

Inż. Dr. ALEKSANDER PAREŃSKI

Naświetlenie zagadnienia prędkości  
średniej w łożyskach przyrodzonych



ODBITKA Z „CZASOPISMA TECHNICZNEGO“ 1934 R.  
LWÓW 1934

709/a

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000323304

3000000000000



558.5 PAREŃSKI A.

Od autora

Inż. Dr. ALEKSANDER PAREŃSKI

Lwów 24. V. 1934

# Naświetlenie zagadnienia prędkości średniej w łożyskach przyrodzonych



ODBITKA Z „CZASOPISMA TECHNICZNEGO“ 1934 R.

LWÓW 1934

Inst. Dr. ALEXANDER PAREŃSKI

Naswietenie zagadnienia prędkości  
średniej w lotkach przystrojonych

11-356038



DRUKARNA I GOSPODARSTWO TECHNICZNE "1944" H.  
LWÓW 1934

300-3-344/2919



Garść uwag naświetlających obecne stadium, w którym znajduje się rozwój zagadnienia sekundowej prędkości średniej wody w łożyskach przyrodzonych, napisana została pod wpływem rozwijającej się literatury obejmującej usiłowania rozwiązania tego problemu oraz dyskusji dotyczącej tego tematu, prowadzonej w żywym tempie.

Oczywista rzecz, że w tej dyskusji — jak zresztą w każdej zależnie od żywości jej tempa — obok argumentów rzeczowych, można znaleźć i takie, które sprawę nie naświetlają, lecz odwrotnie zaciemniają, co dzieje się ze szkodą dla nauki.

Nauka bowiem powinna być odporną i bezwzględna i odrzucać musi wszelkie dywagacje sentymentu, oportunistu i sugestji, w przeciwnym bowiem razie traci swą powagę.

W tem miejscu — celem jasnego oświetlenia stosunku pracowników naukowych do wiedzy i jej celów — zacytujemy Świętochowskiego z referatu „Szlakami wiedzy“ publikowanego w Warszawie w r. 1934:

„Na pierwszy plan — pracy naukowej — wysuwa się różnica pomiędzy błędem i uporem błędu. Powiedzmy sobie wyraźnie, że wiedza operuje tylko omyłkami. Prawda polega na niemożności stwierdzenia w danym czasie nieprawdy. Pracą naukową wcale nie jest tworzenie nieomylnych zasad, bo takich nie znamy, lecz wyłącznie obalanie dawnych. Jest to robota destruktywna w stosunku do ludzkiego głupstwa i wyczerpanie go będzie kresem poznania.

Skoro tak jest, to błąd, jako wierny towarzysz człowieka, nie powinien przstraszać. O ile groźniejszym staje się upór pomyłki, który hamuje postęp i opóźnia zdobycie nowego, chociażby krótko trwałego etapu. Dużo większą krzywdę wyrządziła nau-

kom ignorancją dokonanych prac, niż fałszywe od urodzenia mniemanie.

.....

Nie należy z tego wyprowadzać wniosku, ażeby ograniczyć się w zuchwalstwie myśli. (Świętochowski ma tu na myśli nowe pomysły w dziedzinie wiedzy). Rzeczywistość postara się spętać nasze czyny, wynikające ze zbyt fantastycznych teorii. Natomiast im więcej urojeń pływa w psychicznym żywiole, tem obfitszy polów oczekuje wykwalifikowanych rybaków nauki<sup>4</sup>.

W tych uwagach wstępnych, nie możemy także pominąć faktu, że w historii badania przyrody powtarza się często, do pewnego stopnia tradycyjnie ustalona, droga opisywania pewnego zauważonego zjawiska przyrodzonego, mianowicie badacze zapożyczają sobie z języka potocznego jakieś wyrażenie czy pojęcie i obracają niemi aż do chwili, kiedy logika, fakty, ściśle pomiary nie zmuszą ich wreszcie do definicji jaśniejszych. Wówczas to dopiero na mętnych przesłankach oparte wyobrażenia nieuchwytnie i mgliste, ustępują miejsca pojęciom i wyrazom jasnym, ścisłym, jednoznacznym t. j. matematycznym.

Nie trzeba jednak zapominać, że matematyka nie jest tu wcale istotą zjawiska, lecz tylko narzędziem służącym do obróbki jego definicji. Narzędzie to jednak należy używać z wielką znajomością rzeczy i ostrożnością. Jest ono bowiem bardzo ostre i działa sugestywnie, szczególnie przy obróbkach wtórnych t. zn. przy obróbce półfabrykatów, z jakimi dzisiaj się przeważnie spotykamy.

Najpewniejszą drogę do celu, t. j. do rozwiązania omawianego problemu znajdziemy wówczas, gdy rozpoczniemy obróbkę rodzimego surowca odrzucając wszelkie półfabrykaty obrabiane choćby przez t. zw. autorytety, które w nauce nie mogą być uznawane, bez narażenia jej na zarzut dywagacji oportunistycznej.

Poniżej podaje się krótkie zestawienie prac i referatów z ostatnich lat, pod wpływem których dojrzały uwagi niniejszego referatu.

1<sup>1)</sup>. Z. Fuchs: „Kilka uwag do dynamiki cieczy“ *Czasop. Techn.* 1927.

<sup>1)</sup> Liczby porządkowe cytowanych prac podano w tekście w nawiasach.



2. Himmelsbach: „Über Rauigkeitswerte am Oberrhein Basel-Bodensee“. *Wasserkraft u. Wasserwirtschaft* 1930.

3. M. T. Huber: „Refleksje na temat hydrauliki“ *Czasop. Techn.* 1926.

4. M. Matakiewicz: „Próby ustawienia wzorów empirycznych w łożyskach naturalnych“. *Czasopismo Techn.* 1906.

5. M. Matakiewicz: „Versuch der Aufstellung einer Geschwindigkeitsformel für natürliche Flussbette“ *Wochenschrift für den öffentlichen Baudienst* 1905.

6. M. Matakiewicz: „Nowsze badania empiryczne nad związkiem elementów ruchu w łożyskach przyrodzonych“. *Czasop. Techn.* 1910.

7. M. Matakiewicz: „Empirische Untersuchungen über den Zusammenhang der Bewegungselemente bei natürlichen Flussbetten“ *Zeitschrift für Gewässerkunde* 1910.

8. M. Matakiewicz: „Ogólna formuła na średnią chyżość przepływu w łożyskach rzecznych i kanałowych“. Warszawa, 1925.

9. M. Matakiewicz: „Formuła na prędkość i problem prędkości przy bardzo małych głębokościach“ Lwów 1927.

10. M. Matakiewicz: „Die Geschwindigkeitsformel und das Problem der Geschwindigkeiten bei sehr kleinen Tiefen“. *Z. d. österr. Ing. und Arch.-Vereines*, 1927.

11. M. Matakiewicz: „Sur l'uniformisation des méthodes de la détermination des coefficients  $e$  dans la formule de Chézy“ II Conférence hydrologique des États baltique, 1927.

12. M. Matakiewicz: „Zur Frage der allgemeinen Geschwindigkeitsformel“ *Zentralblatt der Bauverwaltung*, 1929.

13. M. Matakiewicz: „Forschungen über das Verhältniss der Mittleren Profilgeschwindigkeit zur grössten Oberflächengeschwindigkeit in künstlichen Betten und Vorschlag zu einer Messmethode III Hydrolog. Konf. der Baltischen Staaten“, 1930.

14. M. Matakiewicz: „Formuła na średnią prędkość dla łożysk naturalnych i wielkich spadków“ Warszawa, 1931.

15. M. Matakiewicz: „Przepływ przez obszary zalewowe rzek“. Ks. Pam. ku czci prof. Thulliego, 1931.

16. M. Matakiewicz: „Dalsze badania nad formułą prędkości i krytyka nowszych zapatrywań na jej budowę“. *Czasop. Techn.* 1931.



17. M. Matakiewicz: „Bilans spadku łożysk przyrodzonych“. Warszawa 1933.

18. A. Pareński: „Zur Berechnung der mittleren Quergeschwindigkeit in natürlichen Flussbetten“. *Der Bauing.* Berlin 1926.

19. A. Pareński: „Kryterja dla wyznaczenia prędkości wód płynących w łożyskach przyrodzonych“. Ks. Pam. ku czci Prof. Thulliego, Lwów, 1931.

20. A. Pareński: „Ogólny wzór na średnią prędkość w łożyskach przyrodzonych“ *Przegląd Techn.* Warszawa, 1933.

21. K. Pomianowski: „Wzory na przepływ wody w kanałach otwartych i przewodach zamkniętych“. *Przegl. Techn.*, 1931.

22. W. Soldan: Theoretisches und praktisches über Geschwindigkeitsformeln für Wasserläufe“. *Wasserkraft und Wasserwirtschaft*, 1930.

23. W. Soldan: „Über Geschwindigkeitsformeln“, III Hydrologische Konferenz der Baltischen Staaten 1930.

24. A. Strickler: „Beiträge zur Frage der Geschwindigkeitsformeln und der Rauheitszahlen für Ströme, Kanäle und geschlossene Leitungen“, Bern 1923.

25. A. Strickler: „Die Frage des Koeffizienten in der Formel von Chézy“ Gesamtbericht der Energie-Weltkonferenz, *V. D. I.* 1931.

26. A. Vitols: „Condition essentielle à suivre pour s'assurer des valeurs les plus exactes du coefficient de rugosité“. III-iem Conférence hydrologique des Etats baltique, 1930.

27<sup>2)</sup>. A. Wellner: „Über Rauheitsziffern“ III Hydrologische Konf. der Balt. Staaten, 1930.

W pracach tych oprócz uśiłowañ zbudowania wzoru empirycznego dla średniej prędkości wody w łożyskach przyrodzonych, a więc uśiłowañ ułożenia matematycznego związku wielkości pomierzonych  $v =$  średniej prędkości wody w  $m/s$ ,  $R =$  promieniowi hydraulicznemu  $= A : U$  (gdzie  $A =$  powierzchni przekroju w  $m^2$ , zaś  $U =$  obwodowi zwilżonemu w  $m$ ) względnie  $T =$  głębokości średniej  $= A : B$  (gdzie  $B =$  szerokości zwierciadła wody w  $m$ ), przyczem do ułożenia niektórych formuł użyto także dotąd niepomierzonej wielkości  $S =$  współczynniki szorstkości — spotkać można krytyczne

<sup>2)</sup> Klasycznej literatury z hydrologii i hydromechaniki cieczy rzeczywistych nie cytowano, ponieważ jest znaną choćby z podręczników.



uwagi o pracach i zapatrywaniach poprzedników względnie równocześnie badających omawiane zagadnienie. Te uwagi krytyczne tyczą się najczęściej hydrologicznych podstaw budowy formuły oraz dowolnej dobieralności wartości funkcji składowych  $f_1(T)$ ,  $f_2(I)$  i stałej  $C$ , względnie wartości współczynnika szorstkości  $S$ .

Jeżeli jednak porównamy ze sobą matematyczną budowę całego szeregu wzorów, zobaczymy, że wzory te są bliźniaczo podobne do siebie pod względem matematycznym bez względu na interwał czasu, w którym powstały, tak że już trudno się zorientować, który wzór do którego autora należy.

Wszystkie te wzory możemy podzielić na trzy grupy:

Do pierwszej grupy należą wzory typu:

$$v = C \cdot R^m \cdot I^n$$

względnie:  $v = C \cdot T^m \cdot I^n$ ,

mianowicie wzory:

- |                     |   |   |
|---------------------|---|---|
| 1. <i>de Chézy</i>  | } | (1775—1780) — $v = C \cdot R^{0.5} \cdot I^{0.5}$ , |
| 2. <i>Tadini</i>    |   |   |
| 3. <i>Eytelwein</i> |   |   |

w których  $C = 50,93$  jest liczbą stałą;

- |   |   |                               |
|---|---|-------------------------------|
| 4. <i>Ganguillet-Kutter</i> (1869)                          | } | $v = C R^{0.5} \cdot I^{0.5}$ |
| 5. <i>Kutter</i> (1870)                                     |   |                               |
| 6. <i>Frank</i>   |   |                               |
| 7. <i>Darcy</i> (1856)                                      |   |                               |
| 8. <i>Bazin</i> (1864)                                      |   |                               |
| 9. <i>Hermanek</i> (1905) — $v = C T^{0.5} \cdot I^{0.5}$ , |   |                               |
|   |   |                               |

w których  $C$  jest zmienne, zależne od współczynnika szorstkości, promienia hydraulicznego, a czasem i wielkości spadu;

- |  |   |   |
|--|---|---|
| 10. <i>Gauckler</i> (1867)   | } | — $v = C \cdot R^{0.667} \cdot I^{0.5}$ |
| 11. <i>Manning</i> (1889)  |   |   |
| 12. <i>Strickler</i> (1931)  |   |   |
| 13. <i>Forchheimer</i> — $v = C \cdot R^{0.7} \cdot I^{0.5}$       |   |   |
| 14. <i>Matakiewicz I</i> (1906) — $v = C \cdot T^m \cdot I^n$ (4), |   |   |

w którym  $C$  jest wartością stałą = 34, a wykładniki  $m$  i  $n$  zmienne zależne od wartości głębokości i spadu.

Do drugiej grupy można zaliczyć tych autorów, którzy wprowadzają do rachunku nową niezależną, mianowicie wielkość  $B$  = szerokości zwierciadła wody. Są to: 15. *Siedek*, 16. *Christen*, 17. *Lindboe* i 18. *Gröger*. Zasadniczy kształt ich formuł:

$$v = f_1(T) \cdot f_2(I) \cdot f_3(B)$$

składa się z funkcji trzech zmiennych niezależnych, przyczem Christen wprowadza tu jeszcze współczynnik szorstkości  $S$ . Wszystkim tym wzorom brak ciągłości.

Trzecia wreszcie grupa przyjęła najprostszy ogólny kształt formuł:

$$v = f_1(T) \cdot f_2(I),$$

a należą do niej: 19. *Matakiewicz* II (6) i (7) z r. 1910, 20. *Matakiewicz* III (8) i (10) z r. 1925, 21. *Matakiewicz* IV (16) z r. 1931, 22. autor I (18) z r. 1928 i 23. autor II (20) z r. 1933, przyczem wzory 19, 20, 22 i 23 są wzorami ciągłymi, a wzór 21 jest wzorem czteroczłonowym.

Mamy zatem trzy zasadnicze kształty formuł na średnią prędkość wody, mianowicie:

$$1. \quad v = C \cdot R^m \cdot I^n,$$

przyczem wielkości  $C$ ,  $m$  i  $n$  są:  $\alpha$ ) stałymi,  $\beta$ )  $C$  jest zmienne a  $m$  i  $n$  są stałymi, albo  $\gamma$ )  $C$  jest stałe a  $m$  i  $n$  są zmiennymi;

$$2. \quad v = f_1(T) \cdot f_2(I) \cdot f_3(B), \quad \text{wreszcie}$$

$$3. \quad v = f_1(T) \cdot f_2(I),$$

z których pierwszy należy do klasycznych, a pomimo to jeszcze chętnie używanych, szczególnie we Francji i Szwajcjarji, drugi typ należy do przejściowych formuł a trzeci do najnowszych i jest specjalnością polską.

W poszukiwaniu uzasadnienia podstaw budowy tych wzorów, jakoteż w dyskusjach na ten temat prowadzonych różni autorzy powołują się często i chętnie na podstawy hydrologiczne, na których swoje wywody opierają. Tymczasem nic podobnego nie istniało i nie istnieje, ponieważ dotychczasowa definicja sekundowej prędkości wody jest definicją ściśle matematyczną a nie hydrologiczną, mianowicie:

Sekundowa prędkość wody w łożyskach przyrodzonych jest ilorazem z sekundowej objętości przepływu wody w  $m^3/s$  i wielkości powierzchni przepływu w  $m^2$ , czyli

$$v \text{ m/s} = \frac{Q \text{ m}^3/\text{s}}{A \text{ m}^2} \quad \dots \quad 1)$$

i dlatego musimy to zagadnienie traktować li tylko ze stanowiska matematycznego a nie hydrologicznego.

Dla przykładu naświetlmy dokładnie znany klasyczny argument hydrologiczny użyty do podziału koryt rzecznych na łożyska rzeczne i łożyska potoków



czyli podział wód płynących na rzeki i potoki na podstawie prędkości przenoszenia się fali.

Gdy w roku 1786 Lagrange przedłożył Akademii berlińskiej swój wzór dla prędkości względnej przenoszenia się fali

$$v_1 = \sqrt{gT}$$

to użyto go bezzwłocznie do wyznaczenia spadcu granicznego  $I_{gr}$ , mającego oddzielić rzeki o przepływie spokojnym od potoków o przepływie rwącym, posługując się następującem rozumowaniem:

Według wzoru Lagrange'a, prędkością bezwzględną wobec brzegów koryta rzeki będzie prędkość

$v_1 + v_2$  w kierunku biegu wody

i  $v_1 - v_2$  przeciw kierunkowi wody

a gdy  $v_2 \geq v_1$  to żadna fala nie będzie mogła się przemieścić w górę łóżyska rzeki wobec tego stosując przybliżony wzór de Chézay'ego

$$v_2 = 50,93 \sqrt{I.R}$$

otrzymamy warunek  $v_1 = v_2$  czyli:

$$\sqrt{gT} = 50,93 \sqrt{I.R},$$

który pozwala nam obliczyć wartość spadcu granicznego  $I_{gr}$ .

Jeżeli bowiem przyjmiemy  $T=R$  co dla łóżysk przyrodzonych zawsze — nie popełniając błędu — uczynić możemy, otrzymamy, obliczając spadcu powyższym wzorem — dla łóżysk szerokich a płytkich, uważanych za prostokątne:

$$I_{gr} = \left( \frac{\sqrt{9,81}}{50,93} \right)^2 = \frac{1}{264} = 0,00378 = 3,78\%$$

okrągiło przyjęto  $I_{gr} = \frac{1}{250} = 0,004 = 4,0\%$ .

Ileż popełniono tu błędów w pogoni za argumentami hydrologicznymi mającymi uzasadnić końcowy wynik, który zresztą jest niedorzecznością.

1. Wyeliminowano z rachunku głębokość średnią  $T$ , której wartość funkcji jest wprost proporcjonalną do prędkości średniej  $v_2$ , a skoro to się już stało zastrzeżono

2. ważność obliczonego spadcu granicznego dla koryt dość szerokich a płytkich. Doprawdy nie wiedzieć dla jakiego celu to zastrzeżenie, gdyż tym sposobem obliczony spadcu  $I_{gr}$  jest liczbą stałą ważną dla wszelkich przekrojów łóżysk przyrodzonych właśnie dlatego, że z rachunku wyeliminowano wartość  $T$  charakteryzującą przekrój.



3. Nie podano bliższego określenia dla łożysk n. p. czy łożyska rzek wielkich o szerokości przekraczającej 1 km, a głębokości średniej wynoszącej 10 m, w których prędkość średnia przy spadzie 0,5‰ przekracza 3 m/s, również należą do tej kategorii, ponieważ ich stosunek głębokości średniej do szerokości nie przekracza 1‰.

4. Wartość funkcji spadu ze wzoru de Chézy'ego przyjęto jako wartość doskonałą.

Tymczasem tak nie jest, ponieważ po dzień dzisiejszy hydrologzy biedzą się nad znalezieniem kształtu i wartości tej funkcji. Bardziej zbliżoną do rzeczywistości byłaby wartość  $f(I) = \sqrt[3]{I}$ , zapomocą której obliczone poniższym sposobem:

$$I_{gr} = 0,0002326 = \frac{1}{4300} = 0,2326‰,$$

co jest nonsensem.

Istnieje jeszcze wiele innych braków i niedociągnięć opisanego rozumowania spowodowanych zasadniczym błędem porównania wzoru Lagrange'a na  $v_1$  ze wzorem na prędkość średnią  $v_2$ , których jednak — ze względu na brak miejsca — nie podajemy.

Podobne rozważania ogłosili już w nowszych czasach, bo w wieku XIX de St. Venant (1831) i Bousinesq (1877), który w dziele swem „Essai sur la Théorie des eaux courantes“ mającym aspiracje do ścisłych rozważań, które jednak faktycznie nie przekraczają granic zakreślonych empiryką — znalazł istnienie aż dwu spadów i dwu prędkości granicznych, dzieląc tem samem przepływ w łożyskach przyrodzonych na rzeki o spadach do 3,33‰, (rivières), strumienie o spadach od 3,33‰ do 4‰, (torrents de pente modérée), wreszcie potoki o spadach od 4‰ w górę (torrents rapides).

Taki podział może zadowolić geografów, ale nigdy hydrologów, ponieważ te trzy rodzaje przepływów występują także w łożyskach sztucznych, w których współczynnik szorstkości jest niezależny od spadu łożyska, a tem samem rodzaje przepływu nie dadzą się odgraniczać wielkością spadu tylko średnią prędkością sekundową, która zresztą się zmienia (rośnie lub maleje) w sposób ciągły i jest funkcją trzech czynników, mianowicie kształtu przekroju, spadu i współczynnika szorstkości.

Z takiej funkcji

$$v = F[f_1(I), f_2(T), f_3(S)],$$



pomimo pomierzonej czwórki wartości  $v, I, T, S$  nie można — nawet dla najprostszych przypadków wyznaczyć pojedyncze wartości poszczególnych funkcji (a zatem także i  $f_1(I)$ ), ponieważ dotychczas nie udało się najgenjalniejszym matematykom rozwiązać funkcji nawet dwu zmiennych niezależnych

$$v = F[f_1(I), f_2(T)]$$

w sensie jednoznacznego określenia kształtu i wartości poszczególnych członów tej funkcji  $f_1(I)$  oraz  $f_2(T)$ .

Zatem podział przepływów ruchu równomiernego jak proponuje M. T. Huber (3) na: 1. przepływ łagodny (lub spokojny); 2. przepływ umiarkowany i 3. przepływ rwący może nastąpić li tylko na podstawie wielkości prędkości średniej przekroju, ale wartość takiego podziału nie może mieć dla hydrotektów wielkiego znaczenia, ponieważ każdy z tych przepływów składa się z ruchów burzliwych i laminarnych i każdy z nich może być równie dobrze ruchem burzliwym jak i laminarnym.

Również nie można na podstawie takiego podziału odgraniczyć rzek, w których n. p. prędkość przepływu może być większą, od prędkości przepływu w potokach, więc cel takiego podziału, dla którego wyznaczenie granic jest niemożliwe, trafiają w próżnię naukową, mając tylko pewne znaczenie dla życia potocznego n. p. dla beletrystyki, w której się często czyta nietylko o rwących, ale także i o szumiących potokach.

Wreszcie używanie nie zdefiniowanych ściśle wyrażeń jak n. p. „wzmagające się uwikłanie strug“ itd. (16), sprawę omawianego zagadnienia nie wyjaśnia i nie może mieć pretensji do argumentu hydrologicznego.

Ta — niczem nieuzasadniona — pogoń za podstawami hydrologicznymi omawianych wzorów, wytworzyła również atmosferę, w której się sugestywnie rozdziły i rodzą dotychczas, wzory zasadniczo bliźniaczo podobne do siebie (grupa I wzory od 4 do 14) różniące się jedynie sposobem obliczania współczynnika szorstkości oraz oparte na mętnych przesłankach hydrologicznych dziwaczne kształty wzorów grupy drugiej, w której wzory Christena dziwacznością swych podstaw i wyników (przykład przy końcu niniejszej pracy) wysuwają się na pierwsze miejsce tej grupy badaczy niemieckich.

Traktując omawiany problem tylko ze stanowiska matematycznego napotykamy już na trudności nie da-



jące się pokonać. Nie mając bowiem odpowiednich warunków musimy rozwiązywać matematycznie t. zn. znaleźć kształt i wartość funkcji trzech zmiennych niezależnych

$$v = F[f_1(T), f_2(I), f_3(S)] \dots 2)$$

lub po wyeliminowaniu funkcji współczynnika szorstkości  $f_3(S)$ , pozostaje nam do rozwiązania funkcja dwóch zmiennych niezależnych

$$v = f[\varphi_1(I), \varphi_2(T)], \dots 3)$$

która posiada  $\infty^2$  rozwiązań, gdy wzór poprzedni t. j. drugi posiada  $\infty^3$  ilość rozwiązań.

Jeżeli bowiem — przy pomierzonych trójkach  $v_p, I_p, T_p$  — dowolnie obierzemy kształt i wartość jednej z funkcji składowych, to możemy zawsze znaleźć taką wartość drugiej funkcji składowej ze wzoru 3-go aby ona przy jego wyraźnym kształcie:

$$v = C \cdot f_1(I) \cdot f_2(T) \cdot m/s \dots 4)$$

spełniała warunki:

$$\left. \begin{aligned} f_1(I) &= \frac{v}{f_2(T) \cdot C} \\ \text{względnie: } f_2(T) &= \frac{v}{f_1(I) \cdot C} \end{aligned} \right\}, \dots 5)$$

z których można obliczyć wartości pomierzone  $I$  wzgl.  $T$ .

Oczywista rzecz, że kształt i wartość tych funkcji  $f_1(I)$  i  $f_2(T)$  mogą być dowolne. Ograniczamy je zwykle pewnymi warunkami, aby zbliżyć się do przyrody. I tak np. zakładamy, aby funkcje te były ciągłe, aby wartość ich wzrastała ze wzrostem wartości zmiennych niezależnych, aby były krzywymi asymptotycznymi, aby nie wykazywały punktów przegięcia, osobliwych lub maximów i minimów, a co najważniejsze, aby wartość ich iloczynu była jak najbardziej zbliżoną do wartości  $v_p$  i t. d. Są to wszystko warunki matematyczne, które jednak nie zmniejszają nieskończenie wielkiej ilości rozwiązań tego zagadnienia.

Warunków hydrologicznych — wymienianych tak często i tak chętnie — w referatach dyskusyjnych i krytykach, nie było dotychczas, niema i prawdopodobnie tak prędko nie będzie, pomimo, że wielu autorów uważa je za pewne kryterjum dokładności swoich własnych wzorów.

Również nie można uważać za kryterjum dokładności badanego wzoru empirycznego o dwóch zmiennych niezależnych — dokładności wyników otrzymana-



nych formułami 5, ponieważ absolutną dokładność tych wyników możemy otrzymać zapomocą nieskończenie wielu funkcji składowych  $f_1(I)$  i  $f_2(T)$  różniących się znacznie tak pod względem kształtu jak i wartości.

Sprawę tę najlepiej wyjaśnimy na przykładach.

Jeżeli bowiem weźmiemy pod rozwagę trzy przekroje rzeczne, w których pomierzono trójkę wartości  $v_p$ ,  $I_p$ ,  $T_p$ , mianowicie jeden o wartościach średnich, jeden dla wielkiej głębokości średniej a jeden dla wielkiego spadku i obliczymy te wartości zapomocą n. p. trzech nowszych wzorów, to otrzymamy różne wartości na średnią prędkość  $v_0$  z ogólnego wzoru 4 i dokładnie zgadzające się z wartościami pomierzonymi, wartości na  $I_0$  i  $T_0$  obliczone wzorami 5, jeżeli za podstawę przyjmiemy prędkość obliczoną  $v_0$ .

Przekroje obrano następujące:

1. Wisła pod Niepołomicami:

$$T_p = 0,75 \text{ m}, I_p = 0,441^{0/100}, v_p = 0,601 \text{ m/s.}$$

2. Mississippi pod Viksburg:

$$T_p = 19,538 \text{ m}, I_p = 0,064^{0/100}, v_p = 2,118 \text{ m/s.}$$

3. Bulaufbach pod Böchstein:

$$T_p = 0,366 \text{ m}, I_p = 26,140^{0/100}, v_p = 0,970 \text{ m/s.}$$

Do tego porównania użyto trzy nowe wzory, mianowicie:

1. Hermanka (trójczłonowy) z r. 1905:

$$\text{dla } T < 1,5 \text{ m}, f_1(T) = 30,7 \cdot T, f_2(I) = I^{1/2},$$

$$1,5 \text{ m} < T < 6 \text{ m}, f_1(T) = 34 T^{3/4}, f_2(I) = I^{1/2},$$

$$T > 6,0 \text{ m}, f_1(T) = (50,2 + 0,5 T) T^{1/2}, f_2(I) = I^{1/2}.$$

2. Matakiewicza IV-ty czterocłonowy z r.

1931 (16):

$$\left. \begin{array}{l} T < 4,5 \text{ m} \\ I < 0,016 \end{array} \right\}, f_1(T) = 1,04 T^{0,7}, f_2(I) = 34 I^{0,493 + 10 I},$$

$$T > 4,5 \text{ m}, f_1(T) = (2,44 + 0,125 T), f_2(I) = 34 I^{0,493 + 10 I},$$

$$I > 0,016 \left. \vphantom{\begin{array}{l} T < 4,5 \text{ m} \\ I < 0,016 \end{array}} \right\}, f_1(T) = 2,38 T^{0,7} = v,$$

$$\text{do } 0,100 \left. \vphantom{\begin{array}{l} T < 4,5 \text{ m} \\ I < 0,016 \end{array}} \right\}, \text{ w czym } f_2(I) = 2,285 = \text{const.}$$

3. Autora II-gi wzór ciągły z r. 1933 (20):

$$f_1(T) = \frac{48 T}{\sqrt{T+0,9}}, \quad f_2(I) = \left( \frac{I}{0,2 + \sqrt[3]{1000 I}} \right)^{1/2}.$$

Obliczając temi wzorami t. j. H (Hermanka), M (Matakiewicza) i P (autora) poszczególne wartości funkcji  $f_1(T)$  i  $f_2(I)$  jakoteż trójkę wartości pomierzonych  $v$ ,  $T$ ,  $I$ , przyczem jako podstawę do obliczenia  $T$  i  $I$  przyjęto  $v_0$  = chyżość obliczoną — otrzymano wyniki podane w tabl. I.

W zestawieniu poniższem widoczna jest prawie doskonała zgodność wyników wzorów (kolumna VII) Wisły Matakiewicza i autora oraz pomiaru (rubryka 2 i 3), dla Mississippi Hermanka i autora oraz pomiaru (rubryka 4 i 6), a dla Bulaufbachu wszystkie wyniki przekraczają +20% prędkości pomierzonej — pomimo różnych wartości funkcji głębokości średniej (kolumna III-cia) oraz znacznie się różniących wartości funkcji spadku (kolumna V-ta).

Tablica I.

L. P.	Rzeka	Wzór	T			I $I_p = I_0$ ‰	v		$v_0 - v_p =$ = $\Delta$ m/s	$\Delta$ ‰		
			$f_1(T)$	$T_p = T_0$ m	$f_2(I)$		$v_0$	$v_p$				
							m/s	m/s				
1	Wisła	H	23,025	0,750	0,0210	0,441	0,4835	0,601	-0,1175	19,54		
2		M	0,850	"	0,7300	"	0,6205	"	+0,0195	3,24		
3		P	28,030	"	0,0214	"	0,6004	"	-0,0006	0,01		
4	Mississippi	H	265,063	19,538	0,0080	0,064	2,1205	2,118	+0,0025	0,01		
5		M	4,882	"	0,2900	"	1,4158	"	-0,7022	33,16		
6		P	207,230	"	0,01032	"	2,1386	"	+0,0206	0,97		
7	Bulaufbach	H	11,236	0,366	0,1617	26,140	1,8169	0,970	+0,8469	87,30		
8		M	1,1781	"	—	—	1,1781	"	+0,2081	21,44		
9		P	15,610	"	0,0907	26,140	1,4158	"	+0,4458	45,96		
			I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X

W zestawieniu tem obliczono również wartości cyfrowe — zapomocą wzorów 5 głębokości średniej  $T_0$  (kolumna IV-ta) i spadku  $I_0$  (kolumna VI-ta), biorąc za podstawę obliczenia prędkość  $v_0$  obliczoną danym wzorem. Jak widać wartości te nie różnią się nietylko między sobą, lecz są także równe odpowiednim wartościom pomierzonym  $T_p$  i  $I_p$ .

Jeżeli jednak za podstawę obliczenia przyjmiemy prędkość wody pomierzoną  $v_p$  i obliczymy głębokości średnie zapomocą funkcji  $f'_1(T)$  to otrzymamy następujące wyniki (p. tabl. II).



Tablica II.

L. p.	Rzeka	Wzór	$v_p$	$f_1'(T) = \frac{v_p}{f_2(I)}$	$T_p$	$T_0$	$T_0 - T_p = \Delta$	$\Delta\%$
			m/s		m	m	m	
1	Wisła	H	0,601	28,62	0,750	0,932	+ 0,182	24,27
2		M	"	0,8233	"	0,715	- 0,085	4,67
3		P	"	"	28,084	"	0,751	+ 0,001
4	Mississippi	H	2,118	264,75	19,538	19,252	- 0,286	1,47
5		M	"	7,303	"	33,903	+ 19,365	99,11
6		P	"	"	205,23	"	19,015	- 0,523
7	Bulaufbach	H	0,970	5,998	0,366	0,195	- 0,171	46,72
8		M	"	0,4086	"	0,263	- 0,108	28,42
9		P	"	"	10,694	"	0,238	0,128
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII

Oczywista rzecz, że przy tem obliczeniu musieliśmy przyjąć funkcję spadę  $f_2(I)$  jako doskonale dokładną — co w rzeczywistości jest nieprawdopodobnem — i dlatego też otrzymaliśmy w tablicy II-giej tak dziwaczne wyniki w rubrykach 5 i 7, oraz kolumnach VI i VIII-mej. Wzór M, który dla rzeki Mississipi różni się w wyniku tylko o 33,16% od pomiaru, przy obliczeniu zapomocą funkcji głębokości średniej wykazuje 99,11% różnicy.

Nonsens takiego sprawdzianu występuje tu jaskrawo w wielkości obliczonej głębokości średniej  $T_0 = 33,903 m$ , leżącej poza interwałem ważności wzoru ułożonego dla głębokości do 20,0 m.

I odwrotnie wzór H, którego wynik dla potoku Bulaufbach jest różny od pomiaru o 87,30%, wykazuje tylko różnicę 46,72% przy zastosowaniu wzoru 5.

Podobne zestawienie cyfrowe możemy uzyskać zapomocą formuł 5 dla funkcji spadę, którą obliczamy formą:

$$f_2'(I) = \frac{v_p}{f_1(T)}, \dots \dots \dots 6)$$

przyjmując oczywiście absolutną dokładność funkcji  $f_1(T)$ .

Wynik tego obliczenia wykazywałby jeszcze więcej nonsensów, ponieważ wzorem  $M$  spąd ten powyżej  $15,6\%_0$ <sup>3)</sup> nie możnaby wogóle obliczyć, gdyż funkcja spadu według Matakiewicza od  $16\%_0$  do  $100\%_0$ , nie istnieje, a jej wartość w tym interwale jest liczbą stałą = 2,285 (16). Wielkość tej liczby jest iloczynem ze stałej towarzyszącej funkcji spadu oraz wartości funkcji spadu  $34.I^{0,493+10I}$ , przy spadzie =  $16\%_0$ .

Z powyższego przedstawienia sprawy wynika jasno, że taki lub owaki kształt oraz wartość funkcji składowych, (których może być nieskończenie wiele)  $f_1(T)$  i  $f_2(I)$ , wzoru na średnią prędkość wody w łożyskach przyrodzonych nie wpływa zupełnie na dokładność wyników tego wzoru a temsamem nie można wartości tych funkcji używać jako kryterjum do oceny dokładności wzorów względnie uważać je za jakąkolwiek podstawę hydrologiczną. Główną rolę odgrywa tu matematyka, która w tej zawilej sprawie funkcji uwikłanej o nieskończenie wielu kształtach i wartościach, również nie może nam dać jednoznacznego rozwiązania.

Przy rozwiązywaniu takich zagadnień radzimy sobie następującym sposobem:

Przyjmujemy zupełnie dowolnie wartość jednej z tych funkcji n. j.  $f_1(T)$  dla pewnego stałego  $T$  i z równania 4-go obliczamy wartości drugiej funkcji składowej — w niniejszym przykładzie (20):

$$f_2(I) = \frac{v_p}{f_1(T)} = \frac{v_p}{C} \dots \dots \dots 7)$$

lub:

$$f_2(I) = \frac{f_1(T)}{v_p} = \frac{C}{v_p} \dots \dots \dots 8)$$

przyczem przyjęto we wzorze 7:

$$v_p > f_1(T),$$

a we wzorze 8:

$$v_p < f_1(T),$$

otrzymując dla szeregu wartości  $T_1, T_2 \dots T_n$  szereg wartości stałych  $C_1, C_2 \dots C_n$ .

<sup>3)</sup> Jeżeli bowiem funkcję kształtu:

$$y = x^{a+bx}$$

zróżniczkujemy względem  $x$ , to otrzymamy:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{a}{b} \cdot \frac{1}{1 + \log_n x},$$

a gdy podstawimy wartości z funkcji spadu  $f(I) = I^{0,493+10I}$  i przyrównamy pierwszą pochodną do zera, otrzymamy dla max. wartość  $I = 0,0156 = 15,6\%_0$ .



Oczywista rzecz, że te wartości  $C$  aczkolwiek dowolnie dobrane są względem siebie w pewnej zależności matematycznej, mianowicie — zależnie od założenia — muszą one w prostokątnym układzie płaskim  $C=y$ ,  $T=x$  tworzyć krzywą lub prostą o rzędnych rosnących ze wzrostem odciętych, ciągłą, jak we wzorze jednoczłonowym  $P$ , lub łamaną (nieciągłą), jak we wzorach wieloczłonowych  $M$  i  $H$ .

Mając tym sposobem obliczone wartości drugiej funkcji  $f_2(I)$  możemy znaleźć łatwo jej kształt.

Ponieważ możemy pod każdą wartość  $C$  podstawić nieskończenie wiele liczb, otrzymamy tem samym nieskończenie wiele rozwiązań dla funkcji spadu  $f_2(I)$ , z których każda spełni warunek:

$$v_p = f_2(I) \times C, \text{ wzgl. } v_p = \frac{C}{f_2(I)},$$

czyli możemy temsamem zbudować nieskończenie wiele związków pomierzonych trójek  $v, I, T$  t. zn. wzorów empirycznych na średnią prędkość wody w łożyskach przyrodzonych o kształcie funkcji uwikłanej:

$$\left. \begin{array}{l} v_0 = f_1(T) \cdot \varphi_1(I) \\ v_0 = f_2(T) \cdot \varphi_2(I) \\ \dots \\ v_0 = f_\infty(T) \cdot \varphi_\infty(I) \end{array} \right\}, \dots \dots \dots 9)$$

których wyniki  $v_0$  będą sobie równe, względnie po uwzględnieniu dyspersji występującej przy wynikach pomiarowych  $v_p$  — równe wynikom pomierzonym  $v_p$ .

A jeżeli twierdzenie powyższe — które zostało udowodnione — jest prawdziwym, to każda z funkcji składowych pomimo, że różnią się kształtem i wartościami:

$$f_1(T) \neq f_2(T) \neq \dots \neq f_\infty(T)$$

$$\text{oraz } \varphi_1(I) \neq \varphi_2(I) \neq \dots \neq \varphi_\infty(I)$$

jest funkcją właściwą dokładnie odpowiadającą pomierzonej trójce wartości rzeczywistych  $v, T, I$ , gdyż ich odpowiednie iloczyny:

$$f_1(T) \cdot \varphi_1(I) = f_2(T) \cdot \varphi_2(I) = \dots = f_\infty(T) \cdot \varphi_\infty(I) = v_p$$

są sobie równe, oraz równają się średniej prędkości pomierzonej w łożyskach przyrodzonych (przy uwzględnieniu dyspersji pomiarowej).

Taki sam rachunek możemy przeprowadzić przyjmując dowolnie wartość drugiej funkcji  $\varphi(I) = C_I$ , szukając następnie kształtu i wartości funkcji  $f(T)$ .

Jeżeli zatem wzorami 5 obliczymy poszczególne wartości  $T$  wzgl.  $I$  przy zastosowaniu wzorów 9, to z różnych wartości funkcji głębokości średnich względnie spadu otrzymamy równe wartości na  $T$  wzgl.  $I$ , t. zn. obliczywszy wartość  $T$ :

$$\text{z funkcji } f_1(T) = \frac{v_p}{\varphi_1(I)} \text{ otrzymamy } T_0 = T_p$$

$$\text{" } f_2(T) = \frac{v_p}{\varphi_2(I)} \text{ " } T_0 = T_p$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\text{" } f_\infty(T) = \frac{v_p}{\varphi_\infty(I)} \text{ " } T_0 = T_p,$$

podobnie, jeżeli obliczymy  $I$ :

$$\text{z funkcji } \varphi_1(I) = \frac{v_p}{f_1(T)} \text{ otrzymamy } I_0 = I_p$$

$$\text{" } \varphi_2(I) = \frac{v_p}{f_2(T)} \text{ " } I_0 = I_p$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\text{" } \varphi_\infty(I) = \frac{v_p}{f_\infty(T)} \text{ " } I_0 = I_p.$$

Z powyższego wynika, że chętnie używany w krytykach omawiających dokładność wzorów empirycznych na średnią prędkość wody w łożyskach przyrodzonych argument (16) o kształcie krzywych głębokości, średniej względnie spadu — musi odpaść zupełnie jako nierzeczowy, gdyż dokładność wyników takich wzorów  $v_0$  możemy ocenić tylko porównując te wyniki z wynikami pomierzonych prędkości średnich  $v_p$ .

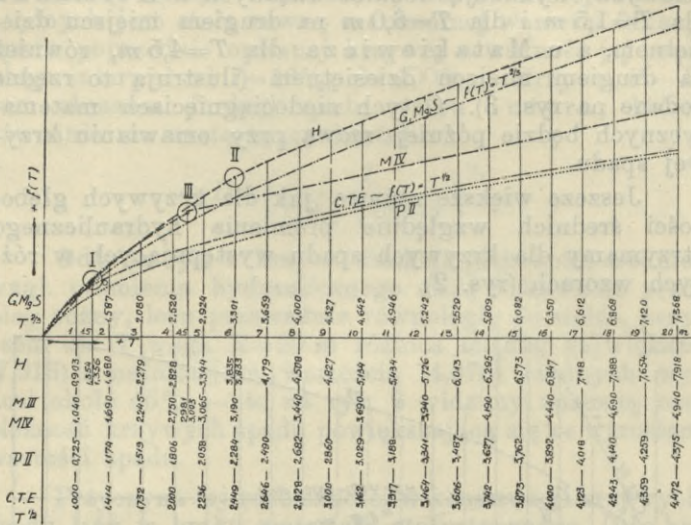
Metody używane do tego celu będą opisane w osobnej pracy z matematyki stosowanej.

Dla przykładu podano na rysunkach 1 i 2 kilka krzywych będących obrazami funkcji głębokości średniej  $T$  (rys. 1) oraz spadu  $I$  (rys. 2), które spełniają swe zadanie w wystarczającej mierze w interwale pewnych odcinków rzecznych, pomimo, że się znacznie różnią kształtem i wartościami.

Krzywa  $GMS$  przedstawia obraz funkcji promienia hydraulicznego  $f(R) = R^{2/3}$  wzorów Gaucklera, Manninga i Stricklera, krzywa  $H$ , funkcję głę-



bokości średniej wzorów Hermanka, przyczem podziałkę zmniejszono 34 razy.



Rys. 1.

Wzór ten jest trójczłonowy, przeto pierwszy człon dla  $T < 1,5 m$  obliczono tu wzorem  $f_1(T) = \frac{30,7 T}{34}$ , drugi dla  $1,5 m < T < 6,0 m$ , wzorem  $f_2(T) = T^{3/4}$ , wreszcie trzeci dla  $T > 6 m$ , wzorem  $f_3(T) = \frac{50,2 + 0,5 T}{34} \cdot T^{3/2}$ .

Krzywa  $M$  jest obrazem funkcji głębokości średniej z IV wzoru Matakiewicza (16). Jest to wzór dwuczłonowy dla funkcji  $T$ , mianowicie dla wartości  $T < 4,5 m$ ,  $f_1(T) = 1,04 T^{0,7}$  przedstawia nam krzywą paraboliczną, a dla  $T > 4,5 m$  prostą o równaniu  $f_2(T) = 2,44 + 0,125 T$ . Krzywa  $CTE$  jest obrazem funkcji promienia hydraulicznego  $f(R) = R^{1/2}$  wzorów de Chézy'ego, Tadini'ego i Eytelweina, wreszcie krzywa  $P$  jest obrazem funkcji głębokości średniej:

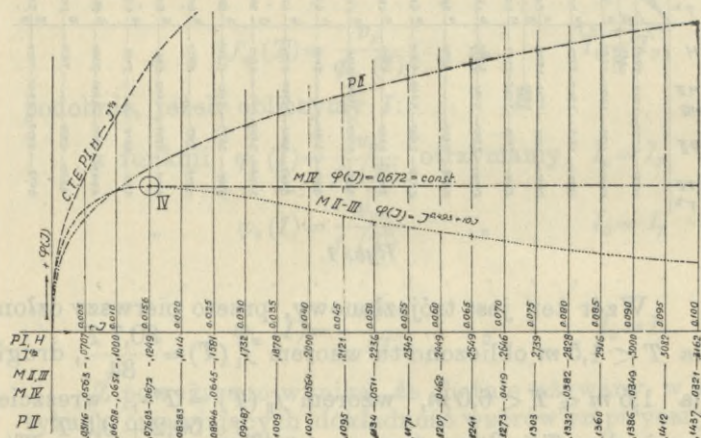
$$f(T) = \frac{T}{\sqrt{T+0,9}}$$

drugiego wzoru autora (20).

Krzywe de Chézy'ego, Tadini'ego, Eytelweina, Gaucklera, Manninga, Stricklera i autora są krzywami ciągłymi, natomiast obrazy funkcji

Hermanka i Matakiewicza złożone są z odcinków prostych i krzywych, przyczem w punktach przejściowych wykazują różnice rzędnych u Hermanka dla  $T=1,5 m$  i dla  $T=6,0 m$  na drugim miejscu dziesiętnym, a u Matakiewicza dla  $T=4,5 m$ , również na drugim miejscu dziesiętnym (ilustrują to rzędne podane na rys. 3). O tych niedociągnięciach matematycznych będzie później mowa przy omawianiu krzywej spadu.

Jeszcze większe różnice jak dla krzywych głębokości średnich względnie promienia hydraulicznego otrzymamy dla krzywych spadu występujących w różnych wzorach (rys. 2).



Rys. 2.

Przedstawiono tu obrazy funkcji spadu wzorów de Chézy'ego, Tadini'ego, Eytelweina, Gaucklera, Manninga, Stricklera, Forchheimera i Hermanka i pierwszego wzoru autora (18), w których funkcja spadu  $\varphi(I) = \sqrt{I}$  (na rys. krzywa *C. T. E. P. I. H.*). Krzywa *M II-III* jest obrazem funkcji spadu drugiego (6 i 7) i trzeciego (8) wzoru Matakiewicza

$$\varphi(I) = I^{0.493 + 10I}.$$

Krzywa *M IV* jest krzywą spadu czwartego wzoru Matakiewicza (16). Jest ona obrazem funkcji dwuczłonowej, mianowicie funkcja ta składa się z krzywej ciągłej, której równanie jest identyczne z równaniem funkcji spadu wzorów Matakiewicza II i III, a waż-



ność jej przebiega interwał od najmniejszych wartości spadu do 16‰, oraz z prostej równoległej do osi iksów, (na której odcięto wartości spadu  $I$ ) której wartość rzędnych jest stałą równą maximalnej wartości funkcji spadu poprzednio opisanej krzywej a ważność jej przebiega interwał od  $I=16‰$  do 100‰. Krzywa  $P-II$  jest obrazem funkcji spadu wzoru autora, której równanie ma następujący kształt:

$$\varphi(I) = \left( \frac{I}{0,2 + \sqrt[3]{1000I}} \right)^{1/2}$$

Gdy na rys. 1 krzywe funkcji głębokości średniej wzgl. promienia hydraulicznego mają wprawdzie przebieg różny, lecz przeważnie równoległy do siebie, przyczem dla  $T$  wzgl.  $R=20\text{ m}$  różnica między największą (7,918) a najmniejszą wartością (4,375) rzędnych wynosi około 45‰ — to na rys. 2 widzimy znaczną rozbieżność krzywych spadu powiększającą się ze wzrostem wartości spadu.

Przyczyna tej rozbieżności w konstrukcji krzywych spadu leży w braku materiału statystycznego. Gdy bowiem posiadamy szereg pomiarów dla przekrojów o znacznej głębokości (do 20 m) to brak nam pomiarów przy znacznych spadach, a pomiary dla spadów wyżej 15‰ należą już do rzadkości.

Należy tu jeszcze naświetlić niektóre szczegóły konstrukcyjne krzywych  $T$  i  $I$ . Wszystkie krzywe przedstawione na rysunkach 1 i 2 są krzywymi ciągłymi z wyjątkiem: a) krzywej głębokości średniej wzoru Hermanka, oraz b) krzywej głębokości średniej i c) krzywej spadu ze wzoru IV-tego Matakiewicza.

a) Krzywa głębokości średniej Hermanka składa się z trzech różnych elementów: 1. prostej 30,7  $T$ , przebiegającej interwał od najmniejszych wartości  $T$  do  $T=1,5\text{ m}$ . 2. krzywej  $34 T^{3/4}$  dla wartości  $1,5\text{ m} < T < 6,0\text{ m}$ , wreszcie dla  $T > 6,0\text{ m}$  3. krzywej  $(50,2 + 0,5 T) T^{1/2}$ . Mamy więc dwa punkty złamania ciągłości: I-wszy punkt dla  $T=1,5\text{ m}$ , a II-gi dla  $T=6,0\text{ m}$ . Obliczwszy rzędne według prostej 1. dla  $T=1,5\text{ m}$ , otrzymamy:  $f(T)=46,05$ , a według krzywej 2. giej  $f(T)=46,07$ , zatem różnica wynosi 0,02 tworząc łukę (rys. 3, I). Podobna nieścisłość występuje i w drugim punkcie przejścia drugiej funkcji w trzecią. Rzędna obliczona według krzywej drugiej dla  $T=6,0\text{ m}$ , równa się 130,403, natomiast ta sama rzędna obliczona według



krzywej trzeciej równą jest 130,313. Różnica zatem wynosi 0,09 tworząc niczem niewypełnioną lukę.

b) Krzywa głębokości średniej IV-tego wzoru Matakiewicza składa się z dwóch elementów. W interwale od najmniejszych głębokości średnich do  $T=4,5 m$  z krzywej kształtu  $1,04 T^{0,7}$  oraz w interwale od  $4,5 m$  do największych głębokości średnich z prostej  $2,44 + 0,125 T$ . Rzędne obliczone dla  $T=4,5 m$  t. j. punktu III-go według równań obydwóch funkcji wynoszą 2,981<sup>4)</sup> i 3,003, a więc różnią się o 0,022.

c) Krzywa spadu IV-tego wzoru Matakiewicza składa się również z dwóch elementów, mianowicie krzywej  $\varphi(I) = I^{0,493+10I}$  przebiegającej interwał od najmniejszych spadów do  $I=0,016=16\%$ , oraz prostej równoległej do osi iksów t. zn. funkcja spadu jest tu stałą i przebiega interwał od  $16\%$  do  $100\%$ . Szczegół IV (rys. 3, IV) jest tu osobliwy, ponieważ prosta równoległa do osi iksów o rzędnej 2,285, rozpoczyna swój bieg od  $x=I=16\%$ , gdy tymczasem maximum dla  $\varphi(I)$  występuje (jak wyżej udowodniono) przy  $x=I=0,0156=15,6\%$ , a rzędna dla max. wynosi 2,2866 okragło 2,287 (rzędna dla  $I=15\% \sim 2,2829$  okragło 2,283, a dla  $I=16\% \sim 2,2844$  okragło 2,284).

I tu więc występuje różnica = 0,003.

Wyżej opisane niedociągnięcia powstały wskutek niedopatrzeń matematycznych a nie hydrologicznych, w przyrodzie bowiem istnieje harmonja i ciągłość nieprzerwana.

Zaznaczyć tu także należy, że wszystkie składowe krzywe funkcji głębokości średnich Hermanka i Matakiewicza, jakoteż składowa krzywa funkcji spadu Matakiewicza są krzywami ciągłymi, a wiadomem jest, że w każdym punkcie krzywej ciągłej można poprowadzić styczną, mającą z tą krzywą przynajmniej jeden punkt wspólny, a do krzywej spadu Matakiewicza można poprowadzić w dwóch miejscach t. j. w max. i min. styczne poziome, mające dwa punkty wspólne z tą krzywą a w jednym miejscu t. j. w punkcie przegięcia (bo i taki tu istnieje) — także ściśle styczną mającą z daną krzywą trzy punkty wspólne nieskończenie blisko siebie leżące.

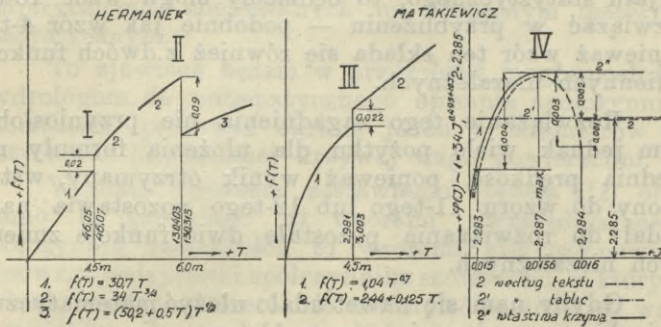
Również nie można tu pominąć uwagi, że wszystkie wyżej omawiane wzory — nie uwzględniające współczynnika szorstkości — pomimo niedociągnięć matema-

<sup>4)</sup> W tabelach Matakiewicza mylnie podano 2,925. (16).



tycznych oraz znacznej rozbieżności wartości funkcji składowych, dają dla poszczególnych odcinków rzecznych wystarczająco dokładne wyniki, a zatem można je użyć w praktyce inżynierskiej do niektórych obliczeń przybliżonych.

Które wzory i dla jakich odcinków rzecznych należy użyć omówione będzie osobno, ponieważ celem niniejszej pracy jest tylko oświetlenie zagadnienia średniej prędkości wody w łóżyskach przyrodzonych oraz odnośnych wzorów ze stanowiska konstrukcyjnego.



Rys. 3.

Powyżej opisano trudności matematyczne, z jakimi spotykają się badacze, którzy usiłują opisać empirycznie prędkość wody w łóżyskach przyrodzonych, i którzy stosują postępowanie skrócone t. zn. nie uwzględniają współczynnika szorstkości w formie wyraźnej.

Spółczynnik ten jednak istnieje i sprawia wiele kłopotów tym (2), (24), (25), (26), (27), którzy usiłują go opisać w formie wyraźnej względnie w związku z prędkością wody.

Trudność ta polega na tem, że wartość współczynnika szorstkości  $S$  jest wprost proporcjonalną do spadku łóżyska (im większy spadek tem większy współczynnik szorstkości — jednak przy bardzo małych spadkach i wartości tego współczynnika rośnie czasami w okresie wegetacyjnym wskutek pojawiającej się w tym okresie roślinności wodnej) — a odwrotnie proporcjonalną do głębokości średniej, czyli

$$\psi(S) = \frac{\varphi_2(I)}{f_2(T)}, \quad \dots \quad 10)$$

wobec czego wzór na średnią prędkość uwzględniający współczynnik szorstkości w wyraźnej formie, przybrałby kształt

$$v = \varphi_1(I) \times f_1(T) \times \frac{f_2(T)}{\varphi_2(I)}, \dots \dots \dots 11)$$

ponieważ prędkość jest odwrotnie proporcjonalną do wielkości spólc. szorstkości czyli

$$v = \varphi_1(I) \times f_1(T) \times \frac{1}{\psi(S)}. \dots \dots \dots 12)$$

Jeżeli będziemy w posiadaniu odpowiedniego materiału statystycznego, to będziemy mogli wzór 10-ty rozwiązać w przybliżeniu — podobnie jak wzór 4-ty, ponieważ wzór ten składa się również z dwóch funkcji zmiennych niezależnych.

Rozwiązanie tego zagadnienia nie przyniosłoby nam jednak wiele pożytku dla ułożenia formuły na średnią prędkość, ponieważ wynik otrzymany, wstawiony do wzoru 11-tego lub 12-tego pozostawia nam nadal do rozwiązania pozostałe dwie funkcje zmiennych niezależnych.

Gdyby nam się nawet udało ułożyć matematyczne związki w rozwiązaniu wozu 11-tego, mianowicie:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\varphi_1(I)}{\varphi_2(I)} &= \varphi(I) \\ f_1(T) \times f_2(T) &= f(T) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 13)$$

oraz

to powrócilibyśmy do zagadnienia 4-tego

$$v = f(T) \cdot \varphi(I),$$

którego jednoznaczne rozwiązanie napotyka na trudności opisane powyżej.

Z powyższego wynika, że dla rozwiązania empirycznego wzoru dla średniej prędkości wody w łożyskach przyrodzonych — nie tylko forma 4 jest poprawną, lecz także i forma 8, której szczegółowy kształt:

$$v = c \cdot \frac{f(T)}{\varphi(I)} \dots \dots \dots 14)$$

jest pod względem matematycznym, a jak niektórzy badacze pragną także pod względem hydrologicznym, zupełnie poprawną.

Jest to jeden z dalszych dowodów, potwierdzających i wskazujących kierunek drogi matematycznej prowadzącej do zadowalniającego rozwiązania omawianego problemu, ponieważ prędkość średnia w łożyskach



przyrodzonych jest — jak wyżej wykazano — wielkością li tylko matematyczną.

Przy naświetlaniu omawianego zagadnienia należy hydrotektom zwrócić jeszcze uwagę na jedno piękne zjawisko przyrodzone, występujące w ramach omawianego problemu, mianowicie na wielkość prędkości średniej w łożyskach przyrodzonych, która przy głębokości średniej 1 m, spadzie 1‰ i średniej wartości współczynnika szorstkości łożyska równą jest okrągło 1 m/s.

Stwierdzają to wyniki niemal wszystkich wzorów empirycznych, zbudowanych na obszernym materiale statystycznym.

To zjawisko będzie w przyszłości mogło posłużyć hydrologom do matematycznego opisanego współczynnika szorstkości, ponieważ określa jeden z parametrów tej dotychczas niezbadanej krzywej wzgl. powierzchni.

W niżej podanym zestawieniu (tabela III) obliczono tę prędkość: *a)* wzorami uwzględniającymi współczynnik szorstkości, *b)* wzorami kilkuczłonowymi nieuwzględniającymi współczynnika szorstkości, w których jednak występuje szerokość zwierciadła wody, *c)* wzorami kilkuczłonowymi, w których występują tylko funkcje głębokości średniej i spadu, wreszcie *d)* wzorami ciągłymi. Wszystkie podane wyniki można uważać za bardzo dokładne, ponieważ różnica między nimi a wynikami pomiaru nie przekracza 10‰.

Z pierwszej grupy wybrano wzór 1. Franka, który jest uproszczonym wzorem Ganguillet-Kutera

$$v = \frac{(23n + 1) \sqrt{R}}{(23n + \sqrt{R})n} \cdot \sqrt{I \cdot R},$$

przyjmując średni współczynnik szorstkości

$$n = \frac{0,030 + 0,035}{2} = 0,0325^5)$$

i wzór 2) Bazin'a:

$$v = \frac{87}{1 + n \sqrt{\frac{2}{R}}} \sqrt{I \cdot R},$$

<sup>5)</sup> Współczynniki szorstkości Bazin'a 1,3 i Franka 0,03 odnoszą się do rzek regularnie czystych a wartości Bazin'a 1,75 oraz Franka 0,035 do rzek zaszutrowanych z rytniakami i zarosniętymi brzegami.

przyjmując średnio

$$n = \frac{1,30 + 1,75}{2} = 1,525 \text{ } ^6).$$

Z drugiej grupy wybrano wzór 1) Gröger'a

$$v = 23,781 T^{0,176} \times I^{6,458} \text{ dla } B > 10 \text{ m}$$

i wzór dwunastoczłonowy 2) Lindboe'go:

$$\alpha) \text{ dla } 0,028 < \frac{T}{B} < 0,1 \text{ (przyjęto } \frac{T}{B} = 0,099),$$

$$v = 8,19 \left( 2,293 - \frac{T}{B} \right) T^{0,9} \cdot I^{0,42},$$

$$\beta) \text{ dla } \frac{T}{B} < 0,028 \text{ (przyjęto } \frac{T}{B} = 0,027),$$

$$v = 33,86 \left( 0,822 - \frac{T}{B} \right) T^{0,9} \cdot I^{0,47}.$$

Z trzeciej grupy wybrano wzory: 1. Hermanka, 2. Matakiewicza I, 3. Matakiewicza IV-ty i 4. Matakiewicza III-ci, wreszcie w czwartej grupie istnieją tylko 3 wzory, mianowicie: 1. Matakiewicza II-gi, 2. autora I i 3. autora II-gi, których wyniki podano.

Tablica III.

L. p.	Grupa	Wzór	$v_0$ w m/s	$\Delta = v_0 - v$	Uwaga
1	I	Frank ( $n=0,0825$ ) . . .	0,980	-0,020	Dla $T=1,0 \text{ m}$ $I=0,001$ $v=1,0 \text{ m/s}$
2		Bazin ( $n=1,525$ ) . . .	1,097	+0,097	
3	II	Gröger . . . . .	1,062	+0,062	
4		Lindboe $\alpha$ . . . . .	0,987	-0,013	
5		Lindboe $\beta$ . . . . .	1,053	+0,053	
6	III	Matakiewicz I . . . . .	1,072	+0,072	(4) (16), (8)
7		Matakiewicz IV i III	1,077	+0,097	
8		Hermanek . . . . .	0,971	-0,029	
9	IV	Matakiewicz II . . . . .	1,062	+0,062	(6) (18) (20)
10		Pareński I . . . . .	1,093	+0,093	
11		Pareński II . . . . .	1,005	+0,005	

Jako curiosum należy tu podać jeszcze wyniki wzorów Christen'a <sup>6)</sup>, który zbudował wzór dwuczło-

<sup>6)</sup> T. Christen: „Das Gesetz der Translation des Wassers in regelmässigen Kanälen, Flüssen und Röhren“. Lipsk 1903.





wzór autora (20) na tę prędkość, uzupełniony wymiarami i tablicami.

Wzór ten o kształcie:

$$v = \frac{48 m^{1/2} s^{-1} T m}{\sqrt{Tm + 0,9 m}} \cdot \left( \frac{I}{0,2 + \sqrt[3]{1000 I}} \right)^{1/2} \quad . . . 17)$$

ułożono tak, aby odpowiadał następującym warunkom:

1. dawał w przybliżeniu zgodne wyniki z prędkościami rzeczywistymi t. zn. wyniki od 1% do 4% większe od pomierzonych, eliminując częściowo tem samym jednokierunkowe błędy pomiaru;

2. był ciągły (jednoczłonowy);

3. miał prosty i elementarny kształt matematyczny;

4. dawał wyniki cyfrowe, rosnące ze wzrostem wartości obydwóch czynników podstawowych  $I$  i  $T$ , względnie ze wzrostem wartości jednego czynnika podstawowego przy stałej wartości drugiego, wreszcie

5. uwzględniał różnorodność łożysk przyrodzonych.

W tablicy IV-tej zestawiono wartości funkcji głębokości średniej dla  $T=0,05 m - 50 m$  (ważne jednak tylko dla interwału  $0,05 m - 20 m$ ) i różnice  $\Delta$  dla  $1 cm$ , wreszcie w tablicy V-tej zestawiono wartości funkcji spadu w granicach od  $0,00001 (=0,01\text{‰})$  do  $0,100 (=100\text{‰})$  z ważnością, dla granic od  $0,00001$  do  $0,027$ , t. zn. granic, na podstawie których obie te funkcje ułożono.

Podobnie jak zapomocą hydrologji nie udało się także tego zagadnienia zadowalniającego rozwiązać także zapomocą hydromechaniki cieczy rzeczywistych, ponieważ i w tej gałęzi wiedzy spotykamy analogiczne trudności — przy rozwiązywaniu tego zagadnienia — jakie występują w hydrologji.

Wiadomem bowiem jest, że przepływ cieczy rzeczywistych w rzekach, kanałach i przewodach zamkniętych należy do zjawisk, w których bezwładność i lepkość cieczy występują jako wielkości równorzędne a tem samem otrzymujemy — opisując to zjawisko formułą matematyczną — również i tu funkcję uwikłaną dwóch zmiennych niezależnych:

$$v = F[f(\lambda), \varphi(\sigma)], \quad . . . . . 18)$$

których kształt i wartość nie można jednoznacznie określić.



Wartości funkcji głębokości średniej  $f(T) = \frac{48T \sqrt{g}}{\sqrt{T+0,9}}$ ,  $T$  w m.

T	f(T)	Δ	T	f(T)	Δ	T	f(T)	Δ	T	f(T)	Δ
0,05	2,462	0,477	0,85	30,85	0,27	2,25	60,86	0,170	9,00	187,30	0,0825
0,06	2,939	0,472	0,86	31,12	0,27	2,30	61,71	0,170	9,20	188,95	0,0815
0,07	3,411	0,468	0,87	31,89	0,27	2,35	62,56	0,170	9,40	140,58	0,0810
0,08	3,879	0,464	0,88	31,66	0,27	2,40	63,41	0,168	9,60	142,20	0,0800
0,09	4,343	0,457	0,89	31,99	0,27	2,45	64,25	0,164	9,80	143,80	0,0790
0,10	4,800	0,454	0,90	32,20	0,27	2,50	65,07	0,164	10,00	145,39	0,0780
0,11	5,254	0,449	0,91	32,47	0,26	2,55	65,89	0,164	10,20	146,95	0,0780
0,12	5,708	0,445	0,92	32,78	0,26	2,60	66,71	0,160	10,40	148,51	0,0760
0,13	6,148	0,444	0,93	33,00	0,26	2,65	67,51	0,158	10,60	150,08	0,0760
0,14	6,588	0,436	0,94	33,26	0,26	2,70	68,30	0,158	10,80	151,55	0,0750
0,15	7,024	0,432	0,95	33,52	0,26	2,75	69,09	0,156	11,00	153,05	0,0750
0,16	7,456	0,432	0,96	33,78	0,26	2,80	69,87	0,154	11,20	154,55	0,0740
0,17	7,888	0,420	0,97	34,04	0,26	2,85	70,64	0,152	11,40	156,08	0,0740
0,18	8,308	0,417	0,98	34,30	0,26	2,90	71,40	0,152	11,60	157,49	0,0720
0,19	8,735	0,416	0,99	34,56	0,26	2,95	72,16	0,152	11,80	158,98	0,0715
0,20	9,152	0,412	1,00	34,82	0,25	3,00	72,92	0,150	12,00	160,36	0,0710
0,21	9,563	0,412	1,01	35,07	0,25	3,05	73,67	0,146	12,20	161,78	0,0710
0,22	9,975	0,405	1,02	35,33	0,25	3,10	74,40	0,146	12,40	163,20	0,0700
0,23	10,38	0,40	1,03	35,59	0,25	3,15	75,13	0,146	12,60	164,60	0,0700
0,24	10,78	0,40	1,04	35,84	0,25	3,20	75,86	0,146	12,80	166,00	0,0690
0,25	11,18	0,40	1,05	36,09	0,25	3,25	76,58	0,144	13,00	167,38	0,0680
0,26	11,58	0,39	1,06	36,34	0,25	3,30	77,29	0,142	13,20	168,74	0,0670
0,27	11,97	0,40	1,07	36,59	0,25	3,35	78,00	0,142	13,40	170,09	0,0670
0,28	12,37	0,39	1,08	36,84	0,25	3,40	78,71	0,142	13,60	171,43	0,0670
0,29	12,76	0,39	1,09	37,09	0,25	3,45	79,41	0,140	13,80	172,77	0,0660
0,30	13,15	0,39	1,10	37,34	0,25	3,50	80,09	0,136	14,00	174,09	0,0660
0,31	13,54	0,38	1,11	37,59	0,24	3,55	80,78	0,136	14,20	175,41	0,0650
0,32	13,93	0,36	1,12	37,83	0,25	3,60	81,46	0,136	14,40	176,71	0,0650
0,33	14,29	0,36	1,13	38,08	0,24	3,65	82,14	0,134	14,60	178,01	0,0640
0,34	14,65	0,38	1,14	38,32	0,24	3,70	82,81	0,134	14,80	179,29	0,0635
0,35	15,03	0,36	1,15	38,56	0,24	3,75	83,48	0,132	15,00	180,56	0,0632
0,36	15,39	0,37	1,16	38,80	0,24	3,80	84,14	0,130	15,50	188,72	0,0618
0,37	15,76	0,36	1,17	39,04	0,24	3,85	84,79	0,130	16,00	186,81	0,0612
0,38	16,12	0,36	1,18	39,28	0,24	3,90	85,44	0,130	16,50	189,87	0,0600
0,39	16,48	0,36	1,19	39,52	0,23	3,95	86,09	0,128	17,00	192,87	0,0590
0,40	16,84	0,35	1,20	39,75	0,23	4,00	86,73	0,127	17,50	195,82	0,0584
0,41	17,19	0,35	1,22	40,23	0,23	4,10	88,00	0,127	18,00	198,74	0,0574
0,42	17,54	0,36	1,24	40,69	0,23	4,20	89,27	0,124	18,50	204,44	0,0566
0,43	17,90	0,35	1,26	41,16	0,23	4,30	90,51	0,123	19,00	204,44	0,0558
0,44	18,25	0,34	1,28	41,62	0,23	4,40	91,74	0,121	19,50	207,23	0,0552
0,45	18,59	0,35	1,30	42,08	0,22	4,50	92,95	0,120	20,00	209,99	0,0544
0,46	18,94	0,34	1,32	42,52	0,23	4,60	94,15	0,118			
0,47	19,28	0,34	1,34	42,98	0,22	4,70	95,33	0,116			
0,48	19,62	0,33	1,36	43,43	0,22	4,80	96,50	0,116			
0,49	19,95	0,34	1,38	43,87	0,22	4,90	97,66	0,114			
0,50	20,29	0,34	1,40	44,31	0,22	5,00	98,80	0,113			
0,51	20,62	0,33	1,42	44,75	0,21	5,10	99,93	0,113			
0,52	20,95	0,32	1,44	45,17	0,22	5,20	101,06	0,110			
0,53	21,27	0,33	1,46	45,61	0,22	5,30	102,16	0,110			
0,54	21,60	0,33	1,48	46,05	0,22	5,40	103,26	0,109			
0,55	21,93	0,33	1,50	46,47	0,21	5,50	104,35	0,108			
0,56	22,25	0,32	1,52	46,90	0,21	5,60	105,43	0,107			
0,57	22,57	0,32	1,54	47,32	0,21	5,70	106,50	0,106			
0,58	22,89	0,32	1,56	47,74	0,21	5,80	107,56	0,104			
0,59	23,21	0,31	1,58	48,16	0,21	5,90	108,60	0,104			
0,60	23,52	0,31	1,60	48,58	0,20	6,00	109,64	0,102			
0,61	23,81	0,31	1,62	48,98	0,20	6,10	110,66	0,102			
0,62	24,14	0,31	1,64	49,40	0,20	6,20	111,68	0,101			
0,63	24,45	0,30	1,66	49,80	0,20	6,30	112,69	0,100			
0,64	24,75	0,31	1,68	50,20	0,20	6,40	113,69	0,099			
0,65	25,06	0,30	1,70	50,60	0,20	6,50	114,69	0,099			
0,66	25,36	0,30	1,72	51,00	0,195	6,60	115,68	0,098			
0,67	25,66	0,30	1,74	51,39	0,195	6,70	116,66	0,097			
0,68	25,96	0,30	1,76	51,79	0,195	6,80	117,63	0,097			
0,69	26,26	0,30	1,78	52,19	0,195	6,90	118,58	0,095			
0,70	26,56	0,30	1,80	52,58	0,195	7,00	119,53	0,095			
0,71	26,86	0,29	1,82	52,97	0,195	7,10	120,48	0,095			
0,72	27,15	0,29	1,84	53,36	0,195	7,20	121,43	0,093			
0,73	27,44	0,30	1,86	53,75	0,190	7,30	122,38	0,093			
0,74	27,74	0,29	1,88	54,13	0,190	7,40	123,29	0,092			
0,75	28,03	0,29	1,90	54,51	0,190	7,50	124,21	0,091			
0,76	28,32	0,29	1,92	54,89	0,185	7,60	125,12	0,091			
0,77	28,61	0,28	1,94	55,26	0,185	7,70	126,03	0,090			
0,78	28,89	0,28	1,96	55,63	0,185	7,80	126,93	0,089			
0,79	29,17	0,28	1,98	56,00	0,185	7,90	127,82	0,089			
0,80	29,45	0,28	2,00	56,37	0,185	8,00	128,71	0,088			
0,81	29,73	0,28	2,05	57,29	0,180	8,20	130,48	0,0885			
0,82	30,01	0,28	2,10	58,19	0,180	8,40	132,21	0,0865			
0,83	30,29	0,28	2,15	59,09	0,180	8,60	133,98	0,0860			
0,84	30,57	0,28	2,20	59,99	0,175	8,80	135,62	0,0845			

ekstrapolacja



Tablica V.

Wartości funkcji spadku  $\varphi(I) = \left( \frac{I}{0,2 + \sqrt{1000I}} \right)^{1/2}$ .

$I$	$\varphi(I)$	$I$	$\varphi(I)$	$I$	$\varphi(I)$	$I$	$\varphi(I)$
0,00001	0,004306	0,00081	0,02675	0,0071	0,05785	0,0182	0,07685
02	0,006512	82	0,02686	72	0,05814	154	0,07569
03	0,007674	83	0,02698	73	0,05842	156	0,07608
04	0,008561	84	0,02710	74	0,05870	158	0,07686
05	0,009879	85	0,02722	75	0,05898	160	0,07669
06	0,010074	86	0,02733	76	0,05925	162	0,07708
07	0,010686	87	0,02744	77	0,05952	164	0,07736
08	0,011286	88	0,02755	78	0,05979	166	0,07768
09	0,011789	89	0,02766	79	0,06005	168	0,07800
0,00010	0,01227	0,00090	0,02777	0,0080	0,06030	170	0,07832
0,00011	0,01273	0,00091	0,02788	0,0081	0,06056	172	0,07864
12	0,01316	92	0,02799	82	0,06082	174	0,07895
13	0,01356	93	0,02810	83	0,06108	176	0,07926
14	0,01394	94	0,02821	84	0,06133	178	0,07957
15	0,01432	95	0,02832	85	0,06159	180	0,07988
16	0,01467	96	0,02843	86	0,06185	182	0,08020
17	0,01501	97	0,02854	87	0,06210	184	0,08051
18	0,01535	98	0,02865	88	0,06235	186	0,08081
19	0,01566	99	0,02875	89	0,06259	188	0,08109
0,00020	0,01596	0,00100	0,02886	0,0090	0,16283	190	0,08138
0,00021	0,01626	0,0011	0,02897	0,0091	0,06307	192	0,08168
22	0,01655	12	0,03088	92	0,06381	194	0,08198
23	0,01682	13	0,03173	93	0,06377	196	0,08227
24	0,01709	14	0,03269	94	0,06377	198	0,08255
25	0,01735	15	0,03340	95	0,06401	0,0200	0,08283
26	0,01760	16	0,03420	96	0,06424	0,0205	0,08347
27	0,01785	17	0,03493	97	0,06448	210	0,08411
28	0,01810	18	0,03564	98	0,06472	215	0,08474
29	0,01834	19	0,03633	99	0,06495	220	0,08536
0,00030	0,01858	0,0020	0,03701	0,0100	0,06518	225	0,08607
0,00031	0,01882	0,0021	0,03765	0,0101	0,06541	230	0,08678
32	0,01905	22	0,03827	102	0,06564	235	0,08749
33	0,01927	23	0,03887	103	0,06587	240	0,08820
34	0,01948	24	0,03916	104	0,06609	245	0,08883
35	0,01968	25	0,04004	105	0,06681	0,0250	0,08946
36	0,01988	26	0,04060	106	0,06683	0,0255	0,09006
37	0,02008	27	0,04115	107	0,06674	260	0,09066
38	0,02027	28	0,04169	108	0,06689	265	0,09126
39	0,02047	29	0,04222	109	0,06716	270	0,09186
0,00040	0,02066	0,0030	0,04274	0,0110	0,06737		
0,00041	0,02085	0,0031	0,04324	0,0111	0,06759		
42	0,02104	82	0,04373	112	0,06780		
43	0,02122	83	0,04421	113	0,06801		
44	0,02140	84	0,04468	114	0,06822		
45	0,02158	85	0,04514	115	0,06843	0,0275	0,09287
46	0,02176	86	0,04559	116	0,06864	280	0,09287
47	0,02193	87	0,04603	117	0,06884	285	0,09387
48	0,02210	88	0,04647	118	0,06904	290	0,09387
49	0,02217	89	0,04689	119	0,06924	295	0,09437
0,00050	0,02243	0,0040	0,04731	0,0120	0,06924	0,0300	0,09486
0,00051	0,02260	0,0041	0,04773	0,0121	0,06943	0,031	0,09529
52	0,02276	42	0,04814	122	0,06968	32	0,09579
53	0,02292	43	0,04854	123	0,07008	33	0,09649
54	0,02308	44	0,04893	124	0,07022	34	0,09699
55	0,02324	45	0,04932	125	0,07092	35	0,10089
56	0,02339	46	0,04970	126	0,07042	36	0,10174
57	0,02354	47	0,05006	127	0,07062	37	0,10259
58	0,02369	48	0,05044	128	0,07082	38	0,10343
59	0,02384	49	0,05080	129	0,07102	39	0,10427
0,00060	0,02398	0,0050	0,05116	0,0130	0,07121	0,0400	0,10511
0,00061	0,02413	0,0051	0,05147	0,0131	0,07140	0,041	0,10597
62	0,02428	52	0,05187	132	0,07159	42	0,10682
63	0,02442	53	0,05224	133	0,07178	43	0,10767
64	0,02456	54	0,05258	134	0,07196	44	0,10850
65	0,02470	55	0,05280	135	0,07214	45	0,10933
66	0,02484	56	0,05320	136	0,07232	46	0,11016
67	0,02497	57	0,05357	137	0,07250	47	0,11098
68	0,02510	58	0,05391	138	0,07269	48	0,11180
69	0,02523	59	0,05422	139	0,07288	49	0,11262
0,00070	0,02536	0,0060	0,05455	0,0140	0,07307	0,050	0,11344
0,00071	0,02550	0,0061	0,05485	0,0141	0,07325	0,055	0,11427
72	0,02563	62	0,05516	142	0,07343	60	0,11511
73	0,02567	63	0,05547	143	0,07361	65	0,11207
74	0,02589	64	0,05578	144	0,07379	70	0,11241
75	0,02602	65	0,05608	145	0,07397	75	0,11273
76	0,02614	66	0,05638	146	0,07415	80	0,11303
77	0,02627	67	0,05668	147	0,07433	85	0,11332
78	0,02640	68	0,05698	148	0,07450	90	0,11360
79	0,02652	69	0,05727	149	0,07467	95	0,11386
0,00080	0,02663	0,0070	0,05756	0,0150	0,07484	1,00	0,11412
					0,07501		0,11437

ekstrapolacja



Z tego też powodu najprostsze zagadnienie ruchu ustalonego i równomiernego w przewodzie zamkniętym lub łożysku otwartem niema po dziś dzień takiego rozwiązania, któreby pozwoliło projektującemu hydrotektowi obliczyć stratę energii, przy danej wydajności przewodu zamkniętego lub objętości przepływu przy danej powierzchni przepływu i danym spadzie łożyska, z taką dokładnością, jaka jest niekiedy pożądana w praktyce (3).

Graniczne (skrajne) obszary badań przepływu cieczy rzeczywistych t. zn. obszary, w których zanika wpływ tarcia wewnętrznego cieczy (lepkość), wobec wielkości sił bezwładności, lub obszary, w których wpływ lepkości cieczy w stosunku do sił bezwładności jest tak wielki, że można funkcję sił bezwładności z rachunku wyeliminować — dadzą się w przybliżeniu rozwiązać, jednakowoż zjawiska takie w przyrodzie nie występują, a jeżeli się zdarzają to są one zjawiskami bardzo rzadkimi (19).

Środkowy obszar badań, t. j. ten, w którym oba czynniki tak lepkość cieczy jak siły bezwładności, występują jako czynniki równorzędne można udostępnić — teoretycznym badaniom — tylko zapomocą doświadczeń. Doświadczenia te wykonywa się od dawna i z ich pomocą poprawia się wzory teoretyczne, które wówczas tracą swój charakter ekstrapolacyjny i przechodzą we wzory półempiryczne, interpolacyjne, ważne w granicach doświadczeń.

Często postępuje się odwrotnie, mianowicie dąży się do wplatania do wzorów względnie danych empirycznych, rozważań teoretycznych, przeważnie u podstaw rozważań, a to celem nadania im charakteru półempirycznego, dzięki któremu mają zyskać nietylko szerszy zakres stosowalności, ale przede wszystkim więcej zaufania.

Takie wzory teoretyczne, które są poprawiane różnemi spólczynnikami uzyskanemi drogą doświadczeń nie można jednak stosować poza granice doświadczeń i dlatego tracą one swój charakter ekstrapolacyjny, zaś drugi rodzaj wzorów empirycznych poprawianych u podstaw lub w toku rozważań rozumowaniami teoretycznemi — którymi można opisać zjawiska doskonale nie występujące w przyrodzie — nie mogą ze względu na swój litologiczny charakter, budowy zyskać sobie więcej zaufania, aniżeli wzory ściśle (ekstrapolacyjne) lub czysto empiryczne (interpolacyjne).



Z tych to powodów dorobek mechaniki cieczy rzeczywistych na omawianym obszarze badań, jest nieznaczny. Ogranicza się on bowiem do określenia analitycznego cech ruchu ślizgowego (nie występującego prawie w przyrodzie) przez G. G. Stokes'a<sup>1)</sup>, który oparł się o elementarne prawo Newton'a opisanie równaniem o charakterze empirycznym.

Nie należy tu jednak zapominać, że przepływ cieczy rzeczywistych w przewodach otwartych i zamkniętych odbywa się — z powodu szorstkości łożysk — zapomocą ruchu burzliwego (n. turbulente Strömung, fr. mouvement turbulent, ang. turbulent motion) a taki przepływ usuwa się z pod rygoru prawa Newtona.

Ruch burzliwy nie jest — biorąc ściśle — nigdy ruchem ustalonym, albowiem jego prędkości składowe w poszczególnych miejscach zmieniają się nieustannie i nieregularnie, wahając się około pewnych wartości średnich.

Opisanie ruchu cieczy rzeczywistych przez Stokes'a odnosi się do ruchu uwarstwionego ślizgowego (gleitende Bewegung), który w literaturze naukowej występuje pod nazwą ruchu laminarnego (n. laminare Strömung, fr. mouvement laminaire).

Opisaniem ruchu burzliwego zajął się H. A. Lorentz wychodząc z podstawowej myśli ruchu złożonego z ruchów głównego i pobocznego. Na tej podstawie zbudowane przez niego równania różniczkowe pozostały jednak dotychczas tylko czezą formą matematyczną, której nie udało się zcałkować nawet najgenialniejszym matematykom i to w najprostszych przypadkach, a tem samym nie można je uzgodnić z rzeczywistością.

Należy tu jeszcze wspomnąć równania dynamiczne Eulera, które opisują zjawiska ruchu cieczy beztarciowej (brak lepkości) i nieściśliwej a warunek ciągłości natomiast przepisuje cieczy charakter continuum. Równania te zatem dopuszczają możliwość dowolnego byleby ciągłego rozkładu prędkości, podczas gdy w rzeczywistości prędkość od środka przewodu ku ścianom się zmniejsza, a zatem równania te kolidują z podstawowymi założeniami geometrii ruchu cieczy rzeczywistych.

Również równania D. Bernoulli'ego prowadzą do wyników sprzecznych z rzeczywistością, ponieważ zapomocą nich nie można określić sumy t. j. wysokości strat energetycznych między dwoma dowolnie odległymi



przekrojami, którą musimy wyznaczać drogą doświadczalną w każdym poszczególnym przypadku.

Wspomniano tu tylko o najważniejszych autorach, którzy usiłowali opisać ruch równomierny w przewodach otwartych i zamkniętych. Cały ich dorobek naukowy dotyczący się tego ustalonego i równomiernego przepływu w korycie otwartem lub przewodzie zamkniętym, nie dał nam po dziś dzień takiego rozwiązania, któreby zdało egzamin celowości.

Z treści niniejszego referatu wynika, że omawiane badania znajdują się jeszcze wciąż w stadium początkowego i powolnego rozwoju, przyczem czas, w którym badaniom tym nadany będzie właściwy kierunek, a wyniki tych badań dokonanych przy pomocy logiki i ścisłości doświadczeń będziemy mogli zdefiniować językiem ścisłym, matematycznym — nie da się jeszcze dzisiaj bliżej określić.

---









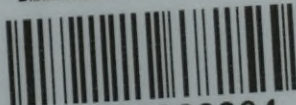
Biblioteka Politechniki Krakowskiej



II-356039

WSKA  
ego  
ZEK

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000323304