

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA

~~26~~

L. inw.

ischen

Statik

d. Einflußlinien

Von

Dipl.-Ing. Otto Henkel

I.

Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte in der Ebene. Schwerpunkte Trägheitsmomente. Spannungen in geraden Stäben. Der einfache Vollwand- und Fachwerträger. Der Dreigelenkbogen. Gewölbe.

Mit 121 Figuren



Sammlung

Götschen

Unser heutiges Wissen
in kurzen klaren,
allgemeinverständlichen
Einzeldarstellungen

Jede Nummer in Leinwand gebunden 90 Pf.

G. J. Götschen'sche Verlagshandlung
G. m. b. H. Berlin W. 35 und Leipzig

Zweck und Ziel der „Sammlung Götschen“ ist, in Einzeldarstellungen eine klare, leichtverständliche und übersichtliche Einführung in sämtliche Gebiete der Wissenschaft und Technik zu geben; in engem Rahmen, auf streng wissenschaftlicher Grundlage und unter Berücksichtigung des neuesten Standes der Forschung bearbeitet, soll jedes Bändchen zuverlässige Belehrung bieten. Jedes einzelne Gebiet ist in sich geschlossen dargestellt, aber dennoch stehen alle Bändchen in innerem Zusammenhange miteinander, so daß das Ganze, wenn es vollendet ist, eine systematische Darstellung der Wissenschaften bilden dürfte.

Ein ausführliches
Nummerverzeichnis

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



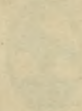
100000295793

erschienenen
Bändchens

Einzelne Blätter

Verzeichniss

der in der



+

Sammlung Götschen

Graphische Statik

mit besonderer Berücksichtigung der Einflußlinien

Von

Dipl.-Ing. Otto Henkel

Bauingenieur und Oberlehrer an der Kgl. Tiefbauschule in Rendsburg

I. Teil

Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte in der Ebene. Schwerpunkte. Trägheitsmomente. Spannungen in geraden Stäben. Der einfache Bockwand- und Fachwerkträger. Der Dreigelenkbogen. Gewölbe

Mit 121 Figuren



Berlin und Leipzig

G. J. Götschen'sche Verlagshandlung G. m. b. H.

1912



~~126~~

1-301326

Spamerische Buchdruckerei in Leipzig

Akc. Nr.

~~3429~~ / 50

Bd-3-568/2016

Inhaltsverzeichnis.

Einleitung.

Seite

- | | | |
|------|---|---|
| § 1. | Begriff der graphischen Statik | 5 |
| § 2. | Die Kräfte, ihre Wirkungen und ihre bildliche Darstellung | 5 |
| § 3. | Geometrische Hilfskonstruktionen | 7 |

I. Abschnitt.

Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften in einer Ebene.

- | | | |
|-------|--|----|
| § 4. | Allgemeine Erklärungen | 11 |
| § 5. | Zusammensetzung von Kräften, die in einer geraden Linie wirken | 12 |
| § 6. | Zusammensetzung von Kräften mit verschiedenen Richtungslinien und einem gemeinsamen Angriffspunkte | 13 |
| § 7. | Zusammensetzung von Kräften, die in einer Ebene zerstreut liegen | 16 |
| § 8. | Veränderung der Reihenfolge der Kräfte und Verschiebung des Poles | 21 |
| § 9. | Zusammensetzung von parallelen Kräften | 23 |
| § 10. | Zerlegung einer Kraft in zwei oder mehrere Seitenkräfte mit beliebiger Richtung | 25 |
| § 11. | Zerlegung einer Kraft in zwei parallele Seitenkräfte (Auflagerdrücke des einfachen Balkens) | 27 |
| § 12. | Von den Kräftepaaren | 30 |
| § 13. | Parallelverschiebung einer Einzelkraft | 31 |
| § 14. | Statisches Moment einer Kraft | 32 |

II. Abschnitt.

Graphische Schwerpunktsbestimmungen ebener Gebilde.

- | | | |
|-------|---|----|
| § 15. | Mittelpunkt paralleler Kräfte | 37 |
| § 16. | Schwerpunkte homogener materieller Linien | 41 |
| § 17. | Schwerpunkte ebener Flächen | 44 |

III. Abschnitt.

Höhere Momente paralleler Kräfte in derselben Ebene. Trägheitsmomente ebener Flächen. Spannungsverteilung.

- | | | |
|-------|--|----|
| § 18. | Allgemeine Betrachtungen | 49 |
| § 19. | Trägheitsmoment einer Gruppe paralleler Kräfte | 50 |

	Seite
§ 20. Einfluß einer Parallelverschiebung der Achse auf das Trägheitsmoment	53
§ 21. Trägheitsmomente ebener Flächen	54
§ 22. Verteilung der Spannungen über die Querschnitte stabförmiger Körper	56

IV. Abschnitt.

Der einfache Träger, an beiden oder an einem Ende unterstützt.

§ 23. Allgemeine Betrachtungen	59
§ 24. Der Vollwandträger auf 2 Stützen mit ruhender Belastung	62
§ 25. Der Vollwandträger auf 2 Stützen mit beweglicher Belastung	75
§ 26. Der Kragträger mit ruhender Belastung	94
§ 27. Einflußlinien	97

V. Abschnitt.

Der Fachwerkträger, an beiden oder an einem Ende unterstützt.

§ 28. Allgemeine Betrachtungen	105
§ 29. Der Fachwerkträger mit ruhender Belastung	107
§ 30. Winddruck und Schneedruck	115
§ 31. Der Fachwerkträger mit beweglicher Belastung	120
§ 32. Der freitragende Fachwerkträger	131

VI. Abschnitt.

Der vollwandige Dreigelenkbogen.

§ 33. Allgemeine Anordnung	134
§ 34. Der Dreigelenkbogen mit ruhender Belastung	135

VII. Abschnitt.

Das Tonnengewölbe.

§ 35. Allgemeine Betrachtungen	138
§ 36. Die Druck- oder Stützlinie eines symmetrischen Gewölbes	139
§ 37. Das symmetrische Gewölbe mit gleichmäßiger ruhender Belastung	140
§ 38. Das symmetrische Gewölbe mit ruhender und beweglicher Belastung	142
§ 39. Mittelpfeiler mehrerer Tonnengewölbe und Endpfeiler	145

Einleitung.

§ 1. Begriff der graphischen Statik.

Die Lehre, welche von dem Gleichgewicht der unter der Einwirkung von Kräften stehenden Körper handelt, nennt man Statik.

Die in dieses Gebiet fallenden Aufgaben pflegte man früher vorzugsweise auf rechnerischem Wege (analytisch) zu lösen; heute werden dieselben mit großer Vorliebe zeichnerisch (graphisch) gelöst. Die dabei anzuwendenden graphischen Verfahren, welche auf geometrische Sätze aufgebaut sind, hat man zu einem besonderen Wissenszweig herangebildet, der

„graphischen Statik“,

die zuweilen auch Graphostatik genannt wird.

§ 2. Die Kräfte, ihre Wirkungen und ihre bildliche Darstellung.

Unter einer Kraft versteht man diejenige Ursache, welche eine Bewegung eines Körpers anstrebt, oder abzuändern sucht; sie ist also an ihrer Wirkung zu erkennen. In der Natur tritt eine ganze Reihe von Kräften auf, z. B. die Schwerkraft, das Beharrungsvermögen, die Wärmekraft, die elektrische Kraft, die Federkraft, die Muskelkraft der Menschen und Tiere, die Adhäsionskraft, die Kohäsionskraft u. a.

Jede Kraft besitzt drei Bestimmungsstücke.

1. Die Größe der Kraft, dies ist das Maß für ihre Wirkungsfähigkeit, welche in Gewichtseinheiten ausgedrückt wird, z. B. in kg usw.

2. Die Richtung oder der Sinn der Kraft, dies ist diejenige gerade Linie, in welcher die Kraft einen Körper fortzubewegen sucht.

3. Der Angriffspunkt der Kraft, dies ist diejenige Stelle eines Körpers, auf welche die Kraft direkt einwirkt. (Vgl. S. G. Bd. 178, § 2¹.)

Bildlich wird eine Kraft durch eine Strecke dargestellt, unter Benutzung eines Kräftemaßstabes, dessen Längeneinheit einem bestimmten Gewichte entspricht. Es sei z. B. 1 cm = 1000 kg, dann stellt eine Strecke von 5 cm Länge eine Kraft von 5000 kg dar.

Der Angriffspunkt und die Richtung einer Kraft werden durch die Lage und die Richtung der Strecke zum Ausdruck gebracht. Die Richtung der Strecke wird meistens durch eine Pfeilspitze bezeichnet, wie Fig. 1a zeigt, seltener durch die Aufeinanderfolge der Buchstaben an den Enden der Strecke, wie aus Fig. 1b ersichtlich ist.

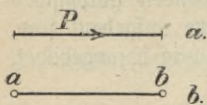


Fig. 1a u. 1b.

Die Strecke a—b stellt eine Kraft dar, die in der Richtung von a nach b wirkt.

Verlängert man die eine Kraft darstellende Strecke über ihre Endpunkte hinaus, so erhält man eine unbegrenzte Gerade, die Richtungslinie oder Wirkungslinie der Kraft, auf welcher sich an einer beliebigen Stelle der Angriffspunkt der Kraft befinden muß.

Wirkt nach Fig. 2 a eine Kraft P in der Richtung a—b auf einen Körper ein, so geht von diesem eine gleichgroße, aber entgegengesetzt gerichtete Kraft W aus, welche der Gegen-
druck oder die Reaktion des Körpers genannt wird.

Solange $P = W$ ist, tritt keine Bewegung des Körpers ein, die beiden Kräfte P und W sind an dem Körper im Gleich-

¹) S. G. Bd. 178 bedeutet: Sammlung Götschen Band 178.

gewicht. Derjelbe Gleichgewichtszustand ist auch vorhanden, wenn die Kräfte P und W in einem beliebigen Punkte des Körpers auf der Richtungslinie $a-b$ wirksam sind (Fig. 2 b).

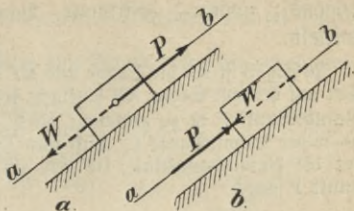


Fig. 2 a.

Fig. 2 b.

Die graphische Darstellung aller an einem Körper angreifenden Kräfte geschieht in einem sog. Kräfteplan.

§ 3. Geometrische Hilfskonstruktionen.

Bei vielen Aufgaben der graphischen Statik kommen geometrische Konstruktionen, wie Kegelschnitte, Reduktionen von Strecken und Flächen, Flächenteilungen, Flächenverwandlungen u. a. vor. Bezüglich der üblichen Konstruktionen der Kegelschnitte (Ellipse, Parabel, Hyperbel) sei auf das Bändchen Nr. 58 der Sammlung Götschen, Becker-Bonderlinn: Geometrisches Zeichnen, Abschnitt II verwiesen.

Einige dort nicht gegebene und andere oft gebrauchte Konstruktionen sind nachstehend angegeben.

1. Konstruktion bestimmter Parabelpunkte.

Von einem Parabelbogen ist der Scheitelpunkt, die Symmetrieachse und eine senkrecht zu dieser stehende Sehne gegeben

Sehne gegeben (Spannweite und Pfeilhöhe des Parabel-

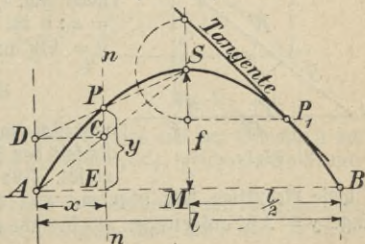


Fig. 3.

bogens); andere, bestimmte Parabelpunkte sind zu ermitteln.

In Fig. 3 ist \overline{AB} die Sehne und \overline{MS} die Pfeilhöhe f der Parabel. Der auf den zur Sehne AB senkrecht stehende Schnitt $n-n$ fallende Parabelpunkt P ist zu zeichnen. Zieht man \overline{AS} , so ergibt sich auf $n-n$ der Schnittpunkt C , wird nun $CD \parallel AB$ gezogen, so schneidet die Verbindungslinie DS auf $n-n$ den gesuchten Parabelpunkt P aus.

Beweis: $\overline{EC} : f = x : \frac{1}{2}$, also $\overline{EC} = \frac{2fx}{1} = \overline{AD}$,

$$\overline{CP} : \overline{AD} = \left(\frac{1}{2} - x\right) : \frac{1}{2}, \text{ also } \overline{CP} = \frac{2fx(1-2x)}{1^2},$$

$$\overline{EP} = y = \overline{EC} + \overline{CP} = \frac{2fx}{1} + \frac{2fx(1-2x)}{1^2}$$

oder

$$(1) \quad y = \frac{4fx(1-x)}{1^2}.$$

Dies ist die bekannte Achsengleichung der Parabel.

In Fig. 3 ist außerdem die Konstruktion einer Tangente angegeben.

2. Eine beliebige Anzahl Strecken ist mit einer Zahl

$$\frac{a}{b} = \varphi \leq 1 \text{ zu multiplizieren.}$$

a) Für $\varphi < 1$ verwendet man am besten einen Reduktionswinkel nach Fig. 4, bei welchem $\overline{CB} : \overline{AB} = a : b$ ist. Trägt man eine Strecke $y = \overline{AB'}$ auf, so ist

$$\overline{B'C'} = y \cdot \frac{a}{b},$$

was sich ohne weiteres aus der Ähnlichkeit der Dreiecke ABC und $AB'C'$ ergibt. Für den praktischen Gebrauch

ist diese Reduktion sehr bequem. Hat man mit dem Zirkel die Länge $y = \overline{AB'}$ aufgetragen, so braucht man den Zirkel nur noch

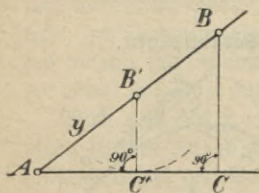


Fig. 4.

um B' zu drehen, bis er die Gerade \overline{AC} tangiert, und die Multiplikation ist vollzogen.

b) In derselben Weise kann eine Strecke mit $\frac{a}{b} = \varphi > 1$ multipliziert werden.

Hierzu dient ein Reduktionswinkel nach Fig. 5, bei dem $\overline{AB} : \overline{BC} = a : b$ ist. Trägt man eine Strecke $y = \overline{B'C'} \parallel \overline{BC}$ ein, so ist

$$\overline{AB'} = \overline{B'C'} \cdot \frac{a}{b} = y \cdot \frac{a}{b}.$$

Diese Multiplikation ist auch, wie bei dem Falle $\frac{a}{b} = \varphi < 1$, mit einem Zirkelschlage auszuführen.

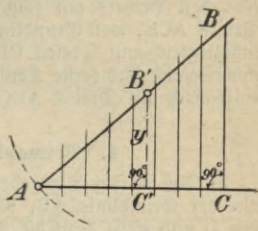


Fig. 5.

3. Verwandlung eines Dreiecks in ein anderes.

a) Das in Fig. 6 gegebene Dreieck ABC soll in ein anderes mit der Grundlinie AB_1 verwandelt werden. Man verbinde B_1 mit C und ziehe hierzu von B aus eine Parallele, welche die verlängerte Seite AC in C_1 trifft. Dann ist AB_1C_1 das neue Dreieck, welches mit dem gegebenen ABC inhaltsgleich ist.

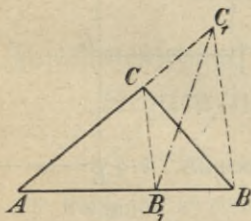


Fig. 6.

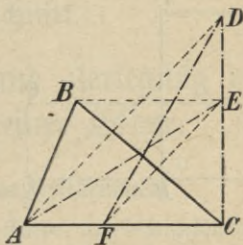


Fig. 7.

Der Beweis für die Konstruktion folgt aus der Gleichheit des Inhaltes der beiden Dreiecke BB_1C und B_1CC_1 , welche gleiche Grundlinie und Höhe haben.

b) Soll das Dreieck ABC (Fig. 7) in ein solches mit der gegebenen Höhe CD verwandelt werden, so ziehe man $\overline{BE} \parallel \overline{AC}$, verbinde

A mit D und ziehe von E aus hierzu eine Parallele, welche \overline{AC} im Punkte F trifft. Dann ist CDF das neue Dreieck, welches mit dem gegebenen ABC inhaltsgleich ist.

Bei der Konstruktion kann die Linie \overline{AE} fortgelassen werden. Für den Beweis gilt folgendes: Dreieck ABC inhaltsgleich mit Dreieck ACE, weil Grundlinie und Höhe gleich sind; Dreieck ACE inhaltsgleich mit Dreieck CDF, weil die Dreiecke AEF und DEF inhaltsgleich sind (erste Konstruktion) mithin auch Dreieck CDF inhaltsgleich mit Dreieck ABC.

4. Verwandlung eines Vierecks.

a) Das in Fig. 8 gegebene Rechteck ABCD soll in ein anderes mit der Grundlinie AB_1 verwandelt werden. Man verbinde B_1 mit D und ziehe dazu die Parallele von B aus, bis sie die Seite AD in D_1 trifft. Dann ist das neue Viereck $AB_1C_1D_1$ inhaltsgleich mit dem gegebenen ABCD, denn aus den ähnlichen Dreiecken AB_1D und ABD_1 folgt

$$\overline{AB} : \overline{AD_1} = \overline{AB_1} : \overline{AD} \quad \text{und} \\ \overline{AB} \cdot \overline{AD} = \overline{AD_1} \cdot \overline{AB_1} .$$

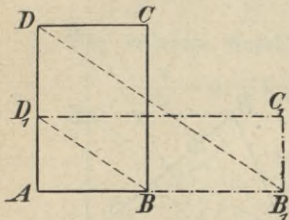


Fig. 8.

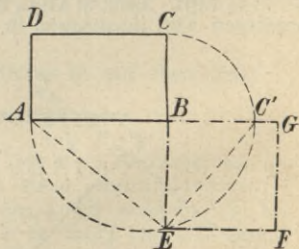


Fig. 9.

b) Soll das in Fig. 9 gegebene Rechteck in ein Quadrat verwandelt werden, so kann dies mit Anwendung der Sätze von der mittleren Proportionale im rechtwinkligen Dreieck durchgeführt werden.

Konstruiert man über $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC_1}$ einen Halbkreis und errichtet in B das Lot, so ist \overline{BE} die gesuchte Quadratseite. Der Beweis folgt aus der Ähnlichkeit der Dreiecke ABE und BC_1E ; es ist:

$$\overline{AB} : \overline{BE} = \overline{BE} : \overline{BC_1} = \overline{BE} : \overline{BC} \quad \text{und}$$

$$\overline{BE}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{BC}.$$

c) Ist ein unregelmäßiges Viereck $ABCD$ in ein Dreieck zu verwandeln, so kann dies nach Fig. 10 geschehen. Die Ecke bei B soll beseitigt werden; zu diesem Zwecke schneide man durch die Diagonale AC das Dreieck ABC ab und verlege dessen Spitze B auf einer Parallelen zu AC , bis sie auf die Verlängerung der Seite AD nach A_1 fällt. Dann sind die beiden Dreiecke ABC und AA_1C inhaltsgleich, weil sie gleiche Grundlinie und Höhe haben, folglich wird auch der Inhalt des Vierecks $ABCD$ gleich dem Inhalte des Dreiecks A_1CD .

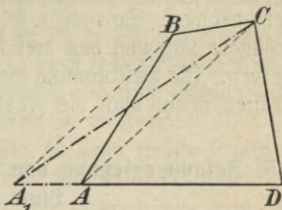


Fig. 10.

Hat man ein Vieleck in ein Dreieck zu verwandeln, so bedient man sich des eben geschilderten Verfahrens, indem man nacheinander jeweils eine Ecke beseitigt.

I. Abschnitt.

Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften in einer Ebene.

§ 4. Allgemeine Erklärungen.

Alle Kräfte, die an einem Körper angreifen, können entweder in einem Punkte oder in verschiedenen Punkten auf den Körper einwirken, ferner können ihre Richtungen gleich oder verschieden sein. Die Wirkung aller dieser Kräfte kann durch eine einzige, entsprechend gerichtete Kraft ersetzt werden, welche die Mittelkraft oder Resultierende derselben genannt wird. Die Kräfte selbst heißen Seitenkräfte oder

Komponenten. Die Auffuchung der Mittelkraft von gegebenen Kräften heißt die Zusammensetzung von Kräften.

Oft ist der umgekehrte Fall vorhanden, die Wirkung einer Kraft ist durch Seitenkräfte, deren Richtungen gegeben sind, aufzunehmen. So muß z. B. die an ein dreibeiniges Gerüst gehängte Last von den drei Füßen desselben aufgenommen werden. Die Bestimmung dieser Seitenkräfte aus gegebenen Kräften nennt man die Zerlegung von Kräften.

§ 5. Zusammensetzung von Kräften, die in einer geraden Linie wirken.

Wirken beliebig viele Kräfte in derselben geraden Linie nach der gleichen Richtung, so ist ihre Mittelkraft gleich der Summe derselben. In Fig. 11 ist

$$(2) \quad R = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = \overline{ab}.$$

Haben die in derselben Geraden wirkenden Kräfte jedoch zum Teil entgegengesetzte Richtung, so summire man die nach jeder der beiden Richtungen wirkenden Kräfte für sich und bilde ihren Unterschied, welcher die Mittelkraft aller dieser Kräfte darstellt.

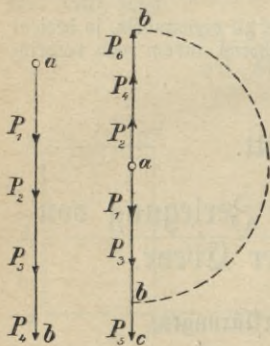


Fig. 11.

Fig. 12.

In Fig. 12 ist

$$(3) \quad R = P_1 + P_3 + P_5 - (P_2 + P_4 + P_6) = \overline{bc}.$$

Mit Rücksicht auf die vorstehende Gleichung kann man die Mittelkraft als die algebraische Summe der gegebenen Kräfte bezeichnen. Wird diese algebraische Summe gleich

Null, so stehen die Kräfte unter sich im Gleichgewicht. In Fig. 12 muß in diesem Falle die Strecke bc zu Null werden.

§ 6. Zusammenziehung von Kräften mit verschiedenen Richtungslinien und einem gemeinsamen Angriffspunkte.

Wenn die gegebenen Kräfte $P_1, P_2 \dots P_n$ einen gemeinsamen Angriffspunkt A haben, so muß ihre Mittelkraft auch durch A hindurchgehen und es braucht nur noch Größe, Richtung und Sinn derselben bestimmt zu werden.

Sind zunächst nur, wie in Fig. 13, zwei Kräfte P und Q vorhanden, welche durch die den Winkel BAD bildenden Strecken AB und AD dargestellt sind, so konstruiere man aus ihnen als Seiten ein Parallelogramm $ABCD$, dessen Diagonale AC die gesuchte Mittelkraft nach Größe und Richtung darstellt, ihr Sinn ist von A nach C gerichtet. Das Parallelogramm $ABCD$ führt den Namen: Kräfteparallelogramm oder Parallelogramm der Kräfte. Der Beweis für die vorstehende Konstruktion folgt aus einem Satze

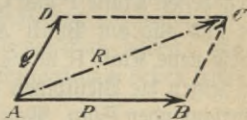


Fig. 13.

der Mechanik über die von zwei verschieden gerichteten Kräften hervorgebrachte Bewegung eines Punktes. (Vgl. auch S. G. Bd. 178, § 4.)

Zur Auffindung der Mittelkraft AC muß aber nicht das ganze Parallelogramm $ABCD$ gezeichnet werden, es genügt vielmehr das Dreieck ABC (Fig. 14 a) oder das Dreieck ADC (Fig. 14 b). Diese Dreiecke entstehen, indem man die eine Kraft parallel an den Endpunkt der anderen verschiebt und sodann den Anfangspunkt A der einen Kraft mit dem Endpunkt C der anderen Kraft durch die sogenannte Schlußseite oder Schlußlinie AC verbindet. Dabei müssen die Pfeil-

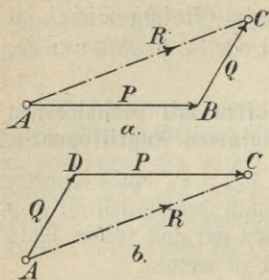


Fig. 14 a u. b.

spitzen der Kräfte von A aus einen fortlaufenden Sinn (Umfahrungssinn) ergeben, welchem der Sinn der Schlußlinie AC entgegenge setzt gerichtet ist.

Die Dreiecke ABC bzw. ADC heißen Kräfte dreiecke. Die mit fortlaufendem Sinn oder gleichem Umfahrungssinn (Umfahrungsrictung) aneinander gereihten Kräfte \overline{AB} und \overline{AD}

bilden einen Kräftezug mit dem Anfangspunkte A und dem Endpunkte C.

Rehrt man in Fig. 13 den Sinn der Mittelkraft um, so erhält man eine neue Kraft R, welche die Wirkung der beiden gegebenen Kräfte P und Q aufhebt. Die drei Kräfte P, Q und R sind also am Punkte A im Gleichgewichte. Trägt man diese neue Kraft R in die beiden Kräfte dreiecke, Fig. 14, ein, so zeigen die Pfeilspitzen aller drei Kräfte P, Q und R einen fortlaufenden Sinn. Man kann diese Dreiecke ganz umfahren, daraus folgt der Satz:

Wenn drei Kräfte mit verschiedenen Richtungs linien an einem gemeinsamen Angriffspunkte im Gleichgewichte sind, so lassen sich dieselben zu einem Kräfte dreiecke mit fortlaufendem Umfahrungssinn zusammensetzen.

Sind mehrere durch A gehende Kräfte, z. B. P_1, P_2, P_3, P_4 zu einer Mittelkraft zu vereinigen, so ist das vorstehend gezeigte Verfahren dreimal anzuwenden. Man vereinige zunächst die beiden ersten Kräfte P_1 und P_2 zu einer Mittelkraft R_1 , mit R_1 vereinige man P_3 zu R_2 und endlich R_2 mit P_4 zu R. Dieses in Fig. 15 a gezeigte Verfahren ist etwas umständlich, einfacher kommt man zum Ziel durch Anwendung des

Kräftedreiecks, wie Fig. 15 b zeigt. Die Mittelkräfte R_1 und R_2 sind für die Bestimmung von R entbehrlich. Zweckmäßig zeichnet man neben den gegebenen Kräften (Fig. 16 a) eine besondere Figur (Fig. 16 b).

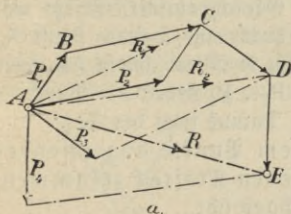


Fig. 15 a.

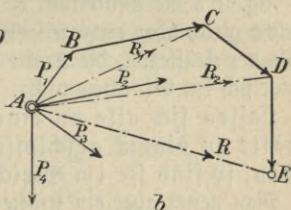


Fig. 15 b.

Von einem beliebigen Punkte A_0 trägt man die gegebenen Kräfte so aneinander, daß sie einen Kräftezug mit fortlaufendem Sinn oder mit gleichem Umfahrunngssinn bilden. Die von dem Anfangspunkte A_0 des Kräftezuges nach dessen End-

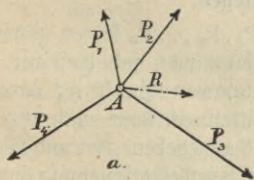


Fig. 16 a.

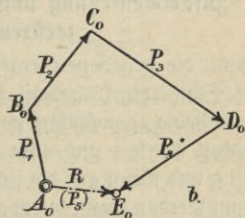


Fig. 16 b.

punkte E_0 gerichtete Schlußseite A_0E_0 ist die gesuchte Mittelkraft R nach Größe, Richtung und Sinn. Der Streckenzug $A_0B_0C_0D_0E_0$ wird Kräfteck oder KräftepolYGON oder auch Kräftezug genannt.

Fällt der Endpunkt E_0 des Kräftezuges mit dem Anfangspunkte A_0 zusammen, so schließt sich der Kräftezug, und die Mittelkraft R muß gleich Null werden, d. h. die Kräfte heben ihre Wirkungen auf den Punkt A gegenseitig auf, sie stehen miteinander am Punkt A im Gleichgewicht. Ersetzt man in Fig. 16 a die Mittelkraft R durch eine weitere Kraft P_5 , welche gleich aber entgegengesetzt R ist, so schließt sich ebenfalls der Kräftezug, die Kräfte $P_1 \dots P_5$ stehen am Punkte A unter sich im Gleichgewicht. Daraus folgt der Satz:

Lassen sich alle an einem Punkte angreifenden Kräfte zu einem geschlossenen Kräfteck zusammenfügen, so sind sie im Gleichgewicht.

Man nennt aber ein Kräfteck nur dann geschlossen, wenn sich in demselben nie zwei Pfeilspitzen begegnen, also wenn man dasselbe fortlaufend im gleichen Sinn umfahren kann.

Wird aber in einem geschlossenen Kräfteck der Richtungs-pfeil einer Kraft umgekehrt, so stellt diese die Mittelkraft aller übrigen Kräfte dar.

§ 7. Zusammenfügung von Kräften, die in einer Ebene zerstreut liegen.

Wenn die gegebenen Kräfte $P_1, P_2 \dots P_n$ keinen gemeinsamen Schnittpunkt haben, so kann man sich dieselben an einen beliebig gewählten gemeinsamen Punkt A_0 parallel verschoben denken und ihre Mittelkraft kann nach Größe, Richtung und Sinn auf die im § 6 angegebene Art und Weise bestimmt werden, denn durch eine Parallelverschiebung ändert eine Kraft ihre Größe und Richtung nicht. Folglich muß auch die Größe und Richtung der Gesamtmittelkraft direkt aus dem vom Punkte A_0 aus gezeichneten Kräfteplane gefunden werden. Es bleibt also nur übrig, die Lage oder den Angriffspunkt der Mittelkraft zu bestimmen. Hierbei verfährt man folgendermaßen:

Die gegebenen, beliebig zerstreuten Kräfte P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 sind in Fig. 17 a dargestellt. Mit denselben ist zunächst in Fig. 17 b ein Kräfteck gezeichnet, in welches die einzelnen Mittelkräfte R_1, R_2, R_3 und R eingetragen sind; dadurch ist ihre Größe und Richtung festgelegt. Bringt man nun in Fig. 17 a die Kräfte P_1 und P_2 zum Schnitt, so ist durch den Schnittpunkt S_1 auch ein Punkt der Mittelkraft R_1 gegeben, welche durch Parallelverschiebung aus dem Kräfteck, Fig. 18 b, nach

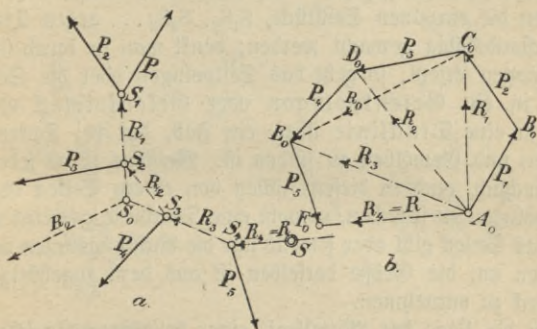


Fig. 17 a.

Fig. 17 b.

S_1 zu übertragen ist. Bringt man ferner R_1 mit P_3 im Punkt S_2 zum Schnitt, so kann auch R_2 durch Parallelverschiebung nach S_2 übertragen werden und ebenso erhält man im Schnittpunkte S_3 von R_2 und P_4 einen Punkt der Mittelkraft R_3 , an den sie aus dem Kräfteck parallel zu verschieben ist. Schließlich liefert der Schnittpunkt S_4 von R_3 und P_5 einen Punkt der Gesamtmittelkraft R , an welchen dieselbe durch Parallelverschiebung aus dem Kräfteck zu übertragen ist.

Wählt man auf der Verlängerung von R einen Punkt S , so kann der Linienzug $S_1 S_2 S_3 S_4 S$ als die Mittellinie eines im Gleichgewicht befindlichen, biegsamen Seiles betrachtet

werden, welches bei S befestigt ist und in den Eckpunkten S_1, S_2, S_3 und S_4 durch die Kräfte P_1, P_2, P_3, P_4 und P_5 belastet wird. Daher bezeichnet man den Linienzug $S_1 S_2 S_3 S_4 S$ auch als Seileck oder Seillinie oder als Seilpolygon.

Die von A_0 ausgehenden Mittelkräfte R_1, R_2, R_3 und R des Kräftecks, Fig. 17 b, würden jeweils die Spannkraft des dazu parallelen Seilstückes (Seilskraft) der Fig. 17 a bedeuten, man nennt sie deshalb Seilstrahlen.

kehrt man in Fig. 17 a den Sinn aller Kräfte um, so müssen die einzelnen Seilstücke, $S_1 S_2, S_2 S_3 \dots$ gegen Druck widerstandsfähig gemacht werden; denkt man sie durch Gelenkstrangen ersetzt, so geht das Seilpolygon oder die Seillinie in ein Gelenkpolygon oder Gelenkviereck oder kurz in eine Drucklinie über, ein Fall, der bei Sprengwerken und Gewölben zu finden ist. Meistens ist es jedoch gebräuchlich, auch in diesen Fällen von einem Seileck oder Seilpolygon zu sprechen, obwohl eine Drucklinie gemeint ist.

Das Seileck gibt aber jeweils nur die Richtungslinien von Kräften an, die Größe derselben ist aus dem zugehörigen Kräfteck zu entnehmen.

Ist die Lage der Mittelkraft einer beliebigen Zwischen-
gruppe von aufeinanderfolgenden Kräften, z. B. P_2 und P_3 in Fig. 17 zu bestimmen, so vereinige man diese Kräfte zunächst im Kräfteck, Fig. 17 b, zu einer Mittelkraft R_0 , welche als Mittelkraft von R_1 und R_3 aufgefaßt werden kann. Es müssen sich also R_1 und R_3 mit R_0 in einem gemeinsamen Punkte S_0 schneiden, welcher im Seileck, Fig. 17 a, durch Verlängerung der zu R_1 und R_3 parallelen Seileckseiten $S_1 S_2$ und $S_3 S_4$ gefunden wird. Dieses Verfahren kann auf eine beliebige Zahl aufeinanderfolgender Kräfte oder auf alle gegebenen Kräfte mit Ausnahme der ersten Kraft P_1 angewendet werden. Mithin gilt ganz allgemein der Satz:

Die Mittelkraft mehrerer im Seileck aufeinander

folgender Kräfte geht durch den Schnittpunkt der diese Kräfte einschließenden Seileckseiten.

Die erste Kraft P_1 ist hierbei als Seileckseite anzusehen. Soll sie aber auch in die Mittelkraft einbezogen werden, so denke man sich diese Kraft P_1 als Mittelkraft schon vorausgehender Kräfte.

Zu den in Fig. 18 a gegebenen Kräften P_1, P_2, P_3, P_4 , welche im Kräfteck Fig. 18 b die Mittelkraft $A_0E_0 = R$ liefern, wird in einem beliebigen Punkte S_0 auf der Richtungslinie

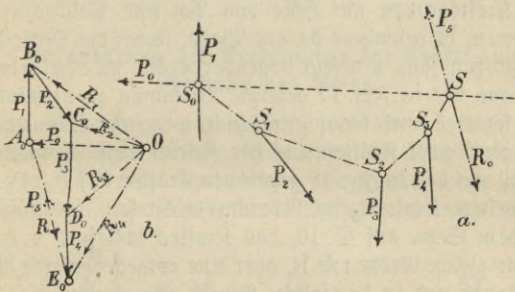


Fig. 18 a.

Fig. 18 b.

der ersten Kraft P_1 eine Kraft P_0 von beliebiger Größe und Richtung hinzugefügt, die im Kräfteck durch die Strecke OA_0 dargestellt ist, so daß nun O der Anfangspunkt des Kräftezuges wird. Die Mittelkraft von P_0 und P_1 , welche durch die Strecke OB_0 dargestellt wird, muß durch den Punkt S_0 hindurchgehen; es ist also $S_0S_1 (\parallel OB_0)$ die auf P_0 und P_1 folgende Seileckseite. Genau in derselben Weise ziehe man $S_1S_2 \parallel OC_0$, $S_2S_3 \parallel OD_0$ und $S_3S \parallel OE_0$. Nach dem auf S. 18 bestimmten Satze muß nun die Mittelkraft von P_1, P_2, P_3, P_4 durch den Schnittpunkt der diese Kräfte einschließenden Seileckseiten gehen, wobei die erste Kraft P_0 als die der Kräftegruppe vorangehende Seil-

eckseite anzusehen ist, während S_3S auf diese Gruppe folgt. Die Richtung von P_0 schneidet S_3S im Punkte S , folglich geht die Mittelkraft R durch S hindurch und ihre Richtung ist durch die Schlusseite A_0E_0 des Kräftecks bestimmt.

Der Punkt O des Kräftecks, Fig. 18 b, heißt der Pol und die von ihm ausgehenden Linien nach den Endpunkten der einzelnen Kräfte, die Strecken OA_0 , OB_0 , $OC_0 \dots$, werden Polstrahlen (Seilstrahlen) genannt.

Das vorstehend entwickelte Verfahren, die Mittelkraft einer Kräftegruppe mit Hilfe von Pol und Polstrahlen zu bestimmen, ist besonders da am Platze, wenn die Mittelkraft einer großen Zahl zerstreut liegender Kräfte zu ermitteln ist, weil dann das in Fig. 17 gezeigte Verfahren zu umständlich wird; letzteres wird sogar unmöglich, wenn ein Schnittpunkt von irgend zwei Kräften aus der Zeichenfläche herausfällt.

Soll mit den in Fig. 18 gegebenen Kräften P_1 , P_2 , P_3 , P_4 eine weitere Kraft P_5 im Gleichgewicht sein, so muß sie, nach dem Satze auf S. 16, das Kräfteck schließen, d. h. sie muß die gleiche Größe wie R , aber eine entgegengesetzte Richtung haben und in demselben Punkte S angreifen.

In Fig. 18 b ist P_5 durch die Strecke E_0A_0 dargestellt, welche das Kräfteck $A_0B_0C_0D_0E_0$ zum Schlusse bringt. Im Seileck Fig. 18 a geht die auf P_5 folgende Seite durch S und ist mit dem Strahl OA_0 des Kräftecks parallel, sie fällt somit in die Richtungslinie der hinzugefügten Kraft P_0 , die beiden Seileckseiten P_0S_0 und SS_0 , welche die gegebene Kräftegruppe P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 einschließen, fallen zusammen und das Seileck geht in eine geschlossene Figur über. Die Linie SS_0 bezeichnet man als die Schlußlinie oder Schlusseite des Seilecks. Die Strecke A_0O des Kräftecks ist die Mittelkraft der Kräfte P_5 und $OE_0 = R_4$, sie fällt in die Richtung der hinzugefügten Kraft P_0 , ist derselben gleich, aber entgegengesetzt gerichtet und hebt somit deren Wirkung auf die gegebene Kräftegruppe

wieder auf. Aus Vorstehendem ergibt sich der wichtige Satz:

Wenn verschiedene in einer Ebene zerstreut liegende Kräfte im Gleichgewicht sind, so muß gleichzeitig das Kräfteck und das zugehörige Seileck eine geschlossene Figur sein.

Ist das Kräfteck geschlossen, aber nicht das Seileck, dann tritt ein Kräftepaar auf, d. h. die gegebenen Kräfte bringen ein Drehmoment hervor (vgl. §§ 9 u. 12).

§ 8. Veränderung der Reihenfolge der Kräfte und Verschiebung des Poles.

Die Reihenfolge, mit welcher die Kräfte im Kräfteck aneinander getragen werden, ist beliebig; die Mittelkraft erhält für jede willkürliche Gruppierung der Kräfte, wenn gleicher Umfahrungsinn des Kräftecks vorausgesetzt wird, immer dieselbe

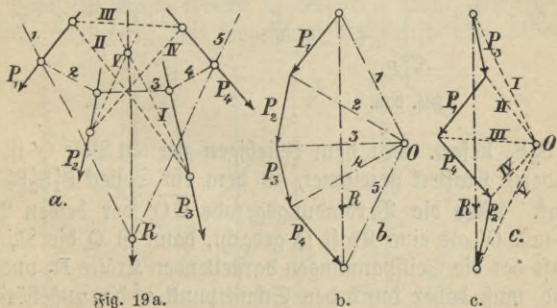


Fig. 19 a.

b.

c.

Größe, Lage und Richtung. In Fig. 19 a, b ist für die gegebene Kräftegruppe P_1, P_2, P_3, P_4 das Kraft- und Seileck gezeichnet. In anderer Gruppierung ist mit dem gleichen Pol in Fig. 19 a, c abermals Kraft- und Seileck gezeichnet, welche dasselbe

Ergebnis liefern. Die Mittelkraft geht immer durch den Schnittpunkt der letzten Seileckseiten. Der Übersichtlichkeit wegen sind die Polstrahlen und Seileckseiten mit derselben Ziffer bezeichnet. Die zusammengehörenden Polstrahlen und Seileckseiten müssen immer zwischen denselben Kräften liegen.

Ebenso kann auch der Pol O des Kräftecks ganz beliebig verlegt werden, ohne daß die Mittelkraft der gegebenen Kräfte beeinflusst wird.

Zu den Kräften P_1, P_2, P_3 in Fig. 20 a ist in Fig. 20 b ein Kräfteck mit dem Pol O gezeichnet, welches das Seileck

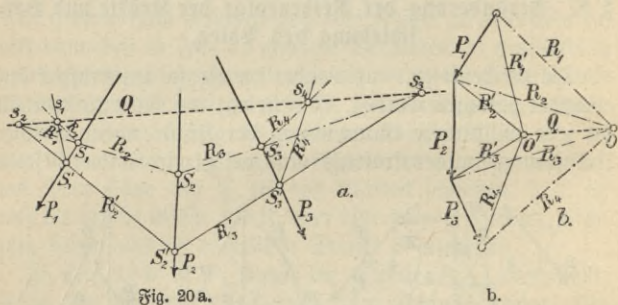


Fig. 20 a.

b.

$S_1 S_2 S_3$ liefert. Mit dem beliebigen zweiten Pole O' ist ein anderes Kräfteck gezeichnet, zu dem ein Seileck $S'_1 S'_2 S'_3$ gehört. Wird die Verbindungsgerade OO' der beiden Pole O und O' als eine Kraft Q gedacht, dann ist Q die Mittelkraft der die Seilspannungen darstellenden Kräfte R_1 und R'_1 und muß daher durch den Schnittpunkt s_1 der zugehörigen Seileckstrahlen R_1 und R'_1 hindurchgehen. Durch Parallelverschiebung ist Q nach s_1 zu versetzen. Q ist aber auch die Mittelkraft der Seilspannungen R_2 und R'_2 , mithin geht Q auch durch den Schnittpunkt s_2 der Seilstrahlen R_2 und R'_2 . Ebenso muß Q durch den Schnittpunkt s_3 von R_3 und R'_3

sowie durch den Schnittpunkt s_4 von R_4 und R'_4 hindurchgehen. Da aber die Richtungslinie von Q nur eine Gerade sein kann, so müssen die Punkte $s_1 s_2 s_3 s_4$ auf einer geraden Linie liegen, welche die Polarachse (Affinitätsachse) der beiden Seilecke heißt. Hiernach gilt der Satz:

Zeichnet man für eine Anzahl von Kräften aus zwei verschiedenen Polen die entsprechenden Seilecke, so liegen die sämtlichen Schnittpunkte der verlängerten gleichvielten Seileckseiten auf einer geraden Linie, der Polarachse, welche zu der Verbindungslinie der beiden Pole parallel ist.

Über Seilecke, die durch 2 oder 3 gegebene Punkte hindurchgehen, vgl. Beispiel 5, Fig. 61, S. 66 oder Abschnitt VI, Dreigelenkbogen bzw. Abschnitt VII, Gewölbe; siehe auch S. G. Bd. 178, § 15, Abschnitt IV und VI.

§ 9. Zusammenziehung von parallelen Kräften.

Parallele Kräfte können in derselben Weise, wie im § 7 gezeigt worden ist, mit Benutzung des Kraft- und Seilecks,

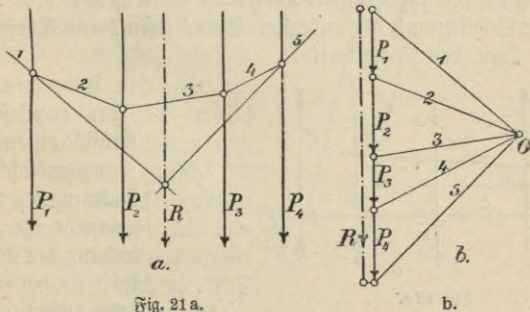


Fig. 21 a.

b.

welche für einen beliebigen Pol O gezeichnet werden, zu einer Mittelkraft vereinigt werden. Um die in Fig. 21 a ge-

gegebenen parallelen Kräfte P_1, P_2, P_3 und P_4 zu einer Mittelkraft zu vereinigen, sind sie zunächst in Fig. 21 b zu einem Kräftezuge zusammengesetzt, der in diesem Falle in eine gerade Linie, die Kraftlinie übergeht. Letztere stellt die Mit-

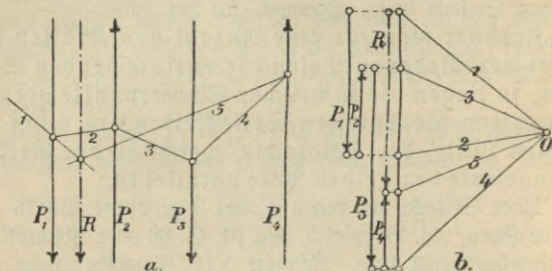


Fig. 22 a.

b.

telkraft der Kräfte $P_1 \dots P_4$ nach Größe, Richtung und Sinn dar (vgl. § 5, Formel 2). Dann wählt man einen beliebigen Pol O , zieht die Polstrahlen 1, 2 ... 5 und parallel zu diesen, zwischen die zugehörigen Kräfte die Seileckseiten 1, 2 ... 5. Der Schnittpunkt der äußersten Seileckseiten 1 und 5 bestimmt die Lage der Mittelkraft R .

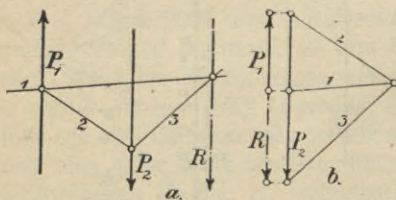


Fig. 23 a.

b.

Haben einige der gegebenen Kräfte einen entgegengesetzten Richtungspfeil, so geschieht die Aufsuchung der Mittelkraft in der nämlichen Weise (Fig.

22 a und b), wobei es sich aber der besseren Übersicht halber empfiehlt, die Kräfte wie in Fig. 22 b neben

der Kraftlinie aufzutragen und dann auf diese zu projizieren.

Sind nur zwei ungleiche aber entgegengesetzt gerichtete Kräfte vorhanden, so liegt die Mittelkraft stets außerhalb der Kräfte, wie Fig. 23 a und b zeigt.

Werden diese beiden Kräfte ihrer Größe nach gleich, so fällt ihre Mittelkraft in das Unendliche und erhält den Wert Null. Solche Kräfte nennt man ein Kräftepaar.

§ 10. Zerlegung einer Kraft in zwei oder mehrere Seitenkräfte mit beliebiger Richtung.

Mit Hilfe des im § 6 behandelten Kräfteparallelogrammes oder einfacher mittels des Kräftedreiecks läßt sich jede Kraft R in 2 Seitenkräfte P und Q zerlegen, deren gegebene Richtungslinien sich mit R gemeinschaftlich in einem Punkte schneiden.

In Fig. 24 ist die Kraft R nach den beiden gegebenen Richtungen L_1 und L_2 zu zerlegen. Man ziehe durch die Endpunkte A und C der Kraft R Parallelen zu L_1 und L_2 , wodurch das Kräfteparallelogramm $ABCD$ entsteht,

dessen Seiten \overline{AB} und \overline{AD} die gesuchten Kräfte P und Q nach Größe, Richtung und Sinn darstellen, welche die Wirkung von R ersetzen können. Benutzt man von Fig. 24 nur das Kräftedreieck ABC , so läßt sich die Aufgabe in derselben eindeu-

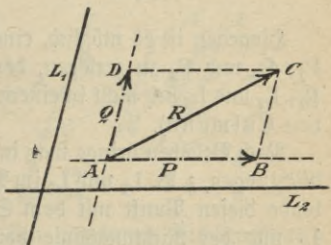


Fig. 24.

tigen Weise lösen, man braucht nur durch die Endpunkte der Kraft R Parallelen zu den gegebenen Richtungen zu ziehen.

Anstatt der Richtung beider Seitenkräfte kann auch die Größe derselben gegeben sein, wobei jedoch $P + Q > R$ sein muß. Ferner kann auch die Richtung und Größe von einer Seitenkraft gegeben sein und damit ist die zweite Seitenkraft festgelegt.

Soll eine auf einen Punkt wirkende Kraft in mehr als zwei Seitenkräfte von gegebener Richtung zerlegt werden, die an demselben Punkte angreifen, so sind unendlich viele Lösungen möglich. Diese Aufgabe ist unbestimmt.

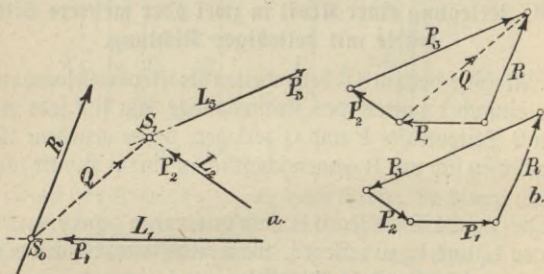


Fig. 25 a.

b.

Hingegen ist es möglich, eine Kraft R in drei Seitenkräfte P_1 , P_2 und P_3 zu zerlegen, deren gegebene Richtungslinien L_1 , L_2 und L_3 sich nicht in einem Punkte schneiden (Verfahren von Culmann).

Nach Belieben bringe man in Fig. 25 a zwei der gegebenen Richtungen, z. B. L_2 und L_3 im Punkt S_1 zum Schnitt und verbinde diesen Punkt mit dem Schnittpunkte S_0 der Richtung L_1 und der Richtungslinie von R . Die Verbindungslinie S_0S_1 kann als Richtung einer Seitenkraft Q betrachtet werden und man kann nun in einem besonderen Kräfteck, Fig. 25 b, R in die Seitenkräfte P_1 und Q zerlegen. Am Punkt S_1 kann aber Q in die beiden Seitenkräfte P_2 und P_3 zerlegt werden;

trägt man diese in das Kräfteck ein, so bilden die drei Kräfte P_1, P_2, P_3 einen fortlaufenden Kräftezug, dessen Mittelkraft R ist.

Sollen die drei Kräfte P_1, P_2, P_3 mit R im Gleichgewicht sein, so müssen sie entgegengesetzte Pfeilrichtung erhalten, damit das Kräfteck Fig. 25 b zu einem geschlossenen wird.

Eine Zerlegung der gegebenen Kraft in mehr als drei Seitenkräfte ist nicht möglich, man erhält bei dieser Aufgabe unendlich viele Lösungen.

Die Kräftezerlegung spielt bei der Berechnung der Baukonstruktionen eine wichtige Rolle, wie bei den Fachwerken im V. Abschnitt, § 29, S. 107 näher ausgeführt ist. Einfachere Beispiele finden sich in S. G. Bd. 179, § 3.

§ 11. Zerlegung einer Kraft in zwei parallele Seitenkräfte. (Auflagerdrücke des einfachen Balkens.)

Ist eine Kraft R in zwei parallele Seitenkräfte P_1 und P_2 zu zerlegen, von denen Lage und Richtung bekannt sind, so zeichne man, wie Fig. 26 b zeigt, mit der Kraft $R = AC$ und dem willkürlich gewählten Pole O ein Kräfteck ACO . Zu dessen Seiten, den Polstrahlen 1 und 2, ziehe man in Fig. 26 a Parallelen durch einen beliebigen

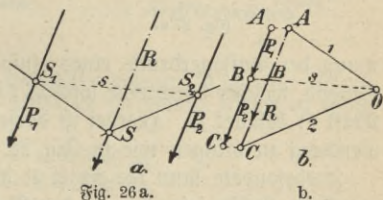


Fig. 26 a.

b.

Punkt S auf R , welche auf den gegebenen Richtungslinien von P_1 und P_2 die Punkte S_1 und S_2 ausschneiden. Hierdurch erhält man die Seileckseiten SS_1 und SS_2 . Die Verbindungslinie $S_1S_2 = s$ ist die Schlußlinie des Seilecks, zu welcher der Polstrahl s parallel sein muß. Letzterer schneidet

die Kraft $R = \overline{AC}$ im Punkte B derart, daß $\overline{AB} = P_1$ und $\overline{BC} = P_2$ ist.

Soll R in zwei Seitenkräfte zerlegt werden, von denen die eine der Lage und Größe nach gegeben ist, so kommt man auf die bei der Kräftezusammensetzung im § 9, Fig. 23 a u. b, bereits gelöste Aufgabe zurück, welche sich auf zwei ungleiche, entgegengesetzt gerichtete Kräfte bezieht.

Eine besonders häufige Anwendung findet das Zerlegen einer Kraft in zwei ihr parallele Seitenkräfte bei der Bestim-

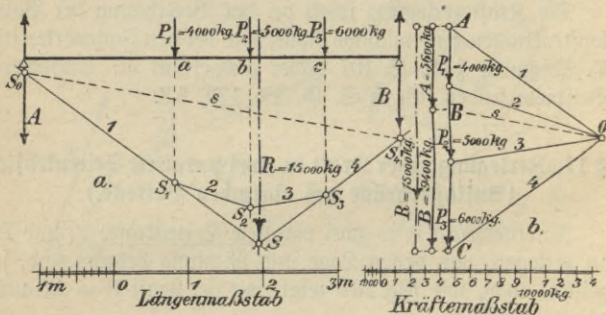


Fig. 27 a.

b.

mung der Auflagerdrücke eines einfachen Balkens auf zwei Stützen, welcher durch eine lotrecht zur Balkenachse wirkende Kraft R belastet ist. Hierbei ist dasselbe Verfahren zur Anwendung zu bringen wie in Fig. 26.

Insbesondere kann die Kraft R die Mittelkraft mehrerer paralleler Kräfte sein, die auf den Balken einwirken.

Beispiel 1. Auf einem einfachen Balken von 5,0 m Länge wirken in den Punkten a , b , c , welche um 2,0, 3,0, 4,0 m vom linken Auflager entfernt sind, die Lasten: $P_1 = 4000$ kg, $P_2 = 5000$ kg, $P_3 = 6000$ kg. Die Auflagerdrücke des Balkens A und B sind zu ermitteln.

Der Balken ist in Fig. 27 a mit seinen Lasten dargestellt, in

Fig. 27 b ist die zugehörige Kraftlinie als Strecke \overline{AC} gezeichnet. Nach Annahme eines beliebigen Poles O sind die Polstrahlen 1, 2, 3, 4 gezogen und parallel zu diesen ist, ausgehend von einem beliebigen Punkte S_1 auf der ersten Kraft P_1 , das Seileck $S_0S_1S_2S_3S_4$ aufgetragen, dessen äußere Seiten $\overline{S_0S_1}$ und $\overline{S_4S_3}$ in der Verlängerung sich in einem Punkte S schneiden, durch welchen die Mittelkraft R hindurchgehen muß. Die Größe der letzteren ist durch die Formel (2), S. 12 bestimmt zu:

$$R = P_1 + P_2 + P_3 = 4000 + 5000 + 6000 = 15\,000 \text{ kg.}$$

Wird nun die Schlußlinie $S_0S_4 = s$ eingetragen und dazu in

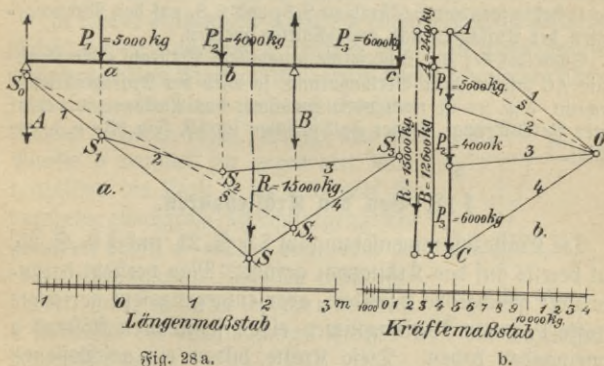


Fig. 28 a.

b.

Fig. 27 b von O aus eine Parallele s gezogen, so schneidet dieselbe die Kraftlinie $AC = R = 15\,000 \text{ kg}$ im Punkte B und es ergibt sich für die Auflagerdrücke:

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= A = 5600 \text{ kg,} \\ \overline{BC} &= B = 9400 \text{ kg.} \end{aligned}$$

kehrt man den Sinn der Auflagerdrücke A und B um, so erhält man zwei gleichgroße, aber entgegengesetzt gerichtete Kräfte, die Gegendrücke der Auflager oder die Auflagerreaktionen A und B , welche mit den auf den Balken einwirkenden Kräften im Gleichgewicht sein müssen.

Im Anschluß sei darauf hingewiesen, daß für jede graphische Berechnung ein Längenmaßstab und ein Kräftemaßstab zu zeichnen

ist. Beide sind jeweils der Aufgabe entsprechend zu wählen. Als Längenmaßstab nimmt man vielfach $1 \text{ m} = 2 \text{ cm}$ ($1 : 50$) und als Kräftemaßstab $1000 \text{ kg} = 1 \text{ cm}$ bis $10000 \text{ kg} = 1 \text{ cm}$.

Beispiel 2. Ein $5,0 \text{ m}$ langer Balken hat 3 Lasten: $P_1 = 5000 \text{ kg}$, $P_2 = 4000 \text{ kg}$, $P_3 = 6000 \text{ kg}$ zu tragen, welche in den Punkten a , b , c angreifen, die um $1,0$, $2,6$, $5,0 \text{ m}$ vom linken Trägerende entfernt liegen. Der Balken ist am linken Ende bei A und $3,6 \text{ m}$ davon entfernt bei B unterstützt. Wie groß sind die Auflagerdrücke?

Die Lösung (Fig. 28 a u. b) wird wie im Beispiel 1 durchgeführt. Man achte darauf, daß der Stützpunkt B zwischen den Kräften liegt, und daß die Schlußlinie $S_0S_4 = s$ richtig eingetragen wird, nämlich als Verbindungslinie derjenigen Punkte S_0 und S_4 , welche durch die R bestimmenden Seilstrahlen S_0S_1 und S_3S_4 auf den Richtungslinien der Auflagerdrücke angeschnitten werden.

Schneidet der zur Schlußlinie s parallele Polstrahl s die Kraftlinie \overline{AC} erst in ihrer Verlängerung, so wird der Auflagerdruck A negativ, d. h. er ist nach oben gerichtet; das Auflager A bedarf einer Verankerung. Dieser Fall ist schon im § 9, Fig. 23 a u. b, erledigt.

§ 12. Von den Kräftepaaren.

Die Kräftezusammensetzung im § 7, S. 21, und § 9, S. 25, hat bereits auf das Kräftepaar geführt. Man versteht darunter zwei gleichgroße parallele, aber entgegengesetzt gerichtete Kräfte P , deren Wirkungslinien einen senkrechten Abstand a voneinander haben. Diese Kräfte bilden ein geschlossenes Kräfteck, welches die Mittelkraft $R = \text{Null}$ ergibt, deren Angriffspunkt ins Unendliche fällt. Ein solches Gebilde läßt sich nicht auf eine Einzelkraft zurückführen, es kann keine verschiebende, sondern nur eine drehende Wirkung haben, welche ausgedrückt wird durch das Produkt aus einer dieser Kräfte P und dem senkrechten Abstand a beider Kräfte. Das Produkt

$$(4) \quad P \cdot a = M$$

heißt das Moment des Kräftepaares. Es läßt sich zeichnerisch darstellen durch die Fläche eines Parallelogramms oder Rechtecks (Fig. 29). Dreht ein Kräftepaar im Sinne des Uhrzeigers,

Fig. 29a, so heißt es positiv oder rechtsdrehend, bei entgegengesetzter Drehung heißt es negativ oder linksdrehend, Fig. 29b.

Über die eingehendere Behandlung der Kräftepaare vgl. *S. G.* Bd. 178, § 16.

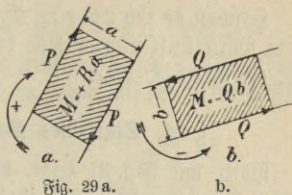


Fig. 29a.

b.

§ 13. Parallelverschiebung einer Einzelkraft.

In einem bestimmten Punkte a einer Ebene greife in der Richtung $r-r$ eine Kraft P an (Fig. 30). Aus irgendwelchen Gründen ist diese Kraft an eine andere Stelle b derselben Ebene zu versetzen, die von $r-r$ den senkrechten Abstand x haben möge. Bringt man im Punkte b parallel zur gegebenen Richtungslinie die Kraft P an und hebt sie durch eine gleichgroße, aber entgegengesetzte gerichtete Kraft P wieder auf, so ist an dem ursprünglichen Zustande nichts geändert. Aber es bildet jetzt die eine Kraft P in b mit der ursprünglichen Kraft P in a ein Kräftepaar, dessen Moment

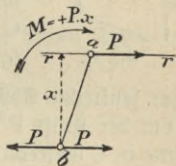


Fig. 30.

$$(5) \quad M = P \cdot x$$

ist, während die andere Kraft P in b die versetzte Einzelkraft darstellt. Das Moment $M = P \cdot x$ wird Versetzungsmoment genannt. Hiernach hat man den Satz:

Eine Kraft kann beliebig in ihrer Ebene parallel verschoben werden, wenn zu ihrer Wirkung ein Versetzungsmoment hinzugefügt wird, dessen Größe gleich ist dem Produkte aus der Kraft und dem senkrechten Abstände zwischen ihrer neuen und der ursprünglichen Richtungslinie.

Handelt es sich um eine Kraftgruppe, so bilde man erst ihre Mittelkraft und versetze diese wie eine Einzelkraft. Vgl. S. G. Bd. 178, § 17.

§ 14. Statisches Moment einer Kraft.

Wird, wie Fig. 31 zeigt, von einem Kräftepaar die eine Kraft P im Punkte C festgehalten, so hat die andere Kraft P das Bestreben, sich um C zu drehen. Dieses Drehbestreben, welches als Drehmoment oder statisches Moment der Kraft P in bezug auf den Drehpunkt C bezeichnet wird, drückt man aus durch das Produkt aus der Kraft P und ihrem senkrechten Abstand x vom Drehpunkt C , also mit Rücksicht auf den Drehsinn

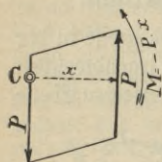


Fig. 31.

$$(6) \quad M = -P \cdot x.$$

Der senkrechte Abstand x zwischen P und C wird der Hebelarm der Kraft P in bezug auf den Drehpunkt C genannt. Eine in C senkrecht auf der Kräfteebene stehende Gerade heißt Drehachse.

Dreht P im Sinne des Uhrzeigers um den Punkt C , so hat es ein positives oder rechtsdrehendes statisches Moment (+); dreht es in umgekehrtem Sinne, so hat es ein negatives oder linksdrehendes statisches Moment (—) (Fig. 32).

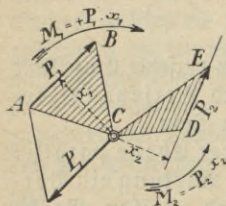


Fig. 32.

Das statische Moment einer Kraft läßt sich ebenso wie das Moment eines Kräftepaars durch den Inhalt eines Parallelogrammes oder durch den doppelten Inhalt eines Dreiecks dar-

stellen, wie Fig. 32 zeigt. Es ist

$$M_1 = +P_1 \cdot x_1 \quad \text{und} \quad M_2 = -P_2 \cdot x_2$$

oder

$$M_1 = +2 \triangle ABC \quad \text{und} \quad M_2 = -2 \triangle CDE.$$

Für zwei beliebig gerichtete Kräfte P_1 und P_2 (Fig. 33), die im Punkte A angreifen, wird, in bezug auf den in derselben Ebene liegenden Drehpunkt C, das statische Moment wie folgt ermittelt.

Zunächst werden die beiden Kräfte P_1 und P_2 in A zu ihrer Mittelkraft R vereinigt und sodann die Punkte A, B, D, E des Kräfteparallelogramms mit dem Drehpunkt C verbunden.

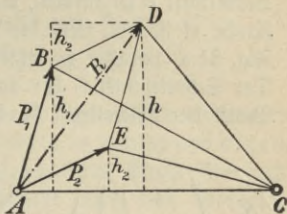


Fig. 33.

Nunmehr gilt für die Drehmomente der beiden Kräfte P_1 und P_2 :

$$M_1 = 2 \triangle ABC = 2 \overline{AC} \cdot h_1,$$

$$M_2 = 2 \triangle AEC = 2 \overline{AC} \cdot h_2.$$

Durch Addition erhält man

$$M_1 + M_2 = 2 \overline{AC} (h_1 + h_2).$$

Für die Mittelkraft R ist

$$M = 2 \triangle ADC = 2 \overline{AC} \cdot h.$$

Aus der Fig. 33 ist aber direkt zu erkennen, daß

$$h_1 + h_2 = h,$$

folglich wird

$$M_1 + M_2 = M.$$

Dieses Verfahren kann auf beliebig viele Kräfte ausgedehnt werden, mithin gilt der Satz:

Die algebraische Summe der statischen Momente beliebig vieler Kräfte derselben Ebene, bezogen auf einen in derselben liegenden Drehpunkt, ist gleich dem statischen Momente ihrer Mittelkraft in bezug auf denselben Punkt.

Hiernach kann auch das statische Moment beliebig vieler Kräfte in der Ebene, z. B. P_1, P_2, P_3, P_4 (Fig. 34) in bezug auf den Drehpunkt C ermittelt werden. Zunächst füge man in Fig. 34 b die gegebenen Kräfte zu dem Kräftepaar AB mit der Mittelkraft R zusammen, wähle den Pol O im senkrechten Abstände H von R, ziehe die Polstrahlen 1 . . . 5 und zeichne in Fig. 34 a, parallel zu letzteren, das Seileck $S_0 S_1 S_2 S_3 S_4 S_5$. Der Schnittpunkt S der äußersten Seileckseiten liefert einen Punkt der Mittelkraft R, durch welchen sie parallel zu AB

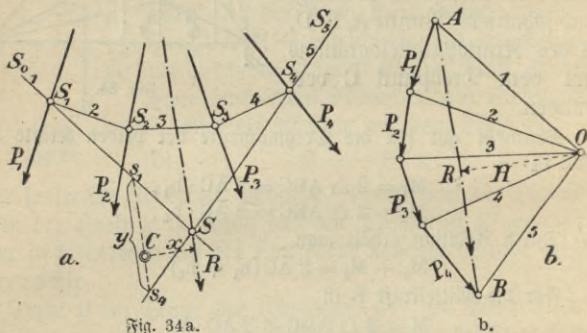


Fig. 34 a.

b.

gelegt wird. Fällt man vom Drehpunkt C ein Lot x auf die Richtungslinie von R, so ist das gesuchte Moment rechnerisch, wie zeichnerisch bestimmt zu

$$(7) \quad M = R \cdot x.$$

Wird durch den Drehpunkt C eine Parallele zu R gezogen, so schneiden die verlängerten äußersten Seileckseiten eine Strecke $s_1 s_4 = y$ auf derselben ab und es entstehen die beiden ähnlichen Dreiecke $s_1 s_4 S$ und ABO , deren Seiten beziehungsweise parallel sind und die Proportion liefern

$$R : H = y : x$$

oder

$$R \cdot x = H \cdot y.$$

Die senkrechte Entfernung H der Mittelkraft R vom Pol O wird die Polweite oder Polentfernung auch Poldistanz genannt.

Da aber $M = R \cdot x$ ist, so folgt aus $R \cdot x = H \cdot y$

$$(8) \quad M = H \cdot y.$$

Daraus ergibt sich der Satz:

Das statische Moment beliebig vieler in einer Ebene zerstreut liegender Kräfte in bezug auf einen gegebenen Drehpunkt ist gleich dem Produkte aus der Polweite ihrer Mittelkraft und der Strecke, welche von den äußersten Seileckseiten auf einer durch den Drehpunkt parallel zur Mittelkraft gezogenen Geraden abgeschnitten wird.

Die Größe H , welche dem Kräfteck entnommen wird, ist mit dem Kräftemaßstab und die Strecke y , welche dem Lageplan der Kräfte entstammt, ist mit dem Längenmaßstab zu messen. Da es sich jedoch um das Produkt aus den beiden Größen handelt, so ist es gleichgültig, ob H mit dem Kräftemaßstab und y mit dem Längenmaßstab gemessen wird, oder umgekehrt.

Das vorstehende Verfahren ist besonders dann geeignet, wenn es sich um die Bestimmung des statischen Momentes paralleler Kräfte in einer Ebene handelt.

Für die in Fig. 35 gegebenen Parallelkräfte P_1, P_2, P_3 soll das statische Moment in bezug auf den Drehpunkt C ermittelt werden.

Man zeichne in Fig. 35 b ein Kräfteck, das die Mittelkraft R liefert, wähle dazu einen beliebigen Pol O im Abstand H , ziehe die Polstrahlen 1, 2, 3, 4 und zeichne parallel zu diesen in Fig. 35 a das Seileck $S_0S_1S_2S_3S_4$. Die äußersten Seileckseiten 1 und 4 schneiden auf der durch den Drehpunkt C

gehenden Parallelen zu den gegebenen Kräften die Strecke $S_0S_4 = y$ ab und es ist wie in Formel (8)

$$(9) \quad R \cdot l = M = H \cdot y.$$

Ist z. B. das statische Moment nur für die beliebige Kraft P_3 in bezug auf C zu ermitteln, so verlängere man in Fig. 35 a die P_3 einschließenden Seileckseiten 3 und 4 bis zum Schnitt mit der durch C gelegten, zu P_3 parallelen Geraden, auf welcher die Strecke $S'_3S_4 = y_3$ abgezeichnet wird. Und es ist wie vorhin

$$(10) \quad M_3 = H \cdot y_3.$$

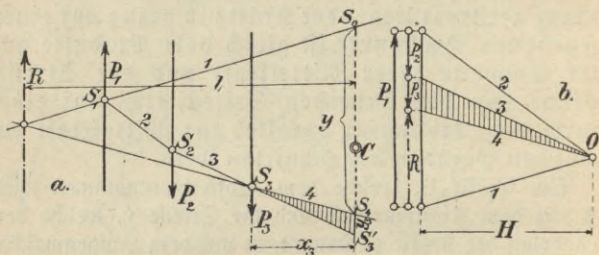


Fig. 35 a.

b.

Der Beweis hierfür folgt aus der Ähnlichkeit der in Fig. 35 schraffierten Dreiecke. Für diese gilt:

$$P_3 : H = y_3 : x_3$$

oder

$$P_3 \cdot x_3 = H \cdot y_3.$$

Es ist aber $P_3 \cdot x_3 = M_3$ das Moment der Kraft P_3 in bezug auf den Punkt C, folglich

$$M_3 = H \cdot y_3.$$

Hieraus folgt der Satz:

Wird durch den zu einer Gruppe paralleler Kräfte gehörenden Drehpunkte eine zu den Kräften parallele Gerade gezogen, so schneiden die jeweils auf einer Kraftlinie sich treffenden Seiten eines mit der Polweite H gezeichneten Seilecks auf jener Parallelen eine Strecke ab, welche mit der Polweite H multipliziert, das statische Moment der betreffenden Kraft in bezug auf den Drehpunkt liefert.

II. Abschnitt.

Graphische Schwerpunktsbestimmungen ebener Gebilde.

§ 15. Mittelpunkt paralleler Kräfte.

Für zwei parallele Kräfte P_1 und P_2 , die in den festen Punkten A und B angreifen, ist in Fig. 36 die Mittelkraft R ermittelt, welche die Verbindungslinie

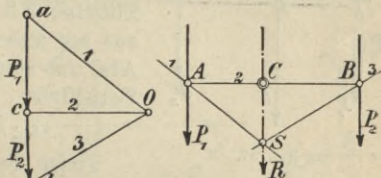


Fig. 36.

AB im Punkte C trifft. Der Punkt C heißt der Mittelpunkt der Parallelkräfte P_1 und P_2 .

Da $\triangle ACS \sim \triangle acO$, so folgt:

$$\overline{AC} : \overline{CS} = \overline{cO} : \overline{ac}.$$

Ferner ist $\triangle BCS \sim \triangle Ocb$, mithin

$$\overline{CS} : \overline{CB} = \overline{c b} : \overline{cO}.$$

Durch Multiplikation der beiden Proportionen folgt:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{CS}} \cdot \frac{\overline{CS}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{cO}}{\overline{ac}} \cdot \frac{\overline{cb}}{\overline{cO}} \quad \text{oder} \quad \frac{\overline{AC}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{cb}}{\overline{ac}}.$$

Nun ist aber $\overline{ac} = P_1$ und $\overline{cb} = P_2$, mithin

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{CB}} = \frac{P_2}{P_1}.$$

Hieraus folgt der Satz:

Die Mittelkraft von zwei parallelen Kräften mit gleichem Sinn teilt die Verbindungslinie ihrer Angriffspunkte im umgekehrten Verhältnis der beiden gegebenen Kräfte.

Dieser Satz liefert eine überaus einfache geometrische Konstruktion. Man vertauscht die Angriffspunkte der beiden Kräfte und trägt die eine Kraft im entgegengesetzten Sinne auf, wie Fig. 37 zeigt. Verbindet man die Endpunkte b und a der beiden Kräfte, so erhält man im Schnittpunkt C der Strecke AB den Mittelpunkt der beiden Kräfte. Denn aus den beiden ähnlichen Dreiecken ABC und aBC ergibt sich direkt das Verhältnis.

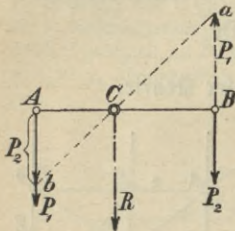


Fig. 37.

$$\overline{AC} : \overline{CB} = P_2 : P_1.$$

Dieses Verfahren ist auch auf zwei ungleiche, entgegengesetzt gerichtete Kräfte anwendbar. Weil die Mittelkraft außerhalb der beiden Kräfte liegt, so muß man ihre Angriffspunkte vertauschen, aber die Kräfte gleichgerichtet antragen.

Obiger Satz bleibt auch noch richtig, wenn die beiden Kräfte proportional verändert oder, um einen bestimmten Winkel

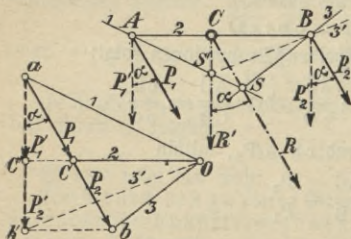


Fig. 38.

α , um ihre Angriffspunkte gedreht werden. Diese beiden Fälle zeigt Fig. 38. Aus den vorhandenen ähnlichen Dreiecken erhält man, wie bei Fig. 36,

$$\overline{AC} : \overline{BC} = P_2 : P_1.$$

Hieraus folgt ein weiteres einfaches zeichnerisches Verfahren zur Feststellung des Mittelpunktes von zwei Parallelkräften. Man bestimmt zunächst in der gegebenen Lage die Mittelkraft der beiden Parallelkräfte P_1 und P_2 ,

dreht diese Kräfte sodann um einen beliebigen Winkel um ihre Angriffspunkte, wie es für die Aufgabe am brauchbarsten ist (90°), und bestimmt abermals die Mittelkraft. Der Schnittpunkt der ursprünglichen und der gedrehten Mittelkraft ist der Mittelpunkt der beiden Kräfte P_1 und P_2 .

Durch das vorstehende Verfahren kann auch der Mittelpunkt für eine große Zahl von Parallelkräften gefunden werden. Man vereinigt mittels eines Seilecks alle Kräfte mit

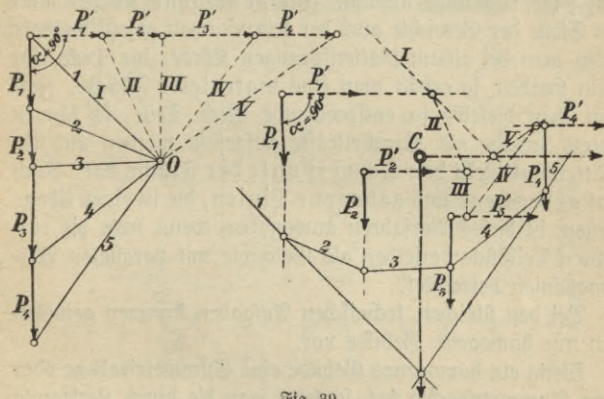


Fig. 39.

Ausnahme der letzten zu einer Mittelkraft, wodurch zwei Parallelkräfte übrigbleiben, auf die das vorstehende Verfahren anzuwenden ist. Da aber die neue Mittelkraft zugleich diejenige aller gegebenen Kräfte ist, so hat man folgende einfache Konstruktion. Die gegebenen Parallelkräfte werden zunächst zu einer Mittelkraft vereinigt, sodann um einen bestimmten Winkel α um ihre Angriffspunkte gedreht und abermals zur Mittelkraft vereinigt. Der Schnittpunkt der beiden Mittelkräfte ist der gesuchte Mittelpunkt der ge-

gebenen Parallelkräfte. In Fig. 39 ist dieses Verfahren dargestellt, hierbei wird zweckmäßig beidemal derselbe Pol O benutzt.

Denkt man sich einen Körper durch geeignete Schnitte in eine Anzahl kleiner Teile zerlegt, so kann man deren Gewichte als eine Anzahl paralleler Kräfte betrachten. Der Mittelpunkt dieser Parallelkräfte heißt der Schwerpunkt des Körpers. Er ist der Mittelpunkt des Druckes, den ein Körper auf seine Unterlage ausübt. Für homogene Körper kann an Stelle der Gewichte auch der Körperinhalt gesetzt werden. Läßt man bei einem plattenförmigen Körper die Dicke sehr klein werden, so erhält man eine materielle Fläche. Zerlegt man dieselbe in entsprechende kleine Teile, so können deren Inhalte als Parallelkräfte aufgefaßt werden und ihr Mittelpunkt stellt den Schwerpunkt der Fläche dar. Auch auf gebrochene und gebogene Linien, die in einer Ebene liegen, ist dieses Verfahren anwendbar, wenn man die einzelnen Teilstücke derselben als Gewichte mit parallelen Wirkungslinien betrachtet.

Bei den üblichen technischen Aufgaben kommen gewöhnlich nur homogene Gebilde vor.

Wenn ein homogenes Gebilde eine Symmetrieebene oder eine Symmetrieachse hat, so kann man die durch Zerlegung des Gebildes erhaltenen Teilgewichte, welche als Parallelkräfte wirken, stets so drehen, daß ihre Mittelkraft durch die Symmetrieebene oder -achse hindurchgeht, folglich muß auch der Schwerpunkt darin liegen. Deshalb spricht man bei diesen Gebilden von Schwerlinien oder Schwerachsen.

Besteht ein homogenes Gebilde nur aus zwei Teilen, so liegt der Schwerpunkt auf der Verbindungslinie der Schwerpunkte der Einzelteile, er wird als Mittelpunkt von zwei Parallelkräften gefunden.

§ 16. Schwerpunkte homogener materieller Linien.

1. Schwerpunkt einer geraden Linie.

Eine gerade Strecke ist symmetrisch zu ihrem Mittelpunkt, folglich ist dieser ihr Schwerpunkt!

2. Schwerpunkt einer mehrfach gebrochenen Linie.

a) Für die den Umfang eines unregelmäßigen Fünfecks bildenden Linien ist der Schwerpunkt zu ermitteln (Umfangschwerpunkt).

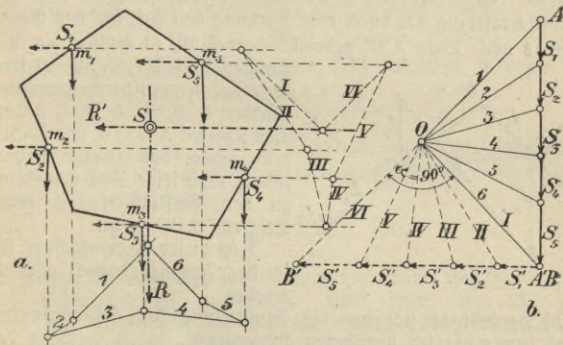


Fig. 40 a.

b.

Die einzelnen Strecken S_1, S_2, S_3, S_4 und S_5 , welche den Umfang des Fünfecks in Fig. 40 a bilden, werden als Kräfte aufgefaßt, die jeweils in der Mitte m der Strecke, ihrem Schwerpunkte, angreifen. Als geeigneter Maßstab ist für diese Kräfte ein Drittel der Streckenlänge gewählt worden, so daß sie direkt mit dem Zirkel aus Fig. 40 a abgegriffen werden konnten. Diese Streckenkräfte stellen eine Anzahl Parallelkräfte dar, deren Mittelpunkt der Schwerpunkt des Fünfeckumfanges ist. Die weitere Konstruktion ist die gleiche wie in Fig. 39. Die Streckenkräfte S_1, S_2, S_3, S_4 und S_5 sind in Fig. 40 b als Kräftezug AB aufgetragen. Hierzu ist ein beliebiger Pol O gewählt, von dem aus die Polstrahlen $1, 2, 3, 4, 5$ und 6 gezogen sind,

und parallel zu den letzteren ist das entsprechend numerierte Seileck gezeichnet, dessen äußerste Seiten in ihrem Schnittpunkte einen Punkt der Mittelkraft R liefern, auf deren Richtungslinie der gesuchte Schwerpunkt liegt. Nunmehr werden die Streckenkräfte gedreht, am besten um 90° , wodurch der Kräftezug AB , durch Drehung um den Pol O , in die Lage $A'B'$ kommt. Vom Pol O aus werden die Polstrahlen I, II, III, IV, V und VI gezogen und parallel zu diesen wird ein zweites Seileck gezeichnet, das die Mittelkraft R' festlegt, welche die vorher gefundene Mittelkraft R im Punkte S schneidet. Der Punkt S ist der Mittelpunkt der Streckenkräfte S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 und somit der Schwerpunkt des Linienzuges $S_1 S_2 S_3 S_4 S_5$, welchen das gegebene Fünfeck bildet.

Aus Fig. 40 ist eine wesentliche Vereinfachung zu erkennen. Da der Kräftezug AB durch eine Drehung von 90° , um den Pol O , in seine neue Lage $A'B'$ gebracht worden ist, so müssen die Polstrahlen I, II, III, IV, V, VI senkrecht auf den entsprechenden Polstrahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 stehen. Das Kräfteck $A'B'O$ ist überflüssig, man findet das zweite Seileck, indem man seine Seiten senkrecht zu den Polstrahlen des ersten Kräftecks ABO zieht.

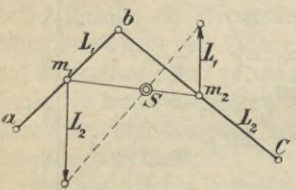


Fig. 41.

Von dieser Vereinfachung soll in der Folge Gebrauch gemacht werden.

b) Handelt es sich um die Ermittlung des Schwerpunktes eines symmetrisch gebildeten Linienzuges, so ist meistens das Seileck überflüssig, die mehrmalige Anwendung der in Fig. 37 gegebenen Konstruktion führt schneller zum Ziel.

c) Dasselbe Verfahren wie in Fig. 37 ist anzuwenden, wenn es sich um den Schwerpunkt eines aus 2 beliebigen Stücken ab und bc bestehenden Linienzuges (Fig. 41) handelt. Als Parallelkräfte benutze man proportionale Stücke der Strecken ab und bc (in Fig. 41 ist die halbe Länge genommen) und trage sie als Kräfte L_1 und L_2 in den Streckenschwerpunkten m_2 und m_1 auf. Die Verbindungslinie ihrer Endpunkte schneidet auf $m_1 m_2$ den gesuchten Schwerpunkt S aus.

3. Schwerpunkt eines regelmäßig gebrochenen Linienzuges und eines Kreisbogens.

Nach S. G. Bd. 178, S. 101 gilt für den Schwerpunktabstand x_0 einer gebrochenen Linie von einer beliebig in ihrer Ebene angenommenen Drehachse

$$(11) \quad x_0 = \frac{\Sigma(\Delta l \cdot x)}{L},$$

wobei L die Gesamtlänge der gebrochenen Linie bzw. des Kreisbogens bedeutet und Δl die Länge ihrer einzelnen Teilstücke, die jeweils den Abstand x von der Drehachse haben. Für einen regelmäßig gebrochenen Linienzug sowie einen Kreisbogen erhält man nach Fig. 42 aus den schraffierten ähnlichen Dreiecken

$$\Delta s : \Delta l = x : r \quad \text{oder} \quad \Delta l \cdot x = \Delta s \cdot r.$$

Wird letzterer Wert in Gleichung (11) eingesetzt, so ergibt sich

$$x_0 = \frac{\Sigma(\Delta l \cdot x)}{L} = \frac{\Sigma(\Delta s \cdot r)}{L} = \frac{r \cdot \Sigma \Delta s}{L}.$$

Nunmehr ist aber $\Sigma \Delta s = s$ die den regelmäßig gebrochenen Linienzug bzw. den Kreisbogen unterspannende Grundlinie bzw. Sehne ac , folglich gilt

$$(12) \quad x_0 = \frac{r \cdot s}{L}.$$

Dieser Ausdruck läßt sich in einfacher Weise zur Bestimmung des Schwerpunktes verwenden. Man trägt (Fig. 42) senkrecht zur Symmetrielinie des regelmäßig gebrochenen Linienzuges bzw. Kreisbogens den

Wert $bd = \frac{L}{2}$ auf, verbindet

den Endpunkt d mit dem Mittelpunkte O , zieht $ce \parallel Ob$ und legt durch e eine Parallele zu ab , welche die Symmetrielinie im gesuchten Schwerpunkt S schneidet. Bei dem regelmä-

ßigen Vieleck ist $\frac{L}{2}$ als

Tangente des einbeschriebenen Kreises aufzutragen.

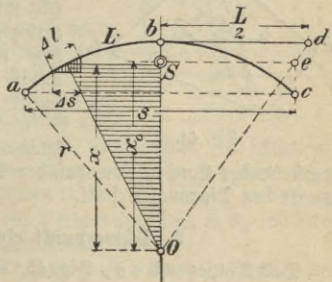


Fig. 42.

Der Beweis folgt aus den ähnlichen Dreiecken Obd und OSe .

$$r : \frac{L}{2} = x_0 : \frac{s}{2} \quad \text{oder} \quad x_0 = \frac{r \cdot s}{L}.$$

§ 17. Schwerpunkte ebener Flächen.

1. Schwerpunkt eines Dreiecks.

Aus Fig. 43 folgt, daß jede seitenhalbierende Transversale eines Dreiecks zugleich Schwerlinie ist, daher muß der Schwerpunkt S eines Dreiecks im Schnittpunkt S von 2 Transversalen liegen. Nach bekannten geometrischen Sätzen teilt der Schnittpunkt S die Transversalen wie auch die Höhe des Dreiecks im Verhältnis 1:2; hieraus folgt: Der Schwerpunkt eines Dreiecks liegt auf einer seitenhalbierenden Transversale im Drittel der Höhe.

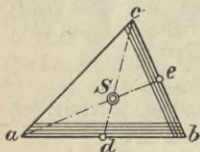


Fig. 43.

2. Schwerpunkt eines Vierecks.

Das Viereck $abcd$, Fig. 44, wird durch den Diagonalschnitt ac in 2 Dreiecke zerlegt, von denen die Schwerpunkte s_1 und s_2 wie vorstehend unter 1 gefunden werden. Die Verbindungslinie $\overline{s_1 s_2}$ ist eine Schwerlinie des Vierecks.

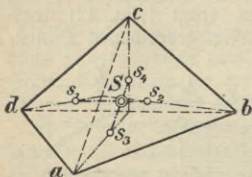


Fig. 44.

Durch den Diagonalschnitt bd wird das Viereck in zwei andere Dreiecke mit den Schwerpunkten s_3 und s_4 zerlegt. Die Verbindungslinie $\overline{s_3 s_4}$ ist eine neue Schwerlinie, welche die andere $\overline{s_1 s_2}$ in dem gesuchten Schwerpunkte S des Vierecks $abcd$ schneidet.

Geht das Viereck in ein Parallelogramm über, so ergibt sich aus vorstehender Konstruktion, daß der Schwerpunkt S in den Schnittpunkt der Diagonalen fällt.

3. Schwerpunkt eines Trapezes.

Das Trapez $abcd$, Fig. 45, besitzt in der Verbindungslinie \overline{ef} der Halbierungspunkte der beiden parallelen Seiten eine Schwer-

linie. Zieht man ferner die Linie $\overline{dg} \parallel \overline{cb}$, so entsteht das Dreieck agd mit dem Schwerpunkte s_1 und das Parallelogramm $gbcd$ mit dem Schwerpunkte s_2 .

Die Verbindungslinie s_1s_2 ist auch eine Schwerlinie, welche die frühere ef im gesuchten Schwerpunkte S des Trapezes schneidet. Die verlängerte Schwerlinie s_1s_2 schneidet die Verlängerung der parallelen Seiten in den Punkten h und i und es entstehen die ähnlichen Dreiecke s_1s_2h und as_1i , wenn $s_2h \parallel \overline{cd}$ gemacht wird. Daraus folgt

$$\overline{hs_1} : s_1a = \overline{hs_2} : ai.$$

Da aber $2 \overline{hs_1} = s_1a$, so ist auch

$$2 \overline{hs_2} = ai = dc.$$

Ferner ist $\triangle bs_2i \cong \triangle s_2hd$, folglich $dh = bi$ und wegen $ai = dc$ ist auch $ch = ab$.

Hiernach erhält man folgende einfache Konstruktion für den Schwerpunkt eines Trapezes. Man verbindet die Mittelpunkte e und f der parallelen Seiten, trägt die große Seite \overline{ab} als Verlängerung der kleinen \overline{cd} bis h auf und ebenso die kleine Seite \overline{cd} als Verlängerung der großen \overline{ab} bis i . Die Verbindungslinie hi schneidet ef im gesuchten Schwerpunkte S .

In manchen Fällen verlangt vorstehende Konstruktion mehr Platz, als auf der Zeichenebene vorhanden ist, dann empfiehlt sich die in Fig. 46 gegebene Konstruktion.

Zunächst wird wie in Fig. 45 durch Halbierung der parallelen Seiten die Schwerlinie \overline{ef} festgelegt, sodann das Trapez durch die Diagonale \overline{bd} in zwei Dreiecke zerteilt mit den Schwerpunkten S_1 und S_2 , die sich jeweils auf $\frac{1}{3}$ der Höhe befinden, und die Verbindungslinie $\overline{S_1S_2}$ schneidet auf \overline{ef} den gesuchten Schwerpunkt S aus.

Außer diesen gibt es noch eine große Zahl anderer Konstruktionen.

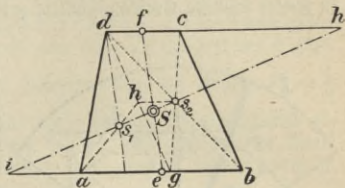


Fig. 45.

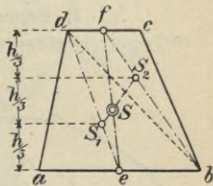


Fig. 46.

4. Schwerpunkt eines Kreisabschnittes.

Denkt man sich den Kreisabschnitt mit dem Radius r , Fig. 47, in lauter schmale Kreisabschnitte zerlegt, die mit hinreichender Genauigkeit als Dreiecke aufgefaßt werden können, deren Schwerpunkt um $\frac{2}{3}r$ von O entfernt ist, so bildet der Kreis mit dem Radius $\frac{2}{3}r$ einen Schwerkreis, dessen Schwerpunkt S zugleich der Schwerpunkt des Kreisabschnittes ist. Um letzteren zu finden, braucht man in Fig. 47 an dem Kreise mit $\frac{2}{3}r$ nur die gleiche Konstruktion zu wiederholen, wie sie bei den Kreisbogen in Fig. 42 angewendet worden ist.

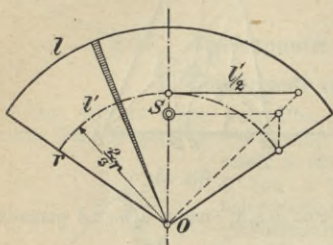


Fig. 47.

Rechnerisch bestimmt sich der Schwerpunktsabstand in bezug auf den Mittelpunkt O zu:

$$(13) \quad x_0 = \frac{2}{3} \frac{r \cdot s}{l},$$

wobei s die Sehnenlänge und l die Bogenlänge des Kreisabschnittes ist. Vgl. S. G. Bd. 178, S. 112.

5. Schwerpunkt eines Kreisabschnittes.

Der Kreisabschnitt $abcd$, Fig. 48, wird als Differenz eines Kreisabschnittes $abcO$ und eines Dreiecks acO betrachtet.

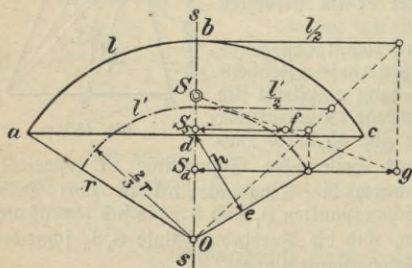


Fig. 48.

Die Mittellinie ss ist eine Schwerlinie des Kreisabschnittes. Für den Kreisabschnitt ist in vorstehender Weise der Schwerpunkt S_s zu bestimmen, in welchem der Flächeninhalt des Auschnittes $F_s = \frac{1}{2} r$

als Kraft wirksam ist. Ferner wird der Schwerpunkt S_d des Dreiecks ermittelt, in welchem dessen Inhalt $F_d = 2 \cdot \frac{r h}{2} = r \cdot h$ als Kraft wirkt. In Fig. 48 ist $h = \overline{ed}$ die auf $r = \overline{Oc}$ senkrechte Höhe des halben Dreiecks acO . Denkt man sich r als Einheit des Kräftemaßstabes, so sind die beiden Flächen durch die Kräfte $F_s = \frac{1}{2}$ bzw. $F_d = h$ dargestellt. Für diese beiden, entgegengesetzt gerichteten Parallelkräfte wird nach der im § 15 angegebenen Weise der Mittelpunkt bestimmt, welcher der gesuchte Schwerpunkt ist. Man trägt in S_s die Länge h als Strecke $S_s f$ sowie in S_d die Länge $\frac{1}{2}$ als Strecke $S_d g$ auf und zieht die Verbindungslinie gf , welche verlängert auf ss den gesuchten Schwerpunkt S ausschneidet.

6. Schwerpunkt eines Ringstückes.

Zerschneidet man das Ringstück $abcdel$ (Fig. 49) in lauter schmale Ringstücke, so kann jedes Teilstück mit genügender Genauigkeit als Trapez betrachtet werden, von dem der Schwerpunkt in bekannter Weise gefunden werden kann. An dem schraffierten Teilstücke erkennt man, daß

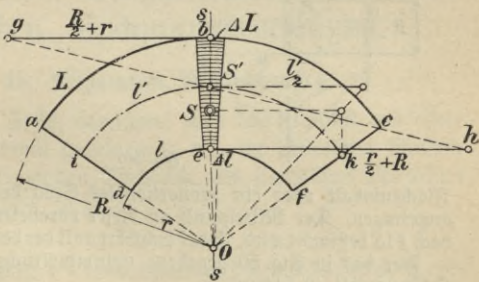


Fig. 49.

$$\begin{aligned} \Delta L : \Delta l \\ = R : r, \end{aligned}$$

mithin können hier die Trapezseiten durch die Radien ersetzt werden. Da das Trapez gleichschenkelig ist, so trägt man von der Symmetrielinie ss , tangential an den äußeren Bogen, den Wert $\frac{R}{2} + r = \overline{bg}$ und, tangential an den inneren Bogen, den Wert $\frac{r}{2} + R = \overline{eh}$ auf; die Verbindungslinie gh schneidet auf ss den

Schwerpunkt S' des schraffierten Trapezes aus. Die Schwerpunkte aller Teiltrapeze bilden zusammen den Schwerkreis $i S'k$, dessen Schwerpunkt S der gesuchte Schwerpunkt des Ringstückes ist, der nach Fig. 42, S. 43, festzulegen ist.

7. Schwerpunkt einer vielseitigen oder zusammengesetzten Fläche.

Eine solche Fläche zerlege man durch geeignete Schnitte in einfache Teilstücke, deren Schwerpunkte leicht gefunden werden können. Im Schwerpunkte eines jeden Teilstückes wird der zugehörige

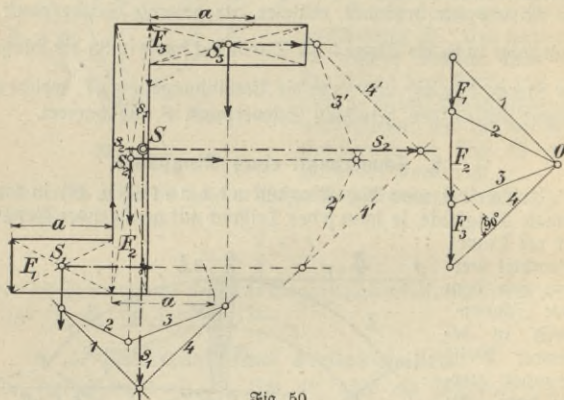


Fig. 50.

Flächeninhalt oder ein proportionales Stück desselben als Kraft angetragen. Der Mittelpunkt all dieser parallelen Kräfte, welcher nach § 15 bestimmt wird, ist der Schwerpunkt der betreffenden Fläche.

Für das in Fig. 50 gegebene unsymmetrische Z-Profil ist der Schwerpunkt zu suchen.

Zunächst wird die Z-Fläche in drei Teile F_1 , F_2 und F_3 zerlegt, dann werden deren Flächeninhalte bestimmt und in den Teilschwerpunkten S_1 , S_2 und S_3 als Kräfte angetragen. Hierzu wird zuerst ein Kraft- und Seileck $1\ 2\ 3\ 4$ gezeichnet, welches die Schwerlinie $\underline{s_1 s_1}$ liefert, sodann nach § 16, 2 ein zweites Seileck $1'\ 2'\ 3'\ 4'$, dessen Seiten auf denjenigen des ersten senkrecht stehen, welches die Schwerlinie $\underline{s_2 s_2}$ ergibt. Der Schnittpunkt S von $\underline{s_1 s_1}$ und $\underline{s_2 s_2}$ ist der gesuchte Schwerpunkt.

Will man die Flächeninhalte nicht genau berechnen, was übrigens mit dem Rechenschieber leicht durchführbar ist, so können sämtliche Teilflächen nach § 3, 4 auf eine bestimmte Grundlinie a reduziert werden, die zugehörigen Höhen sind dann als Kräfte in den entsprechenden Schwerpunkten aufzutragen.

In Fig. 50 ist die Länge a der Fläche F_1 als Reduktionsgrundlinie angenommen, die zugehörigen Höhen sind im Kräfteck als Kräfte angetragen.

Weitere Beispiele siehe S. G. Bd. 178, § 44.

Besitzt die fragliche Fläche eine Symmetrielinie, so ist nur ein Seileck erforderlich. Auch dieses wird überflüssig, wenn der Schwerpunkt einer nur aus zwei Teilen bestehenden Fläche zu ermitteln ist. Hierfür ist das im § 15, Fig. 37, S. 38, angegebene Verfahren zu verwenden. Vgl. auch Fig. 41, S. 42.

III. Abschnitt.

Höhere Momente paralleler Kräfte in derselben Ebene. Trägheitsmomente ebener Flächen. Spannungsverteilung.

§ 18. Allgemeine Betrachtungen.

Nach § 14, S. 32, bezeichnet man das Produkt aus einer Kraft P und ihrem Hebelarm x , d. i. ihr senkrechter Abstand von einer festliegenden Drehachse, als statisches Moment „ M “ der Kraft P , kurz

$$(14) \quad M = P \cdot x.$$

Wird das Produkt $P \cdot x$ abermals mit x multipliziert, so entsteht der Ausdruck $(P \cdot x)x = P \cdot x^2$, welcher das Trägheitsmoment „ J “ der Kraft P in bezug auf die gewählte Drehachse genannt wird, also

$$(15) \quad J = P \cdot x^2.$$

Multipliziert man das Produkt $P \cdot x$ mit dem Abstände y der Kraft P von einer anderen, die ursprüngliche Dreh-

achse schneidenden Achse, so entsteht der Ausdruck $(P \cdot x) \cdot y = P \cdot x \cdot y$, welcher das Zentrifugalmoment „C“ der Kraft P in bezug auf das durch die beiden Drehachsen gebildete Achsenkreuz genannt wird, also

$$(16) \quad C = P \cdot x \cdot y .$$

Momente höherer Ordnung, die in vorstehender Weise gebildet werden können, kommen in der Statik nicht vor und bleiben deshalb außer Betracht.

Hat man eine Gruppe paralleler Kräfte, so ist ihr Trägheitsmoment gleich der algebraischen Summe der Trägheitsmomente der einzelnen Kräfte, also

$$(17) \quad J = \sum P \cdot x^2 .$$

Das gleiche gilt auch von den Zentrifugalmomenten, somit

$$(18) \quad C = \sum P \cdot x \cdot y .$$

§ 19. Trägheitsmoment einer Gruppe paralleler Kräfte.

Für die in Fig. 51 gegebenen Parallelkräfte P_1, P_2, P_3, P_4 , soll in bezug auf die Achse YY das Trägheitsmoment zeichnerisch ermittelt werden.

a) Verfahren nach Culmann.

Für die Kräfte P_1 bis P_4 ist in Fig. 51 ein Kräfteck AE mit beliebigem Pol O und den Polstrahlen 1, 2, 3, 4, 5 gezeichnet. Parallel zu letzteren ist das Seileck 1 2 3 4 5 aufgetragen, dessen verlängerte Seiten die Achse YY in den Punkten a, b, c, d und e schneiden. Die von je zwei Seileckseiten, die sich auf einer Kräftechtung schneiden, und der Achse YY gebildeten Dreiecke $S_1 ab, S_2 bc \dots$ sind den ihnen entsprechenden Kräfteckdreiecken ABO, BCO ... ähnlich, daraus folgt, wenn der Polabstand mit H bezeichnet wird,

$$x_1 : \overline{ab} = H : P_1, \quad x_2 : \overline{bc} = H : P_2 \dots$$

Hieraus ergibt sich

$$P_1 x_1 = H \cdot \overline{ab}, \quad P_2 x_2 = H \cdot \overline{bc} \dots$$

oder

$$\Sigma P x = H(\overline{ab} + \overline{bc} + \dots)$$

Es ist aber

$$\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{cd} + \overline{de} = \overline{ae} = y,$$

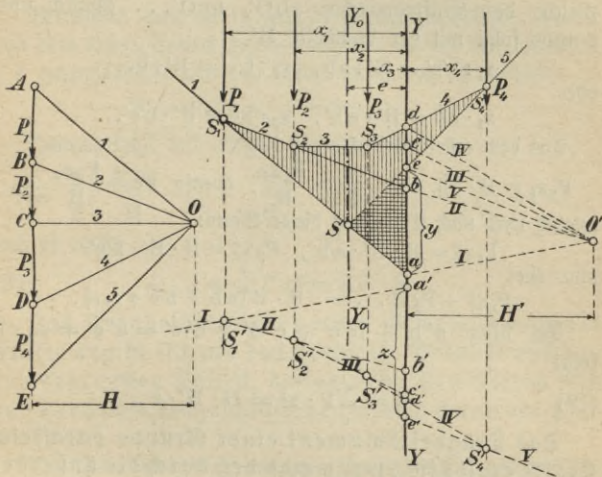


Fig. 51.

wobei die einzelnen Strecken mit positivem oder negativem Vorzeichen zu versehen sind, entsprechend der Wirkung der zugehörigen Kraft P in bezug auf YY . Folglich erhält man, wie schon im § 14 gezeigt, siehe Fig. 35, S. 36, als statisches Moment der Kräfte P_1 bis P_4

$$\Sigma P \cdot x = M = H \cdot y.$$

Nunmehr werden die Abschnitte \overline{ab} , \overline{bc} , \overline{cd} , \overline{de} auf YY als Kräfte betrachtet, welche in den Richtungslinien der gegebenen

Kräfte P_1, P_2, P_3, P_4 in gleicher Reihenfolge wirken sollen. Von einem beliebig gewählten Pole O' werden die Polstrahlen I, II, III, IV, V an diese Kräfte gezogen und parallel dazu wird das Seileck I II III IV V gezeichnet, dessen verlängerte Seiten die Achse YY in den Punkten $a' b' c' d' e'$ schneiden. Hierdurch entstehen abermals Dreiecke $a' b' S'_1, b' c' S'_2 \dots$, welche den Kräftedreiecken $abO', bcO' \dots$ ähnlich sind, daraus folgt mit der Polweite H'

$$x_1 : \overline{a'b'} = H' : \overline{ab}, \quad x_2 : \overline{b'c'} = H' : \overline{bc} \dots$$

oder

$$x_1 \cdot \overline{ab} = H' \cdot \overline{a'b'}, \quad x_2 \cdot \overline{bc} = H' \cdot \overline{b'c'} \dots$$

Aus dem ersten Seileck ergab sich

$$P_1 x_1 = H \cdot \overline{ab} \quad \text{oder} \quad \overline{ab} = \frac{P_1 x_1}{H}, \quad \text{ebenso} \quad \overline{bc} = \frac{P_2 x_2}{H} \dots,$$

folglich wird nach Einsetzung dieser Werte:

$$P_1 x_1^2 = H \cdot H' \cdot \overline{a'b'}, \quad P_2 x_2^2 = H \cdot H' \cdot \overline{b'c'}$$

usw. oder

$$P_1 x_1^2 + P_2 x_2^2 \dots = H \cdot H' (\overline{a'b'} + \overline{b'c'} + \dots).$$

Da aber $a' b' + b' c' + c' d' + d' e' = a' e' = z$, so folgt

$$(19) \quad J = \sum_1^4 P \cdot x^2 = H \cdot H' \cdot z.$$

Das Trägheitsmoment einer Gruppe paralleler Kräfte ergibt sich, wenn man den durch die äußersten Seiten des zweiten Seilecks auf der Drehachse gebildeten Abschnitt mit dem Produkte aus den beiden Polabständen multipliziert.

Dabei ist der Polabstand H mit dem Kräftemaßstab und der Polabstand H' sowie der Abschnitt z auf YY mit dem Längenmaßstab zu messen, wie direkt aus Fig. 51 zu erkennen ist.

b) Verfahren von Mohr.

Zunächst ist auch hier, wie in Fig. 51, das erste Seileck zu zeichnen, daraus folgt wie unter a)

$$P_1 x_1 = H \cdot \overline{ab}, \quad P_2 x_2 = H \cdot \overline{bc}$$

usw. oder

$$\overline{ab} = \frac{P_1 x_1}{H}, \quad \overline{bc} = \frac{P_2 x_2}{H}$$

usw.

Betrachtet man die in Fig. 51 schraffierte Fläche, welche von dem ersten Seileck, dessen äußersten Seiten und der Achse YY eingeschlossen wird, so findet man, daß ihr Inhalt

$$F = \frac{1}{2}(\overline{ab} \cdot x_1 + \overline{bc} \cdot x_2 + \dots).$$

Daraus folgt mit obigen Werten

$$F = \frac{1}{2} \left(\frac{P_1 x_1}{H} \cdot x_1 + \frac{P_2 x_2}{H} \cdot x_2 + \dots \right) = \frac{1}{2H} \sum_1^4 P x^2$$

und es wird

$$(20) \quad J = \sum_1^4 P x^2 = 2F \cdot H.$$

Das Trägheitsmoment einer Gruppe paralleler Kräfte ergibt sich als das doppelte Produkt aus der von dem ersten Seileck, dessen äußersten Seiten und der Drehachse eingeschlossenen Fläche F und der Polweite H.

Der Polabstand H ist mit dem Kräftemaßstab und die Abmessungen der Fläche F sind mit dem Längenmaßstab zu messen.

§ 20. Einfluß einer Parallelverschiebung der Achse auf das Trägheitsmoment.

Aus Fig. 51 erkennt man sofort, daß die Fläche F und damit das Trägheitsmoment J am kleinsten wird, wenn die Drehachse YY mit der Richtungslinie $Y_0 Y_0$ der Mittelkraft $R = \sum_1^4 P$, die durch den Schnittpunkt S der äußersten Seileckseiten hindurchgeht, zusammenfällt. Das kleinste Trägheitsmoment einer Gruppe paralleler Kräfte wird somit gefunden wenn man die von dem Seileck und

dessen äußersten Seiten eingeschlossene Fläche F_1 mit der doppelten Polweite H multipliziert, also

$$(21) \quad J_{\min} = 2 F_1 \cdot H.$$

Durch die Verschiebung der Achse YY um das Maß e nach Y_0Y_0 wird die Fläche F auf F_1 verkleinert um das doppelt schraffierte Stück mit dem Inhalt

$$\Delta F = F - F_1 = \frac{1}{2} y \cdot e.$$

Zugleich ändert sich auch das Trägheitsmoment um

$$\Delta J = J - J_{\min} = 2 \Delta F \cdot H = y \cdot e \cdot H.$$

Nach § 19, a bzw. § 14 ist aber

$$\Sigma P \cdot x = M = H \cdot y = R \cdot e = (\Sigma P) e,$$

folglich

$$J - J_{\min} = e^2 \Sigma P$$

oder

$$(22) \quad J = J_{\min} + e^2 \Sigma P.$$

Das Trägheitsmoment einer Gruppe paralleler Kräfte in bezug auf eine beliebige Achse ist gleich dem Trägheitsmomente dieser Gruppe in bezug auf eine durch ihren Mittelpunkt gelegte parallele Achse, vermehrt um das Produkt aus der Mittelkraft dieser Kräfte und dem Quadrate des Abstandes der beiden Achsen.

§ 21. Trägheitsmomente ebener Flächen.

Mit Hilfe der vorstehenden Sätze über das Trägheitsmoment einer Gruppe paralleler Kräfte kann für jede symmetrische ebene Fläche das Trägheitsmoment ermittelt werden. Man legt durch die Fläche eine Momentenachse und denkt sich durch Schnitte parallel zur letzteren die Fläche in lauter schmale Streifen zerlegt, deren Flächeninhalte und Schwerpunkte leicht zu ermitteln sind. Nunmehr trägt man die Streifeninhalte in den zugehörigen Schwerpunkten als Kräfte auf und erhält dadurch eine Gruppe von parallelen Kräften, für welche nach dem Verfahren von Culmann oder Mohr das Trägheitsmoment in bezug auf die angenommene Momentenachse ermittelt werden kann. Soll das Trägheits-

moment einen Kleinstwert erreichen, so muß die Momentenachse durch den Mittelpunkt der Parallelkräfte, hier durch den Schwerpunkt der Fläche gelegt werden. Vgl. hierzu *S. G. Bd. 288, § 8.*

Beispiel 3 dient zur Erläuterung dieses Verfahrens. Für den in Fig. 52 dargestellten Querschnitt eines steinernen Brückenpfeilers

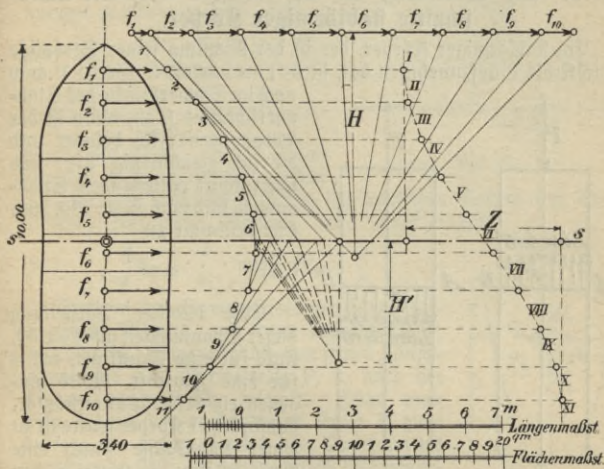


Fig. 52.

soll das Trägheitsmoment für die durch den Schwerpunkt gehende Achse ss ermittelt werden. Die Querschnittsfläche mit $F = 29,84$ qm ist in 10 Teile geteilt, deren Inhalte zu dem Kräftezuge f_1 bis f_{10} zusammengesetzt sind. Hierzu ist mit der Polweite $H = \frac{F}{2} = 14,92$ qm

das erste Seileck 1 2 3...11 gezeichnet und zu dessen Abschnitten auf der Schwerpunktsachse ss ein zweites Seileck I II...XI mit der beliebigen Polweite $H' = 3,20$ m, dessen äußerste Seiten auf ss die Länge $z = 4,19$ m abschneiden. Nach Formel (19), *S. 52* ist

$$\text{nunmehr} \quad J_{ss} = H \cdot H' \cdot z = 14,92 \cdot 3,20 \cdot 4,19$$

$$J_{ss} = 200 \text{ m}^4.$$

Hier ist eine Fläche mit zwei Längen multipliziert, folglich gehört das Trägheitsmoment der vierten Dimension an.

Vgl. auch die Bemerkung über die Maßstäbe im Anschluß an Formel (19) S. 52.

§ 22. Die Verteilung der Spannungen über die Querschnitte stabförmiger Körper.

Ein stabförmiger Körper, der in der Richtung seiner Stabachse eine Kraft P aufzunehmen hat, ist normal belastet. Greift P auch noch im Schwerpunkte des Stabquerschnittes F an, dann ist der Körper zentrisch belastet und die sich gleichmäßig über den Querschnitt verteilenden Spannungen sind nach S. G. Bd. 288, § 22 bestimmt zu

$$(23) \quad \sigma = \frac{P}{F}.$$

Eine bildliche Darstellung dieser Spannungen gibt Fig. 53, links für eine Druckkraft, rechts für eine Zugkraft. Wird hingegen ein beliebig unterstützter, stabförmiger Körper senkrecht zu seiner Längsachse durch eine Kraft belastet, so treten in den einzelnen Querschnitten F derselben Biegungsspannungen auf, die sich ungleich über die Quer-

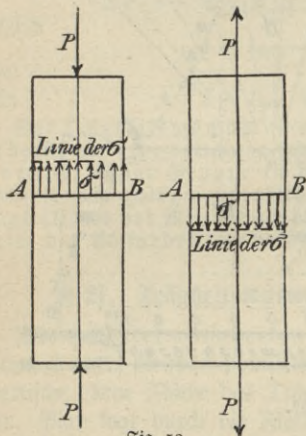


Fig. 53.

schnittsfläche verteilen. In der normal zur Biegungsebene stehenden Schwerlinie des Querschnittes F sind sie gleich Null; nach außen zu wachsen sie entsprechend den Abständen η der einzelnen Querschnittstreifen von der Schwerlinie des Querschnittes (neutrale Achse oder Nulllinie). Auf der Kraftseite treten Druckspannungen (+), auf der abgewendeten Seite jedoch Zugspannungen (—) auf, welche nach S. G. Bd. 288, § 23 bestimmt sind zu

$$(24) \quad \sigma = \pm \frac{M \cdot \eta}{J},$$

wobei M das Biegemoment für einen bestimmten Querschnitt (vgl. Abschnitt IV, § 23, S. 62) und J dessen Trägheitsmoment für die zur Kräfteebene senkrechte Schwerlinie des Querschnittes bedeutet. Der Verlauf dieser Spannungen ist in Fig. 54 dargestellt.

Die Größtwerte der Spannungen werden nach Gl. (24)

$$(25) \quad \sigma_{\max} = \pm \frac{M}{J/\eta_{\max}} = \pm \frac{M}{W},$$

wobei $W = \frac{J}{\eta_{\max}}$ das Wider-

standsmoment des Querschnittes F genannt wird. Für η_{\max} sind die Abstände e_1 und e_2 der äußersten Fasern des Querschnittes einzusetzen (Fig. 55), man erhält damit

$$(26) \quad W_1 = \frac{J}{e_1} \quad \text{und} \quad W_2 = \frac{J}{e_2}.$$

Wirkt in der Symmetrieebene eines stabförmigen Körpers, mit dem Querschnitt F , im Abstande l (Exzentrizität) von seiner Längsschwerachse eine Normalkraft P , so wird der Körper exzentrisch belastet. Fügt man (Fig. 56) zu der vorhandenen Kraft P zwei weitere im Schwerpunkte des Querschnittes angreifende Kräfte P hinzu, welche sich gegenseitig aufheben, so wirkt auf den Querschnitt eine in der Stabachse angreifende Normalkraft P und ein Kräftepaar mit dem Momente $M = P \cdot l$. Die von beiden erzeugten Normalspannungen sind:

$$(27) \quad \sigma = \frac{P}{F} \pm \frac{M \cdot \eta}{J}.$$

In den äußersten Fasern wirken

$$(28) \quad \begin{cases} \sigma_1 = \frac{P}{F} + \frac{P \cdot l}{W_1} = P \left(\frac{1}{F} + \frac{l}{W_1} \right) \quad \text{und} \\ \sigma_2 = \frac{P}{F} - \frac{P \cdot l}{W_2} = P \left(\frac{1}{F} - \frac{l}{W_2} \right). \end{cases}$$

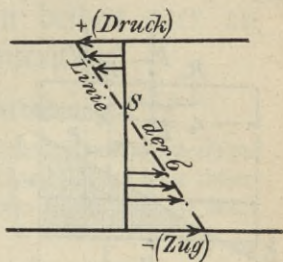


Fig. 54.

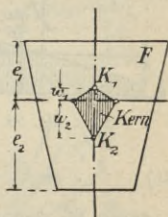


Fig. 55.

Aus der zweiten Gleichung folgt für $\sigma_2 = 0$

$$(29) \quad l = w_1 = \frac{W_2}{F} = \frac{J}{e_2 F},$$

dies ist die Kernweite für die rechte Seite der Fig. 56 (K_1). Aus der ersten Gleichung folgt für $\sigma_1 = 0$

$$(30) \quad -l = w_2 = \frac{W_1}{F} = \frac{J}{e_1 F},$$

dies ist die Kernweite für die linke Seite der Fig. 56 (K_2). Ermittelt man die Kernweiten für alle möglichen Schwerpunktsachsen des Querschnittes, so erhält man die in Fig. 55 schraffierte Kernfigur, oder kurz Kern genannt, welche von den Kernpunkten K_1 und K_2 begrenzt wird.

Die zeichnerische Spannungsverteilung für die verschiedenen Lastlagen zeigt Fig. 56.

Für ein Rechteck mit der Höhe h und der Breite b wird

$$(31) \quad w_1 = w_2 = \frac{h}{6} \quad \text{oder die Kernhöhe} = \frac{h}{3}.$$

Greift die Last P im Kernpunkte an, so folgt für die größte Spannung aus Gl. (28)

$$(32) \quad \sigma_{\max} = \frac{2P}{F}.$$

Kann ein stabförmiger Körper (Mauerwerk) keine Zugspannungen aufnehmen, so folgt für den Rechteckquerschnitt aus Fig. 57

$$(33) \quad \sigma_{\max} = \frac{2P}{3bx}.$$

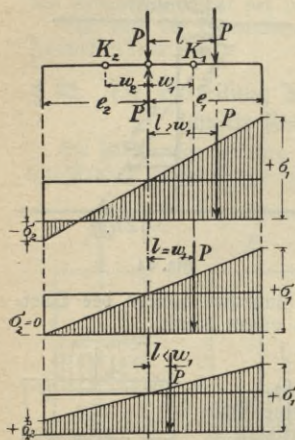


Fig. 56.

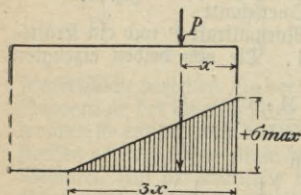


Fig. 57.

IV. Abschnitt.

Der einfache Träger, an beiden oder an einem Ende unterstützt.

§ 23. Allgemeine Betrachtungen.

Jeder beliebig belastete, in einzelnen Punkten unterstützte Träger (Bollwand- oder Fachwerkträger) übt auf seine Unterstützungspunkte, die Auflager, gewisse Kräfte aus, die Auflager- oder Stützendrücke, welchen die Auflager- oder Stützenwiderstände (Reaktionen) entgegenwirken. Auf einen als

Scheibe gedachten Träger (Tragscheibe), welcher mit dem in seiner Ebene liegenden Schnitte durch den Baugrund (Erdscheibe) durch drei sich nicht in einem Punkte schneidende und nicht parallele

starre Stäbe (Stützstäbe) verbunden ist, wirkt eine Kraft R ein (Fig. 58). Die durch R in den 3 Stützstäben erzeugten Kräfte können nach dem § 10, S. 26 gegebenen Verfahren von Culmann eindeutig bestimmt werden, wie Fig. 25 zeigt. Wird ein weiterer Stützstab hinzugefügt, so können unendlich viele Kräftezerlegungen ausgeführt werden, eine bestimmte Lösung ist nur noch mit Hilfe der Elastizitätslehre möglich. Derartige Aufgaben sind statisch unbestimmt; jedem überzähligen Verbindungs- oder Stützstab entspricht eine statische Unbestimmtheit. Ein Träger ist somit statisch bestimmt aufgelagert, wenn sich seine

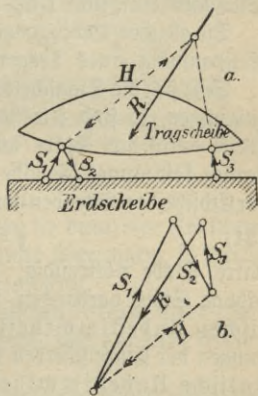


Fig. 58.

Auflager durch 3 starre Verbindungsstäbe mit gelenkartigem Anschluß ersetzen lassen (Fig. 58), deren Spannkkräfte stets durch einen einfachen Kräfteplan bestimmbar sind. Andererseits dürfen es auch nicht weniger als 3 Verbindungsstäbe sein, weil sonst die Verbindung beweglich (labil) wird.

Ein an beiden Enden unterstützter Träger ist statisch bestimmt aufgelagert, wenn er an einem Ende ein festes als Ripplager ausgebildetes Auflager erhält, welches 2 Stützstäben entspricht, und am anderen Ende ein bewegliches als Rollenlager ausgebildetes Auflager, welches einem Stützstabe entspricht (Fig. 58).

Die gleichen Bedingungen werden durch eine einseitige feste Einspannung eines Trägers erfüllt.

Setzt sich die Tragscheibe aus mehreren einzelnen Scheiben zusammen, so sind jeweils zwei davon in der angegebenen Weise durch drei Stäbe miteinander zu verbinden, wenn ein statisch bestimmtes Gebilde entstehen soll. Sind einschließlich der Erdscheibe n Scheiben vorhanden, so sind zu ihrer Verbindung

$$s = (n - 1) \cdot 3$$

starre Stäbe notwendig. Sind bei der Auflagerung überzählige Stäbe vorhanden, so spricht man von äußeren statischen Unbestimmtheiten. Findet man bei den Verbindungen der Einzelscheiben überzählige Stäbe, so sind innere statische Unbestimmtheiten vorhanden.

Für jedes beliebige aus vollwandigen Teilen zusammengesetzte ebene Gebilde kann hiernach die Zahl der statischen Unbestimmtheiten festgestellt werden. Von den zur Verbindung von zwei Scheiben angewendeten Stäben sind soviel durchzuschneiden, bis nur die notwendigen 3 Stäbe noch vorhanden sind.

Beispiel 4. Der in Fig. 59 dargestellte durchgehende Träger ABCDE ruht auf 5 Stützen, einem Ripplager A und vier Rollenlagern B, C, D und E. Wievielfach ist er statisch unbestimmt?

Schneidet man die in Fig. 59 durchstrichenen Stäbe durch, so entsteht ein statisch bestimmter einfacher Balken, mithin ist der durchgehende Träger dreifach statisch unbestimmt. Benutzt man Formel (34), so erhält man zur Verbindung von 2 Scheiben $s = (2 - 1) \cdot 3 = 3$ Stäbe. Nach Fig. 59 sind aber 6 Stäbe vorhanden, davon sind 3 überzählig, also ist der Träger dreifach statisch unbestimmt. Allgemein erhält man bei n Stützen $(n - 2)$ unbekannte Auflagerkräfte.

Bei dem Anbringen und Durchstreichen der Verbindungsstäbe ist darauf zu achten, daß kein bewegliches Gebilde entsteht; die notwendigen 3 Verbindungsstäbe dürfen nicht parallel werden, noch sich in einem Punkte schneiden.

Die Belastung eines Trägers kann aus Einzellasten oder aus einer gleichmäßigen Belastung bestehen, die sich über den ganzen Träger oder nur einen Teil desselben erstreckt (Streckenlast).

Wirken die Lasten direkt auf den Träger ein, so hat man eine

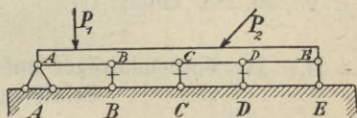


Fig. 59.

unmittelbare Belastung; werden sie durch eine Zwischenkonstruktion auf einzelne Trägerpunkte übertragen, so spricht man von einer mittelbaren Belastung.

Ferner unterscheidet man zwischen bleibender oder ruhender Belastung (Eigengewicht) und veränderlicher oder Verkehrsbelastung.

Die Lasten und die Auflagerwiderstände bilden die äußeren Kräfte eines Trägers, welche mit den inneren Spannungen desselben im Gleichgewicht sein müssen, was durch eine statische Berechnung nachzuweisen ist.

Bei der statischen Berechnung eines belasteten Trägers handelt es sich zunächst um die Ermittlung der Auflagerwiderstände, sodann um die Bestimmung der in den verschiedenen Querschnitten dieses Trägers wirkenden Quer-

Kräfte (Scherkräfte oder Vertikalkräfte) und Biegemomente. Außer diesen ist auch zuweilen die in der Längsrichtung eines Trägers wirkende Schubkraft zu ermitteln.

Unter der Querkraft eines bestimmten Trägerquerschnittes versteht man im allgemeinen diejenige Kraft, welche den links vom Querschnitt liegenden Trägerteil gegen den rechtsliegenden, senkrecht zur Trägerachse zu verschieben sucht.

Unter dem Biegemoment eines bestimmten Querschnittes versteht man das statische Moment aller auf den links oder rechts davon gelegenen Trägerteil einwirkenden Kräfte, welche den Träger abzubiegen suchen. Das größte Biegemoment tritt im gefährlichen Querschnitt auf. Vgl. S. G. Bd. 288, Kapitel III.

§ 24. Der Vollwandträger auf 2 Stützen mit ruhender Belastung.

1. Unmittelbare Belastung durch parallele Einzelkräfte.

a) Auflagerwiderstände. Bezüglich ihrer Bestimmung sei auf § 11, S. 27 und die im Anschluß gegebenen Beispiele verwiesen. Die auf den in Fig. 60 dargestellten Träger AB einwirkenden Einzelkräfte P_1, P_2, P_3, P_4 sind zunächst in bekannter Weise zu einem Kräftezuge $a b c d e$ aneinander gereiht, dazu sind von einem beliebigen Pole O die Polstrahlen gezogen und parallel zu diesen ist das Seileck 1 2 3 4 5 gezeichnet, welches von den Auflager senkrecht in den Punkten A' und B' getroffen wird. Verbindet man A' und B' durch die Schlußlinie s und zieht von O aus eine Parallele dazu, so schneidet diese den Kräftezug $a e$ im Punkt t und damit sind die Auflagerwiderstände bestimmt, es ist $a t = A$ und $t e = B$.

Die Auflagerwiderstände sind mit den gegebenen Kräften des Trägers im Gleichgewicht, folglich muß ihnen ein geschlossenes Kräfteck und Seileck entsprechen, wie Fig. 60 zeigt.

b) Querkräfte. Wird der Träger AB durch den beliebigen Schnitt $s - s$ in zwei Teile zerlegt, so ist die in $s - s$ wirkende Querkraft die Mittelkraft aller Kräfte, die auf das links von $s - s$ liegende Trägerstück einwirken. Wird die nach oben gehende Richtung als positiv angenommen, so ist

$$Q_s = Q_3 = A - P_1 - P_2.$$

Der Schnitt $s - s$ trifft die Seileckseiten s und 3 und die ihnen

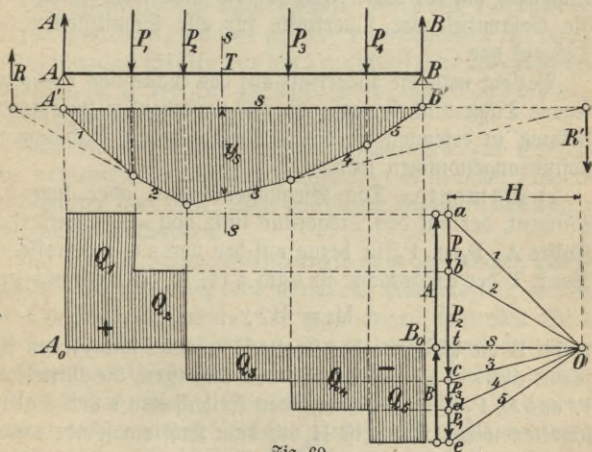


Fig. 60.

parallelen Polstrahlen schließen im Kräfteck die vorstehende Querkraft ein. Diese bleibt so lange positiv, als $A > P_1 + P_2$ ist und die von $s - s$ getroffenen Seileckseiten sich in einem links von $s - s$ gelegenen Punkte schneiden. Betrachtet man die lotrechten Strecken y zwischen dem Seileck 12345 und der Schlußlinie s , so erkennt man, daß die Querkräfte so lange positiv bleiben, als die Strecken y wachsen, und negativ werden, sobald die y abnehmen. Die gra-

64. Der einfache Träger, an beiden oder an einem Ende unterstützt.

phische Darstellung der Querkräfte gestaltet sich ziemlich einfach.

Von A bis P_1 ist $Q_1 = A$	= Strecke \overline{ta} im Kräftezuge
" P_1 " P_2 " $Q_2 = A - P_1$	= " \overline{tb} " "
" P_2 " P_3 " $Q_3 = A - P_1 - P_2$	= " \overline{tc} " "
" P_3 " P_4 " $Q_4 = A - P_1 - P_2 - P_3$	= " \overline{td} " "
" P_4 " B " $Q_5 = A - P_1 - P_2 - P_3 - P_4 = -B$	= " \overline{te} " "

Projiziert man diese Strecken wagerecht auf die zugehörigen Richtungslinien der Kräfte, so entsteht ein gebrochener Linienzug mit der Achse A_0B_0 und die schraffierte Fläche stellt die Gesamtheit der Querkräfte für alle Schnittstellen des Trägers dar.

Bezieht man die Querkraft auf das rechts von $s - s$ gelegene Trägerstück, so muß, wie aus vorstehender Zusammenstellung zu erkennen ist, die abwärts gehende Richtung als positiv angenommen werden.

c) Momente. Das Biegemoment, oder kurz das Moment, der auf das Trägerstück links von $s - s$ wirkenden Kräfte A , P_1 u. P_2 in bezug auf den von $s - s$ getroffenen Punkt T der Trägerachse ist nach § 14, S. 35 bestimmt zu

$$M_s = H \cdot y_s,$$

wobei H die Polweite des Kräftecks bedeutet und y_s den Abschnitt auf $s - s$, welcher von den äußersten, die Mittelkraft R' aus A , P_1 u. P_2 einschließenden Seileckseiten s und 3 abgeschnitten wird. Dabei ist H_s mit dem Kräftemaßstabe und y mit dem Längenmaßstabe zu messen oder umgekehrt.

Wählt man $H = 1$, so wird $M = y$; die lotrechten Abstände y stellen dann direkt die Momente dar und man nennt deshalb die von dem Seileck und der Schlußlinie begrenzte Fläche die Momentenfläche.

Die Momentenfläche zeigt, daß die ihre Ecken bestimmenden y stets auf die Richtungslinien der Kräfte fallen. Legt man parallel zur Schlußlinie eine Berührende an das Seileck, so wird das größte y festgelegt und damit die Stelle des

größten Momentes (Maximalmoment), d. i. der gefährliche Querschnitt. Von diesem aus nehmen die y bzw. die Momente nach den Auflagern hin bis auf Null ab.

Bei den Querkraften ist gefunden worden, daß dieselben so lange positiv bleiben als die y wachsen und negativ werden sobald die y abnehmen, daraus läßt sich die wichtige Regel ableiten:

Der gefährliche Querschnitt befindet sich unter derjenigen Last, wo das größte y vorhanden ist, oder an derjenigen Stelle, wo die Querkraft ihr Vorzeichen wechselt, d. h. wo sie zu Null wird, oder da, wo die Querkraftslinie die Achse schneidet.

Fällt die das Seileck berührende Parallele zur Schlußlinie mit einer Seileckseite zusammen, so ist in allen Trägerquerschnitten über dieser Seite das gleiche Moment, das Maximalmoment vorhanden.

Auf jeden Trägerquerschnitt links vom gefährlichen Querschnitt wirkt eine nach oben gerichtete Mittelkraft R , welche der Querkraft entspricht. Die zugehörigen äußersten Seileckseiten schneiden sich links vom Schnitt, mithin muß R immer im Sinne des Uhrzeigers um den zugehörigen Schnitt drehen und in diesem ein positives Moment erzeugen. Für jeden Schnitt rechts vom gefährlichen Querschnitt erhält man eine nach unten gerichtete Mittelkraft R' , die rechts vom Schnitt angreift, daher auch hier im Sinne des Uhrzeigers dreht und ebenfalls ein positives Moment erzeugt.

Daraus erkennt man, daß in einem einfachen, an den Enden unterstützten Träger nur positive Momente auftreten, solange er durch abwärts gerichtete Lasten beansprucht wird, die ihn nach unten durchbiegen.

Beispiel 5. In Fig. 61 ist ein einfacher Balken von 5,0 m Länge dargestellt, an welchem die Einzellasten $P_1 = 2,5 \text{ t}$, $P_2 = 4,0 \text{ t}$, $P_3 = 3,5 \text{ t}$ und $P_4 = 3,0 \text{ t}$ angreifen, in der Entfernung 1,0 m,

2,2 m, 3,4 m und 4,2 m vom linken Auflager. Die Auflagerkräfte, die Querkräfte und das Maximalmoment sind zu bestimmen.

In der gleichen Weise wie Fig. 60 zeigt, ist hier nach Wahl entsprechender Maßstäbe zu verfahren. Zunächst wird das Kräftefeld mit $H = 10\text{ t}$ gezeichnet und sodann das Seileck, dessen Schlußlinie, nach dem Kräftefeld übertragen, die Auflagerkräfte liefert:

$$A = 5,85\text{ t und } B = 7,15\text{ t.}$$

Zu dem Kräftefeld ist die Querkraftsfläche gezeichnet, die angibt,

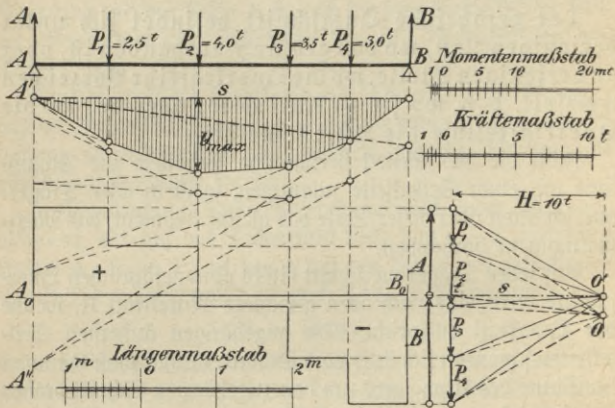


Fig. 61.

daß das Maximalmoment unter der Last P_2 auftritt. Unter dieser findet man die größte Ordinate der Momentenfläche, $y_{max} = 0,99\text{ m}$, und damit ist das Maximalmoment bestimmt zu

$$M_{max} = H \cdot y_{max} = 10 \cdot 0,99 = 9,90\text{ mt.}$$

Letztere Multiplikation kann man durch Aufzeichnen eines entsprechenden Momentenmaßstabes sparen. Dies ist bei der Bestimmung einer größeren Zahl von Momenten eine wesentliche Erleichterung. Stellt z. B. 1 cm eine Länge von 0,5 m dar, dann wird mit einer Polweite $H = 10\text{ t}$ im Momentenmaßstab

$$1\text{ cm} = 0,5 \cdot 10 = 5,0\text{ mt.}$$

In vielen Fällen ist es erwünscht, die Schlußlinie in wagerechter

Lage zu haben. Dies erreicht man durch eine Verschiebung des Poles O , gemäß § 8, S. 22.

Zunächst zeichnet man (Fig. 61) mit einem beliebigen Pole O das punktierte Seileck und zu dessen Schlußlinie eine Parallele von O aus, welche den Kräftezug im Punkte t trifft. Der Punkt t muß für alle Seilecke die gleiche Lage erhalten. Legt man durch t die neue wagerechte Schlußlinie, so schneidet sich dieselbe mit einer durch O gelegten Parallelen zum Kräftezuge im neuen Pole O' . Trägt man die wagerechte Schlußlinie s von A' aus an, so ist die

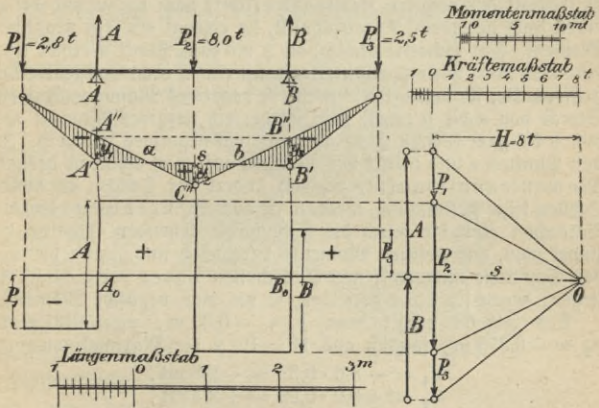


Fig. 62.

neue Momentenfläche bestimmt, denn die jeweils zusammengehörenden Seiten des alten und des neuen Seilecks müssen sich auf der Geraden $A'A''$ schneiden, welche die Polarachse der beiden Seilecke ist.

Beispiel 6. Der in Fig. 62 dargestellte Balken (Tragträger) von 4,8 m Länge ragt links 1,0 m über das Auflager hinaus und trägt am Ende eine Last $P_1 = 2,8\text{ t}$; rechts steht er 1,2 m über und trägt eine Last $P_3 = 2,5\text{ t}$. In der Mitte zwischen den Stützen ruht $P_2 = 8,0\text{ t}$.

Die Auflagerkräfte, die Querkräfte und die Maximalmomente sind zu bestimmen.

Zunächst ist in Fig. 62 das Kräfteck mit $H = 8,0$ t gezeichnet und dazu das Seileck, dessen äußerste Seiten bis zu den Auflagerseckrechten verlängert die Schlußlinie s festlegen. Eine Parallele zur letzteren liefert im Kräfteck die Auflagerkräfte

$$A = 6,7 \text{ t} \quad \text{und} \quad B = 6,6 \text{ t}.$$

Mit Hilfe des Kräftecks ist die Querkraftsfläche gezeichnet. Die Querkräfte wechseln sowohl über den Stützen A und B wie unter der mittleren Kraft P_2 das Vorzeichen, mithin sind drei Maximalmomente vorhanden. Für jeden Trägerschnitt links von A wirkt die Mittelkraft der äußeren Kräfte (Querkraft) nach unten und besitzt einen links gelegenen Angriffspunkt, sie erzeugt also ein negatives Moment. Für Schnitte rechts von A bis zum Punkt a erhält man eine nach oben wirkende Mittelkraft mit einem rechtsgelegenen Angriffspunkte, sie erzeugt also auch ein negatives Moment. Auf der Strecke von a bis b erhält man wieder ein positives Moment und von b bis zum rechten Ende abermals ein negatives Moment. In den Punkten a und b tritt kein Moment auf, man nennt sie deshalb Momentennullpunkte, zugleich ändert der Träger an diesen Stellen seine Krümmung, weshalb sie auch Wendepunkte heißen. Betrachtet man die durch die Schlußlinie gehenden Schnitte, so findet man, daß positive Momente vorhanden sind, wenn die von den Schnitten mitgetroffenen Seileckseiten unter der Schlußlinie liegen; liegen sie über derselben, so hat man negative Momente.

Aus Fig. 62 erhält man $y_1 = -0,35$ m, $y_2 = +0,29$ m, $y_3 = -0,375$ m, folglich aus $M = H \cdot y$ die Maximalmomente:

$$M_1 = -8,0 \cdot 0,35 = -2,8 \text{ mt},$$

$$M_2 = +8,0 \cdot 0,29 = +2,3 \text{ mt},$$

$$M_3 = -8,0 \cdot 0,375 = -3,0 \text{ mt}.$$

Diese Zahlen können auch direkt auf dem Momentenmaßstab abgegriffen werden.

2. Unmittelbare stetige Belastung.

a) Auflagerwiderstände und Momente. Ist ein einfacher Träger (Fig. 63) über seine ganze Länge oder einen Teil derselben gleichmäßig belastet, so kann man die Last Q in eine Anzahl schmaler Streifen teilen, in deren Schwerpunkt der zugehörige Lastanteil als Einzellast wirkt. Für diese Einzellasten zeichne man in bekannter Weise das Kraft- und

Seileck, wodurch man die Auflagerdrücke und die Momentenfläche erhält; letztere ist aber zunächst nur für die unbelasteten Teile brauchbar. In Fig. 63 ist die Last Q auf der Strecke CD in drei gleiche Teile zerlegt, welchen das Seileck 1 2 3 4 zugehört. Teilt man Q in unendlich viele, unendlich nahe Einzellasten, so geht das Seileck unter CD in eine krumme Linie über, die sog. Seilkurve, welche von dem Seileck 1 2 3 4 berührt wird. Die Berührungspunkte liegen lotrecht

unter den Trennungsstellen der Last Q . Die Seilkurve ist eine Parabel mit lotrechter Achse, vgl. S. G. Bd. 288, § 10, b. Zur Bervollständigung der Momentenfläche ist auf der

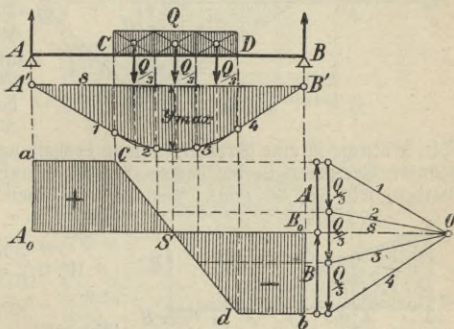


Fig. 63.

Strecke CD unterhalb der Last Q eine Parabel in das Seileck 1 2 3 4 zu legen, wie Fig. 70 zeigt.

b) Querkräfte. Von A bis C ist die Querkraft gleich dem linken Auflagerwiderstande A, von C bis D nimmt sie gleichmäßig ab, was durch die Gerade cd ausgedrückt wird, und besitzt von D bis B einen unveränderlichen Wert, der gleich dem negativen rechten Auflagerwiderstande B ist. Die Querkraftslinie schneidet die Achse A_0B_0 im Punkte S, folglich muß über dieser Stelle, wegen $Q = 0$, das größte Moment liegen:

$$M_{max} = H \cdot y_{max}.$$

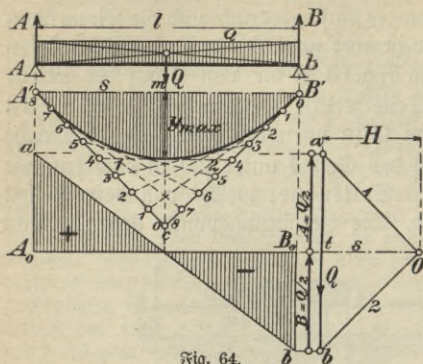


Fig. 64.

e) Sonderfälle.
Wichtig ist der Fall, wo sich die gleichmäßige Belastung Q über die ganze Trägerlänge AB erstreckt, Fig. 64. Betrachtet man Q als Einzellast in der Trägermitte, so besteht das zugehörige Seileck aus den beiden Geraden 1 und 2, welche die Seilcurve unterhalb der Auflager A und B berühren.

Die Seilcurve ist eine Parabel, sie kann deshalb nach einem der bekannten Verfahren in die beiden Geraden 1 und 2 eingezeichnet werden, wie Fig. 64 zeigt. Aus den ähnlichen Dreiecken $a t O$ und $A' m c$ folgt mit $m c = 2 y_{\max}$ und $A' m = 1/2$

$$H : Q/2 = 1/2 : 2 y_{\max}$$

oder

$$(35) \quad M_{\max} = H \cdot y_{\max} = \frac{Q l}{8}.$$

Die Querkraftsfläche ist durch die geneigte Gerade ab bestimmt, welche die Achse A_0B_0 in der Mitte unter dem gefährlichen Querschnitte des Trägers schneidet ($Q = 0$) und über den Auflagern um die Auflagerwiderstände $A = B = \frac{Q}{2}$ von der Achse entfernt ist.

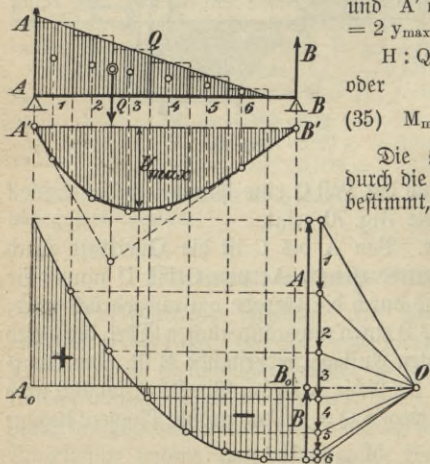


Fig. 65.

Ist die Belastung Q ungleichmäßig verteilt, derart, daß sie von der Trägerachse und einer dazu geneigten Geraden oder einer Kurve begrenzt wird, so zerlege man die Belastung in schmale Streifen und verwandle diese in Rechtecke. In dem Schwerpunkt der Streifen denkt man nun die dem Rechtecksinhalte entsprechenden Einzelkräfte angreifend und zeichnet dazu in bekannter Weise das Kraft- und Seileck sowie die Querkraftsfläche.

Dieser z. B. bei Wasser- oder Erddruckbelastung vorkommende Fall ist in Fig. 65 dargestellt und in vorstehend angegebener Weise behandelt worden. Die Momentenfläche ist von einer kubischen Parabel und die Querkraftsfläche von einer quadratischen Parabel begrenzt, wie sich leicht nachweisen läßt.

3. Unmittelbare zusammengesetzte Belastung.

Bei den meisten Aufgaben aus dem Gebiete des Hochbaues erhält man Belastungen, die sich aus Einzellasten und Streckenlasten zusammensetzen. Die Streckenlasten sind in geeignete Streifen zu zerlegen, die durch entsprechende Einzellasten zu ersetzen sind. Alsdann sind nur noch Einzel-

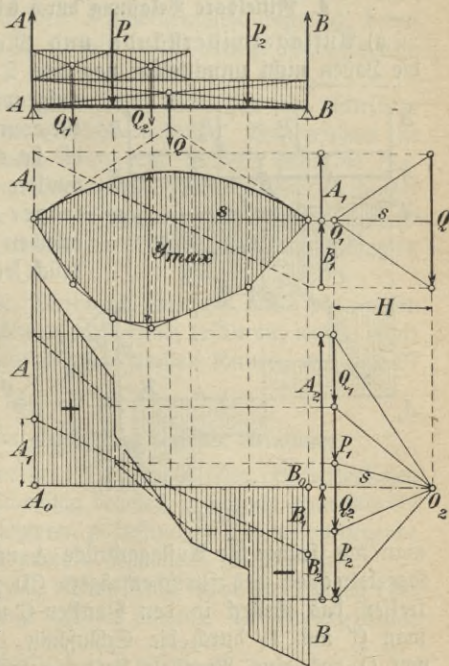


Fig. 66.

lasten vorhanden, zu denen nach bekannten Regeln Kraft- und Seileck zu zeichnen ist. Jedoch kann man auch jede Belastungsart für sich behandeln und die erhaltenen Momenten- und Querkraftsflächen mit Hilfe des Zirkels addieren.

Die Behandlung einer derartigen Aufgabe, wobei die beiden genannten Verfahren angewendet sind, zeigt Fig. 66, welche keiner weiteren Erläuterung bedarf, da es sich nur um eine Wiederholung bekannter Dinge handelt.

4. Mittelbare Belastung durch Einzellasten.

a) Auflagerwiderstände und Momente. Werden die Lasten nicht unmittelbar von dem Träger AB (Fig. 67)

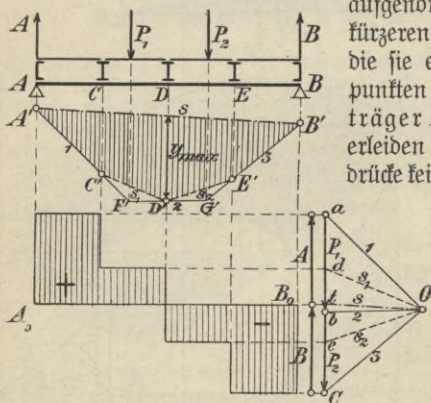


Fig. 67.

aufgenommen, sondern von kürzeren Zwischenträgern, die sie erst in ihren Stützpunkten auf den Hauptträger AB übertragen, so erleiden dessen Auflagerdrücke keine Veränderungen, wohl aber die Momente und Querkräfte.

Wird zu den gegebenen Lasten P_1, P_2 in bekannter Weise Kraft- und Seileck gezeichnet, so erhält

man wie früher die Auflagerdrücke A und B. Die Auflagerlotrechten des Zwischenträgers CD unter der Last P_1 treffen das Seileck in den Punkten C' und D'. Verbindet man C' und D' durch die Schlusslinie s_1 und zieht dann von O aus eine Parallele dazu, so wird P_1 in die Auf-

lagerdrücke $a d$ und $d b$ zerlegt, die unmittelbar auf den Träger AB einwirken. Die von dem Seileck durch s_1 abgegrenzte Fläche $C'D'F'$ ist die Momentenfläche des Zwischenträgers CD. Wiederholt man diese Konstruktion für den Zwischenträger unter P_2 , so ergibt sich die Schlußlinie s_2 , welche P_2 in die Auflagerdrücke $b e$ und $e c$ zerlegt, die auch unmittelbar auf den Träger AB einwirken. Zu dem Träger AB, der nur noch in den Stützpunkten der Zwischenträger, den Knotenpunkten, belastet ist, gehört das Seileck 1 s_1 s_2 3, welches die zugehörige schraffierte Momentenfläche begrenzt, deren größte Ordinate y_{\max} immer unter einem Knotenpunkte liegen muß.

Hiernach läßt sich in einfacher Weise für jede mittelbare Belastung die Momentenfläche darstellen. Man zeichnet für unmittelbare Belastung Kraft- und Seileck, zieht die Lotrechten durch die Angriffspunkte der Zwischenträger, verbindet deren Schnittpunkte mit dem Seileck in fortlaufender Reihenfolge und erhält dadurch die Begrenzung der verlangten Momentenfläche.

b) Querkräfte. Diese sind ebenfalls durch die in den Knotenpunkten wirkenden Lastanteile bestimmt, welche direkt aus dem Kräfteck entnommen werden können, wie Fig. 67 zeigt.

5. Mittelbare gleichmäßig verteilte Belastung.

Werden die über dem Träger AB (Fig. 68) befindlichen Zwischenträger gleichmäßig belastet, so braucht man nur die Auflagerdrücke der letzteren zu bestimmen und die vorliegende Aufgabe ist auf die unter 4 behandelte zurückgeführt.

Wichtig ist der Fall, wo eine Last Q sich gleichmäßig über die ganze Trägerlänge $AB = l$ erstreckt. Die Auflagerdrücke werden einander gleich, $A = B = \frac{Q}{2}$.

Um die Momentenfläche darzustellen, kann man zu Q die Momentenparabel zeichnen wie unter 2, Fig. 64, und in den Zwischenträgern entsprechendes Vieleck hineinzeichnen. Einfacher ist es, die Lastanteile für jeden Knotenpunkt zu bestimmen, was rechnerisch oder graphisch geschehen kann. Man erhält dafür, wenn die Belastung für die Längeneinheit $\frac{Q}{l} = q$ ist und die Unterstützungen der Zwischenträger um a_1, a_2, a_3 usw. voneinander entfernt sind,

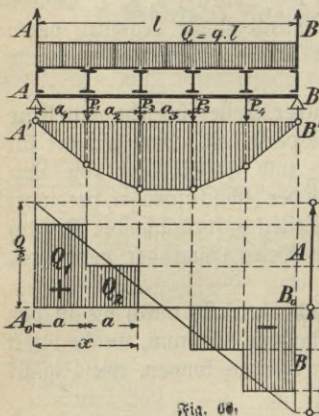


Fig. 66.

usw. voneinander entfernt sind,

$$P_1 = q \cdot \frac{a_1 + a_2}{2},$$

$$P_2 = q \cdot \frac{a_2 + a_3}{2} \text{ usw.}$$

Macht man

$$a_1 = a_2 = a_3 \dots = a, \text{ so wird}$$

$$P_1 = P_2 = P_3 \dots = P = q a.$$

Diese Einzel-
lasten wirken un-
mittelbar auf den

Träger AB ein; zeichnet man dazu in bekannter Weise Kraft- und Seileck, so ist die in Fig. 68 schraffierte Momentenfläche bestimmt.

Mit vorstehenden Einzellasten ist auch die Querkraftsfläche zu zeichnen, wie Fig. 68 zeigt. Dabei ist zu beachten, daß die Querkraft auf die Länge eines Zwischenträgers ihren Wert beibehält. Diese Querkraftsfläche kann aber auch direkt aus derjenigen für unmittelbare gleichmäßige Belastung gewonnen werden, indem man jeweils unter der Mitte eines

Zwischenträgers eine Wagerechte durch die schräge Begrenzungslinie der Querkraftsfläche zieht, wie es auch in Fig. 68 geschehen ist.

Bei gleichmäßiger Belastung wird die Querkraftsfläche oft zur Bestimmung der Momente benutzt. Es ist

$$M_1 = Q_1 \cdot a, \quad M_2 = Q_1 \cdot a + Q_2 \cdot a \quad \text{usw.}$$

Für M_2 folgt aus Fig. 68 mit $A = \frac{Q}{2} = \frac{q l}{2}$

$$M_2 = \left(\frac{q l}{2} - \frac{q a}{2} \right) a + \left(\frac{q l}{2} - \frac{3 q a}{2} \right) a = q a (l - 2 a).$$

Setzt man $2 a = x$, so wird

$$(36) \quad M_x = M_2 = \frac{q x}{2} (l - x).$$

Dies ist die bekannte Gleichung der Momentenparabel.
Vgl. S. G. Bd. 288, S. 39.

§ 25. Der Vollwandträger auf 2 Stützen mit beweglicher Belastung.

1. Unmittelbare Belastung durch eine wandernde Einzellast.

a) Momente. Soll der Einfluß einer Einzellast P untersucht werden, welche sich über den Träger AB in Fig. 69 fortbewegt, so zeichne man zu dieser Last P das bekannte Kraft- und Seileck und nehme an, der Träger bewege sich unter der Last hindurch. Bei dieser Trägerverschiebung bleibt das gezeichnete Seileck unverändert liegen, nur die Auflagerlotrechten verschieben sich parallel und bedingen jeweils eine neue Schlußlinie. Für jede Trägerlage bzw. Laststellung erhält man unter P eine neue Ordinate y ; der größte Wert y_{\max} oder das Maximalmoment $M = H \cdot y_{\max}$ entsteht, wenn die Last P in der ungünstigsten Stellung auf dem Träger AB steht, d. i. für eine Einzellast die Trägermitte. Trägt man die gefundenen y unter der zugehörigen Lastlage senk-

recht zur Trägerachse $A'B'$ auf und verbindet ihre Endpunkte durch eine gebrochene Linie (Fig. 69 b), so entsteht eine Fläche,

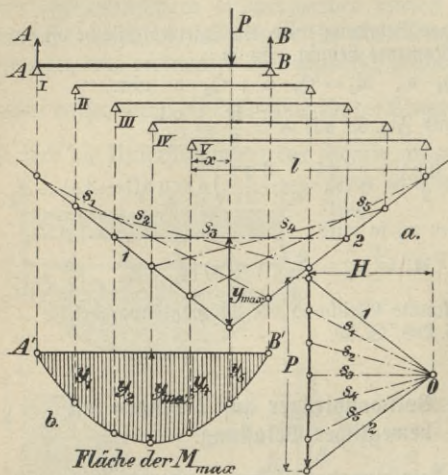


Fig. 69 a u. b.

deren Ordina-
ten für alle mög-
lichen Lastlagen
die größten
Momente be-
stimmen, die
überhaupt auf
den Träger AB
einwirken
können. (Diese
Fläche findet
Verwendung
bei der Bestim-
mung der Gurt-
plattenlängen
eines Blech-
trägers.) Wird
in Fig. 69a der
Träger AB nur

um sehr kleine Stücke verschoben, so geht die gebrochene Be-
grenzungslinie der Fläche in Fig. 69 b in eine Parabel über,
wie auch die Rechnung zeigt.

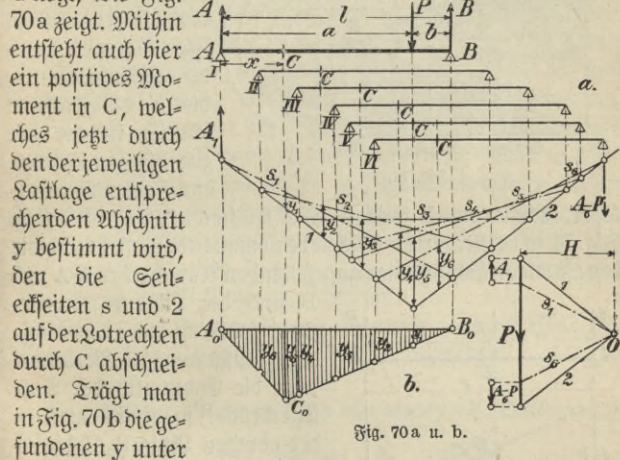
$$(37) \quad M_x = A \cdot x = \frac{P(1-x)}{1} \cdot x = \frac{P}{1} x(1-x).$$

Dies ist die Achsengleichung einer Parabel, vgl. Formel (1), S. 8.

Soll der Einfluß einer wandernden Einzellast P auf den
festliegenden Querschnitt C des Trägers AB in Fig. 70 a er-
mittelt werden, so zeichne man wieder ein Kraft- und Seileck
und bewege den Träger unter der Last hindurch. Wandert
die Last P rechts von C , so ist der Auflagerdruck A die einzige
links angreifende Kraft, die in C ein positives Moment er-

zeugt. Dieses Moment ist bestimmt durch den der jeweiligen Lastlage entsprechenden Abschnitt y , welchen die zu A gehörenden äußersten Seileckseiten 1 und s auf der Lotrechten durch C abschneiden. Vgl. § 14, S. 35.

Wandert die Last links von C, so wirkt auf C die Mittellkraft $A - P$ ein. Diese ist negativ und greift im Schnittpunkte der sie einschließenden Seileckseiten s und 2 an, der rechts von C liegt, wie Fig.



70a zeigt. Mithin entsteht auch hier ein positives Moment in C, welches jetzt durch den der jeweiligen Lastlage entsprechenden Abschnitt y bestimmt wird, den die Seileckseiten s und 2 auf der Lotrechten durch C abschneiden. Trägt man in Fig. 70b die gefundenen y unter der zugehörigen Lastlage senkrecht zur Trägerachse A_0B_0 auf und verbindet ihre Endpunkte, so entsteht eine unter dem Querschnitt C geknickte Linie $A_0C_0B_0$. Diese Linie schließt mit der Trägerachse A_0B_0 eine Fläche ein, mittels deren Ordinaten y , für jede lotrecht über y befindliche Last P , das im Querschnitt C wirkende Moment $M_c = H \cdot y$ ermittelt werden kann.

Wird im besonderen die in Fig. 70b dargestellte Fläche $A_0B_0C_0$ mit der Polweite $H = 1$ für die Kraft $P = 1$ ge-

zeichnet, so erhält sie den Namen Einflußfläche. Die sie begrenzende gebrochene Linie $A_0C_0B_0$ wird Einflußlinie für das Moment des Balkenquerschnittes bei C genannt. Vgl. § 27, S. 97.

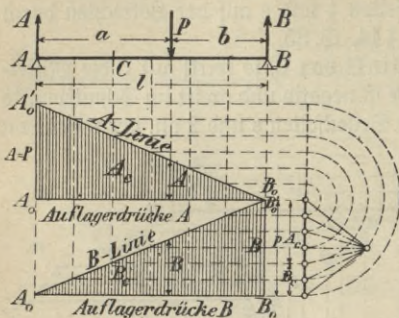


Fig. 71.

lagerdrücke A und B zerlegt. Das Kraffteck der Fig. 69a ist in Fig. 71 in verkleinertem Maßstabe nochmals dargestellt und die den einzelnen Schlußlinien zugehörigen Auflagerdrücke A und B sind der Lastlage entsprechend senkrecht zur Trägerachse A_0B_0 aufgetragen. Verbindet man die Endpunkte der Auflagerdrücke, so erhält man in der geraden Linie B_0A_0 die A-Linie bzw. in A_0B_0 die B-Linie, deren Ordinaten für jede Lastlage den Auflagerdruck A bzw. B angeben. Für die Enden ist $A = B = P$. Wählt man wieder insbesondere $P = 1$, so

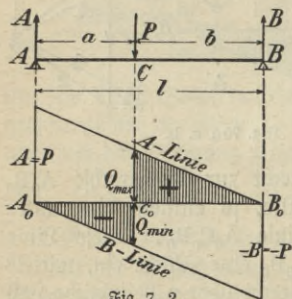


Fig. 7. 2

gehen diese Linien in die Einflußlinien der Auflagerdrücke oder =widerstände A und B über.

Soll für den bestimmten Querschnitt C des Trägers AB

Soll für den bestimmten Querschnitt C des Trägers AB

in Fig. 72 die Querkraft bestimmt werden, so ist die Lastlage links oder rechts von C gesondert zu betrachten. Liegt die Last P rechts von C, so ist die Querkraft in C jeweils gleich dem Auflagerdruck A, also positiv. Befindet sich die Last links von C, so wird die Querkraft in C bestimmt durch den Ausdruck $Q = A - P$, der immer negativ sein muß und, absolut genommen, dem Auflagerdrucke B entspricht. Hiernach lassen sich in einfacher Weise die Querkräfte einer wandernden Einzellast P für jeden beliebigen Querschnitt darstellen, indem man an die Trägerachse A_0B_0 nach oben als positive Werte die Auflagerdrücke A, nach unten als negative Werte die Auflagerdrücke B anträgt und durch den Querschnitt C eine Lotrechte zieht. Befindet sich P rechts von C, so erhält Q einen positiven Wert und wenn es links von C liegt, erhält Q einen negativen Wert; damit ist die in Fig. 72 schraffierte Fläche festgelegt. Der Größtwert Q_{max} bzw. Q_{min} entsteht, wenn sich P unmittelbar rechts bzw. links neben C befindet. Auf der Lotrechten durch C wird Q_{max} durch die A-Linie und Q_{min} durch die B-Linie abgechnitten.

Wählt man wieder $P = 1$, so ergibt sich die Einflußlinie für die Querkraft Q im Querschnitte C.

2. Unmittelbare Belastung durch eine wandernde Lastengruppe.

a) Momente.

In der gleichen Weise wie bei einer Einzellast zeichne man für die, eine Gruppe mit unveränderlichen Abständen bildenden Lasten $P_1, P_2, P_3, P_4,$

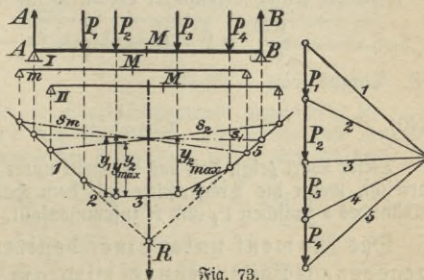


Fig. 73.

welche sich auf dem Träger AB in Fig. 73 befinden, Kraft- und Seileck und verschiebe den Träger so lange unter dieser Lastengruppe, bis die ungünstigste Laststellung erreicht ist, für welche sich y_{\max} und damit $M_{\max} = H \cdot y_{\max}$ ergibt. Die Fläche der M_{\max} ist wie in Fig. 69 zu zeichnen.

Im allgemeinen wird das größte Moment unter derjenigen Last auftreten, welche der möglichst in Trägermitte befindlichen Mittelkraft aller auf dem Träger AB stehenden Lasten am nächsten liegt.

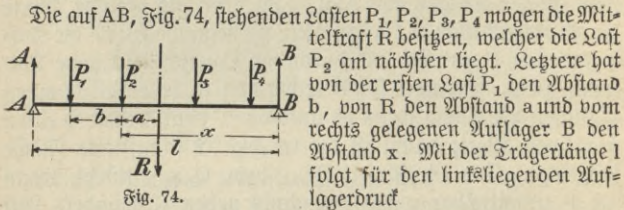


Fig. 74.

$$(38) \quad A = \frac{R}{l} (x - a),$$

und das Moment unter P_2 wird

$$(39) \quad M = A(l - x) - P_1 b = \frac{R}{l} (x - a) (l - x) - P_1 b.$$

Mit jeder Bewegung der Lastengruppe ändert sich x , also auch M , welches seinen Größtwert erhält, wenn

$$\frac{dM}{dx} = 0 = (l - x) \frac{R}{l} - (x - a) \frac{R}{l}$$

ist. Daraus folgt

$$(40) \quad x = \frac{l}{2} + \frac{a}{2}.$$

Dieser Wert zeigt, daß das Moment unter P_2 seinen Größtwert erreicht, wenn die Trägermitte mit dem Halbierungspunkte des Abstandes a zwischen P_2 und R zusammenfällt. Dies gibt den Satz:

Das Moment unter einer bestimmten Last einer gegebenen Lastengruppe wird am größten, wenn

diese Last von der Trägermitte ebenso weit entfernt ist, wie die Mittelkraft R aller auf dem Träger befindlichen Lasten.

Beispiel 7. Der in Fig. 75 gegebene 7,5 m lange Kranträger erhält von einer Laufbühne zwei Einzellasten von je 20,0 t, welche einen Abstand von 2,20 m haben. Die in allen Trägerquerschnitten auftretenden größten Momente sowie das im gefährlichen Querschnitte vorhandene Maximalmoment sind zu bestimmen.

Zunächst ist in Fig. 75 das Kräfteck mit $H = 20$ t aufgetragen und dazu das Seileck 1, 2, 3 gezeichnet. Durch geeignete Verschiebungen des Trägers sind die Schlußlinien s_1 bis s_6 ermittelt, welche die größten Ordinaten y liefern. Mit letz-

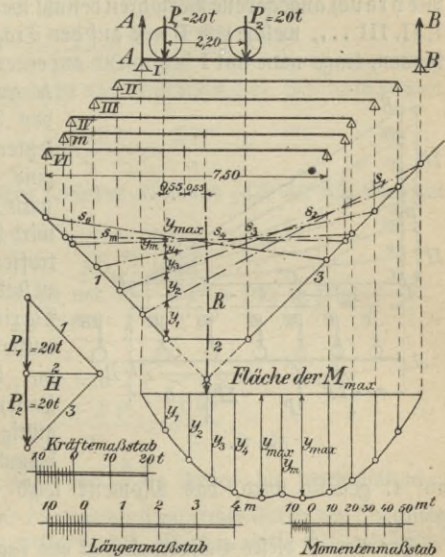


Fig. 75.

teren ist die Fläche der Maximalmomente gezeichnet, die von zwei Parabelzweigen begrenzt wird. Die Stelle des größten Momentes entsteht unter der ersten Last, wenn nach Formel (40)

$$x = \frac{1}{2} + \frac{a}{2} = \frac{7,5}{2} + \frac{\frac{1}{2} \cdot 2,2}{2} = 4,30 \text{ m}$$

wird. Man erhält $y_{\max} = 2,73$ m, mithin

$$M_{\max} = H \cdot y_{\max} = 20 \cdot 2,73 = 54,6 \text{ mt.}$$

Für die Trägermitte erhält man $y_m = 2,65$ m, also

$$M_m = 20 \cdot 2,65 = 53,0 \text{ mt.}$$

Handelt es sich darum, für einen bestimmten Querschnitt C des Balkens AB in Fig. 76 die ungünstigste Laststellung bzw. das Maximalmoment zu ermitteln, so kann das von Wehrauch angegebene Verfahren benutzt werden. Alle Lasten I, II, III ..., welche von B aus auf den Träger AB aufrollen können, trage man mit I beginnend auf einer Lotrechten durch

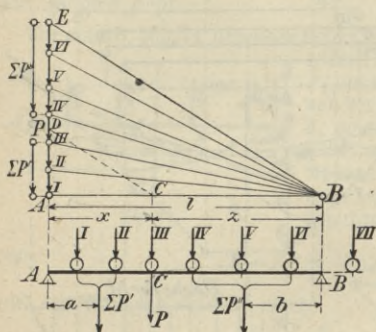


Fig. 76.

auf C gestellt wird, das Moment wird für beide Fälle gleich.

Der Beweis dieses Verfahrens folgt aus Fig. 76. Die Mittelkraft für die links von C liegenden Lasten sei $\Sigma P'$ und für die rechts liegenden $\Sigma P''$, während in C die Last P stehen möge. Diese Kräfte erzeugen in C ein Moment von

$$M = \frac{a \cdot z}{l} \Sigma P' + \frac{b \cdot x}{l} \Sigma P'' + \frac{x \cdot z \cdot P}{l}.$$

Verschiebt sich die Lastengruppe um eine kleine Strecke λ nach rechts, so ändert sich M um ΔM und man erhält

$$M + \Delta M = \frac{(a + \lambda) z}{l} \cdot \Sigma P' + \frac{(b - \lambda) x}{l} \cdot \Sigma P'' + \frac{x(z - \lambda)}{l} \cdot P$$

A auf und verbinde den Endpunkt E der letzten Last mit B durch eine Gerade. Zieht man nun $CD \parallel BE$, so wird diejenige Last getroffen, welche auf C zu stellen ist, damit das Maximalmoment in C entsteht. Fällt D auf die Grenze von 2 Lasten, so ist es gleichgültig, welche der benachbarten Lasten

oder

$$M + \Delta M = M + \frac{\lambda}{l} [z \Sigma P' - x (P + \Sigma P'')].$$

Soll M das größte Moment sein, so muß der Zuwachs ΔM negativ sein, also

$$z \cdot \Sigma P' < x (P + \Sigma P'')$$

oder

$$(41) \quad \frac{\Sigma P'}{x} < \frac{P + \Sigma P''}{z}.$$

Wird die Lastengruppe nach links verschoben, so folgt in gleicher Weise

$$(42) \quad \frac{P + \Sigma P'}{x} > \frac{\Sigma P''}{z}.$$

Aus den ähnlichen Dreiecken ABE und ACD der Fig. 76 erhält man

$$\frac{AD}{AC} = \frac{DE}{CB}.$$

Da aber $\Sigma P' < AD$ und $P + \Sigma P'' > DE$, so folgt

$$\frac{\Sigma P'}{x} < \frac{P + \Sigma P''}{z}.$$

Mit $P + \Sigma P' > AD$ und $\Sigma P'' < DE$ folgt ebenso

$$\frac{P + \Sigma P'}{x} > \frac{\Sigma P''}{z}.$$

Die Ausdrücke $\frac{\Sigma P'}{x}$ und $\frac{\Sigma P''}{z}$ stellen die durchschnittlichen Belastungen für die Längeneinheit auf beiden Seiten von C dar, und die Ungleichungen besagen, daß für M_{\max} diese Werte möglichst gleich groß sein sollen.

b) Querkräfte und Auflagerwiderstände. Diese werden in einfacher Weise nach dem von Winkler angegebenen Verfahren ermittelt. Man stellt in Fig. 77b den Lastenzug $P_1, P_2, P_3 \dots$ in umgekehrter Richtung, also mit P_1 über B, auf den Träger AB, errichtet sodann auf dem Träger AB (Fig. 77a) eine Senkrechte in A und trägt auf dieser, in A mit P_1 beginnend, so viel Lasten auf, als auf dem Träger

AB Platz finden. Zu diesem Kräftezuge zeichnet man mit B als Pol in Fig. 77b das Seileck 12345, das in B beginnt. Jede von dem Seileck und der verlängerten ersten Seileckseite, die auf AB fällt, begrenzte Ordinate y stellt die größte positive Querkraft Q_{\max} für den lotrecht darunter liegenden Querschnitt C des Trägers AB dar.

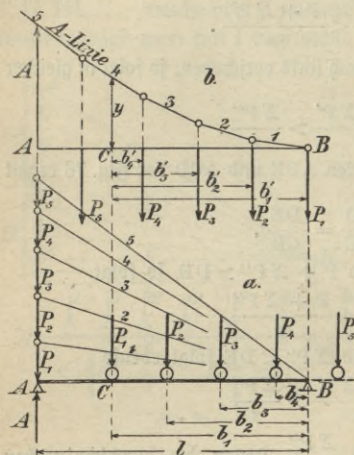


Fig. 77 a u. b.

Aus Fig. 77 a folgt in bezug auf B

$$A l = P_1 b_1 + P_2 b_2 + P_3 b_3 \dots = \Sigma P \cdot b.$$

Nach Fig. 77 ist weiter $b_1 = b'_1$, $b_2 = b'_2$, $b_3 = b'_3$ usw., und da auch $A = + Q_{\max}$ sein muß, so erhält man

$$Q_{\max} \cdot l = \Sigma P \cdot b = \Sigma P \cdot b'.$$

Aus Fig. 77 b ergibt sich das statische Moment der Kräfte $P_1, P_2, P_3 \dots$ in bezug auf Punkt C nach § 14, S. 38 mit $H = l$ zu

$$y \cdot l = P_1 b'_1 + P_2 b'_2 + \dots = \Sigma P b'.$$

Folglich ist auch $Q_{\max} \cdot l = y \cdot l$ oder

$$y = Q_{\max}.$$

Mithin stellen die Ordinaten des Seilecks 12345 für jeden beliebigen Querschnitt die größten positiven Querkräfte dar.

Da die größte Querkraft für rechts auffahrende Lasten immer gleich dem linksseitigen Auflagerdrucke A ist, so stellt das Seileck 12345 auch zugleich für jede Laststellung die Auflagerwiderstände A dar, weshalb es kurz die A-Linie genannt wird.

Die negativen Querkräfte entsprechen stets den negativen Auflagerdrücken B. Zeichnet man das gleiche Seileck in A

beginnend, so erhält man eine gebrochene Linie, die B-Linie, welche die Q_{\min} bzw. die Auflagerwiderstände B begrenzt. Die B-Linie ist im allgemeinen überflüssig, weil die Q_{\max} und Q_{\min} symmetrisch zur Trägermitte liegen.

3. Unmittelbare gleichmäßig verteilte wandernde Belastung.

a) Momente. Jede abwärts gerichtete Belastung eines Trägers AB erzeugt nach S. 65 bzw. 76 ein positives Moment, mithin muß für jeden Trägerquerschnitt bei Vollbelastung des Trägers das größte Moment entstehen.

Ist für die Längeneinheit g die ruhende und p die bewegliche Belastung, so folgt mit $g + p = q$ und $ql = Q$ aus Formel (35) auf S. 70

$$M_{\max} = \frac{Ql}{8} = \frac{ql^2}{8}.$$

Für eine beliebige Stelle im Abstand x von A wird nach Formel (36) auf S. 75 $M_x = \frac{qx}{2}(1-x)$.

b) Querkräfte und Auflagerwiderstände. Wird die in Fig. 77 durchgeführte Konstruktion der A-Linie auf viele unendlich kleine und nahe Einzelkräfte, die eine gleichmäßige Belastung p für die Längeneinheit ersetzen, angewendet, so erhält man als A-Linie eine Parabel mit dem Ordinaten

$$(43) \quad y = A = Q_{\max} = \frac{p(1-x)^2}{2}.$$

In Fig. 78 ist die A-Linie für gleichmäßige Belastung nach dem in Fig. 3, S. 7 angegebenen Verfahren gezeichnet, welche für die symmetrisch zur Trägermitte gelegenen Querschnitte auch die negativen Querkräfte Q_{\min} angibt.

Besonders wichtig ist der Fall gleichmäßiger Belastung, wobei auf die Längeneinheit des Trägers die ruhende Belastung g und die bewegliche p einwirkt. Die Querkräfte er-

geben sich in der Weise, daß man die der ruhenden Belastung g entsprechende Querkraftsfläche (Fig. 64) mit derjenigen für die wandernde Belastung p (Fig. 78) addiert, wie es in

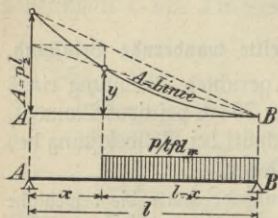


Fig. 78.

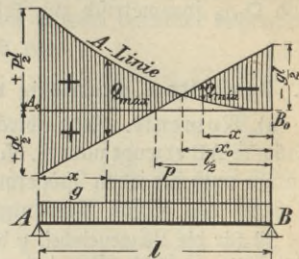


Fig. 79.

Fig. 79 ausgeführt ist. Hierbei ergibt sich sogleich, daß negative Querkräfte nur auf der Strecke x_0 möglich sind. Für die Strecke $l/2 - x_0$ werden die Q_{\min} auch positiv.

4. Mittelbare Belastung durch eine wandernde Einzellast.

a) Momente. Für mittelbar aufliegende Lasten ist in Fig. 67, S. 72 gezeigt worden, daß die Momentenfläche ein Vieleck ist, dessen Eckpunkte lotrecht unter den Knotenpunkten liegen. Bei einer beweglichen Last wird die Ordinate y der Momentenfläche unter einem Knotenpunkte am größten, wenn die Last direkt über dem Knotenpunkte steht. Deshalb muß man für mittelbare Belastung die gleichen Ordinaten der Momentenfläche unter den Knotenpunkten erhalten, wie bei unmittelbarer Belastung, und kann daher die Momentenfläche für den vorliegenden Fall direkt aus der Fläche der M_{\max} in Fig. 69 b zeichnen, indem man in letztere ein Vieleck einträgt, dessen Ecken unter den Knotenpunkten liegen.

b) Querkräfte und Auflagerwiderstände. Wandert eine Einzellast P über die auf dem Träger AB (Fig. 80)

ruhenden Zwischenträger, so erhält man dieselben Auflagerwiderstände wie bei unmittelbarer Belastung, ebenso müssen die Ordinaten der Querkraftsfläche unter den Knotenpunkten die gleichen sein wie bei unmittelbarer Belastung. Handelt es sich nun um den Querschnitt C zwischen den beiden Knotenpunkten D und E, so muß die Querkraftsfläche des Zwischenträgers DE mit derjenigen des Trägers AB zusammengesetzt werden.

Tritt die Last P bei E auf den Zwischenträger, so entsteht in D ein abwärts gerichteter Druck, gleich der positiven Querkraft des Zwischenträgers, welcher die positive Querkraft des Hauptträgers AB verkleinert, und ebenso entsteht gleichzeitig in E ein abwärts gerichteter Druck, gleich der negativen Querkraft des Zwischenträgers, welcher die negative Querkraft des Hauptträgers verkleinert. Subtrahiert man die beiden Flächen, die in Fig. 80 a und b dargestellt sind, so entsteht die in Fig. 80 c schraffierte Querkraftsfläche, welche unter dem Zwischenträger DE einen Nullpunkt S erhält, der Belastungsscheide genannt wird. Wandert eine Last P über die Strecke B_0S , so entstehen positive Querkräfte, wandert sie über SA_0 , so entstehen negative Querkräfte. Im Querschnitt C entsteht Q_{cmax} , wie Fig. 80 c zeigt.

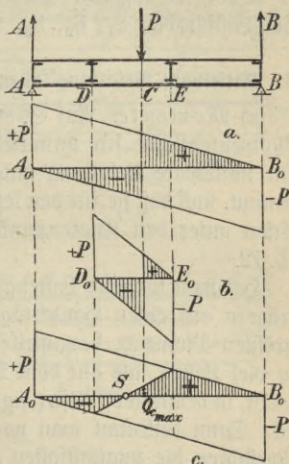


Fig. 80.

Soll für alle Zwischenfelder eines Trägers AB (Fig. 81) die Lastscheide bestimmt werden, so ziehe man die Lot-

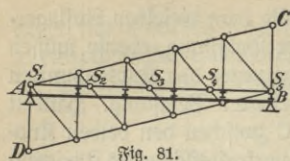


Fig. 81.

rechten durch alle Knotenpunkte sowie zwei beliebig geneigte Parallelen AC und BD und verbinde je zwei benachbarte Schnittpunkte der Lotrechten und Parallelen, indem man

in A oder B beginnt. Hierdurch entstehen wie in Fig. 80c die Lastscheiben S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 .

5. Mittelbare Belastung durch eine wandernde Lastengruppe c.

a) Momente. Auf S. 86 ist festgestellt worden, daß die Momentenfläche für unmittelbare Belastung mit derjenigen für mittelbare Belastung unter den Knotenpunkten übereinstimmt, und daß sie für den letzteren Fall ein Vieleck ist, dessen Ecken unter den Knotenpunkten liegen. Vgl. auch Fig. 67, S. 72.

Hat man für eine Lastengruppe, welche mittels Zwischenträgern auf einen Hauptträger AB einwirkt, die Fläche der größten Momente darzustellen, so zeichne man zunächst für so viel Lasten, als auf dem Träger Platz finden, oder einige mehr, in bekannter Weise (Fig. 73, S. 79) das Kraft- und Seileck. Dann bestimmt man nach dem auf S. 82 angegebenen Verfahren die ungünstigsten Laststellungen für die einzelnen Knotenpunkte, überträgt diese in das Seileck und erhält durch die zugehörigen Schlußlinien die größten Ordinaten der Momentenfläche unter den einzelnen Knotenpunkten. Trägt man diese Ordinaten in den Knotenpunkten des Trägers auf und verbindet ihre Endpunkte durch gerade Linien, so ist die Fläche der M_{\max} dargestellt. An Stelle des auf S. 82 gegebenen Verfahrens von Weyrauch kann auch das auf einen ähnlichen Gedankengang aufgebaute, einfachere Verfahren von Land zur Bestimmung der ungünstigsten Laststellung benutzt werden.

Für so viel Lasten, als auf den Träger AB aufrollen können, besser einige mehr, zeichne man das bekannte Kraft- und Seil- eck und teile dann die Polweite H des Kräftecks in demselben Verhältnis, wie die Stützweite des Trägers AB durch die Knotenpunkte geteilt wird. Soll nun für einen bestimmten Knotenpunkt die ungünstigste Laststellung ermittelt werden,

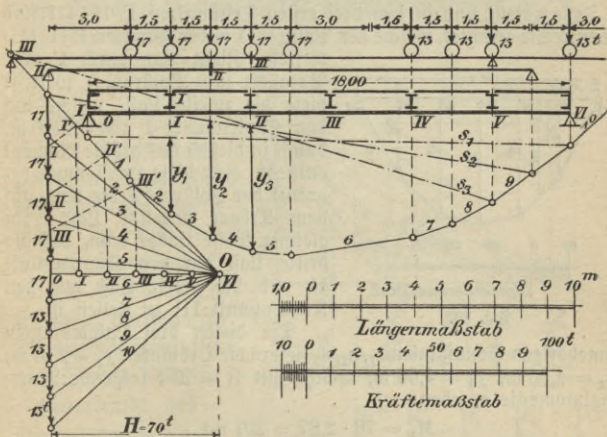


Fig. 82.

so ziehe man durch den gleichliegenden Teilpunkt auf der Polweite eine Senkrechte und bestimme deren Schnittpunkt mit demjenigen Polstrahle, welcher die erste auf dem Träger AB befindliche Last begrenzt. Durch diesen Schnittpunkt ziehe man eine Parallele zu demjenigen Polstrahle, welcher die letzte auf dem Träger AB befindliche Last begrenzt, und diejenige Last, welche von dieser Parallelen getroffen wird, ist auf den fraglichen Knotenpunkt zu stellen, damit dessen y_{\max} bzw. $M_{\max} = H \cdot y_{\max}$ entsteht. In dem folgenden Beispiele ist dieses Verfahren angewendet.

Beispiel 8. Für eine 18 m weit gespannte Blechträgerbrücke, mit 3,0 m langen Zwischenträgern, sind die in den Knotenpunkten auftretenden Maximalmomente zu ermitteln, wenn die Brücke durch eine preussische Güterzuglokomotive mit anhängenden Wagen befahren wird. Die Gruppierung der Lasten ist in Fig. 82 dargestellt.

Zunächst ist für alle auf der Brücke Platz findenden Lasten ein Kraffteck mit der Polweite $H = 70$ t gezeichnet. Die Polweite ist, der Knotenpunktanordnung des Hauptträgers entsprechend, in 6 Teile geteilt und in den drei ersten Teilpunkten I, II, III sind Senkrechte errichtet, welche den Polstrahl 1 in den Punkten I' II' III' treffen. Zieht man durch I' eine Parallele zum Polstrahl 9, so trifft diese die zweite Last, welche auf den Knotenpunkt I zu stellen ist, damit in diesem das größte Moment entsteht. Für diese Laststellung begrenzt der Polstrahl 9 die letzte auf dem Träger stehende Last. In gleicher Weise findet man, daß die dritte Last auf den Knotenpunkt II und die vierte Last auf den Knotenpunkt III zu stellen ist.

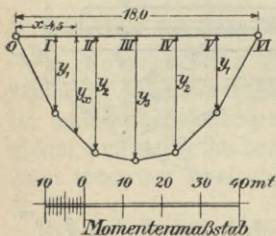


Fig. 83.

Die diesen drei Laststellungen zugehörigen Schlußlinien s_1, s_2, s_3 liefern die Ordinaten $y_1 = 2,87$ m, $y_2 = 4,36$ m, $y_3 = 4,66$ m, welche mit $H = 70$ t folgende Maximalmomente ergeben:

$$M_1 = 70 \cdot 2,87 = 201 \text{ mt,}$$

$$M_2 = 70 \cdot 4,36 = 305,2 \text{ mt,}$$

$$M_3 = 70 \cdot 4,66 = 326,2 \text{ mt.}$$

Diese Momente sind in Fig. 83 senkrecht zur Stützweite $\overline{OVI} = 18,0$ m aufgetragen und ihre Endpunkte durch gerade Linien verbunden. Die dadurch entstandene Fläche der Maximalmomente liefert für jede beliebige Stelle das Maximalmoment, so findet man z. B. für $x = 4,5$ m $M_x = 253,1$ mt.

b) Querkräfte und Auflagerwiderstände. Das Winkler'sche Verfahren zur Ermittlung der Querkräfte und Auflagerdrücke, wie es in Fig. 77, S. 84 für unmittelbare Belastung angewendet worden ist, kann auch für mittelbare Belastung angewendet werden. Für die Querschnitte

durch die Knotenpunkte erhält man in beiden Fällen die gleichen Ordinaten der A-Linie. Für alle Querschnitte des Hauptträgers, die unter den Zwischenträgern liegen, sind diese Ordinaten besonders zu bestimmen.

Ein unter dem Zwischenträger DE liegender Schnitt C des Hauptträgers AB in Fig. 84 soll näher betrachtet werden. Wandert die erste Last P_1 des Lastenzuges $P_1, P_2, P_3 \dots$ auf den Zwischenträger DE, so ent-

steht in D ein abwärts gerichteter Druck, welcher der positiven Querkraft des Zwischenträgers gleich ist und die Querkraft des Hauptträgers AB um diesen Betrag verkleinert. Man erhält somit für die Strecke DE die

Querkräfte des Hauptträgers AB, indem man von den Ordinaten der A-

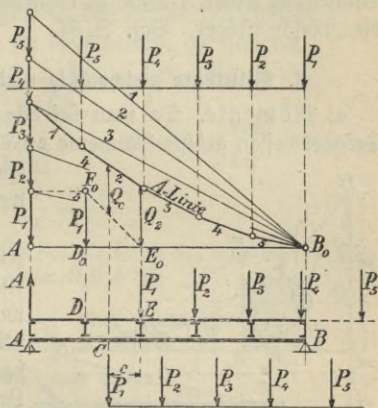


Fig. 84.

Linie des Trägers AB die Ordinaten der A-Linie des Zwischenträgers DE abzieht. Kann nur die Last P_1 auf DE aufrollen, so trage man P_1 in D_0 auf und verbinde den Endpunkt F_0 mit E_0 , dann stellen die Ordinaten zwischen F_0E_0 und der A-Linie des Hauptträgers die Querkräfte für die Länge DE dar. In Fig. 84 ist die Querkraft für den Querschnitt C als Q_c eingetragen. Finden mehr als eine Last auf dem Zwischenträger DE Platz, so ist für denselben eine besondere A-Linie zu zeichnen.

Im allgemeinen entsteht, wenn die erste Last nicht allzu weit von den übrigen Lasten entfernt ist, unter einem Zwischenträger die größte positive Querkraft, wenn der Lastenzug bis an das rechte Auflager des Zwischenträgers herangerückt ist, wie auch Fig. 84 zeigt. Diese Laststellung heißt Grundstellung.

Die Auflagerwiderstände des Trägers AB sind für jede Laststellung seiner A-Linie zu entnehmen, ohne Rücksicht auf die Zwischenträger. Vgl. S. 84.

6. Mittelbare gleichmäßig verteilte Belastung.

a) Momente. Da man bei gänzlicher Belastung eines Trägers dessen größte Momente erhält, so können diese nach Fig. 68, S. 74 bestimmt werden.

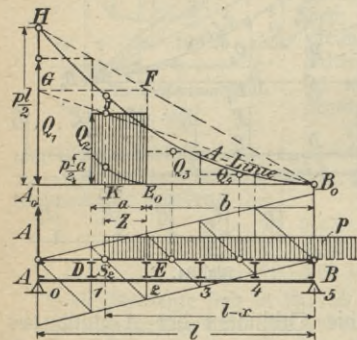


Fig. 85.

b) Querkräfte und Auflagerwiderstände. Auf S. 87 ist gefunden worden, daß immer positive Querkräfte vorhanden sind, solange eine Last rechts von der in Frage kommenden Belastungsscheide steht. Fig. 81, S. 88 zeigt die Belastungsscheiden für alle unterden Zwischenträgern

liegenden Felder eines Hauptträgers AB. Sollen in diesen Feldern die größten positiven Querkräfte entstehen, so darf die Belastung jeweils nur bis zu der zugehörigen Belastungsscheide von rechts her vorrücken. In Fig. 85 soll die größte Querkraft für das unter dem Zwischenträger DE liegende Feld des Hauptträgers AB ermittelt werden.

Zunächst ist die Belastungsscheide S_2 für den Zwischenträger DE zu ermitteln und die A-Linie des Trägers AB aufzutragen. Tritt nun die Belastung auf den Zwischenträger, so entsteht wieder eine Verkleinerung der positiven Querkraft des Hauptträgers um die positive Querkraft des Zwischenträgers. Die Ordinaten der A-Linie des Zwischenträgers sind daher von denjenigen der A-Linie des Hauptträgers abzugiehen, wobei sich ergibt, daß über S_2 die größte Ordinate und damit die größte Querkraft Q_2 des Feldes DE entsteht.

Rechnerisch ergibt sich für die Querkraft im Feld DE:

$$(44) \quad Q_x = \frac{p(1-x)^2}{2l} - \frac{pz^2}{2a} = \frac{p}{2} \left[\frac{(1-x)^2}{l} - \frac{z^2}{a} \right].$$

Setzt man $z = 1 - x - b$, so ergibt sich aus $\frac{dQ}{dx} = 0$ für die Stelle der größten Querkraft:

$$\frac{1-x}{l} = \frac{z}{a} = \frac{1-x-b}{a}.$$

Diese Gleichung ist erfüllt für den Punkt S_2 , denn aus den ähnlichen Dreiecken über AS_2 bzw. S_2B folgt

$$\frac{z}{a-z} = \frac{b}{l-a-b} \quad \text{oder} \quad zl = a(b+z).$$

Mit $z = 1 - x - b$ erhält man hieraus: $\frac{z}{a} = \frac{1-x}{l}$ und dadurch ist bewiesen, daß die größte Querkraft im Feld DE an der Belastungsscheide S_2 auftritt. Für ihren Wert erhält man mit $\frac{z^2}{a} = \frac{(1-x)^2}{l^2} \cdot a$

$$(45) \quad Q_{2\max} = \frac{p}{2} \left[\frac{(1-x)^2}{l} - \frac{(1-x)^2 a}{l} \right],$$

$$Q_{2\max} = \frac{p(1-x)^2(1-a)}{2l^2}.$$

Trägt man nun in Fig. 85 $\frac{pl}{2} = \overline{A_0H}$ auf, zieht die Gerade B_0H und macht $E_0F \parallel A_0H$ sowie $FG \parallel A_0B_0$, so schneidet die Verbindungslinie GB_0 auf einer Senkrechten durch S_2 die größte Querkraft

94 Der einfache Träger, an beiden oder an einem Ende unterstützt.

D_2 als Strecke \overline{JK} aus. Aus den ähnlichen Dreiecken der Fig. 85 folgt

$$\frac{p l}{2} : \overline{E_0 F} = 1 : b \quad \text{oder} \quad \overline{E_0 F} = \frac{p b}{2}.$$

Die oben gefundene Beziehung $\frac{z}{a - z} = \frac{b}{l - a - b}$ liefert

$$\frac{z}{a} = \frac{b}{l - a} = \frac{l - x}{l}, \quad \text{also} \quad b = \frac{(l - x)(l - a)}{l}$$

und

$$E_0 F = \frac{p(l - x)(l - a)}{2l}.$$

Weiter erhält man mit $\overline{E_0 F} = \overline{A_0 G}$ aus $\overline{A_0 G} : \overline{JK} = 1 : l - x$

$$\overline{JK} = \overline{A_0 G} \frac{(l - x)}{l} = \frac{p(l - x)^2(l - a)}{2l^2}.$$

Dies ist der Wert in Formel (45).

Die Auflagerwiderstände sind der A -Linie zu entnehmen ohne Rücksicht auf die Zwischenträger.

Zum Schluß sei bemerkt, daß in praktischen Fällen, neben der Verkehrslast, immer eine ruhende Belastung (Eigengewicht der Träger) vorhanden ist. Die für die Verkehrslast gefundenen Größtwerte der Momente und Querkräfte sind mit den entsprechenden Werten für Eigengewicht zusammenzusetzen.

§ 26. Der Kragträger mit ruhender Belastung.

Der Kragträger, auch Konsol- oder Freitträger genannt, ist nur an einem Ende unterstützt, während das andere frei schwebt. Sein Hauptanwendungsgebiet ist der Hochbau, deshalb wird er auch nur für ruhende Belastung behandelt.

1. Unmittelbare Belastung durch Einzellasten.

a) Momente. Mit den auf dem Kragträger AB in Fig. 86 befindlichen Lasten P_1, P_2, P_3, P_4 ist nach bekannten Regeln Kraft- und Seileck zu zeichnen, wobei die letzte Seite des Kraftsecks zweckmäßig wagerecht, \parallel zu AB , gelegt wird.

Führt man einen Schnitt $s-s$, welcher die Trägerachse im Punkte T trifft, so ist das Moment der links von $s-s$ liegenden Kräfte P_1, P_2, P_3 in bezug auf T nach § 14, S. 35 bestimmt zu

$$M_s = H \cdot y_s,$$

wobei H die Polweite des Kraftes bedeutet und y_s den Abschnitt, welcher

von den zu P_1, P_2, P_3 gehörenden äußersten Seileckseiten 1 und 4 auf $s-s$ abgeschnitten wird. Das größte Moment,

$M_{\max} = H \cdot y_{\max}$, entsteht an der Einspannstelle bei B und ist durch das von der Einspannung (Mauerwerk) erzeugte Moment $M = B \cdot b$

aufzunehmen (Einspannmoment).

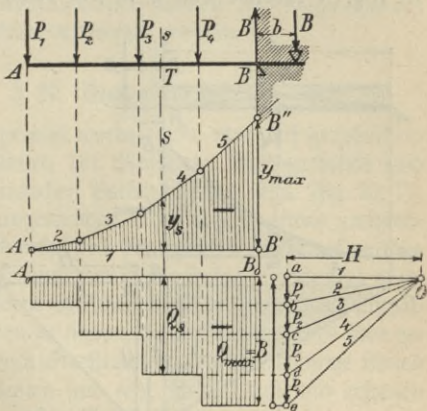


Fig. 86.

b) Querkräfte und Auflagerwiderstände. Führt man zwischen P_1 und P_2 einen Schnitt durch den Träger AB (Fig. 86), so erhält man eine abwärts gerichtete Querkraft $-Q = P_1$, welche auf der ganzen Strecke von P_1 bis P_2 denselben Wert beibehält. Wird der Schnitt zwischen P_2 und P_3 geführt, so erhält man für diese Strecke $-Q = P_1 + P_2$ usw. bis zur Strecke P_4B , wo die größte Querkraft $-Q = P_1 + P_2 + P_3 \dots = \Sigma P$ auftritt. Letztere wird durch den gleichgroßen, entgegengesetzten Auflagerwiderstand

B aufgehoben. Also auch hier tritt an der Stelle, wo die Querkraft zu Null wird, das größte Moment auf.

2. Unmittelbare stetige Belastung.

a) Momente. Denkt man sich die auf dem Träger AB in Fig. 87 ruhende Last Q in sehr viele, sehr kleine Einzel-

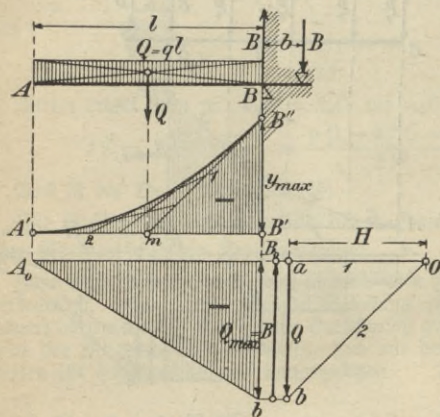


Fig. 87.

kräfte geteilt und zeichnet damit, wie in Fig. 86, das Kraft- und Seilnetz, so geht letzteres wieder in eine Seilkurve über, die aus einer Parabel besteht, deren Scheitel am freien Ende A des Tragträgers AB liegt. Denkt man sich die Last Q als Einzellast in Trägermitte wirkend, so erhält man die

beiden Seilnetzseiten 1 und 2, in welche nach bekannten Regeln die Parabel einzuzeichnen ist, wie Fig. 87 zeigt.

Aus den ähnlichen Dreiecken $B'B''m$ und $\square a b O$ folgt

$$H : l/2 = Q : y_{\max}$$

oder

$$M_{\max} = H \cdot y_{\max} = \frac{Q l}{2}.$$

Setzt man $Q = ql$, so ergibt sich

$$(46) \quad M_{\max} = \frac{q l^2}{2}.$$

b) Querkräfte und Auflagerwiderstände. Diese werden hier durch die Ordinaten des Dreiecks A_0B_0b (Fig. 87) dargestellt, dessen größte Ordinate B_0b gleich dem Auflagerwiderstande B ist. Für alle übrigen Belastungen sowie für mittelbare und zusammengesetzte Belastung hat man genau so zu verfahren wie bei dem Träger auf zwei Stützen; die dort gebrauchten Konstruktionen können mit entsprechender Abänderung auch hier verwendet werden.

§ 27. Einflußlinien.

Im § 25, 1 ist gezeigt worden, wie man auf graphischem Wege die Einflußlinien der Momente, Auflagerdrücke und Querkräfte eines einfachen Balkens findet. Vgl. Fig. 70, 71, 72, S. 77 ff. Die angewendete Ableitung ist etwas umständlich, sie wird gewöhnlich durch die weit einfachere rechnerische Ableitung ersetzt, die auch hier in der Folge angewendet wird, um für alle möglichen statischen Größen einer Tragkonstruktion die Einflußlinien zu finden, die entweder gerade oder gekrümmte oder, bei statisch unbestimmten Größen, krumme Linien sind. Die Einflußlinien sind sehr übersichtlich und erfreuen sich deshalb einer großen Beliebtheit.

Aus den Fig. 70, 71, 72 erkennt man, daß die durch eine Last P an einer Tragkonstruktion (Tragwerk) ausgeübte Wirkung W abhängig ist von der Lage und Größe der Last, sowie von der Gestalt der Tragkonstruktion. Ist x der Abstand der Last P von dem Anfang des Koordinatensystems, auf welches die Tragkonstruktion bezogen ist, so gilt allgemein

$$(47) \quad W = f(P, x).$$

Gewöhnlich wird P gleich der Lasteinheit ($= 1t$) angenommen und es gilt für diesen Fall

$$(48) \quad W_0 = \eta = f(x),$$

wobei η die Einflußgröße genannt wird. Die tatsächliche Wirkung einer wandernden Last P ist sodann

$$W = P \cdot \eta.$$

Die Einflußgrößen η sind jeweils unter der wandernden Last $P = 1$ als Ordinaten zu einer Geraden A_0B_0 , der Tragwerkslinie, welche gleich der Länge der Tragkonstruktion sein muß, aufzutragen. Die zwischen A_0B_0 und der Einflußlinie

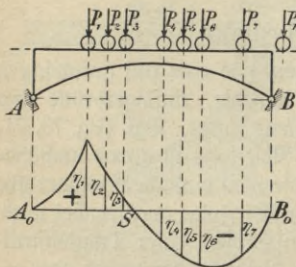


Fig. 88.

liegende Fläche heißt Einflußfläche, ihr über A_0B_0 liegender Teil wird allgemein als positiv angenommen, der darunter liegende Teil als negativ, wie Fig. 88 zeigt. Der Punkt S , wo der positive Teil in den negativen übergeht (Fig. 88), heißt Belastungsscheide. Diese gibt an, wie weit eine Tragkonstruktion zu belasten ist,

um für eine statische Wirkung W den Größtwert oder Kleinstwert zu erhalten. Hiernach gilt ganz allgemein der Satz:

Eine Einflußlinie ist eine gerade, geknickte oder krumme Linie, deren Ordinaten angeben, wie bei einer Tragkonstruktion unbekannte äußere oder innere Kräfte, Momente, Durchbiegungen usw. sich ändern, wenn eine Einzellast $P (= 1)$ über die Tragkonstruktion hinwegwandert.

Wandert nicht eine Einzellast P , sondern eine Lastengruppe $P_1, P_2, P_3 \dots P_m$ mit unveränderlichen Abständen über die Tragkonstruktion (Fig. 88), und sind die bei einer bestimmten Stellung unter den Lasten abgegriffenen Einflußgrößen (Ordinaten der Einflußlinie) $\eta_1, \eta_2, \eta_3 \dots \eta_m$, so wird die ent-

sprechende Wirkung

$$(49) \quad W = P_1 \eta_1 + P_2 \eta_2 + P_3 \eta_3 + \dots + P_m \eta_m = \Sigma P \cdot \eta.$$

Wirken die Lasten nicht unmittelbar auf die Tragkonstruktion ein, sondern erst auf Zwischenträger, so muß die Einflußlinie zwischen 2 Knotenpunkten immer eine Gerade sein, wie sich aus Fig. 89 kurz beweisen läßt.

Die Auflagerdrücke des Zwischenträgers sind

$$P_1 = \frac{P(c-x)}{c} \quad \text{und} \quad P_2 = \frac{P x}{c}$$

und mit den in Fig. 89 angegebenen Ordinaten erhält man

$$P \cdot \eta = P_1 \cdot \eta_1 + P_2 \cdot \eta_2 = \frac{P(c-x)}{c} \cdot \eta_1 + \frac{P x}{c} \cdot \eta_2;$$

$$(50) \quad \eta = \frac{\eta_1}{c} (c-x) + \frac{\eta_2}{c} x.$$

Da dieser Ausdruck vom ersten Grade ist, so muß die Einflußlinie von einer Geraden begrenzt sein.

Soll für eine Lastengruppe der größte Wert einer Wirkung gefunden werden, so sind die Lasten in die ungünstigste Stellung zu bringen. Diese findet man am einfachsten durch Ausprobieren. Man setzt zunächst die schwersten Lasten an die Stelle der größten η und bildet die $\Sigma P \cdot \eta$, sodann verschiebt man die Lasten etwas nach rechts und nach links und bildet abermals die $\Sigma P \cdot \eta$. Durch Vergleich ist der Größtwert festzustellen.

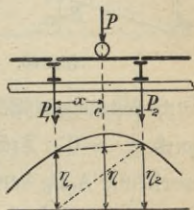


Fig. 89.

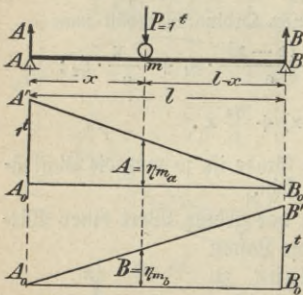
Wird ein Träger über seine ganze Länge l gleichmäßig mit p für die Längeneinheit belastet, so erhält man aus der Einflußlinie für irgend eine Wirkung

$$(51) \quad W = p \int_0^l \eta \, dx = p \cdot F,$$

wobei F den Inhalt der Einflußfläche bezeichnet. Sind Belastungsscheiden vorhanden, so müssen die Vorzeichen der η beachtet werden.

1. Einflußlinien für die äußeren Kräfte unmittelbar und mittelbar belasteter Träger.

a) Auflagerdrücke (Auflagerwiderstände). Wird der in Fig. 90 dargestellte Träger AB an beliebiger Stelle m , deren Abzisse gleich x ist, mit $P = 1\text{ t}$ belastet, so erhält man einen linksseitigen Auflagerdruck



$$(52) \quad A = \frac{1(1-x)}{1} = \eta_{m_a}.$$

Von den an η gesetzten Zeigern gibt m die Laststelle und a die Wirkungsstelle an. Vorstehende Gleichung stellt für die Veränderliche x eine Gerade dar, die durch ihre Endordinaten

leicht festzulegen ist. Für $x = 0$ wird $\eta_{0_a} = 1\text{ t}$ und für $x = 1$ wird $\eta_{1_a} = 0$. Trägt man (Fig. 90) im Punkte A_0 der Tragwerkslinie A_0B_0 den Wert $\eta_{0_a} = 1\text{ t} = A_0A'$ auf und verbindet dessen Endpunkt A' mit B_0 durch eine Gerade, so ist damit die Einflußlinie $A'B_0$ für den Auflagerdruck A dargestellt.

In derselben Weise erhält man für den rechtsseitigen Auflagerdruck

$$(53) \quad B = \frac{1 \cdot x}{1} = \eta_{m_b}.$$

Für $x = 0$ wird $\eta_{0_b} = 0$ und für $x = 1$ wird $\eta_{1_b} = 1\text{ t}$;

mit diesen Werten ist in Fig. 90 die Einflußlinie A_0B' für den Auflagerdruck B dargestellt.

Mit Rücksicht auf Gleichung (50) findet man, daß diese Einflußlinien für unmittelbare und mittelbare Belastung Geltung haben.

b) Querkräfte. In dem bestimmten Querschnitte C des Trägers AB (Fig. 91) wird durch die von B nach C wandernde Last $P = 1t$ eine Querkraft erzeugt, die gleich dem der je-

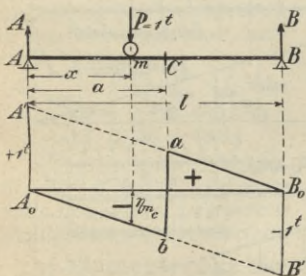


Fig. 91.

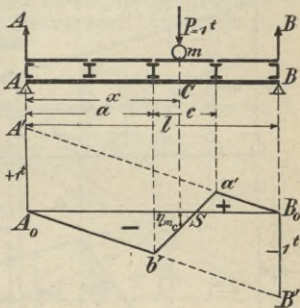


Fig. 92.

weiligen Laststellung m entsprechenden Auflagerdrucke A ist. Also für B bis C:

$$(55) \quad Q_c = A = \frac{1(1-x)}{1} = \eta_{m_c}.$$

Und für die von C nach A wandernde Last $P = 1t$ erhält man als Querkraft in C

$$(56) \quad Q_c = A - 1 = \frac{1(1-x)}{1} - 1 = -\frac{1 \cdot x}{1} = \eta_{m_c}.$$

Dies ist aber der negative Auflagerdruck B. Die Einflußlinie für Q_c besteht demnach für die Strecke B bis C aus der Einflußlinie für den Auflagerdruck A und für die Strecke C bis

Aus der auf der negativen Seite angetragenen Einflußlinie für den Auflagerdruck B; wie Fig. 91 zeigt, besteht sie aus der gebrochenen Linie $A_0 b a B_0$. Bei mittelbarer Belastung sind nach Gleichung (50) die Einflußlinien zwischen zwei benachbarten Knotenpunkten gerade Linien. Hiernach ergibt

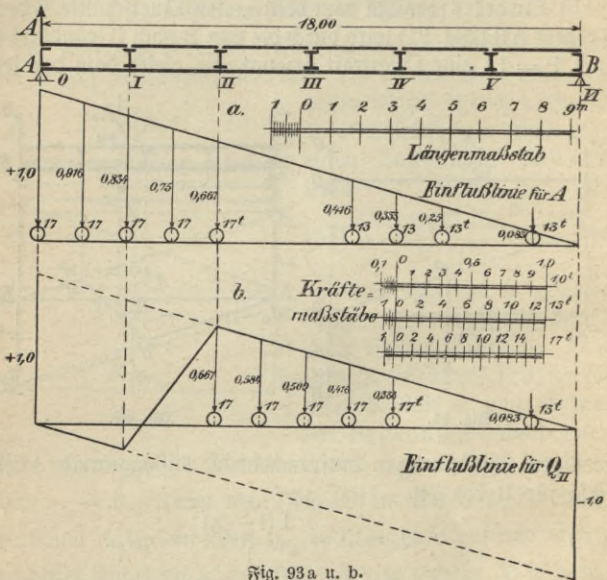


Fig. 93 a u. b.

sich sofort die in Fig. 92 dargestellte Einflußlinie für die Querkraft bei mittelbarer Belastung, indem man die in Fig. 91 senkrechte Gerade $a b$ durch die geneigte Gerade $a' b'$ ersetzt, welche den zu C benachbarten Knotenpunkten entspricht.

Beispiel 9. Für die im Beispiel 8 auf S. 90 behandelte Brücke von 18,0 m Stützweite und den dort gegebenen Lastenzug, welcher einer preussischen Güterzuglokomotive entspricht, ist der größte Auf-

lagerdruck A und die größte Querkraft Q_{II} für das zwischen den Knotenpunkten I und II liegende Trägerfeld zu ermitteln.

Den vorstehenden Ausführungen entsprechend ist in Fig. 93 a die Einflußlinie für den Auflagerdruck A und in Fig. 93 b die Einflußlinie der Querkraft Q_{II} dargestellt. Der größte Auflagerdruck A ergibt sich, wenn die erste Last über dem Auflager A steht. Die dieser Laststellung entsprechenden Ordinaten sind in Fig. 93 a eingetragen, man erhält damit nach Gleichung (49)

$$A_{\max} = 17 (1,000 + 0,916 + 0,834 + 0,750 + 0,667) + 13 (0,416 + 0,333 + 0,250 + 0,083) = 84,8 \text{ t.}$$

Für die Querkraft Q_{II} erhält man die ungünstigste Laststellung, wenn die erste Last gerade über dem Knotenpunkt II steht. Zu dieser Laststellung sind die Ordinaten in Fig. 93 b eingetragen, man erhält damit

$$Q_{II \max} = 17 (0,667 + 0,584 + 0,500 + 0,416 + 0,333) + 13 \cdot 0,083 = 43,6 \text{ t.}$$

Durch geeignete Maßstäbe, wie sie in Fig. 100 gezeichnet sind, können die vorstehenden Multiplikationenerspart werden.

c) Momente. Der Momentenpunkt liege an beliebiger Stelle zwischen den

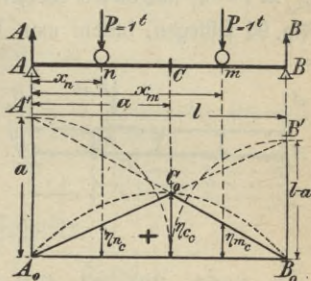


Fig. 94.

Auflagern des Trägers AB (Fig. 94). Für den bestimmten Querschnitt C erhält man durch die an beliebiger Stelle m rechts von C befindliche Last $P = 1 \text{ t}$ das Moment

$$(57) \quad M_c = A_m \cdot a = \frac{1(1-x_m)}{1} \cdot a = \eta_{m_c}.$$

Dieser Gleichung entspricht eine von B bis C brauchbare Gerade. Für $x = 0$ wird $\eta_{0_c} = a$ und für $x = l$ wird $\eta_{l_c} = 0$; mit diesen Werten läßt sich in Fig. 94 die Gerade $A'B_0$ festlegen, indem man $A_0A' = a$ macht. Befindet sich die Last $P = 1 \text{ t}$ an beliebiger Stelle n, so wird das Moment in diesem Punkte

$$(58) \quad M_c = A_n \cdot a - 1 (a - x_n) = \frac{1(1 - x_n)}{1} a - 1 (a - x_n) \\ = \frac{1 \cdot x_n (1 - a)}{1} = \eta_{n_c}$$

oder

$$M_c = B (1 - a).$$

Durch diese Gleichung ist eine von C bis A brauchbare Gerade bestimmt. Für $x = 0$ wird $\eta_{0_c} = 0$ und für $x = 1$ wird $\eta_{1_c} = 1 - a$; mit diesen Werten läßt sich die Gerade A_0B' in Fig. 94 festlegen, indem man $B_0B' = (1 - a)$ macht.

Die vorstehend bestimmten Geraden A_0B' und $A'B_0$ können in einfacher Weise durch 2 Zirkelschläge (Fig. 94) aufgetragen werden. Die von ihnen begrenzte Fläche $A_0B_0C_0$ ist die Einflußfläche des Momentes in C, und die geknickte Linie $A_0C_0B_0$ ist die Einflußlinie desselben.

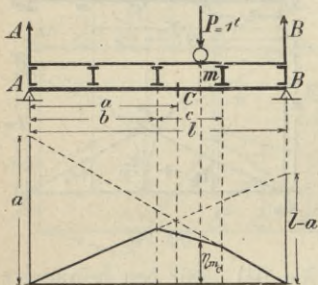


Fig. 95.

Die Fig. 94 zeigt auch, daß nur ein Wert, entweder a

oder $1 - a$, zur Aufzeichnung der Einflußlinie $A_0C_0B_0$ genügt. Der Punkt C_0 bewegt sich auf einer Parabel mit der Pfeilhöhe $\frac{1}{4}$.

Hat man eine mittelbare Lastübertragung, so ist, mit Rücksicht auf Gleichung (50), die Einflußlinie zwischen je zwei benachbarten Knotenpunkten durch eine Gerade zu begrenzen, wie Fig. 95 zeigt. Die größten Momente treten nur unter

Der Fachwerkträger, an beiden od. an einem Ende unterstützt. 105

den Knotenpunkten auf, daher genügt es, für diese Stellen Einflußlinien zu zeichnen.

Beispiel 10. Der Balken AB in Fig. 94 sei auf die ganze Länge gleichmäßig mit p für die Längeneinheit belastet. Mit Hilfe der Einflußlinie soll das Moment für die beliebige Stelle C ermittelt werden.

Nach Gleichung (51) auf Seite 99 wird

$$M_c = W = p \cdot F.$$

Der Inhalt der Einflußfläche ist aber

$$F = \frac{l \cdot \eta_c}{2} = \frac{l}{2} \cdot \frac{a(1-a)}{1} = \frac{a(1-a)}{2},$$

somit

$$M_c = \frac{p a (1-a)}{2}.$$

Dieselbe Gleichung ist bereits auf S. 75, Formel (36), gefunden worden, wobei an Stelle von a der Wert x steht.

V. Abschnitt.

Der Fachwerkträger, an beiden oder an einem Ende unterstützt.

§ 28. Allgemeine Betrachtungen.

Ein Träger, Fig. 96, der aus einer Anzahl von geraden, in einer Ebene liegenden Stäben so zusammengesetzt ist, daß ein Netz von Dreiecken entsteht, heißt ein Fachwerkträger. Die Eckpunkte der Dreiecke, welche fast immer auf der äußeren Begrenzung des Fachwerknetzes liegen, heißen Knotenpunkte. In diesen denkt man sich die Stäbe des Fachwerks gelenkartig und reibungslos verbunden. Die den äußeren Umfang eines Fachwerks bildenden Stäbe nennt man die Gurtungen (Ober- und Untergurt), während die dazwischen-

liegenden Stäbe als Wand- oder Füllungsglieder (Pfeiler und Streben, oder Vertikalen und Diagonalen) bezeichnet werden. Das zwischen zwei Knotenpunkten einer Gurtung liegende Stück eines Trägers heißt ein Feld (Trägerfeld).

An einem Dreieck erkennt man, daß 3 Stäbe durch 3 Knotenpunkte gegenseitig festgelegt sind, und daß immer zwei weitere Stäbe einen neuen Knotenpunkt festlegen, so daß zur Festlegung von k Knotenpunkten eines Fachwerks s Stäbe erforderlich sind, welche der Bedingung genügen müssen

$$(59) \quad s = 3 + (k - 3) 2 = 2k - 3.$$

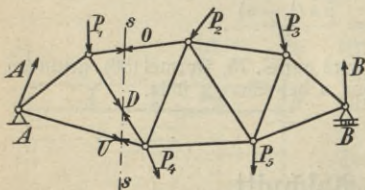


Fig. 96.

Da aber nach § 10, Fig. 25, jede Kraft nach drei sich nicht in einem Punkte schneidenden Richtungen zerlegt werden kann, so können auch in einem nach Formel (59) gebildeten Fachwerke die infolge der

äußeren Kräfte (Belastung) auftretenden inneren Kräfte (Stab- oder Spannkkräfte) nach den einfachen Regeln der Statik bestimmt werden, und das Fachwerk heißt daher statisch bestimmt. Wenn nur die Fachwerkstäbe in Frage kommen, so hat man es mit der inneren statischen Bestimmtheit zu tun; die äußere statische Bestimmtheit ist nach § 23, (Formel 34), zu untersuchen.

Wird bei einem Fachwerk $s > 2k - 3$, so ist es statisch unbestimmt und muß mit Hilfe der Elastizitätslehre berechnet werden; wird $s < 2k - 3$, so ist es beweglich oder labil, also unbrauchbar. Vgl. auch S. G. Bd. 179, § 5.

Die Form der Fachwerke kann sehr verschiedenartig sein, je nach ihrem Zwecke als Dachbinder, Brückenträger usw. hat

man Dreieckträger, Parallelträger, Trapezträger, Parabelträger usw.

Bei den Fachwerkträgern hat man es im allgemeinen mit mittelbarer Belastung zu tun, weil die Lasten durch geeignete Zwischenkonstruktionen nach den Knotenpunkten übertragen werden.

§ 29. Der Fachwerkträger mit ruhender Belastung.

Diese Belastungsart der Fachwerkträger ist bei Dächern, bei Brücken (in bezug auf das Eigengewicht) usw. vorhanden.

a) Auflagerdrücke (=widerstände). Diese sind, in derselben Weise wie bei dem einfachen Träger, mit Hilfe des bekannten Kraft- und Seilecks zu bestimmen, vgl. § 24, 1.

b) Innere Kräfte (Stab- oder Spannkräfte). Wird ein einfaches Fachwerk (Fig. 96) an einer beliebigen Stelle $s-s$ durchgeschnitten, so darf man bei einem statisch bestimmten Fachwerke auf höchstens 3 Stäbe treffen. Bringt man an den Schnittstellen der 3 Stäbe die inneren Kräfte O , D , U an, so muß jeder Teil des Fachwerks für sich im Gleichgewicht sein. Die inneren Kräfte können nur in die Richtung der Stäbe fallen, weil sonst ein Drehen der letzteren erfolgen müßte, es sind daher nur Zug- oder Druckkräfte in den einzelnen Stäben möglich. Die Ermittlung der 3 Stabkräfte O , U , D ist in Fig. 97 gezeigt. Mit den äußeren Kräften P_1 bis P_5 , welche auf den Dachbinder in Fig. 97 einwirken, ist in bekannter Weise Kraft- und Seileck gezeichnet. Ein Schnitt $s-s$ durch das zweite Feld trifft die 3 Stäbe O , U , D , welche mit der auf das abgeschchnittene Trägerstück einwirkenden Mittelkraft Q , die gleich der Querkraft ist, im Gleichgewicht sein müssen. Weil sich die drei Stäbe O , U und D nicht in einem Punkte schneiden, so können ihre Spannkräfte nach dem auf S. 26 in Fig. 25 angegebenen Verfahren von Culmann (Schnittmethode) bestimmt werden. Durch den Schnittpunkt der von $s-s$ ge-

trossenen Seileckseiten ist die Lage von Q bestimmt, verlängert man nun U bis zum Schnittpunkt C auf Q und verbindet C mit dem Schnittpunkte E von O und D durch die Gerade R , so muß die in R wirkende Kraft mit U und Q im Gleichgewicht sein, was durch ein geschlossenes Kräfte-dreieck im Kräfte-eck ausgedrückt ist. Andererseits müssen aber auch die am Knotenpunkt E angreifenden Kräfte R , O , D im Gleichgewicht

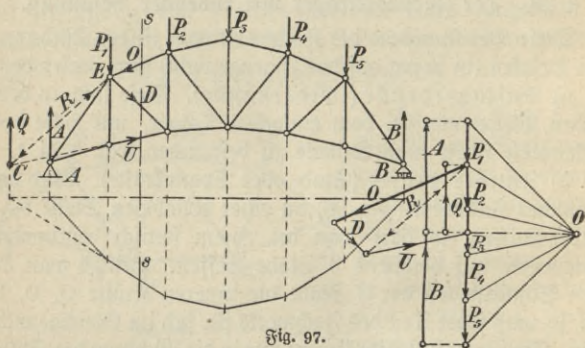


Fig. 97.

sein, denen ebenfalls ein geschlossenes Kräfte-dreieck entspricht, welches, an das erstere gelegt, für die Kräfte Q, O, D, U einen geschlossenen Kräftezug liefern muß, wobei sich die Kräfte R gegenseitig aufheben. Durch dieses Kräfte-eck sind die gesuchten Spannkräfte nach Größe und Sinn bestimmt, überträgt man ihre Pfeile in den Schnitt $s-s$, an das abgeschnittene Trägerstück, so erkennt man, daß O einen gegen den Stab gerichteten Pfeil erhält, der einer Druckkraft entspricht, während die Pfeile von D und U abwärts gerichtet sind und somit Zugkräfte andeuten. In den Kräfte-plänen sollen hinfert die Druckkräfte durch starke Linien und die Zugkräfte durch schwache Linien gekennzeichnet werden.

Fällt in Fig. 97 R in die Richtung von O, so wird die Spannkraft in D gleich Null (Parabelträger).

Das Culmannsche Verfahren ist besonders dann am Platze, wenn nur in einigen Stäben die Spannungen ermittelt werden sollen. Sind alle Stabkräfte eines Fachwerks zu ermitteln, so benutzt man besser das Verfahren von Cremona (Vieleckmethode), wobei sich durch Zeichnen eines Kräfteplanes sofort alle Stabkräfte ergeben.

Alle an einem Fachwerke angreifenden äußeren Kräfte, einschließlich der Auflagerkräfte, müssen im Gleichgewicht sein; diese Bedingung ist erfüllt, wenn nach § 7 diesen Kräften ein geschlossenes Kräfteck mit fortlaufendem Umfahrungs-sinn und ein geschlossenes Seileck entspricht. Außerdem müssen aber auch die an jedem Knotenpunkte eines Fachwerkes angreifenden äußeren und inneren Kräfte im Gleichgewicht sein; diese Bedingung ist erfüllt, wenn nach § 6 diesen Kräften ein geschlossenes Kräfteck entspricht.

Bei der Herstellung eines Kräfteplanes beginnt man mit einem Knoten (Auflager), an dem nur 2 Stäbe zusammen-treffen, und auf den bekannte äußere Kräfte einwirken. Die Spannkräfte dieser Stäbe können durch ein Kräfteck zeich-nerisch leicht ermittelt werden. Geht man nun zu einem be-nachbarten Knoten über, an dem 3 Stäbe angreifen, so ist die Spannkraft des Verbindungsstabes beider Knoten be-reits bekannt, sie kann mit den äußeren Kräften am betrach-teten Knoten zu einer Mittelkraft vereinigt werden, welche mittels Kräftecks nach den Richtungen der beiden unbekanntem Stäbe zu zerlegen ist. In dieser Weise kann für sämtliche Knoten eines Fachwerkes nacheinander ein geschlossenes Kraft-eck gezeichnet werden. Dabei setze man die Kräfte möglichst so aneinander, wie sie bei einer Umfahrung des Knotens ge-troffen werden. Die Gesamtheit der Kräftecke aller Knoten eines Fachwerkes bildet den Kräfteplan desselben. Bei

den statisch bestimmten Fachwerken läßt sich ein Kräfteplan immer so zeichnen, daß jede Stabkraft nur einmal vorkommt und daß dabei jedem Knotenpunkte immer ein geschlossenes Kräfteck entspricht.

Um festzustellen, ob ein Stab gezogen oder gedrückt wird, übertrage man die Richtungspfeile aus jedem Kräfteck auf die Stäbe am zugehörigen Knotenpunkte. Zeigt ein Pfeil nach dem Knotenpunkt, so wirkt in dem dazugehörigen Stabe eine Druckkraft, im entgegengesetzten Falle eine Zugkraft. Erstere wird mit $-$ (Minus), letztere mit $+$ (Plus) bezeichnet.

Wird eine bereits bekannte Stabkraft an einem benachbarten Knoten weiter verwendet, so beachte man, daß ihr Sinn dabei umzukehren ist; im Kräfteplan soll dies in der Folge durch einen Doppelpfeil angedeutet werden.

Die Cremona-Kräftepläne haben den Nachteil, daß entstandene Fehler sich weiter fortpflanzen, daher ist es zu empfehlen, die Spannkraft eines bequem gelegenen Stabes zu berechnen und in den Kräfteplan einzutragen, wodurch größere Fehler vermieden werden.

An einem einfachen Polonceaubinder mit senkrechter Belastung, Fig. 98, soll das vorstehende Verfahren noch einmal erläutert werden. Der Einfachheit halber sind die Stäbe mit Zahlen bezeichnet.

Weil es sich hier um symmetrische Belastung handelt, so sind die Auflagerdrücke ohne weiteres bekannt, man erhält

$$A = B = \frac{1}{2} \Sigma P.$$

Mit diesen Werten und den Lasten ist in Fig. 98 das Kräfteck a b c d e f g gezeichnet. Beginnt man nun am Auflager A und führt einen Rundschnitt um dasselbe, der die anstoßenden Stäbe 1 und 2 trifft, so müssen deren Spannkräfte mit A und P_1 im Gleichgewicht sein. Diese Kräfte lassen sich zu dem geschlossenen Kräfteck b h d zusammensetzen, dessen Um-

fahrungssinn durch A und P_1 bestimmt ist. Die erhaltenen Pfeile werden auf die in A angreifenden Stäbe übertragen und es zeigt sich, daß in 1 eine Druckkraft ($-$) und in 2 eine Zugkraft ($+$) wirkt. Im Kräfteplan ist die Druckkraft durch einen kräftigen Strich gekennzeichnet.

Nunmehr ist ein neuer Rundschnitt zu führen, der nicht mehr als zwei Stäbe mit unbekannter Spannkraft trifft. Dies ist nur am Knoten C möglich. Die bekannte Stabkraft 1 greift in C mit anderem Sinn an als in A , ihr Pfeil ist daher

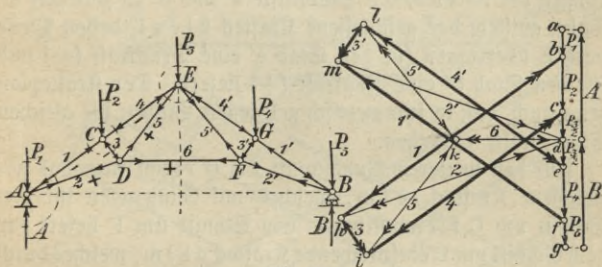


Fig. 98.

umzukehren, was durch einen Doppelpfeil kenntlich gemacht ist. Denkt man sich nun die Stabkraft 1 mit der in C angreifenden Last P_2 zu einer Mittelkraft vereinigt, so kann diese nach den Richtungen der unbekannteren Stabkräfte 3 und 4 zerlegt werden. Den im Gleichgewicht befindlichen Kräften 1, 3, 4 und P_2 entspricht das geschlossene Kräfteck $hbc i$, dessen Pfeile nach C übertragen für die Stäbe 3 und 4 je eine Druckkraft ($-$) liefern.

Führt man weiter einen Rundschnitt um D , so trifft man vier Stäbe, von zwei derselben sind die Spannkräfte bekannt, mithin können auch die Spannkräfte der beiden anderen gefunden werden. Den bekannten Stabkräften 2 und 3 gibt man entgegengesetzten Sinn (Doppelpfeile), denkt sie sich zu einer

Mittelkraft vereinigt und zerlegt letztere nach den Richtungen der unbekanntnen Stabkräfte 5 und 6. Hierdurch entsteht das geschlossene Kräfteck $d h i k$, dessen Pfeile nach D übertragen für die Stäbe 5 und 6 je eine Zugkraft (+) liefern.

Geht man zum Knoten E, so trifft ein Rundschnitt abermals vier Stäbe, wovon ebenfalls nur zwei eine unbekanntne Stabkraft besitzen. Kehrt man den Sinn der Stabkräfte 4 und 5 um (Doppelpfeile), so können sie mit der Last P_3 zu einer Mittelkraft vereinigt gedacht werden, welche nach den Richtungen der unbekanntnen Stabkräfte 4' und 5' zu zerlegen ist. Dabei entsteht das geschlossene Kräfteck $k i c e l$, dessen Pfeile nach E übertragen für den Stab 4' eine Druckkraft (—) und für den Stab 5' eine Zugkraft (+) liefern. Der Kräfteplan zeigt auch, daß in symmetrisch gelegenen Stäben die gleichen Spannkräfte entstehen.

Für den weiteren Rundschnitt um G erhält man das geschlossene Kräfteck $l e f m$, welches mit demjenigen für den Schnitt um C übereinstimmt. Ein Schnitt um F liefert das dem Schnitt um D entsprechende Kräfteck $d k l m$, welches durch die allein unbekanntne Stabkraft in 2' geschlossen werden muß.

Ein Blick auf die Fig. 98 läßt erkennen, daß es im allgemeinen genügt, bei symmetrischer Belastung den halben Kräfteplan zu zeichnen.

Beispiel 11. Ein belgischer Dachbinder von 15,0 m Weite hat eine lotrechte Belastung aufzunehmen, die für die inneren symmetrisch zur Mitte liegenden Knotenpunkte je 2500 kg beträgt, während auf die äußeren Knotenpunkte je 1250 kg entfallen (Fig. 99). Die Stabkräfte sind zu ermitteln.

Die Auflagerdrücke sind $A = B = \frac{1}{2} \Sigma P = 3 \cdot 2500 = 7500$ kg.

Von A ausgehend ist um die Punkte C, D ... bis L je ein Rundschnitt gelegt zu denken und für die jeweils getroffenen Stäbe und Lasten ist ein geschlossenes Kräfteck wie in Fig. 98 zu zeichnen. Sämtliche Kräftecke bilden den dargestellten Kräfteplan, aus dem die einzelnen Stabkräfte abzumessen sind. Letztere werden am besten in einer Tabelle zusammengestellt, wie es auf S. 119 geschehen ist.

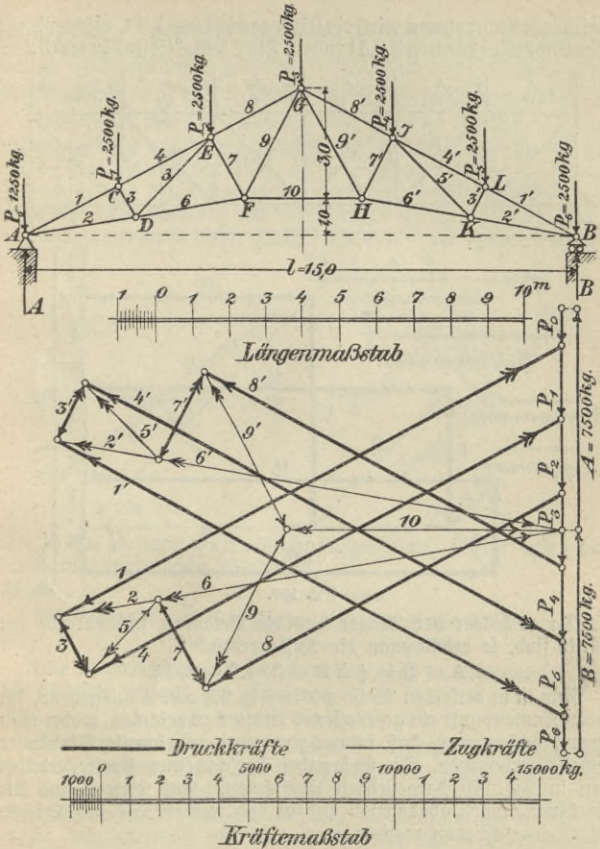


Fig. 99.

Beispiel 12. Der Hauptträger einer Brücke von 15 m Stützweite ist als Parallelträger mit 6 Feldern ausgebildet (Fig. 100). Auf jeden

mittleren Knotenpunkt wirkt ein Eigengewicht von 1,0 t, während auf den Endknotenpunkten je 0,5 t ruhen. Die Stabkräfte sind zu ermitteln.

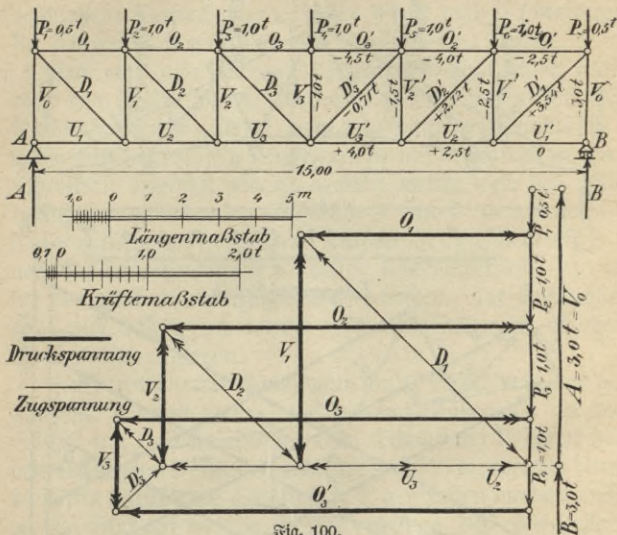


Fig. 100.

Da auch hier der Träger und die Belastung symmetrisch zur Mitte sind, so erhält man die Auflagerdrücke

$$A = B = \frac{1}{2} \Sigma P = 3 \cdot 1,0 = 3,0 \text{ t.}$$

Nun ist in derselben Weise wie in Fig. 99, von A ausgehend, für jeden Knotenpunkt ein geschlossenes Kräfteck zu zeichnen, wobei man darauf achten muß, daß immer nur zwei unbekannte Stabkräfte jeweils vorkommen. Die Gesamtheit der einzelnen Kräftecke bildet den in Fig. 100 dargestellten Kräfteplan. Aus diesem sind die Stabspannungen abgemessen und in den rechten Teil der Trägerfigur eingeschrieben worden.

§ 30. Winddruck und Schneedruck.

Der Winddruck ist von besonderer Bedeutung bei der Berechnung von Dächern, Türmen, hohen Mauern, Schorn-

steinen usw. Für die Windrichtung sind schon verschiedenartige Feststellungen gemacht worden, am einfachsten und zweckmäßigsten ist es, die Windrichtung horizontal anzunehmen.

Der Druck, den der Wind auf eine senkrecht zur Windrichtung stehende Fläche ausübt, sei p kg für die Flächeneinheit (= 125 bis 250 kg/qm). Stößt der Wind auf eine geneigte Fläche (Fig. 101), so kann er nur einen senkrechten Druck auf dieselbe ausüben, weil der Wind ohne Reibung von der schrägen Fläche abgleitet. Ist α der Neigungswinkel dieser Fläche AB und F ihr Inhalt, dann ist

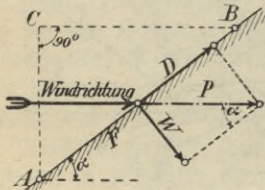


Fig. 101.

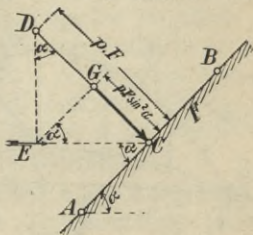


Fig. 102.

ihre Größe, senkrecht zur Windrichtung gemessen, $AC = F \cdot \sin \alpha$ und der darauf entfallende Winddruck

$$(60) \quad P = p \cdot F \cdot \sin \alpha .$$

Die senkrecht zur Dachfläche wirkende Seitenkraft von P ist

$$(61) \quad W = P \cdot \sin \alpha = p \cdot F \cdot \sin^2 \alpha .$$

Für die vielfach zu findende Annahme, daß die Windrichtung um 10° abwärts geneigt sei, erhält man:

$$(62) \quad W = p \cdot F \cdot \sin^2 (\alpha + 10^\circ) .$$

Der Ausdruck in Formel (61) kann in einfacher Weise konstruktiv gefunden werden. Trägt man in Fig. 102 senkrecht zu der als Strecke AB dargestellten Dachfläche F den Wert $p \cdot F$ als Strecke CD auf, projiziert diesen auf die Windrichtung, wodurch sich die Strecke CE ergibt, die, abermals auf die ursprüngliche Strecke CD projiziert, die Strecke CG abschneidet, die, wie leicht aus Fig. 102 abzulesen ist, den Wert $W = p \cdot F \cdot \sin^2 \alpha$ darstellt.

Soll der Ausdruck in Formel (62) konstruiert werden, so braucht nur die Windrichtung um 10° geneigt zu werden, im übrigen gleich die Konstruktion der vorhergehenden.

Hat man durch Winddruck belastete Träger (Dachbinder) zu untersuchen, so ist besonders die Auflagerung zu beachten. Ein statisch bestimmt aufgelagerter Träger soll nach S. 60 ein festes Kipplager und ein bewegliches Rollenlager erhalten. Letzteres kann aber nur einen lotrechten Widerstand leisten,

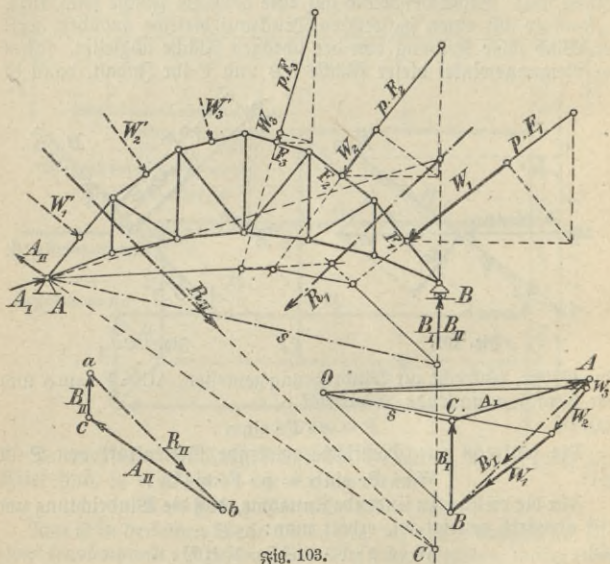


Fig. 103.

folglich erhält man, wie Fig. 103 zeigt, je nachdem der Wind von rechts oder links kommt, verschiedene Auflagerwiderstände. In Fig. 103 sind zunächst für Wind von rechts durch Auftragen der Werte pF_1, pF_2, pF_3 die Winddrücke W_1, W_2, W_3 konstruiert und zu dem Kräfteck AB aneinandergelagert, das die Mittelkraft R_I liefert, die mittels Seilecks festgelegt wird. Das Auflager B kann nur einen lotrechten

Widerstand leisten, trägt man dessen Richtung bei B in das Kräfteck ein, so ist seine Größe BC durch eine Parallele zur Schlußlinie s bestimmt, aber nur dann, wenn das Seileck durch das feste Auflager A hindurchgeht, weil die Richtung des Auflagerwiderstandes A von vornherein unbekannt ist. Durch die Strecke CA im Kräfteck ist nunmehr auch von A Größe und Richtung bestimmt.

Ein anderes, aber nicht immer anwendbares Verfahren ist für den Wind von links gebraucht. Die Mittelkraft R_{II} ist wegen der Symmetrie des Daches symmetrisch zu R_I , wird sie bis zum Schnittpunkt C mit der Richtung des Auflagerwiderstandes B verlängert, so ist durch die Richtung CA die Richtung des Auflagerwiderstandes A bestimmt, dessen Größe aus dem Kräfteck abc zu entnehmen ist.

Nachdem die Auflagerwiderstände A und B bestimmt sind, können in bekannter Weise die Stabspannungen ermittelt werden, vorher sind jedoch die Winddrücke W_1, W_2, W_3 je zur Hälfte an die benachbarten; Knotenpunkte zu versetzen die Knotenlasten ergeben sich direkt aus dem Kräfteck.

Beispiel 13. Für den im Beispiel 11, S. 112 gegebenen belgischen Dachbinder sind die Stabkräfte infolge Windbelastung zu ermitteln, wenn auf die mittleren Knotenpunkte je 800 kg und auf den Fuß- und Firstpunkt je 400 kg entfallen.

In Fig. 104 ist dieser Binder mit einem beweglichen Auflager am rechten Ende dargestellt. Zunächst wird der von links her kommende Winddruck in Betracht gezogen, dessen Mittelkraft gleich R_I sein möge. Zur Bestimmung der Auflagerwiderstände ist das in Fig. 103 gegebene, einfachere Verfahren nicht anwendbar, weil der Schnittpunkt von R_I und dem lotrechten Auflagerdruck des beweglichen Auflagers B außerhalb der Zeichenfläche liegt, es muß deshalb ein Seileck (Fig. 104 a) benutzt werden, dessen Schlußlinie s_1 , in das zugehörige Kräfteck (Fig. 104 b) versetzt, die Auflagerwiderstände $A_I = CA$ und $B_I = BC$ bestimmt. Nunmehr ist in bekannter Weise der Kräfteplan zu zeichnen, indem man, in A beginnend, für jeden Knoten ein geschlossenes Kräfteck zeichnet; dabei ist aber zu be-

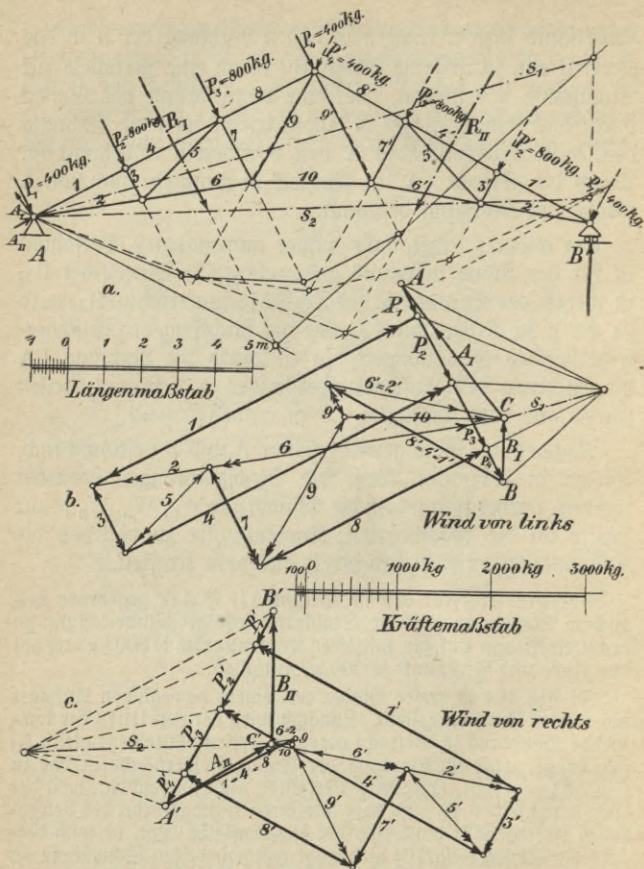


Fig. 104.

achten, daß dies nur für Anoten mit nicht mehr als zwei unbekanntem Stabkräften möglich ist.

Insbesondere ist hier darauf zu achten, daß die letzte Stabkraft 1' oder 2' sich zwanglos in den Kräfteplan einfügt, und daß für den Punkt B auch ein geschlossenes Kräfteck entsteht.

Die aus Fig. 104 b abgemessenen Stabkräfte sind in die nachstehende Tabelle eingetragen.

Weiter ist der von rechts her kommende Winddruck zu betrachten, dessen Mittelkraft R_{II} sein möge. Auch hier sind die Auflagerdrücke mittels eines Seilecks (Fig. 104 a) zu bestimmen, dessen Schlußlinie s_2 im zugehörigen Kräfteck (Fig. 104 c) die Auflagerwiderstände $A_{II} = A'C'$ und $B_{II} = C'B'$ festlegt. Nunmehr ist wieder der Kräfteplan zu zeichnen. Die in demselben abgemessenen Stabkräfte sind auch in die folgende Tabelle eingetragen.

Die Werte für lotrechte Belastung stammen aus Fig. 99.

Tabelle der Stabspannungen.

Nummer des Stabes	Lotrechte Belastung kg	Wind von links kg	Wind von rechts kg	Größt- wert der Spannung kg
1	-19550	-3950	-3250	-23500
2	+17500	+4500	+2720	+22000
3	-2200	-800	-800	-3000
4	-18400	-3950	-3250	-22350
5	+3500	+1300	+1300	-4800
6	+14100	+3230	+1500	+17330
7	-3450	-1200	-1200	-4650
8	-13950	-2730	-2100	-16680
9	+6100	+1850	+1500	+7950
10	+9400	+1730	+2300	+11130

Aus vorstehender Tabelle ersieht man, daß für Wind von rechts, d. h. von der Seite des beweglichen Auflagers, kleinere Spannungen entstehen als für Wind von links. Es genügt daher meistens, nur für Wind, welcher auf der Seite des festen Auflagers angreift, einen Kräfteplan zu zeichnen.

Der Schneedruck ist im allgemeinen eine gleichmäßig verteilte lotrechte Belastung (75 kg/qm). Bei Dächern kann der Schnee jedoch durch den Wind abgeweht werden, so daß eine einseitige Belastung entsteht. Für die Gurtstäbe der

Dachbinder liefert diese Belastungsart immer kleinere Werte als Vollbelastung, sie kann deshalb fortgelassen werden. Anders verhält es sich jedoch mit den Wandgliedern. Schneiden sich die mit einem Wandstabe gleichzeitig von einem Schnitt getroffenen Gurtstäbe außerhalb der Spannweite des Dachbinders, so erzeugt einseitige Belastung eine größere Spannkraft in dem Wandstab als Vollbelastung. (Vgl. S. G. Bd. 179, S. 40.) Bei den meisten Dachbindern fallen die Schnittpunkte der Gurtstäbe höchstens in die Auflager, so daß hierfür die Vollbelastung immer ausreichend ist.

Bei flachen Dächern genügt es, den Winddruck zu der lotrechten Belastung zu schlagen, so daß man mit einem einzigen Kräfteplane auskommt.

§ 31. Der Fachwerkträger mit beweglicher Belastung.

Hier kommen hauptsächlich Brückenträger, Kranträger usw. in Betracht, die am vorteilhaftesten mittels Einflußlinien untersucht werden. Am Schlusse dieses Paragraphen sind noch einige andere Verfahren angegeben.

Fachwerke, deren veränderliche Belastung durch Schnee- und Winddruck hervorgebracht wird, sind bereits im § 30 behandelt worden (Dachbinder).

a) Einflußlinien für die Auflagerwiderstände.

Diese unterscheiden sich nicht von denjenigen für einen Vollwandträger, mithin können die im § 27, 1, S. 100 gefundenen Einflußlinien auch hier ohne weiteres gebraucht werden.

b) Einflußlinien für die Stabkräfte.

Ist ein Fachwerkträger im Gleichgewicht, so muß die Summe der Momente sämtlicher an demselben angreifender Kräfte in

bezug auf jeden beliebigen Punkt der Trägerebene (Momentenpunkt) gleich Null sein. Hierauf gründet sich das Verfahren von Ritter zur Ermittlung der Stabkräfte eines Fachwerkträgers (vgl. S. G. Bd. 179, § 7).

Legt man durch den in Fig. 105 dargestellten Träger AB einen Schnitt $s-s$, so wird jeder abgetrennte Teil durch die Spannkraften der drei getroffenen Stäbe O, U und D im Gleichgewicht gehalten.

Wählt man den Schnittpunkt G_o der Stäbe D und U als Momentenpunkt (Gegenpunkt des Stabes O), dessen Abstand von O gleich h_o sein möge, und bezeichnet das Moment der äußeren Kräfte für diesen Punkt mit M_o , so erhält man aus $M_o + O \cdot h_o = 0$

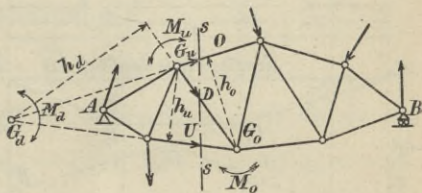


Fig. 105.

$$(63) \quad O = - \frac{M_o}{h_o}.$$

In der gleichen Weise folgt für den Momentenpunkt G_u , der den Abstand h_u von U haben möge,

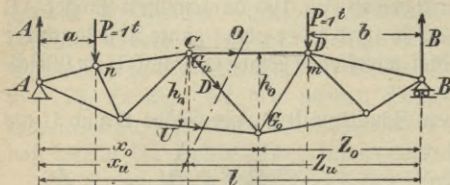
$$(64) \quad U = + \frac{M_u}{h_u}.$$

Und für die Diagonale erhält man als Momentenpunkt G_d den Schnittpunkt des zugehörigen Ober- und Untergurtstabes, welcher von der Diagonale den Abstand h_d haben möge. Da aber für G_d das äußere Moment M_d positiv oder negativ sein kann, so folgt

$$(65) \quad D = \pm \frac{M_d}{h_d}.$$

Mit diesen Gleichungen sind die Einflußlinien zu ermitteln. Die Last $P = 1t$ soll am Obergurt angreifen.

1. Einflußlinie eines Obergurtstabes O . Steht die Last $P = 1t$ rechts vom Momentenpunkte G_0 an einer beliebigen Stelle m



im Abstände b vom Auflager B (Fig. 106), so ist der Auflager-

$$\text{druck } A = \frac{1 \cdot b}{l}$$

und das Moment für G_0 wird $M_0 = A \cdot x_0$

$$= \frac{1 \cdot b}{l} \cdot x_0.$$

Hiermit folgt aus Gleichung (63)

$$(66) \quad O = - \frac{M_0}{h_0}$$

$$= - \frac{1 \cdot b \cdot x_0}{l \cdot h_0}$$

$$= \eta_{m_0}.$$

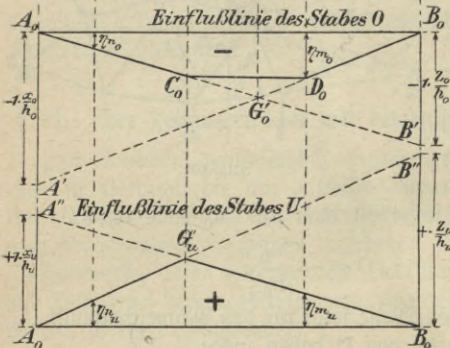


Fig. 106.

Für veränderliches b stellt diese Gleichung eine Gerade dar. Wird $b = 0$, so ist $\eta_{m_0} = 0$ und für $b = l$ ist $\eta_{m_0} = - \frac{x_0}{h_0}$.

Durch diese Werte, die im Kräftemaßstabe zu messen sind, wird die Gerade $A'B_0$ in Fig. 106 festgelegt, wobei die negative Ordinate $A_0A' = - \frac{x_0}{h_0}$ unterhalb der Geraden A_0B_0 anzutragen ist, denn aus der Fig. 106 erhält man wieder

$$-\frac{x_0}{h_0} : 1 = \eta_{m_0} : b \quad \text{oder} \quad \eta_{m_0} = -\frac{b x_0}{1 h_0},$$

wie oben in (66). Befindet sich die Last links von G_0 an beliebiger Stelle n im Abstände a vom Auflager A , so ist

$$\begin{aligned} A &= \frac{1(1-a)}{1} \quad \text{und} \quad M_0 = A x_0 - 1(x_0 - a) \\ &= \frac{1}{1} a (1 - x_0) = \frac{1}{1} a \cdot z_0 = B \cdot z_0 \end{aligned}$$

und es folgt aus Gleichung (63)

$$(67) \quad 0 = -\frac{M_0}{h_0} = -\frac{1 \cdot a z_0}{1 \cdot h_0} = \eta_{n_0}.$$

Diese Gleichung stellt für veränderliches a eine Gerade dar.

Für $a = 0$ wird $\eta_{0_0} = 0$ und für $a = 1$ wird $\eta_{1_0} = -\frac{z_0}{h_0}$.

Trägt man diese Werte im Kräftemaßstabe an der entsprechenden Stelle auf, indem man $B_0B' = -\frac{z_0}{h_0}$ macht, so erhält

man in Fig. 106 die Gerade A_0B' , denn es ist $-\frac{z_0}{h_0} : 1$

$$= \eta_{n_0} : a \quad \text{oder} \quad \eta_{n_0} = -\frac{a \cdot z_0}{1 \cdot h_0}, \quad \text{wie in (67).}$$

Hiermit ist die Einflußlinie des Obergurtstabes O durch das Dreieck $A_0G_0B_0$ dargestellt. Da aber der Momentenpunkt G_0 auf der unbelasteten Gurtung liegt, so hat man hier denselben Fall wie bei mittelbarer Belastung eines einfachen Balkens; die Einflußlinie für O ist gemäß Gleichung (50) durch die Gerade C_0D_0 , welche dem in Betracht gezogenen Stabe O entspricht, zu begrenzen.

2. Einflußlinie eines Untergurtstabes U . In derselben Weise wie bei dem Obergurtstab ergeben sich hier

für eine rechts bzw. links von G_u stehende Last $P = 1 t$ die Gleichungen

$$(68) \quad U = + \frac{1 \cdot b \cdot x_u}{1 \cdot h_u} = \eta_{m_u}$$

bzw.

$$(69) \quad U = + \frac{1 \cdot a \cdot z_u}{1 \cdot h_u} = \eta_{n_u}.$$

Der Gleichung (68) entspricht in Fig. 106 die Gerade $A''B_0$, wenn $A_0A'' = + \frac{x_u}{h_u}$ gemacht wird, denn es ist $\frac{x_u}{h_u} : 1 = \eta_{m_u} : b$ oder $\eta_{m_u} = \frac{b \cdot x_u}{1 \cdot h_u}$. Und der Gleichung (69) entspricht die Ge-

rade A_0B'' , wenn $B_0B'' = + \frac{z_u}{h_u}$ gemacht wird, denn aus $\frac{z_u}{h_u} : 1 = \eta_{n_u} : a$ folgt $\eta_{n_u} = \frac{a \cdot z_u}{1 \cdot h_u}$. Das Dreieck $A_0G'_uB_0$ ist somit die Einflußlinie des Untergurtstabes U .

Greift die Last $P = 1 t$ am Untergurt an, so vertauschen beide Einflußlinien ihre Gestalt, es muß dann eine dem Untergurtstabe U entsprechende Begrenzung der Einflußlinie $A_0G'_uB_0$ vorgenommen werden. Die unter 1 und 2 gefundenen Einflußflächen sind die durch h_0 bzw. h_u reduzierten Einflußflächen für das Moment eines einfachen Balkens. Vgl. § 27, 1.

3. Einflußlinie einer Diagonale D . Für die Diagonalen liegt der Momentenpunkt G_d gewöhnlich außerhalb der Spannweite AB des Trägers (ausgenommen bei nach oben gekrümmtem Untergurt). Steht in Fig. 107 die Last $P = 1 t$ rechts vom Schnitt $s-s$ an beliebiger Stelle m , so wird $A = \frac{1 \cdot b}{1}$ und $M_d = + A \cdot x_d = \frac{1 \cdot b \cdot x_d}{1}$. Hiermit folgt aus Gleichung (65)

$$(70) \quad D = \frac{M_d}{h_d} = + \frac{1 \cdot b \cdot x_d}{1 \cdot h_d} = \eta_{m_d}.$$

Dieser Gleichung entspricht eine Gerade. Wird $b = 0$, so ist $\eta_{m_d} = 0$ und wird $b = 1$, so ist $\eta_{o_d} = \frac{x_d}{h_d}$. Diese Werte sind an die Gerade A_0B_0 in Fig. 107 anzutragen, wodurch

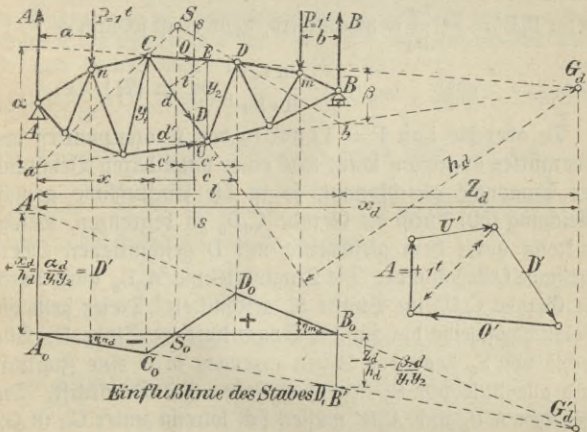


Fig. 107.

sich die Gerade $A'B_0$ ergibt. Für letztere gilt $\frac{x_d}{h_d} : l = \eta_{m_d} : b$ oder $\eta_{m_d} = \frac{b x_d}{l h_d}$, wie in (70).

Liegt die Last $P = 1t$ links vom Schnitt $s-s$ an beliebiger Stelle n , so wird $A = \frac{1 \cdot (l - a)}{l}$ und

$$M_d = A \cdot x_d - 1 (x_d - a) = \frac{1(l - a)}{l} x_d - 1 (x_d - a)$$

$$= \frac{1}{l} a (l - x_d) = - \frac{1}{l} a (x_d - l) = - \frac{1 \cdot a \cdot z_d}{l}.$$

Aus Gleichung (65) folgt hiermit

$$(71) \quad D = \frac{M_d}{h_d} = - \frac{1 \cdot a \cdot z_d}{l \cdot h_d} = \eta_{n_d}.$$

Dieser Gleichung entspricht die Gerade A_0B' in Fig. 107, wenn $B_0B' = - \frac{z_d}{h_d}$ gemacht wird, denn es ist sodann $-\frac{z_d}{h_d} : l = \eta_{n_d} : a$ oder $\eta_{n_d} = - \frac{a z_d}{l \cdot h_d}$, wie in (71).

Da aber die Last $P = 1 \text{ t}$ nur in den Knotenpunkten des Obergurtes angreifen kann, was einer mittelbaren Belastung der Diagonale gleichkommt, so ist die Einflußlinie gemäß Gleichung (50) durch die Gerade C_0D_0 zu begrenzen, welche senkrecht unter dem gleichzeitig mit D geschnittenen Obergurtstabe O liegen muß. Die Tragwerklinie A_0B_0 wird durch die Gerade C_0D_0 im Punkte S_0 geschnitten. Dieser stellt die Belastungsscheide dar für die Spannkraft im Stabe D . Alle rechts von S_0 liegenden Lasten erzeugen in D eine Zugkraft und alle links von S_0 liegenden Lasten eine Druckkraft. Die Geraden $A'B_0$ und A_0B' müssen sich lotrecht unter G_a in G'_a schneiden.

Die Belastungsscheide kann auch in anderer Weise gefunden werden, man braucht dann nur den Wert der Gleichung (70) oder (71) zu berechnen. Verlängert man in Fig. 107 den gleichzeitig mit D geschnittenen unbelasteten Untergurtstab U bis zu den Schnittpunkten a und b mit den Auflager senkrechten und verbindet diese Punkte mit den Endpunkten C und D des gleichzeitig geschnittenen belasteten Obergurtstabes O , so schneiden sich die Verbindungsgeraden im Punkte S , welcher die Belastungsscheide angibt. Der Beweis ergibt sich leicht mit Hilfe des Seilecks $aCDB$.

Zuweilen wird die Bestimmung des Hebelarmes h_d sehr unbequem, weil der Schnittpunkt der Gurtstäbe G_d sehr weit aus der Zeichenebene herausfällt. Dann kommt man in folgender Weise leicht zum Ziel. Verlängert man den gleichzeitig mit D geschnittenen Obergurtstab O und den Untergurtstab U , so werden von diesen Verlängerungslinien auf den Auflagersekrechten (Fig. 107) die Werte α und β abgelesen. Hat die Diagonale D die Länge d und den Neigungswinkel δ , so ist ihre horizontale Projektion $d' = d \cdot \cos \delta$. Zieht man in dem Fachwerk von den Endpunkten der Diagonale D die Lotrechten y_1 und y_2 und fällt von dem Endpunkte E der letzteren das Lot t auf D , so entstehen ähnliche Dreiecke und daraus folgt: $h_d : t = \overline{CG_d} : \overline{CE} = (x_d - x) : d'$ oder $h_d = \frac{t(x_d - x)}{d'}$. Ferner gilt $t : y_2 = d' : d$ oder $t = \frac{d' \cdot y_2}{d}$,

also $h_d = (x_d - x) \frac{y_2}{d}$. Schließlich erhält man noch aus $\alpha : y_1$

$= x_d : (x_d - x)$ den Wert $x_d = \frac{\alpha(x_d - x)}{y_1}$. Setzt man nun diese Werte in die Gleichung (70) ein, so folgt

$$(72) \quad D = + \frac{b x_d}{l h_d} = \frac{b \alpha (x_d - x) \cdot d}{l (x_d - x) \cdot y_2 \cdot y_1} = \frac{b \alpha d}{l y_1 \cdot y_2} = \eta_{m_d}.$$

Und mit $b = 1$ erhält man die Strecke $A_0 A' = \frac{\alpha \cdot d}{y_1 \cdot y_2}$.

In derselben Weise läßt sich auch ableiten, daß

$$(73) \quad D = - \frac{a \cdot z_d}{l h_d} = - \frac{\alpha \beta d}{l y_1 \cdot y_2} = \eta_{n_d}.$$

Und mit $a = 1$ wird die Strecke $B_0 B' = - \frac{\beta \cdot d}{y_1 \cdot y_2}$.

Schließlich kann man die Strecken $A_0 A'$ und $B_0 B'$ auch auf graphischem Wege ermitteln. In Fig. 107 ist dies für die erstere ausgeführt. Man denkt sich den Träger AB rechts vom Schnitt $s-s$ so belastet, daß der Auflagerdruck $A = 1 t$ entsteht. Mit diesem zeichnet man für das durchschnittene Feld nach dem Culmannschen Verfahren einen Kräfteplan, welcher den Wert D' liefert, der gleich der Strecke $A_0 A'$ ist.

4. Einflußlinie einer Vertikale V . Diese stellt einen Sonderfall der Einflußlinie einer Diagonale dar,

Fig. 108. Der Schnitt $s-s$ ist auch hier so zu führen, daß er nur 3 Stäbe trifft, man erhält dann in derselben Weise wie unter 3

$$(74) \quad V = - \frac{b \cdot x_v}{l \cdot h_v} = \eta_{m_v}$$

und

$$(75) \quad V = + \frac{a \cdot z_v}{l \cdot h_v} = \eta_{n_v}.$$

Die hierdurch bestimmten Geraden sind festgelegt durch die Grenzwerte $A_0A' = - \frac{x_v}{h_v}$ und $B_0B' = + \frac{z_v}{h_v}$. Fällt

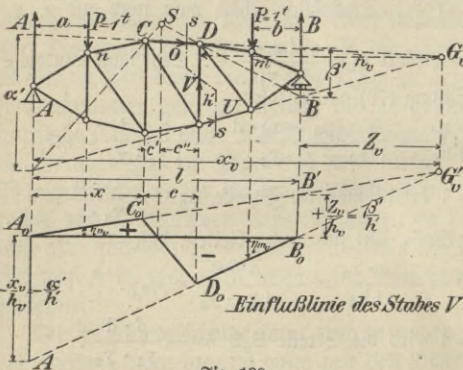


Fig. 108.

auch hier der Punkt G_v weit aus der Zeichenebene, dann benutzt man die Formeln (72) und (73) und erhält $A_0A' = - \frac{\alpha'}{h'}$ bzw.

$$B_0B' = + \frac{\beta'}{h'}$$

wenn h' die

Länge der geschnittenen Vertikale ist. Die Einflußlinie für V ist durch die gebrochene Linie $A_0C_0D_0B_0$ dargestellt.

Greifen die Lasten am Untergurt an, so ist die Konstruktion zur Bestimmung der Belastungsscheide umzudrehen, so daß der Punkt S unterhalb des Fachwerks liegt, im übrigen erhält man die Einflußlinien wie vorstehend.

c) Andere Verfahren zur Ermittlung der Stabkräfte bei beweglicher Belastung.

1. Spannkkräfte in den Gurtungen. Aus den zur Ermittlung der Einflußlinien benutzten Gleichungen (63) und (64) erkennt man, daß die in den Gurtstäben eines Fachwerks auftretenden Spannungen von den Biegemomenten um die zugehörigen Gegenpunkte, die auf der gegenüberliegenden Gurtung liegen, abhängig sind. Soll die größte Spannkraft eines Gurtstabes entstehen, so ist diejenige Laststellung

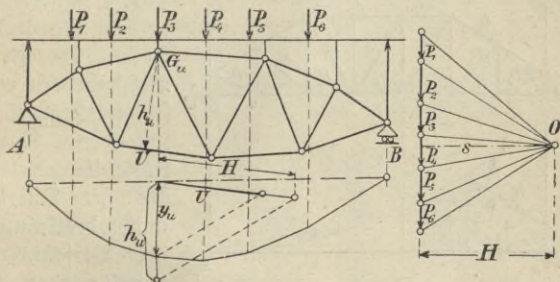


Fig. 109.

zu ermitteln, welche für den Gegenpunkt dieses Stabes das größte Moment erzeugt. Hierzu sind die Formeln (41) und (42) auf S. 83 zu verwenden. Bei gleichmäßiger Belastung kommt nur Vollbelastung in Frage.

Für den Stab U des Fachwerkträgers AB in Fig. 109 ist die größte Stabkraft zu ermitteln. Man bestimmt nach den Formeln (41) und (42) die ungünstigste Laststellung für G_u , zeichnet hierzu Kraft- und Seileck und erhält $M_{u_{max}} = H \cdot y_u$. Wird nun in einem Endpunkte von y_u die Polweite H unter beliebigem Winkel sowie in Richtung von y_u der Hebelarm h_u angetragen und dessen Endpunkt mit demjenigen von H durch eine Gerade verbunden, so schneidet eine Parallele zur

letzteren, die durch den andern Endpunkt von y_u geht, auf H die gesuchte Stabkraft U ab. Aus den entstandenem ähnlichen Dreiecken folgt $h_u : H = y_u : U$ oder

$$U = \frac{H \cdot y_u}{h_u} = \frac{M_{u_{\max}}}{h_u}.$$

Dieses Verfahren kann für alle Ober- und Untergurtstäbe angewendet werden. Hierfür zeichnet man am besten die in Fig. 75 auf S. 81 gegebene Fläche der M_{\max} .

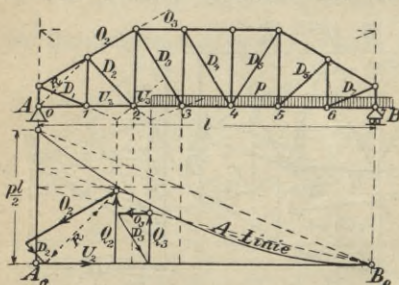


Fig. 110.

die größte Querkraft zu erhalten, ist zunächst die Belastungsscheide zu bestimmen, wie es in Fig. 107, S. 125 angegeben ist, sodann ist das in Fig. 85 auf S. 92 erläuterte Verfahren zur Bestimmung von Q_{\max} anzuwenden. In Fig. 110 ist für das zweite und dritte Feld des Trägers AB die größte Querkraft in dieser Weise ermittelt worden. Soll die Stabkraft D_2 bestimmt werden, so zerlege man Q_2 nach U_2 und R , wobei R einen Hilfsstab bedeutet, der im Schnittpunkt von D_2 und O_2 angreift. Die Kraft in R ist sodann nach den Richtungen von O_2 und D_2 zu zerlegen, wodurch sich ein geschlossenes Kräfteck ergibt, aus dem der Größtwert von D_2 zu entnehmen ist.

2. Spannkraften in den Wandgliedern. Die in den Wandgliedern eines Fachwerkträgers auftretenden Spannkraften können direkt aus der Querkraft mittels des Culmann'schen Verfahrens ermittelt werden. Vgl. Fig. 97, S. 108. Um

Noch einfacher gestaltet sich das Verfahren, wenn Ober- und Untergurt parallel werden (Parallelträger), dann ist wie in Fig. 110 im dritten Feld Q_3 nach O_3 und D_3 zu zerlegen, wodurch man direkt die Spannkraft D_3 erhält.

§ 32. Der freitragende Fachwerkträger.

Derartige Träger finden hauptsächlich als Dachbinder (Vordächer) Balkonträger usw. Verwendung. Ihre größten Stabkräfte entstehen bei Vollbelastung. Von besonderer Wichtigkeit ist bei diesen Trägern die Bestimmung der Auflagerwiderstände (Verankerung).

a) Auflagerwiderstände. In Fig. 111 ist ein Vordachträger AB dargestellt, der eine lotrechte Belastung zu tragen hat. Sein Auflagerpunkt A besteht aus einem Gelenk, das jeden beliebig gerichteten Widerstand W leisten kann, während das andere Auflager bei C aus einer Verankerung besteht, welche eine Zugkraft Z in Richtung des Obergurtes aufzunehmen vermag. Um die

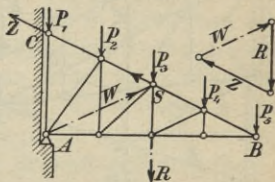


Fig. 111.

Auflagerkräfte zu bestimmen, ermittle man die Mittelkraft R aller äußeren Kräfte und bringe sie mit der Richtungslinie von Z in S zum Schnitt, dann ist durch die Gerade SA die Richtung des Widerstandes W bestimmt. Die Größe der Auflagerkräfte ist aus einem einfachen Kräfte-dreieck zu entnehmen (Fig. 111), das sich ergibt, indem man R aufträgt und durch seine Endpunkte Parallelen zu W und Z zieht.

Ist eine besondere Stützvorrichtung am freien Ende B angebracht, entweder eine Zugstange oder eine Druckstiebe,

so verfähre man, wie Fig. 112 zeigt. Zunächst wird wieder die Mittelkraft R der äußeren Kräfte bestimmt, die sich mit der Druckstrebe BC (oder Hängestange) im Punkte S schneidet. Durch die Gerade SA ist die Richtung des Widerstandes in A bestimmt, dessen Größe aus einem einfachen Kräfte-dreieck zu entnehmen ist.

b) Innere Kräfte. Die Ermittlung derselben erfolgt nach den im § 24 b gegebenen Regeln.

Der in Fig. 113 dargestellte Bordachbinder wird durch die lotrechten Lasten P_1 bis P_4 in Anspruch genommen, er

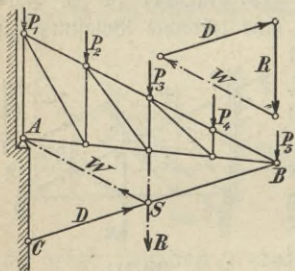


Fig. 112.

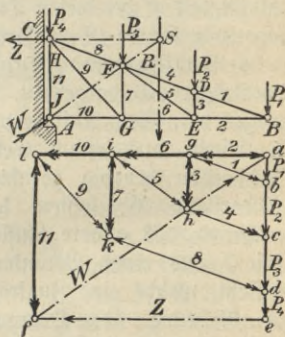


Fig. 113.

ist bei A durch ein Gelenk und bei C durch eine wagerechte Verankerung gestützt. Die äußeren und inneren Kräfte sind wie folgt zu bestimmen.

In bekannter Weise werden die äußeren Lasten zu einem Kräfteck $a b c d e$ aneinander gereiht und die Mittelkraft R wird durch das Kräfteck $a e f$ in die beiden Widerstände Z und W zerlegt. Die Richtung von W ist bestimmt durch die Verbindungsgerade AS , wenn S den Schnittpunkt von Z und R darstellt. Nunmehr sind die inneren Kräfte zu ermitteln,

indem man am freien Ende B beginnt. Ein Rundschnitt um B trifft die Stäbe 1 und 2, mithin ist die Last P_1 nach diesen beiden Richtungen zu zerlegen, wodurch das Kräfteck $a b g$ entsteht. Da aber Gleichgewicht vorhanden ist, so muß das Kräfteck einen fortlaufenden Umfahrungssinn haben. Überträgt man die Pfeile auf die Stäbe am Knoten B, so erkennt man, daß in 1 eine Zugkraft und in 2 eine Druckkraft wirkt. Letztere ist im Kräfteplan durch eine starke Linie kenntlich gemacht. Jetzt geht man zum Knoten D über, denn an diesem wirken nur 2 unbekannte Stabkräfte. Die umgekehrte Stabkraft 1 (Doppelpfeil) wird mit der Last P_2 zu einer Mittelkraft vereinigt gedacht, die nach den Richtungen der unbekanntenen Stabkräfte 3 und 4 zerlegt wird; hierdurch erhält man das Kräfteck $g b c h$, welches für Stab 4 eine Zugkraft und Stab 3 eine Druckkraft liefert. Ein Rundschnitt um E trifft die unbekanntenen Stabkräfte 5 und 6. Denkt man sich die in E wirkenden, umgekehrten Spannkräfte 2 und 3 zu einer Mittelkraft vereinigt, so erhält man daraus die Spannkräfte 5 und 6, wie das Kräfteck $a g h i$ zeigt. Dabei ist aber zu beachten, daß die Strecke $a i$ die Spannkraft 6 darstellt, die sich als Druck ergibt, während in 5 eine Zugkraft wirkt. Ein Rundschnitt um F liefert aus der Mittelkraft der umgekehrten Spannkräfte 4 und 5 sowie der Last P_3 die unbekanntenen Spannkräfte 7 und 8 durch das geschlossene Kräfteck $i h c d k$, wobei sich 7 als Druckkraft und 8 als Zugkraft ergibt. Durch einen Rundschnitt um G erhält man in gleicher Weise aus dem Kräfteck $a i k l$ die unbekanntenen Stabkräfte 9 und 10; in 9 ist eine Zugkraft und in 10, dargestellt durch die Strecke $a l$, eine Druckkraft wirksam. Ein Rundschnitt um H trifft nur die eine unbekanntene Stabkraft 11, welche mit den umgedrehten Spannkräften 8 und 9 sowie der Last P_4 und dem Auflagerwiderstande Z im Gleichgewicht sein muß. Für diese Kräfte erhält man das geschlossene Kräfteck $l k d e f$, in welchem die als

Druckkraft erscheinende Spannkraft 11 parallel zur Stabrichtung 11 sein muß, wodurch eine Kontrolle für die Richtigkeit des ganzen Kräfteplanes gegeben ist. Ebenso müssen auch noch die umgedrehten Spannkraften 10 und 11 mit W im Gleichgewicht sein, wie das Kräfteck $a1f$ zeigt, wobei sich W als Druckkraft ergibt.

Hat man eine gebrochene Dachoberfläche, oder eine schief gerichtete Belastung (Wind), oder greift am freien Ende des Tragträgers eine Druckstrebe oder Zugstange an, so hat man immer zunächst die Auflagerwiderstände zu ermitteln. Ist hierzu ein Seileck notwendig, so muß dieses durch das feste Auflagergelenk gelegt werden, vgl. Fig. 103 und 104. Sind alle äußeren Kräfte bekannt, dann wird der Kräfteplan in der beschriebenen Weise ausgeführt.

VI. Abschnitt.

Der vollwandige Dreigelenkbogen.

§ 33. Allgemeine Anordnung.

Ein nach oben gebogener oder gekrümmter Stab (Fig. 114),

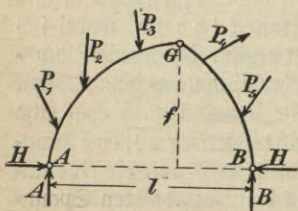


Fig. 114.

der mit seinen beiden Auflagern A und B durch Gelenke (Kämpfergelenke) verbunden ist und an beliebiger Stelle ein weiteres Gelenk G (Scheitelgelenk) besitzt, heißt Dreigelenkbogen. Die durch beliebige Belastung erzeugten Auflagerkräfte bezeichnet man als Kämpferdrücke und ihre beiden Seitenkräfte sind die vertikalen Auflagerdrücke

beiden Seitenkräfte sind die vertikalen Auflagerdrücke

A und B sowie der Horizontalschub H. Der Dreigelenkbogen besteht, unter Beiziehung der Erdscheibe, aus 3 Scheiben, die bekanntlich ein statisch bestimmtes Gebilde darstellen, wenn ihre Verbindung, gemäß Gleichung (34), durch $s = (n - 1) \cdot 3 = (3 - 1) \cdot 3 = 6$ Stäbe erfolgt. Diese Forderung ist erfüllt, denn jedes Gelenk stellt 2 Verbindungsstäbe dar, also sind $2 \cdot 3 = 6$ Stäbe vorhanden.

§ 34. Der Dreigelenkbogen mit ruhender Belastung.

a) Die Kämpferdrücke K_a und K_b . Um diese zu ermitteln, nimmt man zunächst nur das linke Bogenstück (Schenkel) AG in Fig. 115 als belastet an, zeichnet zu den vorhandenen Kräften P_1, P_2, P_3 ein Kräfteck abcd mit beliebigem Pol O_1 und hierzu ein Seileck, welches die Mittelkraft R_1 liefert, die in die beiden Kämpferdrücke K'_a und K'_b zu zerlegen

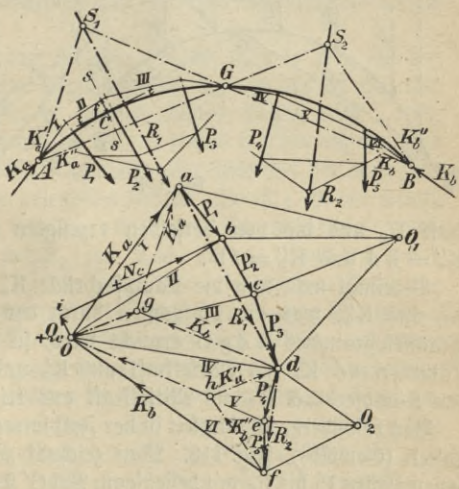


Fig. 115.

ist. Der Kämpferdruck K'_b wirkt allein auf das Bogenstück GB ein; soll dieses im Gleichgewicht sein, so muß K'_b durch das Gelenk G hindurchgehen, weil sonst eine Drehung des Bogen-

stückes BG erfolgen müßte. Die Richtungslinie BG von K'_b schneidet R_1 im Punkte S_1 und damit ist auch in S_1A die Richtung für K'_a gegeben. Zieht man im Kräfteck $ag \parallel S_1A$ und $dg \parallel S_1B$, so ist auch die Größe der Kämpferdrücke gegeben; es ist $ga = K'_a$ und $dg = K'_b$.

In derselben Weise findet man auch für die auf dem rechten Bogenstück GB befindlichen Lasten P_4 und P_5 die Mittel-

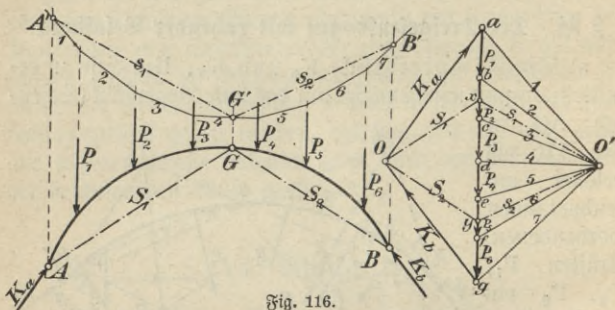


Fig. 116.

kraft R_2 und die von derselben erzeugten Kämpferdrücke $K''_a = h d$ und $K''_b = f h$.

Bereinigt man nun die Kämpferdrücke K'_a und K''_a bzw. K'_b und K''_b , was am einfachsten durch das Zeichnen des Parallelogrammes $h d g O$ erreicht wird, so stellt $O a$ den Kämpferdruck K_a als Mittelkraft aus K'_a und K''_a und $f O$ den Kämpferdruck K_b als Mittelkraft aus K'_b und K''_b dar.

Von besonderer Wichtigkeit ist der Fall lotrechter paralleler Lasten (Gewölbe), Fig. 116. Man zeichnet zu den vorhandenen Lasten P_1 bis P_6 mit beliebigem Pol O' Kraft- und Seileck, zieht die Lotrechten durch die drei Gelenke und trägt in das Seileck die den Kräften links von G entsprechende Schlußlinie s_1 und die den Kräften rechts von G entsprechende Schlußlinie s_2 ein. Zieht man vom Pol O' des Kräftecks

Parallelen zu den Schlußlinien s_1 und s_2 , so wird der Kräftezug $a \dots g$ in den Punkten x und y getroffen und die Abschnitte stellen die auf die 3 Gelenke entfallenden lotrechten Drücke dar, es ist $ax = A$, $xy = G$ und $yg = B$. Zieht man nun durch den Punkt x eine Parallele zur Sehne $AG = S_1$ und durch y eine Parallele zur Sehne $GB = S_2$, so erhält man den Schnittpunkt O , und die Strecken Ox bzw. yO sind die von der Last im Gelenk G herrührenden Kämpferdrücke S_1 und S_2 . Setzt man S_1 mit der lotrechten Last des Gelenkes A zusammen, so erhält man in der Strecke Oa den wirklichen Kämpferdruck K_a und in der gleichen Weise erhält man aus S_2 und der lotrechten Last in B den Kämpferdruck K_b als Strecke gO .

b) Die inneren Kräfte. Wählt man in Fig. 115 den Schnittpunkt O der Kämpferdrücke K_a und K_b als Pol und zeichnet damit ein in A beginnendes Seileck $I \ II \ \dots \ VI$, so muß dasselbe durch die Punkte G und B hindurchgehen und jeder Polstrahl ist die Mittelkraft aller links von der dazu parallelen Seileckseite gelegenen Kräfte. So ist z. B. der Strahl II die Mittelkraft aus K_a und P_1 , der Strahl III die Mittelkraft aus K_a , P_1 und P_2 usw. Das durch A , G und B gehende Seileck $I \ II \ \dots \ VI$ wird die zu der aufgebrachten Belastung gehörige Mittelkraftslinie, auch Druck- oder Stützlinie genannt. Ein an Stelle derselben gesetztes Gebilde, aus lauter starren, gelenkartig miteinander verbundenen Stäben, würde mit den äußeren Kräften im Gleichgewicht sein und hätte nur Druckkräfte aufzunehmen. Die Drucklinie gestattet sofort die Lage der Mittelkraft der auf irgendeinen Bogenteil einwirkenden äußeren Kräfte anzugeben, während deren Größe aus dem zugehörigen Kräfteck zu entnehmen ist. Legt man durch den Bogen an beliebiger Stelle C den Schnitt $s-s$, so wirken auf den links davon liegenden Teil die äußeren Kräfte K_a und P_1 ein, deren Mittelkraft durch den Kräfteckstrahl

$O b = II$ dargestellt ist. Zerlegt man die Mittelkraft $O b$ in 2 Seitenkräfte, von denen die eine, $i b = N_c$, in die Richtung $t-t$ der Bogentangente in C fällt, während die andere, $O i = Q_c$, senkrecht dazu ist, so stellt erstere die an der Stelle C im Bogen wirkende Längskraft oder Normalkraft N_c dar und letztere die senkrecht zu N_c wirkende Querkraft Q_c .

Hat N_c vom Schwerpunkte des Querschnittes C den Abstand f , so erzeugt es in dem Querschnitte ein Biegemoment

$$(76) \quad M_c = N_c \cdot f.$$

Geht man von dem linken Bogenteil AC aus, so wird N_c als positiv bezeichnet, wenn es den abgeschnittenen Teil AC gegen den Teil CB auszudrücken sucht; Q_c wird als positiv bezeichnet, wenn es vom Bogeninnern nach außen wirkt (Fig. 115) und M_c ist positiv, sobald N_c rechts um den Schwerpunkt von C dreht.

VII. Abschnitt.

Das Tonnengewölbe.

§ 35. Allgemeine Betrachtungen.

Die Untersuchung eines Gewölbes wird gewöhnlich für einen Gewölbstreifen von 1,0 m Tiefe durchgeführt. In vielen Fällen ist es aber besser, wenn die ganze Gewölbetiefe (Brückenbreite) in Betracht gezogen wird. Jedes Gewölbe G (Fig. 117) wird durch seine beiden Widerlager W mit dem Baugrund E in feste Verbindung gebracht. Wird das Gewölbe als eine zweimal mit dem Erdreich fest verbundene Scheibe betrachtet, so sind zwischen beiden Teilen $2 \cdot 3 = 6$ Verbindungsstäbe zu denken. Für ein aus zwei Scheiben be-

stehendes, statisch bestimmtes Gebilde sind aber nach Formel (34) $s = (n - 1) 3 = (2 - 1) 3 = 3$ Verbindungsstäbe erforderlich, mithin ist das Gewölbe $6 - 3 = 3$ fach statisch unbestimmt und kann nach den bisher angewendeten Regeln nicht untersucht werden. Da aber andererseits das Gewölbematerial meistens nicht vollkommen elastisch ist, so macht man die vereinfachende Annahme, daß ein Gewölbe wie ein Dreigelenkbogen wirkt; wenigstens denkt man sich auf die Dauer der Untersuchung zwei Kämpfer- und ein Scheitelgelenk in das

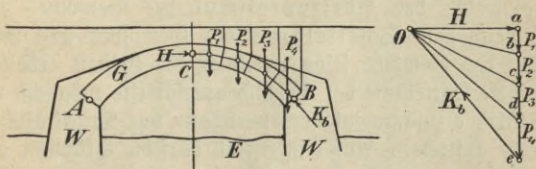


Fig. 117.

Gewölbe, deren Lage innerhalb der Kernpunkte [vgl. Formel (29), (30) und (31), S. 58] beliebig angenommen werden kann.

Ein Gewölbe kann, je nach seinem Zwecke, eine kreisförmige, parabolische oder elliptische Wölblinie erhalten oder nach der Stützlinie geformt werden. Meistens, namentlich bei flachen Gewölben, findet man eine kreisförmige Wölblinie.

§ 36. Die Druck- oder Stützlinie eines symmetrischen Gewölbes.

Teilt man ein Gewölbe (Fig. 117) durch senkrecht gegen die innere Leibung gerichtete Schnitte (Fugen) in einzelne Streifen (Wölbsteine) und ermittelt deren Gewicht nebst der darauf ruhenden Belastung durch Übermauerung, Überschüttung usw., so erhält man die Kräfte P_1, P_2, P_3, P_4 . Zuweilen werden auch ganz lotrecht durchgeführte Schnitte verwendet. Trägt man nun diese Kräfte P_1 bis P_4 zu einem Kräfteck a b c d e

aneinander, so läßt sich mit einem bestimmten Pole O ein Seileck zeichnen, das durch die Punkte A, C, B hindurchgeht (vgl. auch Fig. 115 und 116), welches die Mittelkraftlinie, Druck- oder Stützlinie genannt wird (§ 34 b, S. 137). Für sehr schmale Wölbsteine geht die Stützlinie in eine Kurve über, vgl. S. G. Bd. 179, § 13. Die Schnittpunkte der Stützlinie mit den Fugen sind die eigentlichen Stützpunkte.

zerlegt man den Kämpferdruck K_b (Fig. 117) in eine wagerechte und eine lotrechte Seitenkraft, so findet man, daß erstere, welche den Horizontalschub des Gewölbes darstellt, gleich dem Scheitel- und dem Kämpferdruck des Gewölbes sein muß.

Soll das Gewölbe seine zweckmäßigste Gestalt erhalten, so muß die Mittellinie der Gewölbequerschnitte möglichst mit der Stützlinie zusammenfallen, weil dann nur Druckkräfte im Gewölbe auftreten. Auf keinen Fall darf die Stützlinie aus dem Kern des Gewölbequerschnittes herausfallen. Für dessen Grenzen erhält man die Minimal- und Maximalstützlinie.

§ 37. Das symmetrische Gewölbe mit gleichmäßiger ruhender Belastung.

Für dieses, fast immer bei Hochbaukonstruktionen vorkommende Gewölbe, wird die Stützlinie unter der Voraussetzung ermittelt, daß der Scheitel- und der Kämpferdruck durch die Fugenmitte gehen. Wegen der Symmetrie genügt die Untersuchung des halben Gewölbes.

Um die von den einzelnen Wölbsteinen zu tragenden Lasten (Fig. 118) möglichst schnell ermitteln zu können, ist es vorteilhaft, alles über dem Gewölbe liegende Material auf die Dichte des Gewölbematerials γ zu reduzieren. Die Überschüttung, deren Dichte γ_1 sein möge, wird durch eine Fläche mit der oberen Begrenzungslinie DE dargestellt.

Reduziert man die Höhen derselben im Verhältnis $\frac{\gamma_1}{\gamma}$, so er-

gibt sich die auf das Gewölbematerial bezogene Belastungs-
linie FG. Die Reduktion kann mit Hilfe eines Winkels
(Fig. 4, S. 8) ausgeführt werden. Da die Tiefe = 1 ist, so
sind die einzelnen Gewichte $P = F \cdot \gamma$. Verwendet man
lotrechte Streifen mit der Breite = 1, so stellt deren mittlere
Höhe h den Inhalt dar und ihre Gewichte werden $P = h \cdot \gamma$.
Die Höhen h können auch direkt als Kräfte verwendet

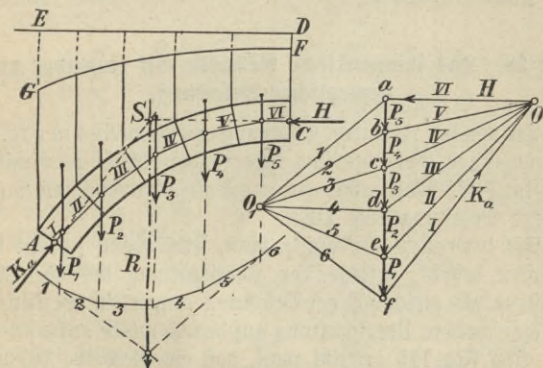


Fig. 118.

werden, dann sind aber die späteren Resultate mit γ zu
multiplizieren.

Die Lasten P_1 bis P_5 in Fig. 118 sind entsprechend er-
mittelt worden und zu dem Kräfteck $a f$ zusammengesetzt,
zu dem mit beliebigem Pole O_1 ein Seileck $1\ 2\ 3\ \dots\ 6$
gezeichnet ist, welches die Lage der Mittelkraft $R = \sum_1^5 P$
angibt. Der horizontale Scheiteldruck H soll durch den Mittel-
punkt des Scheitelquerschnittes C gehen; er trifft R im Punkte
 S , mithin ist auch die Lage des Kämpferdruckes K_a durch die
Richtung AS bestimmt. Zieht man im Kräfteck durch a eine

Parallele zu CS und durch b eine Parallele zu AS, so schneiden sich dieselben im Punkt O und es ist $Oa = H$ und $bo = K_a$. Zeichnet man nun mit O als Pol ein durch A und C gehendes Seileck I II ... VI, so ist dies die Stützlinie, welche auf den Fugen die Stützpunkte ausschneidet. Die auf letztere einwirkenden Mittelkräfte (Druckkräfte) sind aus dem Kräfteck zu entnehmen. So wirkt z. B. auf die Fuge zwischen P_2 und P_3 die Kraft $III = \overline{dO}$.

§ 38. Das symmetrische Gewölbe mit ruhender und beweglicher Belastung.

Die von der ruhenden Belastung des Gewölbes in Fig. 119 herrührenden Gewichte sind in derselben Weise zu ermitteln wie im § 37. Man erhält dafür die auf Gewölbematerial bezogene Belastungslinie DEF.

Die bewegliche Belastung kann, selbst wenn sie aus Einzellasten besteht, infolge der Überschüttung des Gewölbes, meistens als gleichmäßige Belastung angesehen werden, die als eine weitere Überschüttung auf das Gewölbe aufzubringen ist. Aus Fig. 115 erkennt man, daß ein Gewölbe bei halbseitiger Belastung am ungünstigsten beansprucht wird. Daher ist in Fig. 119 auf der einen Gewölbehälfte eine Verkehrsbelastung aufgesetzt, zu welcher die Belastungslinie GH gehört. Ist die Verkehrsbelastung für 1 qm gleich p , so erhält man, bei 1,0 m Gewölbetiefe, die entsprechende Überschüttungshöhe aus $\frac{P}{\gamma}$. Bei dieser nunmehr unsymmetrischen Be-

lastung ist die Stützlinie für das ganze Gewölbe zu zeichnen. Wegen der Beweglichkeit der Belastung ist ein Zusammenfallen der Stützlinie mit der Mittellinie des Gewölbes ausgeschlossen, jedoch ist dahin zu streben, daß sich die beiden Linien möglichst aneinanderschmiegen, was durch geeignete Wahl

der Stützpunkte in den Kämpfern und am Scheitel zu erreichen ist. Diese Stützpunkte dürfen innerhalb des Kerns, vgl. Formel (29) und (30), S. 58 beliebig angenommen werden. Im Scheitelquerschnitt C ist der Stützpunkt oberhalb der Gewölbemittellinie anzunehmen, in einem Abstände (nach Winkler)

$$(77) c = \frac{5 d_0^2}{16 h_1},$$

wobei d_0 die Scheitelstärke des Gewölbes in m und h_1 die Pfeilhöhe der Gewölbemittellinie in m bedeutet. In den Kämpfern kann man die Stützlinie durch die Mitte des Querschnittes gehen lassen, wie Fig. 119 zeigt, oder

man legt den Stützpunkt auf der belasteten Seite etwas unterhalb und auf der unbelasteten Seite etwas oberhalb der Gewölbemittellinie an, aber innerhalb der Kernweiten.

In Fig. 119 sind nach Festlegung der Belastungslinie GHEF die Lasten P_1 bis P_8 ermittelt und zu dem Kräfteck $a b c \dots i$ aneinandergetragen, zu welchem mit beliebigem

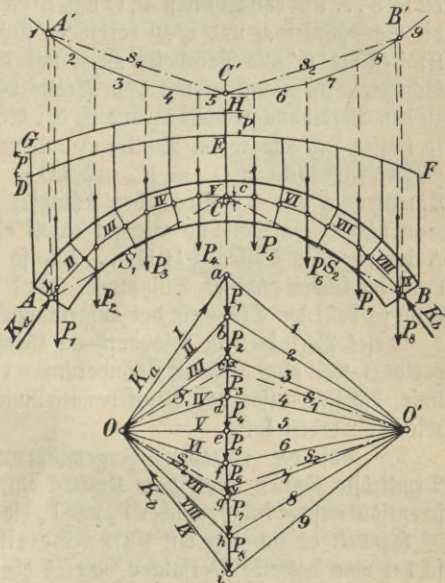


Fig. 119.

Pol O' das Seileck 1 2 3 ... 9 oberhalb des Gewölbes gezeichnet ist. Vgl. Fig. 116, S. 136. Nunmehr werden die Stützpunkte (Gelenkpunkte) an den Rämpfen und im Scheitel festgelegt und durch dieselben Lotrechte gezogen, die das Seileck 1 2 3 ... 9 in den Punkten A' , C' und B' treffen, welche durch die Schlußlinien s_1 und s_2 zu verbinden sind. Zieht man im Kräfteck von O' aus Parallelen zu s_1 und s_2 und durch ihre Schnittpunkte x und y mit dem Kräftezuge a i Parallelen zu den Verbindungslinien S_1 und S_2 der Gewölbstützpunkte, so treffen sich letztere im Punkte O und man erhält, gemäß § 34 a, Fig. 116, in $Oa = K_a$ und $iO = K_b$, die an den Rämpfen A und B auftretenden Rämpferdrücke. Betrachtet man nun O als Pol und zeichnet damit ein im Stützpunkt A beginnendes Seileck I II III ... IX, so muß dieses auch durch die beiden anderen Stützpunkte C und B hindurchgehen, denn es stellt die Stützlinie der aufgebrachten Belastung dar.

Dieses Verfahren ist besonders zur Gewölbbeuntersuchung geeignet, weil ohne allzuviel Abänderungen eine andere Stützlinie, die sich besser der Gewölbemittellinie anschmiegt, gezeichnet werden kann.

Die auf die einzelnen Fugenstützpunkte entfallenden Druckkräfte können direkt dem Kräfteck entnommen werden, so entfällt auf die Fuge zwischen P_3 und P_4 die Kraft $IV = Od$.

Handelt es sich um ein unsymmetrisches Gewölbe, so hat man dasselbe Verfahren, wie es eben gezeigt wurde, anzuwenden.

Soll ein Gewölbe stabil sein, so dürfen die Mittelkräfte der Stützlinie nicht außerhalb der Fugen angreifen, sollen keine Risse auftreten, so muß die Stützlinie innerhalb des Kernes verbleiben und soll kein Verrutschen der Wölbsteine gegeneinander auftreten, so dürfen die Mittelkräfte der Stützlinie von den entsprechenden Fugennormalen höchstens um den Reibungswinkel (18°) abweichen. Vgl. S. G. Bd. 178, § 50.

§ 39. Mittelpfeiler mehrerer Tonnengewölbe und Endpfeiler.

Ein Mittelpfeiler wird am ungünstigsten beansprucht, wenn das eine der anstoßenden Gewölbe belastet und das andere unbelastet ist. Hierbei entsteht in dem Pfeiler die Stützlinie, die am weitesten aus der Pfeilermitte abgelenkt wird.

Durch die auf dem rechtsseitigen Gewölbe (Fig. 120) befindliche Belastung p für die Längeneinheit wird ein Verdrücken des Pfeilers nach links bewirkt.

Dabei wird sich die Scheitelfuge des rechten Gewölbes unten und die Kämpferfuge oben zu öffnen versuchen, so daß die Minimal-

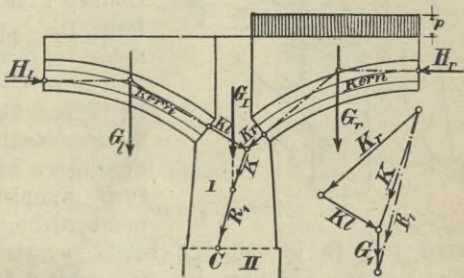


Fig. 120.

drucklinie mit dem Kämpferdruck K_r auftritt, welcher in Fig. 120 eingetragen ist. Bei dem linksseitigen Gewölbe tritt der umgekehrte Fall ein, da sucht sich die Scheitelfuge oben und die Kämpferfuge unten zu öffnen, es entsteht die Maximaldrucklinie mit dem Kämpferdruck K_l , wie ihn Fig. 120 zeigt. Die aus K_r und K_l gebildete Mittelkraft K ist mit dem Gewichte G_1 des oberen, unbelasteten Pfeilerabschnittes zusammenzusetzen, wodurch eine neue Mittelkraft R_1 entsteht, welche die Sohle des oberen Pfeilerabschnittes im Punkte C trifft, der auf der Stützlinie des Pfeilers liegt. Mit R_1 wäre dann das Gewicht des nächsten Pfeilerabschnittes II

zusammensetzen, wodurch sich ein neuer Punkt der Pfeilerstützlinie ergibt usw. Über den Verlauf der Stützlinie innerhalb des Pfeilers gilt dasselbe, was im letzten Abschnitt von § 49 bezüglich der Gewölbe gesagt ist.

Ist ein Endpfeiler (Fig. 121) zu untersuchen, so ist ebenfalls das Gewölbe zu belasten, wodurch man den der Minimaldrucklinie entsprechenden Kämpferdruck K erhält. Dieser

wird mit dem Gewicht G_I des anstoßenden Pfeilerabschnittes I zu einer Mittelkraft R_I zusammengesetzt, welche die Sohle des Pfeilerabschnittes in C trifft. Mit R_I ist das Gewicht G_{II} des Pfeilerabschnittes II zusammensetzen usw. Wirkt auf einen Endpfeiler außerdem

noch der Erddruck oder Wasserdruck ein, so ist mit den davon herrührenden Kräften eine weitere Stützlinie für das unbelastete Gewölbe zu zeichnen.

Über Erd- und Wasserdruck vgl. das Bändchen II der „Graphischen Statik“.

Ein Literaturverzeichnis befindet sich am Ende des II. Teiles.

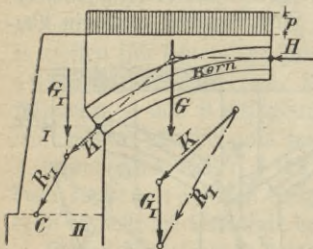


Fig. 121.



S. 61

Register.

- Auflagerdrücke 59.
Auflagerreaktionen 59.
Äußere Kräfte 61.
- Belastung der Träger 61.
Belastungslinie bei Gewölben 142.
Belastungsscheide 87.
Biegemoment 62.
Biegespannungen 56.
- Cremona, Verfahren von 109.
Culmann'sches Verfahren 26.
- Drehachse 32.
Drehmoment 32.
Drehpunkt 32.
Dreigelenkbogen 134.
Druckkraft, exzentrische 57.
Druckkraft, zentrische 56.
Drucklinie 18.
- Einflußfläche 98.
Einflußlinie 97.
Einspannmoment 95.
Elastizitätslehre 59.
Exzentrische Belastung 57.
- Fachwerkträger 105.
Freitträger 94.
- Gefährlicher Querschnitt 65.
Gegendruck 6.
Gelenkpolygon 18.
Gewölbe, Tonnen- 138.
Gleichgewicht eines Trägers 61.
Gleichgewicht von Kräften 21.
Grundstellung 92.
- Hebelarm 32.
Horizontalschub eines Dreigelenkbogens 135.
Horizontalschub eines Gewölbes 140.
- Innere Kräfte 106.
Innere Spannungen 61.
- Kämpferdruck 134.
Kämpfergelenk 134.
Kern 58.
Kernpunkt 58.
Knotenpunkt 105.
Komponente 12.
Kraft 5.
Krafted 15.
Kräfte dreieck 14.
Kräftemaßstab 6.
Kräftepaare 30.
Kräfteplan 109.
Kräftepolygon 15.
Kräftezug 14.
- Längskraft 138.
- Maximalmoment 65.
Mittelbare Belastung 72.
Mittelkraft 11.
Mittelkraftslinie 137.
Mittelpunkt paralleler Kräfte 37.
Moment eines Kräftepaares 30.
Momentenfläche 64.
Momentennullpunkt 68.
- Neutrale Achse 56.
Normalkraft 138.
Normalspannungen 57.
Nulllinie 56.
- Parabelgleichung 8.
Parallellkräfte 23.
Parallelogramm der Kräfte 13.
Parallelverschiebung einer Kraft 31.
Pfeileruntersuchung 145.
Pol 20.
Polarachse 23.
Polstrahlen 20.
Polweite 35.
- Querkraft 62.
- Reaktion 6.
Reduktionswinkel 8.
Resultierende 11.
- Richtungslinie 6.
Ritter, Verfahren von 121.
- Scheitelgelenk 134.
Scherkraft 62.
Schneedruck 115.
Schubkraft 62.
Schwerlinien 40.
Schwerpunkt 40.
Seileck 18.
Seillinie 18.
Seilpolygon 18.
Seilstrahlen 18.
Seitenkräfte 11.
Spannkraft eines Stabes 106.
Spannungen in einem Querschnitte 57.
Statisches Moment einer Kraft 32.
Statisch unbestimmte Aufgabe 59.
Stütze 137.
- Träger, einfacher, auf 2 Stützen 62.
Trägheitsmoment 50.
Tragwerkslinie 98.
- Überhöhungshöhe eines Gewölbes 140.
Ungünstigste Laststellung 75.
Unmittelbare Belastung 62.
Unterstützung eines Trägers 60.
- Wendepunkt 68.
Widerstandsmoment 57.
Winddruck 115.
Wirkungslinie 6.
- Zentrifugalmoment 50.
Zentrische Belastung 56.
Zerlegung einer Kraft 25.
Zusammensetzung beliebig gerichteter Kräfte 13.
Zusammensetzung von parallelen Kräften 23.
Zwischenträger 72.

Sammlung

Jeder Band
in Leinw. geb.

90 Pf.

Götschen

Verzeichnis der bis jetzt erschienenen Bände.

Abwässer. Wasser und Abwässer. Ihre Zusammensetzung, Beurteilung u. Untersuchung von Professor Dr. Emil Haselhoff, Vorsteher der landw. Versuchsstation in Marburg in Hessen. Nr. 473.

Ackerbau- u. Pflanzenbaulehre v. Dr. Paul Rippert i. Essen u. Ernst Langenbeck, Gr.-Lichterfelde. Nr. 232.

Agrarwesen und Agrarpolitik von Prof. Dr. W. Wygodzinski in Bonn. 2 Bändchen. I: Boden u. Unternehmung. Nr. 592.

— II: Kapital u. Arbeit in der Landwirtschaft. Verwertung der landwirtschaftl. Produkte. Organisation des landwirtschaftl. Berufsstandes. Nr. 593.

Agrikulturchemie I: Pflanzenernährung v. Dr. Karl Grauer. Nr. 329.

Agrikulturchemische Kontrollwesen, Das, v. Dr. Paul Krüske in Leopoldshall-Staßfurt. Nr. 304.

— **Untersuchungsmethoden** von Prof. Dr. Emil Haselhoff, Vorsteher der landwirtschaftl. Versuchsstation in Marburg in Hessen. Nr. 470.

Akkumulatoren, Die, für Elektrizität v. Kais. Reg.-Rat Dr.-Ing. Richard Albrecht in Berlin-Zehlendorf. Mit 52 Figuren. Nr. 620.

Akustik. Theoret. Physik I: Mechanik u. Akustik. Von Dr. Gustav Jäger, Prof. an d. Techn. Hochschule in Wien. Mit 19 Abb. Nr. 76.

— **Musikalische,** von Professor Dr. Karl L. Schäfer in Berlin. Mit 36 Abbild. Nr. 21.

Algebra. Arithmetik und Algebra von Dr. S. Schubert, Professor an der Gelehrtenschule des Johanneums in Hamburg. Nr. 47.

Algebra. Beispielsammlung z. Arithmetik und Algebra von Dr. Herm. Schubert, Prof. a. d. Gelehrtenschule d. Johanneums i. Hamburg. Nr. 48.

Algebraische Kurven v. Eugen Beutel. Oberreallehrer in Baihingen-Enz, I: Kurvendiskussion. Mit 57 Fig. im Text. Nr. 435.

— II: Theorie u. Kurven dritter u. vierter Ordnung. Mit 52 Fig. im Text. Nr. 436.

Alpen, Die, von Dr. Rob. Sieger, Professor an der Universität Graz. Mit 19 Abb. u. 1 Karte. Nr. 129.

Althochdeutsche Literatur mit Grammatik, Übersetzung u. Erläuterungen v. Th. Schaffler, Prof. am Realgymnasium in Ulm. Nr. 28.

Alttestamentl. Religionsgeschichte von D. Dr. Max Löhr, Professor an der Universität Königsberg. Nr. 292.

Amphibien. Das Tierreich III: Reptilien u. Amphibien v. Dr. Franz Werner, Prof. an der Universität Wien. Mit 48 Abbild. Nr. 383.

Analyse, Techn.-Chem., von Dr. G. Lunge, Prof. a. d. Eidgen. Polytechnischen Schule in Zürich. Mit 16 Abb. Nr. 195.

Analysis, Höhere, I: Differentialrechnung. Von Dr. Frdr. Junker, Rektor des Realgymnasiums u. der Oberrealschule in Göppingen. Mit 68 Figuren. Nr. 87.

— **Repetitorium und Aufgabensammlung zur Differentialrechnung** von Dr. Frdr. Junker, Rektor d. Realgymnas. u. d. Oberrealsch. in Göppingen. Mit 46 Fig. Nr. 146.

- Analysis, Höhere, II: Integralrechnung.** Von Dr. Friedr. Junker, Rektor des Realgymnasiums u. d. Oberrealschule in Göppingen. Mit 89 Figuren. Nr. 88.
- **Repetitorium und Aufgabensammlung zur Integralrechnung** von Dr. Friedr. Junker, Rektor des Realgymnasiums und der Oberrealschule in Göppingen. Mit 50 Figuren. Nr. 147.
- **Niedere**, von Prof. Dr. Benedikt Sporer in Ehingen. Mit 5 Fig. Nr. 53.
- Arbeiterfrage, Die gewerbliche**, von Werner Sombart, Prof. an der Handelshochschule Berlin. Nr. 209.
- Arbeiterversicherung** siehe: Sozialversicherung.
- Archäologie** von Dr. Friedrich Koepf, Prof. an der Universität Münster i. W. 3 Bändchen. Nr. 28 Abb. im Text u. 40 Tafeln. Nr. 538/40.
- Arithmetik u. Algebra** von Dr. Herm. Schubert, Prof. a. d. Gelehrten-schule des Johanneums in Hamburg. Nr. 47.
- **Beispielsammlung zur Arithmetik und Algebra** von Dr. Herm. Schubert, Prof. a. d. Gelehrten-schule des Johanneums in Hamburg. Nr. 48.
- Armee- und Kavallerie, Das**, und die Versorgung der modernen Heere mit Pferden v. Felix von Dammig, General der Kavallerie z. D. u. ehemal. Preuß. Remonteinspekteur. Nr. 514.
- Armenwesen und Armenfürsorge.** Einführung in d. soziale Hilfsarbeit v. Dr. Adolf Weber, Prof. an der Handelshochschule in Köln. Nr. 346.
- Ästhetik, Allgemeine**, von Prof. Dr. Max Diez, Lehrer a. d. Kgl. Akademie d. bild. Künste in Stuttgart. Nr. 300.
- Astronomie.** Größe, Bewegung u. Entfernung der Himmelskörper v. A. F. Möbius, neu bearb. von Dr. Herm. Kobold, Prof. an der Universität Kiel. I: Das Planetensystem. Mit 33 Abbildungen. Nr. 11.
- **II: Kometen, Meteore u. das Sternsystem.** Mit 15 Figuren und 2 Sternkarten. Nr. 529.
- Astronomische Geographie** von Dr. Siegm. Günther, Professor an der Technischen Hochschule in München. Mit 52 Abbildungen. Nr. 92.
- Astrophysik.** Die Beschaffenheit der Himmelskörper v. Prof. W. F. Wislicenus. Neu bearbeitet von Dr. H. Lubendorff in Potsdam. Mit 15 Abbild. Nr. 91.
- Atherische Öle und Riechstoffe** von Dr. F. Rochussen in Miltitz. Mit 9 Abbildungen. Nr. 446.
- Auffagentwürfe** v. Oberstudienrat Dr. L. W. Straub, Rektor des Eberhard-Ludwigs-Gymnas. i. Stuttg. Nr. 17.
- Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate** von Wilh. Weibrecht, Prof. der Geodäsie in Stuttgart. 2 Bändchen. Mit 16 Figuren. Nr. 302 u. 641.
- Außereuropäische Erdteile, Länderkunde der**, von Dr. Franz Heiderich, Professor an der Exportakademie in Wien. Mit 11 Textlärchen und Profilen. Nr. 63.
- Australien. Landeskunde u. Wirtschaftsgeographie des Festlandes** Australiens von Dr. Kurt Hassert, Prof. d. Geographie an d. Handelshochschule in Köln. Mit 8 Abb., 6 graph. Tab. u. 1 Karte. Nr. 319.
- Autogenes Schweiß- und Schneidverfahren** von Ingen. Hans Niese in Kiel. Mit 30 Figuren. Nr. 499.
- Bade- u. Schwimmanstalten, Öffentliche**, v. Dr. Karl Wolff, Stadtoberbaur., Hannover. Nr. 50 Fig. Nr. 380.
- Baden. Badische Geschichte** von Dr. Karl Brunner, Prof. am Gymnas. in Pforzheim u. Privatdozent der Geschichte an der Technischen Hochschule in Karlsruhe. Nr. 230.
- **Landeskunde von Baden** von Prof. Dr. O. Kienig i. Karlsruhe. Mit Profil-, Abb. u. 1 Karte. Nr. 199.
- Bahnhöfe. Hochbauten der Bahnhöfe** v. Eisenbahnbaupinspekt. C. Schwab, Vorstand d. Kgl. E.-Hochbauinspektion Stuttgart II. I: Empfangsgebäude. Nebengebäude. Güterschuppen. Lokomotivschuppen. Mit 91 Abbildungen. Nr. 515.
- Balkanstaaten. Geschichte d. christlichen Balkanstaaten** (Bulgarien, Serbien, Rumänien, Montenegro, Griechenland) von Dr. R. Roth in Rempten. Nr. 331.
- Bankwesen. Technik des Bankwesens** von Dr. Walter Conrad, stellvert. Vorsteher der statist. Abteilung der Reichsbank in Berlin. Nr. 484.

- Bauführung.** Kurzgefaßtes Handbuch über das Wesen der Bauführung v. Archt. Emil Bentinger, Assistent an d. Techn. Hochschule in Darmstadt. M. 25 Fig. u. 11 Tabell. Nr. 399.
- Baukunst, Die, des Abendlandes v. Dr. R. Schäfer, Assist. a. Geweremuseum, Bremen. Mit 22 Abb. Nr. 74.**
- **des Schulhauses v. Prof. Dr.-Ing. Ernst Bletterlein, Darmstadt. I: Das Schulhaus. M. 38 Abb. Nr. 443.**
- **— II: Die Schulräume — Die Nebenanlagen. M. 31 Abb. Nr. 444.**
- Bausteine.** Die Industrie der künstlichen Bausteine und des Mörtels von Dr. G. Rauter in Charlottenburg. Mit 12 Tafeln. Nr. 234.
- Baustoffkunde, Die, v. Prof. G. Haberstroh, Oberl. a. d. Herzogl. Bau-gewerkschule Holzminde. Mit 36 Abbildungen. Nr. 506.**
- Bayern. Bayerische Geschichte von Dr. Hans Odel in Augsburg. Nr. 160.**
- **Landeskunde des Königreichs Bayern v. Dr. W. Götz, Prof. a. d. Kgl. Techn. Hochschule München. M. Profil, Abb. u. 1 Karte. Nr. 176.**
- Befestigungswesen.** Die geschichtliche Entwicklung des Befestigungswesens vom Aufkommen der Pulvergeschütze bis zur Neuzeit von Neuleaux, Major b. Stabe d. 1. Westpreuß. Pionierbataill. Nr. 17. Mit 30 Bildern. Nr. 569.
- Beschwerderecht. Das Disziplinar- u. Beschwerderecht für Heer u. Marine v. Dr. Max E. Mayer, Prof. a. d. Univ. Straßburg i. E. Nr. 517.**
- Betriebskraft, Die zweckmäßigste, von Friedr. Barth, Oberingen. in Nürnberg. 1. Teil: Einleitung. Dampf-kraftanlagen. Verschied. Kraftmaschinen. M. 27 Abb. Nr. 224.**
- **— II: Gas-, Wasser- u. Wind-kraftanlagen. M. 31 Abb. Nr. 225.**
- **— III: Elektromotoren. Betriebs-kostentabellen. Graph. Darstell. Wahl d. Betriebskraft. M. 27 Abb. Nr. 474.**
- Bewegungsspiele v. Dr. E. Kohrausch, Prof. am Kgl. Kaiser Wilhelms-Gymn. zu Hannover. M. 15 Abb. Nr. 96.**
- Bleicherei. Textil-Industrie III: Wäscherei, Bleicherei, Färberei und ihre Hilfsstoffe v. Dr. Wilh. Massot, Prof. a. d. Preuß. höh. Fachschule für Textilindustrie in Krefeld. Mit 28 Fig. Nr. 186.**
- Blütenpflanzen, Das System der, mit Ausschluß der Gymnospermen von Dr. R. Pilger, Kustos am Kgl. Botanischen Garten in Berlin-Dahlem Mit 31 Figuren. Nr. 393.**
- Bodenkunde von Dr. P. Bageler in Königsberg i. Pr. Nr. 455.**
- Brandenburgisch-Preussische Geschichte von Prof. Dr. M. Thamm, Dir. des Kaiser Wilhelms-Gymnasiums in Montabaur. Nr. 600.**
- Brasilien. Landeskunde der Republik Brasilien von Vel Rodolpho von Ihering. Mit 12 Abbildungen und 1 Karte. Nr. 373.**
- Brauereiwesen I: Mälzerei von Dr. Paul Dreverhoff, Dir. der Brauer- u. Mälzerschule zu Grimma. Mit 16 Abbildungen. Nr. 303.**
- Britisch-Nordamerika. Landeskunde von Britisch-Nordamerika v. Prof. Dr. A. Oppel in Bremen. Mit 13 Abb. und 1 Karte. Nr. 284.**
- Buchführung in einfachen u. doppelten Kosten v. Prof. Rob. Stern, Oberl. d. Öffentl. Handelslehranst. u. Dtz. d. Handelshochschule zu Leipzig. M. vielen Formul. Nr. 115.**
- Buddha von Professor Dr. Edmund Hardy. Nr. 174.**
- Burgenkunde, Abriss der, von Hofrat Dr. Otto Piper in München. Mit 30 Abbildungen. Nr. 119.**
- Bürgerliches Gesetzbuch siehe: Recht des BGB.**
- Byzantinisches Reich. Geschichte des byzantinischen Reiches von Dr. R. Roth in Rempten. Nr. 190.**
- Chemie, Allgemeine u. physikalische, von Dr. Max Rudolphi, Prof. an der Techn. Hochschule in Darmstadt. Mit 22 Figuren. Nr. 71.**
- **Analytische, von Dr. Johannes Hoppe in München. I: Theorie und Gang der Analyse. Nr. 247.**
- **— II: Reaktion der Metalloide und Metalle. Nr. 248.**
- **Anorganische, von Dr. Jos. Klein in Mannheim. Nr. 37.**

- Chemie, Geschichte der**, von Dr. Hugo Bauer, Assistent am chemischen Laboratorium der Kgl. Techn. Hochschule Stuttgart. **I:** Von den ältesten Zeiten bis z. Verbrennungstheorie von Lavoisier. Nr. 264.
- **II:** Von Lavoisier bis zur Gegenwart. Nr. 265.
- **der Kohlenstoffverbindungen** von Dr. Hugo Bauer, Assistent am chem. Laboratorium d. Kgl. Techn. Hochschule Stuttgart. **I. II:** Aliphatische Verbindungen. 2 Teile. Nr. 191. 192.
- **III:** Karbochloidsche Verbindungen. Nr. 193.
- **IV:** Heterochloidsche Verbindungen. Nr. 194.
- **Organische**, von Dr. Jos. Klein in Mannheim. Nr. 38.
- **Pharmazeutische**, von Privatdozent Dr. E. Mannheim in Bonn. 3 Bändchen. Nr. 543/44 u. 588.
- **Physiologische**, von Dr. med. A. Legahn in Berlin. **I:** Assimilation. Mit 2 Tafeln. Nr. 240.
- **II:** Dissimilation. M. 1 Tafel. Nr. 241.
- **Toxikologische**, von Privatdozent Dr. E. Mannheim in Bonn. Mit 6 Abbildungen. Nr. 465.
- Chemische Industrie, Anorganische**, von Dr. Gust. Rauter in Charlottenburg. **I:** Die Leblancjodaindustrie und ihre Nebenzweige. Mit 12 Tafeln. Nr. 205.
- **II:** Salinenwesen, Kalisalze, Düngerindustrie u. Verwandtes. Mit 6 Tafeln. Nr. 206.
- **III:** Anorganische chemische Präparate. M. 6 Taf. Nr. 207.
- Chemische Technologie, Allgemeine**, von Dr. Gust. Rauter in Charlottenburg. Nr. 113.
- Chemisch-Technische Analyse** von Dr. G. Lunge, Prof. an der Eidgen. Polytechnischen Schule in Zürich. Mit 16 Abbild. Nr. 195.
- Christlichen Literaturen des Orients, Die**, von Dr. Anton Baumstark. **I:** Einleitung. — Das christlich-aramäische u. d. koptische Schrifttum. Nr. 527.
- **II:** Das christl.-arab. und das äthiop. Schrifttum. — Das christl. Schrifttum d. Armenier und Georgier. Nr. 528.
- Dampfessel, Die**. Kurzgefaßtes Lehrbuch mit Beispielen für das Selbststudium u. den praktischen Gebrauch von Obergeringieur Friedr. Barth in Nürnberg. **I:** Kesselsysteme und Feuerungen. Mit 43 Fig. Nr. 9.
- **II:** Bau und Betrieb der Dampfessel. M. 57 Fig. Nr. 521.
- Dampfmaschinen, Die**. Kurzgefaßtes Lehrbuch mit Beispielen für das Selbststudium und den praktischen Gebrauch von Friedr. Barth, Obergeringieur in Nürnberg. 2 Bdchn. **I:** Wärmetheoretische und dampftechnische Grundlagen. Mit 64 Fig. Nr. 8.
- **II:** Bau und Betrieb der Dampfmaschinen. Mit 109 Fig. Nr. 572.
- Dampfstrubinen, Die**, ihre Wirkungsweise u. Konstruktion von Ingen. Herm. Wilda, Prof. a. staatl. Technikum in Bremen. Mit 104 Abb. Nr. 274.
- Desinfektion** von Dr. M. Christian, Stabsarzt a. D. in Berlin. Mit 18 Abbildungen. Nr. 546.
- Determinanten** von P. B. Fischer, Oberl. a. d. Oberrealsch. z. Groß-Dichterfelde. Nr. 402.
- Deutsche Altertümer** von Dr. Franz Fuhsje, Dir. d. städt. Museums in Braunschweig. M. 70 Abb. Nr. 124.
- Deutsche Fortbildungsschulwesen, Das**, nach seiner geschichtlichen Entwicklung u. in seiner gegenwärt. Gestalt von H. Cierdz, Revisor gewerbbl. Fortbildungsschulen in Schleswig. Nr. 392.
- Deutsches Fremdwörterbuch** von Dr. Rud. Kleinpaul in Leipzig. Nr. 273.
- Deutsche Geschichte** von Dr. F. Kurze, Prof. a. Kgl. Luisengymnas. in Berlin. **I:** Mittelalter (bis 1519). Nr. 33.
- **II:** Zeitalter der Reformation und der Religionskriege (1517 bis 1648). Nr. 34.
- **III:** Vom Westfälischen Frieden bis zur Auflösung des alten Reichs (1648—1806). Nr. 35.
- siehe auch: Quellentunde.
- Deutsche Grammatik und kurze Geschichte der deutschen Sprache** von Schulrat Prof. Dr. D. Lyon in Dresden. Nr. 20.

- Deutsche Handelskorrespondenz** von Prof. Th. de Beaug, Officier de l'Instruction Publique. Nr. 182.
- Deutsches Handelsrecht** von Dr. Karl Lehmann, Prof. an der Universität Göttingen. 2 Bde. Nr. 457 u. 458.
- Deutsche Heldensage, Die**, von Dr. Otto Luitpold Jiriczek, Prof. an d. Universität Würzburg. Nr. 32.
- Deutsche Kirchenlied, Das**, in seinen charakteristischen Erscheinungen ausgewählt v. D. Friedrich Spitta, Prof. a. d. Universität in Straßburg i. E. I: Mittelalter u. Reformationszeit. Nr. 602.
- Deutsches Kolonialrecht** von Prof. Dr. H. Edler von Hoffmann, Studien- direktor der Akademie für kommunale Verwaltung in Düsseldorf. Nr. 318.
- Deutsche Kolonien. I: Togo und Kamerun** von Prof. Dr. R. Dove. Mit 16 Tafeln u. 1 lithogr. Karte. Nr. 441.
- **II: Das Südseegebiet und Kiautschou** von Prof. Dr. R. Dove. Mit 16 Tafeln u. 1 lith. Karte. Nr. 520.
- **III: Ostafrika** von Prof. Dr. R. Dove. Mit 16 Tafeln u. 1 lithogr. Karte. Nr. 567.
- **IV: Südwestafrika** von Prof. Dr. R. Dove. Mit 16 Taf. u. 1 lithogr. Karte. Nr. 637.
- Deutsche Kulturgeschichte** von Dr. Reinh. Günther. Nr. 56.
- Deutsches Leben im 12. u. 13. Jahrhundert.** Realkommentar zu den Volks- u. Kunstepen u. zum Minnesang. Von Prof. Dr. Jul. Dieffenbacher in Freiburg i. B. I: Öffentliches Leben. Mit zahlreichen Abbildungen. Nr. 93.
- **II: Privatleben.** Mit zahlreichen Abbildungen. Nr. 328.
- Deutsche Literatur des 13. Jahrhunderts.** Die Epigonen d. höfischen Epos. Auswahl a. deutschen Dichtungen des 13. Jahrhunderts von Dr. Viktor Junl, Altuarium der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien. Nr. 289.
- Deutsche Literaturdenkmäler des 14. u. 15. Jahrhunderts.** Ausgewählt und erläutert von Dr. Hermann Janßen, Direktor d. Königin Luise-Schule in Königsberg i. Pr. Nr. 181.
- Deutsche Literaturdenkmäler des 16. Jahrhunderts. I: Martin Luther u. Thom. Murner.** Ausgewählt u. mit Einleitungen u. Anmerkungen versehen von Prof. G. Berlit, Oberlehrer am Nikolaighymnasium zu Leipzig. Nr. 7.
- **II: Hans Sachs.** Ausgewählt u. erläutert. v. Prof. Dr. J. Sahr. Nr. 24.
- Deutsche Literaturdenkmäler des 16. Jahrhunderts. III: Von Brant bis Rollenhagen: Brant, Hutten, Fischart, sowie Tierepos u. Fabel.** Ausgew. u. erläutert. von Prof. Dr. Julius Sahr. Nr. 36.
- **des 17. und 18. Jahrhunderts bis Klopstock. I: Lyrik** von Dr. Paul Legband in Berlin. Nr. 364.
- **II: Prosa** v. Dr. Hans Legband in Kassel. Nr. 365.
- Deutsche Literaturgeschichte** von Dr. Max Koch, Prof. an der Universität Breslau. Nr. 31.
- **der Klassikerzeit** v. Carl Weitbrecht, durchgesehen u. ergänzt v. Karl Berger. Nr. 161.
- **des 19. Jahrhunderts** von Carl Weitbrecht, neu bearbeitet von Dr. Rich. Weitbrecht in Wimpfen. I. II. Nr. 134. 135.
- Deutschen Mundarten, Die**, von Prof. Dr. H. Reis in Mainz. Nr. 605.
- Deutsche Mythologie. Germanische Mythologie** von Dr. Eugen Mogk, Prof. a. d. Univers. Leipzig. Nr. 15.
- Deutschen Personennamen, Die**, v. Dr. Rud. Kleinpaul i. Leipzig. Nr. 422.
- Deutsche Poetik** von Dr. R. Borinski, Prof. a. d. Univ. München. Nr. 40.
- Deutsche Rechtsgeschichte** v. Dr. Richard Schröder, Prof. a. d. Univers. Heidelberg. I: Bis z. Mittelalter. Nr. 621.
- **II: Die Neuzeit.** Nr. 664.
- Deutsche Redelehre** von Hans Probst, Gymnasialprof. i. Bamberg. Nr. 61.
- Deutsche Schule, Die**, im Auslande von Hans Amrhein, Seminaroberlehrer in Rheydt. Nr. 259.
- Deutsches Seerecht** v. Dr. Otto Brandis, Oberlandesgerichtsrat in Hamburg. I: Allgem. Lehren: Personen u. Sachen d. Seerechts. Nr. 386.
- **II: Die einz. seerechtl. Schulverhältnisse: Verträge des Seerechts u. außervertragliche Haftung.** Nr. 387.

- Deutsche Stadt, Die, und ihre Verwaltung.** Eine Einführung i. d. Kommunalpolitik d. Gegenw. Herausgeg. v. Dr. Otto Most, Beigeordn. d. Stadt Düsseldorf. I: Verfassung u. Verwaltung im allgemeinen; Finanzen und Steuern; Bildungs- und Kunstpflege; Gesundheitspflege. Nr. 617.
- II: Wirtschaftl. u. Sozialpolitik. Nr. 662.
- III: Technik: Städtebau, Tief- u. Hochbau. Mit 48 Abb. Nr. 663.
- Deutsche Stammeskunde** v. Dr. Rud. Much, a. o. Prof. a. d. Univ. Wien. Mit 2 Part. u. 2 Taf. Nr. 126.
- Deutsches Unterrichtswesen. Geschichte des deutschen Unterrichtswesens** v. Prof. Dr. Friedrich Seiler, Direktor des Kgl. Gymnasiums zu Ludau. I: Von Anfang an bis zum Ende des 18. Jahrhunderts. Nr. 275.
- II: Vom Beginn d. 19. Jahrh. bis auf die Gegenwart. Nr. 276.
- Deutsche Urheberrecht, Das, an literarischen, künstlerischen u. gewerblichen Schöpfungen, mit besonderer Berücksichtigung der internat. Verträge** v. Dr. Gust. Kauter, Patentanwalt in Charlottenburg. Nr. 263.
- Deutsche Volkslied, Das, ausgewählt u. erläutert** von Prof. Dr. Jul. Sahr. 2 Bändchen. Nr. 25 u. 132.
- Deutsche Wehrverfassung** von Karl Endres, Geheimer Kriegsrat u. vortragender Rat im Kriegsministerium in München. Nr. 401.
- Deutsches Wörterbuch** v. Dr. Richard Voewe. Nr. 64.
- Deutsche Zeitungswesen, Das,** von Dr. Robert Brunhuber in Köln a. Rh. Nr. 400.
- Deutsches Zivilprozessrecht** von Prof. Dr. Wilhelm Risch in Straßburg i. E. 3 Bände. Nr. 428—430.
- Deutschland in römischer Zeit** von Dr. Franz Cramer, Provinzialschulrat zu Münster i. W. Mit 23 Abbildungen. Nr. 633.
- Dichtungen aus mittelhochdeutscher Frühzeit.** In Ausw. mit Einlfg. u. Wörterb. herausgeg. v. Dr. Herm. Jansen, Direktor d. Königin Luise-Schule i. Königsberg i. Pr. Nr. 137.
- Dietrichen. Kudrun und Dietrichen.** Mit Einleitung u. Wörterbuch von Dr. O. L. Piriczek, Prof. a. d. Universität Würzburg. Nr. 10.
- Differentialrechnung** von Dr. Friedr. Junker, Rektor d. Realgymnasiums u. der Oberrealschule in Göppingen. Mit 68 Figuren. Nr. 87.
- **Repetitorium u. Aufgabensammlung zur Differentialrechnung** von Dr. Friedr. Junker, Rektor d. Realgymnasiums u. d. Oberrealschule in Göppingen. Mit 46 Fig. Nr. 146.
- Drogenkunde** von Rich. Dorstewitz in Leipzig und Georg Ottersbach in Hamburg. Nr. 413.
- Druckwasser- und Druckluft-Anlagen.** Pumpen, Druckwasser- u. Druckluft-Anlagen von Dipl.-Ing. Rudolf Vogdt, Regierungsbaumstr. a. D. in Aachen. Mit 87 Fig. Nr. 290.
- Ebdalieder mit Grammatik, Übersetzg. u. Erläuterungen** von Dr. Wilhelm Ranisch, Gymnasialoberlehrer in Osnabrück. Nr. 171.
- Eisenbahnbau. Die Entwicklung des modernen Eisenbahnbaues** v. Dipl. Ing. Alfred Birk, o. ö. Prof. a. d. t. k. Deutschen Techn. Hochschule in Prag. Mit 27 Abbild. Nr. 553.
- Eisenbahnen, Die Linienführung der,** von H. Wegele, Professor an der Techn. Hochschule in Darmstadt. Mit 52 Abbildungen. Nr. 623.
- Eisenbahnfahrzeuge** von S. Hinnen-thal, Regierungsbaumeister u. Oberingen. in Hannover. I: Die Lokomotiven. Mit 89 Abbild. im Text und 2 Tafeln. Nr. 107.
- II: Die Eisenbahnwagen und Bremsen. Mit Anh.: Die Eisenbahnfahrzeuge im Betrieb. Mit 56 Abb. im Text u. 3 Taf. Nr. 108.
- Eisenbahnpolitik. Geschichte d. deutschen Eisenbahnpolitik** v. Betriebsinspektor Dr. Edwin Koch in Karlsruhe i. B. Nr. 533.
- Eisenbahnverkehr, Der,** v. Kgl. Eisenbahn-Rechnungsdirektor Th. Wilbrand in Berlin-Friedenau. Nr. 618.
- Eisenbetonbau, Der,** v. Reg.-Baumstr. Karl Köfle. Mit 75 Abbildungen. Nr. 349.
- Eisenbetonbrücken** von Dr.-Ing. R. W. Schaechterle in Stuttgart. Mit 104 Abbildungen. Nr. 627.
- Eisenhüttenkunde** von A. Krauß, dipl. Hütteningenieur. I: Das Roheisen. Mit 17 Fig. u. 4 Taf. Nr. 152.
- II: Das Schmiedeeisen. M. 25 Fig. u. 5 Taf. Nr. 153.

- Eisenkonstruktionen im Hochbau von** Jungen. Karl Schind'er in Meissen. Mit 115 Figuren. Nr. 322.
- Eiszeitaler, Das** v. Dr. Emil Werth in Berlin-Wilmersdorf. Mit 17 Abbildungen und 1 Karte. Nr. 431.
- Elastizitätslehre für Ingenieure I: Grundlagen und Allgemeines über Spannungszustände, Zylinder, Ebene Platten, Torsion, Gekrümmte Träger.** Von Dr.-Ing. Max Englin, Prof. a. d. Kgl. Bau- und Gewerkschule Stuttgart und Privatdozent an d. Techn. Hochschule Stuttgart. Mit 60 Abbild. Nr. 519.
- Elektrischen Meßinstrumente, Die,** von J. Herrmann, Prof. an der Techn. Hochschule in Stuttgart. Mit 195 Figuren. Nr. 477.
- Elektrische Telegraphie, Die,** von Dr. Lud. Kellstab. Mit 19 Fig. Nr. 172.
- Elektrizität. Theoret. Physik III: Elektrizität u. Magnetismus** von Dr. Gust. Jäger, Prof. a. d. Techn. Hochschule in Wien. Mit 33 Abbildgn. Nr. 78.
- Elektrochemie** von Dr. Heinr. Danneel in Genf. I: Theoretische Elektrochemie u. ihre physikalisch-chemischen Grundlagen. Mit 16 Fig. Nr. 252.
- II: Experiment. Elektrochemie, Meßmethoden, Leitfähigkeit, Lösungen. Mit 26 Fig. Nr. 253.
- Elektromagnet. Lichttheorie. Theoret. Physik IV: Elektromagnet. Lichttheorie u. Elektronik** von Professor Dr. Gust. Jäger in Wien. Mit 21 Figuren. Nr. 374.
- Elektrometallurgie** von Dr. Friedrich Regelsberger, Kaiserl. Reg.-Rat in Steglitz-Berlin. M. 16 Fig. Nr. 110.
- Elektrotechnik. Einführung in die Starkstromtechnik** v. J. Herrmann, Prof. d. Elektrotechnik an der Kgl. Techn. Hochschule Stuttgart. I: Die physikalischen Grundlagen. Mit 95 Fig. u. 16 Taf. Nr. 196.
- II: Die Gleichstromtechnik. Mit 118 Fig. und 16 Taf. Nr. 197.
- III: Die Wechselstromtechnik. Mit 154 Fig. u. 16 Taf. Nr. 198.
- Elektrotechnik. Die Materialien des Maschinenbaues und der Elektrotechnik** von Ingenieur Prof. Hermann Wilda in Bremen. Mit 3 Abbildgn. Nr. 476.
- Elfaß-Lothringen, Landeskunde von,** v. Prof. Dr. R. Langenbeck in Straßburg i. E. Mit 11 Abbild. u. 1 Karte. Nr. 215.
- Englisch-deutsches Gesprächsbuch** von Prof. Dr. E. Hausnecht in Lautzanne. Nr. 424.
- Englische Geschichte** v. Prof. L. Gerber, Oberlehrer in Düsseldorf. Nr. 375.
- Englische Handelskorrespondenz** von E. C. Whitfield, M. A., Oberlehrer an King Edward VII Grammar School in King's Lynn. Nr. 237.
- Englische Literaturgeschichte** von Dr. Karl Weiser in Wien. Nr. 69.
- — **Grundzüge und Haupttypen d. englischen Literaturgeschichte** von Dr. Arnold W. M. Schröder, Prof. an der Handelshochschule in Köln. 2 Teile. Nr. 286, 287.
- Englische Phonetik** mit Lesestücken von Dr. A. C. Dunstan, Lektor an der Univers. Königsberg i. Pr. Nr. 601.
- Entwicklungsgeschichte der Tiere** von Dr. Johannes Meisenheimer, Prof. der Zoologie an der Universität Jena. I: Furchung, Primitivlagen, Larven, Formbildung, Embryonalhüllen. Mit 48 Figuren. Nr. 378.
- II: Organbildung. Mit 46 Fig. Nr. 379.
- Epigonen, Die, des höfischen Epos.** Auswahl aus deutschen Dichtungen des 13. Jahrhunderts von Dr. Viktor Junf, Aktuar der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien. Nr. 289.
- Erdbau** von Reg.-Baum. Erwin Bunt in Stuttgart. Mit vielen Abbild. Nr. 630.
- Erdmagnetismus, Erdstrom u. Polarlicht** von Dr. A. Nippoldt, Mitglied des Königl. Preussischen Meteorologischen Instituts in Potsdam. Mit 7 Tafeln und 16 Figuren. Nr. 175.
- Erdteile, Länderkunde der außereuropäischen,** von Dr. Franz Heiderich, Professor an der Exportakademie in Wien. Mit 11 Textkärtchen und Profilen. Nr. 63.
- Ernährung und Nahrungsmittel** von Oberstabsarzt Professor S. Bischoff in Berlin. Mit 4 Abbild. Nr. 464.

- Ethik** von Prof. Dr. Thomas Aehelis in Bremen. Nr. 90.
- Europa, Länderkunde von**, von Dr. Franz Heiderich, Prof. a. d. Exportakademie in Wien. Mit 14 Textkärtchen u. Diagrammen u. einer Karte der Alpeneinteilung. Nr. 62.
- Exkursionsflora von Deutschland zum Bestimmen d. häufigeren i. Deutschland wildwachsenden Pflanzen** von Dr. W. Rigula, Prof. an der Forstakademie Eisenach. 2 Teile Mit je 50 Abbildungen. Nr. 268 und 269.
- Experimentalphysik v. Prof. R. Lang** in Stuttgart. I: Mechanik der festen, flüssigen und gasigen Körper. Mit 125 Figuren. Nr. 611.
- Explosivstoffe. Einführung in d. Chemie der explosiven Vorgänge** von Dr. S. Brunswig in Steglitz. Mit 6 Abbild. und 12 Tab. Nr. 333.
- Familienrecht. Recht d. Bürgerlichen Gesetzbuches. Viertes Buch: Familienrecht** von Dr. Heinrich Tische, Prof. a. d. Univ. Göttingen. Nr. 305.
- Färberei. Textil-Industrie III: Wäscherei, Bleicherei, Färberei und ihre Hilfsstoffe** von Dr. Wilhelm Massot, Prof. an der Preussischen höheren Fachschule f. Textilindustrie in Krefeld. Mit 28 Fig. Nr. 186.
- Feldgeschütz, Das moderne, v. Oberstleutnant W. Heydenreich, Militärlehrer a. d. Militärtechn. Akademie in Berlin. I: Die Entwicklung des Feldgeschützes seit Einführung des gezogenen Infanteriegewehrs bis einschl. der Erfindung des rauchl. Pulvers, etwa 1850 bis 1890.** Mit 1 Abbild. Nr. 306.
- II: Die Entwicklung d. heutigen Feldgeschützes auf Grund der Erfindung des rauchlosen Pulvers, etwa 1890 bis zur Gegenwart. Mit 11 Abbild. Nr. 307
- Fernsprechwesen, Das**, von Dr. Ludwig Kellstab in Berlin. Mit 47 Fig. und 1 Tafel. Nr. 155.
- Festigkeitslehre v. W. Hauber, Dipl.-Ingenieur.** Mit 56 Fig. Nr. 288.
- **Aufgabensammlung zur Festigkeitslehre mit Lösungen** von R. Haren, Diplom-Ingenieur in Mannheim. Mit 42 Fig. Nr. 491.
- Fette, Die, und Öle** sowie die Seifen- u. Kerzenfabrikat. u. d. Harze, Lade, Firnisse m. ihren wicht. Hilfsstoffen von Dr. Karl Braun in Berlin. I: Einf. in d. Chemie, Besprech. einiger Salze u. d. Fette u. Öle. Nr. 335.
- II: Die Seifenfabrikation, die Seifenanalyse und die Kerzenfabrikation. Mit 25 Abbild. Nr. 336.
- III: Harze, Lade, Firnisse. Nr. 337.
- Feuerwaffen. Geschichte d. gesamten Feuerwaffen bis 1850.** Die Entwicklung der Feuerwaffen v. ihrem ersten Auftreten bis zur Einführung der gezogenen Hinterlader, unter besonderer Berücksichtigung d. Heeresbewaffnung von Major a. D. W. Gohlste, Steglitz-Berlin. Mit 105 Abbildungen. Nr. 530.
- Feuerwerkerei, Die**, von Direktor Dr. Alfons Bujard, Vorstand des Städtischen Chemischen Laboratoriums in Stuttgart. Mit 6 Fig. Nr. 634.
- Filzfabrikation. Textil-Industrie II: Weberei, Wirkerei, Rosamentiererei, Spitzen- und Gardinenfabrikation und Filzfabrikation** von Professor Max Gürtler, Geh. Regierungsr. im Kgl. Landesgewerbeamt zu Berlin. Mit 29 Fig. Nr. 185.
- Finanzsysteme der Großmächte, Die**, (Internat. Staats- und Gemeinde-Finanzwesen) v. O. Schwarz, Geh. Oberfinanzrat in Berlin. 2 Bänden. Nr. 450 und 451.
- Finanzwissenschaft** von Präsident Dr. R. van der Borcht in Berlin. I: Allgemeiner Teil. Nr. 148.
- II: Besonderer Teil (Steuerlehre). Nr. 391.
- Finnisch-ugrische Sprachwissenschaft** von Dr. Josef Szinnyei, Prof. an der Universität Budapest. Nr. 463.
- Finnland. Landeskunde des Europäischen Russlands nebst Finnlands** von Prof. Dr. A. Philippson in Halle a. S. Nr. 359.
- Firnisse. Harze, Lade, Firnisse** von Dr. Karl Braun in Berlin. (Fette und Öle III.) Nr. 337.
- Fische. Das Tierreich IV: Fische** von Prof. Dr. Max Kauter in Neapel. Mit 37 Abbild. Nr. 356.

- Fischerei und Fischzucht** von Dr. Karl Eckstein, Prof. a. d. Forstakademie Eberswalde, Abteilungsdirigent bei der Hauptstation des forstlichen Versuchswesens. Nr. 159.
- Flora. Exkursionsflora von Deutschland** zum Bestimmen der häufigeren in Deutschland wildwachsenden Pflanzen v. Dr. W. Migula, Prof. a. d. Forstakademie Eisenach. 2 Teile. Mit je 50 Abbild. Nr. 268, 269.
- Flußbau** von Regierungsbaumeister Otto Rappold in Stuttgart. Mit 103 Abbildungen. Nr. 597.
- Forensische Psychiatrie** von Professor Dr. W. Weygandt, Dir. d. Irrenanstalt Friedrichsberg i. Hamburg. 2 Bändchen. Nr. 410 u. 411.
- Forstwissenschaft** v. Dr. Ad. Schwappach, Prof. a. d. Forstakademie Eberswalde, Abteilungsdirig. bei d. Hauptstation d. forstl. Versuchswesens. Nr. 106.
- Fortbildungsschulwesen, Das deutsche**, nach seiner geschichtl. Entwicklung u. i. sein. gegenwärt. Gestalt v. S. Cierds, Revisor gewerbl. Fortbildungsschulen in Schleswig. Nr. 392.
- Franken. Geschichte** Frankens v. Dr. Christ. Meyer, Kgl. preuß. Staatsarchivar a. D., München. Nr. 434.
- Frankreich. Französische Geschichte** v. Dr. R. Sternfeld, Prof. an der Universität Berlin. Nr. 85.
- Frankreich. Landesk. v. Frankreich** v. Dr. Rich. Neuse, Direkt. d. Oberrealschule in Spandau. 1. Bändch. Nr. 23 Abb. im Text u. 16 Landschaftsbild. auf 16 Taf. Nr. 466.
- 2. Bändchen. Mit 15 Abb. im Text, 18 Landschaftsbild. auf 16 Tafeln u. 1 lithogr. Karte. Nr. 467.
- Französisch-deutsches Gesprächsbuch** von C. Francillon, Lektor am orientalisches Seminar u. an d. Handelshochschule in Berlin. Nr. 596.
- Französische Handelskorrespondenz** v. Prof. Th. de Beauv, Officier de l'Instruction Publique. Nr. 183.
- Französisches Lesebuch** mit Wörterverzeichnis von Cyprien Francillon, Lektor a. orient. Seminar u. a. d. Handelshochschule i. Berlin. Nr. 643.
- Fremdwort, Das, im Deutschen** v. Dr. Rud. Kleinpaul, Leipzig. Nr. 55.
- Fremdwörterbuch, Deutsches**, von Dr. Rud. Kleinpaul, Leipzig. Nr. 273.
- Fuge. Erläuterung u. Anleitung zur Komposition** derselben v. Prof. Stephan Krehl in Leipzig. Nr. 418.
- Funktionentheorie, Einleitung in die**, (Theorie der komplexen Zahlenreihen) v. Max Kose, Oberlehrer an der Goetheschule in Deutsch-Wilmersdorf. Mit 10 Fig. Nr. 581.
- Fußartillerie, Die, ihre Organisation, Bewaffnung u. Ausbildg.** v. Splett, Oberleutnant im Lehrbataillon der Fußartillerie-Schießschule u. Biermann, Oberleutnant in der Versuchsbatter. d. Artillerie-Prüfungskommission. Mit 35 Fig. Nr. 560.
- Gardinenfabrikation. Textilindustrie II: Weberei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- u. Gardinenfabrikation** u. Filzfabrikation von Prof. Max Gürtler, Geh. Reg.-Rat im Kgl. Landesgewerbeamt zu Berlin. Mit 29 Figuren. Nr. 185.
- Gas- und Wasserinstallationen mit Einschluß der Abortanlagen** von Prof. Dr. phil. und Dr.-Ing. Eduard Schmitt in Darmstadt. Mit 119 Abbildungen. Nr. 412.
- Gasstraßmaschinen, Die**, v. Ing. Alfred Kirschke in Kiel. 2 Bändchen. Mit vielen Figuren. Nr. 316 u. 651.
- Gasthäuser und Hotels** von Architekt Max Böhler in Düsseldorf. I: Die Bestandteile u. die Einrichtung des Gasthauses. Mit 70 Fig. Nr. 525.
- II: Die verschiedenen Arten von Gasthäusern. Mit 82 Fig. Nr. 526.
- Gebirgsartillerie. Die Entwicklung der Gebirgsartillerie** von Klußmann, Oberst u. Kommandeur der 1. Feld-Art.-Brigade in Königsberg i. Pr. Mit 78 Bildern und Übersichtstafeln. Nr. 531.
- Genossenschaftswesen, Das, in Deutschland** v. Dr. Otto Lindede in Düsseldorf. Nr. 384.
- Geodäsie** von Prof. Dr. C. Reinherz in Hannover. Neubearbeitet von Dr. G. Förster, Observator a. Geodätisch. Inst. Potsdam. M. 68 Abb. Nr. 102.
- **Vermessungskunde** v. Diplom.-Ing. B. Wertmeister, Oberlehrer an der Kais. Techn. Schule i. Straßburg i. G. I: Feldmessen u. Nivellieren. Mit 146 Abb. II: Der Theodolit. Trigonometrische und barometr. Höhenmessung. Tachymetrie. Mit 109 Abbildungen. Nr. 468, 469.

- Geographie, Geschichte der**, von Prof. Dr. Konrad Kretschmer i. Charlottenburg. Mit 11 Kart. im Text. Nr. 624.
- Geologie** in kurzem Auszug f. Schulen u. zur Selbstbelehrung zusammengestellt v. Prof. Dr. Eberh. Fraas in Stuttgart. Mit 16 Abbild. u. 4 Tafeln mit 51 Figuren. Nr. 13.
- Geometrie, Analytische, der Ebene** v. Prof. Dr. M. Simon in Straßburg. Mit 52 Figuren. Nr. 65.
- — **Aufgabensammlung zur Analytischen Geometrie der Ebene** von O. Th. Bürklen, Professor am Kgl. Realgymnasium in Schwäb.-Gmünd. Mit 32 Fig. Nr. 256.
- — **des Raumes** von Prof. Dr. M. Simon in Straßburg. Mit 28 Abbildungen. Nr. 89.
- — **Aufgabensammlung zur Analytischen Geometrie des Raumes** von O. Th. Bürklen, Professor am Kgl. Realgymnasium in Schwäb.-Gmünd. Mit 8 Fig. Nr. 309.
- **Darstellende**, von Dr. Robert Haubner, Prof. an d. Univ. Jena. I. Mit 110 Figuren. Nr. 142.
- — II. Mit 40 Figuren. Nr. 143.
- **Ebene**, von G. Mahler, Professor am Gymnasium in Ulm. Mit 111 zweifarbigen Figuren. Nr. 41.
- **Projektive**, in synthet. Behandlung von Dr. Karl Doehlemann, Prof. an der Universität München. Mit 91 Figuren. Nr. 72.
- Geometrische Optik, Einführung in die**, von Dr. W. Hinrichs in Wilmersdorf-Berlin. Nr. 532.
- Geometrisches Zeichnen** von H. Beder, Architekt u. Lehrer an der Baugewerkschule in Magdeburg, neubearbeitet von Prof. J. Bonderlinn in Münster. Mit 290 Figuren und 23 Tafeln im Text. Nr. 58.
- Germanische Mythologie** von Dr. E. Vogt, Prof. a. d. Univ. Leipzig. Nr. 15.
- Germanische Sprachwissenschaft** von Dr. Rich. Loewe. Nr. 238.
- Gesangskunst. Technik der deutschen Gesangskunst** von Ost. Ros u. Dr. Hans Joachim Moser. Nr. 576.
- Geschäfts- und Warenhäuser** v. Hans Schliepmann, Königl. Baurat in Berlin. I: Vom Laden zum „Grand Magasin“. Mit 23 Abb. Nr. 655.
- Geschäfts- und Warenhäuser** v. Hans Schliepmann, Königl. Baurat in Berlin. II: Die weitere Entwicklung der Kaufhäuser Mit 39 Abbildungen. Nr. 656.
- Geschichtswissenschaft, Einleitung in die**, v. Dr. Ernst Bernheim, Prof. an der Univ. Greifswald. Nr. 270.
- Geschütze, Die modernen, der Fußartillerie** v. Rummenhoff, Major u. Lehrer an d. Fußartillerie-Schießschule in Jüterbog. I: Vom Auftreten d. gezogenen Geschütze bis zur Verwendung des rauchschwachen Pulvers 1850—1890. Mit 50 Textbildern. Nr. 334.
- — II: Die Entwicklung der heutigen Geschütze der Fußartillerie seit Einführung des rauchschwachen Pulvers 1890 bis zur Gegenwart. Mit 33 Textbildern. Nr. 362.
- Geschwindigkeitsregler der Kraftmaschinen, Die**, von Dr.-Ing. G. Kröner in Friedberg. Mit 33 Figuren. Nr. 604.
- Gesetzbuch, Bürgerliches**, siehe: Recht des Bürgerlichen Gesetzbuches.
- Gesundheitslehre. Der menschliche Körper, sein Bau und seine Tätigkeiten** v. E. Nebmann, Oberschulrat in Karlsruhe. Mit Gesundheitslehre von Dr. med. H. Seiler. Mit 47 Abbild. u. 1 Tafel. Nr. 18.
- Gewerbehygiene** von Dr. E. Roth in Potsdam. Nr. 350.
- Gewerbewesen** von Werner Sombart, Professor an der Handelshochschule Berlin. I. II. Nr. 203, 204.
- Gewerbliche Arbeiterfrage, Die**, von Werner Sombart, Prof. a. d. Handelshochschule Berlin. Nr. 209.
- Gewerbliche Bauten. Industrielle und gewerbliche Bauten (Speicher, Lagerhäuser u. Fabriken)** v. Architekt Heinr. Salzmann in Düsseldorf. I: Allgemeines über Anlage und Konstruktion der industriellen und gewerblichen Bauten. Nr. 511.
- — II: Speicher und Lagerhäuser. Mit 123 Figuren. Nr. 512.
- Gewichtswesen. Maß-, Münz- u. Gewichtswesen** von Dr. Aug. Blind, Prof. a. d. Handelsschule in Köln. Nr. 283.
- Gießereimaschinen** von Dipl.-Ing. Emil Treiber in Heidenheim a. B. Mit 51 Figuren. Nr. 548.

- Glas- und keramische Industrie** (Industrie der Silikate, der künstlichen Bausteine und des Mörtels I) v. Dr. Gust. Rauter in Charlottenburg. Mit 12 Tafeln. Nr. 233.
- Gleichstrommaschine, Die,** von Ing. Dr. C. Ringbrunner in London. Mit 81 Figuren. Nr. 257.
- Gletscherkunde** v. Dr. Fritz Machacek in Wien. Mit 5 Abbildungen im Text und 11 Tafeln. Nr. 154.
- Gotische Sprachdenkmäler** mit Grammatik, Übersetzung u. Erläuterung. v. Dr. Herm. Jansen, Direktor d. Königin Luise-Schule in Königsberg i. Pr. Nr. 79.
- Gottfried von Straßburg. Hartmann von Aue. Wolfram von Eschenbach und Gottfried von Straßburg.** Auswahl a. d. höfisch. Epos m. Anmerk. u. Wörterbuch v. Dr. R. Marold, Prof. am Kgl. Friedrichs-Kollegium zu Königsberg i. Pr. Nr. 22.
- Graphischen Künste, Die,** von Carl Kampmann, L. L. Lehrer an der L. L. Graphischen Lehr- und Versuchsstalt in Wien. Mit zahlreichen Abbildungen u. Beilagen. Nr. 75.
- Griechische Altertumskunde** v. Prof. Dr. Rich. Maijch, neu bearbeitet v. Rektor Dr. Franz Pohlhammer. Mit 9 Vollbildern. Nr. 16.
- Griechische Geschichte** von Dr. Heinrich Swoboda, Professor an d. deutschen Universität Prag. Nr. 49.
- Griechische Literaturgeschichte** mit Berücksichtigung d. Geschichte der Wissenschaften v. Dr. Alfred Gerde, Prof. an der Univ. Breslau. 2 Bändchen. Nr. 70 u. 557.
- Griechischen Papyri, Auswahl aus,** von Prof. Dr. Robert Helbing in Karlsruhe i. B. Nr. 625.
- Griechischen Sprache, Geschichte der, I: Bis zum Ausgange d. klassischen Zeit** v. Dr. Otto Hoffmann, Prof. a. d. Univ. Münster. Nr. 111.
- Griechische u. römische Mythologie** v. Prof. Dr. Herm. Steuding, Rekt. d. Gymnas. in Schneeberg. Nr. 27.
- Grundbuchrecht, Das formelle, von Oberlandesgerichtsr. Dr. F. Kerschmar** in Dresden. Nr. 549.
- Handelspolitik, Auswärtige,** von Dr. Heinrich Sieveling, Professor an der Universität Zürich. Nr. 245.
- Handelsrecht, Deutsches,** von Dr. Karl Lehmann, Prof. an d. Universität Göttingen. I: Einleitung. Der Kaufmann u. seine Hilfspersonen. Offene Handelsgesellschaft. Kommandit- u. stille Gesellsch. Nr. 457. — — II: Aktiengesellschaft. Gesellsch. m. b. H. Eing. Gen. Handelsgesch. Nr. 458.
- Handelserschulwesen, Das deutsche,** von Direktor Theodor Blum in Dessau. Nr. 558.
- Handelsstand, Der, von Rechtsanwält Dr. jur. Bruno Springer** in Leipzig (Kaufm. Rechtsl. Bd. 2). Nr. 545.
- Handelswesen, Das,** von Geh. Oberregierungsrat Dr. Wilh. Lertz, Professor an der Universität Göttingen. I: Das Handelspersonal und der Warenhandel. Nr. 296. — — II: Die Effektenbörse und die innere Handelspolitik. Nr. 297.
- Handfeuerwaffen, Die Entwicklung der, seit der Mitte des 19. Jahrhunderts** u. ihr heutiger Stand von G. Wyzodek, Hauptmann u. Kompagniechef im Inf.-Reg. Freiherr Hiller von Gärtringen (4. Wofensches) Nr. 59 in Soltau. Mit 21 Abbildgn. Nr. 366.
- Harmonielehre** von A. Halm. Mit vielen Notenbeispielen. Nr. 120.
- Hartmann von Aue, Wolfram von Eschenbach und Gottfried von Straßburg.** Auswahl aus d. höfischen Epos mit Anmerk. u. Wörterbuch von Dr. R. Marold, Prof. am Königl. Friedrichs-Kollegium zu Königsberg i. Pr. Nr. 22.
- Harze, Lacke, Firnisse** (von Dr. Karl Braun in Berlin. (Die Fette und Ole III). Nr. 337.
- Hebezeuge, Die, ihre Konstruktion u. Berechnung** von Ing. Prof. Herm. Wilda, Bremen. Mit 399 Abb. Nr. 414.
- Heeresorganisation, Die Entwicklung der, seit Einführung der stehenden Heere** von Otto Neuschler, Hauptmann u. Batteriechef in Ulm. I: Geschichtl. Entwicklung bis zum Ausgange d. 19. Jahrh. Nr. 552.
- Heizung u. Lüftung** v. Ing. Johannes Rörting in Düsseldorf. I: Das Wesen u. die Berechnung der Heizungs- u. Lüftungsanlagen. Mit 34 Figuren. Nr. 342.

- Heizung u. Lüftung v. Ing. Johannes Körting** in Düsseldorf. II: Die Ausführung d. Heizungs- u. Lüftungsanlagen. Mit 191 Figuren. Nr. 343.
- Hessen. Landeskunde des Großherzogtums Hessen, der Provinz Hessen-Nassau und des Fürstentums Waldeck** v. Prof. Dr. Georg Greim in Darmstadt. Mit 13 Abbildungen und 1 Karte. Nr. 376.
- Hieroglyphen** von Geh. Regier.-Rat Dr. Ab. Erman, Prof. an der Universität Berlin. Nr. 608.
- Hochspannungstechnik, Einführ. in die moderne**, von Dr.-Ing. R. Fischer in Hamburg-Bergedorf. Mit 92 Fig. Nr. 609.
- Holz, Das. Aufbau, Eigenschaften u. Verwendung** v. Ing. Prof. Herm. Wilda in Bremen. Mit 33 Abb. Nr. 459.
- Hotels. Gasthäuser und Hotels** von Archit. Max Wöhler in Düsseldorf. I: Die Bestandteile u. d. Einrichtung d. Gasthauses. Nr. 70 Fig. Nr. 525.
— II: Die verschiedenen Arten von Gasthäusern. Mit 82 Figuren. Nr. 526.
- Hydraulik** v. W. Hauber, Dipl.-Ing. in Stuttgart. Mit 44 Figuren. Nr. 397.
- Hygiene des Städtebaus, Die**, von Prof. H. Chr. Ruffbaum in Hannover. Mit 30 Abb. Nr. 348.
— **des Wohnungswesens, Die**, von Prof. H. Chr. Ruffbaum in Hannover. Mit 5 Abbild. Nr. 363.
- Iberische Halbinsel. Landeskunde der Iberischen Halbinsel** von Dr. Friß Regel, Prof. a. d. Univ. Würzburg. Nr. 8 Rärtchen u. 8 Abb. im Text u. 1 Karte in Farbendruck. Nr. 235.
- Jüdische Religionsgeschichte** von Prof. Dr. Edmund Hardy. Nr. 83.
- Indogerman. Sprachwissenschaft** von Dr. R. Meringer, Professor an der Univ. Graz. Nr. 1 Tafel. Nr. 59.
- Industrielle u. gewerbliche Bauten (Speicher, Lagerhäuser u. Fabriken)** von Architekt Heinr. Salzmann in Düsseldorf. I: Allgemeine üb. Anlage u. Konstruktion d. industriellen u. gewerblichen Bauten. Nr. 511.
— II: Speicher und Lagerhäuser. Mit 123 Figuren. Nr. 512.
- Infectionskrankheiten, Die, und ihre Verhütung** von Stabsarzt Dr. W. Hoffmann in Berlin. Mit 12 vom Verfasser gezeichneten Abbildungen und einer Fiebertafel. Nr. 327.
- Insekten. Das Tierreich V: Insekten** von Dr. J. Groß in Neapel (Stazione Zoologica). Mit 56 Abbildungen. Nr. 594.
- Instrumentenlehre** v. Musikdir. Franz Mayerhoff in Chemnitz. I: Text. Nr. 437.
— II: Notenbeispiele. Nr. 438.
- Integralrechnung** von Dr. Friedr. Junker, Rekt. d. Realgymnasiums u. d. Oberrealschule in Göppingen. Mit 89 Figuren. Nr. 88.
— **Repetitorium u. Aufgabensammlung zur Integralrechnung** von Dr. Friedr. Junker, Rekt. d. Realgymnasiums u. der Oberrealschule in Göppingen. Nr. 52 Fig. Nr. 147.
- Israel. Geschichte Israels bis auf die griechische Zeit** von Lic. Dr. J. Benzinger. Nr. 231.
- Italienische Handelskorrespondenz** v. Prof. Alberto de Beauz, Oberlehrer am Königl. Institut S. S. Annunziata in Florenz. Nr. 219.
- Italienische Literaturgeschichte** von Dr. Karl Böhler, Professor an der Universität München. Nr. 125.
- Kalkulation, Die, im Maschinenbau** von Ingen. H. Bethmann, Dozent am Technikum Altenburg. Mit 63 Abbildungen. Nr. 486.
- Kältemaschinen. Die thermodynamischen Grundlagen der Wärmekraft- und Kältemaschinen** von M. Röttinger, Dipl.-Ing. in Mannheim. Mit 73 Figuren. Nr. 2.
- Kamerun. Die deutschen Kolonien I: Logo und Kamerun** von Prof. Dr. Karl Dove. Mit 16 Tafeln und einer lithogr. Karte. Nr. 441.
- Kanal- und Schleusenbau** von Regierungsbaumeister Otto Rappold in Stuttgart. Mit 78 Abb. Nr. 585.
- Kant, Immanuel.** (Geschichte der Philosophie Bd. 5) von Dr. Bruno Bauch, Prof. a. d. Univ. Jena. Nr. 536.
- Kartell u. Trust** v. Dr. S. Tschierschky in Düsseldorf. Nr. 522
- Kartenkunde** von Dr. M. Groll, Kartograph in Berlin. 2 Bändchen. I: Die Projektionen. Mit 56 Fig. Nr. 30.

- Kartenkunde** von Dr. M. Groll, Kartograph in Berlin. II: Der Karteninhalt und das Messen auf Karten. Mit 39 Fig. Nr. 599.
- Kartographische Aufnahmen u. geograph. Ortsbestimmung auf Reisen** von Dr.-Ing. R. Hugerhoff, Prof. an der Forstakademie zu Tharandt. Mit 73 Figuren. Nr. 607.
- Kaufmännische Rechtskunde. I:** Das Wechselwesen v. Rechtsanwalt Dr. Rud. Mothes in Leipzig. Nr. 103.
- **II:** Der Handelsstand v. Rechtsanwalt Dr. jur. Bruno Springer, Leipzig. Nr. 545.
- Kaufmännisches Rechnen** von Prof. Richard Just, Oberlehrer a. d. Öffentl. Handelslehranstalt d. Dresdener Kaufmannschaft. I. II. III. Nr. 139, 140, 187.
- Keramische Industrie. Die Industrie der Silikate, der künstlichen Bausteine und des Mörtels** von Dr. Gust. Rauter. I: Glas- u. keram. Industrie. Mit 12 Taf. Nr. 233.
- Kerzenfabrikation. Die Seifenfabrikation, die Seifenanalyse und die Kerzenfabrikation** von Dr. Karl Braun in Berlin. (Die Fette u. Ole II.) Mit 25 Abb. Nr. 336.
- Kiautschou. Die deutschen Kolonien II: Das Südseegebiet und Kiautschou** v. Prof. Dr. F. Dove. Mit 16 Taf. u. 1 lithogr. Karte. Nr. 520.
- Kinematik** von Dipl.-Ing. Hans Polster, Assist. a. d. Kgl. Techn. Hochschule Dresden. M. 76 Abb. Nr. 584.
- Kirchenrecht** v. Dr. E. Sehling, ord. Prof. d. Rechte in Erlangen. Nr. 377.
- Klima und Leben (Bioklimatologie)** von Dr. Wilh. R. Edardt, Assist. an der öffentl. Wetterdienststelle in Weilburg. Nr. 629.
- Klimafunde I: Allgemeine Klimalehre** von Prof. Dr. W. Köppen, Meteorologe der Seewarte Hamburg. Mit 7 Taf. u. 2 Figuren. Nr. 114.
- Kolonialgeschichte** von Dr. Dietrich Schäfer, Professor der Geschichte an der Universität Berlin. Nr. 156.
- Kolonialrecht, Deutsches**, von Prof. Dr. H. Eder von Hoffmann, Studiendirektor d. Akademie für kommunale Verwaltung in Düsseldorf. Nr. 318.
- Kometen. Astronomie. Größe, Bewegung u. Entfernung d. Himmelskörper** v. A. F. Möbius, neu bearb. v. Dr. Herm. Robold, Prof. an der Univ. Kiel. II: Kometen, Meteore u. das Sternsystem. Mit 15 Fig. u. 2 Sternkarten. Nr. 529.
- Kommunale Wirtschaftspflege** von Dr. Alfons Rieß, Magistratsassessor in Berlin. Nr. 534.
- Kompositionslehre. Musikalische Formenlehre** v. Steph. Krehl. I. II. M. viel. Notenbeispiel. Nr. 149, 150.
- Kontrapunkt. Die Lehre von der selbständigen Stimmführung** v. Steph. Krehl in Leipzig. Nr. 390.
- Kontrollwesen, Das agrilkulturchemische**, von Dr. Paul Kirche in Leopoldshall-Staffurt. Nr. 304.
- Koordinatensysteme** v. Paul B. Fischer, Oberl. a. d. Oberrealschule zu Groß-Lichterfelde. Mit 8 Fig. Nr. 507.
- Körper, Der menschliche, sein Bau und seine Tätigkeiten** von E. Rebmann, Oberschulrat in Karlsruhe. Mit Gesundheitslehre v. Dr. med. H. Seiler. Mit 47 Abb. u. 1 Tafel. Nr. 18.
- Kostenanschlag** siehe: Veranschlagen.
- Kriegsschiffbau. Die Entwicklung des Kriegsschiffbaues vom Altertum bis zur Neuzeit.** Von Tjard Schwarz, Geh. Marinebaurat und Schiffbau-Direktor. I. Teil: Das Zeitalter der Ruderchiffe u. der Segelschiffe für die Kriegsführung zur See vom Altertum bis 1840. Mit 32 Abbildungen. Nr. 471.
- — II. Teil: Das Zeitalter der Dampfschiffe für die Kriegsführung zur See von 1840 bis zur Neuzeit. Mit 81 Abbildungen. Nr. 472.
- Kriegswesen, Geschichte des**, von Dr. Emil Daniels in Berlin. I: Das antike Kriegswesen. Nr. 488.
- — II: Das mittelalterliche Kriegswesen. Nr. 498.
- — III: Das Kriegswesen der Neuzeit. Erster Teil. Nr. 518.
- — IV: Das Kriegswesen der Neuzeit. Zweiter Teil. Nr. 537.
- — V: Das Kriegswesen der Neuzeit. Dritter Teil. Nr. 568.
- Kristallographie** v. Dr. W. Bruhns, Prof. a. d. Bergakademie Clausthal. Mit 190 Abbild. Nr. 210.

- Kristalloptik, Einführung in die,** von Dr. Eberhard Buchwald i. München. Mit 124 Abbildungen. Nr. 619.
- Kubrun und Dietrichsen.** Mit Einleitung und Wörterbuch von Dr. D. L. Friczel, Professor an der Universität Würzburg. Nr. 10.
- Kultur, Die, der Renaissance.** Gesittung, Forschung, Dichtung v. Dr. Robert F. Arnold, Professor an der Universität Wien. Nr. 189.
- Kulturgegeschichte, Deutsche,** von Dr. Reinh. Günther. Nr. 56.
- Kurvendiskussion. Algebraische Kurven** von Eug. Ventel, Oberreallehrer in Baihingen-Enz. I: Kurvendiskussion. Mit 57 Fig. im Text. Nr. 435.
- Kurzschrift** siehe: Stenographic.
- Küstenartillerie. Die Entwicklung der Schiffs- und Küstenartillerie bis zur Gegenwart** v. Korvettenkapitän Huning. Mit Abbildungen und Tabellen. Nr. 606.
- Lade. Garze, Lade, Firnisse** von Dr. Karl Braun in Berlin. (Die Fette und Ole III.) Nr. 337.
- Lagerhäuser. Industrielle und gewerbliche Bauten.** (Speicher, Lagerhäuser u. Fabriken) von Architekt Heinrich Salzmann, Düsseldorf. II: Speicher u. Lagerhäuser. Mit 123 Fig. Nr. 512.
- Länder- und Völkernamen** von Dr. Rud. Kleinpaul in Leipzig. Nr. 478.
- Landstraßenbau** von Kgl. Oberlehrer H. Liebmann, Betriebsdirekt. a. D. i. Magdeburg. Mit 44 Fig. Nr. 598.
- Landwirtschaftliche Betriebslehre** v. E. Langenbeck in Groß-Lichterfelde. Nr. 227.
- Landwirtschaftlichen Maschinen, Die,** von Karl Walther, Diplom.-Ing. in Mannheim. 3 Bändchen. Mit vielen Abbildgn. Nr. 407—409.
- Lateinische Grammatik. Grundriß der latein. Sprachlehre** v. Prof. Dr. W. Votsch in Magdeburg. Nr. 82.
- **Sprache. Geschichte der lateinischen Sprache** von Dr. Friedrich Stolz, Professor an der Universität Innsbruck. Nr. 492.
- Licht. Theoretische Physik II. Teil: Licht und Wärme.** Von Dr. Gust. Jäger, Prof. an der Techn. Hochschule in Wien. M. 47 Abb. Nr. 77.
- Logarithmen.** Vierstellige Tafeln und Gegentafeln für logarithmisches u. trigonometrisches Rechnen in zwei Farben zusammengestellt von Dr. Herm. Schubert, Prof. an der Lehrtenischule des Johanneums in Hamburg. Nr. 81.
- **Fünfstellige,** von Professor August Adler, Direktor der k. k. Staatsoberrealschule in Wien. Nr. 423.
- Logik. Psychologie und Logik zur Einführung in die Philosophie** von Professor Dr. Th. Ellenhäns. Mit 13 Figuren. Nr. 14.
- Lokomotiven. Eisenbahnfahrzeuge** von H. Hinmenthal. I: Die Lokomotiven. Mit 89 Abb. im Text u. 2 Tafeln. Nr. 107.
- Lothringen. Geschichte Lothringens** von Dr. Herm. Derichsweiler, Geh. Regierungsrat in Straßburg. Nr. 6.
- **Landeskunde v. Elßaß-Lothringen** v. Prof. Dr. R. Langenbeck in Straßburg i. E. Mit 11 Abb. u. 1 Karte. Nr. 215.
- Lötrohrprobierkunde. Qualitative Analyse mit Hilfe des Lötrohres** von Dr. Mart. Henglein in Freiberg i. Sa. Mit 10 Figuren. Nr. 483.
- Lübeck. Landeskunde d. Großherzogtümers Mecklenburg u. der Freien u. Hansestadt Lübeck** v. Dr. Sebald Schwarz, Direktor der Realschule zum Dom in Lübeck. Mit 17 Abbildungen und Karten im Text und 1 lithographischen Karte. Nr. 487.
- Luftelektrizität** von Dr. Karl Kähler, wissenschaftlichem Hilfsarbeiter am Königl. Preuß. Meteorologisch-Magnetischen Observatorium in Potsdam. Mit 18 Abbildungen. Nr. 649.
- Luftsalpeter. Seine Gewinnung** durch den elektrischen Flammenbogen von Dr. G. Brion, Prof. an der Kgl. Bergakademie in Freiberg. Mit 50 Figuren. Nr. 616.
- Luft- und Meeresströmungen** von Dr. Franz Schulze, Direktor der Navigationschule zu Lübeck. Mit 27 Abbildungen und Tafeln. Nr. 551.
- Lüftung. Heizung und Lüftung** von Ing. Johannes Körting in Düsseldorf. I: Das Wesen und die Berechnung d. Heizungs- u. Lüftungsanlagen. Mit 34 Fig. Nr. 342.

- Lüftung, Heizung und Lüftung von** Ing. Johannes Körting in Düsseldorf. II: Die Ausführung der Heizungs- und Lüftungsanlagen. Mit 191 Figuren. Nr. 343.
- Luther, Martin, und Thom. Wurner.** Ausgewählt und mit Einleitungen u. Anmerkungen versehen v. Prof. G. Veilit, Oberlehrer am Nikolai-Gymnasium zu Leipzig. Nr. 7.
- Magnetismus. Theoretische Physik III. Teil: Elektrizität u. Magnetismus.** Von Dr. Gustav Jäger, Prof. an der Technischen Hochschule Wien. Mit 33 Abbildungen. Nr. 78.
- Mälzerei. Brauereiwesen I: Mälzerei** von Dr. P. Dreverhoff, Direktor d. Öffentlichen und I. Sächs. Versuchstation für Brauerei und Mälzerei, sowie der Brauer- und Mälzerschule zu Grimma. Nr. 303.
- Maschinenbau, Die Kalkulation im,** von Ingenieur S. Bethmann, Doz. am Technikum Altenburg. Mit 63 Abbildungen. Nr. 486.
- **Die Materialien des Maschinenbaues und der Elektrotechnik** von Ingenieur Prof. Hermann Wilda. Mit 3 Abbildungen. Nr. 476.
- Maschinenelemente, Die.** Kurzgefaßtes Lehrbuch mit Beispielen für das Selbststudium u. d. praktischen Gebrauch von Fr. Barth, Oberingen. in Nürnberg. Mit 86 Fig. Nr. 3.
- Maschinenzeichnen, Praktisches,** von Ing. Richard Schiffner in Wernbrunn. I: Grundbegriffe, Einfache Maschinenteile bis zu den Kupplungen. Mit 60 Tafeln. Nr. 589.
- II: Lager, Riemen- und Seilscheiben, Zahnräder, Kolbenpumpe. Mit 51 Tafeln. Nr. 590.
- Maschanalyse** von Dr. Otto Röhm in Darmstadt. Mit 14 Fig. Nr. 221.
- Maß-, Münz- und Gewichtswesen** von Dr. August Blind, Professor an der Handelsschule in Köln. Nr. 283.
- Materialprüfungswesen. Einführung** in die moderne Technik d. Materialprüfung von K. Memmler, Dipl.-Ingenieur, ständ. Mitarbeiter am Kgl. Material-Prüfungsamte zu Groß-Lichterfelde. I: Materialeigenschaften. — Festigkeitsversuche. — Hilfsmittel für Festigkeitsversuche. Mit 58 Figuren. Nr. 311.
- Materialprüfungswesen. Einführung** in die moderne Technik d. Materialprüfung von K. Memmler, Dipl.-Ingenieur, ständ. Mitarbeiter am Kgl. Material-Prüfungsamte zu Groß-Lichterfelde. II: Metallprüfung und Prüfung von Hilfsmaterialien d. Maschinenbaues. — Baumaterialprüfung. — Papierprüfung. — Schmiermittelprüfung. — Einiges über Metallographie. Mit 31 Fig. Nr. 312.
- Mathematik, Geschichte der,** von Dr. A. Sturm, Prof. am Obergymnasium in Seitenstetten. Nr. 226.
- Mathematische Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik,** enthaltend die wichtigsten Formeln u. Lehrsätze d. Arithmetik, Algebra, algebraischen Analysis, ebenen Geometrie, Stereometrie, ebenen und sphärischen Trigonometrie, math. Geographie, analyt. Geometrie der Ebene und des Raumes, der Differential- und Integralrechnung von D. Th. Bürklen, Professor am Kgl. Realgymnasium in Schw.-Gmünd. Mit 18 Figuren. Nr. 51.
- Maurer- und Steinhauerarbeiten** von Prof. Dr. phil. und Dr.-Ing. Ed. Schmitt in Darmstadt. 3 Bändchen Mit vielen Abbild. Nr. 419—421.
- Mechanik. Theoret. Physik I. Teil: Mechanik und Akustik.** Von Dr. Gust. Jäger, Prof. an der Technischen Hochschule in Wien. Mit 19 Abbildungen. Nr. 76.
- Mechanische Technologie** von Geh. Hofrat Professor A. Lüdicke in Braunschweig. 2 Bändchen. Nr. 340, 341.
- Mecklenburg. Landeskunde d. Großherzogtümer Mecklenburg u. der Freien u. Hansestadt Lübeck** von Dr. Sebald Schwarz, Direktor der Realschule zum Dom in Lübeck. Mit 17 Abbild. im Text, 16 Taf. und 1 Karte in Lithographie. Nr. 487.
- Mecklenburgische Geschichte** von Oberlehrer Otto Bitense in Neubrandenburg i. M. Nr. 610.
- Meereskunde, Physische,** von Prof. Dr. Gerhard Schott, Abteilungsvorsteher bei d. Deutschen Seewarte in Hamburg. Mit 39 Abbildungen im Text und 8 Tafeln. Nr. 112.

- Meeresströmungen. Luft- u. Meeresströmungen** v. Dr. Franz Schulze, Dir. d. Navigationschule zu Lübeck. Mit 27 Abb. u. Tafeln. Nr. 551.
- Menschliche Körper, Der, sein Bau u. seine Tätigkeiten** von C. Rebmann, Oberschulrat in Karlsruhe. Mit Gesundheitslehre v. Dr. med. S. Seiler. Mit 47 Abb. u. 1 Tafel. Nr. 18.
- Metallographie.** Kurze, gemeinverständliche Darstellung der Lehre von den Metallen u. ihren Legierungen unter besond. Berücksichtigung der Metallmikroskopie v. Prof. E. Heyn u. Prof. D. Bauer a. Kgl. Materialprüfungsamt (Gr.-Lichterfelde) d. K. Techn. Hochschule zu Berlin. I: Allgem. Teil. Mit 45 Abb. im Text und 5 Lichtbildern auf 3 Tafeln. Nr. 432.
- II: Spez. Teil. Mit 49 Abbildungen im Text und 37 Lichtbildern auf 19 Tafeln. Nr. 433.
- Metallurgie** von Dr. August Geiß in Kristiansand (Norwegen). I. II. Mit 21 Figuren. Nr. 313, 314.
- Meteore. Astronomie.** Größe, Bewegung u. Entfernung der Himmelskörper von A. F. Möbius, neu bearbeitet von Dr. Herm. Kobold, Prof. a. d. Univ. Kiel. II: Kometen, Meteore u. das Sternensystem. Mit 15 Fig. u. 2 Sternkarten. Nr. 529.
- Meteorologie** v. Dr. W. Traubert, Prof. an der Universität Wien. Mit 49 Abbild. u. 7 Tafeln. Nr. 54.
- Militärische Bauten** von Reg.-Baumeister R. Lang in Stuttgart. Mit 59 Abb. Nr. 626.
- Militärstrafrecht** von Dr. Max Ernst Mayer, Prof. an d. Univ. Straßburg i. E. 2 Bde. Nr. 371, 372.
- Mineralogie** von Geheimer Bergrat Dr. R. Brauns, Prof. an d. Univ. Bonn. Mit 132 Abbild. Nr. 29.
- Minnefang und Spruchdichtung.** Walther von der Vogelweide mit Auswahl aus Minnefang und Spruchdichtung. Mit Anmerkungen u. einem Wörterb. von O. Güntter, Prof. an d. Oberrealschule u. an d. Techn. Hochschule i. Stuttgart. Nr. 23.
- Mittelhochdeutsche Dichtungen aus mittelhochdeutscher Frühzeit.** In Auswahl mit Einleitg. u. Wörterbuch herausgeg. von Dr. Hermann Fankel, Dir. d. Königin Luise-Schule i. Königsberg i. Pr. Nr. 137.
- Mittelhochdeutsche Grammatik. Der Nibelunge Nôt in Auswahl und mittelhochdeutsche Grammatik** mit kurz. Wörterb. v. Dr. W. Golther, Prof. a. d. Univ. Rostock Nr. 1.
- Morgenland. Geschichte des alten Morgenlandes** v. Dr. Fr. Hommel, Prof. an d. Universität München. Mit 9 Bildern u. 1 Kart. Nr. 43.
- Morphologie und Organographie der Pflanzen** v. Prof. Dr. M. Nordhausen i. Kiel. Nr. 123 Abb. Nr. 141.
- Mörtel. Die Industrie d. künstlichen Bausteine und des Mörtels** von Dr. G. Rauter in Charlottenburg. Mit 12 Tafeln. Nr. 234.
- Mundarten, Die deutschen,** von Prof. Dr. S. Reis in Mainz. Nr. 605.
- Mundarten, Plattdeutsche,** von Dr. Hubert Grimme, Professor an der Univ. Münster i. W. Nr. 461.
- Münzwesen. Maß-, Münz- und Gewichtswesen** v. Dr. Aug. Blind, Prof. a. d. Handelsschule in Köln. Nr. 283.
- Murner, Thomas. Martin Luther u. Thomas Murner.** Ausgewählt u. m. Einleitungen u. Anmerk. versehen von Prof. G. Berlit, Oberlehrer am Nikolaigymnas. zu Leipzig. Nr. 7.
- Musik, Geschichte der alten und mittelalterlichen,** v. Dr. A. Möhler in Steinhilfen. 2 Bdeh. Mit zahlr. Abb. u. Musikbeil. Nr. 121 u. 347.
- Musikalische Musik** von Professor Dr. Karl L. Schäfer in Berlin. Mit 36 Abbildungen. Nr. 21.
- Musikal. Formenlehre (Kompositionenlehre)** von Stephan Krehl. I. II. Mit viel. Notenbeisp. Nr. 149, 150.
- Musikästhetik** von Dr. Karl Grunsky in Stuttgart. Nr. 344.
- Musikgeschichte des 17. und 18. Jahrhunderts** von Dr. Karl Grunsky in Stuttgart. Nr. 239.
- Musikgeschichte seit Beginn des 19. Jahrhunderts** v. Dr. K. Grunsky in Stuttgart. I. II. Nr. 164, 165.
- Musiklehre, Allgemeine,** von Stephan Krehl in Leipzig. Nr. 220.
- Nadelhölzer, Die,** von Dr. F. W. Neger, Prof. an der Königl. Forstakademie zu Tharandt. Mit 85 Abbildungen, 5 Tabellen und 3 Karten. Nr. 355.
- Nahrungsmittel. Ernährung u. Nahrungsmittel** v. Oberstabsarzt Prof. S. Büchhoff in Berlin. Mit 4 Abbildungen. Nr. 464.

Nautik. Kurzer Abriss d. täglich an Bord von Handelschiffen angew. Theils d. Schiffahrtskunde. Von Dr. Franz Schulze, Dir. d. Navigationschule zu Lübeck. Mit 56 Abbildgn. Nr. 84.

Neugriechisch-deutsches Gesprächsbuch mit besond. Berücksichtigung d. Umgangssprache v. Dr. Johannes Kalitschanis, Doz. am Seminar für orient. Sprache in Berlin. Nr. 585.

Neunzehntes Jahrhundert. Geschichte des 19. Jahrhunderts von Oskar Jäger, v. Honorarprof. a. d. Univ. Bonn. 1. Bdch.: 1800—1852. Nr. 216.

— 2. Bändchen: 1853 bis Ende des Jahrhunderts. Nr. 217.

Neutestamentliche Zeitgeschichte von Lic. Dr. W. Staerk, Prof. a. der Univ. in Jena. I: Der historische u. kulturgeschichtl. Hintergrund d. Urchristentums. N. 3 Karten. Nr. 325.

— II: Die Religion d. Judentums im Zeitalter des Hellenismus und der Römerherrschaft. Mit 1 Planf. Nr. 326.

Nibelunge Nöt, Der, in Auswahl und mittelhochdeutsche Grammatik mit kurzem Wörterb. v. Dr. W. Goltzer, Prof. an der Univ. Rostock. Nr. 1.

Nordische Literaturgeschichte I: Die isländ. u. norweg. Literatur des Mittelalters v. Dr. W. Goltzer, Prof. an der Universität Rostock. Nr. 254.

Ruckpflanzen von Prof. Dr. J. Behrens, Vorst. d. Großherzogl. landwirtschaftl. Versuchsanst. Augustenberg. Mit 53 Figuren. Nr. 123.

Ole. Die Fette u. Ole sowie d. Seifen u. Kerzenfabrikation u. d. Harze, Lade, Firnisse mit ihren wichtigsten Hilfsstoffen von Dr. Karl Braun in Berlin. I: Einführung in d. Chemie, Besprechung einiger Salze u. der Fette und Ole. Nr. 335.

Ole und Nischstoffe, Atherische, von Dr. F. Rochussen in Miltitz. Mit 9 Abbildungen. Nr. 446.

Optik. Einführung in d. geometrische Optik von Dr. W. Hinrichs in Wilmersdorf-Berlin. Nr. 532.

Orientalische Literaturen. Die Literaturen des Orients von Dr. M. Haberlandt, Privatdoz. an d. Universität Wien. I: Die Literaturen Ostasiens und Indiens. Nr. 162.

Orientalische Literaturen. Die Literaturen des Orients von Dr. M. Haberlandt, Privatdoz. an d. Universität Wien. II: Die Literaturen d. Perser, Semiten und Türken. Nr. 163.

— Die christlichen Literaturen des Orients von Dr. Ant. Baumstark.

I: Einleitg. — Das christl.-aramäische u. d. kopt. Schrifttum. Nr. 527.

— II: Das christlich-arabische und das äthiopische Schrifttum. — Das christliche Schrifttum der Armenier und Georgier. Nr. 528.

Ortsnamen im Deutschen, Die, ihre Entwicklung u. ihre Herkunft von Dr. Rudolf Kleinpaul in Leipzig-Gohlis. Nr. 573.

Ostafrika. (Die deutsch. Kolonien III) von Prof. Dr. R. Dove. Mit 16 Taf. u. 1 lithogr. Karte. Nr. 567.

Osterreich. Osterreichische Geschichte von Prof. Dr. Franz v. Kronez, neubearb. von Dr. Karl Uhlirz, Prof. a. d. Univ. Graz. I: Von d. Urzeit b. z. Tode König Albrechts II. (1439). Mit 11 Stammtaf. Nr. 104.

— II: Vom Tode König Albrechts II. bis z. Westf. Frieden (1440—1648). Mit 3 Stammtafeln. Nr. 105.

— **Landeskunde v. Osterreich-Ungarn** von Dr. Alfred Grund, Prof. an d. Universität Prag. Mit 10 Textillustrationen u. 1 Karte. Nr. 244.

Ovidius Naso, Die Metamorphosen des. In Auswahl mit einer Einleit. u. Anmerk. herausgeg. v. Dr. Jul. Piehen in Frankfurt a.M. Nr. 442.

Pädagogik im Grundriss von Professor Dr. W. Rein, Direktor d. Pädagog. Seminars a. d. Univ. Jena. Nr. 12.

— **Geschichte der,** von Oberlehrer Dr. S. Weimer in Wiesbaden. Nr. 145.

Paläogeographie. Geolog. Geschichte der Meere und Festländer von Dr. Franz Kossmat in Wien. Mit 6 Karten. Nr. 406.

Paläoklimatologie von Dr. Wilh. R. Eckardt i. Weilburg (Lahn). Nr. 482.

Paläontologie von Dr. Rud. Hoernes, Professor an der Universität Graz. Mit 87 Abbildungen. Nr. 95.

— **und Abstammungslehre** von Dr. Karl Diener, Prof. an der Universität Wien. Mit 9 Abbild. Nr. 460.

- Palästina. Landes- und Volkskunde**
Palästinas von Lic. Dr. Gustav
Hölscher in Halle. Mit 8 Vollbil-
dern und 1 Karte. Nr. 345.
- Parallelperspektive.** Rechtwinklige u.
schiefwinklige Anometrie v. Prof.
J. Bonderlinn in Münster. Mit
121 Figuren. Nr. 260.
- Personennamen, Die deutschen, v. Dr.**
Rud. Kleinpaul in Leipzig. Nr. 422.
- Petrographie v. Dr. W. Brühns, Prof.**
an der Bergakademie Clausthal.
Mit 15 Abbildungen. Nr. 173.
- Pflanze, Die, ihr Bau und ihr Leben**
von Prof. Dr. E. Dennert. Mit
96 Abbildungen. Nr. 44.
- Pflanzenbaulehre. Ackerbau- und**
Pflanzenbaulehre von Dr. Paul
Kippert in Essen u. Ernst Langen-
bed in Groß-Lichterfelde. Nr. 232.
- Pflanzenbiologie v. Dr. W. Migula,**
Professor an d. Forstakademie Eise-
nach. I: Allgemeine Biologie. Mit
43 Abbildungen. Nr. 127.
- Pflanzenernährung. Agrilkulturchemie**
I: Pflanzenernährung v. Dr. Karl
Grauer. Nr. 329.
- Pflanzengeographie von Professor Dr.**
Ludwig Diels in Marburg (Hessen).
Nr. 389.
- Pflanzenkrankheiten von Dr. Werner**
Friedr. Bruch, Privatdoz. i. Gießen.
Mit 1 farb. Tafel und 45 Abbildgn.
Nr. 310.
- Pflanzenmorphologie. Morphologie**
u. Organographie d. Pflanzen von
Prof. Dr. M. Nordhausen in Kiel.
Mit 123 Abbildungen. Nr. 141.
- Pflanzenphysiologie von Dr. Adolf**
Hanfen, Prof. an der Universität
Gießen. Mit 43 Abbild. Nr. 591.
- Pflanzenreichs, Die Stämme des, von**
Privatdoz. Dr. Rob. Pilger,ustos
am Rgl. Botan. Garten in Berlin-
Dahlem. Mit 22 Abb. Nr. 485.
- Pflanzenwelt, Die, der Gewässer von**
Dr. W. Migula, Prof. a. d. Forstak.
Eisenach. Mit 50 Abb. Nr. 158.
- Pflanzenzellenlehre. Zellenlehre und**
Anatomie der Pflanzen von Prof.
Dr. S. Mische in Leipzig. Mit 79
Abbildungen. Nr. 556.
- Pharmakognosie. Von Apotheker F.**
Schmittbrenner, Assist. a. Botan.
Institut d. Techn. Hochschule Karls-
ruhe. Nr. 251.
- Pharmazeutische Chemie von Privat-**
dozent Dr. E. Mannheim in Bonn.
3 Bändchen. Nr. 543/44 u. 588.
- Philologie, Geschichte d. Massischen,**
v. Dr. Wilh. Kroll, ord. Prof. a. d.
Univ. Münster in Westf. Nr. 367.
- Philosophie, Einführung in die, von**
Dr. Max Wentcher, Professor an
der Universität Bonn. Nr. 281.
- Philosophie, Geschichte d., IV: Neuere**
Philosophie bis Kant von Dr. B.
Bauch, Professor an der Universität
Jena. Nr. 394.
- — V: Immanuel Kant von Dr.
Bruno Bauch, Professor an d. Uni-
versität Jena. Nr. 536.
- — VI: Die Philosophie im ersten
Drittel des 19. Jahrhunderts von
Arthur Drews, Prof. der Philo-
sophie an der Techn. Hochschule in
Karlsruhe. Nr. 571.
- **Hauptprobleme der, v. Dr. Georg**
Simmel, Professor an der Univer-
sität Berlin. Nr. 500.
- **Psychologie und Logik zur Einf. in**
d. Philosophie von Prof. Dr. Th.
Ellenhans. Mit 13 Fig. Nr. 14.
- Photographie, Die. Von S. Kessler,**
Prof. an d. t. l. Graphischen Lehr-
und Versuchsanstalt in Wien. Mit
3 Taf. und 42 Abbild. Nr. 94.
- Physik, Theoretische, von Dr. Gustav**
Jäger, Prof. der Physik an der
Techn. Hochschule in Wien. I. Teil:
Mechanik und Akustik. Mit 24 Ab-
bildungen. Nr. 76.
- — II. Teil: Licht u. Wärme. Mit
47 Abbildungen. Nr. 77.
- — III. Teil: Elektrizität u. Magne-
tismus. Mit 33 Abbild. Nr. 78.
- — IV. Teil: Elektromagnet. Licht-
theorie und Elektronik. Mit 21 Fig.
Nr. 374.
- Physik, Geschichte der, von Prof. A.**
Kästner in Bertheim a. M. I: Die
Physik bis Newton. Mit 13 Fig.
Nr. 293.
- — II: Die Physik von Newton bis
z. Gegenwart. Mit 3 Fig. Nr. 294.
- Physikalisch-Chemische Rechenauf-**
gaben von Prof. Dr. R. Uebegg und
Privatdozent Dr. O. Sadur, beide
an der Univ. Breslau. Nr. 445.
- Physikalische Aufgabensammlung von**
G. Mahler, Prof. der Mathematik
u. Physik am Gymnasium in Ulm.
Mit den Resultaten. Nr. 243.

- Physikalische Formelsammlung** von G. Mahler, Prof. am Gymnasium in Ulm. Mit 65 Fig. Nr. 136.
- Physikalische Messungsmethoden** von Dr. Wilh. Bährdt, Oberlehrer an d. Oberrealschule in Groß-Lichterfelde. Mit 49 Figuren. Nr. 301.
- Physikalische Tabellen** v. Dr. A. Leid, Oberlehrer an der Comeniuschule zu Berlin-Schöneberg. Nr. 650.
- Physiologische Chemie** von Dr. med. A. Legahn in Berlin. I: Assimilation. Mit 2 Tafeln. Nr. 240.
— II: Dissimilation. Mit 1 Taf. Nr. 241.
- Physische Geographie** von Dr. Siegm. Günther, Prof. an der Kgl. Techn. Hochschule in München. Mit 32 Abbildungen. Nr. 26.
- Physische Meereskunde** von Prof. Dr. Gerh. Schott, Abteilungsvorst. b. d. Deutsch. Seewarte in Hamburg. Nr. 39 Abb. im Text u. 8 Taf. Nr. 112.
- Pflanze, Die.** Eine Einführung in die Kenntnis ihrer Formenreihen von Prof. Dr. G. Lindau in Berlin. Mit 10 Figurengruppen i. Text. Nr. 574.
- Planetenystem. Astronomie** (Größe, Bewegung u. Entfernung d. Himmelskörper) von A. F. Möbius, neu bearb. von Dr. Herm. Kobold, Prof. a. d. Univ. Kiel. I: Das Planetenystem. Mit 33 Abbild. Nr. 11.
- Plauistik, Die, des Abendlandes** von Dr. Hans Stegmann, Direktor des Bayer. Nationalmuseums in München. Mit 23 Tafeln. Nr. 116.
— Die, seit Beginn des 19. Jahrhunderts von A. Heilmeyer in München. Mit 41 Vollbildern. Nr. 321.
- Plattdeutsche Mundarten** von Dr. Hub. Grimme, Professor an der Universität Münster i. W. Nr. 461.
- Poetik, Deutsche, v. Dr. R. Borinski,** Prof. a. d. Univ. München. Nr. 40.
- Polarlicht. Erdmagnetismus, Erdstrom u. Polarlicht** von Dr. A. Hippoldt, Mitglied des Kgl. Preuß. Meteorolog. Instituts zu Potsdam. Mit 7 Taf. u. 16 Figuren. Nr. 175.
- Polnische Geschichte** von Dr. Clemens Brandenburger in Posen. Nr. 338.
- Pommern. Landeskunde von Pommern** von Dr. W. Deede, Prof. an der Universität Freiburg i. B. Mit 10 Abb. und Karten im Text und 1 Karte in Lithographie. Nr. 575.
- Portugiesische Geschichte** v. Dr. Gustav Diercks in Berlin-Steglitz. Nr. 622.
- Portugiesische Literaturgeschichte** von Dr. Karl von Reinhardtsoettner, Professor an der Kgl. Techn. Hochschule München. Nr. 213.
- Posamentiererei. Textil-Industrie II: Weberei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- und Gardinenfabrikation und Filzfabrikation** v. Prof. Mag. Gürtler, Geh. Regierungsrat im Kgl. Landesgewerbeamt zu Berlin. Mit 29 Fig. Nr. 185.
- Postrecht** von Dr. Alfred Wolde, Postinspektor in Bonn. Nr. 425.
- Preßluftwerkzeuge, Die, von Dipl.-Ing. P. Jltis,** Oberlehrer an der Kgl. Techn. Schule in Straßburg. Mit 82 Figuren. Nr. 493.
- Preussische Geschichte. Brandenburgisch-Preussische Geschichte** v. Prof. Dr. M. Thamm, Direktor d. Kaiser Wilhelms-Gymnasiums in Montabaur. Nr. 600.
- Preussisches Staatsrecht** von Dr. Frh. Stier-Somlo, Prof. an der Univ. Bonn. 2 Teile. Nr. 298, 299.
- Psychiatrie, Forensische, von Professor Dr. W. Weygandt,** Dir. der Irrenanstalt Friedrichsberg in Hamburg. 2 Bändchen. Nr. 410 und 411.
- Psychologie und Logik zur Einführung** in d. Philosophie v. Prof. Dr. Th. Eshenhanz. Mit 13 Fig. Nr. 14.
- Psychophysik, Grundriß der, v. Prof. Dr. G. F. Lipps** in Zürich. Mit 3 Figuren. Nr. 98.
- Pumpen, Druckwasser- und Druckluft-Anlagen.** Ein kurzer Überblick von Dipl.-Ing. Rudolf Vogdt, Regierungsbaumeister a. D. in Aachen. Mit 87 Abbildungen. Nr. 290.
- Quellenkunde d. deutschen Geschichte** von Dr. Carl Jacob, Prof. an der Universität Tübingen. 1. Band. Nr. 279.
- Radioaktivität** von Dipl.-Ing. Wilh. Frommel. Mit 21 Abbildungen. Nr. 317.
- Rechnen, Das, in der Technik u. seine Hilfsmittel** (Rechenchieber, Rechentafeln, Rechenmaschinen usw.) von Ing. Joh. Eug. Mayer in Freiburg i. Br. Mit 30 Abbild. Nr. 405.

- Rechnen, Kaufmännisches**, von Prof. Richard Just, Oberlehrer an der Öffentlichen Handelslehranstalt der Dresdener Kaufmannschaft. I. II. III. Nr. 139, 140, 187.
- Recht des Bürgerlichen Gesetzbuchs.**
 Erstes Buch: Allg. Teil. I: Einleitung — Lehre v. d. Personen u. v. d. Sachen v. Dr. P. Dertmann, Prof. a. d. Univ. Erlangen. Nr. 447.
 — II: Erwerb u. Verlust, Geltendmachung u. Schutz der Rechte von Dr. Paul Dertmann, Professor an der Universität Erlangen. Nr. 448.
 — Zweites Buch: Schuldrecht. I. Abtheilung: Allgemeine Lehren von Dr. Paul Dertmann, Professor an der Universität Erlangen. Nr. 323.
 — II. Abt.: Die einzelnen Schuldverhältnisse v. Dr. Paul Dertmann, Prof. an der Universität Erlangen. Nr. 324.
 — Drittes Buch: Sachenrecht von Dr. F. Kresschmar, Oberlandesgerichtsrat in Dresden. I: Allgem. Lehren. Besitz und Eigentum. Nr. 480.
 — II: Begrenzte Rechte. Nr. 481.
 — Viertes Buch: Familienrecht von Dr. Heinrich Tische, Professor an der Universität Göttingen. Nr. 305.
- Recht der Versicherungsunternehmungen**, Das, von Regierungsrat a. D. Dr. jur. R. Leibl, erstem Direktor der Nürnberger Lebensversicherungsbank, früher Mitglied des Kaiserlichen Aufsichtsamts für Privatversicherung. Nr. 635.
- Rechtsschutz, Der internationale gewerbliche**, von J. Neuberg, Kaiserl. Regierungsrat, Mitglied d. Kaiserl. Patentamts zu Berlin. Nr. 271.
- Rechtswissenschaft, Einführung in die**, von Dr. Theodor Sternberg in Berlin. I: Methoden- und Quellenlehre. Nr. 169.
 — II: Das System. Nr. 170.
- Rebelehre, Deutsche**, v. Hans Probst, Gymnasialprof. in Bamberg. Nr. 61.
- Rebelschrift** siehe: Stenographie.
- Reichsfinanzen, Die Entwicklung der**, von Präsident Dr. R. van der Borcht in Berlin. Nr. 427.
- Religion, Die Entwicklung der christlichen**, innerhalb des Neuen Testaments von Professor Dr. Lic. Carl Clemen. Nr. 388.
- Religion, Die, des Judentums im Zeitalter des Hellenismus u. der Römerherrschaft** von Lic. Dr. W. Staerk (Neutestamentliche Zeitschizze. Nr. 326.
- Religionen der Naturvölker, Die**, von Dr. Th. Achelis, Professor in Bremen. Nr. 449.
- Religionswissenschaft, Abriss der vergleichenden**, von Professor Dr. Th. Achelis in Bremen. Nr. 208.
- Renaissance. Die Kultur der Renaissance. Gesittung, Forschung, Dichtung** v. Dr. Robert F. Arnold, Prof. a. d. Univerf. Wien. Nr. 189.
- Reptilien. Das Tierreich III: Reptilien und Amphibien.** Von Dr. Franz Werner, Prof. a. d. Univerf. Wien. Mit 48 Abb. Nr. 383.
- Rheinprovinz, Landeskunde der**, von Dr. W. Steinede, Direktor d. Realgymnasiums in Essen. Mit 9 Abb., 3 Rärtchen und 1 Karte. Nr. 308.
- Riechstoffe. Atherische Öle und Riechstoffe** von Dr. F. Rochussen in Miltig. Mit 9 Abb. Nr. 446.
- Roman. Geschichte des deutschen Romans** von Dr. Hellm. Mielle. Nr. 229.
- Romanische Sprachwissenschaft** von Dr. Adolf Zauner, Prof. a. d. Univ. Graz. 2 Bände. Nr. 128, 250.
- Römische Altertumskunde** von Dr. Leo Bloch in Wien. Nr. 8 Vollb. Nr. 45.
- Römische Geschichte** von Realgymnasial-Direktor Dr. Jul. Koch in Grunewald. Nr. 19.
- Römische Literaturgeschichte** von Dr. Herm Joachim in Hamburg. Nr. 52.
- Römische und griechische Mythologie** von Professor Dr. Hermann Steuding, Rektor des Gymnasiums in Schneeberg. Nr. 27.
- Römische Rechtsgeschichte** von Dr. Robert von Mayr, Prof. an der Deutschen Univerf. Prag. 1. Buch: Die Zeit d. Volksrechtes. 1. Hälfte: Das öffentliche Recht. Nr. 577.
 — 2. Hälfte: Das Privatrecht. Nr. 578.
 — 2. Buch: Die Zeit des Amts- und Verkehrsrechtes. 1. Hälfte: Das öffentliche Recht. Nr. 645.
 — 2. Hälfte: Das Privatrecht I. Nr. 646.
 — 2. Hälfte: Das Privatrecht II. Nr. 647.

- Rußland. Russische Geschichte von Dr. Wilh. Reeb, Oberlehrer am Obergymnasium in Mainz. Nr. 4.
- Landeskunde des Europäischen Rußlands nebst Finnlands von Professor Dr. A. Philippson in Halle a. S. Nr. 359.
- Russisch-Deutsches Gesprächsbuch von Dr. Erich Berner, Professor an der Universität München. Nr. 68.
- Russische Grammatik von Dr. Erich Berner, Professor an der Universität München. Nr. 66.
- Russische Handelskorrespondenz von Dr. Theodor von Katwrahsch in Leipzig. Nr. 315.
- Russisches Lesebuch mit Glossar von Dr. Erich Berner, Professor an der Universität München. Nr. 67.
- Russische Literatur von Dr. Erich Boehme, Lektor a. d. Handelshochschule Berlin. I. Teil: Auswahl moderner Prosa u. Poesie mit ausführlichen Anmerkungen u. Akzentbezeichnung. Nr. 403.
- II. Teil: Всеволодъ Гаршинъ, Разказы. Mit Anmerkungen und Akzentbezeichnungen. Nr. 404.
- Russische Literaturgeschichte von Dr. Georg Polonskij in München. Nr. 166.
- Russisches Vokabelbuch, Kleines, von Dr. Erich Boehme, Lektor an der Handelshochschule Berlin. Nr. 475.
- Sachenrecht. Recht d. Bürgerl. Gesetzbuches. Drittes Buch: Sachenrecht von Dr. F. Krehshmar, Oberlandesgerichtsrat i. Dresden. I: Allgemeine Lehren. Besitz u. Eigentum. — II: Begrenzte Rechte. Nr. 480, 481.
- Sachs, Hans. Ausgewählt u. erläutert v. Prof. Dr. Julius Sahr. Nr. 24.
- Sachsen. Sächsische Geschichte v. Prof. Otto Raemmel, Rektor d. Nikolai-gymnasiums zu Leipzig. Nr. 100.
- Landeskunde des Königreichs Sachsen v. Dr. J. Zemmrich, Oberlehrer am Realgymnas. in Plauen. Mit 12 Abb. u. 1 Karte. Nr. 258.
- Säugetiere. Das Tierreich I: Säugetiere von Oberstudienrat Prof. Dr. Kurt Lampert, Vorsteher des Kgl. Naturalienkabinetts in Stuttgart. Mit 15 Abbildungen. Nr. 282.
- Schattenkonstruktionen von Professor J. Vonderlinn in Münster. Mit 114 Figuren. Nr. 236.
- Schiffs- und Küstenartillerie bis zur Gegenwart, Die Entwicklung der, von Korvettenkapitän Hüning. Mit Abbild. und Tabellen. Nr. 606.
- Schleswig-Holstein. Landeskunde von Schleswig-Holstein, Helgoland u. der freien und Hansestadt Hamburg von Dr. Paul Hambruch, Abteilungs-vorsteher am Museum für Völkertunde in Hamburg. Mit Abb., Plänen, Profilen und 1 Karte in Lithographie. Nr. 563.
- Schleusenbau. Kanal- u. Schleusenbau von Regierungsbaumeister Otto Rappold in Stuttgart. Mit 78 Abbildungen. Nr. 585.
- Schmalspurbahnen (Klein-, Arbeits- u. Feldbahnen) v. Dipl.-Ing. Aug. Boshart in Nürnberg. Mit 99 Abbildungen. Nr. 524.
- Schmaroher und Schmaroherthum in der Tierwelt. Erste Einführung in die tierische Schmaroherkunde von Dr. Franz v. Wagner, a. o. Prof. a. d. Univ. Graz. Mit 67 Abb. Nr. 151.
- Schreiner-Arbeiten. Tischler- (Schreiner-) Arbeiten I: Materialien, Handwerkszeuge, Maschinen, Einzelverbindungen, Fußböden, Fenster, Fensterladen, Treppen, Aborte von Prof. E. Viehweger, Architekt in Köln. Mit 628 Fig. auf 75 Tafeln. Nr. 502.
- Schuldrecht. Recht des Bürgerl. Gesetzbuches. Zweites Buch: Schuldrecht. I. Abteilung: Allgemeine Lehren von Dr. Paul Dertmann, Prof. a. d. Univ. Erlangen. Nr. 323.
- II. Abteilung: Die einzelnen Schuldverhältnisse von Dr. Paul Dertmann, Professor a. d. Universität Erlangen. Nr. 324.
- Schule, die deutsche, im Auslande von Hans Amrhein, Seminar-Oberlehrer in Rheydt. Nr. 259.
- Schulhaus. Die Baukunst des Schulhauses von Prof. Dr.-Ing. Ernst Betterlein in Darmstadt. I: Das Schulhaus. Mit 38 Abbild. II: Die Schulräume — Die Nebenanlagen. Mit 31 Abbild. Nr. 443 und 444.
- Schulpraxis. Methodik d. Volksschule von Dr. R. Seyfert, Seminardirektor in Bschopau. Nr. 50.

- Schweiß- und Schneidverfahren, Das autogene,** von Ingenieur Hans Niese in Kiel. Mit 30 Fig. Nr. 499.
- Schweiz. Schweizerische Geschichte** von Dr. A. Dändliker, Professor an der Universität Zürich. Nr. 188.
- **Landeskunde der Schweiz** von Prof. Dr. S. Walser in Bern. Mit 16 Abb. und 1 Karte. Nr. 398.
- Schwimmanstalten. Öffentl. Bade- und Schwimmanstalten** von Dr. Karl Wolff, Stadt-Oberbaurat in Hannover. Mit 50 Fig. Nr. 380.
- Seemacht, Die, in der deutschen Geschichte** von Wirkl. Admiralitätsrat Dr. Ernst von Halle, Professor an der Universität Berlin. Nr. 370.
- Seerecht, Das deutsche,** von Dr. Otto Brandis, Oberlandesgerichtsrat in Hamburg. I: Allgemeine Lehren: Personen und Sachen des Seerechts. Nr. 386.
- II: Die einzelnen seerechtlichen Schuldverhältnisse: Verträge des Seerechts und außervertragliche Haftung. Nr. 387.
- Seifenfabrikation, Die, die Seifenanalyse und d. Kerzenfabrikation** v. Dr. Karl Braun in Berlin. (Die Fette u. Ole II.) Mit 25 Abbildgn. Nr. 336.
- Semitische Sprachwissenschaft** von Dr. C. Brockmann, Professor an der Univ. Königsberg. Nr. 291.
- Serbokroatische Grammatik** von Dr. Vladimir Corovic, Bibliothekar des bosn.-herzegow. Landesmuseums in Sarajevo (Bosnien). Nr. 638.
- Silikate. Industrie der Silikate, der künstlichen Bausteine und des Mörtels** von Dr. Gustav Rauter in Charlottenburg. I: Glas u. keramische Industrie. M. 12 Taf. Nr. 233.
- II: Die Industrie der künstlichen Bausteine und des Mörtels. Mit 12 Tafeln. Nr. 234.
- Simplicius Simplicissimus** von Hans Jakob Christoffel v. Grimmelshausen. In Auswahl herausgeg. von Prof. Dr. F. Bobertag, Dozent an der Universität Breslau. Nr. 138.
- Skandinavien, Landeskunde von,** (Schweden, Norwegen u. Dänemark) von Heinrich Kerp, Kreis- schulinspektor in Kreuzburg. Mit 11 Abb. und 1 Karte. Nr. 202.
- Slavische Literaturgeschichte** von Dr. Josef Karásek in Wien. I: Ältere Literatur bis zur Wiedergeburt. Nr. 277.
- II: Das 19. Jahrh. Nr. 278.
- Soziale Frage. Die Entwicklung der sozialen Frage** von Professor Dr. Ferdin. Tönnies. Nr. 353.
- Sozialversicherung** von Prof. Dr. Alfred Manes in Berlin. Nr. 267.
- Soziologie** von Prof. Dr. Thomas Achelis in Bremen. Nr. 101.
- Spalt- und Schleimpilze. Eine Einführung in ihre Kenntnis** von Prof. Dr. Gustav Lindau, Rustos am Kgl. Botanischen Museum und Privatdozent der Botanik an der Universität Berlin. Mit 11 Abbildungen. Nr. 642.
- Spanien. Spanische Geschichte** von Dr. Gustav Diercks. Nr. 266.
- **Landeskunde der Iberischen Halbinsel** v. Dr. Fritz Regel, Prof. an der Univ. Würzburg. Mit 8 Kartchen und 8 Abbild. im Text und 1 Karte in Farbendruck. Nr. 235.
- Spanische Handelskorrespondenz** von Dr. Alfredo Nadal de Mariezcurrena. Nr. 295.
- Spanische Literaturgeschichte** v. Dr. Rud. Beer, Wien. I. II. Nr. 167, 168.
- Speicher, Industrielle und gewerbliche Bauten (Speicher, Lagerhäuser u. Fabriken)** v. Architekt Heint. Salzmann in Düsseldorf. II: Speicher u. Lagerhäuser. Mit 123 Fig. Nr. 512.
- Spinnerei. Textilindustrie I: Spinnerei und Zwirnerei** von Prof. Max Gürtler, Geh. Regierungsrat im Königl. Landesgewerbeamt zu Berlin. Mit 39 Figuren. Nr. 184.
- Spinnenfabrikation. Textilindustrie II: Weberei, Wirkerei, Kosamentiererei, Spitzen- und Gardinenfabrikat. u. Filzfabrikation** von Prof. Max Gürtler, Geh. Regierungsrat im Kgl. Landesgewerbeamt zu Berlin. Mit 29 Fig. Nr. 185.
- Spruchdichtung. Walther von der Vogelweide mit Auswahl aus Minnesang und Spruchdichtung.** Mit Anmerkgn. u. einem Wörterbuch v. Otto Günther, Prof. a. d. Oberrealschule u. an der Technischen Hochschule in Stuttgart. Nr. 23.

- Staatslehre, Allgemeine**, von Dr. Hermann Rehm, Prof. a. d. Universität Straßburg i. E. Nr. 358.
- Staatsrecht, Allgemeines**, von Dr. Julius Hatschel, Prof. d. Rechte an der Universität Göttingen. 3 Bändchen. Nr. 415—417.
- Staatsrecht, Preussisches**, von Dr. Fritz Stier-Somlo, Prof. a. d. Universität Bonn. 2 Teile. Nr. 298, 299.
- Stammeskunde, Deutsche**, von Dr. Rudolf Much, a. v. Prof. a. d. Univ. Wien. M. 2 Kart. u. 2 Taf. Nr. 126.
- Statik** von W. Hauber, Dipl.-Ing. I. Teil: Die Grundlehren der Statik starrer Körper. Mit 82 Fig. Nr. 178.
- II. Teil: Angewandte Statik. Mit 61 Figuren. Nr. 179.
- **Graphische**, mit besond. Berücksichtigung der Einflußlinien von Kgl. Oberlehrer Dipl.-Ing. Otto Henkel in Rendsburg. 1. Teil. Mit 121 Fig. Nr. 603.
- Steinhauerarbeiten. Maurer- und Steinhauerarbeiten** von Prof. Dr. phil. und Dr.-Ing. Eduard Schmitt in Darmstadt. 3 Bändchen. Mit vielen Abbildungen. Nr. 419—421.
- Stenographie. Geschichte der Stenographie** von Dr. Arthur Menz in Königsberg i. Pr. Nr. 501.
- Stenographie n. d. System v. F. X. Gabelsberger** von Dr. Albert Schramm, Landesamtsassessor in Dresden. Nr. 246.
- **Die Redeschrift des Gabelsberger'schen Systems** von Dr. Albert Schramm, Landesamtsassessor in Dresden. Nr. 368.
- Stenographie. Lehrbuch d. Vereinfachten Deutschen Stenographie (Einig.-System Stolze-Schrey)** nebst Schlüssel, Lefestücken u. einem Anhang von Professor Dr. Amiel, Oberlehrer des Kadettenkorps in Lichterfelde. Nr. 86.
- **Redeschrift. Lehrbuch der Redeschrift d. Systems Stolze-Schrey** nebst Kürzungsbeisp., Lefestücken, Schlüssel und einer Anleitung zur Steigerung der stenographischen Fertigkeit von Heinrich Dröse, aml. bad. Landtagsstenograph in Karlsruhe (B.). Nr. 494.
- Stereochemie** von Dr. E. Bedekind, Prof. an der Universität Tübingen. Mit 34 Abbildungen. Nr. 201.
- Stereometrie** von Dr. R. Glaser in Stuttgart. Mit 66 Fig. Nr. 97.
- Sternsystem. Astronomie. Größe, Bewegung u. Entfernung d. Himmelskörper v. A. F. Möbius**, neu bearb. v. Dr. Herm. Kobold, Prof. a. d. Univers. Kiel. II: Kometen, Meteore u. das Sternsystem. Mit 15 Fig. u. 2 Sternkarten. Nr. 529.
- Steuersysteme des Auslandes**, Die, v. Geh. Oberfinanzrat D. Schwarz in Berlin. Nr. 426.
- Stilkunde** v. Prof. Karl Otto Hartmann in Stuttgart. Mit 7 Vollbild. u. 195 Textillustrationen. Nr. 80.
- Stöchiometrische Aufgabensammlung** von Dr. Wilh. Bahrdt, Oberl. an d. Oberrealschule in Groß-Lichterfelde. Mit den Resultaten. Nr. 452.
- Straßenbahnen** von Dipl.-Ing. Aug. Boshart in Nürnberg. Mit 72 Abbildungen. Nr. 559.
- Strategie** von Löffler, Major im Kgl. Sächs. Kriegsm. i. Dresd. Nr. 505.
- Ströme und Spannungen in Starkstromnetzen** v. Jos. Herzog, Dipl.-Elektroing. in Budapest u. Clarence Feldmann, Prof. d. Elektotechnik in Jelfst. Mit 68 Abb. Nr. 456.
- Südamerika. Geschichte Südamerikas** von Dr. Hermann Lufft. I: Das spanische Südamerika (Chile, Argentinien und die kleineren Staaten). Nr. 632.
- Südseegebiet. Die deutschen Kolonien II: Das Südseegebiet und Kiautschou** v. Prof. Dr. R. Dove. M. 16 Taf. u. 1 lith. Karte. Nr. 520.
- Talmud. Die Entstehung des Talmuds** von Dr. S. Funk in Boston. Nr. 479.
- Talmudproben** von Dr. S. Funk in Boston. Nr. 583.
- Technisch-Chemische Analyse** von Dr. G. Lunge, Prof. a. d. Eidgenöss. Polytechn. Schule in Zürich. Mit 16 Abbildungen. Nr. 195.
- Technische Tabellen und Formeln** von Dr.-Ing. W. Müller, Dipl.-Ing. am Kgl. Materialprüfungsamt zu Groß-Lichterfelde. Mit 106 Figuren. Nr. 579.

- Technisches Wörterbuch**, enthaltend die wichtigsten Ausdrücke d. Maschinenbaues, Schiffbaues u. d. Elektrotechnik von Erich Krebs in Berlin.
- I. Teil: Dtsch.-Engl. Nr. 395.
 - II. Teil: Engl.-Dtsch. Nr. 396.
 - III. Teil: Dtsch.-Franz. Nr. 453.
 - IV. Teil: Franz.-Dtsch. Nr. 454.
- Technologie, Allgemeine chemische**, v. Dr. Gust. Rauter in Charlottenburg Nr. 113.
- **Mechanische**, v. Geh. Hofrat Prof. N. Lüdicke in Braunschweig. Nr. 340, 341.
- Teerfarbstoffe, Die**, mit bes. Berücksichtigung der synthetisch. Methoden v. Dr. Hans Bucherer, Prof. a. d. Kgl. Techn. Hochschule, Dresd. Nr. 214.
- Telegraphenrecht** v. Postinspektor Dr. jur. Alfred Wolde in Bonn I: Einleitung. Geschichtliche Entwicklung. Die Stellung d. deutsch. Telegraphenwesens im öffentl. Rechte, allgemeiner Teil. Nr. 509.
- II: Die Stellung d. deutsch. Telegraphenwesens im öffentl. Rechte, besonderer Teil. Das Telegraphen-Strafrecht. Rechtsverhältnis d. Telegraphie z. Publikum. Nr. 510.
- Telegraphie, Die elektrische**, v. Dr. Lub. Kellstab. Mit 19 Fig. Nr. 172.
- Testament. Die Entstehung des Alten Testaments** v. Lic. Dr. W. Staerk, Prof. a. d. Univ. Jena. Nr. 272.
- **Die Entstehung des Neuen Testaments** v. Prof. Lic. Dr. Carl Clemen in Bonn. Nr. 285.
- Textilindustrie. I: Spinnerei und Zwirnerei** v. Prof. Max Gürtler, Geh. Reg.-Rat im Kgl. Landesgewerbeamt, Berlin. Mit 39 Figuren. Nr. 184.
- II: **Weberei, Wirkerei, Bosamentiererei, Spitzen- und Gardinenfabrikation und Filzfabrikation** v. Prof. M. Gürtler, Geh. Regierungsrat i. Kgl. Landesgewerbeamt zu Berlin. M. 29 Fig. Nr. 185.
 - III: **Wäscherei, Bleicherei, Färberei und ihre Hilfsstoffe** von Dr. Wilh. Massot, Prof. a. d. Preuß. höheren Fachschule f. Textilindustr. in Krefeld. Mit 28 Fig. Nr. 186.
- Thermodynamik (Technische Wärmelehre)** v. N. Walther u. M. Röttlinger, Dipl.-Ing. M. 54 Fig. Nr. 242.
- Thermodynamik (Technische Wärmelehre)**. Die thermodynamischen Grundlagen der Wärmekraft- und Kältemaschinen von M. Röttlinger, Dipl.-Ing. in Mannheim. Nr. 2.
- Thüringische Geschichte** v. Dr. Ernst Devrient in Leipzig. Nr. 352.
- Tierbiologie. Abriß der Biologie der Tiere** v. Dr. Heinrich Simroth, Prof. a. d. Univ. Leipzig. Nr. 131.
- Tiere, Entwicklungsgeschichte der**, von Dr. Johs. Meisenheimer, Prof. der Zoologie a. d. Universität Jena. I: **Furchung, Primitivanlagen, Larven, Formbildung, Embryonalhüllen**. Mit 48 Fig. Nr. 378.
- II: **Organbildung**. Mit 46 Figuren. Nr. 379.
- Tiergeographie** v. Dr. Arnold Jacobi, Professor der Zoologie a. d. Kgl. Forstakademie zu Tharandt. Mit 2 Karten. Nr. 218.
- Tierkunde** von Dr. Franz v. Wagner, Prof. a. d. Universität Graz. Mit 78 Abbildungen. Nr. 60.
- Tierreich, Das, I: Säugetiere** v. Oberstudient. Prof. Dr. Kurt Lampert, Prof. d. Kgl. Naturalienkabinetts in Stuttgart. M. 15 Abb. Nr. 282.
- III: **Reptilien und Amphibien** von Dr. Franz Werner, Prof. a. d. Univ. Wien. Mit 48 Abb. Nr. 383.
 - IV: **Fische** von Prof. Dr. Max Rauter in Neapel. Nr. 356.
 - V: **Insekten** von Dr. J. Groß in Neapel (Stazione Zoologica). Mit 56 Abbildungen. Nr. 594.
 - VI: **Die wirbellosen Tiere** von Dr. Ludw. Böhmig, Prof. d. Zool. a. d. Univ. Graz. I: **Urtiere, Schwämme, Nesseltiere, Rippenquallen und Würmer**. Mit 74 Fig. Nr. 439.
 - II: **Krebse, Spinnentiere, Tausendfüßer, Weichtiere, Moostierchen, Armfüßer, Stachelhäuter und Manteltiere**. M. 97 Fig. Nr. 440.
- Tierzuchtlehre, Allgemeine und spezielle**, von Dr. Paul Rippert in Eisen. Nr. 228.
- Tischler- (Schreiner-) Arbeiten I: Materialien, Handwerkszeuge, Maschinen, Einzelverbindungen, Fußböden, Fenster, Fensterladen, Treppen, Aborte** von Prof. E. Biehweger, Architekt in Wien. Mit 628 Figuren auf 75 Tafeln. Nr. 502.

Togo. Die deutschen Kolonien I: Togo und Kamerun von Prof. Dr. Karl Dove. Mit 16 Tafeln und einer lithographischen Karte. Nr. 441.

Toxikologische Chemie von Privatdozent Dr. E. Mannheim in Bonn. Mit 6 Abbildungen. Nr. 465.

Trigonometrie, Ebene und sphärische, von Prof. Dr. Gerh. Hefenberg in Breslau. Mit 70 Fig. Nr. 99.

Tropenhygiene v. Medizinalrat Prof. Dr. Nocht, Direktor des Instituts für Schiffs- und Tropenkrankheiten in Hamburg. Nr. 369.

Truht. Kartell und Truht von Dr. S. Eschierschky in Düsseldorf. Nr. 522.

Turnen, Das deutsche, v. Dr. Rudolf Gasch, Prof. a. König Georg-Gymn. in Dresden. Mit 87 Abb. Nr. 628.

Turnkunst, Geschichte der, von Dr. Rudolf Gasch, Prof. a. König Georg-Gymnasium in Dresden. Mit 17 Abbildungen. Nr. 504.

Ungarn. Landeskunde von Oesterreich-Ungarn von Dr. Alfred Grund, Prof. an der Universität Prag. Mit 10 Textillustr. u. 1 Karte. Nr. 244.

Ungarische Literatur, Geschichte der, von Prof. Dr. Ludwig Katona und Dr. Franz Szinyei, beide an der Universität Budapest. Nr. 550.

Ungarische Sprachlehre v. Dr. Josef Szinyei, o. ö. Prof. an der Universität Budapest. Nr. 595.

Unterrichtswesen. Geschichte d. deutschen Unterrichtswesens von Prof. Dr. Friedrich Seiler, Direktor des Kgl. Gymnasiums zu Luckau. I. Teil: Von Anfang an bis zum Ende d. 18. Jahrh. Nr. 275.
— II. Teil: Vom Beginn des 19. Jahrhunderts bis auf die Gegenwart. Nr. 276.

Untersuchungsmethoden, Agrikulturchemische, von Prof. Dr. Emil Haselhoff, Vorsteher der landwirtschaftlichen Versuchstation in Marburg in Hessen. Nr. 470.

Urgeschichte der Menschheit von Dr. Moriz Hoernes, Professor an der Univ. Wien. Mit 85 Abb. Nr. 42.

Urheberrecht, Das, an Werken der Literatur und der Tonkunst, das Verlagsrecht und das Urheberrecht an Werken d. bildenden Künste u. Photographie v. Staatsanw. Dr. J. Schlittgen in Chemnitz. Nr. 361.

Urheberrecht, Das deutsche, an literarischen, künstlerischen u. gewerbl. Schöpfungen, mit besonderer Berücksichtigung der internationalen Verträge von Dr. Gustav Rauter, Patentanwalt in Charlottenburg. Nr. 263.

Urzeit. Kultur der Urzeit von Dr. Moriz Hoernes, o. ö. Prof. an der Univ. Wien. 3 Bändch. I: Steinzeit. Mit 40 Bildergrupp. Nr. 564.
— II: Bronzezeit. Mit 36 Bildergruppen. Nr. 565.
— III: Eisenzeit. Mit 35 Bildergruppen. Nr. 566.

Vektoranalyse von Dr. Siegf. Valentin, Prof. an der Bergakademie in Clausthal. Mit 16 Fig. Nr. 354.

Veranschlagen, Das, im Hochbau. Kurzgefaßtes Handbuch üb. d. Wesen d. Kostenanschlags v. Architekt Emil Beutinger, Assistent an der Technischen Hochschule in Darmstadt. Mit vielen Fig. Nr. 385.

Vereinigte Staaten. Landeskunde der Vereinigten Staaten von Nordamerika von Professor Heinrich Fischer, Oberlehrer am Luisenstädt. Realgymnasium in Berlin. I. Teil: Mit 22 Karten und Figuren im Text und 14 Tafeln. Nr. 381.

— II. Teil: Mit 3 Karten im Text, 17 Taf. u. 1 lith. Karte. Nr. 382.

Vergil. Die Gedichte des P. Vergilius Maro. In Auswahl mit einer Einleitung u. Anmerkungen herausgeg. von Dr. Julius Fiehn. I: Einleitung und Aeneis. Nr. 497.

Vermessungskunde von Dipl.-Ing. B. Werkmeister, Oberlehrer an der Kais. Techn. Schule in Straßburg i. E. I: Feldmessen und Nivelieren. Mit 146 Abb. Nr. 468.

— II: Der Theodolit. Trigonometrische u. barometr. Höhenmessung. Tachymetrie. Mit 109 Abbildungen. Nr. 469.

Versicherungsmathematik von Dr. Alfred Loewy, Professor an der Universität Freiburg i. B. Nr. 180.

Versicherungswesen, Das, von Dr. iur. Paul Moldenhauer, Professor der Versicherungswissenschaft an der Handelshochschule Köln. I: Allgemeine Versicherungslehre. Nr. 262.
— II: Die einzelnen Versicherungszweige. Nr. 636.

- Völkerkunde v. Dr. Michael Haberlandt**, k. u. k. Rustos d. ethnogr. Sammlung d. naturhist. Hofmuseums u. Privatbozeng a. d. Univ. Wien. Mit 56 Abbild. Nr. 73.
- Völkernamen. Länder- u. Völkernamen von Dr. Rudolf Kleinpaul** in Leipzig. Nr. 478.
- Volkbibliotheken (Bücher- u. Lesehallen), ihre Einrichtung u. Verwaltung v. Emil Jaeschke**, Stadtbibliothekar in Elberfeld. Nr. 332.
- Volklied, Das deutsche, ausgewählt und erläutert von Prof. Dr. Jul. Sahr**. 2 Bändchen. Nr. 25, 132.
- Volkswirtschaftslehre von Dr. Carl Johs. Fuchs**, Professor an der Universität Tübingen. Nr. 133.
- Volkswirtschaftspolitik v. Präsident Dr. R. van der Borcht**, Berlin. Nr. 177.
- Waffen, Die blanken, und die Schutzwaffen, ihre Entwicklung von der Zeit der Landstrecke bis zur Gegenwart m. besonderer Berücksichtigung der Waffen in Deutschland, Österreich-Ungarn und Frankreich von W. Gohlke**, Feuerwerks-Major a. D. in Berlin-Steglitz. Mit 115 Abbildungen. Nr. 631.
- Wahrscheinlichkeitsrechnung von Dr. Franz Had**, Professor am Eberhard-Ludwigs-Gymnasium in Stuttgart. Mit 15 Fig. im Text. Nr. 508.
- Waldeck. Landeskunde des Großherzogtums Hessen, der Provinz Hessen-Nassau und des Fürstentums Waldeck** von Professor Dr. Georg Greim in Darmstadt. Mit 13 Abbildungen und 1 Karte. Nr. 376.
- Waltherlied, Das, im Versmaße der Urchrift übersetzt u. erläutert von Prof. Dr. F. Althof**, Oberlehrer am Realgymnas. in Weimar. Nr. 46.
- Walther von der Vogelweide, mit Auswahl a. Minnesang u. Spruchdichtung. Mit Anmerkgn. u. einem Wörterbuch v. Otto Güntter**, Prof. a. d. Oberrealschule und an der Techn. Hochschule in Stuttgart. Nr. 23.
- Walzwerke. Die, Einrichtung und Betrieb. Von Dipl.-Ing. A. Holverscheid**, Oberlehrer a. d. Kgl. Maschinenbau- u. Hüttenchule in Duisburg. Mit 151 Abbild. Nr. 580.
- Warenhäuser. Geschäfts- u. Warenhäuser von Hans Schliepmann**, Königl. Baurat in Berlin. I: Vom Laden zum „Grand Magasin“. Mit 23 Abbildungen. Nr. 655.
- II: Die weitere Entwicklung der Kaufhäuser. Mit 39 Abbildungen. Nr. 656.
- Warenkunde von Dr. Karl Hassack**, Prof. u. Leiter der k. k. Handelsakademie in Graz. I. Teil: Unorganische Waren. M. 40 Abb. Nr. 222.
- II. Teil: Organische Waren. Mit 36 Abbildungen. Nr. 223.
- Warenzeichenrecht, Das. Nach dem Gesetz z. Schutz d. Warenzeichnungen v. 12. Mai 1894. Von Reg.-Rat J. Neuberg**, Mitglied des Kais. Patentamts zu Berlin. Nr. 360.
- Wärme. Theoretische Physik II. T.: Licht u. Wärme. Von Dr. Gustav Jäger**, Prof. a. d. Techn. Hochschule Wien. Mit 47 Abbildgn. Nr. 77.
- Wärmekraftmaschinen. Die thermodynamischen Grundlagen der Wärmekraft- u. Kältemaschinen von M. Röttinger**, Diplom.-Ing. in Mannheim. M. 73 Fig. Nr. 2.
- Wärmelehre, Technische, (Thermodynamik) v. R. Walther u. M. Röttinger**, Dipl.-Ing. Mit 54 Figuren. Nr. 242.
- Wäscherei. Textilindustrie III: Wäscherei, Bleicherei, Färberei und ihre Hilfsstoffe von Dr. Wilh. Massot**, Prof. an der Preuß. höh. Fachschule für Textilindustrie in Krefeld. Mit 28 Figuren. Nr. 186.
- Wasser, Das, und seine Verwendung in Industrie und Gewerbe v. Dr. Ernst Leher**, Dipl.-Ing. in Saalfeld. Mit 15 Abbildungen. Nr. 261.
- Wasser und Abwässer. Ihre Zusammenetzung, Beurteilung u. Untersuchung v. Prof. Dr. Emil Hafelhoff**, Vorst. d. landwirtsch. Versuchstation in Marburg in Hessen. Nr. 473.
- Wasserinstallationen. Gas- und Wasserinstallationen mit Einfluß der Abortanlagen v. Prof. Dr. phil. u. Dr.-Ing. Eduard Schmitt** in Darmstadt. Mit 119 Abbild. Nr. 412.
- Wasserturbinen, Die, von Dipl.-Ing. P. Holl** in Berlin. I: Allgemeines. Die Freistrahlturbinen. Mit 113 Abbildungen. Nr. 541.

Wasserturbinen, Die, von Dipl.-Ing. B. Holl in Berlin. II: Die Überdruckturbinen. Die Wasserkraftanlagen. Mit 102 Abbildgn. Nr. 542.

Wasserversorgung der Ortschaften v. Dr.-Ing. Robert Wehrauch, Prof. an der Kgl. Technischen Hochschule Stuttgart. Mit 85 Fig. Nr. 5.

Weberei. Textilindustrie II: Weberei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- u. Gardinenfabrikation und Filzfabrikation von Prof. Mag. Gürtler, Geh. Regierungsrat im Königl. Landesgewerbeamt zu Berlin. Mit 29 Figuren. Nr. 185.

Wechselstromerzeuger von Ing. Karl Bichelmayer, Prof. an der k. k. Technischen Hochschule in Wien. Mit 40 Figuren. Nr. 547.

Wechselwesen, Das, v. Rechtsanw. Dr. Rudolf Mothes in Leipzig. Nr. 103.

Wehrverfassung, Deutsche, von Geh. Kriegsrat Karl Endres, vortr. Rat i. Kriegsminist. i. München. Nr. 401.

Werkzeugmaschinen für Holzbearbeitung, Die, von Ing. Professor Hermann Wilba in Bremen. Mit 125 Abbildungen. Nr. 582.

Werkzeugmaschinen für Metallbearbeitung, Die, von Ing. Prof. Hermann Wilba in Bremen. I: Die Mechanismen der Werkzeugmaschinen. Die Drehbänke. Die Fräsmaschinen. Mit 319 Abb. Nr. 561.

— II: Die Bohr- und Schleifmaschinen. Die Hobel-, Shaping- u. Stoßmaschinen. Die Sägen u. Scheren. Antrieb u. Kraftbedarf. Mit 199 Abbild. Nr. 562.

Westpreußen. Landeskunde der Provinz Westpreußen von Frh. Braun, Oberlehrer am Kgl. Gymnasium in Graudenz. Mit 16 Tafeln, 7 Textarten u. 1 lith. Karte. Nr. 570.

Wettbewerb, Der unlautere, von Rechtsanw. Dr. Martin Wassermann in Hamburg. I: Generalklausel, Kellameauswüchse, Ausverkaufswesen, Angestelltenbestechung. Nr. 339.

— II: Kreditschädigung, Firmen- und Namenmißbrauch, Verrat von Geheimnissen, Ausländerchutz. Nr. 535.

Wirbellose Tiere. Das Tierreich VI: Die wirbellosen Tiere von Dr. Ludwig Böhmig, Prof. d. Zoologie an der Univ. Graz. I: Urtiere, Schwämme, Nesseltiere, Rippenquallen u. Würmer. Mit 74 Fig. Nr. 439.

— II: Krebse, Spinnentiere, Tausendfüßer, Weichtiere, Moostierchen, Armfüßer, Stachelhäuter u. Manteltiere. Mit 97 Fig. Nr. 440.

Wirkerei. Textilindustrie II: Weberei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- u. Gardinenfabrikation und Filzfabrikation von Prof. Mag. Gürtler, Geh. Regierungsrat im Königl. Landesgewerbeamt zu Berlin. Mit 29 Figuren. Nr. 185.

Wirtschaftlichen Verbände, Die, v. Dr. Leo Müffelmann in Rostock. Nr. 586.

Wirtschaftspflege. Kommunale Wirtschaftspflege von Dr. Alfons Rieß, Magistratsass. in Berlin. Nr. 534.

Wohnungsfrage, Die, v. Dr. L. Pohle, Prof. der Staatswissenschaften zu Frankfurt a. M. I: Das Wohnungswesen in der modernen Stadt. Nr. 495.

— II: Die städtische Wohnungs- und Bodenpolitik. Nr. 496.

Wolfram von Eschenbach. Hartmann v. Aue, Wolfram v. Eschenbach und Gottfried von Straßburg. Auswahl aus dem hof. Epos mit Anmerkungen und Wörterbuch von Dr. R. Marold, Prof. am Königl. Friedrichskollegium zu Königsberg i. Pr. Nr. 22.

Wörterbuch nach der neuen deutschen Rechtschreibung von Dr. Heinrich Klenz. Nr. 200.

— Deutsches, von Dr. Richard Loewe in Berlin. Nr. 64.

— Technisches, enthaltend die wichtigsten Ausdrücke des Maschinenbaues, Schiffbaues und der Elektrotechnik von Erich Krebs in Berlin. I. Teil: Deutsch-Englisch. Nr. 395.

— II. Teil: Engl.-Dtsch. Nr. 396.

— III. Teil: Dtsch.-Franz. Nr. 453.

— IV. Teil: Franz.-Dtsch. Nr. 454.

Württemberg. Württembergische Geschichte v. Dr. Karl Weller, Prof. am Karls-Gymnasium in Stuttgart. Nr. 462.

Württemberg, Landeskunde des Königreichs Württemberg von Dr. K. Hassert, Professor der Geographie an der Handelshochschule in Köln. Mit 16 Vollbildern u. 1 Karte. Nr. 157.

Zeichenschule von Prof. R. Kimmich in Ulm. Mit 18 Tafeln in Ton-, Farben- und Golddruck und 200 Voll- und Textbildern. Nr. 39.

Zeichnen, Geometrisches, von G. Becker, Architekt und Lehrer an der Baugewerkschule in Magdeburg, neu bearbeitet von Prof. J. Sonderlinn, Direktor der königl. Baugewerkschule zu Münster. Mit 290 Fig. u. 23 Taf. im Text. Nr. 58.

Zeitungswesen, Das deutsche, von Dr. R. Brunhuber, Köln a. Rh. Nr. 400.

Zeitungswesen, Das moderne, (Ehst. d. Zeitungslehre) von Dr. Robert Brunhuber in Köln a. Rh. Nr. 320.

Zeitungswesen, Allgemeine Geschichte des, von Dr. Ludwig Salomon in Jena. Nr. 351.

Zellenlehre und Anatomie der Pflanzen von Prof. Dr. S. Miesche in Leipzig. Mit 79 Abbild. Nr. 556.

Zentral-Perspektive von Architekt Hans Freyberger, neu bearbeitet von Professor J. Sonderlinn, Direktor der königl. Baugewerkschule in Münster i. Westf. Mit 132 Fig. Nr. 57.

Zimmerarbeiten von Carl Opitz, Oberlehrer an der Kais. Techn. Schule in Straßburg i. E. I: Allgemeines, Balkenlagen, Zwischendecken und Deckenbildungen, hölz. Fußböden, Fachwerkwände, Hänge- und Sprengwerke. Mit 169 Abbildungen. Nr. 489.

— II: Dächer, Wandbekleidungen, Simschalungen, Block-, Bohlen- und Bretterwände, Säune, Türen, Tore, Tribünen und Baugerüste. Mit 167 Abbildungen. Nr. 490.

Zivilprozessrecht, Deutsches, von Prof. Dr. Wilhelm Risch in Straßburg i. E. 3 Bände. Nr. 428—430.

Zoologie, Geschichte der, von Prof. Dr. Rud. Burdhardt. Nr. 357.

Zündwaren von Direktor Dr. Alfons Bujard, Vorstand des Städtischen Chem. Laboratoriums Stuttgart. Nr. 109.

Zwangsversteigerung, Die, und die Zwangsverwaltung von Dr. F. Kreyßmar, Oberlandesgerichtsrat in Dresden. Nr. 523.

Zwirnerei, Textilindustrie I: Spinnerei und Zwirnerei von Prof. Max Gürtler, Geh. Regierungsrat im königlichen Landesgewerbeamt zu Berlin. Mit 39 Figuren. Nr. 184.

== Weitere Bände sind in Vorbereitung. ==

In unserm Verlag erschien soeben:

Geschichte der Aufteilung und Kolonisation Afrikas seit dem Zeitalter der Entdeckungen

Erster Band: 1415—1870

Von Dr. Paul Darmstädter
Professor an der Universität Göttingen

Broschirt M. 7.50, gebunden M. 9.50

Das Buch beabsichtigt, in kurzen Zügen, durchweg an der Hand der Quellen, einen Überblick über die Geschichte der Aufteilung und Kolonisation Afrikas, vom Zeitalter der Entdeckungen bis in unsere Tage zu geben. Wie der Titel andeutet, ist die Aufgabe eine doppelte: es soll die Aufteilung des Erdteils geschildert werden, ein Vorgang, der sich zum großen Teil in Europa abgespielt hat und ein wichtiges Kapitel der Weltgeschichte der neueren Zeit bildet; es soll dabei gezeigt werden, wie die Wertschätzung Afrikas in der Meinung der europäischen Völker jeweils eine verschiedene gewesen ist, natürlich unter dem Einfluß der herrschenden kolonialpolitischen Anschauungen, und wie dadurch der mehr oder minder rasche Gang der Aufteilung bestimmt wurde. Dann aber soll auch die Kolonisation, die Verwaltung und Ausnutzung der von den europäischen Nationen in Besitz genommenen Gebiete dargestellt und gezeigt werden, welche Bedeutung die afrikanischen Kolonien für die europäischen Völker gewonnen haben.

Der vorliegende erste Band behandelt die Epoche der portugiesischen Vorherrschaft (15. und 16. Jahrhundert), die Geschichte Afrikas in der Zeit des Sklavenhandels (17. und 18. Jahrhundert), und ausführlicher den Zeitraum vom Ende des 18. Jahrhunderts bis 1870, in dem namentlich die Darstellung der ägyptischen Expedition Napoleons sowie die Geschichte Algeriens und Südafrikas Interesse erwecken werden. In einem zweiten Bande soll die Geschichte der Aufteilung und Kolonisation Afrikas bis in die unmittelbare Gegenwart fortgeführt werden. Ein beträchtlicher und nicht unwichtiger Teil der Geschichte der neuesten Zeit — es sei nur an Tunis und Ägypten, Tripolis und Marokko, die Gründung des Kongo-Staats und der deutschen Kolonien, den Burenkrieg und die Einigung Südafrikas erinnert — wird in dem Buche zur Darstellung gelangen, das ebenso dem Kolonialpolitiker wie dem Historiker zu dienen bestimmt ist.

In unserm Verlag erschien ferner:

Historik

Ein Organon geschichtlichen Denkens u. Forschens

Von

Dr. Ludwig Rieß

Privatdozent an der Universität Berlin

Erster Band

25 Bogen gr. 8°. Broschiert M. 7.50, in Halbfranz geb. M. 9.50

Die Aufgabe der „Historik“ ist von Wilhelm von Humboldt und von Johann Gustav Droysen am klarsten erfaßt worden. Sie muß die produktive Ausprägung der allgemeinen Gedanken sein, die in den mustergültigen geschichtlichen Betrachtungen übereinstimmend als Ausgangspunkt oder Zielpunkt der Forschung unmittelbar vorausgesetzt werden. Es handelt sich dabei nicht um die methodischen Kunstgriffe der Heuristik, Kritik und Interpretation, sondern um das Eindringen in den Kern aller menschlichen Beziehungen und in die Wirksamkeit der Kräfte, auf denen die Abwandlungen der historischen Begebenheiten beruhen. Dieses Element der Wirklichkeit geistig zu durchdringen ist die Aufgabe, die hier zum ersten Male zu lösen versucht wird. So gestaltet sich die Darstellung zu einer durch scharfe Begriffsbestimmungen und anschauliche Beispiele auf der Höhe wahrer Wissenschaft gehaltenen Enzyklopädie der Grundüberzeugungen der Geschichts- und Menschenkenner.

In unserm Verlag erschien ferner:

Grundriß einer Philosophie des Schaffens als Kulturphilosophie

Einführung in die Philosophie als Weltanschauungslehre

Von

Dr. Otto Braun

Privatdozent der Philosophie in Münster i. W.

Broschirt M. 4.50, gebunden M. 5.—

Der Verfasser findet das Wesen der Philosophie darin, daß sie Gesamtwissenschaft, d. h. Weltanschauungslehre ist: sie erhebt sich auf dem Fundament aller übrigen Wissenschaften und sucht (induktiv) zu einem Weltbilde vorzudringen, dessen „Wahrheit“ durch seine personale Einseitigkeit bedingt ist. Nachdem der Verfasser sich eine erkenntnistheoretische Basis geschaffen — es wird ein Real-Idealismus vertreten —, sucht er an ein Grunderlebnis anzuknüpfen, das er durch den Begriff „Schaffen“ bezeichnet. Dieses Schaffen führt zur Entwicklung einer Kulturphilosophie — die Formen und Stoffe des Schaffens werden untersucht und dann die Hauptgebiete des Kulturlebens in den Grundzügen dargestellt: Wissenschaft, Kunst, Religion, soziales Leben, Staat, Recht, Sitte, Ethik finden ihre Würdigung. So wird der Versuch gemacht, aus dem Wesen des modernen Geistes heraus eine systematische Weltanschauung zu gewinnen, wobei der kulturimmanente Standpunkt ausschlaggebend ist, wenn auch eine lösmisch-metaphysische Vertiefung sich als notwendig zeigt, der Begriff des Schaffens wird durch einen geschichtsphilosophischen Überblick über das 19. Jahrhundert als notwendig und berechtigt erwiesen.

In unserm Verlag erschien ferner:

Der deutsche Student

Von

Prof. Dr. Theobald Ziegler

Elfte und zwölfte Auflage

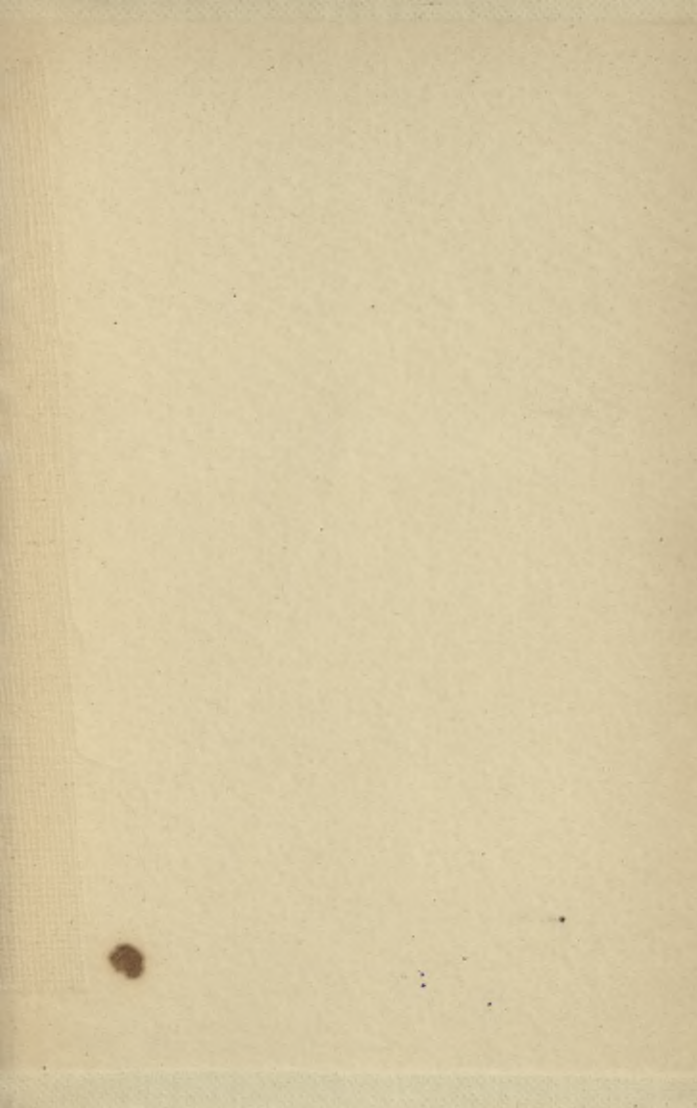
Gebunden M. 3.50

Diese „Studentenpredigten“, wie sie Paulsen genannt hat, haben sich unter der studierenden Jugend viele Freunde erworben. Und so war es nicht zu verwundern, daß das Buch seit seinem Erscheinen fast alljährlich eine neue Auflage erlebte. Herausgewachsen war es aus der fin-de-siècle-Stimmung vor der Jahrhundertwende, die besonders in studentischen Kreisen die Herzen höher schlagen und das Blut rascher kreisen ließ, eben deswegen aber auch nach besonnener Führung sich sehnte. Eine solche fanden sie hier. Den Auflagen im neuen Jahrhundert fügte der Verfasser eine Nachtragsvorlesung hinzu zur Überleitung in ruhigere Bahnen und zur Ergänzung durch manches inzwischen Neugewordene. Im Winter 1905/06 aber hat er in Straßburg die Vorlesung über den deutschen Studenten noch einmal gehalten und hier vor allem die Vorgänge jener bewegten Zeit, des sogenannten „Hochschulstreites“ und des Kampfes gegen die konfessionellen Korporationen freimütig und kritisch besprochen. Der neuen Auflage ist die Vorlesung in dieser späteren Fassung, wenigstens in der ersten größeren Hälfte, zugrunde gelegt worden. Die fin-de-siècle-Stimmung ist verschwunden, dafür sind die Probleme, die das Studentenleben im ersten Jahrzehnt des 20sten Jahrhunderts bewegt haben und bewegen, in den Vordergrund gerückt und so das Buch durchaus modernisiert und wieder ganz aktuell geworden. Dabei hat es eine nicht unbeträchtliche Erweiterung erfahren. Und doch ist der Geist des Buches der alte geblieben, es ist der Geist der Freiheit, die als akademische Studenten und Professoren gleichmäßig am Herzen liegt, und der Geist eines kräftigen sittlichen Idealismus, der sich nicht fürchtet, Jünglinge zu wagen, damit Männer aus ihnen werden. Und auch der alte gute Freund des deutschen Studenten ist der Verfasser geblieben, der ihn versteht, weil er ihn liebt. Das zeigt gleich von vornherein die Widmung des Buches an die Straßburger Studentenschaft. So ist es beim Abgang Zieglers von Straßburg zu einem Vermächtnis an seine jungen Freunde auf allen deutschen Hochschulen geworden, und soll nun auch in der neuen Gestalt wieder vielen eine Hilfe werden und ein Halt.

80-2

2.00

96-5



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



I-301326



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000295793