

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA



~~26~~

L. inw.

Druk. U. J. Zam. 356. 10.000.

Von

Prof. Dr. Wilhelm Bahrdt

Mit 54 Figuren



301

Sammlung Götschen

Unser heutiges Wissen in kurzen,
klaren, allgemeinverständlichen
Einzeldarstellungen

Zweck und Ziel der „Sammlung Götschen“
ist, in Einzeldarstellungen eine klare,
leichtverständliche und übersichtliche Ein-
führung in sämtliche Gebiete der Wissen-
schaft und Technik zu geben; in engem
Rahmen, auf streng wissenschaftlicher
Grundlage und unter Berücksichtigung des
neuesten Standes der Forschung bear-
beitet, soll jedes Bändchen zuverlässige
Velehrung bieten. Jedes einzelne Gebiet
ist in sich geschlossen dargestellt, aber
dennoch stehen alle Bändchen in innerem
Zusammenhange miteinander, so daß das
Ganze, wenn es vollendet vorliegt, eine
einheitliche, systematische Darstellung
unseres gesamten Wissens bilden dürfte

Jeder Band in Leinen geb. RM 1.62

Sammelbezugspreise: 10 Exemplare

RM 1

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000298078

3884332

Sammlung Göschen

Physikalische Messungsmethoden

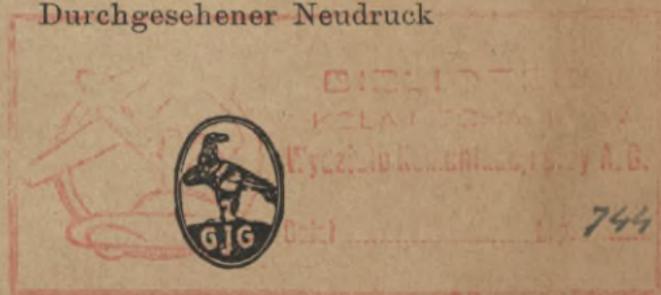
Von

Prof. Dr. Wilhelm Bahrdt
in Berlin-Lichterfelde

Mit 54 Figuren

Zweite, verbesserte Auflage

Durchgesehener Neudruck



Berlin und Leipzig

Vereinigung wissenschaftlicher Verleger
Walter de Gruyter & Co.

vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung — J. Guttentag, Verlags-
buchhandlung — Georg Reimer — Karl J. Trübner — Veit & Comp.

1921



~~I 96~~

I- 301 363

Alle Rechte, insbesondere das Übersetzungsrecht,
von der Verlagshandlung vorbehalten.

BPK-10-563/2016

Druck von
C. G. Röder G. m. b. H., Leipzig.
834921.

Akc. Nr. _____

~~541~~ / 51

Inhalt.

I. Abschnitt.

Messungen aus der Mechanik.

| | Seite |
|---|-------|
| § 1. Längen-, Flächen- und Volumenmessung | 9 |
| Nonius. Schubleere. Federzirkel und Transversalmaßstab. Mikrometerschraube. Mikroskop. Kathetometer. Messung der Zahl π . Volumen regelmäßig gestalteter Körper. Vo- lumenometer. | |
| § 2. Fallbeschleunigung | 14 |
| a) Freier Fall | 14 |
| b) Verlangsamter Fall (Atwoodsche Fallmaschine) | 16 |
| c) Bestimmung mit dem Pendel | 17 |
| § 3. Vergleichung von Massen | 17 |
| a) Richtigkeit einer Wage | 17 |
| b) Ruhelage | 18 |
| c) Empfindlichkeit | 19 |
| d) Wägungsverfahren | 19 |
| e) Reduktion auf den leeren Raum | 19 |
| § 4. Spezifisches Gewicht fester und flüssiger Körper | 20 |
| Einfach geformte Körper. Volumenometer. Verdrängung von Wasser. Pyknometer. Hydrostatische Wage. In Wasser lösliche Körper. Jollysche Federwage. Nicholsonsche Senk- wage. Glaskörper. Westphalsche Wage. Skalenaaräometer. Kommunizierende Röhren. | |
| § 5. Spezifisches Gewicht von Gasen | 24 |
| a) Spezifisches Gewicht von Luft. Tabelle für verschiedene Temperaturen und Spannungen | 25 |
| b) Spezifisches Gewicht von Gasen durch Wägung | 26 |
| c) Bunsenscher Apparat | 27 |
| § 6. Dampfdichtebestimmung | 28 |
| a) Nach Dumas | 28 |
| b) Nach Gay-Lussac-Hoffmann | 29 |
| c) Nach V. Meyer | 30 |

| | Seite |
|---|-------|
| § 7. Elastizitätsmodul | 31 |
| a) Aus der Verlängerung eines Drahtes | 32 |
| b) Aus der Durchbiegung eines Stabes | 33 |
| § 8. Torsionsmodul | 33 |
| § 9. Bestimmung von Trägheitsmomenten | 35 |
| a) Mathematische Berechnung bei einfach geformten Körpern | 35 |
| b) Aus Torsionsschwingungen | 36 |
| § 10. Bestimmung der Kapillaritätskonstante einer Flüssigkeit | 37 |
| a) Aus Steighöhen | 37 |
| b) Aus dem von einem Flüssigkeitshäutchen getragenen Maximalgewicht | 38 |
| c) Aus dem Tropfengewicht | 38 |
| d) Aus der Höhe von Flüssigkeitstropfen | 39 |

II. Abschnitt.

Messungen aus der Akkustik.

| | |
|---|----|
| § 11. Bestimmung der Schallgeschwindigkeit | 39 |
| Kundtsche Staubfiguren | 39 |
| Fortpflanzung des Schalls in festen Körpern Bestimmung der Schwingungszahl eines Tones. Messung des Elastizitätsmoduls fester Körper. Schallgeschwindigkeit in Gasen. | |
| § 12. Schwingungszahl eines Tones | 42 |
| a) Mit der Sirene | 42 |
| b) Graphische Bestimmung | 43 |
| c) Mit dem Monochord und einer Stimmgabel von bekannter Schwingungszahl | 44 |
| d) Mathematische Berechnung der Schwingungszahl einer gespannten Saite | 45 |
| e) Schwebungen | 45 |

III. Abschnitt.

Messungen aus der Wärmelehre.

| | |
|---|----|
| § 13. Fundamentalpunkte eines Thermometers | 45 |
| Tabelle der Abhängigkeit der Siedetemperatur vom Luftdruck | 46 |
| § 14. Vergleichung zweier Thermometer | 47 |
| § 15. Längenausdehnungskoeffizient fester Körper | 47 |
| § 16. Ausdehnungskoeffizient von Flüssigkeiten | 49 |
| a) Absolute Ausdehnung des Quecksilbers nach Dulong und Petit | 49 |
| b) Scheinbare Ausdehnung von Flüssigkeiten in Pyknometern | 49 |
| § 17. Ausdehnung von Gasen. Luftthermometer | 51 |

| | Seite |
|--|-------|
| § 18. Molekulargewichtsbestimmung | 53 |
| a) Aus der Gefrierpunktserniedrigung | 53 |
| b) Aus der Siedepunktserhöhung | 56 |
| § 19. Spannkraft gesättigten Dampfes. Dampfdruck- erniedrigung von Lösungen | 58 |
| § 20. Abhängigkeit des Siedepunktes vom Druck. | 60 |
| § 21. Hygrometrie | 61 |
| a) Absolute Feuchtigkeit aus zwei Wägungen | 62 |
| b) Daniellsches Hygrometer | 62 |
| c) Döbereiners Hygrometer | 62 |
| d) Augustsches Psychrometer | 63 |
| § 22. Bestimmung der spezifischen Wärme | 64 |
| a) Allgemeines über Kalorimetrie | 64 |
| b) Mischungsmethode. Feste Körper. Flüssigkeiten | 65 |
| c) Eisschmelzungsmethode. Nach Lavoisier und Laplace, Bunsen | 68 |
| d) Erkaltungsmethode nach Dulong und Petit | 70 |
| e) Spezifische Wärme von Gasen. Methode von Clément und Désormes | 71 |
| § 23. Schmelzungs- und Verdampfungswärme | 73 |
| § 24. Thermochemische Messungen | 75 |
| a) Verbrennungswärme | 75 |
| b) Verdünnungs-, Lösungs- und Hydrationswärmen | 77 |
| c) Neutralisationswärme | 77 |
| § 25. Mechanisches Wärmeäquivalent | 78 |
| Pulujscher Apparat | 78 |

IV. Abschnitt.

Messungen aus der Optik.

| | |
|--|----|
| § 26. Winkelmessung durch Spiegelung an ebenen Flächen. | 80 |
| a) Poggendorff-Gaußsche Winkelmessung mit Spiegel und Skala | 80 |
| b) Spiegelsextant | 81 |
| § 27. Messung der Krümmungsradien von Hohl- spiegeln. | 83 |
| a) Durch parallel auf den Spiegel fallendes Licht | 83 |
| b) Aus Gegenstandsweite und Bildweite | 83 |
| c) Aus der Gleichheit von Bild und Gegenstand | 83 |
| d) Durch Spiegelung zweier Lichter | 84 |
| § 28. Bestimmung der Brennweiten von Linsen | 86 |
| a) Aus Gegenstandsgröße, Bildgröße und Bildweite | 87 |
| b) Aus der Größe der Verschiebung einer Linse bei konstan- tem Abstand zwischen Gegenstand und Schirm | 88 |

| | Seite |
|---|-------|
| c) Mittels Fernrohrs | 88 |
| d) Brennweite einer Konkavlinse mit Zuhilfenahme einer Konvexlinse | 89 |
| e) Brennweite einer Konkavlinse aus der Größe des Zer- streuungsbildes | 89 |
| § 29. Messung von Brechungsquotienten | 89 |
| a) Einleitung | 89 |
| b) Minimum der Ablenkung. Spektrometer | 90 |
| c) Messung des brechenden Prismenwinkels | 94 |
| d) Justierung des Spektrometers | 95 |
| e) Bestimmung des Brechungsquotienten mit dem Mikroskop | 96 |
| § 30. Spektralanalyse | 97 |
| a) Spektralapparat | 97 |
| b) Messung der Wellenlängen einiger Linien im Spektrum durch Interpolation | 98 |
| c) Chemische Spektralanalyse | 99 |
| § 31. Vergrößerungszahl optischer Instrumente. | 99 |
| a) Projektionsapparat | 99 |
| b) Lupe und Mikroskop | 100 |
| c) Fernrohr | 101 |
| § 32. Messung der Wellenlänge des Lichts | 101 |
| a) Aus der Beugung an einem schmalen Spalt oder dünnen Draht | 101 |
| b) Mit dem Gitter | 103 |
| c) Aus Newtonschen Ringen | 104 |
| § 33. Photometrie. | 106 |
| a) Einheiten der Leuchtkraft und der Beleuchtungsstärke | 106 |
| b) Bunsens Photometer | 106 |

V. Abschnitt.

Elektrische und magnetische Messungen.

| | |
|--|-----|
| § 34. Messung einer Stromstärke in absolutem Maße mit der Tangentenbussole | 107 |
| a) Allgemeines | 107 |
| b) Beschreibung der Tangentenbussole | 108 |
| c) Reduktionsfaktor | 108 |
| d) Vergleichung zweier Stromstärken | 110 |
| § 35. Messung von Stromstärken mit dem Spiegel- galvanometer | 110 |
| a) Dämpfungsverhältnis und logarithmisches Dekrement | 110 |
| b) Herleitung der Ruhelage aus Schwingungen | 111 |
| c) Schwingungswerte und Schwingungsdauer | 111 |
| d) Reduktionsfaktor eines Galvanometers | 112 |
| 1. Mittels eines Galvanometers mit bekanntem Reduk- tionsfaktor. Stromverzweigung | 113 |
| 2. Mittels Voltameters | 115 |
| 3. Mittels eines konstanten Elements und eines großen Widerstandes | 116 |

| | Seite |
|---|-------|
| § 36. Messung von Stromstärken mit dem Voltmeter. Silber-, Kupfer- und Knallgasvoltmeter. | 116 |
| § 37. Widerstandsmessungen | 118 |
| a) Durch Vertauschung | 118 |
| b) Mit der Wheatstoneschen Brücke | 119 |
| § 38. Vergleichung elektromotorischer Kräfte | 120 |
| a) Mittels eines großen Widerstandes | 120 |
| b) Durch Vergleichung zweier Widerstände | 121 |
| c) Nach der Kompensationsmethode von du Bois-Reymond | 121 |
| § 39. Messung eines Stromstoßes mit dem ballistischen Galvanometer | 122 |
| § 40. Messung eines Selbstinduktionskoeffizienten. | 123 |
| a) Allgemeines | 123 |
| b) Berechnung eines Induktionskoeffizienten | 124 |
| c) Messung eines Selbstinduktionskoeffizienten mit der Wheatstoneschen Brücke | 124 |
| § 41. Elektrische Methoden der Temperaturmessung | 125 |
| a) Thermoelement | 126 |
| b) Widerstandsthermometer | 126 |
| § 42. Stromwärme. | 127 |
| a) Bestimmung der Stromwärme, die von 1 Ampere bei 1 Volt Klemmenspannung in 1 Sekunde erzeugt wird | 128 |
| b) Bestimmung eines Widerstandes aus der Stromwärme | 129 |
| c) Messung der spezifischen Wärme einer Flüssigkeit | 129 |
| § 43. Bestimmung der Arbeit des elektrischen Stromes nach absolutem Maße | 130 |
| § 44. Messung der Polstärke und des magnetischen Moments eines Magnetstabes | 131 |
| a) Allgemeines über Magnetismus | 131 |
| b) Bestimmung einer Polstärke und eines magnetischen Moments | 132 |
| § 45. Messung der Horizontalintensität | 134 |
| a) Bestimmung von $M \cdot H$ | 134 |
| 1. Mit der Wage | 134 |
| 2. Aus Schwingungsversuchen | 135 |
| b) Bestimmung von $M : H$ | 136 |
| c) Messung der Abweichungen der Horizontalintensität an verschiedenen Punkten eines Gebäudes | 137 |
| § 46. Messung des Inklinationwinkels | 138 |
| a) Mittels des Inklinatoriums | 138 |
| b) Mittels des Erdinduktors | 140 |
| Anhang. | |
| Vierstellige Logarithmen | 143 |
| Trigonometrische Funktionen | 146 |

Literatur.

- Blasius, Physikalische Übungen für Mediziner.
Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik.
Kohlrausch, Kleiner Leitfaden der praktischen Physik.
Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik.
Noack, Leitfaden für physikalische Schülerübungen.
Ostwald, Hand- und Hilfsbuch zur Ausführung physiko-
chemischer Messungen.
Rudolphi, Einführung in das physikalische Praktikum.
Wiedemann und Ebert, Physikalisches Praktikum.
-

I. Abschnitt.

Messungen aus der Mechanik.

§ 1. Längen-, Flächen- und Volumenmessung.

Eine Größe messen heißt zahlenmäßig feststellen, das Wievielfache sie von einer gleichartigen Größe ist, die als Einheit angenommen wird. Die Einheit der Längen ist das Meter (m) mit seinen dezimalen Unterabteilungen Dezimeter (dm), Zentimeter (cm), Millimeter (mm) und seinen Vielfachen, von denen insbesondere das Kilometer (km) zur Messung größerer Entfernungen dient. Der tausendste Teil eines Millimeters heißt Mikron (μ), der millionste Teil Millimikron ($\mu\mu$). Die Einheit des Flächenmaßes ist das Quadratmeter, die des Raummaßes das Kubikmeter. Im C-S-G-System ist die Längeneinheit das Zentimeter, die Flächeneinheit das Quadratzentimeter, die Volumeneinheit das Kubikzentimeter.

Bei der gewöhnlichsten Längenmessung legt man den zu messenden Körper an den Maßstab an und liest die Längendifferenz ab. Hierbei muß die Verbindungslinie zwischen dem Auge und dem Ende des Gegenstandes senkrecht zur Teilung stehen. Bei schräger Stellung erhält man fehlerhafte Abmessungen — Parallaxenfehler. Sie werden vermieden bei Teilungen auf Spiegelglasstreifen, indem man das beobachtende Auge so richtet, daß sein Spiegelbild mit dem abzulesenden Punkte des Objekts zusammenfällt.

Um die Messung einer Länge bis zu einem höheren Grade der Genauigkeit auszuführen, als die Teilung des Maßstabes ermöglicht, benutzt man den Nonius. Er ist ein kleiner Maßstab, der entlang einem größeren verschoben werden kann. Gewöhnlich ist die Teilung des Nonius derart, daß zehn seiner Teile gleich neun Teilen des Hauptmaßstabes sind. Sind die letzteren Millimeter, so ist der Unterschied eines Teiles des Hauptmaßstabes und des Nonius 0,1 mm. Eine praktische Ablesung geschieht nun so, daß man zunächst am Hauptmaßstab die ganzen Millimeter bis zum Nullstrich des Nonius abliest und dann noch so viel Zehntelmillimeter hinzufügt,

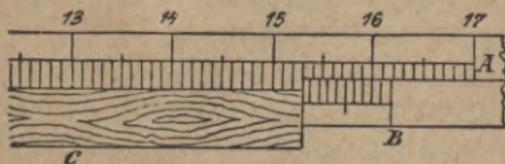


Fig. 1.

wie der mit einem Teilstrich des Maßstabes zusammenfallende Teilstrich des Nonius angibt. In der Fig. 1 liest man z. B. 152,8 mm ab.

Die zur Längenmessung gebräuchlichsten Instrumente sind folgende.

1. Die Schubleere (Schlittengreifzirkel). Der Hauptmaßstab ist in Millimeter geteilt; der Nonius ermöglicht, Zehntelmillimeter abzulesen. Man überzeugt sich zunächst, daß bei der Berührung der Arme der Nullpunkt des Nonius mit dem des Maßstabes zusammenfällt; ist dies nicht der Fall, so bringt man den Unterschied bei der Messung des Körpers in Abzug. Mit einer Klemmschraube kann der Noniusschlitten festgestellt werden.

2. Der Federzirkel in Verbindung mit einem Trans-

versalmaßstab. Man setzt die Zirkelspitzen auf die Punkte ein, derer Abstand bestimmt werden soll, und legt darauf die Zirkelöffnung an den Transversalmaßstab an, dessen Einrichtung aus Fig. 2 ersichtlich ist.

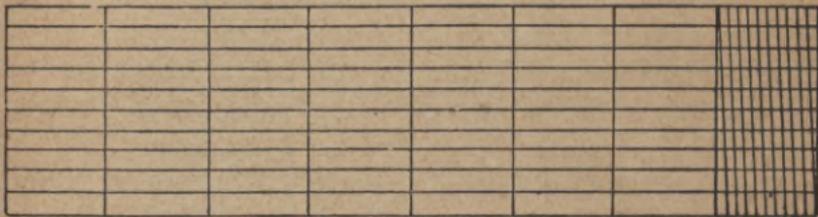


Fig. 2.

3. Die Mikrometerschraube (Fig. 3). Sie dient zur Dickenmessung von Drähten, Platten und dergleichen. Die Ganghöhe der Schraubenspindel ist gewöhnlich 1 mm, die Kreisteilung des Schraubenkopfes besteht aus hundert Teilen, so daß der Abstand zweier Teilstriche einer Länge von 0,01 mm entspricht. An der linearen Skala werden die ganzen Schraubenumgänge, d. h. die ganzen Millimeter, an der Kreisteilung hundertstel Millimeter abgelesen.

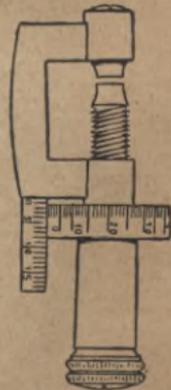


Fig. 3.

4. Zur Messung sehr kleiner Längen verwendet man das Mikroskop mit Okularmikrometer. Man legt den zu messenden Gegenstand auf den Objektstisch des Mikroskops und schiebt ihn in das Gesichtsfeld, so daß er zwischen den Strichen des Okularmikrometers liegt. Seine Länge möge a Okularteilstriche betragen. Darauf legt man auf den Objektstisch eine Millimeterskala aus Glas, so daß die Striche beider Teilungen einander parallel laufen. Man zählt oder berechnet nun die Anzahl b

der Okularteilstriche, die auf 1 mm kommen. Dann ist die Länge des Gegenstandes gleich $\frac{a}{b}$ mm.

5. Mit dem Kathetometer werden Höhenunterschiede von Punkten gemessen, die der direkten Messung unzugänglich sind. Ein Fernrohr mit Fadenkreuz, dessen Achse horizontal ist, wird an einem lotrechten Metallmaßstab auf oder nieder geschoben und ist in horizontaler Ebene drehbar. Es wird nun mit seinem Fadenkreuz nacheinander auf die beiden Höhenmarken eingestellt; der Höhenunterschied wird mittels Nonius am Maßstabe des Instrumentes abgelesen.

Den Inhalt von Flächen kann man entweder durch Anwendung planimetrischer Inhaltsformeln oder durch Wägung bestimmen. Man zeichnet die Fläche auf Papier, schneidet sie aus und bestimmt ihr Gewicht p_1 g; darauf schneidet man aus demselben Papier ein Quadrat mit der Seite l cm, also dem Flächeninhalt l^2 und bestimmt sein Gewicht p_2 g. Der gesuchte Inhalt ist dann

$x = l^2 \cdot \frac{p_1}{p_2}$. Ist die erste Fläche ein Kreis mit dem Radius r cm, so ist $x = \pi r^2$, also $\pi = \frac{l^2}{r^2} \cdot \frac{p_1}{p_2}$. Man

kann nach dieser Methode die Zahl π aus zwei Wägungen und zwei Längenmessungen bestimmen.

Die Volumina regelmäßig gestalteter Körper, z. B. Würfel, Rechteck, Zylinder, Kegel, Kugel usw., lassen sich aus Längenmessungen mit Hilfe stereometrischer Formeln berechnen. Der Inhalt eines unregelmäßig gestalteten Körpers wird entweder aus der Menge Wasser gefunden, die er verdrängt (Verdrängungs- und hydrostatische Methoden s. § 4) oder durch Division seines absoluten Gewichts durch sein bekanntes spezifisches Ge-

wicht oder mittels des Volumenometers (Fig. 4). Der Gebrauch dieses Instrumentes beruht auf einer sinnreichen Anwendung des Boyle-Mariotteschen Gesetzes. An das Glasgefäß G setzt sich eine zylindrische Röhre an, die mit einer Längenteilung versehen ist. Der obere Rand des Gefäßes ist abgeschliffen und kann mittels einer gleichfalls abgeschliffenen Glasplatte luftdicht verschlossen werden. Die Röhre taucht in ein weiteres mit Quecksilber gefülltes Gefäß. Man ermittelt zunächst den Rauminhalt c der Röhre, der dem Zwischenraume zweier Teilstriche entspricht, indem man sie bis zum oberen Endpunkte O der Teilung mit Quecksilber füllt, darauf dieses ausfließen läßt bis zu einem zweiten Punkte der Teilung und endlich das Gewicht p des ausgeflossenen Quecksilbers bestimmt. Ist der Abstand der beiden Teilungspunkte gleich n Zwischenräumen, so ist

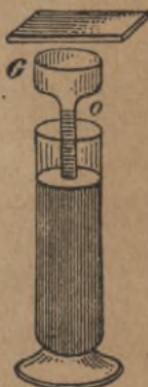


Fig. 4.

$$c = \frac{p}{13,6 \cdot n}.$$

Eine Volumenbestimmung etwa eines pulverförmigen oder porösen Körpers geschieht nun derart, daß man die Röhre, während der Behälter G offen ist, bis zum oberen Nullpunkte O eintaucht, ihn alsdann mit der Glasplatte verschließt, wodurch ein bestimmtes Luftvolumen V unter dem am Barometer abgelesenen Atmosphärendruck H abgesperrt wird, und darauf die Röhre in die Höhe zieht. Hierbei tritt ein Teil der Luft in die Röhre, während das Quecksilber im unteren Teil der Röhre um eine Strecke h über das äußere Niveau steigt. Ist v die durch Ablesung an der Röhre mit Hilfe der Größe c ermittelte Zunahme

des Luftvolumens, so verhält sich

$$\frac{V + v}{V} = \frac{H}{H - h}.$$

Da in dieser Gleichung die Größen v , H und h bekannt sind, läßt sich V berechnen.

Nun wiederholt man den Versuch, nachdem man den Körper mit dem gesuchten Volumen x in den Behälter G gebracht hat, und findet, nachdem das Volumen der abgeschlossenen Luft gleichfalls um v vergrößert ist,

$$\frac{V - x + v}{V - x} = \frac{H}{H - h'},$$

wenn h' die Höhe der Quecksilbersäule bei diesem Versuch bedeutet. Aus dieser Gleichung läßt sich x berechnen.

Das Volumen von Flüssigkeiten bestimmt man durch direkte Ausmessung in kalibrierten Gefäßen (Meßzylindern, Pipetten, Pyknometern).

§ 2. Fallbeschleunigung.

a) Freier Fall. Der Weg s , den ein freifallender Körper zurücklegt, und die Fallzeit t hängen miteinander zusammen nach der Formel $s = \frac{g}{2}t^2$, in der g die Fallbeschleunigung bedeutet; es ergibt sich $g = \frac{2s}{t^2}$. Der experimentelle Nachweis der ersteren Formel und die Messung von g nach der zweiten Formel werden ermöglicht durch den folgenden einfachen Apparat*). Ein

*) Näheres s. Ztschr. f. d. phys. u. chem. Unterricht. XXIV. S. 205 ff.

eisernes Schwungrad vom Durchmesser 28 cm, um dessen Umfang ein Papierstreifen gelegt ist, wird nach dem Takte eines auf halbe Sekunden eingestellten Metro- noms mit konstanter Geschwindigkeit mittels eines Hand- griffes um eine horizontale Achse gedreht. An einem Stativ senkrecht über der Radperipherie ist ein Solenoid befestigt, durch das der Strom zweier Akkumulator- zellen geschickt wird; es trägt einen konisch zugespitz- ten Eisenzylinder, der als Fallkörper dient. Der elek- trische Strom kann dadurch geöffnet werden, daß eine an dem Radumfang angebrachte Metallnase gegen einen Ausschalter schlägt, der an einem in der Nähe des Schwungrades montierten Morsetaster angebracht ist; drückt man nämlich den Morsetaster herunter, so wird der Ausschalter so weit der Radperipherie genähert, daß die Nase des gedrehten Rades gegen den Ausschalter schlägt und einen elektrischen Kontakt unterbricht. Den Anfangspunkt der Fallzeit mißt man dadurch, daß man die Metallnase des Radumfangs langsam dem Aus- schalter des niedergedrückten Tasters nähert und im Moment, wenn der Kontakt unterbrochen wird, das Rad festhält. Der Eisenkern fällt nun aus dem stromlos ge- wordenen Solenoid heraus und drückt mit seiner un- teren Spitze in den Papierstreifen der Radperipherie einen Punkt, den Anfangspunkt der Fallzeit, ein. Um den Endpunkt der Fallzeit zu bestimmen, schließt man wieder den Strom, hängt den Eisenstift an das Solenoid, läßt das Metronom halbe Sekunden schlagen und dreht das Rad, bis man eine konstante Drehgeschwindigkeit erreicht hat. Man drückt nun den Taster nieder; die Nase schlägt gegen den Ausschalter, der Strom wird geöffnet und der Eisenkörper fällt, wobei er in den Papierstreifen eine Marke, den Endpunkt der Fallzeit,

eindrückt. Der Abstand beider Punkte werde gleich a cm gemessen. Dann ist $t = \frac{a}{2u}$ die Fallzeit, wenn u den Radumfang bedeutet. Der Fallweg wird vom tiefsten Punkte des angehängten Eisenkörpers bis zur Radperipherie gemessen. Durch vertikale Verschiebung des Solenoids am Stativ verändert man die Größe des Fallraumes.

Genauere Werte für g erhält man mit dem Pendel von Whiting. Ein Fallkörper aus Metall in der Form eines Doppelkegels und ein in einer Vertikalebene pendelnder, mit Paraffin überzogener Holzstab sind durch einen Faden derart miteinander verbunden, daß durch das Gewicht des Metallkörpers das Pendel seitlich aus seiner Gleichgewichtslage gezogen wird und der Körper genau senkrecht über der Gleichgewichtslage hängt. Beim Durchbrennen des Fadens beginnen Körper und Pendel gleichzeitig zu fallen. Beim Passieren der Ruhelage wird in die Paraffinschicht des Pendels durch den Fallkörper eine Marke geschlagen, die den Endpunkt des Fallraumes darstellt. Die Fallzeit ist gleich der halben Schwingungszeit des Pendels.

b) Verlangsamter Fall. Bei der Atwoodschen Fallmaschine läuft über eine möglichst reibungslose Rolle ein Faden, an dessen Enden gleiche Gewichte hängen, deren jedes gleich $M g$ sei. Legt man einseitig ein Übergewicht m_1 auf, so beginnt die Masse dieser Seite gleichförmig beschleunigt zu fallen. Die Beschleunigung sei γ_1 . Dann verhalten sich die Beschleunigungen γ_1 und g wie die bewegten Massen m_1 und $2M + m_1 + x$, wo x von der Masse des gleichfalls bewegten Rades abhängt.

$$(1) \quad \frac{\gamma_1}{g} = \frac{m_1}{2M + m_1 + x} .$$

Die Größe γ_1 läßt sich aus der für jede gleichförmig beschleunigte Bewegung geltenden Formel $s_1 = \frac{\gamma_1}{2} \cdot t^2$ berechnen; s_1 der Fallraum und t die Fallzeit sind durch einen Versuch zu bestimmen.

Wählt man nun ein anderes Übergewicht $m_2 \geq m_1$ und bestimmt die zugehörige Beschleunigung γ_2 in derselben Weise, so hat man

$$(2) \quad \frac{\gamma_2}{g} = \frac{m_2}{2M + m_2 + x}.$$

Aus den Gleichungen (1) und (2), in denen alle Größen außer g und x bekannt sind, läßt sich g berechnen.

c) Bestimmung von g mit dem Pendel. Man hängt eine Metallkugel an einem dünnen Faden auf, dessen Masse gegen die Masse der Kugel vernachlässigt werden darf. Die Länge l des Pendels wird vom Aufhängepunkte bis zum Mittelpunkte der Kugel gerechnet und dadurch gefunden, daß man das Mittel aus den z. B. mit dem Kathetometer gemessenen Abständen vom Aufhängepunkte bis zum obersten und bis zum untersten Punkte der Kugel nimmt. Die Zeit t eines Hinganges des Pendels findet man durch Beobachtung der Zeit T für

n Schwingungen aus der Gleichung $t = \frac{T}{n}$. Aus der Pendelformel $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ berechnet man nun $g = \frac{\pi^2 \cdot l}{t^2}$.

§ 3. Vergleichung von Massen.

Einheit der Masse ist die Masse von 1 cm Wasser im Zustande seiner größten Dichte, d. h. bei 4° C. Zum Vergleichen von Massen dienen die Hebelwagen.

a) Richtigkeit einer Wage. Eine Wage ist richtig, wenn die Wagebalken gleich lang sind, die Schalen gleiches

Gewicht haben und die Massen der beiden Wagebalken gleichmäßig auf beiden Seiten der Drehungsachse verteilt sind. Die Gleicharmigkeit wird geprüft, indem man beide Schalen mit dem größten zulässigen Gewicht belastet und den Zeiger in der Ruhelage einspielen läßt, darauf beide Schalen mit Gewichten vertauscht und nachsieht, ob der Zeiger wieder in der vorigen Stellung einspielt. Eine Unrichtigkeit bei der Wägung eines Körpers infolge ungleicher Arme kann nach Gauß durch eine Doppelwägung eliminiert werden. Man bestimmt das Gewicht p_1 des Körpers auf der einen Schale und sein Gewicht p_2 auf der anderen Schale; das wirkliche Gewicht ist dann $p = \frac{1}{2} (p_1 + p_2)$.

Die beiden anderen Unrichtigkeiten einer Wage werden durch die Tariermethode eliminiert. Man legt den Körper auf eine Schale und tariert, bis Gleichgewicht hergestellt ist; darauf entfernt man ihn und stellt durch aufgelegte Gewichtsstücke wieder Gleichgewicht her. Diese geben das Gewicht des Körpers an.

b) Ruhelage. Um die Ruhelage des Zeigers auf der Skala zu bestimmen, wartet man nicht, bis er wirklich zum Stillstand kommt, sondern beobachtet auf der Skala eine ungerade Anzahl Umkehrpunkte, bildet das Mittel aus den Ablesungen links, dasjenige aus den Ablesungen rechts und endlich das Hauptmittel aus diesen beiden Einzelmitteln.

Beispiel: Es werden beobachtet die Umkehrpunkte

| | links | rechts |
|-----------|-------|--------|
| | 3,3 | 12,8 |
| | 3,1 | 12,7 |
| | 3,0 | |
| | 3,13 | 12,75 |
| Mittel: | 7,94 | |
| Ruhelage: | | |

c) Empfindlichkeit. Unter der Empfindlichkeit einer chemischen Wage versteht man die Größe des Zeigerausschlages bei einer Mehrbelastung einer Schale von 1 mg. Sie ist im allgemeinen abhängig von der Belastung. Um sie zu bestimmen, belastet man beide Schalen gleich stark und bestimmt die Ruhelage n_1 ; dann legt man auf eine Seite ein Übergewicht p mg und bestimmt wieder die Ruhelage n_2 . Dann ist die Empfindlichkeit

gleich $\frac{n_1 - n_2}{p}$ Skalenteilen. Man bestimmt sie bei ver-

schieden großen Belastungen (0, 10, 20, 50, 100 g usw.) und trägt die erhaltenen Werte in eine Tabelle ein oder stellt die Empfindlichkeit graphisch in ihrer Abhängigkeit von der Belastung dar. Dann kann man für beliebige Zwischenwerte die Empfindlichkeit durch Interpolation finden.

d) Wägungsverfahren. Um das Gewicht eines Körpers zu messen, sucht man zunächst die Ruhelage bei unbelasteter Schale auf. Dann legt man den Körper auf die eine Schale und auf die andere Schale entweder so viel Gewichte, bis die Zeigerstellung wieder dieselbe ist, oder bis sie nahezu dieselbe ist; im letzteren Falle bestimmt man den Unterschied n in Skalenteilen der beiden Zeigerstellungen. Ist e die Empfindlichkeit, so ist $\frac{n}{e}$ die Anzahl Milligramm, die zu den Gewichten der Schale noch addiert oder von ihnen subtrahiert werden muß.

e) Reduktion auf den leeren Raum. Bei feinen Wägungen muß, wenn der Körper nicht dasselbe spezifische Gewicht hat wie die Gewichtsstücke, Rücksicht genommen werden auf den Gewichtsverlust im luft-

erfüllten Raume. Es sei M das Gewicht des Körpers im luftleeren Raume, m dasjenige in Luft, ausgedrückt durch die auf der Schale befindliche Anzahl Gewichtsstücke; s das spezifische Gewicht des Körpers, σ dasjenige der Gewichtsstücke; λ die Dichte der Luft bei der beobachteten Temperatur. Dann ist das Volumen des Körpers gleich $\frac{M}{s}$, dasjenige der Gewichtsstücke $\frac{m}{\sigma}$; der Gewichtsverlust des Körpers in Luft $\frac{\lambda \cdot M}{s}$, der Gewichtsstücke $\frac{\lambda \cdot m}{\sigma}$. Da der Körper und die Gewichtsstücke sich das Gleichgewicht halten, so ist

$$M - \frac{\lambda \cdot M}{s} = m - \frac{\lambda \cdot m}{\sigma},$$

folglich

$$M = \frac{m \left(1 - \frac{\lambda}{\sigma}\right)}{1 - \frac{\lambda}{s}} = m \left(1 - \frac{\lambda}{\sigma} + \frac{\lambda}{s}\right),$$

wenn höhere Potenzen von λ vernachlässigt werden.

§ 4. Spezifisches Gewicht fester und flüssiger Körper.

Das spezifische Gewicht wird definiert als das Gewicht von 1 ccm eines Körpers in Grammen. Bezeichnet man das absolute Gewicht eines Körpers mit p , sein Volumen mit v und sein spezifisches Gewicht mit s , so ist

$$s = \frac{p}{v}.$$

Hiernach bedarf es zur Bestimmung des spezifischen Gewichts zweier Messungen: erstens des absoluten Gewichts

p , zweitens des Volumens v . p wird in einfacher Weise durch Wägung gefunden. Die Bestimmung von v ist bei den einzelnen Methoden verschieden.

1. Bei einfach geformten Körpern, z. B. Metalldrähten, berechnet man mathematisch das Volumen.

2. Man bestimmt das Volumen des Körpers mit dem Volumenometer (s. S. 13), sein absolutes Gewicht mit

der Wage und berechnet $s = \frac{p}{v}$.

3. Man bringt den Körper in einen nach Kubikzentimetern graduierten Standzylinder und liest an der Einteilung ab, um wieviel Kubikzentimeter das Wasser nach Eintauchen des Körpers gestiegen ist.

4. Man füllt ein Gefäß von nebenstehender Gestalt, das durch Absprengung des Bodens einer Flasche hergestellt ist, bis über die Kuppe des Abflußröhrchens mit Wasser. Wenn kein Wasser mehr ausfließt, senkt man den an einem dünnen Faden befestigten Körper hinein und wägt das ausfließende Wasser. Das Gewicht in Grammen gibt das Volumen des Körpers in Kubikzentimetern an.



Fig. 5.

Bei Flüssigkeiten füllt man ein Gefäß vom Gewichte a vollständig oder bis zu einer bestimmten Marke zuerst mit Wasser und dann mit der zu untersuchenden Flüssigkeit; das Gewicht des Gefäßes mit Wasser sei b , mit

der Flüssigkeit c g. Dann ist $s = \frac{c - a}{b - a}$. Pyknometer

liefern sehr genaue Resultate; es sind kleine Fläschchen, deren geschliffene Stöpsel eine feine Öffnung haben, damit einmal das Volumen genau eingestellt werden und andererseits bei etwaiger Erwärmung ein Teil

der Flüssigkeit, ohne den Stöpsel zu heben, austreten kann.

Auch von festen Körpern kann man mit ihnen das spezifische Gewicht finden. Es sei nämlich das Gewicht des Körpers in Luft a g, das des Pyknometers mit Wasser b g und endlich das des Pyknometers mit Wasser und Körper (ohne das vom Körper verdrängte Wasser) c g. Dann ist

$$s = \frac{a}{b + a - c}.$$

Diese Methode eignet sich besonders für Körper, die nur in geringen Mengen zur Verfügung stehen.

5. Man hängt den Körper mittels eines dünnen Drahtes an die kurze Schale der hydrostatischen Wage und bestimmt sein Gewicht a in Luft und b in Wasser; der Gewichtsverlust $a - b$ in Grammen in Wasser ist gleich seinem Volumen in Kubikzentimetern, daher $s = \frac{a}{a - b}$.

Körper, die nicht untertauchen, beschwert man mit einem anderen von hinreichendem Gewicht. Man bestimmt zunächst das Gewicht b des letzteren in Wasser und dann das Gewicht c beider zusammen in Wasser. Der Gewichtsverlust des leichten Körpers ist dann $b - c$.

Wenn er in Luft a g wiegt, so ist $s = \frac{a}{b - c}$.

6. Um das Volumen eines in Wasser löslichen Körpers aus dem Auftrieb zu bestimmen, taucht man ihn in eine Flüssigkeit von bekanntem spezifischen Gewicht σ , in der er unlöslich ist. Wiegt er in Luft a g, in der Flüssigkeit b g, so ist sein spezifisches Gewicht

$$s = \frac{a \cdot \sigma}{a - b}.$$

7. Die Jollysche Federwage besteht aus einer Spiralfeder aus elastischem Draht, an der untereinander zwei Wagschalen hängen; die untere taucht in ein Gefäß mit Wasser. Die Stellung einer am unteren Ende der Feder angebrachten Marke kann man an einer Millimeter-skala ablesen, die zur Vermeidung von Parallaxenfehlern in Spiegelglas eingeritzt ist. Man legt den Körper zuerst auf die obere Wagschale und liest die Verlängerung der Spiralfeder ab, darauf bringt man ihn auf die untere Schale und liest die Strecke ab, um die sich die Feder verkürzt. Das Verhältniß beider Längen ist gleich dem spezifischen Gewicht.

8. Die Nicholsonsche Senkwage besteht aus einem Schwimmer aus Metallblech, der oben an einem Draht-halse eine Schale und unten ein Körbchen trägt. Man legt den zu untersuchenden Körper oben auf die Schale und fügt so lange Schrotkörner zu, bis der Schwimmer bis zu einer am Halse angebrachten Marke in Wasser einsinkt. Nimmt man nun den Körper fort und legt statt seiner so lange Gewichte zu, bis die Marke wieder eingestellt ist, so geben diese das absolute Gewicht des Körpers an. Dann legt man ihn in das Körbchen und nimmt von den Gewichten fort, bis die Marke wieder einspielt. Die fortgenommenen Gewichte geben das Gewicht des verdrängten Wassers und somit auch das Volumen des Körpers an. — Die Senkwage wird hauptsächlich bei der Dichtebestimmung von Mineralien benutzt.

9. Ein an einem feinem Drahte aufgehängter Glas-körper wiegt in Luft a g, in Wasser b g, in der zu untersuchenden Flüssigkeit c g. Dann ist $\frac{a - c}{a - b}$ das spezifische Gewicht der Flüssigkeit.

10. Ähnlich wird mit der Westphalschen Wage das spezifische Gewicht der Flüssigkeiten bestimmt. An dem

Ende eines in 10 gleiche Teile getheilten Wagebalkens hängt an einem dünnen Platindraht ein Thermometer, das in die zu untersuchende Flüssigkeit eintaucht und deren Temperatur angibt. Dem in Luft hängenden Thermometer hält ein Gegengewicht das Gleichgewicht. Die Gewichte sind Reiter von vier verschiedenen Größen, die sich wie 1:10:100:1000 verhalten. Der größte Reiter ist gleich dem Auftrieb des Thermometers in Wasser von 15°. Wenn das Thermometer in irgend eine Flüssigkeit gehängt wird, so kompensiert man den Auftrieb durch Aufsetzen der Reiter auf die Teilstriche des Wagebalkens. Die letzteren geben ohne weiteres die einzelnen Dezimalstellen des spezifischen Gewichts an.

11. Die Skalenaräometer werden in die zu untersuchende Flüssigkeit eingetaucht; man liest unmittelbar das spezifische Gewicht an dem Punkte ab, bis zu welchem sie einsinken.

12. Das spezifische Gewicht der Flüssigkeiten kann auch nach dem Prinzip der kommunizierenden Röhren bestimmt werden: die Höhen zweier Flüssigkeitssäulen, die unter demselben Luftdruck stehen, verhalten sich umgekehrt wie die spezifischen Gewichte. In dem nebenstehend abgebildeten Apparat werden durch Ansaugen des Schlauches die Flüssigkeiten in den Röhren gehoben. Darauf schließt man den Schlauch mittels eines Quetschhahns und liest die Höhen der Flüssigkeitssäulen an der Skala ab.



Fig. 6.

§ 5. Spezifisches Gewicht von Gasen.

Das spezifische Gewicht eines Gases wird entweder in absolutem Maße (Anzahl Gramm per Kubikzentimeter)

wie das fester und flüssiger Körper auf Wasser von $+4^{\circ}$ bezogen oder auf Luft von derselben Temperatur und Spannung oder auf ein „Normalgas“, dessen Dichte gleich $\frac{1}{32}$ von der des Sauerstoffs ist.

Bei Gasen ist das spezifische Gewicht in höherem Maße abhängig von Druck und Temperatur als bei festen und flüssigen Körpern; die Reduktion des bei einem Druck H mm und einer Temperatur t° gefundenen spezifischen Gewichts auf 760 mm Druck und 0° geschieht nach dem Boyle-Gay-Lussacschen Gesetz:

$$(1) \quad H \cdot v = 760 \cdot v_0(1 + \alpha t),$$

wenn v das Volumen bei H mm und t° , v_0 dasjenige bei 760 mm und 0° und $\alpha = 0,00367$ den Ausdehnungskoeffizienten der Gase bedeutet. Da sich nun die spezifischen Gewichte s und s_0 unter diesen Bedingungen umgekehrt wie die zugehörigen Volumina v und v_0 verhalten, so folgt

$$(2) \quad s_0 = s(1 + \alpha t) \cdot \frac{760}{H}.$$

Hat man das spezifische Gewicht s_0 eines Gases bezogen auf Wasser gefunden, so berechnet man sein spezifisches Gewicht bezogen auf Luft, indem man s_0 durch das spezifische Gewicht λ_0 der Luft bei 0° und 760 mm Druck dividiert. Es ist $\lambda_0 = 0,001293$ (g per ccm).

a) Spezifisches Gewicht der Luft bezogen auf Wasser. Ein 1—3 l fassender Glasballon, der durch einen Hahn luftdicht verschlossen werden kann, wird mit Luft bei der Temperatur t° und dem Barometerstand H mm gewogen; das Gewicht betrage a g. Mittels einer Luftpumpe wird die Luft zum größten Teil ausgepumpt und das Gewicht b des leeren Ballons bestimmt. Dann

ist $(a - b)$ das Gewicht der ausgepumpten Luft. Um ihr Volumen zu bestimmen, öffnet man den Hahn unter Wasser; es strömt dann so viel Wasser ein, wie Luft ausgepumpt war. Es ist darauf zu achten, daß das Wasserniveau im Gefäß und außen gleiche Höhe hat. Nun schließt man den Hahn und wägt den abgetrockneten Ballon mit Wasser; man findet c g. Dann ist $c - b$ das Gewicht des Wassers in Grammen und das Volumen der ausgepumpten Luft in Kubikzentimetern. Das spezifische Gewicht der Luft bei der Temperatur t^0 und dem Druck H ist dann $s = \frac{a - b}{c - b}$. Durch Einsetzen dieses Wertes in Gleichung (2) erhält man das auf 0^0 und 760 mm Druck reduzierte spezifische Gewicht s_0 .

Tabelle für das spezifische Gewicht der Luft bezogen auf Wasser von $+4^0$.

| t | $H = 720$ | 730 | 740 | 750 | 760 | 770 |
|--------|-----------|------|------|------|------|------|
| | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 0^0 | 1225 | 1242 | 1259 | 1276 | 1293 | 1310 |
| 5^0 | 1203 | 1220 | 1236 | 1253 | 1270 | 1286 |
| 10^0 | 1181 | 1198 | 1214 | 1231 | 1247 | 1264 |
| 15^0 | 1161 | 1177 | 1193 | 1209 | 1226 | 1242 |
| 20^0 | 1141 | 1157 | 1173 | 1189 | 1205 | 1220 |
| 25^0 | 1122 | 1138 | 1153 | 1169 | 1184 | 1200 |
| 30^0 | 1103 | 1119 | 1134 | 1149 | 1165 | 1180 |

b) Das spezifische Gewicht von Gasen bezogen auf Wasser von 4^0 wird entweder analog wie bei Luft oder aber ohne Luftpumpe nach folgender Methode bestimmt. Man ermittelt zunächst das Gewicht a des Ballons mit Luft, füllt ihn dann mit dem Gase, indem man

die im Ballon enthaltene Luft durch einen anhaltenden Gasstrom verdrängt, und findet das Gewicht b . Temperatur und Luftdruck seien t und H . Endlich füllt man den Ballon mit Wasser und bestimmt das Wassergewicht cg . Das Volumen des Ballons ist dann c ccm. Nun ist offenbar

$$\text{Gasgewicht } g - \text{Luftgewicht } l = b - a,$$

folglich

$$g = b - a + l.$$

Hieraus ergibt sich das spezifische Gewicht des Gases bei t^0 und H mm Druck

$$s = \frac{g}{c} = \frac{b - a}{c} + \frac{l}{c}.$$

Für $\frac{l}{c}$ hat man das aus der Tabelle S. 26 entnommene spezifische Gewicht λ für t^0 und H mm Druck zu setzen; also ist

$$s = \frac{b - a}{c} + \lambda.$$

s wird nach Gleichung (2) auf 0^0 und 760 mm reduziert.

c) Nach Bunsen bestimmt man das Verhältnis der spezifischen Gewichte von Gasen aus den Zeiten, in denen sie unter gleichen Bedingungen durch enge Öffnungen strömen; hierbei gilt das Gesetz, daß die spezifischen Gewichte sich wie die Quadrate der Ausströmungszeiten verhalten:

$$(3) \quad \frac{s_1}{s_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2}.$$

Ein Glaszylinder G ist oben durch ein aufgeschmolzenes dünnes Platinblech mit sehr feiner Öffnung ver-

geschlossen. Mittels eines Dreiweghahns H läßt sich der Zylinder mit dem zu untersuchenden Gas füllen. Der Zylinder taucht in ein mit Quecksilber gefülltes Eisengefaß. In den oben erweiterten Teil des Gefäßes sind an zwei einander gegenüberstehenden Stellen Glasplatten eingekittet. Im Zylinder befindet sich ein Schwimmer, der von dem Quecksilber getragen wird und einige deutlich sichtbare Marken trägt.

Mittels des Dreiweghahnes füllt man den Zylinder mit dem Gas, taucht ihn so tief in Quecksilber ein, daß der Schwimmer unsichtbar ist, und läßt nun das Gas durch die feine Öffnung ausströmen. Mit dem Chronoskop bestimmt man die Zeit t_1 , die zwischen dem Sichtbarwerden zweier Marken verstreicht. Den Versuch wiederholt man mit trockener Luft und findet die Zeit t_2 . Aus Gleichung (3) bestimmt man dann das spezifische Gewicht des Gases bezogen auf Luft.



Fig. 7.

§ 6. Dampfdichtebestimmung.

Dampfdichte ist das spezifische Gewicht eines Dampfes bezogen auf Luft von gleicher Temperatur und Spannung.

a) Bestimmung nach der Methode von Dumas (Fig. 8). Man bestimmt bei der Zimmertemperatur t^0 das Gewicht a g eines Glasballons von etwa $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{3}$ l Inhalt mit angeschmolzenem Glasrohr, das in eine feine Spitze ausgezogen ist. Dann bringt man durch schwaches Erwärmen eine kleine Menge der zu untersuchenden Flüssigkeit in den Ballon und erhitzt nun Ballon mit Flüssigkeit

sigkeit in einem Bade, dessen Temperatur etwa 20° über der Siedetemperatur des zu verdampfenden Körpers liegt.

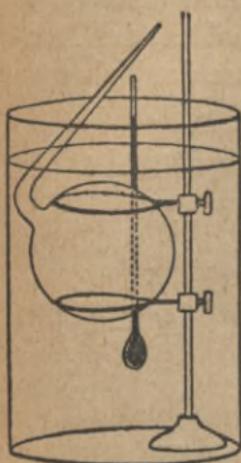


Fig. 8.

Der Ballon füllt sich, indem die Luft aus ihm verdrängt wird, mit den Dämpfen an, welche die Temperatur T des Bades besitzen. Wenn alle Flüssigkeit verdampft ist, schmilzt man das ausgezogene Ansatzrohr mit einer Stichflamme zu. Man ermittelt das Gewicht des sorgfältig getrockneten Ballons gleich b g. Endlich füllt man den Ballon mit Wasser, indem man unter Wasser die ausgezogene Spitze abbricht, und bestimmt das Gewicht des Ballons mit Wasser gleich c g. Wenn λ die Dichte der Luft bei t° und dem herrschenden Luftdruck H ist (s. Tabelle S. 26), so findet man die Dampfdichte

$$d = \left[\frac{b - a}{(c - a)\lambda} + 1 \right] \cdot \frac{1 + 0,00367 \cdot T}{1 + 0,00367 \cdot t}$$

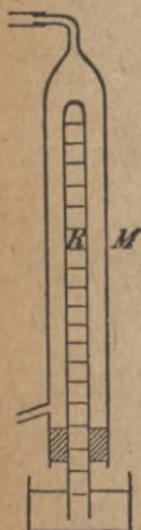


Fig. 9.

b) Gay-Lussac-Hofmannsche Methode (Fig. 9). In ein kleines Fläschchen von etwa 0,5 ccm Inhalt mit eingeriebenem Stöpsel wird eine kleine Menge a g der zu verdampfenden Flüssigkeit eingewogen. Darauf führt man das Fläschchen von unten in die mit Quecksilber angefüllte, kalibrierte Glasröhre R , in der es nach oben steigt. Jetzt leitet man die Dämpfe einer siedenden Flüssigkeit, deren Siedepunkt T etwas höher liegt als derjenige der Substanz, durch das Mantelrohr M . Die Substanz im Fläschchen verdampft

und füllt einen Raum von v ccm in der Röhre R über dem Quecksilber an. Wenn die Höhe der Quecksilbersäule h mm und der äußere Luftdruck H mm beträgt, so steht der Dampf unter dem Druck $H - h$ und hat die Temperatur T^0 ; er würde also bei 0^0 und 760 mm das Volumen

$$v_0 = \frac{v}{1 + 0,00367 \cdot t} \cdot \frac{H - h}{760} \text{ ccm}$$

einnehmen. Demnach ist seine Dichte

$$d = \frac{a}{0,001293 \cdot v_0} = \frac{a}{v} \cdot \frac{1 + 0,00367 \cdot t}{0,001293} \cdot \frac{760}{H - h}$$

c) Methode von V. Meyer (Fig. 10). Die Substanz wird wie beim vorigen Verfahren in ein Fläschchen eingewogen (a g). Der Verdampfungsapparat besteht aus einem langen Glasrohr, das unten stark erweitert ist; am oberen Ende ist ein enges Gasentbindungsrohr und ein kleines horizontales Seitenrohr angeschmolzen, das durch einen Gummistopfen mit durchgestecktem Metalldraht luftdicht verschlossen ist. Das Glasrohr wird in einem Flüssigkeits- oder Dampfbade auf eine Temperatur T gebracht, die höher liegt als die Siedetemperatur der Substanz. Wenn die Temperatur der Glasröhre konstant geworden ist, was man daran erkennt, daß keine Luftblasen mehr aus dem Gasentbindungsrohr aufsteigen, bringt man das Fläschchen in die Glasröhre von oben ein, wobei es zunächst durch

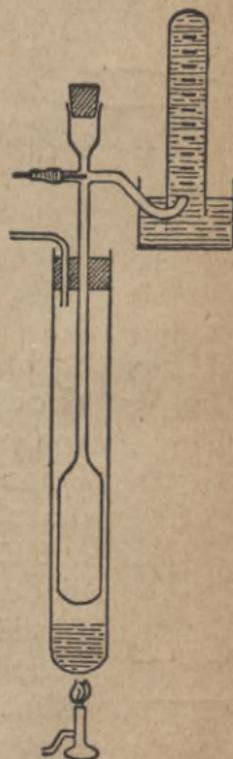


Fig. 10.

den Metalldraht am Hinabfallen verhindert wird, und schiebt über das Gasentbindungsrohr einen in Kubikzentimeter geteilten, mit Wasser angefüllten Glaszylinder. Durch Zurückziehen des Metalldrahtes läßt man nun das Fläschchen in den unteren Teil der Glasröhre fallen, wo die Substanz verdampft und ein ebenso großes Volumen Luft durch das Gasentbindungsrohr in den Meßzylinder verdrängt, wie sie selbst im dampfförmigen Zustande einnimmt. Es mögen v ccm abgelesen werden, die Zimmertemperatur sei t^0 , H der Druck, unter dem die Luft im Meßzylinder steht, dann ist

$$d = \frac{a}{v} \cdot \frac{1 + 0,004 \cdot t}{0,001293} \cdot \frac{760}{H}.$$

§ 7. Elastizitätsmodul.

Wirken auf einen festen Körper irgendwelche Zug- oder Druckkräfte ein, so ändert er seine Form. Der Zusammenhang zwischen Formänderung und Spannung für Zug- und Druckkräfte wird annähernd innerhalb der Elastizitätsgrenze durch das Hookesche Gesetz angegeben: Die elastischen Formänderungen sind den wirkenden Kräften direkt proportional. Für einen Draht oder Stab von der Länge l m und dem Querschnitt q qmm, in dessen Richtung die Kraft P kg wirkt, ist die Verlängerung in Metern

$$d = \alpha \cdot \frac{l \cdot P}{q}.$$

α ist die Verlängerung eines 1 m langen Drahtes vom Querschnitt 1 qmm bei der Belastung 1 kg; α heißt Elastizitätskoeffizient.

Gewöhnlich rechnet man mit seinem reziproken Werte $E = \frac{1}{\alpha}$, der Elastizitätsmodul genannt wird.

Im absoluten Maßsystem, in dem P in Dyn, l in Zentimetern, q in Quadratcentimetern ausgedrückt wird, ist der Wert des Elastizitätsmoduls 98 100 000 mal so groß wie der obige Wert des technischen Maßsystems; seine Dimension im absoluten Maße ist $\text{cm}^{-1} \text{g sec}^{-2}$.

Aus der Gleichung

$$d = \frac{l \cdot P}{E \cdot q}$$

beréchnet man

$$E = \frac{l \cdot P}{d \cdot q}.$$

Hiernach kann man experimentell den Elastizitätsmodul für Drähte finden. Man hängt den Draht an einer festen Stütze auf und spannt ihn durch ein am unteren Ende angehängtes Gewicht. Dann fügt man ein Mehrgewicht P zu und mißt die Verlängerung des Drahtes an der Verschiebung einer unten angebrachten Marke, etwa eines feinen mit Diamant oder Feile geritzten Querstriches oder eines mit Schellacklösung angeklebten Metallfeilsans. Zur Vermeidung des Fehlers, der durch eine eventuelle Durchbiegung der Aufhängestütze entsteht, bringt man oben und unten am Drahte je eine Marke an und bestimmt deren Verschiebung entweder mittels des Kathetometers oder besser mittels zweier Ablesemikroskope mit Okularmikrometer. Empfehlenswert ist es, die Verlängerungen für verschieden große Belastungen zu messen und graphisch in ihrer Abhängigkeit von denselben darzustellen. Der Querschnitt q kann entweder durch direkte Messung des Drahtdurchmessers (s. § 1) oder durch Wägung gefunden werden.

In bequemer Weise kann der Elastizitätsmodul aus der Durchbiegung eines Stabes bestimmt werden. Wird ein einseitig eingeklemmter Stab von der Länge l mm am freien Ende durch die Kraft P kg belastet, so wird dieses um eine Strecke s mm gesenkt. Ist der Querschnitt des Stabes ein Rechteck von der Höhe h mm und der Breite b mm, so ist

$$s = 4 \cdot \frac{l^3}{h^3 \cdot b} \cdot \frac{P}{E}.$$

Für kreisförmigen Querschnitt mit dem Radius r mm ist

$$s = 4 \cdot \frac{l^3}{3 \pi r^4} \cdot \frac{P}{E}.$$

Wird der Stab mit seinen Enden lose auf zwei feste Stützen aufgelegt und in der Mitte belastet, so ist die Senkung

$$s = \frac{1}{4} \cdot \frac{l^3}{h^3 b} \cdot \frac{P}{E},$$

bzw.

$$s = \frac{1}{4} \cdot \frac{l^3}{3 \pi r^4} \cdot \frac{P}{E}.$$

Aus diesen Gleichungen läßt sich E berechnen.

§ 8. Torsionsmodul.

Klemmt man einen Draht von der Länge l cm und dem Querschnittshalbmesser r cm an einem Ende fest und tordiert ihn mittels eines an seinem anderen Ende wirkenden Kräftepaars mit dem Kraftmoment $2M$, so ist der Torsionswinkel proportional der ersten Potenz des Moments und der Drahtlänge, umgekehrt proportional der vierten Potenz des Radius.

$$(1) \quad \varphi = \frac{2 M \cdot l}{F \cdot \pi r^4} .$$

Der Faktor F heißt Torsionsmodul. φ ist im Bogenmaß ausgedrückt. Man bestimmt F experimentell entweder durch Messung der in obiger Gleichung auftretenden Größen φ , M , l und r oder aus Torsionsschwingungen.

Aus der Gleichung (1) ergibt sich

$$(2) \quad M = \frac{\pi \cdot r^4 \cdot F}{2l} \cdot \varphi = D \cdot \varphi .$$

Der Faktor $\frac{\pi r^4 \cdot F}{2l} = D$ heißt Direktionskraft.

Für die Dauer einer Torsionsschwingung eines an einem Faden aufgehängten Körpers gilt nun die Pendelgleichung

$$\frac{t^2}{\pi^2} = \frac{\text{Trägheitsmoment}}{\text{Direktionskraft}} = \frac{K}{D} = \frac{K}{\pi r^4 \cdot F} = \frac{K \cdot 2l}{\pi r^4 \cdot F} .$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich

$$(3) \quad F = 2 \pi \cdot \frac{K \cdot l}{t^2 \cdot r^4}$$

in Einheiten des absoluten C-S-G-Systems. Im technischen Maßsystem rechnet man die Längen nach Millimetern, die Kräfte nach Kilogrammen; daher ist der Torsionsmodul in diesem System 98 100 000 mal so klein wie F .

Eine praktische Messung geschieht folgendermaßen. Man hängt an den Draht von der Länge l einen Metallzylinder mit senkrechter Achse als Schwingungskörper,

dessen Masse M und dessen Radius R ist. Dann ist $K = \frac{1}{2} M R^2$ (s. § 9). Darauf beobachtet man die Schwingungsdauer von n Torsionsschwingungen und berechnet aus der gemessenen Zeit die Dauer t einer Schwingung. l und r werden in bekannter Weise gemessen. Die erhaltenen Werte setzt man in Gleichung (3) ein.

§ 9. Bestimmung von Trägheitsmomenten.

Hat ein Massenpunkt m von einer Achse den Abstand r , so ist sein Trägheitsmoment gleich $m r^2$. Sind mehrere Massen $m_1, m_2 \dots$ mit den Abständen $r_1, r_2 \dots$ vorhanden, so ist das gesamte Trägheitsmoment gleich

$$m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots = \Sigma m r^2.$$

Ist das Trägheitsmoment einer Masse M in bezug auf eine durch den Schwerpunkt gehende Achse gleich K , so ist ihr Trägheitsmoment bezüglich einer im Abstände e parallelen Achse $K_1 = K + M e^2$.

a) Bei regelmäßig geformten Körpern läßt sich das Trägheitsmoment nach der obigen Definition aus der Masse und den Dimensionen des Körpers berechnen.

Beispiele: 1. Das Trägheitsmoment eines dünnen Stabes von der Länge a und der Masse M ist bezüglich einer durch den Schwerpunkt gehenden zur Stabrichtung senkrechten Drehungsachse gleich $\frac{1}{12} M a^2$.

2. Das Trägheitsmoment einer dünnen kreisförmigen Platte von der Masse M und dem Radius r bezüglich einer durch den Mittelpunkt senkrecht zur Kreisebene gehenden Achse ist $\frac{1}{2} M r^2$.

3. Das Trägheitsmoment eines Rechtecks von der Masse M und den Kanten a, b, c für die Schwerpunktsachse, die parallel c verläuft, ist $\frac{1}{12} M (a^2 + b^2)$.

4. Das Trägheitsmoment eines geraden Kreiszylinders von der Masse M , dem Radius r und der Höhe h ist in bezug auf seine geometrische Achse $\frac{1}{2} M r^2$, in bezug auf eine Drehachse, die durch den Schwerpunkt geht und auf der Zylinderachse senkrecht steht, gleich $\frac{1}{2} M(3r^2 + h^2)$.

5. Das Trägheitsmoment eines geraden Hohlzylinders von der Masse M und den Radien r und ρ in bezug auf seine geometrische Achse ist $\frac{1}{2} M(r^2 + \rho^2)$.

6. Das Trägheitsmoment einer Kugel von der Masse M und dem Radius r bezogen auf einen Durchmesser ist $\frac{2}{5} M r^2$.

b) Zur experimentellen Bestimmung des Trägheitsmoments hängt man den Körper an einem Drahte auf und mißt aus einer größeren Anzahl Torsionsschwingungen die Dauer t einer Schwingung. Ist K das gesuchte Trägheitsmoment und D die wirkende Direktionskraft, so gilt bekanntlich die Pendelgleichung

$$\frac{t^2}{\pi^2} = \frac{K}{D}.$$

Vergrößert man nun das Trägheitsmoment des Körpers um ein bekanntes Trägheitsmoment K_1 , wobei die Direktionskraft, die ja unabhängig von der Längsspannung des Drahtes ist, dieselbe bleibt, so ist

$$\frac{t_1^2}{\pi^2} = \frac{K + K_1}{D}.$$

Aus diesen beiden Gleichungen erhält man

$$K = K_1 \cdot \frac{t^2}{t_1^2 - t^2}.$$

Das bekannte Trägheitsmoment K_1 kann z. B. dasjenige

eines Hohlzylinders (Ringes), der konaxial mit der Drehungsachse auf den Körper aufgesetzt wird, oder dasjenige zweier gleichgroßer zylindrischer Gewichtsstücke sein, die in gleichem Abstände von der Drehungsachse und zu den beiden Seiten derselben auf den Körper aufgelegt werden. Ist ihre Masse zusammen m , ihr Radius r und der Abstand ihrer Mittelpunkte von der Achse l , so ist

$$K_1 = m(l^2 + \frac{1}{2}r^2).$$

Es ist günstig, K_1 möglichst groß gegen K zu wählen.

§ 10. Bestimmung der Kapillaritätskonstante einer Flüssigkeit.

Die Kapillaritätskonstante α kann nach Quincke definiert werden als das Gewicht derjenigen Flüssigkeitsmasse, die an der Längeneinheit der Berührungslinie zwischen der Flüssigkeitsoberfläche und einer vollkommen benetzten Wand emporgehoben wird. Im praktischen Maßsystem werden die Längen in Millimetern, die Gewichte in Milligrammen, im C-S-G-System die Längen in Zentimetern, die Gewichte in Dyn gemessen. Daraus ergibt sich, daß die Kapillaritätskonstante im absoluten Maßsystem 9,81 mal so groß ist, wie die im praktischen System.

a) Messung aus Steighöhen. Mit der Bunsenflamme wird ein sorgfältig gereinigtes Glasrohr bis zu etwa 0,1 bis 0,9 mm innerer Weite ausgezogen und in die zu untersuchende Flüssigkeit eingetaucht, wobei man sie ein paarmal hebt und senkt, damit ihre Wandung vollständig benetzt wird. Die Steighöhe h der Flüssigkeit wird nun mittels Glasskala oder Kathetometer gemessen. Die innere Weite der Kapillarröhre wird an mehreren Stellen mittels des Mikroskops bestimmt (§ 1) und

das Mittel aus den Einzelwerten genommen. Man erhält dann $r = \frac{1}{2} d$. Ist das spezifische Gewicht der Flüssigkeit gleich s , so ist

$$\alpha = \frac{1}{2} r h s .$$

b) Messung aus dem von einem Flüssigkeitshäutchen getragenen Maximalgewicht (Fig. 11). Ein Gestell $ABCD$ aus dünnem Eisendraht ist an einen rechtwinklig gebogenen Draht EF gelötet, dessen Ende E in einen Kork gesteckt ist. Mittels dieses Drahtes kann man das Gestell durch Drehung horizontal und vertikal stellen. Der Bügel GH , der die leichte Wagschale W trägt, wird nahe an BC gelegt. Nun bringt man mittels eines Pinsels ein Flüssigkeitshäutchen zwischen BC und GH , dreht $ABCD$ in die senkrechte Ebene und legt auf W so lange Gewichte, bis das Häutchen zerreißt. Ist die Länge von BC gleich l mm, das Gewicht des Bügels GH samt der Schale und den aufgelegten Gewichten gleich p mg, so besteht, da die Lamelle zwei freie Oberflächen von der Länge l hat, die Gleichung

$$p = 2 l \cdot \alpha ,$$

aus der sich ergibt

$$\alpha = \frac{p}{2 l}$$

c) Aus dem Tropfengewicht. Eine Kapillarröhre aus dickwandigem Glas, die unten eben geschliffen ist, trägt in der Mitte eine bauchige Erweiterung. Diese wird mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt. Ist

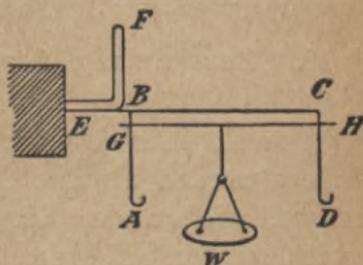


Fig. 11.

r der äußere Durchmesser des kreisförmigen Röhrenendes, so ist die Berührungslinie zwischen einem herabfallenden Tropfen und der Glasröhre gleich $2r\pi$. Nun stellt das Tropfengewicht p das Gewicht dar, das die Berührungslinie $2r\pi$ eben nicht mehr tragen kann. Also ist

$$p = 2r\pi \cdot \alpha$$

und

$$\alpha = \frac{p}{2r\pi}.$$

d) Aus der Höhe von Flüssigkeitstropfen. Befindet sich auf einer ebenen Unterlage ein größerer Tropfen einer nicht benetzenden Flüssigkeit vom spezifischen Gewicht s und bezeichnet man den mit einem kleinen Kathetometer zu messenden Höhenunterschied zwischen der Kuppe des Tropfens und der Stelle seines größten Umfanges mit h , so ist

$$\alpha = \frac{1}{2} h^2 \cdot s.$$

II. Abschnitt.

Messungen aus der Akustik.

§ 11. Bestimmung der Schallgeschwindigkeit.

Aus Kundtschen Staubfiguren. Mit Hilfe der Kundtschen Röhre können stehende Schallwellen sichtbar dargestellt werden. In eine nicht zu enge, an einem Ende durch einen Kork verschlossene Glasröhre wird

eine kleine Menge Kork- oder Lycopodiumpulver gebracht, das durch Schütteln so verteilt wird, daß es der ganzen Länge nach den Boden der Röhre gleichmäßig bedeckt. Ein in der Mitte festgehaltener Glasstab ragt mit einem Ende in die Röhre hinein und trägt hier eine Scheibe aus Kork oder Papier, deren Durchmesser etwas kleiner ist als der innere Durchmesser der Röhre. Reibt man nun das andere Ende des Stabes mit einem feuchten Lappen, so wird der ganze Stab in longitudinale Schwingungen versetzt, derart, daß in der Mitte ein Knoten, an beiden Enden Bäuche entstehen. Die Kork- oder Papierscheibe überträgt diese Schwingungen auf die Luftsäule im Rohre, die nun in demselben Tempo wie der Stab schwingt. Durch Reflektion am geschlossenen Röhrende bilden sich stehende Schallwellen aus; sie werden dadurch sichtbar, daß sich das leichte Pulver an den Knoten zu kleinen Häufchen ballt, während es sich in den Bäuchen in feinen rippenartigen Querlinien anordnet. Der Abstand von Knoten zu Knoten, der mittels eines untergelegten Maßstabes gemessen wird, ist gleich einer halben Wellenlänge. Bei Benutzung kleinerer Röhren kann man diese stehenden Wellen auch durch eine Galtonpfeife erzeugen; auf diese Weise lassen sich noch die Schallwellen von Tönen darstellen, die die Grenze der Hörbarkeit übersteigen.

Folgende Aufgaben können mit Hilfe der Kundtschen Röhre gelöst werden.

α) Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in festen Körpern.

Die Schallgeschwindigkeit V im Glase verhält sich zu der in Luft v wie die halbe Wellenlänge im Glase, d. h. die Länge L des Glasstabes zu der halben Wellenlänge l in Luft.

$$\frac{V}{v} = \frac{L}{l}, \quad \text{also} \quad V = v \cdot \frac{L}{l}.$$

Ersetzt man den Glasstab durch Stäbe aus anderen Materialien, so läßt sich die Schallgeschwindigkeit in diesen ermitteln.

β) Bestimmung der Schwingungszahl des Glasstabes bzw. des Pfeifentones.

Dividiert man die als bekannt vorausgesetzte Schallgeschwindigkeit v in Luft [$v = 331 \sqrt{1 + 0,004 t}$ m/sek., wenn t die Lufttemperatur bedeutet], durch die aus den Staubfiguren ermittelte Wellenlänge $2l$, so erhält man die Schwingungszahl der Luftsäule und somit auch des Glasstabes

$$n = \frac{v}{2l}.$$

γ) Messung des Elastizitätsmoduls fester Körper.

Aus der für feste Körper gültigen Newtonschen Gleichung

$$v = \sqrt{\frac{E}{d}}$$

($d =$ Dichte) folgt der Elastizitätsmodul E derselben

$$E = v^2 \cdot d.$$

δ) Messung der Schallgeschwindigkeit in Gasen.

Erzeugt man die Kundtschen Staubfiguren zuerst in Luft, dann in einem Gase (Leuchtgas, Kohlensäure), das mittels zweier Ansatzröhren durch die Kundtsche Röhre geleitet wird, so sind die Schallgeschwindigkeiten in den Gasen den Wellenlängen proportional.

§ 12. Schwingungszahl eines Tones.

a) Bestimmung mit der Sirene. Man erteilt einer mit Zählwerk versehenen Sirene eine solche Umdrehungsgeschwindigkeit, daß ihr Ton dieselbe Höhe hat wie derjenige des zu untersuchenden Tonerregers. Aus der am Zählwerk abgelesenen Umdrehungszahl, der Anzahl der Löcher der Sirene und der Zeit, während der das Zählwerk in Gang war, berechnet man die Anzahl der Schwingungen in einer Sekunde. — Man benutzt gewöhnlich die Sirene von Cagniard la Tour. In eine zylindrische Windkapsel aus Messing wird mittels eines Blasebalges ein Luftstrom gepreßt. Die Deckplatte der Kapsel enthält eine Anzahl im Kreise um den Mittelpunkt angeordneter Löcher. In geringem Abstände von ihr ist eine in feinen Spitzen um eine vertikale Achse laufende Messingscheibe angebracht, die mit derselben Zahl der Löcher wie die Deckplatte versehen ist. Die Löcher der Deckplatte und der Scheibe sind schräg gestellt, und zwar haben die der Platte entgegengesetzte Richtung wie die der Scheibe. Bei der Umdrehung der Scheibe sind nun entweder alle Löcher der Platte gleichzeitig offen oder gleichzeitig geschlossen. Die in der Windkapsel zusammengepreßte Luft geht durch die Löcher der Deckplatte und trifft senkrecht gegen die Wandungen der Scheibenlöcher, wodurch die Scheibe in um so schnellere Umdrehung versetzt wird, je stärker der Windstrom ist; mit der Umdrehungsgeschwindigkeit wächst die Tonhöhe der Sirene. Man reguliert nun den Windstrom so, daß die Sirene denselben Ton wie das zu untersuchende Musikinstrument liefert. Zur Messung der Umdrehungsgeschwindigkeit ist mit der Sirene ein Zählwerk verbunden. Mittels einer Schraube ohne Ende greift

die Achse der Scheibe in ein Zahnrad mit 100 Zähnen ein. Bei jeder Scheibenumdrehung wird das Rad um einen Zahn weitergedreht. An einem feststehenden Zeiger und der am Rade angebrachten Einteilung liest man die Anzahl der Umdrehungen bis 100 ab. Wenn das Rad sich einmal vollständig herumgedreht hat, verschiebt es ein zweites Zahnrad um einen Teilstrich; an diesem werden demnach die ganzen Hunderter der Scheibenumdrehungszahl abgelesen. Eine Vorrichtung ist angebracht, um das Zählwerk erst in dem Augenblick einzuschalten, in dem der Ton die gesuchte Höhe erreicht hat. Es möge während t Sekunden die Umdrehungszahl a abgelesen werden; die Anzahl der Löcher sei z . Dann ist die Schwingungszahl

$$n = \frac{a \cdot z}{t} .$$

b) Graphische Bestimmung der Schwingungszahl einer Stimmgabel oder eines einseitig festgeklebten Stabes. Man befestigt an dem tonerregenden Körper eine Schreibspitze, versetzt ihn in Schwingungen und läßt ihn die Schwingungen auf den berußten Papierstreifen des S. 15 beschriebenen Schwungrades schreiben, das nach dem Takte eines auf halbe Sekunden gestellten Metronoms mit der Hand in gleichförmige Drehung versetzt wird. Es sei a die Wellenzahl, die auf eine Länge l mm des Papierstreifens kommt, dann ist die Länge einer Welle gleich $\frac{l}{a}$ mm; der Radumfang sei L mm, die Schwingungszahl des Metronoms pro Minute z , also pro Sekunde $\frac{z}{60}$, dann entsprechen $\frac{z}{60}$ Se-

kunden einer Strecke L mm, also 1 Sekunde einer Strecke $\frac{60 L}{z}$ mm. Die gesuchte Schwingungszahl ist nunmehr

$$n = \frac{60 L}{z} : \frac{l}{a} = \frac{60 L \cdot a}{z \cdot l} .$$

Auch mit Hilfe der folgenden Versuchsanordnung läßt sich graphisch die Schwingungszahl einer Stimmgabel finden. Über einem Grundbrette sind eine Stimmgabel und eine elastische Stahlfeder, die an ihrem Ende ein Gewicht trägt, nebeneinander eingeklemmt; mittels Klebwachses werden zwei Borsten an ihnen befestigt, die eine berußte Glasplatte gerade eben berühren. Die Glasplatte kann zwischen zwei Metallschienen des Grundbrettes fortgezogen werden. Setzt man Feder und Stimmgabel in Schwingungen, so werden zwei Sinuslinien in den Ruß eingeschrieben. Man zählt nun die Stimmgabelwellen ab, die auf eine Welle der Feder kommen; die Zahl sei z . Nun mißt man mit der Uhr oder dem Metronom die Schwingungsdauer t der Feder. Dann ist die Schwingungszahl n der Stimmgabel

$$n = \frac{z}{t} .$$

c) Bestimmung der Höhe eines Tones mit dem Monochord und einer Stimmgabel von bekannter Schwingungszahl. Man sucht die Länge l_1 der Saite eines Monochords auf, die denselben Ton wie die Stimmgabel von der bekannten Schwingungszahl n gibt, darauf am selben Monochord bei ungeänderter Spannung die Länge l_2 ,

die dem Tone von der gesuchten Schwingungszahl x entspricht. Dann ergibt sich

$$x : n = l_1 : l_2, \quad x = \frac{n l_1}{l_2}.$$

d) Berechnung der Schwingungszahl einer gespannten Saite. Wird eine Saite von der Länge l m durch ein Gewicht P kg gespannt, so ist die Schwingungszahl ihres Grundtones

$$n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{9,81 \cdot P}{p}},$$

wenn p das Gewicht von 1 m der Saite in Kilogrammen bedeutet.

e) Schwebungen, d. h. das abwechselnde Anschwellen und Abnehmen zweier gleichzeitig erklingender Töne von nur sehr wenig verschiedenen Schwingungszahlen, sind Interferenzerscheinungen zweier nicht synchroner Schallwellen. Die Anzahl der Schwebungen pro Sekunde ist gleich der Differenz der Schwingungszahlen beider Töne.

III. Abschnitt.

Messungen aus der Wärmelehre.

§ 13. Fundamentalpunkte eines Thermometers.

Fundamentalpunkte eines Thermometers sind die Punkte, auf die sich das Quecksilber in der Röhre einstellt bei der Temperatur des schmelzenden Schnees und der Temperatur des bei 760 mm Barometerdruck siedenden Wassers. Zu ihrer Bestimmung taucht man das Thermometer zunächst so weit in ein mit schmelzendem

Schnee oder mit einem breiigen Gemisch von fein zerstobenem Eis und destilliertem Wasser gefülltes Gefäß, daß möglichst die ganze Quecksilbersäule umschlossen ist. Der Punkt, auf den sich das Quecksilber einstellt, wird mit 0° bezeichnet. Alsdann bringt man das Thermometer in ein Gefäß von nebenstehender Gestalt (Fig. 12).

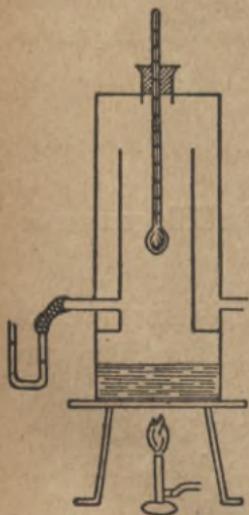


Fig 12.

Ein Blechzylinder, dessen unterer Teil mit Wasser gefüllt ist, ist von einem weiteren Mantel mit Ausflußrohr umgeben. Man bringt das Wasser zum Sieden. Die Wasserdämpfe steigen im inneren Zylinder in die Höhe, senken sich im Mantel wieder und gelangen durch die Ausflußöffnung ins Freie. Ein Überdruck der Dämpfe im Innern wird durch ein Wassermanometer gemessen. Der 13,6 te Teil der abgelesenen Wassersäule wird zum herrschenden Luftdruck addiert, um den Dampfdruck zu erhalten. Die Thermometerkugel darf nicht in das kochende Wasser hineinragen, da dessen Temperatur infolge von Beimengungen häufig höher ist, als diejenige der entwickelten Dämpfe. Möglichst der ganze Quecksilberfaden soll von den Dämpfen umspült sein. Die Temperatur t der Dämpfe siedenden Wassers ist nach folgender Tabelle von der Größe H mm des Luftdruckes abhängig.

| | | | | | | | | |
|-----|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| H | 720 | 725 | 730 | 735 | 740 | 745 | 750 | 755 |
| t | 98,49 | 98,69 | 98,88 | 99,07 | 99,25 | 99,44 | 99,63 | 99,81 |
| H | 760 | 765 | 770 | 775 | 780 | 785 | 790 | |
| t | 100,0 | 100,18 | 100,37 | 100,55 | 100,73 | 100,91 | 101,09 | |

An den Punkt, auf den sich das Quecksilber nach längerem Verweilen in den Dämpfen einstellt, schreibt man die aus dieser Tabelle ermittelte zum herrschenden Luftdruck gehörige Temperatur.

§ 14. Vergleichung zweier Thermometer.

Anstatt Gefrierpunkt und Siedepunkt eines Thermometers nach vorstehender Methode zu kontrollieren, kann man es auch mit einem Normalthermometer vergleichen. Beide Thermometer werden dicht beieinander in ein Flüssigkeitsbad getaucht und ihr Stand bei verschiedenen Temperaturen verglichen. Die Temperaturänderung des Bades wird auch in umgekehrter Folge vorgenommen, um eine eventuelle Trägheit des Quecksilbers in der Thermometerkugel zu eliminieren.

§ 15. Längenausdehnungskoeffizient fester Körper.

Unter dem Längenausdehnungskoeffizienten α versteht man die Verlängerung eines 1 m langen Körpers bei der Erhöhung seiner Temperatur um 1°C . Erwärmt man einen Stab von l m Länge um t° , so ist unter Voraussetzung der Proportionalität der Längenzunahme mit der Temperatur die Verlängerung $\lambda = l \cdot \alpha \cdot t$. Hieraus ergibt sich

$$\alpha = \frac{\lambda}{l \cdot t}.$$

Zur Messung von λ kann der folgende einfache Apparat von Blümel verwendet werden. Auf einem Grundbrett stehen zwei Säulen, von denen die eine eine Mikrometerschraube, die andere einen Winkelhebel mit einem kurzen und einem langen Arme trägt. Der Körper, dessen Ausdehnungskoeffizient bestimmt werden soll, ist ein an bei-

den Enden zugespitzter Stab von 200 mm Länge. Er wird derart in eine an beiden Seiten mit Gummiknien verschlossene Glasröhre gesteckt, daß nur die äußersten Spitzen aus den Gummiverschlüssen herausragen. Mit den Spitzen wird er nun einerseits in den Körner der Mikrometerschraube, andererseits in einen Körner des kurzen Winkelhebelarmes 1 cm unterhalb der Drehachse eingeklemmt. Das Ende des langen Hebelarmes ist mit einer feinen Spitze versehen. Man legt deren Stellung fest mittels eines dahinter aufgestellten Spiegels mit eingeritzter Marke.

Der Stab wird auf eine bekannte Temperatur t gebracht, indem man aus einem Behälter mittels der Gummiknie und Schlauchverbindungen Wasser von gemessener Temperatur durch die Glasröhre fließen läßt. Noch bequemer ist es, die Zimmertemperatur als Anfangstemperatur zu wählen. Die Spitze des Fühlhebels wird nun auf die Spiegelmarke eingestellt. Jetzt leitet man Wasser von höherer Temperatur T oder die Dämpfe siedenden Wassers durch die Röhre. Der Stab dehnt sich aus und hebt den langen Hebelarm um ein gewisses Stück. Man dreht nun den Trommelkopf der Mikrometerschraube so weit zurück, bis die Spitze des Hebels wieder mit der Marke zur Deckung gebracht ist. Am Trommelkopf liest man jetzt die Strecke ab, um die die Mikrometerspindel zurückgedreht ist, d. h. die Verlängerung λ des Stabes bei der Temperaturerhöhung um $T - t^{\circ}$. Es ist dann

$$\alpha = \frac{\lambda}{l(T - t)},$$

wo $l = 200$ mm ist.

§ 16. Ausdehnungskoeffizient von Flüssigkeiten.

Erwärmt man eine Flüssigkeit in einem Gefäß, so vermehrt sich ihr Volumen, zugleich vergrößert sich aber auch der Rauminhalt des Gefäßes. Die beobachtete, scheinbare Volumenzunahme der Flüssigkeit ist daher gleich der Differenz aus ihrer absoluten Volumenvergrößerung und derjenigen des Gefäßes.

a) Die absolute Ausdehnung des Quecksilbers läßt sich nach Dulong und Petit unter Zuhilfenahme des Prinzips der kommunizierenden Röhren bestimmen. Dieses sagt aus, daß sich die Höhen verschieden schwerer Flüssigkeiten in kommunizierenden Röhren umgekehrt wie ihre spezifischen Gewichte verhalten. Der benutzte Apparat ist folgender. Zwei unten durch ein Kapillarrohr verbundene Glasröhren werden mit Quecksilber gefüllt. Die eine Röhre wird durch schmelzenden Schnee auf die Temperatur 0° , die andere durch Dämpfe siedenden Wassers auf 100° gebracht. Das Quecksilber von 100° ist spezifisch leichter als das von 0° , daher haben die Kuppen der Quecksilbersäulen eine kleine Höhendifferenz d , die mittels des Kathetometers gemessen wird. Die ganze Höhe der Quecksilbersäule von 0° sei gleich h . Dann ist der kubische Ausdehnungskoeffizient des Quecksilbers

$$\gamma = \frac{d}{100 \cdot h}.$$

Statt 100 setzt man genauer die zu dem herrschenden Luftdruck gehörige Siedetemperatur des Wassers, die sich aus der Tabelle S. 46 ergibt.

b) Die scheinbare Ausdehnung der Flüssigkeiten bestimmt man mittels eines Pyknometergefäßes mit angeschmolzener und oben umgebogener Ausflußkapillare.

Das Gefäß wird wie eine Thermometerkugel mit der zu untersuchenden Flüssigkeit von Zimmertemperatur angefüllt. Sein Gewicht möge leer p_1 g, mit der Flüssigkeit von Zimmertemperatur t p_2 g betragen, dann ist $p_2 - p_1$ das Gewicht der Flüssigkeit bei t^0 . Man erhitzt nun das Pyknometer in einem Wasserbade bis T^0 . Die ausfließende Flüssigkeit wird in einer Schale aufgefangen und gewogen; ihr Gewicht sei m g. Das spezifische Gewicht der Flüssigkeit sei s , ihr wahrer Ausdehnungskoeffizient werde mit α , der kubische Ausdehnungskoeffizient des Glases mit 3β bezeichnet. Da bei der Erwärmung um $T - t^0$ das Volumen $v = \frac{p_2 - p_1}{s}$ ccm der Flüssigkeit sich um $\delta = \frac{m}{s}$ ccm ausdehnt, so ist der scheinbare Ausdehnungskoeffizient der Flüssigkeit, d. h. die scheinbare Ausdehnung von 1 ccm bei der Temperaturerhöhung um 1^0 gleich

$$\frac{\delta}{v(T-t)} = \frac{m}{(p_2 - p_1)(T-t)}.$$

Nun ist aber der wahre Ausdehnungskoeffizient α der Flüssigkeit gleich ihrem scheinbaren, vermehrt um den kubischen Ausdehnungskoeffizienten des Glases; daher besteht die Gleichung

$$\alpha = \frac{m}{(p_2 - p_1)(T-t)} + 3\beta.$$

Setzt man β als bekannt voraus, so läßt sich α berechnen. Da jedoch β für verschiedene Glassorten veränderliche Werte besitzt, so kann man in der Gleichung auch β als Unbekannte ansehen und die Untersuchung zunächst mit Quecksilber anstellen, dessen Ausdehnungskoeffi-

zient α nach der Dulong-Petitschen Methode bereits bestimmt ist. Nachdem dann β ein für allemal gefunden ist, läßt sich die Methode für die Untersuchung beliebig anderer Flüssigkeiten verwenden.

§ 17. Ausdehnung von Gasen. Luftthermometer.

Gay-Lussac fand durch experimentellen Nachweis, daß alle Gase beim Erwärmen sich gleich stark ausdehnen, und zwar bei 1° Temperaturerhöhung um 0,00367 oder $\frac{1}{273}$ ihres Volumens bei 0° . Die Volumina einer Gasmenge sind ferner nach dem Boyleschen Gesetze umgekehrt proportional den Drucken, unter denen sie stehen. Beide Gesetze werden durch die eine Formel ausgedrückt

$$(1) \quad p v = p_0 v_0 (1 + \alpha t) .$$

Führt man statt t die absolute Temperatur $T = 273 + t$ ein, so lautet die Gleichung

$$p v = p_0 v_0 \alpha \cdot T .$$

Die Messung des Ausdehnungskoeffizienten α für Luft geschieht mit Hilfe eines kugelförmigen Ballons ($\frac{1}{3}$ l Inhalt) aus dünnem Glase mit angeschmolzenem Ansatzrohr. Man taucht ihn in siedendes Wasser von T° , so daß nur das Ende des Ansatzrohres herausragt, und schmilzt nach einigen Minuten das zu einer Spitze ausgezogene Ansatzrohr zu. Darauf nimmt man den Ballon aus dem kochenden Wasser heraus und bricht die Spitze unter Wasser von Zimmertemperatur t° ab. Das Wasser strömt nun in den Ballon infolge der Abkühlung der Luft ein; sein Gewicht werde zu a g gefunden. Endlich füllt man den ganzen Ballon mit Wasser, dessen Gewicht b g sei. Da bei diesem Versuche

keine Druckänderung der Luft erfolgt, so gelten die Gleichungen

$$v_T = v_0(1 + T \cdot \alpha) \quad \text{und} \quad v_t = v_0(1 + t \cdot \alpha),$$

aus denen man durch Division erhält

$$\frac{v_T}{v_t} = \frac{1 + T \alpha}{1 + t \alpha}.$$

Hieraus ergibt sich

$$\alpha = \frac{v_T - v_t}{T \cdot v_t - t \cdot v_T}.$$

Setzt man nun

$$v_T = b \quad \text{und} \quad v_T - v_t = a,$$

so erhält man durch Subtraktion

$$v_t = b - a.$$

Durch Einsetzen dieser Werte erhält man

$$\alpha = \frac{a}{T \cdot (b - a) - b \cdot t}.$$

Bleibt das Volumen einer Gasmenge konstant ($v = v_0$), so heißt Gleichung (1)

$$(2) \quad p = p_0(1 + \alpha t).$$

Diese Formel wird beim Luftthermometer von Jolly angewendet (Fig. 13). Zwei senkrechte, durch einen dickwandigen Gummischlauch miteinander verbundene Glasröhren *A* und *B* sind zum Teil mit Quecksilber angefüllt. Eine der Röhren *A* steht mittels einer Kapillarröhre in Verbindung mit einem Glasballon *G*, der mit trockener Luft gefüllt ist. Durch Heben oder Senken von *B* läßt sich das Quecksilber in *A* auf eine bestimmte Marke einstellen. An einer Millimeterskala wird der Höhenunterschied *h* der Quecksilberkuppen in *A* und *B* abgelesen.

Um eine Temperaturmessung auszuführen, bringt man den Ballon in ein Gefäß mit schmelzendem Schnee und stellt das Quecksilber auf die Marke ein. Man liest

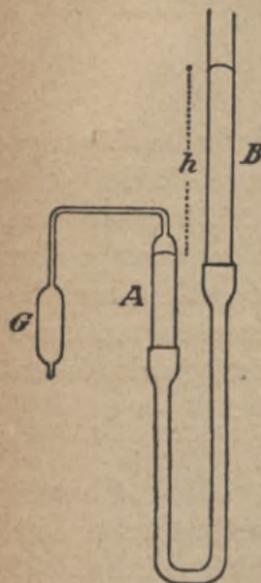


Fig. 13.

eine Höhendifferenz h_1 der Quecksilberkuppen ab; h_1 ist negativ zu rechnen, wenn die Kuppe in *A* höher steht als in *B*. Ist der Barometerstand gleich H , so steht das Gas im Ballon unter dem Druck $p_0 = H + h_1$. Nun bringt man den Ballon in die Dämpfe siedenden Wassers und findet eine Höhendifferenz h_2 . Der Druck des Gases beträgt also $p = H + h_2$. Aus den gefundenen Werten p_0 und p ergibt sich nach Gleichung (2) der Ausdehnungskoeffizient der Luft

$$\alpha = \frac{h_2 - h_1}{(H + h_1) \cdot T},$$

wenn T hier die Siedetemperatur des Wassers beim Druck H bedeutet. Um

die Temperatur t eines Raumes mit dem Luftthermometer zu messen, bringt man den Ballon in den Raum und beobachtet einen Höhenunterschied h der Kuppen. Dann verhält sich die Temperatur t zur Siedetemperatur T des Wassers wie $h - h_1$ zu $h_2 - h_1$. Folglich ist

$$t = \frac{T(h - h_1)}{h_2 - h_1}.$$

§ 18. Molekulargewichtsbestimmung aus der Gefrierpunktserniedrigung und der Siedepunktserhöhung.

a) Gefrierpunktserniedrigung. Der Gefrierpunkt von Flüssigkeiten wird durch Auflösen von Stoffen erniedrigt, und zwar ist die Gefrierpunktserniedrigung τ eines

Lösungsmittels proportional der in 100 g des Lösungsmittels gelösten Anzahl n Grammmoleküle, wobei man unter dem Grammmolekül eines Körpers diejenige Anzahl Gramm versteht, die durch sein Molekulargewicht angegeben wird.

$$\tau = A \cdot n .$$

In dieser Formel ist A für ein und dasselbe Lösungsmittel eine Konstante. A kann nach der van 't Hoff'schen Theorie der Lösungen berechnet werden. Diese sagt aus, daß alle Stoffe in verdünnten Lösungen den Gasgesetzen von Boyle, Gay-Lussac und Avogadro folgen. Danach berechnet man A aus der absoluten Gefriertemperatur T und der Schmelzwärme S des Lösungsmittels aus der Formel $A = \frac{0,0198 \cdot T^2}{S}$. Ferner lassen sich die

Werte für A auch empirisch bestimmen (S. 56). A hat für verschiedene Lösungsmittel folgende Werte: Wasser 18,5, Ameisensäure 28, Essigsäure 39, Benzol 50, Naphthalin 70, Nitrobenzol 70. Die obengenannte Formel für die Gefrierpunktserniedrigung gilt nicht mehr genau für sehr konzentrierte Lösungen, wie z. B. auch das Boylesche Gesetz keine volle Gültigkeit mehr hat für stark komprimierte Gase. Auch für verdünnte Lösungen gilt die Formel nur dann, wenn die Moleküle nicht in der Lösung dissoziiert oder polymerisiert sind. Im ersten Fall, der z. B. für in Wasser gelöste Elektrolyte zutrifft, erhält man zu große, im letzten Falle zu kleine Gefrierpunktserniedrigungen.

Wenn man in P g des Lösungsmittels p g des Stoffes, dessen gesuchtes Molekulargewicht M ist, löst, so sind in P g Lösungsmittel $\frac{p}{M}$ Grammmoleküle, also in 100 g

Lösungsmittel $\frac{p \cdot 100}{P \cdot M}$ Grammmoleküle gelöst. Diese Zahl ist aber mit n bezeichnet worden. Demnach ist

$$\tau = A \cdot \frac{p \cdot 100}{P \cdot M}.$$

Hieraus ergibt sich das Molekulargewicht

$$M = \frac{A \cdot p \cdot 100}{\tau \cdot P}.$$

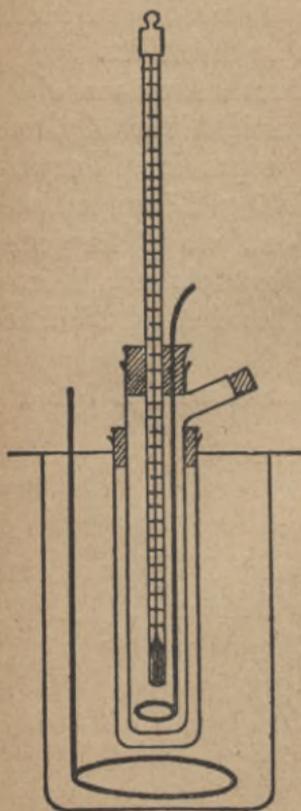


Fig. 14.

Zur Bestimmung von τ dient der Beckmannsche Apparat (Fig. 14). Ein dickwandiges Reagenzglas, das oben ein seitliches Ansatzrohr trägt, wird von einem Kork verschlossen. Durch ihn ist ein hundertstel Grad anzeigendes Beckmannsches Thermometer und ein Platinrührer gesteckt. Das Gefäß ist von einem weiteren Reagenzglas umgeben, dessen Hohlraum als Luftmantel dient. Das Ganze taucht in ein Kühlgefäß mit Kältelösung. In das innere Reagenzglas werden P g des reinen Lösungsmittels eingewogen und der Gefrierpunkt am Thermometer bestimmt. Bei der Ablesung sieht man zunächst das Thermometer einige Zehntel Grad unter den Gefrierpunkt sinken, bis es dann plötzlich wieder zu steigen beginnt und sich auf einen bestimmten Punkt einstellt, auf dem

es nun dauernd stehen bleibt; dieser ist der Gefrierpunkt. Nun werden in einzelnen Portionen durch das Seitenrohr abgewogene Mengen des Körpers in das Lösungsmittel gebracht und wiederum die Gefrierpunkte bestimmt. Es ist darauf zu achten, daß die Temperatur der Kältelösung im äußeren Gefäß nur wenige Grade unter dem Gefrierpunkt der Lösung im Reagenzglas sein darf. Wasser ist für viele Körper als Lösungsmittel ungeeignet, da es die Moleküle dissoziiert. Die Größe A läßt sich empirisch bestimmen, indem man eine abgewogene Menge eines Körpers auflöst, dessen Molekulargewicht schon von vornherein bekannt ist.

b) Siedepunktserhöhung. Durch Auflösen eines Körpers wird der Siedepunkt einer Flüssigkeit erhöht, und zwar ist die Siedepunktserhöhung τ proportional der Anzahl n Grammmoleküle, die in 100 g Lösungsmittel aufgelöst sind. Es ist also $\tau = B \cdot n$, wo B für jedes Lösungsmittel eine Konstante ist. B hat folgende Werte: für Wasser 5,2; Alkohol 11,5; Äther 21; Benzol 26; Phenol 30; Anilin 32.

Nach der van 't Hoff'schen Gastheorie wird B berechnet aus der Gleichung

$$B = \frac{0,0198 \cdot T^2}{V},$$

in der V die Verdampfungswärme und T die absolute Siedetemperatur des Lösungsmittels bedeuten.

Setzt man noch wie auf Seite 55

$$n = \frac{p \cdot 100}{P \cdot M},$$

so ist

$$\tau = \frac{B \cdot p \cdot 100}{P \cdot M}$$

und

$$M = \frac{B \cdot p \cdot 100}{\tau \cdot P}.$$

Der von Beckmann angegebene Apparat zur Bestimmung der Siedepunktserhöhung ist in Fig. 15 schematisch abgebildet. Zur Verhütung des Siedeverzugs ist in den Boden des Siedezylinders *A* ein Platindraht eingeschmolzen.

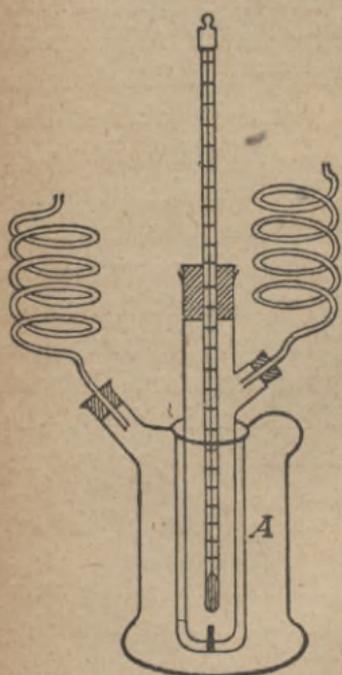


Fig. 15.

Auf das seitliche Ansatzrohr, in welches die zu lösenden Stoffe eingeführt werden, wird ein Luft- oder Wasserkühler gesetzt. Das in den Zylinder rägende Thermometer ist in hundertstel Grade eingeteilt. Der Siedezylinder *A* ist von einem weiteren Mantelgefäß umgeben, das ebenfalls mit Kühler versehen ist. In *A* werden *P* g Lösungsmittel eingewogen; im Mantel befindet sich eine beliebige Menge derselben Flüssigkeit. Der ganze Apparat steht auf einem Heizkasten aus Asbest. Durch eine Flamme wird das Lösungsmittel in beiden Gefäßen zum Kochen erhitzt. Wenn die Temperatur des Thermometers sich nicht mehr

ändert, liest man die Siedetemperatur des reinen Lösungsmittels ab. Darauf bringt man in das Ansatzrohr *p* g der zu untersuchenden Substanz ein und bestimmt wieder die Siedetemperatur. Der Unterschied beider Temperaturen ist τ . Die Größe *B* entnimmt man entweder einer Tabelle oder berechnet sie nach der van 't Hoff'schen

Gastheorie oder bestimmt sie durch Auflösen einer Substanz von bekanntem Molekulargewicht.

§ 19. Spannkraft gesättigten Dampfes. Dampfdruckerniedrigung von Lösungen.

Man füllt eine etwa 1 m lange, an einem Ende geschlossene Glasröhre mit Quecksilber, entfernt die an der Rohrwandung haftenden Luftblasen durch Auskochen, verschließt die Öffnung mit dem Finger und öffnet unter Quecksilber; das Quecksilber fällt dann im oberen Teil der Röhre. Die Höhe der Quecksilbersäule b gibt den herrschenden Luftdruck an. Nun führt man die zu untersuchende Flüssigkeit mittels einer Spritze von unten in die Röhre ein. Sie steigt infolge ihres kleineren spezifischen Gewichtes in die Höhe und verdampft teilweise, bis das Volumen mit ihren Dämpfen gesättigt ist. Die Flüssigkeit muß im Überschuß vorhanden sein. Ist die Höhe der Quecksilbersäule jetzt gleich h , so ist $d = b - h$ der Dampfdruck bei der herrschenden Lufttemperatur.

Zur Größe h ist noch die Korrektion $\frac{a \cdot s}{13,6}$ zu addieren,

wenn über dem Quecksilber eine Flüssigkeitssäule von a mm steht und s das spezifische Gewicht der Flüssigkeit bedeutet.

Löst man in einer Flüssigkeit von der Dampfspannung d bei einer bestimmten Temperatur einen Körper, so wird d um eine Größe δ vermindert. Für diese Dampfdruckerniedrigung gilt folgendes Gesetz: Die Verminderung δ der Dampfspannung beim Auflösen einer Substanz verhält sich zur Dampfspannung d des reinen Lösungsmittels wie die Anzahl n der in der Lösung befindlichen Moleküle der Substanz zu der Anzahl

$n + N$ der Gesamtmoleküle der Substanz und des Lösungsmittels.

Nimmt man P g Lösungsmittel vom Molekulargewicht m , so ist $N = \frac{P}{M}$ und $n = \frac{p}{m}$. Das Gesetz der Dampfdruckerniedrigung wird nun durch die Gleichung ausgedrückt:

$$\frac{\delta}{d} = \frac{\frac{p}{m}}{\frac{P}{M} + \frac{p}{m}},$$

Setzt man in dieser Gleichung M als bekannt voraus, so findet man das Molekulargewicht der gelösten Substanz

$$m = \frac{p(d - \delta)}{P \cdot \delta} \cdot M.$$

Zur Bestimmung von δ benutzt man ein abgekürztes Barometer (Fig. 16). In den geschlossenen Schenkel desselben wird eine kleine Menge der Lösung gebracht, die auf P g Lösungsmittel p g der gelösten Substanz enthält. Das Barometer wird nun in ein weiteres Gefäß gehängt, das mit dem Lösungsmittel beschickt ist. Dieses wird zum Sieden erhitzt; sein Dämpfe umspülen das Barometer und verdampfen die Lösung im geschlossenen Schenkel. Der Höhenunterschied der Quecksilberkuppen im geschlossenen und offenen Schenkel des Barometers, der mit einem Kathetometer gemessen werden kann, ist dann gleich δ .



Fig. 16.

§ 20. Abhängigkeit des Siedepunktes vom Druck.

Eine Flüssigkeit beginnt zu sieden, sobald die Spannkraft der sich im Innern bildenden Dampfblasen dem äußeren Drucke das Gleichgewicht hält. Daraus ergibt sich, daß die Siedetemperatur einer Flüssigkeit von dem über ihr lastenden Druck abhängig ist, und zwar derart, daß sie bei wachsendem Druck steigt. Die Spannkraftkurve des Wasserdampfes für Drucke über eine Atmosphäre kann mit Hilfe eines Papinschen Topfes empirisch

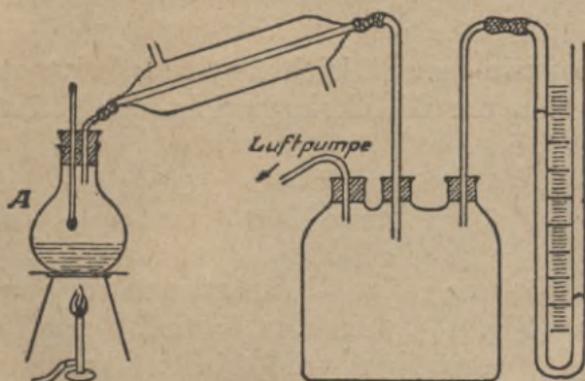


Fig. 17.

untersucht werden. Dieser ist ein Metallgefäß mit starken Wänden und einem fest aufschraubbaren Deckel; er ist, um das Zerspringen des Gefäßes zu verhindern, mit einem Sicherheitsventil versehen. Der Dampfdruck im Innern wird an einem Metallmanometer, die Temperatur der Dämpfe an einem Thermometer abgelesen. Damit dieses nicht durch den starken Druck hinausgeschleudert wird, kommt es nicht in unmittelbare Berührung mit den Dämpfen im Innern, sondern taucht in ein mit Quecksilber gefülltes, an den Deckel des Topfes ange-

schraubtes und ins Innere hineinragendes Gefäß mit Metallwänden. Man erhitzt nun das Wasser im Topfe, liest zugehörige Drucke und Temperaturen ab und trägt die Werte in eine Tabelle ein.

Für Drucke unter einer Atmosphäre kann man sich nach Fig. 17 selbst einen Apparat herstellen. In einem Glaskolben *A* mit Thermometer wird das Wasser erhitzt. Es steht mittels eines starkwandigen Gummischlauchs in Verbindung mit einem Liebigschen Kühler. Das andere Ende des Kühlers führt nach einer großen Woulfeschen Flasche, von deren anderen Tubulaturen eine Röhre zu einem Manometer, eine zweite zu einer Luftpumpe führt. Durch Auspumpen der Luft kann man eine beliebige Druckerniedrigung in der Flasche, dem Röhrensystem und dem Kochkolben hervorbringen, die am Manometer abgelesen wird. Die zugehörige Siedetemperatur des Wassers wird vom Thermometer angezeigt. Die Woulfesche Flasche soll einerseits eine langsame Änderung des Druckes ermöglichen, andererseits den Einfluß etwas undichter Stellen vermindern.

§ 21. Hygrometrie.

Unter der absoluten Feuchtigkeit der Luft versteht man die in einem Kubikmeter Luft enthaltene Anzahl Gramm Wasserdampf; relative Feuchtigkeit ist das Verhältnis der in einem Volumen Luft enthaltenen absoluten Menge Wasserdampf zu der Sättigungsmenge, d. h. zu der größten Menge Wasserdampf, die sich bei der herrschenden Temperatur als gesättigter Dampf erhalten könnte. Die relative Feuchtigkeit ist demnach von der absoluten Feuchtigkeit und von der Lufttemperatur abhängig. Man drückt die relative Feuchtigkeit gewöhnlich in Prozenten der Sättigungsmenge aus.

a) Um den absoluten Wasserdampfgehalt zu bestimmen, saugt man mittels eines Aspirators, dessen Inhalt bekannt ist oder durch Wägung mit Wasser bestimmt wird, ein bekanntes Volumen Luft durch eine Chlorkalziumröhre, die vor und nach dem Versuch gewogen wird.

Die relative Feuchtigkeit wird mittels Hygrometer und Psychrometer gemessen.

b) Das Daniellsche Hygrometer besteht aus zwei durch eine U-förmige Röhre verbundenen Glaskugeln, die luftleer und zum Teil mit Äther angefüllt sind. In einer der Kugeln befindet sich ein kleines Thermometer, das die Temperatur des Äthers angibt. Die Kugel ist von einer dünnen, ringförmigen Goldschicht bekleidet. Am Stativ des Hygrometers ist ein Thermometer angebracht, das die Lufttemperatur anzeigt. Die zweite Kugel ist mit dünner Leinwand umwickelt. Auf diese läßt man Äther tröpfeln, der verdunstet und eine Abkühlung der Kugel bewirkt. Infolgedessen kondensiert sich der in der Kugel befindliche Ätherdampf. Nun beginnt aber sogleich in der anderen Kugel eine lebhaftere Ätherdampfentwicklung, infolge deren das kleine Thermometer fällt. Wenn die Abkühlung dieser Kugel bis zu einer Temperatur erfolgt ist, bei der die Feuchtigkeit in der Luft ihren Sättigungsgrad erreicht hat (Taupunkt), so beschlägt sich der Goldring mit einem feinen Hauch. In diesem Moment liest man die Temperatur in der Kugel und am Stativ ab. Zu beiden Temperaturen sucht man aus der Tabelle auf S. 63 die Sättigungsmenge auf. Ihr Verhältnis gibt die relative Feuchtigkeit der Luft an.

c) Ähnlich dem Daniellschen Hygrometer ist dasjenige von Döbereiner. Es besteht aus einem oben offenen Glaszylinder mit dünnem Goldring an der Außenfläche; der Zylinder ist zum dritten Teil mit Äther an-

gefüllt. Hinein ragt ein Thermometer und eine Röhre, durch die Luft in die Flüssigkeit geblasen wird, bis der Goldring sich mit Tau bedeckt. Der Taupunkt wird nun am Thermometer abgelesen und zugleich die Lufttemperatur gemessen. Die Berechnung geschieht wieder mit Hilfe der folgenden Tabelle.

Menge p gesättigten Wasserdampfes in 1 cbm Luft
bei der Temperatur t° .

| | | | | | | | | | |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| t | — 4 | — 2 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| p | 3,6 | 4,2 | 4,9 | 5,6 | 6,4 | 7,3 | 8,2 | 9,3 | 10,6 |
| t | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 |
| p | 12,0 | 13,5 | 15,2 | 17,2 | 19,2 | 21,6 | 24,2 | 27,0 | 30,1 |

d) Häufiger verwendet wird das Psychrometer von August. Es besteht aus zwei in ihrem Gang möglichst übereinstimmenden, zehntel Grade anzeigenden Thermometern, die an einem Stativ befestigt sind. Die Kugel des einen ist mit einem feuchten Stück Leinen oder Fließpapier umwickelt; ihr wird die zur Verdunstung des Wassers nötige Wärme entzogen, so daß sie eine niedrigere Temperatur besitzt als das trockene Thermometer. Der Unterschied der Temperaturen ist um so größer, je trockener die Luft ist; denn je trockener die Luft ist, desto schneller verdunstet das Wasser. Ist die Luft mit Wasserdampf gesättigt, so beträgt die Differenz 0. Die Temperaturdifferenz d ist demnach ein Maß für den relativen Feuchtigkeitsgehalt der Luft. Diese wird mit Hilfe von d aus empirisch aufgestellten Tabellen entnommen.

§ 22. Bestimmung der spezifischen Wärme.

a) Allgemeines über Kalorimetrie. Einheit der Wärmemenge ist die Kalorie, d. h. diejenige Wärmemenge, die erforderlich ist, um 1 g bzw. 1 kg Wasser von 0° auf 1° (nach neuerer Übereinkunft von $14,5^{\circ}$ auf $15,5^{\circ}$) zu erwärmen (Gramm- bzw. Kilogrammkalorie). Um m g Wasser um t° zu erwärmen, sind demnach $m \cdot t$ Kalorien nötig; dieselbe Wärmemenge gibt das Wasser ab, wenn es sich um t° abkühlt.

Werden zwei Mengen m_1 und m_2 g Wasser von den Temperaturen t_1° und t_2° miteinander vermischt, so berechnet man die Mischungstemperatur nach der Richmannschen Regel

$$\tau = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2}.$$

Spezifische Wärme s eines Körpers ist diejenige Wärmemenge in Kalorien, die man braucht, um 1 g des Körpers um 1° zu erwärmen. Zur Erwärmung von m g um 1° sind demnach $m \cdot s$ Kalorien erforderlich; diese Größe nennt man den Wasserwert w des Körpers. Es ist $w = m \cdot s$. Um m g um t° zu erwärmen, sind $m \cdot s \cdot t$ oder $w \cdot t$ Kalorien erforderlich; dieselbe Wärme gibt der Körper ab, wenn er sich um t° abkühlt.

Die spezifische Wärme eines Körpers ist für verschiedene Temperaturen keine Konstante. Unter der wahren spezifischen Wärme bei t° versteht man die Wärmemenge, die erforderlich ist, um seine Temperatur von t° auf $(t + 1)^{\circ}$ zu erhöhen; unter der mittleren spezifischen Wärme zwischen den Tempera-

turen t_1 und t_2 versteht man den Quotienten $\frac{Q}{t_2 - t_1}$,

wo Q die Wärmemenge bedeutet, die zur Erwärmung eines Grammes des Körpers von der Temperatur t_1 bis t_2 nötig ist. Bei den meisten kalorimetrischen Messungen, bei denen nicht allzu große Temperaturunterschiede auftreten, wird von dem geringen Unterschiede in den wahren spezifischen Wärmen abgesehen.

b) Mischungsmethode. Das Gewicht des zu untersuchenden Körpers sei p g, seine spezifische Wärme x Kalorien. Man erwärmt ihn bis auf eine Temperatur T^0 und wirft ihn dann in ein Kalorimetergefäß, das q g Wasser von der Temperatur t^0 enthält. Die Mischungstemperatur werde gleich τ^0 gefunden. Der Körper hat sich demnach um $(T - \tau)^0$ abgekühlt und dabei $p \cdot x(T - \tau)$ Kalorien abgegeben. Das Wasser im Kalorimeter und das Kalorimetergefäß selbst vom Wasserwert w haben sich um $(\tau - t)^0$ erwärmt und dabei $(q + w)(\tau - t)$ Kalorien aufgenommen. Unter der Voraussetzung, daß keine Wärme durch Strahlung oder Leitung verloren gegangen ist, darf man die abgegebene Wärme gleich der aufgenommenen setzen. Also ist

$$p \cdot x(T - \tau) = (q + w)(\tau - t),$$

und

$$x = \frac{(q + w)(\tau - t)}{p(T - \tau)}.$$

Hierin wird der Wasserwert w entweder als Produkt aus dem Gewicht μ des Kalorimeters und seiner aus einer Tabelle entnommenen spezifischen Wärme σ berechnet oder ein für allemal auf folgende Weise bestimmt. Man erhitzt einen Körper vom Gewichte p g, der aus demselben Stoff wie das Kalorimeter besteht, auf die Temperatur T^0 und verfährt mit ihm wie oben angegeben. Dann ist

$$p \cdot \sigma(T - \tau) = (q + \mu \cdot \sigma)(\tau - t).$$

Da hier σ die einzige Unbekannte ist, so läßt es sich aus dieser Gleichung berechnen.

Das Gefäß, in dem der Körper auf die Temperatur T^0 erhitzt wird, besteht aus einem Metallzylinder A , der von einem weiteren Metallgefäß B mit Ausflußrohr C umgeben ist (Fig. 18). B ist zum Teil mit Wasser angefüllt, das zum Sieden erhitzt wird. Die Dämpfe entweichen aus C . Der zu untersuchende Körper wird in den Zylinder A gebracht, der oben durch einen Stopfen verschlossen werden kann. Nachdem der Körper die Temperatur T der siedenden Dämpfe angenommen hat, wird er durch Umkippen des Erwärmungsapparates in das Kalorimeter geschüttet.

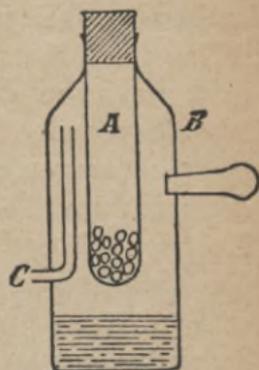


Fig. 18.

Das Kalorimeter ist ein dünnwandiges, vernickeltes Metallgefäß, das auf drei Korkspitzen in ein weiteres Metallgefäß zum Schutz gegen Luftströmungen gesetzt wird. Mittels eines ringförmig gebogenen Metallrührers wird eine gleichmäßige Verteilung der Temperatur im Kalorimetergefäß bewirkt.

Die Bestimmung der spezifischen Wärme von Flüssigkeiten nach der Mischungsmethode geschieht nach folgendem Prinzip. Man taucht einen erwärmten Körper in die zu untersuchende kältere Flüssigkeit vom Gewicht p und der Temperatur t^0 . Steigt ihre Temperatur hierbei bis auf τ^0 , so hat der Körper $(p \cdot x + w)(\tau - t)$ Kalorien abgegeben, wenn x die spezifische Wärme der Flüssigkeit und w den Wasserwert des Kalorimeters bedeuten. Taucht man nun denselben Körper in Wasser vom Gewichte q g und der Temperatur t' und beobachtet man bei gleicher abgegebener Wärmemenge eine Temperaturerhöhung bis

τ' , so ist die aufgenommene Wärme gleich $(q + w)(\tau' - t')$.
Nun ist

$$(p x + w)(\tau - t) = (q + w)(\tau' - t'),$$

also

$$x = \frac{(q + w)(\tau' - t)}{p(\tau - t)} - \frac{w}{p}.$$

Der Erwärmungskörper (Fig. 19) ist ein mit Quecksilber gefülltes, thermometerähnliches Gefäß, das auf der angesetzten Röhre zwei Marken trägt. An der einen steht das Quecksilber etwa bei der Temperatur 90° , an der anderen bei 30° . Nachdem man den Erwärmungskörper so weit erhitzt hat, daß der Faden etwas über der oberen Marke steht, taucht man ihn in dem Augenblick in das Kalorimeter ein, in dem der sinkende Faden an der oberen Marke vorbeigeht, und nimmt ihn wieder heraus, wenn der Faden die untere Marke passiert.



Fig. 19.

Die Mischungsmethode kann auch benutzt werden, um in einfacher Weise hohe Temperaturen zu messen. Eine Eisen- oder Platinkugel vom Gewichte p g wird auf die zu bestimmende Temperatur x gebracht. Man taucht sie darauf in ein Kalorimetergefäß, das mit q g Wasser von der Temperatur t gefüllt ist. Ist w der Wasserwert des Kalorimeters, s die mittlere spezifische Wärme zwischen t° und x° und τ die Mischungstemperatur, so ist

$$p \cdot s(x - \tau) = (q + w)(\tau - t),$$

also

$$x = \frac{(q + w)(\tau - t)}{p \cdot s} + \tau.$$

c) Eisschmelzungsmethode. Ein Körper vom Gewichte p g und der spezifischen Wärme x , der auf die Temperatur T^0 erwärmt ist, möge durch Abgabe seiner Wärme q g Eis von 0^0 schmelzen. Da er sich hierbei bis 0^0 abkühlt und die Schmelzwärme des Eises (§ 23) 80 Kalorien beträgt, so besteht die Gleichung

$$p \cdot T \cdot x = 80 q; \quad x = \frac{80 q}{p \cdot T}.$$

Zur Ausführung der Messung dient das Eiskalorimeter von Lavoisier und Laplace (Fig. 20). Es besteht aus drei

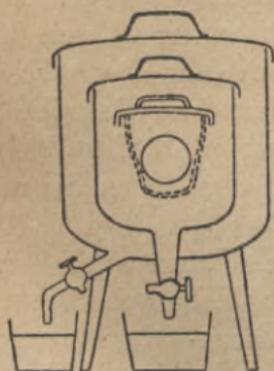


Fig. 20.

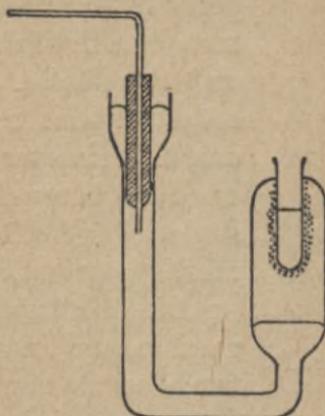


Fig. 21.

sich umschließenden Blechgefäßen. Das innerste ist siebartig durchlöchert und dient zur Aufnahme des zu untersuchenden Körpers. Die beiden anderen sind mit Eisstücken angefüllt. Der auf 100^0 erwärmte Körper gibt seine Wärme an das mittlere Gefäß ab; das entstandene Schmelzwasser fließt durch einen Hahn in ein untergestelltes Gefäß ab; sein Gewicht wird gleich q g gefunden. Das Eis im äußeren Gefäß schützt das mittlere vor Wärmezufuhr von außen her.

Bei dem Bunsenschen Eiskalorimeter (Fig. 21) wird die Menge des geschmolzenen Eises aus der Abnahme des Volumens, die beim Schmelzen des Eises eintritt, bestimmt. Ein Reagenzglas ist in ein weiteres kalorimetrisches Gefäß eingeschmolzen, das U-förmig umgebogen und an einem Ende durch einen gut schließenden Glasstopfen mit Bohrung verschlossen ist. Durch die Bohrung führt eine lange graduierte Kapillarröhre. Das Kalorimeter ist zum Teil mit ausgekochtem Wasser, welches das Reagenzglas umgibt, zum anderen Teil mit Quecksilber angefüllt; der Quecksilberfaden ragt bis in die Kapillarröhre hinein. Das ganze Kalorimeter taucht in ein größeres mit Eisstücken gefülltes Gefäß. Man läßt nun einen Teil des Kalorimeterwassers gefrieren, indem man durch das Reagenzglas einen Strom von unterkühlten Alkoholdämpfen streichen läßt oder das Glas mit einer Kältemischung füllt. Dann gießt man in das Glas Wasser von 0° und wartet, bis sich das Quecksilber in der Kapillare konstant auf einen Punkt einstellt. Sobald dies eingetreten ist, wirft man den auf 100° erhitzten Körper, von dem schon geringe Mengen genügen, in das Reagenzglas. Ein Pfropfen Watte auf dem Boden verhindert das Zertrümmern des Gefäßes. Man beobachtet nun, daß das Quecksilber in der Kapillare um eine gewisse Anzahl n Skalenteile zurückgeht. Wenn ein Skalenteil das Volumen c ccm hat, so beträgt die Volumenabnahme des geschmolzenen Eises $n \cdot c$ ccm. Da nun 1 g Eis von 0° den Raum von 1,091 ccm, dagegen 1 g Wasser von 0° den Raum von 1 ccm einnimmt, so entspricht einer Volumenabnahme von 0,091 ccm eine Menge geschmolzenes Eis von 1 g, also einer Volumenverminderung von $n \cdot c$ ccm entspricht

$$\frac{n \cdot c}{0091} \text{ g Eis.}$$

Beträgt die Menge des untersuchten Körpers p g, seine Anfangstemperatur T^0 und seine spezifische Wärme x , so ist

$$p \cdot T \cdot x = \frac{80 n \cdot c}{0,091}; \quad x = \frac{80 \cdot n \cdot c}{0,091 \cdot p \cdot T}.$$

Die Größe c ermittelt man durch Abwägen eines Quecksilberfadens von s Skalenteilen Länge. Beträgt das Gewicht m g, so ist $c = \frac{m}{13,6 \cdot s}$.

d) Erkaltungsmethode von Dulong und Petit. Hat ein erwärmter Körper vom Gewichte p g und der spezifischen Wärme c eine Temperatur T^0 , während die Temperatur seiner Umgebung t^0 beträgt, so enthält er einen Wärmeüberschuß über die Umgebung von $p \cdot c(T - t)$ Kalorien, den er allein durch Strahlung an die Umgebung abgeben möge. Der Wärmeüberschuß eines zweiten Körpers vom Gewichte P , der spezifischen Wärme C und derselben Temperatur T beträgt $P \cdot C(T - t)$. Haben nun beide Körper bezüglich Größe und Beschaffenheit genau dieselbe Oberfläche, so verhalten sich die Zeiten z und Z , in denen sich beide von derselben Anfangstemperatur T an um gleichviel Temperaturgrade abkühlen, wie ihre Wärmeüberschüsse.

$$\frac{z}{Z} = \frac{p \cdot c(T - t)}{P \cdot C(T - t)} = \frac{p \cdot c}{P \cdot C}.$$

Sind beide Körper Flüssigkeiten, die nacheinander in dasselbe Kalorimetergefäß vom Wasserwerte w gebracht werden, so tritt im Zähler und Nenner noch der Wasserwert w des Kalorimeters als Summand hinzu. Für Flüssigkeiten ist demnach

$$\frac{z}{Z} = \frac{p \cdot c + w}{P \cdot C + w}.$$

Aus dieser Gleichung läßt sich c berechnen, wenn C als bekannt vorausgesetzt und die übrigen Größen z , Z , p , P und w gemessen werden. Es ist

$$c = \frac{z \cdot (P \cdot C + w)}{Z \cdot p} - \frac{w}{p}.$$

Das Kalorimeter (Fig. 22) ist ein dünnwandiges, außen vernickeltes Metallgefäß, dessen zylindrischer Hals durch einen durchbohrten Kork mit durchgestecktem Thermometer verschlossen wird. Das Ganze wird in einen größeren Metallbehälter gebracht, dessen Innenwände mit Ruß geschwärzt sind. Die Wände dieses Behälters werden dadurch auf konstanter Temperatur gehalten, daß man ihn in einen mit Wasser von Zimmertemperatur gefüllten Topf stellt.

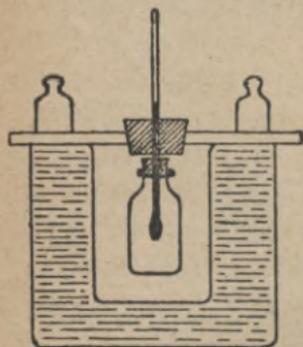


Fig. 22.

Man füllt das Kalorimeter zuerst mit der zu untersuchenden Flüssigkeit vom Gewichte p g und mißt die Zeit z in Sekunden, während der die Flüssigkeit sich von einer beliebigen am Thermometer abgelesenen Temperatur T bis auf t^0 abkühlt. Darauf macht man dieselbe Messung mit Wasser vom Gewichte P g. Man findet für die Abkühlung von T^0 bis t^0 die Zeit Z Sekunden. Nachdem man noch den Wasserwert des Kalorimeters als Produkt aus seinem Gewicht und seiner spezifischen Wärme berechnet hat, setzt man die Werte in die obige Gleichung für c ein. C ist hierin gleich 1 zu nehmen.

e) Spezifische Wärme von Gasen. Die spezifische Wärme c_p eines Gases bei konstantem Druck ist die Wärmemenge, die nötig ist, um die Masseneinheit des

Gases bei konstantem Druck um 1° zu erwärmen. Man kann sie nach der Mischungsmethode folgendermaßen bestimmen. Eine durch einen Aspirator gemessene Menge des zu untersuchenden Gases wird durch ein Schlangrohr geleitet, das sich in einem Ölbad von konstanter hoher Temperatur T befindet. Das Gas nimmt dabei selbst diese Temperatur an. Darauf wird es durch ein zweites Schlangrohr geleitet, das sich in einem Wasserkalorimeter von der Temperatur t° befindet. Es gibt dabei seinen Wärmeüberschuß ab, so daß sich das Wasser auf die Mischungstemperatur τ° erwärmt. c_p wird nun in derselben Weise berechnet, wie es auf S. 65 für feste Körper angegeben ist.

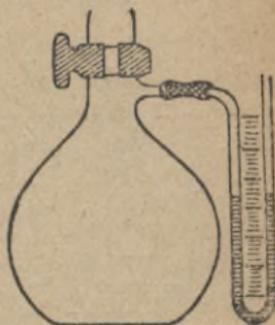


Fig. 23.

Die spezifische Wärme c_v eines Gases bei konstantem Volumen ist direkt sehr schwer zu bestimmen. Solche Messungen sind von Joly ausgeführt worden (vgl. Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik 1898, II. Band, S. 387). Man bedient sich zur Bestimmung von c_v indirekter Methoden. Man mißt nämlich erstens c_p nach der oben angegebenen Methode, zweitens das Verhältnis $\frac{c_p}{c_v}$ und rechnet dann c_v aus. Eine einfache Methode zur experimentellen Auffindung des Verhältnisses $\frac{c_p}{c_v}$ ist von Clément und Désormes angegeben. Ein weiter mit Luft gefüllter Ballon (Fig. 23), der durch einen Hahn mit großer Bohrung luftdicht verschlossen werden kann, ist mit einem Manometer verbunden, das geringe Druckdifferenzen anzeigt. Mittels einer Luftpumpe oder durch

Ansaugen wird die Luft im Ballon verdünnt. Das Manometer möge eine Druckdifferenz h_1 anzeigen. Jetzt öffnet man eine sehr kurze Zeit, etwa eine halbe Sekunde lang den Hahn, so daß durch Einströmen von Luft sich der Druck im Ballon in Gleichgewicht mit dem äußeren Luftdruck setzt. Durch das Einströmen der Luft hat sich die Temperatur im Ballon um ein wenig erhöht. Bei der Abgabe des Temperaturüberschusses an die Umgebung zieht sich das Luftvolumen wieder zusammen, was an der Druckdifferenz h_2 am Manometer kenntlich ist. Nun ist das Verhältnis der spezifischen Wärmen

$$\frac{c_p}{c_v} = \frac{h_1}{h_1 - h_2}.$$

§ 23. Schmelzungs- und Verdampfungswärme.

a) Schmelzungswärme ist die Wärmemenge, die nötig ist, um 1 g eines festen Körpers, der bereits die Schmelztemperatur besitzt, in den flüssigen Aggregatzustand überzuführen.

Zur Bestimmung der Schmelzungswärme des Eises wird eine abgewogene Menge p g Eis von 0° in q g Wasser von t° geworfen, wobei dieses sich bis τ° abkühlt. Sieht man von einem Wärmeausgleich mit der Umgebung durch Strahlung ab, so kann man die vom Kalorimeterwasser abgegebene Wärme gleichsetzen der zum Schmelzen von p g Eis verbrauchten Wärme, vermehrt um die Wärme, die nötig ist, um das entstehende Schmelzwasser von 0° auf die Mischungstemperatur zu erwärmen. Ist $w = \mu \cdot \sigma$ der Wasserwert des Kalorimetergefäßes und x die Schmelzungswärme, so besteht die Gleichung

$$(q + w)(t - \tau) = p \cdot x + p \cdot \tau,$$

also

$$x = \frac{(q + w)(t - \tau)}{p} - \tau.$$

Der Wärmeaustausch mit der Umgebung wird dadurch möglichst gering gemacht, daß man die Temperatur t um annähernd ebensoviel oberhalb der Zimmertemperatur wählt, wie τ unterhalb derselben liegt.

b) Verdampfungswärme ist diejenige Wärmemenge, welche einer Flüssigkeit, die bereits ihre Siedetemperatur besitzt, noch zugeführt werden muß, um 1 g derselben in den dampfförmigen Zustand überzuführen.

Verdampfungswärme des Wassers (Fig. 24). Um 1 g flüssiges Wasser von 100° zu verdampfen, muß ihm die Verdampfungswärme x zuge-

führt werden; wenn sich der entstandene Wasserdampf wieder zu Wasser von 100° kondensiert, werden die x Kalorien wieder abgegeben. Dieser Gleichheit zwischen Verdampfungs- und Kondensationswärme liegt folgende Methode zugrunde. p g Wasser von 100° werden in einem Kölbchen verdampft. Der Dampf wird in ein Kalorimeter, das q g Wasser

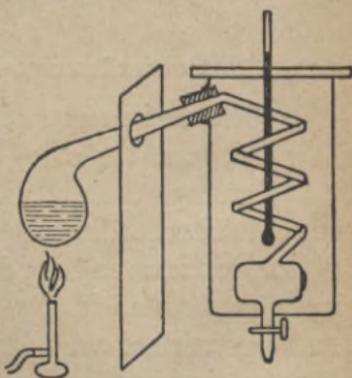


Fig. 24.

von der Temperatur t° enthält, geleitet. Die Temperatur möge nach der Verdampfung auf τ° gestiegen sein. Dann hat der Dampf bei seiner Kondensation $p \cdot x$ Kalorien, das entstehende Wasser von 100° bei der Abkühlung bis auf τ° noch $p(100 - \tau)$ Kalorien an das Kalorimeter abgegeben. Die vom Kalorimeter aufgenommene Wärme ist

$$(q + w)(\tau - t),$$

wenn w seinen Wasserwert bezeichnet. Also ist

$$p x + p(100 - \tau) = (q + w) (\tau - t);$$

$$x = \frac{(q + w) (\tau - t)}{p} - (100 - \tau).$$

Die Verdichtung des Dampfes geschieht in einem Schlangenrohr, das an seinem Ende in ein kleines Kühlgefäß mündet. Die Zuleitungsröhre der Dämpfe vom Kölbchen zum Kalorimeter muß so gerichtet sein, daß das in dieser Röhre sich kondensierende Wasser wieder ins Kölbchen zurückfließt. Die Größe p ergibt sich als Differenz aus dem Gewicht des Kölbchens mit Wasser vor und nach dem Versuch.

In derselben Weise bestimmt man die Verdampfungswärme anderer Flüssigkeiten.

§ 24. Thermochemische Messungen.

a) Verbrennungswärme v eines Körpers ist die Anzahl Kalorien, die man erhält, wenn 1 g des Körpers vollständig verbrennt. Verbrennen p g, so entstehen $p \cdot v$ Kalorien. Wird diese Wärme einem Kalorimeter vom Gesamtwasserwert* w zugeführt, wobei sich die Temperatur von t^0 auf τ^0 erhöht, so ist

$$p \cdot v = w(\tau - t); \quad v = \frac{w(\tau - t)}{p}.$$

Ein einfaches, zur Messung der Verbrennungswärmen fester, flüssiger und gasförmiger Körper geeignetes Verbrennungskalorimeter ist in Fig. 25a—d abgebildet. Es besteht aus einem zylindrischen, oben offenen Me-

tallgefäß *A* (Fig. 25a), aus dessen Grundfläche in der Mitte eine kreisförmige Öffnung ausgeschnitten ist. Auf den Rand derselben ist ein zylindrisches Metallrohr *B*, das als Verbrennungskammer dient, gelötet. Oben ist diese Kammer durch eine festgekittete Glasscheibe *C* wasserdicht verschlossen. Unmittelbar unterhalb dieser Platte ist eine Gasabzugsröhre *D* angelötet, die in vielen Windungen um die Kammer geführt ist und dann senkrecht

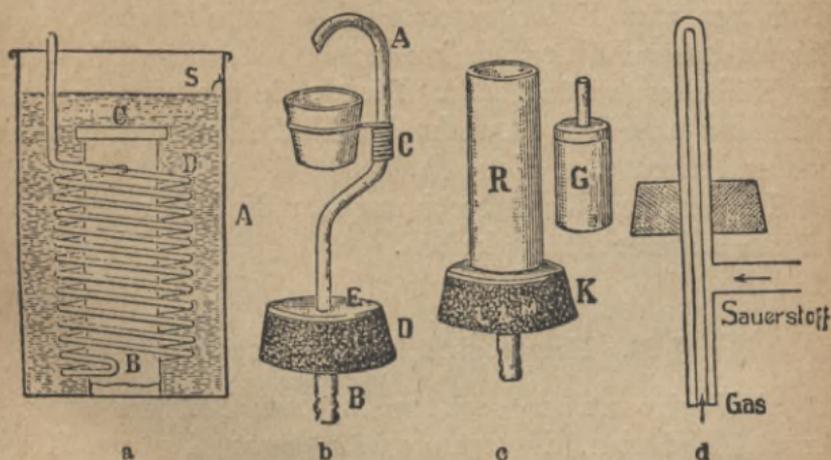


Fig. 25 a—d.

aus dem Gefäß bis einige Zentimeter über den oberen Rand des Kalorimeters steigt. Das Ende der Gasabzugsröhre verbindet man mittels eines dickwandigen Schlauches mit einer Wasserstrahlsaugluftpumpe. Das Kalorimeter ist bis über die Glasplatte hinaus mit Wasser gefüllt. — Die Nebenapparate, die zur Aufnahme der zu verbrennenden Substanz und zur Zuführung des Sauerstoffes dienen, werden mittels großer Korkspunde, die in die untere Öffnung der Verbrennungskammer gesteckt

werden, befestigt. Feste Körper werden in einem kleinen Porzellan- oder Nickeltiegel verbrannt. Die Zuführung des Sauerstoffes geschieht durch eine Metallröhre, die zugleich als Stativ für den Tiegel dient (Fig. 25b). Flüssigkeiten werden in einem Metallfläschchen *G* verbrannt (Fig. 25c), durch dessen Hals ein dünner Asbestdocht geht. Die Zuführung des Sauerstoffes geschieht mittels der weiten Röhre *R*, zu deren unterem Teil eine durch den Korkspund *K* gesteckte dünnere Röhre führt. Das Fläschchen *G* wird in die Röhre *R* gestellt, so daß der ausströmende Sauerstoff die Flamme umgibt. Die Verbrennung von Gasen geschieht mittels eines Daniellschen Hahnes, der ebenfalls durch einen Korkspund an der Öffnung der Verbrennungskammer befestigt wird (Fig. 25d).

b) Verdünnungs-, Lösungs- und Hydrationswärmen werden mit folgendem einfachen, von Nernst angegebenen Apparat gemessen. Ein Kalorimetergefäß ruht auf Korkschnitten in einem weiteren Gefäß. Durch einen Holzdeckel tauchen in das Wasser des Kalorimeters ein dünnwandiges Reagenzglas, das zur Aufnahme der zu untersuchenden Substanz dient, ein empfindliches Thermometer und ein Rührer. Nach erfolgtem Temperaturausgleich wird der Boden des Gefäßes durchstoßen. Ist die Menge der Substanz p g, seine spezifische Wärme s , die Menge der Kalorimeterflüssigkeit q , ihre spezifische Wärme σ und der gesamte Wasserwert des Kalorimeters nebst Reagenzglas, Rührer und Thermometer gleich w , so ist die entstandene Wärme bei einer Temperaturerhöhung von t^0 bis τ^0

$$(ps + q\sigma + w)(\tau - t).$$

c) Neutralisationswärme nennt man diejenige

Wärme, die sich bei der Mischung von molekularen Mengen einer Säure und einer Basis entwickelt. Ist die Gesamtmenge der benutzten Basis und Säure gleich p , die spezifische Wärme des Gemisches gleich s , der Wasservwert des Gefäßes gleich w , so ist bei einer Temperaturerhöhung von t^0 auf τ^0 die entstandene Wärmemenge

$$Q = (p \cdot s + w) (\tau - t).$$

Man füllt in zwei gleichgroße Reagenzgläser bis zu denselben Marken eine Normallösung einer Säure, bzw. eine Normallösung einer Basis. Nachdem beide Flüssigkeiten dieselbe Temperatur angenommen haben, gießt man sie in einem kleinen Becherglase zusammen und bestimmt an einem eingetauchten Thermometer die Temperaturerhöhung.

Macht man die Bestimmung mit mehreren starken Säuren und Basen, so erhält man das merkwürdige Resultat, daß die Neutralisationswärmen alle denselben Wert haben. Dies erklärt sich nach der elektrolytischen Dissoziationstheorie durch die Annahme, daß bei allen Neutralisationen sich derselbe chemische Prozeß, nämlich die Bildung von Wasser aus dem Hydroxyl der Basis und dem Wasserstoff der Säure, abspielt, während die anderen Bestandteile der Säure und Basis unbeeinflußt als getrennte Ionen im Lösungswasser bleiben.

§ 25. Mechanisches Wärmeäquivalent.

Mechanisches Wärmeäquivalent ist der Arbeitsbetrag in Meterkilogrammen, der einer Kilogrammkalorie gleichwertig ist. Es kann angenähert mit dem Pulujschen Apparat bestimmt werden. Auf der Achse einer Schwungmaschine ist ein innen polierter eiserner Hohlkegel konaxial befestigt; in seine Höhlung paßt genau ein zweiter, außen polierter Eisenkegel, der mit Quecksilber gefüllt

ist. An seiner oberen Deckfläche ist ein langer Metallarm festgeschraubt, an dessen Ende ein Bindfaden befestigt ist; dieser läuft über eine Rolle und trägt an seinem freien Ende eine Schale, in die Gewichte gelegt werden können. In das Quecksilber des inneren Kegels taucht ein in Zehntelgrade eingeteiltes Thermometer. Setzt man die Schwungmaschine in Gang, so wird der äußere Hohlkegel in schnelle Drehung gebracht. Er würde infolge der Reibung den inneren Kegel mit sich herumdrehen, wenn der durch die Schale und die Gewichtsstücke am Faden ausgeübte Zug ihn nicht nach der entgegengesetzten Seite bewegen würde (Pronyscher Zaum). Die Anzahl der Gewichte wird nun so groß gewählt, daß ihr Zug nach der einen Seite der Reibung am äußeren Kegel nach der entgegengesetzten Seite gerade das Gleichgewicht hält. Die Länge des Metallarmes möge $l m$, die Größe der Gewichte $P kg$, die Anzahl Umdrehungen der Schwungmaschine, die durch ein Zählwerk ähnlich dem auf S. 45 bei der Sirene von Cagniard de la Tour beschriebenen gemessen wird, möge n betragen. Dann ist die Arbeit der Reibung, die bei einmaliger Umdrehung des inneren Kegels geleistet wird, gleich $2\pi l \cdot P mkg$; also die Arbeit bei n Umdrehungen gleich $2\pi l n \cdot P mkg$. Ist w der gesamte Wasserwert der beiden Eisenkegel, des Quecksilbers und des Thermometers in Kilogrammkalorien und t die Temperaturerhöhung, die durch Umwandlung der Reibung in Wärme hervorgerufen wird, so ist die entstandene Wärmemenge gleich $w \cdot t$. Nennt man nun J das mechanische Wärmeäquivalent, so ist offenbar

$$J \cdot w \cdot t = 2\pi l n \cdot P ;$$

$$J = \frac{2\pi l n \cdot P}{w \cdot t} .$$

IV. Abschnitt.

Messungen aus der Optik.

§ 26. Winkelmessung durch Spiegelung
an ebenen Flächen.

a) Poggendorff-Gaußsche Winkelmessung mit Spiegel und Skala. Bei der Reflexion eines Lichtstrahles an einem ebenen Spiegel gilt das Gesetz: Der Winkel des einfallenden Strahles mit dem Spiegelot ist gleich dem Winkel des zurückgeworfenen Strahles mit

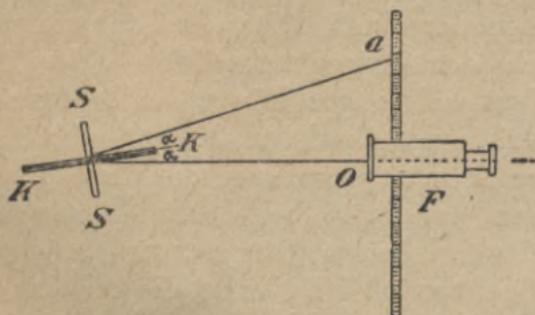


Fig. 26.

dem Spiegelot; Einfallstrahl, Reflexionsstrahl und Lot liegen dabei in einer Ebene. Dies Gesetz wird zur Messung kleiner Winkel angewendet, um die sich ein um eine vertikale Achse drehbarer Körper, z. B. ein an einem Faden aufgehängter Magnet gedreht hat. An der Drehungsachse des Körpers KK (Fig. 26) wird parallel derselben ein ebener Spiegel SS befestigt. In einiger Entfernung davon befindet sich ein Fernrohr F , unter dem eine Millimeterskala angebracht ist. Ein Beobachter bei F sieht durch das Fernrohr hindurch in dem Spiegel die Teilung der Skala. Ist

der Körper in seiner Ruhelage, so soll der vertikale Faden im Fernrohrkular etwa zusammenfallen mit dem mittleren Skalenteil o . Dreht man nun den Körper samt dem Spiegel um einen kleinen Winkel α , so sieht man im Fernrohr das Bild irgend eines anderen Teilstriches a . Der Winkel oSa ist dann gleich 2α ; er ist zu berechnen aus dem Abstand oS der Skala vom Spiegel und dem Abstand ao der auf der Skala abgelesenen Teilstriche mittels der Gleichung

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{ao}{oS}.$$

Bei der objektiven Ausgestaltung dieses Messungsprinzips wird das aus einem schmalen Lichtspalt kommende Lichtbüschel durch eine Konvexlinse gesammelt, auf den Spiegel geworfen und hier auf eine Skala reflektiert, wo ein scharfes, reelles Bild des Spaltes entsteht. Die Berechnung des Drehungswinkels α erfolgt wie oben.

b) Die Winkelmessung mit dem Spiegelsextanten (Fig. 27) beruht ebenfalls auf der Reflexion des Lichtes an ebenen Spiegeln. An dem Radius BC des Kreissektors ABC ist ein fester Spiegel s parallel AC und senkrecht zur Ebene des Sektors angebracht. Er besteht aus einer ebenen Glasplatte, deren untere Hälfte belegt und deren obere Hälfte durchsichtig ist. Ihm gegenüber ist ein Fernrohr F mit Fadenkreuz befestigt. Um den Mittelpunkt C des Sektors dreht sich eine Alhidade CD , die bei C einen kleinen Planspiegel s' trägt, der senkrecht zur Sektorebene steht. Der Bogen AB besitzt eine Gradteilung; mittels eines an der Alhidade angebrachten Nonius liest man noch Bruchteile eines Grades ab.

Zur Messung des Winkels, den die vom Auge O des Beobachters nach zwei entfernten Punkten P und P' gezogenen Richtungslinien miteinander bilden, sieht man durch das Fernrohr nach dem Punkte P durch den unbelagten Teil des Spiegels s und dreht die Alhidade so

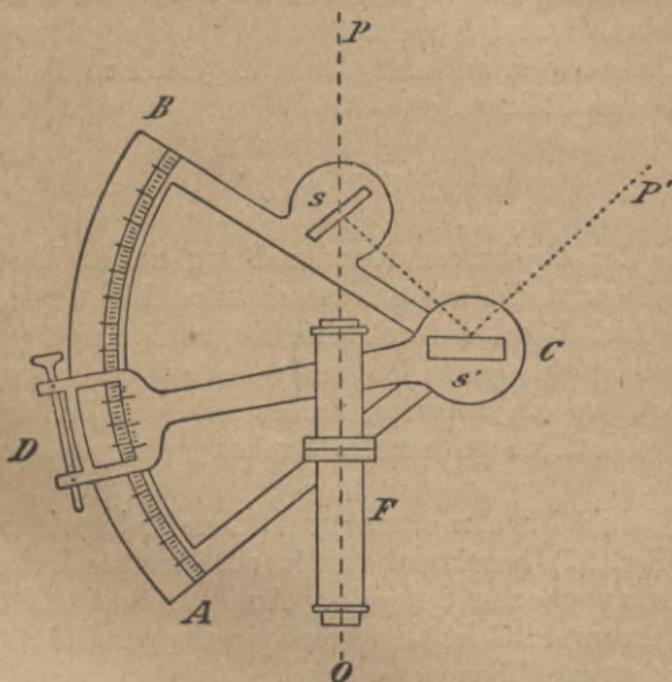


Fig. 27.

weit, bis man das durch doppelte Reflexion an s' und s entstandene Spiegelbild von P' unmittelbar unter dem direkt gesehenen Gegenstand P erblickt. Der Winkel, um den man die Alhidade von ihrer Nulllage aus, in welcher die Spiegel s und s' parallel sind, gedreht hat, ist nun gleich dem halben gesuchten Winkel POP' . Den Nullpunkt der Kreisbogenteilung kontrolliert man

dadurch, daß man durch den unbelegten Teil des Spiegels s nach dem Gegenstande P sieht, dann die Alhidade so lange bewegt, bis das durch doppelte Reflexion an s' und s entstandene Bild desselben Gegenstandes P mit dem direkt gesehenen Teil von P zusammenfällt, und hiernach den Stand der Alhidade abliest.

§ 27. Messung der Krümmungsradien von Hohlspiegeln.

a) Durch parallel auffallendes Licht. Man läßt Sonnenstrahlen oder Strahlen einer sehr fernen Lichtquelle auf den Hohlspiegel fallen und fängt das scharf begrenzte Bild auf einer Mattscheibe auf. Der Abstand derselben vom Spiegel ist gleich der Brennweite oder dem halben Krümmungsradius.

b) Aus Gegenstandsweite und Bildweite. Man entwirft von einem hellen Gegenstande auf einem Schirm ein deutliches Bild. Sind a Gegenstands-, b Bildweite, so findet man Brennweite f und Krümmungsradius r aus der Gleichung

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r}.$$

c) Aus der Gleichheit von Bild und Gegenstand. Man stellt den leuchtenden Gegenstand und den Auffangeschirm des Bildes nebeneinander und verschiebt den Spiegel so lange, bis das Bild deutlich auf dem Schirm erscheint und seine Größe gleich der Gegenstandsgröße ist. Dann ist der Abstand zwischen Bild und Spiegel gleich dem Krümmungsradius. Bezüglich einer praktischen Versuchsanordnung zu dieser Messung sei verwiesen auf Wiedemann und Ebert, Physikalisches Praktikum, 5. Auflage, S. 247.

d) Durch Spiegelung zweier Lichter (Fig. 28 und 29). Während die Methoden *a*, *b* und *c* nur für Hohlspiegel anwendbar sind, ermöglicht die folgende auch die Messung des Krümmungsradius von erhabenen Spiegeln. Zwei Lichter — etwa die von hinten beleuchtete Spalte in einem Schirm — werden in großer Entfernung

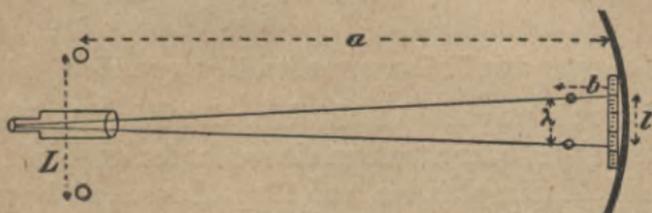


Fig. 28.

von dem Spiegel so aufgestellt, daß ihre Verbindungslinie senkrecht zur Spiegelachse steht. Mitten zwischen ihnen befindet sich ein Fernrohr, das auf die beiden im Spiegel

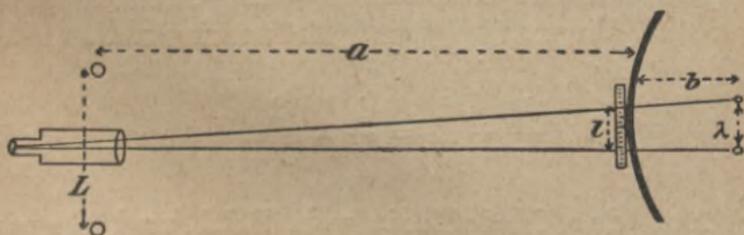


Fig. 29.

erzeugten Bilder eingestellt wird. An der Oberfläche des Spiegels wird parallel zur Verbindungslinie der Lichtbilder eine Millimeterskala befestigt, an der man durch das Fernrohr hindurch den Abstand l der Bilder messen kann. Es sei L der Abstand der beiden Spalte, a der Abstand zwischen Spiegel und der Verbindungslinie der Spalte, so ist für Hohlspiegel

$$r = \frac{2al}{L + 2l}$$

und für erhabene Spiegel

$$r = \frac{2al}{L - 2l}$$

Beweis: 1. Für Hohlspiegel.

Bildgröße und Gegenstandsgröße verhalten sich wie Bildweite und Gegenstandsweite, d. h.

$$\frac{\lambda}{L} = \frac{b}{a}.$$

Nun ist aber aus geometrischen Gründen

$$\frac{\lambda}{l} = \frac{a - b}{a}.$$

Setzt man den aus dieser Gleichung für λ gefundenen

Wert oben ein und rechnet dann b aus, so wird $b = \frac{a \cdot l}{L + l}$.

Dieser Wert wird endlich in die Hohlspiegelformel

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r}$$

eingesetzt und daraus r berechnet.

2. Für erhabene Spiegel.

Es ist $\frac{\lambda}{L} = \frac{b}{a}$ wie oben und

$$\frac{\lambda}{l} = \frac{a + b}{a}.$$

$$\frac{\frac{\lambda}{L}}{\frac{\lambda}{l}} = \frac{b}{a + b}.$$

Folglich

$$b = \frac{a \cdot l}{L - l}.$$

Setzt man diesen Wert in die Spiegelgleichung

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{2}{r}$$

ein und rechnet r aus, so ergibt sich der gesuchte Wert für r .

§ 28. Bestimmung der Brennweiten von Linsen.

Fällt ein paralleles Lichtstrahlenbüschel auf eine Konvexlinse, so werden die Strahlen beim Durchgang so gebrochen, daß sie sich in einem Punkte — dem Brennpunkte — schneiden. Beim Durchgang eines Lichtstrahles durch die Linse wird er zugleich in Farben zerlegt, und zwar erscheint Rot am wenigsten, Violett am stärksten gebrochen. Der Brennpunkt für die roten Strahlen ist daher weiter von der Linse entfernt, als derjenige für violette. Um von einer einzigen Farbe, z. B. Rot, den Brennpunkt zu erhalten, blendet man die anderen Farben durch ein gleichgefärbtes, in diesem Falle rotes Glas ab.

Jede der beiden Linsenflächen hat einen Krümmungsmittelpunkt. Nennt man die Krümmungsradien r und r' , den Brechungsquotienten des Glases n und die Brennweite f , so besteht die Gleichung

$$(1) \quad \frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right).$$

Für eine beiderseits gleichgekrümmte Glaslinse vom Brechungsquotienten $\frac{3}{2}$ ist daher $\frac{1}{f} = \frac{1}{r}$ oder $r = f$.

Bezeichnet man den Abstand eines Gegenstandes von der Linse mit a , den Bildabstand mit b , so gilt die Gleichung

$$(2) \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Fällt ein paralleles Lichtstrahlenbündel auf eine Konkavlinse, so laufen die Lichtstrahlen nach dem Durchgang auseinander, als ob sie von einem Punkte auf der anderen Seite der Linse herkämen. Bei Zerstreuungslinsen wird die Brennweite negativ gerechnet.

Die Gleichungen (1) und (2) haben Gültigkeit für Linsen mit beliebigen erhabenen und hohlen Flächen, wenn man den Radius einer erhabenen Linsenfläche als positiv, denjenigen einer hohlgeschliffenen Fläche als negativ und endlich den einer ebenen Fläche als unendlich groß rechnet.

Zur Bestimmung der Brennweiten von Linsen sind die auf S. 83 angegebenen Methoden a , b und c mit kleinen Abänderungen ebenfalls anwendbar. Außerdem sind noch folgende Methoden gebräuchlich:

a) Man entwirft von einem Gegenstand, z. B. einer beleuchteten Glässkala, mit der zu untersuchenden Linse ein stark vergrößertes Bild. Sind G und B Gegenstands- und Bildgröße und b Bildweite, so ist

$$f = \frac{b \cdot G}{G + B}.$$

Beweis: Aus den Gleichungen $\frac{G}{B} = \frac{a}{b}$ und

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

erhält man die obige, indem man aus der ersten a ausrechnet und den gefundenen Wert in die zweite einsetzt.

b) Hat ein Gegenstand A von einem Schirm B (Fig. 30) einen konstanten Abstand c , so liefert die Linse in zwei Stellungen zwischen Gegenstand und Schirm deutliche Bilder. Ist der Abstand dieser Stellungen e , so ist

$$f = \frac{1}{4} \left(c - \frac{e^2}{c} \right).$$

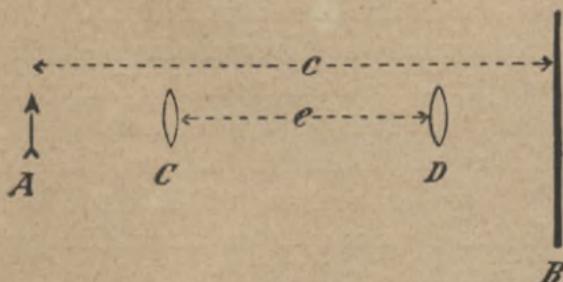


Fig. 30.

Beweis: Es muß sein $AC = BD$, demnach

$$AC = \frac{1}{2}(c - e); \quad CB = \frac{1}{2}(c + e).$$

Durch Einsetzen in die Formel

$$\frac{1}{AC} + \frac{1}{CB} = \frac{1}{f}$$

erhält man die gesuchte Gleichung.

c) Man stelle ein Fernrohr auf einen Gegenstand, z. B. eine Millimeterskala, im Abstände a deutlich ein, halte dann die zu untersuchende Linse dicht vor das Objektiv und verschiebe den Gegenstand so weit, bis er wieder deutlich erscheint. Sein Abstand vom Fernrohr-objektiv möge nun a_1 sein. Dann ist

$$f = \frac{a \cdot a_1}{a - a_1}.$$

Nach dieser Methode können die Brennweiten dünner Linsen untersucht werden.

Spezialfall $a = \infty$. Hat man das Fernrohr zuerst auf einen unendlich weiten Gegenstand eingestellt, bringt dann vor das Objektiv die Linse und stellt auf einen anderen Gegenstand deutlich ein, so ist dessen Abstand a_1 vom Objektiv gleich der Brennweite f der Linse, was sich aus der obigen Gleichung für $a = \infty$ ergibt und auch physikalisch ohne weiteres ersichtlich ist.

d) Die Methoden a), b) und c) gelten nur für Sammellinsen. Die Brennweiten von Konkavlinen lassen sich auf folgende beide Weisen ermitteln. Man bestimmt nach einer der vorhergehenden Methoden die Brennweite F einer stärkeren Konvexlinse, verbindet sie darauf mit der Zerstreuungslinse und sucht die gemeinschaftliche Brennweite F_1 der beiden auf. Dann erhält man die Brennweite f der Konkavlinse aus der Gleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F_1} - \frac{1}{F}.$$

Man erkennt hieraus, daß f negativ ist.

e) Man fängt das kreisrunde Zerstreuungsbild einer Konkavlinse, das von auffallenden Sonnenstrahlen gebildet wird, auf einem Schirm auf und verschiebt die Linse so lange, bis der Durchmesser des Schirmkreises doppelt so groß wie der Linsendurchmesser ist. Dann ist die Brennweite gleich dem Abstand der Linse vom Schirme.

§ 29. Messung von Brechungsquotienten.

a) Einleitung. Wenn ein paralleles Lichtstrahlenbündel aus einem Mittel in ein anderes übergeht, so wird es von seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt; zugleich

wird es in ein Farbenband aufgelöst, derart, daß die roten Strahlen am wenigsten, die violetten am meisten gebrochen werden. Den gesetzmäßigen Zusammenhang zwischen der Größe des Einfallswinkels und der des Brechungswinkels gibt das Snelliussche Brechungsgesetz: Für zwei optische Medien und für einen Lichtstrahl von einfacher Farbe (monochromatisches Licht) ist das Verhältnis des Sinus des Einfallswinkels und des Sinus des Brechungswinkels eine Konstante: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$; der ge-

brochene Strahl liegt in der Einfallsebene, die von dem einfallenden Strahl und dem Einfallslot gebildet wird. Das konstante Verhältnis n heißt Brechungsquotient. Aus der Huygensschen Wellentheorie des Lichtes ergibt sich, daß dieses Brechungsverhältnis zugleich das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeiten und das Verhältnis der Lichtwellenlängen in den beiden Mitteln ist. Man bestimmt gewöhnlich das Brechungsverhältnis eines Mittels für den Übergang des Lichtes von Luft in dasselbe; um das Verhältnis auf den leeren Raum zu reduzieren, benutzt man die für den Durchgang des Lichtes durch drei Medien gültige Gleichung $n_{1,3} = n_{1,2} \cdot n_{2,3}$. Bezieht sich hier der Index 1 auf den leeren Raum, 2 auf Luft und 3 auf den Körper, so ist $n_{1,2} = 1,000\ 294$ bei 0° und 760 mm Druck.

b) Minimum der Ablenkung. Zur Bestimmung des Brechungsverhältnisses schneidet man sich aus dem zu untersuchenden Körper ein Prisma, unter dem man in der Optik einen Körper mit zwei keilförmig gegeneinander geneigten ebenen Flächen versteht. Hauptschnitt des Prismas wird die Ebene genannt, die senkrecht zu der gemeinsamen, sogenannten brechenden Kante dieser beiden Flächen gelegt ist. Ein Lichtstrahl wird beim Durch-

gang durch das Prisma aus seiner ursprünglichen Richtung um einen gewissen Winkel abgelenkt. Aus einfachen geometrischen Überlegungen geht nun hervor, daß der Ablenkungswinkel am kleinsten ist beim symmetrischen Durchgang des Lichtes durch das Prisma, d. h. dann, wenn der eintretende und der austretende Strahl unter gleichen Winkeln die Prismenflächen schneiden, wobei der Strahl im Prisma die Basis eines gleichschenkligen Dreiecks bildet mit den Prismenseiten als Schenkeln. Bezeichnet man dieses Minimum des Ablenkungswinkels mit δ , den brechenden Winkel des Prismas mit φ , so ist das Brechungsverhältnis

$$(1) \quad n = \frac{\sin \frac{\delta + \varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}.$$

Beweis: In Fig. 31 stellt $ABCD$ den Weg des Lichtstrahles beim symmetrischen Durchgang dar. BE und CE sind die Einfallslote. Dann ist nach dem Brechungsgesetz

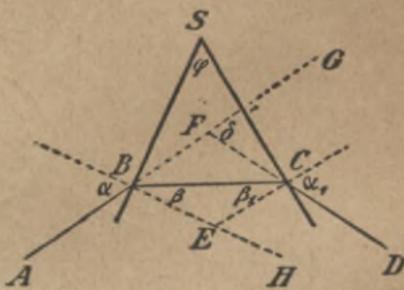


Fig. 31.

$$(2) \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$

Nun ist aber $\angle CEH = 2\beta$ als Außenwinkel und $\angle CEH = \varphi$ n. d. S.: Errichtet man auf den Schenkeln eines Winkels die Lote, so ist er gleich dem von den Loten eingeschlossenen Winkel. Folglich

$$2\beta = \varphi \quad \text{oder} \quad \beta = \frac{\varphi}{2}.$$

Ferner folgt aus der Figur

$$\delta = 2 \angle FBC = 2(\alpha - \beta) = 2\alpha - 2\beta = 2\alpha - \varphi.$$

Hieraus ergibt sich

$$\alpha = \frac{\delta + \varphi}{2}.$$

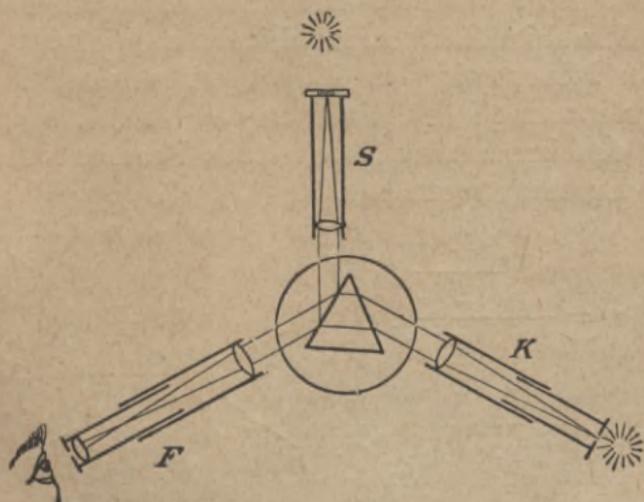


Fig. 32.

Setzt man die für α und β gefundenen Werte in die Gleichung (2) ein, so erhält man

$$n = \frac{\sin \frac{\delta + \varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}.$$

Nach dieser Formel erfordert die Aufgabe, den Brechungsquotienten zu bestimmen, erstens die Messung des kleinsten Ablenkungswinkels δ eines Prismas, zweitens die Messung des von den Prismenflächen eingeschlos-

senen Winkels φ . Zur Ausführung der Messung dienen die Spektrometer (Fig. 32). Ein Fernrohr F und ein mit verstellbarem Spalt versehenes Spalt- oder Kollimatorrohr K sind nach der Mitte einer horizontalen Kreisteilung gerichtet und um diese herum drehbar. Das Prisma steht auf einem inmitten des Teilkreises befindlichen drehbaren Tischchen. Bei guten Spektrometern besitzt das Fernrohr ein Gaußsches Okular (s. Fig. 33), durch das die Beleuchtung eines Fadenkreuzes ermöglicht wird. Durch eine seitliche Öffnung o fällt das Licht einer Lichtquelle

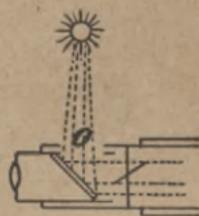


Fig. 33.

auf eine unter 45° gegen die Okularachse geneigte planparallele Glasplatte, an der es gegen das Fadenkreuz reflektiert wird. Vor den Spalt des Kollimators wird eine Lichtquelle gestellt. Das innere Ende des Kollimators trägt eine konvexe Linse, in deren Brennebene der Spalt liegt, so daß die vom Spalt ausgehenden Lichtstrahlen durch die Linse parallel gemacht werden. Dieses schmale parallele Lichtband trifft auf das Prisma und wird beim Durchgang durch dasselbe an den beiden Grenzflächen gebrochen. Das abgelenkte Bild des Spaltes wird nun mit dem auf unendlich eingestellten Fernrohr aufgesucht. Um das Minimum der Ablenkung zu finden, dreht man das Tischchen mit dem Prisma und verfolgt mit dem Fernrohr das sich bewegende Bild des Spaltes. Man findet dann eine gewisse Stellung des Prismas, bei der eine Umkehr des Bildes erfolgt, ob man das Prisma nach der einen oder der anderen Seite dreht. Dies ist die Stelle der geringsten Ablenkung. Bei Beleuchtung des Spaltes mit weißem Licht erblickt man im Fernrohr ein Spektrum; man sucht dann das Minimum der Ablenkung für eine bestimmte Fraunhofersche Linie. Bei

Beleuchtung des Spaltes mit monochromatischem Licht erblickt man im Fernrohr eine einfache Linie, die für das betreffende Licht charakteristisch ist.

Nach dem Auffinden der Minimumstellung entfernt man das Prisma vom Tischchen, liest an der Gradteilung des Kreises die Stellung des Fernrohrs ab und dreht es dann am Teilkreise entlang, bis seine optische Achse mit der des Kollimators zusammenfällt, was man daran erkennt, daß das Spaltbild zur Deckung kommt mit dem Fadenkreuz. Nun liest man wieder die Fernrohrstellung am Teilkreise ab. Der Winkel, um den man das Fernrohr gedreht hat, ist das Minimum δ der Ablenkung.

c) Messung des brechenden Prismenwinkels. Man setzt das Prisma so auf das Tischchen, daß die

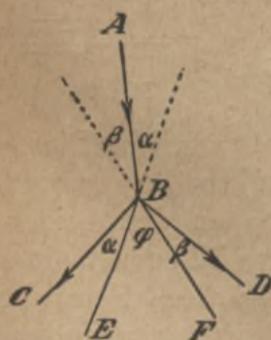


Fig. 34.

brechende Kante gegen das Kollimatorrohr gerichtet ist, und läßt die von dem beleuchteten Spalt ausgehenden Strahlen gleichzeitig an beiden Prismenflächen reflektieren. Darauf sucht man mit dem Fernrohr die vom Spalte durch beide Prismenflächen entworfenen Spiegelbilder auf; der Winkel, um den das Fernrohr gedreht werden muß, um von der einen Lage in die andere zu kommen, ist gleich 2φ . Denn es seien α und β die Winkel, unter denen der auffallende Strahl AB (Fig. 34) die beiden Prismenflächen trifft; dann wird er unter denselben Winkeln von ihnen reflektiert; nun ist

$$\angle EBF = \alpha + \beta = \varphi,$$

folglich ist

$$\angle CBD = \alpha + \beta + \varphi = 2\varphi.$$

d) Justierung des Spektrometers. Die Messung des Ablenkungswinkels δ und des brechenden Winkels φ setzen voraus, 1. daß die Lichtstrahlen im Hauptschnitt des Prismas verlaufen, 2. daß sie das Kollimatorrohr als paralleles Lichtband verlassen und ein deutliches Bild im Fernrohr entsteht, und 3. daß bei der Messung des brechenden Winkels die auf das Prisma fallenden und von seinen Flächen reflektierten Strahlen im Hauptschnitt verlaufen. Um diese Voraussetzungen zu erfüllen, muß das Spektrometer justiert werden. Man stellt zunächst das Fernrohrokular so ein, daß das Fadenkreuz deutlich sichtbar ist, richtet das Fernrohr auf ein sehr weit entferntes Objekt und erzeugt mit dem Auszuge ein deutliches Bild. Nun wird das Kollimatorrohr eingestellt, indem man das Fernrohr auf den beleuchteten Spalt richtet und diesen so lange in der Richtung der Kollimatorachse verschiebt, bis sein Bild scharf erscheint. Es handelt sich dann darum, beide Rohrachsen senkrecht auf die gemeinsame Drehungsachse einzustellen. Zu dem Zwecke befestigt man auf dem Tischchen des Spektrometers mit Klebwachs eine planparallele Glasplatte, am besten eine auf beiden Seiten versilberte, möglichst senkrecht zum Tischchen, beleuchtet das Fadenkreuz des Gaußschen Okulars (s. S. 93) und bringt das Fadenkreuz mit seinem durch die Glasplatte erzeugten Spiegelbilde durch Bewegen des Spiegels zur Koinzidenz. Darauf dreht man das Fernrohr am Teilkreise um 180° und sucht das Spiegelbild des Fadenkreuzes wieder auf. Fällt es nicht genau mit dem Fadenkreuz zusammen, so korrigiert man die Hälfte der Abweichung durch Heben bzw. Senken des Fernrohres, die andere Hälfte durch Neigen des Glasspiegels. Die Senkrechtstellung der Kollimatorachse zu seiner Umdrehungsachse geschieht da-

durch, daß man das bereits eingestellte Fernrohr auf den Spalt richtet und das Spaltrohr so lange hebt oder senkt, bis das Spaltbild vollständig mit dem Fadenkreuz zusammenfällt. Die Senkrechthstellung der Drehungsachse des Tischchens gegen die Achse des Fernrohres geschieht wieder mittels des aufgesetzten Spiegels. Nachdem das Spiegelbild des Fadenkreuzes genau mit dem Fadenkreuz zur Koinzidenz gebracht worden ist, dreht man das Tischchen um 180° und verstellt an den Fußschrauben des Tischchens so lange, bis in beiden Stellungen Bild und Fadenkreuz zusammenfallen. Um endlich zwei Prismenflächen senkrecht gegen die Achsen des Fernrohres und des Kollimators einzustellen, befestigt man das Prisma auf dem Tischchen so, daß eine Fläche senkrecht zur Verbindungslinie zweier Stellschrauben steht. Diese Fläche stellt man nun, wie es oben angegeben ist, senkrecht zur Fernrohrachse ein. Darauf bringt man die zweite Prismenfläche durch Regulierung an der dritten Stellschraube in derselben Weise in senkrechte Stellung.

e) Bestimmung des Brechungsquotienten mit dem Mikroskop. Eine einfache, freilich nicht sehrgenaue Methode ist die Bestimmung eines Brechungsquotienten mittels einer planparallelen Platte und eines Mikroskops. Befindet sich zwischen dem Auge und einem Objekt eine planparallele Platte, so erscheint das Objekt gehoben; diese Erscheinung beobachtet man z. B. beim Betrachten des Bodens eines mit Wasser gefüllten Eimers; er scheint höher zu liegen als der des leeren Gefäßes. Wenn die Dicke einer Platte vom Brechungsquotienten n gleich d ist, so erscheint ein Punkt an der vom Auge abgewandten Grenzfläche der Platte bei normalem Daraufsehen um die Strecke $a = d\left(1 - \frac{1}{n}\right)$ gehoben.

Hieraus ergibt sich

$$n = \frac{d}{d - a}.$$

Die Messung wird ausgeführt, indem man ein Mikroskop scharf auf ein Objekt einstellt, darauf die Platte von der gemessenen Dicke d zwischenschiebt und nun den Tubus des Mikroskops um eine Strecke a hebt, bis man das Objekt wieder scharf sieht.

Man kann auch die Größe $d - a$, d. h. die scheinbare Plattendicke dadurch bestimmen, daß man auf beiden Flächen der Platte je einen Punkt markiert und zuerst auf den einen, dann auf den anderen das Mikroskop einstellt. Die Verschiebung des Mikroskops ist dann $d - a$.

§ 30. Spektralanalyse.

a) Einstellung des Spektralapparates. Der Kirchhoff-Bunsensche Spektralapparat besitzt, wie das Spektrometer, ein Fernrohr F (Fig. 32), ein Kollimatorrohr K und außerdem noch ein Skalenfernrohr S . Am äußeren Ende des Skalenfernrohrs befindet sich eine auf Glas photographierte Skala, die durch eine nicht zu nahe, kleine Flamme beleuchtet wird. Durch die am anderen Ende des Rohres befindliche Linse werden die von jedem Teilstrich ausgehenden Strahlen parallel gemacht, an der einen Fläche des Prismas in das Objektiv des Fernrohres reflektiert und von diesem zu einem scharfen Bilde vereinigt, das durch das Fernrohrokular beobachtet wird. Man sieht demnach zugleich mit dem durch das Prisma erzeugten Spektrum ein vergrößertes Spiegelbild der Skala und vermag die Lage der einzelnen Spektralfarben an der Skala zu bestimmen.

Das Fernrohr und das Kollimatorrohr des Spektralapparates werden genau wie beim Spektrometer eingestellt (S. 95), darauf erhält das Prisma die Minimumstellung (S. 93). Nun dreht man das Skalenfernrohr, bis die Teilung im Okularfernrohr erscheint, bewirkt am Auszuge des Skalenfernrohres ein deutliches Erscheinen der Striche und hebt oder senkt dasselbe, bis die Skala in der Mitte des Gesichtsfeldes liegt. Durch Drehen des Auszuges am Skalenfernrohr erreicht man, daß die Striche parallel den Spektrallinien verlaufen.

b) Messung der Wellenlängen einiger Linien im Spektrum durch Interpolation. Man bestimmt die Lage einiger bekannter Linien an den Enden und in der Mitte des Spektrums auf der Skala; entweder wählt man hierzu die Fraunhoferschen Linien a , D , F , G , H des Sonnenspektrums oder etwa die Linien $K\alpha$, $Li\alpha$, Na , $Sr\delta$, $K\beta$, die durch Verdampfen von Kaliumchlorid, Lithiumchlorid, Natriumchlorid und Strontiumchlorid im Bunsenbrenner erzeugt werden.

Die Wellenlängen λ in millionstel Millimetern für diese Spektrallinien ergeben sich aus folgender Tabelle:

| | a | $Li\alpha$ | D | F | $Sr\delta$ | G | $K\beta$ | H |
|-------------|-------|------------|-------|-------|------------|-------|----------|-------|
| $\lambda =$ | 718,6 | 670,8 | 589,4 | 486,1 | 460,8 | 430,8 | 404,6 | 396,9 |

Man zeichnet nun auf Koordinatenpapier als Abszissen den Ort der auf der Skala beobachteten Spektrallinien, als Ordinaten die aus obiger Tabelle entnommenen Wellenlängen; dann verbindet man die erhaltenen Punkte durch eine Kurve. Mittels dieser Kurve erhält man die gesuchte Wellenlänge irgend einer Spektrallinie, indem man ihren Ort auf der Skala aufsucht und in dem entsprechenden Punkte der Abszisse des Millimeterpapiers

die Ordinate zeichnet. Deren Länge gibt die Wellenlänge in millionstel Millimetern an.

c) Chemische Spektralanalyse. Die Aufgabe einer chemischen Analyse besteht darin, aus einem gegebenen Gemisch mehrerer Körper die einzelnen Bestandteile herauszufinden. Die Spektralanalyse eignet sich nun besonders zur Auffindung der Alkali- und Erdalkalimetalle, während die Schwermetalle eine so große Anzahl Linien geben, daß sie sich schwer analysieren lassen. Eine Analyse wird nun in folgender Weise angestellt. Man verdampft an einem Platindraht in der Bunsenflamme die reinen Metallsalze, etwa die Chloride von Natrium, Kalium, Lithium, Kalzium, Baryum, Strontium, Indium, Thallium, beobachtet die Spektrallinien auf der Skala und notiert auf Koordinatenpapier ihre Lage, ihre ungefähre Lichtstärke, Breite und Schärfe. Darauf sucht man in derselben Weise die Linien der zu analysierenden Metallsalzmischung auf und identifiziert dieselben mit den bekannten Linien der reinen Metallsalze.

§ 31. Vergrößerungszahl optischer Instrumente.

Unter Vergrößerung ist im folgenden stets die lineare Vergrößerung verstanden. Bei der Lupe, dem Mikroskop und dem Projektionsapparat versteht man unter der Vergrößerungszahl n das Verhältnis der Bildgröße G zur

Gegenstandsgröße g ; $n = \frac{G}{g}$; beim Fernrohr ist die

Vergrößerungszahl das Verhältnis der Winkel, unter denen der Gegenstand durch das Fernrohr und durch das unbewaffnete Auge gesehen wird.

a) Beim Projektionsapparat mißt man direkt die Bildgröße G und die Gegenstandsgröße g und erhält durch Division die Zahl n .

b) Bei der Lupe und dem Mikroskop verfährt man etwa folgendermaßen. Ein kleiner rechteckiger Spiegel etwa von der Größe der halben Okularlinse wird mit Klebwachs unter einem Winkel von 45° gegen die Achsenrichtung des Instrumentes derart auf der Okularlinse befestigt, daß man sowohl durch das Mikroskop eine auf den Objektisch gelegte Glasmikrometerteilung, als auch im Spiegel eine in deutlicher Sehweite (25 cm) von demselben senkrecht aufgestellte Millimeterskala sehen kann. Fallen N mm dieser Skala mit n mm des Mikrometers zusammen, so ist die Vergrößerungszahl $\frac{N}{n}$. — Man

kann auch auf einem Blatt Papier im Abstände 25 cm vom Auge das Bild in derselben Größe, wie es im Mikroskop erscheint, abzeichnen und dann durch Ausmessen der Bild- und Gegenstandsgröße die Vergrößerungszahl n finden.

Bei der Lupe läßt sich n auch aus der Brennweite f nach der Formel

$$n = \frac{d}{f} + 1$$

berechnen, wenn d die deutliche Sehweite bedeutet (bei normalem Auge 25 cm). Bedeutet nämlich a den Abstand des Gegenstandes, b den des Bildes von der Lupe, so ist die Vergrößerung gleich $\frac{b}{a}$. Nun gilt, da bei dem virtuellen Bild der Lupe die Größe b negativ genommen werden muß, die Linsenformel

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich für $\frac{b}{a}$ der Wert $\frac{b}{f} + 1$. Für b ist endlich die deutliche Sehweite d zu setzen.

Beim Mikroskop berechnet man die Vergrößerung N als das Produkt aus den Vergrößerungen n_1 , die das Objektiv, und n_2 , die das Okular liefert.

c) Ein Fernrohr wird auf einen weit entfernten Maßstab eingestellt. Man sieht nun mit einem Auge durch das Fernrohr, mit dem anderen am Fernrohr vorbei nach dem Maßstab hin. Wenn N Teile des mit bloßem Auge gesehenen Maßstabes von n Teilen des Fernrohrbildes bedeckt werden, so ist $\frac{N}{n}$ die Vergrößerung.

Man kann die Vergrößerung auch angenähert berechnen als Verhältnis der Brennweiten F des Objektivs und f des Okulars.

§ 32. Messung der Wellenlänge des Lichts.

a) Aus der Beugung an einem schmalen Spalt oder dünnem Draht. Man setzt hinter einen Spalt in einem Schirme eine Lichtquelle, die homogenes Licht aussendet, und zwischen Licht und Schirm eine Konvexlinse, durch die das Licht parallel gemacht wird. Betrachtet man nun diesen Spalt durch einen zweiten sehr schmalen Spalt, so bemerkt man an der Stelle des ersteren einen langen Lichtstreif, der von dunklen Linien durchzogen ist. Der mittlere helle, breite Streifen wird als Nullmaximum, der erste, zweite usw. dunkle Streifen als erstes, zweites usw. Minimum; der erste, zweite usw. seitliche, helle Streifen als erstes, zweites usw. Maximum bezeichnet.

Ist die Breite des zweiten Spaltes gleich b und der Winkelabstand des ersten Minimums von der Mitte des Nullmaximums gleich α , so ist die Wellenlänge des Lichtes

$$\lambda = b \cdot \sin \alpha .$$

Bedeutet β den Winkelabstand des n -ten Minimums von der Mitte des Nullmaximums, so ist

$$\lambda = b \cdot \frac{\sin \beta}{n}.$$

Die Beleuchtung des Spaltes mit homogenem Lichte geschieht entweder dadurch, daß man farbige Gläser oder Gelatineplatten zwischen Spalt und Lichtquelle stellt oder daß man Metallsalze, z. B. Chlornatrium, Chlorlithium, Chlorthallium u. a., als Perlen an einer Platinöse in den Bunsenbrenner einführt.

Die Messung von α oder β geschieht mittels eines Theodolits oder eines Spektrometers. Im letzteren Falle wird der Spalt des Kollimatorrohres mit homogenem Licht beleuchtet. Den zweiten Spalt setzt man auf das Tischchen des Spektrometers. Durch das Fernrohr sieht man nun die hellen und dunklen Interferenzstreifen. Man stellt das Fadenkreuz zuerst auf das rechte, dann auf das linke erste Minimum ein, liest in beiden Lagen die Stellung des Fernrohres am Teilkreise ab und bildet die halbe Differenz der Ablesungen. Diese ist gleich dem Winkel α .

Die Spaltbreite b wird entweder unter dem Mikroskop oder mittels einer Mikrometerschraube gemessen; im letzteren Falle ist der Spalt durch die Schneiden zweier Stahlplatten gebildet, von denen eine mit einer Mikrometerschraube verbunden ist und mittels derselben von der anderen festliegenden Platte innerhalb gewisser Grenzen entfernt werden kann. Die Messung der Spaltbreite erfolgt nun an der Kreisteilung der Mikrometerschraube.

Die Interferenzstreifen lassen sich auch objektiv darstellen, indem man Sonnenlicht durch einen feinen Spalt in ein dunkles Zimmer auf einen Schirm fallen läßt, der im Abstände von etwa 2 m vom Spalt parallel zu einer

Ebene aufgestellt ist. Als Schirm kann ein Milchglasstreifen, der mit Millimeterteilung versehen ist, verwendet werden. Mißt man den Abstand von der Mitte des Nullmaximums bis zum ersten Minimum auf dem Schirm gleich d mm und den Abstand A des Schirmes vom Spalt, so ist

$$\sin \alpha = \frac{d}{A}, \quad \text{also} \quad \lambda = b \cdot \frac{d}{A}.$$

Bei Anwendung eines dünnen Drahtes anstatt eines Spaltes bedeutet b die Drahtdicke; die Beobachtung der Beugungserscheinungen und die Berechnung der Wellenlänge sind im übrigen analog.

b) Beugung an einem Gitter. Eine genauere Messung der Lichtwellenlänge wird durch die Anwendung eines Gitters ermöglicht, das aus einem System zahlreicher, dicht nebeneinander liegender, auf Glas eingeritzter Spalten besteht. Hält man ein solches Gitter vor das unbewaffnete Auge oder vor das Objektiv eines Fernrohrs und richtet es gegen einen Spalt, der homogenes Licht aussendet, so erblickt man eine große Anzahl Spaltbilder in gleichen Abständen voneinander, von denen das mittlere am hellsten leuchtet, während die anderen mit ihrer Entfernung von der Mitte immer lichtschwächer werden. Je enger die Linien des Gitters aneinander liegen, um so größer sind die Abstände der Spaltbilder. Bezeichnet α die Winkeldistanz zweier Spaltbilder voneinander und b die Gitterkonstante, d. h. den Abstand, den die Mitten zweier Striche des Gitters voneinander haben, so ist $\lambda = b \cdot \sin \alpha$. Ist β die Winkeldistanz des n -ten Spaltbildes von dem mittelsten, hellsten Bilde, so ist

$$\lambda = b \cdot \frac{\sin \beta}{n}.$$

Man findet die Gitterkonstante b , indem man die Breite des Gitters und die Anzahl der Strichintervalle unter dem Mikroskop mißt und die Breite durch die Anzahl dividiert. Der Winkel α kann mit dem Spektrometer gemessen werden, wie es auf S. 102 beschrieben ist. Das Gitter wird dabei auf das Tischchen des Spektrometers gesetzt.

Es läßt sich jedoch die Messung von α durch zwei einfache Längenmessungen umgehen. Bezeichnet man nämlich den Abstand zweier Spaltbilder mit d und die Entfernung des Gitters vom Spalt mit A , so ist $\sin \alpha = \frac{d}{A}$ und

$$\lambda = b \cdot \frac{d}{A}.$$

d wird in einfachster Weise bei folgender Versuchsanordnung bestimmt. In ein dünnes Metallblech schneidet man einen kurzen und einen langen Spalt ein, deren Richtungen parallel laufen. Beide werden durch homogenes Licht beleuchtet und in einiger Entfernung durch ein Gitter beobachtet. Man sieht nun von jedem Spalt eine große Anzahl Beugungsbilder, von denen die beiden Nullmaxima durch ihre größere Helligkeit leicht aufgefunden werden. Verändert man die Entfernung des beobachtenden Auges mit dem Gitter von den beiden Spalten, so ändern sich auch die Abstände der Spaltbilder. Man findet nun leicht diejenige Entfernung A heraus, bei der das erste seitliche Maximum des langen Spaltes zusammenfällt mit dem Nullmaximum des kurzen Spaltes. Die Größe d ist jetzt der Abstand der beiden Spalte.

c) Aus Newtonschen Ringen. Auf einen Spiegelglasstreifen wird eine plankonvexe Linse mit ihrer konvexen

Seite gelegt und beide durch zwei Gummibänder unter geringem Druck zusammengehalten. Dieses System von Linse und Planglas wird auf den Tisch eines Mikroskops gelegt und von oben mittels eines schrägen, durchsichtigen Deckglases (Fig. 35), das zwischen Objektisch und Objektiv angebracht ist, beleuchtet. Das Stativ des Deckglases besteht aus einem auf einen Glasstreifen aufgekitteten Kork und einer rechtwinklig umgebogenen Stecknadel, an deren Spitze das quadratische Deckglas mit Siegelack befestigt ist. Das Ganze wird auf dem Mikroskoptisch festgeklemmt. Mittels der Stecknadel dreht man das Deckglas, bis das reflektierte Licht einer Natrium- oder Lithiumflamme normal auf die Berührungsstelle von Linse und Planglas fällt. Mit dem Mikroskop sucht man nun die an dieser Stelle befindlichen Newtonschen Ringe auf. Dann mißt man mit dem Okularmikrometer die Durchmesser $2 \varrho_1, 2 \varrho_2, 2 \varrho_3 \dots$ des 1., 2., 3. dunklen Ringes. Bedeutet r den Radius der konvexen Seite der Linse, so ist die Wellenlänge des Lichtes

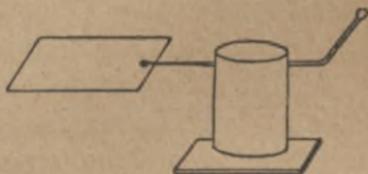


Fig. 35.

$$\lambda = \frac{\varrho_1^2}{r} = \frac{1}{2} \frac{\varrho_2^2}{r} = \frac{1}{3} \frac{\varrho_3^2}{r} = \dots$$

r wird bestimmt nach der Formel (1) auf S. 86 aus der Brennweite f und dem Brechungsquotienten der Linse

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\infty} \right) = (n - 1) \cdot \frac{1}{r}.$$

Für gewöhnliches Glas ist $n = 1,51$ zu setzen. Über die Messung von f s. § 28.

§ 33. Photometrie.

a) Einheiten der Leuchtkraft und der Beleuchtungsstärke. Als Einheit der Leuchtkraft selbstleuchtender Körper wurde früher die einer Normkerze (1 *NK*) aus Paraffin von 2 cm Durchmesser bei einer Flammenhöhe von 50 mm, neuerdings diejenige einer von Hefner-Alteneck konstruierten Amylacetatlampe (1 *HK*) benutzt, die bei bestimmter Dochtstärke eine mit einer Visiervorrichtung kontrollierbare Flammenhöhe von 40 cm besitzt. Es ist $1 \text{ HK} = 1,2 \text{ NK}$. Auf dem Elekrikerkongreß 1884 wurde als Einheit der Lichtstärke diejenige einer 1 qcm großen Oberfläche von weißglühendem Platin bei der Erstarrungstemperatur festgesetzt.

Die Einheit der Beleuchtungsstärke eines nicht selbstleuchtenden Körpers ist die Meterkerze, d. h. die Beleuchtungsstärke, welche eine Hefnerkerze in 1 m Abstand auf einer weißen Fläche hervorbringt.

Die Intensitäten zweier Lichtquellen, die auf derselben Fläche gleiche Beleuchtungsstärken hervorrufen, verhalten sich wie die Quadrate ihrer Abstände von dieser Fläche:

$$J_1 : J_2 = r_1^2 : r_2^2.$$

Dieses Gesetzes bedient man sich bei den Photometern zur Vergleichung einer Lichtquelle mit der Einheitskerze.

b) Das gebräuchlichste Photometer rührt von Bunsen her. Es besteht im wesentlichen aus einem Papierschirm, auf den ein Fettfleck gemacht worden ist. Hinter dem Papierschirm steht in konstantem Abstände irgend eine Lichtquelle. Vor ihm wird längs einer Zentimeterskala die Einheitskerze so lange verschoben, bis der Fettfleck nicht mehr erkennbar ist. Darauf ersetzt man

die Kerze durch die zu untersuchende Lichtquelle und verschiebt wieder bis zum Verschwinden des Fettflecks. Sind r_1 und r_2 die Abstände der Normalkerze und der Lichtquelle vom Schirm, so berechnet man aus ihnen nach obigem Gesetz die Lichtstärke.

V. Abschnitt.

Elektrische und magnetische Messungen.

§ 34. Messung einer Stromstärke in absolutem Maße mit der Tangentenbussole.

a) Allgemeines. Ein elektrischer Strom hat in absolutem elektromagnetischen Maße die Stärke 1, wenn er, einen 1 cm langen Bogen eines Kreises mit dem Halbmesser 1 cm durchfließend, auf einen Magnetpol von der Stärke 1 im Mittelpunkt des Kreises die Kraft von 1 Dyn ausübt.

Wird ein kurzes Drahtstück von der Länge l cm von einem Strome J durchflossen, so wirkt er auf einen Magnetpol von der Stärke μ , der sich in der Entfernung r cm von l befindet, mit einer Kraft $K = \frac{l \cdot J \cdot \mu}{r^2} \cdot \sin \varphi$, wenn φ den Winkel zwischen den Richtungen von l und r bedeutet (Biot-Savarts Gesetz). Hieraus erhält man die Dimension für J im absoluten Maßsystem:

$$J = \left[\text{cm}^{\frac{1}{2}} \text{m}^{\frac{1}{2}} \text{t}^{-1} \right].$$

Die Stromstärke im technischen elektromagnetischen Maße ist 1 Ampere. Es ist

$$1 \text{ Amp.} = \frac{1}{10} \left[\text{cm}^{\frac{1}{2}} \text{m}^{\frac{1}{2}} \text{t}^{-1} \right].$$

b) Die Tangentenbussole ist derjenige Apparat, mit dem Stromstärken in absolutem Maße bestimmt werden. Im Mittelpunkte eines aus einer oder mehreren gegeneinander isolierten Drahtwindungen bestehenden kreisförmigen Metallringes befindet sich eine kurze Deklinationsnadel. Die Ebene des Ringes ist im magnetischen Meridian aufgestellt. Fließt ein Strom J durch den Ring, so erleidet die Nadel eine Ablenkung von α^0 . Ist die Horizontalintensität in dem Aufstellungsorte der Bussole gleich H , der Radius der Windungen r und ihre Anzahl n , so ergibt sich aus dem Biot-Savartschen Gesetz die Beziehung

$$J = \frac{H \cdot r}{2 \pi n} \cdot \operatorname{tg} \alpha = \mathfrak{C} \cdot \operatorname{tg} \alpha \text{ cm}^{\frac{1}{2}} \text{ m}^{\frac{1}{2}} \text{ t}^{-1}$$

oder

$$J = 10 \cdot \frac{H \cdot r}{2 \pi n} \operatorname{tg} \alpha = C \cdot \operatorname{tg} \alpha \text{ Ampere.}$$

Ist die Nadel der Bussole an einem Faden mit dem Torsionsmodul ϑ aufgehängt, so ist in diesen Formeln H durch $H(1 + \vartheta)$ zu ersetzen.

c) Der Koeffizient \mathfrak{C} bzw. C heißt Reduktionsfaktor der Tangentenbussole. Er ist für eine Bussole an demselben Orte eine Konstante unter der Voraussetzung, daß H keinen lokalen Störungen unterworfen ist, die z. B. durch größere Eisenmassen hervorgerufen werden (vgl. § 45 c).

Der Reduktionsfaktor wird entweder durch Messung der Größen H , r und n oder mit dem Voltmeter nach elektrochemischem Maße bestimmt.

H wird aus einer Tabelle entnommen oder nach § 45

gemessen. Lokale Konstanz von H in einem Zimmer wird nach § 45 c untersucht. Den Radius r bestimmt man entweder durch direkte Messung des Durchmessers mit der Schubleere oder man berechnet ihn aus der Länge des zu n Windungen verwendeten Drahtes.

Der Ausschlagswinkel α wird entweder direkt an einer Kreisteilung abgelesen, längs der sich ein mit der Magnetnadel fest verbundener langer Aluminiumzeiger bewegt, oder mittels der Poggendorff-Gaußschen Spiegelablesung bestimmt (vgl. § 26 a).

Empirisch eicht man die Tangentenbussole folgendermaßen. Man schaltet in den Stromkreis eines konstanten Elements E (Fig. 36) die Tangentenbussole T , ein Voltmeter V und einen Kommutator K ein, und zwar derart, daß der Strom durch das Voltmeter stets in derselben Richtung, durch die Bussole aber nach dem Kommutieren in umgekehrter Richtung wie vorher fließt. Man läßt nun eine gemessene Zeit t den Strom geschlossen und beobachtet in regelmäßigen Zeitintervallen die Ausschlagswinkel der Bussole. Ein Fehler bei der Beobachtung des Winkels α beeinflußt natürlich den Wert für die Stromstärke; am geringsten ist dieser Einfluß bei

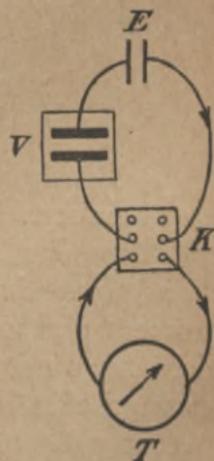


Fig. 36.

Ausschlagswinkeln in der Nähe von 45° , am größten bei 0° und 90° . Damit der Strom der beiden Zuleitungsdrähte nicht störend auf die Nadel wirkt, müssen sie nahe beieinander in paralleler Richtung verlaufen oder umeinander gewickelt sein.

Aus der Gewichtszunahme der Kathode des Voltmeters bzw. der Menge des entwickelten Knallgases kann

man nach elektrochemischem Maße (§ 36) die mittlere Stromstärke J berechnen. Man erhält dann $C = \frac{J}{\operatorname{tg} \alpha}$.

Ist der Reduktionsfaktor einmal bestimmt worden, so kann man aus einem Ausschlagswinkel eine absolute Stromstärke berechnen.

d) Häufig ist es nur erforderlich, zwei Stromstärken miteinander zu vergleichen; zu dieser Messung ist die Kenntnis des Reduktionsfaktors nicht nötig. Die beiden Stromstärken J_1 und J_2 verhalten sich dann zueinander wie die Tangenten ihrer Ablenkungswinkel α_1 und α_2 :

$$J_1 : J_2 = \operatorname{tg} \alpha_1 : \operatorname{tg} \alpha_2 .$$

§ 35. Messung von Stromstärken mit dem Spiegelgalvanometer.

a) Dämpfungsverhältnis und logarithmisches Dekrement. Die Nadel des Spiegelgalvanometers ist ein schwingendes Pendel; als solches ist ihre Schwingungsdauer proportional der Quadratwurzel aus ihrem Trägheitsmoment und umgekehrt proportional der Wurzel aus der richtenden magnetischen oder elektrischen Kraft und ihrem magnetischen Moment. Die Schwingungen der Nadel werden gehemmt durch Achsenreibung oder Torsion des Aufhängefadens, Luftwiderstand und hauptsächlich durch die von den Bewegungen der Nadel im Multiplikator oder Dämpfer induzierten Foucaultschen Ströme. Unter dem Einfluß der Dämpfung nehmen die Schwingungsbogen, d. h. die Bogen zwischen den Umkehrpunkten auf der einen und denjenigen auf der anderen Seite ab, und zwar derart, daß das Verhältnis je zweier aufeinanderfolgender Schwingungsbogen konstant ist. Sind die Längen mehrerer aufeinanderfolgender Bogen gleich a_1, a_2, a_3, \dots ,

so besteht das Gesetz

$$a_1 : a_2 = a_2 : a_3 = a_3 : a_4 = \dots = k.$$

Die Konstante k heißt Dämpfungsverhältnis. Durch Multiplikation der Gleichungen miteinander erhält man

$$\frac{a_1}{a_n} = k^{n-1} \quad \text{oder} \quad k = \sqrt[n-1]{\frac{a_1}{a_n}}.$$

Zur Bestimmung von k beobachtet man eine ungerade Anzahl von Umkehrpunkten, etwa 5 oder 7, rechnet dann die Schwingungsbogen als Differenzen je zweier aufeinanderfolgender Umkehrpunkte aus und setzt in eine der vorhergehenden Gleichungen ein.

Der Briggsche Logarithmus vom Dämpfungsverhältnis k heißt logarithmisches Dekrement (λ), der natürliche Logarithmus von k das natürliche logarithmische Dekrement A . Es ist $A = 2,3026 \lambda$.

b) Herleitung der Ruhelage aus Schwingungen. Die Ruhelage des Lichtzeigers eines Galvanometers kann ähnlich wie diejenige einer Wage (§ 36) aus Schwingungen abgeleitet werden. Man beobachtet eine ungerade Anzahl von Umkehrpunkten, nimmt das Mittel aus allen Umkehrpunkten der einen Seite, dann das aller Umkehrpunkte der anderen Seite und bildet aus diesen beiden Mitteln das Hauptmittel.

Bei gedämpften Schwingungen läßt sich die Ruhelage aus zwei aufeinanderfolgenden Umkehrpunkten s_1 und s_2 berechnen, wenn das Dämpfungsverhältnis k bekannt ist. Die Ruhelage s_0 ist dann

$$s_0 = s_2 + \frac{s_1 - s_2}{1 + k}.$$

c) Schwingungsweite und Schwingungsdauer. Ist α_1 ein beobachteter Schwingungsbogen des Galvano-

meters mit Dämpfung, so ist der Schwingungsbogen α ohne Dämpfung

$$\alpha = \alpha_1 \cdot k^{\frac{1}{\pi}} \cdot \text{arc tg } \frac{\pi}{A}.$$

Die Schwingungsdauer einer Galvanometernadel ist die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Umkehrpunkten des Lichtzeigers. Die Beobachtung der Umkehrpunkte ist jedoch für eine Messung der Schwingungszeit ungeeignet, da in diesen Punkten die Bewegung unmerklich ist. Man mißt daher die Zeit, die zwischen zwei Durchgängen des Zeigers durch die Ruhelage verstreicht; noch genauer ist es, wenn man die Zeit t zwischen einer größeren Anzahl n Durchgängen mißt und darauf t durch $n - 1$ dividiert.

Die Schwingungsdauer T einer gedämpften Galvanometernadel ist größer als diejenige τ einer ungedämpften. Zwischen ihnen besteht die Beziehung

$$\frac{T}{\tau} = \frac{\sqrt{\pi^2 + A^2}}{\pi} = \sqrt{1 + \frac{A^2}{\pi^2}} = \sqrt{1 + \left(\frac{2,3026 \lambda}{\pi}\right)^2}.$$

Bei jedem Pendel ist für kleine Amplituden die Schwingungsdauer unabhängig von der Größe der Amplitude; für weitere Amplituden trifft dies nicht mehr zu. Für solche weiten Bogen ist daher eine Reduktion auf sehr kleine Bogen nötig. Ist t die beobachtete Schwingungsdauer, t_0 die auf kleine Bogen reduzierte, p die Größe des Schwingungsbogens und A der Skalenabstand von der Nadel, beide in Skalenteilen gemessen, so ist

$$t_0 = t - \frac{t}{256} \cdot \frac{p^2}{A^2}.$$

d) Bestimmung des Reduktionsfaktors eines Galvanometers. Bedeutet α den Ausschlag eines

Galvanometers, etwa den Winkelausschlag der Nadel oder den Skalenausschlag des Lichtzeigers und $f(\alpha)$ eine Funktion von α , z. B. $\text{tg } \alpha$ oder $\sin \alpha$ oder α selbst, die das Gesetz der Proportionalität mit der Stromstärke J angibt, so ist $J = c \cdot f(\alpha)$.

Die Größe c heißt Reduktionsfaktor des Galvanometers. Man findet $c = \frac{J}{f(\alpha)}$. Hiernach kann man c empirisch bestimmen, wenn man den Ausschlag α mißt und J nach einer der folgenden Methoden bestimmt.

1. Man schaltet das Galvanometer mit einem anderen Strommesser, dessen Reduktionsfaktor bekannt ist, z. B. einer Tangentenbussole, hintereinander in einen Stromkreis. Durch beide fließt dann derselbe Strom J . Es sei c der bekannte, x der unbekannte Reduktionsfaktor, α und α_1 die gemessenen Ausschläge, $f(\alpha)$ und $\varphi(\alpha_1)$ die Gesetze beider Strommesser, so ist

$$J = c \cdot f(\alpha) = x \cdot \varphi(\alpha_1);$$

also

$$x = \frac{c \cdot f(\alpha)}{\varphi(\alpha_1)}.$$

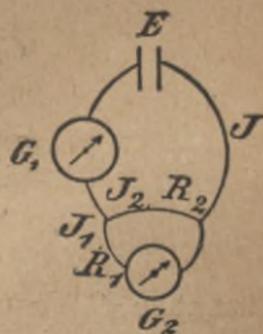


Fig. 37.

Haben die beiden Galvanometer sehr ungleiche Empfindlichkeit, so schickt man durch das empfindliche Instrument nur einen abgezweigten Teil des Gesamtstromes (Fig. 37). Es seien J die Stromstärke im unverzweigten Kreis, J_1 und J_2 diejenigen in den verzweigten Leitungen und R_1 und R_2 die Widerstände derselben, so ist

$$\frac{J_2}{J_1} = \frac{R_1}{R_2}, \quad \text{also} \quad \frac{J_1 + J_2}{J_1} = \frac{J}{J_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_2}.$$

Da nun wie oben

$$J = c \cdot f(\alpha) \quad \text{und} \quad J_1 = x \cdot \varphi(\alpha_1)$$

ist, so folgt

$$\frac{J}{J_1} = \frac{c \cdot f(\alpha)}{x \cdot \varphi(\alpha_1)} = \frac{R_1 + R_2}{R_2}.$$

Demnach ist

$$x = c \cdot \frac{f(\alpha)}{\varphi(\alpha_1)} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

Mit einem Rheostaten kann man die Abzweigung nach Fig. 38 herstellen. G_1 sei das Galvanometer mit be-

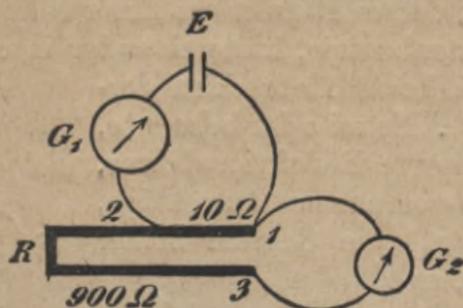


Fig. 38.

kanntem, G_2 das mit gesuchtem Reduktionsfaktor, R der Rheostat. Zwischen den Punkten 1 und 2, bzw. 2 und 3 schaltet man so viel Widerstand ein, bis beide Galvanometer passende Ausschläge geben. In der Figur ist z. B. an die Leitung des empfindlichen Galvanometers ein Widerstand von 900 Ohm angelegt, während die Nebenschließung 10 Ohm beträgt. Es ist dann $R_2 = 10$ und $R_1 + R_2 = 900 + 10 +$ Galvanometerwiderstand. Zur Einführung des Stromes an den Punkten 1, 2 und 3 dienen feste Klemmschrauben oder Stöpsel mit Klemmschrauben, die in die Stöpsellöcher der Metallklötze des Rheostaten gesetzt werden können.

2. Statt wie bei 1. mit einem bereits geeichten Galvanometer kann man die Stromstärke auch mittels eines Voltameters V messen (Fig. 39), das mit dem Galvanometer G in einen Stromkreis geschaltet ist. Über die Messung von J nach elektrochemischem Maße siehe § 36. Da wegen des elektrolytischen Widerstandes die Stromstärke während der Dauer des Versuchs im allgemeinen nicht ganz konstant bleibt, so liest man in regelmäßigen

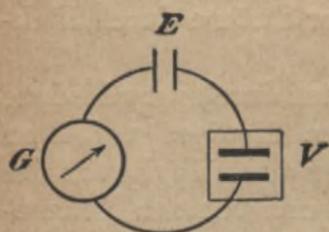


Fig. 39.

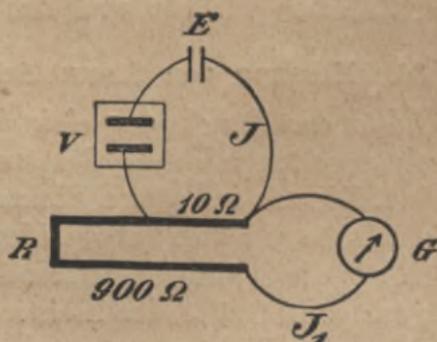


Fig. 40

Zwischenzeiten etwa von Minute zu Minute die Ausschläge α des Galvanometers ab und nimmt am Schluß die Mittel aus den Einzelwerten.

Bei empfindlichen Galvanometern verzweigt man den Strom wie bei 1. (Fig. 40). Mit dem Voltmeter bestimmt man die Stromstärke J im unverzweigten Teil des Stromkreises. Ist J_1 die Stromstärke im Zweige mit dem Widerstande R_1 (900 Ohm) und R_2 (10 Ohm) der Widerstand

im andern Zweige, so ist $J_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot J$ (vgl. S. 113), also der Reduktionsfaktor

$$c = \frac{J_1}{f(\alpha)}$$

3. In einfachster Weise läßt sich c bestimmen, wenn man ein konstantes Element mit bekannter elektromotorischer Kraft E durch einen großen bekannten Widerstand R schließt (s. Fig. 42). Es ist dann

$$J = \frac{E}{R} \quad \text{und} \quad c = \frac{J}{f(\alpha)} = \frac{E}{R \cdot f(\alpha)}$$

Hierbei ist gegen R der Widerstand des Galvanometers, der Zuleitungsdrähte und des Elements vernachlässigt.

§ 36. Messung von Stromstärken mit dem Voltameter.

Für den Durchgang elektrischer Ströme durch Elektrolyte gelten folgende Gesetze:

1. Die aus demselben Elektrolyten durch verschiedene elektrische Ströme abgeschiedenen Mengen verhalten sich wie die Stromstärken, sind aber unabhängig von der Gestalt und Größe der Elektroden und von der Konzentration der Elektrolyte.

2. Die durch einen Strom in derselben Zeit abgeschiedenen Mengen mehrerer Elektrolyte sind chemisch äquivalent; es sondert z. B. ein Strom von 1 Ampere in einer Minute 0,0671 g Silber, 0,0197 g Kupfer, 10,44 ccm Knallgas von 0° und 760 mm Druck; in einer Sekunde 0,001118 g Silber, 0,0003284 g Kupfer und 0,1740 ccm Knallgas ab.

Durch Benutzung dieser Zahlen kann man mittels der Voltameter Stromstärken messen. Scheidet z. B. ein Strom in t Minuten (Sekunden) m g eines der obigen Körper aus, so ist seine Stromstärke in Ampere

$$J = \frac{m}{t \cdot A},$$

wo A das Äquivalentgewicht des Körpers für 1 Ampere ist.

Das Silbervoltameter besteht aus einem Gefäß aus Platin oder Silber, das mit Höllensteinlösung gefüllt ist; ein Silberstab ragt hinein. Mit ihm wird der positive Pol, mit dem Gefäß der negative Pol einer Stromquelle verbunden. Man bestimmt das Gewicht des Tiegels, füllt ihn mit 15- bis 30prozentiger Höllensteinlösung und leitet eine gemessene Zeit den Strom hindurch. Dann wäscht man den Silberniederschlag an der Kathode mit heißem destillierten Wasser ab, trocknet und wägt wieder. Die Gewichts-differenz ist die Größe m .

Das Kupfervoltameter besteht aus zwei Kupferplatten, die sich in Kupfervitriollösung gegenüberstehen. Man bestimmt die Gewichtszunahme der Kathode, die nach dem Ab-spülen mit destilliertem Wasser zwischen Fließpapier getrocknet wird. Es ist darauf zu achten, daß die Stromstärke auf eine Fläche von je 25 qcm der Kathode 1 Ampere nicht übersteigt, weil bei stärkeren Strömen der Kupferniederschlag nicht fest haftet.

Beim Knallgasvoltameter (Fig. 41) bilden die Elektroden zwei Platinbleche, die sich in geringer Entfernung gegenüberstehen. Der graduierte Schenkel *A* ist mit verdünnter Schwefelsäure (1 : 10) gefüllt; mittels eines Gummischlauches steht er mit dem Schenkel *B* in Verbindung. Nach der Entwicklung des Knallgases hebt oder senkt man *B*, bis die Niveaus der Flüssigkeitssäulen beiderseits gleich hoch stehen. Dann ist der Druck des Knallgases gleich dem am Baro-

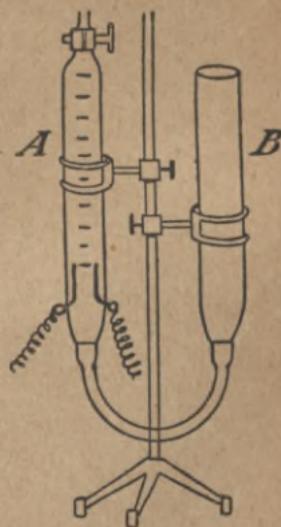


Fig. 41.

meter abgelesenen Luftdruck p mm. Ist die Temperatur t und das abgelesene Volumen Gas v ccm, so ist das Volumen bei 0° und 760 mm Druck

$$v_0 = \frac{p \cdot v}{760(1 + \alpha t)} .$$

Die Spannkraft des Wasserdampfes im Knallgase wird annähernd berücksichtigt, wenn man $\alpha = 0,004$ annimmt.

§ 37. Widerstandsmessungen.

a) Durch Vertauschung (Fig. 42). Man schaltet in einen Stromkreis mit konstanter elektromotorischer Kraft den zu messenden Widerstand ein und liest an irgend einem Strommesser (Tangentenbussole, Galvanometer, Sinusbussole) den Ausschlag ab; darauf ersetzt man den gesuchten Widerstand durch einen Meßwiderstand (Rheostaten) und verändert diesen so lange, bis derselbe Ausschlag erfolgt.

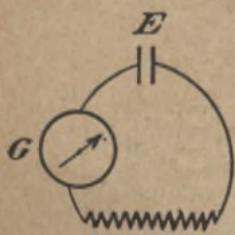


Fig. 42.

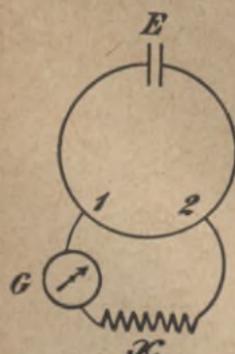


Fig. 43.

Ist die Stromstärke für das benutzte Galvanometer zu stark, so könnte man Ballastwiderstand einschalten; doch würden hierbei die Resultate ungenau. Besser ist es, einen vom Hauptstrom abgezweigten, schwachen Strom durch das Galvanometer zu schicken. Zu dem Ende verbindet man die Pole des Elementes durch einen Draht und leitet von zwei Punkten desselben 1 und 2 (Fig. 43) einen Zweigstrom ab, dessen

Stärke der Empfindlichkeit des Galvanometers angepaßt wird. Je näher die Punkte gewählt werden, um so ge-

ringer ist die Potentialdifferenz in demselben und um so schwächer wird der Zweigstrom. Der zu messende Widerstand x ist ein Teil dieses Zweigstromes.

b) Mit der Wheatstoneschen Brücke. Der Schließungskreis des Elementes E teilt sich bei A und B (Fig. 44) in zwei Zweige, die durch einen Querdraht miteinander verbunden sind. In diesen ist ein Galvanometer eingeschaltet. Wenn sich die Widerstände R_1 zu R_2 wie R_3 zu R_4 verhalten, so fließt kein Strom durch das

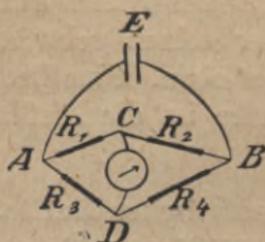


Fig. 44.

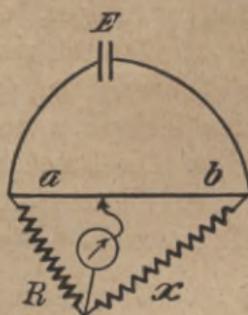


Fig. 45.

Galvanometer. Bei den gebräuchlichen Konstruktionen werden R_1 und R_2 durch einen auf einer Millimeterteilung ausgespannten Draht gebildet, längs dem ein Metallkontakt verschoben werden kann (Fig. 45). Die Widerstände der vom Kontakt einerseits und den Endpunkten des Drahtes andererseits begrenzten Teile können proportional ihren an der Skala abgelesenen Längen a und b gesetzt werden. R ist ein bekannter, x der gesuchte Widerstand. Es ergibt sich für die Nullstellung des Galvanometers die Proportion

$$a : b = R : x,$$

aus der

$$x = \frac{b}{a} \cdot R$$

gefunden wird. Um Unstimmigkeiten in der Dicke der beiden Drahtenden zu eliminieren, werden R und x miteinander vertauscht. Darauf wird aus beiden Resultaten von x das Mittel genommen.

Um nach dieser Methode den Widerstand eines Elektrolyten zu finden, darf man keinen Gleichstrom verwenden wegen der durch Gleichstrom im Elektrolyten erzeugten Polarisation. Man wählt daher als Stromquelle die sekundäre Spule eines Induktionsapparates. Das Galvanometer, das nicht auf Wechselstrom anspricht, wird durch ein Telephon ersetzt. Man sucht nun durch Verschieben des Kontakts die Stelle auf, bei der das Telephon schweigt oder seinen schwächsten Ton gibt. Die Berechnung ist wie oben. Eine bequeme Form der Wheatstoneschen Brücke ist die Meßbrücke von Kohlrausch.

§ 38. Vergleichung elektromotorischer Kräfte.

a) Mittels eines großen Widerstandes. Man leitet den Strom eines Elementes, dessen elektromotorische Kraft gesucht wird, durch einen großen Widerstand R und mißt den durch den Strom hervorgerufenen Ausschlag α_1 eines empfindlichen Galvanometers; darauf ersetzt man das Element durch ein anderes und mißt den Ausschlag α_2 . Ist das Gesetz für den Zusammenhang zwischen dem Ausschlag α und der Stromstärke J bekannt, z. B. $J = c \cdot \alpha$ oder $J = c \cdot \operatorname{tg} \alpha$ oder $J = c \cdot \sin \alpha$, so ist es möglich, aus α_1 und α_2 das Verhältnis $J_1 : J_2$ zu berechnen. Ferner gelten die beiden Gleichungen

$$J_1 = \frac{E_1}{R + \rho_1},$$

$$J_2 = \frac{E_2}{R + \rho_2},$$

in denen E_1 und E_2 die elektromotorischen Kräfte, ϱ_1 und ϱ_2 die inneren Widerstände der benutzten Elemente sind. Sind ϱ_1 und ϱ_2 klein im Verhältnis zu R , so kann man sie vernachlässigen, und man erhält durch Division

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{J_1}{J_2}.$$

b) Durch Vergleichung zweier Widerstände. In den Stromkreis eines der zu vergleichenden Elemente wird eine Tangentenbussole und ein Rheostatenwiderstand geschaltet und darauf der Ausschlag der Bussole abgelesen. Nun ersetzt man das Element durch das zweite und ändert den Rheostatenwiderstand so lange, bis die Bussole denselben Ausschlag wie vorher gibt. Sind R_1 und R_2 die Gesamtwiderstände der Stromkreise, so ist

$$E_1 = J \cdot R_1; \quad E_2 = J \cdot R_2,$$

folglich

$$E_1 : E_2 = R_1 : R_2.$$

R_1 und R_2 setzen sich zusammen aus den Widerständen des Rheostaten, der Zuleitungsdrähte und den inneren Widerständen der Elemente. Sind letztere klein gegen die ersteren, so kann man sie vernachlässigen.

c) Nach der Kompensationsmethode von Dubois-Reymond. Man verbindet die beiden Enden einer Wheatstoneschen Brücke mit einer konstanten Batterie E ,

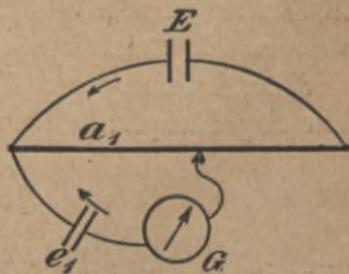


Fig. 46.

etwa einer Anzahl Akkumulatoren, die stärker sind als das zu untersuchende Element e_1 (Fig. 46). Diese

wird mit dem einen Pol und dem Schleifkontakt der Brücke verbunden; ein Galvanometer G wird noch eingeschaltet. Der Schleifkontakt wird so eingestellt, daß das Galvanometer keinen Strom anzeigt. Man liest die Länge a_1 ab. Nun ersetzt man e_1 durch das Element e_2 und erhält bei der Länge a_2 keinen Strom. Dann verhält sich

$$e_1 : e_2 = a_1 : a_2 .$$

§ 39. Messung eines Stromstoßes mit dem ballistischen Galvanometer.

Fließt durch ein Spiegelgalvanometer ein elektrischer Strom, dessen Dauer gegen die Schwingungszeit der Galvanometernadel klein ist, so wird der Nadel ein Ausschlag erteilt, dessen Größe proportional der durchflossenen Elektrizitätsmenge ist. Bedeutet \mathcal{C} den gewöhnlichen Reduktionsfaktor des Galvanometers für einen Skalenteil (§ 35, d), d. h. die Zahl, mit der man die abgelesene Anzahl Skalenteile multiplizieren muß, um die Stromstärke zu erhalten; ferner τ die Schwingungsdauer der Nadel ohne Dämpfung (§ 35, c), T diejenige mit Dämpfung (§ 35, c), e den Ausschlag des Lichtzeigers in Skalenteilen infolge des Stromstoßes, Q die durchgeflossene Elektrizitätsmenge in derselben Einheit, die bei der Bestimmung von \mathcal{C} zugrunde gelegt ist, so ist für ein ungedämpftes Galvanometer

$$Q = \mathcal{C} \cdot \frac{\tau}{\pi} \cdot e ,$$

für ein gedämpftes Galvanometer

$$Q = \mathcal{C} \cdot \frac{\tau}{\pi} \cdot k^{\frac{1}{\pi} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\pi}{\Lambda}} \cdot e = \mathcal{C} \cdot \frac{T}{\sqrt{\pi^2 + \Lambda^2}} \cdot k^{\frac{1}{\pi} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\pi}{\Lambda}} \cdot e ,$$

wenn k das Dämpfungsverhältnis (§ 35 a) und Λ das natürliche logarithmische Dekrement (§ 35 a) bedeuten.

Die experimentelle Messung der Größen \mathcal{C} , τ , T , k und Λ auf den rechten Seiten dieser Gleichungen ist im § 35 auseinandergesetzt worden.

§ 40. Messung eines Selbstinduktionskoeffizienten.

a) Allgemeines. Wenn in einem primären Stromkreise Ströme entstehen oder verschwinden, oder wenn die Stromstärke sich verändert, so werden in einem benachbarten sekundären Leiter Induktionsströme erzeugt. Ebenso üben aber auch im primären Stromkreise selbst Änderungen der Stromstärke induzierende Wirkungen aus, derart, daß beim Verstärken oder Entstehen eines Stromes in einer Spirale die von den einzelnen Windungen aufeinander ausgeübte elektromotorische Kraft derjenigen des Primärstromes entgegengesetzt gerichtet, bei der Abnahme oder beim Verschwinden des Primärstromes dagegen gleich gerichtet ist. Ändert sich die Stromstärke J in der sehr kleinen Zeit dt um dJ , so daß die auf die Zeiteinheit bezogene Änderung der Stromstärke oder die Änderungsgeschwindigkeit gleich $\frac{dJ}{dt}$ ist, so ist die elektromotorische Kraft des induzierten Stromes $E = L \cdot \frac{dJ}{dt}$.

Die mittels dieser Gleichung definierte Größe L heißt Koeffizient der Selbstinduktion.

Allgemein ist die elektromotorische Kraft in einem Stromkreise mit dem Widerstande R , in dem Änderungen der Stromstärke eintreten,

$$E = RJ + L \cdot \frac{dJ}{dt}.$$

Diese Gleichung drückt für den Spezialfall $\frac{dJ}{dt} = 0$ das Ohmsche Gesetz aus.

b) Berechnung eines Induktionskoeffizienten. Der Induktionskoeffizient läßt sich für Drahtspiralen mathematisch berechnen. Eine Spule von der Länge l cm und dem Halbmesser r ihres kreisförmigen Querschnittes habe n Windungen, dann ist der Selbstinduktionskoeffizient

$$L = \frac{4 \pi^2 n^2 r^2}{l}.$$

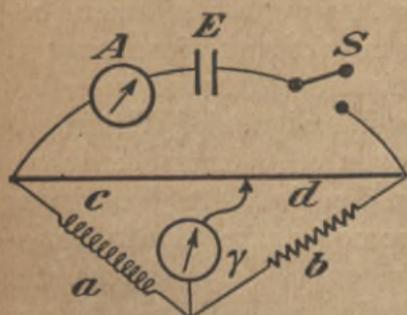


Fig. 47.

Wird über diese eine kurze und enge Spule von der Windungszahl N geschoben, so ist der gegenseitige Induktionskoeffizient gleich

$$\frac{4 \pi^2 n N r^2}{l}.$$

c) Messung des Selbstinduktionskoeffizienten mit der Wheatstoneschen Brücke. Der Widerstand a , dessen Selbstinduktionskoeffizient L bestimmt werden soll, sei mit dem induktionsfreien Widerstande b und den Brückenwiderständen c und d in einen Stromkreis geschaltet (Fig. 47). γ sei der Widerstand eines ballistischen Galvanometers (§ 39), E die Strombatterie, A ein Amperemeter und S ein Stromausschalter. Die Widerstände sind so abgeglichen, daß bei stationärem Strome J das Galvanometer keinen Ausschlag zeigt; dann verhält sich

$$a : b = c : d.$$

Unterbricht man nun den Strom in S , so gibt der Lichtzeiger des Galvanometers infolge des hierbei entstandenen Extrastromes einen Ausschlag e an. Die während des Stromstoßes durch das Galvanometer geflossene Elektrizitätsmenge ist nun

$$Q = \frac{J \cdot d \cdot L}{(a + c)(b + d) + (a + b + c + d) \cdot \gamma}.$$

Andererseits ist aber

$$Q = \mathcal{C} \cdot \frac{\tau}{\pi} \cdot k^{\frac{1}{\pi} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\pi}{\Lambda}} \cdot e \quad (\text{vgl. § 39}).$$

Durch Gleichsetzung der rechten Seiten beider Gleichungen berechnet man

$$L = \mathcal{C} \cdot \frac{\tau}{\pi} k^{\frac{1}{\pi} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\pi}{\Lambda}} \cdot e \cdot \frac{1}{Jd} \cdot [(a+c)(b+d) + (a+b+c+d)\gamma].$$

Bei der Ausführung der Messung bestimmt man zunächst die Widerstände a , b , c , d , γ (§ 37), darauf die Schwingungsdauer τ , das Dämpfungsverhältnis k , das natürliche logarithmische Dekrement Λ und den Reduktionsfaktor T des ballistischen Galvanometers (§ 39); endlich liest man am Amperemeter die Stromstärke J ab, öffnet den Strom und beobachtet den Ausschlag e des Galvanometers.

§ 41. Elektrische Methoden der Temperaturmessung.

Die elektrischen Messungsmethoden haben vor anderen den Vorzug der Einfachheit und der Anwendbarkeit sowohl für die niedrigsten als für hohe Temperaturen (bis 1600°); außerdem kann innerhalb kleiner Temperaturgrenzen ihre Empfindlichkeit sehr weit getrieben werden.

a) **Thermoelement.** Erwärmt man die Lötstelle zweier Metalldrähte, z. B. Eisen und Konstanten (50% Ni, 50% Cu), deren freie Enden durch Zuleitungsdrähte miteinander verbunden sind, und hält die Verbindungsstellen der freien Enden auf konstanter Temperatur, etwa 0° oder Zimmertemperatur, so entsteht an der Lötstelle eine elektromotorische Kraft, die eine Funktion der Temperatur ist; für kleine Temperaturdifferenzen kann sie als linear angesehen werden. Die Größe der elektromotorischen Kraft wird aus dem Ausschlag eines in den Stromkreis eingeschalteten empfindlichen Galvanometers beurteilt. Für große Temperaturdifferenzen konstruiert man empirisch eine Kurve der Abhängigkeit der Galvanometerausschläge von der Temperatur, indem man für einige bekannte Temperaturen, z. B. den Siedepunkt des Wassers +100°, des Anilins +183°, den Schmelzpunkt von Blei +327°, denjenigen von Aluminium +657° u. a., die Galvanometerausschläge beobachtet und hieraus die Zwischenwerte interpoliert. Einige negative feste Punkte sind der Siedepunkt von Methan -164°, der Schmelzpunkt von Schwefelkohlenstoff -113° und der Schmelzpunkt von Quecksilber -40°.

b) Bei den Widerstandsthermometern wird die Eigenschaft der Metalle, daß ihr elektrischer Widerstand mit wachsender Temperatur zu- und bei sinkender Temperatur abnimmt, zur Messung von Temperaturen verwendet. Wegen ihrer Unveränderlichkeit gegen chemische Einflüsse eignen sich zu solchen Messungen besonders Platindrähte. Kennt man die Widerstände R_0 und R_1 bei 0° und 100° und den Widerstand R bei der gesuchten Temperatur t , so verhält sich

$$(t - t_0) : (t_1 - t_0) = (R - R_0) : (R_1 - R_0),$$

folglich

$$t = t_0 + \frac{t_1 - t_0}{R_1 - R_0} (R - R_0).$$

Diese Gleichung gilt nur unter der Voraussetzung, daß der Widerstand eine lineare Funktion der Temperatur ist, was nur innerhalb kleiner Temperaturdifferenzen zutrifft. Für weitere Grenzbereiche, etwa von -100^0 bis $+500^0$, gilt für Platindrähte das Gesetz

$$R = R_0(1 + 0,003824 \cdot t - 0,000000862 \cdot t^2).$$

Bei den Bolometern ist der Widerstand ein äußerst feiner Platindraht; mit ihnen lassen sich noch Widerstandsänderungen nachweisen, die etwa einem zehnmillionstel Celsiusgrad entsprechen. Sie werden verwendet, um die Wärmewirkungen der verschiedenen Wärmestrahlen des Spektrums zu vergleichen. Man führt sie hierbei parallel zur Richtung der Fraunhoferschen Linien im Spektrum entlang.

Für die Messung extremer, vor allem sehr tiefer Temperaturwerte verwendet man Platindrähte von etwa 0,1 mm Dicke und 0,6 cm Länge. Die Messung der Widerstände des Drahtes geschieht entweder mittels eines bekannten Manganinwiderstandes in der Wheatstoneschen Brücke oder durch Vergleich mit einem veränderlichen Widerstand mit dem Differentialgalvanometer.

§ 42. Stromwärme.

Durch ein Stück eines Stromleiters, an dessen Enden die Potentialdifferenz E Volt herrscht, fließt ein Strom von J Ampere. Die durch den Leiter fließende Elektrizitätsmenge, die dem Verbrauch an elektrischer Arbeit entspricht, dient zur Erwärmung des Leiters. Das

Gesetz von Joule sagt aus, daß die in einer Sekunde geleistete Arbeit, d. h. die Leistung $L = E \cdot J$ Watt ist. Die Einheit der Arbeitsleistung 1 Watt ist im praktischen Maßsystem die Arbeitsleistung von 1 Joule pro Sekunde; dabei ist $1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Erg}$.

Wenn C die von einem Watt in einer Sekunde erzeugte Wärmemenge in Grammkalorien bedeutet, so ist die von $L = E \cdot J$ Watt in t Sekunden hervorgebrachte Wärme in Grammkalorien

$$Q = C \cdot E \cdot J \cdot t.$$

Nach dem Ohmschen Gesetze ist nun

$$J = \frac{E}{R};$$

unter Benutzung dieser Gleichung erhält man

$$Q = C \cdot E \cdot J \cdot t = C \cdot J^2 R t = C \cdot \frac{E^2}{R} \cdot t.$$

a) Bestimmung der Stromwärme C , die von 1 Am-
pere bei 1 Volt Klemmen-

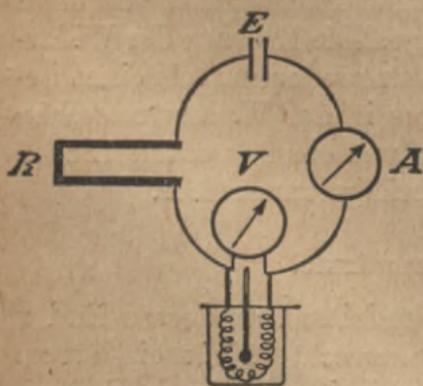


Fig. 48.

spannung in 1 Sekunde erzeugt wird (Fig. (48)). Der Strom einer konstanten Elektrizitätsquelle E wird durch einen dünnen Draht, z. B. aus Platin oder Manganin, vom Widerstande R , der, zu einer Spirale aufgewickelt, in ein mit destilliertem Wasser gefülltes kalorimetrisches Gefäß taucht,

eine gemessene Zeit t Sekunden geleitet und die erzeugte

Wärme Q in Grammkalorien mittels eines eingetauchten Thermometers bestimmt. Die Stärke des Stromes wird durch ein Amperemeter A , die Spannung an den Enden des Widerstandsdrahtes durch ein im Nebenschluß befindliches Voltmeter V von großem Widerstande, dessen Zuleitungsdrähte von den Enden der Widerstandsspule abgehen, gemessen. Zur Regulierung der Stromstärke dient ein Rheostat R . Man mißt nun in der Gleichung $Q = C \cdot E \cdot J \cdot t$ die einzelnen Größen Q in Grammkalorien, E in Volt mit dem Voltmeter, J in Ampere mit dem Amperemeter und t in Sekunden mit der Uhr; dann erhält man

$$C = \frac{Q}{E \cdot J \cdot t} \text{ *)}.$$

b) Bestimmung des Widerstandes einer Drahtspirale aus der durch den elektrischen Strom erzeugten Wärmemenge. Die Versuchsanordnung ist dieselbe wie in Fig. 48, jedoch ohne Voltmeter. Mißt man in der Gleichung

$$Q = 0,239 \cdot J^2 \cdot R \cdot t$$

die in der Widerstandsspule von dem Strome J Ampere in t Sekunden im Kalorimeter erzeugte Wärmemenge Q Grammkalorien, so erhält man

$$R = \frac{Q}{0,239 \cdot J^2 \cdot t}.$$

Die Messung kann durch eine der im § 37 angegebenen Methoden kontrolliert werden.

c) Messung der spezifischen Wärme einer Flüssigkeit. Versuchsanordnung wie in Fig. 48 ohne Voltmeter. Man füllt das Kalorimeter mit pg einer nicht-

*) Der genaue Wert für C ist 0,239 Grammkalorien.

leitenden Flüssigkeit, z. B. Terpentinöl oder Paraffinöl, deren spezifische Wärme x sei. Der Wasserwert des Kalorimeters plus dem des Thermometers sei q . Ist τ die durch den Strom bewirkte Temperaturerhöhung, die mittels des Thermometers beobachtet wird, so ist die gesamte Wärmemenge

$$Q = (p \cdot x + q) \cdot \tau.$$

Mißt man noch J , R und t , so erhält man aus der Gleichung

$$(px + q)\tau = 0,239 \cdot J^2 R t$$

die spezifische Wärme

$$x = \left(0,239 \cdot J^2 R t \cdot \frac{1}{\tau} - q \right) \cdot \frac{1}{p}.$$

§ 43. Bestimmung der Arbeit des elektrischen Stromes nach absolutem Maße.

Der Strom einiger konstanten Elemente wird um einen Elektromagneten geleitet, zwischen dessen Polen sich ein Doppel- T -Anker dreht, dessen Eisenkern zur Vermeidung der Foucaultschen Ströme aus Platten zusammengesetzt ist. Man kann einen Motor verwenden, bei dem der Stromkreis des Ankers von dem des Feldmagneten getrennt worden ist. Der Anker muß ein möglichst großes Trägheitsmoment besitzen, damit seine Drehung eine recht gleichmäßige ist. An seiner verlängerten Achse ist ein Faden befestigt und in einfacher Lage aufgewickelt, an dessen Ende eine Schale zur Aufnahme von Gewichten hängt. In den geschlossenen Stromkreis des Ankers ist ein empfindliches Galvanometer eingeschaltet, dessen Reduktionsfaktor bekannt ist. Schließt man nun den Stromkreis des Feldmagneten und versetzt den Anker in

Umdrehung, indem man die Schale mit einigen Gewichten belastet, so entsteht in der Ankerwicklung ein Strom, der durch den Ausschlag des Galvanometers gemessen werden kann. Damit dieser Strom konstant ist, muß die Schale sich mit möglichst gleichbleibender Geschwindigkeit nach abwärts bewegen. Dies wird erreicht durch eine passende Belastung, die durch mehrmaliges Ausprobieren ermittelt wird. Beim Beginn des Versuches erhält der Anker mit der Hand annähernd die richtige Geschwindigkeit. Das Galvanometer möge nun den Strom J anzeigen; die Schale brauche zum Durchfallen von s cm eine Zeit t Sekunden.

Jetzt wiederholt man den Versuch bei geöffnetem Stromkreis des Ankers. Man muß eine Anzahl Gewichte p g von der Schale abnehmen, damit sie mit derselben Geschwindigkeit wie vorhin fällt. Die Arbeit, welche beim ersten Versuch diese p g Übergewicht beim Durchfallen der Strecke s leisteten, war in Stromarbeit umgesetzt. Diese ist, wenn der Widerstand des Ankerstromkreises R Ohm beträgt,

$$J^2 \cdot R \cdot t \text{ Volt-Coulomb} = p \cdot s \cdot 981 \text{ Erg,}$$

also

$$1 \text{ V.-C.} = \frac{p \cdot s \cdot 981}{J^2 \cdot R \cdot t} \text{ Erg.}$$

§ 44. Messung der Polstärke und des magnetischen Momentes eines Magnetstabes.

a) Allgemeines über Magnetismus. Ein homogenes Magnetfeld ist ein Raum, in dem die Richtung und Stärke der magnetischen Kraft überall dieselbe ist.

Magnetpol ist der Kräftemittelpunkt, durch den die Resultierende sämtlicher an den einzelnen Punkten des Magneten angreifender, gleichsinnig gerichteter Kräfte

eines homogenen, magnetischen Feldes hindurchgeht. Bei gleichmäßig magnetisierten stabförmigen Magneten haben die Pole etwa $\frac{1}{2}$ der Stablänge Abstand von den Enden.

Magnetische Achse ist die Verbindungslinie beider Pole eines Körpers.

Die Einheit der Polstärke oder der magnetischen Menge besitzt ein Magnetpol, wenn er einen gleichstarken Pol in der Entfernung 1 cm mit der Kraft 1 Dyn abstößt.

Zwei magnetische Massen m_1 und m_2 im Abstände r cm wirken aufeinander mit einer Kraft

$$K = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \text{ Dyn};$$

nordmagnetische Mengen werden hierbei positiv, süd-magnetische negativ gerechnet.

Unter dem magnetischen Moment M eines Stabes versteht man das Produkt aus der Polstärke m und dem Polabstand $2l$; $M = m \cdot 2l$.

Die Feldstärke an irgend einem Punkte des Kraftfeldes eines Magneten ist die Kraft, die auf einen Einheitspol in diesem Punkte ausgeübt wird.

b) Bestimmung einer Polstärke und eines magnetischen Momentes. Man braucht zwei dünne Magnetstäbe 1 und 2 von beträchtlicher Länge und einen dritten Vergleichsmagnetstab von ähnlicher Form. Diesen legt man auf eine Schale einer empfindlichen Wage und tariert auf der anderen Seite, bis Gleichgewicht herrscht. Nun nähert man dem einen Pole des Stabes den gleichnamigen Pol des Stabes 1 bis auf eine gewisse Entfernung. Infolge der abstoßenden Kraft geht der Zeiger der Wage aus der Ruhelage heraus. Man legt eine Anzahl Gewichte p_1 g auf die Schale der Wage, bis der Zeiger wieder in der Ruhelage einspielt. Jetzt entfernt

man den Stab 1 und bringt den zweiten Stab in denselben Abstand von dem Magneten auf der Schale; es mögen p_2 g zur Wiederherstellung der Ruhelage erforderlich sein. Dann verhalten sich die Polstärken m_1 und m_2 der Magnetstäbe 1 und 2 zueinander wie p_1 zu p_2 .

Der Vergleichsmagnet wird nun von der Schale fortgenommen, durch Stab 1 ersetzt und durch Variieren Gleichgewicht hergestellt. Jetzt nähert man dem einen Pole den gleichnamigen Pol von 2 bis auf eine gemessene Entfernung r cm. Zur Herstellung der Ruhelage mögen p_3 g erforderlich sein. Der Druck dieser Gewichte entspricht einer Kraft von $981 \cdot p_3$ Dyn, weil $1 \text{ Dyn} = \frac{1}{981} \text{ g}$ ist. Nach dem Coulombschen Gesetze ist nun

$$981 \cdot p_3 = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2};$$

also

$$m_1 \cdot m_2 = 981 \cdot p_3 \cdot r^2.$$

Es war ferner

$$m_1 : m_2 = p_1 : p_2.$$

Folglich

$$m_1 = r \sqrt{\frac{981 \cdot p_3 \cdot p_1}{p_2}},$$

$$m_2 = r \sqrt{\frac{981 \cdot p_3 \cdot p_2}{p_1}}.$$

Das magnetische Moment M des Stabes 1 findet man durch Multiplikation seiner Polstärke m_1 mit $\frac{1}{2}$ seiner Länge.

Über eine genauere Bestimmung von M vgl. § 45.

§ 45. Messung der Horizontalintensität.

Die Horizontalintensität H an einem Orte der Erde ist die horizontale Komponente der Feldstärke des Erdmagnetismus in diesem Punkte.

Ein Magnetstab habe das magnetische Moment M . Man gewinnt dann H aus zwei Versuchen, erstens durch Bestimmung des Produktes $M \cdot H$, zweitens des Quotienten $M : H$. Zugleich mit H wird das magnetische Moment M gefunden.

a) Bestimmung von $M \cdot H$.

1. Mit der Wage (Fig. 49). Der Magnetstab mit dem magnetischen Moment M wird an einem ungedrillten Faden von geringem Torsionsmodul — etwa einem Kokonfaden oder einem Frauenhaar — so aufgehängt, daß er sich in horizontaler Ebene drehen kann. Er stellt sich dann in der Richtung Nord-Süd

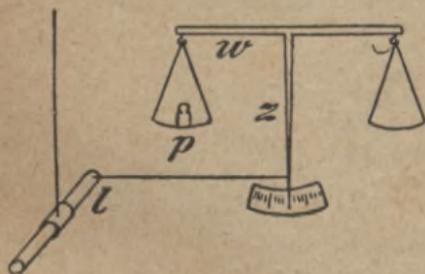


Fig. 49.

ein. Mittels eines an seinem Pole, der um $\frac{1}{2}$ der Stablänge vom Ende entfernt liegt, mit Klebwachs befestigten Kokonfadens wird er nun um 90° gedreht. In dieser Lage wird das freie Ende des Kokonfadens an dem Zeiger einer empfindlichen chemischen Wage befestigt, deren Wagebalken in der Richtung Nord-Süd sich befindet. Durch den von der Horizontalintensität auf beide Pole ausgeübten Zug wird der Zeiger aus seiner Ruhelage gebracht und man muß auf eine Schale Gewichte p g legen, bis die Ruhelage wiederhergestellt ist. Die Magnetnadel ist dann offenbar unter dem Einfluß zweier entgegengesetzter Zugkräfte im

Gleichgewicht; nach der einen Seite zieht die Horizontalintensität H an beiden Polen von der Polstärke μ Einheiten mit der Kraft $H \cdot 2\mu$; nach der entgegengesetzten Seite zieht eine durch das Übergewicht $p g = m \cdot g$ Dyn hervorgebrachte Kraft K , die man folgendermaßen findet. Es sei w die halbe Länge des Wagebalkens, z die Länge des Zeigers von der Dehnungsachse der Wage bis zum Befestigungspunkte des Fadens und l der Abstand von der Dehnungsachse des Magnetstabes bis zum Angriffspunkt des Fadens; dann ist

$$K \cdot z = w \cdot p = w \cdot m \cdot 981 ;$$

$$K = \frac{w \cdot m \cdot 981}{z} .$$

Daher ist

$$H \cdot 2\mu = \frac{w \cdot m \cdot 981}{z} .$$

Bei bekannter Polstärke (Messung derselben s. § 44) findet man hieraus H . Durch Multiplikation mit l erhält man

$$H \cdot M = \frac{w \cdot m \cdot 981}{z} \cdot l .$$

2. Aus Schwingungsversuchen. Wirkt auf ein Pendel vom Trägheitsmoment K eine Direktionskraft D , so ist die Schwingungsdauer des Pendels, d. h. die Zeit eines Hinganges

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{D}} .$$

Für einen Magnetstab vom magnetischen Moment M ist $D = M \cdot H$. Man findet dann aus der Pendelgleichung

$$M \cdot H = \frac{\pi^2 \cdot K}{t^2} .$$

Es ist hierbei angenommen, daß die Torsion des Fadens zu vernachlässigen ist.

Bezüglich der Messung von K vgl. § 9, von t § 35 c.

b) Bestimmung von $M : H$. Das Verhältnis $M : H$ wird aus der Größe des Winkels φ abgeleitet, um den der Magnetstab eine kleine Magnetnadel von der Polstärke μ aus dem magnetischen Meridian ablenkt. Das Magnetometer, in dessen Mitte sich diese Hilfsnadel längs einer Kreisteilung auf einer Spitze dreht, wird senkrecht zum magnetischen Meridian aufgestellt; der Magnetstab wird auf die Magnetometerschiene parallel ihrer Richtung aufgelegt; sein Mittelpunkt habe vom Drehungspunkt der Nadel den Abstand r . Man beobachtet die Einstellung der Nadel an beiden Spitzen; dadurch eliminiert man Ablesungsfehler, die durch exzentrische Lage der Drehungsachse gegen die Kreisteilung entstehen. Dann dreht man den Stab um 180° , so daß beide Pole ihre Lage vertauschen, und liest wieder an beiden Spitzen ab; durch diese Drehung des Stabes um 180° wird eine unsymmetrische Magnetisierung des Stabes eliminiert. Von den beiden Ablenkungswinkeln der Nadelspitzen in der ersten und zweiten Lage des Magnetstabes wird das Mittel und von diesem wieder die Hälfte genommen. Nun legt man den Magnetstab im selben Abstände r auf die andere Seite der Magnetometerschiene und verfährt genau wie auf der ersten Seite. Dadurch eliminiert man eine unsymmetrische Magnetisierung der Nadel. Endlich nimmt man aus den zuletzt gefundenen Hälften der Winkel das Mittel. Dies ist der zum Abstände r gehörige Ablenkungswinkel φ . Es ist dann

$$\frac{M}{H} = \frac{r^3}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi .$$

Beweis: Die Magnetnadel habe die Polstärke μ und den Polabstand λ ; dann zieht an jedem ihrer Pole in der Richtung des magnetischen Meridians die Horizontalintensität H mit einer Kraft $y = H \cdot \mu$. In der Richtung Ost-West wirkt an jedem Pole vom Magnetstabe her die Kraft $x = 2\mu \cdot \frac{M}{r^3}$. Nun ist

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x}{y} = \frac{2\mu \cdot \frac{M}{r^3}}{\mu \cdot H} = \frac{2}{r^3} \cdot \frac{M}{H}.$$

Hieraus erhält man die obige Gleichung für $\frac{M}{H}$.

Setzt man

$$M \cdot H = A,$$

$$M : H = B,$$

so findet man

1. das magnetische Moment des Magnetstabes

$$M = \sqrt{A \cdot B};$$

2. die Horizontalintensität

$$H = \sqrt{\frac{A}{B}}.$$

c) Messung der Abweichungen der Horizontalintensität an verschiedenen Punkten eines Gebäudes. Innerhalb eines Gebäudes üben die darin befindlichen Eisenmassen — Gas- und Wasserleitungsröhren, eiserne Träger usw. — auf das homogene magnetische Feld der Erde Störungen aus, die eine örtliche Inkonzanz der Horizontalintensität bedingen. Es ist daher nicht statthaft, für jeden Punkt des Laboratoriums den aus einer

Tabelle entnommenen Wert für H ohne weiteres als richtig anzunehmen. Eine Prüfung der Konstanz geschieht mit dem Schwingungsmagnetometer. Dies ist ein an einem langen Kokonfaden aufgehängter Magnet, der in einem Glaskasten horizontale Schwingungen ausführen kann. Ist die Horizontalintensität an zwei Orten des Gebäudes gleich H_1 und H_2 , so ist die Schwingungsdauer an beiden Punkten

$$t_1 = \pi \sqrt{\frac{K}{M \cdot H_1}} \quad \text{und} \quad t_2 = \pi \sqrt{\frac{K}{M \cdot H_2}} \quad [\text{vgl. §45, a) 2.}].$$

Hieraus folgt $H_1 : H_2 = t_2^2 : t_1^2$.

Nun ist aber $t_2 : t_1 = n_1 : n_2$, wenn n_1 und n_2 die Schwingungszahlen in gleichen Zeiten bedeuten. Also

$$H_1 : H_2 = n_1^2 : n_2^2.$$

Die Schwingungszeiten, bzw. -zahlen beobachtet man am genauesten mit Hilfe der Poggendorff-Gaußschen Spiegelablesung (§ 26). Zu dem Zwecke befestigt man an dem schwingenden Magnetstab mit Klebwachs einen kleinen Spiegel.

§ 46. Messung des Inklinationwinkels.

Inklination ist der Winkel, den die erdmagnetischen Kraftlinien an einem Orte mit der Horizontalen bilden. Wird eine Magnetnadel in einer durch ihren Schwerpunkt gehenden Achse frei beweglich so unterstützt, daß die Drehungsebene der Nadel mit dem magnetischen Meridian zusammenfällt, so gibt die magnetische Achse derselben die Richtung der Inklination an. Hierauf beruht die

a) Messung der Inklination mittels des Inklinatoriums. Dieses besteht aus einer Magnetnadel,

die sich um eine horizontale Achse innerhalb eines vertikalen Teilkreises, des sogenannten Inklinationskreises, dreht. Die von 0 bis 90° gehende Teilung derselben in jedem Quadranten beginnt an dem wagerechten Durchmesser. Der Inklinationskreis mit der Nadel ist um einen horizontalen Teilkreis, den Deklinationskreis, drehbar. Mittels dreier Fußschrauben und einer Libelle läßt sich die Drehungsachse des Inklinationskreises genau vertikal einstellen, indem man die Libelle zunächst parallel der Verbindungslinie zweier Fußschrauben aufstellt und durch Heben oder Senken der Schrauben zum Einspielen bringt, darauf die Libelle um 90° dreht und mit der dritten Fußschraube wieder Einstellung der Luftblase bewirkt.

Man dreht nun den Inklinationskreis mit Hilfe einer Deklinationsnadel in den magnetischen Meridian, wobei eine Genauigkeit bis zu 1° hinreicht.

Der an einer Spitze der Nadel abgelesene Winkel würde der gesuchte Inklinationswinkel sein, wenn das Instrument keine Konstruktionsfehler hätte. Diese können hauptsächlich sein: 1. exzentrische Lage der Drehungsachse der Nadel im Teilkreis; 2. Abweichung der Verbindungslinie der Nullpunkte der Kreisteilung von der Horizontalen; 3. Abweichung der geometrischen Nadelachse von der magnetischen; 4. seitliche Lage des Schwerpunktes der Nadel von der Drehungsachse; 5. Längsverschiebung des Schwerpunktes bezüglich der Drehungsachse.

Um den ersten Fehler zu eliminieren, liest man bei jeder Nadelstellung an beiden Spitzen den Winkel ab und nimmt das arithmetische Mittel; bei der Ablesung wird die Ruhelage am besten aus Schwingungsbeobachtungen wie bei der Wage bestimmt (§ 3); der Mittelwert der beiden abgelesenen Winkel sei φ_1 . Zur Elimination

der Fehler 2 bis 4 wird der Vertikalkreis mit der Nadel um 180° gedreht, an beiden Spitzen der Winkel abgelesen und das Mittel φ_2 gebildet. Wenn das Instrument keinen Deklinationskreis besitzt, so ersetzt man die Drehung des Vertikalkreises durch ein Umlegen der Nadelachse. Der Fehler 5 wird durch Ummagnetisieren der Nadel beseitigt. Hierzu nimmt man die Nadel aus dem Lager heraus, faßt sie in der Nähe der Drehungsachse an und zieht beide Flächen des einen Endes je zweimal an dem gleichnamigen Pol eines starken Hufeisenmagneten entlang; darauf werden die beiden Flächen des anderen Endes am anderen Pol je viermal und endlich die des ersten Endes wieder je zweimal am ersten Pol gestrichen.

Mit der ummagnetisierten Nadel wiederholt man die Messungen wie oben und erhält aus je zwei abgelesenen Winkeln die Mittelwerte ψ_1 und ψ_2 . Dann ist die Inklination

$$i = \frac{1}{4}(\varphi_1 + \varphi_2 + \psi_1 + \psi_2).$$

b) Mittels des Erdinduktors. Bewegt sich ein geschlossener Drahting, der eine Fläche von f qcm umschließt, in einem magnetischen oder elektrischen Felde, so daß die Zahl der durch seine Fläche hindurchgehenden Kraftlinien vermehrt oder vermindert wird, so wird in dem Ringe ein Strom induziert, dessen elektromotorische Kraft gleich der Zunahme bzw. Abnahme der per Sekunde von dem Ringe gleichsinnig durchschnittenen Kraftlinien ist. Die Richtung dieses Stromes kann man in einfacher Weise nach folgender Gedächtnisregel bestimmen. Für einen gegen die Kraftlinien stehenden Beobachter kreist der Strom rechts herum, wenn die Zahl der geschnittenen Kraftlinien sich vermehrt, links herum, wenn die Zahl sich vermindert; vermehren und rechts herum haben denselben Vokal e , vermindern

and links herum denselben Vokal *i*. Die Richtung der Kraftlinien wird hierbei vom magnetischen Nordpol zum Südpol gerechnet.

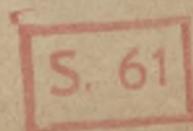
Das magnetische Feld der Erde ist an einem und demselben Orte homogen, d. h. die Kraftlinien laufen untereinander parallel und sind gleich dicht. Die erdmagnetische Intensität ist J bedeutet, daß durch eine Fläche von 1 qcm, die senkrecht zur Richtung der Kraftlinien steht, J Kraftlinien hindurchgehen. Stellt man einen Drahting von der Windungsfläche f qcm senkrecht zur Richtung der erdmagnetischen Kraft, so gehen $J \cdot f$ Kraftlinien durch seine Fläche; dreht man ihn um 90° , so gehen 0 Kraftlinien hindurch; dreht man ihn in derselben Richtung noch einmal um 90° , so gehen wieder $J \cdot f$ Kraftlinien hindurch. Die bei der ganzen Drehung um 180° durchschnittenen $2J \cdot f$ Kraftlinien induzieren einen gleichgerichteten Strom im Leiter, was sich aus der oben angeführten Gedächtnisregel leicht ergibt. Der Gesamtwert der elektromotorischen Kraft dieses Induktionsstoßes ist gleich $2J \cdot f$.

Beim Erdinduktor sind eine größere Anzahl n Drahtwindungen auf einen kreisförmigen Rahmen gewickelt; die Windungsfläche f ist dann das n -fache der von einer Windung eingeschlossenen Kreisfläche. Der kreisförmige Rahmen kann sowohl um eine horizontale, als auch eine vertikale Achse gedreht werden. Die Größe der Inklination wird nun in der Weise bestimmt, daß man einmal allein durch die horizontale Komponente des erdmagnetischen Feldes in den Drahtwindungen Ströme induzieren läßt, dann allein durch die vertikale Komponente. Die Ströme werden durch die Ausschläge eines Spiegelgalvanometers gemessen. Das Verhältnis der Ausschläge ist gleich der Tangente des Inklinationswinkels.

Die Induktionswirkung der horizontalen Komponente allein erhält man dadurch, daß man die Drehungsachse der Spule lotrecht und die Windungsfläche senkrecht zum magnetischen Meridian aufstellt und darauf die Spule schnell um 180° dreht. Der Lichtzeiger der Galvanometernadel schwingt infolge des Induktionsstoßes aus seiner Ruhelage heraus und kehrt dann wieder zurück. In dem Augenblick, wo er die Gleichgewichtslage rückwärts durchläuft, dreht man die Spule um 180° zurück und erteilt hierdurch der Nadel einen zweiten Stoß in entgegengesetzter Richtung wie vorher, so daß ihre Schwingungsamplitude vergrößert wird. Beim nächsten Durchgang durch die Ruhelage wird wieder ein Stoß in der ersten Richtung gegeben (Multiplikationsmethode). Dies wiederholt man so lange, bis der Ausschlag der Nadel einen konstanten Grenzwert a erreicht, für den die Impulse durch die Stromstöße in Gleichgewicht sind mit den die Schwingungen der Nadel hemmenden dämpfenden Kräften.

Um die Induktionswirkung der vertikalen Komponente der erdmagnetischen Kraft allein zu erhalten, bringt man die Drehungsachse der Spule in den magnetischen Meridian und stellt die Spulenebene horizontal. Nun dreht man wieder um 180° , dann zurück und so fort, bis man den Grenzwert b des Galvanometerausschlages erhält. Ist φ die Richtung der erdmagnetischen Kraft, so erhält man

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a}{b}.$$



Logarithmen.

| N | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 10 | 0000 | 0043 | 0086 | 0128 | 0170 | 0212 | 0253 | 0294 | 0334 | 0374 |
| 11 | 0414 | 0453 | 0492 | 0531 | 0569 | 0607 | 0645 | 0682 | 0719 | 0755 |
| 12 | 0792 | 0828 | 0864 | 0899 | 0934 | 0969 | 1004 | 1038 | 1072 | 1106 |
| 13 | 1139 | 1173 | 1206 | 1239 | 1271 | 1303 | 1335 | 1367 | 1399 | 1430 |
| 14 | 1461 | 1492 | 1523 | 1553 | 1584 | 1614 | 1644 | 1673 | 1703 | 1732 |
| 15 | 1761 | 1790 | 1818 | 1847 | 1875 | 1903 | 1931 | 1959 | 1987 | 2014 |
| 16 | 2041 | 2068 | 2095 | 2122 | 2148 | 2175 | 2201 | 2227 | 2253 | 2279 |
| 17 | 2304 | 2330 | 2355 | 2380 | 2405 | 2435 | 2455 | 2480 | 2504 | 2529 |
| 18 | 2553 | 2577 | 2601 | 2625 | 2648 | 2672 | 2695 | 2718 | 2742 | 2765 |
| 19 | 2788 | 2810 | 2833 | 2856 | 2878 | 2900 | 2923 | 2945 | 2967 | 2989 |
| 20 | 3010 | 3032 | 3054 | 3075 | 3096 | 3118 | 3139 | 3160 | 3181 | 3201 |
| 21 | 3222 | 3243 | 3263 | 3284 | 3304 | 3324 | 3345 | 3365 | 3385 | 3404 |
| 22 | 3424 | 3444 | 3464 | 3483 | 3502 | 3522 | 3541 | 3560 | 3579 | 3598 |
| 23 | 3617 | 3636 | 3655 | 3674 | 3692 | 3711 | 3729 | 3747 | 3766 | 3784 |
| 24 | 3802 | 3820 | 3838 | 3856 | 3874 | 3892 | 3909 | 3927 | 3945 | 3962 |
| 25 | 3979 | 3997 | 4014 | 4031 | 4048 | 4065 | 4082 | 4099 | 4116 | 4133 |
| 26 | 4150 | 4166 | 4183 | 4200 | 4216 | 4232 | 4249 | 4265 | 4281 | 4298 |
| 27 | 4314 | 4330 | 4346 | 4362 | 4378 | 4393 | 4409 | 4425 | 4440 | 4456 |
| 28 | 4472 | 4487 | 4502 | 4518 | 4533 | 4548 | 4564 | 4579 | 4594 | 4609 |
| 29 | 4624 | 4639 | 4654 | 4669 | 4683 | 4698 | 4713 | 4728 | 4742 | 4757 |
| 30 | 4771 | 4786 | 4800 | 4814 | 4829 | 4843 | 4857 | 4871 | 4886 | 4900 |
| 31 | 4914 | 4928 | 4942 | 4955 | 4969 | 4983 | 4997 | 5011 | 5024 | 5038 |
| 32 | 5051 | 5065 | 5079 | 5092 | 5105 | 5119 | 5132 | 5145 | 5159 | 5172 |
| 33 | 5185 | 5198 | 5211 | 5224 | 5237 | 5250 | 5263 | 5276 | 5289 | 5302 |
| 34 | 5315 | 5328 | 5340 | 5353 | 5366 | 5378 | 5391 | 5403 | 5416 | 5428 |
| 35 | 5441 | 5453 | 5465 | 5478 | 5490 | 5502 | 5514 | 5527 | 5539 | 5551 |
| 36 | 5563 | 5575 | 5587 | 5599 | 5611 | 5623 | 5635 | 5647 | 5658 | 5670 |
| 37 | 5682 | 5694 | 5705 | 5717 | 5729 | 5740 | 5752 | 5763 | 5775 | 5786 |
| 38 | 5798 | 5809 | 5821 | 5832 | 5843 | 5855 | 5866 | 5877 | 5888 | 5899 |
| 39 | 5911 | 5922 | 5933 | 5944 | 5955 | 5966 | 5977 | 5988 | 5999 | 6010 |

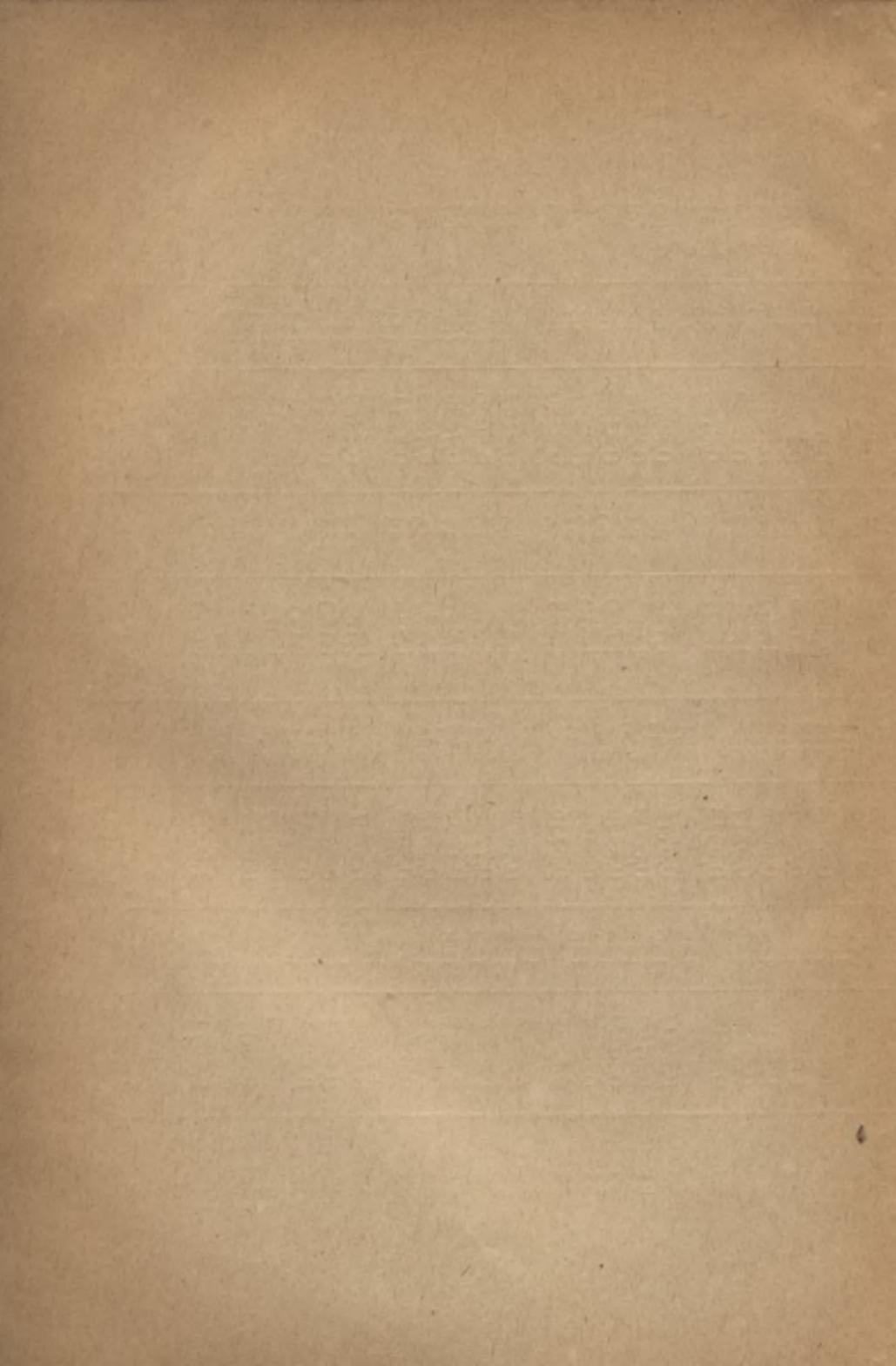
| N | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 40 | 6021 | 6031 | 6042 | 6053 | 6064 | 6075 | 6085 | 6096 | 6107 | 6117 |
| 41 | 6128 | 6138 | 6149 | 6160 | 6170 | 6180 | 6191 | 6201 | 6212 | 6222 |
| 42 | 6232 | 6243 | 6253 | 6263 | 6274 | 6284 | 6294 | 6304 | 6314 | 6325 |
| 43 | 6335 | 6345 | 6355 | 6365 | 6375 | 6385 | 6395 | 6405 | 6415 | 6425 |
| 44 | 6435 | 6444 | 6454 | 6464 | 6474 | 6484 | 6493 | 6503 | 6513 | 6522 |
| 45 | 6532 | 6542 | 6551 | 6561 | 6571 | 6580 | 6590 | 6599 | 6609 | 6618 |
| 46 | 6628 | 6637 | 6646 | 6656 | 6665 | 6675 | 6684 | 6693 | 6702 | 6712 |
| 47 | 6721 | 6730 | 6739 | 6749 | 6758 | 6767 | 6776 | 6785 | 6794 | 6803 |
| 48 | 6812 | 6821 | 6830 | 6839 | 6848 | 6857 | 6866 | 6875 | 6884 | 6893 |
| 49 | 6902 | 6911 | 6920 | 6928 | 6937 | 6946 | 6955 | 6964 | 6972 | 6981 |
| 50 | 6990 | 6998 | 7007 | 7016 | 7024 | 7033 | 7042 | 7050 | 7059 | 7067 |
| 51 | 7076 | 7084 | 7093 | 7101 | 7110 | 7118 | 7126 | 7135 | 7143 | 7152 |
| 52 | 7160 | 7168 | 7177 | 7185 | 7193 | 7202 | 7210 | 7218 | 7226 | 7235 |
| 53 | 7243 | 7251 | 7259 | 7267 | 7275 | 7284 | 7292 | 7300 | 7308 | 7316 |
| 54 | 7324 | 7332 | 7340 | 7348 | 7356 | 7364 | 7372 | 7380 | 7388 | 7396 |
| 55 | 7404 | 7412 | 7419 | 7427 | 7435 | 7443 | 7451 | 7459 | 7466 | 7474 |
| 56 | 7482 | 7490 | 7497 | 7505 | 7513 | 7520 | 7528 | 7536 | 7543 | 7551 |
| 57 | 7559 | 7566 | 7574 | 7582 | 7589 | 7597 | 7604 | 7612 | 7619 | 7627 |
| 58 | 7634 | 7642 | 7649 | 7657 | 7664 | 7672 | 7679 | 7686 | 7694 | 7701 |
| 59 | 7709 | 7716 | 7723 | 7731 | 7738 | 7745 | 7752 | 7760 | 7767 | 7774 |
| 60 | 7782 | 7789 | 7796 | 7803 | 7810 | 7818 | 7825 | 7832 | 7839 | 7846 |
| 61 | 7853 | 7860 | 7868 | 7875 | 7882 | 7889 | 7896 | 7903 | 7910 | 7917 |
| 62 | 7924 | 7931 | 7938 | 7945 | 7952 | 7959 | 7966 | 7973 | 7980 | 7987 |
| 63 | 7993 | 8000 | 8007 | 8014 | 8021 | 8028 | 8035 | 8041 | 8048 | 8055 |
| 64 | 8062 | 8069 | 8075 | 8082 | 8089 | 8096 | 8102 | 8109 | 8116 | 8122 |
| 65 | 8129 | 8136 | 8142 | 8149 | 8156 | 8162 | 8169 | 8176 | 8182 | 8189 |
| 66 | 8195 | 8202 | 8209 | 8215 | 8222 | 8228 | 8235 | 8241 | 8248 | 8254 |
| 67 | 8261 | 8267 | 8274 | 8280 | 8287 | 8293 | 8299 | 8306 | 8312 | 8319 |
| 68 | 8325 | 8331 | 8338 | 8344 | 8351 | 8357 | 8363 | 8370 | 8376 | 8382 |
| 69 | 8388 | 8395 | 8401 | 8407 | 8414 | 8420 | 8426 | 8432 | 8439 | 8445 |

| N | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 70 | 8451 | 8457 | 8463 | 8470 | 8476 | 8482 | 8488 | 8494 | 8500 | 8506 |
| 71 | 8513 | 8519 | 8525 | 8531 | 8537 | 8543 | 8549 | 8555 | 8561 | 8567 |
| 72 | 8573 | 8579 | 8585 | 8591 | 8597 | 8603 | 8609 | 8615 | 8621 | 8627 |
| 73 | 8633 | 8639 | 8645 | 8651 | 8657 | 8663 | 8669 | 8675 | 8681 | 8686 |
| 74 | 8692 | 8698 | 8704 | 8710 | 8716 | 8722 | 8727 | 8733 | 8739 | 8745 |
| 75 | 8751 | 8756 | 8762 | 8768 | 8774 | 8779 | 8785 | 8791 | 8797 | 8802 |
| 76 | 8808 | 8814 | 8820 | 8825 | 8831 | 8837 | 8842 | 8848 | 8854 | 8859 |
| 77 | 8865 | 8871 | 8876 | 8882 | 8887 | 8893 | 8899 | 8904 | 8910 | 8915 |
| 78 | 8921 | 8927 | 8932 | 8938 | 8943 | 8949 | 8954 | 8960 | 8965 | 8971 |
| 79 | 8976 | 8982 | 8987 | 8993 | 8998 | 9004 | 9009 | 9015 | 9020 | 9025 |
| 80 | 9031 | 9036 | 9042 | 9047 | 9053 | 9058 | 9063 | 9069 | 9074 | 9079 |
| 81 | 9085 | 9090 | 9096 | 9101 | 9106 | 9112 | 9117 | 9122 | 9128 | 9133 |
| 82 | 9138 | 9143 | 9149 | 9154 | 9159 | 9165 | 9170 | 9175 | 9180 | 9186 |
| 83 | 9191 | 9196 | 9201 | 9206 | 9212 | 9217 | 9222 | 9227 | 9232 | 9238 |
| 84 | 9243 | 9248 | 9253 | 9258 | 9263 | 9269 | 9274 | 9279 | 9284 | 9289 |
| 85 | 9294 | 9299 | 9304 | 9309 | 9315 | 9320 | 9325 | 9330 | 9335 | 9340 |
| 86 | 9345 | 9350 | 9355 | 9360 | 9365 | 9370 | 9375 | 9380 | 9385 | 9390 |
| 87 | 9395 | 9400 | 9405 | 9410 | 9415 | 9420 | 9425 | 9430 | 9435 | 9440 |
| 88 | 9445 | 9450 | 9455 | 9460 | 9465 | 9469 | 9474 | 9479 | 9484 | 9489 |
| 89 | 9494 | 9499 | 9504 | 9509 | 9513 | 9518 | 9523 | 9528 | 9533 | 9538 |
| 90 | 9542 | 9547 | 9552 | 9557 | 9562 | 9566 | 9571 | 9576 | 9581 | 9586 |
| 91 | 9590 | 9595 | 9600 | 9605 | 9609 | 9614 | 9619 | 9624 | 9628 | 9633 |
| 92 | 9638 | 9643 | 9647 | 9652 | 9657 | 9661 | 9666 | 9671 | 9675 | 9680 |
| 93 | 9685 | 9689 | 9694 | 9699 | 9703 | 9708 | 9713 | 9717 | 9722 | 9727 |
| 94 | 9731 | 9736 | 9741 | 9745 | 9750 | 9754 | 9759 | 9763 | 9768 | 9773 |
| 95 | 9777 | 9782 | 9786 | 9791 | 9795 | 9800 | 9805 | 9809 | 9814 | 9818 |
| 96 | 9823 | 9827 | 9832 | 9836 | 9841 | 9845 | 9850 | 9854 | 9859 | 9863 |
| 97 | 9868 | 9872 | 9877 | 9881 | 9886 | 9890 | 9894 | 9899 | 9903 | 9908 |
| 98 | 9912 | 9917 | 9921 | 9926 | 9930 | 9934 | 9939 | 9943 | 9948 | 9952 |
| 99 | 9956 | 9961 | 9965 | 9969 | 9974 | 9978 | 9983 | 9987 | 9991 | 9996 |

Trigonometrische Funktionen.

| Winkel in Graden | Sinus | d | Tangens | d | Kotangens | d | Kosinus | d |
|------------------------|--------|-----|---------|-----|-----------|-----|---------|----|
| 0 | 0,0000 | 175 | 0,0000 | 175 | ∞ | | 1,0000 | 02 |
| 1 | 0,0175 | 174 | 0,0175 | 174 | 57,29 | | 0,9998 | 04 |
| 2 | 0,0349 | 174 | 0,0349 | 175 | 28,64 | | 0,9994 | 08 |
| 3 | 0,0523 | 175 | 0,0524 | 175 | 19,08 | | 0,9986 | 10 |
| 4 | 0,0698 | | 0,0699 | | 14,30 | | 0,9976 | 14 |
| 5 | 0,0872 | 174 | 0,0875 | 176 | 11,43 | | 0,9962 | 17 |
| 6 | 0,1045 | 173 | 0,1051 | 176 | 9,514 | | 0,9945 | 20 |
| 7 | 0,1219 | 174 | 0,1228 | 177 | 8,144 | | 0,9925 | 22 |
| 8 | 0,1392 | 173 | 0,1405 | 177 | 7,115 | 801 | 0,9903 | 26 |
| 9 | 0,1564 | 172 | 0,1584 | 179 | 6,314 | 643 | 0,9977 | 29 |
| 10 | 0,1736 | 172 | 0,1763 | 179 | 5,671 | 526 | 0,9848 | 32 |
| 11 | 0,1908 | 172 | 0,1944 | 181 | 5,145 | 440 | 0,9816 | 35 |
| 12 | 0,2079 | 171 | 0,2126 | 182 | 4,705 | 374 | 0,9781 | 37 |
| 13 | 0,2250 | 171 | 0,2309 | 183 | 4,331 | 320 | 0,9744 | 41 |
| 14 | 0,2419 | 169 | 0,2493 | 184 | 4,011 | 279 | 0,9703 | 44 |
| 15 | 0,2588 | 169 | 0,2679 | 186 | 3,732 | 245 | 0,9659 | 46 |
| 16 | 0,2756 | 168 | 0,2867 | 188 | 3,487 | 216 | 0,9613 | 50 |
| 17 | 0,2924 | 168 | 0,3057 | 190 | 3,271 | 193 | 0,9563 | 52 |
| 18 | 0,3090 | 166 | 0,3249 | 192 | 3,078 | 174 | 0,9511 | 56 |
| 19 | 0,3256 | 166 | 0,3443 | 194 | 2,904 | 157 | 0,9455 | 58 |
| 20 | 0,3420 | 164 | 0,3640 | 197 | 2,747 | 142 | 0,9397 | 61 |
| 21 | 0,3584 | 164 | 0,3839 | 199 | 2,605 | 130 | 0,9336 | 64 |
| 22 | 0,3746 | 162 | 0,4040 | 201 | 2,475 | 116 | 0,9272 | 67 |

| | | | | | | | | | |
|----|---------|-----|-----------|-----|---------|-----|--------|-----|---------------------|
| 23 | 0,3907 | 161 | 0,4245 | 208 | 2,356 | 118 | 0,9205 | 70 | 67 |
| 24 | 0,4067 | 160 | 0,4452 | 207 | 2,246 | 101 | 0,9135 | 72 | 66 |
| 25 | 0,4226 | 159 | 0,4663 | 211 | 2,145 | 95 | 0,9063 | 75 | 65 |
| 26 | 0,4384 | 158 | 0,4877 | 214 | 2,050 | 87 | 0,8988 | 78 | 64 |
| 27 | 0,4540 | 156 | 0,5095 | 218 | 1,963 | 82 | 0,8910 | 81 | 63 |
| 28 | 0,4695 | 155 | 0,5317 | 222 | 1,881 | 77 | 0,8829 | 83 | 62 |
| 29 | 0,4848 | 153 | 0,5543 | 226 | 1,804 | 72 | 0,8746 | 86 | 61 |
| 30 | 0,5000 | 152 | 0,5774 | 231 | 1,732 | 68 | 0,8660 | 88 | 60 |
| 31 | 0,5150 | 150 | 0,6009 | 235 | 1,664 | 64 | 0,8572 | 92 | 59 |
| 32 | 0,5299 | 149 | 0,6249 | 240 | 1,600 | 60 | 0,8480 | 93 | 58 |
| 33 | 0,5446 | 147 | 0,6494 | 245 | 1,540 | 57 | 0,8387 | 97 | 57 |
| 34 | 0,5592 | 146 | 0,6745 | 251 | 1,483 | 55 | 0,8290 | 98 | 56 |
| 35 | 0,5736 | 144 | 0,7002 | 257 | 1,428 | 52 | 0,8192 | 102 | 55 |
| 36 | 0,5878 | 142 | 0,7265 | 263 | 1,376 | 49 | 0,8090 | 104 | 54 |
| 37 | 0,6018 | 140 | 0,7536 | 271 | 1,327 | 47 | 0,7986 | 106 | 53 |
| 38 | 0,6157 | 139 | 0,7813 | 277 | 1,280 | 45 | 0,7880 | 109 | 52 |
| 39 | 0,6293 | 136 | 0,8098 | 285 | 1,235 | 43 | 0,7771 | 111 | 51 |
| 40 | 0,6428 | 135 | 0,8391 | 293 | 1,192 | 42 | 0,7660 | 113 | 50 |
| 41 | 0,6561 | 133 | 0,8693 | 302 | 1,150 | 39 | 0,7547 | 116 | 49 |
| 42 | 0,6691 | 130 | 0,9004 | 311 | 1,111 | 39 | 0,7431 | 117 | 48 |
| 43 | 0,6820 | 129 | 0,9325 | 321 | 1,072 | 36 | 0,7314 | 121 | 47 |
| 44 | 0,6947 | 127 | 0,9657 | 332 | 1,036 | 36 | 0,7193 | 122 | 46 |
| 45 | 0,7071 | 124 | 1,0000 | 343 | 1,000 | 36 | 0,7071 | | 45 |
| | Kosinus | d | Kotangens | d | Tangens | d | Sinus | d | Winkel in Graden |



Literatur zur Physik

Mit einem Anhang: Mathematische Literatur
für den Physiker

WALTER DE GRUYTER & CO. / BERLIN W 35

Theoretische Physik. Von Dr. Gustav Jäger, Professor an der Universität Wien. 5 Bände.

I. Mechanik. Mit 25 Figuren. Sechste, verbesserte Auflage. 150 Seiten. 1930. (Sammlung Göschen Bd. 76) Geb. RM. 1.62

II. Schall und Wärme. Mit 7 Figuren. Sechste, umgearbeitete und vermehrte Auflage. 133 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 77) Geb. RM. 1.62

III. Elektrizität und Magnetismus. Mit 35 Figuren. Sechste, verbesserte Auflage. 151 Seiten. 1930. (Sammlung Göschen Bd. 78) Geb. RM. 1.62

IV. Optik. Mit 44 Figuren. Sechste, umgearbeitete und vermehrte Auflage. 148 Seiten. 1930. (Sammlung Göschen Bd. 374) . . . Geb. RM. 1.62

V. Wärmestrahlung, Elektronik und Atomphysik. Mit 16 Figuren. Sechste, umgearbeitete und vermehrte Auflage. 130 Seiten. 1930. (Sammlung Göschen Bd. 1017) Geb. RM. 1.62

Atomphysik. Von Dr. Karl Bechert und Dr. Christian Gerthsen, o. Professoren der Universität Gießen.

I. Allgemeine Grundlagen. Mit 52 Abbildungen. 149 Seiten. 1938. (Sammlung Göschen Bd. 1009) Geb. RM. 1.62

II. Theorie des Atombaus. Mit 23 Abbildungen. 174 Seiten. 1938. (Sammlung Göschen Bd. 1123) Geb. RM. 1.62

Vektoranalysis. Von Dr. Siegfried Valentiner, Professor für Physik an der Bergakademie Clausthal, Mit 13 Figuren. Fünfte, erneut durchgesehene Auflage. 136 Seiten. 1938. (Sammlung Göschen Bd. 354) . Geb. RM. 1.62

Physikalische Formelsammlung. Von G. Mahler, † Professor der Mathematik und Physik am Gymnasium in Ulm. Neubearbeitet von Prof. K. Mahler, Studienrat an der Oberrealschule Aalen in Württemberg. Mit 69 Figuren. Siebente, verbesserte Auflage. 153 Seiten 1941. (Sammlung Göschen Bd. 136) Geb. RM. 1.62

Physikalische Aufgabensammlung. Von G. Mahler, † Professor der Mathematik und Physik am Gymnasium in Ulm. Mit den Resultaten. Neu bearbeitet von Prof. K. Mahler, Studienrat an der Oberrealschule Aalen. Fünfte, verbesserte Auflage. 128 Seiten. 1936. (Sammlung Göschen Bd. 243) Geb. RM. 1.62

Physikalische Messungsmethoden. Von Professor Dr. Wilhelm Bahrdt in Berlin-Lichterfelde. Mit 54 Figuren. Zweite, verbesserte Auflage. Durchgesehener Neudruck. 147 Seiten. 1921. (Sammlung Göschen Bd. 301) Geb. RM. 1.62

Kristallographie. Von Dr. W. Bruhns, weil. Professor an der Bergakademie Clausthal. Dritte Auflage, neubearbeitet von Dr. P. Ramdohr, o. Professor an der Universität Berlin. Mit 192 Abbildungen. 109 Seiten. 1937. (Sammlung Göschen Bd. 210) Geb. RM. 1.62

Einführung in die Kristalloptik. Von Dr. Eberhard Buchwald, Professor an der Technischen Hochschule Danzig. 3., neubearb. Auflage. Mit 116 Fig. 134 Seiten. 1937. (Sammlung Göschen Bd. 619) Geb. RM. 1.62

Einführung in die geometrische Optik. Von Dr. W. Hinrichs in Berlin-Wilmersdorf. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 56 Figuren. 1924. (Sammlung Göschen Bd. 532) Geb. RM. 1.62

Teilchenstrahlen (Korpuskularstrahlen). Von Professor Dr. H. Mark. Mit 59 Abbildungen. 1934. (Sammlung Göschen Bd. 1083). Geb. RM. 1.62

- Luftelektrizität.** Von Prof. Dr. Karl Kähler, wissenschaftlicher Hilfsarbeiter am Preußischen Meteorologisch-Magnetischen Observatorium in Potsdam. Zweite Auflage. Mit 19 Abbildungen. 134 Seiten. 1921. (Sammlung Götschen Bd. 649) Geb. RM. 1.62
- Spektroskopie.** Von Professor Dr. Karl Wilh. Meißner. Mit 102 Figuren. 1935. (Sammlung Götschen Bd. 1091) Geb. RM. 1.62
- Erdmagnetismus, Erdstrom und Polarlicht.** Von Prof. Dr. A. Nippoldt. Mit 9 Tafeln und 13 Figuren. Vierte, verbesserte Auflage. 128 Seiten. 1937. (Sammlung Götschen Bd. 175) Geb. RM. 1.62
- Geschichte der Physik.** Von Professor A. Kistner.
- I. Die Physik bis Newton. Mit 13 Figuren. Zweite, verbesserte Auflage. 126 Seiten. 1919. (Sammlung Götschen Bd. 293) Geb. RM. 1.62
- II. Die Physik von Newton bis zur Gegenwart. Mit 3 Figuren. Zweite, erweiterte Aufl. 149 Seit. 1919. (Samml. Götschen Bd. 294). Geb. RM. 1.62
- Elektrotechnik.** Einführung in die Starkstromtechnik. Von Prof. I. Herrmann. (Samml. Götschen Bd. 196—198, 657.)
- I. Die physikalischen Grundlagen. Siebente, neubearb. Auflage. Mit 92 Figuren und 16 Tafeln. 130 Seiten. 1940 Geb. RM. 1.62
- II. Die Gleichstromtechnik. Sechste, neubearb. Auflage. Mit 134 Figuren und 16 Tafeln. 135 Seiten. 1938 Geb. RM. 1.62
- III. Die Wechselstromtechnik. Sechste, neubearb. Auflage. Mit 147 Figuren und 16 Tafeln. 184 Seiten. 1938 Geb. RM. 1.62
- IV. Die Erzeugung und Verteilung der elektrischen Energie. Dritte, neubearbeitete Auflage. Mit 99 Figuren im Text und 16 Tafeln mit 42 Abbildungen. 118 Seiten. 1932 Geb. RM. 1.62
- Lehrbuch der Physik.** Von Eduard Riecke, weiland Geheimer Regierungsrat, o. Professor an der Universität Göttingen. Zu eigenem Studium und zum Gebrauche bei Vorlesungen herausgegeben von Professor Dr. Ernst Lecher †, Vorstand des I. Physikalischen Instituts der Universität Wien, und Dr. Adolf Smekal, o. Professor an der Universität Halle a.S. Siebente, verbesserte und um eine Darstellung der Atomphysik vermehrte Auflage. Groß-Oktav.
- I. Band: Mechanik und Akustik. Wärme. Optik. Mit 458 Figuren im Text. XVI, 656 Seiten. 1923 RM. 12.60, geb. RM. 14.—
- II. Band: Magnetismus und Elektrizität. Atomphysik. Mit einem Bildnis von E. Lecher † und 319 Figuren im Text. XVI, 725 Seiten. 1928. RM. 15.—, geb. RM. 17.—
- Lehrbuch der Physik.** Nach Vorlesungen an der Technischen Hochschule zu München. Von H. Ebert, weil. Professor an der Technischen Hochschule München.
- I. Band. Mechanik. Wärmelehre. Mit 168 Abbildungen. Zweite Auflage. Groß-Oktav. XX, 661 Seiten. 1917. Anastatischer Neudruck. 1920. RM. 20.—, geb. RM. 21.50
- II. Band, I. Teil. Die elektrischen Energieformen. Fertiggestellt und herausgegeben von Professor C. Heinke. Mit 341 Abbildungen im Text. Groß-Oktav. XX, 687 Seiten. 1920 RM. 22.—, geb. RM. 24.—
- II. Band, II. Teil. Die strahlende Energie. Fertiggestellt und herausgegeben von Professor C. Heinke. Mit 196 Abbildungen im Text. Groß-Oktav. XII, 416 Seiten. 1923 RM. 15.—, geb. RM. 16.50
- Einführung in die theoretische Physik.** Von Dr. Clemens Schaefer, Professor an der Universität Breslau.
- I. Band. Mechanik materieller Punkte, Mechanik starrer Körper, Mechanik der Kontinua (Elastizität und Hydromechanik). Mit 272 Figuren im Text. Dritte, verbesserte und vermehrte Auflage. Groß-Oktav. XII, 991 Seiten. 1929 RM. 45.—, geb. RM. 48.—
- II. Band. Theorie der Wärme. Molekular-kinetische Theorie der Materie. Mit 88 Figuren im Text. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. 1929. Groß-Oktav. X, 660 Seiten . . . RM. 28.—, geb. RM. 30.—

Einführung in die theoretische Physik. Von Dr. Clemens Schaefer, Professor an der Universität Breslau.

III. Band, 1. Teil. Elektrodynamik und Optik. Mit 235 Figuren im Text. Groß-Oktav. VIII, 918 Seiten. 1932. RM. 37.50, geb. RM. 40.—
2. Teil. Quantentheorie. Groß-Oktav. Mit 88 Abb. im Text. VII, 510 Seiten. 1937 RM. 26.—, geb. RM. 28.—

Einführung in die theoretische Physik, mit besonderer Berücksichtigung ihrer modernen Probleme. Von Prof. Dr. phil. Arthur Haas.

I. Band. Fünfte und sechste, völlig umgearbeitete und vermehrte Auflage. Mit 67 Abbildungen im Text. Groß-Oktav. X, 396 Seiten. 1930. RM. 8.50, geb. RM. 10.—

II. Band. Fünfte und sechste, völlig umgearbeitete und vermehrte Auflage. Mit 85 Abbildungen im Text und auf sechs Tafeln. Groß-Oktav. VIII, 448 Seiten. 1930 RM. 8.50, geb. RM. 10.—

Kleiner Grundriß der theoretischen Physik. Kleine, besonders bearbeitete Ausgabe der Einführung in die theoretische Physik. Von Prof. Dr. Arthur Haas. Mit 22 Figuren. Oktav. VII, 183 Seiten. 1934. Geb. RM. 5.30

Das Naturbild der neuen Physik. Von Prof. Dr. phil. Arthur Haas. Dritte, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 8 Figuren im Text. Oktav. V, 129 Seiten. 1932 RM. 5.—, geb. RM. 6.—

Grundlagen und Ergebnisse der Ultraschallforschung. Von Prof. Dr. Egon Hiedemann. Mit 232 bisher z. T. unveröffentlichten Abbildungen und einer Farbtafel. IX, 287 Seiten. 1939 Geb. RM. 24.—

Atomtheorie. Von Prof. Dr. phil. Arthur Haas. Mit 81 Figuren im Text und auf 5 Tafeln. Dritte, völlig umgearbeitete und wesentlich vermehrte Auflage. Groß-Oktav. VIII, 292 Seiten. 1936 RM. 8.50, geb. RM. 10.—

Die Welt der Atome. Zehn gemeinverständliche Vorträge. Von Prof. Arthur Haas. Mit 37 Figuren im Text und auf 3 Tafeln. Oktav. XII, 130 Seiten. 1926 RM. 4.80, geb. RM. 6.—

Künstliche Verwandlung der Elemente (Zertrümmerung der Atome). Von Dr. Hans Pettersson in Göteborg (Schweden). Aus dem Schwedischen übersetzt von Elisabeth Kirsch. Mit 59 Figuren im Text. Groß-Oktav. VIII, 151 Seiten. 1929 RM. 8.—, geb. RM. 9.—

Die Umwandlungen der chemischen Elemente. Von Prof. Dr. Arthur Haas. Mit 31 Abb. Oktav. VIII, 118 S. 1935 . . RM. 4.30, geb. RM. 5.—

Methoden der praktischen Analysis. Von Professor Dr. Fr. A. Willers. Mit 132 Figuren. Groß-Oktav. 344 Seiten. 1928. (Göschens Lehrbücherei Bd. 12) RM. 20.—, geb. RM. 21.50

Vektoranalysis in ihren Grundzügen und wichtigen physikalischen Anwendungen. Von Prof. Dr. phil. Arthur Haas. Mit 37 Abbildungen im Text. Zweite, verbesserte Auflage. Groß-Oktav. VI, 147 Seiten. 1929. RM. 5.—, geb. RM. 6.—

Punkt- und Vektor-Rechnung. Von Dr. Alfred Lotze, a. o. Prof. für Mathematik an der Technischen Hochschule Stuttgart. Mit 7 Figuren. Groß-Oktav. 132 Seiten. 1929. (Göschens Lehrbücherei Bd. 13.) RM. 12.—, geb. RM. 13.—

Vektor- und Dyadenrechnung für Physiker und Techniker. Von Erwin Lohr, Professor an der Deutschen Technischen Hochschule in Brünn. Oktav. Mit 34 Figuren im Text. XV, 411 Seiten. 1939. Geb. RM. 18.— (Arbeitsmethoden der modernen Naturwissenschaften.)

Die Grundlagen der Physik. Synthetische Prinzipien der mathematischen Naturphilosophie. Von Dr. Hugo Dingler, Professor an der Universität München. Zweite Auflage. Oktav. XIV, 336 Seiten. 1923. RM. 4.—, geb. RM. 5.—

Physik und Hypothese. Versuch einer induktiven Wissenschaftslehre nebst einer kritischen Analyse der Fundamente der Relativitätstheorie. Von Prof. Dr. Hugo Dingler. Oktav. XI, 200 Seiten. 1921. RM. 3.—, geb. RM. 4.—

- Röntgenspektroskopie und Kristallstrukturanalyse.** Von Prof. Dr. Arthur Schiele und Dr. Erich Schneider. Zwei Bände. Groß-Oktav. 1929.
I. Band: Mit 249 Figuren und 57 Tabellen im Text. VIII, 336 Seiten.
RM. 18.50, geb. RM. 20.—
II. Band: Mit 553 Figuren und 40 Tabellen im Text. IV, 344 Seiten.
RM. 22.50, geb. RM. 24.—
- Einführung in die Theorie der Wärme.** Von Dr. Heinrich Maché, o. ö. Professor an der Technischen Hochschule in Wien. Mit 96 Textfiguren. Groß-Oktav. VIII, 319 Seiten. 1921 RM. 8.—, geb. RM. 9.—
- Die Physik der Verbrennungserscheinungen.** Von Dr. Heinrich Maché, o. ö. Professor an der Technischen Hochschule in Wien. Mit 43 Abbildungen im Text und auf 2 Tafeln. Groß-Oktav. V, 133 Seiten. 1918.
RM. 3.—, geb. RM. 3.80
- Empfindliche Galvanometer für Gleich- und Wechselstrom.** Von Dr. Otto Werner. Mit 23 Abbildungen und 17 Tabellen. Groß-Oktav. VIII, 208 Seiten. 1928 RM. 13.—, geb. RM. 14.—
- Vorlesungen über Thermodynamik.** Von Dr. Max Planck, Professor der theoretischen Physik an der Universität Berlin. Mit 5 Figuren im Text. Neunte Auflage. Groß-Oktav. X, 287 Seiten. 1930 Geb. RM. 11.50
- Die Grundgleichungen der Mechanik,** dargestellt auf Grund der geschichtlichen Entwicklung. Vorlesungen zur Einführung in die theoretische Physik, gehalten im Sommersemester 1914 an der Universität Leipzig. Von Prof. Dr. phil. Arthur Haas. Mit 45 Abbildungen im Text. Groß-Oktav. VI, 216 Seiten. 1914 RM. 7.50
- Die Prinzipie der Dynamik.** Von Dr. Clemens Schaefer, o. Professor an der Universität Breslau. Mit 6 Figuren im Text. Groß-Oktav. IV, 76 Seiten. 1919 RM. 2.50
- Absolutkolarimetrie.** Von A. Thiel, o. ö. Prof. der physikalischen Chemie der Universität Marburg. Mit 14 Abbildungen im Text. XV, 215 Seiten. 1939 Geb. RM. 10.80

MATHEMATISCHE LITERATUR FÜR DEN PHYSIKER

- Vierstellige Tafeln und Gegentafeln** für logarithmisches und trigonometrisches Rechnen in zwei Farben zusammengestellt. Von Professor Dr. Hermann Schubert. Neue Ausgabe von Dr. Robert Haussner, o. ö. Professor an der Universität Jena. 177 Seiten. Neue, verbesserte Auflage. 1940. (Samml. Göschen Bd. 81). Geb. RM. 1.62
- Fünfstellige Logarithmen.** Mit mehreren graphischen Rechentafeln und häufig vorkommenden Zahlwerten. Von Regierungsrat Professor A. Adler. Zweite Auflage. 117 Seiten und 1 Tafel. (Samml. Göschen Bd. 423)
Geb. RM. 1.62
- Mathematische Formelsammlung.** Von Professor O. Th. Bürklen †. Vollständig umgearbeitete Neuausgabe von Dr. F. Ringleb. Mit 37 Figuren. Dritte, verbesserte Auflage. Neudruck. 272 Seiten. 1939. (Sammlung Göschen Bd. 51) Geb. RM. 1.62
- Formelsammlung zur praktischen Mathematik.** Von Dr. Günther Schulz. Mit 10 Abbild. 1937. (Sammlung Göschen Bd. 1110.) Geb. RM. 1.62
- Arithmetik.** Von Prof. Paul B. Fischer. Mit 19 Abb. 1938. (Samml. Göschen Bd. 47) Geb. RM. 1.62
- Elementare Algebra vom höheren Standpunkt.** Von Dr. Wolfgang Krull, o. Professor an der Universität Bonn. Mit 6 Zeichnungen. 1938. (Sammlung Göschen Bd. 930) Geb. RM. 1.62
- Höhere Algebra.** Von Dr. Helmut Hasse, o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Göttingen.
I: Lineare Gleichungen. Zweite, verbesserte Auflage. 152 Seiten. 1933. (Samml. Göschen Bd. 931) Geb. RM. 1.62
II: Gleichungen höheren Grades. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 5 Fig. 160 Seiten. 1937. (Samml. Göschen Bd. 932) Geb. RM. 1.62

- Aufgabensammlung zur höheren Algebra.** Von Dr. Helmut Hasse, o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Göttingen. 160 Seiten. 1934. (Sammlung Göschen Bd. 1082) Geb. RM. 1.62
- Differentialrechnung.** Von Prof. Dr. A. Witting. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 94 Figuren und 189 Beispielen. 191 Seiten. 1936. (Sammlung Göschen Bd. 87) Geb. RM. 1.62
- Integralrechnung.** Von Prof. Dr. A. Witting. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 62 Figuren und 190 Beispielen. 176 Seiten. 1940. (Samml. Göschen Bd. 88) Geb. RM. 1.62
- Repetitorium und Aufgabensammlung zur Differentialrechnung.** Von Professor Dr. A. Witting. Mit 58 Figuren und 405 Beispielen und Aufgaben. 136 Seiten. 1935. (Samml. Göschen Bd. 146) . . . Geb. RM. 1.62
- Repetitorium und Aufgabensammlung zur Integralrechnung.** Von Prof. Dr. A. Witting. Mit 32 Figuren und 305 Beispielen. 118 Seiten. 1934. (Sammlung Göschen Bd. 147) Geb. RM. 1.62
- Elementare Reihenlehre.** Von Dr. Hans Falckenberg, Professor an der Universität Gießen. Mit 4 Figuren im Text. 136 Seiten. 1926. (Samml. Göschen Bd. 943) Geb. RM. 1.62
- Komplexe Reihen nebst Aufgaben über reelle und komplexe Reihen.** Von Dr. Hans Falckenberg, Professor an der Universität Gießen. Mit 3 Figuren im Text. 140 Seiten. 1931. (Samml. Göschen Bd. 1027) Geb. RM. 1.62
- Gewöhnliche Differentialgleichungen.** Von Prof. Dr. G. Hoheisel. Dritte, verb. Aufl. 159 Seiten. 1938. (Samml. Göschen Bd. 920) Geb. RM. 1.62
- Aufgabensammlung zu den gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen.** Von Professor Dr. G. Hoheisel. 148 Seiten. 1933. (Sammlung Göschen Bd. 1059) Geb. RM. 1.62
- Integralgleichungen.** Von Prof. Dr. Guido Hoheisel. 136 Seiten. 1936. (Sammlung Göschen Bd. 1099) Geb. RM. 1.62
- Elemente der Funktionentheorie.** Von Dr. Konrad Knopp, o. Prof. an der Universität Tübingen. Mit 23 Fig. 144 Seiten. 1937. (Samml. Göschen Bd. 1109.) Geb. RM. 1.62
- Funktionentheorie.** Von Dr. Konrad Knopp, o. Professor an der Universität Tübingen.
 Erster Teil: Grundlagen der allgemeinen Theorie der analytischen Funktionen. Mit 8 Figuren. Fünfte, verbesserte Auflage. 136 Seiten. 1937. (Samml. Göschen Bd. 668) Geb. RM. 1.62
 Zweiter Teil: Anwendungen und Weiterführung der allgemeinen Theorie. Mit 7 Figuren. Fünfte, verbesserte Auflage. 138 Seiten. 1941. (Samml. Göschen Bd. 703) Geb. RM. 1.62
- Aufgabensammlung zur Funktionentheorie.** Von Dr. Konrad Knopp, o. Professor an der Universität Tübingen.
 Erster Teil: Aufgaben zur elementaren Funktionentheorie. Zweite, verbesserte Auflage. 136 Seiten. 1931. (Samml. Göschen Bd. 877) Geb. RM. 1.62
 Zweiter Teil: Aufgaben zur höheren Funktionentheorie. 143 Seiten. 1928. (Samml. Göschen Bd. 878) Geb. RM. 1.62
- Numerische Integration.** Von Professor Dr. Fr. A. Willers. Mit 2 Figuren. 116 Seiten. 1923. (Samml. Göschen Bd. 864) Geb. RM. 1.62
- Praktisches Zahlenrechnen.** Von Professor Dr.-Ing. P. Werkmeister. Mit 60 Figuren. Zweite, verbesserte Auflage. 136 Seiten. 1929. (Samml. Göschen Bd. 405) Geb. RM. 1.62
- Ebene und sphärische Trigonometrie.** Von Professor Dr. Gerhard Hessenberg. Mit 59 Figuren. Vierte Auflage. Unveränderter Neudruck. 171 Seiten. 1940. (Samml. Göschen Bd. 99) Geb. RM. 1.62

- Nichteuklidische Geometrie.** Von Professor Dr. Richard Baldus. Mit 71 Figuren. 152 Seiten. 1927. (Samml. Göschen Bd. 970) Geb. RM. 1.62
- Projektive Geometrie.** Von Professor Dr. Karl Doehlemann. Neue einbändige Ausgabe von Dr. H. Timerding, Prof. an der Technischen Hochschule Braunschweig. Mit 37 Figuren. 131 Seiten. 1937. (Samml. Göschen Bd. 72) Geb. RM. 1.62
- Aufgabensammlung zur projektiven Geometrie.** Von Dr. H. Timerding, Professor an der Technischen Hochschule Braunschweig. Mit 65 Figuren. 140 Seiten. 1933. (Sammlung Göschen Bd. 1060) . . . Geb. RM. 1.62
- Differentialgeometrie I: Raumkurven und Anfänge der Flächentheorie.** Von Dr. Rudolf Rothe, o. Prof. an der Techn. Hochschule Berlin. Mit 32 Abb. 132 Seiten. 1937. (Samml. Göschen Bd. 1113). Geb. RM. 1.62
- Darstellende Geometrie.** Von Prof. Dr. Robert Haußner.
 Erster Teil: Elemente; Ebenflächige Gebilde. Fünfte, unveränd. Auflage. Mit 110 Figuren im Text. 207 Seiten. 1940. (Samml. Göschen Bd. 142) Geb. RM. 1.62
 Zweiter Teil: Perspektive ebener Gebilde; Kegelschnitte. Dritte, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 88 Figuren im Text. 168 Seiten. 1930. (Samml. Göschen Bd. 143) Geb. RM. 1.62
 Dritter Teil: Zylinder, Kegel, Kugel, Rotations- und Schraubenflächen, Schattenkonstruktionen, Axonometrie. Von Prof. Dr. Robert Haußner, und Dr. Wolfgang Haack, Privatdozent für Mathematik an der Technischen Hochschule Danzig-Langfuhr. Mit 65 Figuren im Text. 144 Seiten. 1931. (Samml. Göschen Bd. 144) Geb. RM. 1.62
 Vierter Teil: Freie und gebundene Perspektive, Photogrammetrie, kotierte Projektion. Von Prof. Dr. Robert Haußner, und Dr. Wolfgang Haack, Privatdozent für Mathematik an der Technischen Hochschule Danzig-Langfuhr. Mit 76 Figuren im Text. 144 Seiten. 1933. (Samml. Göschen Bd. 1063) Geb. RM. 1.62
- Graphische Darstellung in Wissenschaft und Technik.** Von Prof. Dr. M. Pirani. Zweite, verbesserte Auflage, besorgt durch Dr. I. Runge. Mit 71 Abb. 149 Seiten. 1931. (Samml. Göschen Bd. 728). Geb. RM. 1.62
- Wahrscheinlichkeitsrechnung für Nichtmathematiker.** Von Dr. Karl Dörge, o. Professor an der Universität Köln, unter Mitwirkung von Hans Klein. Groß-Oktav. 113 Seiten. 1939 Geb. RM. 6.—
- Lehrbuch der Mathematik zum Selbststudium und für Studierende der Naturwissenschaften und der Technik.** Eine Einführung in die Differential- und Integralrechnung und in die analytische Geometrie. Von Prof. Dr.-Ing. Georg Scheffers. Mit 438 Figuren. Achte Auflage. Lexikon-Oktav. VIII, 743 Seiten. 1940 Geb. RM. 15.—
- Grundbegriffe und Hauptsätze der höheren Mathematik, insbesondere für Ingenieure und Naturforscher.** Von Dr. Gerhard Kowalewski, o. Professor an der Technischen Hochschule zu Dresden. Mit 40 Figuren. Groß-Oktav. 156 Seiten. 1938 Geb. RM. 5.—
- Lehrbuch der höheren Mathematik für Universitäten und Technische Hochschulen, bearbeitet nach den Vorlesungen von Dr. Gerhard Kowalewski, o. Prof. a. d. Technischen Hochschule zu Dresden, o. Mitglied der Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig. 3 Bände. Jeder Band ist einzeln käuflich Geb. je RM. 3.80**
- I. Vektorrechnung und analytische Geometrie.
 - II. Hauptpunkte der analytischen Geometrie des Raumes. — Grundbegriffe der Differential- und Integralrechnung.
 - III. Fortsetzung der Differential- und Integralrechnung. — Differentialgleichungen, Differentialgeometrie. — Funktionen einer komplexen Veränderlichen. — Probleme der Variationsrechnung.

- Dr. A. L. Crelles Rechentafeln**, welche alles Multiplizieren und Dividieren mit Zahlen unter Tausend ganz ersparen, bei größeren Zahlen aber die Rechnung erleichtern und sicherer machen. Neue Ausgabe. Besorgt von O. Seefiger. Mit Tafeln der Quadrat- und Kubikzahlen von 1—1000. VII, 501 Seiten. Folio. 1938 Geb. RM. 22.—
- Rechen-Resultate.** Tabellen zum Ablesen der Resultate von Multiplikationen und Divisionen bis $100 \times 1000 = 100\,000$ in Bruchteilen und ganzen Zahlen sowie für Rechnen mit Zahlen jeder Größe, Radizieren (Wurzelsuchen) nach vereinfachtem Verfahren. Von F. Triebel, Technischem Oberinspektor der Reichsdruckerei i. R. Sechste Auflage, 21.—25. Tausend. Mit Seitenregistern. 290 Seiten. (Verlag von M. Krayn, Berlin). Geb. RM. 18.—
- Vollständige logarithmische und trigonometrische Tafeln.** Von Professor Dr. E. F. August, weiland Direktor des Köllnischen Realgymnasiums, Berlin. Neunundvierzigste Auflage in der Bearbeitung von Dr. F. August, weiland Professor an der Artillerie- und Ingenieur-Schule, Berlin. Oktav. VII, 204 Seiten. 1931 Geb. RM. 2.—
- Logarithmische Rechentafeln. Laboratoriums-Taschenbuch für Chemiker, Pharmazeuten, Mediziner und Physiker.** Gegründet von Professor Dr. F. W. Küster †. Für den Gebrauch im Unterrichtslaboratorium und in der Praxis berechnet und mit Erläuterungen versehen. Nach dem gegenwärtigen Stande der Forschung bearbeitet von Dr. A. Thiel, o. ö. Professor der physikalischen Chemie, Direktor des Physik.-Chem. Instituts der Universität Marburg. Sechsendvierzigste bis fünfzigste Auflage Oktav. 278 Seiten. 1940 Geb. RM. 7.80
- Fünfstellige Tafeln der Kreis- und Hyperbelfunktionen sowie der Funktionen e^x und e^{-x}** mit den natürlichen Zahlen als Argument. Von Dr.-Ing. Keiichi Hayashi, Professor an der Kaiserlichen Kyushu-Universität Fukuoka-Hakosaki, Japan. Oktav. IV, 182 Seiten. Neudruck 1938. RM. 9.—
- Algebra I: Die Grundlagen.** Von Dr. Oskar Perron, o. ö. Professor an der Universität München. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 4 Figuren. VIII, 301 Seiten. 1932. (Göschens Lehrbücherei Bd. 8) Geb. RM. 11.50
- Algebra II: Theorie der algebraischen Gleichungen.** Von Dr. Oskar Perron, o. ö. Professor an der Universität München. Mit 5 Figuren. VIII, 243 S. 1927. (Göschens Lehrbücherei Bd. 9). Geb. RM. 9.50
- Einführung in die Determinantentheorie** einschließlich der Fredholm'schen Determinanten. Von Dr. Gerhard Kowalewski, o. Professor an der Technischen Hochschule in Dresden. Zweite, verbesserte Auflage. Groß-Oktav. IV, 304 Seiten. 1925 RM. 14.—, geb. RM. 15.50
- Grundzüge und Aufgaben der Differential- und Integralrechnung** nebst den Resultaten. Von Dr. H. Dölp. Neu bearbeitet von Dr. Eugen Netto. 18. Auflage. Oktav. 214 Seiten 1935. (Verlag von Alfred Töpelmann, Berlin W 35). RM. 1.95
- Differential- und Integralrechnung.** Unter besonderer Berücksichtigung neuerer Ergebnisse. Von Dr. Otto Haupt, Professor an der Universität Erlangen. Unter Mitarbeit von Dr. Georg Aumann, Professor an der Universität Frankfurt (Main). Groß-Oktav. 1938.
- I. Bd.: Einführung in die reelle Analysis. Mit 2 Figuren. 196 Seiten. Geb. RM. 11.20
- II. Bd.: Differentialrechnung. 168 Seiten Geb. RM. 9.80
- III. Bd.: Integralrechnung. 183 Seiten Geb. RM. 10.60 (Göschens Lehrbücherei Band 24, 25, 26.)
- Integralgleichungen.** Von Dr. Gerhard Kowalewski, o. Professor an der Technischen Hochschule Dresden. Mit 11 Figuren. Groß-Oktav. 302 Seiten. 1930. (Göschens Lehrbücherei, I. Gruppe: Reine und angewandte Mathematik, Bd. 18) RM. 15.—, geb. RM. 16.50

- Reihenentwicklungen in der mathematischen Physik.** Von Dr. Josef Lense, o. ö. Professor der Technischen Hochschule München. Mit 30 Abbildungen. 178 Seiten. 1933 Geb. RM. 9.50
- Gewöhnliche Differentialgleichungen.** Von Dr. J. Horn, em. o. Professor an der Technischen Hochschule Darmstadt. Dritte Auflage. Mit 4 Figuren. 1937. VIII, 197 Seiten. (Göschens Lehrbücherei Bd. 10)
Geb. RM. 10.50
- Partielle Differentialgleichungen.** Von Dr. J. Horn, em. o. Professor an der Technischen Hochschule Darmstadt. Zweite, umgearbeitete Auflage. Mit 8 Figuren. 1929. VIII, 228 Seiten. (Göschens Lehrbücherei Bd. 14)
RM. 11.—, geb. RM. 12.—
- Elliptische Funktionen.** Von Dr. R. König, o. Professor der Mathematik an der Universität Jena, und Dr. M. Krafft, a. o. Professor an der Universität Marburg i. H. Mit 4 Figuren. 263 Seiten. 1928. (Göschens Lehrbücherei Bd. 11) RM. 13.—, geb. RM. 14.50
- Ebene und sphärische Trigonometrie.** Von Prof. Dr. F. Bohnert in Hamburg. Zweite Auflage. Dritter Neudruck. Mit 63 Figuren. VIII, 167 Seiten. 1919. (Samml. Schubert Bd. 3) Geb. RM. 4.40
- Kreis und Kugel.** Von Dr. Wilhelm Blaschke, o. Prof. a. d. Univ. Hamburg. Mit 27 Fig. im Text. Groß-Oktav. X, 169 S. 1916. RM. 4.40, geb. RM. 5.50
- Projektive Liniengeometrie.** Von Dr. Robert Sauer, Prof. an der Techn. Hochschule Aachen Mit 36 Abbildungen. 194 Seiten. Groß-Oktav. 1937. (Göschens Lehrbücherei Bd. 23.) Geb. RM. 9.—
- Grundlagen der Geometrie.** Von Professor Dr. Gerhard Hessenberg. Herausgegeben von Dr. W. Schwan. Mit 77 Figuren. 143 Seiten. 1930. (Göschens Lehrbücherei Bd. 17) RM. 6.50, geb. RM. 7.80
- Affine Differentialgeometrie.** Von Dr. Erich Salkowski, o. Professor an der Technischen Hochschule Berlin. Groß-Oktav. Mit 23 Figuren. 204 Seiten. 1934. (Göschens Lehrbücherei Bd. 22) Geb. RM. 10.—
- Elementargeometrie der Ebene und des Raumes.** Von Professor Max Zacharias. Mit 196 Figuren im Text. Groß-Oktav. 252 Seiten. 1929. (Göschens Lehrbücherei Bd. 16) RM. 13.—, geb. RM. 14.50
- Vorlesungen über allgemeine natürliche Geometrie und Liesche Transformationsgruppen.** Von Dr. Gerhard Kowalewski, o. ö. Professor der reinen Mathematik an der Technischen Hochschule zu Dresden. Mit 16 Figuren. Groß-Oktav. 280 Seiten. 1931. (Göschens Lehrbücherei, I. Gruppe: Reine und angewandte Mathematik, Bd. 19)
RM. 15.50, geb. RM. 17.—
- Geometrische Transformationen.** Von Dr. Karl Doehlemann, weil. Professor an der Technischen Hochschule München. Zweite Auflage, herausgegeben von Dr. Wilhelm Olbrich, Professor an der Hochschule für Bodenkultur in Wien. Mit 89 Figuren im Text und 4 Abbildungen. Groß-Oktav. 254 Seiten. 1930. (Göschens Lehrbücherei, I. Gruppe: Reine und angewandte Mathematik, Bd. 15) RM. 13.—, geb. RM. 14.50

Fachkataloge und Prospekte auf Wunsch kostenlos

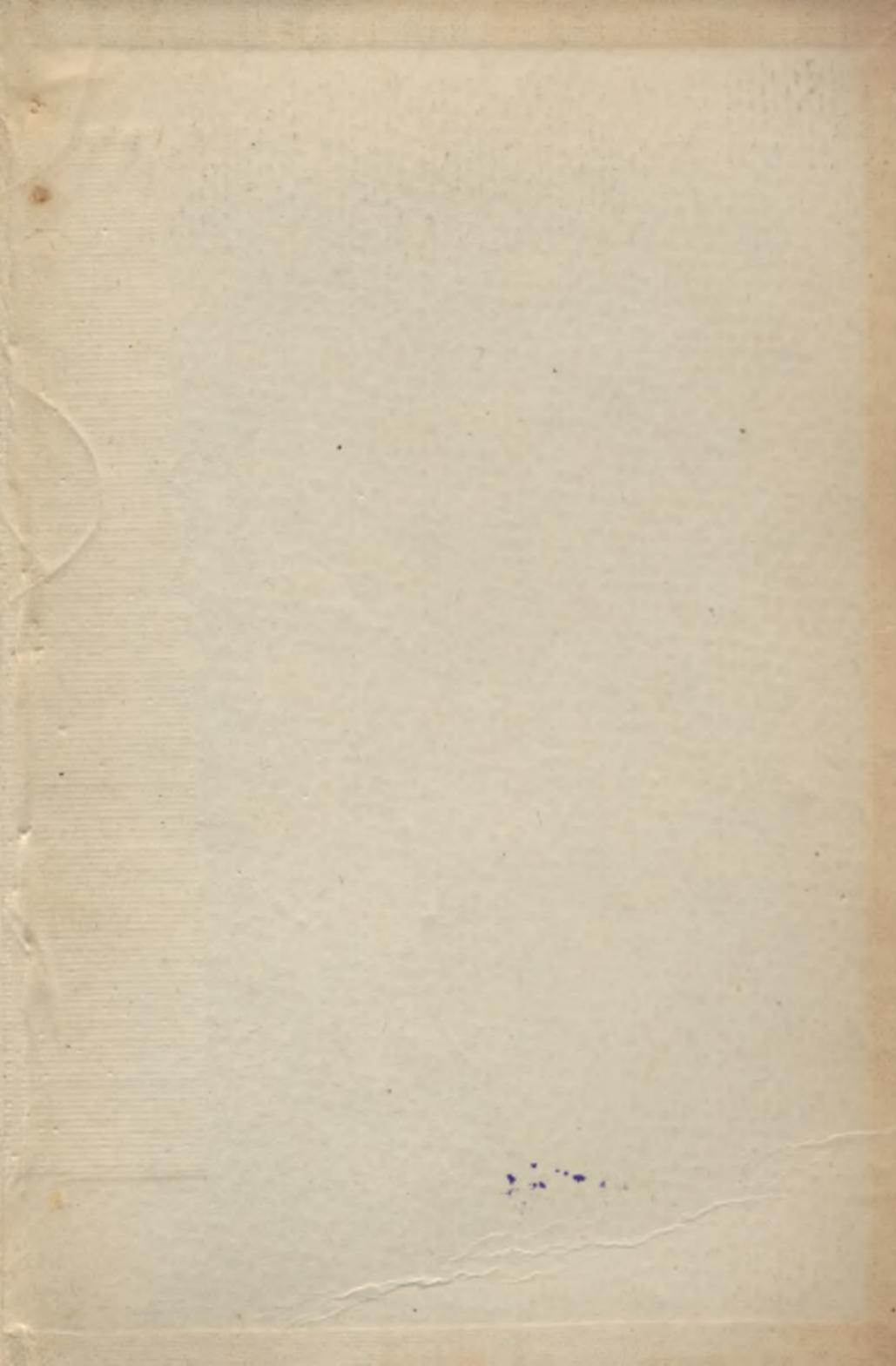
VERLAG VON WALTER DE GRUYTER & CO.
IN BERLIN W 35

I. 1941.

Buchdruckerei Otto Regel GmbH., Leipzig

2,00

c. 06



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



I-301363



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000298078