K

HULEN

UND

BAUGEWERKSMEISTER

VON

KARL ZILLICH
KÖNIGLICHER REGIERUNGS-BAUMEISTER

DRITTER TEIL:

GRÖSSERE KONSTRUKTIONEN

MIT 91 ABBILDUNGEN IM TEXT

BERLIN 1900
VERLAG VON WILHELM ERNST & SOHN
(GROPIUS'SCHE BUCH- UND KUNSTHANDLUNG)

STATIK

FÜR

BAUGEWERKSCHULEN

UND

BAUGEWERKSMEISTER

VON

KARL ZILLICH
KÖNIGLICHER REGIERUNGS-BAUMEISTER

DRITTER TEIL:

GRÖSSERE KONSTRUKTIONEN

MIT 91 ABBILDUNGEN IM TEXT

BERLIN 1900
VERLAG VON WILHELM ERNST & SOHN
(GROPIUS'SCHE BUCH- UND KUNSTHANDLUNG)

Vorwort.

Der vorliegende dritte Teil der Statik schliefst das Werk ab. Er enthält die statische Berechnung der am häufigsten vorkommenden gröfseren Baukonstruktionen, insbesondere der Hängewerke, freitragenden Dächer, Gewölbe, Futtermauern uud Fabrikschornsteine.

Hierbei wird die Kenntnis des bereits erschienenen ersten und zweiten Teiles vorausgesetzt; doch ist vielfach, um die Benutzung des Buches zu erleichtern, auf die betreffenden Stellen noch besonders verwiesen. Bei der durchaus elementaren Darstellung sind gröfsere mathematische Kenntnisse als zum Verständnis der beiden ersten Teile nicht erforderlich.

Die ausführliche Durchrechnung zahlreicher praktischer Beispiele dürfte allen Lesern willkommen sein. Für das Selbststudium empfiehlt es sich, die Abbildungen in gröfserem Mafsstabe zu zeichnen und die gestellten Aufgaben zu lösen.

Fürstenwalde a. Spree, Dezember 1899.

K. Zillich.

Inhalt.

Kapitel 1.

Freitragende Dächer.

Kapitel 2.

Zusammengesetzte Festigkeit.

Kapitel 3.

Gewölbe.

Kapitel 4.

Reibung, Wasserdruck, Erddruck.

Kapitel 5.

Schornsteine.

Kapitel 1.

Freitragende Dächer.

§ 1. Eigengewicht und Schnee.

Die Last der Dächer setzt sich zusammen aus:

1. dem eigenen Gewicht,
2. Schnee und
3. Winddruck.

Das Gewicht der Dachdeckung ist sehr verschieden. In der folgenden Tabelle sind die Gewichte der gebräuchlichsten Arten aufgeführt.

Dachart	1 qm der schrägen Dachfläche wiegt einschl. d. Sparren kg
Einfaches Ziegeldach aus Biberschwänzen . . .	90
Doppeltes „ „ „ . . .	120
Krondach „ „ . . .	130
Pfannendach auf Lattung	90
„ „ Lattung und Schalung	110
Falzziegeldach	110
Deutsches Schieferdach auf 2,0 cm starker Schalung	85
Zinkdach auf 2,5 cm starker Schalung	40
Wellblechdach auf Winkeleisen	25
Teerpappdach auf 2,5 cm starker Schalung . .	35
Holzcementdach mit 7 cm starker Kiesdecke .	180
Glasdach auf Sprosseneisen, 4 mm stark . . .	20
„ „ „ 5 mm „ . . .	25
„ „ „ 6 mm „ . . .	30

Das Gewicht freitragender Dachbinder bis etwa 20 m Spannweite kann man einschliefslich der Fetten für die statische Berechnung vorläufig zu etwa 25 kg für 1 qm des Grundrisses annehmen. Nachdem die Konstruktion entworfen ist, wird man durch eine Berechnung des wirklichen Gewichts prüfen, ob die Annahme zutreffend war, und, wenn es nötig scheint, die statische Untersuchung berichtigen.

In Abb. 1 ist ein Dachbinder von 18 m Spannweite dargestellt und in Abb. 2 die Mittellinien der Stäbe noch einmal gezeichnet. Die Last der Dachdeckung wird von

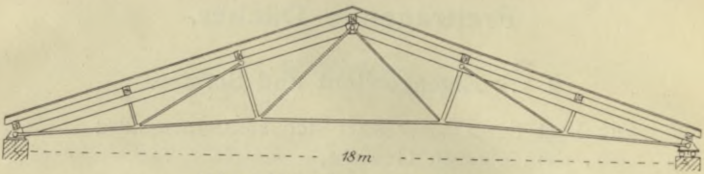


Abb. 1. Mafsstab 1 : 200, 1 cm = 2 m.

den Sparren auf die Fetten übertragen, und diese ruhen auf den Knotenpunkten der oberen Gurtung, so dafs die Binder nur an diesen Stellen belastet sind. Die einzelnen Binder sind 4 m von einander entfernt (vergl. Abb. 12, Seite 15).

Die Dachfläche, welche auf einen Binder entfällt, beträgt $2 \cdot 9{,}50 \cdot 4 = 76$ qm. Es ist Zinkdeckung auf 2,5 cm starker Schalung angenommen, deren Gewicht nach der Tabelle auf Seite 1 40 kg für 1 qm beträgt, im Ganzen also $76 \cdot 40 = 3040$ kg.

Die Grundfläche für einen Binder beträgt $18 \cdot 4 = 72$ qm, und das Gewicht der Binder und Fetten ist demnach bei 25 kg/qm zu $72 \cdot 25 = 1800$ kg anzunehmen.

Als gröfste Belastung durch Schnee rechnet man in Deutschland 75 kg für 1 qm der Grundfläche. Auf einen Dachbinder kommen 72 qm. Das ganze Gewicht des Schnees beträgt also $72 \cdot 75 = 5400$ kg.

Anmerkung. Bei steilen Dächern kann man eine geringere Schneelast annehmen, weil der Schnee dort leicht abrutscht, und sich gröfsere Schneemassen nicht halten. Bei einer Neigung über 40^0 stellt man die Hälfte und über 50^0 gar keine Schneelast mehr in Rechnung.

Die ganze Last für einen Binder beträgt:

Dachdeckung	3040 kg
eigenes Gewicht	1800 „
Schnee	5400 „
zusammen:	10240 kg.

Hiervon kommt $^1/_6 = 1707$ oder rund 1710 kg auf jeden mittleren Knotenpunkt und halb so viel = 855 kg auf die Endknotenpunkte.

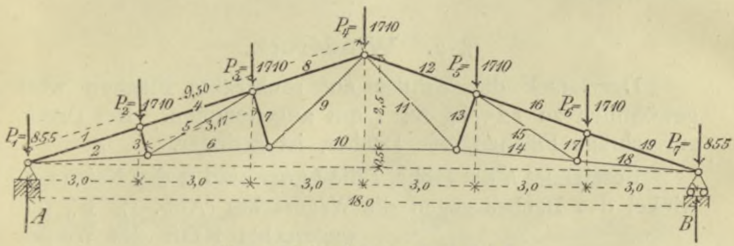


Abb. 2. Mafsstab 1 : 200, 1 cm = 2 m.

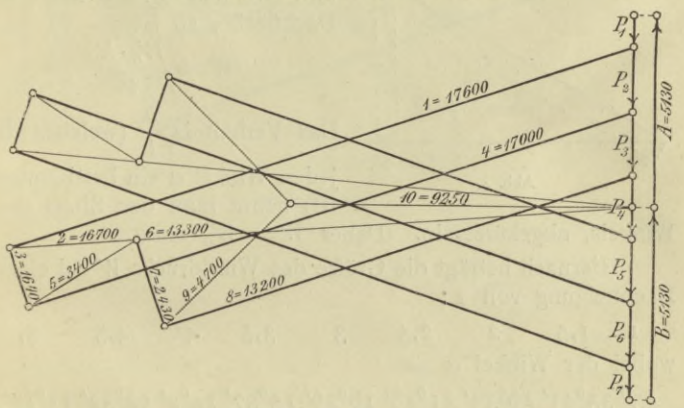


Abb. 3. 1 cm = 2000 kg.

Man kann die Belastung eines Knotenpunktes auch auf folgende Art ermitteln: Auf jeden mittleren Knotenpunkt kommen $4{,}0 \cdot 3{,}17 = 12{,}68$ qm Dachfläche zu 40 kg = 507,2 kg und $4{,}0 \cdot 3{,}0 = 12$ qm Grundfläche mit je 25 kg Eigengewicht und 75 kg Schnee, zusammen 100 kg.

$12 \cdot 100 = 1200$ kg. Im Ganzen $507{,}2 + 1200 = 1707{,}2$ oder rund 1710 kg. Auf jeden Endknotenpunkt entfällt die Hälfte davon = 855 kg.

Für diese Lasten ist der Kräfteplan des Dachbinders gezeichnet (Abb. 3), und die sich ergebenden Spannungen sind in einer Tabelle (auf Seite 8) in Spalte 2 und 3 zusammengestellt. Symmetrische Stäbe haben gleiche Spannungen.

§ 2. Winddruck.

Der Druck des Windes auf senkrechte Flächen wird gewöhnlich zu 125 kg für 1 qm angenommen. Der Druck auf schräge Flächen, wie Dächer, ist geringer.

Bezeichnet h die Höhe, l die Länge und α den Neigungswinkel des Daches gegen die Wagerechte (Abb. 4), W_0 die wagerechte Kraft des Windes und W den Druck auf die Dachfläche, so ist

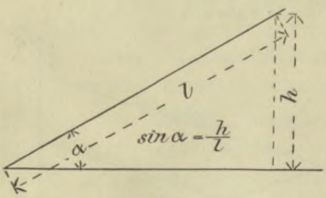


Abb. 4.

$$W = \frac{W_0 \cdot h}{l}.$$

Das Verhältnis $\frac{h}{l}$ (welches für jeden Winkel α ein bestimmtes ist) nennt man den Sinus des Winkels, abgekürzt sin. Daher $W = W_0 \cdot \sin \alpha$.

Hiernach beträgt die Gröfse des Winddrucks W bei einer Dachneigung von 1 :

1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5,

wobei der Winkel α =

45^0	$33^0 41'$	$26^0 34'$	$21^0 48'$	$18^0 26'$	$15^0 57'$	$14^0 2'$	$12^0 32'$	$11^0 18'$,
88	69	56	47	40	34	30	27	24

kg für 1 qm der schrägen Dachfläche.

Anmerkung. Der Winddruck auf schräge Flächen wird mitunter auch anders berechnet. Die hier angegebene Art ist die einfachste.

Bei dem in Abb. 1 und 2 dargestellten Dachbinder ist

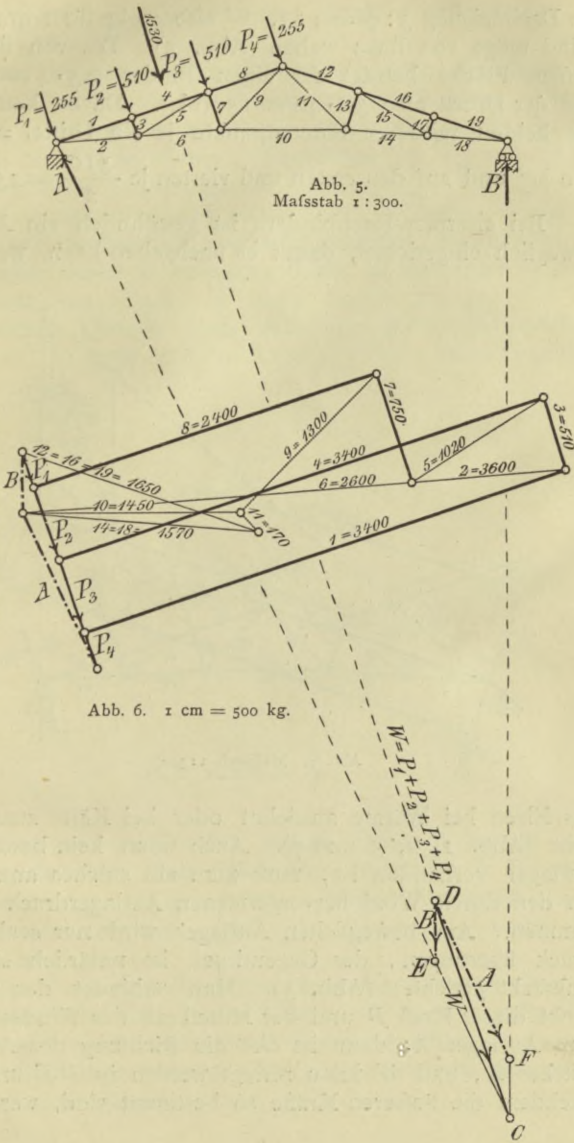


Abb. 5.
Maſsstab 1 : 300.

Abb. 6. 1 cm = 500 kg.

Die Linie 12 = 16 = 19 = 1650 sollte stark ausgezogen sein.
Der Auflagergegendruck A und B ist aufwärts gerichtet.

die Dachneigung $3:9 = 1:3$, W also 40 kg für 1 qm. Der Wind möge von links wehen (Abb. 5). Die von ihm getroffene Fläche beträgt für einen Binder $9{,}5 \cdot 4 = 38$ qm und der Druck also $38 \cdot 40 = 1520$ kg. Davon kommt auf die beiden mittleren Knotenpunkte je ein Drittel = rund 510 kg und auf den ersten und vierten je $\frac{510}{2} = 255$ kg.

Bei eisernen Dachbindern ist gewöhnlich ein Auflager beweglich eingerichtet, damit es nachgeben kann, wenn sich

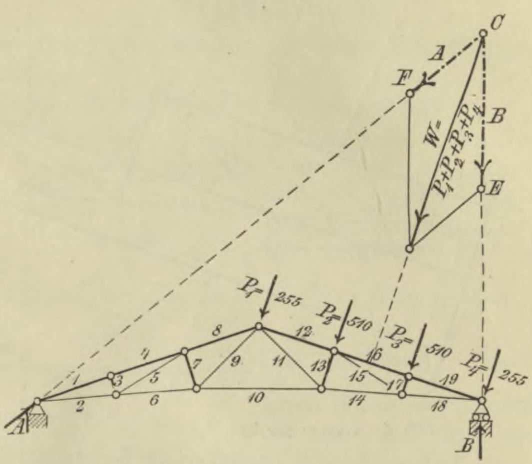


Abb. 7. Mafsstab 1 : 300.

das Eisen bei Wärme ausdehnt oder bei Kälte zusammenzieht (Abb. 1, 2, 5 und 7). Auch wenn kein bewegliches Auflager vorhanden ist, mufs man ein solches annehmen, um den durch Wind hervorgerufenen Auflagerdruck zu bestimmen. Am beweglichen Auflager wird nur senkrechter Druck übertragen, der Gegendruck ist natürlich ebenfalls senkrecht gerichtet (Abb. 5). Man verbindet den Schnittpunkt dieser Kraft B und der Mittelkraft des Windes W mit dem Auflager A; dann ist CA die Richtung des Auflagerdruckes A, und W kann zerlegt werden in DE und DF. Nachdem die äufseren Kräfte so bestimmt sind, werden die

Spannungen der einzelnen Stäbe durch den Kräfteplan gefunden (Abb. 6).

Das Entwerfen von Kräfteplänen für Winddruck ist etwas schwieriger als bei nur senkrechten Kräften. Die im I. Teil, § 30 gegebenen Regeln gelten aber auch hier und können als Anhalt dienen. Die Stäbe 13, 15 und 17 bekommen keine Spannung.

Weht der Wind von rechts (Abb. 7), so ist wieder der rechte Auflagerdruck *B* senkrecht gerichtet; es wird also die Senkrechte durch *B* gezogen, *C* mit *A* verbunden und die Mittelkraft des Windes *W* nach den Richtungen *CA* und *CB* zerlegt. Darauf kann man den Kräfteplan zeichnen (Abb. 8). Diesmal sind die Stäbe 3, 5 und 7 ohne Spannung.

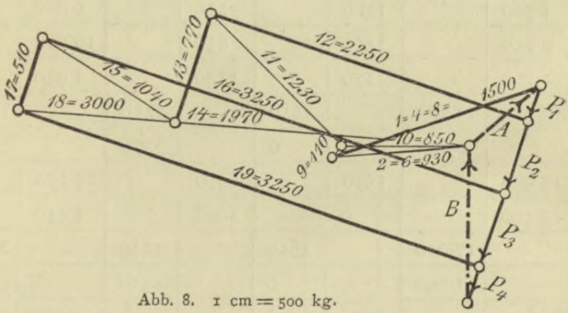


Abb. 8. 1 cm = 500 kg.

Anmerkung. Bei steilen Dächern ist es nicht selten, dafs ein Stab durch den Wind Druck bekommt, der sonst nur gezogen wird. Dieser Druck ist jedoch fast immer so klein, dafs der gleichzeitig vorhandene Zug überwiegt.

Die durch den Wind hervorgerufenen Spannungen der einzelnen Stäbe sind in der Tabelle auf Seite 8 in Spalte 4, 5, 6 und 7 eingetragen; durch Zusammenzählen ist dann die gröfste Spannung ermittelt, welche ein Stab im Ganzen erfahren kann. (Spalte 8 und 9).

Tabelle der Stabspannungen.

Nr. des Stabes	Senkrechte Lasten		Wind von links		Wind von rechts		Gröſste Spannung	
	Zug kg	Druck kg	Zug kg	Druck kg	Zug kg	Druck kg	Zug kg	Druck kg
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		17 600		3400		1500		21 000
2	16 700		3600		930		20 300	
3		1 640		510		0		2 150
4		17 000		3400		1500		20 400
5	3 400		1020		0		4 420	
6	13 300		2600		930		15 900	
7		2 430		750		0		3 180
8		13 200		2400		1500		15 600
9	4 700		1300		110		6 000	
10	9 250		1450		850		10 700	
11	4 700		170		1230		5 930	
12		13 200		1650		2250		15 450
13		2 430		0		770		3 200
14	13 300		1570		1970		15 270	
15	3 400		0		1040		4 440	
16		17 000		1650		3250		20 250
17		1 640		0		510		2 150
18	16 700		1570		3000		19 700	
19		17 600		1650		3250		20 850

§ 3. Bestimmung der Querschnitte.

Symmetrische Stäbe wird man der Einfachheit wegen gleich stark konstruieren, natürlich entsprechend der Spannung des am meisten beanspruchten von ihnen. In der Tabelle auf Seite 9 ist diese in Spalte 2 und 3 aufgeführt. Es sind dann bei den gezogenen Stäben die nötigen Querschnitte für Schmiedeeisen (750 kg/qcm) berechnet und in die folgende Spalte (4) eingetragen.

Bei den gedrückten Stäben kommt die Möglichkeit des Knickens in Betracht. Sie müssen daher hierfür berechnet werden. Die obere Gurtung möge aus Holz bestehen. Das Trägheitsmoment ist nach der Formel $J = 100\,P \cdot l^2$ bestimmt und quadratischer Querschnitt gewählt worden (Teil II, § 36). Der für Druck nötige Querschnitt ist reichlich vorhanden. Die Streben 3 und 7 mögen durch gufseiserne Flügelsäulen gebildet werden. Das Trägheitsmoment $J = 8\,P \cdot l^2$ (Teil II, § 40). Die erforderlichen Trägheitsmomente sind in Spalte 6 und 7 und die für sämtliche Stäbe gewählten Querschnitte in Spalte 8 aufgeführt.

Nr.	Gröfste Spannung		Querschnitt für Schmiedeeisen	Länge	Trägheitsmoment für		Gewählter Querschnitt
	Zug kg	Druck kg	qcm	m	Holz cm⁴	Gufseisen cm⁴	
1	2	3	4	5	6	7	8
1,19		21 000		3,17	21 100		Holz 23×23 cm
2,18	20 300		27,1				Rundeisen 5,9 cm stark
3,17		2 150		0,78		11	gufseiserne Flügelsäule 6 cm breit, 1 cm stark
4,16		20 400		3,17	20 500		wie Nr. 1
5,15	4 440		6,0				Rundeisen 2,8 cm stark
6,14	15 900		21,2				Rundeisen 5,2 cm stark
7,13		3 200		1,56		63	gufseiserne Flügelsäule 8 cm breit, 1,5 cm stark
8,12		15 600		3,17	15 700		wie Nr. 1
9,11	6 000		8,0				Rundeisen 3,2 cm stark
10	10 700		14,3				Rundeisen 4,3 cm stark

§ 4. Abgekürztes Verfahren.

Das Zeichnen der Kräftepläne für Winddruck ist etwas umständlich. Bei flachen Dächern ist der Einflufs des Windes im Vergleich mit den übrigen Kräften nur gering; man zieht daher hier meist ein viel einfacheres wenn auch nicht ganz genaues Verfahren vor, indem man eine Gesamt-

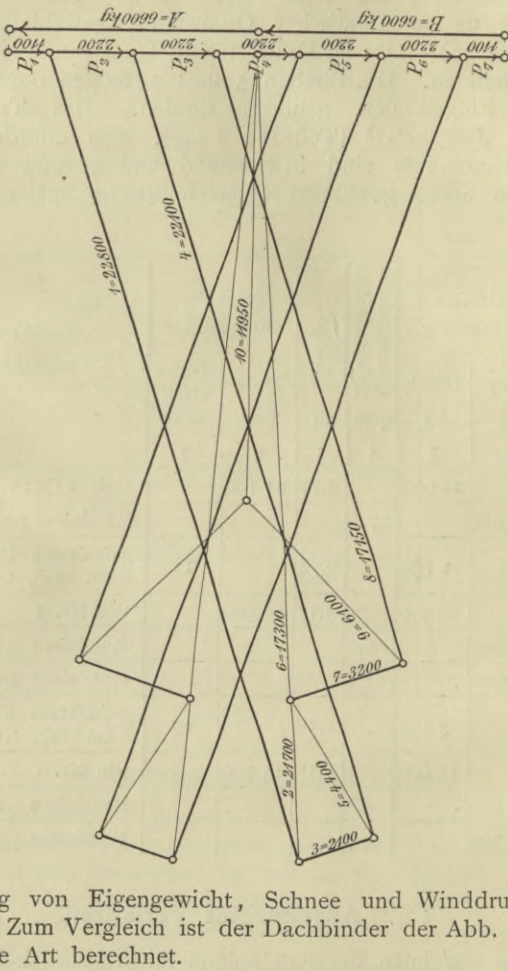


Abb. 9. 1 cm = 2000 kg.

belastung von Eigengewicht, Schnee und Winddruck annimmt. Zum Vergleich ist der Dachbinder der Abb. 1 auch auf diese Art berechnet.

Die senkrecht wirkende Last betrug bei einem mittleren

Knotenpunkt 1710 kg, hierzu der Winddruck von 510 kg, giebt zusammen 2220 kg, bei den Endknotenpunkten die Hälfte = 1110 kg.

Für diese Lasten ist in Abb. 9 der Kräfteplan gezeichnet; die Spannungen der Stäbe sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt und ihre Stärke wie früher berechnet. Der Vergleich mit der Tabelle auf Seite 9 zeigt, dafs die gefundenen Querschnitte nur wenig von den früheren abweichen.

Nr.	Spannung Zug kg	Spannung Druck kg	Querschnitt für Schmiedeeisen qcm	Länge m	Trägheitsmoment für Holz cm^4	Trägheitsmoment für Gufseisen cm^4	Gewählter Querschnitt
1	2	3	4	5	6	7	8
1,19		22 800		3,17	22 900		Holz 23 × 23 cm
2,18	21 700		29,0				Rundeisen 6,1 cm stark
3,17		2 100		0,78		11	gufseiserne Flügelsäule 6 cm breit, 1 cm stark
4,16		22 100		3,17	22 200		wie Nr. 1
5,15	4 400		5,9				Rundeisen 2,8 cm stark
6,14	17 300		23,1				Rundeisen 5,5 cm stark
7,13		3 200		1,56		63	gufseiserne Flügelsäule 8 cm breit, 1,5 cm stark
8,12		17 150		3,17	17 200		wie Nr. 1
9,11	6 100		8,2				Rundeisen 3,3 cm stark
10	11 950		16,0				Rundeisen 4,6 cm stark

Eine noch bessere Annäherung an die richtigen Spannungen wird mittelst eines verhältnismäfsig einfachen Verfahrens erzielt, wenn man den Winddruck nur auf der einen Hälfte des Daches zur senkrechten Last zuschlägt, ihn aber um 10 % vermehrt.

Das ist in Abb. 10 geschehen. Für einen mittleren Knotenpunkt betrug der Winddruck 510 kg.

Hierzu 10 % . . . . . . = 51 kg

zusammen: 561 oder rd. 560 kg.

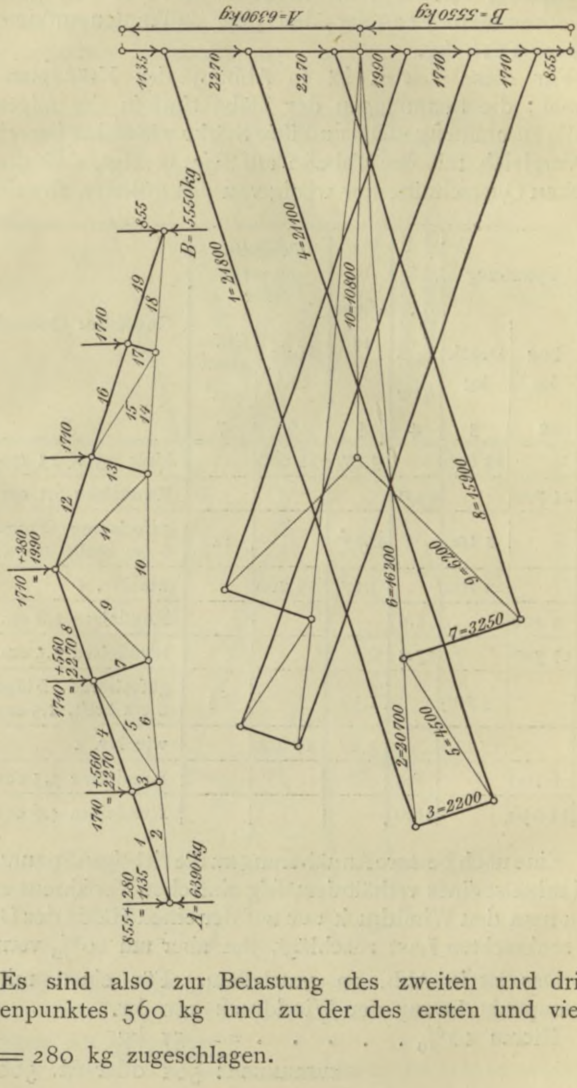


Abb. 10. Maſsstab 1 : 200, 1 cm = 2 m.

Abb. 11. 1 cm = 2000 kg.

Es sind also zur Belastung des zweiten und dritten Knotenpunktes 560 kg und zu der des ersten und vierten $\frac{560}{2} = 280$ kg zugeschlagen.

Von den $2 \cdot 560 + 2 \cdot 280 = 1680$ kg Winddruck hat das linke Auflager $\frac{3}{4} = 1260$ und das rechte $\frac{1}{4} = 420$ kg zu tragen, die zu den 5130 kg (Abb. 3) hinzukommen. Es beträgt also der linke Auflagerdruck $5130 + 1260 = 6390$ kg und der rechte $5130 + 420 = 5550$ kg. Hiernach läfst sich der Kräfteplan zeichnen (Abb. 11), der zwar nicht symmetrisch wird wie Abb. 3 und 9, aber keine besonderen Schwierigkeiten bereitet. Bei zwei symmetrischen Stäben ist natürlich die Spannung des am meisten von ihnen beanspruchten mafsgebend. Das Ergebnis ist in der folgenden Tabelle unter III zusammengestellt, und zum Vergleich sind unter I und II auch die früher ermittelten Spannungen aufgeführt. Man sieht, dafs die Kräfte unter III meist wenig gröfser aber nirgends kleiner sind als unter I.

Vergleich der auf verschiedene Art ermittelten Spannungen.

Nr.	I.		II.		III.	
	Zug	Druck	Zug	Druck	Zug	Druck
1		21 000		22 800		21 800
2	20 300		21 700		20 700	
3		2 150		2 100		2 200
4		20 400		22 100		21 100
5	4 440		4 400		4 500	
6	15 900		17 300		16 200	
7		3 200		3 200		3 250
8		15 600		17 150		15 900
9	6 000		6 100		6 200	
10	10 700		11 950		10 800	

Aufgaben. Für die Binder der Abb. 99 und 100 im I. Teil ist eine Bedachung anzunehmen und die nötige
I Stärke der einzelnen Stäbe nach verschiedenen Verfahren zu bestimmen!

In überschläglichen Rechnungen nimmt man auch bei steileren Dächern einfach eine senkrecht wirkende Gesamtlast von Eigengewicht, Schnee und Winddruck zusammen an, und zwar je nach der Neigung

bei Metall- und Glasdeckung	125—150 kg,
„ Schieferdeckung	200—240 „
„ Ziegeldeckung	250—300 „
und bei sehr steilen Mansardendächern	400 „

für 1 qm des Grundrisses.

§ 5. Versteifung der Binder.

Bei freitragenden Dachbindern müssen die Knotenpunkte der oberen Gurtung, da sie auf Druck beansprucht wird, gegen Ausweichen nach der Seite gesichert werden. Bei der unteren Gurtung ist dies nicht nötig, weil in ihr nur Zugkräfte wirken.

Man verbindet gewöhnlich zwei benachbarte Binder miteinander durch die Fetten und dazwischen eingefügte Diagonalen zu einem Ganzen (Abb. 12). Dann entsteht ein neues, liegendes Fachwerk, dessen Knotenpunkte zugleich die Knotenpunkte der beiden oberen Gurtungen sind. So werden diese am Ausweichen gehindert.

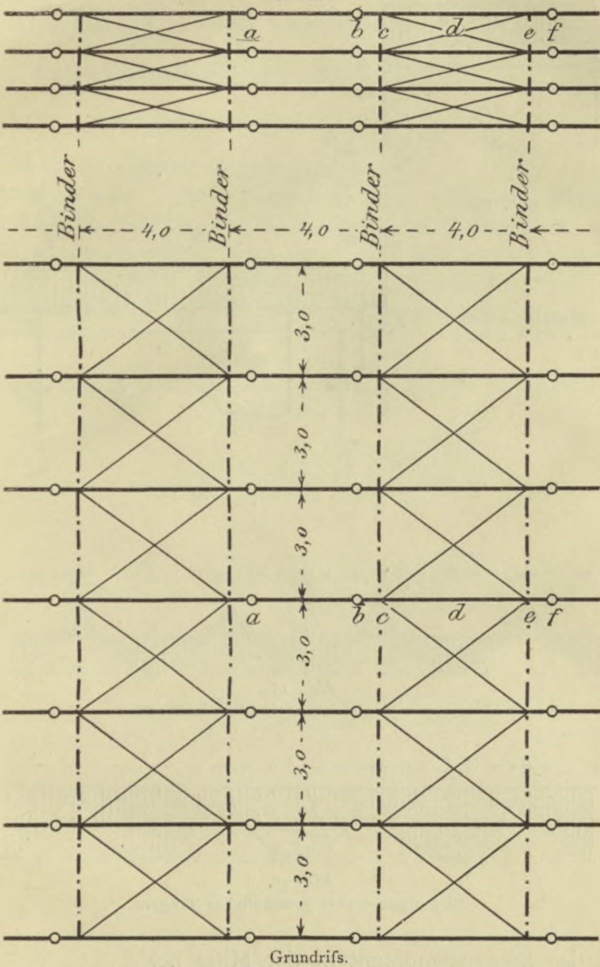
§ 6. Fetten als durchgehende Gelenkträger.

Über zwei mit einander versteifte Binder läfst man die Fetten häufig auf beiden Seiten überstehen und setzt in den verbleibenden Zwischenraum (ab in Abb. 12) ein kürzeres Fettenstück, d. h. man ordnet den Stofs schwebend an. Die Fetten werden dann sehr günstig beansprucht; denn die Last auf den überstehenden Enden wirkt dem Biegungsmoment, welches durch die Lasten zwischen den Stützpunkten hervorgerufen wird, entgegen und vermindert es. Solche Träger nennt man durchgehende Gelenkträger.

Wird die Strecke $ab = 0{,}7\, l$ gemacht (Abb. 13), so ist das gröfste Biegungsmoment in der Mitte

$$M_1 = p \cdot \frac{(0{,}7\, l)^2}{8} = 0{,}49 \cdot \frac{p \cdot l^2}{8} = 0{,}06125\, p \cdot l^2;$$

Aufriſs.



Grundriſs.
Abb. 12. Maſsstab 1:200, 1 cm = 2 m.

das Biegungsmoment am Binder bei c (Abb. 14)

$$M_2 = \frac{0{,}7 \cdot p \cdot l}{2} \cdot 0{,}15\, l + 0{,}15 \cdot p \cdot l \cdot \frac{0{,}15 \cdot l}{2}$$
$$= 0{,}0525\, pl^2 + 0{,}01125\, pl^2 = 0{,}06375\, p \cdot l^2$$

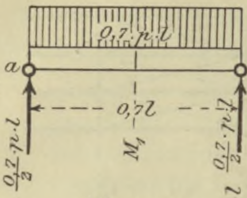


Abb. 13.

Mafsstab 1 : 100,
1 cm = 1 m.

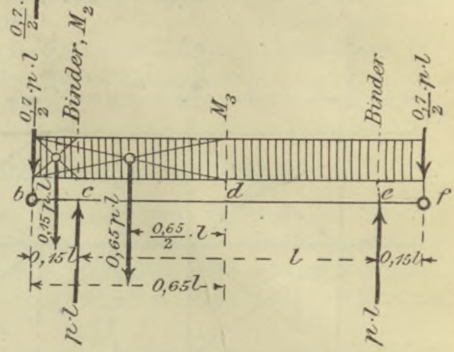


Abb. 14.

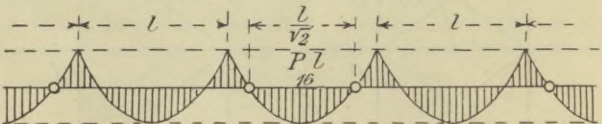


Abb. 15.
Biegungsmomente durchgehender Gelenkträger.

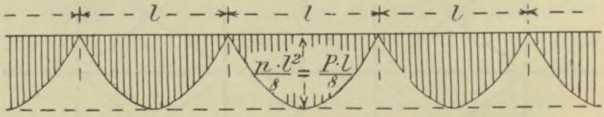


Abb. 16.
Biegungsmomente gewöhnlicher Träger.

und das Biegungsmoment in der Mitte bei d

$$
\begin{aligned}
M_3 &= p \cdot l \cdot \frac{l}{2} - \frac{0{,}7}{2} p \cdot l \cdot 0{,}65\, l - 0{,}65 \cdot p \cdot l \cdot \frac{0{,}65}{2} l \\
&= 0{,}5\, p \cdot l^2 - 0{,}2275\, p \cdot l^2 - 0{,}21125\, p \cdot l^2 \\
&= 0{,}06125\, p \cdot l^2 = M_1.
\end{aligned}
$$

Die Strecke ab sollte eigentlich gleich $\frac{l}{\sqrt{2}} = 0{,}70711\,l$ sein, statt (angenähert) $0{,}7\,l$; dann würden die 3 Biegungsmomente ganz gleich werden $= 0{,}0625\,p \cdot l^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{p \cdot l^2}{8}$.

Die Gröfse der Biegungsmomente wird durch Abb. 15 veranschaulicht. Zum Vergleich sind auch die Momente gewöhnlicher Träger, die von Binder zu Binder reichen, in Abb. 16 hinzugefügt. Man sieht, dafs das gröfste Biegungsmoment durch die Anordnung des schwebenden Stofses an geeigneter Stelle um die Hälfte verringert wird.

Kapitel 2.

Zusammengesetzte Festigkeit.

§ 7. Biegung und Druck.

In Abb. 17 hat ein Balken die gleichmäfsig verteilte Last P zu tragen und wird aufserdem durch die Kraft P_1 in seiner Längsrichtung zusammengedrückt. Dann kommen an jeder Stelle Biegungs- und Druckspannungen gleichzeitig zur Geltung; beide zusammen dürfen das zulässige Mafs nicht überschreiten.

Die Druckspannung $s_1 = \frac{P}{F}$.

Die Biegungsspannung $s_2 = \frac{M}{W}$.

Die Gesamtspannung $s = s_1 + s_2 = \frac{P}{F} + \frac{M}{W}$.

Bei Holzbalken berechnet man am besten zuerst die nötige Stärke für Biegungsfestigkeit allein, nimmt dann mit Rücksicht auf die doppelte Beanspruchung eine reichliche Höhe an und bestimmt die hierzu gehörige Breite.

$$s = \frac{P}{F} + \frac{M}{W};$$

da $F = b \cdot h$ und $W = \frac{b \cdot h^2}{6}$,

so ist $s = \frac{P}{b \cdot h} + \frac{6\,M}{b \cdot h^2}$

und $b = \frac{P}{s \cdot h} + \frac{6\,M}{s \cdot h^2}$.

Beträgt die gleichmäfsig verteite Last 4000 kg und die Länge l 4,0 m (Abb. 17),

so ist $$M = \frac{P \cdot l}{8} = \frac{4000 \cdot 400}{8} = 200000 \text{ kgcm}$$

und $$W = \frac{M}{70} = \frac{200000}{70} = \text{rd. } 2857 \text{ cm}^3.$$

Hierfür genügt ein Balken von 22 cm Breite und 28 cm Höhe (Tabelle im II. Teil, Seite 35). Mit Rücksicht auf die hinzutretende Druckkraft von 10000 kg werde die Höhe $h = 30$ cm angenommen.

Die zulässige Gesamtspannung für Druck und Biegung beträgt bei Kiefernholz ebenso wie für Biegung allein 70 kg/qcm. Dann berechnet sich die Breite

$$\begin{aligned} b &= \frac{10000}{70 \cdot 30} + \frac{6 \cdot 200000}{70 \cdot 30 \cdot 30} \\ &= 4{,}8 + 19{,}0 = \text{rd. } 24 \text{ cm.} \end{aligned}$$

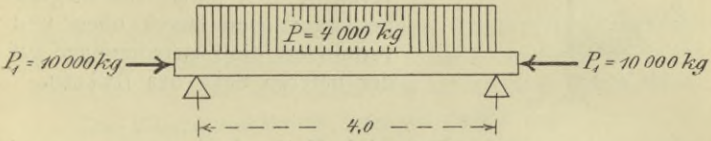


Abb. 17. Mafsstab 1 : 100, 1 cm = 1 m.

Scheint das Verhältnis der Breite zur Höhe (24 : 30) nicht passend, kann man eine andere Höhe annehmen und die zugehörige Breite berechnen.

Es ist noch zu untersuchen, ob der gefundene Querschnitt genügende Knickfestigkeit hat (Teil II, § 36).

Das erforderliche $$\begin{aligned} J &= 100\, P \cdot l^2 \\ &= 100 \cdot 10 \cdot 4^2 \\ &= 16000 \text{ cm}^4. \end{aligned}$$

Vorhanden ist

$$J = \frac{h \cdot b^3}{12} = \frac{30 \cdot 24^3}{12} = 34560 \text{ cm}^4,$$

mehr als ausreichend.

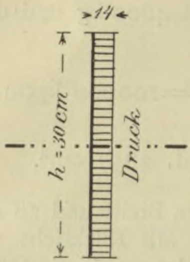


Abb. 18.

Die im gefährlichen Querschnitt, in der Mitte zwischen den Auflagern, vorhandene Spannung ist

1. Druckspannung

$$s_1 = \frac{P}{F} = \frac{10000}{24 \cdot 30} = \text{rd. } 14 \text{ kg/qcm};$$

sie ist in Abb. 18 dargestellt.

2. Biegungsspannung

$$s_2 = \frac{M}{W} = \frac{6 \cdot 200000}{24 \cdot 30 \cdot 30}$$
$$= \text{rd. } 55{,}5 \text{ kg/qcm},$$

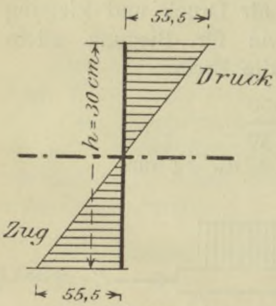


Abb. 19.

und zwar auf der oberen Seite Druck, auf der unteren Zug. (Abb. 19.)

Beide zusammen ergeben die Gesamtspannung, welche in Abb. 20 dargestellt ist. Die Kraft P_1 vermehrt den durch die Biegung hervorgerufenen Druck oben und vermindert die Zugspannungen auf der unteren Seite des Balkens.

§ 8. Beispiel, Fettendach.

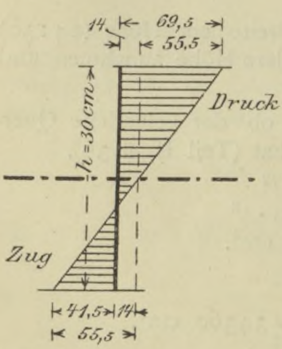


Abb. 20.

Biegung und Druck kommen oft zugleich bei Fettendächern vor. Bei diesen fehlen die Sparren, und die Dachschalung liegt unmittelbar auf den Fetten. Da diese dann nicht weit von einander entfernt sein dürfen, wird es meist nötig, die obere Gurtung freitragender Dachbinder auch zwischen den Knotenpunkten zu belasten. In Abb. 21 liegen noch je 2 Fetten dazwischen. Die Abmessungen und Lasten des Daches sind wie früher bei Abb. 1

angenommen. Es kommen daher auf jede Fette $\frac{1710}{3} = 570$ kg senkrechte Last und $\frac{510}{3} = 170$ kg Winddruck.

Die Stäbe der oberen Gurtung übertragen ihre Lasten auf die Knotenpunkte, so dafs diese in ganz gleicher Weise wie früher belastet werden. Sämtliche Stäbe des Fachwerks

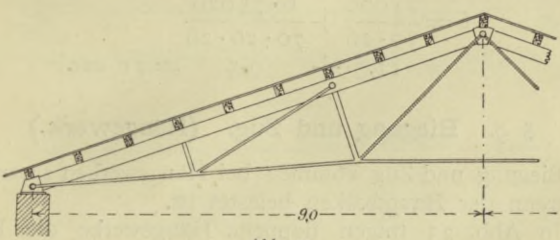


Abb. 21.

erhalten daher dieselben Zug- und Druckkräfte, wie sie im § 1 und 2 bestimmt waren (Tabelle auf Seite 8). Die obere Gurtung wird aber aufserdem auf Biegung beansprucht.

Die Biegungsmomente betragen (Abb. 22):

durch die senkrechten Lasten $M_1 = 570 \cdot 100 = 57\,000$ kgcm
und durch den Winddruck $M_2 = 170 \cdot 106 = 18\,020$ „

zusammen $75\,020$ kgcm.

Demnach

$$W = \frac{M}{s} = \frac{75\,020}{70} = 1072 \text{ cm}^3.$$

Hierfür allein würde ein Querschnitt von 15×21 cm erforderlich sein. Mit Rücksicht auf die noch hinzutretende Druckkraft von 21 000 kg (Seite 9) werde für Stab 1 eine Höhe von 24 cm angenommen.

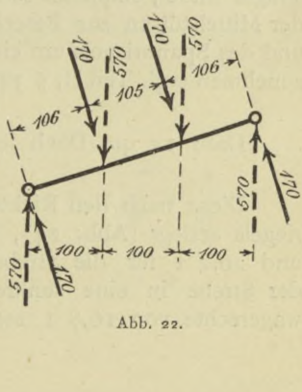


Abb. 22.

Es ist $b = \frac{P}{s \cdot h} + \frac{6M}{s \cdot h^2}$,

in Zahlen $b = \frac{21000}{70 \cdot 24} + \frac{6 \cdot 75020}{70 \cdot 24 \cdot 24}$

$= 12{,}5 + 11{,}2 = 23{,}7$ oder rd. 24 cm.

Scheint der gefundene Querschnitt von 24×24 cm nicht passend, so kann man eine andere Höhe annehmen, etwa 26 cm. Dann wird

$$b = \frac{21000}{70 \cdot 26} + \frac{6 \cdot 75020}{70 \cdot 26 \cdot 26}$$

$$= 11{,}5 + 9{,}5 = 21 \text{ cm.}$$

§ 9. Biegung und Zug. (Hängewerk.)

Biegung und Zug kommen bei Hängewerken zusammen vor, wenn der Hauptbalken belastet ist.

In Abb. 23 tragen doppelte Hängewerke die Decke und das Dach über einem Saale. Die Deckenbalken ruhen auf den Hauptbalken und die Dachfetten auf den Säulen der Hängewerke. Die Entfernung der Binder von einander beträgt 4 m; die Last der Decke werde mit 400 und die Dachlast (einschl. Schnee und Winddruck) mit 300 kg für 1 qm des Grundrisses in Rechnung gestellt.

Auf eine Hängesäule kommen $3{,}5 \times 4 = 14$ qm Decke, je 400 kg . . . . = 5600 kg.
Da der Hauptbalken einen durchgehenden Träger bildet, empfiehlt es sich, die Belastung der Mittelstützen zur Berechnung der Streben und des Spannriegels um ein Viertel höher anzunehmen (vgl. Teil II, § 34) . . . $^1/_4 \cdot 5600$ = 1400 kg,

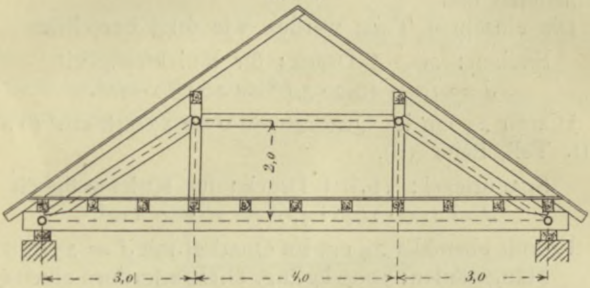
zusammen 7000 kg.

Dazu 14 qm Dach je 300 kg . . . = 4200 kg,

im Ganzen 11200 kg.

Diese nach den Richtungen der Strebe und des Spannriegels zerlegt (Abb. 24), giebt 16,8 t für den Spannriegel und 20,2 t für die Strebe. Die 20,2 t werden am Fufs der Strebe in eine senkrechte Kraft von 11,2 t und eine wagerechte von 16,8 t zerlegt (Abb. 25). 16,8 t ist die

Aufriſs.



Grundriſs.

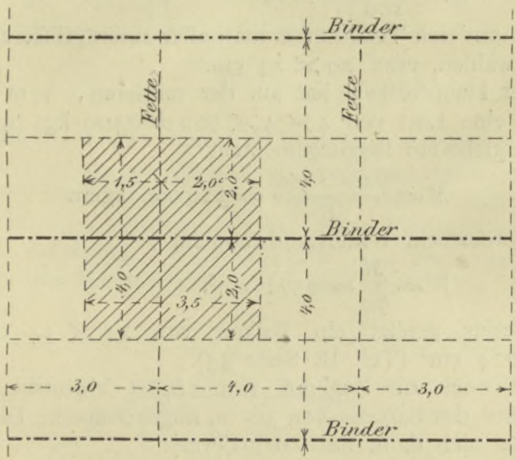


Abb. 23.

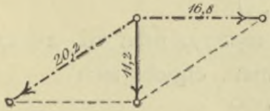


Abb. 24.

1 cm = 10 t.

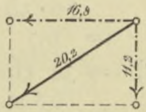


Abb. 25.

Zugkraft, welche der Hauptbalken in seiner Längsrichtung aufzunehmen hat.

Die einzelnen Teile werden wie folgt berechnet.

Streben: 20,2 t Druck; für Knickfestigkeit

$$J = 100 \cdot 20{,}2 \cdot 3{,}6^2 = 26\,180 \text{ cm}^4.$$

Hierfür 24 cm im Quadrat mit $J = 27\,648$ cm^4 (Tabelle im II. Teil, Seite 36).

Spannriegel: 16,8 t Druck; für Knickfestigkeit

$$J = 100 \cdot 16{,}8 \cdot 4{,}0^2 = 26\,880 \text{ cm}^4.$$

Hierfür ebenfalls 24 cm im Quadrat mit $J = 27\,648$ cm^4.

Hängesäulen: 7000 kg Zug. Diese erfordern einen Querschnitt von nur $\frac{7000}{100} = 70$ qcm. Wegen der Verbindungen mit den anderen Teilen mufs man aber einen gröfseren Querschnitt wählen, etwa 20×24 cm.

Der Hauptbalken hat auf der mittleren, 4 m langen Strecke eine Last von $4 \times 4 \times 400 = 6400$ kg zu tragen. Diese ergiebt ein Biegungsmoment

$$M = \frac{6400 \cdot 400}{8} = 320\,000 \text{ kgcm}$$

und erfordert ein Widerstandsmoment

$$W = \frac{M}{70} = 4571 \text{ cm}^3.$$

Hierfür genügt ein Balken von 24×34 cm mit $W = 4624$ cm^3 (Teil II, Seite 35).

Da noch die Zugkraft von 16,8 t hinzutritt, werde eine Höhe des Balkens von 36 cm angenommen. Die Breite berechnet sich dann nach der Formel

$$b = \frac{P}{s \cdot h} + \frac{6\,M}{s \cdot h^2}; \quad \text{da } s = 70,$$

$$b = \frac{16\,800}{70 \cdot 36} + \frac{6 \cdot 320\,000}{70 \cdot 36 \cdot 36}$$

$$= 6{,}7 + 21{,}2 = 27{,}9 \text{ oder rd. } 28 \text{ cm.}$$

Wird $h = 34$ cm angenommen, ergiebt sich

$$b = \frac{16\,800}{70 \cdot 34} + \frac{6 \cdot 320\,000}{70 \cdot 34 \cdot 34}$$

$$= 7{,}1 + 23{,}7 = 30{,}8 \text{ oder rd. } 31 \text{ cm.}$$

Anmerkung. Bei einseitiger Belastung kann ein doppeltes Hängewerk seine Form verändern, wie in Abb. 26 (etwas übertrieben) dargestellt ist. Die Biegungsfestigkeit des Hauptbalkens verhindert den Einsturz; er erleidet dabei aber eine Beanspruchung, welche bei der statischen Berechnung nicht berücksichtigt wurde.

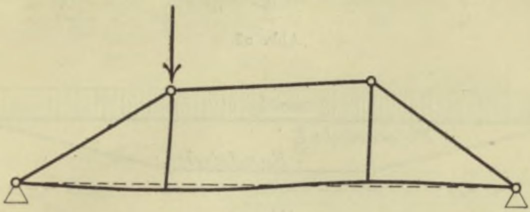


Abb. 26.

Deshalb ist die zulässige Spannung für Biegung und Zug hier nur zu 70 kg/qcm angenommen, während bei Kiefernholz für Zug allein 100 kg/qcm zulässig sind. Bei einem einfachen Hängewerk, das einer Verbiegung durch einseitige Belastung nicht ausgesetzt ist, kann man die Spannung des Hauptbalkens sehr wohl höher (80 kg/qcm) annehmen.

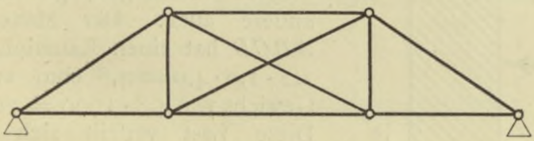


Abb. 27.

Durch Diagonalen zwischen den Hängesäulen kann man ein doppeltes Hängewerk versteifen (Abb. 27). Das geschieht bei Brücken oft, im Hochbau selten, weil hier die Hauptlasten meist gleichmäfsig verteilt sind und nur ein kleiner Teil der Lasten einseitig wirken kann.

Aufgaben. Man berechne den einfach verstärkten Balken (Abb. 28), sowie die Eisenteile zu seiner Verstärkung und nehme die zulässige Spannung des Holzes für Biegung und Druck $s = 70$ kg/qcm!

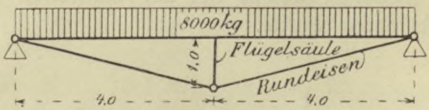


Abb. 28.

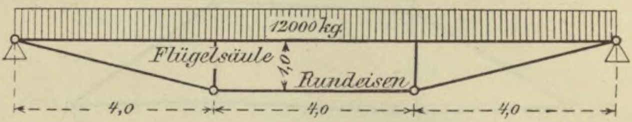


Abb. 29.

Ebenso den doppelt verstärkten Balken (Abb. 29), wenn $s = 60$ kg/qcm!

§ 10. Einseitiger Druck in Mauern.

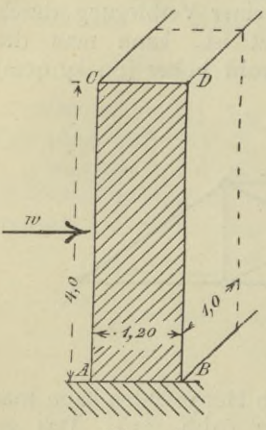


Abb. 30.

In Abb. 30 ist der Querschnitt einer Mauer dargestellt. Um die Spannungen an der Fuge AB zu bestimmen, betrachtet man ein Stück der Mauer von 1 m Länge. Was für dieses gilt, gilt für jedes andere auch. Der Mauerkörper $ABCD$ hat einen Rauminhalt von $1{,}2 \cdot 1{,}0 \cdot 4{,}0 = 4{,}8$ cbm und ein Gewicht von $4{,}8 \cdot 1600 = 7680$ kg. Diese Last verteilt sich gleichmäfsig über die Grundfläche von $120 \cdot 100 = 12\,000$ qcm, es kommt also auf 1 qcm eine Druckspannung $s_1 = \frac{7680}{12\,000} = 0{,}64$ kg (Abb. 31).

Weht von links ein Wind, der auf 1 qm einen Druck von 125 kg ausübt, dann beträgt die getroffene Fläche des

1 m breiten Mauerstücks $1 \cdot 4 = 4$ qm und der ganze Winddruck $4 \cdot 125 = 500$ kg. Diese Kraft (w) sucht die Mauer nach rechts zu schieben oder umzuwerfen. Dafs eine Verschiebung eintritt, ist wegen der grofsen Reibung des Mauerwerks nicht zu befürchten.

Das Drehmoment der Kraft w um einen Punkt der Fuge AB ist $500 \times 200 = 100\,000$ kgcm. Die gröfste hierdurch hervorgerufene Spannung berechnet sich nach der Formel für Biegungsfestigkeit

$$s = \frac{M}{W} = \frac{100000 \cdot 6}{100 \cdot 120 \cdot 120} = 0{,}42 \text{ kg/qcm}$$

und zwar

bei B Druck
und bei A Zug.
(Abb. 32.)

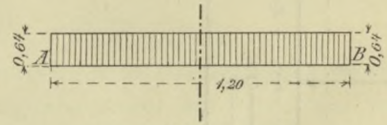


Abb. 31.

Die gesamte Beanspruchung beträgt daher

bei B $0{,}64 + 0{,}42 = 1{,}06$ kg/qcm Druck
und

bei A $0{,}64 - 0{,}42 = 0{,}22$ kg/qcm Druck

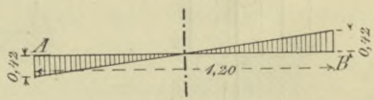


Abb. 32.

(Abb. 33).

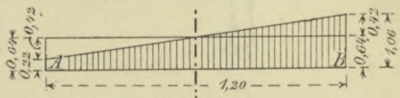


Abb. 33.

Zu diesem Ergebnis kommt man auch auf folgende Art, welche dazu führt, die Spannung in Gewölben und Pfeilern bei einseitigem Druck zu berechnen.

In Abb. 34 ist der Winddruck mit dem Gewicht der Mauer zu einer Mittelkraft zusammengesetzt. Diese trifft die Fuge AB im Punkte C, der um e von der Mitte entfernt ist. Es verhält sich $\frac{w}{G} = \frac{e}{2{,}0}$;

$$e = 2{,}0 \cdot \frac{w}{G} = \frac{2{,}00 \cdot 500}{7680} = 0{,}13 \text{ m} = 13 \text{ cm}.$$

Die Kraft R läfst sich am Punkte C wieder in eine zur Fuge senkrechte P und eine damit gleich gerichtete T zerlegen (Abb. 35). Letztere, welche gleich w ist, erzeugt Schubspannungen, die im Vergleich zu den Druck- und Zugspannungen gering sind und nicht weiter berücksichtigt werden sollen.

Die Kraft P ist gleich dem Gewicht G. Wenn sie in der Mitte wirkte, würde sie nur gleichmäfsige Druckspannung

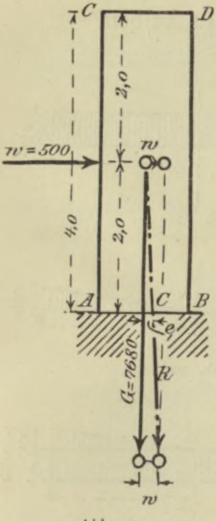


Abb 34.
Mafsstab 1 : 100,
1 cm = 1 m.

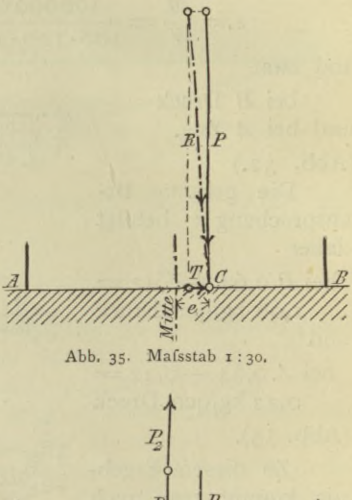


Abb. 35. Mafsstab 1 : 30.

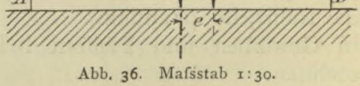


Abb. 36. Mafsstab 1:30.

hervorrufen. Durch ihre Verschiebung nach rechts wird der Druck dort vergröfsert und links vermindert.

Um die Spannungen zu bestimmen, kann man sich in der Mitte der Mauer zwei gleiche aber entgegengesetzt gerichtete Kräfte P_1 und P_2 hinzugefügt denken, welche ebenso grofs sind wie P (Abb. 36). Diese heben sich gegenseitig auf; es wird also an dem Gleichgewichtszustande nichts geändert.

Die Kraft $P_1 = P$ erzeugt die gleichmäfsig über AB verteilte Druckspannung

$$s_1 = \frac{P}{F} = \frac{P}{b \cdot h} = \frac{7680}{100 \cdot 120} = 0{,}64 \text{ kg/qcm (Abb. 31).}$$

Die Kräfte P und P_2 bilden zusammen ein Gegenpaar (vgl. Teil I, Seite 43), welches das Bestreben hat, die Mauer $ABCD$ rechts herum zu drehen. Das Drehmoment

$$M = P \cdot e; \quad \text{da } e = \frac{w}{G} \cdot 200,$$

$$M = \frac{P \cdot 200}{G} \cdot w; \quad \text{und da } P = G,$$

$$M = w \cdot 200 = 500 \cdot 200 = 100000 \text{ kgcm.}$$

Es ist dasselbe Biegungsmoment wie früher und ruft natürlich auch dieselben Spannungen hervor (Abb. 32).

Die Gesamtbeanspruchung des Mauerwerks ist wie vorher die Summe der Druck- und Biegungsspannungen (Abb. 33).

Da $M = P \cdot e$ und das Widerstandsmoment $W = \frac{bh^2}{6}$, so läfst sich die Formel für die Biegungsspannung $s_2 = \frac{M}{W}$ auch schreiben

$$s_2 = \frac{P \cdot e \cdot 6}{bh^2} = \frac{P \cdot 6 \cdot e}{F \cdot h}.$$

Die gröfste Spannung

$$s = s_1 + s_2 = \frac{P}{F} + \frac{P}{F} \cdot \frac{6 \cdot e}{h} = \frac{P}{F}\left(1 + \frac{6 \cdot e}{h}\right)$$

und die Spannung auf der anderen Seite

$$s_0 = s_1 - s_2 = \frac{P}{F} - \frac{P}{F} \cdot \frac{6 \cdot e}{h} = \frac{P}{F}\left(1 - \frac{6 \cdot e}{h}\right).$$

Bei unserer Mauer wird

$$s = \frac{7680}{12000}\left(1 + \frac{6 \cdot 13}{120}\right) = 1{,}06 \text{ kg/qcm,}$$

wie auch früher gefunden war.

Anmerkung. Statt der zur Fuge senkrechten Kraft P ist vielfach die schräge Kraft R gegeben. Ihre Richtung weicht jedoch meist wenig von der Senkrechten zur Fuge ab, und R ist fast gleich P. Wenn ihre gegenseitige Neigung $^1/_7$ beträgt (Abb. 37), ist R erst um $^1/_{100}$ gröfser. Bei kleineren Abweichungen ist es deshalb nicht von Belang, welche von beiden Kräften man in die Formel einsetzt.

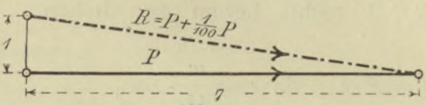


Abb. 37.

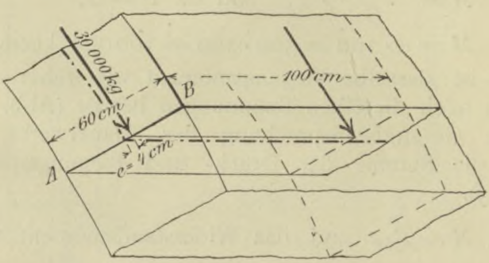


Abb. 38.

Beispiele. In einem Gewölbestreifen von 60 cm Höhe und 100 cm Breite (Abb. 38) beträgt die Mittelkraft 30000 kg; sie ist 4 cm von der Mitte entfernt.

Die gröfste Beanspruchung bei B berechnet sich

$$s = \frac{30000}{100 \cdot 60}\left(1 + \frac{6 \cdot 4}{60}\right) = 7{,}0 \text{ kg/qcm.}$$

Am Fufse eines Pfeilers von 120×150 cm Querschnitt (Abb. 39) ist die Druckkraft von 80000 kg 10 cm von der Mitte entfernt.

Die gröfste Beanspruchung bei C berechnet sich

$$s = \frac{80000}{150 \cdot 120}\left(1 + \frac{6 \cdot 10}{120}\right) = \text{rd. } 6{,}7 \text{ kg/qcm.}$$

Aufgaben. Es ist die gröſste Spannung der Fuge AB in Abb. 38 zu bestimmen, wenn

$P =$ 20000, 40000 und 50000 kg
und $e =$ 10, 5 „ 2 cm,

desgleichen der Fuge CD in Abb. 39, wenn

$P =$ 40000, 60000 und 100000 kg
und $e =$ 20, 12 „ 4 cm!

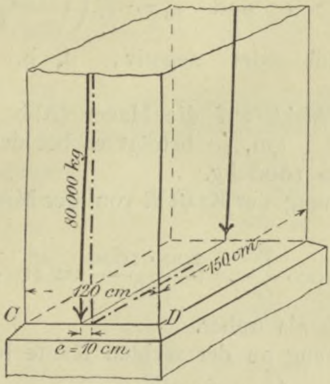


Abb. 39.

Man berechne die gröſste Spannung der Fuge AB in Abb. 30, wenn die Höhe der Mauer $ABCD$ 5 statt 4 m beträgt!

Ebenso, wenn die Höhe 6 m und das Gewicht von 1 cbm Mauerwerk statt 1600 2000 kg beträgt!

§ 11. Mittelkraft auſserhalb des Kerns.

Wenn die Entfernung der Kraft P von der Mitte der Mauer gerade $\frac{h}{6}$ beträgt, wird die gröſste Spannung nach der Formel $s = s_1 + s_2 = \frac{P}{F}\left(1 + \frac{6e}{h}\right)$,

da dann $6e = h$ und $\frac{6e}{h} = 1$,

$$s = \frac{P}{F}(1 + 1) = 2\frac{P}{F}.$$

Zugleich wird die kleinste Spannung auf der anderen Seite

$$s_0 = \frac{P}{F}\left(1 - \frac{6e}{h}\right) = \frac{P}{F}(1 - 1) = 0.$$

Die Verteilung des Druckes über die Fuge AB in diesem Falle zeigt Abb. 40.

Wird e noch gröfser, so wird

$$\frac{6e}{h} > 1 \quad \text{und} \quad s_0 = \frac{P}{F}\left(1 - \frac{6e}{h}\right)$$

kleiner als Null oder negativ, d. h. es tritt Zugspannung auf.

Beispiel. Wirkt auf die Mauer (Abb. 30) ein Druck von 250 kg für 1 qm, so beträgt er bei der 4 qm grofsen Fläche $250 \cdot 4 = 1000$ kg.

Die Entfernung der Kraft R von der Mitte der Fuge AB berechnet sich:

$$e = 200 \cdot \frac{W}{G} = \frac{200 \cdot 1000}{7680} = 26 \text{ cm},$$

doppelt so grofs als früher.

Die Spannung an der rechten Kante bei B

$$s = \frac{7680}{100 \cdot 120} \cdot \left(1 + \frac{6 \cdot 26}{120}\right) = 1{,}47 \text{ kg/qcm Druck}$$

und an der linken Seite bei A

$$s_0 = \frac{7680}{100 \cdot 120} \cdot \left(1 - \frac{6 \cdot 26}{120}\right) = -0{,}19 \text{ kg/qcm d. h. Zug.}$$

Die Verteilung der Spannungen in diesem Falle zeigt Abb. 41.

Die Widerstandsfähigkeit des Mauerwerks gegen Zug ist sehr gering. Im allgemeinen sucht man das Auftreten von Zugspannungen zu vermeiden und richtet es so ein, dafs die Druckkraft aus dem mittleren Drittel, welches man auch den Kern des Querschnitts nennt (Abb. 41), nicht heraustritt. Bei statischen Berechnungen wird die Mitwirkung der Zugfestigkeit des Mauerwerks gewöhnlich gar nicht in Betracht gezogen. Man nimmt an, dafs der Mörtel an den Stellen, wo Zug auftritt, nachgiebt und ein Rifs entsteht, so dafs gar keine Spannung vorhanden ist.

Dann trifft die bisherige Art, die Beanspruchungen zu berechnen, nicht mehr zu. Die Druckspannung ist an der Kante des Mauerwerks, welcher die Mittelkraft näher liegt, am gröfsten und nimmt nach der anderen Seite zu gleichmäfsig bis auf Null ab. (Abb. 42).

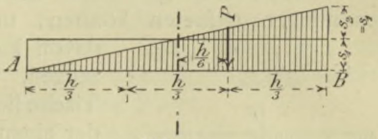


Abb. 40.

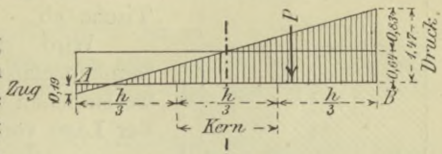


Abb. 41.

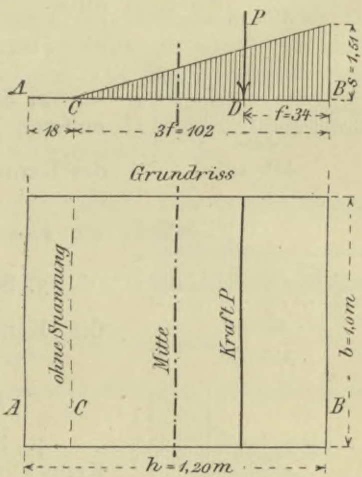


Abb. 42.

Die Verteilung der Spannungen von *B* bis *C* ist gerade so, als wenn die Kraft *P* an der Grenze des Kerns vom Querschnitt *BC* läge. Es ist also

$$BC = 3\,BD = 3f.$$

Die Summe der Druckspannungen ist

$$3f \cdot \frac{s}{2} \cdot b.$$

Diese mufs der Kraft *P* gleich sein; d. h.

$$3f \cdot b \cdot \frac{s}{2} = P$$

und

$$s = \frac{2P}{3f \cdot b}.$$

Wird dies auf unsere Mauer angewandt, so berechnet sich der gröfste Druck bei *B*,

da $f = 60 - 26 = 34$ cm,

$$s = \frac{2 \cdot 7680}{3 \cdot 34 \cdot 100} = 1{,}51 \text{ kg/qcm}$$

statt, wie früher gefunden war, 1,47 kg/qcm.

Von A bis C auf $120 - 3 \cdot 34 = 18$ cm herrscht keine Spannung.

Anmerkung. Dafs bei einseitigem Druck Zugspannungen auftreten können, und die Fuge sich öffnet, davon kann man sich leicht überzeugen, wenn man ein auf einem Tische liegendes Stück Gummi nahe der einen Kante stark drückt. Dann hebt sich die andere Seite vom Tische ab.

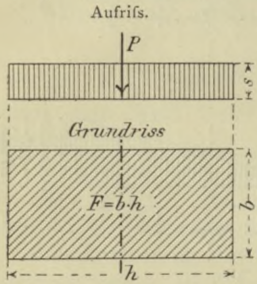


Abb. 43.

Wird das Vorstehende zusammengefafst, so hat man im wesentlichen vier verschiedene Fälle der Lage von P.

1. Die Kraft wirkt in der Mitte.

$$s = \frac{P}{F} = \frac{P}{b \cdot h} \text{ (Abb. 43).}$$

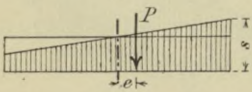


Abb. 44.

2. Sie ist um e von der Mitte entfernt, liegt aber noch innerhalb des Kerns; $e < \frac{h}{6}$.

$$s = \frac{P}{F}\left(1 + \frac{6\,e}{h}\right) \text{ (Abb. 44).}$$

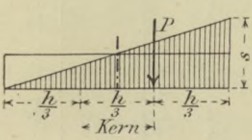


Abb. 45.

3. Sie liegt gerade am Rande des Kerns; $e = \frac{h}{6}$.

$$s = \frac{2\,P}{b \cdot h} = 2\,\frac{P}{F} \text{ (Abb. 45).}$$

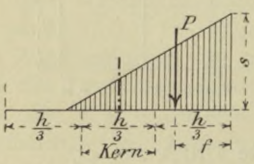


Abb. 46.

4. Sie liegt aufserhalb des Kerns, um f von der nächsten Kante entfernt; $e > \frac{h}{6}$.

$$s = \frac{2\,P}{3\,b \cdot f} \text{ (Abb. 46).}$$

Die Kraft P geht jedes Mal durch den Schwerpunkt der Fläche, welche die Spannungen darstellt. Das sieht man ohne weiteres bei den Abb. 43, 45 und 46; bei Abb. 44 kann man sich aber auch leicht davon überzeugen, wenn man den Schwerpunkt des Trapezes bestimmt. Dies ist sehr erklärlich; denn die Druckspannungen sollen der Kraft P das Gleichgewicht halten. Ihre Summe mufs deshalb gleich P sein, und ihre Mittelkraft (oder Schwerlinie) mufs in derselben Linie liegen wie P.

§ 12. Beispiel, freistehende Mauer.

Es soll die Standfestigkeit der in Abb. 47 dargestellten Mauer bei einem Winddruck von 125 kg auf 1 qm untersucht und dabei das Gewicht von 1 cbm Mauerwerk zu 2000 kg angenommen werden.

Der über der Fuge AB befindliche Mauerkörper hat (bei 1 m Tiefe) einen Rauminhalt von $0{,}8 \cdot 5{,}0 \cdot 1{,}0 = 4{,}0$ cbm und ein Gewicht von $4{,}0 \cdot 2000 = 8000$ kg. Der Druck des Windes auf die $5 \times 1 = 5{,}0$ qm grofse Seitenfläche beträgt $5{,}0 \times 125 = 625$ kg. Die Entfernung der Kraft P von der Mitte der Fuge AB

$$e = \frac{625}{8000} \cdot 250 = 19{,}5 \text{ cm}.$$

P liegt aufserhalb des Kerns. Die gröfste Spannung berechnet sich deshalb nach der Formel

$$s = \frac{2 \cdot P}{3 f \cdot b}; \text{ da } f = 40 - 19{,}5 = 20{,}5 \text{ cm},$$

$$s = \frac{2 \cdot 8000}{3 \cdot 20{,}5 \cdot 100} = 2{,}6 \text{ kg/qcm}.$$

Bis zur Fuge CD ist der Mauerkörper $ABCD$ hinzugekommen von

$$0{,}5 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}0 = 0{,}5 \text{ cbm} = 1000 \text{ kg Gewicht}.$$

Dies mit dem früheren zusammen giebt

$$8000 + 1000 = 9000 \text{ kg}.$$

Der Winddruck auf die Fläche AC von $0{,}5 \cdot 1{,}0 = 0{,}5$ qm beträgt $0{,}5 \cdot 125 = 62{,}5$ kg, zusammen mit dem früheren

$$625 + 62{,}5 = 687{,}5 \text{ kg}.$$

Seine Mitte liegt $250 + \frac{50}{2} = 275$ cm über der Fuge CD.

Die Entfernung der Kraft P von der Mitte der Fuge CD

$$e = \frac{687,5}{9000} \cdot 275 = 21,0 \text{ cm.}$$

P liegt aufserhalb des Kerns, $f = 50 - 21,0 = 29,0$ cm.

$$s = \frac{2 \cdot 9000}{3 \cdot 29,0 \cdot 100} = 2,07 \text{ kg/qcm.}$$

Bis zur Fuge EF sind weitere $0,5 \cdot 1,2 = 0,6$ cbm Mauerwerk $= 0,6 \times 2000 = 1200$ kg Gewicht hinzugekommen. Die ganze Last beträgt daher $9000 + 1200 = 10\,200$ kg.

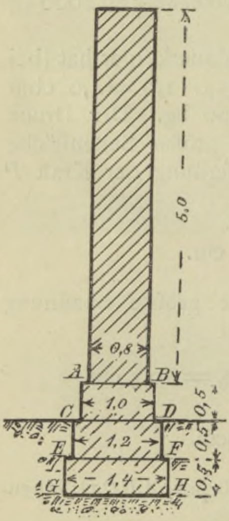


Abb. 47.

Der Winddruck ist eben so grofs wie vorher $= 687,5$ kg; seine Mitte liegt $275 + 50 = 325$ cm über der Fuge EF.

Die Entfernung der Kraft P von der Mitte

$$e = \frac{325 \cdot 687,5}{10\,200} = 21,9 \text{ cm.}$$

P liegt aufserhalb des Kerns, $f = 60 - 21,9 = 38,1$ cm.

Die gröfste Druckspannung

$$s = \frac{2 \cdot 10\,200}{3 \cdot 38,1 \cdot 100} = 1,79 \text{ kg/qcm.}$$

Bis zur Grundfläche GH ist das Mauerwerk weiter um

$$1,4 \cdot 0,5 \cdot 1,0 = 0,7 \text{ cbm}$$

oder $0,7 \cdot 2000 = 1400$ kg Gewicht vermehrt.

Die Kraft P beträgt $10\,200 + 1400 = 11\,600$ kg, und ihre Entfernung von der Mitte

$$e = \frac{375 \cdot 687,5}{11\,600} = 22,2 \text{ cm.}$$

P liegt innerhalb des Kerns; die gröfste Druckspannung berechnet sich deshalb nach der Formel

$$s = \frac{P}{F}\left(1 + \frac{6 \cdot e}{h}\right) = \frac{11\,600}{140 \cdot 100}\left(1 + \frac{6 \cdot 22{,}2}{140}\right)$$
$$= 0{,}83\,(1 + 0{,}95) = 1{,}62 \text{ kg/qcm.}$$

Aufgabe. Man untersuche die Standfestigkeit dieser Mauer bei einem Winddruck von 150 kg für 1 qm!

Anmerkung. Viele freistehende Mauern sind nicht so standfest wie die, welche in Abb. 47 dargestellt ist. Die meisten sind aber auch nie einem Winddruck ausgesetzt, wie er hier in Rechnung gezogen wurde.

Kapitel 3.

Gewölbe.

§ 13. Unbelastete Gewölbe.

Ein Gewölbe (Abb. 48) trägt sich dadurch, dafs die beiden Hälften sich gegenseitig stützen. Sie üben im Scheitel einen wagerechten Druck auf einander aus, den sogenannten Horizontalschub.

Bei einem gröfseren Gewölbe untersucht man gewöhnlich die Standfestigkeit eines Streifens von 1,0 m Tiefe. Was für diesen gilt, gilt für jeden anderen auch. Man denkt sich nun die eine Hälfte des Gewölbes (hier die linke) weg und dafür den von ihr ausgeübten Horizontalschub H im Scheitel angebracht. (Abb. 48.)

Es wird die Schwerlinie der anderen Gewölbehälfte bestimmt. Hierzu teilt man sie in kleine Abschnitte, bestimmt ihr Gewicht und bringt dieses als senkrechte Kraft in ihrer Mitte an.

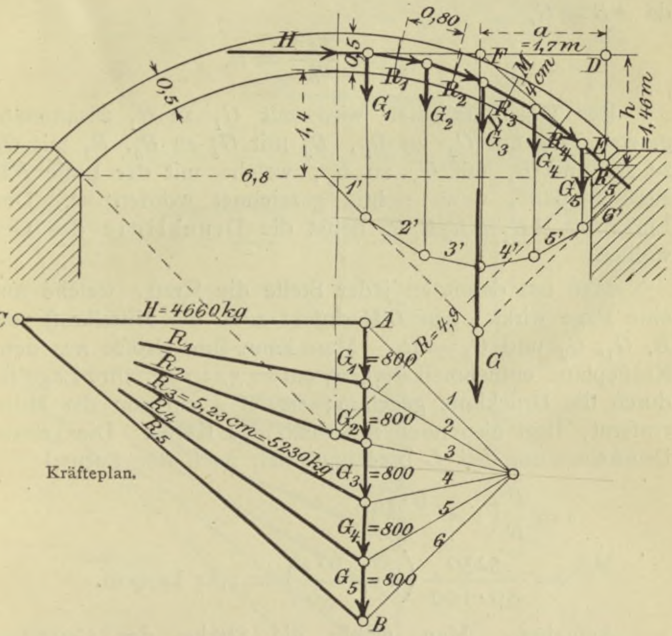
In Abb. 48 ist die Länge jedes Teiles 0,80 m und seine Stärke 0,50 m. Bei 1,0 m Tiefe ist der Kubikinhalt also $0{,}8 \cdot 0{,}5 \cdot 1{,}0 = 0{,}4$ cbm. Wiegt 1 cbm 2000 kg, so beträgt das Gewicht $0{,}4 \times 2000 = 800$ kg. Die Mittelkraft G sämtlicher Gewichte ergiebt sich mit Hilfe des Seilzuges $1' \, 2' \, 3' \, 4' \, 5' \, 6'$.

Wäre die Kraft H zu klein, um das Gewölbe zu halten, so würde es sich um den Kämpfer E drehen und einstürzen.

Das Drehmoment des Horizontalschubes um E mufs dem Drehmoment der Last G das Gleichgewicht halten;

$$H \cdot h = G \cdot a,$$

$$H = \frac{G \cdot a}{h}.$$



Kräfteplan.

Abb. 48. Längen: 1 cm = 1 m, Kräfte: 1 cm = 1000 kg.

Es ist $G = 5 \cdot 800 = 4000$ kg,

$$\left.\begin{aligned} a &= 1{,}7 \text{ m} \\ \text{und } h &= 1{,}46 \text{ m} \end{aligned}\right\} \text{ nach der Zeichnung,}$$

also berechnet sich

$$H = 4000 \cdot \frac{1{,}7}{1{,}46} = \text{rd. } 4660 \text{ kg.}$$

Man kann H auch leicht durch Zeichnung finden, indem man den Schnittpunkt von H und G, F mit E verbindet und durch B eine Parallele zu EF BC sowie durch A eine Wagerechte AC zieht. Dann folgt aus der Ähnlichkeit der Dreiecke ABC und DEF

$$\frac{AC}{AB} = \frac{DF}{DE} = \frac{a}{h};$$

da $AB = G$,

$$AC = \frac{G \cdot a}{h} = H.$$

Der Horizontalschub wird mit G_1 zu R_1 zusammengesetzt, R_1 mit G_2 zu R_2, R_2 mit G_3 zu R_3, R_3 mit G_4 zu R_4 und R_4 mit G_5 zu R_5, welche mit der Linie FE zusammenfällt, wenn richtig gezeichnet worden ist. Der Linienzug $H R_1 R_2 R_3 R_4 R_5$ heifst die Drucklinie des Gewölbes.

Man hat damit an jeder Stelle die Kraft, welche auf eine Fuge wirkt. Auf LM drückt z. B. die Mittelkraft von H, G_1, G_2 und $G_3 = R_3$. Man kann ihre Gröfse aus dem Kräfteplane entnehmen = 5,23 cm = 5230 kg, ihre Lage ist durch die Drucklinie gegeben; sie ist 4 cm von der Mitte entfernt, liegt also noch innerhalb des Kerns. Die gröfste Druckspannung bei L berechnet sich nach der Formel

$$s = \frac{P}{F}\left(1 + \frac{6 \cdot e}{h}\right)$$

$$= \frac{5230}{50 \cdot 100}\left(1 + \frac{6 \cdot 4}{50}\right) = 1{,}55 \text{ kg/qcm}.$$

Aufgaben. Man wähle die Stärke des Gewölbes (Abb. 48) statt 50 40 und 30 cm, zeichne die Drucklinie in gröfserem Mafsstabe und bestimme die Beanspruchungen an den Fugen!

§ 14. **Gewölbe mit Überschüttung.**

Ist ein Gewölbe noch mit Erde überschüttet, so kommt deren Gewicht zu seiner eigenen Last hinzu. Man teilt das Gewölbe meist ohne Rücksicht auf die Fugen mit der Überschüttung in schmale, senkrechte Streifen (Abb. 49).

Wenn diese nicht zu breit sind, kann man ihre Mittellinien mit genügender Genauigkeit zugleich als Schwerlinien ansehen.

Ist die Überschüttungserde ebenso schwer wie Mauerwerk, dann entsprechen die Höhen der Streifen ihrem Gewicht.

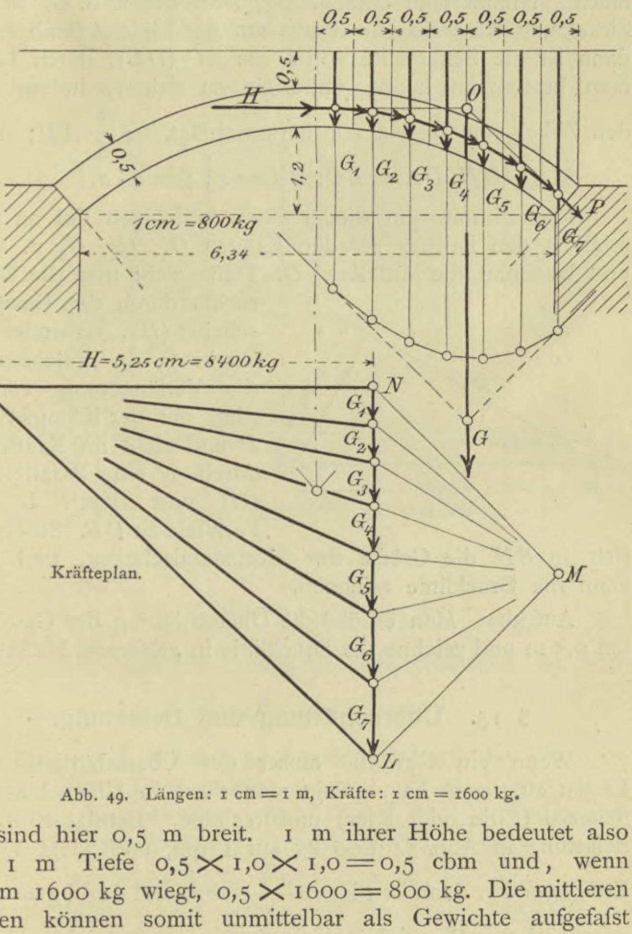


Abb. 49. Längen: 1 cm = 1 m, Kräfte: 1 cm = 1600 kg.

Sie sind hier 0,5 m breit. 1 m ihrer Höhe bedeutet also bei 1 m Tiefe $0{,}5 \times 1{,}0 \times 1{,}0 = 0{,}5$ cbm und, wenn
1 1 cbm 1600 kg wiegt, $0{,}5 \times 1600 = 800$ kg. Die mittleren Höhen können somit unmittelbar als Gewichte aufgefafst werden.

Im Kräfteplan ist, um die Zeichnung nicht zu grofs werden zu lassen, nur die halbe Höhe der Streifen als Kraft aufgetragen. Es bedeutet hier also 1 cm 2 m Höhe $= 2 \times 800 = 1600$ kg. Zur Halbierung ist Abb. 50 benutzt. Die Strecke AB ist $= 4$ cm und $BC = 2$ cm gemacht. Nimmt man eine beliebige Strecke z. B. G_6 in den Zirkel und trägt sie von A aus auf der Linie AB ab (AD), dann ist die Senkrechte von D auf AC (DE), deren Länge man bestimmen kann, ohne sie zu ziehen, indem man den Zirkel von D aus nur herumschlägt, $= \frac{1}{2} AD$; denn

$$DE : DA = BC : BA = 2 : 4 = 1 : 2.$$

Man nimmt nun wieder einen beliebigen Pol an (M), zeichnet den Seilzug zu den Kräften G_1, G_2, G_3 u. s. w. und bestimmt die Mittelkraft G. Dann zieht man die Wagerechte durch den Gewölbescheitel (H), verbindet den Punkt O, in welchem sie die Verlängerung von G trifft, mit der Kämpfermitte P und zieht im Kräfteplan durch N eine Parallele zu OH und durch L eine Parallele zu OP. So ergiebt sich in SN die Gröfse des Horizontalschubes, und man kann die Drucklinie zeichnen.

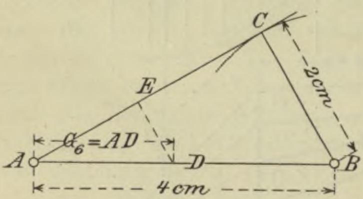


Abb. 50.

Aufgabe. Man erhöhe die Überschüttung des Gewölbes um 0,5 m und zeichne die Drucklinie in gröfserem Mafsstabe!

§ 15. Überschüttung und Belastung.

Wenn ein Gewölbe aufser der Überschüttung noch Lasten zu tragen hat, pflegt man diese in Überschüttungsmaterial (Erde oder Kies) umzurechnen. Beträgt z. B. die Belastung in Abb. 51 600 kg auf 1 qm, und wiegt 1 cbm Erde 1500 kg, dann ist $1 \text{ kg} = \frac{1}{1500}$ cbm und $600 \text{ kg} = \frac{600}{1500}$ $= 0{,}4$ cbm. So viel Erde auf 1 qm entspricht der gegebenen Belastung. Man braucht also die Überschüttung in der Zeichnung nur um 0,4 m zu erhöhen.

Wenn das Mauerwerk schwerer ist als Erde, kann man die Höhen der einzelnen Streifen so vermindern, dafs das Gewicht des Überschüttungskörpers *BEFC* (Abb. 51) dem eines Mauerkörpers *BJLC* gleich ist. Hier wurde 1 cbm Erde = 1500 kg und 1 cbm Mauerwerk = 2000 kg

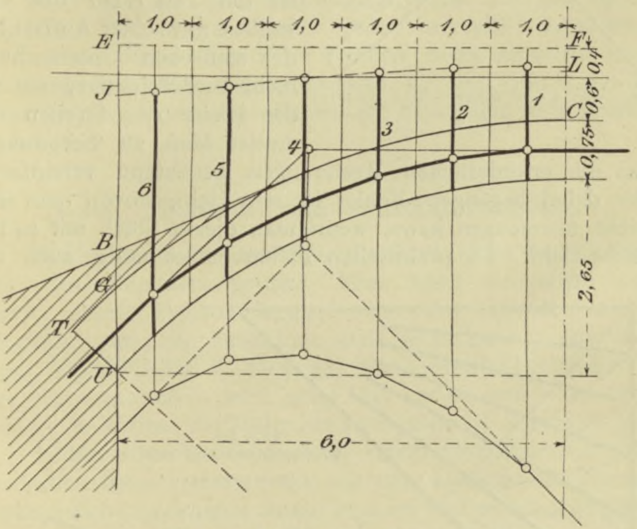


Abb. 51. Mafsstab 1 : 100, 1 cm = 1 m.

angenommen und die Höhen der Überschüttung mit Hilfe von Abb. 52 auf $\frac{1500}{2000} = {}^3/_4$ verkleinert.

Die neuen Höhen der Streifen entsprechen ihren Gewichten; ihre Breite beträgt 1,0 m. Es wird wieder ein Abschnitt des Gewölbes von 1,0 m Tiefe in Betracht gezogen. 1,0 m Höhe der Streifen bedeutet dann

$$1{,}0 \times 1{,}0 \times 1{,}0 = 1{,}0 \text{ cbm} = 2000 \text{ kg}.$$

Die Höhen sind ferner mit Benutzung der Abb. 53 auf ${}^2/_5$ ihrer Länge verkürzt und so in Abb. 54 als Ge wichte aufgetragen. 2 cm im Kräfteplan stellen demnach 5 cm Höhe $= 5 \times 2000 = 10000$ kg dar, und 1 cm $= 5000$ kg.

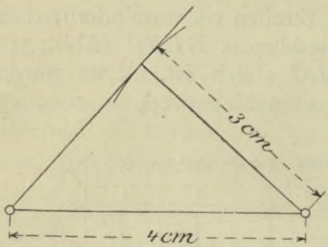


Abb. 52.

Es ist dann wie früher die Schwerlinie der Lasten bestimmt und die Drucklinie gezeichnet.

Anmerkung. In Abb. 51 ist der Teil *GUT* des Gewölbes mit seiner Auflast bei der statischen Untersuchung nicht berücksichtigt, um für die Breite der Streifen ein rundes Mafs zu bekommen, was die erforderlichen Rechnungen bedeutend vereinfacht. Der dabei begangene Fehler ist sehr klein, wovon man sich leicht überzeugen kann, wenn man dieses Stück mit in Betracht zieht. In praktischen Fällen ist es nötig, auch die

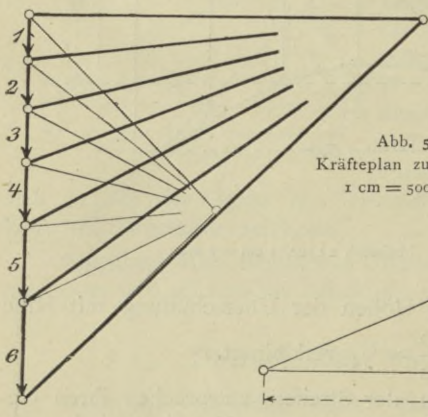


Abb. 54.
Kräfteplan zu Abb. 51.
1 cm = 5000 kg.

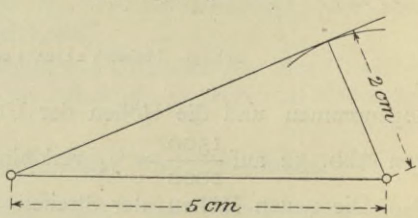


Abb. 53.

Standfestigkeit der Widerlager zu prüfen, und dann schlägt man ein solches überschiefsendes Stück zum Widerlager (vgl. Abb. 64—67).

Eigentlich müfste man ein Gewölbe in unendlich viele, ganz schmale Streifen teilen und so die Drucklinie zeichnen.

Macht man die Teile kleiner, erhält man neue Seiten der Drucklinie, welche die Ecken der ersten abstumpfen, und schliefslich geht die gebrochene Linie in eine stetig gekrümmte über, die von der ersten eingehüllt wird (vgl. Teil II, § 30).

Es ist aber nicht nötig, die Streifen von vornherein sehr schmal zu machen; man kann sie, wo es erforderlich scheint (ähnlich wie beim Seilzug), noch nachträglich teilen. Die gekrümmte Drucklinie läfst sich auch mit einem Kurvenlineal genügend genau einzeichnen, wenn die Streifen nicht allzubreit sind.

Aufgabe. Man nehme in Abb. 51 statt 600 1200 kg Belastung für 1 qm und zeichne die Drucklinie in gröfserem Mafsstabe!

§ 16. Maximal- und Minimaldrucklinie.

Bisher wurde die Drucklinie durch die Mitte des Scheitels und des Kämpfers gelegt. Man kann sie aber auch durch andere Punkte legen; denn ein Gewölbe bleibt standfest, wenn die Drucklinie auch nicht ganz in der Mitte liegt. Natürlich darf sie nicht aus dem Gewölbe heraus treten. Der Horizontalschub wird jedes Mal anders und zwar desto gröfser, je kleiner die Höhe der Drucklinie ist (h in Abb. 48).

Unter allen Drucklinien in einem Gewölbe sind zwei besonders bemerkenswert, die mit dem kleinsten Horizontalschub, welche im Scheitel durch die obere und an den Kämpfern durch die untere Kante des Mauerwerks geht, die sogenannte „Minimaldrucklinie" (Abb. 55), und die mit dem gröfsten Horizontalschub, welche umgekehrt im Scheitel durch die untere und an den Kämpfern durch die obere Kante geht, die „Maximaldrucklinie" (Abb. 56).

Ist der Schub, welchen die Widerlager aushalten können, nicht so grofs als bei der Minimaldrucklinie, dann weichen sie aus; im Scheitel öffnet sich die Fuge unten, an den Kämpfern oben (Abb. 55), und das Gewölbe stürzt zusammen.

Ist der Schub, welchen die Widerlager selbst gegen das Gewölbe ausüben (vielleicht infolge des Druckes von benachbarten Gewölben), stärker als bei der Maximaldrucklinie, dann öffnet sich die Fuge am Scheitel oben und an den Kämpfern unten, und das Gewölbe giebt nach, indem es nach oben ausweicht (Abb. 56).

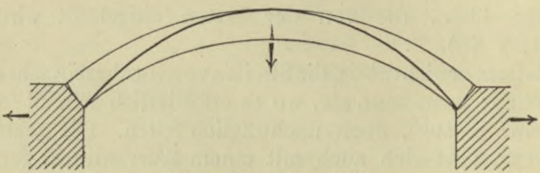


Abb. 55. Minimaldrucklinie.

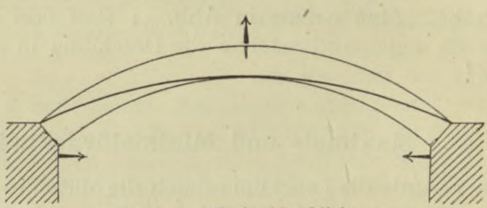
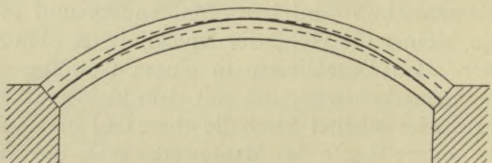


Abb. 56. Maximaldrucklinie.

Soll ein Gewölbe Bestand haben, so mufs also die Mittellinie des Druckes zwischen der Minimal- und Maximal-



Abb, 57. Minimaldrucklinie.

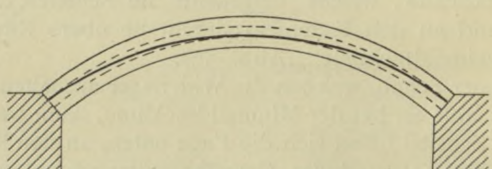


Abb. 58. Maximaldrucklinie.

drucklinie verlaufen. Schon wenn sie aus dem mittleren Drittel des Querschnitts heraustritt, entstehen Zugspannungen, und es bilden sich leicht Risse (vgl. § 11). Bei wichtigen

Gewölben soll die Drucklinie deshalb überall innerhalb des Kerns liegen. Man versteht demgemäfs unter Minimaldrucklinie oft auch die, welche den Kernrand im Scheitel oben und an den Kämpfern unten berührt, und unter Maximaldrucklinie die, welche ihn im Scheitel unten und an den Kämpfern oben berührt (Abb. 57 und 58).

Innerhalb des Kerns sind meist noch zahlreiche Drucklinien möglich. Welche von diesen dem wirklich vorhandenen Druck am besten entspricht, läfst sich nicht bestimmt angeben. Das hängt von der Ausführung ab, dem Setzen der Lehrgerüste, der Nachgiebigkeit der Widerlager u. s. w. Im allgemeinen hält man die Drucklinie für die wahrscheinlichste, welche die kleinsten Beanspruchungen hervorruft.

Um die Standfestigkeit eines Gewölbes nachzuweisen, zeichnet man deshalb eine Drucklinie ein, die innerhalb des Kerns möglichst günstig verläuft, und berechnet die dabei vorkommenden gröfsten Spannungen.

Aufgaben. Man zeichne die Minimal- und Maximaldrucklinie bei den Gewölben in Abb. 48—51!

§ 17. Einseitige Belastung.

Bei einseitiger Belastung ist es nötig, die ganze Drucklinie zu zeichnen; die eine Hälfte wie bei symmetrischer Belastung genügt nicht. Die meisten Gewölbe werden dabei ungünstiger als bei voller Belastung beansprucht. Man zeichnet zu den gegebenen Lasten erst einen Seilzug unter Annahme eines beliebigen Poles O (Abb. 59 und 60). Dann zieht man Senkrechte durch die Kämpfermitten A und B bis zum Schnitt mit dem Seilzug A_1 und B_1 und verbindet diese Punkte.

Ruhen die Lasten auf einem Balken mit den Stützen A und B, dann findet man den Auflagerdruck mit Hilfe einer Parallelen zu $A_1 B_1$ durch den Pol O (OF in Abb. 60). Man kann nun jede Drucklinie auch als Seilzug ansehen; nur ist er nach oben gekrümmt, während man ihn sonst gewöhnlich nach unten durchhängend zeichnet. Der Horizontalschub entspricht dem Polabstande.

Die gesuchte Drucklinie soll durch A und B gehen, ihre Schlufslinie mufs also die Richtung $A B$ haben. Das wird der

Fall sein, wenn der Pol des Kräfteplanes auf einer Linie liegt, die durch F parallel zu AB gezogen ist. (FP in Abb. 60.) Die Drucklinie soll ferner durch die Mitte des Gewölbescheitels C gehen, d. h. ihre Höhe gleich $CN = y_1$ sein. Das Biegungsmoment an dieser Stelle $M = H \cdot KL = H \cdot y$. Bezeichnet H_1 den Polabstand der gesuchten Drucklinie, dann ist $\quad M$ auch $= H_1 \cdot y_1$;

demnach
$$H_1 \cdot y_1 = H \cdot y,$$
$$H_1 = \frac{H \cdot y}{y_1}.$$

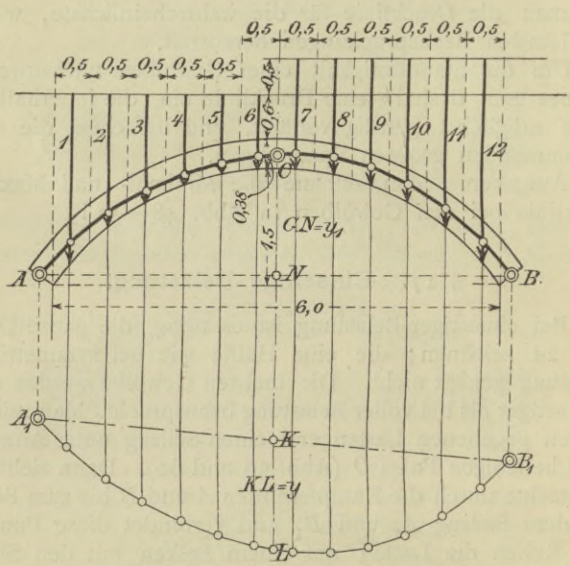


Abb. 59.
Längen: 1 cm = 1 m. Kräfte: 1 cm = 0,5 cbm = 800 kg.

Hiernach läſst sich H_1 leicht berechnen. Da $\frac{H_1}{H} = \frac{y}{y_1}$, kann man H_1 auch durch Zeichnung finden (Abb. 61). Man zieht von einem Punkte V zwei beliebige Strahlen und trägt auf dem einen y_1 und H und auf dem anderen y ab.

Wird dann durch T eine Parallele zu RS gezogen (TU), so ist $VU = H_1$; denn $\frac{VU}{H} = \frac{y}{y_1}$.

Eine Parallele zu GJ im Abstande H_1 davon (Abb. 60) ergiebt auf der Linie FP den gesuchten Pol P. Er

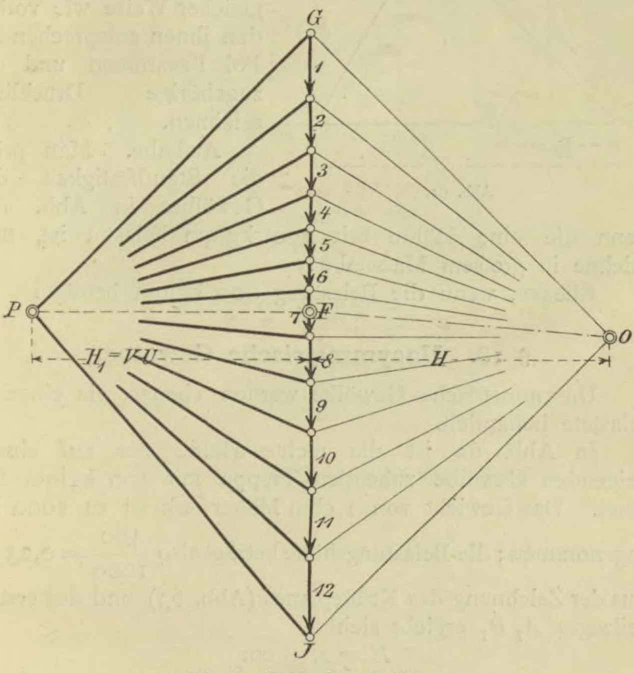


Abb. 60. Kräfteplan zu Abb. 59.
Die Höhen der Streifen in Abb. 59 sind auf $^2/_5$ verkleinert;
daher 1 cm $= {^5/_2} \cdot 800 = 2000$ kg.

mufs natürlich auf der anderen Seite des Kräfteplanes liegen wie O, damit sich die Drucklinie nach oben krümmt. Diese kann man nun zeichnen; wenn man am Punkte A beginnt, geht sie auch durch B und C.

Aufgaben. Man zeichne die Drucklinien der Gewölbe Abb. 49 und 51 bei einseitiger Belastung!

Glaubt man, dafs sich eine noch günstigere Drucklinie finden läfst, die am Scheitel und an den Kämpfern nicht gerade durch die Mitte geht, so kann man statt A, B und C drei andere Punkte annehmen, in gleicher Weise wie vorher den ihnen entsprechenden Pol bestimmen und die zugehörige Drucklinie zeichnen.

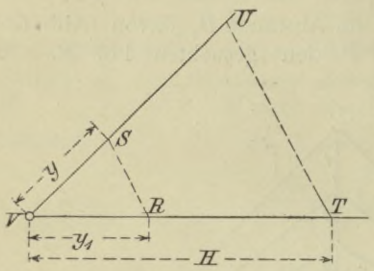


Abb. 61.

Aufgabe. Man prüfe die Standfestigkeit des Gewölbes in Abb. 64, wenn die eine Hälfte mit 400 kg/qm belastet ist, und zeichne in grofsem Mafsstabe!

Ebenso, wenn die Belastung 600 kg/qm beträgt!

§ 18. **Unsymmetrische Gewölbe.**

Unsymmetrische Gewölbe werden ebenso wie einseitig belastete behandelt.

In Abb. 62 ist die rechte Hälfte der auf einem steigenden Gewölbe ruhenden Treppe mit 400 kg/qm belastet. Das Gewicht von 1 cbm Mauerwerk ist zu 1600 kg angenommen; die Belastungshöhe beträgt also $\frac{400}{1600} = 0{,}25$ m. Aus der Zeichnung des Kräfteplanes (Abb. 63) und des ersten Seilzuges $A_1 B_1$ ergiebt sich

$$H = 2{,}18 \text{ cm}$$

und

$$y = 1{,}47 \text{ cm.}$$

Da

$$y_1 = 0{,}62 \text{ cm,}$$

so berechnet sich

$$H_1 = \frac{H \cdot y}{y_1} = \frac{2{,}18 \cdot 1{,}47}{0{,}62} = 5{,}17 \text{ cm.}$$

Man zieht nun $OF \parallel B_1 A_1$ und $FP \parallel BA$ und findet den Pol P dort, wo die Senkrechte, die von der Linie GJ um 5,17 cm entfernt ist, und FP sich schneiden. Dann kann man die Drucklinie zeichnen.

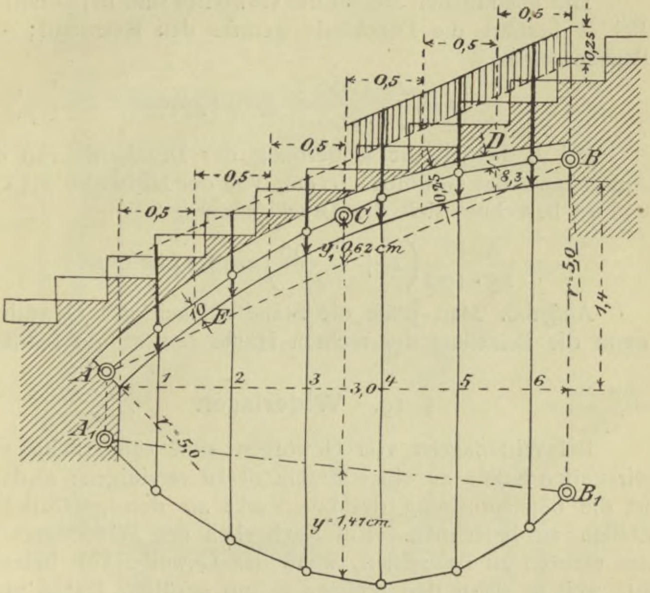


Abb. 62. Maſsstab 1 : 50. Längen: 1 cm = 0,5 m.
Kräfte: 1 cm = 0,5 · 0,5 · 1,0 = 0,25 cbm = 400 kg.

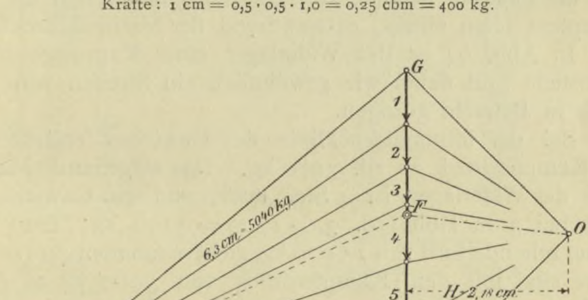


Abb. 63, Kräfteplan zu Abb. 62.
In Abb. 63 ist die halbe Höhe der Streifen von Abb. 62 als Kraft aufgetragen; daher 1 cm = 2 · 400 = 800 kg.

Die gefährlichen Stellen des Gewölbes sind bei D und E. Bei D berührt die Drucklinie gerade den Kernrand; die Beanspruchung

$$s = \frac{2 \cdot 4200}{25 \cdot 100} = 3{,}36 \text{ kg/qcm.}$$

Bei E beträgt die Entfernung der Drucklinie von der Aufsenkante des Gewölbes 10 cm, von der Mitte also 2,5 cm, und es berechnet sich die Druckspannung

$$s = \frac{5040}{25 \cdot 100}\left(1 + \frac{6 \cdot 2{,}5}{25}\right) = 3{,}23 \text{ kg/qcm.}$$

Aufgabe. Man prüfe die Standfestigkeit des Gewölbes, wenn die Belastung der rechten Hälfte 600 kg/qm beträgt!

§ 19. **Widerlager.**

Bei Widerlagern von Gewölben sind sämmtliche einwirkenden Kräfte zu einer Mittelkraft zu vereinigen; alsdann ist die Beanspruchung desMauerwerks an den gefährlichen Stellen zu berechnen. Ein Nachgeben des Widerlagers ist am meisten zu befürchten, wenn das Gewölbe voll belastet ist, weil es dann den gröfsten Schub ausübt. Dabei mufs sich die Fuge im Scheitel des Gewölbes unten und an den Kämpfern oben öffnen, entsprechend der Minimaldrucklinie.

In Abb. 64 ist das Widerlager eines Kappengewölbes untersucht und dabei wie gewöhnlich ein Streifen von 1 m Tiefe in Betracht gezogen.

Bei der Minimaldrucklinie des Gewölbes ergiebt sich der Kämpferdruck zu rd. 3980 kg. Das aufgehende Mauerwerk des Widerlagers ist 4 Stein stark, und sein Gewicht beträgt bei 3 m Höhe rd. $3{,}0 \cdot 1700 = 5100$ kg; dazu die darauf ruhende Last von 15 000 kg, giebt zusammen 20 100 kg. Diese sind mit dem Kämpferdruck von 3980 kg zu einer Kraft von 23 100 kg zusammengesetzt, welche an der Fuge AB 30 cm von der linken Kante entfernt ist.

Die gröfste Pressung des Mauerwerks berechnet sich nach der Formel

$$s = \frac{2\,P}{3\,b \cdot f} = \frac{2 \cdot 23\,100}{3 \cdot 100 \cdot 30} = \text{rd. } 5{,}1 \text{ kg/qcm.}$$

Abb. 64. Mafsstab 1 : 100.

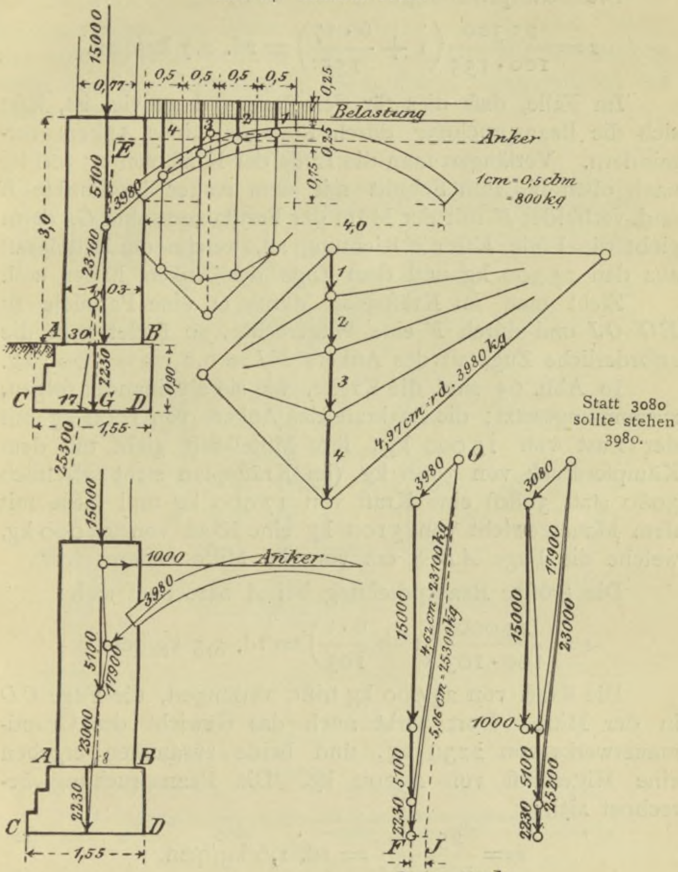


Abb. 65.
Mafsstab 1 : 100.

Kräfteplan zu Abb. 64.

Kräfteplan zu Abb. 65.

1 cm = 5000 kg.

Das Gewicht des Grundmauerwerks von 0,9 · 1,55 · 1,0 = 1,395 cbm beträgt 1,395 · 1600 = rd. 2230 kg. Diese ergeben mit den 23 100 kg zusammen eine Mittelkraft von 25 300 kg, welche an der Sohle 17 cm von der Mitte entfernt ist.

Die Beanspruchung

$$s = \frac{25\,300}{100 \cdot 155}\left(1 + \frac{6 \cdot 17}{155}\right) = \text{rd. } 2{,}7 \text{ kg/qcm.}$$

Im Falle, dafs dies für den Baugrund zu viel ist, läfst sich die Beanspruchung durch Einlegen eines Ankers vermindern. Verlängert man die Linie der Kraft von 25 300 kg nach oben bis zum Schnitt mit dem Anker im Punkte E und verbindet E mit der Mitte der Fundamentsohle G, dann giebt die Linie EG die Richtung an, welche die Mittelkraft aus den 25 300 kg und dem Zuge des Ankers haben soll.

Zieht man im Kräfteplan durch O eine Parallele zu EG OJ und durch F eine Wagerechte, so findet man die erforderliche Zugkraft des Ankers $FJ = 0{,}2$ cm $= 1000$ kg.

In Abb. 65 sind die Kräfte, wie sie aufeinander folgen, zusammengesetzt; die Zugkraft des Ankers von 1000 kg mit der Last von 15 000 kg; ihre Mittelkraft giebt mit dem Kämpferdruck von 3980 kg (im Kräfteplan steht fälschlich 3080 statt 3980) eine Kraft von 17 900 kg und diese mit dem Mauergewicht von 5100 kg eine Kraft von 23 000 kg, welche die Fuge AB 8 cm von der Mitte entfernt trifft.

Die gröfste Beanspruchung bei A berechnet sich:

$$s = \frac{23\,000}{100 \cdot 103}\left(1 + \frac{6 \cdot 8}{103}\right) = \text{rd. } 3{,}3 \text{ kg/qcm.}$$

Die Kraft von 23 000 kg trifft, verlängert, die Fuge CD in der Mitte. Dort wirkt auch das Gewicht des Grundmauerwerks von 2230 kg, und beide zusammen ergeben eine Mittelkraft von 25200 kg. Die Beanspruchung berechnet sich:

$$s = \frac{25\,200}{100 \cdot 155} = \text{rd. } 1{,}6 \text{ kg/qcm.}$$

§ 20. Mittelpfeiler.

Ein Mittelpfeiler wird am ungünstigsten beansprucht, wenn das eine anstofsende Gewölbe belastet und das andere unbelastet ist, weil sie dann verschiedenen Schub ausüben, und der Pfeiler einseitigen Druck auszuhalten hat.

In Abb. 66 ist das rechte Gewölbe belastet und daher ein Ausweichen des Pfeilers nach links zu befürchten. Wenn dies eintritt, mufs sich im rechten Gewölbe die Scheitelfuge unten und die Kämpferfuge oben öffnen, entsprechend der Minimaldrucklinie.

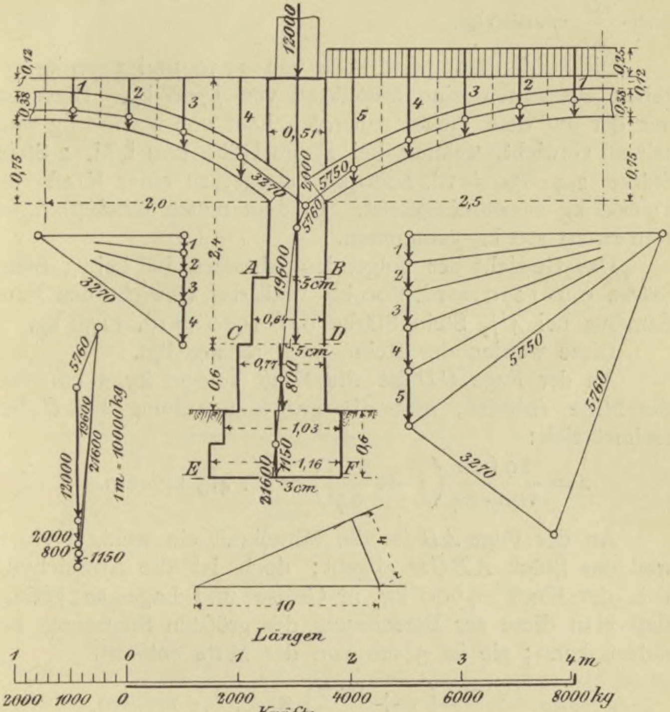


Abb. 66.

Das linke Gewölbe mufs gleichzeitig nach oben ausweichen, wobei sich die Scheitelfuge oben und die Kämpferfuge unten öffnet, entsprechend der Maximaldrucklinie.

Es ist demnach im belasteten Gewölbe die Minimal- und im unbelasteten die Maximaldrucklinie zu zeichnen; beide Kämpferdrücke sind zu vereinigen und mit dem Gewicht des Pfeilers zusammenzusetzen.

In Abb. 66 sind Mauerwerk und Überschüttung gleich schwer (1600 kg für 1 cbm) angenommen und die Gewölbe in Streifen von 0,5 m Breite geteilt; 1 m ihrer Höhe entspricht also bei 1 m Tiefe 0,5 cbm = 800 kg. Im Kräfteplan ist $^4/_{10}$ davon aufgetragen; 1 m bedeutet demnach $800 \cdot \frac{10}{4} = 2000$ kg.

Die beiden Kämpferdrücke von 5750 und 3270 kg ergeben zusammen eine Mittelkraft von 5760 kg. Diese ist mit der auf dem Pfeiler ruhenden Last von 12 000 kg und seinem Gewicht, welches bei 2,4 m Höhe und i. M. 2 Stein Stärke $2{,}4 \cdot 850 =$ rd. 2000 kg beträgt, zu einer Kraft von 19 600 kg zusammengesetzt. In dem neuen Kräfteplan ist 1 m = 10 000 kg genommen.

Das Gewicht des folgenden Absatzes ist bei 3 Stein Stärke $0{,}6 \cdot 1270 =$ rd. 800 kg und das Gewicht des Fundaments bei $4^1/_2$ Stein Stärke $0{,}6 \cdot 1920 =$ rd. 1150 kg.

Diese werden der Reihe nach hinzugefügt.

An der Fuge CD ist die Kraft 19 600 kg 5 cm von der Mitte entfernt, und die gröfste Spannung bei C berechnet sich:

$$s = \frac{19\,600}{100 \cdot 64}\left(1 + \frac{6 \cdot 5}{64}\right) = \text{rd. } 4{,}5 \text{ kg/qcm.}$$

An der Fuge AB ist die Mittelkraft ein wenig kleiner, weil das Stück $ABCD$ abgeht; doch ist die Abweichung von der Kraft 19 600 kg in Gröfse und Lage so gering, dafs man diese zur Berechnung der gröfsten Spannung benutzen kann; sie ist 5 cm von der Mitte entfernt.

$$s = \frac{19\,600}{100 \cdot 51}\left(1 + \frac{6 \cdot 5}{51}\right) = \text{rd. } 6{,}1 \text{ kg/qcm.}$$

An der Sohle bei EF ist die Kraft 21 600 kg 3 cm von der Mitte entfernt, und die Druckspannung bei E berechnet sich:

$$s = \frac{21\,600}{100 \cdot 116}\left(1 + \frac{6 \cdot 3}{116}\right) = \text{rd. } 2{,}15 \text{ kg/qcm.}$$

Abb. 67 entspricht der Abb. 66; es ist jedoch das linke Gewölbe als belastet und das rechte als unbelastet angenommen und daher links die Minimal- und rechts die Maximaldrucklinie gezeichnet. Der Kämpferdruck ergiebt sich links zu 3970 und rechts zu 4730 kg; die Mittelkraft beider ist 5300 kg. Diese wird wie vorher mit den Kräften von 12000, 2000, 800 und 1150 kg zusammengesetzt.

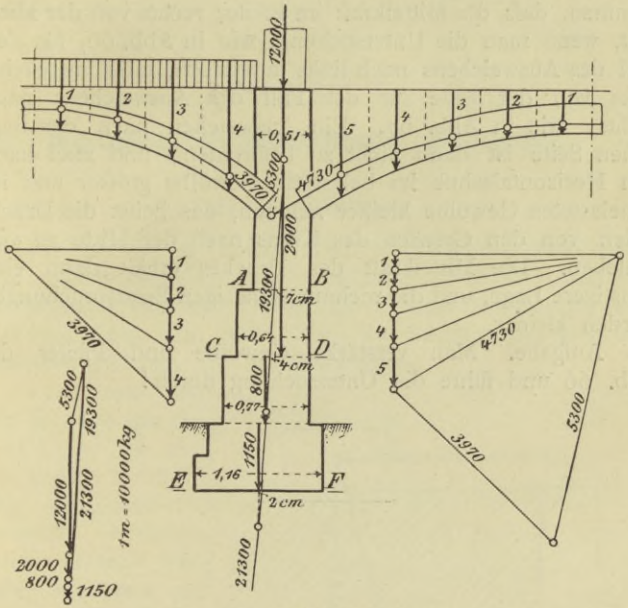


Abb. 67.

An der Fuge *CD* ist die Kraft 19300 kg 4 cm von der Mitte entfernt; die Beanspruchung bei *C* berechnet sich:

$$s = \frac{19\,300}{100 \cdot 64}\left(1 + \frac{6 \cdot 4}{51}\right) = \text{rd. } 4{,}4 \text{ kg/qcm}.$$

An der Fuge *AB* ist die Mittelkraft um das Gewicht des Stückes *ABCD* kleiner und etwa 7 cm von der Mitte entfernt. Die Beanspruchung bei *A* berechnet sich genügend genau:

$$s = \frac{19\,300}{100 \cdot 51}\left(1 + \frac{6 \cdot 7}{51}\right) = 6{,}9 \text{ kg/qcm}.$$

An der Sohle EF ist die Kraft 21 300 kg 2 cm von der Mitte entfernt, die Druckspannung bei F berechnet sich:

$$s = \frac{21\,300}{100 \cdot 116}\left(1 + \frac{6 \cdot 2}{116}\right) = \text{rd. } 2{,}0 \text{ kg/qcm.}$$

Anmerkung. Bei starken Gewölben kann es vorkommen, dafs die Mittelkraft im Pfeiler rechts von der Mitte fällt, wenn man die Untersuchung, wie in Abb. 66, für den Fall des Ausweichens nach links durchführt, oder umgekehrt links von der Mitte für den Fall des Ausweichens nach rechts, wie in Abb. 67. Ein Ausweichen nach der fraglichen Seite ist dann nicht zu befürchten, und man kann den Horizontalschub im belasteten Gewölbe gröfser und im unbelasteten Gewölbe kleiner nehmen, das heifst die Drucklinien von den Grenzen des Kerns nach der Mitte zu verschieben. Die Mittelkraft des Druckes erhält dann eine günstigere Lage, und die rechnungsmäfsigen Beanspruchungen werden kleiner.

Aufgabe. Man verstärke Gewölbe und Pfeiler der Abb. 66 und führe die Untersuchung durch!

Kapitel 4.

Reibung, Wasserdruck, Erddruck.

§ 21. Reibung.

In Abb. 68 sucht eine Kraft P die Last Q auf einer wagerechten Unterlage zu verschieben. Durch Auflegen verschiedener Gewichte bei E kann man bestimmen, wie grofs die Kraft sein mufs, um die Reibung der sich berührenden Flächen AB zu überwinden.

Fügt man zur Last Q noch ein Gewicht hinzu, so wird eine andere Kraft P_1 nötig sein, um die Bewegung herbeizuführen. Durch Versuche hat man gefunden, dafs die bewegende Kraft zu der Last immer in einem ganz bestimmten Verhältnis steht, welches sich durch einen echten Bruch ausdrücken läfst, den sogenannten Reibungskoeffizienten. Dieser ist nur von der Beschaffenheit der sich berührenden Flächen abhängig; auf ihre Gröfse kommt es dagegen nicht an.

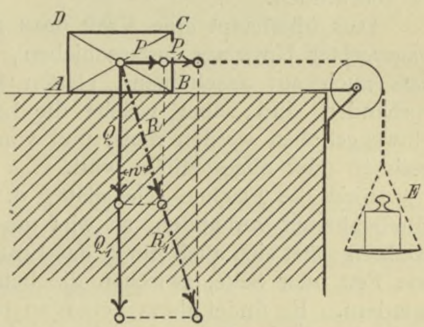


Abb. 68.

In der folgenden Tabelle ist der Reibungskoeffizient verschiedener Stoffe angegeben:

Reibende Stoffe	Zustand der Oberflächen	Reibungs-koeffizient
Gufseisen auf Gufseisen oder Bronze	wenig fettig	0,15
desgl.	trocken	0,20
Schmiedeeisen auf Schmiedeeisen	wenig fettig	0,14
desgl.	trocken	0,44
Eichenholz auf Eichenholz, parallel zu den Fasern	mit Seife geschmiert	0,15
desgl.	trocken	0,50
Sandstein auf Sandstein		0,7
Ziegel auf Ziegel		0,5—0,7
Steine und Kies auf Holz . . .		0,45—0,6
Mauerwerk auf Erde	trocken	0,65
desgl.	nafs	0,3
Eisen auf Eis		0,01

Hiernach läfst sich die Kraft berechnen, welche nötig ist, um einen Körper zu verschieben. Liegt z. B. ein Sandstein von 1000 kg Gewicht auf einem anderen Sandstein, so ist eine Kraft von $1000 \cdot 0{,}7 = 700$ kg nötig, um die Reibung zu überwinden.

Dafs überhaupt eine Kraft dazu gehört, eine Last auf wagerechter Unterlage fortzuschieben, erklärt sich dadurch, dafs auch auf anscheinend glatten Flächen Unebenheiten vorhanden sind, über welche die Last bei der Bewegung hinweggehoben werden mufs, und von denen ein Teil fortgerissen oder abgeschliffen wird.

Sind die Flächen sehr glatt, d. h. sind nur geringe Unebenheiten vorhanden, so wird die Reibung kleiner. Die Reibung läfst sich auch durch das Einbringen gewisser Stoffe, wie Fett oder Seife, zwischen die betreffenden Flächen vermindern. Es findet dann keine so innige Berührung statt, und das Überwinden der Unebenheiten macht weniger Schwierigkeiten.

Da der Zustand der auf einander reibenden Flächen, ihr Feuchtigkeitsgrad u. s. w. von Einflufs sind, so läfst sich die Gröfse der Reibung meist nicht sehr genau angeben.

Bei manchen Stoffen passen sich die Erhöhungen des einen den Vertiefungen des anderen allmählig an, wenn sie längere Zeit mit einander in Berührung sind, und der Beginn einer Verschiebung macht mehr Schwierigkeiten als die Fortsetzung der begonnenen Bewegung. Man spricht dann von „Reibung der Ruhe“, im Gegensatz zur „Reibung der Bewegung“.

Werden die bewegende Kraft P und das Gewicht Q zu einer Mittelkraft zusammengesetzt (Abb. 68), so bildet diese mit der Senkrechten einen Winkel (w). Ist die Last eine andere (Q_1), so ist auch die bewegende Kraft eine andere (P_1); sie stehen aber in demselben Verhältnis zu einander; deshalb ist auch die Richtung der Mittelkraft (R_1) dieselbe. Den Winkel w nennt man „Reibungswinkel“.

In Abb. 69 ruht eine Last auf einer schiefen Ebene CD. Man kann ihr Gewicht G in zwei Kräfte zerlegen, eine in Richtung der Neigung (P), die andere senkrecht dazu (Q). Die Kraft P sucht die Last zu verschieben und Q, sie an die Unterlage anzudrücken. Eine Bewegung wird eintreten, wenn der Winkel zwischen G und Q wenigstens so grofs ist wie der Reibungswinkel der Flächen AB. Da der Neigungswinkel der schiefen Ebene α ebenso grofs ist wie der Winkel zwischen G und Q, so folgt, dafs die Last gleitet, wenn die Neigung gröfser ist als der Reibungswinkel.

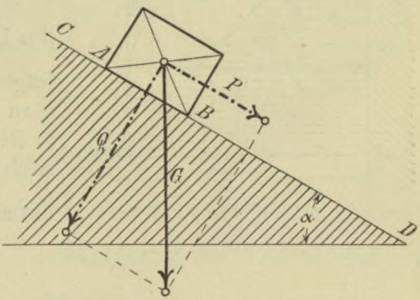


Abb. 69.

Wenn Erde aufgeschüttet wird, bildet sich von selbst eine natürliche Böschung von einer Neigung gegen die Wagerechte gleich dem Reibungswinkel; nachdem dieser erreicht ist, wird weiter aufgeschütteter Boden abrutschen. Das bietet ein einfaches Mittel, bei Erde den Reibungswinkel zu finden.

§ 22. Wasserdruck.

Wie die Naturwissenschaft lehrt, ist der Druck des Wassers immer senkrecht auf die Flächen gerichtet, welche es begrenzen. Seine Gröfse ist gleich dem Gewicht einer Wassersäule, deren Querschnitt die gedrückte Fläche, und und deren Höhe ihre senkrechte Entfernung von der Oberfläche bildet. Auf die Form des Gefäfses, in dem sich das Wasser befindet, kommt es dabei gar nicht an.

Der Druck des Wassers auf 1 qcm beträgt daher in in der Tiefe von 1 2 3 4 5 u. s. w. m
0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 u. s. w. kg.

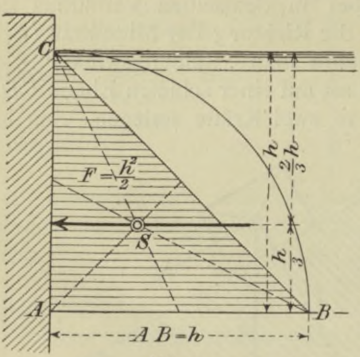


Abb. 70.

Der Wasserdruck auf eine senkrechte, ebene Wand läfst sich in Form eines Dreiecks darstellen, dessen Grundlinie gleich der Höhe ist (Abb. 70). Da die Fläche des Dreiecks $F = \frac{h^2}{2}$, so beträgt der Druck, wenn man 1 cm Länge der Mauer in Betracht zieht und demnach auch die Höhe h in cm angiebt, $\frac{h^2}{2}$ Gramm, und wenn man 1 m Länge in Betracht zieht und h in m angiebt, $\frac{h^2}{2}$ Tonnen.

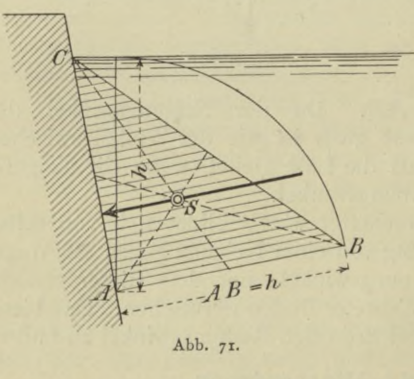


Abb. 71.

Ist z. B. $h = 2$ m $= 200$ cm, so ist der Wasserdruck

$$\frac{200 \cdot 200}{2} = 20\,000 \text{ g}$$

$= 20$ kg auf 1 cm Länge oder

$$\frac{2 \cdot 2}{2} = 2 \text{ t} = 2000 \text{ kg}$$

auf 1 m Länge, das ist auf 1 cm Länge 20 kg, wie vorher.

Die Mittelkraft des Wasserdrucks geht durch den Schwerpunkt des Dreiecks, sie liegt also in $^1/_3$ der Höhe (Abb. 70).

Bei schräger Wandfläche (Abb. 71) ist das Druckdreieck nicht mehr gleichschenklig; seine Grundlinie AB ist gleich dem

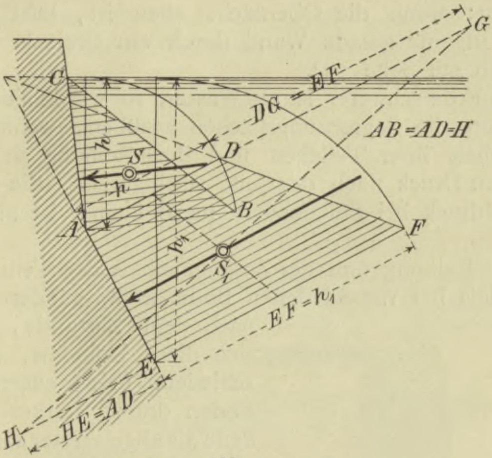


Abb. 72.

Abstande des tiefsten Punktes (A) von der Oberfläche, und seine Fläche $F = AC \cdot \frac{h}{2}$. Die Mittelkraft des Wasserdrucks geht wie vorher durch den Schwerpunkt.

Gebrochene Wandflächen zerlegt man in ihre Teile. Es ist dann leicht, den Druck auf diese sowie die Lage der Mittelkraft zu bestimmen (Abb. 72).

Gekrümmte Wandflächen ersetzt man durch ungefähr gleichwertige gebrochene und verfährt wie vorher (Abb. 73).

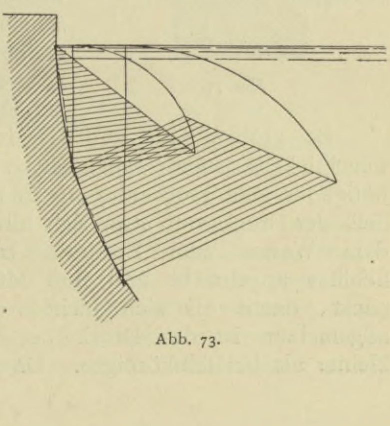


Abb. 73.

§ 23. Erddruck im allgemeinen.

Der Erddruck nimmt wie der Wasserdruck nach der Tiefe zu; wenn die Oberfläche eben ist, läfst sich der Druck auf eine gerade Wand durch ein Dreieck darstellen (Abb. 80 auf Seite 71).

Da Erde schwerer ist als Wasser, so würde sie gröfseren Druck auf die Begrenzungsflächen ausüben, wenn der Zusammenhalt ihrer Teilchen und ihre Reibung an einander nicht den Druck nach der Seite verringerten. Sie bewirken, dafs Erddruck bei Stützmauern meist kleiner ist als Wasserdruck.

Die Reibung und der Zusammenhalt der Teilchen sind nicht blofs bei verschiedenen Bodenarten, sondern auch je nach dem Zustande, in dem sich diese befinden, sehr verschieden. Frisch aufgeschütteter Boden drückt stärker nach der Seite als abgelagerter sogenannter „gewachsener".

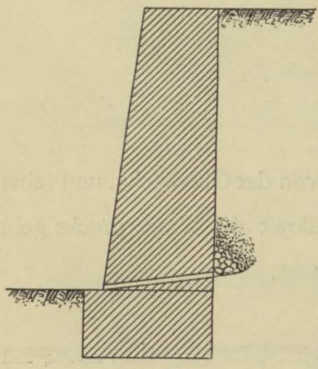


Abb. 74.

Lehm und Thon üben, wenn sie in trockenem Zustande und fest gelagert sind, fast gar keinen Druck aus. Sind sie aber von Wasser durchzogen, werden sie breiartig flüssig und schieben sehr stark. Hieraus ergiebt sich die grofse Wichtigkeit einer guten Entwässerung bei Futtermauern.

Bei grobem Sand und Kies ist der Druck weniger vom Feuchtigkeitszustande abhängig. Es ist jedoch auch hier nötig, für gute Trockenlegung zu sorgen, um zu verhindern, dafs der Druck von etwa sich hinter der Mauer ansammelndem Wasser zum Erddruck hinzutritt. Meist werden Schlitze angebracht und ihre Mündung mit Steinen umpackt, damit sie sich nicht verstopfen (Abb. 74). Im allgemeinen ist der Druck bei grobkörnigen Bodenarten kleiner als bei feinkörnigen. Da sie auch das Wasser besser durchlassen, hinterfüllt man Futtermauern gern mit Kies oder Gerölle.

Es ist immer ungewifs, ob die Beschaffenheit des zur Hinterfüllung verwandten Bodens den Voraussetzungen ganz entspricht. Deshalb läfst sich die Gröfse des Erddrucks niemals genau bestimmen, und es ist gut, die Stärke von Futtermauern reichlich zu bemessen, so dafs sie auch einen etwas gröfseren Druck als den rechnungsmäfsigen aushalten können.

§ 24. Gleitfläche.

Wenn eine Stützmauer dem Erddruck nicht widerstehen kann und nachgiebt (Abb. 75), rutscht im ersten Augenblick der Bewegung ein Erdkörper ABF in den Raum AB_2F_2, indem er an den Flächen AB und AF gleitet. Hierbei

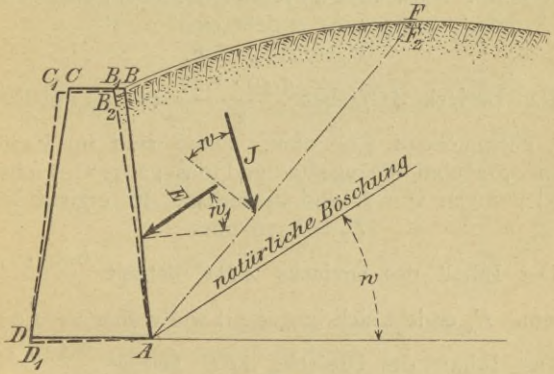


Abb. 75.

mufs die Reibung überwunden werden, der auf die Mauer und die Fläche AF ausgeübte Druck also von den Senkrechten darauf um den Reibungswinkel abweichen (w und w_1 in Abb. 75). Aufserdem wirkt noch der Zusammenhalt des Erdreichs der Bewegung entgegen; dieser bleibt aber meist unberücksichtigt, weil man sich nicht auf ihn verlassen kann.

Wenn die Gleitfläche AF bekannt wäre, könnte man das Gewicht des abrutschenden Erdprismas BAF

bestimmen, es nach den Richtungen von E und J zerlegen und so die Gröfse dieser Kräfte finden. Nimmt man verschiedene Lagen der Gleitfläche an, so wird jedesmal das Gewicht des von ihr und der Mauer eingeschlossenen Erdkörpers und sein Druck auf die Mauer anders werden und bei einer bestimmten Lage seinen gröfsten Wert erreichen.

Es ist nicht schwer, die Gröfse des Druckes bei verschiedenen Gleitflächen zu bestimmen. In Abb. 76 wurde eine natürliche Böschung des Erdreichs von 3 : 2, in welcher sich die meisten Bodenarten aufschütten lassen, und ein Reibungswinkel zwischen Erde und Mauerwerk $w_1 = 30^0$ angenommen.

Der Flächeninhalt des Dreiecks ABC beträgt $\frac{4{,}56 \cdot 1{,}15}{2}$ $= 2{,}62$ qm, bei 1 m Tiefe dem Gewicht von 2,62 cbm entsprechend. Diese sind im Kräfteplan nach den Richtungen von E und J_1 zerlegt; es ergiebt sich

$$E_1 = 1{,}73 \text{ cbm.}$$

Das Dreieck ACD hat $\frac{4{,}56 \cdot 1{,}27}{2} = 2{,}90$ qm Flächeninhalt, entsprechend 2,90 cbm. Diese sind im Kräfteplan zu den 2,62 cbm hinzugefügt und das ganze Gewicht nach den Richtungen von E und J_2 zerlegt. Es ergiebt sich

$$E_2 = 2{,}56 \text{ cbm.}$$

Der Inhalt des Dreiecks ADF beträgt $\frac{6{,}55 \cdot 1{,}01}{2} =$ 3,31 qm. E_3 ergiebt sich in der Art wie vorher $= 2{,}69$ cbm.

Der Inhalt des Dreiecks AFG beträgt $\frac{6{,}55 \cdot 1{,}06}{2} =$ 3,47 qm; E_4 ergiebt sich $= 2{,}04$ cbm, bedeutend kleiner als E_3.

Der gröfste Wert von E liegt augenscheinlich zwischen E_2 und E_3; deshalb ist das Dreieck ADF noch halbiert und der Erddruck für die Gleitfläche AH bestimmt worden. E_5 beträgt 2,74 cbm.

Wenn man die Endpunkte der verschiedenen Kräfte E durch eine gekrümmte Linie verbindet, werden ihre Veränderungen noch deutlicher. Zieht man eine senkrechte Berührende an die Kurve, so findet man, dafs der gröfste Wert von E 2,75 cbm beträgt. Beim Ausweichen der Mauer wird sich die diesem entsprechende Gleitfläche bilden; eine Kraft gleich dem Gewicht von 2,75 cbm ist also der Erddruck.

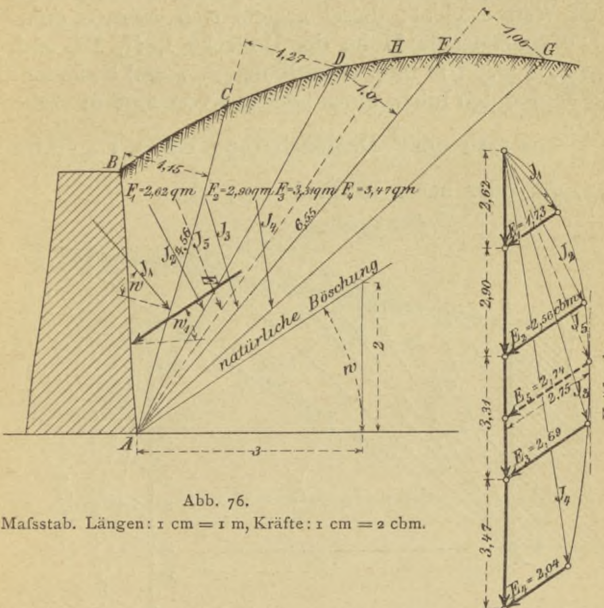


Abb. 76.
Mafsstab. Längen: 1 cm = 1 m, Kräfte: 1 cm = 2 cbm.

Sein Angriffspunkt liegt da, wo eine durch den Schwerpunkt des abrutschenden Erdkörpers *(ABH)* zur Gleitfläche *(AH)* parallele Linie die Hinterfläche der Mauer trifft. In Abb. 76 ist sie nicht gezeichnet, um die Übersichtlichkeit nicht zu stören.

§ 25. **Ebene Erdoberfläche.**

Wenn die Oberfläche des Erdbodens eben ist (Abb. 77), vereinfacht sich das Auffinden des gröfsten Druckes; denn die Flächeninhalte der Dreiecke I, II, III und IV verhalten sich zu einander wie ihre Grundlinien BC, CD, DF und

FG. Diese können daher ohne weiteres im Kräfteplan als Gewichte aufgetragen werden. In Abb. 77 ist dies geschehen, und die Werte von *E* sind für die Gleitflächen *AC*, *AD*, *AF* und *AG* bestimmt worden. Schliefslich ist das Dreieck *DAF* noch halbiert, weil der Erddruck dort seinen gröfsten Wert erreicht; dieser ergiebt sich = 0,92 cm.

Die gemeinsame Höhe der Dreiecke I, II, III und IV beträgt 2,98 m. 1 m ihrer Grundlinie (= 1 cm) bedeutet also im Kräfteplan den Inhalt eines Dreiecks von 2,98 m Höhe = $\frac{1 \times 2{,}98}{2} = 1{,}49$ qm. Demnach 0,92 cm = $1{,}4 \cdot 0{,}92$ = rd. 1,37 qm oder bei 1 m Tiefe 1,37 cbm.

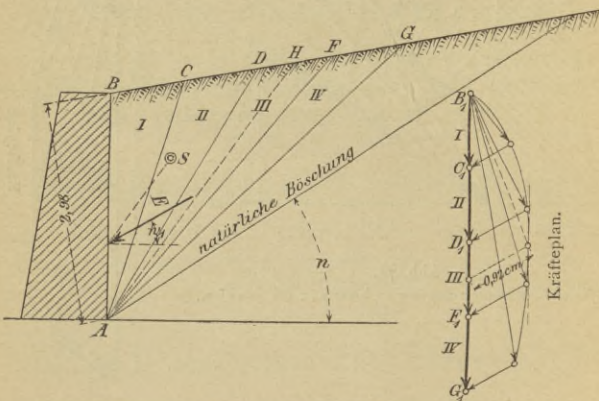


Abb. 77. Mafsstab. Längen: 1 cm = 1 m, Kräfte: 1 cm = 1,49 cbm.

An den Abb. 76 und 77 sieht man, dafs es nicht nötig ist, die Gleitflächen sehr nahe an einander zu legen, um den Erddruck zu finden. In der Regel werden 3 Lagen etwa in der Mitte zwischen Wand und natürlicher Böschungsneigung genügen. Geht die Gröfse des Erddrucks aus den gefundenen Werten nicht klar hervor, so kann man noch eine andere Gleitfläche annehmen.

Da der abrutschende Erdkörper bei ebener Erdoberfläche ein Dreieck bildet (*ABH* in Abb. 77), so trifft die Parallele durch seinen Schwerpunkt die Wand in $^1/_3$ der

Höhe. Dort liegt also der Angriffspunkt des Erddrucks, und dieser läfst sich durch ein Dreieck darstellen, dessen Flächeninhalt seiner Gröfse entspricht (Abb. 80 auf Seite 71).

Aufgaben. Man bestimme die Gröfse des Erddrucks unter Annahme ähnlicher Verhältnisse wie in Abb. 76 und 77!

Anmerkung. Es ist zweckmäfsig, sich die vorkommenden Reibungswinkel in starkem Papier auszuschneiden, wenn kein entsprechendes Dreieck zur Verfügung steht.

Die Gleitfläche und die Gröfse des Erddrucks lassen sich auch auf folgende Art finden (Abb. 78):

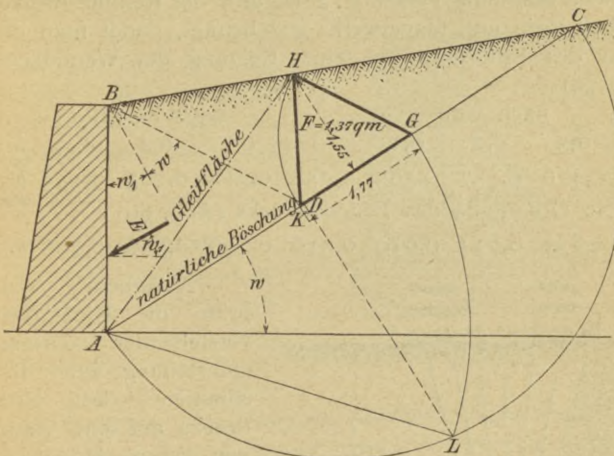


Abb. 78. Mafsstab 1:100. 1 cm = 1 m.

Man schlägt einen Halbkreis über AC, zieht die Linie BD unter dem Winkel $w + w_1$ gegen die Wandfläche und errichtet in D die Senkrechte zu AC DL. Wird dann $AG = AL$ gemacht und $GH \parallel DB$ gezogen, so ist AH die Gleitfläche.

In Abb. 78 ist ferner $GK = GH$ gemacht und die Linie HK gezogen. Die Gröfse des Erddrucks wird durch das Dreieck GHK dargestellt, dessen Fläche $= \frac{1{,}77 \cdot 1{,}55}{2}$ $= 1{,}37$ qm, bei 1 m Tiefe 1,37 cbm entsprechend.

Diese Konstruktion ist bei ebener Erdoberfläche anwendbar. Der Beweis für ihre Richtigkeit ist etwas umständlich und soll deshalb hier nicht gegeben werden; man kann sich davon überzeugen, wenn man des Ergebnis mit dem auf die frühere Art gefundenen vergleicht. Auch in Abb. 77 und 78 ergab sich der Erddruck gleich grofs.

§ 26. Erdoberfläche wagerecht, Beispiel.

Gewöhnlich ist die Erdoberfläche wagerecht. Wenn die natürliche Böschung gleich 3 : 2 ist und der Reibungswinkel zwischen Erde und Mauerwerk 30^0 beträgt, findet man die Gröfse des Erddrucks bei einer Neigung der Wandfläche (Abb. 79)

	nach vorn				nach hinten			
von	0,3	0,2	0,1	0	0,1	0,2	0,3	h
$E =$	0,416	0,357	0,305	0,258	0,218	0,183	0,153	h^2

und die Grundlinie des Druckdreiecks (Abb. 80)

$b =$	0,832	0,714	0,610	0,516	0,436	0,366	0,306	h.

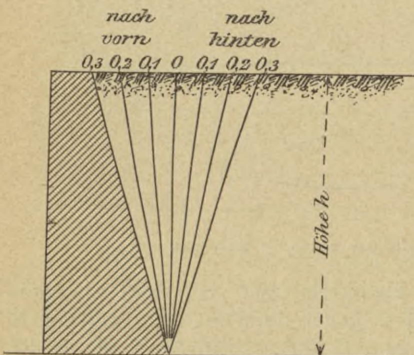


Abb. 79.

Aufgaben. Man prüfe die Richtigkeit vorstehender Zusammenstellung durch Bestimmen des Erddrucks auf eine Wand von 10 m Höhe bei verschiedenen Neigungen der Hinterfläche!

Man bestimme den Erddruck in vorstehenden Fällen, wenn $w = w_1 = 37^0$ ist!

Beispiel. In Abb. 81 ist eine Futtermauer von 4 m Höhe gezeichnet. Der obere Teil ist (wenn die auf den Absätzen ruhende Erde zum Mauerwerk geschlagen wird) 3,0 m hoch und 1,42 m stark, die Querschnittsfläche beträgt also $3 \cdot 1{,}42 = 4{,}26$ qm; bei 1 m Tiefe sind qm und cbm gleichbedeutend. Der Erddruck wird durch das Dreieck *KLM* dargestellt, dessen Grundlinie $LM = 0{,}516 \cdot 3{,}0 =$ rd. 1,55 m, und dessen Inhalt $\frac{3 \cdot 1{,}55}{2} = 2{,}32$ qm beträgt.

Wenn die Hinterfüllungserde eben so schwer ist wie Mauerwerk, kann man die qm oder cbm ohne weiteres als Kräfte einführen; sonst mufs die Zahl der cbm Erde entsprechend verkleinert werden wie im § 15. Hier wurde das Gewicht von 1 cbm Erde = 1 cbm Mauerwerk = 1600 kg angenommen. Die 4,26 und 2,32 qm ergeben zusammen eine Mittelkraft von 5,8 qm, welche die Fuge *AB* im Punkte *J* an der Grenze des mittleren Drittels trifft. Die Beanspruchung bei *A* ist demnach $\frac{5{,}8 \cdot 1600 \cdot 2}{100 \cdot 142}$ = rd. 1,3 kg/qcm.

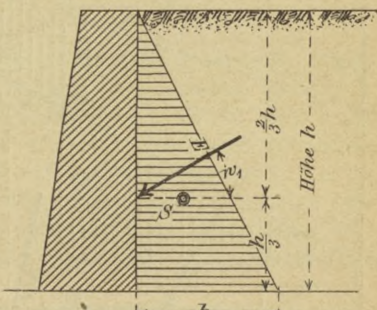


Abb 80.

Der zweite Abschnitt der Mauer *ABCD* enthält $1{,}42 \cdot 1{,}0 = 1{,}42$ qm. Diese ergeben mit den 5,8 qm eine Mittelkraft von 7,14 qm. Die Neigung der Hinterfläche beträgt 0,3 m auf 1 m. Den Erddruck darauf findet man durch das Dreieck *NOP*, dessen Grundlinie $OP = 0{,}306 \cdot 4{,}0 =$ rd. 1,22 m ist. Davon kommt das Trapez *MOPT* in Betracht, dessen Inhalt $1{,}0 \cdot \frac{0{,}92 + 1{,}22}{2} = 1{,}07$ qm beträgt.

Diese werden mit den 7,14 qm zu einer Kraft von 7,71 qm zusammengesetzt, welche die Fuge *CD* im Punkte *R* an der Grenze des Kernes trifft. Der gröfste Druck bei *C* berechnet sich zu $\frac{7{,}71 \cdot 1600 \cdot 2}{100 \cdot 142}$ = rd. 1,74 kg/qcm.

Das Fundament enthält, wenn wieder der auf den Absätzen ruhende Erdboden zum Mauerwerk geschlagen wird,

$2{,}0 \cdot 1{,}0 = 2{,}0$ qm. Diese ergeben mit den 7,71 qm zusammen eine Mittelkraft von 9,60 qm.

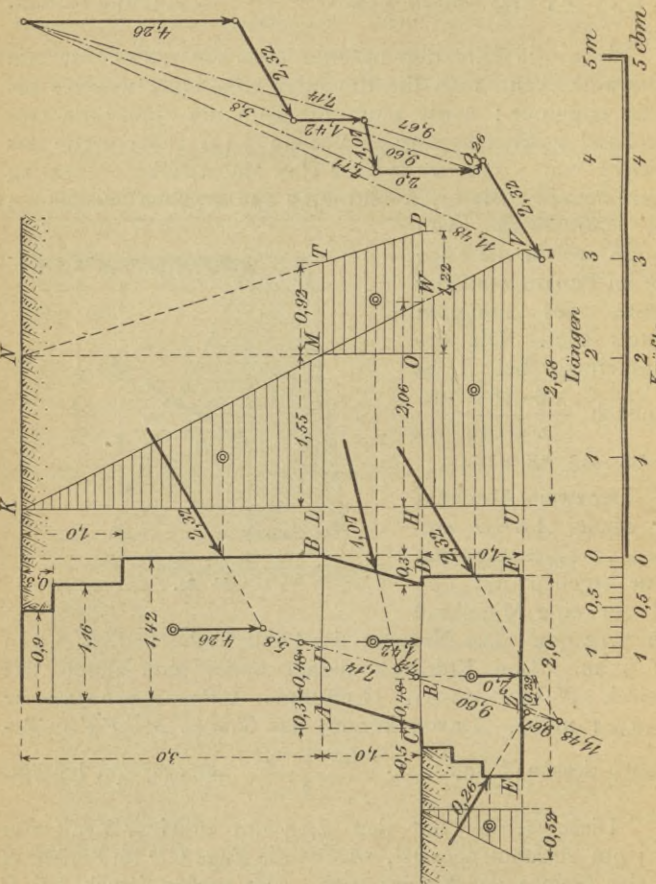


Abb. 81.

Der Erddruck auf die Vorderfläche beträgt $\frac{0{,}52 \cdot 1{,}0}{2} =$ 0,26 qm, die zu den 9,60 qm hinzutreten. Die Mittelkraft ist 9,67 qm. Der Erddruck auf die Hinterfläche ergiebt sich aus dem Dreieck KUV, dessen Grundlinie $UV = 0{,}516 \cdot 5{,}0 = 2{,}58$ m ist. Davon kommt das Trapez $UVWH$ in Betracht, dessen Inhalt $\frac{2{,}06 + 2{,}58}{2} \cdot 1{,}0 = 2{,}32$ qm beträgt.

Diese werden mit den 9,67 qm zu einer Mittelkraft von 11,48 qm zusammengesetzt, welche (rückwärts verlängert) die Fuge EF im Punkte Z noch innerhalb des Kerns, 29 cm von der Mitte entfernt trifft. Die gröſste Beanspruchung berechnet sich nach der Formel

$$s = \frac{P}{F} \cdot \left(1 + \frac{6e}{h}\right) = \frac{11{,}48 \cdot 1600}{100 \cdot 200}\left(1 + \frac{6 \cdot 29}{200}\right)$$
$$= \text{rd. } 1{,}72 \text{ kg/qcm.}$$

Die Beanspruchung des Mauerwerks an den Fugen AB und CD ist verhältnismäſsig klein, trotzdem die Mittelkraft schon am Rande des Kerns liegt. Es ist aber nicht empfehlenswert, Stützmauern zu bauen, bei denen die Mittelkraft des Druckes erheblich aus dem Kern heraustritt; denn eine kleine weitere Verschiebung nach auſsen infolge von Nachgeben des Baugrundes und dadurch verursachtem Überneigen der Mauer nach vorn kann sonst leicht verhängnisvoll werden.

Aufgabe. Man vermindere die Stärke der Mauer um einen halben Stein und bestimme die Beanspruchungen!

Kapitel 5.

Schornsteine.

§ 27. Grösse des Winddrucks.

Hohe Schornsteine werden durch Wind gefährdet. Sie werden selten viereckig ausgeführt, weil diese Form dem Wind eine zu gute Angriffsfläche bietet und deshalb für die Standfestigkeit nicht günstig ist.

Nur viereckige Schornsteine haben den vollen Winddruck auszuhalten;

bei sechseckigen genügt es,	0,75,
bei achteckigen	0,70
und bei runden	0,67

davon einzuführen. Dabei gilt die in den Abb. 82—84 bezeichnete Breite.

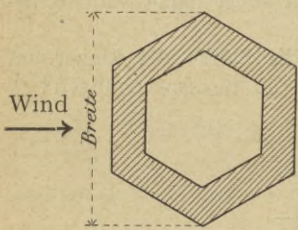


Abb. 82.

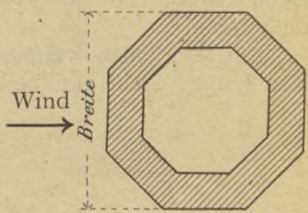


Abb. 83.

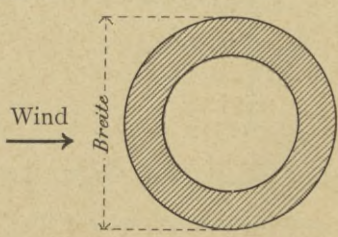


Abb. 84.

Bis 45 m Höhe nimmt man gewöhnlich die gröfste Stärke des Winddrucks zu 125 kg/qm einer senkrechten Fläche an. Bei gröfseren Höhen würde dies nicht genügen, weil der Wind in den oberen Luftschichten gröfsere Geschwindigkeit erreicht als unten. Bis 75 m rechnet man mit 150 kg/qm und darüber hinaus mit noch stärkerem Druck. So hohe Schornsteine sollen hier nicht berücksichtigt werden. Bei ihnen wählt man meist Baustoffe von besonderer Güte; dann ist eine höhere Beanspruchung als sonst zulässig.

Unter Annahme eines Winddrucks von 125 kg auf 1 qm senkrechter Fläche ergiebt sich

bei sechseckiger Form	$125 \cdot 0{,}75 =$ rd.	94 kg,
bei achteckiger	$125 \cdot 0{,}70 =$ rd.	88 kg
und bei runder	$125 \cdot 0{,}67 =$ rd.	84 kg

Druck für 1 qm Ansichtsfläche.

§ 28. Der Schaft.

In den Abb. 85—87 ist ein Schornstein mit rundem Schaft dargestellt. Die Wandstärke beträgt oben 15 cm und nimmt nach je 4 m um 5 cm zu.

Der mittlere Durchmesser des I. Absatzes beträgt aufsen 1,24 m, innen 0,94 m und die Querschnittsfläche demnach (Tabelle im II. Teil, Seite 3 und 4)

$$\begin{aligned} F\,(1{,}24) &= 1{,}208 \text{ qm} \\ f\,(0{,}94) &= 0{,}694 \text{ qm} \\ \hline F - f &= 0{,}514 \text{ qm}. \end{aligned}$$

Der Kubikinhalt ist bei 4 m Höhe $4 \cdot 0{,}514 = 2{,}056$ cbm.

Hohe Schornsteine bestehen gewöhnlich aus Klinkermauerwerk von wenigstens 1700 kg Gewicht für 1 cbm.

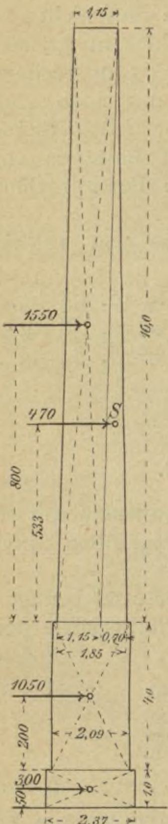
$$2{,}056 \cdot 1700 = \text{rd. } 3\,500 \text{ kg}.$$

Beim II. Absatz ist die Querschnittsfläche

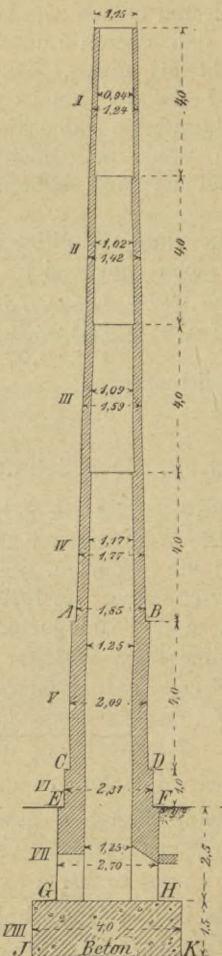
$$\begin{aligned} F\,(1{,}42) &= 1{,}584 \text{ qm} \\ f\,(1{,}02) &= 0{,}817 \text{ qm} \\ \hline F - f &= 0{,}767 \text{ qm} \end{aligned}$$

und das Gewicht $4 \cdot 0{,}767 \cdot 1\,700 =$ rd. 5220 kg.

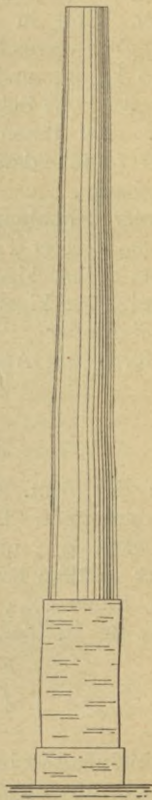
Winddruck.



Schnitt durch die Mitte.



Ansicht.



Mafsstab 1 : 200. 1 cm = 2 m.

Abb. 85. Abb. 86. Abb. 87.

Beim III. Absatz ist

$$F\ (1{,}59) = 1{,}986 \text{ qm}$$
$$f\ (1{,}09) = 0{,}933 \text{ qm}$$
$$F - f = 1{,}053 \text{ qm}$$

und das Gewicht $4 \cdot 1{,}053 \cdot 1\,700 =$ rd. 7 160 kg.

Beim IV. Absatz ist

$$F\ (1{,}77) = 2{,}461 \text{ qm}$$
$$f\ (1{,}17) = 1{,}075 \text{ qm}$$
$$F - f = 1{,}386 \text{ qm}$$

und das Gewicht $4 \cdot 1{,}306 \cdot 1\,700 =$ rd. 9420 kg.
Alle 4 Absätze zusammen wiegen

$$3\,500 + 5\,220 + 7\,160 + 9\,420 = 25\,300 \text{ kg.}$$

Es werde die Spannung an der Fuge A—B untersucht. Die Querschnittsfläche

$$F\ (1{,}85) = 2{,}688 \text{ qm}$$
$$f\ (1{,}25) = 1{,}227 \text{ qm}$$
$$F - f = 1{,}461 \text{ qm oder } 14610 \text{ qcm.}$$

Das darauf lastende Gewicht ist 25300 kg, somit die Druckspannung

$$s_1 = \frac{P}{F} = \frac{25\,300}{14\,610} = \text{rd. } 1{,}73 \text{ kg/qcm.}$$

Hierzu kommt der Winddruck. Da der Schaft rund ist, sind nach § 27 84 kg/qm in Rechnung zu stellen.

Die Ansichtsfläche des Schaftes kann man in ein Parallelogramm von 16 m Höhe und 1,15 m Breite und ein Dreieck von 16 m Höhe und 0,70 m Breite zerlegen (Abb. 85).

Das Parallelogramm hat einen Flächeninhalt von $16 \cdot 1{,}15 = 18{,}4$ qm; $18{,}4 \cdot 84 =$ rd. 1 550 kg. Das Biegungsmoment dieser Kraft für die Fuge A—B ist $1\,550 \cdot 800$ = rd. 1 240 000 kgcm.

Der Flächeninhalt des Dreiecks beträgt $\frac{0{,}7 \cdot 16}{2}$ = 5,6 qm; $5{,}6 \cdot 84 =$ rd. 470 kg, und das Biegungsmoment dieser Kraft für die Fuge A—B ist

$$\frac{470 \cdot 1600}{3} = \text{rd. } 251\,000 \text{ kgcm,}$$

zusammen $M = 1\,240\,000 + 251\,000 = 1\,491\,000$ kgcm.

Die Biegungsspannung $s_2 = \frac{M}{W}$; $W = \frac{J}{a}$ (Teil II, § 28). Das Trägheitsmoment des ringförmigen Querschnitts kann man so berechnen:

$$J = J\,(185) - J\,(125) \text{ (Teil II, § 42).}$$

Beim kreisförmigen Querschnitt ist

$$J = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{d^2}{16};$$

$$J\,(185) = \frac{\pi \cdot 185^2}{4} \cdot \frac{185^2}{16} = 26880 \cdot \frac{34\,225}{16}$$

(Tabelle im II. Teil, Seite 5),

$$J\,(125) = \frac{\pi \cdot 125^2}{4} \cdot \frac{125^2}{16} = 12\,272 \cdot \frac{15\,625}{16}$$

(Tabelle im II. Teil, Seite 4).

$$\begin{aligned} J &= J(185) - J(125) \\ &= \frac{1}{16}(26\,880 \cdot 34\,225 - 12\,272 \cdot 15625) \\ &= \text{rd. } \frac{1}{16}(920\,000\,000 - 192\,000\,000) \\ &= \frac{1}{16} \cdot 728\,000\,000 = \text{rd. } 45\,500\,000 \text{ cm}^4. \end{aligned}$$

$$W = \frac{J}{a} = 45\,500\,000 : \frac{185}{2} = \text{rd. } 492\,000 \text{ cm}^3\text{*)},$$

somit $s_2 = \frac{M}{W} = \frac{1\,491\,000}{492\,000} = \text{rd. } 3{,}03 \text{ kg/qcm}$

Druck an der rechten und Zug an der linken Kante. Hierzu die gleichmäfsige Druckspannung von 1,73 kg/qcm, ergiebt $3{,}03 + 1{,}73 = 4{,}76$ kg/qcm Druck rechts

und $3{,}03 - 1{,}73 = 1{,}30$ kg/qcm Zug links.

Da dem Mauerwerk jedoch keine Zugspannungen zugemutet werden sollen, mufs man annehmen, dafs sich die Fuge

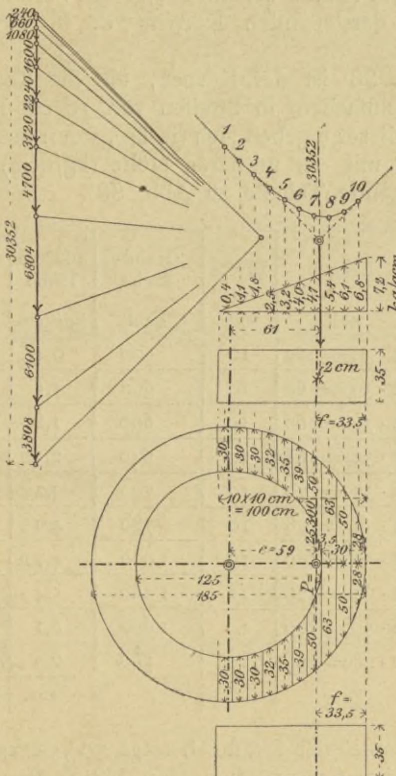
---

*) Nicht selten wird der Fehler begangen, das Widerstandsmoment eines Querschnitts einfach aus den Widerstandsmomenten seiner Teile zusammenzusetzen. Das würde, wie man sich hier leicht überzeugen kann, ein anderes (falsches) Ergebnis liefern. Man mufs das Trägheitsmoment bilden und dieses durch den Abstand der äufsersten Faser von der Mitte (die halbe Höhe) dividieren.

auf der Windseite öffnet und die Druckverteilung sich etwa gestaltet, wie in Abb. 88 dargestellt ist.

Die Kraft $P = 25\,300$ kg wird durch den Wind aus der Mitte des Schornsteines verschoben. Das Mafs der Verschiebung e kann man durch Zusammensetzen der Kräfte finden. Es läfst sich aber leichter und genauer dadurch bestimmen, dafs das Drehmoment der verschobenen Kraft um [die Mitte $P \cdot e$ dem Drehmoment des Windes von 1 491 000 kgcm gleich sein mufs (vgl. § 10);

Abb. 88.



Mafsstab, Längen: 1 cm = 50 cm, Kräfte: 1 cm = 5000 kg.

Aufrifs.

Grundrifs.

$$25\,300 \cdot e = 1\,491\,000 \text{ kgcm},$$

$$e = \frac{1\,491\,000}{25\,300} = \text{rd. } 59 \text{ cm}.$$

Die gedrückte Fläche wird sich annähernd durch zwei Rechtecke von 35 cm Breite ersetzen lassen, bei denen die Kraft P am Rande des Kernes wirkt (Abb. 88). Dann berechnet sich die gröfste Beanspruchung nach der Formel

$$s = \frac{2\,P}{3\,b \cdot f} = \frac{2 \cdot 25\,300}{3 \cdot 2 \cdot 35 \cdot 33{,}5} = \text{rd. } 7{,}2 \text{ kg/qcm}.$$

Zur Prüfung der Richtigkeit kann man die Spannungen im Grund- und Aufrifs zeichnen und die Schwerlinie des die Spannungen darstellenden Körpers d. h. ihre Mittelkraft bestimmen.

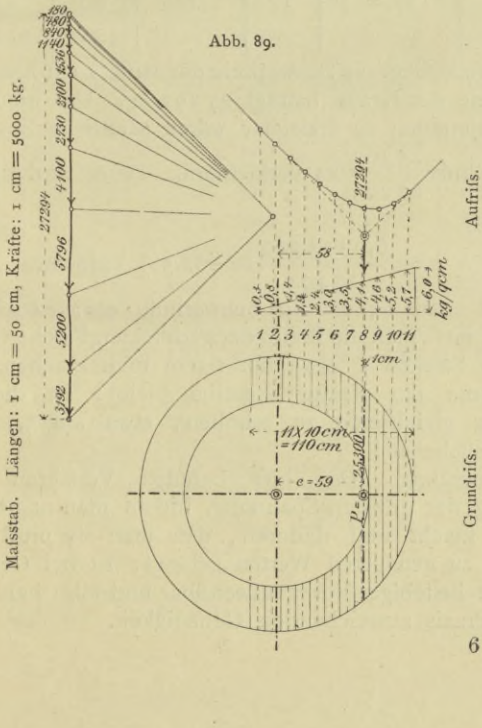
In Abb. 88 ist der Körper, um die Rechnung möglichst zu vereinfachen, in Streifen von 10 cm Breite geteilt. Die Inhalte dieser ergeben sich (in kg), wenn man die Grundfläche (qcm) mit der mittleren Höhe (kg/qcm) multipliziert (vgl. die folgende Tabelle zu Abb. 88).

Nr. des Streifens	Länge cm	Breite cm	Grundfläche qcm	mittlere Höhe kg/qcm	Inhalt kg
1	2 · 30 = 60	10	600	0,4	240
2	2 · 30 = 60	10	600	1,1	660
3	2 · 30 = 60	10	600	1,8	1 080
4	2 · 32 = 64	10	640	2,5	1 600
5	2 · 35 = 70	10	700	3,2	2 240
6	2 · 39 = 78	10	780	4,0	3 120
7	2 · 50 = 100	10	1 000	4,7	4 700
8	2 · 63 = 126	10	1 260	5,4	6 804
9	2 · 50 = 100	10	1 000	6,1	6 100
10	2 · 28 = 56	10	560	6,8	3 808
				zus.	30 352

Die Summe der Kräfte beträgt 30352 kg, und ihre Schwerlinie ist 61 cm von der Mitte des Schornsteins entfernt. Die angenommenen Spannungen würden also einer Kraft genügenden Widerstand leisten, die 2 cm weiter nach aufsen liegt und um rd. $^1/_5$ gröfser ist als die vorhandene von 25 300 kg. Daraus folgt, dafs die wirklich auftretende gröfste Spannung nicht, wie angenommen, 7,2 kg/qcm sondern höchstens $^5/_6$ davon betragen kann.

Will man die Spannungen genauer bestimmen, kann man eine neue Annahme machen und wie vorher verfahren. In Abb. 89 ist eine gröfste Spannung von 6 kg/qcm sowie, damit die Schwerlinie mehr nach der Mitte des Schornsteins rückt, eine Breite der gedrückten Fläche von $11 \cdot 10 = 110$ cm angenommen. Die Kräfte in den einzelnen Streifen sind wie vorher berechnet und zusammengesetzt (vgl. die Tabelle auf Seite 82). Die einzelnen Grundflächen sind bis auf den hinzutretenden Streifen 1 dieselben wie in Abb. 88.

Abb. 89.



Nr. des Streifens	Länge cm	Breite cm	Grundfläche qcm	mittlere Höhe kg/qcm	Inhalt kg
1	$2 \cdot 30 = 60$	10	600	0,3	180
2	$2 \cdot 30 = 60$	10	600	0,8	480
3	$2 \cdot 30 = 60$	10	600	1,4	840
4	$2 \cdot 30 = 60$	10	600	1,9	1 140
5	$2 \cdot 32 = 64$	10	640	2,4	1 536
6	$2 \cdot 35 = 70$	10	700	3,0	2 100
7	$2 \cdot 39 = 78$	10	780	3,5	2 730
8	$2 \cdot 50 = 100$	10	1 000	4,1	4 100
9	$2 \cdot 63 = 126$	10	1 260	4,6	5 796
10	$2 \cdot 50 = 100$	10	1 000	5,2	5 200
11	$2 \cdot 28 = 56$	10	560	5,7	3 192
				zus.	27 294

Diesmal liegt die Schwerlinie der Mitte 1 cm näher als P; die Summe der Kräfte beträgt 27 294 kg. Um noch bessere Übereinstimmung zu erzielen, wären sämtliche Spannungen im Verhältnis $\frac{25\,300}{27\,294}$ zu verkleinern. Dann wird die gröfste Spannung

$$s = \frac{6{,}0 \cdot 25\,300}{27\,294} = \text{rd. } 5{,}6 \text{ kg/qcm.}$$

Will man ferner die Schwerlinie etwas nach aufsen schieben, mufs man die Breite der gedrückten Fläche verringern und den Streifen 1 etwa nur 6 cm breit machen. Damit die Summe der Kräfte dieselbe bleibt, ist die gröfste Spannung gleichzeitig zu erhöhen, etwa auf 5,7 kg/qcm. Man versuche es!

Anmerkung. Das hier benutzte Verfahren zur Bestimmung der gröfsten Spannung, indem man ungefähre Annahmen macht und dadurch, dafs man sie prüft und berichtigt, zu genaueren Werten gelangt, ist bei Grundrissen von ganz beliebiger Form anwendbar und führt bald zu einer für die Praxis ausreichenden Genauigkeit.

Bei ringförmigen Grundrissen wie hier kann die gröfste Spannung schneller mit Hilfe nachstehender Tabelle gefunden werden. Diese giebt das Verhältnis der gröfsten Kantenpressung s zur gleichmässig verteilten Druckspannung s_1 $\left(\text{die Gröfse } \frac{s}{s_1}\right)$ bei verschiedenen Werten von $\frac{r}{R}$ und $\frac{e}{R}$ an.

r bedeutet dabei den inneren Halbmesser,

R den äufseren Halbmesser

und e wie sonst die Entfernung der Kraft P von der Mitte.

Werte $s : s_1$ *)

$\frac{e}{R}$	$\frac{r}{R} =$ 0,0	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	$\frac{e}{R}$
0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00
0,05	1,20	1,16	1,15	1,13	1,12	1,11	1,10	0,05
0,10	1,40	1,32	1,29	1,27	1,24	1,22	1,20	0,10
0,15	1,60	1,48	1,44	1,40	1,37	1,33	1,30	0,15
0,20	1,80	1,64	1,59	1,54	1,49	1,44	1,40	0,20
0,25	2,00	1,80	1,73	1,67	1,61	1,55	1,50	0,25
0,30	2,23	1,96	1,88	1,81	1,73	1,66	1,60	0,30
0,35	2,48	2,12	2,04	1,94	1,85	1,77	1,70	0,35
0,40	2,76	2,29	2,20	2,07	1,98	1,88	1,80	0,40
0,45	3,11	2,51	2,39	2,23	2,10	1,99	1,90	0,45
0,50	3,55	2,80	2,61	2,42	2,26	2,10	2,00	0,50
0,55	4,15	3,14	2,89	2,67	2,42	2,26	2,12	0,55
0,60	4,96	3,58	3,24	2,92	2,64	2,42	2,26	0,60
0,65	6,00	4,34	3,80	3,30	2,92	2,64	2,42	0,65
0,70	7,48	5,40	4,65	3,86	3,33	2,95	2,64	0,70
0,75	9,93	7,26	5,97	4,81	3,93	3,33	2,89	0,75
0,80	13,87	10,05	8,80	6,53	4,93	3,96	3,27	0,80
0,85	21,08	15,55	13,32	10,43	7,16	4,50	3,77	0,85
0,90	38,25	30,80	25,80	19,85	14,60	7,13	4,71	0,90
0,95	96,10	72,20	62,20	50,20	34,60	19,80	6,72	0,95
1,00	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1,00

*) Nach J. Goebel, Standfestigkeit eines Schornsteines. Zeitschr. d. V. d. Ing. 1898, S. 180 u. f.

In unserem Falle ist

$$r = \frac{125}{2},\ R = \frac{185}{2} \text{ und } e = 59 \text{ cm},$$

$$\text{demnach } \frac{r}{R} = \frac{125}{185} = \text{rd. } 0{,}68$$

$$\text{und } \frac{e}{R} = \frac{59 \cdot 2}{185} = \text{rd. } 0{,}64.$$

Da die Werte $\frac{s}{s_1}$ für diese Zahlen in der Tabelle nicht unmittelbar gegeben sind, müssen sie durch Einschaltung gefunden werden; vgl. nachstehende Zusammenstellung, in welcher die eingeschalteten Werte eingeklammert sind.

$\frac{e}{R}$	$\frac{r}{R} =$ 0,6	[0,68]	0,7
0,60	3,24		2,92
(0,64)	(3,69)	[3,31]	(3,22)
0,65	3,80		3,30

Für $\frac{e}{R} = 0{,}64$ ergiebt sich bei $\frac{r}{R} = 0{,}6$ $\frac{s}{s_1}$ zu 3,69, indem man $^4/_5$ von 3,80—3,24 zu 3,24 zuzählt und bei $\frac{r}{R} = 0{,}7$ $\frac{s}{s_1}$ zu 3,22, indem man $^4/_5$ von 3,30—2,92 zu 2,92 zuzählt.

Durch Einschalten zwischen 3,69 und 3,22 ergiebt sich für $\frac{r}{R} = 0{,}68$ $\frac{s}{s_1} = 3{,}31$, indem man $^8/_{10}$ von 3,69—3,22 von 3,69 abzieht; demnach ist $s = 3{,}31 \cdot s_1$.

s_1 beträgt, wie auf Seite 77 berechnet war, 1,73 kg/qcm; daher $s = 3{,}31 \cdot 1{,}73 =$ rd. 5,7 kg/qcm, was mit dem auf Seite 82 gefundenen Wert hinreichend genau übereinstimmt.

§ 29. Sockel und Grundmauerwerk.

Der Sockel des Schornsteins ist quadratisch. Die Querschnittsfläche des V. Abschnitts berechnet sich

$$\begin{aligned} F &= 2{,}09^2 = 4{,}3681 \text{ qm} \\ f &= 1{,}25^2 = 1{,}5625 \text{ qm} \\ \hline F-f &= 2{,}8056 \text{ qm} \end{aligned}$$

und das Gewicht

$$\begin{aligned} 4 \cdot 2{,}8056 \cdot 1700 &= \text{rd. } 19080 \text{ kg}, \\ \text{mit dem früheren von } &\phantom{= \text{rd. }} 25300 \text{ kg} \\ \hline \text{zusammen } &\phantom{= \text{rd. }} 44380 \text{ kg}. \end{aligned}$$

Die Querschnittsfläche an der Fuge $C—D$ ist 28056 qcm und die Druckspannung

$$s_1 = \frac{P}{F} = \frac{44380}{28056} = \text{rd. } 1{,}58 \text{ kg/qcm}.$$

Der Druck des Windes auf die Fläche von $4 \cdot 2{,}09 = 8{,}36$ qm beträgt $8{,}36 \cdot 125 =$ rd. 1050 kg und das Biegungsmoment dieser Kraft um einen Punkt der Fuge $C—D$ $1050 \cdot 200 =$ 210000 kgcm.

Die Hebelarme der Kräfte von 1550 und 470 kg sind um 400 cm länger als an der Fuge $A—B$. Daher ist ihr Biegungsmoment um $(1550 + 470) \cdot 400 =$ 808000 kgcm größer als vorher; dazu das frühere von 1491000 kgcm

zusammen $M = 2509000$ kgcm.

Das Trägheitsmoment des Querschnitts ist $\frac{209^4}{12} - \frac{125^4}{12}$.

Nach der Tabelle I im II. Teil ist

$$\begin{aligned} 209^2 = \text{rd. } 43700 \text{ und } 43700^2 &= 1909690000 \\ 125^2 = \text{rd. } 15600 \text{ und } 15600^2 &= 243360000 \\ \hline 209^4 - 125^4 = \text{rd. } & 1666330000, \end{aligned}$$

$$\text{also } J = \frac{1666330000}{12} = \text{rd. } 139000000 \text{ cm}^4$$

$$\text{und } W = \frac{J}{a} = 139000000 : \frac{209}{2} = \text{rd. } 1330000 \text{ cm}^3.$$

Die gröfste Biegungsspannung

$$s_2 = \frac{M}{W} = \frac{2\,509\,000}{1\,330\,000} = \text{rd. } 1{,}89 \text{ kg/qcm},$$

demnach die Gesamtspannung

bei D $1{,}89 + 1{,}58 = 3{,}47$ kg/qcm Druck

und bei C $1{,}89 - 1{,}58 = 0{,}31$ kg/qcm Zug.

Die ohne Berücksichtigung der Zugfestigkeit des Mauerwerks sich ergebende gröfste Spannung kann nach dem bei der Fuge $A-B$ angewandten Verfahren bestimmt werden. Das ist aber hier kaum notwendig; denn es ist klar, dafs sie keinen unzulässigen Wert erreicht.

Der **VI. Absatz** des Schornsteins hat eine Querschnittsfläche $F = 2{,}37^2 = 5{,}6169$ qm

$$f = 1{,}25^2 = 1{,}5625 \text{ qm}$$

$$F - f = 4{,}0544 \text{ qm}$$

und bei 1 m Höhe ein Gewicht von

$1 \cdot 4{,}0544 \cdot 1\,700 =$ 6 890 kg,

mit dem früheren von 44 380 kg

zusammen 51 270 kg.

Die Querschnittsfläche an der Fuge $E-F$ beträgt 40 544 qcm, demnach die Druckspannung

$$s_1 = \frac{P}{F} = \frac{51\,270}{40\,544} = \text{rd. } 1{,}27 \text{ kg/qcm}.$$

Der Druck des Windes auf die 2,37 qm grofse Fläche beträgt $2{,}37 \cdot 125 =$ rd. 300 kg und das Biegungsmoment dieser Kraft für die Fuge $E-F$ $300 \cdot 50 =$ 15 000 kgcm.

Die Hebelarme der anderen Kräfte von 1 550, 470 und 1 050 kg sind um 100 cm länger als bei der Fuge $C-D$, das Biegungsmoment ist also gröfser um

$(1\,550 + 470 + 1\,050) \cdot 100 =$ 307 000 kgcm.

Dazu das frühere von 2 509 000 kgcm

zusammen $M = 2\,831\,000$ kgcm.

Das Trägheitsmoment des Querschnittes

$$J = \frac{237^4}{12} - \frac{125^4}{12};$$

$$237^2 = \text{rd. } 56\,200 \text{ und } 56\,200^2 = 3\,158\,440\,000,$$
$$125^4 \text{ wie früher } = \text{rd. } 243\,360\,000$$
$$237^4 - 125^4 = 2\,915\,080\,000.$$

$$J = \frac{2\,915\,080\,000}{12} = \text{rd. } 243\,000\,000 \text{ cm}^4,$$

$$W = J : \frac{237}{2} = \text{rd. } 2\,050\,000 \text{ cm}^3$$

$$\text{und } s_2 = \frac{M}{W} = \frac{2\,831\,000}{2\,050\,000} = \text{rd. } 1{,}38 \text{ kg/qcm};$$

demnach bei F $1{,}38 + 1{,}27 = 2{,}65$ kg/qcm Druck
und bei E $1{,}38 - 1{,}27 = 0{,}11$ kg/qcm Zug.

Die Bestimmung der gröfsten Druckspannung ohne Berücksichtigung der Zugfestigkeit des Mauerwerks ist wie bei der Fuge C—D entbehrlich.

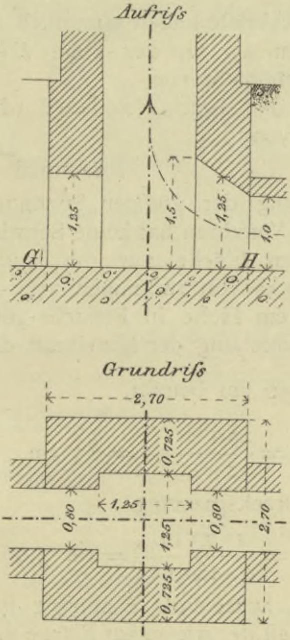


Abb. 90.
Mafsstab 1 : 100; 1 cm = 1 m.

Der **VII. Absatz** hat eine Querschnittsfläche

$$F = 2{,}70^2 = 7{,}2900 \text{ qm}$$
$$f = 1{,}25^2 = 1{,}5625 \text{ qm}$$
$$F - f = 5{,}7275 \text{ qm},$$

und bei 2,5 m Höhe ein Gewicht von

$2{,}5 \cdot 5{,}7275 \cdot 1\,700 =$ rd. 24 340 kg.

Hiervon gehen die in Abb. 90 dargestellten Fuchs- und Reinigungsöffnungen ab. Ihre Grundfläche beträgt $(2{,}7 - 1{,}25)\ 0{,}8 = 1{,}16$ qm und der Inhalt bei 1,25 m Höhe $1{,}16 \cdot 1{,}25 = 1{,}45$ cbm, entsprechend $1{,}45 \cdot 1\,700 =$ rd. 2 470 kg

Gewicht. Es bleiben also 21 870 kg,

mit dem früheren von 51 270 kg

zusammen 73 140 kg.

Die Winddruckkräfte haben sämmtlich einen um 250 cm längeren Hebelarm als an der Fuge $E - F$; es kommt also ein Biegungsmoment von

$(1\,550 + 470 + 1050 + 300) \cdot 250 =$ rd. 843 000 kgcm

zu dem früheren von 2 831 000 kgcm

hinzu, zusammen 3 674 000 kgcm.

Die Ermittelung der gröfsten Spannung nach dem im § 28 angegebenen Verfahren hat keine Schwierigkeit. Werden von der tragenden Fläche nur die beiden in Abb. 91 schraffirten Rechtecke von zusammen $270 - 125 = 145$ cm Breite und 270 cm Höhe in Betracht gezogen, so ergiebt sich, da die Verschiebung der Mittelkraft durch den Wind e

$\frac{3\,674\,000}{73\,140} =$ rd. 50 cm beträgt,

$$f = \frac{270}{2} - 50 = 85 \text{ cm}$$

und die gröfste Druckspannung

$$s = \frac{2\,P}{3\,b \cdot f} = \frac{2 \cdot 73\,140}{3 \cdot 145 \cdot 85} = \text{rd. } 3{,}96 \text{ kg/qcm}.$$

Die wirklich auftretende Spannung ist natürlich noch kleiner, weil ein Teil der tragenden Fläche nicht berücksichtigt wurde; eine genauere Ermittelung ist also nicht erforderlich.

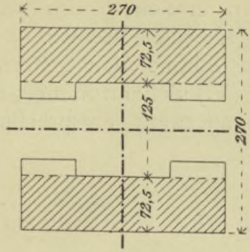


Abb. 91.

Maſsstab 1 : 100, 1 cm = 1 m.

Das **Betonfundament** hat eine Querschnittfläche von $4 \cdot 4 = 16$ qm und enthält bei 1,5 m Höhe $1{,}5 \cdot 16 = 24$ cbm Beton von je 2 200 kg Gewicht; $24 \cdot 2\,200 =$ 52 800 kg,
mit dem früheren von 73 140 kg

zusammen 125 940 kg.

Die Grundfläche J—K enthält $400 \cdot 400 = 160\,000$ qcm. Die Druckspannung s_1 beträgt demnach $\frac{125\,940}{160\,000} =$ rd. 0,79 kg/qcm.

Die Winddruckkräfte haben einen um 150 cm längeren Hebelarm als vorher; es kommt also ein Biegungsmoment von $(1\,550 + 470 + 1050 + 300) \cdot 150 =$ rd. 506 000 kgcm
zu dem früheren von 3 674 000 kgcm

hinzu, zusammen $M = 4\,180\,000$ kgcm.

Das Widerstandsmoment des Querschnitts ist nach der Formel

$$W = \frac{b h^2}{6} = \frac{400 \cdot 400 \cdot 400}{6} = \text{rd. } 10\,670\,000 \text{ cm}^3$$

und die gröſste Biegungsspannung

$$s_2 = \frac{M}{W} = \frac{4\,180\,000}{10\,670\,000} = \text{rd. } 0{,}39 \text{ kg/qcm};$$

demnach beträgt die Gesamtspannung

bei K $0{,}79 + 0{,}39 = 1{,}18$ kg/qcm Druck
und bei J $0{,}79 - 0{,}39 = 0{,}40$ kg/qcm Druck.

Die Spannungen erreichen also an keiner Stelle des Schornsteines eine gefährliche Gröfse.

Aufgabe. Man erhöhe den Schornstein durch Hinzufügen einer neuen (V.) Schafttrommel um 4 m, verstärke Sockel und Grundmauerwerk entsprechend und prüfe die Standfestigkeit!

Von demselben Verfasser erschien:

Statik für Baugewerkschulen u. Baugewerksmeister.

Erster Teil: **Die graphische Statik.**

67 Seiten kl. 8 mit 100 Abbildungen. 1898. geh. in steifem Umschlag 1,20 M.

Zweiter Teil: **Festigkeitslehre.**

148 Seiten kl. 8 mit 97 Abbildungen. 1899. geh. in steifem Umschlag 2,50 M.

Bestimmungen vom 16. Mai 1890 — III 8686 — über die Aufstellung von statischen Berechnungen zu Hochbau-Constructionen, sowie über die hierbei anzunehmenden Belastungen bezw. Beanspruchungen. 1899. gr. 8. 20 S. mit 12 Abbildungen. geh. 1 M.

Dienstanweisung für die Lokalbaubeamten der Staats-Hochbauverwaltung. Neu bearbeitet im Königl. Preufs. Ministerium der öffentlichen Arbeiten. Ausgabe vom 1. December 1898. gr. 8.

Erster Band: Text (XXXI, 266 S. m. 1 farb. Taf.)
Zweiter Band: Anhang (304 S.)
} zusammen in einen Band in Halbfranz geb. 12 M.

Ausgabe in zwei Bänden, Text und Anhang für sich in Halbfranz gebunden 13 M.

Die für den dienstlichen Gebrauch erforderlichen Formulare sind vorräthig.

Labes, R., Tafeln zur Bestimmung der Querschnitte gswalzter eiserner Träger für Hochbauten. Unter Berücksichtigung aller vorkommenden Belastungsarten. gr. 8. XVI, 94 S. mit Holzschn. 1893. steif geh. 4 M., in Leinwand geb. 5 M.

Tolkmitt, G., Königl. Baurath. Bauaufsicht und Bauführung. Handbuch für den praktischen Baudienst. (Neubearbeitung des Werkes: Grapow, Anleitung zur Aufsicht bei Bauten). Mit 148 Abbild. gr. 8. 1899. gebunden in Leinen 6 M.

Inhaltsangabe: I. Das Rechnen. II. Geometrie. III. Feldmessen und Nivelliren. IV. Mechanik. V Festigkeitslehre. VI. Baumaterialien. VII. Erd arbeiten. VIII. Grundarbeiten. IX. Zimmer- und Dachdecker-Arbeiten. X. Maurer-Arbeiten. XI. Verschiedene Bauconstructionen. XII. Anschlag, Verdingung und Abrechnung. XIII Rechnungssachen, Buch- und Dienstführung. XIV. Wege- und Strassenbau. XV. Wasserbau. XVI. Eisenbahnbau. — Anhang: Alphabetisches Sachregister.

Zimmermann, Dr. H., Geheimer Oberbaurath. Ueber den Sicherheitsgrad der Bauconstructionen, insbesondere der auf Knicken beanspruchten Körper. gr. 8. 1886. Pppbd. 2 M.

— Genietete Träger. Tabellen der Trägheitsmomente, Widerstandsmomente ... g der Nietverschwächun... gestellt. 3. Aufl. gr. 8. VI ... ifel. 1893. steif geh. 5 M. ... 6 M.

— Rechentaf... lenwerthe. 238 S. gr. 8. 189... enfrei.) 5 M.