

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA



~~26~~

L. inw.

WERKMEISTER

SKUNDE

KOMETRISCHE HÖHEN-
TOPOGRAPHIE



SAMMLUNG GÖSCHEN BAND 862

Sammlung Götschen

Unser heutiges Wissen in kurzen,
klaren, allgemeinverständlichen
Einzeldarstellungen

Zweck und Ziel der „Sammlung Götschen“ ist, in Einzeldarstellungen eine klare, leichtverständliche und übersichtliche Einführung in sämtliche Gebiete der Wissenschaft und Technik zu geben; in engem Rahmen, auf streng wissenschaftlicher Grundlage und unter Berücksichtigung des neuesten Standes der Forschung bearbeitet, soll jedes Bändchen zuverlässige Belehrung bieten. Jedes einzelne Gebiet ist in sich geschlossen dargestellt, aber dennoch stehen alle Bändchen in innerem Zusammenhange miteinander, so daß das Ganze, wenn es vollendet vorliegt, eine einheitliche, systematische Darstellung unseres gesamten Wissens bilden dürfte

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000295812

1.62

lare

.75,

Str. 4 - a -

Państw. Szkoła Technicz 21
Gór. Hut. Mier. Dz. I. a. poz.

Sammlung Göschen

Państw. Szkoła Technicz. 21

G6r. Hut. Mier. Dz. I. a. poz.

Vermessungskunde

III

Trigonometrische und barometrische
Höhenmessung
Tachymetrie und Topographie

Von

Dr.-Ing. P. Werkmeister

ord. Professor an der Technischen Hochschule Dresden

Mit 63 Figuren

Dritte Auflage



Walter de Gruyter & Co.

vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung · J. Guttentag, Verlags-
buchhandlung · Georg Reimer · Karl J. Trübner · Veit & Comp.

Berlin 1934 Leipzig

I- 301394

Alle Rechte, insbesondere das Übersetzungsrecht,
von der Verlagshandlung vorbehalten.

Archiv-Nr. 110862.

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Akc. Nr. ~~200~~ | 46

~~I. 26~~

Druck von Walter de Gruyter & Co., Berlin W 35.
Printed in Germany.

BR - 563/2016

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Einleitung	4
1. Kapitel. Trigonometrische Höhenmessung	4
§ 1. Die Einrichtung des Theodolits für die Vertikalwinkelmessung.	5
§ 2. Messung von Vertikalwinkeln	9
§ 3. Trigonometrische Höhenbestimmung auf kleinere Entfernungen	21
§ 4. Bestimmung der Höhen von unzugänglichen Punkten auf kurze Entfernungen	27
§ 5. Trigonometrische Höhenbestimmung auf größere Entfernungen	30
§ 6. Punktbestimmung im Raum durch Vertikalwinkelmessung....	37
2. Kapitel. Barometrische Höhenmessung	40
§ 7. Quecksilberbarometer	41
§ 8. Dosen- oder Federbarometer	47
§ 9. Die Berechnung von barometrisch gemessenen Höhenunterschieden	53
§ 10. Die verschiedenen Verfahren zur Ausführung von barometrischen Höhenbestimmungen	55
§ 11. Genauigkeit der barometrischen Höhenbestimmung	60
3. Kapitel. Instrumente und Verfahren zur mittelbaren Streckenmessung	62
§ 12. Der Okularfadentfernungsmesser	62
§ 13. Bestimmung der Konstanten eines Fernrohrs mit Fadenentfernungsmesser	67
§ 14. Verwendung des Fadenentfernungsmessers bei nichthorizontalen Zielungen.....	73
§ 15. Genauigkeit der Streckenmessung mit dem Fadenentfernungsmesser	76
§ 16. Der Schraubenentfernungsmesser	79
§ 17. Verwendung des Schraubenentfernungsmessers	83
§ 18. Genauigkeit der Streckenmessung mit dem Schraubenentfernungsmesser	90
§ 19. Der Doppelbildentfernungsmesser	91
§ 20. Streckenmessung mit Hilfe von Vertikalwinkeln	92
4. Kapitel. Instrumente für tachymetrische Messungen	95
§ 21. Der Tachymetertheodolit	96
§ 22. Der Meßtisch mit der Kippregel	103
§ 23. Die photogrammetrischen Instrumente	110
5. Kapitel. Die Verfahren der tachymetrischen Punktbestimmung	113
§ 24. Theodolittachymetrie	114
§ 25. Meßtischtachymetrie	123
§ 26. Phototachymetrie oder Photogrammetrie	129
6. Kapitel. Topographische Aufnahmen	131
§ 27. Allgemeines über topographische Aufnahmen	132
§ 28. Aufnahme und Darstellung der Geländeformen	135
§ 29. Ausführung von Geländeaufnahmen	139
Sachverzeichnis	144

Einleitung.

Im ersten Band der vorliegenden Vermessungskunde wurde bei den Vertikal- oder Höhenmessungen von den drei möglichen Verfahren¹⁾ die geometrische Höhenmessung oder das Nivellieren besprochen; im folgenden sollen die beiden anderen Verfahren zum Messen von Höhenunterschieden, nämlich die trigonometrische Höhenmessung und die barometrische Höhenmessung, behandelt werden. Außerdem wird in diesem dritten Bande die Rede sein von den als Tachymetrie bezeichneten Messungsverfahren und den für diese in Frage kommenden Instrumenten; besonders zu behandeln sind dabei die Instrumente und Verfahren zur mittelbaren Streckenmessung. Die weitgehendste Anwendung findet die Tachymetrie bei topographischen Aufnahmen; die bei solchen in Betracht kommenden Verfahren werden deshalb im Anschluß an die Tachymetrie besprochen.

1. Kapitel.

Trigonometrische Höhenmessung.

Bei der Höhenmessung durch Nivellieren bestimmt man den Höhenunterschied zweier Punkte mit Hilfe von horizontalen Geraden; bei der trigonometrischen Höhenmessung benutzt man beliebig liegende Geraden, deren Neigungswinkel gegen die Horizontale gemessen werden.

Ist H_s die gegebene N.N.-Höhe eines Punktes S (Fig. 1), so erhält man die N.N.-Höhe H_z eines Punktes Z dadurch, daß man in S als Standpunkt den Neigungswinkel oder Vertikalwinkel α der nach einem Hilfspunkt Z' im Zielpunkt Z gehenden Geraden $S'Z'$ mißt. Sind i der Höhenunterschied zwischen dem zur Messung von α benützten Instrument und dem Punkt S , z der Höhenunterschied zwischen dem vertikal über Z liegenden Punkt Z' und Z , und e die horizon-

¹⁾ Vgl. Band I, 2. Abschnitt.

tale Entfernung zwischen S und Z , so erhält man H_z aus $H_z = H_s + i + h - z$, wobei $h = e \operatorname{tg} \alpha$ ist.

Diese Gleichung gilt zunächst für kleinere Entfernungen zwischen den Punkten S' und Z ; bei größeren Entfernungen muß man noch die Krümmung der Erdoberfläche und die Brechung der Lichtstrahlen berücksichtigen.

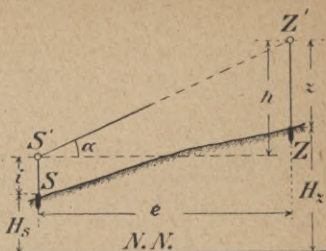


Fig. 1.

Das wichtigste Instrument zum Messen von Vertikalwinkeln ist der mit einem Vertikalkreis ausgestattete Theodolit. Bei einfachen Arbeiten benutzt man für die Vertikalwinkelmessung einen Neigungs- oder Gefällmesser, der je nach seiner Bauart entweder auf einem Stab oder freihändig verwendet wird.

§ 1. Die Einrichtung des Theodolits für die Vertikalwinkelmessung.

Der für die Messung von Vertikalwinkeln bestimmte Theodolit besitzt einen als Vertikalkreis bezeichneten Teilkreis V (Fig. 2), dessen Ebene bei vertikal stehender Umdrehungsachse U vertikal steht, und dessen Mittelpunkt M in der Kippachse K des Fernrohrs liegt.

Der Vertikalkreis ist meist mit dem Fernrohr fest verbunden, so daß er sich beim Kippen des Fernrohrs mit diesem bewegt. Für die Zwecke der Ablesung am Vertikalkreis sind zwei Ablesevorrichtungen ¹⁾ A_1 und A_2 in Form von Nonien oder Mikroskopen ²⁾ vorhanden, die im Gegensatz zum Vertikalkreis die Kippbewegung des Fernrohrs nicht mitmachen,

¹⁾ An kleineren, für weniger genaue Messungen bestimmten Instrumenten befindet sich vielfach auch nur eine Ablesevorrichtung.

²⁾ Vgl. Band II, 1. Kapitel.

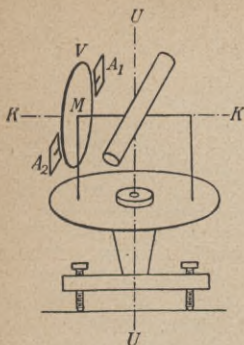


Fig. 2.

und die meistens so angebracht sind, daß ihre Verbindungslinie ungefähr horizontal liegt ¹⁾).

Der Vertikalkreis ist entweder ein Vollkreis (Fig. 3a) oder ein Doppelsektor (Fig. 3b). Die Teilung befindet sich beim Vertikalkreis entweder in der Ebene des Kreises (Fig. 4a) oder als „Stirnteilung“ auf dem Mantel des den Kreis begrenzenden Zylinders (Fig. 4b).

Die Bezifferung der Teilung wird beim Vertikalkreis auf verschiedene Weise vorgenommen; man trifft Vollkreis- oder „durchlaufende“ Bezifferung (Fig. 5a und b) wie beim Horizontalkreis von 0° über 90° , 180° und 270° bis 360° im und gegen den Uhrzeigersinn, oder Halbkreisbezifferung (Fig. 5c)



Fig. 3a.



Fig. 3b.

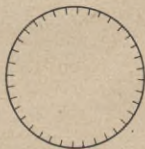


Fig. 4a.

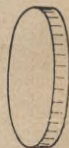


Fig. 4b.

mit zweimaliger Bezifferung von 0° über 90° bis 180° , oder Quadrantenbezifferung (Fig. 5d) mit viermaliger Bezifferung von 0° bis 90° . Je nach der Lage des Nullpunktes der Teilung zum Fernrohr stellen die Ablesungen z. B. an der beim Okular

¹⁾ Bei Instrumenten mit nur einer Ablesevorrichtung werden diese und der Vertikalkreis auch so angeordnet, daß die Ablesevorrichtung — z. B. in Gestalt eines Strichmikroskops — mit dem Fernrohr fest verbunden ist, beim Kippen des Fernrohrs sich also mit diesem bewegt; der Vertikalkreis ist dann fest mit dem Fernrohrträger verbunden.

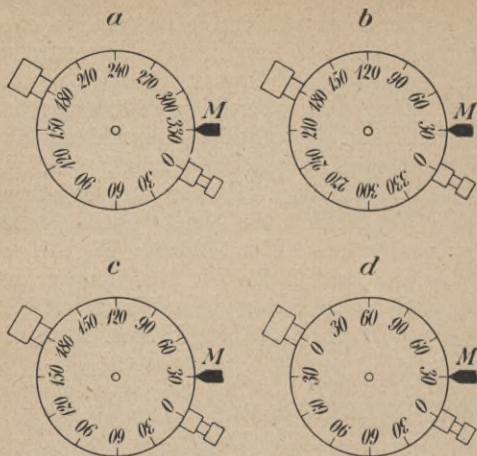


Fig. 5.

liegenden Ablesemarke M Höhen- bzw. Tiefenwinkel oder Zenitdistanzen¹⁾ vor. Bei zwei Ablesevorrichtungen ist die im allgemeinen bequemste Bezifferung des Vertikalkreises die durchlaufende im oder gegen den Uhrzeigersinn, bei der der Durchmesser 0° — 180° ungefähr parallel zum Fernrohr liegt (Fig. 5 a und b). Für den Fall, daß nur eine Ablesevorrichtung genügt, ist die durchlaufende Bezifferung gegen den Uhrzeigersinn (Fig. 5 b) zu empfehlen; dies gilt für Vertikalkreis links vom Fernrohr und Ablesevorrichtung M beim Okular²⁾.

Für die Vertikalwinkelmessung ist es erforderlich, daß das Fernrohr mit einer Klemmschraube und einer in vertikalem Sinn wirkenden Feinbewegungsschraube versehen ist. Die Klemmschraube dient zur Festhaltung einer bestimmten

¹⁾ Zenitdistanz = 90° — Höhenwinkel = 90° + Tiefenwinkel.

²⁾ Im folgenden wird angenommen, daß die Teilung durchlaufend gegen den Uhrzeigersinn beziffert ist.

Stellung des Fernrohrs; mit der Feinbewegungs- oder Kipp-
schraube kann man das festgeklemmte Fernrohr noch um
kleine Beträge neigen oder kippen.

Für die Zwecke der Vertikalwinkelmessung muß der
Theodolit mit einer Röhrenlibelle¹⁾ parallel zur Ebene des
Vertikalkreises versehen sein. Diese kann in der Hauptsache
auf drei verschiedene Arten am Instrument angebracht sein;
entweder auf dem Fernrohr als Nivellierlibelle (Fig. 6a) oder
am Fernrohrträger als Alhidadenlibelle (Fig. 6b) oder als
Nonien- bzw. Mikroskoplibelle mit den Ablesevorrichtungen
verbunden und mit diesen um kleine Winkel mit Hilfe einer
Feinbewegungsschraube *S* drehbar (Fig. 6c). Für die Messung

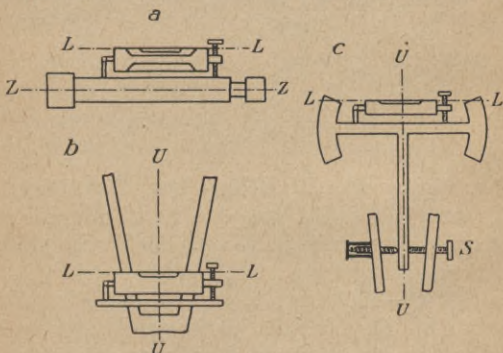


Fig. 6.

am bequemsten ist die zuletzt angegebene Libellenanordnung;
sie findet insbesondere Verwendung bei den für feinere und
feinste Messungen bestimmten Instrumenten. Für manche
Arbeiten ist es zweckmäßig, wenn das Instrument eine No-
nienlibelle und außerdem noch eine Nivellierlibelle besitzt;

¹⁾ Eine Dosenlibelle allein genügt für die Vertikalwinkelmessung im
allgemeinen nicht; eine Dosenlibelle ist aber trotzdem erwünscht mit Rück-
sicht auf das bequeme Aufstellen des Theodolits.

die letztere am besten in Form einer Doppel- oder Wendelibelle. Die meisten Instrumente haben eine Alhidadenlibelle, eine Nonienlibelle und eine Nivellier- oder Fernrohrlibelle.

Für die Berichtigung des Instruments ist es notwendig, daß bei jeder der drei Libellenanordnungen die Libelle mit einer entsprechenden Berichtigungsvorrichtung versehen ist. Die Empfindlichkeit der Libelle muß bei jeder der drei Libellenanordnungen der Angabe der Ablesevorrichtung angepaßt sein.

§ 2. Messung von Vertikalwinkeln.

Bei der Messung von Vertikalwinkeln mit Hilfe des Theodolits kann man zwei Verfahren unterscheiden; der Unterschied zwischen beiden besteht darin, daß man den Winkel bei dem einen nur in einer Fernrohrlage und bei dem andern in zwei Fernrohrlagen mißt.

1. Messung eines Vertikalwinkels in nur einer Fernrohrlage.

Das Verfahren zur Messung des Vertikalwinkels α in einer Fernrohrlage (Fig. 7) nach einem Punkt A besteht darin, daß man bei ungefähr vertikal stehender Umdrehungsachse des Instruments ¹⁾ den Punkt A mit Hilfe des Horizontalfadens anzielt²⁾, an der Ablesemarke M die Ablesung a macht ³⁾,

¹⁾ Es ist nicht nötig, daß die Umdrehungsachse genau vertikal steht; erforderlich ist nur, daß während der Messung eines Winkels ihre Lage nicht verändert wird.

²⁾ Das Anzielen eines Punktes für die Vertikalwinkelmessung geschieht in der Weise, daß man zunächst durch Drehen der Alhidade — bei festgeklammertem Limbus — und Kippen des Fernrohrs von Hand den Punkt in das Gesichtsfeld des Fernrohrs bringt. Hierauf zielt man den Punkt bei festgeklammter Alhidade und festgeklammtem Fernrohr mit dem Vertikalfaden unter Benutzung der Feinbewegungsschraube der Alhidade ungefähr und mit dem Horizontalfaden unter Benützung der Feinbewegungsschraube des Fernrohrs genau an.

³⁾ Bei der Vertikalwinkelmessung in nur einer Fernrohrlage genügt im allgemeinen die Ablesung an nur einer Ablesevorrichtung; kleinere, für die Messung in einer Fernrohrlage bestimmte Instrumente besitzen unter Umständen nur eine Ablesevorrichtung.

das Fernrohr sodann in diejenige Lage bringt, bei der die Zielachse horizontal liegt, und die dieser Lage zukommende

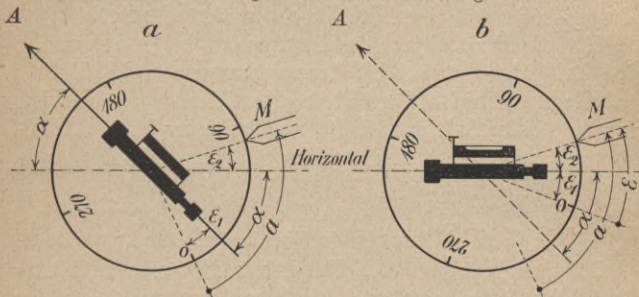


Fig. 7.

Ablesung ε macht. Der Vertikalwinkel α ist dann gleich der Differenz der Ablesungen a und ε , so daß

$$\alpha = a - \varepsilon.$$

Bezeichnet man den Winkel zwischen der Projektion der Zielachse in die Teilkreisebene und dem Teilkreishalbmesser nach dem Nullstrich der Kreisteilung mit ε_1 und den Winkel zwischen der Horizontalen durch den Teilkreismittelpunkt und dem durch die Ablesemarke M bestimmten Teilkreishalbmesser mit ε_2 , so ist

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2.$$

Der Winkel ε heißt Fehler der Ablesemarke oder Indexfehler¹⁾.

Um die Zielachse horizontal legen zu können, muß auf dem Fernrohr eine Nivellierlibelle angebracht sein; dabei muß die Zielachse Z (Fig. 6a) parallel sein zur Libellenachse L . Der Winkelmessung muß demnach eine Untersuchung und — wenn nötig — Berichtigung der gegenseitigen Lage

¹⁾ Vom Mechaniker werden der Vertikalkreis und die Ablesemarke so angebracht, daß ε_1 und ε_2 klein sind.

von Zielachse und Libellenachse vorausgehen. Ist die Nivellierlibelle eine einfache Libelle, so wird die Untersuchung in derselben Weise wie beim Nivellierinstrument mit festem Fernrohr und fester Libelle vorgenommen¹⁾. Ist die Nivellierlibelle eine Doppel- oder Wendelibelle, so gestaltet sich die Untersuchung deshalb einfacher, weil sie von nur einem Instrumentstandpunkt aus vorgenommen werden kann. Die Untersuchung geschieht in der Weise, daß man zuerst in der einen Fernrohrlage — mit Libelle unten — und dann in der anderen Fernrohrlage — mit Libelle oben — je bei einspielender Libelle an einer in 40—50 m Entfernung auf einem festen Punkt vertikal aufgehaltene Nivellierlatte auf Millimeter genau abliest. Sind die dabei gemachten Ablesungen a_1 und a_2 verschieden, so liegt die Zielachse nicht parallel zu den beiden Libellenachsen, also bei einspielender Libelle nicht horizontal. Die horizontale Lage der Zielachse ist bestimmt durch die Ablesung $a = \frac{a_1 + a_2}{2}$. Man stellt

deshalb die Ablesung a mit Hilfe der Feinbewegungsschraube des Fernrohrs ein und bringt die dann ausschlagende Libelle mit Benutzung ihrer Berichtigungsvorrichtung zum Einspielen. War der Unterschied zwischen den Ablesungen a_1 und a_2 größer als etwa 10 mm, so empfiehlt sich im allgemeinen eine Wiederholung der Untersuchung.

Bequem ist es, wenn die der horizontal liegenden Zielachse entsprechende Ablesung ε (Fig. 7 b) oder der Fehler der Ablesemarke gleich null ist. Ist dies der Fall, so vereinfacht sich die Vertikalwinkelmessung in einer Fernrohrlage derart, daß die der Zielung nach A zukommende Ablesung a (Fig. 7 a) unmittelbar den Höhenwinkel α vorstellt²⁾. Diejenige Lage des Vertikalkreises oder die horizontale Lage der Zielachse, für welche $\varepsilon = 0$ ist, wird mit Hilfe der Ni-

¹⁾ Vgl. Band I, 4. Kapitel.

²⁾ Bei einem Tiefenwinkel dessen Ergänzung zu 360°.

vellierlibelle hergestellt; um auch die entsprechende Lage der Ablesemarke M jederzeit herstellen zu können, muß noch eine zweite Libelle in Form einer Alhidadenlibelle (Fig. 6 b) oder besser einer Nonienlibelle (Fig. 6 c) vorhanden sein.

Besitzt das Instrument eine Alhidadenlibelle, so ist der Fehler ε gleich null, wenn bei einspielender Alhidadenlibelle und gleichzeitig einspielender Nivellierlibelle die Ablesung genau 0^0 beträgt. Soll der Fehler ε auch für die der Zielung nach dem Punkt A entsprechenden Ablesung a (Fig. 7) gleich null sein, so muß die Alhidadenlibelle während der Zielung einspielen, d. h. sie muß vor der endgültigen scharfen Anzielung von A zum Einspielen gebracht werden¹⁾. Ist das Instrument mit einer Nonienlibelle ausgerüstet, so ist der Fehler ε gleich null, wenn bei einspielender Nonienlibelle und gleichzeitig einspielender Nivellierlibelle die Ablesung 0^0 ist. Der Fehler ε ist dann auch für die der Zielung nach A zukommenden Ablesung a gleich null, wenn die Nonienlibelle vor der Ausführung der Ablesung a , also nach der Anzielung des Punktes A , zum Einspielen gebracht wird.

Die Wegschaffung eines vorhandenen Fehlers ε der Ablesemarke ist je nach der Libellenanordnung verschieden. Ist eine Alhidadenlibelle vorhanden, so muß die Ablesemarke M z. B. mit Hilfe zweier Druckschrauben S_1 und S_2 (Fig. 8) um kleine Beträge um den Teilkreismittelpunkt drehbar sein. Ein bei einspielender Alhidadenlibelle und einspielender Nivellierlibelle sich zeigender Fehler ε wird in der Weise weggeschafft, daß man M mit Benutzung von S_1 und S_2 so lange dreht, bis man — beide Libellen müssen dabei noch einspielen — die Ablesung 0^0 macht. Besitzt das Instrument eine Nonienlibelle, so wird ein bei einspielender

¹⁾ Der Umstand, daß man bei einer Alhidadenlibelle diese vor der scharfen Anzielung des Punktes zum Einspielen bringen muß, ist ein Nachteil der Alhidadenlibelle im Vergleich zur Nonienlibelle, bei der die Libelle nach der Anzielung zum Einspielen gebracht werden kann.

Nonienlibelle und einspielender Nivelierlibelle vorhandener Fehler ε dadurch weggeschafft, daß man mit Benutzung der auf den Nonius wirkenden Schraube S (Fig. 6 c) die Ablesung 0^0 einstellt, und die sodann ausschlagende Nonienlibelle mit Hilfe ihrer Berichtigungs-
vorrichtung wieder zum Einspielen bringt.

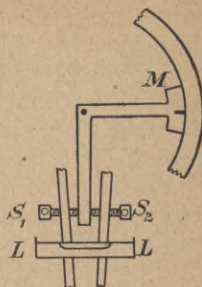


Fig. 8.

Für die Vertikalwinkelmessung in nur einer Fernrohrlage ist es nicht notwendig, für manche Messungsverfahren aber erwünscht, daß die Umdrehungsachse während der Messung genau vertikal ist; es hat dies den Vorteil, daß der Fehler ε der Ablesemarke für jede Lage der Alhidade zum Limbus ohne weiteres immer derselbe, also insbesondere immer gleich null ist. Aus diesem Grunde sorgt man dafür, daß die Umdrehungsachse senkrecht steht zu der Achse der vorhandenen Libelle, so daß bei einspielender Libelle die Umdrehungsachse vertikal steht. Die hierauf sich beziehende Untersuchung bzw. Berichtigung hat man bei der Alhidadenlibelle vor der Wegschaffung des Fehlers ε in der früher angegebenen Weise¹⁾ auszuführen. Ist nur eine Nonienlibelle vorhanden²⁾, so daß mit dieser die Umdrehungsachse vertikal gestellt werden muß, so nimmt man die Untersuchung bzw. Berichtigung der Umdrehungsachse erst nach der Wegschaffung des Fehlers ε vor; die Untersuchung erfolgt in derselben Weise wie bei einer Alhidadenlibelle, ein sich zeigender Fehler wird zur Hälfte mit Hilfe der Fußschrauben und zur Hälfte mit Hilfe der Schraube S (Fig. 6 c) weggeschafft.

Nach dem Vorstehenden wird die für Vertikalwinkelmessung in nur einer Fernrohrlage erforderliche Untersuchung

¹⁾ Vgl. Band II, 1. Kapitel.

²⁾ An den meisten Instrumenten ist außer der Nonienlibelle noch eine Alhidadenlibelle vorhanden.

und — wenn notwendig — Berichtigung des Theodolits in der folgenden Reihenfolge durchgeführt:

Erlaubt die vorhandene Libelle eine genäherte Vertikalstellung der Umdrehungsachse¹⁾, so untersucht man zunächst, ob die Zielachse Z (Fig. 6 a) des Fernrohrs parallel zur Achse L der Nivellierlibelle ist; ist dies der Fall, bzw. wurde ein vorhandener Fehler beseitigt, so hat man bei der weiteren Untersuchung zu unterscheiden, ob eine Alhidaden- oder eine Nonienlibelle vorhanden ist.

Ist eine Alhidadenlibelle und keine Nonienlibelle vorhanden²⁾, so untersucht man an zweiter Stelle die Lage der Umdrehungsachse zur Libellenachse; stehen diese beiden Achsen senkrecht zueinander, so kann man einen bei einspielender Alhidadenlibelle und einspielender Nivellierlibelle sich zeigenden Fehler der Ablesemarke wegschaffen.

Mit einem so untersuchten und berichtigten Instrument gestaltet sich die Messung folgendermaßen: Man zielt bei vertikal gestellter Umdrehungsachse bei mehr als einem Zielpunkt die verschiedenen Punkte an und liest nach jeder Zielung am Vertikalkreis ab; die Ablesungen sind dann unmittelbar die Höhenwinkel oder die Ergänzungen der Tiefenwinkel zu 360° . Zeigt nach Ausführung einer Zielung die Alhidadenlibelle z. B. infolge von Erschütterungen des Instruments einen Ausschlag, so muß man für diesen den Fehler ε bei einspielender Nivellierlibelle bestimmen und berücksichtigen.

Ist eine Nonienlibelle vorhanden, so sieht man an zweiter Stelle nach dem Fehler ε der Ablesemarke, indem man die Nonienlibelle und die Nivellierlibelle zum Einspielen bringt; wurde ein vorhandener Fehler beseitigt, so untersucht man zuletzt die Stellung der Umdrehungsachse zur

¹⁾ Dies ist immer möglich, wenn das Instrument eine Dosenlibelle besitzt, die an keinem Instrument fehlen sollte.

²⁾ Dies ist nur bei älteren Instrumenten und bei ganz kleinen Instrumenten der Fall.

Achse der Nonienlibelle und schafft einen vorhandenen Fehler mit Hilfe der Schraube *S* (Fig. 6c) weg.

Mit dem so untersuchten und berichtigten Instrument geht die Messung auf einem Standpunkt bei mehreren Zielpunkten folgendermaßen vor sich: Man zielt bei vertikal gestellter Umdrehungsachse die einzelnen Zielpunkte an und macht für jeden die Ablesung am Vertikalkreis; diese Ablesungen sind dann die Höhenwinkel oder Ergänzungen der Tiefenwinkel. Zeigt gelegentlich die Nonienlibelle nach Ausführung einer Zielung einen Ausschlag, so beseitigt man ihn vor der Ablesung mit Hilfe der Schraube *S* (Fig. 6c).

Wie aus dem Vorstehenden hervorgeht, ist eine Nonienlibelle einer Alhidadenlibelle mit Rücksicht auf die Bequemlichkeit bei der Messung vorzuziehen.

Wenn das Instrument — wie dies im allgemeinen der Fall ist — außer mit einer Nivellier- und Nonienlibelle auch mit einer Alhidadenlibelle am Fernrohrträger versehen ist, so sorgt man zunächst dafür, daß die Umdrehungsachse senkrecht steht zur Achse der Alhidadenlibelle, so daß die Umdrehungsachse vertikal gestellt werden kann. Sodann untersucht man die gegenseitige Lage von Zielachse und Achse der Nivellierlibelle, und zuletzt sieht man nach, ob bei einspielender Nivellierlibelle und einspielender Nonienlibelle die Ablesung am Vertikalkreis gleich null ist.

Die Messung der Vertikalwinkel nach verschiedenen Zielpunkten geht dann in der Weise vor sich, daß man der Reihe nach die einzelnen Punkte anzielt und nach jeder Zielung am Vertikalkreis den Höhenwinkel bzw. die Ergänzung des Tiefenwinkels abliest. Kommt es dabei z. B. durch das Herumgehen um das Instrument vor, daß die Umdrehungsachse nicht mehr genügend genau vertikal steht, so äußert sich dies in einem Ausschlag der Nonienlibelle. Man schaut deshalb am besten vor jeder Ablesung nach der Nonienlibelle und bringt diese erforderlichenfalls mit Hilfe der zu

ihr gehörigen Schraube S (Fig. 6 c) zum Einspielen, so daß die Ablesungen am Vertikalkreis unmittelbar die Höhenwinkel bzw. Ergänzungen der Tiefenwinkel vorstellen.

Bei Instrumenten, die bei der Vertikalwinkelmessung — wie der Tachymetertheodolit und die Kippregel — ausschließlich zur Messung in nur einer Fernrohrlage benutzt werden, geht die Bezifferung des Vertikalkreises am besten gegen den Uhrzeigersinn von $0—360^{\circ}$, derart, daß bei links liegendem Kreis an der beim Okular des Fernrohrs liegenden Ablesevorrichtung bei horizontaler Zielachse 0° abgelesen wird ¹⁾.

2. Messung eines Vertikalwinkels in zwei Fernrohrlagen.

Die Bezifferung des Vertikalkreises sei durchlaufend gegen den Uhrzeigersinn, der Durchmesser $0^{\circ}—180^{\circ}$ liege bei horizontaler Zielung ungefähr horizontal; der Höhenwinkel der Zielung nach einem Punkt A (Fig. 9) sei α . Es seien ε_1 der unveränderliche Winkel zwischen dem Teilkreishalbmesser nach

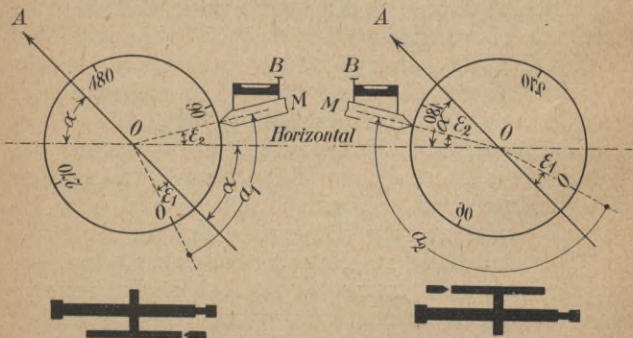


Fig. 9.

¹⁾ Es ist dabei angenommen, daß mit dem rechten Auge beobachtet wird.

dem Nullstrich der Kreisteilung und der Projektion der Zielachse in die Teilkreiseebene, und ε_2 der Winkel zwischen der Horizontalen durch den Teilkreismitelpunkt O und dem durch die Ablesemarke M bestimmten Teilkreishalbmesser ¹⁾).

Wenn bei der Zielung nach dem Punkt A in der ersten Lage des Fernrohrs oder des Vertikalkreises ²⁾ (Fig. 9 a) — bei „Kreis links“ — an der Marke M die Ablesung a_1 ist, so hat man

$$(1) \quad a_1 = \alpha + \varepsilon_1 + \varepsilon_2.$$

Schlägt man nach der Ablesung von a_1 das Fernrohr durch und zielt nach Drehung des Limbus oder der Alhidade in der zweiten Lage des Vertikalkreises — bei „Kreis rechts“ — den Punkt A wieder an, so erhalten dieser und die Marke M die in Fig. 9 b angegebene Stellung zur Zielung. Ist a_2 die neue Ablesung, so findet man

$$(2) \quad a_2 = 180^\circ - \alpha + \varepsilon_1 + \varepsilon_2.$$

Durch Subtraktion der Gleichungen (2) und (1) erhält man

$$a_2 - a_1 = 180^\circ - 2\alpha$$

oder

$$(3) \quad a_2 - a_1 = 2z, \quad \text{wobei} \quad z = 90^\circ - \alpha.$$

Die Differenz der beiden Ablesungen stellt also die doppelte Zenitdistanz $2z$ des gemessenen Höhenwinkels α vor.

Die Winkel α und ε_1 sind in beiden Kreislagen dieselben. Damit auch der Winkel ε_2 für beide Kreislagen derselbe ist, muß man die Gerade OM oder die mit ihr fest verbundene Umdrehungsachse des Instruments in eine bestimmte Lage gegen die Horizontale einstellen können. Für diesen Zweck besitzt das Instrument entweder eine Nonienlibelle (Fig. 6 c) oder eine Alhidadenlibelle am Fernrohrträger (Fig. 6 b). Diese

¹⁾ Vom Mechaniker werden Vertikalkreis und Ablesemarke so angebracht, daß die Winkel ε_1 und ε_2 klein sind.

²⁾ Man unterscheidet bei der Vertikalwinkelmessung die beiden Fernrohrlagen am besten dadurch, daß man die Lage des Vertikalkreises — „Kreis links“ und „Kreis rechts“ — angibt.

beiden Arten der Libellenanordnung unterscheiden sich bei der Messung eines Winkels dadurch, daß man eine Alhidadenlibelle vor der Zielung und eine Nonienlibelle nach der Zielung — aber natürlich vor der Ablesung — zum Einspielen bringen muß.

Ist nur eine Alhidadenlibelle und keine Nonienlibelle vorhanden¹⁾, so ist der Vorgang bei der Messung der folgende: Man zielt bei vertikal stehender Umdrehungsachse den Punkt *A* mit dem Horizontalfaden zunächst genähert, und nachdem man die Alhidadenlibelle nachgesehen bzw. mit der entsprechenden Fußschraube genau zum Einspielen gebracht hat, genau an und liest sodann am Vertikalkreis ab. Nun schlägt man das Fernrohr durch, dreht die Alhidade um 180 Grad, zielt den Punkt *A* in derselben Weise wieder an und liest am Vertikalkreis ab. Für die Ablesungen am Vertikalkreis dreht man die Alhidade in eine — besonders mit Rücksicht auf die Beleuchtung — bequeme Lage.

Ist eine Nonienlibelle vorhanden, so vereinfacht sich die Messung dadurch, daß man in beiden Fernrohrlagen die Libelle nicht vor der Zielung, sondern erst vor der Ablesung nachsehen bzw. zum Einspielen bringen muß²⁾. Der Vorgang bei der Messung ist der folgende: Man zielt bei vertikal stehender Umdrehungsachse den Punkt *A* mit dem Horizontalfaden genau an, sieht nach der Nonienlibelle bzw. läßt sie mit Hilfe der zu ihr gehörigen Schraube *S* (Fig. 6 c) genau einspielen und liest am Vertikalkreis ab; hierauf schlägt man das Fernrohr durch und wiederholt die Messung in der zweiten Fernrohrlage. Auch hier kann man, nachdem die Nonienlibelle zum Einspielen gebracht wurde, für die Ablesungen am Vertikalkreis die Alhidade in eine bequeme Lage drehen.

Addiert man die beiden oben angegebenen Gleichungen

¹⁾ Dies ist nur bei älteren Instrumenten der Fall.

²⁾ Dies ist besonders von Vorteil, wenn der Zielpunkt ein sich bewegender Punkt — Gestirn, Signalballon — ist.

(1) und (2), so erhält man

$$(4) \quad a_1 + a_2 = 180^\circ + 2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2).$$

Da ε_1 und ε_2 , also auch ihre Summe $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon$ unveränderliche Winkel sind, so muß für ein bestimmtes Instrument die Summe von je zwei, auf denselben Zielpunkt und auf die beiden Fernrohrlagen sich beziehenden Ablesungen a_1 und a_2 gleich einer unveränderlichen Zahl sein. Damit ergibt sich eine Probe für die Messung.

Theodolite, die zum Messen der Vertikalwinkel in zwei Fernrohrlagen bestimmt sind, besitzen auch am Vertikalkreis zwei Ablesevorrichtungen, so daß sich auch hier der Einfluß einer Exzentrizität zwischen Teilungsmittelpunkt und Teilungsdrehpunkt unschädlich machen läßt. Sind die Ablesungen an einer zweiten Ablesemarke a'_1 und a'_2 , so erhält man für die doppelte Zenitdistanz $2z$ des gemessenen Höhenwinkels

$$2z = a'_2 - a'_1;$$

aus dieser Gleichung und der Gleichung (3) findet man für $2z$ im Mittel

$$2z = \frac{1}{2}\{(a_2 - a_1) + (a'_2 - a'_1)\}.$$

Eine Probe für die Ablesungen a'_1 und a'_2 erhält man auf Grund der Gleichung

$$a'_1 + a'_2 = 180^\circ + 2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2).$$

Für die Aufschreibung der Ablesungen und die Ausführung der Rechnung verwendet man einen Vordruck, wie der auf der folgenden Seite angegebene.

Für die Berechnung der doppelten Zenitdistanz $2z$ aus der Differenz der Ablesungen a_1 und a_2 , und zwar aus Ablesung in der zweiten Fernrohrlage minus Ablesung in der ersten Fernrohrlage, wurde vorausgesetzt, daß die Teilungsbezeichnung des Vertikalkreises gegen den Uhrzeigersinn ausgeführt ist, und daß in der $\left\{ \begin{array}{l} \text{ersten} \\ \text{zweiten} \end{array} \right\}$ Fernrohrlage der

Vertikalkreis $\left\{ \begin{array}{l} \text{links} \\ \text{rechts} \end{array} \right\}$ liegt (Fig. 9). Eine besondere Regel für

Datum	Standpunkt	Zielpunkt	Bemerkungen:	Kreislage	Nonius 1			Nonius 2		
				links	19 ^o	53'	00"	199 ^o	52'	30"
				rechts	160	07	30	340	08	00
				Probe	180	00	30	540	00	30
				2 Z	140	14	30	140	15	30
				2 z (im Mittel) = 140° 15' 00"						
				Zenitdistanz z = 70° 07' 30"						
				Höhenwinkel $\alpha = + 19^{\circ} 52' 30''$						

die Ermittlung von $2z$ als Differenz der beiden Ablesungen ist so lange nicht erforderlich, als man durch unmittelbaren Anblick bestimmen kann, ob der beobachteten Zielung ein Höhen- oder ein Tiefenwinkel entspricht. Ist der gemessene Winkel ein $\left\{ \begin{array}{l} \text{Höhen-} \\ \text{Tiefen-} \end{array} \right\}$ Winkel, so muß $2z$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{kleiner} \\ \text{größer} \end{array} \right\}$ als 180° sein; aus dieser Überlegung ergibt sich für jeden einzelnen Fall, ob man $2z$ aus Anfangs- minus Endablesung oder End- minus Anfangsablesung erhält.

In der Gleichung (4)

$$a_1 + a_2 = 180^{\circ} + 2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$$

bezeichnet man die Summe $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon$ als den Fehler der betreffenden Ablesemarke oder deren Indexfehler. Es gibt Fälle — z. B. Einstellung eines zum voraus berechneten Vertikalwinkels zwecks Aufsuchung eines Zielpunktes —, in denen es wünschenswert ist, wenn der Fehler ε gleich null ist, so daß nach Gleichung (1) die Ablesung a_1 unmittelbar den Vertikalwinkel α vorstellt. Will man für eine Ablesemarke untersuchen, ob sie mit einem Fehler behaftet ist, so mißt man nach einem beliebigen Zielpunkt den Vertikalwinkel und er-

hält dann mit Benutzung der Gleichung (4)

$$2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = 2\varepsilon = (a_1 + a_2) - 180^\circ.$$

Will man einen so bestimmten Fehler ε wegschaffen, so stellt man für den Fall, daß eine Nonienlibelle vorhanden ist, mit der auf diese wirkenden Schraube S (Fig. 6 c) während der Zielung nach dem benutzten Punkt je nach der Fernrohrlage die Ablesung α bzw. $180^\circ - \alpha$ ein. Die dann ausschlagende Nonienlibelle bringt man mit ihrer Berichtigungsvorrichtung zum Einspielen.

Soll ein Vertikalwinkel aus irgendeinem Grunde mit einer größeren Genauigkeit gemessen werden, als dies bei einmaliger Messung mit dem vorhandenen Instrument möglich ist, so mißt man den Winkel mehrmals; dabei empfiehlt es sich, zwischen je zwei Messungen den Fehler ε absichtlich zu verändern ¹⁾, so daß man bei jeder Messung andere Ablesungen erhält.

Bei feinsten Vertikalwinkelmessungen läßt man die Nonienlibelle nicht genau einspielen, sondern liest den Stand der Libellenblase ab und berechnet bei bekannter Libellenempfindlichkeit den Einfluß des Libellenausschlags.

§ 3. Trigonometrische Höhenbestimmung auf kleinere Entfernungen.

Die Aufgabe der trigonometrischen Höhenbestimmung lautet so:

Gegeben ist die N.N.-Höhe H_a eines Punktes A (Fig. 10), es soll die N.N.-Höhe H_b eines Punktes B durch Vertikalwinkelmessung bestimmt werden.

Zur Lösung dieser Aufgabe stellt man den Theodolit über dem Punkt A auf und mißt den Vertikalwinkel α nach dem für diesen Zweck — z. B. mit Hilfe einer Zielscheibe — be-

¹⁾ Bei einer Alhidadenlibelle mit Hilfe der Schrauben S_1 und S_2 (Fig. 8); bei einer Nonienlibelle mit Hilfe der Berichtigungsvorrichtung der Libelle (Fig. 6 c).

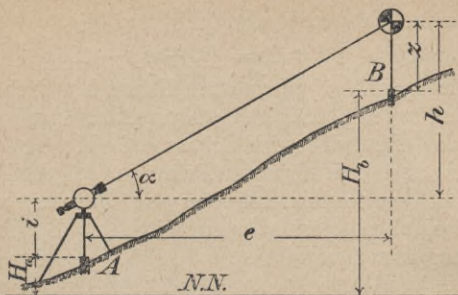


Fig. 10.

sonders bezeichneten Punkt B . Ist i der Höhenunterschied zwischen der Kippachse des Theodolits und dem Punkt A , z derjenige zwischen der Zielscheibe und B , und e die horizontale Entfernung von A und B , so findet man H_b aus

$$H_b = H_a + i + h - z, \quad \text{wobei } h = e \operatorname{tg} \alpha.$$

Diese Gleichung gilt jedoch mit Rücksicht auf die Erdkrümmung und die Refraktion nur für solche Punkte, deren Entfernung kleiner als etwa 500 m ist. Für diesen Fall besteht die Bestimmung von H_b in der Messung des Vertikalwinkels α und der Ermittlung der Entfernung e .

Die Messung des Winkels α führt man je nach der Genauigkeit, mit der H_b und damit h bestimmt werden soll, in einer Fernrohrlage oder in zwei Fernrohrlagen aus.

Die Entfernung e erhält man je nach der Genauigkeit, mit der sie mit Rücksicht auf h zu ermitteln ist, durch Abmessen in einer Karte oder einem Plane, mit Hilfe eines besonderen Dreiecks oder durch Berechnen aus den Koordinaten der Punkte A und B .

Die Genauigkeit von h und damit diejenige von H_b

¹⁾ Siehe Band I, Seite 145.

¹⁾ Unter Berücksichtigung des Papiereingangs.

ist abhängig von der Genauigkeit des Winkels α und von der Genauigkeit der Entfernung e .

Der Einfluß Δh eines Fehlers $\Delta\alpha$ von α auf h läßt sich berechnen aus

$$\Delta h = \frac{e}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{\Delta\alpha}{\rho}, \quad \text{wobei} \quad \rho = \frac{180^\circ}{\pi} = 3\,438' = 206\,265''.$$

Nach dieser Gleichung ist Δh für einen bestimmten Wert von $\Delta\alpha$ um so größer, je größer die Entfernung e und je größer der Winkel α ist. Für $\alpha = 0^\circ$ ist $\Delta h = e \frac{\Delta\alpha}{\rho}$, für $\alpha = 45^\circ$ ist

$$\Delta h = 2e \frac{\Delta\alpha}{\rho}.$$

Die in der Fig. 11 gezeichnete Tafel zeigt den durch einen Winkelfehler $\Delta\alpha$ hervorgerufenen Höhenfehler für $\alpha = 0^\circ$ und $\alpha = 45^\circ$. Soll z. B. bei einer Entfernung von rund 200 m und kleinem Vertikalwinkel der Höhenunterschied h auf etwa 1 dm genau bestimmt werden, so genügt

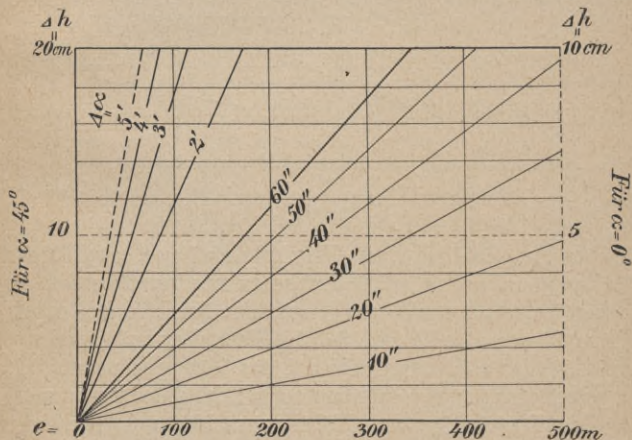


Fig. 11.

es, den Winkel auf rund 1' genau zu messen; hierfür reicht die Messung in einer Fernrohrlage aus. Soll bei einer Entfernung von 150 m der Höhenunterschied h bei einem Vertikalwinkel von etwa 30° auf 1 cm genau bestimmt werden, so wird man den Winkel α auf 10'' bis 20'' genau messen, wozu die Messung in zwei Fernrohrlagen erforderlich ist.

Den Einfluß Δh eines Fehlers Δe von e auf den Höhenunterschied h erhält man aus

$$\Delta h = \Delta e \operatorname{tg} \alpha .$$

Wie diese Gleichung zeigt, ist Δh für einen bestimmten Wert von Δe um so größer, je größer der Winkel α ; für $\alpha = 45^\circ$ ist $\Delta h = \Delta e$. Die Tafel in Fig. 12 zeigt den Einfluß Δh eines

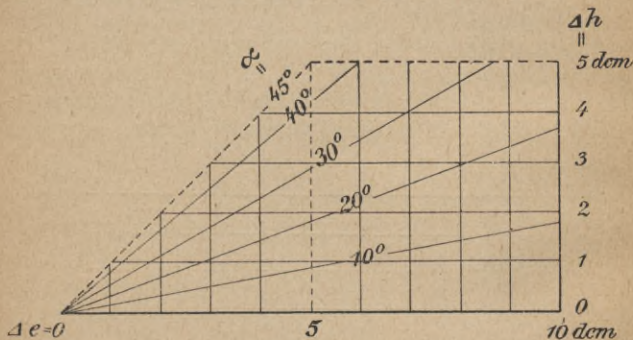


Fig. 12.

Fehlers Δe . Soll bei einem Vertikalwinkel von etwa 10° der Höhenunterschied h auf 1 dm genau bestimmt werden, so genügt es, e auf etwa 5 dm genau, also durch Abgreifen aus einem Plane zu ermitteln. Soll bei einem Vertikalwinkel von rund 30° der Höhenunterschied h auf 5 cm genau ermittelt werden, so muß man e auf mindestens 1 dm genau bestimmen.

Die Berechnung des Höhenunterschiedes h nach der Gleichung $h = e \operatorname{tg} \alpha$ führt man je nach der Genauigkeit, mit

der h zu bestimmen ist, mit Hilfe einer vier- oder fünfstelligen Logarithmentafel oder einer graphischen Tafel aus; das letztere empfiehlt sich hauptsächlich dann, wenn die Entfernung e einer Karte entnommen wird.

Trigonometrische Höhenbestimmungen auf kürzere Entfernungen finden hauptsächlich Verwendung bei Geländeaufnahmen, wo sie in steilerem Gelände an die Stelle des Flächennivellements treten; ferner hat man sie auszuführen bei der Bestimmung der N.N.-Höhen von hochgelegenen und unzugänglichen Punkten (Blitzableiterspitze, Kirchturmspitze) von nah gelegenen Punkten aus.

Trigonometrische Höhenbestimmungen für Geländeaufnahmen

setzen voraus, daß ein Lageplan (z. B. in Form eines Katasterplanes) des aufzunehmenden Gebietes zur Verfügung steht, und daß genügend viele in der Natur bezeichnete und in dem Plan festgelegte Punkte (Grenzsteine) vorhanden sind.

Der Aufnahme vorauszugehen hat ein Festpunktnivellement, das die Grundlage in Form der N.N.-Höhen einer Anzahl fester, über das Gebiet verstreuter Punkte zu liefern hat.

Bei der Aufnahme selbst stellt man den Theodolit z. B. über einem nach Lage und N.N.-Höhe gegebenen Punkt A (Fig. 10) auf und mißt den Höhenunterschied i zwischen der Kippachse und dem Punkt A , so daß $H_i = H_a + i$ die N.N.-Höhe der Kippachse ist. Zur Bezeichnung der Zielpunkte verwendet man einen Fluchtstab, an dem eine Zielscheibe im Abstand z von seinem unteren Ende befestigt ist. Ist α der Vertikalwinkel der Zielung nach einem Geländepunkt B , in welchem vom Meßgehilfen der Stab mit der Zielscheibe aufgehalten wurde, und ist e die horizontale Entfernung dieses Punkts vom Instrumentstandpunkt, so findet man

(Fig. 10) die N.N.-Höhe H_b von B aus

$$H_b = H_a + i \pm h - z, \quad \text{wobei } h = e \operatorname{tg} \alpha.$$

Befestigt man die Zielscheibe derart an dem Stabe, daß $z = i$ ist, so geht die vorstehende Gleichung über in

$$H_b = H_a \pm h = H_a \pm e \operatorname{tg} \alpha.$$

Bei Höhenaufnahmen für den angegebenen Zweck kann man sich in den meisten Fällen mit einer Genauigkeit von 1 dm in den zu bestimmenden N.N.-Höhen begnügen; man mißt deshalb die Höhenwinkel nur in einer Fernrohrlage, wobei man zuerst einen vorhandenen Fehler der Ablesemarke wegschafft, so daß bei einspielender Libelle die Ablesungen am Vertikalkreis unmittelbar die Höhenwinkel oder bei Tiefenwinkeln deren Ergänzung zu 360° vorstellen.

Den Höhenunterschied h berechnet man nach der Gleichung $h = e \operatorname{tg} \alpha$ mit Rücksicht darauf, daß man e dem Plan entnimmt, am besten graphisch; man entwirft sich zu diesem Zweck eine Tafel wie die in Fig. 13 angegebene. Um für h eine größere Genauigkeit zu erreichen, zeichnet man eine solche Tafel überhöht auf, so daß man für eine bestimmte Entfernung e , die man dem im Maßstab $1 : M$ gezeichneten Plan mit Hilfe des Zirkels entnimmt, als Abszisse und einen bestimmten Vertikalwinkel α den zugehörigen Höhenunterschied h als Ordinate z. B. im Maßstab $1 : \frac{M}{10}$ erhält. Um

auch die Berechnung der N.N.-Höhen H_b graphisch ausführen zu können, was sich besonders einfach gestaltet, wenn man nach der Gleichung

$$H_b = H_a \pm h$$

rechnen kann, versieht man die Tafel mit einer im Maßstab

$1 : \frac{M}{10}$ gezeichneten Skala, bei der man sich für jeden Instrumentstandpunkt die jeweilige N.N.-Höhe H_a angibt.

In den meisten Fällen wird die einem Plan entnommene Entfernung e infolge des Papiereingangs zu klein sein; beträgt dieser

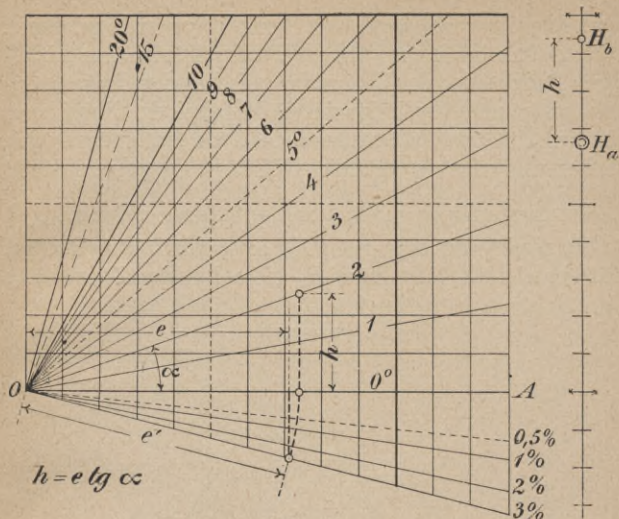


Fig. 13.

p ‰, und ist die verbesserte Entfernung e' , so erhält man für diese $e' = e \left(1 + \frac{p}{100} \right)$. e' läßt sich aus e und p ebenfalls graphisch ermitteln, wenn man die Tafel für $h = e \operatorname{tg} \alpha$ mit einer entsprechenden Hilfstafel (Fig. 13) versieht.

Steht für eine Höhenaufnahme ein Lageplan, der genügend viele, ihrer Lage nach unzweideutig gegebene Punkte enthält, nicht zur Verfügung, so tritt an die Stelle des Flächennivellements oder der im vorstehenden beschriebenen trigonometrischen Höhenbestimmung die tachymetrische Punktbestimmung¹⁾.

§ 4. Bestimmung der Höhen von unzugänglichen Punkten auf kurze Entfernungen.

Soll die N.N.-Höhe eines hochgelegenen, für die unmittel-

¹⁾ Siehe 5. Kapitel.

bare Messung unzugänglichen Punktes von nah gelegenen Punkten aus bestimmt werden, so braucht man zur mittelbaren Bestimmung der Entfernung zwischen dem Instrumentstandpunkt und dem Zielpunkt ein Hilfsdreieck. Dabei kann man insofern zwei Fälle unterscheiden, als man entweder ein horizontales oder ein vertikales Hilfsdreieck verwenden kann.

1. Mit Benutzung eines horizontalen Dreiecks.

Ist gegeben die N.N.-Höhe H_a eines Punktes A (Fig. 14) und gesucht die N.N.-Höhe H_z eines Punktes Z , so wählt

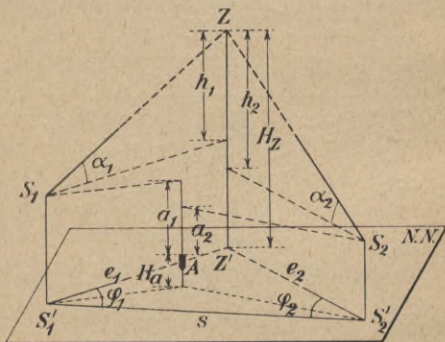


Fig. 14.

man bei Verwendung eines horizontalen Hilfsdreiecks zwei Punkte S_1 und S_2 derart, daß das Dreieck $Z'S'_1S'_2$ ungefähr gleichseitig ist. In diesem Dreieck mißt man die Seite $S'_1S'_2 = s$ und die beiden Horizontalwinkel φ_1 und φ_2 . Für die eindeutige Bestimmung von H_z genügt die Messung z. B. des Höhenwinkels α_1 in S_1 und des Höhenunterschiedes a_1 zwischen der Kippachse des in S_1 aufgestellten Theodolits und dem gegebenen Punkt A . Im allgemeinen wird man auch in S_2 den Höhenwinkel α_2 und den Höhenunterschied a_2 zwischen der Kippachse des Theodolits und dem Punkt A messen.

Die Strecke s mißt man mit 5 m-Meßblättern nach dem Gradbogenverfahren; am besten zweimal, hin und her. Für die Horizontalwinkel φ_1 und φ_2 genügt die Messung in je einem Satz. Die beiden Höhenwinkel α_1 und α_2 mißt man je nach der verlangten Genauigkeit von H_z und dem zur Verfügung stehenden Instrument entsprechend in einer oder zwei Fernrohrlagen. Für die Messung der Höhenunterschiede a_1 und a_2 muß das Instrument mit einer Fernrohr- oder Nivellierlibelle versehen sein, deren Achse parallel zur Zielachse liegen muß.

Die doppelte Berechnung von H_z erfolgt auf Grund der folgenden Gleichungen, in denen e_1 und e_2 die horizontalen Entfernungen S'_1Z' und S'_2Z' , und h_1 bzw. h_2 die Höhenunterschiede zwischen Z und den Theodolitkippachsen vorstellen

$$H'_z = H_a + a_1 + h_1 \quad H''_z = H_a + a_2 + h_2,$$

wobei

$$h_1 = e_1 \operatorname{tg} \alpha_1 \quad h_2 = e_2 \operatorname{tg} \alpha_2$$

und

$$e_1 = s \frac{\sin \varphi_2}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2)} \quad e_2 = s \frac{\sin \varphi_1}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2)}.$$

Damit erhält man H_z aus $H_z = \frac{H'_z + H''_z}{2}$.

2. Mit Benutzung eines vertikalen Dreiecks.

Ist die N.N.-Höhe H_a eines Punktes A (Fig. 15) gegeben und die N.N.-Höhe H_z eines Punktes Z gesucht, so wählt man in der Nähe von A einen Instrumentstandpunkt S_1 und bestimmt von ihm aus mit dem Theodolit einen in der durch S_1 und Z bestimmten Vertikalebene gelegenen Punkt S_2 . Mißt man die Strecke $S_1S_2 = s$, die Höhenwinkel α_1 und α_2 in S_1 und S_2 sowie die Höhenunterschiede a_1 und a_2 zwischen der Kippachse des in S_1 und dann in S_2 aufgestellten Theodolits und dem gegebenen Punkt A , so erhält man H_z mit $a_1 - a_2 = a$ aus der leicht aus der Figur abzulesenden Gleichung

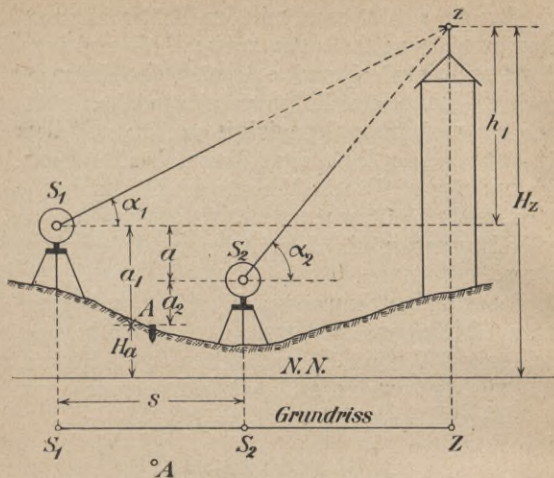


Fig. 15.

$$H_z = H_a + a_1 + h_1, \text{ wobei } h_1 = \frac{s \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 + a \sin \alpha_1 \cos \alpha_2}{\sin (\alpha_2 - \alpha_1)}$$

Über die Messung der verschiedenen Größen gilt das oben Gesagte.

§ 5. Trigonometrische Höhenbestimmung auf größere Entfernungen.

Die trigonometrische Bestimmung von Höhenunterschieden auf Grund der Gleichung

$$(1) \quad h = e \operatorname{tg} \alpha$$

ist nur für Entfernungen kleiner als etwa 500 m zulässig. Bei Höhenbestimmungen auf größere Entfernungen tritt an ihre Stelle eine andere Gleichung, welche je ein die Erdkrümmung und die Refraktion berücksichtigendes Glied enthält.

Der Einfluß der Erdkrümmung auf die Höhenbestimmung möge an folgendem Beispiel gezeigt werden: Um die Höhe eines Turmes (Fig. 16) zu bestimmen, mißt man in einem Punkt A den Vertikalwinkel nach der Spitze des Turmes. Ist der Turm von A genügend weit entfernt, so kann der Fall eintreten, daß infolge der Erdkrümmung der Vertikalwinkel und damit auch die nach Gleichung (1) berechnete Turmhöhe gleich null wird; man hat demnach $e \operatorname{tg} \alpha$ um eine von der Erdkrümmung herrührende und von der Entfernung e abhängige

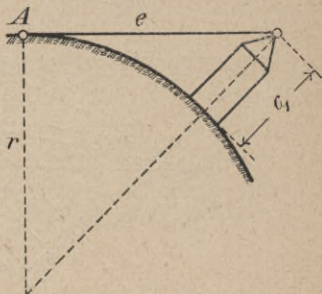


Fig. 16.

Strecke e_1 zu vergrößern, so daß an Stelle der Gleichung (1) die Gleichung tritt

$$(2) \quad h = e \operatorname{tg} \alpha + c_1.$$

Für c_1 findet man mit Hilfe der Fig. 16, wenn r der Erdhalbmesser ist,

$$c_1 = \sqrt{r^2 + e^2} - r$$

oder mit Benutzung des binomischen Lehrsatzes

$$c_1 \approx \frac{e^2}{2r}.$$

Eine Übersicht über die Werte von c_1 für verschiedene Entfernungen e gibt die folgende Zusammenstellung:

$e =$	500 m	1000 m	2000 m	3000 m	4000 m	5000 m
$c_1 =$	0,02 m	0,08 m	0,31 m	0,71 m	1,25 m	1,96 m

Infolge der Brechung der Lichtstrahlen bei ihrem Übergang in verschieden dichte Luftschichten oder der Refraktion ist der Zielstrahl bei der Vertikalwinkelmessung von

einem Punkt A nach einem Punkt B (Fig. 17) keine Gerade, sondern eine der Erde zu konkave Kurve. Mißt man in A den Vertikalwinkel nach B , so erhält man einen zu

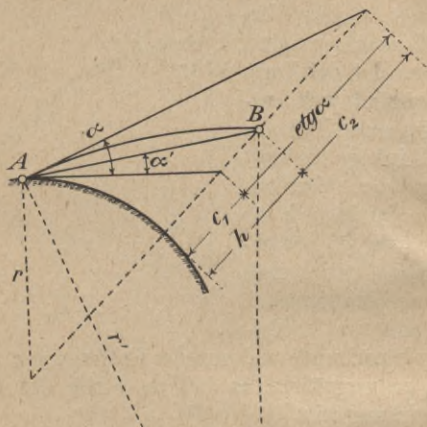


Fig. 17.

großen Winkel, nämlich α statt α' , und muß demnach den nach Gleichung (2) berechneten Höhenunterschied h von A und B noch verkleinern um eine von der Strahlenbrechung herrührende Strecke c_2 . An Stelle der Gleichung (2) hat man dann die Gleichung

$$(3) \quad h = e \operatorname{tg} \alpha + c_1 - c_2.$$

Wie Versuche zeigen, kann man die Annahme machen, daß der Zielstrahl von A nach B ein flacher Kreisbogen ist; bezeichnet man dessen Halbmesser mit r' , so kann man c_2 berechnen aus

$$c_2 \approx \frac{e^2}{2r'}.$$

Setzt man $r' = \frac{1}{k} r$, wo k eine durch Versuche zu bestimm-

mende Größe, der sog. Refraktionskoeffizient ist, so wird

$$c_2 \approx \frac{e^2}{2r} k.$$

Mit den für c_1 und c_2 gefundenen Näherungswerten geht die Gleichung (3) über in

$$(4) \quad h = e \operatorname{tg} \alpha + \frac{e^2}{2r} (1 - k).$$

Ist H_a die N.N.-Höhe von A , i die Instrumentenhöhe über H_a und z die Zielhöhe über B (Fig. 10), so erhält man die N.N.-Höhe H_b von B aus

$$(5) \quad H_b = H_a + i \pm e \operatorname{tg} \alpha + \frac{e^2}{2r} (1 - k) - z.$$

Der Refraktionskoeffizient k ist abhängig von der Lufttemperatur, der Luftfeuchtigkeit, der Luftdichte und dem Luftdruck; er ist mit diesen an verschiedenen Orten und an einem Ort zu verschiedenen Zeiten großen Schwankungen unterworfen. Beobachtungen haben ergeben, daß k innerhalb eines Tages an einem Ort zwischen 0,0 und 0,3 schwanken kann, und zwar derart, daß die größten Werte morgens und abends und der kleinste Wert mittags eintritt. Bei Zielungen über Wasserflächen und durch staubreiche Luft ist k noch größeren Schwankungen unterworfen; Zielungen über Wasserflächen und in der Erdnähe sollten deshalb möglichst vermieden werden. Als Mittel aus einer großen Zahl von Bestimmungen hat man $k = 0,13$ gefunden, welcher Wert in Deutschland den Berechnungen zugrunde gelegt wird. Die Genauigkeit der trigonometrischen Höhenbestimmung ist infolge der Unsicherheit in k gering; ein Fehler an k von z. B. 0,1 ruft in der Höhe bei einer Entfernung von 5 km bereits einen Fehler von 0,2 m hervor.

Einige Werte des die Erdkrümmung und die Strahlen-
Werkmeister, Vermessungskunde III. 3

brechung berücksichtigenden Gliedes $c_1 - c_2 = \frac{e^2}{2r} (1 - k)$ für $k = 0,13$ sind in der nachstehenden Zusammenstellung enthalten:

$e =$	500 m	1000 m	2000 m	3000 m	4000 m	5000 m
$c_1 - c_2 =$	0,02 m	0,07 m	0,27 m	0,61 m	1,09 m	1,70 m

Die Bestimmung des Refraktionskoeffizienten k kann nach einem der beiden folgenden Verfahren vorgenommen werden:

a) Man bestimmt den Höhenunterschied h der beiden Punkte A und B (Fig. 10) durch Nivellieren und findet dann k mit Hilfe der Gleichung (5) aus

$$k = 1 + \frac{2r}{e^2} (e \operatorname{tg} \alpha - h + i - z).$$

b) Bestimmen zwei Beobachter den Höhenunterschied von zwei Punkten A und B gegenseitig und gleichzeitig durch Messen der Höhen- bzw. Tiefenwinkel α_1 und α_2 in A und B , so hat man, wenn i_a, z_a bzw. i_b, z_b die Instrumenten- und Zielhöhen sind, die Gleichungen

$$H_b = H_a + i_a + e \operatorname{tg} \alpha_1 + \frac{e^2}{2r} (1 - k) - z_b$$

und

$$H_a = H_b + i_b - e \operatorname{tg} \alpha_2 + \frac{e^2}{2r} (1 - k) - z_a.$$

Durch Addition dieser beiden Gleichungen erhält man

$$0 = e (\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2) + \frac{e^2}{r} (1 - k) + (i_a + i_b) - (z_a + z_b)$$

und hieraus

$$k = 1 + \frac{r}{e} (\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2) + \frac{r}{e^2} \{(i_a + i_b) - (z_a + z_b)\}.$$

Mit Rücksicht auf die Unsicherheit in k sucht man trigonometrische Höhenbestimmungen auf Entfernungen größer als etwa 2—3 Kilometer zu umgehen. Soll ausnahmsweise der Höhenunterschied h zweier Punkte A und B , deren Entfernung fünf oder mehr Kilometer beträgt, gemessen werden, so kann man sich von k dadurch freimachen, daß man gleichzeitig auf beiden Punkten die Höhen- bzw. Tiefen-

winkel mißt. Ist dies mit Rücksicht darauf, daß zwei Beobachter und zwei Instrumente erforderlich sind, nicht möglich, so kann man den Einfluß einer Unsicherheit in k auf den zu bestimmenden Höhenunterschied h bis zu einem gewissen Grad auch dadurch unschädlich machen, daß man von einem Hilfspunkt C aus, dessen Entfernungen e_1 und e_2 von A und B möglichst gleich sein müssen, die Höhenwinkel α_1 und α_2 mißt.

Bei gleichzeitiger Messung von A und B aus findet man für den Höhenunterschied h , wenn α_1 und α_2 die gemessenen Winkel und i_a, z_b bzw. i_b, z_a die Instrumenten- und Zielhöhen sind, die Gleichungen

$$h = e \operatorname{tg} \alpha_1 + \frac{e^2}{2r} (1 - k) + i_a - z_b$$

und

$$h = e \operatorname{tg} \alpha_2 - \frac{e^2}{2r} (1 - k) - i_b + z_a.$$

Durch Addition dieser Gleichungen erhält man

$$2h = e (\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2) + (i_a - i_b) - (z_b - z_a).$$

Bei Messung der Vertikalwinkel von einem Hilfspunkt C aus erhält man, wenn $\left\{ \begin{matrix} h_1 \\ h_2 \end{matrix} \right\}$ der Höhenunterschied zwischen C und $\left\{ \begin{matrix} A \\ B \end{matrix} \right\}$ ist, und wenn die Entfernungen $CA = e_1$ und $CB = e_2$, und die Zielhöhen in A und B z_1 und z_2 sind,

$$h_1 = e_1 \operatorname{tg} \alpha_1 + \frac{e_1^2}{2r} (1 - k) - z_1,$$

$$h_2 = e_2 \operatorname{tg} \alpha_2 + \frac{e_2^2}{2r} (1 - k) - z_2.$$

Durch Subtraktion dieser beiden Gleichungen findet man

$$h = h_1 - h_2 = e_1 \operatorname{tg} \alpha_1 - e_2 \operatorname{tg} \alpha_2 - (z_1 - z_2) + \frac{e_1^2 - e_2^2}{2r} (1 - k).$$

Wie diese Gleichung zeigt, ist der Einfluß von k auf h um so kleiner, je kleiner $e_1^2 - e_2^2$ oder je mehr $e_1 = e_2$ ist.

Die Messung der Vertikalwinkel führt man bei Höhenbestimmungen auf größere Entfernungen im allgemeinen in zwei Fernrohrlagen aus. Zur Bezeichnung der Zielpunkte für die Zwecke der Vertikalwinkelmessung benutzt man — soweit die Punkte nicht schon natürlich bezeichnet sind — vertikal

in den Boden gesteckte Stangen, die man in passender Höhe mit einem horizontalen Lattenkreuz (Fig. 18) versieht, dessen Abstand z (Zielhöhe) von dem zu bestimmenden Punkt gemessen werden muß.

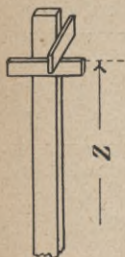


Fig. 18.

Die Genauigkeit, mit der man die Entfernung bestimmen muß, ergibt sich aus der in der Fig. 12 angegebenen Tafel. Ein Fehler in e von z. B. 1,0 m verursacht bei einem Höhenwinkel von 5° erst einen Fehler von nicht ganz 1 dm. In den meisten Fällen wird es genügen, e auf einige Dezimeter genau zu ermitteln. Sind die Koordinaten (x_a, y_a) und (x_b, y_b) des Standpunktes A und des Zielpunktes B unmittelbar gegeben, oder lassen sie sich auf Grund des in den Katasterkarten eingezeichneten Koordinatennetzes einer solchen Karte mit hinreichender Schärfe entnehmen, so findet man e aus

$$e = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}.$$

Stehen keine Koordinaten zur Verfügung, so ist man gezwungen, e mit Hilfe eines Dreiecks zu bestimmen, in dem man eine Seite und zwei Winkel mißt.

Als Zahlenbeispiel für eine trigonometrische Höhenbestimmung möge das Folgende dienen:

Um die N.N.-Höhe eines Punktes K (Kirchturmspitze) zu bestimmen, wurde in einem Punkt S mit der gegebenen N.N.-Höhe $H_s = 494,46$ m der Höhenwinkel $\alpha = 0^\circ 59' 26''$ nach K gemessen. Die Koordinaten von S und K sind die folgenden:

m	m
$x_s = + 29\ 912,8$	$x_k = + 30\ 359,7$
$y_s = + 64\ 533,3$	$y_k = + 64\ 924,6$

Die Instrumentenhöhe i wurde gemessen zu 1,30 m.

Man rechnet nach der Gleichung

$$H_k = H_s + i + e \operatorname{tg} \alpha + \frac{e^2}{2r} (1 - k).$$

Mit Hilfe der Koordinaten von S und K findet man $e = 594,0$ m; damit erhält man für $e \operatorname{tg} \alpha$ mit Benutzung von fünfstelligen Log-

arithmen $e \operatorname{tg} \alpha = 10,27 \text{ m}$. Nimmt man $k = 0,13$ an, so wird $\frac{e^2}{2r} (1 - k) = 0,02 \text{ m}$; mit diesen Werten ergibt sich

$$H_k = 494,46 + 1,30 + 10,27 + 0,02 = 506,05 \text{ m}.$$

Bei der trigonometrischen Höhenbestimmung auf Entfernungen größer als 500 m handelt es sich meistens nicht um die Bestimmung der N.N.-Höhe eines einzelnen Punktes, sondern um diejenige der N.N.-Höhen mehrerer Punkte,

die man durch die Messung der verschiedenen zwischen ihnen möglichen Höhenunterschiede zu einem trigonometrischen Höhennetz verbindet. Die Fig. 19 zeigt ein solches Netz, in dem die N.N.-Höhen von A und B gegeben sind. Zur Bestimmung der N.N.-Höhen der anderen Punkte wurden in A, B, E und D die durch Pfeile angegebenen Vertikalwinkel gemessen.

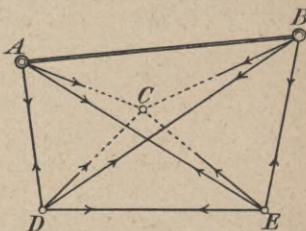


Fig. 19.

Die Berechnung eines solchen trigonometrischen Höhennetzes ist eine Aufgabe der Ausgleichsrechnung.

§ 6. Punktbestimmung im Raum durch Vertikalwinkelmessung.

Die Festlegung eines Punktes im Raum besteht in der Ermittlung seiner Koordinaten x und y in bezug auf ein ebenes Koordinatensystem und seiner N.N.-Höhe H . Da es sich dabei um drei unbekannte Größen handelt, so braucht man zu deren Bestimmung drei Gleichungen, wobei jede Gleichung durch eine gemessene Größe bestimmt ist. Ein Punkt läßt sich demnach im Raum auf Grund von gegebenen Punkten eindeutig festlegen mit Hilfe von drei Winkeln; diese können z. B. sein zwei Horizontal- und ein Vertikalwinkel, ein Horizontal- und zwei Vertikalwinkel oder drei Vertikalwinkel. Im letzteren Fall lautet die zu lösende Aufgabe so:

Zur Bestimmung der Koordinaten x, y und H eines Neupunktes P (Kirchturmspitze) wurden in den drei Festpunkten A, B und C (Fig. 20) mit den Koordinaten (x_a, y_a, H_a) , (x_b, y_b, H_b) und (x_c, y_c, H_c) ¹⁾ die Vertikalwinkel α, β und γ gemessen.

¹⁾ H_a, H_b und H_c sind dabei die N.N.-Höhen der Kippachse des Theodolits bei der Messung der Vertikalwinkel α, β und γ . Man erhält diese Höhen am einfachsten für den Fall, daß der Theodolit eine Nivellierlibelle besitzt.

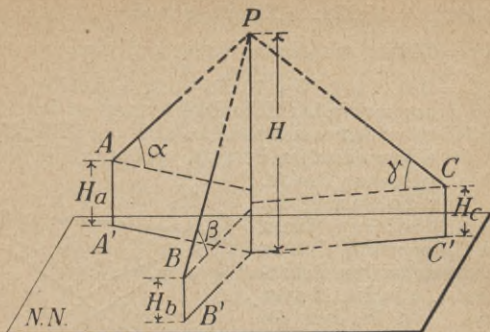


Fig. 20.

Zur Bestimmung der drei Unbekannten x , y und H hat man die drei in einfacher Weise sich ergebenden Gleichungen¹⁾

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{H - H_a}{\sqrt{(x - x_a)^2 + (y - y_a)^2}} \\ \operatorname{tg} \beta &= \frac{H - H_b}{\sqrt{(x - x_b)^2 + (y - y_b)^2}} \\ \operatorname{tg} \gamma &= \frac{H - H_c}{\sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Die unmittelbare Auflösung dieser Gleichungen ist umständlich; eine bequemere Bestimmung der Unbekannten erhält man durch Einführen von Näherungswerten x_0 , y_0 und H_0 . Setzt man

$$x = x_0 + \Delta x \quad y = y_0 + \Delta y \quad H = H_0 + \Delta H, \quad (2)$$

so gehen die Gleichungen (1) nach einer einfachen Umformung über in

$$\begin{aligned} (H_0 + \Delta H - H_a) - \operatorname{tg} \alpha \sqrt{(x_0 + \Delta x - x_a)^2 + (y_0 + \Delta y - y_a)^2} &= 0 \\ (H_0 + \Delta H - H_b) - \operatorname{tg} \beta \sqrt{(x_0 + \Delta x - x_b)^2 + (y_0 + \Delta y - y_b)^2} &= 0 \\ (H_0 + \Delta H - H_c) - \operatorname{tg} \gamma \sqrt{(x_0 + \Delta x - x_c)^2 + (y_0 + \Delta y - y_c)^2} &= 0. \end{aligned}$$

¹⁾ Da diese Art der Punktbestimmung nur für große Höhenwinkel, also kürzere Entfernungen zwischen dem Zielpunkt und den Standpunkten in Frage kommt, so braucht man die Erdkrümmung und die Refraktion nicht berücksichtigen.

Wendet man auf diese Gleichungen den Taylorsche Satz¹⁾ an, und vernachlässigt man dabei die Glieder zweiter und höherer Ordnung, so erhält man an Stelle der nicht linearen Gleichungen (1) die linearen Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} & \frac{(x_0 - x_a) \operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{(x_0 - x_a)^2 + (y_0 - y_a)^2}} \Delta x - \frac{(y_0 - y_a) \operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{(x_0 - x_a)^2 + (y_0 - y_a)^2}} \Delta y + \Delta H \\ & + \left\{ (H_0 - H_a) - \operatorname{tg} \alpha \sqrt{(x_0 - x_a)^2 + (y_0 - y_a)^2} \right\} = 0 \\ & \frac{(x_0 - x_b) \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{(x_0 - x_b)^2 + (y_0 - y_b)^2}} \Delta x - \frac{(y_0 - y_b) \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{(x_0 - x_b)^2 + (y_0 - y_b)^2}} \Delta y + \Delta H \\ & + \left\{ (H_0 - H_b) - \operatorname{tg} \beta \sqrt{(x_0 - x_b)^2 + (y_0 - y_b)^2} \right\} = 0 \\ & \frac{(x_0 - x_c) \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{(x_0 - x_c)^2 + (y_0 - y_c)^2}} \Delta x - \frac{(y_0 - y_c) \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{(x_0 - x_c)^2 + (y_0 - y_c)^2}} \Delta y + \Delta H \\ & + \left\{ (H_0 - H_c) - \operatorname{tg} \gamma \sqrt{(x_0 - x_c)^2 + (y_0 - y_c)^2} \right\} = 0, \end{aligned} \right\} (3)$$

aus denen man die Hilfsunbekannten Δx , Δy und ΔH und damit auf Grund der Gleichungen (2) die Unbekannten x , y und H bestimmen kann. Die so ermittelten Werte von x , y und H sind mit Rücksicht auf die Weglassung der Glieder höherer Ordnung bei der Entwicklung nach dem Satze von Taylor Näherungswerte, die um so genauer, je kleiner Δx , Δy und ΔH sind.

Zur Untersuchung der Genauigkeit der erhaltenen Werte der Unbekannten oder zur Erreichung einer größeren Genauigkeit betrachtet man die gefundenen Werte selbst wieder als Näherungswerte und wiederholt mit ihnen das Verfahren. Bei einer solchen Wiederholung berechnet man bei den Gleichungen (3) am besten zuerst die Absolutglieder; sind nämlich diese genügend klein, so braucht man die Koeffizienten von Δx und Δy nicht neu zu berechnen, sondern kann die zuvor benutzten Werte nehmen.

Die ersten Näherungswerte für x , y und H erhält man zeichnerisch; der Neupunkt P ist nämlich geometrisch bestimmt als Schnittpunkt der drei senkrechten Kreiskegel mit den Spitzen in A , B und C und mit den Erzeugungswinkeln gleich $90^\circ - \alpha$, $90^\circ - \beta$ und $90^\circ - \gamma$. Die hierbei erforderliche Zeichnung führt man nach den Regeln der darstellenden Geometrie aus.

Wie leicht einzusehen ist, kommt die im vorstehenden behandelte Art der Punktbestimmung nur für den Fall in Frage,

¹⁾ In allgemeiner Form lautet der Taylorsche Satz bei drei Veränderlichen so:

$$f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y, z_0 + \Delta z) \approx f(x_0, y_0, z_0) + \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial f}{\partial z} \Delta z.$$

daß der Höhenunterschied zwischen dem Neupunkt und den Festpunkten groß ist.

Zahlenbeispiel: In den drei Festpunkten A , B und C mit den Koordinaten

	x	y	H
A	+ 437,18 m	+ 371,18 m	140,41 m
B	212,38	325,14	140,36
C	348,96	116,74	140,85

wurden nach einem Neupunkt P die Vertikalwinkel

$$\alpha = 22^{\circ} 07' 00'' \quad \beta = 23^{\circ} 39' 20'' \quad \gamma = 31^{\circ} 48' 08''$$

gemessen.

Eine im Maßstab 1 : 2500 ausgeführte Zeichnung ergab für die Koordinaten des Punktes P die Näherungswerte

$$x_0 = 340,00 \text{ m} \quad y_0 = 227,00 \text{ m} \quad H_0 = 209,80 \text{ m.}$$

Mit diesen Werten erhält man für die den Gleichungen (3) entsprechenden Gleichungen

$$\begin{aligned} + 0,227 \Delta x &+ 0,337 \Delta y &+ \Delta H - 1,27 &= 0 \\ - 0,347 \Delta x &+ 0,267 \Delta y &+ \Delta H - 1,08 &= 0 \\ + 0,050 \Delta x &- 0,618 \Delta y &+ \Delta H + 0,36 &= 0. \end{aligned}$$

Die Auflösung dieser Gleichungen mit dem Rechenschieber ergibt

$$\Delta x = + 0,12 \text{ m} \quad \Delta y = + 1,68 \text{ m} \quad \Delta H = + 0,67 \text{ m,}$$

und damit mit Rücksicht auf die Gleichungen (2)

$$x = 340,12 \text{ m} \quad y = 228,68 \text{ m} \quad H = 210,47 \text{ m.}$$

Betrachtet man diese Werte selbst wieder als Näherungswerte und berechnet mit ihnen die Absolutglieder der Gleichungen (3), so erhält man für diese $- 0,008 \text{ m}$, $- 0,008 \text{ m}$ und $- 0,009 \text{ m}$; da diese Werte sehr klein sind, so können die Koeffizienten der Unbekannten Δx , Δy und ΔH in den Gleichungen (3) von oben abgerundet übernommen werden; die neuen Gleichungen lauten somit

$$\begin{aligned} + 0,23 \Delta x &+ 0,34 \Delta y &+ \Delta H - 0,008 &= 0 \\ - 0,35 \Delta x &+ 0,27 \Delta y &+ \Delta H - 0,008 &= 0 \\ + 0,05 \Delta x &- 0,62 \Delta y &+ \Delta H - 0,009 &= 0. \end{aligned}$$

Hieraus findet man

$$\Delta x = 0,00 \text{ m} \quad \Delta y = 0,00 \text{ m} \quad \Delta H = + 0,01 \text{ m}$$

und damit als endgültige Koordinaten von P

$$x = 340,12 \text{ m} \quad y = 228,68 \text{ m} \quad H = 210,48 \text{ m.}$$

2. Kapitel.

Barometrische Höhenmessung.

Die barometrische Höhenmessung beruht auf dem Umstand, daß der Luftdruck mit zunehmender Höhe abnimmt. Der Luft-

druck nimmt um 1 mm ab, wenn die Höhe um 10—14 m zunimmt. Der Genauigkeit von ungefähr 0,1 mm, mit der sich der Luftdruck bestimmen läßt, entspricht eine Genauigkeit von rund 1 m in der Höhe.

Den Höhenunterschied zweier Punkte erhält man dadurch, daß man in den beiden Punkten den Luftdruck mit Hilfe eines Barometers mißt. Die Barometer oder Luftdruckmesser lassen sich einteilen in Quecksilberbarometer und Feder- oder Dosenbarometer oder Aneroide ¹⁾.

§ 7. Quecksilberbarometer.

Bei den Quecksilberbarometern unterscheidet man Gefäßbarometer, Heberbarometer und Gefäßheberbarometer.

Ein Gefäßbarometer (Fig. 21 a) besteht aus einem zum Teil mit Quecksilber gefüllten Gefäß *G*, das eine oben zugeschmolzene, je nach dem herrschenden Luftdruck mehr oder weniger mit Quecksilber gefüllte Glasröhre *R* unten abschließt; die Länge *l* der Quecksilbersäule zwischen der Oberfläche des Quecksilbers im Gefäß *G* und in der Röhre *R* mißt man mit Hilfe eines Maßstabs, der ent-

weder beweglich oder fest mit Gefäß und Röhre verbunden ist. Um bei einem mit beweglichem Maßstab versehenen Instrument die Länge *l* zu messen, stellt man das untere, in eine Spitze *S* (Fig. 21 b) auslaufende Ende des Maßstabs auf den Quecksilberspiegel im Gefäß ein ²⁾ und macht sodann die dem Quecksilberstand in der Röhre entsprechende Able-

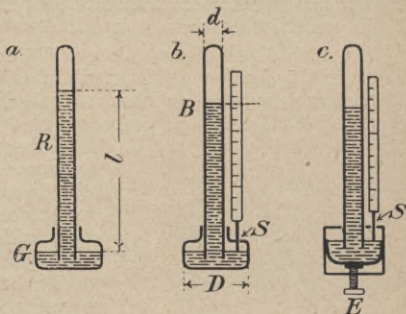


Fig. 21.

¹⁾ Da die Siedetemperatur des Wassers vom Luftdruck abhängig ist, so kann man diesen auch mit Hilfe der ersteren bestimmen; man benutzt dazu besondere, als Siedethermometer bezeichnete Instrumente. Das Siedethermometer findet zu Höhenmessungen insbesondere auf Forschungsreisen Anwendung (Sammlung Göschen: R. Hegershoff und O. Israel, Kartographische Aufnahmen).

²⁾ Diese Einstellung läßt sich mit Benutzung des Spiegelbildes von *S* sehr scharf vornehmen.

sung. Statt diese Einstellung von S vor jeder Ablesung auszuführen, kann man auch die Spitze S bei einem bestimmten Barometerstand für immer scharf einstellen und berechnet die damit für andere Barometerstände sich ergebende Korrektur, die als Gefäßkorrektur bezeichnet wird. Sind Gefäß und Röhre mit dem Maßstab fest verbunden, so muß man entweder für jede Ablesung die Gefäßkorrektur berechnen, oder es wird diese vom Mechaniker in der Teilung des Maßstabs berücksichtigt. Besitzt das Gefäß anstatt eines festen Gefäßbodens einen beweglichen, z. B. in Form eines Lederbeutels (Fig. 21 c), so lassen sich die Einstellungen des unteren Quecksilberspiegels auf die Spitze S mit Hilfe der Schraube E vor jeder Ablesung vornehmen.

Ein Heberbarometer (Fig. 22) besteht aus einer umgebogenen, an ihrem einen Ende zugeschmolzenen, zum Teil mit Quecksilber gefüllten Glasröhre, die meistens an den für die beiden Quecksilberstände in A und B in Betracht kommenden Stellen erweitert ist. Die Länge l der Quecksilbersäule zwischen A und B mißt man mit einem fest oder beweglich angebrachten Maßstab. Bei festem Maßstab erhält man l als Differenz der beiden Ablesungen in A und B ; bei beweglichem Maßstab stellt man dessen Nullmarke auf B ein und liest dann in A unmittelbar l ab.

Ein Gefäßheberbarometer (Fig. 23) besteht aus einem zum Teil mit Quecksilber gefüllten Gefäß G , dessen Boden meist mit Hilfe einer Schraube S gehoben und gesenkt werden kann. In das in dem Gefäß befindliche Quecksilber sind zwei Glasröhren R_1 und R_2 eingetaucht, von denen die längere R_1 oben zugeschmolzen und die kürzere R_2 oben offen ist; in beiden Röhren befinden sich Quecksilbersäulen, deren Stände bei A und B von der Stellung der Schraube S und von dem herrschenden Luftdruck abhängig sind. Den Unterschied l der beiden Quecksilberstände bei A und B mißt man mit Hilfe eines hier meist fest angebrachten Maßstabes, wobei man l als Differenz der beiden Ablesungen bei A und B erhält. Das Gefäßheberbarometer bietet den Vorteil, daß man für einen bestimmten Luft-



Fig. 22.

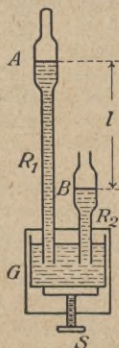


Fig. 23.

druck die Messung von l mehrmals, durch Benutzen der Schraube S an verschiedenen Stellen des Maßstabes, also mit ganz verschiedenen Ablesungen für A und B ausführen kann; die Messung des Luftdrucks läßt sich damit wesentlich verschärfen.

Bei allen drei Arten des Quecksilberbarometers muß während der Messung von l die Quecksilbersäule vertikal stehen; vielfach sind die Barometer für diesen Zweck mit einer einfachen Lotvorrichtung zum Vertikalstellen versehen. Mit Rücksicht auf das „Erblinden“ des Glases an den für die Ablesungen in Betracht kommenden Stellen empfiehlt es sich, dem Quecksilber während längerer Nichtbenutzung des Instruments eine solche Stellung zu geben, daß die Ablésestellen entweder gar nicht vom Quecksilber berührt werden — beim Gefäßheberbarometer erreicht man dies durch Tieferstellen der Schraube S (Fig. 23) — oder daß sie ganz vom Quecksilber überspült sind — beim Gefäßbarometer erreicht man dies durch Schiefhängen, was auch beim Heberbarometer von Wert ist.

An jedes Quecksilberbarometer stellt man die Anforderung, daß in der zugeschmolzenen Röhre der über dem Quecksilber vorhandene Raum luftleer ist; ob dies der Fall ist, läßt sich dadurch untersuchen, daß man das Instrument so weit neigt, bis die Quecksilbersäule an der oberen Gefäßwand anschlägt. Ist Luftleere vorhanden, so ergibt das Anschlagen des Quecksilbers einen hellklingenden Ton; befindet sich Luft in der Röhre, so hört man beim Anschlagen einen dumpfen Ton.

Je nach ihrer Transportfähigkeit teilt man die Quecksilberbarometer auch ein in Stations- oder Standbarometer und in Feld- oder Reisebarometer. Im allgemeinen eignen sich die Heberbarometer besser als Reisebarometer; doch werden auch Gefäßbarometer als solche verwendet. Die Reisebarometer besitzen besondere Vorrichtungen zum Abschließen des Quecksilbers während größerer Beförderungen. Das Gefäßheberbarometer ist ein ausgesprochenes Stationsinstrument.

Die an einem Quecksilberbarometer gemachten Ablesungen geben nicht unmittelbar den Luftdruck an; man hat an ihnen noch verschiedene Korrekturen anzubringen.

Die schon erwähnte Gefäßkorrektur c_1 , um die, je nachdem die Spitze S (Fig. 21 b) $\left\{ \begin{array}{l} \text{eintaucht} \\ \text{absteht} \end{array} \right\}$, l zu $\left\{ \begin{array}{l} \text{verkleinern} \\ \text{vergrößern} \end{array} \right\}$ ist, findet man für einen bestimmten Barometerstand b , wenn b_0 derjenige bekannte Barometerstand ist, bei welchem die Spitze S auf die Quecksilberoberfläche im Gefäß eingestellt ist, und wenn $\left\{ \begin{array}{l} D \\ d \end{array} \right\}$

der Durchmesser $\left\{ \begin{array}{l} \text{des Gefäßes} \\ \text{der Röhre} \end{array} \right\}$ ist, aus

$$c_1 = (b - b_0) \frac{d^2}{D^2}.$$

Um die Gefäßkorrektur bei einem bestimmten Instrument nicht für jede Ablesung berechnen zu müssen, entwirft man sich eine kleine Tafel, der man für jede Ablesung b die entsprechende Korrektur entnehmen kann.

Infolge der Ausdehnung des Quecksilbers und des Maßstabes durch die Wärme sind verschiedene Barometerablesungen nicht ohne weiteres vergleichbar; man muß sie deshalb auf eine Einheits-temperatur (0° Celsius) umrechnen, indem man die sog. Wärmekorrektur c_2 an ihnen anbringt. Um c_2 ermitteln zu können, muß jedes Quecksilberbarometer mit einem Thermometer versehen sein. Bedeutet b den abgelesenen Barometerstand, t die Temperatur von Quecksilber und Maßstab, $\left\{ \begin{array}{l} \alpha \\ \beta \end{array} \right\}$ den Wärmeausdehnungskoeffizienten ¹⁾ des $\left\{ \begin{array}{l} \text{Quecksilbers} \\ \text{Maßstabmaterials} \end{array} \right\}$, so ist

$$c_2 = -b(\alpha - \beta)t.$$

Der auf die Temperatur 0° umgerechnete Barometerstand b_0 ist somit

$$b_0 = b\{1 - (\alpha - \beta)t\}.$$

Auch für die Temperaturkorrektur entwirft man sich für ein bestimmtes β eine Tafel, der man für bestimmte Werte von b und t die zugehörigen Werte von c_2 entnehmen kann.

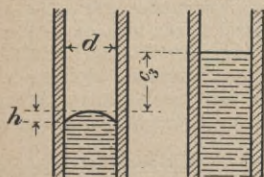


Fig. 24.

Infolge der gegenseitigen Anziehung des Glases und des Quecksilbers steht das Quecksilber in der Röhre stets zu tief (Fig. 24) und ist seine Oberfläche gewölbt. Der Betrag c_3 , um den das Quecksilber zu tief steht, heißt Kapillar-depression; diese ist abhängig

von dem inneren Röhrendurchmesser d und der Kuppelhöhe h , und zwar derart, daß sie mit zunehmendem $\left\{ \begin{array}{l} d \text{ ab-} \\ h \text{ zu-} \end{array} \right\}$ nimmt. Eine Tafel für die Kapillardepression ist in der Figur 25 enthalten.

¹⁾ $\alpha = 0,00018$, β (für Messing) = $0,000018$,
(für Holz) = $0,000004$.

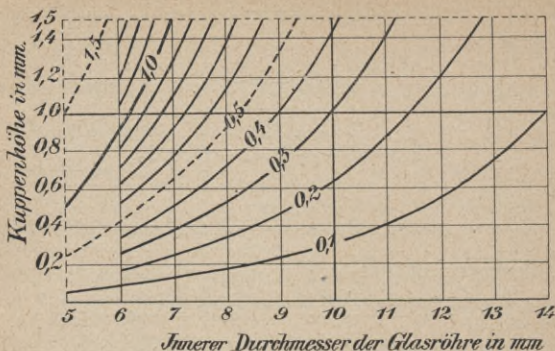


Fig. 25.

Die Kuppenhöhe h hat man mit Hilfe des Maßstabes zu messen, so daß man für jeden Barometerstand zwei Ableesungen zu machen hat. Beim Heberbarometer hebt sich infolge ungleicher Kuppenhöhen die Kapillardepression am oberen und unteren Schenkel nicht auf; im allgemeinen wird — bei gleichem Rohrdurchmesser — die Kuppenhöhe im unteren Schenkel größer als die im oberen sein.

Der Luftdruck wird beim Quecksilberbarometer durch das Gewicht einer Quecksilbersäule gemessen; da aber allgemein das Gewicht eines Körpers abhängig von der Fallbeschleunigung g ist, und diese sich einerseits mit der N.N.-Höhe und andererseits mit der geographischen Breite verändert, so hat man, um in verschiedenen N.N.-Höhen und unter verschiedenen Breiten ausgeführte Barometerablesungen miteinander vergleichen zu können, diese auf dieselbe Meereshöhe — gewöhnlich auf N.N. — und dieselbe Breite — gewöhnlich 45° — umzurechnen. Man hat deshalb an den abgelesenen Barometerständen die aus zwei Teilen — c_4 und c_5 — bestehende Schwerekorrektion anzubringen. Wenn g_0 die Fallbeschleunigung in Normalnull und in der Breite 45° ist, so läßt sich zeigen, daß die Fallbeschleunigung g in der Breite φ und der N.N.-Höhe H ist

$$g = g_0 \left(1 - \frac{2H}{r}\right) (1 - \beta \cos 2\varphi),$$

wo r der Erdhalbmesser und β ein durch Pendelmessungen zu 0,00264 bestimmter Koeffizient ist. Wenn b ein in der N.N.-Höhe H und unter der Breite φ abgelesener Barometerstand ist, so erhält

man den auf Normalnull und die Breite 45° umgerechneten Barometerstand b_0 aus

$$b_0 = b \frac{g}{g_0}$$

oder

$$b_0 = b \left(1 - \frac{2H}{r}\right) (1 - \beta \cos 2\varphi)$$

oder

$$b_0 \approx b \left(1 - \frac{2H}{r} - \beta \cos 2\varphi\right),$$

und hieraus erhält man

$$b_0 - b = -\frac{2bH}{r} - b\beta \cos 2\varphi = -c_4 - c_5.$$

Für die beiden Schwerekorrekturen $c_4 = \frac{2bH}{r}$ und $c_5 = b\beta \cos 2\varphi$ entwirft man sich ebenfalls Tafeln, denen man c_4 und c_5 für bestimmte Werte von H und φ entnehmen kann.

Bringt man an der Ablesung an einem Gebrauchsbarometer die Gefäßkorrektur, die Wärmekorrektur, die Korrektur wegen Kapillardepression an, und vergleicht man die so umgerechnete Ablesung mit derjenigen an einem an demselben Ort und in derselben N.N.-Höhe sich befindenden Normalbarometer, so zeigt sich im allgemeinen eine Differenz zwischen beiden, die als Standkorrektur c_6 des Gebrauchsbarometers bezeichnet wird. Die manchmal bei verschiedenen Barometerständen verschieden große Standkorrektur eines Instruments bestimmt man durch längeres Vergleichen mit einem Normalbarometer bei verschiedenen Barometerständen.

Als Beispiel für die Reduktion einer Barometerablesung möge das Folgende dienen:

Als Ablesungen an einem Gefäßbarometer wurden gemacht:

$$\begin{array}{l} \text{Kuppe oben } 709,9 \\ \text{,, unten } 708,6 \end{array} \quad \text{Temperatur } + 14,5^\circ.$$

Der Durchmesser D des Gefäßes ist $D = 10$ cm, der Durchmesser d der Röhre $d = 10$ mm; die Gefäßkorrektur ist null bei der Ablesung 700,0, so daß die Spitze (Anfangspunkt) des festen Maßstabs den Abstand c_1 von dem Quecksilberspiegel im Gefäß hatte. Der Maßstab ist aus Messing (Wärmeausdehnungskoeffizient $\beta = 0,000018$). Die N.N.-Höhe des Beobachtungsorts war $H = 660$ m, seine geographische Breite $\varphi = 48^\circ 40'$.

Für die verschiedenen Korrekturen findet man:

1. Gefäßkorrektion $c_1 = + (710 - 700) \frac{100}{10000} = + 0,10 \text{ mm},$
2. Wärmekorrektion $c_2 = - 710 (0,00018 - 0,000018) 14,5$
 $= - 1,61 \text{ mm},$
3. Kapillardepression $c_3 = + 0,38 \text{ mm},$
4. Schwerekorrektion $c_4 = - \frac{2 \cdot 710 \cdot 660}{6760000} = - 0,14 \text{ mm},$
 $c_5 = - 710 \cdot 0,00264 \cos 97^\circ 20' = + 0,24 \text{ mm},$
5. Standkorrektion (aus einer Tafel für das betreffende Instrument entnommen) $c_6 = - 0,20 \text{ mm}.$

Damit erhält man die umgerechnete Ablesung b_0 aus

$$b_0 = 709,9 + 0,10 - 1,61 + 0,38 - 0,14 + 0,24 - 0,20 = 708,7 \text{ mm}.$$

§ 8. Dosen- oder Federbarometer.

Bei den auch als Aneroid bezeichneten Dosenbarometern wird der Luftdruck mit Hilfe einer luftleeren Dose gemessen, deren Deckel sich bei $\left\{ \begin{array}{l} \text{steigendem} \\ \text{fallendem} \end{array} \right\}$ Luftdruck $\left\{ \begin{array}{l} \text{senkt} \\ \text{hebt} \end{array} \right\}$. Die Hebungen und Senkungen des Dosendeckels, die proportional dem Luftdruck sind, sind sehr klein; sie betragen etwa 0,01 mm für eine Veränderung des Luftdrucks um 1 mm; will man also Luftdrücke auf 0,1 mm genau bestimmen, so muß man die Dosenbewegungen auf 0,001 mm genau messen.

Um diese kleinen Beträge bequem messen und an einer Skala ablesen zu können, muß man sie vergrößern; je nach der Art dieser Vergrößerung kann man vier verschiedene Arten von Dosenbarometern unterscheiden:

das Aneroid nach Naudet mit mechanischer Vergrößerung,

das Aneroid nach Goldschmid mit mechanisch-optischer Vergrößerung,

das Aneroid nach Reitz-Deutschbein mit in der Hauptsache optischer Vergrößerung und

das Aneroid von Paulin mit im wesentlichen mechanischer Vergrößerung.

Das Aneroid nach Naudet (Fig. 26) besteht aus der Dose A , deren Bewegungen mit Hilfe der Hebelverbindung $BCDEF$ und des Gliederkettchens G auf den Zeiger Z übertragen und an der Skala S abgelesen werden. Die Skala ist gewöhnlich in halbe Millimeter (Luftdruck) eingeteilt, so daß man durch Schätzung auf $\frac{1}{20}$ mm ablesen kann. Der Stand des Zeigers Z ist außer vom Luftdruck von der Temperatur der Instrumententeile abhängig;

um diese Abhängigkeit zu vermindern, sind die Aneroide in Kästchen eingeschlossen, so daß die Temperatur des Instruments möglichst dieselbe bleibt. Um die Abhängigkeit des Zeigerstands von der Instrumententemperatur bestimmen zu können, muß das Aneroid mit einem Thermometer versehen sein. Es werden auch sog. kompensierte Naudetsche Aneroide gebaut, bei denen der Zeigerstand unabhängig von der Temperatur ist.

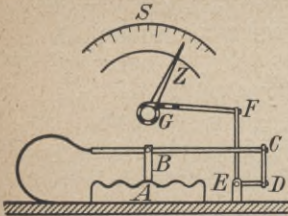


Fig. 26.

Das Aneroid von Goldschmid (Fig. 27) besteht aus der Dose *A*, deren Bewegungen durch die Hebelverbindung *BCDEF* auf die an der Stirnseite des Hebels *EF* bei *F* angebrachte Marke *M*₁ übertragen werden; der Stand dieser Marke wird mit Hilfe des bei *G* auf dem Hebel *EF* befestigten Fühlhebels *GH* und der Meßschraube *J* gemessen, indem man die Marke *M*₂ an der Stirnseite des Fühlhebels auf die Marke *M*₁ mittels einer vor den Marken angebrachten Lupe und der Schraube *J* einstellt (Fig. 27 b); die Ablesung wird an der neben der Marke *M*₁ angebrachten Skala *S*₁ und mit Hilfe des Zeigers *K* an der auf der Trommel der Schraube *J* angegebenen Skala *S*₂ vorgenommen. Um die Abhängigkeit der Ablesung von

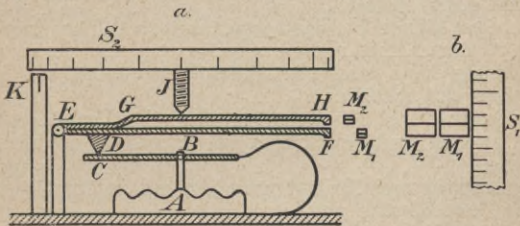


Fig. 27.

der Temperatur berücksichtigen zu können, ist das Instrument mit einem Thermometer versehen.

Bei dem Aneroid von Reitz-Deutschbein werden die Bewegungen der Dose durch einen Hebel auf eine an ihm angebrachte Glasskala übertragen, an der mit Hilfe des Fadenkreuzes eines gegen die Skala gerichteten Mikroskops die Ablesung gemacht wird.

Auch diesem Instrument ist zur Bestimmung seiner Innentemperatur ein Thermometer beigegeben.

Das Aneroid von Paulin besteht im Grundgedanken darin, daß die bei Veränderungen des Luftdrucks sich ändernde Spannung einer durch eine Spiralfeder gespannten Dose durch Drehen einer auf die Spiralfeder wirkenden Schraube auf eine bestimmte Normalspannung zurückgeführt werden kann. Diese Normalspannung ist bestimmt durch einen mit der Dose in Verbindung stehenden Zeiger, der für die Normalspannung auf eine feste Marke eingestellt werden muß. Die dem Luftdruck entsprechenden Ablesungen erfolgen mit Hilfe eines mit der Einstellschraube verbundenen Zeigers an der zugehörigen Teilung.

Die an Aneroiden unmittelbar gemachten Ablesungen¹⁾ stellen wie beim Quecksilberbarometer keine absoluten, ohne weiteres vergleichbaren Luftdrucke vor. Um die bei verschiedenen Luftdrucken und bei verschiedenen Innentemperaturen an einem Aneroid gemachten Ablesungen vergleichen zu können, muß man an den einzelnen Ablesungen gewisse Korrekturen anbringen; diese sind die Wärmekorrektur, die Teilungskorrektur und die Standkorrektur²⁾. Diese Korrekturen sind für jedes Instrument wieder andere; sie müssen deshalb für jedes Instrument besonders durch entsprechende Untersuchungen bestimmt werden. Das Ergebnis der Untersuchung eines Instruments drückt man aus in einer Gleichung von der Form

$$A_r = A + at + b(C - A_t) + c, \quad \text{wobei } A_t = A + at.$$

In dieser Gleichung bedeutet A_r die umgerechnete Ablesung A die gemachte Ablesung, at die Wärmekorrektur, a den Wärme-Koeffizienten, $b(C - A_t)$ die Teilungskorrektur, b den Teilungs-Koeffizienten, C einen unveränderlichen, beliebig, jedoch gleich einer runden Zahl angenommenen Barometerstand, A_t die mit der Wärmekorrektur versehene Ablesung und c die Standkorrektur³⁾.

Der Wärme-Koeffizient a wird für sich bestimmt; den Teilungs-Koeffizienten b und die Standkorrektur c bestimmt man zusammen.

¹⁾ Vor Ausführung einer Ablesung an einem Aneroid empfiehlt es sich, den Deckel des Instruments leicht zu beklopfen.

²⁾ Da beim Aneroid der Luftdruck nicht durch ein Gewicht wie beim Quecksilberbarometer gemessen wird, so hat man an den Aneroidablesungen keine Schwerekorrektur anzubringen.

³⁾ Bei der obigen Gleichung ist angenommen, daß die Wärmekorrektur at proportional der Wärme t ist; dies ist bei den Instrumenten Naudetscher Bauart im allgemeinen der Fall. Zeigt die Untersuchung eines Instruments, daß die Wärmekorrektur nicht proportional t ist, so erhält man in der Gleichung an Stelle des einen Gliedes at die beiden Glieder $a_1 t + a_2 t^2$ und damit zwei Temperaturkoeffizienten.

Den Wärmekoeffizienten bestimmt man bei Annahme der obigen Gleichungsform zuerst.

Zur Bestimmung des Wärmekoeffizienten a für ein bestimmtes Instrument macht man an diesem bei möglichst verschiedenen Innentemperaturen Ablesungen, wobei man die in der Zeit zwischen den einzelnen Ablesungen unter Umständen eingetretenen Änderungen des Luftdrucks durch gleichzeitiges Ablesen an einem Quecksilberbarometer oder einem zweiten, den Temperaturschwankungen nicht unterworfenen Aneroid mißt. Die Untersuchung führt man am besten im Winter aus, indem man das — seinem Kästchen entnommene — Aneroid zunächst ins Freie bringt und nach einiger Zeit¹⁾ die Ablesungen am Aneroid, an dessen Thermometer und an einem zweiten Barometer vornimmt; hierauf bringt man das zu untersuchende Aneroid in ein leicht erwärmtes Zimmer²⁾ und macht nach einiger Zeit wieder die drei Ablesungen; nach Erhöhung der Zimmer- und damit der Aneroidtemperatur macht man nach einiger Zeit drei weitere Ablesungen.

Als Beispiel einer Bestimmung des Wärmekoeffizienten eines Aneroids Naudetscher Art möge das Folgende dienen:

Zeit	Quecksilber- barometer auf 0° umger.	Ablesung	Aneroid Auf 741,3 umger. Ablesung	Temperatur
h	mm	mm	mm	°
8	741,3	744,3	744,3	+ 1,0
9	741,0	744,9	745,2	+ 10,0
10	741,2	745,9	746,0	+ 20,5
11	741,2	745,1	745,2	+ 12,4
12	741,0	744,3	744,6	+ 4,0

Trägt man in einem rechtwinkligen Koordinatensystem die Temperaturen als Abszissen und die auf 741,3 mm umgerechneten Ablesungen als Ordinaten auf, so erhält man die nahezu in einer Geraden liegenden Punkte P_1 bis P_5 (Fig. 28). Zeichnet man nach Gutdünken die diesen Punkten sich am besten anschmiegende

¹⁾ Mit der Ablesung muß man so lange warten, bis anzunehmen ist, daß die Instrumententeile die vorhandene Temperatur angenommen haben.

²⁾ Am besten führt man die Untersuchung in der Weise aus, daß man das Aneroid im Freien und im Zimmer in derselben N.N.-Höhe aufstellt.

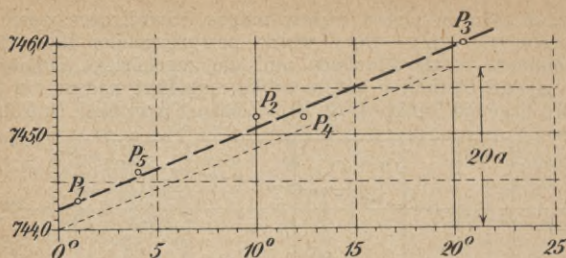


Fig. 28.

Gerade, so findet man mit einer Parallelen zu dieser für $t = 20^{\circ}$ den Wert $at = 1,72$ mm, also $a = 0,086$ mm.

Den Teilungskoeffizienten b und die Standkorrektur c findet man für ein bestimmtes Instrument dadurch, daß man eine größere Anzahl von Ablesungen am Aneroid bei möglichst verschiedenen Luftdrücken mit den gleichzeitig ausgeführten und reduzierten Ablesungen an einem Quecksilberbarometer vergleicht. Die verschiedenen Luftdrücke erhält man entweder dadurch, daß man die Vergleichung auf einen längeren Zeitabschnitt — z. B. ein ganzes Jahr — ausdehnt, oder durch Vergleichen in verschiedenen N.N.-Höhen.

Beispiel: Um den Teilungskoeffizienten und die Standkorrektur des Naudetschen Aneroids mit $a = -0,086$ zu ermitteln, wurde an ihm und einem Quecksilberbarometer je gleichzeitig in fünf Punkten mit verschiedenen N.N.-Höhen abgelesen; dabei ergaben sich die Werte:

Aneroid A	Temp. des Aneroids t	$A_t = A + at$	Quecksilber- Bar. auf 0° umger. A_r	Differenz $A_r - A_t$	$C - A_t$ ($C = 700$)
mm	°	mm	mm	mm	mm
724,4	18,5	722,8	724,6	1,8	- 22,8
716,7	18,3	715,1	717,1	2,0	- 15,1
699,3	18,0	697,7	700,0	2,3	+ 2,3
690,0	18,0	688,4	690,8	2,4	+ 11,6
680,0	18,0	678,4	681,4	3,0	+ 21,6

Trägt man in einem rechtwinkligen Koordinatensystem die Werte von $(C - A_t)$ — für C wurde im vorliegenden Beispiel 700 angenommen — als Abszissen und die zugehörigen Differenzen $(A_r - A_t)$ als Ordinaten auf, so erhält man fünf, nahezu auf einer Geraden liegende Punkte (Fig. 29). Zeichnet man nach Gutdünken

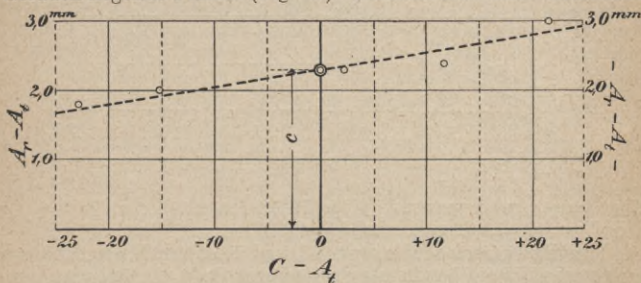


Fig. 29.

die diesen Punkten sich am besten anschmiegende Gerade, so findet man mit dieser die Werte $c = + 2,30$ und $b = + 0,025$. Die Gleichung des untersuchten Aneroids lautet somit:

$$A_r = A - 0,086 t + 0,025 (700 - A_t) + 2,30,$$

wobei $A_t = A - 0,086 t$.

Diese Gleichung gilt für Temperaturen zwischen $+ 0^\circ$ und $+ 25^\circ$ und für Luftdrücke zwischen 670 und 730 mm.

Für den praktischen Gebrauch schreibt man die Gleichung in der Form

$$A_r = A_t + v_1 + v_2.$$

Für die beiden Verbesserungen v_1 und v_2 entwirft man je ein graphisches Täfelchen (Fig. 30).

Bei z. B. $A = 694,4$ mm und $t = + 10,5^\circ$ findet man für die reduzierte Ablesung A_r

$$A_r = 694,4 - 0,90 + 2,46 = 696,0 \text{ mm.}$$

In bezug auf die Größen a , b und c ist noch allgemein zu bemerken:

Der Temperaturkoeffizient a ist mit der Zeit veränderlich; er sollte deshalb in Zeitabschnitten von 1 — 2 Jahren neu bestimmt werden¹⁾. Mit Rücksicht auf die Unsicherheit in der inneren Temperatur t eines Aneroids sollte a den Wert 0,14 nicht über-

¹⁾ Dies gilt auch für solche Instrumente, die als kompensiert bezeichnet sind.

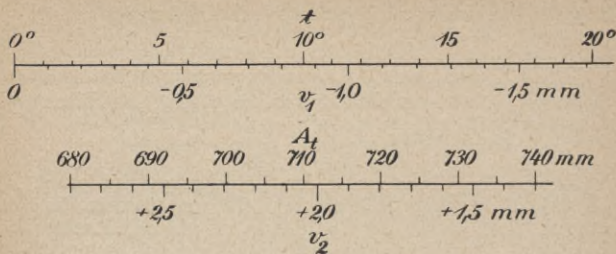


Fig. 30.

schreiten; ein Instrument mit größerem a ist für den praktischen Gebrauch unbrauchbar.

Auch der Teilungskoeffizient b und die Standkorrektion c bleiben nicht unveränderlich und müssen deshalb von Zeit zu Zeit neu bestimmt werden; besonders c kann sich durch starke Erschütterungen des Instruments um erhebliche Beträge ändern.

Gewisse Messungsverfahren lassen sich auch mit einem Aneroid ausführen, von dem man b und c nicht kennt. Den Wärmekoeffizienten eines Aneroids sollte man stets kennen.

§ 9. Die Berechnung von barometrisch gemessenen Höhenunterschieden.

Mißt man in zwei, vertikal übereinanderliegenden Punkten P_u und P_0 mit den N.N.-Höhen H_u und H_0 gleichzeitig die Luftdrücke b_u und b_0 sowie die Lufttemperaturen t_u und t_0 , so kann man den Höhenunterschied $h = H_0 - H_u$ berechnen auf Grund der von W. Jordan für Mitteleuropa, also insbesondere für Deutschland aufgestellten Gleichung

$$h = 18\,464 \log \frac{b_u}{b_0} (1 + \alpha t),$$

in der $t = \frac{t_u + t_0}{2}$ und $\alpha = \frac{1}{273}$. Entwickelt man in dieser Gleichung den Logarithmus in eine Reihe, so erhält man bei Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung

$$h = 8019 \frac{b_u - b_0}{b} (1 + \alpha t),$$

wobei $b = \frac{b_u + b_0}{2}$ der mittlere Luftdruck und $t = \frac{t_u + t_0}{2}$ die

mittlere Lufttemperatur. Setzt man zur Abkürzung

$$8019 \frac{1}{b} (1 + \alpha t) = \Delta h,$$

wobei $\alpha = \frac{1}{273}$ ist, so ergibt sich zur Berechnung des Höhenunterschiedes h die Gleichung

$$h = (b_u - b_0) \Delta h.$$

Mit $b_u - b_0 = 1$ mm wird der Höhenunterschied gleich Δh ; es ist also Δh derjenige Höhenunterschied, um den man die Höhe verändern muß, damit der Luftdruck um einen Millimeter verändert wird. Man bezeichnet deshalb Δh als die „barometrische Höhenstufe“. Diese ist abhängig von dem mittleren Luftdruck

$$b = \frac{b_u + b_0}{2} \text{ und der mittleren Lufttemperatur } t = \frac{t_u + t_0}{2}.$$

Den Höhenunterschied h erhält man entweder mit dem gewöhnlichen Rechenschieber, wozu man Δh einer graphischen Tafel (Fig. 31) entnimmt, oder mit Hilfe eines hierfür besonders eingerichteten Rechenschiebers¹⁾.

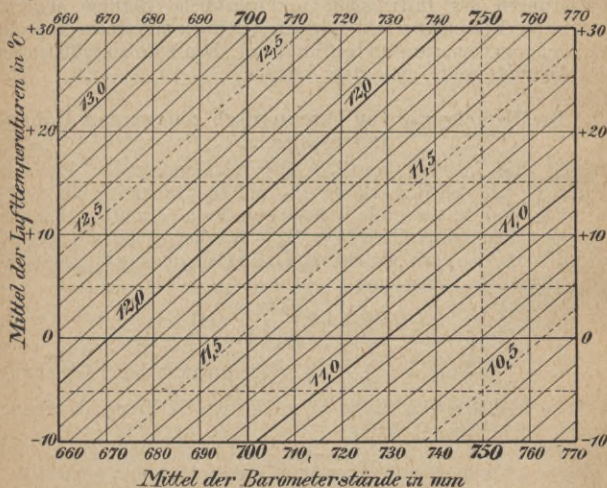


Fig. 31.

¹⁾ Ein solcher „Barometerschieber“ wird nach den Angaben von P. Werkmeister von der Firma A. Nestler in Lahr i. B. hergestellt.

Zu bemerken ist noch, daß man die Lufttemperaturen mit Hilfe eines Schleuderthermometers mißt; es ist dies ein an einer Schnur befestigtes Thermometer, das zum Schutz gegen Wärmestrahlung vor der Ablesung durch die Luft geschleudert wird.

§ 10. Die verschiedenen Verfahren zur Ausführung von barometrischen Höhenbestimmungen.

Bei der Bestimmung des Höhenunterschieds h zweier Punkte P_u und P_0 durch Messung der Luftdrücke b_u und b_0 sowie der Lufttemperaturen t_u und t_0 hat man zu beachten, daß die Messungen in beiden Punkten im allgemeinen nicht gleichzeitig ausgeführt werden können. Man muß deshalb die Messung so anordnen, daß die in der Zeit zwischen den Messungen in beiden Punkten eingetretenen Veränderungen des Luftdrucks und der Lufttemperatur berücksichtigt werden können; außerdem muß man die Annahmen machen, daß diese Veränderungen — da die beiden Punkte P_u und P_0 nicht vertikal übereinanderliegen — innerhalb des in Betracht kommenden Gebietes dieselben sind, und daß sie in der Zeit zwischen den Messungen in beiden Punkten proportional der Zeit vor sich gegangen sind. Diese beiden Annahmen sind für ruhige Sommertage zulässig; bei stürmischer, zu Gewittern neigender Witterung sind sie nicht zulässig; an solchen Tagen muß man deshalb barometrische Höhenmessungen unterlassen.

Die gebräuchlichsten Verfahren der barometrischen Höhenbestimmung sind die folgenden:

1. Verfahren. Sollen von einem Punkt A mit gegebener N.N.-Höhe H_a ausgehend die N.N.-Höhen $H_1, H_2, H_3 \dots$ einer größeren Zahl von Punkten $P_1, P_2, P_3 \dots$ bestimmt werden, die unregelmäßig in einem bestimmten Gebiet liegen, so braucht man hierzu zwei Instrumente, ein „Standbarometer“ und ein „Feldbarometer“. Das Messungsverfahren besteht darin, daß ein Beobachter mit Hilfe des Feldbarometers und eines Schleuderthermometers die Luftdrücke und Lufttemperaturen in den Punkten mißt, deren Höhen bestimmt werden sollen; während dieser Zeit mißt ein zweiter Beobachter regelmäßig den Luftdruck und die Lufttemperatur an einem bestimmten Ort mit Hilfe des Standbarometers und eines Schleuderthermometers. Um der ersten der beiden gemachten Annahmen — die Luftdruckschwankungen am Orte des Standbarometers stimmen mit denen im ganzen Messungsgebiet des Feldbarometers überein — möglichst nahezukommen, wählt man für das Standbarometer einen in der Mitte des aufzunehmenden Gebietes liegenden Ort.

Als Feldbarometer verwendet man jedenfalls ein Aneroid, als Standbarometer ¹⁾ kann ein Quecksilberbarometer oder ein Aneroid zur Verwendung kommen.

Der das Feldbarometer bedienende Beobachter hat in jedem Punkt die Zeit, den Barometerstand, die Temperatur des Aneroids und die Lufttemperatur zu bestimmen und aufzuschreiben.

Am Orte des Standbarometers sind in Abständen von etwa 10 Minuten die Zeit, der Barometerstand, die Temperatur des Barometers und die Lufttemperatur abzulesen und aufzuschreiben.

Für die Aufschreibungen und nachfolgenden Berechnungen empfiehlt sich die Verwendung eines Vordrucks.

Verwendet man als Standbarometer ein Quecksilberbarometer, so ist es mit Rücksicht darauf, daß man mit dem Standbarometer nur die Luftdruckveränderungen zu messen hat, nicht nötig, daß man an den Ablesungen die Schwerekorrektur anbringt; auch ist nicht nötig, daß man die Standkorrektur des Instruments kennt. Bei dem als Feldbarometer benutzten Aneroid muß die Standkorrektur während der Messung dieselbe bleiben; ob dies der Fall ist, kann man dadurch untersuchen, daß man vor und nach der Messung das Feldbarometer mit dem Standbarometer im Standort des letzteren vergleicht.

Einen Teil einer solchen barometrischen Höhenbestimmung zeigt das folgende Beispiel, zu dem zu bemerken ist, daß die Ablesungen am Stand- und Feldbarometer bereits mit sämtlichen Korrekturen versehen sind.

a) Standbarometer.

Zeit		Luftdruck mm	Lufttemp. °C	Schwankungen	
h	m			im Luftdruck mm	in Lufttemp. °C
9	00	710,3	+125	±0,0	±0,0
9	15	710,2		-0,1	
9	28	710,2	+130	-0,1	+0,5
9	50	710,0		-0,3	
10	00	710,0	+133	-0,3	+0,8

¹⁾ Für weniger genaue Messungen — z. B. bei geographischen Forschungsreisen — kann das Standbarometer durch die von der nächstgelegenen meteorologischen Station gemachten Aufzeichnungen ersetzt werden.

b) Feldbarometer.

Punkt	Zeit		Barometer Ablesung mm	Luft, temp. °C	Korrektur wegen Schwankung des Luft- u. der Luft- drucks temp.		Reduz. Barometer Ablesung mm	Reduz. Luft temp. °C	$\frac{b_1 + b_2}{2}$	t	Δh	$b_1 - b_2$	h	N. N. Höhe
	h	m												
A	9	00	710,4	+12,5	$\pm 0,0$	$\pm 0,0$	710,4	+12,5	710	12,5	11,81	+0,8	+9,5	<u>663,4</u>
1	9	20	709,5	+12,8	+0,1	-0,3	709,6	+12,5	709	12,5	11,83	+1,4	+16,5	672,9
2	9	35	708,0	+13,0	+0,2	-0,6	708,2	+12,4	708	12,4	11,84	+0,7	+8,3	689,4
3	9	50	707,2	+13,0	+0,3	-0,7	707,5	+12,3						697,7

Beispiel zu dem 2. Verfahren.

Beobachter I				Beobachter II				Berechnung.					
Punkt	Zeit		Luftdruck mm	Luft, temp. °C	Punkt	Luftdruck mm	Luft, temp. °C	$\frac{b_1 + b_{II}}{2}$	t	Δh	$b_1 - b_{II}$	h	N. N. Höhe
	h	m											
A	7	00	712,4	-	A	712,4	-						<u>640,5</u>
A	7	15	712,3	+10,2	1	711,5	+10,0	712	+10,1	11,69	+0,8	+9,4	649,9
1	7	25	711,4	+10,1	2	710,4	+10,0	711	+10,0	11,70	+1,0	+11,7	661,6
2	7	40	710,3	+10,3	3	709,2	+10,3	710	+10,3	11,70	+1,1	+12,8	674,4
3	8	00	709,1	+10,5	3	709,1	+10,5						

Die Genauigkeit der zu bestimmenden N.N.-Höhen kann man dadurch erhöhen, daß man nicht nur ein, sondern mehrere Feldbarometer verwendet.

2. Verfahren. Der Höhenunterschied von zwei Punkten kann durch zwei Beobachter mit je einem Aneroid und einem Schleuderthermometer dadurch bestimmt werden, daß sie in beiden Punkten den Luftdruck und die Lufttemperatur gleichzeitig messen. Dieses Verfahren läßt sich verwenden bei der Bestimmung der N.N.-Höhen von Punkten längs einer bestimmten Linie, von der einzelne Punkte ihrer Lage nach in einer Karte gegeben sind. Ist z. B. die N.N.-Höhe H_a eines Punktes A gegeben, und sollen die N.N.-Höhen der Punkte P_1, P_2, P_3, \dots bestimmt werden, so ist der Vorgang bei der Messung der folgende: Zunächst lesen beide Beobachter in A ihre Aneroide ab, sodann begibt sich der eine Beobachter nach Punkt P_1 , worauf zu gleicher Zeit¹⁾ in A und P_1 die Luftdrücke und die Lufttemperaturen gemessen werden. Nachdem auf diese Weise der Höhenunterschied zwischen A und P_1 bestimmt ist, begeben sich die Beobachter von P_1 nach P_2 bzw. von A nach P_1 und bestimmen durch gleichzeitige Messungen in P_1 und P_2 den Höhenunterschied dieser Punkte usf.

Voraussetzung für dieses Messungsverfahren ist, daß die reduzierten Ablesungen von zwei, gleichzeitig und in demselben Punkt an den beiden Aneroiden gemachten Ablesungen übereinstimmen; man wird deshalb zum Schluß der Messung wie in A , so auch im letzten Punkt beide Instrumente nochmals gleichzeitig ablesen oder vergleichen.

Ein Beispiel für eine solche Messung ist das umseitige.

3. Verfahren. Ist die N.N.-Höhe H_a eines Punktes A gegeben, so kann man die N.N.-Höhe H eines Punktes P mit einem Instrument dadurch bestimmen, daß man zuerst den Luftdruck b_a und die Lufttemperatur t_a in A mißt und sodann den Luftdruck b und die Lufttemperatur t in P . Um zu untersuchen, ob zwischen beiden Ablesungen eine Änderung des Luftdrucks oder der Lufttemperatur eingetreten ist, kehrt man nochmals nach A zurück und mißt dort nochmals den Luftdruck b'_a und die Lufttemperatur t'_a . Eine sich zeigende Differenz zwischen b_a und b'_a oder zwischen t_a und t'_a wird proportional der Zeit bei b bzw. t berücksichtigt. Man muß deshalb die Zeiten aufschreiben, zu denen die Messungen in A, P und A gemacht werden. Eine Verschärfung einer solchen Höhenbestim-

¹⁾ Die gleichzeitige Ablesung kann man in freiem Gelände durch Flaggenzeichen oder in bedecktem Gelände durch vorherige Festsetzung der Zeit der Ablesung erreichen.

mung kann man in einfacher Weise dadurch erreichen, daß man die Messung wiederholt. Nach diesem Verfahren lassen sich natürlich auch die N.N.-Höhen von mehreren Punkten von einem gegebenen Punkt aus bestimmen; zu beachten ist nur, daß der Unterschied in der Zeit zwischen der ersten und zweiten Ablesung im Ausgangspunkt nicht zu groß sein darf, so daß die Voraussetzung, wonach Schwankungen im Luftdruck und in der Lufttemperatur proportional der Zeit vor sich gehen, noch berechtigt ist¹⁾.

Beispiel: Gegeben ist die N.N.-Höhe eines Punkts *A* zu 646,0 m; zur Bestimmung der N.N.-Höhe des Punkts *P* wurden der Reihe nach in *A*, *P* und *A* Luftdruck und Lufttemperatur gemessen. Es ergaben sich die folgenden Werte:

Punkt	Zeit		Luftdruck mm	Lufttemp. °C	Luftdruck (reduz) mm	$\frac{b_1+b_2}{2}$	t	Δh	$b_1 - b_2$	h	N.N. Höhe
	h	m									
<i>A</i>	9	30	712,8	+15,6	712,8	711	15,3	11,91	3,2	387	646,0
<i>P</i>	9	50	709,5	+15,0	709,6						684,1
<i>A</i>	10	20	712,6	+15,6	712,8	711	15,3	11,91	3,2	387	646,0

4. Verfahren. Sehr einfach gestaltet sich die barometrische Höhenbestimmung für den Fall, daß von zwei in bezug auf ihre Höhen weit auseinanderliegenden Punkten die N.N.-Höhen gegeben sind; man findet dann diejenigen von Punkten, die der Höhe nach zwischen ihnen liegen, durch lineare Einschaltung. Sind gegeben die N.N.-Höhen H_a und H_e der beiden Punkte *A* und *E* (Fig. 32) und sollen die Höhen der Punkte 1, 2, 3... bestimmt werden, so liest man der Reihe nach in *A*, 1, 2, 3... *E* am Aneroid und am Aneroidthermometer ab²⁾. Sind $b_a, b_1, b_2 \dots b_e$ die entsprechenden reduzierten Ablesungen, so findet man für die barometrische Höhenstufe

$$\Delta h = \frac{H_e - H_a}{b_a - b_e}$$

und kann damit die einzelnen Höhenunterschiede berechnen³⁾. Bei diesem Einschalten von gesuchten Punkten zwischen zwei gegebene

¹⁾ An ruhigen Sommertagen ist die Voraussetzung für die Dauer von etwa $\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$ Stunden zulässig.

²⁾ Der Unterschied in der Zeit zwischen den Ablesungen in *A* und *E* soll nicht größer als $\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$ Stunden sein.

³⁾ Man verwendet dazu den Rechenschieber.

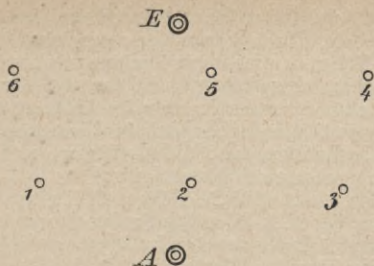


Fig. 32.

Punkte braucht man die Lufttemperatur nicht zu messen; vom Aneroid muß man nur den Wärmekoeffizienten kennen. Besonders einfach gestaltet sich diese Art der barometrischen Höhenbestimmung bei Benutzung eines kompensierten Aneroids, da dann außer der Ablesung an diesem überhaupt keine Ablesungen zu machen sind.

Beispiel: Gegeben $H_a = 548,3$ m, $H_b = 634,5$ m; gesucht sind die N.N.-Höhen von drei zwischen A und B liegenden Punkten.

Punkt	Aneroid (komp.) mm	Aneroid- Differenzen	Höhen- unterschiede m	N.N. Höhen
A	719,5	2,1	24,8	<u>548,3</u>
1	717,4			573,1
2	715,0	2,4	28,3	601,4
3	713,7	1,3	15,4	616,8
B	712,2	1,5	17,7	<u>634,5</u>
		7,3	86,2	

Man findet

$$\Delta h = \frac{634,5 - 548,3}{719,5 - 712,2} = \frac{86,2}{7,3} = 11,81.$$

§ 11. Genauigkeit der barometrischen Höhenbestimmung.

Wurden zur Bestimmung des Höhenunterschiedes h zweier Punkte in diesen die Luftdrücke b_1 und b_2 und die Lufttemperaturen

t_1 und t_2 gemessen, so kann man h berechnen mit Hilfe der Formel

$$h = K(1 + \alpha t) (\log b_1 - \log b_2),$$

in der $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$, $K = 18\,464$ und $\alpha = \frac{1}{273} = 0,003\,665$.

Bezeichnet man die an b_1 , b_2 und t möglichen Fehler mit Δb_1 , Δb_2 und Δt , und die durch diese Fehler an h hervorgerufenen Fehler mit Δh_1 , Δh_2 und Δh_t , so bestehen — von Vorzeichen abgesehen — die folgenden, aus bekannten Sätzen der Differentialrechnung sich ergebenden Gleichungen:

$$\Delta h_1 = \frac{MK}{b_1} (1 + \alpha t) \Delta b_1 \quad \Delta h_2 = \frac{MK}{b_2} (1 + \alpha t) \Delta b_2$$

$$\Delta h_t = K (\log b_1 - \log b_2) \alpha \Delta t \approx h \alpha \Delta t.$$

Mit z. B. $\Delta b_1 = \Delta b_2 = \pm 0,1$ mm erhält man für den entsprechenden Höhenfehler Δh in Metern die nachstehenden Werte:

Barometerstand $b =$	760	700	650	600 mm
N.N.-Höhe $H =$	0	600	1300	2000 m
Lufttemperatur				
0°	1,1	1,2	1,2	1,3
10°	1,1	1,2	1,3	1,4
20°	1,1	1,2	1,3	1,4
30°	1,2	1,3	1,4	1,5

Man kann somit für mittlere Verhältnisse setzen

$\Delta h_1 = \Delta h_2 = \pm 1,2$ m entsprechend einem Fehler $\Delta b_1 = \Delta b_2 = \pm 0,1$ mm.

Mit z. B. $\Delta t = 1^\circ$ erhält man für den durch einen Temperaturfehler hervorgerufenen Höhenfehler

$$\Delta h_t = \pm 0,003\,665\,h.$$

Für den Gesamthöhenfehler Δh findet man auf Grund des sog. Fehlerfortpflanzungsgesetzes¹⁾

$$\Delta h = \sqrt{\Delta h_1^2 + \Delta h_2^2 + \Delta h_t^2}$$

oder mit den oben für die angenommenen Verhältnisse gefundenen Werten

$$\Delta h = \sqrt{1,2^2 + 1,2^2 + (0,003\,665\,h)^2}.$$

Damit erhält man für den Fehler Δh eines barometrisch gemessenen Höhenunterschiedes h die Werte:

¹⁾ Siehe Sammlung Göschen: W. Weitbrecht, Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate.

$$h = 100 \quad 250 \quad 500 \quad 750 \quad 1000 \text{ m}$$

$$\Delta h = \pm 1,7 \pm 1,9 \pm 2,5 \pm 3,2 \pm 4,0 \text{ m.}$$

Wie diese Zahlen zeigen, muß man bei Höhenunterschieden bis etwa 250 m mit Fehlern von 1—2 m rechnen; die Untersuchungen von zahlreichen barometrischen Höhenbestimmungen haben gezeigt, daß bei nicht zu großen Höhenunterschieden der Höhenfehler im allgemeinen nicht größer als 1—2 m ist.

3. Kapitel.

Instrumente und Verfahren zur mittelbaren Streckenmessung.

Für manche Zwecke tritt an die Stelle der unmittelbaren Streckenmessung mit Meßlatten oder dem Meßband besser ein Verfahren, bei dem die Strecken mittelbar gemessen werden. Der Grundgedanke der mittelbaren Streckenmessung besteht darin, daß man die zu messenden Strecken mit Hilfe eines sehr spitzen Dreiecks ermittelt, von dem man eine Seite und die erforderlichen Winkel kennen muß. Die wichtigsten Vorrichtungen zur mittelbaren Streckenmessung sind der Okularfadenentfernungsmesser, der Schraubenentfernungsmesser und der Doppelbildentfernungsmesser. Man kann auch mit Benutzung des Vertikalkreises eines Theodolits Strecken mittelbar messen.

§ 12. Der Okularfadenentfernungsmesser.

Der Okularfadenentfernungsmesser oder Reichenbachsche Fadenentfernungsmesser oder auch kurzweg Fadenentfernungsmesser ist ein wichtiger Bestandteil des Tachymetertheodolits und der Kippregel¹⁾.

Beim Fadenentfernungsmesser mißt man die Strecken mit Hilfe eines unveränderlichen, nur 30—60 Minuten großen Winkels; dieser „mikrometrische“ Winkel ist bestimmt durch

¹⁾ Vgl. 4. Kapitel.

zwei — außer dem eigentlichen Horizontalfaden — auf der Fadenkreuzplatte des Fernrohrs in unveränderlichem Abstand aufgezogene¹⁾, als Distanzfäden bezeichnete Horizontalfäden (Fig. 33). Um eine Strecke mit dem entfernungs-messenden Fernrohr eines Theodolits zu messen, stellt man in dem einen Endpunkt der Strecke — dem Standpunkt — den Theodolit und in dem andern — dem Zielpunkt — einen Maßstab in Gestalt einer Nivellierlatte vertikal auf und liest an diesem den mit der Entfernung veränderlichen Abschnitt zwischen den beiden Distanzfäden ab. Die Entfernung E des Zielpunkts vom Standpunkt erhält man dann auf Grund der zwischen ihr, dem abgelesenen Lattenabschnitt l und den Abmessungen des Fernrohrs, insbesondere dem Abstand a der beiden Fäden bestehenden Beziehung, die für die verschiedenen Arten der Fernrohre²⁾ verschieden ist.



Fig. 33.

1. Ramsdensches Fernrohr.

Ist E die Entfernung der im Zielpunkt vertikal gehaltenen Latte AB (Fig. 34) von der vertikal gestellten Umdrehungsachse U des Instruments, d der Abstand des Objektivs von der Kipp- bzw. Umdrehungsachse und f die Brennweite des Objektivs, so besteht bei horizontal liegendem Fernrohr die mit Hilfe der beiden Brennstrahlen durch die Distanzfäden und den äußeren Brennpunkt F des Objektivs sich ergebende Beziehung

$$E - (d + f) = \frac{f}{a} l$$

¹⁾ An Stelle von aufgezogenen Spinnfäden wird vielfach eine „Fadenplatte“ verwendet, bei der die „Fäden“ auf einem dünnen Glasplättchen eingerissen sind. Gewöhnlich sind die drei parallelen Fäden derart angebracht, daß der Mittelfaden genau in der Mitte zwischen den beiden andern Fäden liegt.

²⁾ Vgl. Band I, 4. Kapitel.

oder

$$E = (d + f) + \frac{f}{a} l.$$

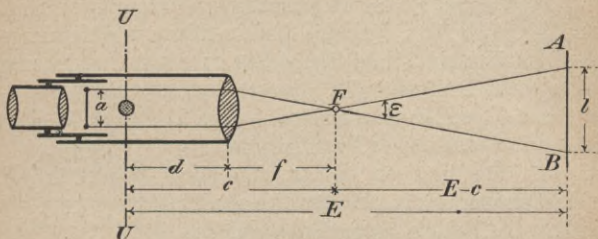


Fig. 34.

Setzt man in dieser Gleichung

$$d + f = c \quad \text{und} \quad \frac{f}{a} = k,$$

so erhält man als Gleichung für das entfernungsmessende Fernrohr mit Ramsdenscher Bauart

$$E = c + k l, \quad \text{wobei } c = d + f \quad \text{und} \quad k = \frac{f}{a}.$$

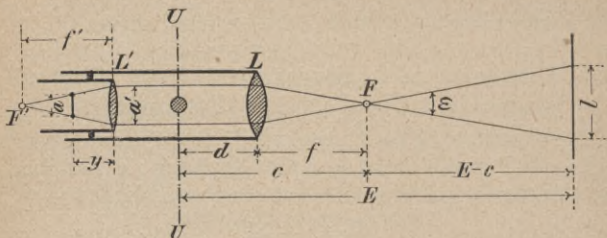
In dieser Gleichung sind — mit d , f und a — c und k unveränderliche Größen; c heißt die Additionskonstante, k die Multiplikationskonstante des Fernrohrs. Das Verhältnis $\frac{f}{a}$ wird vom Mechaniker so gewählt, daß k gleich einer runden Zahl — z. B. gleich 100 — ist.

Der Winkel ε im Brennpunkt F zwischen den beiden Brennstrahlen ist der unveränderliche mikrometrische oder parallaktische Winkel. Der Brennpunkt F heißt auch analaktischer Punkt.

2. Huygenssches Fernrohr.

Behält man die oben benutzten Bezeichnungen bei und bezeichnet man noch den Abstand der Fadenkreuzplatte von

der Kollektivlinse L' mit y , die Brennweite dieser Linse mit f' , so erhält man (Fig. 35) mit Hilfe der beiden durch den



• Fig. 35.

Brennpunkt F' von L' , den Brennpunkt F des Objektivs L und den Fadenabstand a bestimmten Brennstrahlen die Gleichung

$$E - c = \frac{f}{a'} l,$$

oder mit

$$a' = a \frac{f'}{f' - y} = \frac{a}{1 - \frac{y}{f'}}$$

$$E = c + \frac{f}{a} \left(1 - \frac{y}{f'} \right) l.$$

Diese Gleichung läßt sich in der Form schreiben:

$$E = c + k l,$$

$$\text{wobei } c = d + f \text{ und } k = \frac{f}{a} \left(1 - \frac{y}{f'} \right).$$

Da hier die Größe k mit y veränderlich ist, so findet das Huygenssche Fernrohr als entfernungsmessendes heute wenig Verwendung¹⁾. Der für ein bestimmtes y unveränderliche

¹⁾ Auf jeden Fall muß bei einem entfernungsmessenden Fernrohr Huygensscher Art die scharfe Einstellung der Fäden durch Verschieben der Okularlinse geschehen und nicht durch Verschieben des Fadenkreuzes (vgl. Band I, 4. Kapitel).

mikrometrische Winkel erscheint wieder im anallaktischen Punkt (Brennpunkt F) als Winkel ε zwischen den beiden Brennstrahlen.

3. Fernrohr mit unveränderlichem Abstand zwischen Objektiv und Fadenkreuz.

Bei diesem, auch als Fernrohr mit innerer Einstelllinse bezeichneten Fernrohr kann man die Gleichung zur Berechnung einer Entfernung E ebenfalls auf die Form bringen

$$E = c + kl.$$

Mit Rücksicht auf die Veränderlichkeit des Abstandes zwischen dem Objektiv und der inneren Einstelllinse sind c und insbesondere k nicht mehr unveränderlich; man muß deshalb ihre Werte für verschiedene Entfernungen besonders bestimmen. Weicht k um nur wenig von einem runden Wert k_0 (z. B. gleich 100) ab, so kann man die obige Gleichung auch so schreiben:

$$E = c + kl = k_0 l \pm \Delta E,$$

wobei ΔE eine Funktion von l ist. Kennt man die gewissen Werten von l bzw. E entsprechenden Werte von ΔE , so kann man E in einfacher Weise berechnen.

4. Porrosches Fernrohr.

Nach den für das Ramsdensche Fernrohr geltenden Gleichungen ist die vom anallaktischen Punkt aus gemessene Entfernung $E - c$ unmittelbar proportional dem Lattenabschnitt l ; soll die von der Umdrehungsachse aus gemessene Entfernung E proportional l sein, so muß der anallaktische Punkt mit der Umdrehungsachse zusammenfallen; dies wird nach Porro dadurch erreicht, daß man an Stelle der einen Objektivlinse ein System von zwei Linsen — eigentliche Objektivlinse und anallaktische Linse — verwendet. Für das

Porrosche Fernrohr gilt die Gleichung

$$E = k l.$$

Die Unveränderlichkeit der Multiplikationskonstanten k ist zunächst — beim Ramsdenschen Fernrohr überhaupt nur — abhängig von dem Fadenabstand a ; um diesen unveränderlich zu erhalten, empfiehlt sich die Anwendung einer Fadenplatte.

§ 13. Bestimmung der Konstanten eines Fernrohrs mit Fadenentfernungsmesser.

Bei dem Fernrohr nach Ramsden kann man die beiden Konstanten c und k in einfacher Weise, und zwar getrennt — c zuerst — bestimmen. Bei dem Fernrohr mit innerer Einstelllinse bestimmt man nicht c und k , sondern der Gleichung $E = c + k l = k_0 l \pm \Delta E$ entsprechend ΔE für verschiedene Werte von E bzw. l . Beim Porroschen Fernrohr läßt sich k bestimmen.

Die Bestimmung der Konstanten eines entfernungs-messenden Fernrohrs erfolgt in Abständen von etwa einem Jahr; eine gelegentliche Neubestimmung der Multiplikationskonstanten ist insbesondere dann erforderlich, wenn nicht eine Fadenplatte, sondern Spinnfäden vorhanden sind.

1. Bestimmung von c und k für ein Ramsdensches Fernrohr.

a) Die Additionskonstante c kann man mit genügender Genauigkeit durch unmittelbares Abmessen der Größen d — Abstand der Objektlinse von der Umdrehungsachse — und f — Brennweite der Objektivlinse¹⁾ — bestimmen; man erhält dann c aus

$$c = d + f.$$

¹⁾ Die Brennweite f erhält man z. B. dadurch, daß man das Fernrohr mit Hilfe eines weit entfernten Gegenstandes auf unendlich einstellt; f ist dann gleich dem Abstand zwischen Objektiv und Fadenkreuzplatte.

b) Für die Bestimmung der Multiplikationskonstanten k eines Fernrohrs genügt unmittelbares Abmessen der in Betracht kommenden Größen nicht; man führt vielmehr die Bestimmung mittelbar derart aus, daß man eine Strecke einerseits mit dem Entfernungsmesser und andererseits mit Meßblättern oder einem Meßband mißt. Ist E_i die unmittelbar gemessene Länge der Strecke und l_i der ihr entsprechende Lattenabschnitt, so erhält man aus der Gleichung

$$E_i = c + kl_i$$

zur Berechnung von k die Gleichung

$$k = \frac{E_i - c}{l_i}.$$

Praktisch führt man die Bestimmung von k in der Weise aus, daß man für mehrere Punkte zuerst die Lattenabschnitte l bestimmt ¹⁾ und sodann vom anallaktischen Punkt aus die Entfernungen $(E - c)$ mißt ²⁾.

Beispiel: An einem Fernrohr Ramsdenscher Bauart wurden unmittelbar abgemessen $d = 0,14$ m und $f = 0,20$ m, so daß $c = d + f = 0,34$ m.

Zur Bestimmung von k wurden durch Abschreiten in der Entfernung zwischen 40 und 60 m in ungefähr gleichen Abständen zehn Punkte gewählt, deren Entfernungen einerseits bei ungefähr horizontal liegendem Fernrohr durch Ablesen an einer vertikal gehaltenen Nivellierlatte ³⁾ und andererseits durch unmittelbare Messung mit Meßblättern bestimmt wurden; dabei ergaben sich die nachstehenden Werte:

¹⁾ Die Lattenabschnitte bestimmt man dadurch, daß man bei ungefähr horizontal liegendem Fernrohr den im Gesichtsfeld oberen Faden auf einen Strich der Lattenteilung einstellt und sodann rasch mit dem anderen Faden abliest.

²⁾ Für die nachfolgende Rechnung wäre es bequem, die $(E - c)$ gleich runden Werten zu wählen; dies ist jedoch mit Rücksicht auf die dadurch eintretende Regelmäßigkeit in den Lattenabschnitten nicht zu empfehlen.

³⁾ Da während der Ablesung der beiden Distanzfäden die Latte sehr ruhig gehalten werden muß, so verstrebt man sie mit einem Fluchtstab.

Punkt	Ablesungen an der Latte <i>m</i>	Latten- abschnitt <i>l</i> <i>m</i>	<i>E</i> — <i>c</i> <i>m</i>	<i>k</i>
1	1,500 1,892	0,392	39,13	99,82
2	1,500 1,912	0,412	41,07	99,68
3	1,500 1,932	0,432	43,08	99,72
4	1,500 1,942	0,442	44,24	100,09
5	1,500 1,957	0,457	45,66	99,91
6	1,500 1,969	0,469	46,89	99,98
7	1,500 1,985	0,485	48,50	100,00
8	1,500 2,002	0,502	50,13	99,86
9	1,500 2,026	0,526	52,44	99,69
10	1,500 2,048	0,548	54,67	99,76

Damit erhält man $k = 99,85 \pm 0,04$. Das Fernrohr hat somit die Gleichung

$$E = 0,34 + 99,85 l.$$

Für die Berechnung von E auf Grund der Gleichung $E = c + kl$ ist es bequem, wenn k genau gleich einer runden Zahl ist; ist dies nicht der Fall, so fertigt man für das betreffende Fernrohr auf Grund der Gleichung $E = k_0 l \pm \Delta E$, in der k_0 gleich einer runden Zahl — bei dem vorstehenden Beispiel gleich 100 — angenommen wird, eine Tafel, der man für die in Frage kommenden Werte von l die zugehörigen

ΔE -Werte entnehmen kann. Die Tafel für das vorstehende Beispiel zeigt die Fig. 36.

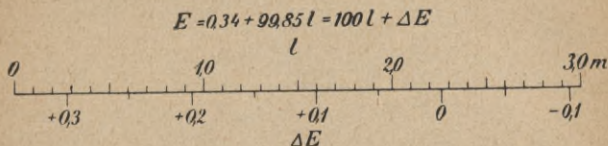


Fig. 36.

2. Die Bestimmung der Werte ΔE eines Fernrohrs mit innerer Einstelllinse für bestimmte Werte des Lattenabschnitts l geschieht in ähnlicher Weise wie die Bestimmung von k beim Ramsdenschen Fernrohr¹⁾; nur mißt man hier mit den Meßplatten oder dem Meßband die Entfernungen E von der Umdrehungsachse des Instruments und nicht die Entfernungen ($E - c$) nach den gewählten Punkten. Zur Erhöhung der Genauigkeit bei der Bestimmung der einzelnen ΔE -Werte wählt man für jeden Wert von l nicht nur einen Punkt, sondern je mehrere, um nur wenige Dezimeter in der Entfernung auseinanderliegende Punkte, deren Lage man vorher z. B. durch Abschreiten bestimmen kann.

Beispiel: Für ein Fernrohr mit innerer Einstelllinse, dessen Multiplikationskonstante nicht ganz 100 ist, wurden zur Bestimmung der ΔE -Werte der Gleichung $E = 100 l + \Delta E$ neun Gruppen von je fünf Punkten verwendet. Bei der Messung der Entfernungen E mit Meßplatten und der Bestimmung der Abschnitte l an der vertikal aufgehaltene Latte mit ungefähr horizontalem Fernrohr ergaben sich die folgenden Werte

¹⁾ Auch beim Ramsdenschen Fernrohr könnte man die ΔE -Werte für bestimmte Werte von l bestimmen; da aber dort c und k sich in einfacher Weise bestimmen lassen, so wird man den oben angegebenen Weg einschlagen.

Gruppe	Punkt	Ablesungen			Gruppe	Punkt	Ablesungen		
		an der Latte m	<i>l</i> m	<i>E</i> m			an der Latte m	<i>l</i> m	<i>E</i> m
A	1	1,900 2,309	0,409	39,52	B	1	1,900 2,517	0,617	59,63
	2	1,900 2,310	0,410	39,76		2	1,900 2,519	0,619	59,85
	3	1,900 2,311	0,411	39,94		3	1,900 2,520	0,620	60,03
	4	1,900 2,316	0,416	40,19		4	1,900 2,521	0,621	60,20
	5	1,900 2,318	0,418	40,33		5	1,900 2,521	0,621	60,43
C	1	1,900 2,721	0,821	79,64	D	1	2,100 3,129	1,029	99,59
	2	1,900 2,724	0,824	79,81		2	2,100 3,130	1,030	99,78
	3	1,900 2,724	0,824	79,94		3	2,100 3,133	1,033	99,94
	4	1,900 2,729	0,829	80,17		4	2,100 3,134	1,034	100,24
	5	1,900 2,730	0,830	80,35		5	2,100 3,136	1,036	100,48
E	1	2,400 3,634	1,234	119,55	F	1	2,400 3,838	1,438	139,58
	2	2,400 3,635	1,235	119,75		2	2,400 3,840	1,440	139,88
	3	2,400 3,637	1,237	120,05		3	2,400 3,843	1,443	140,10
	4	2,400 3,639	1,239	120,24		4	2,400 3,848	1,448	140,28
	5	2,400 3,642	1,242	120,44		5	2,400 3,850	1,450	140,46

Gruppe	Punkt	Ablesungen			Gruppe	Punkt	Ablesungen		
		an der Latte m	<i>l</i> m	<i>E</i> m			an der Latte m	<i>l</i> m	<i>E</i> m
G	1	2,10 3,75	1,65	159,56	H	1	2,00 3,85	1,85	179,68
	2	2,10 3,75	1,65	159,73		2	2,00 3,85	1,85	179,87
	3	2,10 3,75	1,65	159,93		3	2,00 3,85	1,85	180,05
	4	2,10 3,76	1,66	160,28		4	2,00 3,86	1,86	180,31
	5	2,10 3,76	1,66	160,49		5	2,00 3,86	1,86	180,46
<hr/>									
J	1	1,80 3,86	2,06	199,56					
	2	1,80 3,86	2,06	199,79					
	3	1,80 3,87	2,07	200,09					
	4	1,80 3,87	2,07	200,24					
	5	1,80 3,87	2,07	200,46					

Die einzelnen Punktgruppen gleicht man graphisch aus, indem man je in einem rechtwinkligen Koordinatensystem die Entfernungen *E* als Abszissen und die zugehörigen Lattenabschnitte als Ordinaten in passendem Maßstab aufträgt. Man erhält so für jede Gruppe fünf Punkte. Zeichnet man für diese Punkte die sich ihnen am besten anschmiegende Gerade, so erhält man für runde Werte von *E* die zugehörigen Lattenabschnitte *l* und damit die entsprechenden Werte von ΔE . Im vorliegenden Fall findet man

<i>E</i> =	40,00	60,00	80,00	100,00	120,00	m
<i>l</i> =	0,4135	0,6195	0,8257	1,0323	1,2373	m
ΔE =	-1,35	-1,95	-2,57	-3,23	-3,73	m
<i>E</i> =	140,00	160,00	180,00	200,00		m
<i>l</i> =	1,443	1,654	1,853	2,066		m
ΔE =	-4,3	-5,4	-5,3	-6,6		m

Trägt man in einem rechtwinkligen Koordinatensystem diese runden E -Werte als Abszissen und die dazugehörigen ΔE -Werte als Ordinaten auf, so erhält man neun, nahezu auf einer Geraden liegende Punkte. Zeichnet man nach Gutdünken die den Punkten sich am besten anschmiegende Gerade, so findet man mit dieser die nachstehenden Werte von ΔE

$l =$	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00 m
$\Delta E =$	— 1,6	1,9	2,2	2,5	2,8	3,1 m
$l =$	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50 m
$\Delta E =$	— 3,1	3,4	3,7	4,0	4,3	4,6 m
$l =$	1,50	1,60	1,70	1,80	1,90	2,00 m
$\Delta E =$	— 4,6	4,9	5,2	5,5	5,8	6,2 m

Für den praktischen Gebrauch empfiehlt sich die Herstellung einer graphischen Tafel in der Form der in der Fig. 36 gezeichneten.

3. Die Bestimmung der Multiplikationskonstanten k eines Porroschen Fernrohrs kann man in der oben für das Ramsdensche Fernrohr angegebenen Weise vornehmen.

§ 14. Verwendung des Fadenentfernungsmessers bei nicht-horizontalen Zielungen.

Im vorhergehenden wurde vorausgesetzt, daß die Zielachse — Verbindungsgerade zwischen Objektivmittelpunkt und mittlerem Horizontalfaden — senkrecht zum Lattenabschnitt l , also bei vertikal gehaltener Latte¹⁾ horizontal liegt. Ist dies nicht der Fall, bildet vielmehr die Zielachse mit der Horizontalen den Vertikalwinkel α (Fig. 37), so erhält man, wenn E' die schiefe Entfernung zwischen der Mitte M des Lattenabschnitts l und der Kippachse des Instruments ist, für die horizontale Entfernung e des Zielpunktes Z vom Instrumentenstandpunkt S

$$e = E' \cos \alpha.$$

Ist l' der zwischen den Distanzfäden abgelesene Abschnitt

¹⁾ Man kann den Fadenentfernungsmesser auch bei horizontal liegender Latte benutzen, doch ist dies wenig üblich.

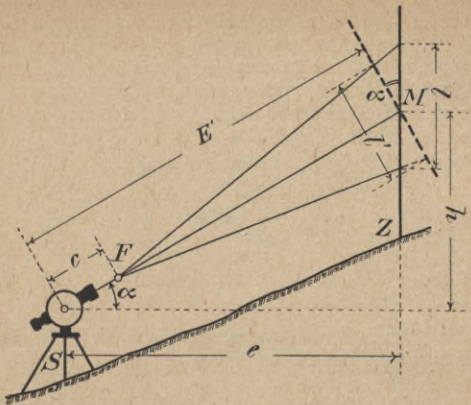


Fig. 37.

an einer durch M senkrecht zur Zielachse gedachten Latte, so gilt für E' die Gleichung

$$E' = k_0 l' \pm \Delta E,$$

wobei k_0 eine runde Zahl, z. B. gleich 100, und ΔE dem betreffenden Instrumenttäfelchen zu entnehmen ist.

Beachtet man, daß $l' \approx l \cos \alpha$ ist, so erhält man

$$E' = k_0 l \cos \alpha \pm \Delta E$$

und damit

$$(1) \quad e = k_0 l \cos^2 \alpha \pm \Delta E \cos \alpha.$$

Handelt es sich um Messungen, für die eine geringere Genauigkeit genügt, so kann man die Gleichung (1) für die Rechnung dadurch bequemer gestalten, daß man näherungsweise schreibt

$$e \approx k_0 l \cos^2 \alpha \pm \Delta E \cos^2 \alpha \approx (k_0 l \pm \Delta E) \cos^2 \alpha.$$

Setzt man hier $k_0 l \pm \Delta E = E$, so wird

$$(2) \quad e \approx E \cos^2 \alpha \quad \text{wobei} \quad E = k_0 l \pm \Delta E.$$

E bedeutet hier eine Hilfsgröße für die Rechnung.

Den Höhenunterschied h zwischen der Kippachse des

Instrumente und dem durch den Mittelfaden bestimmten Zielpunkt M findet man aus

$$(3) \quad h = e \operatorname{tg} \alpha.$$

Berücksichtigt man die oben bei der Gleichung (2) begangene Näherung, so erhält man

$$h = e \operatorname{tg} \alpha = E \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha$$

oder

$$(4) \quad h \approx \frac{1}{2} E \sin 2\alpha.$$

Wird eine größere Genauigkeit angestrebt, so berechnet man die Entfernung e und den Höhenunterschied h auf Grund der Gleichungen (1) und (3); bei der Berechnung von e kann man dabei die Rechnung durch Verwendung einer graphischen Tafel für $e \cos \alpha$ vereinfachen. Kann man sich, wie z. B. bei topographischen Aufnahmen¹⁾, bei der Bestimmung von e und h mit einer geringeren Genauigkeit begnügen, so rechnet man mit Benutzung der Gleichungen (2) und (4).

Für die Berechnung von h auf Grund der Gleichung (4) gibt es eine große Anzahl von Hilfsmitteln in Form von numerischen Tafeln, graphischen Tafeln und mechanischen Vorrichtungen.

Zwei numerische Tafeln für alte Kreisteilung sind die „Hilfs-tafeln für Tachymetrie“ von W. Jordan und die vom Bayerischen Topographischen Bureau bearbeitete „Sinustafel“. Bei der ersten Tafel geht man zuerst mit E ein, bei der zweiten mit α . Die zweite Tafel verdient in bezug auf die Bequemlichkeit beim Interpolieren den Vorzug. Die „Tachymetertafeln“ von N. Jadanza — deutsche Ausgabe von E. Hammer — sind für neue Kreisteilung bestimmt. Die „Graphische Tachymetertafel für alte Kreisteilung“ von P. Werkmeister ist eine Tafel mit Punktskalen und einer Geraden als Ablesekurve. Die von der Topographischen Abteilung des Reichsamts für Landesaufnahme bearbeitete „Graphische Koten-tafel“ für alte Kreisteilung ist eine Tafel mit Kurvenskalen. Das wichtigste und bequemste mechanische Hilfsmittel ist der logarith-

¹⁾ Vgl. 6. Kapitel.

mische Rechenschieber, der entweder in seiner gewöhnlichen Form oder einer als „Tachymeterschieber“ bezeichneten Form benutzt werden kann. Im ersten Fall rechnet man nach der Gleichung (3), im zweiten Fall nach Gleichung (4).

Für die Berechnung von e auf Grund der Gleichung (2) schreibt man diese zweckmäßigerweise in der Form

$$E - e = v = E \sin^2 \alpha$$

und bestimmt v mit Hilfe einer graphischen Tafel¹⁾.

§ 15. Genauigkeit der Streckenmessung mit dem Fadenentfernungsmesser.

Bei einer Betrachtung der mit dem Fadenentfernungsmesser erreichbaren Genauigkeit hat man insofern zwei Fälle zu unterscheiden, als bei der Ablesung des Lattenabschnittes die auf den Mittelfaden sich beziehende Zielung horizontal oder nicht horizontal liegen kann; im zweiten Fall hat man noch zu beachten, daß man entweder nach der genaueren Gleichung oder nach der Näherungsgleichung rechnen kann.

1. Horizontale Zielung.

Die Entfernung E für einen Lattenabschnitt l erhält man mit Hilfe der Gleichung

$$(1) \quad E = c + kl.$$

Da man die Additionskonstante c mit nahezu beliebiger Genauigkeit bestimmen kann, so hat man nur die Einflüsse von Fehlern bei k und l auf E zu betrachten. Zwischen einem Fehler Δk an k und dem durch ihn hervorgerufenen Fehler ΔE_k an E besteht die Beziehung

$$\Delta E_k = l \Delta k,$$

für die man auch unter Vernachlässigung von c schreiben kann

$$(2) \quad \Delta E_k \approx \frac{E}{k} \Delta k.$$

Wie diese Gleichung zeigt, ist ΔE_k um so größer, je größer E , und um so kleiner, je größer k . Mit z. B. $k = 100$ und $\Delta k = \pm 0,1$ ergibt die Gleichung (2) die folgenden, topographischen Aufnahmen entsprechenden Werte für E und ΔE_k :

$E =$	100	200	300	400 m
$\Delta E_k = \pm$	0,1	0,2	0,3	0,4 m.

Verwendet man den Fadenentfernungsmesser zur Streckenmessung

¹⁾ Vgl. P. Werkmeister, Das Entwerfen von graphischen Rechentafeln. Berlin 1923.

bei Polygonzügen für Katasterzwecke, so benutzt man ein Fernrohr mit z. B. $k = 70$; für diese Verhältnisse erhält man mit $\Delta k = \pm 0,02$ die Werte

$$\begin{array}{cccc} E = & 40 & 50 & 60 & 70 \text{ m} \\ \Delta E_k = \pm & 1,1 & 1,4 & 1,7 & 2,0 \text{ cm.} \end{array}$$

Zwischen einem Fehler Δl an l und dem durch ihn hervorgerufenen Fehler ΔE_l besteht gemäß Gleichung (1) die Beziehung

$$(3) \quad \Delta E_l = k \Delta l.$$

Der Fehler ΔE_l ist also um so größer, je größer k ist. Bei Entfernungen bis zu etwa 400 m muß man mit $\Delta l = \pm 0,01$ bis 0,02 m rechnen; mit $k = 100$ wird dann im Mittel $\Delta E_l = \pm 1,5$ m. Bei feineren Messungen, zu denen man ein Fernrohr mit z. B. $k = 70$ verwendet, kann man für Entfernungen bis zu etwa 70 m annehmen, daß der Fehler Δl des Lattenabschnittes l unter günstigen äußeren Verhältnissen nicht größer als 1 mm ist; mit $k = 70$ und $\Delta l = \pm 0,001$ m ergibt die Gleichung (3) $\Delta E_l = 0,07$ m.

Wie die im vorstehenden gefundenen Werte für ΔE_k und ΔE_l zeigen, ist ΔE_l im allgemeinen bedeutend größer als ΔE_k ; die Ermittlung des Lattenabschnittes l hat demnach der angestrebten Genauigkeit entsprechend zu geschehen. Die Genauigkeit von l ist außer von der Ruhe der Luft besonders abhängig von der Fernrohrvergrößerung und von der Teilung der Latte. Zu Streckenmessungen für topographische Zwecke, bei denen eine geringere Genauigkeit genügt, verwendet man ein Fernrohr mit 20—25facher Vergrößerung und $k = 100$; als Latte benutzt man mit Rücksicht auf die großen Entfernungen eine solche mit Strichen von 5 zu 5 oder 10 zu 10 cm, an der man l auf Zentimeter genau ablesen kann. Zu Streckenmessungen für Katasterzwecke, bei denen man eine größere Genauigkeit anstrebt, benutzt man ein Fernrohr mit mindestens 30facher Vergrößerung und z. B. $k = 70$; als Latte verwendet man eine solche mit Zentimeterteilung, so daß man l auf Millimeter genau ablesen kann. Für die Vertikalstellung muß hier die Latte mit einer guten Dosenlibelle¹⁾ versehen sein; um die Latte während der Ablesung des Lattenabschnittes ruhig halten zu können, wird sie mit einem Fluchtstab verstrebt.

2. Nichthorizontale Zielung.

Bei genaueren Messungen rechnet man nach der Gleichung

$$(4) \quad e = c \cos \alpha + kl \cos^2 \alpha;$$

¹⁾ Auch bei topographischen Aufnahmen verwendet man am besten eine Dosenlibelle zum Vertikalstellen der Latte.

genügt eine geringere Genauigkeit, so benutzt man die Näherungsgleichung

$$(5) \quad e \approx E \cos^2 \alpha, \quad \text{wobei } E = c + kl.$$

Bei Verwendung der Gleichung (4) ist zunächst zu beachten, daß sie auch auf Grund einer Näherung entstanden ist¹⁾; der durch diese entstehende Fehler an e beträgt für $e = 100$ m und $\alpha = 30^\circ$ erst rund 1 mm und kann deshalb stets vernachlässigt werden. Nimmt man wieder an, daß c praktisch fehlerfrei bestimmt werden kann, so hat man noch die Einflüsse von Fehlern Δk , Δl und $\Delta \alpha$ auf e zu betrachten. Zwischen Δk und dem entsprechenden Fehler Δe_k besteht die Beziehung

$$\Delta e_k = l \cos^2 \alpha \Delta k;$$

setzt man hier den in bezug auf α ungünstigsten Fall, nämlich $\alpha = 0^\circ$, so wird

$$\Delta e_k = l \Delta k \quad \text{oder} \quad \Delta e_k \approx \frac{E}{k} \Delta k,$$

und man erhält den oben betrachteten Fall.

Zwischen Δl und dem dadurch verursachten Entfernungfehler Δe_l gilt die Beziehung

$$\Delta e_l = k \cos^2 \alpha \Delta l.$$

Auch hier ergibt sich der in bezug auf α ungünstigste Fall für $\alpha = 0^\circ$; es ist dann wie oben

$$\Delta e_l = k \Delta l.$$

Es ist also nur noch der Einfluß Δe_α eines Fehlers $\Delta \alpha$ des Vertikalwinkels α zu betrachten. Es läßt sich zeigen, daß — abgesehen vom Vorzeichen —

$$\Delta e_\alpha = E \sin 2\alpha \frac{\Delta \alpha}{\varrho} \quad \text{wobei } \varrho = \frac{180^\circ}{\pi}.$$

Δe_α ist demnach um so größer, je größer α .

Bei der Streckenmessung für topographische Zwecke kommen Strecken bis zu 400 m vor; setzt man dementsprechend $E = 400$ m, so erhält man für den praktisch kaum vorkommenden Fall mit $\alpha = 30^\circ$

$$\Delta e_\alpha = 346 \frac{\Delta \alpha}{\varrho}$$

oder mit $\Delta \alpha = 1'$ den Wert $\Delta e_\alpha = 0,1$ m. Für topographische Zwecke genügt es demnach, die Vertikalwinkel in nur einer Fernrohrlage zu messen.

Bei der Streckenmessung für Katasterzwecke wird man Strecken größer als etwa 70 m umgehen. Mit $E = 70$ m und $\alpha = 30^\circ$ wird

¹⁾ Vgl. die Herleitung, wo näherungsweise $l' = l \cos \alpha$ gesetzt wurde.

$$\Delta e_{\alpha} = 61 \frac{\Delta \alpha}{\rho};$$

damit erhält man mit $\Delta \alpha = 1'$ den Wert $\Delta e_{\alpha} = 0,02\text{m}$. Der Vertikalwinkel ist deshalb in diesem Fall auf $30''$ genau zu messen, wozu die Messung in einer Fernrohrlage bei entsprechender Ablesegenauigkeit genügt.

§ 16. Der Schraubenentfernungsmesser.

Als Schraubenentfernungsmesser bezeichnet man einen Theodolit, bei dem entweder die vertikal wirkende oder eine horizontal wirkende Feinbewegungsschraube als Meßschraube ausgebildet ist. Die Verwendung einer horizontal wirkenden Meßschraube bietet in bezug auf die Genauigkeit und die Bequemlichkeit der Messung verschiedene Vorteile, im folgenden ist deshalb nur von einer solchen die Rede; dabei wird angenommen, daß — wie dies bei dem Zeißschen „Streckenmeßtheodolit“¹⁾ der Fall ist — die Meßschraube die Feinbewegungsschraube der Alhidade eines Repetitions-theodolits ist.

Der Grundgedanke der Streckenmessung mit einer horizontal wirkenden Meßschraube besteht darin, daß man — von einer horizontalen, 1 oder 2 m langen, auf einer Latte angegebenen Grundstrecke ausgehend — die gesuchte Strecke mit Hilfe von einem Dreieck oder von zwei Dreiecken mißt, in denen je ein kleiner Winkel auftritt; die Messung dieser Winkel erfolgt mit der Meßschraube. Die kleinen Winkel werden bei Verwendung einer Meßschraube nicht unmittelbar — in Gradmaß — gemessen, sondern mittelbar, und zwar am einfachsten mit Hilfe ihrer Tangens; die zur Messung der Winkel bestimmte Schraube ist dann eine Tangenschraube²⁾.

Die Vorteile bei der Verwendung einer Tangenschraube

¹⁾ Die Bauart dieses Instruments ist den nachstehenden Angaben zugrunde gelegt.

²⁾ Oder Tangentenschraube oder auch Tangentialschraube.

zur Ausführung von Streckenmessungen bestehen hauptsächlich darin, daß man unabhängig von dem Höhenunterschied der beiden Streckenendpunkte sofort die horizontale Länge der Strecke erhält, und daß man — gegenseitige Sicht der Streckenendpunkte vorausgesetzt — unabhängig von Messungshindernissen ist.

Das zur Streckenmessung mit einem Schraubenentfernungsmesser der angegebenen Art erforderliche Gerät besteht aus dem Theodolit mit der Tangenschraube, mindestens drei — manchmal besser vier — Stativen mit ebenso vielen Theodolitunterbauten, und einer Meßplatte; außerdem ist zu jedem Stativ eine Zieltafel erforderlich. Die Unterbauten oder Dreifüße (Fig. 38) bestehen in der Hauptsache aus den drei

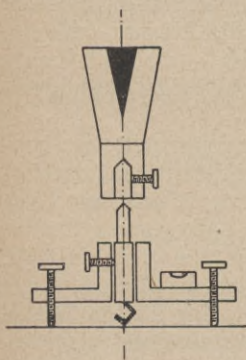


Fig. 38.

Fußschrauben, einer Dosenlibelle und einer Büchse zum Einsetzen des Theodolits oder eines Bolzens, auf den eine Zieltafel oder die Meßplatte gesetzt werden kann. Mit Rücksicht auf das Umsetzen des Theodolits, der nach unten in einem Zapfen endigt, müssen die Büchsen der verschiedenen DreifüÙe genau übereinstimmen. Die Achsen der DreifuÙbüchsen bezeichnen bei der Messung die bei ihr benutzten Punkte; durch diese Art der Punktbezeichnung werden die aus der Aufstellung des Theodolits, der Meßplatte und den Zieltafeln hervorgehenden Fehler auf einen kleinsten Betrag herabgedrückt.

Die aus Metall hergestellte Meßplatte (Fig. 39) besitzt zwei Zielmarken, Z_1 und Z_2 , deren Abstand genau z. B. gleich einem Meter ist; die Mitte M der Latte ist besonders bezeichnet.

Zum Aufsetzen auf den in die Dreifußbüchse gesteckten Bolzen besitzt die Latte einen Träger, der zum Einstellen der Latte senkrecht zu der zu messenden Strecke ein kleines, kippbares Zielfernrohr F besitzt, dessen Zielachse senkrecht zur Latte steht.

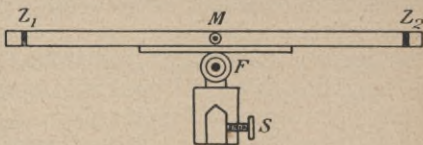


Fig. 39.

Eine bestimmte Stellung der Latte auf dem Dreifuß kann durch Anziehen der Schraube S festgehalten werden. Spielt die Dosenlibelle des die Latte tragenden Dreifußes ein, so liegt die Latte horizontal.

Die Meßschraube besitzt eine aus zwei Teilen — der Längsteilung AB und der Trommelteilung T (Fig. 40) — bestehende Ablesevorrichtung. Die Teilung AB dient zur Ablesung der ganzen Schraubenumdrehungen; an der Trommelteilung werden Teile einer Schraubenumdrehung abge-

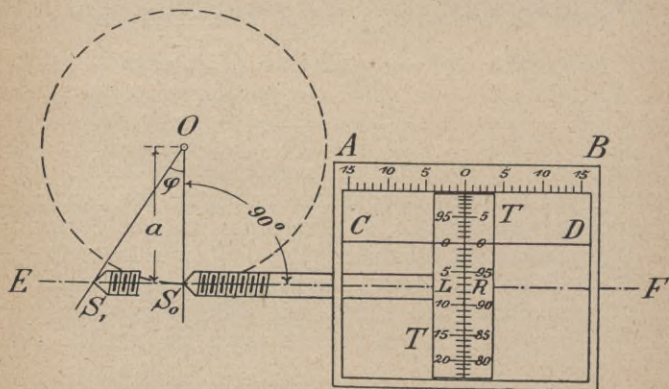


Fig. 40.

lesen¹⁾. Die Ablesungen an AB werden mit Benutzung der mittleren Linie der Trommelteilung ausgeführt, diejenigen an der Trommelteilung erfolgen mittels einer Geraden CD .

Als Tangensschraube ist die Schraube derart mit dem Oberbau des Instruments verbunden, daß bei ihrer Nullstellung ihre Achse EF senkrecht steht zur Verbindungsgeraden zwischen Schraubenspitze S_0 und Umdrehungsachse O des Theodolits. Bewegt man die Schraubenspitze durch Drehen der Schraube aus der Nullstellung von S_0 nach S_1 , so entspricht dem eine Drehung des Hebelarms OS_0 um einen Winkel φ . Bezeichnet man den Abstand des Drehungspunktes O von der Schraubenachse mit a , so gilt

die Gleichung $\operatorname{tg} \varphi = \frac{S_0 S_1}{a}$. Beachtet man, daß die Strecke $S_0 S_1$ gleich der Ganghöhe g der Schraube mal der Anzahl n der Schraubenumdrehungen ist, die die Schraube von S_0 nach S_1 machen muß, so wird

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{ng}{a} \quad \text{oder} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{n}{a/g}.$$

Die beiden Größen a und g sind unveränderlich; sie werden z. B. so gewählt, daß $\frac{a}{g} = 200$ ist. Es ist dann

$$(1) \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{n}{200}.$$

Setzt man in dieser Gleichung $n = 0,001$, so findet man dafür $\varphi \approx 1''$; d. h. einer Tausendstel-Umdrehung der Schraube entspricht eine Drehung des Hebelarms um eine Sekunde.

Zum Schutz der Schraubenspitze und deren Anlagefläche muß die Schraube während der Beförderung des Theodolits von einem Punkt zum andern mit Hilfe einer besonderen Vorrichtung von ihrer Anlagefläche abgehoben werden. Die

¹⁾ Bei dem Zeißschen Streckenmeßtheodolit kann man durch Schätzung noch Tausendstel einer Umdrehung ablesen.

Schraube ist der empfindlichste Teil des Theodolits; sie muß deshalb mit besonderer Sorgfalt behandelt werden. Bei ihrer Verwendung zum Einstellen von Zielpunkten muß die Schraube mit Rücksicht auf den toten Gang so verwendet werden, daß die scharfe Einstellung durch Drehen der Schraube im Uhrzeigersinn erfolgt. Die Schraube kann in verhältnismäßig einfacher Weise mit Hilfe der Teilung des Horizontalkreises untersucht werden.

§ 17. Verwendung des Schraubenentfernungsmessers zur Messung von Strecken.

Man hat bei der Verwendung des Schraubenentfernungsmessers insofern zwei Fälle zu unterscheiden, als man eine Strecke mit oder ohne Benutzung eines Hilfspunktes messen kann. Im allgemeinen wird man kleinere, etwa bis zu 200 m große Strecken ohne Benutzung eines Hilfspunktes messen; die Messung von größeren, bis zu etwa 1 km langen Strecken führt man unter Verwendung eines Hilfspunktes aus.

1. Messung von Strecken ohne Benutzung eines Hilfspunktes.

Der Grundgedanke der Messung besteht darin, daß man die zu messende Strecke als Höhe eines gleichschenkligen Dreiecks ermittelt, dessen Grundlinie durch die 1 oder 2 m lange, horizontal liegende Meßlatte dargestellt wird; die Halbierungslinie des kleinen Winkels an der Spitze des Dreiecks fällt dann mit der Mittelsenkrechten der Meßlatte zusammen.

Der Vorgang bei der Messung der Strecke ist der folgende: Man stellt in jedem der beiden Streckenendpunkte ein Stativ mit darauf befestigtem Dreifuß auf; der eine Dreifuß dient zur Aufnahme des Theodolits, bei dem andern wird die Meßlatte aufgesetzt. Nachdem die Dosenlibelle des die Meßlatte tragenden Dreifußes zum Einspielen gebracht worden ist, wird die Latte in horizontalem Sinn so lange gedreht, bis die

Zielachse des Einstellfernrohrchens durch die Mitte des Theodolits geht; diese Lattenstellung wird durch Anziehen der Klemmschraube festgehalten.

Ist die Umdrehungsachse des Theodolits zunächst genähert mit Hilfe der Dosenlibelle und sodann mittels der für diesen Zweck vorhandenen Röhrenlibelle vertikal gestellt, so bringt man die Meßschraube in ihre Nullstellung und zielt mit festgeklemmter Alhidade mit Benutzung der Klemmschraube und der Feinbewegungsschraube des Limbus die Mitte M (Fig. 39) der Meßplatte an.

Jetzt beginnt die eigentliche Messung; sie besteht in der Anzielung der Endmarken Z_1 und Z_2 der Meßplatte mit Benutzung der Meßschraube. Nach jeder Einstellung wird die Schraubenstellung abgelesen; die Ablesungen seien n_1 und n_2 . Ist s die Länge der Strecke, b_0 die durch Z_1 und Z_2 bestimmte Länge der Meßplatte, und a der Abstand der Theodolitudrehungsachse von der Schraubenachse (Fig. 41), so besteht die einfach abzulesende Gleichung

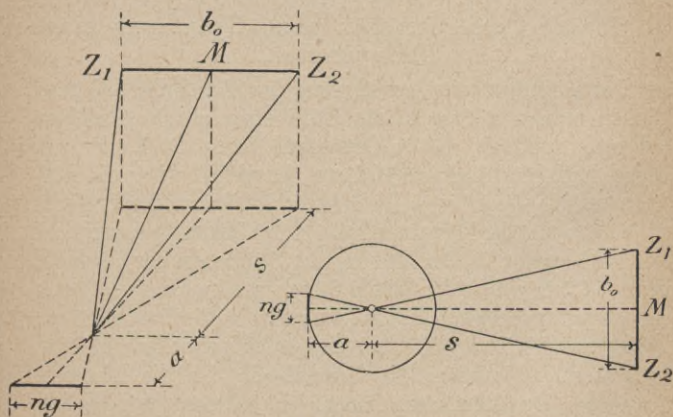


Fig. 41.

$$s = \frac{ab_0}{ng} \quad \text{oder} \quad s = \frac{\frac{a}{g} b_0}{n};$$

dabei bedeutet g die Ganghöhe der Schraube und n die Summe der beiden Schraubenablesungen n_1 und n_2 . Für z. B. $\frac{a}{g} = 200$ erhält man

$$(1) \quad s = \frac{200 b_0}{n}.$$

Die Messung von n_1 und n_2 erfolgt nicht nur einmal, sondern z. B. fünfmal. Man ordnet dabei die einzelnen Einstellungen derart an, daß man z. B. zuerst links und dann rechts einstellt; dann dreht man die Schraube etwas zurück und stellt wieder rechts ein, dann links, nach Zurückdrehen der Schraube wieder links usw. Alle Einstellungen erfolgen mit Drehen der Schraube im Uhrzeigersinn.

Zur Prüfung und zur Erhöhung der Genauigkeit kann man die Messung nach Vertauschen von Theodolit und Meßplatte in den Streckenendpunkten wiederholen. Ein Beispiel für eine solche, hin und her, mit einer 2 m langen Latte ausgeführten Messung ist das folgende:

1. Messung.

$n_1 =$	1,041	1,041	1,042	1,042	1,041
$n_2 =$	1,050	1,050	1,049	1,050	1,049
$n =$	2,091	2,091	2,091	2,092	2,090

Im Mittel: $n = 2,091$ $s = 191,30$ m.

2. Messung.

$n_1 =$	1,042	1,043	1,044	1,042	1,043
$n_2 =$	1,047	1,047	1,046	1,047	1,048
$n =$	2,089	2,090	2,090	2,089	2,091

Im Mittel: $n = 2,090$ $s = 191,38$ m.

Die Messung von Strecken bis etwa 200 m Länge mit dem Schraubenentfernungsmesser kommt in Frage bei Polygon-

zügen für Katasterzwecke oder als Grundlage für topographische Aufnahmen in unübersichtlichem Gelände (Wald).

2. Messung einer Strecke mit Benutzung eines Hilfspunktes.

Der Grundgedanke der Messung besteht darin, daß man die zu messende Strecke $AB = s$ (Fig. 42) mit Benutzung

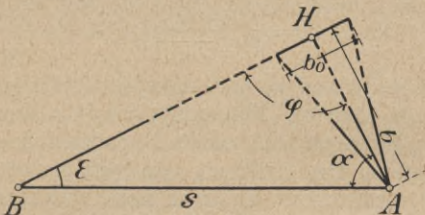


Fig. 42.

eines Hilfspunktes H zu einem Dreieck ABH ergänzt, in welchem man die Strecke $AH = b$, den Winkel $HAB = \alpha$ und den kleinen Winkel $ABH = \varepsilon$ mißt.

Mit Rücksicht auf die unvermeidlichen Messungsfehler wählt man den Hilfspunkt H derart, daß der Winkel AHB nahezu gleich 90° und bei $b_0 = 1$ m die Strecke $AH \approx \sqrt{s}$ wird. Die Länge von AH wird bei der Auswahl des Punktes H durch Abschreiten bestimmt, für die Absteckung des rechten Winkels in H genügt die Genauigkeit eines Fünfsseitprismas.

Die Messung der Strecke AH erfolgt mit Hilfe der in H aufgestellten 1 m langen Meßplatte in der oben angegebenen Weise mit der Meßschraube des in A aufgestellten Theodolits. Der Winkel α wird mit Benutzung des Horizontalkreises des Theodolits gemessen. Die Messung des kleinen Winkels ε geschieht mittels der Meßschraube nach dem unten angegebenen Verfahren.

Der Vorgang bei der Messung ist demnach der folgende:

Man stellt zunächst in jedem der drei Punkte A , B und H ein Stativ mit Dreifuß auf. Dann kommt zur Messung der Strecke AH der Theodolit nach A und die Meßplatte nach H ; die Messung von AH erfolgt genau nach dem oben angegebenen Verfahren. Für die Messung des Winkels α im Punkt A wird in B und H je eine Zieltafel aufgesetzt; die Messung von α geschieht in der üblichen Weise in beiden Fernrohrlagen je einmal. Zur Messung des kleinen Winkels ε wird der Theodolit nach B gebracht und in A und H je eine der Strecke s entsprechend große Zieltafel aufgesetzt.

Die Messung von ε geschieht dadurch, daß man die Schraube auf Null stellt und den Theodolit bei festgeklemmter Alhidade durch Drehen des Limbus in eine solche Lage bringt, daß durch die Zielachse des Fernrohrs der Winkel ε in zwei ungefähr gleichgroße Winkel ε_1 und ε_2 (Fig. 43) geteilt wird.

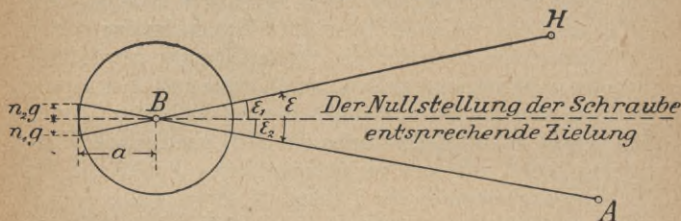


Fig. 43.

Bei festgeklemmtem Limbus zielt man dann durch Drehen der Meßschraube z. B. zuerst den Punkt H und dann den Punkt A an und macht an der Schraube die diesen Zielungen entsprechenden Ablesungen n_1 und n_2 . Die beiden Winkel ε_1 und ε_2 erhält man auf Grund der Gleichungen

$$\operatorname{tg} \varepsilon_1 = \frac{n_1 g}{a} \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} \varepsilon_2 = \frac{n_2 g}{a},$$

in denen g wieder die Ganghöhe der Schraube und a den

Abstand des Drehungspunktes von der Schraubenachse bedeuten. Mit z. B. $\frac{a}{g} = 200$ gehen die beiden Gleichungen über in

$$(2) \quad \operatorname{tg} \varepsilon_1 = \frac{n_1}{200} \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} \varepsilon_2 = \frac{n_2}{200}.$$

Mit Hilfe dieser Gleichungen kann man ε_1 und ε_2 z. B. mit Benutzung einer siebenstelligen Logarithmentafel berechnen.

Die Messung von n_1 und n_2 wird nicht nur einmal, sondern z. B. fünfmal in der schon oben angedeuteten Weise ausgeführt.

Da die Genauigkeit des Winkels ε von großem Einfluß auf die Genauigkeit der zu messenden Strecke s ist, so mißt man ε am besten zweimal; beide Messungen unterscheiden sich in der Lage der Nullstellung der Schraube zu den beiden Winkelschenkeln. Die für die zweite Messung gewünschte Lage der Schraubennullstellung erhält man nach Erledigung der ersten Messung dadurch, daß man nach der letzten Zielung nach A oder H die Meßschraube um Teile einer ganzen Umdrehung dreht und den vorher angezielten Punkt mit der Feinbewegungsschraube des Limbus wieder einstellt.

Hat man die drei Stücke $AH = b$, Winkel $HAB = \alpha$ und Winkel $HBA = \varepsilon$ des Dreiecks ABH gemessen, so findet man die gesuchte Strecke s (Fig. 42) mit Benutzung des Sinussatzes aus

$$(3) \quad s = b \frac{\sin \varphi}{\sin \varepsilon}, \quad \text{wo} \quad \varphi = 180^\circ - (\alpha + \varepsilon).$$

Dabei hat man b gemäß Gleichung (1) zu berechnen aus $b = \frac{200}{n}$, wenn n die Anzahl von Schraubenumdrehungen

ist, die man bei der Messung von b erhielt.

Die bei der Messung zu machenden Aufschreibungen und

die Rechnung erfolgen am besten auf Grund eines Vordruckes; ein solcher mit einem eingetragenen Beispiel ist untenstehend angegeben.

Die Messung von Strecken mit Benutzung eines Hilfs-

Datum.....		Strecke.....				Wetter.....					
Bestimmung von n mit der 1 m = Latte											
3,694	3,692	3,691	3,691	3,691	Mittel $n=7,390_2$						
3,697	3,697	3,700	3,700	3,698							
7,391	7,389	7,391	7,391	7,389							
Messung von α $\alpha = 85^\circ 43' 51''$											
Zielpunkt	1. F. R. L.				2. F. R. L.				Mittel		
	o	'	'	'	o	'	'	'	o	'	"
B	2	08,8	08,6	08,7	182	090	08,8	08,9	2	08	48
H	87	52,8	52,4	52,6	267	53,2	52,2	52,7	87	52	39
Bestimmung von ε					$b = \frac{200 b_0}{n} \quad s = b \frac{\sin \varphi}{\sin \varepsilon}$						
1. Messung		2. Messung									
6,874	5,930	1	6,470	6,341	200 $2.301 \ 030$ n $0.868 \ 656$ $n=7,390_2$						
6,876	5,931	2	6,468	6,340							
6,874	5,933	3	6,468	6,338	b $1.432 \ 374$ $\sin \varphi$ $9.999 \ 976$ $\varphi = 90^\circ 36'$						
6,873	5,933	4	6,469	6,339							
6,874	5,934	5	6,471	6,338	$1: \sin \varepsilon$ $1.194 \ 029$ $\varepsilon = 3^\circ 40' 03,6''$						
6,874	5,932	Mittel	6,469	6,339							
$1^\circ 58' 06,5''$	$1^\circ 41' 56''$	Winkel	$1^\circ 51' 09,3''$	$1^\circ 48' 55,4''$	s $2.626 \ 379$ $S = 423,04 \ m.$						
$3^\circ 40' 02,5''$		Summe	$3^\circ 40' 04,7''$								
$\varepsilon = 3^\circ 40' 03,6''$											

punktes kommt in Frage bei der Messung von großseitigen Polygonzügen als Ersatz für trigonometrische Punktbestimmungen als Grundlage für topographische Aufnahmen in übersichtlichem Gelände.

§ 18. Genauigkeit der Streckenmessung mit dem Schraubenentfernungsmesser.

Erfolgt die Messung einer Strecke s ohne Benutzung eines Hilfspunktes, so erhält man die Strecke auf Grund der Gleichung

$$(1) \quad s = \frac{200 b_0}{n},$$

wo n die Anzahl der Schraubenumdrehungen bedeutet.

Der durch einen Fehler Δn von n an s hervorgerufene Fehler sei Δs ; zwischen Δs und Δn besteht die Beziehung

$$\Delta s = \frac{s^2}{200 b_0} \Delta n,$$

die mit $b_0 = 2$ m übergeht in

$$(2) \quad \Delta s = \frac{s^2}{400} \Delta n.$$

Bei fünfmaliger Messung von n in der oben angegebenen Weise erhält man n mit einem mittleren Fehler, der unter günstigen äußeren Umständen nicht größer ist als $\pm 0,0005$; mit diesem Wert für Δn erhält man aus der obigen Gleichung

$$\Delta s = \frac{s^2}{800\,000}.$$

Diese Gleichung ergibt für s und Δs die folgenden zusammengehörigen, für die Verwendung einer 2 m-Latte geltenden Werte:

$s = 50$	100	150	200 m
$\Delta s = 0,3$	1,3	2,8	5,0 cm.

Erfolgt die Messung einer Strecke s mit Benutzung eines Hilfspunktes, so erhält man s auf Grund der Gleichung

$$(3) \quad s = b \frac{\sin \varphi}{\sin \varepsilon}.$$

Ein Fehler $\Delta \varphi$ des Winkels φ ruft einen Fehler Δs_φ an s hervor; zwischen beiden Fehlern besteht die Beziehung

$$(4) \quad \Delta s_\varphi = s \operatorname{ctg} \varphi \frac{\Delta \varphi}{\varrho}, \quad \text{wobei } \varrho = \frac{180^\circ}{\pi}.$$

Wie diese Gleichung zeigt, ist der Einfluß eines Winkelfehlers $\Delta\varphi$ um so kleiner, je näher φ an 90 Grad liegt. Setzt man z. B. $\Delta\varphi = 1'$ und $s = 1000$ m, so geht die Gleichung (4) über in $\Delta s_\varphi = 0,29 \operatorname{ctg} \varphi$; damit erhält man die folgenden zusammengehörigen Werte:

$\varphi = 89^\circ$	88°	87°	86°	85°
$\Delta s_\varphi = 0,5$	1	1,5	2	2,5 cm.

Wie diese Zahlen zeigen, ist der Einfluß eines Fehlers $\Delta\varphi$ des ungefähr 90 Grad großen Winkels φ sehr gering; man kann sich deshalb bei der Messung von α (Fig. 42) mit einer geringeren Genauigkeit begnügen. Andererseits wird man aber bestrebt sein, den Hilfspunkt H so zu wählen, daß der Winkel φ in der Nähe von 90 Grad liegt; verwendet man dazu, wie bereits angegeben, ein Fünfseitprisma, so wird φ im allgemeinen um nicht mehr als fünf Grad von einem Rechten abweichen.

Ein Fehler $\Delta\varepsilon$ des kleinen Winkels ε verursacht einen Fehler Δs_ε an der Strecke s ; dabei erhält man auf Grund der Gleichung (3) unter Anwendung gewisser Näherungen

$$\Delta s_\varepsilon = s \sqrt{s} \frac{\Delta\varepsilon}{\varrho}, \quad \text{wobei } \varrho = \frac{180^\circ}{\pi}.$$

Mit $\Delta\varepsilon = 1''$ ergeben sich die folgenden zusammengehörigen Werte von s und Δs_ε :

$s = 250$	500	750	1000 m
$\Delta s_\varepsilon = 0,02$	0,05	0,10	0,15 m.

§ 19. Der Doppelbildentfernungsmesser.

Zur Festlegung von Punkten nach Polarkoordinaten für Katasterzwecke und zur Messung von Polygonzügen mit mittelbarer Streckenmessung werden Theodolite mit Doppelbildentfernungsmessern gebaut. Es sind dies Entfernungsmesser mit veränderlicher Grundstrecke im Zielpunkt und unveränderlichem mikrometrischen Winkel im Standpunkt. Eine im Zielpunkt horizontal aufgestellte Latte trägt zwei Teilungen; eine Hauptteilung und einen dieser entsprechenden Nonius. Durch zwei vor dem Objektiv des Fernrohrs angebrachte Glaskeile wird von den beiden Lattenteilungen je ein Bild erzeugt; das Bild der Hauptteilung und das des Nonius liegen dabei derart aneinander, daß mit Hilfe des Nonius an der Hauptteilung abgelesen werden kann. Das Fernrohr und die Lattenteilungen sind derart ausgeführt, daß die Länge der zu messenden Strecke gleich dem 100fachen der Ablesung an der Latte ist.

Bei dem als Reduktionstachymeter bezeichneten, nach den Angaben von R. Boßhardt von C. Zeiß gebauten Instrument wird der durch die zwei Glaskeile bestimmte mikrometrische Winkel beim Kippen des Fernrohrs verändert. Diese Einrichtung bietet den Vorteil, daß das 100fache der Lattenablesung die horizontale — und nicht wie bei den anderen Doppelbildentfernungsmessern die schiefe — Entfernung zwischen Instrument und Latte vorstellt. Da es vorkommen kann, daß bei der Ablesung an der Latte kein Noniusstrich mit einem Strich der Hauptteilung zusammenfällt, so ist bei dem Instrument von Boßhardt-Zeiß vor der oberen Hälfte des Objektivs eine mit Hilfe einer Schraube in der Lattenrichtung drehbare planparallele Glasplatte angebracht. Durch Drehen dieser Glasplatte kann man den in Frage kommenden Noniusstrich mit einem Teilungsstrich zur Deckung bringen; an der Schraubentrommel werden dann die Zentimeter und durch Schätzung die Millimeter der zu messenden Strecke abgelesen.

Verschiedenfache Untersuchungen haben gezeigt, daß man Strecken bis etwa 150 m Länge mit dem Instrument von Boßhardt-Zeiß bei guten Sichtverhältnissen ebenso genau messen kann wie mit Meßblättern.

§ 20. Streckenmessung mit Hilfe von Vertikalwinkeln.

Diese Art der Streckenmessung kommt zunächst für solche Strecken in Frage, bei denen der Höhenunterschied der beiden Streckenendpunkte im Vergleich zu der zu messenden Strecke groß ist, und wenn der eine Streckenendpunkt für die unmittelbare Streckenmessung unzugänglich ist.

Der Grundgedanke der Verwendung von Vertikalwinkeln zur Streckenmessung besteht darin, daß man die zu messende Strecke mit Hilfe eines in der Vertikalebene durch die beiden Streckenendpunkte liegenden Dreiecks ermittelt, in dem man außer den erforderlichen Winkeln eine Strecke messen muß. Man kann dabei insofern zwei Fälle unterscheiden, als man in dem Hilfsdreieck eine vertikal liegende oder eine horizontal liegende Strecke messen kann.

1. Eine vertikal liegende Strecke mißt man dann, wenn in dem einen Streckenendpunkt ein Maßstab, z. B. in Gestalt einer Nivellierlatte, vertikal aufgestellt werden kann. Sind A und B (Fig. 44) die beiden Punkte, deren horizontale Entfernung s ermittelt werden soll, und ist B ein hochgelegener Punkt, in dem die Latte aufgestellt wird¹⁾, so stellt man über A den Theodolit

¹⁾ Wie leicht einzusehen ist, kann auch umgekehrt die Latte in dem tiefer liegenden Punkt aufgestellt werden.

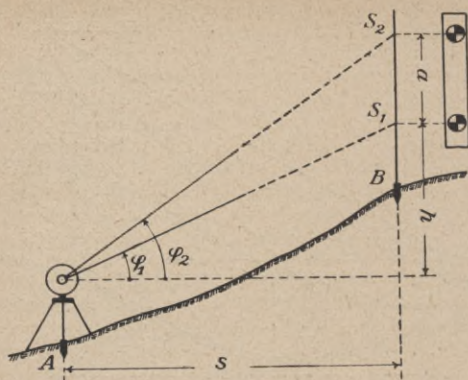


Fig. 44.

auf und mißt mit ihm die Vertikalwinkel φ_1 und φ_2 nach zwei Teilungsstrichen S_1 und S_2 der in B stehenden Latte. Bezeichnet man den Höhenunterschied zwischen der Kippachse des Theodolits und dem Zielpunkt S_1 mit h und ist a die Länge des durch S_1 und S_2 begrenzten Lattenstückes, so bestehen die beiden Gleichungen

$$h = s \operatorname{tg} \varphi_1 \quad \text{und} \quad h + a = s \operatorname{tg} \varphi_2;$$

hieraus erhält man

$$s = \frac{a}{\operatorname{tg} \varphi_2 - \operatorname{tg} \varphi_1} = a \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{\sin (\varphi_2 - \varphi_1)}.$$

2. Eine horizontal liegende Strecke muß man dann messen, wenn der eine Punkt überhaupt unzugänglich, also z. B. eine Kirchturmspitze ist¹⁾. Sind A und B (Fig. 45) die beiden Streckenendpunkte, so stellt man in A den Theodolit auf und bestimmt mit seiner Hilfe einen mit A und B in derselben Vertikal-ebene liegenden Hilfspunkt H ; die Ermittlung der horizontalen Entfernung s der Punkte A und B erfordert dann die Messung der Vertikalwinkel α und φ in A und H , die Messung des horizontalen Abstandes a von A und H und die Messung des Höhenunterschiedes u zwischen A und H . Die Messung von α und φ erfolgt mit dem Theodolit, der deshalb außer in A auch in H aufzu-

¹⁾ Diese Art der mittelbaren Streckenmessung kann z. B. Verwendung finden bei der Ermittlung der Länge der letzten Seite eines an einen hochgelegenen Punkt anzuschließenden Polygonzuges.

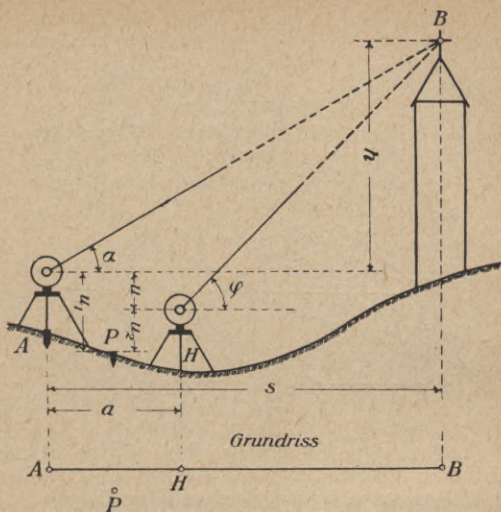


Fig. 45.

stellen ist. Die Strecke a wird mit Meßplatten oder dem Meßband gemessen. Den Höhenunterschied u oder genauer den Höhenunterschied zwischen den beiden Lagen der Kippachse des Theodolits bei dessen Aufstellungen in A und H erhält man am einfachsten mit Hilfe eines zwischen A und H gelegenen Punktes P , indem man an einer in P vertikal aufgehaltene Nivellierlatte je bei horizontal liegender Zielachse¹⁾ die Ablesungen u_1 und u_2 macht, so daß $u = u_1 - u_2$ ist.

Bezeichnet man den Höhenunterschied zwischen A und B mit h , so bestehen zwischen den Größen h , α , φ , s , a die beiden Gleichungen

$$h = s \operatorname{tg} \alpha \quad \text{und} \quad h + u = (s - a) \operatorname{tg} \beta;$$

hieraus findet man

$$s = \frac{u + a \operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \alpha} = a \frac{\cos \alpha \sin \varphi}{\sin (\varphi - \alpha)} + u \frac{\cos \alpha \cos \varphi}{\sin (\varphi - \alpha)}.$$

¹⁾ Horizontale Zielungen erhält man in einfachster Weise dann, wenn das Instrument eine Nivellierlibelle hat.

3. Man kann die Strecke s zwischen zwei Punkten A und B (Fig. 46) unter Umständen auch dadurch bestimmen, daß man

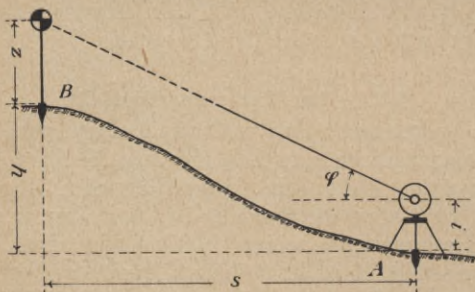


Fig. 46.

den Höhenunterschied h beider Punkte durch Nivellieren bestimmt und in dem einen Punkte den Vertikalwinkel φ nach dem anderen Punkte mißt. Sind i die Instrumentenhöhe und z die Zielhöhe bei der Messung von φ , so besteht die Gleichung

$$h = s \operatorname{tg} \varphi - z + i;$$

hieraus folgt

$$s = \frac{h + z - i}{\operatorname{tg} \varphi}.$$

Bei der Streckenmessung mit Hilfe von Vertikalwinkeln mißt man diese am besten in zwei Fernrohrlagen.

4. Kapitel.

Instrumente für tachymetrische Messungen.

Zur Tachymetrie (Schnellmessung) rechnet man diejenigen Messungsverfahren, bei denen die Lage und die Höhe von Punkten gleichzeitig bestimmt werden. Tachymetrische Punktbestimmungen finden insbesondere Anwendung bei der Herstellung von Höhenplänen für die Arbeiten des Ingenieurs und bei topographischen Aufnahmen; es handelt sich dabei um Messungen, bei denen man sich mit einer geringeren Ge-

nauigkeit begnügen kann. Die Instrumente für solche tachymetrische Punktbestimmungen sind der Tachymetertheodolit, der Meßtisch mit der Kippregel und die photogrammetrischen Instrumente.

§ 21. Der Tachymetertheodolit.

Der Tachymetertheodolit dient zum Festlegen von Punkten nach Polarkoordinaten; er muß also zum Messen von Horizontalwinkeln, Vertikalwinkeln und Strecken eingerichtet sein. Der Tachymetertheodolit ist dementsprechend mit einem Horizontalkreis, einem Vertikalkreis, einem entfernungsmessenden Fernrohr und einer Bussole versehen.

Für manche Zwecke ist es bequem, wenn der Tachymetertheodolit ein Repetitionstheodolit oder Zweiachsentheodolit ist; ist er ein einfacher Theodolit oder Einachsentheodolit, so ist es zweckmäßig, wenn der Horizontalkreis auf Reibung sitzt und von Hand gedreht werden kann.

Bei einem für topographische Aufnahmen bestimmten Tachymetertheodolit genügt beim Vertikalkreis und insbesondere beim Horizontalkreis eine Ablesegenauigkeit von einer Minute; bei beiden Kreisen ist demnach nur je eine Ablesevorrichtung erforderlich¹⁾). Mit Rücksicht auf die Bequemlichkeit und Einfachheit der Ablesung empfiehlt sich die Anwendung des Strichmikroskops sowohl beim Horizontal- als auch beim Vertikalkreis; dabei werden die Kreisteilungen am besten derart ausgeführt, daß die Striche einen Abstand von je zehn Minuten haben, so daß man zwischen ihnen durch Schätzung auf ganze Minuten genau ablesen kann²⁾). Die Bezifferung des Vertikalkreises geht am besten gegen den Uhr-

¹⁾ Der durch die Ablesungen an zwei Stellen unschädlich zu machende Exzentritätsfehler läßt sich vom Mechaniker so klein halten, daß er bei einer Ablesegenauigkeit von nur einer Minute nicht mehr in Frage kommt.

²⁾ Mit Rücksicht auf die Weiterverwertung der Messungen genügt es u. U. am Horizontalkreis auf 0,1 Grad genau abzulesen, was mit einem Strichmikroskop und einer Teilung der angegebenen Art bequem möglich ist.

zeigersinn von 0 bis 360° derart, daß bei linksliegendem Kreis an der beim Okular des Fernrohrs befindlichen Ablesevorrichtung bei horizontaler Zielachse 0° abgelesen wird.

Das Fernrohr hat eine etwa 20fache Vergrößerung; es ist zum Durchschlagen eingerichtet, so daß die Untersuchung des Theodolits bequem durchgeführt werden kann. Mit Rücksicht auf Winkelmessungen in nur einer Fernrohrlage ist das Fernrohr zwischen den beiden Fernrohrträgern angeordnet. Das Fernrohr ist entweder ein Ramsdensches oder eines mit innerer Einstelllinse mit der Multiplikationskonstante 100.

Für die allgemeine Horizontierung muß der Tachymetertheodolit mit einer Dosenlibelle versehen sein. Die Libelle für die Zwecke der Vertikalwinkelmessung ist am besten eine Mikroskoplibelle (Fig. 6c) von etwa 30 Sekunden Empfindlichkeit. Außer diesen beiden Libellen ist noch eine Nivellierlibelle von etwa 20 Sekunden Empfindlichkeit auf dem Fernrohr vorhanden (Fig. 6a); mit Rücksicht auf die bequeme Untersuchungsmöglichkeit ist diese Libelle eine Doppellibelle. Meist ist der Tachymetertheodolit noch mit einer an einem Fernrohrträger befestigten Alhidadenlibelle versehen. Mit Rücksicht auf die Untersuchung des Instruments für die Messung von Horizontalwinkeln ist es bequem, wenn dem Instrument eine Reitlibelle beigegeben ist.

Die Bussole besteht aus einer bei ihrer Benutzung in einer Horizontalebene schwingenden Magnetnadel N (Fig. 47) und einer Kreisteilung T . Die Spitze S , auf welcher die Nadel mit Hilfe ihres Hütchens H schwingt, ist so mit dem Teilkreis T verbunden, daß sie mit dessen Mittelpunkt zusammenfällt. Die Magnetnadel ist entweder eine Rhomben- oder — wie in der Fig. 47 — eine Balkennadel. Die der horizontalen Lage des Teilkreises entsprechende Lage der Nadel in ihrer Vertikalebene wird mit Hilfe eines auf der Nadel verschiebbaren kleinen Gewichtes G hergestellt. Die Nadel

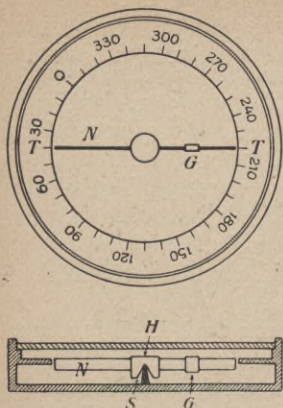


Fig. 47.

besitzt eine besondere Vorrichtung, mit deren Hilfe sie vor jeder Beförderung des Instruments von der Spitze *S* abgehoben werden kann; ein solches Abheben der Nadel ist notwendig mit Rücksicht auf die sonst unvermeidlichen Beschädigungen der Spitze *S* oder des Hütchens *H*. Die Teilung ist entweder eine 1^0 - oder eine $\frac{1}{2}^0$ -Teilung, an der man durch Schätzung auf $0,1^0$ genau ablesen kann. Die Bezifferung der Teilung geht gegen den Uhrzeigersinn. Zum Schutz

gegen Staub und Feuchtigkeit ist das Bussolengehäuse oben mit einem Glasdeckel abgeschlossen.

Die Bussole des Tachymetertheodolits ist meist eine Reitbussole ¹⁾; es ist dies eine Bussole mit einem besonderen, am Boden des Gehäuses befestigten Träger, mit dessen Hilfe die Bussole auf die Kippachse des Theodolits gesetzt werden kann. Die Reitbussole ist zum Abnehmen eingerichtet und kann während ihrer Nichtbenutzung im Kasten des Instruments für sich untergebracht werden. Für das Aufsetzen der Reitbussole auf die Kippachse empfiehlt sich die Einhaltung einer bestimmten Regel; man setzt z. B. die Bussole stets so auf, daß der Nullstrich ihrer Teilung über dem Fernrohrobjektiv liegt. Da die Bussolenteilung mit dem Fernrohr in horizontalem Sinn fest verbunden ist, so macht die Bussolenteilung alle Drehungen der Zielachse mit; geht die Bezifferung der Teilung gegen den Uhrzeigersinn und liegt der Nullstrich

¹⁾ Es gibt auch Instrumente, bei denen die Bussole zwischen den Fernrohrträgern eingebaut ist.

über dem Objektiv, so stellt die einer bestimmten Zielung Z (Fig. 48) entsprechende Ableseung an der Bussole den „magnetischen Richtungswinkel“, d. h. den von der magnetischen Nordrichtung aus gemessenen Richtungswinkel α der Zielung Z vor¹⁾. Für manche Zwecke ist es bequem, wenn man die Bussolenteilung um Beträge bis etwa 15° von ihrer Normalstellung aus — Nullstrich der Teilung in der Kippebene der Zielachse — drehen kann; die Bussole ist dann nicht fest, sondern drehbar mit ihrem Träger verbunden.

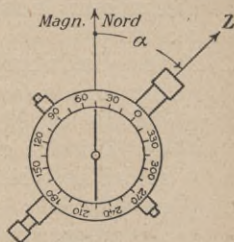


Fig. 48.

An einen für topographische Aufnahmen bestimmten Tachymetertheodolit werden die folgenden Anforderungen gestellt:

1. In bezug auf das Fernrohr:
 - a) Das Fadenkreuz muß gut sichtbar sein.
 - b) Bei vertikal stehender Umdrehungsachse müssen die Fäden des Fadenkreuzes vertikal bzw. horizontal liegen.
 - c) Für den Fadenentfernungsmesser müssen bei der Gleichung $E = 100 l + \Delta E$ die Werte von ΔE für die in Frage kommenden l -Werte bekannt sein, d. h. es muß eine Tafel zur Entnahme von ΔE vorhanden sein.
2. In bezug auf die Mikroskope:

Die Mikroskope müssen so eingestellt sein, daß Faden (Ablesestrich) und Teilung zu gleicher Zeit gut sichtbar sind, und daß der Faden parallel zu den Strichen der Teilung liegt.

¹⁾ Die Ableseung ist nur dann genau gleich dem magnetischen Richtungswinkel, wenn die durch die Spitze S (Fig. 47) und den Nullstrich der Teilung bestimmte Gerade genau in der Kippebene der Zielachse liegt.

3. In bezug auf die Messung von Horizontalwinkeln:

Bei vertikal stehender Umdrehungsachse muß die Zielachse beim Kippen des Fernrohrs eine Vertikalebene beschreiben; hieraus ergeben sich die Einzelanforderungen:

- a) Die Umdrehungsachse muß senkrecht stehen zu den Achsen der Dosen- und der Alhidadenlibelle, so daß sie bei einspielenden Libellen vertikal steht ¹⁾).
- b) Die Zielachse muß senkrecht stehen zur Kippachse, so daß sie beim Kippen des Fernrohrs eine Ebene beschreibt ²⁾).
- c) Die Kippachse muß senkrecht stehen zur Umdrehungsachse ³⁾).

4. In bezug auf die Messung von Vertikalwinkeln in einer Fernrohrlage:

Damit der Fehler der Ablesemarke gleich null ist, muß bei horizontal liegender Zielachse und einspielender Mikroskoplubelle die Ablesung am Vertikalkreis gleich null sein; hieraus ergeben sich die Einzelanforderungen:

- a) Die Zielachse muß parallel sein zur Achse der Nivellierlibelle ⁴⁾).
- b) Bei einspielender Nivellierlibelle und einspielender Mikroskoplubelle muß die Ablesung am Vertikalkreis genau gleich null sein ⁵⁾).

Die verschiedenen Untersuchungen sind wie früher an-

¹⁾ Die hierauf sich beziehende Untersuchung ist so einfach auszuführen, daß man sie beim Gebrauch des Instruments fast täglich zu Beginn der Arbeit vornehmen kann.

²⁾ Die Untersuchung der Zielachse hat man nur in größeren Zeitabständen — etwa einmal im Jahre — vorzunehmen; ausnahmsweise wird man sie nach größeren Wagenbeförderungen des Instruments ausführen.

³⁾ Die Untersuchung der Kippachse braucht man nur etwa einmal im Jahre vorzunehmen. Neuerdings werden die Instrumente ohne Berichtigungsvorrichtung am Kippachsenlager gebaut, so daß man die Untersuchung nur einmal auszuführen hat.

⁴⁾ Bei fortlaufender Benutzung des Instruments wird man diese Untersuchung in Abständen von 8—14 Tagen vornehmen.

⁵⁾ Die Ausführung dieser Untersuchung ist derartig einfach, daß man sie beim Gebrauch des Instruments jeden Tag ausführen kann.

gegeben auszuführen; dabei sich zeigende Fehler sind wegzuschaffen.

Ebenso wie die andern Teile des Instruments hat man auch die Bussole zu untersuchen. Man kann hier damit beginnen, daß man untersucht, ob die Magnetnadel genügend genau zentrisch zur Kreisteilung schwingt. Man liest zu diesem Zwecke für verschiedene Stellungen der Bussolenteilung zur Nadel an beiden Nadelenden ab; der Unterschied von zwei solchen Ablesungen muß je gleich 180 Grad sein. An zweiter Stelle kann man zusammen untersuchen, ob die Magnetnadel genügend magnetisch ist, und ob das Hütchen der Nadel und die Spitze, auf der sie schwingt, nicht beschädigt sind. Diese Untersuchung geschieht in der Weise, daß man bei festgeklemmtem Limbus und festgeklemmter Alhidade und zur Ruhe gekommener Magnetnadel deren Stellung abliest¹⁾ und sodann der Nadel mit Hilfe eines Magnets (Taschenmesser) einen Ausschlag erteilt; ist die Nadel in Ordnung, so darf sie nicht zu rasch wieder zur Ruhe kommen und muß zuletzt wieder dieselbe Ablesung wie vorher ergeben.

Eine durchgreifende Untersuchung der Bussole kann man mit Hilfe des Horizontalkreises vornehmen. Man stellt zu diesem Zweck bei einspielender Dosenlibelle und frei schwingender Nadel mit dem Mikroskop am Horizontalkreis der Reihe nach z. B. die Striche 0° , 30° , 60° , 90° , 120° usw. mit Benutzung der Feinbewegungsschraube der Alhidade genau ein und liest jedesmal die entsprechende Nadelstellung an der Bussolenteilung ab²⁾. Zeigen die so erhaltenen Ablesungen an der Bussole starke Abweichungen von den durch die Teilkreiseinstellungen bestimmten Winkeln, so muß die Bussole vom Mechaniker nachgesehen werden.

¹⁾ Zur Verschärfung kann man die Nadel durch Drehen der Alhidade mit deren Feinbewegungsschraube auf einen Strich der Teilung einstellen.

²⁾ Hat man einen Repetitionstheodolit, so kann man für die erste Kreiseinstellung auch die Nadel auf 0° einstellen.

Mit dem Tachymetertheodolit mißt man zur Bestimmung der horizontalen Entfernung e und des Höhenunterschieds h eines Punktes in bezug auf den Instrumentstandpunkt außer dem Lattenabschnitt l insbesondere den Vertikalkwinkel α ; man erhält dann e und h mit Hilfe der beiden Gleichungen ¹⁾

$$e = E \cos^2 \alpha \quad \text{und} \quad h = \frac{1}{2} E \sin 2\alpha, \quad \text{wobei} \quad E = 100 l + \Delta E.$$

Wie schon oben angedeutet wurde, gibt es zur Berechnung von e und h auf Grund dieser beiden Gleichungen verschiedene Hilfsmittel. Es gibt auch Tachymeter, die die Berechnung von e und h „selbsttätig“ ausführen. Man kann diese Instrumente einteilen in Kontakttachymeter, Schiebetachymeter und Diagrammtachymeter; im Gegensatz zu diesen bezeichnet man den mit einem Vertikalkreis versehenen Tachymetertheodolit als Kreistachymeter. Die Schiebetachymeter haben an Stelle des Vertikalkreises eine Schiebevorrichtung, an der nach Einstellung von $E = 100 l + \Delta E$ die horizontale Entfernung e und der Höhenunterschied h abgelesen werden können. Selbsttätig rechnende Instrumente im eigentlichen Sinn sind die Schiebetachymeter demnach nicht. Von den in den Handel gebrachten Schiebetachymetern hat wohl der von Wagner-Fennel die meiste Verbreitung gefunden. Ein selbstrechnender Tachymeter im eigentlichen Sinn ist der von E. Hammer angegebene und erstmals von Otto Fennel Söhne gebaute Diagrammtachymeter. Bei diesem Instrument erscheint im Gesichtsfeld des Fernrohrs ein aus zwei Kurven — der e -Kurve und der h -Kurve — bestehendes Diagramm; mit Hilfe dieser Kurven liest man an der vertikal im Zielpunkt aufgehaltene Latte — abgesehen von der Multiplikation mit 100 bzw. 20 — unmittelbar die horizontale Entfernung e und den Höhenunterschied h ab.

¹⁾ Vgl. 3. Kapitel § 14.

§ 22. Der Meßtisch mit der Kippregel.

Der Meßtisch besteht aus der z. B. 60 auf 60 cm großen Holzplatte *P* (Fig. 49), dem Fußgestell und dem Stativ. Das Fußgestell besteht aus einem mit den drei Fußschrauben *F* auf dem Stativteller *T* ruhenden Unterbau, der nach oben in eine Büchse übergeht. Der der Alhidade des einfachen Theodolits entsprechende obere Teil des Fußgestells besitzt einen in die Büchse des Unterbaus passenden Zapfen. Die Platte *P* ist mittels dreier Handschrauben *S* derartig mit dem Fußgestell verbunden, daß sie in einfacher Weise nach Bedarf abgenommen werden kann.

Zusammen mit dem oberen Teil des Fußgestells kann die Platte in dessen Unterbau gedreht werden; zur Festhaltung einer bestimmten Lage dient eine Klemmschraube *K*, für die Einstellung der Platte auf eine bestimmte Richtung ist eine Feinbewegungsschraube mit Schneckentrieb vorhanden. Die Befestigung des Fußgestells auf dem Stativteller ist dieselbe wie beim Theodolit. Für die näherungsweise Horizontallegung der Platte *P*¹⁾ ist eine Dosenlibelle *D* in Gestalt einer losen Tischlibelle vorhanden.

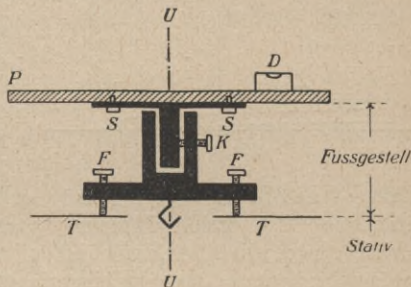


Fig. 49.

bestimmte Richtung ist eine Feinbewegungsschraube mit Schneckentrieb vorhanden. Die Befestigung des Fußgestells auf dem Stativteller ist dieselbe wie beim Theodolit. Für die näherungsweise Horizontallegung der Platte *P*¹⁾ ist eine Dosenlibelle *D* in Gestalt einer losen Tischlibelle vorhanden.

Die Kippregel (Fig. 50) besteht aus dem etwa 50—70 cm

¹⁾ Eine genaue Horizontallegung der Platte wird deshalb nicht angestrebt, weil sie bei der Größe der Platte nicht einfach zu erreichen ist, und weil sie bei der während der Arbeit immer wieder wechselnden Belastung durch die Kippregel doch nicht erhalten bleibt.

langen, an seiner einen Kante abgeschrägten Metallineal L^1), dem auf dem Lineal sitzenden Kippachsenträger T^2), der

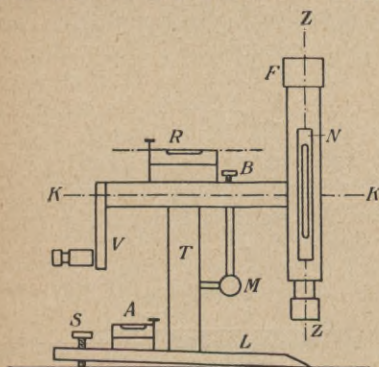


Fig. 50.

Kippachse K , dem Fernrohr F und dem Vertikalkreis V . Die genaue Horizontallegung der Kippachse K der auf der genähert horizontierten Meßtischplatte ruhenden Kippregel erfolgt mit Hilfe der Schraube S unter Beachtung der mit dem Lineal verbundenen — einer Alhidadenlibelle beim Theodolit entsprechenden — Libelle A oder der auf der Kippachse sitzenden Reitlibelle R . Beide Libellen besitzen Berichtigungsvorrichtungen; die Reitlibelle ist mit Rücksicht auf ihre Untersuchung zum Umsetzen eingerichtet, so daß ihre beiden Enden vertauscht werden können. Das wegen der Untersuchung der Zielachse Z in ihrer Stellung zur Kippachse K zweckmäßigerweise zum Durchschlagen eingerichtete, etwa 20fache Vergrößerung aufweisende Fernrohr besitzt einen Fadenentfernungsmesser mit der Multiplikationskonstanten 100. Für die Vertikalwinkelmessung befindet sich auf dem Fernrohr eine Nivellierlibelle N , die mit Rücksicht auf die Untersuchung ihrer Achse zur Zielachse am besten eine Wendelibelle ist. Für die mit der Kippregel zu messenden Vertikalwinkel reicht eine Genauigkeit von einer Minute

¹⁾ Das Lineal ist zweckmäßigerweise mit einem verschiebbaren „Parallel-lineal“ versehen.

²⁾ An Stelle des in Fig. 50 angegebenen säulenartigen einarmigen Trägers werden auch zweiarmige Träger gebaut.

aus¹⁾; hierfür genügt die Messung der Winkel in einer Fernrohrlage und die Ablesung an nur einer Stelle des Kreises²⁾, der deshalb nicht als Vollkreis ausgebildet sein muß. Als Ablesevorrichtung empfiehlt sich wie bei dem — für dieselben Zwecke wie die Kippregel bestimmten — Tachymetertheodolit das Strichmikroskop; die Striche der Teilung gehen dann von 10 zu 10 Minuten, so daß man zwischen ihnen durch Schätzung noch auf ganze Minuten genau ablesen kann. Die für die Vertikalwinkelmessung erforderliche Libelle ist am besten eine mit der Ablesevorrichtung verbundene Mikroskoplibelle (Fig. 6c). Der Vertikalkreis ist ebenso wie das Fernrohr meist³⁾ fest mit der Kippachse verbunden und bewegt sich deshalb beim Kippen des Fernrohrs mit diesem. Das Fernrohr besitzt eine Klemmschraube *B* in Verbindung mit einer Feinbewegungsschraube *M*, so daß das Fernrohr in einer bestimmten Stellung festgehalten und das Fadenkreuz auf einen Zielpunkt eingestellt werden kann.

Zur Einstellung der Meßtischplatte mit Hilfe der magnetischen Nordrichtung ist dem Meßtisch eine Orientierungsbusssole beigegeben; es ist dies eine in einem rechteckigen Gehäuse untergebrachte Magnetnadel *N* (Fig. 51), deren Nordende beim Gebrauch auf eine mit dem Gehäuse fest verbundene Strichmarke *M* weisen muß⁴⁾. Vielfach ist die Orientierungsbusssole fest mit dem Lineal der Kippregel verbunden. Zum Schutz gegen Beschädigungen bei ihrer Be-

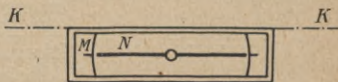


Fig. 51.

¹⁾ Der Meßtisch mit der Kippregel findet im allgemeinen nur bei topographischen Aufnahmen Verwendung.

²⁾ Der durch die Ablesungen an zwei Stellen des Kreises unschädlich zu machende Exzentrizitätsfehler kann vom Mechaniker so klein gehalten werden, daß er bei einer Winkelgenauigkeit von einer Minute nicht mehr in Frage kommt.

³⁾ Es werden neuerdings auch Kippregeln gebaut, bei denen das Ablesemikroskop mit dem Fernrohr fest verbunden ist und dessen Kippbewegungen mitmacht.

⁴⁾ Vielfach ist zu beiden Seiten der Marke *M* eine wenige Grade umfassende Gradteilung angebeher.

förderung kann die Nadel mit Hilfe einer einfachen Vorrichtung von der Spitze, auf der sie bei Gebrauch schwingt, abgehoben werden.

Um in einfacher Weise feststellen zu können, ob ein nicht in der Umdrehungsachse des Fußgestells auf der Platte liegender Punkt P' (Fig. 52) vertikal über den ihm entsprechenden Punkt P in der Natur liegt, wird dem Meßtisch eine Lotgabel beigegeben; sie ist so gebaut, daß bei horizontaler Lage ihres Armes AS dessen Endspitze S vertikal über dem Aufhängepunkt eines im Ende B der Gabel angehängten Schnurlotes liegt.

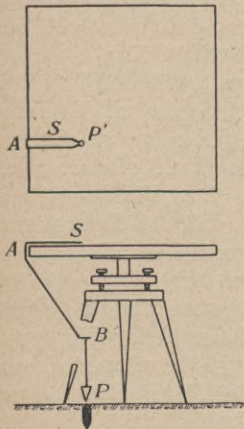


Fig. 52.

auf die Dosenlibelle sich beziehende Anforderung wird dadurch untersucht, daß man die auf die Platte gesetzte Dosenlibelle mittels der Fußschrauben einspielen läßt und sodann die Libelle um 180 Grad dreht; zeigt sich nach der Drehung ein Ausschlag, so entspricht er dem doppelten Libellenfehler. Ein vorhandener Fehler müßte durch Abschleifen der Aufsatzfläche beseitigt werden.

Bei manchen Instrumenten ist die Dosenlibelle auf dem Lineal der Kippregel befestigt; die Libelle ist dann mit drei Berichtigungsschrauben versehen. Die Untersuchung einer solchen Lineallibelle wird in ähnlicher Weise vorgenommen wie bei einer losen Tischlibelle; man läßt die Libelle in beliebiger Stellung der Kippregel auf der Platte mittels der Fußschrauben einspielen und setzt dann

An den Meßtisch werden zwei Anforderungen gestellt: erstens muß die Meßtischplatte auf der zur Aufnahme der Zeichnung oder des Planes bestimmten Oberfläche eben sein, und zweitens muß die Aufsatzfläche der Dosenlibelle bei einspielender Libelle horizontal liegen. Ob die Plattenoberfläche eine Ebene ist, untersucht man in der üblichen Weise mit Hilfe eines hochgestellten guten Lineals; Unebenheiten wären durch Abhobeln zu beseitigen. Die andere,

die Kippregel vorsichtig um 180 Grad um. Ein sich zeigender Libellenausschlag wird zur Hälfte mit den Fußschrauben und zur Hälfte mit den Berichtigungsschrauben der Libelle beseitigt.

Sieht man von der selbstverständlichen Forderung, daß die Linealkante eine Gerade sein muß¹⁾, ab, so hat man an die Kippregel die folgenden Anforderungen zu stellen:

1. In bezug auf das Fernrohr:

a) Das Fadenkreuz muß gut sichtbar sein.

b) Bei horizontal liegender Kippachse müssen die Fäden des Fadenkreuzes horizontal bzw. vertikal liegen.

c) Von dem Fadenentfernungsmesser müssen in der Gleichung $E = 100l + \Delta E$ die Werte von ΔE für die erforderlichen l -Werte bekannt sein, d. h. es muß eine Tafel für Entnahme von ΔE vorhanden sein.

2. In bezug auf die Festlegung von horizontalen Richtungen: Bei horizontaler Kippachse muß die Zielachse beim Kippen des Fernrohrs eine Vertikalebene beschreiben; daraus ergeben sich für den Fall, daß eine Reitlibelle vorhanden ist, die Einzelanforderungen:

a) Die Achse der Reitlibelle R (Fig. 50) muß parallel sein zur Kippachse K , so daß diese bei einspielender Libelle horizontal liegt. Die Untersuchung zu dieser Anforderung geschieht in der Weise, daß man die Kippregel auf die mit der Dosenlibelle horizontalisierte Meßtischplatte setzt und die Reitlibelle mit Hilfe der Schraube S einspielen läßt; setzt man hierauf die Reitlibelle um, so muß sie wieder einspielen. Zeigt die Libelle nach dem Umsetzen einen Ausschlag, so entspricht dieser dem doppelten Fehler und wird deshalb zur Hälfte mit der Schraube S und zur andern Hälfte mit der Berichtigungsvorrichtung der Reitlibelle weggeschafft.

Ist die Kippachse mit Hilfe der zuvor untersuchten und wenn nötig berichtigten Reitlibelle R horizontal gelegt, so muß auch die Lineallibelle A einspielen; ist dies nicht der Fall, so bringt man sie mit Hilfe ihrer Berichtigungsvorrichtung zum Einspielen. Die nur lose aufgesetzte Reitlibelle ist dann beim Gebrauch der Kippregel nicht mehr erforderlich, so daß sie also nur bei der Untersuchung und Berichtigung benutzt wird.

b) Die Zielachse Z des Fernrohrs muß senkrecht stehen zur Kippachse K . Die Untersuchung erfolgt nach dem beim Theodolit angegebenen Verfahren mit Hilfe des vierfachen Fehlers²⁾.

¹⁾ Die Untersuchung dieser Anforderung erfolgt in bekannter Weise durch Ziehen einer Linie entlang der Linealkante und Vertauschen der Linealenden; vorhandene Fehler wären durch den Mechaniker zu beseitigen.

²⁾ Vgl. Band II, 1. Kapitel.

Man zielt dabei einen ungefähr in derselben Höhe wie die Kippregel liegenden Punkt A an, schlägt das Fernrohr durch und macht an einem horizontal und quer zur Zielung gelegten Maßstab die Ablesung l_1 ; hierauf dreht man die Kippregel um 180 Grad um einen durch eine Nadel bezeichneten Punkt der Linealkante und zielt den Punkt A wieder an, schlägt man nun das Fernrohr wieder durch, so muß die an dem Maßstab sich ergebende Ablesung dieselbe sein wie zuvor; ist die Ablesung nicht l_1 , sondern l_2 , so entspricht die Differenz $l_2 - l_1$ beider Ablesungen dem vierfachen Fehler zwischen der Zielachse und der Kippachse. Die Beseitigung des Fehlers erfolgt wie beim Theodolit durch Verschieben des Fadenkreuzes.

c) Die Linealkante soll in der Kippebene der Zielachse liegen. Weicht die Linealkante L um einen Winkel ε (Fig. 53) von der

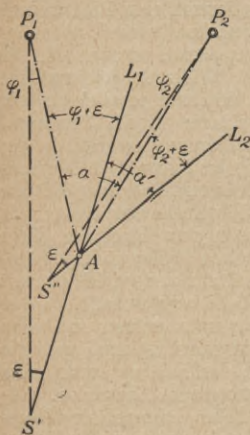


Fig. 53.

Projektion Z der Zielachse in die Ebene der Meßtischplatte ab, und hat der Schnittpunkt S von L und Z bei der Bestimmung des Winkels α in einem Punkt A zwischen zwei Punkten P_1 und P_2 bei der Zielung nach P_1 die Lage S' und bei der Zielung nach P_2 die Lage S'' , so ergeben die beiden Lagen L_1 und L_2 der Linealkante einen Winkel α' ; zwischen dem zu bestimmenden Winkel α und dem ermittelten Winkel α' besteht dann die Beziehung

$$\alpha = \alpha' + (\varphi_1 + \varepsilon) - (\varphi_2 + \varepsilon)$$

oder

$$\alpha = \alpha' + \varphi_1 - \varphi_2.$$

Der Winkel α' ist also gleich α , wenn φ_1 gleich φ_2 ist; dies ist der Fall, wenn AP_1 gleich AP_2 und wenn AS' gleich AS'' .

Mit Rücksicht auf die mit der Kippregel in den Winkeln erreichbare Genauigkeit muß die an die Linealkante in ihrer Lage zur Zielachse zu stellende Anforderung nur genähert erfüllt sein. Der Einfluß einer kleinen Abweichung der Linealkante aus der Kippebene der Zielachse ist um so geringer, je weniger die Entfernungen nach den Zielpunkten voneinander abweichen, und je mehr man bestrebt ist, die Linealkante beim Anlegen an

einen Punkt auf der Platte an derselben Stelle der Kante zu benutzen¹⁾.

Ist keine Reitlibelle, sondern nur die Lineal- oder Querlibelle A (Fig. 50) vorhanden, so hat man auf Grund der Gesamtanforderung — bei horizontal liegender Kippachse muß die Zielachse beim Kippen des Fernrohrs eine vertikale Ebene beschreiben — die folgenden Einzelanforderungen:

a) Die Zielachse Z des Fernrohrs muß senkrecht stehen zur Kippachse K , so daß die Zielachse beim Kippen des Fernrohrs eine Ebene beschreibt. Die Untersuchung und die Berichtigung erfolgen in der vorhin angegebenen Weise.

b) Die Kippachse K muß bei einspielender Querlibelle horizontal liegen. Die Untersuchung geschieht durch Herunterloten eines hochgelegenen Punktes in beiden Fernrohrlagen. Man legt dabei die Linealkante an eine in die Meßtischplatte gesteckte Nadel, zielt bei einspielender Querlibelle einen hochgelegenen Punkt P an und macht bei ungefähr horizontal liegendem Fernrohr an einem horizontal und quer zur Zielung gelegten Maßstab die Ablesung a_1 . Nachdem das Fernrohr durchgeschlagen ist, wiederholt man den Vorgang in der zweiten Fernrohrlage; macht man dabei die Ablesung a_2 , so stellt man die Ablesung $\frac{a_1 + a_2}{2}$ durch Drehen der Kippregel ein, kippt das Fernrohr nach oben und zielt den Punkt P mit Hilfe der Schraube S (Fig. 50) an. Die dann ausschlagende Querlibelle wird mit ihrer Berichtigungsvorrichtung zum Einspielen gebracht.

3. In bezug auf die Messung von Vertikalwinkeln in einer Fernrohrlage:

Soll der Fehler der Ablesemarke gleich null sein, so muß bei horizontal liegender Zielachse und einspielender Mikroskoplubelle die Ablesung am Vertikalkreis gleich null sein; man hat dann folgende Einzelanforderungen:

a) Die Zielachse muß parallel sein zur Achse der Nivellierlibelle. Die auf diese Forderung sich beziehende Untersuchung erfolgt in der oben angegebenen Weise²⁾ wie beim Nivellierinstrument mit Wendelibelle.

b) Bei einspielender Nivellierlibelle und einspielender Mikroskoplubelle muß die Ablesung am Vertikalkreis gleich null sein. Ist dies nicht der Fall, so stellt man bei einspielender Nivellierlibelle

¹⁾ Man kann sich für diesen Zweck eine passend gelegene Stelle der Linealkante besonders bezeichnen.

²⁾ Vgl. 1. Kapitel § 2.

die Ablesung mit Hilfe der Feinbewegungsschraube der Mikroskoplibelle ein und bringt dann diese Libelle mit Hilfe ihrer Berichtigungsvorrichtung zum Einspielen.

Bei Verwendung des Meßtisches mit der Kippregel ermittelt man zur Festlegung eines Punktes nach Lage und Höhe — ähnlich wie beim Tachymetertheodolit — die horizontale Entfernung e und den Höhenunterschied h nach dem Punkt; man bestimmt dazu den Lattenabschnitt l zwischen den beiden Distanzfäden und den Vertikalwinkel α und erhält dann e und h mit Hilfe der Gleichungen

$$e = E \cos^2 \alpha \text{ und } h = \frac{1}{2} E \sin 2\alpha, \text{ wobei } E = 100 l + \Delta E.$$

Ähnlich wie beim Tachymetertheodolit gibt es auch Kippregeln mit besonderen Einrichtungen zur „selbsttätigen“ Ermittlung der Größen e und h ; es kann hier auf das oben Gesagte verwiesen werden.

§ 23. Die photogrammetrischen Instrumente.

Die photogrammetrischen Instrumente¹⁾ kann man einteilen in Aufnahmeinstrumente und Auswertungsinstrumente; die ersteren dienen zur Aufnahme, die letzteren zur Auswertung von Meßbildern.

Der wichtigste Teil der Aufnahmeinstrumente ist die Meßkammer. Eine Meßkammer ist eine mit einem zeichnungsfreien Objektiv und Zentralverschluß versehene photographische Kammer mit starrem Gehäuse, bei der die Platte bei der Aufnahme stets in demselben Abstand f (Fig. 54) vom Objektiv liegt. Der Rahmen des Gehäuses, an den die Platte angedrückt wird, ist mit zwei Markenpaaren M'_1, M''_1 bzw. M'_2 und M''_2 versehen, die mit abgebildet werden. Das Objektiv ist so mit dem Gehäuse verbunden, daß seine optische Achse senkrecht zu der Ebene des Anlegerrahmens oder der Bildebene steht. Der Schnittpunkt der Objektiv-

¹⁾ Es kann hier nur eine Übersicht gegeben werden; in bezug auf Einzelheiten ist zu verweisen auf H. Doek, Photogrammetrie und Stereophotogrammetrie. Sammlung Götschen.

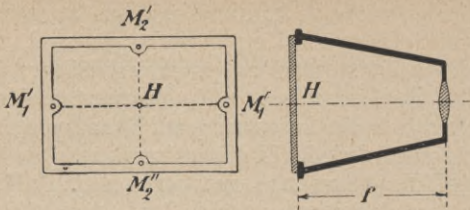


Fig. 54.

achse mit der Bildebene oder der Bildhauptpunkt H ist durch die beiden Markenpaare bestimmt. Kennt man von einem Bild den Hauptpunkt H und die Bildweite f , so kennt man seine „innere Orientierung“. Ein Bild mit bekannter innerer Orientierung heißt ein Meßbild.

Die Aufnahmeinstrumente kann man einteilen in Freihandinstrumente und Stativinstrumente. Die Freihandinstrumente bestehen in ihrer einfachsten Form aus einer mit Handgriffen versehenen Meßkammer mit Zielvorrichtung, verstellbarer Dosenlibelle und Auslöser. Neben der einfachen Handkammer zur Aufnahme von Einzelbildern von einem Luftfahrzeug aus werden auch Reihenbildkammern gebaut, die im Boden eines Luftfahrzeugs aufgehängt werden, und mit deren Hilfe eine lückenlose Reihe von sich überdeckenden Bildern aufgenommen werden kann. Die Stativinstrumente bestehen aus der Meßkammer und einer theodolitartigen Vorrichtung zum Messen von Winkeln; ein so eingerichtetes Instrument wird als Phototheodolit bezeichnet. Mit einem Phototheodolit kann man Bilder mit vertikaler Bildebene aufnehmen.

Die Auswertungsinstrumente kann man in zwei Gruppen einteilen; die Instrumente der einen Gruppe dienen zur Auswertung von Aufnahmen in horizontalem und vertikalem Sinn, mit den Instrumenten der anderen Gruppe kann

man Aufnahmen nur in horizontalem Sinn auswerten. Die Instrumente der ersten Gruppe verlangen zwei, von zwei verschiedenen Punkten aus aufgenommene Bilder; sie heißen deshalb Zweibildinstrumente. Die Instrumente der zweiten Gruppe gestatten die Auswertung auf Grund von nur einem Bild; sie heißen deshalb Einbildinstrumente.

Zweibildinstrumente sind der von C. Pulfrich angegebene Stereokomparator von C. Zeiß, der auf E. v. Orel zurückgehende Stereoautograph von C. Zeiß, der von R. Hegershoff erdachte Autokartograph von Zeiß-Aerotopograph, der nach den Gedanken von W. Bauersfeld gebaute Stereoplanigraph von Zeiß-Aerotopograph, der von M. Gasser angegebene Doppelprojektor, der von H. Wild gebaute Autograph und der nach den Angaben von R. Hegershoff gebaute Aerokartograph von Zeiß-Aerotopograph. Mit dem Stereokomparator können Bilder nur punktweise ausgewertet werden; mit den übrigen Instrumenten kann man Bilder linienweise auswerten. Der Stereokomparator und der Stereoautograph sind zur Auswertung von Bildern bestimmt, die von der Erde aus mit vertikalen Bildebenen aufgenommen wurden; mit den anderen Instrumenten können Bildpaare mit beliebig liegenden Bildebenen, also aus einem Luftfahrzeug aufgenommene Bilder, ausgewertet werden.

Mit einem Einbildinstrument kann man schräg von einem Luftfahrzeug aus aufgenommene Bilder derartig umformen oder entzerren, daß sie die Eigenschaften von Bildern mit horizontaler Bildebene haben. Die Einbildinstrumente heißen auch Entzerrungsinstrumente.

Ein als Hilfsinstrument gelegentlich noch in Frage kommendes Instrument ist der Bildtheodolit. Es ist dies ein Theodolit mit einem Bildträger, mit dessen Hilfe man einem Bilde diejenige Lage geben kann, die es im Augenblick der Aufnahme im Raum hatte.

5. Kapitel.

Die Verfahren der tachymetrischen Punktbestimmung.

Bei den als Tachymetrie bezeichneten Messungsverfahren erfolgt die Festlegung des einzelnen Punktes nach Lage und Höhe mit Hilfe seiner Polarkoordinaten in bezug auf ein durch den jeweiligen Instrumentstandpunkt bestimmtes Koordinatensystem. Die zur tachymetrischen Festlegung eines Punktes in Frage kommenden Verfahren kann man den zu verwendenden Instrumenten entsprechend einteilen in Theodolittachymetrie, Meßtischtachymetrie und Phototachymetrie. Bei der Theodolittachymetrie erfolgt die Aufnahme der Punkte zahlenmäßig, man kann sie deshalb auch als numerische Tachymetrie bezeichnen; bei der Meßtischtachymetrie geschieht die Aufnahme der Punkte im wesentlichen zeichnerisch, so daß man sie als graphische Tachymetrie bezeichnen kann; bei der Phototachymetrie werden die Punkte mechanisch aufgenommen, sie läßt sich daher auch als mechanische Tachymetrie bezeichnen.

Tachymetrische Punktbestimmungen finden insbesondere Anwendung bei der Herstellung von Höhenplänen für die Zwecke des Ingenieurs¹⁾ und bei topographischen Aufnahmen; da es sich bei diesen um die Herstellung von Plänen oder Karten in den Maßstäben 1 : 25 000, 1 : 10 000, 1 : 5000, 1 : 2500 und höchstens noch 1 : 1000 handelt, so kann man sich bei den tachymetrischen Punktbestimmungen mit einer Genauigkeit von etwa 1—2 m in der Lage und — je nach den Geländebeziehungen — von 1—5 dm in der Höhe begnügen²⁾.

¹⁾ Als Höhenplan bezeichnet man in diesem Fall einen Plan, der außer den in Frage kommenden Grundrißteilen eine Darstellung des Geländes in Höhenschichtlinien enthält.

²⁾ Für das Folgende ist angenommen, daß es sich um Aufnahmen mit dieser Genauigkeit handelt.

§ 24. Theodolittachymetrie.

Das Instrument der Theodolittachymetrie ist der Tachymetertheodolit.

Das Verfahren bei der Festlegung eines einzelnen Punktes besteht bei der Theodolittachymetrie darin, daß man von einem nach Lage und Höhe bekannten Punkte aus die Richtung, die Entfernung und den Vertikalwinkel nach dem festzulegenden Punkt bestimmt und dabei die bei der Messung sich ergebenden Zahlen für ihre Weiterverwertung aufschreibt. Die Richtung wird entweder mittelbar mit Hilfe des Horizontalkreises oder unmittelbar mittels der Bussole bestimmt¹⁾. Die Messung der Entfernung erfolgt mit dem Fadenentfernungsmesser des Fernrohrs; der Vertikalwinkel wird bei Verwendung eines Kreistachymeters unmittelbar am Vertikalkreis abgelesen.

Die Weiterverwertung der auf die Lage sich beziehenden Größen erfolgt ihrem Zweck entsprechend zeichnerisch mit Winkelmesser und Maßstab.

Ist A ein in der Karte gegebener Punkt — z. B. Grenzstein — mit der bekannten N.N.-Höhe H_a , und soll von ihm aus ein Punkt P mit der N.N.-Höhe H festgelegt werden, so stellt man am einfachsten den Tachymetertheodolit in dem gegebenen Punkt A auf und bestimmt von ihm aus „vorwärts“ den Punkt P . Stellt man das Instrument in dem festzulegenden Punkt P auf, so erhält man diesen von A aus „rückwärts“.

Steht das Instrument in A (Fig. 55 a) und soll die Richtung nach P mit Benutzung des Horizontalkreises festgelegt werden, so braucht man außer A einen zweiten in der Karte gegebenen Punkt B — z. B. Kirchturm —; man mißt dann den Winkel α zwischen AB und AP , wobei mit Rücksicht

¹⁾ Bei Verwendung der Bussole darf kein die Magnethöhle ablenkendes Eisen (Zaun, Geleise, Schirmteile) und keine Starkstromleitung (Gleichstrom) in der Nähe sein.

auf die zeichnerische Weiterverwertung eine Messung in nur einer Fernrohrlage und Ablesung an nur einer Stelle des Horizontalkreises genügt. Soll mit dem in A stehenden Instru-

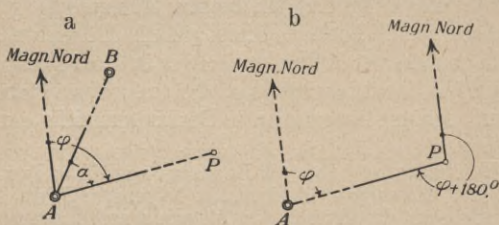


Fig. 55.

ment die Richtung nach P mit der Bussole bestimmt werden, so hat man nur den Punkt P anzuzielen und die Stellung der frei schwingenden, zur Ruhe gekommenen Magnetnadel abzulesen; die Ablesung stellt unmittelbar den magnetischen Richtungswinkel φ vor für den Fall, daß die Nullrichtung der Bussolenteilung in der Kippebene der Zielachse liegt. Voraussetzung für die Verwendung der Bussole ist, daß man die Lage der magnetischen Nordrichtung in der Karte kennt; ist dies nicht der Fall, so muß man sie in der unten angegebenen Weise bestimmen.

Wird das Instrument in dem zu bestimmenden Punkt P aufgestellt (Fig. 55 b), so kann man bei Verwendung der Bussole die Richtung von A nach P mit Hilfe des einen Festpunktes A allein dadurch festlegen, daß man den Punkt A anzielt; man liest dann an der Bussole $\varphi \pm 180^\circ$ ab, wobei — unter derselben Voraussetzung wie oben — φ der magnetische Richtungswinkel von AP ist.

Zur Messung der Entfernung e von A oder von P aus läßt man im Zielpunkt eine in halbe Dezimeter geteilte Latte (Tachymeterlatte) vertikal aufhalten; die Messung geschieht dann in der Weise, daß man denjenigen Distanzfaden, dem

die kleinere Ablesung an der Latte entspricht, auf eine runde Zahl — z. B. 1,00 m — einstellt und sodann die zugehörige Ablesung auf Zentimeter genau an dem andern Distanzfaden vornimmt; die Differenz der beiden Ablesungen gibt den Lattenabschnitt l . Mit Rücksicht auf die Höhenberechnung empfiehlt es sich, vor Ablesung des nur in einer Fernrohrlage zu messenden Vertikalwinkels α den mittleren Horizontalfaden auf den nächstgelegenen Dezimeterstrich der Latte einzustellen.

Der Vorgang bei den zur Festlegung eines Punktes P erforderlichen Messungen ist demnach folgender: Einstellen des Vertikalfadens auf die Mitte der im Zielpunkt aufgehaltene Latte; Einstellen des im Gesichtsfeld oberen Distanzfadens auf eine runde Zahl der Latte; Ablesen am anderen Distanzfaden; Einstellen des Mittelfadens auf eine runde Zahl der Latte; Ablesen am Horizontalkreis oder an der Bussole und am Vertikalkreis.

Die Entfernung $AP = e$ erhält man aus

$$(1) \quad e = E \cos^2 \alpha, \quad \text{wobei } E = 100 l + \Delta E.$$

Hat der gegebene Punkt A die N.N.-Höhe H_a , und bezeichnet man den Höhenunterschied zwischen der Kippachse des Instruments und dem Punkt, in dem das Instrument aufgestellt ist, mit i und das vom Mittelfaden abgeschnittene Lattenstück mit t , so findet man die N.N.-Höhe H des gesuchten Punktes P bei einer Vorwärtsbestimmung (Fig. 56) auf Grund der Gleichung

$$(2 a) \quad H = H_a + i + (h - t), \quad \text{wobei } h = \frac{1}{2} E \sin 2\alpha$$

und bei einer Rückwärtsbestimmung (Fig. 57) auf Grund der Gleichung

$$(2 b) \quad H = H_a - i - (h - t), \quad \text{wobei } h = \frac{1}{2} E \sin 2\alpha.$$

In den beiden Gleichungen (2 a) und (2 b) ist der Höhenunterschied h dem Vertikalwinkel α entsprechend positiv oder negativ zu setzen.

Bei der im vorstehenden beschriebenen Art der Ermittlung des Höhenunterschieds ist angenommen, daß von den drei Horizontalfäden der mittlere der „Nivellierfaden“ ist, d. h., daß bei einspielender Fernrohrlibelle die durch den mittleren Faden bestimmte

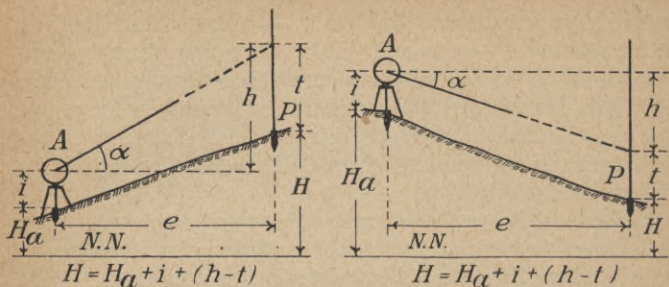


Fig. 56.

Zielung horizontal liegt. Stellt man bei der Untersuchung des Instruments die Achse der Fernrohrlibelle so, daß sie parallel zu der durch den im Gesichtsfeld oberen Distanzfaden bestimmten Ziel-

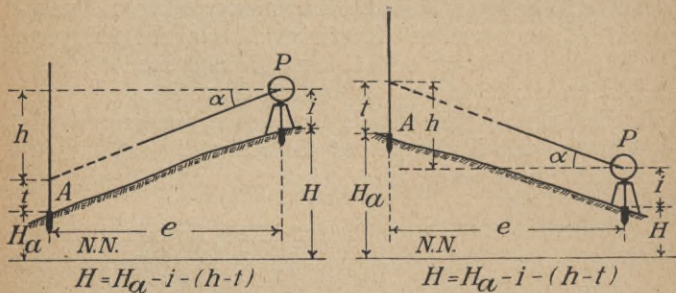


Fig. 57.

achse ist, so erfährt die Messung insofern eine Vereinfachung, als nach Ablesung des Lattenabschnitts l sofort der Vertikalwinkel α abgelesen werden kann; die oben mit t bezeichnete Latteneinstellung stimmt dann mit der Einstellung des oberen Distanzfadens überein.

Die Aufnahme eines bestimmten Gebietes für die Zwecke einer Darstellung der Geländeformen erfordert die Aufnahme einzelner Punkte; dabei kann man diese Punkte unter Um-

ständen von nur einem Standpunkt — oder doch nur wenigen Standpunkten — aus aufnehmen, oder man braucht eine größere Zahl von Standpunkten. Die Aufnahme von nur wenigen Instrumentstandpunkten aus kommt in Frage bei freiem und übersichtlichem Gelände; die Aufnahme von bedecktem und unübersichtlichem Gelände erfordert zahlreiche Instrumentstandpunkte.

Bei der Aufnahme mit Verwendung von nur wenigen Standpunkten, wo von jedem Standpunkt aus eine größere Zahl von Punkten festgelegt werden kann, hat man bei jedem Standpunkt zunächst diesen nach Lage und Höhe ¹⁾ zu bestimmen; am einfachsten geschieht dies dadurch, daß man als Standpunkte in der Karte und im Gelände der Lage nach unzweideutig gegebene Punkte wählt, deren N.N.-Höhen z. B. durch ein vorausgegangenes Nivellement bestimmt wurden. Ist ein als Standpunkt geeigneter Punkt nur seiner Lage nach bekannt, so muß man die Höhe des Instrumenthorizonts von andern, ihrer Höhe nach gegebenen Punkten rückwärts in der oben angegebenen Weise bestimmen; mit Rücksicht auf die Sicherheit und die Genauigkeit benutzt man dazu mindestens zwei, besser drei Punkte.

Bevor man bei einem Instrumentstandpunkt mit der Festlegung der neu aufzunehmenden Punkte beginnt, hat man noch die Ausgangsrichtung oder Nullrichtung für die Richtungsmessungen festzulegen; als solche benutzt man bei Verwendung des Horizontalkreises irgendeine in der Karte und in der Natur sicher liegende Gerade. Hat man eine passende Gerade gewählt, so kann man den Horizontalkreis so einstellen, daß man beim Zusammenfallen der Zielachse mit der Geraden die Ablesung 0^0 macht; notwendig ist aber

¹⁾ Bei einem Standpunkt hat man zwei Höhen zu unterscheiden; die N.N.-Höhe des Punktes, über dem das Instrument aufgestellt ist, und die N.N.-Höhe des Instrumenthorizonts oder die N.N.-Höhe der Kippachse des Instruments.

eine derartige Einstellung des Horizontalkreises nicht. Verwendet man die Bussole zu den Richtungsbestimmungen, so muß man die der Nullstellung der Nadel entsprechende Gerade in der Karte kennen; man erhält diese dadurch, daß man nach — zur Sicherheit — mehreren in der Karte und in der Natur gegebenen Punkten zielt und je die betreffende Bussolestellung abliest. Trägt man die so erhaltenen Winkel in der Karte von den gewählten Geraden aus an, so erhält man mit Probe eine Gerade, die der magnetischen Nordrichtung für den Fall entspricht, daß die Nullrichtung der Bussole in der Kippebene der Zielachse liegt.

Bei Verwendung der Bussole ist es vielfach bequem, wenn die an ihr abgelesenen Richtungswinkel nicht von der insbesondere in der Ost-West-Richtung veränderlichen magnetischen Nordrichtung, sondern von einer Parallelen zum Kartenrand ¹⁾ gemessen sind; um dies bewerkstelligen zu können, muß die Bussole in ihrem Träger drehbar sein. Die erforderliche Einstellung der Bussole erreicht man dadurch, daß man in der Karte für eine — oder besser zwei — auch in der Natur gegebene Gerade den gewünschten Richtungswinkel abmißt, die Zielachse des aufgestellten Instruments in die betreffende Gerade einstellt und sodann die Bussole so lange dreht, bis die Nadel den in der Karte gemessenen Richtungswinkel angibt.

Bei der Aufnahme einer größeren Zahl von Punkten von einem Standpunkt aus empfiehlt sich mit Rücksicht auf die zum Teil nicht feststellbaren Schwankungen der Magnetnadel die Verwendung der Bussole nicht; man kann aber dann die Bussole zur Einstellung der Nullrichtung des Horizontalkreises benutzen.

Die auf die Festlegung der aufzunehmenden Punkte sich beziehenden Messungen erfolgen in der oben angegebenen Weise; zum Aufschreiben der bei der Aufnahme gemachten Einstellungen und Ablesungen sowie der nachfolgenden Berechnungen auf Grund der oben angegebenen Gleichungen

¹⁾ Im allgemeinen ist dies eine Parallele zur x -Richtung des betreffenden Koordinatensystems.

benutzt man einen Vordruck, der die folgende Einrichtung haben kann:

Datum: <u>14. Juli 1908</u> Instrument <u>N^o 4</u>											
Beobachter: <u>N. N.</u> Wetter: <u>Himmel bedeckt, leichter Wind</u>											
Standpunkt	Zielpunkt	Latte		Richtung	Höhenkreis		E e	h	h-t	Horizont	Höhe
		äußere Fäden	mittl. Fäden		α	∞					
I	1	1,00 2,43	1,70	236,5°	+3°10' ±0°00'	+3°10'	143,3 142,9	+7,9	+6,2	245,8	252,0
	2	1,00 3,20	2,30	15,8°	-5°42' ±0°00'	-5°42'	220,3 218,2	-218	-24,1		221,7
	3	1,00 1,87	1,50	70,1°	-0°40' ±0°00'	-0°40'	87,3	-1,0	-2,5		243,3

Das Eintragen der aufgenommenen Punkte in die Karte geschieht — der Genauigkeit des Kartenmaßstabs entsprechend — mit Hilfe eines guten Winkelmessers (Transporteur) aus Metall, Zellhorn oder auf Pauspapier.

Kann man die Aufnahme eines bestimmten Gebietes nicht von einigen wenigen Standpunkten aus durchführen, so erfolgt die Aufnahme mit Hilfe von Polygonzügen; da man bei solchen Zügen die Richtungsbestimmungen mit Hilfe der Bussole ausführt, so bezeichnet man sie als Bussolenzüge. Ein Bussolenzug geht von einem nach Lage und Höhe bekannten Punkt *A* (Fig. 58) aus und endet in einem eben-

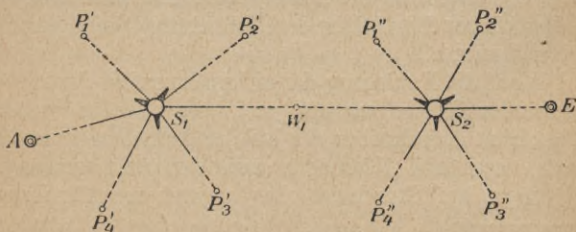


Fig. 58.

solchen Punkt E . Die Verwendung der Bussole bringt den Vorteil, daß man das Instrument nicht in jedem Polygonpunkt aufstellen muß, sondern daß man je einen Punkt überspringen kann. Soll ein die gegebenen Punkte A und E (Fig. 58) verbindender Bussolenzug gemessen werden, so stellt man zuerst das Instrument in S_1 auf und bestimmt rückwärts die Lage und die Höhe von S_1 in der oben angegebenen Weise. Nach Festlegung von S_1 bestimmt man vorwärts den „Wechselpunkt“ W_1 ; von diesem aus rückwärts wieder den nächsten Instrumentstandpunkt S_2 usw. Von jedem Standpunkt aus nimmt man, soweit nötig oder möglich, die zu beiden Seiten des Zuges liegenden Punkte $P_1, P_2 \dots$ auf.

Die auf die einzelnen Punkte sich beziehenden Messungen werden in der früher angegebenen Weise ausgeführt; die Aufschreibungen bei der Messung erfolgen in dem oben mitgeteilten Vordruck. Die Berechnung der horizontalen Entfernungen zwischen den einzelnen Punkten und diejenige der N.N.-Höhen werden auf Grund der Gleichungen (1), (2a) und (2b) ausgeführt. Sind in dem in der Fig. 58 angedeuteten Zuge H_a und H_e die N.N.-Höhen von A und E , H_1 und H_2 diejenigen der Instrumenthorizonte in S_1 und S_2 , und H'_w die N.N.-Höhe des Wechselpunktes W_1 , und bedeuten h'_r, h'_v, h''_r, h''_v die mit Vorzeichen versehenen Höhenunterschiede und t'_r, t'_v, t''_r, t''_v die Latteneinstellungen, so geschieht die Übertragung der N.N.-Höhen auf Grund der folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} H_1 &= H_a - (h'_r - t'_r) & H'_w &= H_1 + (h'_v - t'_v) \\ H_2 &= H'_w - (h''_r - t''_r) & H_e &= H_2 + (h''_v - t''_v). \end{aligned}$$

Im nachstehenden sind als Beispiel die auf einen Teil eines Bussolenzuges sich beziehenden Aufschreibungen und Rechnungen angegeben:

Datum: 8 August 1910... Instrument N ^o 59											
Beobachter: N. N. Wetter: günstig											
Standpunkt	Zielpunkt	Latte		Bussole o	Höhenkreis		E e	h	h-t	Horizont	Höhe
		äußere Fäden	Nivell. Fäden		a	α					
62	61	1,00 2,09	1,0	338,9		+2°50'	109,3 109	+54	+44	234,1	238,5
	63	1,00 2,88	1,0	95,4	358°38'	-1°22'	188,3 188	-45	-55		228,6
	64	1,00 2,64	1,0	219,5	357°45'	-2°15'	164,3 164	-65	-75		226,6
65	64	1,00 2,06	1,0	50,2		+1°48'	106,3 106	+33	+23	224,3	226,6
	66	1,00 2,48	1,0	271,5		+1°04'	148,3 148	+28	+18		226,1
67	66	1,00 1,69	1,0	75,8°	358°24'	-1°36'	69,3 69	-19	-29	229,0	226,1

Zeigt sich beim Anschluß im Zugendpunkt *E* ein kleiner, nicht von groben Fehlern herrührender Unterschied gegenüber dessen gegebener N.N.-Höhe, so verteilt man ihn auf die einzelnen Instrumenthorizonte.

Das Aufzeichnen der einzelnen Punkte eines Bussolenzuges geschieht z. B. mit Hilfe eines Halbkreiswinkelmessers mit der in der Fig. 59 angegebenen Bezifferung und einem dem Kartenmaßstab entsprechenden Kantenmaßstab auf einem mit Parallelen in beliebigem Abstand von 5 bis 10 mm versehenen Pauspapier. Die Genauigkeit der Aufzeichnung muß im Einklang stehen mit dem Maßstab der Zeichnung. Kleine, nicht von groben Fehlern herrührende, beim Einpassen der Züge sich zeigende Anschlußfehler werden durch entsprechendes Verschieben des Pauspapiers auf die einzelnen Standpunkte gleichmäßig verteilt. Mit Rücksicht auf die Bequemlichkeit bei der Aufzeichnung empfiehlt es sich, bei

den Bussolenzügen die Bussole so zu stellen, daß die an ihr abzulesenden Richtungen sich nicht auf die magnetische Nordrichtung, sondern auf eine Parallele zum Kartenrand beziehen; die Einstellung der Bussole bezw. Bussolenteilung geschieht in der oben angegebenen Weise.

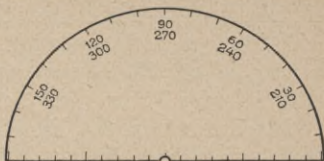


Fig. 59.

Der Anfangspunkt und der Endpunkt eines Bussolenzuges sollen so liegen, daß der Zug möglichst langgestreckt zwischen ihnen verlaufen kann.

§ 25. Meßtischtachymetrie.

Das Instrument der Meßtischtachymetrie ist der Meßtisch mit der Kippregel. Der Unterschied zwischen der Meßtischtachymetrie und der Theodolittachymetrie besteht in der Hauptsache darin, daß die zur Bestimmung der Lage der festzulegenden Punkte erforderlichen Richtungen und Winkel bei der Theodolittachymetrie zahlenmäßig und bei der Meßtischtachymetrie zeichnerisch festgelegt werden. Bei der Höhenbestimmung besteht ein Unterschied zwischen der Meßtischtachymetrie und der Theodolittachymetrie nicht.

Schreibt man — wie dies im allgemeinen geschieht — bei der Theodolittachymetrie die bei der Messung sich ergebenden Zahlen auf, so kann man die dadurch bestimmte Aufnahme später in irgendeinem — mit ihrer Genauigkeit im Einklang stehenden — Maßstab weiterverwerten; bei der Meßtischtachymetrie erfolgt die Aufzeichnung der Aufnahme im Zusammenhang mit dieser in dem vorher gewählten Maßstab, eine spätere Neuaufzeichnung auf Grund der Messungsergebnisse in einem andern Maßstabe ist deshalb bei der Meßtischtachymetrie nicht möglich.

Die Messung beginnt mit der Aufstellung des Meß-

tisches. Der Meßtisch ist richtig aufgestellt, wenn ein Punkt in der auf der horizontal liegenden Meßtischplatte befestigten Zeichnung vertikal über dem ihm entsprechenden Punkt in der Natur liegt, und wenn alle von diesem Punkt ausgehenden Geraden in der Zeichnung parallel zu den entsprechenden Geraden in der Natur sind ¹⁾; die Aufstellung des Meßtisches zerfällt demnach in das Einstellen eines Punktes der zugleich horizontal zu legenden Tischplatte über einem Bodenpunkt und in das Einrichten der Platte in eine bestimmte Richtung.

Das Einstellen des Meßtisches kann wie beim Theodolit mit Hilfe eines an den Haken des Fußgestelles (Fig. 49) angehängten Schnurlotes vorgenommen werden für den Fall, daß die Zeichnung auf der Tischplatte verschoben und damit der betreffende Punkt der Zeichnung in die Drehachse des Fußgestells gebracht werden kann. Ist die Zeichnung auf der Tischplatte aufgeklebt, so erfolgt die Einstellung des Meßtisches mit Benutzung eines in der Natur und in der Zeichnung gegebenen Hilfspunktes (z. B. Kirchturm). Sind S (Fig. 60) der über dem Bodenpunkt S' einzustellende Punkt der Tischplatte, H der Hilfspunkt auf der Zeichnung und H' der entsprechende Punkt in der Natur, und bedeuten U und U' die Schnitte der Umdrehungsachse des Meßtisches mit der Tischplatte

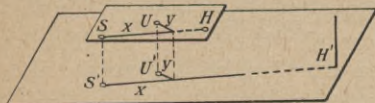


Fig. 60.

und mit dem Boden, so kann man auf der Tischplatte die rechtwinkligen Koordinaten x und y von U in bezug auf SH abmessen und mit ihnen U' auf dem Boden ab-

stecken; das Einstellen über dem Punkt S' ist dann auf das Einstellen über dem Punkt U' zurückgeführt und kann wie beim Theodolit mit Hilfe des an den Haken des Fußgestelles angehängten Schnurlotes ausgeführt werden.

Ist die Tischplatte für einen Punkt S eingestellt und zugleich horizontal gelegt, so erfolgt ihre Einrichtung mit Hilfe eines in der Natur und in der Zeichnung gegebenen Punktes H ; man legt zu diesem Zweck die Linealkante der Kippregel an die Gerade SH ,

¹⁾ Ist eine kleine Abweichung der Linealkante aus der Kippebene der Zielachse vorhanden, so sind die Geraden nicht parallel, sondern alle um denselben Winkel verschwenkt.

dreht nach Lösen der Klemmschraube *K* (Fig. 49) des Fußgestells die Platte so lange, bis der Punkt *H* im Gesichtsfeld des Fernrohrs erscheint, und zielt dann nach Anziehen der Klemmschraube mit Hilfe der Feinbewegungsschraube den Punkt *H* scharf an.

Steht eine Lotgabel (Fig. 52) zur Verfügung, so kann man mit ihrer Hilfe nach dem Einrichten der Tischplatte deren Einstellung nochmals prüfen.

Das Einrichten der Tischplatte kann auch mit Benutzung einer Orientierungsbussole (Fig. 51) ausgeführt werden; dies setzt aber voraus, daß die magnetische Nordrichtung für das in Betracht kommende Gebiet auf der Zeichnung vorher bestimmt worden ist. Die Bestimmung der magnetischen Nordrichtung geschieht dadurch, daß man den Meßtisch in der oben angegebenen Weise über einem bekannten Punkt einstellt und einrichtet und sodann bei frei schwingender Nadel die Bussole so lange dreht, bis das Nordende der Nadel auf die Marke *M* (Fig. 51) einspielt; die Kante *K* des Bussolengehäuses ergibt dann die magnetische Nordrichtung¹⁾, diese kann damit in der Zeichnung angegeben werden. Das Einrichten der Tischplatte mittels der Bussole und der gegebenen magnetischen Nordrichtung erfolgt umgekehrt in der Weise, daß man die Bussole mit ihrer Kante *K* an die die Nordrichtung vorstellende Gerade legt und dann die Platte so lange dreht, bis die Magnetnadel auf ihre Marke *M* einspielt.

Das Einrichten der Meßtischplatte muß in jedem Fall genau ausgeführt werden; das Einstellen kann um so weniger genau erfolgen, je kleiner der Maßstab ist, in dem die Aufnahme erfolgt. Bei Aufnahmen in 1 : 25 000 genügt es, wenn man die Mitte der Meßtischplatte nach Augenmaß über den auf dem Boden gegebenen Punkt stellt.

Bei der Festlegung eines einzelnen Punktes mit Hilfe des Meßtisches und der Kippregel hat man wie bei der Theodolittachymetrie insofern zwei Fälle zu unterscheiden, als der Punkt „vorwärts“ — das Instrument steht in einem gegebenen Punkt — oder „rückwärts“ — das Instrument steht in dem festzulegenden Punkt — festgelegt werden kann.

¹⁾ Unter der Voraussetzung, daß *K* parallel ist zur Verbindungsgeraden zwischen Marke *M* und Drehpunkt der Magnetnadel; ist dies nicht der Fall, so weicht die eingezeichnete Gerade von der magnetischen Nordrichtung um einen für dieselbe Bussole unveränderlichen Winkel ab, was für das Einrichten der Tischplatte mit der Bussole ohne Belang ist.

Der Messungsvorgang bei der Vorwärtsfestlegung eines Punktes ist der folgende: Anlegen der Linealkante von freier Hand¹⁾ an den in der Zeichnung gegebenen Standpunkt S mit gleichzeitigem ungefähren Einstellen der Kippregel in die Richtung nach der im Zielpunkt Z aufgehaltene Latte; Aufsuchen der in Z aufgehaltene Latte mit dem Fernrohr; Anzielen der Latte mit dem Vertikalfaden mit gleichzeitigem Anlegen der Linealkante an S ; Einstellen des im Gesichtsfeld oberen Fadens auf eine runde Zahl der Latte; Ablesen am anderen Faden; Einstellen des Mittelfadens auf eine runde Zahl der Latte²⁾; Einzeichnen der Richtung entlang der Linealkante; Ablesen am Vertikalkreis; Berechnen der horizontalen Entfernung e mit Hilfe des Vertikalwinkels α aus $e = E \cos^2 \alpha$, wobei $E = 100 l + \Delta E$; Eintragen der Entfernung e in die Zeichnung; Berechnen der N.N.-Höhe des festzulegenden Punktes in derselben Weise wie bei der Theodolittachymetrie.

Die Rückwärtsfestlegung eines Punktes kann man entweder mit Hilfe von nur einem in der Zeichnung und in der Natur gegebenen Punkt oder mit zwei solchen Punkten vornehmen. Die Festlegung mit Benutzung von nur einem Punkt erfordert die Verwendung der Bussole; mit ihrer Hilfe wird der in dem zu bestimmenden Punkt aufgestellte Meßtisch zunächst eingerichtet³⁾. Stellt man dann die Kippregel so ein, daß die Linealkante durch den gegebenen Punkt in der Zeichnung geht und dieser Punkt mit dem Vertikalfaden angezielt ist, und mißt man noch die Entfernung nach dem Punkt, so kann man diese auf der der Linealkante entlanggezogenen Geraden antragen, womit die Lage des Instrumentstandpunktes bestimmt ist.

Bei Verwendung von zwei gegebenen Punkten erhält man den festzulegenden Punkt mit Hilfe der zu messenden Entfernungen nach den beiden Punkten als Schnittpunkt der durch diese bestimmten Kreise um die gegebenen Punkte. Hat man den festzulegenden Punkt in die Zeichnung eingetragen, so kann man die Meßtischplatte mit Benutzung des einen gegebenen Punktes einrichten; es ergibt sich dann eine Probe, indem die Platte auch für den zweiten Punkt eingerichtet sein muß.

Der Meßtisch empfiehlt sich insbesondere für die Aufnahme von freiem, übersichtlichem Gelände, bei dem man von jedem Instrumentstandpunkt aus eine größere Anzahl

¹⁾ Durch ein Parallellineal wird das Anlegen wesentlich erleichtert.

²⁾ Ist der obere Faden der „Nivellierfaden“, so fällt diese Einstellung weg.

³⁾ Voraussetzung ist dabei, daß die Lage der magnetischen Nordrichtung in der Zeichnung bekannt ist.

von Punkten vorwärts festlegen kann. Ist der Meßtisch über einem gegebenen Punkt eingestellt und mit Hilfe einer bekannten Geraden eingerichtet, so erfolgt die Festlegung der einzelnen, für die Aufnahme erforderlichen Punkte in der oben angegebenen Weise. Der Meßtisch kann auch zur Aufnahme von unübersichtlichem Gelände mit Hilfe von Bussolenzügen verwendet werden; bei häufigem Wechsel des Instrumentstandpunkts ist jedoch der Tachymetertheodolit dem Meßtisch vorzuziehen.

Der Meßtisch kann auch zur graphischen Festlegung von Punkten durch Einschnneiden benutzt werden; die Festlegung der Punkte erfolgt dann nur mit Hilfe von Richtungen oder Winkeln, also ohne Benutzung von Strecken. Man kann dabei insbesondere drei Fälle unterscheiden, die man als Vorwärtseinschnneiden, Vorwärts- und Rückwärtseinschnneiden und Rückwärtseinschnneiden bezeichnet.

Das Vorwärtseinschnneiden erfordert mindestens zwei in der Zeichnung und in der Natur gegebene Punkte A und B (Fig. 61). Das Verfahren besteht darin, daß man den Meßtisch zuerst über A und dann über B einstellt, je mit Hilfe der Geraden AB eingerichtet¹⁾ und die Richtungen von A und von B nach dem festzulegenden Punkt P bestimmt; der Schnittpunkt dieser beiden Richtungen ergibt dann den Punkt P . Das Vorwärts- und Rückwärtseinschnneiden erfordert ebenfalls zwei Festpunkte A und B

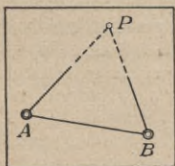


Fig. 61.

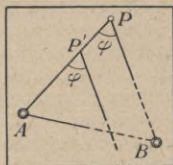


Fig. 62.

(Fig. 62); dabei wird das Instrument zuerst in einem gegebenen Punkt, z. B. A , aufgestellt und die Richtung von A nach dem fest-

¹⁾ Sind A und B gegenseitig nicht sichtbar, so braucht man noch einen oder zwei weitere Festpunkte.

zulegenden Punkt P bestimmt. Stellt man dann das Instrument in P auf und nimmt man auf der Geraden AP einen beliebigen Punkt P' an, so kann man die Tischplatte mit Hilfe von $P' A$ einrichten und den Winkel $APB = \varphi$ mit dem Scheitel in P' bestimmen; die Parallele zu dem freien Schenkel dieses Winkels durch B ergibt dann den Punkt P .

Das Rückwärtseinschneiden eines Punktes P (Fig. 63) erfordert drei gegebene Punkte A, B und C , für welche man die

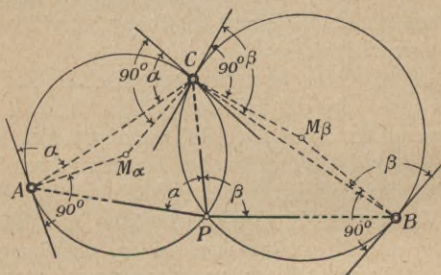


Fig. 63.

beiden Winkel $APC = \alpha$ und $BPC = \beta$ ermitteln muß; der Punkt P ist dann geometrisch bestimmt als Schnittpunkt der beiden über AC und BC gezeichneten, die Winkel α und β als Peripheriewinkel fassenden Kreise¹⁾. Die Mittelpunkte M_α und M_β dieser beiden Kreise erhält man mit Hilfe der Senkrechten zu den Tangenten in A, B und C ; diese Tangenten kann man auf Grund der Tangentensehnenwinkel mit der Kippregel bestimmen. Die Tangente z. B. in A erhält man dadurch, daß man die Linealkante der Kippregel an die Gerade AC in der Zeichnung anlegt und sodann die Platte des in P stehenden Meßtisches so lange dreht, bis der Punkt C angezielt ist; stellt man jetzt bei feststehender Tischplatte die Kippregel durch Bewegen von freier Hand so ein, daß die Linealkante durch den Punkt A der Zeichnung geht und der Punkt A angezielt ist, so gibt die Linealkante die Richtung der Tangente in A an. In ähnlicher Weise kann man auch die Tangenten in B und C bestimmen. Man kann den Punkt P auch ohne die Kreise mit Hilfe

¹⁾ Fallen diese beiden Kreise zusammen, so liegen A, B und C auf dem „gefährlichen Kreis“; die Lage von P ist dann unbestimmt.

des Dreistrahls ¹⁾ P, ABC bestimmen; diesen erhält man folgendermaßen: Man befestigt auf der Tischplatte ein Stück Pauspapier, zielt je mit beliebiger Stellung der Kippregel die Punkte A und B an und zeichnet auf dem Pauspapier die durch die beiden Lagen der Linealkante bestimmten Geraden; zuletzt hat man noch den Punkt C anzuzielen und dabei die Linealkante so zu legen, daß sie durch den Schnittpunkt der beiden zuerst gezeichneten Geraden geht. Nach Loslösung des Pauspapiers hat man dieses so auf die Zeichnung zu legen, daß jeder der drei Strahlen durch den ihm entsprechenden Punkt der Zeichnung geht; ist diese Lage des Dreistrahls gefunden, so ergibt sein Scheitel die gesuchte Lage des Punktes P .

Hat man die Lage des Punktes P auf die eine oder andere Art bestimmt, so kann man die Tischplatte mit Hilfe der Richtung nach einem der gegebenen Punkte einrichten; zielt man dann die andern Festpunkte an, so muß die durch P gehende Linealkante mit den entsprechenden Geraden zusammenfallen.

§ 26. Phototachymetrie oder Photogrammetrie.

Bei der Phototachymetrie ²⁾ erfolgt die Festlegung von Punkten mit Hilfe von Meßbildern oder photogrammetrisch. Da diese Bilder entweder von festen Standpunkten auf der Erde oder von einem Luftfahrzeug aus aufgenommen werden können, so kann man die Photogrammetrie einteilen in Erdphotogrammetrie und Luftphotogrammetrie. Bei der Erdphotogrammetrie erfolgt die Aufnahme mit dem Phototheodolit, bei der Luftphotogrammetrie mit einer entsprechend ausgebildeten Meßkammer.

Im Grundgedanken besteht die photogrammetrische Punktbestimmung darin, daß man von dem betreffenden Gebiet von zwei nach Lage und Höhe gegebenen oder bestimmbareren Punkten je ein Meßbild aufnimmt. Die Auswertung der Bilder besteht darin, daß man ihnen diejenigen Größen entnimmt, die zur Festlegung der gesuchten Punkte

¹⁾ Besonders mit Rücksicht auf den gefährlichen Kreis empfiehlt sich die Verwendung von mindestens vier, über den Umkreis ungefähr gleich verteilten Festpunkten.

²⁾ Es kann hier nur eine Übersicht gegeben werden; Einzelheiten siehe bei H. Dock, Photogrammetrie und Stereophotogrammetrie. Sammlung Göschen.

erforderlich sind. Da man dabei beide Bilder entweder getrennt oder gemeinsam auswerten kann, so kann man zwei Verfahren unterscheiden. Bei dem einen Verfahren wird jeder Punkt mit einäugiger Betrachtung von jedem Bild durch Vorwärtseinschneiden bestimmt; das Verfahren wird deshalb als Einschneidephotogrammetrie bezeichnet. Bei dem anderen Verfahren werden beide Bilder gemeinsam oder zweiäugig betrachtet; da die Festlegung der Punkte auf Grund des entstehenden stereoskopischen Bildes erfolgt, so heißt das Verfahren Stereophotogrammetrie. Bei der Einschneidephotogrammetrie erfolgt die Auswertung eines Bildpaares punktweise; bei der Stereophotogrammetrie kann die Auswertung bei Verwendung eines der angegebenen Instrumente auch linienweise vorgenommen werden.

Um ein Bildpaar auswerten zu können, muß man die äußere Orientierung von jedem Bild oder die des Bildpaares kennen. Die äußere Orientierung eines Bildes kennt man, wenn man kennt: die ebenen Koordinaten und die N.N.-Höhe des Objektivs, den Richtungswinkel der Horizontalprojektion der Kammerachse, den Neigungswinkel der Kammerachse und die Lage der durch die Bildmarken bestimmten Bildachsen für den Augenblick der Aufnahme.

Die Erdphotogrammetrie und die Luftphotogrammetrie unterscheiden sich hinsichtlich der äußeren Orientierung insofern, als diese bei der Erdphotogrammetrie in einfachster Weise zu bestimmen ist, während bei der Luftphotogrammetrie die Bestimmung der äußeren Orientierung eine Aufgabe für sich vorstellt.

Die Erdphotogrammetrie führt man am besten nach dem Verfahren der Stereophotogrammetrie aus. Die Aufnahme der Bilder geschieht möglichst mit vertikalen Bildebenen; im allgemeinen nimmt man die beiden Bilder eines Bildpaares so auf, daß sie in derselben Vertikalebene oder in parallelen Vertikalebenen liegen. Die Auswertung erfolgt je

nach Bedarf punktweise mit dem Stereokomparator oder linienweise mit dem Stereoautograph.

Bei der Luftphotogrammetrie liegen die Bilder beliebig im Raum. Die Bestimmung der äußeren Orientierung eines Bildes besteht in der Bestimmung eines Punktes durch Rückwärtseinschneiden im Raum mit Hilfe von Positionswinkeln auf Grund von mindestens drei nach Lage und Höhe gegebenen Punkten. Diese Aufgabe kann numerisch, graphisch-numerisch oder mechanisch gelöst werden; bei der mechanischen Lösung mit Hilfe eines Zweibildinstrumentes wird die Aufgabe für beide Bilder eines Bildpaares gemeinsam gelöst durch systematisches Probieren.

Die Auswertung eines Luftbildpaares geschieht mit einem der angegebenen Zweibildinstrumente je nach Bedarf punkt- oder linienweise.

In nahezu ebenem Gelände kann man Punkte und Linien in horizontalem Sinn dadurch festlegen, daß man von einem Luftfahrzeug aus ein nahezu horizontales Bild aufnimmt und dieses so entzerrt, daß es die Eigenschaften eines genau horizontal aufgenommenen Bildes hat.

Die Photogrammetrie eignet sich nur für wenig bedecktes, also unbewaldetes Gelände; die Erdphotogrammetrie empfiehlt sich außerdem nur für nicht zu ebenes Gelände. Die Photogrammetrie kommt hauptsächlich für die Aufnahme von unzugänglichen Gebieten in Frage.

6. Kapitel.

Topographische Aufnahmen.

Die verschiedenen Arten der tachymetrischen Punktbestimmung finden insbesondere Verwendung bei der Herstellung von Höhenplänen für die Arbeiten des Ingenieurs und bei der Ausführung von topographischen Aufnahmen¹⁾. Die Aufgabe einer topographi-

¹⁾ Das im folgenden über die Ausführung von topographischen Aufnahmen Gesagte gilt in der Hauptsache auch für die Herstellung von Höhenplänen für Ingenieurzwecke.

schen Aufnahme besteht in der Herstellung einer topographischen Karte¹⁾. Als topographische Karten bezeichnet man hauptsächlich Karten in den Maßstäben 1 : 25 000, 1 : 10 000, 1 : 5000 und 1 : 2500; sie dienen militärischen Zwecken und bilden die Grundlage für die Vorarbeiten bei Ingenieurbauten, für geologische Aufnahmen, für forstwirtschaftliche Arbeiten und für kartographische Arbeiten jeder Art²⁾.

Die Aufgabe einer topographischen Karte ist den angegebenen Zwecken entsprechend eine doppelte; sie muß einerseits die auf den Grundriß sich beziehenden topographischen Einzelheiten enthalten und andererseits die Geländeformen zur Darstellung bringen. Die für topographische Karten zunächst in Betracht kommende Geländedarstellung ist die in Höhenschichtlinien oder Höhenkurven³⁾.

§ 27. Allgemeines über topographische Aufnahmen.

Der doppelten Aufgabe einer topographischen Karte entsprechend zerfällt eine topographische Aufnahme in die Aufnahme des Grundrisses und die Aufnahme des Geländes oder der Geländeformen⁴⁾.

Die Aufnahme des Grundrisses besteht in der Aufnahme von Ortschaften, einzelnen Gebäuden, Straßen, Wegen, Bahnen, Gewässern, Bodenbedeckungen und sonstigen topographischen Einzelheiten.

Bei der Aufnahme von Ortschaften und deren Umgebung ist besonderer Wert zu legen auf die Aufnahme des Ortssaumes und der diesen bildenden Einfriedigungen aus Stein, Holz, Eisen und Pflanzen. Außerhalb des Ortssaumes liegende Einfriedigungen sind nur dann aufzunehmen, wenn sie ein bedeutendes Hindernis bilden oder auf größere Entfernungen zu erkennen sind. Innerhalb des Ortssaumes werden nur bedeutendere Einfriedigungen, wie hohe

¹⁾ Genügt eine vorhandene topographische Karte für eine bestimmte Ingenieurarbeit hinsichtlich ihres Maßstabes, so kann sie ohne weiteres als Höhenplan verwendet werden. Die topographische Karte unterscheidet sich von einem für den besonderen Zweck aufgenommenen Höhenplan insbesondere dadurch, daß sie mehr Einzelheiten im Grundriß enthält als für die betreffende Ingenieurarbeit im allgemeinen nötig sein werden.

²⁾ Für die besonderen Vorarbeiten verwendet der Ingenieur auch Höhenpläne im Maßstab 1 : 1000. Auch für die Aufnahme von solchen gilt im wesentlichen das im folgenden über topographische Aufnahmen Gesagte.

³⁾ Vgl. Band I, 5. Kapitel.

⁴⁾ In bezug auf Einzelheiten vgl. z. B. Musterblatt und Zeichenvorschrift für die Topographische Grundkarte des Deutschen Reiches 1 : 5000; herausgegeben vom Reichsamte für Landesaufnahme, Berlin.

Park- und Kirchhofmauern aufgenommen. Bei Kirchen und Kapellen empfiehlt es sich, die Lage des Turmes anzugeben. Außerhalb der Ortschaften sind alle Gebäude wie Schlösser, Forsthäuser, Fabriken, Mühlen und dgl. besonders zu bezeichnen. Die Baumpflanzungen in den Ortsgärten sind ihrer Lage und Dichte entsprechend aufzunehmen. Von Wichtigkeit ist die klare Hervorhebung der Hauptstraßen innerhalb der Ortschaften.

Die Aufnahme der Straßen und Wege erfolgt auf Grund einer besonderen Skala; darnach unterscheidet man dem durchgehenden Verkehr dienende Straßen, dem Nachbarortsverkehr dienende Straßen, Feld- und Waldwirtschaftswege und Fußwege. Baumpflanzungen an den Straßen und Wegen sind der Wirklichkeit entsprechend aufzunehmen. Gräben sind nur dann aufzunehmen, wenn ihnen eine besondere Bedeutung zukommt; Böschungen werden nur dann aufgenommen, wenn ihre Höhe mehr als etwa 1 m beträgt. Aufzunehmen sind sämtliche Kunstbauten wie Brücken, Stege und Durchlässe; sie sind einzuteilen in solche aus Stein, Eisen und Holz.

Die Bahnen sind bei der Aufnahme einzuteilen in Haupt- und Nebenbahnen; erstere in ein- und zweigleisige, letztere in normal- und schmalspurige. Besonders aufzunehmen sind Einschnitte und Auffüllungen sowie alle Arten von Kunst- und Erdbauten, wie Mauern, Bahn- und Wegüberführungen, Durchlässe, Dolen, Tunnel usw.

An Gewässern sind aufzunehmen Flüsse, Bäche, Kanäle, Seen, Weiher, Quellen, Brunnen, Brunnenstuben, Wasserbehälter usw.; dabei sind anzugeben und festzulegen alle An- und Einbauten an Flüssen, Bächen und Kanälen, wie Uferverkleidungen von Stein, Holz oder Flechtwerk, Steindämme, Rechen, Wehre, Fähren, Schleusen, Badeanstalten, Pegel, Wasserfälle und dgl. Sumpfige Stellen im Gelände sind ihrer Ausdehnung entsprechend aufzunehmen.

An topographischen Einzelheiten sind z.B. die folgenden aufzunehmen: Ruinen und Mauerreste, Schanzen, Ringwälle und dgl., Feldkreuze, größere freistehende Wegweiser, steinerne Ruhebänke, Denkmäler und Denksteine, Bildstöcke, alte, nicht mehr benutzte Straßen, Grabhügel, Keller, Wart- und Aussichtstürme, einzelstehende und auf größere Entfernungen auffallende Bäume, Schächte und Stollen, Eingänge zu Höhlen, Bohrlöcher, Kalk- und Zementöfen, Kohlplatten, Sand-, Lehm-, Mergel- und Kiesgruben, Steinbrüche, Schutthalden, einzelne Felsblöcke, Steinriegel, Gipsbrüche, Erdfälle, Felsen und Reihen und Gruppen von Bäumen und Gebüsch.

Bei der Aufnahme der Bodenbedeckungen hat man zu unterscheiden zwischen Acker, Weide (Heide, Öde), Wiese, Weinberg, Gemüsegarten, Hopfenanlagen, Laubwald, Nadelwald und Mischwald.

Die Aufnahme aller dieser im Grundriß darzustellenden Gegenstände erfolgt durch punktweise Festlegung; für ihre zeichnerische Darstellung sind besondere Zeichen im Gebrauch¹⁾.

Die Durchführung einer topographischen Aufnahme ist davon abhängig, ob von dem aufzunehmenden Gebiet bereits eine zusammenhängende Karte in Form einer Kataster- oder Flurkarte vorhanden ist oder nicht. Ist das erstere der Fall — wie z. B. in Bayern und Württemberg, wo gedruckte Karten in den Maßstäben 1 : 2500 und 1 : 5000 zur Verfügung stehen —, so bilden diese Karten zweckmäßigerweise die Grundlage für die topographische Aufnahme²⁾. Bei einer solchen, im Maßstab der vorhandenen Karte durchzuführenden Aufnahme bestehen die auf den Grundriß sich beziehenden Messungen nur in Ergänzungsmessungen; den hauptsächlichsten Teil der Aufnahme bildet dann die Aufnahme der Geländeformen. Ist keine als Grundlage für die Aufnahme in Frage kommende Karte vorhanden, so muß vor Beginn der topographischen Aufnahme eine genügend große Anzahl von Punkten des betreffenden Gebietes in horizontalem Sinn festgelegt werden. Je mehr solche Punkte vorher bestimmt werden, desto einfacher und bequemer läßt sich nachher die topographische Aufnahme durchführen. Die gegenseitige Festlegung dieser die Grundlage der topographischen Aufnahme bildenden Punkte erfolgt mit einer dem Maßstab der Aufnahme entsprechenden Genauigkeit durch trigonometrische und polygonometrische Punktbestimmung auf Grund einer selbständigen Triangulation oder auf Grund eines vorhandenen Netzes von Festpunkten. Die bei den Polygonzügen zu messenden Strecken können zum Teil mittelbar mit dem Schraubenentfernungsmesser oder dem Fadenentfernungsmesser gemessen werden.

Wie schon angedeutet, besteht die Aufnahme der im Grundriß darzustellenden Gegenstände im Grundgedanken in der Aufnahme einzelner Punkte; die Festlegung dieser Punkte erfolgt mit dem Tachymetertheodolit oder dem Meßtisch oder der Meßkammer. Die Photogrammetrie eignet sich nur für wenig bedecktes, also

¹⁾ Vgl. die für die verschiedenen Maßstäbe herausgegebenen Musterblätter.

²⁾ Das hier in bezug auf die Grundlage Gesagte gilt insbesondere auch für die Herstellung von Höhenplänen für Ingenieurzwecke.

unbewaldetes Gelände. Ob man besser den Tachymetertheodolit oder den Meßtisch benutzt, hängt insbesondere von der vorhandenen Grundlage, von dem Maßstab der Aufnahme und von der Bedeckung des Geländes ab. Steht als Grundlage für die Aufnahme eine Karte in großem Maßstab — 1 : 2500 oder 1 : 5000 — zur Verfügung, so verwendet man am besten den Tachymetertheodolit; der Meßtisch kommt dann nur für Aufnahme von ganz freien und übersichtlichen Gebietsteilen in Frage, bei denen von je einem Instrumentstandpunkt aus eine größere Anzahl von Punkten festgelegt werden kann. Besteht die Grundlage für die Aufnahme nur in einem vorher besonders festgelegten Punktnetz, so empfiehlt sich die Verwendung des Meßtisches besonders für den Fall, daß die Aufnahme in kleinerem Maßstab — 1 : 25 000 oder 1 : 10 000 — durchgeführt werden soll; wenn möglich, wird man allerdings die Aufnahme in größerem Maßstabe — z. B. 1 : 5000 — durchführen. Ein großer Maßstab bietet für die Aufnahme den Nachteil, daß unter Umständen viel mehr aufgenommen wird, als mit Rücksicht auf den Zweck der Aufnahme notwendig ist; er bietet aber andererseits den Vorteil, daß man mit ihm alle Bedürfnisse für immer befriedigen kann. Eine in großem Maßstab auszuführende Aufnahme kann außerdem auch von weniger geübten Kräften ausgeführt werden; die Aufnahme in kleinem Maßstab erfordert einen nicht nur mit dem Aufnahmeverfahren vertrauten, sondern auch im Zeichnen im kleinen Maßstab gewandten Aufnehmer. Soll der im Gelände auszuführende Teil einer Aufnahme möglichst rasch durchgeführt werden, so greift man zum Tachymetertheodolit; vorausgesetzt natürlich, daß die Aufnahme nicht photogrammetrisch durchführbar ist.

Die Wahl des zur Aufnahme zu verwendenden Instruments — Tachymetertheodolit oder Meßtisch — ist auch abhängig von der Art, wie die Aufnahme der Geländeformen durchgeführt werden soll; hiervon wird weiter unten noch die Rede sein.

Bei der Aufnahme eines bestimmten Gebietes beginnt man zweckmäßigerweise nicht in der Mitte, sondern arbeitet aus einer Ecke heraus. Ist freies Feld und Wald vorhanden, so empfiehlt es sich, die Aufnahme des Feldes zuerst durchzuführen; man hat dann die Möglichkeit, bei der Aufnahme des Feldes dem Waldrand entlang die zur Aufnahme des Waldes erforderlichen Punkte festzulegen.

§ 28. Aufnahme und Darstellung der Geländeformen.

Die Aufnahme der Geländeformen ist der wohl wichtigste Teil einer topographischen Aufnahme. Das Ziel einer topographischen

Geländeaufnahme ist die Darstellung der Geländeformen in Höhenschichtlinien.

Die Grundlage für die Geländeaufnahme bildet ein durch vorausgegangene Messungen bestimmtes Netz von Höhenfestpunkten. Die Messung eines solchen Netzes erfolgt je nach der Ausdehnung des aufzunehmenden Gebietes durch ein Nivellement III. Ordnung in Verbindung mit einem solchen II. oder wenn nötig I. Ordnung. Zwischen den durch Nivellement bestimmten Punkten werden nach Bedarf durch trigonometrische Höhenmessung oder mit Hilfe von tachymetrisch gemessenen Polygonzügen weitere Höhenfestpunkte eingeschaltet. Je enger das Netz der Höhenfestpunkte ist, oder je näher diese Punkte beieinander liegen, desto bequemer ist nachher die Geländeaufnahme durchzuführen. Für die Aufnahmen ist es besonders bequem, wenn die Höhenfestpunkte auch ihrer Lage nach bekannt sind; man wählt deshalb insbesondere trigonometrische und polygonometrische Punkte sowie leicht auffindbare Grenzsteine als Höhenfestpunkte.

Die Höhenschichtlinien erhält man unmittelbar nur bei der Auswertung von stereophotogrammetrischen Geländeaufnahmen mit Hilfe eines Zweibildinstrumentes¹⁾; bei den andern Aufnahmeverfahren erhält man sie mittelbar auf Grund einzelner, durch Messung nach Lage und Höhe festgelegter Punkte, wobei diese Punkte ihrer Höhe nach am einfachsten beliebig gewählt werden²⁾.

Die festzulegenden Punkte sind ihrer Lage nach so im Gelände zu wählen, wie wenn man durch sie allein die Geländeformen zum Ausdruck bringen wollte; die Punkte müssen demnach dann so gewählt werden, daß durch sie die für die Darstellung des Geländes wesentlichen Punkte und Linien erfaßt und dargestellt werden. Außer den auf Kuppen, Sättel und Kessel sich beziehenden Punkten müssen also insbesondere die als Gerippllinien bezeichneten Rücken- und Muldenlinien sowie Gefällwechsellinien punktweise festgelegt werden; sind diese Linien bei flachen Formen im Gelände nicht deutlich zu erkennen, so handelt es sich um die punktweise Aufnahme nicht von Geländelinien, sondern Geländestreifen.

Die Zeichnung der Höhenschichtlinien auf Grund der ihrer Höhe nach beliebig liegenden, den Geländeformen aber entsprechend gewählten Punkten geschieht durch Einschalten von weiteren, den Höhen der zu zeichnenden Schichtlinien entsprechen-

¹⁾ Vgl. H. Dock, Photogrammetrie und Stereophotogrammetrie. Sammlung Göschen.

²⁾ Das punktweise Aufnehmen der Schichtlinien, bestehend im Aufsuchen und Festlegen genügend vieler Punkte der zu zeichnenden Schichtlinien, findet bei topographischen Geländeaufnahmen soviel wie keine Anwendung.

den Punkten zwischen den aufgenommenen Punkten. Dabei ist zu beachten, daß durch die immer verhältnismäßig wenigen, bei der Aufnahme festgelegten Punkte die Geländeformen nicht vollständig getreu wiedergegeben werden können, und daß eine erschöpfende Wiedergabe der Geländeformen durch einzelne Punkte unmöglich ist; bei der Zeichnung der Schichtlinien sind deshalb sowohl die unvermeidlichen Ungenauigkeiten der aufgenommenen Punkte als auch die Unregelmäßigkeiten des Geländes zwischen den einzelnen Punkten zu berücksichtigen. Ein wertvolles Hilfsmittel bei der Ermittlung der gewünschten Schichtlinien bilden neben den Geripplinien einzelne, in der Höhe mit mehreren aufgenommenen Punkten ganz oder nahezu übereinstimmende, als Leitlinien bezeichnete Hilfsschichtlinien¹⁾.

Werden die Schichtlinien unmittelbar auf Grund eines stereoskopisch gesehenen Bildes mit einem Zweibildinstrument bestimmt, so stellen sie je eine nur die Geländeform der betreffenden Höhe zum Ausdruck bringende, auf das ober- oder unterhalb liegende Gelände keine Rücksicht nehmende Linie vor. Eine solche, an das Gelände starr gebundene „geometrische Höhenschichtlinie“ gibt also nur eine auf ihre Höhenlage sich beziehende geometrische Darstellung des Geländes, sie verzichtet aber auf eine das Gelände als Ganzes erfassende Wiedergabe seiner Formen.

Bei einer zusammenhängenden, das Gelände als Ganzes wiedergebenden Darstellungsweise tritt die einzelne Höhenschichtlinie in ihrer Bedeutung zurück; sie ist dann keine starre Linie mehr, sondern hat sich unterzuordnen und ihren benachbarten Linien anzupassen. Da es sich dann um eine Geländedarstellung handelt, wie sie in der Topographie üblich ist, so hat man es mit „topographischen Schichtlinien“ zu tun. Die durch die Unterordnung bedingten Abweichungen einer topographischen Schichtlinie von der ihr entsprechenden geometrischen Schichtlinie müssen selbstverständlich im Einklang stehen mit den dem betreffenden Gelände entsprechenden Unregelmäßigkeiten und der Größe der bei der Zeichnung unvermeidlichen Fehler.

Bei einer topographischen Geländedarstellung sollten nur solche Geländeformen wiedergegeben werden, die durch mindestens zwei, besser drei Schichtlinien zum Ausdruck gebracht werden können; ist dies — besonders unter Beachtung der im Vergleich zu den geometrischen Schichtlinien zu begehenden Abweichungen — nicht ohne weiteres möglich, so hat man weitere Schichtlinien einzuschalten. Kann eine gewisse Geländeform mit Rücksicht auf den

¹⁾ Vgl. Band I, 5. Kapitel.

Maßstab der Karte, nach dem sich der Höhenabstand und damit die Zahl der Schichtlinien zu richten hat, nicht mehr durch weitere Schichtlinien angedeutet werden, so muß man entweder auf ihre Wiedergabe in dem betreffenden Maßstab verzichten oder man ist gezwungen, sie in besonderer Weise, z. B. durch Anwendung von Schraffen, anzugeben.

Stereophotogrammetrisch mit Hilfe eines Zweibildinstruments bestimmte Höhenschichtlinien erfordern eine topographische Überarbeitung auf Grund der aus ihnen sich ergebenden Rücken-, Mulden- und Gefällwechsellinien.

Bei der Aufnahme der Geländeformen für topographische Zwecke kann man — von der Photogrammetrie abgesehen — in der Hauptsache zwei Arten der Aufnahme unterscheiden; bei der einen Art erfolgt die Zeichnung der Geländedarstellung auf Grund der festgelegten Punkte im Felde, bei der andern Art werden die Schichtlinien nachträglich im Zimmer gezeichnet.

Beide Arten haben ihre Vorteile und ihre Nachteile. Eine im Felde, also im unmittelbaren Anblick des Geländes ausgeführte Geländedarstellung liefert auf jeden Fall eine naturgetreuere Wiedergabe der Geländeformen als eine im Zimmer ausgeführte, hauptsächlich auf die aufgenommenen Punkte sich stützende Geländedarstellung. Bei einer im Felde durchgeführten Geländedarstellung kommt man im allgemeinen mit weniger aufzunehmenden Punkten aus als bei einer erst im Zimmer ausgeführten; Fehler bei der Aufnahme einzelner Punkte werden bei der Felddarstellung von einem einigermaßen aufmerksamen Aufnehmer sofort erkannt, bei der Zimmerdarstellung ist dies nicht immer unbedingt der Fall. Werden bei der Bearbeitung der Geländedarstellung im Zimmer Fehler bei einzelnen Punkten oder bei Punktgruppen entdeckt, so erfordert dies unter Umständen besondere Nachmessungen; solche sind nur dann zu umgehen, wenn bei der Zahl der aufgenommenen Punkte nicht gespart wurde, so daß die Schichtlinien auch ohne die fehlerhaften Punkte gezeichnet werden können. Der Hauptnachteil der im Felde durchgeführten Geländedarstellung besteht darin, daß sie bei der Feldarbeit mehr Zeit und damit im allgemeinen mehr Kosten beansprucht; bei einer aus irgendeinem Grund im Felde möglichst rasch durchzuführenden Aufnahme wird man sich stets mit der punktweisen Aufnahme des Geländes im Felde begnügen und die Höhenschichtlinien erst nachträglich zeichnen.

Die Durchführung der Geländedarstellung im Felde empfiehlt sich nur für den Fall, daß die Geländeformen in der Natur auch tatsächlich zu erkennen sind. Im dichten Wald und in ganz flachem,

nur wenig bewegtem Gelände, wo die Formen des Geländes in der Natur gar nicht oder doch nur schwer zu erkennen sind, hält man sich mit der Zeichnung der Schichtlinien im Felde nicht auf, sondern ermittelt die Schichtlinien erst nachträglich im Zimmer auf Grund der aufgenommenen Punkte; die Aufnahme besteht dann nur darin, daß man das betreffende Gebiet gleichmäßig mit den festzulegenden Punkten bedeckt.

Die Art der Aufnahme ist bis zu einem gewissen Grad auch abhängig von dem Maßstab, in dem die Schichtlinienzeichnung ausgeführt werden soll. Ist dieser Maßstab klein — z. B. 1 : 25000 —, so muß man sich bei der Punktaufnahme auf weniger Punkte beschränken, als wenn der Maßstab groß — z. B. 1 : 2500 oder 1 : 5000 — ist. Bei kleinem Maßstab — insbesondere 1 : 25000, aber auch noch 1 : 10000 — empfiehlt es sich, die gesamte, auf den Grundriß und die Geländedarstellung sich beziehende Zeichnung im Felde so weit durchzuführen, daß es sich bei der nachfolgenden Zimmerarbeit in der Hauptsache nur noch um ein Überzeichnen der in Blei ausgeführten Feldzeichnung mit Tusche handelt. Wenn irgend möglich, sollte man aber die Aufnahmen aus den schon früher angegebenen Gründen in einem größeren Maßstab — z. B. 1 : 5000 oder gar 1 : 2500 — ausführen bzw. bearbeiten.

§ 29. Ausführung von Geländeaufnahmen.

Wie im vorstehenden ausgeführt wurde, kann man insofern zwei Arten bei Geländeaufnahmen unterscheiden, als man die Höhenschichtlinien entweder sofort im Felde oder nachträglich im Zimmer auf Grund der festzulegenden Punkte zeichnen kann. Mit Rücksicht darauf, daß es auch für den geübten Topographen leichter ist, in einem bestimmten Geländepunkt die senkrecht zu den Höhenschichtlinien verlaufende Abfallrichtung¹⁾ anzugeben als die Lage einer Höhenschichtlinie, kann man die Geländeaufnahme auch in der Weise ausführen, daß man bei der Aufnahme in jedem festgelegten Punkt die Abfallrichtung angibt, und nachträglich im Zimmer die Höhenschichtlinien auf Grund der aufgenommenen Punkte, der Geripplinien und der Abfallrichtungen bestimmt. Die Festlegung der Abfallrichtungen in festliegenden Geländepunkten bietet den Vorteil, daß die Zeichnung der Schichtlinien rascher und sicherer ausgeführt werden kann;

¹⁾ Die Abfallrichtung in einem Geländepunkt ist die Richtung des stärksten Falles in diesem Punkt; es ist also die Richtung, die eine frei rollende, auf keine Widerstände stoßende Kugel einschlagen würde.

außerdem ermöglichen die Abfallrichtungen die Aufdeckung von Fehlern in der Lage oder Höhe der festgelegten Punkte.

Den vorstehenden Unterscheidungen entsprechend werden im folgenden drei Aufnahmearten besprochen.

1. Die Höhengichtlinien werden sofort im Felde gezeichnet.

Diese Art der Aufnahme ist nur für den Fall zu empfehlen, daß die darzustellenden Geländeformen auch wirklich zu erkennen sind; sie kommt also nur für freies, übersichtliches, nicht zu flaches Gelände in Frage. Ihre Durchführung erfordert die sofortige genaue Eintragung der aufgenommenen Punkte in die Karte nach Lage und Höhe auf Grund der ausgeführten Messungen. Die Aufnahme erfolgt am besten durch einen Topographen in Verbindung mit einem Meßgehilfen¹⁾, der insbesondere die Latte in den festzulegenden Punkten aufzuhalten hat.

Der Vorgang bei der Aufnahme ist für einen Instrumentstandpunkt der folgende: Nach der Festlegung des Standpunkts in bezug auf seine Lage und Höhe, werden dem Meßgehilfen diejenigen Punkte angegeben, in denen er die Latte aufhalten soll; dabei ist zu beachten, daß die Geländeformen vom Standpunkt des Instruments aus im allgemeinen nur bis zu einer Entfernung von etwa 200 Meter zu erkennen sind, so daß also dem Lattenträger die aufzunehmenden Punkte im Umkreis bis rund 200 Meter vom Instrument aus am besten mit einer gleichzeitigen Beschreibung und Erklärung der Geländeformen angegeben werden können. Nun wird der Reihe nach in jedem der Punkte die Latte aufgehoben und werden die erforderlichen Messungen ausgeführt; vor Verlassen eines jeden Punktes wird er vom Meßgehilfen in leicht sichtbarer Weise bezeichnet. Während der Meßhilfe zum nächsten Punkt geht, werden die auf den letzten Punkt sich beziehenden Ablesungen am Instrument und Rechnungen ausgeführt; sind sämtliche Punkte im Umkreis aufgenommen, berechnet und eingetragen, so erfolgt die Zeichnung der Schichtlinien unter gleichzeitiger Begehung des Geländes über die aufgenommenen Punkte²⁾.

2. Die Höhengichtlinien werden nachträglich im Zimmer gezeichnet.

¹⁾ Geübte Topographen verwenden an Stelle von nur einem Meßgehilfen auch zwei Meßgehilfen.

²⁾ Wählt man den Umkreis des von einem Standpunkt aus zu bearbeitenden Geländestücks zu groß, so sind die Formen von dem Standpunkt aus nicht mehr zu erkennen und man ist gezwungen, das Gelände auch schon vor der Aufnahme der Punkte zu deren Bezeichnung zusammen mit dem Meßgehilfen zu begehen.

Bei dieser Art der Aufnahme müssen die aufgenommenen Punkte im Felde nicht genau in die Karte eingetragen werden, es genügt ein ungefährer Eintrag; immerhin sollten aber die Punkte überall — besonders auch im unübersichtlichen Gelände — mit einer solchen Genauigkeit eingetragen werden, daß ihre Verteilung über das aufzunehmende Gelände sicher zu erkennen ist, also nicht der Fall eintritt, daß einzelne Geländeteile von Punkten überhaupt nicht erfaßt worden sind.

Außer den dem Aufschrieb der Messung entsprechend nummerierten Punkten werden in der Karte zweckmäßigerweise die dann das Gerippe für die Schichtlinienzeichnung abgebenden und deshalb als Gerippelinien bezeichneten Mulden-, Rücken- und Gefällwechsellinien in ihrer Lage zu den aufgenommenen Punkten ange-deutet; zur Unterstützung für die Schichtlinienzeichnung und zur Sicherung gegen Versehen in der Messung bzw. Rechnung werden Kuppen-, Kessel- und Sattelbildungen in entsprechender Weise hervorgehoben. Aus denselben Gründen empfiehlt es sich, an möglichst vielen Stellen der Höhe nach beliebig liegende, nach Augenmaß gezeichnete Schichtlinien anzugeben; man bezeichnet solche, nur die Form des Geländes andeutende Hilfslinien als Formlinien. Vielfach kann man auch durch Beifügung von Vertikalschnitten die nachfolgende Zeichnung der Schichtlinien erleichtern.

Die Durchführung der Aufnahme kann auf doppelte Weise erfolgen, indem entweder ein Topograph allein oder zwei Topographen zusammen, je in Verbindung mit einem Meßgehilfen arbeiten können.

Arbeitet ein Topograph allein, so geschieht dies für jeden Instrumentstandpunkt in der Weise, daß dem Lattenträger die vom Standpunkt aus deutlich erkennbaren Geländeformen beschrieben und die aufzunehmenden Punkte angegeben werden. Nach Festlegung des Standpunktes und der einzelnen Punkte durch die erforderlichen Messungen begeht der Topograph das Gelände und trägt dabei die vom Meßgehilfen vorher sichtbar bezeichneten Punkte mit einer dem Messungsaufschrieb entsprechenden Numerierung in die Karte ein; zugleich erfolgt die Einzeichnung der erforderlichen Geripp- und Formlinien, soweit solche zu erkennen sind.

Arbeiten zwei Topographen zusammen, so führt der eine die Messungen am Instrument aus, der andere begeht das Gelände, gibt dem Lattenträger die aufzunehmenden Punkte

an¹⁾, trägt diese mit einer den Aufschreibungen am Instrument gleichen Numerierung in die Karte ein und macht die sonstigen auf das Gelände sich beziehenden Aufschreibungen. Bei einer solchen Durchführung der Aufnahme kann die Reichweite des Instruments den Geländeverhältnissen entsprechend ausgenutzt werden.

Die Beantwortung der Frage, ob besser ein Topograph allein arbeitet oder ob sich das Zusammenarbeiten von zwei Topographen empfiehlt, ist abhängig vom Gelände und von der vorhandenen Kartengrundlage. Bei der gemeinsamen Arbeit von zwei Topographen sollten von jedem Instrumentstandpunkt aus möglichst viele Punkte festgelegt werden können; sie eignet sich deshalb besonders für freisichtiges Gelände, in dem von je einem Punkt aus im Umkreis bis zu etwa 500 Meter Punkte aufgenommen werden können. Mit Rücksicht auf die ungefähre Eintragung der aufzunehmenden Punkte in die Karte arbeiten zwei Topographen insbesondere dann zusammen, wenn als Grundlage für die Aufnahme eine Katasterkarte vorhanden ist, und wenn das Gelände nicht zu weit parzelliert ist, so daß die Punkteintragungen in einfacher Weise ausgeführt werden können. Die Ausführung der Aufnahme durch einen Topographen empfiehlt sich immer dann, wenn eine Beschränkung in der Länge der von einem Punkt möglichen Sichten vorhanden ist; dies ist insbesondere der Fall im Wald und in Baumgütern. Auch bei einer Kartengrundlage mit nur wenig Anhaltspunkten, also in sehr weit parzelliertem Gelände, arbeitet mit Rücksicht auf den wenigstens genähert richtigen Eintrag der Punkte und Gerippllinien in die Karte ein Topograph zweckmäßigerweise allein.

3. Die Höhenschichtlinien werden nachträglich im Zimmer an Hand der im Felde aufgenommenen Abfallrichtungen gezeichnet.

Diese Art der Aufnahme kommt nur für den Fall in Frage, daß die Geländeformen zu übersehen und zu erkennen sind; sie unterscheidet sich von derjenigen, bei der die Schichtlinien im Felde gezeichnet werden, zunächst nur darin, daß an Stelle der Schichtlinien die Abfallrichtungen im Felde in die Karte eingetragen werden. Die Einzeichnung der Abfallrichtungen setzt ebenfalls den genauen Eintrag der aufgenommenen Punkte voraus; nicht erforderlich für sie ist die Kenntnis der einzelnen Punkthöhen,

¹⁾ Der wichtigere Teil der Arbeit liegt hier bei dem das Gelände begehenden Topographen; die Bedienung des Instruments kann durch einen jüngeren Techniker mit geringerer Vorbildung geschehen.

so daß deren Berechnung auf Grund der Messungen später im Zimmer erfolgen kann. Die Aufnahme erfolgt demnach in der bereits geschilderten Weise durch einen Topographen in Verbindung mit einem Meßgehilfen. Das Einzeichnen der Abfallrichtung in einem bestimmten Geländepunkt erfordert die Einrichtung der Karte zum Gelände; man erreicht dies in einfacher Weise mit Hilfe des Meßgehilfen, z. B. unter Benutzung des sichtbaren Instrumentstandpunkts. Erfolgt die Aufnahme auf Grund einer Katasterkarte und handelt es sich um ein eng parzelliertes Gelände, so kann man außer in den erst festgelegten Punkten noch in zahlreichen andern, in der Karte bereits vorhandenen Punkten die Abfallrichtung angeben; es ist dies gelegentlich bei einzelnen Punkten wertvoll, die infolge der Geländegestaltung der Aufnahme nicht bequem zugänglich sind, deren Aufnahme also besondere Aufstellungen des Instruments erfordern würde.

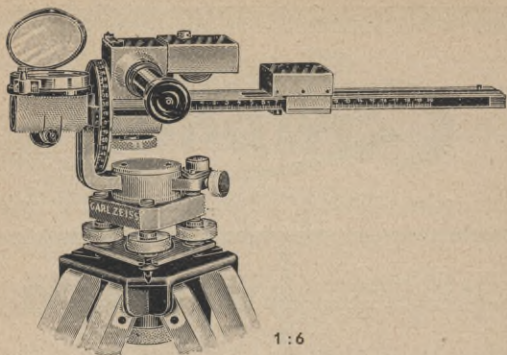
Das Aufnahmeverfahren ist bis zu einem gewissen Grad abhängig von der Art der Aufnahme. Die Meßtischtachymetrie kommt besonders für den Fall in Frage, daß die Höhenschichtlinien im Felde gezeichnet werden, oder daß in den festzulegenden Punkten die Abfallrichtungen angegeben werden; wenn die Schichtlinien erst nachträglich im Zimmer gezeichnet werden und auf das Einzeichnen der Abfallrichtungen verzichtet wird, so empfiehlt sich der Meßtisch nur dann, wenn ein Topograph allein arbeitet.

Neben den drei möglichen tachymetrischen Verfahren — Theodolittachymetrie, Meßtischtachymetrie und Phototachymetrie — kann man gelegentlich auch den Barometer zu Höhenbestimmungen benutzen; er eignet sich für den Fall, daß es sich um die Aufnahme eines größeren Höhenunterschiede aufweisenden Geländes handelt, und daß als Grundlage für die Aufnahme eine Karte vorhanden ist, die genügend viele, ihrer Lage nach gegebene, in der Natur leicht auffindbare Punkte enthält.

Sachverzeichnis.

Additionskonstante 64, 67.	Aufnahmeinstrumente 111.	Barometrische Höhenstufe 54.
Alhidadenlibelle 8, 12, 14, 17.	Äußere Orientierung 130.	Berechnung von barometrisch gemessenen Höhenunterschieden 53.
Aneroid 47.	Auswertungsinstrumente 111.	Bestimmung der Höhen von unzugänglichen Punkten 27.
— von Goldschmid 48.	Barometer 41.	
— von Naudet 47.	Barometrische Höhenmessung 40, 55.	
— von Paulin 49.		
— von Reitz-Deutschbein 48.		

- Bestimmung der Konstanten eines Fadenentfernungsmessers 67.
Bestimmung des Refraktionskoeffizienten 34.
Bildtheodolit 112.
Bussole 97.
Bussolenzug 120.
- Doppelbildentfernungsmesser** 91.
Dosenbarometer 47.
- Einbildinstrumente** 112.
Einschneidephotogrammetrie 130.
Erdkrümmung 31.
Erdphotogrammetrie 129.
- Fadenentfernungsmesser** 62, 73.
Federbarometer 47.
Fehler der Ablesemarke 10, 12.
Fernrohrlibelle 8, 12, 14.
- Gefäßbarometer** 41.
Gefäßheberbarometer 42.
Gefäßkorrektion 42, 43.
Geländeaufnahmen 135, 139.
Genauigkeit der barometrischen Höhenbestimmung 60.
— der Streckenmessung mit dem Fadenentfernungsmesser 76.
— der Streckenmessung mit dem Schraubenentfernungsmesser 90.
— der trigonometrischen Höhenbestimmung 22.
Großseitige Polygonzüge 90.
- Heberbarometer** 42.
Höhenmessung, barometrische 40, 55.
—, trigonometrische 4.
- Indexfehler** 10.
- Innere Orientierung** 111.
Instrumente für tachymetrische Messungen 95.
— zur mittelbaren Streckenmessung 62.
- Kapillardepression** 44.
Kippregel 96, 103.
Konstantenbestimmung eines Fernrohrs 67.
- Lotgabel** 106.
Luftphotogrammetrie 129.
- Meßbild** 111.
Meßkammer 110.
Meßtisch 96, 123.
Meßtischtachymetrie 113, 123.
Messung von Vertikalwinkeln 9.
— in einer Fernrohrlage 9.
— in zwei Fernrohrlagen 16.
Mikroskoplibelle 8.
Multiplikationskonstante 64, 68.
- Nivellierlibelle** 8, 12, 14.
Nonienlibelle 8.
- Okularfadenentfernungsmesser** 62.
Orientierungsbussole 105.
- Photogrammetrie** 129.
Photogrammetrische Instrumente 110.
Phototachymetrie 113, 129.
Phototheodolit 111.
Punktbestimmung im Raum durch Vertikalwinkelmessung 37.
- Quecksilberbarometer** 41.
- Refraktion** 31.
Refraktionskoeffizient 33.
- Schraubenentfernungsmesser** 79, 83.
Schwerekorrektion 45.
Standbarometer 43.
Standkorrektion 46, 49.
Stereophotogrammetrie 130.
Streckenmessung mit dem Fadenentfernungsmesser 73.
— mit dem Schraubenentfernungsmesser 83.
— mit Vertikalwinkeln 92.
- Tachymetertheodolit** 96.
Tachymetrie 95.
Tachymetrische Punktbestimmung 113.
Tangenschraube 79.
Teilungskorrektion 49.
Temperaturkorrektion 44, 49.
Theodolit 5.
Theodolittachymetrie 113, 114.
Topographische Aufnahmen 131.
Trigonometrische Höhenbestimmung 4.
— auf kleinere Entfernungen 21.
— auf größere Entfernungen 30.
— für Geländeaufnahmen 25.
- Untersuchung des Aneroïds** 49.
— der Kippregel 106.
— des Tachymetertheodolits 99.
— des Theodolits für die Vertikalwinkelmessung 13.
- Vertikalkreis** 5, 6, 16.
Vertikalkreislibelle 8.
Vertikalwinkelmessung 9.
- Wärmekorrektion** 44, 49.
- Zweibildinstrumente** 112.



ZEISS

TOPOGRAPHISCHER ENTFERNUNGSMESSER „TELETOP“

Für topographisch-tachymetrische Messungen, rasche und bequeme Lage- und Höhenmessungen für geographische, geologische, land- und forstwirtschaftliche Aufnahmen

Keine Meßplatte im Zielpunkt erforderlich

Meßbereiche von 2—600 m, Genauigkeit 0,2—2⁰/₀, je nach Meßkeil

DRUCKSCHRIFTEN



KOSTENFREI DURCH

CARL ZEISS JENA

BERLIN · HAMBURG · KÖLN · WIEN

Pelikan Graphos

Der Tuschefüllhalter mit Federn für jede Technik

für das Schreiben von
KUNSTSCHRIFT

Olympia

für das technische
ZEICHNEN



für das Arbeiten mit
dem ZIRKEL



für das freihändige
ZEICHNEN



Ausführliche Druckschrift auf Wunsch

GÜNTHER WAGNER, HANNOVER



Zeichentische

Zeichnungsschränke

„Kühlmann“

Zeichenmaschinen

Zeichengeräte

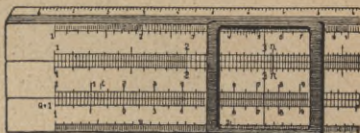
Vermessungs-Instrumente • Meßgeräte

Rechenschieber

Reißzeuge

Techn. Papiere

Lichtpausanlagen



seit 1875

Fordern Sie die kostenlose Übersendung unseres Kataloges

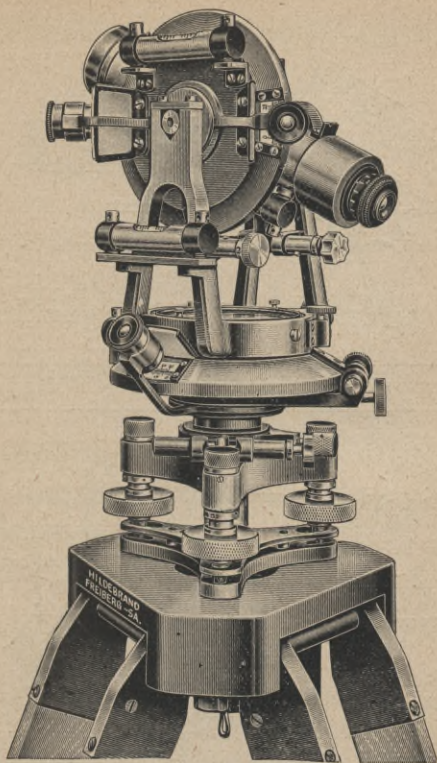
Gebr. Wichmann

Berlin NW 7 Marienstr. 19—20

Verkaufsräume: Karlstraße 15—14 Fernruf 425541

Bremen • Breslau 1 • Düsseldorf • Hamburg 1 • Königsberg (Pr.)

Magdeburg • Stettin • Stuttgart N • Wien III.



Kleinsten Bussolentheodolit

von **MAX HILDEBRAND**

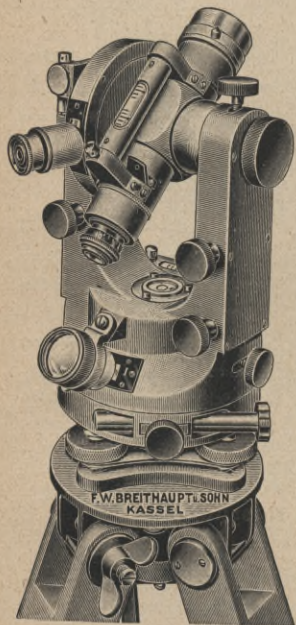
früher August Lingke & Co. / G. m. b. H.

FREIBERG IN SACHSEN

Werkstätten für wissenschaftliche Präzisions-Instrumente / Gegr. 1791

BREITHAUPT

Vermessungs-Instrumente



garantieren für beste
Konstruktion u. höchste
Leistungsfähigkeit

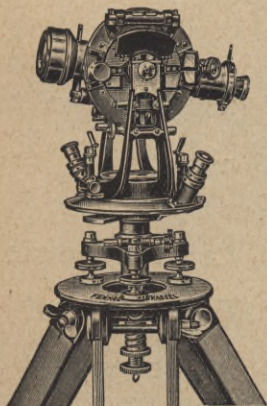
Leichtes Gewicht
Formschönes
Aussehen. Be-
queme Ablesung

Verlangen Sie
kostenlos unsere
Prospekte u. Broschüren

F. W. BREITHAUPT & SOHN - KASSEL 38

Fabrik geodätischer Instrumente - Gegr. 1762

Der Tachymeter-Theodolit Hammer-Fennel



vereinigt in sich

Reduktions-Tachymeter

Meßbereich $\pm 47^\circ$, sofortiges Ablesen von Höhenunterschied und der Horizontalentfernung

und

Tachymeter-Theodolit

13,5 cm Horizontalkreis, 11 cm Vertikalkreis. Ablesung am Horizontalkreis durch Schätzmikroskope 1' oder 1^c. Auf Wunsch Fennel-Feinmeß-Mikroskope. Schätzung 2'' oder 5^{cc}

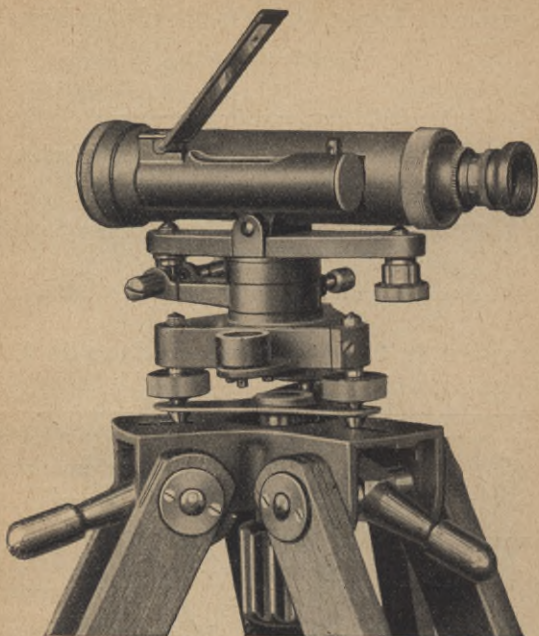
Größte Wirtschaftlichkeit der damit durchgeführten Messungen

FENNEL-Nivelliere und **Theodolite** für alle Messungen

Otto Fennel Söhne k.-g. Kassel 46

Ruf 31 034

Seit 1851



Heyde

Nivellier-, Bussolen-Instrumente

Theodolite, Tachymeter

seit über 60 Jahren

Verlangen Sie Katalog!

G. Heyde K.-G., Dresden 23

Berliner Lithographisches Institut Julius Moser

Gegründet 1861

Entwurf, Herstellung, Drucklegung von
geologischen, topographischen, statistischen

Karten, Profilen, Stadtplänen

Eigene kartographische Abteilung

Lieferantengrößter staatlicher u. kommunaler Behörden

Berlin W 35, Potsdamer Straße 91

VERLANGEN SIE AUSFÜHRL. BROSCHÜRE 1552

**S
T
A
B
I
L**



**Zeichen-
geräte aus
deutschem
KUNSTSTOFF**

**Mathematisch
genau
bleibend**

unzerbrechlich

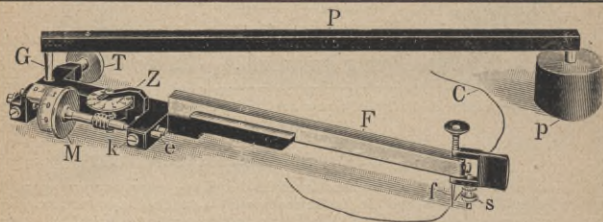


MARABUWERKE A.G. TAMM · WÜRTT.

A. OTT, KEMPTEN (BAYERN)

Planimeter f. die verschiedensten Zwecke

Präzisions-Pantographen



Koordinatographen

Affini-Pantographen

Th. Rosenberg Inh. W. Lummert

Am Tempelhofer Berg 7 Berlin SW 29 Fernspr.: Berlin 66 69 02
Werkstätte für alle Zweige des Vermessungswesens

Instrumente für Basis-Messung
mittels horizontaler Distanzlatte nach H. Böhler und

Jäderin-Basis-Meßverfahren

Nivellier-Instrumente
mit Kippschraube nach
Geheimrat Vogler

Tachymeter, Kippregeln
Bussolen, Meßtische

Stereoskope (Bildbetracht.)
nach Dr. Ing. H. Lüscher vom
Reichswehrministerium

Einfache Quadratnetz-
zeichner

D. R. G. M. 334 554
nach Otto Schleicher

Nur bewährte Konstruktionen. Gründet 1885. Beste Referenzen! Solide exakte Arbeit. Ill. Kataloge gratis!



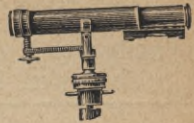
Nivellier-Instrumente

modernster Bauart, unveränderliche Justierung

Spezial.: Taschen-Nivelliere

mit 90° Winkelmesser
RM 44.—, ohne Winkel-
messer RM 36.—, Theo-
dolite, Meßgeräte, Reiß-
zeuge, Zeichenmaterial

Illustrierte Preisliste gratis!



Gegr. 1886

Georg Butenschön • Bahrenfeld b. Hamb.

Wer große Ansprüche an Vollständigkeit der Tafel und Schnelligkeit des Rechnens stellt, benutzt

Dr. A. L. Crelles Rechentafeln

welche alles Multiplizieren und Dividieren mit Zahlen unter Tausend ganz ersparen, bei großen Zahlen aber die Rechnung erleichtern und sicherer machen. Neue Ausgabe. Besorgt von O. Seeliger. Mit Tafeln der Quadrat- und Kubikzahlen von 1—1000, VII, 501 Seiten. Folio. 1930. Geb. RM 26.—

Diese Reihentafeln von Crelle liegen auch in englischer und französischer Ausgabe vor. Geb. RM 26.—

VERLAG WALTER DE GRUYTER & CO / BERLIN W 35



Vermessungsinstrumente
Vermessungsgeräte und
Zubehör. Zeichnungsmö-
bel, Zeichenmaschinen
Lichtpausanlagen, maß-
haltige Zeichenstoffe.

G. SCHABEROW BERLIN C2
GERTRAUDENSTR. 23 • Verlang. Sie Katalog

Nr. 338 V



Sie arbeiten schneller bei Landvermessungen
mit

Hensoldt

Steigungsmesser einfaches Gerät zur Mes-
sung von Steigungen bzw. Gefällen

Kl. Entfernungsmesser zur Bestimmung
von Entfernungen bis 4 km

Verlangen Sie unsere
Liste Klein-Optik

Kreuzvisier für 90° u. 180° . Winkelprisma
ohne Spiegelbelag

M. Hensoldt & Söhne, Optische
Werke A.G. **Wetzlar**

THEODOLITE UND NIVELLIERE

GEBRÜDER MILLER, INNSBRUCK

**Versandhaus für Vermessungs-
wesen**

Schmidt & Süsse, Kom.-Ges.

Kassel 22, Hohenzollernstr. 3,
Fernruf: 30 642

Vermessungsbedarf Theodolite, Nivellier-Instrumente und -Latten, Winkelprismen, Meßplatten und Fluchtstäbe, Bandmaße, Pantographen, Planimeter, Reißzeuge, Rechenschieber, Maßstäbe, Dreiecke, Zeichen- u. Pauspapiere, Schreibmaterial, Formulare, Fachliteratur

Prospekt unentgeltlich

Auslieferungslager in Breslau,
Gartenstr. 33 — Fernruf 34852

Bezirks-Vertretung Berlin N 65
Lynarstr. 5/6, Fernruf: 46 76 53

**METHODEN
DER PRAKTISCHEN
ANALYSIS**

Von

Prof. Dr. Fr. A. Willers

Mit 132 Figuren. 344 Seiten. 1928.

RM 20.—, geb. 21.50

(Göschens Lehrbücherei Bd. 12)

Verlag

Walter de Gruyter & Co

Berlin W 35

PROF. DR.-ING. P. WERKMEISTER

VERMESSUNGSKUNDE

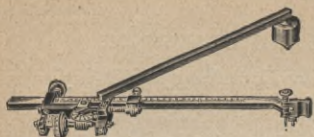
I. Stückmessung und Nivellieren. 6. Auflage. Mit 145
Figuren. 162 Seiten. 1958. Sammlung Göschchen Bd. 468.

II. Messung von Horizontalwinkeln, Festlegung von
Punkten im Koordinatensystem, Absteckungen. 4. Auf-
lage. Mit 95 Abbildungen. 147 Seiten. 1959.

Jeder Band in Leinen geb. RM 1.62

VERLAG WALTER DE GRUYTER & CO

BERLIN W 35



**POLAR-
PLANIMETER
TRANS-
PORTEURE**

**Katasterreißfedern
Katasternullzirkel
Winkelprismen**

aus optisch reinem Glas

Geb. HAFF GmbH. Pfronten - Ried (Allgäu)
gegr. 1835 Postfach Nr. 143

Mars-Lumograph

für einwandfreie Zeichnungen
und tadellose Lichtpausen!
D.R.P. 19 Härtegrade



J. S. STAEDTLER
MARS-Bleistiffabrik NÜRNBERG

Die Reichskartenwerke

mit besonderer Behandlung der Darstellung der Bodenformen

Von WILHELM KLEFFNER

Techn. Oberinspektor im Reichsamt für Landesaufnahme

*Groß-Oktav. VI, 108 Seiten mit 56 Abbildungen im Text und 16
Kartenbeilagen. 1939. Geb. RM 6.—*

Aus dem Inhalt: Teil I: Karten. 1. Die geodätischen Grundlagen für die Karte. 2. Von der Natur der Karten. 3. Die amtlichen Kartenwerke und die Art ihrer Geländedarstellung. 4. Seekarten und geologische Karten. Teil II: Kartenvervielfältigung. A. Geodätische Maßhaltigkeit und Genauigkeit bei der Vervielfältigung von Karten. Teil III: Betrachtung einiger in- und ausländischer amtlicher Kartenwerke unter besonderer Berücksichtigung der Art ihrer Geländedarstellung.

Kartographie

Ihre Aufgaben und Bedeutung für die Kultur der Gegenwart

Von MAX ECKERT-GREIFENDORFF †

Oktav. VII, 437 Seiten. 1939. Geb. RM 15.—

Auf Grund seiner ein halbes Jahrhundert umfassenden Erfahrungen und Studien gibt der Altmeister der deutschen Kartographie, Max Eckert-Greifendorff, in diesem seinem letzten Buche einen Überblick über das gesamte Gebiet der Kartenwissenschaft. Gleichsam als Fortsetzung und willkommene Ergänzung seines zweibändigen Standardwerkes „Die Kartenwissenschaft“ wird ein anschauliches Bild vom derzeitigen Stand kartographischer Wissenschaft und Forschung gegeben. Richtungweisend legt das Werk fest, was dem heutigen kartographischen Schaffen von wirklichem Nutzen ist. Ausgehend von den Grundelementen der wissenschaftlichen Kartographie weist der Verfasser mit überzeugender Eindringlichkeit auf die kulturellen Aufgaben der Kartographie hin. In schlüssiger Form zeigt er das Eingreifen der Karte in die Forschung und welche hohe Bedeutung ihr als Kulturträger zukommt. So gibt das Buch eine Fülle von Anregungen sowie Hinweise auf neue Wege und Ziele kartographischer Forschung, die in der Forderung nach einem „Deutschen Kartographischen Forschungsinstitut“ gipfeln.

VERLAG WALTER DE GRUYTER & CO

BERLIN W 35

MAX ECKERT

Die Kartenwissenschaft

*Forschungen und Grundlagen zu einer Kartographie
als Wissenschaft. Quart.*

Erster Band. Mit 10 Abbildungen im Text und 1 Karte.

XVI, 640 Seiten. 1921. RM 50.—, geb. 33.—

Zweiter Band. Mit 33 Abbildungen im Text und 2
Tafeln. XIV, 880 Seiten. 1925.

RM 45.—, geb. 48.—

MAX ECKERT-GREIFENDORFF

Kartenkunde

Sammlung Göschen Band 30

Mit 66 Abbildungen.

Geb. RM 1.62

VERLAG WALTER DE GRUYTER & CO.

BERLIN W 35

In der Sammlung Göschel sind erschienen:

Mathematische Instrumente

von Dr. Fr. A. Willers, Privatdozent an der Technischen
Hochschule Charlottenburg
144 Seiten. Mit 68 Figuren. 1926. Band 922. Geb. RM 1.62

Geodäsie

(Landesvermessung und Erdmessung)

von Prof. Dr. Gustav Förster, Abteilungsvorsteher im
Preuß. Geodätischen Institut bei Potsdam
121 Seiten. Mit 33 Figuren. 1927. Band 102. Geb. RM 1.62

Graphische Darstellung in Wissenschaft und Technik

von Prof. Dr. M. Pirani. Zweite, verbesserte Auflage be-
sorgt durch Dr. I. Runge
147 Seiten. Mit 71 Abbild. 1931. Band 728. Geb. RM 1.62

Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate

von Wilh. Weithrecht, Professor der Geodäsie in Stutt-
gart. Zweite, veränderte Auflage

I. Teil: Abteilung der grundlegenden Sätze und Formeln.
127 Seiten. Mit 8 Figuren. 1938. Band 302. Geb. RM 1.62
II. Teil: Zahlenbeispiele. 141 Seiten. Mit 8 Figuren. 1920.
Neudruck. Band 641. Geb. RM 1.62

**Verlag Walter de Gruyter & Co.
Berlin W 35**

Mathematische und verwandte Literatur in Auswahl

WALTER DE GRUYTER & CO. / BERLIN W 35

a) AUS DER SAMMLUNG GÖSCHEN

- Geschichte der Mathematik.** Von Prof. Dr. Heinrich Wieleitner. 2 Bände.
I: Von den ältesten Zeiten bis zur Wende des 17. Jahrhunderts. 136 Seiten. Neudruck 1939. II: Von 1700 bis zur Mitte des 19. Jahrhunderts. 154 Seiten. Neudruck 1939. (Samml. Göschen Nr. 226, 875)
Geb. je RM. 1.62
- Fünfstellige Logarithmen.** Mit mehreren graphischen Rechentafeln und häufig vorkommenden Zahlwerten. Von Professor A. Adler. Zweite Aufl. 117 S. u. 1 Taf. (Samml. Göschen Bd. 423) . . . Geb. RM. 1.62
- Vierstellige Tafeln und Gegentafeln** für logarithmisches und trigonometrisches Rechnen in zwei Farben zusammengestellt. Von Professor Dr. Hermann Schubert. Neue Ausgabe von Dr. Robert Haußner, o. ö. Professor an der Universität Jena. 177 Seiten. Neue, verbesserte Auflage. 1940. (Samml. Göschen Bd. 81) . . . Geb. RM. 1.62
- Mathematische Formelsammlung.** Von Professor O. Th. Bürklen †. Vollständig umgearbeitete Neuausgabe von Dr. F. Ringleb. Mit 37 Figuren. Dritte, verbesserte Auflage. Neudruck. 272 Seiten. 1939. (Sammlung Göschen Bd. 51) . . . Geb. RM. 1.62
- Formelsammlung zur praktischen Mathematik.** Von Dr. Günther Schulz. Mit 10 Abbild. 147 S. 1937. (Sammlung Göschen Bd. 1110.) Geb. RM. 1.62
- Mengenlehre.** Von Professor Dr. E. Kamke. Mit 6 Figuren. 160 Seiten. 1928. (Samml. Göschen Bd. 999) . . . Geb. RM. 1.62
- Arithmetik.** Von Studienrat Prof. Paul B. Fischer. Mit 19 Abbildungen. 152 Seiten. 1938. (Sammlung Göschen Bd. 47) . . . Geb. RM. 1.62
- Elementare Algebra vom höheren Standpunkt.** Von Dr. Wolfgang Krull, o. Professor an der Universität Bonn. Mit 6 Zeichnungen. 143 Seiten. 1939. (Sammlung Göschen Bd. 930.) . . . Geb. RM. 1.62
- Höhere Algebra.** Von Dr. Helmut Hasse, o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Göttingen.
I: Lineare Gleichungen. Zweite, verbesserte Auflage. 152 Seiten. 1933. (Samml. Göschen Bd. 931) . . . Geb. RM. 1.62
II: Gleichungen höheren Grades. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 5 Fig. 158 Seiten. 1937. (Samml. Göschen Bd. 932) Geb. RM. 1.62
- Aufgabensammlung zur höheren Algebra.** Von Dr. Helmut Hasse, o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Göttingen. 160 Seiten. 1934. (Sammlung Göschen Bd. 1082) . . . Geb. RM. 1.62
- Einführung in die Zahlentheorie.** Von Dr. Arnold Scholz, Dozent der Mathematik an der Universität Kiel. 136 Seiten. 1939. (Sammlung Göschen Band 1131) . . . Geb. RM. 1.62
- Gruppentheorie.** Von Dr. Ludwig Baumgartner in München. Mit 8 Figuren. 120 Seiten. 1921. (Samml. Göschen Bd. 837) . . . Geb. RM. 1.62

- Determinanten.** Von Studienrat Professor Paul B. Fischer. Dritte, verbesserte Auflage. Durchgesehener Neudruck. 136 Seiten. 1932. (Samml. Göschen Bd. 402) Geb. RM. 1.62
- Differentialrechnung.** Von Prof. Dr. A. Witting, Oberstudienrat i. R. in Dresden. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 94 Figuren und 189 Beispielen. 191 Seiten. 1936. (Samml. Göschen Bd. 87) . . . Geb. RM. 1.62
- Integralrechnung.** Von Prof. Dr. A. Witting, Oberstudienrat i. R. in Dresden. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 62 Figuren und 190 Beispielen. 176 Seiten. 1940. (Samml. Göschen Bd. 88) Geb. RM. 1.62
- Repetitorium und Aufgabensammlung zur Differentialrechnung.** Von Professor Dr. A. Witting. Mit 58 Figuren und 405 Beispielen und Aufgaben. 136 Seiten. 1935. (Samml. Göschen Bd. 146) . . . Geb. RM. 1.62
- Repetitorium und Aufgabensammlung zur Integralrechnung.** Von Prof. Dr. A. Witting. Mit 32 Figuren und 305 Beispielen. 118 Seiten. 1934. (Samml. Göschen Bd. 147) Geb. RM. 1.62
- Elementare Reihenlehre.** Von Dr. Hans Falckenberg, Professor an der Universität Gießen. Mit 4 Figuren im Text. 136 Seiten. 1926. (Samml. Göschen Bd. 943) Geb. RM. 1.62
- Komplexe Reihen nebst Aufgaben über reelle und komplexe Reihen.** Von Dr. Hans Falckenberg, Professor an der Universität Gießen. Mit 3 Figuren im Text. 140 Seiten. 1931. (Samml. Göschen Bd. 1027) . . . Geb. RM. 1.62
- Gewöhnliche Differentialgleichungen.** Von Prof. Dr. G. Hohelsel. Dritte, neubearbeitete Auflage. 126 Seiten. 1938. (Samml. Göschen Bd. 920) Geb. RM. 1.62
- Aufgabensammlung zu den gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen.** Von Professor Dr. G. Hohelsel. 148 Seiten. 1933. (Sammlung Göschen Bd. 1059) Geb. RM. 1.62
- Integralgleichungen.** Von Prof. Dr. G. Hohelsel. 136 Seiten. 1936. (Samml. Göschen Bd. 1099) Geb. RM. 1.62
- Variationsrechnung I.** Von Dr. Lothar Koschmieder, o. Professor an der Deutschen Technischen Hochschule in Brünn. Mit 21 Fig. 128 Seiten. 1933. (Samml. Göschen Bd. 1074) Geb. RM. 1.62
- Elemente der Funktionentheorie.** Von Dr. Konrad Knopp, o. Prof. an der Universität Tübingen. Mit 23 Fig. 144 Seiten. 1937. (Samml. Göschen Bd. 1109.) Geb. RM. 1.62
- Funktionentheorie.** Von Dr. Konrad Knopp, o. Professor an der Universität Tübingen.
- Erster Teil: Grundlagen der allgemeinen Theorie der analytischen Funktionen. Mit 8 Figuren. Fünfte, verbesserte Auflage. 136 Seiten. 1937. (Samml. Göschen Bd. 668) Geb. RM. 1.62
- Zweiter Teil: Anwendungen und Weiterführung der allgemeinen Theorie. Mit 7 Figuren. Vierte, verbesserte Auflage. 138 Seiten. 1931. (Samml. Göschen Bd. 703) Geb. RM. 1.62
- Aufgabensammlung zur Funktionentheorie.** Von Dr. Konrad Knopp, o. Professor an der Universität Tübingen.
- Erster Teil: Aufgaben zur elementaren Funktionentheorie. Zweite, verbesserte Auflage. 136 Seiten. 1931. (Samml. Göschen Bd. 877) Geb. RM. 1.62
- Zweiter Teil: Aufgaben zur höheren Funktionentheorie. 143 Seiten. 1928. (Samml. Göschen Bd. 878) Geb. RM. 1.62

- Einführung in die konforme Abbildung.** Von Dr. Ludwig Bleiberbach, o. ö. Professor an der Universität Berlin. Dritte Auflage. Mit 42 Zeichnungen. 136 Seiten. 1937. (Samml. Göschen Bd. 768). Geb. RM. 1.62
- Ebene und sphärische Trigonometrie.** Von Professor Dr. Gerhard Hessenberg. Mit 59 Figuren. Vierte Auflage, unveränderter Neudruck. 171 Seiten. 1940. (Samml. Göschen Bd. 99) Geb. RM. 1.62
- Analytische Geometrie der Ebene.** Von Dr. R. Haußner, o. ö. Professor an der Universität Jena. Zweite, verb. Auflage. Mit 60 Figuren. 164 Seiten. 1934. (Samml. Göschen Bd. 65) Geb. RM. 1.62
- Sammlung von Aufgaben und Beispielen zur analytischen Geometrie der Ebene** mit den vollständigen Lösungen. Von Dr. R. Haußner, o. ö. Professor an der Universität Jena. Mit 22 Figuren im Text. 139 Seiten. 1933. (Samml. Göschen Bd. 256) Geb. RM. 1.62
- Analytische Geometrie des Raumes.** Von Dr. Robert Haußner, o. ö. Professor an der Universität Jena. Mit 36 Figuren im Text. 132 Seiten. 1935. (Samml. Göschen Bd. 89) Geb. RM. 1.62
- Koordinatensysteme.** Von Professor Paul B. Fischer, Studienrat am Gymnasium zu Berlin-Steglitz. Mit 8 Figuren. Zweite, verbesserte Auflage. 128 Seiten. 1919. (Samml. Göschen Bd. 507) . . . Geb. RM. 1.62
- Nichteuklidische Geometrie.** Von Professor Dr. Richard Baldus. Mit 71 Figuren. 152 Seiten. 1927. (Samml. Göschen Bd. 970) . . . Geb. RM. 1.62
- Algebraische Kurven.** Neue Bearbeitung von Prof. Dr. H. Wieleitner.
 Erster Teil: Gestaltliche Verhältnisse. Mit 97 Figuren. Durchgesehener Neudruck. 146 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 435) Geb. RM. 1.62
 Zweiter Teil: Allgemeine Eigenschaften. Mit 35 Figuren. 123 Seiten. Neudruck 1939. (Samml. Göschen Bd. 436) Geb. RM. 1.62
- Projektive Geometrie.** Von Professor Dr. Karl Doehlemann. Neue einbändige Ausgabe von Dr. H. Timerding, Prof. an der Technischen Hochschule Braunschweig. Mit 37 Figuren. 131 Seiten. 1937. (Samml. Göschen Bd. 72) Geb. RM. 1.62
- Aufgabensammlung zur projektiven Geometrie.** Von Dr. H. Timerding, Professor an der Technischen Hochschule Braunschweig. Mit 65 Figuren. 140 Seiten. 1933. (Sammlung Göschen Bd. 1060). Geb. RM. 1.62
- Differentialgeometrie I: Raumkurven und Anfänge der Flächentheorie.** Von Dr. Rudolf Rothe, o. Professor an der Technischen Hochschule Berlin. Mit 32 Abbildungen. 132 Seiten. 1937. (Samml. Göschen Bd. 1113) Geb. RM. 1.62
- Vektoranalysis.** Von Dr. Siegfried Valentiner, Professor für Physik an der Bergakademie Clausthal. Mit 16 Figuren. Fünfte, erneut durchgesehene Auflage. 136 Seiten. 1938. (Samml. Göschen Bd. 354) . Geb. RM. 1.62
- Darstellende Geometrie.** Von Dr. Robert Haußner, o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Jena.
 Erster Teil: Elemente; Ebenflächige Gebilde. Fünfte, unveränderte Auflage. Mit 110 Figuren im Text. 207 Seiten. 1940. (Samml. Göschen Bd. 142) Geb. RM. 1.62
 Zweiter Teil: Perspektive ebener Gebilde; Kegelschnitte. Dritte, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 88 Figuren im Text. 168 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 143) Geb. RM. 1.62
 Dritter Teil: Zylinder, Kegel, Kugel, Rotations- und Schraubenflächen, Schattenkonstruktionen, Axonometrie. Von Dr. Robert Haußner, o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Jena, und Dr. Wolfgang Haack, Professor für Mathematik an der Technischen Hochschule Karlsruhe. Mit 65 Figuren im Text. 141 S. 1931. (Sammlung Göschen Bd. 144) Geb. RM. 1.62

Vierter Teil: Freie und gebundene Perspektive, Photogrammetrie, ko-
tizierte Projektion. Von Dr. Robert Haußner, o. ö. Professor der Mathe-
matik an der Universität Jena, und Dr. Wolfgang Haack, Professor für
Mathematik an der Techn. Hochschule Karlsruhe. Mit 76 Figuren
im Text. 144 Seiten. 1933. (Samml. Göschen Bd. 1063). Geb. RM. 1.62

Wahrscheinlichkeitsrechnung. Von Professor Dr. Otto Knopf. I. 112 Seiten.
1923. II. Mit 10 Figuren. 112 Seiten. 1923. (Samml. Göschen Bd. 508
und 871) Geb. je RM. 1.62

Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Von
Professor Wilhelm Weitbrecht. Zweite, veränderte Auflage.

I. Teil: Ableitung der grundlegenden Sätze und Formeln. Mit 8 Figuren.
Neudruck. 127 Seiten. 1938. (Samml. Göschen Bd. 302) Geb. RM. 1.62

II. Teil: Zahlenbeispiele. Mit 8 Figuren. Neudruck. 141 Seiten. 1920.
(Samml. Göschen Bd. 641) Geb. RM. 1.62

Versicherungsmathematik. Von Dr. Friedrich Böhm, Professor an der
Universität München.

I. Elemente der Versicherungsrechnung. 2., vermehrte u. verbesserte
Auflage. 144 Seiten. 1937. (Sammlung Göschen Bd. 180) Geb. RM. 1.62

II. Lebensversicherungsmathematik. Einführung in die technischen
Grundlagen der Sozialversicherung. 171 Seiten. 1926. (Samml. Göschen
Bd. 917) Geb. RM. 1.62

Politische Arithmetik. (Zinseszinsen-, Renten- und Anleiherechnung.) Von
Dr. Emil Foerster, Honorarprofessor an der Technischen Hochschule in
Wien. Mit 7 Figuren. 155 Seiten. 1924. (Samml. Göschen Bd. 879)
Geb. RM. 1.62

Graphische Darstellung in Wissenschaft und Technik. Von Professor Dr.
M. Pirani. Zweite, verbesserte Auflage, besorgt durch Dr. I. Runge. Mit
71 Abbildungen. 149 Seiten. 1931. (Samml. Göschen Bd. 728) Geb. RM. 1.62

Numerische Integration. Von Professor Dr. Fr. A. Willers. Mit 2 Figuren.
116 Seiten. 1923. (Samml. Göschen Bd. 864) Geb. RM. 1.62

Graphische Integration. Von Professor Dr. Fr. A. Willers. Mit 53 Figuren.
142 Seiten. 1920. (Samml. Göschen Bd. 801) Geb. RM. 1.62

Praktisches Zahlenrechnen. Von Professor Dr.-Ing. P. Werkmeister. Mit
60 Figuren. Zweite, verbesserte Auflage. 136 Seiten. 1929. (Samml.
Göschen Bd. 405). Geb. RM. 1.62

Mathematische Instrumente. Von Professor Dr. Fr. A. Willers. Mit 68 Fi-
guren. 144 Seiten. 1926. (Samml. Göschen Bd. 922) . . Geb. RM. 1.62

Geodäsie (Landesvermessung u. Erdmessung). Von Prof. Dr. Gustav Förster.
Mit 33 Figuren. 122 Seiten. 1927. (Samml. Göschen Bd. 102) Geb. RM. 1.62

Vermessungskunde. Von Professor Dr.-Ing. P. Werkmeister.

I: Stückmessung und Nivellieren. Mit 145 Figuren. Sechste Auflage.
162 Seiten. 1938. (Samml. Göschen Bd. 468) . . . Geb. RM. 1.62

II: Messung von Horizontalwinkeln, Festlegung von Punkten im Ko-
ordinatensystem. Absteckungen. Mit 93 Figuren. Vierte Auflage.
147 Seiten. 1939. (Samml. Göschen Bd. 469) . . . Geb. RM. 1.62

III: Trigonometrische und barometrische Höhenmessung. Tachymetrie
und Topographie. Mit 63 Figuren. Dritte Auflage. 144 Seiten.
1934. (Samml. Göschen Bd. 862) Geb. RM. 1.62

- Graphische Statik** mit besonderer Berücksichtigung der Einflußlinien. Von Dipl.-Ing. Otto Henkel, Bauingenieur und Studienrat an der Bauwerksschule in Erfurt. 2 Teile. 2. Auflage. 1929. (Samml. Göschen Bd. 603 u. 695) Geb. je RM. 1.62
- Statik.** I. Teil: Die Grundlagen der Statik starrer Körper. Von Professor Dr.-Ing. Ferd. Schleicher in Berlin. Mit 47 Abbildungen. 143 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 178) Geb. RM. 1.62
- Dynamik.** Von Prof. Dr. Wilhelm Müller. I: Dynamik des Einzelkörpers. Mit 70 Figuren. 160 Seiten. 1925. (Samml. Göschen Bd. 902) Geb. RM. 1.62
II: Dynamik von Körpersystemen. Mit 51 Figuren. 137 Seiten. 1925. (Samml. Göschen Bd. 903) Geb. RM. 1.62
- Hydraulik.** Von Professor Dipl.-Ing. W. Hauber in Stuttgart. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Neudruck. Mit 45 Figuren. 156 Seiten. 1925. (Samml. Göschen Bd. 397) Geb. RM. 1.62
- Elastizitätslehre für Ingenieure.** Von Professor Dr.-Ing. Max Enßlin an der Höheren Maschinenbauschule Eßlingen. 2 Bde. (Samml. Göschen Bd. 519 und 957) Geb. je RM. 1.62
- Einführung in die geometrische Optik.** Von Dr. W. Hinrichs, Berlin-Wilmersdorf. Mit 56 Figuren. Zweite, verbesserte Auflage. 143 Seiten. 1924. (Samml. Göschen Bd. 532) Geb. RM. 1.62
- Technische Tabellen und Formeln.** Von Reg.-Baurat a. D. Prof. Dr.-Ing. W. Müller. Mit 105 Figuren. Dritte, verbesserte und erweiterte Auflage. 151 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 579) Geb. RM. 1.62

b) WEITERE LITERATUR

Journal für die reine und angewandte Mathematik. Gegründet von A. L. Crelle 1826. Herausgegeben von Helmut Hasse. Band 1—140 Preise auf Anfrage, Band 141—144 je RM. 16.—, Band 145—147 je RM. 12.—, Band 148—151 je RM. 10.—, Band 152 RM. 12.—, Band 153 RM. 17.50, Band 154 RM. 30.—, Band 155 u. 156 je RM. 36.— Band 157 u. 158 (Jubiläumsband I/II), Band 159—166 je RM. 36.— Band 167 RM. 56.—, Band 168 RM. 36.—, Band 169 RM. 35.—, Band 170 RM. 35.—, Band 171—182 je RM. 30.—.

Das von A. L. Crelle gegründete „Journal für die reine und angewandte Mathematik“ darf auf eine über hundertjährige ruhmvolle Vergangenheit zurückblicken. Seit seiner Gründung im Jahre 1826 wurde es der Sammelplatz für die Arbeiten der großen Männer, welche seit dieser Zeit der Mathematik einen neuen Aufschwung gab n.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Herausgegeben ab Band 51 von der Preußischen Akademie der Wissenschaften. Jeder der neueren Jahrgänge umfaßt etwa 10 Hefte à 10 Druckbogen. Preis jedes Heftes RM. 18.—. Die Preise der früheren Jahrgänge werden auf Wunsch mitgeteilt.

Das „Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik“ bringt eingehende Besprechungen sämtlicher periodischen und nichtperiodischen Neuerscheinungen auf dem Gebiete der Mathematik und ihrer wichtigsten Anwendungen. Auch die Geschichte und die Grundlagen der Mathematik finden sorgfältige Berücksichtigung.

Das Jahrbuch kann ab Band 51 (1925) nicht nur als Ganzes, sondern auch in einzelnen Sonderheften bezogen werden. Jedes Sonderheft umfaßt einen oder zwei der Hauptabschnitte des Jahrbuchs. Es erscheinen folgende Sonderhefte: I. Geschichte. Grundlagen der Mathematik. Abstrakte Mengenlehre. II. Arithmetik und Algebra. III. Analysis. IV. Geometrie. V. Angewandte Mathematik. — Preise auf Anfrage.

Geschichte der Mathematik. I. Teil: Von den ältesten Zeiten bis Cartesius. Von Professor Dr. S. Günther in München. Mit 56 Figuren. VIII, 428 Seiten. Neudruck 1927. (Samml. Schubert Bd. 18) . Geb. RM. 17.40

II. Teil: Von Cartesius bis zur Wende des 18. Jahrhunderts. Von Prof. Dr. Heinrich Wieleitner. 1. Hälfte: Arithmetik, Algebra, Analysis. Mit 6 Figuren. VIII, 251 Seiten. 1911. (Samml. Schubert Bd. 63.) Geb. RM. 8.40. 2. Hälfte: Geometrie und Trigonometrie. Mit 13 Figuren. VI, 220 Seiten. 1921. (Samml. Schubert Bd. 64) Geb. RM. 3.50

Geschichte der Elementar-Mathematik in systematischer Darstellung. Von Professor Dr. Johannes Tropfke, Oberstudiendirektor i. R., Berlin. Lexikon-Oktav.

- Band 1: Rechnen. VII, 223 Seiten. 3. Aufl., 1930. RM. 12.—, geb. RM. 13.20
- Band 2: Allgemeine Arithmetik. IV, 266 Seiten. 3. Aufl., 1933. RM. 12.—, geb. RM. 13.20
- Band 3: Proportionen, Gleichungen. IV, 239 Seiten. 3., verbesserte u. vermehrte Aufl., 1937 RM. 10.—, geb. RM. 11.—
- Band 4: Ebene Geometrie. 3., verbesserte und vermehrte Auflage, besorgt von Dr. Kurt Vogel. IV, 316 Seiten. 1940. RM. 12.—, geb. RM. 13.—
- Band 5: I. Ebene Trigonometrie. II. Sphärik und sphärische Trigonometrie. IV, 185 Seiten. 2. Aufl., 1923. RM. 7.50, geb. RM. 8.50
- Band 6: Analysis, Analytische Geometrie. IV, 169 Seiten. 2. Aufl., 1924. RM. 7.—, geb. RM. 8.—
- Band 7: Stereometrie. Verzeichnisse. V, 128 Seiten. 2. Aufl., 1924. RM. 6.50, geb. RM. 7.50

Mathematische Forschung in den letzten 20 Jahren. Rede, gehalten am 31. Januar 1921 vor der Mathematischen Gesellschaft Benares von deren Vorsitzendem Ganesh Prasad. Aus dem Englischen übersetzt von Dr. Friedrich Lange. Groß-Oktav. 37 Seiten. 1923 RM. 0.80

Dasselbe in englischer Sprache. 1923 RM. 0.80

Neue Rechentafeln. Für Multiplikation und Division mit allen ein- bis vierstelligen Zahlen. Herausgegeben von Professor Dr. J. Peters. Observator am Astronomischen Recheninstitut. Folio-Format. VI, 500 Seiten. 1909 Geb. RM. 20.—

Diese Rechentafeln von Peters sind ebenfalls in französischer wie englischer Ausgabe zu haben Geb. je RM. 20.—

Dr. A. L. Crelles Rechentafeln, welche alles Multiplizieren und Dividieren mit Zahlen unter Tausend ganz ersparen, bei größeren Zahlen aber die Rechnung erleichtern und sicherer machen. Neue Ausgabe. Besorgt von O. Seeliger. Mit Tafeln der Quadrat- und Kubikzahlen von 1—1000. VII, 501 Seiten. Folio. 1938. Geb. RM. 22.—

Diese Rechentafeln von Crelle liegen auch in englischer und französischer Ausgabe vor. Geb. je RM. 22.—

Rechen-Resultate. Tabellen zum Ablesen der Resultate von Multiplikationen und Divisionen bis $100 \times 1000 = 100\,000$ in Bruchteilen und ganzen Zahlen sowie für Rechnen mit Zahlen jeder Größe, Radizieren (Wurzelsuchen) nach vereinfachtem Verfahren. Von F. Triebel, Technischem Oberinspektor der Reichsdruckerei i. R. Sechste Auflage, 21.—25. Tausend. Mit Seitenregistern. 290 Seiten. (Verlag von M. Krayn, Berlin). Geb. RM. 18.—

Fünfstellige Logarithmentafeln der trigonometrischen Funktionen für jede Zeitsekunde des Quadranten. Herausgegeben von Prof. Dr. J. Peters, Observator am Astronomischen Recheninstitut. Lexikon-Oktav. IV, 82 Seiten. 1912 Geb. RM. 7.—

- Vollständige logarithmische und trigonometrische Tafeln.** Von Professor Dr. E. F. August. Neunundvierzigste Auflage in der Bearbeitung von Professor Dr. F. August. Oktav. VII, 204 Seiten. 1931 Geb. RM. 2.—
- Vorstellige Logarithmentafeln.** Von Professor Dr. Max Zacharias und Dr. Paul Meth. Groß-Oktav. 43 Seiten. 1927 Geb. RM. 1.50
- Logarithmische Rechentafeln. Laboratoriums-Taschenbuch für Chemiker, Pharmazeuten, Mediziner und Physiker.** Gegründet von Professor Dr. F. W. Küster †. Neubearbeitet von Dr. A. Thiel, o. ö. Professor der physikalischen Chemie, Direktor des Physik.-Chem. Instituts der Universität Marburg. Sechsendvierzigste bis fünfzigste Auflage. Oktav. 278 Seiten. 1940 Geb. RM. 7.80
- Fünfstellige Tafeln der Kreis- und Hyperbelfunktionen sowie der Funktionen e^x und e^{-x} mit den natürlichen Zahlen als Argument.** Von Dr.-Ing. Keiichi Hayashi, Professor an der Kaiserlichen Kyushu-Universität Fukuoka-Hakosaki, Japan. Oktav. IV, 182 Seiten. Neudruck 1938. RM. 9.—
- Mathematische Mußstunden.** Eine Sammlung von Geduldspielen, Kunststücken und Unterhaltungsaufgaben mathematischer Natur. Von Prof. Dr. Hermann Schubert, neubearbeitet von Professor Dr. F. Fitting, München-Gladbach. 6. Auflage. Oktav. 260 Seiten. 1940. Geb. RM. 4.80
- Lehrbuch der Mathematik zum Selbstunterricht und für Studierende der Naturwissenschaften und der Technik.** Eine Einführung in die Differential- und Integralrechnung und in die analytische Geometrie. Von Professor Dr. Georg Scheffers. Mit 438 Fig. Achte Aufl. Lex.-Okt. VIII, 743 Seiten. 1940 Geb. RM. 15.—
- Lehrbuch der höheren Mathematik für Universitäten und Technische Hochschulen, bearbeitet nach den Vorlesungen von Dr. Gerhard Kowalewski, o. Prof. an der Technischen Hochschule zu Dresden, o. Mitglied der Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig. 3 Bände. 1933. Jeder Band ist einzeln käuflich. Geb. je RM. 3.80**
- I. Vektorrechnung und analytische Geometrie.
- II. Hauptpunkte der analytischen Geometrie des Raumes. — Grundbegriffe der Differential- und Integralrechnung.
- III. Fortsetzung der Differential- und Integralrechnung. — Differentialgleichungen. Differentialgeometrie. Funktionen einer komplexen Veränderlichen. — Probleme der Variationsrechnung.
- Grundbegriffe und Hauptsätze der höheren Mathematik, insbesondere für Ingenieure und Naturforscher.** Von Dr. Gerhard Kowalewski, o. Professor an der Technischen Hochschule zu Dresden. Mit 40 Figuren. Groß-Oktav. 156 Seiten. 1938 Geb. RM. 5.—
- Einführung in die Axiomatik der Algebra.** Von Dr. H. Beck, o. Professor an der Universität Bonn. X, 197 Seiten. 1926. (Göschens Lehrbücherei Bd. 6) RM. 9.—, geb. RM. 10.50
- Algebra I: Die Grundlagen.** Von Dr. Oskar Perron, o. ö. Professor an der Universität München. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 4 Figuren. VIII, 301 Seiten. 1932. (Göschens Lehrbücherei Bd. 8) Geb. RM. 11.50
- Algebra II: Theorie der algebraischen Gleichungen.** Von Dr. Oskar Perron, o. ö. Professor an der Universität München. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 5 Figuren. VIII, 261 S. 1933. (Göschens Lehrbücherei Bd. 9) Geb. RM. 9.50

- Einführung in die Determinantentheorie** einschließlich der Fredholm'schen Determinanten. Von Dr. Gerhard Kowalewski, o. Professor an der Technischen Hochschule in Dresden. Zweite, verbesserte Auflage. Groß-Oktav. IV, 304 Seiten. 1925 RM. 14.—, geb. RM. 15.50
- Grundlehren der neueren Zahlentheorie.** Von Professor Dr. Paul Bachmann. Dritte, neu durchgesehene Auflage. Herausgegeben von Dr. Robert Haußner, ord. Professor an der Universität Jena. Mit 10 Figuren. XVI, 252 Seiten. 1931. (Göschens Lehrbücherei Bd. 3) RM. 9.50, geb. RM. 10.50
- Synthetische Zahlentheorie.** Von Dr. Rudolf Fueter, o. Professor an der Universität Zürich. Zweite, verbesserte Auflage. VIII, 276 Seiten. 1925. (Göschens Lehrbücherei Bd. 4) RM. 10.—, geb. RM. 12.—
- Das Fermatproblem in seiner bisherigen Entwicklung.** Von Professor Dr. Paul Bachmann. Oktav. VIII, 160 Seiten. 1919 RM. 2.50
- Irrationalzahlen.** Von Dr. Oskar Perron, o. ö. Professor an der Universität München. Zweite, durchges. Aufl. VIII, 199 Seiten. 1939. (Göschens Lehrbücherei Bd. 1) Geb. RM. 9.80
- Komplex-Symbolik,** eine Einführung in die analytische Geometrie mehrdimensionaler Räume. Von Prof. Dr. Roland Weitzenböck. (Sammlung Schubert Band LVII.) Gr. 8°. VI, 191 S. 1908. Geb. RM. 6.40
- Allgemeine Formen- und Invariantentheorie.** Von Prof. Dr. W. Franz Meyer. I. Band: Binäre Formen. (Sammlung Schubert Band XXXIII.) Gr. 8°. VIII, 376 S. 1909 Geb. RM. 11.70
- Reihenentwicklungen in der mathematischen Physik.** Von Dr. Josef Lense, o. ö. Professor der Technischen Hochschule München. Mit 30 Abbildungen. 178 Seiten. 1933. Geb. RM. 9.50
- Lehrbuch der Differentialgleichungen.** Von Professor Dr. Heinrich Liebmann. Mit zahlreichen Figuren. VI, 226 Seiten. 1901 . . . RM. 6.—
- Gewöhnliche Differentialgleichungen.** Von Dr. J. Horn, em. o. Professor an der Technischen Hochschule Darmstadt. Dritte Auflage. Mit 4 Figuren. VIII, 195 Seiten. 1937. (Göschens Lehrbücherei Bd. 10). Geb. RM. 10.50
- Partielle Differentialgleichungen.** Von Dr. J. Horn, em. o. Professor an der Technischen Hochschule Darmstadt. Zweite, umgearbeitete Auflage. Mit 8 Figuren. VIII, 228 Seiten. 1929. (Göschens Lehrbücherei Bd. 14) RM. 11.—, geb. RM. 12.—
- Grundzüge und Aufgaben der Differential- und Integralrechnung** nebst den Resultaten. Von Dr. H. Dölp. Neu bearbeitet von Dr. Eugen Netto. 19. Auflage. Oktav. 214 Seiten. 1940. (Verlag von Alfred Töpelmann, Berlin W 35.) RM. 1.95
- Integralgleichungen.** Von Dr. Gerhard Kowalewski, o. Professor an der Technischen Hochschule Dresden. Mit 11 Figuren. Groß-Oktav. 302 Seiten. 1930. (Göschens Lehrbücherei Bd. 18) . . RM. 15.—, geb. RM. 16.50
- Differential- und Integralrechnung.** Unter besonderer Berücksichtigung neuerer Ergebnisse. Von Dr. Otto Haupt, Professor an der Universität Erlangen. Unter Mitarbeit von Dr. Georg Aumann, Professor an der Universität Frankfurt (Main). Groß-Oktav. 1938.
1. Band: Einführung in die reelle Analysis. Mit 2 Figuren. 196 Seiten. Geb. RM. 11.20
 2. Band: Differentialrechnung. 168 Seiten Geb. RM. 9.80
 3. Band: Integralrechnung. 183 Seiten Geb. RM. 10.60
(Göschens Lehrbücherei Band 24, 25, 26.)

Funktionentheoretische Vorlesungen. Von Heinrich Burkhardt. Neu herausgegeben von Dr. Georg Faber, o. Professor an der Technischen Hochschule in München.

I. Band 1. Heft. Dritte, umgearbeitete Auflage. Groß-Oktav. X, 182 Seiten. 1920 RM. 6.—, geb. RM. 7.20

I. Band 2. Heft. Fünfte, umgearbeitete Auflage. Groß-Oktav. X, 286 Seiten. 1921 RM. 9.—, geb. RM. 10.50

II. Band. Dritte, vollständig umgearbeitete Auflage. Groß-Oktav. VI, 444 Seiten. 1920 RM. 14.—, geb. RM. 15.50

Elliptische Funktionen. Von Dr. R. König, o. Professor der Mathematik an der Universität Jena, und Dr. M. Krafft, a. o. Professor an der Universität Marburg i. H. Mit 4 Figuren. 263 Seiten. 1928. (Göschens Lehrbücherei Bd. 11) RM. 13.—, geb. RM. 14.50

Elliptische Funktionen. Von Dr. Karl Boehm, Professor an der Technischen Hochschule Karlsruhe.

I. Teil: Theorie der elliptischen Funktionen aus analytischen Ausdrücken entwickelt. Mit 11 Figuren. Oktav. XII, 356 Seiten, Neudruck 1930. (Samml. Schubert Bd. 30) . . Geb. RM. 20.—

II. Teil: Theorie der elliptischen Integrale. Umkehrproblem. Mit 28 Figuren. Oktav. VII, 180 Seiten. 1910. (Samml. Schubert Bd. 61) Geb. RM. 7.80

Einführung in die Theorie der algebraischen Funktionen einer Veränderlichen. Von Heinrich W. E. Jung, o. ö. Professor an der Universität Halle-Wittenberg. Mit 35 Abbildungen im Text. Groß-Oktav. VI, 246 Seiten. 1923 RM. 3.50, geb. RM. 4.—

Elemente der Stereometrie. Von Gustav Holzmüller. 4 Teile. 8^e.

1. Teil. Die Lehrsätze und Konstruktionen. Mit 282 Fig. X, 383 Seiten. 1900 RM. 6.—, geb. RM. 6.60

2. Teil. Die Berechnung einfach gestalteter Körper. Mit 156 Fig. und zahlr. Übungsbeispielen. XV, 477 S. 1900. RM. 10.—, geb. RM. 10.80

3. Teil. Die Untersuchung und Konstruktion schwieriger Raumgebilde. Guldinsche Drehungskörper und Drehungsflächen mit ihren Verallgemeinerungen. Schraubenflächen, Röhrenflächen und ihre Verallgemeinerungen nebst ihren Inversionsverwandten. Krümmungslinien und isothermische Kurvenscharen auf diesen Flächen. Konforme Abbild. Mit 126 Fig. XII, 333 Seiten. 1902 RM. 9.—, geb. RM. 9.80

4. Teil. Fortsetzung der schwierigeren Untersuchungen. Berechnung und stereometrische Darstellung von statischen, Trägheits- und Zentrifugalmomenten homogener Raumgebilde. Simpsonsche Regel, verallgemeinerte Schichtenformel, gewisse Zuordnungen und konforme Abbildungen im Dienste solcher Bestimmungen. Nachtrag über das Katenoid, seine Krümmungsverhältnisse und sphärische Abbildung und über seinen Zusammenhang mit der Gaußschen Pseudosphäre und der Minimal-Schraubenregelfläche. Mit 89 Fig. XI, 311 S. 1902. RM. 9.—, geb. RM. 9.80

Grundlagen der Geometrie. Von Professor Dr. Gerhard Hessenberg. Herausgegeben von Dr. W. Schwan. Mit 77 Figuren. 143 Seiten. 1930. (Göschens Lehrbücherei Bd. 17) RM. 6.50, geb. RM. 7.80

Grundzüge der ebenen Geometrie. Von Professor Dr. F. Bohnert in Hamburg. Mit 220 Figuren. VIII, 223 Seiten. 1915. (Samml. Schubert Bd. 2) Geb. RM. 3.90

Ebene und sphärische Trigonometrie. Von Prof. Dr. F. Bohnert in Hamburg. Zweite Auflage. Dritter Neudruck. Mit 63 Figuren. VIII, 167 Seiten. 1919. (Samml. Schubert Bd. 3) Geb. RM. 4.40

- Einführung in die analytische Geometrie.** Von Professor Dr. Gerhard Kowalewski. Mit 112 Figuren. Dritte, unveränderte Auflage. Lexikon-Oktav. VIII, 360 Seiten. 1929 Geb. RM. 11.20
- Elementargeometrie der Ebene und des Raumes.** Von Professor Dr. Max Zacharias, Studienrat in Berlin. Mit 196 Figuren im Text. 252 Seiten. 1929. (Göschens Lehrbücherei Bd. 16) . . . RM. 13.—, geb. RM. 14.50
- Analytische Geometrie auf der Kugel.** Von Dr. Richard Heger, Professor an der Technischen Hochschule in Dresden. Mit 4 Figuren. (Sammlung Schubert Bd. LIV.) Gr.-Oktav. VII, 152 S. 1908 . . . Geb. RM. 5.20
- Punkt- und Vektor-Rechnung.** Von Dr. Alfred Lotze, Professor für Mathematik an der Technischen Hochschule Stuttgart. Mit 7 Figuren. 192 Seiten. 1929. (Göschens Lehrbücherei Bd. 13) . . . RM. 12.—, geb. RM. 13.—
- Kreis und Kugel.** Von Dr. Wilhelm Blaschke, o. Prof. a. d. Univ. Hamburg. Mit 27 Fig. im Text. Groß-Oktav. X, 169 S. 1916. RM. 4.40, geb. RM. 5.50
- Nichteuklidische Geometrie.** Von Professor Dr. Heinrich Liebmann. Dritte, neubearbeitete Auflage. Mit 40 Fig. 150 S. 1923. RM. 6.—, geb. RM. 7.—
- Liniengeometrie mit Anwendungen.** Von Professor Dr. Konrad Zindler in Innsbruck. I. Teil. Mit 87 Figuren. Neudruck. VIII, 380 Seiten. 1928. (Samml. Schubert Bd. 34) Geb. RM. 18.—
II. Teil. Mit 24 Figuren. VII, 252 Seiten. 1906. (Samml. Schubert Bd. 51) Geb. RM. 9.50
- Projektive Liniengeometrie.** Von Dr. Robert Sauer, Prof. an der Technischen Hochschule Aachen. Mit 36 Abbild. Groß-Oktav. 194 Seiten. 1937. (Göschens Lehrbücherei Bd. 23) Geb. RM. 9.—
- Geometrische Transformationen.** Von Dr. Karl Doehlemann, weil. Professor an der Technischen Hochschule München. Zweite Auflage, herausgegeben von Dr. Wilhelm Olbrich, Professor an der Hochschule für Bodenkultur in Wien. Mit 89 Figuren im Text und 4 Abbildungen. 254 Seiten. 1930. (Göschens Lehrbücherei Bd. 15) RM. 13.—, geb. RM. 14.50
- Vorlesungen über allgemeine natürliche Geometrie und Liesche Transformationsgruppen.** Von Dr. Gerhard Kowalewski, o. ö. Professor an der Technischen Hochschule zu Dresden. Mit 16 Figuren. Groß-Oktav. 280 S. 1931. (Göschens Lehrbücherei Bd. 19) . . . RM. 15.50, geb. RM. 17.—
- Affine Differentialgeometrie.** Von Dr. Erich Salkowski, o. Professor an der Technischen Hochschule Berlin. Groß-Oktav. Mit 23 Figuren. 200 Seiten. 1934. (Göschens Lehrbücherei Bd. 22) Geb. RM. 10.—
- Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf Geometrie.** Von Professor Dr. Georg Scheffers. I. Mit 107 Figuren. Dritte, verbesserte Auflage. XII, 482 Seiten. 1923 RM. 13.—, geb. RM. 14.50
II. Mit 110 Figuren. Dritte, verbesserte Auflage. XI, 582 Seiten. 1922. RM. 15.—, geb. RM. 16.50
- Theorie der Raumkurven und krummen Flächen.** Von Oberstudiendirektor Prof. Dr. V. Kommerell in Tübingen und Prof. Dr. K. Kommerell in Tübingen. I: Krümmung der Raumkurven und Flächen. Vierte Auflage. Mit 38 Figuren. 205 Seiten. 1931. (Göschens Lehrbücherei Bd. 20) Geb. RM. 10.—
II: Kurven auf Flächen. Spezielle Flächen. Theorie der Strahlensysteme. Vierte Auflage. Mit 22 Figuren. 194 Seiten. 1931. Geb. RM. 10.—
- Lehrbuch der darstellenden Geometrie.** Von Dr. Karl Rohn, Geh. Rat, weiland Professor an der Universität Leipzig, und Dr. Erwin Papperitz, Geh. Rat, Professor an der Bergakademie in Freiberg i. Sa. Drei Bände. Groß-Oktav. I. Orthogonalprojektion. Vielfache, Perspektivität ebener Figuren, Kurven, Zylinder, Kugel, Kegel, Rotations- und Schraubenflächen. Vierte, erweiterte Auflage. XX, 502 Seiten. Mit 351 Figuren. Neudruck 1932. Geb. RM. 18.90

- Lehrbuch der darstellenden Geometrie.** Von Dr. Karl Rohn, Geh. Rat, weiland Professor an der Universität Leipzig, und Dr. Erwin Papperitz, Geh. Rat, Professor an der Bergakademie in Freiberg i. Sa. Drei Bände. Groß-Oktav.
- II. Axonometrie, Perspektive, Beleuchtung. Vierte, umgearbeitete Auflage. VI, 194 Seiten. Mit 118 Figuren. Neudruck. 1932. Geb. RM. 8.55
- III. Kegelschnitte, Flächen zweiten Grades, Regel-, abwickelbare und andere Flächen. Flächenkrümmung. Vierte, unveränderte Auflage. X, 334 Seiten. Mit 157 Figuren. 1923 Geb. RM. 12.—
- Darstellende Geometrie.** Von Theodor Schmid, o. ö. Professor an der Technischen Hochschule in Wien. I. Teil: Eckige Körper, Kugel, Zylinder, Kegel, Plankurven und Raumkurven mit den zugehörigen Torsen im Normalrißverfahren und in orthogonaler Axonometrie. Dritte Auflage. Mit 170 Figuren. 283 S. 1922. (Samml. Schubert Bd. 65) Geb. RM. 6.—
- II. Teil: Schiefe und zentrale Projektion. Dreh-, Rohr-, Schrauben- und Regelflächen. Geländedarstellung, Kartenprojektion, Nomographie. Zweite Auflage. Mit 163 Fig. 340 S. 1923. (Samml. Schubert Bd. 66) Geb. RM. 7.50
- Die Lehre von der Zentralprojektion im vierdimensionalen Raume.** Von Dr. H. de Vries, Professor an der Universität zu Amsterdam. Mit 25 Figuren. Lex.-8° 178 S. 1905 RM. 3.—
- Angewandte Potentialtheorie in elementarer Behandlung. I. Bd.** Von Professor E. Grimsehl. Mit 74 Fig. [Sammlung Schubert Bd. XXXVIII.] Gr. 8° VII, 219 S. 1905 Geb. RM. 7.40
- Methoden der praktischen Analysis.** Von Professor Dr. Fr. A. Willers. Mit 132 Figuren. 344 Seiten. 1928. (Göschens Lehrbücherei Bd. 12) RM. 20.—, geb. RM. 21.50
- Wahrscheinlichkeitsrechnung für Nichtmathematiker.** Von Dr. Karl Dörge, o. Professor an der Universität Köln, unter Mitwirkung von Hans Klein. Groß-Oktav. 113 Seiten. 1939 Geb. RM. 6.—
- Ballistik.** Von Professor Dr. Theodor Vahlen. Mit 53 Abbildungen. Groß-Oktav. XII, 231 Seiten. 1922 RM. 9.—, geb. RM. 10.—
- Flugtechnisches Handbuch.** Unter Mitarbeit zahlreicher Fachleute herausgegeben von Roland Eisenlohr.
- 4 Bände. I: Aerodynamik und Flugzeugbau. II: Flugzeugführung, Luftverkehr und Segelflug. III: Triebwerk und Sondergebiete des Flugwesens. IV: Flugwetterkunde, Ballone, Luftschiffe.
- Jeder Band kart. RM. 7.50
- Aerodynamik des Fluges.** Eine Einführung in die mathematische Tragflächentheorie. Von Professor Dr. Harry Schmidt. Mit 81 Figuren. VII, 258 Seiten. 1929 RM. 15.—, geb. RM. 16.50
- Photogrammetrie.** Von Dr. Richard Finsterwalder, Professor an der Technischen Hochschule Hannover. Mit 103 Abb. u. 17 Tab. 237 S. 1939. Geb. RM. 14.—

ALLE WISSENSGEBIETE

finden Sie vertreten in der Zeitschrift

GEISTIGE ARBEIT

Zeitung aus der wissenschaftlichen Welt

Die „Geistige Arbeit“ will nicht eine „Fachzeitschrift“ sein, sondern einen Querschnitt geben durch das wissenschaftliche und geistige Leben. Zu diesem Zweck bringt die Zeitschrift u. a. regelmäßige Berichte über Leistungen, Fortschritte und Probleme einzelner Gebiete der Wissenschaft, über die historische Entwicklung, den Stand und die Organisation in- und ausländischer Forschung, sie bringt biographische und historische Rückblicke und gibt eine Übersicht über die wichtigsten Neuerscheinungen durch zusammenhängende Besprechungen.

Die „Geistige Arbeit“ kostet jährlich RM. 6.—, vierteljährlich RM. 1.50, monatlich RM. —.50. Besser als alle Worte unterrichtet Sie eine Probenummer über Sinn und Ziele der Zeitschrift. Diese Probenummer stellen wir Ihnen auf Wunsch gern zur Verfügung.

Erwin Lohr

Vektor- und Dyadenrechnung

Für Physiker und Techniker

Oktav. XV, 411 Seiten. Mit 34 Figuren im Text. 1939.

Gebunden RM. 18.—

Die Vektor- und Dyadenrechnung ist für den Physiker und Techniker von außerordentlicher Bedeutung. Für diese ist das Buch bestimmt. Es zeigt ihnen, daß und wie sie alle früheren Kenntnisse im Bereiche der Vektor- und Dyadenrechnung verwenden können und wie vorteilhaft das wirkliche Rechnen mit Vektoren, Dyaden und extensiven Gebilden noch höheren Ranges ist. Das Buch vermittelt zunächst eine ausreichende und tragfähige mathematische Grundlage des vorgetragenen Rechenverfahrens und bringt in einem besonderen Teil physikalische und technische Anwendungen aus allen Gebieten der theoretischen Physik. Damit nimmt das Buch in der neuen Sammlung „Arbeitsmethoden der modernen Naturwissenschaften“ einen besonderen Platz ein.

WALTER DE GRUYTER & CO., BERLIN W 35

Photogrammetrie

Von Dr. - Ing. Richard Finsterwalder

a. o. Professor an der Technischen Hochschule Hannover

Mit 103 Abbildungen und 17 Tabellen

Groß-Oktav. 237 Seiten. 1939. Geb. RM. 14.—

Dieses Buch gibt in lehrbuchartiger Form eine Einführung in das Gesamtgebiet der Photogrammetrie: der Erd- und besonders der Luftbildmessung, einschließlich der Entzerrung. Da es namentlich für Studierende der Hoch- und Fachschulen sowie die in der Praxis tätigen Vermessungsingenieure bestimmt ist, stellt es die Arbeitsverfahren und Instrumente sowie ihre geodätischen und topographischen Anwendungen in möglichst einfacher und klarer Form dar. Um für das Verständnis und die praktische Anwendung der neuen photogrammetrischen Methoden eine sichere Grundlage zu geben, wurden die geometrischen und mathematischen Ableitungen mitbehandelt, wobei überall eine leicht faßliche, wenig Vorkenntnisse voraussetzende Form gewählt ist. Das Ziel des Buches ist, den Leser über das in den letzten Jahren rasch entwickelte, mit neuartigen Hilfsmitteln arbeitende Verfahren der Photogrammetrie so zu unterrichten, daß er es zweckmäßig anzuwenden und den kommenden Entwicklungen auf diesem Gebiet, das heute noch nicht als abgeschlossen gelten kann, zu folgen vermag.

WALTER DE GRUYTER & CO., BERLIN W 35

Grundlagen und Ergebnisse der Ultraschallforschung

Von

Dr. phil. Egon Hiedemann

a. o. Professor für Physik an der Universität Köln

Mit 232, z. T. noch unveröffentlichten Abbildungen und
einer Farbtafel

IX, 287 Seiten. 1939. Preis RM. 24.—

Ein Buch, nach Inhalt und Anlage von gleicher
Bedeutung für Physiker, Chemiker, Biologen,
Mediziner und Techniker.

„... Es ist zu begrüßen, daß der Verfasser des vorliegenden Buches nunmehr den Versuch unternommen hat, über eine Berichterstattung hinausgehend eine systematische und kritische Darstellung der Ultraschallforschung sowie ihrer grundlegenden Gedanken vom Standpunkt des Physikers aus zu geben. Es kann wohl gesagt werden, daß dieser Versuch vollkommen gelungen ist. Der Verfasser gibt nicht nur eine kritische Darstellung der Verfahren und Ergebnisse der Ultraschallforschung, sondern führt den Leser auch an die noch offenen Probleme heran. Eine große Zahl guter Abbildungen erleichtert das Verständnis.“

Deutsche Bergwerks-Zeitung | Techn. Blätter v. 26. 11. 1939.

Ein ausführlicher Prospekt steht kostenlos zur Verfügung.

WALTER DE GRUYTER & CO., BERLIN W 35

Handbuch der neuzeitlichen Wehrwissenschaften

Herausgegeben im Auftrage der Deutschen Gesellschaft für Wehrpolitik und Wehrwissenschaften und unter Mitarbeit zahlreicher Sachverständiger von
HERMANN FRANKE, Generalmajor z. V.

4 Bände. Lexikon-Oktav.

Bisher sind erschienen:

1. Band: Wehrpolitik und Kriegführung. Mit 81 farbigen und schwarzen Tafeln und 147 Skizzen im Text. XIII, 749 Seiten. 1936.

2. Band: Das Heer. XII, 804 Seiten. 1937.

Subskriptionspreis für Band 1 und 2 bei Bezug des Gesamtwerkes gebunden je RM. 32.—, bei Einzelbezug gebunden je RM. 36.—.

3. Band: 1. Teil: Die Kriegsmarine. Mit 27 farbigen und schwarzen Tafeln und 113 Abbildungen bzw. Skizzen im Text. XII, 451 Seiten. 1938.

2. Teil: Die Luftwaffe. Mit 46 farbigen und schwarzen Tafeln und 105 Abbildungen bzw. Skizzen im Text. XII, 451 Seiten. 1938.

Subskriptionspreis für Band 3, 1. und 2. Teil bei Bezug des Gesamtwerkes geb. je RM. 27.—, bei Einzelbezug geb. je RM. 30.—.

In Vorbereitung befindet sich:

Band 4: Wehrwirtschaft und Wehrtechnik.

„... Insgesamt kann man von diesem ausgezeichneten, mit ungewöhnlichem Fleiß und Verständnis aufgebauten Nachschlagewerk, das alle Fragen der Wehrpolitik und Kriegführung beantwortet, nur wünschen, daß es die allerweiteste Verbreitung finden möge. Dankenswerterweise hat der Verlag eine ratenweise Bezahlung zugebilligt, so daß auch der junge Offizier und jeder kriegswissenschaftlich interessierte Leser sich das Werk beschaffen kann. Es ist dabei zu bemerken, daß der Band bei der Fülle des Inhalts, insbesondere in Ansehung der vielen kostspieligen Skizzen, als preiswert zu bezeichnen ist, da das Werk die Beschaffung vieler Bücher erübrigt.“

General d. Inf. Wetzell im Militär-Wochenblatt Nr. 37, 1936.

Das Werk wird durch Ergänzungshefte vor dem Veralten geschützt.

WALTER DE GRUYTER & CO., BERLIN W 35

2,00

S - 96



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



I-301394

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000295812