$	= 420,— „	$6\frac{2}{3}\ \%$	= 84,— „
$25\ \%$	= 315,— „	$6\frac{1}{4}\ \%$	= 78,75 „
$20\ \%$	= 252,— „	$5\ \%$	= 63,— „
$16\frac{2}{3}\ \%$	= 210,— „	$4\ \%$	= 50,40 „
$14\frac{2}{7}\ \%$	= 180,— „	$3\frac{1}{3}\ \%$	= 42,— „
$12\frac{1}{2}\ \%$	= 157,50 „	$2\frac{1}{2}\ \%$	= 31,50 „
$10\ \%$	= 126,— „	$2\ \%$	= 25,20 „

Aufg. 53.
0,42; 0,51; 0,66; 1,95; 2,34 ℳ od. Frs. od. Kr. od. Rp

Aufg. 54.
1,00; 1,28; 1,80; 2,56; 3,36 „ „ „ „ „ „ „

Aufg. 55.
0,48; 0,72; 0,84; 1,84; 3,68 „ „ „ „ „ „ „

Aufg. 56.
a. 0,60; 0,90; 1,20; 1,60; 2,40 „ „ „ „ „ „ „
b. 0,84; 1,26; 1,68; 2,24; 3,60 „ „ „ „ „ „ „
c. 1,08; 1,62; 2,16; 2,88; 4,32 „ „ „ „ „ „ „

Aufg. 57.
a) $2\frac{1}{2}\%$ = 0,53; 0,88; 1,13; 1,63; 2,38 ℳ od. Frs. od. Kr. od. Rp
b) $3\frac{1}{2}\%$ = 0,74; 1,23; 1,58; 2,28; 3,33 „ „ „ „ „ „ „
c) $4\frac{1}{2}\%$ = 0,95; 1,58; 2,03; 2,93; 4,28 „ „ „ „ „ „ „

Aufg. 58. 0,30; 0,50; 0,90; 1,30; 2,70 ℳ od. Frs. od. Kr. od. Rp

Aufg. 59. 0,33; 0,57; 0,97; 1,37; 2,73 „ „ „ „ „ „ „

Aufg. 60.

a) 0,80 ℳ; 1,17 ℳ; 1,43 ℳ; 2,40 ℳ; 2,83 ℳ; 3,20 ℳ.
b) 0,84 ℳ; 1,23 ℳ; 1,51 ℳ; 2,52 ℳ; 2,98 ℳ; 3,36 ℳ.
c) 1,08 ℳ; 1,58 ℳ; 2,03 ℳ; 3,24 ℳ; 3,83 ℳ; 4,32 ℳ.

Aufg. 61. 186 ℳ

Aufg. 62. 840 ℳ

Aufg. 63. 36 ℳ

Aufg. 64. $62^1/_2$ kg

Aufg. 65. 4,50 ℳ

Aufg. 66.

a) 79,75; 127,60; 478,50.
b) 81,25; 130; 487,50.
c) 84,375; 135; 506,25.

Aufg. 67.

a) 573; 687,20; 773,55.
b) 510; 612; 688,50.

Aufg. 68.

a) 22,80 ℳ; b) 77 ℳ; c) 6,27 ℳ; d) 29,96 ℳ; e) 11,70 ℳ

Aufg. 69.

1 835,96 hfl.

Aufg. 70.

a) 48,51 ℳ od. Frs. usw.
b) 6,48 " " " "
c) 137,69 " " " "
d) 32,52 " " " "
e) 2 048,54 " " " "

Aufg. 71.

a) 94,31 ℳ b) 12,85 ℳ.

Aufg. 72. 40,56 Rº

Aufg. 73. 26,36 ℳ

Aufg. 74. 173,55 Frs.

Aufg. 75.

a) 62,48 ℳ b) 56,61 Frs. c) 84,72 Kr.
d) 14,01 £ e) 207,26 Peset. f) 346,10 hfl.
g) 712,69 £ h) 726,19 Drachmen

Aufg. 76. 31,77 Rº

Aufg. 77. £ 1.4.6

Aufg. 78. 306,46 ℳ

Aufg. 79. 850,82 ℳ

Aufg. 80.

a) 21,50 ℳ	d) 44,84 Kr.	g) 71,58 $
b) 33,81 Frs.	e) 94,32 Drachmen	h) 278,67 Milreis
c) 34,923 £	f) 147,84 Peset.	

Aufg. 81.

a) 10 kg	c) 25,375 kg	e) 73,320 kg
b) 19,375 kg	d) 52 kg	

Aufg. 82.	7 kg	**Aufg. 91.**	148,68 Rbl.
„ **83.**	14,625 kg	„ **92.**	556 ℳ
„ **84.**	86,775 kg	„ **93.**	12 480 ℳ
„ **85.**	2 107,890 kg	„ **94.**	196,40 ℳ
„ **86.**	349,688 kg	„ **95.**	1 186,50 ℳ
„ **87.**	758,50 kg	„ **96.**	a) 4 224 kg
„ **88.**	128,304 kg	„	b) 1 478,40 ℳ
„ **89.**	337,075 kg	„ **97.**	180 ℳ
„ **90.**	157,50 Kr.	„ **98.**	2,60 ℳ
		„ **99.**	48,60 ℳ

Aufg. 100.

1 a) 6,75 ℳ	2 a) 8,10 ℳ	3 a) 3,60 ℳ
1 b) 15,44 „	2 b) 18,53 „	3 b) 8,23 „
1 c) 10,33 „	2 c) 12,39 „	3 c) 5,51 „
1 d) 7,19 „	2 d) 8,63 „	3 d) 3,83 „
1 e) 11,25 „	2 e) 13,50 „	3 e) 6,— „

Aufg. 101.	**Aufg. 102.**	**Aufg. 103.**
£ 25.11.11	£ 16.5	£ 84.

Aufg. 104.

a) 34,15 ℳ	c) 14,86 ℳ	e) 56,86 ℳ
b) 6,83 „	d) 38,72 „	

Aufg. 105. 18 298,85 ℳ.

Aufg. 106.

a) 72 ℳ	d) 105 R⁰	g) 44,24 Kr.
b) 50,80 Frs.	e) 57 ℳ	h) 35,70 Rbl.
c) 54 Kr.	f) 24 Frs.	

Aufg. 107.	66,750 kg	**Aufg. 110.**	720 ℳ	**Aufg. 113.**	86,40 ℳ
108.	70 „	**111.**	1 600 „	**114.**	80 „
109.	8,125 „	**112.**	712 „		

Aufg. 115.	a) 1 800 ℳ	e) 720 ℳ	h) 288 ℳ
	b) 1 440 „	f) 576 „	i) 216 „
	c) 1 080 „	g) 360 „	k) 144 „
	d) 864 „		

Aufg. 116.	150 ℳ	Aufg. 120.	2 500 ℳ
„ 117.	2 595 „	„ 121.	3 660 „
„ 118.	6 000 „	„ 122.	750 „
„ 119.	250 000 „		

„ 123.	a) 48,50 ℳ	b) 582 ℳ
„ 124.	a) 303,60 „	b) 2 530 „
„ 125.	a) 630 „	b) 7 875 „
„ 126.	a) 540 „	b) 3 600 „
„ 127.	a) 49 „	b) 1 400 „
„ 128.	1 112 ℳ	Aufg. 129. 5 640 ℳ

Zinsrechnung.

Aufg. 1.

a) 20,— ℳ	g) 36,20 ℳ	n) 126,— ℳ
b) 15,— „	h) 27,81 „	o) 147,— „
c) 21,— „	i) 36,54 „	p) 11,70 „
d) 14,— „	k) 52,14 „	q) 9,20 „
e) 41,— „	l) 140,— „	r) 18,— „
f) 36,40 „	m) 86,40 „	s) 4,80 „

Aufg. 2. 731,57 ℳ	Aufg. 5. 255,33 ℳ	Aufg. 8. 709,27 ℳ
„ 3. 693,74 „	„ 6. 49,26 „	„ 9. 145,86 „
„ 4. 1 669,50 „	„ 7. 165,35 „	„ 10. 284,75 „

Aufg. 11.

a) 9,20 ℳ	d) 9,04 Rᵒ	g) 15,85 Rᵒ
b) 15,03 „	e) 10,28 Kr.	h) 41,88 Kr.
c) 5,83 „	f) 40,10 ℳ	

Aufg. 12.

a) 4,33 ℳ b) 113,59 ℳ c) 2,78 Kr. d) 67,10 Rᵒ

Aufg. 13.

a) 51,43 ℳ	e) 8,48 Kr.	h) 13,59 £
b) 45,68 „	f) 144,90 ℳ	i) 113,73 hfl.
c) 2,94 „	g) 62,18 Frs.	k) 231,74 „
d) 60,21 Rᵒ		

Aufg. 14. 72,66 ℳ **Aufg. 15.** 171,96 ℳ

Aufg. 16.

a) 5 %	c) 4 %	e) 5 %
b) 3 %	d) 3 %	f) 6 %

Aufg. 17.

a) 4 %	c) 4 %	e) $3\frac{1}{3}$ %
b) 5 %	d) 4 %	f) $3\frac{3}{4}$ %

Aufg. 18.

a) 800 ℳ	d) 1 100 ℳ	f) 2 250 ℳ
b) 850 „	e) 2 400 „	g) 480 „
c) 650 „		

Aufg. 19.

a) 5 950 ℳ	c) 5 430 ℳ	e) 9 180 ℳ
b) 7 340 „	d) 7 128 „	

Aufg. 20.

a) 2 Jhr.	d) 4 Jhr.	g) $\frac{1}{2}$ Jhr.
b) $3\frac{1}{2}$ „	e) $1\frac{1}{2}$ „	h) $\frac{1}{4}$ „
c) 3 „	f) 3 „	i) $\frac{1}{6}$ „

Aufg. 21.

a) $3\frac{1}{2}$ Jhr.	c) 10 Mon.	e) $1\frac{1}{4}$ Jhr.
b) 1 Jhr. 2 Mon.	d) 4 Jhr. 2 Mon.	f) $3\frac{3}{4}$ „

Aufg. 22.

a) 885,71 ℳ	c) 263,36 ℳ	e) 11 235,90 ℳ
b) 2 443,35 „	d) 1 283,76 „	

Aufg. 23. a) 62 857 Einwohner **Aufg. 24.** 4 520,33 ℳ

Diskontrechnung.

Aufg. 1. 1 309,75 ℳ	**Aufg. 4.** 6 164,82 ℳ	**Aufg. 7.** 16 766,14 ℳ
„ **2.** 837,45 „	„ **5.** 6 452,40 „	
„ **3.** 2 327,05 „	„ **6.** 6 145,05 „	

Diskontverkehr mit der Reichsbank.

Aufg. 1. 6 743,89 ℳ **Aufg. 2.** 2 197,41 ℳ **Aufg. 3.** 12 978,56 ℳ

Terminrechnung.

Aufg. 1. 2. Aug.	**Aufg. 4.** 20. Jan.	**Aufg. 6.** 23. Sept.
„ **2.** 13. Apr.	„ **5.** 15. Okt.	„ **7.** 18. März.
„ **3.** 2. Okt.		

Kontokorrentrechnung.

Einige Lösungen weisen im Zahlensaldo bei der Ausrechnung nach den drei Methoden infolge der Abkürzung der Zinszahlen Differenzen von 1—3 # auf. Für das Resultat ist das aber belanglos, zumal man in der Praxis die Pfennigbeträge auf 10 bezw. 5 Pfennige abzurunden pflegt.

Aufg. 1. (progressiv).

	31. Dez.	180	1170	650,—	31. Jan.	150	750	500,—
	20. Jan.	160	1600	1000,—	20. März	100	2000	2000,—
	10. März	110	990	900,—	10. Mai	50	900	1800,—
	30. April	60	900	1500,	Z. S.		1630	
	20. Mai	40	200	500,	Saldo			2368,11
	10. Juni	20	420	2100,—				
4%/1630#				18,11				
			5280	6668,11			5280	6668,11

Aufg. 2. (retograd.)

	13.12.	—	—	486,40		1. 2.	31	465	1500,—
	15. 1.	15	246	1639,60		5. 3.	65	1593	2450,—
	3. 2.	33	241	731,35		15. 3.	75	3092	4121,50
	7. 3.	67	1532	2285,65		3. 6.	153	1460	953,75
	16. 3.	76	1125	1480,25	Zahlens. à 5%			326	4,54
	21. 4.	111	749	675,35					
	8. 6.	158	474	300,—					
R. S. 1426,65 M	30. 6.	180	2559						
S. z. J/G	30. 6.			1431,19					
			6936	9029,79				6936	9029,79

Aufg. 3. Creditsaldo 2743,92 *M*.
„ **4.** Debetsaldo 814,30 *M*.
„ **5.** Debetsaldo 699,74 *M*.
„ **6.** Creditsaldo 1664,67 *M*.

Gold- und Silberrechnung.

Aufg. 1. a) 0,666... b) 0,5 c) 0,583 d) 0,833.. e) 0,764 f) 0,653 g) 0,868.

Aufg. 2. a) 0,750 b) 0,500 c) 0,625 d) 0,563 e) 0,875 f) 0,792 g) 0,840 h) 0,677.

Aufg. 3. Gold: a) 0,833 b) 0,979 c) 0,698 d) 0,948. Silber: a) 0,946 b) 0,896 c) 0,833 f) 0,935.

Aufg. 4. 188,936 kg. **Aufg. 5.** 3,965 kg. **Aufg. 6.** 153,97 g.

Aufg. 8. 12 ℔ 53 Sol. 82 Doli. **Aufg. 9.** 84,955 oz.

Aufg. 10. a) 6406,32 ℳ b) 10 232,73 ℳ c) 273,06 ℳ d) 874,37 ℳ.

Aufg. 11. 164 £ 2 s 4 d. **Aufg. 12.** 159 £ 9 d. **Aufg. 13.** 39 898,01 ℳ.

Aufg. 14. 73 073,65 Frs.

Münzrechnung.

Aufg. 1. a) 24,692 Frs. b) 19,579 s c) 25,2215 Frs. d) 4,1979 ℳ e) 32,40 ℳ f) 40 Frs. g) 31,7208 s.

Aufg. 2. a) 9074,25 ℳ b) 15 210,00 ℳ c) 7106,16 ℳ d) 3627,10 ℳ e) 1695,94 ℳ.

Devisenrechnung.

Aufg. 1. 1139,70 ℳ.	**Aufg. 2.** 1231,80 ℳ.	**Aufg. 3.** 678,10 ℳ.
„ **4.** 4268,15 „	„ **5.** 5060,70 „	„ **6.** 5981,15 „
„ **7.** 6170,40 „	„ **8.** 2039,90 „	

Aufg. 9. a) 1966,20 ℳ	**Aufg. 10.** 4268,15 ℳ.
b) 1400,49 „	„ **11.** a) 2799,04 ℳ
c) 4003,28 „	„ b) 2311,06 „
d) 823,45 „	„ c) 1204,05 „
e) 1124,13 „	d) 770,06 „
Aufg. 12. 12 £ 170. 15. 6.	e) 4583,35 „

Effektenrechnung *).

Aufg. 1. 6134,70 ℳ	**Aufg. 5.** 7688,70 ℳ	**Aufg. 9.** 6957,35 ℳ
„ **2.** 9587,10 „	„ **6.** 12565,25 „	„ **10.** 3657,70 „
„ **3.** 3473,05 „	„ **7.** 6323,65 „	„ **11.** 11802,10 „
„ **4.** 9466,30 „	„ **8.** 9481,60 „	„ **12.** 31957,30 „

*) Kurswert, Zinsen, Courtage und Provision sind auf 5 bezw. 10 Pfennige abgerundet und zwar derart, daß 5 Pfennige als 5 Pfennige gelten, unter 5 Pfennige wegfallen, über 5 Pfennige aber als 10 Pfennige gerechnet werden (5 = 5; unter 5 = 0; über 5 = 10).

Anhang.

Die Münzen-, Mass- und Gewichtssysteme aller Staaten der Erde mit Umrechnungstabellen in deutsche Sorten und umgekehrt.

A. Das Deutsche Reich.

1. Die deutschen Maße.

Seit dem 1. Januar 1872 ist im Deutschen Reiche das metrische Maßsystem nach französischem Vorgange eingeführt.

Die Grundlage dieses Systems ist das Meter (m). Es ist der zehnmillionste Teil eines Erdmeridianquadranten. Durch diese Teilung ist auch für die Maße, wie für die meisten Münzen, das für rechnerische Zwecke übersichtliche Dezimalsystem eingeführt.

a. Die deutschen Längenmaße.

1. Vervielfachung des Meters:
   a) 10 Meter (m) . . . . = 1 Dekameter (1 dkm),
   b) 10 Dekameter (dkm) . . . = 1 Hektometer (1 hm),
   c) 10 Hektometer (hm) . . . = 1 Kilometer (1 km),
   d) 10 Kilometer (km) . . . = 1 Myriameter (1 Mm).
2. Einteilung des Meters:
   a) 1 Meter (m) . . . . = 10 Dezimeter (dm),
   b) 1 Dezimeter (dm). . . . = 10 Zentimeter (cm),
   c) 1 Zentimeter (cm) . . . = 10 Millimeter (mm).

b. Die Flächenmaße.

Die Einheit bildet das Quadratmeter (qm), d. i. eine quadratische Fläche von je 1 m Länge und Breite.

1. Vervielfachung des Quadratmeters:

a) 100 Quadratmeter (qm) . . = 1 Quadratdekameter,
b) 100 Quadratdekameter (qDm) = 1 Quadrathektometer,
c) 100 Quadrathektometer (qHm) = 1 Quadratkilometer,
d) 100 Quadratkilometer (qkm) = 1 Quadratmyriameter.

Statt qDm sagt man Ar (a),
" qHm " " Hektar (ha).

2. Einteilung des Quadratmeters:

1 qm = 100 Quadratdezimeter (qdm),
1 qdm = 100 Quadratzentimeter (qcm),
1 qcm = 100 Quadratmillimeter (qmm).

c) Hohlmaße.

Die Grundlage bildet das Kubikmeter (cbm), also ein Würfel, der 1 m lang, 1 m breit und 1 m hoch ist.

1 Kubikmeter (cbm) . . . . . = 1 000 Kubikdezimeter (cdm),
1 Kubikdezimeter (cdm). . . . = 1 000 Kubikzentimeter (ccm),
1 Kubikzentimeter (ccm) . . . = 1 000 Kubikmillimeter (cmm).

Der Rauminhalt eines Würfels, dessen Seite 1 dm lang ist, wird als Liter bezeichnet.

1. Vervielfachung des Liters:

10 Liter (l) . . . = 1 Dekaliter (Dl)
10 Dekaliter (Dl) . = 1 Hektoliter (hl),
10 Hektoliter (hl) . = 1 Kiloliter (kl).

2. Einteilung des Liters:

1 Liter (l) . . . = 10 Deziliter (dl),
1 Deziliter (dl). . = 10 Zentiliter (cl),
1 Zentiliter (cl) . = 10 Milliliter (ml).

2. Die deutschen Gewichte.

Den Ausgangspunkt des deutschen Gewichtssystems bildet das Kilogramm (kg). 1 kg ist das Gewicht von 1 Liter reinen Wassers, gewogen bei 4° Celsius.

1. Vervielfachung des kg:

a) 50 kg = 100 Pfund (℔) = 1 Zentner (ctr),
b) 100 " = 200 " (℔) = 2 "
(Doppelzentner) = 1 Meterzentner (mctr),
c) 1 000 " = 2 000 " (℔) = 1 Tonne (t) (= 20 ctr).

2. Einteilung des kg: 1 kg = 10 Hektogramm (hg),
1 hg = 10 Dekagramm (Dg),
1 Dg = 10 Gramm (g),
1 g = 10 Dezigramm (dg),
1 dg = 10 Zentigramm (cg),
1 cg = 10 Milligramm (mg).

3. Die deutschen Münzen.

Durch das Münzgesetz vom 9. Juli 1873 ist in Deutschland die Goldwährung eingeführt. Da jedoch auch silberne Talerstücke gesetzlich in Zahlung genommen werden müssen, ist damit zugleich die Silberwährung zugelassen. Es wurden in Deutschland geprägt:

a) aus Kupfer: 1 Pfennigstücke und 2 Pfennigstücke,
b) „ Nickel: 5 „ „ 10 „ ,
c) „ Silber: $^1/_2$ Markstücke „ 1 Markstücke,
„ „ 2 „ „ 5 „ ,
d) „ Gold: 10 „ „ 20 „ .

Die unter a), b) und c) erwähnten Münzen sind Scheidemünzen und zwar braucht nach Art. 9 des Deutschen Münzgesetzes vom 9. Juli 1873 niemand Reichssilbermünzen im Betrage von mehr als ℳ 20,—, desgleichen Nickel- und Kupfermünzen im Betrage von mehr als einer Mark in Zahlung zu nehmen.

Folgende Sorten des Papiergeldes sind in Deutschland in Gebrauch:
a) die Reichskassenscheine von 5, 20 und 50 ℳ, ausgegeben von der Reichsbank,
b) die Banknoten des Deutschen Reiches von 100, 500 und 1 000 ℳ,
c) das Papiergeld der Privatnotenbanken von 100, 500 und 1000 ℳ.

Unser deutsches Münzsystem ist nun auch ein rein dezimales geworden; denn in unseren Münzbenennungen erscheinen nur die Faktoren 2 und 5 und deren Produkte.

B. Frankreich.

1. Die französischen Maße.

Sie beruhen auf dem metrischen System und entsprechen in der Bezeichnung den deutschen Maßen.

Längenmaße:

1 Myriamètre = 10 Kilomètres à 10 Hektomètres à 10 Decamètres à 10 Mètres.

Körpermaße:

1 stère (cbm) = 10 décistères à 10 centistères.

Hohlmaße:

1 Hectolitre = 10 Décalitres à 10 Litres à 10 Décilitres à 10 Centilitres.

Die Fünffrankstücke werden in ganz Frankreich bis zu jedem Betrage in Zahlung genommen, während die zu Scheidemünzen herabgedrückten übrigen französischen Silbermünzen nur bis zum Höchstbetrage von 50 Frs. als gesetzliches Zahlungsmittel genommen zu werden brauchen.

Beispiel:

1 Frank (Fr.) = 100 Centimes (c); 1 Fr. = ca. 0,81 ℳ, je nach dem Kursstande.

Tabelle I.

Umrechnung von französischem Geld (Gold) in deutsches Geld (Gold) nach dem Metallpari.

Frs.	ℳ	Frs.	ℳ	Frs.	ℳ	Frs.	ℳ	Frs.	ℳ
1	0.81	21	17.01	41	33.21	61	49.41	81	65.61
2	1.62	22	17.82	42	34.02	62	50.22	82	66.42
3	2.43	23	18.63	43	34.83	63	51.03	83	67.23
4	3.24	24	19.44	44	35.64	64	51.84	84	68.04
5	4.05	25	20.25	45	36.45	65	52.65	85	68.85
6	4.86	26	21.06	46	37.26	66	53.46	86	69.66
7	5.67	27	21.87	47	38.07	67	54.27	87	70.47
8	6.48	28	22.68	48	38.88	68	55.08	88	71.28
9	7.29	29	23.49	49	39.69	69	55.89	89	72.09
10	8.10	30	24.30	50	40.50	70	56.70	90	72.90
11	8.91	31	25.11	51	41.31	71	57.51	91	73.71
12	9.72	32	25.92	52	42.12	72	58.32	92	74.52
13	10.53	33	26.73	53	42.93	73	59.13	93	75.33
14	11.34	34	27.54	54	43.74	74	59.94	94	76.14
15	12.15	35	28.35	55	44.55	75	60.75	95	76.95
16	12.96	36	29.16	56	45.36	76	61.56	96	77.76
17	13.77	37	29.97	57	46.17	77	62.37	97	78.57
18	14.58	38	30.78	58	46.98	78	63.18	98	79.38
19	15.39	39	31.59	59	47.79	79	63.99	99	80.19
20	16.20	40	32.40	60	48.60	80	64.80	100	81.—

Tabelle II.

Umrechnung von deutschem Geld (Gold) in französisches Geld (Gold) zum Metallparikurs von 123.46:

ℳ	Frs.	ℳ	Frs.	ℳ	Frs.	ℳ	Frs.
1	1.23	26	32.09	51	62.95	76	93.82
2	2.47	27	33.33	52	64.19	77	95.09
3	3.70	28	34.56	53	65.42	78	96.28
4	4.94	29	35.80	54	66.66	79	97.52
5	6.17	30	37.03	55	67.89	80	98.76
6	7.41	31	38.27	56	69.13	81	100.—
7	8.64	32	39.50	57	70.36	82	101.23
8	9.88	33	40.74	58	71.60	83	102.47
9	11.11	34	41.97	59	72.83	84	103.70
10	12.35	35	43.21	60	74.07	85	104.94
11	13.58	36	44.44	61	75.30	86	106.17
12	14.81	37	45.67	62	76.53	87	107.41
13	16.05	38	46.91	63	77.77	88	108.64
14	17.28	39	48.14	64	79.—	89	109.88
15	18.52	40	49.38	65	80.24	90	111.11
16	19.75	41	50.61	66	81.47	91	112.35
17	20.99	42	51.85	67	82.71	92	113.58
18	22.22	43	53.08	68	83.94	93	114.81
19	23.46	44	54.32	69	85.18	94	116.05
20	24.69	45	55.56	70	86.42	95	117.28
21	25.93	46	56.79	71	87.65	96	118.52
22	27.16	47	58.03	72	88.89	97	119.75
23	28.39	48	59.26	73	90.12	98	120.99
24	29.63	49	60.49	74	91.35	99	122.22
25	30.86	50	61.73	75	92.59	100	123.46

C. England (Großbritannien).

Trotzdem das metrische System in England gesetzlich zugelassen ist, wird ausschließlich das alte Maß- und Gewichtssystem im Geschäftsleben angewandt.

1. Längenmaße:

12 inches (Zoll) . . .	machen	1 foot (Fuß),
3 feet (Plural von foot)	„	1 yard (Elle),
$5^1/_2$ yards	„	1 rod (pole od. perch) Rute,
40 poles	„	1 furlong,
8 furlongs (= 1 760 yards)	„	1 mile (englische Meile),
3 miles	„	1 league (Wegstunde),
3 Barleycorns (Gerstenkörner)	„	1 inch,
3 inches (Zoll) . . .	„	1 palm (Handfläche),
4 „	„	1 hand (Hand),
7,92 „	„	1 link.
5 feet	„	1 pace (Schritt),
$2^1/_2$ feet	„	1 military pace (Militärschritt),
6 „	„	1 fathom (Faden),
120 fathoms	„	1 cable's length (Kabellänge),
25 links	„	1 pole,
100 „	„	1 chain of land.

Englische See-Längenmaße:

6 feet (Fuß) . . .	machen	1 fathom (Faden),
120 fathoms	„	1 cable's length,
1 000 „	„	1 nautical mile = 1 knot (Knoten)
3 nautical miles	„	1 league,
20 leagues	„	1 degree (Grad)
20 nautical miles	„	1 „ „

Tabelle:

Inches	Links	Feet	Yards	Poles	Chains	Furlongs	Miles
12	1,515	1					
36	4,545	3	1				
198	25	$16^1/_2$	$5^1/_2$	1			
792	100	66	22	4	1		
7 920	1 000	660	220	40	10	1	
63 360	8 000	5 280	1 760	320	80	8	1

Meilentabelle:

Deutsche geograph. Meile	Kilometer	Englische Meile	Englische geograph. Meile	Oesterreichische Meile	Russische Werst	Dänische Meile	Schweizer Stunde	Holländische Ure	Norwegische Meile	Schwedische Meile
1,000	7,420	4,610	4,000	0,978	6,953	0,985	1,543	1,333	0,657	0,694
0,135	1,000	0,621	0,540	0,132	0,937	0,133	0,208	0,180	0,090	0,094
0,217	1,609	1,000	0,867	0,212	1,508	0,213	0,335	0,289	0,142	0,151
0,250	1,855	1,150	1,000	0,245	1,738	0,246	0,386	0,333	0,164	0,169
1,022	7,586	4,714	4,089	1,000	7,112	1,006	1,578	1,363	0,672	0,710
0,144	1,067	0,364	0,575	0,141	1,000	0,142	0,222	0,192	0,094	0,100
1,016	7,536	4,682	4,062	0,994	7,070	1,000	1,567	1,354	0,667	0,705
0,648	4,808	2,987	2,592	0,634	4,505	0,638	1,000	0,864	0,425	0,449
0,750	5,565	3,458	3,000	0,734	5,215	0,738	1,157	1,000	0,493	0,520
1,523	11,299	7,021	6,091	1,489	10,589	1,499	2,350	2,031	1,000	1,057
1,441	10,692	6,644	5,764	1,409	10,019	1,419	2,224	1,921	0,948	1,000

Besondere Maße für den Tuchhandel:

$2^1/_4$ inches . . . . machen 1 nail,
4 nails (= 9 inches) . . . . „ 1 quarter,
3 quarters (= 27 inches) . . . „ 1 Flemish Ell,
4 „ (= 36 „) . . . „ 1 yard,
5 „ (= 45 „) . . . „ 1 English Ell,
6 „ (= 54 „) „ . „ 1 French Ell.

Englische Längenmaße, verglichen mit metrischen Längenmaßen:

	Kilometer	Meter	Zentimeter	Millimeter
1 engl. Mile = 8 furlongs = 1 760 yards	1,60931	1609,31	160 931	1609310
1 furl. = 40 poles = 220 yards	0,20116	201,16	20 116	201164

	Kilometer	Meter	Zentimeter	Millimeter
1 chain = 4 poles = 22 yards	0,02012	20,12	2 012	20116
1 pole = $5^1/_2$ yards	0,00503	5,03	503	5030
1 fathom = 2 yards = 6 feet	0,001829	1,82877	182,88	1829
1 yard = 3 feet = 36 inches	0,000915	0,915	91,44	914,4
1 foot = 12 inches.	0,000305	0,305	30,5	305
1 inch.	0,0000254	0,0254	2,54	25,4

2. Die englischen Flächenmaße:

Als Grundlage dient der englische Quadratfuß (square foot).

1 square foot = 144 square inches,
1 square yard = 9 square feet,
1 Rod of brickwork = 272 square feet,
1 square of flouring = 100 square feet,
1 Square Pole (Rod oder Perch) = $30^1/_4$ square yards,
1 Square Chain = 16 square poles,
1 Square Rod = 40 square poles = 1 210 square yards,
1 Acre = 4 square Rods = 10 square chains = 160 square poles = 4 840 square yards,
1 Square Mile = 640 acres,
1 Hide of Land = 100 acres,
1 Barony = 40 hides.

3. Die englischen Körpermaße:

$277^1/_4$ Cubic Inches (Kubikzoll) machen 1 Standard Gallon,
1 728 „ „ machen 1 Cubic Foot,
27 „ Feet machen 1 Cubic yard,
1 „ Yard Erde macht 1 Load (Last),
40 „ Feet rauhes Holz machen 1 Ton (Load),
50 „ „ Stammholz machen 1 Ton (Load),
40 „ „ machen 1 Ton (Schiffstonne).

Folgende Tabelle dient zur Umrechnung der englischen Körpermaße:

Englische Körpermaße:	Metrische Körpermaße:		
	ccm	cbdm	cbm
Cubic inch	16,38618	0,01638618	0,00001639
„ foot = 1728 cubic inches	28315,31	28,31531	0,028315
„ yard = 27 cubic feet . .	764510	764,51	0,76451

4. Die englischen Gewichte:

In England werden die Waren, mit Ausnahme der Feinmetalle, nach dem sogenannten Avoirdupoids (Abkürzung: Avdp)-Gewicht gewogen.

Die Grundlage des englischen Handelsgewichtes (Avdp) ist das Pound (Zeichen „℔" von libra = das Pfund).

I. Zusammenstellung der Avoirdupoids-Gewichte:

a) Einteilung des Pound:

1 Pound (℔) . . = 16 Ounces (oz),
1 Ounce (oz) . . = 16 Drams (drs).

b) Vervielfältigung des Pound:

14 Pounds . = 1 stone (st),
2 stones. . = 28 Pounds . = 1 Quarter (qr),
4 quarters. = 112 Pounds . = 1 Hundredweight (cwt.)

Ein englischer Zentner (cwt), Abkürzung von cent weight — hundredweight — hat 112 Pfund und nicht 100 Pfund, obwohl das Wort „hundredweight" wörtlich „Hundertgewicht" auf deutsch heißt. 20 cwt (Hundredweight) = 1 Ton (t) (Tonne). Doch gebraucht man auch in London 1 Cental oder 1 New Hundredweight = 100 Pfund und auf dem Londoner Fleischmarkte 1 stone = 8 Pounds.

Folgende Tabelle gibt eine Übersicht über die Avoirdupoids-Gewichte:

Ton	Cwts. (Hundred-weights)	Quarters (Qrs.)	Pounds (℔)	Ounces (oz)	Drams (drs)
1	20	80	2240	35 840	573 440
	1	4	112	1 792	28 672
		1	28	448	7 168
			1	16	256
				1	16

Beim Wägen der Steinkohlen braucht man einige besondere Gewichtsbezeichnungen:

14 pounds machen 1 stone,
28 „ „ 1 quarter Cwt.,
56 „ „ $^{1}/_{2}$ Cwt.,
1 Sack von 112 Pfund macht 1 Cwt.,
1 Doppelsack von 224 Pfund macht 2 Cwts.,
20 Cwts. oder 10 Doppelsack machen 1 Ton,
21 Tons 4 Cwts. machen 1 Barge oder Keel,
20 Keels oder 424 Tons machen 1 Ship Load (Schiffslast),
140 Cwts. = 7 Tons machen 1 room (Raum),
52 Cwts. machen 1 Chaldron.

Für das Gewicht von Weizenbrot und Weizenmehl hat man die folgenden Bezeichnungen:

1 ganzer Laib Brot (a Peck Loaf)	wiegt	16	Pfund	6	oz	2	drs,
1 halber Laib Brot (a half peck Loaf)	„	8	„	11	„	1	„
1 Quarter Loaf (Viertelslaib)	„	4	„	5	„	$11^{1}/_{2}$	„
1 Metze Mehl (a peck or stone of Flour)	„	14	„	0	„	0	„
1 Bushel Mehl (a Bushel of Flour)	„	56	„	0	„	0	„
1 Sack Mehl (a Sack of Flour = 5 Bush.)	„	280	„	0	„	0	„

Vergleich des englischen Avoirdupoids-Gewichtes mit dem metrischen Gewichte:

Englische Gewichtssätze	Gramm (g)	Dekagramm (Dg)	Kilogramm (kg)	Tonnen (t)
1 Dram . . .	1,77185	0,177185	0,001772	0,000001772
1 Ounce	28,34954	2,834954	0,028350	0,00002835
= 16 Drams	do.	do.	do.	do.
1 Pound =	453,59265	45,359265	0,453593	0,0004536
16 oz = 256 drs	do.	do.	do.	do.
1 Hundredwgt.	50802,38	5080,238	50,80238	0,0508024
= 112 ℔ =				
1792 oz . . .	do.	do.	do.	do.
1 Ton = 20 Cwts.	1016047,54	101604,754	1016,04754	1,01604754
= 2240 ℔	do.	do.	do.	do.
= 35 840 oz .	do.	do.	do.	do.

II. Das englische Troy-Gewicht.

Neben dem Avoirdupoids-Gewicht besteht in England noch das sogenannte Troy-Gewicht. Mit diesem Gewichte wiegt man Gold, Silber, Platin, Juwelen und solche Flüssigkeiten, die nach dem Gewicht verkauft werden. Die Grundlage dieses Gewichtssystems bildet das Troy Pound (Troy Pfund = Tr ℔), so genannt nach der Stadt Troyes in Frankreich.

a) Einteilung des Troy Pound:
  1 Tr ℔ (Troy Pound) = 12 Ounces (Unzen, oz),
  1 Ounce (oz, Unze) = 20 Pennyweights (dwts),
  1 Pennyweight = 24 Grains (gr).

b) Vervielfältigung des Troy Pound:
  100 Pfund = 1 Cwt.

Tabelle:

	Cwt.	℔	oz	dwts.	grs.
1 Cwt	1	100	1200	24 000	576 000
1 Pfund		1	12	240	5 760
1 oz			1	20	480
1 dwt				1	24
1 gr					1

Vergleich des englischen Troy-Gewichts mit dem metrischen Gewichte:

Englische Troy-Gewichte	Gramm g	Dekagramm Dg	Kilogramm kg
1 grain	0,06479895	0,0064799	0,0000648
1 pennyweight (dwt) . . = 24 grains	1,55517480 do.	0,1555175 do.	0,0015552 do.
1 ounce = 20 dwt . . . = 480 grains	31,103496 do.	3,1103496 do.	0,0311035 do.
1 Pfund = 12 oz = 240 dwts dwts = 5760 gr	373,241952	37,3241952	0,373242
1 Cwt = 100 Pfund = 576 000 gr	37324,1952	3732,41952	37,3241952

5. Die englischen Hohl- und Flüssigkeitsmaße:

a) Zusammenstellung der Trockenmaße:

(pt)	1 Pint . .	=	4 Gills,
	2 Pints . .	=	1 Quart (qt),
	2 Quarts .	=	1 Pottle,
	4 „ .	=	1 Gallon (gal),
	2 Gallons .	=	1 Peck,
	4 Pecks . .	=	1 Bushel,
	2 Bushels .	=	1 Strike,
	3 „ .	=	1 Sack,
	4 „ .	=	1 Coomb,
	8 „ .	=	1 Quarter (nicht Quart).

b) Maße für Bier (Ale, Stout and Beer):

1 Quart oder Pott = 2 Pints,
4 Quarts = 6 Bottles = 1 Gallon,
9 Gallons = 1 Firkin,
2 Firkins = 18 Gallons = 1 Kilderkin,
2 Kilderkins = 36 Gallons = 1 Barrel,
$1^1/_2$ Barrels = 3 Kilderkins = 54 Gallons = 1 Hogshead,
2 Barrels = 1 Puncheon,
3 Barrels = 2 Hogsheads = 1 Butt.

c) Weinmaße:

4 Gills . .	=	1 Pint,
2 Pints . .	=	1 Quart,
4 Quarts .	=	1 Gallon,
10 Gallons .	=	1 Anker,
$31^1/_2$ „ .	=	1 Barrel,
42 „ .	=	1 Tierce,
63 „ .	=	1 Hogshead,
84 „ .	=	1 Puncheon,
2 Hogsheads	=	126 Gallons = 1 Pipe,
2 Pipes . .	=	252 Gallons = 1 Tun.

Der Inhalt eines Gebäudes wird meist nach Gallonen berechnet. Da 1 Gill = 0,14198 Liter beträgt, so läßt sich folgende Tabelle aufstellen:

Vergleich zwischen englischen Trocken- und Flüssigkeitsmaßen mit den entsprechenden metrischen Maßen:

Englische Maße	Deziliter (dl)	Liter (l)	Hektoliter (hl)
1 Gill	1,41983	0,141983	0,00142
1 Pint = 4 Gills	5,67932	0,567932	0,00568
1 Quart = 2 Pints . . .	11,3586	1,13586	0,011359
1 Gallon = 4 Quarts . .	45,4346	4,54346	0,04543
1 Peck = 2 Gallons . .	90,8692	9,08692	0,09087
1 Bushel = 8 Gallons. .	363,477	36,3477	0,363477
1 Quarter = 8 Bushels .	2907,816	209,7816	02,9078
1 Pottle = 2 Quarts. . .	22,7172	2,27172	0,02272
1 Strike = 2 Bushels. .	276,954	72,6954	0,7270
1 Sack = 3 Bushels . .	1090,431	109,0431	1,0904
1 Coomb = 4 Bushels. .	1453,908	145,3908	1,4539
1 Load = 5 Quarters . .	14539,080	1453,908	14,5391
1 Last = 80 Bushels . .	29078,160	2907,816	29,078
1 Firkin = 9 Gallons .	408,9114	40,8911	0,4089
1 Kilderkin = 18 Gallons	817,8228	81,7823	0,8178
	usw.	usw.	usw.

6. Das englische Münzsystem:

1 Pfund Sterling (£ = Livre), auch Sovereign genannt, eine Goldmünze im Werte von etwa 20,40 ℳ = 20 shillings (sh), 1 Half Sovereign entsprechend dem deutschen 10 ℳ-Stücke. Silbermünzen sind: 1 Crown = 5 shillings, 1 Half-crown = $2^1/_2$ sh-1 Florin = 2 sh, 1 shilling = 12 pence, (d = denarius), 1 Sixpence, 1 Threepence.

Kupfermünzen: 1 Penny, 1 Halfpenny, 1 Farthing (= $1^1/_4$ d)

Umwandlung von englischem Geld in deutsches Geld
Metallpari 1 £ = 20.429 ℳ

£	s	d	ℳ	£	ℳ	£	ℳ	£	ℳ
0	0	1	0.08½	4	81.72	37	755.91	70	1430.10
0	0	2	0.17	5	102.15	38	776.34	71	1450.53
0	0	3	0.25½	6	122.58	39	796.77	72	1470.96
0	0	4	0.34	7	143.01	40	817.20	73	1491.39
0	0	5	0.42½	8	163.44	41	837.63	74	1511.82
0	0	6	0.51	9	183.87	42	858.06	75	1532.25
0	0	7	0.59½	10	204.30	43	878.49	76	1552.68
0	0	8	0.68	11	224.73	44	898.92	77	1573.11
0	0	9	0.76½	12	245.16	45	919.35	78	1593.54
0	0	10	0.85	13	265.59	46	939.78	79	1613.97
0	0	11	0.93½	14	286.02	47	960.21	80	1634.40
0	1	0	1.02	15	306.45	48	980.64	81	1654.83
0	2	0	2.04	16	326.88	49	1001.07	82	1675.26
0	3	0	3.06	17	347.31	50	1021.50	83	1695.69
0	4	0	4.09	18	367.74	51	1041.93	84	1716.12
0	5	0	5.11	19	388.17	52	1062.36	85	1736.55
0	6	0	6.13	20	408.60	53	1082.79	86	1756.89
0	7	0	7.15	21	429.03	54	1103.22	87	1777.41
0	8	0	8.17	22	449.46	55	1123.65	88	1797.84
0	9	0	9.19	23	469.89	56	1144.08	89	1818.27
0	10	0	10.21	24	490.32	57	1164.51	90	1838.70
0	11	0	11.23	25	510.75	58	1184.94	91	1859.13
0	12	0	12.26	26	531.18	59	1205.37	92	1879.56
0	13	0	13.28	27	551.61	60	1225.80	93	1899.99
0	14	0	14.30	28	572.04	61	1246.23	94	1920.42
0	15	0	15.32	29	592.47	62	1266.66	95	1940.85
0	16	0	16.34	30	612.90	63	1287.09	96	1961.28
0	17	0	17.36	31	633.33	64	1307.52	97	1981.71
0	18	0	18.39	32	653.76	65	1327.95	98	2002.14
0	19	0	19.41	33	674.19	66	1348.38	99	2022.57
1	0	0	20.43	34	694.62	67	1368.81	100	2043.—
2	0	0	40.86	35	715.05	68	1389.24		usw.
3	0	0	61.29	36	735.48	69	1409.67		

Umrechnung von deutschem Gelde in englisches Geld:

₰	Pence	₰	Pence	₰	Pence
1	$^1/_8$	34	4	67	$7^7/_8$
2	$^1/_4$	35	$4^1/_8$	68	8
3	$^3/_8$	36	$4^1/_4$	69	$8^1/_8$
4	$^1/_2$	37	$4^3/_8$	70	$8^1/_4$
5	$^5/_8$	38	$4^1/_2$	71	$8^3/_8$
6	$^3/_4$	39	$4^5/_8$	72	$8^1/_2$
7	$^7/_8$	40	$4^3/_4$	73	$8^5/_8$
8	1	41	$4^7/_8$	74	$8^3/_4$
9	1	42	5	75	$8^7/_8$
10	$1^1/_8$	43	5	76	9
11	$1^1/_4$	44	$5^1/_8$	77	9
12	$1^3/_8$	45	$5^1/_4$	78	$9^1/_8$
13	$1^1/_2$	46	$5^3/_8$	79	$9^1/_4$
14	$1^5/_8$	47	$5^1/_2$	80	$9^3/_8$
15	$1^3/_4$	48	$5^5/_8$	81	$9^1/_2$
16	$1^7/_8$	49	$5^3/_4$	82	$9^5/_8$
17	2	50	$5^7/_8$	83	$9^3/_4$
18	$2^1/_8$	51	6	84	$9^7/_8$
19	$2^1/_4$	52	$6^1/_8$	85	10
20	$2^3/_8$	53	$6^1/_4$	86	$10^1/_8$
21	$2^1/_2$	54	$6^3/_8$	87	$10^1/_4$
22	$2^5/_8$	55	$6^1/_2$	88	$10^3/_8$
23	$2^3/_4$	56	$6^5/_8$	89	$10^1/_2$
24	$2^7/_8$	57	$6^3/_4$	90	$10^5/_8$
25	3	58	$6^7/_8$	91	$10^3/_4$
26	3	59	7	92	$10^7/_8$
27	$3^1/_8$	60	7	93	11
28	$3^1/_4$	61	$7^1/_8$	94	11
29	$3^3/_8$	62	$7^1/_4$	95	$11^1/_8$
30	$3^1/_2$	63	$7^3/_8$	96	$11^1/_4$
31	$3^5/_8$	64	$7^1/_2$	97	$11^3/_8$
32	$3^3/_4$	65	$7^5/_8$	98	$11^1/_2$
33	$3^7/_8$	66	$7^3/_4$	99	$11^5/_8$

₰	Pence
100	$11^3/_4$
101	$11^7/_8$
102	12
= 1 shilling	
103	1 s $0^1/_8$ d
104	1 „ $0^1/_4$ „
105	1 „ $0^3/_8$ „
106	1 „ $0^1/_2$ „
107	1 „ $0^5/_8$ „
usw.	

Deutsch	Englisch		
ℳ	£	s	d
1	0	0	$11^3/_4$
2	0	1	$11^1/_2$
3	0	2	$11^1/_4$
4	0	3	11
5	0	4	$10^3/_4$
6	0	5	$10^1/_2$
7	0	6	$10^1/_4$
8	0	7	10
9	0	8	$9^3/_4$
10	0	9	$9^1/_2$
11	0	10	$9^1/_4$
12	0	11	9
13	0	12	$8^3/_4$
14	0	13	$8^1/_2$
15	0	14	$8^1/_4$
16	0	15	8
17	0	16	$7^3/_4$
18	0	17	$7^1/_2$
19	0	18	$7^1/_4$
20	0	19	7

(Fortsetzung.)

Deutsch	Englisch			Deutsch	Englisch			Deutsch	Englisch		
ℳ	£	s	d	ℳ	£	s	d	ℳ	£	s	d
21	1	0	$6^3/_4$	55	2	13	$10^1/_8$	89	4	7	$1^5/_8$
22	1	1	$6^1/_2$	56	2	14	$9^7/_8$	90	4	8	$1^3/_8$
23	1	2	$6^1/_4$	57	2	15	$9^5/_8$	91	4	9	$1^1/_8$
24	1	3	6	58	2	16	$9^3/_8$	92	4	10	$0^7/_8$
25	1	4	$5^3/_4$	59	2	17	$9^1/_8$	93	4	11	$0^5/_8$
26	1	5	$5^1/_2$	60	2	18	$8^7/_8$	94	4	12	$0^3/_8$
27	1	6	$5^1/_4$	61	2	19	$8^5/_8$	95	4	13	$0^1/_8$
28	1	7	$4^7/_8$	62	3	0	$8^3/_8$	96	4	13	$11^7/_8$
29	1	8	$4^5/_8$	63	3	1	$8^1/_8$	97	4	14	$11^5/_8$
30	1	9	$4^3/_8$	64	3	2	$7^7/_8$	98	4	15	$11^3/_8$
31	1	10	$4^1/_8$	65	3	3	$7^5/_8$	99	4	16	$11^1/_8$
32	1	11	$3^7/_8$	66	3	4	$7^3/_8$	100	4	17	$10^3/_4$
33	1	12	$3^5/_8$	67	3	5	$7^1/_8$		u sw.		
34	1	13	$3^3/_8$	68	3	6	$6^7/_8$	200	9	15	$9^1/_2$
35	1	14	$3^1/_8$	69	3	7	$6^5/_8$	300	14	13	$8^1/_4$
36	1	15	$2^7/_8$	70	3	8	$6^3/_8$	400	19	11	7
37	1	16	$2^5/_8$	71	3	9	$6^1/_8$	500	24	9	$5^3/_4$
38	1	17	$2^3/_8$	72	3	10	$5^7/_8$	600	29	7	$4^1/_2$
39	1	18	$2^1/_8$	73	3	11	$5^5/_8$	700	34	5	$3^1/_4$
40	1	19	$1^7/_8$	74	3	12	$5^3/_8$	800	39	3	2
41	2	0	$1^5/_8$	75	3	13	$5^1/_8$	900	44	1	$0^3/_4$
42	2	1	$1^3/_8$	76	3	14	$4^7/_8$	1000	48	18	$11^1/_2$
43	2	2	$1^1/_8$	77	3	15	$4^5/_8$		usw.		
44	2	3	$0^7/_8$	78	3	16	$4^3/_8$	2000	97	17	11
45	2	4	$0^5/_8$	79	3	17	$4^1/_8$	3000	146	16	11
46	2	5	$0^3/_8$	80	3	18	$3^7/_8$	4000	195	15	10
47	2	6	$0^1/_8$	81	3	19	$3^5/_8$	5000	244	14	10
48	2	6	$11^7/_8$	82	4	0	$3^3/_8$	6000	293	13	9
49	2	7	$11^5/_8$	83	4	1	$3^1/_8$	7000	342	12	9
50	2	8	$11^3/_8$	84	4	2	$2^7/_8$	8000	391	11	8
51	2	9	$11^1/_8$	85	4	3	$2^5/_8$	9000	440	10	8
52	2	10	$10^7/_8$	86	4	4	$2^3/_8$	10000	489	9	6
53	2	11	$10^5/_8$	87	4	5	$2^1/_8$		usw.		
54	2	12	$10^3/_8$	88	4	6	$1^7/_8$				

D. Rußland.

1. Die russischen Maße.

Trotz der fakultativen Zulassung des metrischen Systems seit 1898 werden in der Geschäftswelt noch immer die alten Maße und Gewichte gebraucht.

a) die russischen Längenmaße:

1 Arschin . . = 16 Werschek,
1 Saschen . = 7 Fuß; 1 Fuß = 12 Zoll,
1 Werst . . = 500 Saschenen,
1 Stange . . = 10 Fuß (dieses Maß besteht nur für Finnland),
1 Arschin . . = 71,12 cm, also
1 Werschek . = 71,12 cm : 16 = 4,445 cm,
1 Werst . . = 1 067 m, also
1 Saschen . = 1 067 m : 500 = 2,134 m,
1 Fuß . . . = 30 cm, also 1 Zoll = 30 cm : 12 = 2,5 cm.

b) Die russischen Flächenmaße:

1 Quadrat-Arschin . . . . = 256 Quadrat-Werschek,
1 Quadrat-Werst . . . . = 250 000 Quadrat-Saschenen,
1 Quadrat-Saschen . . . = 49 Quadratfuß,
1 Quadratfuß . . . . . . = 144 Quadratzoll.

Vergleichung mit den metrischen Flächenmaßen:

1 Quadratzoll = 6,25 qcm,
1 Quadratfuß = 6,25 × 144 = 900 qcm = 9 qdm,
1 Quadratsaschen = 49 × 900 = 44 100 qcm = 4 qm 41 qdm,
1 Quadratwerst = 250 000 × 4,41 qm = 1 102 500 qm = 1,1025 qkm,
1 Werschek = 4,445 cm, also
1 Quadratwerschek = 4,445 × 4,445 = 19,758 025 qcm,
1 Quadrat-Arschin = 256 × 19,758 025 qcm = 5 058,0544 qcm = 50,580 544 qm.

c) Die russischen Hohlmaße und Körpermaße:

Die Grundlage für die russischen Hohlmaße bildet 1 Kruschka.

10 Kruschka machen 1 Wedro,
40 Wedro machen 1 Botska,
8 Tschetwerik machen 1 Tschetwert,
16 Tschetwert machen 1 Last,
1 Kruschka = 1,2298 Liter,

1 Wedro = 12,298 Liter,
1 Botska = 491,92 Liter,
1 Tschetwerik = 26,2375 Liter,
1 Tschetwert = 209,91 Liter,
ferner 1 Tonne = 6,3 Kubikfuß,
1 Kubikfuß = 10 Kannor, also 1 Tonne = 63 Kannor.

Da 1 Tonne = 164,888.. Liter, so ergibt sich
a) 1 Kubikfuß . . = 164,888.. : 6,3 = 26,17 Liter
und b) 1 Kannor . = 2,617 Liter.

2. Die russischen Gewichte.

a) 1 russisches Pfund = 96 Solotnik (Sol) = 32 Lot (1 Lot = 3 Solotnik).
1 Solotnik = 96 Doli (Dol).
40 Pfund russisch = 1 Pud,
10 Pud = 1 Berkowetz.

Finnische Gewichte:
1 Ztr. = 5 Liespfund,
1 Liespfund = 20 Skalpfund.

Da ein russisches Pfund genau 409,512 Gramm hat, so ergibt sich folgende Tabelle:

Metrische Gewichte:

Russische Gewichte	Gramm (g)	Kilogramm (kg)	Tonnen (t)
1 Doli	0,044435	0,000044435	0,000000044435
1 Solotnik = 96 Doli . .	4,26575	0,00426575	0,00000426575
1 Lot = 3 Solotnik . . .	12,79725	0,01279725	0,00001279725
1 ℔ = 32 Lot = 96 Sol. .	409,512	0,409512	0,000409512
1 Pud = 40 ℔	16380,48	16,38048	0,01638048
1 Berkowetz = 10 Pud = 400 ℔	163804,8	163,8048	0,1638048

3. Die russischen Münzen.

1 Rubel (R⁰) = 100 Kopeken,
1 Gold-Rubel = ca. 3,30 ℳ,
1 Silber-Rubel = ca. 3,20 ℳ, (bei dem augenblicklich schlechten Silberpreis ca. 2 ℳ),
1 Papier-Rubel = ca. 2,16 ℳ.

Umrechnung von russischem Gold in deutsches Gold:

Rub.	ℳ	Rub.	ℳ	Rub.	ℳ	Rub.	ℳ	Rub.	ℳ
1	3.24	21	70.14	41	136.94	61	203.74	81	270.54
2	6.68	22	73.48	42	140.28	62	207.08	82	273.88
3	10.02	23	76.82	43	143.62	63	210.42	83	277.22
4	13.36	24	80.16	44	146.96	64	213.76	84	280.56
5	16.70	25	83.50	45	150.30	65	217.10	85	283.90
6	20.04	26	86.84	46	153.64	66	220.44	86	287.24
7	23.38	27	90.18	47	156.98	67	223.78	87	290.58
8	26.72	28	93.52	48	160.32	68	227.12	88	293.92
9	30.06	29	96.86	49	163.66	69	230.46	89	297.26
10	33.40	30	100.20	50	167.—	70	233.80	90	300.60
11	36.74	31	103.54	51	170.34	71	237.14	91	303.94
12	40.08	32	106.88	52	173.68	72	240.48	92	307.28
13	43.42	33	110.22	53	177.02	73	243.82	93	310.62
14	46.76	34	113.56	54	180.36	74	247.16	94	313.96
15	50.10	35	116.90	55	183.70	75	250.50	95	317.30
16	53.44	36	120.24	56	187.04	76	253.84	96	320.64
17	56.78	37	123.58	57	190.38	77	257.18	97	323.98
18	60.12	38	126.92	58	193.72	78	260.52	98	327.32
19	63.46	39	130.26	59	197.06	79	263.86	99	330.66
20	66.80	40	133.60	60	200.40	80	267.20	100	334.—

Folgende Münzen sind in Rußland in Gebrauch:

a) Goldmünzen: 1. Imperials (= 1 Zehnrubelstück),
2. Halbimperials (= 1 Fünfrubelstück).

1 alter Imperial = 10,30 Rubel neu, 1 alter Halbimperial = 5,15 Rubel neu.

Die alten Goldrubel (d. h. die Einheit) sind deshalb ℳ 3,34 wert, die neuen ℳ 3,24.

b) Silbermünzen:

1 Rubelstück = 100 Kopeken,
$^1/_2$ " = 50 "
$^1/_4$ " = 25 "

c) Scheidemünzen:

1. aus Silber zu 20, 15, 10 und 5 Kopeken,
2. " Bronze zu 5, 3, 2, 1, $^1/_2$ und $^1/_4$ Kopeken.

E. Oesterreich-Ungarn.

Die österreichischen Maße und Gewichte beruhen wie die deutschen auf dem metrischen System.

1. Die österreichischen Münzen.

a) Goldmünzen zu 20 und 10 Kronen. Daneben 4 und 8 Guldenstücke (entsprechend 8 und 16 Kronen oder 10 und 20 Francs).

b) Silbermünzen: 1 Kronenstücke und 50 Hellerstücke. Daneben kursieren noch die alten österreichischen Gulden. 1 fl = 2 Kronen.

c) Nickelmünzen: 20 und 10 Hellerstücke.

d) Bronzemünzen: 2 und 1 Hellerstücke.

Umwandlung von österreichischer Valuta in deutsche Währung; 0,5 und mehr werden für voll gerechnet:

Heller	₰	Heller	₰	Heller	₰	Heller	₰	Heller	₰
1	1	21	18	41	35	61	52	81	69
2	2	22	19	42	36	62	53	82	70
3	3	23	20	43	37	63	54	83	71
4	3	24	20	44	37	64	54	84	71
5	4	25	21	45	38	65	55	85	72
6	5	26	22	46	39	66	56	86	73
7	6	27	23	47	40	67	57	87	74
8	7	28	24	48	41	68	58	88	75
9	8	29	25	49	42	69	59	89	76
10	9	30	26	50	43	70	60	90	77
11	9	31	26	51	43	71	60	91	77
12	10	32	27	52	44	72	61	92	78
13	11	33	28	53	45	73	62	93	79
14	12	34	29	54	46	74	63	94	80
15	13	35	30	55	47	75	64	95	81
16	14	36	31	56	48	76	65	96	82
17	14	37	31	57	48	77	65	97	82
18	15	38	32	58	49	78	66	98	83
19	16	39	33	59	50	79	67	99	84
20	17	40	34	60	51	80	68	100	85

(Fortsetzung.)

Kronen	ℳ	Kronen	ℳ	Kronen	ℳ	Kronen	ℳ
1	0.85	36	30.60	71	60.35	600	510.—
2	1.70	37	31.45	72	61.20	700	595.—
3	2.55	38	32.30	73	62.05	800	680.—
4	3.40	39	33.15	74	62.90	900	765.—
5	4.25	40	34.—	75	63.75	1 000	850.—
6	5.10	41	34.85	76	64.60		
7	5.95	42	35.70	77	65.45	2 000	1 700.—
8	6.80	43	36.55	78	66.30	3 000	2 550.—
9	7.65	44	37.40	79	67.15	4 000	3 400.—
10	8.50	45	38.25	80	68.—	5 000	4 250.—
11	9.35	46	39.10	81	68.85	6 000	5 100.—
12	10.20	47	39.95	82	69.70	7 000	5 950.—
13	11.05	48	40.80	83	70.55	8 000	6 800.—
14	11.90	49	41.65	84	71.40	9 000	7 650.—
15	12.75	50	42.50	85	72.25	10 000	8 500.—
16	13.60	51	43.35	86	73.10		
17	14.45	52	44.20	87	73.95	20 000	17 000.—
18	15.30	53	45.05	88	74.80	30 000	25 500.—
19	16.15	54	45.90	89	75.65	40 000	34 000.—
20	17.—	55	46.75	90	76.50	50 000	42 500.—
21	17.85	56	47.60	91	77.35	60 000	51 000.—
22	18.70	57	48.45	92	78.20	70 000	59 500.—
23	19.55	58	49.30	93	79.05	80 000	68 000.—
24	20.40	59	50.15	94	79.90	90 000	76 500.—
25	21.25	60	51.—	95	80.75	100 000	85 000.—
26	22.10	61	51.85	96	81.60		
27	22.95	62	52.70	97	82.45	200 000	170 000.—
28	23.80	63	53.55	98	83.30	300 000	255 000.—
29	24.65	64	54.40	99	84.15	400 000	340 000.—
30	25.50	65	55.25	100	85.—	500 000	425 000.—
31	26.35	66	56.10			600 000	510 000.—
32	27.20	67	56.95	200	170.—	700 000	595 000.—
33	28.05	68	57.80	300	255.—	800 000	680 000.—
34	28.90	69	58.65	400	340.—	900 000	765 000.—
35	29.75	70	59.50	500	425.—	1 000 0000	850 000.—

Umwandlung von deutscher Valuta in österreichische Währung.

₰	Heller	₰	Heller	₰	Heller	ℳ	Kronen	ℳ	Kronen
1	1	35	41	69	81	1	1.18	35	41.18
2	2	36	42	70	82	2	2.35	36	42.35
3	4	37	44	71	84	3	3.53	37	43.53
4	5	38	45	72	85	4	4.71	38	44.71
5	6	39	46	73	86	5	5.88	39	45.88
6	7	40	47	74	87	6	7.06	40	47.06
7	8	41	48	75	88	7	8.24	41	48.24
8	9	42	49	76	89	8	9.41	42	49.42
9	11	43	51	77	91	9	10.59	43	50.59
10	12	44	52	78	92	10	11.76	44	51.76
11	13	45	53	79	93	11	12.94	45	52.94
12	14	46	54	80	94	12	14.12	46	54.12
13	15	47	55	81	95	13	15.29	47	55.29
14	16	48	56	82	96	14	16.47	48	56.47
15	18	49	58	83	98	15	17.65	49	57.65
16	19	50	59	84	99	16	18.82	50	58.82
17	20	51	60	85	100	17	20.—	51	60.—
18	21	52	61	86	101	18	21.18	52	61.18
19	22	53	62	87	102	19	22.35	53	62.35
20	24	54	64	88	104	20	23.53	54	63.53
21	25	55	65	89	105	21	24.71	55	64.71
22	26	56	66	90	106	22	25.88	56	65.88
23	27	57	67	91	107	23	27.06	57	67.06
24	28	58	68	92	108	24	28.24	58	68.24
25	29	59	69	93	109	25	29.41	59	69.41
26	31	60	71	94	111	26	30.59	60	70.59
27	32	61	72	95	112	27	31.76	61	71.76
28	33	62	73	96	113	28	32.94	62	72.94
29	34	63	74	97	114	29	34.12	63	74.12
30	35	64	75	98	115	30	35.29	64	75.29
31	36	65	76	99	116	31	36.47	65	76.47
32	38	66	78	100	118	32	37.65	66	77.65
33	39	67	79			33	38.82	67	78.82
34	40	68	80			34	40.—	68	80.—

(Fortsetzung.)

ℳ	Kronen	ℳ	Kronen	ℳ	Kronen
69	81.18	93	109.41	7 000	8 235.29
70	82.35	94	110.59	8 000	9 411.76
71	83.53	95	111.76	9 000	10 588.23
72	84.71	96	112.94	10 000	11 764.71
73	85.88	97	114.12		
74	87.06	98	115.29	20 000	23 529.41
75	88.24	99	116.47	30 000	35 294.12
76	89.42	100	117.65	40 000	47 058.82
77	90.59			50 000	58 823.53
78	91.76	200	235.29	60 000	70 588.23
79	92.94	300	352.94	70 000	82 352.94
80	94.12	400	470.59	80 000	94 117.65
81	95.29	500	588.24	90 000	105 882.35
82	96.47	600	705.88	100 000	117 647.06
83	97.65	700	823.53		
84	98.82	800	941.18	200 000	235 294.12
85	100.—	900	1 058.82	300 000	352 941.18
86	101.18	1 000	1 176.47	400 000	470 588.23
87	102.35			500 000	588 235.29
88	103.53	2 000	2 352.94	600 000	705 882.35
89	104.71	3 000	3 529.41	700 000	823 529.41
90	105.88	4 000	4 705.88	800 000	941 176.47
91	107.06	5 000	5 882.35	900 000	1 058 823.53
92	108.24	6 000	7 058.82	1 000 000	1 176 470.59

F. Die übrigen Staaten Europas.

I. Belgien.

Belgien wendet das metrische Maß-, Münzen- und Gewichtssystem an. Doch sind folgende Benennungen üblich:

a) für die Längenmaße: Statt „meter“ sagt man „aune“, statt „dm" „palme", statt „cm" „pouce" und statt „mm" „ligne".

b) für die Flüssigkeitsmaße: Statt „hl" sagt man „Baril" und statt Liter „Litron". Für „dl" (Deziliter) sagt man „verre" und statt „cl" (Zentiliter) „Dé".

c) für die Trocken-Hohlmaße:

1 Rasière (Hektoliter) = 10 Boisseau (x) (Dekaliter).
1 Boisseau (Dl) = 10 Litron (s) (Liter).
1 Litron (l) = 10 Mesurette (s) (Deziliter).

d) für die Gewichte:

1 Livre (Kilogramm) = 10 Once (s) (Hektogramm).
1 Once (Hg) = 10 Gros (Dekagramm).
1 Gros (Dg) = 10 Esterlin (s) (Gramm).
1 Esterlin (g) = 10 Grain (s) (Dezigramm).

II. Bulgarien.

Seit 1889 ist das metrische System in Maßen, Gewichten und Münzen eingeführt. Doch sind noch einige ältere Bezeichnungen vorhanden.

a) bei den Hohlmaßen: 1 Krina = 20 Liter (l) (im Getreidehandel).

b) bei den Gewichten hat man noch vielfach das alte Gewicht: 1 Okka = 1,278 kg.

c) bei den Münzen: 1 Lew (franc) = 100 Stotinki (centimes).

Bemerkung:

Bulgarien gibt Silbermünzen und Banknoten aus, jedoch keine Goldmünzen, an ihre Stelle treten ausländische Goldmünzen (Zwanzig- und Zehnfrankenstücke verschiedener Staaten).

III. Dänemark.

Dänemark hat nur metrische Gewichtsbezeichnungen:
1 Zentner = 100 Pfund = 50 kg,

1 Pfund = 100 Quintin; 1 Quintin = 10 Ort, also
1 Quintin = 5 Gramm und 1 Ort = 5 Dezigramm,
1 Liespfund = 16 Pfund,
20 Liespfund = 1 Schiffspfund = 320 Pfund = 160 kg,
$16^1/_4$ Schiffspfund = 1 Last = 325 Liespfund = 5 200 Pfund = 2600 kg

In Island: 1 Pott = 40 Mark = 40 kg.

a) Die dänischen Längen- und Flächenmaße:

1 Alen (Elle) = 2 Fod (Fuß),
1 Fod (Fuß) = 12 Tommer (Zoll),
3 Alen = 1 Faden,
1 dänische Meile = 7 532,5 m (nach anderen auch 7 536 m),
1 Quadratrute = 100 Quadratfuß = 9,85 qm,
1 Tonne Land = 560 Quadratruten = 560 × 9,85 qm = 5 516 qm = 55,16 ar.

Die isländische Alen (Elle) hat 571 mm = 0,571 m.

b) Die dänischen Hohlmaße:

1 Korntonne = 139,12 Liter,
20 Tonnen = 1 Last,
1 Salztonne = 170,04 Liter,
1 Fuder Wein (unser „Stück" etwa) = 4 Oxhoft,
11 Oxhoft = 6 Anker; 1 Anker = $19^3/_8$ Kannen, also
1 Fuder = 24 × $19^3/_8$ Kannen = 465 Kannen,
1 Tonne Bier = 131,39 Liter (auch in Island eingeführt).

Island: 1 Kutur = 5 dänische Pott = 4,83 Liter, also 1 Pott = 0,966 Liter.

c) die dänischen Münzen:

Seit der skandinavischen Münzkonvention von 1872 ist die Krone zu 100 Oere eingeführt. 1 dänische Krone beträgt 1 ℳ $12^1/_2$ ₰.

Umwandlung von dänischem Geld in deutsches Geld:
(0,5 ₰ und mehr sind stets für 1 ₰ gerechnet)

Öre	₰	Öre	₰	Öre	₰	Öre	₰	Kr.	ℳ
1	1	33	37	65	73	97	109	26	29.25
2	2	34	38	66	74	98	110	27	30.37½
3	3	35	39	67	75	99	111	28	31.50
4	5	36	41	68	77	100	113	29	32.62½
5	6	37	42	69	78			30	33.75
6	7	38	43	70	79	Kr.	ℳ	31	34.87½
7	8	39	44	71	80			32	36.—
8	9	40	45	72	81	1	1.12½	33	37.12½
9	10	41	46	73	82	2	2.25	34	38.25
10	11	42	47	74	83	3	3.37½	35	39.37½
11	12	43	48	75	84	4	4.50	36	40.50
12	14	44	50	76	86	5	5.62½	37	41.62½
13	15	45	51	77	87	6	6.75	38	42.75
14	16	46	52	78	88	7	7.87½	39	43.87½
15	17	47	53	79	89	8	9.—	40	45.—
16	18	48	54	80	90	9	10.12½	41	46.12½
17	19	49	55	81	91	10	11.25	42	47.25
18	20	50	56	82	92	11	12.37½	43	48.37½
19	21	51	57	83	93	12	13.50	44	49.50
20	23	52	59	84	95	13	14.62½	45	50.62½
21	24	53	60	85	96	14	15.75	46	51.75
22	25	54	61	86	97	15	16.87½	47	52.87½
23	26	55	62	87	98	16	18.—	48	54.—
24	27	56	63	88	99	17	19.12½	49	55.12½
25	28	57	64	89	100	18	20.25	50	56.25
26	29	58	65	90	101	19	21.37½	51	57.37½
27	30	59	66	91	102	20	22.50	52	58.50
28	32	60	68	92	104	21	23.62½	53	59.62½
29	33	61	69	93	105	22	24.75	54	60.75
30	34	62	70	94	106	23	25.87½	55	61.87½
31	35	63	71	95	107	24	27.—	56	63.—
32	36	64	72	96	108	25	28.12½	57	64.12½

(Fortsetzung.)

Kr.	ℳ	Kr.	ℳ	Kr.	ℳ	Kr.	ℳ
58	65.25	78	87.75	98	110.25	10 000	11 250.—
59	66.37½	79	88.87½	99	111.37½	20 000	22 500.—
60	67.50	80	90.—	100	112.50	30 000	33 750.—
61	68.62½	81	91.12½	200	225.—	40 000	45 000.—
62	69.75	82	92.25	300	337.50	50 000	56 250.—
63	70.87½	83	93.37½	400	450.—	60 000	67 500.—
64	72.—	84	94.50	500	562.50	70 000	78 750.—
65	73.12½	85	95.62½	600	675.—	80 000	90 000.—
66	74.25	86	96.75	700	787.50	90 000	101 250.—
67	75.37½	87	97.87½	800	900.—	100 000	112 500.—
68	76.50	88	99.—	900	1 012.50	200 000	225 000.—
69	77.62½	89	100.12½	1 000	1 125.—	300 000	337 500.—
70	78.75	90	101.25	2 000	2 250.—	400 000	450 000.—
71	79.87½	91	102.37½	3 000	3 375.—	500 000	562 500.—
72	81.—	92	103.50	4 000	4 500.—	600 000	675 000.—
73	82.12½	93	104.62½	5 000	5 625.—	700 000	787 500.—
74	83.25	94	105.75	6 000	6 750.—	800 000	900 000.—
75	84.37½	95	106.87½	7 000	7 875.—	900 000	1 012 500.—
76	85.50	96	108.—	8 000	9 000.—	1 000 000	1 125 000.—
77	86.62½	97	109.12½	9 000	10 125.—		

Umwandlung von deutschem Geld in dänisches Geld:
(0,5 Öre und mehr sind stets für 1 Öre gerechnet).

₰	Öre	₰	Öre	₰	Öre	₰	Öre	₰	Öre	₰	Öre	₰	Öre	₰	Öre	₰	Öre	₰	Öre
1	1	11	10	21	19	31	28	41	36	51	45	61	54	71	63	81	72	91	81
2	2	12	11	22	20	32	28	42	37	52	46	62	55	72	64	82	73	92	82
3	3	13	12	23	20	33	29	43	38	53	47	63	56	73	65	83	74	93	83
4	4	14	12	24	21	34	30	44	39	54	48	64	57	74	66	84	75	94	84
5	4	15	13	25	22	35	31	45	40	55	49	65	58	75	67	85	76	95	84
6	5	16	14	26	23	36	32	46	41	56	50	66	59	76	68	86	76	96	85
7	6	17	15	27	24	37	33	47	42	57	51	67	60	77	68	87	77	97	86
8	7	18	16	28	25	38	34	48	43	58	52	68	60	78	69	88	78	98	87
9	8	19	17	29	26	39	35	49	44	59	52	69	61	79	70	89	79	99	88
10	9	20	18	30	27	40	36	50	44	60	53	70	62	80	71	90	80	100	89

(Fortsetzung.)

ℳ	Kronen	ℳ	Kronen	ℳ	Kronen	ℳ	Kronen
1	0.89	36	32.—	71	63.11	600	533.33
2	1.78	37	32.89	72	64.—	700	622.22
3	2.67	38	33.78	73	64.89	800	711.11
4	3.56	39	34.67	74	65.78	900	800.—
5	4.44	40	35.56	75	66.67	1 000	888.89
6	5.33	41	36.44	76	67.56		
7	6.22	42	37.33	77	68.44	2 000	1 777.78
8	7.11	43	38.22	78	69.33	3 000	2 666.67
9	8.—	44	39.11	79	70.22	4 000	3 555.56
10	8.89	45	40.—	80	71.11	5 000	4 444.44
11	9.78	46	40.89	81	72.—	6 000	5 333.33
12	10.67	47	41.78	82	72.89	7 000	6 222.22
13	11.56	48	42.67	83	73.78	8 000	7 111.11
14	12.44	49	43.56	84	74.67	9 000	8 000.—
15	13.33	50	44.44	85	75.56	10 000	8 888.89
16	14.22	51	45.33	86	76.44		
17	15.11	52	46.22	87	77.33	20 000	17 777.78
18	16.—	53	47.11	88	78.22	30 000	26 666.67
19	16.89	54	48.—	89	79.11	40 000	35 555.56
20	17.78	55	48.89	90	80.—	50 000	44 444.44
21	18.67	56	49.78	91	80.89	60 000	53 333.33
22	19.56	57	50.67	92	81.78	70 000	62 222.22
23	20.44	58	51.56	93	82.67	80 000	71 111.11
24	21.33	59	52.44	94	83.56	90 000	80 000.—
25	22.22	60	53.33	95	84.44	100 000	88 888.89
26	23.11	61	54.22	96	85.33		
27	24.—	62	55.11	97	86.22	200 000	177 777.78
28	24.89	63	56.—	98	87.11	300 000	266 666.67
29	25.78	64	56.89	99	88.—	400 000	355 555.56
30	26.67	65	57.78	100	88.89	500 000	444 444.44
31	27.56	66	58.67			600 000	533 333.33
32	28.44	67	59.56	200	177.78	700 000	622 222.22
33	29.33	68	60.44	300	266.67	800 000	711 111.11
34	30.22	69	61.33	400	355.56	900 000	800 000.—
35	31.11	70	62.22	500	444.44	1 000 000	888 888.89

IV. Griechenland.

Seit 1865 ist das metrische System eingeführt, doch weichen die Namen ab.

a) Die griechischen Längenmaße:

1 Stadion (Kilometer) = 1 000 Piki (Meter),
10 Stadion (Kilometer) = 1 griechische Meile,
1 Piki (Meter) = 10 Palamas (Dezimeter),
1 Palamas (dm) = 10 Dactyl (Zentimeter),
1 Dactyl (cm) = 10 Gram (Millimeter).

b) Griechisches Flächenmaß:

1 Stremma (10 Ar) = 1 000 qm.

c) Griechische Hohlmaße:

1 Kilo (hl) = 10 Kotyli (Dekaliter),
1 Kotyli (Dl) = 10 Mistra (Liter),
1 Mistra (l) = 10 Kubus (Deziliter), also
1 Kilo = 1 hl = 100 Liter.

d) Die griechischen Gewichte:

Neues Gewicht:

1 Talent = 100 Minen,
1 Mine = 1 500 Drachmen (Gramm);
also 1 Talent = 150 000 Drachmen = 150 kg,
1 Tonne = 1 000 kg.

Altes Gewicht:

1 Stater = 44 Oken,
1 Oke = 40 Dramme.

Vergleich:

1 Stater = 56,32 kg,
1 Oke = 1,28 kg,
1 Dramme = 0,032 kg (= 32 Gramm).

e) Die griechischen Münzen:

Die Geldeinheit bildet 1 Neu-Drachme (Frank) = 100 Lepta (Centimes). Zur Umrechnung kann man die Münztabelle für

Frankreich benutzen, indem man die französischen Ausdrücke durch griechische ersetzt.

V. Italien.

Das Münz-, Maß- und Gewichtssystem beruht auf metrischer Grundlage:

Die Münzeinheit bildet

1 Lira (Franc, Abkürzung „£") = 100 Centesimi,
5 Lire = 1 Scudo.

In den italienischen Kolonien benutzt man den Erythreïschen Taler = 5 Francs = 5 Lire = ℳ 4,05 und den Maria-Theresien-Taler = ℳ 4,20.

Den Wein verkauft man noch vielfach nach der Pipa (= 400 Liter).

Die Umrechnungstabellen entsprechen genau den französischen.

VI. Holland.

Die holländischen Maße sind metrischen Systems mit holländischen Bezeichnungen.

Man bezeichnet

Kilogramm . . . mit „Pond",
Dekagramm . . . „ „Loode",
Gramm . . . . „ „Wigtjes"

3 Pond (kg) = 1 Steen (= 3 kg) 1 Tonne = 1 000 kg.

Man bezeichnet ferner:

Meter . . . . . mit „Elle",
Kilometer . . . . „ „Myl",
Dezimeter . . . „ „Palm",
Zentimeter . . . „ „Duim",
Millimeter . . . „ „Streep",

schließlich

Hektar . . . . . mit „Bunder",
Kubikmeter . . . „ „Störe" oder „Wisse",

Hektoliter . . . . mit „Mud", „Vat", oder „Zak",
Liter . . . . . . „ „Kan" oder „Kop",
Dekaliter . . . . „ „Scheepel" und endlich
Deziliter . . . . „ „Maatjes".

Die holländischen Münzen.

Seit 1875 bildet die Grundlage des Münzsystems das goldene Zehnguldenstück. 1 Silbergulden = 100 Cents = 1 ℳ $68^3/_4$ ₰.

Umwandlung von holländischem Geld in deutsches Geld.

Cents	₰	Cents	₰	Cents	₰	Cents	₰	Cents	₰
1	2	21	36	41	70	61	103	81	137
2	3	22	37	42	71	62	104	82	138
3	5	23	39	43	73	63	106	83	140
4	7	24	41	44	75	64	108	84	142
5	8	25	42	45	76	65	109	85	143
6	10	26	44	46	78	66	111	86	145
7	12	27	46	47	80	67	113	87	147
8	13	28	47	48	81	68	114	88	148
9	15	29	49	49	83	69	116	89	150
10	17	30	51	50	84	70	118	90	152
11	19	31	53	51	86	71	120	91	154
12	20	32	54	52	88	72	121	92	155
13	22	33	56	53	89	73	123	93	157
14	23	34	57	54	91	74	125	94	159
15	25	35	59	55	93	75	127	95	160
16	27	36	61	56	95	76	128	96	162
17	29	37	63	57	97	77	130	97	164
18	30	38	64	58	99	78	132	98	165
19	32	39	66	59	100	79	134	99	167
20	34	40	68	60	101	80	135	100	169

(Fortsetzung.)

Gulden	ℳ	Guldeu	ℳ	Gulden	ℳ	Gulden	ℳ
1	1.69	36	60.75	71	119.81	600	1 012.50
2	3.38	37	62.44	72	121.50	700	1 181.25
3	5.06	38	64.13	73	123.19	800	1 350.—
4	6.75	39	65.81	74	124.88	900	1 518.75
5	8.44	40	67.50	75	126.56	1 000	1 687.50
6	10.13	41	69.19	76	128.25		
7	11.81	42	70.88	77	129.94	2 000	3 375.—
8	13.50	43	72.56	78	131.63	3 000	5 062.50
9	15.19	44	74.25	79	133.31	4 000	6 750.—
10	16.88	45	75.94	80	135.—	5 000	8 437.50
11	18.56	46	77.63	81	136.69	6 000	10 125.—
12	20.25	47	79.31	82	138.38	7 000	11 812.50
13	21.94	48	81.—	83	140.06	8 000	13 500.—
14	23.63	49	82.69	84	141.75	9 000	15 187.50
15	25.31	50	84.38	85	143.44	10 000	16 875.—
16	27.—	51	86.06	86	145.13		
17	28.69	52	87.75	87	146.81	20 000	33 750.—
18	30.38	53	89.44	88	148.50	30 000	50 625.—
19	32.06	54	91.13	89	150.19	40 000	67 500.—
20	33.75	55	92.81	90	151.88	50 000	84 375.—
21	35.44	56	94.50	91	153.56	60 000	101 250.—
22	37.12	57	96.19	92	155.25	70 000	118 125.—
23	38.81	58	97.88	93	156.94	80 000	135 000.—
24	40.50	59	99.56	94	158.63	90 000	151 875.—
25	42.19	60	101.25	95	160.31	100 000	168 750.—
26	43.88	61	102.94	96	162.—		
27	45.56	62	104.63	97	163.69	200 000	337 500.—
28	47.25	63	106.31	98	165.38	300 000	506 250.—
29	48.94	64	108.—	99	167.06	400 000	675 000.—
30	50.63	65	109.69	100	168.75	500 000	843 750.—
31	52.31	66	111.38			600 000	1 012 500.—
32	54.—	67	113.06	200	337.50	700 000	1 181 250.—
33	55.69	68	114.75	300	506.25	800 000	1 350 000.—
34	57.38	69	116.44	400	675.—	900 000	1 518 750.—
35	59.06	70	118.13	500	843.75	1 000 000	1 687 500.—

Umwandlung von deutschem Geld in holländisches Geld:

₰	Cents	₰	Cents	₰	Cents	₰	Cents	ℳ	Gulden
1	1	34	20	67	40	100	59	30	17.78
2	1	35	21	68	40			31	18.37
3	2	36	21	69	41	ℳ	Gulden	32	18.96
4	2	37	22	70	41			33	19.56
5	3	38	23	71	42	1	0.59	34	20.15
6	4	39	23	72	43	2	1.19	35	20.74
7	4	40	24	73	43	3	1.78	36	21.33
8	5	41	24	74	44	4	2.37	37	21.93
9	5	42	25	75	44	5	2.96	38	22.52
10	6	43	25	76	45	6	3.56	39	23.11
11	7	44	26	77	46	7	4.15	40	23.70
12	7	45	27	78	46	8	4.74	41	24.30
13	8	46	27	79	47	9	5.33	42	24.89
14	8	47	28	80	47	10	5.93	43	25.48
15	9	48	28	81	48	11	6.52	44	26.08
16	9	49	29	82	49	12	7.11	45	26.67
17	10	50	30	83	49	13	7.70	46	27.26
18	11	51	30	84	50	14	8.30	47	27.85
19	11	52	31	85	50	15	8.89	48	28.44
20	12	53	31	86	51	16	9.48	49	29.04
21	12	54	32	87	52	17	10.07	50	29.63
22	13	55	33	88	52	18	10.67	51	30.22
23	14	56	33	89	53	19	11.26	52	30.81
24	14	57	34	90	53	20	11.85	53	31.41
25	15	58	34	91	54	21	12.44	54	32.—
26	15	59	35	92	55	22	13.04	55	32.59
27	16	60	36	93	55	23	13.63	56	33.19
28	17	61	36	94	56	24	14.22	57	33.78
29	17	62	37	95	56	25	14.81	58	34.37
30	18	63	37	96	57	26	15.41	59	34.96
31	18	64	38	97	57	27	16.—	60	35.56
32	19	65	39	98	58	28	16.59	61	36.15
33	20	66	39	99	58	29	17.19	62	36.74

(Fortsetzung).

ℳ	Gulden	ℳ	Gulden	ℳ	Gulden
63	37.33	89	52.74	5 000	2 962.96
64	37.93	90	53.33	6 000	3 555.56
65	38.52	91	53.93	7 000	4 148.15
66	39.11	92	54.52	8 000	4 740.74
67	39.70	93	55.11	9 000	5 333.33
68	40.30	94	55.70	10 000	5 925.93
69	40.89	95	56.30		
70	41.48	96	56.89	20 000	11 851.85
71	42.07	97	57.48	30 000	17 777.78
72	42.67	98	58.07	40 000	23 703.70
73	43.26	99	58.67	50 000	29 629.63
74	43.85	100	59.26	60 000	35 555.56
75	44.44			70 000	41 481.48
76	45.04	200	118.52	80 000	47 407.41
77	45.63	300	177.78	90 000	53 333.33
78	46.22	400	237.04	100 000	59 259.26
79	46.81	500	296.30		
80	47.41	600	355.56	200 000	118 518.52
81	48.—	700	414.81	300 000	177 777.78
82	48.59	800	474.08	400 000	237 037.04
83	49.19	900	533.33	500 000	296 296.30
84	49.78	1 000	592.59	600 000	355 555.56
85	50.37			700 000	414 814.81
86	50.96	2 000	1 185.19	800 000	474 074.07
87	51.56	3 000	1 777.78	900 000	533 333.33
88	52.15	4 000	2 370.37	100 000	592 592.59

VII. Portugal.

In Portugal selber ist das metrische System eingeführt, während in seinen Kolonien besondere Systeme angewandt werden.

1 portugiesische Goldkrone = 10 Milrëis ($),

1 Milrëis = 4,54 ℳ = 1 000 Rëis,

1 Conto (Rechnungsbetrag) = 1 000 Milrëis = 4 536 ℳ.

Umwandlung von ganzen portugiesischen Milrëis in deutsches Geld. 1 Milrëis = ℳ 4,54.

Milrëis	ℳ	Milrëis	ℳ	Milrëis	ℳ	Milrëis	ℳ	Milrëis	ℳ
1	4.54	22	99.88	43	195.22	64	290.56	85	385.90
2	9.08	23	104.42	44	199.76	65	295.10	86	390.44
3	13.62	24	108.96	45	204.30	66	299.64	87	394.98
4	18.16	25	113.50	46	208.84	67	304.18	88	399.52
5	22.70	26	118.04	47	213.38	68	308.72	89	404.06
6	27.24	27	122.58	48	217.92	69	313.26	90	408.60
7	31.78	28	127.12	49	222.46	70	317.80	91	413.14
8	36.32	29	131.66	50	227.—	71	322.34	92	417.68
9	40.86	30	136.20	51	231.54	72	326.88	93	422.22
10	45.40	31	140.74	52	236.08	73	331.42	94	426.76
11	49.94	32	145.28	53	240.62	74	335.96	95	431.30
12	54.48	33	149.82	54	245.16	75	340.50	96	435.84
13	59.02	34	154.36	55	249.70	76	345.04	97	440.38
14	63.56	35	158.90	56	254.24	77	349.58	98	444.92
15	68.10	36	163.44	57	258.78	78	354.12	99	449.46
16	72.64	37	167.98	58	263.32	79	358.66	100	454.—
17	77.18	38	172.52	59	267.86	80	363.20	200	908.—
18	81.72	39	177.06	60	272.40	81	367.74	300	1 362.—
19	86.26	40	181.60	61	276.94	82	372.28	400	1 816.—
20	90.80	41	186.14	62	281.48	83	376.82	500	2 270.—
21	95.34	42	190.68	63	286.02	84	381.36	600	2 724.—

Umwandlung von deutschem Geld in portugiesisches Geld.

ℳ	Milrëis	ℳ	Milrëis	ℳ	Milrëis	ℳ	Milrëis	ℳ	Milrëis
1	0.220	7	1.542	13	2.863	19	4.185	25	5.507
2	0.441	8	1.762	14	3.184	20	4.405	26	5.727
3	0.661	9	1.982	15	3.304	21	4.625	27	5.947
4	0.881	10	2.203	16	3.524	22	4.846	28	6.167
5	1.101	11	2.423	17	3.744	23	5.066	29	6.387
6	1.322	12	2.643	18	3.965	24	5.286	30	6.608

(Fortsetzung.)

ℳ	Milreis	ℳ	Milreis	ℳ	Milreis	ℳ	Milreis	ℳ	Milreis
31	6.828	46	10.131	61	13.436	76	16.740	91	20.044
32	7.048	47	10.352	62	13.656	77	16.960	92	20.264
33	7.268	48	10.572	63	13.877	78	17.180	93	20.485
34	7.488	49	10.793	64	14.097	79	17.401	94	20.705
35	7.709	50	11.013	65	14.317	80	17.621	95	20.925
36	7.929	51	11.233	66	14.537	81	17.841	96	21.145
37	8.149	52	11.454	67	14.757	82	18.062	97	21.365
38	8.369	53	11.674	68	14.978	83	18.282	98	21.586
39	8.589	54	11.894	69	15.198	84	18.502	99	21.806
40	8.809	55	12.115	70	15.418	85	18.723	100	22.026
41	9.029	56	12.335	71	15.638	86	18.943	200	44.053
42	9.250	57	12.556	72	15.859	87	19.163	300	66.079
43	9.470	58	12.776	73	16.079	88	19.383	400	88.106
44	9.691	59	12.996	74	16.299	89	19.604	500	110.132
45	9.911	60	13.216	75	16.520	90	19.824	600	132.159

VIII. Rumänien.

Auch dieses Land hat seit der Begründung der lateinischen Münzkonvention im Jahre 1865 das metrische System angenommen.

Besondere Münzen:

a) in Silber: 1 Leu (Piaster, Romana) = 100 Bani (Para),
b) in Gold: 1 Carold'or = 20 Lei,
1 Leu = 81 ₰, 1 Carold'or = ℳ 16.20.

IX. Schweden und Norwegen.

Das metrische System herrscht seit der skandinavischen Münzkonvention vom 18. Dezember 1872.

1 Krone = 100 Öre = 1,125 ℳ.

Man hat goldene 20, 10 und 5 Kronenstücke, silberne 2 und 1 Kronenstücke, ferner Silbermünzen zu 50, 40, 25 und 10 Öre.

X. Schweiz

Auch dieses Land hat das metrische System. Die Schweiz gehört zu den 4 Mächten (Frankreich, Italien, Belgien und die Schweiz), welche am 23. Dezember 1865 die lateinische Münzkonvention abschlossen. Das Gewichts-, Maß- und Münzsystem entspricht demjenigen Frankreichs.

XI. Spanien.

Für das metrische Münzsystem ist die Einheit die Peseta = 100 Centesimos = 81 ₰, 5 Pesetas = 1 Duro nuevo = 500 Centesimos = ℳ 4.05. In Gold das 20 Pesetastück = ℳ 20.25 = 25 Silber-Pesetas.

XII. Türkei.

Seit 1874 Einführung des metrischen Systems, doch existieren in der Geschäftswelt noch einige alte Bezeichnungen.

1 Kantar (56,36 kg) = 44 Oka,
1 Oka = 400 Drachmen,
1 Drachme = 3,2 gr,
1 Pik = 65—68 cm (an verschiedenen Plätzen),
1 Agalsch (Farsang) = 3 Berry,
1 Berry = 1 670 m,
1 Fortin = 141 Liter.

Die Grundlage des Münzsystems bildet 1 Piaster (P) = 40 Para (p) = 0,19 ℳ. Goldmünzen zu 500, 250, 100, 50, 25 Piastern, Silbermünzen zu 20, 10, 5, 2 Piastern.

Umrechnung von türkischen Goldpiastern in Mark:

P.	₰	P.	ℳ	P.	ℳ	P.	ℳ	P.	ℳ	P.	ℳ
1	$18^{1}/_{2}$	19	3.52	37	6.85	55	10.18	73	13.51	91	16.84
2	37	20	3.70	38	7.03	56	10.36	74	13.69	92	17.02
3	$55^{1}/_{2}$	21	3.89	39	7.22	57	10.55	75	13.88	93	17.21
4	74	22	4.07	40	7.40	58	10.73	76	14.06	94	17.39
5	$92^{1}/_{2}$	23	4.26	41	7.59	59	10.92	77	14.25	95	17.58
6	111	24	4.44	42	7.77	60	11.10	78	14.43	96	17.76
7	$129^{1}/_{2}$	25	4.63	43	7.96	61	11.29	79	14.62	97	17.95
8	148	26	4.81	44	8.14	62	11.47	80	14.80	98	18.13
9	$166^{1}/_{2}$	27	5.—	45	8.33	63	11.66	81	14.99	99	18.32
10	185	28	5.18	46	8.51	64	11.84	82	15.17	100	18.50
11	$203^{1}/_{2}$	29	5.37	47	8.70	65	12.03	83	15.36	200	37.—
12	222	30	5.55	48	8.88	66	12.21	84	15.54	300	55.50
13	$240^{1}/_{2}$	31	5.74	49	9.07	67	12.40	85	15.73	400	74.—
14	259	32	5.92	50	9.25	68	12.58	86	15.91	500	92.50
15	$277^{1}/_{2}$	33	6.11	51	9.44	69	12.77	87	16.10	600	111.—
16	296	34	6.29	52	9.62	70	12.95	88	16.28	700	129.50
17	315	35	6.48	53	9.81	71	13.14	89	16.47	800	148.—
18	333	36	6.66	54	9.99	72	13.32	90	16.65	usw.	

G. Amerika.

I. Die argentinische Republik

verwendet das metrische System. 1 Peso nacional = ℳ 4,05 Goldwährung.

II. Bolivia

ebenfalls mit metrischem System. Münzeinheit ist der Peso nacional (= 5 frs = ℳ 4,05) oder „Boliviano“.

III. Brasilien:

1 Conto (:) = 1 000 Milrëis ($);
1 ($) = 1 000 Rëis (Rs) = ca. 2,29 ℳ.

Umwandlung von brasilianischen Milrëis (Gold) in Mark (Gold):

Milrëis	ℳ	Milrëis	ℳ	Milrëis	ℳ	Milrëis	ℳ	Milrëis	ℳ	Milrëis	ℳ
1	2.29	20	45.87	39	89.44	58	133.01	77	176.59	96	220.16
2	4.59	21	48.16	40	91.73	59	135.31	78	178.88	97	222.45
3	6.88	22	50.45	41	94.03	60	137.60	79	181.17	98	224.75
4	9.17	23	52.75	42	96.32	61	139.89	80	183.47	99	227.04
5	11.47	24	55.04	43	98.61	62	142.19	81	185.76	100	229.33
6	13.76	25	57.33	44	100.91	63	144.48	82	188.05		
7	16.05	26	59.63	45	103.20	64	146.77	83	190.35	200	458.67
8	18.35	27	61.92	46	105.49	65	149.07	84	192.64	300	688.—
9	20.64	28	64.21	47	107.79	66	151.36	85	194.93	400	917.33
10	22.93	29	66.51	48	110.08	67	153.65	86	197.23	500	1 146.67
11	25.23	30	68.80	49	112.37	68	155.95	87	199.52	600	1 376.—
12	27.52	31	71.09	50	114.67	69	158.24	88	201.81	700	1 605.33
13	29.81	32	73.39	51	116.96	70	160.53	89	204.11	800	1 834.67
14	32.11	33	75.68	52	119.25	71	162.83	90	206.40	900	2 064.—
15	34.40	34	77.97	53	121.55	72	165.12	91	208.69	1 000	2 293.33
16	36.39	35	80.27	54	123.84	73	167.41	92	210.99		
17	38.99	36	82.56	55	126.13	74	169.71	93	213.28	2 000	4 586.67
18	41.28	37	84.85	56	128.43	75	172.—	94	215.57	3 000	6 880.—
19	43.57	38	87.15	57	130.72	76	174.29	95	217.87	4 000	9 173.33

IV. Die Republik Chile.

a) Silbermünzen:

1 Peso = 100 Centavos = 3,83 ℳ.

b) Goldmünzen:

1 Quadruple	. . . .	16	Pesos,
1 Condor	. . . . .	10	„ ,
$^1/_2$ „	(Doblon) .	5	„ ,
$^1/_5$ „	(Escudo) .	2	„ ,
1 Peso.			

V. Columbia:

Münzsystem wie in Chile.

Der gesetzliche Wert eines Peso ist ℳ 4,05, der faktische Silberwert aber nur etwa ℳ 2,20.

VI. Costa Rica:

Die Silber- und Goldmünzen wie in Chile.

VII. Die Dominikanische Republik:

Die Münzen haben als Einheit 1 Peso im Werte von ℳ 4,05 bezw. nur von ℳ 3,83 (Wertverhältnis 1 : 15$^1/_2$ oder 1 : 16,4).

VIII. Ecuador:

Als Münzeinheit gilt dort 1 Sucre (genau 1 Peso wie in Chile, 1 Sucre = 100 Centavos. 5 verschiedene Silberstücke wie in Chile 1, $^1/_2$, $^1/_5$, $^1/_{10}$ und $^1/_{20}$ Sucrestücke (nicht Pesostücke). Wert von 1 Sucre = ℳ 4,05 bezw. ℳ 3,83.

Ecuador besitzt keine eigenen Goldmünzen.

IX. Guatemala:

Wie in Costa Rica.

X. Mexiko:

Mit metrischem System. Einheitsmünze 1 Peso duro = 400 Centavos.

1 Peso duro (= 1 Piaster) = 8 Realen,

1 Reale = 4 Cuartillos (also 1 Peso duro = 32 Cuartill.)

XI. Die Vereinigten Staaten von Nordamerika.

Die Maße Nordamerikas.

Trotz Einführung des metrischen Systems seit 1866 bedient sich die Geschäftswelt noch immer der alten Maße und Gewichte.

a) für den Weinhandel: 1 amerikanische Weingallone (= 231 Kubikzoll) = 0,8331 Imp.-Gallone = 3,7852 Liter,

1 englische Weingallone (= 277,274 Kubikzoll) = 1,2009 amerikanische Weingallone = 4,5435 Liter.

b) für den Bierhandel: 1 amerikanische Ale-Gallon (= 282 Kubikzoll) = 1,1069 Imp.-Gallone = 4,6202 Liter,

1 englische Bier-Gallon (= 277,274 Kubikzoll) = 0,9834 amerikanische Gallone = 4,5435 Liter.

c) für den Getreidehandel: 1 amerikanisches Bushel (2 150,4 Kubikzoll) = 0,9694 englisches Imp.-Bushel = 35,24 Liter,

1 englisches Bushel (= 2 218,192 Kubikzoll) = 1,0315 amerikanische Bushels = 36,35 Liter.

Die Münzen der Vereinigten Staaten von Nordamerika.

Goldmünzen:

Das 1	Dollarstück,		Das 5	Dollarstück	(1/2 Eagle),
„ 2 1/2	„	(1/4 Eagle),	„ 10	„	(1 „),
„ 3	„	(0,3 „),	„ 20	„	(Doppel-Eagle.)

Silbermünzen:

100	Centsstücke	(= 1 Dollar	=	1 $),
50	„	(= 1/2 „	=	1/2 „),
25	„	(= 1/4 „	=	1/4 „),
20	„	(= 1/5 „	=	1/5 „),
10	„	(= 1/10 „	=	1/10 „).

Umwandlung von Dollars und Cents in ℳ und ₰,
1 Dollar = 4 ℳ 19 3/4 ₰.

Cents	₰	Cents	₰	Cents	₰	Cents	₰	Cents	₰
1	4	4	17	7	29	10	42	13	55
2	8	5	21	8	34	11	46	14	59
3	13	6	25	9	38	12	50	15	63

(Fortsetzung.)

Cents	₰	Cents	₰	Cents	₰	Dollar	ℳ	Dollar	ℳ
16	67	51	214	86	361	18	75.56	53	222.47
17	71	52	218	87	366	19	79.75	54	226.67
18	76	53	222	88	369	20	83.95	55	230.86
19	80	54	227	89	374	21	88.15	56	235.06
20	84	55	231	90	378	22	92.35	57	239.26
21	88	56	235	91	382	23	96.54	58	243.46
22	92	57	239	92	386	24	100.94	59	247.65
23	97	58	243	93	390	25	104.94	60	251.85
24	101	59	248	94	395	26	109.14	61	256.05
25	105	60	252	95	399	27	113.33	62	260.25
26	109	61	256	96	403	28	117.53	63	264.44
27	113	62	260	97	407	29	121.73	64	268.64
28	118	63	264	98	411	30	125.93	65	272.84
29	122	64	269	99	416	31	130.12	66	277.04
30	126	65	273	100	420	32	134.32	67	281.23
31	130	66	277			33	138.52	68	285.43
32	134	67	281	Dollar	ℳ	34	142.72	69	289.63
33	139	68	285			35	146.91	70	293.83
34	143	69	290	1	4.20	36	151.11	71	298.02
35	147	70	294	2	8.40	37	155.31	72	302.22
36	151	71	298	3	12.59	38	159.51	73	306.42
37	155	72	302	4	16.79	39	163.70	74	310.62
38	160	73	306	5	20.99	40	167.90	75	314.81
39	164	74	311	6	25.19	41	172.10	76	319.01
40	168	75	315	7	29.38	42	176.30	77	323.21
41	172	76	319	8	33.58	43	180.49	78	327.41
42	176	77	323	9	37.78	44	184.69	79	331.60
43	180	78	327	10	41.98	45	188.89	80	335.80
44	185	79	332	11	46.17	46	193.09	81	340.—
45	189	80	336	12	50.37	47	197.28	82	344.20
46	193	81	340	13	54.57	48	201.48	83	348.49
47	197	82	344	14	58.77	49	205.68	84	352.59
48	201	83	348	15	62.96	50	209.88	85	356.79
49	206	84	353	16	67.16	51	214.07	86	360.99
50	210	85	357	17	71.36	52	218.27	87	365.18

(Fortsetzung.)

Dollar	ℳ	Dollar	ℳ	Dollar	ℳ
88	369.38	400	1 679.—	20 000	83 950.—
89	373.58	500	2 098.75	30 000	125 925.—
90	377.78	600	2 518.50	40 000	167 900.—
91	381.97	700	2 938.25	50 000	209 875.—
92	386.17	800	3 358.—	60 000	251 850.—
93	390.37	900	3 777.75	70 000	293 825.—
94	394.57	1 000	4 197.50	80 000	335 800.—
95	398.76	2 000	8 395.—	90 000	377 775.—
96	402.96	3 000	12 592.50	100 000	419 750.—
97	407.16	4 000	16 790.—	200 000	839 500.—
98	411.36	5 000	20 987.50	300 000	1 259 250.—
99	415.55	6 000	25 185.—	400 000	1 679 000.—
100	419.75	7 000	29 382.50	500 000	2 098 750.—
		8 000	33 580.—	600 000	2 518 500.—
200	839.50	9 000	37 777.50	700 000	2 938 250.—
300	1 259.25	10 000	41 975.—	800 000	3 358 000.—

Umrechnung von ℳ und ₰ in $ und Cents (1 ℳ = 23,8217 Cents):

₰	Cts.	₰	Cts.	₰	Cts.	₰	Cts.	₰	Cts.	₰	Cts.
1	—	18	4	35	8	52	12	69	16	86	20
2	—	19	5	36	9	53	13	70	17	87	21
3	1	20	5	37	9	54	13	71	17	88	21
4	1	21	5	38	9	55	13	72	17	89	21
5	1	22	5	39	9	56	13	73	17	90	21
6	1	23	5	40	10	57	14	74	18	91	22
7	2	24	6	41	10	58	14	75	18	92	22
8	2	25	6	42	10	59	14	76	18	93	22
9	2	26	6	43	10	60	14	77	18	94	22
10	2	27	6	44	10	61	15	78	19	95	23
11	3	28	7	45	11	62	15	79	19	96	23
12	3	29	7	46	11	63	15	80	19	97	23
13	3	30	7	47	11	64	15	81	19	98	23
14	3	31	7	48	11	65	15	82	20	99	24
15	4	32	8	49	12	66	16	83	20	100	24
16	4	33	8	50	12	67	16	84	20	101	24
17	4	34	8	51	12	68	16	85	20	102	24

(Fortsetzung.)

ℳ	Dollar	ℳ	Dollar	ℳ	Dollar	ℳ	Dollar
1	0,24	36	8,58	71	16,92	300	71,47
2	0,48	37	8,82	72	17,16	400	95,29
3	0,71	38	9,05	73	17,39	500	119,11
4	0,95	39	9,29	74	17,63	600	142,93
5	1,19	40	9,53	75	17,87	700	166,75
6	1,43	41	9,77	76	18,11	800	190,57
7	1,67	42	10,01	77	18,35	900	214,40
8	1,90	43	10,24	78	18,58	1 000	238,22
9	2,14	44	10,48	79	18,82		
10	2,38	45	10,72	80	19,06	2 000	476,43
11	2,62	46	10,96	81	19,30	3 000	714,65
12	2,86	47	11,20	82	19,54	4 000	952,87
13	3,09	48	11,43	83	19,77	5 000	1 191,09
14	3,33	49	11,67	84	20,01	6 000	1 429,30
15	3,57	50	11,91	85	20,25	7 000	1 667,52
16	3,81	51	12,15	86	20,49	8 000	1 905,74
17	4,05	52	12,39	87	20,73	9 000	2 143,95
18	4,28	53	12,62	88	20,96	10 000	2 382,17
19	4,52	54	12,86	89	21,20		
20	4,76	55	13,10	90	21,44	20 000	4 764,34
21	5,00	56	13,34	91	21,68	30 000	7 146,51
22	5,24	57	13,58	92	21,91	40 000	9 528,68
23	5,47	58	13,81	93	22,15	50 000	11 910,85
24	5,71	59	14,05	94	22,39	60 000	14 293,02
25	5,95	60	14,29	95	22,63	70 000	16 675,19
26	6,19	61	14,53	96	22,87	80 000	19 057,36
27	6,48	62	14,77	97	23,11	90 000	21 439,53
28	6,67	63	15,00	98	23,34	100 000	23 821,70
29	6,91	64	15,24	99	23,58		
30	7,15	65	15,48	100	23,82	200 000	47 643,40
31	7,39	66	15,72	101	24,06	300 000	71 465,10
32	7,62	67	15,96	102	24,30	400 000	95 286,80
33	7,86	68	16,20			500 000	119 108,50
34	8,10	69	16,44	100	23,82	600 000	142 930,20
35	8,34	70	16,68	200	47,64		usw.

China.

China benutzt

a) als Längenmaße:

1 Yin = 10 Covid = 10 Tsun, 1 Tsun = 10 Fän, also 1 Yin = 1 000 Fän. Man nimmt 1 Yin zu 3,58 m (nach Hartleben zu 3,73 m) an. Danach berechnet sich 1 Yin = 3,58 m, 1 Covid = 3,58 dm, 1 Tsun = 3,58 cm und 1 Fän = 3,58 mm (bezw. 3,73);

b) als Flächenmaße:

1 King = 2 453 qm und 1 Man = 631 qm;

c) als Hohlmaße:

1 Sching = 10,3 Liter, 1 Tschi = 103 Liter, also 1 Tschi = 10 Sching;

d) als Gewichte:

1 Pikul = 100 Kätties, 1 Kättie = 16 Taëls, 1 Taël = 3,78 g, also 1 Pikul = 60,48 kg und umgekehrt 1 kg = 0,0165 Pikuls;

e) als Münzen:

1 Taël = 1 000 Käsch = 6,40 *M.*

Japan.

Japan besitzt

a) als Flächenmaße:

1 Schaku Kän à 10 Sung à 10 Bun à 10 Rin. 1 Ken = 1,19 m, 1 Schaku Kän = 0,303 m, 1 Ri = 36 Tscho, 1 Tscho = 60 Keng, 1 Keng = 6 Schaku Kän, also 1 Ri = 12 960 Schaku Kän = 3,927 km, also 1 Schaku Kän = 3 927 m : 12 960 = 0,303 m. 1 Ri = 1 japanische Meile, also ungefähr 1/2 deutsche Meile.

b) Flächenmaße:

1 Tschubo = 36 Sari = 3,319 qm, 30 Tschubo = 1 Seh, also 30 × 3,319 qm = 99,57 qm,;

c) Körpermaße:

1 Sching Sho = 1 000 Sai = 1,18 Liter, 1 Koku = 100 Sho = 181 Liter;

d) Gewichte:

wie in China: 1 Pikul = 60,48 kg;

e) Münzen:

1 Silber-Yen = 100 Sen = 4,185 *M.*

Außerdem prägt Japan:

Silbermünzen: 20 Sen-Stücke,
10 „ „ ,
5 „ „ .

An Goldmünzen kommen vor:
1 Yen (Dollar), 2, 5, 10 und 20 Yen-Stücke.

Ostindien.

Für dieses unter englischer Herrschaft stehende Land gelten die englischen Maß- und Gewichtsverhältnisse. Münzeinheit ist die Company-Rupee zu 16 Annas. 1 Rupee = 1 ℳ 19½ ₰, bei dem augenblicklichen niedrigen Silberkurs ist sie jedoch oft nur ca. 1 ℳ wert.

Ägypten.

Trotz der im Jahre 1875 erfolgten Einführung des metrischen Systems rechnet man noch vielfach nach folgenden Maßen:

a) Gewichte:

1 Cantaro forforo = 45 kg, 1 Cantaro forforo = 36 Oka, 1 Oka = 1,25 kg und 1 Ok = 100 Rottoli, also 1 Rottoli = 12,5 g.

b) Längenmaße:

1 Pik Beledi = 58½ cm (altes Normalmaß), 1 Pik Endasch = 64 cm, 1 Pik Stambuli = 68 cm, 1 Pik Meimari = 75 cm, 1 Pik Nilli = 52½ cm, 1 Kanale = 3½ m.

c) Flächenmaße:

1 Feddan = 42 ar.

d) Hohlmaße:

1 Ardèb = 6 Quebèhs = 198 Liter, 1 Quebèh = 4 Roubèhs, 1 Roubèh = 12 Keles, also 1 Quebèh = 33 Liter, 1 Roubèh = 8¼ Liter und 1 Keles 11/16 Liter.

Ägypten hat Goldwährung und prägt folgende Goldmünzen aus:

1 Lyra (Sequin) à 100 Piaster = 20,75 ℳ,
½ „ „ à 50 „ ,
¼ „ „ à 25 „ .

Silbermünzen sind folgende:
Das 20, 10, 5, 2, 1, ½ und ¼ Piasterstück.

Benutzte und für die Weiterbildung zu empfehlende Werke:

Dr. Josef Klemens Kreibig, Lehrbuch der kaufmännischen Arithmetik.

Findeisen-Claussen, Beispiele und Aufgaben für den Unterricht im kaufmännischen Rechnen.

Th. Scharf, Rechenbuch für kaufmännische Fortbildungsschulen.

A. Flieth und **G. Winter,** Praktisches kaufmännisches Rechnen.

Richard Just, Kaufmännisches Rechnen.

Johannes Jahn, die Kontokorrentrechnung.

J. K. Roesler und **Fr. Wilde,** Beispiele und Aufgaben zum kaufmännischen Rechnen.

Stern, Kaufmännisches Rechnen.

Schulze, Richtig Rechnen durch Selbstunterricht.

Behm und **Dageförde,** die Praxis des kaufmännischen Rechnens.

A. Bergmann, Münzen, Maße und Gewichte aller Staaten.

Kautsch, Handbuch des Bank- und Börsenwesens.

Dr. Eduard Amthor, Quintessenz des kaufmännischen Rechnens.

Druckfehler-Berichtigung.

Seite 64, 2. Zeile von oben. Statt 655 Mdl. 50 Stck. lies 673 Mdl. 5 Stck.

„ 110, 3. und 4. Zeile von unten. Statt £ 20,91875 lies £ 20,71875
„ 20. 18. 4. „ 20. 14. 4.

„ 200. Sämtliche Daten sind um 6 Monate zu verschieben; statt 15. Oktober lies also 15. April u. s. w.

„ 208 u. 209, I. Beispiel. Der Saldo ist 1511,99 ℳ und die Endsumme der Beträge im Credit 3211,99 ℳ. Statt der Jahreszahl 1906 lies 1905.

Druck: Beyer & Boehme, Berlin S. 42.