

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000300154

Die Zugbeanspruchung des Eisens im Eisenbeton bei auf Biegung beanspruchten Bauteilen

Von der
Grossh. Technischen Hochschule zu Darmstadt
zur
Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs
genehmigte

DISSERTATION

Vorgelegt von
Regierungsbaumeister
Dipl.-Ing. Wilhelm Petry
aus Darmstadt

Referent: Professor H. Kayser
Korreferent: Geh. Baurat Professor O. Berndt

Darmstadt

1913

1913 11/11

903

Die Zugbeanspruchung des Eisens
im Eisenbeton
bei auf Biegung beanspruchten Bauteilen

Einlieferung der Arbeit: 15. Januar 1912
Mündliche Doktor-Ingenieur-Prüfung: 28. Februar 1913

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

III 15361

Dipl.-Ing. Wilhelm Perry
aus Darmstadt

Korreferent: Dr. hantw. Professor O. Neugebauer
Referent: Professor H. Kayser

Akc. Nr. 1621/49

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
I. Einleitung	5
II. Das bei Eisenbetonbauten zur Verwendung kommende Rundeisen. Allgemeiner Gang der Untersuchung	6
III. Dehnungen des Betons an der Balkenunterfläche und Spannungen in den Eiseneinlagen. Ermittlung der Eisenspannungen aus den gemessenen Dehnungen; Grösse der Eisenspannungen	11
IV. Einfluss der Rissbildung auf die Eisenspannungen; mittlere und örtliche Eisenspannungen	25
V. Der Sicherheitsgrad der Bauteile und die zulässige Beanspruchung des Eisens	42
VI. Einfluss der grösseren Eisenspannung auf die Schubfestigkeit	50
VII. Einfluss der grösseren Eisenspannung auf die Haftfestigkeit	53
VIII. Weitere Gesichtspunkte für die Bemessung der zulässigen Eisenspannung	59
IX. Wirtschaftliche Bedeutung einer höheren zulässigen Eisenspannung . . .	66
X. Zusammenstellung der Ergebnisse.	71
XI. Quellenverzeichnis	72
Anhang.	

I. Einleitung.

Biegungsversuche an Eisenbetonbalken sind in den letzten Jahren in Deutschland und im Ausland in ausgedehntem Masse ausgeführt worden. Die Veröffentlichungen über die verschiedenartigen Versuche haben sich gehäuft, sie liegen als Versuchsberichte vor und können dazu dienen, auf manche heute noch nicht geklärte Frage Antwort zu geben.

Die Praxis hat sich die in den einzelnen Berichten niedergelegten Ergebnisse und unmittelbar daraus abgeleiteten Wahrheiten zunutze gemacht und sie in sachgemässer Weise für die Bearbeitung ihrer Entwürfe und für die Ausführung ihrer Bauten verwertet. Es gibt nun aber eine ganze Reihe wichtiger Fragen, zu deren Klärung das vorhandene Versuchsmaterial beitragen kann, die auch hier und da erörtert, im ganzen aber nicht weiter verfolgt und vor allem für die Praxis nicht nutzbar gemacht wurden. Hierher gehört beispielsweise eine Beurteilung der Richtigkeit der von Amts wegen erlassenen Eisenbetonbestimmungen. In dieser Beziehung haben gerade die Balkenversuche v. Bachs wertvolle neue Gesichtspunkte für die Theorie und praktische Berechnungsweise ergeben, und die Versuche lassen mannigfache Schlüsse zu, auch bezgl. der zulässigen Spannungen.

Ein wichtiger und gerade in letzter Zeit vielfach erörterter Punkt ist die Frage der zulässigen Eisenspannung im Eisenbeton bei den auf Biegung beanspruchten Bauteilen. Theoretische Untersuchungen und Beweise werden auch hierbei einen grösseren Wert haben, wenn sie sich auf ein möglichst grosses Versuchsmaterial gründen, und eine Untersuchung darüber, was uns die neueren Versuche in ihrer Gesamtheit über die Eisenspannungen im Eisenbetonbalken zu sagen haben, erscheint nicht überflüssig.

Bekanntlich gestatten die eben erwähnten preussischen Eisenbetonbestimmungen¹⁾ eine Inanspruchnahme des Eisens von 1000 kg/qcm, während vor ihrer neuen Fassung im Jahre 1907 1200 kg/qcm Eisenspannung zugelassen waren. Die preussischen Bestimmungen sind mangels besonderer Bestimmungen auch in den meisten anderen deutschen Bundesstaaten anerkannt und eingeführt, und man kann wohl sagen, dass heute in Deutschland allgemein mit einer zulässigen Eisenspannung von 1000 kg/qcm gerechnet wird.

1) Vgl. Preussische Bestimmungen für die Ausführung von Konstruktionen aus Eisenbeton bei Hochbauten vom 24. Mai 1907.

Demgegenüber gestattet eine ganze Reihe ausserdeutscher Staaten eine höhere Beanspruchung des Eisens. Nach den schweizerischen Eisenbetonbestimmungen von 1909¹⁾ darf mit 1200 kg/qcm gerechnet werden. Die französischen²⁾ und englischen³⁾ Bestimmungen machen die zulässige Eisenspannung von der Höhe der Eisenstreckgrenze abhängig, und zwar gestatten die französischen Vorschriften als zulässige Beanspruchung die Hälfte der Streckgrenze, die englischen Bestimmungen knüpfen die Erlaubnis der nämlichen Beanspruchung an die Bedingung, dass die Würfel-
festigkeit des Betons das Mass von 170 kg/qcm übersteigt, eine Zahl, die bei einwandfreien Eisenbetonbauten wohl in der Regel nachgewiesen werden wird.

Während also die preussischen und schweizerischen Bestimmungen feste Werte für die zulässige Eisenbeanspruchung angeben, was wohl aus rein praktischen Gründen den Vorzug verdient, richten sich die französischen und englischen Vorschriften nach der Streckgrenze des zur Verwendung kommenden Eisens.

Auf Grund der vorhandenen Versuchsergebnisse soll im folgenden untersucht werden, welches Mass der Eisenspannung bei der Berechnung der Eisenbetonbalken mit Rücksicht auf eine genügende Sicherheit als zulässig erachtet werden kann, und welche wirtschaftlichen Vorteile dem Ausführenden aus einer höheren zulässigen Eisenspannung erwachsen.

II. Das bei Eisenbetonbauten zur Verwendung kommende Rundeisen. Allgemeiner Gang der Untersuchung.

Bekanntlich werden Eisenbetonbalken, sofern ihre Zerstörung überhaupt im Zuggurt, also durch Erschöpfung der Widerstandsfähigkeit des Eisens erfolgt, dann zu Bruch gehen, wenn die Streckgrenze des Eisens überschritten wird. Es kommt also bei Eisenbetongebilden weniger auf die Zugfestigkeit des Eisens, als vielmehr auf die Höhe seiner Streckgrenze an. Hiernach scheint es wünschenswert, für die Eisenbetonkonstruktionen ein Eisen mit möglichst hochliegender Streckgrenze zu haben, denn je höher die Streckgrenze, um so höher ist der Sicherheitskoeffizient der ganzen Verbundkonstruktion.

Eine weitere Forderung an das Rundeisen der Eisenbetonkonstruktionen, die dem Verlangen nach einer möglichst hohen Streckgrenze zum Teil entgegenläuft, ist diejenige eines gewissen Masses der Bruchdehnung. Die Grösse der Bruchdehnung gibt einen Massstab für die Grösse der Zähigkeit des Materials. Als Mass der Bruchdehnung sind 20%₀ zu fordern,

1) Vgl. Vorschriften über Bauten in armiertem Beton, aufgestellt von der schweizerischen Kommission des armierten Beton, Juni 1909, Zürich.

2) Vgl. Instructions relatives à l'emploi du béton armé, herausgegeben vom Ministerium der öffentlichen Arbeiten, Posten und Telegraphen, Paris 1906.

3) Vgl. Bericht des Kgl. Instituts britischer Architekten über Eisenbeton.

d. h. ebensoviel wie beim reinen Eisenbau; umgekehrt kann wohl angenommen werden, dass ein Eisen, welches das Kaltbiegen der Haken und Abbiegungen aushält, dieses Mass von Bruchdehnung besitzt. Zur Untersuchung dieser Verhältnisse, die bisher wohl in der Hauptsache in den Laboratorien der grossen Hüttenwerke studiert wurden, lässt der Deutsche Beton-Verein zur Zeit in Gemeinschaft mit dem Verein deutscher Eisenhüttenleute umfangreiche Versuche durch das Königliche Materialprüfungsamt Berlin-Lichterfelde-West ausführen.

Das Rundeisen für Eisenbetonbauten ist vorzugsweise Flusseisen, und zwar Thomas- oder Siemens-Martin-Flusseisen. Die Zahlen für die Streckgrenze schwanken bei diesen Eisensorten sehr beträchtlich. Nach einer grossen Anzahl von Versuchen, die von den Hüttenwerken selbst ausgeführt und zunächst nicht veröffentlicht sind, sinken die Werte bis zu 2200 kg/qcm herab und steigen bis zu 3800 kg/qcm. Es ist dabei zu berücksichtigen, dass die Streckgrenze für ein und denselben Eisenstab veränderlich ist, je nachdem wie der betreffende Stab vor der Streckgrenzenbestimmung behandelt worden ist. Jede Kaltbearbeitung des Eisens hat eine Erhöhung der ursprünglichen Streckgrenze zur Folge; wir haben es alsdann mit einem Eisen mit künstlich erhöhter Streckgrenze zu tun¹⁾. Es ist selbstverständlich, dass eine solche künstlich erhöhte Streckgrenze für den Eisenbetonbau nicht massgebend sein kann, denn gleichzeitig mit der Erhöhung der Streckgrenze ist eine Herabsetzung der Bruchdehnung verbunden, das Material besitzt alsdann nicht mehr das nötige Mass von Zähigkeit, wird spröde und hält keine Kaltbiegungen mehr aus. Weiter ist von Wichtigkeit, dass die Höhe der Streckgrenze bei Rundeisen verschiedenen Durchmessers aus derselben Charge nicht gleich ist. Dünne Eisenstäbe besitzen eine höhere Streckgrenze als solche von grösserem Durchmesser.

Jedenfalls scheint es am richtigsten zu sein, diejenige Streckgrenze als massgebend anzunehmen, die an Rundeisenstäben verschiedenen Durchmessers im Minimum²⁾ festgestellt wird, und zwar sollen die Rundeisenstäbe dabei noch die Walzhaut besitzen und keinerlei Bearbeitung vor der Prüfung unterworfen gewesen sein. Wird die Streckgrenze auf diese Weise, die der praktischen Verwendung des Eisens im Eisenbeton am meisten Rechnung trägt, festgestellt, so wird man als tiefliegenden Mittelwert der Streckgrenze für die im folgenden weiter zu behandelnden Versuchsbalken und für Eisendurchmesser < 25 mm mit genügender Genauigkeit 2500 kg/qcm annehmen können.

Bei allen Versuchen ist die Streckgrenze des verwendeten Eisenmaterials festgestellt worden und in den Veröffentlichungen angegeben. Auszugsweise ergibt sich folgende Zusammenstellung:

1) Vgl. die amerikanischen Versuche über kalt verdrehte Eisen (Stahl und Eisen 1912, S. 1190 ff.).

2) Hierbei können die Durchmesser stufenweise in einzelne Klassen geteilt werden, so dass beispielsweise für Eisen von 7 bis 10 mm ϕ eine höhere Streckgrenze gefordert werden kann als für solches von 30 und 40 mm ϕ .

1. Versuche von v. Bach.

a) Heft 39, 45—47 der Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens¹⁾.

Gewöhnliches Handelsflusseisen, und zwar:

7 mm ϕ :	Streckgrenze bei 3412 kg/qcm (Mittel aus 3 Stäben)					
10 mm ϕ :	"	"	3171	"	"	18 "
12 mm ϕ :	"	"	2739	"	"	3 "
13 mm ϕ :	"	"	2473	"	"	8 "
22 mm ϕ :	"	"	2961	"	"	2 "
25 mm ϕ :	"	"	2378	"	"	2 "

b) Heft 90 und 91 der Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens¹⁾.

Bei diesen Versuchen kam Material mit hochgelegener Streckgrenze zur Verwendung, um die Zerstörung des Betons durch Druckbeanspruchung herbeizuführen.

7 mm ϕ :	Streckgrenze bei 3852 kg/qcm (Mittel aus 3 Stäben)					
30 mm ϕ :	"	"	3400	"	"	7 "

2. Versuche von Schüle.

a) Mitteilungen der Eidgen. Materialprüfungsanstalt am schweizerischen Polytechnikum in Zürich, Heft 10.

Rechteckige Balken; Handelsflusseisen von 15 und 22 mm ϕ ; Streckgrenze (Mittel): 2750 kg/qcm.

Tförmige Balken; Handelsflusseisen von 15 und 22 mm ϕ ; Streckgrenze (Mittel): 2960 kg/qcm.

b) Desgl. Heft 12.

Rechteckige Balken; Handelsflusseisen von 15 und 22 mm ϕ ; Streckgrenze (Mittel): 2960 kg/qcm.

Tförmige Balken; Handelsflusseisen von 20 mm ϕ ; Streckgrenze (Mittel): 3067 kg/qcm.

c) Desgl. Heft 13.

Handelsflusseisen, und zwar:

9 mm ϕ :	Streckgrenze im Mittel bei 3550 kg/qcm.					
11 mm ϕ :	"	"	"	"	3070	"
13 mm ϕ :	"	"	"	"	3060	"
14 mm ϕ :	"	"	"	"	3090	"
15 mm ϕ :	"	"	"	"	2820	"

3. Versuche von Möller. Sonderdruck aus den Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbflusses, Berlin 1907.

Handelsflusseisen von 15 mm ϕ :

Streckgrenze bei 3323 kg/qcm (Mittel aus drei Stäben).

¹⁾ Verlag von J. Springer, Berlin.

4. Versuche des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton.

a) Stuttgarter Versuche zur Ermittlung des Einflusses der Hakenform der Eiseneinlagen. (Vgl. Heft 9 der Veröffentlichungen des D. A. f. E. 1).)

Für das Handelsrundeisen von 25 mm ϕ ergab sich die Streckgrenze im Mittel zu 3110 kg/qcm.

b) Dresdener Versuche mit verschiedenen Stossverbindungen der Eiseneinlagen (vgl. Heft 14 der Veröffentlichungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton). Die Streckgrenze des Handelseisens ergab sich für die geraden Eiseneinlagen im Mittel zu 2580 kg/qcm, für die Eiseneinlagen mit Haken im Mittel zu 2660 kg/qcm.

Nach steigenden Durchmessern geordnet, ergibt sich folgende Zusammenstellung der Streckgrenzen, die, abgesehen von einigen Unregelmässigkeiten, ein Abnehmen der Streckgrenze mit wachsendem Eisendurchmesser erkennen lässt. Qualitätseisen mit besonders hochliegender Streckgrenze ist ausgeschieden.

Eisendurchmesser	Streckgrenze bei
7 mm	3412 kg/qcm
9 "	3550 "
10 "	3171 "
11 "	3070 "
12 "	2739 "
13 "	2767 "
14 "	3090 "
15 "	2963 "
18 "	2771 "
20 "	3067 "
22 "	2855 "
25 "	$\frac{2378 + 3110 + 2580 + 2660}{4} = 2682$ kg/qcm

Die hie und da erhobene Forderung, für Eisenbetonbauwerke diejenige Streckgrenze festzusetzen, die an Eisen in ausgeglühtem Zustand bestimmt worden ist, scheint übertrieben. Diese Ermittlung ergibt wohl die niedrigsten und damit die für die Bauausführung sichersten Werte der Streckgrenze, doch ist die Kaltbearbeitung der Eisen beim Eisenbetonbau die Regel, sodass die Ermittlung der Streckgrenze an Eisen in ausgeglühtem Zustand für die Praxis keinen Wert hat.

Nehmen wir für die Folge für Eisen < 25 mm ϕ den erwähnten Mindestwert von 2500 kg/qcm an, so können wir sagen, dass die preussischen amtlichen Bestimmungen mit der zulässigen Eisenbeanspruchung von 1000 kg/qcm rechnermässig eine 2,5fache Sicherheit gegen das

1) Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin.

Überschreiten der Streckgrenze gewährleisten, sofern die Stärke der Eiseneinlagen nicht grösser ist als 25 mm. Soweit die nachfolgenden Erörterungen sich auf die Sicherheit gegen das Überschreiten der Streckgrenze beziehen, sind sie also ohne weiteres nur für solche Konstruktionsgebilde gültig, welche dünnere Eisen besitzen als 25 mm. Sind stärkere Eisen vorhanden, so ist die erwähnte Sicherheit nur dann anzunehmen, wenn auch für diese Eisen eine Streckgrenze von mindestens 2500 kg/qcm nachgewiesen wird.

Inwieweit stimmt nun dieser rechnermässige Sicherheitskoeffizient mit der Wirklichkeit überein, und welchen Wert hat diese Sicherheitszahl überhaupt für unsere Berechnungsmethoden?

Zunächst ist es selbstverständlich, dass zur Beurteilung dieser Frage nur solche Versuchsbalken in Betracht kommen können, bei denen die Bruchursache überhaupt beim Eisen gelegen ist, d. h. Balken mit schwach bewehrtem Zuggurt. Es ist bekannt, dass Balken mit genügend starker Bewehrung nicht durch Überschreiten der Eisenstreckgrenze, sondern durch Zerstörung des Betons im Druckgurt zu Bruch gehen. Schon unterhalb dieses Bewehrungsprozentes wird die rechnermässige Nutzlast eines Balkens nicht mehr durch die zulässige Eisenspannung, sondern durch die zulässige Betondruckspannung bestimmt, wenn man nach den Gleichungen der amtlichen Bestimmungen rechnet. Mörsch¹⁾ hat diese Grenze bei etwa 0,75% Bewehrung angegeben, d. h. nur für diese Bewehrung werden bei der amtlichen Berechnungsmethode die zulässigen Spannungswerte für Eisen und für Beton wirklich voll ausgenutzt.

Der Grundgedanke für die nachstehenden Untersuchungen ist nun folgender:

Für den Lastzustand des Maximalmomentes, bestimmt durch den Spannungswert $\sigma_{e_a} = 1000 \text{ kg/qcm}$ ist die tatsächliche Eisenspannung aus den bei den Versuchen gemessenen mittleren Dehnungen zu berechnen vorausgesetzt, dass in dem betreffenden Lastzustand der Beton noch nicht gerissen war. Ist die auf diese Weise bestimmte Eisenspannung $= \sigma_{e_v}$, so ist der tatsächliche Sicherheitskoeffizient gegen das Überschreiten der Streckgrenze in jedem beliebigen Lastzustand $\psi = 2500 : \sigma_{e_v}$. Da indessen die aus der Dehnung ermittelten σ_{e_v} -Werte nicht gradlinig mit der Last wachsen, sondern in höherem Masse als diese, so kann allein der rechnermässige Sicherheitskoeffizient, d. i. das Verhältnis der Lasten, welche einmal $\sigma_e = 2500 \text{ kg/qcm}$ und sodann σ_{e_v} bedingen, in Betracht kommen, der Wert ψ indessen hat gar keine Bedeutung für die Beurteilung des Sicherheitsgrades.

Neben der rechnermässigen 2,5 fachen Sicherheit gegen das Überschreiten der Streckgrenze kommt nun aber die Sicherheit gegen Bruch in Frage. Es wird deshalb für sämtliche Versuchsbalken der Sicherheitskoeffizient gegen Bruch $\varrho = \frac{P}{P_1}$ ermittelt, wobei $P =$ die Bruch-

1) Vgl. E. Mörsch, Der Eisenbetonbau, seine Theorie und Anwendung, 3. Auflage, S. 99.

last, P_1 die rechnermässige Last ist, die für niedrige Bewehrungsprozentage durch $\sigma e_a = 1000 \text{ kg/qcm}$ bestimmt wird. Hierbei können nur solche Balken in Betracht gezogen werden, welche durch reine Biegung in Balkenmitte, nicht etwa durch Schubkräfte in der Nähe der Auflager zum Bruch gekommen sind.

Den Lastzustand $\sigma e_a = 1000 \text{ kg/qcm}$ erhält man, indem man aus der Gleichung der amtlichen Bestimmungen

$$\sigma e_a = \frac{M_1}{f_e \left(h - a - \frac{x}{3} \right)}$$

M_1 bestimmt. Es ergibt sich alsdann

$$M_1 = \sigma e_a \cdot f_e \left(h - a - \frac{x}{3} \right) = 1000 f_e \left(h - a - \frac{x}{3} \right).$$

Der auf diese Weise aus den Abmessungen der Balken ermittelte Wert von M_1 gliedert sich in zwei Teile, von denen der eine vom Eigengewicht, der andere von der Nutzlast herrührt. Der entsprechende Wert von P_1 umfasst also die Belastung durch Nutzlast + Eigengewicht. Wenn demgegenüber bei Ermittlung von ρ als Bruchlast P nur die beim Versuche aufgebrauchte Last, die zum Bruch führte, nicht aber die noch hinzukommende Eigenlast der Balken in Rechnung gestellt wird, so geschieht dies im Interesse der Sicherheit. Bei Berücksichtigung der Eigenlast der Balken wachsen die in der Tabelle auf Seite 47 gegebenen ρ -Werte auf die in Klammer beigefügten Grössen an.

In der im Anhang enthaltenen Auswertung des Versuchsmaterials finden sich nun die Dehnungen und Spannungen nicht nur für den Lastzustand $\sigma e_a = 1000 \text{ kg/qcm}$, sondern für verschiedene Belastungsstufen oberhalb und unterhalb desselben, um einen allgemeinen Überblick über den Spannungsverlauf im Eisen zu gewinnen, und um sich über die Wirkung der Betonrisse auf die Zugspannungen des Eisens Klarheit zu verschaffen. Aus dem nämlichen Grunde enthält der Anhang nicht nur Balken bis zu 0,75 % Bewehrung, sondern auch eine ganze Anzahl stärker bewehrter Balken.

III. Dehnungen des Betons an der Balkenunterfläche und Spannungen in den Eiseneinlagen. Ermittlung der Eisenspannungen aus den gemessenen Dehnungen; Grösse der Eisenspannungen.

Unterhalb der Proportionalitätsgrenze kann die Berechnung der Eisenspannungen aus den gemessenen Verlängerungen mit der Annahme geschehen, dass Dehnungen und Spannungen proportional sind.

Nur bei ganz wenigen von den vorliegenden Versuchen sind nun aber die Dehnungen der Eiseneinlagen selbst gemessen worden, vielmehr in den meisten Fällen die Verlängerungen, die der Beton an der Unter-

fläche der Balken innerhalb einer gewissen Messstrecke erlitten hat. Es fragt sich daher, ob man berechtigt ist, diese Betonverlängerungen zur Berechnung der Spannungen in den benachbarten Eiseneinlagen zu benutzen.

Wird ein Eisenbetonbalken einer Biegebungsbeanspruchung ausgesetzt, so wird sich das Eisen niemals genau so dehnen wie der Beton. Für die folgende Untersuchung kann man indessen gleiche Dehnungsfähigkeit beider Materialien um so eher mit genügender Genauigkeit annehmen, als sich die aus den Betonverlängerungen errechneten Eisenspannungen infolge des etwas grösseren Abstandes von der Nulllinie voraussichtlich etwas grösser ergeben werden, als wenn man sie aus den Verlängerungen der etwas weiter oben liegenden Eiseneinlagen selbst ableitet. Man wird also bei Einführung der Betondehnungen in die Rechnung wohl etwas grössere Eisenspannungswerte herausrechnen, als sie in Wirklichkeit auftreten. Gross kann diese Differenz nicht sein, da der Abstand der Achse der Eiseneinlagen von der Balkenunterfläche im Vergleich zu der Entfernung der Balkenunterfläche von der Nulllinie stets sehr klein ist. Infolge der Ablesungsunsicherheiten bei den Versuchen selbst werden aber auch unmittelbar an den Eiseneinlagen vorgenommene Dehnungsmessungen niemals einen Anspruch auf absolute Genauigkeit erheben können; auch solchen Messungen wird eine gewisse Unsicherheit anhaften, gegen welche der bei Ableitung der Eisenspannungen aus den Betonverlängerungen gemachte Fehler wenig zu sagen hat.

Bei seinen Versuchen mit Eisenbetonbalken, ausgeführt an der Kgl. Materialprüfungsanstalt zu Stuttgart, hat v. Bach eine Versuchsreihe ausschliesslich der in Rede stehenden Frage gewidmet und Schlüsse daraus gezogen, ohne dass angenommen wurde, das Eisen dehne sich genau so wie der Beton¹⁾. Es wurden dort an vier Balken die Dehnungen der Eiseneinlagen sowohl wie die Verlängerungen des Betons an der Zugseite gemessen, die Eisenspannung unter Zugrundelegung eines Elastizitätsmoduls von 2100 000 aus den gemessenen Verlängerungen berechnet und die Ergebnisse in Beziehung gebracht. Eine Zusammenstellung der Ergebnisse und Schlussfolgerungen aus allen vier Balken ist jedoch nicht gegeben, vielmehr ist der Balken Nr. 98 herausgegriffen. Die Versuche mit diesem Balken führten zu folgenden Schlüssen:

1. „Die Dehnung des Betons wird, sofern nur Messungen vor Eintritt der ersten Rissbildungen in Betracht gezogen werden, grösser als diejenige der Eiseneinlage ermittelt.“

2. „Nach eingetretener Rissbildung nähert sich die gemessene Verlängerung des Betons, trotz des Unterschiedes der Abstände von der Nullachse, derjenigen des Eisens mehr und mehr und überschreitet sie gegen den Schluss um geringe Beträge, deren Grösse übrigens als

¹⁾ Vgl. Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Heft 45—47, Berlin 1907, Kommissionsverlag von Julius Springer.

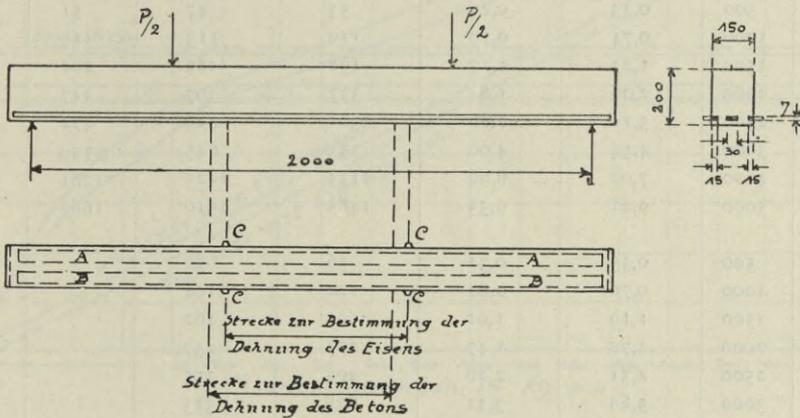
innerhalb der durch Beobachtungsunvollkommenheiten gegebenen Genauigkeitsgrenze liegend angesehen werden muss¹⁾.)“

Für unsere Betrachtung ist es von Wichtigkeit, nicht nur den einen Balken Nr. 98, sondern alle vier Balken in dieser Weise zu untersuchen und auf das Gesamtergebnis die Schlussfolgerungen zu gründen.

Die Bauart der Balken zeigt Abb. 1, die Balkenbreite betrug 15 cm, die Höhe 20 cm.

„Statt Rundeisen wurde rund 7 mm starkes Eisenblech, das bei AA, BB ausgefräst worden war, verwendet. Die Eiseneinlage bestand somit aus drei an den Enden verbundenen Flacheisen von 30 mm Breite in der Mitte und je 15 mm Breite an den Seiten. Diese Form der Eiseneinlage wurde gewählt, um durch die Rückwirkung des Eisens auf den Beton, soweit eine solche überhaupt vorhanden ist, einen möglichst grossen Einfluss des Eisens auf die Grösse der Dehnung des Betons auszuüben,

Abb. 1.



welche an diesem gemessen wird, ehe Rissbildung eintritt. Nach aussen besass die Eiseneinlage vier Vorsprünge C zu dem Zweck, die Dehnung, welche das Eisen bei der Untersuchung erfährt, zu ermitteln. Die Balken lagerten unmittelbar nach der Herstellung zirka 70 Stunden an der Luft (jedoch mit feuchten Säcken bedeckt), zwei von ihnen wurden sodann unter Wasser gesetzt und verblieben hier bis zur Prüfung. Die beiden anderen wurden auf feuchten Sand gelagert und bis zur Untersuchung mit feuchten Säcken zugedeckt¹⁾.)“

In Tafel I sind für die vier Balken Nr. 98, 99, 100 und 101 für Belastungen 0=500 bis 5000 kg die Messungsergebnisse am Beton einerseits und an den Eisen andererseits in den Spalten 3 und 4 eingetragen. Die aus diesen Dehnungen berechneten Eisenspannungen finden sich in den Spalten 5 und 6, wobei als Elastizitätsmodul für das Eisen 2 100 000 und die vorhandene Messlänge l=65 cm eingeführt wurden. Um einen klaren Vergleich zu bekommen, ist die Untersuchung genau so vor-

1) Wortlaut von v. Bach.

genommen, wie in den erwähnten Veröffentlichungen an Balken Nr. 98 Spalten 7 und 8 enthalten die Mittelwerte der vorher bezeichneten σ_{e_v} - und σ_{e_i} -Werte für die vier Balken und für die Belastungen $P=500$ bis 5000 kg. Dabei bedeuten σ_{e_v} die aus den Betonverlängerungen berechneten Eisenspannungen, σ_{e_i} die aus den Eisenverlängerungen berechneten Eisenspannungen.

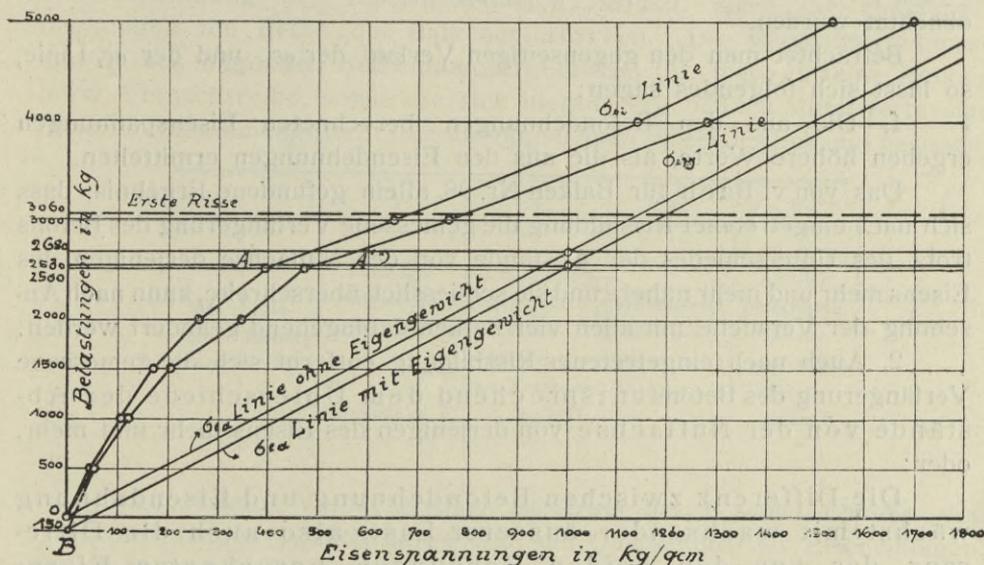
Tafel I.

1	2	3	4	5	6	7	8
Bezeichnung	Belastung P in kg	Verlängerung des Betons auf $l = 65$ cm Δl_v in $\frac{1}{200}$ cm	Verlängerung der Eiseneinlagen auf $l = 65$ cm Δl_i in $\frac{1}{200}$ cm	Eisenspannungen aus Spalte 3 σ_{e_v} in kg/cm ²	Eisenspannungen aus Spalte 4 σ_{e_i} in kg/cm ²	Mittelwerte der σ_{e_v} kg/cm ²	Mittelwerte der σ_{e_i} kg/cm ²
98	500	0,33	0,29	53	47	51	49
	1000	0,74	0,70	119	113	119	106
	1500	1,23	1,17	198	189	202	172
	2000	2,09	1,84	337	297	347	261
	2500	3,11	2,66	501	429	472	394
	3000	4,54	4,00	731	645	759	651
	4000	7,02	6,99	1135	1125	1281	1141
	5000	9,21	9,33	1485	1510	1699	1535
99	500	0,35	0,31	56	50		
	1000	0,76	0,64	122	104		
	1500	1,19	1,01	192	162		
	2000	1,72	1,47	277	237		
	2500	2,51	2,20	404	355		
	3000	3,89	3,32	628	535		
	4000	7,02	6,95	1135	1120		
	5000	9,64	9,51	1555	1535		
100	500	0,35	0,29	56	47		
	1000	0,77	0,62	124	100		
	1500	1,26	1,00	203	162		
	2000	1,93	1,50	311	242		
	2500	2,86	2,29	460	370		
	3000	4,28	3,47	690	560		
	4000	8,57	6,73	1380	1085		
	5000	11,23	8,90	1815	1435		
101	500	0,36	0,32	58	52		
	1000	0,81	0,66	131	107		
	1500	1,32	1,07	213	173		
	2000	2,00	1,66	323	268		
	2500	3,23	2,62	521	423		
	3000	6,11	5,35	985	863		
	4000	9,13	7,67	1475	1235		
	5000	12,10	10,32	1940	1660		

Ein deutlicheres Bild erhält man, wenn man die Ergebnisse der Tafel I zeichnerisch aufträgt. Dies ist in Abb. 2 geschehen.

Die vom Nullpunkt aus nach oben aufgetragenen Grössen sind die Nutzlasten, die mit den beim Versuch aufgetragenen Belastungen übereinstimmen. $\sigma_{e_a} = 1000 \text{ kg/qcm}$ tritt alsdann ein bei $M = 1000 fe \left(h - a - \frac{x}{3} \right)$ oder, da $fe = 4,2 \text{ qcm}$, $x = 9,12 \text{ cm}$, so ist $M = 67000 \text{ kgcm}$. Nimmt man diesen Wert als querschnittsbestimmend an, so ergibt sich $P = \frac{2.67000}{50} = 2680 \text{ kg}$. Diesem Wert entspricht die Wagrechte in der Höhe

Abb. 2.



2680 kg und die vom Nullpunkt ausgehende σ_{e_a} -Linie. Berücksichtigt man nun auch das Eigengewicht des Balkens = 150 kg, so gliedert sich $M = 67000$ in

$$M \text{ (Eigengewicht)} = \frac{150 \cdot 200}{8} = 3750 \text{ kgcm}$$

und $M \text{ (Nutzlast)} = 67000 - 3750 = 63250 \text{ kgcm}$,

woraus die Auflast $P = \frac{2.63250}{50} = 2530 \text{ kg}$.

In der Zeichnung ist in diesem Fall die Belastung durch Eigengewicht = 150 kg. vom Nullpunkte ab nach unten aufzutragen (Punkt B). Die σ_{e_a} , σ_{e_v} und σ_{e_i} -Linien gehen alsdann vom Punkt B aus, und die Horizontale für den Lastzustand $\sigma_{e_a} = 1000$ liegt nunmehr in der Höhe 2530 kg über dem Nullpunkt. Die in dieser Höhe gemessenen Spannungen σ_{e_v} und σ_{e_i} sind im Vergleich zu dem Rechnungswert σ_{e_a} etwas kleiner als die in der Höhe 2680 kg gemessenen, man befindet sich also auf der Seite der Sicherheit, wenn man bei Aufzeichnung der Dehnungslinien das

*) Wahrscheinlich sind schon an den Stellen A. A', also bei ca. 2500 kg Belastung, Risse aufgetreten, aber noch nicht beobachtet worden.

Eigengewicht des Balkens unberücksichtigt lässt. Diese Vernachlässigung der Eigenlast ist auch insofern am Platze, als dann die aufgetragenen Ordinaten ohne weiteres mit den beim Versuch aufgebrachten Lasten übereinstimmen. Auf Grund dieser Erwägungen ist bei den im Anhang enthaltenen Dehnungs- bzw. Spannungskurven die Eigenlast der Balken vernachlässigt worden. Man erhält alsdann im Lastzustand $\sigma_{e_a} = 1000 \text{ kg/qcm}$ die gemessenen mittleren Dehnungen etwas grösser, als sie im Lastzustand $\sigma_{e_a} = 1000 \text{ kg/qcm}$ wirklich sind. Dagegen ist zur Ermittlung der Bruchsicherheit die Laststufe $\sigma_{e_a} = 1000 \text{ kg/qcm}$ unter Berücksichtigung des Eigengewichts berechnet. Die Horizontale in der Höhe von 3060 kg zeigt das Gebiet an, wo die ersten Zugrisse an der Balkenunterfläche beobachtet wurden.

Betrachtet man den gegenseitigen Verlauf der σ_{e_v} - und der σ_{e_i} -Linie, so lässt sich folgendes sagen:

1. Die aus den Betondehnungen berechneten Eisenspannungen ergeben höhere Werte, als die aus den Eisendehnungen ermittelten.

Das von v. Bach für Balken Nr. 98 allein gefundene Ergebnis, dass sich nach eingetretener Rissbildung die gemessene Verlängerung des Betons trotz des Unterschiedes der Abstände von der Nullachse derjenigen des Eisens mehr und mehr näherte und sie schliesslich überschreite, kann nach Ansehung der Versuche mit allen vier Balken dahingehend geändert werden:

2. Auch nach eingetretener Rissbildung entfernt sich die gemessene Verlängerung des Betons entsprechend dem Unterschiede der Abstände von der Nullachse von derjenigen des Eisens mehr und mehr, oder:

Die Differenz zwischen Betondehnung und Eisendehnung wächst mit wachsender äusserer Last, also auch die Differenz der aus den beiden Dehnungen berechneten Eisenspannungswerte, was durch die Rissebildung im Beton ohne weiteres erklärlich ist.

Es soll nicht behauptet werden, dass der gegenseitige Verlauf der beiden Spannungskurven durch diese einzige Versuchsreihe einwandfrei festgestellt sei. Um ein solches Ziel zu erreichen, müssten umfangreiche Vergleichsversuche durchgeführt werden. Es ist auch zu bedenken, dass diese Versuche besonders gestaltete Flacheisen umfassten, und es fragt sich, ob ihre Ergebnisse ohne weiteres auf Rundeisen übertragen werden können. So fand beispielsweise Professor H. Kayser, Darmstadt, auf Grund eigener Versuche mit Rundeisen von 12 mm ϕ folgende Werte:

P in kg	σ_{e_v} in kg/qcm	σ_{e_i} in kg/qcm	$\sigma_{e_v} - \sigma_{e_i}$	Fehler in %
931	185	135	50	27
1490	470	350	120	25,5
1870	720	480	240	33,3
2340	~1120	790	330	29,5
			im Mittel	30%

03.0 Wenn die Abweichungen zwischen den σ_{e_v} - und σ_{e_i} -Werten hier auch noch grösser sind als bei den Versuchen von v. Bach, so haben sie doch in Übereinstimmung mit diesen die durchaus einleuchtende Tatsache ergeben, dass die σ_{e_v} -Linie etwas grössere Werte darstellt als die σ_{e_i} -Linie, dass man also im Interesse der Sicherheit keinen Fehler begeht, wenn man zur Ermittlung der Eisenspannungen zunächst die σ_{e_v} -Werte, also die gemessenen Betonverlängerungen benutzt.

Die Auswertung der Versuche selbst findet sich im Anhang. Die Versuche und der Ort ihrer Veröffentlichung sind jeweils angegeben. Da, wo direkte Dehnungsmessungen an den Eisen vorhanden sind, sind diese zur Berechnung der Eisenspannungen benutzt, sonst die Dehnungsmessungen am Beton der Balkenunterflächen. Die Versuchsergebnisse und daraus folgenden Berechnungsergebnisse für jede einzelne Balken- bzw. Versuchsreihe, sowie die sich hieraus ergebenden Mittelwerte sind in Tafeln zusammengestellt, die im allgemeinen folgendes Schema besitzen:

1	2	3	4	5	6
Bezeichnung	Belastung P	Verlängerungen Δl_v bzw. Δl_i in $\frac{1}{x}$ cm auf die Messlänge l	Aus Spalte 3 berechnete Eisenspannungen σ_{e_v} bzw. σ_{e_i} in kg/cm^2	Mittelwerte der σ_{e_v} bzw. σ_{e_i} in kg/cm^2	Amtlich berechnete Eisenspannungen σ_{e_a} in kg/cm^2

Jeder einzelne Versuchsbalken ist ferner bezgl. seiner Längen- und Querabmessungen bildlich dargestellt, der Querschnitt der Eiseneinlagen, der Bewehrungsprozent und der nach den amtlichen Bestimmungen berechnete Wert von x ist beigeschrieben.

Unter „Bewehrungsprozent“ ist dabei das Verhältnis $\frac{fe}{b \cdot h} \cdot 100$ zu verstehen, wobei fe = Eisenquerschnitt, b = Breite, h = Höhe des wirklichen Betonquerschnittes. Bei rechteckigen Balken ist die wirkliche Höhe und Breite des Balkens, bei T förmigen die Stegbreite und Steghöhe in Rechnung gestellt, die Platte jedoch zunächst unberücksichtigt gelassen.

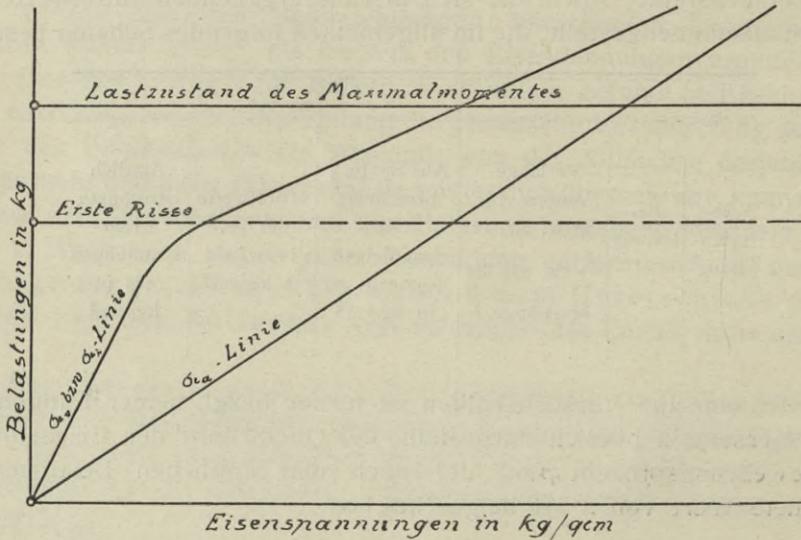
Die Versuchsbalken sind fortlaufend im Sinne ihrer Aufzählung nummeriert. Ausserdem sind die Zahlenwerte der Tafeln, wo dies nötig erschien, zeichnerisch aufgetragen und hiermit die σ_{e_v} - bzw. σ_{e_i} -Linie und die σ_{e_a} -Linie gefunden, wie dies Abb. 3 (S. 18) allgemein darstellt.

Auch die Linie der ersten Zugrisse im Beton erscheint in Abb. 3 als Horizontale für diejenige Belastung, welche diese ersten Risse erzeugt hat. Die zeichnerische Darstellung der Versuchsergebnisse gibt ein übersichtlicheres Bild der Verhältnisse als die zahlreichen Tafeln.

Die Tafel II (S. 19) enthält für die im Anhang untersuchten Balken die Lasten für $\sigma_{e_a} = 1000 \text{ kg/qcm}$ und die Belastung, bei der die ersten Risse aufgetreten sind.

Nach Tafel II beginnen zwischen Bewehrungsprozenten von 0,59 und 0,845 die ersten Risse aufzutreten, ehe der Zustand $\sigma_{e_a} = 1000 \text{ kg/qcm}$ erreicht ist. Bei allen stärker bewehrten Balken liegen die ersten Risse sodann unter der Laststufe $\sigma_{e_a} = 1000 \text{ kg/qcm}$. Diese Ergebnisse gelten für rechteckige Balken und Plattenbalken unter der Voraussetzung, dass der Bewehrungsprozent so bestimmt wird, wie dies auf S. 17 angegeben ist. Wird dagegen bei Ermittlung des Bewehrungsprozentes für Plattenbalken die Platte mit berücksichtigt, so kann unter Umständen der Bewehrungsprozent bei breiten Platten so herabsinken, dass die Ergebnisse für Plattenbalken keine Gültigkeit mehr besitzen. Für die hier untersuchten Plattenbalken trifft dies allerdings nicht zu. Beispielsweise sinkt für

Abb. 3.



Balken 27 nach S. 49 bei Einbeziehung der Platte der Bewehrungsprozent von 2,28 auf 1,46, der Plattenbalken bleibt also oberhalb der angegebenen Grenze, und die Ergebnisse der Tafel II treffen auch für ihn zu. Das obengenannte Intervall stellt zugleich auch etwa die obere Grenze dar, für die $\sigma_{e_a} = 1000 \text{ kg/qcm}$ den Zustand des Maximalmomentes bedeutet.

Für alle stärker bewehrten Balken, also vorzugsweise für Plattenbalken, wird der Zustand des Maximalmomentes nicht mehr durch die zulässige Eisenspannung, sondern durch die zulässige Betonspannung bestimmt, und es ist dann sehr wohl möglich, dass die ersten Risse erst oberhalb des zulässigen Maximalmomentes auftreten. Eine Bestätigung dafür gibt Balken 27, für den sich die zulässige Last im Zustand des Maximalmomentes zu 11 300 kg berechnet, während die ersten Risse erst bei 12 333 kg Belastung aufgetreten sind. Da es sich hier um Dehnungsmessungen im Zustand des Maximalmomentes handelt, so sind also zunächst nur die Balken bis ca. 0,68% Bewehrung zu gebrauchen.

Tafel II.

Bewehrungs- ^o / ₀	Balken Nr.	Laststufe σ_{ca} =1000 kg/qcm	Risslast kg	Bemerkungen
0,35	1	1 600	3 450	
0,393	9	2 350	4 300	
0,423	13	2 500	3 530	
0,427	5	2 550	3 370	
0,513	10	4 700	5 420	Balken für die Praxis unbrauchbar
0,524	8	2 400	3 830	} Balken 18 ist besser konstruiert als Balken 8 und 17
0,524	17	2 400	3 880	
0,524	18	2 400	3 700	
0,545	11	4 750	5 720	Balken für die Praxis unbrauchbar
0,545	12	4 750	5 920	
0,546	4	4 800	5 250	desgl.
0,59	16	5 250	3 850	"
0,68	31	5 000	5 000	"
0,845	6	3 330	3 420	Balken für die Praxis unbrauchbar
0,845	14	3 600	3 500	} Balken 15 ist besser konstruiert als Balken 14
0,845	15	3 600	3 700	
0,89	2	3 900	5 100	
0,893	7	7 700	6 035	Balken für die Praxis unbrauchbar
1,18	33	5 033	5 000	
1,24	21	6 670	6 670	
1,27	19	7 170	7 170	
1,27	20	7 170	6 330	} Balken 20 ist besser dimensioniert als Balken 19
1,69	3	7 100	5 700	
2,23	22	15 360	13 000	
2,23	23	15 360	13 333	} Balken 23 und 24 kommen der praktischen Ausführung näher als 22
2,23	24	15 360	12 333	
2,28	25	15 000	14 333	
2,28	26	15 000	13 000	} Balken 27 ist für die Praxis besser konstruiert als 25 und 26
2,28	27	15 000	12 333	
2,28	28	30 000	26 333	
2,53	32	10 900	7 000	
6,29	30	9 320	2 750	
6,97	29	—	Nicht beobachtet	

Aus Tafel II erkennt man, wie schon angedeutet, dass für alle diejenigen Balken, bei denen die Eisenspannung überhaupt querschnittsbestimmend in Frage kommt, im Zustand des Maximalmomentes, d. h. unter der rechnermässigen Last noch keinerlei Risse im Beton vorhanden waren bzw. trotz sorgfältigster Beobachtung beim Versuch wahrgenommen werden konnten. Es sind also von vornherein keine Einwendungen dagegen zu erheben, dass die Eisenspannungen in dem betreffenden Lastzustand aus den gemessenen mittleren Dehnungen berechnet werden.

Weiterhin ist es selbstverständlich, dass entsprechend den Bemerkungen in Tafel II zur Bestimmung der Bruchsicherheit nur solche Balken

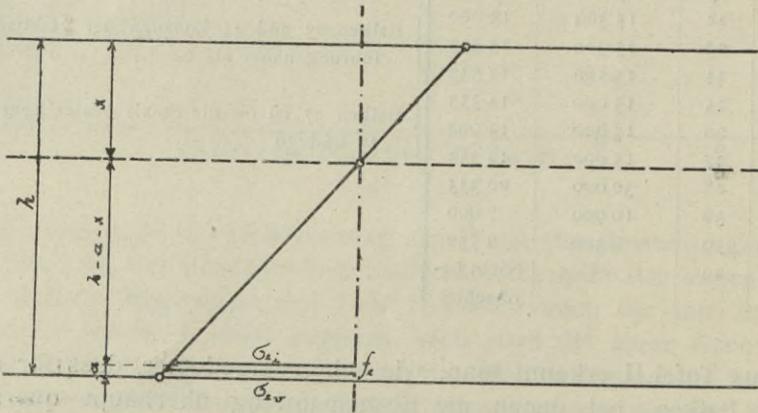
in Betracht gezogen werden können, die bezgl. ihrer Konstruktion auch für die Praxis verwertbar sind, denn nur für solche Balken kann eine mit der Wirklichkeit und praktischen Ausführung etwa übereinstimmende Sicherheit gegen Bruch vorausgesetzt werden. Es müssen also alle Balken ausscheiden, die bei verhältnismässig grosser Querschnittsbreite nur ein einziges Eisen im Zuggurt aufweisen, ebenso solche, bei denen Haken und Aufbiegungen, unter Umständen auch Bügel fehlen.

Als brauchbare Balken sind, wenigstens näherungsweise, anzusehen Nr. 1, 9, 13, 5 und 18¹⁾. Für diese Balken wurden die nachstehenden Eisenspannungswerte σ_{e_v} bezw. σ_{e_i} ermittelt:

Balken 1:	$\sigma_{e_i} = 170$ kg/qcm
„ 9:	$\sigma_{e_v} = 140$ „
„ 13:	$\sigma_{e_v} = 150$ „
„ 5:	$\sigma_{e_v} = 170$ „
„ 18:	$\sigma_{e_v} = 210$ „

Abb. 2 hat gezeigt, dass die σ_{e_v} -Linie in ihrem ganzen Verlauf grössere Werte darstellt als die σ_{e_i} -Linie, dass es mit anderen Worten möglich ist, die σ_{e_v} -Werte entsprechend dem Verlauf der beiden Linien zu verringern. Im Gebiet der ersten Risse beträgt der Verringerungskoeffizient beispielsweise 675 : 790 (vgl. Abb. 2), d. h. 0,854. Für obige Balken 9, 13, 5 und 18 kann dieser Koeffizient gemäss Abb. 4 annähernd auch aus folgenden Beziehungen gefunden werden:

Abb. 4.



$$\frac{\sigma_{e_i}}{h - x - a} = \frac{\sigma_{e_v}}{h - x},$$

d. h.

$$\sigma_{e_i} = \sigma_{e_v} \cdot \frac{h - x - a}{h - x} = \mu \sigma_{e_v},$$

wobei

$$\mu = \frac{h - x - a}{h - x}.$$

1) Balken 9 ist für die Praxis nicht ohne weiteres zu gebrauchen, wurde indessen mangels sonstiger geeigneter Balken beibehalten.

Vorausgesetzt ist hierbei allerdings ein Ebenbleiben der anfänglich ebenen Querschnitte. Bei seiner Nulllinienbestimmung hat v. Bach mangels sonstiger geeigneter Annahmen diese Annahme für alle Lastzustände zugrunde gelegt. Dass sie der Wirklichkeit nicht entspricht, das hat beispielsweise Schüle sehr treffend dadurch nachgewiesen, dass er die Dehnungen an verschiedenen Punkten eines Querschnittes gemessen hat. Aus der Verschiedenheit der Ablesungen ergibt sich dann direkt die Verkrümmung der Querschnittsebene. Bei seinen Versuchen an Eisenbetonbalken hat Müller¹⁾ nachgewiesen, dass die Querschnittswölbungen in der Druckzone eine Form annehmen, die einer Dreiecksverteilung der Druckspannungen durchaus nicht widerspricht, man wird also mit genügender Genauigkeit in rissefreien Lastzuständen die Nulllinie wie seither unter dieser Annahme bestimmen dürfen.

Es ist nun zunächst durch Auftragen der Dehnungsmessungen an der oberen und unteren Balkenfläche für den Lastzustand $\sigma_{e_a} = 1000 \text{ kg/qcm}$ die jeweilige Lage der Nulllinie gezeichnet und darnach der Wert μ ermittelt. Da, wo die Zusammendrückungen oben und die Verlängerungen unten für die Nutzlast nicht direkt gemessen sind, sind die betreffenden Werte in den dem Lastzustand $\sigma_{e_a} = 1000 \text{ kg/qcm}$ benachbarten Laststufen in die betreffenden Abbildungen eingetragen, gradlinig verbunden und auf diese Weise die Verlängerungen und Zusammendrückungen für die zulässige Last selbst gefunden.

1. Balken Nr. 9.

$$\text{Für } P = 2000 \text{ kg ist: } \Delta l_v = \frac{0,78 + 0,77 + 0,77}{3} = \sim 0,77,$$

$$\Delta l_b = \frac{0,84 + 0,77 + 0,80}{3} = \sim 0,80.$$

$$\text{Für } P = 2500 \text{ kg ist: } \Delta l_v = \frac{1,03 + 1,00 + 1,02}{3} = \sim 1,02,$$

$$\Delta l_b = \frac{1,10 + 1,00 + 1,05}{3} = \sim 1,05.$$

Für $\sigma_{e_a} = 1000$ ergibt sich aus Blatt IX des Anhanges

$$\Delta l_v = 0,97; \quad \Delta l_b = 1,00.$$

$$h = 30 \text{ cm}; \quad a = 1,5 \text{ cm}; \quad x = 15 \text{ cm},$$

also
$$\mu = \frac{30 - 1,5 - 15}{30 - 15} = 0,9. \quad (\text{Vgl. Abb. 5.})$$

Dieselbe Untersuchung, auch für die übrigen Balken durchgeführt, ergibt für:

2. Balken Nr. 13: $\mu = 0,875.$

3. Balken Nr. 5: $\mu = 0,865.$

4. Balken Nr. 18: $\mu = 0,9.$

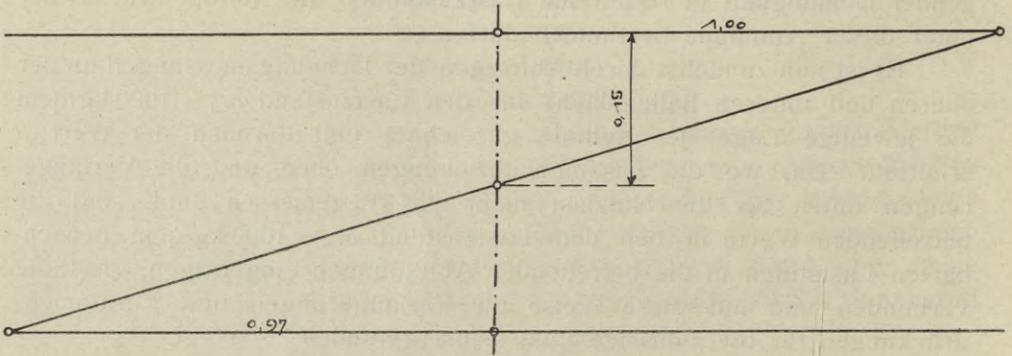
Als Mittelwert erhält man
$$\mu = \frac{0,9 + 0,875 + 0,865 + 0,9}{4} = 0,885.$$

1) Vgl. Dr.-Ing. Richard Müller, „Neue Versuche über die Lage und das Wandern der Nulllinie und die Verbiegung der Querschnitte“, Verlag von W. Ernst & Sohn, Berlin.

Dieser Mittelwert stimmt mit dem aus Abb. 2 abgeleiteten $\mu = 0,854$ gut überein. Als einfachen und sicher nicht zu niedrigen Mittelwert wird man 0,9 einführen dürfen; die gemessenen Eisenspannungen ändern sich hiernach wie folgt:

- Balken 1: $\sigma_{e_i} = 170 \text{ kg/qcm}$
 „ 9: $\sigma_{e_i} = 126$ „
 „ 13: $\sigma_{e_i} = 135$ „
 „ 5: $\sigma_{e_i} = 153$ „
 „ 18: $\sigma_{e_i} = 189$ „

Abb. 5.



Es fragt sich nun, inwieweit die so ermittelten Eisenspannungen Anspruch auf Richtigkeit und Zuverlässigkeit machen können. Da die Spannung in den Eisenstäben nicht = 1000 kg/qcm sondern = σ_{e_i} ist, so muss man annehmen, dass die Differenz der sich hieraus ergebenden Eisenzugkräfte vom Beton unterhalb der Nulllinie aufgenommen wird. Wir erhalten also nach Abb. 4:

$$f_e (1000 - \sigma_{e_i}) = \sigma_{b_z} \left(\frac{h-x}{2} \right) \cdot b$$

woraus

$$\sigma_{b_z} = \frac{2 f_e (1000 - \sigma_{e_i})}{b \cdot (h-x)}$$

Die x -Werte sind bei der Untersuchung auf S. 21. bestimmt worden, und man erhält für die v. Bach'schen Balken die in Tafel III zusammengestellten Werte.

Tafel III.

Bewehrungs- $\frac{0}{0}$	Balken Nr.	σ_{e_i} kg/qcm	h cm	x cm	b cm	f_e cm ²	σ_{b_z} kg/qcm
0,393	9	126	30	15	30	2,36	9,25
0,423	13	135	30	15	20	2,54	14,7
0,427	5	153	30	16	20	2,54	15,4
0,524	18	189	30	15	15	2,36	17,0

v. Bach hat die Biegezugfestigkeit des Betons dieser Balken zu 23,9 kg/qcm, d. h. dem 1,84fachen der reinen Zugfestigkeit ermittelt¹⁾. Es werden also die ersten Risse im Beton auftreten, sobald die Betonzugspannung die Biegezugfestigkeit erreicht. Da nun, solange noch keine Risse vorhanden sind, und entsprechend Abb. 4 eine lineare Zunahme der Zugspannung des Betons vorausgesetzt werden kann, so hätte nach Tafel III die Nutzlast noch anwachsen dürfen

bei Balken 9	auf das	$\frac{23,9}{9,25}$	fache
"	"	13	"
"	"	5	"
und "	"	18	"

ehe die ersten Risse auftraten. Hieraus berechnen sich unter Einführung der Nutzlasten folgende theoretische Rissbelastungen:

Bei Balken 9:	$2350 \times 2,58 = 6080$	kg	
"	"	13: $2500 \times 1,63 = 4070$	"
"	"	5: $2550 \times 1,55 = 3950$	"
"	"	18: $2400 \times 1,41 = 3380$	"

Die beim Versuch ermittelten Rissbelastungen sind folgende:

Bei Balken 9:	4300	kg	
"	"	13: 3530	"
"	"	5: 3370	"
"	"	18: 3700	"

Balken 9 kann infolge seiner ungeeigneten Konstruktion für die Untersuchung nicht in Frage kommen. (Vgl. die Fussnote auf S. 20.) Bei der grossen Balkenbreite werden die unter dem einzig vorhandenen, mittleren Eisen vorgenommenen Dehnungsmessungen nicht ohne weiteres auf die seitlichen Dehnungen übertragen werden können. Dagegen zeigen die Ergebnisse an den Balken 13, 5 und 18 bzgl. Rechnung und Beobachtung eine ganz gute Übereinstimmung, und man kann daraus schliessen, dass die direkten Dehnungsmessungen ziemlich genau die wirklich vorhandenen Spannungen getroffen haben. Eine gewisse Differenz zwischen den wirklichen und den berechneten Risslasten muss vorhanden sein, da bei dem Beton verschiedenartiger Balken zu viel Zufälligkeiten mitspielen, die auf die Festigkeitseigenschaften einwirken.

Welchen Wert hat nun die Kenntnis der gemessenen Eisenspannungen für die Beurteilung der zulässigen Spannungen?

Zu diesem Zweck betrachten wir für vorstehende Balken die Bruchlasten und danach die Sicherheitskoeffizienten ρ gegen Bruch. Über die Brucherscheinungen und Bruchursachen sagen die Veröffentlichungen folgendes:

1) Vgl. Mitteilungen über Forschungsarbeiten, Heft 45—47, Verlag von J. Springer, Berlin

1. Balken Nr. 9. Bei der Höchstlast $P=9350$ kg gleiten die Eisen so rasch, dass die Wage der Prüfungsmaschine nicht mehr zum Einspielen gebracht werden kann. Dabei zeigen die Eisen losen Zunder, d. h. die Streckgrenze ist erreicht.

Wir stehen somit wenigstens nahezu am Ende der Leistungsfähigkeit auch mit Rücksicht auf das Biegemoment und können $P=9350$ kg als Bruchlast annehmen. Ferner ist die zulässige Last $P_1=2350$ kg, also $\varrho=3,98$. Im Falle der Berücksichtigung des Eigengewichtes $\left(\frac{307,5 + 309,2 + 311,7}{3} = 309 \text{ kg}\right)$ wächst P auf $9350 + 309 = 9659$ kg, sonach ergibt sich ϱ zu $9659 : 2350 = 4,12$.

2. Balken Nr. 13. Bei $P=8000$ kg haben die Eisen die Streckgrenze erreicht, bei 8550 kg wird der Beton auf der Druckseite zerstört, die Widerstandsfähigkeit des Balkens ist erschöpft. Also $P=8550$ kg; $P_1=2500$ kg; $\varrho=3,42$. Im Falle der Berücksichtigung des Eigengewichtes $\left(\frac{308,0 + 314,5 + 309,8}{3} = 311 \text{ kg}\right)$ wächst P auf 8861 kg, woraus $\varrho=3,54$.

3. Balken Nr. 5. Die Widerstandsfähigkeit des Balkens war erschöpft infolge raschen Gleitens der Eiseneinlage.

4. Balken Nr. 18. Bei $P=8500$ kg ist die Streckgrenze des Eisens erreicht, der Balken wird auf der Druckseite zerstört. Es ist $P=8500$ kg; $P_1=2400$ kg; $\varrho=3,55$. Im Falle der Berücksichtigung des Eigengewichtes $\left(\frac{232 + 232,7 + 231,6}{3} = 232 \text{ kg}\right)$ wächst P auf 8732 kg, woraus $\varrho=3,64$.

Im folgenden sind die Sicherheitskoeffizienten ϱ zusammengestellt.

Balken 9:	$\varrho = 3,98$	(4,12)
„ 13:	$\varrho = 3,42$	(3,54)
„ 18:	$\varrho = 3,55$	(3,64) ¹⁾ .

Vergleicht man hiermit die gemessenen tatsächlichen Eisenspannungen im Lastzustand $\sigma_{e_a} = 1000 \text{ kg/qcm}$ (vgl. S. 22), so erkennt man auch hieraus sofort, dass ein richtiges Urteil über die Höhe der zulässigen Eisenspannung nur die vorhandenen Sicherheitskoeffizienten gegen Bruch geben können; die zweifellos richtige Tatsache, dass die wirklichen Eisenspannungen im Falle des Maximalmomentes an die Rechnungswerte lange nicht heranreichen, kann hingegen für die Beurteilung und Festsetzung der zulässigen Eisenspannung nicht in Betracht kommen.

1) Die eingeklammerten Werte gelten für den Fall, dass die Bruchlast beim Versuch um die Eigenlast der Balken vergrößert wird.

IV. Einfluss der Rissbildung auf die Eisenspannungen; mittlere und örtliche Eisenspannungen.

Wir unterscheiden zwischen niedrig und höher bewehrten Balken und betrachten zunächst die schon vorher behandelten Balken 13 und 18¹⁾ weiter.

1. Balken mit Bewehrungsprozenten < 0,70.

Wir haben gesehen, dass unter der Einwirkung der zulässigen Last noch keinerlei Risse im Beton vorhanden waren, und dass die direkten Dehnungsmessungen die Grösse der Eisenspannungen ergeben. Dieser Zustand wird bis zum Eintritt der ersten Risse andauern. Oberhalb dieser werden jedoch die Eisenspannungen in den Rissstellen d. h. die örtlichen Eisenspannungen voraussichtlich höher sein als die mittleren.

Um dies genauer zu untersuchen, sind für die obigen Balken die Lastzustände, die durch $\sigma e_a = 2000$, $\sigma e_a = 2500$ und $\sigma e_a = 3000$ kg/qcm bestimmt sind, zu betrachten.

Hierbei werden die Eisenspannungen so eingeführt, wie sie die Dehnungsmessungen am Beton ergeben; es werden also die direkt gemessenen Spannungen σe_v in Vergleich gebracht mit den örtlichen Spannungen. Wir erhalten alsdann die folgenden Tafeln IV und V.

Tafel IV. Balken 13.

$P_1 = 2500$ kg; $2 P_1 = 5000$ kg; $2,5 P_1 = 6250$ kg; $3 P_1 = 7500$ kg.

P	M_v im Mittel	σe_v	σe_a	Bemerkungen
5000		1263	2000	Vgl. Anhang
6000	$\frac{12,84 + 11,95 + 12,19}{3} = 12,33$			Vgl. Heft 45—47 der Mitteilungen über Forschungsarbeiten. Zusammenstellung 16
7000	$\frac{15,81 + 15,26 + 15,34}{3} = 15,47$			
6250	13,11	1965	2500	
7000	15,47			Vgl. Heft 45—47. Zusammenstellung 16
8000	$\frac{18,71 + 18,89}{2} = 18,80$			
7500	17,14	2570	3000	

1) Balken 9 ist ausgeschieden, weil er für die Praxis nicht zu brauchen ist. Im Abschnitt IV sind nur v. Bach'sche Balken behandelt, da sie die ausführlichsten Dehnungsmessungen aufweisen.

Tafel V. Balken 18.

$P_1 = 2400$ kg; $2 P_1 = 4800$ kg; $2,5 P_1 = 6000$ kg; $3 P_1 = 7200$ kg.

P	Δl_v im Mittel	σ_{ev}	σ_{ea}	Bemerkungen
4500	$\frac{8,00 + 8,07 + 8,24}{3} = 8,10$			Vgl. Heft 45—47 der Mitteilungen über Forschungsarbeiten. Zusammenstellung 26
5000	$\frac{10,30 + 10,23 + 10,7}{3} = 10,41$			
4800	949	1425	2000	
6000	$\frac{14,53 + 14,36 + 14,46}{3} = 14,45$	2170	2500	Vgl. Heft 45—47. Zusammenstellung 26
7000	$18,39 + 17,99 + 18,00 = 18,13$			Vgl. Heft 45—47. Zusammenstellung 26
7500	$\frac{20,30 + 19,97}{2} = 20,14$			
7200	18,93	2840	3000	

Nun sind bei keinem der v. Bach'schen Balken Rissbreiten gemessen worden, die zur Ermittlung der örtlichen Eisenspannungen dienen könnten. Man ist deshalb auf eine andere Art der Bestimmung angewiesen, und zwar geschieht diese mit Hilfe der genau beobachteten und in den Veröffentlichungen enthaltenen Risshöhen. Dieses Verfahren erscheint mangels anderer Unterlagen geeignet, um zu Ergebnissen zu gelangen, die Anspruch auf Gültigkeit machen können. Man könnte die örtlichen Eisenspannungen angenähert auch dadurch zu bestimmen suchen, dass man sehr kleine Messlängen einführt, auch liessen sich u. U. durch Anbringen von feinen Ringrillen vor dem Einbetonieren Ergebnisse erzielen. Beide Wege sind indessen hier nicht gangbar, weil bei dem vorliegenden Versuchsmaterial keine dahingehenden Anordnungen getroffen waren.

Nach v. Bach setzen sich bekanntlich die an den Balkenunterkanten beginnenden Risse gemäss Abb. 6 nach oben hin fort, d. h. ausser dem zwischen Nulllinie und Rissoberkante liegenden Rechteck B D E C wird auch noch ein Teil der Dreiecksfläche B C A zugkräftig sein, wenn man nicht annimmt, dass der Balken innerhalb der Fläche B C A bereits auf seine ganze Querschnittsbreite durchgerissen ist. In den ersten Stadien der Rissebildung wird dies sicher noch nicht der Fall sein, und man wird für diesen Zustand mit genügender Sicherheit annehmen können, dass die schraffierte Betonfläche noch fähig ist, an der Aufnahme der Zugkräfte mitzuwirken. Diese Annahme stellt jedenfalls den ungünstigsten Fall der Rissebildung dar, sie gilt, wie das bei den v. Bach'schen Balken meist der Fall war, streng genommen nur für den Fall, dass der Balken nur ein Eisen in Balkenmitte enthielt. Sind dagegen mehrere Eisen gleichmässig in der Zugzone verteilt, was in der Praxis wohl stets der Fall ist, so werden die Risse mehr Kantenrisse bleiben, und die zugkräftige Betonfläche wird grösser sein. Die Annahme dieser ungünstigsten Art der Rissbildung geschieht also einmal in Anlehnung an die

hier in Rede stehenden v. Bach'schen Versuche, für die sie zumeist zu- trifft, und sodann in der Erwägung, dass eine gleichmässigerer Verteilung der Eisen in der Zugzone nur günstigere Verhältnisse schaffen kann. In dieser Hinsicht sind die aus dieser Annahme entspringenden Ergebnisse als ungünstigster Grenzfall anzusehen¹⁾.

Nimmt man als Spannungsfläche für den Betonzug eine Ebene an, so kann man unter Bezugnahme auf Abb. 7 schreiben:

$$fe(\sigma_{e_a} - \sigma_e) = \frac{\sigma_{b_z}}{2} \left[(h - x - d) \cdot b + \frac{c \cdot b}{3} \right],$$

woraus

$$\sigma_e = \frac{fe \cdot \sigma_{e_a} - \frac{\sigma_{b_z} \cdot b}{2} \left(h - x - d - \frac{c}{3} \right)}{fe}.$$

Abb. 6.

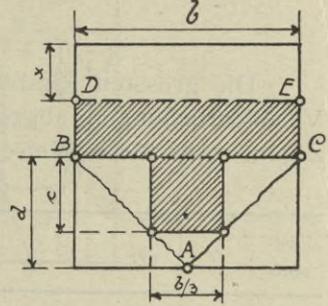
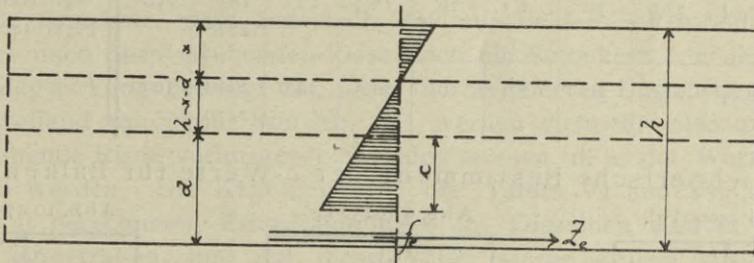


Abb. 7.



Hierbei ist: σ_e die Eisenspannung in der Rissstelle,
 σ_{e_a} die nach den amtlichen Bestimmungen ermittelte Eisenspannung für die jeweilige Laststufe,
 σ_{b_z} die Betonzugspannung = der Zugfestigkeit des Betons.

Der Wert x wird, um den wirklichen Verhältnissen möglichst nahe zu kommen, veränderlich angenommen, und zwar für die einzelnen Laststufen nach folgenden Gesichtspunkten. Die Lage der Nulllinie für den Lastzustand $\sigma_{e_a} = 1000 \text{ kg/qcm}$ wurde auf S. 21 ermittelt. Für $\sigma_{e_a} = 2500$ und $\sigma_{e_a} = 3000 \text{ kg/qcm}$ ist der nach den amtlichen Bestimmungen berechnete Wert x_a anzunehmen, da dieser den Verhältnissen bei nahe der Bruchlast gelegenen Laststufen mit zahlreichen Rissen Rechnung trägt. Während der Laststufe $\sigma_{e_a} = 2000 \text{ kg/qcm}$ wird diese hohe Lage von x wohl noch nicht erreicht sein. Sie stellt etwa die Mitte dar zwischen der ersten Rissbildung und dem Zustand $\sigma_{e_a} = 2500 \text{ kg/qcm}$, man wird also am folgerichtigsten für x die mittlere Lage zwischen der

1) Anmerkung des Referenten. Dieser Auffassung vermag ich nicht vollständig zuzustimmen. Bei gleichmässiger Verteilung der Zugeisen über den Querschnitt werden sich die anfänglich vorhandenen Kantenrisse sehr bald über den ganzen Querschnitt ausdehnen und mehr oder weniger parallel zur Nulllinie verlaufen. Welcher Teil der Betonfläche auf der Zugseite dann noch als tragend angesehen werden kann, wird von der Ausführung des Balkens, der Art der Armierung und der jeweiligen Grösse der Belastung abhängen.

oberen und unteren Grenzlage, d. h. x_m einführen. Die verschiedenen x -Werte ergeben sich sodann wie folgt:

Balken.	x	x_m	x_a
13	15	11,6	8,1
18	15	12,1	9,3

Die grössten Risshöhen sind aus den Abbildungen der betreffenden Veröffentlichungen abgegriffen und auf die tatsächliche Balkenhöhe bezogen. Auf diese Weise sind die folgenden Tafeln zusammengestellt.

Tafel VI. Balken 13

Laststufe	f_e	σ_{bz}	h	x	b	d	c	σ_e	σ_{ea}	Bemerkungen
5000	2,54	23,9	30	11,6	20	17,4	11,5	1550 (1900)	2000	Vgl. Heft 45—47 Figur 140 und 141
6250	2,54	23,9	30	8,1	20	18,9	12,0	1840 (2220)	2500	
7500	2,54	23,9	30	8,1	20	21,5	14,0	2520 (2970)	3000	

Zeichnerische Bestimmung der c -Werte für Balken 13.

Abb. 8 (5000 kg).

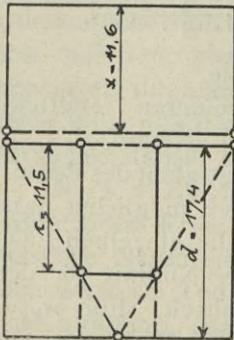


Abb. 9 (6250 kg).

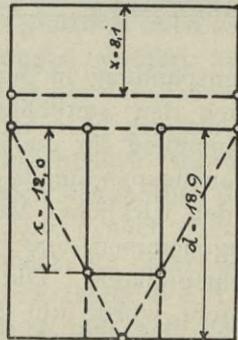
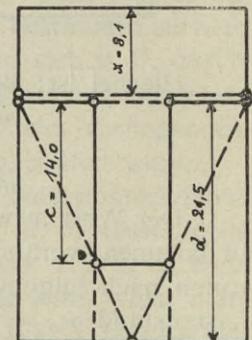


Abb. 10 (7500 kg).



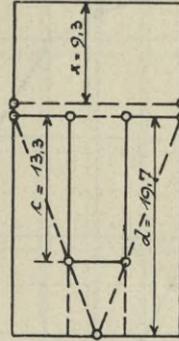
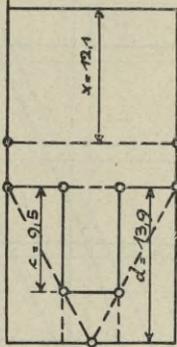
Tafel VII. Balken 18.

Laststufe	f_e	σ_{bz}	h	x	b	d	c	σ_e	σ_{ea}	Bemerkungen
4800	2,36	23,9	30	12,1	15	13,9	9,5	1455 (1700)	2000	Vgl. Heft 45—47 Figur 164 und 165
6000	2,36	23,9	30	9,3	15	19,7	13,3	2100 (2430)	2500	
7200	2,36	23,9	30	9,3	15	19,7	13,3	2580 (2930)	3000	

Zeichnerische Bestimmung der c -Werte für Balken 18.

Abb. 11 (4800 kg).

Abb. 12 (6000 und 7200 kg).



Um die verschiedenen Zahlenwerte in ein übersichtlicheres Bild zu bringen, sind sie zeichnerisch aufgetragen, und zwar im Vergleich mit den σe_a -Linien. (Vgl. Abb. 13 und 14.)

Die Annahme, dass innerhalb der auf beiden Seiten eines Querschnittes nach oben strebenden Risse noch ein Betonkern von der Höhe c an der Zugwirkung beteiligt sei, kann für die höheren Lastzustände nicht als zutreffend anerkannt werden. Es werden vielmehr alsdann schon durchgehende Risse vorausgesetzt werden müssen, d. h. der Wert c muss gleich 0 werden. Die Klammerwerte der Tafeln VI und VII sind die für $c = 0$ berechneten Eisenspannungen σe . Dieselben sind in Abb. 13 und 14 eingetragen, und auf diese Weise ist die kräftig ausgezogene Linie der örtlichen Eisenspannungen (σe) erhalten.

Es ist nun selbstverständlich, dass unmittelbar nach dem Eintritt der ersten Risse und noch eine Zeitlang nachher durchgehende Risse noch nicht vorhanden sein werden. Diese treten erst nach und nach mit dem Wachsen der Risse nach oben hin ein. Deshalb ist es berechtigt, die Punkte A und B in den Abb. 13 und 14 gradlinig zu verbinden. A stellt die Eisenspannung im Augenblick der Rissbildung dar, B diejenige Eisenspannung, die in der nächst höheren Laststufe unter der ungünstigen Annahme berechnet ist, dass der Betonquerschnitt bereits auf seine ganze Länge durchgerissen sei.

2. Balken mit Bewehrungsprozenten $> 0,7$.

Bei diesen Balken ist die Laststufe des Maximalmomentes bestimmt durch die Gleichungen der amtlichen Bestimmungen.

$$\sigma b = \frac{2M}{b \cdot x \left(h - a - \frac{x}{3} \right)}$$

für rechteckige

$$\text{und } \sigma e = \frac{M}{f_e (h - a - x + y)}$$

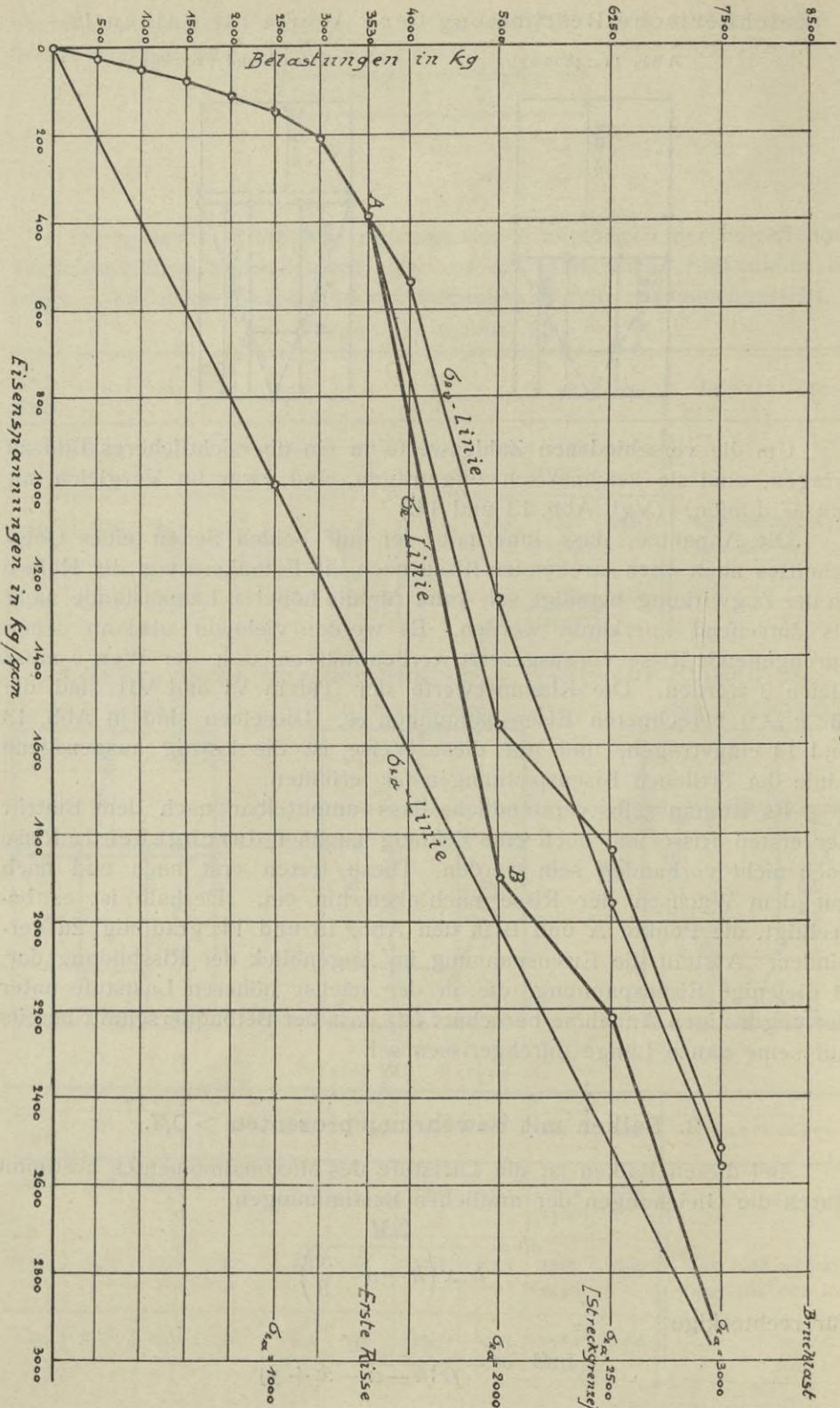
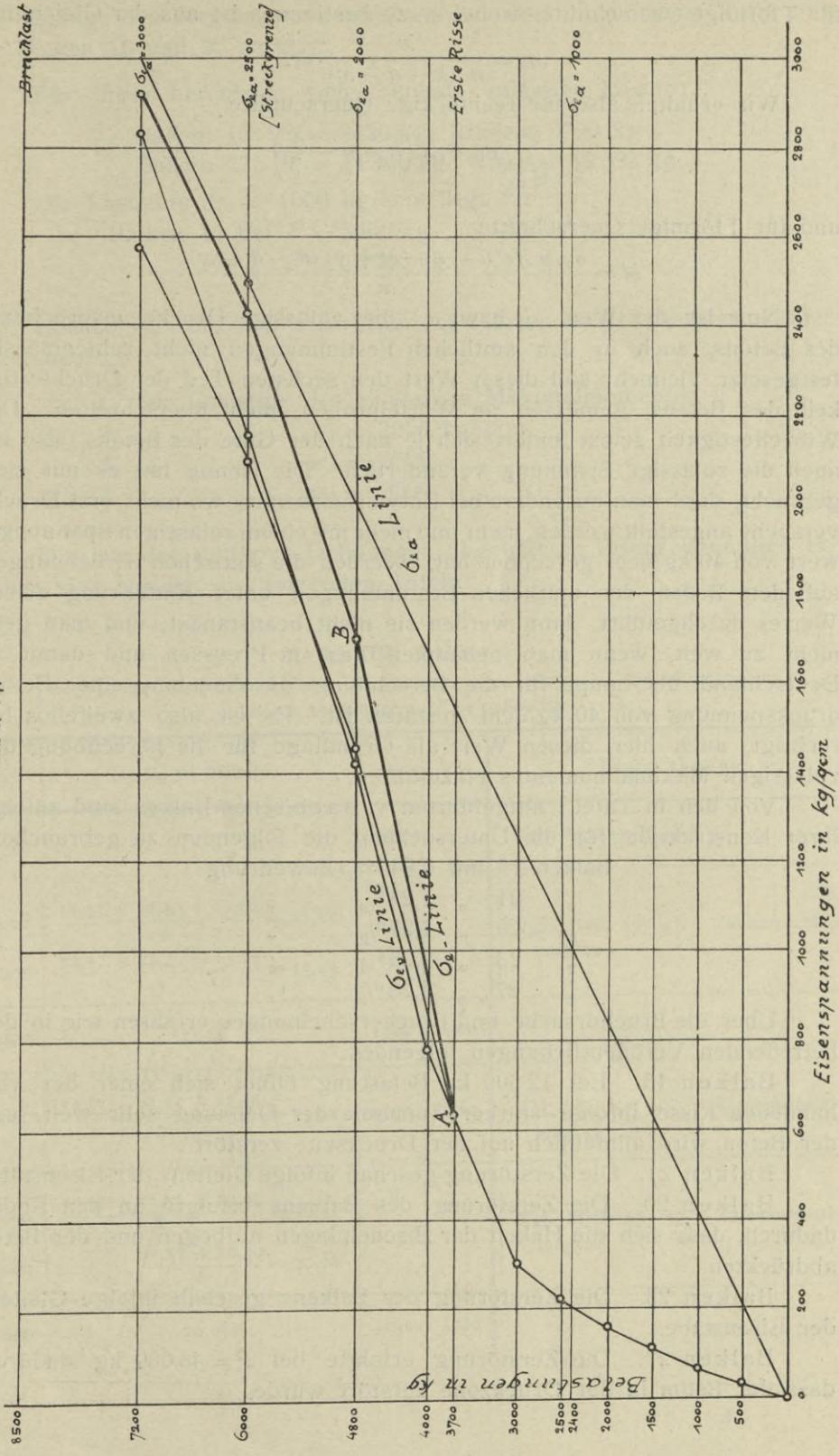


Abb. 13.

Abb. 14.



für T förmige Querschnitte, wobei σ_e zu bestimmen ist aus der Gleichung

$$\sigma_o = \frac{x}{n \cdot (h - a - x)} \cdot \sigma_e.$$

Wir erhalten also für rechteckige Querschnitte

$$M = \frac{\sigma_b \cdot b \cdot x \left(h - a - \frac{x}{3} \right)}{2}$$

und für T förmige Querschnitte

$$M = \frac{\sigma_o \cdot n \cdot f_e (h - a - x + y) (h - a - x)}{x}.$$

Nun ist der Wert σ_b bzw. σ_o , die zulässige Druckbeanspruchung des Betons, auch in den amtlichen Bestimmungen nicht zahlenmässig festgesetzt, vielmehr soll dieser Wert den sechsten Teil der Druckfestigkeit des Betons, gemessen an Würfelproben, nicht überschreiten. Die Würfel Festigkeit selbst ändert sich je nach der Güte des Betons, also ist auch die zulässige Spannung veränderlich. Die Übung hat es mit sich gebracht, dass man besonders bei Entwurfsarbeiten, wo nicht erst Druckversuche angestellt werden, mehr und mehr mit einem zulässigen Spannungswert von 40 kg/qcm gerechnet hat. Werden die statischen Berechnungen auf dem Boden der amtlichen Bestimmungen unter Einführung dieses Wertes durchgeführt, dann werden sie nicht beanstandet, und man geht nicht zu weit, wenn man behauptet, dass in Preussen und damit in Deutschland überhaupt für die Berechnung die Annahme einer Betondruckspannung von 40 kg/qcm gestattet ist. Es ist also zweifellos berechtigt, auch hier diesen Wert als Grundlage für die Berechnung des zulässigen Maximalmomentes einzuführen.

Von den in Tafel I aufgeführten v. Bach'schen Balken sind zufolge ihrer Konstruktion für die Untersuchung die folgenden zu gebrauchen:

Balken 15 mit 0,845% Bewehrung

"	21	"	1,24%	"
"	20	"	1,27%	"
"	23	"	2,23%	"
"	27	"	2,28%	"

Über die Bruchursache und Brucherscheinungen erfahren wir in den betreffenden Veröffentlichungen folgendes:

Balken 15. Bei 12 500 kg Belastung öffnet sich einer der vorhandenen Risse infolge starker Zunahme der Dehnung sehr weit, und der Beton wird allmählich auf der Druckseite zerstört.

Balken 21. Die Zerstörung geschah infolge Gleitens der Eisenstäbe.

Balken 20. Die Zerstörung des Balkens erfolgte an den Enden dadurch, dass sich die Haken der Eiseneinlagen aufbogen und den Beton abdrückten.

Balken 23. Die Zerstörung des Balkens geschah infolge Gleitens der Eisenstäbe.

Balken 27. Die Zerstörung erfolgte bei $P = 48\,000$ kg dadurch, dass der Beton in der Druckzone zerstört wurde.

Infolge des Biegemomentes wurden also im mittleren Teile nur die Balken 15 und 27 zerstört.

Für diese berechnen sich folgende zulässige Lasten:

Balken 15: $P_1 = 3130$ kg; Risslast 3700 kg

Balken 27: $P_1 = 11\,300$ kg; Risslast 12 333 kg.

Die Laststufe $\sigma_{e_a} = 1000$ kg/qcm liegt für

Balken 15 bei $P = 3600$ kg

„ 27 „ $P = 15\,000$ kg.

Ebenso wie bei den schwächer bewehrten Balken wurden wieder untersucht:

1. Die Laststufe des zulässigen Maximalmomentes
2. „ „ $\sigma_{e_a} = 2000$ kg/qcm
3. „ „ $\sigma_{e_a} = 2500$ „
4. „ „ $\sigma_{e_a} = 3000$ „

Die aus den mittleren Dehnungen abgeleiteten Eisenspannungen ergeben sich alsdann aus folgenden Tafeln:

Tafel VIII. Balken 15.

$P_1 = 3130$ kg; $\sigma_{e_a} = 2000$ kg/qcm : $P = 7200$ kg; $\sigma_{e_a} = 2500$ kg/qcm : $P = 9000$ kg;
 $\sigma_{e_a} = 3000$ kg/qcm : $P = 10\,800$ kg.

P	Δl_v im Mittel	σ_{e_v}	σ_{e_a}	Bemerkungen
4000		488		Vgl. Anhang Bl. XV
7000	$\frac{10,97 + 11,40 + 11,09}{3} = 11,15$			} Vgl. Heft 45—47, Zusammenstellung 22
8000	$\frac{13,27 + 13,76 + 13,31}{3} = 13,45$			
7200	11,61	1740	2000	
9000	$\frac{15,55 + 15,95 + 15,66}{3} = 15,72$	2350	2500	Vgl. Heft 45—47, Zusammenstellung 22
10000	$\frac{17,95 + 18,38 + 17,99}{3} = 18,11$			} Vgl. Heft 45—47, Zusammenstellung 22
11000	$\frac{21,11 + 20,30}{2} = 20,70$			
10800	20,18	3030	3000	

Tafel IX. Balken 27.

$P_1 = 11\ 300\text{ kg}; \sigma_{ea} = 2000\text{ kg/qcm}; P = 30\ 000\text{ kg}; \sigma_{ea} = 2500\text{ kg}; P = 37\ 500\text{ kg};$
 $\sigma_{ea} = 30\ 000\text{ kg/qcm}; P = 45\ 000\text{ kg}.$

P	Δl_v im Mittel	σ_{ev}	σ_{ea}	Bemerkungen
2 000	$\frac{0,27 + 0,28 + 0,32}{3} = 0,29$	51		Vgl. Heft 45—47, Zusammenstellung 46
4 000	$\frac{0,58 + 0,58 + 0,60}{3} = 0,59$	103		
6 000	$\frac{0,95 + 0,93 + 0,95}{3} = 0,94$	164		
8 000	$\frac{1,34 + 1,33 + 1,36}{3} = 1,34$	234		
10 000	$\frac{1,91 + 1,85 + 1,94}{3} = 1,90$	332		
12 000		470		Vgl. Anhang Bl. XXVII
14 000		672		Vgl. Anhang Bl. XXVII
30 000	$\frac{12,11 + 11,28 + 11,46}{3} = 11,62$	2030	2000	Vgl. Heft 45—47, Zusammenstellung 46
36 000	$\frac{14,97 + 14,41 + 14,57}{3} = 14,65$			
39 000	$\frac{16,40 + 16,13 + 16,79}{3} = 16,44$			
37 500	15,55	2710	2500	
45 000	$\frac{32,68 + 21,47 + 32,25}{3} = 28,80$	5030	3000	

Die Berechnung der Eisenspannungen in den Rissstellen geschieht unter der ungünstigsten Annahme, dass der betreffende Betonquerschnitt auf die jeweilige Höhe des Risses ganz durchgerissen sei, dass also $c = 0$ ist. Für die Laststufen vor Eintritt der ersten Risse kann die Nulllinie mit genügender Genauigkeit in Balkenmitte angenommen werden, für die Laststufen $\sigma_{ea} = 2500$ und $\sigma_{ea} = 3000\text{ kg/qcm}$ wird der nach den amtlichen Bestimmungen berechnete x_a -Wert und für $\sigma_{ea} = 2000\text{ kg/qcm}$ das zwischen beiden Grenzlagen gelegene x_m eingeführt. Hiernach ist:

Balken	x	x_m	x_a
15	15	13	11,1
27	25	22,8	20,5

Wir erhalten alsdann die folgenden Tafeln:

Tafel X. Balken 15.

Laststufe	f_e	σ_{bz}	h	x	b	d	σ_e	Bemerkungen
7 200	3,8	23,9	30	13	15	16,6	1980	} Vgl. Heft 45—47, Figur 157 und 158
9 000	3,8	23,9	30	11,1	15	18,2	2470	
10 800	3,8	23,9	30	11,1	15	18,2	2970	

Tafel XI. Balken 27.

Laststufe	f_e	σ_{bz}	h	x	b	d	σ_e	Bemerkungen
30 000	18,22	23,9	50	22,8	20	27,2	2000	} Vgl. Heft 45—47, Figur 269 und 270
37 500	18,22	23,9	50	20,5	20	29,3	2500	
45 000	18,22	23,9	50	13 ¹⁾	20	37,0	3000	

Im Lastzustand des Maximalmomentes betragen die Sicherheitskoeffizienten gegen Bruch

$$\text{bei Balken 15: } \varrho = \frac{12500}{3130} = 4,00.$$

Im Falle der Berücksichtigung des Eigengewichtes

$$\left(\frac{233,3 + 236,1 + 237,6}{3} = \sim 236 \text{ kg} \right)$$

wächst die Bruchlast auf $P = 12500 + 236 = 12736 \text{ kg}$, sodass

$$\varrho = 12736 : 3130 = 4,07,$$

$$\text{bei Balken 27: } \varrho = \frac{48000}{11300} = 4,25.$$

Im Falle der Berücksichtigung des Eigengewichtes

$$\left(\frac{983,6 + 978,3 + 981,1}{3} = 981 \text{ kg} \right)$$

wächst die Bruchlast P auf 48981 kg , sodass $\varrho = 4,33$.

Die Ergebnisse sind in den Abbildungen 15 und 16 aufgetragen. Die Abbildung 15 ist der beste Beweis dafür, wie richtig es ist, die Eisenspannungen nach den amtlichen Bestimmungen zu berechnen. Bei Lasten = 3 bis $4 P_1$ ($P_1 =$ zulässige Last) nähert sich die wirkliche Eisenspannung fast vollständig dem rechnerischen Wert. Soll also die zulässige Last eine 3. bis 4fache Sicherheit darstellen, so muss auch die (gedachte) Spannung in diesem Lastzustand nach den amtlichen Bestimmungen gerechnet werden.

1) Da die Risshöhe 37 cm beträgt, muss die Nulllinie natürlich höher liegen, als $x_a = 20,5$ angibt. Als ungünstigstes Mass ist $h - d = 13 \text{ cm}$ angenommen.

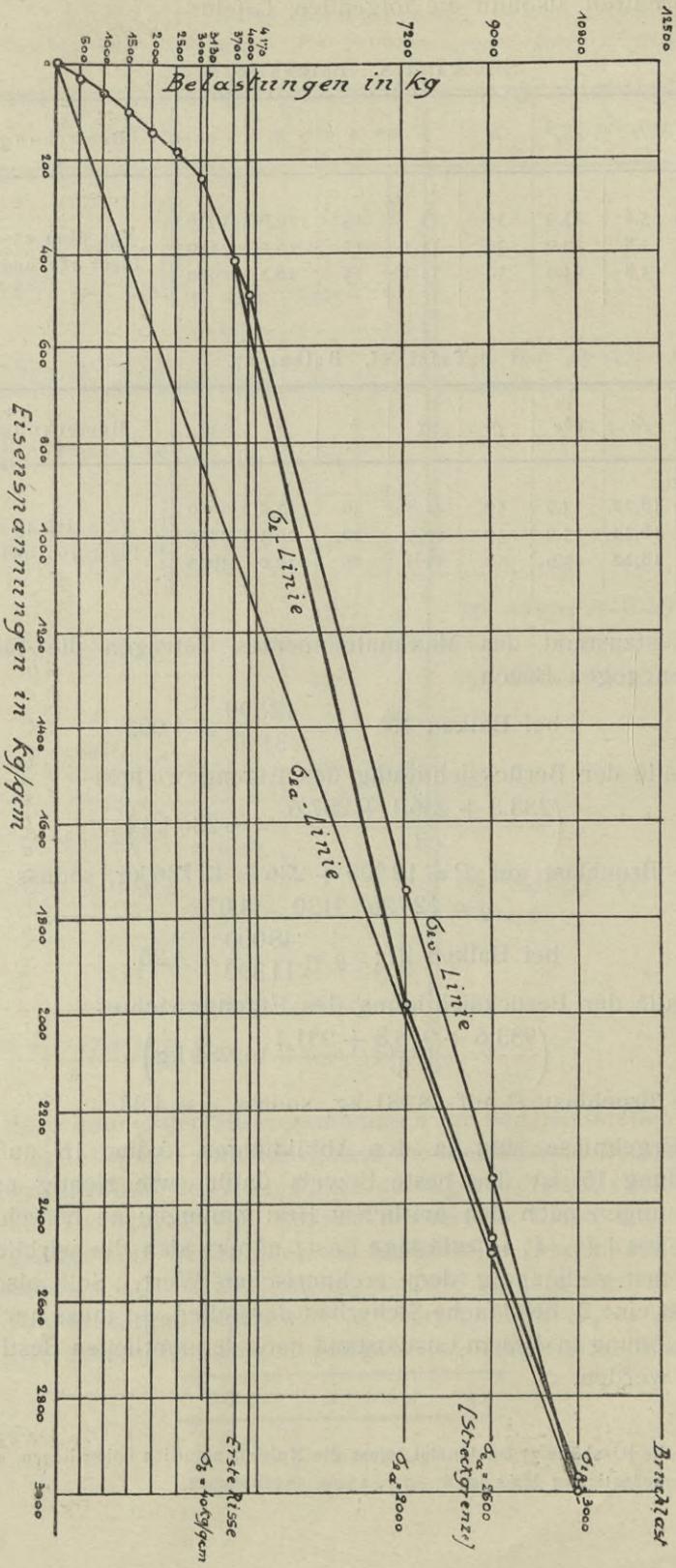
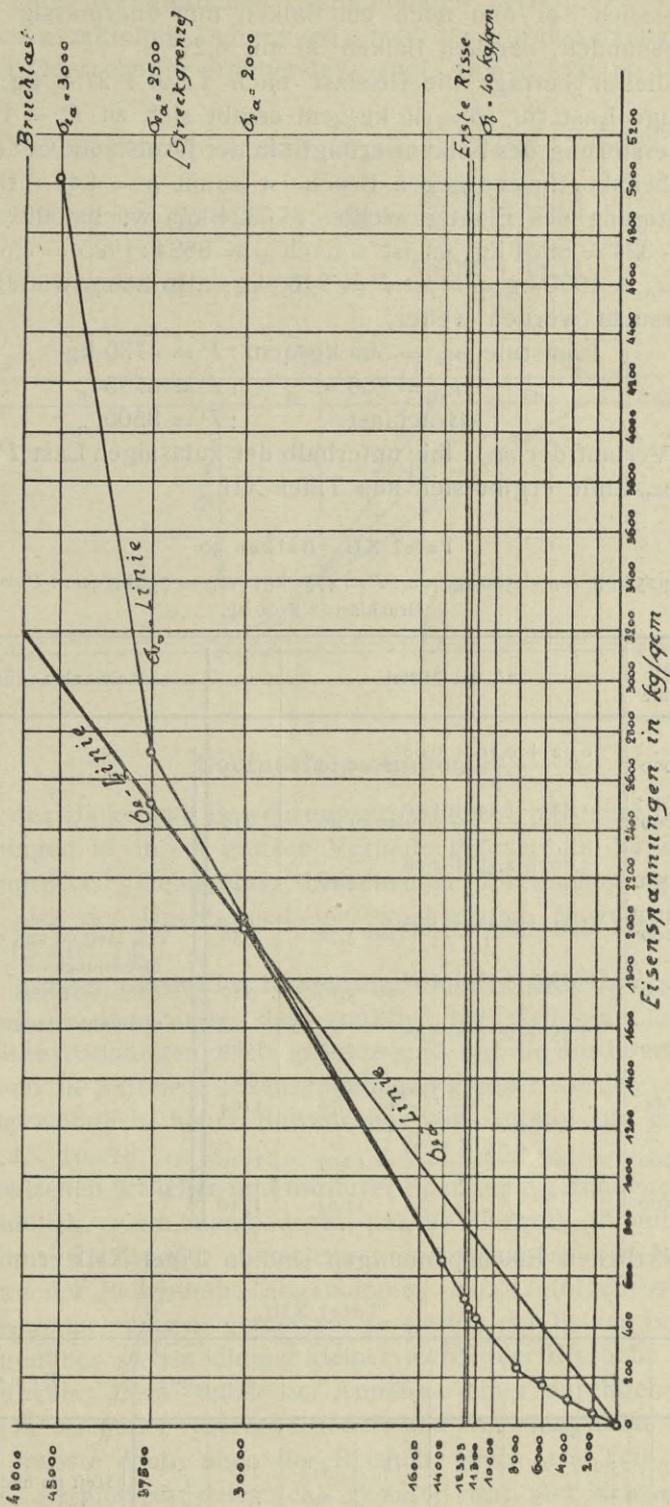


Abb. 15.

Abb. 16.



Eisen
Eisenspannungen in kg/cm

Schliesslich sei nun noch ein Balken mit übermässig starker Bewehrung behandelt, nämlich Balken 30 mit 6,29^o/_o.

Für diesen beträgt die Risslast nach Tafel I 2750 kg. Die rechnermässige Last für $\sigma_b = 40$ kg/qcm ergibt sich zu $P_1 = 1925$ kg.

Die Zerstörung des Balkens erfolgte in der Druckzone bei $P = 8500$ kg, der Sicherheitskoeffizient gegen Bruch ist somit $\rho = 4,42$. Im Falle der Berücksichtigung des Eigengewichtes (~ 324 kg) wächst die Bruchlast P auf $8500 + 324 = 8824$ kg, es ist sonach $\rho = 8824 : 1925 = 4,6$.

Für $\sigma_{e_a} = 1000$ kg/qcm ist $P = 9460$ kg, also höher wie die Bruchlast. Untersucht werden weiter:

Laststufe $\sigma_{e_a} = 500$ kg/qcm : $P = 4730$ kg

„ $\sigma_{e_a} = 750$ „ : $P = 6795$ „

„ Bruchlast : $P = 8500$ „

sowie der Verlauf der σ_{e_v} -Linie unterhalb der zulässigen Last $P_1 = 1925$ kg.

Die σ_{e_v} -Linie ergibt sich aus Tafel XII.

Tafel XII. Balken 30.

$P_1 = 1925$ kg; $\sigma_{e_v} = 500$ kg/qcm : $P = 4730$ kg; $\sigma_{e_a} = 750$ kg/qcm : $P = 6795$ kg;
Bruchlast = 8500 kg.

Laststufe	Δl_v im Mittel	σ_{e_v}	Bemerkungen
1000	$\frac{0,72 + 0,70 + 0,68}{3} = 0,70$	105	Vgl. Heft 90 und 91 der Mitteilungen über Forschungsarbeiten. Zusammenstellung 2
2000	$\frac{1,54 + 1,44 + 1,40}{3} = 1,46$	218	
3000	$\frac{2,80 + 2,36 + 2,28}{3} = 2,48$	372	
4000	$\frac{4,31 + 3,48 + 3,38}{3} = 3,72$	558	
5000	$\frac{6,25 + 4,78 + 4,57}{3} = 5,20$	780	
6000	$\frac{9,93 + 6,10 + 5,81}{3} = 7,28$	1090	
7000	$\frac{7,87 + 7,69}{2} = 7,78$	1164	
8000	$\frac{9,93 + 10,21}{2} = 10,07$	1510	
8500	11,64	1740	

Die örtlichen Eisenspannungen sind in Tafel XIII ermittelt.

Tafel XIII.

Laststufe	f_e	σ_{b_z}	h	x	b	d	σ_e	σ_{e_a}	Bemerkungen
4730	28,27	23,9	25	18	18	4,5	500	500	Heft 90 und 91, Textblatt I, Abb. 10
6795	28,27	23,9	25	18	18	4,5	750	750	
8000	28,27	23,9	25	18	18	6,2	850	850	

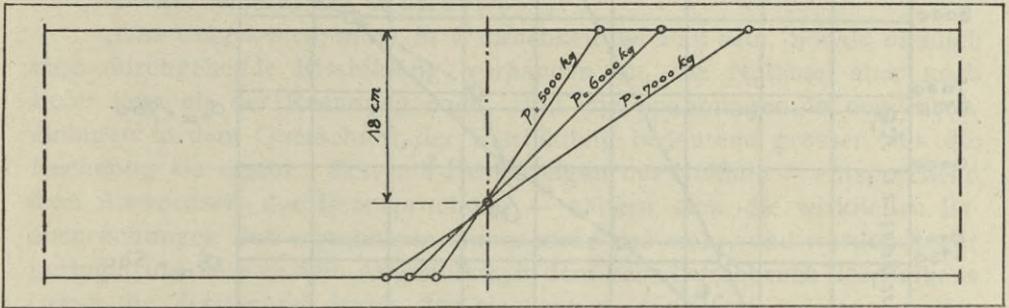
x ist nach den amtlichen Bestimmungen berechnet = 16 cm. Das sich aus den gemittelten Dehnungen unter der Voraussetzung des Ebenbleibens der Querschnitte ergebende x (vgl. Abb. 17) ist im Durchschnitt = 18 cm.

Für $P = 5000$ kg ist $\Delta l_v = 5,20$; $\Delta l_b = \frac{15,67 + 8,75 + 8,89}{3} = 11,10$.

Für $P = 7000$ kg ist $\Delta l_v = 7,78$; $\Delta l_b = \frac{16,72 + 18,14}{2} = 17,43$.

Für $P = 8000$ kg ist $\Delta l_v = 10,07$; $\Delta l_b = \frac{24,09 + 28,34}{2} = 26,22$.

Abb. 17.



Schlussfolgerungen.

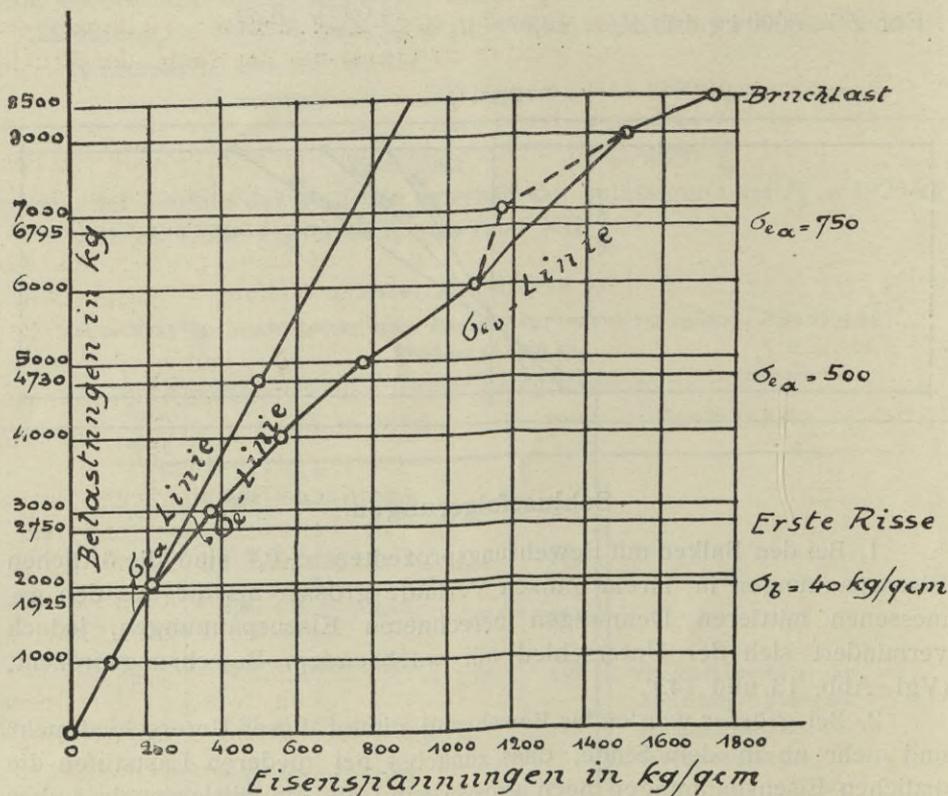
1. Bei den Balken mit Bewehrungsprozenten $< 0,7$ sind die örtlichen Eisenspannungen in ihrem ganzen Verlaufe grösser als die aus den gemessenen mittleren Dehnungen berechneten Eisenspannungen, jedoch vermindert sich der Unterschied mit wachsendem Bewehrungsprozent. (Vgl. Abb. 13 und 14.)

2. Bei grösser werdender Bewehrung nimmt dieser Unterschied mehr und mehr ab in dem Sinne, dass zunächst bei niederen Laststufen die örtlichen Eisenspannungen noch grösser sind als die mittleren, dass aber nach und nach die mittleren Eisenspannungen grösser werden und schliesslich bei ungewöhnlich hoher Bewehrung von Anfang an grösser sind. (Vgl. Abb. 15, 16, 18.)

Das zwischen örtlicher und mittlerer Spannung gefundene Verhältnis wird verständlich, wenn man bedenkt, dass die Risszahl auf eine bestimmte Messlänge mit wachsender Bewehrung zugenommen, die Risshöhe im Verhältnis zu der Balkenhöhe abgenommen hat. Infolgedessen wurden um so grössere Dehnungen gemessen, je stärker der Balken bewehrt war, und demgegenüber stehen die mit kleiner werdender Risshöhe niedrigeren Eisenspannungen. Denn selbst bei Annahme einer durchgehenden Rissbildung durch die ganze Querschnittstiefe und einer möglichst tiefen Nulllinien-Lage musste doch über der Risshöhe noch ein Teil des Betonquerschnittes verbleiben, der nicht gerissen war und sich an der Aufnahme der Zugspannungen beteiligen konnte. Im Zusammenhang mit

den grösseren Dehnungen stehen die mit wachsendem Bewehrungsprozent gemessenen grösseren Durchbiegungen¹⁾. Ebenso steht mit diesem Ergebnis die Erfahrung im Einklang, dass bei schwach bewehrten Balken wenige breitere, bei stark bewehrten viel feine Risse auftreten. Demgemäss wird im ersten Fall die Rissbreite in weit höherem Masse in die Erscheinung treten, als in letzterem Falle.

Abb. 18.



3. Die grössten Eisenspannungen sind bei Bewehrungsprozenten bis 2,28%, also bei den gebräuchlichen, kleiner als die nach den amtlichen Bestimmungen ermittelten und nähern sich ihnen erst bei den höheren Laststufen, bzw. werden erst bei höheren Laststufen gleich oder grösser als diese. Die Differenz zwischen wirklichen und errechneten Spannungen nimmt ab mit wachsender Bewehrung, die Laststufe, in der beide gleich werden, verschiebt sich mit zunehmender Bewehrung nach unten.

Demgemäss wurde bei der übermässig hohen Bewehrung von 6,29% (vgl. Abb. 18) gefunden, dass schon vom ersten Augenblick der Rissbildung an die wirklichen Eisenspannungen grösser waren als die amtlich

1) Vgl. die Tafeln in den Mitteilungen über Forschungsarbeiten, Heft 45—47, sowie Heft 90 und 91.

berechneten. Das hier für die v. Bach'schen Balken gefundene Ergebnis entspricht ziemlich genau den Resultaten Professor Schüles¹⁾ und beleuchtet die Spannungsverhältnisse auch in ihrer Abhängigkeit von der Bewehrung der Balken.

Es steht aber im Widerspruch mit den von Müller²⁾ auf Grund seiner Versuche gemachten Ausführungen, in denen die Ergebnisse Schüles zum Teil als unmöglich hingestellt werden. Professor Schüle sagt, dass die effektiven Spannungen der Eiseneinlagen in den ersten Stadien der Rissbildung viel kleiner seien als die nach den üblichen Methoden errechneten Beanspruchungen, und dass sie erst in der Nähe der Bruchgrenze grösser würde als diese.

Hierzu bemerkt Dr. Müller:

„Das Umgekehrte muss in Wirklichkeit der Fall sein. Sobald nämlich eine durchgehende Rissbildung vorhanden ist, die Nulllinie aber noch tiefer liegt als der Rechnung nach, sind die Spannungen in den Eiseneinlagen in dem Querschnitt der Rissbildung bedeutend grösser, als die Rechnung sie ergibt. Erst mit dem Steigen der Nulllinie — entsprechend dem Anwachsen der Beanspruchung — nähern sich die wirklichen Beanspruchungen den errechneten immer mehr und mehr, und werden sogar geringer als diese in dem Augenblick, in dem beim Durchbruch des Balkens (wenn die Zerstörung durch das Nachgeben der Eisen erfolgt ist) die Lage der Nulllinie höher rückt, als die Rechnung sie festlegt.“

Vor allem ist zu bedenken, dass die amtlichen Bestimmungen einen vollkommen gerissenen Zuggurt voraussetzen bei hoher Lage der Nulllinie. Tritt nun eine Rissbildung ein, und nimmt man als ungünstigsten Fall an, dass diese Rissbildung sogleich eine auf die ganze Querschnittsbreite durchgehende sei, so wird die Risshöhe doch immer zunächst eine beschränkte sein. Setzt man also eine tiefere Lage der Nulllinie voraus als die amtlich berechnete, so wird immerhin noch zwischen der Oberkante der Risshöhe und der Nulllinie ein gewisser Betonquerschnitt Zugkräfte aufnehmen können, die Voraussetzung der amtlichen Berechnungsweise wird nicht ganz zutreffen, und infolgedessen müssen die amtlich ermittelten Eisenspannungen grösser sein, als die Spannungen in den Rissstellen. Diese Differenz muss natürlich mit dem Anwachsen der Risshöhe geringer werden und gleich Null werden in dem Augenblick, wo die Nulllinie dem amtlichen x -Wert entspricht und die Risshöhe die Nulllinienhöhe erreicht hat. Die amtlich errechneten Eisenspannungen werden alsdann mit dem Höherrücken der Nulllinie kleiner als die wirklichen. Dies tritt allerdings erst bei stärker bewehrten Balken ein, nicht aber, wie Dr. Müller behauptet, erst im Augenblick des Balkenbruches. Die amtliche Berechnungsweise ergibt für stärker bewehrte Balken eine zu tiefe Lage der Nulllinie, bei der äusserst hohen Bewehrung von 6,29%

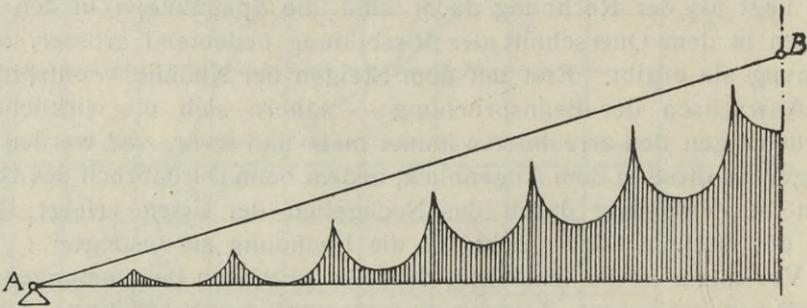
1) Vgl. Mitteilungen der Eidgen. Materialprüfungsanstalt Zürich, Heft 10.

2) Vgl. R. Müller-Rud. Wollé, Neue Versuche an Eisenbetonbalken, Verlag von W. Ernst & Sohn, Berlin.

z. B. eine so tiefe, dass für alle Laststufen zu kleine rechnermässige Eisenspannungen die Folge sind. Für normale Bewehrungsprozente besteht also der Satz, dass die wirklichen Eisenspannungen in den ersten Stadien der Rissbildung kleiner sind als die amtlich berechneten, und dass sich beide mit wachsender Belastung mehr und mehr nähern, sich bei genügend starker Bewehrung sogar überschreiten, zu Recht. Der von Dr. Müller angegebene Verlauf der Eisenbeanspruchungen im Falle von Rissbildungen (vgl. Abb. 19) ist zweifellos richtig.

Die Linie der nach den amtlichen Bestimmungen berechneten Eisenspannungen wird jedoch, wenn eine Einzellast in der Mitte wirkt, durch die Gerade AB dargestellt, wenigstens in den ersten Stadien der Rissbildungen liegen die Spannungsverhältnisse so, wie Abb. 19 angibt.

Abb. 19.



V. Der Sicherheitsgrad der Bauteile und die zulässige Beanspruchung des Eisens.

Bezüglich der Sicherheit der Bauteile lässt sich aus den Abb. 13, 14, 15, 16, 18 folgendes schliessen:

Die Sicherheit gegen Bruch, ausgedrückt durch das Verhältnis Bruchlast : zulässige Last, nimmt mit wachsendem Bewehrungsprozent zu. Bei denjenigen Balken, bei denen die zulässige Eisenspannung querschnittsbestimmend ist, und bei denen die Zerstörung durch Überschreiten der Eisenstreckgrenze erfolgt, kann die Bruchsicherheit theoretisch nicht grösser sein als das Verhältnis Streckgrenze : rechnermässige Spannung im Eisen, d. h. auch nicht grösser als das Verhältnis der Lasten, welche einmal $\sigma_e = 2500$ und sodann $\sigma_e = 1000$ erzeugen. Da nun aber vor dem Bruch mit dem Klaffen der Risse die Nulllinie in die Höhe rückt, damit die Druckzone des Betons kleiner wird, die Druckkraft des Betons eine höhere Lage einnimmt und der Abstand zwischen Zug- und Druckmittelpunkt grösser wird als die Rechnung angibt, so ergibt die Rechnung etwas zu grosse Werte für σ_e . Rechnerisch wird also der Wert $\sigma_e = 2500$ kg/qcm früher erreicht sein als in Wirklichkeit, und daraus erklärt es sich auch, dass sich die Eisenspannung beim Bruch bei allen Versuchen nach den amtlichen Bestimmungen etwas grösser errechnete, als die

Streckgrenzenspannung. Die tatsächliche Sicherheit gegen das Überschreiten der Streckgrenze wird somit etwas höher sein, als der Wert 2500:1000 angibt. Bei wachsendem Bewehrungsprozent aber und von derjenigen Bewehrung ab, bei der die Widerstandsfähigkeit des Balkens durch Überwindung der Druckfestigkeit des Betons erschöpft ist, wird die Bruchsicherheit mit zunehmender Bewehrung zunehmen müssen, da auch das Verhältnis rechnermässige Betondruckspannung beim Bruch zur zulässigen Betondruckspannung zunimmt. Ebenso ist zu berücksichtigen, dass die rechnermässige Betondruckspannung beim Bruch des Balkens die Würfelfestigkeit um so mehr übertrifft, je stärker der Balken bewehrt ist.

Welches Mass der zulässigen Eisenspannung genügt nun für die Praxis?

1. Balken mit Bewehrungsprozenten < 0,70.

Die Sicherheitskoeffizienten gegen Bruch sind ermittelt worden:

Bei Balken	9	zu	$\rho = 3,98$	(4,12)	
"	"	13	"	$\rho = 3,42$	(3,54)
"	"	18	"	$\rho = 3,55$	(3,64).

Weitere Balken mit Bewehrungsprozenten < 0,70 waren in den Veröffentlichungen von v. Bach nicht aufzufinden, ebensowenig bei den Versuchsbalken von Schüle. Es sind wohl eine ganze Reihe von Balken vorhanden, doch sind diese zum grössten Teil infolge Überwindung des Gleitwiderstandes zu Bruch gegangen und deshalb nicht der Praxis entsprechend konstruiert.

Einige brauchbare Balken finden sich noch bei den Versuchen von Möller¹⁾. In den dort veröffentlichten Tafeln sind die Sicherheitskoeffizienten gegen Bruch ermittelt, zum Teil unter Zugrundelegung einer um 25 bis 50 % erhöhten Betonbeanspruchung. Wie Professor Möller sehr richtig bemerkt, hat diese Erhöhung der zulässigen Betonspannung praktisch gar keine Bedeutung, denn nicht der Druckgurt, sondern der Zuggurt ist sicherheitsbestimmend. Bei erheblich höheren Bewehrungsprozenten wird allerdings die Zulassung einer höheren Betondruckspannung für die Praxis doch eine Bedeutung haben und bei Festsetzung einer bestimmten zulässigen Eisenspannung der einzige Weg sein, um nicht übermässig hohe Sicherheitskoeffizienten zu erhalten, wie sie nicht nötig sind.

An und für sich wird, wie auch obige Ausführungen gezeigt haben, eine geringere zulässige Eisenspannung stets eine höhere Bruchsicherheit zur Folge haben, und es fragt sich nur, ob diese hohe Sicherheit für die praktische Ausführung Bedeutung hat.

Von den Möller'schen Balken seien hier angeführt:

1) Vgl. Untersuchungen an Plattenträgern aus Eisenbeton, Bericht von Professor Möller, Braunschweig, Verlag von Leonhard Simion Nachf., Berlin 1907.

Balken 34 (vgl. Platte II/1):	Bewehrung = 0,67 ‰,	$\varrho = 3,44$
Balken 35 (" " II/4):	" = 0,66 ‰,	$\varrho = 3,73$
Balken 36 (" " III/3):	" = 0,67 ‰,	$\varrho = 3,47$
Balken 37 (" " III/4):	" = 0,51 ‰,	$\varrho = 3,86$
Balken 38 (" " III/5):	" = 0,42 ‰,	$\varrho = 3,58$.

Bei diesen Balken berechnete sich ebenso wie bei den v. Bach'schen Balken die Eisenspannung nach den amtlichen Bestimmungen beim Bruch stets etwas grösser als die Streckgrenzenspannung. Das hat, wie auch Professor Möller angibt, eben darin seinen Grund, dass vor dem Bruch mit dem Klaffen der Risse die Nulllinie in die Höhe rückt und damit die Druckzone kleiner wird. Dadurch nimmt die Druckkraft des Betons eine höhere Lage ein, und der Abstand zwischen Zug- und Druckmittelpunkt wird grösser, als die Rechnung angibt. Die Rechnung ist also auch hinsichtlich der Eisenspannung beim Bruch noch etwas zu ungünstig.

Als Mittelwert der gefundenen Sicherheitskoeffizienten ergibt sich $\varrho = 3,63$ (3,67)¹⁾.

Nimmt man an, dass sich beim Übergang von 1000 auf 1200 kg/qcm zulässige Eisenbeanspruchung die Bruchsicherheit im Verhältnis 1000:1200 vermindert, so erhält man für 1200 kg/qcm zulässige Eisenspannung noch eine Bruchsicherheit von $\frac{3,63 \cdot 1000}{1200} = 3,00$ (3,06).

In Wirklichkeit wird nun aber die Bruchsicherheit des Balkens nicht ganz im Verhältnis 1000:1200 sinken. Denn der Bruch wird bei Erhöhung der zulässigen Eisenspannung entsprechend früher erfolgen, infolgedessen werden die Druckspannungen des Betons im Druckgurt etwas kleiner sein, wodurch die Nulllinie eine etwas höhere Lage einnimmt. In obiger Rechnung steckt also noch ein geringer Sicherheitskoeffizient.

Nach vorstehendem erscheint für niedrig bewehrte Balken, d. h. vorzugsweise für Platten eine zulässige Eisenspannung von 1200 kg/qcm durchaus gerechtfertigt, soweit allein die Biegungsbeanspruchung der Balken betrachtet wird.

2. Balken mit Bewehrungsprozenten > 0,70.

Von den Balken v. Bachs sind schon vorher erwähnt:

Balken 15 mit 0,845 ‰	Bewehrung und	$\varrho = 4,00$ (4,07)
" 27 " 2,28 ‰	" "	$\varrho = 4,25$ (4,33)
" 30 " 6,29 ‰	" "	$\varrho = 4,42$ (4,60).

Ferner soll von den v. Bach'schen Balken noch wegen seiner hohen Bewehrung herangezogen werden:

Balken 29 mit 6,97 ‰.

Die Bruchlast beträgt 7250 kg, die zulässige Last 1100 kg, also $\varrho = 6,6$. Im Falle der Berücksichtigung des Eigengewichtes (~ 216 kg) wächst P auf $7250 + 216 = 7466$ kg, also $\varrho = 6,78$.

1) Die eingeklammerten Werte gelten für den Fall, dass die beim Versuch ermittelte Bruchlast um die Eigenlast der Balken vergrössert wird.

An weiteren Versuchs balken können hier die folgenden in Frage kommen:

1. Versuche von Schüle (12. Heft der Mitteilungen der Eidgen. Prüfungsanstalt Zürich).

a) Balken 39, 40 und 41 (vgl. Nr. 17, 18 und 21 A der Veröffentlichung):

Bewehrungsprozent = 1,07.

Die Sicherheitskoeffizienten (für $\sigma_b = 40 \text{ kg/qcm}$) sind auf S. 6 der Veröffentlichung zu finden und betragen:

Für Balken 39 (17)	$\varrho = 4,17$
„ „ 40 (18)	$\varrho = 4,27$
„ „ 41 (21 A)	$\varrho = 4,55$
im Mittel $\varrho = 4,33$.	

b) Balken 42 und 43, Bewehrungsprozent = 2,3 (vgl. Nr. 19 und 20 der Mitteilungen; Balken 22B ist ausgeschieden, weil er nur 6 Wochen alt war, während die vorigen Balken 25—27 Wochen Alter besaßen). Die Sicherheitskoeffizienten finden sich auf S. 6, und zwar:

Für Balken 42 (19)	$\varrho = 7,36$
„ „ 43 (20)	$\varrho = 6,98$
im Mittel $\varrho = 7,17$.	

c) Balken 44 (vgl. Nr. 14 auf S. 35 der Veröffentlichung):

Bewehrungsprozent = 5,0,
 Querschnitt nach Abb. 20,
 Auflagerabstand 4,00 m,
 $f_e = 6 \phi 20 \text{ mm} = 18,84 \text{ qcm}$,
 $x = 13,3 \text{ cm}$, $y = 9,9 \text{ cm}$.

Gleichmässig verteilte Belastung:

$$\sigma e = \frac{40 \cdot 15 \cdot (33 - 4 - 13,3)}{13,3} = \sim 710 \text{ kg},$$

$$M_1 = 710 \cdot 18,84 (33 - 4 - 13,3 + 9,9) = 341\,000 \text{ kgcm},$$

$$p_1 = 1,70 \text{ t/lfdm}.$$

Also Druck pro Zylinder der Maschine 0,85 t,

Druck des Zylinders beim Bruch 3,64 t,

also $\varrho = \frac{3,64}{0,85} = 4,30$.

d) Balken 45 (vgl. Nr. 15 auf S. 35 der Veröffentlichung). Bauart nach Abb. 20.

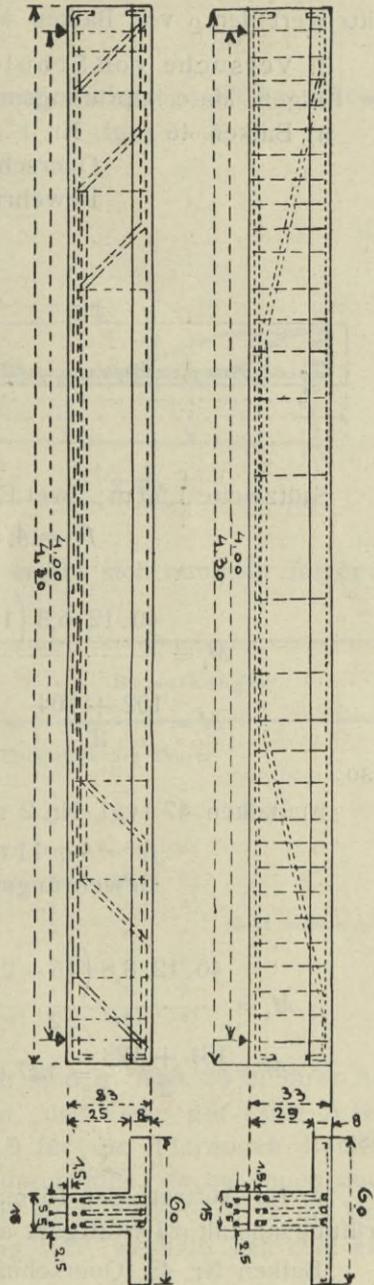


Abb. 20.

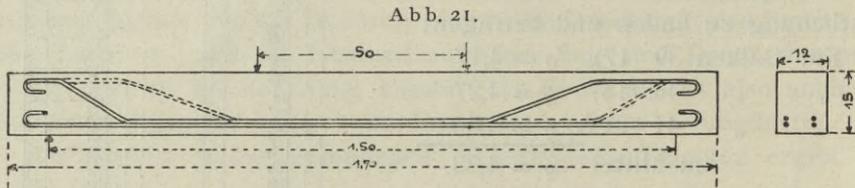
Es ist:

$$\varrho = \frac{3,77}{0,85} = 4,44.$$

Mittelwert der ϱ von Balken 47 und 48: $\varrho = 4,37$.

3. Versuche von Schüle, veröffentlicht in Heft 13 der Mitteilungen der Eidgen. Materialprüfungsanstalt Zürich.

- a) Balken 46 (vgl. Nr. 1 auf S. 2 und 3 der Veröffentlichung):
 Querschnitt nach Abb. 21.
 Bewehrungsprozent = 1,41.



Stützweite 1,50 m; zwei Einzellasten von 50 cm Abstand in der Mitte.

$$fe = 4 \phi 9 \text{ mm} = 2,54 \text{ qcm},$$

$$x = 6,3 \text{ cm},$$

$$M_1 = \frac{40 \cdot 12 \cdot 6,3 \left(15 - 2,4 - \frac{6,3}{3} \right)}{2} = 15800 \text{ kgcm},$$

$$M = \frac{102 + 104}{2} = 103 \text{ cmt},$$

also $\varrho = 6,5$.

- b) Balken 47 (vgl. Nr. 2 auf S. 2 und 3 der Mitteilungen):

$$fe = 4 \phi 11 \text{ mm} = 3,8 \text{ qcm},$$

$$\text{Bewehrungsprozent} = 2,12; \quad x = 8,8 \text{ cm},$$

$$a = 2,6 \text{ cm},$$

$$M_1 = \frac{40 \cdot 12 \cdot 8,8 \left(15 - 2,6 - \frac{8,8}{3} \right)}{2} = 20300 \text{ kgcm} = 20,3 \text{ cmt},$$

$$M = \frac{131 + 123}{2} = 127 \text{ cmt},$$

also $\varrho = \frac{127}{20,3} = 6,25$.

4. Im Auftrag der Firma Dyckerhoff & Widmann in der Materialprüfungsanstalt zu Stuttgart ausgeführte Versuche¹⁾.

Balken Nr. 48 (Querschnitt und Lastanordnung nach Abb. 22):

$$\text{Bewehrungsprozent} = 5,72,$$

$$fe = 6 \phi 20 \text{ mm} = 18,84 \text{ qcm},$$

$$x = 13,5 \text{ cm}, \quad y = 9,48 \text{ cm},$$

1) Vgl. Bericht über die XI. Hauptversammlung des Deutschen Beton-Vereins.

$$M_1 = \frac{40 \cdot 15 \cdot 18,84 (32 - 5 - 13,5 + 9,48) (32 - 5 - 13,5)}{13,5} = 260\,000 \text{ kgcm};$$

$$P_1 = 6250 \text{ kg},$$

$$P = 32\,000 \text{ kg},$$

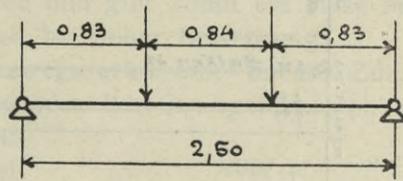
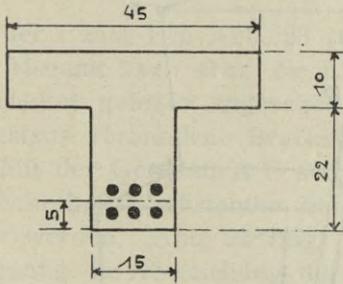
also

$$\varrho = 5,1.$$

Im Falle der Berücksichtigung des Eigengewichtes ($\sim 470 \text{ kg}$) wächst P auf $32\,470 \text{ kg}$, also

$$\varrho = 5,2.$$

Abb. 22.



Nach Bewehrungsprozenten geordnet, ergibt sich nunmehr folgende Zusammenstellung der Balken:

Position	Balken	Bewehrungs-%/0	ϱ	Alter Tage	Bemerkungen
1	15	0,845	4,00 (4,07)	225	Entspricht der Praxis
2	39, 40, 41	1,07	4,33 (4,33)	180	" " "
3	46	1,41	6,50 (6,50)	90	" " "
4	47	2,12	6,25 (6,25)	90	" " "
5	27	2,28	4,25 (4,33)	220	" " "
6	42, 43	2,3	7,17 (7,17)	200	" " "
7	44, 45	5,0	4,37 (4,37)	540	" " " nicht vollkommen
8	48	5,72	5,10 (5,20)	90	" " "
9	30	6,29	4,42 (4,60)	45	" " "
10	29	6,97	6,60 (6,78) ¹⁾	45	" " "

Die ermittelten Sicherheitskoeffizienten sind in Abb. 23 in ihrer Abhängigkeit von der Bewehrung aufgetragen, und zwar gilt Linie A B C D E F für die rechteckigen, Linie G H I für die Tförmigen Balkenquerschnitte. Balken 44 und 45 müssen ausscheiden, da bei ihnen auch Schubkräfte zum Bruch führten, und Balken 30 deshalb, weil er im Verhältnis zu den übrigen Balken noch zu jung war, weshalb sich kein einwandfreies Vergleichsbild ergibt.

Man sieht, dass die rechteckigen Balken durchweg höhere Bruchlasten bezw. Bruchsicherheiten aufgewiesen haben als die Tförmigen Querschnitte

1) Die eingeklammerten Werte gelten für den Fall, dass die beim Versuch ermittelte Bruchlast um die Eigenlast der Balken vergrößert wird.

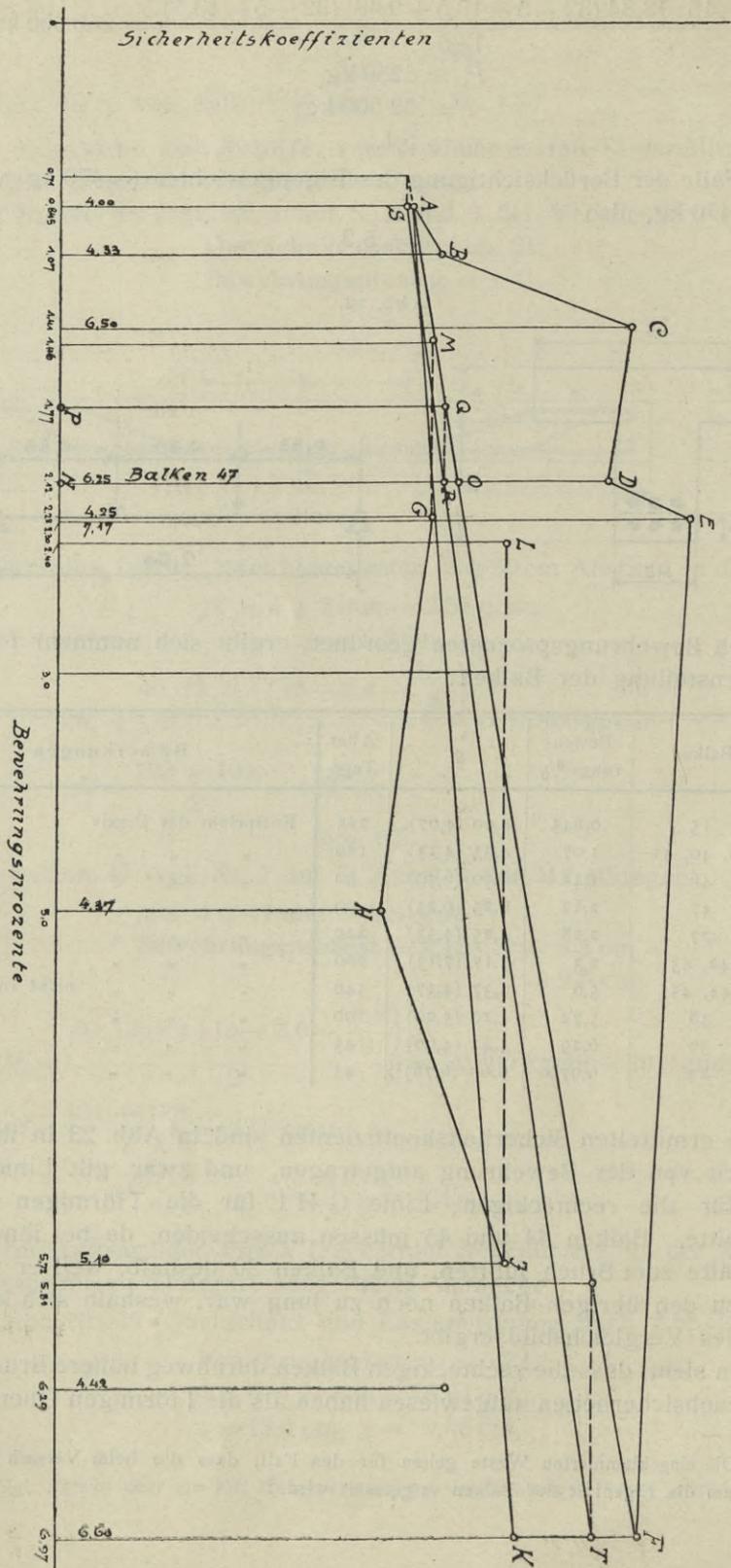


Abb. 23.

$\frac{2,12 \cdot 1000}{1200} = 1,77$ heruntergehen, d. h. es würde in Abb. 23 für den Balken

47 nicht mehr die Mindestsicherheit N O, sondern nur die Sicherheit P Q vorhanden sein. Wir haben also auf der Lotrechten für Balken 47 nunmehr die Sicherheit N R (vgl. die Lotrechte in Balken 47). Konstruieren wir auf diese Weise für alle Balken die entsprechenden Ordinaten, so kommen wir zu der neuen Grenzlinie S T, d. h.:

Im Falle einer zulässigen Beanspruchung von 1200 kg/qcm ist bei 0,71% Bewehrung mindestens eine 3,9fache, bei 5,81% Bewehrung mindestens eine 6,1fache Sicherheit gegen Bruch vorhanden.

Hiermit ist erwiesen, dass eine zulässige Eisenspannung von 1200 kg/qcm für diese Balken ganz allgemein gerechtfertigt ist.

Bei den hohen Sicherheitszahlen wäre für die praktische Rechnung sehr wohl zu erwägen, ob man bei der Wahl hochbewehrter Konstruktionssysteme, für welche eine besonders hohe Sicherheit nicht verlangt wird oder erforderlich ist, nicht mit einer höheren zulässigen Betondruckbeanspruchung rechnen kann. Denn ebenso, wie in Wirklichkeit das Eisen den Sicherheitsgrad bestimmt, ebenso bestimmt in der amtlichen Berechnung die zulässige Betonspannung die Grösse des Maximalmomentes und die Querschnittsabmessungen.

Zum Beispiel: Wenn man weiss, dass für $\sigma_a = 1200$ und $\sigma_b = 40$ kg/qcm bei 3% Bewehrung mindestens eine 4,7fache Bruchsicherheit vorhanden sein wird (vgl. Abb. 23), für das betreffende Konstruktionsglied aber eine vierfache Bruchsicherheit vollauf genügt, so wäre durch geeignete Wahl der zulässigen Betonspannung (etwa 50 kg/qcm) die Laststufe des Maximalmomentes so zu erhöhen, dass alsdann eine vierfache Bruchsicherheit vorhanden wäre.

Andererseits ist aber durch Festhalten einer bestimmten zulässigen Betonspannung (etwa 40 kg/qcm) und 1200 kg/qcm zulässiger Eisenspannung bei höheren Bewehrungsprozenten eine hohe Bruchsicherheit ganz von selbst gegeben, und man hat es auf diese Weise in der Hand, je nach der Bedeutung und Wichtigkeit des betreffenden Konstruktionsteiles durch geeignete Wahl des Bewehrungsprozentes Bruchsicherheiten einzuführen, wie sie sonst kaum erreicht werden.

Hierin liegt zugleich ein wirkungsvoller Schutz gegen etwaige Anfangs- und Nebenspannungen.

VI. Einfluss der grösseren Eisenspannung auf die Schubfestigkeit.

Die seit Jahren durchgeführten Versuche an Balken und Platten in Eisenbeton haben zu der Erkenntnis geführt, dass bei Platten für den Bruch vor allem die Zugfestigkeit des Eisens bzw. die Druckfestigkeit des Betons von Bedeutung ist, während bei den Balken, d. h. den stärker bewehrten Konstruktionsteilen, die Bedeutung der Schubfestigkeit des Betons und der Verbundfestigkeit zwischen Beton und Eisen überwiegt.

Bei den einfachen Platten sind entsprechend den kleineren Querkraften die Schubspannungen so gering, dass ihre Berechnung entbehrlich ist. Trotzdem werden auch bei Platten die Eisen stets mit Aufbiegungen versehen und dadurch der Sicherheit halber mehr getan, als zu tun nötig wäre.

Werden 1200 statt 1000 kg/qcm zulässige Eisenbeanspruchung eingeführt, so ändern sich die vorerwähnten Verhältnisse nicht. Die Behandlung der schwach bewehrten Balken ist daher überflüssig.

Eine grössere Rolle spielen die Schubspannungen indessen bei den stärker bewehrten Balken, vorzugsweise bei den Plattenbalken. Doch liegt gerade bei ihnen die beste Vorkehrung gegen das Auftreten der Schubrisse in der zweckmässigen Anordnung der Eisenstäbe. Dies bringen auch die amtlichen Vorschriften zum Ausdruck, denn nach ihnen sollen die Schubspannungen durch entsprechend gestaltete Eiseneinlagen aufgenommen werden. Auch äussert sich in den oben angegebenen amtlichen Formeln für die Schubspannungen die Änderung des Eisenquerschnittes f_e nicht direkt sondern nur indirekt insofern, als infolge der sehr geringen Änderung der Werte x und y auch τ_0 um ein geringes Mass sich ändert. Es ist also vorauszusehen, dass bei einer grösseren zulässigen Eisenbeanspruchung die Schubspannungen durch geeignete Anordnung der Eiseneinlagen ebensogut aufgenommen werden können, wie bei 1000 kg/qcm Eisenbeanspruchung.

Als praktisches Beispiel zur Erläuterung der Änderung der rechnermässigen Schubspannung bei grösserer Eisenspannung sei Balken 27 gewählt.

Die Schubspannung berechnet sich für diesen Balken zu

$$\tau_0 = \frac{V}{b_1(h-a-x+y)}$$

Das Maximalmoment beträgt nach S. 33:

$$M_1 = \frac{11\,300 \cdot 100}{2} = 565\,000 \text{ kgcm.}$$

Das Moment durch Eigengewicht ist folgendes:

Belastung pro lfd. m:

$$[(0,45 \cdot 0,10) + (0,40 \cdot 0,20)] \cdot 2400 = 300 \text{ kg,}$$

also
$$M_2 = \frac{300 \cdot 3,00 \cdot 3,00}{8} \cdot 100 = 33\,750 \text{ kgcm,}$$

also das zulässige Moment durch

$$\text{Nutzlast } 565\,000 - 33\,750 = 531\,250 \text{ kgcm,}$$

woraus

$$P = \frac{531\,250 \cdot 2}{100} = 10\,625 \text{ kg.}$$

V ist demnach

$$\frac{10\,625}{2} + 300 \cdot 1,5 = \sim 5760 \text{ kg,}$$

also

$$\tau_0 = \frac{5760}{20(50 - 4 - 20,5 + 16,04)} = 6,9 \text{ kg/qcm.}$$

Die zulässige Schubspannung wird etwas überschritten, und zwar um $6,9 - 4,5 = 2,4$ kg/qcm. Nehmen wir für die Rechnung an, dass die durch dieses Mass erzeugten schiefen Zugspannungen allein durch abgobogene Eisen aufgenommen werden; in Wirklichkeit werden ausserdem noch Bügel eingelegt, welche sich auf die ganze Balkenlänge verteilen. Mit dem Aufbiegen der Eisen ist da zu beginnen, wo

$$V = \frac{5760 \cdot 4,5}{6,9} = 3750 \text{ kg,}$$

d. h. direkt hinter dem Angriff der linken Einzellast. Da Bügel vorhanden sind, nehmen wir den Anfangspunkt der Aufbiegung der Einfachheit halber unter der Einzellast an, bei Aufbiegung von vier Eisenstäben.

Die aufzunehmende Zugkraft ist

$$Z = \frac{100}{\sqrt{2}} (6,9 - 4,5) \cdot \frac{1}{2} \cdot 20 = 1700 \text{ kg.}$$

Die Spannung in den aufgebogenen Stäben ist alsdann

$$\frac{1700}{4 \cdot 10,18} = 42,5 \text{ kg/qcm.}$$

Beim Übergang der zulässigen Eisenbeanspruchung von 1000 auf 1200 kg/qcm berechnet sich nach S. 32 das zulässige Maximalmoment zu

$$M_1 = \frac{40 \cdot 15 \cdot 1200 (50 - 4 - 20,5 + 16,04) (50 - 4 - 20,5)}{20,5} = 680\,000 \text{ kgcm,}$$

M_2 wie vor

$$\frac{33\,750 \text{ kgcm,}}{\text{Nutzmoment } 646\,250 \text{ kgcm,}}$$

woraus

$$P = 12\,925 \text{ kg,}$$

$$V = \frac{12\,925}{2} + 300 \cdot 1,5 = 6910 \text{ kg,}$$

$$\tau_0 = \frac{6910}{20 (50 - 4 - 20,5 + 16,04)} = 8,3 \text{ kg/qcm.}$$

Bei derselben Anordnung der Aufbiegungen ist

$$Z = \frac{100}{\sqrt{2}} (8,3 - 4,5) \cdot \frac{1}{2} \cdot 20 = 2700 \text{ kg.}$$

Die Spannung in den aufgebogenen Eisen ist

$$\frac{2700}{4 \cdot 10,18} = 66,5 \text{ kg/qcm.}$$

Die Rechnung ergibt also dasselbe wie die Überlegung, dass eine Erhöhung der zulässigen Eisenspannung von 1000 auf 1200 kg/qcm nicht imstande ist, die wirksame Aufnahme der Schubspannungen zu verhindern.

VII. Einfluss der grösseren Eisenspannung auf die Haftfestigkeit.

Für Balken 27 berechnet sich nach den amtlichen Bestimmungen die Haftspannung an dem unteren Eisen zu

$$\tau_1 = \frac{b_1 \cdot \tau_0}{u},$$

d. h. für den Fall 1 (1000 kg/qcm zulässige Eisenspannung)

$$\tau_1 = \frac{20 \cdot 6,9}{10,05} = 13,8 \text{ kg/qcm},$$

bei 1200 kg/qcm zulässiger Eisenspannung

$$\tau_1 = \frac{20 \cdot 8,3}{10,05} = 16,5 \text{ kg/qcm}.$$

Der zulässige Wert der Haftspannung (4,5 kg/qcm) wird also in beiden Fällen erheblich überschritten.

Das erste Gleiten trat ein bei 33 000 kg, und dabei berechnete sich der Gleitwiderstand (Zusammenstellung 48 in Heft 45—47 der Forschungsarbeiten) zu 38,4 kg/qcm bei Annahme der Übertragung der Zugkraft durch das mittlere Eisen allein. Hiernach erscheint eine zulässige Haftspannung von nur 4,5 kg/qcm viel zu gering.

Tatsächlich bedingt die Anwendung der amtlichen Berechnungsweise besonders bei Plattenbalken, die sonst gut und ausreichend konstruiert sind, meist eine Vermehrung der Eisenstäbe in der Zugzone, damit ihr Umfang u dem vorgeschriebenen $\tau_1 = 4,5 \text{ kg/qcm}$ genüge. Hierin liegt eine Hinderung und Erschwerung der freien Konstruktionsmöglichkeit, die seit lange von dem projektierenden Ingenieur als hinderlich empfunden wird.

Die Gleichungen der amtlichen Bestimmungen gehen auch hier wieder von der Voraussetzung aus, dass der Betonzuggurt bis zur Nulllinie hinauf gerissen sei, dass also aller Zug von dem Eisen aufzunehmen ist. Diese Annahme ist wohl für die Balkenmitte im Interesse der Sicherheit gerechtfertigt, nicht aber für Balkenquerschnitte am Auflager, denn hier ist die Entlastung des Eisens durch den Beton eine viel vollkommenere. Tatsächlich sind an den Auflagern, d. h. im Gebiete der grössten Schubspannungen, die wirklich auftretenden Haftspannungen erheblich kleiner, als sie die amtliche Rechnung ergibt.

Diese Vermutung wurde durch die wissenschaftlichen Versuche der letzten Jahre zur Erkenntnis erhoben, und da sind es in erster Linie die Versuche von v. Bach gewesen, welche zur Klärung dieser Verhältnisse beitragen.

v. Bach hat nachgewiesen, dass bei Verwendung von abgebogenen Eisen, die also unten nicht bis an das Auflager reichen, die rechnungsmässige Beanspruchung der geraden Eisen so gross war, dass ein Herausziehen derselben unbedingt hätte erfolgen müssen.

Hiernach stellt v. Bach selbst fest:

„Es erscheint unrichtig nur das mittlere, nicht aufgebogene Eisen als an der Übertragung allein beteiligt aufzufassen, wie dies in den Beispielen der amtlichen Bestimmungen geschieht¹⁾.“

Andere Versuchskörper v. Bachs mit geraden und abgebogenen Eisen haben ähnliche Verhältnisse ergeben, und nach Versuchen von R. Wölle, Leipzig²⁾, bei denen bei zahlreichen abgebogenen Eisen eines Plattenbalkens ein Minimum an geraden Stäben vorhanden war, hätte die nach den amtlichen Bestimmungen berechnete Haftspannung den Wert von 149 kg/qcm erreichen, d. h. die Haftfestigkeit hätte längst überschritten sein müssen. In Wirklichkeit haftete das gerade Eisen fest am Beton, eine Bewegung fand nicht statt.

Diese Widersprüche sind von Kleinlogel näher beleuchtet worden³⁾. Kleinlogel ist davon ausgegangen, aus dem vorliegenden Versuchsmaterial die Linie der tatsächlichen Eisenzugkräfte Z_e zu ermitteln und daraus die Linie der nach dem Auflager hin kleiner werdenden Unterschiede der Zugkräfte der einzelnen benachbarten Querschnitte, d. h. die Linie der Zugkraftsdifferenzen. Mit dem Entstehen und Weitergehen der Betonzugrisse werden die bis dahin vom Beton aufgenommenen Zugspannungen in das Eisen übergehen, es werden also dort die grössten Zugkraftsdifferenzen entstehen, wo die ersten und meisten Betonzugrisse entstehen, d. h. im Gebiet des grössten Momentes. Diese Zugkraftsdifferenzen aber müssen natürlich eine entsprechende Inanspruchnahme der Haftfestigkeit, eine entsprechende Haftspannung bedingen, die dort am grössten sein muss, wo die Zugkraftsdifferenzen am grössten sind, also im Gebiet der grössten Momente. Dieser Gedankengang ist durch die Auswertung selbst und durch die so erhaltene Linie der Eisenzugkräfte sowie der Zugkraftsdifferenzen bestätigt worden.

Die betreffenden Linien sind in Abb. 25 wiedergegeben.

Als Resultat ergibt sich, dass die Zugkraftsdifferenzen, also auch die Haftspannungen, im Gebiet der grössten Momente am grössten sind und in der Nähe des freien Auflagers fast verschwinden.

Um nun dieses Ergebnis auch für die Praxis dienstbar zu machen, hat Kleinlogel die Linie der tatsächlichen Eisenzugkräfte ersetzt durch die Geraden AD und SB (vgl. Abb. 25). Von diesen erstreckt sich SB auf diejenige Balkenstrecke a , innerhalb welcher das Moment von M_{\max} auf $\frac{1}{2} M_{\max}$ sinkt, AD auf diejenige Strecke b , innerhalb welcher das Moment von $\frac{1}{2} M_{\max}$ bis 0 abnimmt. Bei der Annahme der Linien SB und AD ist im Interesse der Sicherheit vorausgesetzt, dass auf die Strecke a $Z'_{e\max}$,

1) Vgl. Mitteilungen über Forschungsarbeiten, Heft 45—47, S. 147, sowie Veröffentlichungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton, Heft 12, Berlin 1911.

2) Vgl. Armierter Beton, 1909, Heft 12.

3) Vgl. Kleinlogel, „Über das Wesen und die wahre Grösse des Verbundes zwischen Eisen und Beton“, Berlin 1911.

d. i. die grösste rechnermässige Eisenzugkraft bis auf 0 abnimmt, und dass auf der Strecke b $\frac{1}{4} Z'_{e' \max}$ bis auf 0 sinkt. Die Berechnung gestaltet sich dann folgendermassen:

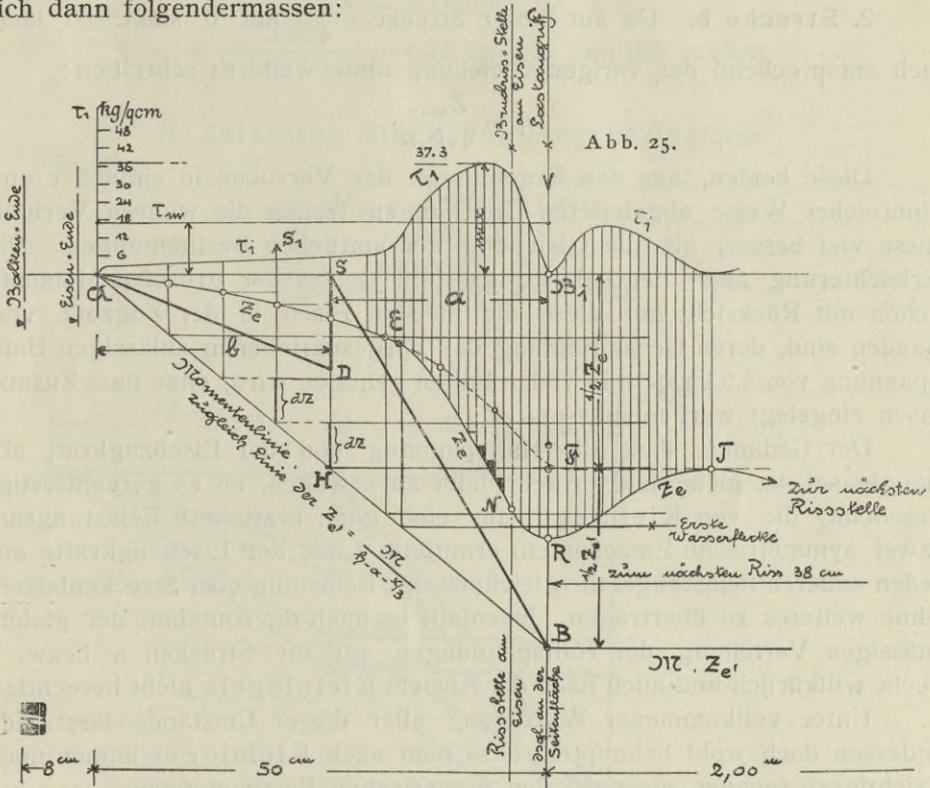
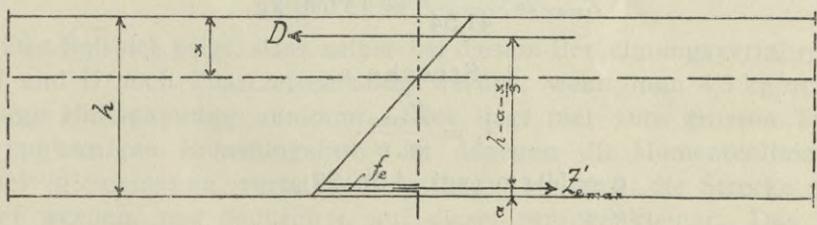


Abb. 25.

Ist das grösste Moment = M , so ist die grösste rechnermässige Eisenzugkraft $Z'_{e'}$ gegeben durch die Gleichung

$$Z'_{e'} = \frac{M}{h - a - \frac{x}{3}} = \frac{M}{c} \quad (\text{vgl. Abb. 26}).$$

Abb. 26.



1. Strecke a. Nach den vorstehenden Ausführungen muss, da $Z'_{e' \max}$ bis auf 0 sinkt, die Zugkraftsdifferenz $Z'_{e' \max} - 0 = Z_{\max}$ durch die Haftspannung in den Beton übertragen werden. Da a eine Gerade, so ist die Änderung von Z für die Längeneinheit = $\frac{Z_{\max}}{a}$

sonach

$$\tau_1 = \frac{Z_{\max}}{a \cdot u}$$

(u = Umfang der Eiseneinlagen im Zuggurt).

2. Strecke b. Da auf dieser Strecke $\frac{Z_{\max}}{4}$ auf 0 sinkt, so lässt sich entsprechend der vorigen Gleichung ohne weiteres schreiben:

$$\tau_1 = \frac{Z_{\max}}{4 \cdot b \cdot u}$$

Diese beiden, aus den Ergebnissen der Versuche in einfacher und sinnreicher Weise abgeleiteten Gleichungen treffen die wahren Verhältnisse viel besser, als die Gleichung der amtlichen Bestimmungen. Die Erleichterung aber liegt darin, dass im Gebiet der grössten Momente schon mit Rücksicht auf diese die meisten Eisen in der Zugzone vorhanden sind, deren Gesamtumfang der vorgeschriebenen zulässigen Haftspannung von 4,5 kg/qcm in vielen Fällen genügen wird, ohne dass Zusatz-eisen eingelegt werden müssen.

Der Gedanke, dass die Haftspannung von der Eisenzugkraft abhängig sei, ist nicht neu. Auch bleibt zu erwägen, ob es gerechtfertigt erscheint, die von Kleinlogel für eine ganz bestimmte Belastungsart (zwei symmetrische Einzellasten) ermittelte Linie der Eisenzugkräfte auf jeden anderen Belastungsfall (gleichmässige Belastung oder Streckenlasten) ohne weiteres zu übertragen. Jedenfalls ist auch die Annahme der gleichmässigen Verteilung der Haftspannungen auf die Strecken a bzw. b recht willkürlich und auch nach der Ansicht Kleinlogels nicht berechtigt.

Unter vollkommener Würdigung aller dieser Umstände lässt sich indessen doch wohl behaupten, dass man nach Kleinlogel immer noch „richtiger“ rechnet, als nach den preussischen Bestimmungen.

Wird dieses Rechnungsverfahren auf unseren Balken 27 angewandt, so ergibt sich folgendes:

I. Zulässige Eisenbeanspruchung 1000 kg/qcm.

$$M_{\max} = 565\,000 \text{ kgcm},$$

$$c = h - a - x + y = (50 - 4 - 20,5 + 16,04) = 41,54,$$

$$Z_{\max} = \frac{565\,000}{41,54} = 13\,600 \text{ kg}.$$

1. Strecke a.

$$\tau_1 = \frac{Z_{\max}}{a \cdot u}$$

$$a = 50 \text{ cm (vgl. Abb. 27),}$$

$$u = :$$

$$1 \phi 32 \text{ mm} = 10,05 \text{ cm}$$

$$4 \phi 18 \text{ mm} = 4 \cdot 5,65 = 22,60 \text{ cm}$$

$$u = 32,65 \text{ cm}$$

$$\tau_1 = \frac{13\,600}{50 \cdot 32,65} = 8,35 \text{ kg/qcm (amtlich = 0)}.$$

Da die zulässige Spannung überschritten wird, müssten die Eisen verstärkt oder vermehrt werden.

2. Strecke b.

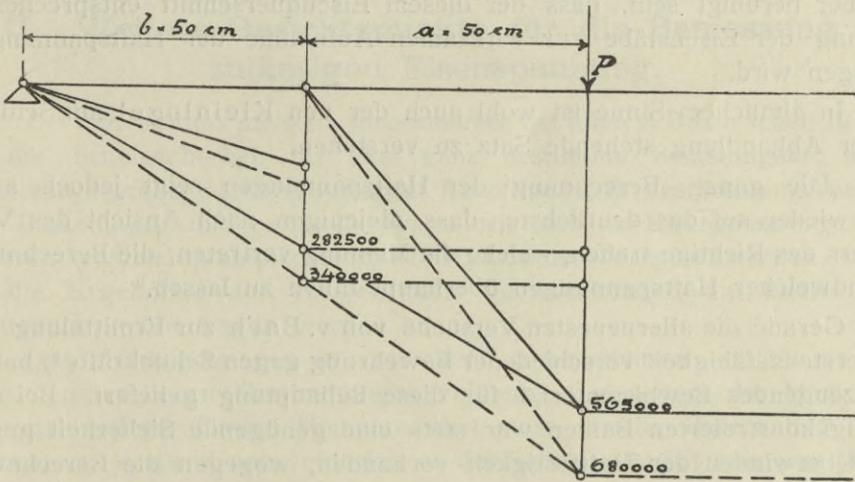
$$\tau_1 = \frac{13\,600}{4 \cdot 50 \cdot 10,05} = 6,75 \text{ kg/qcm (amtlich} = 13,8).$$

II. Zulässige Eisenspannung 1200 kg/qcm.

Es ist

$$\begin{aligned} M_{\max} &= 680\,000 \text{ kgcm} \\ c &= 41,54 \\ Z_{\max} &= \frac{680\,000}{41,54} = 164\,000 \text{ kg.} \end{aligned}$$

Abb. 27.



1. Strecke a: $\tau_1 = \frac{164\,000}{50 \cdot 32,65} = 10,0 \text{ kg/qcm.}$

2. Strecke b: $\tau_1 = \frac{164\,000}{4 \cdot 50 \cdot 10,05} = 8,15 \text{ kg/qcm.}$

Das Beispiel zeigt, dass selbst bei diesem Berechnungsverfahren für Fall I und II noch Zusatzisen nötig werden, wenn man 4,5 kg/qcm als zulässige Haftspannung annimmt. Dies liegt hier zum grossen Teil an dem ungünstigen Belastungsfall. Ist dagegen die Momentenlinie eine Parabel (gleichmässig verteilte Belastung), so wird die Strecke a viel grösser werden, und dadurch τ_1 auf dieser Strecke kleiner. Das Eisen von 32 mm ϕ wird man aber bei der praktischen Ausführung in mehrere Eisen kleineren Querschnitts auflösen, dadurch den Umfang vergrössern und die Haftfestigkeit erhöhen.

In Wirklichkeit sind nun bei diesem Balken die ersten Risse aufgetreten bei $P = 33\,000 \text{ kg}$. Dies entspricht für die Nutzlast $P_1 = 11\,300 \text{ kg}$

einer 2,9 fachen Sicherheit gegen das Überwinden des Gleitwiderstandes. Da eine ca. dreifache Sicherheit als genügend erachtet werden muss, so kann man also sagen, dass selbst bei Anwendung des Kleinlogel'schen Rechnungsverfahrens höhere Werte als 4,5 kg/qcm für die Haftspannung zulässig sein sollten, etwa der ehemals in den „Leitsätzen“ festgelegte Wert von 7,5 kg/qcm¹⁾. Denn die Konstruktion des Balkens selbst hat tatsächlich eine genügende Sicherheit gegen das Überwinden des Gleitwiderstandes verbürgt, und dies wird bei sachgemässer Konstruktion und Ausführung stets der Fall sein.

In erster Linie wird es eben darauf ankommen, durch zweckmässige Aufteilung der Eiseneinlagen die Haftfestigkeit zu erhöhen, sowie durch Anordnung von Haken an den Enden, von Bügeln und abgebogenen Eisen alle konstruktiven Massnahmen zu treffen. Dann kann man sowohl bei einer zulässigen Eisenspannung von 1000 wie von 1200 kg/qcm darüber beruhigt sein, dass der diesem Eisenquerschnitt entsprechende Umfang der Eisenstäbe zur wirksamen Aufnahme der Haftspannungen genügen wird.

In ähnlichem Sinne ist wohl auch der von Kleinlogel am Schluss seiner Abhandlung stehende Satz zu verstehen.

„Die ganze ‚Berechnung‘ der Haftspannungen zeigt jedoch auch hier wieder auf das deutlichste, dass diejenigen nach Ansicht des Verfassers das Richtige treffen, welche die Meinung vertreten, die Berechnung irgendwelcher Haftspannungen überhaupt fallen zu lassen.“

Gerade die allerneuesten Versuche von v. Bach zur Ermittlung der Widerstandsfähigkeit verschiedener Bewehrung gegen Schubkräfte²⁾ haben überzeugendes Beweismaterial für diese Behauptung geliefert. Bei den richtig konstruierten Balken war stets eine genügende Sicherheit gegen das Überwinden der Haftfestigkeit vorhanden, wogegen die Berechnung der amtlichen Bestimmungen viele Zusatzisen erfordert hätte. Will man diese amtliche Berechnungsweise noch weiter beibehalten, so sollte man mit Rücksicht auf diese wertvollen Versuche dazu übergehen, auch die aufgebogenen Eisen als an der Übertragung der Haftspannungen mit beteiligt einzuführen oder aber eine höhere Haftspannung zuzulassen, dann wird schon viel gewonnen sein.

Solange man aber gezwungen ist, für das untenliegende Eisen eine grösste Haftspannung von 4,5 kg/qcm nachzuweisen, solange wird man bei gewissenhafter Konstruktion, wenigstens bei grösseren Balkenquerschnitten, nicht einmal die zulässige Eisenspannung von 1000 kg/qcm ausnutzen können, viel weniger eine solche von 1200 kg/qcm.

1) Vgl. Vorläufige Leitsätze für die Vorbereitung, Ausführung und Prüfung von Eisenbetonbauten, aufgestellt vom Verbands Deutscher Architekten- und Ingenieur-Vereine und dem Deutschen Beton-Verein, 1904.

2) Vgl. Heft 10 und 12 der Veröffentlichungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton, Berlin 1911.

Die neuen schweizerischen Vorschriften vom Jahre 1909 über Eisenbeton fordern einen Nachweis von Haftspannungen überhaupt nicht mehr. Auch hat man sich in Österreich wohl unter dem Einfluss der Kleinglogel'schen Schrift dazu entschlossen, das früher übliche Verfahren der Ermittlung der Haftspannung aus der Querkraft fallen zu lassen. Statt dessen ist nunmehr zu prüfen, „ob die in irgend einem Querschnitte einer Eiseneinlage wirkende, für das Zugrissstadium berechnete Zug- oder Druckkraft bereits vor diesem Querschnitt durch mittlere Haftspannungen von zulässiger Grösse in das Eisen übertragen werden kann“¹⁾.

Es ist zu hoffen, dass man sich wie in anderen Ländern so auch in Deutschland an massgebender Stelle den aus den praktischen Erfahrungen entsprungenen berechtigten Klagen auf die Dauer nicht verschliessen wird.

VIII. Weitere Gesichtspunkte für die Bemessung der zulässigen Eisenspannung.

Bei den weitaus meisten, insbesondere bei allen v. Bach'schen Balken ist die Bruchsicherheit für eine ganz bestimmte Belastungsart nachgewiesen worden, nämlich für zwei Einzellasten in bestimmtem Abstand von Balkenmitte, und es ist die Frage, wie sich die Eisenspannungen bei anderen, vielleicht komplizierteren Lastzuständen verhalten werden, bezw. ob die Ergebnisse der vorstehenden Untersuchungen auf andere Belastungsarten übertragen werden können.

Den Untersuchungen in vorstehenden Abschnitten ist jeweils der nach den amtlichen Bestimmungen zulässige Grösstwert des Momentes zugrunde gelegt. Dieser Momentenwert muss für die Berechnung eines Balkens massgebend sein, einerlei, ob der Balken gleichförmig oder durch eine oder mehrere Einzellasten belastet ist.

Die Frage läuft also darauf hinaus, welchen Einfluss die Form der Momentenlinie auf die Spannungen, d. h. auf die Sicherheit der Konstruktion hat bei dem gleichen Momentenmaximum. Der Einfluss der mit den wechselnden Momentenlinien gleichfalls wechselnden Querkraftslinien kann bei dieser Erörterung vernachlässigt werden, da, wie wir gesehen haben, die Querkräfte nur die Schubspannungen beeinflussen, die durch geeignet gestaltete Eisen aufgenommen werden können.

Betrachten wir für einen bestimmten Momentengrösstwert M_{\max} und verschiedene Belastungsarten die zugehörigen Momentenlinien, so kommen wir zu Abb. 28.

Hierbei gilt:

Linie 1 für Lastzustand: Einzellast in der Mitte.

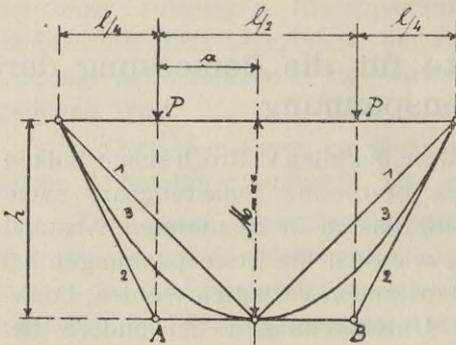
Linie 2 für Lastzustand: Zwei Einzellasten im Abstand a von der Mitte.

Linie 3 für Lastzustand: Gleichmässig verteilte Belastung.

1) Vgl. die österreichischen ministeriellen Vorschriften vom 15. Juni 1911.

Nach dem gegenseitigen Verlauf dieser drei Linien lässt sich vermuten, dass die Linie 2, welche den vorstehenden Ermittlungen zugrunde liegt, den ungünstigsten Fall darstellt. Denn bei ihr hat der für alle drei Linien gleiche Momentengrösstwert diese Grösse auf die längste Strecke (von A bis B), während bei den Linien 1 und 3 ein schnellerer Abfall dieses Wertes vorhanden ist. Es wird mit anderen Worten bei der Belastung nach Linie 2 ein Maximum an grössten Beanspruchungen vorhanden sein, also die Bruchsicherheit am geringsten. Ausserdem sind im Falle 2 die Vorbedingungen für ein frühzeitiges Eintreten des Gleitens der Eiseneinlagen am günstigsten. Allgemein aber ist bei Linie 2 die Summe der biegenden Momente für sämtliche Balkenquerschnitte am grössten, daher naturgemäss die Sicherheit am kleinsten.

Abb. 28.



Summe der biegenden Momente für Fall 1:

$$\Sigma M = \frac{l \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot l \cdot h}{12},$$

für Fall 2:

$$\Sigma M = \frac{3 \cdot h \cdot l}{4} = \frac{9 \cdot l \cdot h}{12},$$

für Fall 3:

$$\Sigma M = \frac{2 \cdot h \cdot l}{3} = \frac{8 \cdot l \cdot h}{12}.$$

Grössere Versuchsreihen zur Bestätigung dieser an sich verständlichen Überlegung bestehen heute noch nicht. Doch hat diese Überlegung in der letzten Zeit auch eine versuchstechnische Bestätigung ihrer Richtigkeit erfahren. Bei den Versuchen mit Eisenbetonbalken zur Bestimmung des Gleitwiderstandes, ausgeführt in der Königlich Sächsischen Versuchsanstalt zu Dresden¹⁾, wurde an 30 Versuchsbalken festgestellt, dass bei gleichmässig verteilter Belastung die Werte des Gleitwiderstandes und der Bruchbelastung grösser waren, als bei Belastung durch zwei Einzellasten.

Man kann also sagen, dass die obige Belastungsart 2 einen der ungünstigsten Fälle darstellt, wie sie überhaupt eintreten können.

Da bei guten Ausführungen die Konstruktionsteile nach den ungünstigsten Lastverhältnissen bemessen werden, da ferner der den Versuchen zugrunde liegende Lastzustand äusserst ungünstige Verhältnisse darstellt, so ist in einer etwaigen Abweichung dieses Lastzustandes von Lastanordnungen der Praxis keine Gefahr für die Sicherheit der Konstruktion zu erblicken.

Betrachten wir weiter die Zuverlässigkeit der Berechnungsgrundlagen für die auf Biegung beanspruchten Eisenbetonkonstruktionen, so ist zunächst selbstverständlich, dass die Verhältnisse für einen nicht homogenen

1) Vgl. Heft 7 der Veröffentlichungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton, Berlin 1911.

Körper wie Eisenbeton weniger klar liegen werden, als für einen homogenen Baustoff.

Die Theorie für auf Biegung beanspruchte Bauteile muss von Annahmen ausgehen, und hierin liegt der Grund für die Unmöglichkeit ihrer vollkommenen Genauigkeit. Denn diese Annahmen, die man für homogene Körper macht, treffen — wenigstens zum Teil — schon für diese selbst nicht zu. Ausser den Momenten sind in der Regel auch Querkkräfte vorhanden, d. h. im Querschnitt wirkt in den allermeisten Fällen ausser den Längskräften auch eine Querkraft, welche Schubspannungen erzeugt. Diese Schubkräfte sind beim Eisenträger von geringerer Bedeutung, von grosser Wichtigkeit dagegen beim Eisenbetonbalken. Doch kann bei diesem durch geeignete Gestaltung der Eiseneinlagen und des Betonquerschnittes für die Aufnahme der Schubkräfte gesorgt werden, und die praktischen Versuche haben in der Tat die Theorie bestätigt. Ein richtig konstruierter Eisenbetonbalken leidet ebensowenig unter der Wirkung der Schubkräfte wie ein Eisenbalken.

Von grösster Wichtigkeit und Bedeutung sind die Annahmen, dass Dehnungen und Spannungen proportional sind, dass der Dehnungskoeffizient für den ganzen Querschnitt konstant ist, die Nulllinie also durch den Schwerpunkt geht, und dass endlich die anfänglich ebenen Querschnitte auch während und nach der Biegung eben bleiben.

Versuche an homogenen Körpern haben eine annähernde Übereinstimmung mit diesen Voraussetzungen ergeben, doch sind diese Versuche in so geringer Anzahl vorhanden, dass sich diese Behauptung nicht einmal mit Bestimmtheit aussprechen lässt. Anders beim Eisenbetonbau. Hier treffen die drei genannten Annahmen sämtlich nicht zu. Das hat eine Menge von Versuchen bewiesen, gleichzeitig aber haben diese Versuche den Weg gezeigt, wie man solche Bauteile zu berechnen hat, um gesichert zu sein.

Mit Rücksicht auf die grössere Unsicherheit bei der Berechnung nicht homogener Körper ist es wohl angezeigt, für diese etwas höhere Sicherheitskoeffizienten vorzuschreiben, als für homogenes Material.

Betrachten wir weiter die statisch unbestimmten Systeme, die im Eisenbetonbau vorwiegend sind, so können wir solche unterscheiden, bei denen die Querschnitte in erster Linie von Normalkräften, weniger aber von Biegemomenten beansprucht sind, also die nach der Stützlinie konstruierten Zweigelenkbogen und gelenklosen Träger. Bei solchen, nach der Belastung geformten Gewölben werden die meisten Querschnitte auf Zug nicht beansprucht, die Spannungen durch Moment und Axialkraft addieren sich wie bei homogenem Material, und die Berechnung solcher Gewölbe kann nach der Elastizitätstheorie erfolgen. Rechnung und Wirklichkeit stimmen sonach gut überein. Es liegt in der Natur der Sache, dass die Bedeutung der zulässigen Eisenspannung bei derartigen Konstruktionen zurücktritt, und es wird von dem Konstrukteur nicht erschwerend empfunden werden, wenn hier 1000 kg/qcm zulässige Eisenspannung massgebend sind.

Anders bei der zweiten Art der statisch unbestimmten Konstruktionsgebilde, bei denen der Einfluss der biegenden Momente überwiegt gegenüber der Wirkung der Axialkräfte, also bei den rahmenartigen Gebilden und bei den kontinuierlichen und eingespannten Platten und Balken. Betrachten wir zunächst die letztgenannten. Schon durch die Versuche, die die Firma Wayss & Freytag, A.-G. mit kontinuierlichen Plattenbalken vornehmen liess¹⁾, ging hervor, dass man solche kontinuierlichen Träger tatsächlich kontinuierlich konstruieren kann und sogar kontinuierlich konstruieren muss, wenn die in der Berechnung gemachten Voraussetzungen zutreffen sollen. Einen sehr wertvollen Beitrag zur Klärung dieser Verhältnisse bildet die im Auftrag des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton von Mörsch vorgenommene Auswertung der Stuttgarter Versuche²⁾, welche die Beziehungen zwischen Formänderungswinkel und Biegemoment festsetzt. Es ist von grösster Wichtigkeit, Gewissheit darüber zu erhalten, ob man die statisch unbestimmten Bauteile, bei denen das Biegemoment die Formänderungen beeinflusst, nach der Elastizitätstheorie berechnen darf, die von der Voraussetzung ausgeht, dass Biegemoment und Formänderungswinkel proportional sind. Die von Mörsch sowohl für den beiderseits eingespannten, wie für den einseitig eingespannten, andererseits frei aufliegenden Träger für gleichmässige Belastung durchgeführten Untersuchungen führten zu dem Ergebnis, dass die nach der Elastizitätslehre ermittelte Momentenlinie ziemlich genau mit der infolge der tatsächlichen Formänderungen sich ergebenden Momentenlinie übereinstimmt. Da der beiderseits eingespannte Balken auch dem über viele Felder durchlaufenden Balken entspricht, und da der einseitig eingespannte, andererseits frei aufliegende Träger auch das System des durchlaufenden Trägers mit zwei vollbelasteten Feldern in sich schliesst, so geht aus diesen Untersuchungen Mörschs hervor, dass die Platten und Träger aus Eisenbeton nach den Gleichungen für durchlaufende Träger konstanten Querschnittes berechnet werden können, auch wenn die Eiseneinlagen den Momenten angepasst, also in verschiedenen Querschnitten verschieden sind. Natürlich verlangt dann auch die Ausführung, dass die Bewehrung der Kontinuität und Einspannung vollkommen angepasst wird. Auch für Träger mit veränderlicher Höhe stimmte das Proportionalitätsgesetz zwischen Biegemoment und Formänderungswinkel, wenn solche Träger als kontinuierliche Träger mit veränderlichem Trägheitsmoment berechnet wurden. Umgekehrt können auch auf diese Weise berechnete Träger einen Anspruch auf Übereinstimmung zwischen Rechnung und Wirklichkeit machen.

Während sich die obengenannten Versuche der Firma Wayss & Freytag auf Plattenbalken bezogen, erstrecken sich die theoretischen Untersuchungen Mörschs, die sich auf den Stuttgarter Versuchen des Deutschen

1) Vgl. E. Mörsch, Der Eisenbetonbau usw., 3. Auflage.

2) Vgl. Heft 18 der Veröffentlichungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton, Verlag von W. Ernst & Sohn, Berlin.

Ausschusses für Eisenbeton aufbauen, bis jetzt nur auf rechteckige Querschnitte.

Mit kontinuierlichen Plattenbalken beschäftigen sich auch die Versuche von Scheit und Probst¹⁾, welche gleichfalls der Erforschung der Übereinstimmung zwischen Rechnung und Wirklichkeit dienen sollten. Es würde zu weit führen, die interessanten Versuche hier im einzelnen zu besprechen, es muss deshalb auf die betr. Veröffentlichung verwiesen werden. Nur kurz sei erwähnt, dass im ganzen fünf Objekte untersucht wurden, das erste — vorzugsweise zu Vergleichszwecken — ein statisch bestimmter Plattenbalken von 3 m Stützweite, sodann ein über zwei Felder durchlaufender Plattenbalken von je 3 m Stützweite, sowie ein über drei Felder durchlaufender Plattenbalken von je 3 m Stützweite. Bei dem vierten Versuchskörper war keine freie Lagerung wie bei den übrigen vorgesehen, sondern eine feste Verbindung mit den Stützen, wie sie im Eisenbetonbau sehr oft vorkommt. Die Stützenentfernung betrug dabei von Mitte zu Mitte wieder 3 m, und der obere Plattenbalken lief über drei Felder durch. Der letzte Versuchskörper stellte einen Plattenbalken über sechs Stützen dar, wobei die Stützweite der beiden Endfelder je 3 m, diejenige des Mittelfeldes 4 m betrug, sodass für die beiden übrigen Felder je 2,50 m Stützweite verblieben. Bei allen Trägern, mit Ausnahme des mit den Stützen verbundenen, war ein Lager fest, die übrigen waren beweglich angeordnet. Die aufs genaueste mittels Feinmessungen durchgeführten Untersuchungen führten zu dem Schluss, dass im Falle freidrehbarer und verschiebbarer Auflagerung die Eisenbetonkonstruktionen, die über mehrere Felder durchgehen, ähnlichen Gesetzen unterliegen, wie durchlaufende Träger aus homogenem Material mit unveränderlichem Elastizitätsmodul und gleichbleibendem Trägheitsmoment. Dagegen ist dies bei den Eisenbetonkonstruktionen, die mit den Stützen schon durch die Art der Herstellung fest verbunden sind, nicht der Fall. Denn hierbei treten nicht nur grössere Einspannungen am Übergang zwischen Träger und Stütze auf, die auf die Neigung der Balkenachse einwirken, sondern es entstehen auch in den Stützen Formänderungen. Infolgedessen wird sich der anfänglich rechte Winkel zwischen Träger und Stützenachse verdrehen, und die Stützen werden sich durchbiegen. Es tritt also eine rahmenartige Wirkung ein, und es ist beim Entwurf solcher Konstruktionen darauf zu achten, dass die Stützen und Aussenwände die auftretenden Biegemomente auch tatsächlich aufnehmen können. Man wird bei durchlaufenden Trägern einfacherer Art, sowohl bei beweglicher Lagerung wie bei fester Verbindung mit den Stützen ruhig eine höhere zulässige Spannung zulassen können, als die heute üblichen 1000 kg/qcm, denn bei freier Lagerung ist Übereinstimmung zwischen Rechnung und Wirklichkeit vorhanden, und bei den fest gelagerten Trägern sind die errechneten positiven Momente kleiner als in Wirklichkeit. Zur Auf-

1) Vgl. H. Scheit und E. Probst, Untersuchungen an durchlaufenden Eisenbetonkonstruktionen, Berlin 1912, Verlag von J. Springer.

nahme der negativen Momente aber, d. h. in der Nähe der Stützen, empfiehlt es sich stets, die Eisenspannungen niedriger zu halten schon deshalb, um eine etwas höhere Betonspannung, entsprechend der höheren Bewehrung zulassen zu können. Dies liegt im Sinne einer wirtschaftlichen Konstruktionsweise.

Der fünfte Versuchskörper unter den Versuchen von Scheit und Probst leitet zu den rahmenartigen Gebilden über. Er sollte nicht als Rahmen konstruiert werden, und doch machte sich beim Versuch eine rahmenartige Wirkungsweise bemerkbar. Versuchsergebnisse über die Verhältnisse bei rahmenartigen Konstruktionen liegen sonst noch nicht vor. Bei den Rahmen wirken die Stützen bei der Übertragung lotrechter Belastungen mit und entlasten dadurch die Querbalken. Die Stützen haben somit ausser den Auflagerkräften noch Biegemomente aufzunehmen, sie erhalten also grössere Abmessungen als bei freier Auflagerung. Um die Berechnung der Rahmen nach irgend einem Verfahren durchführen zu können, ist vor allem erforderlich, dass gewisse Auflagerbedingungen erfüllt sind. Dies gilt besonders für den dreiseitigen Rahmenträger, der sehr viel zur Anwendung gelangt. Die Grenzfälle sind hier frei drehbare Lagerung in Gelenken und vollkommen eingespannte Lagerung, also einfach bzw. dreifach statisch unbestimmte Konstruktionen. Hinzu kommt natürlich auch hier wie bei den Balken die unveränderliche Höhenlage der Stützen. In Wirklichkeit wird nun bei ausgeführten Rahmen weder der eine noch der andere Lagerungsgrenzfall vollkommen vorhanden sein, vielmehr in den meisten Fällen ein zwischen beiden liegender Fall. Wird also die in der Rechnung vorausgesetzte Lagerung nicht durch die Ausbildung der Ausführung tatsächlich erreicht, so kann die Rechnung mit der Wirklichkeit nicht genau übereinstimmen. Auch in der Einführung eines mittleren Trägheitsmomentes für die einzelnen Glieder liegt natürlich eine gewisse Unsicherheit und Ungenauigkeit. Doch ist man in der Regel zu dieser Annahme gezwungen, da die Kenntnisse über die Trägheitsmomente der einzelnen Querschnitte fehlen. Solange keine Versuche vorliegen, welche über diese Verhältnisse Aufschluss geben, solange man also auf die z. T. unsicheren Rechnungsannahmen angewiesen ist, empfiehlt es sich stets, der betreffenden Konstruktion eine höhere Sicherheit zu geben, was ganz besonders durch eine geringe zulässige Eisenspannung erreicht wird.

Bei der Beurteilung der früher gefundenen Sicherheitskoeffizienten ist ferner zu berücksichtigen, dass diese für Versuchsbalken gefunden sind, nicht aber für Balken der praktischen Ausführung. Die höchsten Sicherheitszahlen ergaben sich naturgemäss für diejenigen Versuchskörper, welche am vollkommensten gebaut waren, die also Eisen mit den nötigen Aufbiegungen und mit Haken an den Enden, sowie die erforderliche Anzahl Bügel besaßen. Das sind dann auch diejenigen Balken, die bei einem Vergleich mit den Balken der Praxis allein in Betracht kommen, denn diese haben bei guter Ausführung, die hier allein massgebend sein kann, stets Aufbiegungen, Haken und Bügel. Und doch werden diese

hohen Sicherheitszahlen der Versuchskörper bei praktischen Ausführungen wohl stets eine gewisse Verminderung erfahren, denn auf der Baustelle kann keine Laboratoriumsarbeit geliefert werden. Dies bezieht sich in erster Linie auf die genaue Lage der Eisen, die bei den Versuchsbalken ganz genau den Zeichnungen entsprechen, an der Baustelle aber niemals so genau verlegt werden können. Ferner kommt hier die Güte des Betonmaterials in Frage. Wenn auch vorausgesetzt werden kann, dass bei guten praktischen Ausführungen in der Regel kein schlechteres Mischungsverhältnis in Frage kommt als bei den Versuchsbalken, so ist doch auch hier eine solche Gleichmässigkeit und Regelmässigkeit in der Ausführung nicht zu erwarten.

Erwähnt sei ferner noch das Schwinden des Betons beim Erhärten. Zutreffende Zahlenangaben lassen sich in dieser Hinsicht noch nicht machen, man vernachlässigt auch etwa hierdurch hervorgerufene Zusatzspannungen in der Rechnung. Im allgemeinen werden die Schwinderscheinungen dadurch möglichst klein gehalten, dass man den Beton während seiner Erhärtung möglichst feucht hält. Hierdurch heben sich die Erscheinungen — Vergrössern des Rauminhaltes beim Erhärten unter Wasser, Verkleinern desselben beim Erhärten an der Luft — und die dadurch erzeugten Spannungen wenigstens zum Teil auf. Auch die Versuchsbalken wurden in ähnlicher Weise behandelt, auch der Beton dieser Balken war dem Schwinden ausgesetzt, die ermittelten Sicherheitszahlen umfassen also schon hierdurch hervorgerufene Spannungen, und die Unterschiede zwischen Laboratorium und Baustelle sind hierbei von weniger grossem Einfluss.

Die für ein bestimmtes Mischungsverhältnis gefundenen Sicherheitszahlen lassen sich nicht auf ein gleiches Mischungsverhältnis aus anderen Rohmaterialien ohne weiteres übertragen. Bekanntlich ist nicht nur die Güte des Zementes, sondern vor allem auch die Güte der Zuschlagstoffe auf die Güte des Betons von Einfluss, auch der Wasserzusatz, der in verschiedenen Fällen nicht gleich ist und sich wiederum nach den Materialien richten muss, beeinflusst die Betonfestigkeit.

Interessant in dieser Beziehung sind Grenzwerte, wie sie Burchartz über die im Laufe eines Betriebsjahres im Kgl. Materialprüfungsamt Berlin-Lichterfelde-West erzielten Betonfestigkeiten mit verschiedenen Rohstoffen angibt¹⁾. Die Tabelle ist mit einigen Kürzungen auf S. 66 wiedergegeben.

Aus den Grenzwerten für die Druckfestigkeit, d. h. aus den Kleinst- und Grösstwerten der für gleiche Mischungsverhältnisse gefundenen Druckfestigkeitszahlen ist zu ersehen, dass die Festigkeiten von Beton aus gleichen Mischungsverhältnissen, aber aus verschiedenen Zuschlagstoffen stark schwanken können, dass also die Rohstoffe die Festigkeit des Betons bedeutend beeinflussen. Die Zahlen sind aus vollkommen gleichartigen Versuchen gefunden, die Ergebnisse sind also unmittelbar miteinander vergleichbar.

1) Vgl. Armierter Beton, 1911, S. 398.

Es ist hiernach unmöglich, allgemein von einer Festigkeit „des Betons“ zu reden, man hat es stets mit der Güte eines bestimmten Betons zu tun, an einer anderen Baustelle mit einem anderen, mehr oder weniger guten Beton, und auch hierin liegt eine die Sicherheit beeinträchtigende Ungleichmässigkeit. Auf der anderen Seite muss man sich hüten, obigen Zahlen eine allzu grosse Bedeutung beizumessen. Bei grösseren Bauausführungen wird sich ein gewissenhafter Unternehmer stets durch Anfertigung und Prüfung von Probekörpern Gewissheit darüber verschaffen, was er dem Beton zumuten kann, ganz besonders dann, wenn er Zuschlagstoffe verarbeiten muss, die ihm bis dahin nicht bekannt sind. In ebensoviel anderen Fällen kennt der Unternehmer die Zuschlagstoffe so weit, dass er von vorher ein weiss, welche Festigkeit er von dem aus ihnen hergestellten Beton in einem bestimmten Mischungsverhältnis etwa erwarten kann.

Grenzwerte für den Wasserzusatz, das Raumgewicht, die Druckfestigkeit und den Zementgehalt von Kieszementbeton.

Mischungsverhältnis (Raumteile)	Wasserzusatz %	Raumgewicht g/ccm	Druckfestigkeit kg/qcm	Zementgehalt in 1 cbm gestampften Beton kg
1 : 3	6,3 bis 9,0	2,211 bis 2,368	266 bis 396	460 bis 556
1 : 4	5,4 bis 9,0	2,194 bis 2,396	159 bis 391	336 bis 408
1 : 5	5,0 bis 8,0	2,143 bis 2,336	129 bis 305	270 bis 384
1 : 6	5,3 bis 6,2	2,233 bis 2,374	164 bis 365	248 bis 332
1 : 8	4,8 bis 5,4	2,179 bis 2,312	107 bis 256	200 bis 223

IX. Wirtschaftliche Bedeutung einer höheren zulässigen Eisenspannung.

Wie wir gesehen haben, haben die amtlich zugelassenen Werte $\sigma_e = 1000$ und $\sigma_b = 40$ kg/qcm nur für eine ganz bestimmte Bewehrung, d. h. für ein bestimmtes Verhältnis zwischen Beton und Eisenquerschnitt Gültigkeit insofern, als sie nur für dieses voll ausgenutzt werden können. Wird dieses Verhältnis (0,75 % für $\sigma_e = 1000$ und $\sigma_b = 40$) überschritten, so kann das Eisen nicht mehr ausgenutzt werden. Streng genommen sind also bei zulässigen Spannungen von 1000 kg/qcm für Eisen und 40 kg/qcm für Beton Bewehrungen über 0,75 nicht zweckmässig und unwirtschaftlich.

Eine andere Frage ist nun die Zunahme der Wirtschaftlichkeit der Querschnittsbemessung infolge Erhöhung der zulässigen Beanspruchung des Eisens.

Für $\sigma_e = 1000$ und
 $\sigma_b = 40$ kg/qcm

lauten die Dimensionierungsformeln bei einfachen Platten, oder rechteckigen Balken:

$$h-a = 0,390 \sqrt{\frac{M}{b}},$$

$$fe = 0,00293 \sqrt{M \cdot b}.$$

Für $\sigma_e = 1200$ und $\sigma_b = 40$ kg/qcm gehen sie über in:

$$h-a = 0,410 \sqrt{\frac{M}{b}},$$

$$fe = 0,00228 \sqrt{M \cdot b},$$

d. h. es ist eine grössere Höhe des Betonquerschnitts nötig, dagegen weniger Eisen.

Beispiel 1.

$$M = 50\,000 \text{ kgcm}; b = 100 \text{ cm}.$$

Für $\sigma_e = 1000$ und $\sigma_b = 40$ ist

$$h-a = 8,74 \text{ cm} \quad fe = 6,55 \text{ qcm},$$

$$\text{d. h. } h = 10 \text{ cm}; 9 \phi 10 \text{ mm} = 7,07 \text{ qcm}.$$

Für $\sigma_e = 1200$ und $\sigma_b = 40$ ist

$$h-a = 9,16 \text{ cm} \quad fe = 5,12 \text{ qcm},$$

$$\text{d. h. } h = 11 \text{ cm}; 8 \phi 9 \text{ mm} = 5,08 \text{ qcm}.$$

Es wird also an Eisen pro Quadratmeter Decke gespart

$$7,07 - 5,08 = 1,99 \text{ qcm} = \sim 1,6 \text{ kg}.$$

Es handele sich um eine sehr einfache Decke. Die Kosten des Abbindens der Eiseneinlagen sind in beiden Fällen annähernd gleich, es kann daher jeweils mit etwa 15 M pro 100 kg Eisenpreis gerechnet werden.

Hiernach tritt eine Kostenersparnis für Eisen von $0,15 \times 1,6 = 0,24$ M pro Quadratmeter Decke ein.

Bei einem Mischungsverhältnis von einem Teil Zement auf vier Teile Flusskiessand gemischt, ergibt sich nach Betonkalender 1911, Teil I, S. 251 als Bedarf für 1 cbm Beton:

355 kg Zement (170 kg für Rheinland-Westfalen à 5,50 M)	= 11,50 M
1,021 cbm Rheinkies, pro cbm ca. 4,00 M	<u>= 4,10 „</u>
Kosten pro Kubikmeter Beton	= 15,60 M

Ermittlung des Betonpreises pro Quadratmeter Decke:

a) 10 cm starke Decke.

$$\text{Beton } 0,10 \times 15,60 = 1,56 \text{ M}$$

$$\text{Stampfarbeit } 0,10 \times 3,00 = 0,30 \text{ „}$$

$$\text{Schalung und Stützung} = 1,50 \text{ „}$$

$$\underline{\hspace{10em}} 3,36 \text{ M}$$

$$\text{Hierzu Eisen } 7,07 \times 0,785 \times 0,15 = 0,83 \text{ „}$$

$$25\% \text{ Zuschlag für Flechten } 0,21 \text{ „}$$

$$\underline{\hspace{10em}} 4,40 \text{ M pro Quadratmeter.}$$

b) 11 cm starke Decke.

Beton	$0,11 \times 15,60 = 1,72$	M
Stamfarbeit, Schalung und Stützung wie vor	1,80	„
	<hr style="width: 100%;"/>	3,52 M
Hierzu Eisen	$5,08 \times 0,785 \times 0,15 = 0,60$	„
25 % Zuschlag für Flechten	0,15	„
	<hr style="width: 100%;"/>	4,27 M

Die Ersparnis pro Quadratmeter Eisenbeton beträgt 0,13 M, d. i. $\sim 2,95\%$.

Der wirtschaftliche Vorteil ist also für einfache Plattendecken verhältnismässig gering.

Würden die Hüttenwerke dazu übergehen und ein höherwertiges Eisen (Qualitätseisen) liefern, dessen Festigkeit, Streckgrenze und Bruchdehnung nachzuweisen wäre, so dürfte für dieses Beispiel der Eisenpreis pro Kilogramm um $\frac{0,13}{4} = 3\frac{1}{4}$ Pf. steigen, um den durch die höhere zulässige Spannung erzielten wirtschaftlichen Vorteil aufzuheben.

Etwas anders liegen die Verhältnisse bei Bauteilen, die eine stärkere Bewehrung aufweisen, also bei Plattenbalken und grösseren Konstruktionen überhaupt.

Beispiel 2.

Gegeben sei ein Plattenbalken mit folgenden Abmessungen:

Plattenbreite	= 100 cm
Plattenstärke	= 12 „
Stegbreite	= 25 „
Moment	= 600 000 kgcm

Gesucht: Eiseneinlagen fe und Plattenhöhe $h - a$.

a) Bei $\sigma_b = 40$ kg/qcm, $\sigma_e = 1000$ kg/qcm

$$h - a = 0,39 \sqrt{\frac{600\,000}{100}} = 30,2 \text{ cm}$$

$$fe = 0,00293 \sqrt{600\,000 \cdot 100} = 22,7 \text{ qcm}$$

$$x = 0,375 \cdot 30,2 = 11,3 \text{ cm (Nullinie in der Platte).}$$

b) Bei $\sigma_b = 40$ kg/qcm, $\sigma_e = 1200$ kg/qcm

$$h - a = 0,410 \sqrt{\frac{600\,000}{100}} = 31,8 \text{ cm}$$

$$fe = 0,00228 \sqrt{600\,000 \cdot 100} = 17,7 \text{ qcm}$$

$$x = 0,333 \cdot 31,8 = 10,6 \text{ cm.}$$

Die Höhe des Balkens ändert sich um $31,8 - 30,2 = 1,6$ cm, ein Mass, dass bei Aufstellung des Preises keine Rolle spielt.

Beim Eisen tritt eine Ersparnis von $22,7 - 17,7 = 5$ qcm ein, d. i. pro laufendes Meter Balken ca. 4,0 kg. Rechnet man mit 17,50 M Einheitspreis pro 100 kg Eisen, so beträgt die Ersparnis pro laufendes Meter $4,0 \times 0,175 = 0,70$ M.

Da dem Eisenquerschnitt von 17,7 qcm ein Gewicht von ca. 13,9 kg entspricht, so dürfte beim Übergang zu Qualitätseisen der Eisenpreis pro Kilogramm um $\frac{0,70}{13,9} = 4,9$ Pf. steigen, um den in der höheren zulässigen Eisenspannung liegenden wirtschaftlichen Vorteil aufzuheben.

Beispiel 3.

Gegeben sei ein Plattenbalken mit folgenden Abmessungen:

- Balkenhöhe $h - a = 35$ cm
- Plattenstärke $d = 10$ „
- Stegbreite $d = 25$ „
- Moment $M = 600\,000$ kgcm.

Gesucht: Eisenquerschnitt fe und Plattenbreite b .

a) Bei $\sigma b = 40$ kg/qcm, $\sigma e = 1000$ kg/qcm

$$x = \frac{n \cdot \sigma b (h - x)^2}{\sigma e} = \frac{15 \cdot 40 (35 - x)^2}{1000} = 13,1 \text{ cm}$$

$$y = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6(2x - d)} = 13,1 - 5 + \frac{100}{6 \cdot 16,2} = 9,1 \text{ cm}$$

$$fe = \frac{M}{\sigma e (h - a - x + y)} = \frac{600\,000}{1000 (35 - 13,1 + 9,1)} = 19,4 \text{ qcm}$$

$$fe = \frac{b \cdot d (2x - d)}{2n (h - x)}, \text{ woraus } b = \frac{19,4 \cdot 30 \cdot 21,9}{10 \cdot 16,2} = 79 \text{ cm.}$$

b) Bei $\sigma b = 40$ kg/qcm, $\sigma e = 1200$ kg/qcm ergeben sich entsprechend

$$x = 11,7 \text{ cm}$$

$$y = 7,9 \text{ „}$$

$$fe = 16,0 \text{ qcm}$$

$$b = 82 \text{ cm}$$

Die Plattenbreite nimmt also um 3 cm zu, eine Grösse, die bei der Kostenberechnung vernachlässigt werden kann.

An Eisen werden 3,4 qcm gespart, d. i. pro laufendes Meter 2,7 kg. Bei 17,50 M pro 100 kg Eisenpreis entspricht dies einer Ersparnis von $2,7 \cdot 0,175 = 0,47$ M pro laufendes Meter. 16 qcm Eisen wiegen 12,5 kg, bei Qualitätseisen könnte also der Preis pro Kilogramm um $\frac{0,47}{12,5} = 3,8$ Pf. pro Kilogramm steigen, ehe die durch 1200 kg/qcm zulässige Eisen- spannung erzielten wirtschaftlichen Vorteile in Frage gestellt werden.

Wenn die Ersparnisse bei Plattenbalken auch erheblich grösser sind als bei Platten, so fallen die gefundenen Zahlen doch dann erst ins Gewicht, wenn es sich um grössere Bauausführungen mit erheblichen Eisen- mengen handelt. Auch wird der wirtschaftliche Vorteil natürlich um so grösser sein, je stärker der betreffende Balken bewehrt, und je höher der Einheitspreis des Eisens ist.

1) Vgl. E. Mörsch, Der Eisenbetonbau usw., 4. Aufl., S. 203.

Die in Zusammenstellung II der amtlichen Vorschriften für $\sigma e = 1000$ und wechselnde Werte von σb näherungsweise berechneten Werte x , $h - a$ und fe sind für $\sigma e = 1200$ kg/qcm aus Tafel XV zu entnehmen.

Tafel XV.

Werte in kg/qcm von		Zugehörige Werte von $x = s(h - a)$	Zugehörige Werte von $h - a = r \sqrt{\frac{M}{b}}$	Zugehörige Werte von $fe = t \sqrt{M \cdot b}$
σe	σb			
1200	45	0,360 ($h - a$)	0,375 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0,00253 $\sqrt{M \cdot b}$
1200	44	0,355 ($h - a$)	0,381 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0,00248 $\sqrt{M \cdot b}$
1200	42	0,345 ($h - a$)	0,395 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0,00238 $\sqrt{M \cdot b}$
1200	40	0,333 ($h - a$)	0,410 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0,00228 $\sqrt{M \cdot b}$
1200	38	0,322 ($h - a$)	0,428 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0,00218 $\sqrt{M \cdot b}$
1200	36	0,310 ($h - a$)	0,447 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0,00208 $\sqrt{M \cdot b}$
1200	34	0,298 ($h - a$)	0,468 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0,00197 $\sqrt{M \cdot b}$
1200	32	0,287 ($h - a$)	0,491 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0,00188 $\sqrt{M \cdot b}$
1200	30	0,273 ($h - a$)	0,518 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0,00177 $\sqrt{M \cdot b}$
1200	28	0,259 ($h - a$)	0,548 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0,00166 $\sqrt{M \cdot b}$
1200	26	0,246 ($h - a$)	0,583 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0,00156 $\sqrt{M \cdot b}$
1200	24	0,231 ($h - a$)	0,626 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0,00144 $\sqrt{M \cdot b}$
1200	22	0,216 ($h - a$)	0,674 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0,00133 $\sqrt{M \cdot b}$
1200	20	0,200 ($h - a$)	0,733 $\sqrt{\frac{M}{b}}$	0,00121 $\sqrt{M \cdot b}$

Diese Tafel gilt für rechteckige Querschnitte sowie für T-förmige, wenn die Nulllinie in die Unterkante der Platte fällt.

X. Zusammenfassung der Ergebnisse.

Nach vorstehenden Ausführungen dürfte die Frage nach der zulässigen Beanspruchung des Eisens für dasjenige Gebiet, welches durch die besprochenen Versuche gedeckt wird, wie folgt zu beantworten sein:

1. Für Platten und Balken auf zwei Stützen sind 1200 kg/qcm Eisenbeanspruchung als zulässig zu erachten¹⁾.

2. Für Platten und Balken des Hochbaues, die über mehrere Stützen durchlaufen, sind, falls nicht starke Erschütterungen oder sonstige ungünstige Einflüsse zu befürchten sind, für die Bemessung in Feldmitte gleichfalls 1200 kg/qcm Eisenbeanspruchung als zulässig anzusehen¹⁾.

3. Für Rahmenträger sollten 1000 kg/qcm als zulässige Beanspruchung des Eisens angenommen werden.

4. Bei denjenigen Bauwerken des Hoch- und Tiefbaues, die der unmittelbaren Einwirkung von Stößen und Erschütterungen ausgesetzt sind, also vorzugsweise bei Fabrikbauten und Strassenbrücken sollte auch für die unter 1 und 2 genannten Bauteile die zulässige Beanspruchung des Eisens 1000 kg/qcm nicht überschreiten¹⁾.

5. Bei Eisenbahnbrücken dürfte es sich mit Rücksicht auf die zu erwartenden Erschütterungen und auf die Rissesicherheit der Konstruktionen empfehlen, die zulässige Beanspruchung des Eisens niedrig zu wählen, etwa 700—800 kg/qcm.

1) Anmerkung des Referenten. Bei der Beurteilung der Frage, ob eine Erhöhung der Eisenspannungen auf 1200 kg/qcm zulässig ist, müssen auch die Mängel und Ungenauigkeiten der Ausführung in Betracht gezogen werden. Es ist ferner zu berücksichtigen, dass eine ungenaue Lage der Eisen bei dünnen Platten bedenklicher ist und prozentual die Spannungen um grössere Beträge vermehrt, als bei hohen Balken. Auch scheint es mir hinsichtlich der Wirkung von Einzellasten und Stößen zweifelhaft, ob man Platten und Balken bezüglich der zulässigen Eisen-
spannungen gleichartig behandeln darf.

XI. Quellenverzeichnis.

1. E. Mörsch, Der Eisenbetonbau, seine Theorie und Anwendung, 3. und 4. Auflage.
 2. Handbuch für Eisenbetonbau, Band I: Entwicklungsgeschichte und Theorie des Eisenbetons, Berlin 1908.
 3. M. Foerster, Das Material und die statische Berechnung der Eisenbetonbauten, Verlag von W. Engelmann, Leipzig 1907.
 4. Christophe, Der Eisenbetonbau und seine Anwendung, Berlin 1905.
 5. Die Hütte, Des Ingenieurs Taschenbuch, 20. Auflage.
 6. Betonkalender 1911.
 7. Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, herausgegeben vom Verein deutscher Ingenieure, Hefte 39, 45—47, 90 und 91.
 8. Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, Heft 7: Versuche mit Eisenbetonbalken zur Bestimmung des Gleitwiderstandes von Scheit, Berlin 1911.
 9. — — — Heft 10 und 12: Versuche mit Eisenbetonbalken zur Ermittlung der Widerstandsfähigkeit verschiedener Bewehrung gegen Schubkräfte von Dr.-Ing. C. v. Bach und O. Graf, Berlin 1911.
 10. Kleinlogel, Über das Wesen und die wahre Grösse des Verbundes zwischen Eisen und Beton, Berlin 1911.
 11. Forscherarbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetons, Heft VI: E. Probst, Das Zusammenwirken von Beton und Eisen.
 12. Mitteilungen der Eidgen. Materialprüfungsanstalt am schweiz. Polytechnikum in Zürich, 10., 12. und 13. Heft.
 13. Scheit und Probst, Untersuchungen an durchlaufenden Eisenbetonkonstruktionen, Berlin 1912, Verlag von J. Springer.
 14. Richard Müller — Rud. Wolle, Neue Versuche an Eisenbetonbalken über die Lage und das Wandern der Nulllinie und die Verbiegung der Querschnitte, Verlag von W. Ernst & Sohn, Berlin.
 15. Untersuchungen an Plattenträgern aus Eisenbeton; Bericht von Prof. Möller, Braunschweig, Sonderabdruck aus den Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbfleisses, Berlin, Verlag von L. Simion Nachf., 1907.
 16. Bericht über die XI. Hauptversammlung des Deutschen Beton-Vereins (E. V.), Berlin 1908.
 17. Bericht über die XIV. Hauptversammlung des Deutschen Beton-Vereins (E. V.), Berlin 1911.
 18. Preussische Ministerialbestimmungen für die Ausführung von Konstruktionen aus Eisenbeton bei Hochbauten vom 24. Mai 1907, Verlag von W. Ernst & Sohn, Berlin.
 19. — — über die bei Hochbauten anzunehmenden Belastungen und die Beanspruchungen der Baustoffe usw. vom 31. Januar 1910, Verlag von W. Ernst & Sohn, Berlin.
 20. Vorläufige Leitsätze für die Vorbereitung, Ausführung und Prüfung von Eisenbetonbauten, aufgestellt vom Verbands Deutscher Architekten- und Ingenieur-Vereine und dem Deutschen Beton-Verein, 1904.
 21. Österreichische ministerielle Vorschriften über die Herstellung von Tragwerken aus Eisenbeton usw. vom 15. Juni 1911.
 22. „Armierter Beton“, 1909 und 1911.
 23. Vorschriften über Bauten in armiertem Beton, aufgestellt von der schweizerischen Kommission des armierten Beton, Zürich, Juni 1909.
-

Lebenslauf des Verfassers.

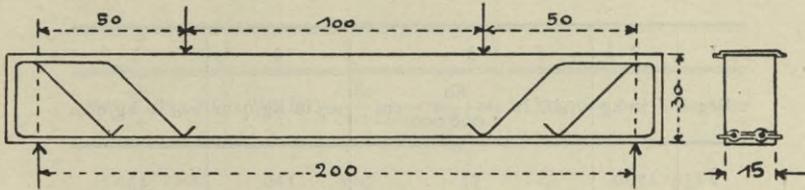
Ich bin am 3. Juni 1883 in Darmstadt geboren. Nachdem ich das Ludwig-Georgs-Gymnasium zu Darmstadt absolviert hatte, studierte ich in den Jahren 1901 bis 1905 Bauingenieurwesen an der Grossh. Technischen Hochschule daselbst. Im Frühjahr 1903 bestand ich die damalige Staatsvorprüfung, im Herbst 1905 die damalige I. Staatshauptprüfung und erwarb mir gleichzeitig durch Bearbeitung einer Aufgabe aus dem Gebiete des Bauingenieurwesens den Grad eines Diplomingenieurs. Als Regierungsbauführer absolvierte ich sodann die Zeit meiner praktischen Ausbildung im hessischen Staatsdienst, bearbeitete die vorgeschriebene häusliche Probearbeit und bestand im Juni 1909 die Staatsprüfung für das höhere Wasser- und Strassenbaufach, wonach ich zum Grossh. Regierungsbaumeister ernannt wurde. Nach 1 $\frac{1}{2}$ jähriger Beschäftigung im hessischen Staatsdienst übernahm ich am 1. Januar 1911 die Stelle als Direktor des Deutschen Beton-Vereins mit dem Sitz in Biebrich a. Rh., später in Oberkassel (Siegkreis) und wurde aus diesem Grunde von dem Grossh. Ministerium der Finanzen, Abteilung für Bauwesen zu Darmstadt beurlaubt. In der genannten Stellung befinde ich mich jetzt noch. Die mündliche Doktor-Ingenieurprüfung legte ich am 28. Februar 1913 an der Grossh. Technischen Hochschule zu Darmstadt ab.

Anhang.

Blatt I bis III.

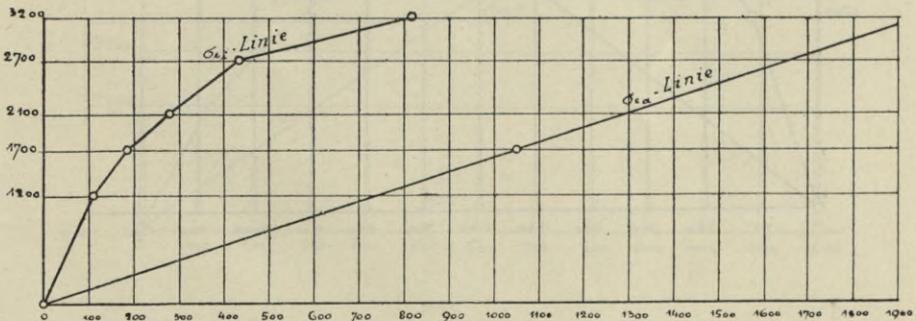
Im Auftrage der Firma Wayss & Freytag, A.-G., Neustadt a. H. in der Kgl. Materialprüfungsanstalt zu Stuttgart im Jahre 1903 durchgeführte Versuche (vgl. E. Mörsch, „Der Eisenbetonbau usw.“, III. Aufl., S. 101 ff.).

Balken 1.



$f_e = 2$ Rundeisen ϕ 10 mm = 1,57 qcm,
 Bewehrungsprozent = 0,35 %,
 $x = 8,0$ cm.

1	2	3	4	5
Bez.	P in kg	Δl_i in $\frac{80}{1\ 000\ 000}$ cm	σ_{ei} in kg/qcm	σ_{ea} in kg/qcm
1	1200	51,8	109	735
	1700	87,5	183	1050
	2100	133,6	280	1280
	2700	206,8	433	1650
	3200	389,8	817	1950

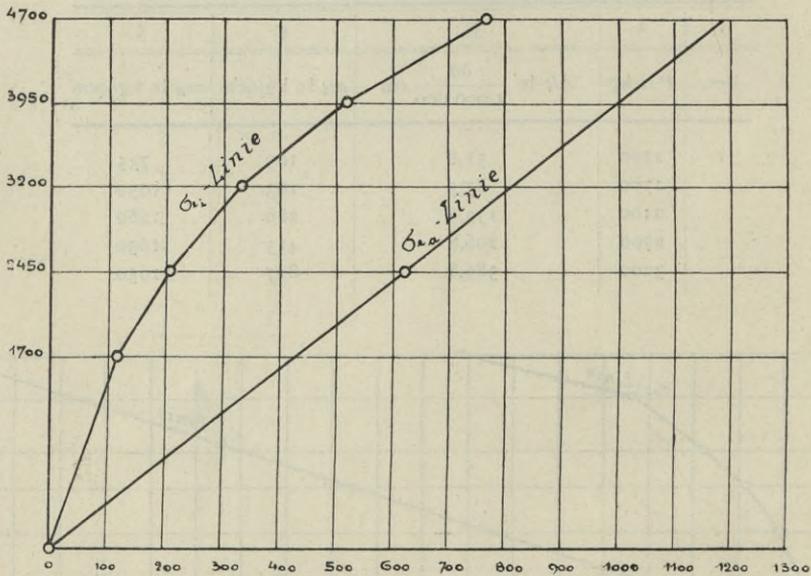


Balken 2.

Bauart wie Balken 1.

$f_e = 2$ Rundeisen $\phi 16 \text{ mm} = 4,02 \text{ qcm}$,
 Bewehrungsprozent = $0,89\%$,
 $x = 11,2 \text{ cm}$.

1	2	3	4	5
Bez.	P in kg	Δl_i in $\frac{80}{1\ 000\ 000}$ cm	σ_{ei} in kg/qcm	σ_{ea} in kg/qcm
2	1700	57	120	430
	2450	99,8	209	620
	3200	157,8	331	810
	3950	247,4	519	1100
	4700	365,2	767	1190

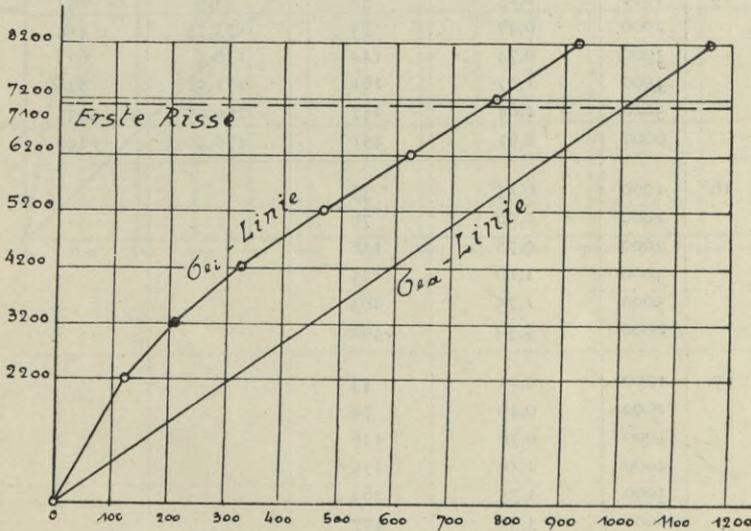


Balken 3.

Bauart wie Balken 1.

$f_e = 2$ Rundeisen $\phi 22 \text{ mm} = 7,6 \text{ qcm}$,
 Bewehrungsprozent = $1,69\%$,
 $x = 13,8 \text{ cm}$.

1	2	3	4	5
Bez.	P in kg	Δl_i in $\frac{80}{1\ 000\ 000}$ cm	σ_{ei} in kg/qcm	σ_{ea} in kg/qcm
3	2200	58,7	123	311
	3200	100,0	210	452
	4200	156,0	327	592
	5200	224,7	470	733
	6200	298,0	626	874
	7200	371,0	780	1015
	8200	442,1	927	1160

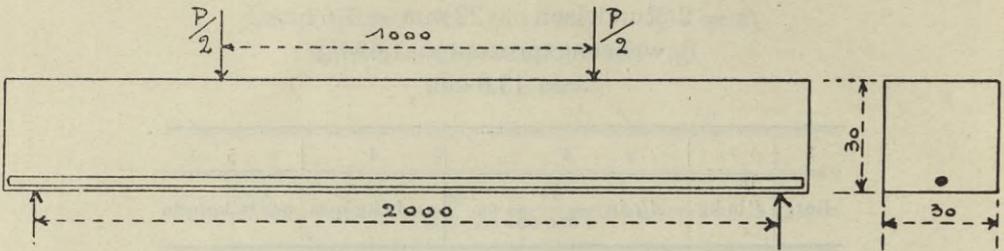


Blatt IV bis VII.

v. Bach, Versuche mit Eisenbetonbalken, I. Teil (vgl. Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Heft 39).

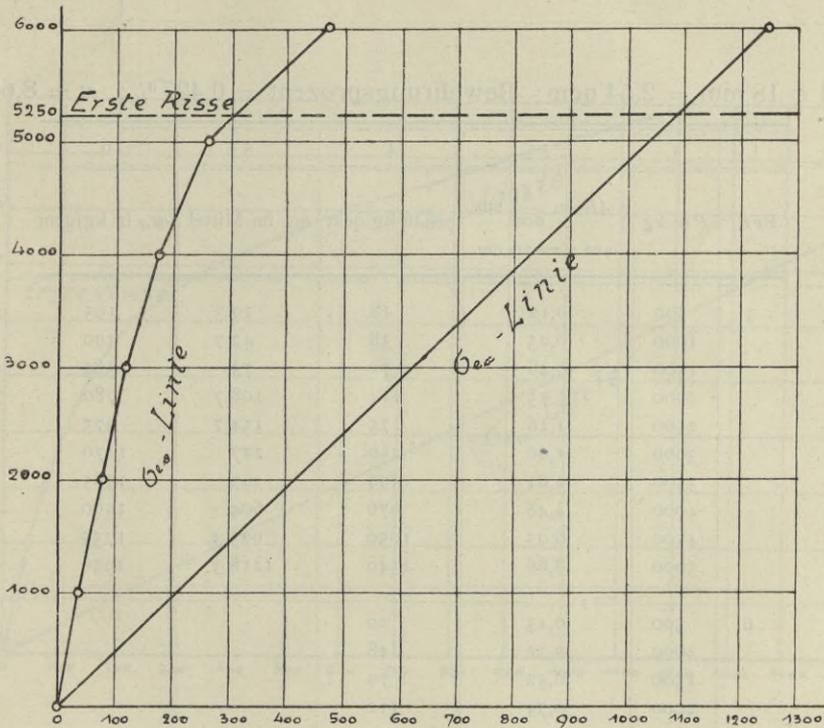
Balken 4.

(Vgl. Zusammenstellung 4 in Heft 39.)



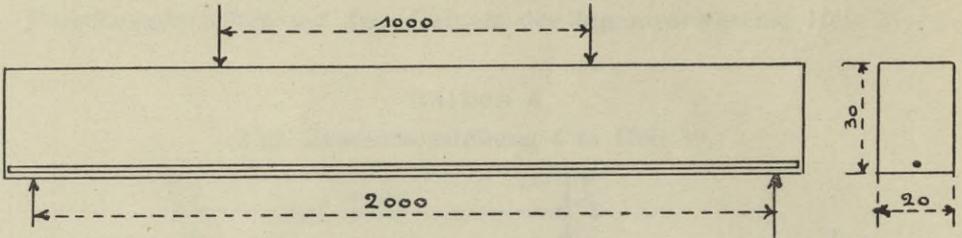
$f_e = 1 \phi 25 \text{ mm} = 4,91 \text{ qcm}$; Bewehrungsprozent = $0,546 \%$; $x = 9,21 \text{ cm}$.

1	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	Δl_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 70$ cm	σ_{ev} in kg/qcm	σ_{ev} im Mittel	σ_{ea} in kg/qcm
9	1000	0,23	35	33,5	207
	2000	0,47	72	73,75	414
	3000	0,74	112	116,5	621
	4000	1,07	161	171,5	828
	5000	1,64	247	260,25	1035
	6000	2,91	451	470,5	1242
16	1000	0,23	33		
	2000	0,50	76		
	3000	0,78	118		
	4000	1,16	175		
	5000	1,75	263		
	6000	3,30	492		
17	1000	0,23	33		
	2000	0,49	74		
	3000	0,78	118		
	4000	1,16	175		
	5000	1,75	263		
	6000	3,30	497		
19	1000	0,22	33		
	2000	0,48	73		
	3000	0,78	118		
	4000	1,16	175		
	5000	1,78	268		
	6000	2,93	442		



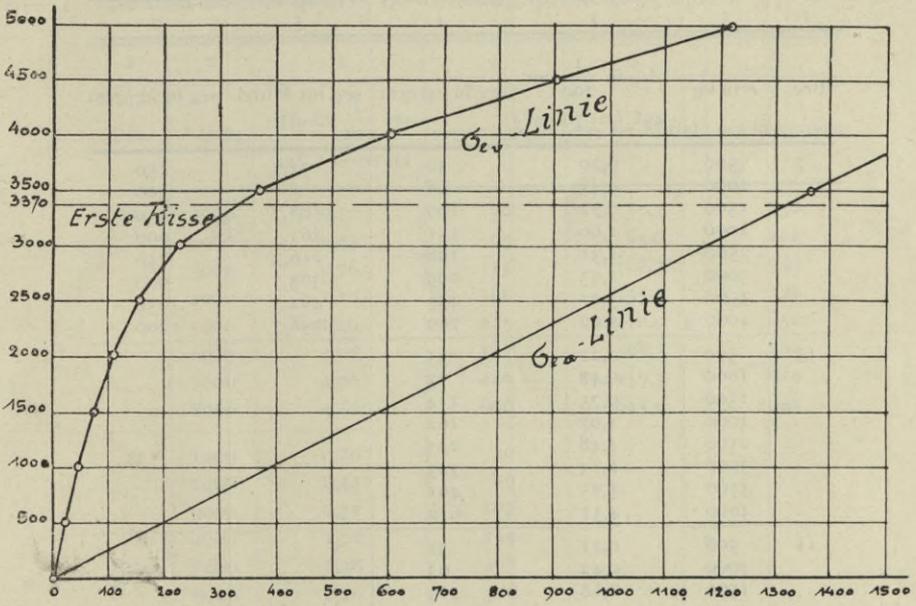
Balken 5.

(Vgl. Zusammenstellung 5 in Heft 39.)

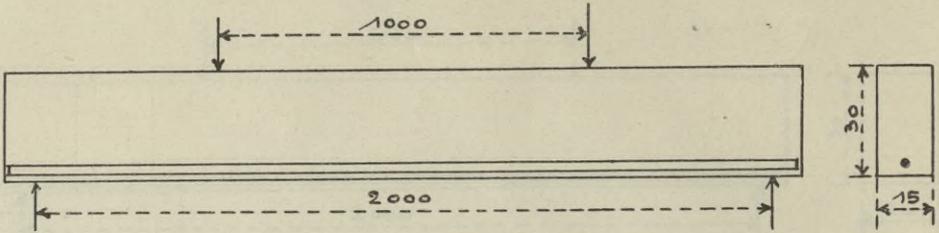


$f_e = 1 \phi 18 \text{ mm} = 2,54 \text{ qcm}$; Bewehrungsprozent = $0,427\%$; $x = 8,65 \text{ cm}$.

1	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	Δl_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 70$ cm	σ_{ev} in kg/qcm	σ_{ev} im Mittel	σ_{ea} in kg/qcm
3	500	0,12	18	19,3	195
	1000	0,25	38	42,7	390
	1500	0,48	72	73	585
	2000	0,75	114	108,7	780
	2500	1,16	175	154,7	975
	3000	1,66	250	227	1170
	3500	2,64	399	369	1365
	4000	4,48	676	604	1560
	4500	6,93	1050	903,3	1755
	5000	8,86	1340	1218,3	1950
6	500	0,13	20		
	1000	0,32	48		
	1500	0,52	79		
	2000	0,74	112		
	2500	1,02	154		
	3000	1,57	237		
	3500	2,98	450		
	4000	4,72	712		
	4500	6,17	930		
	5000	8,08	1220		
12	500	0,13	20		
	1000	0,28	42		
	1500	0,45	68		
	2000	0,66	100		
	2500	0,89	135		
	3000	1,22	184		
	3500	1,71	258		
	4000	2,81	424		
	4500	4,83	730		
	5000	7,25	1095		

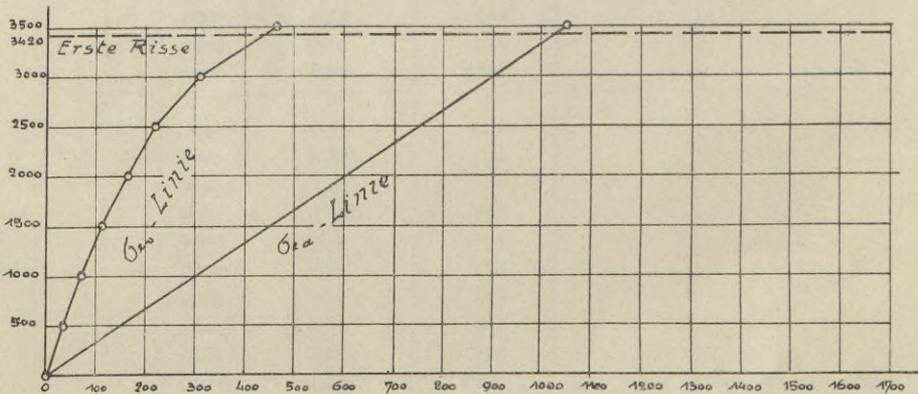


Balken 6.
(Vgl. Zusammenstellung 6 in Heft 39.)



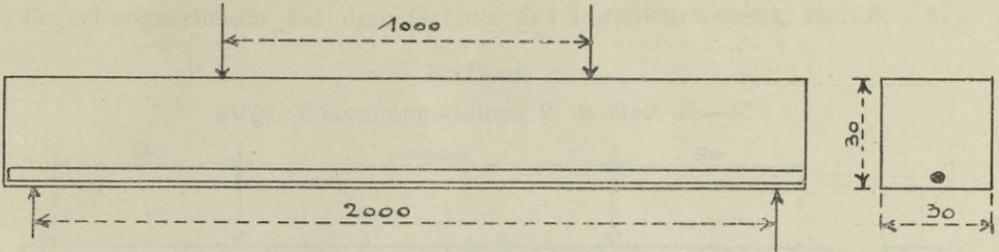
$f_c = 1 \phi 22 \text{ mm} = 3,8 \text{ qcm}$; Bewehrungsprozent = $0,845\%$; $x = 15,3 \text{ cm}$.

	1	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	Δl_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 70$ cm	σ_{ev} in kg/qcm	σ_{ev} im Mittel	σ_{ea} in kg/qcm	
7	500 1000 1500 2000 2500 3000 3500 4000	0,20 0,45 0,72 1,00 1,31 1,95 3,01 5,09	30 68 109 151 198 295 455 769	31,7 68 108,7 161,3 216,3 303,7 404,3 658,7	150 300 450 600 750 900 1050 1200	
13	500 1000 1500 2000 2500 3000 3500 4000	0,22 0,48 0,75 1,07 1,48 2,13 3,25 4,37	33 73 114 162 223 323 491 612			
14	500 1000 1500 2000 2500 3000 3500 4000	0,21 0,42 0,68 1,13 1,51 1,94 2,96 3,94	32 63 103 171 228 293 447 595			



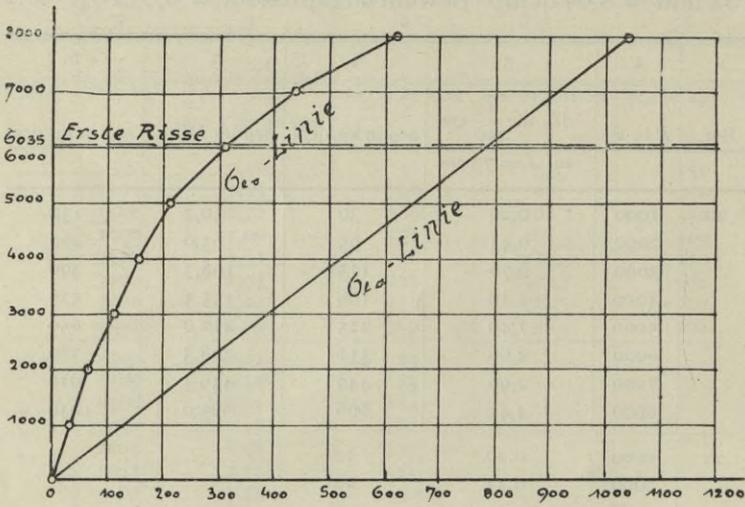
Balken 7.

(Vgl. Zusammenstellung 7 in Heft 39.)



$f_e = 1 \phi 32 \text{ mm} = 8,04 \text{ qcm}$; Bewehrungsprozent = 0,893 %; $x = 13 \text{ cm}$.

1	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	Δl_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 70$ cm	σ_{ev} in kg/qcm	σ_{ev} im Mittel	σ_{ea} in kg/qcm
20	1000	0,20	30	30,7	130
	2000	0,43	65	65,0	260
	3000	0,76	115	108,3	390
	4000	1,10	166	155,3	520
	5000	1,49	225	212,0	650
	6000	2,06	311	308,3	780
	7000	2,96	446	439,3	910
	8000	4,41	666	625,0	1040
22	1000	0,20	30		
	2000	0,44	66		
	3000	0,71	107		
	4000	1,02	154		
	5000	1,38	208		
	6000	2,16	326		
	7000	3,06	462		
	8000	4,29	648		
24	1000	0,21	32		
	2000	0,42	64		
	3000	0,68	103		
	4000	0,97	146		
	5000	1,35	203		
	6000	1,91	288		
	7000	2,71	410		
	8000	3,71	561		

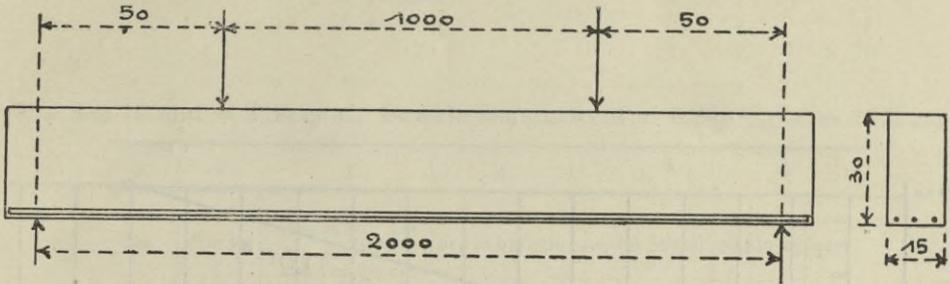


Blatt VIII bis XXVIII.

v. Bach, Versuche mit Eisenbetonbalken, II. Teil (vgl. Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Heft 45—47).

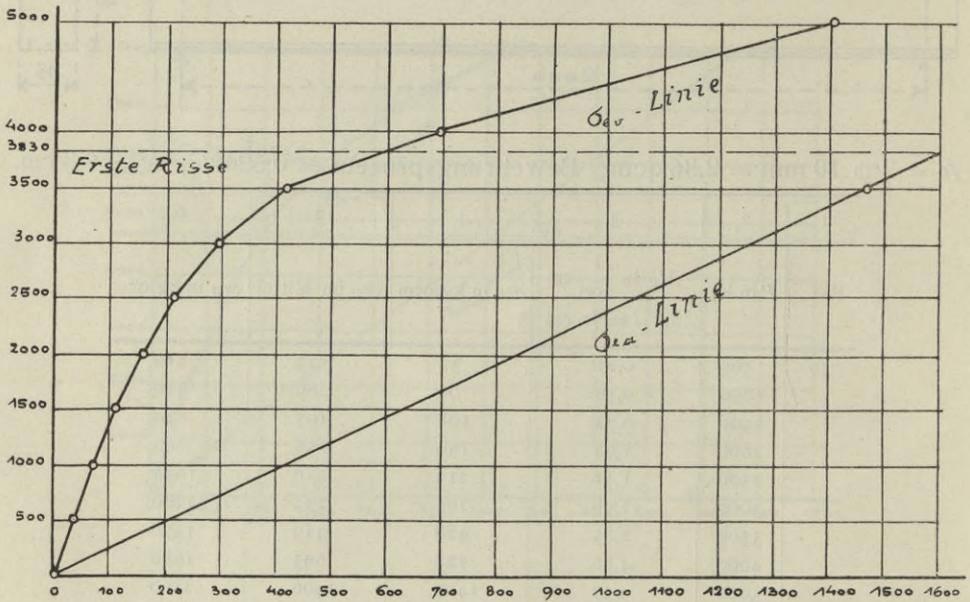
Balken 8.

(Vgl. Zusammenstellung 9 in Heft 45—47.)



$f_e = 3 \phi 10 \text{ mm} = 2,36 \text{ qcm}$; Bewehrungsprozent = $0,524\%$; $x = 9,3 \text{ cm}$.

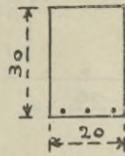
1	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	Δl_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 70$ cm	σ_{e_v} in kg/qcm	σ_{e_v} im Mittel	σ_{e_a} in kg/qcm
40	500	0,21	32	33	210
	1000	0,46	69	69	420
	1500	0,72	108	107	630
	2000	1,04	156	158	840
	2500	1,41	212	216	1050
	3000	1,96	294	293	1260
	3500	2,85	428	419	1470
	4000	4,86	728	693	1680
43	5000	9,37	1400	1406	2100
	500	0,23	35		
	1000	0,49	74		
	1500	0,75	113		
	2000	1,11	167		
	2500	1,53	230		
	3000	2,08	312		
	3500	3,08	462		
4000	5,10	762			
45	5000	9,73	1460		
	500	0,21	32		
	1000	0,42	63		
	1500	0,66	99		
	2000	1,00	150		
	2500	1,37	205		
	3000	1,82	273		
	3500	2,44	366		
4000	3,94	590			
5000	9,05	1358			



10	100	100
20	100	100
30	100	100
40	100	100
50	100	100
60	100	100
70	100	100
80	100	100
90	100	100
100	100	100
110	100	100
120	100	100
130	100	100
140	100	100
150	100	100
160	100	100
170	100	100
180	100	100
190	100	100
200	100	100
210	100	100
220	100	100
230	100	100
240	100	100
250	100	100
260	100	100
270	100	100
280	100	100
290	100	100
300	100	100
310	100	100
320	100	100
330	100	100
340	100	100
350	100	100
360	100	100
370	100	100
380	100	100
390	100	100
400	100	100
410	100	100
420	100	100
430	100	100
440	100	100
450	100	100
460	100	100
470	100	100
480	100	100
490	100	100
500	100	100
510	100	100
520	100	100
530	100	100
540	100	100
550	100	100
560	100	100
570	100	100
580	100	100
590	100	100
600	100	100
610	100	100
620	100	100
630	100	100
640	100	100
650	100	100
660	100	100
670	100	100
680	100	100
690	100	100
700	100	100
710	100	100
720	100	100
730	100	100
740	100	100
750	100	100
760	100	100
770	100	100
780	100	100
790	100	100
800	100	100
810	100	100
820	100	100
830	100	100
840	100	100
850	100	100
860	100	100
870	100	100
880	100	100
890	100	100
900	100	100
910	100	100
920	100	100
930	100	100
940	100	100
950	100	100
960	100	100
970	100	100
980	100	100
990	100	100
1000	100	100
1010	100	100
1020	100	100
1030	100	100
1040	100	100
1050	100	100
1060	100	100
1070	100	100
1080	100	100
1090	100	100
1100	100	100
1110	100	100
1120	100	100
1130	100	100
1140	100	100
1150	100	100
1160	100	100
1170	100	100
1180	100	100
1190	100	100
1200	100	100
1210	100	100
1220	100	100
1230	100	100
1240	100	100
1250	100	100
1260	100	100
1270	100	100
1280	100	100
1290	100	100
1300	100	100
1310	100	100
1320	100	100
1330	100	100
1340	100	100
1350	100	100
1360	100	100
1370	100	100
1380	100	100
1390	100	100
1400	100	100
1410	100	100
1420	100	100
1430	100	100
1440	100	100
1450	100	100
1460	100	100
1470	100	100
1480	100	100
1490	100	100
1500	100	100
1510	100	100
1520	100	100
1530	100	100
1540	100	100
1550	100	100
1560	100	100
1570	100	100
1580	100	100
1590	100	100
1600	100	100

Balken 9.

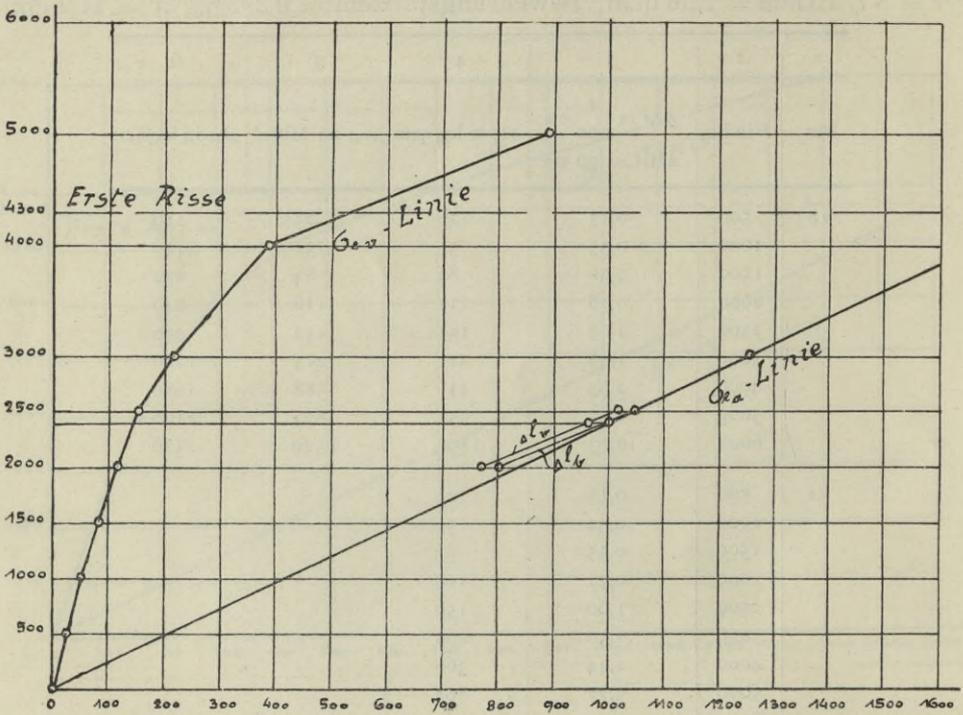
(Vgl. Zusammenstellung 10 in Heft 45—47.)



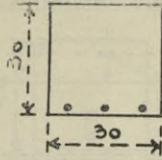
Längsschnitt
wie Balken 8.

$f_e = 3 \phi 10 \text{ mm} = 2,36 \text{ qcm}$; Bewehrungsprozent = 0,393%; $x = 11,2 \text{ cm}$

1	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	Δl_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 70$ cm	σ_{e_v} in kg/qcm	σ_{e_v} im Mittel	σ_{e_a} in kg/qcm
18	500	0,17	26	25	210
	1000	0,35	52	52	420
	1500	0,56	84	84	630
	2000	0,78	117	116	840
	2500	1,03	154	152	1050
	3000	1,48	222	213	1260
	4000	2,87	430	388	1680
	5000	6,37	953	893	2100
6000	10,63	1590	1520	2520	
21	500	0,15	23		
	1000	0,34	51		
	1500	0,55	83		
	2000	0,77	116		
	2500	1,00	150		
	3000	1,36	204		
	4000	2,44	366		
	5000	5,77	864		
6000	10,20	1530			
28	500	0,17	26		
	1000	0,35	52		
	1500	0,56	84		
	2000	0,77	116		
	2500	1,02	153		
	3000	1,42	213		
	4000	2,46	368		
	5000	5,76	862		
6000	9,62	1440			



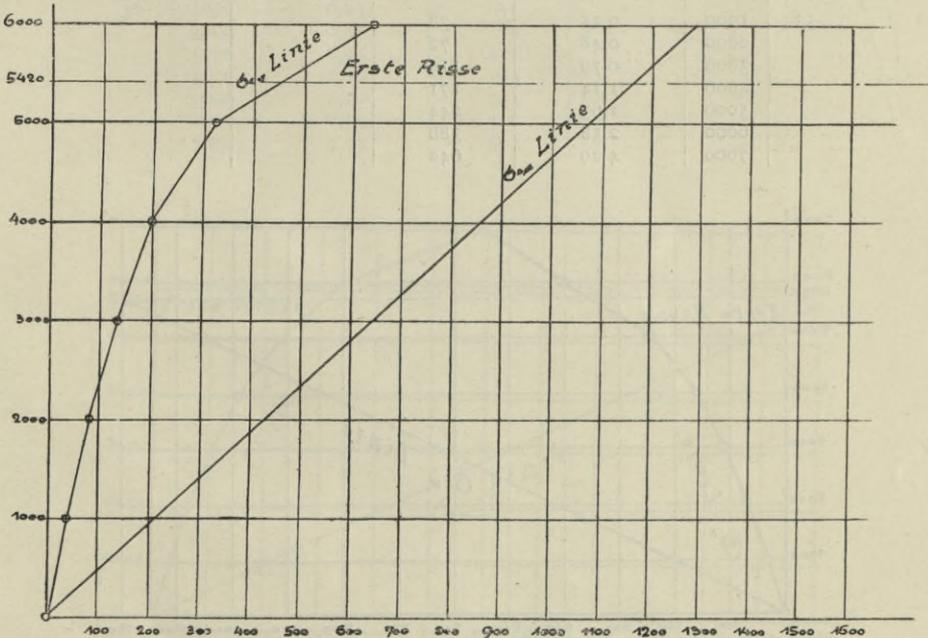
Balken 10.
(Vgl. Zusammenstellung 11 in Heft 45—47.)



Längsschnitt
wie Balken 8.

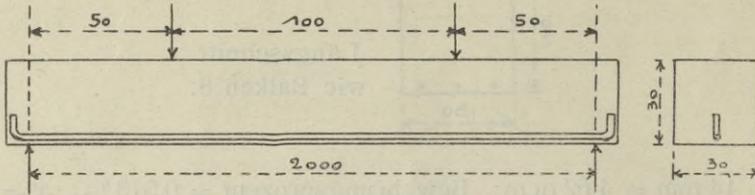
$f_e = 3 \phi 14 \text{ mm} = 4,62 \text{ qcm}$; Bewehrungsprozent = $0,513\%$; $x = 9,3 \text{ cm}$.

1	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	Δl_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 70$ cm	σ_{ev} in kg/qcm	σ_{ev} im Mittel	σ_{ea} in kg/qcm
95	1000	0,22	33	36	215
	2000	0,49	74	79	430
	3000	0,81	122	131	645
	4000	1,23	185	200	860
	5000	2,00	300	327	1075
	6000	3,92	588	645	1290
96	1000	0,26	39		
	2000	0,53	80		
	3000	0,89	134		
	4000	1,34	201		
	5000	2,21	332		
	6000	4,28	641		
97	1000	0,24	36		
	2000	0,55	83		
	3000	0,91	136		
	4000	1,42	213		
	5000	2,32	348		
	6000	4,70	705		



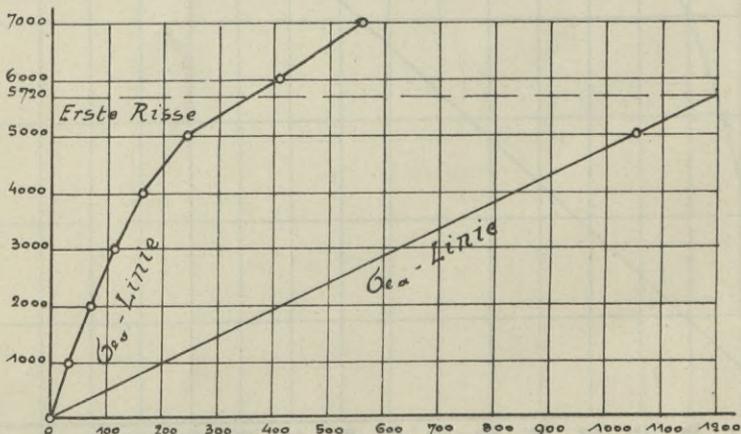
Balken 11.

(Vgl. Zusammenstellung 13 in Heft 45—47.)



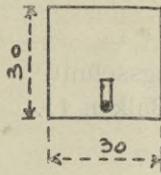
$f_e = 1 \phi 25 \text{ mm} = 4,91 \text{ qcm}$; Bewehrungsprozent = $0,545\%$; $x = 9,48 \text{ cm}$.

1	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	Δl_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 70 \text{ cm}$	σ_{ev} in kg/qcm	σ_{ev} im Mittel	σ_{ea} in kg/qcm
25	1000	0,22	33	34	210
	2000	0,48	72	71	420
	3000	0,76	114	115	630
	4000	1,11	167	167	840
	5000	1,81	272	249	1050
	6000	3,06	460	412	1260
	7000	3,23	485	560	1470
27	1000	0,21	32		
	2000	0,46	69		
	3000	0,75	113		
	4000	1,08	162		
	5000	1,53	230		
	6000	2,59	389		
	7000	3,69	554		
33	1000	0,25	38		
	2000	0,48	72		
	3000	0,79	119		
	4000	1,14	171		
	5000	1,63	244		
	6000	2,58	388		
	7000	4,29	642		



Balken 12.

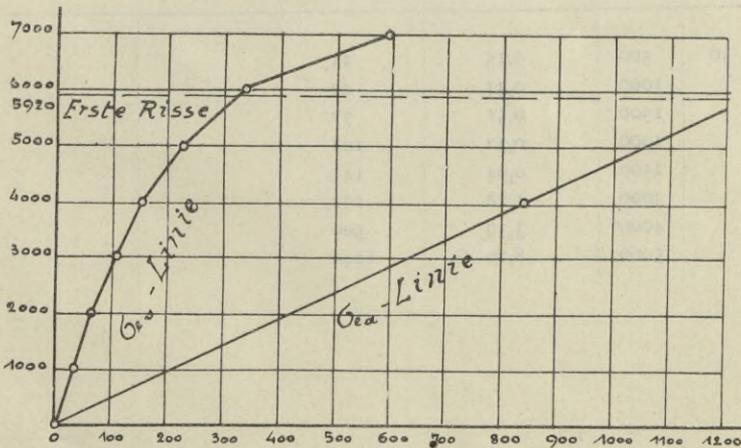
(Vgl. Zusammenstellung 14 in Heft 45–47.)



Längsschnitt
wie Balken 11.

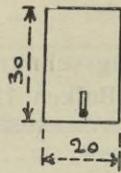
$f_e = 1 \phi 25 \text{ mm} = 4,91 \text{ qcm}$; Bewehrungsprozent = $0,545\%$; $x = 9,48 \text{ cm}$.

1	2	3	4	5	6
Bez.	F in kg	Δl_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 70$ cm	σ_v in kg/qcm	σ_v im Mittel	σ_a in kg/qcm
31	1000	0,20	30	32	210
	2000	0,42	63	65	420
	3000	0,69	104	107	630
	4000	1,00	150	154	840
	5000	1,41	212	228	1050
	6000	1,91	286	342	1260
	7000	2,96	444	597	1470
35	1000	0,20	30		
	2000	0,41	62		
	3000	0,70	105		
	4000	0,99	148		
	5000	1,53	230		
	6000	2,43	364		
	7000	4,37	654		
36	1000	0,23	35		
	2000	0,46	69		
	3000	0,75	112		
	4000	1,10	165		
	5000	2,02	243		
	6000	2,51	376		
	7000	4,63	692		



Balken 13.

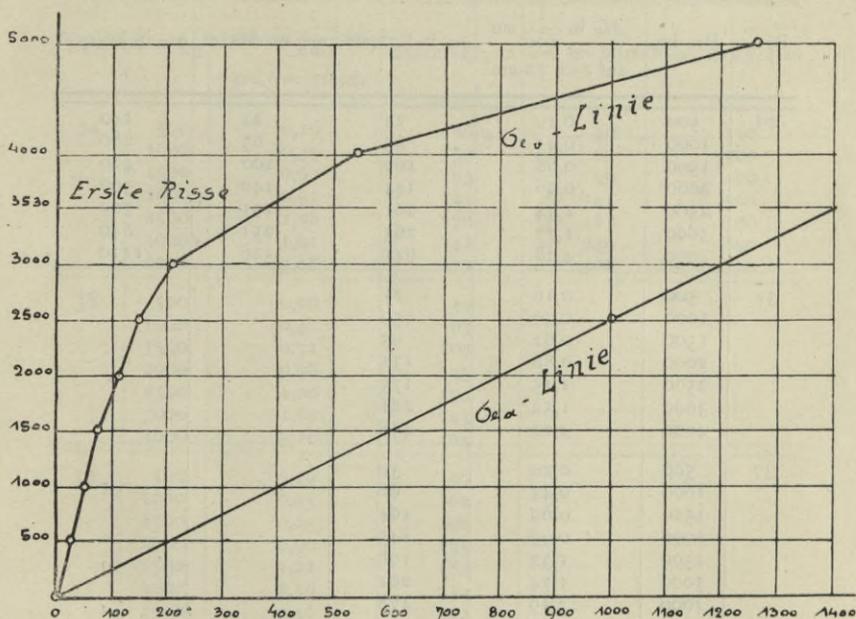
(Vgl. Zusammenstellung 16 in Heft 45—47.)



Längsschnitt
wie Balken 11.

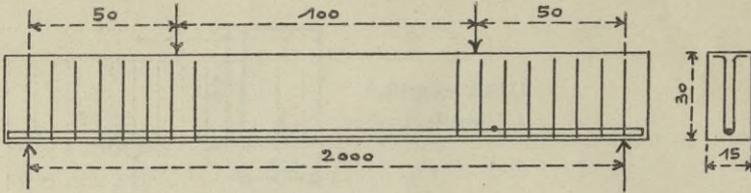
$f_e = 1 \phi 18 \text{ mm} = 2,54 \text{ qcm}$; Bewehrungsprozent = $0,423\%$; $x = 8,1 \text{ cm}$

1	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	Δl_v in $\frac{i}{200}$ cm auf $l = 70$ cm	σe_v in kg/qcm	σe_v im Mittel	σe_a in kg/qcm
23	500	0,15	23	23	200
	1000	0,34	51	48	400
	1500	0,55	83	77	600
	2000	0,78	117	111	800
	2500	1,06	159	149	1000
	3000	1,57	235	209	1200
	4000	4,48	670	539	1600
	5000	9,29	1390	1263	2000
26	500	0,15	23		
	1000	0,31	47		
	1500	0,48	72		
	2000	0,72	108		
	2500	0,97	146		
	3000	1,33	200		
	4000	2,92	438		
	5000	7,74	1160		
30	500	0,15	23		
	1000	0,31	47		
	1500	0,51	77		
	2000	0,72	108		
	2500	0,94	141		
	3000	1,28	192		
	4000	3,39	509		
	5000	8,26	1240		



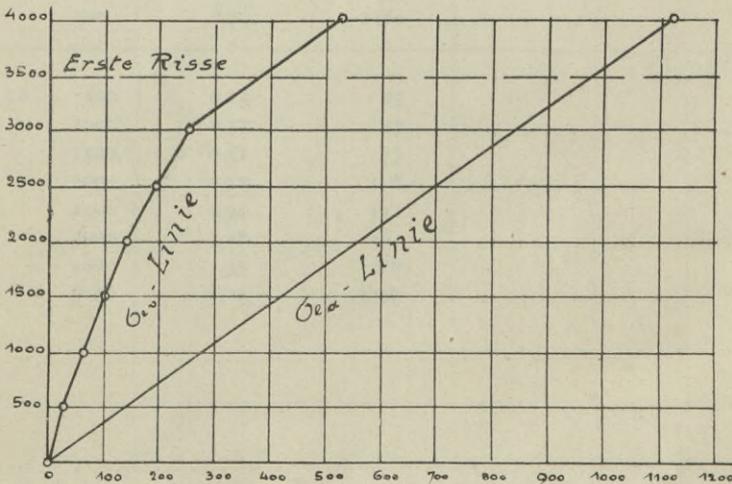
Balken 14.

(Vgl. Zusammenstellung 20 in Heft 45—47.)



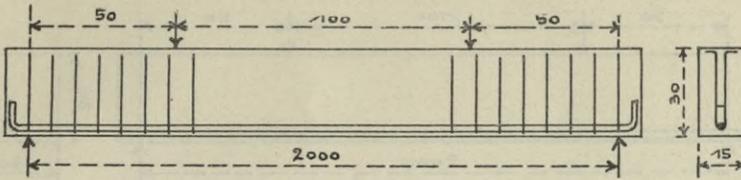
$f_e = 1 \phi 22 \text{ mm} = 3,80 \text{ qcm}$; Bewehrungsprozent = $0,845\%$; $x = 11,1 \text{ cm}$.

1	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	Δl_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 70$ cm	σ_{ev} in kg/qcm	σ_{ev} im Mittel	σ_{ea} in kg/qcm
29	500	0,19	24	24	140
	1000	0,43	65	63	280
	1500	0,68	102	100	420
	2000	0,96	144	140	560
	2500	1,34	201	191	700
	3000	1,77	265	251	840
	4000	4,28	641	526	1120
32	500	0,18	27		
	1000	0,39	59		
	1500	0,62	93		
	2000	0,88	132		
	2500	1,15	175		
	3000	1,52	228		
	4000	3,12	458		
37	500	0,20	30		
	1000	0,44	66		
	1500	0,69	104		
	2000	0,97	145		
	2500	1,32	198		
	3000	1,74	261		
	4000	3,19	478		



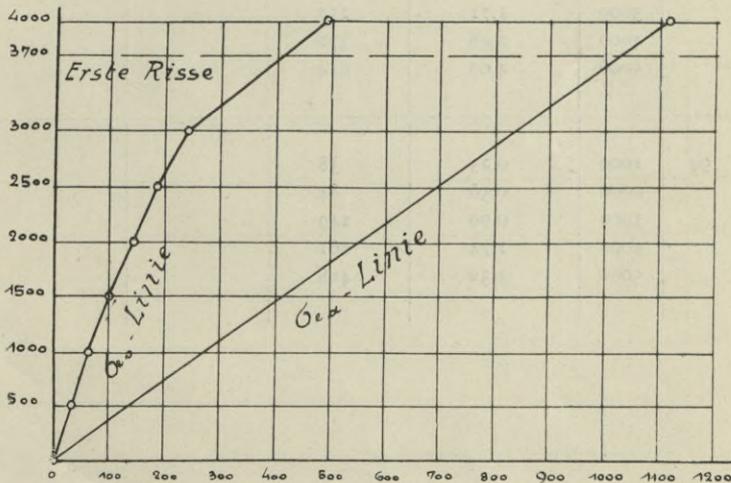
Balken 15.

(Vgl. Zusammenstellung 22 in Heft 45—47.)



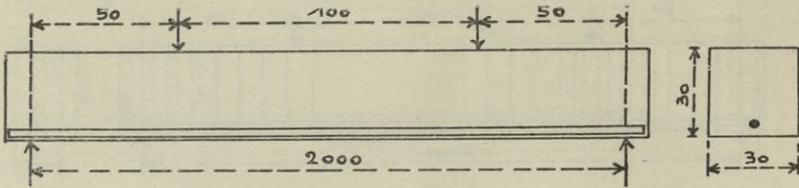
f_e wie vor = 3,8 qcm; Bewehrungsprozent = 0,845 ‰; $x = 11,1$ cm.

1	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	M_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 70$ cm	σ_{ev} in kg/qcm	σ_{ev} im Mittel	σ_{eQ} in kg/qcm
34	500	0,19	29	30	140
	1000	0,39	59	61	280
	1500	0,62	93	99	420
	2000	0,95	143	141	560
	2500	1,28	172	183	700
	3000	1,61	242	240	840
	4000	3,18	477	488	1120
38	500	0,20	30		
	1000	0,42	63		
	1500	0,71	107		
	2000	0,98	145		
	2500	1,29	194		
	3000	1,62	243		
	4000	3,10	465		
39	500	0,19	30		
	1000	0,41	62		
	1500	0,65	98		
	2000	0,90	135		
	2500	1,21	182		
	3000	1,56	234		
	4000	3,46	522		



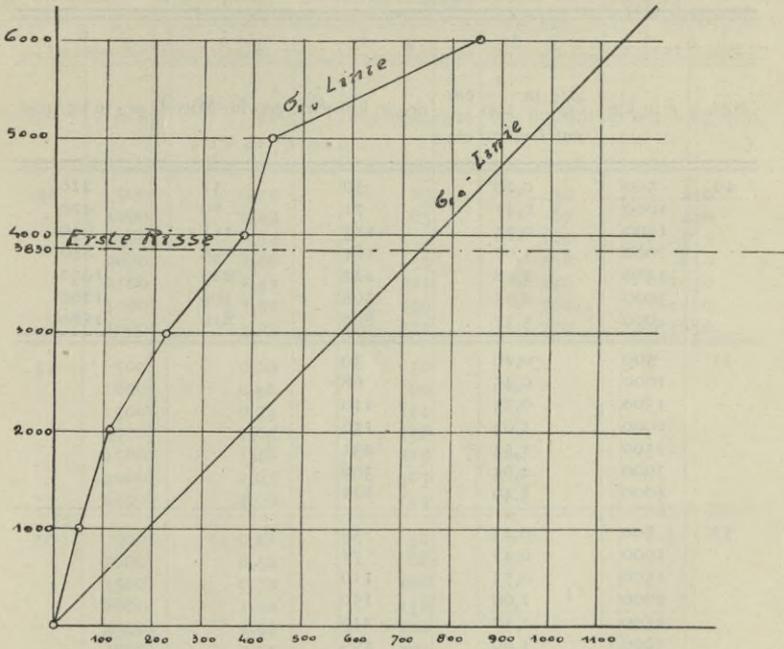
Balken 16.

(Vgl. Zusammenstellung 23 in Heft 45—47.)



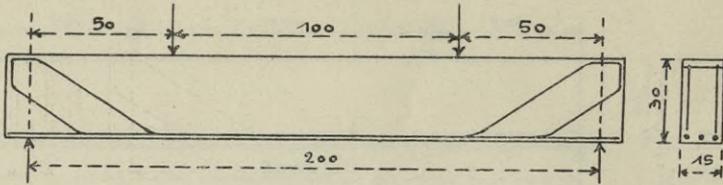
$f_e = 1 \phi 26 \text{ mm} = 5,31 \text{ qcm}$; Bewehrungsprozent = 0,59%; $x = 9,78 \text{ cm}$.

I	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	Δl_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 70$ cm	σ_{ev} in kg/qcm	σ_{ev} im Mittel	σ_{ea} in kg/qcm
91	1000	0,23	35	48	190
	2000	0,61	92	112	380
	3000	1,63	245	226	570
	4000	2,83	425	380	760
	5000	4,23	635	437	950
92	1000	0,27	41		
	2000	0,69	104		
	3000	1,68	252		
	4000	3,07	461		
	5000	—	—		
93	1000	0,51	77		
	2000	1,12	168		
	3000	1,71	257		
	4000	2,48	372		
	5000	4,09	614		
94	1000	0,25	38		
	2000	0,56	84		
	3000	0,99	149		
	4000	1,74	261		
	5000	3,32	498		



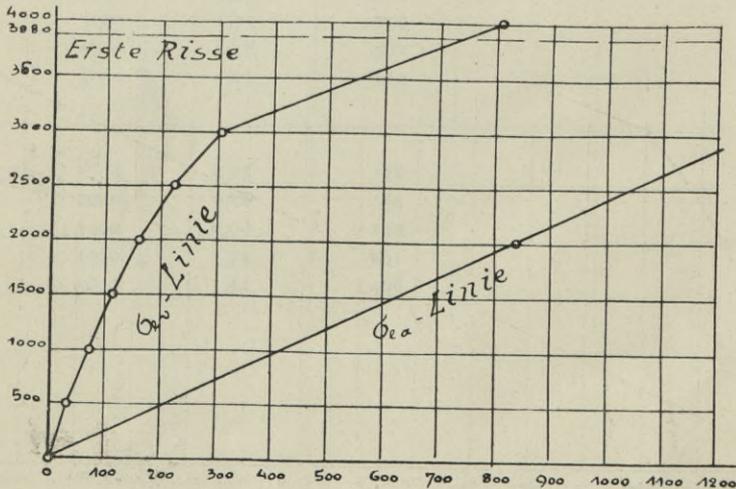
Balken 17.

(Vgl. Zusammenstellung 25 in Heft 45—47.)



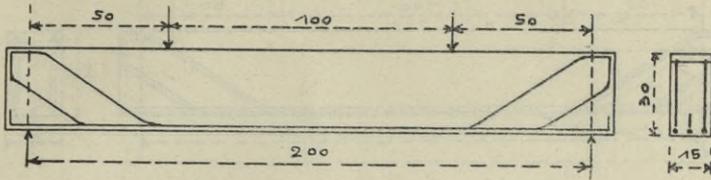
$f_e = 3 \phi 10 \text{ mm} = 2,36 \text{ qcm}$; Bewehrungsprozent = $0,524 \%$; $x = 9,3 \text{ cm}$.

1	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	Δl_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 70 \text{ cm}$	σ_{ev} in kg/qcm	σ_{ev} im Mittel	σ_{ea} in kg/qcm
49	500	0,20	30	32	210
	1000	0,47	71	70	420
	1500	0,75	113	111	630
	2000	1,07	161	156	840
	2500	1,48	222	222	1050
	3000	2,05	308	304	1260
	4000	5,37	805	810	1680
	51	500	0,20	30	
1000		0,45	68		
1500		0,73	110		
2000		1,04	156		
2500		1,54	231		
3000		2,04	306		
4000		5,49	821		
53		500	0,23	35	
	1000	0,47	71		
	1500	0,73	110		
	2000	1,00	150		
	2500	1,42	213		
	3000	1,99	299		
	4000	5,36	804		



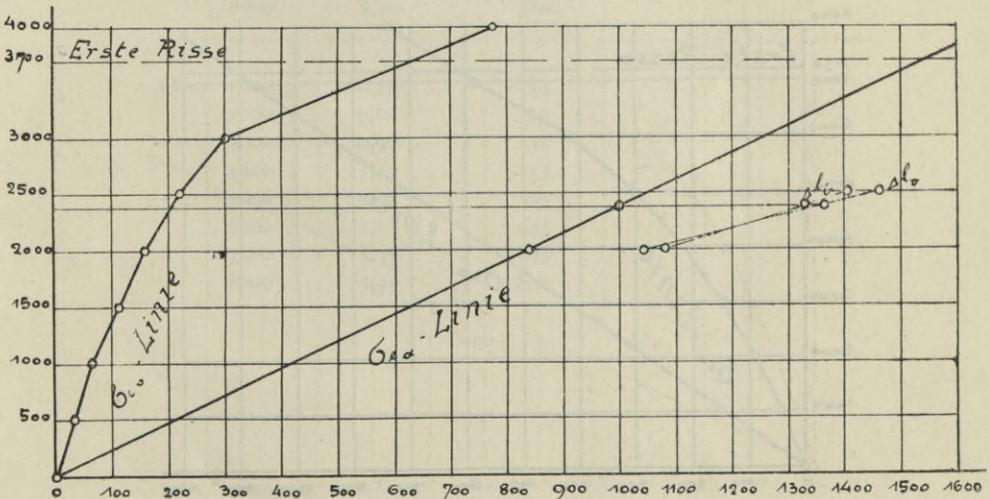
Balken 18.

(Vgl. Zusammenstellung 26 in Heft 45—47.)



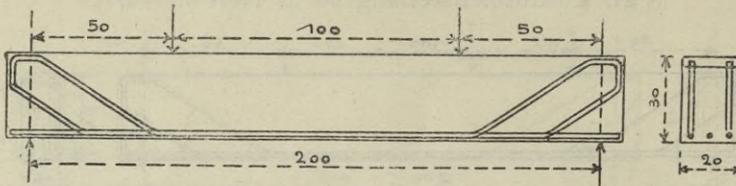
$f_e = 3 \phi 10 \text{ mm} = 2,36 \text{ qcm}$; Bewehrungsprozent = $0,524\%$; $x = 9,3 \text{ cm}$.

1	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	Δl_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 70$ cm	σ_{ev} in kg/qcm	σ_{ev} im Mittel	σ_{ea} in kg/qcm
48	500	0,19	29	30	210
	1000	0,43	65	67	420
	1500	0,74	111	110	630
	2000	1,06	159	158	840
	2500	1,47	221	220	1050
	3000	1,99	299	302	1260
	4000	5,29	722	779	1680
52	500	0,20	30		
	1000	0,46	69		
	1500	0,74	111		
	2000	1,05	158		
	2500	1,46	219		
	3000	2,03	305		
	4000	4,96	744		
56	500	0,21	32		
	1000	0,44	66		
	1500	0,72	108		
	2000	1,04	156		
	2500	1,47	221		
	3000	2,01	302		
	4000	5,32	800		



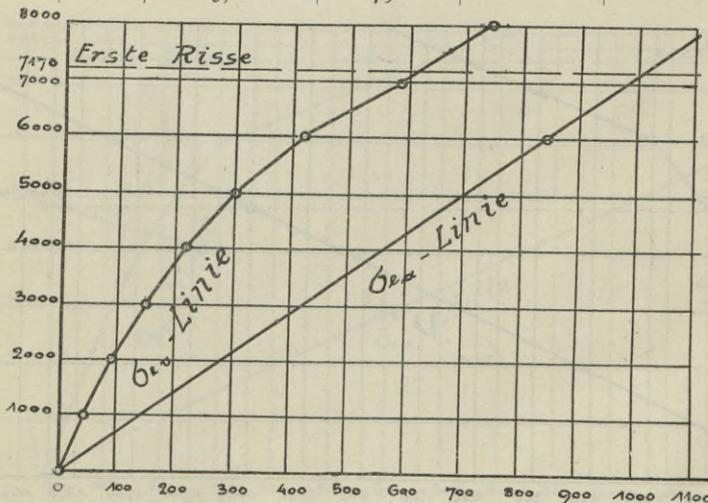
Balken 19.

(Vgl. Zusammenstellung 29 in Heft 45-47.)



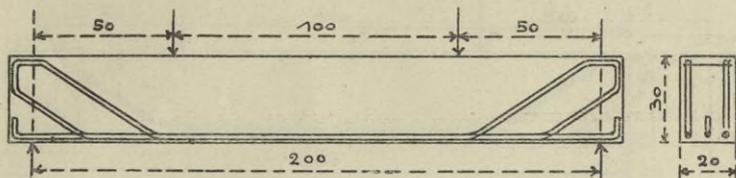
$f_e = 3 \phi 18 \text{ mm} = 7,63 \text{ qcm}$; Bewehrungsprozent = 1,27%; $x = 13,2 \text{ cm}$.

1	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	Δl_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 70 \text{ cm}$	σ_{ev} in kg/qcm	σ_{ev} im Mittel	σ_{ea} in kg/qcm
58	1000	0,27	41	41	140
	2000	0,60	90	90	280
	3000	0,93	140	145	420
	4000	1,39	209	214	560
	5000	1,89	284	298	700
	6000	2,70	405	417	840
	7000	3,66	549	581	980
	8000	4,67	701	742	1120
61	1000	0,27	41		
	2000	0,60	90		
	3000	0,97	146		
	4000	1,45	218		
	5000	1,98	297		
	6000	2,68	402		
	7000	3,84	576		
	8000	4,89	734		
62	1000	0,28	42		
	2000	0,60	90		
	3000	1,00	150		
	4000	1,44	216		
	5000	2,08	312		
	6000	2,95	443		
	7000	4,11	617		
	8000	5,28	792		



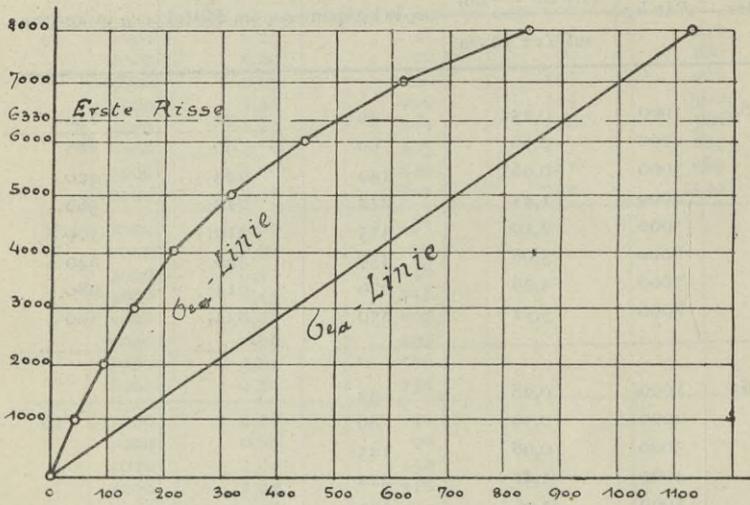
Balken 20.

(Vgl. Zusammenstellung 30 in Heft 45—47.)



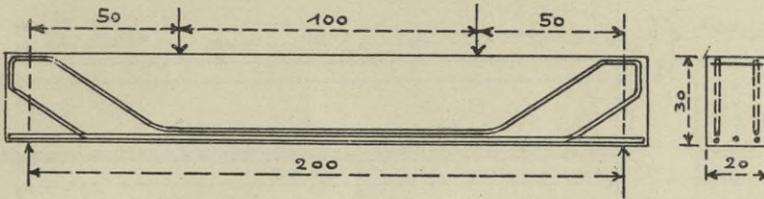
$f_e = 3 \phi 18 \text{ mm} = 7,63 \text{ qcm}$; Bewehrungsprozent = 1,27%; $x = 13,2 \text{ cm}$.

1	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	Δl_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 70 \text{ cm}$	σ_{ev} in kg/qcm	σ_{ev} im Mittel	σ_{ea} in kg/qcm
64	1000	0,25	42	41	140
	2000	0,60	90	90	280
	3000	0,96	144	144	420
	4000	1,41	212	212	560
	5000	2,10	315	310	700
	6000	3,06	459	440	840
	7000	4,26	639	614	980
	8000	5,51	830	834	1120
65	1000	0,28	42		
	2000	0,59	89		
	3000	0,98	145		
	4000	1,41	212		
	5000	2,06	309		
	6000	2,85	438		
	7000	4,07	611		
	8000	5,20	780		
68	1000	0,26	39		
	2000	0,61	92		
	3000	0,96	144		
	4000	1,42	213		
	5000	2,03	305		
	6000	2,82	423		
	7000	3,95	592		
	8000	5,95	892		



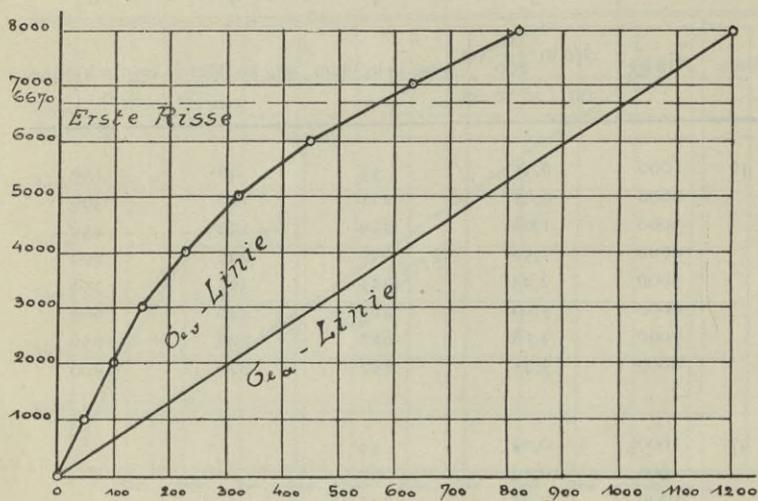
Balken 21.

(Vgl. Zusammenstellung 31 in Heft 45—47.)



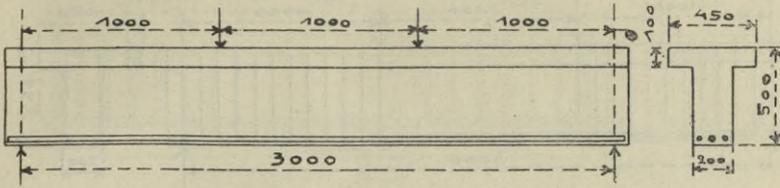
$f_e = 1 \phi 18 \text{ mm}; 4 \phi 13 \text{ mm} = 7,45 \text{ qcm}; \text{Bewehrungsprozent} = 1,24 \text{ ‰};$
 $x = 12,9 \text{ qcm}.$

1	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	Δl_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 70$ cm	σ_{e_v} in kg/qcm	σ_{e_v} im Mittel	σ_{e_a} in kg/qcm
42	1000	0,35	53	48	150
	2000	0,67	111	100	300
	3000	1,06	159	152	450
	4000	1,59	239	227	600
	5000	2,23	335	321	750
	6000	3,09	464	446	900
	7000	4,18	627	628	1050
	8000	5,41	812	820	1200
47	1000	0,29	44		
	2000	0,60	90		
	3000	0,95	143		
	4000	1,43	215		
	5000	2,01	302		
	6000	2,85	428		
	7000	4,10	615		
	8000	5,34	811		
50	1000	0,31	47		
	2000	0,66	99		
	3000	1,03	155		
	4000	1,52	228		
	5000	2,18	327		
	6000	2,97	446		
	7000	4,27	641		
	8000	5,58	837		



Balken 22.

(Vgl. Zusammenstellung 41 in Heft 45—47.)



$$\begin{aligned}
 f_e &= 2 \phi 25 \text{ mm} = 9,82 \text{ qcm} \\
 &\quad 1 \phi 32 \text{ mm} = 8,04 \text{ n} \\
 &= 17,86 \text{ qcm} \\
 \text{Bewehrungsprozent} &= 2,23 \% \\
 x &= 20,05 \text{ cm}; \quad y = 16,03 \text{ cm.}
 \end{aligned}$$

1	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	Δl_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 60$ cm	σ_{e_v} in kg/qcm	σ_{e_v} im Mittel	σ_{e_a} in kg/qcm
71	13000	3,29	576	553	840
72	13000	3,24	568		
87	13000	2,94	514		

Erste Risse bei $P = 13000$ kg.

Für $\sigma_{e_a} = 1000$ kg/qcm ist $M = 1000 \cdot 17,86 (h - a - x + y) = 768\,000$ kgcm,
also $P = 15360$ kg.

Für $P = 16000$ kg ist gemessen:

$$\Delta l_v = \frac{5,09 + 4,70 + 4,91}{3} = 4,90.$$

Für $P = 14000$ kg ist gemessen:

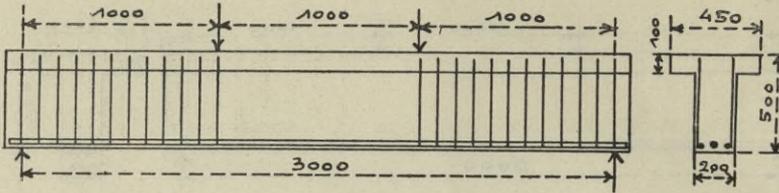
$$\Delta l_v = \frac{3,9 + 3,7 + 3,64}{3} = 3,75,$$

also ist für $P = 15360$ kg.

$$\Delta l_v = 4,53, \text{ woraus } \sigma_{e_v} = 790 \text{ kg/qcm.}$$

Balken 23.

(Vgl. Zusammenstellung 42 in Heft 45—47.)



f_e , x und y wie bei Balken 22.

Erste Risse bei $\frac{13000 + 13000 + 14000}{3} = 13333$ kg.

1	2	3	4	5	6
Bez	P in kg	Δl_v in $\frac{1}{200}$ in auf $l = 60$ cm	oe_a in kg/qcm	oe_v im Mittel	oe_a in kg/qcm
74	13 000 14 000	3,06 3,90	535 681	514 643	840 910
75	13 000 13 000	2,82 3,34	483 583		
88	14 000	3,80	664		

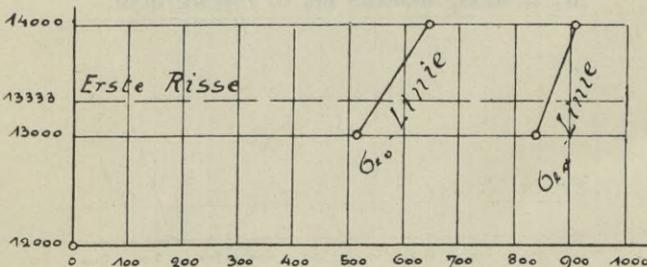
Bei Balken 23 ist für $oe_a = 1000$ kg/qcm wie bei Balken 22 $P = 15360$ kg.
Gemessen ist für $P = 14000$ kg:

$$\Delta l_v = \frac{3,90 + 3,34 + 3,80}{3} = 3,68.$$

Gemessen ist für $P = 16000$ kg:

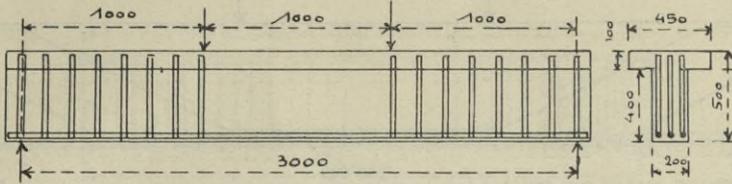
$$\Delta l_v = \frac{4,93 + 4,65 + 4,94}{3} = 4,84.$$

Also ist für $P = 15360$ kg : $\Delta l_v = 4,47$, woraus $oe_v = 780$ kg/qcm.



Balken 24.

(Vgl. Zusammenstellung 43 in Heft 45—47.)



f_e , x und y wie bei Balken 22.

Erste Risse bei $\frac{13000 + 12000 + 13000}{3} = 12333$ kg.

Für Balken 24 ist beim Belastungszustand $\sigma_{e_a} = 1000$ kg/qcm gleichfalls $P = 15360$ kg.

Gemessen ist für $P = 14000$ kg:

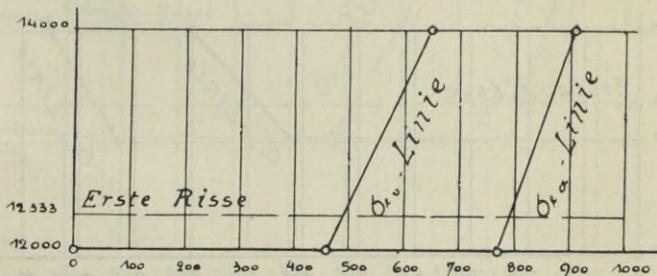
$$\Delta l_v = \frac{3,52 + 3,66 + 3,96}{3} = 3,71.$$

Gemessen ist für $P = 16000$ kg:

$$\Delta l_v = \frac{4,67 + 4,66 + 5,09}{3} = 4,81,$$

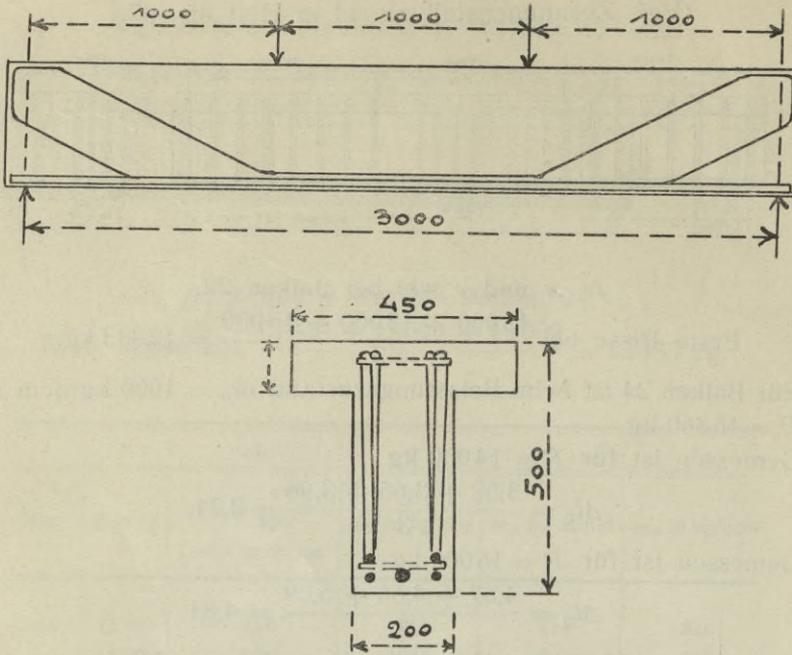
also ist für $P = 15360$ kg: $\Delta l_v = 4,46$, woraus $\sigma_{e_v} = 780$ kg/qcm.

1	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	Δl in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 60$ cm	σ_{e_v} in kg/qcm	σ_{e_v} im Mittel	σ_{e_a} in kg/qcm
76	12 000	2,44	427	457	770
	14 000	3,52	615	649	910
77	12 000	2,62	458		
	14 000	3,66	640		
89	12 000	2,78	485		
	14 000	3,96	691		



Balken 25.

(Vgl. Zusammenstellung 44 in Heft 45—47.)

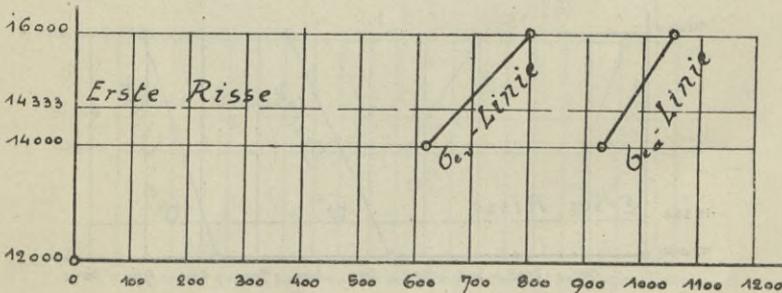


$f_e = 1$ gerade Einlage in der Mitte von 32 mm $\phi = 8,04$ qcm
 4 aufgebogene Einlagen à 18 mm $\phi = 10,18$ „
 $f_e = 18,22$ qcm.

Bewehrungsprozent = 2,28%; $x = 20,5$ cm; $y = 16,04$ cm.

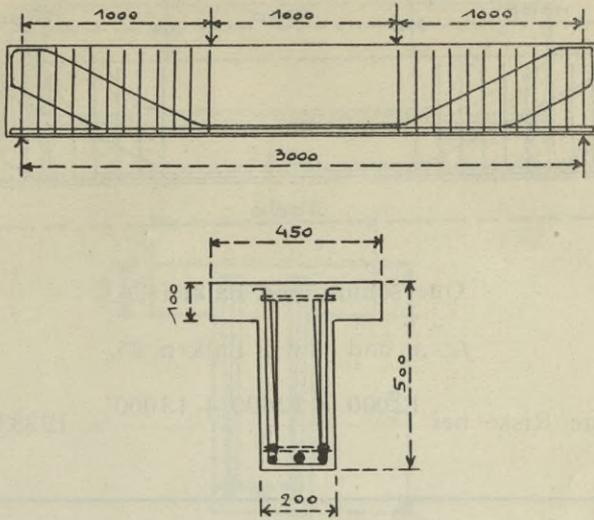
Erste Risse bei $\frac{16000 + 14000 + 13000}{3} = 14333$ kg.

1	2	3	4	6	7
Bez.	P in kg	Al_v in $\frac{I}{200}$ cm auf $l = 60$ cm	σ_{ev} in kg/qcm	σ_{ev} im Mittel	σ_{ea} in kg/qcm
79	14 000 16 000	3,54 4,63	620 810	616 798	920 1050
80	14 000 16 000	3,57 4,67	624 816		
81	14 000 16 000	3,46 4,40	605 768		



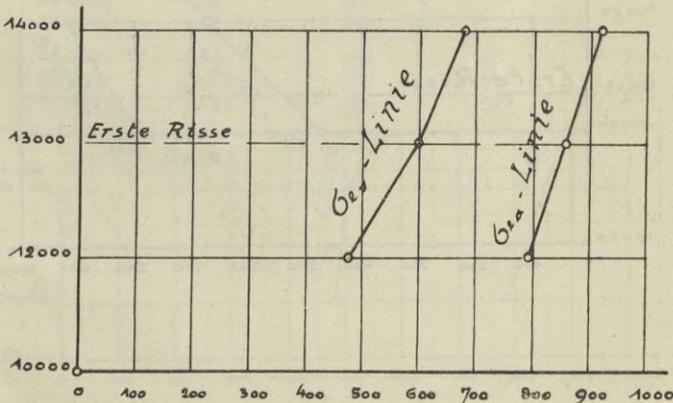
Balken 26.

(Vgl. Zusammenstellung 45 in Heft 45—47.)



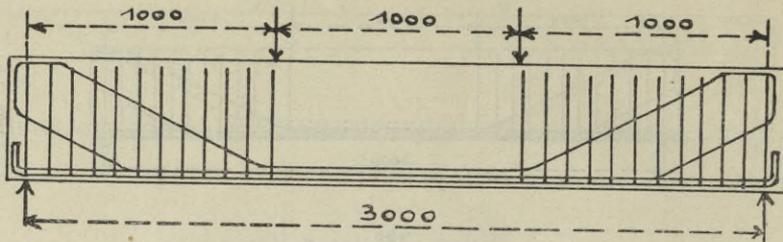
f_e , x und y wie bei Balken 25.
Erste Risse bei 13000 kg.

1	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	M_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 60$ cm	σ_{ev} in kg/qcm	σ_{ev} im Mittel	σ_{ea} in kg/qcm
82	12 000	2,56	449	473	790
	13 000	—	—	599	855
	14 000	3,79	662	681	920
83	12 000	2,87	502		
	13 000	3,42	599		
	14 000	3,96	692		
84	12 000	2,67	467		
	13 000	—	—		
	14 000	3,94	690		



Balken 27.

(Vgl. Zusammenstellung 46 in Heft 45—47.)

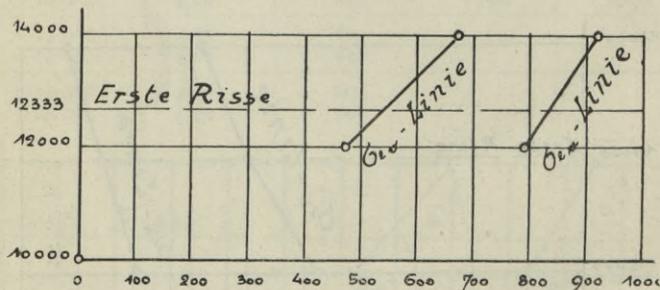


Querschnitt wie Balken 26.

f_e , x und y wie Balken 25.

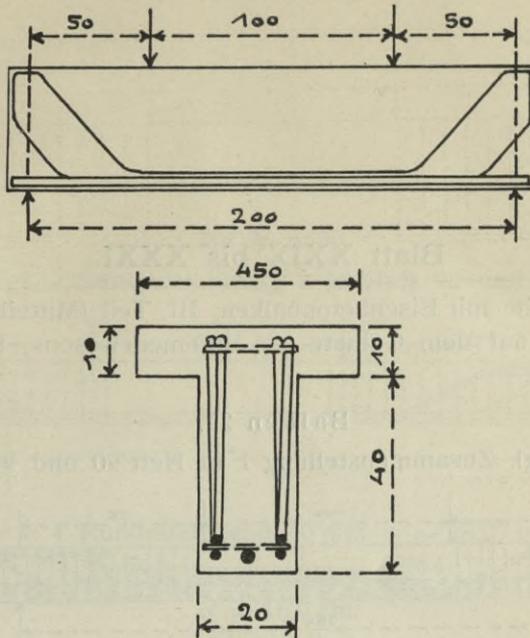
Erste Risse bei $\frac{12000 + 12000 + 13000}{3} = 12333$ kg.

I	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	Δl_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 60$ cm	σ_{ev} in kg/qcm	σ_{ev} im Mittel	σ_{ea} in kg/qcm
85	12 000 14 000	2,95 4,31	516 755	470 672	790 920
86	12 000 14 000	2,47 3,48	432 610		
90	12 000 14 000	2,64 3,73	462 652		



Balken 28.

(Vgl. Zusammenstellung 47 in Heft 45—47.)



Erste Risse bei $\frac{25000 + 24000 + 30000}{3} = 26333$ kg.

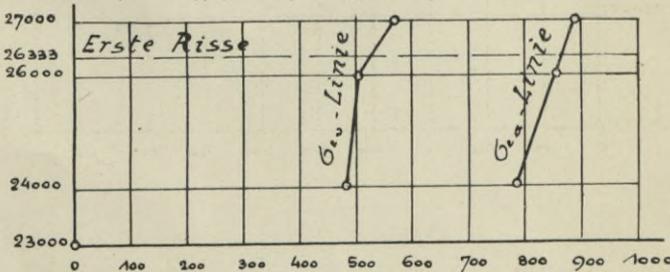
Für $\sigma_{e_a} = 1000$ kg/qcm ist $P = 30000$ kg.

Hierfür ist gemessen: $\Delta l_v = \frac{3,98 + 4,02}{2} = 4,00$,

woraus

$\sigma_{e_v} = 700$ kg/qcm.

I	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	Δl_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 60$ cm	σ_{e_v} in kg/qcm	σ_{e_v} im Mittel	σ_{e_a} in kg/qcm
70	24 000 27 000	3,04 —	531 —		
78	24 000 27 000	2,77 3,37	485 590		
73	24 000 26 000 27 000	2,47 2,89 3,15	433 506 552	483 506 571	790 855 888

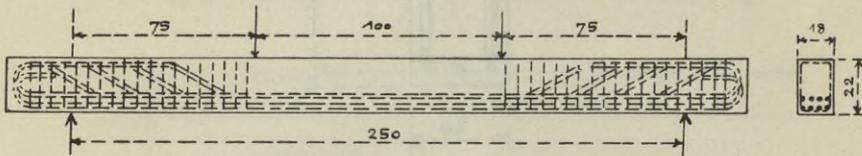


Blatt XXIX bis XXXI.

v. Bach, Versuche mit Eisenbetonbalken, III. Teil (Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Heft 90 und 91).

Balken 29.

(Vgl. Zusammenstellung 1 in Heft 90 und 91.)



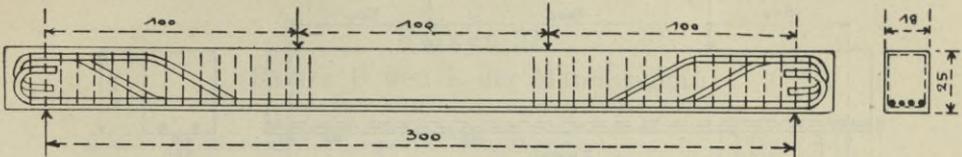
$f_e = 8$ Rundeisen von 20 mm $\phi = 25,14$ qcm,

Bewehrungsprozent = 6,97 ‰,

$x = 11,1$ cm.

Der Bruch des Balkens erfolgte durch Zerstörung des Betons im Druckgurt.

Balken 30.
(Vgl. Zusammenstellung 2 in Heft 90 und 91).



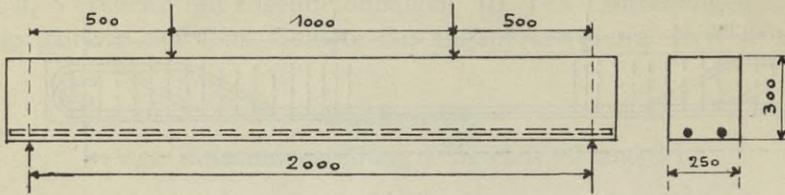
$f_e = 4$ Rundeisen von 30 mm $\phi = 28,27$ qcm,
Bewehrungsprozent = 6,29 ‰,
 $x = 16,0$ cm.

Die ersten Zugrisse wurden bei $P \sim 3000$ kg beobachtet.

1	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	Δl_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 70$ cm	σ_{e_v} in kg/qcm	σ_{e_v} im Mittel	σ_{e_a} in kg/qcm
322	3000	2,80	420	372	322
328	3000	2,36	354		
387	3000	2,28	342		

Balken 31.

(Vgl. Zusammenstellung 23 in Heft 90 und 91.)



$f_e = 2$ Rundeisen von 18 mm $\phi = 5,09$ qcm,

Bewehrungsprozent = 0,68 ‰,

$x = 10,4$ cm.

Erste Risse bei etwa 5000 kg.

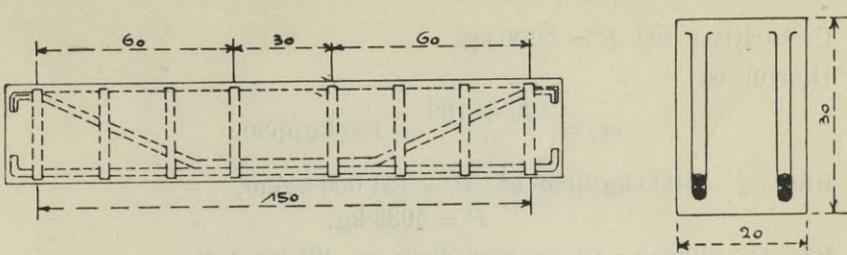
1	2	3	4	5	6
Bez.	P in kg	Δl_v in $\frac{1}{200}$ cm auf $l = 70$ cm	σ_{ev} in kg/qcm	σ_{ev} im Mittel	σ_{ea} in kg/qcm
325	5000	2,64	396	369	1000
326	5000	2,84	426		
353	5000	1,89	284		

Blatt XXXII und XXXIII.

Versuche von Schüle (Mitteilungen der Eidgen. Materialprüfungsanstalt
Zürich, 10. Heft).

Balken 32.

(Balken B und E der Mitteilungen.)



$$f_e = 4 \phi 22 \text{ mm} = 15,21 \text{ qcm},$$
$$\text{Bewehrungsprozent} = 2,53\%,$$
$$x = 15,9 \text{ cm}.$$

Erste Risse bei $P = 7000 \text{ kg}$.

Hierfür ist

$$\sigma_{e_i} = \frac{335 + 400}{2} = 368 \text{ kg/qcm}$$

und

$$\sigma_{e_a} = 642 \text{ kg/qcm}.$$

Für $\sigma_{e_a} = 1000 \text{ kg/qcm}$ ist $M = 327\,000 \text{ kgcm}$,

also

$$P = 10\,900 \text{ kg}.$$

Für $P = 11\,000 \text{ kg}$ ist σ_{e_i} nach den Dehnungsmessungen berechnet

zu

$$\frac{740 + 812}{2} = 776 \text{ kg/qcm}.$$

Balken 33.

(Bauart wie Balken 32; vgl. Balken C und F der Mitteilungen.)

$$\begin{aligned} fe &= 4 \phi 15 \text{ mm} = 7,07 \text{ qcm}, \\ \text{Bewehrungsprozent} &= 1,18\%, \\ x &= 12,3 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Erste Risse bei $P = 5000 \text{ kg}$.

Hierfür ist

$$\sigma_{e_i} = \frac{120 + 189}{2} = 155 \text{ kg/qcm}.$$

Für $\sigma_{e_a} = 1000 \text{ kg/qcm}$ ist $M = 151\,000 \text{ kgcm}$,
also $P = 5033 \text{ kg}$.

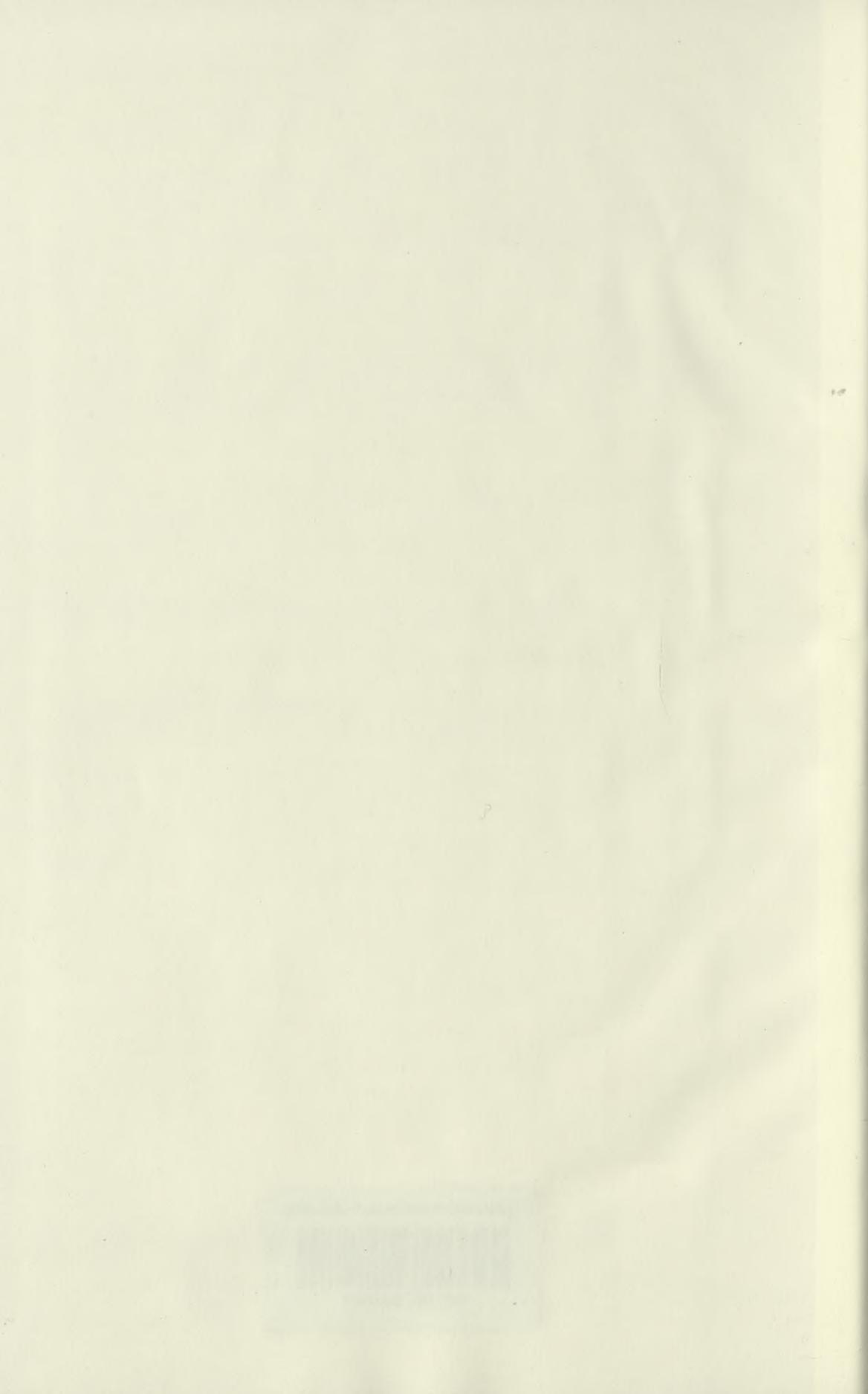
Für $P = 5000 \text{ kg}$ ist σ_{e_i} berechnet zu 496 kg/qcm .

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000300154



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



III-15361

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000300154