

KAROLINA ŁACH, JAN GASZYŃSKI*

WPŁYW ANIZOTROPII NA PRZEMIESZCZENIE
FUNDAMENTU WYWOŁANE DZIAŁANIEM
ŹRÓDŁA CIŚNIENIA

INFLUENCE OF THE ANISOTROPY ON DISPLACEMENT
OF THE FOUNDATION WITH ACTION
OF THE PRESSURE SOURCE

Streszczenie

W artykule przedstawiono wpływ warunków przepuszczalności na deformację ośrodka porowatego. Rozważono konsolidację gruntu wywołaną działaniem wewnętrznych źródeł zaburzeń. Analizowano różne programy przykładania obciążeń i działania źródła ciśnienia.

Słowa kluczowe: anizotropia, konsolidacja, źródło ciśnienia

Abstract

A dependence of the final state of the deformation of the consolidating half-space on conditions of the anisotropic flow was a subject of deliberations. An influence of different rates of the permeability on the cooperation of the foundation was analysed in activity conditions of the source of the pressure. Various programmes of loading were analysed.

Keywords: anisotropy, consolidation, source pressure

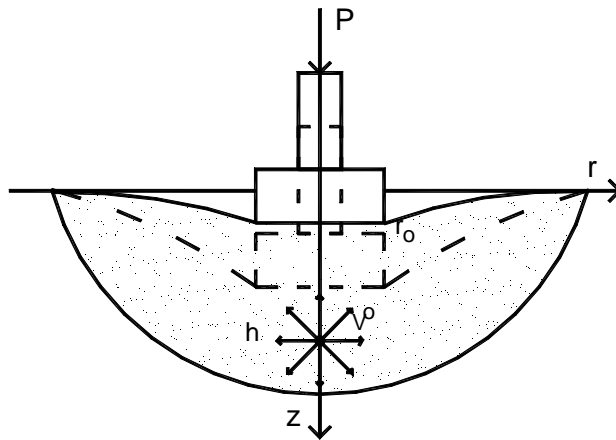
* Dr inż. Karolina Łach, dr hab. Jan Gaszyński, Instytut Geotechniki, Wydział Inżynierii Środowiska, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

Przedmiotem rozważań jest związek końcowego stanu deformacji ośrodka porowatego z warunkami przepuszczalności oraz różnego rodzaju obciążeniami.

Modelem właściwym do opisu deformacji i rozkładu naprężeń, który posiada podstawowe cechy ośrodka gruntowego, jest model konsolidacji. Model ten uwzględnia źródła zaburzenia oraz anizotropowe właściwości przepływu wynikające z różnej przepuszczalności masy gruntowej w kierunkach pionowym i poziomym.

W rozpatrywanych zagadnieniach przyjęto założenia dwufazowego ośrodka gruntowego. Jest on zbudowany z jednorodnego, liniowo-sprężystego szkieletu oraz cieczy, która wypełnia całkowicie pory gruntowe. Ruch cieczy jest laminarny, stosuje się do niej prawo przepływu Darcy. Pola deformacji szkieletu i ciśnienia cieczy są wzajemnie ze sobą sprzężone.



Rys. 1. Osiowy przekrój fundamentu i podłoża gruntowego z umieszczonym w nim źródłem ciśnienia

Fig. 1. Cross section of the foundation and the soil with the source of the pressure

Zadania zostały rozwiązane w osiowo-symetrycznym stanie odkształcenia (rys. 1) w warunkach działania punktowego źródła ciśnienia.

W algorytmie konstrukcji rozwiązania zastosowano strategię Mindlina, polegającą na superpozycji efektu oddziaływania dwóch pojedynczych źródeł umieszczonych w punktach $(0, h)$ i $(0, -h)$ nieograniczonej przestrzeni. Następnie zostało rozwiązane zagadnienie dla półprzestrzeni ze swobodnym brzegiem, w której działa źródło. Wykorzystano tę metodę do rozwiązania początkowego oraz w dowolnej chwili czasowej zagadnienia brzegowego.

2. Ważniejsze oznaczenia przyjęte w pracy

- u, w – współrzędna wektora przemieszczenia w kierunku odpowiednio r (promienia) i osi z
 $\varepsilon_r, \varepsilon_z, \varepsilon_\varphi, \varepsilon_{rz}$ – współrzędne tensora odkształcenia szkieletu
 θ – dylatacja cieczy
 N, Q, R, A – parametry ośrodka porowatego
 k_r, k_z – współczynnik przepuszczalności w kierunku odpowiednio promienia r (poziomy) i osi z (pionowy)
 $\eta^2 = \frac{k_r}{k_z}$ – stopień anizotropii [6]
 V_0 – działanie źródła w chwili początkowej
 $V(t) = V^o H(t)$ – funkcja opisująca działanie źródła
 $\sigma_r, \sigma_z, \sigma_{rz}$ – współrzędne tensora naprężenia w szkielecie
 σ – ciśnienie cieczy w porach

$$A = M + \frac{Q^2}{R} \qquad H = Q + R \qquad E_k = M + 2N$$

$$E_p = \frac{R(M + 2N) + H^2}{R} = E_k + \frac{H^2}{R} \qquad B = \frac{R^2(M + 2N)}{R(M + 2N) + H^2} = R \frac{E_k}{E_p}$$

$$B_o = \frac{R(M + 2N)}{H} = \frac{R}{H} E_k \qquad a = \frac{R(M + N) + H^2}{R(M + 2N) + H^2}$$

$$b = 1 - \frac{HN}{B_o E_p a} \qquad p = \frac{1}{k_z B}$$

$$\bar{S}(s) = s\bar{V}(s) - V^o \qquad \mu^2 = \eta^2 \omega^2 + \frac{s}{k_z B} = \eta^2 \omega^2 + ps$$

$$\begin{aligned} \bar{\tau}'(\omega, s) = & \frac{4NV^o}{B_o s} \frac{1}{\omega k_z (\eta^2 - 1)} [\exp(-\omega h) - \exp(-\eta \omega h)] + \\ & + \frac{4N\bar{S}(s)}{B_o s k_z} \frac{\omega}{\omega^2 (\eta^2 - 1) + ps} [\exp(-\omega h) - \exp(-\mu h)] \end{aligned}$$

$$\bar{M}(s) = a - \frac{NH}{B_o E_p} \left(1 - \frac{ps}{(\omega + \mu)^2} \right)$$

3. Układ równań

Podstawowy układ równań przyjęto w walcowym układzie współrzędnych $(0, r, \varphi, z)$, w osiowo-symetrycznym stanie odkształcenia. Stanowią go:

równania przemieszczeniowe szkieletu

$$\begin{aligned} N\left(\Delta - \frac{1}{r^2}\right)u + (N+M)\varepsilon_r + \frac{H}{R}\sigma_r &= 0 \\ N\Delta w + (M+N)\varepsilon_z + \frac{H}{R}\sigma_z &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

równanie przepływu cieczy

$$k_r\sigma_{rr} + k_r\frac{1}{r}\sigma_r + k_z\sigma_{zz} = \frac{1}{R}\dot{\sigma} - \frac{H}{R}\dot{\varepsilon} + V \quad (2)$$

$$V = \frac{\delta(r)}{r} \cdot \delta(z) \cdot \tau(t) \cdot V^o \quad (3)$$

związki geometryczne

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{\partial u}{\partial r} & \varepsilon_\varphi &= \frac{u}{r} & \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \varepsilon &= \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} & \varepsilon_{rz} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

związki fizyczne

$$\sigma = Q \cdot \varepsilon + \theta \quad - \text{ dla cieczy} \quad (5)$$

$$\sigma = 2N\varepsilon_{ij} + (A\varepsilon + Q\theta)\delta_{ij} \quad - \text{ dla naprężenia (efektywnego) w szkielecie} \quad (6)$$

$$\sigma_{ij} + \sigma\delta_{ij} = 2N\varepsilon_{ij} + \left(M\varepsilon + \frac{H}{R}\sigma\right)\delta_{ij} \quad \sigma = Q \cdot \varepsilon + \theta \quad - \text{ dla naprężenia całkowitego} \quad (7)$$

Przyjęto następujące warunki brzegowe:

$$\begin{aligned} w &= w_o & r &< r_o & - \text{ brzeg nieobciążony} \\ \sigma_z + \sigma &= 0 & r &> r_o \\ \sigma_{rz} &= 0 & r &> 0 & - \text{ brak naprężeń stycznych} \\ \sigma &= 0 & r &> 0 & - \text{ brzeg przepuszczalny} \end{aligned} \quad (8)$$

Przyjęto następujące warunki początkowe:

- równania zgodności

$$N\left(\Delta - \frac{1}{r^2}\right)u^o + (M + N)\epsilon_r^o + \frac{H}{R}\sigma_r^o = 0 \quad (9)$$

$$N\Delta w^o + (M + N)\epsilon_z^o + \frac{H}{R}\sigma_z^o = 0 \quad (10)$$

- równanie opisujące zachowanie się cieczy wypełniającej pory szkieletu

$$\left(k_r \frac{\partial^2}{\partial r^2} + k_r \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + k_z \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\sigma^o = V^o \frac{\delta(r)}{r} \delta(z) \quad (11)$$

4. Ogólne rozwiązanie równań teorii konsolidacji dla dowolnie obciążonego brzegu

Zadanie rozwiązano, stosując transformacje całkowe i rachunek operatorowy. Warunki brzegowe przyjmują postać

$$\begin{aligned} \sigma_z + \sigma &= -q(r, t) \\ \sigma_{rz} &= 0 \\ \sigma &= 0 \end{aligned} \quad \text{dla } z = 0 \quad (12)$$

Transformaty przemieszczeń i naprężeń przyjmują postać

$$\begin{aligned} \bar{u}' &= -C_1 \frac{1}{B_o [(1-\eta^2)\omega^2 - ps]} \omega \exp(-\mu z) + \\ &+ C_2 \left(-\frac{a}{2N} + \frac{B}{2B_o^2} \frac{(1-\eta^2)\omega^2}{(1-\eta^2)\omega^2 - ps} \right) z \exp(-\omega z) + C_3 \exp(-\omega z) + \\ &+ \frac{V^o}{B_o s} \frac{1}{(\eta^2 - 1)k_z \omega^2} \left[\exp(-\omega|z-h|) - \frac{1}{\eta} \exp(-\eta\omega|z-h|) + \right. \\ &\left. - \exp(-\omega|z+h|) + \frac{1}{\eta} \exp(-\eta\omega|z+h|) \right] + \\ &+ \frac{\bar{S}(s)}{B_o k_z s} \frac{1}{\omega^2 (\eta^2 - 1) + ps} \left[\exp(-\omega|z-h|) - \frac{\omega}{\mu} \exp(-\mu|z-h|) + \right. \\ &\left. - \exp(-\omega|z+h|) + \frac{\omega}{\mu} \exp(-\mu|z+h|) \right] \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned}
\bar{w}' = & C_1 \left(\frac{-\mu}{B_o [(1-\eta^2)\omega^2 - ps]} \right) \exp(-\mu z) + \\
& + C_2 \left(-\frac{a}{2N} + \frac{B}{2B_o^2} \frac{(1-\eta^2)\omega^2}{(1-\eta^2)\omega^2 - ps} \right) z \exp(-\omega z) + C_4 \exp(-\omega z) + \\
& - \frac{V^o}{B_o s} \frac{1}{\omega^2 k_z (\eta^2 - 1)} \left[\exp(-\omega|z-h|) - \exp(-\eta\omega|z-h|) + \right. \\
& \left. + \exp(-\omega|z+h|) - \exp(-\eta\omega|z+h|) \right] + \\
& + \frac{\bar{S}(s)}{B_o s} \frac{1}{\omega^2 k_z (\eta^2 - 1) + pk_z s} \left[\exp(-\omega|z-h|) - \exp(-\mu|z-h|) + \right. \\
& \left. + \exp(-\omega|z+h|) - \exp(-\mu|z+h|) \right]
\end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
\bar{\sigma}'_z + \bar{\sigma}' = & C_1 \frac{2N}{B_o [(1-\eta^2)\omega^2 - ps]} \omega^2 \exp(-\mu z) + \\
& + C_2 \left[1 - \left(-a + \frac{BN}{B_o^2} \frac{(1-\eta^2)\omega^2}{(1-\eta^2)\omega^2 - ps} \right) \omega z \right] \exp(-\omega z) - 2NC_3 \omega \exp(-\omega z) + \\
& + \frac{NV^o}{k_z B_o s} \frac{1}{\omega} \frac{2}{\eta^2 - 1} \left[\exp(-\omega|z-h|) - \frac{1}{\eta} \exp(-\eta\omega|z-h|) + \right. \\
& \left. - \exp(-\omega|z+h|) + \frac{1}{\eta} \exp(-\eta\omega|z+h|) \right] + \\
& - \frac{2N\bar{S}(s)}{B_o k_z s} \frac{\omega}{\omega^2 (\eta^2 - 1) + ps} \left[\exp(-\omega|z-h|) - \frac{\omega}{\mu} \exp(-\mu|z-h|) + \right. \\
& \left. - \exp(-\omega|z+h|) + \frac{\omega}{\mu} \exp(-\mu|z+h|) \right]
\end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
\bar{\sigma}'_{z_z} = & C_1 \frac{2N\omega\mu}{B_o [(1-\eta^2)\omega^2 - ps]} \exp(-\mu z) + \\
& + C_2 \left[-\frac{a}{2} + \frac{BN}{B_o^2} \frac{(1-\eta^2)\omega^2}{(1-\eta^2)\omega^2 - ps} - \left(-a + \frac{BN}{B_o^2} \frac{(1-\eta^2)\omega^2}{(1-\eta^2)\omega^2 - ps} \right) z\omega \right] \exp(-\omega z) + \\
& - N(C_3 + C_4)\omega \exp(-\omega z) + \\
& + \frac{2NV^o}{B_o s} \frac{1}{k_z \omega (\eta^2 - 1)} \left[\exp(-\omega|z-h|) - \exp(-\eta\omega|z-h|) + \right. \\
& \left. - \exp(-\omega|z+h|) + \exp(-\eta\omega|z+h|) \right] + \\
& - \frac{2N\bar{S}(s)}{B_o s} \frac{\omega}{\omega^2 k_z (\eta^2 - 1) + pk_z s} \left[\exp(-\omega|z-h|) - \exp(-\mu|z-h|) + \right. \\
& \left. - \exp(-\omega|z+h|) + \exp(-\mu|z+h|) \right]
\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}' = & C_1 \exp(-\mu z) - \frac{ps}{(1-\eta^2)\omega^2 - ps} \frac{B}{B_o} C_2 \exp(-\omega z) + \\ & - \frac{V^o}{k_z s} \left[\frac{\exp(-\eta\omega|z-h|)}{\eta\omega} - \frac{\exp(-\eta\omega|z-h|)}{\eta\omega} \right] + \\ & - \frac{\bar{S}(s)}{k_z s} \left[\frac{\exp(-\mu|z-h|)}{\mu} - \frac{\exp(-\mu|z-h|)}{\mu} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

gdzie współczynniki C_1, C_2, C_3, C_4 wynoszą odpowiednio

$$C_1 = \frac{ps}{(1-\eta^2)\omega^2 - ps} \frac{H}{E_p} \frac{\bar{\tau}(\omega, s) - \bar{q}(\omega, s)}{\bar{M}(s)} \quad (18_1)$$

$$C_2 = \frac{\bar{\tau}'(\omega, s) - \bar{q}'(\omega, s)}{\bar{M}(s)} \quad (18_2)$$

$$\begin{aligned} C_3 = & \frac{1}{2N\omega} \bar{\tau}'(\omega, s) + \\ & + \frac{1}{2N\omega} \left[\frac{2NHps}{B_o E_p [(1-\eta^2)\omega^2 - ps]^2} \omega\mu - a + \right. \\ & \left. + \frac{BN}{B_o^2} \frac{(1-\eta^2)\omega^2}{(1-\eta^2)\omega^2 - ps} + 1 \right] \frac{\bar{\tau}'(\omega, s) - \bar{q}'(\omega, s)}{M(s)} \end{aligned} \quad (18_3)$$

$$C_4 = \frac{1}{2N\omega} \bar{\tau}'(\omega, s) + \frac{1}{2N\omega} \left[\frac{2NHps}{B_o E_p [(1-\eta^2)\omega^2 - ps]^2} \omega\mu - 1 \right] \frac{\bar{\tau}'(\omega, s) - \bar{q}'(\omega, s)}{M(s)} \quad (18_4)$$

Potrzebne w dalszych rozważaniach będą również wyrażenia na naprężenia kontaktowe i przemieszczenie brzegu dla zadania sztywnego stempla współpracującego z podłożem gruntowym poddawanyemu działaniu źródła.

5. Rozwiązanie dla sztywnego fundamentu

Poszukiwano rozwiązania zadania dla sztywnego fundamentu współpracującego z ośrodkiem konsolidującym. Aby znaleźć współczynniki C_i , należy wyznaczyć reakcję podłoża $q(r, t)$ w obszarze kontaktu

$$q(r, t) = -(\sigma_z + \sigma) \Big|_{r < r_0} \quad (19)$$

Szukana funkcja musi spełnić warunki brzegowe

$$\begin{aligned} w &= w_o & r < r_o \\ \sigma_z + \sigma &= 0 & r > r_o \end{aligned} \quad (20)$$

oraz

$$\int_0^{2\pi r_o} \int_0^{r_o} q(r,t) dr d\varphi = -P(t)$$

gdzie:

P – całkowite obciążenie przekazywane przez stempel na podłoże,
 w_o – przemieszczenie fundamentu.

Pozostałe warunki dla funkcji naprężenia stycznego i ciśnienia cieczy podobnie jak w (9)–(11).

Rozwiązanie zadania brzegowego (20) ma postać

$$\begin{aligned} \bar{q}(r,s) &= \frac{4N}{\pi} \left[\bar{M}(s) \bar{w}_o + \frac{1}{B_o k_z s} \left[V^o + \frac{\bar{S}(s)}{1+ps h^2} \right] \frac{1}{\eta^2 - 1} \ln \frac{r_o^2 + \eta^2 h^2}{r_o^2 + h^2} \right] \frac{1}{\sqrt{r_o^2 - r^2}} + \\ &+ \frac{4N}{\pi B_o k_z s} \left[V^o + \frac{\bar{S}(s)}{1+ps h^2} \right] \frac{1}{\eta^2 - 1} \left[\frac{1}{\sqrt{h^2 - r^2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{r_o^2 - r^2}}{\sqrt{h^2 - r^2}} + \right. \\ &\left. - \frac{1}{\sqrt{\eta^2 h^2 + r^2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{r_o^2 - r^2}}{\sqrt{\eta^2 h^2 + r^2}} \right] \end{aligned} \quad (21)$$

Znając $\bar{q}(r,s)$, można wyznaczyć przemieszczenie brzegu

$$\begin{aligned} \bar{w}_o(r,s) &= \frac{2}{\pi} \bar{w}_o \operatorname{arcsin} \left(\frac{2r_o}{r_o + r + |r_o - r|} \right) + \\ &+ \frac{2}{\pi B_o k_z s \bar{M}(s)} \left[V^o + \frac{\bar{S}(s)}{1+ps h^2} \right] \frac{1}{\eta^2 - 1} \int_0^r \ln \frac{\xi^2 + \eta^2 h^2}{\xi^2 + h^2} \frac{1}{\sqrt{r^2 - \xi^2}} d\xi + \\ &+ \frac{2}{\bar{M}(s) B_o k_z s} \left[V^o + \frac{\bar{S}(s)}{1+ps h^2} \right] \frac{1}{\eta^2 - 1} \ln \left| \frac{\sqrt{h^2 + r^2} + h}{\sqrt{\eta^2 h^2 + r^2} + \eta h} \right| \end{aligned} \quad (22)$$

6. Fundament na półprzestrzeni konsolidującej ze źródłem ciśnienia

Rozważano wzajemne oddziaływanie na siebie fundamentu na półprzestrzeni gruntowej w warunkach działania źródła. Przyjęto, że źródło znajduje się na określonej głębokości h .

6.1. Źródło redukujące osiadanie fundamentu

Zakłada się, że na brzegu półprzestrzeni usytuowany jest kołowy fundament o promieniu r_o . Obciążenie całkowite tego fundamentu wyraża następujący związek

$$P(t) = P \cdot H(t) \quad (23)$$

Obciążenie to powoduje osiadanie fundamentu. Po czasie $t_o > 0$ następuje inicjacja źródła ciśnienia $V(t)$. Rezultatem działania źródła jest wyniesienie fundamentu. Działanie źródła opisuje funkcja

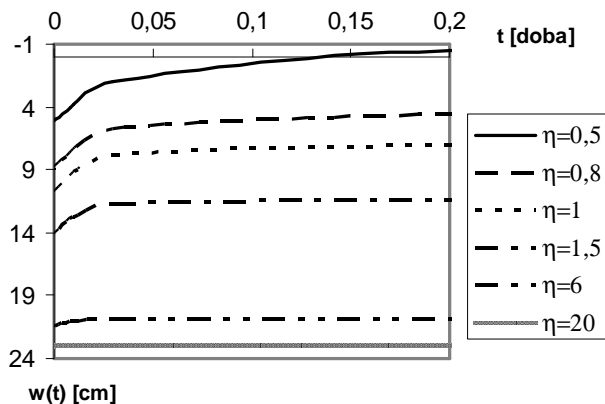
$$V(t) = \frac{k_z P_o}{h} H(t - t_o) \quad (24)$$

Działanie źródła zmienia naprężenia w obszarze kontaktu fundamentu z podłożem oraz powoduje przemieszczenie fundamentu.

Wyrażenia opisujące naprężenia kontaktowe oraz osiadania przyjmują postać

$$\begin{aligned} \bar{q}(r, s) = & \frac{4N}{\pi B_o k_z} \frac{1}{\eta^2 - 1} \left[\frac{1}{\sqrt{h^2 + r^2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{r_o^2 - r^2}}{\sqrt{h^2 + r^2}} + \right. \\ & - \frac{1}{\sqrt{\eta^2 h^2 + r^2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{r_o^2 - r^2}}{\sqrt{\eta^2 h^2 + r^2}} + \\ & \left. + \ln \frac{r_o^2 - \eta^2 h^2}{r_o^2 + h^2} \frac{1}{\sqrt{r_o^2 - r^2}} \right] V_o H(t) \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \bar{w}_o = & \frac{-V_o}{B_o k_z ab} \frac{2h}{(\eta^2 - 1)} \left[\frac{r_o}{2h} \ln \frac{r_o^2 + \eta^2 h^2}{r_o^2 + h^2} + \eta \operatorname{arctg} \frac{r_o}{\eta h} - \operatorname{arctg} \frac{r_o}{h} \right] \cdot \\ & \cdot \left[1 - (1 - b) \exp\left(-\frac{\eta b(t - t_o)}{ph^2}\right) \right] H(t - t_o) + \frac{P}{8Nar_o b} \left[1 - (1 - b) \exp\left(-\frac{\eta bt}{ph^2}\right) \right] \cdot H(t) \end{aligned} \quad (26)$$



Rys. 2. Zależność osiadania od współczynnika anizotropii η w przypadku inicjacji źródła ciśnienia po usytuowaniu fundamentu

Fig. 2. Displacement in the function of the degree of the anisotropy (η) in case of the initiation of the source of the pressure after situating the foundation

Wpływ anizotropii przepływu na osiadanie fundamentu przedstawiono na rys. 2. Obliczenia wykonano dla następujących wartości parametrów (przyjęto parametry fizyczne, dla gliny pylastej w stanie plastycznym [1])

$$N = 0,5 \text{ MPa}, \quad A = 1,1 \text{ MPa}, \quad Q = 1,1 \text{ MPa}, \quad R = 4,0 \text{ MPa},$$

$$k = 8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^4}{\text{kN} \cdot \text{doba}}, \quad r_o = 2 \text{ m}, \quad h = 1 \text{ m}$$

oraz dla źródła

$$V^o = \frac{k_z}{h} p_o$$

gdzie:

$$p_o = 0,3 \text{ MPa} \text{ – ciśnienie w źródle.}$$

6.2. Osiadanie fundamentu przy równoczesnym działaniu źródła

Założenia dotyczące obciążenia są takie, jak w p. 6.1. W celu zwiększenia nośności i zmniejszenia odkształcalności podłoża w tym samym momencie, w którym sytuuje się fundament, zostaje zainicjowana działalność źródła ciśnienia umiejscowionego w punkcie $(0, h)$, opisana wyrażeniem

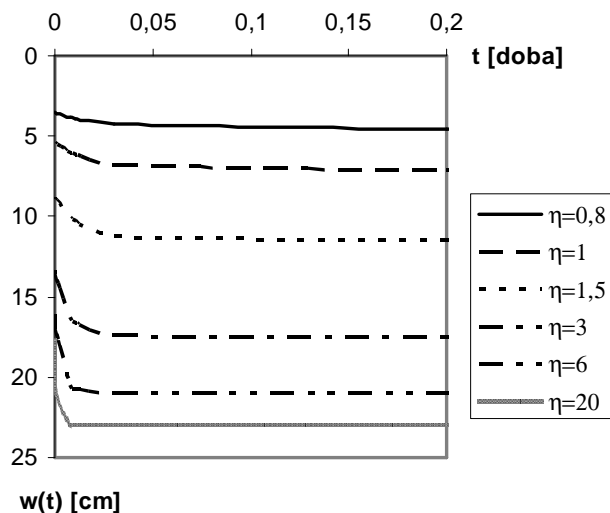
$$V(t) = \frac{k_z p_o}{h} H(t) \quad (27)$$

Rezultatem tego działania będzie zmiana naprężeń kontaktowych oraz wyniesienie fundamentu, które opisane są wzorami (28) oraz (29).

$$\bar{w}_o = \frac{-2h}{B_o k_z a r_o} \frac{V^o}{\eta^2 - 1} \frac{\eta + psh^2}{s(psh^2 + \eta b)} \left[\frac{r_o}{2h} \ln \frac{r_o^2 + \eta^2 h^2}{r_o^2 + h^2} + \eta \operatorname{arctg} \frac{r_o}{\eta h} - \operatorname{arctg} \frac{r_o}{h} \right] + \frac{P}{8Nar_o} \frac{\eta + psh^2}{s(\eta b + psh^2)} \quad (28)$$

$$q(r) = \frac{4NV^o}{\pi B_o k_z} \frac{1}{\eta^2 - 1} \left[\frac{1}{\sqrt{h^2 + r^2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{r_o^2 - r^2}}{\sqrt{h^2 + r^2}} - \frac{1}{\sqrt{\eta^2 h^2 + r^2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{r_o^2 - r^2}}{\sqrt{\eta^2 h^2 + r^2}} + \frac{1}{\sqrt{r_o^2 - r^2}} \ln \frac{r_o^2 - \eta^2 h^2}{r_o^2 + h^2} \right] \quad (29)$$

Na rysunku 3 przedstawiono obraz przemieszczenia fundamentu pod wpływem działania obciążenia oraz źródła w funkcji czasu i współczynnika anizotropii dla wybranej wielkości r_o . Obliczenia wykonano dla wartości parametrów podanych wcześniej.



Rys. 3. Zależność osiadania od współczynnika anizotropii η w przypadku równoczesnego działania fundamentu i źródła

Fig. 3. Displacement in the function of the degree of the anisotropy (η) in case of the simultaneous action of the foundation and sources

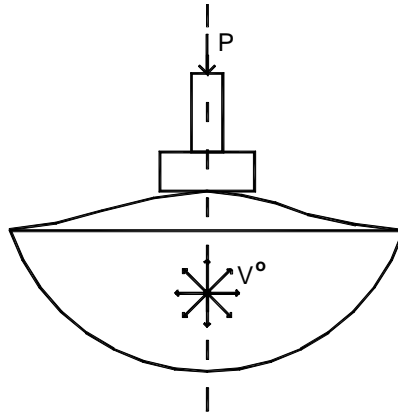
Z przytoczonych obliczeń wynika, że dla tych samych warunków, zarówno w p. 6.1, jak i 6.2 osiąga się to samo końcowe maksymalne osiadanie fundamentu. Nie ma więc znaczenia program obciążenia (rozumiany jako kolejność przykładania obciążenia

i inicjacji źródła). Można porównać, co dzieje się w czasie procesu konsolidacji, jakie rezultaty powoduje na brzegu obciążenie fundamentem, a jakie działalność źródła. Ma to znaczenie w praktyce inżynierskiej. Można również zaobserwować wpływ właściwości anizotropowych ośrodka na przebieg osiadania fundamentu w czasie, w zależności od momentu inicjacji działania źródła.

7. Analiza szczególnych przypadków działania źródła dla różnych wartości współczynnika anizotropii

7.1. Brak naprężeń osobliwych pod krawędziami fundamentu spowodowanych działaniem źródła

Źródło ciśnienia powoduje wyniesienie obiektu ponad powierzchnię terenu (rys. 4).



Rys. 4. Fundament wyniesiony ponad powierzchnię $z = 0$

Fig. 4. The foundation over the area $z = 0$

Działanie źródła można przedstawić następująco

$$\bar{V}(s) = \frac{V^o}{s} = \frac{B_o k_z}{16Nh} (\eta^2 - 1) \frac{\bar{P}(s)}{\eta \arctg \frac{r_o}{\eta h} - \arctg \frac{r_o}{h}} \quad (30)$$

Oddziaływanie źródła jest funkcją czasu. Często jednak ważny jest efekt docelowy, czyli położenie fundamentu, gdy czas zmierza do nieskończoności. Uwzględniając ten fakt, możemy uzyskać ostateczną wartość ciśnienia źródła usuwającą osobliwość przy obciążeniu P przekazywanym na podłoże

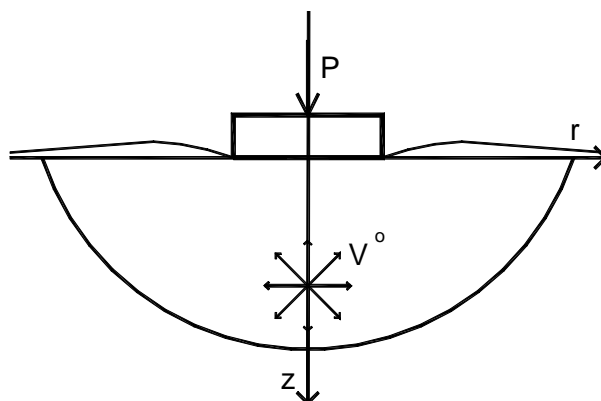
$$V^* = \frac{B_o k_z}{16Nh} (\eta^2 - 1) \frac{P}{\eta \arctg \frac{r_o}{\eta h} - \arctg \frac{r_o}{h}} \quad (31)$$

Ostateczne przemieszczenie fundamentu przyjmuje postać

$$w_o = \frac{P}{16Nhab} \frac{1}{\eta \arctg \frac{r_o}{\eta h} - \arctg \frac{r_o}{h}} \frac{r_o^2 + \eta^2 h^2}{r_o^2 + h^2} \quad (32)$$

7.2. Równoważne działanie obciążenia i źródła ciśnienia

Ciężar obiektu jest równoważony działaniem źródła, obiekt nie osiada i powierzchnia kontaktu pozostaje w płaszczyźnie $z = 0$ (rys. 5).



Rys. 5. Fundament umiejscowiony w płaszczyźnie $z = 0$

Fig. 5. The foundation situated in the plain $z = 0$

Wartość końcowego działania źródła, które powoduje, że przy zadanym obciążeniu fundamentem P obiekt pozostanie w płaszczyźnie $z = 0$ (nie ulegnie wyniesieniu, ani nie osiądzie), oznacza się V^{**}

$$V^{**} = \frac{B_o k_z}{16N} \frac{\eta^2 - 1}{h} \frac{P}{\frac{r_o}{2h} \ln \frac{r_o^2 + \eta^2 h^2}{r_o^2 + h^2} + \eta \arctg \frac{r_o}{\eta h} - \arctg \frac{r_o}{h}} \quad (33)$$

Przeprowadzono analizę wpływu warunków przepływu na moc źródła potrzebną do osiągnięcia przypadku 7.1 lub 7.2. Przyjęto, że siła oddziaływania fundamentu na podłoże wynosi 1350 kN. Uzyskano następujące zależności:

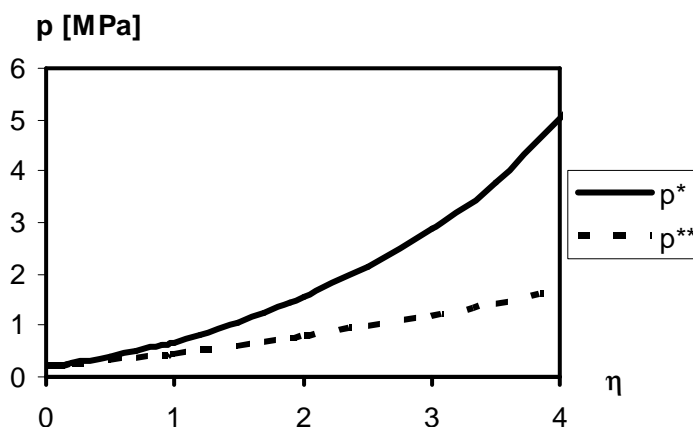
- ciśnienie w źródle potrzebne do likwidacji naprężeń osobliwych pod fundamentem

$$p_o^* = \frac{B_o}{16N} (\eta^2 - 1) \frac{P}{\eta \arctg \frac{r_o}{\eta h} - \arctg \frac{r_o}{h}} \quad (34)$$

– ciśnienie w źródle utrzymujące fundament poddany obciążeniu P w płaszczyźnie $z = 0$

$$p_o^{**} = \frac{B_o}{16N} (\eta^2 - 1) \frac{P}{\frac{r_o}{2h} \ln \frac{r_o^2 + \eta^2 h^2}{r_o^2 + h^2} + \eta \operatorname{arctg} \frac{r_o}{\eta h} - \operatorname{arctg} \frac{r_o}{h}} \quad (35)$$

Na rysunku 6 przedstawiono zależność omówionej mocy źródła ciśnienia od współczynnika anizotropii.



Rys. 6. Zależność mocy źródła od współczynnika anizotropii η

Fig. 6. Relationship between the power of the source and the degree of the anisotropy η

W obu przypadkach większej wartości współczynnika η odpowiada większa wartość ciśnienia w źródle. Jeżeli wartość k_r jest dużo większa od k_z i dąży się do uzyskania wyniesienia fundamentu nad poziom terenu i braku naprężeń osobliwych, należy zadziałać proporcjonalnie dużo większą mocą źródła niż gdyby chciało się uzyskać zrównoważenie ciężaru obiektu. Wynika to z matematycznych właściwości i budowy zastosowanych wzorów. Jeżeli wartość k_z jest duża, a przepuszczalność pozioma zachodzi w niewielkim stopniu, nieduża jest różnica między wartościami p^* i p^{**} .

8. Podsumowanie

W artykule przeanalizowano wpływ różnych współczynników przepuszczalności w kierunku pionowym i poziomym na współpracę fundamentu z podłożem gruntowym w warunkach działania źródła ciśnienia.

Stan końcowy procesu konsolidacji może zależeć od warunków przepływu. Dzieje się tak w przypadku konsolidacji gruntu wywołanej działaniem wewnętrznych źródeł zaburzeń. Rozwiązanie przedstawionego we wstępie zadania w warunkach anizotropii przepływu ukazało nowe aspekty w stosunku do otrzymanych w pracy [2]. Uzyskano końcowe rozwiązania, które dla różnych współczynników przepływu w kierunkach poziomym

i pionowym lepiej odpowiadają rzeczywistym właściwościom ośrodka gruntowego. Model anizotropii przepływu prowadzi do zastąpienia w równaniu przepływu operatora Laplace'a ogólnym operatorem eliptycznym. Konsekwencją tego zapisu procesu przepływu (2) jest fakt, że jego wartość ma wpływ na ostateczne przemieszczenie fundamentu. Wpływ ten jest znaczący, szczególnie przy gruntach o dużych różnicach w wartości k_r i k_z .

Analiza wyrażeń (28) i (29) pozwala na prognozowanie zachowania się fundamentu pod wpływem źródła ciśnienia, a także pozwala na dobór wartości końcowej mocy źródła dla uzyskania zaplanowanego rezultatu.

Do oceny zabiegów iniekcyjnych, wykonywanych w celu wzmocnienia podłoża gruntowego, można skorzystać z rozwiązania (33). Przedstawia ono zależność wartości końcowego ciśnienia w źródle od parametrów geotechnicznych, głębokości oraz siły wywieranej przez fundament, w przypadku redukcji osiadań fundamentu przez ciśnienie źródła.

Rozwiązania ukazane w artykule mogą mieć zastosowanie w praktycznych zagadnieniach modelowania działania źródła iniekcji oraz wzmocniania zaczynem cementowym. Można również zamodelować źródło ssące będące reprezentacją pompy odwadniającej przyspieszającej konsolidację i wzmocniającej grunt.

Literatura

- [1] Gaszyński J., *Identyfikacja modelu konsolidacji Biota na podstawie realizacji jednoosiowego zadania brzegowego*, Archiwum Hydrotechniki, 31.1-2, 1984.
- [2] Gaszyński J., *Osiowo-symetryczne problemy kontaktowe konsolidującego podłoża gruntowego w przypadku działania źródeł masy i ciśnienia*, Wydawnictwo PK, Monografia 230, Kraków 1998.
- [3] Gaszyński J., Łach K., *Wpływ warunków przepływu wody na przebieg i stan końcowy procesu konsolidacji podłoża gruntowego*, Czasopismo Techniczne, z. 8-Ś/2005, Wydawnictwo PK, Kraków 2005.
- [4] Jeske T., Przedecki T., Rosiński B., *Mechanika gruntów*, PWN, Warszawa–Wrocław 1966.
- [5] Łach K., *Zadanie kontaktowe dla konsolidującego podłoża gruntowego za źródłem ciśnienia*, praca doktorska, Wydawnictwo PK, 2003.
- [6] Wieczysty A., *Hydrogeologia inżynierska*, PWN, Warszawa–Kraków 1970.