

Auflösungen
und
Lösungsanleitungen

zu dem

Lehrbuche der Arithmetik und Algebra

nebst

Aufgabensammlung

für

Baugewerkschulen und verwandte technische Lehranstalten

sowie zum Selbstunterricht

von

C. Mezig,

Oberlehrer an der Königl. Baugewerkschule zu Breslau.



Breslau,

Verlag von E. Morgenstern.

1900.

W. 1/92

Vorbemerkung des Verfassers.

Die Auflösungen ganz leichter oder nach Behandlung der vorangehenden Aufgaben ohne Schwierigkeit zu lösender Aufgaben sind weggelassen. Die Auflösungen der Gleichungen, besonders der eingekleideten Gleichungen, sind vollständig mit Lösungsanleitung angegeben.

Einige Druckfehler sind auf Seite 48 berichtigt.

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000299720

1132218



M

§ 3—8. Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division. Algebraische Zahlen.

§ 3. IV. $a + 7 \left| \begin{array}{l} x + \frac{1}{2} \\ n + 18 \end{array} \right. \begin{array}{l} x + \frac{1}{2} \\ 5 + \frac{1}{2} \cdot 5 = 7\frac{1}{2} \end{array}$ § 4. V. $36 \left| \begin{array}{l} 15 - x \\ a - 3 \end{array} \right. \begin{array}{l} 15 - x \\ 9 - \frac{1}{3} = 8\frac{2}{3} \end{array}$ z. 2
 $x + a \left| \begin{array}{l} a + \frac{1}{2} a = 1\frac{1}{2} a \\ n + 1, n + 2, n + 3, \dots \end{array} \right.$ $n - p \left| \begin{array}{l} 36 - \frac{1}{3} \cdot 36 = 24 \\ 30 - a \\ x - n \end{array} \right.$ z. 3
 $x - 27 \left| \begin{array}{l} x - n \\ a - n \end{array} \right.$

§ 5. III. $84 \left| \begin{array}{l} 3,3 \\ p \cdot a \\ 6a \end{array} \right. \begin{array}{l} 3,3 \\ 15; 3a \\ 4a \end{array}$ § 6. III. $5 \left| \begin{array}{l} a \\ n \\ 100 \text{ mal} \\ 22 \end{array} \right. \begin{array}{l} a \\ n \\ \frac{x}{p} \text{ mal} \\ 12 \end{array}$ z. 4
 $30 : 4 = 7 + \frac{2}{4}; \frac{a}{n} = b + \frac{r}{n}$ z. 5

$2n; 2n \mp 1; 3n; 4n; \dots \text{pn.}$

§ 8. I. a) 1) $+ 7 \mid + 42 \mid + 5a$. 2) $+ 6x \mid + 5n$. z. 7
 3) $- 8 \mid - 82 \mid - 10x$. 4) $- 2a \mid - 1\frac{5}{12}p$. z. 8
 5) $+ 100a$. 6) $- 40,3x$.

I. β) 1) $+ 5 \mid - 4 \mid - 2a$. 2) $+ 8a \mid + \frac{1}{8}a \mid$
 $- 0,2x$. 3) $- 7a \mid 0$. 4) $- 35a \mid - 29a$.
 5) $- 11y \mid + 1\frac{5}{8}p$.

II. 1) $+ 8 \mid - 14 \mid - 5$. 2) $+ 16 \mid + 30 \mid$ z. 8
 $+ 1,35$. 3) $- 1 \mid + 2 \mid - 3$. 4) $- 1 \mid + 3 \mid$ z. 9
 $+ 1$. 5) $- 2a \mid - 4x \mid 0$. 6) $- 62xy \mid + 56x$.

Eingekleidete Aufgaben.

1) a) 2500 *M.* b) um 12 000 *M.* 2) $A - B = 444 \text{ M.};$
 $C - B = 60 \text{ M.}; A - C = 384 \text{ M.}$ 3) A gew. 283,
 B verl. 287, C gew. 4 Points. 4) a) 7,55 m. b) 6,36 m.

§ 9. Algebraische Summen.

1) $a - 1 \mid 3x - 3 \mid 2 - 2x \mid - x - 3$. 2) $- 1 \mid$ z. 10
 $4 - 2a \mid x - 2$. 3) $2 \mid 2,9$. 4) $- 7 \mid 3$. 5) $3x - 7 -$
 Mezig, Auflösungen. 1

Akc. Nr. 4568/51

- e. 10 $5x + 10$ für $x = 3$ ist $= -3 \mid 5$. 6) $b - a \mid 2x - 3y \mid 8a - 2b$. 7) $3a + b \mid 8x - a \mid 4b - 3y$. 8) $2b - 9a \mid 11x - 32y$. 9) $4x - 4y \mid -27x - 2y$. 10) $25x - 13y - 24x - 2y - 15x$ für $x = 2$ und $y = 3$ ist $= -73$.
 11) $-4a - 10x \mid 6\frac{7}{12}x + 2\frac{1}{3}y$. 12) $54\frac{2}{3}x - 2\frac{3}{4}y \mid 100m - 97,3p$. 13) $\frac{3}{4}a - \frac{8}{15}b \mid 0,45$. 14) $8a - 12b + 9c \mid 2x - 3y$. 15) $6a - 55x$. 16) $2 - 138a$. 17) $0,5x - 2y$. 18) $18a + b$. 19) $-175p - 24x$. 20) $4x - 16y + 12$. 21) $25y - 48x$. 22) $2b - 161a$. 23) $7,8a - 9,3x + 3,3y$. 24) $5,4$. 25) $-1,725$. 26) $\frac{3}{2}$. 27) $0,067a - 0,4y$. 28) $13,237a - 7,5b$.
 e. 11 29) $12,73a + 0,76x$. 30) $0,52a + 12,62x$. 31) $17x - 11a$. 32) 280 . 33) $-1,1$. 34) $z + 8,5y - 1,5x$. 35) $7a + 4\frac{1}{2}b + 3\frac{3}{4}c$. 36) $11,1a$. 37) $1537y - 945x$.

§ 10. Addition und Subtraktion algebraischer Summen. Auflösung von Klammern.

- e. 12 1) $2a + 1 \mid 2 \mid b$. 2) $2a - 1 \mid x - 1 \mid 4 - x$. 3) $b + (b - a) = 2b - a \mid -2x - y \mid -3$. 4) $2a - 1 \mid 4a + 1$. 5) $a + 5b \mid 11 \mid 16a + 3b$. 6) $5x - 2y \mid 6a + 8$. 7) 10. 8) $2x \mid 2a \mid 2a$. 9) $50a \mid 5x + ab$. 10) $-0,6x - 0,4y \mid 65a + 65b$. 11) $\frac{1}{2}a - x \mid 4x + 4n$. 12) $-1 \mid 2x - 2 \mid -b$. 13) $1 \mid -1 - x \mid x$. 14) $2x + y \mid 6 + x \mid 3n - x$. 15) $-1 \mid 4a - 1$. 16) $2x - 3y \mid 11x - 2 \mid -1$. 17) $19a + 3 \mid 6a + 5$. 18) $1\frac{1}{5}a - 1 \mid x - 1 \mid 8,8 - a$. 19) $0,1x - 1,3 \mid 23,5a - 17,5b$. 20) $-38p - 34y \mid 2b - 20$. 21) $3 \mid 2 - 2x \mid 12$. 22) $-3a - 7b \mid 11m + 2x$. 23) $18x - 18 \mid a + n - 6$. 24) 10 . 25) $6 \mid 2x \mid 2a$. 26) $14b \mid \frac{1}{2}b$. 27) $1\frac{1}{2}a - 5x \mid 3\frac{5}{8}ab - n$. 28) $7a - 5b + 2 \mid 4x + y - 5z$. 29) $2a + c \mid 2y - 2$. 30) $7a - 4b \mid 3 - 2x$. 31) $n - 3 \mid 2a - 3b$. 32) 10 . 33) $13a - 13b$. 34) $2x - 3y + (3x - 5y) - (x - 7y)$ für $x = +1, y = a$ ist $= 4 - a$.
 e. 13 35) $-28c$. 36) $20a + 29b$. 37) $2a - 17n + 26p$.

- 38) $14 + 2a$. 39) $2a - 2b + 2c$. 40) $1,3x + y$. 41) $\frac{2}{3}a + \frac{1}{4}b - \frac{1}{2}c - (\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b + \frac{1}{5}c) + (\frac{1}{3}a - \frac{1}{5}b + c) = \frac{1}{2}a + \frac{1}{10}b + \frac{3}{10}c$. 42) $4\frac{5}{4}a - 3\frac{1}{4}n - 21p$. 43) $187x - 164y - 500$. 44) $m + a - b - c \mid 2a - b - c \mid 0$. 45) $2 - a \mid 16x - 7$. 46) $x - 2 \mid -5$. 47) $45 - 5a$. 48) $3n - 9$. 49) $12a - 8b$. 50) $15x - 5,4y$. 51) $8x + 8y$. 52) $22a - 90x - 5y$. 53) $\frac{1}{2}a - 1\frac{2}{3}b$. 54) $19a - 10b - 7c$. 55) $89a - 32b$. 56) $\frac{5}{6} - \frac{5}{2}a$. 57) $48x + 34y$. 58) $-21,1a - 21,2b$. 59) $-x - 26$. 60) $9a + 7b$. 61) $x - [y - (1 - z)]$ für $x = n - 7$, $y = 10 - n$, $z = 2n + 3$ ist $= -19$.

§ 14. Multiplikation einer algebraischen Summe mit einer Zahl.

- 28) $2bx \mid 2nx - ny + xy \mid 4$. 29) $a - b + 7c \mid -xy$. 30) $4x - 65y$. 31) $a^2 + b^2 - 2bc - c^2$. 32) $x - y$. 33) z . 34) $97a + 406b$. 35) $37x + 42,4y$. 36) $53x - 18x^2$. 37) $3x^2 - 5xy - 8y^2$. 38) $2ap^2x - 2bp^2x$. 40) -4 ; 10 ; 40 ; $12a^2 - 14a$; 0 . 41) $-5y^2$; $-33y^2$; $3y^2$; $3y^2 + 6ay - 2a^2$. 42) -12 ; -4 ; -4 ; $2a^2 - 12$.

§ 15. Multiplikation algebraischer Summen mit einander.

- a) 1) $ac + bc + ad + bd \mid ax - 2x + 3a - 6 \mid x^2 - 3x + 2$. 2) $xy + 3y - 5x - 15 \mid 6x^2 + 13x - 5 \mid 35x^2 + 36x - 32$. 3) $12a^2 + 34a + 14 \mid 20x^2 - 2x - 6 \mid 24x^2 - 31x + 10$. 4) $56x^2 + 89x - 12 \mid -15x^2 + 27x - 12 \mid 6 - 25x + 25x^2$. 5) $6ab + 8bx + 21ac + 28cx \mid 10ac + 14bc - 15ax - 21bx$. 6) $35x^2 + 19xy + 2y^2 \mid 6x^2 + 13xy + 6y^2$. 7) $24x^2 + xy - 44y^2 \mid 120a^2 - 2ab - 143b^2$. 8) $30a^2 - 7a - 2 \mid 3,6x^2 - 0,6xy - 0,2y^2$. 9) $2a^2b^2 + 5ab + 3 \mid 10x^3 - 2x^2 + 15x - 3$. 10) $1\frac{1}{8}x^2y^2 - 2z^2 \mid 4xz - 2\frac{2}{3}yz - 6ux + 4uy$. 11) $0,3a^2 + 0,2ab - 0,8b^2 \mid 126,5a^2 - 205,5ab - 182b^2$. b) 2) $a^2 + 6a + 9 \mid x^2 - 10x + 25 \mid 4 - 4x + x^2 \mid a^2 - 4$. 3) $9a^2 +$

8. 18 $6ax + x^2 \mid 25x^2 - 10xy + y^2 \mid x^2 + 4x + 4 \mid 81m^2 - x^2$. 4) $144a^2 - 120a + 25 \mid 49 + 84x + 36x^2 \mid 225 - 49m^2$. 10) $0,25a^2 + a + 1 \mid 4x^2 - 1,6x + 0,16 \mid 9a^2 - 1,44x^2$.

8. 19 11) $a^2 + a + \frac{1}{4} \mid 4x^2 - 1\frac{1}{2}x + \frac{1}{9} \mid \frac{x^2}{4} - 9$. 12) $\frac{1}{9}a^2 - ab + \frac{1}{16}b^2 \mid \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} \mid 0,25x^2 + 0,2xy + 0,04y^2$.

e) 1) $ax - bx - ay + by + 3a - 3b \mid ax + ay + bx + by - 5x - 5y \mid ax - a + bx - b - 2x + 2$. 2) $x^2 - xy + 7x + y - 8 \mid 1 + a^3$. 3) $\frac{2}{3}x^2 - 3xy + 1\frac{1}{6}x - 3y + \frac{1}{2}$.

4) $4a^2 + 10b^2 + 13ab + 15bc + 12ac \mid 10a^2 + 24b^2 - 32ab + 6bc - 5ac$. 5) $a^2 - b^2 + \frac{5}{6}ab - 3ac + 2bc \mid a^2 - \frac{3}{4}ab + 2\frac{5}{6}a - b + 2$. 6) $a^2 - b^2 - 2a + 1$. 7) $3x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 7xy - 5yz + 10xz$. 8) $42a^2 - 15b^2 - 15c^2 - 17ab + 34bc - 9ac$. 9) $100x^2 + 9y^2 + 60xy - 100x - 30y - 75$. 10) $16a^2 - 64b^2 + 81c^2 + 72ac$.

11) $x^2 + y^2 - z^2 + 2xy \mid 35a^2 - 40b^2 - 9c^2 - 22ab + 42bc - 6ac$. d) 2) $1 + x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2xy \mid 4 + a^2 + b^2 + 4a - 4b - 2ab \mid 9x^2 + y^2 + 1 + 6xy - 6x - 2y$.

3) $9a^2 + 25b^2 + 4c^2 - 30ab + 12ac - 20bc \mid 9x^2 + 4y^2 + 25z^2 - 12xy - 30xz + 20yz \mid 4a^2b^2 + 9b^2x^2 + 16a^2x^2 - 12ab^2x + 16a^2bx - 24abx^2$. 4) $\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{6}b^2 + \frac{1}{16}c^2 + \frac{1}{3}ab - \frac{1}{4}ac - \frac{1}{6}bc \mid 0,04x^2 + 0,25y^2 + 0,16z^2 - 0,2xy + 0,16xz - 0,4yz$. e) 1) ja \mid nein \mid nein \mid ja.

2) nein \mid nein \mid nein \mid nein. 3) nein \mid ja \mid nein \mid ja.

4) nein \mid nein \mid nein. 5) nein. f) 1) $2bc - 2ad$.

2) $2x^2 - 3x - 7$. 3) $2x + 8$. 4) $2bx + 2ay$. 5) $1\frac{1}{3}n - 1\frac{2}{15}$. 6) $-1,3x - 0,13$.

8. 20 7) $16a^2 - 36a + 1$. 8) $17y^2 - 12xy - 24x^2$.

9) $3a^2 - 53ab$. 10) $11x^2 - 22xy - 19y^2$. 11) $a^2 - 2b^2 + x^2$. 12) $m^2 + n^2 - 2nx$. 13) $2x^2 - 5$. 14) $75x^2 - 5$.

15) $5a^2 + 24b^2$. 16) $-119xy - 5y^2$. 19) $2x^2 + 2 \mid (x + 3)^2 - (x - 3)^2 = 12x$. 20) $3x^2 - 20x - 16 \mid$

$29x^2 - 28x$. 21) $9x^2 + 86xy - 40y^2 \mid 8,96y^2 + 4,6xy -$

15,75x². **22)** 44 — 19n. **23)** 4 — 4x — 42x². **24)** 4n² — 16n + 36. **25)** — n² — 3. **26)** 6x² + 2xz + 4x — 16z + 6z². **27)** 12a² — 9b² — 25c² + 12ab — 23ac + 38bc. **28)** 12x² — 2z² — 11xy + 3yz + 6xz. **29)** 46a² — 36b² — 20c² — 26ab + 53bc + 16ac. **30)** 2x² + 2a² + 4ay + 2y² | — 4mp — 4m. **31)** 8a² + 6b² + 12c² — 14ab — 14bc + 16ac. **32)** 21x² — 102x + 117. **33)** 88x² — 27xy + 9y². **34)** 12x² + 22x — 90. **g)** **1)** a³ + 2a² — 5a — 6 | x³ — 12x² + 47x — 60. **2)** a³ — a²b — ab² + b³ | a³ + a²b — ab² — b³. **3)** — 4x³ + 40x² + 81x — 810 | 30x³ — 7x²y — 62xy² + 24y³. **4)** 300a³ — 180a²b — 21ab² + 18b³ | 9a³ + 80a²b — 63ab² + 8b³.

5) x⁴ — 12x³ + 44x² — 48x | x⁴ — 17x² + 16. **6)** 6x⁴ — 65x³ + 112x² + 227x — 280. **h)** **1)** rechts x³ + 3x² + 3x + 1 | x³ — 3x² + 3x — 1. **2)** 1 — 3a + 3a² — a³ | 8 + 12a + 6a² + a³ | 27 — 27a + 9a² — a³ | 27x³ — 27x² + 9x — 1. **3)** 125a³ + 150a²b + 60ab² + 8b³ | 27x³ — 135x²y + 225xy² — 125y³ | 64n³ — 240n²x + 300nx² — 125x³ | x³ — 3ax²y + 3a²xy² — a³y³. **i)** **1)** 15a² — 11ab — 14b². **2)** — 10a² + 25ab — 10b². **3)** 4p. **4)** 3m² — 9m + 27. **5)** — 19a³ + 18a² + 18a — 19. **k)** **2)** 39 · 41 = (40 — 1)(40 + 1) = 40² — 1² = 1600 — 1 = 1599; 58 · 62 = (60 — 2)(60 + 2) = 60² — 2² = 3600 — 4 = 3596; u. f. w. **3)** Quadrat = a², Rechteck = (a + 2)(a — 2) = a² — 4, also ist das Quadrat um 4 qm größer als das Rechteck. Alle Rechtecke, die mit einem Quadrate gleichen Umfang haben, besitzen einen kleineren Flächeninhalt als das Quadrat. **4)** 12² — 8² = (12 + 8)(12 — 8) = 20 · 4 = 80; u. f. w. **5)** Erstes Rechteck = a · $\frac{a}{2}$, zweites Rechteck = (a + 2) · ($\frac{a}{2}$ — 2) = a · $\frac{a}{2}$ — a — 4, d. h. das zweite Rechteck ist um a + 4 qm kleiner als das erste. **6)** Erstes Rechteck = (a + 8)(a — 5) = a² + 3a — 40, zweites

- z. 21 Rechteck $= (a + 6)(a - 3) = a^2 + 3a - 18$, d. h. das zweite Rechteck ist um 22 qm größer als das erste.

§ 16. Division algebraischer Zahlen.

- z. 22 4) $ab \mid -\frac{xy}{2} \mid -25xy \mid -2 \mid 3$. 7) $5ax \mid \frac{1}{2} \mid -\frac{3}{4}$
 23 $\frac{3(a-x)}{a+x}$. 8) $\frac{x+y}{y-x} \mid +1 \mid \frac{2(x-4)}{x-2} \mid \frac{a(x-5)}{b(x-10)}$
 9) $+\frac{2}{3} \mid \frac{x}{2} \mid -1 \mid -1$. 12) $\frac{6aby}{x} \mid \frac{14(y-x)}{x} \mid 6(2-x)$
 z. 24 35) $-\frac{1}{2} \mid 1\frac{1}{2} \mid \frac{6}{(a-b)^2}$. 40) $\frac{x-1}{x(x-4)} \mid \frac{3(x^2-1)}{2(x^2-4)}$
 41) $\frac{2x^2}{3y^2(x-2)} \mid -3a^2$

§ 17. Division einer algebraischen Summe durch eine Zahl.

- z. 25 9) $2\frac{1}{2}b + 3c \mid \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}a \mid 2\frac{1}{3}a + 3b$. 16) $(15ab - 10a + 5) : 5a^2 = \frac{3b}{a} - \frac{2}{a} + \frac{1}{a^2} \mid 1 - c - ab$. 17) $\frac{n}{3} - 4b - 3a \mid -x + 1 - \frac{1}{x}$
 z. 26 32) $2a - 4b + 1\frac{1}{3}x - 1\frac{2}{3}y \mid b + x - \frac{1}{2}(c - x) = b - \frac{1}{2}c + 1\frac{1}{2}x$. 41) 2.
 z. 27 43) $1 + a$. 44) 0. 45) $10x - 17 \mid x - 1$

§ 18. Division algebraischer Summen durch einander.

- 2) x . 3) $-a$. 4) -3 . 5) 4. 6) 7. 7) $ab \mid \frac{1}{2}$
 8) $2 \mid 1,2 \mid 0,5$. 9) $6axy^2$. 10) $\frac{pq}{10x^2y^2}$
 z. 28 12) $m - x \mid \frac{x^2 - (2-a)x - 2a}{x-2} = x + a$. 13) $2a - 5b \mid 2c - 3a$. 14) $0,2a - 3b$. 15) $\frac{5}{8}a - \frac{3}{4}b$. 16) $3z -$

u + 2v. **17)** $a + b \mid 5x - 8y$. **18)** $3,15a - 1,2b$. **22)** $a - b \mid -x - y + z$. **23)** $3x + 2y - z$. **24)** $a^2 - ab + b^2 \mid a^2 + ab + b^2 \mid x^2 + 2x + 4$. **25)** $x^2 - x + 1 \mid a^3 - a^2b + ab^2 - b^3 \mid a^3 + a^2b + ab^2 + b^3$. **26)** $100x^2 + 40xy + 16y^2 \mid 36a^2b^2 - 30abn + 25n^2$. **27)** $12a + 10b - 4x \mid a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4$. **28)** $ab + 2by + 3ax + 6xy$. **29)** $2,4a - 5b - 3,6c$. **30)** $x - 1\frac{1}{3}y + \frac{1}{2}z$.

§ 20. Zerlegung in Faktoren.

I. 21) $(x - y)(a - b) \mid 2px$. **22)** $3(a - b)(x + y) \mid (a - 1)(x - 1)$. **23)** $(2p - 3q)(5a - 2b) \mid (a + b)(x + 1)$. **24)** $(p + 1)(n + 1) \mid (a + 1)(x - 2) \mid (a - 1)(3x + y)$. **26)** $(a - b)(p + q) \mid (m - n)(x - 2)$. **27)** $(a + b)(3x - 5y) \mid (5a - 7x)(2a - 3y)$. **28)** $(a + 3)(2a - 3)$. **29)** $-(x - y)x$. **30)** $(4x - 3u)(5y - 8v)$. **31)** $(3x - 5a)(3y - 4a)$. **32)** $(m - n)(5x - 3) \mid (n - 1)(a - 3)$. **33)** $(4a - 5b)(3x - 5y + 2z)$. **34)** $(3m - 2p)(5a - b)$. **35)** $(4a - 3b)(x - y)$. **36)** $(a + b)(3y - 2x)$. **37)** $5(x - 1)$.

II. 1) $(a + 1)^2 \mid (2a + b)^2 \mid (x - 6)^2$. **2)** $(10x - 8y)^2 \mid (5p - 2,2q)^2$. **3)** $(a + \frac{1}{2})^2 \mid (a - \frac{3}{4})^2 \mid (\frac{1}{3}a + 1)^2$. **4)** $(m + 2)(m - 2) \mid (x + 4)(x - 4) \mid (a + 1)(a - 1) \mid (m + 5)(m - 5) \mid (\frac{1}{2}x + 1)(\frac{1}{2}x - 1)$. **5)** $(3x + 5)(3x - 5) \mid (m + n + a)(m + n - a) \mid (1 + a)(7 - a)$. **6)** $2x + 3 \mid (3 + x)(1 - x)$. **7)** $8(a + b)(a + 3b) \mid a^2 + 2x - x^2 - 1 = a^2 - (x^2 - 2x + 1) = a^2 - (x - 1)^2 = (a + x - 1)(a - x + 1)$.

III. 1) rechts: $x^2 - 19x + 18 = (x - 18)(x - 1)$. **2)** $(x + 2)(x - 1) \mid (a + 7)(a + 2) \mid (a - 7)(a - 2)$. **3)** $x^2 - 7x + 12 = (x - 4)(x - 3) \mid (x - 4)(x - 2) \mid (x - 4y)(x - 3y)$.

§ 21. Der größte gemeinsame Faktor (Teiler).

1) $3 \mid 5$. **2)** $8 \mid 12 \mid 3$. **3)** $a \mid 5 \mid 2a$. **4)** $ab \mid x - y$. **5)** $x - 3 \mid 2$. **6)** $x - 2 \mid x - 1$. **7)** $x - 2 \mid x - 2$. **8)** $2(x - 5)$. **9)** $3(2x - 3)$. **10)** $3 \mid 4$. **11)** $a \mid$

- z. 32 $a + b$. 12) $5(a - b) \mid 6$. 13) $1 - x$, denn $3x - 3$ ist $= -3(1 - x) \mid 5a^2x - 4ax^2$ und $4a^2x - 5ax^2$ haben den gr. gem. Teiler ax . 14) $5a \mid 3a$. 15) $a + b \mid a - b$. 16) $x + 1 \mid a(a + b)$. 17) $a - b \mid a$. 18) $3p \mid axy$. 19) $a(a - 1) \mid 6ab$. 20) $3(a - b)$. 21) $2(p - q)$. 22) $a - b + c$. 23) $y(x + y - z)$, denn $5yz^2 - 5y^2z - 5xyz$ ist $= -5yz(-z + y + x)$. 24) $x - 5$. 25) $x - 3$.

§ 22. Kürzen von Brüchen.

- 1) $\frac{a+b}{x-y} \mid \frac{a-b}{p+q} \mid \frac{a-b}{a+b} \mid \frac{2(a+b)}{x+y}$.
- z. 33 2) $\frac{2a-2b}{x-y} \mid \frac{a-b}{a+b} \mid \frac{2x-3y}{3a+4b} \mid \frac{2x-3y}{a-2b}$. 3) $\frac{m}{n} \mid \frac{3}{5} \mid \frac{a}{b} \mid \frac{x}{y}$. 4) $\frac{3}{x} \mid 11\frac{1}{2} \mid \frac{5a+1}{5a-1} \mid \frac{x}{y}$. 5) $\frac{6}{7} \mid -\frac{3x}{5} \mid \frac{b(a-b)}{c(a-c)} \mid \frac{5a-4x}{4a-5x}$. 6) $\frac{a-2}{a+2} \mid \frac{3x-1}{x-3} \mid -\frac{3}{4} \mid \frac{a-1}{1-b}$. 7) $m \mid m \mid \frac{5x}{3} \mid x$. 8) $\frac{a+b}{2} \mid \frac{a-b}{3} \mid \frac{a+b}{a} \mid \frac{a}{a+b}$. 9) $x \mid \frac{x}{x-1} \mid \frac{a-x}{a+x} \mid x(x-1)$. 10) $x-4 \mid \frac{5+x}{5-x} \mid x-y \mid \frac{2ab}{n(a+b)}$. 11) $\frac{2b-3a}{4c} \mid \frac{x^2-9y^2}{xy} \mid \frac{a+b}{2} \mid \frac{5}{x-2y}$. 12) $\frac{4a}{a-b} \mid \frac{a-1}{a+1} \mid 1$. 13) $\frac{m}{n} \mid -\frac{3x}{5z}$. 14) $\frac{6b}{7x^3} \mid \frac{x+y}{x-y}$. 15) $\frac{5x-7y}{5x+7y} \mid \frac{10b-c}{b-10c}$. 16) $\frac{x+3}{x-3} \mid -1$. 17) $\frac{1}{2} \mid \frac{1}{4x}$.

§ 23. Das kleinste gemeinsame Vielfache (der Hauptnenner).

- z. 34 1) $6 \mid 6 \mid 24 \mid 140 \mid 42 \mid 120$. 2) $60 \mid 504 \mid 210 \mid 1440$.
- z. 35 3) $m \cdot n \mid 2xy \mid 3x^2 \mid 12x \mid cxy \mid 75ab$. 4) $120a \mid pqx \mid 14ab \mid xyz \mid x^2p$. 5) $abc \mid xyz \mid 60rx \mid 4npx$.

- 6) $36abc \mid 18abx \mid 480xyz$. 7) $60a^2b^2cx \mid 180a^2bex^2y^2$. **8.** 35
 8) $(a+b) \cdot (a-b)$ d. i. $a^2 - b^2 \mid (x-1)(x+2) \mid 12(x-1)$.
 9) $180x^2y(x+2) \mid 490a^2b(x-1)$. 10) $3a - 3b \mid 2x - 4 \mid 2x + 6$. 11) $2xy - x \mid 2x + 2y \mid 6(x-3)$. 12) $ab(x-n \mid 15(3-x)$. 13) $12(x-1) \mid 12(4x+3)$. 14) $(2x+3y) \mid 12(x+1)$. 15) $x^2 - 1 \mid 12(a^2 - 1)$. 16) $12p \mid 12(a-b)$. 17) $15(x-2) \mid 30(x-1)$. 18) $25a^2 - b^2 \mid (x+1)(x-1)^2$. 19) $3(x^2-4) \mid 2(4x^2-9)$. 20) $(x-5) \mid (x-4)(x-3) \mid (x+1)(x-2)(x+3)$. 21) $(3x+1) \mid (3x-7)(2x+1) \mid 40 - 16x$ und $30b - 12bx$ haben das ff. gem. Vielfache $24b(5-2x)$. 22) $(3x^2-12)(x-1)$. 23) $(x+3)^2(x-1) \mid 9x^2-9$. 24) $x^2+7x+10$. 25) $x^2-7x-60$.

§ 24. Algebraische Addition von Brüchen.

- I.** 2) $\frac{a}{x} \mid \frac{2}{n} \mid \frac{a}{n} \mid \frac{3x}{a} \mid$ 3) $\frac{5m}{n} \mid \frac{2x}{a} \mid \frac{7x}{m \cdot n}$. 6) $\frac{x}{3} \mid$ **8.** 36
 $\frac{9x-8}{5} \mid \frac{1}{n}$. 7) $\frac{x+y}{a+b} \mid 1 \mid 2$. 8) $m+1 \mid 1 \mid \frac{8}{x-1}$
 9) $\frac{5(x+1)}{x-2} \mid 6$. 10) $\frac{9(x+7)}{x-7}$. 11) $\frac{2x-4}{5}$. 12) $\frac{a}{2} \mid$
 $\frac{a}{3}$. 13) $\frac{4a-3}{2} \mid \frac{8n+4}{x} \mid \frac{2}{n}$. 14) $\frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2} = a \mid$
 $\frac{x+5}{2} + \frac{x-5}{2} = x$. 15) $\frac{a+b}{2} - \frac{a-b}{2} = b \mid \frac{3x+7}{2} -$
 $\frac{3x-7}{2} = 7$. 16) $\frac{n}{2} \mid \frac{a+1}{n}$. 17) $\frac{x-2}{5} + \frac{x-3}{5} -$
 $\frac{x-4}{5} = \frac{x-1}{5} \mid \frac{x-a}{a}$. 18) $\frac{2a}{a-b} - \frac{a+b}{a-b} = 1 \mid$
 $\frac{2(x+1)}{x+2}$. 19) $\frac{x-11}{x+5} \mid 2$. 20) $1 \mid \frac{x-2}{x-4}$.
 21) $\frac{5a+b}{5} \mid$ 22) $\frac{2a+1}{2} \mid \frac{ax+1}{x} \mid \frac{a-1}{a} \mid \frac{n^2+1}{n}$. **8.** 37

$$\text{e. 37} \quad 23) \frac{a-x}{x} \left| \frac{3a-1}{a} \right| \frac{5x+2}{5} \left| \frac{x^2-1}{x} \right| \frac{2a^2-1}{a} \left| \frac{2-3x}{3} \right|$$

$$24) \frac{3a-b}{2} \left| \frac{x+7}{2} \right| \frac{2x+2}{3} \left| -\frac{a}{2} \right| \quad 25) \frac{9x+35}{5} \left| \right|$$

$$\frac{4x-2}{3} \left| \frac{2x+13}{4} \right| \quad 26) \frac{7a^2+3ab}{3a} \text{ oder } \frac{7a+3b}{3} \left| \frac{ab}{b-c} \right|$$

$$\frac{4n-x}{2} \quad 27) \frac{a}{1-a} \left| \frac{2x^2-7x}{x-5} \right| \frac{1-a^2}{x-a} \left| \frac{a+3x}{a+x} \right|$$

$$28) -\frac{3x+13}{x+5} \left| \frac{3-x}{x-1} \right| \frac{17-6x}{2x-5} \quad 29) -\frac{5x+2}{3x+1} \left| \right|$$

$$\frac{36-23x}{7x-9} \quad 30) \frac{2x^2-6xy+y^2}{y-x} \left| \frac{14-7x}{2x-3} \right| \frac{23-4x}{3x-7} \left| \right|$$

$$31) \frac{2(2x+5y)}{2x-5y} \left| \frac{1}{x^2+1} \right| \quad \text{III. 1) } \frac{3a}{6} + \frac{2b}{6} = \frac{3a+2b}{6} \left| \right|$$

$$\frac{4x}{12} - \frac{3x}{12} = \frac{x}{12} \left| \frac{2a-b}{4} \right| \frac{2x+x}{6} = \frac{3x}{6} = \frac{x}{2} \left| \frac{a}{20} \right| \frac{a}{7} +$$

$$\frac{n}{5} = \frac{5a+7n}{35} \quad 2) \frac{10a+6b}{15} \left| \frac{9a-8b}{12} \right| \frac{1}{12} a \left| \frac{3x}{65} \right|$$

$$\frac{10+x^2}{2x} \quad 3) \frac{m+n}{m \cdot n} \left| \frac{an-bx}{nx} \right| \frac{4x+3y}{xy} \left| \frac{abx-acn}{nx} \right|$$

$$\frac{5,8a}{25}$$

$$\text{e. 38} \quad 4) \frac{29x}{72} \left| \frac{11a}{12} \right| \frac{x}{12} \left| \frac{x+10}{10x} \right| \quad 5) \frac{x+y}{5} \left| \frac{12a+b}{24} \right|$$

$$6) \frac{32a-135b}{840} \left| \frac{49a-35b}{42} \right| \quad 7) \frac{4x-7y}{12} \left| \frac{13a+100}{50} \right|$$

$$8) \frac{an-bm}{2mn} \left| \frac{7}{3x} \right| \frac{3-x^2}{cx} \left| \frac{23+42x}{21x} \right| \quad 9) \frac{3a}{4z} \left| \frac{x}{40a} \right|$$

$$\frac{mn}{2ab} \left| \frac{74ax}{45n} \right| \quad 10) \frac{yz+xz+xy}{xyz} \left| \frac{2nr-3mr+4mn}{mnr} \right|$$

$$\frac{x-1+x^2}{x^2} \quad 11) \frac{c-b+a}{abc} \left| \frac{a^2+b^2+c^2}{abc} \right| \left| \frac{2}{a} \right|$$

$$12) \frac{abcx-y+acz}{abc} \left| \frac{abc-xc+x^2}{abc} \right| \frac{pq-12xy+12qx}{12xy}$$

$$13) \frac{10x}{9n} \left| \frac{a}{9x} \right. \quad 14) \frac{5a}{9bc} - \frac{7x}{6ac} + \frac{5c}{ab} = \frac{10a^2 - 21bx + 90c^2}{18abc} \quad \text{§. 38}$$

$$\frac{3mn}{10pq} \quad 15) \frac{5a+5b}{6} \left| \frac{x+3}{6} \right| \left| \frac{3x-2}{5} - \frac{5x-3}{2} = \frac{2(3x-2) - 5(5x-3)}{10} = \frac{11-19x}{10} \quad 16) \frac{3a-5b}{9}$$

$$\frac{2a}{3} + b = \frac{4b-3a}{9} \left| \frac{7a+26}{12} \right. \quad 17) \frac{7a-14}{60} \left| \frac{7x+28}{24} \right.$$

$$18) \frac{8x+12y}{15} \left| \frac{1}{48} \right. \quad 19) \frac{51ab-13a}{24b} \left| \frac{3x^3-16}{24x^2} \right.$$

$$20) \frac{54x-25y}{36} \quad 21) \frac{x^2+y^2+z^2}{xyz} \quad 22) \frac{2a}{a^2-b^2} \left| \right.$$

$$\frac{ax-bx-2a+b}{x^2-3x+2} \left| \frac{2x}{x^2-1} \right. \quad 23) \frac{1-x}{x^2+8x+15} \left| \frac{61x-36x^2}{5(2x-3)} \right|$$

$$\frac{1}{6-3x} \quad 24) \frac{13x}{2x+6} \left| \frac{2(x^2+y^2)}{x^2-y^2} \right| \left| \frac{4xy}{x^2-y^2} \right.$$

$$25) \frac{1}{12x-12} \left| \frac{11x}{2x-12} \right. \quad 26) \frac{-2}{x^2-6x+8} \quad \text{§. 39}$$

$$\frac{x^2-4x+60}{15x^2-47x+36} \quad 27) \frac{3x+2}{1-x^2} \left| \frac{x+5}{12(4x+3)} \right.$$

$$28) \frac{2x^2-11x+7}{x^2-4x-45} \left| \frac{25}{12(x+1)} \right. \quad 29) \frac{3x+2}{1-x^2} \left| \frac{5x-14}{x^2-1} \right.$$

$$30) \frac{4-x}{6x+6} \left| \frac{0,2x-3}{4x-2} \right. \quad 31) \frac{11a^2+8a+9}{12(a^2-1)} \left| \frac{1,6-0,02a-0,14a^2}{0,2a^2-0,8} \right.$$

$$32) \frac{3x^2-24x+2}{(x+1)(x-3)} \quad 33) \frac{4x^2-26x+23}{x^2-7x+10}$$

$$34) \frac{x^2-32x+136}{x^3-18x^2+104x-192} \left| \frac{x^3+8x^2+21x+22}{x^3+9x^2+23x+15} \right.$$

$$35) \frac{154x^2+20x-184}{24x^3-22x^2-41x+30} \left| \frac{4a^2x+2ax-6x-a^2-8a-7}{x(a^2-1)} \right.$$

$$36) \frac{a^2-x^2}{a^2+x^2} \left| \frac{x-a-b}{\frac{1}{2}x-a-b} \right.$$

§ 26. Proportionen.

- z. 41 1) $a:b:c=2:3:4$ | $3:5:8$ | $3:11:5$ | $4:6:9$.
 2) $a:b:c=6:8:13$ | $20:14:35$ | $2:7:8$ | $35:15:12$.
 3) $a:b:c:d=2:3:5:7$ | $40:48:18:21$ | $27:120:54:72$ |
 18:21:15:16.

§ 28. Folgerungen aus dem Produktgesetz.

- z. 42 A. I. 1) 17,5 | 9 | 4. 2) 0,12 | $6\frac{2}{3}$ | $9\frac{1}{3}$. 3) 0,27 |
 $\frac{4}{7}$. 4) 225 | 6a. 5) 10. 6) 11,31765 | 6,5. 7) 6 | 3,52.
- z. 43 8) $5,8\bar{.}$. . | 0,6 | a. 9) $\frac{b^2}{a}$. II. 1) 2,5 | 2,88 | $\frac{4}{7}$.
 2) Für $2,8:8,4=x:23,4$ ist $x=7,8$ | $\frac{3}{7}$ | 3,75. 3) 2,5c |
 b. 4) 0,328 m. 5) 12,20 m. 6) $h=3,12$ m. 7) $s=5,4$ m. 8) 1:500. 9) 1:6. 10) 1,48%. 11) Zu $210+216=426$ m Höhe. 12) $h=25,2$ cm. 13) $\frac{1}{2}b:s=4:5$.
 III. 1) $\frac{5}{12}$ | 1,6 | $163\frac{7}{11}$. 2) 0,82 | 0,053 . . 3) $-1\frac{1}{4}$ |
 $8,5$ | 5,1. 4) $3,72$ | $\frac{b(5+2a)}{a(5-a)}$. 5) $4\frac{1}{7}$ | 3 | 0,8. 6) $12\frac{1}{7}$ |
 13. 7) 20 | $\frac{1}{2}a$. 8) -7 . 9) $31\frac{0}{11}$. 10) 2. 11) $\frac{1}{6}$.
 12) 4,9.
- z. 44 B. I. 1) 10 | 6 | 18. 2) 54 | 6a | 6mn. 3) 4,2 |
 4,5 | 7,2. 4) 34,9 | 4,9np | 30ab. 5) 100 | 7,5 | 3,498.
 6) 8,366 . . | $a\sqrt{3}$ | 0,6a | 14,17. II. 1) 21 . . | 11,18 |
 0,18. 2) 12 und -8 | 91 und -89 .
- z. 45 Anhang zu § 28. 1) 4,535 m. 2) 3,85 M. 3) 9,05%.
 4) 250 M unter dem Durchschnitt.

§ 30. Anwendungen der Proportionslehre.

- z. 47 III. 1) 8,4 kg Zinn; 4,2 kg Blei. 2) 9 cbm Kalk;
 7,5 cbm Sand; 3 cbm Cement. 3) Es erhielt A 203 M;
 B 304,5 M; C 406 M. 4) 3 kg Harz; 0,75 kg Wachs;
 0,75 kg Schlämmeckreide. 5) 62,5 kg Pech; 37,5 kg Harz;
 15 kg englisch Rot; 30 kg Ziegelmehl. 6) 150 kg Asphalt;
 22,5 kg Teer; 60 kg Sand. 7) 25220; 18624; 22116;
 2910 M.

§ 37. Divisionen von Potenzen von gleicher Grundzahl.

- 24) $5a^4 - 7a^5 - 9a^6 \cdot | a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4$. S. 53
 25) $5x^4y^3 + 6x^3y^4$. 28) $m - n \cdot | x + 5 \cdot | 4a - 10y \cdot |$
 $(x - y)(x^2 + y^2)$ oder $x^3 - x^2y + xy^2 - y^3 \cdot | ax^2 - by^2$.
 29) $x^3 + y^3 \cdot | m^2 - mn + n^2 \cdot | 100 + 30a + 9a^2 \cdot | 1 + x^4 +$
 $x^8 \cdot | (x - 2)(x^2 + 4)$ oder $x^3 - 2x^2 + 4x - 8$. 30) $4x^2 -$
 $2xy + y^2 \cdot | (3 - a)(9 + a^2)$ oder $27 - 9a + 3a^2 - a^3 \cdot |$
 $x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4 \cdot | 16x^4 + 8x^3 + 4x^2 +$
 $2x + 1 \cdot | 256 + 64x + 16x^2 + 4x^3 + x^4$.

§ 39.

- IV.** 1) $\frac{1+a}{1-a} \cdot \left| \frac{a^2+1}{a-1} \cdot \left| \frac{3(1+2ab)}{2(2+3ab)} \right| a^2 \right| a$. S. 55
 2) $\frac{x(x^2+x+1)}{x-1} \cdot \left| \frac{1}{a^2} \right.$ 4) rechts $\frac{a^{n-2}(a^2-a+1)}{a(1-a+a^2)} = a^{n-3}$.
 5) rechts $\frac{x+y}{2}$. 6) $\frac{a^2+b^2}{a}$. **VI.** 1) Hauptnenner a^2 ,
 also: $\frac{a+1}{a^2} \cdot \left| \frac{x^2-1}{x^4} \right|$ Hauptnenner a^4 , also: $\frac{a^2-a+1}{a^4} \cdot \left|$
 Hauptnenner x^6 , also: $\frac{2x^3+3x^2-4x+5}{x^6}$. 2) $\frac{1-x}{x^3} \cdot \left|$
 $\frac{4x^2-1}{x^4} \cdot \left| \frac{2(x+1)}{x^3} \right.$ 5) $\frac{a^2+2ab}{a^2-b^2} \cdot \left| \frac{x^4-x^3y+xy^3+y^4}{xy(x^2-y^2)} \right.$

§ 41. Potenzen mit dem Exponenten Null und mit negativen Exponenten.

- 12) $a^8 \cdot \left| \frac{1}{x^6} \cdot \left| \frac{ax}{b^2y^3} \right. \right.$ 13) $b^2xyz \cdot \left| \frac{b^2x^3}{a^2cz^2} \right.$ 14) $1+x \cdot |$ S. 59
 $x^2-1 \cdot | x^3+x^2$.
 18) $\frac{b^6}{a^2} \cdot \left| \frac{x^6y^3}{a^9b^{12}} \cdot \left| \frac{a^5n^4}{b^2m^3} \right. \right.$ 19) $\frac{b^4}{a^3c^7d^7}$. S. 60

§ 43. Quadratwurzeln.

- z. 61 I. 6) $1\frac{1}{2}$; $2\frac{1}{2}$; $2\frac{2}{3}$; $3\frac{1}{3}$; $3\frac{1}{2}$; $2\frac{1}{3}$; $1\frac{1}{3}$.
 z. 65 II. 28) Seite des reg. Vierecks [vom Radius 1 m] = 1,414 m, des reg. Achtecks = 0,765. III. Für $x = 21$ ist
 $\sqrt{x-5} = \pm 4$ | Für $x = 1$ ist $\sqrt{\frac{2x+2}{3x-2}} = \pm 2$.

§ 44. Kubikwurzeln.

- z. 66 6) Zwischen 0,1 und 0,2 | zw. 0,3 und 0,4 | zw. 0,8 und 0,9 | zw. 0,7 und 0,8 | desgl. | zw. 0,5 und 0,6 | zw. 0,9 und 1,0.

§ 45. Radizieren und Potenzieren mit gleichen Exponenten.

- z. 70 9) $4x - 4$ | $9x + 36$ | $4a^2 - 4a^3$ | $50x^3 + 75x^2$.
 10) $24a^4$ | 5 | x | $15x$. 11) 110 | 2a. 12) 4 | $5x - 16$
 13) 0.

§ 46. Reihenfolge des Potenzierens und Radizierens.

- 2) links $\sqrt[4]{4^8} = (\sqrt{4})^8 = 2^8 = 8$ | $\sqrt[5]{32^8} = (\sqrt[5]{32})^8 = 2^8 = 8$. 2) rechts $(\sqrt[4]{9})^2 = \sqrt[4]{9^2} = \sqrt[4]{81} = 3$. 4) links $\sqrt[3]{729^2} = (\sqrt[3]{729})^2 = 9^2 = 81$. 4) rechts $(\sqrt[3]{10})^6 = \sqrt[3]{10^6} = 10^2 = 100$.

§ 48. Erweitern und Kürzen von Wurzeln.

- z. 72 4) links $\sqrt{a} = \sqrt[6]{a^3}$ | $\sqrt[3]{5} = \sqrt[6]{5^2} = \sqrt[6]{25}$. 7) links $\sqrt[6]{a^8}$ und $\sqrt[6]{a^2}$ | $\sqrt[4]{x^6}$ und $\sqrt[4]{x^3}$. 10) $\sqrt{a^2}$ | $\sqrt{x^2}$ | $\sqrt{x^4}$ | $\sqrt{a^6}$ | $\sqrt{4}$ | $\sqrt{25}$ | $\sqrt{\frac{1}{4}}$ | $\sqrt{\frac{4}{9}}$ | $\sqrt{25x^2}$ | $\sqrt{4a^2b^2}$ | $\sqrt{4x^4y^2}$ | $\sqrt{9a^4b^{10}}$ | $\sqrt{4a^2 \cdot 9b^2}$ | $\sqrt{9x^6y^4 \cdot 100a^{10}b^8}$. 11) $\sqrt{a^2}$ und \sqrt{a} | $\sqrt{4}$ und $\sqrt{2}$ | $\sqrt{3a}$ und $\sqrt{a^4b^2}$.

§ 54. Das Rechnen mit Wurzeln.

- I. 9)** $3\sqrt{2} \mid 5\sqrt{2}$. **10)** $5\sqrt{2} \mid 3\sqrt{3} \mid 2\sqrt{3} \mid$ §. 80
 $(\sqrt{10} - 1)\sqrt{10}$. **11)** $3\sqrt{5} \mid (1 + \sqrt{14})\sqrt{7} \mid 6\sqrt{2} \mid \sqrt{6}$.
12) $5\sqrt{2} \mid 11\sqrt{2} \mid \sqrt{3} \mid \sqrt{5}$. **13)** $2\sqrt{2} \mid 2\sqrt{3}$.
14) $2\sqrt{5} \mid 0$. **15)** $2\sqrt{2} \mid 8\sqrt{5}$. **16)** $20\sqrt{2} \mid -10\sqrt{2}$.
17) $\sqrt{2} \mid 2\sqrt{5}$. **18)** $\sqrt{2} \mid 6\sqrt[3]{2}$. **19)** $2\sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{25} - 1) \mid$
 $-\sqrt[3]{2}$. **20)** $(m - n)\sqrt{p} \mid (m + 1)\sqrt{x}$. **22)** $4(m + n)$
 $\sqrt{x} \mid (m - 1)(\sqrt{x} - \sqrt{y})$. **24)** rechts: $(1 + \sqrt{a})\sqrt{ax}$.
25) $(1 + \sqrt{b} + \sqrt{c})\sqrt{a} \mid (1 + \sqrt{a} + a)\sqrt{a} \mid (1 -$
 $\sqrt{2} + \sqrt{3})\sqrt{x}$. **26)** $1 - 20\sqrt{x}$. **27)** $(1 + \sqrt[3]{a})\sqrt[3]{a}$.
28) $(a - 1)\sqrt{a} \mid (\sqrt[3]{a^2} + 1 - \sqrt[3]{a})\sqrt[3]{a}$. **29)** \sqrt{x} . §. 81
30) $(1 - \sqrt{a})\sqrt[4]{a} \mid 1 + \sqrt[3]{a^2} + a)\sqrt[3]{a^2}$. **31)** $(\sqrt{5} - 4)$
 \sqrt{m} . **32)** $(1 + a)\sqrt{2a} \mid 4a^2\sqrt{3a} \mid (1 + \sqrt{a} + a)a^2\sqrt{a}$.
33) $x\sqrt{x}(1 + x^2) \mid x^2\sqrt{x}(x + 2\sqrt{x} + 1) \mid (\sqrt[4]{a^3} + \sqrt[4]{a} + 1)$
 $\sqrt[4]{a}$. **34)** $2(x - 2y)\sqrt{x} \mid (2x + 3y^2)\sqrt{y} \mid (a - b)\sqrt{ab}$.
35) $(3 + 5x + 4x^2)x\sqrt{3x} \mid (1 + a)^2 \cdot \sqrt{2a}$. **36)** $(4n +$
 $3a)^2 \cdot \sqrt{3an} \mid \sqrt[3]{a^2} \cdot (1 - \sqrt[6]{a})$. **37)** $(1 + \sqrt{b})\sqrt{\frac{a}{n}} \mid (x -$
 $y\sqrt{2})\sqrt{\frac{x}{y}} \mid \frac{1}{y}\sqrt{\frac{xz}{y}}(x + \sqrt{xz} - z\sqrt{z})$.

§ 55. Multiplikation und Division gleich hoher Wurzeln.

- 13)** $\frac{ax}{2y} \mid \frac{4ax^2}{3m} \mid 2n^2x$. **14)** $a^7b^6x^6 \mid a^4b^3 \mid b^3c^3$. §. 82
15) $x^n \cdot y^{n+1} \mid x^8y^7$. **16)** $\frac{a^3b^3c^3}{x^2y^3z^4} \mid \frac{3}{2}ab$. **17)** $\frac{x^7}{a^8} \mid \sqrt{\frac{b^8y^5}{a^3x^7}}$.
18) $a\sqrt{a} = \sqrt{a^2}\sqrt{a} = \sqrt{a^3}$ u. f. w. **19)** $5\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{25}\sqrt[3]{3} =$
 $\sqrt[3]{75}$ u. f. w.

84) 62) $x - y = (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})$. 63) $a^2 - 3 = (a + \sqrt{3})(a - \sqrt{3})$ | $a - 9 = (\sqrt{a} + 3)(\sqrt{a} - 3)$ u. f. w.

85) 74) $2y$. 78) $3 + 2\sqrt{2}$ | $a^2 + 2a\sqrt{a} + a$ | $6 - 4\sqrt{2}$ | $12 + 6\sqrt{3}$. 84) $18x + 8x\sqrt{2}$ | $35x + 12x\sqrt{6}$ | $x + \frac{1}{x} + 2$.

85) $\frac{x}{y} - 2 + \frac{y}{x}$ | $0,5$ | $3\frac{2}{3} + 2\sqrt{2}$. 87) rechts $(a + \sqrt{1 - a^2})^2 = a^2 + 2a\sqrt{1 - a^2} + (\sqrt{1 - a^2})^2 = a^2 + 2a\sqrt{1 - a^2} + 1 - a^2 = 2a\sqrt{1 - a^2} + 1$ | $(\sqrt{x + y} + \sqrt{x - y})^2 = x + y + 2\sqrt{(x + y)(x - y)} + x - y = 2x + 2\sqrt{x^2 - y^2}$. 88) $2x - 2\sqrt{x^2 - 1}$ | $2x - 2 + 2\sqrt{x^2 - 2x - 15}$.

§ 56. Multiplikation und Division verschieden hoher Wurzeln.

87) I. 1) $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{y} = \sqrt[6]{x^3} \sqrt[6]{y^2} = \sqrt[6]{x^3 y^2}$. 3) $\sqrt{a} \sqrt[3]{a} = \sqrt[6]{a^3} \sqrt[6]{a^2} = \sqrt[6]{a^5}$. 4) rechts $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[6]{2^3} \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{2^5} = \sqrt[6]{32}$. 5) $\sqrt{a} \sqrt[3]{\frac{x}{a}} = \sqrt[6]{a^3} \sqrt[6]{\frac{x^2}{a^2}} = \sqrt[6]{ax^2}$ | $\sqrt{2} \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = \sqrt[6]{2^3} \cdot \frac{1}{\sqrt[6]{2^2}} = \sqrt[6]{2} | \sqrt[6]{6}$.

88) 6) $\sqrt[6]{1\frac{2}{3}} | \sqrt{0,2} \cdot \sqrt[3]{0,5} = \sqrt[6]{0,008 \cdot 0,25} = \sqrt[6]{0,002}$ | $\sqrt[12]{\frac{x}{2}} | \sqrt[6]{a^7 b^5}$. 7) $\sqrt[6]{\frac{2a^7 n}{x}} | \sqrt[12]{a^{13}} = a^{\frac{12}{12}} \sqrt[12]{a} | \sqrt[12]{x^{19}} = x^{\frac{12}{12}} \sqrt[12]{x^7}$ | $\sqrt[12]{2^6 \cdot 5^4 \cdot 3^3} = \sqrt[12]{1080000}$. 8) $\sqrt[6]{a^{19} b^5} | \sqrt[6]{a^7 x^2} | 12a^2 x \sqrt[6]{\frac{a}{x}}$.

9) $\sqrt[6]{\frac{x^3}{y^2}} | \sqrt[6]{\frac{x^4}{y^3}} | \sqrt[12]{\frac{x^8}{y^3}} | \sqrt[6]{\frac{x^2}{y^5}} | \sqrt[6]{\frac{a^2}{8}} | \sqrt[6]{\frac{x}{8}} | \sqrt[6]{\frac{x}{9}} | \sqrt[6]{\frac{x^4}{2y^3}}$. 10) rechts $\sqrt[6]{2}$. 11) $\sqrt[4]{3} | 1 | \sqrt[6]{\frac{a^3}{b^5}} | \sqrt[4]{\frac{y}{x}}$

$$\sqrt[6]{\frac{x^7}{3}} \quad 12) \sqrt[12]{x^5} \mid \sqrt[3]{16} \mid \sqrt[6]{\frac{1}{3^2}} \mid \sqrt[12]{4374} \mid \sqrt[12]{\frac{1}{6}} \quad 13) \sqrt[6]{\frac{a}{bx}} \quad \text{S. 88}$$

$$\sqrt{2a^3y^3} \mid \sqrt[3]{\frac{3x^2y}{2ab^2}} : \sqrt[4]{\frac{3y}{2b}} : \sqrt[6]{\frac{9x}{4a^2}} = \sqrt[12]{\frac{24x^6y}{81b^5}}$$

§ 57. Umformung irrationaler Wurzel-
ausdrücke u. f. w.

II. 1) $\frac{1}{a}\sqrt{a} \mid \frac{1}{x}\sqrt{2x} \mid \sqrt[3]{3} \mid \sqrt{2} \mid \sqrt[4]{14} \mid \sqrt[3]{6} \quad \text{S. 89}$

$$\frac{1}{2a}\sqrt{2ax} \mid \frac{1}{3a}\sqrt{6ax} \mid \frac{1}{n}\sqrt{10an} \quad 2) \sqrt{\frac{1}{a^3}} = \sqrt{\frac{a}{a^4}} = \frac{1}{a^2}\sqrt{a} \mid$$

$$\frac{1}{x^3}\sqrt{x} \mid \frac{a}{3x^3}\sqrt{6ax} \text{ u. f. w.} \quad 3) \sqrt[3]{\frac{1}{a}} = \sqrt[3]{\frac{a^2}{a^3}} = \frac{1}{a}\sqrt[3]{a^2} \mid$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\sqrt[3]{4} \mid \sqrt[3]{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}\sqrt[3]{18} \mid \frac{1}{a}\sqrt[3]{am} \mid \frac{1}{2x}\sqrt[3]{6m^2x^2} \text{ u. f. w.}$$

III a) 1) $\sqrt[3]{3} \mid \sqrt[3]{5} \mid \frac{1}{x}\sqrt{x} \mid \frac{2}{x}\sqrt{x} \mid \frac{a}{2}\sqrt{2} \quad \text{S. 90}$

$$\sqrt[3]{3} \mid 4\sqrt{5} \mid x\sqrt{2} \mid x\sqrt{n} \quad 2) \sqrt{a} \mid \sqrt{2} \mid \sqrt{10} \mid x\sqrt{3} \mid$$

$$3\sqrt{x} \mid 5\sqrt{5x} \mid a\sqrt{a} \mid 2a\sqrt{2a} \quad 3) \frac{1}{2}\sqrt{6a} \mid \frac{5x^2\sqrt{15a}}{a} \text{ u. f. w.}$$

$$4) \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{x}} = \frac{1}{x}\sqrt{ax} \mid \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2x} \mid \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x}} = \frac{1}{x}\sqrt{2x} \quad 7) \frac{n + \sqrt{a}}{\sqrt{x}} =$$

$$\frac{n\sqrt{x} + \sqrt{ax}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} = \frac{1}{x}(n\sqrt{x} + \sqrt{ax}) \mid \frac{1}{2}(\sqrt{2} + \sqrt{6}) \text{ u. f. w.}$$

b) 1) $\frac{5}{2 + \sqrt{3}} = \frac{5(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = \frac{10 - 5\sqrt{3}}{4 - 3} = \text{S. 91}$

$$10 - 5\sqrt{3} \mid \frac{15 + 3\sqrt{2}}{23} \mid 2 + \sqrt{2} \mid 3 - \frac{3}{2}\sqrt{2} \mid \text{letzte Auf-}$$

gabe rechts: $\frac{4}{2\sqrt{2} - 3} = -12 - 8\sqrt{2} \quad 2) \frac{(3 + \sqrt{2})\sqrt{3}}{7} \mid$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 2} = 5 + 2\sqrt{5} \mid 6\sqrt{3} + 4\sqrt{2} \mid -3 - 2\sqrt{2} \mid 7 +$$

- 91) $4\sqrt{3}$. 3) $8 - 2\sqrt{5} - 4\sqrt{3} + \sqrt{15} \mid 9\sqrt{3} - 6 + 6\sqrt{6} - 4\sqrt{2} \mid \frac{21 + 4\sqrt{5}}{19} \mid \frac{15\sqrt{15} + 75 + 9\sqrt{5} + 15\sqrt{3}}{66}$.
 4) $\frac{m(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b} \mid \sqrt{3} - \sqrt{2}$. 5) $\sqrt{10} - 3 \mid \frac{x + \sqrt{xy}}{x - y} \mid$
 $-(1 + \frac{1}{3}\sqrt{15})$. 6) $\sqrt{3} \mid \frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{x - y} \mid 4 + \sqrt{15} \mid 3 + \sqrt{15} + \sqrt{10} + \sqrt{6} \mid \frac{24 - 18\sqrt{3} + 4\sqrt{6} - 9\sqrt{2}}{15}$.
 7) $\frac{3a\sqrt{a} - b\sqrt{6a} + a\sqrt{6b} - 2b\sqrt{b}}{3a - 2b} \mid \sqrt{35}$. u. f. m.

§§ 64–69. Gleichungen ersten Grades mit einer Unbekannten.

§ 64.

- 109) 1) $4 \mid 8 \mid -15 \mid 9$. 2) $0 \mid 169 \mid -16$. 3) $-1467 \mid -37417$. 4) $4 \mid 24 \mid 16 \mid 38$. 5) $-12 \mid 3 \mid 5$.
 6) $-26 \mid 22 \mid 78$. 7) $0 \mid -1 \mid 1$. 8) $2 \mid 11 \mid 1$.
 110) 9) $-39,6 \mid 0,9 \mid 1,5$. 10) $-192,6 \mid -0,3$.
 11) $-12,11 \mid 210,12 \mid \frac{1}{8}$. 12) $1\frac{1}{3} \mid \frac{2}{15} \mid -\frac{7}{12} \mid \frac{13}{4}$.
 13) $-1\frac{1}{12} \mid 1\frac{7}{12} \mid -2\frac{1}{4}$. 14) $\frac{2}{3} \mid -7\frac{1}{4} \mid 5,1$. 15) $40 \mid 146,69$. 16) $\frac{n}{3} \mid \frac{p}{b} \mid 3 \mid 7 \mid \frac{1}{3}$. 17) $-3 \mid 6 \mid -\frac{1}{3} \mid 0$.
 18) $7 \mid -70 \mid -0,3$. 19) $-2 \mid 405 \mid \frac{3}{8} \mid \frac{2}{11}$. 20) $\frac{2}{7} \mid 2\frac{2}{3} \mid -3\frac{1}{8} \mid -2\frac{1}{2}$. 21) $\frac{a+b}{3} \mid \frac{a}{n} - 1 \mid \frac{a}{5} + 1 \mid a - 1$.
 22) $2 \mid a + 2b \mid \frac{5}{a-b}$. 23) $\frac{b+n}{2} \mid m+n$. 24) $\frac{a+b}{2} \mid \frac{a}{2} + b$. 25) $\frac{1}{a+2b} \mid \frac{a}{1+a} \mid 2a+b$. 26) $3 \mid 1\frac{1}{2}$.
 27) $2 \mid 2$. 28) $2n - 4 \mid -\frac{1}{3}$. 29) $3n \mid 15 \mid 14 \mid 75 \mid 95 \mid 0$. 30) $0,6 \mid 0,05 \mid 6 \mid 2 \mid 0,1$. 31) $6a \mid n \mid 2a \mid \frac{1}{2}n$.

- 32) $-0,28 \mid 5a^2 \mid 0,1n^2$. 33) $\frac{3}{a} \mid 2 \mid 2 \mid \frac{1}{2} \mid 5$. 34) $2a \mid \text{Z. 110}$
 $\frac{2}{3} \mid \frac{9}{a} \mid \frac{2}{5a}$. 35) $\frac{1}{n} \mid 6 \mid 12 \mid 3\frac{1}{3} \mid 1\frac{1}{15}$. 36) $-20a \mid$
 $\frac{1}{2} \mid 6\frac{2}{3} \mid 16$.
 37) $40 \mid 1\frac{1}{2} \mid 1\frac{2}{3} \mid 2\frac{1}{12}$. 38) $0,9 \mid 0,6 \mid \frac{bc}{a} \mid 2\frac{3}{11} \mid \frac{1}{2a}$. **Z. 111**
 39) $0,1 \mid \frac{a}{3n} \mid \frac{1}{5} \mid \frac{13}{27}$. 40) $am + bm \mid \frac{1}{2} + \frac{1}{n} \mid 1$.
 41) $\frac{1}{2} \mid \frac{1}{a-b} \mid 1 - \frac{b}{a}$. 42) $a - b \mid ac + bc \mid n^2 + n$.

§ 65.

- 1) $\frac{bn}{a} \mid 7\frac{1}{2} \mid 3\frac{1}{2} \mid 3\frac{3}{4}$. 2) $\frac{3c}{b} \mid \frac{12a}{7} \mid 30$. 3) $3\frac{3}{5}$
 4) $\frac{3a}{a+1} \mid \frac{28}{n-3}$. 4) $\frac{5}{3}(a-1) \mid \frac{a}{2}(n-2) \mid 0,04a + 1$.
 5) $\frac{2(a-b)}{a+b} \mid a+1 \mid \frac{3}{a-2}$. 6) $\frac{a}{bn} \mid \frac{5}{6} \mid \frac{2}{5} \mid 1$. 7) $\frac{b}{3c} \mid$
 $\frac{7a}{12} \mid \frac{1}{30}$. 8) $\frac{35}{68} \mid \frac{n}{4} \mid \frac{a+1}{3an} \mid \frac{1}{2}$. 9) $\frac{3n}{5(a-b)} \mid$ für
 $\frac{8a}{(n-1)x} = 4a$ ift $x = \frac{2}{n-1} \mid \frac{a}{4a+2}$. 10) $1\frac{1}{2} \mid \frac{2}{5}$.
 11) $\frac{2a}{(a+b)^2} \mid \frac{2}{a-b}$. 12) $\frac{10(n-1)}{3}$. 13) $\frac{c-b}{a}$.
 14) $\frac{9}{a} \mid 1 \mid 1$. 15) $1\frac{1}{4} \mid 2\frac{2}{3} \mid 5$. 16) $1 \mid -4$ **Z. 112**
 $-\frac{5}{7}$. 17) $\frac{1}{40} \mid 0,9 \mid 7\frac{3}{8}$. 18) $1 \mid 0,5 \mid a$. 19) $\frac{7}{36} \mid \frac{1}{6} a \mid$
 $3\frac{5}{12}$. 20) $2 \mid \frac{12n}{p}$. 21) $1 \mid a$. 22) $\frac{a-b}{a} \mid -3,4a \mid$
 $2a - b$. 23) $1 \mid 2$. 24) $1 \mid 1$. 25) $3 \mid 2\frac{1}{4}$. 26) $2ab \mid$
 $\frac{a}{2b} \mid 2$. 27) 25 . 28) $96 \mid \frac{1}{2} \mid 18$. 29) $a^2 \mid 12a \mid 45a$.

- 30) $2 \mid 0 \mid 1$. 31) $1 \mid \frac{1}{3b} \mid 1$. 32) $\frac{1}{4} \mid \frac{2}{3} \mid$ für $\frac{a}{nx} -$
 $2a = a$ ift $x = \frac{1}{3n}$. 33) $\frac{b}{3n} \mid 20 \mid 1,1$. 34) $\frac{a+b}{3a} \mid 1 - \frac{1}{a}$.
 35) $a^2 - 1 \mid \frac{7a-7}{3} \mid \frac{a}{2} (n-2)$. 36) $\frac{7}{18} \mid \frac{a+1}{3an}$.
 37) $\frac{1}{a-b} \mid \frac{1}{n+1}$.
- 38) $\frac{bc-a}{n} \mid 5 \mid 26 \mid -12$. 39) $11 \mid a(n+1)$.
 40) $n(n-1) \mid -16 \mid -6,5 \mid 13$. 41) $-16,4 \mid$
 $\frac{b}{2}(a+1) \mid 35$. 42) $\frac{10a}{9} \mid 27\frac{2}{3} \mid 3b-2$. 43) $-37 \mid 42$.
 44) $3,5 \mid -17$. 45) $-2a^2 \mid 3a+1 \mid 12-7n$. 46) $1\frac{1}{3}a \mid$
 $6 - \frac{1}{3}a^2 \mid a+1$. 47) $\frac{3}{4}n \mid -\frac{1}{6}a$. 48) $a+3,5 \mid b$.
 49) $-\frac{n}{17} \mid n-1,5$. 50) $\frac{b}{n} - a$. 51) $0,5 \mid \frac{p-a}{p} \mid n - \frac{2}{3}$.
 52) $6,4 \mid 1,8 \mid -1$. 53) $11,5 \mid 0,2 \mid 0,5$. 55) $1\frac{1}{3} \mid -1\frac{1}{3}$.
 56) $\frac{2m-5}{2n} \mid \frac{a+b}{a} \mid 4+p$. 57) $0 \mid 3-0,5a$.
- 58) $-2 \mid 6a$. 59) $1,5a \mid \frac{2}{3}$. 60) $-26,8 \mid \frac{7}{102}$.
 61) $1,25 \mid \frac{3b}{n}$. 62) $-\frac{5}{6} \mid 4\frac{2}{3} \mid -2$. 63) $-2\frac{1}{3} \mid 6$.
 64) $a:b \mid 9\frac{2}{3}$. 65) $14\frac{1}{2} \mid -2a$. 66) $bc:a \mid 2b-a$.
 67) -6 . 68) $\frac{d-b}{a-c}$. 69) 2 . 70) $2 \mid 2b$. 71) $0,5 \mid$
 $-\frac{2}{n}$. 72) $4 \mid 2$. 73) $2 \mid 3\frac{2}{3}$. 74) $2a \mid \frac{a-1}{1-m} \mid \frac{a}{a-1}$.
 75) $\frac{b}{a+c} \mid \frac{1}{1-a} \mid \frac{1}{a-1}$. 76) $1 \mid 0 \mid \frac{1}{a+b-1}$.
 77) $-\frac{2}{243} \mid \frac{4}{a-b}$. 78) 2 . 79) -16 . 80) $\frac{3}{4} \mid -1,5$.
 81) $6,5$. 82) $-0,25$. 83) $0,5$. 84) $13 \mid 13$. 85) $-9\frac{2}{3} \mid$

$$-5\frac{3}{8}. \quad 86) \frac{2ab}{a-b} \left| 0,2. \quad 87) ab \left| \frac{n}{n-1}. \quad 88) 32\frac{3}{8}. \quad \text{©. 114}$$

89) 7.

$$90) 3. \quad 91) 2b + 1\frac{3}{8}a. \quad 92) 3a - 2b. \quad 93) 8. \quad \text{©. 115}$$

$$94) a + b. \quad 95) \frac{a^2 + 2ab}{b}. \quad 96) -1,4. \quad 97) -8a - 1.$$

$$98) 4,5 \mid 0,25. \quad 99) 4. \quad 100) \frac{b+a}{b-a} \left| a. \quad 101) -2b.$$

$$102) a - b. \quad 103) 15,25. \quad 104) 1,5(a - b). \quad 105) 1.$$

$$106) 2. \quad 107) -\frac{2}{3}a. \quad 108) 5. \quad 109) 3 \mid 0,5a. \quad 110) 0,5 \mid$$

$$1. \quad 111) 3,5. \quad 112) -\frac{1}{7}. \quad 113) \frac{9}{22}. \quad 114) 0. \quad 115) 10.$$

$$116) 1. \quad 117) 5 \mid 7. \quad 118) 2 \mid 4. \quad 119) -9. \quad 120) 1.$$

$$121) 11. \quad 122) 7. \quad 123) 0,1. \quad 124) 1.$$

$$125) 7. \quad 126) 1. \quad 127) 1. \quad 128) 0. \quad 129) 5. \quad \text{©. 116}$$

$$130) 6. \quad 131) \text{Für } (x-5)(x-11) - (x-2)(x-9) - (x-1)(x-10) + (x-3)(x-7) = 0 \text{ ist } x = 12.$$

§ 66.

$$2) \frac{a}{b}. \quad 3) c - ab \mid 2 \left| \frac{5}{3+n} \right| \frac{2a}{9a-6b}. \quad 4) 7 \mid n^2 \left| \frac{a}{3b}.$$

$$5) 0,3 \mid -1 \mid 4,5. \quad 6) 7 \mid 1\frac{1}{6} \mid \frac{1}{3}. \quad 7) 1 \mid 2 \mid -1\frac{1}{3}.$$

$$8) 2\frac{2}{11} \left| \frac{2}{n} - 1 \mid \frac{5}{8}a + 1. \quad 9) -\frac{a}{3} \left| \frac{a+b}{n-d} + c \right| \quad \text{©. 117}$$

$$\frac{98+4a}{a+8}. \quad 10) \frac{1}{3} \mid 1\frac{5}{4} \mid \frac{1}{2}(a+1). \quad 11) \frac{11a+2}{9a} \left| \frac{a-b}{2a-b} \right|$$

$$\frac{\left| 2 \right.}{m-3}. \quad 12) 2 \mid 1\frac{1}{4}. \quad 13) -9 \mid -2. \quad 14) \frac{1+6a}{4a} \left| 1.$$

$$15) b - a \mid b. \quad 16) 2 \mid 4. \quad 17) 24 \left| \frac{abc}{b-a}. \quad 18) 36n \mid$$

$$\frac{am - bn}{cmn}. \quad 19) 24 \mid 5\frac{1}{4} \mid 60. \quad 20) 20 \mid 42 \mid 30. \quad 21) 48 \mid$$

$$100 \mid 1\frac{2}{3}. \quad 22) 10\frac{5}{12} \mid 5\frac{5}{8} \mid 5\frac{1}{3}. \quad 23) 0,04 \left| \frac{a}{2} - \frac{b}{4} \right| 0,05.$$

☉. 117 24) Für $\frac{0,2}{3x} - \frac{0,5}{4x} = 7$ ist $x = -\frac{1}{120} \mid -2\frac{9}{13} \mid 16\frac{2}{3}$.

☉. 118 25) $60 \mid \frac{1}{6} \mid \frac{a}{20}$ 26) $\frac{a-2b}{2a-2b} \mid \frac{1}{2}b - a$ 27) $-\frac{a}{15} \mid$

$\frac{a^2+b^2}{a+b} \mid 1\frac{2}{3}$ 28) $12\frac{2}{3} \mid -\frac{1}{8}$ 29) $\frac{a^2+b^2}{2ab} \mid -\frac{5}{7}$.

30) $-3b \mid \frac{1}{12}a$ 31) $1,5 \mid 1,5 \mid 21$ 32) $\frac{2}{a^2+b^2} \mid 4 \mid 1\frac{5}{7}$.

33) $\frac{1}{ab+ac+bc} \mid 42$ 34) $\frac{a(5a-2b)}{a-b} \mid 8\frac{3}{4}$ 35) $\frac{1}{b^2-a^2} \mid$

$-(b+a)$ 36) $2\frac{2}{11} \mid 6$ 37) $\frac{5}{12} \mid -14\frac{1}{2}$ 38) $-3 \mid$

$4\frac{8}{9}$ 39) 50 40) $1\frac{2}{3}\frac{7}{10} \mid \frac{1}{12}n$ 41) $7\frac{1}{3}$ 42) $-4\frac{4}{11}$ 43) $\frac{3}{8}$ 44) 1 45) $\frac{2}{3}\frac{1}{3}$.

☉. 119 46) $1\frac{2}{9}$ 47) 5 48) Für $\frac{2}{7}(x-6) - 2(2x-9) = \frac{3}{8}$
($9x-4$) ist $x = \frac{396}{297} = 2,5088$ 49) 3 50) $3\frac{4}{7} \mid 2,6$.

51) $16 \mid 5$ 52) $b-a \mid 2\frac{1}{3} \mid \frac{a-b}{2+a-b}$ 53) $\frac{2m}{m-3} \mid$

$\frac{a(a+b)}{ab+a+b} \mid 1$ 54) $-(a+b) \mid \frac{2m-2}{3m-1} \mid \frac{1}{3}$ 55) $-13 \mid$

$-0,6$ 56) $-5 \mid 40$ 57) $\frac{52}{108} = 0,49524 \mid 1\frac{9}{15} = 1,4737$.

58) $3\frac{1}{4} \mid 1,2$ 59) $\frac{5}{11} \mid 2$ 60) $-6 \mid 8 \mid 17,4$ 61) $1\frac{5}{7} \mid 8$.

62) $\frac{a+b}{a-b} \mid 2$ 63) 5 64) 13 65) $4,9$ 66) $-\frac{1}{7}n$.

67) $2\frac{1}{3}$ 68) 1 69) 3 70) 1 71) $\frac{a}{a+1}$ 72) 1 .

☉. 120 73) $\frac{1}{3} \mid \frac{1}{2} \mid \frac{a(a-2b-2c)}{b+c-a}$ 74) a 75) $\frac{2}{3} \mid 6$.

76) $1\frac{2}{3} \mid 4\frac{1}{2}$ 77) $\frac{a^2+b^2+abc}{a+b} \mid -12\frac{2}{3}$ 78) $a+b \mid \frac{3ab}{a+b}$.

79) $1 \mid 9$ 80) $5 \mid 3$ 81) $\frac{b(a-c-ac)}{a^2+c^2} \mid \frac{abc+b^3-ac^2}{ab-bc}$.

82) $\frac{n+1}{2n} \mid$ Für $\frac{ac-bx}{b} - \frac{bc-ax}{a} = cx$ ist $x = \frac{a^2-b^2}{ab}$.

$$83) \frac{a^2bc^2 + ab + c^2}{a^2 - bc} \left| \frac{ab^2 - bc^2 - a^2c}{a^2b - b^2c} \right. \quad 84) 276,5 \left| -\frac{5}{8}. \quad \text{§. 120}$$

$$85) 18 \left| 2\frac{1}{3}. \quad 86) 4\frac{1}{6} \left| 6. \quad 87) 1. \quad 88) 1,4. \quad 89) 8.$$

$$90) \frac{2abc}{ab - bc - ac}. \quad 91) 0.$$

$$92) b. \quad 93) \frac{a + b + c}{a^2 + b^2 + c^2} \left| 1\frac{3}{4}. \quad 94) 9 \left| \frac{19}{20}. \quad 95) \frac{2ab}{a + b}. \quad \text{§. 121}$$

$$96) abc. \quad 97) 3,5. \quad 98) \frac{10}{11}. \quad 99) 2. \quad 100) 5. \quad 101) -1.$$

$$102) 24. \quad 103) 26. \quad 104) 14. \quad 105) 5. \quad 106) 2\frac{1}{3}. \quad 107) 5,36.$$

$$108) 8. \quad 109) \frac{a^4 - ab^3 + bc^3}{b^2c - a^2b - abc}. \quad 110) \frac{6m}{m + 5}. \quad 111) -23.$$

$$112) -4. \quad 113) 4. \quad 114) 5. \quad 115) \frac{ab^3 - ac^3 - bc^3 - a^2bc}{a(b - c)}. \quad \text{§. 122}$$

$$116) c. \quad 117) \frac{a^2 + ab + b^2}{a^2 - ab + b^2}. \quad 118) -\frac{65a + 56}{126a + 112}.$$

$$119) \frac{8m + 25}{m(2m + 5)}. \quad 120) \frac{1}{12abc}. \quad 121) 20. \quad 122) \frac{3}{2}.$$

$$122a) 13. \quad 122b) 13. \quad 122c) 11. \quad 123) 14. \quad 124) -49.$$

$$125) -3.$$

$$126) 2. \quad 127) 1. \quad 128) 147. \quad 129) -0,24. \quad 130) 3. \quad \text{§. 123}$$

$$131) 23. \quad 132) 3,08. \quad 133) 3\frac{3}{151} = 3,218543. \quad 134) \text{Für}$$

$$\frac{5x - 0,2}{0,3} - \frac{2x - 0,1}{0,2} = \frac{5x - 0,3}{0,4} \text{ für } x = 0,1. \quad 135) 17.$$

$$136) 3,3. \quad 137) -\frac{5}{18} \left| 3a - 3b. \quad 138) \frac{1}{3} \left| -\frac{5}{8}. \quad 139) 7.$$

$$140) \frac{ab}{c^2} \left| 1,8. \quad 141) -0,5 \left| \frac{6}{7}. \quad 142) -1\frac{3}{7} \left| -\frac{7}{8}. \quad 143) 1,2a \left|$$

$$4. \quad 144) a - b \left| 5. \quad 145) 9,5 \left| 5.$$

$$146) 3 \left| 5. \quad 147) 100 \left| 2. \quad 148) -n \left| 24. \quad 149) 1 \left| -1. \quad \text{§. 124}$$

$$150) 0,5 \left| 10. \quad 151) 22. \quad 152) 33. \quad 153) 9. \quad 154) -0,625.$$

$$155) 5. \quad 156) 1,75. \quad 156a) 7. \quad 156b) 3. \quad 157) 10. \quad 158) 22.$$

$$159) 3. \quad 160) 4. \quad 161) 2\frac{5}{8}.$$

$$162) 9. \quad 163) 33. \quad 164) \text{Für } \frac{18}{19 - 4x} + \frac{5}{2x + 3} + \text{§. 125}$$

- 125) $\frac{2}{x+6} = 0$ iſt $x = -3\frac{2}{3}$. 165) — 5. 166) 0,2. 167) 8.
 168) 2. 169) 5. 170) 1. 171) 7. 172) $1\frac{3}{5}$. 173) 12.
 174) 4. 175) $(12a^2 - 86a + 80) : (a + 32)$. 176) $\text{Für } \frac{x-a}{b+x}$
 $-\frac{x-b}{a} = \frac{ab+b^2}{ab+ax} - 1$ iſt $x = a$. 178) 4a. 179) $a^2 - b^2$.
 180) $2a + 2b$.
 126) 181) — 5. 182) — 1. 182a) 5. 182b) 9. 182c) $\frac{1}{2}(a+b)$.
 183) $ab + bc + ca$. 184) 5. 185) 1,5. 186) $\text{Für } \frac{5-3x}{7-3x}$
 $-\frac{4-3x}{8-3x} = 1 - \frac{1-3x}{3-3x}$ iſt $x = 2\frac{1}{3}$. 187) 7. 188) 1.
 188a) $\frac{1}{3}$. 189) 9. 190) 5. 191) 7. 192) 11.
 127) 193) $\text{Für } \frac{5}{x-13} - \frac{2}{x-14} - \frac{5}{x-11} = \frac{2}{9-x}$ iſt
 $x = 17$. 194) 19. 195) 7. 196) 4. 197) $\text{Für } \frac{15}{x+2} - \frac{11}{x-14}$
 $= \frac{13}{x+10} - \frac{9}{x-6}$ iſt $x = 3$. 198) 10. 199) 2,125 (und 0).
 200) $\text{Für } \frac{7x+8}{2x+4} - \frac{x-1}{6x+2} - \frac{5(2x+1)}{3x+1} = 0$ iſt $x =$
 $-0,5$. 201) $3 - \frac{2(a^2+b^2)}{ab}$. 202) 1 (und 0). 203) 10.
 204) 10. 205) 0. 206) 11. 207) 4. 208) 3. 209) — 4.
 210) — 3. 211) 12. 212) — 3.
 128) 213) — 4,5. 214) 4 — a. 215) 3. 216) — $1\frac{1}{6}$.
 217) $a + b + c$. 218) — 0,05. 219) $\frac{ab}{a+b}$.

§ 67.

- 2) 9. 3) 0,04 | 0,25 | $4n^2$ | $4a^2b^2$. 4) $a^2 : b^2$ | a^6 |
 $a^2 - 2a + 1$ | 8. 5) a^6 | $27a^3b^3$ | 18 | 2,5. 6) a | 0,008 |
 a^3 | $4n$. 7) $\text{Für } \sqrt{5x} = 20$ iſt $x = 80$ | 3 | b | $4n$. 8) 2 : b |

$b^2 - a \mid 7$. 9) 25 $\mid 5 \mid a - 2$. 10) 1 \mid Für $\sqrt{(x+a)(x-a)}$ ☉. 128
 $= x - a$ iſt $x = a$. 11) 0 $\mid 1$.

12) 9. 13) 8 $\mid 2,6$. 14) 0,1. 15) $3\frac{1}{7} \mid 1\frac{1}{15}$. ☉. 129
 16) $-\frac{8}{9} \mid 2,25 \mid 0,08$. 17) $\frac{1}{4}\frac{6}{9} \mid \frac{2}{9} \mid n^3$. 18) 5,25 $\mid -\frac{7}{9} \mid$
 5,75. 19) $-\frac{5}{6} \mid \frac{2}{3}a$. 20) 10 $\mid 8$. 21) $-\frac{1}{5}\frac{2}{9}$. 22) $-\frac{9}{40} \mid \frac{7}{8}$.
 23) 2. 24) $-1,25$. 25) $a - b \mid \frac{6}{7}$. 26) 1 $\mid 9$. 27) 4 \mid
 $0,25a^2 \mid 2,25$. 28) 0,4 $\mid 2\frac{1}{9}$. 29) $\frac{1}{3}a^3 \mid 17$. 30) 8 $\mid 3$.
 31) 8 $\mid 1\frac{2}{7}$. 32) 81 $\mid \frac{1}{8}$. 33) 4. 34) 5.

35) -2 . 36) Für $\frac{3}{2\sqrt{x}} - \frac{4}{5\sqrt{x}} + \frac{8}{3\sqrt{x}} = 101$ iſt ☉. 130

$x = \frac{1}{900} \mid -5$. 37) $1\frac{3}{7} \mid 7$. 38) $-127 \mid 1$. 40) 9 \mid
 $(a - b)^n$. 41) 1 $\mid 4a^2 \mid 121$. 42) 8 $\mid 0,25 \mid 2$. 43) 3 \mid
 $4a \mid 1$. 44) $7\frac{3}{8} \mid \frac{a^2 - 1}{a}$. 45) $\frac{5}{6} \mid 4$. 46) 4 $\mid \frac{1}{3} \mid \frac{9}{20}$.

47) 5 $\mid 2$. 48) $8\frac{5}{16} \mid 2\sqrt{3} - 1$. 49) $3 - \sqrt{6} \mid$ Für $\sqrt{3a} =$
 $\sqrt{5a + 2x} - \sqrt{2a}$ iſt $x = a\sqrt{6}$. 50) $1\frac{1}{2} \mid 0,248$. 51) 3.
 52) 33. 53) 1. 54) 1,08. 55) $\frac{1}{2}a(3 - 2\sqrt{2})$. 56) 9.
 57) 72.

58) -35 . 59) $6\frac{1}{4} \mid$ Für $\frac{2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 2}{5\sqrt{x} - 8} = 4$ iſt ☉. 131

$x = 4 \mid 24,5 + 10\sqrt{6}$. 60) 9. 61) $0,25a^2$. 62) 42,25.
 63) $\frac{8}{4}\frac{1}{4}$. 64) 49 $\mid 25$. 65) 225. 66) 9. 67) 0,01.
 68) 4,5 $\mid 81$. 69) 25. 70) 144. 71) $-\frac{8}{9}$. 72) 3.
 73) $9(3 - 2\sqrt{2}) \mid 2\frac{7}{9}(7 - 2\sqrt{10})$. 74) $6 + 4\sqrt{2}$. 75) 9 \mid
 $a - 2\sqrt{a} + 1$. 76) $4(15 - 12\sqrt{3}) \mid \frac{a(a + 2\sqrt{a} + 1)}{a^2 - 2a + 1}$.
 77) $40\frac{5}{8} + 16\frac{1}{3}\sqrt{6} \mid 0,16$. 78) $2(3 + \sqrt{6} - \sqrt{3} - \sqrt{2} \mid$
 $\frac{9}{26450}(762 + 188\sqrt{2} - 39\sqrt{3} + 132\sqrt{6})$. 79) 9 $\mid 4 \mid 4$.
 80) 1 $\mid 64$.

81) 4 $\mid 25$. 82) 36 $\mid 25$. 83) 1 $\mid 2$. 84) 11 $\mid 5$. ☉. 132

85) $6\frac{9}{16} \mid 3$. 86) Für $\sqrt{x + 20} + \sqrt{x - 20} = 2\sqrt{5}$ iſt
 $x = 25$. 87) 17. 88) 1,64. 89) $1\frac{3}{2}$. 90) $1\frac{9}{8}$. 91) $\frac{1}{3}$.

- e. 132 92) 10. 93) 41. 94) $1\frac{1}{3}$. 95) 4. 96) $17\sqrt{2}$ | 4. 97) ± 10 |
 $\pm a$. 98) $1\frac{2}{3}$. 99) 10. 100) 7. 101) 13. 102) 2.
 103) Für $\sqrt{2x+12} = 3\sqrt{1+2x} + \sqrt{8x-15}$ ist $x = 12$.
 104) 7.
 e. 133 105) 8. 106) $-2,05$. 107) 16. 108) 11. 109) 49.
 110) 13. 111) 12. 112) 15. 113) 10. 114) $0,05$. 115) 10.

§ 68.

- I. 1) $\frac{m}{2}$ | 5 | 3 | 2 | 2 | 3. 2) 1 | -2 | -1 | -2 .
 3) -3 | 5 | 3. 4) 2 | -2 | 3. 5) 4 | 2.
 e. 134 II. 1) $\frac{\log a}{\log b}$ | $\frac{\log 5}{\log 3}$ | $\frac{5 \log 3}{\log 5}$ | $\frac{2 \log 17}{3 \log 5}$ | $\frac{\log 3}{\log 0,2 - 2 \log 5}$ |
 $\frac{\log 10}{\log 2 - \log 3}$ | $\frac{8 \cdot \log 10 - \log 4}{2 \log 4 - \log 10}$. 2) $\frac{2 \log c}{\log a + 2 \log b}$ |
 $\frac{5 \log a}{3 \log \pi - \log b}$ | $\frac{\log 425 - \log 380}{\log 1,03}$. 3) $\frac{\frac{8}{15} \log b - \frac{1}{2} \log a}{\frac{1}{3} \log a - \frac{1}{5} \log b}$ |
 $\frac{\log 5 - \log \pi}{\frac{1}{3} \log 3 - \frac{1}{4} \log 5}$.

§ 69.

- e. 135 1) 5. 2) 17 m und 23 m. 3) Die zweite Seite sei xm ,
 so ist $x + 6 + x + x + 19 = 268$, also $x = 81$ m und die
 beiden anderen Seiten 87 m und 100 m.
 e. 136 4) Der Anteil des A sei $x \mathcal{M}$, so ist $x + (x + 12,75) +$
 $(x - 9,25) = 63,5$, woraus $x = 20 \mathcal{M}$; B erhält $32,75 \mathcal{M}$
 und C $10,75 \mathcal{M}$. 5) Vorige Lohnzahlung $x = 243,1 \mathcal{M}$, denn
 $2x + 25,8 = 512$. 6) 512; 1036; 2084 qm; denn wenn
 der erste Platz x qm groß ist, so ist $x + 2x + 12 + 2(2x +$
 $12) + 12 = 3632$. 7) 10; 28; 82 cbm; denn wenn der erste
 Behälter x cbm faßt, so ist $x + 3x - 2 + 3(3x - 2) - 2$
 $= 120$. 8) 111; 53; 18 cbm; denn wenn die dritte Grube
 x cbm enthält, so ist $x + 3x - 1 + 2(3x - 1) + 5 = 182$.
 9) Der Gewinn im ersten Jahre sei $x \mathcal{M}$, dann ist $x + 2x +$

915 — 87 = 10088. Die Gewinne sind 1669 \mathcal{M} ; 4253 \mathcal{M} ; $\text{S. } 136$
 4166 \mathcal{M} . 10) 22,624 m; denn $(25,3 + 31,5) \frac{x}{2} = 642,54$,
 wenn die Tiefe x m beträgt. 11) 7,013 m breit. 12) Ab-
 stand $x = 5,41$ cm; denn $231x + 230 \cdot 5 = 2400$. 13) 981 m;
 1859 m; denn wenn die zweite Strecke x m ist, so ist $x +$
 $2x - 103 = 2840$. 14) 6 m; 12 m; denn $x(x + 6) = (x + 3)$
 $(x + 2)$, wenn die Breite x m beträgt.

15) Quadratseite $x = 60$ m; denn $x^2 = (x + 30) \text{ S. } 137$
 $(x - 20)$. 16) I 20 m; 18 m; denn wenn Platz I die Länge
 x m hat, so ist $x(x - 2) = (x - 5)(x + 4)$. 17) Quadrat-
 seite $x = 27$ m; denn $x^2 + 360 = (x + 6)^2$. 18) Platzfläche
 $x = 20$ qm; denn $\frac{x}{2} = \frac{x}{5} + 6$. 19) 280 l, 112 l, 160 l;
 denn wenn der zweite x l enthält, so ist $2\frac{1}{2}x - x - \frac{1}{4} \cdot 2\frac{1}{2}x$
 $= 8$. 20) 4,20 \mathcal{M} ; 4,00 \mathcal{M} ; denn wenn der Tageslohn
 78,40 \mathcal{M} beträgt und der Zimmermann x \mathcal{M} erhält, so ist
 $12x + 7(x - 20) = 7840$. 21) $11\frac{1}{4}$ Tage; denn wenn A
 x Tage arbeitet, so ist $5x + 3\frac{3}{4}(x - 2) = 90$. 22) Gemein-
 same Arbeitszeit $x = 6\frac{6}{7}$ St.; denn $\frac{x}{16}P + \frac{x}{12}P = P$. 23) Ge-
 meinsame Füllungszeit $x = 8\frac{4}{5}$ St.; denn $\frac{x}{20}B + \frac{x}{15}B = B$.
 24) Gemeinsame Arbeitszeit $x = 3$ Tage; denn $\frac{x}{15}A + \frac{x}{10}$
 $A + \frac{x}{6}A = A$. 25) Gemeinsame Füllungszeit $x = 8\frac{8}{9}$ Std.;

denn $\frac{x}{16}B - \frac{x}{20}B = B$.

$\text{S. } 138$

26) Füllungszeit $x = 72$ Min.; denn $\frac{x}{40}B + \frac{x}{45}B -$
 $\frac{x}{30}B = B$. 27) Arbeitszeit für das letzte Viertel $x = 12$ Std.;

denn $\frac{x}{24} \frac{P}{4} + \frac{x-2}{36} \cdot \frac{P}{4} + \frac{x-6}{27} \cdot \frac{P}{4} = \frac{P}{4}$, und 6 Stdn. ar-
 beiten A, B, C gemeinsam. 28) Nach dem Arbeitsbeginne

28. 138 des A und B ist der Graben in $x = 6\frac{2}{3}$ Tagen fertig; denn

$$\frac{x}{15}G + \frac{x}{20}G + \frac{x-4}{24}G + \frac{x-5}{30}G = G. \quad 29) \text{ In } x = 90$$

Min.; denn $\frac{50x}{3} + \frac{40x}{2} + 30x = 6000. \quad 30) a) x = 3\frac{1}{2}$ Std.;

denn $\frac{x}{10}B + \frac{x}{5}B = B. \quad b) \text{ In } y = 2\frac{2}{3}$ Std.; denn $\frac{4}{10}B +$

$\frac{4}{3y}B = B. \quad 31) \text{ Weglänge } x = 1920 \text{ m; denn Gl. i. B.:}$

„Anzahl der Bäume im ersten = Anzahl der Bäume im

zweiten Falle“ und Gl. i. Z.: $\frac{2}{3}x - 8 = \frac{3}{4}x. \quad 32) \text{ Um}$

$x = 3,158$ Tage; denn $20 \cdot 32 = (20 - x) \cdot 38. \quad 33) \text{ Um}$

$x = 4\frac{6}{11}$ Tage früher; denn $25 \cdot 9 = (25 - x) \cdot 11.$

28. 139 $34) \text{ Kapital } x = 7630 \text{ M; denn } x + \frac{4,5}{100}x = 7691,2.$

$35) 8500 \text{ M und } 6500 \text{ M; denn, wenn das erste Kapital}$

$x \text{ M beträgt, so ist } \frac{4,5x}{100} = \frac{5(15000 - x)}{100} + 57,5. \quad 36) \text{ Das}$

erste Kapital steht zu $x = 4,5\%$, das zweite zu $4,75\%$ aus;

denn $\frac{x}{100} \cdot 3500 + \frac{x + 0,25}{100} \cdot 4600 = 376. \quad 37) \text{ Nach } x =$

$11\frac{2}{3}$ Jahren; denn $\frac{4,5x}{100} \cdot 3500 = \frac{5(x - 3,5)}{100} \cdot 4500. \quad 38) x$

$= 22\frac{2}{3}$ Tage; denn $25 \cdot 18 = 25 \cdot 6 + 18(x - 6). \quad 39) \text{ Das}$

ganze Holz kostet $x = 4000 \text{ M, A zahlt } 1600 \text{ M, B } 1500 \text{ M}$

nach 4 Wochen; denn wenn C mit 2% Rabatt sofort 882 M

zahlt, so ist $\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}x + 882 \cdot \frac{100}{98} = x. \quad 40) x = 14,96\%$;

denn $220 : 1470 = x : 100. \quad 41) x = 42000 \text{ M; denn}$

$x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}(x - \frac{1}{3}x) = 28000. \quad 42) x = 80000 \text{ Ziegel;}$

denn $x - \frac{2,5}{100}x = 78000. \quad 43) x = \text{rund } 1256000 \text{ Ziegel;}$

denn $x - \frac{1,5}{100}x - \frac{3}{100}(x - \frac{1,5}{100}x) = 1200000. \quad 44) \text{ Rech-}$

nung $x = 86,40 \text{ M; denn } \frac{x}{3} + \frac{x}{3} + 1,20 + \frac{x}{4} + 5 \cdot 1,20 = x.$

45) Wasserzusatz $x = 22$ l; Alkoholmenge im ersten z. 140
 Falle = Alkoholmenge im zweiten Falle, also $\frac{80}{100} \cdot 66 =$

$\frac{60}{100} (66 + x)$. 46) Im Verhältnis 21:8; denn hat man
 x l Spiritus von 87% und will man durch y l Wasser-

zusatz Spiritus von 63% herstellen, so ist $\frac{87}{100}x = \frac{63}{100}y$
 $(x + y)$; daraus folgt $x:y = 21:8$. 47) Jährlicher Mietsertrag

$x = 200$ M; denn $x - \frac{4,5}{100}x = \frac{5}{100} \cdot 38200$. 48) Verlust

$x\% = 10\%$; Gewinn 3,5%; denn $\frac{115}{100} \cdot \frac{100 - x}{100} 28000 =$

28980. 49) Für das erste Kapital $x\% = 2\%$; denn

$\frac{6x}{100} \cdot 5000 = \frac{5(x + 1\frac{1}{2})}{100} \cdot 3600$. 50) Preis der Besetzung

$x = 21000$ M; denn $\frac{4,5(x - \frac{1}{3}x)}{100} = 630$. 51) $x = 5,5$ cbm

Mörtel, denn $(1 + 2):2,2 = (2,5 + 5):x$. 52) $x = 20$ cbm

Kalk und 40 cbm Sand; denn $(1 + 2):2,4 = (x + 2x):48$.

53) Vergl. auch § 30. III. $x = 18$ kg Weide, 90 kg Pott-

asche, 270 kg Rießsand; denn $15x + 5x + x = 378$. 54) $x =$

6,75 cbm Kalk, 6,75 cbm Cement, 54 cbm Rieß; denn

$(x + x + 8x) - \frac{1}{3}(x + x + 8x) = 45$.

55) Ziegelmauerwerk $x = 600$ cbm. Denn waren y cbm z. 141

Mörtel nötig, so ist aus $(70 + 140):y = (1 + 2):2,4$ $y =$

168 cbm = 168000 l Mörtel, also ist $x = 168000:280 =$

600 cbm. 56) 148320 Steine, $x = 42000$ l gelöschter Kalk

und 84000 l Sand. Denn $(1 + 2):2,4 = (x + 2x):100800$

(l Mörtel). 57) $x = 252,35$ g Kupfer und 47,65 g Zink;

denn Glsg. i. W.: „Kupfervolumen + Zinkvolumen = Messing-

volumen“ und Glsg. i. Z. (cbcm): $\frac{x}{8,8} + \frac{300 - x}{7,2} = \frac{300}{8,5}$.

58) Legierung spez. Gew. $x = 16,72$, denn $\frac{48,4}{19,3} + \frac{7,2}{8,8} = \frac{55,6}{x}$.

59) $x = 15660$ Sek. = 4 Std. 21 Min., denn Glsg. i. W.:

„Arbeit der beiden ersten + Arbeit der beiden hinzugekommenen

- 141 Arbeiter = der Gesamtarbeit in mkg" und Glöhg. i. 3.:
 $14x + 16(x - 5400) = 3,2 \cdot 120000$ (mkg). 60) Um $x = \frac{1}{3}$ m vom Angriffspunkte der Kraft 800 kg entfernt, denn $800x = 500(2 - x)$. 61) Der zweite Stützpunkt hat 2350 kg zu tragen und liegt um $x = 1\frac{3}{7}$ m vom Angriffspunkte der Last 3850 kg entfernt. 62) Die Stange ist in $x = \frac{3,9}{1,51}$ m Entfernung vom Angriffspunkte der Kraft 800 kg zu unterstützen, denn $800x = 50(3 - x) + 56(1,5 - x)$. 63) Die Last $x = 800$ kg; denn $0,06 \cdot x = 0,6 \cdot 80$. 64) Um $x = 97\frac{7}{8}$ cm; denn $80 \cdot 40 = (80 + x)18$.
- 142 65) Druck auf die Mauerkante $x = 5600$, denn $x \cdot 0,5 = 800 \cdot 3,5$. 66) Langer Arm $x = 23,1$ cm; denn $3 \cdot x = 5,5 \cdot 1^2 \cdot 3,1416 \cdot 4 \cdot 1,003$. 67) Anzahl der Rollen $x = 5$, denn $20 = \frac{640}{2x}$. 68) Last $x = 1500$ kg; denn die pro 1 Sek. zu leistende Arbeit (Hubhöhe mal Last) ist $1,5 \cdot \frac{50}{100}x$ mkg. Die 15pferdige Maschine kann $15 \cdot 75$ mkg pro 1 Sek. leisten, also ist $1,5 \cdot \frac{50}{100}x = 15 \cdot 75$, woraus $x = 1500$ kg. 69) $x = 7560$ l Cement, 15120 l Sand, 30240 l Kies; denn $(36 + 2 \cdot 36 + 4 \cdot 36) : 200 = (x + 2x + 4x) : 42000$. 70) $x = 20$ hl gelöschter Kalk und 40 hl = 4 cbm Sand; denn wenn der Mörtel 48,80 \mathcal{M} kostet, so ist $2,20x + 0,12 \cdot 2x = 48,80$. 71) Rund 1240 l gebr. Kalk. Denn wenn der Bedarf an gelöschtem Kalk x l ist, dann ist $(1 + 2) : (2,4) = (x + 2x) : 5000$, woraus $x = \frac{6250}{3}$ l; der Bedarf an gebr. Kalk ist alsdann $\frac{220x}{370} =$ rund 1240 l. 72) Nach $x = 3$ Monaten. Denn wenn die zweite Zahlungsbedingung der ersten gleichwertig sein soll, so muß folgende Gleichung erfüllt werden: „Zinsen der ganzen Kaufsumme = Summe der Zinsen der Teilzahlungen“ (die Zinsen zu einem für alle Summen gleichen jährlichen Zinsfuße von $p\%$ gerechnet vom Zahltermine der betreffenden Summe bis zu beliebigem festen Zeitpunkte, z. B. bis zum Termine der letzten Teilzahlung). Also:

$$\frac{(6-x)p}{12 \cdot 100} \cdot 40000 = \frac{6p}{12 \cdot 100} 16000 + \frac{2p}{12 \cdot 100} 12000, \text{ wo } \mathfrak{z}. 142$$

raus $x = 3$. 73) Nach 2,44 Monaten oder am 13. Mai;

$$\text{denn } \frac{(4-x)p}{12 \cdot 100} \cdot 10000 = \frac{3p}{12 \cdot 100} 4000 + \frac{1 \cdot p}{12 \cdot 100} 3600.$$

74) Am 1. Juli. Denn 21000 \mathfrak{M} wären nach 3,46 $\mathfrak{z}. 143$ Monaten vom 1. März ab gerechnet. 47,50 \mathfrak{M} sind die Zinsen von 21000 \mathfrak{M} zu 5% in 0,54 Monaten; 21047,50 \mathfrak{M} werden also nach 4 Monaten, d. h. am 1. Juli, gezahlt.

75) Bei $x = 10\%$, denn $30000 + \frac{x}{100} \cdot 30000 = 31000 +$

$$\frac{x}{100} \cdot 15000 + \frac{6x}{12 \cdot 100} \cdot 10000. \text{ Bei niedrigerem Zinsfu\ss} \\ \text{w\ddot{a}re das zweite Angebot f\ddot{u}r den Verk\ddot{a}ufer g\ddot{u}nstiger.}$$

76) Nach $x = 8$ Monaten. Denn $\frac{(x-3)p}{12 \cdot 100} \cdot 6000 =$

$$\frac{(x-5)p}{12 \cdot 100} \cdot 10000. 77) x = 10 \text{ Monate. Denn } \frac{(x-2)p}{12 \cdot 100} \cdot$$

$$2500 + \frac{(x-5)p}{12 \cdot 100} \cdot 3200 = \frac{(x-8)p}{12 \cdot 100} \cdot 18000. 78) x = 16$$

Monate weit, d. h. bis zum 1. Juni des n\ddot{a}chsten Jahres; denn

$$\frac{x \cdot p}{12 \cdot 100} \cdot 8000 + \frac{(x-5)p}{12 \cdot 100} \cdot 6000 + \frac{(x-8)p}{12 \cdot 100} \cdot 4000 =$$

$$\frac{x \cdot p}{12 \cdot 100} \cdot 8000 + \frac{(x-2)p}{12 \cdot 100} 7000. 79) \text{ Nach } x = 11 \text{ Mona-}$$

ten, d. h. am 1. Februar n\ddot{a}chsten Jahres; denn $\frac{xp}{12 \cdot 100} \cdot 7000 +$

$$\frac{(x-2)p}{12 \cdot 100} \cdot 6000 + \frac{(x-4)p}{12 \cdot 100} \cdot 5000 + \frac{(x-6)p}{12 \cdot 100} \cdot 4000 +$$

$$\frac{(x-12)p}{12 \cdot 100} \cdot 6000 = \frac{(x-1)p}{12 \cdot 100} \cdot 10000 + \frac{(x-3)p}{12 \cdot 100} \cdot 6000 +$$

$$\frac{(x-5)p}{12 \cdot 100} 4000 + \frac{(x-7)p}{12 \cdot 100} \cdot 2000. 80) x = 1,2 \text{ hl Cement,}$$

2,4 hl Kalk, 9,6 hl Sand; bei der zweiten Mischung: 1,4 hl Cement, 2,8 hl Kalk, 8,4 hl Sand, d. h. 12,6 hl von diesen Materialien zusammen geben 1 cbm M\ddot{o}rtel (1:2:6).

- e. 144 81) Ursprünglicher Durchmesser $2x = 43,72$ m; denn
 $(x + 0,6)^2\pi = x^2\pi + 83,5$. 82) Der neue Durchmesser $x = 4,55$ cm, denn $x^2\pi = (x + 3)^2\pi - 114$. 83) Ursprünglicher Durchmesser $2x = 283$ cm, denn $(x + 3)^2\pi \cdot 0,2 \cdot 0,9 = x^2\pi \cdot 0,2 \cdot 0,9 + 480$. 84) Kapital $x = 189\,982$ \mathcal{M} , denn
 $\frac{4,5}{100} \cdot \frac{x}{4} + \frac{3,5}{100} \cdot \frac{x}{3} + \frac{4}{100} \cdot \frac{5}{12}x = 7520$. 85) Nach $x = 4\frac{2}{11}$ Minuten; denn Glg. i. B.: „Weg des A in x Min. + 350 m + Weg des B in x Min. = 1500 m“ und Glg. i. Z.:
 $\frac{x}{12} \cdot 1500 + 350 + \frac{x}{10} \cdot 1500 = 1500$. 86) a) $x = 6,09$ Min.;
 denn $\frac{x}{20} \cdot 600\pi + \frac{x-1}{26} \cdot 600\pi = 300\pi$. b) $y = 9,85$ Min.;
 denn $\frac{y}{20} \cdot 600\pi + \frac{1}{6} \cdot 600\pi + \frac{y-1}{26} \cdot 600\pi = 600\pi$. c) $z = 11,74$ Minuten; denn $\frac{z}{20} \cdot 600\pi + \frac{z-1}{26} \cdot 600\pi = 600\pi$.
 87) $x = 5\%$ Gewinn (5% Verlust); denn Einkaufspreis $\frac{2,30 \cdot 100}{115} = 2,0$ \mathcal{M} . 88) $x = 78$ kg. Denn da das Gewicht eines auf Wasser schwimmenden Körpers gleich dem Gewicht der verdrängten Wassermenge (Tauchwassergewicht) ist, so hat man die Glg. $52 + x = \frac{x}{0,6}$ (kg), woraus $x = 78$ kg. (Die Tauchwassergewichtszahl in kg ist gleich der Tauchwasservolumenzahl in cbdm und diese ist gleich dem Volumen des Brettes, also $= \frac{x}{0,6}$). 89) $x = 4,705$ kg Korfholz; denn $5 + x + 10 = \frac{x}{0,25} + \frac{10}{11,3}$ (kg).
- e. 145 90) Die zweite Summe ist zu $x = 4\%$, die erste zu $3\frac{1}{2}\%$, die dritte zu 5% ausgeliehen; denn $\frac{x-1}{100} \cdot 4000 + \frac{x}{100} \cdot 8000 + \frac{x+1}{100} \cdot 9000 = \frac{4\frac{1}{3}}{100} \cdot 21\,000$. 91) 3 Dampf-

pumpen. 92) In $x = 11,25$ Tagen; denn Glg. i. W.: $\textcircled{S. 145}$

„Arbeit des A + Arbeit des B in 3 Tg. à 8 resp. 10 Std. + Arbeit des B + Arbeit des C in $x - 3$ Tagen à 9 Std. = 172 cbm“, also Glg. i. Z. $\frac{24 \cdot 10}{16} + \frac{30 \cdot 23}{20} + 9(x - 3) \cdot \frac{23}{20} +$

$9(x - 3) \frac{9}{18} = 172$ (cbm). 93) In $x = 27\frac{1}{2}$ Min.; denn

der zu füllende Raum ist $\frac{24 \cdot 15}{2} + \frac{24 \cdot 70}{12} = 320$ l, also

Glg. $\frac{x \cdot 15}{2} + \frac{(x - 8) \cdot 70}{12} = 320$. 94) Der erste Behälter

enthielt $x = 630$ l, der zweite $y = 960 - 630 = 330$ l;

denn $2 \{2(x - y) - [2y - (x - y)]\} = 2[2y - (x - y)] - \{2(x - y) - [2y - (x - y)]\}$. 95) Ein Geselle erhielt

$x = 10,60$ M, ein Handlanger 7,60 M; denn 10 Ges. und

10 Handl. erhalten zusammen 182 M, also 1 Geselle und

1 Handlanger zusammen 18,20 M, also 1 Handlanger

$18,20 - x$ M; folglich $6x + 4(18,20 - x) = 94$. 96) Radius

$r = 2,9$ m; denn vervollständigt man den Bogen zum Kreise

und zieht den zur Spannweite senkrechten Durchmesser, so

ist nach dem Sehnenfaze $(2r - 0,8) \cdot 0,8 = 2 \cdot 2$. 97) A hatte

$x = 92,5$; B hatte $y = 55,5$, denn $y = \frac{1}{3}(222 - y)$; C hatte

$z = 74$, denn $z = \frac{1}{2}(222 - z)$.

§ 70. Gleichungen 1. Gr. mit zwei Unbekannten.

1) 3; 6 | 15; 5. 2) $6\frac{2}{3}$; $4\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{3}$. 3) 6; 18 | $\textcircled{S. 147}$
6,4; 4,8. 4) 9; 11 | -5,5; -8. 5) $\frac{1}{3}$; $4\frac{1}{2}$ | 1; $\frac{1}{3}$.
6) 15; 5 | 15; 9. 7) 8; 6 | 21; 15.

8) 0; $3a | \frac{6}{a}; \frac{4}{b}$. 9) 8; 13 | 7,5; 6,5. 10) 2; 6 | $\textcircled{S. 148}$
54; 33. 11) 305; 108 | 2,9; 0,8. 12) -47; 34 | $\frac{5}{8}$; $\frac{1}{8}$.
13) $\frac{11}{4}$; $-2\frac{3}{4}$ | 9; 14. 14) 2; 1 | 3; 2. 15) 10; 3 |
 $\frac{a+b}{4}; \frac{a-b}{2}$. 16) $6\frac{2}{3}$; 6 | 40; $\frac{2}{7}$. 17) 2; 1 | Für

- 148 $8,56y - 3,2x = 4,9$ und $3,2x + 8,56y = -2,5$ ist $x = -1\frac{5}{32}$; $y = \frac{15}{107}$. 18) $\frac{5}{a}$; $\frac{2}{b} \mid 9$; 8. 19) 4 ; $3 \mid 10$; 19. 20) 7 ; $-2 \mid 11,3$; $4,5$. 21) 9 ; $7 \mid 8$; -3 . 22) 9 ; $7 \mid 0,5$; 0 . 23) $52,5$; $30 \mid \frac{11}{37}$; $2\frac{8}{37}$.
- 149 24) 8 ; $1 \mid -10,5$; $5,5$. 25) -1 ; $0,5 \mid -27$; -11 . 26) $15\frac{5}{9}$; $2\frac{18}{9} \mid 3a - b$; $a - 3b$. 27) $3a - 2b$; $3b - 2a \mid \frac{a+b}{a-b}$; $\frac{a-b}{a+b}$. 28) $a + b$; $a - b$. 29) $a^2 + ab + b^2$; $a^2 - ab + b^2$. 30) $a(a + b)$; $b(a + b) \mid a(a + b)$; $b(a + b)$. 31) $a(a - b)$; $b(a - b) \mid 13$; -2 . 32) 4 ; $6 \mid 5$; 31. 33) $-0,5$; $-3 \mid 8$; 9 . 34) 10 ; $12 \mid 12$; 15 . 35) 10 ; $10 \mid 24$; 15 . 36) 7 ; $9 \mid 7$; 3 . 37) $2,2$; $1,1 \mid -\frac{1}{497}$; $-\frac{9}{497}$. 38) $\frac{3a}{2}$; $\frac{b}{2} \mid$ Für $ax + by = (a + b)^2$ und $ax - by = (a - b)^2$ ist $x = \frac{a^2 + b^2}{a}$ und $y = 2a$. 39) $\frac{b+a}{a}$; $\frac{b-a}{a}$.
- 150 40) 37 ; 12 . 41) $2,4$; $0,4$. 42) 2 ; 1 . 43) 2 ; 3 . 44) 10 ; 6 . 45) 8 ; 9 . 46) $5,32$; $3,26$. 47) -5 ; -13 . 48) 3 ; $1 \mid 4$; 3 . 49) 3 ; $2 \mid 17$; $-\frac{2}{7}$. 50) 3 ; 2 . 51) 2 ; $1 \mid 2$; 10 . 52) 2 ; $2 \mid 2,4$; 3 .
- 151 53) 6 ; $4 \mid \frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$. 54) 3 ; $5 \mid 3$; 4 . 55) $\frac{1}{7}$; $\frac{3}{10} \mid 4$; $0,2$. 56) 15 ; 18 . 57) 35 ; $14 \mid 7$; 11 . 58) $\frac{8}{3}$; $1 \mid -4$; 5 . 59) -3 ; -7 . 60) 4 ; 6 . 60a) 7 ; $5 \mid 5$; 9 . 61) 8 ; $7 \mid 13$; 17 . 62) $0,9$; $0,7 \mid 10$; 7 . 63) 2 ; 3 .
- 152 64) 3 ; 4 . 65) 8 ; 5 . 66) Für $5x - 5 = \frac{27 + y}{5} -$ u. f. w. ist $x = 2$; $y = 3$. 67) $87\frac{28}{33}$; $69\frac{4}{3}$. 68) 3 ; 4 . 69) 4 ; 3 . 70) 3 ; $7 \mid 5$; 8 . 71) 2 ; $1 \mid -2$; 5 , denn setzt man $\frac{1}{2x + y} = u$ und $5x - y = v$, so ist $u = 1$ und $v = -15$, woraus $x = -2$, $y = 5$ folgt. 72) -35 ; $40 \mid$

12; 17. **73)** 5; 2, denn setzt man $\frac{y}{x} = u$ und $\frac{x+1}{y} = v$, S. 152

so ist $u = \frac{1}{10}$ und $v = 3$, woraus $x = 5$, $y = 2$ folgt |

5; 3. Man setze $\frac{5+x}{y} = u$ und $\frac{y}{4x+1} = v$ u. s. w.

74) 5; 7. **75)** 1; $\frac{2}{3}$. **76)** 5; 6. **77)** 12; 7. S. 153

78) 11; 8. **79)** 3; 5. **80)** $\sqrt{6}$; $1 | \sqrt{0,6}$; 1. **81)** 3; 4 |

4; 9. **82)** 4; $1 | 6\frac{1}{4}$; $11\frac{1}{3}$. **83)** 2; 8; denn wenn man
setzt $\sqrt{x+7} = u$ und $\sqrt{y-7} = v$, so ist $u = 3$ und $v = 1$,
woraus $x = 2$ und $y = 8$ folgt. **84)** 5; 4; denn wenn

man setzt $\frac{1}{\sqrt{x-y}} = u$ und $\frac{1}{\sqrt{x+y}} = v$, so ist $u = 1$ und

$v = \frac{1}{3}$, woraus folgt $x = 5$ und $y = 4$. **85)** 10; -6;

denn wenn man setzt $\sqrt{\frac{x-y}{x+y}} = u$ und $\sqrt{x+y} = v$, so
ist $u = 2$ und $v = 2$, woraus folgt $x = 10$ und $y = -6$.

86) 5; 7; denn wenn man $\sqrt{x-1} = u$ und $\sqrt{y+2} = v$
setzt, so ist $u = 2$ und $v = 3$, woraus folgt $x = 5$; $y = 7$.

Oder man setze den Wert aus II $y = x + 2$ in I für y
ein u. s. w. | 13; 8; denn wenn man den Wert aus II

$y = x - 5$ in I für y einsetzt, so erhält man $\sqrt{x-9} +$
 $\sqrt{x-9} = 4$ u. s. w. **87)** 4,7.

88) 3; 2; denn wenn man beide Gleichungen quadriert S. 154
und addiert, so fällt y heraus u. s. w. **89)** 8; 4; denn er-

weitert man I mit 5 und II mit 3 und subtrahiert beide
Gleichungen von einander, so fällt y heraus u. s. w. **90)** 3;

4; denn aus II den Wert $2y = 11 - x$ für $2y$ in I ein-
gesetzt: $I \ 2 + \sqrt{x+6} = \sqrt{x+22}$, woraus $x = 3$ u. s. w.

91) 7; 10; denn werden beide Gleichungen quadriert, so
hat man aus I $2y = 8x - 36$ und aus II $4y = 7x - 9$

u. s. w. **92)** 3; 4. **93)** 0,7; 0,6. **94)** 4; 5. **95)** 2; $2\frac{2}{3}$.

96) $-7\frac{2}{3}$; $-7\frac{2}{3}$. **97)** 0; $1\frac{2}{3}$. **98)** 25; 9, wenn Gleichung
II lautet: $5 - 2\sqrt{x-y} = 2\sqrt{x-13}$.

- z. 155 99) — 2,5; $\frac{1}{4}$. 100) 9; 3 | 6; 4,5. 101) 7; 10 | 3; 5.
102) 7; 5 | 5; 6.

§ 71.

- 1) Erste Rechnung $x = 333 \text{ M.}$ Denn: $\begin{cases} x + y = 527 \\ \text{zweite } y = 194 \text{ M} \\ \phantom{\text{zweite}} x - y = 139 \end{cases}$
- 2) Gefellen-Tageslohn $x = 4 \text{ M.}$ Denn: $\begin{cases} 12x + 3y = 54 \\ \text{Handlanger-Tagesl. } y = 2 \text{ M} \\ \phantom{\text{Handlanger-Tagesl.}} 17x + 5y = 78 \end{cases}$
- 3) Breite $x = 120 \text{ m.}$ Denn: $\begin{cases} 2x + 2y = 640 \\ \text{Länge } y = 200 \text{ m} \\ \phantom{\text{Länge}} x + 80 = y \end{cases}$
Fläche $F = 24000 \text{ qm.}$
- 4) Gefellen-Tageslohn $x = 3,50 \text{ M.}$
Handlanger-Tageslohn $y = 1,80 \text{ M}$
Denn: $\begin{cases} 5(10x + 3y) = 202 \\ 4(12x + 4y) = 196,8 \end{cases}$
- 5) $x = 23$ Gefellen. Denn: $\begin{cases} x + y = 30 \\ y = 7 \text{ Handlanger} \\ 6(3,5x + 2y) = 567 \end{cases}$
- 6) Erster Arbeiter $x = 4,80 \text{ M}$ Tageslohn.
zweiter " $y = 3,60 \text{ M}$ "
Denn: $\begin{cases} 6x + 6y = 50,40 \\ 3x = 4y \end{cases}$
- z. 156 7) 1. Bassin-Inh. $x = 2100 \text{ l.}$ Denn: $\begin{cases} x + y = 5500 \\ 2. \text{ " } y = 3400 \text{ l} \\ x - 200 = \frac{1}{2}y + 200 \end{cases}$
- 8) Erste Schleuse $x = 1200 \text{ cbm}$ pro Std.
zweite " $y = 1500 \text{ cbm}$ " "
Denn: $\begin{cases} 20x + 14y = 45000 \\ 15x + 12y = \frac{2}{3} \cdot 45000 \end{cases}$
Gemeinsame Füllungszeit $z = 16\frac{2}{3}$ Std. Denn: $1200z + 1500z = 45000.$
- 9) 1. Röhre $x = 4\frac{1}{2} \text{ cbm}$ pro Std. Denn: $\begin{cases} 12x - 14y = 9 \\ 2. \text{ " } y = 3\frac{3}{4} \text{ cbm} \text{ " } \\ 5x - 7y = 0 \end{cases}$
- 10) A hatte $x = 1000 \text{ M}$ gegeben. Denn: $\begin{cases} x + y = 1800 \\ B \text{ " } y = 800 \text{ M} \text{ "} \\ 4x = 5y \end{cases}$
- 11) 1 cbm Bauholz kostet 25 M. Denn: $\begin{cases} 32x + 240y = 2720 \\ 1 \text{ qm Dielen } \text{ " } 8 \text{ M} \\ 12,4x + 90y = 1030 \end{cases}$

- 12) Geselle pro Tag $x = 3,0 \text{ M.}$
 Handlanger pro Tag $y = 2,0 \text{ M.}$
 Denn: $\begin{cases} 16x + 5y = 58 \\ 12(x + 0,60) + 4(y + 0,20) = 52 \end{cases}$ S. 156
- 13) 1. Grundstück $x = 31\,250 \text{ M. wert.}$ Denn: $\begin{cases} x + y = 75000 \\ x : y = 5 : 7 \end{cases}$
 2. " $y = 43\,750 \text{ M.}$ "
- 14) 1. Meister erh. $x = 1820 \text{ M.}$ Denn: $\begin{cases} x + y = 3575 \\ x : y = 40 : 14 : 45 : 12 \end{cases}$
 2. " " $y = 1755 \text{ M.}$
- 15) Erstes Kapital $x = 2200 \text{ M.}$ Denn: $\begin{cases} \frac{5x}{100} + \frac{4y}{100} = 254 \\ \frac{4x}{100} + \frac{5y}{100} = 268 \end{cases}$ S. 157
 zweites " $y = 3600 \text{ M.}$
- 16) Länge $x = 82 \text{ m.}$ Denn: $\begin{cases} x - 20 = y + 15 \\ (x - 20)^2 = xy - 10 \end{cases}$
 Breite $y = 47 \text{ m}$
- 17) 1. Arbeiter $x = 20 \text{ Tage.}$ Denn: $\begin{cases} \frac{12}{x}P + \frac{12}{y}P = P \\ \frac{2}{x}P + \frac{3}{y}P = \frac{1}{3}P \end{cases}$
 2. " $y = 30$ "
- 18) 1. Arbeiter $x = 21 \text{ Tage.}$ Denn: $\begin{cases} \frac{12}{x}P + \frac{12}{y}P = P \\ \frac{3}{x}P + \frac{3}{y}P + \frac{21}{y}P = P \end{cases}$
 2. " $y = 28$ "
- 19) A zahlte $2660\frac{1}{3} \text{ M. ein.}$ Denn: $\begin{cases} x + y = 4140 \\ \frac{4 \cdot 21\frac{1}{2}}{100}x + 29,9 = \frac{4 \cdot 5}{100}y \end{cases}$
 B " $1479\frac{2}{3} \text{ M.}$ "
- 20) Nach 2 Mon. $x = 1500 \text{ M.}$ Denn: $\begin{cases} x + y = 3500 \\ \frac{7px}{100} = \frac{3p \cdot 3500}{100} \end{cases}$
 " 9 " $y = 2000 \text{ M.}$
- 21) Komponente $x = 458\frac{1}{3} \text{ kg.}$ Denn: $\begin{cases} x + y = R = 1000 \\ x : y = 11 : 13 \end{cases}$
 " $y = 541\frac{2}{3} \text{ kg}$
- 22) Komponente $x = 2200 \text{ kg.}$ Denn: $\begin{cases} x - y = R = 1000 \\ x : y = 11 : 6 \end{cases}$
 " $y = 1200 \text{ kg}$

e. 157 23) Auflagerreaktion $x = 600$ kg. Denn: $\begin{cases} x + y = 1500 \\ 8x = 3,2 \cdot 1500 \end{cases}$

24) Komponente $x = 26\,250$ kg. Denn: $\begin{cases} x + y = 42\,000 \\ 16x = 10 \cdot 42\,000 \end{cases}$

" $y = 15\,750$ kg
 x in 6 m und y in 10 m Entfernung vom Schwerpunkt der Lokomotive.

e. 158 25) Hebelarm $x = 18$ cm für 72 kg.

" $y = 54$ cm für 24 kg.

Denn: $\begin{cases} 72x = 24y \\ 64(x + 6) = 32(y - 6) \end{cases}$

26) Länge $x = 135$ m. Denn: $\begin{cases} x : y = 5 : 4 \\ (x - 20) : (y + 30) = 5 : 6 \end{cases}$

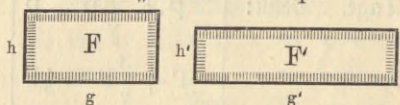
Breite $y = 108$ m

27) $x = 151\,75$ Proz. Spir. Denn: $\begin{cases} x + y = 45 \\ \frac{7,5}{100}x + \frac{9,0}{100}y = \frac{8,5}{100} \cdot 45 \end{cases}$

$y = 301\,90$ Proz. Spir.

28) 1. Grundstück $F = 30$ qm. Denn: $g : g' = 5 : 8$

2. " $F' = 36$ qm $h : h' = 4 : 3$

 $gh : g'h' = 5 \cdot 4 : 8 \cdot 3$, also:
 $\begin{cases} F : F' = 5 : 6 \\ F' = F + 6 \end{cases}$ u. f. w.

29) Durchmesser $2x = 8$ m. Denn: $\begin{cases} 2x\pi + 2y\pi = 12\pi \\ x^2\pi - y^2\pi = \frac{1}{3} \cdot 6^2\pi \end{cases}$

" $2y = 6$ m

30) Äußerer Durchmesser $2x = 23,5$ cm.

Innerer " $2y = 16,5$ cm.

Äußerer Umfang $U = 73,79$ cm.

Denn: $\begin{cases} x^2\pi - y^2\pi = 220 \\ x - y = 3,5 \end{cases}$

31) Für das Haus $x = 2,5$ pr. m. Denn: $\begin{cases} 32x + 14y = 150 \\ \text{für den Platz } y = 5 \text{ pr. m.} \\ 40x + 11y = 155 \end{cases}$

32) $x = 25$ cm. Denn: $\begin{cases} x : y = 5 : 7 \\ x^2 + y^2 = 43^2 \end{cases}$ $F = 875$ qcm.
 $y = 35$ cm.

e. 159 33) Dimensionen: $x = 2,93$ dm; $y = 4,1$ dm.

Durchmesser: $d = \sqrt{x^2 + y^2} = 5,03$ dm.

Denn: $\begin{cases} xy = 12 \text{ qdm} \\ x : y = 5 : 7 \end{cases}$

34) $D = 61 \text{ mm.}$

$d = 36,6 \text{ mm.}$

Denn:
$$\left\{ \begin{array}{l} D : d = 5 : 3 \\ \left(\frac{D}{2}\right)^2 \pi - \left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi = \frac{14000}{7,5} = 1866,7 \text{ qmm} \end{array} \right\}$$

35) Durchmesser $2x = 10,127 \text{ m.}$

Durchmesser $2y = 9,873 \text{ m.}$

Denn:
$$\left\{ \begin{array}{l} 2x\pi + 2y\pi = 20\pi \\ x^2\pi - y^2\pi = 4 \end{array} \right\}$$

36) Erst. Kapital
$$\left\{ \begin{array}{l} X = 10151,84 \text{ M} \\ \text{Zweit. Kapital} \\ Y = 2381,98 \text{ M} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x + \frac{4 \cdot 3,5}{100} x + y + \frac{4 \cdot 4,25}{100} y = 14360 \\ x + \frac{3 \cdot 4}{100} x + y + \frac{3 \cdot 3,75}{100} y = 14020 \end{array} \right\}$$

37) Größere Rate $x = 4500 \text{ M.}$

Kleinere " $y = 3600 \text{ M.}$

Denn:
$$\left\{ \begin{array}{l} x - y = 900 \\ \frac{9px}{12 \cdot 100} = \frac{5p \cdot (x + y)}{12 \cdot 100} \end{array} \right\}$$

38) Die Geschwindigkeit ist der in 1 Sek. zurückgelegte Weg.

Geschw. d. 1. R. $x = \frac{3}{2}\pi = 4,71 \text{ m.}$

" d. 2. R. $y = \pi = 3,14 \text{ m.}$

Denn:
$$\left\{ \begin{array}{l} 8x + 8y = 20\pi \\ 40x - 40y = 20\pi \end{array} \right\}$$

39) Seite des 1. Bl. $x = 85 \text{ m.}$ Denn:
$$\left\{ \begin{array}{l} 4x + 4y = 360 \\ x^2 - y^2 = 7200 \end{array} \right\}$$

" " 2. " $y = 5 \text{ m.}$

40) Durchm. d. 1. R. $x = 11,3636 \dots \text{ cm.}$

" " 2. " $y = 1,3636 \dots \text{ cm.}$

Denn:
$$\left\{ \begin{array}{l} x^2\pi - y^2\pi = 400 \\ x - y = 10 \end{array} \right\}$$

Unterschied der Rauminhalte $\frac{1}{6}x^3\pi - \frac{1}{6}y^3\pi = 766,56 \text{ cbcm.}$

41) Pfeilhöhe $h = 2 \text{ m.}$ Denn:
$$\left\{ \begin{array}{l} h : s = 1 : 6 \end{array} \right\}$$

Spannweite $s = 12 \text{ m}$
$$\left\{ \begin{array}{l} h(2r - h) = \left(\frac{s}{2}\right)^2 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Sehnen-} \\ \text{maß}$$

159 $h:r=1:5$ Lösung: $20h - h^2 = \frac{1}{4}s^2$
 $s:r=6:5$ $\frac{20}{s} \cdot \frac{h}{s} - \frac{h^2}{s^2} = \frac{1}{4}$ u. f. w.

§ 72. Gleichungen 1. Gr. mit drei Unbekannten.

- 161 1) $6\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 2\frac{1}{2} \mid 5; 15; 18.$ 2) $8,2; 2,7; 5,5 \mid c; b; a.$
 3) $2; 3; 6 \mid 8; 16; 12.$ 4) $3\frac{19}{7}; 2\frac{30}{7}; 3\frac{5}{7} \mid 1; 2; 3.$
 5) $5; 7; 8 \mid 9; 7; 3.$ 6) $6; 8; 15 \mid 3; 4; 7.$ 7) $3; 7;$
 $8 \mid 1; 2; 3.$ 8) $1,9; 1,8; 1,7 \mid 1,3; 1,5; 1,7.$ 9) $0,19;$
 $0,18; 0,17 \mid 4; 7; 9.$
- 162 10) $3; 4; 5 \mid 2; 4; 3.$ 11) $5; 2; 1 \mid 69; 55,5; 25,5.$
 12) $9; 7; 11 \mid 12; 15; 17.$ 13) $a^2; b; a^3 \mid 8; 6; 15 \mid$
 $9; 8; 7.$ 14) $8; 16; 24 \mid 16; 20; 24.$ 15) $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; 1.$
 16) $20; 12; 15 \mid 4; 3; 5.$ 17) $\frac{7}{24}; \frac{11}{24}; \frac{1}{2} \mid 3; 4; 5.$
 18) $2,7; 1,2; 0,15 \mid 4; 3; 2.$ 19) $1\frac{84}{121}; -\frac{58}{121}; -\frac{117}{121} \mid$
 $10; 12; 15.$ 20) $10; 5; 18 \mid 7; 6; 8.$
- 163 21) $1; 3; 5 \mid \frac{17,5}{9}; \frac{12,5}{9}; \frac{7,5}{9}.$ 22) $3; 7; 9 \mid 10; 8; 3.$
 23) $7; 9; 11 \mid 4; -3; -2.$ 24) $7; 2; 1 \mid 0,1; 0,2; 0,3.$
 25) $11\frac{1}{5}; -6\frac{4}{5}; -5\frac{7}{5} \mid x; y; z.$ 26) $15; 14; 12 \mid$
 $15; 12; 8.$ 27) $5; 2; 0 \mid 1; 2; 3.$ 28) $4; 3; 2.$
 29) $11; 15; 19.$ 30) $10; 11; 12.$ 31) $16; 14; 12 \mid 7;$
 $9; 11.$ 32) $\frac{1}{6}; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}.$
- 164 33) $\frac{1}{2}; \frac{1}{5}; \frac{1}{7}.$ Denn setzt man $\frac{1}{x} = u; \frac{1}{y} = v; \frac{1}{z} = w,$
 so erhält man u. f. w. $\mid \frac{6}{35}; \frac{3}{7}; \frac{3}{14}.$ Denn setzt man $\frac{1}{x} = u;$
 $\frac{1}{y} = v; \frac{1}{z} = w,$ so erhält man u. f. w. 34) $1; 3; 2 \mid \frac{1}{m+n-r};$
 $\frac{1}{m-n+r}; \frac{1}{-m+n+r}.$ 35) $\frac{1}{4}; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}.$ Denn es ist
 $I(x+y):xy$ oder $\frac{1}{y} + \frac{1}{x} = 7$ u. f. w.; setzt man dann $\frac{1}{x}$
 $= u; \frac{1}{y} = v; \frac{1}{z} = w,$ so erhält man u. f. w. $\mid 3; 2; 1.$ Denn

es ist $I(x+y):xy$ oder $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{8}$ u. f. w.; setzt man S. 164

dann $\frac{1}{x} = u$; $\frac{1}{y} = v$; $\frac{1}{z} = w$, so erhält man u. f. w.

36) 1; 3; 7. 37) 5; 3; 1. Denn wenn man nach Anwendung des Produktgesetzes die Glg. I durch xy , II durch

xz , III durch yz dividiert und $\frac{1}{x} = u$; $\frac{1}{y} = v$; $\frac{1}{z} = w$ setzt,

so findet man u, v, w und daraus x, y, z . 38) 6; — 5; 2.

39) 6; — 5; 2. 40) 5; 4; 3. 41) 3; 4; 5, wenn Glg. III

lautet: $(z-1):(y+4x) = 1:4$. 42) 5; 3; 2.

43) 6; 4; 2. 44) 10; 20; 30 | 10; 6; 4. 45) 4; 3; S. 165

2. 46) 2; 1; $\frac{1}{3}$ | $x; y; z$. 47) 10; 7; 5. 48) 4; 7;

8 $\left| \frac{bc}{a}; \frac{ac}{b}; \frac{ab}{c} \right.$. 49) 2; — 3; 4. 50) rechts $-a + b + c$;

$a - b + c$; $a + b - c$, wenn Glg. II lautet: $(b+c)y + (b-c)x = 2ac$.

51) 1; 2; 3; 4 | 0; 1; 2; 3. 52) 3; 1; 4; 5 | 1; S. 166

— 1; 2; 3. 53) 2; 3; — 1; — 2. 54) $\frac{21}{40}; \frac{11}{480}; \frac{13}{30}; \frac{13}{60}$.

55) 1; 2; 3; 4; 5, wenn Gleichg. IV lautet: $4x + 3y - 2z + 8u - v = 31$.

§ 73.

1) Gesellenlohn $x = 170 \text{ M.}$ Denn: $\left. \begin{array}{l} x + y + z = 340 \\ \text{Handlangerlohn } y = 106,25 \text{ M.} \\ \text{Lehrlingslohn } z = 63,75 \text{ M.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} x:y:z = 4:2,5:1,5 \end{array}$

2) $x = 105$ Gesellen. Denn: $\left. \begin{array}{l} x + y + z = 147 \\ y = 35 \text{ Handlanger.} \\ z = 7 \text{ Kalkschläger.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} x:y:z = 15:5:1 \end{array}$

3) Der erste erhält $x = 63,2 \text{ M.}$ Denn: $\left. \begin{array}{l} x + y + z = 223,6 \\ \text{„ zweite „ } y = 82,0 \text{ M.} \\ \text{„ dritte „ } z = 78,4 \text{ M.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} x:y:z = 158:205:196 \end{array}$

4) Erster Teil $x = \frac{1}{3}F$. Denn: $\left. \begin{array}{l} x + y + z = F \\ \text{zweiter „ } y = \frac{1}{3}F. \\ \text{dritter „ } z = \frac{1}{3}F. \end{array} \right\} \begin{array}{l} x:(y+z) = 1:5 \\ y = z - x \end{array} \quad \text{S. 167}$

z. 167 5) Der erste erhält $x = 2052 \text{ M.}$ Denn: $\begin{cases} x + y + z = 6840 \\ x : (y + z) = 3 : 7 \\ x + y = z + \frac{1}{2}z \end{cases}$

„ zweite „ $y = 2052 \text{ M}$

„ dritte „ $z = 2736 \text{ M}$

6) Dimension $x = 36 \text{ m.}$ Denn: $\begin{cases} xyz = 6480 \\ x : y : z = 6 : 5 : 1 \end{cases}$

„ $y = 30 \text{ m.}$

„ $z = 6 \text{ m.}$

7) Durchm. d. 1. K. $x = 10 \text{ m.}$

„ „ 2. „ $y = 13\frac{1}{3} \text{ m.}$

„ „ 3. „ $z = 16\frac{2}{3} \text{ m.}$

Denn: $\begin{cases} \frac{1}{6}x^3\pi + \frac{1}{6}y^3\pi + \frac{1}{6}z^3\pi = \frac{1}{6} \cdot 20^3\pi \\ x : y : z = 3 : 4 : 5 \end{cases}$

8) Wenn die drei Grundstücke zusammen 6073 M Reinertrag geben und wenn der Reinertrag des dritten um $30,5 \text{ M}$ geringer ist als der des zweiten, so ist der Wert des

1. Gr. $x = 29\,316,7 \text{ M.}$

2. Gr. $y = 16\,500,0 \text{ M.}$

3. Gr. $z = 14\,183,3 \text{ M.}$

Denn: $\begin{cases} x + y + z = 60000 \\ \frac{9x}{100} + \frac{10,5y}{100} + \frac{12z}{100} = 6073 \\ \frac{12 \cdot z}{100} = \frac{10,5 \cdot y}{100} - 30,5 \end{cases}$

9) Länge $x = 6 \text{ m.}$ Denn Glchg. i. W.: $1 \text{ Beh.} + 9 \text{ cbm} = 2 \text{ Beh.}$

Breite $y = 3 \text{ m}$

Tiefe $z = 1 \text{ m}$

$\begin{cases} xyz + 9 = y^3 \\ x - 3 = y = z + 2 \end{cases}$

Man erhält $y^2 - 6y + 9$, d. i. $(y-3)^2 = 0$, also $y = 3$.

10) Die 1. Röhre liefert $x = 5\frac{1}{3} \text{ l}$ pro Min.

„ 2. „ „ $y = 9\frac{2}{3} \text{ l}$ „ „

„ 3. „ „ $z = 8 \text{ l}$ „ „

Denn: $\begin{cases} 45x + 36y + 24z = 770 \\ 18x + 15y + 9z = 309 \\ 9x + 21y + 12z = 345 \end{cases}$

Gemeinsame Füllungszeit der drei Röhren:

§. 167

$$u = 47\frac{1}{4} \text{ Min.}, \text{ denn } 5\frac{1}{3}u + 9\frac{2}{3}u + 8u = 1080.$$

$$11) \text{ Durch A allein in } x = \frac{2abc}{ab + ac - bc} \text{ Std.}$$

$$\text{ " B " " } y = \frac{2abc}{ab - ac + bc} \text{ "}$$

$$\text{ " C " " } z = \frac{2abc}{-ab + ac + bc} \text{ "}$$

$$\text{Denn: } \left\{ \begin{array}{l} \frac{c}{x}P + \frac{c}{y}P = P \\ \frac{a}{y}P + \frac{a}{z}P = P \\ \frac{b}{z}P + \frac{b}{x}P = P \end{array} \right.$$

Durch alle drei Arbeiter zusammen in:

$$u = \frac{2abc}{ab + ac + bc} \text{ Std.} \text{ Denn: } \frac{u}{x}P + \frac{u}{y}P + \frac{u}{z}P = P.$$

$$12) \text{ Durch die 1. Röhre in } x = 4 \text{ Std.} \text{ Denn } \left. \begin{array}{l} \frac{2,4}{x}B + \frac{2,4}{y}B = B \\ \frac{4}{y}B + \frac{4}{z}B = B \\ \frac{3}{z}B + \frac{3}{x}B = B \end{array} \right\} \text{ §. 168}$$

$$\text{ " " 2. " " } y = 6 \text{ "}$$

$$\text{ " " 3. " " } z = 12 \text{ "}$$

Durch alle drei Röhren zusammen in

$$u = 2 \text{ Std.}, \text{ denn } \frac{u}{4}B + \frac{u}{6}B + \frac{u}{12}B = B.$$

$$13) \text{ A allein } x = 20 \text{ Std.} \text{ Denn: } \left\{ \begin{array}{l} \frac{12}{x}V + \frac{12}{y}V = V \\ \frac{20}{y}V + \frac{20}{z}V = V \\ \frac{15}{z}V + \frac{15}{x}V = V \end{array} \right.$$

$$\text{ B " } y = 30 \text{ "}$$

$$\text{ C " } z = 60 \text{ "}$$

$$\text{ A, B, C zusammen in } u = 10 \text{ Std.} \text{ Denn: } \frac{u}{20}V +$$

z. 168

$$\frac{u}{30}V + \frac{u}{60}V = V.$$

$$14) \begin{array}{l} \text{A allein 12 Tage.} \\ \text{B " 10 " } \\ \text{C " 15 " } \end{array} \text{Denn: } \left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{x}G + \frac{4}{y}G + \frac{4}{z}G = G \\ \frac{4}{x}G + \frac{1}{y}G + \frac{1}{z}G = \frac{1}{2}G \\ \frac{2}{x}G + \frac{3}{y}G + \frac{0,5}{z}G = \frac{1}{2}G \end{array} \right.$$

$$15) \begin{array}{l} x = 11\frac{5}{7} \text{ kg Blech.} \\ y = 5\frac{1}{7} \text{ kg Harz} \\ z = 2\frac{1}{7} \text{ kg Silbergl.} \\ u = 2\frac{1}{7} \text{ kg Bleiweiß} \\ v = 1\frac{7}{7} \text{ kg Ziegeln.} \end{array} \text{Denn: } \left\{ \begin{array}{l} x + y + z + u + v = 24 \\ x:y:z:u:v = 1:0,5:0,25: \\ 0,25:0,125 \\ \text{oder} = 8:4:2:2:1 \end{array} \right.$$

$$16) \begin{array}{l} x = 3600 \text{ M.} \\ y = 4500 \text{ M.} \end{array} \quad \begin{array}{l} z = 2250 \text{ M.} \\ u = 1650 \text{ M.} \end{array}$$

$$\text{Denn: } \left\{ \begin{array}{l} x + y + z + u = 12000 \\ x:y:z:u = 24:30:15:11 \end{array} \right.$$

$$17) \begin{array}{l} \text{Teil } x = 337,5 \\ \text{" } y = 112,5 \\ \text{" } z = 150,0 \end{array} \text{Denn: } \left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 600 \\ z:(x + y) = 1:3 \\ x - 2z = \frac{1}{3}y \end{array} \right.$$

$$18) \text{ Die Durchmesser } \quad \text{die Flächen}$$

$$\begin{array}{l} x = 14 \text{ m;} \\ y = 21 \text{ m} \\ z = 35 \text{ m} \end{array} \text{denn } \left\{ \begin{array}{l} x:y:z = 2:3:5 \\ x\pi + y\pi + z\pi = 219,8 \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} F_x = 154 \text{ qm} \\ F_y = 346,5 \text{ qm} \\ F_z = 962,5 \text{ qm} \end{array} \right.$$

$$z. 169) \begin{array}{l} \text{Lange Gr. } g = 84,6 \text{ m} \\ \text{Teil } x = 14,1 \text{ m} \\ \text{" } y = 28,2 \text{ m} \\ \text{" } z = 42,3 \text{ m} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Kurze Gr. } g = 70,2 \text{ m} \\ \text{Teil } x = 15,6 \text{ m} \\ \text{" } y = 23,4 \text{ m} \\ \text{" } z = 31,2 \text{ m} \end{array}$$

$$\text{denn } \left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 84,6 \\ x:y:z = 1:2:3 \end{array} \right. \quad \text{denn } \left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 70,2 \\ x:y:z = 2:3:4 \end{array} \right.$$

$$\text{Fläche } F = 1950,48 \text{ qm}$$

$$\text{Teile } F_x = 374,22 \text{ qm}$$

$$F_y = 650,16 \text{ qm}$$

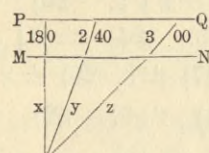
$$F_z = 926,10 \text{ qm.}$$

20) Erster Teil $x = 48300 \text{ M.}$ Denn: $\left. \begin{array}{l} x + y + z = 124000 \\ \frac{2 \cdot 5}{100} x = \frac{4 \cdot 3}{100} y \\ \frac{3 \cdot 5}{100} x = \frac{5 \cdot 4}{100} z + 155 \end{array} \right\} \text{S. 169}$

Zweit. „ $y = 40250 \text{ M.}$

Dritter „ $z = 35450 \text{ M.}$

21) 13 m, 14 m, 15 m.

22)  $\left. \begin{array}{l} x = 720 \text{ m} \\ y = 960 \text{ m} \\ z = 1200 \text{ m} \end{array} \right\}$

Denn: $\left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 2880 \\ x : y : z = 180 : 240 : 300 \\ \text{oder} = 3 : 4 : 5 \end{array} \right\}$

23) Das 1. Gr. $x = 1060 \text{ qm.}$ Denn: $\left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 2000 \\ x = y + 420 \\ y = z + 340 \end{array} \right\}$

„ 2. „ $y = 640 \text{ qm.}$

„ 3. „ $z = 300 \text{ qm.}$

24) Erste Zahl $x = 1.$ Denn: $\left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 13 \\ (x + 1) : (y + 2) : (z + 3) = \\ 2 : 5 : 12 \end{array} \right\}$

Zweite „ $y = 3.$

Dritte „ $z = 9.$

25) Erste S. $x = 1500 \text{ M.}$ Denn: $\left\{ \begin{array}{l} \frac{3x}{100} + \frac{3,5y}{100} + \frac{4z}{100} = 1560 \\ \frac{2 \cdot 3x}{100} + \frac{2 \cdot 3,5}{100} y = 1560 \\ y = x + z \end{array} \right\}$

Zweite S. $y = 21000 \text{ M.}$

Dritte S. $z = 19500 \text{ M.}$

§ 74. Quadratische Gleichungen.

I. 1) $\pm 3 \mid \pm 4 \mid \pm \frac{3}{2} \mid \pm 0,5 \mid \pm 2.$ 2) $\pm 1 \mid \pm 7 \mid \pm 2a.$ 3) $\pm \sqrt{ab} \mid \pm ab^2 \mid \pm \sqrt{3}.$ 4) $\pm m \sqrt{3} \mid \pm 3n \sqrt{a} \mid \pm 3.$ 5) $\pm 2a \mid \pm 2 \mid \pm 3a.$ 6) $\pm \sqrt{2} \mid \pm 10 \mid \pm 2.$ 7) $\pm 7 \mid \pm 2 \mid \pm 6.$ 8) $\pm 2 \mid \pm \sqrt{a + b}.$

z. 170 9) $\pm 2 \mid \pm 3 \sqrt{1\frac{3}{4}}$. 10) $\pm 9 \mid \pm 6 \mid \pm \sqrt{\frac{m(1-p)}{mr-1}}$.

z. 171 11) $\pm \sqrt{5} \mid \pm \sqrt{m+pn}$. 12) $\pm \sqrt{8} \mid \pm 3$. 13) Für $(x-13)(x+13)=56$ ist $x = \pm 15 \mid \pm 3\sqrt{3}$. 14) $\pm 7 \mid \pm \frac{3}{4}$. 15) $\pm \sqrt{-1} \mid \pm 4$. 16) $\pm \sqrt{ab}$. 17) ± 5 . 18) $\pm \sqrt{11}$. 19) $\pm \sqrt{\frac{2}{3}} \mid \pm 2 \mid \pm 2\sqrt{2}$. 20) ± 4 . 21) ± 7 . 22) ± 2 . 23) ± 3 . 24) $\pm 2 \mid \pm \frac{5}{8}$. 25) $\pm \sqrt{21} \mid \pm \sqrt{2}$. 26) $\pm \sqrt{10}$. 27) ± 3 . 28) $\pm 2\sqrt{7}$. 29) $\pm \frac{1}{2}\sqrt{5}$. 30) $\pm \sqrt{5}$. 31) ± 5 . 32) ± 1 . 33) $\pm \frac{1}{2}\sqrt{13}$.

z. 172 34) Seite $x = 12$ m. Denn: $\left\{ \begin{array}{l} x:y=3:4 \\ x^2+y^2=400 \end{array} \right\}$ Umfang = 56 m.
 „ $y = 16$ m.

35) Kl. S. $x = 8$ m, denn $\left(\frac{x}{2}\right)^2 = 2 \cdot 8$ nach dem Sehnenfätze.

36) Ist die Quadratseite $= x$ m, so ist die Inhaltsabnahme $d = x^2 - (x+4,2)(x-4,2) = 17,64$ qm. Quadratseite $x = 29,8$ m, denn $x^2 - 17,64 = 870,4$. Ursprüngliche Frontlänge 34,0 m, Tiefe 25,6 m.

37) Im Abstände $\left\{ \begin{array}{l} \text{Denn: } \triangle f : \triangle F = 1:2 \text{ und } = (76-x)^2 : 76^2, \text{ also: } (76-x)^2 = \frac{1}{2} \cdot 76^2 = 2888 \text{ u. s. w.} \\ x = 76 - \sqrt{2888} \\ = 22,7 \text{ m.} \end{array} \right.$

z. 174 II. 1) $-7; -2 \mid 9; -1 \mid 1; -5$. 2) $-3; +5 \mid 3; -4 \mid 1; -3$. 3) $1,9; -0,5 \mid -1 \pm \sqrt{-2} \mid 1; 2$. 4) $4\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{-11} \mid 1; -13 \mid -7; +8$. 5) $1; -6 \mid 6; -3 \mid 20; -19$. 6) $1; -2 \mid 4; -9$. 7) $1; -2 \mid 10; 5$. 8) $-3; -6 \mid 4; -5$. 9) $5; -0,2 \mid 0,2; -0,3$. 10) $5,5; -3,2 \mid -3; 2$. 11) $7; 1 \mid -5; -\frac{1}{5}$. 12) $a; -3 \mid \frac{1}{2}; -\frac{a}{3}$. 13) $-\frac{2}{3}; \frac{3}{4} \mid 2; -3$. 14) $12; -3 \mid \frac{1}{2}; 2$. 15) $1\frac{2}{3}; -\frac{1}{2} \mid \frac{1}{4}; -8$. 16) $-\frac{1}{2\frac{1}{3}}$ ($81 \mp \sqrt{8311}$) $\mid 17) 5; -1\frac{1}{3} \mid 1 \pm \sqrt{1-a}$. 18) $2\frac{1}{3}$;

$$\frac{1}{2}; \mid 19) 0; 5. \quad 20) 12; 4 \mid 21) -\frac{a}{b} \pm \frac{a}{b}\sqrt{3} \mid -\frac{5}{2} \pm \text{S. 174}$$

$$\frac{5}{2}\sqrt{3}. \quad 22) 0; -5. \quad 23) 1; -\frac{a^2 - 4ab + b^2}{a^2 + b^2}. \quad 24) 5;$$

$$-2 \mid 3; -2 \mid -\frac{19}{8} \pm \frac{1}{8}\sqrt{457}. \quad 25) 3; -2 \mid 1\frac{3}{4}; -2\frac{1}{2}.$$

$$26) \frac{1}{2}; -\frac{1}{3} \mid \text{für } \frac{1}{x-a} - \frac{1}{x+a} = \frac{a}{x} \text{ ist } x = 1 \pm \sqrt{1+a^2}.$$

$$27) \frac{ab + bc + ca \pm \sqrt{(ab + bc + ca)^2 - 3abc(a+b+c)}}{a+b+c} \mid \text{S. 175}$$

$$4; 144. \quad 28) 2; 26\frac{1}{3} \mid 8; -14\frac{1}{3}. \quad 29) 10; 5\frac{1}{5}. \quad 30) 3;$$

$$1\frac{2}{3} \mid 1; 2\frac{2}{3}. \quad 31) 2; 1\frac{1}{11}. \quad 32) \text{Länge } x = 14 \text{ m, Breite} = 10 \text{ m; denn } x(x-4) = 140. \quad 33) \text{Die Stücke } x = 36 \text{ m}$$

$$\text{und } x+4 = 40 \text{ m; denn } \frac{x(x+4)}{2} = 720.$$

$$34) \text{Länge } x = 144 \text{ m. Denn: } \left. \begin{array}{l} 2x + 2y = 504 \\ \text{Breite } y = 108 \text{ m.} \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} xy = 15552 \end{array} \right\}$$

$$35) \text{A allein } x = 55 \text{ Tage. Denn: } \left. \begin{array}{l} \frac{30}{x}P + \frac{30}{y}P = P \\ \text{B „ } y = 66 \text{ Tage.} \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x = y - 11 \end{array} \right\}$$

$$36) 1. \text{Röhre allein } x = 21 \text{ Std. Denn: } \left. \begin{array}{l} \frac{12}{x}B + \frac{12}{y}B = B \\ 2. \text{ „ „ } y = 28 \text{ Std.} \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} y = x + 7 \end{array} \right\}$$

$$37) \text{Großer Durchmesser } 2x = 9,4 \text{ cm.} \\ \text{Kleiner „ „ } 2y = 7,52 \text{ cm.} \\ \text{Wandstärke } x - y = 0,94 \text{ cm.}$$

$$\text{Denn: } \left\{ \begin{array}{l} x^2\pi - y^2\pi = \frac{12500}{500} = 25 \\ x:y = 5:4 \end{array} \right\}$$

$$38) \text{Durchm. } 2x = 10,36 \text{ m; denn: } (x+1)^2\pi = 120.$$

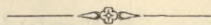
$$39) x = 1,9 \text{ cm breit. Denn: } 15x + (15-x)x = \frac{40000}{750} = 53\frac{1}{3}.$$

$$40) x = 86,253 \text{ m lang. Denn: } \frac{x}{2}(x+72) = 6825. \quad \text{S. 176}$$

- 176 41) Radius $r = 9$ m. Denn: $\frac{r}{2} \cdot (r - 2) = 31,5$.
 42) Kante $x = 12,3$ cm. Denn: $[x^3 - (x - 6)^3] \cdot 7,5 = 12000$.
 [Volumen V in ebem mal spezif. Gew. $s =$ Absol. Gewicht G in g.]
 43) $x = 45,06$ cm lang. Denn: $x(x - 5) \cdot 1,2 \cdot 0,48 = 1040$.
 44) Kleinere Kraft $x = 10,57$ kg | Denn nach Pythagoras ist:
 Größere „ $x + 4 = 14,57$ kg | $x^2 + (x + 4)^2 = 18^2$.
 45) Kl. Kr. $x = 152,8$ kg | denn n. d. allg. Pyth. ist: $x^2 +$
 Gr. Kr. $x + 40 = 192,8$ kg | $(x + 40)^2 + 2(x + 40) \cdot \frac{x}{2} = 300^2$.
 46) $x = 3,85$ m breit. Denn: $(2x + 40)(2x + 30) =$
 $\frac{3}{2} \cdot 40 \cdot 30$.

Berichtigungen während des Druckes.

- Seite 4 Zeile 12 von oben muß es heißen: „rechts“ anstatt 7.
 „ 7 „ 9 „ „ Auflösung 21 muß heißen: $(x - y)(a + b)$.
 „ 12 „ 9 „ „ „ 9 „ „ $\frac{b^2}{a^2}$.
 „ 15 „ 9 „ „ „ 25 muß heißen:
 $(1 + \sqrt{b} - \sqrt{c}) \sqrt{a}$.
 „ 16 „ 7 „ unten „ 5 muß heißen:
 $\sqrt{a} \sqrt[3]{\frac{x}{a}} = \sqrt[6]{a^3} \sqrt[6]{\frac{x^2}{a^2}} = \sqrt[6]{ax^2}$.
 „ 24 am Schlusse von § 66 ist zu ergänzen: 220) $\frac{a}{bc}$.



Nachtrag zur zweiten Auflage.

- 47) 48; 52; 56 m. Denn ist x der Radius des kleinsten \odot . 176
 Kreises, so ist $x^2\pi + (x+2)^2\pi + (x+4)^2\pi = 6393,04$.
- 48) Um $x = 784$ m. Denn $(x+120)^2 = 896^2 + 120^2$.
- 49) Pfeilhöhe $h = 2$ m. Denn $(2r-h)h = 4^2$.
- 50) Dicke $x = 24$ cm, Breite 32 cm. Denn $x^2 + (x+8)^2 = 40^2$.
- 51) Durchmesser $x = 17,07$ cm. Denn $2(x-5)^2 = x^2$.
- 52) 1; $\frac{3}{5}$. 53) 6; $2\frac{10}{11}$ | 10; $3\frac{1}{3}$. 54) 4; $1\frac{1}{3}$. 55) 5; 2,2. \odot . 177
- 56) 2; 5,5. 57) 0; 7. 58) 0; $\pm\sqrt{10}$. 59) 8; 4. 60) 3; -4. 61) 7; 4 | $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3}$. 62) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$. 63) 1; 14,5. 64) 5; 1,64. 65) 6; $\frac{3}{5}$. 66) 3; 0. 67) 2; $71\frac{3}{11}$. 68) 5; $-1\frac{3}{7}$. 69) 1; 1. 70) 7; -6. 71) 5; $\frac{3}{5}$. 72) 2; 0 | 0; 1. 73) -5; 4. 74) 0; $a+b$. 75) 2; $\frac{3}{5}$. 76) 5; -13. 77) 4; 36. 78) ± 5 ; ± 4 | $\pm\sqrt{7}$; $\pm\sqrt{5}$. 79) 12; -9; 2; 1. 80) ± 3 ; ± 2 . 81) $2r = 4,42$ m. Denn $r\pi s$ d. i. \odot . 178
 $r\pi\sqrt{r^2+h^2} = M$ u. f. w. 82) Obere Kante $x = 2,0$ m; untere 1,5 m. Denn $3,7 = \frac{1,2}{3} [x^2 + (x-0,5)^2 + x(x-0,5)]$. 83) Obere Breite $2r = 11$ m; untere 9 m. Denn $\frac{2\pi}{3} [r^2 + (r-1)^2 + r(r-1)] = 157$. 84) $f_1 = 14830$ und $f_2 = 9170$ qm etwa. Denn wenn der größere Abschnitt der stetig geteilten Länge $= x$ m ist, so ist $240:x = x:(240-x)$, woraus $x = 148,3$ m etwa. 85) Quadratseite $x = 20$ cm; Rechteck 50:40 cm. Denn $x^2 = \frac{1}{5}(x+30)(x+20)$. 86) Erstes Grundstück: Breite $x = 30$ m u. f. w. Denn $x(2x+60) = (x+10)(x+60)$. 87) $h = 1,8$; $s = 6,0$; $r = 3,4$ m. Denn nach dem Pythagoras oder nach dem Sehnenfaze ist $\left(\frac{s}{2}\right)^2 = h(2r-h)$, und da $s = h + 4,2 = r + 2,6$ ist, so ist $\left(\frac{h+4,2}{2}\right)^2 = h(h+3,2)$.

88) Länge $x = 50$ m; Tiefe 8 m. Denn Dachfläche $D =$ Grdfl. $F: \cos \delta$ [Neigung], nun ist $\cos \delta = \frac{1}{2} g: s$ [Sparrenlänge], und da $h: \frac{1}{2} g = 3:4$, so ist nach Pythagoras $\frac{1}{2} g: s = 4:5$, also $D = \frac{F}{4:5}$ oder $500 = x(x - 42) \cdot \frac{5}{4}$ u. f. w. 89) Länge

€. 179 $x = 50$ m; Tiefe 10 m. Denn $700 = \frac{1}{2}(x - 40) \cdot 3 \cdot \frac{1}{3}(x + x + 40)$ als schief abgeschnittenes dreiseitiges Prisma.

90) Tiefe $x = 2$ m; Breite $s = 8$ m. Denn $O = 2rx$; nun ist nach dem Sehnenfaze $x(2r - x) = \left(\frac{s}{2}\right)^2$ [r Radius der Kugel, s Breite der Kappe], und da $s = x + 6$, so ist $2rx = \left(\frac{x+6}{2}\right)^2 + x^2$, also ist $O = 62,8 = \pi \left[\left(\frac{x+6}{2}\right)^2 + x^2 \right]$ u. f. w.

§ 75.

Quadratische Gleichungen mit zwei Unbekannten.

- 1) $\pm 3 \mid \pm 2 \parallel \pm 5 \mid \pm 3$. 2) $\begin{array}{c|c} 2,5 & 1 \\ \hline 0,5 & -3 \end{array} \parallel \begin{array}{c|c} 5 & 10 \\ \hline -3 & -14 \end{array}$
- 3) $\begin{array}{c|c} 2 & -1 \\ \hline -0,6 & 3 \end{array} \parallel \begin{array}{c|c} 10 & 5 \\ \hline 7\frac{1}{7} & -2\frac{1}{7} \end{array}$. 4) $\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline 5 & 10 \end{array} \parallel \pm 3 \mid \pm 2$. 5) $\begin{array}{c|c} 6 & 3 \\ \hline 18\frac{3}{4} & 28\frac{1}{2} \end{array} \parallel$
- 6) $\begin{array}{c|c} 2 & 3 \\ \hline -\frac{4}{19} & \frac{1}{19} \end{array}$. 7) $\begin{array}{c|c} 9 & 5 \\ \hline 5 & 1 \end{array} \parallel \begin{array}{c|c} 5 & 7 \\ \hline 3 & 5 \end{array}$. 8) $\begin{array}{c|c} 4 & 0 \\ \hline -\frac{1}{2} & -4\frac{1}{2} \end{array} \parallel$
- 9) $\begin{array}{c|c} 3 & 2 \\ \hline -4 & -3 \end{array} \parallel \begin{array}{c|c} 1 & 2 \\ \hline -\frac{4}{3} & -\frac{3}{2} \end{array}$. 10) $\begin{array}{c|c} 4 & -6 \\ \hline 2\frac{1}{2} & -3 \end{array} \parallel \begin{array}{c|c} 5 & 2 \\ \hline -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{array}$
- €. 180 11) $\pm 4 \mid \pm 6 \parallel \pm 7 \mid \pm 2$. 12) $\pm 4 \mid \pm 3 \parallel \pm 4 \mid \pm 3$.
- 13) $\pm 4 \mid \pm 3 \parallel \pm 4 \mid \pm 3$. 14) $\begin{array}{c|c} 5 & 2 \\ \hline 2 & 5 \end{array} \parallel \begin{array}{c|c} 10 & 3 \\ \hline -3 & -10 \end{array}$
- 15) $\begin{array}{c|c} 2 & 1 \\ \hline 1 & 2 \end{array} \parallel \begin{array}{c|c} 6 & 5 \\ \hline -5 & -6 \end{array}$. 16) $\pm 7 \mid \pm 4 \parallel \begin{array}{c|c} 7 & 3 \\ \hline 3 & 7 \end{array}$. 17) $\begin{array}{c|c} 16 & 9 \\ \hline 9 & 16 \end{array} \parallel$
- 18) $\begin{array}{c|c} 49 & 36 \\ \hline 36 & 49 \end{array} \parallel \begin{array}{c|c} 25 & 9 \\ \hline 9 & 25 \end{array}$. 19) $\begin{array}{c|c} 12 & 4 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \parallel \begin{array}{c|c} 8 & 6 \\ \hline 0 & 0 \end{array}$. 20) $\begin{array}{c|c} 3 & 2 \\ \hline 2 & 3 \end{array} \parallel$
- 21) $\begin{array}{c|c} 8 & 5 \\ \hline 3 & 10 \end{array} \parallel \begin{array}{c|c} 5 & 4 \\ \hline 11,08 & 13,12 \end{array}$. 22) $\begin{array}{c|c} 2 & 1 \\ \hline 2\frac{4}{5} & \frac{7}{8} \end{array} \parallel \begin{array}{c|c} 4\frac{2}{3} & 11\frac{1}{9} \\ \hline 9 & 4 \end{array}$
- 23) $\begin{array}{c|c} 5 & 4 \\ \hline -3\frac{1}{3} & -2\frac{2}{3} \end{array}$. 24) $\begin{array}{c|c} 16 & 12 \\ \hline 10 & 7 \end{array}$. 25) $\begin{array}{c|c} 2 & 1 \\ \hline 0 & 0 \end{array}$

$$26) \left\{ \begin{array}{l} \text{Gebäudetiefe } x = 10,0 \text{ m} \\ \text{Giebelhöhe } y = 6,0 \text{ m} \\ \text{Sparrenlänge } s = 7,8 \text{ m} \end{array} \right\}, \text{ denn } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} xy = 30 \\ y : x = 3 : 5 \end{array} \right\} \quad \text{S. 181}$$

$$27) \left\{ \begin{array}{l} x = 10 \text{ cm} \\ y = 12,5 \text{ cm} \end{array} \right\}, \text{ denn } \left\{ \begin{array}{l} xy = 125 \\ x : y = 4 : 5 \end{array} \right\} \quad 28) \left\{ \begin{array}{l} x = 110 \text{ m} \\ y = 70 \text{ m} \end{array} \right\},$$

$$\text{denn } \left\{ \begin{array}{l} x + y = 180 \\ xy = 7700 \end{array} \right\} \quad 29) \left\{ \begin{array}{l} \text{Gebäudetiefe } x = 8,0 [6,0] \text{ m} \\ \text{Giebelhöhe } y = 3,0 [4,0] \text{ m} \end{array} \right\},$$

$$\text{denn } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} xy = 12 \\ \left(\frac{x}{2}\right)^2 + y^2 = 25 \end{array} \right\} \quad 30) \left\{ \begin{array}{l} \text{Breite } x = 13\sqrt{3} = 22,52 \text{ cm} \\ \text{Höhe } y = 13\sqrt{6} = 31,84 \text{ cm} \end{array} \right\}$$

$$\text{denn } \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 39^2 \\ x : y = 1 : \sqrt{2} \text{ [etwa } 5 : 7] \end{array} \right\}.$$

$$31) \left\{ \begin{array}{l} \text{Breite } x = \frac{39}{2} = 19,5 \text{ cm} \\ \text{Höhe } y = \frac{39}{2}\sqrt{3} = 33,776 \text{ cm} \end{array} \right\}, \text{ denn}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 39^2 \\ x : y = 1 : \sqrt{3} \text{ [etwa } 4 : 7] \end{array} \right\}. \quad 32) \text{ Rechteckseiten } \left\{ \begin{array}{l} x = 8 \text{ m} \\ y = 6 \text{ m} \end{array} \right\},$$

$$\text{denn } \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 100 \\ 2x + 2y = 28 \end{array} \right\}, \text{ also Ecken } \left\{ \begin{array}{l} h_x = r - \frac{1}{2}y = 2 \text{ m} \\ h_y = r - \frac{1}{2}x = 1 \text{ m} \end{array} \right\}.$$

$$33) \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ tes } \beta. x = 6,4 \text{ m} \\ 2 \text{ tes } \beta. y = 4,8 \text{ m} \end{array} \right\}, \text{ denn } \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 64 \\ x - y = 1,6 \end{array} \right\}.$$

$$34) \left\{ \begin{array}{l} x = 8000 \text{ M zu } y = 4,5 \% \\ 7000 \text{ M zu } 4,75 \% \end{array} \right\}, \text{ denn}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{100} xy = 360 \\ \frac{1}{100} (x - 800) (y + \frac{1}{4}) = 342 \end{array} \right\}. \quad 35) \left\{ \begin{array}{l} \text{Seite } x = 77 \text{ m} \\ \text{Seite } y = 36 \text{ m} \end{array} \right\},$$

$$\text{denn } \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 85^2 \\ (x + 3)^2 + (y + 3)^2 = 89^2 \end{array} \right\}. \quad 36) \left\{ \begin{array}{l} \text{Länge } x = 84 \text{ m} \\ \text{Breite } y = 13 \text{ m} \end{array} \right\}, \quad \text{S. 182}$$

$$\text{denn } \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 85^2 \\ (x - 7)^2 + (y + 23)^2 \end{array} \right\}. \quad 37) \left\{ \begin{array}{l} \text{Länge } x = 77 \text{ m} \\ \text{Breite } y = 36 \text{ m} \end{array} \right\},$$

$$\text{denn } \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 85^2 \\ (x + 2) (y + 2) = xy + 230 \end{array} \right\}. \quad 38) \left\{ \begin{array}{l} \text{Länge } x = \\ \text{Tiefe } y = \end{array} \right\}$$

$$\text{S. 182 } \left. \begin{array}{l} 10,908 \text{ m} \\ 5,908 \text{ m} \end{array} \right\} \text{ denn } \left\{ \begin{array}{l} xy - (x - 1,02)(y - 1,02) = \frac{1}{4}xy \\ x - y = 5 \end{array} \right\}.$$

$$39) \left\{ \begin{array}{l} \text{Basisbreite } x = 8,4 \text{ m} \\ \text{Höhe } y = 2,0 \text{ m} \end{array} \right\} \text{ denn } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}(x + 2,4)y = 10,8 \\ \frac{1}{2}(x - 2,4):y = 3:2 \end{array} \right\}.$$

$$40) \left\{ \begin{array}{l} \text{Kronenbreite } x = 2,4 \text{ m} \\ \text{Höhe } y = 1,5 \text{ m} \end{array} \right\} \text{ denn } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}(9,6 + x)y = 9,0 \\ \frac{1}{2}(9,6 - x):y = 12:5 \end{array} \right\}.$$

$$41) \left\{ \begin{array}{l} \text{Kronenbreite } x = 2,6 \text{ m} \\ \text{Höhe } y = 1,2 \text{ m} \end{array} \right\} \text{ denn } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}(6,5 + x)y = 5,46 \\ (6,5 - x):y = 13:4 \end{array} \right\}.$$

$$42) \left. \begin{array}{l} \text{a.} \\ \text{b.} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Pfeilh. } h_a = 4\sqrt{\frac{1}{3}\sqrt{5}} = 2,675 \text{ m} \\ \text{Rad. } r_a = 2(1 + \sqrt{5})\sqrt{\frac{1}{3}\sqrt{5}} = 4,338 \text{ m} \\ \text{denn } \left\{ \begin{array}{l} h(2r - h) = 4^2 \text{ [Sehnenatz]} \\ r:h = h:(r - h) \text{ [gold. Schnitt]} \end{array} \right\} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{a.} \\ \text{b.} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Pfeilh. } h_b = (3 - \sqrt{5})\sqrt{2 + 2\sqrt{5}} = 1,943 \text{ m} \\ \text{Rad. } r_b = 2\sqrt{2 + 2\sqrt{5}} = 5,088 \text{ m} \\ \text{denn } \left\{ \begin{array}{l} h(2r - h) = 4^2 \text{ [Sehnenatz]} \\ r:(r - h) = (r - h):h \text{ [gold. Schnitt]} \end{array} \right\} \end{array} \right\}.$$

$$43) \left\{ \begin{array}{l} x = 4 \text{ m} \\ y = 3 \text{ m} \end{array} \right\} \text{ denn } \left\{ \begin{array}{l} 2x + 2y = 3\sqrt{x^2 + y^2} - 1 \\ xy = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) - \frac{1}{2} \end{array} \right\}.$$

$$44) \left\{ \begin{array}{l} x = 1,56 \text{ m} \\ y = 1,16 \text{ m} \end{array} \right\} \text{ denn } \left\{ \begin{array}{l} x^2\pi + y^2\pi = 12 \\ y + 0,4 = x \end{array} \right\}.$$

$$45) \left\{ \begin{array}{l} \text{Spannweite } 2x = 8,0 \text{ m} \\ \text{Inn. Durchm. } 2y = 34,0 \text{ m} \end{array} \right\} \text{ denn } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}x\pi \cdot 2\pi(x + y) = 829,05 \text{ [Guldin'sche Regel]} \\ 2y = 8x + 2 \end{array} \right\}.$$

§ 76. Vermischte Aufgaben.

$$\text{S. 183 } \quad 1) \text{ A in } x = 10, \text{ B in } 15 \text{ Tg. Denn } \frac{6}{x}P + \frac{6}{x+5}P = P. \quad 2) \text{ A in } x = 28, \text{ B in } 21 \text{ Std. Denn } \frac{12}{x}V +$$

$\frac{12}{x-7}V = V$. 3) A in $x=10$, B in 12, C in 15 Tg.

Denn $\frac{4}{x}P + \frac{4}{1,2x}P + \frac{4}{1,5x}P = P$. 4) Durch die 1. P.

allein in $x=3$, durch die 2. in 4, durch die 3. in 6 Std.

Denn $\frac{x+1}{3x}W + \frac{1}{3}W + \frac{x+1}{6x}W = W$. Durch die 3 P.

zusammen in $1\frac{1}{3}$ Std. Denn $y \cdot \frac{1}{3}W + y \cdot \frac{1}{4}W + y \cdot \frac{1}{6}W$

$= W$. 5) $x = 30\frac{2}{3}$; $l = 20$ m. Denn $P : G = h : l = x : 100$,

also $21,6 : 72 = 6 : 1 = x : 100$. 6) Innenseite $x = \frac{r}{2}(\sqrt{5}-1)$

$= 4,94$ m. Denn die Seite des regulären Zehneckes ist gleich

dem größeren Abschnitt des nach dem „goldenen Schnitte“

[stetig] getheilten Radius, also $r : x = x : (r-x)$ u. s. w.

7) { Schenkel und eine Parallelseite je $x = 20$ m, }
 { Tiefe 16 m, die andere Parallelseite $y = 44$ m } denn

$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}(x+y) \cdot \frac{4}{3}x = 512 \\ y = 2\frac{1}{3}x \end{array} \right\}$. 8a) $\frac{(D+d)\pi}{2a} = \frac{H}{h} - 1$ [oder S. 184

$\frac{(d+l)\pi}{a} = \frac{H}{h} - 1$]. Denn sind R und r die zu D und d gehörigen

Radien, so ist die Ganglinie vom Mittelpunkte der Spindel um $R -$

$\frac{R-r}{2} = \frac{R+r}{2} = \frac{D+d}{4}$ [oder $= \frac{d+l}{2}$] entfernt. Ferner ist die

Summe der Austrittsbreiten $= 2 \cdot \frac{D+d}{4} \pi = \frac{D+d}{2} \pi$ [oder $= (d+l)\pi$];

also ist die Zahl der Auftritte $= \frac{(D+d)\pi}{2a}$ [oder $= \frac{(d+l)\pi}{a}$]. Ferner

ist die Anzahl der Steigungen $= \frac{H}{h}$. Da nun immer die Anzahl der Auf-

tritte gleich der Anzahl der Steigungen $- 1$ ist, so hat man die Gleichung:

$\frac{(D+d)\pi}{2a} = \frac{H}{h} - 1$ [oder $\frac{(d+l)\pi}{a} = \frac{H}{h} - 1$]. 8β) $\frac{(2D+d)\pi}{3a} =$

$\frac{H}{h} - 1$ [oder $\frac{(3d+4l)\pi}{3a} = \frac{H}{h} - 1$]. Denn die Ganglinie ist vom

Mittelpunkte der Spindel entfernt um $R - \frac{R-r}{3} = \frac{2R+r}{3}$ [oder $=$

$\frac{d}{2} + \frac{1}{2} = \frac{D + \frac{1}{2}d}{3} = \frac{2D + d}{6}$ [oder $= \frac{3d + 4l}{6}$]. Die Summe der Auftritte ist also $= \frac{(2D + d)\pi}{3}$ [oder $= \frac{(3d + 4l)\pi}{3}$]; also die Anzahl der Auftritte $= \frac{(2D + d)\pi}{3a}$ [oder $= \frac{(3d + 4l)\pi}{3a}$]. Da nun immer die Anzahl der Auftritte gleich der Anzahl der Steigungen $- 1$ ist, so hat man die Gleichung: $\frac{(2D + d)\pi}{3a} = \frac{H}{h} - 1$ [oder $\frac{(3d + 4l)\pi}{3a} = \frac{H}{h} - 1$].

9a) $D = 1,182$ m. Denn $\frac{(D + 0,25)\pi}{2 \cdot 0,25} = \frac{2,0}{0,20} - 1$. 9b) $D =$

$0,95$ m. Denn $\frac{(2D + 0,25)\pi}{3 \cdot 0,25} = \frac{2,0}{0,20}$. 10a) $D = 2,05$ m. Denn

$\frac{(D + 0,25)\pi}{2 \cdot 0,28} = \frac{2,50}{0,18} - 1$. 10b) $D = 1,6$ m. Denn $\frac{(2D + 0,25)\pi}{3 \cdot 0,28} =$

$\frac{2,50}{0,18} - 1$. 11a) $H = 2,51$ m. Denn $\frac{(2,20 + 0,25)\pi}{2 \cdot 0,28} = \frac{H}{0,17} - 1$.

§. 184 11b) $H = 3,126$ m. Denn $\frac{(2 \cdot 2,20 + 0,25)\pi}{3 \cdot 0,28} = \frac{H}{0,17} - 1$.

12a) $H = 2,23$ m. Denn $\frac{(2,40 + 0,25)\pi}{2 \cdot 0,30} = \frac{H}{0,15} - 1$.

12b) $H = 2,80$ m. Denn $\frac{(2 \cdot 2,40 + 0,25)\pi}{3 \cdot 0,30} = \frac{H}{0,15} - 1$.

13) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Teil } x = 369,93 \text{ qm} \\ \text{'' } y = 493,24 \text{ ''} \\ \text{'' } z = 616,55 \text{ ''} \end{array} \right\}$, denn $\left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 1479,72 \\ x : y : z = 3 : 4 : 5 \end{array} \right\}$.

[Geometrisch: Man teile die Parallelseite 50 m im Verhältnis 3 : 4 : 5 und verbinde die Teilpunkte mit dem Schnittpunkte der beiden verlängerten nicht parallelen Seiten].

Abgekürzte Rechnung mit Dezimalbrüchen.

Das Resultat von Rechnungen mit Dezimalbrüchen genügt meistens, wenn es bis auf eine gewisse Bruchstelle angegeben wird. Den durch Weglassung der niedrigeren Stellen im Resultate entstandenen Fehler macht man dadurch so klein

als möglich, daß man, a. wenn die erste wegzulassende Ziffer ≥ 5 ist, die letzte beizubehaltende Ziffer um 1 erhöht [z. B. statt 7,3578 schreibt man 7,36]; b. wenn die erste wegzulassende Ziffer < 5 ist, die letzte beizubehaltende Ziffer unverändert läßt [z. B. statt 3,4213 schreibt man 3,421].

Dieses Verfahren wird auch bei abgekürzten Rechnungen mit Dezimalbrüchen befolgt.

1) Abgekürzte Addition: Gib die Summen auf 3 Dezimalstellen an:

| | |
|--|--|
| $\begin{array}{r} \text{a) } 25,378 \overline{)902} \\ \quad 82,130 \overline{)746} \\ \quad \quad 73,207 \overline{)234} \\ \hline \dots 68\dots \\ \hline 180,717 \end{array}$ | $\begin{array}{r} \text{b) } 702,387 \overline{)686} \\ \quad 539,213 \overline{)442} \\ \quad \quad 702,010 \overline{)378} \\ \hline \dots 13\dots \\ \hline 1943,611 \end{array}$ |
|--|--|

2) Abgekürzte Subtraktion: Gib die Differenzen auf 3 Dezimalstellen an:

| | |
|---|--|
| $\begin{array}{r} \text{a) } 75,502 \overline{)68} \\ \quad 37,075 \overline{)93} \\ \hline \dots 67\dots \\ \hline 38,427 \end{array}$ | $\begin{array}{r} \text{b) } 602,706 \overline{)525} \\ \quad 217,492 \overline{)234} \\ \hline \dots 43\dots \\ \hline 385,214 \end{array}$ |
|---|--|

3) Abgekürzte Multiplikation. Man setze unter den einen Faktor A den andern Faktor B in umgekehrter Ziffernfolge, und zwar die Einer von B unter die sovielte Dezimalstelle von A, als bis zu welcher das Resultat angegeben werden soll, und fülle etwa fehlende Stellen bei

z. B. $625,27 \cdot 0,35702$ auf 2 Dezst.

$$A \quad 0,35702$$

$$B \quad 72526$$

$$\hline 21421$$

$$714$$

$$179$$

$$7$$

$$2$$

$$\hline 223,23$$

A mit Nullen aus. Dann multipliziere man mit der letzten rechts befindlichen Stelle des umgestellten Faktors B die gerade über ihr stehende und alle höheren links befindlichen Stellen von A, berücksichtige aber den Einfluß der nächst niederen rechts von ihr stehenden Stelle des Faktors A. So verfähre man mit jeder Ziffer von B. Die Teilprodukte schreibe man so, daß ihre letzten Ziffern vertikal untereinander stehen; addiere dann alle Teilprodukte und teile von rechts aus durch das Komma die verlangte Anzahl von Stellen ab.

4) Abgekürzte **Division**. Man rücke im Divisor und Dividendus das Komma um gleich viel Stellen nach rechts, so daß der Divisor eine ganze Zahl wird, dividiere dann wie gewöhnlich, bis der Divisor im Dividenden nicht mehr enthalten ist; dann setze man im Quotienten das Komma. Statt nun dem Reste und jedem folgenden Reste eine Null anzuhängen, streiche man im Divisor jedesmal rechts eine Ziffer ab, berücksichtige diese aber noch, wenn man den nächsten Teilquotienten mit dem Divisor multipliziert.

$$\text{z. B. } 89,3 : 1,234 =$$

$$89300 : 1234 = 72,367$$

8638

—
2920

2468

—
452 : 123

370

—
82 : 12

74

—
8 : 1

—
8

Ankündigung.

Zu Michaelis 1902 erscheint im Verlage von E. Morgenstern in Breslau:

Abriß der Naturlehre und Baustofflehre

zum Gebrauche an

technischen und gewerblichen Schulen, Mittelschulen u. s. w.

von

Professor E. Kiezig,

Oberlehrer an der Königl. Baugewerkschule zu Breslau.

Nach beinahe vierzehnjähriger Lehrthätigkeit an der hiesigen Königl. Baugewerkschule und auf Grund der dabei gesammelten Erfahrungen hat der Herr Verfasser die Bearbeitung des vorgenannten Buches unternommen, um dem besonders an Baugewerkschulen und anderen gewerblichen Schulen hervortretenden Mangel eines geeigneten kurzgefaßten Buches abzuwehren, das den Zweck hat, die wichtigsten Tatsachen aus dem vom Lehrer vorgetragenen Lehrstoffe der Naturlehre und Baustofflehre kurz und übersichtlich zusammenzufassen und ihre Einprägung in dieser Form dem Schüler möglichst zu erleichtern.

Der Inhalt des Buches ist dem Lehrplane der preussischen Baugewerkschulen angepasst, entspricht aber auch den Bedürfnissen anderer technischer und gewerblicher Schulen, Mittelschulen u. s. w.

Druck von Kramm, Reinhold & Wagner, Leipzig.



Verlag von Ferdinand

Claußen, Dr. F., Direkt.
Kart. 1 *M.*

— **Zusonderheit**
Lademann, Dr. C., 2
Abungsbuch für den
2., verbesserte Auflage

— **Die Elemente der**
metrischen Unterrichts-
schen Lehrpläne von
I. Planimetrie

II. Trigonometrie und Stereometrie. 3. Auflage. Kart. 80 *S.*

Obige Unterrichtsmittel von Lademann haben gerade in letzter Zeit einen be-
deutenden Aufschwung genommen und zahlreiche neue behördliche Genehmigungen ge-
funden.

Lichtblau, W., Sem.-Lehrer, und **B. Wiese,** Sem.-Lehrer, **Sammlung geometrischer**
Rechenaufgaben zum Gebrauch an Seminarien, sowie zum Selbstunterricht.
1,25 *M.*; geb. 1,50 *M.*

Niemöller, Dr. F., Realschuldirektor, und **V. Decker,** Oberlehrer, **Arithmetisches**
und algebraisches Unterrichtsbuch. Für den mathematischen Unterricht in der
Mittelschule (viertes bis sechstes Schuljahr) höherer Lehranstalten nach
den Bestimmungen der preussischen Lehrpläne von 1892 bearbeitet. In 2 Hefen:
Heft I: Rechen der Untertertia. (Tertia der Realschulen.)
Kart. 1 *M.* (Neu!).

Heft II: Rechen der Obertertia und Untersekunda. (Sekunda und Prima der
Realschulen.) Kart. 1,60 *M.* (Neu!).

Dieses neue Unterrichtsmittel soll nicht nur als Aufgabebuch, sondern auch
als Lehrbuch dienen; deshalb sind die für das System notwendigen Begriffe und
Sätze den einzelnen Kapiteln in knapper Fassung vorangestellt. Besondere Berücksich-
tigung haben die Aufgaben aus dem bürgerlichen Leben gefunden.

Oblert, A., Reg.- und Schulrat, **Praktischer Lehrgang der Geometrie für Mittel-**
schulen. 7. Auflage, neu bearbeitet von Dr. **Bernh. Oblert,** weil. Direktor des
Realschulmanns zu St. Petri und Pauli in Danzig. Mit einer Tafel Figuren.
Kart. 80 *S.*

Simon, Dr. Max, **Geometrie für höhere Bürgerschulen (Realschulen) und Lehrer-**
seminare. Ein methodischer Leitfaden in hehrlicher Darstellung. Mit 101 Figu-
ren im Text. 4., verbesserte Auflage. Kart. 1 *M.*

Willig, Th. A., Sem.-Lehrer, **Geometrisches und Zirkel-Zeichnen.** Für die Ober-
stufe der Volksschule, für Fach- und Fortbildungsschulen, Präparandenanstalten
und Lehrerseminarien. Mit 278 Figuren auf 36 lithographierten Tafeln. gr. 89.
Steif geb. 1,60 *M.*

— **Taschenbuch für Zeichenlehrer.** Ein Sammlung von mehr als 1100 stufenmäßig
geordneten Mustervorlagen für das Wandtafelzeichnen in Volks-, Bürger- und
Fortbildungsschulen, sowie in Präparandenanstalten und Lehrerseminarien.
10 Bogen Vorlagen nebst einem kurzen, erklärenden Text. Leinwandband 3,50 *M.*

Waeber, A., Sem.-Dir., **Lehrbuch für den Unterricht in der Physik, mit Berücksich-**
tigung der physikalischen Technologie und der Meteorologie. Mit 340 Abbil-
dungen und einer Spektrotafel. 11. verbesserte Auflage. In Leinwandband
3,75 *M.*

— **Lehrbuch für den Unterricht in der Chemie, mit besonderer Berücksichtigung der**
Mineralogie und Technologie. Mit 104 Abbildungen. 12. verbesserte Auflage.
In Leinwandband 2,50 *M.*

Nähere Auskunft über unsern ausgedehnten Unterrichtsverlag giebt

Ferdinand Hirt's Unterrichtsmittel-Verzeichnis

in sachlicher Anordnung, welches kostenfrei zu beziehen ist durch die
Verlagsbuchhandlung von Ferdinand Hirt & Sohn in Leipzig.

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA

|| 32218
L. inw.

Kdn., Czapskich 4 — 678. 1. XII. 52. 10,000

Neue empfehlenswerte Unterrichtsmittel
aus dem
Verlage von **G. Morgenstern** in Breslau.

Räther & Wohl, Rechenwerk.

Übungsbuch für mündliches und schriftliches Rechnen
in vier verschiedenen Ausgaben.

Ausgabe C. Für höhere Schulen jeder Art. 7 Hefte. Preise: Heft I/II je 15 *S.*, III/IV je 25 *S.*, V/VII je 40 *S.*. Sechstes und siebentes Heft in einem Bande (für die Oberklasse der Mittelschulen): Preis 60 *S.*.
Zu den Heften 3 bis 7 sind Ergebnishefte erschienen.

Ausführliche Verzeichnisse und Probeexemplare zur näheren Prüfung stehen zu Diensten. Bei Einführung erleichternde Bedingungen.

Im Anschluß an das Übungsbuch ist eine Anleitung für Lehrer erschienen unter dem Titel:

Theorie und Praxis des Rechenunterrichts

von **Heinrich Räther**.

2. Auflage. Preis geheftet 6,50 *M.*, gebunden 7,25 *M.*
In einzelnen Teilen: I. 1,20 *M.*, II. 2 *M.*, III. 3,50 *M.*

Wandtafeln für den physikalischen Unterricht

von **A. Menzel**.

Zweite neubearbeitete Auflage.

30 aufsauberste, zum Teil in Farbendruck ausgeführte Tafeln in
50 : 72 cm Größe mit kurzem erläuterndem Texte.

Verzeichnis der Tafeln:

- | | |
|---|---------------------------------------|
| 1. Parallelogramm der Kräfte.
Centralbewegung. | 13. Mikroskop und Teleskop. |
| 2. Keil und Schraube. | 14. Thermometer. Kompensationspendel. |
| 3. Schnell- und Brückenwaage. | 15. 16. Lokomotive. |
| 4. Rolle und Kran. | 17. 18. Niederdruckmaschine. |
| 5. Flaschenzug und Pendel. | 19. 20. Telegraphie. |
| 6. Telefon. | 21. Ohr. |
| 7. Gasbereitung. | 22. Hydraulische Presse. |
| 8. Saug- und Druckpumpe.
Feuerpfeife. | 23. Klangfiguren. Monochord. |
| 9. Luftpumpe. | 24. Spektre. |
| 10. Verbreitung des Lichts.
Plan- und Winkelspiegel. | 25. Auge. |
| 11. Hohl- und Konvexspiegel. | 26. Brille. |
| 12. Zerstreung des Lichts.
Linsenbilder. | 27. Teile der Dampfmaschine. |
| | 28. 29. Hochdruckmaschine. |
| | 30. Orgelpfeifen. |

Preis 18 *M.*, auf Leinwand aufgezogen in dauerhafter Mappe 31,50 *M.*,
Auswahl für einfachere Schulverhältnisse, enth. 15 Tafeln (Nr. 3, 4, 5,
7, 8, 14, 19, 20, 21, 25, 26, 27, 28, 29, 30), Preis 9 *M.*, aufgezogen
auf Leinwand mit Mappe 16,50 *M.*

Preis einzelner Tafeln 1 *M.*, auf Leinwand aufgezogen 1,50 *M.*

Zu beziehen durch alle Buch- und Lehrmittelhandlungen.
Ausführl. Verlagsverzeichnis steht kosten- und postfrei zu Diensten.



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



II-32218

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000299720