Db

208.

Die mechanischen

elektrostatischen und elektromagnetischen

absoluten Maasse.

A. Hartleben's Verlag in Wien, Pest und Leipzig.

Die mechanischen, elektrostatischen

und elektromagnetischen

ABSOLUTEN MAASSE

mit Anwendung auf mehrfache Aufgaben

elementar abgehandelt

von

A. SERPIERI

Professor der Physik.

Aus dem Italienischen übertragen

von

Dr. R. v. Reichenbach.

Autorisirte Ausgabe.

S. v. Lichrowsky

WIEN. PEST. LEIPZIG.

A. HARTLEBEN'S VERLAG.

1885.

K. k. Hofbuchdruckerei Carl Fromme in Wien.

Vorrede des Verfassers.

Die vorliegende Abhandlung über die absoluten Maasse, mit specieller Beziehung auf die Elektricität und ihre Anwendungen in der Industrie, wurde von mir geschrieben, um der französischen Uebersetzung meines Buches: „Il Potentiale Elettrico nell'insegnamento elementare dell'Elettrostatica" beigegeben zu werden, nachdem mir die der italienischen Ausgabe früher einverleibte kleine Abhandlung von den absoluten Maassen allzu kurz gefasst erschien. Hier habe ich nunmehr nicht blos die Rechnungs-Aufgaben bedeutend vervielfacht, sondern wollte weiter mit einiger Ausführlichkeit die Hauptgesetze des elektrischen Stromes und seiner Wirkungen erläutern, um die Anwendungen vieler Formeln mehr in's Klare zu stellen und die Studirenden in den Stand zu setzen, selbständig irgend ein vorgelegtes Problem zu lösen, dadurch, dass sie mit voller Sicherheit und Einsicht von den elektrostatischen und elektromagnetischen Maassen Gebrauch zu machen wissen.

Somit glaube ich, zum Theile wenigstens, dem Wunsche aller Jener entsprochen zu haben, welche mich aufforderten, auch die Theorie der Volta'schen Elektricität in elementarer Weise auseinanderzusetzen, wie ich dies für die Elektrostatik bereits gethan habe. Da ich sonach annehmen darf, dass die gegenwärtige Abhandlung, welche gleichsam eine Ergänzung des genannten Buches ist, im Publicum einer wohlwollenden Aufnahme begegnen könne, dachte ich, dieselbe auch im italienischen Texte drucken zu lassen, das heisst in der Sprache, in welcher sie geschrieben wurde, vornehmlich zum Besten der studirenden Jugend, für welche bis jetzt andere Werke dieser Art in Italien meines Wissens noch nicht vorhanden sind. Die Gelehrten, welche von ungefähr ihre Blicke in diese Blätter werfen sollten, möchte ich freundlichst ersuchen, mich mit ihren Rathschlägen beehren zu wollen, um meine geringe Arbeit wo und wie immer noch zu verbessern.

A. Serpieri.

Vorbemerkung.

Die unter (Potential § . . .) gemachten Citate beziehen sich auf desselben Verfassers Werk: Das Elektrische Potential (Wien 1884, A. Hartleben's Verlag) und wurde hier ferner von nachstehenden Abkürzungen Gebrauch gemacht:

m. . . .	Meter.
c.	Centimeter.
mm. . . .	Millimeter.
km. . . .	Kilometer.
kg. . . .	Kilogramm.
kgm . .	Kilogramm-Meter.
grc. . . .	Gramm-Centimeter
C. G. S. .	Centimeter-Gramm-Secunden-System.
U. E. S.	elektrostatische } Einheiten des Systemes *C. G. S.*
U. E. M.	elektromagnetische } Einheiten des Systemes *C. G. S.*
j	mechanisches Aequivalent der Gramm-Calorie.
H. P. . .	Horsepower oder Englische Pferdestärke zu 76 *kgm.*

Inhalt.

Die absoluten Maasse.

1. Von den besonderen Eigenschaften eines Systemes absoluter Einheiten. Die Maasseinheiten, welche heutzutage den Namen „absolute Einheiten" führen, unterscheiden sich von den anderen Maasseinheiten durch dreierlei vornehmliche Eigenschaften. Die erste ist, dass sie alle, wenn auch noch so verschiedenartig und beim ersten Anblick unabhängig von einander, wie z. B. die Einheit der Arbeit, die Einheit der Dichte, die Einheit des Potentials etc., auf sehr einfache Weise abgeleitet sind von blos drei bestimmten Einheiten, welche fundamentale heissen, nämlich von den Einheiten

der Länge, der Masse und der Zeit,

während man allen anderen den Namen abgeleitete Einheiten giebt; und vermöge dieses gemeinschaftlichen Ursprungs bilden alle zusammen ein einziges System, in welchem jede Einheit abhängig von allen anderen genannt werden kann. Und da nun die oben erwähnten drei Fundamental-Einheiten, aus welchen alle anderen sich zusammensetzen, verschiedene Werthe annehmen können, so können, ohne Aenderung in der Ableitungsweise und in ihren gegenseitigen Verhältnissen, alle abgeleiteten Einheiten verschiedene Werthe erhalten, indem sie ebenso viele Systeme bilden, als verschiedene Grundlagen gewählt worden sind.

Eine zweite Eigenschaft unterscheidet die Einheiten, welche wir absolute heissen; es ist die, dass sie Werthe haben, welche zufälligen Veränderungen nicht unterworfen sind, worauf eben ihre Bezeichnung als absolute beruht.

Ich will mich näher erklären, indem ich die allgemein gebräuchlichen Einheiten von Kraft und von Arbeit betrachte, welche auf das Gewicht des Gramms oder des Kilogramms sich gründen. Die Gramm-Masse oder die Kilogramm-Masse hat ein verschiedenes Gewicht unter den verschiedenen Breitegraden; daher ist eine Arbeit von derselben Anzahl von Kilogramm-Metern oder von derselben Anzahl von Dampfpferden in Wirklichkeit nicht dasselbe in verschiedenen Ländern; und anscheinend verschiedene Arbeiten könnten in Wahrheit gleich sein. So beschaffene Maasse haben folglich nichts Absolutes an sich, weil die Kilogramm-Masse unter verschiedenen Breiten mit verschiedener Geschwindigkeit fällt. Nun eben dieser Mangel ist beseitigt in den Systemen absoluter Einheiten, weil von den letzteren was immer für ein Gewicht ausgeschlossen ist: anstatt des Gewichtes des Gramms oder des Kilogramms hat man ihre Masse eingeführt.

Diese Einheiten haben sonach immer und überall einen vollkommen festen und bestimmten Werth, sowie es wäre ein rein theoretischer, von irgend welchem veränderlichen Nebenumstande unabhängiger Werth; was sehr gut von Jenkin ausgedrückt wurde in folgendem Ausspruche: „Unter absolutem Maasse darf man nicht ein mit besonderer Genauigkeit ausgeführtes Maass verstehen, noch darf man unter absoluter Einheit eine Einheit von vollkommener Beschaffenheit sich vorstellen; mit anderen Worten, wenn man von absoluten Maassen oder Einheiten spricht, so will man damit noch nicht sagen, dass dieselben absolut vollkommene seien, sondern einfach, dass diese Maasse, anstatt hergestellt durch blosse Vergleichung der zu messenden Grösse mit einer Grösse von derselben Gattung, zurückgeführt seien auf Fundamental-Einheiten, deren Begriff als ein Axiom gilt". (Bericht von Prof. Jenkin.)

Drittens haben die Einheiten der absoluten Systeme das Besondere, dass sie alle unmittelbar aus den Fundamental-Einheiten hervorgehen, das heisst, sich blos aus den Fundamental-Einheiten, erhoben auf verschiedene Potenzen, zusammensetzen, wie es z. B. die Flächen- und Inhaltseinheiten wären, welche durch die Quadrate oder Kuben der Längeneinheit gebildet werden. Bezeichnet man so mit

$$L,\ M,\ T$$

die drei Fundamental-Einheiten von Länge, von Masse, von Zeit, so hat man blos diese Buchstaben und keinen weiteren Factor in den Ausdrücken, welche die Ableitungsweise der anderen Einheiten darstellen.

2. Dimensions-Gleichungen. Die Ausdrücke welche die verschiedenen Einheiten als Functionen der Fundamental-Einheiten $L,\ M,\ T$ darstellen, werden Dimensions-Gleichungen genannt. Um deren Ableitung wohl aufzufassen, sowie den Gebrauch, den man davon machen kann, wollen wir die Sache von ihrem allgemeinsten Gesichtspunkte aus betrachten.

Nehmen wir an, es stehe irgend eine Grösse G zu den Grössen $A,\ B,\ C$ in der Beziehung

$$G = A^{\alpha}\, B^{\beta}\, C^{\gamma}.$$

Giebt man den $A,\ B,\ C$ Zahlenwerthe, so sind diese nichts Anderes, als die Verhältnisse, in welchen dieselben Grössen $A,\ B,\ C$ stehen zu ihren Maasseinheiten a, b, c; wonach das zweite Glied wird

$$\left(\frac{A}{a}\right)^{\alpha} \left(\frac{B}{b}\right)^{\beta} \left(\frac{C}{c}\right)^{\gamma}$$

und dieses Product wird den Quotienten der Grösse G getheilt durch ihre Maasseinheit g bezeichnen. Und wenn $A,\ B,\ C$ beziehungsweise den Masseinheiten $a,\ b,\ c$ selbst gleich sind, so wird das zweite Glied gleich 1 sein und folglich $\frac{G}{g} = 1$, $G = g$: das heisst, durch Erhebung der Einheiten, auf welche sich A, B, C beziehen, auf die Potenzen α, β, γ erhält man die Einheit, auf welche sich geradezu G bezieht. Kennen wir also die Form der Function von Länge, Masse und Zeit, welche eine abgeleitete Grösse darstellt, so werden wir mit derselben Form die Einheit der abgeleiteten Grösse darstellen können als Function der Elemente, die bei ihrer Bildung betheiligt sind, nämlich im System absoluter Einheiten als Function der Einheiten L, M, T.

Derartige Gleichungen von der allgemeinen Form

$$[u] = [L^{\alpha}\ M^{\beta}\ T^{\gamma}]$$

heissen Dimensions-Gleichungen, weil sie eben zeigen, dass die $[u]$ sich ändert nach dem Grade α der L, nach dem Grade β der M und nach dem Grade γ der T.

Diese Gleichungen dienen vor Allem dazu, die Veränderungen der abgeleiteten Einheiten abzuschätzen in Bezug auf die Veränderungen der sie zusammensetzenden Einheiten; indem, wenn die Einheiten a, b, c zum Beispiel m, n, p mal grössser würden, die abgeleitete g augenscheinlich $m^{\alpha} \times n^{\beta} \times p^{\gamma}$ mal grösser werden würde; und es ist klar, dass, um auf dieses Ergebniss zu kommen, man blos die als Function von L, M, T ausgedrückte Dimensions-Gleichung zu kennen braucht.

3. Mechanische Einheiten. Geschwindigkeit $[v]$. Bei der gleichförmigen Bewegung hat man

$$v = \frac{s}{t}$$

und bei der veränderlichen Bewegung, wo man einen in der unendlich kleinen Zeit dt durchlaufenen unendlich kleinen Weg mit ds bezeichnet, hat man

$$v = \frac{ds}{dt}.$$

Die Geschwindigkeit wird daher immer ausgedrückt durch das Verhältniss eines Raumes zu einer Zeit; folglich wird man, in Uebereinstimmung mit den oben gegebenen Erklärungen, als einheitliche Geschwindigkeit im absoluten Systeme nehmen das einfache Verhältniss der Fundamental-Einheiten L, T; somit hat man für die Geschwindigkeitseinheit die Dimensions-Gleichung

$$[v] = [L\,T^{-1}].$$

Beschleunigung $[\gamma]$. Wie bekannt, wird die Beschleunigung in jedem Augenblicke gemessen durch das Verhältniss der sehr kleinen Geschwindigkeit, welche dem Beweglichen beigebracht wird, zu der sehr kleinen Zeit, in welcher dieselbe ihm beigebracht wird. Bezeichnet man also diese beiden Elemente mit dv und dt, so hat man

$$\gamma = \frac{dv}{dt},$$

was ein Verhältniss ist zwischen einer Geschwindigkeit und einer Zeit. Die Formel der Beschleunigungseinheit wird daher gebildet, indem man die Geschwindigkeitseinheit $[v]$ dividirt durch die Zeiteinheit T und man wird erhalten

$$[\gamma] = [L\,T^{-2}].$$

Kraft $[F]$. Eine Kraft ist umso grösser, je grösser die Beschleunigung ist, welche sie hervorbringt, und je grösser die Masse ist, in welcher sie dieselbe hervorbringt; daher nimmt man das Product der Masse in die Beschleunigung an als Maass der Kraft. Um sonach den Ausdruck der Krafteinheit zu erhalten, wird es genügen, die Beschleunigungseinheit $[\gamma]$ zu multipliciren mit der Masseneinheit M und so werden wir haben

$$[F] = [L\,M\,T^{-2}].$$

Arbeit $[W]$. Die Arbeit ist im Allgemeinen das Product einer Kraft in dem Raum, welchen diese ihren

Angriffspunkt durchlaufen macht. Man wird folglich im absoluten Systeme die Arbeitseinheit haben, indem man die Krafteinheit $[F]$ mit der Längeneinheit L multiplicirt, woraus sich ergiebt

$$[W] = [L^2 M T^{-2}].$$

4. **Das Centimeter-Gramm-Secunden-System.** Diejenigen, welche zuerst in die Wissenschaft die absoluten Maasse eingeführt und als Fundamental-Einheiten das Millimeter, das Milligramm und die Secunde angenommen hatten, waren die berühmten Physiker Gauss und Weber. Die britische Association nahm dagegen das Meter, das Gramm, die Secunde an; setzte aber nachmals (1875) an Stelle des Meters das Centimeter. Dieses System, immer durch die Anfangsbuchstaben der erwählten Einheiten als sein Symbol vorgestellt, ist jetzt das allgemeine, in Folge der Beschlüsse, welche auf dem im September 1881 zu Paris abgehaltenen internationalen Congresse der Elektriker gefasst worden sind. Wir werden sogleich sagen, worin der Vorzug dieses Systemes liegt gegenüber dem Systeme Meter-Gramm-Secunde.

Vorläufig ist es nöthig, die Bedeutung und den Werth der drei Einheiten *C. G. S.* genau zu umgrenzen.

Was das Centimeter und die Secunde betrifft, so braucht kaum erklärt zu werden, dass das erste dem hundertsten Theile des Metermodells entspricht, welches im Pariser Archive aufbewahrt wird und dass die andere den Werth hat von $\frac{1}{24 \times 60^2}$ der mittleren Tageslänge, welche seit vielen Jahrhunderten unverändert geblieben ist. Was aber das Gramm betrifft, mit welcher Bezeichnung man nicht das Gewicht, sondern die Masse des Gramms meint, so muss man sich wohl gegenwärtig halten, dass man damit noch nicht, nach der theoretischen Definition, die Masse eines Kubikcentimeters destillirten

Wassers bei 4^0 versteht, sondern vielmehr den tausendsten Theil der Masse des Kilogramm-Modells, welches ebenfalls im Pariser Archive aufbewahrt wird.

Es ist mit dem Gramme ergangen, wie mit dem Meter, dass nämlich ihre theoretischen Definitionen keinen Werth mehr haben und beide nach den Modellen des Archives bewerthet werden müssen. Man muss sogar wissen, dass in Wirklichkeit ein Kubikcentimeter Wasser bei 4^0 ein wenig mehr enthält, als die in obiger Weise bewerthete Gramm-Masse, nämlich eine Gramm-Masse mehr 13 Milliontel derselben (1·000013)*). Dieser Unterschied ist gewiss bei gewöhnlichen Rechnungen ausser Acht zu lassen, bei denen man auf die Genauigkeit der vierten oder fünften Decimalziffer nicht mehr zählen kann; aber er genügt, um zu zeigen, dass die gewöhnliche theoretische Definition des Gramms für unseren Fall nicht brauchbar ist.

5. Die absolute Dichte der Körper. Die absolute Dichte eines Körpers wird bedingt durch die Menge von Materie, welche sich in der Volumeinheit befindet. Im System *C. G. S.*, in welchem die Volumeinheit das Kubikcentimeter ist, wird die Dichte des Wassers daher ausgedrückt sein durch die Gramm-Masse 1·000013, was in gewöhnlichen Rechnungen ohne merklichen Fehler gleich 1 genommen werden kann.

Denken wir uns nun ein absolutes System, welches zur Fundamental-Einheit das Meter, das Gramm, die Secunde habe. In diesem würde die Volumeinheit das

---

*) Ein Werth, der von Kupffer bestimmt und reducirt wurde von W. H. Miller (Everett, Units and physical constants. London, 1879; und die französische Uebersetzung von Raynaud, 1883; § 34, 37, Ex. 2). In Bezug auf das Meter wollen wir bemerken, dass die neuerlichen Bestimmungen des Erdumfanges als Maass des Viertels der Meridian-Ellipse den Werth 10008856 Meter liefern.

Kubikmeter sein; die absolute Dichte des Wassers wäre daher hier auszudrücken durch 1000013 Gramm-Massen, wie man es auch hat aus dem Verhältnisse

$$D = \frac{M}{V} = \frac{1{\cdot}000013}{(0{\cdot}01^m)^3}$$

Während sonach im System *C. G. S.* die absoluten Dichten der verschiedenen Körper praktisch gleich ihren specifischen Gewichten bleiben, nämlich gleich dem Verhältnisse ihrer Dichten zu jener des Wassers, müssten dagegen im anderen Systeme alle schon bestimmten specifischen Gewichte mit 1·000013 multiplicirt werden, um die Werthe der absoluten Dichten der verschiedenen Körper zu erhalten. Aus diesem Grunde oder, kurz gesagt, weil alle gewöhnlichen Dichten, wie sie in den Tafeln im Verhältnisse zu der des Wassers gegeben sind, auch wohl als den absoluten Dichten noch gleich betrachtet werden könnten, war das System *C. G. S.* dem anderen vorzuziehen, worin das Meter die Stelle des Centimeters einnahm.

Anwendungen.

a) Dichte des Wasserdampfes.

Man hat in den gemeinen Tafeln, nach den letzten Correctionen von Lasch und Kohlrausch, für die Dichte der Luft, des Sauerstoffes und des Wasserstoffes in Bezug auf das Wasser die Werthe

Atmosphärische Luft . . .	0·001292756
Sauerstoff	0·001429310
Wasserstoff	0·000089557.

Nachdem diese Zahlen, die festgestellt wurden für den Druck von 76 Centimeter unter der Breite von 45° und am Meeresspiegel, den absoluten Werthen der Dichten unter denselben Umständen entsprechen, so muss man sie mit

1·000013 multipliciren, wie oben auseinandergesetzt wurde, und so erhalten wir

Absol. Dichten beim Drucke von 76 Centimeter unter der Breite von 45° und am Meere	Atmosph. Luft	0·001292773
	Sauerstoff .	0·001429329
	Wasserstoff .	0·000089548.

Es ist folglich in der Verbindung von 2 Kubikcentimeter Wasserstoff mit 1 Kubikcentimeter Sauerstoff, welche 2 Kubikcentimeter Wasserdampf giebt, die Menge Gramm-Masse

0·001608425

betheiligt; und die Hälfte davon, das ist die Masse, welche sich in 1 Kubikcentimeter befindet, wird die absolute Dichte des Wasserdampfes sein, also gleich

0·000804212,

welche, dividirt durch die absolute Dichte der Luft, das Verhältniss giebt:

abs. Dichte des Wasserdampfes $=$ 0·622 $\times$ abs. Dichte der Luft.

b) Volume der Gramm-Masse verschiedener Gase in der Breite von 45°, am Meeresspiegel, unter dem Drucke von 76 Centimeter.

Kennt man den Bruchtheil von Gramm-Masse, welchen die Gase im Volum von 1 Kubikcentimeter einschliessen, so findet man sofort durch eine einfache Proportion, welches Volum sie haben müssen, um die Masse von 1 Gramm einzuschliessen. So erhalten wir für die obengenannten Gase:

Volum von 1 Gramm-Masse unter dem Drucke von 76 Centimeter in der Breite 45° und am Meeresspiegel:

Atmosphärische Luft . .	773·53	Kubikmeter
Sauerstoff	699·63	„
Wasserstoff	11167·20	„
Wasserdampf	1243·45	„

6. Die Dyne und ihre Beziehung zum Gramm. Die Krafteinheit $[L M T - 2]$ im System *C. G. S.* heisst Dyne.*) Sonach ist, gemäss der allgemeinen Definition, die Dyne die Kraft, welche auf die Gramm-Masse wirkend dieser die Beschleunigung von 1 Centimeter in jeder Secunde beibringt, oder auch, die Dyne ist die Kraft, welche auf die Gramm-Masse 1 Secunde lang wirkend, dieser die Geschwindigkeit von 1 Centimeter ertheilt.

In der Breite von 45^0 und am Meeresspiegel erzeugt die Schwere die Beschleunigung $g = 9{\cdot}8061$ Meter. Wir werden daher einfach setzen können

$$1 \text{ Gramm} = 980{\cdot}61 \text{ Dyne},$$

wonach

$$1 \text{ Dyne} = \frac{1}{980{\cdot}61} \text{ Gramm} = 0{\cdot}0010198 \text{ Gramm}$$

ist und 1 Million Dyne, welche Megadyne heisst = 1020 Gramm oder wenig mehr als 1 Kilogramm.

Um diese Verhältnisse in ganz genauen Werthen für jede Breite λ und jede Höhe h über dem Meeresspiegel zu erhalten, ist es nöthig, die folgende Formel zu Hilfe zu nehmen, in welcher die durch die Schwere erzeugte Beschleunigung in Centimetern ausgedrückt ist:

$$g^c = 980{\cdot}6056 - 2{\cdot}5028 \cos 2\lambda - 0{\cdot}000003\, h$$

eine Formel, die von Everett, Jamin, Pellat und Anderen angenommen ist.

---

*) Diese Bezeichnung wurde zuerst von den Engländern gebraucht und leitet sich her von dem griechischen Worte δύναμις (Kraft). Im englischen Comitéberichte hiess es: Die Etymologen scheint der Ausdruck dynamia mehr zu befriedigen . . . . allein in England wird wahrscheinlich die Abkürzung dyne den Vorzug erhalten, wenngleich sie nicht den strengen Regeln der Etymologie entspricht.

Auf diesen Werth von g^c beziehen sich die allgemeinen Ausdrücke

$$1 \text{ Dyne} = \frac{1}{g^c} \text{ Gramm},$$
$$1 \text{ Gramm} = g^c \text{ Dyne}.$$

Es bedarf folglich einer Kraft von mehr oder weniger Dyne, um dieselbe Gramm-Masse je nach dem Werthe von g^c zu tragen; man findet z. B. das Gewicht von

1 Gramm	am Pole	983·11	Dyne
1 „	in Berlin ($52^0\ 30'$)	981·25	„
1 „	in Greenwich ($51^0\ 59'$) . . .	981·17	„
1 „	in Paris ($48^0\ 50'$)	980·94	„
1 „	am Aequator	978·10	„

Verwendet man die Krafteinheit auf eine Masse von m Gramm, so würde man nach 1 Secunde die Geschwindigkeit $= \frac{1^c}{m}$ erhalten, woraus $m \times$ Geschwindigkeit $= 1$ wird; und so könnte man auch sagen, dass die Dyne jene Kraft ist, welche durch 1 Secunde auf irgend eine Masse wirkend die Bewegungsgrösse 1 hervorbringt.

Nachfolgende specielle Anwendungen werden dazu dienen, mit dem Begriffe dieser Krafteinheit mehr vertraut zu machen.

7. Der Barometerdruck in Dyne ausgedrückt. Das specifische Gewicht des Quecksilbers bei 0^0 ist 13·796, bezogen auf Wasser bei der Temperatur seiner grössten Dichte. Diese Zahl giebt die absolute Dichte des Quecksilbers an, wenn wir dabei bleiben, dass das in 1 Kubikcentimeter enthaltene Wasser die Masse von 1 Gramm habe. Wollen wir aber ganz genau rechnen, so werden wir für die Masse von 1 Kubikcentimeter Quecksilber nach § 4 den Werth erhalten

$$13{\cdot}596 \times 1{\cdot}000013 = 13{\cdot}5962 \text{ Gramm-Massen}$$

und die Säule von 76 Centimeter mit dem Querschnitt von 1 Quadratcentimeter wird enthalten

1033·3 Gramm-Massen

und wird daher einen Druck ausüben von

$1033 \cdot 3 \times g^c$ Dyne,

was ergiebt

für Paris . . . . $1 \cdot 0136 \times 10^6$ Dyne
„ die Breite von 45^0 . $1 \cdot 0133 \times 10^6$ „
„ den Aequator . . $1 \cdot 0007 \times 10^6$ „

nämlich überall um ein weniges mehr, als eine Megadyne (§ 5). Nachdem nun die Höhe von 76 Centimeter sehr uneigentlich der Normaldruck genannt wird, indem doch ihr Werth in verschiedenen Breiten ein verschiedener ist, so hat Herr Everett den Vorschlag gemacht, die Megadyne als Musterdruck für eine Atmosphäre auf 1 Quadratcentimeter zu nehmen. In Paris entspricht die Megadyne dem Barometerdruck von 74·98 Centimeter. Allein der Vorschlag Everett's blieb bis jetzt ohne Folge.

8. Die Centrifugalkraft unter dem Aequator ausgedrückt in Dyne. Die bekannte Formel, welche den Werth der Centrifugalkraft giebt,

$$F = m \frac{v^2}{r}$$

reducirt sich zunächst, wenn t die Zeit heisst, welche eine ganze Umdrehung dauert, auf

$$\frac{m}{r}\left(\frac{2\,r\,\pi}{t}\right)^2 = mr\left(\frac{2\,\pi}{t}\right)^2.$$

Folglich ergiebt sich

für die Gramm-Masse $m = 1$,
„ den Erdhalbmesser $r = 6 \cdot 38 \times 10^8$ Centimeter,
„ die Umdrehungszeit $t = 86164$ Secunden

$F = 3 \cdot 39$ Dyne.

Sonach würde der Werth von g^c am Aequator ohne die Centrifugalkraft sein

$978 \cdot 10 + 3 \cdot 39 = 981 \cdot 49$ Dyne.

9. Das Erg und seine Beziehung zum Gramm-Centimeter und zum Kilogramm-Meter. Die absolute Arbeitseinheit $[L^2 M T^{-2}]$ im Systeme *C. G. S.* wurde zuerst von den Engländern und wird heutzutage fast allgemein mit dem Worte Erg bezeichnet. Einige sagen ergon, indem sie das ganze griechische Wort ἔργον beibehalten, welches Werk, Arbeit, Wirkung bedeutet. Das Erg ist folglich die Arbeit, welche eine Dyne leistet, indem sie ihren Angriffspunkt den Weg von 1 Centimeter durchlaufen macht; nämlich 1 Erg $= \frac{1}{g^c} \times 1$ *grc.*

Sonach hat der Fall einer Gramm-Masse von der Höhe 1 Centimeter oder die Arbeit, welche wir Gramm-Centimeter nennen, den Werth g^c Erg. Es entstehen so folgende Beziehungen:

Es ist im Allgemeinen
$$\left\{\begin{array}{ll} 1 \text{ Gramm-Centimeter} & = g^c \text{ Erg} \\ 1 \text{ Erg} \ldots\ldots & = \frac{1}{g^c}\, grc. \\ 1 \text{ Kilogramm-Meter} & = g^c \times 10^5 \text{ Erg} \\ 1 \text{ Erg} \ldots\ldots & = \frac{1}{g^c \times 10^5}\, kgm. \end{array}\right.$$

Unter der Breite von 45° und am Meeresspiegel
$$\left\{\begin{array}{l} 1 \text{ Gramm-Centimeter} = 980{\cdot}61 \text{ Erg} \\ 1 \text{ Erg} = \frac{1}{980{,}61}\, grc. = \frac{102}{10^5}\, grc. \\ 1 \text{ Kilogramm-Meter} = 980{\cdot}61 \times 10^5 \text{ Erg} \\ 1 \text{ Erg} = \frac{1}{980{\cdot}61 \times 10^5} = \frac{102}{10^{10}}\, kgm. \end{array}\right.$$

Die Engländer gebrauchen oft als Arbeitseinheit das Fusspfund. Der englische Fuss ist gleich 0·3048 Meter und das Pfund gleich 0·4536 Kilogramm. Daher hat man

$$\begin{aligned} 1 \text{ Fusspfund} &= 0{\cdot}3048 \times 0{\cdot}4536 \\ &= 0{\cdot}13826 \text{ Kilogramm.} \end{aligned}$$

Da nun für die Breite von Greenwich

$$1 \text{ Kilogramm-Meter} = 981{\cdot}17 \times 10^5 \text{ Erg}$$

ist, so hat man

$$1 \text{ Fusspfund} = 0{\cdot}13826 \times 981{\cdot}17 \times 10^5 \text{ Erg}$$
$$= 135{\cdot}66 \times 10^5 \text{ Erg.}$$

10. Das Erg und das Dampfpferd von 75 Kilogramm, die Horsepower und andere.

a) Wie bekannt, beträgt das Dampfpferd nach französischem Maasse, welches auch in Italien und Deutschland angenommen ist, 75 Kilogramm-Meter in der Secunde, und eine Maschine heisst z. B. Zehnpferdekräftig oder zehnpferdig, wenn sie in der Secunde eine Arbeit von 750 Kilogramm-Meter leistet.

Folglich wird sein

$$\text{Allgemein} \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ Dampfpferd} = g^c \times 10^5 \times 75 \text{ Erg} \\ 1 \text{ Erg} = \dfrac{1}{g^c \times 10^5 \times 75} \text{ Dampfpferd.} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{c}\text{In der Breite} \\ 45^0 \text{ und am} \\ \text{Meeresspiegel}\end{array} \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ Dampfpferd} = 735{\cdot}46 \times 10^7 \text{ Erg} \\ 1 \text{ Erg} = \dfrac{136}{10^{12}} \text{ Dampfpferd.} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l}\text{Die Engländer rechnen} \\ \text{für die Breite v. Greenw.}\end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{das Dampfpferd von 75 Kilo-} \\ \quad \text{gramm} = 736 \times 10^7 \text{ Erg.} \end{array} \right.$$

b) Horsepower oder Pferdekraft, englisches Dampfpferd, ist werth 550 Fusspfund pro Secunde, das ist (§ 9)

$$550 \times 0{\cdot}13826 = 76 \text{ Kilogramm-Meter}$$

Folglich ist

$$1 \text{ Horsepower} = 746 \times 10^7 \text{ Erg,}$$

$$1 \text{ Erg} = \frac{134}{10^{12}} \text{ Horsepower.}$$

Das genaue Verhältniss der französischen Pferdekraft zur Horsepower wurde von Gordon und Schellen angegeben zu

$$1 \text{ Horsepower } (H.\ P.) = 1{\cdot}0139 \text{ franz. Pfrd.}$$

c) Dr. Schellen*) giebt den Werth des üblichen Dampfpferdes an zu:

in Preussen $= 738 \cdot 9 \times 10^7$ Erg,
in Oesterreich $= 746 \cdot 7 \times 10^7$ Erg.

11. **Das mechanische Aequivalent der Gramm-Colorie, ausgedrückt in absoluten Maassen.****) Es ist heutzutage von allen Physikern als mechanisches Aequivalent der Gramm-Calorie, ausgedrückt in einfachen absoluten Einheiten, der Werth angenommen

$$j = 4 \cdot 2 \times 10^7 \text{ Erg} = 1 \text{ Gramm-Calorie}$$

oder 42 Millionen Erg. Diese Zahl, umgewandelt in Kilogramm-Meter mittelst der im § 9 bezeichneten Coëfficienten, ist gleichwerthig mit

$$4 \cdot 2 \times 10^7 \times \frac{102}{10^{10}} = \frac{428 \cdot 4}{10^3} \text{ Kilogramm-Meter}$$

und man hat folglich für die Kilogramm-Calorie das mechanische Aequivalent 428·4 Kilogramm-Meter.

Diese etwa höhere Ziffer, als die gewöhnlich benutzte 425 Kilogramm-Meter, wird von Manchen als der Wahrheit am nächsten erachtet.

Aus dem Werthe von j entnehmen wir die anderen mechanischen Aequivalente

$$1 \text{ Erg} = \frac{1}{4 \cdot 2 \times 10^7} \text{ Gramm-Calorie} = \frac{24}{10^9} \text{ Gramm-Calorie}$$

oder auch

$$1 \text{ Erg} = \frac{24}{10^{12}} \text{ Kilogramm-Calorie}$$

---

*) H. Schellen, Die magn. und dyn.-elektr. Maschinen. 3. Aufl., p. 69.

**) Zu Ehren Joule's wurde von Paul de Saint Robert in seinem classischen Werke: Principes de thermodynamique (Turin, Loescher, 1870), pag. 46, das mechanische Aequivalent der Kilogramm-Calorie mit j bezeichnet. Dermalen stellt Hr. Everett mit j das mechanische Aequivalent der Gramm-Calorie vor und diese Bezeichnung wird in gegenwärtiger Abhandlung beibehalten.

Diese kleinen Wärmemengen werden zuweilen als Maasseinheiten der Wärme genommen; wodurch man den Vortheil hat, dass man mit denselben Formeln, welche die Werthe der mechanischen Energie geben, gleichzeitig, ohne irgend einen Coëfficienten zu gebrauchen, auch die Werthe der calorischen Energie erhält.

Wenn so z. B. eine gewisse Arbeit

$$W = 100 \text{ Erg}$$

sich ergiebt, so kann man sagen, das derselben die Wärme

$$C = 100$$

entspreche und kann W mit C vertauschen; aber diese 100 thermischen Einheiten sind nicht 100 Calorien, sondern 100 Bruchtheile von Calorie, nämlich

$$100 \times \frac{24}{10^9} \text{ Gramm-Calorie}$$

oder auch

$$100 \frac{24}{10^{12}} \text{Kilogramm-Calorie.}$$

Anwendungen.

a) Mechanische Energie einiger Verbrennungsvorgänge.

Ein Gramm Kohlenstoff erzeugt bei seiner vollständigen Verbindung mit Sauerstoff (zu CO_2) 8000 Gramm-Calorien, Verbrennungs-Calorien genannt, welche man als Maass des Heizvermögens des Kohlenstoffes nimmt.

Wie gross wird das dem Heizvermögen des Kohlenstoffes entsprechende mechanische Arbeitsvermögen sein? Man hat offenbar dafür

$$8000 \times j = 8000 \times 4{\cdot}2 \times 10^7 \text{ Erg}$$

$$= 8000 \times 4{\cdot}2 \times 10^7 \times \frac{102}{10^{10}}\, kgm. = 3427\ kgm.$$

$$= 8000 \times 4{\cdot}2 \times 10^{\cdot 7} \times \frac{136}{10^{12}} \text{ Dampfpf.} = 45{\cdot}7 \text{ Dampfpf.}$$

Um also 1 Dampfpferd in der Secunde zu erhalten, müsste die Verbrennung von $\frac{1}{45 \cdot 7}$ in jeder Secunde genügen; und um 1 Dampfpferd für die Dauer einer ganzen Stunde zu erhalten, müsste genügen

$$\frac{1}{45 \cdot 7} \times 60^2 = 78 \cdot 77 \text{ Gramm.}$$

Statt dessen verbraucht man bekanntlich in den besten Dampfmaschinen 1 Kilogramm Kohle pro Pferdekraft in 1 Stunde, wonach nur 0·07877 oder weniger als 8 Procent nutzbar gemacht wird.

Für die Verbrennung von 1 Gramm Wasserstoff mit Sauerstoff zu $H_2 O$ hat man in derselben Weise

$$34000 \times 4 \cdot 2 \times 10^7 \text{ Erg} = 194 \text{ Dampfpferd.}$$

Für 1 Gramm Zink mit Sauerstoff

$$1301 \times 4 \cdot 2 \times 10^7 \text{ Erg} = 7 \cdot 4 \text{ Dampfpferd.}$$

b) Berechnung von lebendiger Kraft und gleichwerthiger Wärme.

Wenn eine Bleikugel in ihrem Laufe mit der Geschwindigkeit von 500 Meter in der Secunde auf ein Hinderniss stiesse, könnte dieselbe durch die erzeugte Wärme geschmolzen werden?

Es sei die Masse der Kugel	m
Ihre anfängliche Temperatur	10^0
Der Schmelzpunkt des Bleies . . .	312^0
Seine Schmelzwärme	5·4;

Die mittlere specifische Wärme bei 150^0 ist für das Blei nach Bede

$$0 \cdot 0283 + 0 \cdot 000036 \times t = 0 \cdot 0337.$$

Um die Bleikugel zu schmelzen, wird es einer Anzahl $m\,(312 \times 0 \cdot 0337 + 5 \cdot 4) = m \times 15 \cdot 9$ Gramm-Calorien bedürfen. Nun hat man bei der Geschwindigkeit von

500 Meter eine lebendige Kraft, welche gleichwerthig ist der Arbeit

$$\frac{1}{2}\, m\ (50000)^2 \text{ Erg}$$

und diese Arbeit ist gleichwerthig mit

$$\frac{1}{2}\, m\ (50000)^2\ \frac{24}{10^9} = m \times 30 \text{ Gramm-Calorien.}$$

Also nicht blos Eine, sondern zwei solcher Kugeln könnten geschmolzen werden mit all der durch plötzliches Aufhalten Einer allein erzeugten Wärme.

c) Specifische Wärme der Gase unter constantem Druck und bei constantem Volum.

Denken wir uns trockene atmosphärische Luft und Wasserstoff unter dem Drucke von 76 Centimeter, jedes in der Menge um genau 1 Gramm zu wiegen, eingeschlossen in cylindrische Gefässe von 1 Quadratcentimeter Querschnitt, wonach sie die schon im § 4*b* angegebenen Volume (oder Höhen) haben. Berechnen wir die Arbeit, welche sie leisten und deren thermisches Aequivalent alsdann, wenn sie sich unter dem genannten constanten Drucke bei der Erwärmung um 1^0 C. ausdehnen und z. B. einen leichten Kolben fortschieben.

Zu diesem Zwecke werden wir in Rechnung zu bringen haben: den Druck, welcher in absolutem Maasse unter der Breite von 45^0 beträgt (nach § 6):

$$1{\cdot}0133 \times 10^6 \text{ Dyne,}$$

die Ausdehnungs-Coëfficienten, welche nach Regnault sind:

für atmosphärische Luft .	0·0036706
für Wasserstoffgas . . .	0·0036613

und die oben erwähnten Volume; daraus ergeben sich augenscheinlich die Arbeiten

$$1{\cdot}0133 \times 10^6 \times 0{\cdot}0036707 \times 773{\cdot}53 = 2{\cdot}8771 \times 10^6 \text{Erg}$$
$$1{\cdot}0133 \times 10^6 \times 0{\cdot}0036613 \times 11167{\cdot}20 = 41{\cdot}4303 \times 10^6 \text{Erg.}$$

Diese Arbeiten bedeuten einen Wärmeverlust im Verhältnisse von $\frac{24}{10^9}$ Gramm-Calorie für jedes Erg; nämlich

$$2{\cdot}8771 \times 10^6 \times \frac{24}{10^9} = 0{\cdot}06905 \text{ Gramm-Calorie}$$

$$41{\cdot}4303 \times 10^6 \times \frac{24}{10^9} = 0{\cdot}99433 \text{ Gramm-Calorie.}$$

Diese Werthe werden den Ueberschuss bezeichnen, welchen die specifische Wärme beider Gase, unter constantem Drucke, haben muss über die specifische Wärme ebenderselben, bei constantem Volum, indem im letzten Falle keine Wärme zu Arbeit aufzuwenden kommt. Folglich hat man

	Atm. Luft	Wasserstoff
Specifische Wärme bei const. Druck, nach Regnault	0·2377	3·4090
	— 0·0690	— 0·9943
Specif. Wärme bei const. Vol.	0·1687	2·4147

mit dem beständigen Verhältnisse **1·41** zwischen den beiden betreffenden Wärmemengen.

12. Beziehung zwischen den abgeleiteten gleichnamigen Einheiten, welche verschiedenen Systemen von Fundamental-Einheiten angehören.

Wie im § 2 angedeutet wurde, dienen die Dimensions-Gleichungen dazu, die Aenderungen der abgeleiteten Einheiten im Zusammenhang mit den Aenderungen der Fundamental-Einheiten zu finden. Bei solcher Zurückführung wird es von Nutzen sein, sich an folgenden Ausdruck zu halten:

$$\frac{[u_1]}{[u]} = \left(\frac{L_1}{L}\right)^\alpha \left(\frac{M_1}{M}\right)^\beta \left(\frac{T_1}{T}\right)^\gamma$$

wo die Quotienten der Einheiten von gleichem Namen zu ersetzen kommen durch Zahlen, welche anzeigen, um wie viel die betreffenden grösser sind, als die anderen.

Wir geben einige Beispiele, wozu wir die für die mechanischen Einheiten aufgestellten Formeln benutzen:

a) Man hat für die Krafteinheit

$$[F] = [L M T^{-2}];$$

folglich werden, in Bezug auf die $[F]$ des Systemes *C. G. S.*, die Krafteinheiten $[F']$ der nachstehenden Systeme die beigesetzten Verhältnisse haben:

System:

$$(\mathit{Millim.\,Milligr.\,S.})\ [F'] = \frac{1}{10^4}[F]$$

$$= \frac{1}{10^4}\,\text{Dyne} = 0{\cdot}00000010198\,gr.$$

$$(\mathit{Meter\ G.\ S.})\ \ldots\ [F'] = 100\,[F]$$

$$= 100\ \text{Dyne} = 0{\cdot}10198\ gr.$$

$$(\mathit{Meter\ Kg.\ S.})\ \ldots\ [F'] = 10^5[F]$$

$$= 10^5\ \text{Dyne} = 102\ gr.$$

b) Für die Arbeit haben wir

$$[W] = [L^2 M T^{-2}];$$

woraus sich leicht findet, dass man in Bezug auf die Arbeitseinheit $[W]$ des Systems *C. G. S.* haben wird:

System:

$$(\mathit{Millim.\ Milligr.\ S.})\ [W'] = \frac{1}{10^5}[W]$$

$$= \frac{1}{10^5}\,\text{Erg} = \frac{102}{10^{10}}\ grc.$$

$$(\mathit{Meter\ G.\ S.})\ \ldots\ [W'] = 10^4\,[W]$$

$$= 14^4\,\text{Erg} = 10{\cdot}2\ grc.$$

$$(\mathit{Meter\ Kg.\ S.})\ \ldots\ [W'] = 10^7\,[W]$$

$$= 10^7\,\text{Erg} = 10200\ grc.$$

$$= 0{\cdot}102\ kgm.$$

14. **Elektrostatische Einheiten.** Wir werden immer durch kleine in eckige Klammern eingeschlossene Buchstaben die elektrostatischen Einheiten bezeichnen und in der Folge uns derselben, aber grossen, Buchstaben bedienen, um die elektromagnetischen Einheiten zu bezeichnen.

Elektrische Quantität $[q]$. Nach dem Gesetze von Coulomb hat man zwischen zwei gleichen Quantitäten q in der Entfernung l die Anziehungs- oder Abstossungskraft

$$F = \frac{q^2}{l^2}, \text{ wonach } q = l \times F^{\frac{1}{2}}.$$

Setzt man nun die Einheiten L und $[F]$ an Stelle von l und F, so ergiebt sich

$$[q] = [L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}].$$

Potential oder Elektromotorische Kraft $[e]$. Gemäss der Bedeutung des Potentials werden wir die Maasseinheit desselben bezeichnen mit der Einheit von elektrischer Masse, getheilt durch die Einheit von Entfernung, oder mit $[q]$ getheilt durch L.

Sonach wird

$$[e] = [L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}],$$

was auch die Einheit von elektromotorischer Kraft ausdrückt, nachdem diese, als einer Differenz von Potentialen gleichkommend, nothwendigerweise einem Potentiale entspricht.

Capacität $[c]$. Da immer die Ladung q gleich ist dem Producte der Capacität mit dem Potentiale oder mit einer Differenz von Potentialen, wie bei der Ladung der Leydener Flasche erhellt, so werden wir die Dimensionen der Einheit von Capacität haben, indem wir $[q]$ dividiren durch $[e]$, wonach sich ergiebt

$$[c] = [L],$$

was zeigt, wieso die elektrostatische Capacität eine lineare Grösse ist; wovon uns ein wohlbekanntes Beispiel die Kugel darbietet, deren Capacität gleich ist ihrem Halbmesser.

Stromstärke $[i]$. Die Stärke eines Stromes wird bestimmt durch den Quotienten $\frac{q}{t}$, nämlich durch die elektrische Quantität, welche den Querschnitt eines Drahtes durchläuft, getheilt durch die Zeit, welche sie braucht, diesen zu durchlaufen, was eben die Menge von Elektricum ist, welche den Querschnitt eines Drahtes in 1 Secunde durchläuft. Um die einheitliche Stärke auszudrücken, wird es folglich genügen, $[q]$ durch T zu theilen, woraus sich ergiebt

$$[i] = [L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}].$$

Widerstand $[r]$. Kraft des Gesetzes von Ohm, welches auf jedes Fliessen von Elektricität anwendbar ist, wird es klar, dasss man $r = \frac{e}{i}$ hat und wir $[e]$ theilen müssen durch $[i]$, um die Dimensionen von $[r]$ zu erhalten, wonach sich ergeben wird

$$[r] = [L^{-1} T],$$

was zeigt, wieso der Widerstand in elektrostatischem Maasse das Umgekehrte einer Geschwindigkeit ist, weil man gefunden hatte

$$[v] = [L T^{-1}].$$

15. Verhältnisse zwischen den elektrostatischen Einheiten der drei Systeme *(C. G. S.)*, *(Millim. Milligr. S.)*, *(Meter G. S.)*.

Nach den in § 12 angegebenen Vergleichungsverfahren findet man sofort das Verhältniss, welches zwei gleichnamige elektrostatische Einheiten, in verschiedenen Systemen abgeleitet, untereinander haben. Ich lasse hier unten die Ergebnisse folgen, welche man für die gebräuchlichsten Systeme leicht findet, indem man immer die Einheit des Systemes *C. G. S.* mit 1 bezeichnet und auf diese die Brüche oder Vielfache bezieht, welche die gleichnamigen, aber kleineren oder grösseren, elektrischen Einheiten in den anderen Systemen ausdrücken.

	Systeme		
	(*C. G. S.*)	(*Mm. Milligr. S.*)	(*M. G. S.*)
$[q]=[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$	1	$\frac{1}{1000}$	1000
$[e]=[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$	1	$\frac{1}{100}$	10
$[c]=[L]$	1	$\frac{1}{10}$	100
$[i]=[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}]$	1	$\frac{1}{1000}$	1000
$[r]=[L^{-1} T]$	1	10	$\frac{1}{100}$

In den vorliegenden Verhältnissen findet man die Erklärung des so sehr verschiedenen Werthes, welcher gemeiniglich dem höchsten Potentiale der Elektrisirmaschinen beigelegt wird, das in der Regel jenes ist, welcher Funken von etwa 30 Centimeter giebt, indem einige Schriftsteller seinen Werth zu 30, andere zu 300 und wieder andere sogar zu 80000 angeben. Die Werthe 30 und 300 beziehen sich, der erste auf das System *M. G. S.*, der zweite auf das System *C. G. S.* und beide Zahlen bedeuten denselben Werth, weil die Einheiten des ersten zehnmal grösser sind, als die Einheiten des zweiten. Die Einheit endlich, auf welche sich die Zahl 80000 bezieht, ist nichts Anderes, als das Potential eines Elementes Daniell (Potential, § 40, 1), nämlich 0·00374, ausgedrückt in Einheiten des Systemes *C. G. S.*, welche Zahl, mit 80000 multiplicirt, sehr nahe 300 giebt.

Wenn man die von der Entladung eines Condensators oder von einem galvanischen Strome geleistete Arbeit mit diesen verschiedenen Einheiten berechnen will, indem man sie anwendet auf die Formeln (siehe unten § 40)

$$W = i^2 r t = e i t,$$

so muss man sich erinnern, dass dieselbe Grösse mit verschiedener Einheitszahl gemessen wird, je nach dem Werthe der letzteren.

So werden wir, wenn $t = 1$ gesetzt ist, haben in den

	Systemen	
(C. G. S.)	*(Mm. Milligr. S.)*	*(M. G. S.)*
$W = i^2 r = 1$	$(1000)^2 \frac{1}{10} = 10^5$	$\left(\frac{1}{1000}\right)^2 100 = \frac{1}{10^4}$
$W = ei = 1$	$100 . 1000 = 10^5$	$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^4}$

Diese Ergebnisse stimmen alle gut miteinander überein, nachdem im zweiten und dritten Systeme die Arbeitseinheiten, beziehungsweise im Verhältniss zur Arbeit 1 des Systemes *C. G. S.*, die Werthe haben (§ 12b): $\frac{1}{10^5}$ und 10^4; und daher beim Zurückführen der nach anderen Systemen ausgedrücken Arbeiten auf das System *C. G. S.* immer $W = 1$ herauskommt.

16. Elektromagnetische Einheiten. Wie im § 14 gegesagt ist, unterscheidet man die elektromagnetischen Einheiten von den gleichnamigen elektrostatischen dadurch, dass man sich für die elektromagnetischen der grossen Buchstaben bedient, während für die elektrostatischen die kleinen gebraucht werden.

Magnetische Quantität $[Q^1]$. So wie der Ausgangspunkt der elektrostatischen Einheiten die Menge von Elektricität ist, welche, in einem Punkte oder auf einer kleinen Kugel angehäuft, eine gleiche Menge von Elektricität in der Entfernung 1 mit der Kraft 1 zurückstösst, so ist der Ausgangspunkt des Systemes elektromagnetischer Einheiten die magnetische Quantität oder der magnetische Pol, welcher einen gleichen

Pol in der Entfernung 1 mit der Kraft 1 zurücktreibt.*)

Folglich hat man, sowie schon für die elektrostatische einheitliche Quantität, für die Dimensionen eines magnetischen Poles

$$[Q'] = [L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}].$$

Strom-Intensität $[I]$, auch Stromeinheit genannt, welche der Quantität von Elektricum entspricht, die jeden Querschnitt eines Stromkreises in der Zeiteinheit durchläuft oder in 1 Secunde.

Ein Stromelement ds übt auf einen magnetischen Pol P eine Wirkung aus, welche ihn senkrecht auf die durch das genannte Element ds und durch denselben Punkt P bestimmte Ebene zu verschieben strebt. Und wenn dieser Pol die magnetische Quantität q enthält und sich in der auf das Element ds Senkrechten befindet, so ist die Kraft, welche ihn zu verschieben sucht, wenn i die Stärke oder Intensität des Stromes und l die Entfernung des ds von P ist, in solchem Falle proportional

$$\frac{q \times i}{l^2} \times ds.$$

Beschreibt also ein Strom einen Kreisbogen, welcher den Pol P zum Mittelpunkt hat, so wird die Gesammtkraft, mit welcher P senkrecht zur Ebene des Kreises angeregt wird, proportional sein

$$\frac{q \times i}{l^2} (ds + ds' + ds'' + \ldots)$$

und eine Summe

$$ds + ds' + ds'' + \ldots \quad = l$$

---

*) Die Einheit von Magnetismus, die vorhanden gedacht wird in den Polen einer Nadel, welche man senkrecht auf den magnetischen Meridian hält, ist jene, welche sich in der sogenannten Horizontal-Componente des Erdmagnetismus äussert, was die Kraft ist, womit jeder Pol von der Intensität 1 sich in den genannten Meridian zu stellen strebt. In Rom war sie im Jahre 1883: 0·2292 Dyne.

gesetzt, das heisst, blos die kreisförmige Stromstrecke betrachtet, welche an Länge dem Halbmesser des Kreises gleichkommt, wird die Kraft F einfach proportional sein

$$\frac{q \times i}{l}$$

und ergiebt sich daher, wenn man eine Constante K einführt,

$$i = K \frac{F \times l}{q}$$

Sonach wird gemäss den im § 2 aufgestellten Grundsätzen die Gleichung, welche die Dimensionen der Stromintensität $[I]$ giebt, sein

$$[I] = \frac{[F]\, L}{[Q']}$$

und wenn wir die einzelnen Dimensionen für $[F]$ und $[Q']$ einsetzen, werden wir erhalten

$$[I] = [L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}].$$

Aus allem dem folgt, dass die Stromeinheit $[I]$ sich definiren lässt als diejenige, welche beim Durchlaufen eines Kreisbogens von der Länge 1 und vom Halbmesser 1 die Kraft 1 ausübt auf die magnetische Quantität 1, die sich in seinem Mittelpunkte befindet.

Nun enthält der ganze Kreisumfang 3·14mal den Durchmesser oder 6·28mal den Halbmesser; sonach thut ein Strom, welcher den ganzen Kreisumfang durchläuft, eine 6·28mal grössere Wirkung, als der oben angeführte einheitliche Strom. Daher wird man auch sagen können: Die Stromeinheit ist jene, welche, verwendet für einen Kreis vom Halbmesser 1, auf die magnetische Quantität 1, welche sich in seinem Mittelpunkte befindet, die Kraft von 6·28 absoluten Einheiten ausübt oder, genauer, von $2\,\pi$

absoluten Einheiten, das ist (im Systeme *C. G. S.*) 2π Dyne, welche werth sind

$$6{\cdot}28 \times 0{\cdot}00102 = 0{\cdot}00641 \text{ Gramm.}$$

Es wird gut sein, hier daran zu erinnern, dass die Intensität des Stromes mit dem Galvanometer gemessen wird und sehr genau mit der Sinus- und Tangentenbussole. Der oben ausgedrückte Begriff von der Einerleiheit:

$$\text{Stromintensität} = \left\{ \begin{array}{c} \text{elektrischer Quantität,} \\ \text{welche in 1 Secunde durchläuft,} \end{array} \right.$$

ist nun ein wahrhaft fundamentaler für die Theorie der elektrischen Maasse, wohl zu verstehen, dass diese Einerleiheit, streng genommen, nichts Anderes bedeutet als die beständige Proportionalität zwischen der am Galvanometer gemessenen Intensität und dem Betrage des Stromes oder der Menge, welche bei irgend einem Versuche jeden Querschnitt des Leiters in 1 Secunde durchströmt. Von dieser beständigen Beziehung geben einen sehr klaren Beweis einige Versuche von Villari (Potential, § 67) und auch ein leichteres von Pouillet*) erdachtes Experiment, welches mit einem Unterbrecher gemacht wird. Derselbe besteht aus einem Rade, welches auf seinem Umfange Zwischenstücke von Holz und von Metall hat, bestimmt den Strom, welcher an demselben Umfange mittelst einer Feder Zugang findet, zu leiten und zu unterbrechen. Bei einem Versuche des nämlichen Pouillet gab beispielsweise die Sinusbussole einen Ausschlag von 60^0 bei fortdauerndem Strome: benutzte man einen Unterbrecher, welcher gleiche Zwischenräume von Holz und von Metall hatte und in der Secunde 20 Umgänge machte, so stand die Nadel unbeweglich bei $25^0\ 45'$. Nun hat man sehr nahe

$$\sin 60^0 = 2 \,.\, \sin 25^0\ 45',$$

*) Pouillet, Elém. de Phys. Sept. Edit., p. 645.

das heisst, die Intensität war auf die Hälfte herabgebracht, und es ging in diesem Falle, wie einleuchtend ist, in derselben Zeit wie zuvor gerade die halbe Menge von Elektricum über, weil die Feder durch die Hälfte der Zeit die isolirenden Zähne berührte.

Widerstand $[R]$. Man weiss, dass die vom Strome beim Durchgange durch einen Leiter vom Widerstande R in der Zeit t geleistete Arbeit gegeben ist durch den Ausdruck (siehe unten § 40)

$$W = I^2 R t;$$

sonach ist

$$R = \frac{W}{I^2 t}$$

und wenn wir auf dieser Grundlage die Gleichung der Dimensionen bilden, indem wir die Ausdrücke für die Arbeitseinheit und Stromeinheit einsetzen, werden wir erhalten

$$[R] = [L\,T^{-1}],$$

ein bemerkenswerther Ausdruck, welcher eine Geschwindigkeit vorstellt, während das elektrostatische $[r]$ das Verkehrte einer Geschwindigkeit war.

Elektromotorische Kraft oder Potential $[E]$. Es folgt aus der Formel von Ohm

$$e = i\,r,$$

wonach sein wird

$$[E] = [I]\,[R]$$

$$[E] = [L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}].$$

Elektrische Quantität $[Q]$. Nachdem i die Menge Elektricität ist, welche jeden Querschnitt des Stromkreises in der Zeiteinheit durchfliesst, so werden wir allgemein haben

$$q = it$$

und daher die Gleichung der Dimensionen

$$[Q] = [L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}].$$

Capacität $[C]$. Aus der allgemeinen Beziehung (Potential, § 26)

$$M = C V$$

leitet man ab

$$[C] = \frac{[Q]}{[E]}$$

$$[C] = [L^{-1} T^{2}].$$

17. Verhältnisse zwischen den elektromagnetischen Einheiten in verschiedenen Systemen. Verfahren wir wie im § 15 und nennen wir 1 alle elektromagnetischen Einheiten des Systemes *C. G. S.*, so finden wir leicht die bezüglichen Werthe, welche dieselben Einheiten in folgenden Systemen haben:

	System		
	(C. G. S.)	*(Mm. Milligr. S.)*	*(M. G. S.)*
$[Q'] = [L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$.	1	$\frac{1}{1000}$	1000
$[I] = [L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$ . .	1	$\frac{1}{100}$	10
$[R] = [L T^{-1}]$	1	$\frac{1}{10}$	100
$[E] = [L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}]$ . .	1	$\frac{1}{1000}$	1000
$[Q] = [L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}]$.	1	$\frac{1}{100}$	10
$[C] = [L^{-1} T^{2}]$	1	10	$\frac{1}{100}$

Wenden wir wie im § 15 diese verschiedenen Maasse an auf die von einem Strome für gegebene Grössen I, R, E vollbrachte Arbeit, indem wir uns der Formeln $W = I^2 R t = E I t$ bedienen und uns die im § 13 bemerkte Regel gegenwärtig halten, so werden wir haben wenn $t = 1$ ist:

$$\begin{array}{llll}
 & \overbrace{(C.\,G.\,S.) \qquad (Mm.\ Milligr.\ S.) \qquad\qquad (M.\ G.\ S.)}^{\text{Systeme}} & & \\
W = I^2 R = & 1 & 100^2 . 10 = 10^5 & \left(\frac{1}{10}\right)^2 \cdot \frac{1}{100} = \frac{1}{10^4} \\
W = EI = & 1 & 1000 . 100 = 10^5 & \frac{1}{1000} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{10^4}
\end{array}$$

Ergebnisse, welche vollkommen untereinander übereinstimmen in Berücksichtigung der verschiedenen Werthe, welche die Arbeitseinheiten in den verschiedenen Systemen haben.

18. Tabelle der Dimensionen der elektrostatischen Einheiten *U. E. S.* und der elektromagnetischen Einheiten *U. E. M.* und ihrer Verhältnisse. Wir wollen auf nachstehender Tabelle alle bisher entwickelten Dimensionsgleichungen zusammenstellen, um unmittelbar deren Verhältnisse, welche ich in der letzten Spalte anführe, übersehen und vergleichen zu können.

	Dimensionen der Maasseinheiten		Verhältniss $\frac{U.\,E.\,S.}{U.\,E.\,M.}$
	elektrostatische *U. E. S.*	elektromagnetische *U. E. M.*	
Quantität	$L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}$	$L T^{-1} = (L T^{-1})^{+1}$
Potential .	$L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$	$L^{-1} T = (L T^{-1})^{-1}$
Capacität .	L	$L^{-1} T^2$	$L^2 T^{-2} = (L T^{-1})^{+2}$
Strom . .	$L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$	$L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$L T^{-1} = (L T^{-1})^{+1}$
Widerstand	$L^{-1} T$	$L T^{-1}$	$L^{-2} T^2 = (L T^{-1})^{-2}$

Man erkennt hier vornehmlich zwei Thatsachen:

1. dass die Verhältnisse sämmtlich unabhängig sind von der Masseneinheit;

2. dass sie alle abhängen vom Werthe von $\frac{L}{T}$ (welcher eine Geschwindigkeit ist), erhoben auf die Potenzen ± 1, ± 2.

Wir bemerken ferner, dass, wenn man setzt

$$L = L_1 \text{ Centimeter,}$$
$$M = M_1 \text{ Gramme,}$$
$$T = T_1 \text{ Secunden,}$$

die sich ergebenden Ausdrücke Zahlen von Einheiten des Systemes *C. G. S.* ausdrücken (§ 2) und die Verhältnisse zwischen diesen Anzahlen von Einheiten denen der Tafel entsprechen mit der einfachen Umänderung von L und T in L_1 und T_1.

Wenn nun L_1, M_1, T_1 in der Art gewählt werden, dass die beiden Maasse eines und desselben elektrischen Elementes, nämlich das elektrostatische Maass *E. S.* und das elektromagnetische Maass *E. M.*, gleiche absolute Grössen entweder von Menge oder von Potential etc. vorstellen, dann würden die bezüglichen Einheiten, nämlich die Einheit *E. S. (C. G. S.)* und die Einheit *E. M. (C. G. S.)* gegeneinander das umgekehrte Verhältniss haben als zuvor. Ich will mich durch ein Beispiel klar machen.

Es seien L_1, M_1, T_1 so gewählt, dass die durch sie, wenngleich mit verschiedenen Zahlen, in Einheiten *E. S.* und in Einheiten *E. M.* ausgedrückten absoluten elektrischen Quantitäten gleich werden; das heisst, es seien, in Bezug auf absolute durch sie bestimmte Grösse, gleich die nachstehenden Ausdrücke:

$$L_1^{\frac{3}{2}} M_1^{\frac{1}{2}} T_1^{-1} \left\{ \begin{matrix} \text{elektrostat.} \\ \text{Einheiten von} \\ \text{Quantität} \\ C.\ G.\ S. \end{matrix} \right. = L_1^{\frac{1}{2}} M_1^{\frac{1}{2}} \left\{ \begin{matrix} \text{elektromagnet.} \\ \text{Einheiten von} \\ \text{Quantität} \\ C.\ G.\ S. \end{matrix} \right.$$

oder auch, wenn man Alles durch $L_1^{\frac{1}{2}} M_1^{\frac{1}{2}}$ dividirt und $\frac{L_1}{T_1}$ durch die bestimmte und besondere Geschwindigkeit v bezeichnet,

$$\nu \left\{ \begin{array}{c} \text{elektrostat.} \\ \text{Einheiten von} \\ \text{Quantität} \\ C.\ G.\ S. \end{array} \right. = 1 \left\{ \begin{array}{c} \text{elektromagnet.} \\ \text{Einheit von} \\ \text{Quantität} \\ C.\ G.\ S. \end{array} \right.$$

so wird sein, wenn man die gewöhnlichen Symbole gebraucht,

$$\nu[q] = [Q], \qquad \frac{[Q]}{[q]} = \nu$$

und man begreift leicht, dass $[q]$ weit kleiner sein muss als $[Q]$, da jenes die elektrische Quantität ist, welche eine andere gleiche Quantität mit der sehr kleinen Kraft von 1 Dyne in der Entfernung von 1 Centimeter anzieht, während die elektromagnetische (*E. M.*) Einheit von Quantität jener Quantität entspricht, welche einen Draht in 1 Secunde durchläuft, wenn der Strom die Stärke 1 hat.

19. Die kritische Geschwindigkeit von Weber. Denken wir uns mit beiderlei Arten von Maassen, dem elektrostatischen (*E. S.*) und dem elektromagnetischen (*E. M.*) (System *C. G. S.*), die Arbeit berechnet, welche von einem gegebenen Strome in einer gegebenen Zeit gethan wird. Sicherlich wird aus beiderlei Rechnungsverfahren die nämliche Anzahl von Erg hervorgehen, und daher werden wir, wenn wir, wie gewöhnlich, mit kleinen Buchstaben die Maasse *E. S.* und mit grossen Buchstaben die Maasse *E. M.* bezeichnen, gleiche Anzahlen von Erg erhalten aus den bekannten Formeln (siehe unten § 40)

$$\begin{aligned} i^2 rt &= I^2 Rt \\ eit &= EIt \\ eq &= EQ \\ e^2 c &= E^2 C \end{aligned}$$

Ziehen wir unter diesen Formeln die einfachste in Betracht, welche die dritte

$$eq = EQ$$

ist, so bemerken wir zunächst, dass in Folge des vorhergehenden Paragraphen (und mit Rücksicht auf § 13) man hat

$$q = \nu Q.$$

Aus diesem Verhältnisse entspringen alle anderen, welche auf die Maasse der verschiedenen elektrischen Elemente Bezug haben. Denn es wird sein

$$e \times \nu Q = EQ$$

und daraus

$$e = \frac{E}{\nu};$$

und durch leichte Substitutionen wird man aus den anderen Gleichungen weiter erhalten

$$i = \nu I$$

$$r = \frac{R}{\nu^2}$$

$$c = \nu^2 C.$$

Es besteht daher für irgend ein elektrisches Element, wenn eine seiner absoluten Grössen mit Zahlen ausgedrückt wird, die sich auf beide Gattungen von Einheiten, die *E. S.* und die *E. M.*, beziehen, immer zwischen den zwei Zahlen ein Verhältniss, welches durch die Potenzen ein und derselben Zahl ν gegeben wird. Und offenbar wird ganz einfach sich sagen lassen:

1 Einheit	*E. M.*	von Quant.	$= \nu$	Einheiten	*E. S.*	von	Quant.
1 „	„	„ Strom	$= \nu$	„	„	„	Strom
1 „	„	„ Capac.	$= \nu^2$	„	„	„	Capac.
ν Einheiten	„	„ Potent.	$= 1$	„	„	„	Potent.
ν^2 „	„	„ von Widerstand	$= 1$	Einheit von Widerstand,			

woraus endlich

$$\frac{[Q]}{[q]} = \frac{[I]}{[i]} = \frac{[e]}{[E]} = \nu$$

$$\frac{[C]}{[c]} = \frac{[r]}{[R]} = \nu^2.$$

Die Zahl ν, welche eine besondere Geschwindigkeit anzeigt, die sich bei allen diesen Verhältnissen wiederholt, wurde von Weber kritische Geschwindigkeit genannt.*)

20. Numerischer Werth der eben genannten Geschwindigkeit. Man hat nach verschiedenen Methoden gesucht, den Zahlenwerth des oben erwähnten Verhältnisses ν zu bestimmen, Methoden, welche sich alle auf dasselbe Princip gründen; man hat nämlich bald die eine, bald die andere der oben bezeichneten Grössen zum Ziel genommen, bald die Quantität, bald das Potential etc. und hat gesucht, mit genauen sinnreichen Experimenten deren Werth festzustellen durch Zahlen, die sich auf die beiden Gattungen von Einheiten bezogen. Das umgekehrte Verhältniss solcher Zahlen ist das Verhältniss der betreffenden Einheiten. So richteten z. B. die Physiker Weber und Kohlrausch, welche zuerst Versuche zu dergleichen Bestimmungen anstellten, ihre Bemühungen auf die doppelte Messung der elektrischen Quantität, welche in einem Condensator angesammelt ist, indem sie deren Werth in Einheiten *E. S.* mittelst des Potentials und der Capacität und ihren Werth in Einheiten *E. M.* mittelst der Abweichung berechneten, welche sie an der Nadel eines Galvanometers erhielten, indem sie dessen Spule zur

---

*) Mascart et Joubert, Leçons sur l'Electr. et le Magn. Tom. I, p. 671.

Entladung desselben Condensators dienen liessen. Ihre Ergebnisse und andere ebenso wohlbeglaubigte und untereinander wenig abweichende wurden von Gordon in einer Tabelle*) zusammengestellt, welche wir hier wiedergeben:

Experimentatoren:	Werthe von ν	
Weber und Kohlrausch	3·1074	$\times 10^{10}$
Thomson	2·825	
Maxwell	2·8798	
Mc. Kichan	2·93	
Ayrton und Perry	2·980	
Hockin	2·988	
Rowland	3·0448	

Gordon erachtet für am vertrauenswerthesten die vier letzten Ergebnisse, deren Mittel

$$\nu = 2{\cdot}9857 \times 10^{10}$$

ist und sehr nahe gleich 3×10^{10} Centimeter = 300000 Kilometer, was die allgemein angenommene Zahl ist.

Erwägt man nun, dass dieses Verhältniss eine Geschwindigkeit bedeutet, so bemerkt man natürlich, dass sie sehr nahe der Geschwindigkeit des Lichtes ($3{\cdot}004 \times 10^{10}$ nach Cornu) und der Geschwindigkeit des Elektricums selbst entspricht.

Um den hohen Werth dieses Verhältnisses einzusehen, wird schon die Betrachtung genügen, welche am Schlusse des vorigen Paragraphen angestellt wurde.

Uebrigens sind die Wechselbeziehungen zwischen Licht und Elektricum inniger als man denkt, wie erhellt aus einer merkwürdigen für einige Körper entdeckten Beziehung zwischen dem Brechungsindex der weniger brechbaren Strahlen und dem specifischen

*) J. E. H. Gordon, Op. cit. Tom. II, Part. III, Cap. XLV.

Inductionsvermögen derselben Körper, wovon im folgenden Paragraphen eine Andeutung gegeben werden soll.

21. Der Brechungsindex und das Inductionsvermögen. Mit Hilfe der mathematischen Analyse hat Maxwell vollkommen in's Klare gestellt, dass, wie immer das Mittel sei, welches dazu dient, die magnetischen und elektrischen Thätigkeiten auf Entfernung durch den Raum fortzuleiten, dasselbe sich zu transversalen auf die Kraftlinien senkrechten Schwingungen gestalten müsse und ausserdem die Geschwindigkeit, mit welcher diese Thätigkeiten durch den Raum sich fortpflanzen, dem oben besprochenen Verhältnisse ν entsprechen müsse, in welchem die elektrostatischen Einheiten stehen zu den elektromagnetischen Einheiten. Da diese Bedingungen sich auch für das Licht bewahrheiten, so ist man genöthigt zu sagen, dass das elektromagnetische Mittel gleichartig ist mit dem lichttragenden Mittel, oder dass ebendasselbe Mittel, der Aether, welches zur Fortpflanzung des Lichtes dient, gleichfalls die elektrischen und magnetischen Strahlungen bildet; oder umgekehrt, die Lichtstrahlung ist eine Art von elektromagnetischer Strahlung.

Diese Hypothese erscheint wohl bestätigt durch eine andere von Maxwell ausgeführte mathematische Ableitung, welche zeigt, wie beim Wechsel des ponderabeln Mittels die Störung der elektrischen Thätigkeit ihre Geschwindigkeit ändern muss, indem dieselbe weniger schnell vor sich geht in den dielektrischen, welche ein grösseres Inductionsvermögen haben, und sich genau im umgekehrten Verhältnisse der Quadratwurzel aus diesem Vermögen ändert. Demnach würde man, wenn, wie gewöhnlich, das Vermögen der atmosphärischen Luft 1 heisst, zwischen der Geschwindigkeit ν in der Luft, welche sehr nahe 3×10^{10} ist und der Geschwindigkeit ν' in einem anderen dielektrischen Mittel vom specifischen Inductionsvermögen k, die Proportion haben

$$\frac{v}{v'} = \frac{\sqrt{K}}{1},$$

woraus wird

$$v' = \frac{v}{\sqrt{K}}.$$

Nun pflanzt sich bekanntlich das Licht an den verschiedenen Mitteln mit verschiedener Geschwindigkeit fort und ist das Verhältniss der Sinusse der Einfalls- und Brechungswinkel gleich dem directen Verhältnisse der Geschwindigkeiten in beiden Mitteln: also hat man, wenn der Brechungsindex eines Körpers in Bezug auf die Luft n heisst, für die Geschwindigkeit v'' des Lichtes im Innern jenes Körpers

$$\frac{v}{v''} = \frac{\sin i}{\sin r} = n$$

wonach ist

$$v'' = \frac{v}{n}.$$

Wenn nun Gleichartigkeit im Wesen der beiden Arten von Strahlungen stattfindet, so wird $v' = v''$ sein und wird folglich für ein und dasselbe Mittel der Brechungszeiger n gleich sein müssen der Quadratwurzel aus seinem dielektrischen Vermögen, oder

$$K = n^2$$

Dieses schöne Resultat bestätigt sich in Wirklichkeit für viele Körper und wurde zuerst von Prof. Boltzmann kundgegeben. Hier folgen einige der von ihm erhaltenen Zahlenwerthe:

Dielektricum	*K*	n^2
Schwefel	3·84	4·06
Derselbe krystallisirt, nach den verschiedenen Axen	4·773	4·596
	3·970	3·886
	3·811	3·591
Paraffin	2·32	2·33
Kolophonium	2·55	2·38

Für folgende Gase bei 0⁰ C. und 76 Centimeter Pressung sind als Einheiten genommen der Brechungsindex und das Inductionsvermögen des leeren Raumes:

	$\sqrt{K}$	n
Atmosphärische Luft	1·000295	1·000294
Kohlensäure	1·000473	1·000449
Wasserstoff	1·000132	1·000138
Kohlenoxyd	1·000345	1·000340
Stickstoffoxydul	1·000497	1·000503
Oelbildendes Gas	1·000656	1·000678
Sumpfgas	1·000472	1·000443

Diese genügende Uebereinstimmung der Geschwindigkeiten der beiden Arten von Strahlungen, besonders in der Luft und den Gasen, zeigt auf's deutlichste, dass ein inniges Band unter ihnen bestehen muss und vielleicht Gleichartigkeit ihres Wesens, mit blossem Unterschiede in der Form. Dies scheint von Faraday geahnt worden zu sein, als er schrieb: „Die Thätigkeit, welche zur Fortleitung der magnetischen Kraft dient, kann vermittelst des Aethers zu Stande kommen, weil es nicht unwahrscheinlich ist, dass, wenn ein Aether vorhanden, derselbe noch andere Dienste leistet ausser dem der Fortleitung des Lichtes." (Experim. Researches: 3075.)

22. Praktische elektromagnetische Einheiten, auch technische*) genannt. Man erkennt leicht, dass die Einheiten

$$[R] = \frac{[r]}{\nu^2}, \ E = \frac{[e]}{\nu}$$

äusserst klein sein müssen wegen des hohen Werthes von ν. Denn man findet leicht (§ 48 unten), dass das $[R]$ bis auf ein Geringes dem Widerstande $\frac{1}{20000}$ Millimeter eines Kupferdrahtes von 1 Millimeter Durchmesser entspricht; und was das $[E]$ betrifft, wovon man weiss, dass es

$$\frac{1}{3 \times 10^{10}}[e] = 0{\cdot}000000000033\ [e]$$

gleichkommt und dass das Potential eine Säule Daniell (§ 15) 0·00374 beträgt, so findet sich, dass dieses ungemein schwache Potential durch 113333333 Einheiten [E] ausgedrückt werden müsste. Daraus leuchtet ein, dass wir gar zu oft von vielen Tausenden und Millionen solcher Einheiten Gebrauch machen müssten, oder von Zahlen, die aus einer übermässigen Menge von Ziffern gebildet und für die Rechnung höchst unbequem wären, abgesehen davon, fast unfassbar zu sein und schwierig im Gedächtniss zu behalten. Deshalb hat das Comité der Britischen Association, welches im Jahre 1861 errichtet wurde, um ein praktisches und rationelles System von elektrischen Maassen herzustellen, technische (praktische) Einheiten von Widerstand und von elektromotorischer Kraft festgesetzt, welche grossen Vielfachen der einfachen Einheiten

---

*) Die Benennung technische Einheiten wurde von Dr. Schellen gebraucht in seinem Werke: „Die magn. und dynamoelektrischen Maschinen." 3. Aufl. 1884.

entsprechen, gebildet mit den Potenzen von 10, und hat aus diesen neuen praktischen Einheiten von Widerstand und von elektromotorischer Kraft die anderen Einheiten von Strom, von Quantität, von Capacität abgeleitet. So gründete dieselbe ein ganz neues Maasssystem, das weit mehr geeignet für die Praxis ist, das heisst für alle jene Rechnungen, welche die vielen neueren Industrien betreffen, wo von der Elektricität Anwendung gemacht wird.

Das System der Britischen Association, zuerst mit den Anfangsbuchstaben *B. A.* (British Association) bezeichnet, ist heutzutage ganz allgemein geworden, nachdem es, mit wenigen Abänderungen, gut geheissen wurde vom internationalen Congresse der Elektriker, welcher bei Gelegenheit der elektrischen Ausstellung im September 1881 in Paris abgehalten wurde; wobei immer die von den Engländern (1875) angenommenen drei Fundamental-Einheiten *C. G. S.* als Grundlage des Systems einfacher Einheiten und daher auch ihrer Vielfachen und aller technischen Einheiten verblieben sind.

Von den neuen technischen (praktischen) Maassen wollen wir nunmehr einen Begriff geben, um sie sodann auf mehrere Beispiele und Aufgaben anzuwenden.

23. Ohm, technische Widerstands-Einheit. Der Werth derselben wurde festgesetzt, wie folgt:

$$1 \text{ Ohm} = 10^9 \; U.E.M.$$

und sonach auch

$$1 \text{ Ohm} = \frac{1}{9 \times 10^{11}} \; U.E.S.$$

Dies heisst das theoretische Ohm, weil es um ein weniges verschieden ist von dem durch das Comité der Britischen Association als Mustermaass aufgestellten und mit *B. A.* Ohm bezeichneten, auf welches allgemein die gewöhnlichen Widerstandstafeln sich beziehen, die uns die Daten für verschiedene Zahlenbeispiele geliefert haben.

Wenig verschieden vom Ohm ist eine andere praktische Einheit, genannt Siemens, vom Namen des Elektrikers, welcher sie ersann und zuerst Gebrauch davon machte. Es ist der Widerstand einer Quecksilbersäule bei 0^0 C. von 1 Meter Länge und 1 Quadratmillimeter Querschnitt.

Vom Ohm *B. A.* und vom Siemens werden wir die Werthe im folgenden Paragraphen geben. Damit man sich indessen von der Grösse eines Ohm eine Vorstellung machen könne, sagen wir, dass ein Draht aus reinem, ausgeglühtem Kupfer von 1 Millimeter im Durchmesser und etwa 50 Meter Länge den Widerstand von 1 Ohm hat. Der käufliche Kupferdraht hat einen grösseren Widerstand und macht bei demselben Durchmesser von 1 Millimeter den Widerstand von 1 Ohm schon mit der Länge von 30 oder 40 Meter. Andere Beispiele dieser Art wird man unten sehen im § 48.

Die Kohle einer Swan-Lampe, vom neuesten englischen Modelle,*) deren Faser eine Länge von etwa 12·7 Centimeter und einen Durchmesser von 0·013 Centimeter besitzt, hat während ihres normalen Glühens, in der Stärke von 20 englischen Kerzen,**) einen Widerstand von

*) Gordon, A practical Treat. on electr. Lighting 1884, p. 12.

**) Um die Angaben, welche über die Leuchtkraft der elektrischen Lampen gemacht werden, richtig zu beurtheilen, braucht man im Allgemeinen folgende gewöhnliche Messungen zu kennen:

Carcel-Lampe (französische Einheit); verbraucht in der Stunde 42 Gramm gefeintes Rüböl.

Englische Spermaceti-Kerze, Parlamentary standard genanntes Muster; man hat 1 Carcel = 7·435 englischen Kerzen (nach Anderen = 8 bis sogar 9 englischen Kerzen).

Paraffinkerze; in Deutschland gebrauchtes Muster, wovon 7·607 eine Carcel ausmachen.

Stearinkerze von München; es machen 6·743 eine Carcel. Diese verbraucht im Mittel 10·4 Gramm Stearin in der Stunde und brennt mit einer Flamme in der Höhe von 52 Millimeter.

beiläufig 143 Ohm. In den gewöhnlicheren Lampen ist dieser Widerstand weit geringer (unten, § 26).

24. Das gesetzliche Ohm und andere Entscheidungen des Congresses der Elektriker von 1884. Man begreift wohl, dass ein theoretisches Ohm für die Praxis zu nichts dient. Alle auf die Anwendung der Elektricität gestützten Gewerbe bedürfen eines praktischen Musters des Ohm oder eines praktischen Ohm. Deshalb wurde auf dem internationalen Congresse der Elektriker, der gelegentlich der elektrischen Ausstellung von 1881 in Paris abgehalten worden, beschlossen, dass man durch neue Experimente die Länge der Quecksilbersäule von 1 Quadratmillimeter Querschnitt feststellen müsse, welche geeignet wäre, mit der grösstmöglichen Genauigkeit das theoretische Ohm von 10^9 *U. E. M.* darzustellen. Dieser Werth wurde auf einem anderen internationalen Congresse festgestellt, welcher im Jahre 1884 ebenfalls in Paris abgehalten wurde. Dabei wurden die mehrfachen, am besten beglaubigten, nach sechs verschiedenen Methoden bisher erhaltenen Werthe des Ohm in Untersuchung gezogen und wurde schliesslich in der Sitzung vom 28. April auf den Vorschlag des Professors Roiti, welcher nebst Professor Tacchini beim Congresse Italien vertrat, die runde Zahl 106 Centimeter angenommen, als jene, welche sich den glaubwürdigsten Werthen am meisten nähert, während dann ein Fehler von 2 oder 3 Millimeter

---

Auf dem Congresse der Elektriker von 1884 wurde einstimmig beschlossen, die neue von Herrn Violle vorgeschlagene Lichteinheit einzuführen und wurde davon folgende nähere Bezeichnung aufgestellt:

„Die Einheit eines jeden einfachen Lichtes ist die Menge Licht derselben Art, welche in gerader Richtung von einem Quadratcentimeter Oberfläche geschmolzenen Platins, bei seiner Erstarrungs-Temperatur, ausgesendet wird."

„Die praktische Einheit weissen Lichtes ist die Gesammtmenge von Licht, die von der nämlichen Quelle ausgesendet wird".

in der Praxis*) zu vernachlässigen ist. Dieser Beschluss wurde mit folgendem Satze ausgedrückt:

Das gesetzliche Ohm ist der Widerstand einer Quecksilbersäule von 1 Quadratmillimeter Querschnitt und 106 Centimeter Länge bei der Temperatur des schmelzenden Eises.

Diesem Hauptbeschlusse fügte der Congress folgende zwei Wünsche hinzu:

Die Versammlung spricht den Wunsch aus, die französische Regierung wolle den obigen Beschluss den verschiedenen Staaten mittheilen und seine internationale Annahme anempfehlen.

Ausserdem empfiehlt sie, Urmodelle mit dem Quecksilber herzustellen gemäss dem obigen Beschlusse; und empfiehlt ferner den Gebrauch von Hilfsscalen des Widerstandes, welche aus dauerhaften Legirungen anzufertigen und öfters mit dem Urmodelle untereinander zu vergleichen wären.

Als Legirungen wurden empfohlen das Argentan, die Silber-Platin- und Iridium-Platin-Legirung, indem letztere auch (mit 10 Procent Iridium) zur Herstellung der Meter-Modelle dient, weil sie der Ausdehnung wenig unterworfen und chemisch unveränderlich ist.**)

Das Verhältniss des gesetzlichen Ohm zum Siemens und zum Ohm *B. A.*, die im vorigen Paragraphen angeführt wurden, findet sich nun leicht in folgender Weise: Nachdem das gesetzliche Ohm und das Siemens die Widerstände sind von Quecksilbersäulen von gleichem Durch-

---

*) Derselbe Professor Roiti hatte durch vielfache sehr genaue Versuche die Zahl 105·896 Centimeter gefunden. Journal „Nuovo Cimento", März und April 1884, Tom. XV, p. 97.

**) Man findet die Verhandlungen des Congresses im Journal: „La lumière électrique", Mai 1884.

messer und von den Längen 106 und 100 Centimeter, so werden wir haben

106: zum gesetzlichen Ohm = 100: zum Siemens,

sonach

$$1 \text{ Siemens} = 0{\cdot}94339 \text{ gesetzlichen Ohm}$$
$$1 \text{ gesetzliches Ohm} = 1{\cdot}06 \text{ Siemens,}$$

und weil (siehe das citirte Werk von Everett, § 173)

$$1 \text{ Ohm } B.A. = 1{\cdot}0493 \text{ Siemens}$$
$$1 \text{ Siemens} \;\;\text{,}\;\; = 0{\cdot}953 \text{ Ohm } B.A.$$

ist, so wird auch sein

$$1 \text{ Ohm } B.A. = 1{\cdot}0493 \times 0{\cdot}94339 \text{ gesetzlichen Ohm,}$$

das heisst

$$1 \text{ Ohm } B.A. = 0{\cdot}9899 \text{ gesetzlichen Ohm}$$
$$1 \text{ gesetzliches Ohm} = 1{\cdot}0102 \text{ Ohm } B.A.\text{*)}$$

Man ersieht, dass um die Ohm $B.A.$ auf Siemens zurückzuführen oder umgekehrt, es in der Regel genügen wird, 5 Procent hinzuzufügen oder wegzunehmen; weil

$$100 \text{ Siemens} = 95 \text{ Ohm } B.A.$$
$$100 \text{ Ohm } B.A. = 105 \text{ Siemens.}$$

25. Volt, technische Einheit von elektromotorischer Kraft. Ihr Werth ist

$$1 \text{ Volt} = 10^8 \; U.E.M.$$

und sonach weiter

$$1 \text{ Volt} = \frac{1}{3 \times 10^2} U.\ E.\ S.$$

Die Italiener gebrauchen die Benennung Volta anstatt Volt. Die Engländer haben als Mustermaass von elektro-

---

*) Roiti, welcher für das Ohm die Länge der Quecksilbersäule zu 105·896 fand, folgerte daraus (Ragguaglio sulla Conferenza internazionale ecc., 1884), dass sei

$$1 \text{ Ohm } B.A. = 0{\cdot}99024 \text{ Ohm}$$
$$1 \text{ Siemens} \;.\;\; = 0{\cdot}094432 \text{ Ohm.}$$

motorischer Kraft eine besondere Säule angenommen, genannt Latimer Clark-Säule, welche sehr beständig ist, wenn man sie bei offenem Stromkreis hält, und den Werth hat

1·457 Volt.

Andere haben sich wieder andere Mustermaasse gemacht.*)

Im Allgemeinen kann man behaupten, dass ein Volt sehr nahe der elektromotorischen Kraft eines Elementes Daniell entspricht. In der That giebt sein bekanntes elektrostatisches Maass 0·00374, multiplicirt mit 3×10^{10},

$$\frac{0{\cdot}00374 \times 3 \times 10^{10}}{10^{8}} \text{ Volt} = 1{\cdot}122 \text{ Volt.}$$

Bei verschiedenartiger Zusammenstellung der Daniell fand Herr Latimer Clark für dieselbe folgende elektromotorische Kräfte:

Daniell I.

Amalgamirtes Zink	1 Schwflsre. 4 Wasser	Kupfersulfatlös. gesätt.	Kupfer	1·079 Volt.

Daniell II.

Amalgamirtes Zink	1 Schwflsre. 12 Wasser	Kupfersulfatlös. gesätt.	Kupfer	0·978 Volt.

Daniell III.

Amalgamirtes Zink	1 Schwflsre. 12 Wasser	Salpetersrs. Kupfer gesättigt	Kupfer	1·000 Volt.

Die im vorigen Paragraph erwähnte Swan-Lampe erfordert eine elektromotorische Kraft von 100 Volt zu

---

*) Siehe das Formulaire de l'Electricien von M. Hospitalier. Année II, 1884, p. 59.

ihrem normalen Erglühen in der Stärke von 20 Kerzen. Andere Lampen mit verschiedenen Fasern verlangen blos 40 bis 45 Volt. Es werden elektrodynamische Maschinen von sehr hohem Potential gemacht, bis zu 2000 Volt.

Das Potential, welches einen Funken giebt zwischen zwei 1 Millimeter von einander entfernten Platten, beträgt 14·7 *E. S.* Einheiten, kommt daher gleich

$$14{\cdot}7 \times 3 \times 10^2 \text{ Volt} = 4410 \text{ Volt}.$$

Das Potential, welches Funken von circa 30 Centimeter giebt, wird werth sein

$$300 \times 3 \times 10^2 = 90000 \text{ Volt}.$$

26. Ampère, technische Einheit von Stromstärke, einfach **Stromeinheit** genannt. Mit Bezug auf das Gesetz von Ohm wird das Ampère bestimmt durch den Ausdruck

$$1 \text{ Ampère} = \frac{1 \text{ Volt}}{1 \text{ Ohm}},$$

wonach der theoretische Werth sein wird

$$1 \text{ Ampère} = 10^{-1} \; U.E.M.$$

und auch

$$1 \text{ Ampère} = 3 \times 10^9 \; U.E.S.$$

Augenscheinlich ist es eine sehr grosse Einheit, in Rücksicht auf ihre zugehörige elektrostatische Einheit (*U. E. S.*); jedoch lässt sich ein Galvanometer von mittlerer Empfindlichkeit eintheilen in Tausendstel Ampère, genannt Milliampère.

Bleibt man bei der gegebenen Definition stehen, so ist klar, dass man, um ein praktisches Mustermaass des Ampère zu erhalten, die Muster des Volt und des Ohm haben müsste. Nun ist das gesetzliche Ohm festgestellt, aber nicht das gesetzliche Volt. Wie also soll man ein festes Mustermaass der Stromeinheit herstellen, welches das wichtigste Maass ist für die elektrische Industrie? Diese Frage wurde auf dem letzten Congresse zu Paris aufgeworfen und es scheint, dass zunächst jene Definition des gesetzlichen Ampère die Oberhand gewinnen müsse, welche sich auf die elektrolytischen Wirkungen des Stromes stützt und insbesondere auf die Fällung des Silbers (siehe unten § 35).

Ist das Ampère in solcher Weise definirt, so wird man sagen, das Volt sei die elektromotorische Kraft, welche ein gesetzliches Ampère (ein Coulomb) durch ein gesetzliches Ohm gehen lässt oder treibt. Inzwischen jedoch werden wir mit Roiti (am citirten Orte) sagen: offenbar befinden wir uns heute dem gesetzlichen Ampère gegenüber in der nämlichen Lage, in welcher wir uns im Jahre 1882 befanden gegenüber dem Ohm. Wir haben davon die theoretische Definition; allein die Maschinenbauer wissen nicht, was sie damit machen sollen.

Ich gebe einige Beispiele von Messungen in Amperes, wie man solche mit den bisher benutzten praktischen Einheiten erlangt hat.

Swan-Lampe. Das Modell, wovon in den zwei vorigen Paragraphen Erwähnung geschah, wird die Stromstärke haben

$$I = \frac{100 \text{ Volt}}{143 \text{ Ohm}} = 0{\cdot}7 \text{ Ampère.}$$

Bei anderen Lampen, welche auf der Wiener Ausstellung von 1883 zum Vorschein kamen, hatte man, wenn man mit den Widerständen der Kohle in der Wärme rechnet, welche fast halb so gross sind, als jene in der Kälte,*)

---

*) Note sull' Esposizione di elettricità in Vienna S. Fadda. Torino, 1884.

Swan-Lampe		Leuchtkraft
$I = \frac{104 \text{ Volt}}{32 \text{ Ohm}}$	$= 3{\cdot}25$ Amp.	50 Kerzen
$I = \frac{104}{16}$	$= 6{\cdot}50$ Amp.	100 "
Maxim-Lampe		
$I = \frac{70}{40}$	$= 1{\cdot}75$ Amp.	45—50 Kerzen
Cruto-Lampe		
$I = \frac{56}{44}$	$= 1{\cdot}27$ Amp.	32 Kerzen
$I = \frac{25}{25}$	$= 1{\cdot}00$ Amp.	8 "
Edison-Lampe		
$I = \frac{52}{70}$	$= 0{\cdot}74$ Amp.	8 Kerzen
$I = \frac{105}{70}$	$= 1{\cdot}50$ Amp.	33 "

Verschiedene Berrstein-Lampen, welche auf der Ausstellung von Turin (1884) vorkamen, hatten alle einen ziemlich starken Strom, z. B.:

$I = 5{\cdot}5$	$E = 25$	Kerzen 55
$I = 4{\cdot}0$	$E = 33{\cdot}5$	" 55
$I = 4{\cdot}0$	$E = 50$	" 100.

Bunsen'sche Säule. Befindet sich das amalgamirte Zink in der Höhe von 20 Centimeter in einer Lösung von Schwefelsäure zu $\frac{1}{20}$ des Volums und ist die Salpetersäure von 36 bis 40^0 Beaumé, so beträgt der innere Widerstand zwischen 0·08 bis 0·11 Ohm und die elektromotorische Kraft ungefähr 1·8 Volt. Folglich wird im Mittel für einen Draht von nicht zu beachtendem Widerstande

$$I = \frac{1{\cdot}8}{0{\cdot}095} = 19 \text{ Ampère circa.*)}$$

Eine andere giebt 13 Ampère für einen Cylinder von 19 Centimeter Höhe und 9 Centimeter im Durchmesser.

Daniell-Säule. Mit einem äusseren Zinkcylinder von 19 Centimeter Höhe und 9 Centimeter Durchmesser, geladen mit Zinksulfat und geschlossen mit einem Drahte von unbedeutendem Widerstande, giebt sie einen Strom von circa 1·3 Ampère; folglich

$$R = \frac{E}{I} = \frac{1 \text{ Volt}}{1{\cdot}3 \text{ Amp.}} = 0{\cdot}8 \text{ Ohm circa.*)}$$

Italienische Telegraphir-Säule. Sie hat die elektromotorische Kraft 0·95 Volt und einen Widerstand von 9·5 Ohm. Sonach

$$I = \frac{0{\cdot}95}{9{\cdot}5} = 0{\cdot}1 \text{ Ampère.}$$

Der in Italien benutzte Morse-Apparat, mit einem Elektromagneten vom Widerstande gleich 608 Ohm, arbeitet gut in localem Stromkreise mit 4 Elementen der obigen Säule. Es wird also in diesem Falle sein

$$I = \frac{4 \times 0{\cdot}95}{608} = 6 \text{ Milliampères.}$$

Für die telegraphischen Uebermittlungen gebraucht man Ströme von 13 bis 16 Milliampères.**)

Dynamo-elektrische Maschine. Eine Maschine Brush, welche 16 Lampen zugleich speiste, hatte

*) Hospitalier, Op. cit. p. 184.

**) Dieses Beispiel und die folgenden sind entnommen dem trefflichen italienischen Journale „Il Telegrafista", und zwar den „Lettere populari" des Hrn. G. Dell' Oro, welche diesem Journale einverleibt sind, Jahrgang 1883, p. 109 und 110.

die elektromotorische Kraft 839·02 Volt, den inneren Widerstand 10·55 Ohm und einen äusseren, die Lampen inbegriffen, gleich 73·02 Ohm. Es ist daher

$$I = \frac{839{\cdot}02}{10{\cdot}55 + 73{\cdot}02} = 10{\cdot}04 \text{ Ampères.}$$

Holtz'sche Maschine. Auf das Potential von 300 *U. E. S.* (elektrostatischen Einheiten) gebracht, wird sie die Kraft haben von 90000 Volt. Nun ist ihr innerer Widerstand, wenn sie zwei Umläufe in der Secunde macht, zu etwa 2669×10^6 Ohm berechnet worden; es wird daher der Strom, welchen sie erzeugen kann, die Stärke haben

$$I = \frac{90000}{2669 \times 10^6} = \frac{3}{100000} \text{ Ampère,}$$

welche zum Telegraphiren nicht genügt.

27. Das Ampère und das Weber. Erinnern wir uns, dass die Stärke eines Stromes bedingt wird durch die Menge von Elektricum, welche jeden Querschnitt des Stromkreises in 1 Secunde durchläuft. Daher wird die Zahl von Ampères, welche die Stärke eines Stromes ausdrückt, auch die Quantität von Elektricum ansagen, welche in einer 1 Secunde durchgeht und ein Ampère wird demnach zugleich die Einheit von elektrischer Quantität sein, welche durch den Strom fortgeführt wird. Diese Quantitäts-Einheit wurde anfangs mit dem Namen Weber bezeichnet, und der Strom von der Stärke 1 hiess der Strom von 1 Weber pro Secunde; wonach z. B. der Strom den Werth I hatte, wenn er I Weber in der Secunde abführte. Heutzutage macht man einen Unterschied zwischen der Macht des Stromes und der Quantität von überführtem Elektricum, obgleich diese Quantität als der Macht des Stromes proportional angesehen wird. Der Strom von der Stärke

I Ampères nämlich überführt I Quantitäts-Einheiten in 1 Secunde, welche noch durch den Namen Weber angezeigt werden könnten. Allein es hat dem Pariser Congresse von 1881 beliebt, den Namen Weber mit Coulomb zu vertauschen, oder vielmehr, das alte Weber in das Ampère und das Coulomb aufzulösen, so dass der Strom, welcher der von 1 Weber pro Secunde hiess, nun heissen soll der von ein Coulomb, überführt durch ein Ampère.

28. Coulomb, technische Einheit von Quantität. Aus der im vorigen Paragraphen gegebenen Erklärung geht hervor, dass das Coulomb definirt werden muss als die durch den Strom von der Stärke 1 Ampère in 1 Secunde überführte Elektricitäts-Menge, und nachdem im Allgemeinen $Q = t\ I$ ist, so werden wir haben

$$1 \text{ Coulomb} = 10^{-1}\ U.\ E.\ M.$$

und sonach weiter

$$1 \text{ Coulomb} = 3 \times 10^{9}\ U.\ E.\ S.$$

Und berücksichtigt man den Werth und die Bedeutung des Ampère, so wird man ebenfalls sagen können, das Coulomb sei die Quantität von Elektricum, welche in 1 Secunde von 1 Volt durch den Widerstand von 1 Ohm fortgetrieben wird. Wir werden bald die Wichtigkeit dieser Bezeichnung einsehen, oder die Wichtigkeit, die Quantität von Elektricum zu unterscheiden und zu bestimmen, welche durch einen Stromkreis geht, indem sich z. B. findet, dass, wenn der Durchgang von 1 Coulomb p Gramm eines Elektrolyten zersetzt, der Durchgang von n Coulomb np Gramm davon zersetze.

Ganz richtig bemerkt Prof. Pinto, dass der der technischen Quantitäts-Einheit gegebene Name Coulomb Irrungen nach sich ziehen könnte, indem er zunächst glauben lasse, dass dieser Name sich auf das auch noch mit dem Namen Coulomb bezeichnete Gesetz beziehe, welches durch die Gleichung $F = \frac{qq^1}{d^2}$ ausgedrückt wird. Aber nach den gegeben Definitionen versteht man, dass keine Beziehung vorhanden ist zwischen jener Einheit und dem Gesetze, welches denselben Namen trägt, nachdem sich das Coulomb vielmehr auf die Gleichung $Q = t\,I$ bezieht. Es geschah blos in Huldigung für die französische Wissenschaft und in einem Geiste der Versöhnlichkeit (wie Willoughby Smith sagte), dass man übereinkam, die alte zu Ehren Weber's geschaffene Benennung zu opfern.

Condensator, geladen mit 1 Coulomb. Um sich einen Begriff zu machen von der grossen Menge von Elektricum, welche durch ein Coulomb vorgestellt wird, pflegt man sich zu denken, man könne das Ganze auf einem Condensator ansammeln, und nun die Abmessungen zu suchen, welche man diesem geben müsste, zu welchem Zwecke die bekannte Formel dient (Potential, § 46):

$$M = \frac{k\,S\,V}{4\,\pi\,e}.$$

Man nimmt an, dass der Condensator auf ein Maximum-Potential 300 geladen und hergestellt sei mit getrennten Stanniolblättern aus paraffinirtem Papiere vom Inductions-Vermögen $k = 2\,e$ und von geringer Dicke, z. B. von 0·03 Centimeter, und findet mit diesen Daten

$$S = \frac{4\,\pi\,e\,M}{k\,V} = \frac{4 \times 3{\cdot}1416 \times 0{\cdot}03 \times 3 \times 10^9}{2 \times 300}\,c.\,q. =$$
$$= 188 \text{ Quadratmeter,}$$

welche ein Quadrat bilden von fast 14 Meter Seite.

29. Farad, technische Einheit von Capacität. Es ist die Capacität eines Conductors, welcher sich mit einem Coulomb auf ein Volt erhebt:

oder, wie es der Pariser Congress definirte: Man nennt Farad die Capacität eines Condensators, in welchem die Ladung mit einem Coulomb zwischen den Belegungen die Potential-Differenz von einem Volt erzeugt oder (Potential, § 44) auch: die Capacitäts-Einheit ist jene eines Condensators, welcher ein Coulomb enthält, während er seine innere Belegung bei einem Volt und seine äussere bei Null hat, so dass man (mit Preece) sagen kann, die Capacität werde gemessen durch die Quantität von Elektricum, welche der Conductor (Leiter) unter gegebenen Umständen fassen kann, in derselben Weise, wie die Capacität einer Flasche gemessen wird mit der Quantität Wein, welche sie fasst.

Vermöge der bekannten Bedeutung der Capacität wird sein

$$1 \text{ Coulomb} = 1 \text{ Farad} \times 1 \text{ Volt}$$

und daher

$$1 \text{ Farad} = 10^{-9} \; U.\,E.\,M.$$

oder auch

$$1 \text{ Farad} = 9 \times 10^{11} \; U.\,E.\,S.$$

Diese Maasseinheit ist allzu gross für die Praxis. Man wird bei einer Rechnung, die wir später machen werden, ersehen, dass die Erdkugel mit ihrem ganzen Rauminhalte nicht die Capacität von einem Farad hat, sondern nur von 707 ~~Tausendstel~~ Millionstel Farad. Daher nimmt man in Wirklichkeit als technische Capacitäts-Einheit das Milliontel Farad an, welches Mikrofarad genannt wird, und wird 1 Mikrofarad 9×10^5 *U. E. S.* sein.

So wird z. B. eine Kugel die Capacität von einem einzigen Mikrofarad haben, wenn sie einen Halbmesser hat (Potential, § 27) von

$$9 \times 10^5 \text{ Centimeter} = 9 \text{ Kilometer}.$$

Condensator von der Capacität eines Farad. Für irgend einen Condensator, dessen Ladung ausgedrückt ist durch

$$M = \frac{k\,S}{4\,\pi\,e}\,V,$$

wird sein

$$1 \text{ Farad} = \frac{k\,S}{4\,\pi\,e}$$

und sonach wird die Grösse eines Condensators, welcher die Capacität von 1 Farad hat, gegeben sein durch

$$S = \frac{4\,\pi\,e \times 9 \times 10^{11}}{k}\,c.\,q.$$

Gesetzt nun, der Condensator bestehe aus Glimmerblättern (Potential, § 44) in der Dicke z. B. von 0·025 Centimeter und die Capacität des Glimmers sei 5, so würde sein

$$S = \frac{4 \times 3{\cdot}1416 \times 0{\cdot}025 \times 9 \times 10^{11}}{5}$$
$$= 56548800000\,c.\,q.,$$

wonach man für eine Oberfläche von der Capacität von 1 Mikrofarad erhalten würde

$$S = 56549\,c.\,q. = 5{\cdot}65 \text{ Quadratmeter.}$$

Die Modelle von Mikrofarad, welche im Handel vorkommen, bestehen aus 300 Stanniolblättern, getrennt durch Glimmerscheiben und eingeschlossen in Schachteln in der Höhe von 8 Centimeter und im Durchmesser von 16 Centimeter. Ihre Oberfläche wird foglich sehr nahe sein

$$8^2 \times 3{\cdot}1416 \times 300 = 6 \text{ Quadratmeter,}$$

eine Zahl, die von der vorigen wenig verschieden ist.

30. Vielfache und Untervielfache der technischen Einheiten. Für alle im Obigen erklärte technische Einheiten hat man Vielfache und Untervielfache gebildet, indem man sie mit 1 Million multiplicirte oder dividirte. Die Vielfachen werden ausgedrückt durch ein vorgesetztes mega (μέγα, gross), wie schon bei der Dyne gesagt wurde; die Untervielfachen durch ein vorgesetzes mikro (μικρὸν, klein). So gebraucht man z. B. häufig

$$1 \text{ Megohm} = 10^6 \text{ Ohm} = 10^{15} [R]$$
$$1 \text{ Mikrohm} = 10^{-6} \text{ Ohm} = 10^3 [R]$$
$$1 \text{ Mikrofarad} = 10^{-6} \text{ Farad} = 10^{-15} [C].$$

31. Die technischen Einheiten entspringen unmittelbar aus den Fundamental-Einheiten:

$$L = \text{dem Erdquadranten}, M = G \times 10^{-11}, T = S.$$

Vergleichen wir den Werth des Ohm $= 10^9 [R]$ mit dem allgemeinen Ausdrucke des Widerstandes $[R] = [L\ T^{-1}]$, so ist klar, dass, wenn man die Längeneinheit L gleich 10^9 Centimeter setzt, dann das $[R]$ sich verwandelt in das Ohm.

Und wenn wir diese neue Längeneinheit (10^9 Centimeter) einsetzen in den allgemeinen Werth der elektromotorischen Kraft

$$[E] = [L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}],$$

so erhalten wir aus diesem Ausdrucke den Werth von 1 Volt (10^8), indem wir für T den gewöhnlichen Werth von 1 Secunde beibehalten, nämlich:

$$(10^9)^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} = 10^8,$$

woraus

$$M = 1 \times 10^{-11} \text{ Gramm}.$$

wird.

Es entsprechen folglich im Systeme

$$L = 10^9, \quad M = 1 \times 10^{-11} \text{ Gramm}, \quad T = 1 \text{ Secunde}$$

die Einheiten des Widerstandes und der elektromotorischen Kraft beziehungsweise einem Ohm und einem Volt; und demselben Systeme werden alle anderen technischen Einheiten angehören, weil sie alle zusammengesetzt sind aus dem Ohm und dem Volt. Nun bemerken wir, dass 10^9 Centimeter gleich ist 10 Millionen Meter, das heisst, gleich kommt dem üblichen Maasse eines Viertels des Erdmeridians; somit kann man sagen, dass die technischen Einheiten Ohm, Volt etc. unmittelbar hervorgehen aus den Fundamental-Einheiten

Länge = dem Erdquadranten (10^9 Centimeter)

Masse = 1×10^{-11} Gramm

Zeit = 1 Secunde.

32. Das Watt, neue absolute technische Arbeitseinheit und das Joule. In dem soeben dargelegten neuen Systeme vom Fundamental-Einheiten lässt sich naturgemäss eine neue Arbeitseinheit zusammenstellen, welche vom Erg verschieden ist, und sie wird sein:

$$W = [L^2 M T^{-2}] = (10^9)^2 \frac{1}{10^{11}} = 10^7 \text{ Erg},$$

welche neue Einheit auf Vorschlag von W. Siemens (1882) Watt genannt wurde; wonach

$$1 \text{ Watt} = 10^7 \text{ Erg};$$

und indem wir die oben (§ 9 und 10) gefundenen Werthe des Erg einsetzen, werden wir weiter erhalten

$$1 \text{ Watt} = \begin{cases} \frac{1}{9{\cdot}81}\, kgm. = 0{\cdot}102\, kgm. \\ \frac{10^5}{9{\cdot}81}\, grc. = 102 \times 10^2\, grc. \\ \frac{1}{735{\cdot}46} \text{ Dampfpfd. zu } 75\, kgm. = \frac{136}{10^5} \text{ Dmpfpfd. zu } 75\, kgm. \\ \frac{1}{746} \text{ Horsepower } (76\, kgm.) = \frac{134}{10^5} \text{ Horsepower.} \end{cases}$$

Sonach machen 735·5 Watt 1 Pferdekraft von 75 *kgm.*
746 Watt 1 Engl. Pferdekr. (Horsepower).

Erinnern wir uns nun, dass man für das mechanische Aequivalent der Gramm-Calorie hat (§ 11)

$$j = 4{\cdot}2 \times 10^7 \text{ Erg} = 1 \text{ Gramm-Calorie,}$$

so werden wir noch setzen können

$$j = 4{\cdot}2 \text{ Watt} = 1 \text{ Gramm-Calorie.}$$

Sonach

$$1 \text{ Watt} = \frac{1}{4{\cdot}2} \text{ Gramm-Calorie} = 0{\cdot}24 \text{ Gramm-Calorie.}$$

Diese geringe Wärmemenge, nämlich 0·24 Gramm-Calorie wurde von Einigen, besonders in England, Joule genannt. *) Nachdem aber das Symbol j gewählt worden ist, um das mechanische Aequivalent der Gramm-Calorie zu bezeichnen, nämlich 4·2 Watt, so ist die jenem Bruchtheile von Calorie gegebene Benennung Joule nicht zweckmässig, weil sie mit dem oben erwähnten Werthe der 4·2 Watt verwechselt werden würde.

Das Watt ist ein mechanisches Maass, welches sich auf jede Art von Arbeiten anwenden lässt; bisher aber wird es blos auf die Berechnungen der elektrischen Energie angewendet, wenn diese mit den technischen Einheiten

*) H. Schoentjes, Les grandeurs électriques et leurs unités. 2. Edit., p. 90. Ein treffliches kleines Buch, welches immer mit Nutzen zu Rathe gezogen wird.

Volt, Ampère etc. durchgeführt werden, weil die mit diesen Einheiten berechneten Arbeiten nothwendig unmittelbar in Anzahlen von Watt ausgedrückt sich ergeben, indem das Watt demselben Maasssystem angehört, wie das Volt, Ampère etc. Ziehen wir zur Bestätigung dessen wieder die Formeln des § 19 heran, welche den Werth der vom Strome in 1 Secunde geleisteten Arbeit geben,

$$W = EI = I^2 R = EQ = E^2 C,$$

setzen alle Factoren gleich den bezüglichen technischen Einheiten Ohm, Volt, Ampère etc. und ersetzen sodann diese Einheiten durch ihre Gleichwerthe in einfachen Einheiten, so werden wir aus dem beständigen Ergebnisse, 10^7 Erg, ersehen, dass wirklich die mit den technischen Einheiten berechnete Arbeit immer in Watt ausgedrückt erscheint:

$$\text{Technische Arbeits-Einheit} \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ Volt} \times 1 \text{ Ampère} = 10^8 \times 10^{-1} = 10^7 \text{ Erg} \\ (1 \text{ Ampère})^2 \times 1 \text{ Ohm} = (10^{-1})^2 \times 10^9 = 10^7 \text{ ,,} \\ 1 \text{ Volt} \times 1 \text{ Coulomb} = 10^8 \times 10^{-1} = 10^7 \text{ ,,} \\ (1 \text{ Volt})^2 \times 1 \text{ Farad} = (10^8)^2 \times 10^{-9} = 10^7 \text{ ,,} \end{array} \right\} = 1 \text{ Watt}$$

Der erste und dritte Ausdruck lassen noch die zwei folgenden Definitionen aufstellen:

„Ein Watt ist die von der Stromeinheit (ein Ampère) gethane Arbeit, wenn dieselbe von der Einheit elektromotorischer Kraft (ein Volt) fortgetrieben wird, oder wenn sie von der Höhe eines Volt herabfällt" oder auch:

„Ein Watt ist die von einem Coulomb gethane Arbeit, indem es von der Höhe eines Volt herabfällt; wenn wir also das Watt durch die vereinigten Worte Coulomb-Volt bezeichnen würden, so wäre damit eine Benennung hergestellt, völlig analog jener des Kilogramm-Meters."

Aber obgleich das Watt nunmehr ein ziemlich allgemeines Maass ist, so bedient man sich doch statt seiner häufig der Bezeichnung Volt-Ampère, oder einfach *V—A*, oder man gebraucht auch, wenn die Rechnung mit anderen Einheiten gemacht wurde, die Anfangsbuchstaben *V—C*, *A—O* etc. eben dieser Einheiten.

Ueber das Watt und über die Berathungen des internationalen Congresses der Elektriker schrieb der berühmte W. H. Preece*) folgende bemerkenswerthen Worte: „Die Elektricität begegnet während ihrer Entwicklung einem Widerstande, vollführt eine Arbeit an der Materie, welche sie durchdringt und vermag Wärme und Licht hervorzubringen. Diese Arbeit hängt ab von dem Strome, welcher hindurchgeht und von der elektromotorischen Kraft. Wenn man die elektromotorische Kraft mit dem Strome multiplicirt, so erhält man das Maass der aufgewendeten Energie. Daher kommt ein Volt $\times$ ein Ampère = einem Watt, was die Einheit der elektrischen Arbeit ist; 746 Watt machen die Kraft eines Pferdes aus, so dass man ein sehr leichtes Mittel hat, um den Ausdruck der elekrischen Energie in den der mechanischen Kraft zu verwandeln und umgekehrt. Eine gewöhnliche Glühlampe wird erregt durch etwa 105 Volt und 0·8 Ampère, macht demnach einen Aufwand von $105 \times 0{\cdot}8 = 84$ Watt, etwas mehr als ein Zehntel Pferdekraft für jede Lampe. Alle diese Einheiten, mit Ausnahme des Watt, wurden vom Congresse der Elektriker zu Paris im Jahre 1881 auserwählt und von aller Welt angenommen. Dies ist das grosse Ergebniss der Ausstellung von Paris, welches eine Epoche in der Geschichte der Eelektricität bezeichnen wird."

Anwendungen auf verschiedene Aufgaben mit Bezug auf die betreffenden Theorien.

33. Capacität der unterseeischen Kabel. Für einen cylindrischen Condensator, dessen äussere Belegung

*) Siehe das Journal „Il Telegrafista", Anno III, gennajo 1883, p. 38.

mit der Erde in Verkehr steht, wird die elektrostatische Capacität gegeben durch die Formel

$$c = \frac{0{\cdot}4343 \times kl}{2 \times \text{log. vulg.} \frac{R}{r}},$$

wo k die specifische Capacität der isolirenden Hülle ist, l die Länge des Cylinders, $\frac{R}{r}$ das Verhältniss des äusseren Durchmessers des Isolators zum Durchmesser des in demselben enthaltenen metallischen Leiters.

Nun sind die unterseeischen Kabel wahre cylindrische Condensatoren, so dass sie eine merkliche Zeit brauchen, d. h. einige Secunden, um sich allmählich von einem Ende zum anderen zu laden. Die inneren Leitungsdrähte bilden die innere Belegung, die Guttapercha oder anderer Stoff bildet die trennende Schichte, der Ueberzug von Eisendraht und das Seewasser, welches bis zum Isolator einsickern kann, bilden die äussere Belegung. Es ist daher auf die unterseeischen Kabel die obige Formel anzuwenden, welche sofort die Capacität in Mikrofarad zu geben vermag, wenn man sie, nach § 29, mit 9×10^5 dividirt, wonach sich ergiebt

$$c = \frac{0{\cdot}443 \times kl}{2 \times 9 \times 10^5 \, \text{log. vulg.} \frac{R}{r}} \text{ Mikrofarad;}$$

und richtet man die Formel für eine Seemeile (ein Knoten genannt) ein, welche 1852 Meter gleichkommt oder 185200 Centimeter, so hat man

$$c = \frac{0{\cdot}0447 \times k}{\text{log. vulg.} \frac{R}{r}}.$$

So erhält man z. B. mit den Halbmessern*)

$$R = 4{\cdot}04 \text{ Millimeter,} \quad r = 1{\cdot}84 \text{ Millimeter,}$$

wonach

$$\frac{R}{r} = 2{\cdot}1956$$

$$\text{log. vulg.} \frac{R}{r} = 0{\cdot}3415532,$$

und mit folgenden Nichtleitern:

		Die Capacität per Knoten:
Caoutchouc von Hooper	($k = 3{\cdot}1$) . .	0·45 Mikrofarad
Guttapercha	($k = 4{\cdot}2$) . .	0·55 „
Gutta von W. Smith .	($k = 3{\cdot}59$) . .	0·47 „

Professor F. Jenkin giebt für vier verschiedene Kabel Werthe von $\frac{R}{r}$ an, die zwischen 2·92 und 3·48 liegen und sagt, die Capacität vieler Kabel betrage beiläufig 0·33 Mikroforad pro Knoten.

34. Capacität der Erdkugel. Der Halbmesser der Erdkugel kann sehr nahezu gesetzt werden gleich

$$\frac{4000000000}{2\pi} \text{ Centimeter}$$

und dies wird in elektrostatischem Maasse auch der Werth seiner Capacität sein, welche folglich sein wird

$$\frac{4 \times 10^9}{2\pi = 9 \times 10^5} \text{ Mikrofarad} = 707 \text{ Mikrofarad.}$$

Lässt man für die unterseeischen Kabel eine mittlere Capacität von 0·4 pro Knoten gelten, so ergiebt sich, dass,

---

*) Formulaire von Hospitalier, p. 114.

um eine Capacität gleich jener der ganzen Erdkugel herzustellen, beiläufig 1770 Meilen (zu 1852 Meter) eines unterseeischen Kabels erforderlich sind.

Eine Kugel würde die Capacität von 1 Farad haben, wenn ihr Halbmesser

$$\frac{1000000}{707} = 1400\text{mal grösser wäre, als der der Erde.}$$

Es hat daher nicht einmal die Sonne, deren Halbmesser 100mal grösser ist als jener der Erde, die Capacität von 1 Farad, sondern blos von etwa $\frac{1}{14}$ Farad.

35. Elektrochemische Aequivalente der verschiedenen Körper für 1 Coulomb. Wir nennen elektrochemische Aequivalente die aus verschiedenen Körpern mittelst Elektrolyse in 1 Secunde durch den Strom von der Stärke 1 erhaltenen Gewichte. Je nachdem also die Stromstärke einfach in elektromagnetischen Einheiten oder in Ampères bewerthet wird, sind natürlich auch die elektrochemischen Aequivalente verschieden. Um uns dem neueren Gebrauche anzuschliessen, wollen wir den Strom in Ampères bewerthet voraussetzen und sagen:

Elektrochemische Aequivalente sind die Gewichte verschiedener Stoffe, welche mittelst Elektrolyse in 1 Secunde durch einen Strom von der Stärke eines Ampère hervorgebracht werden. (Eine andere Definition siehe unten.)

Bei diesen Bestimmungen nimmt man irgend einen Zersetzungsvorgang zur Grundlage, weil kraft des bekannten Gesetzes von Faraday die elektrochemischen Aequivalente der mannigfachen Körper den Werthen ihrer chemischen Aequivalente geradezu proportional sein werden. Man beachte jedoch, dass diese letzteren (die chemischen) einfach die Zahlenverhältnisse vorstellen, nach denen die verschiedenen Körper sich verbinden, während die elektrochemischen Aequivalente bestimmte Stoffmengen sind, welche absolute Werthe haben, blos abhängig von der Definition der Stromeinheit.

Wir gehen von der gewöhnlichsten Bestimmung aus, welcher zufolge 1 Ampère, das man quer durch Wasser streichen lässt, in 1 Secunde

0·0000104 Gramm Wasserstoff

frei macht. Sonach wird das elektrochemische Aequivalent irgend eines Körpers, welcher das chemische Aequivalent q (auf Wasserstoff 1 bezogen) haben mag, allgemein sein

$$\varepsilon = 0{\cdot}0000104 \times q \text{ Gramm.}$$

Es ist ferner durch Versuche nachgewiesen, dass die Menge der zersetzten Substanz proportional ist der Gesammtmenge von Elektricität, welche sie durchläuft und gänzlich unabhängig von der Zeit, welche ebendieselbe elektrische Menge zum Durchlaufen braucht. Kraft dieses Gesetzes lässt sich auch die folgende bessere Definition von den elektrochemischen Aequivalenten geben, indem man sagt, sie seien die elektrolytischen Gewichte der mancherlei Körper, welche in beliebiger Zeit mit dem Durchgange von einem Coulomb erzeugt werden.

Wenn die Stärke des Stromes I Ampères beträgt, d. h. wenn in 1 Secunde I Coulomb hindurchgehen (wo I wie immer, nämlich grösser oder kleiner, als die Einheit ist), so wird man in 1 Secunde das elektrolytische Erzeugniss

$$0{\cdot}0000104 \times q\,I \text{ Gramm}$$

haben und in t Secunden

$$p = 0{\cdot}0000104 \times q\,t\,I \text{ Gramm,}$$

wonach das elektrochemische Aequivalent irgend eines Körpers auch auszudrücken kommt durch

$$0{\cdot}0000104 \times q = \frac{p}{It} \text{ Gramm} = \varepsilon;$$

wo p das mittelst Zersetzung durch den Strom von der Stärke I Ampère in t Secunden erhaltene Gewicht ist; eine Formel, welche sich zur Auflösung mehrerer Aufgaben eignet, indem sie die Werthe von irgend einer der Grössen ε, p, I, t, auffinden lässt, wenn die drei anderen gegeben sind.

Beispiele:

a) Ein Strom hat in einer Minute ein halbes Gramm Wasser zerlegt; wie gross ist seine Stärke?

Da man hier hat $p = 0{\cdot}5$ und das chemische Aequivalent des Wassers $q = 9$, so werden wir erhalten

$$I = \frac{p}{\varepsilon t} = \frac{0{\cdot}5}{0{\cdot}0000104 \times 9 \times 60} = 89 \text{ Ampères.}$$

b) Ein Elektromotor hat die elektromotorische Kraft von 100 Volt. Wie viel Wasser kann derselbe in einer Minute zerlegen in einem Stromkreise, dessen Widerstand 1 Ohm ist?

Wir haben

$$I = \frac{E}{R} = 100 \text{ Ampères.}$$

Sonach

$$p = 100 \times 0{\cdot}0000104 \times 9 \times 60 = 0{\cdot}562 \text{ Gramm.}$$

c) Mit einem Voltameter bei Lösung von Silbernitrat findet sich, dass nach t Secunden die Gewichtszunahme der negativen Platte oder die Gewichtsabnahme der positiven p Gramm beträgt. Wie viele Coulomb sind hindurchgegangen?

Aus neueren Versuchen ergiebt sich, dass das elektrochemische Aequivalent des Silbers sehr nahe

$$0{\cdot}001118$$

ist, welcher Werth zuletzt von Lord Raleigh*) gefunden wurde; mit diesem stimmt auch der für den Wasserstoff angenommene Werth 0·0000104 genügend überein (indem $0{\cdot}0000104 \times 108 = 0{\cdot}001123$ wäre); man wird daher im Allgemeinen haben

$$I = \frac{p}{\varepsilon t} = \frac{p}{0{\cdot}001118 \times t} \text{ Ampères,}$$

und ebenso viele Coulomb werden in der Zeit t durchgelaufen sein.

Will man in 1 Secunde das chemische Aequivalent des Silbers erhalten, nämlich 108 Gramm oder nach Stas 107·93, so macht man p gleich diesen Zahlen und erhält als Mittel sehr nahe

$$I = \frac{107{\cdot}93}{0{\cdot}001118} = 96500,$$

wonach man allgemein sagen kann, dass

96500 Coulomb

nöthig sind, um ein chemisches Aequivalent Silber zu fällen, was auch immer die Zeit sein mag, welche man dem Durchgang dieser ganzen Elektricitätssumme gestattet; wie eben dieselbe Formel beweist, weil sie immer das nämliche Ergebniss liefert, wenn bei Aenderungen der Werth von I, e, t ihr Product constant erhalten wird.

36. Einheit Jacobi, $\frac{\text{Daniell}}{\text{Siemens}}$, Stunden-Ampère.

a) Sehr bequem ist die Einheit Jacobi, welche auch bei gröberen Versuchen dazu dient, eine angenäherte Vor-

*) Lumière électrique. 19. avril 1884.

stellung vom Werthe des Stromes in Ampères zu geben; sie beruht auf derjenigen Stromstärke, welche durch Zersetzung von Wasser in 1 Minute 1 Kubikcentimeter Knallgas erzeugt.

In einem Kubikcentimeter Knallgas nimmt der Wasserstoff $\frac{2}{3}$ des Volums ein; daher hat man nach § 5 die Masse

$$\frac{2}{3} \times 0{\cdot}000089547 = 0{\cdot}000059698 \text{ Gramm.}$$

Der 60. Theil dieser Masse, welcher das nach Jacobi in 1 Secunde gelieferte Wasserstoffgas ist, getheilt durch die Menge Wasserstoff, welche von einem Ampère in 1 Secunde geliefert wird, giebt das gesuchte Verhältniss zu erkennen; und folglich wird sein

$$\frac{\text{Jacobi}}{\text{Ampère}} = \frac{0{\cdot}000059698}{60 \times 0{\cdot}0000104} = 0{\cdot}09567$$

oder

$$1 \text{ Jacobi} = 0{\cdot}09567 \text{ Ampère,}$$
$$1 \text{ Ampère} = 10{\cdot}45 \text{ Jacobi.}$$

Nachdem der Werth des elektrochemischen Aequivalentes des Wassers nicht bei allen Experimentatoren ganz gleich ist, so kommt es, dass man in den Schriften etwas verschiedene Werthe für das obige Verhältniss antrifft, wie z. B.

10·32; 10·52; 10·40; 10·266;

wie sie beziehungsweise gegeben werden von Hospitalier, Schellen, Blavier, Ferrini.

b) Die allgemein mit dem Symbol

$$\frac{\text{Daniell}}{\text{Siemens}} \text{ oder auch } \frac{\text{Daniell}}{U.\,S.}$$

bezeichnete Stromeinheit bezieht sich auf die bekannte Formel $I = \frac{E}{R}$, d. h. sie ist die Intensität eines Stromes, welcher von einem Elemente Daniell in einem Stromkreise beim Widerstande von 1 Siemens erzeugt wird; und die elektromotorische Kraft der Daniell, welche auf dieser Einheit beruht, ist jene, welche im genannten Kreise von 1 Siemens in einer Stunde 1·38 Gramm Kupfer niederschlägt.*)

Um nun das Verhältniss dieser Einheit zum Ampère zu erhalten, beachten wir, dass das $\frac{\text{Daniell}}{U.\ S.}$ in 1 Secunde

$$\frac{1\cdot38}{60 \times 60} = 0\cdot00038333 \text{ Gramm Kupfer}$$

fällt, während das Ampère in 1 Secunde

$$0\cdot0003281 \text{ Gramm Kupfer giebt.**)}$$

Somit ergiebt sich

$$\frac{\text{Daniell}}{U.\ S.} = \frac{0\cdot00038333}{0\cdot0003281} = 1\cdot17 \text{ Ampère}$$

und 1 Ampère $= 0\,855 \frac{\text{Daniell.}}{U.\ S.}$

c) Endlich sieht man leicht ein, dass die Einheit Stunden-Ampère die constante Wirkung eines Ampère durch den ganzen Verlauf einer Stunde bedeutet oder die Quantität von Elektricum, welche einen Umkreis eine

*) H. Schellen, Die magn. und dyn. elektr. Maschinen. 3. Aufl. §. 79. — Hospitalier, Formulaire, 1884, p. 43.

**) Lumière électrique. 19. avril 1884.

ganze Stunde lang durchströmt, während die Stromstärke 1 Ampère ist: wonach

Ein Stunden-Ampère = 3600 Coulomb.

37. Elektrisches Aequivalent; sein Werth in Coulomb. Man nennt elektrisches Aequivalent die Quantität von Elektricum, welche durch Zersetzung ein chemisches Aequivalent der Körper hervorbringt; und nach dem Gesetze von Faraday wird das elektrische Aequivalent offenbar eine bestimmte Quantität sein und ein und dieselbe für alle Körper. Ihr Werth wird sogleich gefunden mittelst der Beziehung $\varepsilon = 0{,}0000104 \times q$ Gramm, welche zeigt, dass zum Hervorbringen des chemischen Aequivalentes $q \frac{1}{0{\cdot}0000104}$ Coulomb erfordert wird. Nachdem es sich aber um einen Werth von grosser Bedeutung handelt, so ist es besser, in der Rechnung irgend eine andere Decimalziffer zu verwenden; und vorläufig, d. h. so lange nicht das gesetzliche Ampère in Wechselbeziehung zur elektrolytischen Arbeit (§ 26) bestimmt ist, können wir als angenäherten Werth die im § 35 *c)* aufgestellte Zahl gelten lassen, nämlich:

Elektrisches Aequivalent = 96500 Coulomb.

Mit dem Doppelten dieser Anzahl von Coulomb erhält man die folgenden elektrolytischen Erzeugnisse, welche, obgleich so sehr verschieden unter sich, doch aus dem Uebergange derselben Menge von Elektricum hervorkommen. Wir zeigen auf der Tabelle, dem Gebrauche gemäss, mit der Benennung Anion das Erzeugniss an, welches zur positiven Elektrode, genannt Anode, geht, mit Kation das Erzeugniss, welches zur negativen Elektrode, genannt Kathode, geht, indem die beiden Erzeugnisse der Zersetzung mit dem gemeinschaftlichen Ausdrucke Jon (Mehrzahl Jonen) belegt werden.

Elektrolysen mit zwei elektrischen Aequivalenten ausgeführt.

(Tabelle nach Everett.)

Zersetzte Substanz		Zersetzte Masse	Massen der Zersetzungs-Producte: Kation	Anion
		Gramm		
Wasser	H_2O	18	2 Wasserstoff	16 Sauerstoff
Chlorwasserstoffsäure .	HCl	73	1 „	71 Chlor
Kaliumchlorid	KCl	149	78 Kalium	71 „
Natriumchlorid . . .	$NaCl$	117	46 Natrium	71 „
Silberchlorid	$AgCl$	287	216 Silber	71 „
Zinkchlorid	$ZnCl$	136	65 Zink	71 „
Eisenchlorür	$FeCl_2$	127	56 Eisen	71 „
Eisenchlorid	Fe_2Cl_6	108·5	37·5 Eisen	71 „
Kupferchlorür	Cu_2Cl_2	198	127 Kupfer	71 „
Kupferchlorid	$CuCl_2$	134·5	63·5 Kupfer	71 „
Zinnchlorür	$SnCl_2$	189	118 Zinn	71 „
Zinnchlorid	$SnCl_4$	130	59 Zinn	71 „
Zinksulphat		163	65 Zink	—
Salpetersaures Bleioxyd		331	207 Blei	—
Salpetersaures Silberox.		340	216 Silber	—

Wie man bemerken wird, kommt bei der Gewichtsberechnung der Jonen wohl zu beachten, dass es das Anion oder verbrennende Element ist, nach welchem die Proportionen der Analyse sich zu richten haben, wenn die beiden Elemente nicht zu gleichen Aequivalenten verbunden sind.*)

In seinem mehrmals citirten Formulaire (p. 197) nimmt Hospitalier für den Werth des elektrischen Aequivalentes näherungsweise die runde Zahl von 96000 Coulomb an und stellt folgende Beispiele zusammen:

	Nöthige Anzahl von Coulomb, um 1 Gramm frei zu machen	Durch ein Stunden-Ampère frei gemachtes Gewicht in Gramm
Wasserstoff	96000	0·0378
Silber	889	4·0824
Kupfer aus Chlorid .	3079	1·1900
Kupfer aus Chlorür .	1540	2·3800
Eisen aus Chlorid . .	6857	0·5292
Eisen aus Chlorür . .	3429	1·0584
Zinn aus Chlorid . .	3254	1·1149
Zinn aus Chlorür . .	1627	2·2298
Zink	2953	1·2283
Blei	928	3·9041

Man hat die Bemerkung gemacht, dass die elektrolytischen Arbeiten, welche bei den mancherlei Verbindungen vom elektrischen Aequivalente (96500 Coulomb) geleistet werden, einen sehr verschiedenen mechanischen Werth haben, wie aus den ganz verschiedenen Wärmemengen erhellt, welche hervorgebracht werden bei den chemischen

*) E. Becquerel, Emile Reynier, Piles électriques. Paris 1884.

Vorgängen, die jene Verbindungen erzeugen; weshalb es wunderbar und Einigen sogar unglaublich erscheint, dass so sehr verschiedene Wirkungen durch dieselbe Menge von Elektricum hervorgebracht werden könnten. Die Schwierigkeit behebt sich sofort, wenn man bedenkt, dass das Elektricum (Potential, § 58) nicht an sich selbst und seinem Wesen nach eine Energie ist, sondern blos der Behälter, Träger und Austheiler der Energie: als welche sich in jeder Strecke des Stromkreises äussert nach Maassgabe des Unterschiedes der Potentiale w, w', die den Enden dieser Strecke angehören; indem für jede Strecke des Kreises die bekannte Beziehung von Ohm gilt:

$$e = w - w' = Ir.$$

Darauf bezieht sich, was der nämliche Everett über diese Frage geschrieben hat. „Wenn zwei verschiedentliche Elektrolyte sich in den nämlichen Stromkreis eingeschaltet finden, so durchlaufen sie dieselbe Quantität von Elektricum, obgleich der eine die elektromotorische Kraft des Stromkreises mehr vermindern kann, als der andere."*) Und dahin gehört auch der übliche Vergleich mit den Wasserläufen, welche, unter Beibehaltung ihres gleichen Betrages, doch, da und dort, mehr weniger verschiedene Arbeiten verrichten, nach Maassgabe der verschiedenen Höhen, von denen sie herabfallen und bei jeder Arbeit fort und fort die potentielle Energie äussern, die sie an ihren Quellen besassen.

38. Das elektrische Aequivalent ausgedrückt in elektrostatischen Einheiten. Das oben im Werthe von 96500 Coulomb aufgefundene elektrische Aequivalent entspricht, zufolge des elektrostatischen Werthes des Coulomb (§ 28),

---

*) Journal „Les Mondes", 28. avr. 1883.

$96500 \times 3 \times 10^9$ Elektrostat. Einheiten von Quantität oder sehr nahe

$$300000000000000 \; E. \, S. \text{ Einheiten von Quantität,}$$

d. i. 3×10^{14}mal der Menge von Elektricum, welche, auf einer kleinen Kugel angehäuft, gegen eine andere gleich geladene Kugel in der Entfernung von 1 Centimeter die Kraft von 1 Dyne ausübt.

Einige Versuche liefern eine treffliche Bestätigung von diesem ausserordentlich hohen elektrostatischen Werthe des elektrischen Aequivalentes. Unter anderen ist insbesondere ein Experiment von Faraday bemerkenswerth. Er hatte beobachtet, dass der zur Zersetzung von einem Gran (0·065 Gramm) angesäuerten Wassers nöthige Strom hinreichend war, um während der nämlichen Zeit, die er zur Zersetzung des Wassers gebraucht hatte, nämlich durch 3 Minuten 45 Secunden, einen Platindraht von $^1/_4$ Millimeter Durchmesser in Rothgluth zu erhalten, und konnte berechnen, dass die Menge von Elektricum, welche man aufwenden müsste, um dieselbe Wirkung zu erzielen, gleich jener wäre, welche durch 80000 Entladungen einer Batterie von 15 Flaschen geliefert würde, von denen jede 184 Quadratzoll oder 1186·8 Quadratcentimeter Oberfläche hätte, während diese Batterie durch 30 Umdrehungen einer mächtigen Elektrisirmaschine geladen würde. Die Oberfläche der genannten Batterie so vielmal vervielfacht, als es der Entladungen waren, war sonach

$$15 \times 1186{\cdot}8 \times 80000 \; c. \, q. = 142416 \; m. \, q.$$

Woraus sich ergiebt, dass zur Zersetzung von 1 Gramm Wasser die gesammte Elektricität eines Condensators von ungefähr

2200000 Quadratmeter

erforderlich wäre, welcher auf das hohe Potential von Faraday's Batterie gebracht wurde, ein Ergebniss, das auch übereinstimmt mit dem, was Becquerel nach einem anderen Verfahren gefunden hat.*)

„Und wenn solches (fügen wir bei mit De la Rive) der Ausdruck ist für die Elektricitätsmenge, welche zur Zersetzung von 1 Gramm Wasser nöthig ist, so wird man denselben Ausdruck erhalten auch für die Menge von Elektricität, welche bei der Verbindung der zur Erzeugung von 1 Gramm Wasser nöthigen Mengen von Sauerstoff und von Wasserstoff entwickelt wird."

Die von Faraday und von Becquerel im Wege des Experiments festgestellten Daten stimmen auch genügend mit dem überein, was im § 28 gefunden wurde über den Umfang eines Condensators, welcher 1 Coulomb beim *E. S.* Potential 300 zu fassen vermag. Denn man fand dort, dass ein solcher Condensator eine Oberfläche von 188 Quadratmeter haben müsste; folglich für 96500 Coulomb, die nöthig zur Abscheidung von 1 Gramm Wasserstoff, 18100000 Quadratmeter und zur Zersetzung von 1 Gramm Wasser oder zur Entwicklung von blos $^1/_9$ Gramm Wasserstoff, circa 2000000 Quadratmeter, ein Werth, welcher bei Rechnungen dieser Art den oben gefundenen 2·2 Millionen hinreichend nahe kommt.

Bemerken wir schliesslich mit De la Rive (am angeführten Orte), dass, wenn das ganze elektrische Aequivalent, nämlich die 96500 Coulomb, sich in einem Körper verdichten könnte, um die Entladung in einem einzigen Augenblicke herbeizuführen und nicht nach und nach, im Verhältnisse seiner allmählichen Entwicklung, es für sich allein, d. h. ein einziges elektrisches Aequivalent, im Stande wäre, die Wirkungen des Blitzes hervorzu-

---

*) Gavarett, Tr. d'électr. Tom. II, p. 150. — De la Rive, Tr. d'électr. Tom. II, p. 805.

bringen. Davon können wir uns leicht überzeugen, wenn wir die Kraft messen, mit welcher sich zwei elektrische Aequivalente anziehen, welche z. B. 500 Meter von einander entfernt sich befinden, in welchem Falle man hätte

$$\left(\frac{96500 \times 3 \times 10^9}{50000}\right)^2 = 3352 \times 10^{16} \text{ Dyne}$$

$$= 3352 \times 10^{16} \times \frac{102}{10^8}\ kg. = 34000000000000\ kg.$$

Ein einziges Coulomb wird in derselben Entfernung sein Entgegengesetztes mit der Kraft von 3672 Kilogramm anziehen.

39. Das elektrische Aequivalent in Beziehung zur Anzahl der Molecule. Um das Erstaunen abzuschwächen, zu welchem die oben vorgekommenen erschreckbar grossen Zahlen Anlass geben mögen, wird es zweckmässig sein, folgende Betrachtung anzustellen.

Eine Menge Wasserdampf, im Gewichte von 9 Gramm, nimmt unter dem normalen Drucke von 76 Centimeter ein Volum ein (§ 5) von $1243 \times 9 = 11187$ Kubikcentimeter. Nun wird behauptet, nach einer von Johnston Stoney gemachten Berechnung, ein Kubikcentimeter atmosphärische Luft enthalte

$$10^{21} \text{ Molecule.*)}$$

Ebenso viele Molecule werden nach dem Gesetze von Avogadro in 1 Kubikcentimeter Wasserdampf enthalten sein; und daher werden 9 Gramm Wasser nahezu oder wenigstens eine Anzahl von

$$11187 \times 10^{21} = 10^{25} \text{ Molecule enthalten.}$$

*) W. Crookes, Sur la matière radiante. Conférence faite le 22 août 1879. Paris 1880, p. 37. — Maxwell schätzte sie zu 19×10^{18}. — Thomson versichert, dass es nicht mehr sein können, als 6×10^{21}.

Nun hat man gefunden, dass man zur Zersetzung der 9 Gramm Wasser oder auch, um 1 Gramm Wasserstoff zu entwickeln, 96500 Coulomb bedarf oder etwa 3×10^{14} elektrostatische Einheiten. Sonach erfordert jedes Molecul Wasser zu seiner Zersetzung, oder entwickelt bei seiner Bildung, eine kleinste Menge von Elektricum, die durch den Bruch

$$\frac{3 \times 10^{14}}{10^{25}}$$

dargestellt ist, d. h. etwas weniger als $\frac{1}{33000000000}$ einer elektrostatischen Einheit; und um mit dieser Zahl die zur Zersetzung eines einzigen Moleculs Wasser nöthige Arbeit zu berechnen, werden wir sie mit 1·5 Volt (§ 41) multipliciren oder mit $\frac{1 \cdot 5}{3 \times 10^2}$ elektrostatischer Einheit von Potential und erhalten

$$\frac{3 \times 10^{14}}{10^{25}} \times \frac{1 \cdot 5}{3 \times 10^2} = 15 \times 10^{-14} \text{ Erg.}$$

Diese Ergebnisse setzen nicht weniger in Verwunderung durch ihre Kleinheit, als die vorangehenden durch ihre Grösse; allein sie erscheinen, die einen wie die anderen, nicht unmöglich, wenn man die ausserordentliche Kleinheit der Molecule bedenkt und ihre fast unendlich grosse in kleinem Raume eingeschlossene Zahl.

40. Vom Strom geleistete Arbeit. Man weiss, dass in jeder Strecke des geschlossenen Kreises der Strom nichts Anderes ist, als der Fall des Elektricums von einem höheren Stande oder Potentiale zu einem niedrigeren Stande oder Potentiale, wahrhaft ähnlich den Wasserläufen, welche aus einer zusammenhängenden Reihe von Fällen von höheren zu niedrigeren Lagen bestehen. Ferner weiss man, dass der Potentialunterschied zwischen zwei Punkten des Stromkreises (betrachtet wie irgend ein Leiter) nichts Anderes ist, als die von der Elektricitäts-Einheit gethane Arbeit bei ihrem Falle durch die Verbindungslinie dieser Punkte (Potential, § 8), so dass die elektromotorische Kraft der Säule selbst der von der elektrischen Einheit in ihrem Laufe durch den ganzen Umkreis geleisteten Arbeit entspricht.

Nennen wir also E die Fallhöhe oder Potential-Differenz zwischen den Enden eines gegebenen Stückes des Stromkreises und bezeichnen mit w die von der elektrischen Einheit bei ihrem Laufe zwischen denselben Enden gethane Arbeit, so müssen wir setzen

$$w = E.$$

Und wenn der Strom die Intensität (oder Stärke) I hat, oder I elektrische Einheiten in einer Secunde zwischen denselben Punkten durchlaufen, so werden wir in 1 Secunde die Arbeit

$$w \times I = E \times I$$

haben und in t Secunden

$$W = EIt, \ldots . . (1)$$

wo E die Potential-Differenz ist an den Enden des Leiterabschnittes, in welchem die Arbeit W sich vollzieht; I (Intensität) ist die Anzahl elektrischer Einheiten, welche in 1 Secunde jenen Abschnitt durchlaufen; t ist die Anzahl der Secunden.

Nachdem es nun schwierig ist, die Unterschiede der Potentiale gegebener Punkte des Stromkreises zu bestimmen, so ist es oft von Vortheil, die Formel zu benutzen, welche man dadurch erhält, dass man das E ersetzt durch seinen Werth, der mittelst des dem gegebenen Abschnitte zugehörigen Widerstandes ausgedrückt wird, nämlich durch die bekannte Formel von Ohm

$$E = RI,$$

wonach man hat

$$W = RI^2 t; \ldots\ldots (2)$$

eine im Vorigen schon mehrmals benutzte Formel, die zuerst im Versuchswege von Joule aufgefunden wurde mit Hilfe des Ausdruckes der vom Strome erzeugten Wärmemenge.

Da endlich hier die bekannten Beziehungen gelten

$$I = \frac{Q}{t},\ Q, = CE,$$

wo Q die in der Zeit t durchlaufene Quantität von Elektricum und C die Capacität eines Condensators ist, so werden wir ferner haben

$$W = E\,Q \ldots\ldots (3)$$

$$W = E^2\,C \ldots\ldots (4)$$

Alle diese Ausdrücke geben W in Erg, wenn die Factoren E, I, R etc. in einfachen absoluten elektrostatischen oder elektromagnetischen Einheiten gegeben sind; oder sie geben W in Watt (Volt-Ampères), wenn die genannten Factoren in technischen Einheiten, Volt, Ampères, Ohm etc. (§ 32) ausgedrückt sind.

Vergleicht man den obigen Ausdruck EQ mit dem anderen $\frac{1}{2}\,MV$, welcher den Werth der Entladungsarbeit eines Condensators giebt (Potential, § 58), so bemerkt man, dass bei gleichen Ladungen und Potentialen die Arbeit im zweiten Falle halb so gross ist, als im ersten. Der Grund dieser Verschiedenheit ist einleuchtend. Das Potential des Volta'schen Stromes an einem gegebenen Punkte des Umkreises bleibt immer dasselbe, während das Potential eines Condensators fortwährend der Null zugeht, so dass es durch das mittlere und beständige Potential $\frac{1}{2}V$ zu vertreten kommt. So geht der elektrische Erguss aus einem Condensator so vor sich, wie aus einem Gefässe mit Wasser, welches endlich leer wird (Potential, § 58, Zus.) und aus der Säule geht er so vor sich, wie aus einem Gefässe mit Ueberlauf oder wie wenn er ein Springquell wäre, der immer von derselben Höhe herabfällt.

Noch ist zu bemerken, dass die von Riess für die Entladung der Condensatoren aufgefundenen Gesetze zu denselben Formeln führen, welche dazu dienen, die Arbeit des Volta'schen Stromes zu berechnen. Denn setzt man voraus, dass die ganze Entladung mit einem constanten mittleren Potentiale, das durch V dargestellt wird, sich vollende, so hat man (Potential, § 71)

$$Q = MV = CV^2.$$

Zufolge derselben Voraussetzung muss man annehmen, dass in jeder Zeiteinheit den Entladungsdraht dieselbe Menge von Elektricum durchlaufe; und indem man sich an das hält, was beim Volta'schen Strome vorgeht (Ohm'sches Gesetz) und an die Ergebnisse vielfacher Versuche, hat man zu glauben, dass die Quantität von Elektricum, welche sich aus einem Condensator in der Zeiteinheit entladet, in geradem Verhältnisse stehe zum Potentiale und in umgekehrtem Verhältnisse zum Widerstande. Nennt man daher I jene Quantität von Elektricum, welche sich in der Zeit Eins entladet, R den Widerstand des Verbindungsdrahtes, t die Zeit, welche die Entladung andauert, so wird sein

$$I = \frac{V}{R}, \quad M = It.$$

Setzt man nun diese Werthe ein, so ergiebt sich für die Arbeit der Entladung

$$W = MV = I^2Rt = IVt = CV^2$$

so, wie für den Strom.

Beispiel. Es ist eine Batterie von 10 Elementen Daniell gegeben, die nach Spannung geordnet sind, jedes von der elektromotorischen Kraft gleich 1·1 Volt und vom Widerstande gleich 1 Ohm. Man bestimme die vom Strome in 1 Minute im äusseren Stromkreise gethane Arbeit, vorausgesetzt, dass dieser den Widerstand 5 Ohm habe.

Wir haben zunächst den Werth von

$$I = \frac{1{\cdot}1 \times 10}{10 + 5} = 0{\cdot}773 \text{ Ampère.}$$

Sonach

$$W = (0{\cdot}733)^2 \times 5 \times 60 = 161{\cdot}187 \text{ Watt}$$

$$= 161{\cdot}187 \times 0{\cdot}102 \, kgm. = 16{\cdot}44 \, kgm.$$

Will man dieses Ergebniss in Beziehung bringen zum Werthe 11 Volt der elektromotorischen Kraft, so wird man beachten, dass 1 Coulomb in 1 Secunde im ganzen Stromkreise die Arbeit von 11 Watt thun würde und daher 660 Watt in 1 Minute. Es wird daher der Bruchtheil 0·733 eines Coulomb im ganzen Kreise in 1 Minute leisten

$$0{\cdot}733 \times 660 = 483{\cdot}78 \text{ Watt,}$$

von welcher Summe, wenn sie auf die Widerstände, den inneren gleich 10, den äusseren gleich 5, vertheilt wird, auf den Verbindungsdraht nur der dritte Theil entfällt, nämlich 161·2 Watt, wie oben gefunden wurde.

41. Vom Strom erzeugte Wärme. Es ist durch viele Experimente von verschiedenen Physikern und namentlich von Joule nachgewiesen worden:

1. Dass ein Strom von der Stärke I in einem Drahte vom Widerstande R in der Zeit t eine Wärmemenge (Calorie) hervorbringt, die ausgedrückt wird durch

$$C = \frac{1}{A} I^2 R t,$$

wo $\frac{1}{A}$ ein constanter Coëfficient ist, anwendbar auf alle verschiedenartigen Fälle. Es ist dies das sogenannte Gesetz von Joule.

2. Dass auch in den Flüssigkeiten (die Flüssigkeiten der Säule selbst inbegriffen) der Strom Wärme erzeugt nach denselben Gesetzen, wie in den festen Körpern, nämlich immer gemäss der Formel von Joule.

3. Dass, wenn der Strom eine mechanische Arbeit von L Kilogramm-Meter ausserhalb des Leiters vollbringt, indem er z. B. eine elektromagnetische Maschine in Bewegung setzt, alsdann die Stärke I des Stromes kleiner wird und folglich auch die im Leiter entwickelte Wärme C abnimmt. Und nachdem sich findet, dass diese Wärmeabnahme dem thermischen Aequivalente $\frac{L}{430\ Kgm.}$ der vollbrachten Arbeit entspricht, weil nämlich so viele Calorien verschwinden, als es deren, in mechanische Energie umgewandelt, bedarf, um die genannte Arbeit zu thun, so kommt man leicht zum Schlusse, dass die ganze vom Strome erzeugte Wärme einfach eine Umwandlung seiner mechanischen Energie ist. Es werden daher dieselben Formeln, welche den Werth der mechanischen Energie des Stromes geben, dazu dienen, um die Wärmemenge zu berechnen, welche durch den Strom erzeugt wird. Zu diesem Ende brauchen wir blos den

Ausdruck der Arbeit zu dividiren durch das mechanische Aequivalent der Wärme; das heisst, wenn die Arbeit in Erg gegeben ist, werden wir ihren Werth durch $4{\cdot}2 \times 10^7$ dividiren, und wenn die Arbeit in Watt gegeben ist, werden wir ihren Werth durch 4·2 dividiren, wonach allgemein sein wird

$$C = \frac{I^2 Rt \,\text{Erg}}{4{\cdot}2 \times 10^7} \text{ Gramm-Cal.} = \frac{EIt \,\text{Erg}}{4{\cdot}2 \times 10^7} \text{ Gramm-Cal.}$$

$$C = \frac{I^2 Rt \,\text{Watt}}{4{\cdot}2} \text{ Gramm-Cal.} = \frac{EIt \,\text{Watt}}{4{\cdot}2} \text{ Gramm-Cal.}$$

welche Ausdrücke vollkommen mit der von Joule empirisch gefundenen Formel zusammenfallen, wenn man in derselben den Divisor A gleichsetzt dem mechanischen Aequivalent der Wärme.

Die Producte $I^2 Rt, EIt$ könnten auch für sich allein, ohne irgend einen Divisor, die hervorgebrachte Wärme ausdrücken, wenn als Wärme-Einheiten jene Wärmemengen genommen würden, welche den Arbeitseinheiten entsprechen, wie im § 11 bemerkt wurde. In solchem Falle hat, wenn die Arbeiten in Erg ausgedrükt sind (was stattfindet, wenn I, R, E in einfachen Einheiten ausgedrückt sind) die Wärme-Einheit den Werth $\frac{24}{10^9}$ Gramm-Calorien; und wenn die Arbeiten in Watt ausgedrückt sind (was stattfindet, wenn I, R, E in Ampère, Ohm, Volt ausgedrückt sind) hat die Wärme-Einheit den Werth 0·24 Gramm-Calorie.

Beachten wir noch, dass die beständig von einem Strome wieder erzeugte Wärme, welchen wir uns nicht als einen augenblicklichen denken, wie jenen von der Entladung eines Condensators (Potential, § 63, 3), die Temperatur des Leiters immer mehr zu erhöhen strebt. Indem aber die Ausstrahlungen nach dem Gesetze von

Newton in fortwährender Abnahme begriffen sind, so kommt nothwendig der Zeitpunkt, wo sich zwischen der Wärme, welche in jeder Secunde hinzutritt, und jener, welche in derselben Zeit durch Ausstrahlung verloren geht, eine Ausgleichung herstellt. Alsdann bleibt die Temperatur stillstehen; um ihren Werth wenigstens angenähert zu erhalten, kann man in folgender Weise schliessen, indem man die Beweismittel heranzieht, welche in den §§ 48 und 49 werden auseinandergesetzt werden. Es sei in Centimeter

l die Länge des durch den Strom I erwärmten Drahtes,

d sein Durchmesser und daher $\frac{\pi d^2}{4}$ sein Querschnitt,

ρ sein Widerstand (in einfachen elektromagnetischen Einheiten) auf die Länge von 1 Centimeter und den Querschnitt von 1 Quadratcentimeter, was der sogenannte specifische Widerstand ist.

Sein Widerstand in Ohm, berechnet nach dem geraden Verhältnisse der Länge und dem umgekehrten des Querschnittes, wird sein

$$\rho \times 10^{-9} \times \frac{4l}{\pi d^2}$$

und dieser, multiplicirt mit I^2, wird die Arbeit in Watt geben, welche getheilt durch 4·2 die im Drahte in 1 Secunde entwickelten Calorien ergiebt zu

$$\frac{\rho \times 10^{-9} \times 4l \times I^2}{4{\cdot}2 \times \pi d^2} \text{ Gramm-Calorien.}$$

Nun wollen wir mit α den Bruchtheil von Calorie bezeichnen, welcher in 1 Secunde von einem Quadratcentimeter der Oberfläche ausgestrahlt wird, wenn ihre Temperatur die Temperatur der Umgebung um 1^0 übersteigt. Hält man fest an dem bekannten Gesetze von

Newton, dass nämlich die Ausstrahlung proportional sei dem Unterschiede der Temperaturen des strahlenden Körpers und seiner Umgebung und nennt man diesen Unterschied ϑ, so wird jeder Quadratcentimeter der Oberfläche in 1 Secunde ausstrahlen

$$\vartheta\alpha \text{ Gramm-Calorien}$$

und die ganze Oberfläche, welche $\pi d \times l$ Quadratcentimeter beträgt, wird in 1 Secunde ausstrahlen

$$\pi d l \times \vartheta \alpha$$

indem man, ohne grossen Fehler, voraussetzen kann, dass, wenn ϑ sehr gross ist, die Temperatur der Umgebung Null sei.

Wenn dieser Verlust durch Ausstrahlung mit dem Wachsthum von ϑ bis zu dem Punkte angewachsen ist, welcher der Wärmemenge gleichkommt, die in derselben Zeit durch den constant gedachten Strom hervorgebracht wird, alsdann wird die Temperatur des Drahtes unveränderlich geworden sein. Sonach wird das thermische Gleichgewicht des Drahtes ausgedrückt sein durch die Gleichung

$$\pi d l \times \vartheta \alpha = \frac{\rho \times 10^9 \times 4 \, l \times I^2}{4{\cdot}2 \times \pi \, d^2}$$

oder die höchste und constante Temperatur, zu welcher der Draht durch einen gegebenen Strom I gelangen kann, wird sein

$$\vartheta = \frac{\rho \times 10^9 \times 4 \times I^2}{4{\cdot}2 \times \pi^2 d^3 \times \alpha}$$

oder auch

$$\vartheta = \frac{965}{10^{13}} \times \frac{\rho \, I^2}{\alpha \, d^3},$$

was die allgemein aufgenommene Formel ist,*) eine Formel, reich an schönen Folgesätzen, wie man im Lehrbuche von Jamin (am angeführten Orte) nachsehen kann, und welche zur Auflösung mehrerer wichtiger Aufgaben dienlich ist, wie z. B. zur Bestimmung des Stromes, welcher die Schmelzung eines gegebenen Drahtes bewirken kann, indem man ϑ der Schmelztemperatur des Stoffes des Drahtes gleichsetzt. Der Coëfficient α wird von Day (loc. cit.) zu $\frac{1}{4000}$ angesetzt, ein Werth, welchen wir sofort in einem Beispiele verwenden wollen.

1. Beispiel. Bei dem weltbekannten, von M. Deprez im October 1882 angestellten Versuche zur elektrischen Kraftübertragung auf die Entfernung von 57 Kilometer zwischen Miesbach und München hatte die den Strom erzeugende dynamo-elektrische Maschine von Miesbach an ihren Polen die (berechnete) Potential-Differenz

$$E = 1343 \text{ Volt}$$

bei einer Stromstärke

$$I = 0{\cdot}519 \text{ Ampère.}$$

Sonach ergoss sich der Strom von Miesbach ab durch die Strecke mit der Energie

$$EI = 697 \text{ Watt.}$$

Aber ein Theil der Gesammtenergie wurde verzehrt auf die Erwärmung der erzeugenden Maschine selbst, welche den inneren Widerstand von 453·1 Ohm hatte und daher zu ihrer eigenen Erwärmung

$$(0{\cdot}519)^2 \times 453{\cdot}1 = 122 \text{ Watt}$$

---

* Jamin, Cours de Phys. T. IV, I, p. 131 — A. Roiti, Elem. di Fisica, § 1053. — R. E. Day, Electric lighting (ein vortreffliches kleines Werk.)

aufbrauchte. Somit war die ganze von demselben Stromerzeuger entwickelte elektrische Arbeit in Wirklichkeit

$$697 + 122 = 819 \text{ Watt.}$$

Nun setzte die doppelte Strecke (hin und zurück), gebildet durch einen Telegraphendraht vom Durchmesser 4·5 Millimeter und von der Länge gleich 2 mal 57 Kilometer, einen Widerstand entgegen von 950·2 Ohm, und die elektro-dynamische Maschine von München hatte einen Widerstand von 453·4 Ohm. Sonach ging auf die Erwärmung der ganzen Strecke verloren die Energie

$$I^2 R = (0{\cdot}519)^2 (453{\cdot}1 + 950{\cdot}2 + 453{\cdot}4)$$

$$= (0{\cdot}519)^2 \times 1856{\cdot}7 = 500 \text{ Watt,}$$

das heisst, es ging durch die erwähnte Erwärmung des Systemes mehr als die Hälfte der vom Erzeuger entwickelten Arbeit verloren.*)

2. Beispiel. Aufgabe. Welchen Durchmesser muss man einem Bleidrahte geben, welcher einem Stromkreise als Sicherheitsdraht eingeschaltet wird, damit der Strom den Werth 7·2 Ampères nicht übersteigen könne, oder auch damit der Strom durch Schmelzen des Bleies von selbst die Verbindung aufhebe, sobald er die Stärke von 7·2 Ampères erreicht?

Die Aufgabe besteht darin, für den Durchmesser d des Drahtes einen solchen Werth festzusetzen, dass sich nicht bei 7·2 Ampères eine Temperatur einstelle, kleiner als der Schmelzpunkt, weil in solchem Falle der Strom vor dem Schmelzen des Drahtes noch wachsen könnte.

---

*) Du Moncel, La lumière électrique. Févr. 1883.

Es ist daher der Werth von d zu bestimmen, welcher einer Temperatur gleich dem Schmelzpunkte entspricht, der für Blei etwa 330^0 ist. Machen wir somit $\vartheta = 330^0$ und behalten $\alpha = \frac{1}{4000}$ bei, wie es oben angegeben ist, so erhalten wir

$$d^3 = \frac{965 \times \rho \times (7{\cdot}2)^2 \times 4000}{10^{13} \times 330}.$$

Was den Werth von ρ anbelangt, welcher für Blei ist

bei 0^0 19850

bei 300^0 (§ 49) etwa 44860

so wollen wir als Mittelwerth 32000 nehmen.

So nach wird sein

$$d^3 = \frac{965 \times 32 \times (7{\cdot}2)^2 \times 4}{10^8 \times 33} = 0{\cdot}00194 \text{ Centimeter}$$

$$d = 0{\cdot}125 \text{ Centimeter.}$$

Setzt man für ρ den Widerstand bei 0^0, so hat man (siehe Day, loc. cit.)

$$d = 0{\cdot}106 \text{ Centimeter.}$$

42. Von der Nutzleistung der elektrischen Lampen. Im Allgemeinen wird die Nutzleistung einer Lampe gemessen durch den Lichteffect, welcher einer Pferdekraft der durch den Strom gethanen Arbeit entspricht, welche Arbeit an einer Lampe allein betrachtet werden soll, wie in folgenden Beispielen gezeigt wird.

a) als W. Thomson die Leuchtkraft einer Glühlampe untersuchte, welche vom Strome einer Reihe von Accumulatoren gespeist wurde, erhielt er unter anderen die nachfolgenden Ergebnisse:

Anzahl der Accumulatoren	Elektromotorische Kraft in Volt	Stromstärke in Ampères	Leuchtkraft in englischen Kerzen
26	56·9	1·21	11·6
40	87·0	2·10	84·0
46	99·1	2·21	114·0

wo die elektromotorische Kraft das Gefälle des Potentials zwischen den Enden der Kohlenfaser vorstellt. Man suche, wie viel Kerzen in den drei Fällen der Energie eines Pferdes entsprechen.

Benutzt man das Aequivalent des englischen Pferdes (Horsepower), ausgedrückt in Watt, so wird man in den obigen drei Fällen den Ausdruck (§ 32)

$$\frac{IE}{746}, \text{ oder auch } IE \times \frac{134}{10^5} \text{ Pferde}$$

auszurechnen haben, welcher die Energie der Lampe in jeder Secunde geben wird, ausgedrückt in englischen Pferden, d. h. in Pferden vom Werthe gleich 76 Kilogramm-Meter und wird erhalten

$$\frac{56{\cdot}9 \times 1{\cdot}21}{746} = 0{\cdot}0923 \text{ Pferde}$$

$$\frac{87{\cdot}0 \times 2{\cdot}10}{746} = 0{\cdot}2448 \quad \text{„}$$

$$\frac{99{\cdot}1 \times 2{\cdot}21}{746} = 0{\cdot}2935 \quad \text{„}$$

Folglich hat der einem Pferde entsprechende Lichteffect die Stärke von

$$\frac{11}{0{\cdot}0923} = 125 \text{ Kerzen}$$

$$\frac{84{\cdot}0}{0{\cdot}2448} = 343 \quad ,,$$

$$\frac{114}{0{\cdot}2935} = 388 \quad ,,$$

Ergebnisse, welche deutlich erkennen lassen, dass die Nutzleistung an Licht mit der Verwendung mehr wirksamer Quellen noch in stärkerem Maasse wächst, als diese.

Für die Swan-Lampe vom neuesten englischen Modell (§ 23) theilt Gordon unter Anderem folgende Angaben mit:*)

Elektromotorische Kraft	Stromstärke	Widerstand der Kohle in der Wärme	Leuchtkraft in Kerzen
102 Volt	0·65 Ampère	157 Ohm	20
100 „	0·66 „	151 „	20
82 „	0·76 „	108 „	20

Wenden wir auf diesen Fall die Formel $I^2 R$ an, so werden wir zunächst für die von der Lampe aufgezehrte Arbeit, ausgedrückt in Watt, haben

$$66{\cdot}33\ W \qquad 65{\cdot}99\ W \qquad 62{\cdot}38\ W.$$

Sonach werden wir, da 746 Watt ein (engl.) Pferd ausmachen, durch Proportion finden, dass einem Horsepower in den drei Fällen das Licht entspricht von

225 Kerzen 226 Kerzen 240 Kerzen.

*) Gordon, A practical treatise on electric lighting. London 1884, p. 70.

b) Unter den vielen aus Anlass der elektrischen Ausstellung im Jahre 1881 zu Paris gemachten Versuchen war der folgende:

Ein Elektromotor mit ununterbrochenem Strome unterhielt 40 Bogenlampen und waren die für das ganze System gefundenen Versuchsdaten nachstehende:

Mechanische Arbeit übertragen auf die Armatur der Stromerzeugenden Maschine	$W = 29{\cdot}96$	Pferde
Innerer Widerstand genannter Maschine . . .	$r = 22{\cdot}38$	Ohm
Aeusserer Widerstand ohne die Lampen . . .	$r' = 2{\cdot}60$	„
Stromstärke	$I = 9{\cdot}5$	Ampères
Potentialgefälle in jeder Lampe	$E = 44{\cdot}3$	Volt
Mittlere sphärische Lichtstärke für jede Lampe	$l = 39$	Carcel.

Mit diesen Daten wollen wir alle übrigen Umstände des Versuches ermitteln, nämlich:

1. Die von jeder Lampe verzehrte Arbeit

$$EI = 44{\cdot}3 \times 9{\cdot}5 = 420{\cdot}85 \text{ Watt} = 0{\cdot}57 \text{ Pferd.}$$

Die von allen Lampen verzehrte Arbeit

$$0{\cdot}57 \times 40 = 22{\cdot}80 \text{ Pferde.}$$

2. Die elektrische Arbeit des inneren Stromkreises, ohne die Lampen,

$$I^2 (r + r') = (9{\cdot}5)^2 \times 24{\cdot}98 = 2254{\cdot}44 \text{ Watt} = 3{\cdot}07 \text{ Pfrd.}$$

Dieselbe mit Einschluss der Lampen $W' = 25{\cdot}87$ elektr. Pfrd.

3. Gesammte elektromotorische Kraft

$$E \times 40 + I(r + r') = 44{\cdot}3 \times 40 + 9{\cdot}5 \times 24{\cdot}98$$
$$= 1772{\cdot}0 + 237{\cdot}3 = 2009{\cdot}3 \text{ Volt.}$$

4. Anzahl von Carcel auf ein elektrisches Pferd, oder auf ein Pferd von der gesammten elektrischen Arbeit:

$$\frac{39 \times 40}{W'} = \frac{1560}{25 \cdot 87} = 60 \cdot 3 \text{ Carcel.}$$

Anzahl von Carcel auf ein Bogenpferd, oder auf ein Pferd der elektrischen Arbeit für die Lampen allein

$$\frac{1560}{22 \cdot 80} = 68 \cdot 4.$$

5. Gesammte mechanische Nutzleistung

$$\frac{W'}{W} = \frac{25 \cdot 87}{29 \cdot 96} = 0 \cdot 86.$$

c) Ich berichte schliesslich über einige Angaben, betreffend die Glühlampen, welche dermalen auf der Ausstellung von Turin (September 1884) auftreten und man wird ersehen, dass mit den beiden Formeln

$$W = I^2 R = E I \text{ Watt}$$

die Anzahl von Kerzen auf 1 englisches Pferd (nämlich auf 746 Watt) so sich findet, wie in der letzten Spalte der nebenstehenden Tabelle angegeben ist.

43. Von der Nutzleistung bei der Uebertragung der mechanischen Energie. Bei der Uebertragung der Energie (Kraftübertragung) mittelst zweier Gramme-Maschinen, oder anderer ähnlicher, bewerthet man die elektrische Nutzleistung nach dem Verhältnisse $\frac{E_2}{E_1}$ der elektromotorischen Kräfte beider Maschinen und die mechanische oder industrielle Nutzleistung nach dem Verhältnisse der an der Bremse oder dem Dynamometer bei beiden Maschinen gemessenen Arbeiten.

Lampen-Typus	Leuchtkraft in engl. Kerzen	Widerstand in Ohm	Stromstärke in Ampères	Elektromotorische Kraft in Volt	Leuchtkraft auf 1 Pferd in engl. Kerzen
Edison . *A*	32	86	1·18	102	199
„ . *A*	16	140	0·75	105	151
„ . *A*	16	121	0·83	100	144
„ . *B*	8	69	0·75	51	157
„ . *B*	16	42	1·20	51	195
„ . *C*	10	208	0·50	102	145
Maxim . . *A*	16	41	1·38	56	153
„ . *B*	32	39	1 58	62	243
Swan . . *A*	11	32	1·22	38	174
Siemens . .	15	105	0·91	95	128
Müller . *A*	18	58	1·26	74	145
Cruto . . .	8.5	8·16	2·71	22·15	105
Bernstein .	25 bis 30	—	2·50	33 bis 34	244
„ . .	50 bis 60	—	5·50	25	300
„ . .	50 bis 60	—	4·00	33 bis 34	306
„ . .	50 bis 60	—	2·80	50	293
„ . .	100	—	4·00	50	373

Bei einem der von M. Deprez (1883) zu Paris in den Werkstätten der Nordeisenbahn angestellten Versuche auf einer Linie von 17 Kilometer, welche durch einen Telegraphendraht von 4 Millimeter im Durchmesser gebildet war, erhielt derselbe:

Die vom Stromerzeuger (Generator) verbrauchte Arbeit des Motors . . . . . . 6·21 Pferde
Die vom Stromempfänger (Receptor) wirklich erhaltene Arbeit . . . . 2·03 „

Mechanische Nutzleistung . . . $\frac{2{\cdot}03}{6{\cdot}21}$, circa 33 Procent

Elektrische Nutzleistung $\frac{E_2}{E_1} = \frac{908 \text{ Volt}}{1290 \text{ Volt}}$, circa 70 Procent

Bei einem anderen in September desselben Jahres gemachten Versuche zwischen Vizille und Grenoble auf einer Linie von 14 Kilometer aus Siliciumbronzedraht im Durchmesser von 2 Millimeter erhielt er

Arbeit des Motors . . . . 12·61 Pferde
An der Bremse gemessene empfangene Arbeit . 6·33 „
Mechanische Nutzleistung circa 50 Procent.
Elektrische Nutzleistung $\frac{1737 \text{ Volt}}{2848 \text{ Volt}}$, circa 61 Procent.*)

44. Erforderliche elektromotorische Kraft zur Zersetzung des Wassers. Ein Gramm Wasserstoff entwickelt bei seiner Verbindung mit Sauerstoff 34000 Gramm-Calorien; mit dieser Wärmemenge ist auch die Arbeit der Zersetzung gemessen, und nachdem eine Gramm-Calorie den Werth 4·2 Watt hat (§ 32), so bedarf es folglich, um ein Gramm Wasserstoff zu erzeugen,

$$34000 \times 4{\cdot}2 = 142800 \text{ Watt.}$$

---

*) Hospitalier, Formulaire, p. 240.

Nun liefert der Strom I, mag I wie immer sein, ganz oder ein Bruchtheil, in 1 Secunde (§ 35)

$$0{\cdot}0000104 \times I \text{ Gramm Wasserstoff}$$

und wird daher in 1 Secunde die Arbeit leisten:

$$142800 \times 0{\cdot}0000104 \times I \text{ Watt};$$

Aber diese Arbeit wird auch ausgedrückt durch EI: daher wird man zum wenigsten erhalten müssen

$$E = 142800 \times 0{\cdot}0000104 = 1{\cdot}5 \text{ Volt.}$$

Hieraus wäre nun zu schliessen, dass ein Elementenpaar Daniell, dessen elektromotorische Kraft kaum ein einziges Volt beträgt (§ 25), die Zerlegung des Wassers nicht bewirken werde, wenn sich dieses in seinem gewöhnlichen Zustande befindet. Nachdem aber auch schwache Ströme durch das Wasser gehen und mit denselben nothwendig eine Trennung und entgegengesetzte Bewegung der Anione und Katione zusammenhängt (wie dies vor Kurzem Professor Bartoli thatsächlich beobachtet hat),*) so ist man genöthigt anzunehmen, dass im Innern der Flüssigkeit schon zerlegte Elemente vorhanden seien, oder Molecule im Zustande der angehenden Dissociation, was nach Clausius eine nothwendige Folge der innerlichen Molecular-Bewegung der Flüssigkeiten wäre, indem diese Bewegung fortdauernde heftige Zusammenstösse der Molecule veranlasst, wodurch ihr Gefüge häufige Störung durch Trennung ihrer Elemente erleidet; diese letzteren

---

*) A. Bartoli, Nuovo Cimento. Marzo e aprile 1877; gennajo e febbrajo 1879. — Rivista scientifica di Firenze. Marzo 1879.

gesellen sich leicht wieder zusammen, indem sie wieder neue Molecule bilden, wenn sie frei herumschweifend zufällig unter günstigen Umständen sich begegnen; befinden sie sich aber zwischen zwei entgegengesetzt elektrischen Polen, so nähern sie sich denselben und dienen auf solche Weise zur Ueberführung der Elektricitäten. Es wirkt also in diesem Falle die elektromotorische Kraft nicht als elektrolytische Kraft, sondern als richtende Kraft. Diese Erklärung wird bekräftigt durch die Thatsache, dass der Widerstand der Flüssigkeiten mit der Temperatur-Erhöhung abnimmt; denn da sich durch die Temperatur-Erhöhung die moleculare Unruhe vergrössert, so werden sich die Wirkungen von Dissociation, die von den gegenseitigen Stössen der Molecule herrühren, vervielfachen müssen.

45. Die Glühlampe und die Sonne. Ich entnehme einem Aufsatze von Sir W. Thomson, welcher in die Zeitschrift „Il Telegrafista"*) übergegangen ist, eine hübsche Rechnungsaufgabe, worin die elektrische Thätigkeit der Kohle der Glühlampen der Thätigkeit der Sonnenoberfläche gegenübergestellt wird.

Man geht bei dieser Rechnung von einer durch Pouillet mittelst seines Pyroheliometers**) festgestellten Thatsache aus, dass nämlich, wenn die Erdatmosphäre von der durch die Sonne zugesendeten Wärme nichts aufsaugen würde, die Menge, welche davon in 1 Minute zur Erde auf eine Oberfläche von 1 Quadratcentimeter käme, sein würde

$$1{\cdot}7633 \text{ Gramm-Calorie.}$$

Mit diesem Datum lässt sich leicht berechnen, wie viel Wärme in 1 Secunde auf die Innenfläche einer Hohlkugel

*) Il Telegrafista. Roma 1883. Anno III, p. 109.

**) Pouillet, Elém. de Physique. Septième édition. Tom. II. Paris 1856, p. 707.

käme, welche von der Sonne soweit als die Erde entfernt wäre; und ebenso gross würde natürlich die von der ganzen Sonnenoberfläche in derselben Zeit ausgegebene Wärme sein. Auf diese Weise und auf Grund des obigen Versuchsdatums und des Verhältnisses zwischen dem mittleren Halbmesser der Erdbahn und dem Halbmesser der Sonne findet sich, dass

> 1 Quadratcentimeter der Sonnenoberfläche in 1 Minute aussendet . . . 84888 Gramm-Calorien
> und in 1 Secunde . . 1414·8 „ .

welche für jeden Quadratcentimeter eine thermische Thätigkeit darstellen von

$$608{\cdot}364 \text{ Kilogramm-Meter} = 8{\cdot}005 \text{ Pferde (engl.)}.$$

Nach Feststellung dieses Punktes nimmt Thomson eine Swan-Lampe zu 20 Kerzen in Untersuchung, für welche man hat

den regelmässigen Strom	1·4 Ampère,
die elektromotorische Kraft zwischen den Enden der Kohle	44 Volt,
die Länge der Kohlenfaser . . .	8·89 Centimeter,
den Durchmesser derselben . . .	0·0251 Centimeter.

Somit ist die elektrische Arbeitsthätigkeit in der genannten Faser

$$44 \times 1{\cdot}4 = 61{\cdot}6 \text{ Watt}$$

$$= \frac{61{\cdot}6}{746} = 0{\cdot}0825 \text{ Pferde.}$$

Der Umfang eines senkrechten Querschnittes der Faser beträgt

$$3{\cdot}1416 \times 0{\cdot}0254 = 0{\cdot}0798 \text{ Centimeter}$$

und die ganze Oberfläche derselben Faser

$$0{\cdot}0798 \times 8{\cdot}89 = 0{\cdot}709 \text{ Quadratcentimeter;}$$

es hat somit für jede Secunde und für ein Quadratcentimeter eine Thätigkeit statt von

$$\frac{0{\cdot}0825}{0{\cdot}709} = 0{\cdot}116 \text{ Pferd,}$$

welche verglichen mit der einer gleichen Fläche zugehörigen Sonnenthätigkeit zeigt, dass die genannte Lampe für gleiche Oberflächen 69mal schwächer wirkt als die Sonne.

Bei der Swan-Lampe vom letzten englischen Modelle (§ 23) hat man

den regelmässigen Strom . .	0·7	Ampère,
die elektromotorische Kraft	100	Volt,
die Länge der Faser	12·7	Centimeter,
deren Durchmesser	0·013	Centimeter.

Somit eine Arbeit von

$$70 \text{ Watt} = 0{\cdot}0938 \text{ H. P.}$$

Da ferner der Umfang des

senkrechten Querschnittes der Faser 0·0408 Centimeter

beträgt, so findet sich die

gesammte Oberfläche dieser Faser zu 0·0518 Quadratcent.

und daher die Ausstrahlungs-Thätigkeit für jeden Quadratcentimeter in der Secunde 0·18 H. P., wonach sie bei gleicher Oberfläche eine 44mal geringere Energie besitzt, als jene der Sonne.

46. Die elektromotorische Kraft einer Säule und ihre chemische Arbeit. Das Gesetz von der Erhaltung der Energie fordert, dass die an einem Theile des Stromkreises verbrauchte Energie an irgend einem anderen Theile desselben wieder erzeugt werde. Daher begreift sich leicht, dass die Verbindungsarbeit, welche fortwährend im Innern der Säule stattfindet (angeregt von den elektromotorischen Kräften des Contactes) gleichwerthig sein müsse der Summe aller Arbeiten, der thermischen, elektrolytischen, mechanischen etc., welche sich durch den ganzen Stromkreis vollziehen, die Säule selbst darin inbegriffen. In Kürze und im Allgemeinen kann man sagen, dass, wie die Verbindungswärme die Quelle aller Energien ist, welche sich an den verschiedenen Organen einer Dampfmaschine äussern, so die Verbindungswärme, welche im Innern der Säule erzeugt wird, die Quelle all der mannigfachen Arbeiten ist, welche das Elektricum auf dem Wege, den es durchläuft, vollbringen kann. Aber die Gesammtheit aller Arbeiten, welche sich über dem ganzen Stromkreise vollziehen, hat den Werth EI (§ 40); man wird daher diesen Werth EI aus der inneren chemischen Verbindungsarbeit erhalten, nach deren Umwandlung in ihr mechanisches Aequivalent; oder einfacher (da für $I = 1$ die ganze Arbeit gleich E wird), man wird den Werth der elektromotorischen Kraft E erhalten, indem man das mechanische Aequivalent der chemischen Thätigkeit sucht, welche dem Strome $I = 1$ entspricht, oder der Entwicklung von 1 Coulomb, welches durch die Verbindung von einem elektrochemischen Aequivalente des Metalles der Säule entstehen wird. Danach kann man von der elektromotorischen Kraft eine mehr vollständige und praktische Definition geben, als im § 40 gegeben wurde, indem man mit Maxwell sagt: die elektromotorische Kraft eines elektrochemischen Apparates ist, in absolutem Maasse, gleich dem mechanischen Aequivalente der chemischen Thätigkeit oder Einwirkung auf ein elektrochemisches Aequivalent der Substanz. Um nun dieses mechanische Aequivalent der chemischen Verbindungsarbeit zu finden, wird es genügen, mit dem mechanischen Aequivalente einer Calorie die Wärmemenge zu multipliciren, welche sich aus jener chemischen Verbindung entwickeln würde, wenn sie sich frei, ausserhalb der Säule, vollzöge, wobei man nicht vergessen darf (wie Maxwell sagt), „dass, wenn die chemische Thätigkeit einen Volta'schen Strom unterhält, die in der Volta'schen Zelle entwickelte Wärme geringer ist, als jene, welche dem chemischen Processe, der in der Zelle vorgeht, zukommt und dass das Fehlende im äusseren Stromkreise erscheint oder sich in anderen Formen umwandelt". (A Treat. on Elect. and Magn. § 262.)*)

Bezeichnen wir nun mit C die Gramm-Calorien, welche hervorgebracht werden durch die Verbindung von

---

*) Man wird gerne lesen, was zu weiterer Aufklärung über diese so merkwürdigen Gesetze Maxwell selbst geschrieben hat in seinem „Elementary treatise on Electricity", §. 188 ff., wovon ich einige Sätze in Übersetzung mittheilen will:

„Es ist durch Experimente von Joule bewiesen, dass die über den ganzen elektrischen Stromkreis hin entwickelte Wärme die nämliche ist für die nämliche Summe chemischer Thätigkeit, was immer der Widerstand des Stromkreises sein mag, soferne nur keine andere Form von Energie, ausser der Wärme, vom System geäussert wird.

So ist in einer Batterie, deren Elektroden durch einen kurzen und dicken Draht verbunden sind, der Strom viel stärker und wird die Wärme hauptsächlich in den Zellen der Batterie erzeugt und in weit geringerem Grade im Drahte; wenn aber der Draht lang und dünn ist, so ist die im Drahte selbst erzeugte Wärme weit grösser, als die in den Zellen erzeugte; wenn wir jedoch sowohl die im Drahte erzeugte, als auch in den Zellen erzeugte Wärme in Rechnung ziehen, so finden wir, dass die sämmtliche einem chemischen Aequivalente q des in der Voltazelle angegriffenen Metalles (z. B. 32·5 Gramm Zink), so wird der Antheil 0·0000104 q desselben, welcher bei seiner Verbrennung in der Säule 1 Coulomb geben wird,

$$0{\cdot}0000104\,C$$

entwickeln; folglich wird sich der Entwicklung von I Coulomb oder einem Strome von I Ampères eine Wärme beigesellen von

$$0{\cdot}0000104 \times CI,$$

was eine Arbeit bedeutet gleich

$$0{\cdot}0000104\,CI \times j.$$

Wenn nun zu gleicher Zeit innerhalb der Säule irgend eine Zersetzung stattfindet, so saugt diese auf und verbraucht einen Theil von Energie, wie es eine elektrolytische Arbeit thun würde, welche an irgend einem äusseren Punkte des Stromkreises stattfände; und für diesen Verbrauch von Energie, oder passiver, negativer Arbeit, würde man natürlich einen dem vorigen ähnlichen Ausdruck erhalten, nämlich

$$-0{\cdot}0000104\,C'I \times j.$$

---

erzeugte Wärmemenge für jedes Gran aufgelösten Zinkes in beiden Fällen ein und dieselbe ist.

Wenn dagegen der Stromkreis eine Zelle in sich schliesst, worin verdünnte Schwefelsäure in Sauerstoff und Wasserstoff elektrolysirt wird, so ist die im Stromkreise auf jedes Gran gelösten Zinks erzeugte Wärme kleiner als vorher, und zwar um die Wärmemenge, welche erzeugt worden wäre, wenn der in der elektrolytischen Zelle entwickelte Sauerstoff und Wasserstoff sich miteinander verbunden hätten. Oder auch, wenn der Stromkreis eine elektromagnetische Maschine in sich begreift, welche zu Arbeitleistung verwendet wird, ist die im Stromkreise erzeugte Wärme geringer, als die dem verzehrten Zink entsprechende Wärmesumme, welche erzeugt würde, wenn die Arbeit der Maschine gänzlich für die Reibung aufgebraucht würde.“

Setzt man sonach endlich EI gleich der algebraischen Summe der obigen zwei Arbeiten, der ersten positiven und der zweiten negativen, so ergiebt sich

$$E = 0{\cdot}0000104\ (C - C')\ j.$$

Säule Daniell. In der Säule Daniell entwickeln sich auf ein chemisches Aequivalent Zink, welches sich mit der Schwefelsäure verbindet, nach Thomson

$$C = 53045 \text{ Gramm-Calorien,}$$

und bei der Trennung eines Aequivalentes Kupfer von der Schwefelsäure werden aufgezehrt

$$C' = 27980 \text{ Gramm-Calorien.}$$

Daher wird

$$C - C' = 25065 \text{ Gramm-Calorien.}$$

Berthelot sagt ebenfalls, dass ein Element Daniell den Werth von 24000 bis 26000 Gramm-Calorien habe, je nach der Dichte der Lösung. Somit ergiebt sich

$$E = 0{\cdot}0000104 \times 25000 \times 4{\cdot}2 = 1{\cdot}1 \text{ Volt.}$$

Säule Bunsen. In der Bunsen'schen Säule werden bei der Reduction der Salpetersäure nur 5043 Gramm-Calorien verbraucht; daher hat man

$$E = 0{\cdot}0000104 \times 48000 \times 4{\cdot}2 = 2{\cdot}1 \text{ Volt.}$$

Andere Säulen. Berthelot sagt:*)

---

*) Berthelot, Sur les limites de l'électrolyse. — Journ. de Phys. de M. D'Almeida. Année 1882, p. 5.

„Ein Element Zink-Cadmium, jedes Metall eingetaucht in die concentrirte Lösung seines eigenen Sulfates, ist werth 8300 Calorien.

Ein Element Zink-Platin, eingetaucht in die verdünnte Schwefelsäure, ist werth 19000 Calorien.

Als ich ein Daniellpaar hatte, fand ich die folgende Gleichung fast genau zutreffend:

2 Daniell + 1 Zink-Cadmium = 3 Zink-Platin."

Man hat in der That

$$2 \times 24500 + 1 \times 8308 = 57300$$

$$3 \times 19000 = 57000.$$

Kostenpreis von 1 Watt, wenn erhalten mit der Säule Daniell.*)

Mit genauer Kenntniss der inneren chemischen Arbeit der Säule wird es nun leicht sein, den Aufwand für ihre Energie zu berechnen. Sehen wir zu, wie viel 1 Watt, mit der Säule Daniell erhalten, kostet.

Gesetzt, ihre elektromotorische Kraft sei 1·1 Volt, so wird die Arbeit $EI = 1$ Watt sein dann, wann

$$I = \frac{1}{1 \cdot 1} = 0{\cdot}909 \text{ Ampère}$$

ist, das heisst, es bedarf der Entwicklung und des Ueberganges von 0·909 Coulomb, damit die Säule die Arbeit 1 Watt hervorbringe.

Nun entsprechen in der inneren Arbeit der Daniell I Coulomb dem Verbindungs- oder Zersetzungsgewichte

$$p = 0{\cdot}0000104 \times q \times I \text{ Gramm}$$

*) Dieses Beispiel ist dem Buche des Hrn. Emile Reynier entnommen, das den Titel hat: Piles électriques et accumulateurs. Paris 1884.

und nimmt man die Aequivalente q

$$\text{des Zinks} = 32{\cdot}5$$

$$\text{des Kupfersulfats} = 124{\cdot}7$$

an, so wird man, nach Einsetzen dieser Werthe in den Ausdruck für p zugleich mit dem obigen Werthe von I, erhalten:

Zink	Gramm	307×10^{-6}
Kupfersulfat	„	1179×10^{-6}

Sowohl das Zink, als das Kupfersulfat ist zum Preise von etwa Fr. 0·60 das Kilogramm zu haben. Folglich wird der Aufwand sein

für Zink . . .	Fr.	1842×10^{-10}
für Kupfersulfat	„	7074×10^{-10}
Zusammen	Fr.	8916×10^{-10}

Aber man bekommt reines Kupfer zurück im Gewichte von

$$p = 0{\cdot}0000104 \times 31{\cdot}7 \times 0{\cdot}909 = 300 \times 10^{-6} \text{ Gramm},$$

welches wegen mehrerer unvermeidlicher Verluste blos auf ungefähr die Hälfte seines Werthes geschätzt werden kann, nämlich kaum zu 0·60 Fr.; und somit hat man eine Rückvergütung an dem gesammelten Kupfer von etwa

$$\text{Fr. } 1800 \times 10^{-10},$$

wonach als wirklicher Aufwand verbleibt

$$\text{Fr. } 7116 \times 10^{-10}.$$

Wegen mehrfacher localer Einwirkungen, welche zu reinem Schaden gereichen, muss man diesen Aufwand noch mit 1·5 multipliciren; und da man überdies nicht das ganze Potentialgefälle der Säule nach aussen hin nutzbar machen kann, ist es rathsam, auf einen grösseren Verbrauch im Verhältniss 1·3 zu rechnen. Somit wird ein Watt bei Verwendung der Säule Daniell wirklich kosten

$$\text{Fr. } 7116 \times 10^{-10} \times 1{\cdot}5 \times 1{\cdot}3$$

$$= \text{Fr. } 13876 \times 10^{-10}.$$

Eine Pferdekraft, zu 735·46 Watt, wird kosten Fr. 0·00102 und eine Pferdestunde

$$0{\cdot}00102 \times 3600 = 3{\cdot}67 \text{ Fr.}$$

47. Die elektromotorische Kraft der Säulen in Beziehung zur Contacttheorie. Um die oben dargelegte Theorie, betreffend die Bestimmung der elektromotorischen Kraft, zu vervollständigen, erübrigt noch zu erforschen, wie sich dieselbe in der Säule erzeuge. Die Theorie des Contactes von Volta entspricht vollständig dieser Forschung und es genügt zu dem Ende, folgende allgemeine Hauptsätze anzuführen, welche von dem unsterblichen Erfinder der Säule durch treffliche Versuche festgestellt wurden und heutzutage von den grössten lebenden Elektrikern bestätigt sind.

1. Zwei ungleichartige Körper elektrisiren sich entgegengesetzt durch die blosse Wirkung ihres Contactes, indem sich zwischen ihnen eine bestimmte Potential-Differenz herstellt.

2. Die durch den Contact hervorgebrachte Potential-Differenz bleibt ungeändert selbst in dem Falle, dass dem Elementenpaare eine weiter hinzu kommende Ladung von irgend einem

Werthe, eine positive oder negative, ertheilt werde und daher auch, wenn eines der beiden Elemente in Verkehr mit der Erde gebracht wird, in welch letztem Falle das andere Element das doppelte Potential annehmen wird.

3. Bildet man aus verschiedenen Körpern eine Kette, so kommt die Potential-Differenz des ersten und letzten gleich der algebraischen Summe aller Potential-Differenzen, welche zwischen den aufeinanderfolgenden Körpern stattfinden. Denn setzt man als aufeinanderfolgende Potentiale:

$$V_1\ V_2\ V_3\ V_4 \ldots\ldots\ V_{n-1}\ V_n$$

und als ihre nacheinanderfolgenden Differenzen:

$$d_1\ d_2\ d_3 \ldots\ldots\ d_{n-1},$$

so wird man haben

$$\begin{aligned} d_1 &= V_1 - V_2 \\ d_2 &= V_2 - V_3 \\ d_3 &= V_3 - V_4 \\ &\ldots\ldots\ldots \\ d_{n-1} &= V_{n-1} - V_n \end{aligned}$$

und folglich die Summe

$$d_1 + d_2 + d_3 + \ldots\ldots + d_{n-1} = V_1 - V_n.$$

Auf Grund dieser Hauptsätze lässt sich die elektromotorische Kraft jedweder Säule berechnen, sobald, nach absoluten Maassen, die Potential-Differenzen gekannt sind, die sich durch den Contact herstellen zwischen allen Körpern, Metallen wie Flüssigkeiten, welche die Säule ausmachen. Viele dieser Werthe sind von berühmten

Experimentatoren bestimmt worden und finden sich zusammengestellt in dem mehrmals erwähnten Werke des Herrn Gordon.*)

Wenden wir diese Angaben an auf die Säule Daniell.

Zwischen dem Kupfer *Cu* und der gesättigten Lösung von Kupfersulfat *L'* entsteht durch einfachen Contact eine Potential-Differenz

$$Cu \mid L' = + 0{\cdot}070 \text{ Volt.}$$

Zwischen der Lösung *L'* und der nachfolgenden von Zinksulfat

$$L' \mid L'' = - 0{\cdot}095 \text{ Volt.}$$

Zwischen der Lösung *L''* und dem Zink, welches darin eingetaucht ist,

$$L'' \mid Zn = + 0{\cdot}430 \text{ Volt.}$$

Schliesslich zwischen dem *Zn* und *Cu*

$$Zn \mid Cu = + 0{\cdot}750 \text{ Volt.}$$

Somit ergiebt sich an den Polen, kraft des 3. Hauptsatzes, die Potential-Differenz

$$0{\cdot}070 - 0{\cdot}095 + 0{\cdot}430 + 0{\cdot}750 = 1{\cdot}555 \text{ Volt.}$$

Dieses Ergebniss weicht wenig ab von dem unmittelbar bestimmten Werthe, so dass die Volta'sche Theorie in dieser Thatsache eine glänzende Bestätigung findet. Die innere chemische Arbeit steht in enger Wechselbeziehung mit der Energie des Stromes: aber die Potential-Differenzen, welche die Ursache des Stromes sind, werden durch den einfachen Contact hervorgebracht.

---

* Gordon, op. cit. T. II, Cap. XLIII. Französische Uebersetzung p. 471.

48. Elektrische Widerstände verschiedener Körper in absoluten Maassen. Denken wir uns einen aus irgend einem Stoffe gebildeten kleinen Würfel von 1 Centimeter Seitenlänge, welchen der Strom senkrecht auf die Oberflächen durchlaufe: der Widerstand, welchen jener Stoff unter solchen Umständen dem Durchgange des Elektricums entgegensetzt, heisst sein specifischer Widerstand, welcher sich also definiren lässt als der Widerstand eines gegebenen Stoffes auf die Länge von 1 Centimeter und auf den Querschnitt von 1 Quadratcentimeter.

Ich theile auf umstehender Tafel die Werthe einiger specifischer Widerstände nach Gordon's*) Angaben mit. Tafel I enthält in der Spalte *A* die einer Abhandlung von Jenkin entnommenen Werthe und in der Spalte *B* andere Werthe, wie sie von Professor A. Emo auf Grund von neueren Untersuchungen hervorragender Experimentatoren berechnet wurden.**) Die Tafel II ist einer Abhandlung von Ayrton und Perry entnommen; die Tafel III einem Werke von Maxwell; die Tafel IV enthält einige von Cazin***) angeführte Werthe.

Man findet leicht, dass der in der Spalte *B* der Tafel I für das Quecksilber gegebene Werth einem Ohm entsprechen würde, d. h. 10^9 Einheiten, für eine Quecksilbersäule in der Länge von 106·09 Centimeter und einem Querschnitte von 1 Quadratmillimeter, was sehr nahe das gesetzliche Ohm ist. (Es würde nämlich für den 10000mal kleineren Querschnitt und die 106·9mal grössere Länge der Widerstand sein $10000 \times 106{\cdot}90 \times 94260 = 1000004340$ oder 10^9 sehr nahe.)

*) Gordon, op. cit. T. I, p. 547.

**) A. Emo, Memoria sulle resistenze elettriche. Rivista scientifica. Firenze, gennajo 1884. — Ueber andere von Hrn. Weiller erlangte Resultate wird berichtet im Journale Il Telegrafista. Roma, luglio 1884, p. 197.

***) Cazin, Traité des Piles, 1881, p. 22.

Specifische elektrische Widerstände in einfachen elektromagnetischen Maassen *C. G. S.*

Tafel I.

	A	*B*
Silber, ausgeglüht	1521	1442
„ roh	1652	1564
Kupfer, ausgeglüht	1615	1526
„ roh	1652	1564
Gold, ausgeglüht	2081	1970
„ roh	2118	2005
Aluminium, ausgeglüht	2946	2788
Zink, gepresst	5690	5382
Messing	—	7808
Platin	9158	8653
Eisen, ausgeglüht	9827	9294
Stahl	—	9376
Nickel, ausgeglüht	12600	11916
Zinn, gepresst	13360	12636
Blei, gepresst	19850	18758
Antimon, gepresst	35900	33885
Wismuth, gepresst	132650	125253
Quecksilber, flüssig	96190	94260
Legirung von 2 Gewichtstheilen Silber und 1 Platin, ausgeglüht und roh	24660	23277
Argentan (Legirung von Nickel, Zink, Kupfer, genannt Pakfong, Maillechort, Neusilber, german silver)	21170	19983
Legirung von 2 Gewichtstheilen Gold und 1 Silber, ausgeglüht und roh	10990	10394

Tafel II.

Glimmer bei 20⁰ . .	wenige Minuten lang elektrisirt	$8{\cdot}4 \times 10^{22}$
Guttapercha		$4{\cdot}5 \times 10^{23}$
Gummilack		$9{\cdot}0 \times 10^{24}$
Hooper's Masse . . .		$1{\cdot}5 \times 10^{25}$
Ebonit		$2{\cdot}8 \times 10^{25}$
Paraffin		$3{\cdot}4 \times 10^{25}$

Das Glas ist mehr widerstehend als die vorangehenden Körper. Von der Luft kann man sagen, ihr Widerstand sei unendlich gross, wenn sie kalt ist.

Tafel III.

Selen bei 100⁰, krystallisirt	6×10^{13}
Wasser bei 22⁰ C.	$7{\cdot}18 \times 10^{10}$
„ mit 0·2 Procent H_2SO_4	$4{\cdot}47 \times 10^{10}$
„ „ 8·3 „ „	$3{\cdot}32 \times 10^{9}$
„ „ 20 „ „	$1{\cdot}44 \times 10^{9}$
„ „ 35 „ „	$1{\cdot}26 \times 10^{9}$
„ „ 41 „ „	$1{\cdot}37 \times 10^{9}$

Zinksulfat und Wasser

$Zn\,SO_4 + 23\,H_2O$ bei 23⁰ C. . . . . $1{\cdot}87 \times 10^{10}$

Kupfersulfat und Wasser

$Cu\,SO_4 + 45\,H_2O$ bei 22⁰ C. . . . . $1{\cdot}95 \times 10^{10}$

Tafel IV.

Graphit . . . . von 24×10^5 bis	418×10^5
Coke	43×10^5
Kohle der Bunsen'schen Säule	670×10^5
Salpetersäure bei 36⁰ Aräom. und 13⁰ C.	20560×10^5
Gesättigte Lösung von Seesalz	61160×10^5

49. Vornehmliche Aenderungen des Widerstandes. Der Widerstand der Metalle wächst mächtig, wenn sie nicht vollkommen rein sind. Der Kupferdraht z. B., welcher im Handel vorkommt und für die unterseeischen Kabel dient, hat gewöhnlich einen um 5 bis 8 Procent grösseren Widerstand, als das reine ausgeglühte Kupfer. Der Widerstand des in der Telegraphie verwendeten Eisens ist nach Latimer Clark 7mal grösser als der des reinen Kupfers.*)

Die Temperatur-Zunahme bewirkt eine Zunahme an Widerstand in den Metallen, in den metallischen Gemischen, im krystallisirten Selen; dagegen bewirkt sie eine Abnahme an Widerstand in den tropfbaren Flüssigkeiten, in den sogenannten Nichtleitern, im Diamant, im amorphen Selen, in den Fasern der Glühlampen. Der Widerstand der Lampen von einer gewissen Gestalt, welcher in der Kälte 45 bis 150 Ohm war, wurde in der Wärme blos 25 bis 75 Ohm.**) Auch in den zum Bogenlicht verwendeten Kohlen nimmt der Widerstand ab mit der Erwärmung.***) Um die in den Metallen durch die Erwärmung bewirkte Zunahme an Widerstand zu berechnen, benutzt man gewöhnlich die Formel

$$1 + at + bt^2,$$

wobei man nach Matthiessen hat

	a	b
für fast alle reinen Metalle	0·0038240	+0·000001260
für das Quecksilber . .	0·0007485	—0·000000398
für das Argentan . .	0·0004433	+0·000000152.

*) Fl. Jenkin, Electr. and Magn.

**) Gordon, A pract. treat. on electr. Lighting, p. 66.

***) Schellen, op. cit. p. 405. — Hospitalier, Formulaire, p. 155.

So hat z. B. das geglühte Kupfer den Widerstand

bei 24^0 . . . . $1615\,(1 + 0{\cdot}0925) = 1764$
bei 100^0 . . . . $1615\,(1 + 0{\cdot}395) = 2253$.

Das Blei würde bei der Temperatur 300^0, d. h. nahe dem Schmelzen, den Widerstand haben

$$19850\,(1 + 1{\cdot}26) = 44861.$$

Herr Arndtsen fand für die Metalle als mittleren Coëfficienten 0·0036783 (siehe das oben cit. Mem. von A. Emo), welcher wenig abweicht von dem Ausdehnungs-Coëfficienten der Gase $0{\cdot}00366 = \frac{1}{273}$, so dass der elektrische Widerstand eines Metalles sich ändern würde nach Maassgabe seiner absoluten Temperatur, und bei 273^0 C. würde er ungefähr doppelt so gross geworden sein.

In den Legirungen ist der Widerstand fast immer grösser, als er sich aus den sie zusammensetzenden Metallen berechnet und wechselt innerhalb gewisser Grenzen sehr wenig, wenn die Verhältnisse der einzelnen Metalle sich ändern. Ueberdies ist die Wirksamkeit der Temperatur-Veränderung, in Bezug auf Erzeugung von Schwankungen im Widerstande, im Allgemeinen kleiner in den Mischungen, als in den reinen Metallen. Die Widerstandsmodelle aus Argentandraht, wie sie Siemens herstellt, gaben Mascart verschiedene Coëfficienten höher als 0·0003; das Argentan von Elliot hat den Coëfficienten 0·0028; das Silber-Platin 0·00024 bis 0·00027. Blos für das Iridium-Platin ist der Coëfficient weit grösser, nämlich 0·001325; aber er ist sehr constant.*)

Was die tropfbaren Flüssigkeiten betrifft, so wechselt der Widerstand mit der Temperatur in einem stärkeren

*) A. Roiti, Ragguaglio sulla Conferenza degli elettricisti a Parigi nel 1884.

Verhältnisse, als in den festen Körpern; er wechselt ferner, aber nach einem nicht constanten Gesetze, mit dem Wechseln der Dichte der Lösungen: nämlich mit der Zunahme des Gehaltes der Lösung nimmt der Widerstand anfangs ab und beginnt dann bei einem gewissen Punkte zu wachsen.

50. Ausdruck des Widerstandes eines Drahtes als Function seiner Länge und seines Gewichtes. Es sei

P Das Gesammtgewicht des Drahtes in Gramm,
$2\,r$ sein Durchmesser in Centimeter,
$\triangle$ das specifische Gewicht,
l die Länge in Centimetern,
ρ der specifische Widerstand (§ 46),

so wird das Gewicht sein

$$P = \pi\, r^2\, l \triangle$$

folglich der Querschnitt

$$\pi\, r^2 = \frac{P}{l \triangle}$$

und der Widerstand, in Ohm ausgedrückt,

$$R = \frac{\rho}{10^9} \times \frac{l}{\pi\, r^2} = \frac{\rho}{10^9} \times \frac{l^2 \triangle}{P}.$$

So wird z. B. für das ausgeglühte reine Kupfer bei 0^0 C. und mit $\triangle = 8{\cdot}9$ sein

$$R = \frac{1615}{10^9} \times 8{\cdot}9 \times \frac{l^2}{P} = 0{\cdot}0000144 \times \frac{l^2}{P} \text{ Ohm}.$$

Die gefundene Formel lässt sich an nachstehenden Angaben prüfen, welche ich einer schönen Tabelle

Gordon's*) entnehme, worin das Kupfer bei 24° C. und folglich mit dem Widerstande 1760 angenommen ist, wie aus der gewöhnlichen Formel (§ 47) hervorgeht.

Gewicht in Gramm auf die Länge von 1 Meter	Widerstand in Ohm auf die Länge von 1 Meter	Länge in Meter auf 1 Ohm Widerstand	Durchmesser des Drahtes in Millimeter
1·7993	0·087320	11·452	0·5080
7·1973	0·021831	45·806	1·0160
15·659	0·010035	99·651	1·4986
28·074	0·0055944	178·750	2·0066
44·087	0·0035637	280·607	2·5146
63·700	0·0024665	405·432	3·0226
102·565	0·0015319	652·784	3·5052
112.298	0·0012794	714·745	4·0132
140.928	0·0011149	896·941	4·4958
174·5751	0·0009000	1111·111	5·0038

51. Siliciumbronzedrähte und Phosphorbronzedrähte. Es werden wirklich Drähte aus Bronze gefertigt, nämlich aus einer Legirung von Kupfer und Zinn und sie erhalten jene Namen, weil Silicium oder Phosphor zu ihrer Herstellung verwendet wird. Diese Drähte sind den bei den Telegraphenlinien gebrauchten aus Eisen vorzuziehen und auch den schon bei den Telephonlinien gebrauchten aus Stahl, für welch letztere eine grössere Dehnbarkeit erforderlich ist. Es werden deren von verschiedener Beschaffenheit hergestellt, welche

*) Gordon, A practic. Treat. on electr. Lighting, 1884, p. 208.

mehr Dehnbarkeit bei weniger Leitungsfähigkeit oder mehr Leitungsfähigkeit bei weniger Dehnbarkeit besitzen. Die folgende Tafel giebt eine Vorstellung von den Eigenschaften dieser Drähte.*)

Drähte von 1 Millimeter Durchmesser		Widerstand auf 1 Quadratmillimeter beim Bruche in Kilogramm	Elektrischer Widerstand auf 1 Kilometer in Ohm	Relative Leistungsfähigkeit
Reines Kupfer		28	20·57	100
Siliciumbronze	telegraphisch	45	21·42	96
	telephonisch	76	64	34
Phosphorbronze, telephonisch		72	78	26
Galvanisirtes Eisen aus Schweden		36	135·2	16
Galvanisirter Bessermerstahl		40	156	13
Siemens-Martin-Stahl		42	166·8	12

Ein Blick auf die Tafel genügt, um sofort als eine besondere Eigenschaft dieser Drähte zu erkennen, dass sie eine Dehnbarkeit haben, welche nicht allein die so geringe des Kupfers, sondern auch die des Eisens und des Stahls übertrifft, eine Eigenschaft, welche von höchster Wichtigkeit für die Telephonlinien ist, die über den Städten sehr zusammengedrängte Netze bilden und sich daher untereinander verwirren würden, wenn die Drähte nicht sehr stark angespannt wären.

Auf der elektrischen Ausstellung von Turin (1884) hat das Haus Montefiori und Levi von Brüssel Phosphorbronzedrähte ausgestellt,**) welche auf 1 Quadrat-

*) Henry Vivarez, Des progrès dans la construction des lignes télégraph. et téléph. Paris.

**) S. die italienische Zeitung: Il Giorno, 15 giugno 1884.

millimeter Querschnitt eine Dehnbarkeit haben von 90 Kilogramm und auf 1 Kilometer Länge bei 1 Millimeter Durchmesser

ein Gewicht von	6·63 Kilogramm
einen Widerstand von . .	60 Ohm.

Diese Drähte haben noch den grossen Vortheil, leichter zu sein, als Eisen bei gleicher elektrischer Leitungsfähigkeit. Denn ein Draht aus galvanisirtem Eisen und ein Draht aus Siliciumbronze werden gleiche Leitungsfähigkeit haben, wenn ihre Querschnitte sich gerade verhalten, wie ihre Widerstände, folglich werden wir, wenn d, d' ihre Durchmesser heissen, haben

$$d = d' \sqrt{\frac{135 \cdot 2}{21 \cdot 42}} = 2 \cdot 51 \times d'.$$

Sonach entspricht z. B. dem Eisendraht von 5 Millimeter Durchmesser für gleichen Widerstand der Siliciumbronzedraht vom Durchmesser $d' = 2$ Millimeter. Dieser wiegt 28 Kilogramm auf den Kilometer, jener 155 Kilogramm auf 1 Kilometer.

Vergleichen wir den Stahldraht mit dem eigens für Telephonlinien angefertigten Siliciumdrahte von grosser Dehnbarkeit, so werden wir erhalten

$$d = d' \sqrt{\frac{166 \cdot 8}{64}} = 1 \cdot 61 \times d',$$

und es entspricht sonach z. B. einem Stahldrahte von 2 Millimeter Durchmesser ein telephonischer Siliciumdraht vom Durchmesser $d = 1 \cdot 2$ Millimeter. Dieser wiegt etwa $8^1/_2$ Kilogramm der Kilometer, jener wiegt 25 Kilogramm pro 1 Kilometer.

Das Drahtseil der französischen Gesellschaft Paris-New-York, genannt Pouyer-Quertier-Seil, wiegt unter Wasser, auf die Länge von 1 Seemeile, 450 Kilogramm. Wollte man für die tiefen Meere ein Seil aus Siliciumbronze von gleicher Leitungsfähigkeit, wie das obige, zusammensetzen, so findet sich, dass man es zum Gewichte (unter Wasser) von 320 Kilogramm anfertigen müsste. Das erstere kann, ohne zu reissen, 6 bis 7 Meilen seiner eigenen Länge tragen, das zweite 8 bis 9 Meilen.*)

Aus allen diesen Gründen, nämlich wegen der grossen Dehnbarkeit, wegen des wenigen Gewichtes, des kleinen Volums, des geringen elektrischen Widerstandes befriedigt das Siliciumbronze mehr als jedes andere Metall die Anforderungen der Telegraphie: es gestattet, die Stützen in grösseren Entfernungen aufzustellen und eine grössere Anzahl von Drähten auf ein und derselben Stütze anzubringen; es eignet sich in ausgezeichneter Weise für den Militärdienst wegen seiner leichteren Verfrachtung und der grösseren Schnelligkeit bei der Drahtlegung. Daher schrieb auch Preece: „Die Drähte aus Phosphorbronze und Siliciumbronze beginnen in grossem Maassstabe verwendet zu werden und stellen Uebertragungsmittel dar, voll Zukunft . . . . . . Ein Material, wie dieses, welches, Stärke einend mit Leichtigkeit, unseren Säulen ermöglicht, mehr als das Doppelte der dermaligen Anzahl von Drähten zu tragen, ist eine grosse Beihilfe für die Telegraphie.")

52. Querschnitte für die Leiter bei Uebertragung der Energie. Sir W. Thomson bemerkte: „Wenn der Preis einem Dampfpferd entsprechender Arbeit gegeben ist, ... so lässt sich leicht die Menge von Metall berechnen, welche man auf die zur Uebertragung des

---

*) La lumière électrique, 28 juin, 1884.

**) Das Journal Il Telegrafista. An. 1882, p. 145.

Stromes bestimmten Leiter zu verwenden hat, mag nun dieser Strom die Stärke nöthig haben, um eine Bogenlampe zu speisen, oder auch die Stärke von 240 Ampères, wie ich sie für hinreichend halte, um die dem Niagarafall entnommene Kraft von 2100 Pferden in der Secunde auf 300 Meilen Entfernung zu übertragen";*) was sich auf das berüchtigte Project bezieht, die Stadt New-York mit der Kraft dieses Wasserfalles zu beleuchten.

Die Worte Thomson's betreffen die folgende Aufgabe, welcher man bei den technischen Anwendungen der Elektricität sehr häufig begegnet:

„Wenn man den Preis eines Dampfpferdes kennt und den Preis des Metalles, aus welchem man den Leiter machen will, der die elektrische Energie übertragen soll, den Querschnitt zu bestimmen, welcher dem Leiter zu geben ist, um ein Uebertragungs-System herzustellen, das mit den möglich geringsten Kosten verbunden ist."

Ich gebe im Folgenden die schöne Auflösung dieser Aufgabe nach Thomson.

---

*) Der Wasserfall des Niagara, mit welchem sich der Eriesee in den Ontariosee stürzt, liegt an der Grenze zwischen den Vereinigten Staaten und Canada und besteht aus zwei gesonderten Fällen. Nach den von Mary Sommerville (Physical geography, Chap. XX) angegebenen Messungen hat der Wasserfall auf Seite der Vereinigten Staaten

343 Meter Breite, 49 Meter Höhe,

der auf der Seite von Canada befindliche Fall

640 Meter Breite, 45 Meter Höhe.

Gesetzt nun, dass 100 Millionen Tonnen Wasser in der Stunde herabfallen, wie von einigen Schriftstellern berichtet wird, und dass die Volume sich nahezu verhalten wie die Breiten, so ergiebt sich die Gesammtarbeit in Kilogramm-Meter

$$\begin{aligned} & 343 \times 10^8 \times 49 + 640 \times 10^8 \times 45 \\ & = 1680 \times 10^9 + 2880 \times 10^9 \\ & = \frac{4560 \times 10^9}{75 \times 3600} = 17000000 \text{ Pferde in der Secunde.} \end{aligned}$$

Es sei ρ der specifische Widerstand (wie gewöhnlich für 1 Quadratcentimeter Querschnitt und 1 Centimeter Länge) des Leiters, ausgedrückt in Ohm,

S sein Querschnitt, ausgedrückt in Quadratcentimeter,
I die Stromstärke in Ampères,

so werden wir die vom Strome in 1 Secunde auf die Länge von 1 Centimeter des Leiters gethane Arbeit haben gleich

$$\frac{I^2 \rho}{S} \text{ Watt,}$$

welche nach § 32 entsprechen

$$\frac{I^2 \rho}{735{\cdot}5 \times S} \text{ Pferden zu 75 Kilogramm-Meter.}$$

Diese Arbeit wandelt sich in Wärme um und kann daher als verloren gelten. Wenn wir nun mit p Gulden den Aufwand andeuten, welcher in jeder Secunde für ein Arbeitspferd zu machen ist, so werden wir wegen der erwähnten Erwärmung in jeder Secunde den Verlust

$$\frac{I^2 \rho p}{735{\cdot}5 \times S} \text{ Gulden}$$

haben, und wenn die Arbeit durch T Secunden im Jahre fortdauert, so wird der Verlust auf 1 Centimeter Länge des Leiters sein

$$\frac{I^2 \rho p T}{735{\cdot}5 \times S} \text{ Gulden im Jahre.}$$

Nennen wir ferner p' den Preis von 1 Kubikcentimeter des Leiters und daher $p' S$ die Kosten von 1 Centimeter seiner Länge, so werden wir wenigstens 5 Procent dieses Aufwandes als Verlust zu verrechnen haben, behufs Verzinsung des angelegten Capitales,*) und dieser neue Verlust wird den Werth haben

$$\frac{5}{100} p' S = \frac{p' S}{20}$$

und wird somit der Gesammtverlust auf jeden Centimeter der Länge des Leiters wenigstens sein

$$\frac{I^2 \rho p T}{735 \cdot 5 \times S} + \frac{p' S}{20}.$$

Angenommen, die Werthe von I, ρ, p, T, p' stehen bereits fest, da sie von den mechanischen Verhältnissen des Anlagesystemes abhängen und von der Beschaffenheit des verwendeten Materiales, so hat man nun zu erforschen, was der Werth ist, der die obige Verlustsumme zur kleinsten macht; denn während man einen dünnen Leiter braucht, um wenig aufzuwenden, bedarf man andererseits eines recht dicken Leiters, um nicht nutzlos Arbeit für seine Erwärmung aufzuzehren. Nun beachte man, dass, wenn die zwei Glieder, welche obigen Ausdruck zusammensetzen, miteinander multiplicirt werden, ein constantes Product erhalten wird, weil unabhängig von der einzigen Veränderlichen S; es wird daher, vermöge eines bekannten Lehrsatzes, die Summe jener beiden Glieder einen kleinsten Werth dann haben, wenn die-

*) Wollte man nicht allein die Interessen berücksichtigen, sondern auch den Aufwand für Amortisation und Reparaturen, so müsste man beiläufig den Bruch $\frac{20}{100}$ oder $\frac{1}{5}$ in Anwendung bringen, anstatt $\frac{1}{20}$.

selben gleich sind.*) Folglich wird der Querschnitt, welcher der Rücksicht auf Ersparung im Systeme am besten genügt, sich ergeben aus der Gleichung

$$\frac{I^2 \rho p T}{735{\cdot}5 \times S} = \frac{p' S}{20},$$

welche giebt

$$S = I \sqrt{\frac{20 \rho p T}{735{\cdot}5 \times p'}}.$$

Diese Gleichung löst die vorgelegte Aufgabe vollständig. Um jedoch ihre Anwendung bequemer zu machen, pflegt man folgende Umwandlung damit vorzunehmen.

Heisst N die Anzahl der Secunden, welche das ganze Jahr ausmachen und f der Bruchtheil von der Tageslänge, durch welche die Arbeit andauert, so wird sein

$$T = f N;$$

---

*) Man wird gern den sehr einfachen und allgemeinen Beweis des erwähnten Lehrsatzes kennen lernen und noch den eines anderen, in Betreff des grössten Productes zweier Grössen, welche eine constante Summe geben. Betrachten wir die identische Gleichung

$$(x + y)^2 = 4\,xy + (x - y)^2$$

und nehmen das Product xy, im zweiten Gliede, als constant an, so leuchtet ein, dass die Summe $x + y$, im ersten Gliede, ein Minimum sein wird, wenn der Werth von $x - y$ ein Minimum ist, die Werthe von x und y positiv vorausgesetzt: also entspricht das Minimum der Summe zweier positiven Grössen, deren Product constant ist, dem Minimum ihrer Differenz; und folglich findet das Minimum jener Summe statt, wenn die beiden Grössen gleich werden.

Dieselbe Identität auf die Form

$$4\,xy = (x + y)^2 - (x - y)^2$$

gebracht, zeigt ebenso klar, dass das Minimum-Product zweier positiven Grössen, deren Summe constant ist, dem Minimum ihrer Differenz entspricht; und folglich hat das Maximum-Product statt, wenn die beiden Grössen gleich werden.

heisst ferner P der Preis einer Pferdearbeit, Tag und Nacht das ganze Jahr hindurch fortgesetzt, so wird sein

$$p = \frac{P}{N},$$

und heisst endlich P' der Preis von 1 Kubikmeter des Leiters, so wird sein

$$p' = \frac{P'}{10^6}.$$

Setzen wir nun diese Werthe ein in den oben gefundenen Ausdruck, so erhalten wir

$$S = I \sqrt{\frac{20 \times 10^6 \times f \rho P}{735{\cdot}5\, P'}},$$

was die in der Anwendung am häufigsten benutzte Formel ist, worin die Preise P, P' in einer beliebigen Münze ausgedrückt sein können, weil in die Rechnung nur ihr Verhältniss $\frac{P}{P'}$ eingeht.

1. Beispiel:

a) Ich theile zunächst ein Beispiel mit, welches sich in allen Lehrbüchern findet.*)

Setzt man voraus, dass der nöthige Aufwand, um eine kostenlose Kraft nutzbar zu machen, wie es die eines Wasserfalles ist, für jede durch das ganze Jahr ohne Unterbrechung gelieferte Pferdekraft zu 10 Pfund Sterling zu veranschlagen käme und setzt man weiter voraus, dass dass Kupfer, woraus man den Leiter her-

*) Alfr. von Urbanitzky, Die elektr. Beleuchtungs-Anlagen, p. 47. — A. Merling, Die elektr. Beleuchtung, p. 409. — R. Ferrini, I recenti progressi dell' elettricità. Milano 1884, p. 550.

Um die obige Formel auf jene Ferrini's zu bringen, nenne man L den Preis von 1 Watt in 1 Secunde, setze das Jahr zu stellen will, 0·00062 Pfund Sterling pro Kubikcentimeter koste, so hat man

$$\frac{P}{P'} = \frac{10}{620}.$$

Wenn die Arbeit 12 Stunden täglich das ganze Jahr hindurch geschieht, so hat man $f = 0{\cdot}5$ zu setzen, und nehmen wir den specifischen Widerstand des Kupfers zu

$$\rho = \frac{1640}{10^9} \text{ Ohm an,}$$

so werden wir erhalten

$$S = I \sqrt{\frac{20 \times 10^6 \times 0{\cdot}5 \times 1640 \times 10}{735{\cdot}5 \times 10^9 \times 620}}$$

$$S = 0{\cdot}019\, I \text{ Quadratcentimeter.}$$

Sonach hat man z. B. für $I = 21$ Ampères:

$S = 0{\cdot}399$ Quadratcentimer und den Durchmesser

$$d = \sqrt{\frac{4\,S}{\pi}} = 0{\cdot}71 \text{ Centimeter,}$$

$31{\cdot}5 \times 10^6$ Secunden an und erinnere sich, dass 1 Pferd = 735·5 Watt ist; somit erhalten wir

$$P = 735{\cdot}5 \times L \times 31{\cdot}5 \times 10^6$$

und nennen wir ferner L' den Preis von 1 Kubikcentimeter des Leiters, so haben wir

$$P' = 10^6\, L'.$$

Daraus folgt:

$$S = I \sqrt{20 \times 10^6 \times f\rho \times \frac{L}{L'} \times 31{\cdot}5}$$

$$S = 10^4\, I \sqrt{6\,3 \times f\rho\, \frac{L}{L'}},$$

wie es Ferrini giebt mit dem Druckfehler 7·3 statt 6·3. Im folgenden Beispiele würde man erhalten

$$L = \frac{10 \text{ Pfd. Stg.}}{735{\cdot}5 \times 31{\cdot}5 \times 10^6} = 43 \times 10^{-11}$$

$$L' = 62 \times 10^{-5}$$

was mit dem Ergebnisse des Dr. Urbanitzky (am angeführten Orte) übereinstimmt.

Der von Anderen gegebene Werth $S = 0{\cdot}19$ ist mit dem Vorigen gleichbedeutend, wenn I in einfachen Einheiten ausgedrückt wird, weil z. B. 21 Ampères entsprechend sind 2·1 einfachen Einheiten.

b) Mit den oben angenommenen Werthen von f, P, P' würde die Kraftübertragung der 2100 Pferde vom Niagara bis New-York, in der oben nach Thomson angegebenen Weise, einen Kupferdraht erfordern vom Querschnitte

$$S = 0{\cdot}019 \times 240 = 4{\cdot}56 \text{ Quadratcentimeter}$$

und daher vom Durchmesser

$$d = 2{\cdot}4 \text{ Centimeter.}$$

2. Beispiel:

a) In einem von Schellen*) gegebenen Beispiele wird angenommen:

$$\frac{P}{P'} = \frac{300}{19580} = \frac{10}{653}$$

$$f = 0{\cdot}41$$

und der Widerstand von 1 Meter Kupferdraht bei 1 Quadratmillimeter Querschnitt gleich 0·017, wonach man für 1 Quadratcentimeter Querschnitt und 1 Centimeter Länge haben wird

$$\rho = \frac{0{\cdot}017}{100 \times 100} = \frac{1700}{10^9} \text{ Ohm.}$$

*) Die magn. und dynamo-elektrischen Maschinen, 3. Aufl., p. 841.

Mit diesen Gegebenen erhalten wir

$$S = I\sqrt{\frac{20 \times 10^6 \times 0{\cdot}41 \times 1700 \times 300}{735{\cdot}5 \times 10^9 \times 19580}}$$

$S = 0{\cdot}017\ I$ Quadratcentimeter $= 1{\cdot}70\ I$ Quadrat-millimeter.

b) Nimmt man den Leiter von Eisen an und setzt

$$\frac{P}{P'} = \frac{300}{1950}, \ \rho = \frac{12500}{10^9} \text{ Ohm}$$

so ergiebt sich

$$S = I\sqrt{\frac{20 \times 10^6 \times 0{\cdot}41 \times 12500 \times 300}{735{\cdot}5 \times 10^9 \times 1950}}$$

$S = 0{\cdot}146\ I$ Quadratcentimeter $= 14{\cdot}6\ I$ Quadratmillimeter.

Beide Ergebnisse fallen ganz zusammen mit denen von Schellen.

Das Folgende kommt als §. 13 nachzutragen und ist in den Text auf Seite 20 einzuschalten:

53. Verhältniss der Zahlen, welche durch verschiedene Einheiten gleiche Grössen ausdrücken. Bemerken wir noch im Allgemeinen, dass, wenn eine gegebene Grösse durch Einheiten von verschiedenem Werthe $[u_1], [u]$ gemessen wird, dieselbe nothwendigerweise mit verschiedenen Zahlen N', N zu bezeichnen kommt; aber es wird sein

$$N'[u_1] = N[u]$$

und daher

$$\frac{N'}{N} = \frac{[u]}{[u_1]}$$

das heisst:

Die Zahlen von verschiedener Gattung, welche das Maass für eine und dieselbe Grösse abgeben, stehen im umgekehrten Verhältnisse der Werthe jener Einheiten, auf welche sie sich beziehen.

Uebersicht der Verhältnisse

einiger gebräuchlichsten Maasse für die Breite von 45° und am Meeresspiegel.

1 Dyne . . . . 0·0010198 Gramm.
1 Megadyne . . . . 1·020 Kilogramm.

$$1 \text{ Erg} = \begin{cases} \frac{102}{10^5} \text{ Gramm-Centimeter} \\ \frac{102}{10^{10}} \text{ Kilogramm-Meter} \\ \frac{136}{10^{12}} \text{ Pferde zu 75 Kilogramm-Meter} \\ \frac{134}{10^{12}} \text{ Pferde zu 76 Kilogramm-Meter oder Horsepower} \end{cases}$$

$$1 \text{ Watt} \begin{Bmatrix} \text{oft auch} \\ \text{Volt-} \\ \text{Ampère} \\ \text{benannt} \end{Bmatrix} = 10^7 \text{ Erg} = \begin{cases} 0{\cdot}102 \times 10^2\, grc. \\ 0{\cdot}102\, kgm. \\ \frac{136}{10^5} \text{ Pferde zu 75 } kgm. \\ \frac{134}{10^5} \text{ Pferde zu 76 } kgm. \text{ oder Horsepower} \end{cases}$$

1 Gramm . . . . 980·61 Dyne
1 Kilogramm . . . . 980·61 $\times$ 10³ Dyne.

$$1 \text{ Gramm-Centimeter} = \begin{cases} 980{\cdot}61 \text{ Erg} \\ \frac{980{\cdot}61}{10^7} \text{ Watt} \end{cases}$$

$$1 \text{ Kilogramm-Meter} = \begin{cases} 980\cdot61 \times 10^5 \text{ Erg} \\ 9\cdot8061 \text{ Watt} \end{cases}$$

$$\begin{matrix}\text{1 engl. Fuss-} \\ \text{pfund}\end{matrix} = 0\cdot13826\ kgm. = \begin{cases} 135\cdot58 \times 10^5 \text{ Erg} \\ 1\cdot3558 \text{ Watt} \end{cases}$$

$$1 \text{ Pferd zu } 75\ kgm. = \begin{cases} 735\cdot46 \times 10^7 \text{ Erg} \\ 735\cdot46 \text{ Watt} \end{cases}$$

$$\begin{matrix}1 \text{ Pferd zu } 76\ kgm. \\ \text{(Horsepower)}\end{matrix} = \begin{cases} 746 \times 10^7 \text{ Erg} \\ 746 \text{ Watt} \end{cases}$$

$$\begin{matrix}\text{Mechanisches Aequivalent} \\ \text{von 1 Gramm-Calorie}\end{matrix} = \begin{cases} 4\cdot2 \times 10^7 \text{ Erg} \\ 4\cdot2 \text{ Watt} \end{cases}$$

$$\begin{matrix}\text{Wärme-Aequivalent} \\ \text{von 1 Erg}\end{matrix} = \frac{24}{10^{12}} \text{ Gramm-Calorie}$$

$$\begin{matrix}\text{Wärme-Aequivalent} \\ \text{von 1 Watt}\end{matrix} = 0\cdot24 \text{ Gramm-Calorie,}$$

(welcher Bruch von Einigen Joule genannt wird.)

Dzisiaj Joule = Watt × sek = Volt-Coulomb = 10^7 erg

Alphabetisches Sachregister.

Berichtigungen.

Seite 24, Zeile 14 von unten fehlt vorn die §-Zahl: 16.
„ 53, „ 8 „ „ soll stehen: Millionteł statt Tausendtel.