

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA

L. inw.

Druk. U. J. Zam. 356. 10.000.

en
ung
metrie
des Raumes

Von

Prof. O. Th. Bürklen

Mit 8 Figuren



Sammlung

Götschen

Unser heutiges Wissen
in kurzen klaren,
allgemeinverständlichen
Einzeldarstellungen

Jede Nummer in Leinwand gebunden 90 Pf.

G. J. Götschen'sche Verlagshandlung
G. m. b. H. Berlin W 35 und Leipzig

Zweck und Ziel der „Sammlung Götschen“ ist, in Einzeldarstellungen eine klare, leichtverständliche und übersichtliche Einführung in sämtliche Gebiete der Wissenschaft und Technik zu geben; in engem Rahmen, auf streng wissenschaftlicher Grundlage und unter Berücksichtigung des neuesten Standes der Forschung bearbeitet, soll jedes Bändchen zuverlässige Belehrung bieten. Jedes einzelne Gebiet ist in sich geschlossen dargestellt, aber dennoch stehen alle Bändchen in innerem Zusammenhange miteinander, so daß das Ganze, wenn es vollendet vorliegt, eine einheitliche, systematische Darstellung bilden dürfte.

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000298045

Ein aus
Nummer

erschienenen
Bändchens

Mathematische Bibliothek

aus der Sammlung Göschen

Jedes Bändchen in Leinwand gebunden 90 Pfennig

- Geschichte der Mathematik** von Dr. A. Sturm, Professor am Obergymnasium in Seitenstetten. Nr. 226.
- Arithmetik u. Algebra** von Prof. Dr. Hermann Schubert. Nr. 47.
- Beispielsammlung zur Arithmetik und Algebra** von Professor Dr. Hermann Schubert. Nr. 48.
- Ebene Geometrie** m. 110 zweifarb. Fig. v. Prof. G. Mahler. Nr. 41.
- Ebene und sphärische Trigonometrie** mit 70 Figuren von Prof. Dr. Gerhard Hessenberg. Nr. 99.
- Stereometrie** mit 66 Figuren von Dr. Glaser. Nr. 97.
- Niedere Analysis** m. 6 Figuren von Dr. Benedikt Sporer. Nr. 53.
- Höhere Analysis I: Differentialrechnung** mit 68 Figuren von Professor Dr. Friedrich Junker. Nr. 87.
- Höhere Analysis II: Integralrechnung** mit 89 Figuren von Professor Dr. Friedrich Junker. Nr. 88.
- Repetitorium u. Aufgabensammlung zur Differentialrechnung** m. 46 Figuren v. Prof. Dr. Friedr. Junker. Nr. 146.
- Repetitorium und Aufgabensammlung zur Integralrechnung** m. 50 Figuren v. Prof. Dr. Friedr. Junker. Nr. 147.
- Analytische Geometrie der Ebene** mit 57 Figuren von Professor Dr. M. Simon. Nr. 65.
- Aufgabensammlung zur analytischen Geometrie der Ebene** mit 32 Figuren von Professor O. Th. Bürklen. Nr. 256.
- Analytische Geometrie des Raumes** mit 28 Abbildungen von Professor Dr. M. Simon. Nr. 89.
- Aufgabensammlung zur analytischen Geometrie des Raumes** mit 8 Figuren von Prof. O. Th. Bürklen. Nr. 309.
- Projektive Geometrie** in synthetischer Behandlung mit 91 Fig. von Professor Dr. K. Doehlemann. Nr. 72.
- Darstellende Geometrie I** mit 110 Figuren von Professor Dr. Rob. Haußner. Nr. 142.
- — II. Mit 40 Figuren. Nr. 143.
- Wahrscheinlichkeitsrechnung** von Dr. Franz Hack, Professor am Eberhard-Ludwigs-Gymnasium in Stuttgart. Mit 15 Figuren im Text. Nr. 508.
- Vierstellige Tafeln und Gegentafeln für logarithmisches und trigonometrisches Rechnen in zwei Farben zusammengestellt** von Prof. Dr. Hermann Schubert. Neue Ausgabe von Dr. Robert Haußner, Prof. a. d. Univ. Jena. Nr. 81.
- Fünfstellige Logarithmen** von Prof. Aug. Adler, Direktor der k. k. Staatsoberrealschule in Wien. Nr. 423.
- Mathematische Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik** mit 18 Fig. von Prof. O. Th. Bürklen. Nr. 51.

- Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate** v. Prof. Wilh. Weitbrecht. 2 Bändchen. Nr. 302 u. 641.
- Vektoranalysis** mit 16 Figuren von Professor Dr. Siegr. Valentiner. Nr. 354.
- Determinanten** von Paul B. Fischer, Oberlehrer an der Oberrealschule zu Groß-Lichterfelde. Nr. 402.
- Algebraische Kurven** von Eugen Beutel, Oberreallehrer in Vaihingen-Enz. I. Kurvendiskussion. Mit 57 Figuren im Text. Nr. 435.
- — II: Theorie und Kurven dritter und vierter Ordnung. Mit 52 Fig. im Text. Nr. 436.
- Koordinatensysteme** von Paul B. Fischer, Oberlehrer an der Oberrealschule zu Groß-Lichtenfelde. Nr. 507.
- Einführung in die geometrische Optik** von Dr. W. Hinrichs in Wilmersdorf-Berlin. Nr. 532.
- Einleitung in die Funktionentheorie** (Theorie der komplexen Zahlenreihen) von Oberlehrer Max Rose in Berlin-Wilmersdorf. Mit 10 Figuren. Nr. 581.
- Funktionentheorie** von Dr. Konrad Knopp, Privatdozent an der Universität Berlin. I: Grundlagen der allgemeinen Theorie der analytischen Funktionen. Mit 9 Figuren. Nr. 668.
- Versicherungsmathematik** v. Prof. Dr. Alfred Loewy. Nr. 180.
- Geometrisches Zeichnen** mit 290 Figuren und 23 Tafeln von H. Becker, neubearbeitet von Prof. J. Vonderlinn. Nr. 58.
- Vermessungskunde** von Oberlehrer Dipl.-Ing. P. Werkmeister. 2 Bändchen mit 255 Abbildungen. Nr. 468, 469.
- Geodäsie** von Prof. Dr. C. Reinhertz, neubearbeitet von Dr. G. Förster in Potsdam. Mit 68 Abbildungen. Nr. 102.
- Astronomie.** Größe, Bewegung und Entfernung der Himmelskörper von A. F. Möbius, neubearbeitet von Prof. Dr. Herm. Kobold. I: Das Planetensystem. Mit 33 Abbildungen. Nr. 11.
- — II: Kometen, Meteore und das Sternsystem. Mit 15 Figuren und 2 Sternkarten. Nr. 529.
- Astrophysik** mit 15 Abbildungen von Prof. Dr. Walter F. Wislicenus, neubearbeitet von Dr. H. Ludendorff. Nr. 91.
- Astronomische Geographie** mit 52 Figuren von Professor Dr. Siegm. Günther. Nr. 92.
- Nautik.** Kurzer Abriß des täglich an Bord von Handelsschiffen angewandt. Teils d. Schiffahrtskunde m. 56 Abb. v. Dr. Franz Schulze. Nr. 84.
- Luft- und Meeresströmungen** von Dr. Franz Schulze. Mit 37 Abbildungen und Tafeln. Nr. 561.

Weitere Bände sind in Vorbereitung.

Sammlung Götschen

Aufgabensammlung
zur
Analytischen Geometrie
des Raumes

Von

O. Th. Bürklen

Prof. am Königl. Realgymnasium in Schwäb. Gmünd

Mit 8 Figuren

Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage



Berlin und Leipzig
G. J. Götschen'sche Verlagshandlung G. m. b. H.

1912

KD 516 (076)



~~I 26~~

I 301424

Druck der Spamerschen Buchdruckerei in Leipzig

Akc. Nr. 4010/51

BPK-B-1/2017

Inhaltsverzeichnis.

I. Abschnitt. Punkt, Ebene, gerade Linie.

Seite

§	1.	Punkt und Vektor	5
§	2.	Sätze und Aufgaben über Projektionen	9
§	3.	Die Ebene	10
§	4.	Die gerade Linie.	21
§	5.	Ebene und Gerade	27
§	6.	Ebenenkoordinaten	30
§	7.	Geradlinige und ebene Örter	32

II. Abschnitt. Die Kugel.

§	8.	Gleichung; Berührungs-, Polar-, Potenzebene, Ähnlichkeitspunkte.	36
§	9.	Die Kugel als geometrischer Ort.	43

III. Abschnitt. Krumme Flächen (Herleitung der Gleichung aus dem Entstehungsgesetz).

§	10.	Zylinderflächen	48
§	11.	Kegelflächen.	53
§	12.	Drehflächen	57
§	13.	Rückungflächen	59
§	14.	Keil-(Konoid-)Flächen	62
§	15.	Einige Regelflächen	64

IV. Abschnitt. Flächen II. Grades.

§	16.	Das Ellipsoid	67
§	17.	Die Hyperboloide	74
§	18.	Die Paraboloid	80
§	19.	Die allgemeine Gleichung II. Grades	87

V. Abschnitt.

§	20.	Raumkurven; Schnittlinien von Flächen	90
§	21.	Vermischte Aufgaben	96

I. Abschnitt.

Punkt, Ebene, gerade Linie.

§ 1. Punkt und Vektor.

Bezeichnungen: O Nullpunkt oder Ursprung, P Punkt im Raum, $OP = r$, α , β , γ Richtungswinkel von OP , $x|y|z$ Koordinaten von P . Es sind stets, wofern nichts anderes bemerkt ist, rechtwinklige Koordinaten vorausgesetzt.

1. Wo liegen die folgenden Punkte?

- a) $4|0|0$, b) $4|3|0$, c) $4|3|5$, d) $4|4|4$,
e) $-4|-4|-4$, f) $0|-7|0$, g) $0|-7|+2$,
h) $-5|-7|+2$, i) $0|0|3$, k) $-5|0|3$,
l) $2|-5|-3$, m) $\infty|0|0$, n) $\infty|3|0$,
o) $\infty|3|5$, p) $3|5|z$ -Koord. unbestimmt,
q) $3|y$ - u. z -Koord. unbestimmt.

2. Welche Entfernungen von O haben die in 1. angegebenen Punkte?

$$\text{Formel: } r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

3. Es sollen die Richtungskosinus und, soweit es ohne Benützung der trigonometrischen Tafeln möglich,

auch die Richtungswinkel der Vektoren angegeben werden, die zu den in Nr. 1 angegebenen Punkten gehören.

4. Von einem über der XY -Ebene, d. h. auf der Seite der $+Z$ -Achse liegenden Punkt ist gegeben $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 45^\circ$, $r = 6$; gesucht ist γ , x , y , z .

$$\text{Res.: } \gamma = 60^\circ, \quad -3 \mid 3\sqrt{2} \mid 3.$$

5. Für einen unter der XY -Ebene liegenden Punkt ist gegeben $x = 15$, $y = 8$, $\alpha = 30^\circ$. Wie groß ist r , z , $\cos\beta$, $\cos\gamma$?

$$\text{Res.: } r = 10\sqrt{3}, \quad z = -\sqrt{11}, \quad \cos\beta = 4\sqrt{3}:15, \\ \cos\gamma = -\sqrt{33}:30.$$

6. Ein regelmäßiges Tetraeder mit der Kantenlänge a steht auf dem ersten Feld der XY -Ebene so, daß eine Ecke nach O und eine Kante auf die $+X$ -Achse fällt. Es sollen die Koordinaten der Ecken berechnet werden.

7. Eine regelmäßige vierseitige Pyramide $SP_1P_2P_3P_4$, deren Kanten alle die Länge a haben, steht so auf der XY -Ebene, daß die Spitze S auf der $+Z$ -Achse liegt und $P_1P_2 \perp Y$ -Achse, $P_1P_4 \perp X$ -Achse ist. Es sollen die Koordinaten der Ecken angegeben werden.

8. Die Koordinaten der Ecken eines Würfels von der Kantenlänge a anzugeben, wenn zwei Gegenecken P_7 und P_8 auf der Z -Achse symmetrisch zu O liegen und P_1 im 1. Feld der XZ -Ebene liegt.

Res.:

$$P_1: \frac{a}{3} \sqrt{6} \mid 0 \mid \frac{a}{6} \sqrt{3}, \quad P_2: \frac{a}{6} \sqrt{6} \mid \frac{a}{2} \sqrt{2} \mid -\frac{a}{6} \sqrt{3} \text{ usf.}$$

9. Gegeben sind die Punkte P_1 und P_2 durch ihre Koordinaten. P_1P_2 wird im Verhältnis $m:n$ geteilt.

Es sind die Koordinaten des Teilpunktes und die Länge von P_1P_2 zu suchen.

a) $2 \mid 5 \mid 11$, $10 \mid 3 \mid 18$, $1:1$, $2:3$, $2:-3$;

b) $7 \mid -2 \mid -8$, $-3 \mid 5 \mid 11$, $2:-5$, $3:1$, $-3:1$.

Res.: a) $6 \mid 4 \mid 14,5$, $5,2 \mid 4,2 \mid 13,8$, $-14 \mid 9 \mid -3$,
 $3\sqrt{13}$;

b) $\frac{41}{3} \mid -\frac{20}{3} \mid -\frac{62}{3}$, $-\frac{1}{2} \mid \frac{13}{4} \mid \frac{25}{4}$,
 $-8 \mid 8,5 \mid 20,5$, $\sqrt{510}$.

10. Von einem Dreieck sind die Koordinaten der Ecken $2 \mid 5 \mid 0$, $11 \mid 3 \mid 8$, $5 \mid 1 \mid 12$ gegeben, es sollen diejenigen des Schwerpunktes und die Längen der Seiten berechnet werden.

Res.: $6 \mid 3 \mid \frac{20}{3}$, $\sqrt{149}$, $2\sqrt{14}$, 13 .

11. Die Koordinaten für die Schwerpunkte der Seitenflächen des Tetraeders Nr. 6 und der Pyramide von Nr. 7 zu berechnen.

12. Von einem Dreieck sind die Koordinaten $x_1 \mid y_1 \mid z_1$, $x_2 \mid y_2 \mid z_2$ zweier Ecken und die Koordinaten $X \mid Y \mid Z$ des Schwerpunktes gegeben. Es sollen die Koordinaten der dritten Ecke gefunden werden.

Res.: $x_3 = 3X - (x_1 + x_2)$, usf.

13. Die Koordinaten der Ecken des Tetraeders $P_1P_2P_3P_4$ sind gegeben. P_1 wird mit dem Schwerpunkt S_1 des Dreiecks $P_2P_3P_4$ verbunden und P_1S_1 wird, von P_1 aus, durch S im Verhältnis $3:1$ geteilt. Es sollen die Koordinaten von S berechnet werden.

Res.: $(x_1 + x_2 + x_3 + x_4):4$, usf.

Hieraus folgt, daß, wenn man statt von P_1 von einer anderen Ecke ausgeht, sich derselbe Punkt S ergibt. Er heißt Schwerpunkt des Tetraeders.

14. Suche die Koordinaten des Halbierungspunktes derjenigen Strecke, welche die Halbierungspunkte von P_1P_2 und P_3P_4 in Nr. 13 verbindet. Verfahre ebenso mit P_2P_3 und P_1P_4 , bzw. P_1P_3 und P_2P_4 . Welche Folgerung ergibt sich?

15. Von einem Tetraeder sind die Koordinaten dreier Ecken und diejenigen des Schwerpunktes gegeben. Es sollen die Koordinaten der vierten Ecke gefunden werden.

$$\text{Res.: } x_4 = 4X - (x_1 + x_2 + x_3), \text{ usf.}$$

16. Die Strecke P_1P_2 ist durch Q im Verhältnis $5:2$ geteilt. Die Koordinaten von P_1 sind $3|7|4$, die von Q $8|2|3$; was sind die Koordinaten von P_2 ?

$$\text{Res.: } 10|0|2,6.$$

17. Ein Punkt in der Ebene eines Dreiecks liegt so, daß seine Verbindungslinien mit P_3 , bzw. P_2 die Seiten P_1P_2 , bzw. P_1P_3 im Verhältnis $\lambda:1$, bzw. $\mu:1$ teilen. Es sollen seine Koordinaten in denjenigen von $P_1P_2P_3$ ausgedrückt werden.

$$\text{Res.: } (x_1 + \lambda x_2 + \mu x_3):(1 + \lambda + \mu), \text{ usf.}$$

18. Die Strecke zwischen den gegebenen Punkten P_1 und P_2 wird im Verhältnis $\lambda:1$ geteilt. Wie ist λ zu wählen, damit der Teilpunkt in die XY -Ebene fällt?

19. Den Inhalt der Pyramide zu bestimmen, von welcher eine Ecke in O liegt, während die übrigen die Koordinaten

$$\text{a) } 2|4|7, \quad -5|3|8, \quad 4|1|7,$$

$$\text{b) } 1|1|0,5, \quad 3|-3|-6, \quad 7|3|-1,5$$

haben.

Res.: a) 175 : 6, b) 0.

20. Welches ist der Inhalt der dreiseitigen Pyramide mit den Ecken

a) 1 | 2 | 5, 1 | 6 | 7, -3 | 5 | 8, 9 | -1 | -4,

b) 4 | 1 | 5, 2 | -1 | 3, 3 | 0 | 4, 7 | 2 | 3?

Res.: a) -12, b) 0.

§ 2. Sätze und Aufgaben über Projektionen:

21. Ist l die Länge einer Strecke im Raum, sind l_1, l_2, l_3 ihre Projektionen auf die Koordinatenachsen und l', l'', l''' ihre Projektionen auf die Koordinatenebenen, so ist

$$1) \quad l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 = l^2,$$

$$2) \quad l'^2 + l''^2 + l'''^2 = 2l^2.$$

22. Ist V der Inhalt eines ebenen Flächenstückes, das gegen eine Ebene den Neigungswinkel φ hat, so ist der Inhalt v der Projektion auf diese Ebene:

$$v = V \cos \varphi.$$

23. Ist V ein ebenes Flächenstück und sind V_1, V_2, V_3 seine Projektionen auf die Koordinatenebenen, so ist

$$V_1^2 + V_2^2 + V_3^2 = V^2.$$

24. Ein Kreis vom Halbmesser a , dessen Mittelpunkt in der XY -Ebene liegt, projiziert sich auf diese als Ellipse, deren zweite Halbachse die Länge b habe. Es soll mit Nr. 22 bewiesen werden, daß der Inhalt der Ellipse $ab\pi$ ist.

25. Eine im Raum liegende Ellipse, deren Halbachsen a und b sind, werde auf die Koordinatenebenen projiziert;

die Halbachsen der Projektionen seien $a_1 | b_1, a_2 | b_2, a_3 | b_3$.
Es soll bewiesen werden, daß

$$1) \quad a_1^2 b_1^2 + a_2^2 b_2^2 + a_3^2 b_3^2 = a^2 b^2,$$

$$2) \quad a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2 + a_3^2 + b_3^2 = 2(a^2 + b^2).$$

Anmerkung: Für den Beweis von 2) können die konjugierten Halbmesser a', b' usf., welche Projektionen von a und b sind, in Verbindung mit 21. 2) benützt werden.

26. Die Grundfläche einer regelmäßigen, senkrechten Pyramide soll a) die Hälfte, b) das λ -fache des Gesamtinhalts der Seitenflächen werden. Welchen Neigungswinkel müssen die Seitenflächen erhalten?

$$\text{Res.: } \cos \varphi = \lambda.$$

27. Auf der X -, Y - und Z -Achse sind die Punkte P_1, P_2, P_3 gegeben, wobei $OP_1 = a, OP_2 = b, OP_3 = c$ ist. Das Lot von O auf die Ebene $P_1 P_2 P_3$ habe die Länge p . Es soll bewiesen werden, daß

$$1) \quad \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{p^2},$$

ferner soll der Inhalt des Dreiecks $P_1 P_2 P_3$ ermittelt werden.

§ 3. Die Ebene.

28. Zu untersuchen, ob die Punkte $4 | 1 | 5, 2 | -1 | 3, 7 | 1 | 2, 3 | 0 | 4, 0 | -4 | 2$ in der Ebene $3x - 5y + 2z - 17 = 0$ liegen oder nicht.

29. Die XY -Projektion eines Punktes der Ebene

$$4x + 7y - 3z - 16 = 0$$

hat die Koordinaten $x = 5, y = 2$; welches ist seine dritte Koordinate?

30. Bestimme die Abschnitte, welche die Ebene $Ax + By + Cz + D = 0$ auf den Koordinatenachsen macht. Was ist demnach der Fall, wenn 1) $D = 0$, 2) A oder B oder $C = 0$ ist, 3) zwei der Konstanten A, B, C Null sind, 4) A, B und C Null sind?

31. Bestimme die Achsenabschnitte der Ebene

$$ux + vy + wz - 1 = 0.$$

Was muß der Fall sein, damit die Ebene

1) parallel der X -Achse, oder der Y -Achse, oder der Z -Achse wird,

2) parallel einer der Koordinatenebenen,

3) parallel den drei Koordinatenachsen wird, d. h. sie im Unendlichen schneidet?

32. Gib demnach die Gleichung einer Ebene an, welche parallel 1) der X -Achse, 2) der Y -Achse, 3) der Z -Achse ist, oder durch 4) die X -Achse, 5) die Y -Achse, 6) die Z -Achse, 7) durch O geht, 8) parallel zur XY -Ebene im Abstand c von O (2 Fälle) usf. ist, 9) auf der X -Achse das Stück a , auf der Y -Achse b abschneidet und parallel der Z -Achse ist.

33. Welches ist die Gleichung jeder Koordinatenebene?

34. Untersuche mit Hilfe der Achsenabschnitte, wie sich die Lage der Ebene $Ax + By + Cz + D = 0$ ändert, wenn das Zeichen 1) von A , 2) von A und B , 3) von A, B und C , 4) von D sich ändert.

35. Eine Ebene geht durch die Z -Achse und den Punkt $x_1 | y_1$ der XY -Ebene. Welches ist ihre Gleichung?

36. Wie lautet die Gleichung einer Ebene, welche durch O , den Punkt $x_1 | y_1$ der XY -Ebene und durch den Punkt $x_2 | z_2$ der XZ -Ebene geht?

37. Die Gleichung einer Ebene anzugeben, welche durch die Punkte $x_1 | y_1 | z_1$ und $x_2 | y_2 | z_2$ geht und parallel der Z -Achse ist.

38. Die Gleichung einer Ebene anzugeben, welche durch den Punkt $x_1 | y_1 | z_1$ und durch die 1) X -Achse, 2) Y -Achse, 3) Z -Achse geht.

39. Die Gleichung einer Ebene zu bestimmen, welche durch die Punkte $x_1 | y_1 | z_1$ und $x_2 | y_2 | z_2$ und durch O geht.

40. Ebenso die Gleichung einer Ebene durch $x_1 | y_1 | 0$, $x_2 | y_2 | z_2$, $0 | 0 | z_3$.

41. Die Gleichung der Ebene zu bestimmen, welche durch $x_1 | y_1 | z_1$, $x_2 | y_2 | z_2$, $x_3 | y_3 | z_3$ geht.

$$\begin{aligned} \text{Res.: } & (x-x_1)[y_1(z_2-z_3) + y_2(z_3-z_1) + y_3(z_1-z_2)] \\ & + (y-y_1)[x_1(z_2-x_3) + x_2(z_3-x_1) + x_3(x_1-x_2)] \\ & + (z-z_1)[x_1(y_2-y_3) + x_2(y_3-y_1) + x_3(y_1-y_2)]. \end{aligned}$$

Beispiele:

$$1) \quad 7 | 6 | 7, \quad 5 | 10 | 5, \quad -1 | 8 | 9;$$

$$2) \quad 2 | 4 | 8, \quad -3 | 1 | 5, \quad 6 | -2 | 7.$$

$$\text{Res.: } 1) \quad 3x + 5y + 7z - 100 = 0,$$

$$2) \quad 15x + 17y - 42z + 238 = 0.$$

42. Auf den positiven Zweigen der X -, Y - und Z -Achse sind die Punkte P_1, P_2, P_3 so gegeben, daß $OP_1 = a$, $OP_2 = b$, $OP_3 = c$ ist. Sie sind mit O Ecken eines Quaders, dessen Begrenzungsebenen parallel den Koordinatenebenen und dessen übrige Ecken Q_1, Q_2, Q_3 und R sind; R ist Gegenecke von O . Es sollen die Gleichungen folgender Ebenen angegeben werden:

- 1) $P_1P_2P_3$, 2) $P_1P_2Q_1$, 3) $P_1P_3Q_1$, 4) $P_2P_3Q_2$,
 5) OP_1R , 6) OP_2R , 7) OP_3R , 8) P_1P_2R ,
 9) OQ_3R , 10) OQ_1R , 11) OQ_1Q_2 , 12) $Q_1Q_2Q_3$.

43. Es sollen die Gleichungen der Begrenzungsebenen des Tetraeders von Nr. 6 und der Pyramide von Nr. 7 ermittelt werden.

44. Die Bedingung dafür anzugeben, daß vier Punkte in einer Ebene liegen.

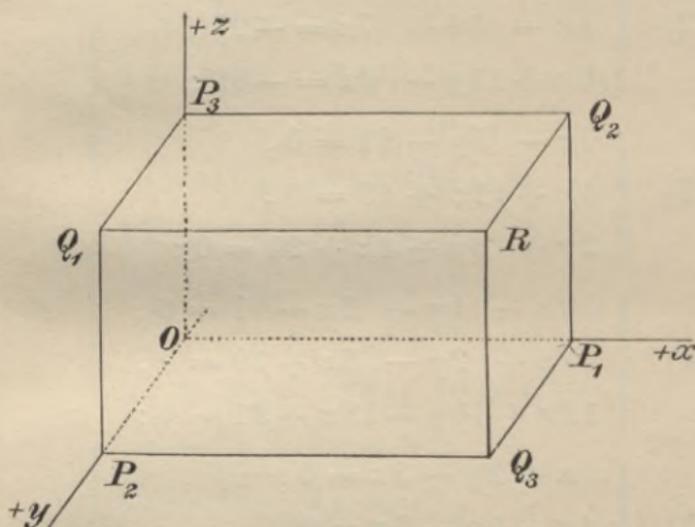


Fig. 1.

Sie folgt unmittelbar aus Nr. 41.

45. Zu untersuchen, ob die Punkte

$$\text{a) } 4 \mid 1 \mid 5, \quad 2 \mid -1 \mid 3, \quad 3 \mid 0 \mid 4, \quad 7 \mid 2 \mid 3;$$

$$\text{b) } 7 \mid 6 \mid 7, \quad 5 \mid 10 \mid 5, \quad -1 \mid 8 \mid 9, \quad 4 \mid -1 \mid 3$$

in einer Ebene liegen.

46. Zu der Ebene $3x - 7y + 5z - 12 = 0$ eine parallele Ebene zu legen, welche a) durch den Nullpunkt, b) durch $4 \mid -7 \mid 1$, c) durch $8 \mid 0 \mid 3$, d) durch $3 \mid 0 \mid 0$ geht.

47. Es soll untersucht werden, ob folgende drei Ebenen sich in einem Punkt schneiden oder durch eine und dieselbe Gerade gehen:

$$1) \begin{cases} 3x + 4y - 3z = -37, \\ 6x - 7y + 2z = 95, \\ 5x + 2y - 8z = -53; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 5x + 3y - 11z = -72, \\ 4x - 5y + 7z = -26, \\ 6x + 11y - 3z = -66; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 7x - 5y - 3z = 0, \\ 4x + 11z + 43 = 0, \\ 2x + 3y + 4z + 20 = 0; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 10x - 4y + 3z - 1 = 0, \\ 7x + 2y - 5z + 10 = 0, \\ 11x + 10y - 18z + 31 = 0; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x + 2y + 3z = 0, \\ 4x - 5y - 7z = 0, \\ 6x - y - z = 0; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x - 1,5y - 2,25z + 10 = 0, \\ -2x + 3y + 4,5z - 21 = 0, \\ 3x - 4,5y - 6,75z + 42 = 0. \end{cases}$$

Res.: 1) $5 \mid -7 \mid 8$, 2) $-10 \mid 0 \mid 2$, 3) $3 \mid -2 \mid -5$, 4) und 5) durch eine Gerade, 6) die Ebenen sind parallel.

48. Es soll untersucht werden, ob folgende vier Ebenen sich in einem und demselben Punkt schneiden oder nicht:

$$1) \begin{cases} 4x + 2y + 5z - 4 = 0, \\ 7x + 5y - 26 = 0, \\ 5x - 3z - 21 = 0, \\ 5y + 6z + 7 = 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x + 5y + 6z - 36 = 0, \\ 11x + 2y - 3z + 12 = 0, \\ 3x - 7y + 5z + 16 = 0, \\ 4x - y - 9z + 35 = 0; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 4x - 5y + 7z + 26 = 0, \\ 6x + 11y - 3z + 56 = 0, \\ x - y + 7z - 15 = 0, \\ 5x + 3y - 11z + 72 = 0; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x + 2y + 3z = 0, \\ 4x - 5y - 7z = 0, \\ 6x - y - z = 0, \\ x - 2y + 3z + 76 = 0; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x + 2y + 3z = 0, \\ 4x - 5y - 7z = 0, \\ 6x - y - z = 0, \\ 5x - 3y - 4z = 0. \end{cases}$$

Res.: 1) $3 | 1 | -2$, 2) $-1 | 4 | 3$, 4) $1 | 19 | -13$.

49. In der Ebene $11x - 2y + 3z - 75 = 0$ den Punkt zu bestimmen, für welchen $z = 4$ und $x = y$ ist.

50. In der Ebene Nr. 49 den Punkt zu bestimmen, für welchen $x = y = z$ ist.

51. In der Ebene $4x - 7y + 5z - 20 = 0$ den Punkt P so zu bestimmen, daß OP mit den Koordinatenachsen gleiche Winkel macht.

Res.: $x = 10$.

52. Welches sind die Richtungswinkel des von O auf die Ebene $2x + 3y + 6z - 35 = 0$ gefällten Lotes?

Res.: $\cos \alpha = \frac{2}{7}$, $\cos \beta = \frac{3}{7}$, $\cos \gamma = \frac{6}{7}$.

53. Dieselbe Aufgabe für die Ebene $21x + 30y - 70z - 84 = 0$.

54. Durch die Punkte $5 | -4 | 3$, $-2 | 1 | 8$ eine Ebene zu legen, welche senkrecht zu der a) XY -, b) XZ -, c) YZ -Ebene ist.

Res.: a) $5x + 7y + 3 = 0$; b) $5x + 7z - 46 = 0$;
c) $y - z + 7 = 0$.

55. Die Gleichung einer Ebene zu bestimmen, welche durch die Punkte $8 | -3 | 1$, $4 | 7 | 2$ geht und auf der Ebene $3x + 5y - 7z - 21 = 0$ senkrecht steht.

Res.: $3x + y + 2z - 23 = 0$.

56. Dieselbe Aufgabe für die Punkte $x_1 | y_1 | z_1$, $x_2 | y_2 | z_2$ und die Ebene $Ax + By + Cz + D = 0$.

57. Durch die Punkte $5 | 6 | 3$, $7 | 6 | 19$ eine Ebene zu legen, für welche der Kosinus des Neigungswinkels gegen die XY -Ebene $1 : \sqrt{290}$ ist.

Res.: $-8x + 15y + z - 53 = 0$,
 $-8x - 15y + z + 127 = 0$.

58. Durch die Schnittlinie der Ebenen $3x - 4y + z - 12 = 0$, $4x - 7y + 3z + 4 = 0$ eine Ebene zu legen, welche a) durch O , b) durch den Punkt $2 | 4 | -3$

geht, c) senkrecht zu der XY -Ebene, d) senkrecht zu der Ebene $5x + 2y - z + 30 = 0$ ist.

Res.: a) $3x - 5y + 2z = 0$,

b) $x - 3y + 2z + 16 = 0$,

c) $x - y - 8 = 0$,

d) $x - 2y + z + 4 = 0$.

59. Durch die Schnittlinie der Ebenen

1) $Ax + By + Cz + D = 0$,

2) $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$

eine Ebene zu legen, welche a) durch O , b) durch $x_1 | y_1 | z_1$ geht, c) senkrecht zu der XZ -Ebene, d) senkrecht zu der Ebene $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ ist.

Res.: Die gesuchte Ebenengleichung ist von der Form $E + \lambda E_1 = 0$. Es bestimmt sich λ aus

a) $D + \lambda D_1 = 0$,

b) $(A + \lambda A_1)x_1 + (B + \lambda B_1)y_1$

$+ (C + \lambda C_1)z_1 + D + \lambda D_1 = 0$, usf.

60. Bestimme die Länge p sowie die Richtungskosinusse des vom Nullpunkte auf folgende Ebenen gefällten Lotes:

1) $3x + 2y + 6z - 35 = 0$, 2) $x - 2y + 2z + 21 = 0$,

3) $7y + 24z - 150 = 0$, 4) $8x - 15y + 119 = 0$,

5) $6x + 15y + 10z = 0$, 6) $22x - 121z = 0$.

Res.: 1) $p = 5$; $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{6}{7}$;

2) -7 ; $-\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $-\frac{2}{3}$;

$$3) 6; 0, \frac{7}{25}, \frac{24}{25}; \quad 4) -7; -\frac{8}{17}, \frac{15}{17}, 0;$$

$$5) 0; \frac{6}{19}, \frac{15}{19}, \frac{10}{19}; \quad 6) 0; \frac{2\sqrt{5}}{25}, 0, -\frac{11\sqrt{5}}{25}.$$

61. Bestimme den Abstand des Punktes $3|1|5$ von den Ebenen der Aufgabe 60.

62. Die Gleichungen der Ebenen zu ermitteln, welche die von folgenden Ebenenpaaren gebildeten Keile halbieren:

$$a) \begin{cases} 3x + 2y + 6z - 35 = 0, \\ 21x - 30y - 70z - 237 = 0; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 8x - 15y + 119 = 0, \\ y = 0; \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x - 2y + 2z + 21 = 0, \\ 7x + 24z - 50 = 0; \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 6x + 15y + 10z = 0, \\ 10x + 14y + 35z = 0. \end{cases}$$

Res.: a) $45x + 184y + 482z - 553 = 0$
und

$$96x - 13y - 4z - 1106 = 0;$$

$$b) 8x - 32y + 119 = 0,$$

$$8x + 2y + 119 = 0;$$

$$c) 4x - 50y - 22z + 675 = 0,$$

$$46x - 50y + 122z + 375 = 0;$$

$$d) 44x + 319y - 275z = 0,$$

$$424x + 851y + 1055z = 0.$$

Anmerkung: Die beiden Ebenen eines jeden Paares stehen senkrecht aufeinander.

63. Auf der Y -Achse einen Punkt zu bestimmen, welcher von den beiden Ebenen $2x + 3y + 6z - 6 = 0$ und $8x + 9y - 72z + 73 = 0$ gleichen Abstand hat.

$$\text{Res.: } y_1 = \frac{73}{12}, \quad y_2 = -\frac{73}{282}.$$

64. Den Abstand der Ebene $3x + 2y - 6z - 35 = 0$ von den parallelen Ebenen

$$1) \quad 3x + 2y - 6z - 56 = 0,$$

2) $3x + 2y - 6z + 14 = 0$; 3) $3x + 2y - 6z = 0$ zu bestimmen.

$$\text{Res.: } 3; \quad 7; \quad 5.$$

65. Die Gleichungen der beiden Ebenen zu finden, welche parallel zu der Ebene $20x - 4y - 5z + 7 = 0$ sind und von ihr den Abstand 6 haben.

$$\text{Res.: } 20x - 4y + 5z + 133 = 0, \\ 20x - 4y + 5z - 119 = 0.$$

66. Welchen Wert muß man in der Gleichung $6x - 15y + 10z + d = 0$ der Konstanten d geben, damit das vom Ursprung auf die Ebene gefällte Lot die Länge 3 hat?

$$\text{Res.: } d = \pm 57.$$

67. Durch die X -Achse eine Ebene so zu legen, daß das von dem Punkt $5 | 4 | 13$ auf sie gefällte Lot die Länge 8 hat.

$$\text{Res.: } 35y + 12z = 0, \quad 3y - 4z = 0.$$

68. Wie ist in der Ebenengleichung von Nr. 66 d zu wählen, damit die Strecke zwischen den Punkten $3|7|4$, $10|0|16$ von der Ebene im Verhältnis $5:2$ geteilt wird?

$$\text{Res.: } -143\frac{5}{7}.$$

69. Wie ist das Teilverhältnis $\lambda:1$ zu wählen, damit der Teilpunkt der Strecke zwischen den Punkten $x_1|y_1|z_1$ und $x_2|y_2|z_2$ in die Ebene $x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma - p = 0$ fällt? Wann fällt der Teilpunkt ins Unendliche, wann wird er unbestimmt?

$$\text{Res.: } \lambda = -\frac{(x_1 \cos \alpha + y_1 \cos \beta + z_1 \cos \gamma - p)}{(x_2 \cos \alpha + y_2 \cos \beta + z_2 \cos \gamma - p)}.$$

70. Durch die Schnittlinie der Ebenen $8x - 9y + 2z - 147 = 0$ und $x - 9y - 8z = 0$ eine Ebene zu legen, welche die um O mit dem Halbmesser 7 beschriebene Kugel berührt (d. h. von O den Abstand 7 hat).

$$\text{Res.: } E_1 + \lambda E_2 = 0, \text{ wobei } \lambda_1 = 1, \lambda_2 = -2.$$

71. Welche Winkel bilden folgende Ebenenpaare miteinander?

$$\text{a) } 2x - 3y + 6z - 12 = 0, \quad x + 2y + 2z - 7 = 0;$$

$$\text{b) } 30x - 70y + 21z = 0, \quad 15x - 6y + 10z - 19 = 0;$$

$$\text{c) } 24y - 7z + 21 = 0, \quad 22x + 121z + 4 = 0;$$

$$\text{d) } x + y - 11 = 0, \quad 3x + 8 = 0;$$

$$\text{e) } y - x\sqrt{3} - 7 = 0, \quad y = 0.$$

$$\text{Res.: a) } \cos \varphi = \frac{8}{21}; \quad \text{b) } \frac{240}{1501}; \quad \text{c) } -\frac{847}{1375\sqrt{5}};$$

$$\text{d) } 45^\circ; \quad \text{e) } 60^\circ.$$

72. Es soll der Winkel, den die Ebenen ROQ_1 und ROQ_2 von Nr. 42 miteinander bilden, berechnet werden.

$$\text{Res.: } \cos \varphi = ab : \sqrt{(a^2 + c^2)(b^2 + c^2)}.$$

73. In der XY -Ebene liegt eine Gerade mit der Gleichung $8x - 15y = 51$. Es soll durch sie eine Ebene gelegt werden, welche mit der XY -Ebene einen Winkel a) von 45° , b) von 60° , c) von γ° macht.

$$\text{Res.: } 8x - 15y + 17z \operatorname{ctg} \gamma - 51 = 0.$$

§ 4. Die gerade Linie.

74. Die Gleichungen einer Geraden anzugeben, welche parallel der a) XY -, b) XZ -, c) YZ -Ebene ist. Wie lauten die Gleichungen, wenn die Gerade in der a) XY -, b) XZ -, c) YZ -Ebene liegt?

75. Ebenso die Gleichungen einer Geraden, welche a) die X -, b) die Y -, c) die Z -Achse schneidet.

76. Wie lauten die Gleichungen der Geraden von Nr. 75, wenn die Gerade noch parallel a) der XY -, b) der XZ -, c) der YZ -Ebene ist?

77. Die Gleichungen irgend einer Geraden anzugeben, welche parallel a) der X -, b) der Y -, c) der Z -Achse ist.

78. Ein Würfel von der Kantenlänge a steht so, daß je eine Kante auf die $+X$ -, die $+Y$ - und die $+Z$ -Achse fällt. Es sollen die Gleichungen der Kanten, der Flächen- und der Körperdiagonalen angegeben werden.

79. Für den Quader von Nr. 42 sollen die Gleichungen folgender geraden Linien angegeben werden:

$$\text{a) } OQ_1, OQ_2, OQ_3; \quad \text{b) } OR;$$

$$\text{c) } P_1Q_1, P_2Q_2, P_3Q_3.$$

80. Die Gleichungen der Kanten des Tetraeders von Nr. 6 anzugeben.

81. Die Gleichungen der Kanten der Pyramide von Nr. 7 anzugeben.

82. Es soll die Lage der folgenden Geraden angegeben werden:

$$\text{a) } \begin{cases} x = a \\ y = nx + b, \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x = a \\ y = 0, \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} y = mx + b \\ z = nx, \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} x = px \\ y = 0, \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} z = mx + c \\ z = ny + c, \end{cases} \quad \text{f) } \begin{cases} z = nx \\ y = b, \end{cases}$$

$$\text{g) } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad \text{h) } \begin{cases} z = my \\ y = nx, \end{cases} \quad \text{i) } \begin{cases} y = x \\ x = c, \end{cases}$$

$$\text{k) } \begin{cases} y = x \\ z = mx, \end{cases} \quad \text{l) } x = y = z.$$

83. Es sollen einige Punkte, welche auf der Geraden $2x - 3y + 4z = 12$, $x + 4y - 2z = 10$ liegen angegeben, sowie die Gleichungen der Ebenen aufgestellt werden, durch welche die Gerade auf die Koordinatenebenen projiziert wird.

$$\text{Res.: } 4x + 5y = 32; \quad 11x + 10z = 78;$$

$$11y - 8z = 8.$$

84. Zu untersuchen, ob die Punkte $5 | -2 | -3$ und $8 | 3 | 1$ auf der Geraden $3x + 4y + 7z + 14 = 0$, $5x - 3y - 31 = 0$ liegen oder nicht.

85. Die Gerade von Nr. 84 soll mittels der Methode der linearen Kombination durch irgend zwei andere Gleichungen dargestellt werden.

86. Die Spuren der folgenden Geraden zu finden:

$$1) \begin{cases} y = 3x - 5 \\ x = 2x - 8, \end{cases} \quad 2) \begin{cases} y = 4 \\ x = 3x + 12, \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 3x + 4y = 12 \\ 2y + 3x = 6. \end{cases}$$

87. Die Gleichungen der Verbindungslinie des Nullpunktes mit jedem der folgenden Punkte anzugeben:

$$1) 3 | 2 | 6, \quad 2) 1 | -2 | +2,$$

$$3) -4 | 20 | 5, \quad 4) -7 | -6 | 42.$$

88. Für jede der Geraden von Nr. 87 die Richtungskosinusse anzugeben.

89. Die Gleichungen der Verbindungslinie für jedes folgende Punktepaar anzugeben:

$$1) 3 | 4 | 5, \quad 7 | -2 | 9; \quad 2) 4 | 2 | 0, \quad 0 | 3 | 8;$$

$$3) 0 | 0 | 7, \quad 2 | 1 | 7; \quad 4) 0 | 3 | 0, \quad 0 | 4 | -2.$$

$$\text{Res.: } 1) 3x + 2y = 17, \quad x - z = -2;$$

$$2) x + 4y = 12, \quad 2x + z = 8;$$

$$3) x = 2y, \quad z - 7 = 0; \quad 4) 2y + z = 6, \quad x = 0.$$

90. Die Spuren einer Geraden in den Koordinatenebenen seien $a_1 | b_1 | 0$, $a_2 | 0 | c_2$, $0 | b_3 | c_3$. Es soll die Gleichung der Projektion der Geraden auf jede Koordinatenebene angegeben werden. Welche Beziehung besteht zwischen den Koordinaten der drei Spuren?

91. Gegeben sind die Geraden:

$$1) \begin{cases} y = 2x - 5 \\ x = 6x + 7, \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x = 5x - 3 \\ y = -2x + 1, \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 7x - 4y - 12 = 0 \\ 9x + 5y + 3 = 0. \end{cases}$$

Es soll die Gleichung der YZ -, bzw. XY -, bzw. XZ -Projektion der Geraden gefunden werden.

$$\text{Res.: } 1) \ x = 3y + 22, \quad 2) \ 2x + 5y + 1 = 0, \\ 3) \ 35x + 36z - 48 = 0.$$

92. Es soll untersucht werden, ob folgende Geradenpaare einen Punkt gemeinschaftlich haben oder nicht:

$$1) \ \begin{cases} y = 7x - 17 \\ z = 3x - 1, \end{cases} \quad 1') \ \begin{cases} y = 4x - 11 \\ z = -10x + 25, \end{cases} \\ 2) \ \begin{cases} 5y - 4x = 9 \\ 7x - 3z = 49, \end{cases} \quad 2') \ \begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ 10x + 6z = 1, \end{cases} \\ 3) \ \begin{cases} 3x - 2y + z + 5 = 0 \\ x - 3y - 2z - 3 = 0, \end{cases} \\ 3') \ \begin{cases} 4x + y + 3z = 0 \\ 2x + 3y + 2z - 9 = 0. \end{cases}$$

$$\text{Res.: } 1) \ 2 \mid -3 \mid 5; \quad 3) \ 4 \mid 5 \mid -7.$$

93. Die Bedingung dafür zu finden, daß die geraden Linien

$$1) \ \begin{cases} x = a_1 + u \cos \alpha_1, \\ y = b_1 + u \cos \beta_1, \\ z = c_1 + u \cos \gamma_1, \end{cases} \quad 2) \ \begin{cases} x = a_2 + v \cos \alpha_2, \\ y = b_2 + v \cos \beta_2, \\ z = c_2 + v \cos \gamma_2 \end{cases}$$

sich schneiden, u und v veränderliche Parameter.

$$\text{Res.: } (a_2 - a_1)(\cos \beta_1 \cos \gamma_2 - \cos \beta_2 \cos \gamma_1) \\ + (b_2 - b_1)(\dots) + (c_2 - c_1)(\dots) = 0.$$

94. Durch den Punkt $7 \mid 8 \mid 11$ wird zu jeder der Geraden von Nr. 91 die Parallele gezogen. Wie lauten ihre Gleichungen?

95. Die Gleichungen einer Geraden anzugeben, die a) durch O , b) durch Punkt $x_1 | y_1 | x_1$ geht und mit den Koordinatenachsen gleiche Winkel macht.

96. Die Bedingungen dafür zu finden, daß die Punkte $x_1 | y_1 | x_1$, $x_2 | y_2 | x_2$, $x_3 | y_3 | x_3$ in gerader Linie liegen.

97. Welches sind die Gleichungen einer Geraden, die durch den Punkt $x_1 | y_1 | x_1$ geht und deren Richtungskosinusse a , b , c sind?

98. Die Gleichungen einer Geraden anzugeben, welche durch Punkt $x_1 | y_1 | x_1$ geht und mit der X -Achse einen Winkel von 45° , mit der Z -Achse einen solchen von 60° bildet.

$$\text{Res.: } (x - x_1)\sqrt{2} = \pm 2(y - y_1) = 2(z - x_1).$$

99. Durch den Punkt $7 | 3 | 5$ geht eine Gerade, deren Richtungskosinusse $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{3}$ sind. Durch den Punkt $2 | -3 | -1$ soll eine Gerade gezogen werden, welche die erste schneidet und die mit der $+X$ -Achse einen Winkel von 60° bildet.

$$\text{Res.: } \frac{x - 2}{2} = \frac{y + 3}{\pm\sqrt{6}} = \frac{z + 1}{\pm\sqrt{6}}.$$

100. Für folgende gerade Linien die Richtungskosinusse anzugeben:

$$1) \begin{cases} y = 5x - 3 \\ z = \frac{5}{4}x + 7, \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x = 0,6z + 1 \\ y = \frac{3}{2}z - 4. \end{cases}$$

$$\text{Res.: } \frac{4}{21} \mid \frac{20}{21} \mid \frac{5}{21}; \quad \frac{6}{19} \mid \frac{15}{19} \mid \frac{10}{19}.$$

101. Es sollen die Winkel berechnet werden, welche folgende gerade Linien miteinander bilden:

$$L_1: \begin{cases} y = 2x - 7 \\ z = 2x + 5, \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} y = \frac{3}{2}x + 8 \\ z = 3x \end{cases},$$

$$L_3: \begin{cases} y = 6 \\ z = \frac{1}{8}x + 6. \end{cases}$$

$$\text{Res.: } \cos(L_1 L_2) = \frac{20}{21}, \quad \cos(L_2 L_3) = \frac{106}{119},$$

$$\cos(L_3 L_1) = \frac{38}{51}.$$

102. Ebenso für die Geraden von Nr. 100.

103. Für einen beweglichen Punkt P sind die Koordinaten zu der Zeit t gegeben durch die Gleichungen:

$$x = 3t - 1, \quad y = 5t + 2, \quad z = -3t + 8.$$

Es soll gezeigt werden, daß er sich in einer geraden Linie bewegt, deren Gleichungen in x , y und z anzugeben sind.

$$\text{Res.: } 5x - 3y + 11 = 0, \quad x + z - 7 = 0.$$

104. Die Gleichungen einer Geraden zu finden, welche durch den Punkt $x_1 | y_1 | z_1$ geht und zwei gegebene gerade Linien schneidet.

$$\text{Beispiel: } -3 | 5 | -9.$$

$$1) \begin{cases} y = 3x + 5 \\ z = 2x - 3, \end{cases} \quad 2) \begin{cases} y = 4x - 7 \\ z = 5x + 10. \end{cases}$$

$$\text{Res.: } y = 22x + 71, \quad z = 2x - 3.$$

105. Die Gleichungen einer Geraden zu finden, welche zwei gegebene Gerade schneidet und parallel einer dritten gegebenen Geraden ist.

Beispiel: Die gesuchte Gerade soll 1) und 2) von Nr. 104 schneiden und parallel zu $y = 7x$, $z = 8x$ sein.

$$\text{Res.: } y = 7x + 55, \quad z = 8x + 72.$$

§ 5. Ebene und Gerade.

106. Den Schnittpunkt der Geraden $y = -2x + 9$, $z = 9x - 43$ mit der Ebene $3x - 4y + 7z - 33 = 0$ zu bestimmen.

$$\text{Res.: } 5 \mid -1 \mid 2.$$

107. Wie ist n , bzw. n und c zu wählen, damit die durch die Gleichungen $y = -8x - 3$, $z = nx + c$ dargestellte Gerade a) parallel der Ebene von Nr. 106 ist, b) ganz in sie hineinfällt?

108. Gib die Gleichungen des Lotes an, das von dem Punkt $1 \mid 2 \mid 3$ auf die Ebene

$$\text{a) } 4x - 5y - 8z + 21 = 0,$$

$$\text{b) } 3x + 11y = 0, \quad \text{c) } z = 8$$

gefällt wird.

$$\text{Res.: a) } \begin{cases} 5x + 4y = 13 \\ 2x + z = 5, \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 11x - 3y = 5 \\ z = 3, \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2. \end{cases}$$

109. Die Gleichungen des Lotes von O auf die Ebene $P_1P_2P_3$ von Nr. 42 zu finden.

110. Die Gleichungen der Höhen des Tetraeders von Nr. 6 zu bestimmen.

111. Ebenso diejenigen der Höhen der Pyramide von Nr. 7 zu finden.

112. Die Gleichung der Ebene anzugeben, die senkrecht zu der Geraden $x = pz + q$, $y = rz + s$ ist und durch den Punkt $x_1 | y_1 | z_1$ geht.

$$\text{Res.: } p(x - x_1) + r(y - y_1) + z - z_1 = 0.$$

113. Die Länge des Lotes vom Punkt $1 | 1 | -2$ auf die Gerade $\left. \begin{array}{l} x = 2z + 1,5 \\ y = 2z - 5 \end{array} \right\}$ zu finden.

$$\text{Res.: } 2,5 \sqrt{5}.$$

114. Den Winkel φ zwischen der Geraden $3x - 2y = 24$, $3x - z = -4$ und der Ebene $6x + 15y - 10z + 31 = 0$ zu bestimmen.

$$\text{Res.: } \sin \varphi = 3 : 133, \quad \varphi = 1^\circ 18'.$$

115. Die Lage der Geraden $y = 3x + 5$, $z = 7x - 4$ gegen die Ebenen a) $3x + 7y - 4z + 12 = 0$, b) $11x + y - 2z + 31 = 0$, c) $11x + y - 2z - 13 = 0$ zu ermitteln.

Res.: a) Schnittpunkt $\frac{63}{4} \mid \frac{209}{4} \mid \frac{425}{4}$, Neigungswinkel $3^\circ 28'$; b) die Gerade ist parallel, c) sie liegt in der Ebene.

116. Es sollen die Gleichungen der Ebenen angegeben werden, welche durch diejenigen Geradenpaare von Nr. 92 gehen, welche sich schneiden.

$$\text{Res.: } 1) \quad 82x - 13y + 3z = 218;$$

$$3) \quad 72x + 595y + 159z = 2150.$$

117. Durch die Punkte $x_1 | y_1 | z_1$, $x_2 | y_2 | z_2$ sind zwei parallele Linien gezogen, deren Richtungskosinusse a , b , c sind. Es soll die Gleichung der durch die Geraden gelegten Ebene gefunden werden.

Res.: $(x - x_1)[b(x_1 - x_2) - c(y_1 - y_2)] + \text{usw.}$

118. Die Gleichung einer Ebene anzugeben, welche durch die Gerade $y = mx + b$, $z = nx + c$ und eine zu ihr parallele Gerade geht.

$$\text{Res.: } \frac{y - mx - b}{z - nx - c} = \frac{b - b_1}{c - c_1}.$$

119. Die Gleichung einer Ebene anzugeben, welche durch die erste Gerade von Nr. 118 geht und parallel der Geraden $y = m_1x + b_1$, $z = n_1x + c_1$ ist.

$$\begin{aligned} \text{Res.: } (mn_1 - m_1n)x + (n - n_1)y - (m - m_1)z \\ = b_1(n - n_1) - c_1(m - m_1). \end{aligned}$$

120. Gesucht die Gleichung einer Ebene, die durch den Punkt $x_1 | y_1 | z_1$ geht und parallel zu den beiden Geraden von Nr. 119 ist.

$$\begin{aligned} \text{Res.: } (mn_1 - m_1n)(x - x_1) + (n - n_1)(y - y_1) \\ - (m - m_1)(z - z_1) = 0. \end{aligned}$$

121. Die Gleichung einer Ebene zu bestimmen, die durch den Punkt $x_1 | y_1 | z_1$ geht, parallel einer Geraden mit den Richtungskosinussen a_1, b_1, c_1 und senkrecht zu einer Ebene ist, deren Normalen die Richtungkosinuse a_2, b_2, c_2 haben.

$$\begin{aligned} \text{Res.: } (b_1c_2 - b_2c_1)(x - x_1) + (c_1a_2 - a_2c_1)(y - y_1) \\ + (a_1b_2 - a_2b_1)(z - z_1) = 0. \end{aligned}$$

122. Die Bedingung zu finden, unter der die drei geraden, durch O gehenden Linien, deren Richtungskosinuse $a | b | c, a_1 | b_1 | c_1, a_2 | b_2 | c_2$ sind, in einer Ebene liegen.

$$\begin{aligned} \text{Res.: } (ab_1 - a_1b)(ac_2 - a_2c) \\ = (ab_2 - a_2b)(ac_1 - a_1c). \end{aligned}$$

123. Die Bedingung dafür zu finden, daß drei durch O gehende Ebenen eine Gerade gemeinschaftlich haben.

124. Durch die XZ -Spur der Ebene $Ax + By + Cz + D = 0$ eine Ebene zu legen, welche senkrecht zu der Ebene ist.

Res.: $Ax + \lambda y + Cz + D = 0$, wobei

$$\lambda = -(A^2 + C^2) : B \text{ ist.}$$

125. Durch die Schnittlinie der Ebenen von Nr. 59 eine Ebene zu legen, welche a) parallel der Z -Achse ist, b) von O den Abstand p hat, c) die Strecke zwischen zwei gegebenen Punkten im Verhältnits $k : 1$ teilt.

Res.: $E + \lambda E_1 = 0$; λ folgt aus

$$\text{a) } C + \lambda C_1 = 0,$$

$$\text{b) } p = (D + \lambda D_1) : \sqrt{(A + \lambda A_1)^2 + (B + \lambda B_1)^2 + (C + \lambda C_1)^2},$$

$$\text{c) } (A + \lambda A_1) \frac{x_1 + kx_2}{1 + k} + (B + \lambda B_1) \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + k} + \dots \\ + D + \lambda D_1 = 0.$$

§ 6. Ebenenkoordinaten.

126. Die Koordinaten eines Punktes anzugeben, dessen Gleichung ist:

$$\text{a) } 5u + 7v + 12w + 2 = 0,$$

$$\text{b) } 6u - 7v - 3 = 0,$$

$$\text{c) } \frac{u}{a} + \frac{v}{b} + \frac{w}{c} + 1 = 0,$$

$$\text{d) } 0 \cdot u + 0 \cdot v + 0 \cdot w + 1 = 0,$$

- e) $au + bv + cw = 0$, f) $3u + 1 = 0$,
 g) $2v - 3 = 0$, h) $wz + 1 = 0$,
 i) $x_1u + y_1v + 1 = 0$, k) $au + cw + k = 0$.

127. Die Normalgleichung (—Absolutglied + 1 —) eines Punktes anzugeben, dessen Koordinaten sind:

- a) $3|4|6$, b) $-2|0|4$, c) $0|0|3$,
 d) $4|-5|\infty$, e) $0|0|0$.

128. Welches sind die Koordinaten einer Ebene, welche durch die drei Punkte geht, die durch folgende Gleichungen gegeben sind:

- 1)
$$\begin{cases} u + 5v + 4w = 23, \\ 10u + v + 2w = 18, \\ 5u + 8v + 3w = 30; \end{cases}$$
- 2)
$$\begin{cases} u - v + 2w = 16, \\ 2u + 2v + 0,25w = 9, \\ 0,5u - 3v + 2w = 17. \end{cases}$$

Res.: 1) $1|2|3$, 2) $6|-2|4$.

129. Zu untersuchen, ob die Ebenen, deren Achsenabschnitte

- a) $\frac{13}{7} \left| -\frac{13}{4} \right| \frac{13}{2}$, b) $2|3|-5$, c) $-\frac{7}{6} \left| \frac{7}{5} \right| \infty$

sind, durch den Punkt gehen, dessen Gleichung ist:
 $3u + 5v + 6w + 1 = 0$.

130. Gegeben sind drei Punkte $x_1|y_1|x_1$ usf. Es soll die Gleichung des Schwerpunktes des von ihnen gebildeten Dreiecks angegeben werden.

Res.: $u(x_1 + x_2 + x_3) + v(y_1 + y_2 + y_3)$
 $+ w(x_1 + x_2 + x_3) + 3 = 0$.

131. Gegeben sind vier Punkte durch ihre Gleichungen $x_1 u + y_1 v + z_1 w + 1 = 0$ usf. Es soll die Bedingung dafür, daß sie in einer Ebene liegen, angegeben werden.

$$\text{Res.: } \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

132. Gegeben sind vier Punkte durch ihre Gleichungen in Normalform: $A_1 = 0$, $A_2 = 0$, $A_3 = 0$, $A_4 = 0$. Es soll untersucht werden, was

- 1) $A_1 + A_2 = 0$, 2) $A_1 + A_2 + A_3 = 0$,
 3) $A_1 + A_2 + A_3 + A_4 \equiv 0$, 4) $A_1 + \lambda A_2 = 0$

bedeutet.

133. Es soll bewiesen werden:

a) daß die drei Schwerlinien eines Dreiecks sich in einem Punkt schneiden;

b) daß die drei Verbindungslinien der Halbierungspunkte von je zwei Gegenkanten eines Tetraeders sich in einem Punkt schneiden;

c) daß die vier Verbindungslinien je einer Tetraederecke mit dem Schwerpunkt der gegenüberliegenden Dreiecksfläche sich in einem Punkt schneiden.

§ 7. Geradlinige und ebene Örter.

134. Den Ort eines Punktes zu finden, der von zwei gegebenen Punkten gleiche Abstände hat.

$$\text{Res.: } 2(x_1 - x_2)x + 2(y_1 - y_2)y + 2(z_1 - z_2)z \\ = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - x_2^2 - y_2^2 - z_2^2.$$

135. Den Ort eines Punktes zu finden, der in der a) XY -, b) YZ -, c) ZX -Ebene liegt und von zwei gegebenen Punkten gleiche Abstände hat.

136. Den Ort eines Punktes zu finden, der von drei gegebenen Punkten gleiche Abstände hat.

137. Den Ort eines Punktes zu finden, der a) von zwei, b) von drei gegebenen Ebenen gleiche Abstände hat.

138. Den Ort eines Punktes zu finden, der

a) von der XY - und XZ -Ebene,

b) „ „ XY -, XZ - und YZ -Ebene,

c) „ „ X - und Y -Achse,

d) „ „ X -, der Y - und der Z -Achse

gleiche Abstände hat.

139. Den Ort eines Punktes zu finden, der

a) von zwei gegebenen Ebenen,

b) „ drei „ „

c) „ n „ „

Abstände hat, die eine gegebene Summe haben.

140. Den Ort eines Punktes zu finden, für welchen die Differenz der Quadrate seiner Abstände von zwei gegebenen Punkten die gegebene Größe d^2 hat.

$$\text{Res.: } 2(x_2 - x_1)x + 2(y_2 - y_1)y + 2(z_2 - z_1)z \\ + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - x_2^2 - y_2^2 - z_2^2 \pm d^2 = 0.$$

Untersuche die Lage dieser Ebene gegen die Verbindungslinie der beiden Punkte.

141. Gegeben eine durch O gehende Ebene $Ax + By + Cz = 0$. Es soll der Ort eines Punktes gefunden werden, der sich so bewegt, daß seine Abstände von dieser Ebene und von der XY -Ebene sich wie $k : 1$ verhalten.

$$\text{Res.: } Ax + By + (C \mp k \sqrt{A^2 + B^2 + C^2})z = 0$$

142. Ein Punkt bewegt sich so, daß seine Koordinaten sich vermittle der veränderlichen Hilfsgrößen u und v berechnen lassen aus $x = a_1 u + b_1 v$, $y = a_2 u + b_2 v$, $z = a_3 u + b_3 v$. Welchen Ort beschreibt er?

$$\text{Res.: } x(a_2 b_3 - a_3 b_2) + y(a_3 b_1 - a_1 b_3) + z(a_1 b_2 - a_2 b_1) = 0.$$

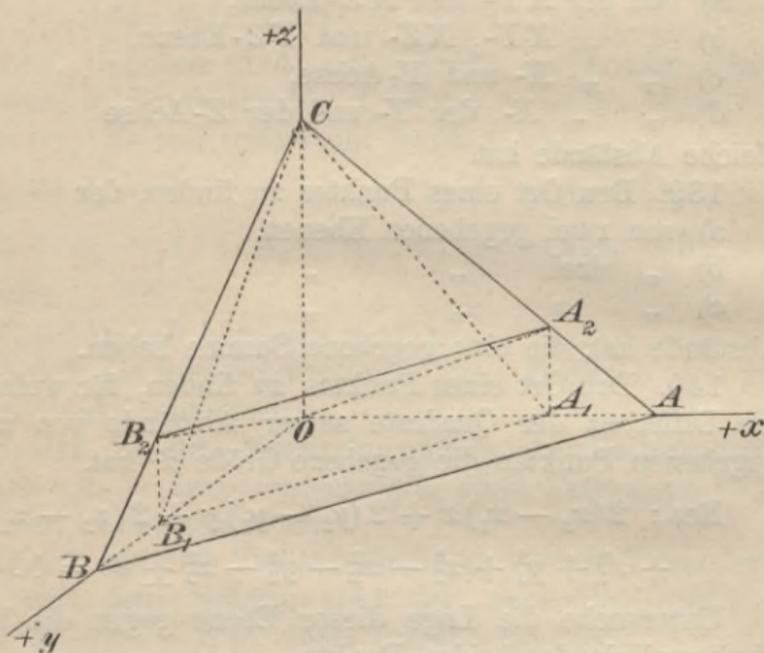


Fig. 2.

143. Durch O gehen drei gerade Linien

$$1) \begin{cases} y = m_1 x \\ z = n_1 x, \end{cases} \quad 2) \begin{cases} y = m_2 x \\ z = n_2 x, \end{cases} \quad 3) \begin{cases} y = m_3 x \\ z = n_3 x. \end{cases}$$

Sie werden durch eine bewegliche, zu der YZ -Ebene parallele Ebene in den Punkten P_1, P_2, P_3 geschnitten,

durch P_1, P_2, P_3 wird je eine Ebene senkrecht zu der zugehörigen Geraden gelegt. Es soll der Ort des Schnittpunktes dieser Ebenen gefunden werden.

$$\begin{aligned} \text{Res.: } \frac{x + m_1 y + n_1 z}{1 + m_1^2 + n_1^2} &= \frac{x + m_2 y + n_2 z}{1 + m_2^2 + n_2^2} \\ &= \frac{x + m_3 y + n_3 z}{1 + m_3^2 + n_3^2}. \end{aligned}$$

144. Eine feste Ebene schneidet die Koordinatenachsen in A, B, C (s. Fig. 2). Durch C wird eine Ebene so gelegt, daß ihre XY -Spur $A_1 B_1$ parallel der AB ist. Durch $A_1 B_1$ wird eine zur Z -Achse parallele Ebene gelegt, welche die Ebene ABC in $A_2 B_2$ schneidet. Durch $A_2 B_2$ und O wird abermals eine Ebene gelegt. Welches ist der Ort der Schnittlinie der Ebenen $A_1 B_1 C$ und $O A_2 B_2$?

$$\text{Res.: } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{\frac{c}{2}} = 1.$$

II. Abschnitt.

Die Kugel.

§ 8. Gleichung; Berührungs-, Polar-, Potenzebene, Ähnlichkeitspunkte.

145. Für die durch folgende Gleichungen gegebenen Kugelflächen die Mittelpunktskoordinaten und den Halbmesser anzugeben:

$$a) x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 10y + 20 = 0;$$

$$b) x^2 + y^2 + z^2 - \frac{2}{3}x - 8y + 2z + 10\frac{1}{9} = 0;$$

$$c) 4(x^2 + y^2 + z^2) + 4ax - 8by - 4(a+b)x + a^2 + 4b^2 = 0.$$

$$\text{Res.: a) } 2 \mid -5 \mid 0, \quad 3; \quad b) \frac{1}{3} \mid 4 \mid -1, \quad \sqrt{7};$$

$$c) -\frac{a}{2} \mid b \mid \frac{a+b}{2}; \quad d) \frac{a+b}{2}.$$

146. Welches ist die Bedingung dafür, daß die Kugeln

$$x^2 + y^2 + z^2 + Ax + By + Cz + D = 0;$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$

a) konzentrisch, b) identisch sind?

147. Wie lauten die Gleichungen der Berührungsebenen, die in den beiden Punkten, welche sich auf die

XY -Ebene in den Punkt $6 | 15$ projizieren, an die um O mit Halbmesser 19 beschriebene Kugel gelegt werden?

$$\text{Res.: } 6x + 15y \pm 10z - 19^2 = 0.$$

148. Wie lautet die Gleichung einer Berührungsebene, welche man an die um O mit r beschriebene Kugel parallel zu der Ebene

$$\text{a) } x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma - p = 0,$$

$$\text{b) } Ax + By + Cz + D = 0$$

legt?

149. Die Gleichung der Berührungsebene an die um den Punkt $5 | 1 | 4$ mit dem Halbmesser 7 beschriebene Kugel, in dem zu $x_1 = 7$, $y_1 = 4$ gehörigen und unter der XY -Ebene liegenden Punkt zu finden.

$$\text{Res.: } 2x + 3y - 6z - 38 = 0.$$

150. Durch die Gerade $y = mx + b$, $z = nx + c$ eine Berührungsebene an die Kugel um O mit r zu legen.

$$\text{Res.: } y - mx - b - \lambda(x - nx - c) = 0,$$

wobei

$$\lambda = [mnr^2 - bc$$

$$\pm \sqrt{(mnr^2 - bc)^2 - (n^2r^2 + r^2 - c^2)(r^2[m^2 + 1] - b^2)}$$

$$: (n^2r^2 + r^2 - c^2).$$

151. In welchem Verhältnis wird die Verbindungsstrecke der Punkte $-3 | 1 | 5$ und $7 | 5 | 7$ durch die um O mit dem Halbmesser 7 beschriebene Kugel fläche geteilt und was sind die Koordinaten des Teilpunktes?

$$\text{Res.: } \lambda_1 = 1, \lambda_2 = -\frac{7}{37}; \quad 2 | 3 | 6, \quad -\frac{16}{3} | \frac{1}{15} | \frac{68}{15}.$$

152. Zu untersuchen, ob die Verbindungslinie der Punkte $6 \mid 5 \mid \frac{11}{3}$ und $14 \mid 7 \mid 0$ die um O mit dem Halbmesser 7 beschriebene Kugelfläche berührt.

Res.: $2 \mid 3 \mid 6$.

153. Wie muß der Wert von λ gewählt werden, damit der Punkt, welcher die Strecke zwischen den Punkten P_1 und P_2 im Verhältnis $\lambda : 1$ teilt, auf die um O mit r beschriebene Kugel fällt?

a) Wieviel Werte von λ ergeben sich?

b) Was ist die Bedingung dafür, daß $P_1 P_2$ die Kugel berührt?

c) Wenn man P_1 festhält, aber P_2 sich so bewegen läßt, daß $P_1 P_2$ stets die Kugel berührt, so beschreibt P_2 die Berührungskegelfläche an die Kugel. Es soll aus der Bedingungsgleichung von b) die Gleichung dieser Kegelfläche angeschrieben werden.

d) Was ist die Bedingung dafür, daß P_1 und P_2 , sowie die beiden Schnittpunkte Q_1 und Q_2 der $P_1 P_2$ mit der Kugel einen harmonischen Wurf bilden?

e) Wenn man P_1 festhält, aber P_2 sich so bewegen läßt, daß P_1, P_2, Q_1, Q_2 harmonisch liegen, so beschreibt P_2 einen Ort, die Polarebene von P_1 . Es soll die Gleichung dieses Ortes aus der Bedingungsgleichung von d) angeschrieben werden.

Res.: $\lambda^2(x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 - r^2) + 2\lambda(x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 - r^2) + (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - r^2) = 0$.

154. Die Gleichung einer Kugel anzugeben, welche die XY -Ebene in einem Kreis um O vom Halbmesser 7 schneidet und durch den Punkt $8 \mid 15 \mid 10$ geht.

Res.: $x^2 + y^2 + (z - 17)^2 = 338$.

155. Um den Punkt $5|4$ der XY -Ebene ist ein Kreis vom Halbmesser 6 beschrieben. Es soll die Gleichung einer Kugelfläche gefunden werden, welche durch diese Kreislinie geht und die Ebene $3x + 2y + 6z - 1 = 0$ berührt.

$$\text{Res.: } 5|4|8, \quad r_1 = 10; \quad 5|4|\frac{160}{13}, \quad r_2 = \frac{178}{13}.$$

156. Es soll die Gleichung einer Kugelfläche gefunden werden, welche durch die Punkte $0|0|0$, $0|2|14$, $3|5|0$, $1|2|7$ geht.

$$\text{Res.: } (x + 66)^2 + (y - 43)^2 + (z - 1)^2 = 6206.$$

157. Es soll die Gleichung der XY -Projektion des Kreises gefunden werden, in welchem die Ebene $2y - z = 0$, die Kugel $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 + z^2 = 6^2$ schneidet. Es soll auch der Mittelpunkt des Kreises angegeben werden.

$$\text{Res.: } (x - 1)^2 + 5\left(y - \frac{4}{5}\right)^2 = \frac{116}{5}.$$

158. Zwei Kugeln K_1 und K_2 mit den Mittelpunkten $a_1|b_1|c_1$, $a_2|b_2|c_2$ und den Halbmessern r_1 und r_2 sind gegeben. Welche Bedingungen müssen stattfinden,

- wenn K_1 und K_2 sich in reeller Linie schneiden,
- wenn sie sich von außen,
- wenn sie sich von innen berühren sollen,
- wenn K_2 völlig außerhalb K_1 und umgekehrt,
- wenn K_2 völlig innerhalb K_1 liegen soll, ohne daß sie sich treffen?

159. Zu untersuchen, ob die durch die beiden folgenden Gleichungen dargestellten Kugeln sich berühren und ob die Berührung von außen oder von innen erfolgt, sowie den Berührungspunkt anzugeben.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 14y - 2z + 66 = 0, \\ x^2 + y^2 + z^2 - 22x - 20y - 14z + 234 = 0; \end{cases} \\
 \text{b)} \quad & \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 14y - 2z - 6 = 0, \\ x^2 + y^2 + z^2 - 14x - 16y - 6z + 86 = 0; \end{cases} \\
 \text{c)} \quad & \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 5 = 0, \\ x^2 + y^2 + z^2 - 14x - 10y - 12z + 85 = 0. \end{cases}
 \end{aligned}$$

a) Berührung von außen, $7|8|3$; b) von innen, $11|10|7$; c) K_1 außerhalb K_2 und umgekehrt.

160. Die Gleichung einer Kugel anzugeben, welche um $x_1|y_1|z_1$ so beschrieben wird, daß sie die Kugel um O mit Halbmesser r berührt.

$$\begin{aligned}
 \text{Res.: } & (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 \\
 & = (\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \mp r)^2.
 \end{aligned}$$

161. An die Kugel um O mit r im Punkt $x_1|y_1|z_1$ eine Berührungskugel vom Halbmesser r_1 zu legen.

$$\text{Res.: } \lambda x_1 | \lambda y_1 | \lambda z_1, \text{ wobei } \lambda = (r \pm r_1) : r.$$

162. Welches ist die Potenz π des Punktes $x|y|z$ in Beziehung auf die Kugel 1. um $x_1|y_1|z_1$ mit r , 2. um O mit r und welches ist 3. die Potenz des Nullpunktes in bezug auf die Kugel um Punkt $x_1|y_1|z_1$ mit Halbmesser r ?

163. Zu beweisen:

a) Der Ort der Punkte gleicher Potenz in Beziehung auf zwei Kugeln ist eine zu der Verbindungslinie der Mittelpunkte senkrechte Ebene, die Potenzebene.

b) Die Potenzebene wird zur Berührungsebene,

α) wenn die Kugeln sich berühren,

β) wenn der Mittelpunkt der einen auf die andere fällt und ihr Halbmesser zu Null wird.

c) Die Potenzebenen, die zwischen je zwei von drei Kugeln möglich sind, schneiden sich in einer zu der Ebene der drei Mittelpunkte senkrechten Geraden.

d) Von den $\binom{4}{2} =$ sechs Potenzebenen zwischen je zwei von vier Kugeln schneiden sich $\binom{4}{3} =$ viermal je drei in einer Potenzlinie, und diese vier Potenzlinien und daher auch die sechs Potenzebenen gehen durch einen Punkt.

164. Die Bedingungen dafür anzugeben, daß sich zwei Kugeln rechtwinklig schneiden (d. h. daß die beiden Berührungsebenen in irgendeinem Punkt der Schnittlinie der Kugeln senkrecht aufeinander stehen).

Res.: $e^2 = r^2 + r_1^2$ (e Zentrale).

165. Die Gleichung der Kugel zu finden, welche vier gegebene Kugeln rechtwinklig schneidet.

166. Die Gleichung der Berührungsebene im Punkt $x_1 | y_1 | z_1$ an die um Punkt $a | b | c$ mit r beschriebene Kugel herzuleiten.

167. Die Koordinaten der Ähnlichkeitspunkte zweier Kugeln zu bestimmen.

168. Zu beweisen: Von den sechs Ähnlichkeitspunkten dreier Kugeln liegen viermal je drei in einer Geraden (Ähnlichkeitsachse), nämlich die drei äußeren und je ein äußerer und die beiden nicht zugehörigen inneren.

169. Von den zwölf Ähnlichkeitspunkten von vier Kugeln liegen zwölfmal je sechs in einer Ebene. Vier von diesen Ebenen gehen durch je drei von den vier Mittelpunkten. Sind A_{rs} ein äußerer und I_{rs} ein innerer Ähnlichkeitspunkt, so sind die übrigen acht Ähnlichkeits Ebenen dargestellt durch folgende Gruppen von Ähnlichkeitspunkten:

- 1) $A_{12} A_{13} A_{23} A_{14} A_{24} A_{34}$; 5) $A_{23} A_{24} A_{34} I_{12} I_{13} I_{14}$;
 2) $A_{12} A_{13} A_{23} I_{14} I_{24} I_{34}$; 6) $A_{12} A_{34} I_{13} I_{23} I_{14} I_{24}$;
 3) $A_{12} A_{14} A_{24} I_{13} I_{23} I_{34}$; 7) $A_{13} A_{24} I_{12} I_{23} I_{14} I_{34}$;
 4) $A_{13} A_{14} A_{34} I_{12} I_{23} I_{24}$; 8) $A_{14} A_{23} I_{12} I_{13} I_{24} I_{34}$.

170. Die Koordinaten des Pols der Ebene $Ax + By + Cz + D = 0$ in Beziehung auf die um O mit r beschriebene Kugel zu finden. Was ist der Fall, wenn 1) $D = 0$, 2) $A = 0$, 3) $A = B = 0$, 4) $A = B = C = 0$ ist?

Res.: $-Ar^2 : D$, $-Br^2 : D$, $-Cr^2 : D$.

171. Gegeben ist die Ebene $x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma - p = 0$ und die Abszisse x_1 eines Punktes P_1 . Es soll der Halbmesser einer Kugel um O gefunden werden, für welche P_1 Pol der gegebenen Ebene ist.

Res.: $r^2 = x_1 p : \cos \alpha$.

172. Es soll bewiesen werden, daß die Polarebenen von vier harmonischen Punkten ein harmonisches Büschel bilden und umgekehrt.

173. Die Gleichung der Kugel in Ebenenkoordinaten zu finden.

174. Durch die Schnittlinie der Kugeln, welche um die Punkte $a|b|c$ und $a_1|b_1|c_1$ mit den Halbmessern r und r_1 beschrieben werden, soll eine Kugel gelegt werden, welche

- die XY -Ebene berührt,
- durch O geht,
- die X -Achse berührt.

Res.: $K + \lambda K_1 = 0$, wobei für a) sich λ bestimmt aus

$$\lambda^2(c_1^2 - r_1^2) + \lambda[(a - a_1)^2 + (b - b_1)^2 + c^2 + c_1^2 - r^2 - r_1^2] - r^2 + c^2 = 0.$$

175. Gegeben die Kugel um O mit dem Halbmesser $r = 6$ und die Ebene 1) $2x + 3y + 4z = 24$. Es soll die Gleichung, sowie Mittelpunkt und Halbmesser einer Kugel gefunden werden, welche durch den Schnittkreis der Kugel mit der Ebene und

- durch O ,
- durch Punkt $3 \mid 6 \mid 9$ geht,
- auf der X -Achse ein Stück von der Länge 10, von O aus gemessen, abschneidet.

Res.: a) $\frac{3}{2} \mid \frac{9}{4} \mid 3, \frac{3\sqrt{29}}{4}$; b) $\frac{5}{2} \mid \frac{15}{4} \mid 5, \frac{1}{4}\sqrt{341}$;

c) $-16 \mid -24 \mid -32, 2\sqrt{569}$.

§ 9. Die Kugel als geometrischer Ort.

176. Durch O werden gerade Linien gezogen und zu jeder wird durch den festen Punkt $x_1 \mid y_1 \mid z_1$ die senkrechte Ebene gelegt. Welches ist der Ort des Schnittpunktes jeder Geraden mit der zugehörigen Ebene?

177. Gegeben ist eine Kugel K um O mit dem Halbmesser r . Ein Punkt P bewegt sich so, daß

- die von ihm an K gelegten Tangenten die Länge c haben,
- die Berührungslinie des von P an K gelegten Berührungskegels den Halbmesser r_1 hat.

Welches ist der Ort von P ?

178. Eine Kugel vom Halbmesser r berührt die YZ -Ebene in O , ihr Mittelpunkt liegt auf der $+X$ -Achse. Durch O werden Sehnen $OP_1, OP_2 \dots$ gezogen und

- von O aus im Verhältnis $\lambda:1$ geteilt,
- über $P_1, P_2 \dots$ hinaus,
- über O hinaus

um das λ fache verlängert. Gesucht der Ort des Teilpunktes bzw. des Endpunktes der Verlängerung.

179. Gegeben ist eine Kugel um O vom Halbmesser r und ein fester Punkt P_1 . Dieser wird mit dem auf der Kugel wandernden Punkt P verbunden, PP_1 wird durch Q im Verhältnis $\lambda:1$ geteilt. Gesucht der Ort von Q .

180. Die Punkte einer Kugel um $a|b|c$ mit dem Halbmesser r werden in der durch die Richtungswinkel $\alpha|\beta|\gamma$ gegebenen Richtung um die Strecke s verschoben. Welches ist die Gleichung des Ortes für die erhaltenen Punkte?

$$\text{Res.: } (x - a - s \cos \alpha)^2 + \dots + \dots - r^2 = 0.$$

181. Auf der X -Achse sind die Punkte P_1 und P_2 mit den Abszissen $+a$ und $-a$ gegeben. Ein Punkt P bewegt sich so, daß $P_1P:P_2P = \lambda:1$ ist. Der Ort von P ist zu suchen. (Besonderer Fall: $\lambda = 1$.)

$$\text{Res.: } (1 - \lambda^2)(x^2 + y^2 + z^2) - 2ax(1 + \lambda^2) + a^2(1 - \lambda^2) = 0.$$

182. Es ist eine Kugel um O vom Halbmesser r und eine zweite um Punkt M auf der $+X$ -Achse ($OM=a$) mit dem Halbmesser r_1 beschrieben. Es soll der Ort des Mittelpunktes einer Kugel gefunden werden, welche beide Kugeln nach größten Kreisen schneidet.

$$\text{Res.: } x = (a^2 + r_1^2 - r^2) : 2a.$$

183. Welches ist der Ort eines Punktes, dessen Potenz in Beziehung auf die um $x_1|y_1|z_1$ beschriebene Kugel von der Größe π ist?

184. Den Ort des Mittelpunktes einer Kugel zu finden, welche

a) zwei,

b) drei gegebene Kugeln rechtwinklig schneidet.

185. Den Ort eines Punktes zu finden, der sich so bewegt, daß die Summe der Quadrate seiner Abstände von n gegebenen Punkten gleich c^2 ist.

186. Gegeben sind zwei Punkte P_1 auf der $+X$ -Achse und P_2 auf der $-X$ -Achse ($OP_1 = OP_2 = a$). Ein Punkt P bewegt sich so, daß $P_1P^2 + \lambda P_2P^2 = c^2$. Gesucht ist der Ort von P . Was ist der Fall, wenn $\lambda = 1$ und $c = 2a$ ist?

$$\begin{aligned} \text{Res.: } (1 + \lambda)(x^2 + y^2 + z^2) - 2a(1 - \lambda)x \\ = c^2 - a^2(1 + \lambda). \end{aligned}$$

187. Um O ist eine Kugel vom Halbmesser r , um den Punkt M der $+X$ -Achse ($OM = a$) ist eine zweite vom Halbmesser r_1 beschrieben. Gesucht der Ort für einen Punkt, der so liegt, daß die beiden von ihm an jede der Kugeln gelegten Berührungskegel gleichen erzeugenden Winkel haben.

$$\text{Res.: } r^2[(x - a)^2 + y^2 + z^2] = r_1^2(x^2 + y^2 + z^2).$$

188. Es ist eine Kugel um O mit r und auf der $+Z$ -Achse Punkt P_1 ($OP_1 = c$) gegeben. Es soll der Ort für einen Punkt P gefunden werden, der sich so bewegt, daß der Unterschied zwischen dem Quadrat der von ihm an die Kugel gezogenen Tangente und PP_1^2 unveränderlich gleich c^2 ist. — Welcher Ort ergibt sich, wenn man P_1 durch eine Kugel um P_1 und PP_1 durch die Länge der von P an diese Kugel gezogenen Tangente ersetzt?

189. Auf der $+Z$ -Achse liegt im Abstand $2c$ von O der Punkt P_1 . Von P_1 wird nach irgend einem Punkt P' der XY -Ebene P_1P' gezogen und darauf P so bestimmt, daß

$$P_1P \cdot P_1P' = 4c^2$$

ist. Es ist der Ort von P zu suchen.

$$\text{Res.: } x^2 + y^2 + (z - c)^2 = c^2.$$

190. Vom Nullpunkt O ist nach dem Punkt P_1 , der auf einer um den Punkt $x_1 | y_1 | z_1$ mit dem Halbmesser r beschriebenen Kugel wandert, der Strahl OP_1 gezogen und darauf P so bestimmt, daß $OP \cdot OP_1 = c^2$ ist. Es soll der Ort von P ermittelt und für den Fall, daß die Kugel durch O geht, untersucht werden.

$$\begin{aligned} \text{Res.: } & (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - r^2)(x^2 + y^2 + z^2) \\ & - 2c^2(x_1x + y_1y + z_1z) + c^4 = 0. \end{aligned}$$

191. Ein Punkt wandert auf der Geraden $x = a$, $y = b$. Um welche Gerade dreht sich seine Polarebene in bezug auf die um O mit dem Halbmesser r beschriebene Kugel?

$$\text{Res.: Um } ax + by - r^2 = 0, \quad z = 0.$$

192. Eine Ebene dreht sich um die Gerade $y = mx + p$, $z = nx + q$. Auf welcher Geraden wandert ihr Pol? Was ist der Fall, wenn

$$1) \quad p = q = 0,$$

$$2) \quad m = n = 0?$$

$$\begin{aligned} \text{Res.: Auf der Geraden } & py + qz - r^2 = 0, \\ & x + my + nz = 0. \end{aligned}$$

193. Ein Punkt wandert auf der Geraden $y = mx + p$, $z = nx + q$. Um welche Gerade dreht sich seine Polarebene?

194. Es soll gezeigt werden, daß die konjugierten Geraden von Nr. 192 senkrecht aufeinander stehen.

195. Eine um O mit r beschriebene Kugel schneidet die $+X$ -Achse in S , die $-X$ -Achse in S_1 . Von S_1 wird nach dem auf der Kugel wandernden Punkt P' eine

Sehne gezogen, sie wird über P' hinaus um sich selbst verlängert bis P'' ; sodann wird OP'' und SP' gezogen. Welches ist der Ort für den Schnittpunkt Q dieser beiden Geraden?

$$\text{Res.: } \left(x - \frac{r}{3}\right)^2 + y^2 + z^2 = \frac{4r^2}{3}.$$

196. Eine um O mit r beschriebene Kugel schneidet die $-X$ -Achse in S_1 . OS_1 ist über S_1 hinaus verlängert um $S_1S_2 = 2OS_1$; der Kugelhalbmesser OP ist über P hinaus um sich selbst bis P' verlängert. Welches ist der Ort des Schnittpunktes Q der S_1P und der S_2P' ?

$$\text{Res.: } (x - 3r)^2 + y^2 + z^2 = 16r^2.$$

197. Ein Punkt bewegt sich auf dem Kreis $y^2 + z^2 = \varrho^2$, $x = a$. Welche Fläche umhüllt seine Polarebene in bezug auf die um O mit r beschriebene Kugel?

$$\text{Res.: } (r^2 - ax)^2 = \varrho^2(y^2 + z^2) \quad (\text{Kegelfläche}).$$

198. Dieselbe Aufgabe wie Nr. 197 für die Hyperbel $x^2 - y^2 = a^2$, $z = c$.

$$\text{Res.: } a^2(x^2 - y^2) - (cz - r^2)^2 = 0.$$

III. Abschnitt.

Krumme Flächen (Herleitung der Gleichung aus dem Entstehungsgesetz).

§ 10. Zylinderflächen.

199. Der Mittelpunkt eines in der YZ -Ebene liegenden Kreises, der die Y -Achse in O berührt, liegt auf der $+Z$ -Achse, sein Halbmesser ist r . Er ist Leitlinie einer Zylinderfläche, deren Mantellinien

a) parallel zu der XZ -Ebene und gegen die XY -Ebene unter dem Winkel α geneigt ($n = \operatorname{tg} \alpha$),

b) parallel zu der Geraden $x = pz$, $y = qx$ sind.
Zu suchen ist die Gleichung der Fläche.

$$\text{Res.: a) } y^2 + (z - nx)^2 - 2r(z - nx) = 0;$$

$$\text{b) } (py - qx)^2 + (z - px)^2 + 2pr(x - px) = 0.$$

200. In der XY -Ebene ist um O ein Kreis vom Halbmesser r beschrieben. Es soll die Gleichung einer Zylinderfläche gefunden werden, für welche dieser Kreis Leitlinie ist und deren Mantellinien

a) parallel der Halbierungslinie des Winkels zwischen der $+X$ - und der $+Z$ -Achse,

b) parallel zu der Geraden $x = 3y + 5$, $x = 4y - 2$ sind.

Res.: a) $(x - z)^2 + y^2 = r^2,$

b) $16(x - 3z)^2 + 9(x - 4y)^2 = 144r^2.$

201. An eine um O mit r beschriebene Kugel soll ein Berührungszylinder gelegt werden, dessen Mantellinien parallel sind

a) zu der Halbierungslinie des Winkels zwischen der $+X$ - und der $+Z$ -Achse,

b) zu einer Geraden, die mit den Koordinatenachsen gleiche Winkel macht,

c) zu der Geraden $y = mx, z = nx.$

Res.: a) $2y^2 + (z - x)^2 = 2r^2,$

b) $(1 + n^2)(y - mx)^2 + (1 + m^2)(z - nx)^2$

$- 2mn(y - mx)(z - nx) = r^2(1 + m^2 + n^2).$

202. Die Gleichung einer Zylinderfläche zu finden, deren Leitlinie der um Punkt $x_1 | y_1$ in der XY -Ebene mit Halbmesser r beschriebene Kreis ist und deren Mantellinien die Richtungswinkel α, β, γ haben.

Res.: $[(x - x_1) \cos \gamma - z \cos \alpha]^2$

$+ [(y - y_1) \cos \gamma - z \cos \beta]^2 = r^2 \cos^2 \gamma.$

203. Die Achsen ($2a$ und $2b$) einer Ellipse liegen auf der X - bzw. der Y -Achse; sie ist Leitlinie einer Zylinderfläche, deren Mantellinien die Richtungskosinusse α, β, γ haben. Es soll die Gleichung der Fläche gefunden werden.

Res.: $b^2(\gamma x - \alpha z)^2 + a^2(\gamma y - \beta z)^2 = a^2 b^2 \gamma^2.$

204. Eine Parabel, deren Achse die Richtung der negativen Y -Achse, deren Scheitel die Koordinaten $a | b | c$ hat, deren Parameter $2p$, und deren Ebene parallel zu der XY -Ebene ist, ist Leitlinie einer Zylinderfläche,

deren Mantellinien parallel zu der Geraden $x = m z$, $y = n z$ sind. Wie lautet die Gleichung dieser Fläche?

$$\text{Res.: } [x - a - m(z - c)]^2 = -2p[y - b - m(x - c)].$$

205. Durch die X -Achse ist eine Ebene gelegt, welche den Winkel zwischen der $+Y$ - und der $+Z$ -Achse halbiert. In ihr ist um O mit Halbmesser r ein Kreis beschrieben; er ist Leitkreis einer Zylinderfläche, deren Mantellinien parallel zu der Geraden $x = m z$, $y = n z$ sind. Gesucht ist die Gleichung der Fläche.

$$\begin{aligned} \text{Res.: } & (y - n z)^2(m^2 + 2) - 2m(n - 1)(x - m z) \\ & \cdot (y - n z) + (x - m z)^2(n - 1)^2 = r^2(1 - n)^2. \end{aligned}$$

206. Welche Gleichung ergibt sich für die Zylinderfläche in Nr. 205, wenn

a) die Mantellinien parallel der Z -Achse sind,

b) die Kreisebene unter dem Winkel α gegen die XY -Ebene geneigt ist?

207. Eine Gerade schneidet auf der $+X$ -Achse das Stück p , auf der $+Z$ -Achse das Stück q ab (s. Fig. 3). Eine Ellipse, deren Mittelpunkt in O und deren unveränderliche Achse $2b$ auf der Y -Achse liegt, dreht sich um diese Koordinatenachse so, daß sie die Gerade beständig schneidet. Es soll

a) die Gleichung der erzeugten Fläche gefunden und

b) die XY -Spur derselben als Leitlinie einer Zylinderfläche betrachtet werden, deren Mantellinien parallel zu der gegebenen Geraden sind. Was zeigt sich?

$$\text{Res.: } \text{a) } \frac{(q x + p z)^2}{p^2 q^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

208. Es soll untersucht werden, ob die Gleichung $9x^2 - 4y^2 - 91z^2 + 18xz - 40yz - 36 = 0$

eine Zylinderfläche darstellt oder nicht und welche Richtung die Mantellinien im ersten Fall haben.

Res.: $x = -z$, $y = -5z$.

209. Ebenso für die Gleichung

$$y^2 + 4z^2 + 4yz - 5x - 4y - 8z + 39 = 0.$$

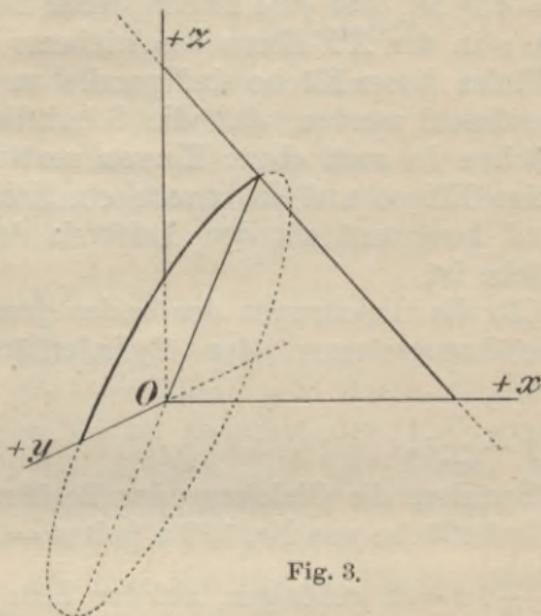


Fig. 3.

210. Dieselbe Aufgabe für die Gleichung

$$x^3 - 8y^3 - 9x^2z + 27xz^2 - 6y^2z - 6yz^2 - 29x^3 - x^2 + 6xz - 9z^2 + 3x + y - 8z - 5 = 0.$$

Res.: $x = 3z$, $y = -z$.

211. Wie muß n in der Ebenengleichung $z = nx + c$ gewählt werden, damit diese Ebene die Zylinderfläche $9x^2 + 25y^2 = 225$ so schneidet, daß die YZ -Projektion ein Kreis ist?

Res.: $n = \pm \frac{3}{5}$.

212. Wie muß n gewählt werden, damit die Ebene $z = nx$ die Zylinderfläche $b^2 x^2 + a^2 y^2 - a^2 z^2 = 0$, ($b > a$) in einem Kreis schneidet?

$$\text{Res.: } n = \pm \sqrt{b^2 - a^2} : a.$$

213. Es ist gegeben die Zylinderfläche von Nr. 199 a, wobei $\alpha = 45^\circ$ ist, und eine zweite, deren Leitlinie ein um O mit r in der XY -Ebene beschriebener Kreis ist; die Mantellinien dieser Fläche sind parallel zur Z -Achse. Es soll bewiesen werden, daß die Schnittlinie beider Zylinderflächen in zwei ebene Kurven zerfällt, wovon die eine eine Ellipse und die zweite ein Kreis ist, der parallel und kongruent mit dem Leitkreis der zweiten Zylinderfläche ist.

214. Gib die Gleichungen der beiden gemeinschaftlichen Berührungsebenen der Zylinderflächen von Nr. 213 an.

$$\text{Res.: } y = \pm r.$$

215. Berechne die Gleichung der Berührungsebene an die Zylinderfläche von Nr. 199 a (mit $n = 1$) in dem zu $x = -\frac{r}{2}$, $z = 0$ gehörigen, auf der Seite der $+Y$ -Achse liegenden Punkt.

$$\text{Res.: } x + y\sqrt{3} - z - r = 0.$$

216. Es soll bewiesen werden, daß

$$f(ax - y, y - bz, ax - bz) = 0$$

eine Zylinderfläche darstellt.

217. Durch einen festen Punkt $a|b|c$ wird eine bewegliche Gerade gezogen, welche die Koordinatenebenen in den Punkten P_1, P_2, P_3 schneidet. Es soll bewiesen

werden, daß der Ort des Punktes P , der P_1P_2 im Verhältnis $\lambda_1 : 1$ und zugleich P_2P_3 im Verhältnis $\lambda_2 : 1$ teilt, Schnitt zweier hyperbolischer Zylinderflächen ist.

$$\text{Res.: } (\lambda_1 + 1)xy - \lambda_1 ay - bx = 0,$$

$$(\lambda_2 + 1)yx - \lambda_2 cy - bx = 0.$$

§ 11. Kegelflächen.

218. In der XY -Ebene liegt eine Parabel mit der Achse auf der $+X$ -Achse und dem Scheitel in O . Es soll die Gleichung der Kegelfläche gefunden werden, welche die Parabel als Leitlinie und den Punkt $x_1 | y_1 | x_1$ als Spitze hat.

$$\text{Res.: } (y_1 z - y x_1)^2 = 2p(x - x_1)(x_1 z - x x_1).$$

219. Ein Kreis vom Halbmesser r hat seinen Mittelpunkt in O , seine Ebene geht durch die Z -Achse und halbiert den Winkel zwischen der $+X$ - und der $+Y$ -Achse. Er ist Leitlinie einer Kegelfläche, deren Spitze auf der $+Y$ -Achse im Abstand d von O liegt. Zu suchen:

a) die Gleichung der Kegelfläche,

b) die Art ihrer Schnitte mit Ebenen parallel zu den Koordinatenebenen.

$$\text{Res.: a) } 2x^2d^2 + z^2d^2 - r^2(x - y + d)^2 = 0.$$

220. In der XZ -Ebene liegt eine Hyperbel mit der reellen Achse $2c$ auf der Z -, der imaginären $2a$ auf der X -Achse; sie ist Leitlinie einer Kegelfläche, deren Spitze auf der $+Y$ -Achse im Abstand b von O liegt. Gesucht die Gleichung der Kegelfläche.

$$\text{Res.: } \frac{x^2}{a^2} + \frac{(y - b)^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0.$$

221. In der YZ -Ebene liegt ein Kreis, seine Mittelpunktskoordinaten sind $0|b|c$, sein Halbmesser ist r ; er ist Leitlinie einer Kegelfläche, deren Spitze auf der $+X$ -Achse im Abstand d von O liegt. Es soll die Gleichung der Fläche gefunden und es sollen für die besonderen Fälle 1) $b = 0$, 2) $b = 0$ und $c = 0$ Schnitte parallel zu den Koordinatenebenen untersucht werden.

$$\begin{aligned} \text{Res.: } [dy + b(x - d)]^2 + [dz + c(x - d)]^2 \\ = r^2(x - d)^2. \end{aligned}$$

222. Eine Hyperbel hat die Mittelpunktskoordinaten $a|b|c$, die reelle Achse 2α ist parallel zu der X -Achse, die imaginäre 2β parallel zu der Y -Achse. Es soll die Gleichung einer Kegelfläche gefunden werden, welche diese Hyperbel als Leitlinie und den Ursprung als Spitze hat.

$$\text{Res.: } \beta^2(cx - ax)^2 - \alpha^2(cy - bx)^2 = \alpha^2\beta^2x^2.$$

223. Die in der XY -Ebene liegende Kurve $cy^2 = x^3$ ist Leitlinie einer Kegelfläche, deren Spitze der Punkt $2|1|5$ ist. Die Gleichung der Fläche ist zu suchen.

$$\text{Res.: } c(x - 5y)^2(x - 5) = (2x - 5x)^3.$$

224. Es soll die Gleichung einer Kegelfläche gefunden werden, welche ihre Spitze auf der $+X$ -Achse im Abstand a von O hat, und welche die um O mit r beschriebene Kugel berührt.

$$\text{Res.: } r^2(x - a)^2 + (r^2 - a^2)(y^2 + z^2) = 0.$$

225. An das zweischalige Hyperboloid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$

den Berührungskegel zu legen, dessen Spitze in $x_1|0|0$ liegt.

$$\text{Res.: } \frac{(x - x_1)^2}{a^2 + x_1^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0.$$

226. An eine Kugel, die um den Mittelpunkt $a|b|c$ mit dem Halbmesser r beschrieben ist, soll eine berührende Kegelfläche gelegt werden, deren Spitze in O liegt. ($OM = s$.)

$$\text{Res.: } (ax + by + cz)^2 - (s^2 - r^2)(x^2 + y^2 + z^2) = 0.$$

Anmerkung: Die Lösung gestaltet sich am einfachsten, wenn man die Bedingung dafür aufstellt, daß die Gerade $y = mx$, $z = nx$ die gegebene Kugel in zwei zusammenfallenden Punkten trifft.

227. Die Gleichung der Berührungsebene an die Kegelfläche von Nr. 219 im Punkt $0|0|r$ zu finden.

$$\text{Res.: } -rx + ry + dz - dr = 0.$$

228. Ebenso für die Kegelfläche von Nr. 222

a) im Punkt $x_1|y_1|z_1$,

b) in dem einen Scheitel der Leithyperbel.

$$\begin{aligned} \text{Res.: a) } & \beta^2 c(e x_1 - a z_1) x - \alpha^2 c(e y_1 - b z_1) y \\ & + [-\beta^2 a c x_1 + \alpha^2 b z_1 y_1 \\ & + (\beta^2 a^2 - \alpha^2 b^2 - \alpha^2 \beta^2) z_1] z = 0; \end{aligned}$$

$$\text{b) } c x + (a - \alpha) z = 0.$$

229. Die XY -Projektion der Schnittkurve des Kegels

$$1) \quad z^2 = x^2 + y^2$$

mit der Ebene

$$\text{a) } z = \frac{x}{2} + c,$$

$$\text{b) } z = x + c,$$

$$\text{c) } z = \frac{3}{2} x + c,$$

d) allgemein des Kegels

$$z^2 = k^2(x^2 + y^2)$$

mit der Ebene

$$z = mx + c$$

zu bestimmen.

$$\text{Res.: } (k^2 - m^2)x^2 - 2cmx + k^2y^2 = c^2,$$

Ellipse, Parabel, Hyperbel je nachdem $k^2 \begin{matrix} \geq \\ \leq \\ > \end{matrix} m^2$.

230. Auf beiden Seiten von O sind auf der X -Achse je im Abstand a von O die Punkte P_1 und P_2 gegeben. Um O sind in der YZ -Ebene zwei Kreise mit den Halbmessern ϱ_1 und ϱ_2 beschrieben. Sie sind Leitlinien zweier Kegelflächen, deren Spitzen P_1 und P_2 sind. Welches ist der Ort der Schnittlinie dieser beiden Kegelflächen, wenn ϱ_1 und ϱ_2 sich so ändern, daß $\varrho_1 \cdot \varrho_2 = a^2$ ist?

$$\text{Res.: } \pm x^2 + y^2 + z^2 = a^2.$$

231. Die Punkte P_1 und P_2 von Nr. 230 sind Mittelpunkte zweier Kreise K_1 und K_2 mit den Halbmessern ϱ_1 und ϱ_2 ; die Kreisebenen sind senkrecht zur X -Achse. P_1 und P_2 sind Spitzen zweier Kegel, deren Leitlinien K_2 bzw. K_1 sind. Welches ist der Ort der Schnittlinie beider Kegelflächen, wenn ϱ_1 und ϱ_2 sich so ändern, daß $\varrho_1 \varrho_2 = a^2$ ist?

$$\text{Res.: } \pm \frac{x^2}{4} - y^2 - z^2 = \pm \frac{a^2}{4}.$$

232. Es soll bewiesen werden, daß die Kegelflächen

$$1) \quad x(-5x + 4y + 3z) = y(5x - 4y + 3z),$$

$$2) \quad y(5x - 4y + 3z) = z(5x + 4y - 3z)$$

sich in 4 geraden Linien schneiden, und es sind die Gleichungen derselben zu finden.

$$\text{Res.: } \begin{cases} y = 0 \\ z = \frac{5}{3}x, \end{cases} \begin{cases} z = 0 \\ y = \frac{5}{4}x, \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{3}{4}z, \end{cases} \begin{cases} y = 2x \\ z = 3x. \end{cases}$$

233. Es soll untersucht werden, ob die Gleichung $125x^3 + 25y^2z - 10yz^2 + z^3 - 125y^2 + 50yz - 5x^2 + ax = 0$ eine Kegelfläche darstellt.

Res.: Eine Kegelfläche, wenn $a = 0$ ist.

234. Ein Punkt bewegt sich

$$\text{a) auf dem Kreis } \begin{cases} y^2 + z^2 = \rho^2 \\ x = a; \end{cases}$$

$$\text{b) auf der Hyperbel } \begin{cases} x^2 - y^2 = a^2 \\ z = c. \end{cases}$$

Welche Fläche umhüllt seine Polarebene in bezug auf die Kugel $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$?

Res.: Die Kegelfläche a) $(r^2 - ax)^2 = \rho^2(y^2 + z^2)$;
b) $(r^2 - cz)^2 = a^2(x^2 - y^2)$.

§ 12. Drehflächen.

235. Eine zu der XZ -Ebene parallele Gerade, welche die Y -Achse im Abstand b von O schneidet und gegen die XY -Ebene unter dem Winkel α ($\text{tg } \alpha = m$) geneigt ist, wird um die Z -Achse gedreht. Es soll die Gleichung der entstehenden Drehfläche gefunden und die letztere näher untersucht werden.

$$\text{Res.: } x^2 + y^2 - \frac{z^2}{m^2} = b^2.$$

Die Fläche ist ein einschaliges Hyperboloid; sie enthält zwei Scharen von Geraden; die zweite Schar entsteht

durch Drehung der zu der gegebenen in bezug auf die YZ -Ebene symmetrischen Geraden. Mit $b = 0$ ergibt sich ein Kegel (Asymptotenkegel).

236. Es dreht sich

- a) eine Ellipse um die eine Hauptachse,
- b) eine Hyperbel 1. um die reelle, 2. um die imaginäre Achse,
- c) eine Parabel um ihre Achse. Es soll in jedem Fall die Gleichung der Drehfläche ermittelt werden.

237. Eine in der XZ -Ebene liegende Parabel, welche die $+X$ -Achse als Achse und O als Scheitel hat, dreht sich um die Z -Achse. Es soll die Gleichung der entstehenden Drehfläche gefunden werden.

$$\text{Res.: } x^4 - 4p^2(x^2 + y^2) = 0.$$

238. Ein in der XZ -Ebene liegender Kreis vom Halbmesser r , dessen Mittelpunkt M im Abstand a von O ($a > r$) auf der X -Achse liegt, wird um die Z -Achse gedreht. Es soll die Gleichung des entstehenden Wulstes gefunden werden.

$$\text{Res.: } x^2 + y^2 = (a \pm \sqrt{r^2 - x^2})^2.$$

239. Die Berührungsebene im Punkt $x_1 | y_1 | z_1$ des Wulstes von Nr. 238 zu finden.

$$\begin{aligned} \text{Res.: } & [(x_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2} - ax_1)x + (y_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2} - ay_1)y] \\ & : \sqrt{x_1^2 + y_1^2} + z_1 z = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 \\ & - a \sqrt{x_1^2 + y_1^2}. \end{aligned}$$

Besonderer Fall: $a = 0$.

240. Die Berührungslinie für den von O aus an den Wulst gelegten Berührungskegel zu finden.

Res.: Die Gleichungen der Berührungslinie sind:

$$(x^2 + y^2)r^2 = (a^2 - r^2)x^2; \quad ax = \pm r\sqrt{a^2 - r^2}.$$

241. Die X -Achse wird um die Halbierungslinie des Winkels zwischen der $+X$ - und der $+Y$ -Achse gedreht. Zu suchen ist die Gleichung der Drehfläche.

$$\text{Res.: } x^2 - 2xy = 0.$$

242. Durch O wird eine Gerade gezogen, welche mit der $+X$ -, $+Y$ -, $+Z$ -Achse gleiche Winkel macht; um sie wird die Halbierungslinie des Winkels zwischen der $+X$ - und der $+Y$ -Achse gedreht. Es soll die Gleichung des entstehenden Kegels gefunden werden.

$$\text{Res.: } (x + y + z)^2 - 2(x^2 + y^2 + z^2) = 0.$$

§ 13. Rückungsflächen.

243. In der XZ -Ebene ist auf der Seite der $+Z$ -Achse eine Gerade im Abstand c parallel zu der X -Achse gezogen. Eine weitere Gerade bewegt sich so, daß sie die erste Gerade und die Halbierungslinie des Winkels zwischen der $+X$ - und der $+Y$ -Achse schneidet und dabei beständig parallel zu der YZ -Ebene bleibt. Es soll die Gleichung der entstehenden Fläche gefunden und nachgewiesen werden, daß auf ihr noch eine zweite Geradenschar vorhanden ist.

$$\text{Res.: } xz = c(x - y).$$

244. In der XY -Ebene liegt eine durch O gehende Gerade, welche mit der $+X$ -Achse den Winkel α macht. Ein veränderlicher Kreis, dessen Mittelpunkt auf der X -Achse liegt und dessen Ebene senkrecht zu dieser Achse ist, bewegt sich so, daß er jene Gerade beständig schneidet. Die Gleichung der Fläche zu finden.

$$\text{Res.: } x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha = y^2 + z^2.$$

245. Eine veränderliche Hyperbel, deren Mittelpunkt auf der Y -Achse liegt, deren Ebene parallel der XZ -Ebene und deren reelle Achse parallel der X -Achse ist, bewegt sich so, daß sie die Gerade von Nr. 244 beständig schneidet und sich selbst ähnlich bleibt — Achsenverhältnis $1:k$. Es soll die entstandene Fläche gefunden werden.

$$\text{Res.: } \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - \frac{z^2}{k^2} = 0.$$

246. In der XZ -Ebene liegt eine Hyperbel mit der reellen Achse $2c$ auf der Z -Achse, die imaginäre Achse ist $2a$. In der YZ -Ebene liegt eine Gerade, welche auf den positiven Teilen der $+Y$ - und der $+Z$ -Achse die Stücke b und c abschneidet. Die Hyperbel bewegt sich so, daß sie sich ähnlich, der XZ -Ebene parallel, daß der Mittelpunkt auf der Y -Achse und ein Scheitel immer auf der Geraden in der XZ -Ebene bleibt. Es soll die Gleichung der entstehenden Fläche gefunden werden.

$$\text{Res.: } \frac{x^2}{a^2} + \frac{(y-b)^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0.$$

247. In der XY -Ebene ist eine Gerade G_1 parallel zu der X -Achse im Abstand b gezogen; eine zweite Gerade G_2 liegt in der XZ -Ebene und schneidet auf der X - und der Z -Achse die Stücke a und c ab. Eine dritte Gerade G_3 bewegt sich so, daß sie G_1 und G_2 beständig schneidet und parallel der YZ -Ebene bleibt. Es soll die Gleichung der entstehenden Fläche gefunden und gezeigt werden, daß auf ihr noch eine zweite Geradenschar vorhanden ist.

$$\text{Res.: } a b x = c(a - x)(b - y).$$

248. In der XY -Ebene liegt im ersten und dritten Feld eine gleichseitige Hyperbel, welche die X - und die Y -Achse zu Asymptoten hat. In der XZ -Ebene ist eine feste Gerade G_1 im Abstand c von O parallel zu der X -Achse gezogen. Eine weitere Gerade bewegt sich so, daß sie die gegebene Hyperbel und die Gerade G_1 be-

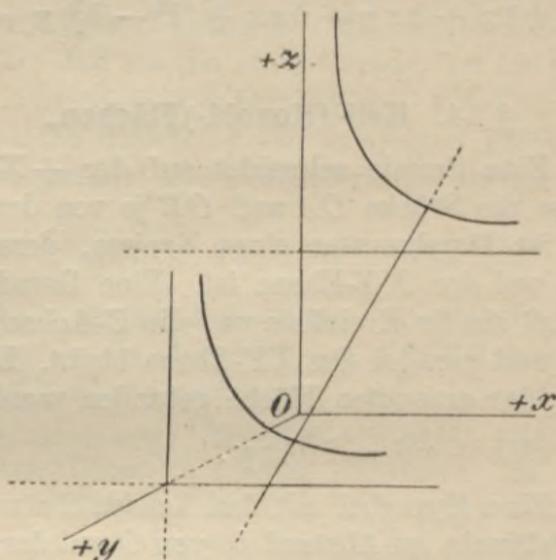


Fig. 4.

ständig schneidet und parallel zur YZ -Ebene bleibt. Es soll die Gleichung der erzeugten Fläche gefunden werden.

$$\text{Res.: } c x y + k^2(x - c) = 0.$$

249. In der XZ -Ebene liegt eine Hyperbel, für welche die Z -Achse und eine Parallele zur X -Achse im Abstand c von O Asymptoten sind. Eine zweite Hyperbel liegt in einer Ebene parallel zur XZ -Ebene (im Abstand b von O) so, daß ihr Mittelpunkt auf der Y -Achse

liegt, und daß die Schnittlinie der Ebene mit der XY - und der YZ -Ebene Asymptoten sind. Von jeder Hyperbel liegt je ein Zweig auf derselben Seite der XY -Ebene. Eine Gerade bewegt sich so, daß sie beide Hyperbeln beständig schneidet und parallel zur YZ -Ebene bleibt. Es soll die Gleichung der entsprechenden Fläche gefunden und besprochen werden.

$$\text{Res.: } bxz + cxy - bcx + (k^2 - k_1^2)y = bk^2.$$

§ 14. Keil-(Konoid-)Flächen.

250. Eine Gerade schneidet auf der $+X$ - und der $+Y$ -Achse die Stücke OA und OB je von der Länge a ab. AB ist Durchmesser eines Kreises, dessen Ebene senkrecht auf der XY -Ebene ist. Eine Gerade bewegt sich so, daß sie die Kreislinie und die Z -Achse beständig schneidet und parallel der XY -Ebene bleibt. Es soll die Gleichung der erzeugten Fläche gefunden werden.

$$\text{Res.: } z^2(x + y)^2 = 2a^2xy.$$

251. Eine Hyperbel mit den Achsen $2a$ und $2b$ hat ihren Mittelpunkt im Abstand b_1 von O auf der Y -Achse, ihre reelle Achse liegt in der XY -Ebene, ihre Ebene ist der XZ -Ebene parallel. Sie ist Leitlinie einer Keilfläche, deren Achse in der XZ -Ebene, im Abstand a_1 von O liegt und parallel der Z -Achse ist. Die erzeugende Gerade ist parallel der XY -Ebene. Es soll die Gleichung der Kegelfläche gefunden werden.

$$\text{Res.: } b^2[b_1(x - a_1) + a_1y]^2 - a^2y^2z^2 - a^2b^2y^2 = 0.$$

252. Eine Parabel mit den Scheitelkoordinaten $a|o|c$ ist Leitlinie eines Konoids, dessen Achse die Z -Achse und dessen Richtebene die XY -Ebene ist. Die Ebene

der Parabel ist parallel der YZ -Ebene, ihre Achse gleichläufig mit der $+Z$ -Achse. Die Gleichung des Konoids aufzustellen.

$$\text{Res.: } a^2 y^2 = 2p x^2(x - c).$$

253. Ein Kreis vom Halbmesser r , der seinen Mittelpunkt auf der $+X$ -Achse hat, berührt die Y -Achse in O ; in der XZ -Ebene ist eine Gerade parallel zu der X -Achse im Abstand c von O gezogen. Eine weitere Gerade bewegt sich so, daß sie die erste Gerade und die Kreislinie beständig schneidet und parallel der YZ -Ebene bleibt. Gesucht ist die Gleichung der erzeugten Fläche, sowie die Art der parallel zur XY -Ebene geführten Flächenschnitte.

$$\text{Res.: } (x - c)^2[(x - r)^2 - r^2] + c^2 y^2 = 0.$$

254. Eine in der XZ -Ebene liegende, die Z -Achse in O berührende Parabel wird um die X -Achse gedreht. Eine zur XY -Ebene parallele Gerade bewegt sich so, daß sie die Z -Achse beständig schneidet und die entstandene Drehfläche beständig berührt. Es soll die Gleichung der Fläche bestimmt und untersucht werden, in welcher Art von Kurven die Fläche von Ebenen, die parallel zu den Koordinatenebenen gelegt werden, geschnitten wird, und ob noch ein weiteres System von Geraden auf der Fläche vorhanden ist.

$$\text{Res.: } y^2 z^2 = p^2 x^2 \quad \text{oder} \quad y z = \pm p x.$$

255. Um O ist eine Kugel vom Halbmesser r beschrieben; in der YZ -Ebene ist im Abstand b von O ein Lot zur X -Achse gezogen. Eine weitere Gerade bewegt sich parallel der XY -Ebene so, daß sie die erste beständig schneidet und die Kugel berührt. Gesucht die Gleichung der entstehenden Fläche (Kugelkonoid).

$$\text{Res.: } (y - b)^2 (r^2 - x^2) + x^2 (r^2 - b^2 - x^2) = 0.$$

256. Eine Schraubenlinie ist gegeben durch die Gleichungen

$$x = r \cos \alpha, \quad y = r \sin \alpha, \quad z = h \alpha : 2\pi.$$

Eine ihre Achse schneidende und zu dieser senkrechte Gerade bewegt sich so, daß sie die Schraubenlinie beständig schneidet. Es soll die Gleichung der durch die Gerade erzeugten Fläche (Wendelfläche) gefunden werden.

$$\text{Res.: } y : x = \text{tg} \frac{2\pi z}{h}.$$

§ 15. Einige Regelflächen.

257. In der XY -Ebene liegt eine die Y -Achse in O berührende Parabel, deren Achse die $+X$ -Achse ist. Eine Gerade bewegt sich so, daß sie die Z -Achse, die Parabel und die weiter gegebene Gerade $y = mx + b$, $z = nx + c$ beständig schneidet. Es soll die Gleichung der Fläche gefunden und ihre Schnitte mit den Koordinatenebenen betrachtet sowie angegeben werden, wie sich die gefundene Flächengleichung erproben läßt.

$$\begin{aligned} \text{Res.: } b[y^2 z - (y^2 - 2px)nx] \\ = [c(y^2 - 2px) + 2pxz](y - mx). \end{aligned}$$

Proben: 1) Der Ursprung ist ein Punkt der Fläche; 2) die Spur S der gegebenen Geraden in der XY -Ebene muß die Gleichung der Fläche befriedigen; 3) ebenso die XZ -Spur der gegebenen Leitgeraden; 4) die XY -Spur der Fläche muß in die gegebene Parabel und die Verbindungslinie von O mit der XY -Spur der Leitgeraden zerfallen.

258. Es ist ein Kreis um O mit r in der XY -Ebene, ferner die Gerade $x = a$, $y = m z + b$ gegeben. Eine weitere Gerade bewegt sich so, daß sie die Z -Achse, die gegebene Gerade und den Kreis beständig schneidet. Die Gleichung der erzeugten Fläche zu finden.

$$\text{Res.: } \sqrt{x^2 + y^2}(a'y - bx - amz) = \pm r(ay - bx - mzx).$$

259. In der XY -Ebene liegt eine die Y -Achse in O berührende Parabel, deren Achse die positive X -Achse

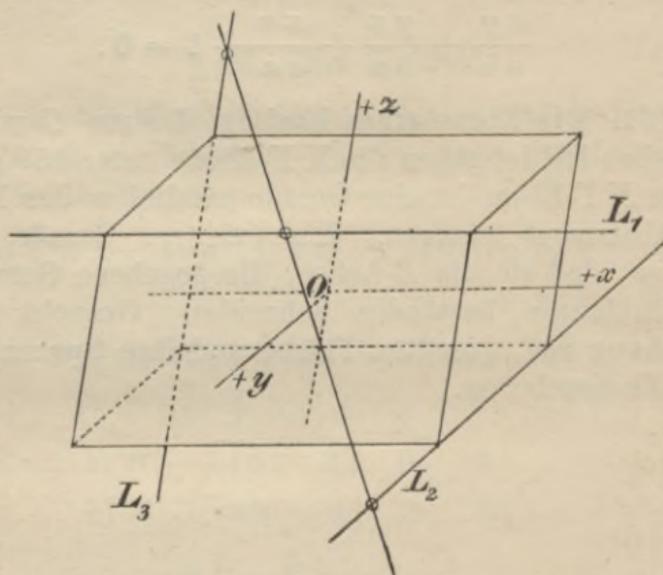


Fig. 5.

ist. Durch den Ursprung geht eine den Winkel zwischen der $+X$ - und $+Z$ -Achse halbierende Gerade; ferner ist in der YZ -Ebene eine Parallele zu der Y -Achse im Abstand c gegeben. Eine dritte Gerade bewegt sich so, daß sie die beiden gegebenen Geraden und die Parabel beständig schneidet. Es soll die Gleichung der erzeugten Fläche gefunden werden.

$$\text{Res.: } cxy^2 + (x-x)^2(x-c)2p = 0.$$

260. Eine Gerade bewegt sich so, daß sie drei Kanten L_1, L_2, L_3 eines Parallellachs beständig schneidet. Es soll die Gleichung der erzeugten Fläche gefunden werden.

Res.: Man nehme (s. Fig. 5) den Mittelpunkt des Parallellachs als Nullpunkt, die Koordinatenachsen parallel zu L_1, L_2, L_3 . Sind $2a, 2b, 2c$ die Kantenlängen des Parallellachs, so ergibt sich als Gleichung der Fläche

$$\frac{xy}{ab} + \frac{yz}{bc} + \frac{zx}{ca} + 1 = 0.$$

261. Die Ebene eines Kreises, der um O mit r beschrieben ist, ist gegen die XY -Ebene unter 45° geneigt. In der XY -Ebene ist eine Gerade parallel zu der Y -Achse im Abstand b gezogen. Eine weitere Gerade bewegt sich so, daß sie die Z -Achse, die gegebene Gerade und die Kreislinie beständig schneidet. Gesucht ist die Gleichung der erzeugten Fläche und ihre Spuren in den Koordinatenebenen.

IV. Abschnitt.

Flächen II. Grades.

§ 16. Das Ellipsoid.

262. Die Mittelpunktskoordinaten und die Halbachsen der durch die folgenden Gleichungen gegebenen Ellipsoide zu bestimmen:

$$\text{a) } 36x^2 + 16y^2 + 9z^2 - 216x + 32y - 90z + 421 = 0;$$

$$\text{b) } 9x^2 + 36y^2 + 4z^2 - 72x + 24z - 144 = 0;$$

$$\text{c) } x^2 + 2y^2 + 5z^2 + ax + by + cz = 0.$$

$$\text{Res.: a) } 3 \mid -1 \mid 5, \quad 2, \quad 3, \quad 4;$$

$$\text{b) } 4 \mid 0 \mid -3, \quad 6, \quad 3, \quad 9;$$

$$\text{c) } -\frac{a}{2} \mid -\frac{b}{4} \mid -\frac{c}{10},$$

$$\sqrt{10a^2 + 5b^2 + 2c^2} : 2\sqrt{10}, \quad \text{bzw.} \quad : 4\sqrt{5}, \quad : 10\sqrt{2}.$$

263. Es soll für das Ellipsoid $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$ bestimmt werden:

a) die Gleichungen der Berührungsebene und der Normalen im Punkt zu $x_1 = 1, y_1 = 2, z_1 > 0$;

- b) die Gleichung der Polarebene für den Punkt $1 | 2 | 3$;
 c) die Gleichung der Durchmesserebene, die zu der Geraden $y = 3x$, $z = -7x$ zugeordnet ist;
 d) die Gleichungen des Durchmessers, der zu der Ebene $7x - 2y + 5z = 0$ zugeordnet ist.

264. Ebenso für das Ellipsoid $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{25} = 1$ und

a) für den Punkt $x_1 = 3$, $y_1 > 0$, $z_1 = 3$;

b) für den Punkt $5 | 3 | -11$;

c) für den Durchmesser $\frac{x}{4} = \frac{y}{20} = \frac{z}{5}$;

d) für die Ebene $5x - y - \frac{1}{2}z = 0$.

265. Die Koordinaten des Pols der Ebene $Ax + By + Cz + D = 0$ in bezug auf das Ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

zu bestimmen.

266. An das Ellipsoid $x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$ eine Berührungsebene zu legen, welche parallel zu der Ebene $2x - 3y + 5z - 6 = 0$ ist.

$$\text{Res.: } 2x - 3y + 5z \pm \sqrt{265} = 0 .$$

267. Die Gleichung der Durchmesserebene zu bestimmen, welche zu dem durch den Punkt $x_1 | y_1 | z_1$ gehenden Durchmesser des Ellipsoides von Nr. 265 zugeordnet ist.

$$\text{Res.: } \frac{x_1 x}{a^2} + \frac{y_1 y}{b^2} + \frac{z_1 z}{c^2} = 0 .$$

268. Dieselbe Aufgabe für ein Ellipsoid, das dem von Nr. 265 ähnlich ist. Was zeigt sich?

269. Durch den Punkt $x_1 | y_1 | z_1$ eine Gerade so zu ziehen, daß die auf ihr von dem Ellipsoid von Nr. 265 abgeschnittene Sehne durch die gegebene Ebene $Ax + By + Cz = 0$ halbiert wird.

270. Die Gleichungen der reziproken Polaren der Geraden $x = y = z$ in bezug auf das Ellipsoid

$$x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} - 1 = 0$$

anzugeben.

$$\text{Res.: } 0 \cdot x + 0 \cdot y + 0 \cdot z + 1 = 0,$$

$$x + \frac{y}{4} + \frac{z}{9} - 1 = 0.$$

271. Durch den Punkt $x_1 | y_1 | z_1$ eine Ebene zu legen, welche das Ellipsoid von Nr. 265 in einem Kegelschnitt schneidet, dessen Mittelpunkt dieser Punkt ist.

272. Drei Durchmesser des Ellipsoids von Nr. 265 haben die Richtungskosinus $\alpha | \beta | \gamma$, $\alpha_1 | \beta_1 | \gamma_1$, $\alpha_2 | \beta_2 | \gamma_2$. Es sollen die Bedingungen dafür gefunden werden, daß die Durchmesser zueinander konjugiert sind.

$$\text{Res.: } \frac{\alpha \alpha_1}{a^2} + \frac{\beta \beta_1}{b^2} + \frac{\gamma \gamma_1}{c^2} = 0,$$

$$\frac{\alpha_1 \alpha_2}{a^2} + \frac{\beta_1 \beta_2}{b^2} + \frac{\gamma_1 \gamma_2}{c^2} = 0,$$

$$\frac{\alpha_2 \alpha}{a^2} + \frac{\beta_2 \beta}{b^2} + \frac{\gamma_2 \gamma}{c^2} = 0.$$

273. Zu beweisen: Die Summe der Quadrate dreier konjugierter Halbmesser ist konstant und gleich der Summe der Quadrate der Halbachsen.

274. Ebenso: Ein Parallelfach, dessen Kanten drei konjugierte Halbmesser sind, hat unveränderlichen Inhalt.

275. Ebenso: Die Summe der Quadrate der Projektionen von drei konjugierten Halbmessern auf eine Gerade und ebenso die Summe der Quadrate der Projektionen von drei konjugierten Halbmessern auf eine beliebige Ebene ist unveränderlich.

276. Die Summe der Quadrate der Seitenflächen des aus drei konjugierten Halbmessern konstruierten Parallelfachs ist konstant.

277. Auf dem Ellipsoid von Nr. 265 einen Punkt so zu bestimmen, daß die in ihm gezogene Berührungsebene auf den Achsen Stücke abschneidet, welche

- a) einander gleich sind,
- b) sich wie 1 : 2 : 3 verhalten.

$$\text{Res.: a) } x_1 = \lambda a^2 \quad \text{usf.,} \quad \lambda = 1 : \sqrt{a^2 + b^2 + c^2};$$

$$\text{b) } x_1 = \lambda a^2 : 1, \quad y_1 = \lambda b^2 : 2, \quad z_1 = \lambda c^2 : 3,$$

$$\lambda = 6 : \sqrt{36a^2 + 9b^2 + 4c^2}.$$

278. Den Punkt $x_1 | y_1 | z_1$ von Nr. 265 so zu bestimmen, daß die in ihm gezogene Berührungsebene auf den Achsen Stücke abschneidet, die sich verhalten

- a) wie die Achsen,
- b) wie die Quadrate der Halbachsen.

$$\text{Res.: a) } x_1 = a : \sqrt{3} \quad \text{usf.};$$

$$\text{b) } x_1 = y_1 = z_1 = a b c : \sqrt{a^2 b^2 + b^2 c^2 + c^2 a^2}.$$

279. Von einem auf dem Ellipsoid von Nr. 265 wandernden Punkt P wird auf die XY -Ebene das Lot PC gefällt; es wird über P hinaus a) um $PQ = PC$, b) um $PQ = \frac{1}{2} PC$, c) so verlängert, daß $PC : PQ = \lambda : 1$ sich verhält. Gesucht der Ort von Q .

280. Durch einen Scheitel eines Ellipsoids werden Sehnen gezogen. Jede wird

- a) um sich selbst,
- b) um ihr λ faches verlängert.

Der Ort des Endpunktes der Verlängerung ist zu suchen.

281. Durch den Punkt $x_1 | y_1 | z_1$ werden an das Ellipsoid von Nr. 265 Sekanten gezogen. Es soll für die auf ihnen abgeschnittenen Sehnen der Ort der Halbierungspunkte gefunden werden.

$$\begin{aligned} \text{Res.: } \frac{\left(x - \frac{x_1}{2}\right)^2}{a^2} + \frac{\left(y - \frac{y_1}{2}\right)^2}{b^2} + \frac{\left(z - \frac{z_1}{2}\right)^2}{c^2} \\ = \frac{x_1^2}{4a^2} + \frac{y_1^2}{4b^2} + \frac{z_1^2}{4c^2}. \end{aligned}$$

282. In einer Ellipse E_1 mit den Achsen $2a$ und $2b$ ist eine Sehne PQ senkrecht zu der Achse $2a$ gezogen. PQ ist die eine Achse einer Ellipse E_2 , deren Ebene senkrecht zu E_1 ist. Es soll die Gleichung der Fläche gefunden werden, welche entsteht, wenn PQ parallel verschoben wird und E_2 dabei sich ähnlich bleibt.

283. In einer Ellipse E_1 mit den Achsen $2a$ und $2b$ ist ein Durchmesser PQ gezogen. In dem Mittelpunkt O von E_1 ist das Lot errichtet und auf ihm von O aus $OR_1 = OR_2 = c$ abgetragen. PQ und R_1R_2 sind Achsen einer Ellipse E_2 . Welche Fläche erzeugt E_2 , wenn E_2 sich um R_1R_2 dreht?

284. Zu beweisen: Ist $\alpha x + \beta y + \gamma z - p = 0$ die Gleichung einer Ebene in Normalform, so berührt diese das Ellipsoid von Nr. 265, wenn $p = \sqrt{a^2\alpha^2 + b^2\beta^2 + c^2\gamma^2}$ ist.

285. Den Ort für die Ecke eines gleichseitigen, rechtwinklichen Dreikants zu finden, dessen Seitenebenen das Ellipsoid von Nr. 265 berühren.

Res.: $x^2 + y^2 + z^2 = a^2 + b^2 + c^2$; dieser Ort heißt die Mongesche Kugel.

286. In den Punkten der Schnittlinie einer Ebene mit dem Ellipsoid von Nr. 265 werden Normalen gezogen. Es soll der Ort der Spur dieser Normalen

a) mit der XY -Ebene,

b) mit der XZ -Ebene für den besonderen Fall, daß die gegebene Ebene parallel zur XY -Ebene ist, untersucht werden.

287. In dem Ellipsoid von Nr. 265 ist $a > b > c$; es soll bewiesen werden, daß jede der Ebenen

$$a\sqrt{b^2 - c^2} \cdot z \pm c\sqrt{a^2 - b^2} \cdot x = 0$$

die Fläche in einem Kreis vom Halbmesser b schneidet.

288. Einen Berührungszylinder an das Ellipsoid von Nr. 265 zu legen; die Mantellinien sollen parallel der Halbierungslinie des Winkels zwischen der $-Y$ - und der $+Z$ -Achse sein.

$$\text{Res.: } \frac{x^2}{a^2} + \frac{(y + z)^2}{b^2 + c^2} = 1.$$

289. Wie Nr. 288. Die Mantellinien sollen aber mit den Koordinatenachsen gleiche Winkel bilden.

290. Den Ort der Fußpunkte der Lote zu finden, welche man vom Mittelpunkt eines Ellipsoids auf seine Berührungsebene fällt.

$$\text{Res.: } a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2 = (x^2 + y^2 + z^2)^2.$$

291. Die Gleichung des Ellipsoids von Nr. 265 in Polarkoordinaten aufzustellen. Es sei P ein beliebiger

Punkt des Ellipsoids, $OP = r$, Q Projektion von P auf die XY -Ebene, $\sphericalangle POQ = \varphi$, positiv oder negativ genommen, je nachdem P mit $+OZ$ auf derselben

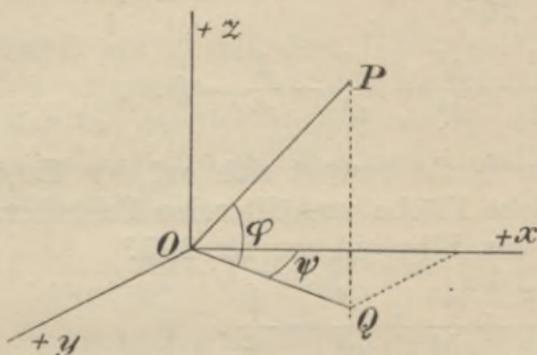


Fig. 6.

Seite liegt oder nicht, $\sphericalangle XOQ = \psi$ (ψ zwischen 0° und 360°).

$$\text{Res.: } \cos^2 \varphi \left(\frac{\cos^2 \psi}{a^2} + \frac{\sin^2 \psi}{b^2} \right) + \sin^2 \varphi = \frac{1}{r^2}.$$

292. Gegeben sind zwei Punkte F und F_1 ($FF_1 = 2f$); gesucht der Ort für einen Punkt P , der sich so bewegt, daß $PF + PF_1 = 2\alpha$.

$$\text{Res.: } \frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2 + z^2}{\alpha^2 - f^2} = 1.$$

293. Um O ist eine Kugel vom Halbmesser r beschrieben. Von dem Punkt P derselben ist auf die XY -Ebene das Lot PQ gefällt und über P hinaus um sich selbst bis P_1 verlängert. Es soll der Ort des Schnittpunktes der Polarebene von P_1 mit PQ gefunden werden.

$$\text{Res.: } x^2 + y^2 + 4z^2 = r^2.$$

294. Eine Ebene E bewegt sich so, daß sie beständig eine Kugel um O vom Halbmesser r berührt. Welches ist der Ort des Pols von E in Beziehung auf das Ellipsoid von Nr. 265?

$$\text{Res.: } \frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4} - \frac{1}{r^2} = 0.$$

295. Ein Punkt bewegt sich auf der Kugel um O mit r . Welche Fläche umhüllt seine Polarebene in Beziehung auf das Ellipsoid von Nr. 265?

$$\text{Res.: } \frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4} = \frac{1}{r^2}.$$

§ 17. Die Hyperboloide.

296. Gegeben ist die Hyperbel $\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$, $y = 0$. Eine veränderliche Ellipse, deren Mittelpunkt auf der Z -Achse liegt und deren Achsen parallel der X - bzw. der Y -Achse sind, bewegt sich so, daß sie sich selbst ähnlich bleibt und die Hyperbel beständig schneidet. Es soll die von ihr erzeugte Fläche ermittelt werden. Das Achsenverhältnis der Ellipse sei $a : b$.

$$\text{Res.: } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

297. Es soll, ähnlich wie in Nr. 296, das zweischalige Hyperboloid

a) durch Rückung einer sich ähnlich bleibenden Ellipse an einer festen Hyperbel,

b) durch Rückung einer sich ähnlich bleibenden Hyperbel an einer festen Hyperbel erzeugt werden.

298. Zu beweisen, daß das Hyperboloid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad \text{wobei } a > b > c \text{ ist,}$$

und die Kugel um O mit dem Halbmesser a sich in zwei Kreisen schneiden, deren Mittelpunkt O ist.

299. Man hat das Hyperboloid von Nr. 298 und das Ebenenpaar $y^2 - m^2 z^2 = 0$. Wie muß λ und m gewählt werden, damit die Fläche

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} - 1 + \lambda(y^2 - m^2 z^2) = 0,$$

welche durch die beiden ebenen Schnitte mit dem Hyperboloid gelegt ist, eine Kugel wird?

Anmerkung: Die beiden Ebenen und alle dazu parallelen Ebenen liefern Kreisschnitte mit dem Hyperboloid.

$$\begin{aligned} \text{Res.: } \lambda &= -(a^2 - b^2) : a^2 b^2, \\ m^2 &= b^2(a^2 + c^2) : (a^2 - b^2) c^2. \end{aligned}$$

300. In der Ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $z = 0$, ist der

Durchmesser PQ gezogen. PQ ist reelle Achse einer Hyperbel, deren unveränderliche imaginäre Achse ($2c$) auf der Z -Achse liegt. Es soll die Gleichung der Fläche hergeleitet werden, welche von der Hyperbel erzeugt wird, wenn PQ sich um O dreht.

301. An das Hyperboloid $\frac{x^2}{6^2} + \frac{y^2}{3^2} - \frac{z^2}{12^2} = 1$ wird

in dem Punkt $x_1 = 5$, $y_1 > 0$, $z_1 = 10$ die Berührungsebene und auf diese wird von O das Lot gezogen. Gesucht sind die Gleichungen der Berührungsebene und des Lotes, sowie die Länge des Lotes.

$$\text{Res.: } 10x + 24y - 5z = 72; \quad x + 2z = 0, \\ 5x + 24z = 0; \quad 72 : \sqrt{701} = 2,72.$$

302. Den Ort derjenigen Punkte des einschaligen Hyperboloids von Nr. 298 zu finden, deren Normalen die Gerade $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1 = 0$, $z = 0$ schneiden.

$$\text{Res.: } x(a^2 + c^2) : a^3 + y(b^2 + c^2) : b^3 - 1 = 0.$$

303. In den Punkten der Schnittlinie der Ebene $z = d$ mit dem Hyperboloid von Nr. 298 werden die Normalen gezogen. Es soll der Ort für die XY -Spuren dieser Normalen gefunden werden.

$$\text{Res.: } a^2x^2 : (a^2 + c^2)^2 + b^2y^2 : (b^2 + c^2)^2 = (c^2 + d^2) : c^2.$$

304. Die Bedingungen zu finden, unter welchen die Gerade $x = mz + p$, $y = nz + q$ auf dem Hyperboloid von Nr. 298 liegt.

$$\text{Res.: } \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} - \frac{1}{c^2} = 0, \quad \frac{mp}{a^2} + \frac{nq}{b^2} = 0, \\ \frac{p^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} = 1.$$

305. Die Bedingungen zu finden, unter welchen die Gerade $x = u + \varrho\alpha$, $y = v + \varrho\beta$, $z = w + \varrho\gamma$ auf der Fläche $ayz + bzx + cxy + d = 0$ liegt.

306. Die Gleichungen der beiden Mantellinien des Hyperboloids von Nr. 298 zu finden, welche durch den Punkt $p|q|0$ der Kehlellipse gehen.

$$\text{Res.: } 1) \quad x = \frac{aq}{bc}z + p, \quad y = -\frac{bp}{ac}z + q; \\ 2) \quad x = -\frac{aq}{bc}z + p, \quad y = \frac{bp}{ac}z + q.$$

307. Zu beweisen, daß die XY -Projektionen der beiden Mantellinien von Nr. 306 Tangenten der Kehlellipse im Punkt $p|q$ sind.

308. Zu beweisen, daß die durch den Punkt $p|q|0$ der Kehlellipse gehende Mantellinie des Systems 1) von Nr. 306 die durch einen Punkt $p_1|q_1|0$ gehende Mantellinie des Systems 2) schneidet.

309. Zu zeigen, daß, wenn die Punkte $p|q|0$ und $p_1|q_1|0$ von Nr. 308 Endpunkte eines Durchmessers der Kehlellipse sind, die beiden Mantellinien von Nr. 308 einander parallel sind.

310. Zu beweisen, daß zwei Mantellinien desselben Systems des einschaligen Hyperboloids sich nicht schneiden.

311. Zu beweisen, daß zu jeder Mantellinie auf dem einschaligen Hyperboloid sich eine parallele auf dem Asymptotenkegel ziehen läßt.

312. Die Gleichungen der beiden Mantellinien zu finden, die durch den Punkt $x_1 = 7, y_1 = 1, z_1 > 0$ des Hyperboloids $\frac{x^2 + y^2}{5^2} - \frac{z^2}{3^2} - 1 = 0$ gehen und zu zeigen, daß sie in der Berührungsebene des gegebenen Punktes liegen.

$$\text{Res.: } \begin{cases} 6x + 3y - 10z - 15 = 0, \\ 3x - 6y + 5z - 30 = 0; \\ 3x + 9y + 5z - 45 = 0, \\ 3x - y - 5z - 5 = 0; \\ 21x + 3y - 25z - 75 = 0. \end{cases}$$

313. Vom Mittelpunkt des Hyperboloids von Nr. 298 wird nach jedem Punkte der Fläche ein Strahl gezogen und um sich selbst über den Endpunkt hinaus verlängert.

Es soll der Ort der Endpunkte der Verlängerungen gefunden werden.

314. Der Mittelpunkt eines einschaliges Hyperboloids, das die YZ -Ebene in O berührt und dessen imaginäre Achse parallel der Z -Achse ist, liegt auf der $+X$ -Achse. Von O aus sind Sehnen gezogen; jede wird über ihren Endpunkt hinaus um die Hälfte verlängert. Es soll der Ort für die Endpunkte der Verlängerungen gefunden werden.

$$\text{Res.: } \frac{\left(x - \frac{3a}{2}\right)^2}{\frac{9a^2}{4}} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{4} = 1.$$

315. Von dem auf der $-X$ -Achse liegenden Scheitel des Hyperboloids von Nr. 298 sind Strahlen nach den Punkten dieser Fläche gezogen. Welches ist der Ort der Halbierungspunkte?

316. Die Koordinaten des Pols der Ebene

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

in bezug auf jedes der Hyperboloide

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = \pm 1$$

zu finden.

317. Die Gleichungen der reziproken Polaren zu der Geraden $x = y = z$ in bezug auf das Hyperboloid $\frac{x^2}{6^2} + \frac{y^2}{3^2} - \frac{z^2}{4^2} - 1 = 0$ anzugeben.

$$\text{Res.: } 0 \cdot x + 0 \cdot y + 0 \cdot z - 1 = 0,$$

$$\frac{x}{6^2} + \frac{y}{3^2} - \frac{z}{4^2} - 1 = 0.$$

318. Die reziproke Polare zu einer Mantellinie des einschaligen Hyperboloids zu bestimmen.

319. Die Gleichung des Berührungszylinders an ein einschaliges Hyperboloid zu bestimmen, wenn die Mantellinien des Zylinders einer Mantellinie des Hyperboloids parallel sind.

320. An jedes der Hyperboloide von Nr. 316 einen Berührungskegel zu legen, dessen Spitze auf der X -Achse liegt.

$$\text{Res.: } \frac{(x - x_1)^2}{a^2 \pm x_1^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0.$$

Mit $x_1 = 0$ gehen beide Kegelflächen in den gemeinschaftlichen Asymptotenkegel der Hyperboloide über.

321. In der XZ -Ebene ist eine Hyperbel gegeben, deren reelle Achse ($2a$) auf der X -Achse und deren imaginäre Achse ($2c$) auf der Z -Achse liegt. Eine Ellipse, deren Mittelpunkt in O und deren unveränderliche Achse $2b$ auf der Y -Achse liegt, dreht sich um die Y -Achse so, daß sie die Hyperbel beständig schneidet. Es soll die Gleichung der erzeugten Fläche gefunden werden.

322. An das Ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0$ ist ein Berührungskegel gelegt. Welches ist der Ort für die Spitze, wenn die Ebene der Berührungslinie sich so bewegt, daß sie das Hyperboloid $\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{b_1^2} - \frac{z^2}{c_1^2} - 1 = 0$ berührt. Was ist der Fall, wenn $a = a_1$, $b = b_1$, $c = c_1$ ist?

$$\text{Res.: } \frac{a_1^2 x^2}{a^4} + \frac{b_1^2 y^2}{b^4} - \frac{c_1^2 z^2}{c^4} = 1.$$

323. An das Hyperboloid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0$ einen Berührungszylinder zu legen, dessen Mantellinien die Richtungskosinusse α , β , γ haben. Was ist der Fall, wenn die Mantellinien parallel der X - oder der Z -Achse sind?

$$\begin{aligned} \text{Res.: } & \left(\frac{\alpha^2}{a^2} + \frac{\beta^2}{b^2} - \frac{\gamma^2}{c^2} \right) \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} - 1 \right) \\ & = \left(\frac{\alpha x}{a^2} + \frac{\beta y}{b^2} - \frac{\gamma z}{c^2} \right)^2. \end{aligned}$$

§ 18. Die Paraboloidoide.

324. In einer gegebenen Parabel ist eine Sehne PQ senkrecht zu der Achse gezogen. Sie ist die eine Achse

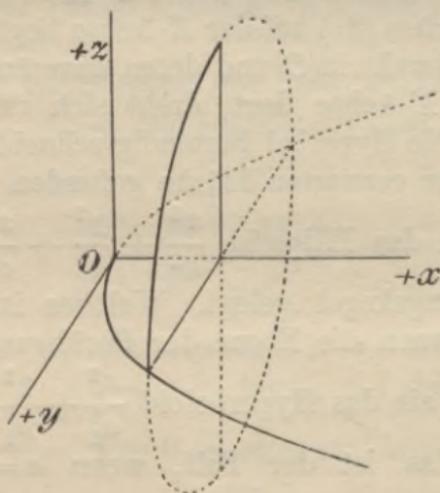


Fig. 7.

einer Ellipse, deren andere Achse ebenfalls senkrecht zu der Parabelachse ist. Es soll die Gleichung derjenigen Fläche hergeleitet werden, die entsteht, wenn die Ellipse

sich parallel so weiter bewegt, daß ihre Scheitel P und Q auf der Parabel fortrücken und sie sich selbst ähnlich bleibt.

325. Zwei Parabeln mit verschiedenen Parametern haben die Achse und den Scheitel gemeinschaftlich; ihre Ebenen aber sind senkrecht zueinander. Es soll die Gleichung der Fläche hergeleitet werden, die entsteht, wenn die eine Parabel sich so weiter bewegt, daß ihre Ebene und ihre Achse unveränderte Richtung behalten und ihr Scheitel auf der festen Parabel bleibt.

326. Dieselbe Aufgabe wie Nr. 324, nur ist statt der Ellipse eine Hyperbel zu nehmen.

327. Wie Nr. 325, nur hat die Achse der zweiten Parabel eine Richtung, die derjenigen der ersten Parabelachse entgegengesetzt ist.

328. Es soll b so bestimmt werden, daß die Gerade $y = \frac{3}{4}x + 1$, $z = \frac{4}{5}x + b$ das Paraboloid

$$\frac{y^2}{3} + \frac{z^2}{4} - 2x = 0$$

berührt.

$$\text{Res.: } (-48 \pm 4\sqrt{278}) : 15 = \begin{cases} 1,25 \\ -7,65. \end{cases}$$

329. Die Koordinaten des Scheitels, die Lage der Achse und die Bestimmungsstücke für die durch die folgenden Gleichungen gegebenen Paraboloiden zu ermitteln:

$$a) 5y^2 + 3z^2 - 30x - 10y + 12z + 107 = 0;$$

$$b) 3x^2 - 2y^2 - 12x + 12y + 24z - 26 = 0;$$

$$c) x^2 + 9z^2 - 12y - 36x = 0.$$

$$\text{Res.: a) } \frac{(y-1)^2}{3} + \frac{(z+2)^2}{5} = 2(x-3);$$

$$\text{b) } \frac{(x-2)^2}{4} - \frac{(y-3)^2}{6} = -2\left(z - \frac{5}{6}\right);$$

$$\text{c) } \frac{x^2}{6} + \frac{(z-2)^2}{\frac{2}{3}} = 2(y+3).$$

330. Es soll untersucht werden, unter welchen Bedingungen die Gerade $y = mx + b$, $z = nx + c$ auf dem Paraboloid $\frac{y^2}{p} - \frac{z^2}{q} = 2x$ liegt.

$$\text{Res.: } \frac{m^2}{p} - \frac{n^2}{q} = 0, \quad \frac{bm}{p} - \frac{cn}{q} - 1 = 0,$$

$$\frac{b^2}{p} - \frac{c^2}{q} = 0.$$

331. Es soll gezeigt werden, daß auf dem Paraboloid von Nr. 330 zwei Scharen von Geraden möglich sind, welche sich mit Hilfe der veränderlichen Parameter λ und μ darstellen lassen durch

$$1) \left\{ \begin{array}{l} \frac{y}{\sqrt{p}} + \frac{z}{\sqrt{q}} = 2\lambda x \\ \frac{y}{\sqrt{p}} - \frac{z}{\sqrt{q}} = \frac{1}{\lambda}, \end{array} \right. \quad \text{und} \quad 2) \left\{ \begin{array}{l} \frac{y}{\sqrt{p}} - \frac{z}{\sqrt{q}} = 2\mu x \\ \frac{y}{\sqrt{p}} + \frac{z}{\sqrt{q}} = \frac{1}{\mu}. \end{array} \right.$$

332. Es soll gezeigt werden, daß die Mantellinie der einen Schar parallel der Ebene $\frac{y}{\sqrt{p}} - \frac{z}{\sqrt{q}} = 0$, die

der anderen parallel der Ebene $\frac{y}{\sqrt{p}} + \frac{z}{\sqrt{q}} = 0$, und

daß demnach die Projektionen jeder Schar auf die Berührungsebene im Scheitel unter sich parallel sind, sowie daß irgend zwei Mantellinien niemals parallel sein können.

333. Es soll bewiesen werden, daß die Projektion einer Mantellinie auf eine Hauptebene den Hauptschnitt dieser Ebene berührt, und daß also z. B. die XY -Projektionen der Schar 1) von Nr. 331 die Parabel $y^2 = 2px$, $z = 0$ berühren.

334. Aus Nr. 333 die Konstruktion der beiden Mantellinien herzuleiten, die durch einen gegebenen Punkt P eines Hauptschnittes gehen.

Lösung: Ist P Punkt des Hauptschnittes der XY -

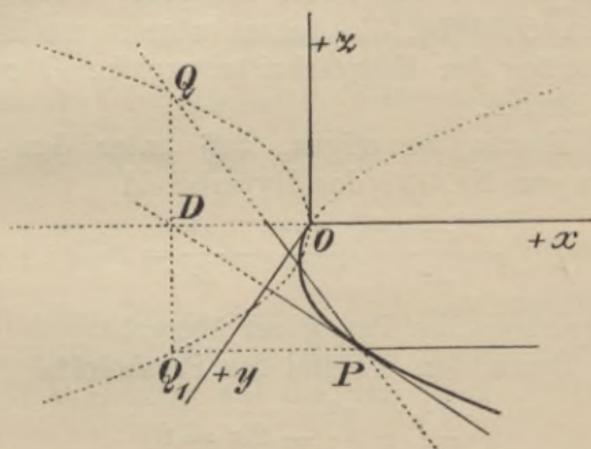


Fig. 8.

Ebene und trifft die in P gezogene Tangente die X -Achse in D , so ziehe man in D das Lot, welches den XZ -Hauptschnitt in Q und Q_1 trifft, alsdann sind PQ und PQ_1 die gesuchten Mantellinien.

Hieraus ergibt sich auch die Konstruktion der beiden

Mantellinien, die durch einen beliebigen Punkt der Fläche gehen.

335. Parallel zu der Ebene $2x - 2y + 3z + 8 = 0$ eine Berührungsebene an das Paraboloid $\frac{y^2}{3} - \frac{z^2}{4} - 2x = 0$ zu legen.

$$\text{Res.: } 2x - 2y + 3z - 6 = 0.$$

336. Zu beweisen, daß jede beliebige Ebene das Drehungsparaboloid $x^2 + y^2 = 2pz$ in einer Ellipse schneidet, die sich auf die XY -Ebene als Kreis projiziert.

337. Zu beweisen, daß das Ellipsoid

$$\frac{(x - a)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

in ein elliptisches Paraboloid übergeht, wenn der eine Scheitel in O bleibt, die Achsen aber so wachsen, daß die Parameter der Hauptschnitte, welche O enthalten, konstant bleiben.

338. Ebenso zu zeigen, daß unter den Voraussetzungen von Nr. 337 das Hyperboloid

$$\frac{(x - a)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

in ein hyperbolisches Paraboloid übergeht.

339. Durch den Scheitel des Paraboloids

$$\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} - 2z = 0$$

werden Sehnen gezogen. Jede wird über ihren Endpunkt hinaus um die Hälfte verlängert. Gesucht der Ort der Endpunkte der Verlängerungen.

$$\text{Res.: } \frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} - 3z = 0.$$

340. Die Gleichungen der reziproken Polaren der Geraden $x = y = z$ in bezug auf das Paraboloid $\frac{y^2}{3} - \frac{z^2}{2} - 2x = 0$ zu bestimmen.

$$\text{Res.: } x = 0, \quad -6x + 2y - 3z - 6 = 0.$$

341. Für die Paraboloid

$$\text{a) } \frac{y^2}{25} + \frac{z^2}{9} = 2x, \quad \text{b) } \frac{x^2}{5} + \frac{z^2}{4} = 2y$$

die durch die Scheitel gehenden Kreisschnittebenen, sowie die Kreispunkte zu bestimmen.

$$\text{Res.: a) } 3x \pm 4z = 0, \quad 8 | 0 | \mp 12;$$

$$\text{b) } 2y \pm z = 0, \quad 0 | 0,5 | \mp 2.$$

342. Eine Ebene ist Berührungsebene an das Paraboloid $\frac{y^2}{p} + \frac{z^2}{q} - 2x = 0$. Welches ist der Ort ihres Pols in Beziehung auf die um O mit r beschriebene Kugel?

$$\text{Res.: } (py^2 + qz^2) : r^2 + 2x = 0.$$

343. Ein Punkt bewegt sich auf dem Paraboloid von Nr. 342. — Welche Fläche umhüllt seine Polarebene in Beziehung auf die um O mit r beschriebene Kugel?

$$\text{Res.: } (py^2 + qz^2) : r^2 + 2x = 0.$$

344. Durch den Punkt $x_1 | y_1 | z_1$ werden Sekanten an das Paraboloid von Nr. 342 gezogen. Es soll der Ort für die Mittelpunkte der auf ihnen abgeschnittenen Sehnen ermittelt werden.

$$\begin{aligned} \text{Res.: } \left(y - \frac{y_1}{2}\right)^2 : \frac{p}{2} + \left(x - \frac{x_1}{2}\right)^2 : \frac{q}{2} \\ = x - x_1 + \frac{y_1^2}{4p} + \frac{x_1^2}{4q}. \end{aligned}$$

345. Eine in der XY -Ebene liegende Parabel, deren Achse die $+X$ -Achse, deren Scheitel O ist, wird um die X -Achse gedreht. Es werden an die entstehende Drehfläche Tangenten gelegt, welche die Z -Achse schneiden und parallel der XY -Ebene sind. Es soll die Gleichung der entstehenden Fläche ermittelt und die letztere näher untersucht werden.

$$\text{Res.: } px = \pm yz.$$

346. Von dem Punkt P , der auf dem Paraboloid $y^2 + z^2 = 2px$ wandert, wird das Lot PQ auf die YZ -Ebene gefällt und der Fußpunkt Q mit dem Brennpunkt F der XY -Spur der Fläche und P mit O verbunden. Welches ist der Ort für den Schnittpunkt der OP mit der FQ ?

$$\text{Res.: } \left(x - \frac{p}{4}\right)^2 : \frac{p^2}{16} + (y^2 + z^2) : \frac{p^2}{4} = 1.$$

347. Von dem Scheitel O des Paraboloids

$$\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$$

wird auf jede Berührungsebene das Lot gefällt. Es soll die Gleichung für den Ort des Fußpunktes gefunden werden.

$$\text{Res.: } (x^2 + y^2 + z^2) \cdot z = -\frac{1}{2}(px^2 + qy^2).$$

§ 19. Die allgemeine Gleichung II. Grades.

348. Die Art der Flächen anzugeben, welche durch die folgenden Gleichungen bestimmt sind*):

$$\text{a) } 2x^2 + y^2 - z^2 - 2zx - 4xy + 4yz + 2y - 4z - 4 = 0;$$

$$\text{b) } x^2 + y^2 + z^2 - 2yz + 2zx - 2xy - x + y - z = 0;$$

$$\text{c) } y^2 + zx + 3xy + 2yz + 3x + 2y = 0;$$

$$\text{d) } 5x^2 + 9y^2 + 9z^2 - 12xy - 6xz + 12x - 36z = 0;$$

$$\text{e) } x^2 + 2y^2 + 2x - 4y + 2z + 1 = 0;$$

$$\text{f) } x^2 - 2z^2 - 4y^2 + 8xy - 8x + 8y - 4 = 0;$$

$$\text{g) } xy + yz + zx = 9;$$

$$\text{h) } 4x^2 - 9z^2 + 2zx - 8x - 4y + 36z - 32 = 0;$$

$$\text{i) } x^2 - 4y - 3z = 0;$$

$$\text{k) } 6x^2 + 28y^2 + 5z^2 - 8xy - 4zx - 6 = 0;$$

$$\text{l) } z^2 - xy = 0.$$

Res.: a) einschaliges Hyperboloid, Mittelpunkt

$$-1 \mid -2 \mid -2;$$

b) zwei parallele Ebenen $x - y + z = 0,$

$$x - y + z - 1 = 0;$$

c) einschaliges Hyperboloid $\frac{4}{5} \mid -\frac{2}{5} \mid -\frac{2}{5};$

d) hyperbolischer Zylinder, Achse

$$x = 3(z - 2), \quad y = 2(z - 2);$$

e) elliptisches Paraboloid;

*) Weitere Beispiele zur Untersuchung einzelner Flächen II. Grades liefern viele Aufgaben des Abschnitts II und IV.

f) Kegel, $0 | 1 | 0$;g) zweischaliges Drehungshyperboloid, $0 | 0 | 0$;

h) hyperbolisches Paraboloid;

i) parabolischer Zylinder;

k) Ellipsoid, $0 | 0 | 0$;l) Kegelfläche, $0 | 0 | 0$.

349. Den Ort der Mittelpunkte der Flächen zu finden, welche durch folgende Gleichung mit den veränderlichen Parametern a und b dargestellt sind:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2axx + 2byz - 2x - 2y - 2z = 0.$$

Res.: $x^2 + y^2 - z^2 - x - y + z = 0$. (Deutung!)

350. Ebenso den Ort für die Mittelpunkte der Flächen, welche durch die Gleichung

$$x^2 + 4y^2 + 6z^2 + 2xy + 3xz + \lambda(x + 2y + 3z - 4) = 0,$$

wobei λ ein veränderlicher Parameter ist, dargestellt sind, zu finden.

Res.: Die Gerade $x + y = 0$, $x + z = 0$.

351. Den Ort der Mittelpunkte des Flächenbüschels II. Grades zu finden, das sich durch die Schnittlinie der Flächen

$$1) \quad x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2y + 3z = 0$$

und

$$2) \quad yz + x - 1 = 0$$

legen läßt, und zu zeigen, daß dieser Ort auf einem zur XY -Ebene senkrechten hyperbolischen Zylinder liegt.

Res.: $2y - xz + 1 = 0$, $6z - 2xy + 3 = 0$.

352. Die Art der Fläche $y^2 - 2yz - 2y + 3z + x = 0$ festzustellen und die Gleichungen der darauf möglichen Geradensysteme anzugeben.

Res.: Hyperbolisches Paraboloid;

$$\begin{cases} y - 2 = \lambda(z - x), \\ \lambda(y - 2z) = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} y - 2z = \mu(z - x), \\ \mu(y - 2) = 1. \end{cases}$$

353. Ebenso für die Fläche

$$6x^2 - 4xy - xz + yz - y^2 + z^2 = 0.$$

Res.: Einschaliges Hyperboloid;

$$\begin{cases} y - 2x = \lambda(y - z), \\ \lambda(x - 3z) = x + y + z; \end{cases} \quad \begin{cases} \mu(y - 2x) = x + y + z, \\ z - 3x = \mu(y - z). \end{cases}$$

V. Abschnitt.

§ 20. Raumkurven; Schnittlinien von Flächen.

354. Für die Kurve $x = t + 2$, $y = t^2 - 6t - 3$,
 $z = t^3 - 4t^2 + 3t$ zu bestimmen:

- die Spuren in den Koordinatenebenen,
- die Gleichungen der Tangente und der Normalebene im Punkt zu $t = 2$,
- der Abstand des Ursprungs von der Tangente,
- die Gleichungen der XY - und der XZ -Projektion der Kurve.

Res.: a) $2 \mid -3 \mid 0$, $5 \mid -12 \mid 0$, $3 \mid -8 \mid 0$;

$$8,5 \mid 0 \mid 124, \quad -4,5 \mid 0 \mid -124;$$

$$0 \mid 13 \mid -30;$$

b) $y = -2x - 3$, $z = -x + 2$;

$$-x + 2y + z + 28 = 0;$$

c) $\frac{1}{3}\sqrt{93}$;

d) $y = x^2 - 10x + 3$;

$$z = x^3 - 10x^2 + 31x - 30.$$

355. Für die Kurve $y = x^2$, $z = x^3$ sollen die Gleichungen der Tangente und der Normalebene in dem zu x_1 gehörigen Punkt bestimmt und je die Gleichung

des Ortes gefunden werden, den die Spur der Tangente je in der XY -, der XZ - und der YZ -Ebene beschreibt, wenn P auf der Kurve wandert.

$$\text{Res.: } \frac{x - x_1}{1} = \frac{y - x_1^2}{2x_1} = \frac{z - x_1^3}{3x_1^2};$$

$$(x - x_1) + 2x_1(y - y_1) + 3x_1^2(z - z_1) = 0;$$

$$3x^2 = 4y, \quad z = -4x^3, \quad z^2 = -4y^3.$$

356. Die Gleichungen der Tangente und der Normalenebene an die Kurve $y = x^3 - x^2$, $z = x^2 + y^2$ in dem zu $x = 2$ gehörige Punkt zu finden.

$$\text{Res.: } y = 8x - 12, \quad z = 68x - 116;$$

$$x + 8y + 68z - 1394 = 0.$$

357. Zu untersuchen, ob die Linien

$$1) \quad a) \begin{cases} y = 3x - 3, \\ z = 7x - 8, \end{cases} \quad b) \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 49, \\ x + 2y - 5z = -22, \end{cases}$$

ebenso

$$2) \quad a) \begin{cases} y = 4x - 2, \\ z = 3x + 2, \end{cases} \quad b) \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ 3x - 5y + z = -2 \end{cases}$$

sich schneiden oder nicht.

$$\text{Res.: } 2 \mid 3 \mid 6; \quad 1 \mid 2 \mid 5.$$

358. Eine Kurve hat die Gleichungen

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4 = 0, \quad x + y - 2 = 0.$$

Es soll die Gleichung der Tangente gefunden werden, welche mit der X -Achse einen Winkel von 60° macht.

$$\text{Res.: } x_1x + y_1y + z_1z - 4 = 0;$$

$$x + y = 0;$$

$$x_1 = 1 - 0,5\sqrt{2}, \quad 1 + 0,5\sqrt{2},$$

$$y_1 = 1 + 0,5\sqrt{2}, \quad 1 - 0,5\sqrt{2},$$

$$z_1 = \pm 1, \quad \pm 1.$$

359. Um O ist in der XZ -Ebene mit dem Halbmesser r ein Kreis beschrieben, der die $+X$ -Achse im Punkt A trifft. Dieser Kreis wird mit gleichförmiger Geschwindigkeit um die Z -Achse gedreht; gleichzeitig bewegt sich von A aus auf diesem Kreis ein Punkt P gegen die $+Z$ -Achse hin mit derselben Winkelgeschwindigkeit. a) Es sollen die Gleichungen der von P beschriebenen Kurve, b) diejenigen ihrer XY - und XZ -Projektion gefunden und es soll c) bewiesen werden, daß die Kurve auch auf einen senkrechten Kreiskegel liegt, dessen Spitze sich auf der $+X$ -Achse im Abstand r von O befindet.

$$\text{Res.: a) } x = r \cos^2 \varphi, \quad y = r \sin \varphi \cos \varphi, \quad z = r \sin \varphi;$$

$$\text{b) } \left(x - \frac{r}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{r^2}{4}; \quad z^2 = -r(x - r);$$

$$\text{c) } (x - r)^2 + y^2 + z^2 = 0.$$

360. In der XZ -Ebene liegt die Gerade OG ; sie bildet mit der $+Z$ -Achse den $\sphericalangle \gamma$. Die Ebene ZOG dreht sich gegen die $+Y$ -Achse gleichförmig um die Z -Achse, in der Zeiteinheit um den $\sphericalangle \alpha$; gleichzeitig bewegt sich auf OG von O aus Punkt P mit gleichförmiger Geschwindigkeit b . Es sollen die Gleichungen der von P beschriebenen Linie — konische Spirale — und die XY -Projektion derselben gefunden werden.

Res.:

$$x = b \sin \gamma \cos \alpha t, \quad y = b \sin \gamma \sin \alpha t, \quad z = b \cos \gamma \cdot t;$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = r = c \varphi, \quad \text{wobei} \quad c = \frac{b \sin \gamma}{\alpha}, \quad \varphi = \alpha t,$$

archimedische Spirale.

361. Zu untersuchen, ob die Kurven:

a) $y - 5x^2 + 1 = 0, \quad z - x^2 + 1 = 0,$

b) $x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 1 = 0,$

$$(x + 1)^2 + 2(y - 3)^2 + 3(z - 2)^2 = 0,$$

c) $x^2 + y^2 - 4 = 0, \quad x^2 + z^2 - 4 = 0,$

d) $x^2 - 2x - 4y = 0, \quad 2x^2 - 6x + 5z = 0,$

e) $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 = 4^2,$

$$(y - 6)^2 + 4(z - 3)^2 = 4^2$$

eben sind oder in zwei ebene Kurven zerfallen. Für jede Kurve sollen zwei weitere Gleichungssysteme, durch die sie dargestellt werden kann, angegeben werden.

Anleitung: Man untersucht, ob λ so gewählt werden kann, daß $F_1 + \lambda F_2 = 0$ eine Gleichung 1. Grades wird oder in zwei Gleichungen 1. Grades zerlegt werden kann.

Oder man entfernt aus den Kurvengleichungen 1) $F_1 = 0$, 2) $F_2 = 0$ und der Gleichung 3) $Ax + By + Cz + 1 = 0$ zwei der Veränderlichen, etwa y und z . Liegt die Kurve in der Ebene 3), so besteht zwischen 1), 2), 3) kein bestimmter Schnittpunkt, die erhaltene Gleichung kann also keinen bestimmten Wert von x liefern, es müssen also die Konstanten der Gleichung Null sein. Man untersucht nun, ob A , B , C sich so ermitteln lassen, daß diese Bedingungsgleichungen vereinbar sind.

Ist zu vermuten, daß die Kurvenebene durch O geht, so ist 3) in anderer Form etwa in $x + By + Cz + D = 0$ anzunehmen.

Res.: a) $y - 5x - 4 = 0$;

b) $2x - 12y - 12x + 33 = 0$;

c) $y - x = 0$, $y + x = 0$;

d) $2x - 8y - 5x = 0$;

e) $x - 2x = 0$, $x + 2x = 12$.

362. Zu zeigen, daß die Flächen

1) $(x + a)^2 - z^2 = a^2$ und 2) $(x - a)^2 + y^2 = a^2$

sich in einer Linie schneiden, deren YZ -Projektion eine Lemniskate ist. [Konstruktion der Projektion aus den Leitlinien von 1) und 2).]

Res.: $(y^2 + z^2)^2 + 8a^2(y^2 - z^2) = 0$.

363. Zu zeigen, daß die Schnittlinie der Kugel $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ mit dem Kegel $z^2 - 2xy = 0$ ein Paar von Kreisen ist, deren Ebenen senkrecht zu der XY -Ebene sind.

364. Um O ist eine Kugel vom Halbmesser r beschrieben; mit demselben Halbmesser ist in der XY -Ebene ein durch O gehender Kreis mit dem Mittelpunkt auf der $+X$ -Achse gezeichnet. Er ist Leitlinie einer Zylinderfläche, deren Mantellinien parallel der Z -Achse sind. Es soll gezeigt werden, daß die XZ -Projektion der Schnittkurve beider Flächen eine Parabel ist. Wie läßt sich diese aus Grund- und Aufriß von Kugel und Zylinder konstruieren?

Res.: $y^2 = -2r \left(x - \frac{r}{2} \right)$.

365. Die XZ -Projektion der Schnittkurve der Kugel $x^2 + y^2 + z^2 - 9 = 0$ mit dem Kegel $4(x-1)^2 + 4y^2 = (z-4)^2$ anzugeben. Wie kann diese Projektion der Schnittkurve aus Grund- und Aufriß von Kugel und Kegel (Spitze: 1 | 0 | 4) gezeichnet werden?

$$\text{Res.: } \left(x - \frac{4}{5}\right)^2 = -\frac{8}{5}\left(x - \frac{17}{5}\right).$$

366. Zu zeigen, daß die Schnittlinie der Flächen $x^2 + y^2 = a^2$ und $z^2 = 2ax$ sowohl auf einer Kugel, als auf einem einschaligen Hyperboloid liegt. Wie lautet die Gleichung der YZ -Projektion und wie läßt sich diese aus Grund- und Aufriß der Flächen konstruieren?

$$\begin{aligned} \text{Res.: } (x-a)^2 + y^2 + z^2 &= 2a^2, \\ (x+a)^2 + y^2 - z^2 &= 2a^2; \\ z^4 + 4a^2y^2 &= 4a^4. \end{aligned}$$

367. Zu zeigen, daß die Schnittlinie der Flächen $x^2 + y^2 - z^2 = r^2$ und $z^2 = rx$ a) auf einer Kugel, b) auf einem Kreiszyylinder liegen, dessen Mantellinien parallel der Z -Achse sind. Wie lautet die Gleichung der YZ -Projektion und wie läßt sie sich aus Grund- und Aufriß der Flächen konstruieren?

$$\begin{aligned} \text{Res.: } \text{a) } (x-r)^2 + y^2 + z^2 &= 2r^2, \\ \text{b) } \left(x - \frac{r}{2}\right)^2 + y^2 &= \frac{5r^2}{4}; \\ z^4 + r^2(y^2 - z^2) &= r^4. \end{aligned}$$

368. Zu beweisen, daß die Schnittlinie der Flächen $z^2 - x^2 - y^2 = r^2$ und $y^2 = 2rx$ aus zwei ebenen Kurven besteht, deren Ebenen parallel zur Y -Achse sind

und die sich auf die YZ -Ebene als 2 Parabeln projizieren.

$$\text{Res.: } z = \pm x \pm r; \quad y^2 = \pm 2r(x \mp r).$$

§ 21. Vermischte Aufgaben.

369. In der XY -Ebene liegt die Hyperbel

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Durch die Z -Achse ist eine Ebene gelegt, welche die Hyperbel in P und Q schneidet. Über dem Durchmesser PQ ist in der angegebenen Ebene ein Kreis um O beschrieben. Es soll die Gleichung der Fläche gefunden werden, welche von dem Kreis erzeugt wird, wenn sich seine Ebene um die Z -Achse dreht.

$$\text{Res.: } (x^2 + y^2 + z^2)(a^2 y^2 - b^2 x^2) + a^2 b^2 (x^2 + y^2) = 0.$$

370. In der XY -Ebene liegt die Kurve

$$x^3 - xy + 1 = 0;$$

sie ist Leitlinie einer Zylinderfläche, deren Mantellinien parallel der Geraden $x = mz$, $y = nz$ sind. Gesucht die Gleichung der Fläche.

$$\text{Res.: } (x - mz)^3 - (x - mz)(y - nz) + 1 = 0.$$

371. Von O aus wird auf jede Berührungsebene des Paraboloids $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$ das Lot gefällt; es soll die Gleichung für den Ort des Fußpunktes des Lotes bestimmt werden.

$$\text{Res.: } (x^2 + y^2 + z^2) \cdot z = -\frac{1}{2}(px^2 + qy^2).$$

372. Vom Mittelpunkt O einer Kugel ist der Halbmesser OP gezogen und über P hinaus um den Abstand PC des Punktes P von der XY -Ebene verlängert. Es soll die Gleichung des Ortes für den Endpunkt der Verlängerung gefunden werden.

$$\text{Res.: } x^2 + y^2 + z^2 - r\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = rz.$$

373. Von dem Scheitel O wird nach dem beweglichen Punkt P des Paraboloids $\frac{y^2}{p} + \frac{z^2}{q} = 2x$ der Strahl OP gezogen und von P das Lot PD auf die XY -Ebene gefällt. Auf OP wird von O aus gegen P hin $OQ = PD$ abgetragen. Es soll die Gleichung für den Ort von Q gefunden werden.

$$\text{Res.: } (x^2 + y^2 + z^2)(qy^2 + pz^2)^2 = 4p^2q^2x^2z^2.$$

374. Um O ist eine Kugel vom Halbmesser 3 beschrieben. Es soll an sie durch die beiden Punkte $1|4|9$ und $4|-2|0$ eine Berührungsebene gelegt werden.

$$\begin{aligned} \text{Res.: } (8 \mp \sqrt{10})x + 2(-1 \mp \sqrt{10})y \\ - (-4 \mp \sqrt{10})z = 36. \end{aligned}$$

375. Gegeben sind drei gerade Linien, die derselben Ebene parallel sind, z. B. 1) $ay - bx = 0$, $z = 0$; 2) $x = 0$, $z = c_1$; 3) $y = 0$, $z = c_2$. Eine weitere Gerade bewegt sich so, daß sie die drei gegebenen beständig schneidet. Es soll Gleichung und Art der entstehenden Fläche gefunden werden.

$$\text{Res.: } (bc_1x - ac_2y)z - c_1c_2(bx - ay) = 0,$$

hyperbolisches Paraboloid, wenn $c_1c_2ab(c_1 - c_2) \geq 0$;
ein Ebenenpaar, wenn $c_1 = c_2$ oder einer der Faktoren

c_1, c_2, a, b Null ist. Die gefundene Gleichung gilt auch, wenn das Koordinatensystem schiefwinklig, die Z -Achse also nicht mehr gemeinschaftliche Linie des kürzesten Abstandes der drei Geraden ist.

376. Den Ort für die Ecke eines gleichseitigen rechtwinklichen Dreikants zu finden, dessen Seitenebenen

a) das einschalige Hyperboloid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0$,

b) das zweischalige Hyperboloid $-\frac{x^2}{a_1^2} - \frac{y^2}{b_1^2} + \frac{z^2}{c_1^2} - 1 = 0$,

c) das Paraboloid $\frac{y^2}{p} \pm \frac{z^2}{q} = 2x$ berühren. (Vgl. Nr. 290.)

$$\begin{array}{l} \text{Res.: a) } x^2 + y^2 + z^2 = a^2 + b^2 - c^2 \\ \quad \text{b) } x^2 + y^2 + z^2 = -a_1^2 - b_1^2 + c_1^2 \\ \quad \text{c) } 2x + p \pm q = 0 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{(Mongesche} \\ \text{Kugel),} \\ \text{(Mongesche Ebene).} \end{array}$$

Sind die Hyperboloide a) und b) konjugiert, so hat nur eines einen reellen Ort.

377. Es soll untersucht werden, ob die Fläche $x^2 = yz$ durch Ebenen, welche parallel zu der Ebene $y + z - x = 0$ sind, in Kreisen geschnitten werden kann.

378. Die Leitlinie eines Kegels sei gegeben durch die Gleichungen 1) $x^2 + y^2 = r^2$, 2) $x + y + z = a$; ein Punkt auf der $+Z$ -Achse im Abstand c von O ist Spitze des Kegels. Es soll seine Gleichung gesucht werden.

$$\text{Res.: } (a - c)^2(x^2 + y^2) = r^2(x + y + z - c)^2;$$

mit $a = c$ ergibt sich die gegebene Ebene.

379. In der XY -Ebene liegt die Parabel $y^2 = 2px$; eine zu der Parabelachse senkrechte Gerade L ist im

Abstand c von der XY -Ebene so gezogen, daß ihre XY -Projektion durch den Brennpunkt geht; eine zu L senkrechte Gerade bewegt sich so, daß sie die L und die Parabel beständig schneidet. Es soll die Gleichung der entstehenden Fläche gefunden werden.

$$\text{Res.: } y^2(x - c) = p^2 x - 2p c x.$$

380. Den Ort eines Punktes zu bestimmen, dessen Abstände vom Nullpunkt und von der Ebene $x = k$ sich wie $\lambda : 1$ verhalten.

$$\text{Res.: } x^2 + y^2 + (1 - \lambda^2) z^2 + k \lambda^2 (2x - k) = 0;$$

der Ort ist also eine Drehfläche mit der Z -Achse als Drehachse und zwar ist er ein einschaliges Hyperboloid, ein Paraboloid, oder ein Ellipsoid, je nachdem $\lambda \geq 1$.

$$381. \text{ In der } XY\text{-Ebene liegt die Ellipse } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Es soll der Ort für die Spitzen aller Kegelflächen gefunden werden, welche durch diese Linie gehen, und welche die XZ -Ebene in Kreisen schneiden.

$$\text{Res.: } \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{a^2} = 1, \quad x = 0.$$

Wie gestaltet sich das Resultat, wenn an Stelle der gegebenen Ellipse die zu ihr konjugierte Hyperbel tritt?

382. Die Bedingung dafür zu finden, daß die Gerade

- 1) $x = a + \rho \alpha$, $y = b + \rho \beta$, $z = c + \rho \gamma$ die Fläche
2) $Ax^2 + By^2 + Cz^2 = k^2$ berührt.

$$\text{Res.: } (Aa\alpha + Bb\beta + Cc\gamma)^2 - (A\alpha^2 + B\beta^2 + C\gamma^2) \cdot (Aa^2 + Bb^2 + Cc^2 - k^2) = 0.$$

383. Die Bedingung dafür zu finden, daß die Fläche $Ax^2 + By^2 + 2Cz = 0$ von der Ebene

$$ax + by + cz + d = 0$$

berührt wird.

$$\text{Res.: } a^2 BC + b^2 CA + 2cdAB = 0.$$

384. Es sei $\xi | \eta | \zeta$ die Spitze eines Drehungskegels, ferner seien $\alpha | \beta | \gamma$ die Richtungskosinusse der Achse, φ der Kosinus des erzeugenden Winkels. Die Gleichung der Fläche zu finden.

$$\begin{aligned} \text{Res.: } & [\alpha(x - \xi) + \beta(y - \eta) + \gamma(z - \zeta)]^2 \\ & = \varphi^2[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2]. \end{aligned}$$

Welche besondere Form nimmt die Gleichung an, wenn die Drehachse

- a) einer Koordinatenebene,
- b) einer Koordinatenachse parallel ist,
- c) mit allen Koordinatenachsen gleiche Winkel bildet?

385. Den Ort der Spitzen aller Drehungskegel zu finden, welche durch die Parabel $y^2 = 2px$, $z = 0$ gehen*).

Gang: Setze in dem Resultat von Nr. 384 $z = 0$, stelle die Bedingungsgleichungen dafür auf, daß die sich ergebende Gleichung mit $y^2 - 2px = 0$ identisch ist. Durch Elimination von $\alpha, \beta, \gamma, \varphi$ aus diesen Bedingungsgleichungen und aus der Gleichung $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$ findet man als Gleichungen des Ortes

$$\zeta^2 = -2p\left(\xi - \frac{p}{2}\right), \quad \eta = 0;$$

er ist also eine Parabel in der XY -Ebene, ihr Brenn-

*) S. Meier Hirschs Sammlung geom. Aufgaben 1837, IV. Teil, S. 298—303.

punkt ist der Scheitel, ihr Scheitel der Brennpunkt der gegebenen Parabel.

386. Dieselbe Aufgabe für die Ellipse bzw. Hyperbel $b^2 x^2 \pm a^2 y^2 = a^2 b^2$.

$$\text{Res.: } b^2 x^2 \mp (a^2 \mp b^2) x^2 = (a^2 \mp b^2) b^2, \quad y = 0.$$

387. An das Ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0$ ist ein Berührungskegel so gelegt, daß die Ebene der Berührungslinie das Hyperboloid $\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{b_1^2} - \frac{z^2}{c_1^2} - 1 = 0$ berührt. Welches ist der Ort für die Spitze des Kegels?

$$\text{Res.: } \frac{a_1^2 x^2}{a^4} + \frac{b_1^2 y^2}{b^4} - \frac{c_1^2 z^2}{c^4} - 1 = 0.$$

388. Die Seitenflächen E_1, E_2, E_3 eines festliegenden Dreikants werden von einer Geraden, die sich um den in ihr liegenden festen Punkt $A(a|b|c)$ dreht, in den Punkten P', P'', P''' geschnitten. Welches ist der Ort des Punktes P , der $P'P''$ im Verhältnis $k_1:k_2$ und zugleich $P''P'''$ im Verhältnis $k_2:k_3$ teilt? [Die Dreikantsachsen seien Koordinatenachsen*].]

$$\text{Res.: } \left. \begin{aligned} k_1(\xi - a)\eta + k_2 \xi(\eta - b) &= 0 \\ k_3(\zeta - c)\eta + k_2 \zeta(\eta - b) &= 0 \end{aligned} \right\}.$$

Der Ort ist der Schnitt zweier hyperbolischer Zylinder, deren asymptotische Ebenen den Dreikantsflächen parallel sind. Für $k_3 = k_1$ läßt sich aus den Ortsgleichungen die Gleichung $c\xi - a\zeta = 0$ ableiten, die zeigt, daß in diesem Fall der Ort eine ebene Kurve und zwar eine Hyperbel ist.

*) Nr. 388 und 389 aus Neuffer, Über die Behandlung der geom. Örter im Elementarunterricht d. an. Geom. 1896.

389. Gegeben sind die Hyperboloide

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0,$$

$$-\frac{x^2}{a_1^2} - \frac{y^2}{b_1^2} + \frac{z^2}{c_1^2} - 1 = 0$$

und das Paraboloid $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} - 2z = 0$. Welches ist der Ort für den auf das Paraboloid bezogenen Pol einer gemeinsamen Berührungsebene der Hyperboloide?

$$\text{Res.: } \left. \begin{aligned} \frac{a^2 \xi^2}{p^2} + \frac{b^2 \eta^2}{q^2} - \zeta^2 - c^2 &= 0 \\ \frac{a_1^2 \xi^2}{p^2} + \frac{b_1^2 \eta^2}{q^2} + \zeta^2 - c_1^2 &= 0 \end{aligned} \right\}.$$

Der Ort ist also die Schnittlinie eines einschaligen Hyperboloids und eines Ellipsoids, deren Achsen ineinanderfallen.

390. Den Ort der Punkte zu finden, durch welche zwei rechtwinklige Mantellinien gehen, und zwar für

a) das einschalige Hyperboloid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1,$

b) das hyperbolische Paraboloid $\frac{y^2}{p} - \frac{z^2}{q} = 2x.$

Res.: Der Ort ist der Schnitt a) der Mongeschen Kugel mit dem Hyperboloid, b) der Mongeschen Ebene mit dem Paraboloid (s. Nr. 376). Der letztere Ort ist also eine Hyperbel, welche für $p = q$, das gleichseitige Paraboloid, in die beiden zum Scheitel gehörigen Mantellinien übergeht.

391. Aus drei konjugierten Halbmessern des Ellipsoids $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ wird ein Parallelepiped konstruiert. Es soll der Ort für jede Ecke außer O gefunden werden.

Res.: Der Ort für die Gegenecke des Mittelpunktes ist

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 3,$$

der für die anderen Ecken

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 2.$$

392. Auf den positiven Zweigen der Koordinatenachsen bewegen sich drei zu gleicher Zeit von O ausgehende Punkte P_1, P_2, P_3 mit den Geschwindigkeiten a, b, c . Welchen Ort beschreibt

a) der Schwerpunkt,

b) der Umkreismittelpunkt des Dreiecks $P_1P_2P_3$,

c) der Fußpunkt des von O auf $P_1P_2P_3$ gefällten Lotes?

Res.: a) $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$;

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{2(cx - az)}{a^2 - c^2} &= \frac{2(cy - bz)}{b^2 - c^2} \\ &= \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c}; \end{aligned}$$

c) $ax = by = cz$.

393. Eine Gerade, welche auf der $+X$ - und der $-Y$ -Achse Stücke von der Länge a abschneidet, wird

um die durch O gehende Gerade, welche mit der $+X$ -, $+Y$ -, $+Z$ -Achse gleiche Winkel bildet, gedreht. Gesucht die Gleichung und Art der entstehenden Drehfläche.

$$\text{Res.: } x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2zx - a^2 = 0$$

(Drehungshyperboloid).

394. Wie lautet die Gleichung der in der XY -Ebene liegenden Mantellinie der zweiten Schar des Hyperboloids von Nr. 393?

395. Wie lautet die Gleichung der XY -Projektion des Kehlkreises von Nr. 393?

396. Zu beweisen: Die Polarebenen eines Punktes in bezug auf jede der drei Flächen

$$\text{a) } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

$$\text{b) } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

$$\text{c) } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

haben von O gleichen Abstand.

Ebenso sind die Abstände der Polarebene eines Punktes in Beziehung auf die beiden Paraboloid

$$\frac{y^2}{p} \pm \frac{z^2}{q} = 2x$$

vom Scheitel einander gleich.

397. Zu beweisen: Fällt man bei einer zentrischen Fläche zweiten Grades von den beiden Punkten, in welchen eine Normale die Fläche und eine Hauptebene schneidet, auf eine andere Hauptebene Lote, so ist das Verhältnis dieser Lote unveränderlich.

Fällt man ebenso bei einem der Paraboloiden $\frac{y^2}{p} \pm \frac{z^2}{q} = 2x$ von den beiden Punkten, in welchen eine Normale die Fläche und die XY -Ebene schneidet,

a) Lote auf die YZ -Ebene (Berührungsebene im Scheitel), so ist die Differenz der Abstände,

b) fällt man die Lote auf die XZ -Ebene, so ist das Verhältnis der Abstände konstant.

398. Zu beweisen, daß die Schnittlinie zweier Flächen zweiter Ordnung, welche eine Hauptebene gemeinschaftlich haben, sich auf diese Hauptebene als Linie zweiter Ordnung projiziert.

Haben die beiden Flächen eine Durchmesserene gemeinschaftlich, so projiziert sich ihre Schnittlinie auf diese Ebene in der Richtung der zugeordneten Sehnen als Linie zweiter Ordnung.

399. Zu beweisen: Wenn zwei Flächen zweiten Grades sich in zwei Punkten berühren, deren Verbindungslinie nicht eine Mantellinie der Fläche ist, so schneiden sie sich im allgemeinen in zwei ebenen Kurven und umgekehrt. Zwei solche Flächen sind daher dargestellt durch Gleichungen von der Form $F=0$ und $F+\lambda PQ=0$, worin P und Q Ausdrücke ersten Grades in x , y und z sind.

400. Zu beweisen: Wenn eine Fläche zweiten Grades, deren Gleichung $F=0$ ist, von einer zweiten Fläche zweiten Grades längs der Schnittlinie mit einer Ebene $U=0$ berührt wird, so ist die Gleichung der zweiten Fläche von der Form $F+\lambda U^2=0$. Man kann daher durch einen gegebenen Punkt nur eine Fläche zweiten Grades legen, welche eine andere nach einem gegebenen Kegelschnitt berührt.

401. Zu beweisen: Zwei Flächen zweiten Grades, welche derselben anderen Fläche zweiten Grades umschrieben sind, schneiden sich in zwei ebenen Kurven.

402. Zu untersuchen, ob die Sätze Nr. 272—276 über konjugierte Durchmesser des Ellipsoids auch für die Hyperboloide gelten.

403. Zu beweisen: Der Ort der von einem festen Punkt auf die Berührungsebenen einer Kegelfläche zweiten Grades gefälltten Lote ist wieder eine Kegelfläche.

404. Zu beweisen: Geht eine bewegliche Sehne eines Ellipsoids durch einen festen Punkt, so beschreibt die Schnittlinie der in den Endpunkten gelegten Berührungsebenen eine feste Ebene.

405. Zu zeigen, daß die durch die Gleichungen

$$\rho) \quad \frac{x^2}{\rho^2} + \frac{y^2}{\rho^2 - b^2} + \frac{z^2}{\rho^2 - c^2} = 1,$$

$$\mu) \quad \frac{x^2}{\mu^2} + \frac{y^2}{\mu^2 - b^2} - \frac{z^2}{c^2 - \mu^2} = 1,$$

$$\nu) \quad \frac{x^2}{\nu^2} - \frac{y^2}{b^2 - \nu^2} - \frac{z^2}{c^2 - \nu^2} = 1,$$

wobei b und c konstant und $c > b$), dargestellten Flächen für ihre Hauptschnitte gemeinschaftliche Brennpunkte haben — konfokal sind — und daß b , c , $\sqrt{c^2 - b^2}$ die Abstände der in der XY -, XZ - und YZ -Ebene liegenden Brennpunkte von O sind.

406. Zu beweisen, daß die Hauptachsen der Flächen ρ , μ , ν von Nr. 405 einander rechtwinklig schneiden und daß demgemäß die Schnittlinie von je zwei der Berührungsebenen in einem gemeinschaftlichen Punkt Normale zu der dritten Fläche ist.

407. Zu beweisen: Die Pole einer Ebene in Beziehung auf alle konfokalen zentrischen Flächen liegen in einer zu dieser Ebene senkrechten Geraden. Legt man daher durch jede Schnittlinie jener Ebene an die betreffende Fläche einen Berührungskegel, so liegen die Spitzen dieser Kegel auf einer zu der Ebene senkrechten Geraden.

408. Zu beweisen, daß die Paraboloid

$$\varrho) \quad \frac{y^2}{p + 2\varrho} + \frac{z^2}{q + 2\varrho} = 2(x + \varrho),$$

$$\mu) \quad \frac{y^2}{p + 2\mu} + \frac{z^2}{q + 2\mu} = 2(x + \mu),$$

$$\nu) \quad \frac{y^2}{p + 2\nu} + \frac{z^2}{q + 2\nu} = 2(x + \nu)$$

denselben Brennpunkt haben.

409. Zu zeigen, daß die Flächen ϱ , μ , ν von Nr. 408 sich in einem gemeinschaftlichen Punkt senkrecht schneiden.

410. Welches ist der Ort für den Mittelpunkt $\xi|\eta|\zeta$ einer Kugel vom Halbmesser Null, welche das Ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ doppelt berührt?

Gang: Irgend eine Fläche II. Grades, welche durch die Schnittlinie einer Kugel vom Halbmesser Null um $\xi|\eta|\zeta$ mit dem Ellipsoid geht, hat eine Gleichung von der Form

$$1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 \\ + \lambda[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2] = 0. \end{array} \right.$$

Die Kugel ist doppelt berührend, wenn Gleichung 1) ein

System von zwei sich schneidenden Ebenen darstellt. Das ist der Fall, wenn 1) unendlich viele Mittelpunkte hat, die auf der Fläche und in einer Geraden liegen. Die drei Gleichungen, aus welchen sich die Lage des Mittelpunktes von 1) bestimmt, müssen sich also auf zwei reduzieren; dies ist der Fall, wenn zum Beispiel

$$\zeta = 0, \quad \frac{x}{a^2} = \frac{\xi}{a^2 - c^2}, \quad \frac{y}{b^2} = \frac{\eta}{b^2 - c^2},$$

hiermit folgt aus 1)

$$a) \quad \zeta = 0, \quad \frac{\xi^2}{a^2 - c^2} + \frac{\eta^2}{b^2 - c^2} - 1 = 0,$$

ebenso folgt

$$b) \quad \xi = 0, \quad \frac{\eta^2}{b^2 - a^2} + \frac{\zeta^2}{c^2 - a^2} - 1 = 0$$

und

$$c) \quad \eta = 0, \quad \frac{\zeta^2}{c^2 - b^2} + \frac{\xi^2}{a^2 - b^2} - 1 = 0.$$

Der Ort besteht also aus den drei Kegelschnitten a), b), c); sie heißen Fokallinien, sie haben mit den zugehörigen Hauptschnitten die Brennpunkte gemein. Der einzelne Kugelmittelpunkt heißt Brennpunkt im weiteren Sinne. Zu einem Brennpunkt $\xi | \eta | 0$ (F_1) gehören die Ebenen $x = \frac{a^2 \xi}{a^2 - c^2}$, $y = \frac{b^2 \eta}{b^2 - c^2}$, ihre Schnittlinie, die Direktrix von F_1 , ist senkrecht zu der XY -Ebene, die Polare ihres Fußpunktes Q in bezug auf den zugehörigen Hauptschnitt ist Tangente an die Fokallinie in F_1 .

411. Dieselbe Aufgabe für das Paraboloid

$$\frac{y^2}{p} + \frac{x^2}{q} = 2x.$$

Res.: Zwei Fokallinien

$$\text{a) } \eta = 0, \quad \frac{\zeta^2}{p - q} = -2\xi + p,$$

$$\text{b) } \zeta = 0, \quad \frac{\eta^2}{p - q} = -2\xi + q.$$

412. Zu beweisen: Wenn eine Ebene sich so bewegt, daß sie beständig eine zentrische Fläche zweiten Grades berührt, so ist das Produkt ihrer Abstände vom Mittelpunkt und von ihrem in bezug auf eine zweite konfokale Fläche genommenen Pol konstant und gleich der Differenz der Quadrate der großen Halbachsen beider Flächen.



G. J. Göschen'sche Verlagshandlung G.m.b.H.
Berlin W 35 und Leipzig

In unserem Verlage erschien ferner:

Analytische Geometrie des Raumes

Von

Dr. Max Simon

Professor an der Universität Straßburg i. E.

2 Teile. In Leinwand gebunden M. 8.40

I. Gerade, Ebene, Kugel

Mit 35 Figuren. (Sammlung Schubert, Band IX)

Gr.-8°, IV, 152 Seiten. In Leinwand gebunden M. 4.—

II. Die Flächen zweiten Grades

Mit 29 Figuren. (Sammlung Schubert, Band XXV)

Gr.-8°, IV, 176 Seiten. In Leinwand gebunden M. 4.40

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung G.m.b.H.

Berlin W 35 und Leipzig

Aus dem Gebiete der Geometrie sind in unserem Verlage noch nachstehende Werke erschienen:

Adler, August, k. k. Prof., Direktor an der Staatsrealschule im 7. Bezirke Wiens, Privatdozent an der techn. Hochschule in Wien, Theorie der geometrischen Konstruktionen. Mit 177 Figuren. [Sammlung Schubert Bd. LII.] Gr.-8°. (VIII, 301 S.) In Leinwand geb. 9 M.

Böger, Dr. Rudolf, Prof. am Realgymnasium des Johanneums in Hamburg, Ebene Geometrie der Lage. [Sammlung Schubert Bd. VII.] Gr.-8°. (X, 289 S.) In Leinwand geb. 5 M.

Böger, Dr. Rudolf, Prof. am Realgymnasium des Johanneums in Hamburg, Elemente der Geometrie der Lage, für den Schulunterricht bearbeitet. Zweite Auflage. Mit 38 Figuren. 8°. (IV, 45 S.) Kart. 90 Pf.

Böger, Dr. Rudolf, Prof. am Realgymnasium des Johanneums in Hamburg, Projektive und analytische Schulgeometrie. Ein Lehr- und Übungsbuch für die Oberklassen. Mit 184 Figuren. 8°. (VIII, 211 S.) In Leinwand geb. 3 M. 60 Pf.

Doehlemann, Dr. Karl, Prof. an der Universität München, Geometrische Transformationen.

I. Die projektiven Transformationen nebst ihren Anwendungen. Mit 99 Figuren und 6 Abbildungen. [Sammlung Schubert Bd. XXVII.] Gr.-8°. (VII, 322 S.) In Leinwand geb. 10 M.

II. Die quadratischen und höheren, birationalen Punkttransformationen. Mit 84 Figuren. [Sammlung Schubert Bd. XXVIII.] Gr.-8°. (VIII, 328 S.) In Leinwand geb. 10 M.

Geyger, Prof. Erich, Oberlehrer an der Königl. Baugewerkschule in Kassel, Lehrbuch der darstellenden Geometrie für den Gebrauch an den technischen Hochschulen, mittleren gewerblichen und technischen Lehranstalten, Kunstgewerbeschulen, Fortbildungsschulen usw. und für das

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung G. m. b. H.
Berlin W 35 und Leipzig

Selbststudium bearbeitet. I. Teil: Affinität und Perspektivität ebener Figuren. Perspektive, involutorische und harmonische Grundgebilde. Kegelschnitte als Kreisprojektionen. Die orthogonale axonometrische und schiefe Projektion. Zylinder, Kegel, Kugel; ebene und Raumkurven. Schnitte und Abwicklungen. Durchdringungen. Mit zahlreichen angewandten Beispielen und 290 Figuren. Gr.-8. (XVIII, 321 S.) Brosch. 8 M., in Leinwand geb. 8 M. 60 Pf.

Liebmann, Heinrich, a. o. Prof. an der Universität Leipzig, Nichteuklidische Geometrie. Mit 22 Figuren. [Sammlung Schubert Bd. XLIX.] Gr.-8°. (VIII, 248 S.)
In Leinwand geb. 6 M. 50 Pf.

Schoute, Dr. P. H., Professor der Mathematik an der Reichsuniversität zu Groningen, Mehrdimensionale Geometrie. Gr.-8°. In Leinwand geb. 20 M.

I. Die linearen Räume. Mit 65 Figuren und 335 Aufgaben. [Sammlung Schubert Bd. XXXV.] (VIII, 295 S.)
In Leinwand geb. 10 M.

II. Die Polytope. Mit 90 Figuren und 123 Aufgaben. [Sammlung Schubert Bd. XXXVI.] (IX, 326 S.)
In Leinwand geb. 10 M.

Schröder, Dr. J., Oberlehrer an der Oberrealschule vor dem Holstentor in Hamburg, Darstellende Geometrie. I. Teil: Elemente der darstellenden Geometrie. Mit 326 Figuren. [Sammlung Schubert Bd. XII.] Gr.-8°. (VIII, 282 S.)
In Leinwand geb. 5 M.

Simon, Dr. Max, Prof. in Straßburg i. E., Analytische Geometrie der Ebene. Mit 96 Figuren. [Sammlung Schubert Bd. VIII.] Gr.-8°. (VII, 372 S.)
In Leinwand geb. 6 M.

Ein Verzeichnis der einschlägigen Bändchen aus der „Sammlung Göschen“ befindet sich auf dem Blatt vor dem Titel.

Sammlung

Jeder Band
in Leinw. geb.

90 Pf.

Böschchen

Verzeichnis der bis jetzt erschienenen Bände

Abwässer. Wasser und Abwässer. Ihre Zusammensetzung, Beurteilung u. Untersuchung von Professor Dr. Emil Haselhoff, Vorsteher der landw. Versuchstation in Marburg in Hessen. Nr. 473.

Ackerbau- u. Pflanzenbaulehre v. Dr. Paul Rippert i. Essen u. Ernst Langenbeck, Gr.-Lichterfelde. Nr. 232.

Agrarwesen und Agrarpolitik von Prof. Dr. W. Wygodzinski in Bonn. 2 Bändchen. I: Boden u. Unternehmung. Nr. 592.

— II: Kapital u. Arbeit in der Landwirtschaft. Verwertung der landwirtschaftl. Produkte. Organisation des landwirtschaftl. Berufsstandes. Nr. 593.

Agrikulturchemie I: Pflanzenernährung v. Dr. Karl Grauer. Nr. 329.

Agrikulturchemische Kontrollwesen, Das, v. Dr. Paul Kriehle in Leopoldsdahl-Staffurt. Nr. 304.

— **Untersuchungsmethoden** von Prof. Dr. Emil Haselhoff, Vorsteher der landwirtschaftl. Versuchstation in Marburg in Hessen. Nr. 470.

Akkumulatoren, Die, für Elektrizität v. Kaij. Reg.-Rat Dr.-Ing. Richard Albrecht in Berlin-Zehlendorf. Mit 52 Figuren. Nr. 620.

Akustik. Theoret. Physik I: Mechanik u. Akustik. Von Dr. Gustav Jäger, Prof. an d. Techn. Hochschule in Wien. Mit 19 Abb. Nr. 76.

— **Musikalische**, von Professor Dr. Karl L. Schäfer in Berlin. Mit 36 Abbild. Nr. 21.

Algebra. Arithmetik und Algebra von Dr. S. Schubert, Professor an der Gelehrtenschule des Johanneums in Hamburg. Nr. 47.

Algebra. Beispielsammlung z. Arithmetik und Algebra von Dr. Herm. Schubert, Prof. a. d. Gelehrtenschule d. Johanneums i. Hamburg. Nr. 48.

Algebraische Kurven. Neue Bearbeitung von Dr. S. Weileitner, Gymnasialprof. i. Birmasens. I: Gestaltliche Verhältnisse. Mit zahlreichen Fig. Nr. 435.

— II: Theorie u. Kurven dritter u. vierter Ordnung v. Eugen Beutel, Oberreall. in Balingen-Enz. Mit 52 Fig. im Text. Nr. 436.

Algen, Moose und Farnpflanzen von Professor Dr. S. Klebahn in Hamburg. Mit zahlr. Abbildungen. Nr. 736.

Alpen, Die, von Dr. Rob. Sieger, Professor an der Universität Graz. Mit 19 Abb. u. 1 Karte. Nr. 129.

Althochdeutsche Grammatik von Dr. Hans Raumann, Privatdozent an der Universität Straßburg. Nr. 727.

Althochdeutsche Literatur mit Grammatik, Übersetzung u. Erläuterungen v. Th. Schaußler, Prof. am Realgymnasium in Ulm. Nr. 28.

Althochdeutsches Lesebuch von Dr. Hans Raumann, Privatdozent an der Universität Straßburg. Nr. 784.

Alttestamentl. Religionsgeschichte von D. Dr. Max Löhner, Professor an der Universität Königsberg. Nr. 292.

Amphibien. Das Tierreich III: Reptilien u. Amphibien v. Dr. Franz Berner, Prof. an der Universität Wien. Mit 48 Abbild. Nr. 383.

Analyse, Techn.-Chem., von Dr. G. Lunge, Prof. a. d. Eidgen. Polytechnischen Schule in Zürich. Mit 16 Abb. Nr. 195.

- Analysis, Höhere, I: Differentialrechnung.** Von Dr. Frdr. Junker, Rektor des Realgymnasiums u. der Oberrealschule in Göppingen. Mit 67 Figuren. Nr. 87.
- **Repetitorium und Aufgabensammlung zur Differentialrechnung** von Dr. Frdr. Junker, Rektor d. Realgymnas. u. d. Oberrealsch. in Göppingen. Mit 46 Fig. Nr. 146.
- **II: Integralrechnung.** Von Dr. Friedr. Junker, Rektor des Realgymnas. u. d. Oberrealschule in Göppingen. Mit 89 Fig. Nr. 88.
- **Repetitorium und Aufgabensammlung zur Integralrechnung** v. Dr. Friedr. Junker, Rekt. d. Realgymnas. und der Oberrealschule in Göppingen. Mit 50 Fig. Nr. 147.
- **Niedere**, von Prof. Dr. Benedikt Sporer in Ehingen. Mit 5 Fig. Nr. 53.
- Arbeiterfrage, Die gewerbliche**, von Werner Combar, Prof. an der Handelshochschule Berlin. Nr. 209.
- Arbeiterversicherung** siehe: Sozialversicherung.
- Archäologie** von Dr. Friedrich Koepf, Prof. an der Universität Münster i. W. 3 Bändchen. M. 28 Abb. im Text u. 40 Tafeln. Nr. 538/40.
- Arithmetik u. Algebra** von Dr. Herm. Schubert, Prof. a. d. Gelehrten-schule des Johanneums in Hamburg. Nr. 47.
- **Beispielsammlung zur Arithmetik und Algebra** von Dr. Herm. Schubert, Prof. a. d. Gelehrten-schule des Johanneums in Hamburg. Nr. 48.
- Armeepferd, Das**, und die Verforgung der modernen Heere mit Pferden v. Felix von Dammig, General der Kavallerie z. D. u. ehemal. Preuß. Remonteinspekteur. Nr. 514.
- Armenwesen und Armenfürsorge.** Einführung in d. soziale Hilfsarbeit v. Dr. Adolf Weber, Prof. an der Handelshochschule in Köln. Nr. 346.
- Arzneimittel, Neuere**, ihre Zusammensetzung, Wirkung und Anwendung von Dr. med. C. Bachem, Professor der Pharmakologie an der Universität Bonn. Nr. 669.
- Ästhetik, Allgemeine**, von Prof. Dr. Max Diez, Lehrer a. d. Kgl. Akademie d. bild. Künste in Stuttgart. Nr. 300.
- Astronomie.** Größe, Bewegung u. Entfernung der Himmelskörper v. A. F. Möbius, neu bearb. von Dr. Herm. Kobold, Prof. an der Universität Kiel. I: Das Planetensystem. Mit 33 Abbildungen. Nr. 11.
- II: Kometen, Meteore u. das Sternsystem. Mit 15 Figuren und 2 Sternarten. Nr. 529.
- Astronomische Geographie** von Dr. Siegm. Günther, Professor an der Technischen Hochschule in München. Mit 52 Abbildungen. Nr. 92.
- Astrophysik.** Die Beschaffenheit der Himmelskörper v. Prof. W. F. Wislicenus. Neu bearbeitet von Dr. S. Ludendorff in Potsdam. Mit 15 Abbild. Nr. 91.
- Atherische Ole und Nichtstoffe** von Dr. F. Kochussen in Wittig. Mit 9 Abbildungen. Nr. 446.
- Auffassentwürfe** v. Oberstudienrat Dr. L. W. Straub, Rektor des Eberhard-Ludwigs-Gymnas. i. Stuttg. Nr. 17.
- Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate** von Wilh. Weitbrecht, Prof. der Geodäsie in Stuttgart. 2 Bändchen. Mit 16 Figuren. Nr. 302 u. 641.
- Außereuropäische Erdteile, Länderkunde** der, von Dr. Franz Heberich, Professor an der Exportakademie in Wien. Mit 11 Textkärtchen und Profilen. Nr. 63.
- Australien. Landeskunde u. Wirtschaftsgeographie des Festlandes Australiens** von Dr. Kurt Hassert, Prof. d. Geographie an d. Handels-hochschule in Köln. Mit 8 Abb., 6 graph. Tab. u. 1 Karte. Nr. 319.
- Autogenes Schweiß- und Schneidverfahren** von Ingen. Hans Niese in Kiel. Mit 30 Figuren. Nr. 499.
- Bade- u. Schwimmbadanstalten, Öffentliche**, v. Dr. Karl Wolff, Stadtoberbaur., Hannover. M. 50 Fig. Nr. 380.
- Baden. Badische Geschichte** von Dr. Karl Brunner, Prof. am Gymnas. in Pforzheim u. Privatdozent der Geschichte an der Technischen Hochschule in Karlsruhe. Nr. 230.
- **Landeskunde von Baden** von Prof. Dr. O. Rienig i. Karlsruhe. Mit Profil., Abb. u. 1 Karte. Nr. 199.

Bahnhöfe. Hochbauten der Bahnhöfe v. Eisenbahnbauinspekt. C. Schwab, Stuttgart d. Kgl. E.-Hochbauinspektion Stuttgart II. I: Empfangsgebäude, Nebengebäude. Güterschuppen, Lokomotivschuppen. Mit 91 Abbildungen. Nr. 515.

Balkanstaaten. Geschichte d. Christlichen Balkanstaaten (Bulgarien, Serbien, Rumänien, Montenegro, Griechenland) von Dr. R. Roth in Kempten. Nr. 331.

Bankwesen siehe: Kredit- und Bankwesen.
Bankwesen. Technik des Bankwesens von Dr. Walter Conrad, stellvert. Vorsteher der statist. Abteilung der Reichsbank in Berlin. Nr. 484.

Bauführung. Kurzgefaßtes Handbuch über das Wesen der Bauführung v. Archit. Emil Ventinger, Assistent an d. Techn. Hochschule in Darmstadt. Nr. 35 Fig. u. 11 Tabell. Nr. 399.

Baufunft, Die, des Abendlandes v. Dr. K. Schäfer, Assist. a. Gewerbemuseum, Bremen. Mit 22 Abb. Nr. 74.

— **des Schulhauses** v. Prof. Dr.-Ing. Ernst Bettelein, Darmstadt. I: Das Schulhaus. Nr. 38 Abb. Nr. 443.
— **II: Die Schulräume — Die Nebenanlagen.** Nr. 31 Abb. Nr. 444.

Baummaschinen, Die, von Ingenieur Johannes Körting in Düsseldorf. Mit 130 Abbildungen. Nr. 702.

Bausteine. Die Industrie der künstlichen Bausteine und des Mörtels von Dr. G. Rauter in Charlottenburg. Mit 12 Tafeln. Nr. 234.

Baustoffkunde, Die, v. Prof. S. Haberstroh, Oberl. a. d. Herzogl. Baugewerkschule Holzminde. Mit 36 Abbildungen. Nr. 506.

Bayern. Bayerische Geschichte von Dr. Hans Oefeli. Augsburg. Nr. 160.
— **Landeskunde des Königreichs Bayern** v. Dr. W. Göb, Prof. a. d. Kgl. Techn. Hochschule München. Nr. Profil., Abb. u. 1 Karte. Nr. 176.

Befestigungswesen. Die geschichtliche Entwicklung des Befestigungswesens vom Aufkommen der Pulvergeschütze bis zur Neuzeit von Reuleaux, Major b. Stabe d. 1. Westpreuß. Pionierbataill. Nr. 17. Mit 30 Bildern. Nr. 569.

Beschwerberecht. Das Disziplinar- u. Beschwerderecht für Heer u. Marine v. Dr. Max E. Mayer, Prof. a. d. Univ. Straßburg i. E. Nr. 517.

Betriebskraft, Die zweckmäßigste, von Friedr. Barth, Oberingen. in Nürnberg. 1. Teil: Einleitung. Dampfkräftenanlagen. Verschied. Kraftmaschinen. Nr. 27 Abb. Nr. 224.

— **II: Gas-, Wasser- u. Windkräftenanlagen.** Nr. 31 Abb. Nr. 225.

— **III: Elektromotoren. Betriebskostentabellen.** Graph. Darstell. Wahl d. Betriebskraft. Nr. 27 Abb. Nr. 474.

Bevölkerungswissenschaft. Eine Einführung in die Bevölkerungsprobleme der Gegenwart von Dr. Otto Mofk, Beigeordneter der Stadt Düsseldorf, Vorstand des Städtischen Statistischen Amtes und Dozent an der Akademie für kommunale Verwaltung. Nr. 696.

Bewegungsspiele v. Dr. E. Rohlfrauch, Prof. am Kgl. Kaiser Wilh.-Gymn. zu Hannover. Mit 15 Abb. Nr. 96.

Wäscherei, Bleicherei, Färberei und ihre Hilfsstoffe v. Dr. Wilh. Massot, Prof. a. d. Preuß. höh. Fachschule für Textilindustrie in Krefeld. Mit 28 Fig. Nr. 186.

Blütenpflanzen, Das System der, mit Ausschluß der Gymnospermen von Dr. R. Pilger, Rustos am Kgl. Botanischen Garten in Berlin-Dahlem. Mit 31 Figuren. Nr. 393.

Bodenkunde von Dr. P. Wagerle in Königsberg i. Pr. Nr. 455.

Bolivia. Die Cordillerenstaaten von Dr. Wilhelm Sievers, Prof. an der Universität Gießen. I: Einleitung, Bolivia u. Peru. Mit 16 Tafeln u. 1 lithogr. Karte. Nr. 652.

Brandenburg. Preussische Geschichte von Prof. Dr. M. Thamm, Dir. des Kaiser Wilhelms-Gymnasiums in Montabaur. Nr. 600.

Brafilien. Landeskunde der Republik Brasilien von Vel Rodolpho von Ihering. Mit 12 Abbildungen und 1 Karte. Nr. 373.

Brauerwesen I: Mälzerei von Dr. Paul Dreverhoff, Dir. der Brauerei u. Mälzerei zu Grimma. Mit 16 Abbildungen. Nr. 303.

— **II: Brauerei.** Mit 35 Abbildungen. Nr. 724.

- Britisch-Nordamerika. Landeskunde** von Britisch-Nordamerika v. Prof. Dr. A. Doppel in Bremen. Mit 13 Abb. und 1 Karte. Nr. 284.
- Brückenbau, Die allgemeinen Grundlagen des**, von Prof. Dr.-Ing. Th. Landsberg, Geh. Baurat in Berlin. Mit 45 Figuren. Nr. 687.
- Buchführung in einfachen u. doppelten Posten** v. Prof. Rob. Stern, Oberl. d. Öffentl. Handelslehranst. u. Doz. d. Handelshochschule zu Leipzig. M. vielen Formul. Nr. 115.
- Buddha** von Professor Dr. Edmund Harbh. Nr. 174.
- Burgenkunde, Abriss der**, von Hofrat Dr. Otto Piper in München. Mit 30 Abbildungen. Nr. 119.
- Bürgerliches Gesetzbuch** siehe: Recht des BGB.
- Byzantinisches Reich. Geschichte des byzantinischen Reiches** von Dr. R. Roth in Rempten. Nr. 190.
- Chemie, Allgemeine u. physikalische**, von Dr. Hugo Kauffmann, Prof. an der Königl. Techn. Hochschule in Stuttgart. 2 Teile. Mit 15 Figuren. Nr. 71. 698.
- **Analytische**, von Dr. Johannes Hoppe in München. I: Theorie und Gang der Analyse. Nr. 247.
- **II: Reaktion der Metalloide und Metalle**. Nr. 248.
- **Anorganische**, von Dr. Jos. Klein in Mannheim. Nr. 37.
- **Geschichte der**, von Dr. Hugo Bauer, Assist. am chemischen Laboratorium der Kgl. Techn. Hochschule Stuttgart. I: Von den ältesten Zeiten bis z. Verbrennungstheorie von Lavoisier. Nr. 264.
- **II: Von Lavoisier bis zur Gegenwart**. Nr. 265.
- **der Kohlenstoffverbindungen** von Dr. Hugo Bauer, Assistent am chem. Laboratorium d. Kgl. Techn. Hochschule Stuttgart. I. II: Aliphatische Verbindungen. 2 Teile. Nr. 191. 192.
- **III: Karbochylische Verbindungen**. Nr. 193.
- **IV: Heterochylische Verbindungen**. Nr. 194
- **Organische**, von Dr. Jos. Klein in Mannheim. Nr. 38.
- Chemie, Pharmazeutische**, von Privatdozent Dr. E. Mannheim in Bonn. 4 Bändchen. Nr. 543/44, 588 u. 682.
- **Physiologische**, von Dr. med. A. Legahn in Berlin. I: Assimilation. Mit 2 Tafeln. Nr. 240.
- **II: Dissimilation**. M. 1 Tafel. Nr. 241.
- **Toxikologische**, von Privatdozent Dr. E. Mannheim in Bonn. Mit 6 Abbildungen. Nr. 465.
- Chemische Industrie, Anorganische**, von Dr. Gust. Rauter in Charlottenburg. I: Die Leblancsoda-industrie und ihre Nebenzweige. Mit 12 Tafeln. Nr. 205.
- **II: Salinenwesen, Kalisalze, Düngerindustrie und Verwandtes**. Mit 6 Tafeln. Nr. 206.
- **III: Anorganische chemische Präparate**. M. 6 Taf. Nr. 207.
- Chemische Technologie, Allgemeine**, von Dr. Gust. Rauter in Charlottenburg. Nr. 113.
- Chemisch-Technische Analyse** von Dr. G. Lunge, Prof. an der Eidgen. Polytechnischen Schule in Zürich. Mit 16 Abbild. Nr. 195.
- Chemisch-technische Rechnungen** v. Chem. S. DeGENER. Mit 4 Figuren. Nr. 701.
- Chile, Landeskunde** von (República de Chile) von Prof. Dr. F. Stange in Schleswig. Mit 3 Profilen, 16 Taf. u. 1 lithogr. Karte. Nr. 743.
- Christlichen Literaturen des Orients, Die**, von Dr. Anton Baumstark. I: Einleitung. — Das Christlich-aramäische u. d. koptische Christentum. Nr. 527.
- **II: Das christl.-arab. und das äthiop. Christentum**. — Das christl. Christentum d. Armenier und Georgier. Nr. 528.
- Colombia. Die Corbillerenstaaten** von Dr. Wilhelm Sievers, Prof. an der Universität Gießen. II: Ecuador, Colombia u. Venezuela. Mit 16 Tafeln u. 1 lithogr. Karte. Nr. 653.
- Corbillerenstaaten, Die**, von Dr. Wilhelm Sievers, Prof. an der Universität Gießen. I: Einleitung, Bolivia u. Peru. Mit 16 Tafeln u. 1 lithogr. Karte. Nr. 652.
- **II: Ecuador, Colombia u. Venezuela**. Mit 16 Tafeln u. 1 lithogr. Karte. Nr. 653.

Dampfkessel, Die. Kurzgefaßtes Lehrbuch mit Beispielen für das Selbststudium u. den praktischen Gebrauch von Obergeringieur Friedr. Barth in Nürnberg. I: Kesselsysteme und Feuerungen. Mit 43 Fig. Nr. 9.

— II: Bau und Betrieb der Dampfkessel. Nr. 57 Fig. Nr. 521.

Dampfmaschinen, Die. Kurzgefaßtes Lehrbuch mit Beispielen für das Selbststudium und den praktischen Gebrauch von Friedr. Barth, Obergeringieur in Nürnberg. 2 Bdchn. I: Wärmethoretische und dampftechn. Grundlag. Mit 64 Fig. Nr. 8.

— II: Bau u. Betrieb der Dampfmaschinen. Mit 109 Fig. Nr. 572.

Dampfturbinen, Die, ihre Wirkungsweise u. Konstruktion von Ingen. Herm. Wilda, Prof. a. staatl. Technikum in Bremen. 3 Bdchn. Mit zahlr. Abb. Nr. 274, 715 u. 716.

Desinfektion von Dr. W. Christian, Stabsarzt a. D. in Berlin. Mit 18 Abbildungen. Nr. 546.

Determinanten von B. W. Fischer, Oberl. a. d. Oberrealsch. 3. Großlichterfelde. Nr. 402.

Deutsche Altertümer von Dr. Franz Fuhs, Dir. d. städt. Museums in Braunschweig. Nr. 70 Abb. Nr. 124.

Deutsche Fortbildungsschulwesen, Das, nach seiner geschichtlichen Entwicklung u. in seiner gegenwärt. Gestalt von H. Sierds, Revisor gewerbl. Fortbildungsschulen in Schleswig. Nr. 392.

Deutsches Fremdwörterbuch von Dr. Rud. Kleinpaul in Leipzig. Nr. 273.

Deutsche Geschichte von Dr. F. Kurze, Prof. a. Kgl. Luisengymnas. in Berlin. I: Mittelalter (bis 1519). Nr. 33.

— II: Zeitalter der Reformation und der Religionskriege (1517 bis 1648). Nr. 34.

— III: Vom Westfälischen Frieden bis zur Auflösung des alten Reichs (1648—1806). Nr. 35.

— siehe auch: Quellenkunde.

Deutsche Grammatik und kurze Geschichte der deutschen Sprache von Schulrat Prof. Dr. D. Lyon in Dresden. Nr. 20.

Deutsche Handelskorrespondenz von Prof. Th. de Beauz, Officier de l'Instruction Publique. Nr. 182.

Deutsches Handelsrecht von Dr. Karl Lehmann, Prof. an der Universität Göttingen. 2 Bde. Nr. 457 u. 458.

Deutsche Heldensage, Die, von Dr. Otto Luitp. Jiriczek, Prof. a. d. Univ. Würzburg. Mit 5 Taf. Nr. 32.

Deutsche Kirchenlied, Das, in seinen charakteristischen Erscheinungen ausgewählt v. D. Friedrich Spitta, Prof. a. d. Universität in Straßburg i. E. I: Mittelalter u. Reformationszeit. Nr. 602.

Deutsches Kolonialrecht von Prof. Dr. H. Ebler von Hoffmann, Studien-director d. Akademie f. kommunale Verwaltung in Düsseldorf. Nr. 318.

Deutsche Kolonien. I: Togo und Kamerun von Prof. Dr. K. Dove. Nr. 16 Taf. u. 1 lithogr. Karte. Nr. 441.

— II: Das Südsseegebiet und Riainschou von Prof. Dr. K. Dove. Mit 16 Tafeln u. 1 lith. Karte. Nr. 520.

— III: Ostafrika von Prof. Dr. K. Dove. Mit 16 Tafeln u. 1 lithogr. Karte. Nr. 567.

— IV: Südwestafrika von Prof. Dr. K. Dove. Mit 16 Taf. und 1 lithogr. Karte. Nr. 637.

Deutsche Kulturgeschichte von Dr. Reinh. Günther. Nr. 56.

Deutsches Leben im 12. u. 13. Jahrhundert. Realcommentar zu den Volks- u. Kunstepen u. zum Minnesang. Von Prof. Dr. Jul. Dieffenbacher in Freiburg i. S. I: Öffentliches Leben. Mit zahlreichen Abbildungen. Nr. 93.

— II: Privatleben. Mit zahlreichen Abbildungen. Nr. 328.

Deutsche Literatur des 13. Jahrhunderts. Die Epigonen d. höfischen Epos. Auswahl a. deutschen Dichtungen des 13. Jahrhunderts von Dr. Viktor Junl, Aktuarus der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien. Nr. 289.

Deutsche Literaturdenkmäler des 14. u. 15. Jahrhunderts. Ausgewählt und erläutert von Dr. Hermann Janßen, Direktor d. Königin Luise-Schule in Königsberg i. Pr. Nr. 181.

— des 16. Jahrhunderts. I: Martin Luther und Thom. Murner. Ausgewählt und mit Einleitungen und Anmerkungen versehen von Prof. G. Berlit, Oberlehrer am Nikolaighmn. zu Leipzig. Nr. 7.

- Deutsche Literaturdenkmäler des 16. Jahrhunderts.** II: Hans Sachs. Ausgewählt u. erläutert v. Prof. Dr. J. Sahr. Nr. 24.
- III: Von Brant bis Hollen-
hagen: Brant, Sitten, Fischart,
sowie Tierespö u. Fabel. Ausgew.
u. erläutert von Prof. Dr. Julius
Sahr. Nr. 36.
- des 17. und 18. Jahrhunderts bis
Klopstock. I: Lyrik von Dr. Paul
Legband in Berlin. Nr. 364.
- II: Prosa v. Dr. Hans Legband
in Kassel. Nr. 365.
- Deutsche Literaturgeschichte** von Dr.
Mag Koch, Prof. an der Universität
Breslau. Nr. 31.
- Deutsche Literaturgeschichte d. Klassiker-
zeit** v. Carl Weitbrecht, durchgesehen
u. ergänzt v. Karl Berger. Nr. 161.
- des 19. Jahrhunderts von Carl
Weitbrecht, neu bearbeitet von Dr.
Rich. Weitbrecht in Wimpfen. I. II.
Nr. 134. 135.
- Deutsche Lyrik, Geschichte der,** von Prof.
Dr. Rich. Findeis in Wien. 2 Bde.
Nr. 737/8.
- Deutschen Mundarten, Die,** von Prof.
Dr. H. Reis in Mainz. Nr. 605.
- Deutsche Mythologie. Germanische
Mythologie** von Dr. Eugen Mogl,
Prof. an der Universität Leipzig.
Nr. 15.
- Deutschen Personennamen, Die,** v. Dr.
Kud. Kleinpaul i. Leipzig. Nr. 422.
- Deutsche Poetik** von Dr. R. Borinski,
Prof. a. d. Univ. München. Nr. 40.
- Deutsche Rechtsgeschichte** v. Dr. Richard
Schröder, Prof. a. d. Univ. Heidel-
berg. I: Bis z. Mittelalter. Nr. 621.
- II: Die Neuzeit. Nr. 664.
- Deutsche Redelehre** von Hans Probst,
Gymnasialprof. i. Bamberg. Nr. 61.
- Deutsche Schule, Die, im Auslande**
von Hans Amrhein, Seminarober-
lehrer in Rheyt. Nr. 259.
- Deutsches Seerecht** v. Dr. Otto Bran-
dis, Oberlandesgerichtsrat in Ham-
burg. I: Allgem. Lehren: Personen
u. Sachen d. Seerechts. Nr. 386.
- II: Die einz. Seerecht. Schuldver-
hältnisse: Beiträge des Seerechts u.
außervertragliche Haftung. Nr. 387.
- Deutsche Stammeskunde** v. Dr. Rud.
Müch, a. o. Prof. a. d. Univ. Wien.
Mit 2 Kart. u. 2 Taf. Nr. 126.
- Deutsche Stadt, Die, und ihre Verwal-
tung.** Eine Einführung i. d. Kommunal-
politik v. G. Geygen. Herausgeg.
v. Dr. Otto Rost, Beigeordn. d. Stadt
Düsseldorf. I: Verfassung u. Ver-
waltung im allgemeinen; Finanzen
und Steuern; Bildungs- und Kunst-
pflege; Gesundheitspflege. Nr. 617.
- II: Wirtschafts- u. Sozialpolitik.
Nr. 662.
- III: Technik: Städtebau, Tief-
u. Hochbau. Mit 48 Abb. Nr. 663.
- Deutsches Unterrichtswesen. Geschichte
des deutschen Unterrichtswesens** v.
Prof. Dr. Friedrich Seiler, Direktor
des Kgl. Gymnasiums zu Ludau.
I: Von Anfang an bis zum Ende
des 18. Jahrhunderts. Nr. 275.
- II: Vom Beginn d. 19. Jahrh.
bis auf die Gegenwart. Nr. 276.
- Deutsche Urheberrecht, Das,** an litera-
rischen, künstlerischen u. gewerb-
lichen Schöpfungen, mit besonderer
Berücksichtigung der internat. Ver-
träge v. Dr. Gust. Rauter, Paten-
anwalt in Charlottenburg. Nr. 263.
- Deutsche Volkslied, Das,** ausgewählt
u. erläutert von Prof. Dr. Jul.
Sahr. 2 Bändchen. Nr. 25 u. 132.
- Deutsche Wehrverfassung** von Karl
Endres, Geheimer Kriegsrat u. vor-
tragender Rat im Kriegsministerium
in München. Nr. 401.
- Deutsches Wörterbuch** v. Dr. Richard
Loewe. Nr. 64.
- Deutsche Zeitungswesen, Das,** v. Dr. R.
Brunhuber i. Köln a. Rh. Nr. 400.
- Deutsches Zivilprozessrecht** von Prof.
Dr. Wilhelm Risch in Straßburg
i. E. 3 Bände. Nr. 428—430.
- Deutschland in römischer Zeit** von
Dr. Franz Cramer, Provinzial-
schulrat zu Münster i. W. Mit 23
Abbildungen. Nr. 633.
- Dichtung aus mittelhochdeutscher
Frühzeit.** In Ausw. mit Einltg. u.
Wörterb. herausgeg. v. Dr. Herm.
Jantzen, Direktor d. Königin Luise-
Schule i. Königsberg i. Pr. Nr. 137.
- Dietrichpen. Rudrun und Dietrich-
even.** Mit Einleitung u. Wörter-
buch von Dr. O. L. Friczel, Prof.
a. d. Universität Würzburg. Nr. 10.
- Differentialrechnung** von Dr. Friedr.
Junker, Rektor d. Realgymnasiums
u. der Oberrealschule in Göppingen.
Mit 68 Figuren. Nr. 87.

- Differentialrechnung. Repetitorium u. Aufgabensammlung zur Differentialrechnung** v. Dr. Friedr. Junter, Rektor des Realgymnasiums u. d. Oberrealschule in Göppingen. Mit 46 Fig. Nr. 146.
- Disziplinar- u. Beschwerderecht für Seer u. Marine, Das,** von Dr. Max E. Mayer, Professor a. d. Universität Straßburg i. E. Nr. 517.
- Drogenkunde** von Rich. Dorstewitz in Leipzig und Georg Ottersbach in Hamburg. Nr. 413.
- Druckwasser- und Druckluft-Anlagen.** Pumpen, Druckwasser- u. Druckluft-Anlagen von Dipl.-Jngen. Rudolf Bogdt, Regierungsbaumeistr. a. D. in Aachen. Mit 87 Fig. Nr. 290.
- Ecuador. Die Cordillerenstaaten** von Dr. Wilhelm Sievers, Prof. an der Universität Gießen. II: Ecuador, Colombia u. Venezuela. Mit 16 Tafeln u. 1 lithogr. Karte. Nr. 653.
- Ebbalieder mit Grammatik, Uebersetzg. u. Erläuterungen** von Dr. Wilhelm Ranisch, Gymnasialoberlehrer in Osnabrück. Nr. 171.
- Eisenbahnbau. Die Entwicklung des modernen Eisenbahnbaues** v. Dipl.-Jng. Alfred Birk, o. ö. Prof. a. d. I. I. Deutschen Techn. Hochschule in Prag. Mit 27 Abbild. Nr. 553.
- Eisenbahnbetrieb, Der,** v. S. Scheibner, Königl. Oberbaurat a. D. in Berlin. Mit 3 Abbildgn. Nr. 676.
- Eisenbahnen, Die Linienführung der,** von S. Wegele, Professor an der Techn. Hochschule in Darmstadt. Mit 52 Abbildungen. Nr. 623.
- Eisenbahnfahrzeuge** von S. Hinnenthal, Regierungsbaumeister u. Oberingen. in Hannover. I: Die Lokomotiven. Mit 89 Abbild. im Text und 2 Tafeln. Nr. 107.
- II: Die Eisenbahnwagen und Bremsen. Mit Anh.: Die Eisenbahnfahrzeuge im Betrieb. Mit 56 Abb. im Text u. 3 Taf. Nr. 108.
- Eisenbahnpolitik. Geschichte d. deutschen Eisenbahnpolitik** v. Betriebsinspektor Dr. Edwin Koch in Karlsruhe i. B. Nr. 533.
- Eisenbahnverkehr, Der,** v. Kgl. Eisenbahn-Rechnungsdirektor Th. Wilbrand in Berlin-Friedenau. Nr. 618.
- Eisenbetonbau, Der,** v. Reg.-Baumeistr. Karl Röple. Nr. 75 Abbild. Nr. 349.
- Eisenbetonbrücken** von Dr.-Jng. R. W. Schaechterle in Stuttgart. Mit 104 Abbildungen. Nr. 627.
- Eisenhüttenkunde** von A. Krauß, dipl. Hütteningenieur. I: Das Roheisen. Mit 17 Fig. u. 4 Taf. Nr. 152.
- II: Das Schmiedeeisen. Nr. 25 Fig. u. 5 Taf. Nr. 153.
- Eisenkonstruktionen im Hochbau** von Jngen. Karl Schindler in Weissen. Mit 115 Figuren. Nr. 322.
- Eiszeitalter, Das,** v. Dr. Emil Berth in Berlin-Wilmersdorf. Mit 17 Abbildungen und 1 Karte. Nr. 431.
- Elastizitätslehre für Ingenieure I: Grundlagen und Allgemeines über Spannungszustände, Zylinder, Ebene Platten, Torsion, Getrümmte Träger.** Von Dr.-Jng. Max Enßlin, Prof. a. d. Kgl. Bau-gewerkschule Stuttgart und Privatdozent a. d. Techn. Hochschule Stutt-gart. Mit 60 Abbild. Nr. 519.
- Elektrischen Meßinstrumente, Die,** von J. Herrmann, Prof. an der Techn. Hochschule in Stuttgart. Mit 195 Figuren. Nr. 477.
- Elektrische Ofen** von Dr. Hans Goerges in Berlin-Südende. Mit 68 Abbildgn. Nr. 704.
- Elektrische Schaltapparate** von Dr.-Jng. Erich Bedemann, Professor an der Technischen Hochschule Hannover. Mit 54 Fig. u. 107 Abb. auf 20 Tafeln. Nr. 711.
- Elektrische Telegraphie, Die,** von Dr. Lud. Kellstab. Mit 19 Fig. Nr. 172.
- Elektrizität. Theoret. Physik III: Elektrizität u. Magnetismus** von Dr. Gust. Jäger, Prof. a. d. Techn. Hoch-schule in Wien. Mit 33 Abbildgn. Nr. 78.
- Elektrochemie** von Dr. Heinr. Danneel in Genf. I: Theoretische Elektrochemie u. ihre physikalisch-chemischen Grundlagen. Mit 16 Fig. Nr. 252.
- II: Experiment. Elektrochemie, Meßmethoden, Leitfähigkeit, Lösungen. Mit 26 Fig. Nr. 253.
- Elektromagnet. Lichttheorie. Theoret. Physik IV: Elektromagnet. Lichttheorie u. Elektronik** von Professor Dr. Gust. Jäger in Wien. Mit 21 Figuren. Nr. 374.
- Elektrometallurgie** von Dr. Friedrich Regelsberger, Kaiserl. Reg.-Rat in Steglitz-Berlin. Nr. 16 Fig. Nr. 110.

- Elektrotechnik.** Einführung in die Starkstromtechnik v. F. Herrmann, Prof. d. Elektrotechnik an der Kgl. Techn. Hochschule Stuttgart. I: Die physikalischen Grundlagen. Mit 95 Fig. u. 16 Taf. Nr. 196.
- II: Die Gleichstromtechnik. Mit 118 Fig. und 16 Taf. Nr. 197.
- III: Die Wechselstromtechnik. Mit 154 Fig. u. 16 Taf. Nr. 198.
- IV: Die Erzeugung und Verteilung der elektrischen Energie. Mit 96 Figuren u. 16 Tafeln. Nr. 657.
- Elektrotechnik.** Die Materialien des Maschinenbaues und der Elektrotechnik von Ing. Prof. Herm. Wilda i. Bremen. W. 3 Abb. Nr. 476.
- Elfaß-Lothringen,** Landeskunde von, v. Prof. Dr. R. Langenbed in Straßburg i. E. Mit 11 Abbild. u. 1 Karte. Nr. 215.
- Englisch.** Neuenglische Laut- u. Formenlehre siehe: Neuenglisch.
- Englisch-deutsches Gesprächsbuch** von Prof. Dr. E. Hausknecht in Lausanne. Nr. 424.
- Englisch für Techniker.** Ein Lese- und Übungsbuch f. Ing. u. zum Gebrauch an Techn. Lehranstalten. Unter Mitarb. v. Albany Featherstonhaugh, Dozent a. d. militärtechn. Akad. i. Charlottenburg herausgeg. von Ingenieur Carl Bolk, Direktor der Reuth-Schule, Berlin. I. Teil. Mit 25 Fig. Nr. 705.
- Englische Geschichte** v. Prof. L. Gerber, Oberlehrer in Düsseldorf. Nr. 375.
- Englische Handelskorrespondenz** von E. C. Whitfield, M. A., Oberlehrer an King Edward VII Grammar School in King's Lynn. Nr. 237.
- Englische Literaturgeschichte** von Dr. Karl Weiser in Wien. Nr. 69.
- Englische Literaturgeschichte.** Grundzüge und Haupttypen d. englischen Literaturgeschichte von Dr. Arnold M. W. Schröder, Professor an der Handelshochschule in Köln. 2 Teile. Nr. 286, 287.
- Englische Rhonetik** mit Lesestücken von Dr. A. C. Dunstan, Lektor an der Univ. Königsberg i. Pr. Nr. 601.
- Entwicklungsgeschichte der Tiere** von Dr. Johannes Meisenheimer, Prof. der Zoologie an der Universität Jena. I: Furchung, Primitivanlagen, Larven, Formbildung, Embryonalstadien. Mit 48 Fig. Nr. 378.
- Entwicklungsgeschichte der Tiere** von Dr. Joh. Meisenheimer, Prof. der Zool. a. d. Univ. Jena. II: Organbildg. Mit 46 Fig. Nr. 379.
- Epigonen, Die,** des höfischen Epos. Auswahl aus deutschen Dichtungen des 13. Jahrhunderts von Dr. Viktor Junst, Auktarius d. Kaiserl. Akad. der Wissenschaften in Wien. Nr. 289.
- Erbrecht.** Recht des Bürgerl. Gesetzbuches. Fünftes Buch: Erbrecht von Dr. Wilhelm von Blume, ord. Prof. der Rechte an der Univ. Tübingen. I. Abteilung: Einleitung — Die Grundlagen des Erbrechts. II. Abteilung: Die Nachlassbeteiligten. Mit 23 Figuren. Nr. 659/60.
- Erdbau** von Reg.-Baum. Erwin Link in Stuttgart. Mit 72 Abbild. Nr. 630.
- Erdmagnetismus, Erdstrom u. Polarlicht** von Dr. A. Rippoldt, Mitglied des Königl. Preussischen Meteorologischen Instituts in Potsdam. Mit 7 Tafeln und 16 Figuren. Nr. 175.
- Erdteile, Länderkunde der außereuropäischen,** von Dr. Franz Seiderich, Prof. a. d. Exportakad. in Wien. Mit 11 Textkärtchen u. Profilen. Nr. 68.
- Ernährung und Nahrungsmittel** vom Oberstabsarzt Professor S. Bischoff in Berlin. Mit 4 Abbild. Nr. 464.
- Ethik** von Prof. Dr. Thomas Achilles in Bremen. Nr. 90.
- Europa, Länderkunde von,** von Dr. Franz Seiderich, Prof. a. d. Exportakademie in Wien. Mit 14 Textkärtchen u. Diagrammen u. einer Karte der Alpenenteilung. Nr. 62.
- Exkursionsflora von Deutschland** zum Bestimmen d. häufigeren i. Deutschland wildwachsenden Pflanzen von Dr. W. Migula, Prof. an der Forstakademie Eisenach. 2 Teile. Mit je 50 Abbildungen. Nr. 268 und 269.
- Experimentalphysik** v. Prof. R. Langin Stuttgart. I: Mechanik d. fest., flüss. u. gasigen Körper. W. 125 Fig. Nr. 611.
- II: Wellenlehre u. Akustik. Mit 69 Figuren. Nr. 612.
- Explosivstoffe.** Einführung in d. Chemie der explosiven Vorgänge von Dr. S. Brunswig in Steglitz. Mit 6 Abbild. und 12 Tab. Nr. 333.
- Familienrecht.** Recht d. Bürgerlichen Gesetzbuches. Viertes Buch: Familienrecht von Dr. Heinrich Tixe, Prof. a. d. Univ. Göttingen. Nr. 305.

Färberei, Textil-Industrie III: Wäscherei, Bleicherei, Färberei und ihre Hilfsstoffe von Dr. Wilhelm Massot, Prof. an der Preussischen höheren Fachschule f. Textilindustrie in Krefeld. Mit 28 Fig. Nr. 186.

Farnpflanzen siehe: Algen, Moose und Farnpflanzen.

Feldgeschütz, Das moderne, v. Oberstleutnant B. Gehdenreich, Militärlehrer a. d. Militärtechn. Akademie in Berlin. I: Die Entwicklung des Feldgeschützes seit Einführung des gezogenen Infanteriegeschützes bis einschl. der Erfindung des rauchl. Pulvers, etwa 1850 bis 1890. Mit 11 Abbild. Nr. 306.

— **II: Die Entwicklung d. heutigen Feldgeschützes auf Grund der Erfindung des rauchlosen Pulvers, etwa 1890 bis zur Gegenwart. Mit 11 Abbild. Nr. 307.**

Fernmeldewesen. Das elektrische Fernmeldewesen bei den Eisenbahnen von R. Finf, Geheim. Baurat in Hannover. Mit 50 Figuren. Nr. 707.

Fernsprechwesen, Das, von Dr. Ludwig Kellstab in Berlin. Mit 47 Fig. und 1 Tafel. Nr. 155.

Festigkeitslehre v. Prof. W. Hauber, Dipl.-Ing. Mit 56 Fig. Nr. 288.

— **Aufgabensammlung zur Festigkeitslehre mit Lösungen** von R. Haren, Diplom-Ingenieur in Mannheim. Mit 42 Fig. Nr. 491.

Fette, Die, und Ole sowie die Seifen- u. Kerzenfabrikat. u. d. Harze, Lade, Firnisse m. ihren wicht. Hilfsstoffen von Dr. Karl Braun in Berlin. **I: Einführung in die Chemie, Besprechung einiger Salze und der Fette und Ole. Nr. 335.**

— **II: Die Seifenfabrikation, die Seifenanalyse und die Kerzenfabrikation. Mit 25 Abbildungen. Nr. 336.**

— **III: Harze, Lade, Firnisse. Nr. 337.**

Feuerwaffen. Geschichte d. gesamten Feuerwaffen bis 1850. Die Entwicklung der Feuerwaffen v. ihrem ersten Auftreten bis zur Einführung d. gezog. Hinterlader, unter besond. Berücksichtig. d. Heeresbewaffnung von Major a. D. W. Gohlke, Steglitz-Berlin. Mit 105 Abbildungen. Nr. 530.

Feuerwerkerei, Die, von Direktor Dr. Alfons Bujard, Vorstand des Städt. Chemischen Laboratoriums in Stuttgart. Mit 6 Fig. Nr. 634.

Filzfabrikation. Textil-Industrie II: Weberei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- und Gardinenfabrikation und Filzfabrikation von Professor Max Gürtler, Geh. Regierungsr. im Kgl. Landesgewerbeamt zu Berlin. Mit 29 Fig. Nr. 185.

Finanzsysteme der Großmächte, Die, (Internat. Staats- und Gemeindefinanzwesen) v. O. Schwarz, Geh. Oberfinanzrat in Berlin. 2 Bändchen. Nr. 450 und 451.

Finanzwissenschaft von Präsident Dr. R. van der Borcht in Berlin. **I: Allgemeiner Teil. Nr. 148.**

— **II: Besonderer Teil (Steuerlehre). Nr. 391.**

Finnisch-ugrische Sprachwissenschaft von Dr. Josef Szinnhei, Prof. an der Universität Budapest. Nr. 463.

Finnland. Landeskunde des Europäischen Russlands nebst Finnlands von Prof. Dr. A. Philippson in Halle a. S. Nr. 359.

Firnisse. Harze, Lade, Firnisse von Dr. Karl Braun in Berlin. (Fette und Ole III.) Nr. 337.

Fische. Das Tierreich IV: Fische von Prof. Dr. Max Rauther in Neapel. Mit 37 Abbild. Nr. 356.

Fischerei und Fischzucht von Dr. Karl Eckstein, Prof. a. d. Forstakademie Eberswalde, Abteilungsdirigent bei der Hauptstation des forstlichen Versuchswesens. Nr. 159.

Flechten, Die. Eine Übersicht unserer Kenntnisse v. Prof. Dr. G. Lindau, Kustos a. Kgl. Botanisch. Museum, Privatdozent an d. Univ. Berlin. Mit 55 Figuren. Nr. 683.

Flora. Exkursionsflora von Deutschland zum Bestimmen der häufigeren in Deutschland wildwachsenden Pflanzen v. Dr. W. Rigula, Prof. a. d. Forstakademie Eisenach. 2 Teile. Mit je 50 Abbild. Nr. 268, 269.

Flußbau von Regierungsbaumeister Otto Kappold in Stuttgart. Mit 103 Abbildungen. Nr. 597.

Fördermaschinen, Die elektrisch betriebenen, von A. Valthajer, Dipl.-Bergingenieur. Mit 62 Figuren. Nr. 678.

- Forensische Psychiatrie** von Professor Dr. W. Beyhagndt, Dir. d. Irrenanstalt Friedrichsberg i. Hamburg. 2 Bändchen. Nr. 410 u. 411.
- Forstwissenschaft** v. Dr. Ad. Schwappach, Prof. a. d. Forstacad. Eberswalde, Abteil. Dirig. b. d. Hauptstadt. d. forstl. Versuchswesens. Nr. 106.
- Fortbildungsschulwesen, Das deutsche, nach seiner geschichtl. Entwicklung u. i. sein. gegenwärt. Gestalt v. S. Cierds, Revisor gewerbl. Fortbildungsschulen in Schleswig.** Nr. 392.
- Franken. Geschichte Frankens** v. Dr. Christ. Meyer, Kgl. preuß. Staatsarchivar a. D., München. Nr. 434.
- Frankreich. Französische Geschichte** v. Dr. R. Sternfeld, Prof. an der Universität Berlin. Nr. 85.
- Frankreich. Landesk. v. Frankreich** v. Dr. Rich. Neufe, Direkt. d. Oberrealschule in Spandau. 1. Bändch. Nr. 23 Abb. im Text u. 16 Landschaftsbild. auf 16 Taf. Nr. 466.
- 2. Bändchen. Mit 15 Abb. im Text, 18 Landschaftsbild. auf 16 Tafeln u. 1 lithogr. Karte. Nr. 467.
- Französisch-deutsches Gesprächsbuch** von C. Francillon, Lektor am orientalis. Seminar u. an d. Handelshochschule in Berlin. Nr. 596.
- Französische Grammatik** von Chyprien Francillon, Lehrer am oriental. Seminar und an der Handelshochschule in Berlin. Nr. 729.
- Französische Handelskorrespondenz** v. Prof. Th. de Beauz, Officier de l'Instruction Publique. Nr. 183.
- Französisches Lesebuch** mit Wörterverzeichnis von Chyprien Francillon, Lektor a. orient. Seminar u. a. d. Handelshochschule i. Berlin. Nr. 643.
- Fremdwort, Das, im Deutschen** v. Dr. Rud. Kleinpaul, Leipzig. Nr. 55.
- Fremdwörterbuch, Deutsches**, von Dr. Rud. Kleinpaul, Leipzig. Nr. 273.
- Fuge.** Erläuterung u. Anleitung zur Komposition derselben v. Prof. Stephan Krehl in Leipzig. Nr. 418.
- Funktionentheorie** von Dr. Konrad Knopp, Privatdozent an der Universität Berlin. I: Grundlagen der allgemeinen Theorie der analyt. Funktionen. Mit 9 Fig. Nr. 668.
- II: Anwendungen der Theorie zur Untersuchung spezieller analytischer Funktionen. Mit 10 Figuren. Nr. 703.
- Funktionentheorie, Einleitung in die,** (Theorie der komplexen Zahlenreihen) von Max Rose, Oberlehrer an der Goetheschule in Deutsch-Wilmersdorf. Mit 10 Fig. Nr. 581.
- Fußartillerie, Die, ihre Organisation, Bewaffnung u. Ausbildg. v. Splett, Oberleutn. im Lehrbat. d. Fußart.-Schießschule u. Biermann, Oberleutn. in der Versuchsbatt. d. Art.-Prüfungskomm. Nr. 35 Fig. Nr. 560.**
- Gardinenfabrikation. Textilindustrie II: Weberei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- u. Gardinenfabrikation u. Filzfabrikation** von Prof. Max Gürtler, Geh. Reg.-Rat im Kgl. Landesgewerbeamt zu Berlin. Mit 29 Figuren. Nr. 185.
- Gas- und Wasserinstallationen mit Einschluß der Abortanlagen** von Prof. Dr. phil. und Dr.-Ing. Eduard Schmitt in Darmstadt. Mit 119 Abbildungen. Nr. 412.
- Gas kraftmaschinen, Die, v. Ing. Alfred Kirschle in Kiel.** 2 Bändchen. Mit 116 Abb. u. 6 Tafeln. Nr. 316 u. 651.
- Gasthäuser und Hotels** von Architekt Max Wöhler in Düsseldorf. I: Die Bestandteile u. die Einrichtung des Gasthauses. Mit 70 Fig. Nr. 525.
- II: Die verschiedenen Arten von Gasthäusern. Mit 82 Fig. Nr. 526.
- Gebirgsartillerie. Die Entwicklung der Gebirgsartillerie** von Ruzmann, Oberst u. Kommandeur der 1. Feld- Art.-Brigade in Königsberg i. Pr. Mit 78 Bildern und Übersichtstafeln. Nr. 531.
- Genossenschaftswesen, Das, in Deutschland** v. Dr. Otto Lindede in Düsseldorf. Nr. 384.
- Geodäsie** von Prof. Dr. C. Reinherz in Hannover. Neubearbeitet von Dr. G. Förster, Observator a. Geodätisch. Inst. Potsdam. Nr. 68 Abb. Nr. 102.
- **Vermessungskunde** von Diplom.-Ing. B. Werkmeister, Oberlehr. a. d. Kais. Techn. Schule i. Strassburg i. E. I: Feldmessen u. Nivellieren. Mit 146 Abb. II: Der Theodolit. Trigonomet. u. barometr. Höhenmessg. Tachymetr. Nr. 109 Abb. Nr. 468, 469.
- Geographie, Geschichte der,** von Prof. Dr. Konrad Kreschmer i. Charlottenburg. Mit 11 Kart. im Text. Nr. 624.

Geologie in kurzem Auszug f. Schulen u. zur Selbstbelehrung zusammengestellt v. Prof. Dr. Eberh. Fraas in Stuttgart. Mit 16 Abbild. u. 4 Tafeln mit 51 Figuren. Nr. 13.

Geometrie, Analytische, der Ebene v. Prof. Dr. W. Simon in Straßburg. Mit 52 Figuren. Nr. 65.

— — **Aufgabensammlung zur Analytischen Geometrie der Ebene** von O. Th. Bürklen, Professor am Kgl. Realgymnasium in Schwäb.-Gmünd. Mit 32 Fig. Nr. 256.

— — **des Raumes** von Prof. Dr. W. Simon in Straßburg. Mit 28 Abbildungen. Nr. 89.

— — **Aufgabensammlung zur Analytischen Geometrie des Raumes** von O. Th. Bürklen, Professor am Kgl. Realgymnasium in Schwäb.-Gmünd. Mit 8 Fig. Nr. 309.

— **Darstellende**, von Dr. Robert Hauzner, Prof. an d. Univ. Jena, I. Mit 110 Figuren. Nr. 142.

— — II. Mit 40 Figuren. Nr. 143.

— **Ebene**, von G. Wahler, Professor am Gymnasium in Ulm. Mit 111 zweifarbigen Figuren. Nr. 41.

— **Projektive**, in synthet. Behandlung von Dr. Karl Doeblmann, Prof. an der Universität München. Mit 91 Figuren. Nr. 72.

Geometrische Optik, Einführung in die, von Dr. W. Hinrichs in Wilmerdorf-Berlin. Nr. 532.

Geometrisches Zeichnen von H. Weyer, Architekt u. Lehrer an der Bauerschule in Magdeburg, neubearbeitet von Prof. J. Vonderlinn in Münster. Mit 290 Figuren und 23 Tafeln im Text. Nr. 58.

Germanische Mythologie von Dr. E. Vogl, Prof. a. d. Univ. Leipzig. Nr. 15.

Germanische Sprachwissenschaft von Dr. Rich. Loewe. Nr. 238.

Gesangskunst. Technik der deutschen Gesangskunst von Ost. Ros u. Dr. Hans Joachim Moser. Nr. 576.

Geschäfts- und Warenhäuser v. Hans Schliepmann, Königl. Baurat in Berlin. I: Vom Laden zum „Grand Magasin“. Mit 23 Abb. Nr. 655.

— — II: Die weitere Entwicklung d. Kaufhäuser. Mit 39 Abb. Nr. 656.

Geschichtswissenschaft, Einleitung in die, v. Dr. Ernst Bernheim, Prof. an der Univ. Greifswald. Nr. 270.

Geschütze, Die modernen, der Fußartillerie v. Mummehoff, Oberstleutnant u. Kommand. d. Thür. Fußartillerie Regts. Nr. 18. I: Vom Auftreten d. gezogenen Geschütze bis zur Verwendung des rauchschwachen Pulvers 1850—1890. Mit 50 Textbildern. Nr. 334.

— — II: Die Entwicklung der heutigen Geschütze der Fußartillerie seit Einführung des rauchschwachen Pulvers 1890 bis zur Gegenwart. Mit 33 Textbildern. Nr. 362.

Geschwindigkeitsregler der Kraftmaschinen, Die, v. Dr.-Ing. H. Kröner in Friedberg. Mit 33 Fig. Nr. 604.

Gesetzbuch, Bürgerliches, siehe: Recht des Bürgerlichen Gesetzbuches.

Gesundheitslehre. Der menschliche Körper, sein Bau und seine Tätigkeiten v. E. Rebmann, Oberschulrat in Karlsruhe. Mit Gesundheitslehre von Dr. med. H. Seifer. Mit 47 Abbild. u. 1 Tafel. Nr. 18.

Gewerbehygiene von Dr. E. Roth in Potsdam. Nr. 350.

Gewerbewesen von Werner Sombart, Professor an der Handelshochschule Berlin. I. II. Nr. 203, 204.

Gewerbliche Arbeiterfrage, Die, von Werner Sombart, Prof. a. d. Handelshochschule Berlin. Nr. 209.

Gewerbliche Bauten. Industrielle und gewerbliche Bauten (Speicher, Lagerhäuser u. Fabriken) v. Architekt Heinr. Salzmann in Düsseldorf. I: Allgemeines über Anlage und Konstruktion der industriellen und gewerblichen Bauten. Nr. 511.

— — II: Speicher und Lagerhäuser. Mit 123 Figuren. Nr. 512.

Gewichtswesen. Maß-, Münz- u. Gewichtswesen v. Dr. Aug. Blind, Prof. a. d. Handelsschule in Köln. Nr. 283.

Gießereimaschinen von Dipl.-Ing. Emil Treiber in Heidenheim a. B. Mit 51 Figuren. Nr. 548.

Glas- und keramische Industrie (Industrie der Silikate, der künstlichen Bausteine und des Mörtels I) v. Dr. Gust. Rauter in Charlottenburg. Mit 12 Tafeln. Nr. 233.

Gleichstrommaschine, Die, von Ing. Dr. C. Ringbrunner in London. Mit 81 Figuren. Nr. 257.

- Gletscherkunde** v. Dr. Fritz Machacek in Wien. Mit 5 Abbildungen im Text und 11 Tafeln. Nr. 154.
- Gotische Sprachdenkmäler** mit Grammatik, Übersetzung u. Erläuterung. v. Dr. Herm. Jansen, Direktor v. d. Königin Luise-Schule in Königsberg i. Pr. Nr. 79.
- Gottfried von Straßburg, Hartmann von Aue, Wolfram von Eschenbach und Gottfried von Straßburg.** Auswahl a. d. höfisch. Epos m. Anmerk. u. Wörterbuch v. Dr. R. Marold, Prof. am Kgl. Friedrichs-Kolleg. zu Königsberg/Pr. Nr. 22.
- Graphische Darstellung in Wissenschaft und Technik** von Dr. Marcello v. Pirani, Obering., Privatdozent an der Kgl. Techn. Hochschule in Charlottenburg. Mit 58 Fig. Nr. 728.
- Graphischen Künste, Die,** von Carl Kampmann, I. I. Lehrer an der I. I. Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt in Wien. Mit zahlreichen Abbildungen u. Beilagen. Nr. 75.
- Griechisch. Neugriechisch-deutsches Gebräuchsbuch** siehe: Neugriechisch.
- Griechisch. Neugriechisches Lesebuch** siehe: Neugriechisch.
- Griechische Altertumskunde** v. Prof. Dr. Rich. Maisch, neu bearbeitet v. Rektor Dr. Franz Bohlhammer. Mit 9 Vollbildern. Nr. 16.
- Griechische Geschichte** von Dr. Heinrich Stoboda, Professor an d. deutschen Universität Prag. Nr. 49.
- Griechische Literaturgeschichte** mit Berücksichtigung d. Geschichte der Wissenschaften v. Dr. Alfred Gerke, Prof. an der Univ. Breslau. 2 Bändchen. Nr. 70 u. 557.
- Griechischen Papyri, Auswahl** aus, von Prof. Dr. Robert Helbing in Karlsruhe i. B. Nr. 625.
- Griechischen Sprache, Geschichte** der, I: Bis zum Ausgange d. klassischen Zeit v. Dr. Otto Hoffmann, Prof. an der Univ. Münster. Nr. 111.
- Griechische u. römische Mythologie** v. Prof. Dr. Herm. Steuding, Rekt. d. Gymnas. in Schneeberg. Nr. 27.
- Grundbuchrecht, Das formelle,** von Oberlandesgerichtsr. Dr. F. Krehshmar in Dresden. Nr. 549.
- Handelspolitik, Auswärtige,** von Dr. Heinr. Sieveling, Professor an der Universität Zürich. Nr. 245.
- Handelsrecht, Deutsches,** von Dr. Karl Lehmann, Prof. an d. Universität Göttingen. I: Einleitung. Der Kaufmann u. seine Hilfspersonen. Offene Handelsgesellschaft. Kommandit- und stille Gesellschaft. Nr. 457.
- — II: Aktiengesellschaft. Gesellschaft m. b. H. Eing. Gen. Handelsgesch. Nr. 458.
- Handelschulwesen, Das deutsche,** von Direktor Theodor Blum in Dessau. Nr. 558.
- Handelsstand, Der,** von Rechtsanwalt Dr. jur. Bruno Springer in Leipzig (Kaufmann. Rechtskunde. Bd. 2). Nr. 545.
- Handelswesen, Das,** von Geh. Oberregierungsrat Dr. Wilh. Legis, Professor an der Universität Göttingen. I: Das Handelspersonal und der Warenhandel. Nr. 296.
- — II: Die Effektenbörse und die innere Handelspolitik. Nr. 297.
- Handfeuerwaffen, Die Entwicklung** der, seit der Mitte des 19. Jahrhunderts u. ihr heutiger Stand von G. Wzobek, Hauptmann u. Kompagniechef im Inf.-Reg. Freiherr Hiller von Gärtringen (4. Posensches) Nr. 59 i. Solbau. M. 21 Abb. Nr. 366.
- Harmonielehre** von H. Galm. Mit vielen Notenbeispielen. Nr. 120.
- Hartmann von Aue, Wolfram von Eschenbach und Gottfried von Straßburg.** Auswahl aus d. höfischen Epos mit Anmerk. u. Wörterbuch von Dr. R. Marold, Prof. am Königl. Friedrichs-Kollegium zu Königsberg i. Pr. Nr. 22.
- Harze, Lacke, Firnisse** von Dr. Karl Braun in Berlin. (Die Fette und Ole III). Nr. 337.
- Hebezeuge, Die,** ihre Konstruktion u. Berechnung von Ing. Prof. Herm. Wilsa, Bremen. Mit 399 Abb. Nr. 414.
- Heeresorganisation, Die Entwicklung** der, seit Einführung der stehenden Heere von Otto Reuschler, Hauptmann und Kompagniechef. I: Geschichtliche Entwicklung bis zum Ausgange d. 19. Jahrh. Nr. 552.
- — II: Die Heeresorganisation im 20. Jahrhundert. Nr. 781.

- Heizung u. Lüftung v. Ing. Johannes Körting in Düsseldorf. I: Das Wesen u. die Berechnung der Heizungs- u. Lüftungsanlagen. Mit 34 Figuren. Nr. 342.
- II: Die Ausführung der Heizungs- u. Lüftungsanlagen. Mit 191 Figuren. Nr. 343.
- Hessen. Landeskunde des Großherzogtums Hessen, der Provinz Hessen-Nassau und des Fürstentums Waldeck v. Prof. Dr. Georg Greim in Darmstadt. Mit 13 Abbildungen und 1 Karte. Nr. 376.
- Hieroglyphen von Geh. Regier.-Rat Dr. Ad. Erman, Prof. an der Universität Berlin. Nr. 608.
- Hochspannungstechnik, Einführung in die moderne, von Dr.-Ing. R. Fischer in Hamburg-Bergedorf. Mit 92 Fig. Nr. 609.
- Holz, Das. Aufbau, Eigenschaften u. Verwendung v. Ing. Prof. Herm. Wilba in Bremen. Mit 33 Abb. Nr. 459.
- Hotels. Gasthäuser und Hotels von Archit. Max Wöhrler in Düsseldorf. I: Die Bestandteile u. d. Einrichtg. des Gasthauses. Mit 70 Fig. Nr. 525.
- II: Die verschiedenen Arten von Gasthäusern. Mit 82 Fig. Nr. 526.
- Hydraulik v. W. Hauber, Dipl.-Ing. in Stuttgart. Mit 44 Fig. Nr. 397.
- Hygiene des Städtebaus, Die, von Prof. S. Chr. Ruffbaum in Hannover. Mit 30 Abb. Nr. 348.
- des Wohnungswesens, Die, von Prof. S. Chr. Ruffbaum in Hannover. Mit 20 Abbild. Nr. 363.
- Iberische Halbinsel. Landeskunde der Iberischen Halbinsel von Dr. Fritz Regel, Prof. a. d. Univ. Würzburg. M. 8 Rärtchen u. 8 Abb. im Text u. 1 Karte in Farbendruck. Nr. 235.
- Indische Religionsgeschichte von Prof. Dr. Edmund Hardy. Nr. 83.
- Indogerman. Sprachwissenschaft von Dr. R. Meringer, Professor an der Univ. Graz. M. 1 Tafel. Nr. 59.
- Industrielle u. gewerbliche Bauten (Speicher, Lagerhäuser u. Fabriken) von Architekt Heinz Salzmann in Düsseldorf. I: Allgemeines üb. Anlage u. Konstruktion d. industriellen u. gewerblichen Bauten. Nr. 511.
- II: Speicher und Lagerhäuser. Mit 123 Figuren. Nr. 512.
- Insektionskrankheiten, Die, und ihre Verhütung von Stabsarzt Dr. W. Hoffmann in Berlin. Mit 12 vom Verfasser gezeichneten Abbildungen und einer Fiebertafel. Nr. 327.
- Insekten. Das Tierreich V: Insekten v. Dr. J. Groß in Reapel (Stazione Zoolog.). Mit 56 Abb. Nr. 594.
- Instrumentenlehre v. Musikdir. Professor Franz Mayerhoff in Chemnitz. I: Text. Nr. 437.
- II: Notenbeispiele. Nr. 438.
- Integralrechnung von Dr. Friedr. Junfer, Rekt. d. Realgymnasiums u. d. Oberrealschule in Göppingen. Mit 89 Figuren. Nr. 88.
- Integralrechnung. Repetitorium u. Aufgabensammlung zur Integralrechnung von Dr. Friedr. Junfer, Rekt. d. Realgymnasiums u. der Oberrealschule in Göppingen. Mit 52 Figuren. Nr. 147.
- Israel. Geschichte Israels bis auf die griechische Zeit von Lic. Dr. J. Benzinger. Nr. 231.
- Italienische Handelskorrespondenz v. Prof. Alberto de Beauz, Oberlehrer am Königl. Institut S. Annunziata in Florenz. Nr. 219.
- Italienische Literaturgeschichte von Dr. Karl Bögler, Professor an der Universität München. Nr. 125.
- Jugendpflege I: Männliche Jugend von S. Cierds, Vorsitzender des Vereins für Jugendwohlfahrt in Schleswig-Holstein in Schleswig. Nr. 714.
- Kalkulation, Die, im Maschinenbau v. Ing. S. Bethmann, Doz. a. Technis. Altenburg. Mit 63 Abb. Nr. 486.
- Kältemaschinen. Die thermodynamischen Grundlagen der Wärme- und Kältemaschinen von W. Röttinger, Dipl.-Ing. in Mannheim. Mit 73 Figuren. Nr. 2.
- Kamerun. Die deutschen Kolonien I: Togo und Kamerun von Prof. Dr. Karl Dove. Mit 16 Tafeln und einer lithogr. Karte. Nr. 441.
- Kampf um besetzte Stellungen, seine Formen und Grundsätze von Major Tiersch, Kommandeur des Kurhessisch. Pionier-Bat. Nr. 11. Nr. 732.
- Kampfformen u. Kampfweise der Infanterie von Helm, Oberstleutnant beim Stabe des 5. Westpreussischen Infanterie-Regiments Nr. 148 in Bromberg. Mit 15 Abbildgn. Nr. 712.

- Kanal- und Schleusenbau** von Regierungsbaumeister Otto Kappold in Stuttgart. Mit 78 Abb. Nr. 585.
- Kant, Immanuel.** (Geschichte d. Philosophie Bd. 5) v. Dr. Bruno Bauch, Prof. a. d. Univ. Jena. Nr. 536.
- Kartell u. Trutz** v. Dr. S. Tschierschky in Düsseldorf. Nr. 522.
- Kartenkunde** von Dr. M. Groll, Kartograph i. Berlin. 2 Bändchen. I: Die Projektionen. Mit 56 Fig. Nr. 30.
- II: Der Karteninhalt u. das Messen auf Karten. Mit 39 Fig. Nr. 599.
- Kartographische Aufnahmen** u. geograph. Ortsbestimmung auf Reisen von Dr.-Ing. R. Hugershoff, Prof. an der Forstakademie zu Tharandt. Mit 73 Figuren. Nr. 607.
- Katholischen Kirche, Geschichte der, von der Mitte des 18. Jahrh. bis zum Vatikanischen Konzil** von Geh. Kon.-Rat Fr. D. Mirbt i. Göttingen. Nr. 700.
- Kaufmännische Rechtskunde. I:** Das Wechselwesen v. Rechtsanwalt Dr. Rud. Mothes in Leipzig. Nr. 103.
- II: Der Handelsstand v. Rechtsanw. Dr. jur. B. Springer, Leipzig. Nr. 545.
- Kaufmännisches Rechnen** von Prof. Richard Just, Oberlehrer a. d. Öffentl. Handelslehranstalt d. Dresdener Kaufmannschaft. I. II. III. Nr. 139, 140, 187.
- Reilschrift, Die,** von Dr. Bruno Reifner, o. Professor a. d. Universität Breslau. Mit 6 Abbildungen. Nr. 708.
- Keramische Industrie. Die Industrie der Silikate, der künstlichen Bausteine und des Mörtels** von Dr. Gust. Kauter. I: Glas- u. keram. Industrie. Mit 12 Taf. Nr. 233.
- Kerzenfabrikation. Die Seifenfabrikation, die Seifenanalyse und die Kerzenfabrikation** von Dr. Karl Braun in Berlin. (Die Fetze u. Ole II.) Mit 25 Abb. Nr. 336.
- Kiautschou. Die deutschen Kolonien II: Das Südseegebiet und Kiautschou** v. Prof. Dr. R. Dove. Mit 16 Taf. u. 1 lithogr. Karte. Nr. 520.
- Kinderrecht u. Rinderschutz** von Assessor H. E. Wendel in Grünwald. Nr. 693.
- Kinematik** von Dipl.-Ing. Hans Volster, Assist. a. d. Kgl. Techn. Hochschule Dresden. Nr. 76 Abb. Nr. 584.
- Kirchenrecht** v. Dr. E. Sehling, ord. Prof. d. Rechte in Erlangen. Nr. 377
- Klima und Leben (Bioöklimatologie)** von Dr. Wilh. H. Ehardt, Assist. an der öffentl. Wetterdienststelle in Weilburg. Nr. 629.
- Klimafunde I: Allgemeine Klimalehre** von Prof. Dr. B. Köppen, Meteorologe der Seewarte Hamburg. Mit 7 Taf. u. 2 Figuren. Nr. 114.
- Kolonialgeschichte** von Dr. Dietrich Schäfer, Professor der Geschichte an der Universität Berlin. Nr. 156.
- Kolonialrecht, Deutsches,** von Prof. Dr. H. Eder von Hoffmann, Studien- direktor d. Akademie für kommunale Verwaltung in Düsseldorf. Nr. 318.
- Kometen. Astronomie. Größe, Bewegung u. Entfernung d. Himmelskörper** v. A. F. Möbius, neu bearb. v. Dr. Herm. Kobold, Prof. an der Univ. Kiel. II: Kometen, Meteore u. das Sternsystem. Mit 15 Fig. u. 2 Sternkarten. Nr. 529.
- Kommunale Wirtschaftspflege** von Dr. Alfons Rieß, Magistratsassessor in Berlin. Nr. 534.
- Kompositionslehre. Musikalische Formenlehre** v. Steph. Krehl. I. II. III. viel. Notenbeispiel. Nr. 149, 150.
- Kontrapunkt. Die Lehre von der selbständigen Stimmführung** v. Steph. Krehl in Leipzig. Nr. 390.
- Kontrollwesen, Das agrifulturchemische,** von Dr. Paul Kirche in Leopoldshall-Stahfurt. Nr. 304.
- Koordinatensysteme** v. Paul B. Fischer, Oberl. a. d. Oberrealschule zu Groß-Lichterfelde. Mit 8 Fig. Nr. 507.
- Körper, Der menschliche, sein Bau und seine Tätigkeiten** von E. Rehm- mann, Oberchulr. i. Karlsruhe. Mit Gesundheitslehre von Dr. med. H. Seiler. Nr. 47 Abb. u. 1 Taf. Nr. 18.
- Kostenanschlag** siehe: Veranschlagen.
- Kredit- und Bankwesen** von Geh. Ober- regierungsrat Wilhelm Lexis, Prof. an der Univ. Göttingen. Nr. 733.
- Kriegsschiffbau. Die Entwicklung des Kriegsschiffbaues vom Altertum bis zur Neuzeit.** Von Tjard Schwarz, Geh. Marinebaurat u. Schiffbau- Direktor. I. Teil: Das Zeitalter der Ruder- schiffe u. der Segelschiffe s. d. Kriegsführung zur See vom Alter- tum bis 1840. Mit 32 Abb. Nr. 471.
- II. Teil: Das Zeitalt. der Damp- f- schiffe s. d. Kriegsführ. z. See v. 1840 bis zur Neuzeit. Mit 81 Abb. Nr. 472

- Kriegswesen, Geschichte des**, von Dr. Emil Daniels in Berlin. I: Das antike Kriegswesen. Nr. 488.
 — II: Das mittelalterliche Kriegswesen. Nr. 498.
 — III: Das Kriegswesen der Neuzeit. Erster Teil. Nr. 518.
 — IV: Das Kriegswesen der Neuzeit. Zweiter Teil. Nr. 537.
 — V: Das Kriegswesen der Neuzeit. Dritter Teil. Nr. 568.
 — VI: Das Kriegswesen der Neuzeit. Vierter Teil. Nr. 670.
 — VII: Das Kriegswesen der Neuzeit. Fünfter Teil. Nr. 671.
- Kristallographie** v. Dr. W. Bruhns, Prof. a. d. Bergakademie Clausthal. Mit 190 Abbild. Nr. 210.
- Kristalloptik, Einführung in die**, von Dr. Eberhard Buchwald i. München. Mit 124 Abbildungen. Nr. 619.
- Kudrun und Dietrichen**. Mit Einleitung und Wörterbuch von Dr. D. L. Piriczek, Professor an der Universität Würzburg. Nr. 10.
- Kultur, Die, der Renaissance**. Gesittung, Forschung, Dichtung v. Dr. Robert F. Arnold, Professor an der Universität Wien. Nr. 189.
- Kulturgeschichte, Deutsche**, von Dr. Reinh. Günther. Nr. 56.
- Kurvendiskussion. Algebraische Kurven** von C. Beutel, Oberreallehrer in Balingen-Enz. I: Kurvendiskussion. Mit 57 Fig. im Text. Nr. 435.
- Kurzschrift** siehe: Stenographie.
- Küstenartillerie. Die Entwicklung der Schiffs- und Küstenartillerie bis zur Gegenwart** v. Korvettenkapitän Duning. Mit Abb. u. Tab. Nr. 606.
- Lacke. Harze, Lacke, Firnisse** von Dr. Karl Braun in Berlin. (Die Fette und Ole III.) Nr. 337.
- Lagerhäuser. Industrielle und gewerbliche Bauten.** (Speicher, Lagerhäuser u. Fabriken) von Architekt F. Salamann, Düsseldorf. I: Allgem. über Anlage u. Konstrukt. d. industr. u. gewerbli. Bauten. Nr. 511.
 — II: Speicher u. Lagerhäuser. Mit 123 Fig. Nr. 512.
- Länder- und Völkernamen** von Dr. Rud. Kleinpaul in Leipzig. Nr. 478.
- Landstraßenbau** von Kgl. Oberlehrer A. Liebmann, Betriebsdirekt. a. D. i. Magdeburg. Mit 44 Fig. Nr. 598.
- Landwirtschaftliche Betriebslehre** v. E. Langenbed in Groß-Lichterfelde. Nr. 227.
- Landwirtschaftlichen Maschinen, Die**, von Karl Waltherr, Diplom.-Ing. in Mannheim. 3 Bändchen. Mit vielen Abbildgn. Nr. 407—409.
- Lateinische Grammatik. Grundriß der latein. Sprachlehre** v. Prof. Dr. W. Votsch in Magdeburg. Nr. 82.
- Sprache. Geschichte der lateinischen Sprache** v. Dr. Friedr. Stolz, Prof. an d. Univ. Innsbruck. Nr. 492.
- Lateinisches Lesebuch für Oberrealschulen und zum Selbststudium** enthaltend: Cäsars Kämpfe mit den Germanen und den zweiten Punischen Krieg von Professor Lic. theol. Johannes Hillmann, Oberlehrer an der Klinger-Oberrealschule in Frankfurt a. M. Mit Vokabular. Nr. 713.
- Laubhölzer, Die.** Kurzgefaßte Beschreibung der in Mitteleuropa einheimischen Bäume und Sträucher, sowie der wichtigeren in Gärten gezogenen Laubholzpflanzen von Dr. F. W. Neger, Professor an der Kgl. Forstakademie Tharandt. Mit 74 Textabbildgn. und 6 Tabellen. Nr. 718.
- Leuchtgasfabrikation, Die Nebenprodukte der**, von Dr. phil. R. R. Lange, Diplom.-Ingenieur. Mit 13 Figuren. Nr. 661.
- Licht. Theoretische Physik II. Teil: Licht und Wärme.** Von Dr. Gust. Jäger, Prof. an der Techn. Hochschule in Wien. Nr. 47 Abb. Nr. 77.
- Logarithmen. Vierstellige Tafeln und Gegendafeln für logarithmisches u. trigonometrisches Rechnen in zwei Farben zusammengestellt** von Dr. Herm. Schubert, Prof. an der Lehrerschule des Johanneums in Hamburg. Neue Ausgabe v. Dr. Robert Gaußner, Prof. an der Universität Jena. Nr. 81.
- Fünfstellige**, von Professor August Adler, Direktor der k. k. Staatsoberrealschule in Wien. Nr. 423.
- Logik. Psychologie und Logik zur Einführung in die Philosophie** von Professor Dr. Th. Eisenhans. Mit 13 Figuren. Nr. 14.
- Lokomotiven. Eisenbahnfahrzeuge** von G. Hinzenhal. I: Die Lokomotiven Mit 89 Abb. im Text u. 2 Tafeln. Nr. 107.

- Lothringen. Geschichte Lothringens** von Dr. Herm. Derichsweiler, Geh. Regierungsrat in Straßburg. Nr. 6.
- **Landeskunde v. Elsaß-Lothringen** v. Prof. Dr. R. Langenbed in Straßburg i. E. Mit 11 Abb. u. 1 Karte. Nr. 215.
- Lötrohrprobierkunde. Qualitative Analyse mit Hilfe des Lötrohrs** u. Dr. Mart. Henglein in Freiberg i. Sa. Mit 10 Figuren. Nr. 483.
- Lübeck. Landeskunde d. Großherzogtümer Mecklenburg u. der Freien u. Hansestadt Lübeck** v. Dr. Sebald Schwarz, Direktor der Realschule zum Dom in Lübeck. Mit 17 Abbildungen und Karten im Text und 1 lithographischen Karte. Nr. 487.
- Zuftelektrizität** von Dr. Karl Kähler, wissenschaftlichem Hilfsarbeiter am Königl. Preuß. Meteorologisch-Magnetischen Observatorium in Potsdam. Mit 18 Abb. Nr. 649.
- Zufsalzpete.** Seine Gewinnung durch den elektrischen Flammenbogen von Dr. G. Brion, Prof. an der Kgl. Bergakademie in Freiberg. Mit 50 Figuren. Nr. 616.
- Zuft- und Meeresströmungen** von Dr. Franz Schulze, Direktor der Navigationschule zu Lübeck. Mit 27 Abbildungen und Tafeln. Nr. 551.
- Lüftung. Heizung und Lüftung** von Ing. Johannes Rörting in Düsseldorf. I: Das Wesen und die Berechnung d. Heizungs- u. Lüftungsanlagen. Mit 34 Fig. Nr. 342.
- II: Die Ausführung der Heizungs- und Lüftungsanlagen. Mit 191 Figuren. Nr. 343.
- Luther, Martin, und Thom. Murner.** Ausgewählt und mit Einleitungen u. Anmerkungen versehen v. Prof. G. Berlit, Oberlehrer am Nikolai-Gymnasium zu Leipzig. Nr. 7.
- Magnetismus. Theoretische Physik III. Teil: Elektrizität u. Magnetismus.** Von Dr. Gustav Jäger, Prof. an der Technischen Hochschule Wien. Mit 33 Abbildungen. Nr. 78.
- Mälzerei. Brauereiwesen I: Mälzerei** von Dr. B. Deverhoff, Direktor d. Öffentlichen und 1. Sächf. Versuchstation für Brauerei und Mälzerei, sowie der Brauer- und Mälzerschule zu Grimma. Nr. 303.
- Märkte und Markthallen für Lebensmittel** von Richard Schachner, Städt. Baurat in München. I: Zweck und Bedeutung von Märkten u. Markthallen, ihre Anlage u. Ausgestaltung. II: Markthallenbauten. Mit zahlr. Abb. Nr. 719 u. 720.
- Maschinenbau, Die Kalkulation im** v. Ing. S. Bethmann, Doz. a. Techn. Altenburg. Mit 63 Abb. Nr. 486.
- **Die Materialien des Maschinenbaues und der Elektrotechnik** von Ingenieur Prof. Hermann Wilda. Mit 3 Abbildungen. Nr. 476.
- Maschinenelemente, Die.** Kurzgefaßtes Lehrbuch mit Beispielen für das Selbststudium u. d. praktischen Gebrauch von Fr. Barth, Oberingen. in Nürnberg. Mit 86 Fig. Nr. 3.
- Maschinenzeichnen, Praktisches,** von Obering. Rich. Schiffner in Warmbrunn. I: Grundbegriffe, Einfache Maschinenteile bis zu den Kuppelungen. Mit 60 Tafeln. Nr. 589.
- II: Lager, Riemen u. Seilscheiben, Zahnräder, Kolbenpumpe. Mit 51 Tafeln. Nr. 590.
- Maschanalyse** von Dr. Otto Köhm in Darmstadt. Mit 14 Fig. Nr. 221.
- Maß-, Münz- und Gewichtswesen** von Dr. August Blind, Professor an der Handelsschule in Köln. Nr. 283.
- Materialprüfungswesen. Einführung** in die moderne Technik d. Materialprüfung v. R. Memmler, Dipl.-Ing., ständ. Mitarbeiter a. Kgl. Materialprüfungsamte zu Gr.-Lichterfelde. I: Materialeigenschaften. — Festigkeitsversuche. — Hilfsmittel f. Festigkeitsversuche. Mit 58 Fig. Nr. 311.
- II: Metallprüfung und Prüfung v. Hilfsmaterialien des Maschinenbaues. — Baumaterialprüfung. — Papierprüfung. — Schmiermittelprüfung. — Einiges über Metallographie. Mit 31 Fig. Nr. 312.
- Mathematische Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik,** enthaltend die wichtigsten Formeln u. Lehrsätze d. Arithmetik, Algebra, algebraischen Analysis, ebenen Geometrie, Stereometrie, ebenen und sphärischen Trigonometrie, math. Geographie, analyt. Geometrie der Ebene und des Raumes, der Differential- u. Integralrechnung. V. Th. Bürklen, Prof. am Kgl. Realgymn. in Schw.-Gmünd. M. 18 Fig. Nr. 51.

- Mathematik, Geschichte der,** von Dr. A. Sturm, Prof. am Obergymnasium in Seitenstetten. Nr. 226.
- Maurer- und Steinhauerarbeiten** von Prof. Dr. phil. und Dr.-Ing. Ed. Schmitt in Darmstadt. 3 Bändchen. Mit vielen Abbild. Nr. 419—421.
- Mechanik. Theoret. Physik I. Teil: Mechanik und Akustik.** Von Dr. Gust. Jäger, Prof. an der Technischen Hochschule in Wien. Mit 19 Abbildungen. Nr. 76.
- Mechanische Technologie** von Geh. Hofrat Professor A. Lübdke in Braunschweig. 2 Bändchen. Nr. 340, 341.
- Mecklenburg. Landeskunde d. Großherzogtümer Mecklenburg u. der Freien u. Hansestadt Lübeck** von Dr. Gebald Schwarz, Direktor der Realschule zum Dom in Lübeck. Mit 17 Abbild. im Text, 16 Taf. und 1 Karte in Lithographie. Nr. 487.
- Mecklenburgische Geschichte** von Oberlehrer Otto Witten in Neubrandenburg i. M. Nr. 610.
- Medizin, Geschichte der,** von Dr. med. et phil. Paul Diepgen, Privatdozent für Geschichte der Medizin in Freiburg i. Br. I: Altertum. Nr. 679.
- Meereskunde, Physische,** von Prof. Dr. Gerhard Schott, Abteilungsleiter bei d. Deutschen Seewarte in Hamburg. Mit 39 Abbildungen im Text und 8 Tafeln. Nr. 112.
- Meeresströmungen. Luft- u. Meeresströmungen** v. Dr. Franz Schulze, Dir. d. Navigationschule zu Lübeck. Mit 27 Abb. u. Tafeln. Nr. 551.
- Meliorationen** v. Baurat Otto Faußer in Ellwangen. 2 Bdchen. Mit vielen Fig. Nr. 691/92.
- Menschliche Körper, Der, sein Bau u. seine Tätigkeiten** von C. Rebmann, Oberschulrat in Karlsruhe. Mit Gesundheitslehre v. Dr. med. S. Seiler. Mit 47 Abb. u. 1 Tafel. Nr. 18.
- Metallographie.** Kurze, gemeinschaftliche Darstellung der Lehre von den Metallen u. ihren Legierungen unter besond. Berücksichtigung der Metallmikroskopie v. Prof. E. Feyn u. Prof. O. Bauer a. Kgl. Materialprüfungsamt (Gr.-Lichterfelde) d. K. Techn. Hochschule zu Berlin. I: Allgem. Teil. Mit 45 Abb. im Text und 5 Lichtbildern auf 3 Tafeln. Nr. 432.
- Metallographie. II: Spez. Teil.** Mit 49 Abb. im Text und 37 Lichtbildern auf 19 Tafeln. Nr. 433.
- Metallurgie** von Dr. August Geiß in Kristiansand (Norwegen). I. II. Mit 21 Figuren. Nr. 313, 314.
- Meteore. Astronomie. Größe, Bewegung u. Entfernung der Himmelskörper** von A. F. Möbius, neu bearbeitet von Dr. Herm. Kobold, Prof. a. d. Univ. Kiel. II: Kometen, Meteore u. das Sternensystem. Mit 15 Fig. u. 2 Sternkarten. Nr. 529.
- Meteorologie** v. Dr. W. Trabert, Prof. an der Universität Wien. Mit 49 Abbild. u. 7 Tafeln. Nr. 54.
- Militärische Bauten v. Ag.-Baumstr. R. Lang** i. Stuttgart. M. 59 Abb. Nr. 626.
- Militärstrafrecht, Deutsches,** v. Dr. Max Ernst Mayer, Prof. an d. Univ. Straßburg i. E. 2 Bde. Nr. 371, 372.
- Mineralogie** von Geheimerr Bergrat Dr. R. Brauns, Prof. an d. Univ. Bonn. Mit 132 Abbild. Nr. 29.
- Minnesang und Spruchdichtung.** Walthar von der Vogelweide mit Auswahl aus Minnesang und Spruchdichtung. Mit Anmerkungen u. einem Wörterb. von D. Günther, Prof. an d. Oberrealschule u. an d. Techn. Hochschule i. Stuttgart. Nr. 23.
- Mittelhochdeutsche Dichtungen aus mittelhochdeutscher Frühzeit.** In Auswahl mit Einleitg. u. Wörterbuch herausgeg. von Dr. Hermann Janßen, Dir. d. Königin Luise-Schule i. Königsberg i. Pr. Nr. 137.
- Mittelhochdeutsche Grammatik. Der Nibelunge Nôt in Auswahl und mittelhochdeutsche Grammatik** mit kurz. Wörterb. v. Dr. W. Goltzer, Prof. a. d. Univ. Rostock. Nr. 1.
- Moose** siehe: Algen, Moose und Farnepflanzen.
- Morgenland. Geschichte des alten Morgenlandes** v. Dr. Fr. Hommel, Prof. an d. Universität München. Mit 9 Bildern u. 1 Karte. Nr. 43.
- Morphologie und Organographie der Pflanzen** v. Prof. Dr. M. Nordhausen in Kiel. M. 123 Abb. Nr. 141.
- Mörtel. Die Industrie d. künstlichen Bausteine und des Mörtels** von Dr. G. Rauter in Charlottenburg. Mit 12 Tafeln. Nr. 234.
- Mundarten, Die deutschen,** von Prof. Dr. S. Reis in Mainz. Nr. 605.

Mundarten, Plattdeutsche, von Dr. Subert Grimme, Professor an der Univ. Münch. i. W. Nr. 461.

Münzwesen. Maß-, Münz- und Gewichtswesen von Dr. Aug. Wind, Prof. a. d. Handelsschule in Köln. Nr. 283.

Murner, Thomas. Martin Luther u. Thomas Murner. Ausgewählt u. m. Einleitungen u. Anmerk. versehen von Prof. G. Berlit, Oberlehrer am Nikolaigymnas. zu Leipzig. Nr. 7.

Musik, Geschichte der alten und mittelalterlichen, v. Dr. A. Wöhler in Steinhaußen. 2 Bdch. Mit zahlr. Abb. u. Musikbeil. Nr. 121 u. 347.

Musikalische Akustik von Professor Dr. Karl L. Schäfer in Berlin. Mit 36 Abbildungen. Nr. 21.

Musikal. Formenlehre (Kompositionslehre) von Stephan Krehl. I. II. Mit viel. Notenbeisp. Nr. 149, 150.

Musikästhetik von Dr. Karl Grunsky in Stuttgart. Nr. 344.

Musikgeschichte des 17. Jahrhunderts v. Dr. Karl Grunsky i. Stuttgart. Nr. 239.

Musikgeschichte des 18. Jahrhunderts von Dr. Karl Grunsky in Stuttgart. I. II. Nr. 710, 725.

Musikgeschichte seit Beginn des 19. Jahrhunderts v. Dr. K. Grunsky in Stuttgart. I. II. Nr. 164, 165.

Musiklehre, Allgemeine, von Stephan Krehl in Leipzig. Nr. 220.

Nadelhölzer, Die, von Dr. F. W. Neger, Prof. an der Königl. Forstakademie zu Tharandt. Mit 85 Abbildungen, 5 Tabellen und 3 Karten. Nr. 355.

Nahrungsmittel. Ernährung u. Nahrungsmittel v. Oberstabsarzt Prof. H. Bischoff in Berlin. Mit 4 Abbildungen. Nr. 464.

Nautik. Kurzer Abriss d. täglich an Bord von Handelsschiffen angew. Teils d. Schiffahrtskunde. Von Dr. Franz Schulze, Dir. d. Navigationschule zu Lübeck. Mit 56 Abbildgn. Nr. 84.

Neuenglische Laut- und Formenlehre von Dr. Eilert Ehwall, Prof. an der Univ. Lund. Nr. 735.

Neugriechisches Lesebuch (Schrift- und Volkssprache) mit Glossar, gesammelt und erläutert von Dr. Johannes C. Kalitschunakis, Dozent am Orient. Sem. der Univ. in Berlin. Nr. 726.

Neugriechisch-deutsches Gesprächsbuch mit besond. Berücksichtigung d. Umgangssprache v. Dr. Johannes Kalitschunakis, Doz. am Seminar für orient. Sprache in Berlin. Nr. 587.

Neunzehntes Jahrhundert. Geschichte des 19. Jahrhunderts von Oskar Jäger, o. Honoratprof. a. d. Univ. Bonn. 1. Bdch.: 1800—1852. Nr. 216.

— 2. Bändchen: 1853 bis Ende des Jahrhunderts. Nr. 217.

Neutestamentliche Zeitgeschichte von Lic. Dr. W. Staerk, Prof. a. d. Univ. in Jena. I: Der historische u. kulturgeschichtl. Hintergrund d. Christentums. W. 3 Karten. Nr. 325.

— II: Die Religion d. Judentums im Zeitalter des Hellenismus und der Römerherrschaft. Mit 1 Planskizze. Nr. 326.

Nibelunge Nöt, Der, in Auswahl und mittelhochdeutsche Grammatik mit kurzem Wörterb. v. Dr. W. Golther, Prof. an der Univ. Rostock. Nr. 1.

Nordamerikanische Literatur, Geschichte der, von Dr. Leon Kellner, Prof. an der Univ. Czernowit. 2 Bdchen. Nr. 685/86.

Nordische Literaturgeschichte I: Die isländ. u. norweg. Literatur des Mittelalters v. Dr. W. Golther, Prof. an der Universität Rostock. Nr. 254.

Nußpflanzen von Prof. Dr. F. Behrens, Vorst. d. Großherzogl. landwirtschaftl. Versuchsanst. Augstenberg. Mit 53 Figuren. Nr. 123.

Öle. Die Fette u. Öle sowie d. Seifen- u. Kerzenfabrikation u. d. Harze, Laste, Firnisse mit ihren wichtigsten Hilfsstoffen von Dr. Karl Braun in Berlin. I: Einführung in d. Chemie, Besprechung einiger Salze u. der Fette und Öle. Nr. 335.

Öle und Nächststoffe, Atherische, von Dr. F. Kochussen in Mültig. Mit 9 Abbildungen. Nr. 446.

Optik. Einführung in d. geometrische Optik von Dr. W. Hinrichs in Wilmerdorf-Berlin. Nr. 532.

Orientalische Literaturen. Die Hauptliteraturen des Orients von Dr. M. Haberlandt, Privatdoz. an d. Universität Wien. I: Die Literaturen Ostasiens und Indiens. Nr. 162.

— II: Die Literaturen der Perser, Semiten und Türken. Nr. 163.

- Orientalische Literaturen.** Die christlichen Literaturen des Orients von Dr. Ant. Baumstark. I: Einleitung. — Das christl.-aramäische u. d. kopt. Schrifttum. Nr. 527.
- II: Das christlich-arabische und das äthiopische Schrifttum. — Das christliche Schrifttum der Armenier und Georgier. Nr. 528.
- Ortsnamen im Deutschen, Die, ihre Entwicklung u. ihre Herkunft** von Dr. Rudolf Kleinpaul in Leipzig-Gohlis. Nr. 573.
- Ostafrika. Die deutschen Kolonien III: Ostafrika** von Prof. Dr. R. Dove. Mit 16 Taf. u. 1 lithogr. Karte. Nr. 567.
- Österreich. Österreichische Geschichte** von Prof. Dr. Franz v. Kroneg, neu bearb. von Dr. Karl Uhlirz, Prof. a. d. Univ. Graz. I: Von d. Urzeit b. z. Tode König Albrechts II. (1439). Mit 11 Stammtaf. Nr. 104.
- II: Vom Tode König Albrechts II. bis z. Westf. Frieden (1440—1648). Mit 3 Stammtafeln. Nr. 105.
- **Landeskunde v. Österreich-Ungarn** von Dr. Alfred Grund, Prof. an d. Universität Prag. Mit 10 Textillustrationen u. 1 Karte. Nr. 244.
- Ovidius Naso, Die Metamorphosen** des. In Auswahl mit einer Einleit. u. Anmerk. herausgeg. v. Dr. Jul. Ziehen in Frankfurt a. M. Nr. 442.
- Pädagogik im Grundriß** von Professor Dr. W. Rein, Direktor d. Pädagog. Seminars a. d. Univ. Jena. Nr. 12.
- **Geschichte der, von Oberlehrer Dr. S. Weimer in Wiesbaden.** Nr. 145.
- Palaogeographie. Geolog. Geschichte der Meere und Festländer** von Dr. Franz Kossmat in Wien. Mit 6 Karten. Nr. 406.
- Palaoklimatologie** von Dr. Wilh. R. Eardt i. Weilburg (Lahn). Nr. 482.
- Palaontologie** von Dr. Rud. Hoernes, Professor an der Universität Graz. Mit 87 Abbildungen. Nr. 95.
- Palaontologie und Abstammungslehre** von Dr. Karl Diener, Prof. an der Univerf. Wien. Mit 9 Abbildungen. Nr. 460.
- Palästina. Landes- und Volkskunde Palästinas** von Lic. Dr. Gustav Hölscher in Halle. Mit 8 Vollbildern und 1 Karte. Nr. 345.
- Parallelperspektive. Rechtwinklige u. schiefwinklige Azonometrie** v. Prof. J. Wunderlin in Münster. Mit 121 Figuren. Nr. 260.
- Personennamen, Die deutschen, v. Dr. Rud. Kleinpaul** in Leipzig. Nr. 422.
- Peru. Die Corbillerenstaaten** von Dr. Wilhelm Sievers, Prof. an der Universität Gießen. I: Einleitung, Bolivia und Peru. Mit 16 Tafeln u. 1 lith. Karte. Nr. 652.
- Petrographie** v. Dr. W. Bruhns, Prof. an der Bergakademie Clausthal. Mit 15 Abbildungen. Nr. 173.
- Pflanze, Die, ihr Bau und ihr Leben** von Prof. Dr. E. Dennert. Mit 96 Abbildungen. Nr. 44.
- von Geh. Hofr. Prof. Dr. Wolf Hansen in Gießen. Mit zahlr. Abb. Nr. 742.
- Pflanzenbaulehre. Ackerbau- und Pflanzenbaulehre** von Dr. Paul Rippert in Essen u. Ernst Langenbeck in Groß-Lichterfelde. Nr. 232.
- Pflanzenbiologie** v. Dr. W. Rigula, Professor an d. Forstakademie Eisenach. I: Allgemeine Biologie. Mit 43 Abbildungen. Nr. 127.
- Pflanzenernährung. Agrilkulturchemie I: Pflanzenernährung** v. Dr. Karl Grauer. Nr. 329.
- Pflanzengeographie** v. Prof. Dr. Ludw. Diels in Marburg (Hessen). Nr. 389.
- Pflanzenkrankheiten** von Dr. Berner Friedr. Bruch, Privatdoz. i. Gießen. Mit 1 farb. Taf. u. 45 Abb. Nr. 310.
- Pflanzenmorphologie. Morphologie u. Organographie d. Pflanzen** von Prof. Dr. R. Nordhausen in Kiel. Mit 123 Abbildungen. Nr. 141.
- Pflanzenphysiologie** von Dr. Wolf Hansen, Prof. an der Universität Gießen. Mit 43 Abbild. Nr. 591.
- Pflanzenreichs, Die Stämme des, von Privatdoz. Dr. Rob. Pilger, Rustos am Kgl. Botan. Garten in Berlin-Dahlem.** Mit 22 Abb. Nr. 485.
- Pflanzenwelt, Die, der Gewässer** von Dr. W. Rigula, Prof. a. d. Forstak. Eisenach. Mit 50 Abb. Nr. 158.
- Pflanzenzellelehre. Zellelehre und Anatomie der Pflanzen** von Prof. Dr. S. Wiehe in Leipzig. Mit 79 Abbildungen. Nr. 556.
- Pharmakognosie.** Von Apotheker F. Schmitthenner, Assist. a. Botan. Institut d. Techn. Hochschule Karlsruhe. Nr. 251.

Pharmazeutische Chemie von Privatdozent Dr. E. Mannheim in Bonn. 4 Bändchen. Nr. 543/44, 588, 682.

Philologie, Geschichte d. Klassischen, v. Dr. Wilh. Kroll, ord. Prof. a. d. Univ. Münster in Westf. Nr. 367.

Philosophie, Einführung in die, von Dr. Max Wentker, Professor an der Universität Bonn. Nr. 281.

Philosophie, Geschichte d., IV: Neuere Philosophie bis Kant von Dr. B. Bauch, Professor an der Universität Jena. Nr. 394.

— **V: Immanuel Kant** von Dr. Bruno Bauch, Professor an d. Universität Jena. Nr. 536.

— **VI: Die Philosophie im ersten Drittel des 19. Jahrhunderts** von Arthur Drews, Prof. der Philosophie an der Techn. Hochschule in Karlsruhe. Nr. 571.

— **VII: Die Philosophie im zweiten Drittel des 19. Jahrhunderts** von Arthur Drews, Prof. der Philosophie an der Techn. Hochschule in Karlsruhe. Nr. 709.

— **Hauptprobleme der**, v. Dr. Georg Simmel, Professor an der Universität Berlin. Nr. 500.

— **Psychologie und Logik zur Einf. in d. Philosophie** von Prof. Dr. Th. Efenhans. Mit 13 Fig. Nr. 14.

Photogrammetrie und Stereophotogrammetrie von Professor Dr. Hans Dod in Mähr.-Weißkirchen. Mit 59 Abbildgn. Nr. 699.

Photographie, Die. Von S. Kessler, Prof. an d. k. k. Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt in Wien. Mit 3 Taf. und 42 Abbild. Nr. 94.

Physik, Theoretische, von Dr. Gustav Säger, Prof. der Physik a. d. Techn. Hochschule i. Wien. I. Teil: Mechanik und Akustik. Mit 24 Abb. Nr. 76.

— **II. Teil: Licht u. Wärme**. Mit 47 Abbildungen. Nr. 77.

— **III. Teil: Elektrizität u. Magnetismus**. Mit 33 Abt. Nr. 78.

— **IV. Teil: Elektromagnet. Lichttheorie und Elektronik**. Nr. 21 Fig. Nr. 374.

Physik, Geschichte, der, von Prof. A. Rißner in Wertheim a. M. I: Die Physik bis Newton. Mit 13 Fig. Nr. 293.

Physik, Geschichte, der, von Prof. A. Rißner in Wertheim a. M. II: Die Physik von Newton bis z. Gegenwart. Mit 3 Fig. Nr. 294.

Physikalisch-Chemische Rechenaufgaben von Prof. Dr. R. Wegg und Privatdozent Dr. D. Sadur, beide an der Univ. Breslau. Nr. 445.

Physikalische Aufgabensammlung von G. Mahler, Prof. der Mathematik u. Physik am Gymnasium in Ulm. Mit den Resultaten. Nr. 243.

— **Formelsammlung** von G. Mahler, Professor am Gymnasium in Ulm. Mit 65 Figuren. Nr. 136.

— **Messungsmethoden** von Dr. Wilh. Bahrdt, Oberlehrer an der Oberrealschule in Groß-Lichterfelde. Mit 49 Figuren. Nr. 301.

— **Tabellen** v. Dr. A. Leid, Oberlehrer an der Comeniuschule zu Berlin-Schöneberg. Nr. 650.

Physiologische Chemie von Dr. med. A. Legahn in Berlin. I: Assimilation. Mit 2 Tafeln. Nr. 240.

— **II: Dissimilation**. Mit 1 Taf. Nr. 241.

Physische Geographie von Dr. Siegm. Günther, Prof. an der kgl. Techn. Hochschule in München. Mit 37 Abbildungen. Nr. 26.

Physische Meereskunde von Prof. Dr. Gerh. Schott, Abteilungsdir. b. d. Deutsch. Seewarte in Hamburg. Nr. 39 Abb. im Text u. 8 Taf. Nr. 112.

Pilze, Die. Eine Einführung in die Kenntnis ihrer Formenreihen von Prof. Dr. G. Lindau in Berlin. Mit 10 Figurengruppen i. Text. Nr. 574.

Pionierdienst, Der, von Major Reichardt, Bataillonstamm. im Infant.-Regmt. „Kronprinz“ (Nr. 104) in Cheantz. Mit 166 Abb. Nr. 750.

Planetenystem, Astronomie (Größe, Bewegung u. Entfernung d. Himmelskörper) von A. F. Möbius, neu bearb. von Dr. Herm. Kobold, Prof. a. d. Univ. Kiel. I: Das Planetenystem. Mit 33 Abbild. Nr. 11.

Plankton, Das, des Meeres von Dr. G. Siasny in Wien. Mit 83 Abbildungen. Nr. 675.

Plastik, Die, des Abendlandes von Dr. Hans Stegmann, Direktor des Bayer. Nationalmuseums in München. Mit 23 Tafeln. Nr. 116.

- Plastik, Die, seit Beginn des 19. Jahrh.** hundertts von A. Heilmeyer in München. Mit 41 Vollbildern. Nr. 321.
- Plattdeutsche Mundarten** von Dr. Hub. Grimme, Professor an der Universität Münster i. W. Nr. 461.
- Poetik, Deutsche, v. Dr. R. Borinski,** Prof. a. d. Univ. München. Nr. 40.
- Polarlicht. Erdmagnetismus, Erdstrom u. Polarlicht** von Dr. A. Nippoldt, Mitglied des Kgl. Preuß. Meteorolog. Instituts zu Potsdam. Mit 7 Taf. u. 16 Figuren. Nr. 175.
- Polnische Geschichte** von Dr. Clemens Brandenburger in Posen. Nr. 338.
- Pommern. Landeskunde von Pommern** von Dr. W. Deede, Prof. an der Universität Freiburg i. B. Mit 10 Abb. und Karten im Text und 1 Karte in Lithographie. Nr. 575.
- Portugiesische Geschichte** v. Dr. Gustav Dierds in Berlin-Steglitz. Nr. 622.
- Portugiesische Literaturgeschichte** von Dr. Karl von Reinhardtstoetner, Professor an der Kgl. Techn. Hochschule München. Nr. 213.
- Posamentiererei Textil-Industrie II: Weberei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- und Gardinenfabrikation und Filzfabrikation** v. Prof. Max Gürtler, Geh. Regierungsrat im Kgl. Landesgewerbeamt zu Berlin. Mit 29 Fig. Nr. 185.
- Postrecht** von Dr. Alfred Wolke, Postinspektor in Bonn. Nr. 425.
- Presluftwerkzeuge, Die, von Diplom.-Ing. P. Jltis,** Oberlehrer an der Kgl. Techn. Schule in Straßburg. Mit 82 Figuren. Nr. 493.
- Preussische Geschichte. Brandenburgisch-Preussische Geschichte** v. Prof. Dr. W. Thamm, Direktor d. Kaiser Wilhelms-Gymnasiums in Montaubaur. Nr. 600.
- Preussisches Staatsrecht** von Dr. Frh Stier-Somlo, Prof. an der Univ. Bonn. 2 Teile. Nr. 298, 299.
- Psychiatrie, Forensische,** von Professor Dr. W. Weygandt, Dir. der Irrenanstalt Friedrichsberg in Hamburg. 2 Bändchen. Nr. 410 und 411.
- Psychologie und Logik zur Einführung** in d. Philosophie v. Prof. Dr. Th. Eisenhans. Mit 13 Fig. Nr. 14.
- Psychophysik, Grundriß** der, v. Prof. Dr. G. F. Lipps in Zürich. Mit 3 Figuren. Nr. 98.
- Pumpen, Druckwasser- und Druckluft-Anlagen.** Ein kurzer Überblick von Dipl.-Ing. Rudolf Bogdt, Regierungsbaumeister a. D. in Aachen. Mit 87 Abbildungen. Nr. 290.
- Quellenkunde d. deutschen Geschichte** von Dr. Carl Jacob, Prof. an der Universität Tübingen. 1. Band. Nr. 279.
- Radioaktivität** von Dipl.-Ing. Wihl. Frommel. Mit 21 Abb. Nr. 317.
- Rechnen, Das, in der Technik u. seine Hilfsmittel** (Rechenchieber, Rechentafeln, Rechenmaschinen usw.) von Ing. Joh. Eug. Mayer in Freiburg i. Br. Mit 30 Abbild. Nr. 405.
- **Kaufmännisches,** von Professor Richard Just, Oberlehrer an der Öffentlichen Handelslehranstalt der Dresdener Kaufmannschaft. I. II. III. Nr. 139, 140, 187.
- Recht des Bürgerlichen Gesetzbuchs.** Erstes Buch: Allg. Teil. I: Einleitung — Lehre v. d. Personen u. v. d. Sachen v. Dr. P. Dertmann, Prof. a. d. Univ. Erlangen. Nr. 447.
- — II: Erwerb u. Verlust, Geltendmachung u. Schutz der Rechte von Dr. Paul Dertmann, Professor an der Universität Erlangen. Nr. 448.
- **Zweites Buch: Schuldrecht. I. Abtheilung: Allgemeine Lehren** von Dr. Paul Dertmann, Professor an der Universität Erlangen. Nr. 323.
- — II Abt.: Die einzelnen Schuldverhältnisse v. Dr. Paul Dertmann, Prof. an der Universität Erlangen. Nr. 324.
- **Drittes Buch: Sachenrecht** von Dr. F. Kerschmar, Oberlandesgerichtsrat in Dresden. I: Allgem. Lehren. Besitz und Eigentum. Nr. 480.
- — II: Begrenzte Rechte. Nr. 481.
- **Viertes Buch: Familienrecht** von Dr. Heinrich Lise, Professor an der Universität Göttingen. Nr. 305.
- **Fünftes Buch: Erbrecht** von Dr. Wilhelm von Blume, ord. Prof. der Rechte an der Universität Tübingen u. I. Abtheilung: Einleitung. — Die Grundlagen des Erbrechts. Nr. 659.
- — II. Abtheilung: Die Nachlassbeteiligten. Mit 23 Figuren. Nr. 660.

- Recht der Versicherungsunternehmungen**, Das, von Regierungsrat a. D. Dr. jur. K. Leibl, erstem Direktor der Nürnberger Lebensversicherungsbank, früher Mitglied des kaiserlichen Aufsichtsamts für Privatversicherung. Nr. 635.
- Rechtsschutz**, Der internationale gewerbliche, von J. Neuberger, Kaiserl. Regierungsrat, Mitglied d. Kaiserl. Patentamts zu Berlin. Nr. 271.
- Rechtswissenschaft**, Einführung in die, von Dr. Theodor Sternberg in Berlin. I: Methoden- und Quellenlehre. Nr. 169.
— II: Das System. Nr. 170.
- Redelehre**, Deutsche, v. Hans Probst, Gymnasialprof. in Bamberg. Nr. 61.
- Redeschrift** siehe: Stenographie.
- Reichsfinanzen**, Die Entwicklung der, von Präsident Dr. K. van der Borcht in Berlin. Nr. 427.
- Religion**, Die Entwicklung der christlichen, innerhalb des Neuen Testaments von Professor Dr. Lic. Carl Clemen. Nr. 388.
- Religion**, Die, des Judentums im Zeitalter des Hellenismus u. der Römerherrschaft von Lic. Dr. W. Staerk (Neutestamentliche Zeitgeschichte II.) Mit einer Planstizze. Nr. 326.
- Religionen der Naturvölker**, Die, von Dr. Th. Achelis, Professor in Bremen. Nr. 449.
- Religionswissenschaft**, Abriss der vergleichenden, von Professor Dr. Th. Achelis in Bremen. Nr. 208.
- Renaissance**. Die Kultur der Renaissance. Gesittung, Forschung, Dichtung v. Dr. Robert F. Arnold, Prof. an der Universität Wien. Nr. 189.
- Reptilien**. Das Tierreich III: Reptilien und Amphibien. Von Dr. Franz Werner, Prof. a. d. Univers. Wien. Mit 48 Abb. Nr. 383.
- Rheinprovinz**, Landeskunde der, von Dr. B. Steinede, Direktor d. Realgymnasiums in Essen. Mit 9 Wbb., 3 Kärtchen und 1 Karte. Nr. 308.
- Riechstoffe**. Atherische Öle und Riechstoffe von Dr. F. Rochussen in Miltitz. Mit 9 Abb. Nr. 446.
- Roman**. Geschichte des deutschen Romans von Dr. Hellm. Mielle. Nr. 229.
- Romanische Sprachwissenschaft** von Dr. Adolf Zauner, Prof. a. d. Univ. Graz. 2 Bände. Nr. 128, 250.
- Römische Altertumskunde** von Dr. Leo Bloch in Wien. Mit 8 Vollbüchern. Nr. 45.
- Römische Geschichte** von Realgymnasial-Direktor Dr. Jul. Koch in Grunewald. 2 Bdchn. (I: Königszeit und Republik. II: Die Kaiserzeit bis zum Untergang des Weströmischen Reiches.) Nr. 19 u. 677.
- Römische Literaturgeschichte** von Dr. Herm. Joachim in Hamburg. Nr. 52.
- Römische und griechische Mythologie** von Professor Dr. Hermann Steuding, Rektor des Gymnasiums in Schneeberg. Nr. 27.
- Römische Rechtsgeschichte** von Dr. Robert von Mahr, Prof. an der Deutschen Univerf. Prag. 1. Buch: Die Zeit d. Volksrechtes. 1. Hälfte: Das öffentliche Recht. Nr. 577.
— 2. Hälfte: Das Privatrecht. Nr. 578.
— 2. Buch: Die Zeit des Amts- und Verkehrsrechtes. 1. Hälfte: Das öffentliche Recht. Nr. 645.
— 2. Hälfte: Das Privatrecht I. Nr. 646.
— 2. Hälfte: Das Privatrecht II. Nr. 647.
— 3. Buch: Die Zeit des Reichs- und Volksrechtes. Nr. 648.
— 4. Buch: Die Zeit der Orientalisierung des römischen Rechtes. Nr. 697.
- Rußland**. Russische Geschichte von Prof. Dr. W. Kees, Oberlehrer am Neuen Gymnasium in Mainz. Nr. 4.
— Landeskunde des Europäischen Rußlands nebst Finnlands von Professor Dr. A. Philippson in Halle a. S. Nr. 359.
- Russisch-deutsches Gesprächsbuch** von Dr. Erich Berneker, Professor an der Universität München. Nr. 68.
- Russische Grammatik** von Dr. Erich Berneker, Professor an der Universität München. Nr. 66.
- Russische Handelskorrespondenz** von Dr. Theodor von Kauravsky in Leipzig. Nr. 315.
- Russisches Lesebuch mit Glossar** von Dr. Erich Berneker, Professor an der Universität München. Nr. 67.

- Russische Literatur** von Dr. Erich Boehme, Lektor a. d. Handelshochschule Berlin. I. Teil: Auswahl moderner Prosa u. Poesie mit ausführlichen Anmerkungen u. Akzentbezeichnung. Nr. 403.
- II. Teil: Всеволодъ Гаршинъ, Рассказы. Mit Anmerkungen und Akzentbezeichnungen. Nr. 404.
- Russische Literaturgeschichte** von Dr. Georg Polonskij in München. Nr. 166.
- Russisches Vokabelbuch, Kleines**, von Dr. Erich Boehme, Lektor an der Handelshochschule Berlin. Nr. 475.
- Russisches Wörterbuch. Deutsch-russisches Kaufmännisches Wörterbuch** von Michael Kufhanek in Dresden. Nr. 717.
- Ruthenische Grammatik** von Dr. Stephan von Smal-Stodchj, o. d. Prof. an d. Univ. Czernowih. Nr. 680.
- Ruthenisch-deutsches Gesprächsbuch** von Dr. Stephan von Smal-Stodchj, o. d. Prof. an d. Univ. Czernowih. Nr. 681.
- Sachenrecht. Recht d. Bürgerl. Gesetzbuches. Drittes Buch: Sachenrecht** von Dr. F. Krehshmar, Oberlandesgerichtsrat i. Dresden. I: Allgemeine Lehren. Besitz u. Eigentum, — II: Begrenzte Rechte. Nr. 480. 481.
- Sachs. Hans.** Ausgewählt u. erläutert v. Prof. Dr. Julius Sahr. Nr. 24.
- Sachsen. Sächsische Geschichte** v. Prof. Otto Raemmel, Rektor d. Nikolajgymnasiums zu Leipzig. Nr. 100.
- **Landeskunde des Königreichs Sachsen** v. Dr. F. Zemmrich, Oberlehrer am Realgymnas. in Plauen. Mit 12 Abb. u. 1 Karte. Nr. 258.
- Säugetiere. Das Tierreich I: Säugetiere** von Oberstudienrat Prof. Dr. Kurt Lampert, Vorsteher des Kgl. Naturalienkabinetts in Stuttgart. Mit 15 Abbildungen. Nr. 282.
- Schaltapparate** siehe: Elektrische Schaltapparate.
- Schattenkonstruktionen** von Professor F. Vonderlinn in Münster. Mit 114 Figuren. Nr. 236.
- Schleswig-Holstein. Landeskunde von Schleswig-Holstein, Helgoland u. der freien und Hansestadt Hamburg** von Dr. Paul Hambruch, Abteilungsvorsteher am Museum für Völkerkunde in Hamburg. Mit Abb., Plänen, Profilen und 1 Karte in Lithographie. Nr. 563.
- Schiffs- und Küstenartillerie bis zur Gegenwart, Die Entwicklung der, von Korvettenkapitän Hüning.** Mit Abbild. und Tabellen. Nr. 606.
- Schleusenbau. Kanal- u. Schleusenbau** von Regierungsbaumeister Otto Kappold in Stuttgart. Mit 78 Abbildungen. Nr. 585.
- Schmalspurbahnen (Klein-, Arbeits- u. Feldbahnen)** v. Dipl.-Ing. Aug. Boshart in Nürnberg. Mit 99 Abbildungen. Nr. 524.
- Schmaroker und Schmarokerium in der Tierwelt. Erste Einführung in die tierische Schmarokerkunde** von Dr. Franz v. Wagner, a. o. Prof. a. d. Univ. Graz. Mit 67 Abb. Nr. 151.
- Schreiner-Arbeiten. Tischler- (Schreiner-) Arbeiten I: Materialien, Handwerkszeuge, Maschinen, Einzelverbindungen, Fußböden, Fenster, Fensterladen, Treppen, Aborte** von Prof. E. Viehweger, Architekt in Köln. Mit 628 Fig. auf 75 Tafeln. Nr. 502.
- Schuldrecht. Recht des Bürgerl. Gesetzbuches. Zweites Buch: Schuldrecht. I. Abteilung: Allgemeine Lehren** von Dr. Paul Dertmann. Prof. a. d. Univ. Erlangen. Nr. 323.
- II. Abteilung: Die einzelnen Schuldverhältnisse von Dr. Paul Dertmann, Professor a. d. Universität Erlangen. Nr. 324.
- Schule, die deutsche, im Auslande** von Hans Amrhein, Seminar-Oberlehrer in Rheydt. Nr. 259.
- Schulhaus. Die Baukunst des Schulhauses** von Prof. Dr.-Ing. Ernst Wetterlein in Darmstadt. I: Das Schulhaus. Mit 38 Abbild. II: Die Schulräume — Die Nebenanlagen. Mit 31 Abbild. Nr. 443 und 444.
- Schulpraxis. Methodik der Volksschule** von Dr. R. Seyfert, Seminardirektor in Bichopau. Nr. 50.
- Schweiß- und Schneidverfahren, Das autogene**, von Ingenieur Hans Niese in Kiel. Mit 30 Fig. Nr. 499.
- Schweiz. Schweizerische Geschichte** von Dr. R. Dändliker, Professor an der Universität Zürich. Nr. 188.
- **Landeskunde der Schweiz** von Prof. Dr. S. Walser in Bern. Mit 16 Abb. und 1 Karte. Nr. 398.

- Schwimmanstalten.** Öffentl. Bade- und Schwimmanstalten von Dr. Karl Wolff, Stadt-Oberbaurat in Hannover. Mit 50 Fig. Nr. 380.
- Seemacht,** Die, in der deutschen Geschichte von Wirl. Admiralitätsrat Dr. Ernst von Halle, Professor an der Universität Berlin. Nr. 370.
- Seerecht,** Das deutsche, von Dr. Otto Brandis, Oberlandesgerichtsrat in Hamburg. I: Allgemeine Lehren: Personen und Sachen des Seerechts. Nr. 386.
- II: Die einzelnen seerechtlichen Schuldverhältnisse: Verträge des Seerechts und außervertragliche Haftung. Nr. 387.
- Seifenfabrikation,** Die, die Seifenanalyse und d. Kerzenfabrikation v. Dr. Karl Braun in Berlin. (Die Fette u. Ole II.) Mit 25 Abbildgn. Nr. 336.
- Semitische Sprachwissenschaft** von Dr. C. Brockmann, Professor an der Univerf. Königsberg. Nr. 291.
- Serbokroatische Grammatik** von Dr. Vladimir Corovic, Bibliothekar des bösn.-herzegow. Landesmuseums in Sarajevo (Bosnien). Nr. 638.
- Serbokroatisches Lesebuch** mit Glossar von Dr. Vladimir Corovic, Bibliothekar des bösn.-herzegow. Landesmuseums i. Sarajevo (Bosn.). Nr. 639.
- Serbokroatisch-deutsches Gesprächsbuch** von Dr. Vladimir Corovic, Bibliothekar des bösn.-herzegow. Landesmuseums i. Sarajevo (Bosn.). Nr. 640.
- Silikate. Industrie der Silikate, der künstlichen Bausteine und des Mörtels** von Dr. Gustav Rauter in Charlottenburg. I: Glas u. keramische Industrie. M. 12 Taf. Nr. 233.
- II: Die Industrie der künstlichen Bausteine und des Mörtels. Mit 12 Tafeln. Nr. 234.
- Simplicius Simplicissimus** von Hans Jakob Christoffel v. Grimmelshausen. In Auswahl herausgeg. von Prof. Dr. F. Bobertag, Dozent an der Universität Breslau. Nr. 138.
- Skandinaviern, Landeskunde von,** (Schweden, Norwegen u. Dänemark) von Heinrich Kerp, Kreis- schulinспекtor in Kreuzburg. Mit 11 Abb. und 1 Karte. Nr. 202.
- Slavische Literaturgeschichte v. Dr. J. Karasfel** in Wien. I: Ältere Literatur bis zur Wiedergeburt. Nr. 277.
- II: Das 19. Jahrh. Nr. 278.
- Soziale Frage.** Die Entwicklung der sozialen Frage von Professor Dr. Ferdin. Tönnies. Nr. 353.
- Sozialversicherung** von Prof. Dr. Alfred Manes in Berlin. Nr. 267.
- Soziologie** von Prof. Dr. Thomas Achilles in Bremen. Nr. 101.
- Spalt- und Schleimpilze.** Eine Einführung in ihre Kenntnis von Prof. Dr. Gustav Lindau, Kustos am Kgl. Botanischen Museum und Privatdozent der Botanik an der Univ. Berlin. Mit 11 Abb. Nr. 642.
- Spanien. Spanische Geschichte** von Dr. Gustav Diercks. Nr. 266.
- **Landeskunde der Iberischen Halbinsel** v. Dr. Fritz Regel, Prof. an der Univ. Würzburg. Mit 8 Karten und 8 Abbild. im Text und 1 Karte in Farbendruck. Nr. 235.
- Spanische Handelskorrespondenz** von Dr. Alfredo Nadal de Mariejeurerna. Nr. 295.
- Spanische Literaturgeschichte v. Dr. Rud. Beer,** Wien. I. II. Nr. 167, 168.
- Speicher, Industrielle und gewerbliche Bauten** (Speicher, Lagerhäuser u. Fabriken) v. Architect Heint. Salzmann in Düsseldorf. II: Speicher u. Lagerhäuser. Mit 123 Fig. Nr. 512.
- Spinnerei. Textilindustrie I: Spinnerei und Zwirnerei** von Prof. Max Gürtler, Geh. Regierungsrat im Königl. Landesgewerbeamt zu Berlin. Mit 39 Figuren. Nr. 184.
- Spitzenfabrikation. Textilindustrie II: Weberei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- und Gardinenfabrikat. u. Filzfabrikation** von Prof. Max Gürtler, Geh. Regierungsrat im Kgl. Landesgewerbeamt zu Berlin. Mit 29 Fig. Nr. 185.
- Sportanlagen** von Dr. phil. u. Dr.-Ing. Eduard Schmitt in Darmstadt. I. Mit 78 Abbildungen. Nr. 684.
- Spruchdichtung.** Walther von der Vogelweide mit Auswahl aus Minnesang und Spruchdichtung. Mit Anmerkgn. u. einem Wörterbuch v. Otto Günther, Prof. a. d. Oberrealschule u. an der Technischen Hochschule in Stuttgart. Nr. 23.

- Staatslehre, Allgemeine**, von Dr. Hermann Rehm, Prof. a. d. Universität Straßburg i. E. Nr. 358.
- Staatsrecht, Allgemeines**, von Dr. Julius Hatjchel, Prof. d. Rechte an der Universität Göttingen. 3 Bändchen. Nr. 415—417.
- Staatsrecht, Preussisches**, von Dr. Fritz Stier-Somlo, Prof. a. d. Universität Bonn. 2 Teile. Nr. 298, 299.
- Stadtstraßenbau** von Dr. Ing. Georg Klose in Berlin. Mit 50 Abb. Nr. 740.
- Stammestunde, Deutsche**, von Dr. Rudolf Much, a. o. Prof. a. d. Univ. Wien. W. 2. Kart. u. 2 Taf. Nr. 126.
- Statik** von W. Hauber, Dipl.-Ing. 1. Teil: Die Grundlehren der Statik starrer Körper. Mit 82 Fig. Nr. 178.
- II. Teil: Angewandte Statik. Mit 61 Figuren. Nr. 179.
- Graphische, mit besond. Berücksichtigung der Einflußlinien von Kgl. Oberlehrer Dipl.-Ing. Otto Hentel in Bensburg. 2 Teile. Mit 207 Fig. Nr. 603, 695.
- Steinhauerarbeiten. Maurer- und Steinhauerarbeiten** von Prof. Dr. phil. und Dr.-Ing. Eduard Schmitt in Darmstadt. 3 Bändchen. Mit vielen Abbildungen. Nr. 419—421.
- Stellwerke. Die Kräftestellwerke der Eisenbahnen** von S. Scheibner, Kgl. Oberbaurat a. D. in Berlin. 2 Bändchen. Mit 72 Abbild. Nr. 689/90.
- Die mechanischen Stellwerke der Eisenbahnen von S. Scheibner, Kgl. Oberbaurat a. D. in Berlin. 2 Bändchen. Mit 79 Abbild. Nr. 674 u. 688.
- Stenographie. Geschichte der Stenographie** von Dr. Arthur Menz in Königsberg i. Pr. Nr. 501.
- Stenographie n. d. System v. F. X. Gabelsberger** von Dr. Albert Schramm, Museumsdirektor in Leipzig. Nr. 246.
- Die Niederschrift des Gabelsberger'schen Systems von Dr. Albert Schramm, Museumsdirektor in Leipzig. Nr. 368.
- Stenographie. Lehrbuch d. Vereinfachten Deutschen Stenographie** (Einig.-System Stolze-Schrey) nebst Schlüssel, Lesebüchen u. einem Anhang von Professor Dr. Amiel, Oberlehrer des Kadettenkorps in Lichterfelde. Nr. 86.
- Stenographie. Redeschrift. Lehrbuch d. Redeschrift d. Syst. Stolze-Schrey nebst Kürzungsbeisp., Lesebüchen, Schlüssel und einer Anleitung zur Steigerung der stenographischen Fertigkeit** von Heinrich Dröse, amtl. bad. Landtagsstenograph in Karlsruhe (B.). Nr. 494.
- Stereometrie** von Dr. E. Wefelink. Prof. an der Universität Tübingen. Mit 34 Abbildungen. Nr. 201.
- Stereometrie** von Dr. R. Glafer in Stuttgart. Mit 66 Figuren. Nr. 97.
- Sternsystem. Astronomie. Größe, Bewegung u. Entfernung d. Himmelskörper** v. A. F. Möbius, neu bearb. v. Dr. Herm. Kobold, Prof. a. d. Univerf. Kiel. II: Kometen, Meteore u. das Sternsystem. Mit 15 Fig. u. 2 Sternkarten. Nr. 529.
- Steuersysteme des Auslandes**, Die, v. Geh. Oberfinanzrat D. Schwarz in Berlin. Nr. 426.
- Stilkunde** v. Prof. Karl Otto Hartmann in Stuttgart. Mit 7 Vollbild. u. 195 Textillustrationen. Nr. 80.
- Stöchiometrische Aufgabensammlung** von Dr. Wilh. Bahrdt, Oberl. an d. Oberrealschule in Groß-Lichterfelde. Mit den Resultaten. Nr. 452.
- Straßenbahnen** von Dipl.-Ing. Aug. Boshart in Nürnberg. Mit 72 Abbildungen. Nr. 559.
- Strategie** von Löffler, Major im Kgl. Sächs. Kriegsmin. i. Dresd. Nr. 505.
- Ströme und Spannungen in Starkstromnetzen** v. Jos. Herzog, Dipl.-Elektroing. in Budapest u. Clarence Feldmann, Prof. d. Elektotechnik in Delft. Mit 68 Abb. Nr. 456.
- Südamerika. Geschichte Südamerikas** von Dr. Hermann Lufft. I: Das spanische Südamerika (Chile, Argentinien und die kleineren Staaten). Nr. 632.
- II: Das portugiesische Südamerika (Brasilien). Nr. 672.
- Südseegebiet. Die deutschen Kolonien II: Das Südseegebiet und Niua-tshou** v. Prof. Dr. R. Dove. W. 16 Taf. u. 1 lith. Karte. Nr. 520.
- Talmud. Die Entstehung des Talmuds** von Dr. S. Funf in Boskowitz. Nr. 479.
- Talmudproben** von Dr. S. Funf in Boskowitz. Nr. 583.

- Technisch-Chemische Analyse** von Dr. G. Lunge, Prof. a. d. Eidgenöss. Polytechn. Schule in Zürich. Mit 16 Abbildungen. Nr. 195.
- Technisch-chemische Rechnungen** v. Chem. S. DeGENER. Mit 4 Fig. Nr. 701.
- Technische Tabellen und Formeln** von Dr.-Ing. W. Müller, Dipl.-Ing. am Kgl. Materialprüfungsamt zu Groß-Lichterfelde. Mit 106 Figuren. Nr. 579.
- Technisches Wörterbuch**, enthaltend die wichtigsten Ausdrücke d. Maschinenbaues, Schiffbaues u. d. Elektrotechnik von Erich Krebs in Berlin.
- I. Teil: Dtsch.-Engl. Nr. 395.
 - II. Teil: Engl.-Dtsch. Nr. 396.
 - III. Teil: Dtsch.-Franz. Nr. 453.
 - IV. Teil: Franz.-Dtsch. Nr. 454.
- Technologie, Allg.chemisch.** v. Dr. Gust. Rauter in Charlottenburg. Nr. 113.
- **Mechanische**, v. Geh. Hofrat Prof. A. Lüdicke in Braunschweig. 2 Bde. Nr. 340, 341.
- Teerfarbstoffe**, Die, mit bes. Berücksichtigung der synthetisch. Methoden v. Dr. Hans Bucherer, Prof. a. d. Kgl. Techn. Hochschule, Dresd. Nr. 214.
- Telegraphenrecht** v. Postinspektor Dr. jur. Alfred Wolde in Bonn. I: Einleitung. Geschichtliche Entwicklung. Die Stellung d. deutsch. Telegraphenwesens im öffentl. Rechte, allgemeiner Teil. Nr. 509.
- II: Die Stellung d. deutsch. Telegraphenwesens im öffentl. Rechte, besonderer Teil. Das Telegraphen-Strafrecht. Rechtsverhältnis d. Telegraphie z. Publikum. Nr. 510.
- Telegraphie**, Die elektrische, v. Dr. Lud. Kellstab. Mit 19 Fig. Nr. 172.
- Testament. Die Entstehung des Alten Testaments** v. Lic. Dr. W. Staerk, Prof. a. d. Univ. Jena. Nr. 272.
- Die Entstehung des Neuen Testaments v. Prof. Lic. Dr. Carl Clemen in Bonn. Nr. 285.
- Textilindustrie. I: Spinnerei und Zwirnerei** v. Prof. Max Gürtler, Geh. Reg.-Rat im Kgl. Landesgewerbeamt, Berlin. M. 9 Fig. Nr. 184.
- II: Weberei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- und Gardinenfabrikation und Filzfabrikation v. Prof. M. Gürtler, Geh. Regierungsrat i. Kgl. Landesgewerbeamt zu Berlin. M. 29 Fig. Nr. 185.
- Textilindustrie. III: Wäscherei, Bleicherei, Färberei und ihre Hilfsstoffe** v. Dr. Wilh. Massot, Prof. a. d. Preuß. höh. Fachschule f. Textilindustr. i. Krefeld. M. 28 Fig. Nr. 186.
- Textiltechnische Untersuchungsmethoden** von Dr. Wilhelm Massot, Professor an der Färberei- u. Appreturhschule Krefeld. I: Die Mikroskopie der Textilmaterialien. Mit 92 Figuren. Nr. 673.
- Thermodynamik (Technische Wärmelehre)** v. R. Waltherr u. W. Röttinger, Dipl.-Ing. M. 54 Fig. Nr. 242.
- Thermodynamik (Technische Wärmelehre). Die thermodynamischen Grundlagen der Wärmekraft- und Kältemaschinen** von W. Röttinger, Dipl.-Ing. in Mannheim. Nr. 2.
- Thüringische Geschichte** v. Dr. Ernst Deorient in Leipzig. Nr. 352.
- Tierbiologie. Abriss der Biologie der Tiere** v. Dr. Heinrich Simroth, Prof. a. d. Univ. Leipzig. I: Entstehung u. Weiterbildung der Tierwelt. — Beziehungen zur organ. Natur. Mit 34 Abbild. Nr. 131.
- II: Beziehungen der Tiere zur organischen Natur. Mit 35 Abbild. Nr. 654.
- Tiere, Entwicklungs-geschichte der**, von Dr. Johs. Meisenheimer, Prof. der Zoologie a. d. Universität Jena. I: Furchung, Primitivanlagen, Larven, Formbildung, Embryonalhüllen. Mit 48 Fig. Nr. 378.
- II: Organbildung. Mit 46 Figuren. Nr. 379.
- Tiergeographie** v. Dr. Arnold Jacobi, Professor der Zoologie a. d. Kgl. Forstakademie zu Tharandt. Mit 2 Karten. Nr. 218.
- Tierkunde** von Dr. Franz v. Wagner, Prof. a. d. Universität Graz. Mit 78 Abbildungen. Nr. 60.
- Tierreich, Das, I: Säugetiere** v. Oberstudient. Prof. Dr. Kurt Lampert, Vorst. d. Kgl. Naturalienkabinetts in Stuttgart. M. 15 Abb. Nr. 282.
- III: Reptilien und Amphibien von Dr. Franz Werner, Prof. a. d. Univ. Wien. Mit 48 Abb. Nr. 333.
 - IV: Fische von Prof. Dr. Max Rauter in Neapel. Nr. 356.
 - V: Insekten von Dr. F. Groß in Neapel (Stazione Zoologica). Mit 56 Abbildungen. Nr. 594.

- Tierreich, Das, VI: Die wirbellosen Tiere** von Dr. Ludw. Böhmig Prof. d. Zool. a. d. Univ. Graz I: Urtiere, Schwämme, Kesseltiere, Rippenquallen und Würmer. Mit 74 Fig. Nr. 439.
- II: Krebse, Spinnentiere, Tausendfüßer, Weichtiere, Moostierchen, Armfüßer, Stachelhäuter und Manteltiere. Nr. 97 Fig. Nr. 440.
- Tierzuchtlehre, Allgemeine und Spezielle**, von Dr. Paul Rippert in Essen. Nr. 228.
- Tischler- (Schreiner-) Arbeiten I: Materialien, Handwerkzeuge, Maschinen, Einzelverbindungen, Fußböden, Fenster, Fensterladen, Treppen, Aborte** von Prof. E. Bieweger, Architekt in Rdn. Mit 628 Figuren auf 75 Tafeln. Nr. 502.
- Togo. Die deutschen Kolonien I: Togo und Kamerun** von Prof. Dr. Karl Dove. Mit 16 Tafeln und einer lithographischen Karte. Nr. 441.
- Toxikologische Chemie** von Privatdozent Dr. E. Mannheim in Bonn. Mit 6 Abbildungen. Nr. 465.
- Trigonometrie, Ebene und sphärische**, von Prof. Dr. Gerh. Hefenberg in Breslau. Mit 70 Fig. Nr. 99.
- Tropenhygiene** v. Medizinalrat Prof. Dr. Rocht, Direktor des Instituts für Schiffs- und Tropenkrankheiten in Hamburg. Nr. 369.
- Truht, Kartell und Truht** von Dr. E. Tschierschky in Düsseldorf. Nr. 522.
- Tschechisch-deutsches Gesprächsbuch** v. Dr. Emil Smetánka, ao. Prof. an der böhm. Univ. Prag. Nr. 722.
- Tschechische Grammatik** von Dr. Emil Smetánka, ao. Prof. an der böhm. Univ. Prag. Nr. 721.
- Tschechisches Lesebuch mit Glossar** von Dr. Emil Smetánka, ao. Prof. an der böhm. Univ. Prag. Nr. 723.
- Turnen, Das deutsche**, v. Dr. Rudolf Gash, Prof. a. König Georg-Gymn. in Dresden. Mit 87 Abb. Nr. 628.
- Turnkunst, Geschichte der**, von Dr. Rudolf Gash, Prof. a. König Georg-Gymnasium in Dresden. Mit 17 Abbildungen. Nr. 504.
- Ungarn. Landeskunde von Osterreich-Ungarn** von Dr. Alfred Grund, Prof. an der Universität Prag. Mit 10 Textillustr. u. 1 Karte. Nr. 244.
- Ungarisch-deutsches Gesprächsbuch** von Dr. Wilhelm Tolnai, Prof. an der staatlich. Bürgerschullehrerinnen-Bildungsanst. in Budapest. Nr. 739.
- Ungarische Literatur, Geschichte der**, von Prof. Dr. Ludwig Katona und Dr. Franz Szinnvei, beide an der Universität Budapest. Nr. 550.
- Ungarische Sprachlehre** v. Dr. Josef Szinnvei, o. ö. Prof. an der Universität Budapest. Nr. 595.
- Ungarisches Lesebuch mit Glossar** von Dr. Wilhelm Tolnai, Professor an der staatlichen Bürgerschullehrerinnen-Bildungsanstalt in Budapest. Nr. 694.
- Unterrichtswesen. Geschichte d. deutschen Unterrichtswesens** von Prof. Dr. Friedrich Seiler, Direktor des Kgl. Gymnasiums zu Ludau. I. Teil: Von Anfang an bis zum Ende d. 18. Jahrh. Nr. 275.
- II. Teil: Vom Beginn des 19. Jahrhunderts bis auf die Gegenwart. Nr. 276.
- Das höhere und mittlere Unterrichtswesen in Deutschland von Schulrat Prof. Dr. Jakob Bycharam in Paderb. Nr. 644.
- Untersuchungsmethoden, Agrilkulturchemische**, von Professor Dr. Emil Haselhoff, Vorsteher der landwirtschaftlichen Versuchstation in Marburg in Hessen. Nr. 470.
- Urgeschichte der Menschheit** von Dr. Moriz Hoernes, Professor an der Univ. Wien. Mit 85 Abb. Nr. 42.
- Urheberrecht, Das**, an der Tonkunst, das Verlagsrecht und das Urheberrecht an Werken d. bildenden Künste u. Photographie v. Staatsanw. Dr. F. Schlittgen in Chemnitz. Nr. 361.
- Urheberrecht, Das deutsche**, an literarischen, künstlerischen u. gewerbl. Schöpfungen, mit besonderer Berücksichtigung der internationalen Verträge von Dr. Gustav Rauter, Patentanwalt in Charlottenburg. Nr. 263.
- Urzeit. Kultur der Urzeit** von Dr. Moriz Hoernes, o. ö. Prof. an der Univ. Wien. 3 Bändch. I: Steinzeit. Mit 40 Bildergrupp. Nr. 564.
- II: Bronzezeit. Mit 36 Bildergruppen. Nr. 565.
- III: Eisenzeit. Mit 35 Bildergruppen. Nr. 566.

- Vektoranalyse** von Dr. Siegf. Valentiner, Prof. an der Bergakademie in Clausthal. Mit 16 Fig. Nr. 354.
- Venezuela.** Die Cordillerenstaaten von Dr. Wilhelm Siebers, Prof. an der Universität Gießen. II: Ecuador, Colombia u. Venezuela. Mit 16 Taf. u. 1 lithogr. Karte. Nr. 653.
- Veranschlagen,** Das, im Hochbau. Kurzgefaßtes Handbuch üb. d. Wesen d. Kostenanschlags v. Architekt Emil Beutinger, Assistent an der Technischen Hochschule in Darmstadt. Mit vielen Fig. Nr. 385.
- Vereinigte Staaten.** Landeskunde der Vereinigten Staaten von Nordamerika von Professor Heinrich Fischer, Oberlehrer am Luisenstädt. Realgymnasium in Berlin. I. Teil: Mit 22 Karten und Figuren im Text und 14 Tafeln. Nr. 381.
- II. Teil: Mit 3 Karten im Text, 17 Tafeln u. 1 lith. Karte. Nr. 382.
- Vergil.** Die Gedichte des P. Vergilius Maro. In Auswahl mit einer Einleitung u. Anmerkungen herausgeg. von Dr. Julius Ziehen. I: Einleitung und Aeneis. Nr. 497.
- Vermessungskunde** von Dipl.-Ing. P. Werkmeister, Oberlehrer an der Kais. Techn. Schule in Strassburg i. E. I: Feldmessen und Nivellieren. Mit 146 Abb. Nr. 468.
- II: Der Theodolit. Trigonometrische u. barometr. Höhenmessung. Tachymetrie. Mit 109 Abbildungen. Nr. 469.
- Versicherungsmathematik** von Dr. Alfred Loewy, Professor an der Universität Freiburg i. B. Nr. 180.
- Versicherungswesen,** Das, von Dr. iur. Paul Moldenhauer, Professor der Versicherungswissenschaft an der Handelshochschule Köln. I: Allgemeine Versicherungslehre. Nr. 262.
- II: Die einzelnen Versicherungszweige. Nr. 636.
- Versicherungsweisen,** Technik des, von Dr. Hans Hilbert in Berlin. Nr. 741.
- Völkertunde** v. Dr. Michael Haberlandt, I. u. I. Kustos d. ethnogr. Sammlung d. naturhist. Hofmuseums u. Privatdozent a. d. Univ. Wien. Mit 56 Abbild. Nr. 73.
- Völkernamen.** Länder- u. Völkernamen von Dr. Rudolf Kleinpaul in Leipzig. Nr. 478.
- Vollbibliotheken** (Bücher- u. Lesehallen), ihre Einrichtung u. Verwaltung v. Emil Jaeschke, Stadtbibliothekar in Elberfeld. Nr. 332.
- Vollklibed,** Das deutsche, ausgewählt und erläutert von Prof. Dr. Jul. Sahr. 2 Bändchen. Nr. 25, 132.
- Volkswirtschaftslehre** von Dr. Carl Johs. Fuchs, Professor an der Universität Tübingen. Nr. 133.
- Volkswirtschaftspolitik** v. Präsident Dr. R. van d. Borcht, Berlin Nr. 177.
- Waffen,** Die blanken, und die Schusswaffen, ihre Entwicklung von der Zeit der Landkriege bis zur Gegenwart m. besonderer Berücksichtigung der Waffen in Deutschland, Österreich-Ungarn und Frankreich von W. Gohlse, Feuerwerks-Major a. D. in Berlin-Steglitz. Mit 115 Abbildungen. Nr. 631.
- Wahrscheinlichkeitsrechnung** von Dr. F. Haas, Prof. a. Eberh.-Ludw.-Gymn. in Stuttgart. Nr. 15 Fig. Nr. 508.
- Waldeck.** Landeskunde des Großherzogtums Hessen, der Provinz Hefsen-Nassau und des Fürstentums Waldeck von Professor Dr. Georg Greim in Darmstadt. Mit 13 Abbildungen und 1 Karte. Nr. 376.
- Waltherilied,** Das, im Vermaße der Urchrift übersezt u. erläutert von Prof. Dr. F. Althof, Oberlehrer am Realgymnas. in Weimar. Nr. 46.
- Walther** von der Vogelweide, mit Auswahl a. Minnefang u. Spruchdichtung. Mit Anmerkgn. u. einem Wörterbuch v. Otto Güntter, Prof. a. d. Oberrealschule und an der Techn. Hochsch. in Stuttgart. Nr. 23.
- Walzwerke.** Die, Einrichtung und Betrieb. Von Dipl.-Ing. A. Solverscheid, Oberlehrer a. d. Kgl. Maschinenbau- u. Hütten Schule in Duisburg. Mit 151 Abbild. Nr. 580.
- Warenhäuser.** Geschäftsz. u. Warenhäuser v. H. Schliepmann, Kgl. Baur. i. Berlin. I: Vom Laden zum „Grand Magasin“. Mit 23 Abb. Nr. 655.
- II: Die weitere Entwicklung der Kaufhäuser. Mit 39 Abb. Nr. 656.
- Warenkunde** von Dr. Carl Hassad, Prof. u. Leiter der k. I. Handelsakademie in Graz. I. Teil: Unorganische Waren. Nr. 40 Abb. Nr. 222.
- II. Teil: Organische Waren. Mit 36 Abbildungen. Nr. 223.

Warenzeichenrecht, Das. Nach dem Gesetz z. Schutz d. Warenbezeichnungen v. 12. Mai 1894. Von Reg.-Rat J. Neuberg, Mitglied des Kaiserl. Patentamts zu Berlin. Nr. 360.

Wärme. Theoretische Physik II. 1.: Licht u. Wärme. Von Dr. Gustav Jäger, Prof. a. d. Techn. Hochschule Wien. Mit 47 Abbildgn. Nr. 77.

Wärme- und Kältemaschinen. Die thermodynamischen Grundlagen der Wärme- u. Kältemaschinen von W. Röttinger, Diplom.-Ing. in Mannheim. Mit 73 Fig. Nr. 2.

Wärmelehre, Technische, (Thermodynamik) v. R. Walther u. W. Röttinger, Dipl.-Ing. Mit 54 Fig. Nr. 242

Wäscherei, Textilindustrie III: Wäscherei, Bleicherei, Färberei und ihre Hilfsstoffe von Dr. Wilh. Massot, Prof. an der Preuß. höh. Fachschule für Textilindustrie in Krefeld. Mit 28 Figuren. Nr. 186.

Wasser, Das, und seine Verwendung in Industrie und Gewerbe v. Dr. Ernst Leher, Dipl.-Ing. in Saalfeld. Mit 15 Abbildungen. Nr. 261.

Wasser und Abwässer. Ihre Zusammensetzung, Beurteilung u. Untersuchung v. Prof. Dr. Emil Haselhoff, Vorst. d. landwirtsch. Versuchsstation in Marburg in Hessen. Nr. 473.

Wasserinstallationen. Gas- und Wasserinstallationen mit Einschluß der Abortanlagen v. Prof. Dr. phil. u. Dr.-Ing. Eduard Schmitt in Darmstadt. Mit 119 Abbild. Nr. 412.

Wasserkraftanlagen von Th. Rümelin, Regierungsbaumeister a. D., Oberingenieur in Dresden. I: Beschreibung. Mit 66 Figuren. Nr. 665.

— II: Gewinnung der Wasserkraft. Mit 35 Figuren. Nr. 666.

— III: Bau und Betrieb. Mit 56 Figuren. Nr. 667.

Wasserturbinen, Die, von Dipl.-Ing. B. Holl in Berlin. I: Allgemeines. Die Freistrahlturbinen. Mit 113 Abbildungen. Nr. 541.

— II: Die Überdruckturbinen. Die Wasserkraftanlagen. Mit 102 Abbild. Nr. 542.

Wasserversorgung der Ortschaften v. Dr.-Ing. Robert Weyrauch, Prof. an der Königl. Technischen Hochschule Stuttgart. Mit 85 Fig. Nr. 5.

Webererei, Textilindustrie II: Webererei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- u. Gardinenfabrikation und Filzfabrikation von Prof. Max Gürler, Geh. Regierungsrat im Königl. Landesgewerbeamt zu Berlin. Mit 29 Figuren. Nr. 185.

Wechselstromerzeuger von Ing. Karl Pichelmayer, Prof. an der k. l. Technischen Hochschule in Wien. Mit 40 Figuren. Nr. 547.

Wechselwesen, Das, v. Rechtsanw. Dr. Rudolf Mothes in Leipzig. Nr. 103.

Wehrverfassung, Deutsche, von Geh. Kriegsrat Karl Endres, vort. Rat i. Kriegsminist. i. München. Nr. 401.

Werkzeugmaschinen für Holzbearbeitung, Die, von Ing. Professor Hermann Wilba in Bremen. Mit 125 Abbildungen. Nr. 582.

Werkzeugmaschinen für Metallbearbeitung, Die, von Ing. Prof. Hermann Wilba in Bremen. I: Die Mechanismen der Werkzeugmaschinen. Die Drehbänke. Die Fräsmaschinen. Mit 319 Abb. Nr. 561.

— II: Die Bohr- und Schleifmaschinen. Die Hobel-, Shaping- u. Stoßmaschinen. Die Sägen u. Scheren. Antrieb u. Kraftbedarf. Mit 206 Abbild. Nr. 562.

Westpreußen. Landeskunde der Provinz Westpreußen von Fritz Braun, Oberlehrer am Königl. Gymnasium in Graudenz. Mit 16 Tafeln, 7 Textarten u. 1 lith. Karte. Nr. 570.

Wettbewerbs, Der unlautere, von Rechtsanwalt Dr. Martin Wassermann in Hamburg. I: Generalklausel, Kellameauswüchse, Ausverkaufswesen, Angestelltenbestechung. Nr. 339.

— II: Krediterschädigung, Firmen- und Namenmißbrauch, Verrat von Geheimnissen, Ausländerbesch. Nr. 535.

Wirbellose Tiere. Das Tierreich VI: Die wirbellosen Tiere von Dr. Ludwig Böhmig, Prof. d. Zoologie an der Univ. Graz. I: Urtiere, Schwämme, Nesseltiere, Rippenquallen u. Würmer. Mit 74 Fig. Nr. 439.

— II: Krebse, Spinnentiere, Tausendfüßer, Weichtiere, Moostierchen, Armfüßer, Stachelhäuter u. Manteltiere. Mit 97 Fig. Nr. 440.

- Wirkerei, Textilindustrie II: Webererei, Wirkerei, Posamentiererei, Spitzen- u. Gardinenfabrikation und Filzfabrikation** von Prof. Max Gürtler, Geh. Regierungsrat im Königl. Landesgewerbeamt zu Berlin. Mit 29 Figuren. Nr. 185
- Wirtschaftlichen Verbände, Die**, von Dr. Leo Müffelmann in Kostof. Nr. 586.
- Wirtschaftsypflege. Kommunale Wirtschaftspflege** von Dr. Alfons Rieß, Magistratsass. in Berlin. Nr. 534.
- Wohnungsfrage, Die**, v. Dr. L. Pohle, Prof. der Staatswissenschaften zu Frankfurt a. M. I: Das Wohnwesen i. d. modern. Stadt. Nr. 495.
— II: Die städtische Wohnungs- und Bodenpolitik. Nr. 496.
- Wolfram von Eschenbach. Hartmann v. Aue, Wolfram v. Eschenbach und Gottfried von Straßburg.** Auswahl aus dem hof. Epos m. Anmerkungen u. Wörterbuch v. Dr. K. Karolb, Prof. am Kgl. Friedrichskolleg. zu Königsberg i. Pr. Nr. 22.
- Wörterbuch nach der neuen deutschen Rechtschreibung** von Dr. Heinrich Klenz. Nr. 200.
- Deutsches, von Dr. Richard Loewe in Berlin. Nr. 64.
- Technisches, enthaltend die wichtigsten Ausdrücke des Maschinenbaues, Schiffbaues und der Elektrotechnik von Erich Krebs in Berlin. I. Teil: Deutsch-Englisch. Nr. 395.
— II. Teil: Engl.-Dtsch. Nr. 396.
— III. Teil: Dtsch.-Franz. Nr. 453.
— IV. Teil: Franz.-Dtsch. Nr. 454.
- Württemberg. Württembergische Geschichte** v. Dr. Karl Weller, Prof. am Karlsghymnasium in Stuttgart. Nr. 462.
- Württemberg. Landeskunde des Königreichs Württemberg** von Dr. K. Saffert, Prof. d. Geographie a. d. Handelshochschule in Rölln. Mit 16 Vollbildern u. 1 Karte. Nr. 157.
- Zeichenschule** von Prof. K. Kimmich in Ulm. Mit 18 Tafeln in Ton-, Farben- und Golddruck und 200 Voll- und Textbildern. Nr. 39.
- Zeichnen, Geometrisches**, von G. Becker, Architekt und Lehrer an der Baugewerkschule in Magdeburg, neu bearbeitet von Prof. J. Bonderlinn, Direktor der Königl. Baugewerkschule zu Münster. Mit 290 Fig. u. 23 Taf. im Text. Nr. 58.
- Zeitungswesen, Das deutsche**, von Dr. R. Brunhuber, Rölln a. Rh. Nr. 400.
- Zeitungswesen, Das moderne**, (Syst. d. Zeitungslehre) von Dr. Robert Brunhuber in Rölln a. Rh. Nr. 320.
- Zeitungswesen, Allgemeine Geschichte des**, von Dr. Ludwig Salomon in Jena. Nr. 351.
- Zellenlehre und Anatomie der Pflanzen** von Prof. Dr. S. Wiehe in Leipzig. Mit 79 Abbild. Nr. 556.
- Zentral-Perspektive** von Architekt Hans Freyberger, neu bearbeitet von Professor J. Bonderlinn, Direktor der Königl. Baugewerkschule in Münster i. Westf. Mit 132 Fig. Nr. 57.
- Zimmerarbeiten** von Carl Opitz, Oberlehrer an der Kais. Techn. Schule in Straßburg i. E. I: Allgemeines, Balkenlagen, Zwischendecken und Deckenbildungen, hölz. Fußböden, Fachwerkwände, Hänge- und Sprengwerke. Mit 169 Abbildungen. Nr. 489.
— II: Dächer, Wandbekleidungen, Eimschalungen, Block-, Bohlen- und Bretterwände, Säune, Türen, Tore, Tribünen und Baugerüste, Mit 167 Abbildungen. Nr. 490.
- Zivilprozessrecht, Deutsches**, von Prof. Dr. Wilhelm Risch in Straßburg i. E. 3 Bände. Nr. 428—430.
- Zoologie, Geschichte der**, von Prof. Dr. Rud. Burckhardt. Nr. 357.
- Zündwaren** von Direktor Dr. Alfons Bujard, Vorst. des Städt. Chem. Laboratoriums Stuttgart. Nr. 109.
- Zwangsversteigerung, Die, und die Zwangsverwaltung** von Dr. F. Krenzschmar, Oberlandesgerichtsrat in Dresden. Nr. 523.
- Zwirnerei. Textilindustrie I: Spinnerei und Zwirnerei** von Prof. Max Gürtler, Geh. Regierungsrat im Königlichem Landesgewerbeamt zu Berlin. Mit 39 Fig. Nr. 184.

== Weitere Bände sind in Vorbereitung ==

Allgemeine Verkehrsgeographie.

Von Prof. Dr. Kurt Haffert. Mit 12 Karten und graphischen Darstellungen. Brosch. M. 10.—, in Halbfranz geb. M. 12.—.

Geschichte der Aufteilung und Kolonisation Afrikas seit dem Zeitalter der Entdeckungen.

Von Prof. Dr. Paul Darmstaedter. Erster Band: 1415—1870. Brosch. M. 7.50, in Halbfranz geb. M. 9.50.

Goethes Wilhelm Meister und die Entwicklung des modernen Lebensideals.

Von Professor Mag Wundt. Brosch. M. 8.—, geb. M. 8.80.

Grundriß einer Philosophie des Schaffens als Kulturphilosophie.

Einführung in die Philosophie als Weltanschauungslehre. Von Privatdozent Dr. Otto Braun. Brosch. M. 4.50, geb. M. 5.—.

Das Gefühl. Eine psychologische Untersuchung.

Von Professor Dr. Theobald Ziegler. 5. durchgef. u. verb. Aufl. Brosch. M. 4.20, geb. M. 5.20.

Historik. Ein Organon geschichtlichen Denkens und Forschens.

Von Privatdozent Dr. Ludwig Kieß. Erster Band. Brosch. M. 7.50, in Halbfranz geb. M. 9.50.

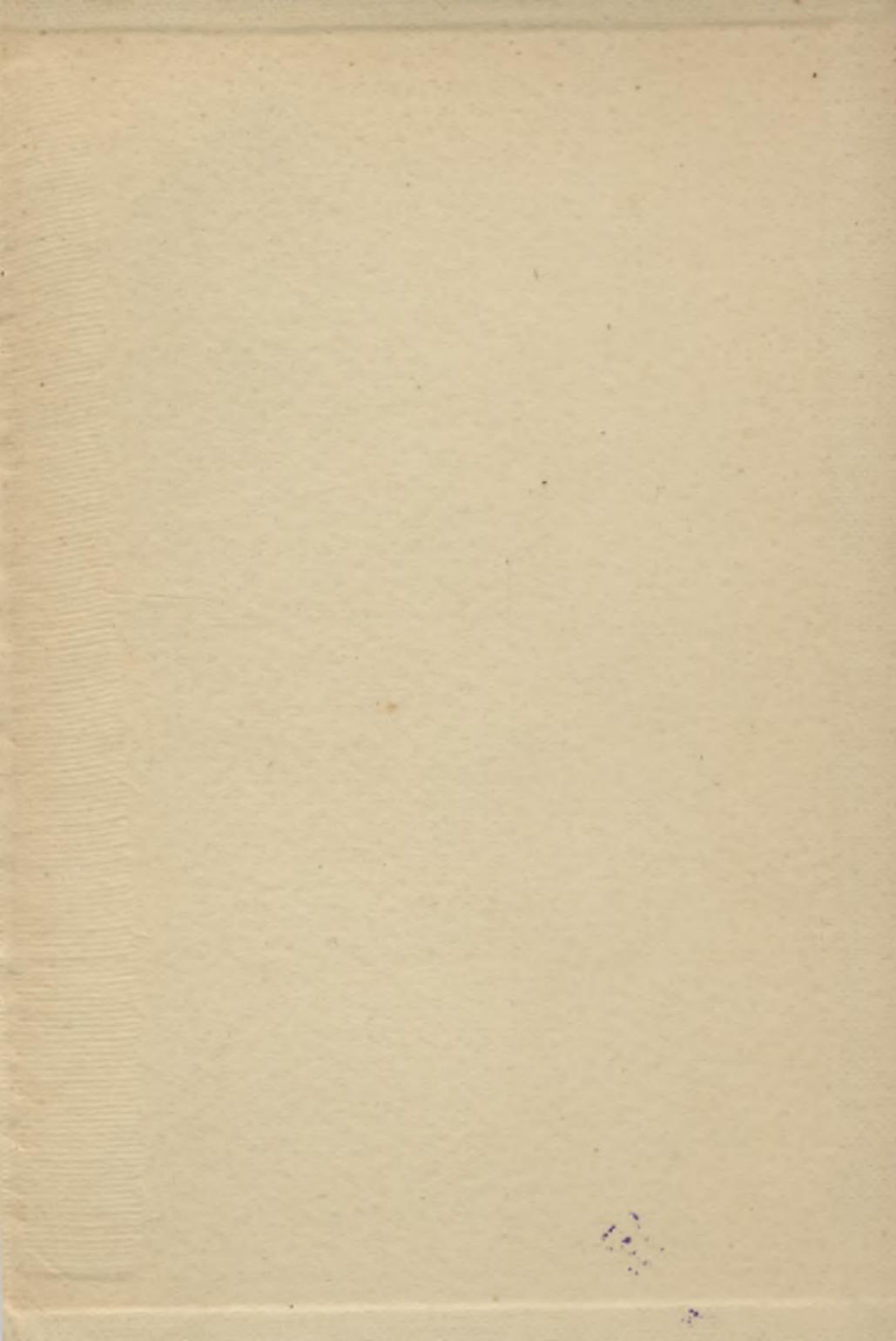
Volkspychologie

Das Seelenleben im Spiegel der Sprache

Von Dr. Rudolf Kleinpaul.

Preis: broschiert M. 4.80, gebunden M. 5.50.

Der Verfasser beginnt in der Einleitung des Werkes mit dem Nachweis, wie überhaupt eine Psyche in die Welt gekommen und den Naturkindern der Begriff eines inwendigen Menschen aufgegangen ist und schildert dann in großen Zügen die Schicksale und die Hauptbegebenheiten, die eine müßige Menge diesem inwendigen Menschen zuschreibt: sein romanhaftes Gemüthsleben, sein geplagtes Alltagsleben, sein Naturleben, seine Erfahrungswissenschaft, sein Traumleben, seine Ekstasen und sein Leben nach dem Tode. Er entwickelt die sensualistische Erkenntnistheorie des Volkes. Mit beispielloser Kühnheit wird im Verfolg seiner Anschauungen der Vorhang von der geheimen Werkstätte des Geistes weggezogen und dem philosophischen Ich auf den Grund gegangen. Zum erstenmal und mit überlegener Kunst wurde hier an die Grundlagen des psychologischen Wissens selbst gerührt und von dem hergebrachten Schematismus an die Worte und ihren sichtbaren Ursprung appelliert. Auf die einfachsten Begriffe der Seelenlehre, der Logik und der Moral fällt dabei plötzlich und überraschend ein helles Schlaglicht — man sieht den Frieden und den Kummer, wie er gewesen ist, und den Schmerz, wie in ein Laokoon gefühlt hat, man sieht die Geduld tragen, den Verstand stehen und die Intelligenz lesen — der Grund, der zureichende Grund, das Wissen selbst erscheint in seiner wahren, unverfälschten und unverkünstelten Gestalt, eine Umwälzung der gesamten philosophischen Terminologie tritt ein, und dennoch ist es keine neue Phantasie, sondern nur eine Wiederherstellung des Alten, Eingebürgerten und männiglich Bekannten.



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



I-301424



34

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000298045