

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA



L. inw. ....

~~26~~

Druk. U. J. Zam. 356. 10.000.

Prof. Robert Lang

II

Wellenlehre und Akustik

Mit 69 Figuren im Text



612

**MAX GÜNTHER**  
BUCHHANDLUNG - ANTIQUARIAT  
Spez: SCHUL-LEHRBÜCHER  
Oranienburger Str. 42/43  
Berlin N 24 Ecke Auguststr.  
D 1 Norden 4126

15258628

# Sammlung Götschen

Unser heutiges Wissen in kurzen, klaren,  
allgemeinverständlichen Einzeldarstellungen

Jeder Band in Leinwand geb. Rm. 1.80

Bei gleichzeitiger Abnahme gleicher oder inhaltlich zusammengehöriger  
Bände treten folgende Gesamtpreise in Kraft: 10 Exemplare Rm. 16.—;

25 Exemplare Rm. 37.50; 50 Exemplare Rm. 70.—

---

Walter de Gruyter & Co.

vormalig G. J. Götschen'sche Verlagshandlung / J. Suttentag, Verlags-  
buchhandlung / Georg Reimer / Karl J. Trübner / Veit & Comp.

Berlin W 10 und Leipzig

---

Zweck und Ziel der „Sammlung Götschen“  
ist, in Einzeldarstellungen eine klare, leicht-  
verständliche und übersichtliche Einführung  
in sämtliche Gebiete der Wissenschaft und  
Technik zu geben; in engem Rahmen, auf  
streng wissenschaftlicher Grundlage und unter  
Berücksichtigung des neuesten Standes der  
Forschung bearbeitet, soll jedes Bändchen  
zuverlässige Belehrung bieten. Jedes einzelne  
Gebiet ist in sich geschlossen dargestellt, aber  
dennoch stehen alle Bändchen in innerem Zu-  
sammenhange miteinander, so daß das Ganze,  
wenn es vollendet vorliegt, eine einheitliche,  
systematische Darstellung unseres gesamten

Biblioteka Politechniki Krakowskiej

A u s  
der bissh



f e  
frei

100000297999

3944240

# Bibliothek zur Physik und Chemie

aus der Sammlung Göschen

Stand vom Frühjahr 1931

- 
- Kristallographie** von Prof. Dr. W. Bruhns. Neubearbeitet von Prof. Dr. P. Ramdohr. Mit 184 Abb. . . . . . Nr. 210
- Einführung in die Kristalloptik** von Dr. Eberh. Buchwald. Mit 124 Abb. . . . . . Nr. 619
- Einführung in die geometrische Optik** von Dr. W. Hinrichs . . . . . Nr. 532
- Geschichte der Physik** von Professor A. Kistner. Mit 16 Fig. 2 Bände . . . . . Nr. 293, 294
- Theoretische Physik** von Professor Dr. G. Jäger. Mit 127 Fig. 5 Bände . . . . . Nr. 76—78, 374, 1017
- Experimentalphysik** von Professor Robert Lang. Mit 339 Fig. im Text. Band 1—4 . . . . . Nr. 611—614
- Physikalische Messungsmethoden** von Professor Dr. Wilh. Bährdt. Mit 54 Fig. . . . . . Nr. 301
- Physikalische Formelsammlung** von Prof. G. Mahler. Neubearbeitet von Prof. K. Mahler. Mit 71 Fig. . . . . . Nr. 136
- Physikalische Aufgabensammlung** von Prof. G. Mahler. Neubearbeitet von Prof. K. Mahler. Mit den Resultaten. Nr. 243
- Physikalische Tabellen** von Dr. A. Leick u. Prof. Dr. W. Leick Nr. 650
- Vektoranalysis** von Prof. Dr. Siegfried Valentiner. Mit 13 Fig. Nr. 354
- Röntgenstrahlen** (Physik, Technik und Anwendungen) von Dr. phil. nat. Richard Herz. Mit 48 Fig. im Text und 36 Abb. auf 16 Tafeln . . . . . Nr. 950
- Atomphysik** von Dr. Hans Leßhelm. I. Band. Mit 33 Abb. Nr. 1009
- Luftelektrizität** von Dr. Karl Köhler. Mit 19 Abb. . . . . Nr. 649
- Radioaktivität** von Prof. P. Ludewig. Mit 37 Abb. . . . . Nr. 317
- Erdmagnetismus, Erdstrom und Polarlicht** von Prof. Dr. A. Nippoldt. Mit 7 Tafeln und 18 Fig. . . . . . Nr. 175
- Meteorologie** von Prof. Dr. Albert Defant. Mit 38 Fig. u. 7 Taf. Nr. 54
- Allgemeine und physikalische Chemie** von Prof. Dr. Hugo Kauffmann. 2 Bände. Mit 16 Fig. . . . . . Nr. 71, 698
- Geschichte der Chemie** von Prof. Dr. Hugo Bauer.  
I. Von den ältesten Zeiten bis Lavoisier . . . . . Nr. 264  
II. Von Lavoisier bis zur Gegenwart . . . . . Nr. 265
- Grundbegriffe der Chemie** v. Dr. E. Rabinowitsch. Mit 2 Fig. Nr. 804
- Homogene Katalyse I: Nicht-enzymatische Katalysen** von Prof. Dr. H. v. Euler und Dr. A. Ölander. Mit 3 Figuren Nr. 1037
- II: Enzymatische Katalysen von Dr. Karl Myrbäck. Mit 7 Figuren . . . . . Nr. 1038

<b>Komplexchemie.</b> Einführung in die Chemie der komplexen Verbindungen. Von Prof. Dr. L. Dede. Mit 5 Fig. . . . .	Nr. 981
<b>Organische Chemie</b> von Dr. J. Klein . . . . .	Nr. 38
<b>Chemie der Kohlenstoffverbindungen</b> von Prof. Dr. H. Bauer. 4 Bände . . . . .	Nr. 191—194
<b>Stereochemie</b> von Prof. Dr. E. Wedekind. Mit 44 Fig. . .	Nr. 201
<b>Anorganische Chemie</b> von Dr. J. Klein . . . . .	Nr. 37
<b>Die Nichtmetalle und ihre Verbindungen</b> von Prof. Dr. A. Benrath.	
I. Bor, Kohlenstoff, Silizium, Stickstoff. Mit 9 Fig.	Nr. 211
II. Wasserstoff, Sauerstoff, Halogene, Edelgase. Mit 24 Fig.	Nr. 212
<b>Die Metalle und ihre Verbindungen</b> von Prof. Dr. J. Koppel.	
I. Alkalimetalle, Erdkalimetalle, Magnesiumgruppe. Mit 8 Fig. . . . . .	Nr. 812
II. Kupfergruppe, Aluminiumgruppe, Titangruppe, Blei- gruppe. Mit 1 Fig. . . . . .	Nr. 813
III. Vanadiumgruppe, Chromgruppe, Mangan, Eisen- gruppe, Platingruppe. Mit 5 Fig. . . . . .	Nr. 814
<b>Kolloidchemie</b> von Prof. Dr. E. Wedekind. Mit 9 Fig. . .	Nr. 897
<b>Analytische Chemie</b> von Dr. Johs. Hoppe. 2 Bände. Nr.	247, 248
<b>Physiologische Chemie</b> v. Dr. med. A. Legahn. 2 Bände. Nr.	240, 241
<b>Agrikulturchemische Untersuchungsmethoden</b> von Prof. Dr. E. Haselhoff . . . . .	Nr. 470
<b>Toxikologische Chemie</b> von Prof. Dr. E. Mannheim. Ergänzt von Dr. Fr. X. Bernhard. Mit 5 Fig. . . . . .	Nr. 465
<b>Pharmazeutische Chemie</b> von Prof. Dr. E. Mannheim. 4 Bände . . . . .	Nr. 543, 544, 588 und 682
<b>Neuere Arzneimittel, ihre Zusammensetzung, Wirkung und Anwendung</b> von Prof. Dr. med. C. Bachem	Nr. 669
<b>Drogenkunde</b> von Georg Ottersbach u. Rich. Dorstewitz	Nr. 413
<b>Elektrochemie</b> von Dr. Heinr. Danneel.	
I. Allgemeine Elektrochemie. Mit 19 Fig. . . . . .	Nr. 252
II. Experimentelle Elektrochemie, Meßmethoden, Leitfähigkeit, Lösungen. Mit 26 Fig. . . . . .	Nr. 253
III. Energie. Mit 18 Fig. und mehreren Tabellen . . .	Nr. 941
IV. Elektrolyse. Mit 41 Fig. und mehreren Tabellen . .	Nr. 980
<b>Elektrochemische Rechenaufgabensammlung</b> mit einer kurzen Übersicht über die wichtigsten Lehrsätze und Konstanten. Von Professor Dr.-Ing. Gustav F. Hüttig .	Nr. 892
<b>Maßanalyse</b> von Dr. O. Röhm. Mit 14 Fig. . . . . .	Nr. 221
<b>Stöchiometrische Aufgabensammlung</b> von Prof. Dr. W. Bahrdt. Mit den Resultaten . . . . .	Nr. 452
<b>Chemisch-techn. Rechnungen</b> v. Chemiker H. Degener. Mit 2 Fig. . . . . .	Nr. 701
<b>Chemische Technologie des Wassers</b> von Stadtamtsrat W. Olszewski. Mit 42 Fig. . . . . .	Nr. 909
<b>Die chemischen Pflanzenschutzmittel, ihre Anwendung und Wirkung</b> von Dr. Ernst Vogt in Freiburg i. Br. Mit 12 Abb. Mit einer Einleitung von Geh.-Rat Prof. Dr. O. Appel in Berlin-Dahlem. . . . .	Nr. 923

---

Weitere Bände sind in Vorbereitung

Sammlung Götschen

# Experimentalphysik

Von

**Robert Lang**

Professor am Kgl. Realgymnasium in Stuttgart

**II**

## Wellenlehre und Akustik

Mit 69 Figuren im Text

Zweite Auflage



BIBLIOTEKA  
KOLA MESHALIKOVA  
Wydzielo Komunikacji przy N. ...  
Czest ... 745

Berlin und Leipzig

Vereinigung wissenschaftlicher Verleger

Walter de Gruyter & Co.

vormals G. J. Götschen'sche Verlagshandlung - J. Guttentag, Verlags-  
buchhandlung - Georg Reimer - Karl J. Trübner - Veit & Comp.

1920



1-301 273

Alle Rechte, namentlich das Übersetzungsrecht,  
von der Verlagshandlung vorbehalten.



Druck  
der Spamerschen  
Buchdruckerei zu Leipzig

JPU-3-569/2816

Akc. Nr.

~~258~~ 51

# Inhaltsübersicht.

	Seite
I. Wellenlehre.	
1. Mechanische Energieübertragung im allgemeinen	5
2. Seilwellen . . . . .	10
3. Wasserwellen. . . . .	21
4. Wellen in einem elastischen Medium . . . . .	32
II. Akustik oder Lehre vom Schall.	
1. Schallwellen im allgemeinen . . . . .	38
2. Tönende Saiten . . . . .	48
3. Schwingende Stäbe . . . . .	57
4. Die Stimmgabel . . . . .	63
5. Schwingende Platten, Membranen, Glocken . .	67
6. Schwingende Luftmassen . . . . .	70
7. Erzwungene Schwingungen. Resonanz. . . . .	83
8. Schwingungen, die durch die Wärme erregt werden	88
9. Kombinationstöne; Konsonanz und Dissonanz; inneres Ohr . . . . .	91
Register . . . . .	95

## Literatur.

Zur Weiterbildung seien empfohlen:

- G. Mahler, Physikalische Aufgabensammlung. Sammlung Göschen.  
Dr. G. Jäger, Theoretische Physik. I. Bändchen. Sammlung Göschen.  
Dr. W. Bahr dt, Physikalische Messungsmethoden. Sammlung Göschen.

Ferner von größeren Lehrbüchern:

- Warburg, Lehrbuch der Physik für Studierende. Mohr & Siebeck, Freiburg i. B. und Leipzig.  
Grimsehl, Lehrbuch der Physik. Teubner, Leipzig.  
Riecke, Lehrbuch der Physik. I. Bd. Veit & Co., Leipzig und Berlin.  
Ebert, Lehrbuch der Physik. I. Bd. Teubner, Leipzig.  
Chwolson, Lehrbuch der Physik. II. Bd. Vieweg & Sohn, Braunschweig.  
Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik. I. Bd. Vieweg & Sohn, Braunschweig.  
Wüllner, Lehrbuch der Experimentalphysik. I. Band. Teubner, Leipzig.
-

# I. Wellenlehre.

## 1. Mechanische Energieübertragung im allgemeinen.

Einleitendes. Der Bruch der Erdkruste verursacht Erschütterungen, die sich vom Herd des Bebens durch Erde, Wasser und Luft fortpflanzen auf weite Strecken, oft über und durch die ganze Erde. Der Schlag eines Dampfhammers erschüttert nicht nur das zu formende Eisenstück, sondern auch den benachbarten Boden, das Haus und die Luft. Die Stöße einer Maschine, z. B. einer Buchdruckerpresse, erschüttern das ganze Haus, nicht zu seinem Vorteil. Von einem in ruhiges Wasser fallenden Stein oder einem sich darauf schaukelnden Nachen sieht man regelmäßige Hebungen und Senkungen des Wasserspiegels, Wellen ausgehen. Auch eine tönende Glocke, Stimmgabel oder Saite schwingt nicht für sich allein; ihre zarten Schwingungen übertragen sich auf ihren Träger und die umgebende Luft. Es ist sogar schwierig, eine Stimmgabel oder eine tickende Uhr so zu isolieren, daß ihre Bewegung nicht auf die Umgebung übergreift; man muß sie im luftleeren Raum an feinen elastischen Fäden aufhängen (Fig. 1) oder auf eine sehr poröse, weiche Unterlage (Holzwolle) legen, um das Herausdringen des Schalls zu vermeiden.

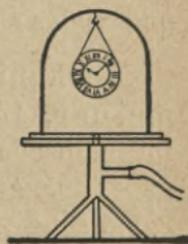


Fig. 1. Weckuhr im Vakuum aufgehängt.

Überall bemerken wir also die Fortpflanzung mechanischer Energie von einem Punkt des stoffgefüllten Raumes zu einem andern. Wegen der allgemein verbreiteten Eigenschaft der Elastizität bestehen die damit verbundenen Bewegungen meistens in Schwingungen der Körperteilchen, deren verschiedene gleichzeitige Lagen die Wellenform bedingen. Nicht immer sind die Wellen sichtbar wie die Wasserwellen an der Oberfläche des Wassers. Die Luftwellen sind wie die Luft selbst unsichtbar; um so empfindlicher ist für sie das Ohr. Wegen der wertvollen Dienste, welche das Ohr für die Untersuchung der mechanischen Wellenbewegung leistet, bringen wir die Akustik in Verbindung mit der Wellenlehre. Man darf dabei nicht vergessen, daß die Empfindung des Ohrs, der Schall, als psychischer Vorgang nicht vergleichbar ist mit dem ihn erzeugenden Reiz, den das Trommelfell treffenden Luftwellen.

Mit der Wellenlehre im weiteren Sinne, deren Darstellung die Aufgabe des vorliegenden Bändchens ist, legen wir zugleich den Grund für das Verständnis der optischen und vieler elektrischer Erscheinungen.

Mechanische Energieübertragung im allgemeinen. Ein Körper *A* kann an einen anderen Körper *B* mechanische Energie nur durch Stoß, Druck oder Zug abgeben, also durch Nahwirkung bei gegenseitiger Berührung. Sind *A* und *B* räumlich getrennt, so ist ein fester, flüssiger oder gasiger Körper *C* nötig, welcher die Energie von *A* aufnimmt und an *B* abgibt. So überträgt man Energie mittels geworfener Körper (Geschosse, Kugeln), mittels Druck- und Zugstangen, Seilen, mittels Druckwasser und Druckluft.

Dauernde Energieübertragung von *A* nach *B* bedingt demnach dauernde Massenbewegung von *A* nach *B*. Kann

der Träger *C* nach Abgabe seiner Energie an *B* nach *A* zurückkehren und sich dort von neuem mit Energie beladen, so läßt sich durch Wiederholung des Vorganges mit derselben Masse beliebig viel Energie von *A* nach *B* befördern. Beispiele: Kegelbahn, Drahtseil- und Riemenübertragung, Transmissionswellen in Fabriken und auf Schiffen. Der Riemen (Fig. 2) überträgt die Energie des Rades *A* auf das Rad *B*; irgend ein bestimmter Teil desselben kehrt nach Vollendung des Kreislaufs zur alten Stelle zurück. Eigentümlich ist dabei, daß der Riementeil, der sich rückwärts bewegt, gespannt, also

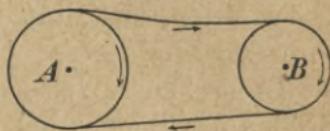


Fig. 2. Energieübertragung durch Riemen.

Träger der Energie ist. Schwingt das Rad *A* hin und her, so führt *B* ebenfalls Schwingungen aus. Wäre *B* durch einen Riemen (oder auch durch Zahnräder) mit einem dritten Rad *C* gekoppelt, so würde auch dieses Schwingungen ausführen.

Wir werden sehen, daß sich alle dauernden Energieübertragungen als periodisch sich wiederholende Vorgänge erweisen, wobei Massenteile rotieren oder pendelartig schwingen. Zunächst sei erinnert an die

Energieübertragung durch Stoß (vgl. Bd. I). Stößt eine elastische Elfenbein- oder Stahlkugel auf eine ihr ganz gleiche, so daß die Stoßlinie mit der Verbindungslinie der Kugelmittelpunkte zusammenfällt, so vertauschen die Kugeln ihre Geschwindigkeiten bzw. kinetischen Energien; ruht also z. B. die eine Kugel vor dem Stoß, so ruht nach dem Stoß die andere. Hat man eine gerade Reihe gleicher, ruhender und sich berührender Kugeln, etwa in einer Rinne liegend oder alle Kugeln an gleichen Fäden pendelartig aufgehängt und läßt man die äußerste

rechts auf die nächste Kugel stoßen, so pflanzt sich der Stoß durch die ganze Reihe fort und man sieht scheinbar im selben Augenblick die äußerste Kugel links fortfliegen, während die anderen alle in Ruhe bleiben. Offenbar wird eine Kugel nach der anderen in der Stoßrichtung etwas deformiert und (sehr wenig) fortbewegt; beim Rückgang der Deformation bewegt sich die Kugel wieder zurück. Die Geschwindigkeit der Energiefortpflanzung hängt dabei von der Elastizität des Materials der Kugeln und von ihrer Masse ab.

In ähnlicher Weise sind die Zerstörungen infolge von Stößen des Bodens bei Erdbeben aufzufassen.

Unter Koppelung versteht man die Art der Verbindung zwischen den energieaustauschenden Massen; sie kann eng oder lose sein. Bei dem eben betrachteten elastischen Stoß ist die Koppelung so eng als möglich. Viel weiter und beliebig veränderlich ist sie, wenn wir zwei Massen nicht zum Stoß kommen lassen, sondern die Bewegung von der einen auf die andere durch einen gespannten Faden übertragen. In diesem Sinne bildet eine Verallgemeinerung des vorigen Versuchs

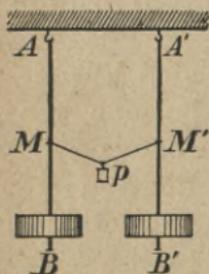


Fig. 3. Oberbeck'sches Doppelpendel.

das Oberbeck'sche Doppelpendel (Fig. 3). Zwei ganz gleiche Pendel  $AB$  und  $A'B'$  sind an einem wagrechten Balken aufgehängt und durch einen Faden verbunden, der in zwei gleich hoch liegenden Punkten  $M$  und  $M'$  festgeknüpft und durch ein kleines Gewicht  $p$  gespannt ist. Versetzt man das eine Pendel in Schwingung senkrecht zur Ebene der ruhenden Pendel oder in ihr, so fängt das andere in paralleler Ebene zu schwingen an und es geht die Energie

des ersten Pendels schließlich ganz auf das zweite über, während das erste zur Ruhe kommt; darauf kehrt sich der Vorgang um usf.

Die Erklärung liegt darin, daß das bewegte Pendel durch den Faden beschleunigend auf das zuletzt ruhende wirkt, da es ihm in seinem Bewegungszustand (Phase) beständig voraus ist. Die vollständige Energieübertragung von einem Pendel zum anderen geschieht hier nicht in einer Schwingung wie beim elastischen Stoß, sondern erfordert eine größere, immer gleichbleibende Anzahl  $n$  von Schwingungen, die um so kleiner ist, je enger die Koppelung, d. h. je größer  $p$  ist.

Sind die Pendel nicht ganz gleich, ist etwa ihre Masse bei gleicher Länge verschieden, so ist die Energieübertragung unvollständig und keines der Pendel kommt je ganz zur Ruhe; ihre größten Steighöhen verhalten sich in diesem Fall umgekehrt wie die Massen.

Man kann die Koppelung statt durch den Faden auch dadurch bewirken, daß man die Pendel an einem elastischen Träger  $AA'$  (z. B. Gummischlauch) aufhängt.

Pendelreihe. Hat man eine geradlinige Reihe vieler gleicher Pendel, jedes in gleicher Weise gekoppelt mit dem folgenden (wie  $AB$  und  $A'B'$  in Fig. 3) und setzt das erste in Schwingung, so überträgt jedes Pendel einen Teil seiner Energie auf das folgende, sobald es zu schwingen anfängt, ohne daß die Energie wieder zurückkehrt (die Pendelreihe unbegrenzt lang gedacht). Ist nach  $n$  Schwingungen das erste Pendel zur Ruhe gekommen, so ist seine gesamte Energie auf eine Anzahl  $N$  der folgenden Pendel übergegangen und schreitet nun immer in derselben Richtung fort derart, daß für jedes vordere von der Bewegung erfaßte Pendel ein hinteres zur Ruhe kommt. Die Energie bleibt somit stets auf  $N$  aufeinanderfolgende Pendel

verteilt.  $N$  ist um so größer, je loser die Koppelung. Je nachdem die Pendel in der Richtung der Pendelreihe oder senkrecht dazu schwingen, ist ihre Bewegung longitudinal oder transversal zur Fortschreitungsrichtung der Energie.

Die eben betrachtete Pendelreihe ist das Urbild aller wellenartigen Energiefortpflanzung in festen, flüssigen und gasigen Körpern. Man nennt sie häufig auch Wellenmaschine; wie die Koppelung bewirkt ist, ob durch gespannte Fäden, Gummischnüre, Spiralfedern usf., ist ohne Belang.

## 2. Seilwellen.

Das Seil soll sehr biegsam und seiner ganzen Länge nach vollkommen gleichartig beschaffen sein. Es soll als Verallgemeinerung der Pendelreihe S. 9 gelten können, indem wir es in gleiche, kleine Stücke zerlegt denken, die miteinander beweglich verbunden sind. Als Seil kann demnach für unsere Zwecke auch ein weicher Draht, eine Kette, ein Gummischlauch oder elastischer Spiraldraht dienen. Der Kürze halber reden wir vom Seil.

Fortschreitende Verbiegung auf einem Seil. Ein langes Seil liege gerade gestreckt auf einem glatten, wagrechten Tisch. Faßt man das eine Ende mit der Hand und gibt ihm einen kurzen Ruck quer zur Seilrichtung, so läuft eine Verbiegung durch das ganze Seil. Die Energie des anfänglichen Ruckes schreitet in der Verbiegung fort, genau wie oben S. 9

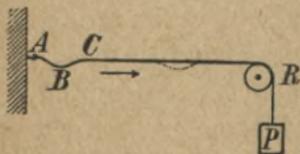


Fig. 4. Die durch einen Schlag auf das Seil hervorbrachte Verbiegung  $ABC$  schreitet nach rechts fort.

Pendeln. Fig. 4 zeigt, wie man denselben Versuch unter

genau bestimmten Bedingungen anstellt. Ein 15—20 m langes Seil (Draht) ist bei  $A$  an einer festen Wand festgeknüpft, geht am anderen Ende über die feste Rolle  $R$  und trägt das Gewicht  $P$ . Letzteres entspricht dem Koppelungsgewicht  $p$  auf S. 8, indem es im ganzen Seil, d. h. zwischen je zwei Teilen desselben, die Spannung  $P$  hervorbringt.

Ein kurzer Schlag mit einem Stab auf das Seil bei  $A$  erzeugt eine Verbiegung  $ABC$ , die mit einer gewissen Geschwindigkeit  $v$  das Seil durchläuft, bei  $R$  umkehrt und rückwärts läuft bis  $A$ , wo eine neue Zurückwerfung erfolgt usf. Aus der Zeit, welche die Verbiegung braucht, um das Seil hin und her, etwa 5—10 mal, zu durchheilen, bestimmt man  $v$ . Versuche mit verschiedener Spannung ergeben, daß die Geschwindigkeit proportional ist der Quadratwurzel aus der Spannung. Versuche an Seilen (Drähten) von verschiedener Masse  $m$  der Längeneinheit zeigen ferner, daß  $v$  umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus  $m$  ist. Beides zusammengefaßt ergibt im CGS-System (Bd. I, S. 48) die Beziehung

$$v = \sqrt{\frac{P}{m}} \text{ cm/sek.}$$

Beispiel: Ein 16,28 m langer Messingdraht, von dem 1 m 4,237 gr wiegt, wird bei einer Spannung von 700 gr hin und her in 0,80 sek von einer Verbiegung durchlaufen. Hieraus folgt als Geschwindigkeit der Welle 40,72 m/sek, während sich nach der Formel 40,29 m/sek ergibt.

Der angegebene Wert läßt sich auch aus folgender Überlegung finden. Da die Verbiegung der Träger der Energie ist, so darf sie — im idealen Fall, wo keine Zerstreuung derselben eintritt — ihre Gestalt und Größe

beim Fortschreiten nicht ändern. Man kann nun die Verbiegung auch durch ein über den Draht fortgezogenes kurzes Rohrstück von der Form derselben herstellen. Im allgemeinen wird dabei das im Rohr befindliche Drahtstück auf die Form drücken und umgekehrt. Aber bei gewisser Geschwindigkeit wird der Druck auf die Form Null so daß diese zur Erhaltung der Verbiegung nicht mehr nötig ist. Die rechnerische Ausführung dieses Gedankens führt auf den angegebenen Geschwindigkeitswert.

- Tatsächlich verflacht sich die fortschreitende Ver-

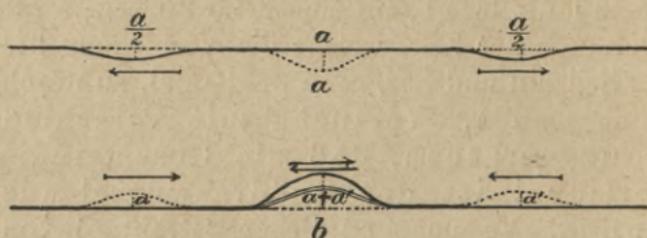


Fig. 5a. Von der Schlagstelle *A* gehen 2 gleiche Verbiegungen nach beiden Seiten, jede halb so hoch wie die ursprüngliche.

Fig. 5b. Die beiden entgegengesetzt laufenden Verbiegungen *a* und *a'* superponieren sich bei der Begegnung.

biegung allmählich, indem sich die Energie bei der unvermeidlichen Steifigkeit des Seils in Wärme umsetzt.

Zu beachten ist, daß die durch den einmaligen Schlag auf das Seil erzeugte Verbiegung zu keinen dauernden Querschwingungen Anlaß gibt. Die Seilteilchen kehren, nachdem die Verbiegung über sie weggezogen ist, einfach in ihre Ruhelage zurück.

Übereinanderlagerung kleiner Verbiegungen. Wird der Schlag auf das Seil nicht am Ende, sondern irgendwo zwischen den Enden geführt, so gehen von der Schlagstelle zwei Verbiegungen nach entgegengesetzten Seiten, indem sich — wie der Symmetrie nach zu er-

warten -- die ursprüngliche Verbiegung in zwei gleiche Verbiegungen von der halben Höhe jener teilt (Fig. 5a). Diese Spaltung entspricht dem Gesetz der Superposition kleiner Verschiebungen (Bd. I).

Eine wirkliche (synthetische) Superposition erhält man, wenn man an beiden Enden des Seils durch gleichzeitige Schläge Verbiegungen erzeugt, die nun gegeneinander laufen; bei der Begegnung addieren sich an jeder Stelle die Verschiebungshöhen  $a$  und  $a'$  der beiden Verbiegungen (Fig. 5b). Nach der Begegnung laufen beide Verbiegungen ungestört in der alten Form und Größe und mit der alten Geschwindigkeit fort.

Zurückwerfung einer Verbiegung am festen Seilende. Man beobachtet, daß eine an der Wand  $W$  ankommende Verbiegung  $ABC$  (Fig. 6a) durch die Zurückwerfung die Form  $A'B'C'$  (Fig. 6d) annimmt, also in bezug auf oben und unten, vorn und hinten und in der Bewegungsrichtung umgekehrt wird: der Berg kehrt als Tal zurück und umgekehrt. Man erhält einen Einblick in den Mechanismus dieses Vorgangs, wenn man bedenkt, daß die an der Wand ankommenden Querverschiebungen am Befestigungspunkt elastische Reaktionskräfte

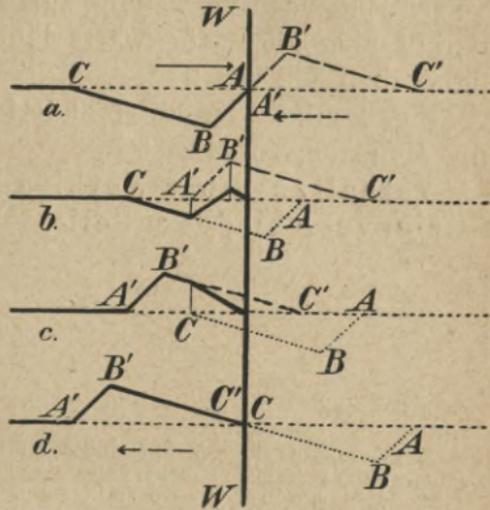


Fig. 6. Zurückwerfung einer Verbiegung an einer festen Wand  $WW$ . In  $a$  beginnt die Reflexion, in  $d$  ist sie vollendet.  $b$  und  $c$  zwei Zwischenstadien.

wecken, welche gleich große, aber entgegengesetzte Verschiebungen ins Seil zurückschicken. Demnach verhält sich alles so, als ob für die in die Wand hineinlaufende Verbiegung  $ABC$  eine ihr gleiche, jedoch, wie oben beschrieben, umgekehrte Verbiegung  $A'B'C'$  (Fig. 6a) aus der Wand herauskäme, die sich zunächst dem Rest der verschwindenden Verbiegung superponiert (Fig. 6b u. c), darauf aber allein rückwärts läuft. Die Energie bleibt dabei dem Seil erhalten.

Fig. 6 zeigt vier aufeinanderfolgende Momentbilder des Reflexionsvorganges.

Verhalten einer Verbiegung an der Grenze zweier verschiedener Seile. Übergang von einem

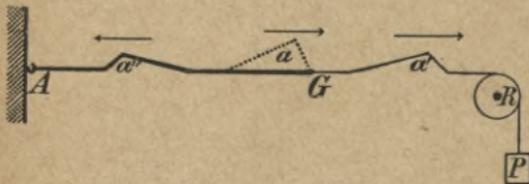


Fig. 7. Verhalten einer Verbiegung  $a$  an der Grenze zweier verschieden dicker Seile.  $a'$  weiter-schreitende,  $a''$  reflektierte Verbiegung.

dicken auf ein dünnes Seil. Das Seil  $AR$  (Fig. 7) bestehe aus zwei Stücken  $AG$  und  $GR$  von verschiedener Längendichte  $m$  und  $m'$ , die in

$G$  zusammenstoßen. Wir setzen voraus, es sei  $m$  größer als  $m'$ . Da die Spannung  $P$  in beiden Teilen dieselbe ist, pflanzen sich die Verbiegungen auf ihnen nach S. 11 verschieden schnell fort; auf  $GR$  schneller als auf  $AG$ . Man beobachtet nun, daß eine Verbiegung  $a$  auf  $AG$ , die in  $G$  ankommt, sich teilt, indem eine Teilverbiegung  $a'$  auf  $GR$  weitergeht, eine andere  $a''$  auf  $AG$  rückwärts läuft.

Auch dieses Verhalten läßt sich verstehen. Da das Seil  $GR$  eine geringere Längenmasse hat als  $AG$ , so kann das in  $G$  angrenzende Stück von  $GR$  bei gleicher Verschiebung wie  $G$  nicht die ganze ankommende Energie aufnehmen, es muß daher ein Teil derselben auf  $AG$  bleiben

und dieser ist in der rücklaufenden Verbiegung enthalten. In diesem Falle kehrt aber der Berg als Berg, das Tal als Tal zurück. Außerdem sieht man ein, daß die zurückgeworfene Verbiegung  $a''$  die gleiche Länge hat wie die ursprüngliche  $a$ , die auf dem dünnen Seil fortschreitende  $a'$  größere Länge, und auch, daß  $a''$  niedriger sein muß als  $a$ . Ist  $GR$  ein sehr dünner Faden, der also fast keine Bewegungsenergie aufnehmen

kann, so ist die zurückgeworfene Verbiegung in Höhe und Länge gleich der ankommenden, nur in bezug auf vorn und hinten umgekehrt.

Sinuswellen. Unter den vielen möglichen Formen der Verbiegung eines Seils ist die Sinuslinie ausgezeichnet (vgl. Bd. I, S. 40). Man erzeugt sie auf einem Seil (Fig. 8), indem man seinen Anfang  $A$  eine harmonische Schwingung ausführen läßt, entweder durch Bewegen mit der Hand oder durch Verbindung mit einem schwingenden elastischen Stahlstreifen oder einer Stimmgabel. Die Verschiebungen von  $A$  pflanzen sich mit der durch die Spannung und Längendichte bestimmten Geschwindigkeit  $v$

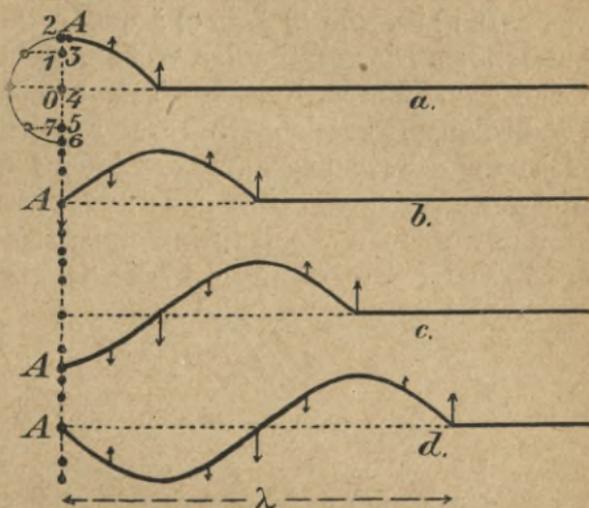


Fig. 8. Entstehung der Sinuswelle vom Ende  $A$  aus. In  $a$  ist  $\frac{1}{4}$ , in  $b$   $\frac{1}{2}$ , in  $c$   $\frac{3}{4}$ , in  $d$  die ganze Welle entstanden. Die Pfeile geben die augenblicklichen Geschwindigkeiten der betreffenden Seilteilchen an.

(vgl. S. 11) auf dem Seil fort, derart, daß ein von  $A$  um  $x$  entferntes Seilteilchen die Verschiebung erst  $x : v$  sek. später erfährt als  $A$ .

Die Fig. 8a—d zeigen die Entstehung einer Sinuswelle. In a) ist  $\frac{1}{4}$ , in b)  $\frac{1}{2}$ , in c)  $\frac{3}{4}$  und in d) die ganze Welle entstanden. Die vollständige Welle besteht aus zwei symmetrischen Hälften, Berg und Tal; ihre Länge wird mit  $\lambda$  (Wellenlänge) bezeichnet. Ihre Entstehungsdauer ist gleich der Schwingungsdauer des Anfangsteilchens  $A$  oder also der erregenden Stimmgabel; daher hat man  $\lambda = v T = v : n$ , wenn  $n$  die Schwingungszahl der Stimmgabel (= Zahl der Schwingungen in der Sekunde) bedeutet.

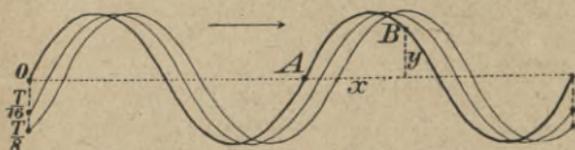


Fig. 9. 3 Momentbilder eines fortschreitenden Wellenzugs für die Zeitpunkte  $0, \frac{T}{16}, \frac{T}{8}$ .

Wellenzug.  
Bleibt das Anfangsteilchen  $A$  des Seils nach Vollendung der ersten Schwingung in Ruhe,

so entsteht nur eine Welle, welche auf dem Seil fortschreitet; schwingt aber  $A$  weiter, so entsteht hinter der ersten Welle eine zweite, hinter dieser eine dritte usw., also ein fortschreitender Wellenzug. Nach einer Sekunde ist die Länge  $v$  mit  $n$  Wellen bedeckt. ein anschauliches Bild der wichtigen oben erhaltenen Gleichung  $v = n \lambda$  (Fig. 9).

Offenbar haben zwei Seilteilchen, welche den Abstand  $\lambda, 2 \lambda, 3 \lambda \dots$  haben, in jedem Augenblick gleichen Bewegungszustand (Phase), z. B. alle Berggipfel oder alle Talsohlen; Teilchen, deren Abstand gleich der halben

Wellenlänge  $\frac{\lambda}{2}$  oder  $3 \cdot \frac{\lambda}{2}, 5 \cdot \frac{\lambda}{2}, 7 \cdot \frac{\lambda}{2}, \dots$  beträgt,

befinden sich dagegen in entgegengesetzter Phase, z. B.

ein Berggipfel und eine Talsohle. Dies ersieht man auch noch für andere Punkte aus Fig. 8d.

Bei Sinuswellen schwingt jedes einzelne Seilteilchen hin und her quer zum Seil, entsprechend der Gleichung

für die harmonische Bewegung  $y = a \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t$ , in

welcher  $a$  die Amplitude (größte Verschiebung aus der Mittellage) und  $y$  die zur Zeit  $t$  (vom Verlassen der Mittellage an gerechnet) erreichte Verschiebungshöhe aus der Mittellage bedeutet. Rechnet man die Zeit  $t$  vom Bewegungsbeginn des Teilchens  $A$  an, so ist für das um  $x$  von  $A$  entfernte Teilchen  $B$  die Verschiebung zur Zeit  $t$  gegeben durch

$$y = a \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right) = a \cdot \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right).$$

Das subtraktive Glied gibt die Phasenverschiebung an. Man leitet hieraus leicht die oben angeführten Sätze über die Phasenverschiebung ab. Für einen bestimmten, festen Wert von  $t$  stellt die letzte Gleichung die Figur des Wellenzuges nach Art der analytischen Geometrie dar. In Fig. 9 sind 3 Momentbilder des Wellenzuges gezeichnet, die in Zeiträumen von  $T/16$  aufeinanderfolgen.

Stehende Wellen bilden sich, wenn zwei gleiche, fortschreitende Wellenzüge auf einem Seil mit gleicher Geschwindigkeit einander entgegenlaufen. Man erkennt dies an Fig. 10a u. b, wo die beiden Wellenzüge schwach ausgezogen bzw. punktiert, die resultierende Wellenform stark ausgezogen sind. Fig. 10a entspricht dem Augenblick, wo sich die beiden Züge decken, Fig. 10b einem etwas späteren Zeitpunkt. Man sieht, daß die gemeinsamen Schnittpunkte  $k_1, k_2, k_3 \dots$  der drei Wellenkurven

mit der Wagrechten in  $a$  sich für die resultierende Kurve auch in späteren Augenblicken, z. B. in  $b$ , wo sich die

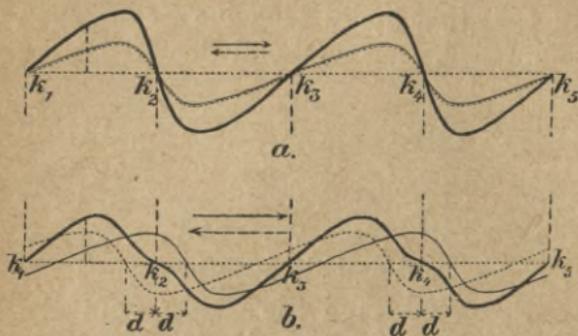


Fig. 10. Entstehung stehender Wellen aus zwei gleichen, in entgegengesetzter Richtung fortschreitenden Wellenzügen .....  $k_1, k_2, k_3, k_4$  Knotenpunkte, dazwischen die Schwingungsbäuche. In  $a$  decken sich die beiden Wellenzüge, in  $b$  haben sie sich um die Strecke  $d$  verschoben. — stehende Wellen.

Wellenzüge um  $d$  verschoben haben, erhalten, mit anderen Worten: die Seilteilchen  $k, k_1, k_2 \dots$  bleiben dauernd in ihrer Ruhelage. Man nennt sie Knotenpunkte; ihr Abstand ist gleich der halben Wellenlänge. Zwischen

ihnen liegen die schwingenden Seilstücke, die Schwingungsbäuche. Kennzeichnend für stehende Wellen ist also, daß die Teilchen eines Schwingungsbauches sich alle gleichzeitig in derselben

Phase der Bewegung befinden, aber verschieden große Schwingungsweiten haben und daß die Teile zweier aufeinanderfolgender Schwingungsbäuche sich stets in entgegen-



Fig. 11.  
Versuch von Melde.

gesetzter Phase befinden (Unterschied gegen fortschreitende Wellen).

Es gelingt leicht, einen von der Decke herabhängenden Gummischlauch vom unteren, mit der Hand hin und her bewegten Ende aus in stehende Schwingungen zu versetzen, so daß er als Ganzes, in 2 Hälften, 3 Dritteln usw.

schwingt. Sehr schön erhält man stehende Wellen beim Meldeschen Versuch.

Meldescher Versuch (Fig. 11). Ein Faden oder dünner Draht ist einerseits an einem federnden Stahlstreifen *SS* befestigt und geht andererseits über eine feste Rolle *R*, jenseits welcher er das Gewicht *P* trägt. Der Stahlstreifen schwingt quer zum Faden. Der Stahlstreifen *SS* (Stimmgabel) schickt dauernd einen Wellenzug in den Faden, der an der festen Rolle *R* reflektiert wird (S. 13). Der zurückgeworfene und der ursprüngliche Wellenzug lagern sich übereinander und können stehende Wellen erzeugen. Die Bedingung dafür ist, daß die Fadenlänge ein ganzes Vielfaches von  $\frac{\lambda}{2}$  ist. Ist diese Bedingung nicht

erfüllt, so schwingt der Faden schlecht und ungeordnet.

Die Zahl der Knoten hängt von der Spannung *P* ab. Der erste Knoten liegt etwas außerhalb *S* nach rückwärts. Macht der Stahlstreifen *n* Schwingungen in der Sekunde,

so folgt aus  $\lambda = v : n = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{P}{m}}$ , daß der Abstand der

Knoten  $\left( = \frac{\lambda}{2} \right)$  der Quadratwurzel aus der Spannung proportional ist.

Man kann den Stahlstreifen (Stimmgabel) auch in der Fadenrichtung schwingen lassen. Dann ist die Schwingungszahl des Fadens nur halb so groß als die des Streifens.

Hervorragend schön wird der Versuch, wenn man den Draht elektrisch glühen läßt. Die Knoten leuchten besonders hell, weil sie dem Strome einen größeren Widerstand darbieten als die Schwingungsbäuche, die infolge



schief zur Bewegungsrichtung stehendes Blechstück von geeigneter Länge trägt. Dieses schiebt die Pendelkugeln zur Seite und läßt eine um die andere los, bei gleichmäßiger Bewegung (Drehung der Kurbel rechts in Fig. 13) in gleichen Zeitabschnitten, so daß man die Entstehung und das Fortschreiten eines transversalen Wellenzuges beobachten kann. Je rascher der Schlitten fährt, desto kürzer werden die Wellen. — Zur Erzeugung stehender Querwellen benutzt man eine Schablone, einen wellenförmig gebogenen Draht, der auf der Leiste befestigt wird und an den die Pendelkugeln zunächst ruhend angelegt werden. Wird die Schablone durch Herabdrücken rasch entfernt, so fangen alle Pendel gleichzeitig zu schwingen an, ausgenommen diejenigen an den Knotenpunkten.

Da die Koppelung der Pendel fehlt, kann diese Maschine die Wellenbewegung nur phoronomisch zeigen.

Bei Thomsons Wellenmaschine sind die Pendel durch Spiralfedern verbunden, so daß man die Wellenbewegung von einem Ende aus in dynamischer Weise einleiten kann. Sie ist die Verwirklichung der Pendelreihe S. 9.

### 3. Wasserwellen.

Entstehung derselben. Fällt auf eine ruhende Wasserfläche ein Stein oder ein Tropfen, so sieht man von der Aufschlagstelle ringförmige, aus Berg und Tal bestehende Wellen sich allseitig ausbreiten, die mit wachsender Größe immer flacher werden. Am reinsten erregt man die Wellen, indem man das Wasser in einem vertikalen Rohr ansaugt und plötzlich sinken läßt. Durch den Druck an der Erregungsstelle wird ringsherum das Wasser zu einem Berg gehoben. Der hydrostatische Druck unter diesem pflanzt sich fort, so daß der Berg selbst fort-

rückt, wozu auch das Abrollen der Wasserteilchen auf dem Berghang beiträgt. Die Wucht der durch ihr Gewicht niedersinkenden Wasserteilchen läßt darauf an der Stelle des Berges ein Tal entstehen usf.

Die Koppelungskraft ist bei den Flüssigkeitwellen die Schwerkraft, bei den sehr feinen oberflächlichen Wellen vorwiegend die Oberflächenspannung.

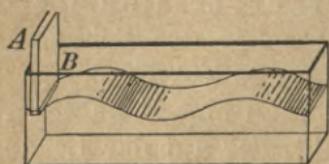


Fig. 14. Webersche Wellenrinne.

Zur genaueren Erforschung der Wellenbewegung im Wasser dient die Wellenrinne (Fig. 14) der Gebrüder Weber (1825), ein

etwa 2 m langer schmaler Glastrog, in welchem die Wellen von einem Ende her durch Aufundabbewegen eines Brettes *AB* oder Ansaugen in einem breiten und schmalen

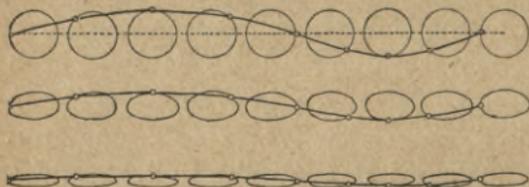


Fig. 15. Entstehung einer fortschreitenden Wasserwelle. Man sieht die kreisförmigen Bahnen der Wasserteilchen an der Oberfläche und die elliptischen Bahnen der tieferliegenden Teilchen.

Gefäß erzeugt werden. Die so in einem engen Kanal fortschreitenden Wellen behalten ihre Höhe, da sich ihre Energie nicht seitlich ausbreiten kann. Eingestreute Kork-

und Bernsteinstückchen zeigen die Bahnen der Wasserteilchen an; es sind Kreise oder Ellipsen, deren Ebenen vertikal stehen und in der Fortpflanzungsrichtung der Wellen liegen. Fig. 15 erläutert die Entstehung solcher Wellen. Es sind 8 Teilchen angenommen, von denen

jedes um  $\frac{T}{8}$  ( $T$  Schwingungsdauer) in der Phase gegen das vorhergehende zurück ist. Die Wasserwellen sind

asymmetrisch; in der Zeichnung der Berg breiter, das Tal schmaler als bei den sinusförmigen Seilwellen. Tiefer liegende Teilchen beschreiben Ellipsen mit wagrecht liegender großer Achse, die mit der Tiefe immer flacher werden und am Boden in gerade Linien übergehen.

Die vertikal übereinander liegenden Teilchen verschiedener Wasserschichten scheinen in gleicher Phase zu schwingen. Selbst in Schichten, deren Tiefe die 350fache Wellenhöhe an der Oberfläche ist, läßt sich noch Wellenbewegung nachweisen.

Die Geschwindigkeit der Wasserwellen hängt im allgemeinen von der Wassertiefe  $h$  und der Wellenlänge  $\lambda$  ab. Für kurze Wellen in tiefem Wasser ist

$$v = \sqrt{\frac{g \lambda}{2 \pi}} \text{ cm/sek.}$$

für lange Wellen in seichtem Wasser

$$v = \sqrt{g h} \text{ cm/sek.}$$

Eine Folge der letzten Beziehung ist, daß eine gerade Welle  $WW$  (Fig. 16), die in sich verflachendem Wasser schief gegen das Ufer  $UU$  anläuft, die Front ändert und schließlich parallel zum Ufer wird, da die äußeren Teile schneller fortschreiten als die inneren. Darum sind die Welleneindrücke in sandigem Uferboden fast immer der Uferlinie parallel.

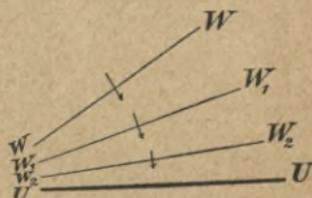


Fig. 16. Frontänderung einer Welle  $WW$  in sich verflachendem Wasser.  $W_1 W_1$ ,  $W_2 W_2$  spätere Lagen,  $UU$  Uferlinie.

Von der Reflexion einer geraden Welle an einer zu ihr parallelen Wand  $WW$  kann man sich in ähnlicher Weise wie bei den Seilwellen Rechenschaft geben durch

die Annahme, daß aus der Wand eine Welle herauskomme, welche zur ankommenden in bezug auf die Wand symmetrisch ist (Fig. 17). Bei der

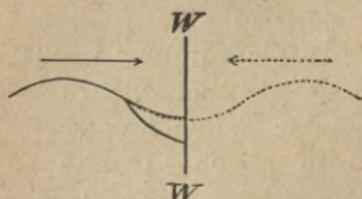


Fig. 17. Reflexion einer geraden Wasserwelle an einer ihr parallelen Wand  $WW$ .

Superposition beider Wellen heben sich die wagrechten Verschiebungskomponenten der an  $WW$  anliegenden Wassertheilchen auf (wie es sein muß) und es bleibt nur die (doppelte) Verschiebung längs der Wand übrig. Nach Beendigung des

Reflexionsvorgangs schreitet eine der ursprünglichen gleiche Welle nach rückwärts fort.

Stehende Schwingungen erhält man in der Wellenrinne wie beim Meldeschen Versuch auf einem Draht. Man muß nur die Periode des wellenerzeugenden Brettes  $AB$  (Fig. 14) richtig bemessen. Eine Zeichnung ähnlich derjenigen S. 18 lehrt, daß die

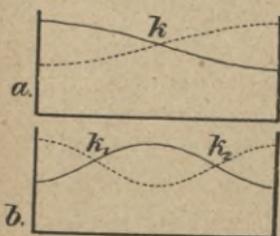


Fig. 18. Stehende Wellen in der Wellenrinne. a ein-knotig, b zwei-knotig.

Knotenlinien den Abstand  $\frac{\lambda}{2}$

voneinander haben und die festen Wände Schwingungsbäuche sind (Gegensatz zu den stehenden Seilschwingungen). Die einfachste Schwingungsform besitzt nur einen Knoten in der Mitte der Rinne; es können aber auch Oberschwingungen

mit beliebig vielen Knoten auftreten (Fig. 18a u. b). Ist  $l$  die Länge der Rinne, so gilt für den ersten Fall

$l = \frac{\lambda}{2}$ ; daher folgt aus der allgemein gültigen Beziehung

$\lambda = v T$   $T = \frac{2l}{v}$ . Für die  $n$  knotige Schwingung findet

man ebenso  $T = \frac{2l}{n \cdot v}$ . Solange  $v$  groß ist gegen die Wassertiefe  $h$ , kann man dafür den S. 23 angegebenen Wert  $\sqrt{gh}$  setzen und also die Schwingungsdauer aus den Dimensionen der Rinne berechnen.

Derartige stehende Schwingungen beobachtet man auch an Seen, z. B. am Genfer See; sie werden Seiches genannt und durch örtliche Verschiedenheit des Luftdrucks über dem See hervorgebracht.

### Das Huygenssche Prinzip

sagt aus, daß jedes Teilchen, welches von einer Wellenbewegung getroffen wird, selbst zum Ausgangspunkt einer allseitigen Wellenausbreitung, zu einem sekundären Schwingungsmittelpunkt wird.

Für Wasserwellen überzeugt man sich von der Richtigkeit des Prinzips, indem man in ein größeres, mit Wasser gefülltes Becken eine mit einem engen Schlitz  $A$  versehene Wand  $WW$ , etwa aus Zinklech, stellt (Fig. 19) und in einem Punkt  $O$  kreisförmige Wellen erregt. Man sieht dann von dem in  $A$  gelegenen Wasserteilchen hinter der Wand halbkreisförmige Wellen ausgehen, sobald die ursprünglichen Wellen  $A$  erreicht und in Schwingung versetzt haben.

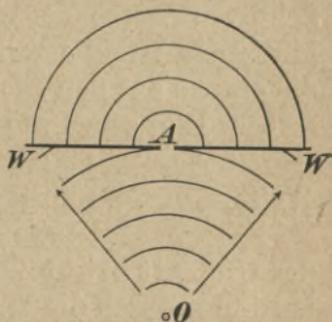


Fig. 19. Zum Huygensschen Prinzip. Von  $O$  fallen Wellen auf die Wand  $WW$ . Vom Schlitz  $A$  breiten sich hinter der Wand halbkreisförmige Wellen aus.

Die Fortpflanzung der Wellen. Biegt man die Blechwand Fig. 19 zu einem Kreiszyylinder mit vertikaler Achse in  $O$  und versieht sie mit mehreren Schlitzern  $AA \dots$  (Fig. 20), so sieht man hinter  $WW$  Wellen



Fig. 20.  $WW$  Wand mit Schlitzen  $AA\dots$ . Die gegen  $WW$  anlaufenden Wellen verursachen hinter den Schlitzen  $A$  Elementarwellen, deren Umhüllungsline die neue Welle  $BB$  ist.

Teilchen  $AA\dots$  ausgehenden Elementarwellen aufzufassen ist. Denkt man sich nun die Wand  $WW$  weg, so muß man sich doch in gleicher Weise die Punkte  $AA\dots$  derselben als Schwingungsmittelpunkte denken, deren Elementarwellen die

neue Welle  $BB\dots$  als Umhüllungskurve haben. Man sagt, die Welle  $AA\dots$  sei bis  $BB\dots$  fortgeschritten.

Läßt man gerade Wellen auf eine ihnen parallele, mit Schlitzen versehene Wand  $WW$  treffen, so bilden sich hinter der Wand gerade, der Wand parallele Wellen aus, die ebenso aus den Elementarwellen um die Schlitze entstehen. Dies zeigt, wie man sich nach Huygens das Fortschreiten gerader Wellen vorzustellen hat. Und in ähnlicher Weise erfolgt das Fortschreiten beliebig gestalteter Wellen.

Es läßt sich jetzt auch genauer angeben, was wir unter der Gestalt einer Welle zu verstehen haben. Sie wird bestimmt durch die Verbindungslinie aller derjenigen einander benachbarten Teilchen, welche augenblicklich in derselben Schwingungsphase sich befinden.

Das Huygenssche Prinzip ist von grundlegender Wichtigkeit für das Verständnis der Wellenbewegung in allen stetig ausgedehnten Medien.

### Verschiedene Fälle der Zurückwerfung von Wasserwellen an festen Wänden.

Zu diesen Versuchen dient wieder das schon oben benutzte Wasserbecken, etwa eine flache größere Zinkblech-

wanne, in die wir Zinkblechplatten als vertikale Wände hineinstellen können. Wir beobachten nun das Verhalten der irgendwo auf dem Wasser erregten Wellen beim Auftreffen auf die Wände.

1. Geradlinige Wellen treffen schief auf eine ebene Wand. Man sieht alsdann gerade Wellen von der Wand rückwärts wandern, schief zur Wand nach der anderen Seite und unter dem gleichen Winkel wie die ankommenden. Man darf sich dabei nicht stören lassen durch die Einteilung der Oberfläche des Wassers in rhombische Vierecke, welche

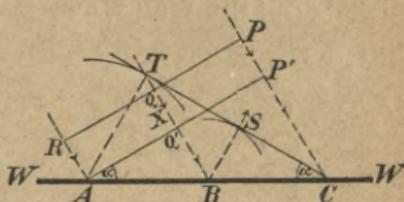


Fig. 21. Zurückwerfung einer geraden Welle an einer Wand  $WW$ .  $PQR$  ankommende,  $CST$  reflektierte Welle.

durch die sich überkreuzenden zwei Wellensysteme entstehen (siehe darüber S. 30). Fig. 21 zeigt das Nähere nach Huygens. Die gerade Welle  $PQR$  schreite in der  $X$ -Richtung mit der Geschwindigkeit  $v$  fort. Das Wasserteilchen  $A$  an der Wand wird nach  $AR : v$  Sek. erreicht und in Schwingung versetzt, das Teilchen  $B$  nach  $QB : v$  Sek., das Teilchen  $C$  nach  $PC : v$  Sek. Bis also die Bewegung in  $C$  ankommt, haben  $A$  und  $B$  Elementarwellen mit den Radien  $AT = P'C$  und  $BS = BQ'$  ausgesandt, deren Umhüllungsline die neue Welle  $CT$  ist. Sie ist gerade und macht mit der Wand  $W$  denselben Winkel  $\alpha$  wie die ankommende Welle.

2. Kreisförmige Wellen treffen auf eine ebene Wand (Fig. 22). Unter den von  $O$  ausgehenden Wellen hat  $DME$  die Wand bereits erreicht und alle zwischen  $D$  und  $E$  an der Wand liegenden Wasserteilchen in Schwingung versetzt, zuerst  $A$ , später  $B$  und  $C$ , zuletzt  $D$  und  $E$ . In diesem Augenblick hat die von  $A$  ausgehende Elementar-

tarwelle den Radius  $AM$  erreicht, die von  $C$  ausgehende den Radius  $CP$  usw. Man erkennt unschwer, daß die Umhüllungslinie der Elementarwellen der Kreisbogen  $DM'E$  ist, der zur ankommenden Welle  $DME$  symmetrisch ist in bezug auf die Wand  $W$ . Die von der Wand reflektierten Wellen haben daher ihren Mittelpunkt in dem zu  $O$  in bezug auf die Wand symmetrischen Punkt  $O'$  und breiten

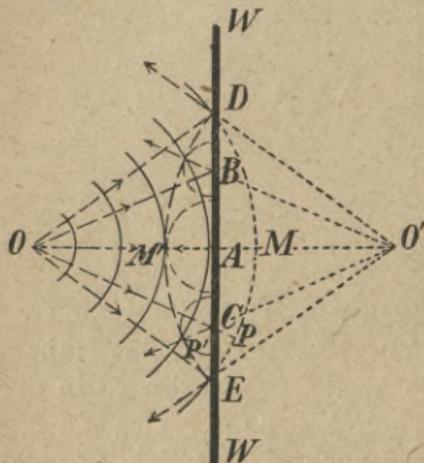


Fig. 22. Reflexion von kreisförmigen Wellen an einer ebenen Wand  $WW$ .

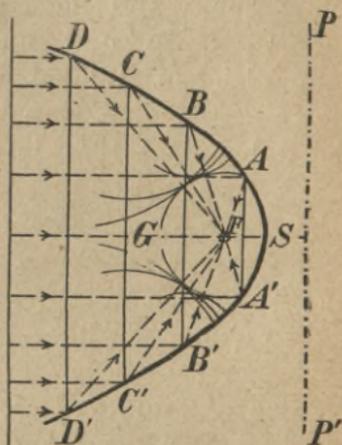


Fig. 23. Reflexion gerader Wellen an einer parabolischen Wand.

sich aus, wie wenn sie von  $O'$  ausgingen. Die Fortschreitungsrichtungen  $OC$  und  $O'C$  der ankommenden und zurückgeworfenen Wellen an irgend einer Stelle der Wand bilden daher mit dieser gleiche Winkel.

3. Gerade Wellen treffen auf eine parabolische Wand (Fig. 23). Die Wellen  $DD'$ ,  $CC'$  usw. mögen auf der Parabelachse  $FS$  senkrecht stehen und parallel zu letzterer fortschreiten.  $F$  Brennpunkt,  $S$  Scheitel der Parabel;  $PP'$  ihre Leitlinie. Für die nach  $PP'$  gerückte gerade Welle sind Elementarwellen um die Parabelpunkte  $AA'$ ,

$BB'$  ... entstanden, die nach einem bekannten Satz über die Parabel alle durch  $F$  gehen.  $F$  ist daher die punktförmige Umhüllungskurve dieser Elementarwellen. Für eine Welle  $AA'$  besteht der gerade Teil  $AA'$  noch, die außerhalb desselben liegenden Teile sind durch die Reflexion in die nach  $F$  sich zusammenziehende Kreiswelle  $AGA'$  (Umhüllungskurve der Elementarwellen) umgewandelt. Die ursprünglichen Fortschreitungsrichtungen parallel der Parabelachse zielen somit nach der Reflexion alle nach dem Brennpunkt der Parabel. Mit anderen Worten: die alten und die neuen Richtungslinien bilden mit der Parabel im Auftreffpunkt gleiche Winkel.

Brechung der Wasserwellen erfolgt an der Grenze von tiefem und seichtem Wasser infolge der veränderten Geschwindigkeit (vgl. S. 23). In einem tiefen Wasserbecken sei durch Einlegen von Platten rechts von  $AC$  (Fig. 24) geringere Tiefe hergestellt als links.

Lassen wir nun im tiefem Wasser eine gerade Welle  $AC'$  schief gegen die Grenzlinie  $AC$  anlaufen, so pflanzen sich die von den Grenzpunkten  $A, B, C$  ausgehenden Elementarwellen im flachen Wasser mit geringerer Geschwindigkeit fort. Daher hat ihre Umhüllungslinie, die neue gerade Welle  $CA'$  eine andere Stellung als die ursprüngliche Welle.

Sind  $i$  und  $r$  die Winkel, welche die alten und die neuen Wellen mit der Grenzlinie bilden oder, was dasselbe ist, die Wellennormalen mit dem Lot auf  $AC$  (Einfallslot),

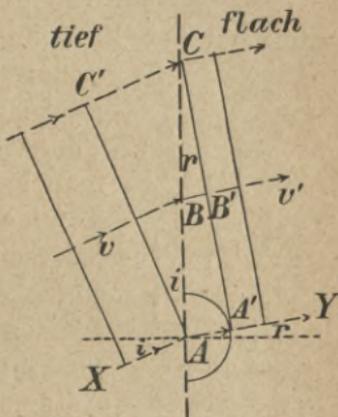


Fig. 24. Brechung gerader Wellen an der Grenze von tiefem und flachem Wasser.

sind ferner  $v$  und  $v'$  die Geschwindigkeiten der Wellen, so ist  $AC = CC' : \sin i = AA' : \sin r$  oder auch  $v : \sin i \neq v' : \sin r$ , da ja  $CC'$  und  $AA'$  in gleicher Zeit durchlaufen werden. Gewöhnlich schreibt man

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v}{v'}$$

Diese Gleichung drückt das Brechungsgesetz der Wellen aus. Auch die in Fig. 16 dargestellte Frontänderung der Wellen ist ein Brechungsvorgang.

Interferenzerscheinungen nennt man allgemein die bei der Begegnung zweier Wellensysteme sich ergebenden Zustände. Erregt man auf einer Wasseroberfläche gleichzeitig von zwei verschiedenen

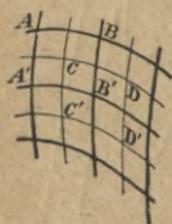


Fig. 25. Interferenz der Wellensysteme.

Erregt man auf einer Wasseroberfläche gleichzeitig von zwei verschiedenen Punkten aus ringförmige Wellen, so sieht man bald die Oberfläche in lauter rautenförmige Felder zerlegt; man kann sie fast jederzeit auf Seen beobachten. Sie sind die einfache Folge der Superposition der gleichzeitigen Verschiebungen eines Wasserteilchens durch die verschiedenen Wellensysteme. In Fig. 25, wo die Begegnung zweier Wellensysteme dargestellt ist und wo die dicken Linien die Wellenberge, die dünnen die Täler bedeuten, liegt in jedem stark ausgezogenen Vierecke, wie  $AA' BB'$ , ein Tal, in jedem schwach ausgezogenen, wie  $CC' DD'$ , ein Berg. Die Schnittpunkte der starken Linien sind die Berggipfel, diejenigen der schwachen Linien die tiefsten Stellen der Täler.

Absorption von Wellen. Läuft eine Welle gegen eine schiefe Wand an, z. B. gegen ein flach gegen das Wasser geneigtes Ufer, so wird nicht nur ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit verkleinert (s. S. 23), sondern auch

die Wellenhöhe; die Welle verschwindet allmählich, wird absorbiert. Durch die Reibung am Boden verwandelt sich die Energie der fortschreitenden Welle in Wärme. Ein schief in die Wellenrinne gelegtes Brett, gegen welches die Wellen anlaufen, ist daher ein Mittel, um die Zurückwerfung der Wellen zu vermeiden. Das Verschwinden der Wellen kann man an jedem flachen Seeufer beobachten.

**Energie der Wellen.** Die Energie, die am Entstehungsort einer Welle für ihre Bildung aufgewendet wird, wird von ihr fortgetragen und ist in jedem Augenblicke teils potentiell, teils kinetisch, bei Sinuswellen je hälftig vorhanden. Bei ringförmig sich erweiternden Wellen wird daher die Höhe immer geringer und der durch die Flächeneinheit senkrecht hindurchgehende Energiebetrag nimmt ab proportional der Entfernung vom Zentrum. In der überall gleich breit bleibenden Wellenrinne bleibt dieser Betrag dagegen konstant, wie auch die Wellenhöhe.

**Druckkräfte der Wellen.** Jedem fortschreitenden Wellenzug kommt ein Bewegungsmoment zu, infolge welches er einen Druck ausübt gegen jedes Hindernis seiner freien Ausbreitung. So erleidet eine senkrecht zur Wasseroberfläche stehende Wand, gegen welche die Wellen anlaufen, einen Druck, welcher zu gleichen Teilen von den ankommenden und zurückgeworfenen Wellen (Rückstoß) herrührt; er beträgt  $2E : v$  Dyn auf einen Quadratcentimeter wenn die durch ihn senkrecht hindurchgehende Wellenenergie  $E$  Erg/sek und die Geschwindigkeit  $v$  cm/sek ist. Ein schiefes Brett, welches die Wellen absorbiert (s. oben), erleidet nur den einfachen Druck  $E : v$  Dyn/qcm. In diesem letzten Fall ist die direkte Druckmessung gelungen, indem man das schiefe Brett pendelartig aufhängte; aus dem Maß des Zurückweichens konnte man auf die Druckkraft schließen.

**Kapillarwellen.** Bisher dachten wir uns als treibende Kraft der Wellenbewegung nur die Schwerkraft. In Wirklichkeit gesellt sich zu ihr die Oberflächenspannung  $T$  (Bd. I, S. 139). Mit ihrer Berücksichtigung erhält man theoretisch den Geschwindigkeitswert

$$v = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi} \left( g + \frac{4\pi^2 T}{\rho \lambda^2} \right)} \text{ cm/sek,}$$

welcher, wie man sieht, für große Wellenlängen auf den S. 23 angegebenen Wert zurückführt, für kleine aber

$$\sqrt{\frac{2\pi T}{\rho \lambda}} \text{ cm/sek}$$

ergibt.  $\rho$  bedeutet dabei die Dichte der Flüssigkeit. Man zeigt ferner leicht, daß die Geschwindigkeit

$v$  für  $\lambda = 2\pi \sqrt{\frac{T}{g\rho}}$  den kleinsten Wert annimmt, den sie

überhaupt haben kann. So findet man z. B. für Wasser mit  $T = 73$  Dyn/cm den kleinsten Geschwindigkeitswert der Wellen 23 cm/sek und die zugehörige Wellenlänge 1,7 cm. Kürzere Wellen als diese nennt man Kapillarwellen. Sie werden fast ganz durch die Oberflächenspannung bestimmt und ihre Geschwindigkeit nimmt mit abnehmender Wellenlänge zu. Bei den größeren, gewöhnlichen Wellen, die vorwiegend von der Schwere getrieben werden, wächst  $v$  mit  $\lambda$ .

#### 4. Wellenbewegung in einem elastischen Mittel.

**Elastische Schwingungen.** In einer unelastischen Flüssigkeit können Wellen nur entstehen, wenn eine freie Oberfläche vorhanden ist, an welcher die Teilchen ausweichen können. Dagegen können im Innern elastischer Körper, selbst bei allseitig starrer Begrenzung, Schwin-

gungen der Teilchen und Wellenbewegung auftreten, welche periodische, örtliche Verdichtungen und Verdünnungen und damit Druckunterschiede zur Folge haben. Indem diese sich auszugleichen suchen, werden die angrenzenden Teilchen in der Linie des stärksten Druckgefälles in Bewegung gesetzt. So pflanzt sich die Wellenbewegung longitudinal fort; die Verdichtungswellen sind Längswellen.

Die einfachsten Verhältnisse liegen bei den Kugeln und ebenen Wellen vor, wo also die gleichzeitigen Verdichtungen und Verdünnungen, allgemein die Teilchen mit gleicher Phase der Bewegung auf konzentrischen Kugelflächen oder parallelen Ebenen liegen und die Teilchen senkrecht zu diesen Flächen schwingen.

Zur Nachahmung fortschreitender longitudinaler Wellen in rein phoronomischer Hinsicht kann ebenfalls die Machsche Wellenmaschine S. 20 dienen, wenn man die Pendel so aufhängt, daß sie der Länge nach schwingen können und sie durch eine unter ihnen gleichförmig fortgezogene Bürste, welche sie ein Stück weit mitnimmt, in Bewegung setzt. Ist die Einrichtung getroffen, daß man die Aufhängebalken für die bifilaren Pendel alle gleichzeitig drehen kann, so läßt man die Pendel zuerst transversal schwingen und dreht hierauf ihre Schwingungsebene langsam um  $90^\circ$ , wodurch die Querschwingungen in Längsschwingungen übergehen. Man sieht dann deutlich eine Verdichtung mit nachfolgender Verdünnung durch die Kugelreihe fortschreiten.

Ein anderes Mittel ist die Crovasche Scheibe (Fig 26). Um die Punkte 1—8 eines kleinen Kreises mit Mittelpunkt  $O$  sind Kreise mit Radien beschrieben, die arithmetisch wachsen. Dreht man die Scheibe um eine durch  $O$  gehende Achse, so sieht man die Verdichtungen

und Verdünnungen radial fortschreiten. Ein davor gestellter Schirm mit radialem, gleichmäßig breitem Schlitz verbessert noch den Eindruck.

Ebene Wellen in einer Luftsäule oder einem elastischen Stab (Fig. 27 b u. c). Eine lange, mit Luft gefüllte Röhre sei an einem Ende *A* durch einen Kolben *K* verschlossen, welcher in der Richtung der Rohrachse harmonische Schwingungen ausführen soll. Dadurch werden



Fig. 26.  
Crovasche Scheibe.

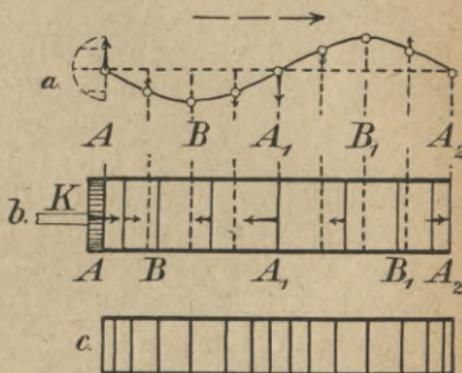


Fig. 27. *b* Entstehung von Verdichtungs-  
wellen in einem Rohr, abgeleitet aus  
der Transversalwelle *a*. In *c* 2 Wellen  
in halber Größe.

die anliegenden Luftmassen bald zusammengedrückt, bald verdünnt und diese Dichteänderungen pflanzen sich durch die Röhre in ebenen Schichten (Wellenebenen) senkrecht zur Rohrachse mit einer gewissen Geschwindigkeit *v* fort.

Von solchen Verdichtungswellen in Leuchtgasleitungen macht man jetzt Gebrauch bei der Fernzündung der Gaslaternen. Die Energie der Druckwelle öffnet und schließt die Hähne der Laternen.

Einen genaueren Einblick in den Mechanismus der longitudinalen Welle erhält man, wenn man die Verschiebungshöhen der transversalen Welle (Fig. 27 a u. b) als

longitudinale Verschiebungen der Luftschichten, von ihrer Ruhelage aus, abträgt, nach vorwärts oder rückwärts, je nachdem sie bei der Transversalwelle dem Berg oder dem Tal zugehören. Die größten Verdichtungen und Verdünnungen entstehen da, wo die Transversalwelle keine Verschiebung, dafür aber größte Geschwindigkeit der schwingenden Teile ( $A, A_1, A_2 \dots$ ) aufweist, während den Berggipfeln und Talsohlen, wo die Geschwindigkeit Null ist, normale Dichte des Mediums entspricht ( $B, B_1, B_2 \dots$ ). Dies ist klar, da zu beiden Seiten eines Punktes  $A$  die Verschiebungen gleichzeitig gegen  $A$  oder von  $A$  weg gerichtet sind, somit Verdichtung oder Verdünnung erzeugen, während in den Punkten  $B$  die Verschiebungen beiderseits gleiche Richtung und gleiche Größe haben, also dem Medium seine normale Dichte lassen. Man nennt wie bei den Transversalwellen den Abstand einer Schicht von der nächsten in gleicher Phase die Wellenlänge  $\lambda$  (z. B.  $AA_2$ ); ebenso gilt die allgemeine Gleichung  $\lambda = v T$ , wo  $T$  die Schwingungsdauer,  $v$  die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bedeutet.

Macht der Kolben  $K$  nur eine einzige Schwingung, so entsteht auch nur eine Welle; fährt  $K$  zu schwingen fort, so bildet sich ein Wellenzug; man schreibt dann die vorige Gleichung  $v = n \lambda$ , ( $n$  Schwingungszahl =  $1 : T$ ).

In ganz gleicher Weise kann man Verdichtungs- und Verdünnungswellen in einem elastischen Stab erzeugen, z. B. durch einen Hammerschlag auf eine Endfläche.

### Kugelwellen im Luftraum.

Durch die Explosion einer mit Knallgas gefüllten Seifenblase entsteht eine einzige kugelförmige Druckwelle, die sich als Kugelschale mehr und mehr erweitert. Eine harmonisch pulsierende Kugel würde einen kugelförmigen

Wellenzug hervorbringen. Ist der Erregungsherd nicht genau kugelförmig, so haben auch die von ihm ausgehenden Wellen zunächst keine Kugelform, nähern sich ihr

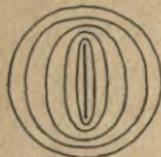


Fig. 28. Eine anfangs ellipsoidische Welle nähert sich bei ihrem Fortschreiten der Kugelform.

aber immer mehr, je größer sie werden (Fig. 28). Daher kann man die Wellen im Luftraum, die von einem schwingenden festen Körper (Stimmgabel, Saite, Pfeife) ausgehen, in größerer Entfernung von der Quelle als kugelförmig betrachten und einen kleineren Abschnitt dieser großen Wellen als eben.

Da die Energie einer Welle stets eine Kugelschale von gleichbleibender Dicke  $\lambda$ , aber zunehmendem Radius erfüllt und die Kugel­fläche dem Quadrat des Radius proportional ist, so nimmt die durch einen Quadratzentimeter senkrecht hindurchgehende Energie mit dem Quadrat der Entfernung vom Ursprung ab. Im übrigen gilt für das Fortschreiten der Kugelwellen längs eines Radius die allgemeine Gleichung  $v = n \lambda$ .

Die Geschwindigkeit der elastischen Wellen, die in einem überall und nach allen Richtungen gleichgearteten Mittel als gleichförmig anzusehen ist, wird selbstverständlich gemessen durch den Quotienten aus dem von der Druckwelle zurückgelegten Weg und der dazu erforderlichen Zeit. Für die Luft kann man sich als Detektor (Erkennungsmittel) für die ankommende Druckwelle irgend eines empfindlichen Manometers bedienen. Beim Ausbruch des Krakatao im August 1883 lief eine Druckwelle, welche alle Barometer beeinflusste, durch die Atmosphäre etwa 7 mal um die Erde herum; aus den Zeitunterschieden des Eintrittes der Störungen an verschiedenen Orten berechnete sich die Fortpflan-

zungsgeschwindigkeit auf 323 m/sek. Im Wasser hängt die Geschwindigkeit der Fortpflanzung viel mehr von der Stärke der Erregung ab als in der Luft. Bei Explosionen von Schießbaumwolle unter Wasser schwankt die Geschwindigkeit zwischen 1732 m/sek bei Anwendung von 9 Unzen und 2013 m/sek bei 64 Unzen Dynamit.

Theoretisch erhält man für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Longitudinalwellen

$$v = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\delta}} \text{ cm/sek,}$$

wo  $\delta$  die Dichte des Mediums und  $\varepsilon$  seinen Elastizitätsmodul (s. Bd. I) für eine besondere (adiabatische, s. Bd. III) Art von Pressung oder Dehnung bedeutet, bei welcher jeder Wärmeaustausch vermieden wird. Für Luft ist nach Laplace  $\varepsilon$  gleich dem 1,41 fachen Druck, woraus sich bei 0° C und 76 cm. Barometerstand  $v = 331,7$  m/sek berechnet. Für Wasser von 4° C ist  $\varepsilon = 2,03 \cdot 10^{11}$ , womit  $v = 1425$  m/sek folgt. Vgl. Schallgeschwindigkeit S. 80ff.

Das Huygenssche Prinzip gilt für die longitudinalen Wellen genau ebenso wie für die transversalen und Wasserwellen. Mit ihm erklären wir die Erscheinungen der Zurückwerfung, Brechung, Beugung usf., von denen jetzt nur noch die Zurückwerfung kurz besprochen werden soll. Wir kommen ausführlicher auf sie zurück in der Akustik.

Zurückwerfung der Longitudinalwellen. Denken wir uns unter Fig. 21 einen Durchschnitt durch einen Zug ebener Wellen, die gegen eine ebene Wand laufen, zu welcher der Durchschnitt senkrecht steht, so ergibt sich ohne weiteres, daß die Wellen als ebene Wellen unter demselben Winkel von der Wand weglaufen, unter dem sie ankommen.

In ähnlicher Weise lehrt Fig. 22, räumlich aufgefaßt, d. h. als Durchschnitt durch Kugelwellen, die von  $O$  ausgehen und gegen die Wand  $W$  anlaufen, daß diese Wellen als Kugelwellen mit dem Mittelpunkt  $O'$  zurückkehren, der zu  $O$  in bezug auf die Wand symmetrisch liegt.

Endlich zeigt Fig. 23 die Zurückwerfung ebener Längswellen von einem parabolischen Hohlspiegel. Die ankommenden ebenen Wellen bilden sich an der Spiegelfläche zu Kugelwellen um, die den Brennpunkt  $F$  des Umdrehungs-Paraboloids als Mittelpunkt haben und gegen ihn zusammenschumpfen.

Beispiele für diese Reflexionsvorgänge bieten die verschiedenen Arten von Echo.

## II. Akustik oder Lehre vom Schall.

### 1. Schallwellen im allgemeinen.

Wir wissen bereits, daß die Verdichtungswellen der Luft, welche unser Ohr erreichen, die Empfindung des Schalles erzeugen. Wir nennen sie daher kurz Schallwellen. Ihren Ausgang nehmen sie gewöhnlich von festen Körpern: Stimmgabeln, Saiten, Glocken, Stäben, Platten usw., welche durch ihre Quer- oder Längsschwingungen die umgebende Luft verdichten und verdünnen, ähnlich dem Kolben in Fig. 27. Fast immer sind diese Schwingungen so rasch, daß wir ihnen nicht mit den Blicken folgen können, obgleich wir z. B. an der Verbreiterung einer Saite erkennen, daß sie schwingt. Gerade für diese raschen Schwingungen ist nun das Ohr ein ungemein feines Reagens.

Ton, Klang, Geräusch. Der Verschiedenheit des äußeren Reizes, der Schallwellen, entsprechend ist auch

die Qualität der Gehörempfindungen sehr mannigfaltig. Wegen ihrer Bedeutung für das Leben hat die Sprache eine reiche Auswahl von Namen für sie geschaffen: Töne, Klänge, Geräusche aller Art, wie Summen, Brummen, Pfeifen, Quiexen, Dröhnen usf.

Die einfachsten Empfindungen sind Ton und Klang. An einem Ton unterscheidet man Höhe und Stärke. Aber ein Ton auf dem Klavier angegeben klingt anders als derselbe Ton von einer Pfeife hervorgebracht; der Ton hat eine bestimmte Klangfarbe.

Wir werden sehen, daß ein Klang immer durch Zumischung von Obertönen zum Grundton entsteht. Genau genommen gibt es bis jetzt keine Methode, einem Körper einen ganz einfachen Ton zu entlocken. Die reinsten Töne geben die Stimmgabeln.

Die Geräusche sind ein Gewirr von Tönen und Klängen verschiedenster Art und Dauer.

Die Tonhöhe wird bestimmt durch die Schwingungszahl. Davon überzeugt man sich durch folgenden Versuch (Fig. 29). Auf einem drehbaren Zahnrad *Z* schleift ein elastisches Kartenblatt *K*. Bei der Drehung von *Z* schlägt *K* auf einen Zahn um den andern auf und erschüttert dabei jedesmal die Luft. Man hört einen Ton, der allerdings nicht rein, doch von bestimmter Höhe ist und um so höher, je rascher, um so tiefer, je langsamer gedreht wird.

Reinere Töne erhält man mit einer Seebeckschen Sirene, einer um eine Achse drehbaren Papp- oder Blechscheibe *S*, durch welche in gleichen Abständen auf einem zur Achse konzentrischen Kreis Löcher gebohrt

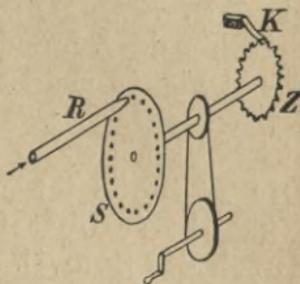


Fig. 29.  
Zahnrad- und Lochsirene.

sind. Bläst man durch eine Röhre  $R$  senkrecht zur sich drehenden Scheibe gegen die Löcherreihe, so wird die Luft abwechselnd durchgelassen und aufgehalten, d. h. verdichtet und nicht verdichtet, es entsteht ein Ton.

Sitzen das Zahnrad und die Sirene auf derselben Achse wie in Fig. 29 und ist die Anzahl der Zähne gleich derjenigen der Löcher, so sind die von ihnen erzeugten Töne gleich hoch, welches auch die Drehgeschwindigkeit ist. Die Tonhöhe ist somit nur bedingt durch die Anzahl der Luftstöße in der Zeiteinheit, d. i. durch die Schwingungszahl  $n$ .

Die Tonstärke (Schallintensität) hängt von der Schwingungsweite der Luftteilchen ab. Je stärker man die Sirene anbläst, desto lauter der Ton. Ebenso hört man den Ton einer Saite lauter werden, wenn die Schwingungen der Saite und also auch der anliegenden Luftmassen größer werden. Ein genaues Maß für die Tonstärke hat man bis jetzt nicht. Nach Lord Rayleigh ist ein Ton noch hörbar, wenn die Amplitude der Luftteilchen am Trommelfell  $8 \cdot 10^{-8}$  cm beträgt.

Musikalische Intervalle. Bringt man auf der Sirenscheibe 4 konzentrische Löcherreihen mit 40, 50, 60, 80 Löchern an, so stehen bei jeder Drehungsgeschwindigkeit die durch sie erzeugten Töne im Verhältnis des Grundtones (Prim), der Terz, Quint, Oktav. Hieraus folgt, daß die Schwingungszahlen dieser Töne sich wie  $4 : 5 : 6 : 8$  oder wie  $1 : \frac{5}{4} : \frac{3}{2} : 2$  verhalten. Die Oktav macht danach doppelt so viel, die Quint anderthalbmal so viel und die Terz  $\frac{5}{4}$  mal so viel Schwingungen in der Sekunde als der Grundton. Für die ganze diatonische Tonleiter erhält man auf diesem Weg folgende Verhältnisse der Schwingungszahlen:

Ton:	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
Verhältnis der Schwingungszahlen:	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2

Für die 7 Verhältnisse der Schwingungszahlen von je zwei aufeinanderfolgenden Gliedern dieser Tonleiter erhält man:

$$\frac{9}{8} \quad \frac{10}{9} \quad \frac{16}{15} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{10}{9} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{16}{15}$$

Diese Intervalle sind also nicht gleich. Die Zahlen  $\frac{9}{8}$  und  $\frac{10}{9}$  entsprechen dem Intervall eines ganzen Tons,  $\frac{16}{15}$  entspricht dem eines halben Tons.

Die musikalischen Bedürfnisse haben es wünschenswert gemacht, in das Intervall jedes ganzen Tones noch einen halben Ton einzuschieben. Man erhält so die chromatische Tonleiter mit 12 Intervallen. Ferner geht aus der oben angegebenen (Dur-) Tonleiter die Molltonleiter hervor, wenn man die große Terz  $\frac{5}{4}$  durch die kleine Terz  $\frac{6}{5}$  ersetzt.

Fast alle europäischen Völker sind im Laufe ihrer Geschichte auf die genannten Tonleitern gekommen.

Außer der reinen Stimmung dieser Tonleitern gibt es noch die gleichschwebend temperierte Stimmung, die wegen der beschränkten Tastenanzahl bei allen Musikinstrumenten mit fester Stimmung (Klavier, Orgel) angewendet wird. Sie hat ein konstantes Intervall der halben Töne  $= \sqrt[12]{2} = 1,05946$ , also etwas kleiner als  $\frac{16}{15} = 1,06667$ .

Bestimmung der absoluten Schwingungszahl  $n$  eines Tones mittels der Sirene. Man regelt die Umdrehungsgeschwindigkeit der Scheibe (S. 39) so, daß der gewünschte Ton, nach dem Gehör beurteilt, erklingt. Hat der Löcherkreis  $\nu$  Löcher und macht die Scheibe  $N$  Umdrehungen in  $t$  Sekunden, so ist  $n = N\nu : t$ . So entsprechen dem eingestrichenen  $\bar{a}$ , dem Kammerton, 435 Schwingungen in der Sekunde (Festsetzung der internationalen Stimmtonkonferenz in Wien 1885).

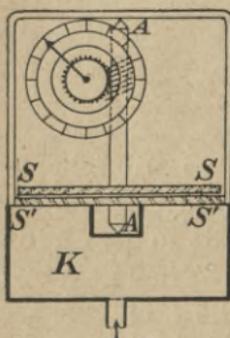


Fig. 30. Sirene von Cagniard de la Tour.

Eine Verbesserung der Seebeckschen Sirene ist diejenige von Cagniard de la Tour (Fig. 30). Die um die Achse  $AA$  drehbare Löcherscheibe  $SS$  dreht sich dicht über einer ihr gleichen, feststehenden Löcherscheibe  $S'S'$ , welche den Deckel eines Windkastens  $K$  bildet. Die Löcher der beiden (metallenen) Scheiben sind schief gegeneinander gebohrt, so daß eine Art Turbine entsteht, welche durch die in  $K$  eingepreßte Luft angetrieben wird; letztere dient

also zur Bewegung und zur Tongebung. Da die Luftstöße immer gleichzeitig durch alle Löcher erfolgen, ist der Ton erheblich verstärkt. Ein mit der Achse verbundenes Zählwerk zählt die Umdrehungen.

Helmholtz hat eine Doppelsirene konstruiert, die elektrisch angetrieben wird, so daß der Luftstrom bloß zur Tonerzeugung dient.

Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in der Luft. Berühmt sind die Versuche, die 1822 vom Bureau des Longitudes südlich von Paris zwischen Mont Lhéry und Villejuif unter Mitwirkung von A. v. Humboldt angestellt wurden. Auf beiden Stationen wurden ab-

wechselnd Kanonen abgefeuert und Feuer und Knall je auf der anderen Station beobachtet. Aus der Entfernung der Stationen und der zwischen Blitz und Knall liegenden Zeit fand man als Schallgeschwindigkeit für  $16^{\circ}$  C  $v = 331$  m/sek. Man nahm dabei das Mittel aus je zwei aufeinanderfolgenden Beobachtungen, um den Einfluß des Windes zu beseitigen. Spätere Beobachter fanden meist etwas größere Werte. Bei Polarexpeditionen ergab sich  $v = (333 + 0,6 t)$  m/sek, wo  $t$  Grade Celsius bedeutet. Die Geschwindigkeit nimmt also mit steigender Temperatur um 0,6 m für jeden Grad zu, was auch im Einklang mit der Formel S. 37 steht, in welcher  $\delta = \delta_0 \left(1 + \frac{t}{273}\right)$  zu setzen ist (s. Bd. III), so daß man für  $t^{\circ}$  C hat

$$v_t = v_0 \sqrt{1 + \frac{t}{273}}.$$

Versuche von Regnault 1864 in noch unbenutzten Gasleitungen von Paris ergaben 330,5 bis 334,2 m/sek je nach der Intensität der Schallquelle und der Röhrenweite. Fürs Gedächtnis empfiehlt sich 333 m/sek für  $0^{\circ}$  C. Genauere Bestimmungen S. 80.

Zurückwerfung des Schalles. Jedes Echo ist ein Beispiel dafür. Die Reflexion erfolgt an Wänden von Häusern, Felsen, Bergen, an Wolken und überhaupt an der Grenze verschieden dichter Luftschichten. Das mehrfache Echo in den Bergen wie das Rollen des Donners entsteht durch wiederholte Zurückwerfung an verschiedenen Flächen. In Kirchen mit elliptischen oder parabolischen Teilen des Grundrisses gibt es manchmal Stellen (Brennpunkte jener Figuren), wo die von der einen Stelle ausgehenden Geräusche in der andern wieder zusammenkommen (Flüstergalerien; Ohr des Dionysius).

Weiche Stoffe, Teppich- oder Korkbelag, sind Hilfsmittel, um die unerwünschte Reflexion in Innenräumen aufzuheben. Die Reflexionsverhältnisse bestimmen die gute oder schlechte Akustik der Säle usw.

Fig. 31 zeigt einen Tyndallschen Versuch, bei welchem das Ticken einer Uhr in  $F$ , dem Brennpunkt des an der Decke aufgehängten Parabolspiegels  $S$ , am Brenn-

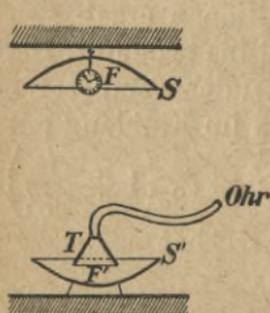


Fig. 31. Reflexion des Schalles durch 2 parabolische Spiegel.

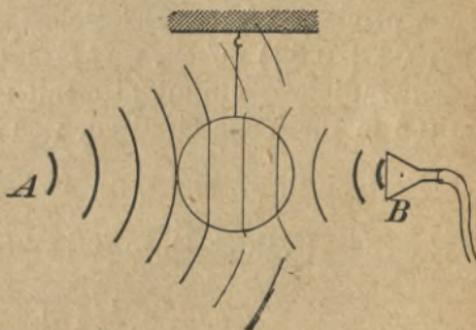


Fig. 32. Brechung der Schallwellen durch eine mit Kohlensäure gefüllte Kollodiumkugel.

punkt  $F'$  des gleichen Spiegels  $S'$ , der vertikal unter jenem auf einem Tisch festliegt, gehört werden kann. Der Trichter  $T$  mit Hörschlauch dient zur Verstärkung der Wirkung und zur Bequemlichkeit.

Brechung der Schallwellen tritt ein an der Grenzfläche verschieden dichter Luftschichten (vgl. S. 29). Am Meer, wo die Schallsignale bei Nebel für die Sicherheit des Verkehrs so wichtig und daher genau beobachtet sind, bemerkt man öfters die Ablenkung der Schallwellen von der ursprünglichen Richtung infolge ungleicher Luftbeschaffenheit. Einen hübschen Beweis bietet die akustische Linse von Sondhauß. (Fig. 32). Das Ticken einer Taschenuhr in  $A$  hört man in  $B$  nicht mehr, falls der Schallweg  $AB$  frei ist, dagegen ganz deutlich, wenn man eine

mit Kohlensäure gefüllte große Seifenblase (Kollodiumballon) dazwischenbringt. In der Fig. 32 ist angedeutet, wie die kugelförmigen Schallwellen beim Ein- und Austritt aus der Kugel infolge der geringeren Schallgeschwindigkeit in der Kohlensäure (262 m/sek) umgebogen werden zu Kugelflächen mit Mittelpunkt *B*.

Brechung der Schallwellen erfolgt auch durch Temperaturunterschiede. Liegen z. B. über dem Erdboden kalte, darüber warme Luftschichten, so erleiden ebene, vertikale Wellen infolge der größeren Geschwindigkeit in den oberen Schichten eine Drehung nach unten, im umgekehrten Fall, wenn über warmen kalte Schichten liegen, eine Drehung nach oben. Die Hörbarkeit z. B. eines fernen Glockengeläutes kann dadurch erheblich verändert werden. Der Vorgang entspricht genau dem S. 23 u. 29 dargestellten. Auch der Wind, der am Erdboden geringere Geschwindigkeit hat, kann ähnliches bewirken, je nachdem er mit oder gegen die Schallfortpflanzungsrichtung weht.

Die Beugung der Schallwellen ist die Ursache, daß der Schall auch um eine Ecke herum wahrgenommen wird. Die in Fig. 33 von *O* ausgehenden Wellen erregen in *A* Elementarwellen, die sich im Schattenraum *BAC* der ursprünglichen Erregung fortpflanzen, so daß ein Ohr in *B* den Schall, wenn auch gedämpft, hört. Bei Explosionen fand man häufig die Fenster auch auf der Rückseite von benachbarten Häusern von außen her eingedrückt.

Von den Interferenzerscheinungen beim Zu-

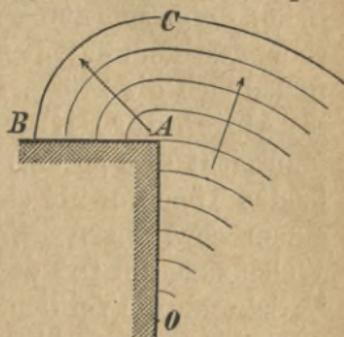


Fig. 33. Beugung des Schalles. Der von *O* ausgehende Schall ist auch in *B* hörbar.

sammentreffen zweier Schallwellenzüge erwähnen wir vorerst nur die Schwebungen oder Stöße, welche in einem periodischen An- und Abschwellen der Tonstärke bestehen. Sie fallen einem auf beim Klang großer Glocken oder wenig verschiedener Orgelpfeifen. Kräftig und kontrollierbar erzeugt man sie mittels zwei großen, gleichgestimmten Stimmgabeln auf Resonanzkasten (Fig. 63 S. 86), deren eine man durch Beschweren mit Wachs etwas tiefer gestimmt hat. Je mehr man beschwert, desto rascher folgen sich die Stöße. Ihre Anzahl in der Sekunde ist gleich der Differenz der Schwingungszahlen. Man sieht dies so ein: Sind die Schwingungszahlen der beiden Töne nur um eins verschieden und decken sich in einem gewissen Augenblicke die Verdichtungen beider Wellenzüge am Ort des Ohres, so lagern sich dort nach  $\frac{1}{2}$  Sekunde die Verdichtung des einen und die Verdünnung des andern Zuges übereinander und heben sich auf; die Tonstärke schwillt somit in jeder Sekunde einmal an und ab. Sind die Schwingungszahlen um zwei verschieden, so spielt sich der beschriebene Vorgang in  $\frac{1}{2}$  Sekunde ab, somit zweimal in jeder Sekunde; beim Unterschied 3 dreimal usf. Die Schwebungen sind vorzüglich geeignet zum Erkennen gleicher Höhe zweier Töne (Abstimmen), vgl. S. 46.

Das Dopplersche Prinzip, 1842 vom österreichischen Physiker Doppler aufgestellt, von weittragender Bedeutung für alle undulatorischen Energieübertragungen, sagt aus, daß durch die relative Bewegung von Schallquelle und Ohr die das letztere in 1 Sekunde treffende Anzahl von Schwingungen geändert wird. Nähert sich nämlich das Ohr der feststehenden Schallquelle von der Schwingungszahl  $n$  mit der Geschwindigkeit  $c$ , so schlagen nicht nur  $n$  Wellen in der Sekunde ans Trommel-

fell wie im Ruhezustand, sondern auch noch die  $\frac{c}{\lambda}$  Wellen, die auf der vom Ohr zurückgelegten Strecke  $c$  liegen, so daß der vom Ohr wahrgenommene Ton die Schwingungszahl  $n + \frac{c}{\lambda} = n \left(1 + \frac{c}{v}\right)$  hat, wo  $v$  die Schallgeschwindigkeit in ruhender Luft bedeutet. Bei der Entfernung des Ohres von der Schallquelle wird die Schwingungszahl  $n \left(1 - \frac{c}{v}\right)$ .

Nähert sich umgekehrt die Schallquelle mit der Geschwindigkeit  $c$  dem ruhenden Ohr, so nimmt der Abstand beider in der Schwingungsdauer  $\tau$  um  $c\tau$  ab, wodurch sich für das Ohr die Periode der Schwingungen um  $\frac{c\tau}{v}$  Sekunde verkürzt, also nur noch  $\tau - \frac{c\tau}{v} = \tau \left(1 - \frac{c}{v}\right)$  Sekunde beträgt. Die beobachtete Schwingungszahl ist daher bei Annäherung  $\frac{n}{1 - \frac{c}{v}}$  und bei Entfernung  $\frac{n}{1 + \frac{c}{v}}$ . Für kleine

Werte des Geschwindigkeitsverhältnisses stimmen diese Werte mit den oben gefundenen überein. An Eisenbahnübergängen hat man Gelegenheit, die Erscheinung zu beobachten. Kommt eine Lokomotive schrill pfeifend heran, so hört man deutlich den Ton beim Vorüberfahren niedriger werden. Zu Versuchen im Zimmer dienen dicke, kurze Stimmgabeln von hohem Ton; schon eine rasche Bewegung derselben mit der Hand genügt, die Wirkung zu zeigen, ebenso die schnelle Näherung oder Entfernung von der feststehenden Gabel.

Der Druck der Schallwellen kann direkt gemes-

sen werden. Im Rohr eines großen Blechtrichters, der zur Konzentration der Wellen dient, wird ein leichtbeweglicher Kolben angebracht, der am Arm einer Drehwaage befestigt ist. Aus dem Ausschlag der letzteren kann man auf die Druckkraft schließen. Als Schallquelle diente bei einem solchen Versuch ein Glasstab, der durch eine gleichförmig wirkende mechanische Vorrichtung in Längsschwingungen versetzt wurde. Man fand für den Druck  $p$  im Abstand 50 cm vom Stabende 0,24 Dyn/qcm. Für die auf 1 qcm in 1 Sekunde auffallende Wellenenergie ergibt sich nach der S. 31 angegebenen Formel von Lord Rayleigh 4100 Erg. Die gesamte vom Stab bei betäubender Tonstärke ausgestrahlte Energie beträgt danach rund 0,02 PS.

## 2. Tönende Saiten.

Die Saiten der Musikinstrumente sind lange, zylindrische, feste Körper, die an beiden Enden befestigt und stark gespannt sind, so daß sie unter der rückwirkenden Kraft der Spannung Querschwingungen ausführen. Da es sich dabei stets um kleine Ausbiegungen handelt, so kommt eine aus ihnen entstehende besondere elastische Kraft neben der ursprünglichen Spannung nicht in Frage.

Die Saiten bestehen meist aus Metall (Stahl, Messing, Neusilber), Darm (von Schafen) oder Seide; die letzteren werden oft beschwert durch Umspinnen mit Metalldraht.

Für den Ton einer gegebenen Saite ist maßgebend ihre Länge, Querschnittsfläche, Spannung und ihre spezifische Längenmasse. Die Gesetze ihrer Schwingungen sind teilweise schon im Abschnitt über die Seilwelle nenthalten.

Versuche am Monochord (Fig. 34). Dieses ist ein Brett oder Kasten aus parallelfaserigem Tannenholz, auf welchem sich leicht eine Saite aufspannen läßt, z. B. zwi-

schen einem Stift  $A$  und einer Rolle  $R$ . Das über  $R$  gehende Ende trägt das spannende Gewicht  $P$ . Zur Abgrenzung einer bestimmten Länge  $l$  läßt man die Saite über 2 Stege  $B$  und  $C$  gehen. Bequem ist es, wenn man noch eine zweite Vergleichssaite neben der ersten aufspannen kann; es genügt, die Spannung derselben durch einen Wirbel  $W$  (einschraubbaren Eisenstift) zu bewirken,

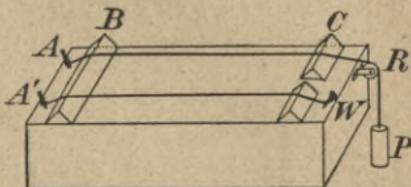


Fig. 34. Monochord.

ohne sie messen zu können. Sind beide Saiten auf denselben Ton gestimmt, so erhält man durch bloßes Verschieben des beweglichen Steges  $C$  unter der einen Saite bei  $\frac{1}{2}$  Länge die Oktave, bei  $\frac{2}{3}$  Länge die Quint, bei  $\frac{3}{4}$  Länge die Quart usf. des Grundtones, so daß nach S. 41 folgt, daß die Schwingungszahl  $n$  der Saitenlänge umgekehrt proportional ist.

Ändert man, nachdem beide Saiten wieder gleich gestimmt sind, bei der ersten Saite lediglich die Spannung  $P$ , indem man sie  $\frac{25}{16}$ ,  $\frac{9}{4}$ , 4 mal so groß macht als anfangs, so erhält man die Töne Terz, Quint, Oktav des Grundtones. Die Schwingungszahl ist daher proportional der Quadratwurzel aus der Spannung.

Spannt man neben der Vergleichssaite Saiten auf aus demselben Material, von gleicher Länge, jedoch verschiedenem Querschnitt, so findet man  $n$  umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus dem Querschnitt  $q$ . Dies läßt sich übrigens ohne weitere Versuche aus dem Satz über  $P$  schließen, da 2 ganz gleiche und gleichgespannte Saiten kongruente Schwingungen ausführen und nicht aufhören werden, dies zu tun, wenn

man sie zu einer Saite mit doppeltem Querschnitt und doppelter Spannung verbindet.

Schließlich findet man für Saiten aus verschiedenem Stoff, daß  $n$  der Quadratwurzel aus der Dichte  $\delta$  umgekehrt proportional ist.

Zusammenfassend kann man sagen: Die Schwingungszahl  $n$  einer Saite ist dem Bruch  $\frac{\sqrt{P}}{l\sqrt{q\delta}}$  proportional.

Durch Bestimmung der absoluten Schwingungszahl  $n$  einer gegebenen Saite findet sich als Proportionalitätsfaktor bei Anwendung des  $C \cdot G \cdot S$ -Systems  $\frac{1}{2}$ , so daß

$$n = \frac{\sqrt{P}}{2l\sqrt{q\delta}},$$

womit man für jede Saite zum voraus den Ton berechnen kann, z. B. für eine Stahlsaite von 60 cm Länge, 0,04 cm Dicke, 7,5 Dichte,  $9,424 \text{ kg} = 9424 \cdot 981 \text{ Dyn}$  Spannung findet man  $n = 261$  ( $\bar{c}$ ), wie auch der Versuch bestätigt. Die eben gefundene Formel läßt sich mit Benutzung der Ergebnisse auf S. 13 in folgender Weise durch Überlegung begründen: Die durch Zupfen oder sonstwie verursachte Verbiegung der Saite schreitet, indem sie sich teilt, nach bei-

den Seiten mit der Geschwindigkeit  $v = \sqrt{\frac{P}{m}}$  fort. Jeder

Teil wird an dem festen Endpunkte der Saite zurückgeworfen, erreicht also, nachdem er die Saitenlänge 2 mal durchlaufen hat und 2 mal umgekehrt worden ist, die Ausgangsstelle wieder, wo durch Superposition die ursprüngliche Verbiegung wiederhergestellt wird, d. h. aber die

Periode des Schwingungsvorganges beträgt  $\tau = \frac{2l}{v}$  Sek.,

woraus sich  $n = \frac{1}{\tau}$  ergibt wie oben, da  $m$  als Längendichte  $= q \delta$  ist. — Man kann auch so schließen: Nach S. 18 sieht man ein, daß die Schwingungen der Saite stehende sind mit einem Schwingungsbauch in der Mitte und zwei Knotenpunkten an den Enden. Daher ist  $l = \frac{\lambda}{2}$ , was mit der allgemeinen Beziehung  $v = n \lambda$  auf  $n = \frac{v}{2l}$  führt wie oben.

Obertöne. Eine Saite kann nicht nur als Ganzes schwingen, sondern auch in 2 Hälften, in 3 Dritteln usf. (Fig. 35), d. h. es können sich stehende Schwingungen mit Knotenpunkten auf ihr ausbilden. Man erhält sie durch Berühren der Saite mit dem Finger, besser noch mit einem Pinsel in einem der erwarteten Knotenpunkte und kurzes Anstreichen mit dem Violinbogen in einem Schwingungsbauch. Jeder Teilung entspricht ein anderer Ton, der bei Zweiteilung die nächsthöhere Oktav des Grundtons, bei Dreiteilung die Oktav der Quint, bei Vierteilung die zweite Oktav, bei Fünfteilung die zweite Oktav der Terz des Grundtons usf. ist. Man nennt diese Töne, deren Schwingungszahlen  $2n, 3n, 4n, 5n \dots$ , also ganze Vielfache der Grundschwingungszahl  $n$  sind, die harmonischen Obertöne des Grundtones. Sichtbar macht man die Teilungen, indem man Papierreiter (schmale, umgebogene Papierstreifen) auf die Saite setzt. Sie bleiben beim Ertönen der Saite nur in den Knoten-

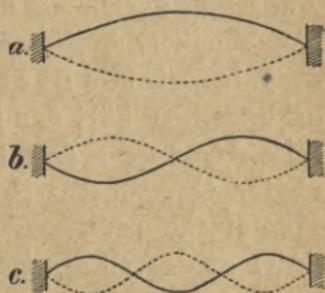


Fig. 35. Eine Saite schwingt als ganzes (a), in 2 Teilen (b), in 3 Teilen (c).

punkten sitzen und werden überall sonst abgeworfen. Man muß aus diesen Ergebnissen schließen, daß beim Streichen mit dem geharzten Violinbogen, wodurch die Saite sehr oft gefaßt wird und zurückschnellt, Schwingungen sehr verschiedener Dauer entstehen, von denen nur diejenigen sich erhalten, die der durch die Berührungsstelle gegebenen Teilung entsprechen.

Der Versuch bildet ein Gegenstück zum Meldeschen Versuch (S. 19); während bei diesem die Teilung der Saite durch Änderung der Spannung bei gleichbleibender Länge hervorgerufen wurde, wird sie im vorliegenden Fall durch Änderung der Länge der schwingenden Saitenstücke bei gleichbleibender Spannung bewirkt.

Klangfarbe der Saitentöne. Läßt man eine Saite erklingen, so hört das geübte, besonders aber das vorbereitete Ohr außer dem Grundton noch eine Anzahl schwächerer Obertöne, welche nach S. 39 die eigentümliche Klangfarbe bedingen. Die Vorbereitung besteht darin, daß man den zu beobachtenden Ton vorher für sich etwa mittels einer passenden Stimmgabel ertönen läßt und das Ohr gewissermaßen darauf einstellt. Mit Hilfe von Resonatoren (S. 77) können diese Obertöne jedem Ohr hörbar gemacht werden. Objektiv zeigt man dieselbe Tatsache am Klavier, wenn man eine Saite nach dem Anschlagen kurze Zeit fortklingen läßt bei aufgehobener Dämpfung der übrigen Saiten. Nachdem die erste Saite zum Schweigen gebracht ist, hört man einige andere durch Resonanz (vgl. Mitschwingen S. 84) leise fortklingen und findet durch Anwendung der Dämpfung leicht heraus, daß diese der Reihe der harmonischen Obertöne angehören. Die Klangfarbe hängt von der Zahl, Art und Stärke der Obertöne ab und diese wieder von der Art des Anschlags, der Stelle desselben und der Beschaffenheit der Saite. Reißen der

Saite mit spitzem Metallstück (Zither, Klavizimbel) gibt höhere Obertöne als Zupfen mit dem weichen Finger (Harfe) oder Streichen mit dem Bogen. Liegt die Erregungsstelle in der Mitte der Saite, so bleiben alle Obertöne aus, die dort einen Knotenpunkt haben müßten, also  $2n$ ,  $4n$ ,  $6n \dots$  Beim Anschlag auf  $\frac{1}{3}$  der Saitenlänge fehlen  $3n$ ,  $6n$ ,  $9n \dots$  Die Hämmer des Klavieres läßt man erfahrungsgemäß am besten auf  $\frac{1}{7}$  der Saitenlänge anschlagen;

es fehlt dann unter den Obertönen der wenig harmonische  $7n$ . Dünne Metallsaiten, auch Darmsaiten lassen die Teilung in kleine Abschnitte leichter zu als dicke, weshalb ihr Ton durch zahlreiche hohe Obertöne gefärbt ist.

Aus diesen Tatsachen erklärt sich die Modulationsfähigkeit der Töne der Violine.

Die Schwingungsform des einfachen Tons, z.B. einer Stimmgabel, ist die harmonische oder Sinus-Welle (vgl. Bd. I). Man macht sie sichtbar, indem man am Ende eines Gabelzinkens eine feine Spitze  $S$  befestigt und diese, während die Gabel tönt, über eine berußte Fläche (Glas-tafel, Metallzylinder) wegzieht (Fig. 45).

Eine andere Art ist folgende (Fig. 36): Man läßt die Spitze  $S$  vor einem vertikalen, gut beleuchteten Spalt  $AB$  auf und

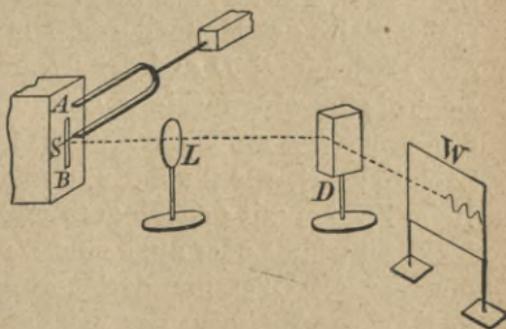


Fig. 36. Die Zinken einer Stimmgabel schwingen harmonisch.  $AB$  hell beleuchteter Spalt,  $S$  feine Spitze am Zinken. Durch Linse  $L$  und Drehspiegel  $D$  wird auf Wand  $W$  eine Sinuslinie sichtbar.

abschwingen und projiziert Spalt und Spitze durch die Linse  $L$  und den Drehspiegel  $D$  auf eine weiße Wand  $W$ . Ruht der Spiegel  $D$ , so erscheint auf  $W$  das (vergrößerte) Bild des Spalts als heller, vertikaler Strich, der vom auf- und abschwingenden Schatten der Spitze quer durchschnitten ist. Dreht sich nun  $D$ , so wird der helle Strich zu einem wagerechten hellen Band auseinandergezogen, indem sich Strich an Strich reiht. Der Schatten der Spitze hat in jedem Strich eine andere Lage, entsprechend der Schwingungsphase der Spitze, und die Aneinanderreihung der Schattenbilder erzeugt die Sinuswelle.

Man schließt hieraus mit dem Physiker Ohm (1843), daß ein einfacher Ton durch harmonische, pendelartige oder Sinusschwingungen des tönenden Körpers und also auch der Luft erzeugt wird.

Die Schwingungsform einer Saite können wir in ganz ähnlicher Weise untersuchen. Wir stellen vor den Spalt (Fig. 36) statt der Spitze  $S$  der Stimmgabel die wagerechte Saite des Monochords. Die durch die Linse  $L$  und den Drehspiegel  $D$  auf der Wand  $W$  entworfene Kurve zeigt die Schwingungsform des vor dem Spalt befindlichen Saitenpunktes an. Diese Kurven fallen verschieden aus, je nach der Art, wie die Saite in Schwingung versetzt wird. Beim Zupfen mit den Fingern erhält man häufig eine einfache Sinuslinie oder auch eine Wellenlinie (Fig. 36 *a* u. *b*), die man als Übereinanderlagerung mehrerer Sinuslinien, den Obertönen, also der Klangfarbe entsprechend aufzufassen hat, wie S. 56 erklärt wird.

Durch das Reißen mit dem Fingernagel und noch mehr mit einem spitzen Werkzeug (Ring bei der Zither), wobei hohe, klimpernde Obertöne entstehen, werden die Wellen spitzer. Fig. 36 *c* u. *d* zeigen die beim Streichen mit dem geharzten Bogen entstehenden Formen; sie sind aus Stük-

ken von geraden Linien zusammengesetzt, die für Punkte in der Mitte der Saite symmetrisch sind, für Punkte in der Nähe der Enden stark unsymmetrisch werden. Diese geradlinigen Formen zeigen, daß sich der betreffende Saitenpunkt mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegt, welche in den Umkehrpunkten plötzlich die Richtung, an den Saitenenden auch die Größe ändert.

Helmholtz, der diese Formen zuerst untersuchte, benutzte dazu sein Vibrationsmikroskop. Es besteht aus einer Lupe, die am Ende eines Stimmgabelzinkens angebracht ist und schwingt. Ein heller ruhender Punkt erscheint darin zu einer geraden Linie auseinandergesogen. Läßt man vor dieser Lupe und senkrecht zu ihrer Schwingungsrichtung den durch ein aufgeklebtes, weißes Stärke Korn hervorgehobenen Saitenpunkt schwingen, so entsteht bei gleicher Schwingungsdauer beider Bewegungen eine geschlossene Figur, aus welcher sich, da die eine Komponente (Stimmgabelschwingung) bekannt ist, nach dem Verfahren der Zusammensetzung kleiner Bewegungen, die andere, unbekannt Komponente, die Saitenschwingung durch Zeichnung erschließen läßt.

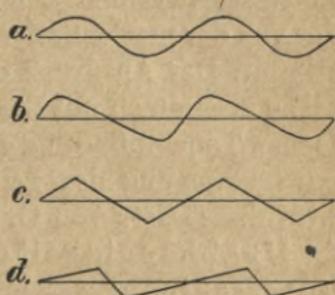


Fig. 36 a bis d. Schwingungsformen der Saite. a u. b beim Zupfen, c u. d beim Reißen.

Fouriers Satz und Ohmsches Gesetz. Fourier (1811) hat den mathematischen Satz aufgestellt, daß sich jede regelmäßig periodische Schwingungsform durch Superposition einfacher elementarer Sinuswellen darstellen läßt, deren Schwingungszahlen ein-, zwei-, drei-, vier-, ... mal so groß sind als die Schwingungszahl der Grund-

schwingung und daß diese Darstellung eindeutig ist. Je spitzer die Kurve ist, desto mehr Sinuswellen sind zur Darstellung nötig, welche in der Spitze alle gleiche Phase haben, im übrigen aber durch entgegengesetzte Phasen die Krümmung schwächen, sogar aufheben können. Diese Zerlegung in harmonische Schwingungen vollzieht nun, wie wir bereits S. 52 uns überzeugt haben, auch das Ohr, indem es den Klang auflöst in eine Reihe von Obertönen, wozu nur noch zu bemerken ist, daß die Reihe der physiologisch-psychologisch festgestellten Obertöne genau mit der von der mathematischen Analyse geforderten übereinstimmt. Der Ausdruck dieser höchst merkwürdigen Tatsache zusammen mit der schon erwähnten, daß jeder einfachen Tonempfindung eine einfache harmonische Schwingungsbewegung der Luft (am Trommelfell) entspricht, wird das Gesetz von G. S. Ohm genannt.

Unabhängigkeit der Klangfarbe vom Phasenunterschied. Setzt man zwei Sinuswellen, deren eine

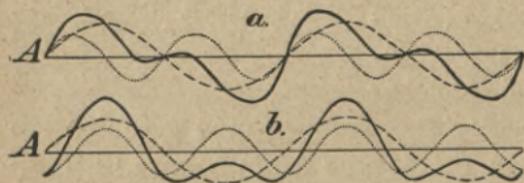


Fig. 37. Zwei aus Grundton --- und Oktav ..... zusammengesetzte Schwingungen —. Oben *a* haben beide Schwingungen in *A* gleiche Phase, unten *b* ist in *A* ein Phasenunterschied von  $\frac{1}{4}$  Schwingung.

dem Grundton, deren andere irgend einem Oberton des Grundtones entspricht, zusammen, so sieht die resultierende Welle verschieden aus, je nach dem Phasen-

unterschied. Man vergleiche z. B. die Fig. 37 *a* u. *b*, in welchen Grundton und nächsthöhere Oktave kombiniert sind. In *a* stimmen im Punkt *A* die Phasen der beiden Komponenten überein, in *b* ist der Oberton gegen den Grundton um  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge verschoben. Es fragt sich

nun, ob dieses verschiedene Aussehen der das Ohr treffenden Luftschwingungen einen Unterschied der Klangfarbe bedingt. Der Versuch verneint die Frage. Man braucht nur zwei nebeneinanderstehende Stimmgabeln der angegebenen Tonhöhen mehrmals gleichzeitig ertönen zu lassen, um die Gleichheit der Klangwirkung zu erkennen, obgleich doch sicher bei den wiederholten Versuchen der Phasenunterschied der als genau richtig vorausgesetzten Gabeln verschieden ausfällt und sich bei nicht ganz genau richtigen Gabeln schon während eines Versuches langsam ändert.

Den völlig exakten Beweis liefert indes die Doppeltelephonsirene. Diese besteht aus 2 sich drehenden Scheiben aus Aluminium auf gemeinsamer Achse, auf welchen radial ganz gleiche Magnete aufgeklebt sind. Über den äußeren Polen derselben befinden sich die Induktionsspulen zweier feststehender Telephone, deren Wechselströme in Reihe geschaltet sind mit einem Hörtelephon. Trägt also etwa die eine Scheibe  $n$ , die andere  $2n$  Magnete, so hört man den aus Grundton und Oberton zusammengesetzten Klang. Durch tangentiales Verschieben des einen Sirenentelephons kann man die Phase, durch radiales Verschieben die Tonstärke ändern. Man beweist so streng, daß die Klangfarbe nur von der Tonhöhe und Stärke der Komponenten, nicht von deren Phasenunterschied abhängt.

### 3. Schwingende Stäbe.

Stäbe können Quer-, Längs- und Drehschwingungen ausführen. Es versteht sich, daß für sie die elastischen Eigenschaften (s. Bd. I) maßgebend sind; man braucht ihnen nicht wie den Saiten von außen her eine Spannung als rücktreibende Kraft zu erteilen. Für musikalische

Zwecke kommen sie, abgesehen von der Stimmgabel, dem Triangel, der Lyra, Glas- und Holzharmonika, kaum in Betracht; dagegen sind sie ein interessanter Gegenstand wissenschaftlicher Untersuchung. Da ihre Theorie weit über das Elementare hinausgeht, müssen wir uns mit kurzer Angabe der Ergebnisse begnügen.

**Querschwingungen.** Die Stäbe setzen wir als dünn und von rechteckigem Querschnitt voraus; das Material sei Metall oder Holz. Sie werden entweder an einem Ende in einem Schraubstock vertikal festgeklemmt oder wagrecht auf 2 passende Stützen (Prismen) gelegt. Man schlägt sie mit einem Gummihammer an oder streicht sie mit dem Violinbogen.

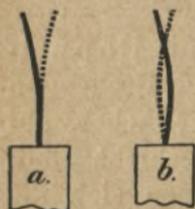


Fig. 38. Ein schwingender Stab, am unteren Ende festgeklemmt, am oberen Ende frei. Querschwingung und 1. Oberton.

a) Ist der Stab an einem Ende festgeklemmt (Fig. 38), am andern frei, so ist die Schwingungszahl  $n$  dem Quadrat der Länge umgekehrt proportional und unabhängig von der Breite. Schwingt also der Stab bei großer Länge so langsam, daß man die Schwingungen zählen kann, so läßt sich die einer beliebigen Verkürzung entsprechende Schwingungszahl berechnen.

Beim Hin- und Herschwingen, wobei sich der Stab biegt, tritt auf der hohlen Seite Kompression, auf der gewölbten Dilatation ein und nur die Mittellinie (neutrale Schicht) behält ihre natürliche Länge. Daher hängt  $n$  vom Elastizitätsmodus des Drucks ab, außerdem vom Trägheitsmoment des Querschnitts und der Dichte.

Die Obertöne, deren erste man bei Berührung der Knotenpunkte leicht erhält, liegen sehr hoch und sind nicht harmonisch; ihre Schwingungszahlen verhalten sich wie  $3^2 : 5^2 : 7^2 \dots$ . Schon für den 1. Oberton ist  $n_1 = 6,25 \cdot n$

und der Knoten liegt (Fig. 38 *b*) in 0,226 der Länge vom freien Ende. Beim 2. Oberton ist  $n_2 = 17,5 n$  und die beiden Knoten haben den Abstand 0,132 und 0,5 der Länge vom freien Ende.

Angewendet werden derartige schwingende Stäbe (Lamellen) bei Spieldosen, elektromagnetischen Frequenzmessern und Zungenpfeifen.

b) Liegt der Stab auf 2 Stützen (Schneiden), so daß an diesen eine Richtungsänderung der Stabteile eintreten kann, so müssen diese um 0,224 der Stablänge von den Enden entfernt sein (Fig. 39 *a*). Der Stab wölbt sich beim Schwingen abwechselnd nach oben und unten; die Stützen bilden Knotenpunkte. Der 1. Oberton mit 3 Knoten, einem in der Mitte und den beiden andern in 0,132 der Länge von den Enden, hat die Schwingungszahl 2,76  $n$  (Fig. 39 *b*). Die Schwingungszahlen der Obertöne stehen im Verhältnis  $5^2 : 7^2 : 9^2$  usf., sind mithin nicht harmonisch. Ihre Abhängigkeit von Länge, Querschnitt, Dichte und Elastizitätsmodus des Druckes ist (bis auf einen konstanten Faktor) dieselbe wie im Fall *a*.

Derartige Stäbe finden Anwendung bei der Glas- und Holzharmonika (Xylophon).

Längsschwingungen. Die Stäbe werden an einer oder mehreren passend gewählten Stellen festgeklemmt und der Länge nach gerieben, Holz- und Metallstäbe mit geharztem Leder, Glasstäbe mit einem mit Wasser oder Alkohol befeuchteten Tuch. Indem das Material des Stabs durch das Reibzeug gefaßt wird und sodann zurückschnellt, entstehen in ihm Verdichtungen und Verdünnungen,

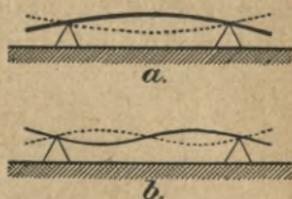


Fig. 39. Querschwingung (*a*) u. 1. Oberschwingung (*b*) eines auf 2 Stützen liegenden Stabes.

welche mit der S. 37 angegebenen Geschwindigkeit fortschreiten und an den Stabenden zurückgeworfen werden. Es bilden sich daher stehende Schwingungen aus mit Schwingungsbäuchen und Knoten nach den S. 17 dargestellten Gesetzen. Im allgemeinen liegen die Longitudinaltöne sehr hoch, weil die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Verdichtungswellen in den festen Körpern sehr groß ist — daher die immerhin kurzen Stäbe in sehr kurzer Zeit durchlaufen werden.

Am wichtigsten ist der Fall eines Stabs, der an einem Ende festgeklemmt, am andern frei ist

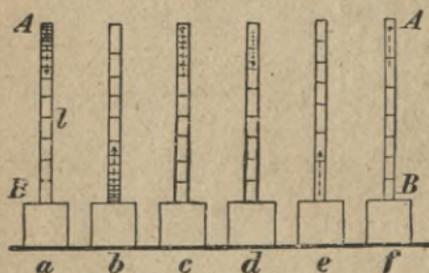


Fig. 40. Verlauf der vollständigen Längsschwingung in einem unten festgemachten Stab.

(Fig. 40). Reibt man von oben (*A*) nach unten (*B*), so läuft eine Verdichtung von *A* nach *B* durch die Stablänge  $l$ , wird in *B* als solche zurückgeworfen und kommt daher nach der Zeit  $2l : v$  oben wieder an, aber mit entgegengesetzter Geschwindigkeitsrichtung (Figur

40 *a, b, c*). Die über das freie Ende *A* hinausdrängende Verdichtung bewirkt im Stab eine Dehnung (Verdünnung), welche in gleicher Weise wie vorhin die Verdichtung den Stab durchläuft (*d, e, f*). Aus der Dehnung in *A* geht nun wieder als elastische Reaktion eine Verdichtung im Stab hervor, die sich nach abwärts bewegt usf. Der ganze Schwingungsvorgang dauert somit  $4l : v$  Sek. und die Schwingungszahl  $n$  ist daher  $\frac{v}{4l}$ , wo  $v$  die Geschwindigkeit der Verdichtungswellen im Stabmaterial bedeutet.

Kürzer gelangt man zum selben Ergebnis, wenn man

überlegt, daß das untere Stabende  $B$  ein Knoten, das obere  $A$  ein Schwingungsbauch der stehenden Wellen sein muß, da ja die Stoffteilchen des Stabes in  $A$  frei schwingen können, während ihre Bewegungsfreiheit in  $B$  aufgehoben ist. Da der Abstand zwischen einem Knoten und dem nächsten Schwingungsbauch  $\frac{1}{4}$  Wellenlänge beträgt, so ist  $l = \frac{\lambda}{4}$ , woraus mit der bekannten Gleichung  $v = n \lambda$

der obige Wert für  $n$  folgt.

Die Übertragung der Schwingungsbewegung auf die Luft geschieht in geringem Maße durch die freie Endfläche  $A$  des Stabs, der hauptsächlich nach durch das breite Brett (Fuß), in welchem der Stab befestigt ist.

Aus der gegebenen Ableitung von  $n$  erkennt man, daß es auf die Dicke der Stäbe, ferner darauf, ob sie massiv oder hohl (Röhren) sind, nicht ankommt (solange die Querschnittsdimensionen der Stäbe klein gegen die Wellenlänge, d. h. auch gegen die Stablänge, sind). Versuche mit gleich langen, aber verschieden dicken Stäben und demselben Stoff bestätigen diese Aussage.

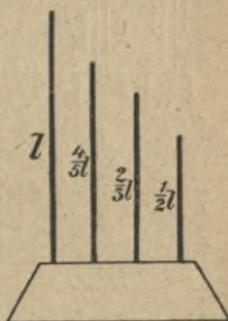


Fig. 41. Stäbe, die der Länge nach gerieben Grundton, Terz, Quint und Oktav geben.

Da die Schwingungszahl der Stablänge umgekehrt proportional ist, so geben 4 auf einem Klotz befestigte Stäbe aus gut parallelfaserigem Tannenholz (Fig. 41) von den Längen  $l$ ,  $\frac{2}{3}l$ ,  $\frac{3}{4}l$ ,  $\frac{1}{2}l$  Grundton, Terz, Quint und Oktav, wenn man sie mit geharztem Leder der Länge nach reibt.

Oberschwingungen des einseitig festgeklemmten Stabes treten auf, indem sich weitere Knotenpunkte und Schwingungsbauche an ihm ausbilden. Fig. 42 a

und  $b$  zeigen die Verhältnisse bei der 2. und 3. Oberschwingung. Im 1. Fall liegt der Knoten auf  $\frac{1}{3}$ , im 2. Fall auf  $\frac{1}{5}$  bzw.  $\frac{3}{5}$  der Länge  $l$  des Stabes vom freien Ende ab. Unmittelbar ist ersichtlich, daß im 1. Fall  $l = \frac{3}{4} \lambda$  und  $n_1 = \frac{3v}{4l} = 3n$ , im 2. Fall  $l = \frac{5}{4} \lambda_2$  und  $n_2 = \frac{5v}{4l} = 5n$  ist.

Die Obertöne gehören somit der harmonischen Reihe an, und zwar sind ihre Schwingungszahlen die ungeraden Vielfachen der Grundschwingungszahl. Man

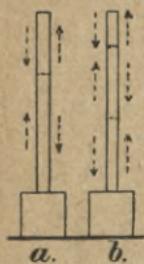


Fig. 42. 1. u. 2. Oberschwingung eines an einem Ende festliegenden Stabes.

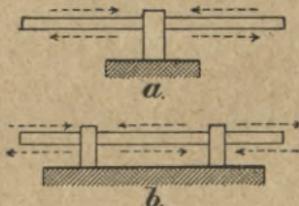


Fig. 43. Längsschwingungen  $a$  in einem in der Mitte,  $b$  in einem in den Viertelpunkten befestigten Stab.

kann sich auch vorstellen, daß bei diesen Oberschwingungen der Stab in 3 bzw. 5 Stäbe von  $\frac{1}{3}$  bzw.  $\frac{1}{5}$  der Länge zerfällt, deren jeder die Grundschwingung gibt. An der Hand dieser Vorstellung übersieht man sofort, daß ein in der Mitte

festgeklemmter, beiderseits freier Stab (Fig. 43a) bei seiner Grundschwingung in der Mitte einen Knoten, an den Enden Schwingungsbäuche besitzt, also gerade so longitudinal schwingt wie ein halb so langer Stab, der an einem Ende fest, am andern frei ist. Soll der Stab an 2 Stellen festgeklemmt werden (Fig. 43b), so müssen diese Stellen als Knotenpunkte in  $\frac{1}{4}$  Stablänge Entfernung von den Enden liegen; die Grundschwingung ist alsdann die höhere Oktav des in der Mitte befestigten Stabes.

Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in festen Stoffen. Man verschafft sich einen Stab aus

dem betreffenden Stoff, klemmt ihn an einem Ende fest und reibt ihn der Länge nach mit einem passenden Reibzeug. Gelingt es, etwa mit einer Sirene oder einer Saite oder mit Hilfe der Kundtschen Staubfiguren (S. 79) die Schwingungszahl  $n$  des Grundtons zu bestimmen, so ist  $v = 4 n l$ , ( $l =$  Stablänge). So fand sich für einen 20 cm langen Silberstab als longitudinaler Grundton  $\bar{a}$ , also  $n$  etwa 3500, woraus  $v = 4 \cdot 3500 \cdot 0,2 = 2800$  m/sek. folgt.

Aus der S. 37 angeführten Beziehung  $v = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\delta}}$  läßt sich jetzt auch der Elastizitätsmodus  $\varepsilon$  für adiabatische Kompression ermitteln. Für Silber findet sich mit  $\delta = 11,4$   $\varepsilon = 8,9 \cdot 10^{11}$  Dyn/qcm.

#### 4. Die Stimmgabel.

Schwingungsweise der Stimmgabel. Die Stimmgabel ist ein hufeisenförmiges Stahlstück mit einem Stiel am Bogen (Fig. 44). Durch Anschlagen mit einem Gummihammer oder Streichen mit dem Violinbogen bringt man die Zinken zum Schwingen; sie schwingen transversal in ihrer gemeinsamen Ebene und erzeugen in der anliegenden Luft abwechselnd Verdichtungen und Verdünnungen. Weil die Zinkenflächen schmal sind und nur wenig Luft in Schwingung versetzen, ist der Ton schwach, so daß man die Gabel ans Ohr halten muß. Man verstärkt den Ton durch Aufsetzen des Stiels auf ein Brett, einen Tisch oder am besten einen abgestimmten Resonanzkasten (S. 86); durch das erzwungene Mitschwingen dieser Gegenstände wird eine größere Luftmasse in Bewegung gesetzt.



Fig. 44. Stimmgabel. Die ausgezogenen und punktierten Pfeile geben die gleichzeitigen Schwingungsphasen der einzelnen Teilchen.

Durch leichtes Andrücken der verschiedenen Stellen einer am Stiel gehaltenen Stimmgabel an ein Glas findet man, daß zu beiden Seiten des Bogens je ein Knotenpunkt  $K_1$  und  $K_2$  vorhanden ist. Die übrigen Teile schwingen so, wie es Fig. 44 angibt, also ähnlich wie der Stab Fig. 39 a, aus dem man sich die Stimmgabel durch Biegen entstanden denken kann; die Knotenpunkte rücken dabei gegen die Mitte. Man versteht auf diese Weise auch die Schwingungen des Stiels (vgl. auch S. 59). Die der Stimmgabel mitgeteilte Energie verbraucht sich teils durch Abgabe an die Luft, teils (und zum größeren Teil) durch innere Reibung bei der Verbiegung der Zinken. Dauernd tönende Stimmgabeln treibt man durch einen zwischen den Zinken befindlichen Elektromagneten an, durch den ein intermittierender Strom geschickt wird. Die Periode des Stroms muß entweder mit derjenigen der Stimmgabel übereinstimmen oder ein ganzzahliger Teil derselben sein.

Durch Beschweren der Zinken (Ankleben von Wachs, Festschrauben verschiebbarer Massen) erniedrigt man den Ton der Gabel, natürlich um so mehr, je größer die Masse und je näher diese den Zinkenenden. Verkleinerung des Querschnitts der Zinken in der Nähe des Bogens schwächt die elastische Kraft und erniedrigt daher ebenfalls die Tonhöhe. Bereits ist die kurze, dicke Stimmgabel mit hohem Ton erwähnt zum Nachweis des Dopplerschen Prinzips. König in Paris hat Stimmgabeln hergestellt mit 90 000 Schwingungen in der Sekunde (Wellenlänge in der Luft 3,8 mm).

Die Stimmgabeln besitzen auch Obertöne, doch klingen sie so rasch ab, daß kurz nach dem Anschlagen nur noch der Grundton hörbar ist. Nach Helmholtz haben die ersten Obertöne bei Stimmgabeln mit gleichmäßig dicken Zinken zwischen 5,8 und 6,6 mal so viel Schwingungen als

der Grundton. Die Stimmgabel ist daher praktisch die beste Quelle einfacher Töne. Auch der Temperatureinfluß ist gering; er vergrößert die Dimensionen und schwächt die Elastizität. Man kann setzen  $n_t = n_0 (1 - 0,00011 \cdot t)$ , wenn  $n_0$  die Schwingungszahl bei  $0^\circ \text{C}$ ,  $n_t$  diejenige bei  $t^\circ \text{C}$  bedeutet.

Bestimmung der Schwingungszahl einer Stimmgabel. Dazu kann wie für jeden Ton, die Sirene dienen. Vorzuziehen ist die selbsttätige Aufzeichnung der Schwingungen, indem man einen Zinken mit einer Schreibspitze (Borste, dünnes Metallplättchen) versieht, unter welcher senkrecht zur Schwingungsrichtung eine berußte Fläche mit bekannter Geschwindigkeit fortgezogen wird (vgl. Bd. I, S. 43). Fig. 45 zeigt die Ausführung dieses Gedankens, wobei die Spitze  $S$  auf eine berußte, durch ein Uhrwerk gleichförmig gedrehte Trommel schreibt. Die Drähte  $AB$  und  $CD$  dienen dazu, alle Sekunden zwischen  $S$  und der (metallischen) Trommel einen Induktionsfunken überspringen zu lassen. Die Abzählung der Wellen zwischen 2 solchen aufeinanderfolgenden Zeitmarken liefert unmittelbar die gesuchte Schwingungszahl  $n$  der Gabel.

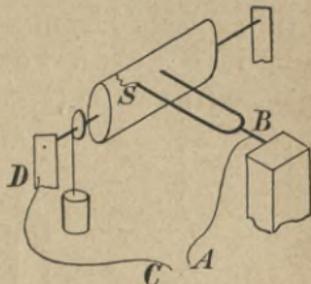


Fig. 45. Eine Stimmgabel zeichnet ihre Schwingungen auf einer berußten Trommel auf. Die Drähte  $AB$  und  $CD$  dienen zur elektrischen Zeitmarkierung.

Eine andere Methode ist die mit Scheiblers Tonometer. Scheibler verfertigte sich einen Satz von 56 Stimmgabeln, von denen die erste 220, jede folgende 4 Schwingungen mehr, also die letzte  $220 + 55 \cdot 4 = 440$  Schwingungen machte. Die Herstellung des Satzes ist leicht nach der Methode der Schwebungen (S. 46), wenn man nur

eine Stimmgabel mit bekannter Schwingungszahl innerhalb 220 und 440 hat. Soll nun die Tonhöhe einer unbekanntenen Gabel (oder sonst einer Schallquelle) innerhalb der angegebenen Grenzzahlen bestimmt werden, so sucht man diejenige Gabel des Satzes auf, welche mit der zu bestimmenden die kleinste Anzahl von Schwebungen in der Sekunde erzeugt.

Das feinste Merkmal für die Übereinstimmung zweier Stimmgabeln bieten

die Figuren von Lissajous. Die beiden Stimmgabeln  $G_1$  und  $G_2$  (Fig. 46), deren Zinken leichte Spiegelchen  $S_1$  und  $S_2$  tragen, sind so

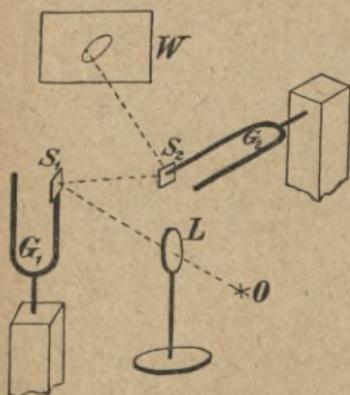


Fig. 46. Erzeugung der Lissajous'schen Figuren.

aufgestellt, daß sie senkrecht zueinander schwingen; z. B. ist  $G_1$  vertikal,  $G_2$  horizontal gestellt auf festen Stativen. Außerdem ist dafür gesorgt, daß ein Lichtstrahl von  $O$ , der nach dem Durchgang durch die Linse  $L$  auf  $S_1$  fällt, nach der Zurückwerfung  $S_2$  trifft und von da zurückgeworfen die Wand  $W$ . Bei schweigenden Stimmgabeln erscheint auf  $W$  ein heller Fleck, das Bild von  $O$ , welches eine

möglichst punktförmige Lichtquelle ist. Durch die Schwingungen von  $S_1$  wird der Fleck in vertikaler, durch diejenigen von  $S_2$  in horizontaler Richtung auseinandergesogen. Bei gleichzeitigem Tönen beider Gabeln durchläuft der Fleck auf  $W$  eine der nach dem Superpositionsgesetz (Bd. I, S. 39, 40) gezeichneten Figuren 47 a, falls die Gabeln genau gleich schwingen. Die Form hängt nur ab von der Phasendifferenz  $\varphi$ , und zwar entsteht eine Gerade, falls

$\varphi=0$  oder  $180^\circ$ , ein Kreis, falls  $\varphi=90^\circ$  oder  $270^\circ$ , und eine schief liegende Ellipse in allen andern Fällen. Ungleiche Amplituden der Gabelzinken bewirken, daß an Stelle der Kreise Ellipsen auftreten mit wagrechten und senkrechten Hauptachsen. Bei kleiner Verschiedenheit der Schwingungsdauer ändert sich die Phasendifferenz

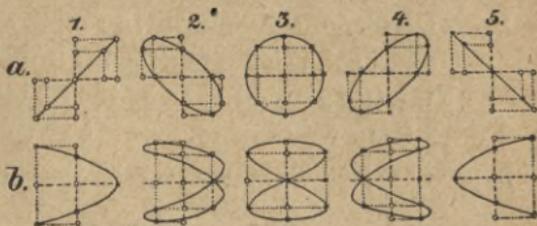


Fig. 47. Figuren von Lissajous. *a* beim Verhältnis 1:1, *b* beim Verhältnis 1:2 der Schwingungszahlen.

langsam mit der Zeit und die gezeichneten Kurven gehen in der in Fig. 47 angegebenen Folge ineinander über, so daß der ganze Zyklus durchlaufen wird.

Stehen die Schwingungszahlen der beiden Gabeln im Verhältnis 1:2, so bekommt man bei konstant bleibender Phasendifferenz eine der Fig. 47 *b* (Parabeln, Achterfiguren), die wieder zyklisch ineinander übergehen, wenn sich die Phasendifferenz langsam ändert.

Bei anderen Verhältnissen der Schwingungszahlen werden die Kurven verwickelter; die Konstruktion ist aus Fig. 47 ersichtlich.

## 5. Schwingende Platten, Membranen, Glocken.

Wie Stäbe, so können die meisten elastischen Körper in Schwingung geraten, doch sind im allgemeinen nur Körper von einfacher, gesetzmäßiger Gestalt von Interesse, weil sie allein ein — auch für sie schon schwieriges — theoretisches Verständnis zulassen. Meist bilden sich im Innern der schwingenden Körper Knotenflächen, auf ihrer Oberfläche Knotenlinien aus, welche die schwingenden

Teile voneinander trennen. Die sämtlichen durch die Knotenflächen bzw. -linien getrennten Teile des Körpers müssen wie bei den Stäben dieselbe Periode und die unmittelbar aneinander grenzenden entgegengesetzte Phase haben. Da ferner die Teilung in mehrfacher Weise erfolgen kann, so sind zahlreiche, meist sehr hohe Obertöne möglich.

Schwingende Platten. Homogene Platten aus Metall oder Glas werden horizontal zwischen den mit Kork gefütterten Backen einer Schraubzwinde oder auch nur

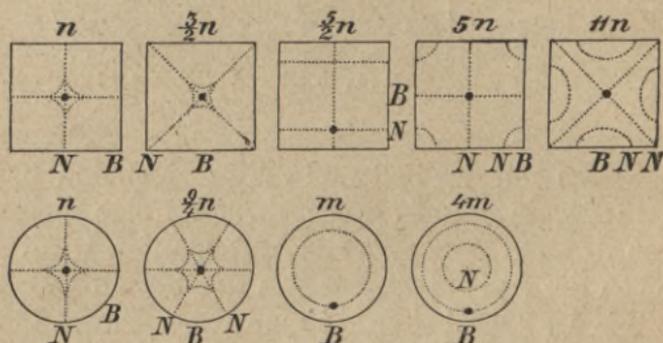


Fig. 48. Chladnische Klangfiguren.

zwischen den Fingern einer Hand festgehalten, in einem Randpunkt  $N$  mit dem Fingernagel berührt und an einer andern Stelle  $B$  mit dem Violinbogen gestrichen. Streut man etwas Sand auf die Platte, so häuft er sich bei guter Bogenführung, d. h. klarem Ton, schon beim ersten Strich in bestimmten, regelmäßigen Linien, den Knotenlinien, an, während er von den zwischenliegenden Flächenstücken, den Schwingungsbäuchen, fortgeschleudert wird. Die so entstehenden wundervollen Figuren nennt man nach ihrem Entdecker Chladnische Klangfiguren. Die Abbildungen 48 zeigen einige derselben für quadratische und kreisrunde Platten; die darüber stehenden Zahlen geben die Verhältnisse der Schwingungszahlen an.

Der dicke schwarze Punkt in diesen Zeichnungen bedeutet die Stelle, wo die Platte festzuklemmen ist. Daß die in einer Knotenlinie aneinandergrenzenden Teile der Platten sich in entgegengesetztem Schwingungszustand befinden, kann man dadurch beweisen, daß ein über die Plattenmitte gehaltenes Ohr eine Verstärkung des Tones wahrnimmt, wenn man durch eine passend ausgeschnittene Pappscheibe, die man über die Platte hält, die Hälfte der Teile (welche unter sich in gleicher Phase und in entgegengesetzter Phase zur anderen Hälfte schwingen) verdeckt.

Glocken und Zylinder besitzen, wie die kreisförmigen Platten, auch zweierlei Knotenlinien, nämlich solche, die wie Mantellinien, und solche, welche kreisförmig und parallel zum Grundkreis verlaufen. Die ersten zeigt man (Fig. 49 a) durch ein leichtes Pendelchen, das man die nichttönende Glocke (umgestülpte Glasglocke) gerade berühren läßt; beim Anschlagen der Glocke wird es stark oder schwach hinausgestoßen, je nachdem der Berührungspunkt ein Schwingungsbauch oder Knotenpunkt ist. Da die Querschwingungen, wie Fig. 49 b zeigt, notwendig mit elastischen Verlängerungen und Verkürzungen des Materials in tangentialer Richtung verknüpft sind, so erklärt sich die Möglichkeit z. B. ein Weinglas durch Reiben des Randes mit angefeuchtetem Finger zum Tönen zu bringen.

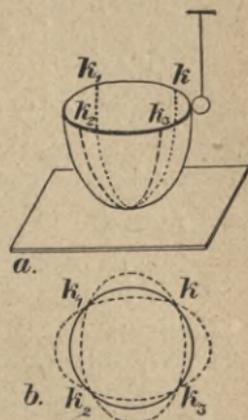


Fig. 49. Schwingungen einer Glasglocke.

Bei den Kirchenglocken ist die Verdickung des Mantels in der Höhe des Klöppelanschlags, der sog. Schlagring, von wesentlicher Bedeutung für den Grundton und

veranlaßt zugleich die kreisförmigen Knotenlinien. Die Schwingungen der Glocken, deren Formen und Dimensionen fast vollständig empirisch gefunden worden sind, bieten der Erklärung noch viele Schwierigkeiten. Der chinesische Gong, welcher in der Mitte angeschlagen wird, kann der Hauptsache nach als kreisförmige Platte aufgefaßt werden, deren Knotenlinien kreisförmig verlaufen. Die Enden der Schnur, an denen er aufgehängt ist, liegen auf der äußersten Knotenlinie (Radius 0,680 des Radius des Gongs).

Den schwingenden Membranen muß man ähnlich wie den Saiten erst künstlich Spannung geben. Man zieht Papier oder Schweinsblase in feuchtem Zustand auf kreisförmige starre Rahmen auf (Trommel); auch Seifenwasserhäutchen eignen sich dazu. Die Schwingungen erregt man durch periodische Impulse z. B. die schwingende Luft einer Pfeife; es muß aber die Pfeife richtig abgestimmt sein (d. h. ihre Schwingungszahl muß am besten gleich derjenigen der Membran sein), wenn die Knotenlinien auf den mit feinem Sand bestreuten Membranen klar hervortreten sollen. Sie sind ganz wie auf schwingenden Platten entweder Durchmesser oder konzentrische Kreise. Ihre mathematische Theorie ist ziemlich weitgehend ausgearbeitet.

## 6. Schwingende Luftmassen.

Von einem tönenden festen Körper als Schallquelle aus kann die umgebende Luft mit jeder Periode in Schwingung versetzt werden, mit anderen Worten, die freie Luft kann jeden Ton fortpflanzen. Grenzt man aber eine Luftmasse von der freien Luft durch starre Wände ab, so hat sie ganz bestimmte Eigenschwingungen wie ein fester Körper, indem die an den festen Wänden zurück-

geworfenen Wellenzüge sich mit den ursprünglichen nach den S. 17 angegebenen Gesetzen zu stehenden Schwingungen zusammensetzen. Wegen der geringen Masse der schwingenden Luft ist ihre Schwingungsenergie klein und durch Abgabe an die Umgebung (Ausstrahlung) und Reibung an den Wänden schnell verbraucht, die Schwingungen klingen rasch ab und dauern praktisch nur so lange als die äußere Kraft wirkt, deren Periode aus diesem Grund genau mit der Eigenperiode der schwingenden Luftmasse übereinstimmen muß.

Pfeifen nennen wir Schallquellen mit schwingender Luft. Ihre Form kann verschieden sein, prismatisch, zylindrisch, kugel- oder kegelförmig. Am wichtigsten sind die zylindrischen Luftsäulen, die man als offen oder gedeckt (gedackt) bezeichnet, je nachdem sie beiderseits oder nur an einem Ende offen sind.

Schwingungen der gedeckten Pfeife. Als gedeckte Pfeife dient ein nicht zu enger Standzylinder von etwa 40 cm Höhe, dessen Luftsäule durch Eingießen von Wasser verkürzt werden kann. Die Erregung kann geschehen durch Anblasen mit dem Mund, in besser übersehbarer Weise durch eine über die Öffnung gehaltene Stimmgabel (Fig. 50). Hat man nur eine Stimmgabel, so muß man die Länge der Luftsäule in der angegebenen Weise regulieren. Die richtige Länge  $l$  erkennt man daran, daß der Gabelton in höchst auffallender Weise verstärkt wird: die Gabelzinken und die Luftsäule  $l$  schwingen jetzt genau im selben Tempo.

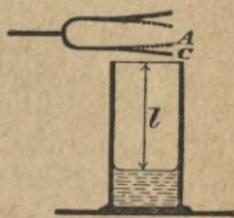


Fig. 50. Stimmgabel in Resonanz mit der Luftsäule.

Beginnt nämlich der untere (hier allein in Betracht kommende) Zinken seine Schwingungen  $A$ , so erzeugt er

eine Verdichtungswelle in der Luft, die mit der Schallgeschwindigkeit durch die Luftsäule fortschreitet, am Boden als Verdichtung zurückgeworfen wird und oben nach der Zeit  $2l : v$  wieder ankommt. Hier breitet sich die Verdichtung in der freien Luft aus, hinter sich im Zylinder eine Verdünnung hinterlassend, welche jetzt ihrerseits die Luftsäule ab- und aufwärts durchschreitet. Übereinstimmende Bewegung wird also vorhanden sein, wenn die Ankunft der Verdichtung oben im selben Augenblick stattfindet, wo der Zinken in  $C$  umkehrt und gleichfalls eine Luftverdünnung in den Zylinder schickt usf. Man erkennt daraus, daß die Schwingungsdauer der Gabel und also auch der Luftsäule  $4l : v$  und daher ihre Schwingungszahl

$n = \frac{v}{4l}$  ist. (Vgl. die Längsschwingungen einseitig festgemachter Stäbe S. 60.) Da ein Teil der freien Luft über der

Öffnung des Zylinders auch mitschwingt, so ist die wahre Länge der Luftsäule etwas größer als  $l$ . Man kann als korrigierte Pfeifenlänge  $l + 0,6 \cdot r$  nehmen, wenn  $r$  den Grundkreisradius des Zylinders bezeichnet.

Das mächtige Tönen bei richtiger Abstimmung geht natürlich auf Kosten der Gabel, welche in diesem Falle (vgl. Oberbeck'sches Doppelpendel S. 8) ihre Schwingungsenergie restlos auf die Luftsäule in kurzer Zeit übertragen kann.

Die Obertöne der gedeckten Pfeifen übersieht man leicht, wie S. 62, wenn man die Knotenflächen und Schwingungsbäuche der stehenden Wellen ins Auge faßt. Der Boden des Zylinders ist Knotenfläche, das offene Ende Schwingungsbauch für die bewegte Luft. Aus  $l = \frac{\lambda}{4}$  und  $v = n \lambda$  folgt also wie vorhin als Grundton  $n = \frac{v}{4l}$ . Beim

1. Oberton schiebt sich eine Knotenfläche im Abstand  $\frac{l}{3}$  vom freien Ende ein, so daß die Luftsäule schwingt wie drei kleine gedeckte Pfeifen von  $\frac{1}{3}$  Länge; beim 2. Oberton schieben sich zwei Knotenflächen in den Abständen  $\frac{l}{5}$  und  $\frac{3l}{5}$  vom freien Ende ein und die Luftsäule schwingt wie fünf kleine gedeckte Pfeifen von  $\frac{1}{5}$  Länge; usf. Die Reihe der Obertöne ist also  $3n, 5n, 7n, \dots$  Bei einer gedeckten Pfeife bilden die Schwingungszahlen der Obertöne die ungeraden Vielfachen der Schwingungszahl des Grundtons.

Hervorbringen lassen sich die Obertöne wie der Grundton selbstverständlich durch Stimmgabeln mit den entsprechenden Schwingungszahlen, aber auch durch Anblasen mit dem Mund, welches im allgemeinen um so stärker sein muß, je höher der Oberton.

Offene Pfeifen. Um die Länge leicht verändern zu können, bedienen wir uns einer aus 2 Metallröhren bestehenden, beiderseits offenen Röhre, deren Teile sich fernrohrartig ineinander verschieben lassen; es genügt auch eine Glasröhre mit übergeschobener Papierröhre. Bestimmt man für dieselbe Stimmgabel, die S. 71 benutzt wurde, die Rohrlänge, für welche die Tonstärke am größten ist, so findet man die doppelte Länge der gedeckten Pfeife. Man versteht dies, wenn man bemerkt (Fig. 52 a), daß für die erzeugte stehende Schwingung die beiden offenen Enden Schwingungsbäuche, die Mitte eine Knotenfläche sein müssen, so daß die offene Pfeife sich

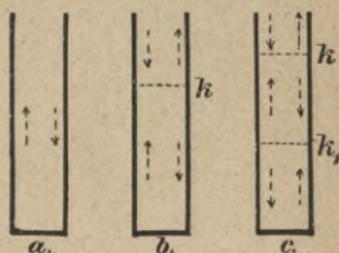


Fig. 51. Grundton, 1. und 2. Oberton in der gedeckten Pfeife.

verhält wie zwei gedeckte Pfeifen von halber Länge. Der Grundton der offenen Pfeife ist daher die höhere Oktav der gleichlangen gedeckten Pfeife. Man hat somit als Schwingungszahl einer offenen Pfeife

$$n = \frac{v}{2l},$$

wo  $v$  wieder die Schallgeschwindigkeit der eingeschlossenen Luft und  $l$  die Pfeifenlänge bezeichnet.

Bezüglich der korrigierten Länge gilt dasselbe wie bei der gedeckten; nur ist der Betrag der Korrektur für  $l$  der doppelte.

Die Obertöne entstehen, wenn sich weitere Knotenflächen einschieben. Für den 1. Oberton sind es deren 2, für den 2. Oberton 3 usf. In der Fig. 52 *b, c* ist die entsprechende Zerlegung angegeben, woraus man ersieht, daß



Fig. 52. Grundton, 1. und 2. Oberton der offenen Pfeife.

die offene Pfeife sämtliche harmonische Obertöne  $2n, 3n, 4n, 5n, 6n \dots$  besitzt. Der Klang der offenen Pfeifen ist daher voller als der der gedeckten, bei welchen die geradzahigen Obertöne fehlen.

Durch Anblasen mit einem konstanten Luftstrom von regulierbarem Druck aus einer Röhre, welche nahezu senkrecht zur Pfeife gestellt ist, kann man leicht bis zu 6 Obertöne nacheinander erhalten.

Orgelpfeifen. Nach der Art ihrer Erregung unterscheidet man Lippen- und Zungenpfeifen.

Die Lippen- oder Labialpfeifen (Fig. 53) werden zum Tönen gebracht durch einen schmalen, lamellenartigen Luftstrom, der aus der Windkammer  $K$  im unteren Teil der Pfeife durch den engen Spalt  $S$  gegen die zugeschärfte Pfeifenwand  $L$  (Lippe) anprallt. Teils durch die Stau-

wirkung von  $L$ , teils durch die Druckänderungen zwischen  $L$  und  $S$ , die von den Schwingungen innerhalb der Pfeife herrühren, wird der flache Luftstrom wie ein elastisches Stahlband zum Schwingen gebracht (Fig. 53 b), so daß seine wellenartigen Ausbuchtungen sich bald vor, bald hinter  $L$  fortpflanzen. Zum kräftigen Tönen ist natürlich erforderlich, daß die Schwingungsperioden des Luftstroms und der Luftsäule der Pfeife übereinstimmen. Bei kräftigem Anblasen hat der Luftstrom größere Geschwindigkeit, also größere Steifigkeit und daher kürzere Periode; dem entspricht das Überspringen des Pfeifentons in einen höheren Oberton. Zu den Lippenpfeifen gehört auch die Galton-Pfeife, welche zur Erzeugung sehr hoher Töne und daher auch als ohrenärztliches Untersuchungsmittel für die obere Hörgrenze dient. Sie ist ein kleines zylindrisches, gedecktes Pfeifchen aus Metall von veränderlicher, genau meß-

barer Länge, dessen oberer Rand messerscharf ist und als Lippe einem ringförmigen Schlitz in genau regulierbarem Abstand (Maulweite) gegenübersteht. Zum Anblasen dient ein Gummigebläse. Die größte erreichte Schwingungszahl (nicht mehr hörbar) ist etwa 170 000 in der Sekunde bei einer Pfeifenlänge von 0,7 mm und einem Durchmesser von 2 mm. Die zugehörige Wellenlänge ist etwa 2 mm (nach S. 79 bestimmt).

Bei den Zungenpfeifen (Fig. 54) wird der Ton erzeugt durch einen federnden Metall- oder Holzstreifen (Zunge)  $Z$ , der über einem Schlitz  $S$  in der Wand eines Hohlraumes  $H$  liegt. Letzterer bildet den unteren Teil des

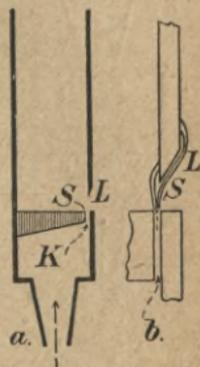


Fig. 53. *a* Lippenpfeife.  $K$  Windkammer,  $S$  Spalt,  $L$  Lippe. *b* Lippe mit schwingendem Luftstrom.

Pfeifenkörpers  $P$  und ist in die Windkammer  $K$  eingebaut. Der wechselnde Druck des Luftstroms, der in  $K$  eingeblasen wird, bringt  $Z$  zum Schwingen, wodurch

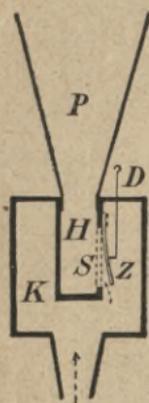


Fig. 54. Zungenpfeife.  
 $K$  Windkammer,  
 $Z$  Zunge,  
 $D$  Stimmstift,  
 $HP$  Pfeifenkörper.

weiterhin, wie bei der Sirene, der Luft der Durchgang durch den Schlitz  $S$  gestattet oder verwehrt wird. Die Schwingungsperiode der Zunge kann durch den verschiebbaren Stimmstift  $D$  geändert werden. Übrigens braucht ihre Periode derjenigen der Pfeife  $P$  nicht peinlich genau gleichgemacht zu werden, da sich beide innerhalb eines ziemlich weiten Spielraums einander anpassen. Gewöhnlich kann die Zunge  $Z$  durch den Schlitz ohne Berührung durchschlagen; manchmal läßt man sie auch mit dem unteren Teil auf den Schlitzrahmen aufschlagen.

Den angegebenen Bau haben die Zungenpfeife der Orgel und des Harmoniums; auch die Klarinette, Oboe und das Fagott, sowie die Hörner und Huppen der Automobile haben Zungen.

Man kann auch den menschlichen Kehlkopf hierher rechnen, bei welchem der Ton durch die Schwingungen der elastischen Stimmbänder erzeugt wird, welche als 2 dachförmig gegeneinander gestellte, die Stimmritze zwischen sich lassende, elastische Häute die Luftröhre verschließen. Die schwingende Luftmasse ist durch das Volum des Kehlkopfes und der Mundhöhle gegeben. Durch die willkürliche Veränderung der Stimmbänderspannung und des Luftraumes der Mundhöhle wird die Höhenlage und Klangfarbe der Stimme geändert.

Schwingende Luftmassen von Kugel-, Zylinder- oder Kegelform enthalten die von Helmholtz angegebene

nen Resonatoren (Fig. 55). Sie sind aus Glas, Metall oder Pappe gefertigt und haben zwei Öffnungen, eine größere, scharfkantige  $s$  zur Aufnahme der Schwingungen und eine enge  $e$  am Ende eines kurzen, kegelförmigen Röhrchens, das ins Ohr gesteckt wird. Besonders die Hohlkugeln sind sehr geeignet aus einer Klangmasse einen bestimmten Ton, den Grundton des Resonators, herauszuhören, da die Obertöne viel höher liegen. So spricht eine Glaskugel von 130 mm innerem Durchmesser und 30,2 mm weiter Öffnung fast nur auf  $\bar{c}$  an.

Eine Pappröhre von 117 mm Länge, 65 mm Durchmesser und 16 mm Öffnungsweite resoniert auf  $f$ , jedoch auch auf die Obertöne. Kegelförmige Resonatoren haben nahezu dieselbe Länge wie gleichtönende offene Pfeifen, verstärken aber auch alle harmonischen Obertöne des Grundtons. Verkleinerung der Öffnung  $s$  macht den Eigenton tiefer und die

Resonanz kräftiger, vermindert aber die Resonanzbreite, d. h. erfordert schärfere Übereinstimmung des zu hörenden Tons mit dem Eigenton des Resonators.

Savart fand durch Versuche, daß für geometrisch ähnliche Hohlräume sich die Schwingungsdauern wie die linearen Abmessungen verhalten.

Nachweis der Knotenflächen in einer tönenden Pfeife. Es handle sich um eine offene Pfeife  $BB'$  (Fig. 56), die beim Ertönen im Grundton eine Knotenfläche  $K$  in der Mitte hat. Man senkt von oben ein mit feinem Papier überzogenes, mit Sand bestreutes kleines Rähmchen  $R$  an einem Faden in die Röhre. Schwebt  $R$  im Knoten, so bleibt der Sand ruhig liegen; für jede Lage

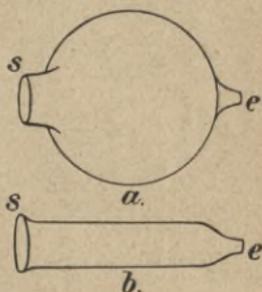


Fig. 55. Helmholtz'sche Resonatoren.

außerhalb der Knotenfläche hüpfert der Sand auf der Papierfläche. In der Knotenfläche ist wohl ein starker Wechsel des Drucks, aber der Druck ist zu beiden Seiten stets gleich und entgegengesetzt gerichtet, die Papierfläche und der Sand bleiben in Ruhe. Außerhalb der Knotenfläche ist

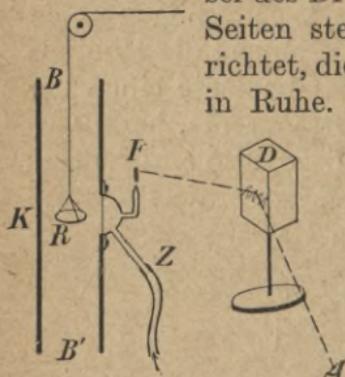


Fig. 56. Nachweis der Knotenfläche in der offenen Pfeife durch eine mit Sand bestreute Membran bzw. durch d. Königssche Flammenmanometer.

der Druck zu beiden Seiten des Röhrchens ungleich, die Luft strömt und setzt auch die Papierfläche und den Sand in Bewegung.

Sehr empfindlich ist auch ein über *R* gespanntes Seifenwasserhäutchen, dessen Schwingungen sich durch das Farbenspiel (Färben dünner Blättchen) kundgeben.

Umgekehrt reagiert das ebenfalls in der Fig. 55 gezeichnete Königssche Flammenmanometer auf den Druckwechsel in der Knotenfläche *K*. Es besteht aus

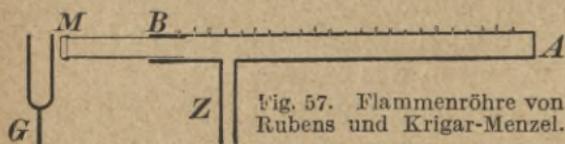


Fig. 57. Flammenröhre von Rubens und Krigar-Menzel.

einer halbkugelförmigen Metallkapsel, die auf einem Loch in der Mitte der Pfeifenwand

befestigt und gegen den Luftraum der Pfeife durch eine Membran abgeschlossen ist. Durch das Rohr *Z* wird der Kapsel Leuchtgas zugeführt, welches über einem feinen Brennröhrchen als kleines Flämmchen brennt. Der wechselnde Druck in der Knotenfläche pflanzt sich durch die Membran nach dem Flämmchen fort, welches daher im gleichen Tempo seine Größe ändert. Das Flämmchen erscheint im Drehspiegel als Zackenlinie.

Die Flammenröhre von Rubens und Krigar-Menzel (Fig. 57) dient dazu, die Vorgänge in einer geschlossenen, schwingenden Gassäule sichtbar zu machen. Sie besteht aus einer etwa 4 m langen, 8 cm weiten Messing- oder Eisenröhre, die am Ende *A* geschlossen, am Ende *B* mit einem ausziehbaren, durch eine Membran *M* verschlossene Rohre *R* versehen ist. Längs einer Mantellinie *AB* sind in 1,5—2 cm Abstand feine Löcher gebohrt, über denen Gasflämmchen brennen, die durch das Rohr *Z* mit Leuchtgas gespeist werden. Eine tönende Stimmgabel *G* vor der Membran bringt bei richtiger Rohrlänge *AM* stehende Schwingungen der Gassäule hervor, deren Wellen in der Umrißlinie der Flammenspitzen erkennbar sind. Bei starker Erregung brennen die Flämmchen am hellsten in den Knoten, also bei *A* und weiterhin in Abständen  $\frac{\lambda}{2}$ ;

bei schwacher Erregung ist die Erscheinung umgekehrt, die Flämmchen sind am hellsten in den Schwingungsbäuchen, wahrscheinlich infolge der Reibung des Gases an den Wänden. Beim Abklingen der stark tönenden Gabel sieht man daher das 1. Bild in das 2. übergehen.

Hohe Töne eignen sich für diese Versuche besser als tiefe.

Die Kundtschen Staubfiguren stellen eine Übertragung der Chladnischen Methode auf die Untersuchung schwingender Gassäulen dar.

Eine Glasröhre *AB* (Fig. 58) liegt wagrecht auf zwei Unterlagen *N, N* und ist auf ihrer unteren Innenseite mit gut trockenem, feinem Korkmehl oder Bärlappmehl (Semen

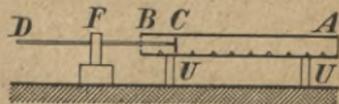


Fig. 58. Versuch von Kundt.

Lycopodii) bestreut. Zur Schwingungserregung der in ihr enthaltenen Luft dienen die longitudinalen Töne

eines Stabes  $CD$ , der in seiner Mitte  $F$  festgeklemmt und am Ende  $C$  mit einer Korkscheibe versehen ist, welche den Querschnitt der Röhre nahezu ausfüllt, ohne das Glas zu berühren. Ist die Länge  $AC$  der Luftsäule richtig abgemessen, nämlich ein ganzes Vielfaches der halben Wellenlänge des Tons in der Luft, so werden die Staubteilchen beim Reiben des Stabs mit großer Heftigkeit an den Schwingungsbäuchen fortgeschleudert und in den Knoten angehäuft. Diese erscheinen bei gutem Gelingen als schmale Rippen mit scharfen Kanten. Zuweilen, wenn nicht ganz richtig eingestellt und der Staub sehr fein ist, kehrt sich die Erscheinung um und die Häufchen bezeichnen die Wellenbäuche, wohin sie von den nicht ganz ruhenden Knoten durch Luftwirbel getragen werden.

Der Abstand  $d$  der Häufchen beträgt, wie bekannt,  $\frac{\lambda}{2}$  und zwar liegt der erste Knoten dicht bei  $A$ , wenn dieses Ende geschlossen ist, in der Entfernung  $\frac{\lambda}{4}$  von  $A$ , wenn es offen ist (vgl. S. 73). Die Staubhäufchen bilden sich auch im rückwärtigen Teil  $BC$  der Röhre bei passenden Dimensionen.

Bestimmung der Schallgeschwindigkeit nach Kundt. Kennt man die Schwingungszahl  $n$  des longitudinalen Stabtons und die Wellenlänge  $\lambda =$  doppeltem Abstand der Staubhäufchen, so erhält man die Schallgeschwindigkeit in der Luft als Produkt  $n\lambda$ . Man kann auf diese Weise die Geschwindigkeit bei verschiedener Temperatur bestimmen. Man fand so für Luft von  $0^\circ$  331,32 m/sek, von  $100^\circ$  386,5 m/sek, von  $950^\circ$  686,0 m/sek.

Füllt man die Röhre  $AC$  (Fig. 58) mit einem andern

Gas als Luft, z. B. Wasserstoff, und erhält man für denselben Stabton als Wellenlänge  $\lambda'$ , so gibt  $\lambda' : \lambda$  das Verhältnis der Schallgeschwindigkeit in Wasserstoff zu derjenigen in Luft. So fand sich die Schallgeschwindigkeit in Wasserstoff, Stickstoff und Kohlensäure bzw. 3,801; 0,8007; 0,8009 mal so groß als in Luft von gleicher Temperatur und gleichem Druck, nahe übereinstimmend mit den umgekehrten Verhältniszahlen der Dichten dieser Gase 3,682; 0,810; 0,8087, wie es nach S. 37 sein soll.

Man kann ferner die Röhre auch mit Flüssigkeiten füllen. Unter Einhaltung gewisser Vorsichtsmaßregeln bilden sich auch in ihnen die Staubfiguren aus. Einige Ergebnisse sind: Schallgeschwindigkeit in

luftfreiem destill. Wasser bei	13°	1441 m/sek
„ „ „ „	19°	1461 „
„ „ „ „	31°	1505 „
95 proz. Alkohol „	12,5°	1241 „
„ „ „ „	20,5	1213 „
10 proz. Kochsalzlösung „	15°	1470 „
20 proz. „ „	15°	1650 „

Die Schallgeschwindigkeit im Wasser nimmt also mit steigender Temperatur zu, im Alkohol ab; bei der Salzlösung wächst sie mit dem Salzgehalt.

Endlich kann man mit derselben Versuchsanordnung die Schallgeschwindigkeit im Stabmaterial, also in festen Stoffen bestimmen. Da nämlich die Stablänge  $l$  die halbe Wellenlänge im Stabmaterial darstellt, so ist die gesuchte Geschwindigkeit  $l : d$  mal so groß als in der Luft ( $d$  Knotenabstand in der mit Luft gefüllten Röhre. Man fand z. B. für Glas 5100, Messing 3600, Eisen 5000, Silber 2600 m/sek., meist in guter

Übereinstimmung mit der Formel  $\sqrt{\frac{\epsilon}{\delta}}$ .

Auch mittels der Quinckeschen Interferenzröhre (Fig. 59) läßt sich die Schallgeschwindigkeit in der Luft bestimmen. Ein weites Rohr  $AB$  teilt sich in  $B$  in zwei Zweige  $BCH$  und  $BEH$ , die nach ihrer Wiedervereinigung in  $H$  das Rohr  $HJ$  bilden. Das Rohrstück  $DEF$  läßt sich posauenartig ausziehen und einschieben. Den Ton einer Stimmgabel  $G$  in  $A$  hört man in  $J$ . Offenbar teilt sich auch der Schallwellenzug in  $A$ ; die beiden Teilzüge vereinigen sich wieder in  $H$  und gelangen so nach  $J$ . Die sich in  $B$  trennenden Wellen haben gleiche Phase. In welcher Phase sie sich beim Zusammentreffen in  $H$  befinden,

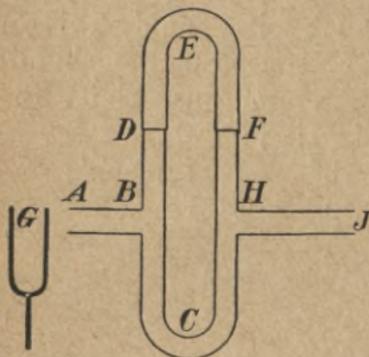


Fig. 59. Quinckesche Interferenzröhre.

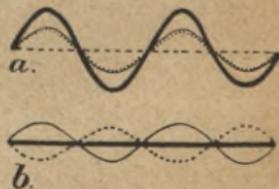
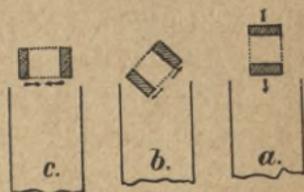


Fig. 59 a und b.

hängt von der Differenz der Wege  $BEH$  und  $BCH$  ab. Sind sie gleich, oder um 1, 2, 3, ... Wellenlängen verschieden, so treffen die Teilwellenzüge in  $H$  mit gleicher Phase zusammen und verstärken sich, man hört also den Ton deutlich in  $J$  Fig. 59 a. Sind die Wege um  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{2}$ ,  $\frac{5}{2}$  ... Wellenlängen verschieden, so haben die in  $H$  zusammenkommenden Wellen entgegengesetzte Phase und heben sich auf, ein Ohr in  $J$  hört nichts (Fig. 59 b). Man kann also durch Ausziehen des Rohrstückes  $DEF$  leicht und wiederholt die Wellenlänge des Tones messen und durch Vervielfachung mit der bekannten Schwingungszahl des Tons die Geschwindigkeit des Schalls bestimmen.

Es sei hier noch eine Interferenzerscheinung bei der Stimmgabel erwähnt. Bei dem Resonanzversuch Fig. 50 ändert sich nämlich die Tonstärke, wenn man die Stimmgabel um ihren Stiel dreht. In Fig. 60, *a*, *b*, *c* sind drei Stellungen der Gabelzinken gezeichnet. *a* entspricht der Stellung in Fig. 50, wo der Ton am lautesten ist; in *b*, wo um  $45^\circ$  gedreht ist, ist der Ton fast verschwindend; in *c*, wo nochmals um  $45^\circ$  gedreht ist, tritt der Ton wieder auf, aber schwächer als in *a*. Dieses Verhalten erklärt sich, wenn man beachtet, daß die zwei Zinken gleichzeitig ein- und auswärts schwingen. In *a* dringen nur die Luftwellen des unteren Zinkens in die Luftsäule ein; in *b* dringt mit der Verdichtung, die von einem Zinken ausgeht, gleichzeitig die vom andern ausgehende Verdünnung ein, so daß beide sich aufheben; in *c* addieren sich zwar die beiderseitigen Wirkungen, aber die Schwingungsrichtung der Luftteilchen liegt nicht in der Achse der Luftsäule. Schiebt man im Fall *b* eine Pappröhre über eine der Zinken, so wird der Ton augenblicklich stärker.

Fig. 60 *a*, *b*, *c*.

Man kann auch bloß mit dem Ohr die Punkte in der zu den Zinken der Stimmgabel senkrechten Ebene aufsuchen, wo der Ton am schwächsten ist. Ihre Verbindungslinie ist eine hyperbelähnliche Kurve, die durch die Zinken geht.

Man kann auch bloß mit dem Ohr die Punkte in der zu den Zinken der Stimmgabel senkrechten Ebene aufsuchen, wo der Ton am schwächsten ist. Ihre Verbindungslinie ist eine hyperbelähnliche Kurve, die durch die Zinken geht.

## 7. Erzwungene Schwingungen. Resonanz.

Wir haben im bisherigen schon eine Anzahl hierher gehöriger Beispiele kennen gelernt. Die Wichtigkeit dieser Klasse von Erscheinungen macht es nötig, von ihnen noch im Zusammenhang zu reden.

Freie und erzwungene Schwingungen. Bringt man ein Pendel, eine Saite, einen an einem Ende festgeklemmten Stab, überhaupt einen schwingungsfähigen Körper aus seiner Gleichgewichtslage und überläßt ihn den rückwirkenden Kräften (Schwerkraft, elastische Kraft), so schwingt er um die Ruhelage frei mit der von den Umständen bestimmten Periode. Diese freien Eigenschwingungen waren der Gegenstand vieler unserer bisherigen Betrachtungen. Lassen wir aber auf den Körper dauernd eine äußere, periodische Kraft wirken, so prägt diese ihm ihre eigene Periode auf und der Körper führt erzwungene Schwingungen aus. So kann ich einem leichten Pendel durch Führung mit der Hand jede beliebige Schwingungsdauer aufzwingen. Ist jedoch die Pendelmasse groß, so kann ich zwar dasselbe erreichen, aber ich spüre einen Widerstand, der mich nötigt, nur kleine Ausschläge zu machen, wenn ich bei gleicher Kraftanstrengung die beabsichtigte Periode der Schwingungen einhalten will. Nur wenn die Periode der äußeren Kraft und diejenige der Eigenschwingung des Pendels übereinstimmen (Synchronismus), wird dieser Widerstand gering und die Schwingungsweite kann stark anwachsen, da die Kraft beständig beschleunigend wirkt. In diesem Fall hat man synchrones Mitschwingen oder Resonanz.

Die Theorie zeigt, in Übereinstimmung mit diesen Erfahrungen, daß die Schwingungsweite bei der erzwungenen Schwingung dem größten Betrag der wirkenden äußeren Kraft direkt und der Differenz der Quadrate der Schwingungszahlen der Kraft und der Eigenschwingung des Körpers umgekehrt proportional ist. Daß die Schwingungsweite beim Gleichwerden der zwei Schwingungszahlen auch bei kleiner Kraft nicht unendlich anwächst, ist lediglich der Reibung zu verdanken, welche nie fehlt. Weiterhin zeigt

die Theorie, daß die Phase der erzwungenen Schwingung nicht übereinstimmt mit derjenigen der Kraft, sondern hinter ihr zurückbleibt um einen Betrag, der von der Differenz der Schwingungszahlen abhängt.

Ein Beispiel für erzwungene Schwingungen mit verhältnismäßig großer Kraft bietet

der Phonograph von Edison (Fig. 61). Ein großer Schalltrichter vereinigt die Energie der hineingesprochenen Töne gegen eine sehr dünne kreisförmige Glasmembran, in deren Mitte ein feiner Metallstift sitzt. Unter dem Stift dreht sich gleichförmig eine Walze aus plastischem Stoff (Wachs, Paraffin), welche sich gleichzeitig durch Schraubung axial verschiebt. Membran und Stift schwingen gezwungen mit, wie es die veränderliche Kraft der Luftschwingungen vorschreibt. Der Stift, der für Aufnahmen meißelförmig gestaltet ist, gräbt in die Walze eine fortlaufende Furche, deren verschiedene Tiefe der Schwingungsform der Luftwellen entspricht. Zur Wiedergabe ersetzt man die dünne Glasmembran durch eine etwas dickere, welche einen Stift mit kugelförmigem Ende trägt. Indem dieser beim Drehen der Walze in die Furche einsinkt, setzt er die Membran und durch diese die Luft in Schwingungen, welche annähernd denen gleich sind, welche ursprünglich die Eindrücke auf der Walze bewirkten. In Fig. 62 sind die Profile der Furchen für die Vokale *A* und *E* angegeben.

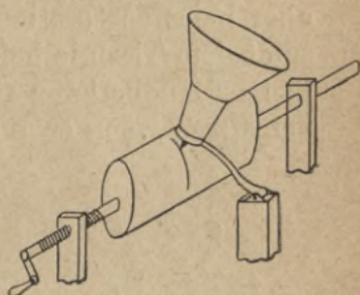


Fig. 61. Phonograph v. Edison.

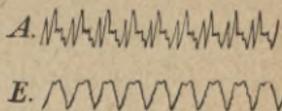


Fig. 62. Längsschnitte von Phonographenfurchen für die Vokale *A* und *E*.

Beispiele von Resonanz sind auch im täglichen Leben nicht selten. Eine Brücke in Manchester, welche auf ihre Tragfähigkeit durch ruhende Lasten geprüft war, brach zusammen, als eine Kolonne Soldaten im Tritt darüber marschierte: die Perioden des Trittes und der Eigenschwingung der Brücke stimmten zufällig überein. — Ein Elektromotor auf einem Tisch kann ganz ruhig laufen; aber bei einer bestimmten Tourenzahl kann der Motor samt dem Tisch in heftige Schwingungen geraten. — Ein kleiner Knabe kann eine schwere Glocke in Schwingung versetzen, wenn er am Seil zieht, während es sich senkt,

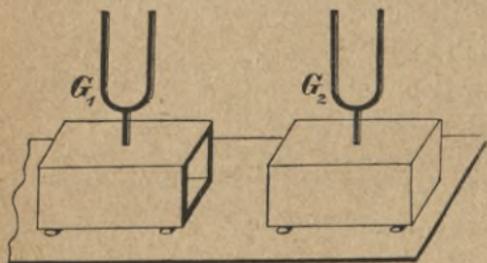


Fig. 63. Zwei Resonanzstimmgabeln.

und losläßt, wenn es die tiefste Lage erreicht hat. Dieser Fall entspricht genau dem auf S. 71, wo eine Luftsäule durch die Schwingungen einer Stimmgabel zum Tönen gebracht wird.

Die Luftsäule schwingt leise immer mit, welches auch ihre Länge sei; die mächtige Resonanz tritt nur ein bei richtiger Abstimmung. Man hat in diesem Fall Amplituden der Luftteilchen bis zu 1 cm beobachtet.

Soll eine Stimmgabel laut tönen, so setzt man sie auf einen an einem Ende offenen, am andern Ende geschlossenen Kasten aus Tannenholz, dessen Luftsäule auf den Stimmgabelton abgestimmt ist. Stellt man zwei derartige genau gleiche Stimmgabeln  $G_1$  und  $G_2$  (Fig. 63) mit der offenen Seite der Kasten einander gegenüber und läßt  $G_1$  tönen, so klingt nach kurzer Zeit auch  $G_2$  mit, wovon man sich durch Anhalten von  $G_1$  überzeugt. Hebt man die Dämpfung von  $G_1$  auf, während  $G_2$  noch tönt, so tönt bald

auch  $G_1$  wieder mit. Diese Energieübertragung läßt sich mehrmals wiederholen; sie ist ein Vorgang genau wie beim Oberbeck'schen Pendel (S. 8). Das Mitschwingen unterbleibt, wenn man eine der Gabeln verstimmt, etwa durch Ankleben von Wachs oder Anschrauben einer Metallmasse.

Weitere Beispiele von Resonanz wird man leicht in den vorhergehenden Abschnitten auffinden.

**Resonanzbreite.** Es wurde schon S. 77 angeführt, daß die Helmholtz'schen Kugelresonatoren mit weiter Öffnung auch ohne ganz genaue Übereinstimmung ihres Grundtons mit einem fremden Ton ansprechen. Die Übereinstimmung braucht um so weniger genau zu sein, je weiter die Öffnung ist.

Der Resonator hat dann eine große Resonanzbreite. Je enger umgekehrt die Öffnung ist, desto genauer muß der fremde

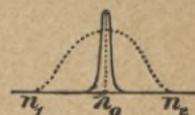


Fig. 64. Kurven d. Resonanzbreite.

Ton mit dem Eigenton des Resonators übereinstimmen, wenn er ansprechen soll: das Resonanzgebiet ist eng. In Fig. 64 sind diese Verhältnisse graphisch dargestellt. Zu jeder Schwingungszahl  $n$  ist die zugehörige Amplitude des Resonators als Ordinate aufgetragen. Bei scharf ausgeprägter Resonanz für  $n_0$  steigt die Kurve dicht vor  $n_0$  von null aus stark an und fällt ebenso hinter  $n_0$  ab. Bei großer Resonanzbreite dagegen erstreckt sich die Kurve von  $n_1$  bis  $n_2$  zu beiden Seiten von  $n_0$ .

Dieser sog. auswählenden Resonanz steht die allgemeine Resonanz gegenüber, wie wir sie beim Resonanzboden des Klaviers, dem Resonanzkasten der Violine und beiden Membranen des Telephons, Phonographen und beim Trommelfell im Ohr finden, deren Zweck ist, jeden Ton mitschwingend aufzunehmen und zu übertragen. Man weiß übrigens vom Telephon, daß es hohe Töne leichter überträgt als tiefe.

Lehrreich für die Anpassung der Resonanzschwingungen eines Körpers an die Periode der äußeren Kraft ist das Verhalten eines Pendels, dessen Aufhängepunkt nicht festliegt, sondern eben durch die Kraft in einer Wagrechten hin und her bewegt wird (Fig. 65). Diese

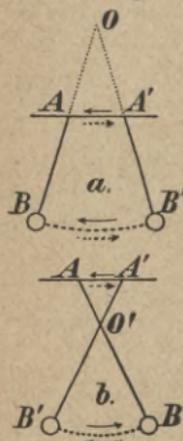


Fig. 65. Anpassung eines Pendels an eine äußere harmonisch sich ändernde Kraft. *a* für lange, *b* für kurze Perioden.

Verschiebung  $AA'$  des Aufhängepunktes wirkt auf das Pendel wie eine Kraft. Erfolgt sie in langsamerem Tempo als die natürlichen Schwingungen des Pendels  $AB$ , so schwingt dieses um einen Punkt  $O$  in der Verlängerung des Pendelfadens (Fig. *a*), der so liegt, daß  $OB$  die Pendellänge für die erzwungene Schwingungsdauer ist, berechnet nach der Formel für freie Schwingungen. Erfolgt umgekehrt die Verschiebung des Aufhängepunktes  $A$  schneller als die natürliche Schwingung des Pendels  $AB$ , so schwingt das Pendel um einen Punkt  $O'$  (Fig. *b*), der die Pendellänge auf das dem erzwungenen Tempo entsprechende Maß verkürzt. Man bemerkt noch, daß in *a* Pendel und Kraft gleiche, in *b* entgegengesetzte Phasen haben. Das

Beispiel zeigt, wie eine äußere Kraft die Selbstteilung eines schwingungsfähigen Körpers erzwingen kann. Aber während beim Pendel jede Teilung des Fadens möglich ist, kann sich z. B. eine Chadnische Klangscheibe nur nach den Wurzeln einer transzendenten Gleichung oder eine gedeckte Orgelpfeife nach den ungeraden Zahlen teilen.

## 8. Schwingungen, die durch die Wärme erregt werden.

Jeder Körper dehnt sich bei Erwärmung aus und zieht sich bei Abkühlung zusammen. Abwechselnde Erwärmung

und Abkühlung erzeugen daher abwechselnde Dilatation und Kompression, Verdünnung und Verdichtung, welche regelmäßige Schwingungen zur Folge haben kann.

Das Trevelyaninstrument (Wackler), Fig. 66, ist ein Kupferbarren von trapezförmigem Querschnitt, dessen schmale Seite durch eine Rinne vertieft ist. Setzt man ihn stark erhitzt auf ein Stück blankes Blei, so wackelt er hin und her mit summendem Ton. Die Erhitzung darf den Schmelzpunkt des Bleis ( $325^{\circ}\text{C}$ ) nicht erreichen. Schon der kalte Barren kann um die Kanten *A* und *B* hin und her kippen, aber die Bewegung hört natürlich bald auf. Die Wärme des Barrens liefert nun die Energie zur Erhaltung der Schwingungen, indem das gut leitende Kupfer an der jeweiligen Berührungsfläche Wärme an das schlecht leitende Blei abgibt, welches sich ausdehnt und den Rückstoß des Wacklers verstärkt.

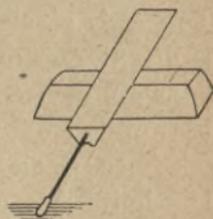


Fig. 66. Trevelyaninstrument.

Das Singen einer Bogenlampe kommt in ähnlicher Weise zustande. Die glühende Luftmasse um die Kohlenspitzen, welche den Strom leitet, hat bei konstantem Gleichstrom ein bestimmtes Volum, das von der Stromstärke abhängt. Bei Speisung der Lampe mit Wechselstrom pulsiert das Volum entsprechend dem Stromwechsel und erzeugt so den Ton. Durch Überlagerung eines Telefonstroms über einen Gleichstrom kann man eine sprechende Bogenlampe herstellen.

Singende Flammen. Bringt man über eine kleine Gasflamme, welche über einer feinen Öffnung in einer längeren Brennröhre brennt, eine etwas weite (2–3 cm) Röhre in vertikaler Stellung, so setzt bei richtiger Größe und Stellung der Flamme in der Röhre ein Ton ein,

der der Pfeifenton der Röhre ist. In diesem Augenblick streckt sich die Flamme und wird blau. Betrachtet man sie im Drehspiegel, so sieht man das bekannte sägeförmige Bild (S. 78), welches das Schwingen der Flamme anzeigt. Macht man die Flamme größer oder kleiner, so hört der Ton auf, ebenso wenn bei gleichbleibender Flamme die Röhrenlänge durch ein übergeschobenes Rohr verändert oder die Röhre an einem Ende geschlossen wird. Zwischen Flammengröße und Röhrenlänge besteht also eine ganz bestimmte Beziehung, welche das Mitschwingen bedingt. Die heißere Wasserstofflamme erzeugt viel lautere Töne als die gewöhnliche Leuchtgaslamme. Will die Röhre anfangs nicht tönen, so kann man sie durch Singen ihres Tons zum Ansprechen bringen.

Mit zwei ganz gleichen Röhren und Flammen kann man den Mitschwingungsversuch genau so anstellen wie mit den Stimmgabeln S. 86.

#### Schallempfindliche freie Flammen.

Tyndalls Vokalflamme (Fig. 67). Man läßt aus einem engen, runden Brenner aus Speckstein eine hohe Leuchtgaslamme brennen; bei genügendem Druck kann sie 60 cm hoch sein. In diesem Zustand ist die Flamme sehr empfindlich für Geräusche, insbesondere Zischlaute und hohe Töne. Wird in einer fernen Zimmerecke ein derartiger Schall erzeugt, so sinkt die Flamme augenblicklich unter Brausen und Flackern auf etwa  $\frac{1}{4}$  ihrer Höhe zusammen.

Fig. 67.



Die Flamme stellt einen Gasstrahl dar, der an seiner Oberfläche durch Reibung am Brenner und an der umgebenden Luft eine Art Wellen (Wogenbildung nach Helmholtz) hat und sich in labilem Gleichgewicht befindet. Die

ser Zustand wird gestört durch äußere Schwingungen von kurzer Periode, besonders stark, wenn sie den Strahl an der Wurzel (dicht vor dem Brenner) treffen.

**Barrys Flamme** (Fig. 68) bedarf keines erhöhten Gasdruckes. 5 cm über dem Specksteinbrenne der Vokalflamme bringt man wagrecht ein Stück Drahtgewebe (12 Löcher auf 1 qcm) an und entzündet das Gas darüber. Die Flamme bildet in ruhigem Zustand einen schlanken, blauen Kegel. Aber das geringste Geräusch drückt sie nieder und macht sie rauschend.



Fig. 68.  
Barrys Flamme.

### 9. Kombinationstöne; Konsonanz und Dissonanz; inneres Ohr.

**Kombinationstöne.** Läßt man zwei Stimmgabeln oder Orgelpfeifen von ungleichem Grundton  $n_0$  und  $n_1$  stark tönen, so hört man nicht bloß diese, sondern auch noch einen andern, nach dem Geiger Tartini genannten Ton, dessen Schwingungszahl die Differenz  $n_0 - n_1$  der Schwingungszahlen der Grundtöne ist. Helmholtz entdeckte, daß auch noch ein höherer Ton  $n_0 + n_1$  auftritt, den er als Summationston bezeichnet im Gegensatz zu jenem Differenzenton. Solange man nur den Tartinischen Ton kannte, konnte man ihn nach Young als Wirkung der Schwebungen auffassen, deren Anzahl auch  $n_0 - n_1$  ist; man dachte sich, daß die Schwebungen oder Stöße für das Ohr zu einem Ton zusammenfließen könnten. Aber diese Erklärung versagt für die Summationstöne. Helmholtz fand die Erklärung darin, daß die einfache Superposition, welche für kleine Ausschläge gilt, für große nicht mehr zutrifft. Er zeigte, daß für große Kräfte und Schwingungen mit den Periodenzahlen  $n_0$  und  $n_1$  außer

den harmonischen Obertönen  $2 n_0, 2 n_1, 3 n_0, 3 n_1$  usw. die Schwingungszahlen  $n_0 - n_1, n_0 + n_1, 2 n_0 - n_1, 2 n_1 - n_0$  usw. auftreten. Diese gehören den Kombinationstönen an, welche übrigens volle Existenz in der Luft haben und durch Resonatoren nachgewiesen werden können.

**Konsonanz und Dissonanz.** Kommen zwei Töne gleichzeitig ans Ohr, so gibt's einen Wohlklang oder Mißklang. Grundton und Oktav, Grundton und Quint, Grundton und Quart, Grundton und Terz (große und kleine) sind in absteigender Stufe konsonant, Grundton und Septime und Sekunde sind Dissonanzen. Man hat lange den Grund der Konsonanz in der tatsächlich vorhandenen Einfachheit der Verhältnisse der Schwingungszahlen finden wollen. Helmholtz zeigte, daß die wahre Ursache die auftretenden Schwebungen sind. Ist deren Anzahl in der Zeiteinheit gering oder sehr groß, so wirken sie nicht störend; liegt sie aber in der Nähe von 32, so empfinden wir die Schwebungen als Rauheit. Da die Töne fast nie einfach, sondern von ihren Obertönen, den Kombinationstönen begleitet sind, so ist die Bedingung der vollkommenen Konsonanz, daß keine zwei der überhaupt vorhandenen Töne sich in ihren Schwingungszahlen um 32 unterscheiden und man kann von einem Grad der Dissonanz reden, welcher durch die Anzahl der Dissonanzen der Töne und ihrer Ober- bzw. Kombinationstöne bestimmt wird. Da für die Konsonanz und Dissonanz die Unterschiede der absoluten Schwingungszahlen maßgebend sind, so folgt weiterhin, daß der Grad der Dissonanz für zwei Töne gleichen musikalischen Verhältnisses auch von der Tonlage abhängig sein muß.

Das Cortische Organ ist der eigentlich schallempfindliche Apparat im menschlichen Ohr, bis zu welchem

wir die mechanischen Schwingungen verfolgen können. Die Schwingungen der ankommenden Luftwellen werden vom Trommelfell aufgenommen und mittels des Hebelwerks der Gehörknöchelchen auf die häutige Membran des ovalen Fensters und damit auf das Wasser des inneren Ohres übertragen. Dieses bildet Höhlungen im Felsenbein und besteht aus dem Vorhof, den drei Bogengängen und der Schnecke. Die Schnecke (Fig. 69) ist der für uns wichtige Teil, da in ihm die Nervenenden liegen. Sie ist eine spiraloge Höhlung, welche durch die knöcherne Lamelle *a* und die Basilarmembran *b*, sowie eine schiefgestellte Membran *c* in drei Gänge geteilt ist. In dem Winkelraum zwischen *b* und *c* befindet sich das Cortische Organ. Die Basilarmembran besteht nämlich aus etwa 20 000 Querfasern von 0,04 bis 0,5 mm Länge, über deren jeder sich zwei knorpelige Bögen *d, d* erheben als Stützen für die Nervenenden *n*, die gleichfalls senkrecht zu den Fasern stehen und feine Härchen tragen. Über die letzteren ragt als Dach eine Membran *e* her. Schwingt das Wasser in der Schnecke, so schwingen nach dem Gesetze der Resonanz ganz bestimmte Fasern der Grundmembran mit, mit ihnen auch die darauf stehenden Bögen und Nervenenden. Der Reiz der Nervenenden wird durch die Fasern des Nervus acusticus in die Hörprovinz des Gehirns geleitet und durch einen psychischen Akt als Schall gedeutet.

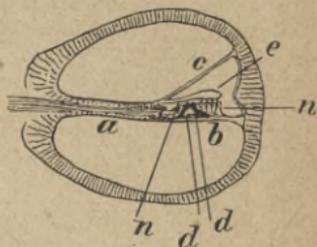


Fig. 69. Durchschnitt durch die Schnecke.

### Grenze der Hörbarkeit, Umfang des Gehörs.

Der tiefste, noch zusammenhängende Ton hat 10—11, der höchste nach neueren Angaben etwa 20 000 Schwin-

gungen in der Sekunde. Diese Zahlen schwanken nach dem Alter und individuell. Im allgemeinen umfaßt das menschliche Ohr etwa 11 Oktaven. Auf S. 75 ist schon erwähnt, daß mittels der Galton-Pfeife Töne bis 170 000 Schwingungen in der Sekunde erzeugt werden können, deren Vorhandensein mittels Kundtscher Staubfiguren nachgewiesen wird.



# Sachregister.

Die Zahlen bedeuten die Seiten.

- Abklingen 71.  
Absorption von Wellen 30.  
Anpassung von Resonanzschwingungen 88.
- Barrys sensitive Flamme** 91.  
Beugung von Wellen 45.  
Brechung von Wellen 29, 44, 45.  
Brechungsgesetz 30.
- Cagniard de la Tour** 42.  
Chladnische Klangfiguren 68.  
Chromatische Tonleiter 41.  
Cortisches Organ 93.  
Crovas Scheibe 33.
- Detektor** 36.  
Diatonische Tonleiter 40.  
Differenzenton 91.  
Dissonanz 92.  
Doppeltelephonsirene 57.  
Dopplers Prinzip 46.  
Druckkräfte der Wellen 31, 47.  
Durtontleiter 41.
- Echo** 43.  
Elastische Schwingungen 32 ff.  
Energie der Wellen 31, 36.  
Energieübertragung ff., 7.  
Erzwungene Schwingungen 84.
- Fagott** 76.  
Flammenmanometer 78.  
Flammenröhre 79.  
Flüstergalerien 43.  
Fortschreitende Wellen 21, 22, 33, 36.  
Fouriers Satz 55.  
Freie Schwingungen 84.
- Galton-Pfeife** 75.  
Geräusch 38.  
Geschwindigkeit der Wellen 11, 23, 36 ff.  
Gestalt der Wellen 26.  
Gleichschwebende Stimmung 41.  
Glocken 69.  
Grenze der Hörbarkeit 93.
- Harmonische Obertöne** 51.  
— Schwingungen 17, 54.  
Harmonium 76.  
Helmholtzsche Resonatoren 77.  
Horn 76.  
Huygens' Prinzip 25.
- Interferenzerscheinungen** 30, 83.  
Intervall 40.
- Kammerton** 42.  
Kapillarwellen 32.  
Kehlkopf 76.  
Klang 38.  
Klangfarbe 39, 52.  
Klarinette 76.  
Knotenflächen 77.
- Knotenlinie** 24.  
Knotenpunkt 18.  
Kombinationston 91.  
Königsches Flammenmanometer 78.  
Konsonanz 92.  
Koppelung 8.  
Krakatao-Ausbruch 36.  
Kreisförmige Querschwingungen 20.  
Kugelwellen 33.  
Kundtsche Staubfiguren 79.
- Laplace** 37.  
Lippenpfeifen 74.  
Lissajoussche Figuren 86.  
Longitudinale Wellen 33.
- Machsche Wellenmaschine** 20.  
Meldescher Versuch 19.  
Membranen 70.
- Oberbeckisches Doppelpendel** 8.  
Obertöne 51, 61.  
Oboe 76.  
Ohmsches Gesetz 55.  
Orgelpfeifen 74.
- Pendelreihe** 9.  
Pfeifen, gedeckte 71, 72.  
— offene 73, 74.  
Phonograph 85.
- Querschwingungen von Saiten** 48 ff.  
— — Stäben 58 ff.  
Quinckesche Interferenzröhre 82.

- Reflexion von Wellen** 13,  
 14, 23, 27, 28, 37, 44.  
**Reine Stimmung** 41.  
**Resonanz** 84 ff.  
 — allgemeine 87.  
 — auswählende 87.  
**Resonanzbreite** 87.  
**Resonatoren** 77.  
**Rubens und Krigar-Menzel's Flamme**nöhre 79.  
  
**Saiten** 48 ff.  
**Savart** 77.  
**Schallgeschwindigkeit** 37,  
 42, 62, 80, 81.  
**Scheiblers Tonometer** 65.  
**Schwebungen** 46.  
**Schwingungsbauch** 18.  
**Schwingungsform** 53, 54.  
**Schwingungszahl** 39, 40.  
  
**Seilwellen** 10 ff.  
**Singende Bogenlampe** 89.  
 — **Flammen** 89.  
**Sinuswellen** 17.  
**Sirene** 42, 57.  
**Sondhaus'sche Linse** 44.  
**Stehende Wellen** 17, 24,  
 51, 58 ff., 38, 72 ff.  
**Stimmgabel** 63 ff.  
**Summationstöne** 91.  
  
**Tartinische Töne** 91.  
**Thomson's Wellenmaschine**  
 21.  
**Ton** 38.  
**Tonhöhe** 39.  
**Tonometer** 65.  
**Tonstärke** 40.  
**Transversalwellen** 21.  
**Trevelyan-Instrument** 89.  
  
**Tyndall's Spiegelversuch**  
 44.  
 — **Vokalf Flamme** 90.  
  
**Übereinanderlagerung**  
 kleiner **Verbiegungen**  
 12.  
**Umfang des Gehörs** 94.  
**Unabhängigkeit der**  
**Klangfarbe** von der  
**Phase** 56.  
  
**Verdichtungswellen** 34.  
**Vibrationsmikroskop** 55.  
  
**Wasserwellen** 21 ff.  
**Wellenmaschine** 10, 20.  
**Wellenrinne** 22.  
  
**Zungenpfeife** 75.

## Literatur zur Physik

Mit einem Anhang: Mathematische Literatur  
für den Physiker

WALTER DE GRUYTER & CO. / BERLIN W 10

---

---

**Lehrbuch der Physik.** Von Eduard Riecke, weiland Geheimer Regierungsrat, o. Professor an der Universität Göttingen. Zu eigenem Studium und zum Gebrauche bei Vorlesungen herausgegeben von Professor Dr. Ernst Lecher †, Vorstand des I. Physikalischen Instituts der Universität Wien, und Professor Dr. Adolf Smekal, o. Assistent am II. Physikalischen Institut der Universität Wien. Siebente, verbesserte und um eine Darstellung der Atomphysik vermehrte Auflage. Groß-Oktav.

I. Band: Mechanik und Akustik. Wärme. Optik. Mit 458 Figuren im Text. XVI, 656 Seiten. 1923 . . . . . RM. 12.60, geb. RM. 14.—

II. Band: Magnetismus und Elektrizität. Atomphysik. Mit einem Bildnis von E. Lecher † und 319 Figuren im Text. XVI, 725 Seiten. 1928.

RM. 15.—, geb. RM. 17.—

*Rieckes berühmtes „Lehrbuch der Physik“, das die Mitte zwischen ausführlichen Werken und kurzen Kompendien hält, liegt nach Erscheinen des zweiten Bandes nunmehr vollständig in siebenter Auflage vor. Smekal hat den vorliegenden zweiten Band auf den letzten Stand der Forschungsergebnisse gebracht, verschiedene Änderungen vorgenommen und das Kapitel „Atomphysik“ neu eingefügt.*

**Lehrbuch der Physik.** Nach Vorlesungen an der Technischen Hochschule zu München. Von H. Ebert, weil. Professor an der Technischen Hochschule München.

I. Band. Mechanik. Wärmelehre. Mit 168 Abbildungen. Zweite Auflage. Groß-Oktav. XX, 661 Seiten. 1917. Anastatischer Neudruck. 1920.  
Geb. RM. 21.50

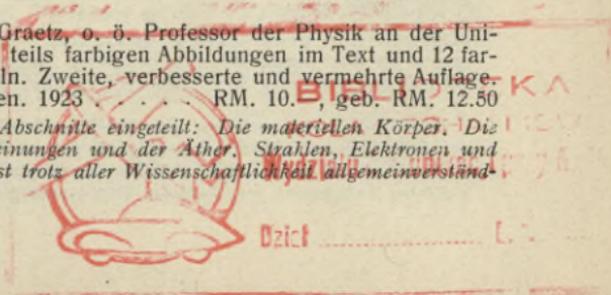
II. Band, I. Teil. Die elektrischen Energieformen. Fertiggestellt und herausgegeben von Professor C. Heinke. Mit 341 Abbildungen im Text. Groß-Oktav. XX, 687 Seiten. 1920 . . . . . RM 22.—, geb. RM. 24.—

II. Band, II. Teil. Die strahlende Energie. Fertiggestellt und herausgegeben von Professor C. Heinke. Mit 196 Abbildungen im Text. Groß-Oktav. XII, 416 Seiten. 1923 . . . . . RM. 15.—, geb. RM. 16.50

*Das Lehrbuch ist nach Umfang und Stoffbehandlung für diejenigen Physikstudierenden bestimmt, denen die Anwendung bei der Lösung technischer Probleme Endzweck des Studiums ist.*

**Die Physik.** Von Dr. Leo Graetz, o. ö. Professor der Physik an der Universität München. Mit 395 teils farbigen Abbildungen im Text und 12 farbigen und schwarzen Tafeln. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Royal-Oktav. XII, 582 Seiten. 1923 . . . . . RM. 10.—, geb. RM. 12.50

*Der Stoff ist in folgende Abschnitte eingeteilt: Die materiellen Körper. Die Elektronen. Strahlungserscheinungen und der Äther. Strahlen, Elektronen und Materien. Die Darstellung ist trotz aller Wissenschaftlichkeit allgemeinverständlich und lebhaft.*



**Einführung in die theoretische Physik.** Von Dr. Clemens Schaefer, Professor an der Universität Breslau.

- I. Band. Mechanik materieller Punkte, Mechanik starrer Körper, Mechanik der Kontinua (Elastizität und Hydromechanik). Mit 272 Figuren im Text. Dritte, verbesserte und vermehrte Auflage. Groß-Oktav. XII, 991 Seiten. 1929 . . . . . RM. 45.—, geb. RM. 48.—
- II. Band. Theorie der Wärme. Molekular-kinetische Theorie der Materie. Mit 88 Figuren im Text. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. 1929. Groß-Oktav. X, 660 Seiten . . . . . RM. 28.—, geb. RM. 30.—
- III. Band. 1931. In Vorbereitung.

*„Das vorliegende Werk füllt eine merkbare Lücke in der bisher vorliegenden Literatur über theoretische Physik aus. Was es von seinen Vorgängern unterscheidet, ist einmal die Verwendung aller modernen Methoden und zum zweiten die klare und ausführliche Darstellungsweise, welche auch das Studium schwieriger Kapitel zu einem Genuß macht.“* *Annalen der Physik.*

**Einführung in die theoretische Physik**, mit besonderer Berücksichtigung ihrer modernen Probleme. Von Arthur Haas, a. o. Professor an der Universität Wien.

- I. Band. Fünfte und sechste, völlig umgearbeitete und vermehrte Auflage. Mit 67 Abbildungen im Text. Groß-Oktav. X, 396 Seiten. 1930. RM. 15.—, geb. RM. 16.50
- II. Band. Fünfte und sechste, völlig umgearbeitete und vermehrte Auflage. Mit 85 Abbildungen im Text und auf sechs Tafeln. Groß-Oktav. VIII, 448 Seiten. 1930 . . . . . RM. 17.—, geb. RM. 18.50  
*„Der Vorzug des Buches liegt zweifellos in dem Umstande, daß es dem Verfasser gelingt, den Leser unter Vermeidung jedes überflüssigen Wissensballastes bis an die Probleme der modernen theoretisch-physikalischen Forschung heranzuführen. Es gibt gewiß kein anderes Buch ähnlichen Umfanges, das den Studierenden gleichzeitig mit den Elementen der theoretischen Physik und mit den wichtigsten modernen Forschungsergebnissen, wie Röntgenspektroskopie, Kristallanalyse, Isotopenbestimmung usw., vertraut macht.“*  
*Monatshefte für Mathem. u. Physik.*

**Theoretische Physik.** Von Dr. Gustav Jäger, Professor an der Universität Wien. 5 Bände.

- I. Mechanik. Mit 25 Figuren. Sechste, verbesserte Auflage. 150 Seiten. 1930. (Sammlung Göschen Bd. 76) . . . . . Geb. RM. 1.80
- II. Schall und Wärme. Mit 7 Figuren. Sechste, umgearbeitete und vermehrte Auflage. 133 Seiten. 1930. (Sammlung Göschen Bd. 77) Geb. RM. 1.80
- III. Elektrizität und Magnetismus. Mit 35 Figuren. Sechste, verbesserte Auflage. 151 Seiten. 1930. (Sammlung Göschen Bd. 78) . Geb. RM. 1.80
- IV. Optik. Mit 44 Figuren. Sechste, umgearbeitete und vermehrte Auflage. 148 Seiten. 1930. (Sammlung Göschen Bd. 374) . Geb. RM. 1.80
- V. Wärmestrahlung, Elektronik und Atomphysik. Mit 16 Figuren. Sechste, umgearbeitete und vermehrte Auflage. Ca. 132 Seiten. 1930. (Sammlung Göschen Bd. 1017) . . . . . Geb. RM. 1.80

*Eine Anleitung für Studenten, auf der sich das Studium größerer Werke aufbauen kann.*

**Methoden der praktischen Analysis.** Von Dr. Fr. A. Willers, o. Professor an der Bergakademie Freiberg (Sachsen). Mit 132 Figuren. Groß-Oktav. 344 Seiten. 1928. (Göschens Lehrbücherei Bd. 12.)

RM. 20.—, geb. RM. 21.50

*Das Buch befaßt sich mit dem Zahlenrechnen und seinen Hilfsmitteln, mit der Interpolation, mit der angenäherten Integration und Differentiation, der praktischen Gleichungslehre, der Analyse empirischer Funktionen und der angenäherten Integration gewöhnlicher Differentialgleichungen.*

**Vektoranalysis** in ihren Grundzügen und wichtigen physikalischen Anwendungen. Von Dr. phil. Arthur Haas, a. o. Professor an der Universität Wien. Mit 37 Abbildungen im Text. Zweite, verbesserte Auflage. Groß-Oktav. VI, 147 Seiten. 1929 . . . . . RM. 5.—, geb. RM. 6.—

*Eine gemeinverständliche Darstellung der Vektor- und Tensoranalysis. Zur Einführung fürs Hauptfach — zum Studium fürs Neben- und Grenzfach.*

**Vektoranalysis.** Von Dr. Siegfried Valentiner, Professor für Physik an der Bergakademie Clausthal. Mit 16 Figuren. Vierte, umgearbeitete Auflage. 136 Seiten. 1929. (Sammlung Göschen Bd. 354) . . . . . Geb. RM. 1.80

*Ein für Studium und Praxis mit Erfolg benutztes Hilfsmittel zur Lösung technischer Aufgaben.*

**Punkt- und Vektor-Rechnung.** Von Dr. Alfred Lotze, Privatdozent für Mathematik an der Technischen Hochschule Stuttgart. Mit 7 Figuren. Groß-Oktav. 132 Seiten. 1929. (Göschens Lehrbücherei Bd. 13.) . . . . . RM. 12.—, geb. RM. 13.—

**Atomphysik.** Von Dr. Hans Lefzheim in Breslau. I. Band. Mit 36 Abbildungen. 134 Seiten. 1929. (Samml. Göschen Bd. 1009.) Geb. RM. 1.80

**Atomtheorie.** Von Dr. phil. Arthur Haas, Professor für Physik an der Universität in Wien. Mit 64 Figuren im Text und auf 4 Tafeln. Zweite, völlig umgearbeitete und wesentlich vermehrte Auflage. Groß-Oktav. VIII, 258 Seiten. 1929 . . . . . RM. 10.—, geb. RM. 11.50

*Inhalt: Elektronen, Atome und Lichtquanten. Die Grundlagen der Atommechanik. Die Spektren der Atome. Die Röntgenstrahlen. Die Atomkerne. Die Molekeln. Wechselwirkung zwischen Licht und Materie.*

**Die Welt der Atome.** Zehn gemeinverständliche Vorträge. Von Arthur Haas, Dr. phil., a. o. Professor für Physik an der Universität Wien. Mit 37 Figuren im Text und auf 3 Tafeln. Oktav. XII, 130 Seiten. 1926. . . . . RM. 4.80, geb. RM. 6.—

*Materie und Elektrizität. Die Bausteine der Atome. Die Quanten des Lichtes. Spektren und Energiestufen. Das Wasserstoffatom. Die Grundstoffe. Das Atom als Planetensystem. Die Molekeln. Die Radioaktivität. Die Umwandlungen der Grundstoffe.*

**Künstliche Verwandlung der Elemente (Zertrümmerung der Atome).** Von Dr. Hans Pettersson in Göteborg (Schweden). Aus dem Schwedischen übersetzt von Elisabeth Kirsch. Mit 59 Figuren im Text. Groß-Oktav. VIII, 151 Seiten. 1929 . . . . . RM. 8.—, geb. RM. 9.—

**Die Grundlagen der Physik.** Synthetische Prinzipien der mathematischen Naturphilosophie. Von Dr. Hugo Dingler, a. o. Professor an der Universität München. Zweite Auflage. Oktav. XIV, 336 Seiten. 1923. . . . . RM. 4.—, geb. RM. 5.—

*Aus dem Inhalt: Das Geltungsproblem. Das Zweckprinzip. Die Logik. Raum und Zeit. Kausalität. Die Mechanik.*

**Physik und Hypothese.** Versuch einer induktiven Wissenschaftslehre nebst einer kritischen Analyse der Fundamente der Relativitätstheorie. Von Dr. Hugo Dingler, a. o. Professor an der Universität München. Oktav. XI, 200 Seiten. 1921 . . . . . RM. 3.—, geb. RM. 4.—

**Das Naturbild der neuen Physik.** Von Dr. phil. Arthur Haas, a. o. Professor an der Universität Wien. Zweite Auflage. Mit 6 Figuren im Text. Oktav. V, 160 Seiten. 1924 . . . . . RM. 5.—, geb. RM. 6.—

*Elektromagnetische Theorie des Lichtes. Molekularstatistik, Elektronentheorie. Quantentheorie. Theorie der Grundstoffe. Relativitätstheorie. Physik der Sterne. Weltall.*

**Wörterbuch der Physik.** Von Dr. Felix Auerbach, a. o. Professor an der Universität Jena. Mit 267 Figuren. Oktav. X, 466 Seiten. 1920. Geb. RM. 4.50  
*Ein unentbehrliches Nachschlagewerk für Wissenschaft und Praxis der Physiker, Chemiker, Maschinen- und Techniker.*

**Experimentalphysik.** Von Professor Robert Lang, Rektor des Realgymnasiums in Stuttgart.

I. Mechanik der festen, flüssigen und gasigen Körper. Dritte Auflage. Mit 125 Figuren im Text. 146 Seiten. 1927. (Sammlung Göschen Bd. 611) Geb. RM. 1.80

II. Wellenlehre und Akustik. Mit 69 Figuren im Text. Zweite Auflage. 96 Seiten. 1920. (Sammlung Göschen Bd. 612) . . . . . Geb. RM. 1.80

III. Wärmelehre. Mit 55 Figuren im Text. 98 Seiten. 1919. (Sammlung Göschen Bd. 613) . . . . . Geb. RM. 1.80

IV. Lehre vom Licht. Mit 90 Figuren im Text. 110 Seiten. 1925. (Sammlung Göschen Bd. 614) . . . . . Geb. RM. 1.80

*Eine bewährte Einführung für Studierende.*

**Physikalische Formelsammlung.** Von G. Mahler †, Professor der Mathematik und Physik am Gymnasium in Ulm. Fünfte, völlig umgearbeitete Auflage, besorgt von Prof. K. Mahler, Studienrat an der Oberrealschule Aalen in Württemberg. Mit 71 Figuren. 162 Seiten. 1927. (Sammlung Göschen Bd. 136) . . . . . Geb. RM. 1.80

*Das Buch gibt fertige Resultate und ermöglicht einen raschen Überblick über die Teilgebiete der Physik.*

**Physikalische Aufgabensammlung.** Von G. Mahler †, Professor der Mathematik und Physik am Gymnasium in Ulm. Mit den Resultaten. Neubearbeitet von Prof. K. Mahler, Studienrat an der Oberrealschule Aalen. Vierte, verbesserte Auflage. 136 Seiten. 1930. (Sammlung Göschen Bd. 243) . . . . . Geb. RM. 1.80

*Zum Studium und Selbststudium für den Anfänger und zum Gebrauch in der Ingenieurpraxis.*

**Physikalische Tabellen.** Von Dr. A. Leick. Zweite Auflage, neubearbeitet von Prof. Dr. W. Leick in Berlin-Lichterfelde. 96 Seiten. 1920. (Sammlung Göschen Bd. 650) . . . . . Geb. RM. 1.80

*Ein wertvolles Orientierungsmittel für ein rationelles Studium.*

**Physikalische Messungsmethoden.** Von Professor Dr. Wilhelm Bahrdt in Berlin-Lichterfelde. Mit 54 Figuren. Zweite, verbesserte Auflage. Durchgesehener Neudruck. 147 Seiten. 1921. (Sammlung Göschen Bd. 301) Geb. RM. 1.80

*Eine Anleitung zu Versuchen, die besonders bei Übungen wertvolle Dienste leisten wird.*

**Kristallographie.** Von Dr. W. Bruhns, Professor an der Bergakademie Clausthal. Zweite Auflage, neubearbeitet von Dr. P. Ramdohr, o. Professor an der Technischen Hochschule Aachen. Mit 184 Abbildungen. 114 Seiten. 1926. (Sammlung Göschen Bd. 210) . . . . . Geb. RM. 1.80

*Das vor allem für Studierende der Naturwissenschaften bestimmte Buch hat in der Neuauflage eine grundlegende Umarbeitung erfahren und ist auf den gegenwärtigen Stand der kristallographischen Wissenschaft gebracht.*

**Einführung in die Kristalloptik.** Von Dr. Eberhard Buchwald, Privatdozent der Physik an der Universität Breslau. Mit 124 Abbildungen. Neudruck. 124 Seiten. 1920. (Sammlung Göschen Bd. 619.) Geb. RM. 1.80

*Der Band behandelt ein- und zweiachsige Kristalle ohne Drehvermögen und Kristalle mit Drehvermögen, Absorption, Einfluß von Temperatur usw. und eignet sich zur allgemeinen Orientierung für Studierende und Praktiker.*

**Einführung in die geometrische Optik.** Von Dr. W. Hinrichs in Berlin-Wilmersdorf. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 56 Figuren. 1924. (Sammlung Göschen Bd. 532) . . . . . Geb. RM. 1.80

*Das Buch gibt die Grundlagen des Gebiets bis zur Brechung durch ein zentriertes System von Kugelflächen und zu den einfachsten Linsenfällen. Jedem Abschnitt sind Übungsbeispiele beigegeben.*

**Radioaktivität.** Von Dr. P. Ludewig, Professor an der Bergakademie in Freiberg in Sachsen. Mit 37 Abbildungen. 133 Seiten. 1921. (Sammlung Göschen Bd. 317) . . . . . Geb. RM. 1.80

*Kurze Einführung in das periodische System der Elemente, Atomzerfall und Radioaktivität, Radioelemente und physikalische Eigenschaften und Wirkungen der radioaktiven Strahlen, in die Grundlagen der radioaktiven Messungen und Anwendung der radioaktiven Strahlen in der Medizin.*

**Röntgenstrahlen.** (Physik, Technik und Anwendung.) Von Dr. phil. nat. Richard Herz in Frankfurt a. M. Mit 48 Figuren im Text und 36 Abbildungen auf 16 Tafeln. 1926. (Samml. Göschen Bd. 950) Geb. RM. 1.80

*Das Buch wendet sich an Ärzte, Röntgenassistenten, Ingenieure, Techniker und vor allem an Studierende der Medizin und Naturwissenschaften.*

**Luftlektrizität.** Von Dr. Karl Kähler, wissenschaftlicher Hilfsarbeiter am Preußischen Meteorologisch-Magnetischen Observatorium in Potsdam. Zweite Auflage. Mit 19 Abbildungen. 134 Seiten. 1921. (Sammlung Göschen Bd. 649) . . . . . Geb. RM. 1.80

*Das natürliche Feld der Erde. Das elektrische Teilvermögen der Atmosphäre. Die elektrischen Ströme in der Luft. Die radioaktiven Vorgänge in der Atmosphäre. Elektrische Wirkungen des Sonnenlichts. Ursprung der Luftlektrizität.*

**Röntgenspektroskopie und Kristallstrukturanalyse.** Von Dr. Arthur Schleede und Dr. Erich Schneider. Zwei Bände. Groß-Oktav. 1929.

I. Band: Mit 249 Figuren und 57 Tabellen im Text. VIII, 336 Seiten.  
RM. 18.50, geb. RM. 20.—  
II. Band: Mit 553 Figuren und 40 Tabellen im Text. IV, 344 Seiten.  
RM. 22.50, geb. RM. 24.—

*Das vorliegende Werk behandelt — auf einem Minimum an Voraussetzungen aufbauend — Theorie und Praxis der Röntgenspektroskopie und Kristallstrukturanalyse. Zur Beherrschung dieser Methoden ist jedoch eine so große Zahl verschiedenartigster Kenntnisse und Fertigkeiten (Röntgenstrahlen, Hochspannung, Vakuum, Atomtheorie usw.) erforderlich, daß es denen, die sie auf irgendein Spezialproblem anwenden wollen, zur gründlichen Einarbeitung zumeist an Zeit gebricht. Hier greift das vorliegende Werk von Schleede und Schneider ein, das den Gegenstand nach der praktischen und theoretischen Seite erschöpfend behandelt.*

**Erdmagnetismus, Erdstrom und Polarlicht.** Von Prof. Dr. A. Nippoldt, Mitglied des Preuß. Meteorolog. Instituts (Magnetisches Observatorium zu Potsdam). Mit 7 Tafeln und 18 Figuren. Dritte, verbesserte Auflage. 131 Seiten. 1921. (Sammlung Göschen Bd. 175) . . . . . Geb. RM. 1.80

*Eine kurze, übersichtliche und eindringliche Einführung in das Studium des Erdmagnetismus.*

**Einführung in die Theorie der Wärme.** Von Dr. Heinrich Mache, o. ö. Professor an der Technischen Hochschule in Wien. Mit 96 Textfiguren. Groß-Oktav. VIII, 319 Seiten. 1921 . . . . . RM. 8.—, geb. RM. 9.—

*Aus dem Material von Vorlesungen entstanden und auf einem Minimum von mathematischen und physikalischen Kenntnissen aufbauend, ist das Werk eine Einführung zur streng wissenschaftlichen Behandlung dieses Themas.*

**Die Physik der Verbrennungserscheinungen.** Von Dr. Heinrich Mache, o. ö. Professor an der Technischen Hochschule in Wien. Mit 43 Abbildungen im Text und auf 2 Tafeln. Groß-Oktav. V, 133 Seiten. 1918.

RM. 3.—, geb. RM. 3.80

**Empfindliche Galvanometer für Gleich- und Wechselstrom.** Von Dr. Otto Werner. Mit 23 Abbildungen und 17 Tabellen. Groß-Oktav. VIII, 208 Seiten. 1928 . . . . . RM. 13.—, geb. RM. 14.—

*Der Verfasser erörtert Aufbau, Arbeitsweise und Empfindlichkeitsarten der Galvanometerkonstruktionen sowohl für Gleich- als auch für Wechselstrom und gibt Gesichtspunkte für die Galvanometerauswahl und kritische Vergleiche der Galvanometertypen.*

**Vorlesungen über Thermodynamik.** Von Dr. Max Planck, Professor der theoretischen Physik an der Universität Berlin. Mit 5 Figuren im Text. Neunte Auflage. 1930. Groß-Oktav. X, 288 Seiten . . . Geb. RM. 11.50

*Das vorliegende Buch geht von einigen allgemeinen Erfahrungstatsachen aus, namentlich von den beiden Hauptsätzen der Wärmelehre, und entwickelt hieraus die wichtigsten physikalischen und chemischen Sätze. Zunächst werden die Grundsachen und Begriffserklärungen für Temperatur, Molgewicht und Wärmemenge erläutert, dann die beiden Hauptsätze der Wärmetheorie aufgestellt und bewiesen, endlich die Anwendungen auf die besonderen Gleichgewichtszustände ausführlich besprochen.*

**Die Grundgleichungen der Mechanik,** dargestellt auf Grund der geschichtlichen Entwicklung. Vorlesungen zur Einführung in die theoretische Physik, gehalten im Sommersemester 1914 an der Universität Leipzig. Von Dr. phil. Arthur Haas, a. o. Professor an der Universität Wien. Mit 45 Abbildungen im Text. Groß-Oktav. VI, 216 Seiten. 1914 . . RM. 7.50

*Zum Gebrauch bei Vorlesungen und zum Selbststudium für Anfänger.*

**Die Prinzipie der Dynamik.** Von Dr. Clemens Schaefer, o. Professor an der Universität Breslau. Mit 6 Figuren im Text. Groß-Oktav. IV, 76 Seiten. 1919 . . . . . RM. 2.50

*„Das ausgezeichnete Werk behandelt in eingehender, elementarer Weise die Fragen der Ableitung und Äquivalenz der verschiedenen mechanischen Prinzipien.“*  
*Monatshefte für Mathematik und Physik.*

**Geschichte der Physik.** Von A. Kistner, Professor am Gymnasium zu Karlsruhe i. B.

I. Die Physik bis Newton. Mit 13 Figuren. Zweite, verbesserte Auflage. 126 Seiten. 1919. (Sammlung Götschen Bd. 293) . . . . Geb. RM. 1.80

II. Die Physik von Newton bis zur Gegenwart. Mit 3 Figuren. Zweite, erweiterte Auflage. 149 Seiten. 1919. (Sammlung Götschen Bd. 294)

Geb. RM. 1.80

**Wilhelm von Siemens.** Ein Lebensbild. Gedenkblätter zum 75 jährigen Bestehen des Hauses Siemens & Halske. Von August Roth. Mit 5 Tafeln in Lichtdruck. Oktav. V, 224 Seiten. 1922 . . RM. 2.60, geb. RM. 4.—

*Die Biographie gibt zugleich ein Bild der Entwicklung der Siemenswerke und ein Stück Geschichte der deutschen Technik.*

**Einführung in die Elektrotechnik.** Hochschulvorlesungen von Dr. C. Heinke, Geh. Reg.-Rat, o. Professor der Elektrotechnik an der Technischen Hochschule München. Zweite, neubearbeitete Auflage. Mit 560 Abbildungen. Oktav. 490 Seiten. 1924 . . . . . Geb. RM. 18.—

*Aus dem Inhalt: Die elektrotechnisch wichtigen Grunderscheinungen und elektromagnetischen Begriffe, Energiewandlungen mit Erzeugung elektrischer Spannungen. Die technische Erzeugung elektrischer Arbeit. Die technische Verwertung elektrischer Arbeit. Elektrische Meßgeräte.*

**Lehrbuch der Elektrotechnik.** Von Professor E. Stöckhardt, Diplomingenieur und Studienrat. Dritte, umgearbeitete Auflage. Mit mehreren hundert Abbildungen. Oktav. VIII, 327 Seiten. 1925. Geb. RM. 13.—

*Einer Erläuterung der allgemeinen theoretischen Grundlagen folgt eine zusammenfassende Übersicht über Leitungen und Zubehör, Beleuchtung, Magnetismus, Gleichstromerzeuger, Sammler, Wechselstrom, Atomlehre, Quecksilberdampfgleichrichter, drahtlose Telegraphie und Telephonie.*

**Elektrotechnik.** Einführung in die Starkstromtechnik. Von Prof. I. Herrmann. (Samml. Göschen Bd. 196—198, 657.)

- I. Die physikalischen Grundlagen. Fünfte, neubearb. Auflage. Mit 88 Figuren u. 16 Tafeln. 125 Seiten. 1928 . . . . . RM. 1.80
- II. Die Gleichstromtechnik. Fünfte, neubearb. Auflage. Mit 121 Fig. und 16 Tafeln. 135 Seiten. 1928 . . . . . RM. 1.80
- III. Die Wechselstromtechnik. Fünfte Auflage. Mit 153 Figuren und 16 Tafeln. 184 Seiten. 1929 . . . . . RM. 1.80
- IV. Die Erzeugung und Verteilung der elektrischen Energie. Zweite Auflage. Mit 100 Figuren und 16 Tafeln. 138 Seiten. 1923. RM. 1.80

*Die vorliegenden Bände behandeln in leichtverständlicher und übersichtlicher Weise die Starkstromelektrotechnik und bieten in engem Rahmen auf streng wissenschaftlicher Grundlage das auf dem Gebiet der Starkstromtechnik Wissenswerte. Die auf den Tafeln abgebildeten Maschinen, Motoren, Umformer, Transformatoren und Apparate entsprechen den neuesten Ausführungsformen.*

**Die Schwingung als Vortriebsfaktor in Natur und Technik.** Gedanken eines Ingenieurs über das Problem der schwingenden Propulsion in Technik und Biologie. Von Hans Schramm. Mit 54 Abbildungen. Oktav. VI, 91 Seiten. 1927 . . . . . RM. 4.—

*Aus dem Inhalt: Die Schwingung in der Natur. Biochemische Kritik. Die Schwingung als Vortriebsfaktor im Wasser. Schwingungsleistungen der Fische. Die Schwingung im Luftmeer. Der Insektenflug. Der Vogelflug. Die Theorie der Vortriebschwingung. Die phasenmäßige Entwicklung der Schwingung.*

## MATHEMATISCHE LITERATUR FÜR DEN PHYSIKER

**Lehrbuch der Mathematik für Studierende der Naturwissenschaften und der Technik.** Eine Einführung in die Differential- und Integralrechnung und in die analytische Geometrie. Von Dr. Georg Scheffers, Geh. Regierungsrat, Prof. a. d. Techn. Hochschule Charlottenburg. Mit 438 Figuren. Sechste, verbesserte Auflage. Lexikon-Oktav. VIII, 743 Seiten. 1925 . . . . . RM. 30.—, geb. RM. 33.—

*Dieses vor allem für Studierende der Naturwissenschaften und der Technik geschriebene Lehrbuch ist in erster Linie für den Selbstunterricht bestimmt und geht daher von dem denkbar geringsten Maß von Vorkenntnissen aus: der Leser braucht nur im Buchstabenrechnen, in der Auflösung von Gleichungen ersten Grades mit einer Unbekannten und in der niederen Geometrie bewandert zu sein.*

**Neue Rechentafeln.** Für Multiplikation und Division mit allen ein- bis vierstelligen Zahlen. Herausgegeben von Professor Dr. J. Peters, Observator am Astronomischen Recheninstitut. Folio-Format. VI, 378 Seiten. 1909 . . . . . Geb. RM. 20.—  
Diese Rechentafeln von Peters sind ebenfalls in französischer wie englischer Ausgabe zu haben . . . . . Geb. je RM. 20.—

**Dr. A. L. Crelles Rechentafeln**, welche alles Multiplizieren und Dividieren mit Zahlen unter Tausend ganz ersparen, bei größeren Zahlen aber die Rechnung erleichtern und sicherer machen. Neue Ausgabe. Besorgt von O. Seeliger. Mit Tafeln der Quadrat- und Kubikzahlen von 1—1000. VII, 501 Seiten. Folio. 1930 . . . . . Geb. RM. 26.—  
Diese Rechentafeln von Crelle liegen auch in englischer Ausgabe vor.  
Geb. RM. 26.—

**Fünfstellige Logarithmen.** Mit mehreren graphischen Rechentafeln und häufig vorkommenden Zahlwerten. Von Regierungsrat Professor A. Adler. Zweite Aufl. 117 Seiten und 1 Tafel. 1929. (Samml. Göschen Bd. 423)  
Geb. RM. 1.80

*Der Band enthält die gemeinen Logarithmen der ganzen Zahlen bis 1000, die der goniometrischen Funktionen, die wirklichen Werte dieser Funktionen und die Reihe von mathematischen, physikalischen und astronomischen Hilfstafeln, wie sie fünfstelligen Logarithmentafeln gewöhnlich beigegeben sind.*

**Fünfstellige Logarithmentafeln** der trigonometrischen Funktionen für jede Zeitssekunde des Quadranten. Herausgegeben von Prof. Dr. J. Peters, Observator am Astronomischen Recheninstitut. Lexikon-Oktav. IV, 82 Seiten. 1912 . . . . . Geb. RM. 7.—

*In den vorliegenden Tafeln bietet der Herausgeber, unter Benutzung des wertvollen Materials, das ihm als Resultat der mit J. Bauschinger ausgeführten Bearbeitung der 8stelligen Tafeln der trigonometrischen Funktionen zur Verfügung stand, der rechnenden Astronomie ein Hilfsmittel von großem Nutzen.*

**Vollständige logarithmische und trigonometrische Tafeln.** Von Professor Dr. E. F. August, weiland Direktor des Köllnischen Realgymnasiums, Berlin. Achtundvierzigste Auflage in der Bearbeitung von Dr. F. August, weiland Professor an der Artillerie- und Ingenieur-Schule, Berlin. Oktav. VII, 204 Seiten. 1927 . . . . . Geb. RM. 2.—

*„Die Anordnungen des Zahlenmaterials in den Tafeln, der klare Druck, handliches Format und gediegene Ausstattung empfehlen das Buch allein.“*  
*Allgemeine Vermessungs-Nachrichten.*

**Vierstellige Tafeln und Gegentafeln** für logarithmisches und trigonometrisches Rechnen in zwei Farben zusammengestellt. Von Professor Dr. Hermann Schubert. Neue Ausgabe von Dr. Robert Haussner, o. ö. Professor an der Universität Jena. 175 Seiten. Neudruck 1926. (Samml. Göschen Bd. 81) . . . . . Geb. RM. 1.80

*„Die vierstelligen Logarithmen sind in der Form recht handlich und gefällig. Besonders zu empfehlen sind die Tafeln für Schulen, wo es von Vorteil ist, die Lernenden nicht mit umfangreichen Büchern zu belasten.“*  
*Zeitschrift d. Österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins.*

**Vierstellige Logarithmentafeln.** Von Dr. Max Zacharias, Studienrat am Vereinigten Friedrichs- und Humboldt-Gymnasium in Berlin, und Dr. Paul Meth, Studienrat an der Herderschule in Charlottenburg. Groß-Oktav. 44 Seiten. 1927 . . . . . Geb. RM. 1.50

*„Diese Logarithmentafel zeichnet sich durch übersichtliche Anordnung und Reichtum des Gebotenen aus.“*  
*Deutsche Schulzeitung in Polen.*

**Logarithmische Rechentafeln für Chemiker, Pharmazeuten, Mediziner und Physiker.** Gegründet von Professor Dr. F. W. Küster †. Für den Gebrauch im Unterrichtslaboratorium und in der Praxis berechnet und mit Erläuterungen versehen. Nach dem gegenwärtigen Stande der Forschung bearbeitet von Dr. A. Thiel, o. ö. Professor der physikalischen Chemie, Direktor des Physik.-Chem. Instituts der Universität Marburg.

Fünfunddreißigste bis vierzigste, verbesserte und vermehrte Auflage. Oktav. 188 Seiten und eine Tafel. 1929 . . . . . Geb. RM. 7.50

„Die wohl allseitig bekannten Küsterschen Rechentafeln sind dem Chemiker, der sich ihrer einmal bedient hat, zum ungern entbehrten Werkzeug geworden, das sich in seiner bewährten Anordnung des Stoffes zu einem wirklich nützlichen und fast notwendigen Hilfsbuch entwickelt hat. Die Neuauflage erscheint wie üblich nach dem neuesten Stande der Forschung.“

Zeitschrift für angewandte Chemie.

**Fünfstellige Tafeln der Kreis- und Hyperbelfunktionen sowie der Funktionen  $e^x$  und  $e^{-x}$  mit den natürlichen Zahlen als Argument.** Von Dr.-Ing. Keiichi Hayashi, Professor an der Kaiserlichen Kyushu-Universität Fukuoka-Hakosaki, Japan. Oktav. IV, 182 Seiten. Neudruck 1931 . . . . . RM. 9.—

„Der bekannte japanische Verfasser hat aus der Notwendigkeit, die Werte beider Funktionsarten gleichzeitig zur Verfügung zu haben, Tafeln berechnet, in denen nicht nur die Hyperbelfunktionen, sondern auch die Kreisfunktionen mit verschieden großen Abstufungen, auf fünf Dezimalstellen angewendet sind. Die Anordnung dieser Tafeln ist äußerst praktisch, Druck und Papier sind ausgezeichnet, so daß die Benutzung sich bequem und einfach gestaltet. Für alle, die zahlenmäßige Rechnungen mit den genannten Funktionen häufiger auszuführen haben, ist der Gebrauch der Tafeln als praktisch und zeitsparend zu empfehlen.“

Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure.

**Tafeln der Funktionen Cosinus und Sinus mit den natürlichen sowohl reellen als rein imaginären Zahlen als Argument.** (Kreis- und Hyperbelfunktionen.) Von Dr. Carl Burrau. Vorwort in deutscher, französischer und englischer Sprache. Oktav. XX, 63 Seiten. 1907 . Geb. RM. 4.—

**Mathematische Formelsammlung.** Von Professor O. Th. Bürklen †. Vollständig umgearbeitete Neuausgabe von Dr. F. Ringleb. Mit 38 Figuren. Zweite, verbesserte Auflage. 256 Seiten. 1931. (Sammlung Göschen Bd. 51) . . . . . Geb. RM. 1.80

„Eine sehr geschickt ausgewählte und recht reichhaltige Sammlung, welche wohlgeeignet ist, die Abiturienten der Gymnasien und Oberrealschulen bei den Repetitionen zu unterstützen und ihnen einen klaren Überblick über das ganze System der Elementarmathematik zu geben.“

Fortschritte der Mathematik.

**Höhere Algebra.** Von Dr. Helmut Hasse, o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Marburg.

I: Lineare Gleichungen. 160 Seiten. 1926. (Samml. Göschen Bd. 931) Geb. RM. 1.80

II: Gleichungen höheren Grades. 160 Seiten. 1927. (Samml. Göschen Bd. 932) . . . . . Geb. RM. 1.80

„Es ist dem Verfasser gelungen, in engstem Rahmen das Gebäude der ‚allgemeinen‘ Algebra vor den Augen des Lesers aufzurichten, einer Algebra, die auf dem Fundament der Definitionen der Ringe, Körper und Integritätsbereiche aufgebaut ist.“

Zeitschrift für mathem. und naturw. Unterr.

**Algebra I: Die Grundlagen.** Von Dr. Oskar Perron, o. ö. Professor an der Universität München. Mit 4 Figuren. VIII, 307 Seiten. 1927. (Göschens Lehrbücherei Bd. 8) . . . . . RM. 10.—, geb. RM. 11.50

**Algebra II: Theorie der algebraischen Gleichungen.** Von Dr. Oskar Perron, o. ö. Professor an der Universität München. Mit 5 Figuren. VIII, 243 S. 1927. (Göschens Lehrbücherei Bd. 9) RM. 8.—, geb. RM. 9.50

Band I enthält die Grundbegriffe, es folgt ein Kapitel über den polynomischen und den Taylorschen Satz und der für den Ingenieur wichtige Abschnitt über Determinanten. Anschließend folgen Kapitel über symmetrische Funktionen, Teilbarkeit und über die Existenz von Wurzeln. Band II ist der Gleichungstheorie gewidmet.

**Praxis der Gleichungen.** Von Dr. C. Runge, Professor an der Universität Göttingen. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 8 Figuren. V, 172 Seiten. 1921. (Göschens Lehrbücherei Bd. 2) . . . . . RM. 6.—, geb. RM. 7.—

**Einführung in die Determinantentheorie** einschließlich der Fredholm'schen Determinanten. Von Dr. Gerhard Kowalewski, o. Professor an der Technischen Hochschule in Dresden. Zweite, verb. Aufl. Gr.-Okt. IV, 304 Seiten. 1925 . . . . . RM. 14.—, geb. RM. 15.50

*„Die Kowalewskische Darstellung des umfangreichen Gebietes zeichnet sich durch die anschauliche Kraft und Klarheit der Sprache vor anderen aus. Die Beschäftigung mit diesem Buche gewährt neben dem wissenschaftlichen Gewinn einen reichen ästhetischen Genuß.“*  
Schulwart.

**Lehrbuch der Analysis.** Von Professor Edouard Goursat. I. Band. Nach der zweiten Auflage des französischen Originals übersetzt von Felix James Schwarz. Mit Begleitwort von Dr. Gerhard Kowalewski, o. ö. Professor an der Technischen Hochschule Dresden. Mit 53 Figuren. Groß-Oktav. XII, 592 Seiten. 1914 . . . . . RM. 12.—, geb. RM. 13.50

**Höhere Analysis.** Von Dr. Fr. Junker, Rektor des Realgymnasiums und der Oberrealschule in Göppingen (Württemberg). Erster Teil: Differentialrechnung. Mit 167 Übungsbeispielen und 67 Figuren im Text. Dritte, verbesserte Auflage. Neudruck. 204 Seiten. 1929. (Samml. Göschens Bd. 87) . . . . . Geb. RM. 1.80

Zweiter Teil: Integralrechnung. Mit 50 Figuren im Text. Vierte, verbesserte Auflage. Neudruck. 132 Seiten. 1929. (Samml. Göschens Bd. 88) Geb. RM. 1.80

*„Die Bändchen sind eine wahre Hochschule des abstrakten Denkens, und das Werk genießt in Fachkreisen mit Recht das höchste Ansehen.“*

*Magazin für Pädagogik.*

**Repetitorium und Aufgabensammlung zur Differentialrechnung.** Von Rektor Dr. Fr. Junker. Vierte, verbesserte Auflage von Oberstudienrat Professor Dr. A. Witting. Mit 47 Figuren im Text. 130 Seiten. 1928. (Samml. Göschens Bd. 146) . . . . . Geb. RM. 1.80

*Der Band, der sich als vorzügliches Mittel zur Einübung der elementaren Sätze und Formeln der Differentialrechnung bewährt hat, erfährt bei seiner Neuauflage eine bedeutende Verbesserung und Erweiterung.*

**Integralgleichungen.** Von Dr. Gerhard Kowalewski, o. Professor an der Technischen Hochschule Dresden. Mit 11 Figuren. Groß-Oktav. 302 Seiten. 1930 . . . . . RM. 15.—, geb. RM. 16.50  
(Göschens Lehrbücherei, I. Gruppe: Reine und angewandte Mathematik, Bd. 18.)

**Repetitorium und Aufgabensammlung zur Integralrechnung.** Von Rektor Dr. Fr. Junker. Mit 52 Figuren im Text. Dritte, verbesserte Auflage. Neudruck. 135 Seiten. 1929. (Samml. Göschens Bd. 147) Geb. RM. 1.80

*„Die reichhaltige Aufgabensammlung ist für den Selbstunterricht sehr geeignet. Das nützliche Büchlein wird weiterhin die verdiente große Verwendung finden.“*

*Schweizer Pädagogische Zeitschrift.*

**Elementare Reihenlehre.** Von Dr. Hans Falckenberg, Professor an der Universität Gießen. Mit 4 Figuren im Text. 136 Seiten. 1926. (Samml. Göschens Bd. 943) . . . . . Geb. RM. 1.80

*Das Bändchen will mehr bieten als das, was in jedem Lehrbuch der Infinitesimalrechnung über unendliche Reihen enthalten ist, und fügt deshalb z. B. der Erörterung über das Cauchy'sche Divergenz- und Konvergenzkriterium auch solche über das Raabesche, das logarithmische und das Gauß'sche an.*

**Komplexe Reihen nebst Aufgaben über reelle und komplexe Reihen.**

Von Dr. Hans Falckenberg, Professor an der Universität Gießen. Mit 3 Figuren im Text. 140 Seiten. 1931. (Samml. Göschen Bd. 1027) Geb. RM. 1.80

**Fouriersche Reihen.** Von Dr. W. Rogosinski, Professor an der Universität Königsberg. 1930. (Samml. Göschen Bd. 1022) . . . Geb. RM. 1.80

**Lebesguesche Integrale und Fouriersche Reihen.** Von Dr. L. Schlesinger, o. Professor an der Universität Gießen, und Dr. A. Pleßner. Groß-Oktav. VIII, 229 Seiten. 1926 . . . . . RM. 14.—, geb. RM. 16.—

„Das System ist so durchgeführt, daß fast keine Vorkenntnisse gefordert und trotzdem das volle Beherrschen des Materials erzielt werden kann.“

*Allgemeine Osterr. Chemiker- u. Techniker-Zeitung.*

**Einführung in die Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen auf funktionentheoretischer Grundlage.** Von Dr. Ludw. Schlesinger, o. Professor an der Universität Gießen. Dritte, neubearbeitete Auflage. Groß-Oktav. VIII, 326 Seiten. 1922 . . . . . RM. 10.—, geb. RM. 11.—

*Es war das Bestreben des Verfassers, durch die hier gegebene Darstellung die Theorie der Differentialgleichungen auch denjenigen leichter zugänglich zu machen, die es mit den Anwendungen der Analysis zu tun haben.*

**Gewöhnliche Differentialgleichungen.** Von Prof. Dr. G. Hoheisel. Zweite, verbesserte Auflage. 159 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 920) . . . . . Geb. RM. 1.80

*Der Band beginnt mit einer elementar gehaltenen Einführung in die Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen, geht aber in den späteren Teilen über die Anfangsgründe hinaus. Bei der Auswahl des Stoffes wurden Gegenstände, welche Anwendungen zulassen, bevorzugt.*

**Gewöhnliche Differentialgleichungen.** Von Dr. J. Horn, o. Professor an der Technischen Hochschule Darmstadt. Zweite, völlig umgearb. Auflage. Mit 4 Figuren. 1927. VIII, 197 Seiten. (Göschens Lehrbücherei Bd. 10) RM. 9.—, geb. RM. 10.50

*Inhalt: Elementare Integrationsmethoden, Existenzbeweise, Methode der schrittweisen Annäherung, numerische und graphische Näherungsmethoden, lineare Differentialgleichungen, elementare Integrationsmethoden und weitere Untersuchungen im reellen Gebiet, Existenzbeweise im komplexen Gebiet, Abhängigkeit der Lösungen von Parametern und Anfangswerten, Singularitäten nichtlinearer Differentialgleichungen.*

**Partielle Differentialgleichungen.** Von Prof. Dr. G. Hoheisel. 159 Seiten. 1928. (Samml. Göschen Bd. 1003) . . . . . Geb. RM. 1.80

*Das Buch enthält alle wichtigen Lehrsätze und Methoden für die Integration der partiellen Differentialgleichungen. Trotz der Kürze sind alle wesentlichen Ideen und Wege aufgezeigt.*

**Funktionentheorie.** Von Dr. Konrad Knopp, o. Professor an der Universität Tübingen.

Erster Teil: Grundlagen der allgemeinen Theorie der analytischen Funktionen. Mit 8 Figuren. Vierte, verbesserte Auflage. 140 Seiten. 1930. (Sammlung Göschen Bd. 663) . . . . . Geb. RM. 1.80

Zweiter Teil: Anwendungen und Weiterführung der allgemeinen Theorie. Mit 7 Figuren. Zweite, vollständig neubearbeitete Auflage. Durchgesehener Neudruck. 138 S. 1926. (Samml. Göschen Bd. 703) Geb. RM. 1.80

„Die beiden vollständig neubearbeiteten Bände seien allen Studierenden der Mathematik als Muster klarer und strenger Darstellung aufs wärmste empfohlen.“

*Monatsschrift für Mathematik und Physik.*

**Aufgabensammlung zur Funktionentheorie.** Von Dr. Konrad Knopp, o. Professor an der Universität Tübingen.

Erster Teil: Aufgaben zur elementaren Funktionentheorie. 136 Seiten. 1923. (Samml. Göschen Bd. 877) . . . . . Geb. RM. 1.80

Zweiter Teil: Aufgaben zur höheren Funktionentheorie. 143 Seiten. 1928. (Samml. Göschen Bd. 878) . . . . . Geb. RM. 1.80

*Die Mehrzahl der in den beiden Bänden enthaltenen Aufgaben beziehen sich auf Knopps „Funktionentheorie“ (Samml. Göschen Bd. 668 und 703). Sämtlichen Aufgaben sind die Lösungen beigegeben.*

**Elliptische Funktionen.** Von Dr. R. König, o. Professor der Mathematik an der Universität Jena, und Dr. M. Krafft, a. o. Professor an der Universität Marburg i. H. Mit 4 Figuren. 263 Seiten. 1928. (Göschens Lehrbücherei Bd. 11) . . . . . RM. 13.—, geb. RM. 14.50

*Das Buch will den Studierenden und Fachmann die elliptischen Funktionen als Glied eines großen Organismus verstehen lehren, der mit den einfachsten analytischen Funktionen, den rationalen, beginnt und schließlich zu den Riemannschen Funktionensystemen emporwächst.*

**Elliptische Funktionen.** Von Dr. Karl Boehm, Professor an der Technischen Hochschule Karlsruhe.

I. Teil: Theorie der elliptischen Funktionen aus analytischen Ausdrücken entwickelt. Mit 11 Figuren im Text. XII, 356 Seiten, Neudruck. 1930. (Samml. Schubert Bd. 30) . . . . . Geb. RM. 20.—

II. Teil: Theorie der elliptischen Integrale. Umkehrproblem. Mit 28 Figuren im Text. VII, 180 Seiten. 1910. (Samml. Schubert Bd. 61) Geb. RM. 7.80

**Potentialtheorie.** Von Dr. W. Sternberg, a. o. Professor in Breslau.

I. Die Elemente der Potentialtheorie. Mit 5 Figuren. 136 Seiten. 1925. (Samml. Göschen Bd. 901) . . . . . Geb. RM. 1.80

II. Die Randwertaufgaben der Potentialtheorie. Mit 1 Figur. 133 Seiten. 1926. (Samml. Göschen Bd. 944) . . . . . Geb. RM. 1.80

*„Die Bände geben einen klaren Einblick in die Gedankengänge und Beweismethoden der Potentialtheorie. Da es dem Verfasser gelungen ist, trotz der räumlichen Enge alle erforderlichen Beweise exakt durchzuführen, ist das Werk als Hilfsbuch neben einer Vorlesung durchaus zu empfehlen.“*

*Zeitschrift für den mathem. u. naturw. Unterricht.*

**Theorie des Potentials und der Kugelfunktionen.** Von Professor Dr. A. Wangerin in Halle a. d. S.

I. Teil: Mit 46 Figuren. VIII, 255 Seiten. Unveränderter Neudruck. 1922. (Samml. Schubert Bd. 58) . . . . . Geb. RM. 4.—

II. Teil: Mit 17 Figuren. VIII, 286 Seiten. 1921. (Samml. Schubert Bd. 59) Geb. RM. 4.—

*„Wer in die Potentialtheorie eindringen will, findet in dem leichtverständlichen Buch einen zuverlässigen und angenehmen Führer.“*

*Zeitschrift f. d. mathem. u. naturwiss. Unterricht.*

**Numerische Integration.** Von Professor Dr. Fr. A. Willers. Mit 2 Figuren. 116 Seiten. 1923. (Samml. Göschen Bd. 864) . . . . . Geb. RM. 1.80

*Die Darstellung ist sehr übersichtlich und so elementar als möglich gehalten. Sie setzt nur die Kenntnisse der Grundgesetze der Differential- und Integralrechnung voraus und wendet sich an Mathematiker, Physiker und vor allem an Ingenieure, für die das Buch eine gute Anleitung und Einführung ist.*

**Graphische Integration.** Von Professor Dr. Fr. A. Willers. Mit 53 Figuren. 142 Seiten. 1920. (Samml. Göschen Bd. 801) . . . . . Geb. RM. 1.80

*Der Verfasser versucht einem weiteren Kreise die immer noch zu wenig benutzten zeichnerischen Methoden bekanntzumachen. Er setzt dabei so wenig Vorkenntnisse wie möglich voraus.*

**Praktisches Zahlenrechnen.** Von Professor Dr.-Ing. P. Werkmeister in Dresden. Mit 60 Figuren. Zweite, verbesserte Auflage. 136 Seiten. 1929. (Samml. Göschen Bd. 405) . . . . . Geb. RM. 1.80

*Das Buch gibt eine übersichtliche Auskunft über die in der Praxis angewendeten Arten des Rechnens. Es wird daher in allen Kreisen der Technik und Naturwissenschaft ein willkommener Führer und Ratgeber sein.*

**Mathematische Instrumente.** Von Professor Dr. Fr. A. Willers. Mit 68 Figuren. 144 Seiten. 1926. (Samml. Göschen Bd. 922) Geb. RM. 1.80

*Der Band bringt nicht nur eine Beschreibung der mathematischen Instrumente, sondern auch eine genaue Theorie, aus der die Anwendungsmöglichkeiten, die beste Art des Gebrauchs sowie die Größe der auftretenden Ungenauigkeiten abgeleitet werden.*

**Taschenbuch für praktische Geometrie.** Von Dr. H. Löschner, o. ö. Professor an der Deutschen Technischen Hochschule in Brünn. Mit 10 Figuren im Text. Klein-Oktav. X, 147 Seiten. 1922. Geb. RM. 2.—

*Der vorliegende Band enthält die wichtigen Formeln der praktischen Geometrie, die Konstanten und Genauigkeitsangaben, Leitsätze für die Beobachtungen und Merkgeln für die Behandlung, Beförderung und Aufbewahrung geodätischer Instrumente und Geräte.*

**Nichteuklidische Geometrie.** Von Professor Dr. Richard Baldus. Mit 71 Figuren. 152 Seiten. 1927. (Samml. Göschen Bd. 970) Geb. RM. 1.80

*Wenn auch der Band durch möglichste Klarheit und zahlreiche Figuren, auf die besondere Sorgfalt verwendet wurde, zunächst auf den Neuling auf diesem Gebiet Rücksicht nimmt, so dürfte doch auch der Fachmann manches Neue darin finden. Daß bis zu den Übergängen aus dem mathematischen in das rein philosophische Gebiet vorgedrungen wird, dürfte philosophisch interessierten Lesern willkommen sein.*

**Nichteuklidische Geometrie.** Von Prof. Dr. H. Liebmann in Heidelberg. Mit 40 Figuren. Dritte Auflage. 150 Seiten. 1923. RM. 6.—, geb. RM. 7.—

*Das vorliegende Buch will, möglichst wenig an mathematischen Kenntnissen voraussetzend, in die nichteuklidische Geometrie einführen, und zwar nur auf einem Gebiete — dem der Ebene —, auf diesem aber gründlich dargestellt.*

**Kreis und Kugel.** Von Dr. Wilhelm Blaschke, o. Prof. a. d. Univ. Hamburg. Mit 27 Fig. im Text. Groß-Oktav. X, 169 S. 1916. RM. 4.40, geb. RM. 5.50

**Projektive Geometrie in synthetischer Behandlung.** Von Dr. Karl Doehlemann, weil. Professor an der Technischen Hochschule München. Fünfte Auflage.

Erster Teil. Mit 59 Figuren. 132 Seiten. 1922. (Samml. Göschen Bd. 72)

Zweiter Teil. Mit 55 Figuren. 138 Seiten. 1924. (Samml. Göschen Bd. 876)  
Geb. je RM. 1.80

*„Die Darstellung ist musterhaft klar und leichtverständlich und wird durch übersichtliche Zeichnungen und zahlreiche Aufgaben aufs trefflichste illustriert.“  
Bayerische Blätter für das Gymnasialschulwesen.*

**Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf Geometrie.** Von Dr. Georg Scheffers, Geh. Reg.-Rat. Professor an der Technischen Hochschule Charlottenburg. I. Mit 107 Figuren. Dritte, verbesserte Auflage. XII, 482 Seiten. 1923 . . . . . RM. 13.—, geb. RM. 14.50

II. Mit 110 Figuren. Dritte, verb. Auflage. XI, 582 Seiten. 1922.

RM. 15.—, geb. RM. 16.50

- Grundlagen der Geometrie.** Von Professor Dr. Gerhard Hessenberg. Herausgegeben von Dr. W. Schwan. Mit 77 Figuren. 143 Seiten. 1930. (Göschens Lehrbücherei Bd. 17) . . . . . RM. 6.50, geb. RM. 7.80
- Hessenbergs Vorlesungen über die „Grundlagen der Geometrie“ stellen eine besonders einfache und lesbare Einführung in die neuere geometrische Grundlagenforschung dar. Sie werden darum allen denen willkommen sein, die zwar der Sache selbst Interesse entgegenbringen, aber mit der sonstigen Grundlagenliteratur nicht recht fertig geworden sind. Auch der Kenner wird ihnen manche Anregung entnehmen. Die ersten beiden Kapitel sind so einfach gehalten, daß sie selbst mathematischen Arbeitsgemeinschaften an höheren Schulen Stoff liefern können. Der Schwerpunkt des Buches liegt in den Erörterungen über den Fundamentalsatz der projektiven Geometrie und seine Sonderfälle, den Desarguesschen und Pascalschen Satz.*
- Darstellende Geometrie.** Von Dr. Robert Haufner, o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Jena.
- Erster Teil: Elemente; Ebenflächige Gebilde. Vierte, verbesserte Auflage. Mit 110 Figuren im Text. 207 Seiten. 1930. (Samml. Göschens Bd. 142) . . . . . Geb. RM. 1.80
- Zweiter Teil: Perspektive ebener Gebilde; Kegelschnitte. Dritte, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 88 Figuren im Text. 168 Seiten. 1930. (Samml. Göschens Bd. 143) . . . . . Geb. RM. 1.80
- Dritter Teil: Zylinder, Kegel, Kugel, Rotations- und Schraubenflächen, Schattenkonstruktionen, Axonometrie. Von Dr. Robert Haufner, o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Jena, und Dr. Wolfgang Haack, Privatdozent für Mathematik an der Technischen Hochschule Danzig-Langfuhr. Mit 65 Figuren im Text. 144 Seiten. 1931. (Samml. Göschens Bd. 144) . . . . . Geb. RM. 1.80
- Lehrbuch der darstellenden Geometrie.** Von Dr. Karl Rohn, Geh. Rat, weiland Professor an der Universität Leipzig, und Dr. Erwin Papperitz, Geh. Rat, Professor an der Bergakademie in Freiberg i. Sa. Drei Bände. Groß-Oktav. I. Orthogonalprojektion. Vielfache, Perspektivität ebener Figuren, Kurven, Zylinder, Kegel, Rotations- und Schraubenflächen. Vierte, erweiterte Auflage. XX, 502 Seiten. Mit 351 Figuren. 1913. Anastatischer Nachdruck. 1921 . . . . . RM. 16.50, geb. RM. 18.—
- II. Axonometrie, Perspektive, Beleuchtung. Vierte, umgearbeitete Auflage. VI, 194 Seiten mit 118 Figuren. 1916 . . . . . RM. 6.20, geb. RM. 7.20
- III. Kegelschnitte, Flächen zweiten Grades, Regel-, abwickelbare und andere Flächen. Flächenkrümmung. Vierte, unveränderte Auflage. X, 334 Seiten. Mit 157 Figuren. 1923 . . . . . RM. 10.80, geb. RM. 12.—
- Darstellende Geometrie.** Von Theodor Schmid, o. ö. Professor an der Technischen Hochschule in Wien. I. Teil: Eckige Körper, Kugel, Zylinder, Kegel, Plankurven und Raumkurven mit den zugehörigen Torsen im Normalrißverfahren und in orthogonaler Axonometrie. Dritte Auflage. Mit 170 Figuren. 283 S. 1922. (Samml. Schubert Bd. 65) Geb. RM. 6.—
- II. Teil: Schiefe und zentrale Projektion. Dreh-, Rohr-, Schrauben- und Regelflächen. Geländedarstellung, Kartenprojektion, Nomographie. Zweite Auflage. Mit 163 Fig. 340 S. 1923. (Samml. Schubert Bd. 66) Geb. RM. 7.50
- Elementargeometrie der Ebene und des Raumes.** Von Professor Max Zacharias, Studienrat in Berlin. Mit 196 Figuren im Text. Groß-Oktav. 252 S. 1929. (Göschens Lehrbücherei Bd. 16) RM. 13.—, geb. RM. 14.50
- Vorlesungen über Allgemeine natürliche Geometrie und Liesche Transformationsgruppen.** Von Dr. Gerhard Kowalewski, o. ö. Professor der reinen Mathematik an der Technischen Hochschule zu Dresden. Mit 16 Figuren. Groß-Oktav. 280 Seiten. 1931. RM. 15.50, geb. RM. 17.— (Göschens Lehrbücherei, I. Gruppe: Reine und angewandte Mathematik, Bd. 19.)

**Geometrische Transformationen.** Von Dr. Karl Doehlemann, weil. Professor an der Technischen Hochschule München. Zweite Auflage, herausgegeben von Dr. Wilhelm Olbrich, Professor an der Hochschule für Bodenkultur in Wien. Mit 89 Figuren im Text und 4 Abbildungen. Groß-Oktav. 254 Seiten. 1930 . . . . . RM. 13.—, geb. RM. 14.50 (Göschens Lehrbücherei, I. Gruppe: Reine und angewandte Mathematik, Bd. 15.)

**Wahrscheinlichkeitsrechnung.** Von Dr. Otto Knopf, o. Professor der Astronomie an der Universität Jena. I. 112 Seiten. 1923. II. Mit 10 Figuren. 112 Seiten. 1923. (Samml. Göschens Bd. 508 und 871) Geb. je RM. 1.80

**Graphische Darstellung in Wissenschaft und Technik.** Von Dr. Marcello Pirani, Professor an der Technischen Hochschule in Charlottenburg. Mit 71 Figuren. Zweite, verbesserte Auflage. 1931. (Samml. Göschens Bd. 728) . . . . . Geb. RM. 1.80

**Graphische Statik** mit besonderer Berücksichtigung der Einflußlinien. Von Dipl.-Ing. Otto Henkel, Bauingenieur und Studienrat an der Bauwerkshule in Erfurt. 2 Teile. (Samml. Göschens Bd. 603 u. 695) Geb. je RM. 1.80

**Vorlesungen über graphische Statik.** Von Dr. Fr. Schur, o. Professor an der Technischen Hochschule in Breslau. Herausgegeben unter Mitwirkung von Wolfgang Vogt. Mit zahlreichen Figuren im Text. Groß-Oktav. VIII, 219 Seiten. 1915 . . . . . RM. 7.—, geb. RM. 8.20

**Statik.** I. Teil: Die Grundlagen der Statik starrer Körper. Von Privatdozent Dr.-Ing. Ferd. Schleicher in Karlsruhe. Mit 47 Abbildungen. 143 Seiten. 1930. (Samml. Göschens Bd. 178) . . . . . Geb. RM. 1.80

II. Teil: Angewandte (techn.) Statik. Von Professor Dipl.-Ing. W. Hauber in Stuttgart. Mit 61 Abbildungen. Sechster Neudruck. 149 Seiten. 1922. (Samml. Göschens Bd. 179) . . . . . Geb. RM. 1.80

**Kinematik.** Von Dr.-Ing. Hans Polster, Betriebsingenieur der Badischen Anilin- und Sodafabrik Merseburg-Leuna. Mit 76 Abbildungen. Zweite Auflage. 151 Seiten. 1920. (Samml. Göschens Bd. 584) Geb. RM. 1.80

**Ballistik.** Von Dr. Theodor Vahlen, o. ö. Professor der reinen und angewandten Mathematik in Wien. Mit 53 Abbildungen. Groß-Oktav. XII, 231 Seiten. 1922 . . . . . RM. 9.—, geb. RM. 10.—

*Im Gegensatz zu anderen Werken über Ballistik bringt dieses neue Buch gerade den mathematischen Gehalt der Ballistik zur Darstellung. Es gewinnt dadurch noch erhöhte Bedeutung, daß es seine Entstehung den praktischen Erfahrungen verdankt, die der Verfasser im Kriege machte. U. a. weist es als neu die zwischen innerer und äußerer Ballistik einzuschaltende Übergangsballistik und als Ballistik in großen Höhen die kosmische Ballistik auf.*

**Festigkeitslehre.** Von Professor Dipl.-Ing. W. Hauber in Stuttgart. Mit 56 Figuren und 1 Tafel. Achter Neudruck. 127 Seiten und 1 Tafel. 1923. (Samml. Göschens Bd. 288) . . . . . Geb. RM. 1.80

*In dem Band gibt der Verfasser eine kurze Übersicht über die Fundamentalsätze der elastischen Kräfte in ihrer Anwendung auf die einfacheren Fälle der Festigkeit, soweit sie für die gewöhnlichen Aufgaben des praktischen Lebens in Frage kommen.*

**Aufgabensammlung zur Festigkeitslehre mit Lösungen.** Von R. Haren. Dritte, vollständig neubearbeitete Auflage von Josef Furtmayr, Dipl.-Ing. in Stuttgart. Mit 43 Figuren. 116 Seiten. 1923. (Samml. Göschens Bd. 491) . . . . . Geb. RM. 1.80

**Hydraulik.** Von Professor Dipl.-Ing. W. Hauber in Stuttgart. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Neudruck. Mit 45 Figuren. 156 Seiten. 1925. (Samml. Göschen Bd. 397) . . . . . Geb. RM. 1.80

*Das Buch enthält eine Darstellung der Hydrostatik und bringt aus der Hydrodynamik: Ausfluß des Wassers aus Gefäßen; Überfall des Wassers über Wehre; Die Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen; Die Bewegung des Wassers in Röhren mit konstantem Querschnitt; Stoß eines zylindrischen oder prismatischen Wasserstrahls auf eine Zylinderfläche.*

**Elastizitätslehre für Ingenieure.** Von Professor Dr.-Ing. Max Ensslin an der Höheren Maschinenbauschule Eßlingen. 2 Bde. (Samml. Göschen Bd. 519 und 957) . . . . . Geb. je RM. 1.80

*Band I bespricht die Grundlagen der Elastizitätslehre sowie Allgemeines über Spannungszustände, Zylinder, ebene Platten, Torsion und gekrümmte Träger.*

*Band II gibt eine Einführung in die Methoden zur Berechnung der statisch unbestimmten Konstruktion des Bau- und Maschineningenieurs.*

**Etymologisches Wörterbuch der Naturwissenschaften und Medizin.** Sprachliche Erklärung der wichtigeren Ausdrücke und Namen der Anatomie, Astronomie, Biologie, Botanik, Chemie, Geographie, Geologie, Medizin, Mineralogie, Naturphilosophie, Paläontologie, Physik, Psychologie und Zoologie. Von Dr. C. W. Schmidt. Oktav. VII, 138 Seiten. 1923.

Geb. RM. 2.—

*Das Büchlein wendet sich in erster Linie an Nichthumanisten, wird aber auch von Studierenden mit griechischer und lateinischer Vorbildung mit Vorteil gebraucht.*

---

Auf Wunsch kostenlose Zusendung unserer

## FACHKATALOGE UND SONDERVERZEICHNISSE

Mathematik und verwandte Wissenschaften / Naturwissenschaften und Medizin / Zoologie und Botanik  
Geologie und Mineralogie / Erdkunde / Rechts- und Staatswissenschaften u. a.

---

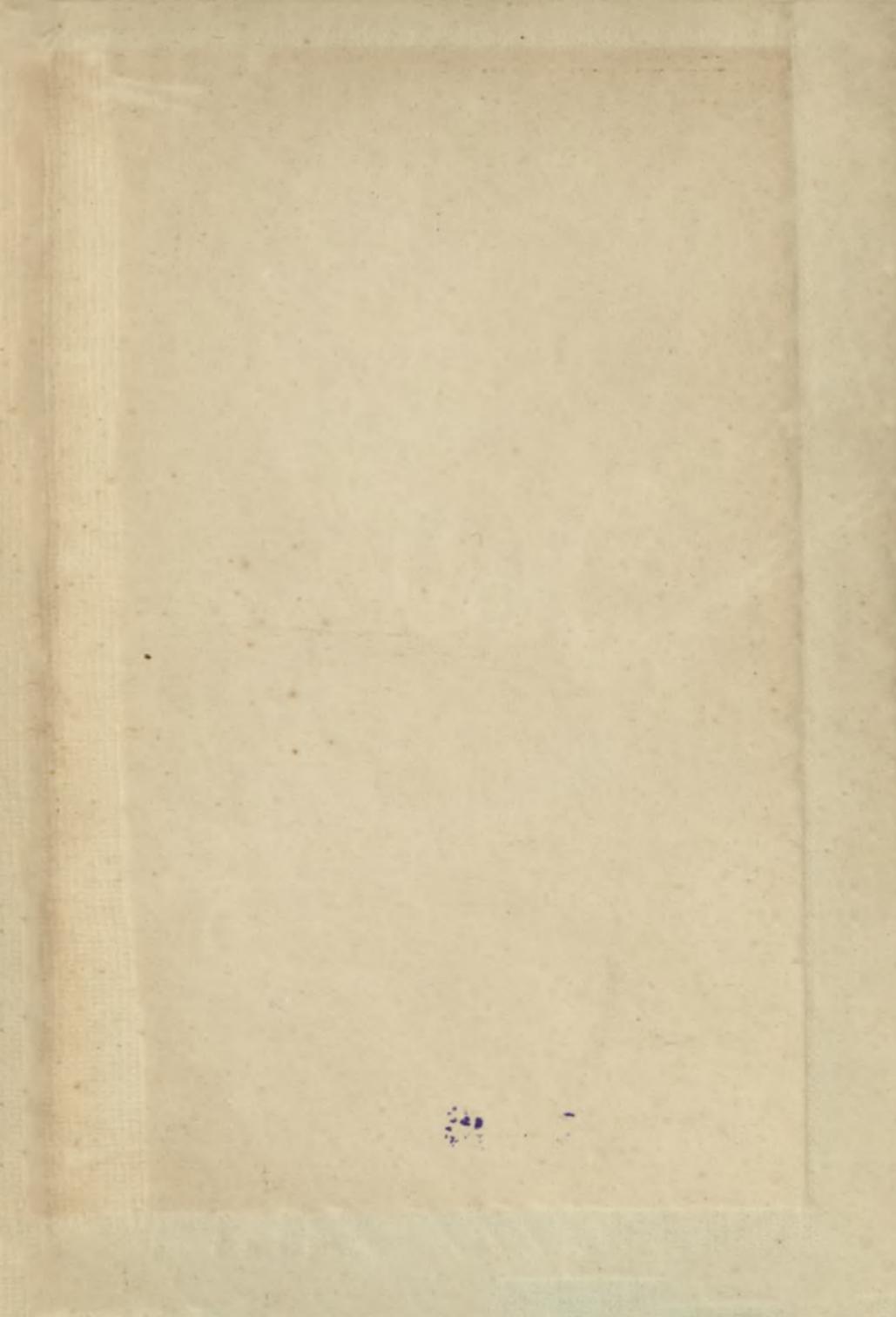
VERLAG VON WALTER DE GRUYTER & CO:  
IN BERLIN W 10 UND LEIPZIG

C. G. Röder A.-G., Leipzig



2,00

S - 96



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



I-301273



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000297999