



Grundzüge

der

constructiven Anordnung und statischen Berechnung

der

Brücken- und Hochbau-Constructionen.

Zweiter Theil.

Die statische Berechnung der Brückenconstructionen.

Erstes Heft.

Die statische Berechnung der Balkenbrücken.

Mit zahlreichen, durchgerechneten Beispielen und 9 lithographirten Tafeln.



Zum Gebrauche bei

Vorträgen und Privatstudien über Brückenbau, sowie bei statischen Berechnungen von Brücken

bearbeitet von

Dr. Friedrich Heinzerling,

Baurath und Professor an der polytechnischen Schule in Aachen,
vormals ordentlicher Professor der Bau- und Ingenieurwissenschaften an der Universität Gießen
und Sectioningenieur der hessischen Ludwigseisenbahngesellschaft.



Separatdruck aus dem „Civilingenieur“, Band XVIII und XIX.

Inventar. sub Litt. D. I. No. 448.

Leipzig.

Verlag von Arthur Felix.

1873.



III-306396

~~III 19837~~



Handwritten signature: Stanisław...

BPK-3-300/2017

Akc. Nr. 5200/51

Inhalt.

Einleitung	Spalte 1
Erste Abtheilung.	
Die Kräfte und deren Momente.	
Erster Abschnitt.	
Die Angriffs- und Widerstandsmomente.	
I. Die Angriffsmomente.	
1) Die Angriffsmomente bei Einwirkung einer beliebig gelegenen Einzellast	1
2) Die Angriffsmomente bei Einwirkung mehrerer Einzel- lasten.	
a) bei gleichen und gleich vertheilten Einzellasten	2
b) Bei ungleichen und ungleich vertheilten Einzellasten	7
3) Die Angriffsmomente bei Einwirkung stetig und gleichförmig vertheilter Lasten	8
II. Die Widerstandsmomente der Brückenträger.	
1) Die Widerstandsmomente der Balkenträger mit offen- gebauten und geschlossenen Wandungen	9
2) Die Widerstandsmomente aufgehängter und gestützter Brücken	15
III. Die Ausgleichung der Angriffs- und Widerstands- momente in den Trägern eiserner Brücken	16
Zweiter Abschnitt.	
Die Verticalscheerkräfte und Verticalscheerwiderstände der Brücken- träger.	
I. Die Verticalscheerkräfte.	
1) Die Verticalscheerkräfte bei Einwirkung einer beliebig gelegenen Einzellast	17
2) Die Verticalscheerkräfte bei Einwirkung mehrerer Einzellasten.	
a) Bei gleichen und gleichvertheilten Einzellasten	18
b) Bei ungleichen und ungleich vertheilten Einzel- lasten	23
3) Die Verticalscheerkräfte bei Einwirkung stetig und gleichförmig vertheilter Einzellasten	25
4) Beziehung zwischen dem Angriffsmoment und der Verticalscheerkraft	28
II. Die Verticalscheerwiderstände in den Brücken- trägern	28

Dritter Abschnitt.	
Die Horizontalscheerkräfte und Horizontalscheerwiderstände.	
I. Die Horizontalscheerkräfte	30
II. Die Horizontalscheerwiderstände	34
III. Beziehung zwischen den Vertical- und Horizon- talscheerkräften	37
Zweite Abtheilung.	
Die Balkenbrücken.	
Erster Abschnitt.	
Die geschlossenen (massiven) Balkenbrücken.]	
I. Die Blechbalkenbrücken und Brücken mit massiv gewalzten Balken	
Die Eisenbahnbrücken	37
Die Straßenbrücken	39
Die eingebauten Blechträger der Eisenbahnbrücken	42
Die Schwellenträger	43
Die Querträger eingleisiger Eisenbahnbrücken	44
Die Querträger zweigleisiger Eisenbahnbrücken	45
Die Querträger der Straßenbrücken	47
II. Die Holzbalkenbrücken.	
Die Straßenbrücken mit Rohlenbelag	47
Die Straßenbrücken mit Beschotterung	50
Die hölzernen Langschwelen eiserner Straßenbrücken	50
III. Die Steinbalkenbrücken.	
Die Steinplattenbrücken	51
Die Basaltsäulenbrücken	51
Zweiter Abschnitt.	
Die offengebauten Balkenbrücken	
I. Die Träger mit geraden parallelen Gurtungen oder Parallelträger	
1) Die Parallelträger nach dem System des rechtwinkligen Dreiecks.	
a) Mit einfacher Stabreihe	52
Mit einfachen gezogenen oder einfachen gedrückten Diagonalen	62
Mit gekreuzten, theils gezogenen, theils gedrückten Diagonalen	64
b) Mit mehrfacher Stabreihe	67
2) Die Parallelträger nach dem System des gleichschenkeligen Dreiecks.	

	Spalte
a) Mit einfacher Stabreihe	77
Mit Belastung sämtlicher Knotenpunkte	77
Mit Belastung nur der unteren oder nur der oberen Knotenpunkte	88
b) Mit mehrfacher Stabreihe	97
II. Die Träger mit polygonalen Gurtungen oder die Polygonalträger	106
1) Die Polygonalträger mit einer gebrochenen und einer geraden Gurtung	107
a) Die Polygonalträger, deren Diagonalen bei voller Belastung die Spannung Null annehmen oder die Parabelträger	111
α) Die Parabelträger mit gerader Felderzahl	113
β) Die Parabelträger mit ungerader Felderzahl	119
b) Die Polygonalträger, deren Diagonalen bei der größten Druckbelastung die Spannung Null annehmen	122
α) Die Polygonalträger mit nach der Mitte hin fallenden Diagonalen oder die Schwedler'schen Träger	122
β) Die Polygonalträger mit nach der Mitte hin steigenden Diagonalen	130

	Spalte
c) Die Polygonalträger, deren Gurtungen die gleiche Maximalspannung annehmen oder die Pauli'schen Träger	131
III. Die fortgesetzten (continuierlichen) Parallelträger.	
1) Die Momente und Scheerkräfte der fortgesetzten Paral- lelträger	139
2) Die Gegendrucke der Auflager fortgesetzter Parallelträger	142
a) Die Gegendrucke der über zwei Oeffnungen fortgesetzten Parallelträger.	
α) Mit gleich hohen Stützen	143
β) Mit gesenktem mittleren Stützpunkte	145
b) Die Auflagerdrucke der über drei Oeffnungen fortgesetzten Parallelträger.	
α) Mit gleich hohen Stützen	147
β) Mit gesenkten mittleren Stützen	152
3) Statische Berechnung der fortgesetzten (continuierlichen) Parallelträger	155
a) Die über zwei Oeffnungen fortgesetzten Parallel- träger	156
b) Die über drei Oeffnungen fortgesetzten Parallel- träger	162

Tafeln.

- 1—2. Die Momente und Scheerkräfte der Brückenträger.
- 3. Die geschlossenen oder massiven Balkenbrücken.
- 4—5. Die offengebauten Parallelbalkenbrücken.
- 6—7. Die offengebauten Polygonalbalkenbrücken.
- 8—9. Die fortgesetzten (continuierlichen) offengebauten Parallelbalkenbrücken.



Einleitung.

In dem als Beitrag zur Begründung einer allgemeinen Theorie und Systemkunde der Bauconstructions im Civilingenieur, Bd. XIV und XVI, sowie im Jahre 1870 als Separatabzug erschienenen ersten Theile dieser Grundzüge wurden die Gleichungen, welche der Construction und statischen Berechnung der Bauconstructions zu Grunde liegen, allgemein entwickelt. Die vorliegende Fortsetzung jenes allgemeinen Theiles bezweckt die Specialisirung sowohl jener allgemeinen Theorie, wie sie zur statisch-numerischen Berechnung der einzelnen Constructions erforderlich ist, als auch jener Systemkunde, wie man derer zur Kenntniß der verschiedenen Anordnungen der einzelnen System der Brücken- und Hochbau-Constructions bedarf. Indem der zweite Theil jener Grundzüge somit einen Beitrag zur Entwicklung der speciellen Theorie und Systemkunde der Bauconstructions zu liefern bezweckt, behandelt er in getrennten Abschnitten die Constructions des Brückenbaues und Hochbaues. Die nachfolgenden Specialformeln sind meist neu und in der Absicht, einen möglichst unmittelbaren, rasch fördernden Gebrauch in der Praxis zu gestatten, entwickelt und, um ihre Anwendung zu erleichtern, mit den durchgeführten Berechnungen zugehöriger, meist ausgeführter oder ihnen verwandter Constructions begleitet worden.

Erste Abtheilung.

Die Kräfte und deren Momente.

Erster Abschnitt.

Die Angriffs- und Widerstandsmomente.

I. Die Angriffsmomente.

- 1) Die Angriffsmomente bei Einwirkung einer beliebig gelegenen Einzellast.

Liegt die Last P rechts von dem Schnitt $\alpha\beta$, so ist mit Bezug auf Taf. 1, Fig. 1

$${}^aM = Ax \dots \dots \dots (1)$$

Hierin ist für b als Drehpunkt $Al - Pl'' = 0$, woraus $A = P \cdot \frac{l''}{l}$, mithin das Angriffsmoment

$${}^aM = P \cdot \frac{l''}{l} \cdot x \dots \dots \dots (2)$$

positiv und desto größer, je größer A oder je größer l'' , d. h. je näher P dem Schnitt $\alpha\beta$ rückt.

Liegt die Last P links von dem Schnitt $\alpha\beta$, so ist mit Bezug auf Fig. 2

$${}^aM = B(l - x) \dots \dots \dots (3)$$

Hierin ist $l > x$ und für a als Drehpunkt

$$-Bl + Pl_1 = 0, \text{ woraus } B = P \cdot \frac{l_1}{l}, \text{ mithin das}$$

Angriffsmoment

$${}^aM = P \cdot \frac{l_1}{l} (l - x) \dots \dots (4)$$

gleichfalls positiv und um so größer, je größer B, oder je größer l_1 , d. h. je näher P dem Schnitt $\alpha\beta$ rückt.

Eine Einzellast erzeugt daher in jeder Lage für jeden Verticalschnitt ein positives Angriffsmoment, welches um so größer wird, je näher die Last diesem Schnitte rückt.

- 2) Die Angriffsmomente bei Einwirkung mehrerer Einzellasten.

a) Bei gleichen und gleich vertheilten Einzellasten.

Da jede Einzellast das Angriffsmoment positiv macht und zur Vergrößerung desselben beiträgt, so wird das Angriffsmoment am größten, wenn sämtliche Einzellasten $(p + q)$ wirken. In diesem Falle ist mit Bezug auf Figur 3 für einen Schnitt in dem beliebigen m^{ten} Felde und b als Drehpunkt das größte Angriffsmoment

$${}^aM = Am\lambda - (p + q)\lambda[(m - 1) + (m - 2) + \dots + 2 + 1] = Am\lambda - (p + q)\frac{m(m - 1)}{2}\lambda$$

Hierin beträgt der Auflagerdruck die Hälfte der Gesamtlast, mithin ist derselbe für N Felder $A = (p + q)\frac{(N - 1)}{2}$, daher das größte Angriffsmoment

$${}^aM_m = (p + q)\frac{m(N - 1)}{2}\lambda - (p + q)\frac{m(m - 1)}{2}\lambda = (p + q)\frac{m(N - m)}{2}\lambda \dots (5)$$

und wenn hierin $m - 1$ statt m gesetzt wird, für den $(m - 1)^{ten}$ Knotenpunkt

$${}^aM_{m-1} = (p + q)\frac{(m - 1)(N - m + 1)}{2}\lambda \dots (6)$$

Bei einer geraden Anzahl von Feldern ist $N = 2n$, daher

$${}^aM_m = (p + q)\frac{m(2n - m)}{2}\lambda, \dots (7)$$

bei einer ungeraden Anzahl von Feldern ist $N = 2n - 1$, daher

$${}^aM_m = (p + q)\frac{m(2n - m - 1)}{2}\lambda \dots (8)$$

Wird Gleichung (5) nach m differentiirt, so ergibt sich

$$\frac{d. {}^aM}{d m} = (p + q)\frac{\lambda}{2} \frac{d. m(N - m)}{d m} = (p + q)\frac{\lambda}{2}(N - 2m)$$

und, wenn man diesen Ausdruck Null setzt, $m = \frac{N}{2}$, daher wenn dieser Werth eingeführt wird,

$${}^aM_{max} = (p + q)\frac{N^2}{8}\lambda \dots (9)$$

Für $p + q = 904$ Kilogr., $\lambda = 1$ und $N = 10$ erhält man nach Gleichung (5)

$${}^aM_m = (p + q)\frac{m(N - m)}{2}\lambda = 904 \cdot \frac{m(10 - m)}{2} = 452m(10 - m),$$

mithin für $m = 0$, ${}^aM_0 = 452 \cdot 0 \cdot 10 = 0$ Kilogr.,

„ $m = 1$, ${}^aM_1 = 452 \cdot 1 \cdot 9 = 4068$ „

„ $m = 2$, ${}^aM_2 = 452 \cdot 2 \cdot 8 = 7232$ „

für $m = 3$, ${}^aM_3 = 452 \cdot 3 \cdot 7 = 9492$ Kilogr.

„ $m = 4$, ${}^aM_4 = 452 \cdot 4 \cdot 6 = 10848$ „

„ $m = 5$, ${}^aM_5 = 452 \cdot 5 \cdot 5 = 11300$ „

worin für $m = \frac{N}{2} = 5$ der Maximalwerth von aM erhalten wurde.

Werden diese Werthe aufgetragen, so ergibt sich die Darstellung der Fig. 2 auf Taf. 2.

Sind die Endbelastungen und deren Abstände von den Stützpunkten von den übrigen Belastungen und Abständen verschieden, siehe Fig. 4, und bezeichnet $\lambda' = a\lambda$ den Abstand

der Belastung $p' + q' = b(p + q)$ vom linken, $\lambda'' = c\lambda$ den Abstand der Belastung $p'' + q'' = d(p + q)$ vom rechten Stützpunkt, λ den Abstand der übrigen $N - 1$ Belastungen $p + q$ von einander, so erhält man mit Bezug auf den Stützpunkt b als Drehpunkt die Momentengleichung

$$A(\lambda' + N\lambda + \lambda'') - [(p' + q')(\lambda'' + N\lambda) + (p + q)[\lambda'' + (N - 1)\lambda + \lambda'' + (N - 2)\lambda + \dots + \lambda'' + 2\lambda + \lambda'' + \lambda] + (p'' + q'')\lambda'' = 0$$

und hieraus, wenn der Werth von λ' , λ'' , $p' + q'$ und $p'' + q''$ eingeführt, der gemeinschaftliche Factor $p + q$ herausgesetzt, λ im Zähler und Nenner weggelassen wird, den Auflagerdruck

$$A = \frac{p + q}{a + N + c} [b(c + N) + (c + N - 1) + (c + N - 2) + \dots + (c + 2) + (c + 1) + d \cdot c].$$

Wird die in der Klammer enthaltene, zwischen dem ersten und letzten Gliede befindliche, Reihe summirt und reducirt, so ergibt sich

$$A = \frac{p + q}{a + N + c} [b(c + N) + (N - 1)\left(c + \frac{N}{2}\right) + d \cdot c] \dots (10)$$

In Bezug auf den m^{ten} Knotenpunkt erhält man das Angriffsmoment

$${}^aM_m = A(\lambda' + m\lambda) - (p + q)[1 + 2 + \dots + (m - 1)]\lambda - (p' + q')m\lambda$$

und, wenn der Werth für λ' und $p' + q'$ eingeführt, summirt und reducirt wird,

$${}^aM_m = A(a + m)\lambda - (p + q)\left(\frac{m-1}{2} + b\right)m\lambda.$$

Wird der Werth von A aus Gleichung (10) eingesetzt, so entsteht

$${}^aM_m = (p + q)\lambda \left[\frac{a + m}{a + N + c} \left\{ b(c + N) + (N - 1)\left(c + \frac{N}{2}\right) + d.c \right\} - m\left(\frac{m-1}{2} + b\right) \right]. \quad (11)$$

Sind die Abstände λ' , λ'' und die Belastungen $p' + q'$, $p'' + q''$ an den Enden einander gleich, also $a = c$ und $b = d$, so erhält man nach einiger Reduction aus Gleichung (10)

$$A = (p + q)\left(b + \frac{N-1}{2}\right). \quad (10^a)$$

und aus Gleichung (11)

$${}^aM_m = (p + q)\frac{\lambda}{2} [m(N - m) + a(N + 2b - 1)], \quad (12)$$

ein Werth, welcher für $\lambda' = 0$ oder $a = 0$ in den durch Gleichung (5) gegebenen übergeht.

Setzt man in Gleichung (11) $m - 1$ statt m , so erhält man das Angriffsmoment für den $(m - 1)^{ten}$ Lastpunkt

$${}^aM_{m-1} = (p + q)\lambda \left[\frac{a + m - 1}{a + N + c} \left\{ b(c + N) + (N - 1)\left(c + \frac{N}{2}\right) + d.c \right\} - (m - 1)\left(\frac{m-2}{2} + b\right) \right] \quad (13)$$

und für $a = c$ und $b = d$

$${}^aM_{m-1} = (p + q)\frac{\lambda}{2} [(m - 1)(N - m + 1) + a(N + 2b - 1)] \quad (14)$$

ein Werth, welcher für $a = 0$ in den durch Gleichung (6) gegebenen übergeht.

Liegt der Drehpunkt D, wie dies bei Bestimmung der Spannungen in den Vertical- und Diagonalstäben der Polygonalträger der Fall ist, außerhalb und z. B. links von der Stützweite, so ergibt sich, wenn mit l_m der Abstand jenes

Drehpunkts von dem linken Stützpunkt bezeichnet wird, mit Bezug auf Fig. 5 und den Knotenpunkt c im m^{ten} Felde das Angriffsmoment

$${}^aM = -A l_m + (p + q)[(l_m + \lambda) + (l_m + 2\lambda) + \dots + (l_m + m\lambda)]. \quad (15)$$

Hierin ist für b als Drehpunkt

$$A N \lambda - (p + q)\lambda[(N - 1) + (N - 2) + \dots + 2 + 1] = 0, \text{ woraus der Auflagerdruck}$$

$$A = \frac{(p + q)}{N} [(N - 1) + (N - 2) + \dots + 2 + 1]. \quad (16)$$

Hierin bezeichnen $(p + q)\frac{N-1}{N}$, $(p + q)\frac{(N-2)}{N}$,
 $\dots (p + q)\frac{1}{N}$ die Beiträge, welche die in den Knotenpunkten
 1, 2, ..., N - 1 wirkenden Lasten zu dem Auflagerdruck
 liefern, mithin $(p + q)\frac{(N-m)}{N}$ und $(p + q)\frac{(N-(m+1))}{N}$

die Beiträge, welche die in den Knotenpunkten m und m + 1
 wirkenden Lasten zu demselben Auflagerdruck liefern. Werden
 die beiden letzten Beträge in den Werth von A, Gleichung
 (16), eingeschaltet und dieser so in Gleichung (15) eingeführt
 so ergibt sich, wenn der Factor von p + q in Gleichung
 (15) zur Erleichterung der Subtraction mit N multiplicirt
 und dividirt wird,

$${}^aM = -\frac{(p + q)}{N} [(N - 1)l_m + (N - 2)l_m + \dots + (N - m)l_m + (N - (m + 1))l_m + \dots + 2l_m + 1l_m] \\ + \frac{(p + q)}{N} [N(l_m + \lambda) + N(l_m + 2\lambda) + \dots + N(l_m + m\lambda)].$$

Hierin bezeichnen die Glieder $(p + q)\frac{(N-1)}{N} l_m$
 bis $(p + q)\frac{(N-m)}{N} l_m$ der oberen Reihe und $(p + q)$
 $(l_m + \lambda)$ bis $(p + q)(l_m + m\lambda)$ der untern Reihe die Bei-
 träge, welche die Belastungen in den Knotenpunkten 1 bis m;

die Glieder $(p + q)\frac{(N-m-1)}{N} l_m$ bis $(p + q)\frac{1}{N} l_m$
 in der obern Reihe die Beiträge, welche die Belastungen in
 den Knotenpunkten (m + 1) bis N - 1 zu dem Angriffs-
 moment liefern. Wird die Subtraction Glied für Glied aus-
 geführt und hierauf summirt, so ergibt sich das Angriffs-
 moment für den m^{ten} Knotenpunkt

$${}^aM_m = \frac{(p+q)}{2N} [m(m+1)(l_m + N\lambda) - l_m(N-m)(N-(m+1))]. \dots (17)$$

und, wenn hierin $m - 1$ statt m gesetzt wird, das Angriffsmoment für den $(m - 1)^{ten}$ Knotenpunkt

$${}^aM_{m-1} = \frac{(p+q)}{2N} [m(m-1)(l_m + N\lambda) - l_m(N-m)(N-(m-1))]. \dots (18)$$

Aus diesen Gleichungen folgt, daß bei links von dem linken Stützpunkte gelegenen Drehpunkte die Belastungen vom 1^{ten} bis m^{ten} , beziehungsweise 1^{ten} bis $(m - 1)^{ten}$ Knotenpunkt einen positiven und die Belastungen vom $(m + 1)^{ten}$ bis $(N - 1)^{ten}$, beziehungsweise m^{ten} bis $(N - 1)^{ten}$ Knotenpunkt einen negativen Beitrag zu dem Angriffsmoment liefern.

Aus vorstehenden Gleichungen ergibt sich daher das größte positive Angriffsmoment, wenn nur die Knotenpunkte links belastet, also nur die positiven Glieder beibehalten werden. Das größte negative Moment ergibt sich, wenn nur die Knotenpunkte rechts belastet, also nur die negativen Glieder beibehalten werden.

Man erhält mithin für den m^{ten} Knotenpunkt

$${}^aM_{m \max} = (p+q) \cdot \frac{m(m+1)}{2N} (l_m + N\lambda) \dots (19)$$

$${}^aM_{m \min} = -(p+q) \cdot \frac{(N-m)(N-m+1)}{2N} l_m \dots (20)$$

und für den $(m - 1)^{ten}$ Knotenpunkt

$${}^aM_{m-1 \max} = (p+q) \cdot \frac{m(m-1)}{2N} (l_m + N\lambda) \dots (21)$$

$${}^aM_{m-1 \min} = -(p+q) \cdot \frac{(N-m)(N-m-1)}{2N} l_m \dots (22)$$

Werden sämtliche Belastungen beibehalten, so ergibt sich durch Subtraction der beiden in der Klammer enthaltenen Glieder für den m^{ten} und $(m - 1)^{ten}$ Knotenpunkt beziehungsweise

$${}^aM_m = \frac{(p+q)}{2} [m(m+1)\lambda - (N-2m-1)l_m] \dots (23)$$

$${}^aM_{m-1} = \frac{(p+q)}{2} [m(m-1)\lambda - (N-2m+1)l_m] \dots (24)$$

b) Bei ungleichen und ungleich vertheilten Einzellasten.

Bezeichnen P , und P'' , die Resultanten der bezugsweise links und rechts vom Schnitt $\alpha\beta$ gelegenen Lasten, x , und x'' , die Abstände ihrer Schwerpunkte vom linken Stützpunkt, so ist das Angriffsmoment mit Bezug auf Figur 6 und für den im Abstände x gelegenen Drehpunkt c

$${}^aM = Ax - P_1(x - x_1).$$

Hierin ist für b als Drehpunkt

$$Al - P_1(1 - x_1) + P''(1 - x'') = 0, \text{ woraus}$$

$${}^aM = (p+q) \cdot \frac{1-x}{2} x = (p+q) \cdot \frac{x}{2} (1-x) \dots (26)$$

$$A = P_1 \frac{(1-x_1)}{1} + P'' \frac{(1-x'')}{1}$$

und, wenn dieser Werth eingeführt wird,

$${}^aM = P_1 x_1 \left(1 - \frac{x}{1}\right) + P'' x \left(1 - \frac{x''}{1}\right).$$

Behalten, wie dies bei den Raddrücken von Eisenbahnzügen der Fall ist, sämmtliche Einzellasten ihre gegenseitigen Abstände, so verschieben sich auch die Schwerpunkte der beiden Lastentheile P_1 und P'' , um die gleiche Größe $dx = dx''$. Wird nun derselbe Schnitt beibehalten, also x constant angenommen, so ergibt sich durch Differentiation von aM nach x , und x''

$$\frac{d {}^aM}{dx} = P_1 \left(1 - \frac{x}{1}\right) - P'' \cdot \frac{x}{1}$$

und aus diesem ersten Differentialquotienten, wenn derselbe Null gesetzt wird, die Proportion

$$\frac{P_1}{P''} = \frac{x}{1-x} \dots (25)$$

Das größte Angriffsmoment von ungleichen und ungleich vertheilten Lasten für einen beliebigen Schnitt entsteht mithin, wenn sich die Lastentheile P , und P'' , zu beiden Seiten dieses Schnittes verhalten, wie die ihnen entsprechenden Theilstrecken der Spannweite, oder wenn die auf die Längeneinheit vertheilten Lasten beider Strecken einander möglichst gleich sind.

3) Die Angriffsmomente bei Einwirkung stetig und gleichförmig vertheilter Lasten.

Rücken gleiche Einzellasten sehr nahe zusammen, so entstehen stetig und gleichförmig vertheilte Lasten. Das Angriffsmoment für jeden Schnitt $\alpha\beta$ wird auch hier am größten, wenn zu beiden Seiten desselben volle Belastung stattfindet. In diesem Falle ist mit Bezug auf Fig. 7 und für die Belastung $p + q$ pro laufende Einheit das Angriffsmoment

$${}^aM = Ax - (p+q)x \cdot \frac{x}{2}.$$

Hierin ist für b als Drehpunkt $Al - (p+q)l \cdot \frac{1}{2} = 0$,

woraus $A = (p+q) \frac{l}{2}$, mithin das größte Angriffsmoment

für den Schnitt $\alpha\beta$

welches den Ordinaten einer gemeinen Parabel entspricht.

Für $x = 0$ und $x = 1$ wird

$$^aM = 0,$$

mithin die Parabelordinate Null.

Durch Differentiation von aM nach x erhält man

$$\frac{d^aM}{dx} = (p + q) \left(\frac{1}{2} - x \right)$$

mithin, wenn dieser Werth Null gesetzt wird, für $x = \frac{1}{2}$ das relativ größte Angriffsmoment

$$^aM_{max} = (p + q) \frac{l^2}{8} \dots \dots (27)$$

Für $p + q = 904$ Kilogr., pro laufenden Meter und $l = 10$ Meter ergibt sich

$$^aM_{max} = 904 \cdot \frac{100}{8} = 11300 \text{ Kilogr. mtr.}$$

Trägt man diesen Werth in der Mitte der Spannweite

$$q = \frac{2P}{l} = \frac{2p}{l} + \frac{4(p_1 l_1 + p_2 l_2 + \dots p' l' + p'' l'' + \dots)}{l^2} \dots \dots (29)$$

II. Die Widerstandsmomente der Brückenträger.

1) Die Widerstandsmomente der Balkenträger mit offengebauten und geschlossenen Wandungen.

Jeder Brückenträger bildet einen Winkelhebel, dessen einer Arm von den angreifenden, dessen anderer Arm von den widerstehenden Kräften ergriffen wird, und muß ein Moment seiner widerstehenden Kräfte oder ein Widerstandsmoment entwickeln, welches dem Moment der ihn angreifenden Kräfte oder seinem Angriffsmoment mindestens gleich ist. Bezeichnen S und P beziehungsweise die Resultanten der in einem Schnitt $\alpha\beta$ des Trägers sich entwickelnden horizontalen Spannungen und Pressungen, welche ein Kräftepaar bilden und an den Hebelsarmen c_s und c_p wirken, so ist

$$^aM = S c_s + P c_p \dots \dots (30)$$

Hierin erscheinen die Horizontalwiderstände S und P als eine Summe von Zugspannungen K_s und Druckspannungen K_p , welche in den ihnen entsprechenden Flächenelementen df_s und df_p stattfinden und proportional mit ihren Abständen y_s und y_p von der ihrer Lage nach noch zu bestimmenden Drehaxe wachsen. Man erhält daher, wenn s und p die Zug- und Druckspannungen in den äußersten Fasern, a_s und a_p die Abstände der letzteren von der Drehaxe, mithin $\frac{s}{a_s}$ und $\frac{p}{a_p}$ die Zug und Druckspannungen in dem Einheitsabstand von dieser Drehaxe bedeuten,

$$k_s = \frac{s}{a_s} y_s \text{ und } k_p = \frac{p}{a_p} y_p \dots (31)$$

als Ordinate auf, so erhält man den Scheitel der Parabel, welche die größten Angriffsmomente repräsentirt und sich auf die bekannte, in Fig. 12, Taf. 2, dargestellte Weise construiren läßt.

Um diejenige gleichförmig vertheilte Last q zu finden, welche dasselbe Angriffsmoment auf die Mitte des in Fig. 8, Tafel 1, dargestellten Trägers hervorbringt, als die in seiner Mitte wirkende Einzellast p , die in den Entfernungen l, l, \dots vom linken Stützpunkt liegenden Einzellasten p, p, \dots und die in den Entfernungen l', l', \dots vom rechten Stützpunkt liegenden Einzellasten p', p', \dots zusammen, so ist, wenn P diejenige in der Mitte wirkende Einzellast bezeichnet, welche das gleiche Angriffsmoment erzeugt, wie sämtliche Einzellasten:

$$P = p + \frac{p_1 l_1 + p_2 l_2 + \dots p' l' + p'' l'' + \dots}{\frac{l}{2}} \dots (28)$$

und die ihr äquivalente, gleichförmig vertheilte Last für die laufende Einheit

und für die Zug- und Druckspannungen in den Flächentheilen df_s und df_p

$$df_s k_s = \frac{s}{a_s} df_s \cdot y_s \text{ und } df_p k_p = \frac{p}{a_p} df_p \cdot y_p \dots (32)$$

worin $df_s y_s$ und $df_p y_p$ die statischen Momente der gezogenen und gedrückten Flächentheile df_s und df_p , bezogen auf die Drehaxe, bezeichnen. Um die Summe S und P der in den gezogenen und gedrückten Theilen f_s und f_p der ganzen Querschnittsfläche stattfindenden Zug- und Druckspannungen zu erhalten, hat man nur die statischen Momente m_s und m_p dieser Theile zu nehmen und erhält daher, wenn mit b_s und b_p die Abstände ihrer Schwerpunkte von der Drehaxe bezeichnet werden,

$$S = \frac{s}{a_s} f_s b_s = \frac{s}{a_s} m_s \text{ und } P = \frac{p}{a_p} f_p b_p = \frac{p}{a_p} m_p \dots (33)$$

Innerhalb der Elasticitätsgrenzen der Materialien, welche bei Bauconstructionen nie erreicht werden dürfen, kann die Zug- und Druckspannung in dem Einheitsabstand von der Drehaxe gleich, oder

$$\frac{s}{a_s} = \frac{p}{a_p} \dots \dots (34)$$

gesetzt werden. Hieraus folgt wegen

$$S = P \dots \dots (35)$$

aus der Gleichung (33)

$$m_s = m_p = f_s b_s = f_p b_p \dots \dots (36)$$

Unter jener Voraussetzung sind mithin die statischen Momente der Flächentheile f_s und f_p einander gleich, die Drehaxe geht durch die Schwerlinie der Querschnittsfläche

und bildet die neutrale Aze für Zug und Druck. Aus Gleichung (36) ergibt sich

$$\frac{f_s}{f_p} = \frac{b_p}{b_s}, \dots \dots \dots (37)$$

d. h. es verhalten sich die Flächentheile f_s und f_p umgekehrt wie die Abstände ihrer Schwerpunkte von der neutralen Aze.

Für den besondern Fall, wo wie beim Schmiedeeisen $s = p$, folgt aus Gleichung (34), wenn mit h die ganze Höhe des Trägers bezeichnet wird,

$$a_s = a_p = \frac{h}{2}, \dots \dots \dots (38)$$

d. h. daß für diesen Fall die neutrale Aze durch die Mitte des Querschnittes geht. Alsdann ist auch, wenn $f_s + f_p = f$ und $b_s + b_p = b$ gesetzt wird,

$$f_s = f_p = \frac{f}{2} \dots \dots \dots (39)$$

und

$$b_s = b_p = \frac{b}{2} \dots \dots \dots (40)$$

Die Bestandtheile $S c_s$ und $P c_p$ des Widerstandsmoments wM erscheinen als die Summe der Momente aller

worin $f_1 = 2.33 = 66$ und

$$a_1 = 99;$$

$$f_2 = 2(8.1 + 9.1) = 34 \text{ und } a_2 = 100 - 11 + 6,38 = 95,38;$$

$$f_3 = 98.1 = 98 \text{ und } a_3 = \frac{98}{2} = 49;$$

$$f_4 = 4.16 = 64 \text{ und } a_4 = \frac{16}{2} = 8;$$

ferner

$$F = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 66 + 34 + 98 + 64 = 262, \text{ daher}$$

$$a_s = \frac{66.99 + 34.95,38 + 98.49 + 64.8}{262} = 57,60 \text{ Centim.},$$

mithin

$$a_p = 100 - a_s = 100 - 57,60 = 42,40 \text{ Centim.}$$

Das ganze Trägheitsmoment erhält man, wenn das Trägheitsmoment des gedrückten und gezogenen Theils besonders entwickelt und auf die neutrale Aze bezogen wird, aus

$$t = \frac{1}{3} [33.42,40^3 - 14.40,4^3 - 16.39,4^3 - 2.31,4^3 + 5.57,6^3 - 4.41,6^3],$$
$$= \frac{1}{3} [2515426 - 923150 - 978608 - 61918 + 955515 - 287965] = 406433.$$

Führt man diese Werthe, sowie die Spannung $s = p = 1600$ Kilogr. ein, so ergibt sich

$${}^wM = \frac{1600}{57,60} 406433 = 11289807 \text{ Kilogrcentim.}$$

Andererseits liefern für das Widerstandsmoment die Gleichungen (30) und (33) den Ausdruck

$${}^wM = \frac{s}{a_s} f_s b_s c_s + \frac{p}{b_p} f_p b_p c_p, \dots \dots \dots (43)$$

welcher wegen Relation (34) übergeht in

$${}^wM = \frac{s}{a_s} (f_s b_s c_s + f_p b_p c_p) = \frac{p}{a_p} (f_p b_p c_p + f_s b_s c_s) \dots \dots \dots (44)$$

einzelnen, durch Gleichung (32) dargestellten Flächenspannungen $\frac{s}{a_s} df_s \cdot y_s$ und $\frac{p}{a_p} df_p \cdot y_p$, welche beziehungsweise an den Hebelsarmen y_s und y_p wirken, mithin die Momente $\frac{s}{a_s} df_s \cdot y_s^2$ und $\frac{p}{a_p} df_p \cdot y_p^2$ entwickeln. Hierin bezeichnen die Summen t_s und t_p von $df_s y_s^2$ und $df_p y_p^2$ die auf die neutrale Aze bezogenen Trägheitsmomente der Flächen f_s und f_p , mithin ist unter Berücksichtigung der Gleichung (34) das Widerstandsmoment

$${}^wM = \frac{s}{a_s} (t_s + t_p) = \frac{p}{a_p} (t_s + t_p) \dots (41)$$

und wenn mit t das Trägheitsmoment der ganzen Querschnittsfläche bezeichnet wird,

$${}^wM = \frac{s}{a_s} t = \frac{p}{a_p} t \dots \dots \dots (42)$$

Um das Widerstandsmoment des in Fig. 21, Taf. 2, dargestellten Blechträgers bei einer größten Spannung von 1600 Kilogr. pro \square Cent. zu bestimmen, ergibt sich zunächst

$$a_s = \frac{f_1 a_1 + f_2 a_2 + f_3 a_3 + f_4 a_4}{F},$$

und dessen Klammern ebenfalls das Trägheitsmoment t der ganzen Querschnittsfläche darstellen.

Aus Gleichung (44) folgt, daß bei gleichen Flächentheilen f_s und f_p das Widerstandsmoment um so größer wird, je größer nicht nur die Abstände b_s und b_p ihrer Schwerpunkte von der neutralen Ase, sondern auch die auf dieselbe Ase bezogenen Hebelsarme c_s und c_p der Resultanten aller Spannungen und Pressungen sind, d. h. je mehr man jene Flächentheile des Querschnittes concentrirt und von der neutralen Ase entfernt anordnet, ein Umstand, welcher, insbesondere bei größeren Spannweiten, also bedeutenden Widerstandsmomenten, für den offengebauten Balkenträger spricht.

Aus der Gleichung (44) ergibt sich wegen Relation (36) und, wenn $c_s + c_p = c$ gesetzt wird,

$${}^wM = \frac{s}{a_s} f_s b_s c = \frac{P}{a_p} f_p b_p c \quad (45)$$

und wenn, wie bei den meisten offengebauten Trägern, die im Verhältniß zu ihrer Höhe sehr niedrige Gurtungen haben, der Hebelsarm c der Resultanten aller Zug- und Druckspannungen mit dem Abstände b der Gurtungsschwerpunkte beinahe zusammenfällt, annäherungsweise:

$${}^wM = \frac{s}{a_s} f_s b_s b = \frac{P}{a_p} f_p b_p b \quad (46)$$

Bestehen, wie für schmiedeeiserne Träger, die Relationen (38), (39) und (40), so ergibt sich aus Gleichung (45),

$${}^wM = s \cdot \frac{f}{2} \cdot \frac{b}{h} c = p \cdot \frac{f}{2} \cdot \frac{b}{h} c \quad (47)$$

und wenn unter der oben gemachten Voraussetzung der Abstand c der Spannungresultanten mit dem Abstände b der Schwerpunkte der Gurtungsflächen verwechselt werden kann, der Näherungswert

$${}^wM = s \cdot \frac{f}{2} \cdot \frac{b^2}{h} = p \cdot \frac{f}{2} \cdot \frac{b^2}{h} \quad (48)$$

Sind außerdem die Gurtungen für sich so niedrig, daß der Abstand ihrer Schwerpunkte von der Entfernung ihrer äußersten Fasern so wenig abweicht, daß man ohne Nachtheil für die Construction $b = h$ setzen kann, so ergibt sich als zweiter Näherungswert

$${}^wM = s \cdot \frac{f}{2} \cdot h = p \cdot \frac{f}{2} \cdot h \quad (49)$$

Durch Gleichsetzung der Werthe in Gleichung (42) und (45) erhält man, mit Bezug auf Relation (36) den Hebelsarm der Resultanten aller Spannungen und Pressungen aus

$$c = \frac{t}{m_s} = \frac{t}{m_p} \quad (50)$$

woraus folgt, daß derselbe dem Quotienten aus dem statischen Momente entweder des gezogenen oder

gedrückten Theils der Querschnittsfläche in deren Trägheitsmoment gleich ist.

In den durch die Gleichung (33) dargestellten Werthen von S und P läßt sich die Fläche f_s mit der mittlern Zugspannung $\frac{s}{a_s} b_s$ durch eine Fläche f_s^c mit der größten Zugspannung s und die Fläche f_p mit der mittleren Druckspannung $\frac{P}{a_p} \cdot b_p$, durch eine Fläche f_p^c mit der größten Druckspannung p ersetzen. Für diesen Fall muß

$$S = \frac{s}{a_s} b_s f_s = s f_s^c \quad \text{und} \quad P = \frac{P}{a_p} b_p f_p = p f_p^c \quad (51)$$

sein, woraus

$$f_s^c = f_s \frac{b_s}{a_s} \quad \text{und} \quad f_p^c = f_p \frac{b_p}{a_p} \quad (52)$$

Die Flächen f_s^c und f_p^c der größten constanten Zug- und Druckspannung verhalten sich mithin zu den Flächen f_s und f_p des Querschnitts, wie die Abstände b_s und b_p der Schwerpunkte zu den Abständen a_s und a_p der äußersten Fasern dieser letzteren.

Werden die Werthe von f_s^c und f_p^c in die Gleichung (45) eingeführt, so ergibt sich das Widerstandsmoment auch

$${}^wM = s f_s^c \cdot c = p f_p^c \cdot c \quad (53)$$

worin c den Abstand der Schwerpunkte der Flächen f_s^c und f_p^c bezeichnet. Die Flächen f_s und f_p erfahren die durch Gleichung (31) dargestellten Spannungen k_s und k_p , welche den Abständen y_s und y_p von der neutralen Ase proportional sind, mithin in der neutralen Ase, für welche $y_s = 0$ und $y_p = 0$ ist, verschwinden und nur in den äußersten Fasern, für welche $y_s = a_s$ und $y_p = a_p$ ist, beziehungsweise der größten Spannung s und Pressung p gleich werden. Besitzen die Flächentheile df_s und df_p hier die Breiten z_s und z_p und die Höhe 1 , so ergeben sich aus Gleichung (32) für dieselben die Spannungen $s z_s$ und $p z_p$, worin $\frac{s}{p} = \frac{a_s}{a_p}$.

Stellt man die Spannung $s z_s$ im Abstände a_s von der neutralen Ase durch die Breite z_s dar, so ergibt sich die Pressung $p z_p = s \cdot \frac{a_p}{a_s} z_p$

$= s \cdot z_p'$, wo $z_p' = z_p \frac{a_p}{a_s}$ durch die in Fig. 11, Taf. 1,

dargestellte Construction gefunden wird. Stellt man die Pressung $p z_p$ im Abstände a_p von der neutralen Ase durch die Breite z_p dar, so erhält man die Spannung $s z_s = p \cdot \frac{a_s}{a_p} z_s = p \cdot z_s'$, wo $z_s' = z_s \cdot \frac{a_s}{a_p}$ durch eine äh-

liche Construction erhalten wird. Sind auf diese Weise die in Fig. 10 und 11 schraffirten Flächen f_s^c und f_p^c construirt und deren Schwerpunkte ermittelt, so stellen diese die Angriffspunkte der Resultanten S und P sämmtlicher Zug

und Druckspannungen, mithin deren Abstände die Hebelsarme e dieser Resultanten dar.

Legt man den auf Tafel 2, Figur 21, dargestellten Träger zu Grunde, so erhält man den der größten constanten Zug- und Druckspannung entsprechenden „reducirten“ Querschnitt durch die in Fig. 13, Taf. 1, ausgeführte Construction, bei welcher die größte Zugspannung s_z in der Entfernung $a_s = 57,6$ Centim. von der neutralen Ase mit der Breite $z_s = 5$ Centim. als Spannungseinheit angenommen ist. Die in dem Abstand $a_p = 42,4$ Centim. von der neutralen Ase befindliche größte Druckspannung ist alsdann $p_{z_p} = s \cdot z_p'$ und wird daher durch die reducirte Breite $z_p' = z_p \frac{a_p}{a_s} = 33 \cdot \frac{42,4}{57,6} = 33 \cdot 0,736 = 24,29$ Centim.

$$z_s = \frac{2/3 [5 \cdot 57,6^2 - 4 \cdot 47,6^2 + 3,95 \cdot 45,6^2 - 3,6 \cdot 41,6^2 + 0,72 \cdot 41,6^2]}{5 \cdot 57,6 - 4 \cdot 47,6 + 3,95 \cdot 45,6 - 3,6 \cdot 41,6 + 0,72 \cdot 41,6} = 45,33 \text{ Centim.}$$

und in ähnlicher Weise für den gedrückten Theil des reducirtten Querschnitts

$$z_p = 34,80 \text{ Centim.}$$

Annähernd lassen sich diese Abstände der Schwerpunkte der reducirtten Querschnittsfläche auf graphostatischem Wege bestimmen, wenn man die Flächeninhalte jener Theilflächen bestimmt, zu dem Kräftepolygon zusammensetzt, hieraus das Seilpolygon ableitet und zuletzt die Durchschnittspunkte der ersten und letzten Polygonseite aufsucht, wie dies in Fig. 13, Taf. 1, gleichfalls geschehen ist.

2) Die Widerstandsmomente der Träger aufgehängter und gestützter Brücken.

Während die Träger der eisernen Balkenbrücken gleichzeitig einen Zug- und einen Druckwiderstand entwickeln, erzeugen die Träger der aufgehängten Brücken nur einen Zugwiderstand und die Träger der gestützten Brücken nur einen Druckwiderstand.

Bezeichnet S und P beziehungsweise die horizontale Componente dieses Zug- und Druckwiderstandes, y deren Hebelsarm in Bezug auf eine durch den Stützpunkt a, s. Fig. 14 und 15, gelegte Horizontale, f die Pfeilhöhe, so ist für die Abscissen x und $\frac{1}{2}$ das Widerstandsmoment eines Trägers der Hängbrücken

$${}^wM = Sy \text{ und } {}^wM = Sf, \dots (54)$$

der Stützbrücken

$${}^wM = Py \text{ und } {}^wM = Pf, \dots (55)$$

Bezeichnet f_s und f_p die lothrechte Querschnittsfläche dieser Träger, s und p den größten zulässigen horizontalen Widerstand gegen Zug und Druck, so ist $S = fs$ und $P = fp$, mithin ergibt sich aus den Gleichungen (54)

$${}^wM = sf_s y \text{ und } {}^wM = sf_p f \dots (56)$$

dargestellt. Auf ähnliche Weise sind alle übrigen reducirtten Breiten der massiven und durchbrochenen Theilflächen des Querschnitts construirt und so der durch Schraffirung hervorgehobne reducirte Querschnitt erhalten worden.

Bezeichnen hierin mit Bezug auf Fig. 12, Taf. 1, z_1, z_2, z_3, \dots die Breiten der einzelnen Theilflächen, a_1, a_2, a_3, \dots deren Abstände von der neutralen Ase, so ergibt sich der Abstand des Schwerpunkts dieses Theils des reducirtten Querschnitts von der neutralen Ase

$$z_s = \frac{2/3 [z_1 a_1^2 - z_2 a_2^2 + z_3 a_3^2 - z_4 a_4^2 + z_5 a_4^2]}{z_1 a_1 - z_2 a_2 + z_3 a_3 - z_4 a_4 + z_5 a_4}$$

mithin, wenn z. B. für den gezogenen Theil des reducirtten Querschnitts, siehe Taf. 2, Fig. 10, die Werthe eingeführt werden:

und aus den Gleichungen (55)

$${}^wM = pf_p y \text{ und } {}^wM = pf_p f \dots (57)$$

III. Die Ausgleichung der Angriffsmomente und Widerstandsmomente in den Trägern eiserner Brücken.

Das Angriffsmoment ist eine Function der angreifenden Kräfte K nach deren Zahl, Größe, Richtung und wagrechter Vertheilung, mithin allgemein ${}^aM = f(K, x)$, das Widerstandsmoment ist eine Function der widerstehenden Horizontalkräfte H nach deren Zahl, Größe und lothrechten Vertheilung, daher allgemein ${}^wM = F(H, y)$.

Da das Angriffsmoment gegeben, und von der Abscisse x abhängig ist, das Widerstandsmoment aber zur Herstellung des Gleichgewichts gegen Drehung dem Angriffsmoment mindestens gleich sein muß, so ändert sich auch das Widerstandsmoment mit der Abscisse x. Wird der Brückenträger so angeordnet, daß für jede Abscisse x die Relation

$${}^wM = {}^aM \dots (58)$$

stattfindet, so entstehen die Träger von gleichem Widerstand, wird der Träger dagegen so angeordnet, daß

$${}^wM > {}^aM, \dots (59)$$

so entstehen die Träger von ungleichem Widerstand. Wo nicht besondere Gegengründe vorliegen, erfordert die Dekonomie der Construction die Herstellung von Trägern mit gleichem oder möglichst gleichem Widerstand.

Da das Widerstandsmoment im Allgemeinen das Product aus einem Horizontalwiderstande H in dessen Hebelsarm y, also

$${}^wM = Hy \dots (60)$$

ist, so kann der Bedingung (58) in der dreifachen Weise genügt werden, daß entweder $H = H_c$ constant und y variabel

oder H variabel und y = y₀ constant oder H und y variabel, daß mithin

entweder H₀.y = ^aM (61)

oder H.y₀ = ^aM (62)

oder H.y = ^aM (63)

ist. Im ersten Falle ergeben sich die Träger von gleichem Widerstand mit constantem Verticalschnitt und variabler Höhe, also die Träger mit gekrümmten Rahmen (Polygonalträger, Bogenträger), im zweiten Falle die Träger von ungleichem Widerstand mit variablem Verticalschnitt und constanter Höhe, also die Träger mit geraden und parallelen Rahmen (Parallelträger), im dritten Falle Träger von gleichem Widerstand mit variablem Querschnitt und variabler Höhe, wobei die Wandungen aller dieser Träger geschlossene oder offengebaute sein können.

Zweiter Abschnitt.

Die Verticalscheerkräfte und Verticalscheerwiderstände der Brückenträger.

I. Die Verticalscheerkräfte.

1) Die Verticalscheerkräfte bei Einwirkung einer beliebig gelegenen Einzellast.

Liegt die Last P rechts von dem Schnitt αβ, so ist die in demselben wirkende Verticalscheerkraft, wenn alle aufwärts wirkenden Kräfte mit dem positiven, alle abwärts wirkenden Kräfte mit dem negativen Vorzeichen versehen werden, mit Bezug auf Fig. 16

V = A = P. $\frac{l''}{l}$, (64)

mithin positiv und um so größer, je größer A oder je größer l'', d. h. je näher P dem Schnitt αβ rückt.

Liegt die Last P links von dem Schnitt αβ, siehe Fig. 17, so ist die in demselben wirkende Verticalscheerkraft

V = A - P = P. $\frac{l''}{l}$ - P, . . (65)

mithin, weil A < P ist, negativ und um so größer, je kleiner A oder je kleiner l'', d. h. je näher P dem Schnitt αβ rückt.

Eine Einzellast erzeugt daher eine positive oder negative Verticalscheerkraft, je nachdem sie rechts oder links von dem fraglichen Schnitte liegt, und diese Verticalscheerkraft ist um so größer, je näher die Last dem Schnitte rückt.

2) Die Verticalscheerkräfte bei Einwirkung mehrerer Einzellasten.

a) Bei gleichen und gleichvertheilten Einzellasten.

Bezeichnet N die beliebige Zahl der Abstände von der Länge λ, in welchen die gleichen Lasten p + q wirken, so ist mit Bezug auf Fig. 3 die Verticalscheerkraft für den m^{ten} Knotenpunkt bei voller Belastung

V_m = A - (p + q)m

und, wenn aus Gleichung (16) der Werth für A eingeführt und zur Erleichterung der Subtraction jede der m Belastungen q mit N multiplicirt und dividirt wird,

V_m = $\frac{(p + q)}{N} [(N - 1) + (N - 2) + \dots + (N - m) + (N - m - 1) + \dots + 2 + 1] - \frac{(p + q)}{N} (N + N + \dots + N)$.

Wird die Subtraction Glied für Glied ausgeführt, so ergibt sich

V_m = $\frac{p + q}{N} [- (1 + 2 + \dots + m) + (N - m - 1) + \dots + 2 + 1]$

und wenn die beiden so gebildeten Reihen summirt werden,

V_m = $\frac{(p + q)}{N} \left[- \frac{m(m + 1)}{2} + \frac{(N - m)(N - m - 1)}{2} \right]$ (66)

Hierin bezeichnet das negative Glied den Beitrag, welchen die m vom 1^{ten} bis m^{ten} Knotenpunkte und das positive Glied den Beitrag, welchen die N - m - 1 vom (m + 1)^{ten} bis (N - 1)^{ten} Knotenpunkte vertheilten Lasten zur Verticalscheerkraft liefern.

Werden daher die m Knotenpunkte links von q entlastet,

also nur das negative Glied beibehalten, siehe Fig. 18, so erhält man das positive Maximum der Lasten q

V_m max = $\frac{q}{2N} (N - m)(N - m - 1)$, . (67)

werden die N - m - 1 Knotenpunkte rechts von q entlastet, siehe Fig. 19, also nur das negative Glied beibehalten, so erhält man das negative Maximum der Lasten q

$$V_m \text{ min} = -\frac{q}{2N} \cdot m(m+1) \dots (68)$$

Dagegen ergibt sich, wenn sämtliche Belastungen p wirken, also beide Glieder beibehalten werden, nach ausgeführter Subtraction, für die Lasten p

$$V_m = p \frac{(N-2m-1)}{2}, \dots (69)$$

$$V_{m-1} = \frac{p+q}{N} \left[-\frac{m(m-1)}{2} + \frac{(N-m)(N-m+1)}{2} \right] \dots (70)$$

und hieraus in ähnlicher Weise das positive Maximum der Lasten q

$$V_{m-1} \text{ max} = \frac{q}{2N} (N-m)(N-m+1), (71)$$

das negative Maximum der Lasten q

$$V_{m-1} \text{ min} = -\frac{q}{2N} m(m-1) \dots (72)$$

und bei voller Belastung durch p die Verticalscheerkraft

$$V_{m-2} = \frac{(p+q)}{N} \left[-\frac{(m-1)(m-2)}{2} + \frac{(N-m+1)(N-m+2)}{2} \right] \dots (74)$$

und hieraus in analoger Weise das positive Maximum der Lasten q

$$V_{m-2} \text{ max} = \frac{q}{2N} (N-m+1)(N-m+2), (75)$$

das negative Minimum der Lasten q

$$V_{m-2} \text{ min} = \frac{q}{2N} (m-1)(m-2), (76)$$

bei voller Belastung durch p die Verticalscheerkraft

$$V_m \text{ max} = p \frac{(N-2m-1)}{2} + q \frac{(N-m)(N-m-1)}{2N}, \dots (78)$$

$$V_m \text{ min} = p \frac{(N-2m-1)}{2} - q \frac{m(m+1)}{2N} \dots (79)$$

und

$$V_{m-1} \text{ max} = p \frac{(N-2m+1)}{2} + q \frac{(N-m)(N-m+1)}{2N}, \dots (78a)$$

$$V_{m-1} \text{ min} = p \frac{(N-2m+1)}{2} - q \frac{m(m-1)}{2N} \dots (79a)$$

Setzt man p = 204 Kilogr., q = 700 Kilogr. und N = 10, so erhält man z. B.

$$V_m \text{ max} = 204 \cdot \frac{(9-2m)}{2} + 700 \cdot \frac{(10-m)(9-m)}{2 \cdot 10} = 102(9-2m) + 35(10-m)(9-m),$$

mithin für m = 0, V₀ max = 918 + 3150 = + 4068 Kilogr., m = 5, V₅ max = - 102 + 700 = + 598 Kilogr.

m = 1, V₁ max = 714 + 2520 = + 3234 " m = 6, V₆ max = - 306 + 420 = + 114 "

m = 2, V₂ max = 510 + 1960 = + 2470 " m = 7, V₇ max = - 510 + 210 = - 300 "

m = 3, V₃ max = 306 + 1470 = + 1776 " m = 8, V₈ max = - 714 + 70 = - 644 "

m = 4, V₄ max = 102 + 1050 = + 1152 " m = 9, V₉ max = - 918 + 0 = - 918 "

Werden diese Werthe für die ständige und bewegliche Belastung, sowohl einzeln als zusammen aufgetragen so ergeben

woraus folgt, daß in diesem Falle die Verticalscheerkraft für m < $\frac{N-1}{2}$ positiv, für m = $\frac{N-1}{2}$ Null und für m > $\frac{N-1}{2}$ negativ wird.

Für den Knotenpunkt C im (m-1)^{ten} Felde erhält man durch Vertauschung von m-1 mit m in Gleichung (66)

$$V_{m-1} = p \frac{(N-2m+1)}{2}, \dots (73)$$

welche für m < $\frac{N+1}{2}$ positiv, für m = $\frac{N+1}{2}$ Null

und für m > $\frac{N+1}{2}$ negativ wird.

Für den (m-2)^{ten} Knotenpunkt erhält man durch Vertauschung von m-2 mit m in Gleichung (66)

$$V_{m-2} = \frac{p}{2} (N-2m+3), \dots (77)$$

welche für m < $\frac{N+3}{2}$ positiv, für m = $\frac{N+3}{2}$ Null

und für m > $\frac{N+3}{2}$ negativ wird.

Werden die der ständigen Belastung p und beweglichen Belastung q entsprechenden Werthe addirt, so ergeben sich die Totalwerthe

sich die graphischen Darstellungen der größten verticalen Scheerkräfte in Fig. 4, 7 und 10 der Tafel 2.

Die mittleren, beziehungsweise dem ständigen, beweglichen und Gesamtgewichte entsprechenden Proportionalen V_p, V_q und V_{p+q} der größten verticalen Scheerkräfte im m^{ten} und $(m-t)^{ten}$ Knotenpunkte sind den später zu entwickelnden

verticalen Scheerkräften der entsprechenden stetig und gleichförmig vertheilten Belastungen genau gleich und betragen für das ständige Gewicht p :

$$V_p = \frac{p}{2} \left[\frac{(N-2m-1)}{2} + \frac{(N-2m+1)}{2} \right] = \frac{p}{2} (N-2m), \dots \dots \dots (80)$$

für das bewegliche Gewicht q

$$V_q = \frac{q}{2N} \left[\frac{(N-m)(N-m-1)}{2} + \frac{(N-m)(N-m+1)}{2} \right] = \frac{q}{2N} (N-m)^2, \dots \dots (81)$$

für das gesammte Gewicht $p+q$

$$V_{p+q} = V_p + V_q = p \cdot \frac{N-2m}{2} + q \cdot \frac{(N-m)^2}{2N} \dots \dots \dots (82)$$

Bezeichnen p_1 und q_1 die den Werthen p und q entsprechenden Belastungen für die laufende Einheit, so ist $p = p_1 \lambda$ und $q = q_1 \lambda$, ferner ist $N \lambda = 1$ und $m \lambda = x$,

woraus $N = \frac{1}{\lambda}$ und $m = \frac{x}{\lambda}$. Werden diese Werthe in obige Formeln substituirt, so ergibt sich beziehungsweise

$$V_{p'} = p_1 \left(\frac{1}{2} - x \right), \dots \dots \dots (83)$$

$$V_{q'} = q_1 \frac{(1-x)^2}{2}, \dots \dots \dots (84)$$

$$V_{p'+q'} = V_{p'} + V_{q'} = p_1 \left(\frac{1}{2} - x \right) + q_1 \frac{(1-x)^2}{2} \dots \dots \dots (85)$$

Die graphischen Darstellungen der durch die ständige, bewegliche und gesammte Belastung erzeugten größten verticalen Scheerkräfte gleicher und gleichförmig vertheilter Einzelasten können daher aus denjenigen gleichförmig vertheilter, stetiger Lasten als ihrer mittleren Proportionale abgeleitet werden, wenn die größte Scheerkraft am linken Auflager bekannt ist. Setzt man $p = 204$ Kilogr., $q = 700$ Kilogr., $l = 10$, $\lambda = 1$, also $N = 10$, so ergibt sich z. B. für $m = 5$

$$V_p = V_{p'} = 204 (5 - 5) = 0.$$

$$V_q = V_{q'} = 700 \cdot \frac{5^2}{2 \cdot 10} = 875 \text{ Kilogr.}$$

$$V_{p+q} = V_{p'+q'} = 0 + 875 = 875 \text{ Kilogr.}$$

Sind die Endbelastungen und deren Abstände von dem

Stützpunkte von den übrigen verschieden, s. Taf. 1, Fig. 4, und bezeichnet $\lambda' = a \lambda$ den Abstand der Belastung $p' + q' = b(p+q)$ vom linken, $\lambda'' = c \lambda$ den Abstand der Belastung $p'' + q'' = d(p+q)$ vom rechten Stützpunkt, λ den Abstand dieser und der übrigen $N-1$ Belastungen $p+q$ von einander, so erhält man mit Bezug auf den m^{ten} Knotenpunkt die Verticalscheerkraft

$$V_m = A - (p' + q') - (p + q)m,$$

und wenn aus Gleichung (10) der Werth von A mit seinen, dem m^{ten} und $(m-1)^{ten}$ Lastpunkten entsprechenden Gliedern eingeführt, und das letztere Glied in seine einzelnen Glieder aufgelöst, sowie der bequemerer Subtraction wegen mit $a + N + c$ multiplicirt und dividirt wird,

$$V_m = \frac{p+q}{a+N+c} [b(c+N) + (c+N-1) + \dots + (c+N-m) + (c+N-m-1) + \dots + (c+2) + (c+1) + d \cdot c]$$

$$- \frac{p+q}{a+N+c} [b(a+N+c) + (a+N+c) + \dots + (a+N+c)],$$

mithin, wenn die Subtraction Glied für Glied ausgeführt wird,

$$V_m = \frac{p+q}{a+N+c} [-a \cdot b - (a+1) - (a+2) - \dots - (a+m) + (c+N-m-1) + \dots + (c+2) + (c+1) + d \cdot c].$$

Werden die negativen, den m Belastungen links, und die positiven, den $N-m-1$ Belastungen rechts entsprechenden Glieder summirt und reducirt, so ergibt sich

$$V_m = \frac{p+q}{a+N+c} \left[-a \cdot b - m \left(a + \frac{m+1}{2} \right) + (N-m-1) \left(c + \frac{N-m}{2} \right) + c \cdot d \right] \dots \dots (86)$$

Sind die Abstände λ' , λ'' und die Belastungen $p' + q'$, $p'' + q''$ an den Enden einander gleich, also $a = c$ und $b = d$, so erhält man

$$V_m = \frac{p + q}{2a + N} \left[-m \left(a + \frac{m + 1}{2} \right) - a \cdot b + (N - m - 1) \left(a + \frac{N - m}{2} \right) + a \cdot b \right], \dots (87)$$

ein Werth, welcher für $\lambda' = 0$ oder $a = 0$ in den durch Gleichung (66) gegebenen übergeht.

Setzt man in Gleichung (86) $m - 1$ statt m , so erhält man die verticale Scheerkraft für den $m - 1$ ten Knotenpunkt

$$V_{m-1} = \frac{p + q}{a + N + c} \left[-a \cdot b - (m - 1) \left(a + \frac{m}{2} \right) + (N - m) \left(c + \frac{N - m + 1}{2} \right) + c \cdot d \right] (87a)$$

und für $a = c$ und $b = d$

$$V_{m-1} = \frac{p + q}{2a + N} \left[-(m - 1) \left(a + \frac{m}{2} \right) - a \cdot b + (N - m) \left(a + \frac{N - m + 1}{2} \right) + a \cdot b \right], \dots (88)$$

ein Werth, welcher für $a = 0$ in den durch Gleichung (70) gegebenen übergeht.

Aus den vorstehenden Werthen für V_m und V_{m-1} werden die Maximalwerthe und Minimalwerthe erhalten, indem

man für die bewegliche Belastung q nur die positiven und beziehungsweise negativen Glieder, für die ständige Belastung p dagegen sämtliche Glieder beibehält. So erhält man aus Gleichung (87)

$$V_m \max = \frac{p}{2} (N - 2m - 1) + \frac{q}{2a + N} \left[(N - m - 1) \left(a + \frac{N - m}{2} \right) + a \cdot b \right], \dots (89)$$

$$V_m \min = \frac{p}{2} (N - 2m - 1) - \frac{q}{2a + N} \left[m \left(a + \frac{m + 1}{2} \right) + a \cdot b \right] \dots (90)$$

und aus Gleichung (88)

$$V_{m-1} \max = \frac{p}{2} (N - 2m + 1) + \frac{q}{2a + N} \left[(N - m) \left(a + \frac{N - m + 1}{2} \right) + a \cdot b \right] \dots (91)$$

$$V_{m-1} \min = \frac{p}{2} (N - 2m + 1) - \frac{q}{2a + N} \left[(m - 1) \left(a + \frac{m}{2} \right) + a \cdot b \right] \dots (92)$$

Setzt man annäherungsweise $b = 1$, so ergibt sich aus den vier vorstehenden Gleichungen beziehungsweise:

$$V_m \max = \frac{p}{2} (N - 2m - 1) + \frac{q}{2a + N} \left[(N - m) \left(a + \frac{N - m - 1}{2} \right) \right], \dots (93)$$

$$V_m \min = \frac{p}{2} (N - 2m - 1) - \frac{q}{2a + N} \left[(m + 1) \left(a + \frac{m}{2} \right) \right] \dots (94)$$

und

$$V_{m-1} \max = \frac{p}{2} (N - 2m + 1) + \frac{q}{2a + N} \left[(N - m + 1) \left(a + \frac{N - m}{2} \right) \right], \dots (95)$$

$$V_{m-1} \min = \frac{p}{2} (N - 2m + 1) - \frac{q}{2a + N} \left[m \left(a + \frac{m - 1}{2} \right) \right] \dots (96)$$

$$V = P, \frac{l'}{1} + P, \frac{l''}{1} - P, \dots (97)$$

b) Bei ungleichen und ungleich vertheilten Einzellasten.

Bezeichnen P , und P'' , die Resultanten der beziehungsweise links und rechts vom Schnitt $\alpha\beta$ gelegenen Lasten, so ist mit Bezug auf Fig. 20

$$V = A - P,$$

und da A aus den Beiträgen $P, \frac{l'}{1}$ und $P'', \frac{l''}{1}$ besteht, welche ihm die Lasten P , und P'' , liefern,

So lange $A > P$, mithin V positiv ist, wird A und daher V um so größer, je größer l' , ist, d. h. je weiter die Last nach links rückt, ohne daß hierbei eine Einzellast die linken Stützpunkte überschreitet.

So lange $A < P$, mithin V negativ ist, wird A um so kleiner und daher V um so größer, je kleiner l' , d. h. je weiter die Belastung nach rechts rückt, ohne daß hierbei eine Einzellast den rechten Stützpunkt überschreitet.

Aus Gleichung (97) ergibt sich

$$V = -P \frac{(1-l)}{1} + P'' \frac{l''}{1}, \dots (98)$$

woraus wegen $l > 1$, folgt, daß V sein positives Maximum erreicht, wenn nur rechts, und sein negatives Maximum, wenn nur links von dem Querschnitt sich Lasten befinden.

Die Verticalscheerkraft erreicht daher auch hier ihr Maximum, wenn eine Last am Schnitt $\alpha\beta$ liegt und zwar ihr positives oder negatives Maximum, je nachdem die Last möglichst dicht nur rechts oder nur links vom Schnitt $\alpha\beta$ wirkt.

3) Die Verticalscheerkraft bei Einwirkung stetig und gleichförmig vertheilter Lasten.

Liegt eine stetig und gleichförmig auf die Längeneinheit vertheilte Last q nur rechts von dem Schnitt $\alpha\beta$, so wird die Verticalscheerkraft V positiv und desto größer, je größer jene Last ist. V erreicht mithin sein positives Maximum, wenn diese stetige Last vom rechten Stützpunkte bis zum Schnitt $\alpha\beta$ reicht. In diesem Falle ist

$$V = A,$$

oder, da mit Bezug auf den Stützpunkt b die Momentengleichung $Al - q \frac{(1-x)^2}{2} = 0$ besteht, woraus $A = q \frac{(1-x)^2}{21}$ gefunden wird, das positive Maximum

$$V = q \frac{(1-x)^2}{21} \dots (99)$$

Liegt eine stetig und gleichförmig auf die Längeneinheit vertheilte Last q nur links von dem Schnitt $\alpha\beta$, so wird die Verticalscheerkraft negativ und desto größer, je größer jene Last ist. V erreicht daher sein negatives Maximum, wenn diese stetige Last vom linken Stützpunkt bis zum Schnitt $\alpha\beta$ reicht. In diesem Falle ist

$$V = A - qx$$

oder, da mit Bezug auf den Stützpunkt b die Momenten-

$$V_{\max} = p \left(\frac{1}{2} - x \right) + q \frac{(1-x)^2}{21}, \text{ worin für } x = 0, V_{\max} = (p + q) \frac{1}{2},$$

$$x = \frac{1}{2}, V_{\max} = \frac{q1}{8},$$

$$x = 1, V_{\max} = -p \frac{1}{2}.$$

Aus der Summe der Werthe in Gleichung (100) und (101) ergibt sich die größte negative Verticalscheerkraft

$$V_{\min} = p \left(\frac{1}{2} - x \right) - q \frac{x^2}{21}, \text{ worin für } x = 0, V_{\min} = p \frac{1}{2},$$

$$x = \frac{1}{2}, V_{\min} = -\frac{q1}{8},$$

$$x = 1, V_{\min} = -(p + q) \frac{1}{2}.$$

gleichung $Al - qx \left(1 - \frac{x}{2} \right) = 0$ besteht, woraus

$$A = \frac{qx \left(1 - \frac{x}{2} \right)}{1} \text{ gefunden wird, das negative Maximum}$$

$$V = -\frac{qx^2}{21} \dots (100)$$

Läßt man den Abstand x des Schnitts $\alpha\beta$ von 0 bis 1 wachsen, so ergeben sich aus den Gleichungen (99) und (100) zwei gemeine Parabeln mit lothrechten Azen, wovon die erstere ihren Scheitel in $x = 1$ und für $x = 0$ die größte positive Ordinate $V = \frac{q1}{2}$, die zweite ihren Scheitel in $x = 0$ und für $x = 1$ die größte negative Ordinate $V = -\frac{q1}{2}$ hat, wie die in Figur 17, Tafel 2, gegebene graphische Darstellung der größten Verticalscheerkräfte für eine stetig und gleichförmig vertheilte Last zeigt, welche sich im ersteren Falle von rechts nach links, siehe Fig. 15, im letzteren Falle von links nach rechts, siehe Fig. 16, bewegt.

Für eine über die ganze Länge l stetig und gleichförmig auf die Längeneinheit vertheilte Last p ergibt sich die Verticalscheerkraft

$$V = A - px = p \frac{1}{2} - px = p \left(\frac{1}{2} - x \right), (101)$$

welche also durch eine gerade Linie dargestellt wird, die für $x = 0, x = \frac{1}{2}$ und $x = 1$ beziehungsweise die Ordinaten $\frac{p1}{2}, 0$ und $-\frac{p1}{2}$ besitzt und auf Tafel 2, Fig. 14, dargestellt ist.

Wirkt die bewegliche Belastung q und die ständige Belastung p zugleich, so ergibt sich aus der Summe der Werthe in Gleichung (101) und (99) die größte positive Verticalscheerkraft

Setzt man bei einer Spannweite $l = 10$ Meter, $p = 204$, $q = 700$ Kilogr. pro Centim., so ist für die ständige Belastung:

$$V_x = p \left(\frac{l}{2} - x \right) = 204 (5 - x),$$

also für $x = 0$; $V_0 = 1020$ Kilogr., für $x = \frac{l}{2} = 5$, $V_5 = 0$, für $x = l = 10$, $V_x = -1020$ Kilogr. für die bewegliche Belastung:

$$V_x \text{ max} = q \frac{(l-x)^2}{2l} = 700 \cdot \frac{(10-x)^2}{2 \cdot 10} = 35(10-x)^2,$$

$$V_x \text{ max} = p \left(\frac{l}{2} - x \right) + q \frac{(l-x)^2}{2l} = 204(5-x) + 35(10-x)^2,$$

also für $x = 0$, $V_0 \text{ max} = 1020 + 3500 = 4520$ Kilogr., für $x = \frac{l}{2} = 5$, $V_5 \text{ max} = 0 + 875 = 875$ und für $x = l = 10$, $V_{10} \text{ max} = -1020 + 0 = -1020$ Kilogr.

$$V_x \text{ min} = p \left(\frac{l}{2} - x \right) - q \frac{x^2}{2l},$$

also für $x = 0$, $V_0 \text{ min} = 1020$ Kilogr., für $x = \frac{l}{2} = 5$, $V_5 \text{ min} = 0 - 875 = -875$, für $x = l = 10$, $V_{10} \text{ min} = -(1020 + 3500) = -4520$ Kilogr.

Aus vorstehenden Werten sind die auf Taf. 2, Fig. 14, 17 und 20 gegebenen graphischen Darstellungen abgeleitet.

Bezeichnet man die Abscisse, für welche $V_{\text{min}} = 0$ wird, mit x_1 , so erhält man dieselbe aus $0 = p \left(\frac{l}{2} - x_1 \right) - q \frac{x_1^2}{2l}$, woraus

$$\frac{x_1}{l} = -\frac{p}{q} + \sqrt{\left(\frac{p}{q}\right)^2 + \frac{p}{q}} \quad (104)$$

Auf die Entfernung x_1 vom linken und rechten Stützpunkt aus, kann V beziehungsweise nur positiv und negativ, innerhalb der Strecke $l - 2x_1$ in der Mitte aber entweder positiv oder negativ werden.

Aus Gleichung (104) ergibt sich nach einiger Reduktion

$$\frac{x_1}{l-x_1} = \sqrt{\frac{q}{p+q}}, \dots (104^a)$$

mithin verhalten sich die Strecken x_1 und $l - x_1$ umgekehrt wie die Quadratwurzeln der auf denselben ruhenden Belastungen der laufenden Einheit.

Ferner ergibt sich

$$x_1 = l \frac{1}{\sqrt{\frac{p+q}{p}} + 1}$$

und für $l = 10$, $p = 204$ und $q = 700$

$$x_1 = 10 \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{904}{204}} + 1} = 3,22 \text{ Met.},$$

also für $x = 0$, $V_0 \text{ max} = 3500$ Kilogr., für $x = \frac{l}{2} = 5$, $V_5 \text{ max} = 875$ Kilogr. und für $x = l = 10$, $V_{10} \text{ max} = 0$,

$$V_x \text{ min} = q \cdot \frac{x^2}{2l} = 700 \cdot \frac{x^2}{2 \cdot 10} = 35 \cdot x^2,$$

also für $x = 0$, $V_0 \text{ min} = 0$, für $x = \frac{l}{2} = 5$, $V_5 \text{ min} = -875$ Kilogr. und für $x = l = 10$, $V_{10} \text{ min} = -3500$ Kilogr.

Für die gesammte Belastung ist

woraus der Abstand

$$\frac{l}{2} - x_1 = 5 - 3,22 = 1,78 \text{ Met.},$$

siehe Taf. 2, Fig. 20, gefunden wurde.

4) Beziehung zwischen dem Angriffsmoment und der Verticalscheerkraft.

Bezieht man die Momente aller angreifenden Kräfte auf das linke Auflager, so erhält man mit Bezug auf Fig. 21, Taf. 21

$$^aM = G_x g_x + V_x x$$

und hieraus durch Differentiation nach x

$$\frac{d^aM}{dx} = dG_x \cdot x + V_x + x dV_x.$$

Hierin ist $V_x = A - G_x$, mithin

$$dV_x = -dG_x$$

und wenn dies eingeführt wird,

$$\frac{d^aM}{dx} = V_x \dots \dots (105)$$

Die erste Ableitung des Angriffsmomentes nach x ist mithin der Verticalscheerkraft für die in Betracht gezogene Abscisse gleich.

II. Die Verticalwiderstände in den Brückenträgern.

Das Gleichgewicht gegen lothrecht fortschreitende Bewegung erfordert, daß den in den einzelnen Verticalschnitten der Brückenträger sich entwickelnden Verticalscheerkraften V Verticalwiderstände \mathcal{B} entgegengesetzt werden, welche ihnen mindestens gleich sind, daß also deren algebraische Summe

$$\mathcal{B} + V = 0,$$

mithin

$$\mathcal{B} = -V, \dots \dots (106)$$

sei, also auch die Verticalwiderstände positiv (lothrecht auf-

wärts gerichtet) oder negativ (lotrecht abwärts gerichtet) sind, und daß jeder Verticalschnitt so angeordnet werde, daß

$$B \geq V \dots \dots \dots (107)$$

sei. Bezeichnet f die Fläche dieses Verticalschnitts für die Abscisse x , v den Verticalwiderstand der Quadrateinheit des angewandten Materiales, so muß

$$B = fv \dots \dots \dots (108)$$

sein, man erhält mithin aus Gleichung (107)

$$fv \geq V, \dots \dots \dots (109)$$

woraus, wenn V und f gegeben sind, der Verticalwiderstand für die Flächeneinheit des Verticalschnitts

$$v \geq \frac{V}{f} \dots \dots \dots (110)$$

oder wenn V und v gegeben sind, die erforderliche Querschnittsfläche

$$f \geq \frac{V}{v} \dots \dots \dots (111)$$

gefunden wird.

$$\frac{wM + d wM}{c} = s_1 f_s^e = S + dS \text{ und } \frac{wM + d wM}{c} = p_1 f_p^e = P + dP. \dots \dots \dots (114)$$

Werden die Gleichungen (113) und (114) von einander abgezogen, so ergibt sich

$$\frac{d wM}{c} = f_s^e (s_1 - s) = dS \text{ und } \frac{d wM}{c} = f_p^e (p_1 - p) = dP. \dots \dots \dots (115)$$

Diese horizontalen Spannungs- und Druckdifferenzen in den Verticalschnitten $\alpha\beta$ und $\gamma\delta$ suchen auf jene Strecke dx die Verschiebung $H^s dx$ im gezogenen und die Verschiebung $H^p dx$ im gedrückten Theile des Querschnitts zu bewirken, mithin erhält man

$$H^s dx = dS = \frac{d wM}{c} \text{ und } H^p dx = dP = \frac{d wM}{c}, \dots \dots \dots (116)$$

woraus

$$H^s = \frac{d wM}{dx} \cdot \frac{1}{c} \text{ und } H^p = \frac{d wM}{dx} \cdot \frac{1}{c} \dots \dots \dots (117)$$

und wenn für $\frac{d wM}{dx} = \frac{d^a M}{dx}$ aus Gleichung (105) sein Werth gesetzt wird, die Horizontalscheerkraft

$$H^s = H^p = \frac{V_x}{c} \dots \dots \dots (118)$$

Die Horizontalscheerkraft ist daher gleich dem Quotienten aus dem Hebelsarm der beiden Resultanten aller Spannungen und Pressungen in die Verticalscheerkraft des betrachteten Querschnitts.

Wird für c aus Gleichung (50) sein Werth gesetzt, so ist

$$H^s = H^p = V_x \cdot \frac{m_s}{t} = V_x \cdot \frac{m_p}{t} \dots \dots \dots (119)$$

Die Horizontalscheerkraft ist daher auch gleich dem

Dritter Abschnitt.

Die Horizontalscheerkräfte und Horizontalscheerwiderstände.

I. Die Horizontalscheerkräfte.

Bezeichnet man mit s und s_1 die größte Zugspannung, mit p und p_1 die größte Druckspannung in den um dx entfernten Verticalschnitten $\alpha\beta$ und $\gamma\delta$, siehe Fig. 22, Taf. 1, mit f_s^e und f_p^e die Flächen dieser größten constanten Zug- und Druckspannung, so ist für den Verticalschnitt $\alpha\beta$ nach Gleichung (53)

$$wM = s f_s^e c = p f_p^e c,$$

woraus folgt

$$\frac{wM}{c} = s f_s^e = S \text{ und } \frac{wM}{c} = p f_p^e = P. (112)$$

Für den Verticalschnitt $\gamma\delta$ wächst das Widerstandsmoment auf

$$wM + d wM = s_1 f_s^e c = p_1 f_p^e c, \dots \dots \dots (113)$$

woraus folgt

Quotienten aus dem Trägheitsmomente der ganzen Querschnittsfläche in das Product der Verticalscheerkraft mit dem statischen Momente des gezogenen oder gedrückten Theiles der Querschnittsfläche.

Die Werthe m_s und m_p der statischen Momente gelten sowohl für volle Querschnitte, bei welchen sie zwischen den Abständen a_s und 0, beziehungsweise a_p und 0 von der neutralen Aze zu nehmen sind, in welchem Falle

$$H^s = H^p = \frac{V_x}{t} m_s^{(a_s)} = \frac{V_x}{t} m_p^{(a_p)}, \dots \dots \dots (120)$$

als auch für durchbrochene Querschnitte, bei welchen jene Werthe zwischen den Abständen a_s und y_s , beziehungsweise a_p und y_p von der neutralen Aze zu nehmen sind, in welchem Falle

$$H^s = H^p = \frac{V_x}{t} m_s \begin{matrix} (a_s) \\ (y_s) \end{matrix} = \frac{V_x}{t} m_p \begin{matrix} (a_p) \\ (y_p) \end{matrix} \quad (121)$$

Die letzte Gleichung dient zugleich zur Bestimmung der Horizontalscheerkräfte derjenigen Theile voller Querschnitte, welche zwischen den Abständen a_s , y_s und a_p , y_p derselben enthalten sind.

In den äußersten Fasern, für welche $y_s = a_s$ und $y_p = a_p$, wird $m_s = 0$ und $m_p = 0$, mithin auch $H_s = 0$ und $H_p = 0$. In der neutralen Ase, für welche $y_s = 0$ und $y_p = 0$, nimmt m_s und m_p , mithin auch H_s und H_p einen größten Werth an. Im neutralen Verticalschnitt, für welchen $V_x = 0$, wird auch H^s und $H^p = 0$, am Auflager, für welches V_x ein Maximum wird, nimmt H^s und H^p ebenfalls einen größten Werth an.

Die Horizontalscheerkräfte erreichen mithin ihr Minimum zugleich in den äußersten Fasern und im neutralen Verticalschnitt und ihr Maximum zugleich in der neutralen Ase und über dem Auflager.

Für die horizontale Scheerfuge des in Fig. 23, Taf. 1, dargestellten Rechtecks von der Breite b und der Höhe h im Abstände y_s von der neutralen Ase, für welches das Trägheitsmoment $t = \frac{bh^3}{12}$, das statische Moment

$$m_s \begin{matrix} (a_s) \\ (y_s) \end{matrix} = b \cdot \frac{a_s^2 - y_s^2}{2}$$

ist, ergibt sich mithin aus Gleichung (119) die Horizontalscheerkraft

$$x = 0, V_0 = (p + q) \frac{1}{2} = (204 + 700) \frac{10}{2} = 4520 \text{ Kilogr.}$$

$$x = \frac{1}{4}, V_{\frac{1}{4}} = (p + q) \frac{1}{4} = (204 + 700) \frac{10}{4} = 2260 \text{ "}$$

$$x = \frac{1}{2}, V_{\frac{1}{2}} = (p + q) 0 = 0.$$

Für den Abstand von der neutralen Ase:

$$1) y = + 42,40 \text{ ergibt sich } m_s = 0.$$

$$2) y = + 41,40 \text{ " " } m_s = 33.1.41,90 = 1382,7.$$

$$3) y = + 40,40 \text{ " " } m_s = 33.2.41,40 = 2732,4.$$

$$4) y = + 39,40 \text{ " " } m_s = 2732,4 + 19.1.39,90 = 3490,5.$$

$$5) y = + 35,40 \text{ " " } m_s = 3490,5 + 3.4.37,40 = 3939,3.$$

$$6) y = + 31,40 \text{ " " } m_s = 3490,5 + 3.8.35,40 = 4340,1.$$

$$7) y = 0 \text{ " " } m_s = \left\{ \begin{array}{l} 4340,1 + \frac{31,4^2}{2} \\ 3968 + \frac{41,6^2}{2} \end{array} \right\} = 4833,18.$$

$$8) y = - 41,60 \text{ " " } m_s = 5.16.49,6 = 3968,0.$$

$$9) y = - 46,60 \text{ " " } m_s = 5.11.52,1 = 2865,5.$$

$$H^s = 6 V_x \cdot \frac{a_s^2 - y_s^2}{h^3},$$

die in der neutralen Schichte, für welche $y_s = 0$, übergeht in

$$H_{\text{max}}^s = 6 V_x \cdot \frac{a_s^2}{h^3}$$

und in den äußersten Fasern, für welche $y_s = a_s$, Null wird.

Hiernach stellen die Werthe von H^s in jedem Rechteck eine Parabel dar, deren Ase mit der neutralen Ase zusammenfällt und die zur graphischen Darstellung aller Werthe von H^s dienen kann, sobald durch den Werth H_{max}^s deren Scheitel bestimmt ist. Auch bei den aus rechteckigen Flächen zusammengesetzten Querschnitten stellen die H^s Parabelbogen dar und läßt sich zu deren Darstellung die vorstehende Construction mit Vortheil anwenden, wenn man sich jedes dieser Rechtecke mit derselben Breite bis zur neutralen Ase ergänzt denkt.

Um die horizontalen Scheerkräfte des in Figur 23 der Tafel 2 dargestellten, 204 Kilogr. pro lauf. Met. wiegenden und mit 700 Kilogr. pro lauf. Met. belasteten Trägers über dem Auflager, in $\frac{1}{4}$ seiner Länge und in seiner Mitte, also für $x = 0$, $x = \frac{1}{4}$ und

$x = \frac{1}{2}$ zu bestimmen, für welchen bereits das Trägheitsmoment $t = 406433$ in Centim. gefunden wurde, ergibt

sich aus $V_x = (p + q) \left(\frac{1}{2} - x \right)$ für

10) $y = -52,60$ ergibt sich $m_s = 5.5.55,1 = 1377,5$.

11) $y = -57,60$ " " $m_s = 0$.

Hieraus erhält man für den Verticalschnitt I über dem Auflager die horizontale Scheerkraft

$$H_y^v = \frac{V_0}{t} \cdot m_s = \frac{4520}{406433} \cdot m_s$$

und wenn die den Nummern 1) bis 11) entsprechenden statischen Momente eingeführt werden, die horizontalen Scheerkräfte

$$\begin{aligned} H_1^v &= \frac{4520}{406433} \cdot 0 = 0. \\ H_2^v &= \frac{4520}{406433} \cdot 1382,7 = 15,38. \\ H_3^v &= \frac{4520}{406433} \cdot 2732,4 = 30,39. \\ H_4^v &= \frac{4520}{406433} \cdot 3490,5 = 38,82. \\ H_5^v &= \frac{4520}{406433} \cdot 3939,3 = 43,81. \\ H_6^v &= \frac{4520}{406433} \cdot 4340,1 = 48,27. \\ H_7^v &= \frac{4520}{406433} \cdot 4833,18 = 53,75. \\ H_8^v &= \frac{4520}{406433} \cdot 3968,0 = 44,13. \\ H_9^v &= \frac{4520}{406433} \cdot 2865,5 = 31,87. \\ H_{10}^v &= \frac{4520}{406433} \cdot 1377,5 = 15,32. \\ H_{11}^v &= \frac{4520}{406433} \cdot 0 = 0, \end{aligned}$$

welche in Fig. 26 der Tafel 2 eingetragen sind.

Denkt man sich, um die Werthe H_8^v , H_9^v und H_{10}^v direct zu construiren, das Rechteck der untern Gurtung bis zur neutralen Ase mit derselben Breite 5 fortgesetzt, so beträgt dessen statisches Moment $\frac{5 \cdot 57,6^2}{2}$, mithin die demselben

entsprechende horizontale Scheerkraft $\frac{4520}{406433} \cdot \frac{5 \cdot 57,6^2}{2} =$

92,24, welche die Lage des Scheitels der in Fig. 24 dargestellten Parabel bestimmt. Auf ähnliche Weise sind die den übrigen horizontalen Scheerkräften entsprechenden Parabeln der Figur bestimmt worden.

Für den Verticalschnitt II in dem Abstände $x = \frac{1}{4}$ vom Auflager, für welchen t und m_s dieselben bleiben, ist $V_{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} V_0$, die derselben Ordinate y entsprechenden

horizontalen Scheerkräfte sind daher halb so groß als die eben gefundenen, mithin

$$\begin{aligned} H_1^v &= 0, \\ H_2^v &= 7,69, \\ H_3^v &= 15,19, \\ H_4^v &= 19,41, \\ H_5^v &= 21,90, \\ H_6^v &= 24,13, \\ H_7^v &= 26,87, \\ H_8^v &= 22,06, \\ H_9^v &= 15,93, \\ H_{10}^v &= 7,66, \\ H_{11}^v &= 0, \end{aligned}$$

welche in Figur 25 der Tafel 2 eingetragen sind.

Für den Verticalschnitt III in der Mitte ist $V_{\frac{1}{2}} = 0$, mithin auch sämtliche horizontale Scheerkräfte = 0 (siehe Fig. 26, Tafel 2).

II. Die Horizontalscheerwiderstände.

Das Gleichgewicht gegen wagrecht fortschreitende Bewegung im Inneren der Brückenträger erfordert, daß den darin entwickelten Horizontalscheerkräften H_s und H_p Horizontalscheerwiderstände \mathfrak{H}_s und \mathfrak{H}_p entgegengesetzt werden, welche ihnen mindestens gleich sind, oder daß jeder Horizontalschnitt so angeordnet werde, daß

$$(122) \dots \mathfrak{H}_s \geq H_s \text{ und } \mathfrak{H}_p \geq H_p \dots (123)$$

sei. Bezeichnet f_s und f_p die Fläche eines solchen, im Abstände y von der neutralen Ase befindlichen Horizontalschnitts im gezogenen, beziehungsweise gedrückten Theile eines Trägers, h den Horizontalscheerwiderstand der Quadratureinheit des angewandten Materiales, so muß

$$(124) \dots \mathfrak{H}_s = f_s h \text{ und } \mathfrak{H}_p = f_p h \dots (125)$$

sein, man erhält mithin aus Gleichung (122) bis (125)

$$(126) \dots f_s h \geq H_s \text{ und } f_p h = H_p \dots (127)$$

und wenn H_s und H_p , sowie die Stärke d_s und d_p des Trägers in jenen Horizontalschnitten bekannt, also $f_s = 1 \cdot d_s$ und $f_p = 1 \cdot d_p$ ist, den zu entwickelnden Horizontalscheerwiderstand für die Flächeneinheit

$$h \geq \frac{H_s}{d_s} \text{ und } h \geq \frac{H_p}{d_p} \dots (128)$$

Ist H_s , H_p und h gegeben, so erhält man die zur Entwicklung des nöthigen Horizontalscheerwiderstandes erforderliche Stärke des Trägers beziehungsweise aus

$$(129) \dots d_s \geq \frac{H_s}{b} \text{ und } d_p \geq \frac{H_p}{b} \dots (130)$$

Für das Rechteck erhält man wegen $d_s = d_p = b$,

$$b = \frac{H_s}{b} = 6 \cdot \frac{V_x(a_s^2 - y^2)}{bh^3}$$

Die Horizontalspannung in einem rechteckigen Querschnitt ist hiernach den Abscissen einer Parabel, deren Aze mit der neutralen Aze zusammenfällt, direct und der Breite des betrachteten Querschnitts indirect proportional. Die Horizontalspannung in einem aus verschiedenen Rechtecken zusammengesetzten Querschnitt besteht daher aus mehreren Parabelbogen, deren Parameter dieselben sind, und deren Azen mit der neutralen Aze zusammenfallen, jedoch an allen Stellen des Querschnitts, wo die Breiten wechseln, Absätze bilden.

Um die horizontalen Scheerspannungen des in Fig. 23, Tafel 2 dargestellten Trägers für den Verticalschnitt I über dem Auflager zu bestimmen, sind die früher ermittelten horizontalen Scheerkräfte durch die ihnen entsprechenden Breiten d_s und d_p zu theilen und man erhält im Abstände

$$y = +42,40, \quad d_p = 33, \quad h_1 = \frac{0}{33} = 0,$$

$$y = +41,40, \quad d_p = 33, \quad h_2 = \frac{15,38}{33} = 0,47,$$

$$y = +40,40, \quad d_p = \begin{cases} 33, & h^3 = \frac{30,39}{33} = 0,92, \\ 19, & h_3 = \frac{30,39}{19} = 1,60, \end{cases}$$

$$y = +39,40, \quad d_p = \begin{cases} 19, & h^4 = \frac{38,82}{19} = 2,04, \\ 3, & h_4 = \frac{38,82}{3} = 12,94, \end{cases}$$

$$y = +35,40, \quad d_p = 3, \quad h_5 = \frac{43,81}{3} = 14,60,$$

$$y = +31,40, \quad d_p = \begin{cases} 3, & h^6 = \frac{48,27}{3} = 16,09, \\ 1, & h_6 = \frac{48,27}{1} = 48,27, \end{cases}$$

$$y = 0 \quad \begin{cases} d_p = 1, & h_7 = \frac{53,75}{1} = 53,75, \\ d_s = 1, & \end{cases}$$

$$y = -41,60, \quad d_s = \begin{cases} 1, & h^8 = \frac{44,13}{1} = 44,13, \\ 5, & h_8 = \frac{44,13}{5} = 8,83, \end{cases}$$

$$y = -46,60, \quad d_s = 5, \quad h_9 = \frac{31,87}{5} = 6,37,$$

$$y = -52,60, \quad d_s = 5, \quad h_{10} = \frac{15,32}{5} = 3,06,$$

$$y = -57,60, \quad d_s = 5, \quad h_{11} = \frac{0}{5} = 0.$$

Denkt man sich wieder, um die vier letzten Werthe direct zu construiren, das Rechteck der untern Gurtung bis zur neutralen Aze mit derselben Breite 5 fortgesetzt, so beträgt nach dem frühern die horizontale Scheerkraft 92,24, mithin die horizontale Scheerspannung in der neutralen Aze $\frac{92,24}{5} = 18,45$, welche die Lage des Parabelscheitels, mithin die in Fig. 24 dargestellte Parabel bestimmt. Auf ähnliche Weise sind die den übrigen horizontalen Scheerspannungen entsprechenden Parabeln der Figur gefunden worden.

Für den Verticalschnitt II in dem Abstände $x = \frac{1}{4}$ vom Auflager, worin denselben Abständen y dieselben Breiten entsprechen und die horizontalen Scheerkräfte halb so groß, als die im Verticalschnitt I befindlichen sind, ergaben sich die horizontalen Scheerspannungen gleichfalls halb so groß als die ihnen entsprechenden im Querschnitt I, mithin

$$h_1 = \frac{0}{2} = 0;$$

$$h_2 = \frac{0,47}{2} = 0,23;$$

$$h^3 = \frac{0,92}{2} = 0,46;$$

$$h_3 = \frac{1,60}{2} = 0,80;$$

$$h^4 = \frac{2,04}{2} = 1,02;$$

$$h_4 = \frac{12,94}{2} = 6,47;$$

$$h_5 = \frac{14,60}{2} = 7,30;$$

$$h^6 = \frac{16,09}{2} = 8,04;$$

$$h_6 = \frac{48,27}{2} = 24,13;$$

$$h_7 = \frac{53,75}{2} = 26,87;$$

$$h^8 = \frac{44,13}{2} = 22,06;$$

$$h_8 = \frac{8,83}{2} = 4,41;$$

$$h_9 = \frac{6,37}{2} = 3,19;$$

$$h_{10} = \frac{3,06}{2} = 1,53;$$

$$h_{11} = \frac{0}{2} = 0.$$

Werthe, welche in Figur 25 der Tafel 2 zusammengestellt sind. Für den Verticalschnitt III in der Mitte sind die horizontalen Scheerkräfte, mithin auch die horizontalen Scheerspannungen, Null, s. Fig. 26.

III. Beziehung zwischen den Vertical- und Horizontalscheerkräften.

An einem unendlich kleinen Balkenelement *abcd* von der Länge *dx* und der Höhe *dy* (s. Fig. 24, Taf. 1), wirken längs der Seiten *ab* und *cd* die Horizontalscheerkraft *H dx* und längs der Seiten *ac* und *bd* die Verticalscheerkraft *V dy*. Das Gleichgewicht gegen Drehung um den beliebigen Drehpunkt *d*, für welchen *H dx* an dem Hebelsarm *dy* und *V dy* an dem Hebelsarm *dx* wirkt, erfordert, daß

$$H dx \cdot dy = V dy \cdot dx,$$

mithin auch

$$H = V \dots \dots \dots (131)$$

Die auf die Längeneinheit des Verticalschnitts wirkende Scheerkraft ist folglich der an derselben Stelle auf die Längeneinheit des Horizontalschnitts wirkenden Scheerkraft gleich.

Werden sämtliche in dem Verticalschnitt wirkenden Kräfte summiert und wird für *V* aus Gleichung (131) und (121) sein Werth gesetzt, so ist für einen Querschnitt im Abstände *x* vom Stützpunkt, für welchen *V_x* und *t* constant ist,

$$\int_{a_s}^{a_p} V dy = \frac{V_x}{t} \int_{a_s}^{a_p} m \cdot dy \dots \dots (132)$$

Wird letzterer Werth nach der Formel $\int u dv = uv - \int v du$ partiell integrirt, so ergibt sich:

$$\int_{a_s}^{a_p} V dy = \frac{V_x}{t} \left[(m_p - m_s) y - \int_{a_s}^{a_p} y \cdot dm \right] \dots (133)$$

Hierin ist, da die neutrale Axe durch den Schwerpunkt des Querschnitts geht, $m_p - m_s = 0$, und da das Differential des statischen Moments $dm = y df$, mithin $y \cdot dm = y^2 df$ das Differential des Trägheitsmoments *t* des zwischen den Grenzen *a_p* und *a_s* enthaltenen, also gesammten Verticalschnitts bedeutet, die Summe sämtlicher, auf die Längeneinheit des Verticalschnitts wirkenden Verticalscheerkräfte

$$\int_{a_s}^{a_p} V dy = V_x \dots \dots \dots (134)$$

also gleich der früher gefundenen Scheerkraft des ganzen Verticalschnitts.

Zweite Abtheilung.

Die Balkenbrücken.

Erster Abschnitt.

Die geschlossenen (massiven) Balkenbrücken.

I. Die Blechbalkenbrücken.

Die statische Berechnung der Blechträger erfolgt mittelst der Gleichung

$$^a M \leq ^w M,$$

worin das Angriffsmoment auf die Mitte der Brücke und bei Spannweiten

von 1—3 Mtr. auf eine Einzellast,

„ 3—15 „ „ „ gleichförmig vertheilte

Last bezogen wird.

Für eine Einzellast *G* ist das größte Angriffsmoment

$$^a M_{\max} = \frac{P}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{1}{4} Pl, \dots (135)$$

für eine gleichförmig vertheilte Last *p* pro lauf. Meter

$$^a M_{\max} = \frac{1}{8} pl^2, \dots \dots (136)$$

mithin für eine Einzellast und eine gleichförmig vertheilte Last zugleich

$$^a M_{\max} = \frac{1}{4} Pl + \frac{1}{8} pl^2. \dots (137)$$

Das Widerstandsmoment

$$^w M = \frac{s}{a_s} \cdot t \dots \dots (138)$$

hängt von dem meist angenommenen I-förmigen, zur neutralen Axe symmetrischen Querschnitt des Trägers ab, der bei Spannweiten

von 1—5 Met. meist massiv gewalzt,

„ 5—15 „ „ aus Platten und Winkelleisen

zusammengesetzt ist und dessen Trägheitsmoment berechnet und durch den aus der Gleichung

$$t = \frac{a_s}{s} \cdot {}^aM \dots \dots (139)$$

erhaltenen Werth desselben controlirt wird. Werden alle Abmessungen des Querschnitts bis auf eine, gewöhnlich die Breite oder Dicke der Gurtungsplatten, angenommen, so läßt sich diese aus Gleichung (139) auch direct bestimmen.

Die gewöhnlichsten Querschnitte der Blechbalken sind:

1) der massiv gewalzte I-förmige, dessen Trägheitsmoment mit Bezug auf Taf. 3, Fig. 1

$$t = \frac{1}{12} [BH^3 - (B - B')H'^3 - (B' - b)h^3 - (b - b')h'^3] \dots \dots (142)$$

während deren neutrale Aze in ihrer halben Höhe $a_s = a_p = \frac{H}{2}$ liegt.

Für einen nach Figur 3 zusammengesetzten Blechträger von 11,4 Met. Länge und je 0,6 Met. Auflagerfläche, siehe Fig. 4, dessen mechanische oder Stützweite also $\frac{1}{2}(11,4 - 0,6) = 10,8$ Mtr., dessen ständige und bewegliche Last pro Geleise beziehungsweise 1140 Kilogr. und 7650 Kilogr. pro

$${}^aM_{max} = \frac{4395 \cdot 10,8^2}{8} = 64079,1 \text{ Mtrkilogr. (rot. 6408000 Centimkilogr.)}$$

Wenn die Höhe des Trägers $H = 100$ Centim., mithin $a_s = \frac{100}{2} = 50$ Centimeter beträgt und $s = 670$ Kilogr. pro □ Centim. gesetzt wird, so erhält man aus Gleichung (139)

$$t = \frac{50}{670} \cdot 6408000 = 478209.$$

Das Trägheitsmoment des in Fig. 5 dargestellten Trägerquerschnitts besteht aus den Trägheitsmomenten

1) der Verticalplatte $\frac{1}{12} \cdot 1 \cdot 94,8^3 = 70998$

2) der 4 Winkeleisen

a) Horizontalschenkel nach Abzug des Nietlochs $2 \times 7,85 - 2 = 13,70$ Cmtr. breit und 1,3 Cmtr. stark, also

$$\frac{1}{12} \cdot 13,7 [94,8^3 - 92,2^3] = 77854,$$

b) Verticalschenkel

$$\frac{1}{12} \cdot 2 \cdot 1,3 [92,2^3 - 79,1^3] = 62587 \quad 140441$$

zusammen 211439.

Wird der Rest

$$478209 - 211439 = 266770$$

des Trägheitsmomentes t durch 2 Gurtungsplatten von je

$$t = \frac{1}{12} (BH^3 - bh^3) \dots \dots (140)$$

2) der aus 1 Verticalplatte und 4 Winkeleisen zusammengesetzte I-förmige, dessen Trägheitsmoment mit Bezug auf die Bezeichnungen der Fig. 2

$$t = \frac{1}{12} [BH^3 - (B - B')h^3 - (B' - b)h'^3] \dots (141)$$

3) der aus 1 Verticalplatte, 4 Winkeleisen und 2 Gurtungsplatten zusammengesetzte I-förmige, dessen Trägheitsmoment mit Bezug auf die Bezeichnungen der Fig. 3

lauf. Met., mithin für das laufende Meter jeder Tragwand

$$p = \frac{1140}{2} = 570 \text{ Kilogr.,}$$

$$q = \frac{7650}{2} = 3825 \text{ "}$$

$$\text{und } p + q = 4395 \text{ "}$$

beträgt, ergibt sich nach Gleichung (136)

2,1,3 = 2,6 Cmtr. Dicke und x Centim. Breite beschafft, so beträgt deren Trägheitsmoment

$$\frac{1}{12} x [100^3 - 94,8^3] = 266770,$$

woraus die Breite $x = 21,62$ Cmtr. und mit Hinzurechnung des erforderlichen Nietlochs von 2 Centim. Durchmesser zu

$$x = 21,62 + 2 = \text{rot. } 24 \text{ Centim.}$$

gefunden wird. Gegen die Enden des Trägers hin genügen einfache Gurtungsplatten von je 1,3 Centim. Dicke und 24 Centim. Breite. Das Trägheitsmoment t' des Querschnitts mit einfachen Gurtungsplatten setzt sich zusammen aus dem

1) der Verticalplatte (s. o.) $\dots \dots = 70998$

2) der 4 Winkeleisen (s. o.) $\dots \dots = 140441$

3) der 2 einfachen Gurtungsplatten

$$\frac{1}{12} \cdot 22 [97,4^3 - 94,8^3] \dots = 132254$$

$$\text{mithin } t' = 343693,$$

woraus das Widerstandsmoment

$$\frac{s}{a_s'} \cdot t' = \frac{670}{48,7} \cdot 343693 = 4728425$$

erhalten wird. Um denjenigen Abstand x vom Auflager zu ermitteln, bis zu welchem dieses Widerstandsmoment, beziehungsweise der ihm entsprechende Querschnitt genügt, hat man das Angriffsmoment für jenen Abstand x

$$^aM_x = Ax - (p + q) \frac{x^2}{2} = (p + q) \frac{1}{2} \cdot x - (p + q) \frac{x^2}{2} = {}^wM \dots (143)$$

einzuführen und erhält

$$^aM_x = 4395 \cdot \frac{10,8}{2} \cdot x - \frac{4395}{100} \cdot \frac{x^2}{2} = 4728425,$$

woraus

$$x = 540 \pm 276,4 = \begin{cases} 816,4 \\ 263,6 \end{cases}$$

gefunden wird.

Die horizontale Scheerkraft eines Balkenträgers ergibt sich aus der Formel

$$H_s = \frac{V_x m_y^s}{t},$$

worin V_x die verticale Scheerkraft für die Abscisse x , welche am Auflager, für welches $x = 0$, ihr Maximum erreicht, m_y^s das statische Moment der zwischen den äußersten Fasern und der Ordinate y gelegenen Querschnittsfläche und t das Trägheitsmoment des ganzen Querschnitts darstellt.

Für die zwischen Winkelseisen und Horizontalplatte befindliche Fuge des vorherbeschriebenen Blechträgers ist nach dem Früheren für $x = 0$

$$V_0 = 4395 \cdot 5,4 = 23733$$

und

$$t = 343693,$$

ferner wegen

$$y = \frac{100 - 4 \cdot 1,3}{2} = 47,4,$$

$$m_y^s = 22 \cdot 1,3 \left(47,4 + \frac{1,3}{2} \right) = 1374,23,$$

mithin an der in Betracht gezogenen Stelle, für welche $x = 0$ und $y = 47,4$ Centim., die Scheerkraft für den laufenden Centim.

$$H_s = \frac{23733 \cdot 1374,23}{343693} = 94,895 \text{ (rot. 95 Kilogr.)}$$

Werden die Nieten in den Abständen l versetzt angeordnet, deren Durchmesser mit d und deren Abscherungsfestigkeit mit v bezeichnet, so erhält man

$$95 \cdot l = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot v,$$

mithin für $v = 600$ Kilogr. und $d = 2$ die größte Nietentfernung

$$l = \frac{3,14 \cdot 600}{95} = 19,8 \text{ Centim.}$$

In der neutralen Ase des Trägers, für welche $y = 0$, ist das statische Moment

$$1) \text{ der Verticalplatte } \frac{1 \cdot 47,4^2}{2} \dots = 1123$$

2) der Winkelseisen

$$a) \text{ Horizontalschenkel } 13,7 \cdot 1,3 (46,1 + 0,65) = 879$$

$$b) \text{ Verticalschenkel } 6,55 \cdot 2,6 (46,1 - 3,27) = 729$$

$$3) \text{ der Horizontalplatte } 22 \cdot 1,3 (47,4 + 0,65) = 1374$$

$$\text{mithin } m_0^s = 4105$$

und die größte Scheerkraft in der neutralen Ase des Trägers

$$H_s = \frac{23733 \cdot 4105}{343693} = 283,46 \text{ Kilogr. pro } \square \text{ Centim.,}$$

welche hier wegen der 1 Centim. starken Verticalplatte zugleich ihrer größten Scheerspannung entspricht.

Da die größte erlaubte Scheerspannung 600 Kilogr. pro \square Centim. beträgt, so ist der Träger mithin auch gegen horizontale Abscherung gesichert.

Die massiv gewalzten oder Blechträger einer Straßenbrücke können gleichfalls unter Zugrundelegung einer gleichförmig vertheilten Belastung, wie die vorhergehende Eisenbahnblechbrücke berechnet werden. Nimmt man die beiden, je 1 Met. breiten Trottoirs mit Menschengedränge von 360 Kilogr. pro \square Meter, also mit $2 \times 360 = 720$ Kilogr. pro Meter, die 5,5 Met. breite Fahrbahn mit zwei nebeneinanderstehenden Landfuhrwerken von 5000 Kilogr. Druck pro Räderpaar in der Mitte und mit Menschengedränge hinter denselben belastet an, reducirt diese ungleichförmig vertheilte auf eine gleichförmig vertheilte Fahrbahnbelastung und ermittelt hieraus die Totalbelastung durch Verkehr, so ergibt sich für

Spannweiten von	7 Met.	10 Met.	15 Met.	20 Met.	25 Met.
eine Belastung der Bankette von	720	720	720	720	720
eine Belastung der Fahrbahn von	3230	2930	2480	2080	1980
eine Totalbelastung von	3950	3650	3200	2800	2700

Kilogr. für den laufenden Meter und die Breite von 7,5 Met. der Brücke.

Für die Breite b' der Brücke kann die Totalbelastung

$$q' = q \cdot \frac{b'}{b} \text{ gesetzt werden.}$$

Das Eigengewicht eiserner Straßenbrücken ergibt sich bei Annahme derselben Breite und einer auf Wellenblech ruhenden 20 Centim. starken Beschotterung und schwerster Lastwagen von 9000 Kilogr. Druck pro Räderpaar oder einer doppelten Bedielung und schwerer Landfuhrwerke von 5000 Kilogr. Druck pro Räderpaar für Met. und Kilogr. beziehungsweise*)

$$p = 3600 + 421 \text{ und}$$

$$p = 1300 + 281,$$

$$^a M_{\max} = \frac{960 \cdot 10^3}{8} = 12000 \text{ Kilogrcentim. oder } 1200000 \text{ Kilogrcentim.}$$

Nimmt man die Höhe der Träger zu 45 Centim. an und setzt sie aus einer Verticalplatte von 1,1 Centim. Dicke, 2 Gurtungsplatten von 16,8 Centim. Breite und 1,1 Centim. Dicke, sowie aus 4 Winkeleisen von je $7,85 \times 7,85 \times 1,1$ Stärke,

$$t = \frac{1}{12} [12,8 (45^3 - 40,6^3) + 3,3 (40,6^3 - 27,1^3) + 1,1 \cdot 27,1^3] = 40561,$$

mithin das Widerstandsmoment

$$^w M = 670 \cdot \frac{40561}{22,5} = 1208000 \text{ Kilogrcentim.}$$

Erhalten die Straßenräger die vorstehenden Abmessungen, so erscheinen sie mithin ausreichend stark.

Nach Art der Berechnung selbstständiger Blechbalkenbrücken erfolgt auch diejenige der zwischen offengebaute Tragwände eingebauten Blechträger, unter welchen die zur Brückenaxe beziehungsweise senkrecht und parallel angeordneten Quer- und Längsträger zu unterscheiden sind.

Bei Eisenbahnbrücken haben die Querträger entweder ein oder zwei Geleise und demnach entweder zwei oder vier Längsträger zu unterstützen, welche die Querschwellen mit den Fahrscienen aufnehmen. Um die zweckmäßigste Entfernung der Querträger oder Länge l der Schwellenträger zu bestimmen, bezeichne Q das Gewicht eines Querträgers, S das Gewicht der Schwellenträger für den laufenden Meter Brückenbahn und B das Gewicht eines von Querträger zu Querträger reichenden Theils der Brückenbahn, so ist

$$B = Sl + \frac{Q}{l} \dots \dots (144)$$

Das Gewicht der Brückenbahn wird ein Minimum, wenn

$$\frac{dB}{dl} = S - \frac{Q}{l^2} = 0,$$

$$521100 = \frac{580}{x} \left[\frac{1}{12} \left\{ 18,2 (x^3 - (x - 2,4)^3) + 3,6 ((x - 2,4)^3 - (x - 17)^3) + 1,2 (x - 17)^3 \right\} - 3,6 (x - 2,4,8)^2 \right],$$

*) Vergl. Laible und Schübler, der Bau der Brückenträger. Stuttgart 1869, Seite 111.

wobei der constante Antheil das Gewicht der Fahrbahn und der variable Antheil das Gewicht der Hauptträger darstellt.

Für eine beschotterte eiserne Straßenbrücke von 10 Met. Spannweite und 7,5 Met. Breite erhält man daher die Totalbelastung

$$p + q = 3600 + 42 \cdot 10 + 3650 = 7670 \text{ Kilgr. pro lauf. Met.}$$

Werden, wie bei der in Fig. 6 dargestellten Anordnung, 8 massive schmiedeeiserne Träger angewendet, so hat jeder derselben eine Last von $\frac{7700}{8} = \text{rot. } 960 \text{ Kilogr. zu über-}$ tragen, mithin beträgt dessen größtes Angriffsmoment

siehe Fig. 7, zusammen, so ergibt sich nach Abzug der in den Gurtungen befindlichen 4 Nietlöcher von je 2 Centim. Durchmesser das Trägheitsmoment in Centim.

woraus

$$l = \sqrt{\frac{Q}{S}} \dots \dots (145)$$

Beträgt für eine eingeleisige Eisenbahnbrücke mit je zwei Schwellenträgern $Q = 550$ Kilogr. und $S = 90$ Kilogr. pro lauf. Met., so ist

$$l = \sqrt{\frac{550}{90}} = 2,466 \text{ oder rot. } 2,5 \text{ Met.}$$

Für einen Schwellenträger von 2,5 Met. Länge, welcher 3 Querschwellen aufnimmt, s. Fig. 8, wird das Angriffsmoment am größten, wenn das Treibrad der Locomotive über seiner Mitte steht. Beträgt dessen Gewicht 8000 Kilogr. und das Gewicht des Schwellenträgers sammt Belag und Horizontalverband

$$\frac{190 + 450 + 35}{2,5} = \frac{675}{2,5} = 270 \text{ Kilogr. p. lauf. Met.,}$$

so ist nach Gleichung (138)

$$^a M_{\max} = \frac{8000 \cdot 2,5}{4} + \frac{270 \cdot 2,5^2}{8} = 5211 \text{ Meterkilogr.}$$

Wählt man zur Herstellung des Schwellenträgers 4 Winkeleisen von 8,5 Centim. Schenkellänge und 1,2 Centim. Stärke, eine Verticalplatte von 1,2 Centim. Stärke und der Höhe x , siehe Figur 9, so ist, wenn Alles in Kilogr. und Centim. ausgedrückt wird, nach Gleichung (140) und (142) wenn die beiden Nietlöcher mit berücksichtigt werden,

woraus sehr nahe $x = 30,5$ Centim. gefunden wird.

Ist der Schwellenträger 190 Centim. lang und hat nur

2 Querschwellen sammt der Fahrbahn von je 214 Kilogr. Gewicht aufzunehmen, so ergibt sich dessen größte Anspruchnahme, wenn die mit 8000 Kilogr. belastete Treibare über einer Querschwelle steht, siehe Fig. 10. In diesem Falle beträgt der Druck im nächsten Auflager

$$\frac{3}{4} \cdot 8000 + 214 = 6214 \text{ Kilogr.}$$

$$t = \frac{1}{12} (17 \cdot 26^3 - 14 \cdot 24^3 - 2 \cdot 10^3) - 2 \left(\frac{1}{12} \cdot 3 \cdot 2^3 + 3 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 5^2 \right) = 7734,$$

mithin das Widerstandsmoment

$${}^wM = s \cdot \frac{7734}{13}$$

und wenn dasselbe dem Angriffsmoment gleichgesetzt wird, im ungünstigsten Falle die Spannung der äußersten Fasern

$$s = 13 \cdot \frac{295165}{7734} = 496 \text{ Kilogr. pro } \square \text{ Centim.,}$$

welche zulässig ist.

Der Querträger einer eingeleisigen Eisenbahnbrücke erfährt die größte Anspruchnahme, wenn die Treibräder der Locomotive sich, nach Fig. 15, direct über demselben befinden. Uebt jedes derselben einen Druck von 8000 Kilogr. aus und beträgt die Länge desselben 4,8 Met., der Abstand

$${}^aM_{\max} = (8000 + 675) 1,45 + 148 \cdot \frac{4,8^2}{8} = \text{rot. } 13005 \text{ Kilogrmet.}$$

Nimmt man den Querträger 48 Centim. hoch an und setzt ihn aus 4 Winkeleisen nebst einer Verticalplatte von der zuvor angegebenen Stärke, ferner aus zwei 1,2 Centim. starken Gurtungsplatten von der Breite x zusammen, so muß, wenn

$$1300500 = \frac{580}{24} \left[\frac{1}{12} \left\{ (x - 4)(48^3 - 45,6^3) + 14,2(45,6^3 - 43,2^3) + 3,6(43,2^3 - 28,6^3) + 1,2 \cdot 28,6^3 \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \left(\frac{1}{12} \cdot 3,6 \cdot 2^3 + 3,6 \cdot 2 \cdot 19,2^2 \right) - 2 \left(1,2 \cdot 2^3 + 1,2 \cdot 2 \cdot 12^2 \right) \right\} \right],$$

woraus nahe $x = 18$ Centim. gefunden wird und die Breite jeder Gurtungsplatte der Breite der beiden Winkeleisen sammt der zwischen ihnen befindlichen Verticalplatte oder $2 \cdot 8,5 + 1,2 = 18,2$ Centim. mindestens gleichzusetzen ist.

Die horizontale Scheerkraft zwischen Gurtungsplatte und Winkeleisen ergibt sich mit Bezug auf die früheren Bezeich-

$$t = \frac{1}{12} \left[14,2(48^3 - 43,2^3) + 3,6(43,2^3 - 28,6^3) + 1,2 \cdot 28,6^3 \right] - \left(\frac{3,6 \cdot 2^3}{12} + 2 \cdot 3,6 \cdot 17,95^2 \right) = 51271 \text{ Centim.}$$

und für $y = 22,8$

$$m_y^s = 14,2 \cdot 2,4 \cdot 22,8 + 3,65 \cdot 3,6 \left(17,95 + \frac{3,65}{2} \right) = 1036,8,$$

daher für den laufenden Centimeter die Scheerkraft

$$H_s = \frac{9030 \cdot 1036,8}{51271} = 182 \text{ Kilogr.}$$

und das Angriffsmoment unter der belasteten Schwelle

$${}^aM_{\max} = 6214 \cdot \frac{190}{4} = 295165 \text{ Kilogrcentim.}$$

Das Trägheitsmoment des in Fig. 11 dargestellten Querschnitts ist

der beiden Schwellenträger von einander 1,9 Met., also von den Enden des Querträgers je $\frac{4,8 - 1,9}{2} = 1,45$ Met.,

ferner das halbe Gewicht je zweier mit dem Querträger verbundener Schwellenträger 190 Kilogr., das Gewicht der auf den letzteren ruhenden Last der Fahrbahn 450 Kilogr. und des Horizontalverbandes 35 Kilogr., so ist das an der Befestigungsstelle des Schwellenträgers wirkende ständige Gewicht $190 + 450 + 35 = 675$ Kilogr. Nimmt man das gleichförmig vertheilte Gewicht des Querträgers zu 710 Kilogr., mithin zu $\frac{710}{4,8} = 148$ Kilogr. pro laufendes Met. an, so ergibt sich, mit Bezug auf Fig. 12,

Alles in Kilogr. und Centim. ausgedrückt wird,

$${}^wM = 1300500 \text{ Kilogrcentim.}$$

werden und man erhält mit Berücksichtigung der 8 Nietlöcher, s. Fig. 13

nungen aus

$$H_s = \frac{V_x \cdot m_y^s}{t},$$

worin $V_x = 8000 + 675 + \frac{710}{2} = 9030$ Kilogr. beträgt. Mit Berücksichtigung der 6 Nietlöcher erhält man

Werden die Nieten der Gurtungsplatten und Winkeleisen einander gegenüber angeordnet, so ergibt sich

$$182 \cdot e = 2 \cdot \pi \frac{d^2}{4} \cdot v,$$

mithin für $d = 2$ und $v = 600$ Kilogr. pro □ Centim. die größte Nietentfernung

$$e = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 600}{182} = 20,6 \text{ Centim.}$$

Auch der Querträger einer zweigleisigen Eisenbahnbrücke wird am meisten in Anspruch genommen, wenn das Treibrad der Locomotive sich direct über demselben befindet. Uebt dasselbe einen Druck von 8000 Kilogr. aus, während die Laufräder einen Radstand von 380 Centim. haben und mit 4000 Kilogr. belasten, beträgt die Länge des Querträgers 7,5 Met., ihr gegenseitiger Abstand 190 Centim., und der Abstand je zweier zusammengehöriger Schwellenträger 2 Met., während sie je 202 Kilogr. wiegen und je zwei Querschwellen mit je 214 Kilogr. Belastung durch den Oberbau aufnehmen, siehe Figur 14 und 15, so besteht der Druck in jedem Schwellenträgeranschluß aus dem Gewicht

$$t = \frac{1}{12} [13,8 \cdot 95^3 - 1,8 \cdot 92,4^3 - 8,4 \cdot 90,5^3 - 2,6 \cdot 76,8^3] = 250648,$$

daher ein Widerstandsmoment

$${}^wM = s \cdot \frac{250648}{47,5},$$

und, wenn dieses dem Angriffsmoment gleichgesetzt wird, im ungünstigsten Fall in den äußersten Fasern eine Spannung

$$s = \frac{3222500}{250648} \cdot 47,5 = 608 \text{ Kilogr. pro } \square \text{ Centim.,}$$

welche noch zulässig erscheint.

Der Querträger einer Straßenbrücke erfährt die größte Anspruchnahme, wenn außer der ständigen Belastung

$${}^aM_{\max} = 5000 (375 - 125) + \frac{(810 + 1550) \cdot 750}{8} = 1471250 \text{ Centim.}$$

Für den in Figur 18 dargestellten Querschnitt des Querträgers ergibt sich mit Berücksichtigung der Nietlöcher das Trägheitsmoment in Centimeter

$$t = \frac{1}{12} (17 \cdot 60^3 - 13,6 \cdot 57,6^3 - 2,4 \cdot 44^3) - 2 \left(\frac{1}{12} \cdot 3,4 \cdot 2^3 + 2 \cdot 3,4 \cdot 25,4^2 \right) = 63604,$$

mithin das Widerstandsmoment

$${}^wM = s \cdot \frac{63604}{30}$$

und wenn dieses dem größten Angriffsmoment gleichgesetzt wird, die in den äußersten Fasern des Querträgers stattfindende Spannung

$$s = \frac{30 \cdot 1471250}{63604} = 690 \text{ Kilogr.,}$$

welche noch zulässig erscheint.

II. Die Holzbalkenbrücken.

Besteht die Brücke aus n freiausliegenden Holzbalken von der Breite b und der Höhe h , so ist, wenn deren Spann-

der Locomotive $2 \left(4000 \cdot \frac{3}{4} + 2000 \cdot \frac{1}{4} \right) = 7000$ Kilogr.
eines Schwellenträgers = 202 "
der Fahrbahn = 2.214 = 428 "
zusammen 7630 Kilogr.

Dieser Druck erzeugt im Mittel des Querträgers ein Angriffsmoment

$$7630 (2 \cdot 3,75 - 2,75 - 0,75) = 30520 \text{ Kilogrmet.}$$

Das aus dem Eigengewichte des Querträgers, welches 1820 Kilogr. beträgt, herrührende Moment ist

$$1820 \cdot \frac{7,5}{8} = 1705 \text{ Kilogrmet.,}$$

mithin für Quadratcentimeter und Kilogramm

$${}^aM_{\max} = 3052000 + 170500 = 3222500 \text{ Kilogrcentim.}$$

Der in Figur 16 dargestellte Querschnitt des Querträgers hat ein Trägheitsmoment in Centim.

durch Eigengewicht und Fahrbahn die Räder zweier Fuhrwerke über demselben stehen.

Befinden sich über einem solchen Querträger von 7,5 Met. Länge im Abstände von je 1,25 Met. aus der Mitte die Räder zweier Fuhrwerke, deren Druck 5000 Kilogr. pro Räderpaar beträgt, während sein Eigengewicht zu 810 Kilogr. und seine Belastung durch die aus Langschwellen und Bohlenbelag bestehende Fahrbahn zu 1550 Kilogr. angenommen werden kann, so beträgt mit Bezug auf Figur 17 für die Mitte des Trägers das Angriffsmoment:

weite mit l , deren bewegliche Belastung mit Q und deren ständige Belastung mit E bezeichnet wird,

$$(Q + E) \frac{l}{8} = n \cdot p \cdot \frac{bh^2}{6} \quad \dots (146)$$

Hierin ist, wenn γ das Gewicht der kubischen Einheit des Holzes und f das Gewicht für die laufende Einheit Brückenbahn bezeichnet,

$$E = n b h l \gamma + f l$$

und wenn dieser Werth eingeführt und nach Q aufgelöst wird,

$$Q = \frac{8}{6} n p \cdot \frac{bh^2}{l} - (n b h \gamma + f) l \quad \dots (147)$$

Wenn die Belastung für die Quadrateinheit q genannt wird, so ist für die Breite B der Brücke

$q = \frac{Q}{B1} = \frac{8}{6} \frac{n \cdot p \cdot b h^2}{B1^2} - \frac{1}{B} (n b h \gamma + f)$,
 mithin, wenn der Querschnitt der größten Tragfähigkeit angenommen oder $b = \frac{5}{7} h$ gesetzt wird,

$$q = \frac{5 \cdot 8 \cdot n \cdot p \cdot h^3}{7 \cdot 6 \cdot B \cdot 1^2} - \frac{1}{B} \left(\frac{5}{7} n h^2 \gamma + f \right), \quad (148)$$

woraus, wenn nach Potenzen von h geordnet wird,

$$h^3 - \frac{6}{8} \frac{1^2 \cdot \gamma}{p} \cdot h^2 = \frac{6 \cdot 7 \cdot 1^2}{5 \cdot 3 \cdot n \cdot p} (Bq + f). \quad (149)$$

$$h^3 - \frac{6}{8} \frac{8,5^2 \cdot 1000}{750000} \cdot h^2 = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8,5^2}{5 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 750000} (4 \cdot 560 + 80),$$

und nach gehöriger Reduction

$$h^3 - 0,072 h^2 = 0,04,$$

woraus mit hinreichender Annäherung $h = 0,4$ Met. und $b = \frac{5}{7} \cdot 0,4 = 0,285$ Met. oder rund $0,3$ Met. gefunden wird.

Wählt man einen Bohlenbelag und nimmt an, daß die Bohlen über einem Balken gestoßen, d. h. als an einem Ende freiaufliegen, am andern Ende festgehalten sind, siehe Fig. 21, so ist die in der Mitte concentrirte Belastung*)

$$P = 5 \frac{1}{3} \cdot p \cdot \frac{b h^2}{61^2},$$

woraus die Dicke

$$h = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{1}{2 \cdot p \cdot b} \cdot P} \dots \dots (150)$$

gefunden wird. Nimmt man das Gewicht P eines schwersten Wagenrads zu 5000 Kilogr. und die Breite der Bohlen zu 0,25 Met. an, so ist, da die freiliegende Weite

$$l = \frac{B - 6 \cdot 0,3}{5} = \frac{4 - 1,8}{5} = 0,44 \text{ Met.}$$

beträgt, die Stärke des Bohlenbelags

$$h = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{0,44 \cdot 5000}{2 \cdot 750000 \cdot 0,25}} = 0,12 \text{ Met.}$$

Werden die Enden der Balken mit den Auflagern verankert, siehe Fig. 22 und 23, so ist in Gleichung (146) nur $12 = 8 \cdot \frac{3}{2}$ statt 8 zu setzen. Hierdurch geht Gleichung (149) in die folgende über

$$h^3 - \frac{6}{12} \frac{1^2 \cdot \gamma}{p} \cdot h^2 = \frac{6 \cdot 7 \cdot 1^2}{5 \cdot 12 \cdot n \cdot p} (Bq + f). \quad (151)$$

Behält man alle früher gewählten Zahlenwerthe bei, so ergibt sich hieraus

*) Vergl. Heinzerling, d. angr. u. widersf. Kräfte der Brücken- und Hochbauconstruktionen. Berlin 1867. S. 60.

Bestehen die Balken aus Tannenholz, welches bei mäßigen Erschütterungen und möglichst langer Dauer mit 75 Kilogr. Druck pro □ Centim. beansprucht werden kann und im durchnästen Zustande 1000 Kilogr. pro Kubikmet. wiegt, so ist für die in Figur 19 und 20 dargestellte Brücke mit der Spannweite von 8,5 Met. und der Breite von 4 Met. bei 6 Straßenträgern, wenn $q = 560$ Kilogr. pro □ Met. angenommen wird und f mit Einschluß der Brüstung 80 Kilogr. pro laufendes Meter beträgt, nach Einsetzung dieser Werthe

$$h^3 - \frac{2}{3} \cdot 0,072 h^2 = \frac{2}{3} \cdot 0,04,$$

woraus mit hinreichender Annäherung die geringeren Abmessungen $h = 0,35$ Met. und $b = \frac{5}{7} \cdot 0,35 = 0,25$ Met. gefunden werden.

Für Straßenbrücken mit Beschotterung ändert sich nun der Werth von f , während die Berechnung der Balkenstärken ähnlich durchgeführt werden kann. Bei der in Fig. 24 dargestellten Anordnung beträgt das Gewicht von

- 5 □ Met. eichene Bedielung von 8 Centim. Stärke à 80 Kilogr. 400 Kilogr.
 - 5 □ Met. Beschotterung von 20 Centim. Stärke 2200 "
 - 2 lauf. Met. Saumschwelle $\frac{15}{20}$ Centim. stark à 30 Kilogr. 60 "
 - 2 □ Met. eichene Bedielung pro □ Meter 45 Kilogr. 90 "
 - 2 lauf. Met. Geländer incl. Verstrebung à 120 Kilogr. 240 "
- zusammen 2990 Kilogr.,

mithin $f = \text{rot. } 3000$ Kilogr.

Hierher gehört auch die Berechnung der hölzernen Langschwelen eiserner Straßenbrücken. Liegen die eisernen Querträger der in Figur 17 dargestellten Brücke 185 Centim. von einander, so erfahren die tannenen Langschwelen die größte Anspruchnahme, wenn ein Karrenrad von $\frac{5000}{2} = 2500$ Kilogr. Gewicht über der Mitte ihrer freiliegenden Weite steht. Sieht man von deren Eigengewicht, und wegen der zu ihrer Befestigung erforderlichen Verschwächung durch Bolzenlöcher, von deren Continuität ab, so ergibt sich deren größtes Angriffsmoment

$$M_{\max} = \frac{1}{4} \cdot 2500 \cdot 186 = 116250 \text{ Kilogrcentim.}$$

Wählt man Langschwelen von 15 Centim. Breite auf 25 Centim. Höhe, so ergibt sich deren Widerstandsmoment

$$M = \frac{1}{6} \cdot 15 \cdot 25^2 \cdot s = 1562,5 \cdot s,$$

mithin die größte Spannung ihrer äußersten Fasern

$$s = \frac{116250}{1562,5} = \text{rot. } 74 \text{ Kilogr. pro } \square \text{ Centim.,}$$

welches, selbst bei bedeutenden Erschütterungen und für möglichst lange Dauer, noch zulässig erscheint.

III. Die Steinbalkenbrücken.

Da die Steinbalkenbrücken, siehe Fig. 25 und 26, nur geringe Spannweiten zulassen, so ist die Stärke der Steine meist nach der Belastung Q durch ein schwerstes Wagenrad in deren Mitte zu bemessen. Bezeichnet t das Trägheitsmoment und a_s den Abstand ihrer am meisten in Anspruch genommenen Zuglamelle, so ist

$$Q = 4s \cdot \frac{t}{1 \cdot a_s} \dots \dots (152)$$

Ist der Querschnitt der Steinplatte ein Rechteck von der Breite b und Höhe h, so ist $\frac{t}{a_s} = \frac{bh^2}{6}$, mithin

$$Q = 4s \cdot \frac{bh^2}{61} \dots \dots (153)$$

und hieraus entweder

$$b = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{1}{bs} \cdot Q} \dots \dots (154)$$

oder

$$1 = 4s \cdot \frac{bh^2}{6Q} \dots \dots (155)$$

Für Sandsteinplatten von 0,5 Met. Breite, 0,2 Met. Dicke und 5 Kilogr. Zugfestigkeit pro Quadratcentimeter, erhält man bei einem Radruck von 3000 Kilogr. die größte zulässige Spannweite

$$1 = 4 \cdot 5 \cdot \frac{50 \cdot 20^2}{6 \cdot 3000} = 22,2 \text{ Centim.}$$

Für Basaltfäulen von den in Figur 27 und 28 dargestellten Querschnitten, für welche s = 20 Kilogr. pro □ Centim. gesetzt werden kann,*) ist beziehungsweise t = 7888 und 27400, a_s = 8,775 und 12,47, mithin bei demselben Radruck die größte zulässige Spannweite beziehungsweise

$$1 = \frac{4 \cdot 20 \cdot 7888}{3000 \cdot 8,775} = \text{rot. } 25 \text{ Centim.}$$

$$\text{und } 1 = \frac{4 \cdot 20 \cdot 27400}{3000 \cdot 12,47} = \text{rot. } 70 \text{ Centim.}$$

Befinden sich Steinplatten-Durchlässe unter hohen Dämmen, in welchem Falle ihre Belastung P als gleichförmig vertheilt angesehen werden kann, so ergibt sich

*) Vergl. Deutsche Bauzeitung. Berlin 1870. Seite 305 ff.

$$P = 8s \cdot \frac{t}{1 \cdot a_s} \dots \dots (156)$$

mithin unter übrigens gleichen Umständen das Doppelte der concentrirten Last Q. Auch die Spannweite läßt sich dann bei hinreichender Länge und Homogenität der Steine entsprechend vermehren.

Zweiter Abschnitt.

Die offengebauten Balkenbrücken.

Die offengebauten Träger der eisernen Balkenbrücken sind theils solche mit je zwei geraden, unter sich parallelen Gurtungen oder Parallelträger, theils solche mit polygonalen Gurtungen oder Polygonalträger.

I. Die Träger mit geraden parallelen Gurtungen oder Parallelträger.

Die Parallelträger sind entweder solche, deren Stäbe theils senkrecht, theils geneigt, also nach dem System des rechtwinkligen Dreiecks, oder solche, deren Stäbe sämtlich geneigt und in diesem Falle nach dem System des gleichschenkligen Dreiecks angeordnet sind. Beide Trägergattungen enthalten diese Stabreihe entweder einfach, wenn ein Verticalschnitt außer den beiden Gurtungen nur einen Stab trifft, und sind dann Parallelträger mit einfacher Stabreihe oder mehrfach, wenn ein Verticalschnitt außer den beiden Gurtungen mehr als einen Stab trifft, und sind dann Parallelträger mit mehrfacher Stabreihe.

1) Die Parallelträger nach dem System des rechtwinkligen Dreiecks.

a) Mit einfacher Stabreihe.

Ist ein solcher Träger mit N Fesseln von der Länge l und mit der Höhe h in jedem untern Knotenpunkt mit dem ständigen Eigengewicht p und mit dem beweglichen Verkehrsgewicht q beschwert, so ergibt sich nach dem Früheren die größte Anspruchnahme der oberen und unteren Gurtungsstücke bei voller Verkehrsbelastung, die größte Anspruchnahme der Vertical- und Diagonalstäbe bei der vollen Belastung des links oder rechts von dem betrachteten Stab befindlichen Trägerstücks, während der übrige Theil des Trägers von der beweglichen Belastung frei bleibt.

Führt man durch das beliebige m^{te} Feld des Trägers den verticalen Schnitt ab, siehe Tafel 4, Figur 1, und ersetzt die in demselben stattfindenden Spannungen der oberen

und untern Gurtung beziehungsweise durch die äußeren Kräfte X_m und Z_m und wählt als Drehpunkt von X_m den auf der unteren Gurtung in der Entfernung $m\lambda$ vom linken Auflager gelegnen Punkt D_m , in welchem sich der mitdurchschnittene untere Gurtungstheil und Diagonalstab schneiden, als Drehpunkt von Z_m den auf der obern Gurtung in dem Abstände $(m - 1)\lambda$ vom linken Auflager befindlichen Punkt D_{m-1} , siehe Figur 2, in welchem sich der mitdurchschnittene obere Gurtungstheil und Diagonalstab schneiden, so bildet h den Hebelsarm jener äußeren Kräfte X_m und Z_m , $X_m h$ und $Z_m h$ deren Widerstandsmoment. Bedeutet aM_m das auf den Drehpunkt D_m und ${}^aM_{m-1}$ das auf den Drehpunkt D_{m-1} bezogene Angriffsmoment, so ist

$$X_m h + {}^aM_m = 0, X_m = -\frac{{}^aM_m}{h},$$

mithin, wenn aus Gleichung (5) der Werth für aM_m eingeführt wird, die Druckspannung

$$X_m = - (p + q) \frac{\lambda}{2h} \cdot m(N - m), \quad (157)$$

worin der Factor $(p + q) \frac{\lambda}{2h}$ einen constanten und das Product $m(N - m)$ einen variablen Werth besitzt. Wird $m - 1$ statt m gesetzt, so ergibt sich die Druckspannung des $(m - 1)^{ten}$ oberen Gurtungsstücks

$$X_{m-1} = - (p + q) \frac{\lambda}{2h} (m - 1)(N - m + 1). \quad (158)$$

Bildet man die Differenz der Druckspannungen im m^{ten} und $(m - 1)^{ten}$ Felde der oberen Gurtung, so ergibt sich

$$X_m - X_{m-1} = -\frac{\lambda}{2h} (p + q) (N - 2m + 1), \quad (159)$$

worin $\frac{\lambda}{2h} (p + q)$ einen constanten und $N - 2m + 1$ einen variablen Factor bezeichnet; man erhält z. B. für eine gerade Zahl $N = 2n$ von Feldern

$m =$	1	2	$n - 1$	n	$n + 1$	$n + 2$	$2n - 1$	$2n$
$2n - 2m + 1 =$	$2n - 1$	$2n - 3$	3	1	-1	-3	$-(2n - 3)$	$-(2n - 1)$

Die Unterschiede der Druckspannungen in den oberen Gurtungsstücken nehmen daher von der Mitte nach den Enden hin zu wie die Reihe der ungeraden Zahlen. Sie entsprechen mithin den Ordinatendifferenzen einer Parabel von der Spannweite $2n\lambda$ und der Pfeilhöhe $X_n = - (p + q) \frac{\lambda}{2h} \cdot n^2$ welche die Druckspannung der oberen Gurtung in deren Mitte darstellt und aus Gleichung (157) erhalten wird, wenn darin $m = n$ gesetzt wird. Die Stärken der oberen Gurtungsstücke lassen sich daher auf die in Figur 3 dargestellte Art durch Construction erhalten.

Für die Spannung in der unteren Gurtung ergibt sich

$$-Z_m h + {}^aM_{m-1} = 0 \text{ und } Z_m = \frac{{}^aM_{m-1}}{h},$$

mithin, wenn aus Gleichung (6) der Werth für ${}^aM_{m-1}$ eingeführt wird, die Zugspannung

$$Z_m = (p + q) \frac{\lambda}{2h} (m - 1)(N - m + 1). \quad (160)$$

worin nur das Product $(m - 1)(N - m + 1)$ einen va-

riablen Werth besitzt. Aus dieser und aus Gleichung (158) folgt

$$Z_m = -X_{m-1}. \quad (161)$$

Die Zugspannung des unteren Gurtungsstückes ist also der Druckspannung des $(m - 1)^{ten}$ oberen Gurtungsstückes numerisch gleich.

Im $(m + 1)^{ten}$ Felde ergibt sich analog

$$Z_{m+1} = (p + q) \frac{\lambda}{2h} m(N - m) = -X_m.$$

Die Zugspannung des $(m - 1)^{ten}$ unteren Gurtungsstückes erhält man, wenn in Gleichung (160) $m - 1$ statt m gesetzt wird,

$$Z_{m-1} = (p + q) \frac{\lambda}{2h} (m - 2)(N - m + 2), \quad (162)$$

mithin die Differenz:

$$Z_m - Z_{m-1} = (p + q) \frac{\lambda}{2h} (N - 2m + 3). \quad (163)$$

Nimmt man wieder eine gerade Zahl $N = 2n$ von Feldern an, so erhält man für

$m =$	1	2	$n - 1$	n	$n + 1$	$n + 2$	$n + 3$	$2n - 1$	$2n$
$2n - 2m + 3 =$	$2n + 1$	$2n - 1$	$2n - 3$	3	1	-1	-3	$-(2n - 5)$	$-(2n - 3)$

Die Unterschiede der Zugspannungen in den unteren Gurtungsstücken nehmen daher von der Mitte nach den Enden hin ebenfalls zu, wie die Reihe der ungeraden Zahlen. Sie entsprechen mithin den Ordinatendifferenzen derselben Parabel, weshalb sich die Strecken der unteren Gurtungsstücke auf die in Fig. 3 dargestellte Art durch Construction erhalten lassen.

Führt man durch den beliebigen m^{ten} Verticalstab den Schnitt cd , s. Taf. 4, Fig. 4, ersetzt die in den 3 durchschnittenen Stangen stattfindenden Spannungen durch die äußeren Kräfte X_m, Z_m und V_m , wovon jede der beiden ersteren

horizontal, die letztere vertical aufwärts wirkt und berücksichtigt nur das Gleichgewicht gegen lothrechtcs Fortschreiten, so bleiben jene Horizontalspannungen X_m und Z_m außer Betracht, während die Verticalspannung V_m der in dem m^{ten} Knotenpunkt herrschenden größten Verticalscheerkraft gleich und entgegengesetzt, mithin nach Gleichung (106)

$$V_m = -V_m \dots \dots \dots (164)$$

sein muß.

Man erhält mithin nach Gleichung (78) die größte Druckspannung

$$V_m \text{ min} = -V_m \text{ max} = -\frac{P}{2} (N - 2m - 1) - \frac{q}{2N} (N - m)(N - m - 1) \dots \dots \dots (165)$$

und nach Gleichung (79) die größte Zugspannung

$$V_m \text{ max} = -V_m \text{ min} = -\frac{P}{2} (N - 2m - 1) + \frac{q}{2N} m(m + 1) \dots \dots \dots (166)$$

Setzt man in diesen Formeln $(m - 1)$ statt m , so ergibt sich für den $(m - 1)^{\text{ten}}$ Verticalstab die größte Druckspannung

$$V_{m-1} \text{ min} = -V_{m-1} \text{ max} = -\frac{P}{2} (N - 2m + 1) - \frac{q}{2N} (N - m)(N - m + 1) \dots \dots \dots (167)$$

und die größte Zugspannung

$$V_{m-1} \text{ max} = -V_{m-1} \text{ min} = -\frac{P}{2} (N - 2m + 1) + \frac{q}{2N} m(m - 1) \dots \dots \dots (168)$$

Die vorstehend berechneten Spannungen der Verticalstäbe gelten für Brücken mit kleinen Spannweiten, also mit im Verhältniß zur beweglichen Last geringer ständiger Belastung. Bei Brücken mit größeren Spannweiten, also mit einer im Verhältniß zur beweglichen Last größeren ständigen Belastung, ist zu berücksichtigen, daß das Eigengewicht p pro Knotenpunkt nicht ausschließlich am unteren Endpunkte der Verticalen, sondern mit einem bestimmten Antheile αp am oberen und nur mit dem Reste von $p(1 - \alpha)$ an dem unteren Endpunkte wirkt. Jener Antheil αp übt in dem vorstehenden Falle, wo die Gesamtlast $p + q$ am Fuße der Verticalen wirkend angenommen wurde, einen Druck auf die letztere aus und muß deshalb bei jeder berechneten Spannung der Verticalen

$$V_m \text{ max} - \alpha p \text{ statt } V_m \text{ max}$$

$$\text{und } V_m \text{ min} - \alpha p \text{ ,, } V_m \text{ min}$$

gesetzt werden. Wird die Fahrbahn oben liegend, also die ganze ständige Belastung p und bewegliche Belastung q per Knotenpunkt ursprünglich am oberen Endpunkte der Verticalen wirkend angenommen, so ist der zuvor erwähnte Antheil αp der ständigen Belastung an deren unterem Endpunkte, also

auf Zug wirkend anzunehmen, mithin bei den zuvor ermittelten Spannungen der Verticalen

$$V_m \text{ max} + \alpha p \text{ statt } V_m \text{ max}$$

$$\text{und } V_m \text{ min} + \alpha p \text{ ,, } V_m \text{ min}$$

zu setzen. In beiden Fällen bezieht sich die erwähnte Veränderung der Spannungszahlen nur auf diejenigen der Verticalen und bleibt, da alsdann die für die Spannungen der Gurtungen und Diagonalen gemachten Voraussetzungen eintreten, ohne Einfluß auf die Spannungszahlen der letztgenannten Constructionstheile.

Führt man durch den m^{ten} Diagonalstab den Schnitt a, b , siehe Taf. 4, Fig. 5, ersetzt die in den 3 durchschnittenen Stangen stattfindenden Spannungen durch die äußeren Kräfte X_m, Z_m, Y_m und zerlegt die letztere in ihre wagrechte Componente $Y_m \cdot \frac{\lambda}{d}$ und in die abwärts wirkende lothrechte Componente $Y_m \cdot \frac{h}{d}$, so kommt, wenn man nur das Gleichgewicht gegen lothrechtcs Fortschreiten berücksichtigt, die Verticalspannung $Y_m \cdot \frac{h}{d}$ der in dem $(m - 1)^{\text{ten}}$ Knotenpunkt herrschenden größten Verticalscheerkraft gleich, mithin muß

$$-Y_m \cdot \frac{h}{d} + V_{m-1} = 0 \text{ oder } Y_m = \frac{d}{h} \cdot V_{m-1} \dots \dots \dots (169)$$

sein. Wird der Maximal- und Minimalwerth von V_{m-1} aus Gleichung (78^a) und 79^a) eingeführt, so erhält man die größte Zugspannung

$$Y_m \max = \frac{d}{h} \left[\frac{p}{2} (N - 2m + 1) + \frac{q}{2N} (N - m)(N - m + 1) \right] \dots \dots \dots (170)$$

und die größte Druckspannung

$$Y_m \min = \frac{d}{h} \left[\frac{p}{2} (N - 2m + 1) - \frac{q}{2N} m(m - 1) \right]. \dots \dots \dots (171)$$

Die Grenzspannungen des Diagonalstabes im m^{ten} Felde lassen sich folglich aus den Grenzspannungen des $(m - 1)^{\text{ten}}$ Verticalstabs finden, indem man dieselben mit $-\frac{d}{h}$ multiplicirt. Tritt also, wie hier in dem oberen $(m - 1)^{\text{ten}}$ Knotenpunkte, wo der m^{te} Diagonalstab und $(m - 1)^{\text{te}}$ Verticalstab sich treffen, keine neue Belastung hinzu, so besitzen dieselben Verticalspannungen von gleicher Größe und entgegengesetztem Vorzeichen.

Für den in Figur 6 dargestellten Träger mit $N = 8$ Feldern von $h = 2,5$ Met. Höhe und $\lambda = 2,5$ Met. Weite, dessen untere Knotenpunkte mit der ständigen Last $p = 1750$ Kilogr. *) und der beweglichen Last $q = 5600$ Kilogr. **) also mit der gesammten Last $p + q = 7350$ Kilogr. beschwert sind, ergeben sich aus den vorstehenden Formeln die nachfolgenden Spannungen.

1) Die Spannungen X in den oberen Gurtungsstücken nach Formel (157)

$$X_m = - (p + q) \frac{\lambda}{2h} m (N - m).$$

Werden obige Zahlenwerthe eingeführt, so ist für alle Felder $X_m = - 7350 \cdot \frac{2,5}{2 \cdot 2,5} m(8 - m) = - 3675 \cdot m(8 - m)$.

Für $m = 1$	ist $X_1 = - 3675 \cdot 1 \cdot 7 = - 25725$	Kilogr.
" $m = 2$	" $X_2 = - 3675 \cdot 2 \cdot 6 = - 44100$	"
" $m = 3$	" $X_3 = - 3675 \cdot 3 \cdot 5 = - 55125$	"
" $m = 4$	" $X_4 = - 3675 \cdot 4 \cdot 4 = - 58800$	"
" $m = 5$	" $X_5 = - 3675 \cdot 5 \cdot 3 = - 55125$	"
" $m = 6$	" $X_6 = - 3675 \cdot 6 \cdot 2 = - 44100$	"
" $m = 7$	" $X_7 = - 3675 \cdot 7 \cdot 1 = - 25725$	"
" $m = 8$	" $X_8 = - 3675 \cdot 8 \cdot 0 = 0$	"

2) Die Spannungen Z in den unteren Gurtungsstücken nach Formel (160)

$$Z_m = (p + q) \frac{\lambda}{2h} (m - 1)(N - m + 1).$$

Werden obige Zahlenwerthe eingeführt, so ist $Z_m = 7350 \cdot \frac{2,5}{2 \cdot 2,5} (m - 1)(8 - m + 1) = 3675 (m - 1)(9 - m)$.

*) Das Eigengewicht vorstehender Brücke (kleine Oeffnung der Brücke über den alten Rhein bei Griethausen) beträgt nämlich bei
 2 Tragwänden zu 5290 Kilogr. 10580 Kilogr.
 9 Querträgern zu 710 " 6390 "
 16 Schwellenträgern zu 190 " 3040 "
 einer Fahrbahn mit je 3 Querträgern pro Feld, mit
 Bohlenbelag und Schienen sammt Befestigungsmitteln zu 7200 "
 einem Horizontalverband unter der Fahrbahn zu 560 "
 Zusammen 27770 "

mithin für jeden Knotenpunkt einer Tragwand
 $p = \frac{27770}{2.8} = 1735$, rot. 1750 Kilogr.

**) Werden 2 Tenderlocomotiven von 37500 Kilogr. Gewicht und 8,5 Met. Länge als größte Belastung angesehen, so entfällt nämlich für jeden Knotenpunkt einer Tragwand
 $q = \frac{37500 \cdot 2,5}{8,5 \cdot 2} = 5514$, rot. 5600 Kilogr.

Für $m = 1$ ist $Z_1 = + 3675.0.8 =$	0 Kilogr.
" $m = 2$ " $Z_2 = + 3675.1.7 = + 25725$	"
" $m = 3$ " $Z_3 = + 3675.2.6 = + 44100$	"
" $m = 4$ " $Z_4 = + 3675.3.5 = + 55125$	"
" $m = 6$ " $Z_5 = + 3675.4.4 = + 58800$	"
" $m = 5$ " $Z_6 = + 3675.5.3 = + 55125$	"
" $m = 7$ " $Z_7 = + 3675.6.2 = + 44100$	"
" $m = 8$ " $Z_8 = + 3675.7.1 = + 25725$	"

3) Die Spannungen V in den Verticalständern nach den Formeln (165) und (166).

a) Berechnung der Maximalspannungen nach der Gleichung (166).

$$V_m \max = -\frac{P}{2}(N - 2m - 1) + \frac{q}{2N}m(m + 1).$$

Werden obige Zahlenwerthe eingeführt, so erhält man

$$V_m \max = -875(7 - 2m) + 350.m(m + 1).$$

Für $m = 0$ ist $V_0 \max = -875.7 + 350.0.1 = -$	6125 Kilogr.
" $m = 1$ " $V_1 \max = -875.5 + 350.1.2 = -$	3675 "
" $m = 2$ " $V_2 \max = -875.3 + 350.2.3 = -$	525 "
" $m = 3$ " $V_3 \max = -875.1 + 350.3.4 = +$	3325 "
" $m = 4$ " $V_4 \max = +875.1 + 350.4.5 = +$	7875 "
" $m = 5$ " $V_5 \max = +875.3 + 350.5.6 = +$	13125 "
" $m = 6$ " $V_6 \max = +875.5 + 350.6.7 = +$	19075 "
" $m = 7$ " $V_7 \max = +875.7 + 350.7.8 = +$	25725 "

b) Berechnung der Minimalspannungen nach der Gleichung (165).

$$V_m \min = -\frac{P}{2}(N - 2m - 1) - \frac{q}{2N}(N - m)(N - m - 1).$$

Werden obige Zahlenwerthe eingeführt, so erhält man

$$V_m \min = -875(7 - 2m) - 350.(8 - m)(7 - m).$$

Für $m = 0$ ist $V_0 \min = -875.7 - 350.8.7 = -$	25725 Kilogr.
" $m = 1$ " $V_1 \min = -875.5 - 350.7.6 = -$	19075 "
" $m = 2$ " $V_2 \min = -875.3 - 350.6.5 = -$	13125 "
" $m = 3$ " $V_3 \min = -875.1 - 350.5.4 = -$	7875 "
" $m = 4$ " $V_4 \min = +875.1 - 350.4.3 = -$	3325 "
" $m = 5$ " $V_5 \min = +875.3 - 350.3.2 = +$	525 "
" $m = 6$ " $V_6 \min = +875.5 - 350.2.1 = +$	3675 "
" $m = 7$ " $V_7 \min = +875.7 - 350.1.0 = +$	6125 "

Wie man hieraus ersieht, kehren die Maximal- und Minimalspannungen der Verticalen in der zweiten Hälfte des Trägers mit entgegengesetzten Zeichen wieder.

Wirkt ein Drittel der ständigen Last $\frac{P}{3} = 583$ am oberen und $\frac{2}{3}P = 1067$ am unteren Ende der Ver-

ticalen, so ist jeder der zuvor berechneten Spannungen der Werth -583 Kilogr. hinzuzufügen, also z. B. für $m = 5$

$$V_5 \max - \frac{P}{3} = 13125 - 583 = 12542 \text{ Kilogr. statt}$$

$$V_5 \max = 13125 \text{ Kilogr. und } V_5 \min - \frac{P}{3} = +525 - 583 = -58 \text{ Kilogr. statt } V_5 \min = +525 \text{ zu setzen.}$$

4) Die Spannungen Y in den Diagonalen nach den Formeln (170) und (171).

a) Berechnung der Maximalspannungen nach der Gleichung (170)

$$Y_m \max = \frac{d}{h} \left[\frac{p}{2} (N - 2m + 1) + \frac{q}{2N} (N - m)(N - m + 1) \right] = - \frac{d}{h} V_{m-1} \min.$$

Werden obige Zahlenwerthe eingeführt und $d = h\sqrt{2}$ gesetzt, so ist

$$Y_m \max = \sqrt{2} [875(9 - 2m) + 350(8 - m)(9 - m)] = - \sqrt{2} \cdot V_{m-1} \min.$$

$$\text{Für } m = 1 \text{ ist } Y_1 \max = \sqrt{2} (+ 875 \cdot 7 + 350 \cdot 7 \cdot 8) = + \sqrt{2} \cdot 25725 = 36380 \text{ Kilogr.}$$

$$" \quad m = 2 \quad " \quad Y_2 \max = \sqrt{2} (+ 875 \cdot 5 + 350 \cdot 6 \cdot 7) = + \sqrt{2} \cdot 19075 = 26976 \quad "$$

$$" \quad m = 3 \quad " \quad Y_3 \max = \sqrt{2} (+ 875 \cdot 3 + 350 \cdot 5 \cdot 6) = + \sqrt{2} \cdot 13125 = 18560 \quad "$$

$$" \quad m = 4 \quad " \quad Y_4 \max = \sqrt{2} (+ 875 \cdot 1 + 350 \cdot 4 \cdot 5) = + \sqrt{2} \cdot 7875 = 11137 \quad "$$

$$" \quad m = 5 \quad " \quad Y_5 \max = \sqrt{2} (- 875 \cdot 1 + 350 \cdot 3 \cdot 4) = + \sqrt{2} \cdot 3325 = 4702 \quad "$$

$$" \quad m = 6 \quad " \quad Y_6 \max = \sqrt{2} (- 875 \cdot 3 + 350 \cdot 2 \cdot 3) = - \sqrt{2} \cdot 525 = - 742 \quad "$$

$$" \quad m = 7 \quad " \quad Y_7 \max = \sqrt{2} (- 875 \cdot 5 + 350 \cdot 1 \cdot 2) = - \sqrt{2} \cdot 3675 = - 5196 \quad "$$

$$" \quad m = 8 \quad " \quad Y_8 \max = \sqrt{2} (- 875 \cdot 7 + 350 \cdot 0 \cdot 1) = - \sqrt{2} \cdot 6125 = - 8661 \quad "$$

b) Berechnung der Minimalspannungen nach der Gleichung (171)

$$Y_m \min = \frac{d}{h} \left[\frac{p}{2} (N - 2m + 1) - \frac{q}{2N} m(m - 1) \right] = - \frac{d}{h} V_{m-1} \max$$

und wenn obige Zahlenwerthe eingeführt werden,

$$Y_m \min = \sqrt{2} [850(9 - 2m) - 350 \cdot m(m - 1)] = - \sqrt{2} \cdot V_{m-1} \max.$$

$$\text{Für } m = 1 \text{ ist } Y_1 \min = \sqrt{2} \cdot (+ 875 \cdot 7 - 350 \cdot 1 \cdot 0) = + \sqrt{2} \cdot 6125 = + 8661 \text{ Kilogr.}$$

$$" \quad m = 2 \quad " \quad Y_2 \min = \sqrt{2} \cdot (+ 875 \cdot 5 - 350 \cdot 2 \cdot 1) = + \sqrt{2} \cdot 3675 = + 5196 \quad "$$

$$" \quad m = 3 \quad " \quad Y_3 \min = \sqrt{2} \cdot (+ 875 \cdot 3 - 350 \cdot 3 \cdot 2) = + \sqrt{2} \cdot 525 = + 742 \quad "$$

$$" \quad m = 4 \quad " \quad Y_4 \min = \sqrt{2} \cdot (+ 875 \cdot 1 - 350 \cdot 4 \cdot 3) = - \sqrt{2} \cdot 3325 = - 4702 \quad "$$

$$" \quad m = 5 \quad " \quad Y_5 \min = \sqrt{2} \cdot (- 875 \cdot 1 - 350 \cdot 5 \cdot 4) = - \sqrt{2} \cdot 7875 = - 11137 \quad "$$

$$" \quad m = 6 \quad " \quad Y_6 \min = \sqrt{2} \cdot (- 875 \cdot 3 - 350 \cdot 6 \cdot 5) = - \sqrt{2} \cdot 13125 = - 18560 \quad "$$

$$" \quad m = 7 \quad " \quad Y_7 \min = \sqrt{2} \cdot (- 875 \cdot 5 - 350 \cdot 7 \cdot 6) = - \sqrt{2} \cdot 19075 = - 26976 \quad "$$

$$" \quad m = 8 \quad " \quad Y_8 \min = \sqrt{2} \cdot (- 875 \cdot 7 - 350 \cdot 8 \cdot 7) = - \sqrt{2} \cdot 25725 = - 36380 \quad "$$

Wie man sieht, kehren auch hier die Maximal- und Minimalspannungen der Diagonalen in der zweiten Hälfte des Trägers mit entgegengesetzten Zeichen wieder. Alle hier berechneten Spannungszahlen sind in Fig. 7 zusammengestellt.

Werden in dem so berechneten Systeme nur die gezogenen oder nur die gedrückten Diagonalen und die ihnen entsprechenden nur gedrückten oder nur gezogenen Verticalen beibehalten, so erhält man die in Figur 8 und 9 dargestellten Parallelträger nach dem System des rechtwinkligen Dreiecks mit unten liegender Fahrbahn und nur gezogenen oder nur gedrückten Diagonalen.

Der Parallelträger mit nur gezogenen Diagonalen entsteht daher, wenn in allen Feldern, welche nur gedrückte

Diagonalen enthalten, diese letzteren mit den entgegengesetzt steigenden, nur gezogenen Diagonalen vertauscht und in allen Feldern, welche theils gedrückte, theils gezogene Diagonalen enthalten, die entgegengesetzt steigende, nur gezogene Diagonale eingeschaltet wird.

Der Parallelträger mit nur gedrückten Diagonalen entsteht daher, wenn in allen Feldern, welche nur gezogene Diagonalen enthalten, diese letzteren mit den entgegengesetzt steigenden, nur gedrückten Diagonalen vertauscht und in allen Feldern, welche theils gezogene, theils gedrückte Diagonalen enthalten, die entgegengesetzt steigende, nur gedrückte Diagonale hinzugefügt wird.

Liegt die Brückenbahn oben, siehe Figur 10, sind also die oberen Knotenpunkte belastet, so bringt dies, wie ein Blick

auf die Figuren 1, 2 und 5 lehrt, eine Aenderung in der Berechnung der Spannungen weder der Gurtungen, noch der Diagonalen hervor. Dagegen kommt durch den schrägen Schnitt in Figur 4, wie ein Blick auf diese Figur lehrt, bei Berechnung der Spannungen in den Verticalen die Belastung des m^{ten} Knotenpunktes in Wegfall und nur noch

die Belastung des $(m - 1)^{\text{ten}}$ Knotenpunktes in Betracht. Man erhält mithin für den m^{ten} Verticalstab dieses Parallelträgers dieselbe Spannung, wie für den $(m - 1)^{\text{ten}}$ Verticalstab des zuvor betrachteten Parallelträgers, mithin aus den Gleichungen (167) und (168) die Grenzspannungen des beliebigen m^{ten} Verticalstabes

$$V_m \text{ min} = -\frac{P}{2}(N - 2m + 1) - \frac{q}{2N}(N - m)(N - m + 1) \dots \dots \dots (172)$$

$$V_m \text{ max} = -\frac{P}{2}(N - 2m + 1) + \frac{q}{2N}m(m - 1) \dots \dots \dots (173)$$

Auf diese Weise ergibt sich, wenn obiges Beispiel beibehalten wird, für welches diese Werthe bereits berechnet sind, aus dem Schema in Fig. 7 sofort das Schema in Fig. 10 für alle zwischen den Stützpunkten befindlichen Theile des Trägers. Die der neuen Belastungsweise entsprechende Spannung des

linken Endständers ergibt sich aus Figur 11,

$$V_0 + A = 0 \text{ oder } V_0 = -A,$$

mithin, wenn der größte, bei voller Belastung und der kleinste, bei vollkommener Entlastung eintretende Auflagerdruck eingeführt wird,

$$V_0 \text{ min} = -(p + q) \frac{N}{2} = -7350.4 = -29400 \text{ Kilogr.}$$

$$V_0 \text{ max} = -p \frac{N}{2} = -1750.4 = -7000 \text{ Kilogr.}$$

Die Grenzspannungen des rechten Endständers erhält man bei seiner vollen Belastung aus Fig. 12

$$-V_N - \frac{p + q}{2} = 0 \text{ und } V_N \text{ min} = -\frac{p + q}{2} = -3675 \text{ Kilogr.}$$

und bei seiner vollständigen Entlastung

$$-V_N - \frac{p}{2} = 0 \text{ und } V_N \text{ max} = -\frac{p}{2} = -875 \text{ Kilogr.,}$$

Aus dem so vervollständigten Schema, Figur 10, lassen sich in einer, der oben angegebenen Methode ganz analogen, Weise die in den Figuren 13 und 14 dargestellten Parallelträger mit oben liegender Brückenbahn und nur gezogenen oder nur gedrückten Diagonalen mit den ihnen entsprechenden nur gedrückten und nur gezogenen Verticalen ableiten.

Ist die Brückenbahn mit den Verticalstäben zwischen deren Kopf- und Fußende verbunden, so bringt diese Anordnung gleich der vorhergehenden keine Aenderung in der Berechnung, weder der Gurtungen noch der Diagonalen, hervor, dagegen nehmen die Verticalstäbe oberhalb der Brückenbahn die Spannung der Verticalen mit angehängter und unterhalb der Brückenbahn die Spannung der Verticalen mit aufgesetzter Brückenbahn an. Werden diese, früher entwickelten Spannungen der Verticalstäbe ihrem oberen und unteren Theile beigeschrieben und dieselben Spannungen der Gurtungen und Diagonalen eingetragen, so entsteht das Schema in Figur 15, aus welchem wieder, in der früher angegebenen Weise, sowohl der Parallelträger mit nur gezogenen Diagonalen und nur gedrückten Verticalen, siehe Figur 16,

als auch der Parallelträger mit nur gedrückten Diagonalen und nur gezogenen Verticalen, siehe Figur 17, abgeleitet werden kann.

Denkt man sich das Schema in Figur 6 in horizontalem Sinne umgedreht und so auf das Schema in Fig. 6 gelegt, daß sich sowohl die Gurtungen, als die Endständer decken, so entsteht der Parallelträger mit gekreuzten Diagonalen, dessen Gurtungen und Verticalstäbe, als die sich deckenden und vereinigten Theile, Spannungen annehmen, die der algebraischen Summe jener Spannungen gleich sind, welche sie in getrenntem Zustande erfahren. Werden für den zusammengesetzten Träger dieselben oder ähnliche Belastungen beibehalten, wie für die Knotenpunkte der getrennten Träger, so hat jeder der letzteren die Hälfte $\frac{p + q}{2}$ dieser Belastungen pro Knotenpunkt zu übertragen. Die Spannung im m^{ten} Felde der oberen Gurtung des zusammengesetzten Trägers bildet daher die halbe Summe der durch Gleichung (157) und (158) dargestellten Spannungen X_m und X_{m-1} , der getrennten Träger und beträgt

$$X_m = -\frac{p + q}{2} \cdot \frac{\lambda}{2h} [m(N - m) + (m - 1)(N - m + 1)] \dots \dots \dots (174)$$

Ebenso bildet die Spannung im m^{ten} Felde der unteren Gurtung des zusammengesetzten Trägers die halbe Summe der durch Gleichung (160) und (161) dargestellten Spannungen Z_m und Z_{m+1} der getrennten Träger und beträgt

$$Z_m = \frac{p+q}{2} \cdot \frac{\lambda}{2h} [(m-1)N - m + 1] + m(N-m) = -X_m. \dots (175)$$

Die Spannungen der oberen und unteren Gurtung sind daher in jedem Felde numerisch gleich, nur von entgegengesetztem Vorzeichen.

Die größte Druckspannung im m^{ten} Verticalstab des halbirtten Trägers mit links steigenden Diagonalen beträgt nach Gleichung (165)

$$V_m \text{ min} = -\frac{p}{2} (N - 2m - 1) - \frac{q}{2N} (N - m)(N - m - 1). \dots (176)$$

Die größte Zugspannung im m^{ten} Verticalstab des halbirtten Trägers mit rechts steigenden Diagonalen beträgt $V_m \text{ max} = -V_m \text{ min}$, daher

$$V_m \text{ max} = \frac{p}{2} (N - 2m - 1) + \frac{q}{2N} (N - m)(N - m - 1). \dots (177)$$

Mithin beträgt die Totalspannung des m^{ten} Verticalstabes $V_m \text{ min} + V_m \text{ max} = 0$, wenn man die Hälfte der ganzen Last in den oberen, die andere Hälfte in den unteren Knotenpunkten angreifen läßt. Liegt die Brückenbahn unten, so hat alsdann jeder Verticalstab die Last $\frac{p+q}{2}$ nach oben zu übertragen und erfährt die Zugspannung $+\frac{p+q}{2}$. Liegt die Brückenbahn oben, so hat jeder Verticalstab die Last $\frac{p+q}{2}$ nach unten zu übertragen und erfährt die Druck-

spannung $-\frac{p+q}{2}$. Liegt die Brückenbahn in der Mitte, so erfährt jeder Verticalstab in seinem oberen Theile die Zugspannung $+\frac{p+q}{2}$ und in seinem unteren Theile die Druckspannung $-\frac{p+q}{2}$. Die Spannung im linken und rechten Endständer ergibt sich aus der Summe der Spannungen in den halbirtten Trägern, mithin bei untenliegender Brückenbahn

$$V_0 \text{ min} = -\frac{(p+q)}{2} \frac{N}{2} + \frac{p+q}{4} = -\frac{(p+q)}{2} \frac{(N-1)}{2}, \dots (178)$$

bei obenliegender Brückenbahn

$$V_0 \text{ min} = -\frac{(p+q)}{2} \frac{N}{2} - \frac{p+q}{4} = -\frac{(p+q)}{2} \frac{(N+1)}{2}, \dots (179)$$

welche bei zwischenliegender Brückenbahn beziehungsweise dem oberen und unteren Theile des Verticalstabes entsprechen.

Die Spannungen der Diagonalen ergeben sich aus den Gleichungen (170) und (171), wenn darin $\frac{p}{2}$ statt p und $\frac{q}{2}$ statt q gesetzt wird,

$$Y_m \text{ max} = \frac{d}{2h} \left[\frac{p}{2} (N - 2m + 1) + \frac{q}{2N} (N - m)(N - m + 1) \right], \dots (180)$$

$$Y_m \text{ min} = \frac{d}{2h} \left[\frac{p}{2} (N - 2m + 1) - \frac{q}{2N} m(m - 1) \right], \dots (181)$$

Werden die für den oben berechneten Träger gewählten Abmessungen und Belastungen beibehalten und eingeführt, so ergibt sich die Spannung in den Gurtungen aus Gleichung (174)

$$X_m = -\frac{7350}{2} \cdot \frac{2,5}{2 \cdot 2,5} [m(8 - m) + (m - 1)(9 - m)] = -Z_m,$$

daher für $m = 1, X_1 = -3675 \cdot \frac{1}{2} (1.7 + 0.8) = -12863$ Kilogr. und $Z_1 = +12863$ Kilogr.

$m = 2, X_2 = -3675 \cdot \frac{1}{2} (2.6 + 1.7) = -34913$ " " $Z_2 = +34913$ "

$m = 3, X_3 = -3675 \cdot \frac{1}{2} (3.5 + 2.6) = -49613$ " " $Z_3 = +49613$ "

$$\begin{aligned}
 m = 4, X_4 &= -3675 \cdot \frac{1}{2} (4.4 + 3.5) = -56963 \text{ Kilogr. und } Z_4 = +56963 \text{ Kilogr.} \\
 m = 5, X_5 &= -3675 \cdot \frac{1}{2} (5.3 + 4.4) = -56963 \text{ " " } Z_5 = +56963 \text{ " " } \\
 m = 6, X_6 &= -3675 \cdot \frac{1}{2} (6.2 + 5.3) = -49613 \text{ " " } Z_6 = +49613 \text{ " " } \\
 m = 7, X_7 &= -3675 \cdot \frac{1}{2} (7.1 + 6.2) = -34913 \text{ " " } Z_7 = +34913 \text{ " " } \\
 m = 8, X_8 &= -3675 \cdot \frac{1}{2} (8.0 + 7.1) = -27563 \text{ " " } Z_8 = +27563 \text{ " " }
 \end{aligned}$$

Die Spannung sämmtlicher Verticalen mit Ausnahme der Endständer ergibt sich zu $\frac{p+q}{2} = \frac{7350}{2} = 3675$ Kilogr., welche bei unten liegender und oben liegender Brückenbahn beziehungsweise positiv und negativ, bei zwischenliegender Brückenbahn positiv im oberen und negativ im unteren Theil zu nehmen ist.

Die Spannung in den Endständern ist alsdann bei untenliegender Brückenbahn

$$V_0 \text{ min} = -\frac{7350}{2} \cdot \frac{7}{2} = -12863 \text{ Kilogr.,}$$

bei obenliegender Brückenbahn

$$V_0 \text{ min} = -\frac{7350}{2} \cdot \frac{9}{2} = -16537 \text{ Kilogr.,}$$

woraus sich auch diejenige bei zwischenliegender Brückenbahn ergibt.

Für die Diagonalen sind die oben berechneten Spannungszahlen nur zu halbiren, es ergibt sich mithin

$$\begin{aligned}
 Y_1 \text{ max} &= +18190 \text{ Kilogr. und } Y_1 \text{ min} = +4331 \text{ Kilogr.} \\
 Y_2 \text{ max} &= +13488 \text{ " " } Y_2 \text{ min} = +2598 \text{ " " } \\
 Y_3 \text{ max} &= +9280 \text{ " " } Y_3 \text{ min} = +371 \text{ " " } \\
 Y_4 \text{ max} &= +5569 \text{ " " } Y_4 \text{ min} = -2351 \text{ " " } \\
 Y_5 \text{ max} &= +2351 \text{ " " } Y_5 \text{ min} = -5569 \text{ " " } \\
 Y_6 \text{ max} &= -371 \text{ " " } Y_6 \text{ min} = -9280 \text{ " " } \\
 Y_7 \text{ max} &= -2598 \text{ " " } Y_7 \text{ min} = -13488 \text{ " " } \\
 Y_8 \text{ max} &= -4331 \text{ " " } Y_8 \text{ min} = -18190 \text{ " " }
 \end{aligned}$$

Werden die soeben ermittelten Spannungszahlen zusammengestellt, so ergeben sich die Figuren 18, 19 und 20, welche den Parallelträger mit gekreuzten Diagonalen und unten-, oben- und zwischenliegender Brückenbahn darstellen.

b) Die Parallelträger nach dem System des rechtwinkligen Dreiecks mit mehrfacher Stabreihe.

Zerlegt man den in Figur 31 dargestellten Träger mit doppelter Stabreihe in die beiden, durch Figur 29 und 30 dargestellten Träger mit einfacher Stabreihe, so ergeben sich die Spannungszahlen des ersteren aus denjenigen der beiden letzteren.

Die Spannungszahlen des in Figur 29 dargestellten Trä-

gers ergeben sich aus den zuvor entwickelten Gleichungen (157), (160), (165) und (166), (170) und (171). Die Spannungszahlen des in Figur 30 dargestellten Trägers, für welchen $\lambda' = \frac{\lambda}{2}$ und $p' + q' = \frac{3}{4}(p + q)$, sind wie folgt abzuleiten.

Führt man durch das m^{te} Feld den Schnitt a b, siehe Fig. 21, so ergibt sich mit Bezug auf die Bezeichnungen der Figur für den m^{ten} Knotenpunkt D als Drehpunkt

$$X_m h + {}^a M_m = 0 \text{ und } X_m = -\frac{1}{h} \cdot {}^a M_m$$

und wenn aus Gleichung (12) der Werth für ${}^a M_m$ eingeführt wird, die Druckspannung im m^{ten} Felde

$$X_m = -(p + q) \frac{\lambda}{2h} [m(N - m) + a(N + 2b - 1)]. \dots \dots \dots (182)$$

Bei der vorstehenden Anordnung ist $a = \frac{1}{2}$ und $b = \frac{3}{4}$, mithin, wenn diese Werthe eingeführt werden,

$$X_m = -(p + q) \frac{\lambda}{2h} \left[m(N - m) + \frac{2N - 1}{4} \right]. \dots \dots \dots (183)$$

Setzt man $a = \frac{1}{2}$ und annäherungsweise $b = 1$, so erhält man

$$X_m = -(p + q) \frac{\lambda}{2h} \left[m(N - m) + \frac{N + 1}{2} \right] \dots \dots \dots (184)$$

Für die untere Gurtung ergibt sich in demselben Felde nach Figur 22

$$-Z_m h + {}^a M_{m-1} = 0 \text{ und } Z_m = \frac{1}{h} \cdot {}^a M_{m-1},$$

mithin, wenn aus Gleichung (14) der Werth für ${}^a M_{m-1}$ eingeführt wird, die Zugspannung im m^{ten} Felde

$$Z_m = (p + q) \frac{\lambda}{2h} [(m - 1)(N - m + 1) + a(N + 2b - 1)] \dots \dots \dots (185)$$

und da wieder $a = \frac{1}{2}$ und $b = \frac{3}{4}$ zu setzen ist,

$$Z_m = (p + q) \frac{\lambda}{2h} \left[(m - 1)(N - m + 1) + \frac{2N - 1}{4} \right] \dots \dots \dots (186)$$

Setzt man $a = \frac{1}{2}$ und wieder annäherungsweise $b = 1$, so erhält man

$$Z_m = (p + q) \frac{\lambda}{2h} \left[(m - 1)(N - m + 1) + \frac{N + 1}{2} \right] \dots \dots \dots (187)$$

Durch die Gleichungen (183) und (186) sind die Spannungen der Gurtungsstücke in den $N - 1$ mittleren Feldern bestimmt. Die Spannungen in dem Feld 0 ergeben sich aus

$$X_0 \cdot h + A \lambda = 0 \text{ und } X_0 = -\frac{a \lambda}{h} A,$$

mithin erhält man, wenn aus Gleichung (10^a) der Werth von A eingeführt wird,

$$X_0 = -\frac{a \lambda}{h} (p + q) \left(b + \frac{N - 1}{2} \right) \dots (188)$$

und wenn $a = \frac{1}{2}$ und $b = 1$ gesetzt wird,

$$X_0 = -(p + q) \frac{\lambda}{ah} \left(\frac{N + 1}{2} \right) \dots \dots (189)$$

während $Z_0 = 0$ wird. Dagegen erhalten, wie leicht ein-

zusehen, die Spannungen in dem $N + 1^{\text{ten}}$ Felde die Werthe

$$X_{N+1} = 0 \dots \dots \dots (189^a)$$

und

$$Z_{N+1} = (p + q) \frac{a \lambda}{h} \left(b + \frac{N - 1}{2} \right), \dots (190)$$

mithin, wenn $a = \frac{1}{2}$ und $b = 1$ gesetzt wird,

$$Z_{N+1} = (p + q) \frac{\lambda}{2h} \cdot \frac{(N + 1)}{2} \dots \dots (191)$$

Führt man durch den m^{ten} Verticalstab den Schnitt cd , siehe Figur 24, so ist B_m der verticalen Scheerkraft V_m für den m^{ten} Knotenpunkt gleich und entgegengesetzt, mithin, wenn deren Werth beziehungsweise aus Gleichung (90) und (89) eingeführt wird,

$$B_m \text{ max} = -V_m \text{ min} = -\frac{p}{2} (N - 2m - 1) + \frac{q}{2a + N} \left[m \left(a + \frac{m + 1}{2} \right) + a \cdot b \right] \dots \dots (192)$$

$$B_m \text{ min} = -V_m \text{ max} = -\frac{p}{2} (N - 2m - 1) - \frac{q}{2a + N} \left[(N - m - 1) \left(a + \frac{N - m}{2} \right) + a \cdot b \right] (193)$$

Die vorstehenden Formeln gelten für $m = 0$ bis $m = N$, für den ersten Verticalstab ergibt sich aus Fig. 27

$$V_0 + A = 0 \text{ und } V_0 = -A,$$

mithin, wenn der Werth von A aus Gleichung (10^a) eingeführt wird,

$$V_0 = -(p + q) \left(b + \frac{N - 1}{2} \right), \dots (194)$$

was zugleich den Minimalwerth bezeichnet, und woraus sich der Maximalwerth für $q = 0$ ergibt.

Für den letzten Verticalstab ergibt sich aus Figur 28

$$-V_{N+1} + 0 = 0 \text{ und } V_{N+1} = 0 \dots (195)$$

Führt man durch das m^{te} Feld den Schnitt ab , siehe Fig. 23, so ist die verticale Componente $Y_m \cdot \frac{h}{d}$ von Y_m der verticalen Scheerkraft für den $(m - 1)^{\text{ten}}$ Knotenpunkt gleich und direct entgegengesetzt, mithin, wenn deren Werth aus Gleichung (91) und (92) eingeführt wird,

$$Y_m \max = \frac{d}{h} \left[\frac{p}{2} (N - 2m + 1) + \frac{q}{2a + N} (N - m) \left(a + \frac{N - m + 1}{2} \right) + a \cdot b \right]. \quad (196)$$

$$Y_m \min = \frac{d}{h} \left[\frac{p}{2} (N - 2m + 1) - \frac{q}{2a + N} \left((m - 1) \left(a + \frac{m}{2} \right) + a \cdot b \right) \right], \quad (197)$$

worin annäherungsweise $b = 1$ gesetzt werden kann.

Für das Feld 0 ergibt sich aus Figur 25

$$-Y_0 \cdot \frac{h}{d_1} + A = 0 \text{ und } Y_0 = \frac{d}{h} A.$$

mithin, wenn der Werth für A aus Gleichung (10^a) eingeführt wird,

$$Y_0 = \frac{d_1}{h} (p + q) \left(b + \frac{N - 1}{2} \right). \quad (198)$$

Im $N + 1^{\text{ten}}$ Felde erhält man für die Länge d_n der Diagonale nach Figur 26 den numerisch gleichen, aber entgegengesetzten Werth

$$Y_{N+1} = -\frac{d_n}{h} (p + q) \left(b + \frac{N - 1}{2} \right). \quad (199)$$

Erhält der betrachtete Parallelträger mit 8 Feldern von

je 2,5 Met. Höhe und Weite, welcher die ständige Last 1750 Kilogr. und die bewegliche Last 5600 Kilogr. pro Knotenpunkt zu tragen hat, eine doppelte Stabreihe, also 16 Felder von je 2,5 Met. Höhe und 1,25 Met. Weite, so trägt er bei derselben Gesamtbelastung per Knotenpunkt die Last 875 Kilogr. und 2800 Kilogr. und läßt sich in zwei einfache Systeme zerlegen, wovon das erstere dem früher betrachteten geometrisch gleich ist und statisch nur durch halb so große Spannungszahlen von demselben abweicht, welche in Fig. 29 zusammengestellt sind.

Das zweite System von der in Fig. 30 dargestellten Form hat 7 Felder von 2,5 Met. Weite in der Mitte, 2 Felder von 1,25 Met. an den Enden und erfährt nach den vorentwickelten Formeln die nachstehenden Spannungen.

1) Die Spannungen in den oberen Gurtungsstücken nach Formel (184).

Werden die Werthe $N = 7$, $a = \frac{1}{2}$, $p = 875$ Kilogr. und $q = 2800$ Kilogr. eingeführt, so ist allgemein

$$X_m = -3675 \cdot \frac{2,5}{2 \cdot 2,5} [m(7 - m) + 4].$$

Für $m = 1$ ist $X_1 = -1837,5(1 \cdot 6 + 4) = -18375$ Kilogr.

„ $m = 2$ „ $X_2 = -1837,5(2 \cdot 5 + 4) = -25725$ „

„ $m = 3$ „ $X_3 = -1837,5(3 \cdot 4 + 4) = -29400$ „

„ $m = 4$ „ $X_4 = -1837,5(4 \cdot 3 + 4) = -29400$ „

„ $m = 5$ „ $X_5 = -1837,5(5 \cdot 2 + 4) = -25725$ „

„ $m = 6$ „ $X_6 = -1837,5(6 \cdot 1 + 4) = -18375$ „

„ $m = 7$ „ $X_7 = -1837,5(7 \cdot 0 + 4) = -7350$ „

Im ersten Endfelde beträgt die Spannung nach Gleichung (189)

$$X_0 = -1837,5 \cdot 4 = -7350 \text{ Kilogr.},$$

im letzten Endfelde beträgt die Spannung nach Gleichung (189^a)

$$X_8 = 0.$$

2) Die Spannungen in den unteren Gurtungsstücken nach Formel (187).

Werden die obigen Werthe eingeführt, so ist allgemein

$$Z_m = 3675 \cdot \frac{2,5}{2 \cdot 2,5} [(m - 1)(8 - m) + 4] = -X_{m-1}.$$

Für $m = 1$ ist $Z_1 = +1837,5(0 \cdot 7 + 4) = +7350$ Kilogr.

„ $m = 2$ „ $Z_2 = +1837,5(1 \cdot 6 + 4) = +18375$ „

„ $m = 3$ „ $Z_3 = +1837,5(2 \cdot 5 + 4) = +25725$ „

„ $m = 4$ „ $Z_4 = +1837,5(3 \cdot 4 + 4) = +29400$ „

„ $m = 5$ „ $Z_5 = +1837,5(4 \cdot 3 + 4) = +29400$ „

Für $m = 6$ ist $Z_6 = + 1837,5 (5.2 + 4) = + 25725$ Kilogr.

„ $m = 7$ „ $Z_7 = + 1837,5 (6.1 + 4) = + 18375$ „

Am ersten Endfelde beträgt die Spannung

$$Z_0 = 0,$$

im letzten Endfelde beträgt die Spannung nach Gleichung (191)

$$Z_8 = + 1837,5.4 = + 7350 \text{ Kilogr.}$$

3) Die Spannungen V_m in den Verticalständern nach den Formeln (192) und (193).

a) Berechnung der Maximalspannungen nach der Gleichung (192), welche für $b = 1$ übergeht in:

$$V_m \max = - \frac{P}{2} (N - 2m - 1) + \frac{q}{2a + N} (m + 1) \left(a + \frac{m}{2} \right).$$

Werden obige Zahlenwerthe eingeführt, so ergibt sich

$$V_m \max = - \frac{875}{2} (6 - 2m) + \frac{2800}{2.8} (m + 1)^2.$$

Für $m = 0$ ist $V_0 \max = - 437,5.6 + 175.1 = - 2450$ Kilogr.

„ $m = 1$ „ $V_1 \max = - 437,5.4 + 175.4 = - 1050$ „

„ $m = 2$ „ $V_2 \max = - 437,5.2 + 175.9 = + 700$ „

„ $m = 3$ „ $V_3 \max = - 437,5.0 + 175.16 = + 2800$ „

„ $m = 4$ „ $V_4 \max = + 437,5.2 + 175.25 = + 5250$ „

„ $m = 5$ „ $V_5 \max = + 437,5.4 + 175.36 = + 8050$ „

„ $m = 6$ „ $V_6 \max = + 437,5.6 + 175.49 = + 11200$ „

„ $m = 7$ „ $V_7 \max = + 437,5.8 + 175.64 = + 14700$ „

Die Maximalspannung im linken Endständer ergibt sich aus Gleichung (194), wenn darin $q = 0$ und $b = 1$ gesetzt wird,

$$V_0 = - \frac{P}{2} (N + 1) = - 437,5.8 = - 3500 \text{ Kilogr.},$$

während sie im rechten Endständer nach Gleichung (195) den Werth 0 annimmt.

b) Berechnung der Minimalspannungen nach Gleichung (193), welche für $b = 1$ übergeht in:

$$V_m \min = - \frac{P}{2} (N - 2m - 1) - \frac{q}{2a + N} (N - m) \left(a + \frac{N - m - 1}{2} \right).$$

Werden obige Zahlenwerthe eingeführt, so ergibt sich:

$$V_m \min = - \frac{875}{2} (6 - 2m) - \frac{2800}{2.8} (7 - m)^2.$$

Für $m = 0$ ist $V_0 \min = - 437,5.6 - 175.49 = - 11200$ Kilogr.

„ $m = 1$ „ $V_1 \min = - 437,5.4 - 175.36 = - 8050$ „

„ $m = 2$ „ $V_2 \min = - 437,5.2 - 175.25 = - 5250$ „

„ $m = 3$ „ $V_3 \min = + 437,5.0 - 175.16 = - 2800$ „

„ $m = 4$ „ $V_4 \min = + 437,5.2 - 175.9 = - 700$ „

„ $m = 5$ „ $V_5 \min = + 437,5.4 - 175.4 = + 1050$ „

„ $m = 6$ „ $V_6 \min = + 437,5.6 - 175.1 = + 2450$ „

„ $m = 7$ „ $V_7 \min = + 437,5.8 - 175.0 = + 3500$ „

Die Maximalspannung im linken Endständer ergibt sich aus Gleichung (194), wenn darin $b = 1$ gesetzt wird,

$$V_0 = - (p + q) \frac{(N + 1)}{2} = - 3675.4 = - 14700 \text{ Kilogr.},$$

während sie im rechten Endständer nach Gleichung (195) den Werth 0 annimmt.

4) Die Spannungen Y_m in den Diagonalen nach den Formeln (196) und (197).

a) Berechnung der Maximalspannungen nach der Gleichung (196), welche für $b = 1$ übergeht in:

$$Y_m \max = \frac{d}{h} \left[\frac{p}{2} (N - 2m + 1) + \frac{q}{2a + N} (N - m + 1) \left(a + \frac{N - m}{2} \right) \right] = - \frac{d}{h} \cdot V_{m-1} \min.$$

Werden die obigen Zahlenwerthe eingeführt, so ergibt sich:

$$Y_m \max = \sqrt{2} \left[\frac{875}{2} (8 - 2m) + \frac{2800}{2.8} (8 - m)^2 \right] = - \sqrt{2} \cdot V_{m-1} \min.$$

Für $m = 1$ ist	$Y_1 \max = 1,414 (+ 437,5.6 + 175.49) = + 1,414.11200 = + 15837$	Kilogr.
„ $m = 2$ „	$Y_2 \max = 1,414 (+ 437,5.4 + 175.36) = + 1,414.8050 = + 11388$	„
„ $m = 3$ „	$Y_3 \max = 1,414 (+ 437,5.2 + 175.25) = + 1,414.5250 = + 7424$	„
„ $m = 4$ „	$Y_4 \max = 1,414 (+ 437,5.0 + 175.16) = + 1,414.2800 = + 3960$	„
„ $m = 5$ „	$Y_5 \max = 1,414 (- 437,5.2 + 175.9) = + 1,414.700 = + 990$	„
„ $m = 6$ „	$Y_6 \max = 1,414 (- 437,5.4 + 175.4) = - 1,414.1050 = - 1485$	„
„ $m = 7$ „	$Y_7 \max = 1,414 (- 437,5.6 + 175.1) = - 1,414.2450 = - 3465$	„

Die Maximalspannung in der Diagonale des linken Endfeldes ergibt sich aus Gleichung (198), wenn darin $b = 1$ und $d' = \sqrt{2,5^2 + 1,25^2} = 1,25 \sqrt{5} = 1,25.2,236 = 2,79$ gesetzt wird,

$$Y_1 \max = \frac{d_1}{h} (p + q) \frac{N + 1}{2} = \frac{2,79}{2,5} . 3675.4 = + 16405 \text{ Kilogr.},$$

während sie in der Diagonale des rechten Endfeldes nach Gleichung (199) einen negativen Werth annimmt.

b) Berechnung der Minimalspannungen nach der Gleichung (197), welche für $b = 1$ übergeht in:

$$Y_m \min = \frac{d}{h} \left[\frac{p}{2} (N - 2m + 1) - \frac{q}{2a + N} m \left(a + \frac{m - 1}{2} \right) \right] = - \frac{d}{h} V_{m-1} \max.$$

Werden die obigen Zahlenwerthe eingeführt, so ergibt sich:

$$Y_m \min = \sqrt{2} \left[\frac{875}{2} (8 - 2m) - \frac{2800}{2.8} m^2 \right] = - \sqrt{2} \cdot V_{m-1} \max.$$

Für $m = 1$ ist	$Y_1 \min = 1,414 (+ 437,5.6 - 175.1) = + 1,414.2450 = + 3465$	Kilogr.
„ $m = 2$ „	$Y_2 \min = 1,414 (+ 437,5.4 - 175.4) = + 1,414.1050 = + 1485$	„
„ $m = 3$ „	$Y_3 \min = 1,414 (+ 437,5.2 - 175.9) = - 1,414.700 = - 990$	„
„ $m = 4$ „	$Y_4 \min = 1,414 (+ 437,5.0 - 175.16) = - 1,414.2800 = - 3960$	„
„ $m = 5$ „	$Y_5 \min = 1,414 (- 437,5.2 - 175.25) = - 1,414.5250 = - 7424$	„
„ $m = 6$ „	$Y_6 \min = 1,414 (- 437,5.4 - 175.36) = - 1,414.8050 = - 11383$	„
„ $m = 7$ „	$Y_7 \min = 1,414 (- 437,5.6 - 175.49) = - 1,414.11200 = - 15837$	„

Die Minimalspannung in der Diagonale des linken Endfeldes nimmt nach Gleichung (198) einen positiven Werth an, diejenige in der Diagonale des rechten Endfeldes ergibt sich aus Gleichung (199), wenn darin $b = 1$ und $d' = 2,79$ gesetzt wird,

$$Y_r \min = - \frac{d_1}{h} (p + q) \frac{N + 1}{2} = - \frac{2,79}{2,5} . 3675.4 = - 16405 \text{ Kilogr.}$$

Werden diese Spannungszahlen zusammengestellt, so ergibt sich das Schema in Figur 30. Durch Vereinigung der beiden, in Figur 29 und 30 dargestellten Systeme und, indem man die Spannungen der sich deckenden Gurtungsstücke summiert, ergeben sich die Spannungszahlen des in Figur 31 dargestellten Schema's, woraus in der früher angegebenen Weise die beiden, in Fig. 32 und 33 dargestellten Träger mit unten liegender Fahrbahn hervorgehen, deren Diagonalen beziehungsweise nur Zugspannungen und Druckspannungen annehmen.

Ein Träger von derselben Systemform mit oben liegender

$$V_0 = - 2 \cdot \frac{(p + q)}{2} \cdot \frac{N}{2} = - 2 \cdot \frac{7350}{2} \cdot \frac{8}{2} = 29400 \text{ Kilogr.}$$

erfährt. Hieraus lassen sich nun in der früher angegebenen Weise die beiden in Figur 35 und 36 dargestellten Träger mit nur gezogenen und nur gedrückten Diagonalen bei oben liegender Brückenbahn sofort ableiten.

Werden die Träger mit mehr als zweifacher Stabreihe in ebensoviele einzelne Systeme zerlegt, als Stabreihen vorhanden sind, so lassen sich dieselben in analoger Weise gesondert berechnen. Für diejenigen derselben, deren Endfelder kürzer als die Mittelfelder sind, lassen sich, wenn jene einander gleich sind, wie im vorhergehenden Falle, die in den Formeln (12) und (14) enthaltenen Angriffsmomente und die in den Formeln (87) und (88) gegebenen Verticalscheerkräfte, wenn sie einander nicht gleich sind, die in den Formeln (11) und (13) enthaltenen Angriffsmomente und die in den Formeln (86) und (87^a) gegebenen Verticalscheerkräfte benutzen.

2) Die Parallelträger nach dem System des gleichschenkligen Dreiecks.

a) Mit einfacher Stabreihe.

Die Träger dieses Systems sind entweder in allen Knotenpunkten der oberen und unteren Gurtung, siehe Tafel 5, Fig. 1, oder in den Knotenpunkten nur der oberen oder nur der unteren Gurtung belastet.

Ist ein in allen Knotenpunkten belasteter Träger mit N Feldern von der Länge 2λ und der Höhe h in jedem Knotenpunkt mit dem ständigen Gewichte p und dem beweglichen Gewichte q beschwert, so ergibt sich nach dem Früheren

$$X_m = - (p + q) \frac{\lambda}{h} \frac{(2m - 1)(2N - 2m + 1)}{2}, \dots \dots \dots (200)$$

worin der Factor $(p + q) \frac{\lambda}{2h}$ einen constanten und das Product $(2m - 1)(2N - 2m + 1)$ einen variablen Werth besitzt.

Für die untere Gurtung erhält man mit Bezug auf Figur 2

$$- Z_m h + {}^a M_m = 0 \text{ und } Z_m = \frac{{}^a M_m}{h},$$

Brückenbahn erfährt in seinen Gurtungsstücken und Diagonalen dieselben Anspruchnahmen. Die Spannungen in den Verticalstäben ergeben sich aber wie früher sofort, da in dem System Figur 29 und 30 jeder m^{te} Verticalstab die Spannung des (m - 1)^{ten}, d. h. jene Verticalspannung annimmt, welche bei der Belastung ihrer oberen Endpunkte nunmehr der verticalen Spannungskomponente der m^{ten} Diagonale entspricht. Auf diese Weise ergibt sich das in Figur 34 dargestellte Schema, dessen linker Endständer die dem größten Auflagerdrucke entsprechende Spannung

die größte Anspruchnahme der oberen und unteren Gurtungsstücke bei voller Verkehrsbelastung, die größte Anspruchnahme der geneigten Stäbe bei der vollen Belastung des links oder rechts von dem betrachteten Stabe befindlichen Trägerstücks, während der übrige Theil des Trägers von der beweglichen Belastung frei bleibt.

Führt man durch das beliebige m^{te} Feld des Trägers, siehe Tafel 5, Figur 1, den Schnitt ab und ersezt die in demselben stattfindenden Spannungen der oberen und unteren Gurtung beziehungsweise durch die äußeren Kräfte X_m und Z_m und wählt als Drehpunkt von X_m den auf der unteren Gurtung in der Entfernung (2m - 1)λ vom linken Stützpunkte gelegenen Punkt D_{m-1}, in welchem sich der mit durchschnittene Gurtungstheil und Diagonalstab schneiden; als Drehpunkt von Z_m den auf der oberen Gurtung in dem Abstände 2mλ vom linken Stützpunkte befindlichen Punkt D_m, in welchem sich der mitdurchschnittene obere Gurtungstheil und Diagonalstab schneiden, so bildet h den Hebelarm jener äußeren Kräfte X_m und Z_m, X_mh und Z_mh deren Widerstandsmoment. Bedeutet ^aM_{m-1} das auf den Drehpunkt D_{m-1} und ^aM_m das auf den Drehpunkt D_m bezogene Angriffsmoment, so ist

$$X_m h + {}^a M_{m-1} = 0 \text{ und } X_m = - \frac{{}^a M_{m-1}}{h},$$

mithin, wenn aus Gleichung (6) der Werth für ^aM_{m-1}, worin nur 2N statt N und 2m statt m zu setzen ist, eingeführt wird, die im m^{ten} Felde herrschende Druckspannung der oberen Gurtung

$$X_m = - (p + q) \frac{\lambda}{h} \frac{(2m - 1)(2N - 2m + 1)}{2}, \dots \dots \dots (200)$$

mithin, wenn aus Gleichung (5) der Werth für ^aM_m, worin nur 2N statt N und 2m statt m zu setzen ist, eingeführt wird, die im m^{ten} Felde herrschende Zugspannung der unteren Gurtung

$$Z_m = (p + q) \frac{\lambda}{h} \cdot \frac{2m(2N - 2m)}{2}, \dots \dots \dots (201)$$

worin nur das Product 2m(2N - 2m) einen variablen Werth besitzt.

Setzt man in den Gleichungen (200) und (201) $m-1$ statt m , so erhält man für das $(m-1)^{te}$ Feld beziehungsweise

$$X_{m-1} = - (p + q) \frac{\lambda}{2h} (2m - 3)(2N - 2m + 3) \dots \dots \dots (202)$$

und

$$Z_{m-1} = + (p + q) \frac{\lambda}{2h} (2m - 2)(2N - 2m + 2) \dots \dots \dots (203)$$

Bildet man die Differenz der Druckspannungen der oberen Gurtung im $(m-1)^{ten}$ Felde, so erhält man

$$X_m - X_{m-1} = - (p + q) \frac{2\lambda}{h} (N - 2m + 2), \dots \dots \dots (204)$$

worin $(p + q) \frac{2\lambda}{h}$ einen constanten und $N - 2m + 2$ einen variablen Factor darstellt. Bei einer geraden Zahl $N = 2n$ von Feldern wird für

$m =$	1	2	$n - 1$	n	$n + 1$	$n + 2$	$n + 3$	$2n - 1$	$2n$
$2n - 2m + 2 =$	$2n$	$2n - 2$	4	2	0	-2	-4	$-(2n - 4)$	$-(2n - 2)$

Die Unterschiede in den Druckspannungen der oberen Gurtungsstücke nehmen daher von der Mitte nach den Enden hin zu, wie die Reihe der geraden Zahlen.

Bildet man die Differenz der Zugspannungen der unteren Gurtung im m^{ten} und $(m-1)^{ten}$ Felde, so ergibt sich

$$Z_m - Z_{m-1} = (p + q) \frac{2\lambda}{h} (N - 2m + 1) \dots \dots \dots (205)$$

und bei einer geraden Zahl $N = 2n$ von Feldern wird für

$m =$	1	2	$n - 1$	n	$n + 1$	$n + 2$	$2n - 1$	$2n$
$2n - 2m + 1 =$	$2n - 1$	$2n - 3$	3	1	-1	-3	$-(2n - 3)$	$-(2n - 1)$

Die Unterschiede in den Zugspannungen der unteren Gurtungsstücke nehmen daher von der Mitte nach den Enden hin zu, wie die Reihe der ungeraden Zahlen.

Die Unterschiede in den Druck- und Zugspannungen der oberen und unteren Gurtungsstücke entsprechen mithin den Ordinatendifferenzen einer Parabel von der Spannweite $2n + 1$ und der Pfeilhöhe

$$Z_n = (p + q) \frac{2\lambda}{h} n^2,$$

welche aus Gleichung (201) erhalten wird, wenn darin $N = 2n$ und $m = n$ gesetzt wird. Die Stärken der oberen und unteren Gurtungsstücke lassen sich daher auch auf die in Fig. 3 dargestellte Art durch Construction ableiten.

Führt man durch den links steigenden Stab des $(m-1)^{ten}$ Feldes den Schnitt $a b$, siehe Fig. 4, und ersetzt die in den 3 durchschnittenen Stangen stattfindenden Spannungen durch die äußeren Kräfte X^m , Z_{m-1} und Y_{m-1} , so wirkt jede der beiden ersteren horizontal, während die letztere sich in eine

horizontale Componente $Y_{m-1} \frac{\lambda}{d}$ und in eine verticale Com-

ponente $V_m = Y_m \cdot \frac{h}{d}$ zerlegen läßt. Berücksichtigt man nur

das Gleichgewicht gegen Lothrecht es Fortschreiten, so bleiben jene drei Horizontalkräfte X_m , Z_{m-1} und $Y_m \cdot \frac{\lambda}{d}$ außer

Betracht, während die Verticalspannung $Y_m^1 \cdot \frac{h}{d}$ der im Schnitt cd herrschenden größten Verticalscheerkraft V_{m-2} gleich und entgegengesetzt, mithin

$$- Y_m^1 \cdot \frac{h}{d} + V_{m-2} = 0 \text{ und } Y_m^1 = \frac{d}{h} V_{m-2}$$

sein muß. Die Verticalscheerkraft besteht aus dem durch das ständige Eigengewicht hervorgebrachten, durch Gleichung (77) dargestellten und dem von dem beweglichen Gewicht herrührenden, durch die Gleichungen (75) und (76) dargestellten größten positiven und größten negativen Antheil. Man erhält mithin im m^{ten} Felde für den linkssteigenden Stab die größte Zugspannung

$$Y_m^1 \max = \frac{d}{h} \left[p \cdot \frac{(2N - 4m + 3)}{2} + q \cdot \frac{(2N - 2m + 1)(2N - 2m + 2)}{4N} \right], \dots (206)$$

und die größte Druckspannung

$$Y_m^1 \min = \frac{d}{h} \left[p \frac{(2N - 4m + 3)}{2} - q \frac{(2m - 2)(2m - 1)}{4N} \right]. \dots (207)$$

Führt man durch den rechtssteigenden Stab des m^{ten} Feldes den Schnitt ef und ersetzt die in den 3 durchschnittenen Stangen stattfindenden Spannungen durch die äußeren Kräfte X_m, Z_m und Y_m^r , so ergibt sich zufolge einer, der obigen analogen Betrachtung

$$Y_m^r \cdot \frac{h}{d} + V_{m-1} = 0 \text{ und } Y_m^r = - \frac{d}{h} V_{m-1}.$$

Führt man den von dem ständigen Gewicht hervorge-

$$Y_m^r \max = \frac{d}{h} \left[-p \frac{(2N - 4m + 1)}{2} + q \frac{2m(2m - 1)}{4N} \right] \dots (208)$$

und die größte Druckspannung

$$Y_m^r \min = \frac{d}{h} \left[-p \frac{(2N - 4m + 1)}{2} - q \frac{(2N - 2m)(2N - 2m + 1)}{4N} \right]. \dots (209)$$

Werden statt der linkssteigenden Stäbe des betrachteten Parallelträgers rechtssteigende, und statt der rechtssteigenden Stäbe linkssteigende angeordnet, siehe Fig. 7, so erscheint derselbe nur lothrecht umgedreht und erfährt in allen seinen Theilen die numerisch gleichen, aber hinsichtlich ihres Vorzeichens entgegengesetzten, Spannungen. Multiplicirt man daher die vorstehenden Gleichungen mit -1 , so ergeben sich die Spannungen des durch Fig. 7 dargestellten Trägers und

$$Y_m^r \min = - \frac{d}{h} \left[p \frac{(2N - 4m + 3)}{2} + q \frac{(2N - 2m + 1)(2N - 2m + 2)}{4N} \right] \dots (212)$$

$$Y_m^r \max = - \frac{d}{h} \left[p \frac{(2N - 4m + 3)}{2} - q \frac{(2m - 2)(2m - 1)}{4N} \right], \dots (213)$$

endlich die größte Druck- und Zugspannung in dem linkssteigenden Stabe des m^{ten} Feldes

$$Y_m^1 \min = \frac{d}{h} \left[p \frac{(2N - 4m + 1)}{2} - q \frac{2m(2m - 1)}{4N} \right] \dots (214)$$

$$Y_m^1 \max = \frac{d}{h} \left[p \frac{(2N - 4m + 1)}{2} + q \frac{(2N - 2m)(2N - 2m + 1)}{4N} \right]. \dots (215)$$

Das hervorragendste Beispiel dieser Anordnung giebt die 78,96 Met. lange, zweigeleisige, in Figur 6 dargestellte Hiernach findet sich

$$\text{die Länge der Dreiecksseite } d = 2\lambda = \frac{78,96}{14} = 5,64 \text{ Met.},$$

$$\text{die Höhe der Tragwand } h = \sqrt{d^2 - \lambda^2} = \lambda \sqrt{2^2 - 1} = \lambda \sqrt{3} = \frac{5,64}{2} \cdot 1,73 \text{ Met.}$$

Das ganze Eigengewicht der Brücke beträgt 589000 Kilogr., mithin

$$\text{das Eigengewicht pro Tragwand} = \frac{589000}{4} = 147500 \text{ Kilogr.}, \text{ daher}$$

$$\text{das Eigengewicht pro Knotenpunkt } p = \frac{147500}{2.14} = \text{rot. } 5270 \text{ Kilogr.}$$

brachten, durch Gleichung (73) dargestellten und den von der beweglichen Belastung herrührenden, durch die Gleichung (71) und (72) dargestellten größten positiven und größten negativen Antheil von V_{m-1} in die Gleichung ein, so ergibt sich, wenn in jenen Gleichungen wieder $2N$ statt N und $2m$ statt m gesetzt wird, für den rechts steigenden Stab im m^{ten} Felde die größte Zugspannung

zwar die Druckspannung in der oberen Gurtung

$$X_m = - (p + q) \frac{\lambda}{h} \frac{2m(2N - 2m)}{2}, \dots (210)$$

die Zugspannung in der unteren Gurtung

$$Z_m = (p + q) \frac{\lambda}{h} \frac{(2m - 1)(2N - 2m + 1)}{2}, (211)$$

die größte Druck- und Zugspannung in dem rechtssteigenden Stabe des m^{ten} Feldes

Rechnet man das ganze Verkehrsgewicht eines Geleises zu 259000 Kilogr. so ergibt sich

$$\text{das Verkehrsgewicht für jeden Knotenpunkt einer Tragwand } q = \frac{259000}{2 \cdot 28} = \text{rot. } 4630 \text{ Kilogr.,}$$

und das Totalgewicht für jeden dieser Knotenpunkte
 $p + q = 9900$ Kilogr.

Das Gewicht der Fahrbahn beträgt 25000 Kilogr., mit-
 hin kommt davon auf jeden Knotenpunkt $f = \frac{25000}{28} =$
 rot. 900 Kilogr. Die verticalen Hängstangen, welche die

gleichmäßige Vertheilung der Belastung auf die oberen und
 unteren Knotenpunkte bewirken sollen, haben daher die Last
 $q + f = 4630 + 900 = 5530$ Kilogr.
 zu übertragen und erfahren also die Spannung + 5530
 Kilogr.

Die einzelnen Theile dieser Tragwände erfahren

1) die Spannungen X in den oberen Gurtungsstücken nach Formel (200)

$$X_m = - (p + q) \frac{\lambda}{2h} (2m - 1)(2N - 2m + 1).$$

Werden obige Zahlenwerthe eingeführt, so ergibt sich:

$$X_m = - 9900 \cdot \frac{1}{2 \cdot 1,73} (2m - 1)(29 - 2m).$$

Für $m = 1$ ist	$X_1 = - 2861,26 \cdot 1 \cdot 27 = - 77254$	Kilogr.
" $m = 2$ "	$X_2 = - 2861,26 \cdot 3 \cdot 25 = - 214595$	"
" $m = 3$ "	$X_3 = - 2861,26 \cdot 5 \cdot 23 = - 329045$	"
" $m = 4$ "	$X_4 = - 2861,26 \cdot 7 \cdot 21 = - 421206$	"
" $m = 5$ "	$X_5 = - 2861,26 \cdot 9 \cdot 19 = - 489276$	"
" $m = 6$ "	$X_6 = - 2861,26 \cdot 11 \cdot 17 = - 535056$	"
" $m = 7$ "	$X_7 = - 2861,26 \cdot 13 \cdot 15 = - 557946$	"

2) die Spannungen Z in den unteren Gurtungsstücken nach Formel (201)

$$Z_m = (p + q) \frac{\lambda}{2h} 2m(2N - 2m),$$

oder, wenn obige Zahlenwerthe eingeführt werden,

$$Z_m = 9900 \cdot \frac{1}{2 \cdot 1,73} 2m(28 - 2m).$$

Für $m = 1$ ist	$Z_1 = + 2861,26 \cdot 2 \cdot 26 = + 148786$	Kilogr.
" $m = 2$ "	$Z_2 = + 2861,26 \cdot 4 \cdot 24 = + 274681$	"
" $m = 3$ "	$Z_3 = + 2861,26 \cdot 6 \cdot 22 = + 377687$	"
" $m = 4$ "	$Z_4 = + 2861,26 \cdot 8 \cdot 20 = + 457802$	"
" $m = 5$ "	$Z_5 = + 2861,26 \cdot 10 \cdot 18 = + 515027$	"
" $m = 6$ "	$Z_6 = + 2861,26 \cdot 12 \cdot 16 = + 549362$	"
" $m = 7$ "	$Z_7 = + 2861,26 \cdot 14 \cdot 14 = + 560807$	"

3) die Spannungen Y in den linkssteigenden Stäben nach den Formeln (206) und (207).

a) Berechnung der Maximalspannungen nach der Formel (206)

$$Y_m^{\text{max}} = \frac{d}{2h} \left[p \cdot (2N - 4m + 3) + \frac{q}{2N} (2N - 2m + 1)(2N - 2m + 2) \right],$$

und, wenn die Zahlenwerthe eingeführt werden,

$$Y_m^{\text{max}} = \frac{1}{1,73} \left[5270(31 - 4m) + \frac{4630}{28} (29 - 2m)(30 - 2m) \right].$$

Für	m = 1	ist	$Y_1^1 \max = + 3046,24.27 + 95,58.27.28 = + 154507$	Kilogr.
"	m = 2	"	$Y_2^1 \max = + 3046,24.23 + 95,58.25.26 = + 132191$	"
"	m = 3	"	$Y_3^1 \max = + 3046,24.19 + 95,58.23.24 = + 110639$	"
"	m = 4	"	$Y_4^1 \max = + 3046,24.15 + 95,58.21.22 = + 89852$	"
"	m = 5	"	$Y_5^1 \max = + 3046,24.11 + 95,58.19.20 = + 69830$	"
"	m = 6	"	$Y_6^1 \max = + 3046,24.7 + 95,58.17.18 = + 50571$	"
"	m = 7	"	$Y_7^1 \max = + 3046,24.3 + 95,58.15.16 = + 32078$	"
"	m = 8	"	$Y_8^1 \max = - 3046,24.1 + 95,58.13.14 = + 14350$	"
"	m = 9	"	$Y_9^1 \max = - 3046,24.5 + 95,58.11.12 = - 2616$	"
"	m = 10	"	$Y_{10}^1 \max = - 3046,24.9 + 95,58.9.10 = - 18815$	"
"	m = 11	"	$Y_{11}^1 \max = - 3046,24.13 + 95,58.7.8 = - 34240$	"
"	m = 12	"	$Y_{12}^1 \max = - 3046,24.17 + 95,58.5.6 = - 48930$	"
"	m = 13	"	$Y_{13}^1 \max = - 3046,24.21 + 95,58.3.4 = - 62826$	"
"	m = 14	"	$Y_{14}^1 \max = - 3046,24.25 + 95,58.1.2 = - 75965$	"

b) Berechnung der Minimalspannungen nach der Formel (207)

$$Y_m^1 \min = \frac{d}{2h} \left[p(2N - 4m + 3) - \frac{q}{2N} (2m - 2)(2m - 1) \right],$$

und wenn die Zahlenwerthe eingeführt werden,

$$Y_m^1 \min = \frac{1}{1,73} \left[5270(31 - 4m) - \frac{4630}{28} (2m - 2)(2m - 1) \right].$$

Für	m = 1	ist	$Y_1^1 \min = + 3046,24.27 - 95,58.0.1 = + 82249$	Kilogr.
"	m = 2	"	$Y_2^1 \min = + 3046,24.23 - 95,58.2.3 = + 69491$	"
"	m = 3	"	$Y_3^1 \min = + 3046,24.19 - 95,58.4.5 = + 55967$	"
"	m = 4	"	$Y_4^1 \min = + 3046,24.15 - 95,58.6.7 = + 41670$	"
"	m = 5	"	$Y_5^1 \min = + 3046,24.11 - 95,58.8.9 = + 26628$	"
"	m = 6	"	$Y_6^1 \min = + 3046,24.7 - 95,58.10.11 = + 10800$	"
"	m = 7	"	$Y_7^1 \min = + 3046,24.3 - 95,58.12.13 = - 5772$	"
"	m = 8	"	$Y_8^1 \min = - 3046,24.1 - 95,58.14.15 = - 23118$	"
"	m = 9	"	$Y_9^1 \min = - 3046,24.5 - 95,58.16.17 = - 41229$	"
"	m = 10	"	$Y_{10}^1 \min = - 3046,24.9 - 95,58.18.19 = - 60105$	"
"	m = 11	"	$Y_{11}^1 \min = - 3046,24.13 - 95,58.20.21 = - 79745$	"
"	m = 12	"	$Y_{12}^1 \min = - 3046,24.17 - 95,58.22.23 = - 103708$	"
"	m = 13	"	$Y_{13}^1 \min = - 3046,24.21 - 95,58.24.25 = - 121320$	"
"	m = 14	"	$Y_{14}^1 \min = - 3046,24.25 - 95,58.26.27 = - 143254$	"

Hiermit sind die Spannungen sämtlicher Stücke des Trägers bestimmt, wie sie in Figur 6 zusammengestellt sind. Eine Berechnung der Spannungen in den rechtssteigenden Stäben nach den Formeln (208) und (209) liefert für dieselben Stäbe auch dieselben Resultate.

Werden nämlich die obigen Zahlenwerthe in diese Formeln eingeführt, so ergibt sich

$$Y_m^r \max = \frac{1}{1,73} \left[- 5270(29 - 4m) + \frac{4630}{28} \cdot 2m(2m - 1) \right]$$

$$Y_m^r \min = - \frac{1}{1,73} \left[5270(29 - 4m) + \frac{4630}{28} (28 - 2m)(29 - 2m) \right]$$

und z. B. für $m = 1$ $\left\{ \begin{aligned} Y_{1^r} \max &= - 3046,24 \cdot 25 + 95,58 \cdot 2 \cdot 1 = - 75965 = Y_{14}^1 \max, \\ Y_{1^r} \min &= - 3046,24 \cdot 25 - 95,58 \cdot 26 \cdot 27 = - 143254 = Y_{14}^1 \min, \end{aligned} \right.$

„ $m = 14$ $\left\{ \begin{aligned} Y_{14^r} \max &= + 3046,24 \cdot 27 + 95,58 \cdot 28 \cdot 27 = + 154507 = Y_{1^1} \max, \\ Y_{14^r} \min &= + 3046,24 \cdot 27 - 95,58 \cdot 0 \cdot 1 = + 82249 = Y_{1^1} \min. \end{aligned} \right.$

Denkt man sich den Träger in verticalem Sinne umgedreht, wodurch die Brückenbahn nach oben zu liegen kommt, so erfahren die sämtlichen Bestandtheile desselben die numerisch gleichen, nur hinsichtlich des Vorzeichens verschiedenen Spannungen, welche in Fig. 7 zusammengestellt sind.

Wird der durch Figur 6 dargestellte Träger nur in seinen oberen Knotenpunkten belastet, so erhält man mit Bezug auf die Bezeichnungen der Figur 1 die Momentengleichungen von X_m für den Drehpunkt D_{m-1}

$$X_m \cdot h + A(2m - 1)\lambda - (p + q)[1 + 3 + \dots(2m - 3)]\lambda = 0,$$

woraus, wenn der Auflagerdruck $A = \frac{(N - 1)}{2} (p + q)$ eingesetzt, die letzte Reihe summiert und durch h dividirt wird,

$$X_m = - \frac{\lambda}{h} (p + q) \left[\frac{(N - 1)}{2} (2m - 1) - (m - 1)^2 \right] \dots \dots \dots (216)$$

und die Momentengleichung von Z_m für den Drehpunkt D_m

$$- Z_m h + A2m\lambda - (p + q)[2 + 4 + \dots(2m - 2)]\lambda = 0,$$

woraus, wenn derselbe Auflagerdruck eingesetzt, die Reihe summiert und durch h dividirt wird,

$$Z_m = \frac{\lambda}{h} (p + q) m (N - m) \dots \dots \dots (217)$$

Für den linkssteigenden Stab im m^{ten} Felde ergibt sich mit Bezug auf die Bezeichnungen der Figur 4

$$- Y_m^1 \cdot \frac{h}{d} + V_{m-1} = 0, \text{ daher } Y_m^1 = \frac{d}{h} \cdot V_{m-1},$$

und wenn der Maximal- und Minimalwerth von V_{m-1} aus den Gleichungen (78^a) und (79^a) eingeführt wird, beziehungsweise

$$Y_m^1 \max = \frac{d}{h} \left[\frac{p}{2} (N - 2m + 1) + \frac{q}{2N} (N - m) (N - m + 1) \right] \dots \dots \dots (218)$$

und

$$Y_m^1 \min = \frac{d}{h} \left[\frac{p}{2} (N - 2m + 1) - \frac{q}{2N} m (m - 1) \right] \dots \dots \dots (219)$$

Für den rechtssteigenden Stab im m^{ten} Felde ergibt sich, mit Bezug auf Fig. 5, analog

$$Y_m^r \cdot \frac{h}{d} + V_{m-1} = 0, \text{ daher } Y_m^r = - \frac{d}{h} \cdot V_{m-1},$$

mithin erhält man dieselben Werthe nur mit entgegengesetzten Vorzeichen, nämlich

$$Y_m^r \min = - \frac{d}{h} \left[\frac{p}{2} (N - 2m + 1) + \frac{q}{2N} (N - m) (N - m + 1) \right] \dots \dots \dots (220)$$

$$Y_m^r \max = - \frac{d}{h} \left[\frac{p}{2} (N - 2m + 1) - \frac{q}{2N} m (m - 1) \right] \dots \dots \dots (221)$$

Da das Eigengewicht theils in den oberen, theils in den unteren Knotenpunkten angreift, so ist die Spannung jedes links steigenden Stabes noch um diejenige zu vermehren, welche durch den an seinem Fuße wirkenden, z. B. n^{ten} Antheil $\frac{p}{n}$ des Eigengewichts hervorgebracht wird und mithin $\frac{d}{h} \cdot \frac{p}{n}$ beträgt.

Für den nur in verticalem Sinne umgedrehten Träger gelten die vorstehenden Formeln mit umgekehrten Vorzeichen.

Wird der durch Figur 6 dargestellte Träger nur in seinen unteren Knotenpunkten belastet, so erhält man mit Bezug auf die Bezeichnungen der Figur 1 die Momentengleichung von X_m für den Drehpunkt D_{m-1}

$$X_m \cdot h + A(2m - 1)\lambda - (p + q)[2 + 4 + \dots(2m - 2)]\lambda = 0,$$

woraus, wenn der Auflagerdruck $A = (p + q) \frac{N}{2}$ eingeführt, die Reihe summiert und durch h dividirt wird,

$$X_m = - \frac{\lambda}{h} (p + q) \left[\frac{N}{2} (2m - 1) - m(m - 1) \right], \dots \dots \dots (222)$$

und die Momentengleichung von Z_m für den Drehpunkt D_m

$$- Z_m h + A 2m \lambda - (p + q) [1 + 3 + \dots + (2m - 1)] = 0,$$

woraus, wenn wieder derselbe Auflagerdruck eingeführt, die Reihe summiert und durch h dividirt wird,

$$Z_m = \frac{\lambda}{h} (p + q) m (N - m). \dots \dots \dots (223)$$

Für den linkssteigenden Stab im m^{ten} Felde ergibt sich mit Bezug auf die Figur 4

$$- Y_m^l \cdot \frac{h}{d} + V_{m-1} = 0 \text{ und hieraus } Y_m^l = \frac{d}{h} \cdot V_{m-1}.$$

Hierin ist

$$V_{m-1} = A - q(m - 1) \text{ und } A = \frac{p + q}{2N} [(2N - 1) + (2N - 3) + \dots + 3 + 1].$$

Wird dieser Werth eingeführt und das dem m^{ten} und $(m + 1)^{\text{ten}}$ Lastpunkt entsprechende Glied eingeschaltet, so ergibt sich

$$\begin{aligned} V_{m-1} &= \frac{p + q}{2N} [(2N - 1) + (2N - 3) + \dots + (2N - (2m - 3)) + (2N - (2m - 1)) + \dots + 3 + 1] = \\ &= \frac{p + q}{2N} (2N + 2N + 2N) \\ &= \frac{p + q}{2N} [-1 - 3 - \dots - (2m - 3) + (2N - 2m + 1) + \dots + 3 + 1] = \\ &= \frac{p + q}{2N} [-(m - 1)^2 + (N - m + 1)^2]. \dots \dots \dots (224) \end{aligned}$$

Für das Eigengewicht gelten beide Glieder, deren Summe $(N - m + 1)^2 - (m - 1)^2 = N(N - 2m + 2)$ ist. Für das Verkehrsgewicht gilt nur das positive Glied, wenn V_{m-1} ein Maximum, und nur das negative Glied, wenn V_{m-1} ein Minimum werden soll, mithin erhält man

$$Y_m^l \text{ max} = \frac{d}{h} \left[\frac{p}{2} (N - 2m + 2) + \frac{q}{2N} (N - m + 1)^2 \right] \dots \dots \dots (225)$$

$$Y_m^l \text{ min} = \frac{d}{h} \left[\frac{p}{2} (N - 2m + 2) - \frac{q}{2N} (m - 1)^2 \right] \dots \dots \dots (226)$$

Für den rechtssteigenden Stab im m^{ten} Felde ergibt sich mit Bezug auf die Figur 5

$$Y_m^r \cdot \frac{h}{d} + V_m = 0, \text{ woraus } Y_m^r = - \frac{d}{h} V_m.$$

Wird in Gleichung (224) $m + 1$ statt m gesetzt, so ergibt sich

$$V_m = \frac{p + q}{2N} [-m^2 + (N - m)^2],$$

und wenn hieraus wie oben der Maximal- und Minimalwerth abgeleitet wird,

$$Y_m^r \text{ min} = \frac{d}{h} \left[- \frac{p}{2} (N - 2m) - \frac{q}{2N} (N - m)^2 \right] \dots \dots \dots (227)$$

$$Y_m^r \text{ max} = \frac{d}{h} \left[- \frac{p}{2} (N - 2m) + \frac{q}{2N} \cdot m^2 \right] \dots \dots \dots (228)$$

Für den in verticalem Sinne umgedrehten Träger gelten nur der unteren Knotenpunkte der Träger entwickelten Formeln gelten für Brücken von geringen Spannweiten, bei welchen die bewegliche Belastung die ständige bedeutend überwiegt.
Die vorstehend für eine Belastung nur der oberen oder

Dagegen sind die Träger von Brücken mit größerer Spannweite und einem Eigengewichte, welches die bewegliche Belastung entweder erreicht oder selbst übertrifft, durch das Eigengewicht in ihren oberen und unteren Knotenpunkten zu gleich und durch das Verkehrsgewicht je nach der Lage der Fahrbahn entweder nur in ihren oberen oder nur in ihren unteren Knotenpunkten belastet. Man hat in diesem Falle die früher ermittelten Spannungen, welche durch die in allen Knotenpunkten des Trägers wirkenden Belastungen

in seinen einzelnen Theilen hervorgerufen werden, nur auf die ständige Belastung p , die Spannungen, welche durch die entweder nur in den oberen oder nur in den unteren Knotenpunkten wirkenden Belastungen hervorgerufen werden, nur auf die bewegliche Belastung q zu beziehen und deren Summe zu bilden. Auf diese Weise erhält man für einen Träger mit obenliegender Fahrbahn aus den Gleichungen (200) und (216) die Minimalspannung in den oberen Gurtungsstücken

$$X_m = - \frac{\lambda}{2h} \left[p(2m - 1)(2N - 2m + 1) + q \left\{ (2m - 1)(N - 1) - 2(m - 1)^2 \right\} \right], \quad (229)$$

aus den Gleichungen (201) und (217) die Maximalspannung in den unteren Gurtungsstücken

$$Z_m = \frac{\lambda}{h} \left[\frac{p}{2} \cdot 2m(2N - 2m) + qm(N - m) \right] = \frac{\lambda}{h} (2p + q)m(N - m), \quad (230)$$

ferner aus den Gleichungen (206), (207) und (218), (219) die Grenzspannungen in den linkssteigenden Stäben

$$Y_{m'}^{\max} = \frac{d}{h} \left[\frac{p}{2} (2N - 4m + 3) + \frac{q}{2N} (N - m)(N - m + 1) \right] \quad (231)$$

$$Y_{m'}^{\min} = \frac{d}{h} \left[\frac{p}{2} (2N - 4m + 3) - \frac{q}{2N} m(m - 1) \right], \quad (232)$$

endlich aus den Gleichungen (208), (209) und (220), (221) die Grenzspannungen in den rechtssteigenden Stäben

$$Y_{m''}^{\max} = \frac{d}{h} \left[- \frac{p}{2} (2N - 4m + 1) + \frac{q}{2N} m(m - 1) \right] \quad (233)$$

$$Y_{m''}^{\min} = \frac{d}{h} \left[- \frac{p}{2} (2N - 4m + 1) - \frac{q}{2N} (N - m)(N - m + 1) \right] \quad (234)$$

Das bedeutendste Beispiel dieser Anordnung bieten die Träger des Eisenbahnviaducts bei Crumlin, wovon jeder 9 aus gleichseitigen Dreiecken bestehende Felder und eine Länge von rund 45 Met. besitzt.

Hiernach ist

$$\text{die Länge der Dreiecksseite } d = 2\lambda = \frac{45}{9} = 5 \text{ Met.}$$

$$\text{die Höhe der Tragwand } h = \sqrt{d^2 - \lambda^2} = \lambda\sqrt{2^2 - 1} = \lambda\sqrt{3} = 2,5 \cdot 1,73 \text{ Met.},$$

Das Eigengewicht zweier, zu einer Oeffnung und einem Geleise gehöriger Träger nebst Fahrbahn beträgt 71000 Kilogr., mithin

$$\text{das Eigengewicht einer Tragwand } \frac{71000}{2} = 35500 \text{ Kilogr.},$$

$$\text{das Eigengewicht pro Knotenpunkt } p = \frac{35500}{18} = 1972 \text{ Kilogr.}$$

Das der Berechnung jener beiden Tragwände zu Grunde gelegte Verkehrsgewicht betrug 150000 Kilogr., mithin

$$\text{das Verkehrsgewicht per Knotenpunkt } q = \frac{150000}{2 \cdot 18} = 4166 \text{ Kilogr.}$$

Die einzelnen Theile dieser Tragwände erfahren hiernach folgende Spannungen:

1) Die Spannungen X in den oberen Gurtungsstücken nach Formel (229)

$$X_m = - \frac{\lambda}{2h} \left[p(2m - 1)(2N - 2m + 1) + q \left\{ (2m - 1)(N - 1) - 2(m - 1)^2 \right\} \right].$$

Werden obige Zahlenwerthe eingeführt, so ergibt sich:

$$X_m = - \frac{1}{2 \cdot 1,73} \left[1972(2m - 1)(19 - 2m) + 4166 \left\{ (2m - 1)8 - 2(m - 1)^2 \right\} \right].$$

Für	$m = 1$	ist	$X_1 = -570.1.17 - 1204(1.8 - 2.0) = -19322$	Kilogr.
"	$m = 2$	"	$X_2 = -570.3.15 - 1204(3.8 - 2.1) = -52138$	"
"	$m = 3$	"	$X_3 = -570.5.13 - 1204(5.8 - 2.4) = -75578$	"
"	$m = 4$	"	$X_4 = -570.7.11 - 1204(7.8 - 2.9) = -89642$	"
"	$m = 5$	"	$X_5 = -570.9.9 - 1204(9.8 - 2.16) = -94330$	"
"	$m = 6$	"	$X_6 = -570.11.7 - 1204(11.8 - 2.25) = -89642$	"
"	$m = 7$	"	$X_7 = -570.13.5 - 1207(13.8 - 2.36) = -75578$	"
"	$m = 8$	"	$X_8 = -570.15.3 - 1207(15.8 - 2.49) = -52138$	"
"	$m = 9$	"	$X_9 = -570.17.1 - 1207(17.8 - 2.64) = -19322$	"

2) Die Spannungen Z in den unteren Gurtungsstücken nach Formel (230)

$$Z_m = + \frac{\lambda}{h} (2p + q) m (N - m).$$

Werden obige Zahlenwerthe eingeführt, so ergibt sich

$$Z_m = + \frac{1}{1,73} (2.1972 + 4166) m (9 - m).$$

Für	$m = 1$	ist	$Z_1 = +4688.1.8 = +39504$	Kilogr.
"	$m = 2$	"	$Z_2 = +4688.2.7 = +65632$	"
"	$m = 3$	"	$Z_3 = +4688.3.6 = +86384$	"
"	$m = 4$	"	$Z_4 = +4688.4.5 = +93760$	"
"	$m = 5$	"	$Z_5 = +4688.5.4 = +93760$	"
"	$m = 6$	"	$Z_6 = +4688.6.3 = +86384$	"
"	$m = 7$	"	$Z_7 = +4688.7.2 = +65632$	"
"	$m = 8$	"	$Z_8 = +4688.8.1 = +39504$	"

3) Die Spannungen Y in den linkssteigenden Stäben nach den Formeln (231) und (232).

a) Berechnung der Maximalspannungen nach der Formel (231)

$$Y_m^1 \max = \frac{d}{2h} \left[p(2N - 4m + 3) + \frac{q}{N} (N - m)(N - m + 1) \right]$$

und wenn die Zahlenwerthe eingeführt werden,

$$Y_m^1 \max = \frac{1}{1,73} \left[1972(21 - 4m) + \frac{4166}{9}(9 - m)(10 - m) \right].$$

Für	$m = 1$	ist	$Y_1^1 \max = +1140.17 + 268.8.9 = +38676$	Kilogr.
"	$m = 2$	"	$Y_2^1 \max = +1140.13 + 268.7.8 = +34388$	"
"	$m = 3$	"	$Y_3^1 \max = +1140.9 + 268.6.7 = +21516$	"
"	$m = 4$	"	$Y_4^1 \max = +1140.5 + 268.5.6 = +13740$	"
"	$m = 5$	"	$Y_5^1 \max = +1140.1 + 268.4.5 = +6500$	"
"	$m = 6$	"	$Y_6^1 \max = -1140.3 + 268.3.4 = -204$	"
"	$m = 7$	"	$Y_7^1 \max = -1140.7 + 268.2.3 = -6372$	"
"	$m = 8$	"	$Y_8^1 \max = -1140.11 + 268.1.2 = -12004$	"
"	$m = 9$	"	$Y_9^1 \max = -1140.15 + 268.0.1 = -17100$	"

b) Berechnung der Minimalspannungen nach der Formel (232)

$$Y_m^l \min = \frac{d}{2h} \left[p (2N - 4m + 3) - \frac{q}{N} m (m - 1) \right],$$

und wenn die Zahlenwerthe eingeführt werden,

$$Y_m^l \min = \frac{1}{1,73} \left[1972 (21 - 4m) - \frac{4166}{9} \cdot m (m - 1) \right].$$

Für m = 1	ist	$Y_1^l \min = + 1140.17 - 268.1.0 = + 19380$	Kilogr.
" m = 2	"	$Y_2^l \min = + 1140.13 - 268.2.1 = + 14284$	"
" m = 3	"	$Y_3^l \min = + 1140.9 - 268.3.2 = + 8652$	"
" m = 4	"	$Y_4^l \min = + 1140.5 - 268.4.3 = + 2484$	"
" m = 5	"	$Y_5^l \min = + 1140.1 - 268.5.4 = - 4420$	"
" m = 6	"	$Y_6^l \min = - 1140.3 - 268.6.5 = - 11460$	"
" m = 7	"	$Y_7^l \min = - 1140.7 - 268.7.6 = - 19236$	"
" m = 8	"	$Y_8^l \min = - 1140.11 - 268.8.7 = - 27548$	"
" m = 9	"	$Y_9^l \min = - 1140.15 - 268.9.8 = - 36396$	"

Eine Berechnung der Spannungen in den rechtssteigenden Stäben nach den Formeln (233) und (234) liefert für dieselben Stäbe auch dieselben Resultate.

Werden die obigen Zahlenwerthe in dieselben eingeführt, so ergibt sich nämlich:

$$Y_m^r \max = \frac{1}{1,73} \left[- 1972 (19 - 4m) + \frac{4166}{9} m (m - 1) \right]$$

$$Y_m^r \min = \frac{1}{1,73} \left[- 1972 (19 - 4m) - \frac{4166}{9} (9 - m) (10 - m) \right],$$

und z. B. für m = 1	{	$Y_1^r \max = - 1140.15 + 268.1.0 = - 17100 = Y_9^l \max.$
		$Y_1^r \min = - 1140.15 - 268.8.9 = - 36396 = Y_9^l \min.$
" m = 9	{	$Y_9^r \max = + 1140.17 + 268.9.8 = + 38676 = Y_1^l \max.$
		$Y_9^r \min = + 1140.17 - 268.0.1 = + 19380 = Y_1^l \min.$

Sämmtliche zuvor berechnete Spannungszahlen sind in Figur 8 zusammengestellt.

Für einen Träger mit auf die oberen und unteren Knotenpunkte vertheiltem Eigengewicht und unten liegender Fahrbahn ergeben sich in analoger Weise aus den Gleichungen (200) und (222) die Minimalspannungen in den oberen Gurtungsstücken

$$X_m = - \frac{\lambda}{h} \left[\frac{p}{2} (2m - 1) (2N - 2m + 1) + \frac{q}{2} \left\{ (2m - 1) N - 2m (m - 1) \right\} \right], \dots (235)$$

aus den Gleichungen (201) und (223) die Maximalspannungen in den unteren Gurtungsstücken

$$Z_m = \frac{\lambda}{h} \left[\frac{p}{2} \cdot 2m (2N - 2m) + q m (N - m) \right] = \frac{\lambda}{h} (2p + q) m (N - m), \dots (236)$$

aus den Gleichungen (206), (207) und (225), (226) die Grenzspannungen in den linkssteigenden Stäben

$$Y_m^l \max = \frac{d}{h} \left[\frac{p}{2} (2N - 4m + 3) + \frac{q}{2N} (N - m + 1)^2 \right], \dots (237)$$

$$Y_m^l \min = \frac{d}{h} \left[\frac{p}{2} (2N - 4m + 3) - \frac{q}{2N} (m - 1)^2 \right], \dots (238)$$

aus den Gleichungen (208), (209) und (227), (228) die Grenzspannungen in den rechtssteigenden Stäben

$$Y_m^r \min = \frac{d}{h} \left[- \frac{p}{2} (2N - 4m + 1) - \frac{q}{2N} (N - m)^2 \right], \dots (239)$$

$$Y_m^r \max = \frac{d}{h} \left[- \frac{p}{2} (2N - 4m + 1) + \frac{q}{2N} m^2 \right], \dots (240)$$

Für einen Träger mit untenliegender Fahrbahn und denjenigen des Grundlinviaducts gleichen Abmessungen und Belastungen ergibt sich die Zusammenstellung der Spannungszahlen in Figur 9.

b) Die Parallelträger nach dem System des gleichschenkeligen Dreiecks mit mehrfacher Stabreihe.

Werden mehrere, z. B. zwei, Systeme mit einfacher Stabreihe, siehe Figur 10 und 11, combinirt, so entsteht das in Figur 12 dargestellte System mit mehrfacher, hier zweifacher Stabreihe.

Für das erste System, Figur 10, gelten die Gleichungen (217) und (216), (218) und (219), (220) und (221), worin $\frac{p}{2}$ und $\frac{q}{2}$ statt p und q zu setzen ist, mit umgekehrten Vorzeichen, daher ist für das m^{ten} Feld der oberen Gurtung

$$X_{m^1} = -\frac{\lambda}{h} \frac{(p+q)}{2} \left[(m-1)(N-m+1) + \frac{N}{2}(2m-1) - m(m-1) \right] = -\frac{\lambda}{h} \frac{(p+q)}{2} \left[(N-2m+1)(m-1) + \frac{N}{2}(2m-1) \right], \dots (243)$$

und für die rechte Hälfte desselben

$$X_{m^r} = -\frac{\lambda}{h} \frac{(p+q)}{2} \left[m(N-m) + \frac{N}{2}(2m-1) - m(m-1) \right] = -\frac{\lambda}{h} \frac{(p+q)}{2} \left[m(N-2m+1) + \frac{N}{2}(2m-1) \right], \dots (244)$$

Für die erste Hälfte des m^{ten} Feldes der unteren Gurtung erhält man ebenso

$$Z_{m^1} = \frac{\lambda}{h} \frac{(p+q)}{2} \left[\frac{(N-1)}{2}(2m-1) - (m-1)^2 + (m-1)(N-m+1) \right], \dots (245)$$

und für die zweite Hälfte desselben

$$Z_{m^r} = \frac{\lambda}{h} \frac{(p+q)}{2} \left[\frac{(N-1)}{2}(2m-1) - (m-1)^2 + m(N-m) \right], \dots (246)$$

Für den rechtssteigenden Stab im m^{ten} Felde des 1. Systems erhält man aus Gleichung (218), wenn wieder $\frac{p}{2}$ statt p und $\frac{q}{2}$ statt q gesetzt wird,

$$Y_{m^r} \min = \frac{d}{2h} \left[-\frac{p}{2}(N-2m+1) - \frac{q}{2N}(N-m)(N-m+1) \right], \dots (247)$$

und aus Gleichung (219)

$$Y_{m^r} \max = \frac{d}{2h} \left[-\frac{p}{2}(N-2m+1) + \frac{q}{2N}m(m-1) \right], \dots (248)$$

für den linkssteigenden Stab im m^{ten} Felde desselben Systems aus Gleichung (220)

$$Y_{m^1} \max = \frac{d}{2h} \left[\frac{p}{2}(N-2m+1) + \frac{q}{2N}(N-m)(N-m+1) \right], \dots (249)$$

und aus Gleichung (221)

$$Y_{m^1} \min = \frac{d}{2h} \left[\frac{p}{2}(N-2m+1) - \frac{q}{2N}m(m-1) \right], \dots (250)$$

Für den linkssteigenden Stab im m^{ten} Felde des 2. Systems erhält man aus Gleichung (225), wenn wieder $\frac{p}{2}$ statt

$$X_m = -\frac{\lambda}{h} \frac{(p+q)}{2} m(N-m), \dots (241)$$

der unteren Gurtung:

$$Z_m = \frac{\lambda}{h} \frac{(p+q)}{2} \left[\frac{(N-1)}{2}(2m-1) - (m-1)^2 \right], (242)$$

Für das zweite System gelten die Gleichungen (222) und (223), (225) und (226), (227) und (228), daher für das m^{te} Feld der oberen und unteren Gurtung der Werth (222) und (223); die Spannungen in den Gurtungen des combinirten, mit $\frac{p+q}{2}$ pro Knotenpunkt belasteten Systems ergeben sich aus der Summe der Spannungen der sich deckenden Gurtungstheile. Für die linke Hälfte des m^{ten} Feldes der oberen Gurtung ergibt sich also:

p und $\frac{q}{2}$ statt q gesetzt wird,

$$Y_m^{\max} = \frac{d}{2h} \left[\frac{p}{2} (N - 2m + 2) + \frac{q}{2N} (N - m + 1)^2 \right], \dots \dots \dots (251)$$

und aus Gleichung (226)

$$Y_m^{\min} = \frac{d}{2h} \left[\frac{p}{2} (N - 2m + 2) - \frac{q}{2N} (m - 1)^2 \right], \dots \dots \dots (252)$$

für den rechtssteigenden Stab desselben Feldes aus Gleichung (227)

$$Y_m^{\max} = \frac{d}{2h} \left[-\frac{p}{2} (N - 2m) - \frac{q}{2N} (N - m)^2 \right], \dots \dots \dots (253)$$

und aus Gleichung (228)

$$Y_m^{\min} = \frac{d}{2h} \left[-\frac{p}{2} (N - 2m) + \frac{q}{2N} m^2 \right]. \dots \dots \dots (254)$$

welche in dem combinirten Systeme dieselben bleiben.

Das erste Beispiel dieser Anordnung zeigt die zweigleisige Brücke über die Lahn bei Niederlahnstein, deren zwei Tragwände eine Länge von 140' 10" rhn. oder sehr nahe 44 Met. mit je 6 1/2 Feldern und nahe unter Winkeln von 53° zur Horizontalen geneigten Zwischenstäben, besitzen,

zusammen einschließlich des Oberbaues 174890 Kilogr. wiegen und für eine Verkehrsbelastung von 158438 Kilogr. pro Gleise oder Tragwand berechnet worden sind. Nimmt man 6 statt 6 1/2 Felder an und behält jene Abmessungen und Belastungen bei, so ergibt sich

die Länge der Dreiecksseite $d = 2\lambda = \frac{44}{6} = 7\frac{1}{3}$ Met.,

die Höhe der Tragwand $h = \lambda \cdot \text{tg } 53^\circ = \lambda \cdot 1,33$ Met.,

das Eigengewicht einer Tragwand $= \frac{174890}{2} = 87445$ Kilogr.,

das Eigengewicht pro Knotenpunkt $\frac{p}{2} = \frac{87445}{2 \cdot 6} = 7287$ Kilogr.,

das Verkehrsgewicht pro Knotenpunkt $\frac{q}{2} = \frac{158438}{2 \cdot 6} = 93203$ Kilogr.,

mithin das Gesamtgewicht pro Knotenpunkt $\frac{p+q}{2} = 20490$ Kilogr.

Die einzelnen Theile des ersten Halbträgers erfahren hiernach folgende Spannungen:

1) Die Spannungen X in den oberen Gurtungsstücken nach Formel (241)

$$X_m = -\frac{\lambda}{h} \frac{(p+q)}{2} m(N-m).$$

Werden obige Werthe eingeführt, so erhält man

$$X_m = -\frac{1}{1,33} \cdot 20490 \cdot m(6-m).$$

für m = 0	ist X ₀ = - 15406.0.6 =	0 Kilogr.
" m = 1	" X ₁ = - 15406.1.5 = -	77030 "
" m = 2	" X ₂ = - 15406.2.4 = -	123248 "
" m = 3	" X ₃ = - 15406.3.3 = -	138654 "
" m = 4	" X ₄ = - 15406.4.2 = -	123248 "
" m = 5	" X ₅ = - 15406.5.1 = -	77030 "
" m = 6	" X ₆ = - 15406.6.0 =	0 "

2) Die Spannungen Z in den unteren Gurtungsstücken nach Formel (242)

$$Z_m = \frac{\lambda}{2h} \frac{(p+q)}{2} [(N-1)(2m-1) - 2(m-1)^2].$$

Werden obige Werthe eingeführt, so erhält man

$$Z_m = \frac{1}{2 \cdot 1,33} \cdot 20490 [5(2m - 1) - 2(m - 1)^2].$$

Für	$m = 1$	ist	$Z_1 = 7703(5 \cdot 1 - 2 \cdot 0) = 7703 \cdot 5 = 38515$	Kilogr.
"	$m = 2$	"	$Z_2 = 7703(5 \cdot 3 - 2 \cdot 1) = 7703 \cdot 13 = 100139$	"
"	$m = 3$	"	$Z_3 = 7703(5 \cdot 5 - 2 \cdot 4) = 7703 \cdot 17 = 130951$	"
"	$m = 4$	"	$Z_4 = 7703(5 \cdot 7 - 2 \cdot 9) = 7703 \cdot 17 = 130951$	"
"	$m = 5$	"	$Z_5 = 7703(5 \cdot 9 - 2 \cdot 16) = 7703 \cdot 13 = 100139$	"
"	$m = 6$	"	$Z_6 = 7703(5 \cdot 11 - 2 \cdot 25) = 7703 \cdot 5 = 38515$	"

3) Die Grenzspannungen Y^r in den rechtssteigenden Stäben nach den Formeln (247) und (248).

a) Berechnung der Maximalspannungen nach der Formel (248)

$$Y_{m^r}^{\max} = \frac{d}{2h} \left[-\frac{p}{2}(N - 2m + 1) + \frac{q}{2N} m(m - 1) \right].$$

Werden obige Werthe eingeführt, so ergibt sich

$$Y_{m^r}^{\max} = \frac{1}{1,33} \left[-7287(7 - 2m) + \frac{43203}{6} m(m - 1) \right].$$

Für	$m = 1$	ist	$Y_1^r \max = -5479.5 + 1654,5 \cdot 1 \cdot 0 = -27395$	Kilogr.
"	$m = 2$	"	$Y_2^r \max = -5479.3 + 1654,5 \cdot 2 \cdot 1 = -13128$	"
"	$m = 3$	"	$Y_3^r \max = -5479.1 + 1654,5 \cdot 3 \cdot 2 = +4448$	"
"	$m = 4$	"	$Y_4^r \max = +5479.1 + 1654,5 \cdot 4 \cdot 3 = +25333$	"
"	$m = 5$	"	$Y_5^r \max = +5479.3 + 1654,5 \cdot 5 \cdot 4 = +49527$	"
"	$m = 6$	"	$Y_6^r \max = +5479.5 + 1654,5 \cdot 6 \cdot 5 = +77030$	"

b) Berechnung der Minimalspannungen nach der Formel (247)

$$Y_{m^r}^{\min} = \frac{d}{2h} \left[-\frac{p}{2}(N - 2m + 1) - \frac{q}{2N}(N - m)(N - m + 1) \right].$$

Werden die Zahlenwerthe eingeführt, so erhält man

$$Y_{m^r}^{\min} = \frac{1}{1,33} \left[-7287(7 - 2m) - \frac{13203}{6}(6 - m)(7 - m) \right].$$

Für	$m = 1$	ist	$Y_1^r \min = -5479.5 - 1654,5 \cdot 5 \cdot 6 = -77030$	Kilogr.
"	$m = 2$	"	$Y_2^r \min = -5479.3 - 1654,5 \cdot 4 \cdot 5 = -49527$	"
"	$m = 3$	"	$Y_3^r \min = -5479.1 - 1654,5 \cdot 3 \cdot 4 = -25333$	"
"	$m = 4$	"	$Y_4^r \min = +5479.1 - 1654,5 \cdot 2 \cdot 3 = -4448$	"
"	$m = 5$	"	$Y_5^r \min = +5479.3 - 1654,5 \cdot 1 \cdot 2 = 13128$	"
"	$m = 6$	"	$Y_6^r \min = +5479.5 - 1654,5 \cdot 0 \cdot 1 = 27395$	"

Die Spannung der beiden Endständer ist Null.

Die einzelnen Theile des zweiten Halbträgers erfahren folgende Spannungen:

1) Die Spannungen X in den oberen Gurtungsstücken nach Formel (222)

$$X_m = -\frac{\lambda}{h} \frac{(p + q)}{2} \left[\frac{N}{2}(2m - 1) - m(m - 1) \right].$$

Werden die Zahlenwerthe eingeführt, so ergibt sich

$$X_m = -\frac{1}{1,33} 20490 [3(2m - 1) - m(m - 1)].$$

Für m = 1	ist X ₁ = - 15406 (3. 1 - 1.0) = - 15406.3 = - 46218 Kilogr.
" m = 2	" X ₂ = - 15406 (3. 3 - 2.1) = - 15406.7 = - 107842 "
" m = 3	" X ₃ = - 15406 (3. 5 - 3.2) = - 15406.9 = - 138654 "
" m = 4	" X ₄ = - 15406 (3. 7 - 4.3) = - 15406.9 = - 138654 "
" m = 5	" X ₅ = - 15406 (3. 9 - 5.4) = - 15406.7 = - 107842 "
" m = 6	" X ₆ = - 15406 (3.11 - 6.5) = - 15406.3 = - 46218 "

2) Die Spannungen Z in den unteren Gurtungsstücken nach Formel (223)

$$Z_m = \frac{\lambda}{h} \frac{(p + q)}{2} m (N - m).$$

Werden obige Zahlenwerthe eingeführt, so erhält man

$$Z_m = \frac{1}{1,33} 20490 \cdot m (6 - m).$$

Für m = 0	ist Z ₀ = 15406.0.6 = 0 Kilogr.
" m = 1	" Z ₁ = 15406.1.5 = 77030 "
" m = 2	" Z ₂ = 15406.2.4 = 123248 "
" m = 3	" Z ₃ = 15406.3.3 = 138654 "
" m = 4	" Z ₄ = 15406.4.2 = 123248 "
" m = 5	" Z ₅ = 15406.5.1 = 77030 "
" m = 6	" Z ₆ = 15406.6.0 = 0 "

3) Die Spannungen Y¹ in den linkssteigenden Stäben nach den Formeln (225) und (226).

a) Berechnung der Maximalspannungen nach Formel (225)

$$Y_m^1 \max = \frac{d}{2h} \left[\frac{p}{2} (N - 2m + 2) + \frac{q}{2N} (N - m + 1)^2 \right]. \dots \dots \dots (225)$$

Werden obige Zahlenwerthe eingeführt, so ist

$$Y_m^1 \max = \frac{1}{1,33} \left[7287 (8 - 2m) + \frac{13203}{6} (7 - m)^2 \right].$$

Für m = 1	ist Y ₁ ¹ max = + 5479.6 + 1654,5.36 = + 92436 Kilogr.
" m = 2	" Y ₂ ¹ max = + 5479.4 + 1654,5.25 = + 63297 "
" m = 3	" Y ₃ ¹ max = + 5479.2 + 1654,5.16 = + 37460 "
" m = 4	" Y ₄ ¹ max = + 5479.0 + 1654,5.9 = + 14891 "
" m = 5	" Y ₅ ¹ max = - 5479.2 + 1654,5.4 = - 4340 "
" m = 6	" Y ₆ ¹ max = - 5479.4 + 1654,5.1 = - 20262 "

b) Berechnung der Minimalspannungen nach Formel (226)

$$Y_m^1 \min = \frac{d}{2h} \left[\frac{p}{2} (N - 2m + 2) - \frac{q}{2N} (m - 1)^2 \right] \dots \dots \dots (226)$$

und nach Einführung der Zahlenwerthe

$$Y_m^1 \min = \frac{1}{1,33} \left[7287 (8 - 2m) - \frac{13203}{6} \cdot (m - 1)^2 \right].$$

Für m = 1	ist Y ₁ ¹ min = + 5479.6 - 1654,5.0 = + 32874 Kilogr.
" m = 2	" Y ₂ ¹ min = + 5479.4 - 1654,5.1 = + 20262 "
" m = 3	" Y ₃ ¹ min = + 5479.2 - 1654,5.4 = - 4340 "

Für $m = 4$ ist $Y_4^1 \text{min} = - 5479.0 - 1654,5. 9 = - 14891$ Kilogr.

" $m = 5$ " $Y_5^1 \text{min} = - 5479.2 - 1654,5.16 = - 37430$ "

" $m = 6$ " $Y_6^1 \text{min} = - 5479.4 - 1654,5.25 = - 63297$ "

Die Spannung der beiden Endstücke folgt aus $V_0 + A = 0$,
worin $A = \frac{(p + q)}{2} \frac{N}{2} = 20490.3$, mithin ist
 $V_0 = - 61470$ Kilogr.

Werden die Spannungszahlen beider Systeme zusammen-
— 46218, — 123248, — 184872, — 231090, — 261902, — 277308, — 277308, — 261902, — 231090, — 184872,
— 123248, — 46218

und die Spannungen der 12 unteren Gurtungsstücke:

+ 38515, + 115545, + 177169, + 223387, + 254199, + 269605, + 269605, + 254199, + 223387, + 177169,
+ 115546, + 38515,

während die Spannungen der Diagonalen dieselben bleiben und diejenigen der beiden Endständer — 61470 Kilogr. betragen.

Um die Spannungen in den Gurtungsstücken direct zu finden, hat man die Gleichungen (243) und (244) für die oberen, die Gleichungen (245) und (246) für die unteren zu benutzen und erhält nach Einführung der Zahlenwerthe für die linke und rechte Hälfte der oberen Gurtungsstücke beziehungsweise:

$$X_m^1 = - \frac{20490}{1,33} [(7 - 2m)(m - 1) + 3(2m - 1)]$$

$$X_m^r = - \frac{20490}{1,33} [(7 - 2m)m + 3(2m - 1)].$$

Für $m = 1$ ist $X_1^1 = - 15406.(5.0 + 3.1) = - 15406. 3 = - 46218$ Kilogr.

und $X_1^r = - 15406.(5.1 + 3.1) = - 15406. 8 = - 123248$ "

" $m = 2$ ist $X_2^1 = - 15406.(3.1 + 3.3) = - 15406.12 = - 184872$ "

und $X_2^r = - 15406.(3.2 + 3.3) = - 15406.15 = - 231090$ "

" $m = 3$ ist $X_3^1 = - 15406.(1.2 + 3.5) = - 15406.17 = - 261902$ "

und $X_3^r = - 15406.(1.3 + 3.5) = - 15406.18 = - 277308$ "

Für die linke und rechte Hälfte der unteren Gurtungsstücke erhält man nach Einführung der Zahlenwerthe

$$Z_m^1 = \frac{20490}{1,33} \left[\frac{5}{2} (2m - 1) - (m - 1)^2 + (m - 1)(7 - m) \right]$$

$$Z_m^r = \frac{20490}{1,33} \left[\frac{5}{2} (2m - 1) - (m - 1)^2 + m(6 - m) \right].$$

Für $m = 1$ ist $Z_1^1 = 15406(2,5.1 - 0 + 0.6) = 15406. 2,5 = 38515$ Kilogr.

und $Z_1^r = 15406(2,5.1 - 0 + 1.5) = 15406. 7,5 = 115545$ "

" $m = 2$ ist $Z_2^1 = 15406(2,5.3 - 1 + 1.5) = 15406.11,5 = 177169$ "

und $Z_2^r = 15406(2,5.3 - 1 + 2.4) = 15406.14,5 = 223387$ "

" $m = 3$ ist $Z_3^1 = 15406(2,5.5 - 4 + 2.4) = 15406.16,5 = 254199$ "

und $Z_3^r = 15406(2,5.5 - 4 + 3.3) = 15406.17,5 = 269605$ "

Für Träger mit doppelter Stabreihe und größerer Spannweite, bei welchen das Eigengewicht bedeutender wird und alsdann auf die oberen und unteren Knotenpunkte vertheilt anzunehmen ist, ist die Rechnung in derselben Weise zu führen, jedoch sind zur Berechnung der Spannungen in den einzelnen Stücken der beiden einfachen Systeme die Formeln 200—209 und 210—215, sowie 222—224 zu benutzen, von welchen die ersteren, um ihre Anwendung zu erläutern, bereits

zur statischen Berechnung des Crumlinviaducts verwandt worden sind.

II. Die Träger mit polygonalen Gurtungen oder die Polygonalträger.

Die Polygonalträger sind entweder solche mit je einer gebrochenen, gewöhnlich oberen, und je einer geraden, gewöhn-

lich unteren, Gurtung oder solche mit je zwei, gewöhnlich symmetrisch zu einer wagrechten Axe angeordneten, gebrochenen Gurtungen.

1) Die Polygonalträger mit einer gebrochenen und einer geraden Gurtung.

Ist ein solcher Träger mit N Feldern von der Länge λ und mit der Höhe f in seiner Mitte an jedem Knotenpunkt mit dem ständigen Eigengewicht p und mit dem beweglichen Verkehrsgewicht q beschwert, so ergibt sich nach dem Früheren die größte Anspruchnahme der oberen und unteren Gurtungsstücke bei voller Verkehrsbelastung, die größte Anspruchnahme der Vertical- und Diagonalstäbe bei der vollen Belastung des links oder rechts von dem betrachteten Stabe befindlichen Trägerstückes, während der übrige Theil des Trägers von der beweglichen Belastung frei bleibt.

Führt man durch das beliebige m^{te} Feld des Trägers

$$X_m = - \frac{1}{x_m} \cdot (p + q) \frac{m(N - m)}{2}$$

worin entweder x_m oder $\frac{o_m}{h_m}$ für jede Polygonalform besonders zu bestimmen ist.

Wählt man als Drehpunkt von Z_m den auf der oberen Gurtung in der Entfernung (m - 1)λ vom linken Auflager gelegenen Punkt D_{m-1}, in welchem sich der mitdurchschnittene obere Gurtungstheil und Diagonalstab schneiden, s. Fig. 2, Taf. 12, so bildet die durch D_{m-1} gehende Verticale z_m den

$$Z_m = \frac{1}{z_m} (p + q) \frac{(m - 1)(N - m + 1)}{2}$$

worin h_{m-1} für jede Polygonform besonders zu bestimmen bleibt.

Wählt man als Drehpunkt den auf der unteren Gurtung in der Entfernung l_m vom linken Stützpunkt gelegenen Punkt D_m, in welchem sich die beiden mitdurchschnittenen Gurtungstheile schneiden, s. Fig. 3, Taf. 12, so bildet y_m den Hebelsarm der Spannung Y_m und Y_my_m deren Widerstands-

$$Y_m^1 = - \frac{1}{y_m^1} \cdot \frac{(p + q)}{2N} [(l_m + N\lambda)m(m - 1) - l_m(N - m)(N - m + 1)]$$

worin

$$y_m = (l_m + m\lambda) \frac{h_{m-1}}{d_m} \dots (259)$$

$$\text{und aus } l_m + m\lambda = h_m \cdot \frac{\lambda}{h_m - h_{m-1}}$$

$$l_m = \lambda \left(\frac{h_m}{h_m - h_{m-1}} - m \right), \dots (260)$$

daher für jede Polygonform besonders zu bestimmen sind. Für das Eigengewicht p, welches in allen Knotenpunkten wirkt,

$$Y_m^1 \max = \frac{1}{y_m} \left[\frac{p}{2} (l_m(N - 2m + 1) - \lambda m(m - 1)) + \frac{q l_m}{2N} (N - m)(N - m + 1) \right] \dots (261)$$

den verticalen Schnitt a b, s. Taf. 6, Fig. 1, ersetzt die in demselben stattfindenden Spannungen der oberen und unteren Gurtung und des Diagonalstabes beziehungsweise durch die äußeren Kräfte X_m, Z_m und Y_m und wählt als Drehpunkt von X_m den auf der unteren Gurtung in der Entfernung mλ vom linken Auflager gelegenen Punkt D_m, in welchem sich der mitdurchschnittene untere Gurtungstheil und Diagonalstab schneiden und für welchen der Hebelsarm von X_m Null ist, so bildet die Normale x_m den Hebelsarm der Spannung X_m und X_mx_m deren Widerstandsmoment. Bedeutet ^aM_m das demselben entsprechende, auf den Drehpunkt D_m bezogene Angriffsmoment, so ist

$$X_m x_m + {}^aM = 0, \text{ woraus } X_m = - \frac{1}{x_m} \cdot {}^aM,$$

und wenn der Werth von

$$x_m = h_m \cdot \frac{\lambda}{o_m} \dots (255)$$

und von ^aM aus Gleichung (5) eingeführt wird,

$$\lambda = - \frac{o_m}{h_m} (p + q) \frac{m(N - m)}{2}, \dots (256)$$

Hebelsarm der Spannung Z_m und Z_mz_m deren Widerstandsmoment. Bedeutet ^aM_{m-1} das demselben entsprechende, auf den Drehpunkt D_{m-1} bezogene Angriffsmoment, so ist

$$- Z_m z_m + {}^aM_{m-1} = 0, \text{ woraus } Z_m = \frac{1}{z_m} \cdot {}^aM_{m-1}$$

und wenn der Werth von

$$z_m = h_{m-1} \dots (257)$$

und von ^aM_{m-1} aus Gleichung (6) eingeführt wird,

$$\lambda = \frac{\lambda}{h_{m-1}} (p + q) \frac{(m - 1)(N - m + 1)}{2}, \dots (258)$$

moment. Bedeutet ^aM_{m-1} das demselben entsprechende, auf den Drehpunkt D_m bezogene Angriffsmoment, so ist

$$Y_m^1 y_m^1 + {}^aM_{m-1} = 0, \text{ woraus } Y_m^1 = - \frac{1}{y_m} \cdot {}^aM_{m-1}$$

und wenn der Werth von ^aM_{m-1} aus Gleichung (18) eingeführt wird,

gilt gleichzeitig das in der Klammer enthaltene positive und negative Glied, deren Subtraction den in Gleichung (24) enthaltenen Klammerwerth liefert, während für das Verkehrsgewicht q eines Knotenpunktes die Weglassung des negativen Gliedes dem positiven und die Weglassung des positiven Gliedes dem negativen Maximum von Y_m entspricht. Bildet man die Summen aus jenen vom Eigengewicht und diesen von der Verkehrsbelastung herrührenden Antheilen von Y_m, so ergibt sich die größte Zugspannung

und die größte Druckspannung

$$Y_m^l \min = \frac{1}{y_m} \left[\frac{p}{2} (l_m(N - 2m + 1) - \lambda m(m - 1)) - \frac{q}{2N} (l_m + N\lambda)m(m - 1) \right] \dots (262)$$

Führt man durch den beliebigen m^{ten} Verticalstab den Schnitt cd , s. Fig. 4, und ersetzt die in den drei durchschnittenen Stangen stattfindenden Spannungen durch die äußeren Kräfte X_m , Z_m und V_m , wovon die letztere lothrecht aufwärts wirkt und wählt als Drehpunkt den auf der unteren Gurtung in derselben Entfernung l_m vom linken

Stützpunkt gelegenen Punkt D_m , in welchem sich die beiden mitdurchschnittenen Gurtungstheile schneiden, so bildet $l_m + m\lambda$ den Hebelarm der Spannung V_m und $-V_m(l_m + m\lambda)$ deren Widerstandsmoment. Bedeutet aM_m das demselben entsprechende, auf den Drehpunkt D_m bezogene Angriffsmoment, so ist

$$-V_m(l_m + m\lambda) + {}^aM_m = 0, \text{ woraus } V_m = \frac{1}{l_m + m\lambda} \cdot {}^aM_m,$$

und wenn der Werth von aM_m aus Gleichung (17) eingeführt wird,

$$V_m = \frac{1}{l_m + m\lambda} \cdot \frac{(p + q)}{2N} [m(m + 1)(l_m + N\lambda) - l_m(N - m)(N - m - 1)].$$

Für den Antheil, welchen das in allen Knotenpunkten wirkende Eigengewicht p zu der Verticalspannung V_m liefert, gilt gleichzeitig das in der Klammer enthaltene positive und negative Glied, während für den von der Verkehrsbelastung q eines Knotenpunktes herrührenden Antheil die Weglassung

des negativen Gliedes dem positiven und die Weglassung des positiven Gliedes dem negativen Maximum von V_m entspricht. Bildet man mit Benutzung von Gleichung (23) die Summe dieser beiden Antheile an der Verticalspannung V_m , so ergibt sich die größte Zugspannung

$$V_m \max = \frac{1}{l_m + m\lambda} \cdot \left[\frac{p}{2} (m(m + 1)\lambda - l_m(N - 2m - 1)) + \frac{q}{2N} m(m + 1)(l_m + N\lambda) \right] \dots (263)$$

und die größte Druckspannung:

$$V_m \min = \frac{1}{l_m + m\lambda} \cdot \left[\frac{p}{2} (m(m + 1)\lambda - l_m(N - 2m - 1)) - \frac{q}{2N} l_m(N - m)(N - m - 1) \right] \dots (264)$$

Für die rechtssteigenden Diagonalen erhält man mit Bezug auf Fig. 5

$$-Y_m^r \cdot y_m + {}^aM_{m-1} = 0, \text{ woraus } Y_m^r = \frac{1}{y_m} \cdot {}^aM_{m-1},$$

mithin, wenn der Werth von ${}^aM_{m-1}$ aus Gleichung (18) eingeführt wird,

$$Y_m^r = \frac{1}{y_m} \cdot \frac{(p + q)}{2N} [m(m - 1)(l_m + N\lambda) - l_m(N - m)(N - m + 1)],$$

und hieraus wie früher

$$Y_m^r \max = \frac{1}{y_m} \left[\frac{p}{2} (m(m - 1)\lambda - l_m(N - 2m + 1)) + \frac{q}{2N} m(m - 1)(l_m + N\lambda) \right] \dots (265)$$

$$Y_m^r \min = \frac{1}{y_m} \left[\frac{p}{2} (m(m - 1)\lambda - l_m(N - 2m + 1)) - \frac{q}{2N} l_m(N - m)(N - m + 1) \right] \dots (266)$$

worin

$$y_m = (l_m + (m - 1)\lambda) \frac{h_m}{d_m^r} \cdot \quad \left| \quad l_m = \lambda \left(\frac{h_m}{h_m - h_{m-1}} - m \right) \right.$$

zu setzen ist.

Für die zugehörigen Verticalen ergibt sich mit Bezug auf Fig. 6

$$V_m(l_m + m\lambda) + {}^aM_{m-1} = 0, \text{ woraus } V_m = -\frac{1}{l_m + m\lambda} \cdot {}^aM_{m-1},$$

und wenn der Werth von ${}^aM_{m-1}$ aus Gleichung (18) eingeführt wird,

$$V_m = \frac{1}{l_m + m\lambda} \cdot \frac{p + q}{2N} [-m(m - 1)(l_m + N\lambda) + l_m(N - m)(N - m + 1)]$$

und hieraus, wie früher

$$V_m \min = \frac{1}{l_m + m\lambda} \cdot \left[-\frac{p}{2} (m(m-1)\lambda - l_m(N-2m+1)) - \frac{q}{2N} m(m-1)(l_m + N\lambda) \right] \quad (267)$$

$$V_m \max = \frac{1}{l_m + m\lambda} \cdot \left[-\frac{p}{2} (m(m-1)\lambda - l_m(N-2m+1)) + \frac{q}{2N} l_m(N-m)(N-m+1) \right] \quad (268)$$

Die Formeln für Y_m^l , Y_m^r und V_m gelten für beide Hälften des Trägers. Bezieht man sie auf den entgegengesetzten Stützpunkt, indem man

$$\begin{array}{ll} l_m + N\lambda & \text{statt } l_m \\ l_m & \text{,, } l_m + N\lambda \\ N - m & \text{,, } m \\ \text{oder } N - m + 1 & \text{,, } m - 1 \end{array}$$

setzt, so bleiben die Formeln dieselben.

Ist die Form des Polygonalträgers gegeben, also $h_1, h_2 \dots h_n$, siehe Fig. 7, bekannt, so ergeben sich aus Gleichung (260) für $m = 1, 2 \dots N-1$ nach und nach die Abstände l_m der aufeinander folgenden Drehpunkte von

$$\frac{h_m}{h_{m+1}} \cdot \frac{h_{m+1}}{h_{m+2}} \dots \frac{h_{n-1}}{h_n} = \frac{(l_{m+1} + m\lambda)(l_{m+2} + (m+1)\lambda) \dots (l_n + (n-1)\lambda)}{(l_{m+1} + (m+1)\lambda)(l_{m+2} + (m+2)\lambda) \dots (l_n + n\lambda)} = \frac{h_m}{h_n} \quad (270)$$

und für eine ungerade Zahl $N = 2n - 1$ von Feldern

$$\frac{h_m}{h_{m+1}} \cdot \frac{h_{m+1}}{h_{m+2}} \dots \frac{h_{n-2}}{h_{n-1}} = \frac{(l_{m+1} + m\lambda)(l_{m+2} + (m+1)\lambda) \dots (l_{n-1} + (n-2)\lambda)}{(l_{m+1} + (m+1)\lambda)(l_{m+2} + (m+2)\lambda) \dots (l_{n-1} + (n-1)\lambda)} = \frac{h_m}{h_{n-1}}; \quad (271)$$

woraus sich die Höhe aller gleichweit entfernten Verticalständer, mithin die Gurtungsform des Trägers ergibt.

Um die von derselben abhängigen Werthe x_m, z_m, y_m und $l_m + m\lambda$ zu bestimmen, sollen

1) die parabolischen Träger, deren Diagonalen bei voller Belastung die Spannung Null annehmen, oder

2) die Schwebler'schen Träger, deren Diagonalen bei der größten einseitigen Belastung nie Druckspannung, also höchstens die Zugspannung Null annehmen,

3) die Träger, deren Diagonalen gleiche Maximalspannungen annehmen, nach Ritter,

4) die Pauli'schen Träger, deren Gurtungen bei voller Belastung gleiche Maximalspannungen annehmen, betrachtet werden.

a) Die Polygonalträger, deren Diagonalen bei voller Belastung die Spannung Null annehmen oder die Parabelträger.

Setzt man, unter Annahme einer vollen Belastung, in den allgemeinen Gleichungen für die Spannungen der Diagonalen $Y_m^l = 0$ und $Y_m^r = 0$, so ergibt sich

$$^a M_{m-1} = 0, \dots \dots (272)$$

mithin für den um l_m vom linken Auflager entfernten Drehpunkt

den Auflagern. Ist die Form des Polygonalträgers so zu bestimmen, daß einzelne Glieder desselben bei gewissen Belastungszuständen eine vorgeschriebene Spannung annehmen, so ist l_m aus dieser statischen Bedingung abzuleiten, woraus sich für $m+1, m+2 \dots$ statt m die Werthe von $l_{m+1}, l_{m+2} \dots$ ermitteln lassen. Vergleicht man zwei aufeinander folgende Höhen h_m und h_{m+1} , so erhält man die Proportion

$$\frac{h_m}{h_{m+1}} = \frac{l_{m+1} + m\lambda}{l_{m+1} + (m+1)\lambda} \quad (269)$$

Bildet man das Product dieser aufeinander folgenden Verhältnisse, so ergibt sich für eine gerade Zahl $N = 2n$ von Feldern

$$-A l_m + q [(l_m^2 + \lambda) + (l_m + 2\lambda) + \dots + (l_m + (m-1)\lambda)] = 0.$$

Wird für den Auflagerdruck sein Werth $A = \frac{(N-1)q}{2}$ gesetzt, und die Reihe in der Klammer summirt, so erhält man

$$\frac{(N-1)}{2} l_m - \left[(m-1)l_m + \frac{m(m-1)}{2} \lambda \right] = 0$$

und hieraus für eine beliebige Zahl N von Feldern

$$l_m = \frac{m(m-1)}{N-2m+1} \cdot \lambda \quad (273)$$

und wenn $m+1$ statt m gesetzt wird,

$$l_{m+1} = \frac{m(m+1)}{N-2m-1} \cdot \lambda \quad (274)$$

Bildet man nach Gleichung (269) das Verhältniß der Höhen zweier aufeinander folgender Verticalständer, so ergibt sich, wenn zugleich aus der Formel (274) für l_{m+1} sein Werth eingeführt und reducirt wird,

$$\frac{h_m}{h_{m+1}} = \frac{m(N-m)}{(m+1)(N-m-1)} \quad (275)$$

In den vorstehenden Gleichungen (273), (274) und (275) ist $N = 2n$ entweder eine gerade oder $N = 2n - 1$ eine ungerade Anzahl von Feldern, wonach wir den Parabelträger mit gerader Felderzahl und den Parabelträger mit ungerader Felderzahl unterscheiden.

α) Der Parabelträger mit gerader Felderzahl.

Setzt man in den Gleichungen (273) und (275) $N = 2n$, so ergibt sich der Abstand

$$l_m = \frac{m(m-1)}{2(n-m)+1} \lambda \dots (276)$$

ferner das Verhältniß

$$\frac{h_m}{h_{m+1}} = \frac{m(2n-m)}{(m+1)(2n-m-1)} \dots (277)$$

und aus Gleichung (270), wenn die Werthe l_{m+1} , l_{m+2} , ... l_n eingeführt werden, die Proportion

$$\frac{h_m}{h_n} = \frac{m(2n-m)}{n^2} \dots (278)$$

welche den Ordinaten einer Parabel mit der Pfeilhöhe h_n entspricht. Hieraus folgt

$$h_m = \frac{m(2n-m)}{n^2} \dots (279)$$

und wenn darin $(m-1)$ für m gesetzt wird,

$$h_{m-1} = \frac{(m-1)(2n-m+1)}{n^2} \cdot h_n \dots (280)$$

Wird der Werth von h_m aus Gleichung (279) in die Gleichung (255) eingeführt, so ergibt sich der Hebelsarm von X_m :

$$x_m = \frac{m(2n-m)}{n^2} \cdot \frac{h_n}{o_m} \cdot \lambda \dots (281)$$

worin die Länge des m^{ten} Gurtungsstückes aus

$$o_m = \sqrt{(h_m - h_{m-1})^2 + \lambda^2} \dots (282)$$

gefunden wird. Führt man den Werth von x_m aus Gleichung (281) in Gleichung (256) ein, worin $N = 2n$ zu setzen ist, und reducirt, so erhält man die größte Druckspannung im m^{ten} oberen Gurtungsstücke

$$X_{m \text{ min}} = -\frac{n^2}{2} (p+q) \frac{o_m}{h_n} \dots (283)$$

Hierin bildet der Factor $\frac{n^2}{2} (p+q) \frac{1}{h_n} = C$ von o_m eine constante Größe, mithin ist die größte Druckspannung im m^{ten} oberen Gurtungsstück gleich dem Product aus dieser Constanten in seine Länge.

Wird der Werth von h_{m-1} aus Gleichung (280) in die Gleichung (257) für z_m eingesetzt, so ergibt sich der Hebelsarm

$$z_m = \frac{(m-1)(2n-m+1)}{n^2} \cdot h_n \dots (284)$$

und wenn derselbe in Gleichung (258) eingeführt wird, die größte Zugspannung im m^{ten} unteren Gurtungsstück

$$Z_{m \text{ max}} = \frac{n^2}{2} (p+q) \frac{\lambda}{h_n} \dots (285)$$

Die Zugspannung in jedem unteren Gurtungsstück ist mithin constant und gleich dem Product aus derselben Constanten C in seine Länge.

Wird der Werth von l_m aus Gleichung (276) und der Werth von h_{m-1} aus Gleichung (280) in die Gleichung (259) für y_m eingeführt, so ergibt sich

$$y_m = \frac{m(m-1)(2n-m)(2n-m+1)}{n^2(2n-2m+1)} \cdot \frac{h_n}{d_m} \cdot \lambda \dots (286)$$

und wenn dieser Hebelsarm, sowie der Werth für l_m und $N = 2n$, in die Gleichung (261) und (262) eingesetzt und reducirt wird, die Maximalspannung

$$Y_{m \text{ max}} = +\frac{n}{4} \cdot q \cdot \frac{d_m}{h_n} \dots (287)$$

und die Minimalspannung

$$Y_{m \text{ min}} = -\frac{n}{4} \cdot q \cdot \frac{d_m}{h_n} \dots (288)$$

Hierin bildet der Factor $\frac{n}{4} \cdot q \cdot \frac{1}{h_n}$ von d_m eine Constante, mithin ist die größte Zug- und Druckspannung im m^{ten} Diagonalstab unabhängig von der ständigen Belastung und gleich dem Product aus dieser Constanten in seine Länge.

Entnimmt man aus Gleichung (276) den Werth von l_m , so ergibt sich

$$l_m + m\lambda = \frac{m(2n-m)}{2n-2m+1} \lambda \dots (289)$$

und wenn dieser Hebelsarm, sowie der Werth für l_m und $N = 2n$ in die Gleichungen (267) und (268) eingesetzt und reducirt wird, die Maximalspannung

$$V_{m \text{ max}} = p + \frac{(m+1)(2n-m+1)}{4n} q \dots (290)$$

und die Minimalspannung

$$V_{m \text{ min}} = p - \frac{(m-1)(2n-m-1)}{4n} q \dots (291)$$

Werden die Antheile, welche die bewegliche Belastung zu dieser Maximal- und Minimalspannung eines Verticalstabes liefert, addirt, so ergibt sich dessen Gesamtspannung bei der vollen Belastung:

$$V_m = p + q \dots (292)$$

Für den Parabelträger der eingeleistigen Eisenbahnbrücke über die Brahe bei Czerst*) mit $l = 2n\lambda = 25$ Met. Spannweite und $2n = 10$ Feldern, also $\lambda = 2,5$ Met. Feldbreite und $h_n = 3$ Met. Pfeilhöhe, s. Fig. 8, Taf. 6, welcher in jedem Knotenpunkt mit $p = 1875$ Kilogr.***) Eigengewicht und mit $q = 6250$ Kilogr.****) Verkehrsbelastung, also mit der Totallast $p+q = 8125$ Kilogr. beschwert ist, ergeben sich folgende Spannungszahlen.

*) Vergl. Ztschr. f. Bauw. Berlin 1861 und Heinzerling, Brücken in Eisen. Lpzg. 1870. S. 315.

**) Die Brücke über die Brahe bei Czerst besitzt eine Spannweite von 81' rhd. = 25,43 Met. und ergab nach der Ausführung ein Eigengewicht von 911 Pfd. pro lauf. Zoll oder 1451 Kilogr. pro lauf. Meter.

****) Bei Berechnung der Brücke wurden 30 Centn. pro lauf. Fuß oder 4779 Kilogr. pro lauf. Met. angenommen.

1) Die Spannungen X in den oberen Gurtungsstücken nach Formel (283)

$$X_m = - \frac{n^2}{2h} (p + q) \cdot o_m.$$

Werden die Zahlenwerthe eingeführt, so ergibt sich

$$X_m = - \frac{25 \cdot 8125}{2 \cdot 3} o_m = - 33850 \cdot o_m,$$

und die Länge der aufeinander folgenden Gurtungsstücke aus:

$$o_m = \sqrt{\lambda^2 + \left[\frac{h_n}{n^2} (2n - 2m + 1) \right]^2} = \sqrt{2,5^2 + \left[\frac{3}{25} (11 - 2m) \right]^2} = \sqrt{6,25 + 0,0144 (11 - 2m)^2}$$

Für $m = 1, o_1 = \sqrt{6,25 + 0,0144 \cdot 81} = 2,723^m = o_{10}^0$

„ $m = 2, o_2 = \sqrt{6,25 + 0,0144 \cdot 49} = 2,637^m = o_9^0$

„ $m = 3, o_3 = \sqrt{6,25 + 0,0144 \cdot 25} = 2,571^m = o_8^0$

„ $m = 4, o_4 = \sqrt{6,25 + 0,0144 \cdot 9} = 2,526^m = o_7^0$

„ $m = 5, o_5 = \sqrt{6,25 + 0,0144 \cdot 1} = 2,503^m = o_6^0$

mithin die größten Druckspannungen in den oberen Gurtungsstücken:

Für $m = 1, X_1 = - 33850 \cdot 2,723 = - 92174 \text{ Kilogr.} = X_{10}$

„ $m = 2, X_2 = - 33850 \cdot 2,637 = - 89262 \text{ „} = X_9$

„ $m = 3, X_3 = - 33850 \cdot 2,571 = - 87028 \text{ „} = X_8$

„ $m = 4, X_4 = - 33850 \cdot 2,526 = - 85505 \text{ „} = X_7$

„ $m = 5, X_5 = - 33850 \cdot 2,503 = - 84727 \text{ „} = X_6$

2) Die Spannung Z in der unteren Gurtung nach Formel (285)

$$Z = \frac{n^2}{2h_n} (p + q) \lambda.$$

Werden obige Zahlenwerthe eingeführt, so ergibt sich die für alle Felder gleiche, größte Zugspannung der unteren Gurtung:

$$Z = \frac{25}{2 \cdot 3} \cdot 8125 \cdot 2,5 = 84625 \text{ Kilogr.}$$

3) Die Spannungen Y_m der Diagonalen nach den Formeln (287) und (288)

$$Y_m^{\max} = \pm \frac{n}{4h_n} \cdot q \cdot d_m.$$

Werden obige Zahlenwerthe eingeführt, so ergibt sich

$$Y_m^{\max} = \pm \frac{5}{4 \cdot 3} \cdot 6250 \cdot d_m = \pm 2604 \cdot d_m$$

und die Längen der aufeinander folgenden Diagonalen aus

$$d_m^1 = \sqrt{\lambda^2 + \left[\frac{h_n}{n^2} (m - 1) (2n - m + 1) \right]^2} = \sqrt{2,5^2 + \left[\frac{3}{25} (m - 1) (11 - m) \right]^2} = \sqrt{6,25 + 0,0144 (m - 1)^2 (11 - m)^2}$$

Für $m = 2, d_2^1 = \sqrt{6,25 + 0,0144 \cdot 1 \cdot 81} = 2,723^m = d_{10}^1$

„ $m = 3, d_3^1 = \sqrt{6,25 + 0,0144 \cdot 4 \cdot 64} = 3,152^m = d_9^1$

Für $m = 4, d_4^1 = \sqrt{6,25 + 0,0144 \cdot 9 \cdot 49} = 3,549^m = d_8^1$

" $m = 5, d_5^1 = \sqrt{6,25 + 0,0144 \cdot 16 \cdot 36} = 3,813^m = d_7^1$

" $m = 6, d_6^1 = \sqrt{6,25 + 0,0144 \cdot 9 \cdot 25} = 3,905^m$

mithin die größte Druck- und Zugspannung in den Diagonalen

für $m = 2, Y_2^{\max} = \pm 2604 \cdot 2,723 = \pm 7091$ Kilogr.

" $m = 3, Y_3^{\max} = \pm 2604 \cdot 3,152 = \pm 8208$ " $= Y_9^{\max}$

" $m = 4, Y_4^{\max} = \pm 2604 \cdot 3,549 = \pm 9242$ " $= Y_0^{\max}$

" $m = 5, Y_5^{\max} = \pm 2604 \cdot 3,813 = \pm 9929$ " $= Y_7^{\max}$

" $m = 6, Y_6^{\max} = \pm 2604 \cdot 3,905 = \pm 10169$ " .

4) Die Spannungen V in den Verticalen nach den Formeln (290) und (291).

a) Die Maximalspannungen nach Formel (290)

$$V_m \max = p + \frac{q}{4n} (m + 1)(2n - m + 1).$$

Werden obige Zahlenwerthe eingeführt, so ist

$$V_m \max = 1875 + \frac{6250}{4 \cdot 5} (m + 1)(2n - m + 1) = 1875 + 312,5 (m + 1)(2n - m + 1),$$

mithin die größten Zugspannungen in den Verticalen

Für $m = 1, V_1 \max = 1875 + 312,5 \cdot 2 \cdot 10 = + 8125$ Kilogr. $= V_9 \max$

" $m = 2, V_2 \max = 1875 + 312,5 \cdot 3 \cdot 9 = + 10310$ " $= V_8 \max$

" $m = 3, V_3 \max = 1875 + 312,5 \cdot 4 \cdot 8 = + 11872$ " $= V_7 \max$

" $m = 4, V_4 \max = 1875 + 312,5 \cdot 5 \cdot 7 = + 12809$ " $= V_6 \max$

" $m = 5, V_5 \max = 1875 + 312,5 \cdot 6 \cdot 6 = + 13121$ " .

b) Die Minimalspannungen nach Formel (291)

$$V_m \min = p - \frac{q}{4n} (m - 1)(2n - m - 1).$$

Werden obige Zahlenwerthe eingeführt, so ist

$$V_m \min = 1875 - \frac{6250}{4 \cdot 5} (m - 1)(2n - m - 1) = 1875 - 312,5 (m - 1)(2n - m - 1),$$

mithin die größten Druckspannungen in den Verticalen,

für $m = 1, V_1 \min = 1875 - 312,5 \cdot 0 \cdot 8 = + 1875$ Kilogr. $= V_9 \min$

" $m = 2, V_2 \min = 1875 - 312,5 \cdot 1 \cdot 7 = - 312$ " $= V_8 \min$

" $m = 3, V_3 \min = 1875 - 312,5 \cdot 2 \cdot 6 = - 1875$ " $= V_7 \min$

" $m = 4, V_4 \min = 1875 - 312,5 \cdot 3 \cdot 5 = - 2811$ " $= V_6 \min$

" $m = 5, V_5 \min = 1875 - 312,5 \cdot 4 \cdot 4 = - 3123$ " .

Werden die so ermittelten Spannungszahlen zusammen- gestellt, so ergibt sich der in Figur 9, Taf. 6, dargestellte unsymmetrische Träger.

Sollen die Diagonalen nur Zugspannung annehmen, so sind dieselben zu zwei in jedem Felde oder gekreuzt anzuwenden und nur deren positive Spannungszahlen beizubeh-

halten, wobei die Spannungen der zur Mittellinie symmetrisch liegenden Diagonalen die gleichen Functionen haben, mithin einander numerisch gleich sind. Den größten Zugspannungen der Diagonalen entsprechen die größten Druckspannungen der Verticalen, welche letztere außerdem unter der vollen Belastung der Brücke, wobei die Diagonalen ohne Spannung sind, die Last $p + q = 8125$ Kilogr. auf die parabolische Gurtung zu übertragen, mithin die derselben entsprechende Zugspannung auszuhalten haben.

Werden die so gewonnenen, sowie die Spannungszahlen der beiden Gurtungen, welche nicht größer werden können, mithin unverändert bleiben, zusammengestellt, so ergibt sich das in Fig. 10 dargestellte Schema.

Sollen nur gedrückte Diagonalen angewandt werden, so ergibt sich in analoger Weise der in Fig. 11 dargestellte Träger, bei welchem die Spannungen der Gurtungen wieder dieselben bleiben und die Verticalen nur die oben ermittelten größten Zugspannungen annehmen, in welchen die soeben erwähnten, bei der vollen Belastung entstehenden Zugspannungen von $+ 8125$ Kilogr. enthalten sind.

Die in Fig. 12 und 13 dargestellten Träger mit einfachen, zur Mittellinie symmetrischen Diagonalen erleiden in den letzteren, sowie in ihren Verticalen bei zur Mittellinie gleicher Lage abwechselnd die früher ermittelten, in Fig. 9 eingetragenen Zug- und Druckspannungen, während die mittlere Verticale einen Druck nicht erfährt, mithin nur jene größte Zugspannung $+ 8125$ Kilogr. annehmen kann.

Durch lothrechte Umkehrung der Figuren 9, 11 und 12, ergeben sich beziehungsweise die in Fig. 14, 15 und 16 dargestellten Träger mit unterer polygonaler Gurtung, bei welchen sich nur Zug in Druck verwandelt, mithin alle Spannungszahlen numerisch dieselben bleiben und nur die Vorzeichen wechseln. Auf ähnliche Weise würde man durch lothrechte Umkehrung der Figuren 10 und 13 zwei weitere Träger mit den zugehörigen Spannungszahlen erhalten haben.

β) Der Parabelträger mit ungerader Felderzahl.

Setzt man in den Gleichungen (273) und (275) $N = 2n - 1$, so ergibt sich der Abstand

$$l_m = \frac{m(m-1)}{2(n-m)} \lambda \dots (293)$$

und die Proportion

$$\frac{h_m}{h_{m+1}} = \frac{m(2n-m-1)}{(m+1)(2n-m-2)} \dots (294)$$

Das Product der aufeinander folgenden Verhältnisse ist

$$\frac{h_m}{h_{m+1}} \cdot \frac{h_{m+1}}{h_{m+2}} \dots \frac{h_{n-2}}{h_{n-1}} = \frac{h_m}{h_{n-1}}$$

$$y_m = \frac{m(m-1)(2n-m)(2n-m-1)}{n(n-1)(2n-2m)} \cdot \frac{h_{n-1}}{d_m} \cdot \lambda \dots (303)$$

mithin, wenn im Nenner der Gleichung (294) $m + 1$ mit $n - 1$ vertauscht wird,

$$\frac{h_m}{h_{n-1}} = \frac{m(2n-m-1)}{n(n-1)} \dots (295)$$

welches den Ordinaten einer Parabel mit der Höhe h_{n-1} der beiden größten Verticalen entspricht. Hieraus folgt die Höhe der m^{ten} Verticalen

$$h_m = \frac{m(2n-m-1)}{n(n-1)} h_{n-1} \dots (296)$$

und wenn darin $m - 1$ für m gesetzt wird, die Höhe der $(m - 1)^{\text{ten}}$ Verticalen

$$h_{m-1} = \frac{(m-1)(2n-m)}{n(n-1)} h_{n-1} \dots (297)$$

Wird der Werth von h_m aus Gleichung (296) in die Gleichung (255) für x_m eingeführt, so ergibt sich der Hebelsarm

$$x_m = \frac{m(2n-m-1)}{n(n-1)} \cdot \frac{h_{n-1}}{o_m} \cdot \lambda \dots (298)$$

worin die Länge des m^{ten} Gurtungsstückes aus

$$o_m = \sqrt{(h_m - h_{m-1})^2 + \lambda^2} \dots (299)$$

gefunden wird. Führt man den Werth von x_m aus Gleichung (298) in Gleichung (256) ein, worin $N = 2n - 1$ zu setzen ist und reducirt, so erhält man die größte Druckspannung im oberen Gurtungsstück

$$X_{m \text{ min}} = - \frac{n(n-1)}{2} (p+q) \frac{o_m}{h_{n-1}} \dots (300)$$

Hierin bildet der Factor $\frac{n(n-1)}{2} (p+q) \frac{1}{h_{n-1}} = C$ von o_m eine constante Größe, mithin ist die größte Druckspannung im m^{ten} Polygonstück gleich dem Product aus dieser Constanten in seine Länge.

Wird der Werth von h_{m-1} aus Gleichung (297) in die Gleichung (257) für z_m eingeführt, so ergibt sich der Hebelsarm:

$$z_m = \frac{(m-1)(2n-m)}{n(n-1)} h_{n-1} \dots (301)$$

und, wenn derselbe in Gleichung (258) eingeführt wird, die größte Zugspannung im unteren Gurtungsstück

$$Z_{m \text{ max}} = \frac{n(n-1)}{2} (p+q) \frac{\lambda}{h_{n-1}} \dots (302)$$

Die größte Zugspannung in jedem unteren Gurtungsstück ist mithin constant und gleich dem Product aus derselben Constanten C in seine Länge.

Wird der Werth von l_m aus Gleichung (293) und der Werth von h_{m-1} aus Gleichung (297) in die Gleichung (259) für y_m eingeführt, so ergibt sich:

und wenn dieser Hebelsarm, sowie der Werth für l_m und $N = 2n - 1$ in die Gleichungen (261) und (262) eingesetzt und reducirt wird, die Maximalspannung

$$Y_m \max = \frac{n(n-1)}{2(2n-1)} q \cdot \frac{d_m}{h_{n-1}} \quad (304)$$

und die Minimalspannung

$$Y_m \min = - \frac{n(n-1)}{2(2n-1)} q \cdot \frac{d_m}{h_{n-1}} \quad (305)$$

Hierin bildet der Factor $\frac{n(n-1)}{2(2n-1)} \cdot q \cdot \frac{1}{h_{n-1}}$ von d_m eine Constante, mithin ist die größte Zug- und Druckspannung des m^{ten} Diagonalstabes unabhängig von der ständigen Belastung und gleich dem Product aus dieser Constanten in seine Länge.

Entnimmt man aus Gleichung (293) den Werth von l_m , so ergibt sich

$$l_m + m\lambda = \frac{m(2n-m-1)}{2(n-m)} \lambda \quad (306)$$

und wenn dieser Hebelsarm, sowie der Werth l_m und $N = 2n - 1$ in die Gleichungen (267) und (268) eingesetzt und reducirt wird, die Maximalspannung

$$V_m \max = p + \frac{(m+1)(2n-m)}{2(2n-1)} \cdot q \quad (307)$$

und die Minimalspannung

$$V_m \min = p - \frac{(m-1)(2n-m-2)}{2(2n-1)} \cdot q \quad (308)$$

$${}^a M_{m-1} = \frac{1}{2N} \left[(p+q)m(m-1)(l_m + N\lambda) - pl_m(N-m)(N-m+1) \right],$$

daher aus der Bedingung (310)

$$(p+q)m(m-1)(l_m + N\lambda) - pl_m(N-m)(N-m+1) = 0,$$

woraus der Abstand des m^{ten} Drehpunktes vom linken Auflager

$$l_m = \frac{(p+q)m(m-1)N}{pN(N-2m+1) - qm(m-1)} \cdot \lambda \quad (311)$$

und wenn Zähler und Nenner durch $p \cdot m(m-1)N$ dividirt wird,

$$l_m = \frac{\frac{q}{p} + 1}{\frac{N-2m+1}{m(m-1)} - \frac{q}{p} \cdot \frac{1}{N}} \cdot \lambda \quad (312)$$

Setzt man in Gleichung (312) $m+1$ statt m , so ergibt sich

$$l_{m+1} = \frac{\frac{q}{p} + 1}{\frac{N-2m-1}{m(m+1)} - \frac{q}{p} \cdot \frac{1}{N}} \cdot \lambda \quad (313)$$

Bildet man nach Gleichung (269) das Verhältniß der Höhen zweier aufeinander folgenden Verticalständer, so ist,

Werden die Antheile, welche die bewegliche Belastung zu dieser Maximal- und Minimalspannung eines Verticalstabes liefert, addirt, so ergibt sich dessen Spannung bei der vollen Belastung

$$V_m = p + q \quad (309)$$

b) Die Polygonalträger, deren Diagonalen bei der größten Druckbelastung die Spannung Null annehmen.

Setzt man unter Einwirkung der größten Druckbelastung, s. Taf. 7, Fig. 1, in der allgemeinen Gleichung $Y_m \min = 0$, so ergibt sich

$${}^a M_{m-1} = 0 \quad (310)$$

Dieses Angriffsmoment nimmt zwei verschiedene Werthe an, je nachdem die Diagonalen nach der Mitte hin fallen oder steigen.

a) Die Polygonalträger mit nach der Mitte hin fallenden Diagonalen oder die Schwedler'schen Träger.

In diesem Falle sind die dem linken Auflager zunächst gelegenen $m-1$ Knotenpunkte mit der vollen Belastung $p+q$, die übrigen $N-m$ Knotenpunkte nur mit dem Eigengewichte p beschwert anzunehmen, es ergibt sich mithin aus Gleichung (18)

wenn der Werth von l_{m+1} aus Gleichung (313) eingeführt wird,

$$\frac{h_m}{h_{m+1}} = \frac{m(N-m) \left(N + (m+1) \frac{q}{p} \right)}{(m+1)(N-m-1) \left(N + m \frac{q}{p} \right)} \quad (313)$$

Bildet man das Product der aufeinander folgenden, durch Gleichung (270) gegebenen Verhältnisse und führt die Werthe von $l_{m+1}, l_{m+2}, \dots, l_n$ ein, so ergibt sich für eine gerade Zahl $N = 2n$ der Felder

$$\frac{h_m}{h_n} = \frac{2m(2n-m) \left(2 + \frac{q}{p} \right)}{2n \left(2n + m \frac{q}{p} \right)} \quad (314)$$

mithin die Höhe des m^{ten} Verticalstabes

$$h_m = \frac{m(2n-m) \left(2 + \frac{q}{p} \right)}{n \left(2n + m \frac{q}{p} \right)} \cdot h_n \quad (315)$$

wodurch die Form des Schwedler'schen Trägers mit gerader Felderzahl bestimmt ist.

Für eine ungerade Zahl $N = 2n - 1$ der Felder erhält man

$$h_m = \frac{m(2n - m - 1) \left(2n - 1 + \frac{q}{p}(n - 1) \right)}{n(n - 1) \left(2n - 1 + \frac{q}{p} \cdot m \right)} \quad (317)$$

Für $q = 0$ ergibt sich aus Gleichung (315) und (317) beziehungsweise

$$h_m = \frac{m(2n - m)}{n^2} \cdot h_n$$

und

$$h_m = \frac{m(2n - m - 1)}{n(n - 1)} \cdot h_{n-1}$$

$$\frac{q}{p} = \frac{N \left[(m + 1)(N - m - 1) \frac{h_m}{h_{m+1}} - m(N - m) \right]}{m(m + 1) \left[N - m - (N - m - 1) \frac{h_m}{h_{m+1}} \right]} \quad (318)$$

und wenn $\frac{h_m}{h_{m+1}} = 1$ gesetzt und reducirt wird,

$$\frac{q}{p} = \frac{N(N - 2m - 1)}{m(m + 1)} \quad (319)$$

Für einen Träger mit z. B. $N = 10$ Feldern ergibt sich

$$\frac{q}{p} = \frac{10(9 - 2m)}{m(m + 1)} \quad (320)$$

Setzt man

$$m = 4, \text{ so ergibt sich für } \frac{h_4}{h_5} = 1, \frac{q}{p} = \frac{1}{2}$$

$$m = 3, \text{ " " " " } \frac{h_3}{h_4} = 1, \frac{q}{p} = \frac{5}{2}$$

$$m = 2, \text{ " " " " } \frac{h_2}{h_3} = 1, \frac{q}{p} = \frac{25}{3}$$

$$m = 1, \text{ " " " " } \frac{h_1}{h_2} = 1, \frac{q}{p} = 35.$$

Wird der Werth $\frac{q}{p} = \frac{5}{2}$ in Gleichung (320) eingeführt, so ergibt sich für $m = 4, \frac{h_4}{h_5} < 1$, wird der Werth

$\frac{q}{p} = \frac{25}{3}$ in dieselbe Gleichung eingeführt, so ergibt sich

für $m = 3, \frac{h_3}{h_4} < 1$ und für $m = 4, \frac{h_4}{h_5} < 1$, wird

der Werth $\frac{q}{p} = 35$ eingeführt, so ergibt sich für $m = 2,$

$\frac{h_2}{h_3} < 1$, für $m = 3, \frac{h_3}{h_4} < 1$, für $m = 4, \frac{h_4}{h_5}$

< 1 , mithin abnehmende Höhen der Verticalständer. Nimmt man eine bestimmte Höhe $h_m \text{ max}$ des größten Ver-

$$\frac{h_m}{h_{n-1}} = \frac{m(2n - m - 1) \left(2n - 1 + \frac{q}{p}(n - 1) \right)}{n(n - 1) \left(2n - 1 + \frac{q}{p} \cdot m \right)} \quad (316)$$

mithin die Höhe des m^{ten} Verticalstabes

$$h_m = \frac{m(2n - m - 1) \left(2n - 1 + \frac{q}{p}(n - 1) \right)}{n(n - 1) \left(2n - 1 + \frac{q}{p} \cdot m \right)} \cdot h_{n-1} \quad (317)$$

d. h. wieder die Formelgleichung des gleichförmig belasteten oder parabolischen Trägers mit gerader und beziehungsweise ungerader Felderzahl.

Löst man Gleichung (313) nach dem Verhältniß $\frac{q}{p}$ hin auf, so ergibt sich

$$\frac{q}{p} = \frac{N \left[(m + 1)(N - m - 1) \frac{h_m}{h_{m+1}} - m(N - m) \right]}{m(m + 1) \left[N - m - (N - m - 1) \frac{h_m}{h_{m+1}} \right]} \quad (318)$$

Verticalständers an, so ergibt sich aus Gleichung (315) der Verticalständer in der Mitte

$$h_n = \frac{n \left(2n + m \frac{q}{p} \right)}{m(2n - m) \left(2 + \frac{q}{p} \right)} \cdot h_m \text{ max} \quad (321)$$

und z. B. für $n = 5, \frac{q}{p} = 3\frac{1}{3}, m = 3$ und $h_3 \text{ max} = 3 \text{ Met.}$

$$h_n = \frac{5(10 + 3 \cdot 3\frac{1}{3})}{3 \cdot 7 \cdot 5\frac{1}{3}} \cdot 3 = 2,679 \text{ Met.}$$

Wird dieser Werth in Gleichung (315) eingeführt, so erhält man

$$\text{für } m = 1, h_1 = \frac{1 \cdot 9 \cdot 5\frac{1}{3}}{5(10 + 1 \cdot 3\frac{1}{3})} \cdot 2,679 = 1,93 \text{ Met.}$$

$$\text{" } m = 2, h_2 = \frac{2 \cdot 8 \cdot 5\frac{1}{3}}{5(10 + 2 \cdot 3\frac{1}{3})} \cdot 2,679 = 2,74 \text{ "}$$

$$\text{" } m = 3, h_3 = \frac{3 \cdot 7 \cdot 5\frac{1}{3}}{5(10 + 3 \cdot 3\frac{1}{3})} \cdot 2,679 = 3,00 \text{ "}$$

mithin, wenn die mittlern Stäbe auf die größte Höhe abgeglichen werden, also $h_5 = h_4 = h_3 = 3 \text{ Met.}$ gesetzt wird, den Träger mit der gewünschten Pfeilhöhe.

Auf diese Weise ergibt sich bei 10 Feldern, also für $n = 5, h_n = 1$ und $\frac{q}{p} = \frac{1}{2}$ aus Gleichung (315)

$$h_m = \frac{m(10 - m) \left(2 + \frac{1}{2} \right)}{5 \left(10 + m \cdot \frac{1}{2} \right)} \cdot 1,$$

mithin für

$$m = 1, h_1 = \frac{1.9.2,5}{5.10,5} = 0,428 \text{ Met.}$$

$$m = 2, h_2 = \frac{2.8.2,5}{5.11} = 0,727 \text{ "}$$

$$m = 3, h_3 = \frac{3.7.2,5}{5.11,5} = 0,913 \text{ "}$$

$$m = 4, h_4 = \frac{4.6.2,5}{5.12} = 1,000 \text{ "}$$

$$m = 5, h_5 = \frac{5.5.2,5}{5.12,5} = 1,000 \text{ "}$$

Stellt man diese, sowie die den Belastungsverhältnissen $\frac{q}{p} = \frac{5}{2}, \frac{25}{3}$ und $\frac{35}{1}$ entsprechenden Höhen der Verticalen zusammen, so ergeben sich für

$\frac{q}{p} =$	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5
$\frac{1}{2}$	0,43	0,73	0,91	1,00	1,00
$\frac{5}{2}$	0,60	0,89	1,00	1,00	0,93
$\frac{25}{3}$	0,81	1,00	1,00	0,92	0,81
$\frac{35}{1}$	1,00	1,00	0,91	0,78	0,67

mithin die in Fig. 2, 3, 4 und 5 der Tafel 7 dargestellten Formen des Schwedler'schen Trägers.

Beispiel. Es betrage die Spannweite $l = 32$ Met., die Zahl der Felder $N = 8$, mithin die Feldlänge $\lambda =$

$$d_m = \sqrt{4^2 + h_{m-1}^2}.$$

$$\text{Für } m = 1 \text{ ist } o_1 = \sqrt{4^2 + (2,4 - 0)^2} = 4,644 \text{ Met.},$$

$$\text{" } m = 1 \text{ " } o_2 = \sqrt{4^2 + (3,6 - 2,4)^2} = 4,176 \text{ " } \quad d_2 = \sqrt{4^2 + 2,4^2} = 4,644 \text{ Met.}$$

$$\text{" } m = 3 \text{ " } o_3 = \sqrt{4^2 + (4,0 - 3,6)^2} = 4,003 \text{ " } \quad d_3 = \sqrt{4^2 + 3,6^2} = 5,381 \text{ "}$$

$$\text{" } m = 4 \text{ " } o_3 = \sqrt{4^2 + (4,0 - 4,0)^2} = 4,000 \text{ " } \quad d_4 = \sqrt{4^2 + 4^2} = 5,657 \text{ "}$$

Diese Abmessungen sind in Fig. 6, Taf. 13, zusammengestellt.

Hierauf ergeben sich

1) Die Minimalspannungen in den oberen Gurtungsstücken nach Formel (256)

$$X_m \text{ min} = - \frac{p+q}{2} \cdot m(N-m) \cdot \frac{o_m}{h_m} = - 7000 \cdot m(8-m) \frac{o_m}{h_m}.$$

$$\text{Für } m = 1 \text{ ist } X_1 \text{ min} = - 7000 \cdot 1 \cdot 7 \cdot \frac{4,644}{2,4} = - 94815 \text{ Kilogr.}$$

$$\text{" } m = 2 \text{ " } X_2 \text{ min} = - 7000 \cdot 2 \cdot 6 \cdot \frac{4,176}{3,6} = - 97440 \text{ "}$$

$\frac{32}{8} = 4$ Met., die Pfeilhöhe $h_n = 4$ Met., die Belastung per Knotenpunkt durch Eigengewicht $p = \text{rot. } 6000$ Kilogr., durch Verkehr $q = 8000$ Kilogr., woraus $\frac{q}{p} = \frac{4}{3}$.

Dies Belastungsverhältnis liegt zwischen $\frac{1}{2}$ und $\frac{5}{2}$,

woraus folgt, daß $h_n < h_{n-1}$

und zwar nach Gleichung (321)

$$h_n = \frac{4 \left(8 + 3 \cdot \frac{4}{3} \right)}{3 \cdot 5 \left(2 + \frac{4}{3} \right)} \cdot 4 = 0,96 \cdot 4 = 3,84.$$

Man erhält durch Einführung dieser Werthe in Gleichung (315)

$$h_m = \frac{m(8-m) \left(2 + \frac{4}{3} \right)}{4 \left(8 + m \cdot \frac{4}{3} \right)} \cdot 4 \cdot 0,96 = 4,8 \cdot \frac{m(8-m)}{12+2m}$$

$$\text{Für } m = 1 \text{ ist } h_1 = 4,8 \cdot \frac{1 \cdot 7}{12+2} = 2,4 \text{ Met.}$$

$$\text{Für } m = 2 \text{ ist } h_2 = 4,8 \cdot \frac{2 \cdot 6}{12+4} = 3,6 \text{ Met.}$$

$$\text{" } m = 3 \text{ " } h_3 = 4,8 \cdot \frac{3 \cdot 5}{12+6} = 4,0 \text{ "}$$

$$\text{" } m = 4 \text{ " } h_4 = 4,8 \cdot \frac{4 \cdot 4}{12+8} = 3,84 \text{ "}$$

wofür 8 Met. gesetzt wird.

Mit Hilfe dieser Werthe ergeben sich die Längen der Gurtungsstücke

$$o_m = \sqrt{4^2 + (h_m - h_{m-1})^2}$$

und der Diagonalen

$$\text{Für } m = 3 \text{ ,, } X_3 \text{ min} = - 7000 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \frac{4,003}{4} = - 105000 \text{ Met.} = m$$

$$\text{,, } m = 4 \text{ ,, } X_4 \text{ min} = - 7000 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{4}{4} = - 112000 \text{ ,,} = m$$

2) Die Maximalspannungen in den unteren Gurtungsstücken nach Formel (258)

$$Z_m \text{ max} = \frac{p+q}{2} \cdot (m-1)(N-m+1) \frac{\lambda}{h_{m-1}} = 7000 \cdot (m-1)(N-m+1) \frac{4}{h_{m-1}}$$

$$\text{Für } m = 2 \text{ ist } Z_2 \text{ max} = 7000 \cdot 1 \cdot 7 \cdot \frac{4}{2,4} = 81663 \text{ Kilogr.} = Z_1 \text{ max.}$$

$$\text{,, } m = 3 \text{ ,, } Z_3 \text{ max} = 7000 \cdot 2 \cdot 6 \cdot \frac{4}{3,6} = 93333 \text{ ,,}$$

$$\text{,, } m = 4 \text{ ,, } Z_4 \text{ max} = 7000 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \frac{4}{4} = 105000 \text{ ,,}$$

3) Die Maximalspannungen in den Diagonalen.

a) Berechnung der Werte l_m und y_m nach Formel (260) und (259)

$$l_m = 4 \left(\frac{h_m}{h_m - h_{m-1}} - m \right) \text{ und } y_m = (l_m + 4m) \frac{h_{m-1}}{d_m}$$

$$\text{Für } m = 2 \text{ ist } l_2 = 4 \left(\frac{3,6}{1,2} - 2 \right) = 4 \text{ Met., } y_2 = (4 + 4 \cdot 2) \frac{2,4}{4,644} = 6,2 \text{ Met.}$$

$$\text{,, } m = 3 \text{ ,, } l_3 = 4 \left(\frac{4,0}{0,4} - 3 \right) = 28 \text{ ,, } y_3 = (28 + 4 \cdot 3) \frac{3,6}{5,38} = 26,76 \text{ ,,}$$

$$\text{,, } m = 4 \text{ ,, } l_4 = 4 \left(\frac{4}{0} - 4 \right) = \infty \text{ ,, } y_4 = (\infty + 4 \cdot 4) \frac{4}{5,657} = \frac{\infty}{1,4142} \text{ ,,}$$

b) Berechnung der Maximalspannungen nach Formel (261)

$$Y_m \text{ max} = \frac{1}{y_m} \left[3000 (l_m(9-2m) - 4m(m-1)) + 500 l_m(8-m)(9-m) \right]$$

$$\text{Für } m = 2 \text{ ist } Y_2 \text{ max} = \frac{1}{6,2} \left[3000 (4 \cdot 5 - 4 \cdot 2 \cdot 1) + 500 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \right] = 19355 \text{ Kilogr.}$$

$$\text{,, } m = 3 \text{ ,, } Y_3 \text{ max} = \frac{1}{26,76} \left[3000 (28 \cdot 3 - 4 \cdot 3 \cdot 2) + 500 \cdot 28 \cdot 5 \cdot 6 \right] = 22425 \text{ ,,}$$

$$\text{,, } m = 4 \text{ ,, } Y_4 \text{ max} = \frac{1,4142}{\infty} \left[3000 (\infty \cdot 1 - 4 \cdot 4 \cdot 3) + 500 \cdot \infty \cdot 4 \cdot 5 \right] = 18385 \text{ ,,}$$

$$\text{,, } m = 5 \text{ ,, } Y_4 \text{ max} = \frac{1,4142}{\infty} \left[3000 (\infty \cdot -1 - 4 \cdot 5 \cdot 2) + 500 \cdot \infty \cdot 3 \cdot 4 \right] = 4243 \text{ ,,}$$

4) Die Grenzspannungen in den Verticalen.

a) Berechnung der Maximalspannungen nach Formel (263)

$$V_m \text{ max} = \frac{1}{l_m + m \cdot 4} \left[3000 (m(m+1)4 - l_m(7-2m)) + 500 m(m+1)(l_m + 8 \cdot 4) \right]$$

$$\text{Für } m = 1 \text{ ist } V_1 \text{ max} = \frac{1}{0 + 1 \cdot 4} \left[3000 (1 \cdot 2 \cdot 4 - 0 \cdot 5) + 500 \cdot 1 \cdot 2 (0 + 8 \cdot 4) \right] = + 14000 \text{ Kilogr.}$$

Für $m = 2$ „ $V_2 \max = \frac{1}{4 + 2.4} [3000(2.3.4 - 4.3) + 500.2.3(4 + 8.4)] = + 12000$ Kilogr.

„ $m = 3$ „ $V_3 \max = \frac{1}{28 + 3.4} [3000(3.4.4 - 28.1) + 500.3.4(28 + 8.4)] = + 10500$ „

b) Berechnung der Minimalspannungen nach Formel (264)

$$V_m \min = \frac{1}{l_m + m\lambda} [3000(m(m+1)4 - l_m(7-2m)) - 500l_m(8-m)(7-m)]$$

Für $m = 1$ ist $V_1 \min = \frac{1}{0 + 1.4} [3000(1.2.4 - 0.5) - 500.0.7.6] = + 6000$ Kilogr.

„ $m = 2$ „ $V_2 \min = \frac{1}{4 + 2.4} [3000(2.3.4 - 4.3) - 500.4.6.5] = - 2000$ „

„ $m = 3$ „ $V_3 \min = \frac{1}{28 + 3.4} [3000(3.4.4 - 28.1) - 500.28.5.4] = - 5500$ „

„ $m = 4$ „ $V_4 \min = \frac{1}{\infty + 4.4} [3000(4.5.4 - \infty.1) - 500.\infty.4.3] = - 3000$ „

Werden die hier ermittelten Spannungszahlen zusammen- gestellt, so ergibt sich die Darstellung in Fig. 7, Taf. 7, woraus sich wieder der Schwedler'sche Träger mit oberer gerader und unterer polygonaler Gurtung unmittelbar ableiten läßt, indem man die zu den einzelnen Gliedern gehörigen Spannungszahlen mit $- 1$ multiplicirt.

β) Die Polygonalträger mit nach der Mitte hin steigenden Diagonalen.

Bei dieser von Ritter, anstatt der zuvor betrachteten, vorgeschlagenen Lage der Diagonalen sind die dem linken Auflager zunächst gelegenen $m - 1$ Knotenpunkte mit dem Eigengewicht p , die übrigen $N - m$ Knotenpunkte mit der vollen Belastung beschwert. anzunehmen, siehe Taf. 7, Fig. 8, es ergibt sich mithin aus Gleichung (18)

$$M_{m-1} = \frac{1}{2N} [p m(m-1)(l_m + N\lambda) - (p + q)l_m(N-m)(N-m+1)] \dots (322)$$

daher zufolge der Bedingung $Y_m \min = 0$

$$p \cdot m(m-1)(l_m + N\lambda) - (p + q)l_m(N-m)(N-m+1) = 0,$$

woraus der Abstand des Drehpunktes für das m^te Feld vom linken Auflager

$$l_m = \frac{p m(m-1)N\lambda}{(N-m)(N-m+1)(p+q) - m(m-1)p}$$

und wenn Zähler und Nenner durch $p m(m-1)$ dividirt werden,

$$l_m = \frac{N\lambda}{(N-m)(N-m+1)\left(\frac{q}{p} + 1\right) - 1} \quad (323)$$

gefunden wird. Setzt man in dieser Gleichung $(m+1)$ statt m , so erhält man

$$l_{m+1} = \frac{N\lambda}{(N-m)(N-m-1)\left(\frac{q}{p} + 1\right) - 1} \quad (324)$$

Bildet man nach Gleichung (269) das Verhältniß der Höhen zweier aufeinander folgenden Verticalstäbe, so ist, wenn der Werth von l_{m+1} eingeführt wird,

$$\frac{h_m}{h_{m+1}} = \frac{m(N-m)\left(N + (N-m-1)\frac{q}{p}\right)}{(m+1)(N-m-1)\left(N + (N-m)\frac{q}{p}\right)} \dots (325)$$

Bildet man das Produkt der aufeinander folgenden, durch Gleichung (270) gegebenen Verhältnisse und führt die Werthe von $l_{m+1}, l_{m+2}, \dots, l_n$ ein, so ergibt sich für eine gerade Zahl $N = 2n$ der Felder

$$\frac{h_m}{h_n} = \frac{m(2n-m)\left(2 + \frac{q}{p}\right)}{n\left(2n + (2n-m)\frac{q}{p}\right)} \quad (326)$$

mithin die Höhe des m^ten Verticalstabes

$$h_m = \frac{m(2n-m)\left(2 + \frac{q}{p}\right)}{n\left(2n + (2n-m)\frac{q}{p}\right)} h_n \quad (327)$$

Für eine ungerade Zahl $N = 2n - 1$ der Felder erhält man

$$\frac{h_m}{h_{n-1}} = \frac{m(2n - m - 1) \left(2n - 1 + n \frac{q}{p} \right)}{n(n - 1) \left(2n - 1 + (2n - m - 1) \frac{q}{p} \right)} \dots \dots \dots (328)$$

mithin die Höhe des m^{ten} Verticalstabes

$$h_m = \frac{m(2n - m - 1) \left(2n - 1 + n \frac{q}{p} \right)}{n(n - 1) \left(2n - 1 + (2n - m - 1) \frac{q}{p} \right)} h_{n-1} \dots \dots \dots (329)$$

Für q = 0 ergibt sich aus Gleichung (327) und (329) beziehungsweise

$$h_m = \frac{m(2n - m)}{n^2} \cdot h_n$$

und

$$h_m = \frac{m(2n - m - 1)}{n(n - 1)} h_{n-1},$$

d. h. wieder die Formgleichung des gleichförmig belasteten oder parabolischen Trägers mit grader und beziehungsweise ungerader Felderzahl.

Setzt man in Gleichung (327)

$$1) \frac{q}{p} = \infty \text{ oder } p = 0, \text{ so ergibt sich}$$

$$h_m = \frac{m}{n} \cdot h_n, \dots \dots \dots (330)$$

d. h. die Form des Dreiecksträgers.

In allen Fällen, wo, wie bei Brücken mit kleinen Spannweiten, die ständige gegen die bewegliche Belastung zurücktritt, nähert sich daher die Gurtungsform dieser Träger einer Geraden und erscheint also vorzugsweise für Brückenträger mit größeren Spannweiten oder mit einer, die bewegliche übertreffenden, ständigen Belastung geeignet.

2) 2n - m statt m, so ergibt sich wieder die Gleichung (315) des Schwedler'schen Trägers mit gerader Felderzahl.

Die statische Berechnung dieser Träger kann übrigens analog derjenigen des vorhergehenden Trägers ausgeführt werden.

c) Die Polygonalträger, deren Gurtungen die gleiche Maximalspannung annehmen, oder die Pauli'schen Träger.

Um die Gurtungen eines Polygonalträgers mit gleichem Querschnitt, also möglichst bequem, herstellen zu können, ist die Form desselben so zu wählen, daß sie die gleiche größte Spannung annehmen, welche bei voller Belastung p + q jedes Knotenpunktes eintritt.

Bezeichnet X jene constante Spannung in der oberen Gurtung des Trägers mit N Feldern von der gleichen Länge λ, x_m deren Hebelsarm in Bezug auf den Drehpunkt D der beiden mitdurchschnittenen Glieder, s. Fig. 10, Taf. 7, so ergibt sich für das m^{te} Feld die Gleichung

$$X x_m + {}^a M_m = 0,$$

und wenn hierin aus Gleichung (5) der Werth von ^aM_m eingeführt wird, die Spannung

$$X = - \frac{1}{x_m} (p + q) \frac{m(N - m)}{2} \lambda, \dots (331)$$

welche für die meist ungerade Zahl N = 2n - 1 von Feldern in

$$X = - \frac{1}{x_m} (p + q) \frac{m(2n - m - 1)}{2} \lambda \dots (332)$$

und für das Mittelfeld mit der Pfeilhöhe h_{n-1}, wofern der Hebelsarm x_m = h_{n-1} und m = n wird, in die constante Minimalspannung

$$X_{\min}^c = - \frac{n(n - 1)}{2} (p + q) \frac{\lambda}{h_{n-1}} \dots (333)$$

übergeht. Wird dieser Werth in Gleichung (332) eingeführt, so ergibt sich der variable Hebelsarm im m^{ten} Felde

$$x_m = - \frac{m(2n - m - 1)}{2} (p + q) \frac{\lambda}{X_{\min}^c} \dots (334)$$

und aus einer einfachen Proportion in demselben Felde, mit der Länge

$$o_m = \sqrt{\lambda^2 + \frac{1}{4} (h_m - h_{m-1})^2} \dots (335)$$

des oberen Gurtungsstückes, die Höhe des m^{ten} Verticalständers

$$h_m = x_m \cdot \frac{o_m}{\lambda} = x_m \cdot \frac{\sqrt{\lambda^2 + \frac{1}{4} (h_m - h_{m-1})^2}}{\lambda}, \dots (336)$$

welche mithin gefunden wird, wenn die Höhe des (m - 1)^{ten} Verticalständers bekannt ist.

Wird der leichteren Substitution halber quadriert und nach Potenzen von h_m geordnet, so ergibt sich

$$h_m^2 + h_m \cdot \frac{2 \cdot h_{m-1} \cdot x_m^2}{4 \lambda^2 - x_m^2} = x_m^2 \cdot \frac{4 \lambda^2 + h_{m-1}^2}{4 \lambda^2 - x_m^2} \dots (337)$$

und wenn nach h_m aufgelöst und der Kürze halber

$$\frac{h_{m-1} \cdot x_m^2}{4 \lambda^2 - x_m^2} = A \dots (338)$$

$$\text{und } x_m^2 \cdot \frac{4 \lambda^2 + h_{m-1}^2}{4 \lambda^2 - x_m^2} = B \dots (339)$$

gesetzt wird,

$$h_m = - A + \sqrt{B + A^2} \dots (340)$$

Im ersten Felde ist h_{m-1} = 0, daher die Höhe der ersten Verticalen

$$h_1 = x_1 \frac{2\lambda}{\sqrt{4\lambda^2 - x_1^2}} \dots (341)$$

Mit Hilfe der Gleichung (334) ergibt sich hieraus die Höhe des zweiten, aus dieser die Höhe des dritten u. s. f. bis zur Höhe $h_{n-1} = h_n$ der beiden mittleren Verticalständer und somit successive die Form des ganzen Trägers. *)

Beispiel: Eisenbahnbrücke über den Rhein bei Mainz, kleine Oeffnung. Beträgt die Stützweite 36 Meter, die Pfeilhöhe 5 Meter, die ständige Belastung 1560 Kilogr. pro Meter, die bewegliche Belastung 4780 Kilogr. pro laufenden Met. Geleise, die Felderzahl $2n - 1 = 9$, so ist $\lambda = \frac{36}{9} = 4$ Met., $p = \frac{1560 \cdot 4}{2} = 3120$ Kilogr.,

Für $m = 1$ ist $A = 0, B = 4 \cdot \frac{64 + 0}{\sqrt{64 - 2^2}}$, daher $h_1 = 2 \cdot \frac{8}{\sqrt{60}} = 2,065$ Met.

Für $m = 2$ ist $A = \frac{2,065 \cdot 3,5^2}{64 - 3,5^2} = 0,488, B = \frac{3,5^2 \cdot (64 + 2,065^2)}{64 - 3,5^2} = 16,158$

daher $h_2 = -0,488 + \sqrt{16,158 + 0,238} = 3,56$ Met.

„ $m = 3$ „ $A = \frac{3,561 \cdot 4,5^2}{64 - 4,5^2} = 1,648, B = \frac{4,5^2 \cdot (64 + 3,561^2)}{64 - 4,5^2} = 35,49$

daher $h_3 = -1,648 + \sqrt{35,49 + 1,648^2} = 4,531$ Met.

$m = 4$ „ $A = \frac{4,533 \cdot 5^2}{64 - 5^2} = 2,9058, B = \frac{5^2 \cdot (64 + 4,533^2)}{64 - 5^2} = 54,197$

daher $h_4 = -2,906 + \sqrt{54,197 + 8,444} = 5,00$ Met.

„ $m = 5$ „ $A = \frac{5,008 \cdot 5^2}{64 - 5^2} = 3,137, B = \frac{5^2 \cdot (64 + 5,008^2)}{64 - 5^2} = 57,103$

daher $h_5 = -3,137 + \sqrt{57,103 + 9,841} = 5,00$ Met.

*) Zur annähernden Bestimmung der Form des Pauli'schen Trägers giebt Winkler (vergl. dessen Vorträge über Brückenbau, Heft 2, S. 13) die Formel:

$$h = 4h_0 \cdot \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left[1 + 2 \frac{h_0^2}{l^2} \left(1 - 2 \frac{x}{l}\right)^2\right],$$

worin h die Trägerhöhe im Abstand x von dem einen Ende, h_0 die mittlere Trägerhöhe und l die Spannweite bezeichnet. Bildet nämlich die Tangente an den Punkt (x, y) mit dem Horizonte den Winkel α , so ist nach Gleichung (26) das Angriffsmoment $\frac{q}{2} x(1-x)$, mithin

die constante Spannung $C = \frac{q}{2} x(1-x) \frac{\sec \alpha}{2y}$ und wenn für $x = \frac{1}{2}, 2y = h_0$ wird, $C = \frac{q l^2}{8 h_0}$. Wenn man diesen Werth einführt,

so ergibt sich $y = 2h_0 \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right) \sec \alpha$ und da hierin $\sec \alpha = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$ ist, sehr nahe $\sec \alpha = 1 + \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \alpha = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$.

Wird annähernd $\sec \alpha = 1$ gesetzt, so ist $y = 2h_0 \cdot \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$

$q = \frac{4780 \cdot 4}{2} = 9560$ Kilogr. und $p + q = 12680$ Kilogr. pro Knotenpunkt eines Trägers, mithin nach Gleichung (333)

$$X_{\min}^c = -\frac{5.4}{2} (p + q) \cdot \frac{4}{5} = -8(p + q).$$

Wird dieser Werth in Gleichung (334) eingeführt, so ergibt sich

$$x_m = \frac{m(9 - m)}{4},$$

mithin für $m = 1, 2, 3, 4, 5,$
 $x_m = 2, 3,5, 4,5, 5,0, 5,0,$

und nach Gleichung (340) successive

$$h_m = 2,065, 3,56, 4,53, 5,00, 5,00.$$

woraus sich die in Fig. 14, Taf. 7, dargestellte Form ergibt.

Um in der unteren Gurtung die zur Vernichtung jedes Horizontalschubes über dem Stützpunkt notwendig gleiche constante Spannung

$$Z_{\max}^c = -X_{\min}^c$$

zu erzeugen, bedarf es des in Fig. 11, Taf. 7, dargestellten selbstständig fungirenden Systems mit rechtssteigenden Diagonalen, für welches sich nunmehr auf demselben Wege, wie die durch Gleichung (332) dargestellte Druckspannung X_{\min}^c , die derselben numerisch gleiche Zugspannung

$$Z_{\max}^c = \frac{n(n-1)}{2} (p + q) \frac{\lambda}{h_{n-1}}, \dots (342)$$

und hieraus $\frac{dy}{dx} = 2h_0 \cdot \frac{1}{l} \left(1 - 2 \frac{x}{l}\right)$, daher, wenn dieser Werth eingeführt wird, $\sec \alpha = 1 + 2 \frac{h_0^2}{l^2} \left(1 - 2 \frac{x}{l}\right)^2$, durch dessen Substitution sich der obige Werth von $h = 2y$ ergibt.

und aus Gleichung (334) der Werth

$$z_m = \frac{m(2n - m - 1)}{2} (p + q) \frac{\lambda}{Z_{max}^c} \quad (343)$$

ergibt, welche für $m = 1 \dots 5$ dieselben Werthe $z_m = x_m$ und h_m liefert.

Zur Berechnung der Grenzspannungen in den links-

$$l_m = \lambda \cdot \frac{h_m}{h_m - h_{m-1}} - m\lambda = \lambda \left(\frac{h_m}{h_m - h_{m-1}} - m \right) \quad (344)$$

und hieraus, da

$$d_m^1 = \sqrt{\lambda^2 + \frac{1}{4}(h_m + h_{m-1})^2} \quad (345)$$

die Länge der linkssteigenden Diagonalen im m^{ten} Felde aus-
drückt, der Hebelsarm von Y_m^1

$$y_m^1 = x_m \frac{\sqrt{(l_m + (m - 1)\lambda)^2 + h_{m-1}^2}}{d_m^1} \quad (346)$$

Die Grenzspannungen in den zugehörigen Verticalen er-
geben sich aus den Gleichungen (263) und (264), worin nur
noch der wagrechte Abstand l_m des Schnittpunktes der beiden
mitdurchschnittenen Gurtungsstücke vom Stützpunkte zu bestim-
men bleibt. Zunächst besteht mit Bezug auf Fig. 13, Taf. 7,
die Proportion

$$l_m = (l_m + m\lambda) \frac{h^1 + h_0}{h_m}$$

und hierin

$$h^0 = l_m \cdot \frac{h_m - h_{m-1}}{2\lambda}$$

und

$$h_0 = l_m \cdot \frac{h_{m+1} - h_m}{2\lambda}$$

daher

$$h^0 + h_0 = l_m \cdot \frac{h_{m+1} - h_{m-1}}{2\lambda}$$

und wenn dieser Werth in die obige Gleichung für l_m ein-
geführt, reducirt und nach l_m aufgelöst wird, jener Abstand

$$l_m = \lambda \left[\frac{2h_m}{h_{m+1} - h_{m-1}} - m \right] \quad (347)$$

1) die Minimalspannungen in den oberen Gurtungsstücken nach Formel (333)

$$X_{min}^c = - \frac{5.4.4}{2.5} (p + q) = - 8.12680 = - 101440 \text{ Kilogr.}$$

2) die Minimalspannungen in den unteren Gurtungsstücken nach Formel (342)

$$Z_{max}^c = + \frac{5.4.4}{2.5} (p + q) = + 8.12680 = + 101440 \text{ Kilogr.}$$

3) die Grenzspannungen in den linkssteigenden Stäben nach den Formeln (261) und (262).

a) Berechnung der Werthe l_m , d_m^1 und y_m nach den Formeln (344), (345) und (346).

$$\text{Für } m = 2 \text{ ist } l_2 = 4 \left(\frac{3,56}{3,56 - 2,06} - 2 \right) = 1,49; \quad d_2^1 = \sqrt{4^2 + \frac{1}{4}(3,56 + 2,06)^2} = 4,89;$$

$$y_2 = 3,5 \cdot \frac{\sqrt{(1,49 + 1,4)^2 + 2,065^2}}{4,89} = 4,165 \text{ Met.}$$

steigenden Diagonalen dienen die allgemeinen Gleichungen
(261) und (262), worin nur die Werthe l_m und y_m zu be-
stimmen bleiben.

Zunächst ergibt sich aus Fig. 12, Taf. 7, leicht der
Abstand l_m des Schnittpunktes der beiden mitdurchschnittenen
Gurtungsstücke vom Stützpunkt

Zur Berechnung der Grenzspannungen in den rechts-
steigenden Diagonalen dienen die allgemeinen Gleichungen
(265) und (266). Da hierin die Werthe l_m und y_m wieder
aus Gleichung (344) und (346) zu entnehmen, mithin die-
selben sind, so ergibt sich $Y_m^1 \text{max} = - Y_m^r \text{min}$ und
 $Y_m^1 \text{min} = - Y_m^r \text{max}$.

Für die Grenzspannungen der zugehörigen Verticalen
gelten wieder die Gleichungen (267) und (268) nur mit ent-
gegengesetzten Vorzeichen. Da aber hierin auch der Abstand
 l_m derselbe bleibt und alle numerisch gleichen positiven und
negativen Grenzspannungen gleichzeitig wirken, so erzeugen
sie in allen Verticalen die Spannung Null und es bleibt
diesen nur die Aufgabe, die Totallast jedes Belastungspunktes
der Fahrbahn zur Hälfte auf die obere und zur Hälfte auf
die untere Gurtung zu übertragen, wodurch der Vertical-
ständer in seinem über der Fahrbahn liegenden Theile die
Zugspannung

$$V_m = + \frac{p + q}{2} \quad (348)$$

und in seinem unter der Fahrbahn liegenden Theile die Druck-
spannung

$$V_m = - \frac{p + q}{2} \quad (349)$$

erfährt.

Für den obigen, hinsichtlich seiner Form bestimmten
Träger ergeben sich

$$\text{Für } m = 3 \quad l_3 = 4 \left(\frac{4,53}{4,53 - 3,56} - 3 \right) = 5,93; \quad d_3^1 = \sqrt{4^2 + \frac{1}{4} (4,53 + 3,56)^2} = 5,69;$$

$$y_3 = 4,5 \cdot \frac{\sqrt{(5,93 + 2 \cdot 4)^2 + 3,56^2}}{5,69} = 11,37 \text{ Met.}$$

$$\text{„ } m = 4 \quad l_4 = 4 \left(\frac{5}{5 - 4,53} - 4 \right) = 22,54; \quad d_4^1 = \sqrt{4^2 + \frac{1}{4} (5,00 + 4,53)^2} = 6,22;$$

$$y_4 = 5 \cdot \frac{\sqrt{(22,54 + 3 \cdot 4)^2 + 4,53^2}}{6,22} = 28,00 \text{ Met.}$$

$$\text{„ } m = 5 \quad l_5 = 4 \left(\frac{5}{5 - 5} - 5 \right) = \infty; \quad d_5^1 = \sqrt{4^2 + \frac{1}{4} (5,00 + 5,00)^2} = 6,40;$$

$$y_5 = 5 \cdot \frac{\sqrt{(\infty + 4 \cdot 4)^2 + 5,00^2}}{6,40} = \frac{\infty}{1,28} \text{ Met.}$$

b) Berechnung der Maximalspannungen in den linkssteigenden Diagonalen nach der Formel (261)

$$Y_m^1 \max = \frac{1}{y_m} \left[1560 \left((10 - 2m) l_m - m(m - 1) 4 \right) + 531 \cdot l_m (9 - m)(10 - m) \right].$$

$$\text{Für } m = 2 \text{ ist } Y_2^1 \max = \frac{1}{4,165} \left[1560 (6 \cdot 1,49 - 2 \cdot 1 \cdot 4) + 531 \cdot 1,49 \cdot 7 \cdot 8 \right] = + 10990 \text{ Kilogr.}$$

$$\text{„ } m = 3 \quad Y_3^1 \max = \frac{1}{11,37} \left[1560 (4 \cdot 5,93 - 3 \cdot 2 \cdot 4) + 531 \cdot 5,93 \cdot 6 \cdot 7 \right] = + 11593 \quad \text{„}$$

$$\text{Für } m = 4 \text{ ist } Y_4^1 \max = \frac{1}{28,00} \left[1560 (2 \cdot 22,54 - 4 \cdot 3 \cdot 4) + 531 \cdot 22,54 \cdot 5 \cdot 6 \right] = + 12661 \quad \text{„}$$

$$\text{„ } m = 5 \quad Y_5^1 \max = \frac{1,28}{\infty} \left[1560 (0 \cdot \infty - 5 \cdot 4 \cdot 4) + 531 \cdot \infty \cdot 4 \cdot 5 \right] = + 13594 \quad \text{„}$$

c) Berechnung der Minimalspannungen in den linkssteigenden Diagonalen nach Formel (262).

$$Y_m^1 \min = \frac{1}{y_m} \left[1560 \left((10 - 2m) l_m - m(m - 1) 4 \right) - 531 (l_m + 9 \cdot 4) m(m - 1) \right].$$

$$\text{Für } m = 2 \text{ ist } Y_2^1 \min = \frac{1}{4,165} \left[1560 (6 \cdot 1,49 - 2 \cdot 1 \cdot 4) - 531 (1,49 + 9 \cdot 4) 2 \cdot 1 \right] = - 9207 \text{ Kilogr.}$$

$$\text{„ } m = 3 \quad Y_3^1 \min = \frac{1}{11,37} \left[1560 (4 \cdot 5,93 - 3 \cdot 2 \cdot 4) - 531 (5,93 + 9 \cdot 4) 3 \cdot 2 \right] = - 11788 \quad \text{„}$$

$$\text{„ } m = 4 \quad Y_4^1 \min = \frac{1}{28,00} \left[1560 (2 \cdot 22,54 - 4 \cdot 3 \cdot 4) - 531 (22,54 + 9 \cdot 4) 4 \cdot 3 \right] = - 13485 \quad \text{„}$$

$$\text{„ } m = 5 \quad Y_5^1 \min = \frac{1,28}{\infty} \left[1560 (0 \cdot \infty - 5 \cdot 4 \cdot 4) - 531 (\infty + 9 \cdot 4) 5 \cdot 4 \right] = - 13594 \quad \text{„}$$

4) Berechnung der Grenzspannungen in den rechtssteigenden Stäben nach Gleichung (265) und (266).

a) Berechnung der Maximalspannungen nach Gleichung (265)

$$Y_m^r \max = \frac{1}{y_m} \left[1560 \left(m(m - 1) 4 - l_m(10 - 2m) \right) + 531 \cdot m(m - 1) (l_m + 9 \cdot 4) \right].$$

$$\text{Für } m = 2 \text{ ist } Y_2^r \max = \frac{1}{4,165} \left[1560 (2 \cdot 1 \cdot 4 - 1,49 \cdot 6) + 531 \cdot 2 \cdot 1 (1,49 + 9 \cdot 4) \right] = + 9207 \text{ Kilogr.}$$

$$\text{„ } m = 3 \quad Y_3^r \max = \frac{1}{11,37} \left[1560 (3 \cdot 2 \cdot 4 - 5,93 \cdot 4) + 531 \cdot 3 \cdot 2 (5,93 + 9 \cdot 4) \right] = + 11788 \quad \text{„}$$

Für $m = 4$ " $Y_4^r \max = \frac{1}{28,00} [1560 (4.3.4 - 22,54.2) + 531.4.3 (22,54 + 9.4)] = + 13485$ Kilogr.

" $m = 5$ " $Y_5^r \max = \frac{1,28}{\infty} [1560 (5.4.4 - \infty.0) + 531.5.4 (\infty + 9.4)] = + 13594$ "

b) Berechnung der Minimalspannungen nach Gleichung (266)

$$Y_m^r \min = \frac{1}{y_m} [1560 (m(m-1)4 - l_m(10-2m)) - 531 l_m(9-m)(10-m)]$$

Für $m = 2$ ist $Y_2^r \min = \frac{1}{4,165} [1560 (2.1.4 - 1,49.6) - 531.1,49.7.8] = - 10990$ Kilogr.

" $m = 3$ " $Y_3^r \min = \frac{1}{11,37} [1560 (3.2.4 - 5,93.4) - 531.5,93.6.7] = - 11593$ "

" $m = 4$ " $Y_4^r \min = \frac{1}{28,00} [1560 (4.3.4 - 22,54.2) - 531.22,54.5.6] = - 12661$ "

" $m = 5$ " $Y_5^r \min = \frac{1,28}{\infty} [1560 (5.4.4 - \infty.0) - 531.\infty.4.5] = - 13594$ "

5) Berechnung der Spannungen in den Verticalen.

a) Oberhalb der Fahrbahn

$$V_m = + \frac{p+q}{2} = + \frac{12680}{2} = + 6340 \text{ Kilogr.}$$

b) Unterhalb der Fahrbahn

$$V_m = - \frac{p+q}{2} = - \frac{12680}{2} = - 6340 \text{ Kilogr.}$$

Die so berechneten Werthe sind in Fig. 15 zusammengestellt.

III. Die fortgesetzten (continuirlichen) Parallelträger.

1) Die Momente und Scheerkräfte der fortgesetzten Parallelträger.

Werden die Parallelträger über mehr als eine Oeffnung fortgeführt und derart zusammen gesetzt, daß sie zusammenhängende Ganze bilden, so sind dieselben allgemein als elastische Balkenträger mit n Oeffnungen und $n + 1$ Stützpunkten zu behandeln.

Bezeichnet man mit

$l_1 l_2 l_3 \dots l_n$ die bekannten, aufeinander folgenden Spannweiten, mit

$A_1 A_2 \dots A_{n+1}$ die unbekanntten, aufeinander folgenden Auflagerdrücke, mit

G_n das bekannte Totalgewicht der n Trägertheile, mit

g_n den bekannten Abstand ihres Schwerpunktes vom $n + 1^{\text{ten}}$ Auflager,

so erhält man, wenn noch $l_1 + l_2 + \dots + l_n = L$ gesetzt wird, mit Bezug auf Taf. 8, Fig. 1, die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen gegen lothrechttes Fortschreiten und gegen drehende Bewegung

$$A_1 + A_2 + \dots + A_{n+1} - G_n = 0 \dots \dots \dots (350)$$

$$A_1 L + A_2 (L - l_1) + \dots + A_n [L - (l_1 + l_2 + \dots + l_{n-1})] - G_n g_n = 0 \dots \dots \dots (351)$$

Aus diesen Gleichungen ergeben sich die Gegendrücke des m^{ten} und $m + 1^{\text{ten}}$ Auflagers

$$A_{m+1} = G_n - (A_1 + A_2 + \dots + A_m + A_{m+2} + \dots + A_{n+1}) \dots \dots \dots (352)$$

$$A_m = \frac{1}{L - (l_1 + l_2 + \dots + l_{m-1})} [G_n g_n - (A_1 L + A_2 (L - l_1) + \dots + A_{m-1} (L - l_1 - l_2 - \dots - l_{m-2}) + A_{m+1} (L - l_1 - \dots - l_m) + \dots + A_n (L - l_1 - \dots - l_{n-1}))] \dots \dots \dots (353)$$

wenn die Gegendrucke der übrigen Auflager zuvor ermittelt sind. Nimmt man hierzu die Gleichung der elastischen Linie zu Hilfe*), so lassen sich die $n + 1$ Winkel bestimmen, welche deren Tangenten über den Stützpunkten mit dem Horizont einschließen. Da sich außerdem bei der Integration für jede Oeffnung zwei Constanten bestimmen lassen, so erhält man $4n + 2$ Unbekannte, nämlich

- $n + 1$ Auflagerdrucke,
- $n + 1$ Tangentenwinkel über den Stützen und
- $2n$ Integrationsconstante,

zu deren Bestimmung außer den 2 obigen allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen noch $4n$ Gleichungen erforderlich sind, welche sich aus den beiden Bedingungen ableiten lassen, daß die elastische Linie durch sämtliche Stützpunkte gehen und über jedem derselben einen gewissen Tangentenwinkel mit der

$${}^aM_x = A_1(l_1 + l_2 + \dots + l_{m-1} + x) + A_2(l_2 + l_3 + \dots + l_{m-1} + x) + \dots + A_{m-1}(l_{m-1} + x) + A_m x - G_x g_x \quad (354)$$

und da demselben das Widerstandsmoment mindestens gleich sein muß,

$${}^aM_x \geq {}^aM_x.$$

Untersucht man in allen Oeffnungen die Angriffsmomente aM_x bei den ungünstigsten Belastungszuständen für eine hinreichende Anzahl von Abscissen, so erhält man die ihnen entsprechenden erforderlichen Widerstandsmomente, welche nach den für jeden speciellen Fall maßgebenden Umständen die durch Gleichung (42) bis (49) dargestellten Werthe annehmen können.

Mit Bezug auf Figur 2, Taf. 8, ergibt sich nun für den durch die m^te Oeffnung geführten Verticalschnitt mit

$${}^aM_x = A_1(l_1 + \dots + l_{m-1}) + A_2(l_2 + l_3 + \dots + l_{m-1}) + \dots + A_{m-1} \cdot l_{m-1} - G'g' + G_x''g_x'' + V_x \cdot x, \quad (356)$$

woraus man durch Differentiation nach x erhält

$$\frac{d {}^aM_x}{dx} = dG_x'' \cdot x + V_x + x dV_x.$$

In Folge der gedachten Zerlegung von G_x ergibt sich aus Gleichung (355)

$$V_x = A_1 + A_2 + \dots + A_m - G' - G_x'',$$

woraus das Differential

$$dV_x = -dG_x'',$$

und wenn man diesen Werth in die vorletzte Gleichung einführt, die Beziehung

$$\frac{d {}^aM_x}{dx} = dG_x'' \cdot x + V_x - x dG_x'' = V_x \quad (357)$$

erhalten wird.

Die erste Ableitung des Angriffsmomentes

*) Ueber die Ableitung der Gegendrucke der Auflager aus den Biegemomenten der continuirlichen Träger vergl. die Theorien von Mohr, Btschr. d. Arch. u. Ing.-Ver. für Hannover. Hannover 1860, und von Winkler, Zeitschr. des österreichischen Architekten- und Ingenieurvereins. Wien 1870.

Abscissenaxe bilden muß. Indem diese beiden Bedingungen für jeden zwischenliegenden Stützpunkt zweimal, sowohl für die eine als für die andere angrenzende Oeffnung, in Betracht kommen, erhält man die noch fehlenden $4n$ Gleichungen, welche zur Bestimmung sämtlicher angreifenden (äußeren) Kräfte hinreichen.

Führt man zur Ermittlung der widerstehenden (inneren) Kräfte einen Schnitt durch die m^te Oeffnung und bezeichnet mit

G_x das Totalgewicht des Trägers vom ersten Stützpunkt bis zu jenem Schnitte, mit

g_x den Abstand seines Schwerpunktes von jenem Schnitte, so ist mit Bezug auf Figur 2, wenn der Ursprung in dem m^ten Stützpunkt angenommen wird, das Angriffsmoment für die Abscisse x

der Abscisse x die verticale Scheerkraft

$$V_x = A_1 + A_2 + \dots + A_m - G_x. \quad (355)$$

Zerlegt man, um auch hier die Beziehung zwischen der verticalen Scheerkraft V_x und dem Angriffsmomente aM_x aufzufinden, das Gewicht G_x in denjenigen Gewichtsantheil G' , welcher den ersten $m - 1$ Oeffnungen angehört, und den Abstand g' seines Schwerpunktes von der m^ten Stütze besitzt, sowie in den zweiten, noch übrigen Gewichtsantheil G_x'' , welcher der Strecke x angehört und den Abstand g_x'' seines Schwerpunktes von der m^ten Stütze besitzt, so verwandelt sich, wenn der m^te Stützpunkt als Drehpunkt gewählt wird, mit Bezug auf Fig. 3, Taf. 8, das Angriffsmoment in

nach x ist mithin auch bei den fortgesetzten (continuirlichen) Parallelträgern der verticalen Scheerkraft für die in Betracht gezogene Abscisse gleich.

Für den mindestens gleichgroßen, der Verticalscheerkraft entgegenwirkenden Verticalwiderstand gelten die durch Gleichung (106) bis (111) dargestellten Werthe.

Ebenso gelten für die in den fortgesetzten Parallelträgern sich entwickelnden Horizontalscheerkräfte und zu erzeugenden Horizontalwiderstände die beziehungsweise in den Gleichungen (112) bis (121) und (122) bis (130) enthaltenen Beziehungen.

2) Die Gegendrucke der Auflager fortgesetzter Parallelträger.

Bezeichnet man mit

- s die Spannung } in der äußersten Faser für die
- p die Pressung. } Flächeneinheit,
- a_s } den Abstand der { gespanntesten } Faser von der
- a_p } { gepreßtesten } neutralen Axe,

t das Trägheitsmoment des Trägerquerschnittes,
 ρ den Krümmungshalbmesser der neutralen Ase,
 m den Elasticitätsmodul des Trägermaterials,
 so ist, wenn der Kürze halber mit $t = \varepsilon$ gesetzt wird, nach
 Gleichung (42) und mit Bezug auf Figur 4, Taf. 8, das
 Widerstandsmoment

$$^wM = \frac{s}{a_s} \cdot t = \frac{p}{a_p} \cdot t = \frac{mt}{\rho} = \frac{\varepsilon}{\rho} = ^aM. \quad (358)$$

Da für sehr kleine Biegungen $\rho = \frac{1}{\frac{d^2y}{dx^2}}$ angenommen wer-
 den kann, so erhält man:

$$\varepsilon \cdot \frac{d^2y}{dx^2} = ^aM. \quad (359)$$

a) Die Auflagerdrucke der über zwei Oeffnungen
 fortgesetzten Parallelträger.

α) Mit gleich hohen Stützpunkten.

Die in der nachstehenden Entwicklung zu Grunde ge-
 legten drei Belastungsfälle*) sind:

$$\frac{dy}{dx} = \text{tang } \varphi, \text{ daher } \text{Const.}' = \varepsilon \text{tg } \varphi - \frac{Al^2}{2} + \frac{q_1 l^3}{6}, \text{ daher}$$

$$\varepsilon \cdot \frac{dy}{dx} = \varepsilon \text{tg } \varphi - \frac{Al^2}{2} + \frac{q_1 l^3}{6} + \frac{Ax_1^2}{2} - \frac{q_1 x_1^3}{6}. \quad (361)$$

Die zweite Integration ergibt, da Const." für $x_1 = 0$ auch $y_1 = 0$ wird,

$$\varepsilon \cdot y_1 = \varepsilon \text{tg } \varphi x_1 - \frac{Al^2}{2} x_1 + \frac{q_1 l^3}{6} x_1 + \frac{Ax_1^3}{6} - \frac{q_1 x_1^4}{24}. \quad (362)$$

b) Zweite Oeffnung. Man erhält, wenn der Ursprung in C angenommen wird, für den Schnitt $\gamma\delta$ nach Gleichung (359)

$$\varepsilon \cdot \frac{d^3y}{dx_1^3} = Cx_1 - \frac{q_1 x_1^2}{2}, \quad (363)$$

$$\varepsilon \cdot \frac{dy}{dx_1} = \frac{Cx_1^2}{2} - \frac{q_1 x_1^3}{6} + \text{Const.}'$$

Für $x_1 = l_1$ wird $\frac{dy}{dx_1} = -\text{tg } \varphi$, daher $\text{Const.}' = \frac{q_1 l_1^4}{6} - \frac{Cl_1^2}{2} - \varepsilon \text{tg } \varphi$, woraus

$$\varepsilon \cdot \frac{dy}{dx_1} = \frac{q_1 l_1^3}{6} - \frac{Cl_1^2}{2} + \frac{Cx_1^2}{2} - \frac{q_1 x_1^3}{6} - \varepsilon \text{tg } \varphi. \quad (364)$$

Die zweite Integration ergibt, da für $x_1 = 0$, auch $y_1 = 0$ wird,

$$\varepsilon y_1 = \frac{q_1 l_1^3}{6} \cdot x_1 - \frac{Cl_1^2}{2} \cdot x_1 - \frac{Cx_1^3}{6} - \frac{q_1 x_1^4}{24} - \varepsilon \text{tg } \varphi x_1. \quad (365)$$

Setzt man $x_1 = l_1$ in Gleichung (362) und $x_1 = l_1$ in Gleichung (365), für welche beiden Werthe $y = 0$ und
 der Winkel, den die Tangente mit der Abscissenaxe bildet, = φ wird, so läßt sich die Unbekannte $\text{tg } \varphi$ eliminiren und man erhält

$$\frac{Al^2}{3} + \frac{Cl_1^2}{3} = \frac{q_1 l_1^3}{8} + \frac{q_1 l_1^3}{8}. \quad (366)$$

*) Ueber die Bestimmung der ungünstigsten Belastungsweise continuirlicher Träger, vergl. Winkler a. a. O.

- 1) volle Belastung der ersten und zweiten Oeffnung,
- 2) volle Belastung der ersten, Entlastung der zweiten Oeffnung,
- 3) Entlastung der ersten, volle Belastung der zweiten Oeffnung.

Bezeichnet man mit

l, die Spannweite der ersten Oeffnung,

l', " " " " zweiten " "

q, " Belastung " " ersten " "

q', " " " " zweiten " "

so ergeben sich, mit Bezug auf Fig. 5, Taf. 8, für die
 erste und zweite Oeffnung nachstehende Gleichungen:

a) Erste Oeffnung. Man erhält, wenn der Ursprung
 in A angenommen wird, für den Schnitt $\alpha\beta$ nach Gleichung
 (359)

$$\varepsilon \cdot \frac{d^2y}{dx^2} = Ax_1 - \frac{q_1 x_1^2}{2}, \quad (360)$$

woraus durch Integration

$$\varepsilon \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{Ax_1^2}{2} - \frac{q_1 x_1^3}{6} + \text{Const.}'$$

Für $x_1 = l_1$ wird

Die allgemeine Gleichgewichtsbedingung gegen Fortschreiten im verticalen Sinne ist

$$A + B + C = q_1 l + q_{11} l_{11} \dots \dots \dots (367)$$

und gegen Drehung um B ist:

$$A l_1 - \frac{q_1 l_1^2}{2} = C l_{11} - \frac{q_{11} l_{11}^2}{2} \dots \dots \dots (368)$$

Aus den Gleichungen (366), (367) und (368) ergeben sich:

$$A = \frac{1}{8} \left[q_1 \cdot \frac{(3l_1^2 + 4l_1 l_{11})}{(l_1 + l_{11})} - q_{11} \frac{l_{11}^3}{l_1(l_1 + l_{11})} \right] \dots \dots \dots (369)$$

$$B = \frac{1}{8} \left[q_1 l_1 \left(\frac{(l_1^2 + l_{11}(5l_1 + 4l_{11}))}{l_{11}(l_1 + l_{11})} \right) + q_{11} l_{11} \left(\frac{l_1(4l_1 + 5l_{11}) + l_{11}^2}{l_1(l_1 + l_{11})} \right) \right] \dots \dots \dots (370)$$

$$C = \frac{1}{8} \left[q_{11} \cdot \frac{(4l_1 l_{11} + 3l_{11}^2)}{(l_1 + l_{11})} - q_{11} \frac{l_{11}^3}{l_{11}(l_1 + l_{11})} \right] \dots \dots \dots (371)$$

Für den Fall, worin die Entfernungen der Stützpunkte einander gleich sind, also $l_1 = l_{11} = l$ ist, gehen vorstehende Formeln über in

$$A = \frac{1}{16} (7 q_1 - q_{11}); \dots \dots (372)$$

$$B = \frac{1}{16} \cdot 10 (q_1 + q_{11}); \dots \dots (373)$$

$$C = \frac{1}{16} (7 q_{11} - q_1). \dots \dots (374)$$

Für den Fall, wenn sowohl die Entfernungen der Stützpunkte, als auch die Einheitsbelastungen einander gleich sind, also auch $q_1 = q_{11} = q$ ist, so findet man:

$$A = C = \frac{3}{8} q l \dots \dots (375)$$

und
$$B = \frac{10}{8} q l \dots \dots (376)$$

Setzt man die für $\text{tg } \varphi$ gefundenen Werthe in Gleichung (362) und (365), so erhält man die Gleichungen für die Biegeschurve, nämlich

a) für die Deffnung AB und A als Ursprung:

$$y_1 = \frac{1}{6 \varepsilon} \left[\left(\frac{l_1 q_1}{4} - A \right) l_1^2 x_1 + A x_1^3 - \frac{q_1}{4} x_1^4 \right] \text{ und } \dots \dots \dots (377)$$

b) für die Deffnung CB und C als Ursprung:

$$y_{11} = \frac{1}{6 \varepsilon} \left[\left(\frac{l_{11} q_{11}}{4} - C \right) l_{11}^2 x_{11} + C x_{11}^3 - \frac{q_{11}}{4} x_{11}^4 \right] \dots \dots \dots (378)$$

β) Mit gesenktem mittlerem Stützpunkte.

Liegen die Stützen nicht gleich hoch, sondern nur die beiden äußeren, während die mittlere um die Tiefe σ gesenkt erscheint, s. Fig. 6, Taf. 8, so lassen sich die vorstehend entwickelten Gleichungen benutzen, nur hat man in die Gleichung (362) für $x = l'$, $y = -\sigma$ und in die Gleichung (365) für $x = l''$ ebenfalls $y = -\sigma$ einzuführen. Auf diese Weise erhält man aus Gleichung (362):

$$\begin{aligned} -\varepsilon \cdot \sigma &= + \frac{q_1 l_1^4}{6} - \frac{q_1 \cdot l_1^4}{24} - \frac{A l_1^3}{2} + \frac{A l_1^3}{6} + \varepsilon \text{tg } \varphi l_1 \\ &= \frac{q_1 l_1^4}{8} - \frac{A l_1^3}{3} + \varepsilon \text{tg } \varphi l_{11} \end{aligned}$$

woraus:

$$\text{tg } \varphi = -\frac{\sigma}{l_1} + \frac{l_1^2}{\varepsilon} \left(\frac{A}{\varepsilon} - \frac{q_1 l_1}{8} \right) \dots \dots \dots (379)$$

Aus Gleichung (365) ergibt sich

$$\begin{aligned} -\varepsilon \cdot \sigma &= \frac{q_{11} l_{11}^4}{6} - \frac{q_{11} l_{11}^4}{24} - \frac{C l_{11}^3}{2} + \frac{C l_{11}^3}{6} - \varepsilon \text{tg } \varphi \cdot x \\ &= \frac{q_{11} l_{11}^4}{8} - \frac{C l_{11}^3}{3} - \varepsilon \text{tg } \varphi l_{11} \end{aligned}$$

woraus:

$$\text{tg } \varphi = \frac{\sigma}{l_{11}} + \frac{l_{11}^2}{\varepsilon} \left(\frac{q_{11} l_{11}}{8} - \frac{C}{3} \right) \dots \dots \dots (380)$$

Aus Gleichung (379) und (380) ergibt sich nun:

$$\frac{Al_1^2}{3} + \frac{Cl_{11}^2}{3} = \epsilon \sigma \left(\frac{l_1 + l_{11}}{l_1 l_{11}} \right) + \frac{q_1 l_1^3}{8} + \frac{q_{11} l_{11}^3}{8} \dots \dots \dots (381)$$

Hierzu die zwei Bedingungsgleichungen (367) und (368), so erhält man:

$$A = \frac{1}{8} \left[q_1 \left(\frac{3l_1^2 + 4l_1 l_{11}}{l_1 + l_{11}} \right) - q_{11} \frac{l_{11}^3}{l_1(l_1 + l_{11})} + \frac{3\epsilon\sigma}{l_1^2 l_{11}} \right] \dots \dots \dots (382)$$

$$B = \frac{1}{8} \left[q_1 l_1 \left(\frac{l_1^2 + l_{11}(5l_1 + 4l_{11})}{l_1(l_1 + l_{11})} \right) + q_{11} l_{11} \left(\frac{l_1(4l_1 + 5l_{11}) + l_{11}^2}{l_1(l_1 + l_{11})} \right) \right] - \frac{3\epsilon\sigma(l_1 + l_{11})}{l_1^2 l_{11}^2} \dots \dots (383)$$

$$C = \frac{1}{8} \left[q_{11} \left(\frac{4l_1 l_{11} + 3l_{11}^2}{l_1 + l_{11}} \right) - q_1 \frac{l_1^3}{l_{11}(l_1 + l_{11})} \right] + \frac{3\epsilon\sigma}{l_1 l_{11}^3} \dots \dots \dots (384)$$

Sind $l_1 = l_{11} = l$, so gehen vorstehende Formeln über in:

$$A = \frac{1}{16} (7q_1 - q_{11}) + \frac{3\epsilon\sigma}{l^3} \dots (385)$$

$$B = \frac{1}{16} [10(q_1 + q_{11})] - \frac{6\epsilon\sigma}{l^3} \dots (386)$$

und $C = \frac{1}{16} (7q_{11} - q_1) + \frac{3\epsilon\sigma}{l^3} \dots (387)$

Sind $l_1 = l_{11} = l$ und $q_1 = q_{11} = q$, so erhält man

$$A = C = \frac{3}{8} ql + \frac{6\epsilon\sigma}{l^3} \dots (388)$$

und $B = \frac{10}{8} ql - \frac{6\epsilon\sigma}{l^3} \dots (389)$

Aus vorstehenden Gleichungen, welche aus zwei Abtheilungen, deren erste von σ abhängig ist, bestehen und mit den aus dem Träger mit 3 gleich hohen Stützpunkten entwickelten übereinstimmen, deren zweite von σ abhängig und für A und C positiv, für B negativ ist, ergibt sich, daß die Auf-

$$y_1 = \frac{1}{6\epsilon} \left[\left(\frac{l_1 q_1}{4} - A \right) l_1^2 x + Ax^3 - \frac{q_1}{4} x^4 \right] - \frac{\sigma}{l_1} x \dots \dots \dots (391)$$

für den Theil BC mit dem Coordinatenanfang in C

$$y_2 = \frac{1}{6\epsilon} \left[\left(\frac{l_{11} q_{11}}{4} - C \right) l_{11}^2 x + Cx^3 - \frac{q_{11}}{4} x^4 \right] - \frac{\sigma}{l_{11}} x \dots \dots \dots (392)$$

liegt endlich die Zwischenstütze B höher als die Endstützen, so ist die Größe σ negativ in die vorstehenden Gleichungen einzuführen.

b) Die Auflagerdrucke der über drei Oeffnungen fortgesetzten Parallelträger.*)

a) Mit gleich hohen Stützen.

Die der nachstehenden Entwicklung zu Grunde gelegten fünf Belastungsfälle sind:

lagerdrucke innerhalb gewisser Grenzen, welche besonders von der Elasticität des Materials und der Form des Trägers abhängen, regulirt werden können. —

Sollen z. B. alle Drücke auf die Stützen gleich sein, so sind die sich entsprechenden Werthe von A, B und C einander gleich zu setzen und die Verhältnisse zwischen l, l_{11}, q und σ zu suchen, welche sich hieraus ergeben.

Für den Fall, wo die Stützweiten und Belastungen beider Felder einander gleich sind, erhält man

$$\frac{3}{8} ql + \frac{3\epsilon\sigma}{l^3} = \frac{10}{8} ql - \frac{6\epsilon\sigma}{l^3}$$

woraus man findet:

$$\sigma = \frac{7ql^4}{72 \cdot \epsilon} \dots \dots \dots (390)$$

Setzt man die in Gleichung (379) und (380) für $tg \varphi$ gefundenen Werthe beziehungsweise in die Gleichungen (362) und (365), so ergibt sich für den Theil AB mit dem Coordinatenanfang in A

- 1) volle Belastung der drei Oeffnungen,
- 2) volle Belastung der beiden Seitenöffnungen, Entlastung der Mittelöffnung,
- 3) volle Belastung der Mittelöffnung, Entlastung der beiden Seitenöffnungen,
- 4) volle Belastung der Mittel- und einer Seitenöffnung, Entlastung der anderen Seitenöffnung,
- 5) volle Belastung einer Seitenöffnung, Entlastung der Mittel- und anderen Seitenöffnung.

Bezeichnet man mit

*) Ueber die Auflagerdrucke von Trägern mit mehr als drei Oeffnungen, vergl. u. A. Schmidt, Zusammenstellung von Formeln u. in Allg. Bztg. 1867, S. 138 ff.

l_1, l_2, l_3 die Spannweiten der ersten, zweiten und dritten
 Öffnung,

q_1, q_2, q_3 die Belastungen der ersten, zweiten und dritten
 Öffnung,

so ergeben sich mit Bezug auf Figur 7, Taf. 8, für die
 erste, zweite und dritte Öffnung nachstehende Gleichungen:

a) Erste Öffnung. Man erhält, wenn der Ursprung
 in A angenommen wird, für den Schnitt $\alpha\beta$, nach Gleichung (359)

$$\varepsilon \cdot \frac{dy}{dx_1} = \frac{Ax_1^2}{2} - \frac{q_1 x_1^3}{6} + \frac{q_1 l_1^3}{6} - \frac{Al_1^2}{2} + \varepsilon \operatorname{tg} \varphi_2 \quad (394)$$

Wird nochmals integriert und berücksichtigt, daß für $x_1 = 0, y = 0$ wird, mithin die Constante verschwindet, so erhält man

$$\varepsilon y = \frac{Ax_1^3}{6} - \frac{q_1 x_1^4}{24} + \frac{x_1 l_1^3}{6} x_1 - \frac{Al_1^2}{2} \cdot x_1 + x_1 \varepsilon \operatorname{tg} \varphi_2 \quad (395)$$

Da für $x_1 = l_1, y = 0$ wird, so erhält man:

$$\varepsilon \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{Al_1^2}{3} - \frac{q_1 l_1^3}{8} \quad (396)$$

und wenn dieser Werth in Gleichung (395) eingeführt wird, die Gleichung der Biegungscurve:

$$y_1 = \frac{1}{6\varepsilon} \left[\left(\frac{l_1 q_1}{4} - A \right) l_1^2 x_1 + Ax_1^3 - \frac{q_1}{4} \cdot x_1^4 \right] \quad (397)$$

b) Zweite Öffnung.

Man erhält, wenn der Ursprung in B angenommen wird, für den beliebigen Schnitt $\gamma\delta$

$$\varepsilon \cdot \frac{d^2 y}{dx_2^2} = A(l_1 + x_2) + Bx_2 - q_1 l_1 \left(\frac{l_1}{2} + x_2 \right) - \frac{q_2 x_2^2}{2} \quad (398)$$

Durch Integration erhält man

$$\varepsilon \cdot \frac{dy}{dx_2} = Al_1 x_2 + \frac{Ax_2^2}{2} + \frac{Bx_2^2}{2} - \frac{q_1 l_1^2}{2} \cdot x_2 - q_1 l_1 \cdot \frac{x_2^2}{2} - \frac{q_2 x_2^3}{6} + \operatorname{Const.}$$

Da für $x_2 = 0, \frac{dy}{dx_2} = \operatorname{tg} \varphi_2$ wird, so ist $\operatorname{Const.} = \varepsilon \operatorname{tg} \varphi_2$, und wenn dieser Werth eingeführt wird,

$$\varepsilon \cdot \frac{dy}{dx_2} = Al_1 x_2 + \frac{Ax_2^2}{2} + \frac{Bx_2^2}{2} - \frac{q_1 l_1^2}{2} x_2 - \frac{q_1 l_1}{2} \cdot x_2^2 - \frac{q_2 x_2^3}{6} + \varepsilon \operatorname{tg} \varphi_2 \quad (399)$$

Durch nochmalige Integration, wobei zu berücksichtigen ist, daß für $x_2 = 0, y = 0$ wird, mithin die Constante verschwindet, erhält man:

$$\varepsilon y_2 = \frac{Al_1 x_2^2}{2} + \frac{Ax_2^3}{6} + \frac{Bx_2^3}{6} - \frac{q_1 l_1^2}{4} x_2^2 - \frac{q_1 l_1}{6} x_2^3 - \frac{q_2 x_2^4}{24} + x_2 \varepsilon \operatorname{tg} \varphi_2 \quad (400)$$

Wird der Werth von $\varepsilon \operatorname{tg} \varphi$ aus Gleichung (396) eingeführt, so erhält man die Gleichung der Biegungscurve im zweiten Felde

$$y_2 = \frac{1}{6\varepsilon} \left[\left(2A - \frac{3l_1 q_1}{4} \right) l_1^2 x_2 + 3l_1 \left(A - \frac{l_1 q_1}{2} \right) x_2^2 + (A + B - q_1 l_1) x_2^3 - \frac{q_2 x_2^4}{4} \right] \quad (401)$$

c) Dritte Öffnung.

Nimmt man den Ursprung in D an und vertauscht in Gleichung (397) l_1 mit l_3, x_1 mit x_3, q_1 mit q_3 und A mit D, so ergibt sich die Gleichung der Biegungscurve in der dritten Öffnung

$$y_3 = \frac{1}{6\varepsilon} \left[\left(\frac{l_3 q_3}{4} - D \right) l_3^2 x_3 + Dx_3^3 - \frac{q_3}{4} x_3^4 \right] \quad (402)$$

Setzt man in Gleichung (400) $x_2 = l_2$, so wird $y_2 = 0$ und man erhält daraus

$$0 = \frac{A l_1 l_2}{6} + \frac{A l_2^2}{6} + \frac{B l_2^2}{6} - \frac{q_1 l_1^2 l_2}{4} - \frac{q_1 l_1 l_2^2}{6} - \frac{q_2 l_2^3}{24} + \varepsilon \operatorname{tg} \varphi_2,$$

und wenn der Werth von $\varepsilon \operatorname{tg} \varphi_2$ aus Gleichung (396) substituirt wird,

$$\frac{A l_1^2}{3} + \frac{A l_1 l_2}{2} + \frac{A l_2^2}{6} + \frac{B l_2^2}{6} - \frac{q_1 l_1^3}{8} - \frac{q_1 l_1 l_2^2}{6} - \frac{q_1 l_1^2 l_2}{4} - \frac{q_2 l_2^3}{24} = 0. \quad (403)$$

Wird hierin l_1 mit l_3 , q_1 mit q_3 und A mit D vertauscht, so ergibt sich:

$$\frac{D l_3^2}{3} + \frac{D l_3 l_2}{2} + \frac{D l_2^2}{6} + \frac{B l_2^2}{6} - \frac{q_3 l_3^3}{8} - \frac{q_3 l_3 l_2^2}{6} - \frac{q_3 l_3^2 l_2}{4} - \frac{q_2 l_2^3}{24} = 0. \quad (404)$$

Die allgemeine Bedingung für das Gleichgewicht der Kräfte gegen lothrecht fortschreitende Bewegung ergibt

$$A + B + C + D = q_1 l_1 + q_2 l_2 + q_3 l_3 \quad (405)$$

das Gleichgewicht gegen drehende Bewegung, in Bezug auf die dritte Stütze als Drehpunkt, erfordert, daß

$$A (l_1 + l_2) + B l_2 - D l_3 = q_1 l_1 \left(\frac{l_1}{2} + l_2 \right) + \frac{q_2 l_2^2}{2} - \frac{q_3 l_3^2}{2}. \quad (406)$$

Aus den vorstehenden vier Gleichungen lassen sich die vier Auflagerdrücke bestimmen und man erhält allgemein:

$$A = \frac{2 q_1 l_1^2 (3 l_1 l_2 + 3 l_1 l_3 + 3 l_2^2 + 4 l_2 l_3) - q_2 l_2^3 (l_2 + 2 l_3) + q_3 l_2 l_3^3}{4 l_1 (4 l_1 l_2 + 4 l_1 l_3 + 4 l_2 l_3 + 3 l_2^2)}, \quad (407)$$

$$B = \frac{6 q_1 l_1^2 l_2 + 4 q_1 l_1 l_2^2 + q_2 l_2^3 + 3 q_1 l_1^3 - 4 A (3 l_1 l_2 + l_2^2 + 2 l_1^2)}{4 l_2^2}, \quad (408)$$

$$C = q_1 l_1 + q_2 l_2 + q_3 l_3 - (A + B + D), \quad (409)$$

$$D = \frac{A (l_1 + l_2) + B l_2 - q_1 l_1 \left(l_2 + \frac{l_1}{2} \right) - \frac{q_2 l_2^2}{2} + \frac{q_3 l_3^2}{2}}{l_3}. \quad (410)$$

Werden die beiden Endfelder einander gleich, so wird $l_3 = l_1$ und aus vorstehenden Formeln ergibt sich:

$$A = \frac{2 q_1 l_1^2 (3 l_1^2 + 7 l_1 l_2 + 3 l_2^2) - q_2 l_2^3 (2 l_1 + l_2) + q_3 l_1^3 l_2}{4 l_1 (2 l_1 + l_2) (2 l_1 + 3 l_2)}, \quad (411)$$

$$B = \frac{6 q_1 l_1^2 l_2 + 4 q_1 l_1 l_2^2 + q_2 l_2^3 + 3 q_1 l_1^3 - 4 A (3 l_1 l_2 + l_2^2 + 2 l_1^2)}{4 l_2^2}, \quad (412)$$

$$C = 2 q_1 l_1 + q_2 l_2 - (A + B + D). \quad (413)$$

$$D = \frac{A (l_1 + l_2) + B l_2 - q_1 l_1 \left(l_2 + \frac{l_1}{2} \right) - \frac{q_2 l_2^2}{2} + \frac{q_3 l_1^2}{2}}{l_1}. \quad (414)$$

Liegen die Stützen in gleicher Entfernung, so ist $l_1 = l_2 = l_3 = l$ und man erhält

$$A = \frac{1}{60} (26 q_1 - 3 q_2 + q_3), \quad (415)$$

$$B = \frac{1}{60} (13 q_1 + 11 q_2 - 2 q_3), \quad (416)$$

$$C = \frac{1}{60} (-6 q_1 + 33 q_2 + 39 q_3), \quad (417)$$

$$D = \frac{1}{60} (q_1 - 3 q_2 + 26 q_3). \quad (418)$$

$$A = D = \frac{4}{10} l q, \quad (419)$$

$$B = C = \frac{11}{10} l q, \quad (420)$$

β) Mit gefenkten mittleren Stützpunkten.

Werden endlich auch die Belastungen einander gleich, also $q_1 = q_2 = q_3 = q$, so ergeben sich die Auflagerdrücke

Liegen die Stützen nicht gleich hoch, sondern nur die erste und vierte, während die zweite Stütze um die Tiefe σ_1 und die dritte Stütze um die Tiefe σ_2 gefenkt ist, s. Fig. 8, Taf. 8, so erhält man für

a) die erste Deffnung, wenn der Ursprung in A angenommen wird,

$$-\varepsilon \frac{dy_1}{dx_1} = Ax_1 - \frac{q_1 x_1^2}{2},$$

b) die zweite Deffnung, wenn der Ursprung in A angenommen wird,

$$-\varepsilon \frac{d^2y_2}{dx_2^2} = Ax_2 + B(x_2 - l_1) - \frac{q_1 l_1}{2} (2x_2 - l_1) - \frac{q_2}{2} (x_2 - l_1)^2,$$

c) die dritte Deffnung, wenn der Ursprung in D angenommen wird,

$$-\varepsilon \frac{d^2y_3}{dx_3^2} = Dx_3 - \frac{q_3 x_3^2}{2}.$$

Werden diese Gleichungen integrirt und dabei berücksichtigt, daß für $x_1 = l_1, \frac{dy_1}{dx_1} = \text{tg } \varphi_2$ und $y_1 = -\sigma_1$, für $x_2 = l_2, \frac{dy_2}{dx_2} = \text{tg } \varphi_3$ und $y_2 = -\sigma_2$, für $x_3 = l_3, \frac{dy_3}{dx_3} = -\text{tg } \varphi_3$ und $y_3 = -\sigma_1$ werden, so ergibt sich

$$\varepsilon \left(\frac{l_1 \sigma_2 - (l_1 + l_2) \sigma_1}{l_1 l_2} \right) = \frac{q_1 l_1}{24} (3l_1(l_1 + 2l_2) + 4l_2^2) + \frac{q_2 l_2^3}{24} - A \left(\frac{(l_1 + l_2)(2l_1 + l_2)}{6} \right) - \frac{Bl_2^2}{6} \quad (421)$$

und

$$\varepsilon \left(\frac{l_3 \sigma_1 - (l_1 + l_3) \sigma_2}{l_2 l_3} \right) = q_3 l_3 (3l_3(2l_2 + l_3) + 4l_2^2) + \frac{q_2 l_2^3}{24} - D \left(\frac{(l_1 + l_3)(l_2 + 2l_3)}{6} \right) - \frac{Cl_2^2}{6} \dots \quad (422)$$

Die allgemeine Bedingung für das Gleichgewicht der Kräfte gegen lothrecht fortschreitende Bewegung ergibt

$$A + B + C + D = q_1 l_1 + q_2 l_2 + q_3 l_3, \dots \dots \dots (423)$$

und gegen drehende Bewegung, in Bezug auf die zweite Stütze als Drehpunkt,

$$Al_1 + Cl_2 - D(l_2 + l_3) = \frac{q_1 l_1^2}{2} - \frac{q_2 l_2^2}{2} - q_3 l_3 \left(\frac{2l_2 + l_3}{2} \right). \dots \dots \dots (424)$$

Aus diesen 4 Gleichungen lassen sich die Gegendrucke A, B, C und D durch Elimination bestimmen. Die Ausdrücke, welche man für dieselben erhält, bestehen wieder aus je einer Abtheilung, welche von den Ordinaten σ und σ' abhängt, und aus je einer Abtheilung, welche von denselben unabhängig ist und mit den gleichnamigen Werthen in Gleichung (407), (408), (409) und (410) vollkommen übereinstimmt. Bezeichnet man die letzteren Abtheilungen beziehungsweise mit [407], [408], [409] und [410], so erhält man:

$$A = [407] + 6\varepsilon \left[\frac{l_3 \sigma_1 [l_2(3l_1 + 2l_2) + 2l_3(l_1 + l_2)] - l_1 \sigma_2 [l_2^2 + l_3(3l_2 + 2l_3)]}{l_1^2 l_2 l_3 (4l_1 l_2 + 4l_1 l_3 + 4l_2 l_3 + 3l_2^2)} \right]. \dots \dots \dots (425)$$

$$= [408] - 6\varepsilon \left[\frac{\sigma_1 [l_1 l_3 (l_1(2l_1 + 3l_2) + l_2^2) + l_3(l_1 + l_2)(l_2(3l_1 + 3l_2) + 2l_3(l_1 + l_2))] - \sigma_2 [(l_1^2 + l_1 l_2) [l_2^2 + l_3(3l_2 + 2l_3)] + l_1^2 [2l_1(l_2 + l_3) + l_2(2l_2 + 3l_3)]]}{l_1^2 l_2^2 l_3 (4l_1 l_2 + 4l_1 l_3 + 4l_2 l_3 + 3l_2^2)} \right], \quad (426)$$

$$= [409] - 6\varepsilon \left[\frac{\sigma_2 [l_1 l_3 [l_2^2 + l_3(3l_2 + 2l_3)] + l_1(l_2 + l_3) [2l_1(l_2 + l_3) + l_2(2l_2 + 3l_3)]] - \sigma_1 [(l_3^2 + l_2 l_3) [l_1(2l_1 + 3l_2) + l_2^2] + l_3^2 [l_2(3l_1 + 2l_2) + 2l_3(l_1 + l_2)]]}{l_1 l_2^2 l_3^2 (4l_1 l_2 + 4l_1 l_3 + 4l_2 l_3 + 3l_2^2)} \right], \quad (427)$$

$$D = [410] + 6\varepsilon \left[\frac{l_1 \sigma_2 [2l_1(l_2 + l_3) + l_2(2l_2 + 3l_3)] - l_3 \sigma_1 [l_2^2 + l_1(2l_1 + 3l_2)]}{l_1 l_2 l_3^2 (4l_1 l_2 + 4l_1 l_3 + 4l_2 l_3 + 3l_2^2)} \right]. \dots \dots \dots (428)$$

Gegen die beiden mittleren Stützen gleich hoch, so ist $\sigma_1 = \sigma_2$, daher

$$A = [407] + \frac{6\varepsilon}{l_1^2 l_3} \left(\frac{\sigma(2l_3(l_2 + l_3) - l_1 l_2)}{4l_1 l_2 + 4l_1 l_3 + 4l_2 l_3 + 3l_2^2} \right), \dots \dots \dots (429)$$

$$B = [408] + \frac{6\varepsilon \sigma}{l_1^2 l_2 l_3} \left(\frac{2l_3^2(l_1 + l_2) + l_2^2 \cdot (2l_3 - l_1) + 3l_1 l_2(l_3 - l_1) - 2l_1^3}{4l_1 l_2 + 4l_1 l_3 + 4l_2 l_3 + 3l_2^2} \right), \dots \dots (430)$$

$$C = [409] - \frac{6\varepsilon \sigma}{l_1 l_2 l_3^2} \left(\frac{2l_1^2(l_2 + l_3) + l_2^2(2l_1 - l_3) + 3l_2 l_3(l_1 - l_3) - 2l_3^3}{4l_1 l_2 + 4l_1 l_3 + 4l_2 l_3 + 3l_2^2} \right), \dots \dots (431)$$

$$D = [410] + \frac{6\varepsilon}{l_1 l_3^2} \left(\frac{\sigma(2l_1(l_1 + l_2) - l_2 l_3)}{4l_1 l_2 + 4l_1 l_3 + 4l_2 l_3 + 3l_2^2} \right). \dots \dots \dots (432)$$

Liegen die mittleren Stützen gleich hoch und sind außerdem die Endfelder gleich, so ist für $l_1 = l_3$

$$A = [411] + \frac{6 \varepsilon \sigma}{l_1^2(2l_1 + 3l_2)} \dots (433)$$

$$B = [412] - \frac{6 \varepsilon \sigma}{l_1^2(2l_1 + 3l_2)} \dots (434)$$

$$C = [413] - \frac{6 \varepsilon \sigma}{l_1^2(2l_1 + 3l_2)} \dots (435)$$

$$D = [414] + \frac{6 \varepsilon \sigma}{l_1^2(2l_1 + 3l_2)} \dots (436)$$

Liegen die mittleren Stützen gleich hoch und sind alle Felder gleich, so ist für $l_1 = l_2 = l_3 = l$

$$A = D = \frac{3l_1^2(l_1 + 2l_2) - l_2^3}{4l_1(2l_1 + 3l_2)} \cdot q + \frac{6 \varepsilon \sigma}{l^2(2l_1 + 3l_2)} \dots (441)$$

$$B = C = \frac{5l_1^2(l_1 + 2l_2) + l_2^2(6l_1 + l_2)}{4l_1(2l_1 + 3l_2)} \cdot q - \frac{6 \varepsilon \sigma}{l_1^2(2l_1 + 3l_2)} \dots (442)$$

Sind alle drei Felder gleich belastet und gleich, sowie die Senkung der Zwischenstützen gleich, so ist

$$A = D = 0,4 q l + \frac{6 \varepsilon \sigma}{5l^3} \dots (443)$$

$$B = C = 1,1 q l + \frac{6 \varepsilon \sigma}{5l^3} \dots (444)$$

Sollen bei gleicher Belastung, gleichen Endfeldern und gleich hohen Mittelstützen die Auflagerdrücke gleich sein, so sind die Werthe (441) und (442) einander gleich zu setzen und man erhält

$$\sigma = \frac{q l_1 [l_1^3 + l_1 l_2 (2l_1 + 3l_2) + l_2^3]}{24 \varepsilon} \dots (445)$$

Sind außerdem die 3 Stützweiten einander gleich, so erhält man für einen gleichen Gegendruck der Auflager die Senkung der beiden Mittelstützen

$$\sigma = \frac{7 q l^4}{24 \varepsilon} \dots (446)$$

3) Statische Berechnung der fortgesetzten (continuirlichen) Parallelträger.

Die fortgesetzten Parallelträger werden wegen der Schwierigkeit, ihre Stützpunkte in die beabsichtigte gegenseitige Höhen-

woraus durch Differentiation:

$$\frac{d^2 M_1}{dx^2} = A - g(1 - x) = g \left(x - \frac{5}{8} l \right) = -V_1, \text{ daher } V_1 = g \left(\frac{5}{8} l - x \right) \dots (448)$$

Für $x = 0$ ist ${}^a M_{1 \max} = g \cdot \frac{l^2}{8}$ und $V_{1 \max} = \frac{5}{8} g l$,

„ $x = \frac{2}{8} l$ ist ${}^a M_1 = 0$,

$$A = \frac{1}{60} [26 q_1 - 3 q_2 + q_3] + \frac{6 \varepsilon \sigma}{5l_3} \dots (437)$$

$$B = \frac{1}{60} [13 q_1 - 11 q_2 - 2 q_3] - \frac{6 \varepsilon \sigma}{5l_3} \dots (438)$$

$$C = \frac{1}{20} [-2 q_1 + 11 q_2 + 13 q_3] - \frac{6 \varepsilon \sigma}{5l_3} \dots (439)$$

$$D = \frac{1}{60} [q_1 - 3 q_2 + 26 q_3] - \frac{6 \varepsilon \sigma}{5l_3} \dots (440)$$

Sind alle drei Felder gleich belastet, also $q_1 = q_2 = q_3 = q$, ferner $l_1 = l_3$ und $\sigma_1 = \sigma$, so werden die Gegenbrücke der beiden äußersten und der beiden mittleren Auflager gleich, nämlich

lage, welche von großem Einfluß auf die Materialspannungen in dem Träger sind, zu bringen, und in demselben zu erhalten, seltener oder, wo dies geschieht, vorzugsweise als Gitterträger über 2 bis 3 Oeffnungen ausgeführt.

a) Die über zwei Oeffnungen fortgesetzten Parallelträger.

Es bezeichne

l die gleiche Entfernung der Stützpunkte,

p die ständige

q die bewegliche

$g = p + q$ die ganze

${}^a M_1$ das Angriffsmoment

V_1 die verticale Scheerkraft

A, B, C den Gegendruck in dem linken, mittleren und rechten Stützpunkte.

} Belastung pro Längeneinheit,
} in der Entfernung x vom
} mittleren Stützpunkt,

Erster Belastungsfall. Wenn der Träger über beide Oeffnungen mit dem Gesamtgewichte belastet wird, so ist nach Gleichung (375) und (376)

$$A = \frac{3}{8} g l = C \text{ und } B = \frac{5}{8} g l$$

und mit Rücksicht auf die Bezeichnungen der Figur 9, Taf. 8,

$${}^a M_1 = -A(1 - x) + g \frac{(1 - x)^2}{2} = \frac{g}{2} \left(\frac{l^2}{4} - \frac{5}{4} l x + x^2 \right) \dots (447)$$

Für $x = \frac{5}{8}l$ ist ${}^aM_{1\min} = -\frac{9}{16} \cdot g \frac{l^2}{8}$ und $V_1 = 0$,

„ $x = l$ ist ${}^aM_1 = 0$ und $V_{1\min} = -\frac{3}{8}gl$.

Wird in vorstehenden Ausdrücken p statt g gesetzt, so ergeben sich die entsprechenden Werthe für die Belastung des Trägers nur durch das Eigengewicht.

Zweiter Belastungsfall. Wenn der Träger nur über eine Oeffnung mit dem Gesamtgewicht g belastet wird, so ist

$$A = \frac{1}{16}(7g - p), B = \frac{5}{8}(g + p)l \text{ und } C = \frac{1}{16}(7p - g),$$

und mit Rücksicht auf die Bezeichnungen in der Figur 10, Taf. 8, für die

a) mit g belastete Trägerhälfte

$${}^aM_{2\max} = -A(1-x) + g \frac{(1-x)^2}{2} = \frac{g}{2} \left(\frac{g+p}{8g} \cdot l^2 - \frac{9g+p}{8g} \cdot lx + x^2 \right), \dots (449)$$

woraus durch Differentiation:

$$\frac{d {}^aM_2}{dx} = A - g(1-x) = -\frac{1}{16}(9g+p)l + gx = -V_2, \text{ mithin}$$

$$V_2 = \frac{1}{16}(9g+p)l - gx. \dots (450)$$

„ $x = 0$ ist ${}^aM_{2\max} = \frac{1}{16}(g+p)l^2$ und $V_{2\max} = \frac{1}{16}(9g+p)l$,

„ $x = \frac{g+p}{g} \cdot \frac{1}{8}$ ist ${}^aM_2 = 0$,

„ $x = \frac{1}{16} \left(\frac{9g+p}{g} \right) l$ ist ${}^aM_{2\min} = -\left(\frac{7g-p}{8} \right)^2 \frac{l^2}{8g}$ und $V_2 = 0$,

„ $x = l$ ist ${}^aM_2 = 0$ und $V_{2\min} = -\frac{1}{16}(7g-p)l$.

b) mit p belastete Trägerhälfte.

Wird in den Gleichungen sub a) p statt g und g statt p gesetzt, so ergibt sich

$${}^aM_3 = \frac{p}{2} \left(\frac{p+g}{8p} \cdot l^2 - \frac{9p+g}{8p} \cdot lx + x^2 \right), \dots (451)$$

$$V_3 = \frac{1}{16}(9p+g)l - px. \dots (452)$$

Für $x = 0$ ist ${}^aM_{3\max} = \frac{1}{16}(p+g)l^2$ und $V_{3\max} = \frac{1}{16}(9p+g)l$,

„ $x = \frac{p+g}{p} \cdot \frac{1}{8}$ ist ${}^aM_3 = 0$,

„ $x = \frac{1}{16} \left(\frac{9p+g}{p} \right) l$ ist ${}^aM_{3\min} = -\left(\frac{7p-g}{8} \right) \cdot \frac{l^2}{8p}$ und $V_3 = 0$,

„ $x = l$ ist ${}^aM_3 = 0$ und $V_{3\min} = -\frac{1}{16}(7p-g)l$.

Die hier erhaltenen allgemeinen Werthe von aM und V sind auf Taf. 8 in Figur 11 und 12 zusammengestellt.

Beispiel. Bei der Eisenbahnbrücke über die Mosel bei Coblenz*) j. Taf. 9, Fig. 1 bis 13, beträgt annä-

*) Die 4 Stromöffnungen dieser Brücke besitzen je 137 Fuß rhld. (42,99 Met.) Stützweite. Für eine ihrer Trägerwände beträgt das Eigengewicht 1200 Pfd. und das Verkehrsgewicht 2000 Pfd., mithin die Gesamtbelastung 3200 Pfd. für den laufenden Fuß rheinisch. Vergl. Hartwich, Erweiterungsbauten der rheinischen Eisenbahn, Abth. 3.

hernd die Spannweite $l = 43$ Met., die Belastung $p = 1900$ Kilogr., $q = 3200$ Kilogr. und $g = 5100$ Kilogr. pro lauf. Meter, daher ergibt sich mit Bezug auf die vorhergehenden Belastungsfälle:

$$x = \frac{2}{8} l = \frac{2}{8} \cdot 43 = 10,75 \text{ und } x = \frac{5}{8} l = \frac{5}{8} \cdot 43 = 26,875.$$

$${}^aM_1 = \frac{g}{2} \left(\frac{l^2}{4} - \frac{5}{4} lx + x^2 \right) = \frac{5100}{2} \left(\frac{43^2}{4} - \frac{5 \cdot 43}{4} \cdot x + x^2 \right) = 2550 (462,25 - 53,75x + x^2),$$

$$V_1 = g \left(\frac{5}{8} l - x \right) = 5100 \left(\frac{5}{8} \cdot 43 - x \right) = 5100 (26,875 - x),$$

$$x = \frac{(g+p)}{g} \cdot \frac{1}{8} = \frac{7000}{5100} \cdot \frac{43}{8} = 7,38 \text{ und } x = \frac{1}{16} \left(\frac{9g+p}{g} \right) = \frac{47800 \cdot 43}{16 \cdot 5100} = 25,19,$$

$${}^aM_2 = \frac{g}{2} \left(\frac{g+p}{8g} \cdot l^2 - \frac{9g+p}{8g} \cdot lx + x^2 \right) = \frac{5100}{2} \left(\frac{7000}{8 \cdot 5100} \cdot 43^2 - \frac{47800 \cdot 43}{8 \cdot 5100} \cdot x + x^2 \right) = 2550 (317,23 - 50,377x + x^2),$$

$$V_2 = \frac{1}{16} (9g+p) - gx = \frac{47800 \cdot 43}{16} - 5100x = 128462,5 - 5100 \cdot x,$$

$$x = \frac{(p+g)}{p} \cdot \frac{1}{8} = \frac{7000}{1900} \cdot \frac{43}{8} = 19,80 \text{ und } x = \frac{1}{16} \cdot \frac{(9p+g)}{p} = \frac{43 \cdot 22200}{16 \cdot 1900} = 31,30,$$

$$M_3 = \frac{p}{2} \left(\frac{p+g}{8p} \cdot l^2 - \frac{9p+g}{8p} \cdot lx + x^2 \right) = \frac{1900}{2} \left(\frac{7000}{8 \cdot 1900} \cdot 43^2 - \frac{22200 \cdot 43}{8 \cdot 1900} \cdot x + x^2 \right) = 950 (851,51 - 62,8x + x^2),$$

$$V_3 = \frac{1}{16} (9p+g) - px = \frac{22200 \cdot 43}{16} - 1900x = 59662,5 - 1900 \cdot x.$$

Werden vorstehende und einige laufende Werthe von x eingeführt, so ergibt sich nachstehende

Tabelle der Angriffsmomente aM und Verticalkräfte V .

x	aM_1	V_1	aM_2	V_2	aM_3	V_3
0	+ 1178737	137062	808936	128462	808935	59662
5	+ 557175	111562	230392	102962	534384	50162
7,38	+ 306102	99424	0	90824	420384	45640
10	+ 63112	86062	- 220677	77462	307334	40662
10,75	0	82237	- 277338	73637	277372	39237
15	- 303450	60562	- 544221	51962	127784	31162
19,80	- 535398	36082	- 734896	27482	0	22049
20	- 542512	35062	- 740290	26462	- 4265	21662
25	- 654075	9562	- 808834	962	- 88815	12162
25,19	- 655783	8593	- 808936	0	- 91086	11801
26,875	- 663000	0	- 801694	- 8600	- 108281	8600
30	- 638137	- 15938	- 749904	- 24538	- 126834	2662
31,401	- 600827	- 23078	- 710455	- 31677	- 127728	0
35	- 494700	- 41438	- 574448	- 50038	- 115415	- 6838
40	- 223762	- 66938	- 239539	- 75538	- 57465	- 16338
43	0	- 82238	0	- 90838	0	- 22038

Bezeichnet

f den wirksamen Querschnitt einer Gurtung in \square Centim.,
 b den Abstand der Gurtungsschwerpunkte,
 h den Abstand ihrer äußersten Fasern,

$s = p$ die zulässige Anstrengung für den \square Centim. der Gurtungen,
 so ist nach Gleichung (150)* das Widerstandsmoment des Trägers

*) Vergl. Civilingenieur. Bd. XIV, Sp. 392.

$$M = s f \frac{b^2}{h}$$

mithin, da dasselbe dem Angriffsmoment mindestens gleich werden muß, jener Flächeninhalt

$$f = \frac{h}{s \cdot b^2} \cdot M.$$

Wird im Mittel $b = 3,68^m$, $h = 3,86^m$ und $s = 730000$ Kilogr. pro \square Met. gesetzt, so ist für \square Met.

$$f = \frac{3,86}{730000 \cdot 3,68^2} \cdot M = 0,00000039 \cdot M,$$

mithin für \square Met. $f = 0,00039 \cdot M$.

Die Querschnittsflächen einer Gurtung in \square Centim. werden mithin durch Multiplication der obigen, in Meterkilogr. ausgedrücktem Angriffsmomente mit dem Factor 0,00039 erhalten.

Wird ein doppeltes Gittersystem, dessen Stäbe mit dem

Horizonte einen Winkel von 45° bilden, gewählt, so ergibt sich nach Gleichung (265)*), worin $m = 2$ zu setzen ist, deren Spannung oder Pressung

$$S = \frac{V}{2\sqrt{2}},$$

also, wenn deren Querschnitt mit q und seine Anspruchnahme pro \square Met. mit s bezeichnet wird,

$$q = \frac{V}{2\sqrt{2} \cdot s} = \frac{V}{2\sqrt{2} \cdot 730000} = 0,000000484 \cdot V,$$

mithin für \square Centim.

$$q = 0,000484 \cdot V,$$

woraus folgt, daß die erforderlichen Querschnitte der Stäbe in \square Centim. durch Multiplication des Factors 0,000484 mit den berechneten Verticalkräften erhalten werden.

Werden die so ermittelten Werthe von f und q nach Abziffern geordnet zusammengestellt, so ergibt sich nachstehende

Tabelle der Querschnitte der Gurtungen und Gitterstäbe.

Abziffern in Meter.	Erforderlicher Querschnitt der Gurtung in \square cm.				Erforderlicher Querschnitt der Gitterstäbe in \square cm.			
	für gleichmäßige Belastung		für einseitige Belastung		für gleichmäßige Belastung		für einseitige Belastung	
	p = 1900 kg	g = 5100 kg	p = 1900 kg	g = 5100 kg	p = 1900 kg	g = 5100 kg	p = 1900 kg	g = 5100 kg
0	172	460	316	316	25	67	29	62
5	81	218	209	90	20	54	24	50
7,38	41	111	164	0	18	48	22	44
10	8	25	120	86	16	42	20	38
10,75	0	0	108	108	15	40	19	36
15	44	118	50	213	11	30	15	25
19,8	78	209	0	287	7	18	11	13
20	79	212	2	289	7	18	11	13
25	95	255	35	316	2	5	6	1
25,19	95	256	36	316	1	4	6	0
26,875	98	259	42	313	0	0	4	4
30	93	249	49	290	3	8	1	12
31,4	87	234	50	277	4	11	0	15
35	71	190	45	225	8	21	3	24
40	30	81	22	90	12	32	8	37
43	0	0	0	0	15	40	17	44

Hieraus erhält man die auf Taf. 9, in Fig. 5 und 6, 7 und 8 enthaltene graphische Darstellung der erforderlichen Querschnittsflächen der Gurtungen und Gitterstäbe, in welche letztere zugleich die ausgeführten Querschnittsflächen der Gurtungen und Gitterstäbe eingetragen sind. Die Figuren 9, 10 enthalten die Anordnung der oberen, die Figuren

12 und 13 diejenige der unteren Gurtung, während Figur 11 die Auftheilung der 4 Sorten Gitterstäbe in der Tragwand zeigt, deren Querschnitte in den Figuren 14, 15, 16 und 17 dargestellt sind.

*) A. a. D. Sp. 411.

b) Die über drei Oeffnungen fortgesetzten Parallelträger.

Zur Ermittlung der größten Angriffsmomente und Verticalkräfte werden drei gleiche Oeffnungen und folgende vier Belastungsfälle zu Grunde gelegt.

Erster Belastungsfall. Der Träger ist über alle drei Oeffnungen mit dem Gesamtgewicht g belastet.

In diesem Falle beträgt nach Gleichung (419) und (420) der Auflagerdruck:

$$\text{Für } x = 0 \text{ ist } {}^aM_1 = 0 \text{ und } V_1 = \frac{4}{10} gl,$$

$$\text{„ } x = \frac{4}{10} l \text{ ist } {}^aM_1 \text{ max} = g \cdot \frac{8}{100} \cdot l^2 \text{ und } V_1 = 0,$$

$$\text{„ } x = l \text{ ist } {}^aM_1 = -\frac{1}{10} gl^2 \text{ und } V_1 = -\frac{6}{10} gl.$$

2) Für die zweite Oeffnung erhält man das Angriffsmoment

$${}^aM_1 = Ax + B(x - l) - g \frac{x^2}{2} = -\frac{g}{2} \left(\frac{11}{5} l^2 - 3.1x + x^2 \right), \dots \dots \dots (455)$$

und wenn diese Gleichung differentiirt wird, die Verticalkraft

$$\frac{d {}^aM_1}{dx} = A + B - gx = g \left(\frac{31}{2} - x \right) = V_1 \dots \dots \dots (456)$$

$$\text{und für } V_1 = 0, x = \frac{3}{2} l.$$

$$\text{Für } x = l \text{ ist } {}^aM_1 = -g \cdot \frac{l^2}{10} \text{ und } V_1 = g \frac{1}{2},$$

$$\text{„ } x = \frac{3}{2} l \text{ ist } {}^aM_1 \text{ max} = g \frac{l^2}{40} \text{ und } V_1 = 0,$$

$$\text{„ } x = 2l \text{ „ } {}^aM_1 = -g \frac{l^2}{10} \text{ und } V_1 = -g \frac{1}{2}.$$

Zweiter Belastungsfall. Der Träger ist über die beiden Seitenöffnungen mit g und über die mittlere Oeffnung mit p belastet.

Der Auflagerdruck beträgt

$$A = \frac{1}{20} (9g - p) = D, B = \frac{11}{20} (g + p) l = C.$$

1) Für die erste Oeffnung erhält man mit Bezug auf Fig. 14, Taf. 8, das Angriffsmoment

$${}^aM_2 = Ax - q \frac{x^2}{2} = \frac{1}{20} (9g - p) x - g \frac{x^2}{2} \dots \dots \dots (457)$$

und wenn diese Gleichung differentiirt wird, die Verticalkraft

$$\frac{d {}^aM_2}{dx} = A - gx = \frac{1}{20} (9g - p) - gx = V_2 \dots \dots \dots (458)$$

$$\text{und für } V_2 = 0, x = \frac{1}{20} \left(9 - \frac{p}{g} \right).$$

$$\text{Für } x = 0 \text{ ist } {}^aM_2 = 0 \text{ und } V_2 = \frac{1}{20} (9g - p),$$

$$\text{„ } x = \frac{1}{20} \cdot \frac{9g - p}{g} \text{ ist } {}^aM_2 \text{ max} = \frac{l^2}{800 \cdot g} (9g - p)^2 \text{ und } V_2 = 0,$$

$$A = \frac{4}{10} gl = D, B = \frac{11}{10} gl = C.$$

1) Für die erste Oeffnung erhält man mit Bezug auf Figur 13, Taf. 8, das Angriffsmoment

$${}^aM_1 = Ax - g \frac{x^2}{2} = \frac{g}{2} \left(\frac{4}{5} l - x \right) x, \dots (453)$$

und wenn diese Gleichung differentiirt wird, die Verticalkraft

$$\frac{d {}^aM_1}{dx} = A - gx = g \left(\frac{4}{10} l - x \right) = V_1, \dots (454)$$

$$\text{und für } V_1 = 0, x = \frac{4}{10} l.$$

Für $x = l$ ist ${}^aM_2 = -\frac{l^2}{20}(g + p)$ und $V_2 = -\frac{l}{20}(11g - p)$.

2) Für die zweite Oeffnung erhält man das Angriffsmoment

$${}^aM_2 = Ax + B(x - l) - gl\left(x - \frac{l}{2}\right) - p\left(\frac{x - l}{2}\right)^2 = -\frac{l^2}{20}(g + 21p) + \frac{3}{2}plx - \frac{p}{2}x^2 \quad (459)$$

und wenn diese Gleichung differenziert wird, die Verticalkraft

$$\frac{d {}^aM_2}{dx} = A + B - gl - p(x - l) = p\left(\frac{3}{2}l - x\right) = V_2 \dots \dots \dots (460)$$

und für $V_2 = 0, x = \frac{3}{2}l$.

Für $x = l$ ist ${}^aM_2 = -\frac{l^2}{20}(g + p)$ und $V_2 = \frac{pl}{2}$,

„ $x = \frac{3l}{2}$ ist ${}^aM_2 \text{ max} = -\frac{l^2}{40}(2g - 3p)$ und $V_2 = 0$,

„ $x = 2l$ ist ${}^aM_2 = -\frac{l^2}{20}(g + p)$ und $V_2 = -\frac{pl}{2}$.

Dritter Belastungsfall. Der Träger ist über der mittleren Oeffnung mit dem Gesamtgewicht g und über den beiden Seitenöffnungen mit p belastet.

In diesem Falle ist durch Vertauschung von g mit p und von p mit g in den vorhergehenden Gleichungen der Auflagerdruck:

$$A = \frac{l}{20}(9p - g) = D \text{ und } B = \frac{11l}{20}(g + p) = C.$$

1) Für die erste Oeffnung erhält man mit Bezug auf Fig. 15, Taf. 8, das Angriffsmoment

$${}^aM_3 = Ax - p\frac{x^2}{2} = \frac{l}{20}(9p - g)x - \frac{px^2}{2}, \dots \dots \dots (461)$$

und wenn diese Gleichung differenziert wird, die Verticalkraft

$$\frac{d {}^aM_3}{dx} = A - px = \frac{l}{20}(9p - g) - px = V_3 \dots \dots \dots (462)$$

und für $V_3 = 0, x = \frac{l}{20}\left(9 - \frac{g}{p}\right)$

Für $x = 0$ ist ${}^aM_3 = 0$ und $V_3 = \frac{l}{20}(9p - g)$,

„ $x = \frac{l}{20} \cdot \frac{9p - g}{p}$ ist ${}^aM_3 \text{ max} = \frac{l^2}{800p}(9p - g)^2$ und $V_3 = 0$,

„ $x = l$ ist ${}^aM_3 = -\frac{l^2}{20}(p + g)$ und $V_3 = -\frac{l}{20}(11p - g)$.

2) Für die zweite Oeffnung erhält man das Widerstandsmoment

$${}^aM_3 = Ax + B(x - l) - pl\left(x - \frac{l}{2}\right) - g\frac{(x - l)^2}{2} = -\frac{l^2}{20}(p + 21g) + \frac{3}{2}xlg - \frac{g}{2}x^2. \quad (463)$$

und wenn diese Gleichung differenziert wird,

$$\frac{d {}^aM_3}{dx} = A + B - pl - g(x - l) = g\left(\frac{3}{2}l - x\right) = V_3 \dots \dots \dots (464)$$

und für $V_3 = 0, x = \frac{3}{2}l$.

Für $x = l$ ist ${}^aM_3 = -\frac{l^2}{20}(p + g)$ und $V_3 = g\frac{l}{2}$,

$$\text{Für } x = \frac{31}{2} \text{ ist } {}^aM_3 \text{ max} = -\frac{l^2}{40}(2p - 3g) \text{ und } V_3 = 0,$$

$$\text{„ } x = 21 \text{ ist } {}^aM_3 = -\frac{l^2}{20}(g + p) \text{ und } V_3 = -g \frac{1}{2}.$$

Vierter Belastungsfall. Der Träger ist über die erste Seitenöffnung und Mittelöffnung mit g , über die andere Seitenöffnung mit p belastet.

In diesem Falle ist der Auflagerdruck

$$A = \frac{1}{60}(23g + p), B = \frac{1}{10}(12g - p) = \frac{1}{60}(72g - 6p),$$

$$C = \frac{1}{60}(27g + 39p), D = \frac{1}{60}(26p - 2g).$$

1) Für die erste Deffnung erhält man mit Bezug auf Fig. 16, Taf. 8, das Angriffsmoment

$${}^aM_4 = Ax - \frac{gx^2}{2} = \frac{1}{60}(23g + p)x - \frac{gx^2}{2} \dots \dots \dots (465)$$

und wenn diese Gleichung differentiiert wird, die Verticalkraft

$$\frac{d {}^aM_4}{dx} = A - gx = \frac{1}{60}(23g + p) - gx = V_4 \dots \dots \dots (466)$$

$$\text{und für } V_4 = 0 \text{ ist } x = \frac{1}{60}\left(23 + \frac{p}{g}\right).$$

$$\text{Für } x = 0 \text{ ist } {}^aM_4 = 0 \text{ und } V_4 = \frac{1}{60}(23g + p),$$

$$\text{„ } x = \frac{1}{60}\left(23 + \frac{p}{g}\right) \text{ ist } {}^aM_4 \text{ max} = \frac{1}{2g}\left[\frac{1}{20}(23g + p)\right]^2 \text{ und } V_4 = 0,$$

$$\text{„ } x = 1 \text{ ist } {}^aM_4 = -\frac{l^2}{60}(7g - p) \text{ und } V_4 = -\frac{1}{60}(37g - p).$$

2) Für die zweite Deffnung erhält man das Widerstandsmoment

$${}^aM_4 = Ax + B(x - 1) - \frac{gx^2}{2} = -\frac{l^2}{60}(72g - 6p) + \frac{1}{60}(95g - 5p)x - \frac{gx^2}{2}, \dots \dots (467)$$

und wenn diese Gleichung differentiiert wird, die Verticalkraft

$$\frac{d {}^aM_4}{dx} = A + B - gx = \frac{1}{60}(95g - 5p) - gx = V_4 \dots \dots \dots (468)$$

$$\text{und für } V_4 = 0 \text{ ist } x = \frac{1}{60}\left(95 - 5\frac{p}{g}\right).$$

$$\text{Für } x = 1 \text{ ist } {}^aM_4 = -\frac{l^2}{60}(7g - p) \text{ und } V_4 = \frac{1}{12}(7g - p),$$

$$\text{„ } x = \frac{1}{60}\left(95 - 5\frac{p}{g}\right) \text{ ist } {}^aM_4 \text{ max} = \frac{1}{2g}\left[\frac{1}{60}(95g - 5p)\right]^2 - \frac{l^2}{10}(12g - p),$$

$$\text{„ } x = 21 \text{ ist } {}^aM_4 = -\frac{l^2}{30}(g + 2p) \text{ und } V_4 = -\frac{1}{12}(5g + p).$$

Fünfter Belastungsfall. Der Träger ist über die erste Seitenöffnung mit p und über die Mittelöffnung und die letzte Seitenöffnung mit g belastet.

In diesem Falle ist der Auflagerdruck

$$A = \frac{1}{60}(26p - 2g), B = \frac{1}{60}(27g + 39p),$$

$$C = \frac{1}{60}(72g - 6p), D = \frac{1}{60}(23g + p).$$

1) Für die erste Oeffnung erhält man mit Bezug auf Fig. 17, Taf. 8,

$$^aM_5 = Ax - \frac{px^2}{2} = \frac{1}{60} (26p - 2g)x - \frac{px^2}{2} \dots \dots \dots (469)$$

und wenn diese Gleichung differentiirt wird,

$$\frac{d^aM_5}{dx} = A - px = \frac{1}{60} (26p - 2g) - px = V_5 \dots \dots \dots (470)$$

und für $V_5 = 0$ ist $x = \frac{1}{60} \left(26 - p \frac{g}{p} \right)$.

Für $x = 0$ ist $^aM_5 = 0$ und $V_5 = \frac{1}{60} (26p - 2g)$,

„ $x = \frac{1}{60} \left(26 - 2 \frac{g}{p} \right)$ ist $^aM_5 \text{ max} = \frac{l^2(26p - 2g)^2}{7200 \cdot p}$ und $V_5 = 0$,

„ $x = 1$ ist $^aM_5 = -\frac{l^2}{60} (4p + 2g)$ und $V_5 = -\frac{1}{60} (34p + 2g)$.

2) Für die zweite Oeffnung ist:

$$^aM_5 = Ax + B(x-1) - pl \left(x - \frac{1}{2} \right) - g \frac{(x-1)^2}{2} = -\frac{l^2}{60} (57g + 9p) + \frac{1}{60} (5p + 85g)x - \frac{g}{2} \cdot x^2 (471)$$

und wenn diese Gleichung differentiirt wird

$$\frac{d^aM_5}{dx} = A + B - pl - g(x-1) = \frac{1}{60} (85g + 5p) - gx = V_5 \dots \dots \dots (472)$$

und für $V = 0$ ist $x = \frac{1}{60} \left(85 + 5 \frac{p}{g} \right)$.

Für $x = 1$ ist $^aM_5 = -\frac{l^2}{60} (4p + 2g)$ und $V_5 = \frac{1}{60} (25g + 5p)$,

„ $x = \frac{1}{60} \left(85 + 5 \frac{p}{g} \right)$ ist $^aM_5 \text{ max} = \frac{l^2}{60} \left(\frac{(5p + 85g)^2}{2 \cdot 60 \cdot g} - (5g + 9p) \right)$ und $V_5 = 0$,

„ $x = 2l$ ist $^aM_5 = -\frac{l^2}{60} (7g - p)$ und $V_5 = -\frac{1}{60} (35g - 5p)$.

Die hier erhaltenen allgemeinen Werthe von aM und V sind auf Tafel 8, Figur 18 und 19 zusammengestellt.

Beispiel. Bei dem in der Linie Hall-Grailsheim der Württembergischen Staatsbahn erbauten Viaduct über das Kocherthal,* siehe Taf. 9, Fig. 18 bis 32, beträgt die lichte Weite jeder der drei Oeffnungen 71,46 Meter, die Diche der Mittelpfeiler 4,54 Met., daher die Stützweite l jeder Erster Belastungsfall.

2) Erste Oeffnung:

$$x = \frac{4}{10} l = \frac{4}{10} \cdot 76 = 30,4, \quad x = \frac{8}{10} l = \frac{8}{10} \cdot 76 = 60,8 \quad \text{und} \quad x = 1 = 76 \text{ Met.}$$

Oeffnung $71,46 + 4,54 = 76$ Met. und das ständige Gewicht**) $p = 3000$ Kilogr. pro lfd. Met., während das bewegliche Gewicht***) $q = 4000$ Kilogr. pro lauf. Met. jedes Geleises angenommen wurde.

Die vorstehenden Zahlenwerthe sind in die zuvor entwickelten Gleichungen für x , aM und V einzuführen.

*) Vergl. Klein, Samml. eiserner Brückenconstruktionen. Stuttgart 1871. Fg. 7 u. 8. S. 44 ff.

**) Das Eigengewicht jedes Brückenträgers von der Länge $l = 76$ Met. beträgt

a) der Eisenconstruktion $\frac{120000}{2 \times 3 \times 76} = 2630$ Kilogr.

b) der Schwellen und 6 Met. langen

Schienen sammt Belag $\frac{2340}{6} = 390$ „

zusammen = 3020 Kilg. rot. 3000 Kilg.

***). Als Verkehrsgewicht wurde eine im Dienststande befindliche württembergische Güterzuglocomotive schwerster Klasse von 56000 Kilogr. und 13,8 Met. Länge zwischen den Buffern zu Grunde gelegt, mithin pro laufenden Meter eines Geleises

$$\frac{56000}{13,8} = \text{rot. } 4000 \text{ Kilogr.}$$

$${}^aM_1 = \frac{g}{2} \left(\frac{4}{5} l - x \right) x = \frac{7000}{2} \left(\frac{4}{5} \cdot 76 - x \right) x = 3500 (60,8 - x) x,$$

$$V_1 = g \left(\frac{4}{10} l - x \right) = 7000 \left(\frac{4}{10} \cdot 76 - x \right) = 7000 (30,4 - x),$$

daher für $x = 0$, ${}^aM_1 = 0$ Klgmet. und $V_1 = 212800$ Kilogr.

„ $x = 30,4$, ${}^aM_1 = 3234560$ „ „ $V_1 = 0$ „

„ $x = 76$, ${}^aM_1 = -4043200$ „ „ $V_1 = 319200$ „

2) In der zweiten Deffnung ist

$$x = l = 76 \text{ Met.}, \quad x = \frac{3}{2} l = \frac{3}{2} \cdot 76 = 114 \text{ und } x = 2l = 2 \cdot 76 = 152 \text{ Met.}$$

$${}^aM_1 = -\frac{g}{2} \left(\frac{11}{5} l^2 - 3lx + x^2 \right) = -3500 \left(\frac{11}{5} \cdot 76^2 - 3 \cdot 76 \cdot x + x^2 \right) = -3500 (12707,2 - 228x + x^2)$$

$$V_1 = g \left(\frac{3}{2} l - x \right) = 7000 \left(\frac{3}{2} \cdot 76 - x \right) = 7000 (114 - x),$$

daher für $x = 76$, ${}^aM_1 = -4043200$ Klgmet. und $V_1 = 266000$ Kilogr.

„ $x = 114$, ${}^aM_1 = 1010800$ „ „ $V_1 = 0$ „

Zweiter Belastungsfall.

1) Erste Deffnung:

$$x = \frac{1}{20} \cdot \frac{9g - p}{g} = \frac{76}{20} \cdot \frac{9 \cdot 7000 - 3000}{7000} = 32,57 \text{ und } x = l = 76 \text{ Met.}$$

$${}^aM_2 = \frac{1}{20} (9g - p) x - \frac{gx^2}{2} = \frac{76}{20} (9 \cdot 7000 - 3000) x - \frac{7000}{2} \cdot x^2 = 228000x - 3500 \cdot x^2.$$

$$V_2 = \frac{1}{20} (9g - p) - gx = \frac{76}{20} (9 \cdot 7000 - 3000) - 7000 \cdot x = 228000 - 7000 \cdot x,$$

daher für $x = 0$, ${}^aM_2 = 0$ Klgmet. und $V_2 = 228000$ Kilogr.

„ $x = 32,57$, ${}^aM_2 = 3713143$ „ „ $V_2 = 0$ „

„ $x = 76$, ${}^aM_2 = -2888000$ „ „ $V_2 = -304000$ „

2) Zweite Deffnung:

$$x = l = 76 \text{ Met.}, \quad x = \frac{3}{2} l = \frac{3}{2} \cdot 76 = 114 \text{ Met.}, \text{ und } x = 2l = 2 \cdot 76 = 152 \text{ Met.}$$

$${}^aM_2 = -\frac{l^2}{20} (g + 21p) + \frac{3}{2} plx - \frac{p}{2} x^2 = -\frac{76^2}{20} (7000 + 21 \cdot 3000) + \frac{3}{2} \cdot 3000 \cdot 76 \cdot x - \frac{3000}{2} \cdot x^2 \\ = -20216000 + 342000x - 1500x^2.$$

$$V_2 = p \left(\frac{3}{2} l - x \right) = 3000 \left(\frac{3}{2} \cdot 76 - x \right) = 3000 (114 - x),$$

daher für $x = 76$, ${}^aM_2 = -2888000$ Klgmet. und $V_2 = 114000$ Kilogr.

„ $x = 114$, ${}^aM_2 = -722000$ „ „ $V_2 = 0$ „

Dritter Belastungsfall.

1) Erste Deffnung:

$$x = \frac{1}{20} \cdot \frac{9p - g}{p} = \frac{76}{20} \cdot \frac{9 \cdot 3000 - 7000}{3000} = 25,333 \text{ und } x = l = 76 \text{ Met.}$$

$${}^aM_3 = \frac{1}{20} (9p - g) x - \frac{px^2}{2} = \frac{76}{20} (9 \cdot 3000 - 7000) x - \frac{3000}{2} \cdot x^2 = 76000x - 1500x^2.$$

$$V_3 = \frac{1}{20} (9p - g) - px = \frac{76}{20} (9 \cdot 3000 - 7000) - 3000 \cdot x = 76000 - 3000x,$$

$$\begin{aligned} \text{daher für } x = 0, \quad {}^aM_3 &= 0 \text{ Klgmet. und } V_3 = 76000 \text{ Kilogr.} \\ \text{,, } x = 25,33, \quad {}^aM_3 &= 962666 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad V_3 = 0 \quad \text{,,} \\ \text{,, } x = 76, \quad {}^aM_3 &= -2888000 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad V_3 = -152000 \quad \text{,,} \end{aligned}$$

2) Zweite Oeffnung:

$$x = l = 76 \text{ Met.}, \quad x = \frac{3}{2}l = 114 \text{ Met.}, \quad \text{und } x = 2l = 152 \text{ Met.}$$

$$\begin{aligned} {}^aM_3 &= -\frac{l^2}{20}(p + 21g) + \frac{3}{2}lg \cdot x - \frac{g}{2} \cdot x^2 = -\frac{76^2}{20}(3000 + 21 \cdot 7000) + \frac{3}{2} \cdot 76 \cdot 7000 \cdot x - \\ &\quad \frac{7000}{2} \cdot x^2 = -43320000 + 798000x - 3500x^2, \end{aligned}$$

$$V_3 = g\left(\frac{3}{2}l - x\right) = 4000\left(\frac{3}{2} \cdot 76 - x\right) = 7000(114 - x),$$

$$\text{daher für } x = 76, \quad {}^aM_3 = -2888000 \text{ Klgmet. und } V_3 = -266000 \text{ Kilogr.}$$

$$\text{,, } x = 114, \quad {}^aM_3 = 2166000 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad V_3 = 0 \quad \text{,,}$$

Vierter Belastungsfall.

1) Erste Oeffnung:

$$x = \frac{1}{60}\left(23 + \frac{p}{g}\right) = \frac{76}{60}\left(23 + \frac{3000}{7000}\right) = 29,66 \text{ und } x = l = 76 \text{ Met.}$$

$${}^aM_4 = \frac{1}{60}(23g + p)x - \frac{gx^2}{2} = \frac{76}{60}(23 \cdot 7000 + 3000)x - \frac{7000}{2} \cdot x^2 = 207733x - 3500x^2.$$

$$V_4 = \frac{1}{60}(23g + p) - gx = \frac{76}{60}(23 \cdot 7000 + 3000) - 7000x = 207733 - 7000 \cdot x,$$

$$\text{daher für } x = 0, \quad {}^aM_4 = 0 \text{ Klgmet. und } V_4 = 207733 \text{ Kilogr.}$$

$$\text{,, } x = 29,66, \quad {}^aM_4 = 3082357 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad V_4 = 0 \quad \text{,,}$$

$$\text{,, } x = 76, \quad {}^aM_4 = -4428292 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad V_4 = -324267 \quad \text{,,}$$

2) Zweite Oeffnung:

$$x = l = 76 \text{ Met.}, \quad x = \frac{1}{60}\left(95 - 5\frac{p}{g}\right) = \frac{76}{60}\left(95 - 5\frac{3000}{7000}\right) = 117,62 \text{ und } x = 2l = 152 \text{ Met.}$$

$$\begin{aligned} {}^aM_4 &= -\frac{l^2}{60}(72g - 6p) + \frac{1}{60}(95g - 5p)x - \frac{gx^2}{2} = -\frac{76^2}{60}(72 \cdot 7000 - 6 \cdot 3000) + \\ &\quad \frac{76}{60}(95 \cdot 7000 - 5 \cdot 3000)x - \frac{7000}{2} \cdot x^2 = -46785567,6 + 823290 \cdot x - 3500x^2, \end{aligned}$$

$$V_4 = \frac{1}{60}(95g - 5p) - gx = \frac{76}{60}(95 \cdot 7000 - 5 \cdot 3000) - 7000x = 823290 - 7000 \cdot x,$$

$$\text{daher für } x = 76, \quad {}^aM_4 = -4428292 \text{ Klgmet. und } V_4 = 291333 \text{ Kilogr.}$$

$$\text{,, } x = 117,62, \quad {}^aM_4 = 1634200 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad V_4 = 0 \quad \text{,,}$$

Fünfter Belastungsfall.

1) Erste Oeffnung:

$$x = \frac{1}{60}\left(26 - 2\frac{g}{p}\right) = \frac{76}{60}\left(26 - 2\frac{7000}{3000}\right) = 27,02 \text{ und } x = l = 76 \text{ Met.}$$

$${}^aM_5 = \frac{1}{60}(26p - 2g)x - p\frac{x^2}{2} = \frac{76}{60}(26 \cdot 3000 - 2 \cdot 7000)x - \frac{3000}{2} \cdot x^2 = 81066 \cdot x - 1500 \cdot x^2,$$

$$V_5 = \frac{1}{60}(26p - 2g) - px = \frac{76}{60}(26 \cdot 3000 - 2 \cdot 7000) - 3000 \cdot x = 81066 - 3000 \cdot x.$$

daher für $x = 0$, ${}^aM_5 = 0$ Kgm. und $V_5 = 81066$ Kilogr.

„ $x = 27,02$, ${}^aM_5 = -1095282$ „ „ $V_5 = 0$ „

„ $x = 76$, ${}^aM_5 = -2502984$ „ „ $V_5 = -146934$ „

2) Zweite Deffnung:

$$x = 1 = 76 \text{ Met.}, x = \frac{1}{60} \left(85 + 5 \frac{p}{g} \right) = \frac{76}{60} \left(85 + 5 \cdot \frac{3000}{7000} \right) = 110,38 \text{ Met.}$$

$${}^aM_5 = -\frac{l^2}{60} (57g + 9p) + \frac{1}{60} (5p + 85g)x - \frac{g}{2} \cdot x^2 = -\frac{76^2}{60} (57 \cdot 7000 + 9 \cdot 3000) + \frac{76}{60} (5 \cdot 3000 + 85 \cdot 7000)x - \frac{7000}{2} \cdot x^2 = -41009600 + 772662,6x - 3500 \cdot x^2,$$

$$V_5 = \frac{1}{60} (85g + 5p) - gx = \frac{76}{60} (85 \cdot 7000 + 5 \cdot 3000) - 7000 \cdot x = 772662,6 - 7000 \cdot x,$$

daher für $x = 76$, ${}^aM_5 = -2502984$ Kgm. und $V_5 = 240667$ Kilogr.

„ $x = 110,38$, ${}^aM_5 \text{ max} = 1634200$ „ „ $V_5 = 0$ „

Werden die so erhaltenen Werthe von aM und V zusammengestellt, so ergibt sich für beide Träger zusammen folgende

Tabelle der Angriffsmomente und Verticalkräfte.

	Erster Belastungsfall.			Zweiter Belastungsfall			Dritter Belastungsfall			Vierter Belastungsfall			Fünfter Belastungsfall		
	x	aM_1	V_1	x	aM_2	V_2	x	aM_3	V_3	x	aM_4	V_4	x	aM_5	V_5
Erste Deffnung	0	0	212800	0	0	228000	0	0	76000	0	0	207733	0	0	81066
	30,4	3234560	0	32,57	3713143	0	25,33	962666	0	29,66	3082357	0	27,02	1095282	0
	76	-4043200	-319200	76	-2888000	-304000	76	-2888000	-152000	76	-4428292	-324267	76	-2502984	-146934
Zweite Deffnung	76	-4043200	266000	76	-2888000	114000	76	2888000	-266000	76	-4428292	291333	76	-2502984	240667
	114	1010800	0	114	-722000	0	114	2166000	0	117,62	1634200	0	110,38	1634200	0

Aus den hier für die angegebenen Abscissen bestimmten Werthen von aM ergibt sich die in den Gurtungen entwickelte Gesamtspannung

$$H_x = \frac{{}^aM}{b}$$

und wenn die durchschnittliche Entfernung der Gurtungsschwerpunkte $b = 6$ Met. gesetzt wird,

$$H_x = \frac{1}{6} \cdot {}^aM.$$

mithin für die in der Gurtung je eines Trägers herrschende Horizontalkraft

$$H_x = \frac{{}^aM_x}{12}.$$

Werden diese Horizontalkräfte aus den zuvor berechneten Angriffsmomenten mittels Division durch 12, und die Verticalkräfte je eines Trägers aus den zuvor berechneten Verticalkräften beider Träger durch Halbierung bestimmt, so ergibt sich nachstehende

Tabelle der Horizontalkräfte und Verticalkräfte eines Trägers.

	Erster Belastungsfall			Zweiter Belastungsfall			Dritter Belastungsfall			Vierter Belastungsfall			Fünfter Belastungsfall		
	x	H_1	V_1	x	H_2	V_2	x	H_3	V_3	x	H_4	V_4	x	H_5	V_5
Erste Deffnung	0	0	106400	0	0	174000	0	0	38000	0	0	103866	0	0	40533
	30,4	269547	0	31,57	309429	0	25,33	80223	0	29,66	256859	0	27,02	91274	0
	76	336934	-159600	76	-240667	-162000	76	240667	-76000	76	-369024	162133	76	208383	-73467
Zweite Deffnung	76	336933	133000	76	-240667	57000	76	240667	-133000	76	-369024	145666	76	208583	120333
	114	84233	0	114	60167	0	114	180500	0	117,62	136167	0	110,30	136167	0

Werden die so erhaltenen Werthe von H und V aufgetragen, so ergeben sich die auf Taf. 9, in Fig. 23 und 24, 25 und 26 enthaltenen Darstellungen, in welchen letzteren noch die ausgeführten Querschnitte der Gurtungen und Gitterstäbe eingetragen sind. Fig. 27 stellt die Auftheilung der Gitterstäbe in der Tragwand dar, deren 4 verschiedene Querschnitte aus Fig. 29, 30, 31 und 32 ersichtlich sind. Fig. 28 giebt den Gurtungsquerschnitt über der Mitte eines Pfeilers.

Bezeichnet man die Querschnittsfläche einer Gurtung mit F , mit s die größte zulässige Anspruchnahme pro Quadrateinheit, so ist die Horizontalkraft

$$H = sF.$$

Wird nach Gerber s so bestimmt, daß erst nach Aufbringen der 3fachen Verkehrslast die Elasticitätsgrenze erreicht wird, an welcher die Anspruchnahme 1600 Kilogr. pro \square Centim. beträgt, so hat man

$$s_p + 3s_q = 1600 \text{ Kilogr.}$$

und da wegen $p = 3000$ Kilogr. und $q = 4000$ Kilogr.

$$\frac{s_p}{s_q} = \frac{3}{4},$$

so beträgt

$$s_p = \frac{1600}{5} = 320 \text{ Kilogr.}$$

$$f_s = \frac{S_x}{s} = \frac{\sqrt{2} \cdot V_x}{4 \cdot 760} = \frac{V_x}{2150}, \text{ oder } f_p = \frac{P_x}{p} = \frac{\sqrt{2} \cdot V_x}{4 \cdot 500} = \frac{V_x}{1414}$$

oder, wenn die Querschnittsfläche zuvor bestimmt wurde, die Anspruchnahme

$$s = \frac{S_x}{f_s} = \frac{\sqrt{2} \cdot V_x}{4 \cdot f_s}, \text{ oder } p = \frac{P_x}{f_p} = \frac{\sqrt{2} \cdot V_x}{4 \cdot f_p}$$

gefunden wird. Sind für die verschiedenen Abschnitte die Querschnittsflächen F der Gurtungen und f der Stäbe ermittelt, so lassen sich dieselben graphisch in ähnlicher Weise

$$s_q = \frac{4}{3} \cdot 320 = 427 \text{ Kilogr.}$$

mithin die gesammte Anspruchnahme

$$s_g = s_p + s_q = 320 + 427 = 747 \text{ Kilogr.}$$

wofür rund 780 Kilogr. gesetzt wurde. Hiernach ergibt sich die Querschnittsfläche jeder Gurtung

$$F = \frac{H}{780} \square \text{ Centim.},$$

welche aus Stehblechen, Winkelseisen und Gurtungsblechen hergestellt wurde.

Die in den Gitterstäben entwickelte Gesamtspannung ist

$$S_x = P_x = \frac{\sqrt{2}}{m} V_x.$$

und da für die vier Stabsysteme $m = 4$ zu setzen ist, wird

$$S_x = P_x = \frac{\sqrt{2}}{4} V_x.$$

Bezeichnet man mit f die Querschnittsfläche der Stäbe einer Tragwand, mit s und p deren Anspruchnahme auf Zug und Druck pro Quadrateinheit, so ist

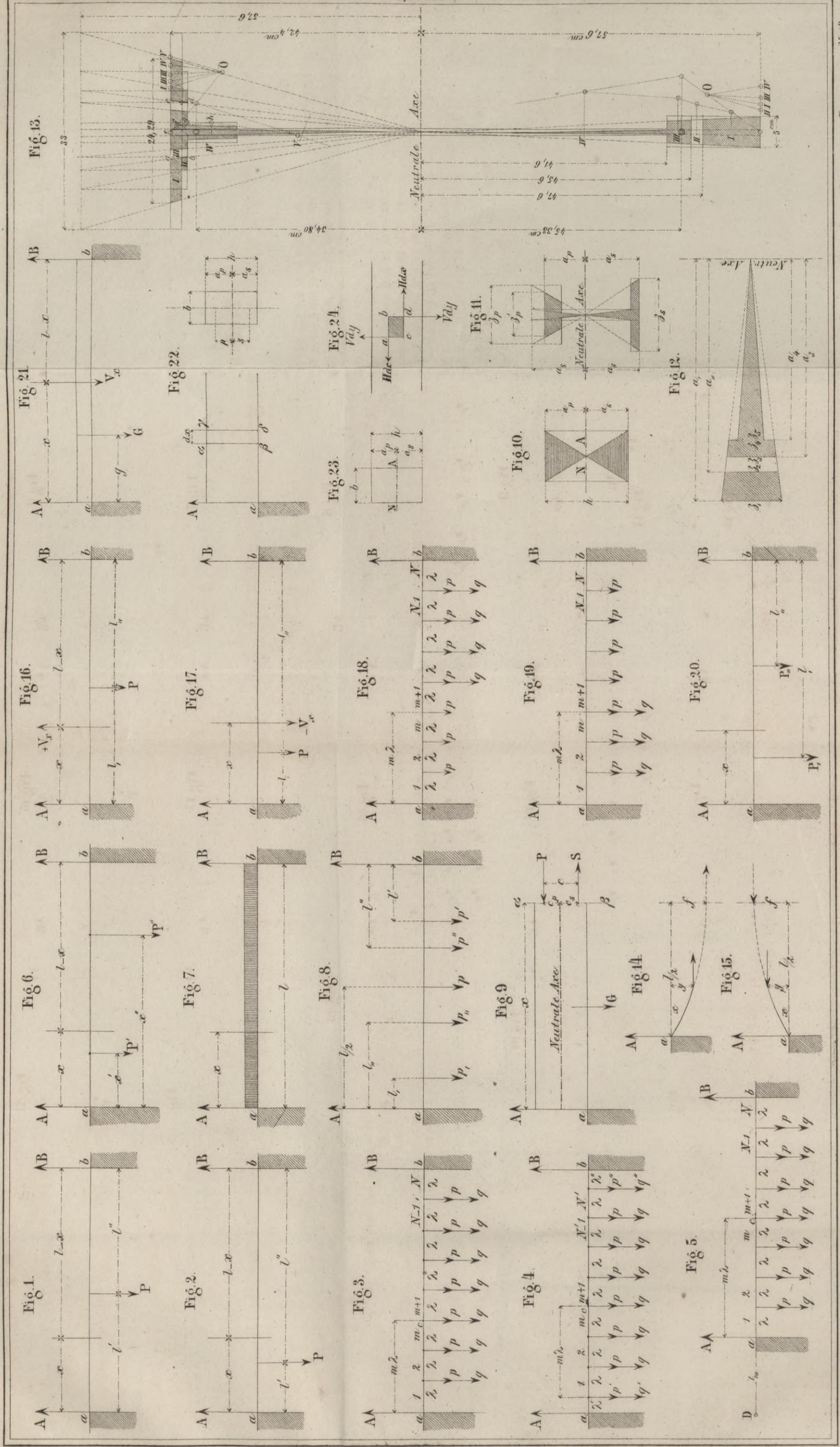
$$S_x = s f_s \text{ und } P_x = p f_p,$$

woraus entweder, wenn die Anspruchnahme, z. B. $s = 760$ Kilogr. und $p = 500$ Kilogr. pro \square Centim. gegeben ist die Querschnittsfläche

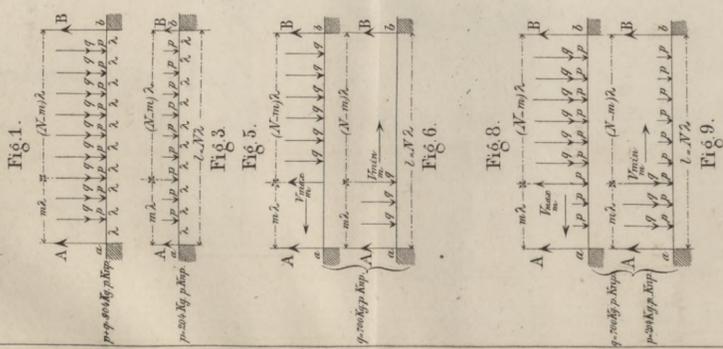
darstellen, wie dies mit den Horizontal- und Verticalkräften bereits geschehen ist. Siehe die Figuren 25 und 26 der Tafel 9 und die zu ihnen gehörigen Maßstäbe.

Druckfehler.

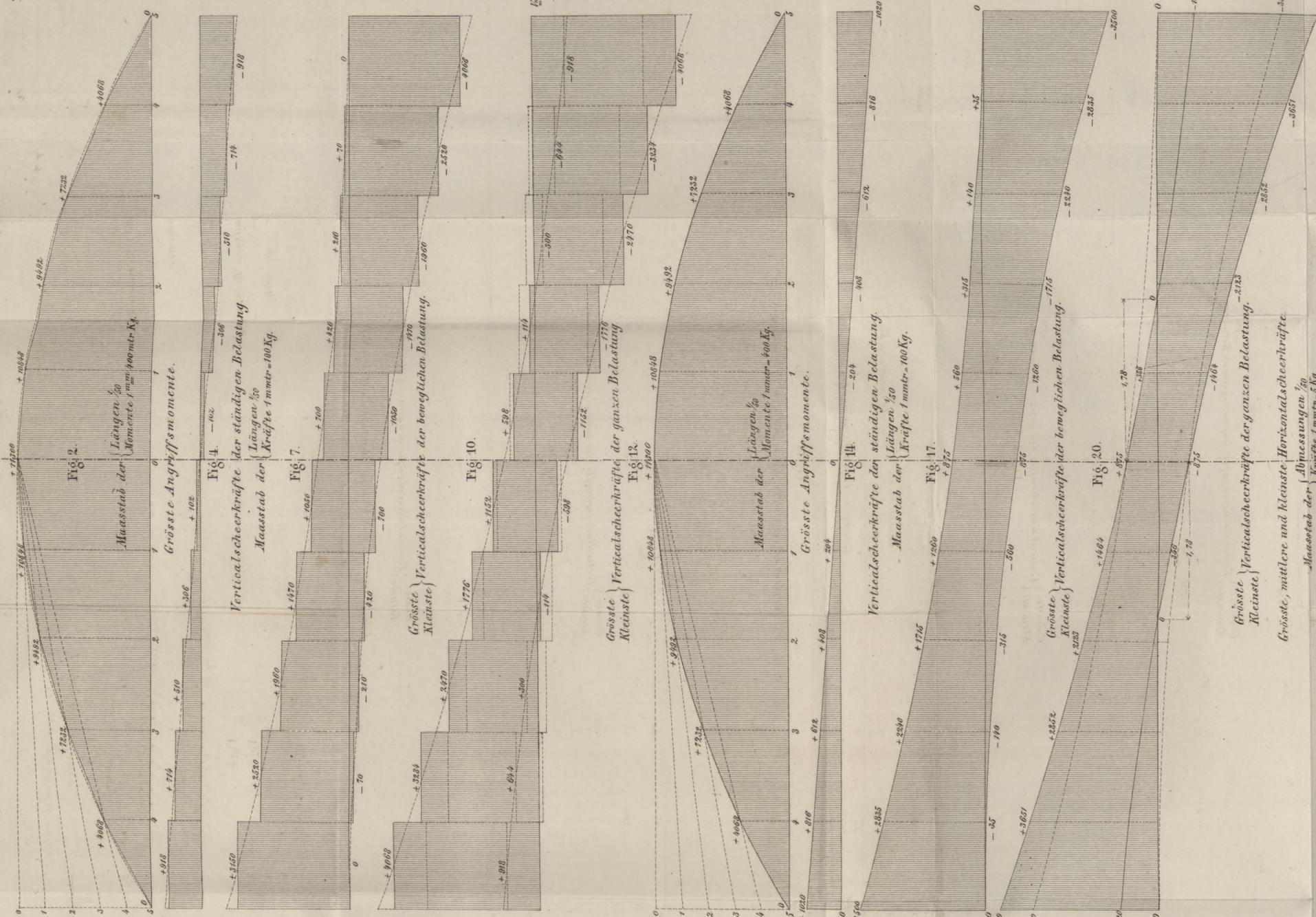
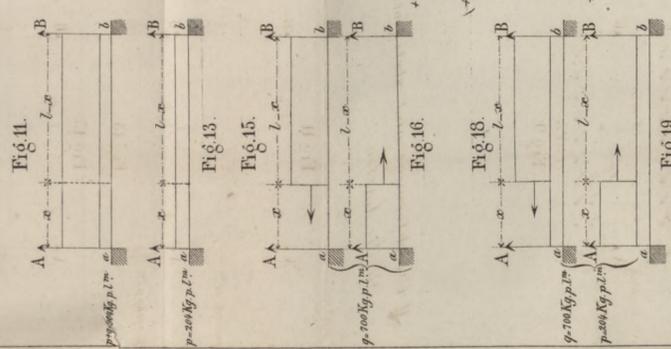
- Spalte 15. Zeile 2 v. u. lies $f_p p$ statt f_p .
 „ 15. Zeile 3 v. u. lies $f_s s$ statt f_s .
 „ 18. Zeile 13 v. u. lies $p + q$ statt q .
 „ 29. Zeile 18 v. o. lies (112) statt (113).
 „ 37. Zeile 2 v. u. lies P statt G.
 „ 44. Zeile 6 v. o. lies 7670, rund 7700 Kilogr. statt 7670 Kilogr.
 „ 44. Zeile 11 v. u. lies (137) statt (138).
 „ 49. Zeile 16 v. o. lies im Nenner 1 statt 1^2 .
 „ 50. Zeile 15 v. o. lies nur statt nun.
 „ 51. In Formel (154) lies $h =$ statt $b =$.
 „ 126. Zeile 12 v. o. lies h_3 statt h_2 .
 „ 126. Zeile 13 v. o. lies h_4 statt h_3 .
 „ 126. Zeile 14 v. o. lies 4 statt 8.
- Tafel 6. Fig. 8 lies: 1,08 1,92 2,52 2,88 3,00 2,88 2,52 1,92 1,08,
 statt: 0,9 1,6 2,1 2,4 2,5 2,4 2,1 1,6 0,9.



I. Gleiche und gleichweit ent. ferne Einzelasten.



II. Gleichförmige und stetig vertheilte Lasten.



Mathematical formulas for bending moments and shear forces for beams with point loads.

Mathematical formulas for bending moments and shear forces for beams with uniformly distributed loads.

Mathematical formulas for bending moments and shear forces for beams with uniformly distributed loads.

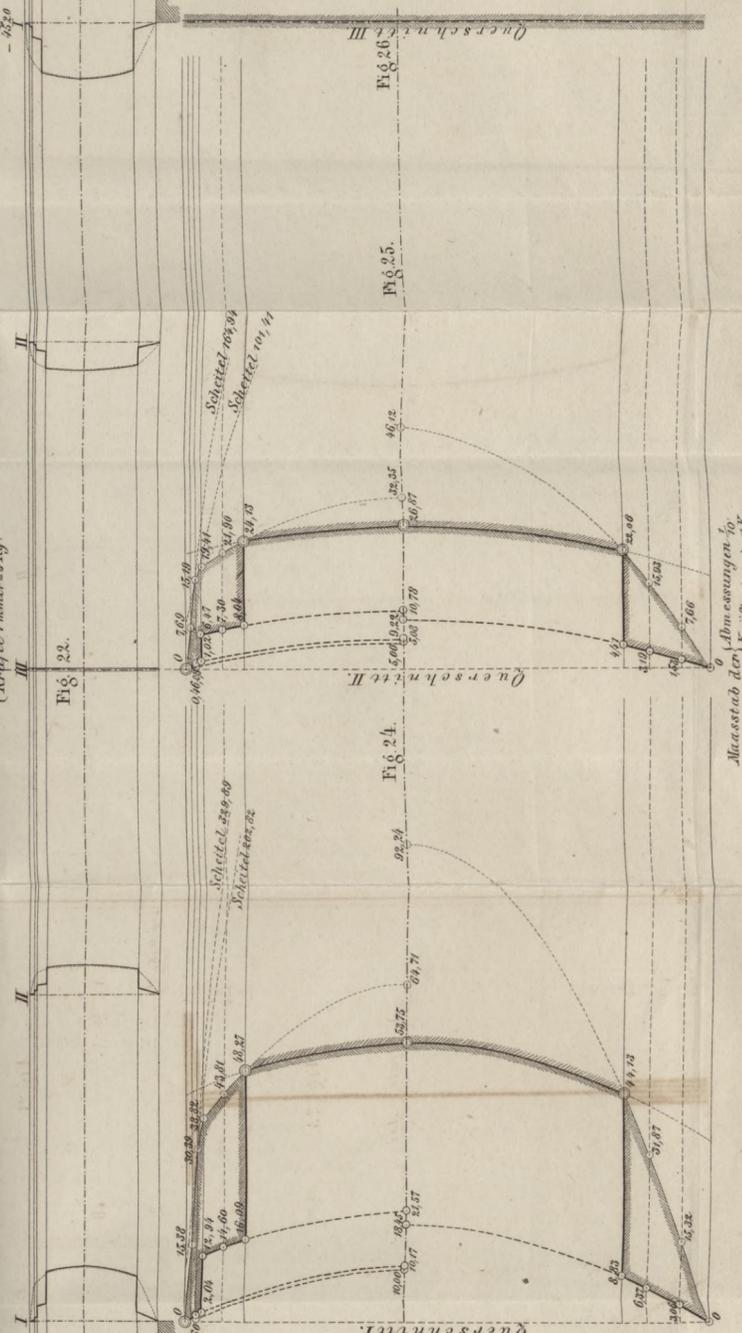
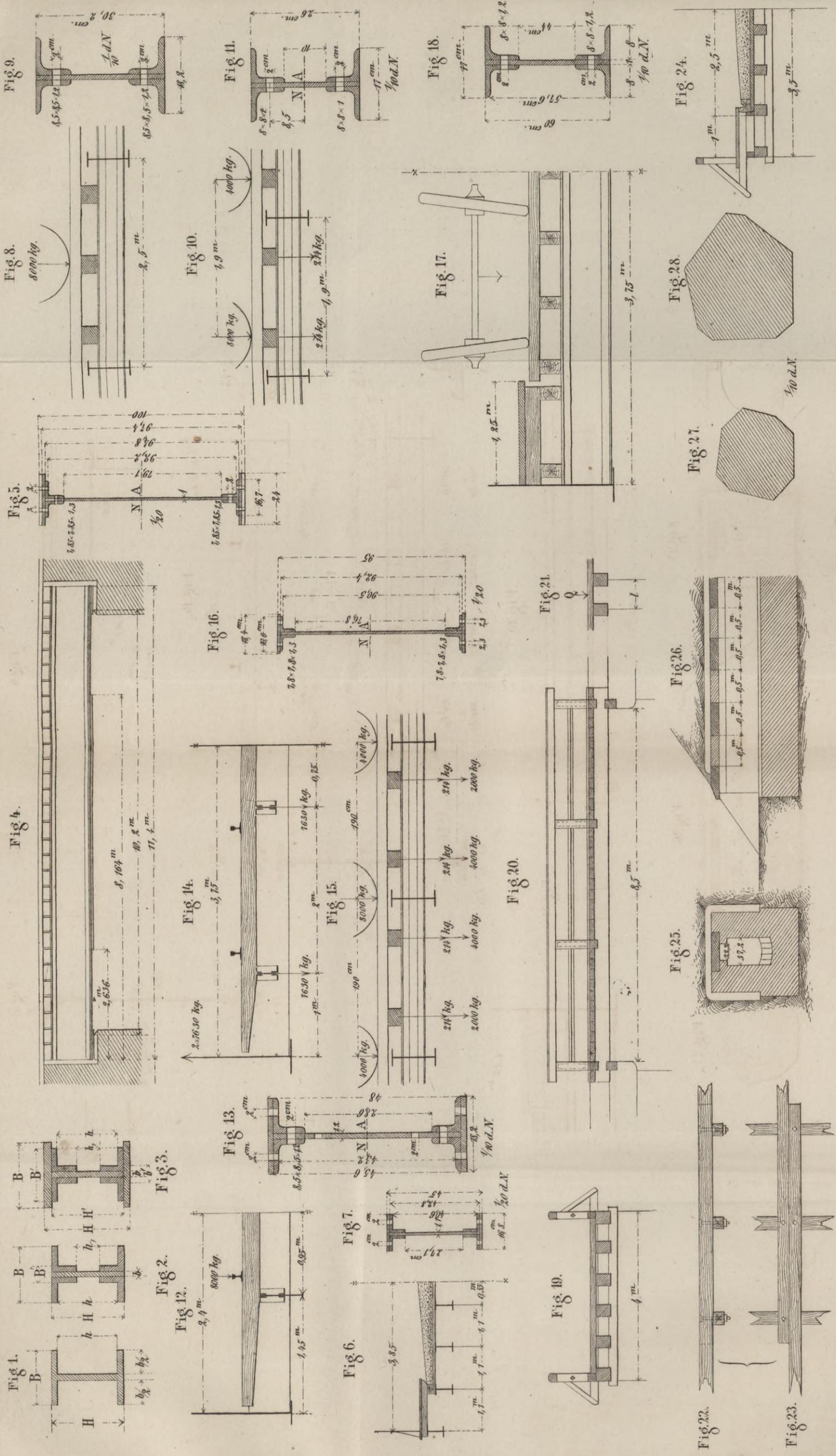
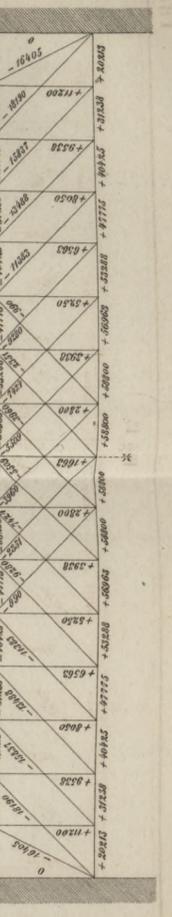
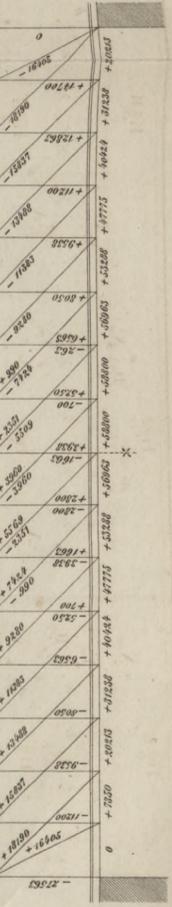
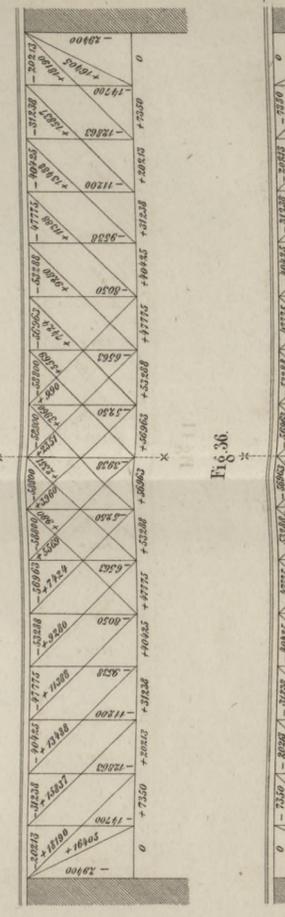
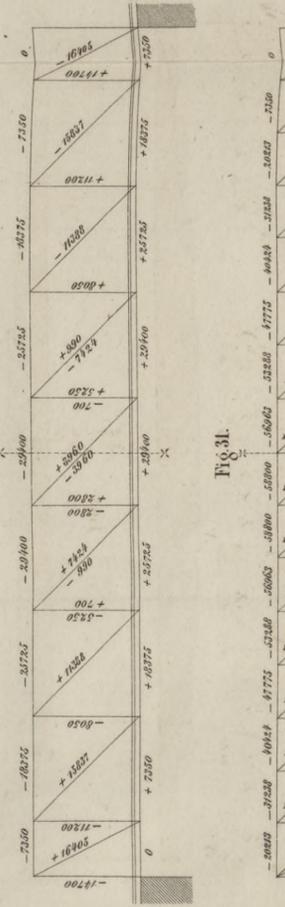
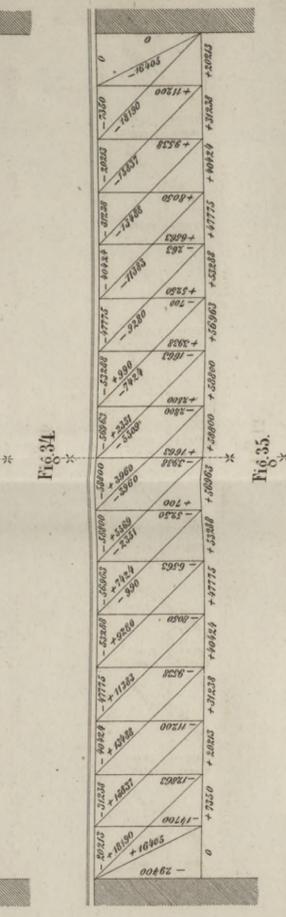
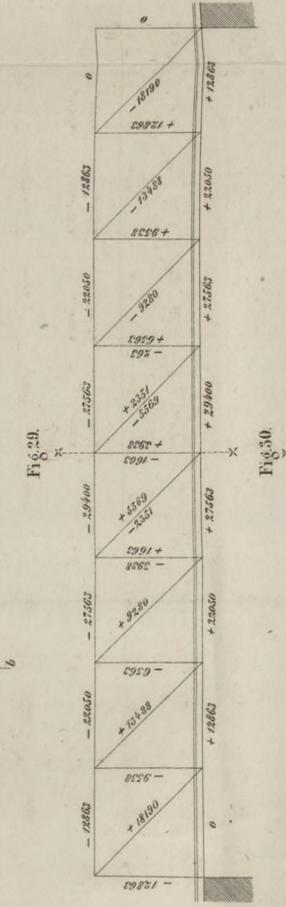
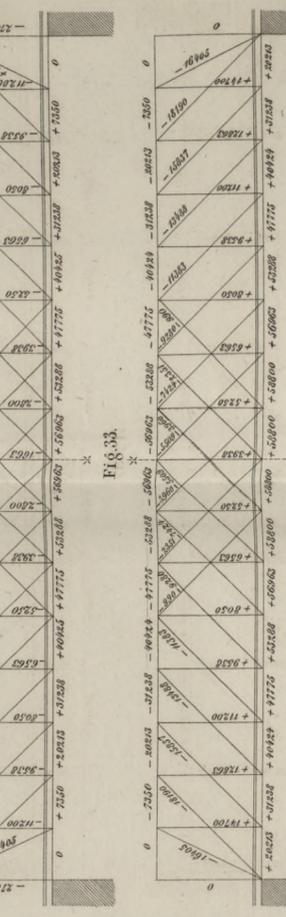
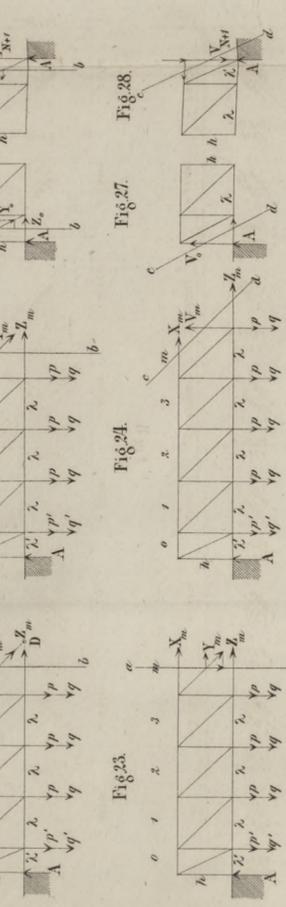
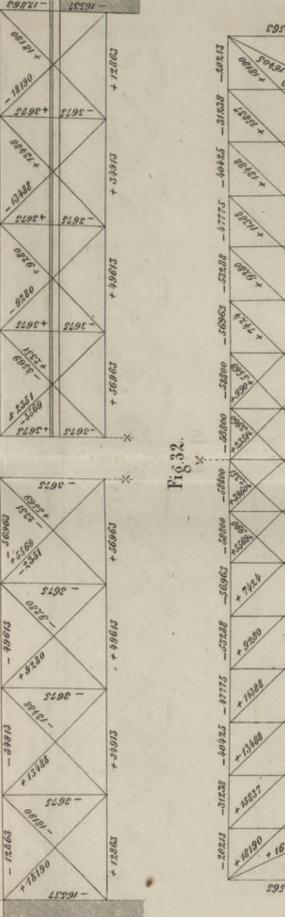
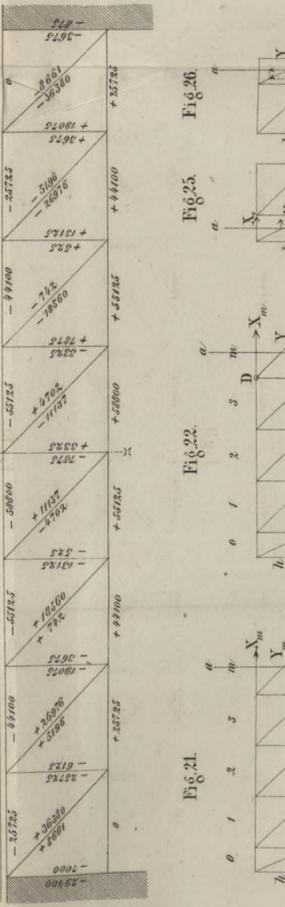
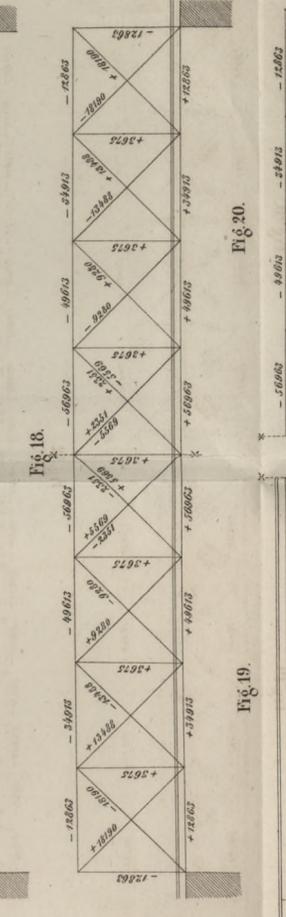
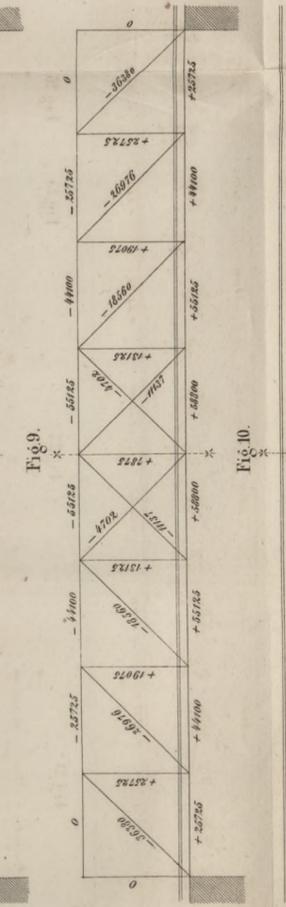
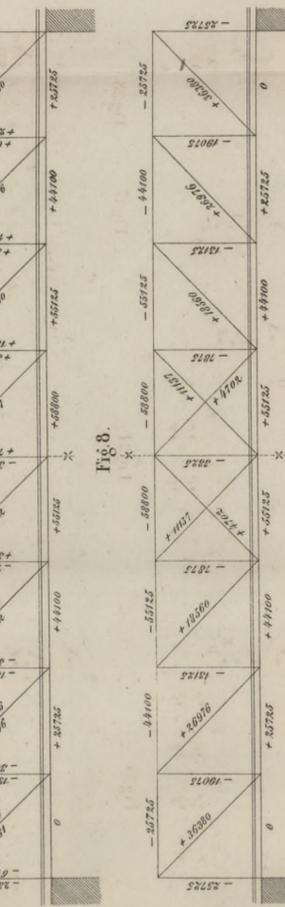
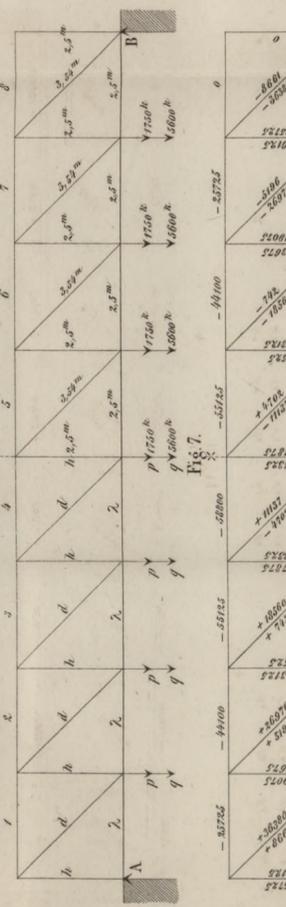
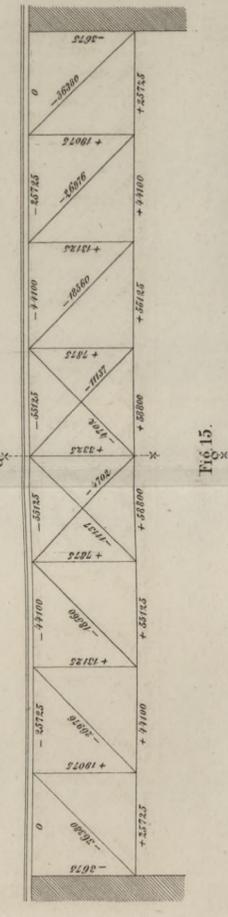
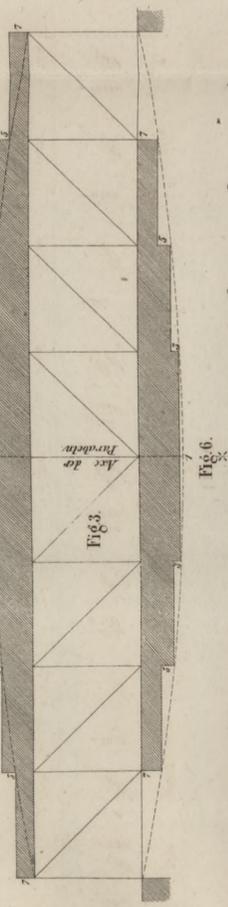
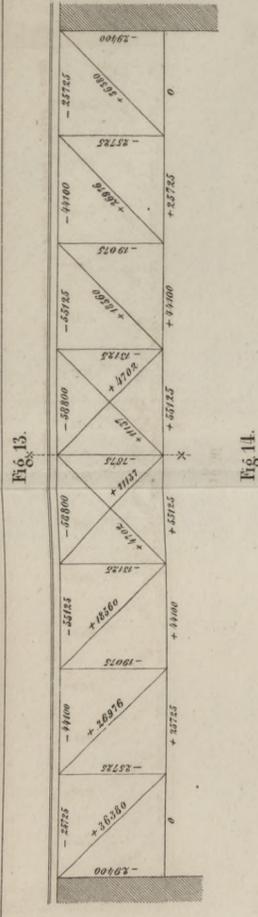
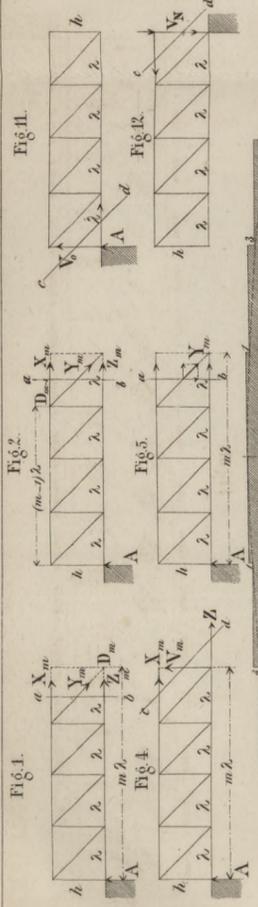


Table with columns for force components (S, H, V) and cross-sections (I, II, III). It lists values for different parts of the structure.





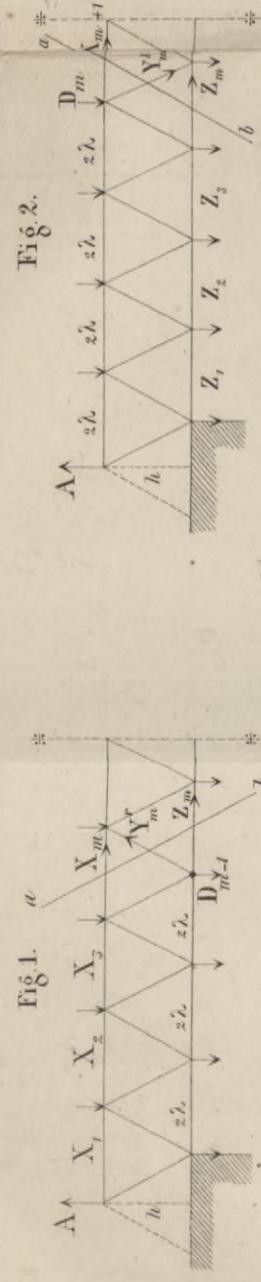


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 8.

Fig. 9.

Fig. 10.

Fig. 11.

Fig. 12.

Fig. 13.

Fig. 14.

Fig. 15.

Fig. 16.

Fig. 17.

Fig. 18.

Fig. 19.

Fig. 20.

Fig. 21.

Fig. 22.

Fig. 23.

Fig. 24.

Fig. 25.

Fig. 26.

Fig. 27.

Fig. 28.

Fig. 29.

Fig. 30.

Fig. 31.

Fig. 32.

Fig. 33.

Fig. 34.

Fig. 35.

Fig. 36.

Fig. 37.

Fig. 38.

Fig. 39.

Fig. 40.

Fig. 41.

Fig. 42.

Fig. 43.

Fig. 44.

Fig. 45.

Fig. 46.

Fig. 47.

Fig. 48.

Fig. 49.

Fig. 50.

Fig. 51.

Fig. 52.

Fig. 53.

Fig. 54.

Fig. 55.

Fig. 56.

Fig. 57.

Fig. 58.

Fig. 59.

Fig. 60.

Fig. 61.

Fig. 62.

Fig. 63.

Fig. 64.

Fig. 65.

Fig. 66.

Fig. 67.

Fig. 68.

Fig. 69.

Fig. 70.

Fig. 71.

Fig. 72.

Fig. 73.

Fig. 74.

Fig. 75.

Fig. 76.

Fig. 77.

Fig. 78.

Fig. 79.

Fig. 80.

Fig. 81.

Fig. 82.

Fig. 83.

Fig. 84.

Fig. 85.

Fig. 86.

Fig. 87.

Fig. 88.

Fig. 89.

Fig. 90.

Fig. 91.

Fig. 92.

Fig. 93.

Fig. 94.

Fig. 95.

Fig. 96.

Fig. 97.

Fig. 98.

Fig. 99.

Fig. 100.

Fig. 101.

Fig. 102.

Fig. 103.

Fig. 104.

Fig. 105.

Fig. 106.

Fig. 107.

Fig. 108.

Fig. 109.

Fig. 110.

Fig. 111.

Fig. 112.

Fig. 113.

Fig. 114.

Fig. 115.

Fig. 116.

Fig. 117.

Fig. 118.

Fig. 119.

Fig. 120.

Fig. 121.

Fig. 122.

Fig. 123.

Fig. 124.

Fig. 125.

Fig. 126.

Fig. 127.

Fig. 128.

Fig. 129.

Fig. 130.

Fig. 131.

Fig. 132.

Fig. 133.

Fig. 134.

Fig. 135.

Fig. 136.

Fig. 137.

Fig. 138.

Fig. 139.

Fig. 140.

Fig. 141.

Fig. 142.

Fig. 143.

Fig. 144.

Fig. 145.

Fig. 146.

Fig. 147.

Fig. 148.

Fig. 149.

Fig. 150.

Fig. 151.

Fig. 152.

Fig. 153.

Fig. 154.

Fig. 155.

Fig. 156.

Fig. 157.

Fig. 158.

Fig. 159.

Fig. 160.

Fig. 161.

Fig. 162.

Fig. 163.

Fig. 164.

Fig. 165.

Fig. 166.

Fig. 167.

Fig. 168.

Fig. 169.

Fig. 170.

Fig. 171.

Fig. 172.

Fig. 173.

Fig. 174.

Fig. 175.

Fig. 176.

Fig. 177.

Fig. 178.

Fig. 179.

Fig. 180.

Fig. 181.

Fig. 182.

Fig. 183.

Fig. 184.

Fig. 185.

Fig. 186.

Fig. 187.

Fig. 188.

Fig. 189.

Fig. 190.

Fig. 191.

Fig. 192.

Fig. 193.

Fig. 194.

Fig. 195.

Fig. 196.

Fig. 197.

Fig. 198.

Fig. 199.

Fig. 200.

Fig. 201.

Fig. 202.

Fig. 203.

Fig. 204.

Fig. 205.

Fig. 206.

Fig. 207.

Fig. 208.

Fig. 209.

Fig. 210.

Fig. 211.

Fig. 212.

Fig. 213.

Fig. 214.

Fig. 215.

Fig. 216.

Fig. 217.

Fig. 218.

Fig. 219.

Fig. 220.

Fig. 221.

Fig. 222.

Fig. 223.

Fig. 224.

Fig. 225.

Fig. 226.

Fig. 227.

Fig. 228.

Fig. 229.

Fig. 230.

Fig. 231.

Fig. 232.

Fig. 233.

Fig. 234.

Fig. 235.

Fig. 236.

Fig. 237.

Fig. 238.

Fig. 239.

Fig. 240.

Fig. 241.

Fig. 242.

Fig. 243.

Fig. 244.

Fig. 245.

Fig. 246.

Fig. 247.

Fig. 248.

Fig. 249.

Fig. 250.

Fig. 251.

Fig. 252.

Fig. 253.

Fig. 254.

Fig. 255.

Fig. 256.

Fig. 257.

Fig. 258.

Fig. 259.

Fig. 260.

Fig. 261.

Fig. 262.

Fig. 263.

Fig. 264.

Fig. 265.

Fig. 266.

Fig. 267.

Fig. 268.

Fig. 269.

Fig. 270.

Fig. 271.

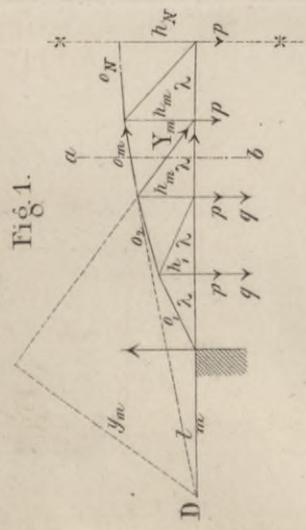


Fig. 2.

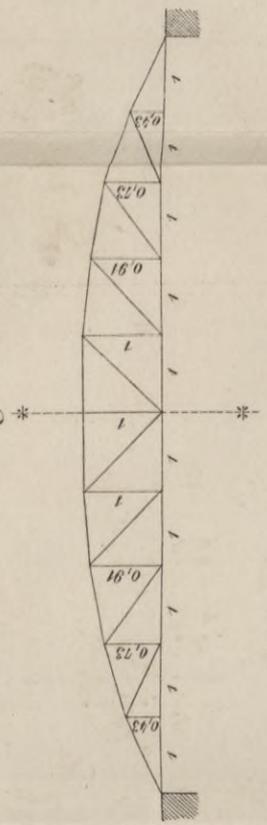


Fig. 3.

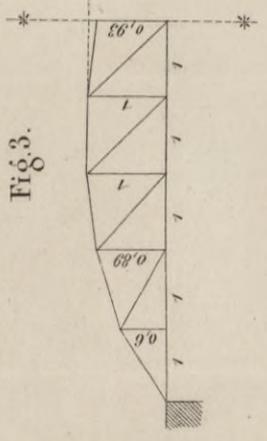


Fig. 4.

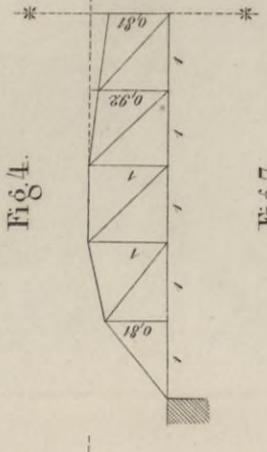


Fig. 5.

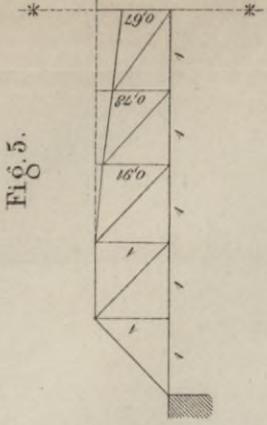


Fig. 6.

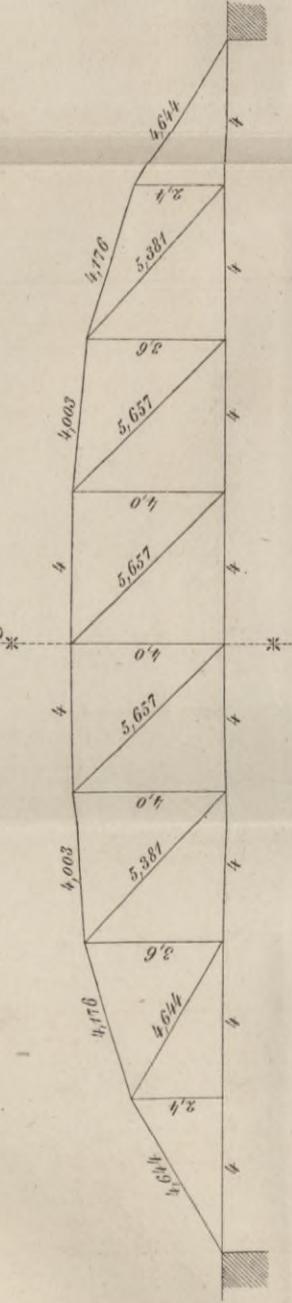


Fig. 7.

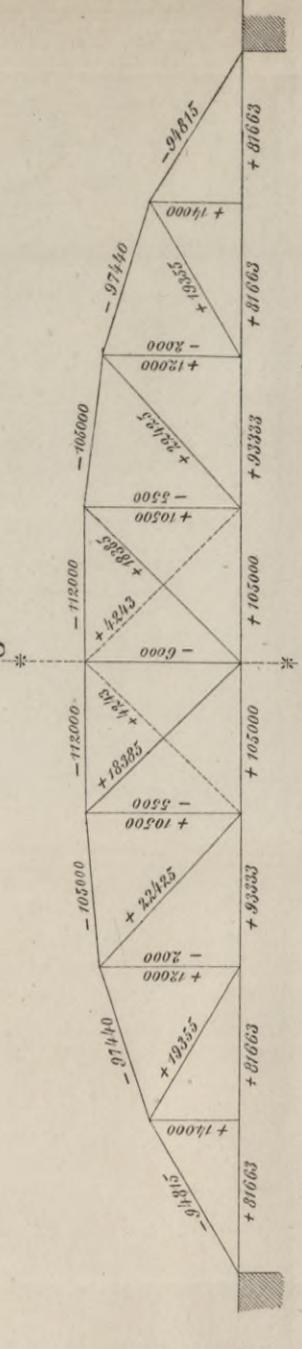


Fig. 8.

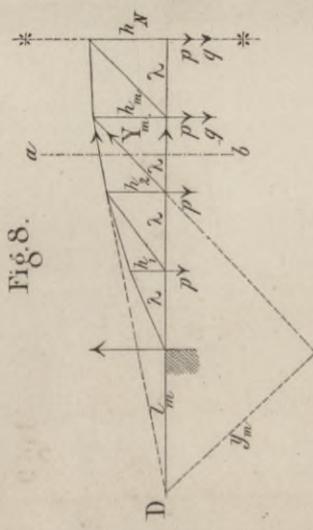


Fig. 9.

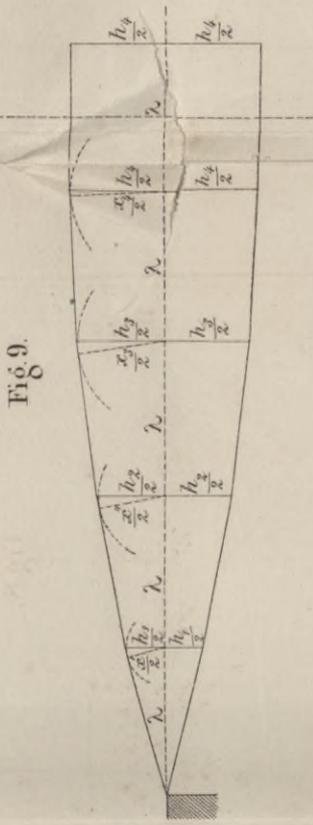


Fig. 10.

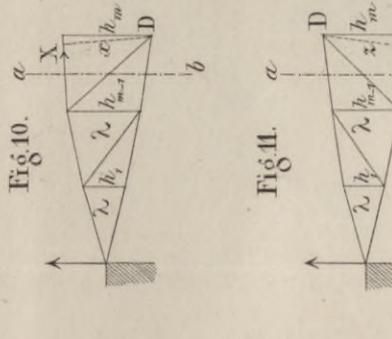


Fig. 12.

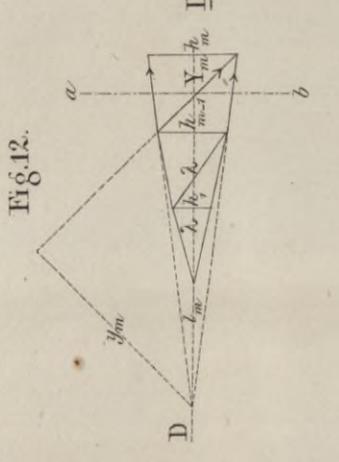


Fig. 13.

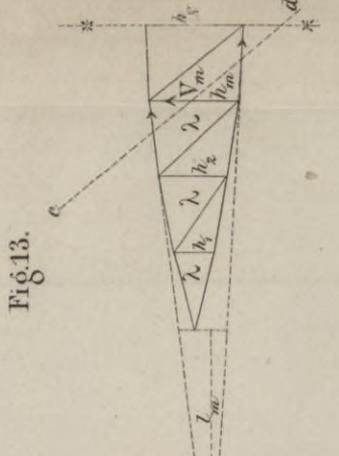


Fig. 14.

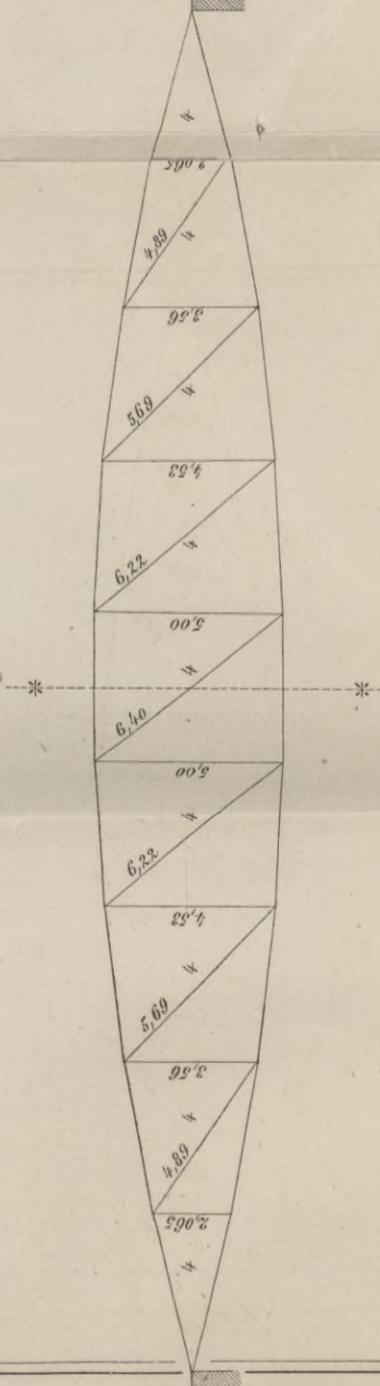
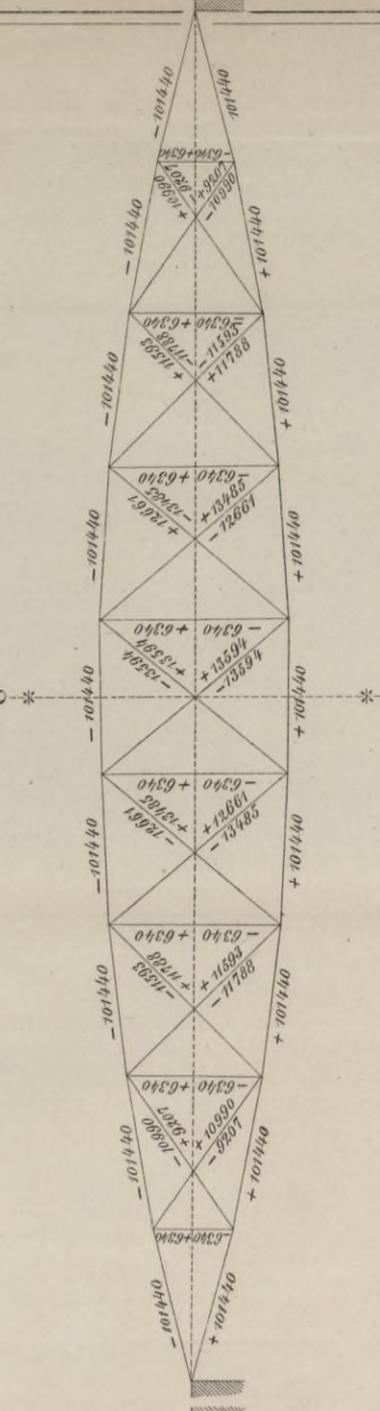


Fig. 15.



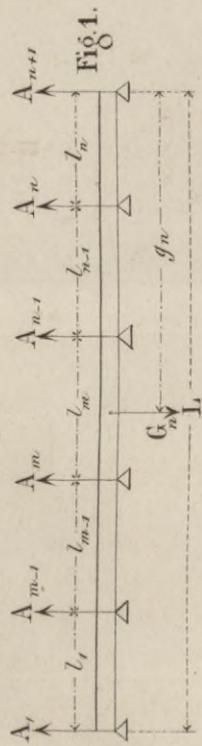


Fig. 1.

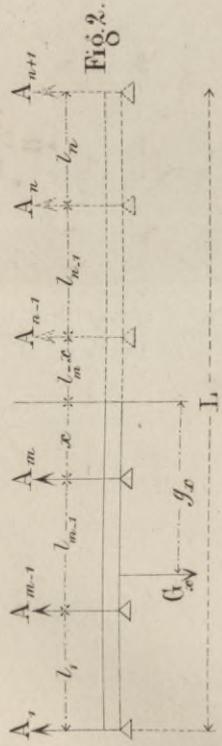


Fig. 2.

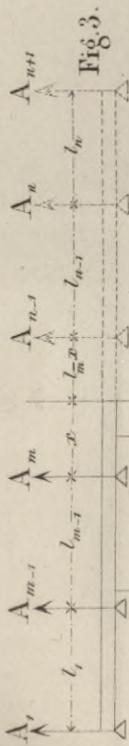


Fig. 3.



Fig. 4.

Fig. 13.

Fig. 14.

Fig. 15.

Fig. 16.

Fig. 17.

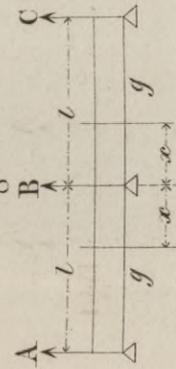


Fig. 9.

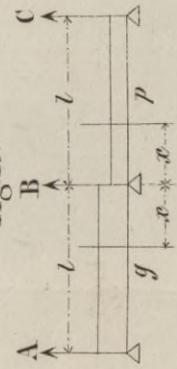


Fig. 10.

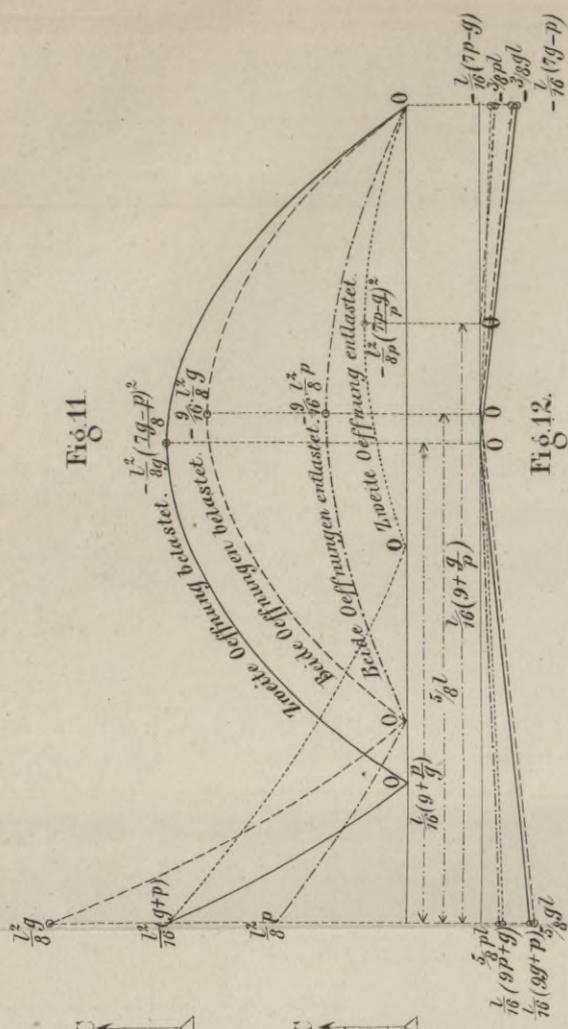


Fig. 11.

Fig. 12.

Fig. 18.

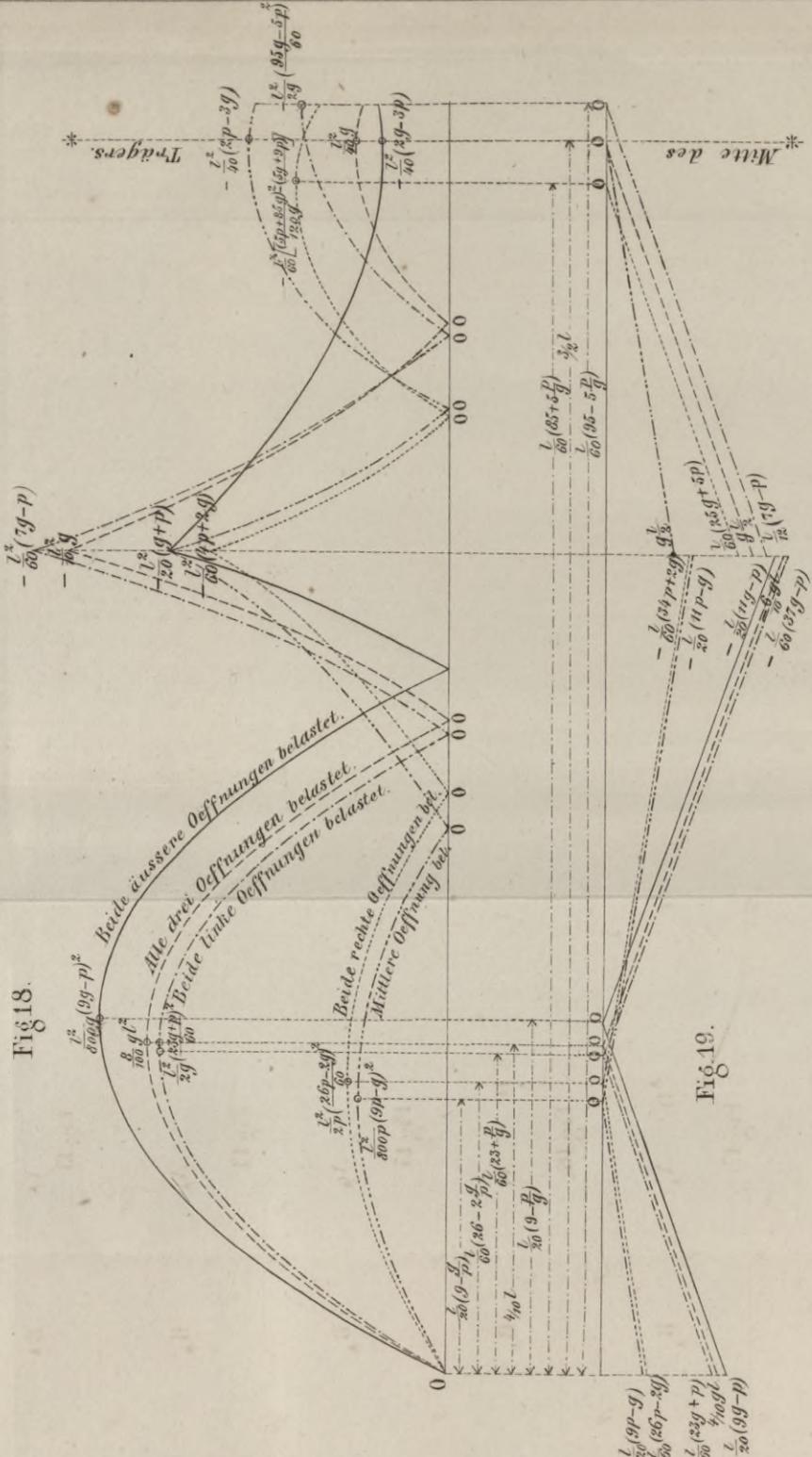


Fig. 19.

Fig. 7.

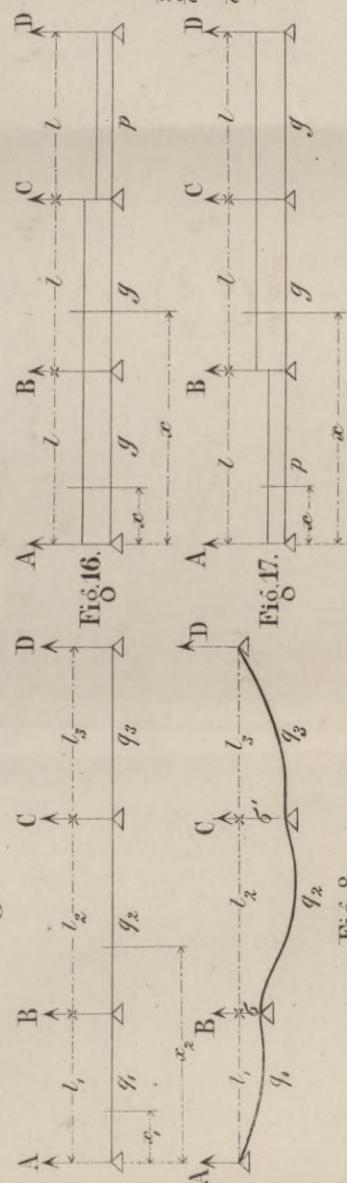
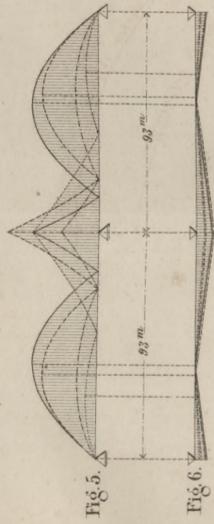
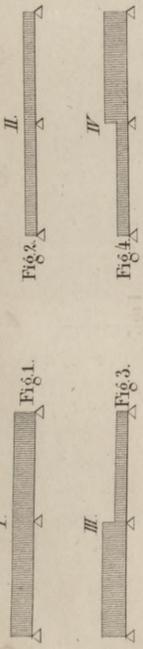
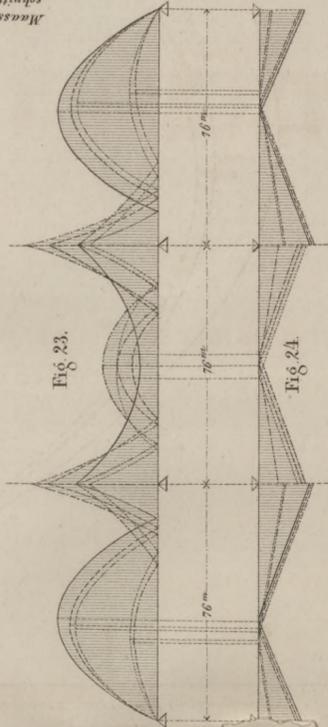
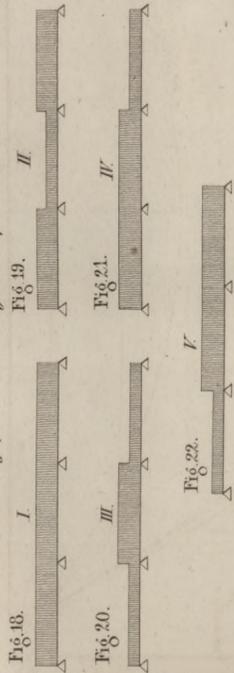


Fig. 8.

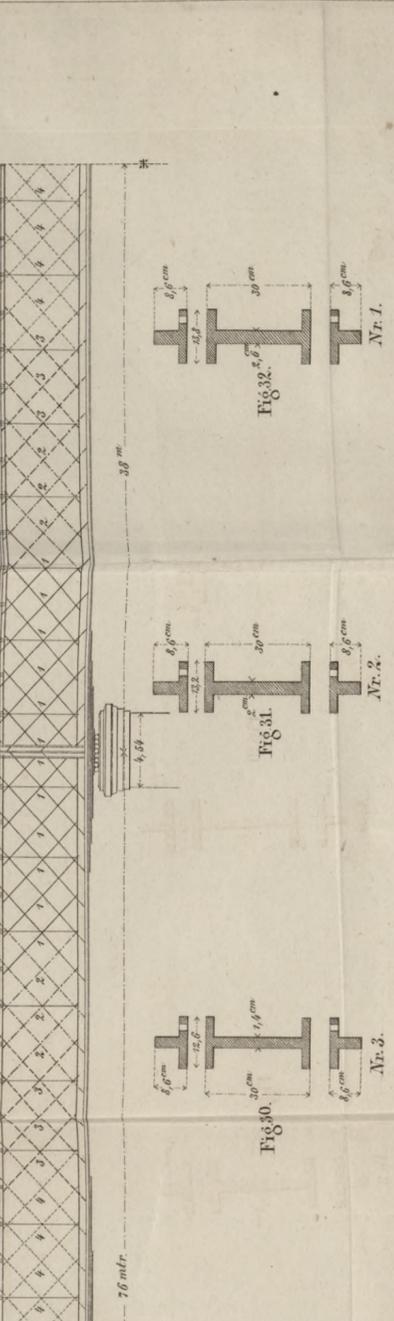
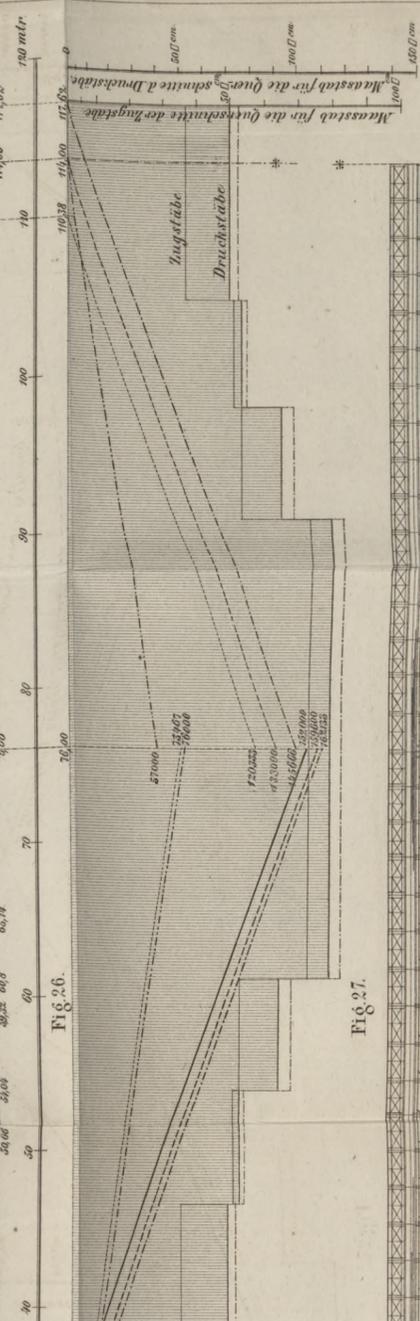
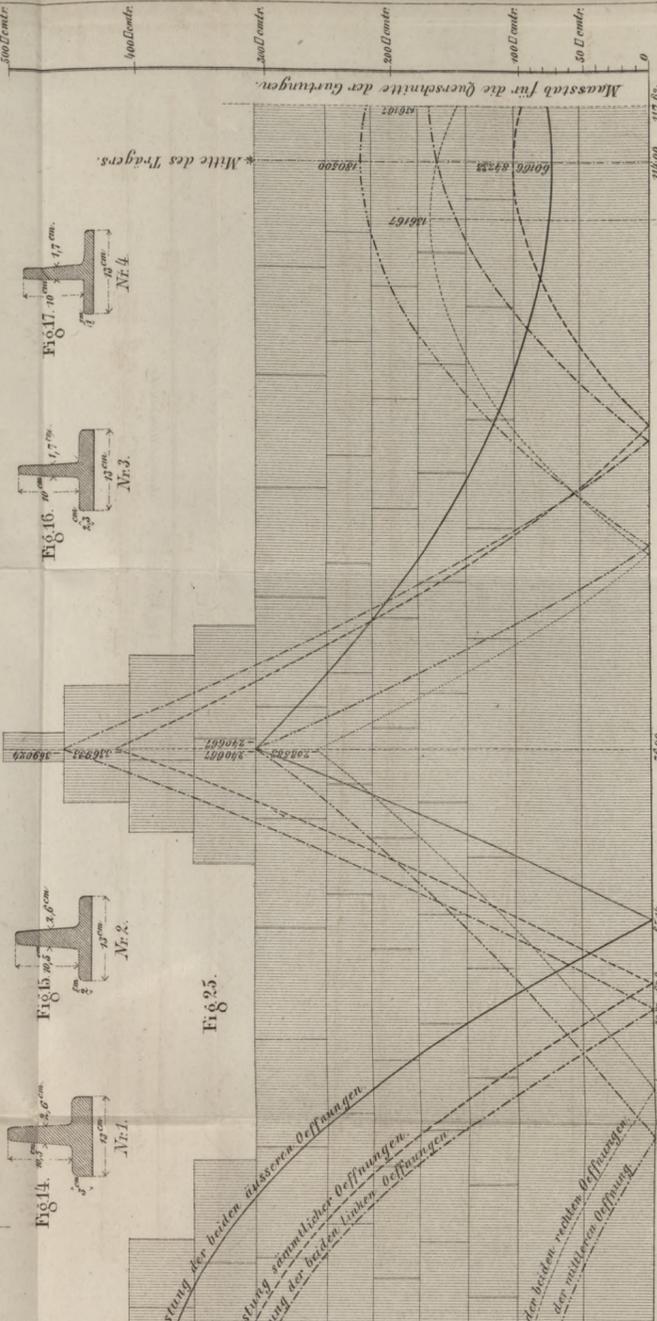
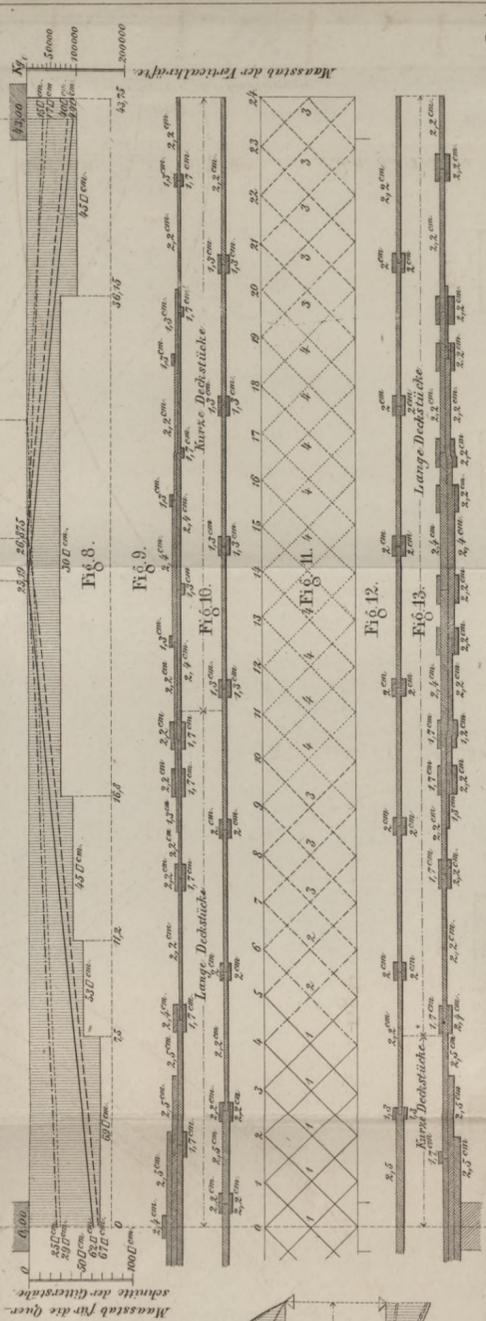
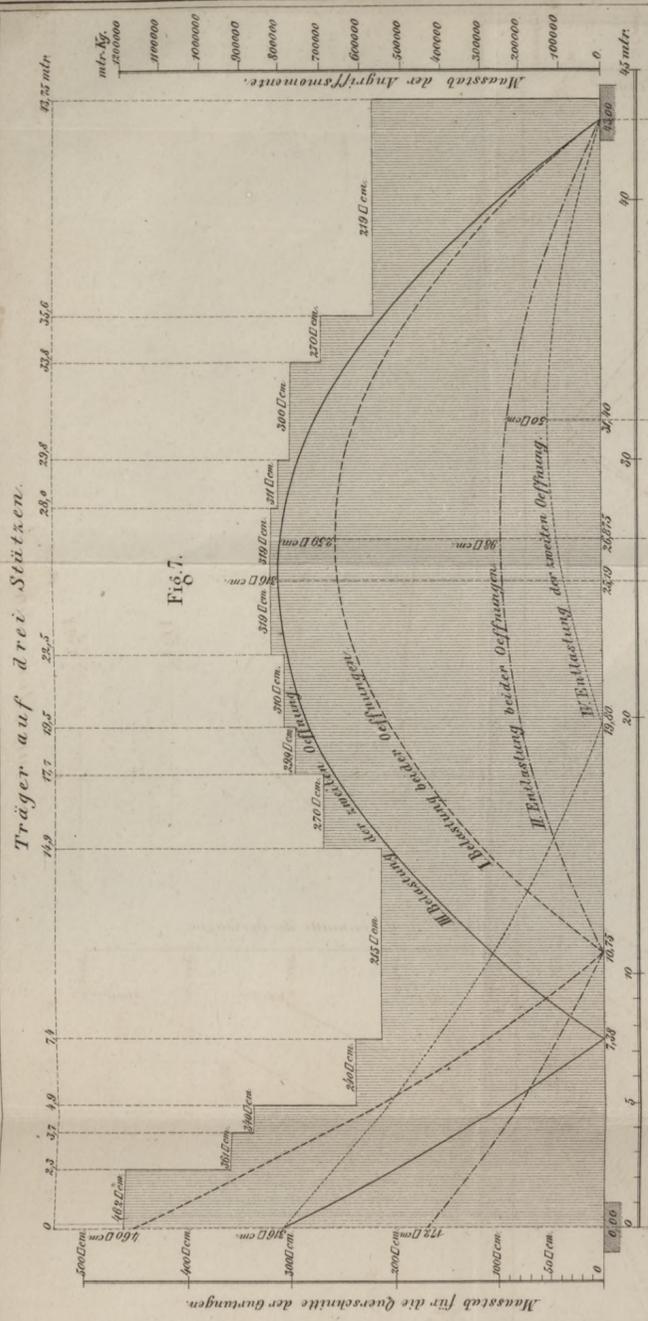
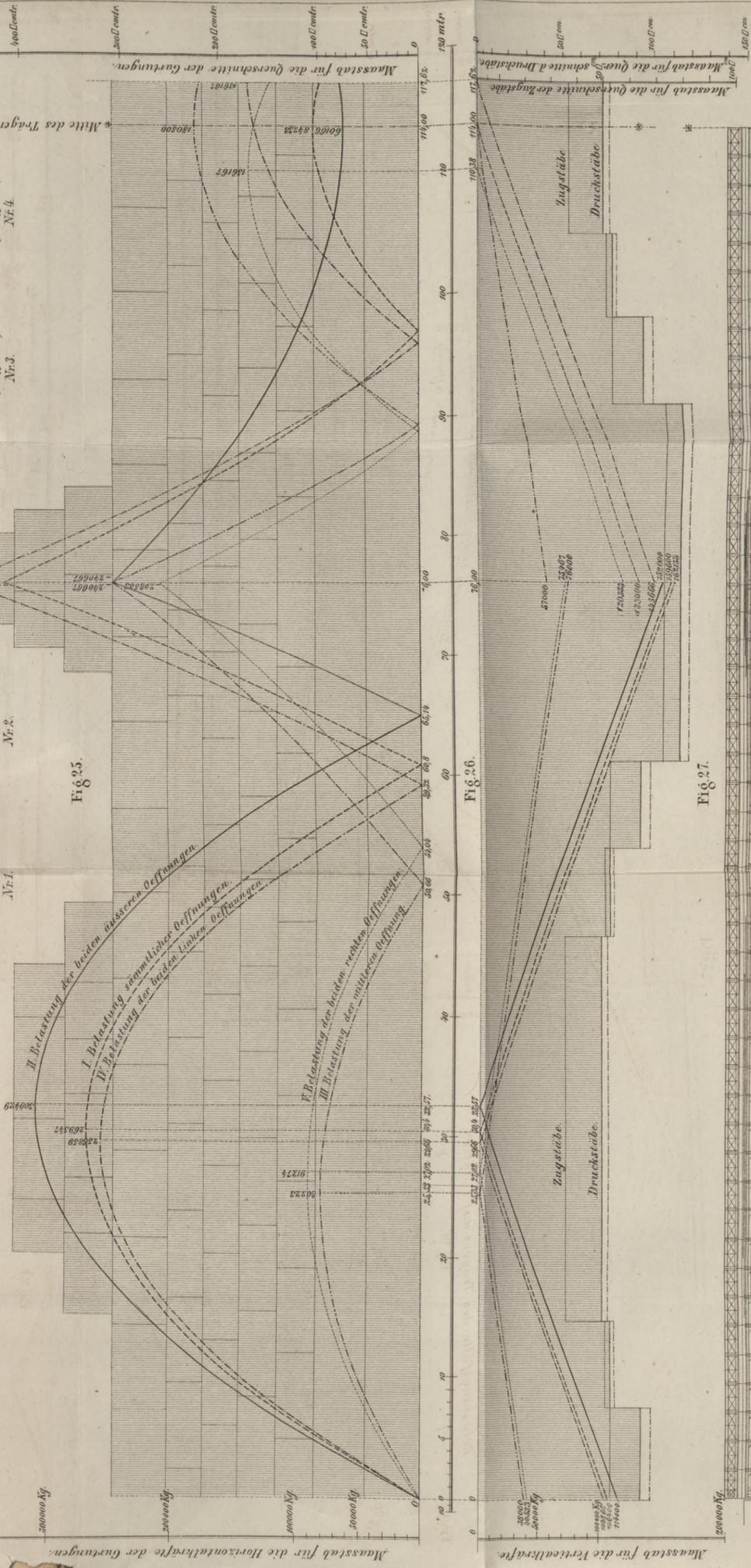
Belastungsfälle des Trägers auf 3 Stützen.



Belastungsfälle des Trägers auf 4 Stützen.



Träger auf vier Stützen.



100.00

POLITECHNIKA KRAKOWSKA
BIBLIOTEKA GŁÓWNA

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



III-306396

Edn. 524. 13. IX. 54



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000300683