

ARCHIWUM
TOWARZYSTWA NAUKOWEGO WE LWOWIE
DZIAŁ III. — TOM VI. — ZESZYT 9.

OGÓLNY KSZTAŁT I RÓWNANIE
PIONOWEJ KRZYWEJ PRĘDKOŚCI
DLA RZEK, WYZNACZONE NA
ZASADZIE EMPIRYCZNEJ

NAPISZAŁ

MAKSYMILJAN MATAKIEWICZ

Z 8 rysunkami



WE LWOWIE
NAKŁADEM TOWARZYSTWA NAUKOWEGO
Z ZASIĘKIEM MINISTERSTWA WYZN. REL. I OŚW. PUBL.
DRUKARNIA UNIwersYTETU JAGIELLOŃSKIEGO POD ZARZĄDEM J. FILIPOWSKIEGO
1933.

Siedzibą główną wydawnictw Towarzystwa utrzymują: we Lwowie i w Warszawie
Gubrynowicz i Syn, w Krakowie Gebethner i Wolff.

**WYDAWNICTWA
TOWARZYSTWA NAUKOWEGO WE LWOWIE.**

Prace naukowe, Dział II, matematyczno-przyrodniczy.

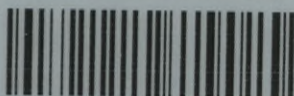
I. Weyberg Zygmunt: Podstawy krystalografii, z 124 rys. w tekście i 4 tabl., str. XIV i 160	21 16
II. Zuber Rudolf. Flisz i nafta, z 162 ilustracjami w tekście i 3 tablicami, str. XVI i 350	28

Archiwum Tow. Naukowego, Dział III, matemat.-przyrodn.

Tom I. Jankowska Wanda. O bezwodnych sodalitach chromianowych, str. 16 (1 zł). — Kaubówna Anda. Syntezy pirogenetycznych sodalitów siarczanowych, str. 20 (1 zł). — Jakubowski Zygmunt. O mangostynie, str. 21 (1 zł). — Huber Maksymilian T. Teoria płyt prostokątnie-różnokierunkowych wraz z technicznymi zastosowaniami do płyt betonowych, krat belkowych i t. p. z 29 rys. w tekście, str. 240 (14 zł). — Czekanowski Jan. Prawa Mendla i Galtona i współczynniki Pearsona, str. 44 (2 zł). — Dybowski Benedykt. Spis systematyczny ssawców wschodnio-syberyjskich, str. 15 — Dybowski Benedykt. Spis systematyczny gatunków i ras, należących do avifauny wsch. Syberji, str. 31. — Dybowski Benedykt. Spis systematyczny gatunków i ras należących do avifauny Kamczatki i wysp komandorskich, str. 13 (za wszystkie trzy rozprawy 3 zł). — Bolland Arnold. O mikroanalizie optycznej z zakresu związków metali, str. 30 (2 zł).	24
--	----

Tom II. Hirschler Jan. O wpływie organów płazów przeobrażonych na metamorfozę larw płazich, z 1 tabl. rycin i 3 tabelami w tekście, str. 21 (3 zł). — Kinel Jan. Kilka słów o Flisakowatych (Haliplidae Col.) ziem polskich, z 3 tabl. rysunków, str. 22 (3 zł). — Fuchs Zygmunt. Przyczynę do teorii oporu przy ślizganiu i toczeniu się ciał stałych, z 1 ryciną w tekście, str. 34 (3 zł). — Steusing Zdzisław. O stosunku β -imidazolyletylaminy do fizjologicznego działania krwi, wyciągów z narządów, preparatów peptonowych i niektórych środków spożywczych i używek, z 3 tabl., str. 34 (4 zł). — Bolland Arnold. O oznaczeniu miedzi w konserwach i o wpływie „nie-aseptycznego” wykonywania reakcyj mikrochemicznych na wyznaczenie granicy czułości tychże reakcyj, str. 9 (1 zł). — Chwistek Leon. Miara Lebesgue’a. Logiczna analiza i konstrukcja pojęcia miary Lebesgue’a, str. 11 (1 zł). — Thullie Maksymilian. Rozkład ciężarów na belki mostów żelbetonowych, z 5 rycinami w tekście, str. 14 (2 zł). — Mayerówna Zofia. Zachowanie się gruczołu tarczycowego płazów w okresie metamorfozy, z 2 tabl. i 3 grafikami, str. 32 (3 zł). — Bolland Arnold. O mikro-dawkowaniu w mikro-analizie miareczkowej, str. 11 (1 zł). — Grabowski Lucyan. Normalny przebieg roczny ciśnienia i temperatury powietrza we Lwowie, str. 18 (1 zł). — Gedroyć Michał. Badania doświadczalne nad metamorfozą owadów, z 1 tablicą str. 21 (2 zł). — Demianowski Adrian. Umysłowo chorzy przestępcy szpitala kulparkowskiego pod względem antropologicznym str. 82 (4 zł). — Weyberg Zygmunt. Przyczynę do metodyki krystalograficznej, str. 4 (1 zł). — Braunówna Zofia. O działaniu azotanów stopionych na kaolin, str. 14 (1 zł). — Zuckerhandlowa Cecylia. O bromosodalitach glinowosodowych, str. 20 (1 zł). — Wittlinówna Helena. Przyczynę do chemii

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000323322

556.5 MATAKIEWICZ M.

*Wielce Szanownemu
Panu Koleżce
Prof. S. Jarowi Łopuszańskiemu
ofiaruję autor*

17/XI 33

OGÓLNY KSZTAŁT I RÓWNANIE PIONOWEJ KRZYWEJ PRĘDKOŚCI DLA RZEK, WYZNACZONE NA ZASADZIE EMPIRYCZNEJ

NAPISAŁ

MAKSYMILJAN MATAKIEWICZ

Z 8 rysunkami



WE LWOWIE

NAKŁADEM TOWARZYSTWA NAUKOWEGO

Z ZASIŁKIEM MINISTERSTWA WYZN. REL. I OŚW. PUBL.

DRUKARNIA UNIWERSYTETU JAGIELLOŃSKIEGO POD ZARZĄDEM J. FILIPOWSKIEGO

1933.



III - 307844

BPk-0-245/2014

Ogólny kształt i równanie pionowej krzywej prędkości dla rzek, wyznaczone na zasadzie empirycznej.

Napisał

Maksymiljan Matakiewicz.

Posiadanie ogólnego równania pionowej krzywej prędkości przedstawiałoby w dziedzinie hydrauliki dużą wartość — pytamy się często, jaka jest prędkość w dowolnym punkcie przekroju przepływu. Naprzykład przy zagadnieniach dotyczących ruchu i osadzania materiału pytamy się, jaka jest prędkość wody w pewnej określonej wysokości nad dnem, np. 3 — 5 cm.

Bardzo liczne badania, dążące do oznaczenia kształtu pionowej krzywej prędkości na drodze teoretycznej, nie doprowadziły do rezultatu. Przyjmowano również rozmaite hipotezy co do kształtu tej krzywej, więcej lub mniej odpowiadające rzeczywistości i na ich podstawie starano się oznaczyć równanie. Ta droga również nie doprowadziła do celu, tak, że i obecnie jeszcze nie mamy ogólnego równania pionowej krzywej prędkości. Wynika z tego, że pragnąc ustawić takie równanie, należy się oprzeć na podstawie wyłącznie empirycznej, a zatem na pomiarach bezpośrednich, unikając wszelkich dowolnych założeń. Poniżej podane rozważanie przedstawia próbę tego rodzaju postępowania w odniesieniu do łożysk rzecznych, przy czym dla kanałów sztucznych postępowanie byłoby analogiczne, wymaga jednak uwzględnienia szorstkości materiału kanału zapomocą osobnego argumentu, podobnie jak to uczyniłem w pracy poniżej podanej¹. Dla łożysk naturalnych, rzecznych, uwzględnianie szorstkości,

¹ Badania nad związkiem między prędkością średnią profilu a największą prędkością powierzchniową w łożyskach sztucznych. Akademia Nauk Technicznych, 1931. To samo: III. Hydrologische Konferenz der baltischen Staaten, 1930.

jakkolwiek bardzo zmiennej, zapomocą osobnego argumentu, nie jest potrzebne, gdyż szorstkość wyraża się tu spadkiem zwierciadła, który i tak z innych względów musi tu być wprowadzony.

* * *

W roku 1918 przeprowadziłem badania nad kształtami pionowych krzywych prędkości w łożyskach rzecznych¹, w celu wyznaczenia związku między prędkością średnią a powierzchniową. Wówczas jeszcze przyjmowało się pewną wartość prędkości na dnie $v_d > 0$, która, wobec niemożności pomiaru prędkości wody przy dnie, oznaczała się przez przedłużenie ku dołowi wyrysowanej górnej części krzywej prędkości, analogicznie do jej zakrzywienia. Później jednak, rozporządzając przyrządami mierzącymi prędkość bardzo blisko dna, można było już i w drodze bezpośredniego pomiaru skonstatować, że prędkość przy dnie musi być równą 0. W ten sposób uzyskało się pierwszy ważny punkt wyjścia dla określenia pionowej krzywej prędkości.

Drugie spostrzeżenie, rzucające się bezpośrednio w oczy, było to, że pionowa krzywa prędkości zachowuje stosunkowo dużą wartość prędkości v aż do bezpośredniej bliskości dna, poczem szybko zmniejsza swą krzywiznę, stosując się do stycznej poziomej leżącej w dnie. To jest zatem drugi warunek określający pionową krzywą prędkości, pozwalający na posługiwanie się krzywymi o charakterze parabolicznym.

Co do ogólnego kształtu pionowych krzywych prędkości, to zauważyć trzeba, że w normalnych warunkach, to jest tam, gdzie nie ma specjalnych miejscowych przeszkód przepływu, w przestrzeniach o profilach regularnych, o mało zmiennej szerokości i głębokości, gdzie zatem nie ma spiętrzeń, ani z powodu zwężenia poziomego, ani pionowego, przy zupełnie spokojnem powietrzu, wreszcie, gdy nie występują wiry i prądy ukośne, krzywa ma charakter regularny i ciągły, przyczem prędkość v stale wzrasta od dna ku powierzchni. Tylko przy bardzo dużych głębokościach, względnie bardzo małych spadkach, otrzymuje się krzywe o największej prędkości pod powierzchnią. W warunkach anormalnych, gdzie istnieją specjalne przeszkody przepływu, spiętrzenia skutkiem zwężeń, etc., otrzymuje się krzywe nieregularne, które nie mogą być podciągnięte pod pewien schemat.

¹ »Badania nad związkiem między chyżością średnią a powierzchniową w łożyskach rzecznych«, Lwów 1918. Czasopismo Techniczne i osobna odbitka.

Badania moje z r. 1918, oparte na wielkiej liczbie pomiarów bezpośrednich, wykonanych w rozległych granicach spadków i głębokości, dały jako rezultat formułę związku między prędkością średnią a powierzchnią w pionowej, o kształcie¹:

$$\frac{v_s}{v_p} = 0,78 + \frac{0,02}{I_{0/100}^{0,7}} + 0,015 T,$$

w której I oznacza spadek w m na 1000 m, zaś T głębokość w pionowej w m. Ten związek stanowi trzeci warunek do określenia pionowej krzywej prędkości. Stosując jednak, jak to powyżej uznano za odpowiednie, dla pionowej krzywej prędkości kształt paraboliczny o osi pionowej, ze styczną poziomą i wierzchołkiem u spodu, ograniczamy

problem do przypadków w których $\frac{v_s}{v_p} < 1$, czyli:

$$0,78 + \frac{0,02}{I_{0/100}^{0,7}} + 0,015 T < 1, \text{ lub } \frac{0,02}{I_{0/100}^{0,7}} + 0,015 T < 0,22,$$

z którego to związku otrzymuje się następujące granice:

dla $I = 0,05/100$	$T < 3,81$ m
„ „ „ 0,1	„	$T < 8,01$ „
„ „ „ 0,5	„	$T < 12,50$ „
„ „ „ 1,0	„	$T < 13,34$ „
„ „ „ 10,0	„	$T < 14,40$ „

Poza temi granicami pionowe krzywe prędkości mogą mieć kształt inny; np. o największej prędkości pod powierzchnią, dla którego parabola o osi pionowej nie jest stosowna. Różnicę widać wyraźnie na pionowych krzywych prędkości pomierzonych na Mississippi przez inżynierów Humphreys i Abbot². Niniejsze rozważania ograniczymy tu narazie do przypadków objętych powyższymi granicami, zresztą dla przeważnej liczby rzek zupełnie wystarczającymi. Przy końcu zajmiemy się przypadkami przekraczającymi powyższe granice.

¹ Patrz również artykuły autora i Ehrenbergera p. t.: »Ermittlung der sekundlichen Abflußmengen in natürlichen Flußläufen auf Grund von Oberflächengeschwindigkeitsmessungen«. Monatschrift für den öffentlichen Baudienst 1924, str. 98. Ehrenberger stwierdza tu zupełną zgodność z pomiarami na Dunaju pod Wiedniem.

² »Report upon the physics and hydraulics of the Mississippi river...« Filadelfja 1861; również Grabenau: »Theorie der Bewegung des Wassers«, Monachjum 1867.

Wreszcie pozostaje jeszcze czwarty warunek do określenia pionowej krzywej prędkości, jaki daje t. z. formuła prędkości, przedstawiająca związek między średnią prędkością profilu, spadkiem jednostkowym i średnią głębokością profilu. Związek ten, według formuły autora, ustanowionej na drodze empirycznej¹, brzmi następująco:

$$v'_s = 35,4 I^{0,493+10I} T_s^{0,7} \quad 2$$

Ten sam związek jaki zachodzi między średnią prędkością profilu v a średnią głębokością profilu T_s i spadkiem I , przyjęc możemy dla średniej prędkości w pionowej v_s , głębokości w pionowej T i spadku I . Ścisłe wzięwszy, przyjęcie to jest przybliżone, a dokładnem jest ono dla profilu prostokątnego, co wynika z następującego rozważania:

$$Q = Fv'_s = B T_s \cdot 35,4 I^{0,493+10I} T_s^{0,7} = 35,4 I^{0,493+10I} B T_s^{1,7}.$$

$$\begin{aligned} \text{Również} \quad Q &= \Sigma \Delta F \cdot v_s = \Sigma T \Delta x \cdot 35,4 I^{0,493+10I} T^{0,7} = \\ &= 35,4 I^{0,493+10I} \Sigma T^{1,7} \Delta x, \end{aligned}$$

skąd wynika, że:

$$B T_s^{1,7} = \Sigma T^{1,7} \Delta x. \quad \text{Kładąc} \quad \frac{B}{\Delta x} = n, \quad \text{otrzymuje się}$$

$$n T_s^{1,7} = \Sigma T^{1,7}, \quad T_s^{1,7} = \frac{\Sigma T^{1,7}}{n}, \quad \text{czyli:}$$

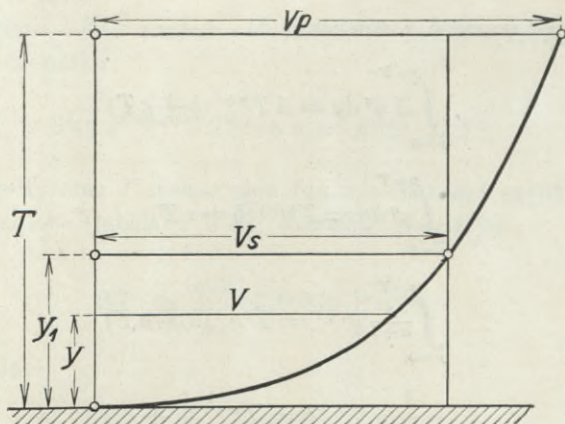
$$\left(\frac{T_1^{1,7} + T_2^{1,7} + \dots + T_n^{1,7}}{n} \right)^{\frac{1}{1,7}} = T_s, \quad \text{który to warunek zachodzi przede wszystkim dla profilu prostokątnego, gdyż wtedy } T_1 = T_2 = \dots = T_n = T_s. \text{ Dla innych kształtów profili przyjęcie powyższe nie jest matematycznie ścisłe, jednak do empirycznego oznaczenia pionowej krzywej prędkości zupełnie wystarczające.}$$

* * *

Na podstawie powyższych czterech warunków można obliczyć równanie pionowej krzywej prędkości, w obrębie granicznych wartości T i I powyżej oznaczonych.

¹ »Dalsze badania nad formułą prędkości i krytyka nowszych zapatrywań na jej budowę«; Lwów 1931, odbitka z Czasopisma Technicznego, oraz prace poprzednie tam podane.

² Dla głębokości powyżej 4,5 m $v = (83 + 4,25 T) I^{0,493+10I}$



Rys. 1.

Założenia:

1)
$$v_s = 35,4 I^{0,493 + 10I} T^{0,7} = a T^{0,7},$$

2)
$$v_p = \frac{v_s}{0,78 + \frac{0,02}{I^{0,7}} + 0,015 T} = \frac{a T^{0,7}}{b + c T},$$

przyczem:

$$a = 35,4 I^{0,493 + 10I}; \quad b = 0,78 + \frac{0,02}{I^{0,7}}; \quad c = 0,015.$$

Ogólny kształt pionowej krzywej prędkości:

3)
$$v = A y^n$$

$$\begin{cases} \text{I) } \dots \dots \dots \left\{ A T^n = v_p = \frac{a T^{0,7}}{b + c T} \right. \\ \text{II) } \dots \dots \dots \left\{ v_s \cdot T = a T^{1,7} = \int_{y=0}^{y=T} v dy. \right. \end{cases}$$

Z równań I i II otrzymuje się:

$$\int_{y=0}^{y=T} v dy = A T^{n+1} (b + c T),$$

a wstawiając wartość z równania 3)

$$\int_{y=0}^{y=T} A y^n dy = A T^{n+1} (b + c T)$$

$$\int_{y=0}^{y=T} y^n dy = T^{n+1} (b + c T)$$

$$\int_{y=0}^{y=T} \frac{1}{n+1} y^{n+1} = T^{n+1} (b + c T)$$

$$\frac{1}{n+1} T^{n+1} = T^{n+1} (b + c T)$$

$$1 = (b + c T) n + (b + c T)$$

$$4) \quad n = \frac{1 - (b + c T)}{b + c T}.$$

Z równania I otrzymuje się:

$$5) \quad A = \frac{a T^{0,7}}{T^n (b + c T)}, \quad \text{zatem}$$

$$v = \frac{a T^{0,7}}{b + c T} \left(\frac{y}{T} \right)^n, \quad \text{lub}$$

$$6) \quad v = \frac{a T^{0,7}}{b + c T} \left(\frac{y}{T} \right)^{\frac{1-(b+cT)}{b+cT}},$$

a wstawiając wartości za a , b , c , otrzymuje się ostateczny wzór szczegółowy:

$$\text{III) } v = \frac{35,4 I^{0,493 + 10 I} T^{0,7}}{0,78 + \frac{0,02}{I^{0,7}} + 0,015 T} \left(\frac{y}{T} \right)^{\frac{1 - (0,78 + \frac{0,02}{I^{0,7}} + 0,015 T)}{0,78 + \frac{0,02}{I^{0,7}} + 0,015 T}}.$$

Jak widać, kształt pionowej krzywej prędkości zależy od I , oraz od T . Pozornie jest on zawły, jednak rachowanie otrzymanym

wzorem można sobie znacznie uprościć. Przedewszystkiem licznik pierwszego czynnika:

$$35,4 I^{0,493+10I} T^{0,7} = v_s = F(I) \cdot f(T),$$

a dla danego I , oraz T , można obie funkcje oznaczyć szybko z tabel cyfrowych autora (tabela 1 i 2).¹ Powtóre, nazywając:

$$7) \quad 0,78 + \frac{0,02}{I^{0,7}_{/100}} + 0,015 T = m,$$

otrzymuje się:

$$\text{IV)} \quad \dots \quad v = \frac{v_s}{m} \left(\frac{y}{T} \right)^{\frac{1-m}{m}}, \text{ lub}$$

$$\text{V)} \quad \dots \quad v = \frac{F(I) \cdot f(T)}{m T^{\frac{1-m}{m}}} y^{\frac{1-m}{m}} = \frac{v_s}{m T^{\frac{1-m}{m}}} y^{\frac{1-m}{m}}.$$

Wartości m można z łatwością obliczyć z tabeli 3-ej, stosując interpolację.

Z równania IV można obliczyć wysokość y_1 , w której $v=v_s$, albowiem:

$$v_s = \frac{v_s}{m} \left(\frac{y_1}{T} \right)^{\frac{1-m}{m}}, \text{ zatem}$$

$$\text{VI)} \quad \dots \quad y_1 = m^{\frac{m}{1-m}} T.$$

Wreszcie z równań 2) i 7) otrzymuje się:

$$\text{VII)} \quad \dots \quad v_p = \frac{v_s}{m}.$$

Typy pionowych krzywych prędkości, obliczone według równań IV—VII, z zastosowaniem tabel cyfrowych 1, 2 i 3, dla $T=0,1_m$, 1_m , 5_m i 10_m i dla $I=0, 1^0_{/100}$, $0,5^0_{/100}$, $1^0_{/100}$ i $10^0_{/100}$, podaje tabela 4.

¹ Tabele wyjęte z powyżej cytowanej pracy: »Dalsze badania nad formułą prędkości «

TABELA 1. Wartości funkcji gę-

Table with 10 columns labeled T and f(T), containing numerical data points for various T values from 0.01 to 0.43.

bokości f(T) = 1.04 T^n = f(R).

Table with 10 columns labeled f(T) and T, containing numerical data points for various f(T) values from 1.84 to 2.28.

TABELA 2. Wartości funk-

Spadek I	$F(I)$	Spadek I	$F(I)$	Spadek I	$F(I)$	Spadek I	$F(I)$	Spadek I	$F(I)$
0-000010	0-12	0-000045	0-24 ₅	0-000080	0-32	0-00025	0-56	0-00060	
11	0-12 ₅	46	0-25	81	0-32 ₅	26	0-57	61	
12	0-13	47	0-25	82	0-32 ₅	27	0-58	62	
13	0-13 ₅	48	0-25	83	0-33	28	0-59	63	
14	0-14	49	0-25 ₅	84	0-33	29	0-60	64	
15	0-14	0-000050	0-25 ₅	85	0-33 ₅	0-00030	0-61	65	
16	0-14 ₅	51	0-26	86	0-33 ₅	31	0-62	66	
17	0-15	52	0-26	87	0-33 ₅	32	0-63	67	
18	0-15 ₅	53	0-26 ₅	88	0-34	33	0-64	68	
19	0-16	54	0-26 ₅	89	0-34	34	0-64 ₅	69	
0-000020	0-16 ₅	55	0-27	0-000090	0-34	35	0-65	0-00070	
21	0-17	56	0-27	91	0-34 ₅	36	0-66	71	
22	0-17 ₅	57	0-27 ₅	92	0-34 ₅	37	0-67	72	
23	0-18	58	0-27 ₅	93	0-34 ₅	38	0-68	73	
24	0-18	59	0-28	94	0-35	39	0-68 ₅	74	
25	0-18 ₅	0-000060	0-28	95	0-35	0-00040	0-69 ₅	75	
26	0-19	61	0-28 ₅	96	0-35 ₅	41	0-70 ₅	76	
27	0-19	62	0-28 ₅	97	0-35 ₅	42	0-71 ₅	77	
28	0-19 ₅	63	0-28 ₅	98	0-36	43	0-72	78	
29	0-20	64	0-29	99	0-36	44	0-73	79	
0-000030	0-20	65	0-29	0-00010	0-36	45	0-73 ₅	0-00080	
31	0-20 ₅	66	0-29 ₅	11	0-37 ₅	46	0-74	81	
32	0-21	67	0-29 ₅	12	0-39 ₅	47	0-75	82	
33	0-21	68	0-30	13	0-41 ₅	48	0-76	83	
34	0-21 ₅	69	0-30	14	0-42 ₅	49	0-76 ₅	84	
35	0-22	0-000070	0-30 ₅	15	0-44	0-00050	0-77	85	
36	0-22	71	0-30 ₅	16	0-45 ₅	51	0-78	86	
37	0-22 ₅	72	0-30 ₅	17	0-47	52	0-78 ₅	87	
38	0-23	73	0-31	18	0-48	53	0-79	88	
39	0-23	74	0-31	19	0-49	54	0-80	89	
0-000040	0-23 ₅	75	0-31	0-00020	0-50	55	0-80 ₅	0-00090	
41	0-23 ₅	76	0-31 ₅	21	0-51 ₅	56	0-81	91	
42	0-24	77	0-31 ₅	22	0-52 ₅	57	0-81 ₅	92	
43	0-24	78	0-31 ₅	23	0-54	58	0-82 ₅	93	
44	0-24 ₅	79	0-32	24	0-55	59	0-83	94	

cji spadku $F(I) = 34 I^m$.

$F(I)$	Spadek I	$F(I)$	Spadek I	$F(I)$	Spadek I	$F(I)$	Spadek I	$F(I)$
0-84	0-00095	1-03	0-0040	1-79	0-0075	2-11	0-0125	2-27
0-84 ₅	96	1-03 ₅	41	1-80 ₅	76	2-11	0-0127 ₅	2-27
0-85	97	1-04	42	1-82	77	2-11 ₅	0-0130	2-27
0-85 ₅	98	1-04 ₅	43	1-83	78	2-12	0-0132 ₅	2-27 ₅
0-86	99	1-05	44	1-84 ₅	79	2-12 ₅	0-0135	2-27 ₅
0-86 ₅	0-0010	1-05 ₅	45	1-85 ₅	0-0080	2-13	0-0137 ₅	2-27 ₅
0-87 ₅	11	1-09 ₅	46	1-87	81	2-13 ₅	0-0140	2-28
0-88	12	1-13 ₅	47	1-88	82	2-14	0-0142 ₅	2-28
0-88 ₅	13	1-16	48	1-89	83	2-14 ₅	0-0145	2-28
0-89	14	1-21	49	1-90 ₅	84	2-15	0-0147 ₅	2-28
0-90	15	1-25	0-0050	1-91 ₅	85	2-16	0-0150	2-28 ₅
0-90 ₅	16	1-28	51	1-92	86	2-16 ₅	0-0152 ₅	2-28 ₅
0-91	17	1-31	52	1-93	87	2-16 ₅	0-0155	2-28 ₅
0-92	18	1-34	53	1-94	88	2-17	0-0157 ₅	2-28 ₅
0-92 ₅	19	1-37	54	1-95	89	2-17 ₅	0-0160	2-28 ₅
0-93	0-0020	1-40	55	1-96	0-0090	2-18	0-017	
0-93 ₅	21	1-43	56	1-97	91	2-18 ₅	0-018	
0-94	22	1-45 ₅	57	1-98	92	2-19	0-019	
0-94 ₅	23	1-48	58	1-99	93	2-19	0-020	
0-95	24	1-50	59	2-00	94	2-19 ₅	0-030	
0-95 ₅	25	1-52 ₅	0-0060	2-01	95	2-20	0-040	
0-96	26	1-55	61	2-02	96	2-20	0-050	2-28 ₅
0-96 ₅	27	1-57	62	2-02 ₅	97	2-20 ₅	0-060	
0-97	28	1-59	63	2-03	98	2-21	0-070	
0-97 ₅	29	1-61	64	2-04	99	2-21	0-080	
0-98	0-0030	1-63	65	2-04 ₅	0-0100	2-21 ₅	0-090	
0-98 ₅	31	1-65	66	2-05 ₅	0-0102 ₅	2-22	0-100	
0-99	32	1-66 ₅	67	2-06	0-0105	2-23		
0-99 ₅	33	1-68	68	2-07	0-0107 ₅	2-23 ₅		
1-00	34	1-70	69	2-07 ₅	0-0110	2-24		
1-00 ₅	35	1-71 ₅	0-0070	2-08	0-0112 ₅	2-24 ₅		
1-01	36	1-73	71	2-08 ₅	0-0115	2-25		
1-01 ₅	37	1-75	72	2-09	0-0117 ₅	2-25 ₅		
1-02	38	1-76 ₅	73	2-09 ₅	0-0120	2-26		
1-02 ₅	39	1-78	74	2-10	0-0122 ₅	2-27		

TABELA 4.

Typy pionowych krzywych prędkości.

$T =$	$I \text{ ‰} =$			
	0.1 ‰	0.5 ‰	1 ‰	10 ‰
0.1 m	$v_s = 0.075$ metrów $m = 0.882$ $v = 0.116 y^{0.135}$ metrów $y_1 = 0.391 T$ $v_p = 0.085$ metrów	0.160 0.814 0.333 $y^{0.228}$ 0.408 T 0.196	0.219 0.802 0.484 $y^{0.248}$ 0.409 T 0.273	0.461 0.786 1.100 $y^{0.273}$ 0.413 T 0.589
1.0 m	$v_s = 0.374$ metrów $m = 0.895$ $v = 0.418 y^{0.117}$ metrów $y_1 = 0.388 T$ $v_p = 0.418$ metrów	0.801 0.827 0.968 $y^{0.208}$ 0.403 T 0.968	1.097 0.815 1.346 $y^{0.227}$ 0.406 T 1.346	2.304 0.799 2.883 $y^{0.252}$ 0.410 T 2.883
5 m	$v_s = 1.103$ metrów $m = 0.955$ $v = 1.071 y^{0.047}$ metrów $y_1 = 0.376 T$ $v_p = 1.155$ metrów	2.360 0.887 2.189 $y^{0.127}$ 0.390 T 2.661	3.233 0.875 2.935 $y^{0.143}$ 0.394 T 3.695	6.790 0.859 6.070 $y^{0.164}$ 0.396 T 7.905
10 m	$v_s = 1.328$ metrów $m = 1.030$ $(v = 1.378 y^{0.029})$ metrów $y_1 = 0.362 T$ $v_p = 1.289$ metrów	2.841 0.962 2.698 $y^{0.039}$ 0.375 T 2.953	3.893 0.950 3.626 $y^{0.053}$ 0.377 T 4.098	

Przy zagadnieniach dotyczących ruchu i osadzania materiału pytamy się, jaka jest prędkość wody w niewielkiej wysokości nad dnem, np. 0.03 m? Dla powyższych 15 przypadków otrzymuje się z obliczonych równań następujące wartości (tabela 5.):

TABELA 5.

Prędkości w wysokości 0.03 m nad dnem w metrach.

T w metrach	I w promillach			
	0.1	0.5	1	10
0.1	0.072	0.150	0.203	0.422
1	0.277	0.468	0.607	1.191
5	0.908	1.402	1.777	3.415
10	(1.526)	2.353	2.679	—

Jak widać z tabeli 4, prędkości przy dnie osiągają przy znaczniejszych głębokościach i spadkach duże wartości.

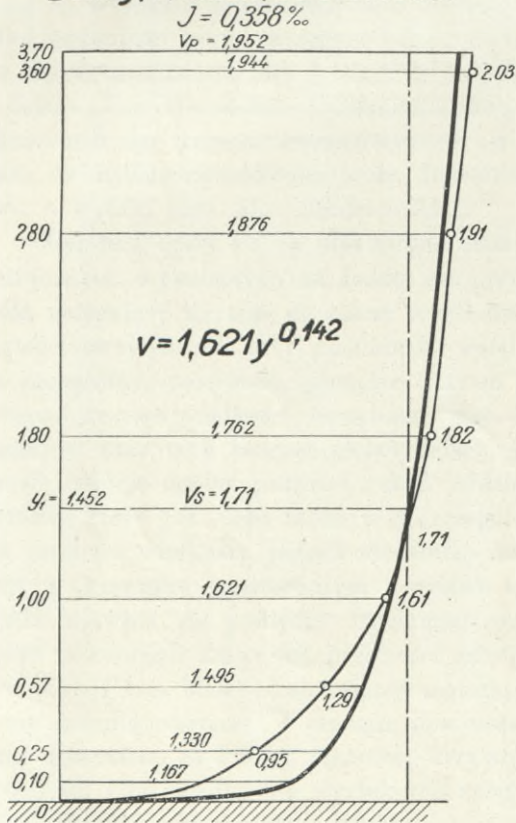
Na rysunku 2. przedstawiono dla porównania pięć pionowych krzywych prędkości, otrzymanych na podstawie wykonanych bezpośrednich pomiarów hydrometrycznych, przyczem równocześnie wkreślono krzywe otrzymane z obliczenia na podstawie równania IV, względnie V i 7. Naturalnie niemożliwym jest, aby każde spostrzeżenie z przyrody zgadzało się z wynikiem obliczenia; jak już poprzednio powiedziano działają tu rozliczne wpływy, wywołujące odchylenie od wartości normalnych, a również i błędy pomiaru wywołują tu odchyłki. Biorąc najpierw pod uwagę figury skrajne, po lewej i prawej stronie położone, widzimy tu dwie krzywe pomierzone na Dunaju pod Wiedniem¹. Krzywe otrzymane z obliczenia (grubo wyciągnięte) odchylają się wprawdzie od pomierzonych w naturze, ale dla obu wypadków w kierunku przeciwnym², skąd wnioskować można, że obliczone krzywe są zupełnie odpowiednie. Dalsze pionowe krzywe prędkości, a mianowicie druga (Raba pod Książnicami) i czwarta (Dunajec pod Mościcami)³, zgadzają się zupełnie z krzywami obliczonymi, tak że narysowano tylko krzywe obliczone. Porównanie prędkości obliczonych i pomierzonych, wypisanych na rysunku, wskazuje, że różnice są bardzo nieznaczne, centymetrowe. Wreszcie co do krzywej trzeciej (Dunajec pod Waksmundem)³, to tu odchyłka krzywej obliczonej (linja pełna gruba) od pomierzonej (linja pełna cienka) jest dość znaczna, jednak pomierzona krzywa nie jest całkiem normalna, na co wskazuje fakt, że pomierzony dla całego profilu spadek lokalny wynosi 4‰, podczas gdy odpowiadający średniej prędkości 1·738 m i głębokości 1·30 m spadek (t. j. spadek w strudze odpowiadającej tej pionowej), wynosi tylko 1·99‰. Wynika stąd, że efekt rzeczywistego (pomierzonego przy brzegach) spadku 4‰ nie objawił się w danej pionowej. Charakteryzuje to wyraźnie krzywa obliczona dodatkowa (linja gruba kreskowana), wyznaczona dla tej samej głębokości i pomierzonego spadku 4‰. Dla tej krzywej jest $v_s = 2·238$ m, $v_p = 2·772$ m. Można by wnioskować, że kierunek prądu wody, odpowiadającego pomierzonemu spadkowi 4‰,

¹ „Beiträge zur Hydrographie Österreichs“. Pomiar Centralnego Biura hydrograficznego w Wiedniu z lat 1897 i 1899.

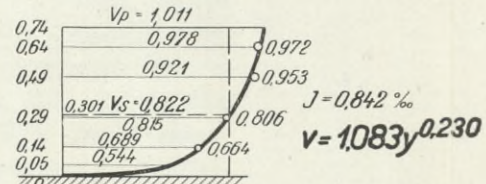
² Spadek oznaczono na podstawie średniej prędkości i głębokości pionowej krzywej prędkości pomierzonej w naturze, z formuły autora.

³ Pomiar przeprowadzone przez autora.

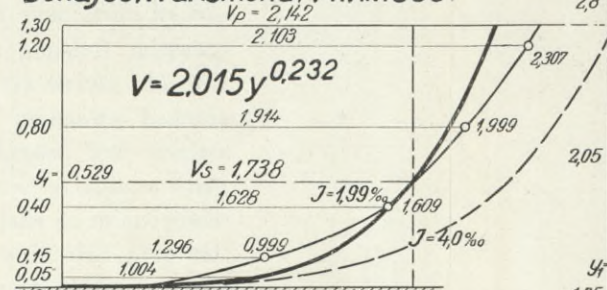
Dunaj, Wiedeń, 30.31.X.1899.



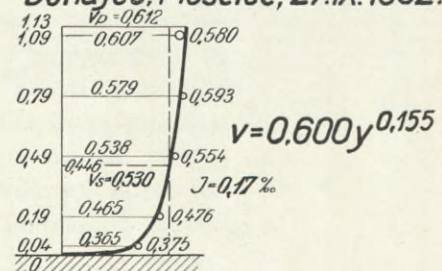
Raba, Książnice, 14.VIII.1902.



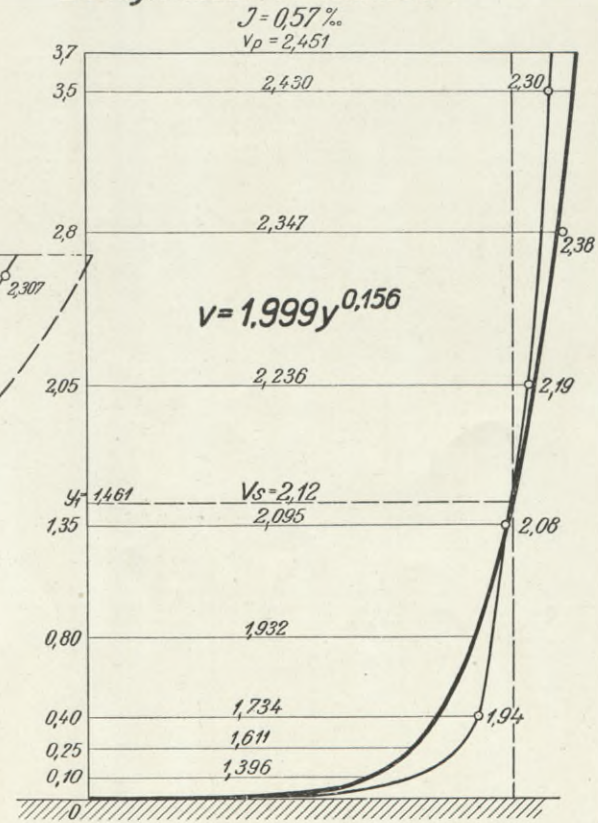
Dunajec, Waksmund, 14.VII.1903.



Dunajec, Mościce, 27.IX.1932.



Dunaj, Wiedeń, 14-16.IX.1897.



Rys. 2.

był ukośny do profilu pomiaru, skutkiem czego otrzymano przy pomiarze mniejsze prędkości. Krzywą tę podano tu dlatego, gdyż wykazuje ona wyraźny, przedłużony kształt przy dużym spadku.

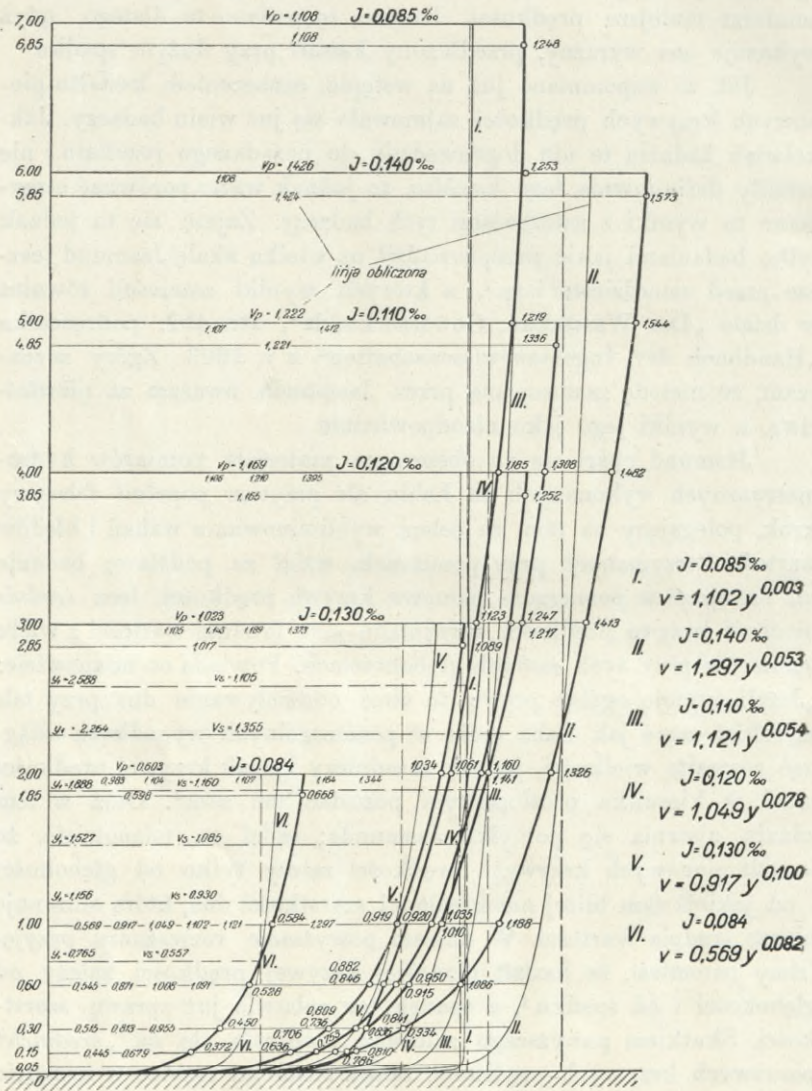
Jak to wspomniano już na wstępie, oznaczeniem kształtu pionowych krzywych prędkości zajmowało się już wielu badaczy. Jakkolwiek badania te nie doprowadziły do pożądanego rezultatu i nie ustaliły definitywnie tego kształtu, to jednak warto porównać otrzymane tu wyniki z założeniami tych badaczy. Zajmę się tu jednak tylko badaniami jakie przeprowadził na wielką skalę Jasmund jeszcze przed czterdziestu laty¹, a których wyniki zamieścił również w dziele „Der Wasserbau, Gewässerkunde“, str. 452. podręcznika „Handbuch der Ingenieurwissenschaften“ z r. 1923. Zgóry zaznaczam, że metodę zastosowaną przez Jasmunda uważam za niewłaściwą, a wyniki jego jako nieodpowiednie

Jasmund oparł się na obszernym materiale pomiarów hydrometrycznych wykonanych na Łabie, ale przytem popełnił fałszywy krok, polegający na tem, że celem wyeliminowania wahań i błędów wartości otrzymanych przy pomiarach, wziął za podstawę badania *nie rzeczywiście pomierzone* pionowe krzywe prędkości, lecz *średnie* pionowe krzywe prędkości, otrzymane jako średnie wartości z wielu pomiarów przy tych samych głębokościach. Powiada on mianowicie: „Jeżeli istnieje ogólne prawo, to choć oddziaływanie dna przy tak szerokiej rzece jak Łaba może w poszczególnych wypadkach osiągnąć rozmaite wielkości, jednak zasadniczy kształt krzywej prędkości musi w kierunku prostopadłym pozostać ten sam“. Otóż w tem zdaniu ujawnia się pomyłka Jasmunda; sądzi on mianowicie, że kształt pionowych krzywych prędkości zależy tylko od głębokości i od jakiejś tam bliżej nieokreślonej szorstkości dna, którą eliminuje biorąc średnie wartości. W naszym powyższem rozważaniu przyjęliśmy natomiast, że kształt pionowej krzywej prędkości zależy od głębokości i od spadku², a spadek ten załatwia już sprawę szorstkości. Skutkiem powyższego założenia i oparcia się na „średnich“ pionowych krzywych prędkości, zatarł Jasmund różnice w kształcie tychże krzywych, pochodzące od spadku, względnie szorstkości dna.

¹ „Die Einwirkung der Flußsohle auf die Geschwindigkeit des fließenden Wassers“. Zeitschrift f. Bauwesen 1893 i „Veränderung der Geschwindigkeiten im Querschnitte eines Stromes“. Ztsch. f. Bauwesen 1897.

² Spadek podłużny lokalny w strudze przechodzącej przez daną pionową.

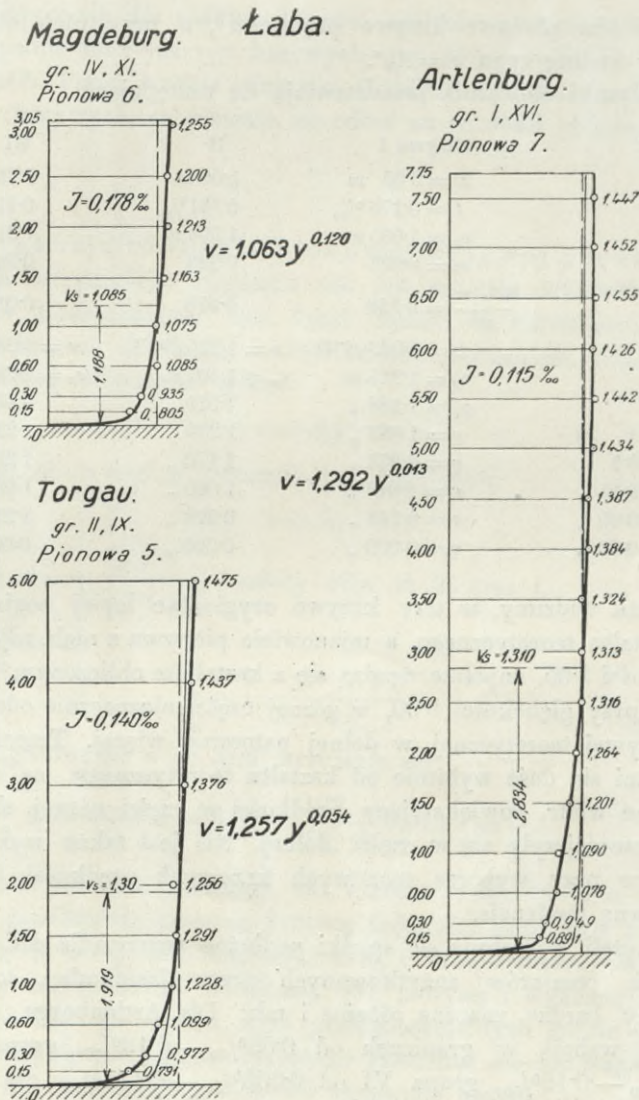
Łaba.



Rys. 3.

Na rysunku 3. przedstawiono sześć „średnich“ pionowych krzywych prędkości dla całej Łaby¹ Jasmunda, a przy nich wkreślono

¹ „Gesamtmittelwerte der Elbe“ Hdb. d. Ing. Wiss., der Wasserbau“, 1923, str. 453 i Ztschr. f. Bauwesen 1893, str. 126.



Rys. 4.

obliczone według wyprowadzonych równań o ogólnym kształcie $v = Ay^n$ „teoretyczne“ krzywe autora; widzimy, że odpowiednie krzywe zupełnie się ze sobą nie zgadzają. Natomiast na rysunku 4^{ty}m nakreślono wybrane dowolnie z materiału podanego przez Jas-

munda¹ trzy pionowe krzywe prędkości², a przy nich obliczone krzywe według typu $v = Ay^n$.

Wyniki obliczenia przedstawiają się następująco:

	Krzywa I	II	III
	$T = 3.05$ m	5.00 m	7.75 m
	$I = 0.178$ ‰	0.161 ‰	0.115 ‰
	$v_s = 1.085$ m	1.300 m	1.310 m
	$m = 0.893$	0.928	0.987
	$\frac{1-m}{m} = 0.120$	0.078	0.013
	$v = 1.063y^{0.120}$	$v = 1.235y^{0.078}$	$v = 1.292y^{0.013}$
	$v_p = 1.215$ m	$v_p = 1.401$ m	$v_p = 1.327$ m
	$y_1 = 1.188$ „	1.919 „	2.834 „
dla $y = 1$ m	$v = 1.063$ „	1.235 „	1.292 „
„ $y = 0.5$ „	$v = 0.978$ „	1.170 „	1.280 „
„ $y = 0.15$ „	$v = 0.846$ „	1.065 „	1.260 „
„ $y = 0.05$ „	$v = 0.742$ „	0.978 „	1.243 „
„ $y = 0.00$ „	$v = 0.000$ „	0.000 „	0.000 „

Jak widzimy, te trzy krzywe oryginalne lepiej naginają się do kształtu teoretycznego, a mianowicie pierwsza z nich, zdjęta przy głębokości 3.05, zupełnie zgadza się z kształtem obliczonym³, druga, zdjęta przy głębokości 5.00, w górnej części nieznacznie odchyła się od krzywej teoretycznej, w dolnej natomiast więcej. Trzecia krzywa różni się dość wybitnie od kształtu teoretycznego, na co mógł wpłynąć wiatr, powiększający prędkości w części górnej, skutkiem czego zmniejszyły się w części dolnej. Nie jest także wykluczone, że autor przy wyborze pionowych krzywych prędkości kierował się pewną tendencją.

Jeżeli wyrachuje się spadki podłużne zwierciadła dla poszczególnych pomiarów zużytkowanych przez Jasmunda⁴, to otrzymujemy bardzo znaczne różnice i tak: Dla Artlenburga, grupa I, spadki wahają w granicach od 0.05 ‰ — 0.12 ‰, grupa V od 0.01 ‰ — 0.16 ‰, grupa VI od 0.005 ‰ — 0.185 ‰, dla Torgau grupa III od 0.01 ‰ — 0.21 ‰, dla Magdeburga grupa IV od 0.036 ‰ — 0.16 ‰, a więc spadki wahają w bardzo szerokich gra-

¹ „Anbang, enthaltend die amtlichen Messungen“, Z. für Bauwesen.

² Jedna z grupy Magdeburg IV, jedna Torgau II i jedna Artlenburg I.

³ Kółka oznaczają wartości pomierzone.

⁴ Anhang, j. w.

nicach, przyczem dla spadków bardzo małych wystąpić już powinien zupełnie inny już typ krzywych, oznaczony cyfrą II na rysunku 5^{ym}. Przez wzięcie wartości średnich wynikło pomieszczenie kształtu krzywych, co musiało się odbić na ścisłości obliczenia.

* * *

Dyskusja równania pionowej krzywej prędkości. Dyskusja otrzymanego równania nie ma na celu wyprowadzenia wniosków teoretycznych, lecz dążyć będzie do stwierdzenia, czy pionowa krzywa prędkości, określona tem równaniem, odpowiada rzeczywistości. Równanie ogólne:

$$v = A y^n$$

przechodzi dla $n = 0$ w równanie $v = A y^0$, czyli:

$$v = A,$$

przyczem $A = \frac{\alpha T^{0.7}}{T^n (b + c T)}$, zależy więc od T , oraz I .

Ponieważ:

$$n = \frac{1 - (b + c T)}{b + c T},$$

zatem przyrównując n do zera otrzymuje się:

$$1 = b + c T = 0,78 + \frac{0,02}{I_{0,0}^{0.7}} + 0,015 T = \frac{v_s}{v_p}.$$

Jest to warunek graniczny, dla którego $v = A = v_s$, a zatem równanie przedstawia pionową krzywą prędkości jako linię prostą, równoległą do osi y , w odległości $A = v_s$. O stosowalności równania paraboli o osi pionowej mówiliśmy już powyżej i wyznaczyliśmy granice spadku i głębokości. Przy przekroczeniu tych granic otrzymujemy krzywą spełniającą wprawdzie założenia, ale pod względem praktycznym nieracjonalną. Krzywa otrzymuje kształt:

$$\text{VII) } v = A y^{-n}$$

(przyczem n jest liczbą dodatnią), a równanie przekształca się na:

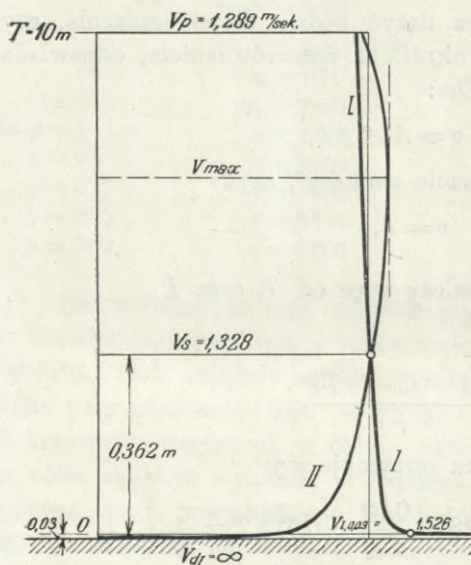
$$\text{VIIa) } v y^n = A,$$

przedstawiając krzywą hyperboliczną, dla której osie y i v są asymptotami.

Taką krzywą zawiera już powyżej podana tabela 4^a, w kolumnie pierwszej, wierszu czwartym. Dla $T=10$ m, $I=0.1\text{‰}$, a zatem przy przekroczonych już granicach (gdyż przy spadku $I=0.1\text{‰}$ granica głębokości, jak to powyżej obliczono, wynosi $T=8.01$ m), otrzymaliśmy równanie:

$$v = 1,378 y^{-0,029},$$

które przedstawia krzywą praktycznie nieracjonalną, nakreśloną na rysunku 5. (kształt I).



Rys. 5.

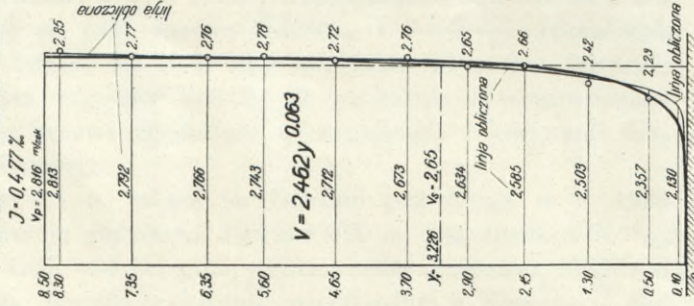
Wynika z tego, że poza wyznaczonymi powyżej granicami musi się przyjąć inny kształt pionowej krzywej prędkości. Jaki on ma być? Czy może ma on odpowiadać kształtowi II, wykreślonemu na rysunku 5^{ym}, jaki nieraz obserwujemy w przyrodzie przy wielkich głębokościach i małych spadkach, a który to kształt odznacza się tem, że największa prędkość znajduje się pod powierzchnią? Jakkolwiek oznaczenie kształtu pionowych krzy-

wych prędkości poza wyznaczonymi granicami przekracza zakres zamierzonego badania, to jednak w celu rozszerzenia i uogólnienia otrzymanych wyników zajmiemy się przy końcu i tym problemem.

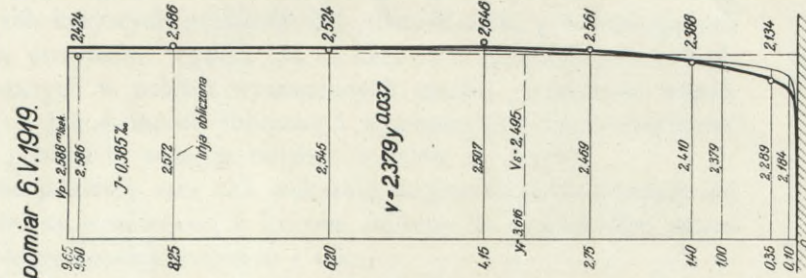
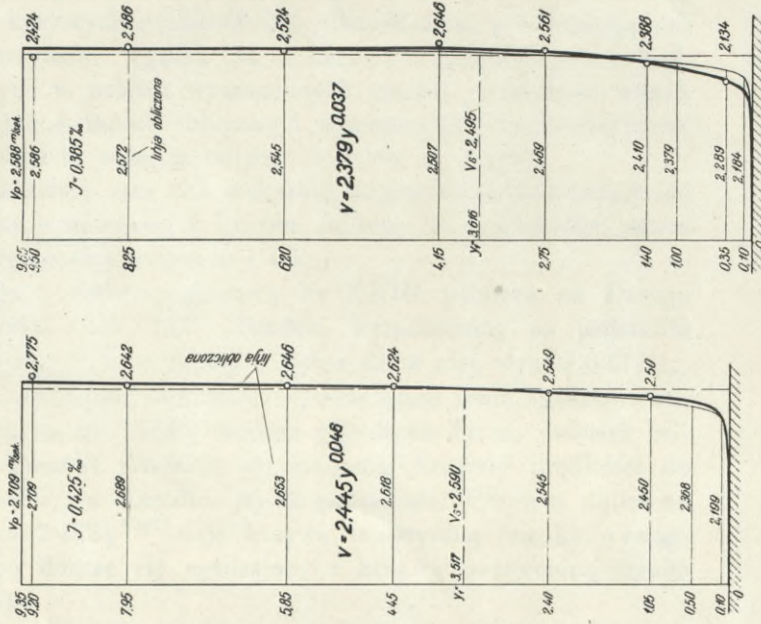
Ale wracając do właściwego tematu zauważa się, że naturalnie wyprowadzone powyżej równanie VII, względnie VIIa, jako przedstawiające krzywą praktycznie nieracjonalną, nie przedstawia dla nas interesu, natomiast zasadnicze znaczenie ma dla nas kwestja, czy określwszy graniczny kształt pionowej krzywej prędkości jako prostą równoległą do osi y , przyczem prędkości wszystkich strug w pionowej są stałe, czyli

$$v = v_s = v_p = v_d,$$

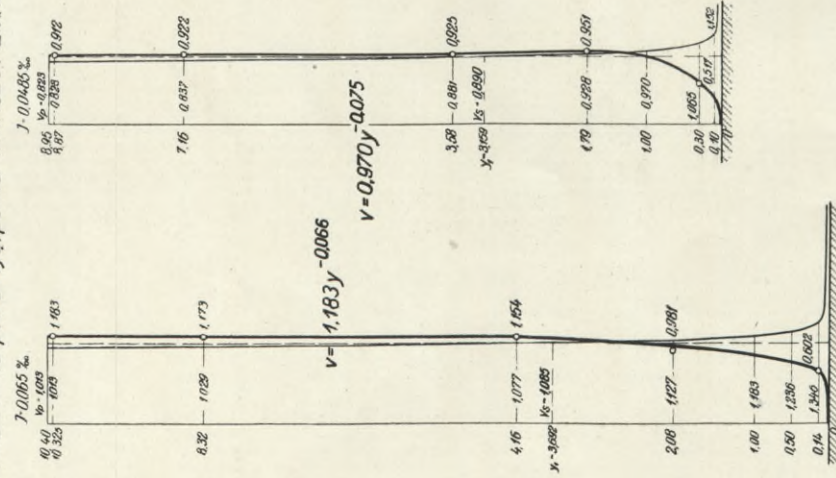
1. Dunaj pod Wiedniem.
Pomiar 14-16.IX.1897.



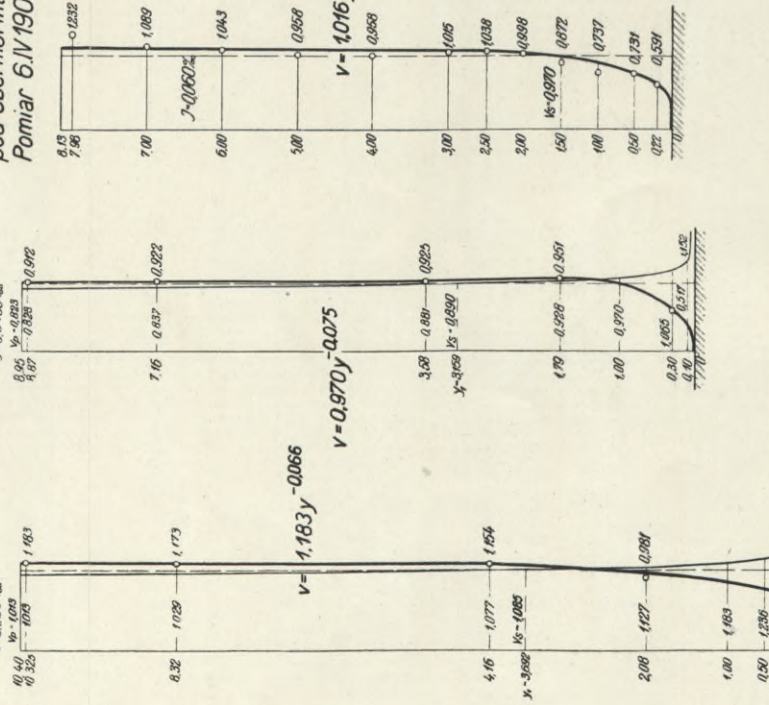
2.3. Wisła pod Warszawą, pomiar 6.V.1919.



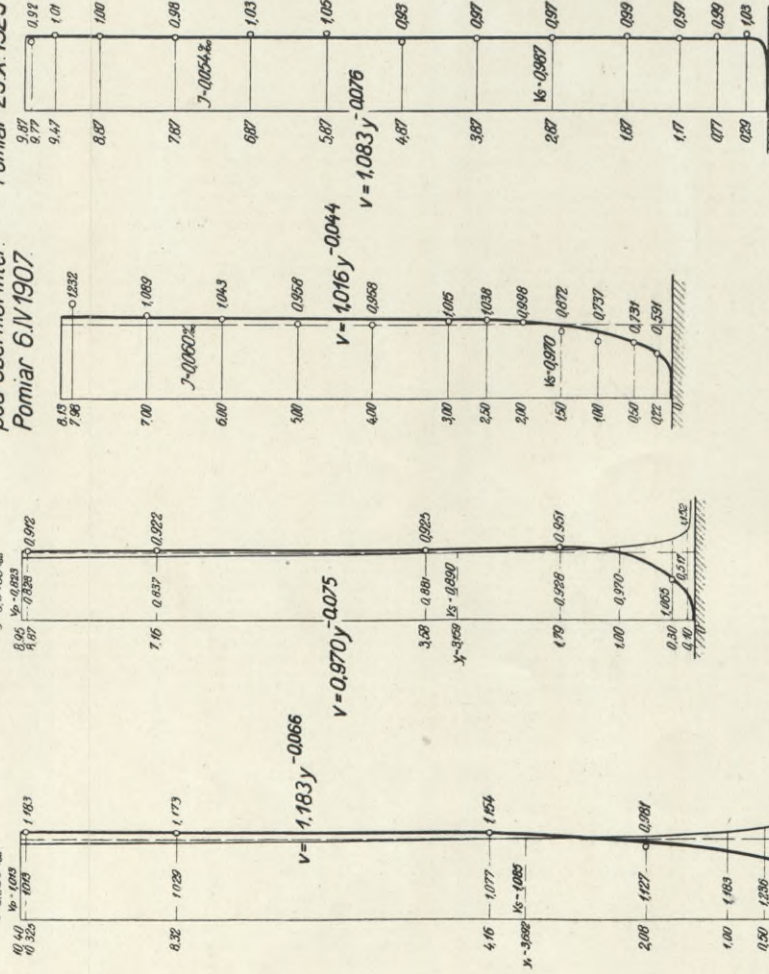
4.5. Dźwina pod Drujā, pomiar 17.IV.1926 i 12.VI.1928.



6. Ren pod Obermörnter.
Pomiar 6.IV.1907.



7 Dunaj pod Mohaczem.
Pomiar 23.X.1923.



nie odbiegamy od rzeczywistości, gdyż nawet doświadczonemu hydrologowi wynik ten może się wydawać paradoksalnym. Bliższe jednak zbadanie materiału doświadczalnego jaki posiadamy, a który stanowią t. z. pomiary hydrometryczne zupełne, potwierdza słuszność otrzymanego wyniku. Na dowód podaje się na rysunku 6^m szereg pionowych krzywych prędkości dla różnych rzek, potwierdzających naocznie otrzymane wyniki. Są to krzywe o głębokościach i spadkach leżących w pobliżu wyznaczonych granic; wykładniki współrzędnej y , jak świadczą obliczone i wypisane na rysunku równania, leżą w pobliżu 0, wahając między $+0.063$, a -0.076 .

Już pierwszy rzut oka wskazuje, że prawie na całej wysokości prędkości są wyrównane, a krzywe zbliżone do prostokątów, zatem potwierdzają zasadnicze prawo i tak:

Na fig. 1. widzimy pionową Nr XXIII pomiaru na Dunaju pod Wiedniem z r. 1897¹. Spadek, wyrachowany na podstawie średniej prędkości w pionowej i głębokości w niej, wynosi 0.477% . Jakkolwiek graniczna głębokość odpowiadająca temu spadkowi wynosi 12.67 m, tu zaś mamy dopiero głębokość 8.5 m, przecież widzimy już wyraźne zbliżanie się pionowej krzywej prędkości do warunku $v=v_s$, a kształtu jej do prostokąta. Przytem obliczone równanie $v=2.462y^{0.063}$ daje krzywą teoretyczną (cienko wyciągniętą) bardzo dobrze się zgadzającą z krzywą pomierzoną (grubo wyciągniętą).

Podobny obraz dają następane dwie figury 2 i 3, przedstawiające pionowe krzywe prędkości, zdjęte w czasie wielkiej wody na Wiśle pod Warszawą w r. 1919², o głębokości 9.35 i 9.65 m, a zatem blisko 10^m m, przy spadku 0.425% i 0.385% . Jakkolwiek graniczna głębokość dla nich leży w pobliżu 12 m, już wyraźnie zbliżają się pod względem kształtu do prostokąta, a wyprowadzone równania dają krzywe zgadzające się znakomicie z krzywami faktycznie pomierzonymi.

Krzywe 4 i 5., zdjęte na Dźwinie pod Drują w r. 1926 i 1928², wykazują głębokości 10.4 m i 8.95 m, oraz spadki 0.065% i 0.0485% . Leżą one już poza wyznaczonymi granicami, skutkiem czego równanie posiada wykładnik współrzędnej y ujemny. U obu

¹ „Beiträge zur Hydrographie Österreichs“, III T. „Die hydrometrischen Erhebungen an der Donau nächst Wien im J. 1897“. Wiedeń 1899.

² Pomiary udzielone mi z Centralnego Biura Hydrograficznego w Warszawie.

widzimy na znacznej części wysokości prędkość wyrównaną, a tylko w części dolnej prędkość zmniejszającą się ku dnu.

Podobny obraz przedstawia krzywa 6^a, zdjęta na dolnym Renie Obermörmtter w r. 1907¹. I tu spadek jest bardzo mały (0·06‰), głębokość znaczna 8·13 m; leży ona już poza wyznaczoną granicą, skutkiem czego wykładnik y jest ujemny. Wyrównanie prędkości nastąpiło tu na znacznej wysokości (około 6 m), tylko u spodu widać zmniejszanie się prędkości.

Wreszcie ostatnia krzywa, Nr 7, zdjęta na Dunaju pod Mohaczem w r. 1923², przy spadku 0·054‰ i głębokości 9·87 m, przedstawia idealnie wyrównane prędkości wzdłuż całej głębokości, a zatem jest znakomitym dowodem dla stwierdzenia możliwości istnienia warunków, przy których prędkości są całkowicie wyrównane, przy czem zachodzi warunek skrajny:

$$v = v_s = v_p = v_d.$$

Z przykładów podanych na rysunku 6, pierwsze trzy i ostatni stanowią znakomite potwierdzenie słuszności zasad przeprowadzonej tu charakterystyki kształtu pionowej krzywej prędkości; widać tu dążność do wyrównania prędkości przy dużych głębokościach, oraz do uniezależnienia się przy tych głębokościach pionowej krzywej prędkości od wpływu szorstkości dna. Trzy pozostałe krzywe, a mianowicie 4, 5 i 6, wykazują również te dążności, jakkolwiek u spodu następuje u nich wyraźne zmniejszenie prędkości, co zresztą wykazują i pionowe krzywe prędkości Łaby (druga i trzecia), przedstawione na rysunku 4.

Jakkolwiek możnaby powołać się tu na znacznie większą ilość przykładów o prawie idealnie wyrównanej prędkości wzdłuż całej pionowej, to jednak nie można zaprzeczyć, że w praktyce, w wielu przypadkach, leżących w pobliżu wyznaczonych granic, otrzymamy pionową krzywą prędkości o zmniejszonych prędkościach w pobliżu dna. Nie zaprzecza to jednak prawdziwości wyprowadzonych zasad ogólnych, teoretycznych, sprawdzających się w przyrodzie w razie istnienia idealnych warunków, jak na przykład w przypadku przedstawionym na ostatniej figurze rysunku 6^{go}. Że w wielu wypadkach

¹ „Jahrbuch für die Gewässerkunde Norddeutschlands“, Besondere Mitteilungen“, Bd. 2. (H. 2.); Berlin 1910.

² udzielona mi przez Król. węg. Instytut Hydrograficzny w Budapeszcie (M. kir. Földmivélesügyi Ministerium, Vizrajzi Intézeté).

przy wyznaczonych granicach otrzymamy z pomiaru pionowe krzywe prędkości o mniejszych prędkościach u spodu, powodem tego nie jest już to, co rozumiemy jako „szorstkość dna“, lecz nierówności (wzniesienia i zagłębienia) dna, wywołujące zmniejszenie prędkości w pobliżu dna.

* * *

Z powyższego wynika, że w warunkach określonych wyznaczonymi granicami, pionowa krzywa prędkości o prędkości niezmiennej wzdłuż całej głębokości jest możliwa i rzeczywiście w przyrodzie występuje, przy zupełnie równym, choć niepozbawionem swej szorstkości dnie. W takich idealnych warunkach koncepcja cienkiej przysciennej, a raczej przydennej warstewki wody, ma i tu zastosowanie.

* * *

Pionowa krzywa prędkości poza wyznaczonymi granicami. Powyżej uzasadniliśmy, że przy głębokościach i spadkach oznaczonych teoretycznie jako granicznych, następuje wzdłuż całej głębokości wyrównanie prędkości. Zapytać się należy, czy istnieją powody, aby określony tem prawem kształt pionowej krzywej prędkości poza temi granicami doznał zmiany? Wszelkie zmiany w rozkładzie prędkości w pionowej mogłyby powstać tylko w razie udziału nowych impulsów, a więc nowych sił i nowych oporów w ruchu wody. Otóż stwierdzić należy, że żadne nowe siły tu nie powstają, a także i żadne nowe opory nie wchodzi w grę. Jeżeli bowiem chodzi o opór szorstkości dna, to jeżeli wpływ jego przy głębokości granicznej zanika, to tem bardziej będzie on znikomy przy coraz to większych głębokościach, przy których materiał dna jest coraz bardziej miękki, a łożysko coraz gładziej. Z drugiej strony może tu być brany w rachubę opór powietrza, jednak, jak stwierdzają obszernie doświadczenia Darcy i Bazina¹ i. i., opór ten w czasie ciszy może mieć na ruch wody tylko niezmiernie mały wpływ (fort peu d'influence). Natomiast badacze ci zajmują się faktem, że w łożyskach otwartych (i to również sztucznych) występuje często pewne zmniejszenie prędkości na powierzchni, a zatem największa prędkość pod powierzchnią. To zjawisko tłumaczą nie oporem powietrza, lecz prosto brakiem kierowania strug wody przy wolnej

¹ „Recherches hydrauliques“, Paris 1865, str. 178.

powierzchni przepływu, skutkiem czego powstają tu nieregularne prądy i wiry, które zmniejszają prędkość i powodują, że największa prędkość jest pod powierzchnią. Przytem na dowód małego wpływu oporu powietrza na prędkość powierzchniową cytują doświadczenia Boileau¹, przy których nawet lekki wiatr, wiejący z góry, nie zdołał sprawić, aby największa prędkość przeszła na powierzchnię.

Ujęcie kwestji przez Darcy i Bazina jest zupełnie racjonalne, dodać jednak należy, że wspomniane nieregularności przy powierzchni, zmniejszające prędkość, występują w łożyskach rzecznych tem wyraźniej, im większa jest głębokość, gdyż kierowanie strug przez łożysko jest coraz słabsze. Zgadza się to z zasadą granicznych głębokości i spadków wyznaczonych powyżej, po przekroczeniu których największa prędkość znajdzie się pod powierzchnią. Jednak, jak stwierdzają pomiary wykonane w dużych głębokościach, odchyłki prędkości od prędkości wyrównanej, średniej, nie są wielkie.

Jako przykład podaje się na rys. 7^{ym} cztery pionowe krzywe prędkości pomierzone na Cisie². Wszystkie one leżą poza wyznaczonemi granicami. Pierwsza z nich pomierzona pod Vezensy w r. 1932, o głębokości 13·7 m wykazuje spadek 0·09⁰/₀₀. Wyrównanie prędkości istnieje tu na całej wysokości, z wyjątkiem dolnych dwu metrów, gdzie prędkość w stronę dna się zmniejsza. Następne trzy pionowe, t. j. Nr 2, 3 i 4, pomierzone pod Eszlar w r. 1889, o głębokościach 13·86 m, 16·80 m i 16·90 m, wykazujące spadki 0·057⁰/₀₀, 0·045⁰/₀₀, 0·035⁰/₀₀³, znamionują już pewne przesunięcie się największej prędkości w dół, oraz zmniejszenie prędkości nieznaczne ku zwierzchni, a znaczniejsze ku dnu. Zresztą krzywe te nie odstępują w zasadzie od ogólnego kształtu pionowych krzywych prędkości.

Wreszcie na rysunku 8^{ym} podaje się pionową krzywą prędkości, najgłębszą z dotychczas pomierzonych, a mianowicie pochodzącą z pomiarów inżynierów Humphreys i Abbot na Mississipi pod Carrollton z r. 1851⁴. Krzywa ta jest średnią z 13 pomiarów;

¹ „Recherches hydrauliques“, Paris 1865, str. 180.

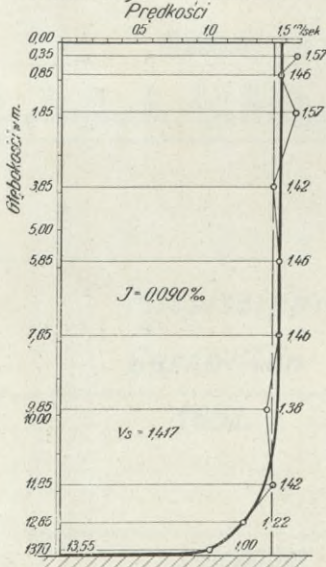
² Król węg. Instytut Hydrograficzny, j. w.

³ Spadki, jak poprzednio, oznaczono z formuły autora, która, jakkolwiek ograniczona do głębokości 12 m, może być używana i przy głębokościach znacznie większych, wobec tego że funkcja głębokości od 4·5 m w górę jest linią prostą.

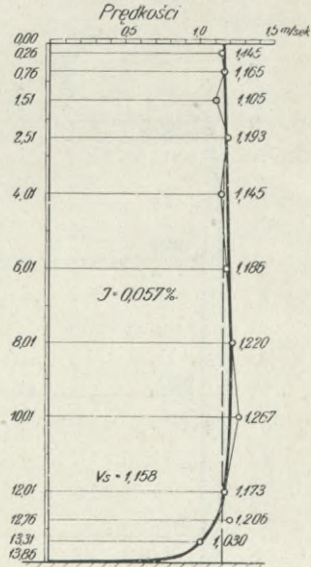
⁴ Report upon the physics and hydraulics of the Mississippi river, j. w. str. 230 i tabl. XI tego dzieła.

Cisa.

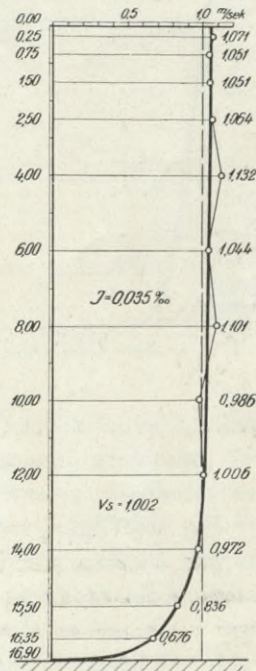
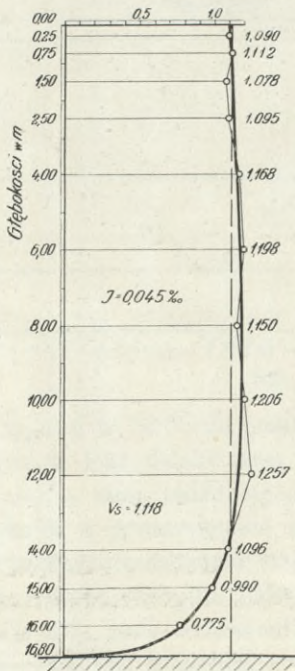
1. Vezseny, 15. IV. 1932.



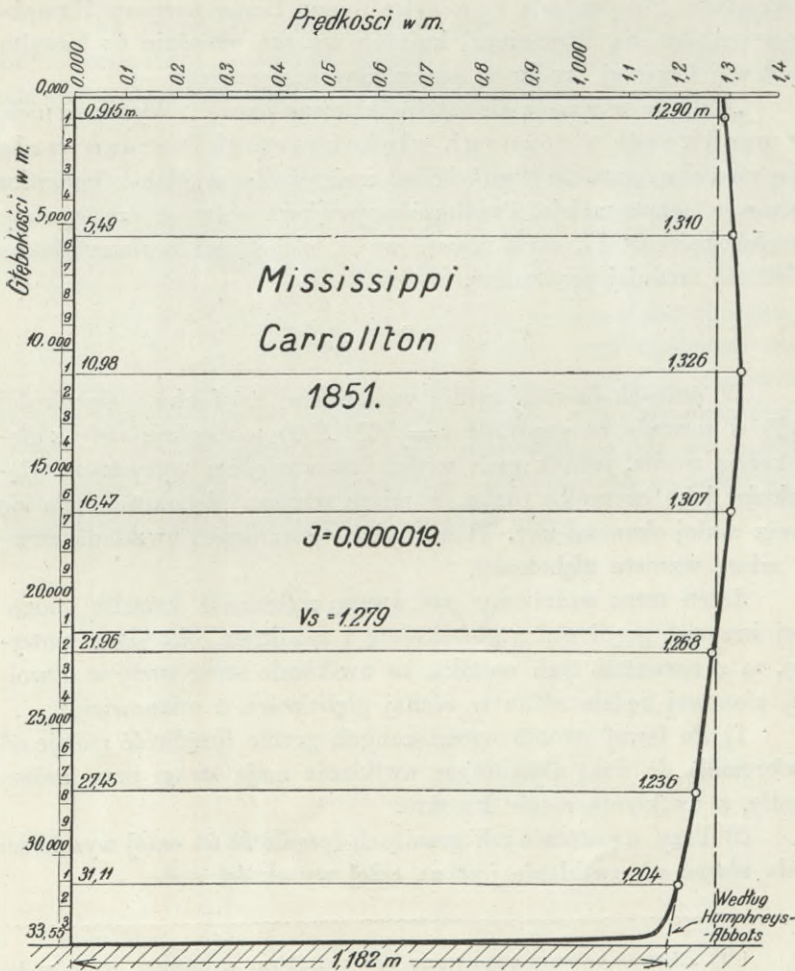
2. Eszlár, 12. IV. 1889.



3.4. Cisa, Eszlár, 10. IV. 1889.



Rys. 7.



Rys. 8.

głębokość wynosi tu 33.55 m, pomierzony spadek $0,019\text{‰}$. Jakkolwiek krzywa ta leży daleko poza wyznaczonymi granicami, jednak widać na niej tę samą tendencję do wyrównania prędkości wzdłuż całej wysokości, z przesunięciem największej prędkości pod zwierciadło i z bardzo nieznacznym zmniejszeniem prędkości przy zwierciadle i przy dnie; odchyłka największej prędkości od średniej wynosi zaledwie 6‰ , przy zwierciadle prędkość zgadza się z średnią.

Ta krzywa jest klasycznym dowodem dążności do wyrównania prędkości wzdłuż całej głębokości pionowej przy wielkich głę-

bokościach. Potwierdzają to również i inne liczne pomiary Humphreys i Abbot na Mississipi, których wyniki odnośnie do kształtu pionowej krzywej prędkości streszczono następująco:

„Krzywe wykazują niewątpliwie pewne prawo...; Wynika z nich, że prędkości w różnych głębokościach bardzo mało się różnią, oraz, że prędkość od zwierciadła w głąb z początku rośnie, a potem maleje. Prędkość największa leży w czasie ciszy w głębokości 0·317, czyli prawie w $\frac{3}{10}$ głębokości, bez względu na wielkość średniej prędkości“.

* * *

W pracach dawniejszych¹ wykazałem, że funkcja głębokości $f(T)$ w formule na prędkość $v=f(T)$. $F(T)$ wprowadzie stałe z głębokością rośnie, jednak ruch wody, pod względem wyzyskania głębokości jako czynnika ruchu, w miarę wzrostu głębokości staje się coraz mniej ekonomiczny. Tłómaczyłem to wzrostem uwikłania strug w miarę wzrostu głębokości.

Jeżeli teraz weźmiemy pod uwagę zmienność kształtu pionowej krzywej prędkości z głębokością i spadkiem, określoną powyżej, to z rozważań tych wynika, że uwikłanie strug wody w dowolnej pionowej będzie różne w różnej głębokości, a mianowicie:

1) Po lewej stronie wyznaczonych granic (prędkość maleje od zwierciadła do dna) najmniejsze uwikłanie mają strugi przy zwierciadle, a uwikłanie rośnie ku dnu.

2) Przy wyznaczonych granicach (prędkość na całej wysokości stała równa v_s) uwikłanie jest na całej wysokości stałe.

¹ 1) „Nowsze badania empiryczne nad związkiem elementów ruchu w łożyskach przyrodzonych“. Czasop. Techn. Lw. 1910 i

1 a) „Empirische Untersuchungen...“ Zeitschrift für Gewässerkunde, Dreznó 1910; również:

2) „Formuła na prędkość i problem prędkości przy bardzo małych głębokościach“, Lwów 1927., Archiwum Towarzystwa Naukowego i

2 a) „Die Geschwindigkeitsformel und das Problem der Geschwindigkeiten bei sehr kleinen Tiefen“, Zeitschrift des österr. Ing. u. Arch. Ver., Wiedeń 1927, wreszcie:

3) „Dalsze badania nad formułą prędkości...“, Lwów 1931, Czasopismo Techniczne.

3 a) „Neuere Untersuchungen über die Geschwindigkeitsformel für natürliche Flußbette...“, Leningrad 1933, IV Konf. hydrologiczna państw bałtyckich.

3) Na prawo od wyznaczonych granic (największa prędkość pod zwierciadłem) uwikłanie wzrasta od głębokości, w której jest największa prędkość ku zwierciadłu i ku dnu.

* * *

Powyższe krótkie wywody, oparte na moich długoletnich spostrzeżeniach, podaję tu w przypuszczeniu, że przyczynią się one do ścisłego określenia kształtu pionowej krzywej prędkości, który to problem ma w hydraulice pierwszorzędne znaczenie.

Wynikiem teoretycznym powyższego rozważania jest charakterystyka kształtu pionowej krzywej prędkości, pod względem zaś praktycznym uzyskano możliwość obrachowania prędkości w dowolnej głębokości. Prędkość tę rachować należy aż do wyznaczonych granic z wyprowadzonego równania, poza temi granicami należy przyjmować prędkość dla przypadków praktycznych na całej wysokości stałą, równą v_s (także i w pobliżu dna).

margarycianów, str. 22 (1 zł). — Franke Maryan. O zwojach wtraconych gałęzi sercowej nerwu błędnego u psa, str. 7 (1 zł). — Dybowski Benedykt. O rybach słodkowodnych i morskich Wschodniej Syberji, str. 39 (2 zł). — Kuntze Roman. Analiza genetyczna gatunku chrząszcza Rynnica olchowa (*Melasma aenea* L.), str. 13 (1 zł).

Tom III. Weyberg Zygmunt. Symbolizacja charakteru symetrycznego ścian kryształu, str. 4 (1 zł). — Weyberg Zygmunt. Przyczynek do sprawy wyznaczania prawdopodobnego błędu w ilościowych rozbiorach chemicznych, str. 10 (1 zł). — Siemiradzki Józef. Fauna utworów liasowych i jurajskich Tatr i Podhala, z 8 tabl., str. 52 (8 zł). — Matakiewicz Maksymilian. Hydrologiczna miara żeglowności rzeki, z 1 tabl., str. 15 (1 zł). — Sokulska Julia. Aparat Golgi'ego w komórkach somatycznych i płciowych (spermato i owogeneza) pająka domowego (*Tegenaria domestica* Cl.) z 2 tabl., str. 34 (4 zł). — Słowikowska Stanisława. Badania doświadczalne nad znaczeniem glukozy tarczykowego płazów dla ich własnej metamorfozy, z 2 tabl. i 6 tabel., str. 20 (3 zł). — Sucharda Edward. O syntezie i produktach utlenienia oksy-pochodnych benzo i dwubenzonafityrdyny, str. 17 (1 zł). — Mydlarski Jan. Analiza antropologiczna ludności powiatu pilźnieńskiego, z 11 rys. i 6 map., str. 74 (6 zł). — Weigel Kasper. O dostosowaniu tymczasowych sieci tryangulacyjnych do ostatecznej sieci tryangulacyjnej Państwa Polskiego, z 3 ryc., str. 15 (2 zł). — Kuntze Roman. Analiza genetyczna gatunku chrząszcza Rynnica olchowa (*Melasma aenea* L.) Cz. II, str. 20 (2 zł). — Hirschler Jan. O pojęciu dziedziczności, str. 18 (1 zł). — Sembrat Kazimierz. Badania doświadczalne nad metamorfozą jelita kijanek płazów bezogonowych *Pelobates fuscus* Laur., *Rana temporaria* L.), z 2 tabl., str. 38 (3 zł). — Rejsówna M. O działaniu soli stopionych na natrolit, str. 16 (1 zł). — Wasilewska Stanisława. Aparat Golgi'ego u drewniaka *Lithobius forficatus* L., z 1 tabl., str. 10 (1 zł). — Klisiecki Andrzej Jan. Teoretyczne zbadanie kaniuli fotohemotachometru Cybulskiego w zastosowaniu do mierzenia szybkości cieczy, z 9 rys., str. 16 (2 zł). — Hermanówna I. Syntezy pirogenetycznych sodalitów siarczkowych str. 14 (1 zł). — Thullie Maksymilian i Chmielowiec Alfons. Doświadczenia Menscha ze słupami owijanymi z wkładką żeliwną, str. 6 (1 zł). — Huber Maksymilian T. Rola teorii względności w ewolucji fundamentalnych pojęć mechaniki, str. 10 (1 zł). — Beller Norbert. O przyczynie różnicy pomiędzy składem chemicznym roztworów nasyconych i kryształów mieszanych $(\text{NH}_4)_2\text{Mn}(\text{SO}_4)_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ i $(\text{NH}_4)_2\text{Fe}(\text{SO}_4)_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$, str. 11 (1 zł). — Fuliński Benedykt. Przyczynek do znajomości statocysty małżów z 1 tablicą, str. 13 (2 zł).

Tom IV. Tokarski Julian. Granit z Granatów w Tatrach, z 1 wykresem, str. 10 (1 zł). — Tokarski Julian. Uwagi w sprawie skały magmatycznej odkrytej w górach Świętokrzyskich, z 1 tablicą, str. 10 (1 zł). — Łomnicki Antoni. Prosty dowód wzoru Stirlinga, str. 6. — Łomnicki Antoni. O wzorach Sterna i Sierpińskiego, podających rozwinięcia pierwiastków kwadratowych na iloczyn nieskończone, str. 7. (Za obie rozprawy 1 zł). — Wysocki Józef i Zbyszewski Leon. O wzajemnym wpływie obu półkul mózgowych na siebie, z 1 ryc. i 2 tablicami, str. 20 (2 zł). — Matakiewicz Maksymilian. Formuły na średnią prędkość przepływu i problem prędkości przy bardzo małych głębokościach, z 1 tablicą, str. 21 (2 zł). — Klisiecki Andrzej Jan. Szybkość krążenia w tętniącym układzie krwionośnym oraz wpływ sprężystości jego ścian na ruch krwi, z 1 tablicą i 3 rycinami w tekście, str. 69 (5 zł). — Drzewicki Stefan. Wpływ wycięcia tarczycy na jaszczurkę zwinkę, z 2 tabl. i 1 ryc. w tekście, str. 29 (3 zł). — Fuchsówna Janina i Sawczyńska Jadwiga. Zacho-

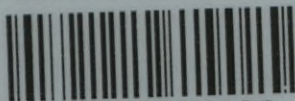


III-307844

wanie się heterochromosomów podczas spermatogenezy u wazek (Odonata). Cz. 1 z 2 tabl. i 1 ryc. w tekście, str. 21 (2 zł). — Birnbaum Zygmunt Wilhelm. Uwagi o całce Cauchy'ego, str. 15 (1 zł). — Bednarski Adam. Historia okulistyki w Polsce w wieku XIII—XVIII z 12 ryc. w tekście, str. 116 (7 zł). — Sembrat Kazimierz. Wpływ tarczycy ryb spłodustych i kostnoszkieletowych na metamorfozę kijanek płazów bezogonowych, z 1 tabl. i 2 wykres, str. 28 (3 zł). — Żyliński Eustachy. O pewnym kryterium wyznacznikowym na możliwość związków chemicznych, str. 4 (1 zł). — Szajna Mieczysław. Wpływ jonów wapnia na ośrodki nerwowe, hamujące serce i oddechowe z 1 tabl., str. 11 (1 zł). — Szajna Mieczysław i Hołobut Wiesław. O łączności między oddychaniem a stopniem uczerwienia krwi z 4 ryc., str. 14 (1 zł). — Klisiecki Jan Andrzej. Szybkość krążenia w małych tętniących naczyniach krwionośnych z 3 ryc. i 1 tabelą w tekście, str. 13 (1 zł). — Mazur Stanisław. O szeregach warunkowo sumowalnych, str. 14 (1 zł). 33

Tom V. Smulikowski Kazimierz. Materiały do znajomości skał magmowych Śląska Cieszyńskiego z 4 wykresami i 6 tabl., str. 125 (8 zł). — Poluszyński Gustaw. Cytologiczne badania nad gametogenezą owadów z 5 tabl., str. 95 (8 zł). — Birnbaum Zygmunt Wilhelm. Oszacowanie wartości właściwych problemu Sturm-Liouville'a o spódczynnikach posiadających skończone wahanie, str. 10. — Tenże. O jednoznacznie odwracalnych funkcjach analitycznych, str. 5 (za obie rozprawy 1 zł). — Teisseyre Wawrzyniec. O możliwości objaśnienia złudzeń wizualnych co do t. zw. kanałów Marsa na zasadzie epirogeny ziemskiej. Pogląd krytyczny na ruchy lądotwórcze w Polsce, str. 26 (2 zł). — Kuntze Roman. Studya porównawcze nad fauną kserotermiczną na Podolu, w Brandenburgii, Austrii i Szwajcaryi z 1 ryc. w tekście, str. 81 (5 zł). — Falik Edward i Bieliński Łdzisław. Badania nad średnicą krwinek czerwonych. Zmiany średnicy krwinek w głodzie, str. 11 (1 zł). — Monné Ludwik. Badania porównawcze nad strukturami plazmatycznymi komórek płciowych męskich mięczaków z szczególnem uwzględnieniem brzuchonogów (Gastropoda), z 5 tabl., str. 55 (4 zł). 29

Tom VI. Fuliński Benedykt. Charakterystyka fauny wirków (Turbellaria) w strefie przybrzeżnej Małego Morza, z 3 ryc. w tekście, str. 27 (1 zł). — Wiśniewski Lesław Wincenty. O rodzajach rodziny Coitocaeidae (Trematoda), z 1 tabl., z 2 ryc. i z 2 tabel. w tekście, str. 13 (1 zł). — Bryła Stefan i Chmielowiec Alfons. Rezultaty pomiarów mostu żelaznego o kracie złożonej przy pomocy przyrządów Manet Rabut'a, z 5 tabl. i 15 rys. w tekście, str. 15 (1 zł). — Gołański Kazimierz. Składniki plazmatyczne komórek płciowych męskich drewniaka, (*Lithobius forficatus* L.) (Krocionogi). (Myriapoda), z 7 ryc. w tekście i 2 tabl., str. 31 (150 zł). — Rosiński Bolesław ks. Czaszki z półwyspu Gazel i z wysp Marquesas, z 1 tabl. i 3 rys. w tekście, str. 15 (1 zł). — Żyliński Eustachy. O układach d'Alemberta, str. 10 (050 zł). — Żejmo-Żejmis Stanisław. Wieś pałucka. Studium antropologiczno-socjologiczne, z 7 ryc. w tekście, str. 30 (150 zł). — Czortkower Salomon. Podłoże rasowe Żydów kaukaskich, z 1 rys. w tekście, str. 32 (1 zł). — Matakiewicz Maksymilian. Ogólny kształt i równanie pionowej krzywej prędkości dla rzek, wyznaczone na zasadzie empirycznej, z 8 rysunkami, str. 27 (150 zł). — Dalsze zeszyty w druku.



100000323322