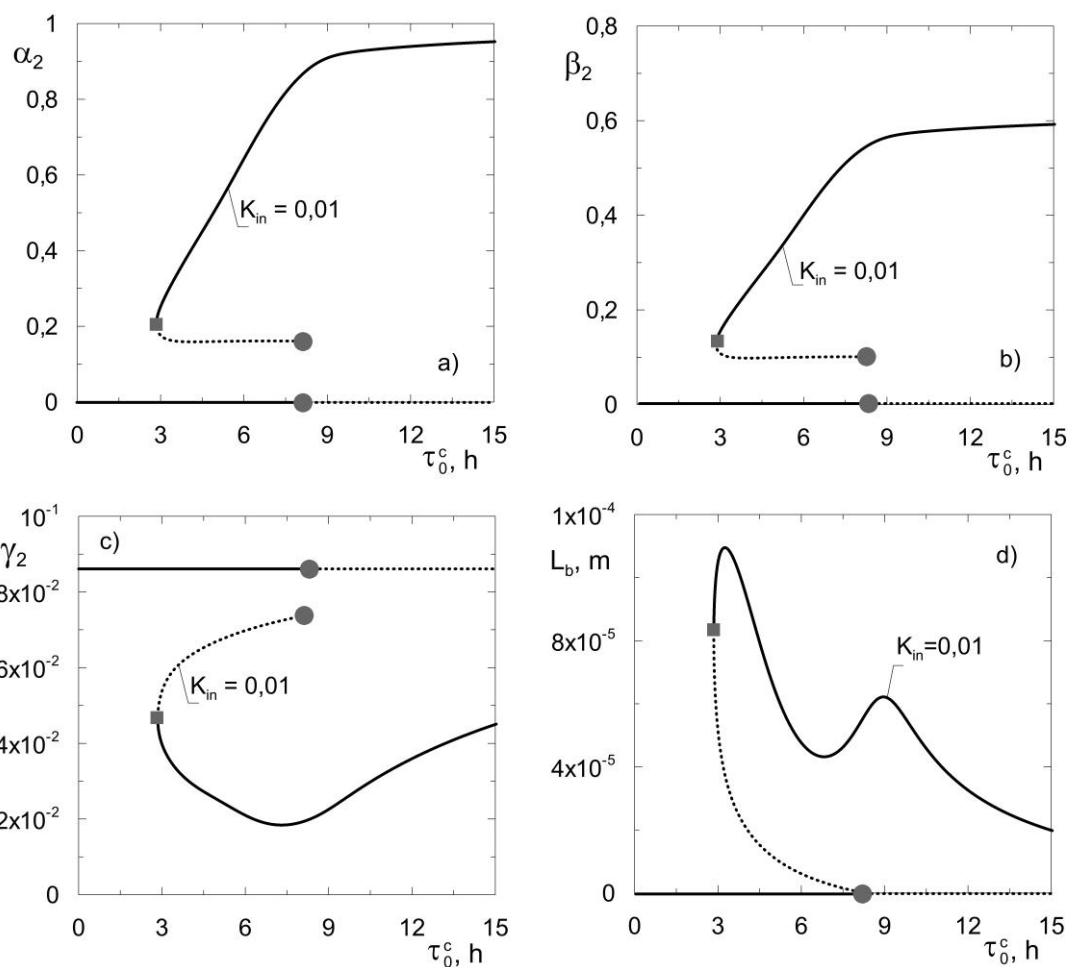


stacjonarnych. Wielokrotność stanów stacjonarnych została zaobserwowana tylko dla aerobowych procesów mikrobiologicznych z inhibicją substratem węglowym.

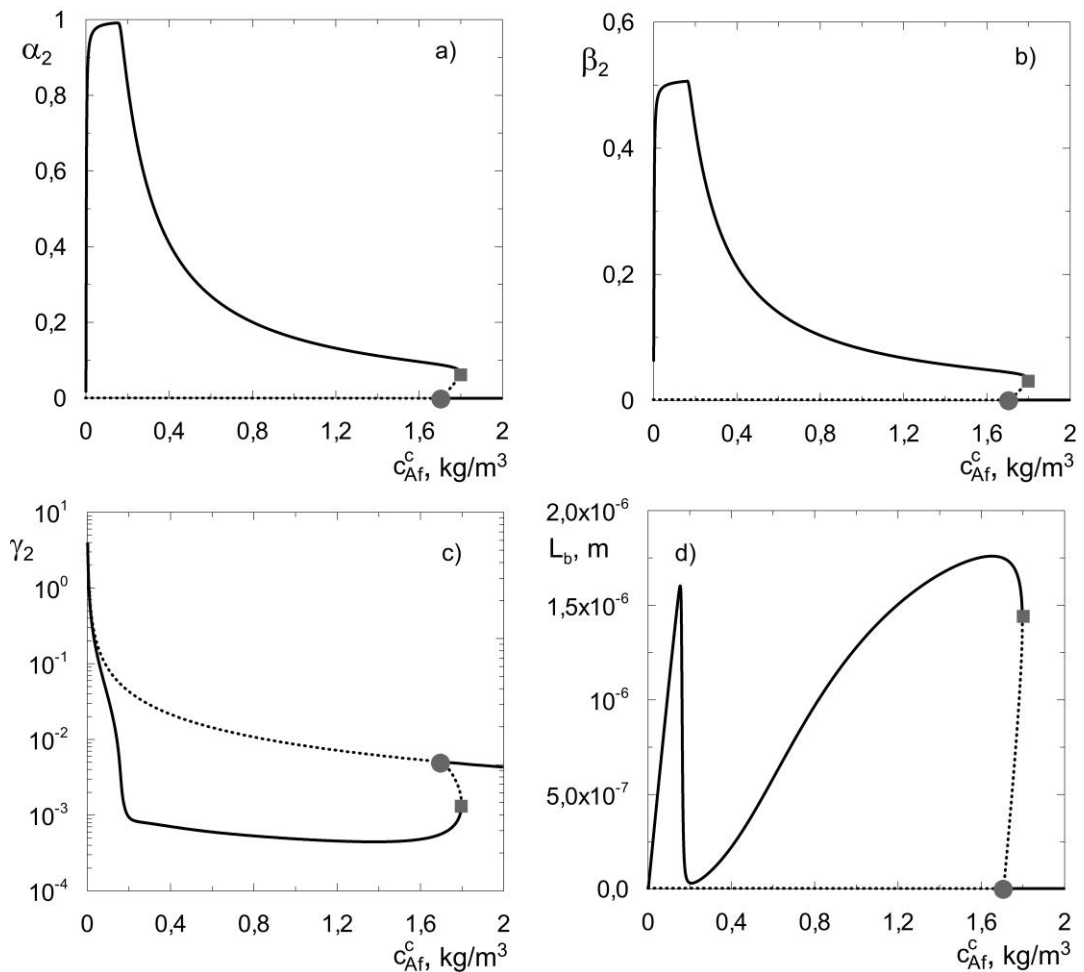
Charakter stabilności liniowej określono dla gałęzi stanów stacjonarnych wybranej z rys. 5.22, dla której wartość stałej inhibicji wynosi $0,01 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Wyniki zamieszczono na rys. 5.24. W zakresie dostatecznie długich czasów przebywania cieczy w aparacie występują stabilne niezerowe stany stacjonarne, dla których obserwuje się wysokie wartości stopnia przereagowania substratu węglowego. Jednakże zmniejszanie czasu przebywania cieczy wpływa na zmianę krotności stanów stacjonarnych. Pojawia się dodatkowy, niezerowy stan niestabilny o niższej wartości stopnia przereagowania substratu węglowego. Ten fragment gałęzi stanów niestabilnych kończy się w punkcie odpowiadającym zerowej grubości biofilmu (rys. 5.24d). Warto podkreślić, że w całym zakresie czasów przebywania cieczy w aparacie możliwy jest również zerowy stan stacjonarny. W stanie tym zarówno stopień przereagowania substratu węglowego, bezwymiarowe stężenie biomasy jak i grubość biofilmu przyjmują zerowe wartości. Natomiast bezwymiarowe stężenie tlenu rozpuszczonego w fazie ciekłej osiąga wartość stężenia równowagowego. Przy wzroście zastosowanego czasu przebywania cieczy w bioreaktorze dochodzi do zmiany stabilności tego stanu zerowego.

Zgodnie z rys. 5.24, hybrydowy bioreaktor fluidyzacyjny wykazuje dla bardzo małych czasów przebywania cieczy tylko jeden stabilny stan stacjonarny, będący stanem zerowym. Zwiększanie τ_0^c oznacza przesunięcie warunków pracy do zakresu tego parametru, w którym występują trzy stany stacjonarne, tj. zerowy stan stabilny, pośredni stan niestabilny oraz górny stabilny stan stacjonarny. Zastosowanie czasu przebywania cieczy, dla którego na rys. 5.24d dochodzi do przecięcia niestabilnego fragmentu gałęzi stanów stacjonarnych z osią odciętych, czyli $L_b = 0$, powoduje zmianę charakteru stabilności stanu zerowego. Dla większych wartości czasu przebywania cieczy, w bioreaktorze występują dwa stany stacjonarne, tj. stabilny górny stan stacjonarny oraz zerowy stan niestabilny.



Rys. 5.24. Charakterystyka stabilności liniowej stanów stacjonarnych hybrydowego bioreaktora fluidyzacyjnego z zewnętrzną rurą cyrkulacyjną otrzymana dla wartości stałej inhibicji $K_{in}=0,01 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ($c_{Af}^c = 0,1 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $u_{og} = 0,15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$);

Na rysunku 5.25 przedstawiono charakterystyki stacjonarne bioreaktora hybrydowego z zewnętrzną rurą cyrkulacyjną dla tak szerokiego zakresu stężeń substratu węglowego w strumieniu cieczy zasilającej, aby określić obszar stanów wielokrotnych. Zawarto na nim również informacje dotyczące stabilności poszczególnych stanów stacjonarnych. Do analizy przyjęto proces aerobowej biodegradacji fenolu. Podobnie jak na rys. 5.24, na gałęzi stanów stacjonarnych pojawia się punkt zwrotny, w którym dochodzi do zmiany krotności i stabilności stanów stacjonarnych. Oprócz stabilnego stanu górnego oraz stanu zerowego, istnieje pośredni niestabilny stan stacjonarny. Stany pośrednie, oznaczone na rys. 5.25 linią przerywaną, charakteryzują się niskimi stopniami przereagowania substratu A oraz cieńszymi biofilmami i nie są interesujące z technologicznego punktu widzenia.



Rys. 5.25. Charakterystyka stabilności liniowej stanów stacjonarnych hybrydowego bioreaktora fluidyzacyjnego z zewnętrzną rurą cyrkulacyjną otrzymana dla procesu biodegradacji fenolu ($\tau_0^c = 15$ h; $u_{0g} = 0,15$ m·s⁻¹);

Gałęzie stanów stacjonarnych, zamieszczone na rys. 5.25, można podzielić na trzy zakresy, tj. obszar podwójnych, potrójnych oraz pojedynczych stanów stacjonarnych. W zakresie niskich stężeń c_{Af}^c występuje górny stabilny stan stacjonarny oraz zerowy stan niestabilny. Zwiększenie c_{Af}^c prowadzi do wystąpienia potrójnych stanów stacjonarnych. Obecny jest dodatkowo pośredni stan niestabilny. Dla bardzo wysokich stężeń substratu węglowego w strumieniu zasilającym możliwy do osiągnięcia jest tylko pojedynczy stabilny zerowy stan stacjonarny. Występowanie wielokrotności niezerowych stanów stacjonarnych dla wysokich wartości stężeń fenolu w fazie ciekłej nie jest niebezpieczne z procesowego punktu widzenia, gdyż znacznie wykracza poza zakres stężeń tego substratu jakie stosowane są w praktyce przemysłowej.

Wykazano, że dla zakresu warunków procesowych, w których mogą być prowadzone procesy mikrobiologiczne będące przedmiotem przedłożonej rozprawy należy spodziewać się istnienia pojedynczych niezerowych stabilnych stanów stacjonarnych. W instalacjach przemysłowych może dochodzić do niewielkich wahań zarówno objętościowych natężeń przepływu surowca, jak i stężeń substratu węglowego w strumieniu zasilającym. W takich przypadkach brak punktów zwrotnych na gałęziach stanów stacjonarnych jest okolicznością korzystną.

6. PODSUMOWANIE WYNIKÓW I WNIOSKI

Obserwowany rozwój nauk przyrodniczych i technologii w dużej mierze związany jest z wykorzystaniem procesów mikrobiologicznych. Poszukiwane są rozwiązania zarówno technologiczne, jak i konstrukcyjne umożliwiające uzyskanie wysokich stopni przereagowania substratów przy zminimalizowaniu kosztów budowy aparatury oraz eksploatacji danej instalacji. Trendy w rozwoju konstrukcji bioreaktorów skierowane są ku aparatom wykazującym nie tylko znaczne efektywności, ale również większe bezpieczeństwo procesowe, niż standardowo stosowane aparaty. Jednym z takich nowoczesnych rozwiązań są hybrydowe bioreaktory fluidyzacyjne, których właściwości procesowe nie były dotychczas znane. Można wyróżnić trzy różne konstrukcje hybrydowych bioreaktorów fluidyzacyjnych, tj. aparaty z zewnętrzną rurą cyrkulacyjną oraz z wewnętrzną cyrkulacją cieczy z dodatkową strefą odgazowania lub bez tej strefy.

Skutecznym i wielokrotnie sprawdzonym sposobem analizy właściwości procesowych obiektów inżynierii i technologii chemicznej jest analiza nieliniowa ich stanów stacjonarnych. Dotyczy to również analizowanych w rozprawie hybrydowych bioreaktorów fluidyzacyjnych. Stworzenie modeli matematycznych tych obiektów, zaproponowanie metod numerycznych ich rozwiązania oraz analiza wpływu parametrów ruchowych na ich właściwości stacjonarne jest istotna głównie ze względów poznawczych. Na tej podstawie można następnie dokonać oceny technologicznej i zakresu stosowalności takich aparatów.

W niniejszej rozprawie zostały zaproponowane modele matematyczne trzech typów, wymienionych powyżej hybrydowych bioreaktorów fluidyzacyjnych, jak również dokonano analizy nieliniowej stanów stacjonarnych możliwych do realizacji w takich aparatach. Utworzone i omówione modele matematyczne opisujące aerobowe procesy mikrobiologiczne w tego typu bioreaktorach nie były, jak dotychczas, przedmiotem badań teoretycznych w innych ośrodkach.

Rozdział drugi przedłożonej rozprawy został poświęcony hydrodynamice hybrydowych bioreaktorów fluidyzacyjnych. Zaproponowano prosty, a jednocześnie

wystarczająco dokładny model hydrodynamiki aparatów zarówno z zewnętrzną jak również z wewnętrzną cyrkulacją cieczy. Prawidłowy opis matematyczny hydrodynamiki bioreaktorów hybrydowych jest niezbędny do przeprowadzenia analizy nieliniowej ich stanów stacjonarnych. Zamieszczono również wyniki badań doświadczalnych pozwalające na dobór odpowiedniej korelacji umożliwiającej analizę właściwości hydrodynamicznych fluidyzującego złoża materiału drobnoziarnistego.

W rozdziale trzecim zaproponowano modele matematyczne aerobowych procesów mikrobiologicznych prowadzonych w hybrydowych bioreaktorach fluidyzacyjnych z zewnętrzną rurą cyrkulacyjną oraz z cyrkulacją wewnętrzną z zastosowaniem, lub bez, powiększonej strefy odgazowania cieczy. Podczas tworzenia równań opisujących bioproceny zachodzące w aparatach wzięto pod uwagę dwa graniczne modele hydrodynamiki fazy ciekłej, tj. całkowite jej wymieszanie oraz przepływ tłokowy. W dalszych częściach rozprawy dokonano porównania wpływu założonego charakteru przepływu fazy ciekłej na uzyskiwane stopnie przereagowania substratów.

W modelach matematycznych, będących przedmiotem pracy, założono stosowanie sferycznych ziaren nośnika, istnienie zewnętrznych oporów wnikania masy do biofilmu, oporu dyfuzyjnego w biofilmie oraz przebieg procesu mikrobiologicznego zarówno w biofilmie jak i w fazie ciekłej.

Zgodnie z założeniami zawartymi w rozdziale trzecim, modele matematyczne hybrydowych bioreaktorów fluidyzacyjnych są uniwersalne ze względu na możliwość zastosowania w nich dowolnej dwusubstratowej kinetyki aerobowego procesu mikrobiologicznego. W niniejszej rozprawie przyjęto dwa dobrze znane modele kinetyczne takich procesów, tj. przyswajanie glukozy przez bakterie *Pseudomonas aeruginosa* oraz biodegradację fenolu z wykorzystaniem bakterii *Pseudomonas putida*, jako szczególne przypadki procesów aerobowych. Używano również pewnych modeli abstrakcyjnych, nie związanych ściśle z konkretnym procesem, w celu dokonania ogólnej analizy wpływu wybranych parametrów na charakter stanów stacjonarnych.

Rozdział czwarty rozprawy poświęcony został metodom analizy nieliniowej stanów stacjonarnych bioreaktorów hybrydowych. Opisane zostały w nim zastosowane algorytmy numeryczne oraz metoda analizy stabilności stanów stacjonarnych.

W rozdziale piątym zaprezentowano wybrane wyniki eksperymentów numerycznych. Analizie poddano: warunki stosowania hybrydowych bioreaktorów

fluidyzacyjnych, wpływ charakteru przepływu cieczy w poszczególnych strefach aparatów, porównanie różnych konstrukcji bioreaktorów hybrydowych, wpływ kinetyki procesu mikrobiologicznego, wpływ stężenia substratu węglowego w strumieniu zasilającym, czasu przebywania cieczy w bioreaktorze, stopnia napowietrzenia fazy ciekłej, średnicy ziaren nośnika oraz wysokości złoża materiału drobnoziarnistego w warunkach minimum fluidyzacji na kształt i położenie gałęzi stanów stacjonarnych badanych bioreaktorów.

Głównym celem programu badawczego rozprawy było właśnie poznanie charakterystyk stacjonarnych hybrydowych bioreaktorów fluidyzacyjnych. W związku z brakiem wcześniejszych opracowań na ten temat, przeważająca większość wniosków ma charakter poznawczy. Jednakże na etapie projektowania takich aparatów i procesów można wykorzystać utworzone modele matematyczne i charakterystyki stacjonarne w celu określenia zdolności przerobowej danego, wybranego aparatu oraz bezpiecznych warunków jego pracy.

Dość złożona budowa hybrydowych bioreaktorów fluidyzacyjnych skutkuje potrzebą poznania hydrodynamiki ich pracy dla realizacji aerobowych procesów mikrobiologicznych. Prawidłowe warunki pracy bioreaktora hybrydowego, tj. brak cyrkulacji pęcherzy powietrza oraz niezaburzona fluidyzacja bioziaren, są powodem do określenia zakresów możliwych do stosowania objętościowych natężeń przepływu mediów, zwłaszcza powietrza.

Wykazano, że analizowane aparaty hybrydowe cechują się zwiększeniem bezpieczeństwa procesowego. Jest to spowodowane brakiem występowania zjawiska wymycia biomasy z bioreaktora. Jednocześnie aparaty hybrydowe umożliwiają uzyskiwanie większych lub porównywalnych stopni przemiany substratu w stosunku do klasycznych barbotażowych bioreaktorów zbiornikowych (rys. 5.6 - 5.9). Spośród trzech typów hybrydowych bioreaktorów fluidyzacyjnych, aparat z zewnętrzną rurą cyrkulacyjną umożliwia osiągnięcie najwyższych stopni przereagowania substratu węglowego ze względu na możliwość lepszego natlenienia środowiska reakcyjnego (rys. 5.11). Zatem najbardziej uzasadnione staje się stosowanie właśnie takich aparatów.

Dokonano oceny struktury strumienia cieczy w poszczególnych strefach aparatu na uzyskiwane stopnie przemiany substratu węglowego. W tym celu przyjęto dwa

skrajne modele, tj. idealne wymieszanie we wszystkich strefach aparatu oraz przepływ tłokowy w strefie barbotażu i opadania cieczy. Na rys. 5.3 i 5.4 porównano charakterystyki stacjonarne bioreaktorów uzyskane dla tych skrajnych modeli. Wykazano brak znaczących różnic pomiędzy charakterystykami stacjonarnymi bioreaktorów hybrydowych z przepływem tłokowym i całkowitym wymieszaniem cieczy w strefie barbotażu „2” i opadania cieczy „3”. Wynika to z pomijalnie małych spadków stężeń substratu podczas jednokrotnego przepływu fazy ciekłej przez daną strefę oraz stosunkowo krótkiego czasu przebywania cieczy w poszczególnych strefach.

Na podstawie wykonanych symulacji numerycznych wyznaczono zakresy czasów przebywania cieczy, dla których uzyskuje się wysokie stopnie przereagowania substratu węglowego (rys. 5.14). Hybrydowe bioreaktory fluidyzacyjne umożliwiają osiągnięcie zadawalających stopni przemiany już dla bardzo krótkich czasów przebywania cieczy, nawet poniżej 8 h.

Stężenie substratu węglowego c_{Af}^c w strumieniu zasilającym jest parametrem, który może ulegać zmianom w czasie pracy rzeczywistej instalacji przemysłowej. Z tego powodu na rys. 5.15 przedstawiono wpływ c_{Af}^c na charakterystykę stacjonarną bioreaktora oraz grubość biofilmu. Wykazano, że dla stężeń substratu węglowego spotykanych w praktyce, hybrydowe bioreaktory fluidyzacyjne zapewniają osiągnięcie wysokich stopni przemiany.

W rozprawie udowodniono, że duże znaczenie dla efektywnej pracy hybrydowych bioreaktorów fluidyzacyjnych ma również charakterystyka i ilość materiału drobnoziarnistego, będącego nośnikiem do immobilizacji biofilmu. Obecność złoża fluidalnego nie tylko zwiększa bezpieczeństwo procesowe, ale również powoduje wzrost wydajności bioreaktora. Okazuje się, że zmiana średnicy nośnika nie ma większego wpływu na charakterystykę procesową bioreaktora. Zatem użycie drobnych ziaren w celu zwiększenia ich powierzchni właściwej nie będzie dobrym rozwiązaniem. Mniejszym ziarnom odpowiadają mniejsze prędkości unoszenia, a to powoduje ich gromadzenie się pod górnym dnem sitowym strefy fluidyzacji.

Innym sposobem zwiększenia powierzchni dostępnej do immobilizacji mikroorganizmów jest zwiększenie udziału ciała stałego w bioreaktorze. Wykazano, że

wpływ obecności ciała stałego w złożu fluidalnym na uzyskiwane stopnie przemiany substratu węglowego jest silnie zróżnicowany w zależności od ilości tego ciała stałego. Jeżeli w złożu znajduje się niewielka ilość bioziaren, to wówczas zwiększenie ich liczby powoduje silny wzrost stopnia przemiany substratu węglowego. Od pewnego udziału ciała stałego począwszy, dalsze jego zwiększanie nie powoduje już poprawy efektywności pracy bioreaktora (rys. 5.18). Tłumaczy to się wyczerpaniem obydwu substratów.

Ocenie poddano również wpływ stałej szybkości zrywania biofilmu na zdolność przerobową bioreaktora. Wartość tego współczynnika jest trudna do wyznaczenia, gdyż zależy od wielu czynników, tj. rodzaju i gatunku mikroorganizmów, morfologii biofilmu oraz warunków hydrodynamicznych w bioreaktorze. W doniesieniach literaturowych cytowane są bardzo zróżnicowane wartości tego współczynnika. Biorąc to pod uwagę, przyjęto dwie wartości tego parametru kinetycznego, różniące się o 50% i wyznaczono dla nich gałęzie stanów stacjonarnych bioreaktora. Wykazano (rys. 5.19), że nawet tak duża zmiana stałej zrywania biofilmu nie ma większego wpływu na uzyskiwane stopnie przereagowania. Jednak jej wartość silnie wpływa na grubość biofilmu.

Wiele aerobowych procesów mikrobiologicznych wykazuje inhibicję substratami, zwłaszcza substratem węglowym. Charakterystyki stacjonarne otrzymane dla takich procesów znacznie różnią się od uzyskanych dla procesów bez inhibicji. Z tego powodu w rozprawie dokonano oceny wpływu postaci równań kinetycznych oraz wartości ich parametrów na właściwości procesowe bioreaktora hybrydowego. Modele kinetyczne zawierają bowiem w sobie informacje o ewentualnym inhibującym wpływie substratów i ich stechiometrycznym zapotrzebowaniu.

Oceny takiej dokonano, biorąc za punkt odniesienia właściwości stacjonarne bioreaktora, w którym przebiega dwusubstratowy proces aerobowy bez inhibicji, tj. typu Monoda-Monoda. W charakterze przykładu przyjęto biodegradację glukozy. Następnie dokonano modyfikacji równania kinetycznego do postaci Haldanea-Monoda. W ten sposób, zmieniając stałą inhibicji można określić wpływ hamowania wzrostu biomasy powodowany substratem węglowym. Przykładem procesowym jest biodegradacja fenolu.

Wykazano, że dla procesów z inhibicją pojawiają się wielokrotne stany stacjonarne (rys. 5.22, 5.23).

Inhibicja substratem węglowym powoduje interesujące zjawisko występowania dwóch maksimów lokalnych grubości biofilmu (rys. 5.22d, 5.23d, 5.24d, 5.25d). Zjawisko to tłumaczy się wzajemnym oddziaływaniem inhibitującego wpływu substratu bądź to w fazie ciekłej, bądź w biofilmie - zależnie od warunków pracy bioreaktora.

Ilościowo oceniono również wpływ współczynnika wydajności tlenu względem substratu węglowego, tj. w_{TA} . Jest on jednym z istotnych parametrów modeli kinetycznych procesów mikrobiologicznych. Wykazano, że wartość tego parametru decyduje o doborze warunków procesowych aparatu takich jak współczynniki recyrkulacji cieczy (rys. 5.1, 5.2), czy intensywność napowietrzania. Wpływa w ten sposób na geometrię aparatu i dobór ziaren nośnika.

Ostatni z przedstawionych tu wniosków dotyczy określenia charakteru stabilności stanów stacjonarnych. Zastosowano w tym celu analizę stabilności liniowej omówioną w rozdziale 4. Z analizy tej wynikają dwa ważne wnioski o znaczeniu poznawczym i praktycznym. Omówiono je poniżej.

1) W przypadku procesów mikrobiologicznych przebiegających bez inhibicji substratem, wszystkie niezerowe stany stacjonarne są jednokrotnymi stanami stabilnymi.

2) Dla procesów inhibitowanych substratem węglowym wykryto zjawisko wielokrotności stanów stacjonarnych. Pojawia się ono zarówno w pewnym przedziale średniego czasu przebywania cieczy (rys. 5.24), jak i w pewnym zakresie stężeń substratu węglowego (rys. 5.25). W tym drugim przypadku występuje jednak dla dużych stężeń substratu c_{Af}^c , znacznie przekraczających stężenia stosowane w praktyce przemysłowej. Nie jest zatem źródłem ewentualnego niebezpieczeństwa procesowego.

Z analizy stabilności stanów stacjonarnych wynika, że w przypadku występowania stanów wielokrotnych, stanami stabilnymi są niezerowe stany górne. Z procesowego punktu widzenia jest to okoliczność korzystna.

LITERATURA

- Al-Qodah Z., 2000, *Antibiotics production in a fluidized bed reactor utilizing a transverse magnetic field*, Bioprocess Eng., 22, 299-308.
- Andrews G. F., 1982, *Fluidized-bed fermenters: a steady state analysis*, Biotechn. Bioeng., 24, 2013-2030.
- Andrews J.F., 1968, *A mathematical model for the continuous culture of microorganisms utilizing inhibitory substrates*, Biotechn. Bioeng., 10, 707-723.
- Andrews G. F., Przewdziecki J., 1986, *Design of fluidized-bed fermentators*, Biotechn. Bioeng., 28, 802-810.
- Andrews G., Trapasso R., 1985, *The optimal design of fluidized bed bioreactors*, J. Wat. Pollut. Control Fed., 57, 143-150.
- Assadi M.M., Jahangiri M.R., 2001, *Textile wastewater treatment by Aspergillus niger*, Desalination, 141, 1-6.
- Bakker W.A.M., Kers P., Beefink H.H., Tramper J., de Gooijer C.D., 1996, *Nitrite conversion by immobilized Nitrobacter agilis cells in an air-lift loop bioreactor cascade: effects of combined substrate and product inhibition*, J. Ferment. Bioeng., 81(5), 390-393.
- Bales V., Antosova M., 1999, *Mathematical and experimental modeling of phenol degradation in air-lift bioreactors*, Environ. Eng. Policy, 1, 209-216.
- Beyenal H., Chen S. N., Lewandowski Z., 2003, *The double substrate growth kinetics of Pseudomonas aeruginosa*, Enzym. Microb. Technol., 32, 92-98.
- Beyenal H., Seker S., Tanyolac A., 1997, *Diffusion coefficients of phenol and oxygen in a biofilm of pseudomonas putida*, AIChE J., 43, 243-250.
- Blakebrough N., Shephert P.G., Nimmons I., 1967, *Equipment for hydrocarbon fermentations*, Biotechn. Bioeng., 9, 77-89.
- Bodalo A., Gomez J. L., Gomez E., Bastida J., Maximo M. F., 1995, *Fluidized bed reactors operating with immobilized enzyme systems: design model and its experimental verification*, Enzyme Microb. Technol., 17, 915-922.
- Bohlmann U., Bohnet M., 2001, *Improvement of process stability of microbiological quinoline degradation in a three-phase fluidized bed reactor*, Eng. Life Sci., 1, 91-96.

- Boroń D., 2016, *Badania doświadczalne hydrodynamiki dwufazowych aparatów fluidyzacyjnych i bioreaktorów hybrydowych*, Prace własne Katedry Inżynierii Chemicznej i Procesowej PK, Kraków.
- Campos J. C., Boges R. M. H., Oliviera Filho A. M., Nobrega R., Sant' Anna Jr G. L., 2002, *Oilfield wastewater treatment by combined microfiltration and biological processes*, *Water Res.*, 36, 95-104.
- Chambless J. D., Stewart P. S., 2007, *A three-dimensional computer model analysis of three hypothetical biofilm detachment mechanisms*, *Biotechn. Bioeng.*, 97, 1573-1584.
- Chang H. T., Rittmann B. E., 1987, *Mathematical modeling of biofilm on activated carbon*, *Environ. Sci. Technol.*, 21, 273-280.
- Chen X., Zheng P., Cai J., Qaisar M., 2010, *Bed expansion behavior and sensitivity analysis for super- high- rate anaerobic bioreactor*, *J Zhejiang Univ Sci B.*, 11(2), 79-86.
- Chisti Y., Wenge F., Moo- Young M., 1995, *Relationship between riser and downcomer gas hold-up in internal-loop airlift reactors without gas- liquid separators*, *Chem. Eng. Journal*, 57, B7- B13.
- Choi J. W., Min J., Lee W. H., Lee S. B., 1999, *Mathematical model for a three-phase fluidized bed biofilm reactor in wastewater treatment*, *Biotechn. Bioprocess Eng.*, 4, 51-58.
- Deckwer W. D., Becker F. U., Ledakowicz S., Wagner-Dobler I., 2004, *Microbial removal of ionic mercury in a three-phase fluidized bed reactor*, *Environ. Sci. Technol.*, 38, 1858-1865.
- Denac M., Dunn I. J., 1988, *Packed- and fluidized-bed biofilm reactor performance for anaerobic wastewater treatment*, *Biotechn. Bioeng.*, 32, 159-173.
- Denac M., Uzman S., Tanaka H., Dunn I. J., 1983, *Modeling of experiments on biofilm penetration effects in a fluidized bed nitrification reactor*, *Biotechn. Bioeng.*, 25, 1841-1861.
- Dunn I.J., Heinzle E., Ingham J., Prenosil J.E., 2000, *Biological reaction engineering*, Wiley, Weinheim.
- Dunn I. J., Tanaka H., Uzman S., Denac M., 1983, *Biofilm fluidized-bed reactors and their application to waste water nitrification*, *Ann. N.Y. Acad. Sci.*, 413, 168-183.

- Dziubiński M., Prywer J., 2009, *Mechanika płynów dwufazowych*, Wydawnictwo Naukowo- Techniczne, Warszawa.
- Ergun S., 1952, *Fluid flow through packed columns*, Chem. Eng. Prog., 48, 89-94.
- Eswari A., Rajendran L., 2012, *Approximate analytical solution of the concentration of phenol and oxygen and rate of phenol degradation in fluidized bed bioreactor*, Biochem. Eng. J., 68, 42-53.
- Fan L. S., Fujie K., Long T. R., Tang W. T., 1987, *Characteristics of draft tube gas-liquid-solid fluidized-bed bioreactor with immobilized living cells for phenol degradation*, Biotechn. Bioeng., 30, 498-504.
- Fan L.T., Schmits J.A., Miller E.N., 1963, *Dynamics of liquid- solid fluidized bed expansion*, AIChE Journal, 9(2), 149- 153.
- Ferrer P., Sola C., 1992, *Lipase production by immobilized Candida rugosa cells*, Appl. Microbiol. Biotechn., 37, 737-741.
- Finlayson B.A., 1972, *The method of weighted residuals and variational principles*, Academic Press, New York.
- Gadani V., Villon P., Manem J., Rittmann B., 1993, *A new method to solve a non-steady-state multispecies biofilm model*, Bull. Math. Biol., 55, 1039-1061.
- Galli R., 1987, *Biodegradation of dichloromethane in waste water using a fluidized bed bioreactor*, Appl. Microbiol. Biotechn., 27, 206-213.
- Garrido J.M., van Benthum W.A.J., van Loosdrecht M.C.M., Heijnen J.J., 1997, *Influence of dissolved oxygen concentration on nitrite accumulation in a biofilm airlift suspension reactor*, Biotechn. Bioeng, 53, 168-178.
- Gavrilescu M., Roman R.V., 1996, *Application of an airlift bioreactor to the nystatin biosynthesis*, Acta Biotechnol., 16(4), 303-314.
- Gjaltema A., Tjihuis L., van Loosdrecht M.C.M, Heijnen J.J., 1995, *Detachment of biomass from suspended nongrowing spherical biofilms in airlift reactors*, Biotechnol. Bioeng., 46, 258-269.
- Godia F., Sola C., 1995, *Fluidized-bed bioreactors*, Biotechn. Prog., 11, 479-497.
- Gorris L. G. M., van Deursen J. M. A., van der Drift C., Vogels G. D., 1989, *Biofilm development in laboratory methanogenic fluidized bed reactors*, Biotechn. Bioeng., 33, 687-693.

- Grzywacz R., 2012, *Właściwości stacjonarne bioreaktorów barbotażowych typu airlift*, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków.
- Grzywacz R., 2013, *Airlift Bioreactor*, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków.
- Guo Y.X., Rathor M.N., Ti H.C., 1997, *Hydrodynamics and mass transfer studies in a novel external-loop airlift reactor*, Chem. Eng. Journal, 67, 205-214.
- Hancher C. W., Perona J. J., 1982, *Kinetic model for a fluidized bed bioreactor for denitrification of wastewaters*, Biotechn. Bioeng. Symp., 12, 317-326.
- Heijnen J.J., Hols J., van der Lans R.G.J.M., van Leeuwen H.L.J.M., Mulder A., Welevrede R., 1997, *A simple hydrodynamic model for the liquid circulation velocity in a full scale two and three-phase internal airlift reactor operating in the gas recirculating regime*, Chem. Eng. Sci., 52, 2527- 2540.
- Heltzer H.J., 2000, *Particle stress in bioreactors*, Adv. Biochem. Eng. Biotechnol., 67, 35-82.
- Hirata A., Noguchi M., Takeuchi N., Tsuneda S., 1998, *Kinetics of biological treatment of phenolic wastewater in three-phase fluidized bed containing biofilm and suspended sludge*, Wat. Sci. Tech., 38, 205-212.
- Huang Y. L., Shu C. H., Yang S. T., 1997, *Kinetics and modeling of GM-CSF production by recombinant yeast in a three-phase fluidized bed bioreactor*, Biotechn. Bioeng., 53, 470-477.
- Iooss G., Joseph D.D., 1997, *Elementary stability and bifurcation theory*, Springer, Berlin Heidelberg.
- Jia X., Wen J., Jiang Y., Liu X., Feng W., 2006, *Modeling of batch phenol biodegradation in internal loop airlift bioreactor with gas recirculation by Candidia tropicalis*, Chem. Eng. Sci., 61, 3463-3475.
- Jin B., Yan X.Q., Yu Q., van Leeuwen, 2002, *A comprehensive pilot plant system for fungal biomass protein production and wastewater reclamation*, Adv. in Environ. Research, 6, 179-189.
- Kafarow W.W., Winarow A.J., Gordiejew L.S., 1983, *Modelowanie reaktorów biochemicznych*, Wydawnictwo Naukowo- Techniczne, Warszawa.
- Kawai T., Uzumaki T., Kawase Y., 1996, *Simulation of airlift bioreactors: steady-state performance of continuous culture processes*, Comp. Chem. Eng., 20, 1089-1099.

- Kaufman E. N., Cooper S. P., Budner M. K., Richardson G. R., 1996, *Continuous and simultaneous fermentation and recovery of lactic acid in a biparticle fluidized-bed bioreactor*, Appl. Biochem. Biotechn., 57/58, 503-515.
- Kim J. H., Oh D. K., Park S. K., Park Y. H., Wallis D. A., 1986, *Production of penicillin in a fluidized bed bioreactor using a carrier-supported mycelial growth*, Biotechn. Bioeng., 28, 1838-1844.
- Kim S.W., Kang S.W., Lee J.S., 1997, Cellulase and xylanase production by *Aspergillus niger* KKS in various bioreactors, Bioresour. Technol., 59, 63-67.
- Kmieć A., 1980, *Ekspansja złoża oraz wymiana ciepła i masy w układach fluidalnych*, Prace Naukowe Instytutu Inżynierii Chemicznej i Urzędzeń Ciepłych Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.
- Koch R., Noworyta A., 1992, *Procesy mechaniczne w inżynierii chemicznej*, Wydawnictwo Naukowo- Techniczne, Warszawa.
- Kommedal R., Bakke R., 2003, *Modeling pseudomonas aeruginosa biofilm detachment*, HiT Working Paper no. 3/2003, Telemark University College, Porsgrunn.
- Kuyukina M. S., Ivshina I. B., Serebrennikova M. K., Krivorutchko A. B., Podorozho E. A., Ivanov R. V., Lozinsky V. I., 2009, *Petroleum-contaminated water treatment in a fluidized-bed bioreactor with immobilized Rhodococcus cells*, Int. Biodeterior. Biodegrad., 63, 427-432.
- Lakshmi L.P., Setty Y.P., 2008, *Liquid- solid mass transfer in a two phase fluidized bed bioreactor*, Chem. Eng. Journal, 135, 135-140.
- Leva M., 1959, *Fluidization*, Mc Graw-Hill, Nowy Jork.
- Livinston A. G., 1991, *Biodegradation of 3,4-dichloroaniline in a fluidized bed bioreactor and a steady-state biofilm kinetic model*, Biotechn. Bioeng., 38, 260-272.
- Loh K-C., Liu J., 2001, External loop inversed fluidized bed airlift bioreactor (EIFBAB) for treating high strength phenolic wastewater, Chem. Eng. Sci., 56, 6171-6176.
- Lu W.J., Hwang S.J., Chang C.M., 1995, *Liquid velocity and gas holdup in three-phase internal loop airlift reactors with low-density particle*, Chem. Eng. Sci., 50, 1301-1310.

- Malfait J.L., Wilcox D.J., Mercer D.G., Barker L.D., 1981, *Cultivation of a filamentous mold in a glass pilot scale airlift fermentor*, Biotechn. Bioeng., 23, 863-877.
- Merchuk J.C., 2003, *Airlift bioreactors: review of recent advances*, Can. Journ. Chem. Eng., 81, 324-337.
- Merchuk J.C., Berzin I., 1995, *Distribution of energy dissipation in airlift reactors*, Chem. Eng. Sci., 50 (14), 2225-2233.
- Merchuk J.C., Gluz M., Mukmenev I., 2000, *Comparison of photobioreactors for cultivation of the red microalga Porphyridium sp*, J Chem. Technol. Biotechnol., 75, 1119-1126.
- Miura H., Takahashi T., Ichikawa J., Kawase Y., 2001, *Bed expansion in liquid- solid two-phase fluidized beds with Newtonian and non- Newtonian fluids over the wide range of Reynolds numbers*, Powder Techno., 117 (3), 239-246.
- Miyahara T., Kowate O., 1993, *Hydrodynamics of solid-suspended bubble column with draught tube containing low density particles*, Chem. Eng. Sci., 48, 127-133.
- Moresi M., 1981, *Optimal design of airlift fermenters*, Biotechn. Bioeng., 23, 2537-2560.
- Mowla D., Ahmadi M., 2007, *Theoretical and experimental investigation of biodegradation of hydrocarbon polluted water in a three phase fluidized-bed bioreactor with PVC biofilm support*, Biochem. Eng. J., 36, 147-156.
- Monod J., 1942, *Researches sur la croissance des cultures bacteriennes*, Herman et Cie, Paryż.
- Mulder A., van de Graaf A. A., Robertson L. A., Kuenen J. G., 1995, *Anaerobic ammonium oxidation discovered in a denitrifying fluidized bed reactor*, FEMS Microbiol. Ecol., 16, 177-184.
- Nicolella C., Chiarle S., Di Felice R., Rovatti M., 1997, *Mechanisms of biofilm detachment in fluidized bed reactors*, Wat. Sci. Technol., 36, 229-235
- Nicolella C., van Loosdrecht M. C. M., Heijnen J. J., 1998, *Mass transfer and reaction in a biofilm airlift suspension reactor*, Chem. Eng. Sci., 53, 2743-2753.
- Olivieri G., Marzocchella A., Salatino P., 2010, *A novel three-phase airlift reactor without circulation of solids*, Can. Journ. Chem. Eng., 88, 574-578.

- Olivieri G., Russo M. E., Marzocchella A., Salatino P., 2011, *Modeling of an aerobic biofilm reactor with double-limiting substrate kinetics: bifurcational and dynamical analysis*, *Biotechn. Prog.*, 27, 1599-1613.
- Onysko K. A., Robinson C. W., Budman H. M., 2002, *Improved modelling of the unsteady-state behaviour of an immobilized-cell, fluidized-bed bioreactor for phenol biodegradation*, *Can. J. Chem. Eng.*, 80, 239-252.
- Park Y., Davis M. E., Wallis D. A., 1984, *Analysis of a continuous, aerobic, fixed-film bioreactor. I. Steady-state behavior*, *Biotechn. Bioeng.*, 26, 457-467.
- Poggi-Varaldo H. M., Barcenas-Torres J. D., Moreno-Medina C. U., Garcia-Mena J., Garibay-Orijel C., Rios-Leal E., Rinderknecht-Seijas N., 2012, *Influence of discontinuing feeding degradable cosubstrate on the performance of a fluidized bed bioreactor treating a mixture of trichlorophenol and phenol*, *J. Env. Manag.*, 113, 527-537.
- Portumarthi R., Mugeraya G., Jetty A., 2008, *Biological treatment of toxic petroleum spent caustic in fluidized bed bioreactor using immobilized cells of thiobacillus RAI01*, *Appl. Biochem. Biotechn.*, 151, 532-546.
- Qiu L., Chen W., Zhong L., Wu W., Wu S., Chen J., Zhang F., Zhong W., 2014, *Formaldehyde biodegradation by immobilized Methylobacterium sp. XJLW*, *Bioprocess Biosyst. Eng.*, 37, 1377-1384.
- Razumow I.M., 1975, *Fluidyzacja i transport pneumatyczny materiałów sypkich*, Wydawnictwo Naukowo- Techniczne, Warszawa.
- Rheinbolt W.C., Burkardt J.V., 1983, *A locally parameterized continuation process*, *ACM Trans. Math. Soft*, 9, 216-235.
- Rittmann B. E., 1982, *Comparative performance of biofilm reactor types*, *Biotechn. Bioeng.*, 24, 1341-1370.
- Russo M. E., Maffettone P. L., Marzocchella A., Salatino P., 2008, *Bifurcational and dynamical analysis of a continuous biofilm reactor*, *J. Biotechn.*, 135, 295-303.
- Ryhiner G., Petrozzi S., Dunn I. J., 1988, *Operation of a three-phase biofilm fluidized sand bed reactor for aerobic wastewater treatment*, *Biotechn. Bioeng.*, 32, 677-688.
- Saravanane R., Murthy D. V. S., Krishnaiah K., 2001, *Bioaugmentation and treatment of cephalixin drug-based pharmaceutical effluent in an upflow anaerobic fluidized bed system*, *Biores. Technol.*, 76, 279-281.

- Scheible O. K., Grey G. M., 1988, *Treatment of municipal wastewaters by the fluidized bed bioreactor process*, US EPA, Cincinnati.
- Schugerl K., Bellgard K. H., 2000, *Bioreaction Engineering*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- Scott Ch. D., Davison B. H., Scott T. C., Woodward J., Dees C., Rothrock D. S., 1994, *An advanced bioprocessing concept for the conversion of waste paper to ethanol*, Appl. Biochem. Biotechn., 45/46, 641-653.
- Scott Ch. D., Hancher Ch. W., 1976, *Use of a tapered fluidized bed as a continuous bioreactor*, Biotechn. Bioeng., 18, 1393-1403.
- Shieh W. K., 1980, *Suggested kinetic model for the fluidized-bed biofilm reactor*, Biotechn. Bioeng., 22, 667-676.
- Seker S., Beyenal H., Salih B., Tanyolac A., 1997, *Multi-substrate growth kinetics of Pseudomonas putida for phenol removal*, Appl. Microbiol. Biotechnol., 47, 610-614.
- Seydel R., 2010, *Practical bifurcation and stability analysis*, Springer, New York London.
- Skoneczny S., 2013, *Nieliniowa charakterystyka stacjonarna bioreaktorów przepływowych z unieruchomionym biofilmem*, Praca doktorska, Wydział Inżynierii i Technologii Chemicznej, Politechnika Krakowska.
- Skoneczny S., Stryjewski W., Bizon K., Tabiś B., 2017, *Three-phase fluidized-bed bioreactor modeling and simulation*, Biochem. Eng. Journal, 121, 118-130.
- Somlev V., Tishkov S., 1992, *Application of fluidized carrier to bacterial sulphate-reduction in industrial wastewater purification*, Biotechn. Tech., 6, 91-96.
- Sreerishnan T. R., Ramachandran K. B., Ghosh P., 1991, *Effect of operating variables on biofilm formation and performance of an anaerobic fluidized-bed bioreactor*, Biotechn. Bioeng., 37, 557-566.
- Stewart P.S., 1993, *A model of biofilm detachment*, Biotechnol. Bioeng., 41, 111-117.
- Stryjewski W., 2015, *Modelowanie i analiza procesowa bioreaktorów fluidyzacyjnych*, Praca doktorska, Wydział Inżynierii i Technologii Chemicznej, Politechnika Krakowska.
- Stryjewski W., Tabiś B., Boroń D., 2015, *Dynamic behaviour of stirred tank bioreactors based on structured and unstructured kinetic models. A comparative study*, Chem. Eng. Res. Des., 104, 541-550.

- Tabiś B., 2000, *Zasady inżynierii reaktorów chemicznych*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa.
- Tabiś B., 2005, *Wpływ rozkładu gęstości i współczynników dyfuzji w biofilmie na stacjonarne cechy bioreaktora fluidyzacyjnego*, Chem. Proc. Eng., 26, 325-338.
- Tabiś B., Boroń D., 2015, *Warunki stosowania hybrydowych bioreaktorów fluidyzacyjnych*, Inż. Ap. Chem., 54(5), 283-285.
- Tabiś B., Gawdzik A., 1989, *Modelowanie i projektowanie reaktorów heterogenicznych*, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków.
- Tabiś B., Georgiou A., 2003. Method for determination of the steady states of a three-phase fluidized bed bioreactor. Inż. Chem. Proc., 24, 551-566.
- Tabiś B., Grzywacz R., 2011, *Numerical and technological properties of bubble column bioreactors for aerobic processes*, Comput. Chem. Eng., 35, 212–219.
- Tabiś B., Kupiec K., 2003, *Hydrodynamika trójfazowego bioreaktora airlift dla ziarna ciała stałego o małej gęstości*, Inż. Chem. Proc., 24, 217- 233.
- Tabiś B., Skoneczny S., 2012, *Ocena obecności i zrywania biofilmu w bioreaktorze zbiornikowym na jego zdolność biodegradacji toksycznego związku węglowego*, Inż. Apar. Chem., 51(2), 26–27.
- Tabiś B., Siudzińska R., 2005, *Ocena rozkładów gęstości i współczynników dyfuzji w biofilmie immobilizowanym na materiale drobnoziarnistym*, Przem. Chem., 84(4), 250-253.
- Tabiś B., Stryjewski W., 2013, *Mathematical modelling and stationary characteristics of a two-phase fluidized-bed bioreactor with external aeration*, Chem. Proc. Eng., 34(4), 435-448.
- Tang W. T., Fan L. S., 1987, *Steady state phenol degradation in a draft-tube, gas-liquid-solid fluidized bed bioreactor*, AIChE J., 33, 239-249.
- Tang W. T., Wisecarver K., Fan L. S., 1987, *Dynamics of a draft tube gas-liquid-solid fluidized bed bioreactor for phenol degradation*, Chem. Eng. Sci., 42, 2123-2134.
- Tanyolac A., Beyenal H., 1996, *Predicting average biofilm density of a fully active spherical bioparticle*, J. Biotechn., 52, 39-49.
- Tripathy A., Sahu A.K., Biswal S.K., Mishra B.K., 2013, *A model for expansion ratio in liquid-solid fluidized beds*, Particuology, 11, 789-792.

- Truck H. U., Chmiel H., Hammes W. P., Trosch W., 1990, *Effects of oxygen supply on the production of nikkomycin with immobilized cells of Streptomyces tendae*, Appl. Microbiol. Biotechn., 34, 1-4.
- Tsuneda S., Aurensia J., Inoue Y., Hashimoto Y., Hirata A., 2002, *Kinetic model for dynamic response of three-phase fluidized bed biofilm reactor for wastewater treatment*, Biochem. Eng. J., 10, 31-37.
- Viggiani A., Olivieri G., Siani L., Di Donato A., Marzocchella A., Salatino P., Barbieri P., Galli E., 2006, *An airlift biofilm reactor for biodegradation of phenol by Pseudomonas stutzeri OX1*, J. Biotechn., 123, 464-477.
- Vinod A. V., Reddy G. V., 2005, *Simulation of biodegradation process of phenolic wastewater at higher concentrations in a fluidized-bed bioreactor*, Biochem. Eng. J., 24, 1-10.
- Vinod A. V., Reddy G. V., 2006, *Mass transfer correlation for phenol biodegradation in a fluidized bed bioreactor*, J. Hazard. Mater., 136, 727-734.
- Visnowsky G., Claus J.D., Merchuk J.C., 2003, *Cultivation of insect cells in airlift bioreactors: influence of reactor configuration and superficial gas velocity*, Latin American Applied Research, 33, 207-211.
- Webster T. S., Condee Ch., Hatzinger P. B., 2013, *Ex situ treatment of N-nitrosodimethyloamine (NDMA) in groundwater using a fluidized bed reactor*, Wat. Res., 47, 811-820.
- Westlake R., 1986, *Large-scale continuous production of single cell protein*, Chem. Ing. Tech., 58, 934-937.
- Wisecarver K. D., Fan L. S., 1989, *Biological phenol degradation in a gas-liquid-solid fluidized bed reactor*, Biotechn. Bioeng., 33, 1029-1038.
- Worden R. M., Donaldson T. L., 1987, *Dynamics of a biological fixed film for phenol degradation in a fluidized-bed bioreactor*, Biotechn. Bioeng., 30, 398-412.
- Yen H-W., Liu Y.X., 2014, *Application of airlift bioreactor for the cultivation of aerobic oleaginous yeast Rhodotorula glutinis with different aeration rates*, J of Bioscience Bioeng, 118 (2), 195-198.
- Yuan Q., Xu H., Hu Z., 1999, *Two-phase culture for enhanced alkaloid synthesis and release in a new airlift reactor by Catharanthus roseus*, Biotechnol. Tech. 13, 107-109.
- Znad H., Bales V., Markos J., Kawase Y., 2004, *Modeling and simulation of airlift bioreactors*, Biochem. Eng. J. , 21, 73-81.

SUMMARY

This thesis focuses on modelling and nonlinear steady-state analysis of hybrid fluidized-bed bioreactors. The idea behind such devices is to combine air-lift bioreactors with fluidized-bed apparatuses. It enables the improvement of conditions of an aerobic microbiological process by combining the advantages of both mentioned constructions. Mathematical models of three types of such hybrid bioreactors were formulated, i.e. with external liquid circulation and with internal liquid circulation without or with an enlarged degassing zone of the liquid phase. Calculations were also realized to determine the steady states of the analyzed bioreactors with regard to selected process parameters. Analysis of steady-state branches and the determination of local stability of these states made it possible to evaluate the operating conditions of the bioreactors analyzed.

The presented mathematical model of the bioreactor was formulated for a double-substrate aerobic kinetics of a microbiological process. The model is general in nature and can be used to analyze any double-substrate process, i.e. with or without substrate inhibition.

Due to different hydrodynamic conditions prevailing in particular zones of hybrid devices, the proposed mathematical model includes mass balances of a carbonaceous substrate, oxygen and biomass in the liquid phase separately for each of the bioreactor zones, mass balance of oxygen in the gas phase and equations describing the microbiological process in the biofilm formed on fluidizing particles. For the steady-state analysis it was also necessary to describe the hydrodynamics of the device operation.

A simple but sufficiently accurate model of the hydrodynamics of hybrid fluidized-bed bioreactors was created. Calculations were performed based on which conclusions were drawn regarding hydrodynamic restrictions of the operation of the bioreactors analyzed. These limitations have influence on the possibility of changing the operating parameters in order to increase the efficiency of such devices.

Two groups of mathematical models of bioreactors have been presented that differ in the assumed character of the liquid phase flow. For all constructions analyzed, models were created with perfect mixing of the liquid in the whole apparatus. Models were also formulated that take into account perfect mixing only in the fluidized-bed zone and plug flow of the liquid in other zones. In each of these mathematical models, plug flow of the gas phase was assumed.

Mass balances of a carbonaceous substrate, oxygen and biomass in the liquid phase take into account the convective inflow and outflow of their mass, mass transfer between the contacting phases and the microbiological process. It was assumed that the biofilm is formed on spherical, inert carrier particles. External resistances of mass transfer from the liquid phase to the biofilm and diffusional mass transfer of the carbonaceous substrate and oxygen through the biofilm were taken into account. A uniform biofilm thickness was assumed on all carrier grains, but with different values depending on a given steady state. Determination of the biofilm thickness was possible after creating its global biomass balance.

The assumption of the perfect mixing of the liquid in the whole bioreactor significantly simplifies the mathematical model of the apparatus. Then, for hybrid fluidized-bed bioreactors without an enlarged degassing zone at steady conditions it consists of nine algebraic equations describing the liquid phase, two ordinary differential equations referring to the biofilm process with boundary conditions and the equation used to calculate the thickness of the biofilm. Because of equipping the apparatus with an enlarged degassing zone of the liquid, the mathematical model consists of additional three algebraic equations describing the liquid phase in the degassing zone.

The mathematical model of steady states of hybrid bioreactors with plug flow of the liquid phase in the bubbling zone and in the downcomer region is a system of three nonlinear algebraic equations relating to the liquid phase in the fluidized bed, two ordinary differential equations used to determine concentrations inside the biofilm with appropriate boundary conditions, the algebraic equation describing the current biofilm thickness and six differential equations related to the mass balance in the bubbling and downcomer zones together with initial conditions.

Steady states have been determined for two limit structures of the liquid flow in hybrid bioreactors at the same process conditions. Steady-state branches obtained with

regard to the residence time of the liquid in the bioreactor for perfect mixing of the liquid and for piston flow do not differ significantly both quantitatively and qualitatively. A similar conclusion was drawn from the comparison at varying concentration of the carbonaceous substrate in the feed stream of the bioreactor. Therefore, it is reasonable to use the model that takes into account perfect mixing of the liquid in the whole apparatus, what simplifies the steady-state analysis.

The thesis presents results of numerical simulations used to compare the newly proposed hybrid bioreactors with standard bubble tank apparatuses. It results that hybrid bioreactors exhibit similar or higher degrees of conversion of the carbonaceous substrate compared with tank bioreactors. It is therefore justified to use them in industrial practice.

Calculations were also performed to compare the three proposed designs of hybrid fluidization bioreactors. The steady-state characteristics were obtained with regard to the mean residence time of the liquid, the amount of air supplied and the concentration of the carbonaceous substrate in the feed stream of the bioreactor. Such a comparison shows that the construction with an external circulation pipe is the most advantageous. For hydrodynamic reasons, it enables the best aeration of the reaction medium, thus achieving high degrees of conversion of the carbonaceous substrate, especially for its higher concentrations in the feed stream.

The general analysis of the stationary characteristics of hybrid fluidized-bed bioreactors was related to the assessment of the influence of the following process parameters: mean residence time of the liquid in the vessel, superficial velocity of air supplied the apparatus and concentration of the carbonaceous substrate in the liquid stream supplied to the device on its stationary characteristics depicted by the shape and position of the steady-state branches.

Ranges of the residence time of the liquid were determined, for which high degrees of conversion of the carbonaceous substrate are obtained. Oxygen deficiency causes a decrease in the degree of conversion of the carbonaceous substrate, therefore special attention has been paid to the effect of aeration intensity.

The influence of characteristics of the fine bed material on the operating conditions of hybrid fluidized-bed bioreactors was also analyzed in the thesis. A slight influence of the grain diameter of the biofilm carrier on the obtained conversion degrees was demonstrated. The change in this diameter is, however, related to the

disclosure of hydrodynamic constraints resulting from the properties of the fluidized bed. The diameter of the carrier affects the boundaries of the fluidized bed existence, determined by the minimum fluidization velocity, the terminal velocity of bioparticles and the relation between the dynamic height of the bed and the height of the fluidization zone. A greater effect on obtaining high values of conversion degrees is exerted by the height of the fluidized bed under conditions of minimum fluidization, and thus the amount of the solid in the bioreactor. Initially, increasing the bed height, with sufficient aeration of the liquid phase, enables higher levels of conversion degrees of the carbonaceous substrate. However, a further increase in this height leads to the stabilization of the substrate conversion degrees. This means that there is an optimal amount of carrier grain in the bed.

A significant effect of the biofilm detachment rate coefficient on its thickness has been proved. According to the results obtained in the submitted thesis, there was no noticeable effect of the biofilm detachment rate coefficient on the steady-state characteristics of the bioreactors analyzed.

The influence of kinetics of the microbiological process on the steady-state characteristics of hybrid bioreactors was also analyzed, i.e. the analysis covered transformations following the Monod-Monod and Haldane-Monod kinetics. In addition, the influence of the yield coefficient of oxygen with regard to the carbonaceous substrate was determined. It has been shown that for higher values of this coefficient, smaller degrees of conversion of the carbonaceous substrate are obtained. Taking into account the carbonaceous substrate inhibition leads to the conclusion that the smaller the value of the inhibition constant, the lower the degree of conversion of the carbonaceous substrate is obtained. The results also show that for processes with the inhibition by the carbonaceous substrate, multiple non-zero steady states may occur in hybrid bioreactors. However, if a given microbiological process does not exhibit the substrate inhibition, only single, non-zero steady states with stable character can be achieved.