

ANDRZEJ TRUTY, KRZYSZTOF PODLEŚ\*

## MODELE MES WIELKOGABARYTOWYCH PŁYT FUNDAMENTOWYCH WZMACNIANYCH UKŁADEM PALI

---

## FEM MODELS OF LARGE FOUNDATION RAFTS STRENGTHENED BY PILES

### Streszczenie

W artykule omówiono problematykę interakcji płyt fundamentowych z palami stosowanymi w celu redukcji osiadań względnych i bezwzględnych oraz stanowiących elementy kotwiące dla płyty w przypadku działania sił wyporu. Przedstawiono uproszczony sposób modelowania pali traktowanych jako elementy belkowe zanurzone w trójwymiarowym kontinuum materialnym otoczone kontaktowym interfejsem typu Coulomba.

*Słowa kluczowe: płyty fundamentowe, interakcja płyta-pal*

### Abstract

Problem of interaction of large foundation rafts strengthened by piles, reducing relative and absolute settlements, but also serving as anchoring elements in case of the uplifting water pressure, is presented. A simplified approach in which piles are discretized by means of standard 1D beam elements rounded by a Coulomb contact interface and embedded in the 3D continuum is proposed.

*Keywords: large foundation rafts, pile-raft interaction*

---

\* Dr hab. inż. Andrzej Truty, prof. PK, dr inż. Krzysztof Podleś, Zakład Podstaw Konstrukcji Inżynierskich, Instytut Geotechniki, Wydział Inżynierii Środowiska, Politechnika Krakowska.

## 1. Wstęp

Problem interakcji płyt fundamentowych oraz usztywniających je pali jest zagadnieniem o dużym znaczeniu praktycznym. Tego typu posadowienia stosuje się w przypadkach gdy na jednej płycie fundamentowej usytuowane są obiekty przekazujące obciążenia o stosunkowo dużym zróżnicowaniu, co może generować nierównomierne osiadania, oraz w przypadkach gdy sama płyta, głównie z uwagi na stan graniczny użyteczności, nie jest w stanie przenieść projektowanych obciążeń. Udokumentowane przykłady zastosowań tego typu posadowienia dla wysokich budynków możemy znaleźć na całym świecie, ale także coraz częściej są one wykorzystywane również i w Polsce (np. kompleks Złote Tarasy). Przykłady innych inwestycji wykonanych w tej technologii można znaleźć w przeglądowej pracy Kłosińskiego [5] oraz materiałach konferencji na temat technik palowych i głębokich posadowień jaka odbyła się w Amsterdamie w 2006 r.

Problem ten rozwiązywany jest stosując uproszczone podejścia analityczne bazujące na liniowej teorii sprężystości a także trójwymiarowe modelowanie MES. O ile podejścia bazujące na liniowej teorii sprężystości mogą służyć przyjęciu wstępnej koncepcji projektowej, o tyle wykorzystanie bardziej zaawansowanych narzędzi jest jak najbardziej uzasadnione dla celów weryfikacji przyjętych założeń. W tym ostatnim przypadku można modelować każdy pal jako ciało trójwymiarowe, otoczone interfejsem kontaktowym Coulomba, przyjmując przy tym liniowo sprężysty model dla pala oraz nieliniowy model dla podłoża oraz samego interfejsu. Takie podejście jest jednak bardzo nieefektywne gdy mamy kilkadziesiąt pali, a w trakcie projektowania zmieniamy ich ilość oraz usytuowanie celem optymalizacji przyjętego rozwiązania. Należy mieć świadomość, że na etapie projektowania układ, gęstość oraz długości pali mogą być modyfikowane wielokrotnie co oznaczałoby wykonywanie trójwymiarowej siatki MES za każdym razem na nowo. Rzecz jasna takie podejście z punktu widzenia projektowania nie jest do zaakceptowania. W niniejszej pracy pokazany zostanie sposób modelowania pali jako elementów belkowych zanurzonych w trójwymiarowym kontinuum materialnym co zdecydowanie redukuje ilość stopni swobody oraz umożliwia analizę kolejno przyjętych rozkładów pali, bez zmian siatki elementów skończonych w podłożu. Należy tu dodać, że stosowane do tej pory modelowanie dyskretne bazowało na standardowych modelach idealnie sprężysto-plastycznych lub ze wzmocnieniem, nie uwzględniających zmian sztywności w zależności od stanu naprężeń, a co więcej nie uwzględniających sztywności gruntów w zakresie małych odkształceń. Ten ostatni aspekt ma bardzo duże znaczenie praktyczne z punktu widzenia oszacowania wpływu prowadzonej inwestycji na obiekty sąsiadujące [3].

## 2. Założenia uproszczonej metody dyskretyzacji pali

Jak wspomniano we wstępie modelowanie pali poprzez ich przestrzenną dyskretyzację elementami bryłowymi jest z praktycznego punktu widzenia rozwiązaniem nieekonomicznym. Prowadzi bardzo szybko do zadań rzędu miliona stopni swobody co dla komputerów klasy PC nawet tych wielordzeniowych, w przypadku zagadnień materiałowo nieliniowych, oraz wielu krokach analizy (np. złożona technologia budowy, konsolidacja lub pęcznienie, dynamika etc..), wydłuża nadmiernie czas obliczeń. W pracy przyjęto założenie, że pale muszą być modelowane jako elementy belkowe zanurzone w trójwymiarowym kontinuum, ale bez konieczności spełnienia warunku zgodności dyskretyzacji podłoża i samych pali. Dodat-

kowo elementy pała muszą być odseparowane od elementów podłoża interfejsem typu Coulomba umożliwiającym opis silnej nieciągłości pola przemieszczeń na styku pał-podłoże. Przyjęto dodatkowe założenie, iż dodatkowym warunkiem jest możliwość łączenia węzłów skrajnych zdyskretyzowanych pali z dowolnymi elementami np. z powłoką/płytą, kontinuum lub belką (np. z oczepem) poprzez wszystkie lub pewne wybrane stopnie swobody. Tym sposobem mamy możliwość uwzględnienia pełnego przegubu lub pełnego zamocowania pała w płycie fundamentowej. Generacja takich połączeń nie może odbywać się przy zastosowaniu metody funkcji kary albowiem w zagadnieniach materiałowo nieliniowych nie możemy stosować dowolnie dużych wartości współczynników kary, a z kolei wartości które z punktu widzenia zbieżności procesu iteracyjnego są dopuszczalne, mogą wygenerować nadmierną wzajemną penetrację łączonych elementów, a w konsekwencji niedoszacowanie sił wewnętrznych w łączonych elementach.

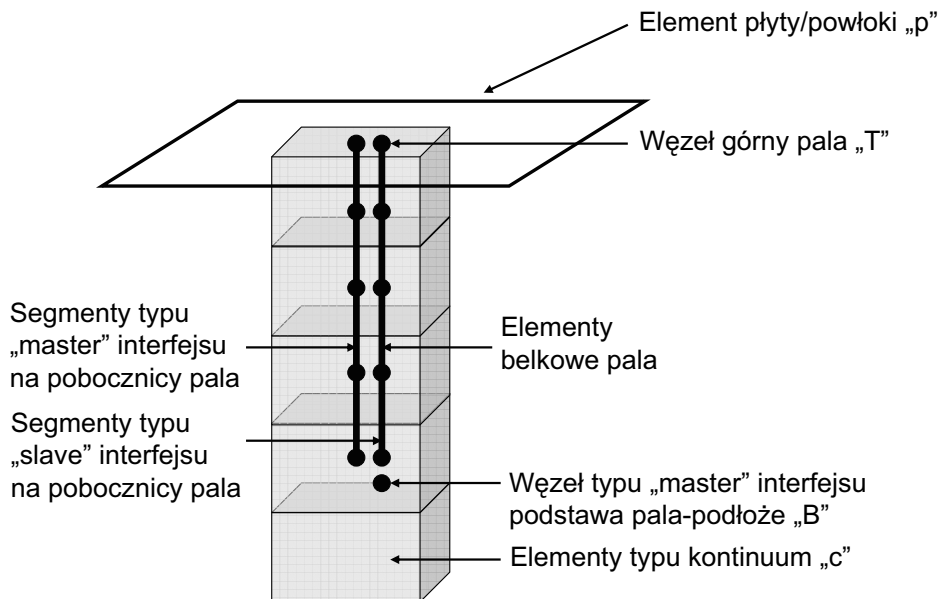
Z uwagi na fakt, że model interfejsu pomiędzy poboczną pała i podłożem jest modelem typu Coulomba, a nie modelem typu adhezyjnego (jak to jest czynione w normie [2]) wymagana jest specyfikacja efektywnego współczynnika tarcia oraz efektywnej spójności. W podłożu uwarstwionym wartości te zmieniają się od warstwy do warstwy co zasadniczo utrudnia dyskretyzację interfejsu pał-podłoże. W proponowanym podejściu każdy element interfejsu automatycznie odnajduje element bryłowy podłoża (brany jest środek elementu interfejsowego), w którym jest zanurzony, i stąd też automatycznie dziedziczy wyjściowe parametry wytrzymałościowe (efektywne) z tegoż elementu, które następnie skalowane są mnożnikami (na ogół mniejszymi od jedności) osobno dla spójności i kąta tarcia wewnętrznego. W większości symulacji przyjmuje się, że stosunek kątów tarcia wewnętrznego warstwy podłoża i interfejsu zawiera się w zakresie od 0.5 do 1.0 (w zależności od technologii wykonywania pali), natomiast spójność interfejsu na ogół jest pomijana. Wynika to z faktu, że w gruncie całkowicie nasyconym efektywna spójność powinna teoretycznie zżądać do zera. Z kolei w strefie niepełnego nasycenia efekt spójności zostanie automatycznie wygenerowany poprzez ciśnienia ssania. Wszystkie te efekty są konsekwentnie uwzględnione przez teorię ośrodka częściowo nasyconego, zastosowaną w programie Z\_Soil [6].

Ponieważ praca pała współpracującego z płytą jest całkowicie odmienna od pracy samego pała, stąd można uwzględniać, lub nie, efekt nośności pod podstawą pała znany z normy [2] (parametr  $q_c$ ). Z literatury przedmiotu wynika, że w przypadku płyt fundamentowych wzmacnianych układem pali nie ma konieczności sprawdzania stanu granicznego nośności pali [5].

### 3. Podstawy teoretyczne metody

Model dyskretny układu pał-podłoże-płyta pokazano na rys.(1). Składa się on z elementów pała zdyskretyzowanego belkowymi elementami skończonymi o 6 stopniach swobody w węzle, elementu płyty/powłoki (3 lub 6 stopni swobody w węzle), z którym pał jest połączony, Coulombowskiego interfejsu typu segment-segment na poboczniczy pała oraz interfejsu typu węzeł-węzeł pomiędzy podstawą pała i podłożem. Rolą ostatniego z w/w interfejsów jest ograniczenie wartości naprężenia rozciągającego w podstawie pała do zera w przypadku wyciągania pała oraz, opcjonalnie, ograniczenie maksymalnej wartości naprężenia ściskającego, tak jak to ma miejsce w normie [2].

W analizowanym przypadku zagadnieniami do rozwiązania są kolejno, sformułowanie



Rys. 1. Model układu pal-podłoże-płyta  
Fig. 1. Pile-subsoil-plate model

problemu zgodności kinematycznej dla wybranych stopni swobody dowolnego węzła siatki MES zanurzonego w dowolnym elemencie skończonym, sformułowanie problemu kontaktowego na pobocznicy oraz sformułowanie problemu kontaktowego w podstawie pala.

### 3.1. Zgodność kinematyczna uogólnionych stopni swobody dla węzła zanurzonego w dowolnym elemencie skończonym

Warunek zgodności kinematycznej węzła oraz elementu, w którym ten węzeł jest zanurzony, może być spełniony tylko dla stopni swobody wspólnych. Przykładowo łącząc wybrany węzeł elementu belkowego z elementem typu kontinuum możemy to zrobić tylko dla stopni swobody typu translacyjnego, natomiast w przypadku łączenia z elementem powłokowym uwzględnione mogą być zarówno stopnie swobody translacyjne jak i rotacyjne. Warunek formalny zgodności kinematycznej wektora uogólnionych przemieszczeń węzła i elementu można zapisać w następujący sposób

$$\mathbf{u}_T = \sum_{i=1}^{Nen} N_i(\xi_T) \mathbf{u}_i^p \quad (1)$$

gdzie  $Nen$  oznacza liczbę węzłów w elemencie, z którym łączymy dany węzeł,  $\xi_T$  są lokalnymi współrzędnymi (w układzie lokalnym elementu) łączonego węzła (T),  $N_i$  jest wartością i-tej funkcji interpolacyjnej elementu, natomiast  $\mathbf{u}_i^p$  jest wektorem przemieszczeń węzłowych i-tego węzła elementu.

Spełnienie równania (1) wymaga wyznaczenia wektora lokalnych współrzędnych punktu

T. W przypadku gdy liczba lokalnych współrzędnych elementu (=3 dla elementu typu kontinuum, =2 dla elementu powłoki, =1 dla elementów prętowych) jest równa liczbie współrzędnych globalnych (=3) wektor współrzędnych  $\xi_T$  uzyskujemy rozwiązując następujący nieliniowy układ trzech równań

$$\mathbf{x}_T - \sum_{i=1}^{N_{en}} N_i(\xi_T) \mathbf{x}_i^p = \mathbf{0} \quad (2)$$

W pozostałych przypadkach wektor współrzędnych  $\xi$  znajdujemy poprzez minimalizację odległości danego punktu w stosunku do elementu, co prowadzi do następującego nieliniowego układu równań o wymiarze równym liczbie współrzędnych lokalnych

$$\left( \frac{\partial (\mathbf{x}_T - \sum_{i=1}^{N_{en}} N_i(\xi_T) \mathbf{x}_i^p)}{\partial \xi} \right)^T \left( \mathbf{x}_T - \sum_{i=1}^{N_{en}} N_i(\xi_T) \mathbf{x}_i^p \right) = \mathbf{0} \quad (3)$$

gdzie poszukujemy lokalnych współrzędnych punktu, należącego do elementu, leżącego najbliżej punktu T.

Aby uniknąć stosowania metody funkcji kary do spełnienia równania więzów (1) zastosowano metodę redukcji zależnych stopni swobody. W związku z tym w układzie równań równowagi MES stopnie swobody węzła T nie są stopniami aktywnymi. Zastosowanie tej metody jest podyktowane tym, iż w węzłach interfejsu mielibyśmy do czynienia z podwójnym nałożeniem się funkcji kary tj. od więzu zgodności kinematycznej segmentu *master* połączonego z kontinuum oraz interfejsu kontaktowego pomiędzy palem a podłożem (segmenty *master-slave*). W konsekwencji musielibyśmy sterować dwoma parametrami kary, co w przypadku zagadnień nieliniowych, zwłaszcza trójwymiarowych, byłoby rozwiązaniem pozbawionym jakichkolwiek walorów użytkowych.

W metodzie redukcji zależnych stopni swobody zachodzi konieczność wyrażenia stopni swobody zależnych poprzez stopnie swobody niezależne, co zapisane jest w równaniu (1). W związku z tym bloki wektora sił węzłowych oraz bloki macierzy sztywności elementu, którego węzły łączymy z innymi elementami, muszą być odpowiednio rozdystrybuowane na odpowiednie bloki wektora sił wewnętrznych i macierzy sztywności elementu.

Aby zobrazować tę procedurę wyobraźmy sobie połączenie elementu belkowego w węzle A z elementem powłoki.

Wyrażenie na pracę wirtualną  $\delta \mathbf{u}_A \mathbf{f}_A$  możemy zapisać w następujący sposób

$$\delta \mathbf{u}_A \mathbf{f}_A = \delta \mathbf{u}_A \mathbf{k}_{AB} \mathbf{u}_B \quad (4)$$

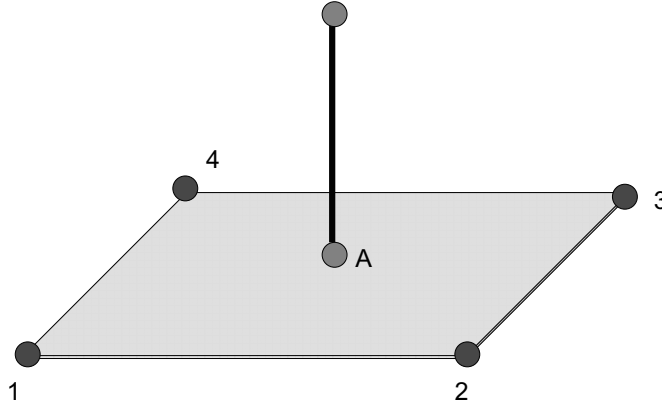
gdzie  $\mathbf{f}_A$  jest A-tym blokiem wektora sił węzłowych, natomiast  $\mathbf{k}_{AB}$  jest A-tym, B-tym blokiem macierzy sztywności elementu belkowego.

W przypadku gdy stopnie swobody węzła B byłyby stopniami swobody zależnymi to powyższa równość przyjmęaby następującą postać

$$\delta \mathbf{u}_A \mathbf{f}_A = \delta \mathbf{u}_A \mathbf{k}_{AB} \mathbf{u}_B = N_i \delta \mathbf{u}_i \mathbf{k}_{AB} N_j \mathbf{u}_j \quad (5)$$

W przeciwnym przypadku natomiast

$$\delta \mathbf{u}_A \mathbf{f}_A = \delta \mathbf{u}_A \mathbf{k}_{AB} \mathbf{u}_B = N_i \delta \mathbf{u}_i \mathbf{k}_{AB} \mathbf{u}_B \quad (6)$$



Rys. 2. Połączenie węzła belki z powłoką  
Fig. 2. Connection of beam node with shell element

Z punktu widzenia implementacji tego typu podejścia w programie metody elementów skończonych dobrym zwyczajem jest nieingerowanie w wewnętrzne procedury opracowanego już uprzednio elementu skończonego. Stąd też proces rozdystrybuowania zarówno sił jak i sztywności z węzła na stopnie swobody innego elementu jest procesem zewnętrznym, w którym element (w tym przypadku belka) przyjmuje nową konfigurację węzłów (węzeł A jest zastąpiony 4 węzłami elementu powłoki, natomiast węzeł B pozostaje bez zmian). Wynikowa macierz sztywności takiego zmodyfikowanego elementu przyjmuje, w tym konkretnym przypadku, następującą postać (tu węzeł B elementu belkowego jest pierwszym w numeracji lokalnej)

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{11} & N_1 \mathbf{k}_{12} & N_2 \mathbf{k}_{12} & N_3 \mathbf{k}_{12} & N_4 \mathbf{k}_{12} \\ N_1 \mathbf{k}_{21} & N_1 N_1 \mathbf{k}_{22} & N_1 N_2 \mathbf{k}_{22} & N_1 N_3 \mathbf{k}_{22} & N_1 N_4 \mathbf{k}_{22} \\ N_2 \mathbf{k}_{21} & N_2 N_1 \mathbf{k}_{22} & N_2 N_2 \mathbf{k}_{22} & N_2 N_3 \mathbf{k}_{22} & N_2 N_4 \mathbf{k}_{22} \\ N_3 \mathbf{k}_{21} & N_3 N_1 \mathbf{k}_{22} & N_3 N_2 \mathbf{k}_{22} & N_3 N_3 \mathbf{k}_{22} & N_3 N_4 \mathbf{k}_{22} \\ N_4 \mathbf{k}_{21} & N_4 N_1 \mathbf{k}_{22} & N_4 N_2 \mathbf{k}_{22} & N_4 N_3 \mathbf{k}_{22} & N_4 N_4 \mathbf{k}_{22} \end{bmatrix} \quad (7)$$

gdzie  $\mathbf{k}_{AB}$  są odpowiednimi blokami macierzy sztywności elementu belkowego.

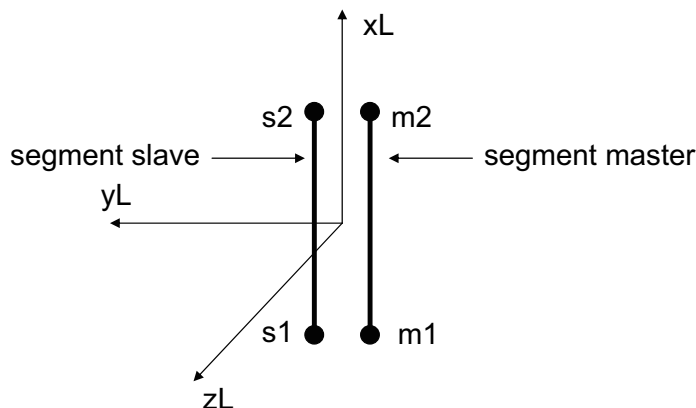
### 3.2. Interfejs kontaktowy dla poboczniczy pała

Elementy kontaktowe typu segment-segment opisujące silną nieciągłość pola przemieszczeń pomiędzy pałem i podłożem nie umożliwiają powstawania szczeliny pomiędzy poboczniczą pała i podłożem. W tym sensie są one nieco prostsze w implementacji niż standardowe elementy interfejsowe.

Układ lokalny elementu interfejsowego pokazano na rys.(3).

Związek zachodzący pomiędzy średnim naprężeniem stycznym i uogólnionym odkształceniem stycznym, dla dowolnej chwili czasowej  $t_{N+1}$ , możemy zapisać w następujący sposób

$$\tau_{N+1} = \tau_N + k_s \Delta\gamma_{N+1} \quad (8)$$



Rys. 3. Układ lokalny elementu interfejsowego  
Fig. 3. Local coordinate system of interface element

przy czym spełniony być musi warunek graniczny Coulomba (naprężenia ściskające mają znak minus)

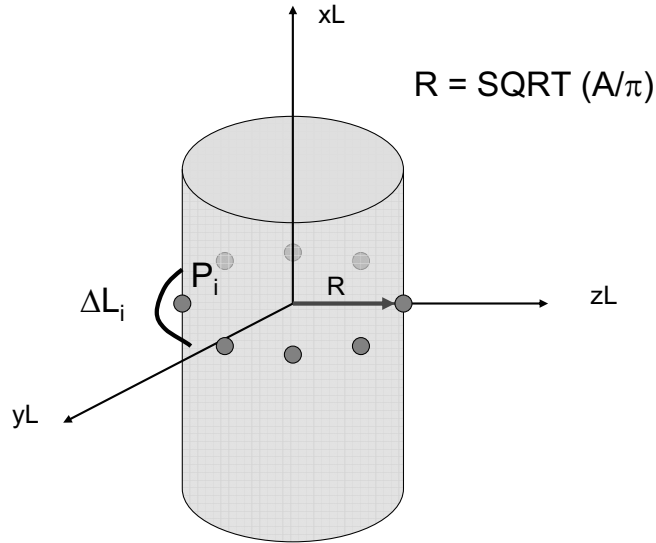
$$\|\tau_{N+1}\| \leq -\sigma'_n \tan(\phi) + c \quad (9)$$

Z kolei przyrost odkształcenia stycznego obliczany jest następująco

$$\Delta\gamma_{N+1} = \mathbf{e}_{xL}^T (\Delta\mathbf{u}_{N+1}^s - \Delta\mathbf{u}_{N+1}^m) \quad (10)$$

Sprawdzenie warunku granicznego Coulomba (9) wymaga znajomości wartości średniego naprężenia normalnego. Ponieważ przekrój poprzeczny pala został, w zaproponowanym modelu, zredukowany do punktu stąd też nie ma możliwości wyliczenia wartości naprężenia normalnego w interfejsie z warunku niepenetrowalności podłoża przez pobocznice pala. Aby rozwiązać ten problem przyjęto, że efektywne naprężenie normalne  $\sigma'_n$  w interfejsie odzyskiwane będzie z elementu kontynualnego, w którym dany węzeł całkowania numerycznego, elementu interfejsowego, jest zanurzony. Sposób obliczania średniej wartości efektywnego naprężenia normalnego pokazano schematycznie na rys.(4).

Polega on na wygenerowaniu  $N$  punktów  $P_i$  ( $N = 16$ ) leżących na poboczniczy pala, a następnie dla każdego z tych punktów wyznaczany jest układ lokalny ( $xL - yL - zL$ ) (oś  $xL$  pokrywa się z osią pala, oś  $yL$  leży na kierunku wyznaczonym przez dany punkt i jego rzut na oś pala). Mając tak określony układ lokalny, wykonywana jest transformacja składowych stanu naprężeń efektywnych elementu kontynualnego, w którym dany węzeł całkowania numerycznego elementu interfejsowego jest zanurzony, z układu globalnego do układu lokalnego. Wartość efektywnego średniego naprężenia normalnego wyznaczana jest następnie wg poniższej formuły (naprężenia ściskające mają znak minus)



Rys. 4. Schemat obliczania średniego naprężenia efektywnego  
 Fig. 4. Scheme for evaluation of normal effective stress

$$\sigma'_n = \frac{\int_0^{2\pi} \min(\sigma'_n(\phi), 0) R d\phi}{\int_0^{2\pi} d\phi} \quad (11)$$

Ponieważ całkowanie numeryczne wektorów sił wewnętrznych i macierzy sztywności elementu interfejsowego odbywa się w węzłach elementu stąd też składową  $xL$  wektora sił węzłowych (w układzie lokalnym elementu interfejsowego) w  $i$ -tym węźle obliczamy wg następującego wzoru

$$f_{xLi} = \frac{1}{2} L \tau_{N+1}^i 2\pi R \quad (12)$$

gdzie  $R$  jest promieniem pała.

Pozostałe dwie składowe wektora sił, wynikające ze spełnienia dwóch więzów kinematycznych, dla węzłów segmentów *master* i *slave*

$$u_{yL}^m = u_{yL}^s \quad (13)$$

$$u_{zL}^m = u_{zL}^s \quad (14)$$

obliczamy stosując poniższe formuły (wykorzystując metodę funkcji kary)



$$f_{yLi} = \frac{1}{2} L \sigma_{yLN+1}^i \quad (15)$$

$$f_{zLi} = \frac{1}{2} L \sigma_{zLN+1}^i \quad (16)$$

gdzie

$$\sigma_{yLN+1}^i = k_n \epsilon_{yL}^i \quad (17)$$

$$\sigma_{zLN+1}^i = k_n \epsilon_{zL}^i \quad (18)$$

$$\epsilon_{yLN+1} = \mathbf{e}_{yL}^T (\mathbf{u}_{N+1}^s - \mathbf{u}_{N+1}^m) \quad (19)$$

$$\epsilon_{zLN+1} = \mathbf{e}_{zL}^T (\mathbf{u}_{N+1}^s - \mathbf{u}_{N+1}^m) \quad (20)$$

Występujące we wzorach parametry  $k_n$  i  $k_s$  są parametrami kary szacowanymi na podstawie aktualnych wartości modułów sztywności podłoża.

### 3.3. Interfejs kontaktowy w podstawie pala

Celem wyeliminowania rozciągania lub ewentualnego ograniczenia maksymalnej wartości naprężenia ściskającego pomiędzy podstawą pala i podłożem, do modelu dodawany jest interfejs typu węzeł-węzeł, z bazą lokalną dziedziczną z elementu belkowego pala (lokalna oś  $xL$  pokrywa się z osią elementu belkowego).

Składową  $xL$  (na kierunku normalnym do podstawy pala) wektora sił węzłowych (w układzie lokalnym elementu interfejsowego) obliczamy wg następujących wzorów (analogicznie jak w przypadku interfejsu na poboczniczy)

$$f_{xL} = \sigma_{nN+1} \pi R^2 \quad (21)$$

$$\sigma_{nN+1} = k_n \epsilon_{nN+1} \quad (22)$$

$$\epsilon_{nN+1} = \mathbf{e}_{xL}^T (\mathbf{u}_{N+1}^s - \mathbf{u}_{N+1}^m) \quad (23)$$

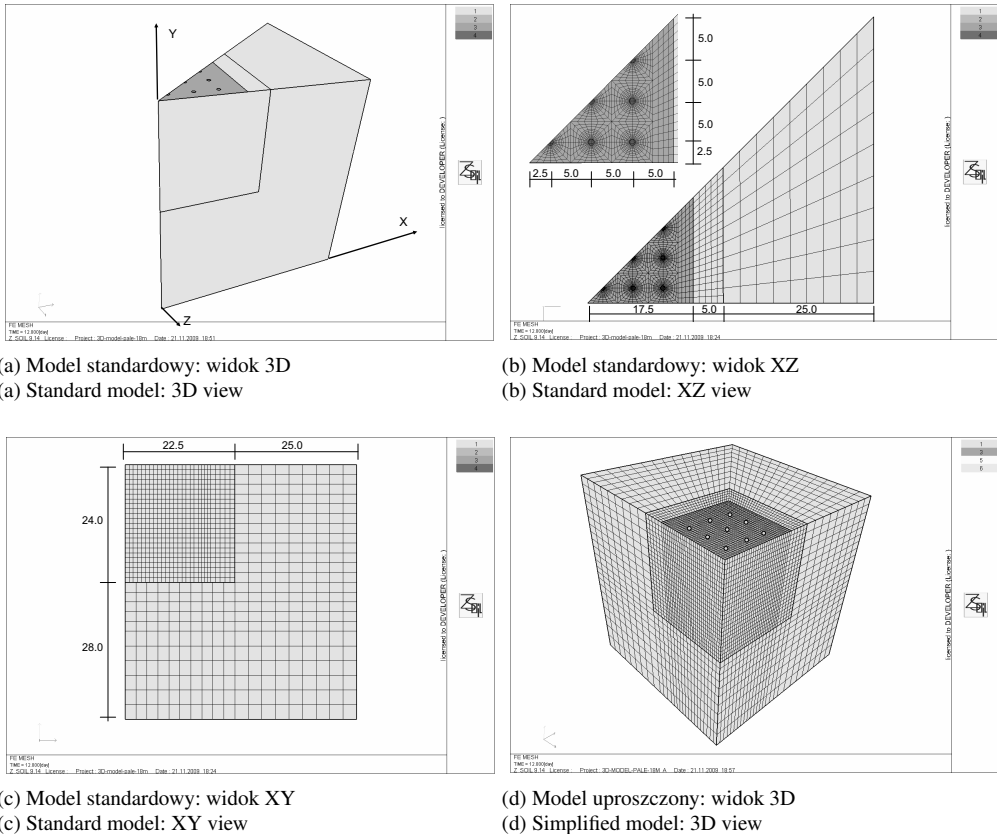
przy czym wartość naprężenia normalnego ograniczona jest następującymi warunkami ( $q_c$  jest maksymalną dopuszczalną wartością całkowitego naprężenia normalnego pod podstawą pala)

$$0 \geq \sigma_{nN+1} \geq -q_c \quad (24)$$

Pozostałe dwie składowe wektora sił wyznaczane są analogicznie jak w przypadku interfejsu na poboczniczy stosując wzory (15, 16).

## 4. Przykład praktyczny

Celem zobrazowania opracowanej metodyki obliczeń wykonano studium parametryczne dla płyty fundamentowej o grubości 150 cm, wymiarach w planie 35m × 35m wzmocnionej układem 36 pali o średnicy 80 cm, w regularnym rozstawie 5m × 5m przy czterech



Rys. 5. Dyskretyzacja modeli 3D  
Fig. 5. FEM discretization of 3D models

długościach pali tj. 9m, 12m, 15m i 18m, obciążonej równomiernie w zakresie od 0 kN/m<sup>2</sup> do 350 kN/m<sup>2</sup>. W analizowanym przykładzie przyjęto, że płyta, zamodelowana sprężystymi elementami powłokowymi, posadowiona jest na podłożu jednorodnym, scharakteryzowanym jako glina pylasta prekonsolidowana (OCR=2). W symulacjach wykorzystano zaawansowany model konstytutywny HS-small uwzględniający silną zmianę sztywności w zakresie małych odkształceń. Parametry gruntu zostały oszacowane na podstawie wyników rzeczywistych badań trójosiowych w warunkach swobodnego drenażu, przeprowadzonych łącznie z pomiarem prędkości propagacji fali. Oszacowane wartości parametrów model HS-small wynosiły odpowiednio  $E_{ur}^{ref}=40000$  kN/m<sup>2</sup>,  $\nu_{ur}=0.2$ ,  $m=0.5$ ,  $E_o^{ref}=240000$  kN/m<sup>2</sup>,  $\gamma_{0.7}=0.0002$ ,  $\gamma=18$  kN/m<sup>3</sup>,  $E_{50}^{ref}=15000$  kN/m<sup>2</sup>,  $\phi=25^\circ$ ,  $\psi=3^\circ$ ,  $c=3$  kN/m<sup>2</sup>,  $R_f=0.9$ ,  $f_t=0$  kN/m<sup>2</sup>,  $E_{oed}^{ref}=15000$  kN/m<sup>2</sup>,  $K_o^{NC}=0.58$ ,  $K_o^{insitu}=0.6$ .

Poziom posadowienia płyty dennej przyjęto na poziomie -2m w stosunku do powierzchni terenu, przy czym obecność warstwy gruntu nad poziomem posadowienia zamodelowano jako obciążenie równomiernie rozłożone o wartości 36 kN/m<sup>2</sup>. Celem przeprowadzonych analiz było porównanie dwóch różnych modeli obliczeniowych tj. modelu standardowego,

gdzie każdy pal modelowany jest jako zbiór elementów bryłowych otoczonych interfejsem kontaktowym, oraz modelu uproszczonego gdzie pale modelowane są przy użyciu elementów belkowych zanurzonych w kontinuum. Dodatkowo przeanalizowano efekt wyrównania osiadań płyty oraz procent obciążenia przenoszonego przez płytę i przez pale w zależności od wartości obciążenia. We wszystkich symulacjach założono, że opór graniczny pod stopą pala nie jest ograniczony od góry ( $q_c = \infty$ ).

Schemat dyskretyzacji modelu standardowego (1/8 obszaru obliczeniowego) pokazano odpowiednio na rys.(5a), rys.(5b) i rys.(5c). Z uwagi na brak możliwości uwzględniania pali w płaszczyznach symetrii w przypadku modelu uproszczonego zdyskretyzowano 1/4 obszaru obliczeniowego (por. rys.(5d)) zachowując te same wymiary modelu oraz dyskretyzację podłoża jak w modelu standardowym.

Wykresy zależności obciążenie-osiadanie (w środku płyty), dla wszystkich czterech długości pali, pokazano na rys.4. Można zaobserwować dość dobrą zgodność wyników otrzymanych z modelu uproszczonego i modelu standardowego.

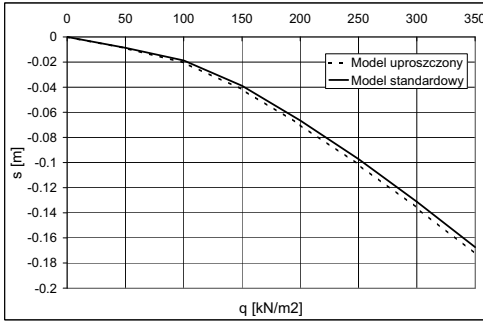
Interesującym wynikiem jest efekt redukcji osiadań bezwzględnych płyty wzmocnionej układem pali, mierzony stosunkiem  $s_{\text{CPRF}}/s_{\text{RF}}$  (skrót CPRF odnosi się do płyty wzmocnionej układem pali, natomiast RF do samej płyty), w zależności od współczynnika przejścia obciążenia zewnętrznego przez same pale  $\alpha_{\text{CPRF}}$ . Wartość współczynnika  $\alpha_{\text{CPRF}}$  określona jest poniższym wzorem

$$\alpha_{\text{CPRF}} = \frac{\sum_{i=1}^N R_i^{\text{pala}}}{R^{\text{tot}}} \quad (25)$$

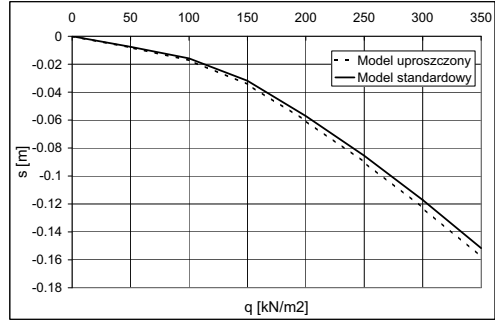
gdzie  $R_i^{\text{pala}}$  jest siłą osiową w i-tym palu natomiast  $R^{\text{tot}}$  jest sumą wszystkich obciążeń zewnętrznych przyłożonych do płyty. W analizowanych przypadkach wartości współczynników  $s_{\text{CPRF}}/s_{\text{RF}}$  obliczono biorąc ugięcia płyty w jej środku. Analizując wyniki z rys.(7) możemy zauważyć, że niezależnie od długości pali wraz ze wzrostem obciążenia  $q$  spada wartość współczynnika  $\alpha_{\text{CPRF}}$  oraz maleje wartość współczynnika  $s_{\text{CPRF}}/s_{\text{RF}}$ . Oznacza to, że dla ustalonej gęstości pali wraz ze wzrostem obciążenia coraz większą siłę przenosi płyta i stąd też efekt redukcji osiadań bezwzględnych istotnie maleje. Innym istotnym efektem jest redukcja wielkości osiadań względnych. Na rys.(8) oraz rys.(9) pokazano odpowiednio zależności średniej wartości ugięcia oraz odchylenia standardowego ugięć płyty od wartości obciążenia  $q$ . W każdym z przypadków, w którym pale są aktywne możemy zauważyć istotną redukcję osiadań względnych. Dla przyjętej grubości płyty oraz rozkładu pali najmniejsze względne osiadania otrzymujemy dla pali o długości 12m. Znacznie większe osiadania względne w przypadku pali 18m i 15m, pomimo mniejszych osiadań średnich (por. rys.(8)), wynikają z faktu, iż środek płyty osiada mniej niż krawędzie zewnętrzne.

## 5. Wnioski

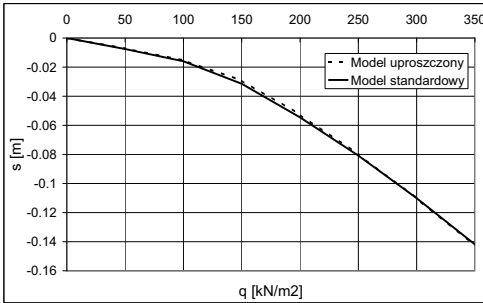
Na podstawie przeprowadzonych analiz można przyjąć, że opracowany model uproszczony jest wystarczająco dokładny dla celów zastosowań praktycznych. Niewątpliwą zaletą tego modelu jest możliwość szybkiej modyfikacji układu pali, ich średnicy i długości przy zachowaniu istniejącej dyskretyzacji podłoża oraz konstrukcji płyty fundamentowej. Opracowane narzędzie umożliwia analizę bardzo złożonych układów konstrukcyjnych bez wprowadzania



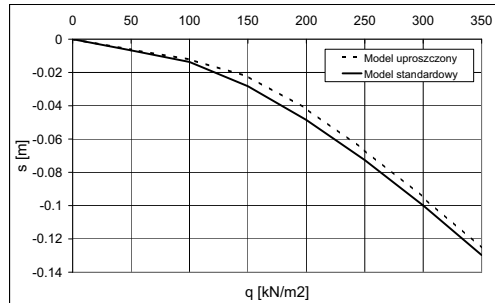
(a) Pale o długości 9m  
(a) 9m long piles



(b) Pale o długości 12m  
(b) 12m long piles

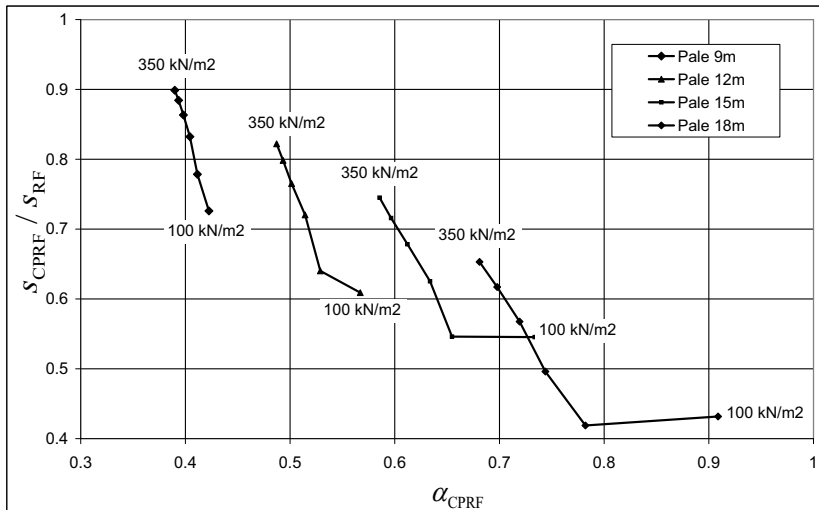


(c) Pale o długości 15m  
(c) 15m long piles

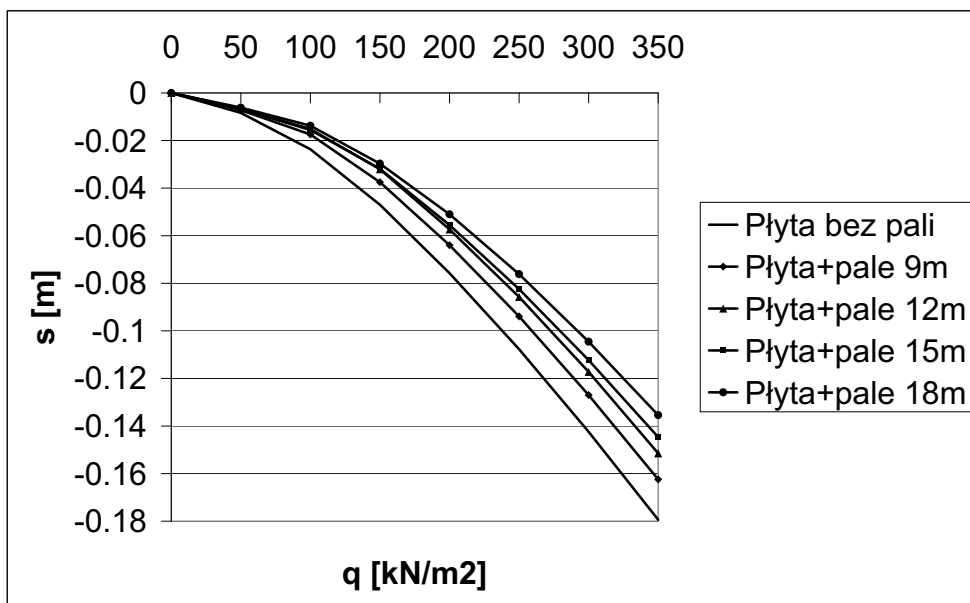


(d) Pale o długości 18m  
(d) 18m long piles

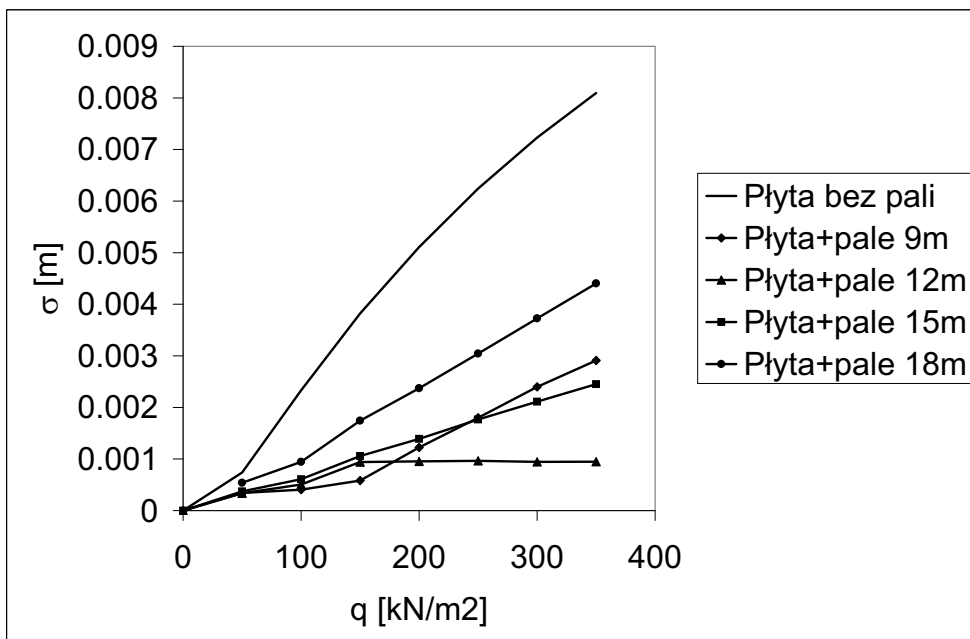
Rys. 6. Zależności obciążenie-osiadanie w środku płyty  
Fig. 6. Load-settlement curves at midpoint of foundation raft



Rys. 7. Redukcja osiadań bezwzględnych w zależności od  $\alpha_{CPRF}$   
Fig. 7. Reduction of absolute deflections vs  $\alpha_{CPRF}$



Rys. 8. Zależność średniego ugięcia płyty od obciążenia  $q$   
 Fig. 8. Average raft deflection vs load  $q$



Rys. 9. Zależność odchylenia standardowego ugięć płyty od obciążenia  $q$   
 Fig. 9. Standard deviation of raft deflections vs load  $q$

uproszczeń stosowanych do tej pory w praktyce inżynierskiej. Przeanalizowany w artykule przykład obrazuje niewątpliwe zalety tego typu posadowień dla celów wyrównywania osiadań, a także redukcji osiadań bezwzględnych.

### Literatura

- [1] Norma PN - 81 / B - 0 3 0 2 0, *Grunty budowlane. Posadowienie bezpośrednie budowli. Obliczenia statyczne i projektowanie.*
- [2] Norma PN - 83 / B - 0 2 4 8 2, *Nośność pali i fundamentów palowych.*
- [3] Truty A., *Modelowanie Komputerowe w Zagadnieniach Geotechniczno-Budowlanych.* Materiały XXIV Ogólnopolskiej Konferencji Warsztat Pracy Projektanta Konstrukcji, Wisła, 2009, 3:915–956.
- [4] Truty A., *Hardening soil model with small strain stiffness,* Report Z\_Soil.PC 080901, ZACE Services Ltd, September 2008.
- [5] Kłosiński B., *O projektowaniu posadowień budynków wysokich,* Inżynieria i Budownictwo, 2009, 3:121–130.
- [6] Truty A., Zimmermann Th., Podleś K., *Z\_SOIL.PC 2009 3D user manual: Theory, Tutorials and benchmarks, Data preparation,* Elmepress International & Zace Services Ltd, Switzerland, 2009.