

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA

L. inw.

2568

0.75  
1

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000297301

Geometrie, Hochfluten

Prüfung zur Erlangung

des Diploms



751  
16

XXX  
1132.



Über  
**Seeretention, Hochfluten**  
und das  
Problem konstanter Wasserführung.

Von  
**Dr. PAUL CURTI**  
Ingenieur





Über  
**Seeretention, Hochfluten**  
und das  
**Problem konstanter Wasserführung.**

Von  
**DR. PAUL CURTI**  
Ingenieur.

Mit 51 Textfiguren und 4 Tafeln.

*F. N. 29722*



ZÜRICH  
Verlag von Albert Raustein  
vormals Meyer & Zellers Verlag  
1912.

XXX  
1132

Von der Eidgenössischen Technischen  
Hochschule in Zürich genehmigte  
Promotionsarbeit.

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA  
KRAKÓW

112568

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Akc. Nr. 1595/49

# Inhalt.

|  | Seite     |
|--|-----------|
| Einleitung . . . . .   | 1         |
| <b>I. Über Retention . . . . .</b>   | <b>4</b>  |
| 1. Notwendige Vermessungsgrundlagen . . . . .  | 4         |
| 2. Relationen zwischen Zufluß, Retention und Abfluß . . . . .                              | 4         |
| 3. Retention, Retentionszone und Kapazitätsverhältnis . . . . .                            | 13        |
| 4. Korrekturen . . . . .   | 14        |
| 5. Hintereinanderschaltung mehrerer Retentionsbecken. Verbauung                            | 18        |
| 6. Regulierung. Automatische Regulierwerke. . . . .  | 24        |
| <b>II. Theorie des Verlaufs einer Anschwellung . . . . .</b>                               | <b>26</b> |
| 1. Näherungstheorie nach Boussinesq. . . . .   | 27        |
| 2. Deformation der Welle . . . . .   | 38        |
| 3. Wasserführung. . . . .  | 44        |
| 4. Fortpflanzungsgeschwindigkeit . . . . .   | 49        |
| 5. Bahnkurven der Teilchen . . . . .   | 54        |
| 6. Einfluß der Querprofilgestaltung . . . . .  | 63        |
| 7. Über Wellenreibung . . . . .  | 64        |
| 8. Exkurs über die Theorie und das Experiment . . . . .                                    | 73        |
| <b>III. Feststellung des Verlaufs von Anschwellungen in natürlichen Gerinnen . . . . .</b> | <b>79</b> |
| IIIa. Graphische Darstellung des Hochwasserverlaufs  | 79        |
| IIIb. Interferieren der einzelnen Anschwellungen im Hauptgerinne . . . . .                 | 84        |
| A. Die Primärwelle des Hauptstromes . . . . .  | 84        |
| B. Umgestaltung der Primärwelle des Hauptstromes durch die Nebenflüsse . . . . .           | 88        |
| C. Zusammenfassung . . . . .   | 91        |



# Bezeichnungen.

## I. Kapitel.

- $Q_m$  = Wassermenge entsprechend dem mittleren Wasserstand.  
 $Q_z$  = Zuflußmenge.  
 $Q_a$  = Abflußmenge.  
 $F$  = Seespiegelfläche.  
 $h_s$  = Höhe (Pegelstand) des Seespiegels.  
 $t$  = Zeit.  
 $R$  =  $Q_z - Q_a = F \frac{d h_s}{d t}$  = Retention.  
 $f$  = Querschnitt des Abflußprofiles.  
 $q$  = Querschnitt der Schleusenöffnung.  
 $c_o$  = Zuflußgeschwindigkeit des *O.W.*  
 $c_1$  = Abflußgeschwindigkeit des *U.W.*  
 $v$  = Durchflußgeschwindigkeit durch den Querschnitt  $q$ .  
 $v_o$  = Max. Oberflächengeschwindigkeit im Stromstrich.  
 $Q'$  = Wassermenge des Überfalls.  
 $T$  = Tiefe (Wasserstand) des Stauspiegels.  
 $T_u$  = Tiefe (Wasserstand) des *U.W.*  
 $b$  = Überfallsbreite.  
 $h$  = Überfallshöhe.  
 $T-h$  = Wehrhöhe.  
 $H$  = Niveauunterschied von *O.W.* und *U.W.* (Druckhöhe).

## II. Kapitel.

- $X, Y, Z$  = die Achsen.  
 $x, y, z$  = die Koordinaten.  
 $u$  = Geschwindigkeit in Richtung der *X*-Achse; Mittelwert  $U_m$ .  
 $v$  = Geschwindigkeit in Richtung der *Y*-Achse.  
 $H$  = Wassertiefe in der Ruhelage.  
 $h$  = Erhebung des Wasserspiegels infolge der Anschwellung.  
 $t$  = Zeit.  
 $p$  = Druck.  
 $g$  = 9,81 m/Sek.  
 $s$  = Spez. Gew.  
 $\rho$  = Dichte =  $\frac{s}{g}$ .

$w$  = Geschwindigkeit einer Querfläche, welche stets dasselbe Volumen  
 $q = \int_x^\infty h \cdot dx$  der Anschwellung vor sich hat ( $q$  ist gerechnet auf  
eine Breite = 1).

III. Kapitel.

$h_o$  = Pegelstand an der Oberstromstation  $O$ .  
 $h_u^{(o)}$  = Pegelstand an der Unterstromstation  $U$ , abgeleitet aus  $h_o$ .  
 $h_u$  = Wirklicher Pegelstand an der Unterstromstation  $U$ .  
 $t_{o-u}$  = Zeit, welche die Welle zum Zurücklegen der Strecke  $O-U$  braucht.  
 ${}^m h_z$  = Minimal einer Flußhöhe des Nebenflusses.  
 ${}^w h_z$  = Wirksame Nebenflußhöhe.  
 $h_z$  = Nebenflußhöhe (Pegelstand) in  $Z$ .

---



BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA  
KRAKÓW

## Einleitung.

Um das Gefälle einer Flußstrecke zur Kraftgewinnung nutzbar zu machen, ist es notwendig dasselbe durch künstlichen Aufstau auf eine Stelle zu konzentrieren. Eine obere Grenze für die Stauhöhe wird sich bei einer nähern Untersuchung ziemlich rasch ergeben: sei es, daß technische oder wirtschaftliche Bedenken ein weiteres Stauen als unvorteilhaft erscheinen lassen, sei es, daß die Stauhöhe oder auch die Staulänge durch gesetzliche Bestimmungen bereits fixiert ist. Wenn nun bei wachsender Wassermenge der Unterwasser-Spiegel in die Höhe geht, das Ober-Wasser aber über die bereits erreichte obere Grenze nicht mehr gehoben werden darf, so tritt notwendig eine Verminderung des Gefälles ein und damit eine Abnahme der Maschinenleistung. Am Kraftwerk-Wangen an der Aare treffen wir beispielsweise folgende Verhältnisse\*):

|                        | <i>OW</i> | <i>UW</i> | <i>H</i> |
|------------------------|-----------|-----------|----------|
| <i>N. W.</i> (355 Tg.) | 420,26    | — 410,99  | = 9,27 m |
| <i>N. W.</i> (270 Tg.) | 420,26    | — 411,39  | = 8,87 „ |
| <i>M. W.</i> (180 Tg.) | 420,66    | — 411,87  | = 8,79 „ |
| <i>H. W.</i>           | 420,66    | — 414,35  | = 6,31 „ |

Die Tatsache, daß trotz der vermehrten Wassermenge die Maschinenleistung zurückgeht, erscheint zunächst widersinnig, sie läßt sich aber an der Turbine leicht erklären:

Ist  $F$  die Eintrittsfläche am Umfang des Leitapparates und  $c \cong \sqrt{2gH}$  die Eintrittsgeschwindigkeit bei normaler Druckhöhe  $H$ , so tritt eine Wassermenge in die Turbine ein

$$Q_H = F \cdot \sqrt{2gH} ,$$

Bei *H. W.* vermindert sich nun das Gefälle von  $H$  auf  $h$ . Infolge

\*) Koehn, Ausbau von Wasserkraften. S. 421.

dieser Druckabnahme schluckt die Turbine ein geringeres Wasserquantum

$$Q_h = F\sqrt{2gh}$$

und es folgt

$$Q_h = \sqrt{\frac{h}{H}} \cdot Q_H .$$

Für die Leistung in P. S. ergibt sich bei  $Q_H$  m<sup>3</sup>/Sek. Wasser,  $H$  m Gefälle und 75% Turbinen-Nutzeffekt

$$N_H = 10 \cdot Q_H \cdot H$$

und für  $H. W.$ :

$$N_h = 10 \cdot Q_h \cdot h$$

so daß

$$N_h = \frac{Q_h}{Q_H} \frac{h}{H} \cdot N_H = \frac{h}{H} \cdot \sqrt{\frac{h}{H}} \cdot N_H ,$$

da nun

$$h < H$$

so folgt

$$N_h < N_H .$$

Das Hochwasser wirkt also in doppelter Weise ungünstig auf die Kraftgewinnung: erstens einmal wird das Gefälle vermindert und als Folge dieses kleinern Druckes geht, zweitens, weniger Wasser durch die Turbine, so daß also beide Faktoren  $Q$  und  $H$ , welche die Leistung bedingen, verkleinert werden. Die Wassermenge, welche die Hochflut noch über die normale Menge  $Q_H$  hinaus mit sich führt, geht nicht nur unbenutzt ab, es wird sogar nicht einmal  $Q_H$  zur Arbeitsleistung verbraucht, sondern bloß das kleinere  $Q_h$ .

Diese ungünstigen Einflüsse zu korrigieren, kann nun nach zwei verschiedenen Richtungen hin versucht werden: entweder soll die Druckhöhe  $H$  oder die Wassermenge  $Q$  tunlichst konstant erhalten und wechselnden Einflüssen entzogen werden. Bei der ersten Art ist zu beachten, daß die höchste Lage des  $O. W.$ , wie bereits erwähnt, meistens als unabänderlich gegeben ist, und daraus folgt, daß eine Vermehrung der durch das  $H. W.$  verminderten Druckhöhe nur möglich ist durch Absenkung des  $U. W.$  Der Gedanke, den  $U. W.$ -Spiegel auf hydraulischem Wege abzusenken, ist erst neuern Datums\*) und die hierzu erforderlichen Einrichtungen, im Grund

\*) Die Turbine. Heft XII u. XIII. V. Jahrgang, April 1909. Verlag von M. Krayn, Berlin W 57, Kurfürstenstr. 11. Mit einem Anhang über die Wirkungsweise der Strahlpumpen. — Schweiz. Wasserwirtschaft:

genommen riesige Wasserluftpumpen, lassen sich bei bereits erstellten Anlagen nicht mehr anbringen.

Wir begehen hier den zweiten Weg und erstreben die Regulierung der Wassermenge. Gelingt es diese konstant zu erhalten, so fällt die schädliche Verminderung der Druckhöhe von selbst weg und es gelangt auch kein Wasser unverbraucht zum Abfluß. Es sei aber hier gleich festgestellt, daß von einer vollkommenen Lösung der Aufgabe in allen Fällen nicht die Rede sein kann und stets nur eine gewisse Annäherung erreicht werden wird, daß aber gerade darum eine Zergliederung des Problems in die einzelnen Faktoren nötig ist, um von Fall zu Fall jeden für sich so ausgiebig korrigieren zu können, als die Wirtschaftlichkeit der Verbauung es zuläßt.

Im ersten Kapitel wird die Retention von Seebecken behandelt. Das zweite befaßt sich mit dem Verlauf einer Anschwellung und einem Versuch für einfache Verhältnisse Formeln aufzustellen. Verschiedene noch offene Fragen werden berührt und eine Untersuchung über die Reibung beigelegt. Da die Ergebnisse der Theorie nicht genügen, wird im dritten Kapitel gezeigt, wie die Flutbewegung in einem Gewässernetz zweckmäßig verfolgt und aufgezeichnet und das Material zusammengestellt wird. Diese Zusammenstellungen weisen dann darauf hin, wo die Korrektur am wirksamsten ansetzt und was für spezielle Anlagen in den Zug der betreffenden Wasseradern einzuschalten sind.

---

25. Dez. 1908. Nr. 6. K. E. Hilgard, Vermehrung des Nutzgefälles bei Niederdruck-Anlagen. 25. Febr. 1909. Nr. 10. S. 167. Patent von C. Herschel New Jersey U. S. A.

# I.

## Über Retention.

### 1. Notwendige Vermessungsgrundlagen.

Zu den Untersuchungen dieses Kapitels sind als Grundlagen folgende Aufzeichnungen erforderlich:

- a) Die See-Pegelstandsbeobachtungen über einen Zeitraum von mehreren Jahren.
- b) Die Abflußwassermengen für jeden beliebigen Wasserstand im Abflußschlauch. (Abflußmengen-Kurve). Notiert man dann weiter entsprechende Wasserstände des Sees und einer Station des Abflußschlauches, so kann man die Abflußmengen  $Q_a$  auch direkt auf die Seewasserstände  $h_s$  beziehen, und die graphische Auftragung ergibt uns die Konsumtionskurve  $C$ ,  $Q_a = \varphi(h_s)$ .
- c) Eine topographische Karte des Sees, aus der sich für jeden Seestand die Seespiegelfläche ermitteln läßt. Zusammengehörige Werte von Seestand und Seefläche werden durch eine Kurve  $F = \psi(h_s)$  dargestellt.

### 2. Relationen zwischen Zufluß, Retention und Abfluß.

(Hierzu Taf. I.)

Sind Zufluß und Abfluß einander gleich, so wird der Seespiegel weder steigen noch fallen. Eine Wasserstandsbewegung tritt erst dann ein, wenn eine Differenz zwischen beiden sich zu bilden beginnt. Diese Differenz zwischen dem zu- und dem abfließenden Wasserquantum nennen wir die Retention und zwar ist diese positiv oder negativ, je nachdem ein Überschuß von zufließendem Wasser im See sich anhäuft, oder, bei geringerem Zufluß, ein Minderbetrag dem See entnommen wird.

$F$  sei die Wasserspiegelfläche, die wir zunächst als Konstante ansehen,

$\pm dh$  die Wasserspiegelhebung oder Senkung in der Zeit  $dt$ ,

$Q_z$  die zufließende,

$Q_a$  die abfließende Wassermenge pro Sekunde.

Dann besteht zwischen diesen Größen offenbar die einfache fundamentale Gleichung

$$Q_z \cdot dt - Q_a \cdot dt = F \cdot dh . \quad (1)$$

Entnehmen wir nun, Fig. 1, Taf. I, für irgend einen Punkt  $A$  der Seepegelstandskurve  $S$  die seinem Wasserstand  ${}^A h_s$  entsprechende Abflußmenge  ${}^A Q_a$  aus der Konsumptionskurve  $C$ , Fig. 2, und tragen diesen Wert  ${}^A Q_a$  senkrecht unter  $A$  von einer neuen  $X$ -Achse aus nach oben, Fig. 4, so gelangen wir zu einem neuen Punkte  $A'$  und durch Wiederholung zu der Kurve  $Q_a = \varphi(t)$ .

Um auch die zufließende Wassermenge  $Q_z$  in Funktion der Zeit  $t$  auszudrücken, schreiben wir die Gleichung (1) in der Form:

$$Q_z = Q_a + F \cdot \frac{dh}{dt} \quad (2)$$

Hierin bedeutet  $\frac{dh}{dt}$  den Wert der Tangente in den Punkten der Kurve  $S$ . Nehmen wir für ein genügend kleines Kurvenstück, dessen Horizontalprojektion gleich  $\Delta t$  ist, an, daß die Tangente in einem Punkt  $P$ , Fig. 1, Taf. I, parallel der Sehne ist, so bilden wir den Quotienten  $\frac{\Delta h}{\Delta t}$  durch Abgreifen der Strecken  $\Delta h$  und  $\Delta t$ , multiplizieren denselben mit  $F$  und addieren den Wert  $F \cdot \frac{\Delta h}{\Delta t}$  zu  $Q_a$ . So ist in Fig. 4:

$$NA'' = {}^A Q_z = {}^A Q_a + F \frac{\Delta h}{\Delta t} = f(t)$$

$$NA' = {}^A Q_a$$

$$A'A'' = F \cdot \frac{\Delta h}{\Delta t} = R .$$

Für die Wiederholung empfiehlt es sich  $\Delta t$  stets gleich zu wählen;  $\frac{F}{\Delta t}$  ist dann,  $F$  als konstant vorausgesetzt, immer derselbe Wert, der stets mit einem neu abgegriffenen  $\Delta h$  zu multiplizieren ist.

Die Differenz  $F \frac{\Delta h}{\Delta t}$  zwischen den Ordinaten der beiden Kurven  $Q_z$  und  $Q_a$ , welche Differenz ebenfalls ein Wasserquantum darstellt, ist die Retention und wir tragen der Deutlichkeit halber die den einzelnen Zeitpunkten entsprechenden Werte von der  $X$ -Achse aus nochmals auf, wodurch die Kurve der Retention entsteht,  $R$ , Fig. 4.

Ist  $F$  nicht konstant, sondern mit  $h_s$  veränderlich, so folgt für jeden neuen Punkt auch ein neuer Wert von  $F$ .

Mißt man die Wasserstandshöhen in Metern,  $F$  in  $m^2$ ,  $\Delta t$  in Sekunden, dann ergeben sich  $Q_a$ ,  $Q_z$  und  $R$  in  $m^3/\text{Sek}$ .

Die Betrachtung dieser einfachen Figuren ergibt folgendes:

1. Einem Maximum von  $S$  entspricht, gemäß der Konsumptionskurve  $C$ , auch ein Maximum von  $Q_a = \varphi(t)$ .
2. In den Kulminationspunkten von  $S$  ist die Kurventangente horizontal, also  $\frac{dh}{dt} = 0$ , daher  $R = F \cdot \frac{dh}{dt} = 0$  und  $Q_z = Q_a$ .

Ein Kulminationspunkt von  $S$ , ein Kulminationspunkt von  $Q_a$  und ein Nullpunkt der Retentionskurve  $R$ , Fig. 1 u. 4, Taf. I, liegen also je in einer Vertikalen, welche für alle drei Punkte dieselbe Zeit  $t$  bedeutet.

3. In den aufsteigenden Ästen der Kurve  $Q_a$  werden die Werte  $F \cdot \frac{dh}{dt}$  addiert um  $Q_z$  zu erhalten, in den absteigenden subtrahiert; beim Übergang vom Steigen zum Fallen, d. i. in den Kulminationspunkten von  $Q_a$ , werden Addition und Subtraktion gleich Null.

Der Additionsbetrag wird um so größer, je größer in dem Produkt  $F \frac{dh}{dt}$  der Wert von  $F$  ist; um so mehr rückt dann  $Q_z$  max. über  $Q_a$  max. hinaus, um so tiefer  $Q_z$  min. unter  $Q_a$  min. oder mit anderen Worten: je größer die Wasserspiegelfläche des Sees, um so flacher ist die Welle  $Q_a = \varphi(t)$ , die den See verläßt, gegenüber der Hochwasserwelle  $Q_z = f(t)$ , die in den See eingetreten ist.

Ist  $F = 0$  so folgt aus Gl.(1)  $Q_z = Q_a$ , eine Retention ist dann unmöglich.

Ist  $F = \infty$  so muß  $dh = 0$  sein, dann bleibt der Abfluß konstant und der Zufluß vermag auf denselben keine Wirkung mehr auszuüben.

4. Der Additionsbetrag  $F \cdot \frac{dh}{dt}$  wird ferner um so größer, je größer  $\frac{dh}{dt}$ , d. h. je steiler die Kurve  $S$ . Es fällt also  $R$  max. zeitlich mit dem Wendepunkt  $W$  der Kurve  $S$  zusammen, d. h. die Extrema von  $R$ , Fig. 4, liegen senkrecht unter den Wendepunkten  $W$  der Fig. 1.
5. Das Maximum von  $Q_z$  tritt ein, wenn

$$\frac{dy_1}{dx} + \frac{dy_2}{dx} = 0,$$

wobei

$y_1$  die Ordinate der Kurve  $Q_a$   
 $y_2$  " " " "  $R$

ist, beide in derselben Vertikalen liegend. Diese Differentialquotienten bedeuten die trigonometrischen Tangenten jener Winkel, welche die in den Ordinatenendpunkten gezogenen Kurventangenten mit der Horizontalen bilden. Geht man auf die Winkel selbst über, so heißt die Bedingung

$$\alpha_1 = -\alpha_2,$$

sie kann nur erfüllt sein für einen Zeitpunkt, der zwischen dem Maximum der Retention und jenem von  $Q_a$  liegt. Der Zeit nach tritt also zuerst  $R$  max. ein, sodann  $Q_z$  max. und zuletzt  $Q_a$  max. Vergl. Fig. 4.

6. Integrieren wir Gleichung (1):

$$\int_{T_1}^{T_2} Q_z \cdot dt - \int_{T_1}^{T_2} Q_a \cdot dt = F(h_2 - h_1)$$

und setzen dabei  $h_2 = h_1$ , so folgt:

$$\int_{T_1}^{T_2} Q_a dt = \int_{T_1}^{T_2} Q_z dt$$

d. h. zwischen zwei Zeitpunkten  $T_1$  und  $T_2$ , für welche die Seehöhen dieselben sind,  $h_2 = h_1$ , sind Zufluß und Abfluß einander gleich.

Also in Fig. 4:

$$DFGHKL = DEHJL.$$

Subtrahiert man von beiden die Fläche

$$DEHKL,$$

so sind die schraffierten Flächen der Figur einander gleich.

7. Die Tiefe des Sees kommt in keiner Weise in Betracht, sondern lediglich diejenige Schicht, innerhalb welcher die Niveauschwankungen sich vollziehen.

Als wesentlichste Erscheinung wollen wir festhalten, daß die Welle  $Q_a = \varphi(t)$  gegenüber der Welle  $Q_z = f(t)$  zeitlich verschoben ist und daß ihre Kulminationen enger begrenzt sind.

Wir haben die Wasserbestandsbewegung aus einem Beharrungszustand heraus vor sich gehen lassen. Im Punkte  $L$ , Fig. 4, beginnen  $Q_z$  und  $Q_a$  gleichzeitig zu wachsen, d. h. in dem Momente, wo  $Q_z$  anschwillt, steigt augenblicklich der See und damit auch  $Q_a$ . Streng genommen braucht aber die eintreffende Welle Zeit um sich über den See auszubreiten, die Ausmündung zu erreichen und dort einen verstärkten Abfluß herbeizuführen, und die Geschwindigkeit, mit der dies geschieht, wird abhängig sein von der Seetiefe, von der Größe der Seefläche und ihrer Form. Jedenfalls ist der Zusammenhang sehr kompliziert und die Zeit genügend kurz, daß wir sie hier, ohne Fehler zu begehen, unberücksichtigt lassen dürfen.

Die Anwendung der gezeigten Konstruktion wird nun die sein, daß man aus dem Beobachtungsmaterial mehrerer Jahre die typischen Seespiegelschwankungen herausgreift und aus diesen mit Hilfe der Konsumptionskurve  $C$  einige charakteristische Formen der in den See eintretenden Hochwasserwelle  $Q_z = f(t)$  konstruiert. Auf eine andere Weise dürfte man dieser Kurve schwerlich bekommen, denn während ein See meist nur einen einzigen oder doch nur einige wenige Abflüsse aufweist, ist die Zahl der ihn speisenden Gewässer fast immer sehr groß und ihre Wassermengen schwierig einzeln festzustellen. Die Kurve  $Q_z$  gibt dann summarisch das von allen zusammen dem See zugeführte Wasserquantum, ohne daß man über die Einzelbeiträge das geringste weiß. In gewissen Fällen läßt allerdings die Kurvenform den Einfluß bestimmter Gruppen erkennen. Beispielsweise kann die erste hohe Welle unserer Fig. 4 durch den Hauptzufluß herbeigeführt sein, der nach Niederschlägen den größern Teil des Sammelgebietes rasch entwässert, während ein zweites System von Gewässern, dessen Gebiet den Regen länger zurückzuhalten vermag, eine erst später eintreffende, kleinere Welle erzeugt.

Die so gefundenen Hochwasserwellen  $Q_z = f(t)$  dienen nun als Grundlagen, wenn es sich darum handelt die Wasserbestandsbewegung des Sees für verschiedene mögliche Höhenlagen der Seestände  $h_s$  zu untersuchen, und sie sind unerläßlich für alle Unter-

suchungen, welche sich mit veränderten und variabeln (künstliche Abflußregulierung durch Schleusen und Überfälle) Abflußbedingungen befassen.

Wir wollen zunächst an Hand eines graphischen Verfahrens von Harlacher zeigen wie aus der eintretenden Welle  $Q_z = f(t)$  die austretende Welle  $Q_a = \varphi(t)$  zu konstruieren ist, wenn die Konsumptionskurve  $C$  als gegeben betrachtet werden darf. Es ist

$$F \cdot \frac{dh}{dt} = Q_z - Q_a .$$

In dieser Gleichung sind  $Q_z$  und  $F$  gegeben, das Zeitintervall  $dt$  kann nach Belieben angenommen werden, dann bleiben  $dh$  und  $Q_a$  als Unbekannte. Diese beiden Größen sind aber nicht unabhängig voneinander, sondern sie stehen in einem Zusammenhang, der durch die Konsumptionskurve ausgedrückt ist. Einer Änderung des Wasserstandes um  $\Delta h$  entspricht die Änderung der Wassermenge von  ${}^A Q_a$

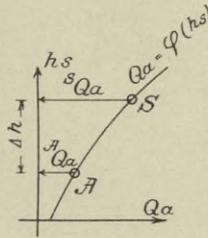


Fig. 1 a.

(Gewöhnliche Lage)

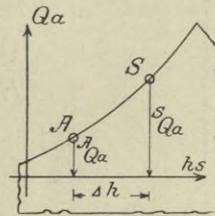


Fig. 1 b.

(Gedreht)

auf  ${}^S Q_a$ . Wir drehen für unsere Zwecke die Konsumptionskurve aus der üblichen Lage der Fig. 1 a in diejenige von 1 b und benutzen letztere als Schablone.

Nun seien wir mit der Konstruktion der Kurve  $Q_a$  bis zum Punkte  $A_a$  gelangt (S. 10, Fig. 1) und wir suchen einen weiteren Punkt  $B_a$  zu gewinnen auf der Vertikalen durch  $B$ , welche von  $A_a$  den Abstand  $\Delta t$  hat. Das Flächenstück  $A_z A_a B_a B_z$  hat eine mittlere Ordinate  $F \cdot \frac{\Delta h}{\Delta t}$ , bei einer Breite von  $\Delta t$  ist also seine Fläche:

$$F \cdot \Delta h = \text{Retention innerhalb der Zeit } \Delta t .$$

Der gesuchte Punkt  $B_a$  möge zunächst auf der Vertikalen  $B B_2$  beliebige Lagen einnehmen. Er falle zunächst mit  $B_1$  zusammen. Die Retentionsfläche ist dann  $A_z A_a B_1 B_z$  und wir verwandeln sie in Fig. 4 in das Dreieck  $A_a B_2 B_1$  und dieses in ein solches mit gegebener Basis  $2 F, D B_1 B_3$ . Dann ist

$$A D B_1 B_3 = \frac{2 F \cdot r}{2} = F \cdot r = A_z A_a B_1 B_z = R ,$$

das heißt, es ist  $r$  diejenige Größe, welche mit  $F$  multipliziert die Retention während der Zeit  $\Delta t$  ergibt, es ist also  $r$  mit dem gesuchten  $\Delta h$  identisch für den Fall, daß der gesuchte Punkt  $B_a$  nach  $B_1$  fällt.

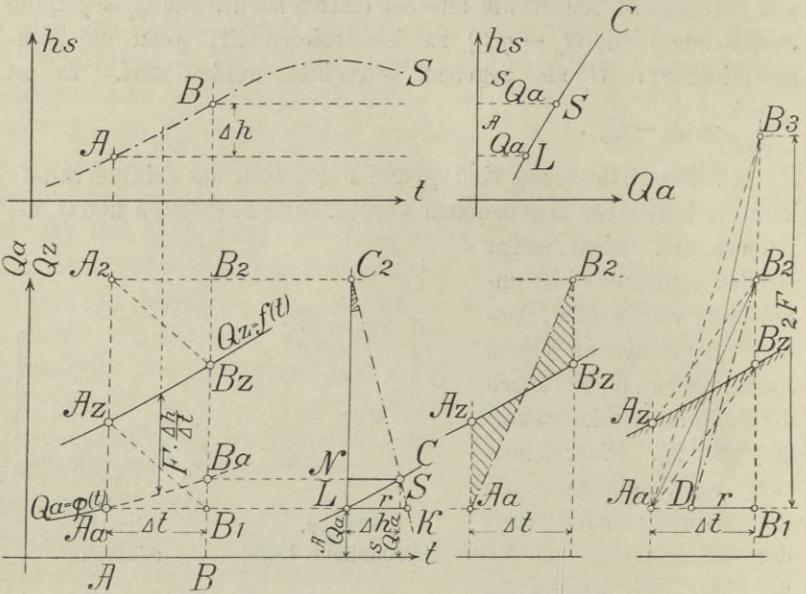


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Nehmen wir dagegen an, daß  $B_a$  nach  $B_2$  fällt, wobei  $A_2 A_2 = B_1 B_2$ , so entspricht dieser Lage des gesuchten Punktes eine Retention gleich Null, wie Fig. 3 zeigt.

Zwischen  $B_1$  und  $B_2$  muß nun offenbar der gesuchte Punkt  $B_a$  irgendwo liegen und der gesuchte Wert  $\Delta h$  muß dementsprechend zwischen Null und  $r$  zu finden sein. Denkt man sich  $B_a$  wandern von  $B_1$  bis  $B_2$  und jedesmal auch die Retention bestimmt, so läuft deren Betrag  $F \cdot \Delta h$  vom Werte  $F \cdot r$  bis Null, das heißt, es muß da  $F = \text{Const.}$ ,  $\Delta h$  von  $r = LK$  bis auf Null abnehmen und zwar linear. Diese Abnahme ist in Fig. 2 durch die Linie  $KC_2$  dargestellt. Einer von den Zwischenwerten, z. B.  $NS$ , muß nun unserer Gleichung genügen, d. h. das gesuchte  $\Delta h$  liefern. Dieses ist bekanntlich so beschaffen, daß es auf der Konsumtionskurve  $C$  (also auch auf der gedrehten der Fig. 2) dem Punkte  $B_a$  eine Wassermenge  ${}^s Q_a$  zuteilt, wenn dem Punkte  $A_a$ , Fig. 1, ein um  $\Delta h$  tiefer

liegender Seestand und eine Wassermenge  ${}^4Q_a$  zugehört. Legen wir also die Kurve  $C$  durch  $L$ , Fig. 2, dann bildet sie mit  $KC_2$  den Schnittpunkt  $S$  und es ist

$$NS = \Delta h$$

und  $B_a$  liegt in der Verlängerung der Horizontalen  $NS$  nach links.

Die Neigung von  $KC_2$  ist jene der Linie  $B_2D$  Fig. 4, oder  $B_3A_a$ , d. h. man erhält sie als Seite eines rechtwinkligen Dreiecks mit den Katheten  $2F$  und  $\Delta t$ .

Der Maßstab, nach welchem wir  $F$  aufzutragen haben, richtet sich nach der Wahl der übrigen Maßstäbe. Es bezeichne

$$\begin{aligned} 1 \text{ cm} &= a \text{ Meter am Pegel (z. B. } 0,20 \text{ m)} \\ &= b \text{ Sekunden (z. B. } 21600^s = 6 \text{ Stdn.)} \\ &= c \text{ m}^3/\text{Sek. Zu- oder Abfluß (z. B. } 25 \text{ m}^3/\text{Sek.).} \end{aligned}$$

$$\text{Nun ist } \frac{(Q_z - Q_a) \cdot dt}{dh} = F$$

$$\frac{c \text{ m}^3/\text{Sek.} \times b \text{ Sek.}}{a \text{ Meter}} = F \text{ in m}^2.$$

$$\text{Z. B. } \frac{25 \text{ m}^3/\text{Sek.} \times 21600^s}{0,20 \text{ m}} = 2700000 \text{ m}^2 = 1 \text{ cm der Zeichnung.}$$

Ist also die Seefläche beispielsweise  $10000000 \text{ m}^2$ , so sind diese zeichnerisch aufzutragen als eine Länge von  $\frac{10000000}{2700000} = 3,7 \text{ cm}$ .

Variert  $F$  mit  $h^s$ , so ist dieser Quotient stets neu zu bilden. Wählt man ferner für die Konstruktion  $\Delta t = 1 \text{ cm}$ , so ist die Neigungslinie  $KC_2$

$$\frac{2F}{\Delta t} = \frac{7,4 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$$

anzutragen.

Die praktische Durchführung geschieht nun in der Weise, daß irgendwo auf dem Zeichnungsblatt die Neigung  $\frac{2F}{\Delta t}$  angetragen wird.

Lege hierauf eine Horizontale durch  $A_a$ , welche  $B_1$  ergibt, mache  $A_2A_2 = B_1B_2$  und ziehe durch  $A_2$  eine Parallele zur Neigungslinie (man denke sich Fig. 2 über Fig. 1 gelegt, so daß  $C_2L$  auf  $A_2A_a$  fällt). Diese schneidet dann die durch  $A_a$  gelegte Schablone der Kurve  $C$ ; der Schnittpunkt  $S$  (vergl. auch Fig. 5, Taf. I) wird horizontal auf die durch  $B_2$  gehende Vertikale projiziert und liefert das gesuchte  $B_a$ .

Harlacher hat diese Konstruktion in seinen Vorlesungen angegeben.\*)

Nach der angegebenen Methode untersuchen wir nun in Fig. 5, Taf. I die gleiche eintretende Welle  $Q_z = f(t)$ , die wir vorher in Fig. 4 erhalten haben, indem wir von ihrem Punkte  $A$  ausgehen. Sie trete jedoch diesmal bei einem tiefern Seestand  $h_s$  (Fig. 3) ein, dem in Fig. 5 zufolge der Konsumptionskurve eine Ordinate  $Q_a = OL$  der Kurve  $Q_a$  entspricht, während in Fig. 4 diese Ordinate  $NA'$  war. Konstruieren wir dann von  $L$  weitergehend auf Grund von  $Q_z$  und  $C$  weitere Punkte und die ganze Kurve  $Q_a$ , so zeigt Fig. 5, daß trotz des veränderten Anfangszustandes der Verlauf von  $Q_a$  sich gegenüber dem in Fig. 4 nicht wesentlich ändert. Die Extrema von  $Q_a$  sind von den entsprechenden der Fig. 4 nur wenig verschieden, der Endzustand wird schließlich fast gleich. Die Tatsache, daß der See trotz des niedrigeren Anfangsstandes  $h_s$ , Fig. 3, bis etwa auf dieselbe Höhe ansteigt wie vorher in Fig. 1, ist darauf zurückzuführen, daß bei dem niedrigen Anfangs-Seestand zunächst nur wenig Wasser zum Abfluß gelangen kann, ein Überschuß des Zuflusses sich also im See akkumulieren muß. Demnach erreicht  $R$  schon im Anfang rasch große Werte, zum Unterschied von Fig. 4. Ist dann aber der hohe Seestand erreicht, so gelangen größere Mengen zum Abfluß und der Verlauf von  $Q_a$  gleicht von da ab immer mehr dem der Fig. 4.

Solange also der natürliche Abfluß den ganzen Vorgang bestimmt, ist die Frage, ob die Zuflußwelle bei tiefern oder höhern Seeständen eintritt, nicht von großer Bedeutung\*\*); ganz anders wird dies bei künstlicher Abflußregulierung.

Wir wollen annehmen der Abfluß sei so korrigiert worden, daß bei den einzelnen Pegelständen größere Mengen abfließen als vorher, daß also an Stelle von  $C$  eine neue Konsumptionskurve  $C'$  gesetzt werden kann. Indem wir wieder von der gegebenen Kurve  $Q_z$  und derselben Seehöhe  $h_s$  ausgehen, welche letzterer jedoch nicht mehr ein  $Q_a = OL$ , sondern eine Wassermenge  $Q_a' = OL'$  entspricht,

\*) Vergl. Zeitschrift des Österr. Arch. u. Ingenieur-Vereins Nr. 50. 13. Dez. 1895. Eine andere Behandlung (summarische Kurven, vergleichbar den Massenprofilen des Erdbaues) zeigt Prof. P. Kresnik-Brünn in der Österr. Zeitschrift f. d. öffentl. Baudienst. Januar 1897. I. Heft.

\*\*) In Übereinstimmung mit Wetli, (Die Bewegung des Wasserstandes des Zürichsees. Zürich 1885. Seite 52).

konstruieren wir unter Zuhilfenahme von  $C'$  eine neue Kurve  $Q_a'$  (strichpunktirt).  $L'$  ist dabei der Ausgangspunkt. Nachher werden die neuen Seestände  $S'$  bestimmt. Diese liegen jetzt wesentlich tiefer als jene  $S$  der Fig. 3. Die Abflußmengen  $Q_a'$  unterscheiden sich von den frühern nur wenig und dementsprechend ist die Retention wenig anders geworden. Die Wassermengen und auch ihr zeitliches Auftreten sind also nahezu wie vorher und der Unterschied gegenüber dem Vorgang vor der Korrektur besteht vor allem darin, daß sich der ganze Vorgang in einer tiefern Schicht des Sees abspielt, was der Vergleich von  $S$  und  $S'$  deutlich zeigt. (Absenkung der Seewasserstände.)

### 3. Retention, Retentionszone und Kapazitätsverhältnis.

a) Für die oberste Grenze des Seewasserstandes wird sich wohl immer ein Mittelwert angeben lassen, z. B. das arithmetische Mittel aus den Höchstständen innerhalb 10 Jahren. Bei künstlichen Anlagen, wie Talsperren, ist diese oberste Grenze die größte mögliche oder zulässige Stauhöhe.

b) Als unterste Grenze der möglichen Seewasserstände setzen wir die Höhenlage des tiefsten Punktes des Ausfluß-Querprofiles, unbekümmert darum, ob der Fall  $Q_a = 0$  vorkommen wird oder nicht. Bei Alpenseen wird er im Winter stets einmal vorhanden sein, bei vielen größern Seen dagegen nie.

c) Die Zone zwischen den beiden genannten Grenzen heißen wir die Retentionszone.

Die größte positive Retention tritt ein, wenn bei ganz niedrig stehendem Abfluß eine hohe Welle rasch eintrifft. Es steigt dann der See verhältnismäßig schnell,  $\frac{dh}{dt}$  der Kurve  $S$  ist groß, folglich auch  $R = F \frac{dh}{dt}$  groß. Dieses Maximum könnte man von Fall zu Fall bestimmen (graphisch wie vorn gezeigt), indem man von  $Q_a = 0$  und dem entsprechenden Seestand ausgehend, die größte bekannte Hochwasserwelle in den See eintreten ließe.

Die größte negative Retention tritt ein, wenn bei hohem Seestand  $Q_z$  rasch fällt.

Bei natürlichem Abfluß erreicht die absolut größte Retention nie das Volumen der Retentionszone. Ist dagegen am Auslauf eine

Schleuse, so daß  $Q_a = 0$  gehalten werden kann und sich das Becken bis zur obern Grenze füllt, so wird

Max. Retention = Volumen der Retentionszone

$$Q_2 \cdot dt - 0 = F \cdot dh$$

$dt$  ist dann die Füllungszeit und  $dh$  die Höhe der Zone.

d) Bezeichnen wir mit  $V$  das Volumen des Seebeckens vom Grunde bis zu der sub a) genannten obern Grenze, so ergibt der Quotient

$$\frac{\text{Retentionszone}}{V} = \text{Kapazitätsverhältnis}$$

einen Anhalt für die Ausnutzung des Beckens. Er erreicht allein dann den Wert 1, wenn das Becken bis zu seinem tiefsten Punkt entleert werden kann.

#### 4. Korrekturen.

Zunächst gelingt es die Retentionszone nach oben zu erweitern, indem man den Ausfluß durch ein Stauwerk sperrt. Die Oberkante desselben darf im Prinzip so hoch angenommen werden, daß selbst eine ganze Reihe von Randpunkten des Beckens unter Stauwerk-Oberkante zu liegen kommen, wenn nur an diesen Stellen Dämme  $D$  errichtet werden, die ein Überlaufen des Wassers hindern. Es ist auch denkbar, daß der ganze Rand des Beckens ausgeglichen und erhöht werde.

Um die Retentionszone auch nach unten hin zu vergrößern, wird es nötig, den Ausfluß durch Baggerungen  $BB$  oder Sprengungen

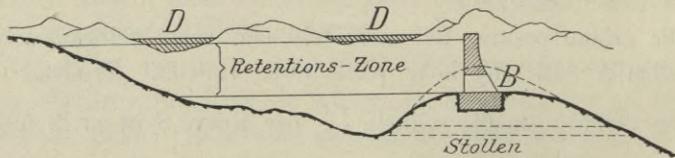


Fig. 5.

tiefer zu legen. Seinen höchsten Wert 1 erreicht das Kapazitätsverhältnis jedoch erst, wenn auch das in den untersten Schichten liegende Wasser noch abgeführt werden kann, und dazu wird ein Stollen erforderlich sein, der den Querabschluß durchsticht oder ein Heber, welcher die Wassermassen über denselben hinwegleitet. Bei kleinen Seen ist es aber möglich, daß selbst bei dieser ausgiebigsten Ausnutzung ihres Retentionsvermögens die angestrebte ausgleichende

Wirkung nicht zu erreichen ist und weitere Retentionsanlagen eingeschaltet werden müssen. Bei großen Seen dagegen wird in der Regel ein kleiner Aufstau oder eine unbedeutende Tieferlegung zum Ziele führen.

Unser Bestreben wird stets sein, die Abflußmenge  $Q_a$  konstant, oder, wenn dies nicht erreichbar, so wenig variierend als möglich zu machen.

Für den ersten Fall ist die gegebene Kurve  $Q_z$ , wenn wir  $Q_a$  als Nulllinie betrachten, zugleich jene Retentionskurve, die wir früher mit  $R$  bezeichnet

haben; aus der Differenz  $F \cdot \frac{dh}{dt}$

läßt sich  $dh$  bestimmen (bei

nicht konstantem  $F$  muß man probieren) und die Kurve  $S$  zeichnen, deren Extrema meist vertraglich festgesetzte Grenzen nicht überschreiten dürfen. Ist die konstante  $Q_a$  so zu wählen, daß das Retentionsvermögen des Staubeckens möglichst ausgiebig verwertet wird, so muß man so lange mit verschiedenen Werten  $Q_a$  probieren\*), bis eine Kurve  $S$  sich ergibt, deren Amplituden innerhalb der Grenzen bleiben. Bei der Variation der Seestände läßt sich nun  $Q_a$  dadurch konstant erhalten, daß man die Schleusenöffnung fortwährend entsprechend reguliert. Aus den Kurven  $Q_z$  und  $Q_a$  lassen sich daher die Seestände nicht einfach unter Zuhilfenahme der Konsumptionskurve rückwärts konstruieren; um sie zu erhalten, rechnen wir aus der Ordinatendifferenz beider Kurven

$$Q_z - Q_a = F \frac{dh}{dt}, \text{ da wir } F \text{ kennen und } \Delta t \text{ gewählt haben, den}$$

Wert  $\Delta h$ . Eine Konsumptionskurve im frühern Sinne existiert gar nicht mehr, da jetzt bei jedem beliebigen Seestand immer dieselbe Menge  $Q_a = \text{Konst.}$  abfließt. Um für jeden Seestand auch die entsprechende Schleusenöffnung zu kennen, berechnen wir nach den gebräuchlichen Schleusenformeln zunächst für einen Seestand  $h_{s_1}$  die Wassermengen bei verschiedener Schleusenöffnung  $e$ . Wir erhalten so die Kurve I, für einen Seestand  $h_{s_2}$  die Kurve II usw. Schneiden

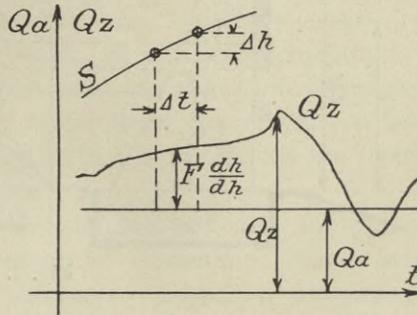


Fig. 6.

\*) Vergl. Dr. J. Epper, Chef des Eidg. Hydrometr. Bureaus: „Die Wasserkraftverhältnisse im Puschlav. S. 19.“

wir dieses Kurvensystem mit der Vertikalen  $Q_a = \text{Konst.}$  (oder auch mit andern Werten,  $Q_a = C_2$ ), so liefern die Höhen der Schnittpunkte direkt die entsprechenden Schleusenöffnungen.

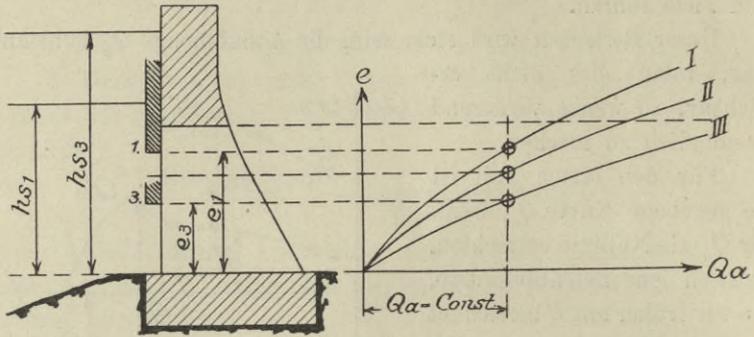


Fig. 7.

Zeigen dagegen die Verbauungen der See-Ausmündung keine beweglichen Regulierwerke, ist z. B. nur ein Überfall eingebaut oder eine Baggerung vorgenommen worden, dann existiert stets eine Konsumptionskurve, sie unterscheidet sich aber von der Kurve  $C$  vor der Korrektur sowohl durch die Lage (höher oder tiefer) als auch durch die Form (bedingt durch das neue Querprofil).

In unserm Bestreben, die Wasserführung möglichst zu egalieren, haben wir hier zunächst die Forderung nach einem günstigen Kapazitätsverhältnis in den Vordergrund gestellt. Es treten jedoch so viele andere Erwägungen hinzu, daß es meistens unmöglich sein wird, dieselbe gänzlich zu erfüllen und eine annehmbare Lösung stets einen Kompromiß darstellt. An den Seen des Mittelandes liegen die Ortschaften und Kulturen vielfach dem Wasser so nahe, daß schon ungewöhnliche Hochstände arge Verheerungen anrichten können; „Gärten, Feld und Wiesen und die niedrigen Riedflächen werden weithin überflutet, das Wasser dringt in die Keller und untern Geschosse der Gebäude, der Verkehr ist vielfach gestört, Orts- und Landstraßen kommen streckenweise unter Wasser, die Benutzung der Hafenanstalten und Landungsplätze wird erschwert, ja selbst unmöglich, und der Rückstau des hohen Sees äußert seinen schädlichen Einfluß auf die Flußmündungen, auf den Abzug der Binnenwässer und die Entwässerung der Uferorte.“\*) Wo die Verhältnisse

\*) Max Honsell, Der Bodensee und die Tieferlegung seiner Hochwasserstände. Stuttgart 1879.

so liegen, ist an Stau natürlich nicht zu denken, es müssen im Gegenteil die Seestände abgesenkt werden, soweit dies angängig ist. Doch auch hier gibt es Grenzen. Die bestehenden Schiffahrtsanlagen (Docks, Bassins, Häfen) werden unbenutzbar, sobald die Wassertiefe unter ein gewisses Maß sinkt. Das zurückgehende Wasser begünstigt Ufereinbrüche stellenweise ungemein und die sanitarischen Verhältnisse werden vielfach sehr nachteilig beeinflußt. Alle diese Möglichkeiten in Betracht zu ziehen, sie mit dem Erreichbaren in Einklang zu bringen und für die widerstreitenden Interessen einen Ausgleich zu finden, erfordert in der Regel eine eingehende Ortskenntnis und nicht minder eine große Geschicklichkeit im Verkehr mit den zahlreichen Interessenten.

Flußkorrekturen werden sich im Oberlauf stets auf eine bestimmte Länge bemerkbar machen; bei Stauwirkung können lange Strecken in den Staubereich einbezogen werden, bei Absenkungen wird sich die Sohle rückwärts selbständig vertiefen und das Gefälle vermehren. Die Wirkung einer Korrektur auf den Unterlauf dagegen ist sehr unbedeutend und wird vielfach überschätzt. Das Wasser, das vom Oberlauf kommt, muß auch den Unterlauf passieren, ob es nun durch einen Überfall in denselben eintritt oder durch Schützen oder Umläufe, immer wird diese bestimmte Wassermenge  $Q$  durch den Unterlauf durchgehen, und sie wird sich in demselben so einstellen nach der Tiefe, wie es eben Gefälle und Querprofile des Unterlaufes bedingen.

Anders gestalten sich natürlich die Verhältnisse durch Einschieben von Retentionsbecken. Dann kann die Wasserabfuhr durch den Unterlauf zeitweise ganz unterbunden werden oder es kann durch rasches Ziehen der Schleusen oder durch Dammbüche das Gebiet des Unterlaufes direkt überschwemmt werden. Zwischen diesen Extremen liegt eine Wasserführung, die ganz nach unserm Willen vor sich geht, und die zu erreichen wir eben das Retentionsbecken angelegt haben. Ist nämlich  $Q_s = f(t)$  gegeben und stellen wir für  $Q_a = \varphi(t)$  gewisse Bedingungen, so ergeben sich nach unsern Darlegungen die Beziehungen für ein zu erstellendes Retentionsbecken, seine Größe  $F$  und seine Wasserspiegelschwankungen.

Die vorstehend erläuterten Relationen ermöglichen auch die Lösung zahlreicher anderer Aufgaben, z. B. des Ausflusses aus Gefäßen (Schleusenkammern), dabei ist in der Regel nach der Zeit gefragt. Die Konsumptionskurve ist meist die graphische Auftragung

einer gebräuchlichen Schleusenformel. Am meisten Schwierigkeiten wird es bereiten, die Ausfluß- und Kontraktionskoeffizienten richtig zu treffen.

### 5. Hintereinanderschalten mehrerer Retentionsbecken. Verbauung.

Es ist selbstverständlich, daß die vorstehend dargelegten Wirkungen einer großen horizontalen Wasserfläche — die zeitliche Verschiebung und die graduelle Abschwächung der Welle — in erhöhtem Maße sich zeigen beim Passieren mehrerer Becken. Die zahlreichen Seen des Alpenlandes genügen jedoch nicht, um die Wasserführung der Gebirgsbäche genügend zu egalisieren. Wo daher für Kraftwerke große Regelmäßigkeit erforderlich ist, werden künstliche Anlagen notwendig. Liegt das Kraftwerk tief und kommt sein Wasser aus zahlreichen Bächen zusammen, so ist es kaum mehr möglich, diese gewaltige Wassermasse zurückzuhalten; die Talsperre müßte enorme Dimensionen annehmen, die Anlage im fruchtbaren Mittellande würde wegen des Bodenpreises allein schon ungeheuerere Summen verschlingen. Es erscheint uns daher richtiger die Stauanlagen in kleinerem Maßstabe im Zuge jedes einzelnen Zuflusses anzubringen, jeden einzeln so zu verbauen, daß seine Wasserschwankungen abgeschwächt werden und damit schon rückwärts im Gebirge zu beginnen wo der geringe Ertrag des Bodens ein Überfluten nicht verbietet, wo Holz und Stein nahe sind und felsiger Untergrund die Fundierung erleichtert.

Wir stellen also, gleichsam als zweites Potulat für die Wildbachverbauung, die temporäre Zurückhaltung des Hochwassers neben jene der Geschiebe, eine regelrechte Verbauung der Bäche mit dem Zweck, die rasch anschwellenden Wassermassen zurückzuhalten.

Die Wildbachverbauung von heute bezweckt in erster Linie die Erosion und deren Folgen zu verhindern, das Geschiebe zurückzuhalten und dadurch Verstopfungen und Ausuferungen zu begegenen. Sohlschwellen konzentrieren das Gefälle auf einzelne Stellen; auf den Zwischenstrecken wird so dem Wasser seine lebendige Kraft, mit welcher es die Geschiebe zu Tal wälzt, gebrochen. Verhältnismäßig große Becken, Kiesfänge, laufen voll Geschiebe und hindern dieses weiterzureisen.

Wenn wir nun zu diesen Verbauungen noch solche zur Wasserzurückhaltung stellen, mit Rücksicht auf die Kraftwerke und

deren gleichmäßige Alimentation, so ist ersichtlich, daß diese Bauten die vorgenannten nur ergänzen, indem sie weiter dazu beitragen die lebendige Kraft des Wassers zu brechen, insofern nämlich, als durch die Retention die großen (strömenden) Wassertiefen von ehemals sich nicht mehr bilden, somit auch die Geschwindigkeiten sich reduzieren und damit die lebendige Kraft des Wassers. Was soll uns hindern, wenn nicht etwa die geologischen Verhältnisse und Rücksichten auf Kunstbauten, steinige und unfruchtbare Alpentäler zeitweise in kleine Stauseen umzuwandeln?

Die beiden Arten von Verbauung sind aber streng auseinander zu halten; auf keinen Fall darf sich Kies in den Retentionsbecken sammeln, sonst vermindert sich deren Stauinhalt immer mehr, bis bei völliger Verstopfung und Ausfüllung nur noch die Wirkung einer Sohlschwelle vorhanden ist. Der zufließende Bach ist also oberhalb seiner Einmündung in das Becken so zu verbauen, daß er alles Geschiebe liegen läßt. Nur eine sinngemäße Kombination der beiden Arten von Verbauungsobjekten wird gute Wirkung erzielen, d. h. Einengung des Wasserstandsschwankungen in engere Grenzen.

Ein solches Verbauungs-System wird vielleicht nicht immer so wirksam sein können, vor allem auch nicht so leicht kontrollierbar und so leicht zu regulieren wie eine einzige große Talsperre. Es hat aber sonst verschiedene Vorzüge, vor allem den der billigeren Herstellung: Die Gerüste, Aufzüge, Transportanlagen sind lange nicht so groß; die Fundierungskosten (Wasserhaltung, Ausschachtung) reduzieren sich bei kleinen Baugruben bedeutend; die Bauzeit ist kürzer, infolgedessen kann während einer Niedrig- und Mittelwasserperiode die ganze Sperre gebaut werden, so daß die Anlagen für die Umleitung des Wassers, die oft eigene große Bauobjekte darstellen, wegfallen können.

Die Regulierung des Abflusses erfolgt am einfachsten durch Schützen; diese an einsamen weit abliegenden Orten zu bedienen ist nicht immer zugänglich, und man muß dann auf eine genaue und ergiebige Regulierung verzichten, kann aber durch ganz primitive Anlagen immer noch beträchtliche Mengen zurückhalten, wenn nicht auf beliebige Zeiten so doch für die Dauer des Hochflutkammes.

Solche einfache Stauanlagen — die aber trotzdem beliebig groß werden können — haben in der Mitte unten eine Öffnung, von solchen Dimensionen, daß bei allen Wasserständen von *N. N. W.* bis hinauf zum *Norm.-M. W.* die Wassermengen ungehindert ab-

fließen können. Über *M. W.* ist die Öffnung horizontal abgeschlossen, so, daß bei geringem weitem Steigen bereits Stauung eintritt und damit die Füllung des Beckens. Sollte dieses sich ganz anfüllen, so kann das Wasser über die Wehrkrone abfließen, die Sohle vor derselben ist daher rauh zu pflastern oder mit einem Wassersack zu versehen. Um Verstopfungen der Öffnung zu vermeiden, ist die

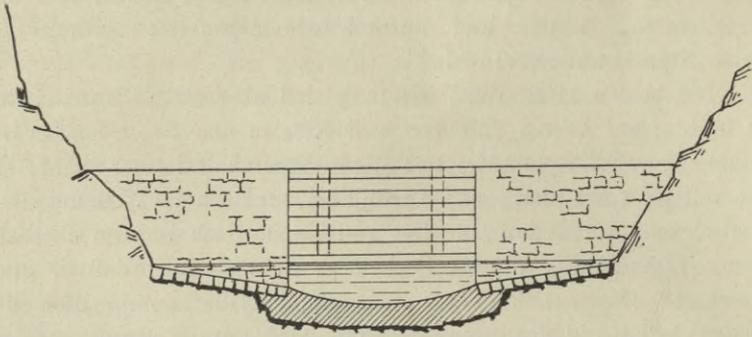


Fig. 8. Wehr in Holz und Stein. Mittel-Teil in Holz. Mittelwasseröffnung glätt betoniert. Sturzbett rauh gepflastert.

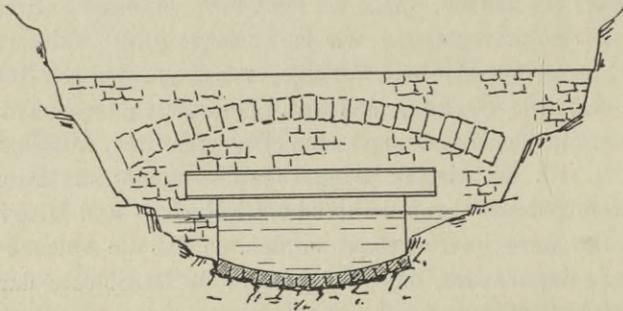


Fig. 9. Wehr in Stein. Eiserner Träger schließt die Mittelwasseröffnung horizontal ab. Sohle gepflastert und geglättet.

Sohle des *M. W.*-Profils möglichst glatt zu halten. Diese Mittelwasser-Öffnung ist das wesentliche Merkmal der primitiven Wasserretentions-Anlagen. Nur durch sie ist es möglich das gefüllte Becken wieder auf *N. N. W.* abzusenken und ein Kapazitätsverhältnis 1 zu erreichen. Ist die Öffnung nicht vorhanden, oder verstopft, so würde sich das Becken ein einziges Mal füllen und von da ab keine andere Wirkung mehr ausüben, als die eines gewöhnlichen Überfalles.

Beispiel. Um die Wirkung einer solchen Sperre zu ermessen, bilden wir uns, wenn ein Hochwasser  $Q_z = f(t)$  bekannt ist, zuerst die Konsumptionskurve.

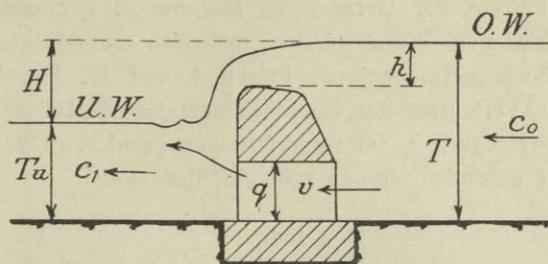


Fig. 10.

Es sei  $H$  die Wasserspiegeldifferenz zwischen  $O.W.$  und  $U.W.$ ,  $c_1$  die Geschwindigkeit des unten wegfließenden,  $c_0$  des oben zuströmenden Wassers. Das Wasser passiert den Schleusenquerschnitt  $q$  unter Druck mit einer Geschwindigkeit  $v$  und wird auf der  $U.W.$ -Seite plötzlich entspannt, wodurch nach dem Satze von Carnot ein Druckhöhenverlust entsteht:

$$\frac{(v - c_1)^2}{2g}.$$

Es besteht dann die Gleichung

$$2g \left[ H - \frac{(v - c_1)^2}{2g} \right] = c_1^2, \quad (1)$$

hieraus ist

$$v = c_1 \pm \sqrt{2gH - c_1^2}. \quad (2)$$

Da  $v$  stets größer ist als  $c_1$ , kann nur das positive Vorzeichen in Betracht kommen und es ist die Wassermenge

$$Q = \mu \cdot q \cdot v = \mu \cdot q \cdot [c_1 + \sqrt{2gH - c_1^2}]. \quad (3)$$

Die Geschwindigkeit  $c_1$ , mit welcher das  $U.W.$  abfließt, darf in Gleichung (3) vor der Klammer nicht vernachlässigt werden; sie ist abhängig vom Gefälle, von den Querprofilen und der Rauigkeit des Unterlaufes. Um über ihre Größe einen Anhalt zu gewinnen, werden wir Flügelmessungen oder Ermittlungen an bereits eingebauten Überfällen anstellen müssen. Noch einfacher, aber weniger genau, sind Schwimmermessungen bei verschiedenen Wasserständen, durch welche wir je die Oberflächengeschwindigkeit  $v_0$  im Stromstrich erhalten. Diese Werte tragen wir je in der Höhe des zu-

gehörigen Wasserstandes von einer vertikalen Achse aus horizontal auf. Nach Messungsergebnissen von Greve\*) liegen dann die Endpunkte auf einer Geraden, sofern das Querprofil Trapezform hat. Um zwei Punkte der Geraden zu bestimmen, genügen zwei bei stark verschiedenen Wasserständen mehrfach ausgeführte und gemittelte Schwimmermessungen, Punkte I und II, Fig. 4, Taf. II. Nun ist das Verhältnis der Oberflächengeschwindigkeit  $v_o$  zur mittleren Geschwindigkeit  $c_1$  im trapezförmigen Profil von Greve nahezu als konstant gefunden worden und ein Mittelwert:

$$\frac{c_1}{v_o} = 0,76 .$$

Reduziert man also im Diagramm Fig. 4 die Werte  $v_o$  mit 0,76, so erhält man die mittlere Geschwindigkeit  $c_1$  im Durchflußquerschnitt für beliebige Wasserstände. Sind  $f$  die entsprechenden Querprofilflächen, so liefern die Produkte  $f \cdot c_1$  in Fig. 5 die Punkte der Wassermengenkurve  $Q_u$ .

Aus der Kurve  $Q_u$  und der Geraden für die Werte  $c_1$ , Fig. 4, berechnen wir jetzt zusammengehörige Werte des *O. W.* und *U. W.*:

Die durch die Schleusenöffnung  $q$  fließende Wassermenge

$$Q = \mu \cdot q(c_1 + \sqrt{2gH - c_1^2})$$

\*) Internat. Schifffahrts-Kongreß. Düsseldorf 1902. Die Bewegung des Wassers in den Strömen. Mitteilung von J. Greve. Baurat.

Sobald aber der Querschnitt von der Trapezform abweicht, schwankt das Verhältnis der Oberflächengeschwindigkeit im Stromstrich zur mittleren

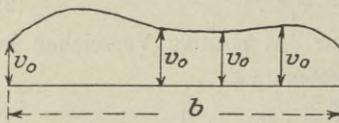


Fig. 11.

Geschwindigkeit des Querprofils innerhalb weiter Grenzen, nach Harlacher zwischen 0,56 und 0,74. Harlacher bestimmt daher für ganz beliebig unregelmäßige Querschnitte zuerst eine mittlere Oberflächengeschwindigkeit  $v_{om}$ , indem er die Kurve der Oberflächengeschwindigkeiten der ganzen Strom-

breite zeichnet und die umschlossene Fläche durch die Wasserspiegelbreite  $b$  dividiert.

Ist  $v_{mm}$  das Mittel der mittleren Geschwindigkeiten aller Vertikalen, so ist das Verhältnis

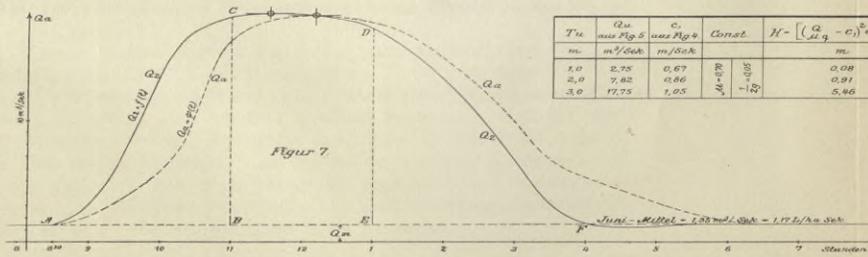
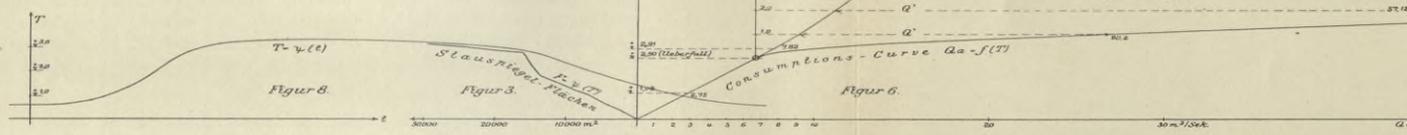
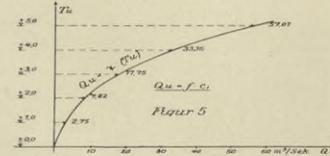
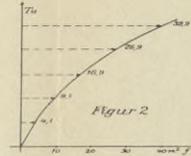
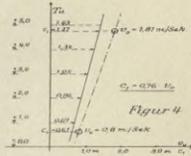
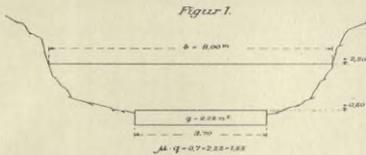
$$\frac{v_{mm}}{v_{om}} = 0,82 \text{ bis } 0,84 \text{ ein sehr konstantes.}$$

Vergl. Mitteilung über eine einfache Ermittlung der Abflussmengen in Flüssen, von Prof. A. R. Harlacher u. Ing. H. Richter, Prag. Wien 1886.

# Partielle Retention einer Sturzregennelle.

Regenfall { Ertrag 75 mm = 104 Liter/ha Sek  
 = 860000 m<sup>3</sup>  
 Dauer: 8<sup>30</sup> bis 10<sup>30</sup> Abends = 2 Stunden

Abfluss { Digital 8<sup>30</sup> 70300 m<sup>3</sup> = A B C Fig 7  
 Zunahme bis 11<sup>30</sup> 122500 = D C D E  
 Verharren = 1<sup>30</sup> 91800 = D E F  
 Abnahme = 4<sup>30</sup>  
 Total: 290700 m<sup>3</sup> = 35% des Regens.



| T <sub>h</sub><br>m | Q <sub>h</sub><br>m³/Sek | c <sub>h</sub><br>aus Fig 9<br>m³/Sek | Const.<br>A = 100<br>T = 10 | H = [(Q <sub>h</sub> - c <sub>h</sub> ) + c <sub>h</sub> ] <sup>2</sup> / 2g<br>m | T <sub>h</sub> - H - T<br>m |
|---------------------|--------------------------|---------------------------------------|-----------------------------|---|-----------------------------|
| 1.0                 | 2.75                     | 0.67                                  |                             | 0.08  | 1.08                        |
| 2.0                 | 7.82                     | 0.86                                  |                             | 0.91  | 2.91                        |
| 3.0                 | 17.75                    | 1.05                                  |                             | 5.86  | 8.86                        |





erzeugt unterhalb einen gewissen Wasserstand; diesem entspricht nach unsern Aufstellungen eine Wassermenge  $Q_u$ , daher:

$$\mu \cdot q (c_1 + \sqrt{2gH - c_1^2}) = Q_u$$

woraus

$$H = \left\{ \left( \frac{Q_u - c_1 \mu \cdot q}{\mu \cdot q} \right)^2 + c_1^2 \right\} \frac{1}{2g} \quad (4) \quad H = \left[ \left( \frac{Q_u}{\mu \cdot q} - c_1 \right)^2 + c_1^2 \right] \cdot \frac{1}{2g}.$$

Jetzt wählen wir beliebige Werte von  $T_u$ , entnehmen der Fig. 5 das zugehörige  $Q_u$ , der Fig. 4 das zugehörige  $c_1$  und berechnen aus (4) die Größe  $H$  und sodann  $T_u + H = T$ , das heißt den zu  $T_u$  gehörigen *O. W.*-Stand.

| $T_u$   | $Q_u$      | $c_1$      | Konstanten   | $H = \left\{ \left[ \frac{Q_u - c_1 \mu \cdot q}{\mu \cdot q} \right]^2 + c_1^2 \right\} \frac{1}{2g}$ | $T_u + H = T$ |
|---------|------------|------------|--|--|---------------|
| gewählt | aus Fig. 5 | aus Fig. 4 | $\mu \cdot q = 0,7 \cdot q$<br>$\frac{1}{2g} = 0,05$ | berechnet  |               |

Indem wir nun die Wassermengen nicht auf die *U. W.*-Stände  $T_u$ , Fig. 5, beziehen, sondern auf die eben berechneten, ihnen zugehörigen *O. W.*-Stände  $T$ , ergibt sich die Kurve  $Q_u = \varphi(T)$  Fig. 6. Diese gilt bis zur *O. K.* des Wehres. Von da ab wird das Wasser über das Wehr stürzen und durch seinen Sturz den Durchfluß durch die Mittelöffnung stauen, anderseits aber im *U. W.* eine größere Tiefe bedingen und damit ein größeres  $c_1$ . Wir addieren einfach in Fig. 6 zur Kurve  $Q_u = \varphi(T)$  die überfallenden Wassermengen

$$Q' = a \cdot b \sqrt{2g \cdot h^{3/2}}$$

und erhalten so schließlich die Konsumptionskurve  $Q_a = f(T)$ , das heißt die abfließenden Wassermengen als Funktion des *O. W.*-Standes (des Seestandes).

Diese Kurve regiert nun den ganzen Abflußvorgang. Mit der Hochwasserwelle  $Q_z = f(t)$  zusammen liefert sie uns die Größen, aus denen wir nun nach Harlacher die Kurve  $Q_a$  konstruieren. Dabei wird man sofort den großen Einfluß erkennen, welchen die Wasserspiegelfläche ausübt; je mehr der Spiegel sich hebt und je sanfter das Tal dabei ansteigt, um so mehr wird  $F$  wachsen, Fig. 3, um so steiler wird die Neigungslinie ausfallen.  $F$  ändert sich nach dem wilden Wechsel des Terrains, und dementsprechend wird auch die Kurve  $Q_a$  im allgemeinen sich gestalten.

Die gesamte zurückgehaltene Wassermenge

$$\sum (Q_z - Q_a) dt = \sum \left( F \frac{dh}{dt} \right) dt = \sum R \cdot dt$$

wird durch die Retentionsfläche dargestellt. Der Gesamtwasserüberschuß über den Mittelwasserbetrag  $Q_m$ , welchen die *H. W.*-Welle in der Zeit ihres Ablaufens heranführt, ist

$$\sum (Q_z - Q_m) dt$$

und es wird dargestellt durch die Fläche *ACDF*.

Die Konstruktion Fig. 7 ist für die nächstuntere Sperre ebenso auszuführen mit  $Q_a$  aus Fig. 7 als *H. W.*-Welle, sodann für die dritte Sperre usw.

Man sieht dann, daß bei Hintereinanderschaltung mehrerer Becken die Retentionsfläche einen immer größeren Teil der Wellenfläche  $\sum (Q_z - Q_m) dt$  ausmacht und daß die schließlich noch bleibende Welle gegenüber der anfänglichen beträchtlich reduziert erscheint. Wie weit durch eine Querwand von gegebener Höhe gestaut wird bei erfahrungsmäßig höchsten Wasserständen, wie viel Wasser hierbei zurückbehalten wird und welche Veränderung daraus für die Welle sich ergibt, ist von Fall zu Fall neu zu untersuchen; im Prinzip ist der Vorgang immer derselbe aber graduell ist er von einer großen Mannigfaltigkeit, und darum ist auch, will man die Folgen einer Verbauung ermessen, eine Untersuchung wie die angedeutete unerlässlich. Sie erfordert an Vorarbeiten:

- a) Eine Anzahl von Geschwindigkeits-(Wassermengen)-messungen, z. B. Schwimmermessungen im Stromstrich oder auch über die ganze Breite der Oberfläche. Sind bereits Sohlschwellen eingebaut, so können die Wassermengen aus den Dimensionen des Überfalls berechnet werden.
- b) Pegelablesungen; Pegelkurven mehrerer Hochfluten. Aus a) und b) folgt  $Q_z = f(t)$ , Fig. 7.
- c) Eine Vermessung des Staubeckens; Niveaulinien.
- d) Querprofil in der Gegend der zu erstellenden Staumauer.

## 6. Regulierung. Automatische Regulierwerke.

In der Nähe von Wasserwerken und Dörfern wird man den Durchgang und die Zurückhaltung der Wassermassen durch besondere sorgfältig bediente Regulierwerke regeln und nicht wie bei den vorgeschlagenen primitiven Verbauungen sich selbst überlassen.

Durch besondere Einlaufschieber (Klappen, Schützen) oberhalb des Wehres füllt sich das Becken, um später durch einen Auslauf wieder nach dem *U.W.* entleert zu werden.

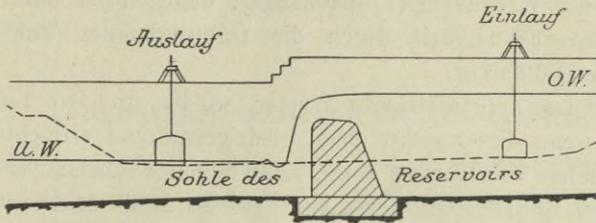


Fig. 12.

Soll der Wasserstand eines Kanales eine gewisse Höhe nicht überschreiten, so baut man am einfachsten einen Überlauf ein. Das überfließende Wasser kann sich dann in einem Reservoir sammeln oder auch frei ablaufen. Überläufe führen indessen das Wasser nur schlecht ab, es muß sich immer zuerst eine gewisse Druckhöhe bilden, das Wasser im Kanal also ziemlich steigen.

Eine kräftige Wirkung schon bei geringen Überlaufhöhen (2 cm) ist durch Anwendung des Hebbers\*) zu erreichen.

Wird das Wasser durch eine Bodenklappe nach dem Retentionsbecken abgeführt und läßt man dessen Wasserspiegel nie ganz auf die Höhe des *O.W.* ansteigen, so ist stets eine wirksame Druckhöhe vorhanden, sie braucht sich nicht erst zu bilden. In zwei Seitennischen der Kanalwand werden dann zwei Schwimmer eingelassen, über die ein

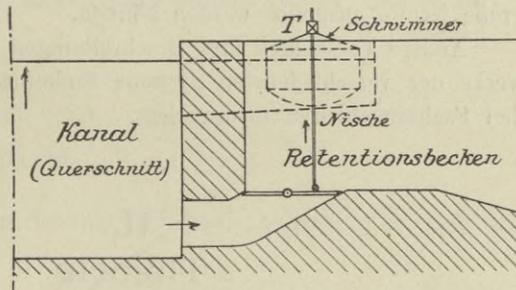


Fig. 13.

Tragbalken *T* gelegt ist, welcher durch eine oder mehrere Stangen *R* auf die Klappe einwirkt. Steigt das Wasser im Kanal, so gehen die Schwimmer

\*) Zentralblatt der Bauverwaltung 1905, S. 205. Wasserigel von Heyn-Stettin. Über Theorie des Hebbers und seine Anwendung siehe: Havestadt: Über die Verwendung von Heberverschlüssen bei Kammer-schleusen. W. Ernst-Sohn. Berlin.

mit dem Tragbalken und den Stangen nach oben und öffnen die Klappe, bei fallendem Wasser drücken sie dieselbe wieder zu.

Das Öffnen und Schließen der Klappe ist von der Höhendifferenz der Wasserspiegel unabhängig, dagegen ist natürlich die Durchflußgeschwindigkeit durch die Öffnung eine Funktion der Wasserspiegeldifferenz.

Um das aufgespeicherte Wasser wieder an den Kanal abzugeben, wenn dieser selbst einen niedrigeren Stand erreicht hat, ist eine besondere Vorrichtung nötig, siehe folgende schematische Figur: Sobald das Kanalwasser unter ein gewisses Maß sinkt, öffnet der

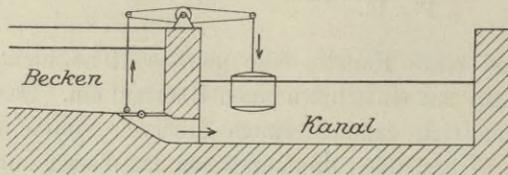


Fig. 14.

sinkende Schwimmer durch einen einfachen Hebel die Bodenklappe; steigt im Kanal das Wasser wieder, so drückt er, in die Höhe gehend, dieselbe zu. In der

Ausführung wird man die Schwimmer in Nischen legen und sie gegen Wellenschlag schützen.

Die Anordnungen mit Schwimmern haben den Vorteil, daß bei genügenden Durchmessern auch bei geringem Wasserstandswechsel große Kräfte ausgeübt werden können.

Andere Vorschläge und Beschreibungen ausgeführter Regulierwerke der verschiedensten Systeme finden sich in großer Zahl in den Fachzeitschriften niedergelegt.

---

## II. Theorie des Verlaufs einer Anschwellung.

(Hochwasserwelle)

---

Die Hochwasserwelle, die in den See eintritt, bewirkt, daß sich auch an der Seemündung und im Unterlauf ein Steigen und Fallen bemerkbar macht. Wir wollen versuchen den Verlauf dieser Anschwellung theoretisch darzustellen und im weitern die Frage zu beantworten:

Wie läßt sich an einer beliebigen Stelle des Längenprofils und zu einer beliebigen Zeit  $T$  die mittlere Geschwindigkeit  $U$  in einer Vertikalen bestimmen, ohne Geschwindigkeitsmesser, lediglich aus der Beobachtung des Wasserstandes? Wie ist dies theoretisch möglich und in wie weit praktisch verwendbar?

### 1. Näherungstheorie nach Boussinesq.\*)

Die folgende Untersuchung geht von der Kontinuitäts- und den Bewegungsgleichungen aus, unter Berücksichtigung der Grenzbedingungen. Auf die Reibung der Flüssigkeit an ihren Grenzen und im Innern ist bei der Ableitung der Druckgleichungen keine Rücksicht genommen; demgemäß sind die folgenden Ausführungen zunächst nur für einen ideellen Zustand des Wassers gültig und auch bloß auf horizontale Wasserflächen anwendbar, weil bei geneigten ohne Reibung sich eine unendlich große Geschwindigkeit entwickeln würde.

Es bezeichne

$H$  die Wassertiefe bei ruhender Oberfläche;

$h$  die Erhebung des Spiegels in Folge der Anschwellung;

$U$  die mittlere Geschwindigkeit in der  $X$ -Richtung

$u$  die Geschwindigkeitskomponente in der  $X$ -Richtung;

$v$  „ „ „ „ „  $Y$ -Richtung;

$t$  die Zeit;

$p$  den Druck;

$\rho = \frac{s}{g}$  die Dichte.

Die Kontinuitätsgleichung für zwei Achsen und konstante Dichte lautet

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (1a)$$

---

\*) J. Boussinesq: Essai sur la théorie des eaux courantes. Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des sciences de l'institut de France. Tome XXIII 1877. M. Flamant: Des ondes liquides non périodiques et de l'onde solitaire. Annales des ponts et chaussées. No. 26. 1889. II. Semestre. Vergl. auch Ph. Forchheimer, „Hydraulik“ im IV. Bd. der Enzyklopädie der mathemat. Wissenschaften und Flamant, Hydraulique. Paris 1900.

Einen weitem Ausdruck der Kontinuität mit den Größen  $H$  und  $h$  erhalten wir nach der Figur 15.

Durch den Querschnitt  $I$  von der Breite ein stritt in der Zeit  $dt$  eine Wassermenge ein

$$(H + h) \cdot U dt, \quad (1)$$

durch  $II$  tritt aus

$$(H + h) U dt + \frac{\partial}{\partial x} (H + h) U \cdot dx \cdot dt. \quad (2)$$

Das Flüssigkeitsvolumen zwischen den beiden Schnitten ändert sich in der Zeit  $dt$  um

$$\frac{\partial h}{\partial t} \cdot dt \cdot dx,$$

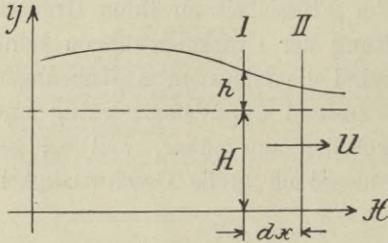


Fig. 15.

das ist der Überschuß von (1) gegenüber (2)

$$\left. \begin{aligned} & - \frac{\partial}{\partial x} (H + h) U dx dt \\ & = \frac{\partial h}{\partial t} dt \cdot dx, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

woraus

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (H + h) U = 0 \quad (3a)$$

oder auch

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0. \quad (3b)$$

Ist  $h$  klein gegenüber  $H$ , was wir in der Folge immer annehmen wollen, so ist

$$\frac{\partial h}{\partial t} = - H \frac{\partial U}{\partial x} \cdot *) \quad (4)$$

\*) Tolkmitt rechnet in seinen „Grundlagen der Wasserbaukunst“ mit derselben Gleichung, die er mit Rücksicht auf die Breite  $b$  des Querprofiles schreibt

$$\frac{dh}{dt} = \frac{dQ}{b \cdot dx},$$

oder wenn

$$\frac{dx}{dt} = \omega$$

die Geschwindigkeit, mit welcher der Fußpunkt der Anschwellung fortschreitet und  $b \cdot dh = dF$  ist,

$$\omega = \frac{dQ}{dF}.$$

Da nun

$$Q = F \cdot U$$

und

$$dQ = F dU + U dF,$$

In den Druckgleichungen für zwei Achsen

$$\begin{aligned} X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} u + \frac{\partial u}{\partial y} v \\ Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} u + \frac{\partial v}{\partial y} v \end{aligned} \quad (5)$$

ist, da als äußere Kraft nur die Schwere wirkt

$$X = 0 \text{ und } Y = -g.$$

Da das Heben eines Teilchens durch die Welle verhältnismäßig langsam vor sich geht, ist  $v$  klein im Vergleich zu  $u$  und um so eher  $\frac{\partial v}{\partial y}$ . Wo letztere Größe vorkommt, wird sie zwar berücksichtigt, die Produkte  $v \frac{\partial v}{\partial y}$  und  $v \frac{\partial u}{\partial y}$  hingegen vernachlässigt. Die

so wird zuletzt

$$\omega = F \frac{dU}{dF} + U. \quad (\text{Gl. 55})$$

Tolkmitt wählt als Beispiel

$$\begin{aligned} F &= 125 \text{ m}^2 \\ b &= 50 \text{ m} \\ H &= 2,50 \text{ m} \\ U &= 1,05 \text{ m/sec.} \\ J &= 0,0002 \\ c &= 47. \end{aligned}$$

Während der Anschwellung steige in jeder Stunde der Wasserstand um

$$dh = 0,09 \text{ m}$$

und entsprechend wachse die Geschwindigkeit um

$$dU = 0,024 \text{ m pro Stunde.}$$

Es berechnet sich zunächst der Flächenzuwachs

$$dF = b \cdot dh = 50 \cdot 0,09 \text{ m}^2/\text{Std.}$$

und aus (55)

$$a = 125 \cdot \frac{0,024}{50 \cdot 0,09} + 1,05 = 1,72 \text{ m/sec.}$$

Der Zuwachs verteilt sich auf eine Strecke

$$dx = \omega \cdot t = 1,72 \cdot 3600 \text{ sec.},$$

es ist daher

$$\Delta J = \frac{dh}{dx} = \frac{0,09}{1,72 \cdot 3600} = 0,000015$$

und das neue Gefälle

$$J' = J + \Delta J = 0,0002 + 0,000015 = 0,215\text{‰}.$$

Gleichungen (5) lauten dann

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= -\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial x} u \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= g + \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} u. \end{aligned} \quad (5a)$$

Da die Bewegung aus der Ruhelage der Flüssigkeit heraus erfolgt, ist es zulässig, Rotationslosigkeit anzunehmen; zufolge dieser Rotationslosigkeit ist

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y},$$

somit

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = g + \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial y} u. \quad (5b)$$

Die Grenzbedingungen lauten:

$$\begin{aligned} p &= 0 \text{ für } y = H + h \text{ (Oberfläche),} \\ v &= 0 \text{ für } y = 0 \text{ (Sohle).} \end{aligned}$$

In die Gleichung 5b führe man  $h$  und  $H$  ein und integriere, dann ist

$$\frac{p}{\rho} = g(H + h) + \int_{y=0}^{y=H+h} \frac{\partial v}{\partial t} dy.$$

da  $u$  längs  $y$  als nicht merklich variierend und gleich  $U$  angenommen wird. Es folgt

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \int \frac{\partial v}{\partial t} dy$$

und unter Berücksichtigung von (5a)

$$-\frac{\partial U}{\partial t} - \frac{\partial U}{\partial x} U = g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \int \frac{\partial v}{\partial t} dy. \quad (5c)$$

Da  $v$  klein ist im Vergleich zu  $U$ , so werde  $\frac{\partial v}{\partial t}$  zunächst gegen die Ableitungen von  $U$  vernachlässigt, sowie auf der linken Seite, die sich schreiben läßt

$$-\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right) \cdot \frac{\partial x}{\partial t} - \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right) \cdot U$$

der zweite Summand gegen den ersten, da erfahrungsgemäß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit  $\frac{\partial x}{\partial t}$  eines Querschnittes mit stets gleicher Erhebung  $h$  beträchtlich größer ist, als die Geschwindigkeit  $U$ , mit der sich die einzelnen Teilchen verschieben.\*)

\*) Aus Fig. 41 ist ersichtlich, daß ein Teilchen nur den Weg  $a_0 a'_0$  zurücklegt, die Welle dagegen gleichzeitig ihre ganze Länge.

Somit bleibt 
$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} &= -g \frac{\partial h}{\partial x}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

dazu Gleichung (4) 
$$-H \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial t} \quad (4)$$

Die Addition der nach  $x$  und  $t$  differenzierten Gleichungen gibt

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} - g H \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = 0$$

oder  $\sqrt{gH} = \omega$  gesetzt, die Gleichung

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} - \omega^2 \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = 0 \quad (7)$$

und deren allgemeine Lösung<sup>\*)</sup>

$$h = F(x - \omega t) + F_1(x + \omega t).$$

Für nur nach einer Richtung und ins Unendliche laufende Wellen ist die einfachste Lösung:<sup>\*\*)</sup>

$$h = F(x - \omega t),$$

<sup>\*)</sup> Riemann-Weber. Die partiellen Differentialgleichungen der math. Physik. Bd. II. S. 213.

<sup>\*\*)</sup> Flamant führt eine Hilfsfunktion ein

$$\psi = \frac{\partial h}{\partial t} + \omega \frac{\partial h}{\partial x},$$

wo  $\psi$  eine beliebige Funktion von  $(x + \omega t)$  darstellt, indem obige Gleichung (7) übergeht in

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} - \omega \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0.$$

Er zeigt, daß  $\psi$  für alle positiven  $x$  und positiven  $t$ , also für den ganzen folgenden Verlauf verschwinden muß, woraus dann die Gleichung (8) sich ergibt, nach welcher

$$h = \text{funct}(x - \omega t).$$

Bewegt sich nun eine Wellenordinate gleichmäßig ohne ihre Größe  $h$  zu ändern fort, so muß offenbar, damit die Funktion

$$h = \text{funct}(x - \omega t)$$

konstant bleibe

$$t - \frac{x}{\omega} = k$$

sein, oder

$$t = \frac{1}{\omega} \cdot x + k,$$

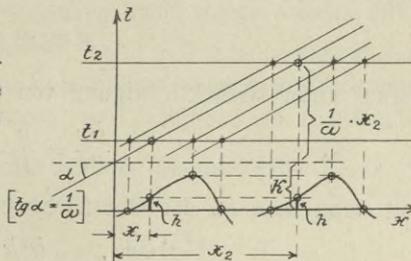


Fig. 16.

d. i. eine Gerade; es ergibt sich so, indem jeder Wellenordinate eine solche schiefe Linie entspricht, längs welcher die Funktion konstant ist, Fig. 16 als Darstellung für die Fortbewegung der Welle.

Die Orte  $x_1, x_2, \dots$  der Ordinate  $h$  in den Zeitpunkten  $t_1, t_2, \dots$  ergeben sich daraus mit Leichtigkeit.

deren Ableitungen

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -F' \cdot \omega$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = F'$$

durch Addition zu der Gleichung führen

$$\left. \frac{\partial h}{\partial t} + \omega \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \right\} \quad (8)$$

$$\text{Dazu Gleichung (4)} \quad \left. \frac{\partial h}{\partial t} + H \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \right\} \quad (9)$$

Aus beiden folgt

$$\frac{\partial}{\partial x} (HU - h\omega) = 0 \quad (10)$$

und da für ruhendes Wasser (Anfangszustand) die Konstante verschwindet

$$U = \frac{h}{H} \cdot \omega \quad (11)$$

in erster Näherung.

Zweite Näherung.\* Mit Hilfe der gewonnenen Relationen lassen sich nunmehr die vorhin vernachlässigten kleinen Ausdrücke berechnen; zunächst in Gleichung (5c) der Wert  $\frac{\partial v}{\partial t}$ .

Aus (1a)

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{\partial v}{\partial y}$$

folgt

$$v = -y \frac{\partial U}{\partial x},$$

woraus unter Berücksichtigung von (4)

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{y}{H} \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial t^2}$$

und wenn man an der Oberfläche genähert  $H$  statt  $H + h$  setzt

$$\int \frac{\partial v}{\partial t} dy = \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \cdot \frac{H^2 - y^2}{2H}.$$

Wird der zweite Faktor durch seinen Mittelwert

$$\frac{1}{H} \int_0^H \frac{H^2 - y^2}{2H} dy = \frac{H}{3}$$

ersetzt, so heißt nunmehr (5c) zusammen mit (3.)

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} U + g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{H}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \right) = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + H \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial (h \cdot U)}{\partial x} = 0 . \quad (3a)$$

Diese beiden Gleichungen, welche die zweite Näherung liefern, formt man, um sie den frühern besser vergleichbar zu machen, um wie folgt. Aus Gleichung (11) wird

$$U \cdot \frac{\partial U}{\partial x} = g \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^2}{2H} \right) .$$

In (12) eingesetzt

$$\frac{\partial U}{\partial t} + g \frac{\partial}{\partial x} \frac{h^2}{2H} + g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{H}{3} g H \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right) = 0 ,$$

nachdem für den letzten Faktor in (12) die Gleichung (7) berücksichtigt worden ist. Nach  $x$  differenziert

$$H \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial t} + g H \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + g H \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{h^2}{2H} + \frac{H^2}{3} \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right) = 0 . \quad (14a)$$

In (3a) setze man im dritten Summanden den Wert  $U$  aus Gleichung (11) ein:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + H \frac{\partial U}{\partial x} + \sqrt{gH} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^2}{H} \right) = 0 . \quad (13)$$

Da  $h = \text{funct} (x - \sqrt{gH} \cdot t)$ , so stellen auch irgend welche Funktionen von  $h$  ebenso Funktionswerte von  $(x - \sqrt{gH} \cdot t)$  dar, und die durch Gleichung (8) dargestellte Relation zwischen den Ableitungen von  $h$  gilt auch für die Ableitungen von Funktionen von  $h$ . Wenden wir dies Resultat erster Näherung auf die kleine Größe  $\frac{h^2}{H}$  an, so wird

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{h^2}{H} \right) = -\sqrt{gH} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^2}{H} \right)$$

und indem wir das bei der Differentiation von (13) nach  $t$  berücksichtigen, wird

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} + H \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial t} - g H \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{h^2}{H} \right) = 0 . \quad (14b)$$

Die Differenz von (14a) und (14b) ergibt schließlich eine der Gleichung (9) ähnliche Form

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} - gH \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - gH \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{3h^2}{2H} + \frac{H^2}{3} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right) = 0. \quad (15)$$

Aus dieser folgt dann\*), ähnlich wie 8 bei der ersten Näherung,

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \sqrt{gH} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( h + \frac{3h^2}{4H} + \frac{H^2}{6} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right) = 0 \quad (16)$$

und zusammen mit 3a

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ U(H+h) - \sqrt{gH} \cdot h \cdot \left( 1 + \frac{3h}{4H} + \frac{H^2}{6h} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right) \right] = 0, \quad (17)$$

woraus zuletzt, indem für ruhendes Wasser die Konstante verschwindet

$$U = \frac{\sqrt{gH}}{H+h} \cdot h \left( 1 + \frac{3h}{4H} + \frac{H^2}{6h} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right). \quad (18)$$

Dieses ist die von uns gesuchte Formel für die mittlere Geschwindigkeit in der Vertikalen zu jeder beliebigen Zeit.  $U$  berechnet sich nach derselben aus den Größen  $H$ ,  $h$ , und der Wasserspiegelkrümmung  $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$ , welche Größen alle durch Pegelbeobachtungen gewonnen werden. — Die Formel ist eine rein theoretische, ohne empirische Koeffizienten; der Ausdruck für den Druck, von dem wir ausgegangen sind, berücksichtigt die Reibung im Innern und an den Wänden in keiner Weise. Unsere Gleichung bedarf daher eines Korrektionsfaktors, der jedoch keine Konstante zu sein braucht, sondern selbst von  $H$ ,  $h$  und  $J$  abhängig sein wird. Um ihn zu bestimmen, bleibt nichts anderes übrig, als auf die üblichen Reibungs- und Geschwindigkeitskoeffizienten zurückzugreifen. Wollten wir also die obige Formel für die praktische Anwendung umbauen, so wäre sie mit den gebräuchlichen Erfahrungskoeffizienten versehen und daher mit denselben Mängeln behaftet, wie alle die vielen Formeln zur Bestimmung von  $Q$ . Jedenfalls sind diese Koeffizienten so roh, daß die Berücksichtigung der Krümmung und kleiner Werte von  $h$  sinnlos würde, und die Formel (18), welche mit dem Verhältnis  $\frac{h}{H}$  und  $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$  eine feinere

\*) Flamant führt in gleicher Weise wie vorher bei der ersten Näherung eine Funktion  $\psi$  ein und gelangt so zur obigen Gleichung (16). Loc. cit. S. 22. Gleichung 27.

Methode der Bestimmung von  $U$  darstellt, kann deshalb keinen praktischen Wert erlangen. Wir stehen mit diesen Koeffizienten nun einmal auf einer Stufe, über die wir vorläufig nicht hinaus können; eine größere Genauigkeit wird nur zu erreichen sein durch genauere Bestimmung dieser Koeffizienten, das heißt also auf dem Wege des Experimentes und durch neue Methoden und Meßverfahren.

Als Wellengeschwindigkeit

$$\omega = \frac{dx}{dt}$$

wollen wir die Geschwindigkeit einer vertikalen Querfläche bezeichnen, die immer dasselbe konstante Volumen

$$q = \int_x^{\infty} h \cdot dx$$

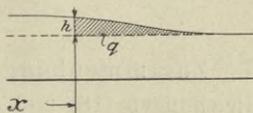


Fig. 17.

der Anschwellung vor sich hat.

In der Zeit  $dt$  wächst  $x$  um  $dx$  und nach der Differentialregel für bestimmte Integrale wird

$$dq = -h \cdot dx + \left( \int_x^{\infty} \frac{\partial h}{\partial t} dx \right) \cdot dt = 0, \quad (19)$$

weil  $q$  konstant ist.

Oben war

$$dx = \omega \cdot dt,$$

woraus

$$\omega = \frac{1}{h} \cdot \int_x^{\infty} \frac{\partial h}{\partial t} \cdot dx.$$

Den Wert für  $\frac{\partial h}{\partial t}$  liefert Gleichung (16), so daß

$$\omega = - \frac{\sqrt{gH}}{h} \cdot \int_x^{\infty} \frac{\partial}{\partial x} \left[ h + \frac{3h^2}{4H} + \frac{H^2}{6} \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right] dx.$$

An der unteren Integrationsgrenze ist

$$x = x \quad \text{und} \quad h = h,$$

an der oberen

$$x = \infty \quad \text{und} \quad h = 0,$$

daher

$$\omega = \sqrt{gH} \cdot \left[ 1 + \frac{3h}{4H} + \frac{H^2}{6h} \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right]; \quad (20)$$

sehen wir von der Krümmung ab, so ist

$$\begin{aligned} \omega &= \sqrt{gH} \cdot \left( 1 + \frac{3h}{4H} \right) = \sqrt{gH \cdot \left( 1 + \frac{3h}{4H} \right)^2} \\ &= \sqrt{gH \left( 1 + 2 \cdot \frac{3h}{4H} + \left( \frac{3}{4} \right)^2 \left( \frac{h}{H} \right)^2 \right)}. \end{aligned} \quad (20a)$$

$\left( \frac{h}{H} \right)^2$  wird sehr klein, daher genähert:

$$\omega = \sqrt{g \left( H + \frac{3}{2} h \right)}. \quad (20b)$$

Zusammenhang zwischen  $U$  und  $\omega$ . Aus den beiden Gleichungen (18) und (20) für  $U$  und  $\omega$  ergibt sich

$$U = \frac{h}{H+h} \cdot \omega$$

oder auch bloß

$$U = \frac{h}{H} \cdot \omega$$

oder

$$\frac{U}{\omega} = \frac{h}{H},$$

d. h. die Größen  $U$  und  $\omega$  stehen in einem ganz bestimmten Verhältnis zueinander. Für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen zeigen die Theorien für die verschiedensten Arten der Wellenbewegung, daß  $\omega$  in erster Linie von der Tiefe  $H$  abhängt.  $\omega$  überwiegt gegen  $U$  um so mehr, je größer die Wassertiefe  $H$  gegenüber der Wellenhöhe  $h$  ist.

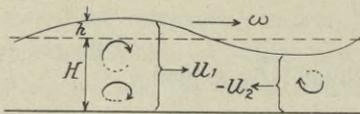


Fig. 18.

Da unsere Untersuchung sich nur auf Fälle bezieht, wo  $h$  klein gegen  $H$ , so folgt, daß  $\omega$  ein beträchtliches Vielfaches von  $U$  sein wird (S. 30, Gleichung 5c—6).

Ist  $\omega$  stets positiv, so wechseln  $U$  und  $h$  gleichzeitig das Vorzeichen, d. h. bei negativen Wellenordinaten ist  $U$  negativ, also entgegen der Richtung, in welcher die Welle sich fortpflanzt. Bei den für uns in Betracht kommenden Wellen treten allerdings nur positive Ordinaten auf und somit auch keine negativen Werte von  $U$ .

Wir leiten für später noch die Geschwindigkeit ab, mit welcher der Schwerpunkt der Wellenform sich fortbewegt

$$\frac{d\xi}{dt} = \omega_s.$$

Wir zerlegen die Wellenform in vertikale Streifen von der Höhe  $h$  und der Breite  $dx$ ; der Schwerpunkt eines jeden Streifens liegt dann auf  $\frac{h}{2}$  über dem ursprünglichen Niveau, und es sind dann die Koordinaten des Schwerpunktes der Wellenform

$$\xi = \frac{1}{Q} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} x dq; \quad (21a)$$

$$\eta = \frac{1}{Q} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{h}{2} dq. \quad (21b)$$

Wir differenzieren nach der Zeit und setzen wieder  $\frac{dx}{dt} = \omega$ , dann ist

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{1}{Q} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \omega dq$$

und nach (20) wird es

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{Q} \cdot \sqrt{gH} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( dq + \frac{3h}{4H} dq + \frac{H^2}{6h} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} dq \right) \\ &= \frac{1}{Q} \sqrt{gH} \cdot \left[ Q + \frac{3}{4H} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h dq + \frac{H^2}{6h} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right) dq \right]. \end{aligned}$$

Der zweite Summand  $\int h dq$  der Klammer berechnet sich nach (21b) zu  $2Q\eta$ ; der letzte Summand wird für die Grenzen Null, weil dort das Wasser im ursprünglichen Niveau ruht; es bleibt somit

$$\frac{d\xi}{dt} = \sqrt{gH} \cdot \left( 1 + \frac{3}{2H} \cdot \eta \right)$$

oder wenn wir als Abkürzung

$$3\eta = h_1$$

setzen,

$$\omega_s = \frac{d\xi}{dt} = \sqrt{gH} \cdot \left(1 + \frac{h_1}{2H}\right) \quad (23)$$

oder auch

$$\frac{d\xi}{dt} = \sqrt{g(H + h_1)}. \quad (23a)$$

Aus den Formeln für  $\omega$  ziehen wir nun verschiedene Schlüsse über den Verlauf einer Anschwellung, und wir werden im folgenden der Reihe nach die Deformation, die Wasserführung und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit betrachten.

## 2. Deformation der Welle, Versuche von Russel und Bazin.

Die Formel (20) stellt uns die Geschwindigkeit  $\omega$  dar als Funktion der Wassertiefe  $H$ , der Wellenerhebung  $h$  und der Krümmung  $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$ . Sie gilt für ganz beliebige Wellenformen.

Betrachten wir z. B. eine Anschwellung mit sehr flachem Rücken. Für einen Punkt  $A$  können wir dann  $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = 0$  setzen.

Für einen Punkt  $B$  dagegen, welcher zwar angenähert auf derselben Höhe  $h$  wie  $A$  liegt, aber vorn, wo die ausgesprochen konvexe Krümmung des Wellenkopfes fühlbar wird, wird  $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$  negativ, also

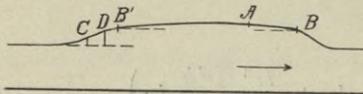


Fig. 19.

nach (20)  $\omega$  kleiner als in  $A$ . Infolgedessen wird der Wellenkopf von den nachdrängenden Massen überflutet und erhöht und der vordere Abhang steiler. Ebenso ist  $\omega$  für einen Punkt  $B'$  am hinteren Abhang der Welle kleiner als für den Punkt  $A$  des flachen Teiles, ferner wird  $C$ , wegen des ihm zukommenden kleineren  $h$ , gegen  $D$  zurückbleiben. Der hintere Teil hat also die Tendenz, sich von der Welle abzulösen; diese wird also auf der Rückseite sich verflachen, während vorn die Massen sich auftürmen und einen stärker geneigten Hang bilden. Der Wellenscheitel ist also dem vorderen Ende der Wellenbasis näher als dem hinteren, oder, wenn wir als Beobachter am Ufer den Verlauf eines Hochwassers betrachten: die Zeit des Steigens ist kürzer als die Zeit des Fallens (Fig. 20).

Die folgenden Pegelkurven des Rheins bei Leverkusen (Köln) im August, September, Dezember 1908 und Januar 1909 lassen dies deutlich erkennen; wenn wir sie mehr auseinanderziehen (S. 40), von der Deformation der Welle während ihres Vorbeigehens zunächst absehend, so geben sie die typische Form der Hochwasserwelle.

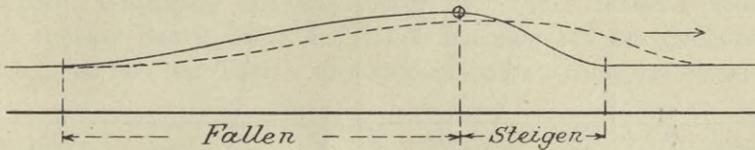


Fig. 20. Typische Form der Hochwasserwelle.

welle. Strömen mehrere Zuflüsse zu, so erzeugen diese auf dem Rücken der Hauptstromwelle besondere Schwellungen (Fig. 21 b); ist ihr Beitrag relativ groß, so geht dann die typische Form der Hauptwelle leicht verloren. Eine solche zusammengesetzte Welle läßt sich übrigens, wie wir sehen werden, leicht experimentell erzeugen und demonstrieren.

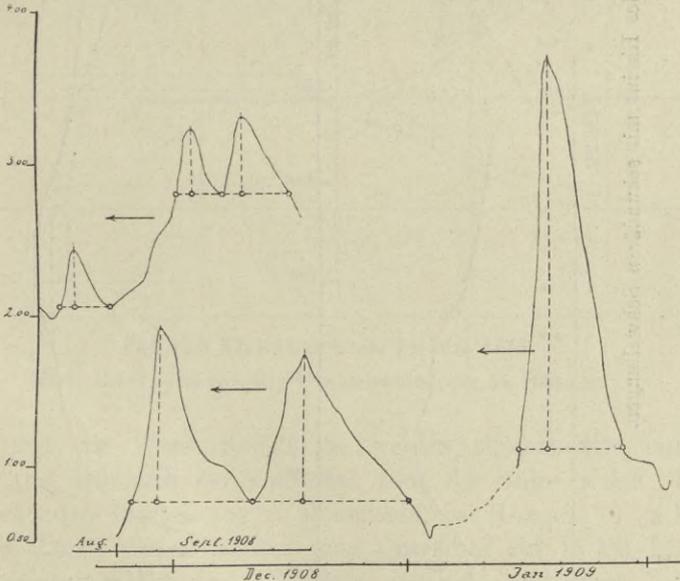


Fig. 21 a. Pegelkurven des Rheins bei Leverkusen.

Im weiteren Verlaufe wird sich also der hintere Hang der Welle immer mehr verflachen, infolgedessen der Scheitel

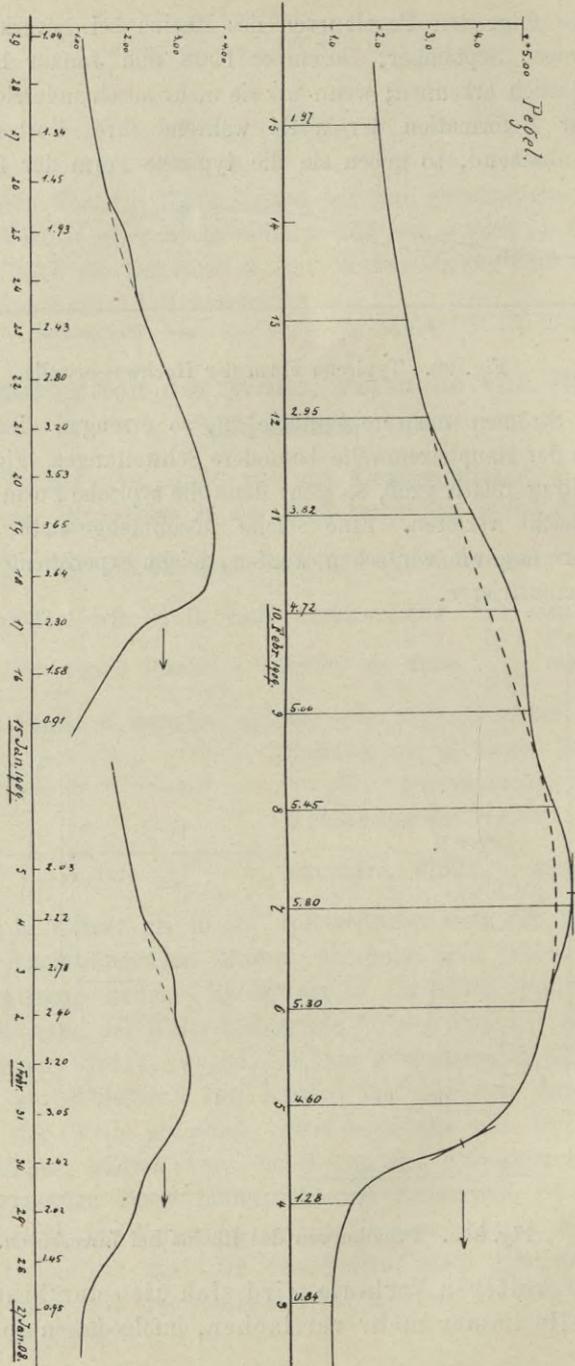


Fig. 21 b. Hochwasserwellen des Rheins mit sekundären Schwellungen.

senken und die Basis der Wellenform sich vergrößern (punktierte Kurve, Fig. 20), so daß an jeder weiter stromab gelegenen Station das Wasserstandsmaximum kleiner wird. Die folgende Aufzeichnung von Harlacher\*) aus dem Jahre 1872 zeigt uns für Ende Mai die Pegelkurven der Stromstationen Aussig, Tetschen, Wittenberg und Magdeburg; sie ist uns indessen noch kein strenger Beweis dafür, daß die Verflachung aus den Gründen erfolgt, die aus der Theorie sich ergeben haben; denn das Strom-

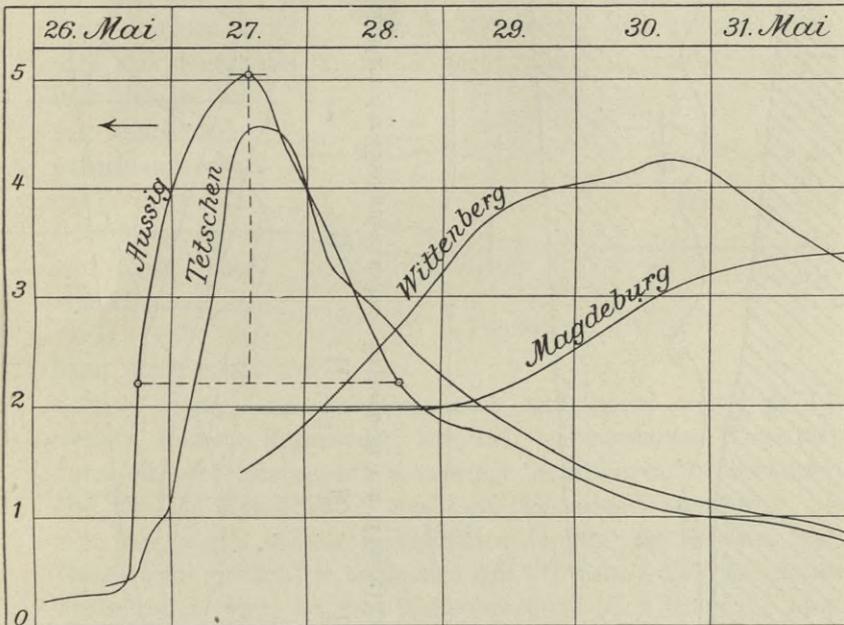


Fig. 22. Elbwasserstände im Mai 1872.

Nach Harlacher, „Die Überschwemmung in Böhmen“.

profil und die Wasserspiegelfläche werden stromabwärts immer breiter, so daß auch ein Verflachen nach der Seite erfolgt. Um diese sekundäre Erscheinung zu eliminieren, hat Honsell\*\*) im Elz-Dreisam-Kanal, dessen Längen- und Querprofil auf 12 km Länge durchaus regelmäßig sind, Versuche angestellt und durch Ziehen und Schließen von Schützen eine Welle mit positiven und negativen

\*) Harlacher, Die Überschwemmung in Böhmen 1872.

\*\*) Honsell, Der Bodensee.

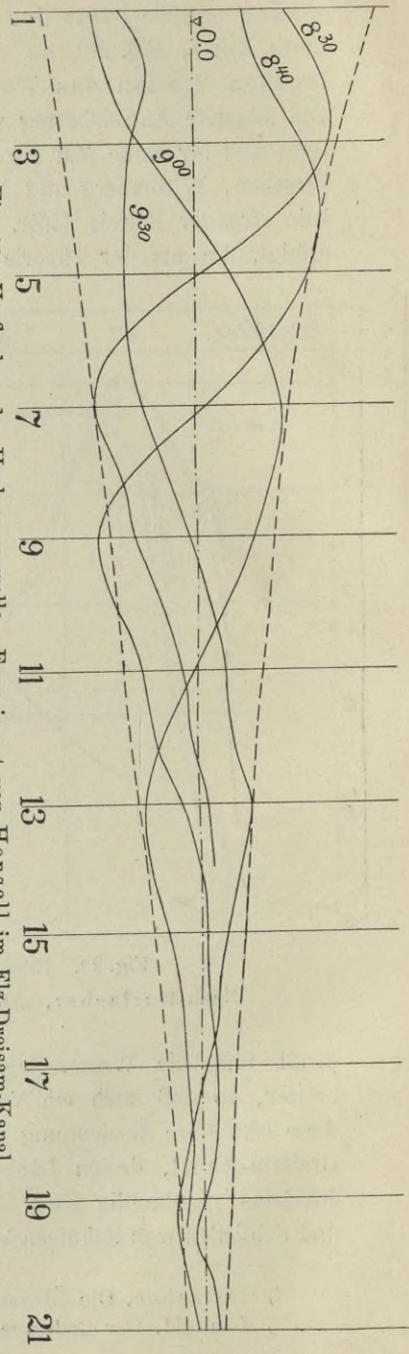


Fig. 28. Verflachen der Hochwasserwelle. Experiment von Honsell im Elz-Dreisam-Kanal.

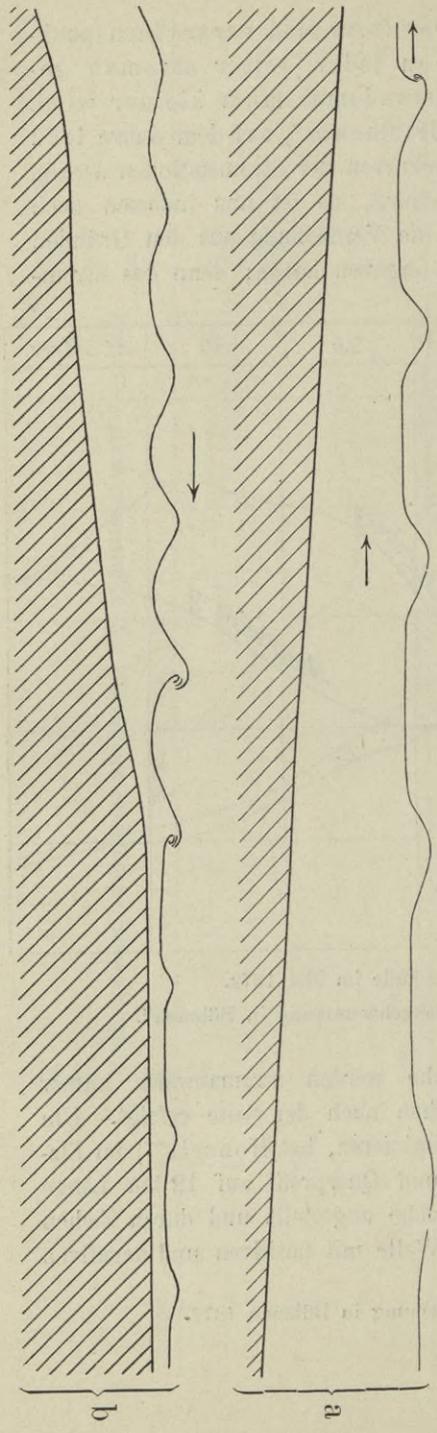


Fig. 24a u. b. Deformation von Wellen beim Auflaufen auf den Strand nach Bazin (a) und Russel (b).

Ordinaten erzeugt, deren Größe an einer Reihe von Stationen 1, 2, 3 ... zu verschiedenen Zeiten 8<sup>30</sup> ... 8<sup>40</sup> ... 9<sup>00</sup> ... 9<sup>30</sup> fixiert wurde. Durch Verbinden gleichzeitiger Wasserstandsaufzeichnungen ergab sich je die Kurvenform. Vergleicht man die maximalen Ordinaten dieser verschiedenen Kurven, so ist die Verflachung evident (vgl. Fig. 23).

Die Geschwindigkeit  $\omega$  ist ferner eine Funktion der Wassertiefe  $H$ ; je kleiner  $H$ , um so kleiner wird nach 20 und 20b der Wert für  $\omega$ . Eine gegen den Strand anlaufende Welle, die in ihren Punkten 1 und 2 gleiche Krümmung und gleiches  $h$  hat, wird sich hinten bei 2, wo  $H$  noch größer ist, rascher bewegen

und infolge davon immer höher aufrichten,\*) wobei das Volumen dasselbe bleibt, bis sie schließlich überstürzt (brandet); an dieser Stelle ist dann die Wasser-

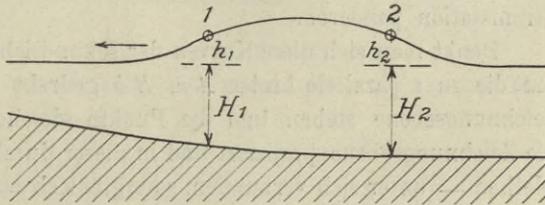


Fig. 25.  $h_1 = h_2$   
 $H_1 < H_2$

tiefe zu gering, um die Masse noch undulierend weiter zu bewegen. Dieselbe Erscheinung läßt sich bei konstanter Wassertiefe durch eine stets wachsende Wassermenge herbeiführen.\*\*\*) Es existiert also für jede Wassertiefe  $H$  eine ganz bestimmte Wassermenge, die sich aber, wegen unserer mangelhaften Kenntnis der Reibung, theoretisch nicht mit Schärfe bestimmen läßt.\*\*\*) Sobald die Wassermenge überschritten wird, ist eine Wellenbewegung ohne Brandung nicht mehr möglich. Erhält also z. B. ein Bach bei kleinem Wasser durch plötzlich einsetzende Gewitter rasch starken Zufluß, so wird die so erzeugte Welle groß im Vergleich zu der anfänglichen Wassertiefe. Diese letztere bedingt eine für die große Wassermasse zu kleine Fortpflanzungsgeschwindigkeit, und es hat dann der Wellenkopf die Tendenz schäumend zu überstürzen, so daß an Stelle einer undulierenden Fortbewegung ein eigentliches Wälzen der Fluten tritt.†)

\*) Hierher gehört auch die Erscheinung der Bore (Mascaret, Raz de marée, barre).

\*\*) Bazin, Recherches hydrauliques. S. 543/44.

\*\*\*) Versuch einer rechnerischen Bestimmung bei Boussinesq. S. 549.

†) Bazin, Recherches hydrauliques. L'onde initiale.

### 3. Wasserführung.\*)

Ausgehend von der Tatsache der Deformation, wie wir diese theoretisch erkannt und durch das Experiment bestätigt gefunden haben, können wir nun den Verlauf einer Welle folgendermaßen darstellen:

Längs einer Achse  $X$  tragen wir die Abstände  $X_A, X_B, X_C$  der Stromstationen  $A, B, C$  von einem beliebig gewählten Ausgangspunkt aus, auf und ziehen durch die Punkte  $A, B, C$  parallele Linien zur Zeitachse  $t$ . Von diesen Parallelen aus werden die Wassermengen aufgetragen, welche in den einzelnen Zeitpunkten die betreffende Stromstation passieren.

Denkt man sich diese Kurven der sekundlichen Durchflußmengen um die zu  $t$  parallele Linien  $Aa, Bb$  gedreht bis sie senkrecht zur Zeichnungsebene stehen und die Punkte gleicher Wassermenge auf die Zeichnungsebene projiziert und in dieser durch Linienzüge — Iso-plethen — unter sich verbunden, so ergibt sich das folgende reliefartige Bild der Flutbewegung (Fig. 26). In demselben sagt uns z. B. der Punkt  $N'$ : in der Stromstation  $A$  ist zur Zeit  $t_{NA}$  eine Wassermenge  $Q_3$  vorhanden. Bis diese in der Station  $B$  anlangt, verfließt die Zeit  $t_{NB} - t_{NA}$  und der zurückgelegte Weg ist  $X_B - X_A$ , somit die Geschwindigkeit  $\frac{X_B - X_A}{t_{NB} - t_{NA}}$ .

Vertikalschnitte parallel der  $X$  Achse und im Abstand  $t$  von derselben, ergeben für die Zeit  $t$  das momentane Längenprofil der Welle, ausgedrückt durch die Wassermengen. — Gehen wir auf einer Iso-plethe von einem Punkt auf einen unendlich benachbarten über, so ändern sich wohl  $x$  und  $t$  um  $dx$  und  $dt$ ,  $Q$  dagegen bleibt konstant. Die Differentialgleichung einer Iso-plethe heißt daher:

$$\frac{\delta Q}{\delta x} dx + \frac{\delta Q}{\delta t} dt = 0. \quad (1)$$

Betrachten wir nun die Durchflußmengenprofile in  $A$  und  $B$ , deren Maxima  $M_A$  und  $M_B$  sind, so erkennt man zunächst, daß das Maxi-

\*) Vergl. Annales des ponts et chaussées. 1877. 2. Sem. Note sur la théorie du mouvement non permanent des liquides et sur son application à la propagation des crues des rivières, par M. Kleitz, inspecteur général des ponts et chaussées.

zum  $M_B$  später eintritt als  $M_A$  und daß es zudem kleiner sein muß, was nach den vorigen Erörterungen über Deformation ohne weiteres verständlich ist. Die Wassermenge, die als Maximum in  $B$  zur Zeit  $t_{B^*}$  eintritt, entsteht in  $A$  erst später zur Zeit  $t_C$ . Es haben also  $M_B$  und  $C$  gleiche Ordinaten, woraus folgt, daß  $M_B$  innerhalb der Kurve  $Q_A = f(t)$  der Station  $A$  liegt; beide ergeben daher das typische Bild

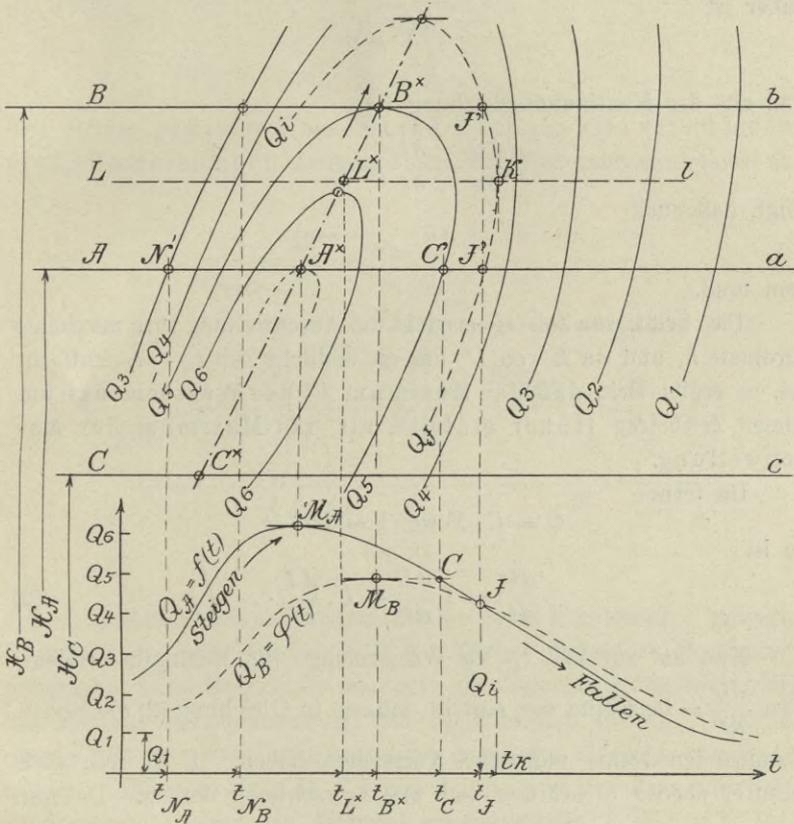


Fig. 26.

für die Kurven zweier Schnitte zwischen den Stationen  $B$  und  $C$ , also auch für zwei unendlich benachbarte Schnitte.

Zur Zeit  $t_J$  ist sowohl in  $A$  als auch in  $B$  die gleiche Wassermenge  $Q_J$  vorhanden, es muß also  $J$  der Schnittpunkt der beiden Kurven  $Q_A = f(t)$  und  $Q_B = \varphi(t)$  sein.

Nun sollen  $A$  und  $B$  unendlich nahe an  $L$  heranrücken. Der Kulminationspunkt des Unterstromprofils,  $M_B$ , wird auch dann

noch innerhalb der Durchflußmengenkurve der (unendlich nahe) oberhalb gelegenen Station liegen, und der Schnittpunkt der beiden Kurven ist offenbar da zu suchen, wo eine Vertikale (wie bei  $J'J'$ ) zwei unendlich benachbarte Punkte jener Isoplethe herauschneidet, also bei jener Isoplethe, welche den Schnitt  $Ll$  vertikal trifft, Punkt  $K$ . Dasselbst haben die beiden unendlich nahen Punkte dasselbe  $Q$ , daher ist

$$\frac{\delta Q}{\delta x} = 0$$

und aus der Kontinuitätsgleichung 3c,

$$\frac{\delta Q}{\delta x} + \frac{\delta h}{\delta t} = 0$$

folgt, daß auch

$$\frac{\delta h}{\delta t} = 0$$

sein muß.

Das heißt, zur Zeit  $t_K$  erreicht die Anschwellung ihre maximale Ordinate  $h$ , und da  $K$  von  $L^*$  um die endliche Zeit  $t_K - t_{L^*}$  entfernt ist, so ergibt sich, daß das Maximum  $L^*$  der Wassermenge um diesen Zeitbetrag früher eintritt, als das Maximum der Anschwellung.

Da ferner

$$Q = U \cdot Y \text{ wo } Y = H + h,$$

so ist

$$\frac{dQ}{dt} = Y \frac{dU}{dt} + U \cdot \frac{dY}{dt}. \quad (2)$$

Nun hat zur Zeit  $t_{L^*}$  die Wassermenge ihr Maximum erreicht, also  $\frac{dQ}{dt} = 0$ . Damit dies eintritt, müssen in Gleichung (2) die beiden Summanden rechts ungleiches Vorzeichen haben.  $Y$  ist nun stets positiv, ebenso  $U$  bei den von uns betrachteten Wellen. Da nun nach obigem zur Zeit  $t_{L^*}$  der Wert  $\frac{dY}{dt}$  noch positiv ist (Steigen, vergl. Fig. 27), so muß  $\frac{dU}{dt}$  notwendig negativ sein, die Kurve für  $U$  also nach rechts fallen; d. h.  $U_{Max}$  liegt links von  $t_{L^*}$ .

Es tritt also, indem die Welle sich ausgesprochen deformiert (bei flachem Scheitel trifft dies nicht zu), an einer Stromstation der Zeit nach zuerst  $U_{Max}$  ein, sodann  $Q_{Max}$  und hierauf  $Y_{Max}$ .

Lassen wir als Tatsache gelten, das  $U_{Max.}$  vor  $Y_{Max.}$  eintritt, so ergibt sich aus der Figur ein weiteres. Legen wir 2 Punkte 1 und 2 so, daß die ihnen zukommenden Ordinaten gleich groß sind

$$Y_1 = Y_2,$$

so ist, weil das Maximum von  $U$  zuerst eintritt, und daher  $U_1 > U_2$  ist, auch

$$U_1 Y_2 > U_2 Y_2,$$

$$\text{oder } Q_1 > Q_2 .$$

Bei einem gewissen Wasserstand  $Y$  können also verschieden große Wassermengen durchgehen; die Wassermenge, welche an

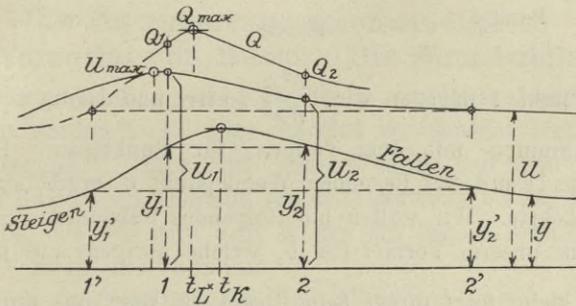


Fig. 27.

der Stromstation bei steigendem Wasser einen Pegelstand  $Y$  erzeugt, ist größer als jene, die bei fallendem Wasser demselben Pegelstand entspricht. Diese Regel, die man gern als allgemein gültig hinnimmt, hat also zur Voraussetzung, daß  $U_{Max.}$  zeitlich vor  $Y_{Max.}$  eintritt. Streng gilt sie ferner auch nur dann, wenn wir  $Y_1$  rechts von  $U_{Max.}$  wählen. Nehmen wir z. B.  $Y_1'$  und  $Y_2'$ , so wird bei dem punktiert angedeuteten Verlauf der  $U$ -Kurve möglicherweise  $Y_1' U_1' \leq Y_2' U_2'$ , entgegen der Regel, und man sieht daraus, daß für zuverlässige Schlüsse die  $U$ -Kurve notwendig bekannt sein sollte.

Da das Wasserspiegelgefälle  $J$  am vorderen Hang der Welle im allgemeinen größer ist, als auf der Rückseite, wo wir es mit  $J'$  bezeichnen wollen, so hat man auf diese Tatsache die Regel zu stützen versucht und aus der bekannten Formel  $v = c \sqrt{R J}$  gefolgert

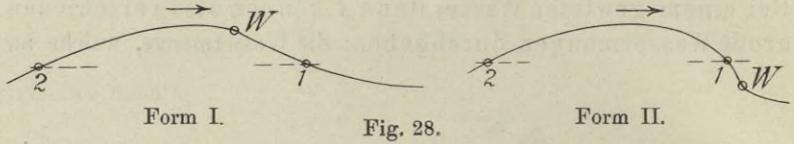
$$c \sqrt{R J} > c' \sqrt{R J'} .$$

Die Formel gilt aber nur für den Beharrungszustand, und der Beweis ist darum hinfällig.\*)

Vergleicht man die obigen Resultate mit jenen der Formel

$$U = \frac{h}{H} \cdot \sqrt{gH} \cdot \left( 1 + \frac{3h}{4H} + \frac{H^2}{6h} \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right),$$

so finden wir eine Übereinstimmung nur in gewissen Fällen. Für die folgende Wellenform I, mit dem konvexen vorderen Hang 1 W, wird in den Punkten 1 und 2  $h$  und  $H$  gleich, und nur die Krümmung verschieden sein. Am hintern flachen Hang, ist sie nahe gleich Null,



für den Punkt 1 dagegen wird  $\frac{\delta^2 h}{\delta x^2}$  positiv und darum  $U_1 > U_2$  in Übereinstimmung mit dem vorigen; für Punktepaare 1—2 der Wellenform II mit tief liegendem Wendepunkt  $W$  ergibt sich direkt das umgekehrte. Wir wollen hier folgendes feststellen:

1. Aus unserer Formel für  $U$ , welche übrigens nur gültig ist, wenn  $\frac{h}{H}$  klein, folgt direkt keine Regel, sie zeigt uns nur, daß am konvexen (konvex gegen die hor. Achse  $\curvearrowright$ ) Teil des vorderen Wellenhanges (Steigen)  $U$  größer\*\*\*) ist, als bei gleichen Tiefen des hinteren Abhanges, daß aber im übrigen die zusammengesetzten Wellen, wie ein Strom mit Nebenflüssen sie führt, stark wechselnde Verhältnisse aufweisen.

2. Die Darstellung von Kleitz ist logisch aus der Deformation — welche auch klein und auch Null\*\*\*) werden kann — abgeleitet; es liegen ihr aber keine Wassermengenbestimmungen zugrunde, welche

\*) Auch Tolkmitt sagt, die Frage ob für ein und denselben Wasserstand einer Stromstation beim Steigen oder Fallen mehr Wasser durchgehe, sei noch als offen zu betrachten, das Ing.-Handbuch von 1883 dagegen, weiß die Antwort schon genau. (Auf Grund von Messungen!)

\*\*) Daß übrigens der Unterschied nicht beträchtlich sein kann, scheinen uns die erwähnten Messungen von Greve zu beweisen, welche, obwohl bei fallendem und steigendem Wasser ausgeführt, dennoch das Gesetz der geraden Linie (für Trapezform des Querprofiles) ergaben.

\*\*\*) Siehe im nächsten Abschnitt 4, Form der „Einzelwelle.“

uns von den verschiedenen vorkommenden Fällen ein Bild geben könnten, und man muß daher die abgeleiteten Relationen als möglich vorkommend betrachten, ohne irgendwie verallgemeinern zu wollen.

3) Die genaue Kenntnis der  $U$ -Kurve neben der Pegelkurve wäre vor allem notwendig. Geschwindigkeitsmessungen, die genau genug wären die gewünschten Aufschlüsse zu geben, sind zur Zeit nicht möglich; wir würden bei den heutigen Methoden für den höchsten Pegelstand auch stets das größte  $U$  bekommen. In großen und kleinen Verhältnissen (Versuchsrinnen und Strömen) dauern heute die Messungen im Verhältnis zur Dauer des Vorganges viel zu lang. Es müßte möglich sein, die Geschwindigkeit eines Querschnittes in kürzester Zeit genügend scharf festzustellen.

#### 4. Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Versuche von Russel. Die Einzelwelle.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist von Russel experimentell untersucht worden.\*) Er zeigt zunächst verschiedene Methoden der Wellenerregung.\*\*) Eine erste besteht darin, daß man am einen Ende des Kanales ein Gewicht von der Oberfläche bis auf den Grund sinken läßt; dadurch wird dem Wasser ein Impuls erteilt, der sich als Welle längs des Kanales weiterpflanzt. — Dieselbe Welle kann auch erzeugt werden, indem eine vertikale, zunächst am Ende der Rinne stehende Querwand zuerst beschleunigt bis 3, dann verzögert, parallel zu sich selbst bis 5 bewegt und das Wasser vor derselben angestaut wird. Die aufgewendete Energie pflanzt sich in Form einer Welle als ein einziger Berg, ohne Tal, mit einer bei konstanter Wassertiefe gleichmäßigen Geschwindigkeit fort.

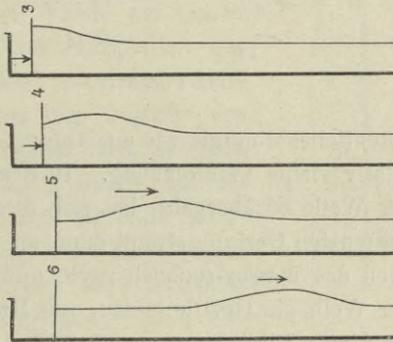


Fig. 29. Erregung von Wellen nach Russel.

\*) Die Erregung der Wellen ist in den Lehrbüchern der Hydrodynamik selten zu finden; wir führen deshalb die von Russel angegebenen Methoden hier kurz an.

\*\*) Auf Grund theoretischer Betrachtungen ist schon Green zu der Formel  $U = \sqrt{gH}$  gelangt.

Eine dritte, besonders geeignete Methode besteht in der Anwendung einer Flüssigkeitssäule, die, am einen Kanalende aufgeschüttet, sofort in Aktion tritt, wenn die Querwand (Schieber) rasch hochgezogen wird. Durch ruckweises Ziehen des Schiebers,

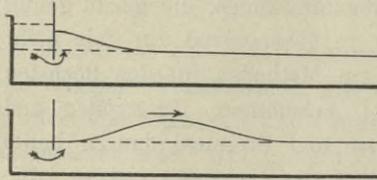


Fig. 30. Wellenerregung durch eine Flüssigkeitssäule nach Russel.

oder bei der vorigen Methode ruckweises Vorwärtsbewegen der Querwand, läßt sich eine zusammengesetzte Welle erzeugen (Fig. 32), die uns stark an die Wellenprofile auf Seite 40 erinnert und in der vorgerückten (punktier- ten) Lage die durch Deformation

entstandene typische Form deutlich zeigt. Man kann durch Färben der Drucksäule leicht demonstrieren, daß sich die Teilchen nur bis zu einer Grenzlinie  $MN$  bewegen und nicht etwa mit der Welle mitgehen. Demnach stellt das Wellenphänomen nicht eine Übertragung von Masse im engern Sinne dar, dagegen eine Übertragung von Energie; man kann am andern Kanalende, wenn die Welle gegen die Wand

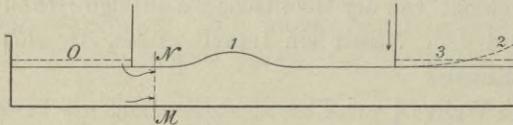


Fig. 31.

anläuft, einen Schieber fallen lassen, und erhält genau dieselbe Menge wieder und in derselben Höhenlage, also mit derselben

potentiellen Energie wie am Anfang. Die Teilchen erleiden dabei eine relativ kleine Verschiebung. In dem Momente, wo das hintere Ende der Welle vorübergeht, hat sich dieselbe gänzlich vollzogen; im unbegrenzten Gerinne strömt dann an die ursprünglichen Orte der Teilchen das Wasser sogleich nach, und in Folge davon wird sich hinter der Welle ein Gefälle bilden, was Bazin und auch Russel feststellen konnten. Diese Neigung ist um so stärker, je größer die Welle und kleiner die Tiefe. Auf der Vorderseite der Welle hingegen verrät kein Anzeichen ihr Herannahen.

Die von Russel erzeugten Wellen, von den zusammengesetzten sehen wir hier ab, stellen nun eine ganz besondere Art von Wellen dar: sie deformieren sich anfänglich lange nicht, sondern bleiben, indem sie als einziger Wellenberg auf weite Entfernung sich fort-pflanzen, von derselben Form. Schließlich müssen sie natürlich ab-nehmen und zuletzt verschwinden, weil infolge der Reibung im

Wasser selbst und an den Wänden des Gerinnes Teilchen zurückbleiben, d. h. die ihnen zufallende Bewegung nicht gänzlich ausführen, und infolge davon eine unvollkommene Energiemenge an die folgenden Teilchen weitergeben, doch ist die Abnahme um so geringer, je weiter, tiefer, regelmäßiger und glatter der Kanal ist.

Zum Festhalten der Wellenform verwendet Russel, wie vor ihm die Gebrüder Weber<sup>\*)</sup>, in sehr einfacher Weise eine trockene glatte, ebene Platte, die parallel mit den Kanallängswänden über der Welle und mit gleicher Geschwindigkeit wie diese, in der Längsrichtung bewegt und im Moment der Aufzeichnung plötzlich eingetaucht und wieder hochgezogen wird; das Wellenprofil zeichnet sich so auf der trockenen Platte selbst auf (autographic representation of waves).<sup>\*\*)</sup>

Besondere Beachtung verdient das fein ausgearbeitete chromo-photographische Verfahren von Marey<sup>\*\*\*)</sup>: Das Wasser ist in einem elliptisch ringförmigen Kanal enthalten, dessen Wände auf einem Teil der Längsseiten eben und aus Glasplatten gebildet sind. Dahinter ist eine schwarze Samtfläche ausgebreitet, davor ein bis zum Objektiv des photographischen Apparates reichender Sack gebildet. Da das Licht von unten kommt, sieht man im Apparat infolge totaler Reflexion nur die feine Randlinie der Flüssigkeit. Die Vorgänge im Innern erhält man mit Hilfe kleiner im Innern schwimmender versilberter Harz- oder Wackskügelchen; diese erscheinen auf dem Photogramm als Linien.

<sup>\*)</sup> Gebr. Weber: Wellenlehre auf Experimente gegründet. Leipzig 1825. Eine ziemlich eingehende Behandlung der Weberschen Versuche findet sich übrigens in Wüllners Lehrbuch der Experimentalphysik. 4 Bände.

<sup>\*\*)</sup> Die Abhandlung über Russels Experimente heißt: Scott Russel. Report: On Waves. Report of the fourteenth Meeting of the British Association. London 1845.

<sup>\*\*\*)</sup> Entnommen aus: Winkelmann, Handbuch der Physik. I. Bd. II. Teil. S. 1101.

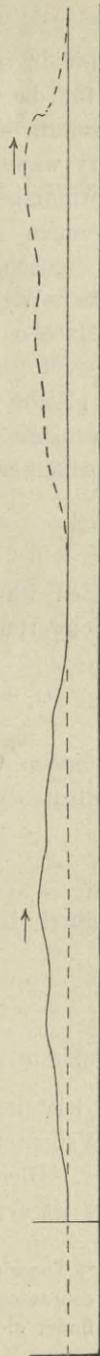


Fig. 32. Erzeugung einer zusammengesetzten Welle nach Russel.

Die im Anfang des Kapitels entwickelte Theorie ermöglicht es nun, für die spezielle, von Russel experimentell genau untersuchte, Wellenform — man nennt sie kurz Einzelwelle\*) onde solitaire, solitary wave — die Gestalt der Oberfläche und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit zu bestimmen. Die Konfrontierung der Schlußfolgerungen der Theorie mit den experimentellen Tatsachen muß dann ergeben, ob die Theorie als ein zutreffendes, genügend scharfes Bild der Wirklichkeit angesehen werden darf oder nicht.

Machen wir die abstrakte Annahme, daß sich die Welle innerhalb einer gewissen Zeitperiode nicht deformiert, so müssen alle ihre Teile gleiche Geschwindigkeit haben; ein ganz beliebiger Schnitt, in welchem die Erhebung gleich  $h$  ist, und dessen Fortpflanzungsgeschwindigkeit

$$\omega = \sqrt{gH} \cdot \left( 1 + \frac{3h}{4H} + \frac{H^2}{6h} \cdot \frac{\delta^2 h}{\delta x^2} \right) \quad (1)$$

gefunden wurde, hat also nunmehr dieselbe Geschwindigkeit, wie der Schwerpunkt der Wellenform, für welchen

$$\omega_s = \sqrt{gH} \cdot \left( 1 + \frac{h_1}{2H} \right) \text{ nach Gleichung 23. S. 38.} \quad (2)$$

Aus diesem Grunde ist dann  $h$  in Bezug auf ein mitwanderndes Koordinatensystem unabhängig von der Zeit und es wird

$$\frac{d^2 h}{dx^2} = \frac{3h}{2H^3} \cdot (2h_1 - 3h) \quad (3)$$

und durch Integration folgt

$$\left( \frac{dh}{dx} \right)^2 = \frac{3h^2}{H^3} \cdot (h_1 - h) \quad (4)$$

als Differentialgleichung der Wellenkurve. Mit  $\frac{dh}{dx} = 0$  ergibt sich aus Gleichung (4), daß  $h_1$  den Maximalwert von  $h$ , also die Höhe des Wellenscheitels über Niveau bezeichnet,  $h_1 - h$  ist daher stets positiv. Gleichung (3) liefert den Wendepunkt bei  $h = \frac{2}{3} h_1$ . Die Kurve ist symmetrisch zur Ordinate des Wellenscheitels. Geht man,

---

\*) Theorie der Einzelwelle. Boussinesq, Essai sur la théorie des eaux courantes S. 383. Eine andere Theorie stammt von Lord Rayleigh. Man findet sie bei: Wien, Hydrodynamik S. 212 § 4 und Lamb S. 488 § 248.

Tabelle von Russel.

| Abstand<br>vom<br>Nullpunkt<br><i>A</i> | $H + h_1$<br><i>B</i> | $h_1$<br><i>C</i> | $t$<br><i>D</i> | $\omega$               |  | Unterschied<br><i>G</i> |
|---|-----------------------|-------------------|-----------------|------------------------|--|-------------------------|
|   |                       |                   |                 | beobachtet<br><i>E</i> | berechnet aus<br>$\sqrt{g(H + h_1)}$<br><i>F</i> |                         |
| feets                                   | inches                | inches            | Sek.            | feets/Sek.             | feets/Sek.                                       | feets/Sek.              |
| 0                                       | 6,44                  | 1,34              | 0,0             | 0,0                    | —  | —                       |
| 40                                      | 6,41                  | 1,31              | 9,5             | 4,21                   | 4,15   | — 0,06                  |
| 80                                      | 6,35                  | 1,25              | 19,0            | 4,21                   | 4,13   | — 08                    |
| 120                                     | 6,26                  | 1,16              | 29,0            | 4,00                   | 4,11   | + 11                    |
| 160                                     | 6,16                  | 1,06              | 39,0            | 4,00                   | 4,08   | + 08                    |
| 200                                     | 6,05                  | 0,95              | 49,0            | 4,00                   | 4,04   | + 04                    |
| 240                                     | 5,86                  | 0,76              | 59,0            | 4,00                   | 3,99   | — 01                    |
| 280                                     | 5,83                  | 0,73              | 69,0            | 4,00                   | 3,96   | — 04                    |
| 320                                     | 5,76                  | 0,66              | 79,5            | 3,81                   | 3,94   | + 13                    |
| 360                                     | 5,68                  | 0,58              | 89,5            | 4,00                   | 3,91   | — 09                    |
| 400                                     | 5,63                  | 0,53              | 100,0           | 3,81                   | 3,89   | + 08                    |
| 440                                     | 5,52                  | 0,42              | 110,5           | 3,81                   | 3,86   | + 05                    |
| 480                                     | 5,51                  | 0,41              | 121,0           | 3,81                   | 3,84   | + 03                    |
| 520                                     | 5,47                  | 0,37              | 131,5           | 3,81                   | 3,83   | + 02                    |
| 560                                     | 5,42                  | 0,32              | 142,0           | 3,81                   | 3,82   | + 01                    |
| 600                                     | 5,37                  | 0,27              | 152,5           | 3,81                   | 3,80   | — 01                    |
| 640                                     | 5,36                  | 0,26              | 163,0           | 3,81                   | 3,79   | — 02                    |
| 680                                     | 5,32                  | 0,22              | 173,5           | 3,81                   | 3,78   | — 03                    |
| 720                                     | 5,31                  | 0,21              | 184,0           | 3,81                   | 3,77   | — 04                    |
| 760                                     | 5,29                  | 0,19              | 195,0           | 3,63                   | 3,77   | + 14                    |
| 800                                     | 5,27                  | 0,17              | 205,5           | 3,81                   | 3,76   | — 05                    |
| 840                                     | 5,26                  | 0,16              | 216,5           | 3,63                   | 3,75   | + 12                    |
| 880                                     | 5,25                  | 0,15              | 227,5           | 3,63                   | 3,75   | + 12                    |
| 920                                     | 5,24                  | 0,14              | 237,5           | 4,0                    | 3,75   | — 25                    |
| 960                                     | 5,23                  | 0,13              | 248,5           | 3,63                   | 3,74   | + 11                    |
| 1000                                    | 5,22                  | 0,12              | 259,5           | 3,63                   | 3,74   | + 11                    |
| 1040                                    | 5,20                  | 0,10              | 270,0           | 3,81                   | 3,73   | — 08                    |
| 1080                                    | 5,19                  | 0,09              | 281,0           | 3,63                   | 3,73   | + 10                    |
| 1120                                    | 5,19                  | 0,09              | 291,5           | 3,81                   | 3,73   | — 08                    |
| 1160                                    | 5,18                  | 0,08              | 302,5           | 3,61                   | 3,72   | + 0,11                  |

Querschnitt rechteckig.  $H = 5,10$  inches  
 $b = 12,0$  „

1 inch = 0,025 m

1 feet = 0,305 m

um die Wellenkurve genähert zu zeichnen, von den Differentialgrößen auf endliche Differenzen,

$$\left(\frac{\Delta h}{\Delta x}\right)^2 = \frac{3}{H^3} \cdot (h_1 - h) h^2,$$

so nimmt man, wenn  $h_1$  und  $H$  gegeben sind, zunächst  $h$  an, und damit auch  $\Delta h$  als Differenz zur vorhergehenden Ordinate und es berechnet sich

$$(\Delta x)^2 = \frac{H^3}{3} \cdot \frac{\overline{\Delta h}^2}{h^2(h_1 - h)},$$

Auf diese Weise ist die beigegebene Kurve (Fig. 33) berechnet.

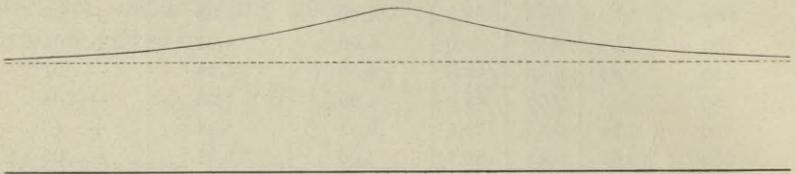


Fig. 33.

Die Geschwindigkeit nun, mit welcher die Einzelwelle sich bewegt, ist nach Gleichung 23 oder 23a S. 38

$$\omega = \sqrt{g(H + h_1)} \text{ .}^*)$$

Die auf Seite 53 stehende Tabelle II von Russels Report on waves läßt deutlich erkennen, mit wie großer Annäherung die aus der allgemeinen Theorie für einen speziellen Fall abgeleitete Formel die wirklichen Verhältnisse darstellt.

## 5. Bahnkurven der Teilchen. Kinetische Energie.

Wir haben schon darauf hingewiesen, daß in der Zeit, in welcher die Welle die Länge des Kanals durchmißt, die einzelnen Teilchen der Flüssigkeit nur kurze Strecken zurücklegen; durch Färben des Wassers oder noch einfacher durch kleine Schwimmer läßt sich das leicht nachweisen. Dabei werden die Teilchen auch gehoben und zwar jene in der Oberfläche um einen Betrag, der

\*) Aus Versuchen von Bazin in größerm Maßstabe folgt die erweiterte Formel  $\omega = \sqrt{g(H \pm h_1)} \pm U$ , gültig für Wellen mit positiven und negativen Ordinaten  $h$ , welche bei einer Stromgeschwindigkeit  $U$  stromauf ( $-U$ ) oder stromab ( $+U$ ) laufen. Bazin, Recherches sur la propagation des ondes

gleich ist der Wellenhöhe  $h_1$ . De Saint-Venant, der in den Comptes rendus 1885 S. 1101, 1215, 1445 die Theorie der Einzelwelle dargestellt hat, weist nach, daß die so entstehenden Bahnkurven Parabeln sind mit der (für alle Teilchen gleichen) Sehne

$$a_0 a'_0 = 4 \sqrt{\frac{h_1 H}{3}}$$

und das der Pfeil dieser Parabeln gleich ist

$$f = \frac{h_1}{H} \cdot z$$

also proportional der ursprünglichen Höhenlage  $z$  des Teilchens über der Sohle.

Für  $z = H$  wird  $f = h_1$ .

Indem wir nach unten gehen,  $z$  also verkleinern, werden die Parabeln immer flacher, bis schließlich an der Sohle

für  $z = 0$  der Wert  $f = 0$

wird, die Bahnkurven also in gerade Linien übergehen.

Das Teilchen beginnt seine Bewegung, wenn es vom Fuß der Welle erreicht wird; da dieser sehr flach ist, und wie wir gezeigt haben die horizontale Geschwindigkeit  $U$  eine Funktion der Wellenordinate  $h$  ist, nämlich

$$U = \frac{h}{H + h} \cdot \omega,$$

so ist die Bewegung zunächst eine sehr langsame und der zurückgelegte Weg kurz. Gegen den Scheitel hin nimmt  $U$  beständig zu und erreicht im Scheitel selbst den Maximalwert

$$U_1 = \frac{h_1}{H + h_1} \cdot \omega$$

In diesem Moment hat das Teilchen seine größte höhe  $h_1$  erreicht und bildet den Scheitel der Welle. Von da ab vermindert sich seine Geschwindigkeit wieder, und sie wird am Ende der Bahnkurve wenn das hintere, flache Ende der Welle vorübergleitet immer kleiner und schließlich Null für  $t = +\infty$ . — Bei Wellenformen wie die Hochwasserwelle sie zeigt, wird die Bahnkurve unsymmetrisch werden, der aufsteigende Teil kürzer und steil, der absteigende länger und flacher. Hat das ganze System eine Translationsgeschwindigkeit (fließendes Wasser), so werden die Bahnkurven bedeutend flacher, weil die Bogensehne sich verlängert, während  $h_1$  gleich bleibt.

Beispiel.

Es sind die Bahnkurven und die Wellenform zu zeichnen für

$$h_1 = 2,9 \text{ cm} \quad H = 12,75 \text{ cm} \quad b = 25,5 \text{ cm},$$

Aus der Differentialgleichung für die Kurvenform der Einzelwelle

$$\left(\frac{\Delta h}{\Delta x}\right)^2 = \frac{3h^2}{H^3}(h_1 - h)$$

kann man, wenn die Differentialgrößen als endliche Differenzen betrachtet werden, vom Scheitel ausgehend, einen Punkt nach dem andern konstruieren, indem man stets den vorher berechneten zugrunde legt. Um dagegen jeden Punkt unabhängig für sich selbst zu berechnen, integrieren wir. Die Differentialgleichung läßt sich schreiben:

$$(dh)^2 = \frac{3h_1}{H^3} \cdot h^2 \cdot \left(1 - \frac{h}{h_1}\right) \cdot (dx)^2.$$

Trennt man die Variablen, und substituiert rechts

$$1 - \frac{h}{h_1} = \lambda^2,$$

so ergibt die Integration:

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{\frac{3h_1}{H^3}} \cdot (x - C) &= \lg \frac{1 - \lambda}{1 + \lambda}, \\ \text{oder mit veränderten Vorzeichen} \\ - \sqrt{\frac{3h_1}{H^3}} \cdot (x - C) &= \lg \frac{1 + \lambda}{1 - \lambda}. \end{aligned} \right\}$$

Indem wir auf die Numeri übergehen, die zwei Gleichungen addiren, und

$$\sqrt{\frac{3h_1}{H^3}} = \alpha$$

setzen, wird für  $t = 0$ , wo die Integrationskonstante  $C$  verschwindet,

$$\frac{e^{\alpha x} + e^{-\alpha x}}{2} = \frac{2h_1}{h} - 1,$$

woraus

$$h = \frac{2h_1}{1 + \frac{e^{\alpha x} + e^{-\alpha x}}{2}} = f(x) \quad (1)$$

als Gleichung der Wellenlinie.

Der zweite Summand des Nenners, kurz als  $\cos$  hyperbol. bezeichnet, läßt sich mit Hilfe der Hyperbelfunktionen (Hütte Bd. I.) leicht berechnen. Die Gleichung (1) läßt erkennen, daß durch die Größen  $h_1$  und  $H$  die Wellenlinie vollständig bestimmt ist.

Aus  $h_1 = 2,9$  cm und  $H = 12,75$  cm rechnen wir nun

$$\alpha = \sqrt{\frac{3h_1}{H^3}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 2,9}{(12,75)^3}} = 0,0648$$

$$2h_1 = 5,8$$

so daß

$$h = \frac{5,8}{1 + \frac{1}{2}(e^{0,065x} + e^{-0,065x})},$$

als Gleichung der Wellenlinie.

Nun ist

|           |                                   |   |   |
|-----------|-----------------------------------|---|---|
| für $x=2$ | $\alpha x=0,0648 \times 2=0,13$ ; | $\frac{e^{\alpha x} + e^{-\alpha x}}{2} = 1,0085$ ; | $h = \frac{5,8}{1 \times 1,0085} = 2,89$ cm |
| 4         | 0,26                              | 1,0340  | 2,85  |
| 6         | 0,39                              | 1,0770  | 2,79  |
| 8         | 0,52                              | 1,1383  | 2,71  |
| 10        | 0,65                              | 1,2188  | 2,61  |
| 12        | 0,78                              | 1,3199  | 2,50  |
| 14        | 0,91                              | 1,4434  | 2,37  |
| 16        | 1,04                              | 1,5913  | 2,24  |
| 18        | 1,17                              | 1,7662  | 2,09  |
| 20        | 1,30                              | 1,9710  | 1,95  |
| 22        | 1,42                              | 1,1894  | 1,81  |
| 24        | 1,55                              | 2,4619  | 1,68  |
| 26        | 1,68                              | 2,7760  | 1,53  |
| 28        | 1,81                              | 3,1371  | 1,40  |
| 30        | 1,94                              | 3,5512  | 1,27  |
| 32        | 2,07                              | 4,0255  | 1,15  |
| 34        | 2,20                              | 4,5679  | 1,04  |
| 36        | 2,33                              | 5,1876  | 0,93  |
| 38        | 2,46                              | 5,8951  | 0,84  |
| 40        | 2,59                              | 6,7024  | 0,76  |
| 45        | 2,92                              | 9,2976  | 0,56  |
| 50        | 3,24                              | 12,7864   | 0,42  |
| 55        | 3,56                              | 17,5960   | 0,31  |
| 60        | 3,88                              | 24,2220   | 0,23  |
| 65        | 4,21                              | 33,6860   | 0,14  |
| 70        | 4,53                              | 46,3850   | 0,10  |
| 75        | 4,86                              | 65,5160   | $0,08 = \frac{h_1}{36}$                     |

Damit kann die Wellenlinie aufgetragen werden. Ferner läßt sich die über Niveau vorhandene Wassermenge

$$Q = \int_{-\infty}^{+\infty} h dx$$

bestimmen, indem man die Ordinaten  $h$  mit der Streifenbreite  $dx = 2$  cm multipliziert und die Summe bildet. Wir wollen aber  $Q$  als geschlossenen Ausdruck und als Funktion von  $h_1$  darstellen.

Die Lage eines Querschnittes sei hierbei statt durch seine Abszisse  $x$  wieder durch das vor ihm (rechts) gelegene Wasserquantum (Fig. 17)

$$q = \int_x^{\infty} h dx$$

bestimmt.

Die uns bekannte Differentialgleichung

$$\left(\frac{dh}{dx}\right)^2 = \frac{3h^2}{H^3} \cdot (h_1 - h)$$

der Einzelwelle, ergibt dann nach Trennung der Variabeln und Integration:

$$\sqrt{\frac{3}{H^3}} \cdot (q - C) = \sqrt{h_1 - h},$$

woraus

$$h = h_1 - \frac{3}{4H^3}(q - C)^2. \quad *) \quad (2)$$

Nun ist  $q = 0$  für  $x = -\infty$ , wo  $h = 0$ , daher

$$0 = h_1 - \frac{3}{4H^3} \cdot C^2$$

oder

$$C^2 = \frac{4h_1 H^3}{3}. \quad (3)$$

Da die Welle symmetrisch ist, so wird für

$$h = h_1 \quad q = \frac{Q}{2}$$

und aus Gleichung (2)

$$0 = -\frac{3}{4H^3}(q - C)^2,$$

woraus

$$C^2 = \frac{Q^2}{4} \quad (4)$$

Aus (3) und (4) folgt durch Gleichsetzen

$$h_1 = \frac{3}{16} \cdot \frac{Q^2}{H^3} \quad (5)$$

und

$$Q = 4 \sqrt{\frac{h_1 H^3}{3}}. \quad (6)$$

Die Dimension von  $Q$  ist hierin die einer Fläche. Multiplizieren wir  $Q$  mit der Breite  $b$  des rechteckigen Kanals, so ergibt dies das gesuchte Wasserquantum:

$$Q = 25,5 \times 4 \cdot \sqrt{\frac{2,9 \cdot 12,75^3}{3}} = 4570 \text{ cm}^3.$$

Erregen wir die Welle wie Russel durch eine Wassersäule, die nach seinen Angaben zweckmäßig die Höhe  $h_1$  hat, so wird der Abstand des Schiebers vom Kanalende

$$\frac{4570}{25,5 \times 2,9} \cong 62 \text{ cm}.$$

Wir berechnen nunmehr die Bahnkurven der Teilchen. Setzen wir die in den Gleichungen (4) und (5) für  $C$  und  $h_1$  gefundenen Werte in (2) ein, so wird

$$h = \frac{3}{4H^3} \cdot q(Q - q). \quad (7)$$

eine eigenartige Gleichung, in welcher die Wellenordinate als Funktion der Variablen  $q = \int_x^{+\infty} h dx$  dargestellt ist.

\*) Flamant, loc. cit. S. 37.

Ein zur Zeit  $t = -\infty$  rechts von der Welle liegender, also noch ruhender Querschnitt, habe die Abszisse  $x$ . Später wird er an der Bewegung teilnehmen und dabei in eine neue Lage  $x'$  gelangen. Das Volumen  $ABCD$  zwischen dem Schnitte  $AB$  und einem von der Bewegung noch unberührten.  $CD$ , hat sich dabei vermindert, um  $(x' - x)H$ , welche Menge sich nunmehr über dem Niveau aufgeschichtet wiederfindet, so daß also

$$q = \int_x^{+\infty} h dx = (x' - x)H, \quad (8)$$

vorausgesetzt, daß alle Teilchen des Querschnittes mit derselben mittleren Geschwindigkeit  $U$  sich verschieben und also der Querschnitt eben bleibe, eine Voraussetzung, die nach Russels Beobachtungen zulässig erscheint.

Indem nun ein mit der Geschwindigkeit  $U$  sich in der Wellenrichtung bewegendes Querschnitt dem benachbarten näherrückt und die Masse zwischen beiden sich hebt, und

zwar von der ursprünglichen Höhe  $H$  bis auf  $H + h$ , werden die einzelnen, zwischen den Schnitten gelegenen Teilchen aus der ursprünglichen Höhenlage  $\varkappa$  in eine andere  $\varkappa'$  bewegt, wobei

$$\frac{\varkappa'}{\varkappa} = \frac{H + h}{h} \quad \text{oder} \quad h = \frac{H}{\varkappa} \cdot (\varkappa' - \varkappa). \quad (9)$$

Setzen wir diese neuen Werte für  $q$  und  $h$  in (7) ein, so wird

$$\frac{H}{\varkappa} (\varkappa' - \varkappa) = \frac{3}{4H^3} \cdot (\varkappa' - \varkappa) H \cdot [Q - (\varkappa' - \varkappa)H]$$

oder, wenn wir

$$\begin{aligned} \varkappa' - \varkappa &= \xi \\ \varkappa' - \varkappa &= \zeta \end{aligned}$$

als laufende Koordinaten der Bahnkurve einsetzen,

$$\frac{H}{\varkappa} \cdot \zeta = \frac{3}{4H^3} \cdot \zeta \cdot H [Q - \xi H].$$

Berücksichtigt man für  $Q$  die Gleichung (6), so ist schließlich

$$\zeta = \frac{3\varkappa}{4H^2} \cdot \xi \left( 4 \sqrt{\frac{h_1 H}{3}} - \xi \right) \quad (10)$$

die Gleichung der Bahnkurve eines Teilchens, dessen ursprüngliche Höhe über der Sohle gleich  $\varkappa$  war. (Für  $\varkappa = H$  geht Gleichung (10) über in die von Saint-Venant gegebene Form (23) S. 1447 loc. cit., welche nur für Teilchen gilt, die zu Beginn der Bewegung in der Oberfläche lagen.)

Für  $\zeta = 1$  wird  $\xi = 4 \sqrt{\frac{h_1 H}{3}} = a_0 a'_0$

„  $\xi = 2 \sqrt{\frac{h_1 H}{3}}$  „  $\zeta = \frac{h_1}{H} 2 = f$ .

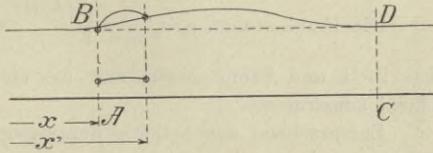


Fig. 34.

Die Bahnkurven sind bereits von Russel beobachtet worden, er hielt sie aber für Ellipsenhälften.

Für  $z = 12,75 \text{ cm} = H$  ist  $f = \frac{h_1}{H} \cdot z = h_1 = 2,9 \text{ cm}$

|             |   |          |
|-------------|---|----------|
| $z = 10,00$ | $f = \left( \frac{2,9}{12,75} \right) \cdot 10$ | $= 2,28$ |
| 8,00        | ( ) $\cdot 8$                                   | $= 1,82$ |
| 6,00        | ( ) $\cdot 6$                                   | $= 1,37$ |
| 4,00        | ( ) $\cdot 4$                                   | $= 0,91$ |
| 2,00        | ( ) $\cdot 2$                                   | $= 0,46$ |
| 0,00        |   | $= 0,00$ |

Die Parabelschen  $a_0 a_0' = 4 \sqrt{\frac{h_1 H}{3}} = 4 \sqrt{\frac{2,9 \times 12,75}{3}} = 14,04 \text{ cm}$ .

Aus Pfeil und Sehne lassen sich die einzelnen Parabeln leicht mit dem Lineal konstruieren.

Entsprechend den beliebig herausgegriffenen Wellenpunkten

|          |            |                |
|----------|------------|----------------|
| $x = 16$ | $h = 2,24$ | (Vergl. S. 57) |
| $x = 34$ | $h = 1,04$ |                |
| $x = 70$ | $h = 0,10$ |                |

rechnen wir jetzt aus der Bahnkurvengleichung eines im Niveau gelegenen Teilchens die zu den

|                          |                                  |
|--------------------------|----------------------------------|
| Ordinaten $\zeta = 2,24$ | gehörigen Abszissen $\xi = 3,35$ |
| $\zeta = 1,04$           | $\xi = 5,62$                     |
| $\zeta = 0,10$           | $\xi = 6,90$                     |

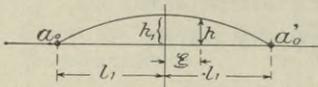


Fig. 35.

Bequemer als Gleichung (10) ist hierzu die Scheiteltgleichung der Bahnparabel

$$\frac{h_1 - h}{h_1} = \frac{\xi^2}{l_1^2}, \text{ wo } l_1 = \frac{a_0 a_0'}{2}.$$

Durch die Ordinatenendpunkte zeichnen wir sodann die dieser Lage des Teilchens entsprechende punktierte Lage der Welle. Vergl. Fig. 36. Es läßt sich dann je der Zeitpunkt berechnen, in welchem der Wellenscheitel in den Punkten  $A_1, A_2, A_3$  anlangt:

Es ist

$$\omega = \sqrt{g(H + h_1)} = \sqrt{9,81 \cdot 12,75 + 2,9} = 124 \text{ cm/Sek.}$$

Die Zeiten sind

$$t_{A_0 A_1} = \frac{3,35 + 16}{124} = + 0,16 \text{ Sek.}$$

$$t_{A_0 A_2} = \frac{5,62 + 34}{124} = + 0,32 \text{ „}$$

$$t_{A_0 A_3} = \frac{6,9 + 70}{124} = + 0,62 \text{ „}$$

Steht nun z. B. das Teilchen im Punkte I seiner Bahn, so befindet sich der Wellenscheitel in  $A_1$  — der Zeitpunkt ist  $t = + 0,16 \text{ Sek.}$  — und im

Punkt I ist die Ordinate  $h = 2,24$  cm; dieser entspricht in I eine Geschwindigkeit

$$U = \frac{h}{H+h} \cdot \omega ;$$

rechnet man diese für jeden Punkt der Bahnkurve und trägt den Wert senkrecht unter dem angenommenen Punkte auf, so entsteht das Geschwindigkeitsdiagramm

$$U = f(\xi) .$$

Aus der Bahnkurve

$$\frac{h_1 - h}{h_1} = \frac{\xi^2}{l_1^2}$$

$$\text{ist } h = h_1 \left( 1 - \frac{\xi^2}{l_1^2} \right) \quad (11)$$

und aus der Beziehung

$$U = \frac{h}{H+h} \cdot \omega$$

folgt genähert

$$h = \frac{UH}{\omega} \quad (12)$$

und aus (11) und (12)

$$U = \frac{\omega h_1}{H} \cdot \left( 1 - \frac{\xi^2}{l_1^2} \right) = f(\xi) , \quad (13)$$

d. i. die Gleichung des Geschwindigkeitsdiagrammes.

Für  $\xi = l_1$  ist  $U = 0$

„  $\xi = 0$  ist  $U = \frac{\omega}{H} h_1 = U_1$ .

Die Gleichung (13) ist die einer Parabel; führen wir daher statt der variablen Geschwindigkeit

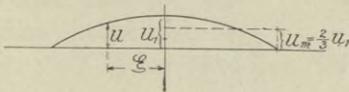


Fig. 37.

eine mittlere ein, so ist diese

$$U_m = \frac{2}{3} U_1 = \frac{2}{3} \frac{\omega}{H} \cdot h_1 \quad (14)$$

Man kann auch die Geschwindigkeit als  $U = \varphi(t)$  darstellen; diese Kurve hat erst für  $t = \pm \infty$  eine Ordinate gleich Null. Die von ihr eingeschlossene Fläche

$$\int_{t=-\infty}^{t=+\infty} U dt$$

stellt den zurückgelegten Weg, also die Strecke  $a_0 a_0' = 2l_1$  dar.

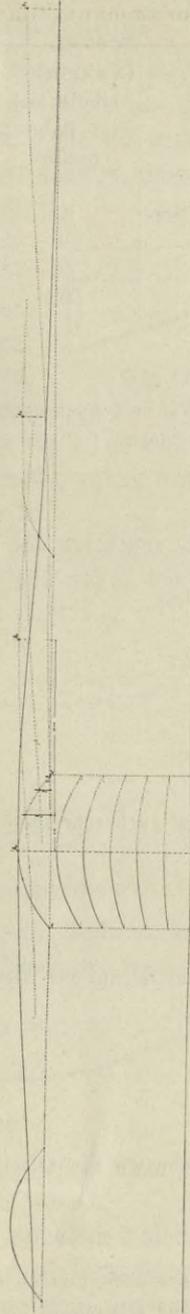


Fig. 36. Einzelwelle (Scheitelpunkte  $A_0, A_1, A_2, A_3$ ); Bahnkurven der Teilchen.

Zusammenstellung.

| Zeit            | Das Teilchen befindet sich im Bahnpunkt | Ordinate der Bahnkurve $h$ | Geschwindigkeit des Teilchens    | Der Wellenscheitel befindet sich im Punkte |
|-----------------|---|----------------------------|----------------------------------|--|
|                 |   |                            | $U = \frac{h}{H+h} \cdot \omega$ |  |
| $\pm 0,00$ Sek. | $a_0$                                   | 2,90 cm (= $h_1$ )         | 22,94 cm/Sek.                    | $A_0$                                      |
| + 0,16          | $I$                                     | 2,24                       | 18,60                            | $A_1$                                      |
| + 0,32          | $II$                                    | 1,04                       | 9,30                             | $A_2$                                      |
| + 0,62          | $III$                                   | 0,10                       | 0,008                            | $A_3$                                      |

Wir berechnen noch die kinetische Energie der in Bewegung befindlichen Wassermasse.

$$E = \frac{G}{2g} U^2 = \int b \cdot \frac{dx dy \cdot s}{2y} \cdot U^2$$

wobei

$$U = \frac{h}{H} \sqrt{gH} \text{ (genähert).}$$

Somit ist

$$E = \frac{bs}{2} \cdot \int_{x=-\infty}^{x=+\infty} dx \cdot \int_{y=0}^{y=H+h} \frac{h^2}{H} dy$$

$$= \frac{bs}{2} \cdot \int_{x=-\infty}^{x=+\infty} \frac{h^2}{H} (H+h) dx,$$

was sich auch schreiben läßt

$$E = \frac{bs}{2} \int_{x=-\infty}^{x=+\infty} h^2 \left(1 + \frac{h}{H}\right) dx.$$

Vernachlässigen wir hierbei  $\frac{h}{H}$  gegenüber der Einheit, so wird

$$E = \frac{bs}{2} \int_{x=-\infty}^{x=+\infty} h^2 dx = \frac{bs}{2} \int_0^Q h dq$$

$$= bs Q \cdot \eta,$$

und wenn wir für  $Q$  seinen Wert (6) einsetzen und  $\eta = \frac{h_1}{3}$

$$E = 4bs \cdot \sqrt{\left(\frac{h_1 H}{3}\right)^3} \quad (15)$$

Da das spezifische Gewicht  $s$  die Dimension  $[Ml^{-2}t^{-2}]$  hat, so ergibt sich für  $E$  die Dimension  $[Ml^2t^{-2}]$ , also die einer Arbeit.

## 6. Einfluß der Querprofilgestaltung.

Die Gestaltung der Wasseroberfläche im Querprofil ergibt sich aus dem, was wir früher über den Einfluß der Tiefe bzw. Tiefenänderung gesagt haben. Ist das Volumen der Welle ein gegebenes, so wird sich die Welle da, wo sie über flaches Wasser hinweggeht, aufrichten, wie wir dies am Seeufer gesehen haben, in tieferes Wasser kommend, wird sie dagegen verflachen. Hat nun ein Querprofil ungleiche Tiefe, so wird da, wo das Wasser seicht ist, die Welle kürzer und höher, und zwar, wenn der Tiefenunterschied nicht beträchtlich ist, so hoch, daß dort ihre Geschwindigkeit denselben Wert erreicht, wie auf der tiefern Seite. Fig. 38. (Russel.) Wagrecht bleibt die Wasseroberfläche während der Wellenbewegung nur dann, wenn die Tiefe des Querprofils überall gleich ist.

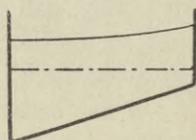


Fig. 38.

Die Oberflächenform für einen Kanal, wie die Figur 38 ihn zeigt, 12 inches breit, 5 inches tief auf der einen Seite, 1 inch auf der andern, ergab folgende Wellenhöhen:

| Tiefe Seite | Flache Seite |
|-------------|--------------|
| 2,00 inches | 2,50 inches  |
| 1,20 „      | 2,00 „       |
| 0,50 „      | 1,00 „       |

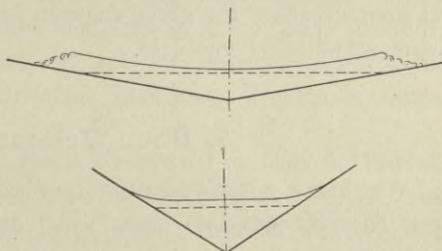


Fig. 39. Dreieckige Rinne (Russel).

Die Verhältnisse für eine dreieckige Rinne mit der größten Tiefe in der Mitte

ergeben sich ohne weiteres. Ist die Rinne sehr flach, so tritt an beiden Seiten Brandung auf, wobei eine Abdachung nach außen sich bildet (siehe Fig. 39).

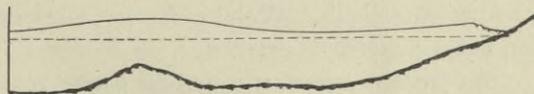


Fig. 40.

Eine Zusammensetzung zeigt die Fig. 40; im

übrigen sind wir weit davon entfernt, diese Ergebnisse einer kleinen Rinne direkt auf den Strombau übertragen zu wollen.

Mit den Resultaten von Russel steht in direktem Widerspruch eine Angabe von Tolkmitt, welcher in seinen „Grundlagen der Wasserbaukunst“ behauptet, daß die Wölbung eine konvexe, der

Wasserspiegel also in der Mitte am höchsten sei, zuweilen sogar „augenfällig“. Es drängt sich uns dabei die Frage auf: wo findet man in der Natur, die mit ihren Lichtreflexen auf dem Wasser so verführerisch spielt, eine gerade Linie, welche uns erlaubt, durch den Vergleich die Krümmung zu konstatieren? Wenn die Wölbung „augenfällig“ ist, muß sie doch recht beträchtlich sein. Die Folge davon wäre, daß der Strom, wenn er bei Hochwasser Treibeis führt, dieses an die Ufer auswerfen müßte; das Treibeis folgt aber deutlich dem Stromstrich.

In der Zeitschrift des Arch.- u. Ing.-Vereins zu Hannover (1894, Nr. 8) gibt Prof. Möller eine briefliche Mitteilung von Prof. I. Rein in Bonn bekannt, nach welcher die Lahn wiederholt bei hohem Wasserstande eine auffallend konvexe Oberfläche aufwies, deren Ausbuchtung dem Stromstrich folgte; ähnlich der Rhein bei Basel und Bonn. Man hat auch versucht, die Erhebung zu messen; Crugnola\*) stellte am Tronto bei 100 m Breite 40 cm und 55 cm fest, Lorenzo am Po bei 300 m Breite 1,50 m, das wäre  $\frac{1}{2}$  ‰. Prof. Möller hat die Erscheinung bei kleinen Gewässern durch Schwellenbildung zu erklären gesucht; für große dagegen ist eine Erklärung bis jetzt wohl kaum einwandfrei geglückt.

## 7. Über Wellenreibung.

Wir haben bereits darauf hingewiesen, daß die Formel (18) für  $U$  eines Korrektionsfaktors bedarf, weil die Gleichungen, auf welche sie aufgebaut wurde, die Reibung des Wassers im Innern und an den Wänden nicht berücksichtigen. An der Formel für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit  $\omega$  dagegen wurde eine solche Korrektur nicht angebracht und dennoch, gegen Erwarten, ihre Anwendbarkeit durch das Experiment vollauf bestätigt. Dieser scheinbare Widerspruch soll hier näher untersucht werden.

Im weitem legten wir uns die Frage vor: ist es möglich, und wenn ja, innerhalb welcher Grenzen, aus dem Verlauf von Wellen, die wir auf einem Gewässer in einer bestimmten Art erzeugen, auf die Rauigkeit des Gerinnes oder den Geschwindigkeitskoeffizienten zu schließen?

---

\*) Crugnola, „Zur Dynamik des Flußbettes“. Zeitschr. f. Gewässerkunde 1911.

Die Antwort auf diese Fragen geben uns theoretische Untersuchungen von Lamb und Wien\*); sie liefern für  $\omega$  den Ausdruck:

$$\omega = \sqrt{gH - \frac{16\pi^2 k^4}{\rho^2 \lambda^2}}$$

Dieser zeigt die Verhältnisse für niedrige Wellen in einem sehr breiten und flachen Kanal. Die Sohle soll glatt sein, damit ein Gleiten stattfinden kann, und die Geschwindigkeit nicht zu groß, damit die Berührungsfläche des Wassers mit der Sohle nicht zerreißt und Wirbel entstehen.

Die Formel zeigt nun, daß die innere Reibung der Flüssigkeit ( $k$  = Reibungskonstante und  $\rho$  = Dichte) die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Welle verzögert; man sieht aber leicht ein, daß der Minuend unter der Wurzel nahezu verschwindet, sobald die Wellenlänge  $\lambda$  groß wird, und dies trifft bei der Einzelwelle zu, sie ist eine „lange“ Welle. Darin liegt also der tiefere Grund, daß die Formel für  $\omega$ , wenn man sie auf lange Wellen anwendet, keines Korrektionsfaktors bedarf, und ferner auch die Erklärung dafür, daß die Theorie der Wellen, die doch eine ziemlich komplizierte Erscheinung darstellt, in vielen Fällen Resultate liefert, die mit dem Experiment gut übereinstimmen, während bei zahlreichen einfachern Problemen dieses nicht zutrifft.

Betrachtet man kurze periodische Wellen, bei welchen der Einfluß der Reibung deutlicher sich zeigt, so liegt der Gedanke nahe, aus der Abnahme der Amplituden (aus dem Dämpfungsfaktor) den Reibungskoeffizienten  $k$  zu bestimmen. Der Anwendung dieser Methode steht aber der Umstand entgegen, daß wir nicht wissen, wie man Wellen von bestimmter, mathematisch vorgeschriebener Form erzeugen kann, oder umgekehrt, welche mathematisch genau definierte Wellenform zu einer bestimmten Erregungsmethode gehört.

Die nachfolgende Untersuchung des Verfassers betrifft die Reibung der Einzelwelle an den Wänden des Kanals. Die hierfür nötigen Größen haben wir bereits abgeleitet und alle dargestellt als Funktionen von  $h_1$ , nämlich

die Wellengeschwindigkeit. . . . .  $\omega = \sqrt{g(H + h_1)}$   
die mittlere Geschwindigkeit eines Teilchens  $U_m = \frac{2}{3} U_1 = \frac{2h_1}{3H} \cdot \omega$

\*) Wien, Lehrbuch der Hydrodynamik. Leipzig, Hirzel 1900.

den Weg eines Teilchens . . . . .  $a_0 a_0' = 4 \sqrt{\frac{h_1 H}{3}}$

die Energie der bewegten Masse . . . . .  $E = 4 b \cdot s \sqrt{\left(\frac{h_1 H}{3}\right)^3}$

Die Arbeit, die geleistet wird, wenn die erregende Wassersäule fällt, bedingt eine Welle von einer gewissen Höhe und einer bestimmten Energie. Diese Energie wird fortwährend aufgewendet, um die nächsten Teilchen zu verschieben und in die Höhe zu heben; indem dieselben aber im zweiten Teil ihrer Bahn wieder fallen, wird die Energie wieder frei und an die folgenden Teilchen abgegeben. In dieser Weise pflanzt sie sich durch das ganze Medium bis ins Unendliche fort, als Welle von stets gleicher Form, vorausgesetzt, daß keine innere Reibung vorhanden, die Flüssigkeit also eine ideale und ferner der Widerstand an den Wänden des Gerinnes gleich Null ist.

In Wirklichkeit sind diese beiden Widerstände stets vorhanden. In bezug auf den letzteren wird vielfach (und nur für kleine Geschwindigkeiten) die Annahme gemacht, daß ein Häutchen der Flüssigkeit an den Wänden adhärirt, daß die Flüssigkeit also an diesem Häutchen vorbeigleitet und somit die Flächenreibung nichts anderes ist, als ebenfalls eine innere Reibung, der Widerstand nämlich, welchen die Schubspannungen (die Zähigkeit der Flüssigkeit) dem Aneinander vorbeigleiten der Teilchen entgegensetzt.

Wie dem auch sei, wir setzen den Widerstand einer räumlich gedachten Querschicht von der Dicke  $dx$  proportional dem spez. Gewicht  $s$  der Flüssigkeit, dem Quadrat der Geschwindigkeit  $U_m$ , mit welcher die Teilchen sich an den Wänden verschieben, ferner proportional der benetzten Fläche  $p dx$  und einem Reibungskoeffizienten

$\zeta = \frac{1}{c^2}$ , so daß

$$W = s \cdot p dx \cdot \frac{U_m^2}{c^2} \text{ *)}.$$

\*) Für die stationäre Strömung wird bekanntlich die bewegende Kraft gleich dem Widerstand gesetzt:

$$M \cdot g \sin \alpha = p dx \cdot s \cdot \frac{u^2}{c^2}$$

$$\frac{F dx \cdot s}{g} \cdot g \cdot J = p dx \cdot s \cdot \frac{u^2}{c^2},$$

woraus  $u = c \sqrt{\frac{F}{p} \cdot J} = c \sqrt{RJ}$

die bekannte Chezysehe Formel.

Inwieweit dieser Ausdruck richtig ist, ob der Widerstand sich gleichmäßig auf den benetzten Umfang verteilt, ob das quadratische Gesetz für alle Geschwindigkeiten gilt u. a. m., wollen wir nicht diskutieren; da wir darauf ausgehen, das Verhalten des gebräuchlichen Koeffizienten  $c$  zu untersuchen, müssen wir auch jenen gebräuchlichen Ausdruck für den Widerstand wählen, in welchem  $c$  vorkommt.

Der Widerstand  $W$  muß längs des Weges  $a_o a_o'$  überwunden werden. Die hierzu verbrauchte Arbeit bewirkt eine Abnahme der Wellenenergie um  $\Delta E$  und ist gleich  $\Delta E$ . Betrachten wir zwei Querschnitte  $I$  und  $II$ , die um die Strecke  $l$  voneinander entfernt sind, dann sei  $E_I$  die Energie der bewegten Masse entsprechend der Lage des Wellenscheitels in  $I$ ,  $E_{II}$  jener in  $II$ ,  $U_m$  ein Mittelwert gleich  $\frac{I U_m + II U_m}{2}$  und analog  $a_o a_o'$ , wenn  $l$  so kurz ist, daß eine geradlinige Abnahme von  $h_1$  längs  $S_I S_{II}$  vorausgesetzt werden darf.

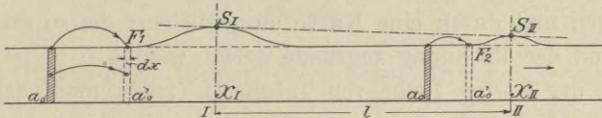


Fig. 41.

Befindet sich der Fuß der Welle in  $F_I$ , dann hat das in  $F_{II}$  befindliche Teilchen soeben eine Bahnkurve vollendet. In der Zeit nun, in welcher das hintere Ende der Welle (wir setzen hier ihre Ausdehnung als endlich voraus, was praktisch zulässig ist) bis  $F_{II}$  läuft, beschreiben alle zwischen  $F_I$  und  $F_{II}$  gelegenen Querschnitte den Weg  $a_o a_o'$ , indem ihre Teilchen Parabelbogen beschreiben. Es ist demnach die Arbeit für einen einzelnen Querschnitt

$$A = s p dx \frac{U_m^2}{c^2} \cdot \overline{a_o a_o'} = W \cdot \overline{a_o a_o'}$$

und für die sämtlichen zwischen den schraffierten Querschnitten gelegenen räumlichen Querschichten

$$A = s p \cdot l \cdot \frac{U_m^2}{c^2} \cdot \overline{a_o a_o'}$$

Diese Arbeit wird geleistet auf Kosten der lebendigen Kraft der bewegten Masse, sie muß also gleich sein der Änderung derselben:

$$s p \cdot l \cdot \frac{U_m^2}{c^2} \cdot \overline{a_o a_o'} = E_I - E_{II} = 4 b s \cdot \sqrt{\left(\frac{H}{3}\right)^3} \cdot (I h_1^{3/2} - II h_1^{3/2}),$$

woraus

$$c^2 = \frac{p \cdot l \cdot U_m^2 \cdot \overline{a_o a'_o}}{4 b \cdot \sqrt{\left(\frac{H}{3}\right)^3 \cdot (I h_1^{3/2} - II h_1^{3/2})}}$$

Dabei ist also vorausgesetzt, daß es gelingt, Wellen von der auf Seite 56 gewonnenen mathematischen Form auf experimentellem Wege zu erzeugen.

Aus der Russelschen Tabelle haben wir nun von der Stelle ab, wo  $\frac{h_1}{H} \cong 0,1$  wird, für je zwei um 40 Fuß = 12,20 m entfernte

Querschnitte *I* und *II* die Höhen  $h_1$  entnommen und aus denselben alle im vorigen Ausdruck für  $c^2$  vorkommenden Größen berechnet, vergl. Tabelle I und II. Aus der Tabelle von Russel (S. 53) ist in der Vertikalreihe *C*, sobald man zwischen den beobachteten Werten  $h_1$  die Differenz bildet, zu ersehen, daß dieselben sich unregelmäßig ändern; wir haben sie deshalb als Ordinaten in gleichen Abständen aufgetragen und durch eine Kurve ausgeglichen; die so erhaltenen Werte sind der Rechnung zugrunde gelegt worden.

Aus der letzten Reihe von Tabelle II ersieht man, daß  $c$  unverhältnismäßig rasch abnimmt, während sich die Geschwindigkeit  $U$  nur wenige Zentimeter ändert. Wir können also zunächst feststellen: In kleinen Gerinnen nimmt bei kleinen Geschwindigkeiten der Koeffizient  $c$  mit abnehmender Geschwindigkeit rasch ab. Es ist interessant, dieses Ergebnis mit einer Bemerkung von Ganguillet und Kutter zu vergleichen. Auf Seite 120 der Brochüre\*) vom Jahre 1877 steht der Passus: „Eine Modifikation oder Abänderung unserer ersten Formel haben wir bis jetzt nicht für nötig gehalten; hingegen dürfen wir nicht unerwähnt lassen, daß unsere Formel eine Variation des Koeffizienten  $c$  enthält, welche noch einige Zweifel veranlaßt, nämlich eine starke Abnahme mit der Abnahme des Gefälles bei kleinen Kanälen mit sehr glatten Wänden. Da wir aber von solchen Kanälen für kleine oder sehr geringe Gefälle keine Messungsergebnisse besitzen, so können wir nicht untersuchen, ob unsere Zweifel begründet sind oder nicht.“ (Fig. 42.) Die von Ganguillet und Kutter nach Meßresultaten aufgetragenen

\*) Ganguillet und Kutter, Versuch zur Aufstellung einer neuen allgemeinen Formel für die gleichförmige Bewegung in Flüssen und Kanälen. Bern, Lang Cie, 1877.

Punkte weisen also bereits auf eine starke Abnahme von  $c$  für kleine Gerinne hin, und das Ergebnis unserer Untersuchung, bei der wir einen ganz andern Weg eingeschlagen haben, scheint also damit in vollem Einklang zu stehen; die Größe von  $c$  weicht allerdings

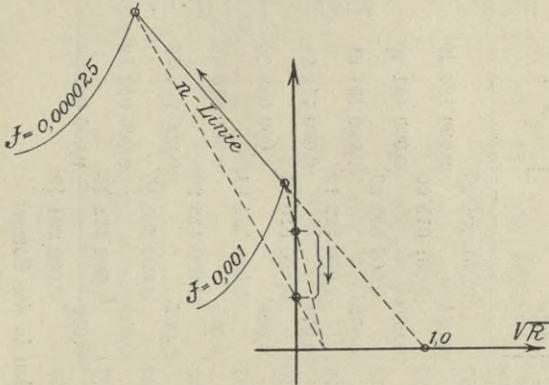


Fig. 42.

von den Bazinschen Werten (falls deren Anwendung auf diesen Meßbereich zulässig sein sollte), wenn wir  $c = \frac{87}{1 + \gamma \sqrt{\frac{p}{E}}}$  und  $\gamma = 0,06$

setzen, beträchtlich ab.

Ein Blick in die Tabellen I und II zeigt,

1. daß  $l$  konstant ist,
2. daß  $p$  und  $\omega$  beinahe konstant sind,
3. daß  $\alpha_o \alpha_o'$  etwa 1,5 mal kleiner wird und  $U_m^2$  etwa 3 mal kleiner werden sollte, wenn  $\Delta E$  etwa 4,5 mal kleiner wird und  $c$  dabei annähernd gleich bleiben soll.

Nun nimmt aber  $U_m^2$  viel schneller ab, etwa 6 fach, und bedingt damit auch die rasche Abnahme von  $c$ .

Dies führt den Verfasser auf die Vermutung, daß im vorliegenden Falle nicht mehr das quadratische Widerstandsgesetz Gültigkeit hat,\*) sondern ein Gesetz, in welchem der Exponent von  $U$  kleiner ist als 2, vielleicht 1,5 oder 1. — In seiner neu erschienenen Aerodynamik (Teubner, Leipzig 1909) zeigt Lanchester für eine

\*) Vgl. hierzu: Biel, Mitteilungen über Forschungsarbeiten. Heft 44. S. 9—11 und das Diagramm Fig. 6.

Tabelle I.

| Abstand vom Nullpunkt | $h_1$     |        | $p$    | $\omega = \sqrt{g(H+h_1)}$ | $\frac{H}{h_1}$ | $U_1 = h_1 \cdot \omega$ | $U_m = U_1 \cdot \frac{3}{2}$ | Mittel aus 12 Stationen | Quadrat des Mittels | $\frac{1}{h_1^2}$ | Mittel aus 2 Stationen | $h_1^{\frac{3}{2}}$ | $I h_1^{\frac{3}{2}} - II h_1^{\frac{3}{2}}$ | $4b \cdot \sqrt{\left(\frac{H}{3}\right)^3 \cdot (I h_1^{\frac{3}{2}} - II h_1^{\frac{3}{2}})}$ | Nenner       |               |
|-----------------------|-----------|--------|--------|----------------------------|-----------------|--------------------------|-------------------------------|-------------------------|---------------------|-------------------|------------------------|---------------------|--|---|--------------|---------------|
|                       | Engl. Fuß | Meter  |        |                            |                 |                          |                               |                         |                     |                   |                        |                     |  |   |              |               |
| 440                   | 0,42      | 0,0105 | 0,0113 | 0,578                      | 1,17            | 0,090                    | 0,105                         | 0,070                   | 0,065               | 0,00              | 423                    | 0,106               | 0,087  | 0,001 201 20  | 0,000 186 20 | 0,000 001 955 |
| 480                   | 0,41      | 0,0103 | 0,0101 | 0,575                      | 1,16            | 0,080                    | 0,092                         | 0,061                   | 0,057               | 0,00              | 325                    | 0,100               | 0,082  | 0,001 015 00  | 0,000 161 20 | 0,000 001 693 |
| 520                   | 0,37      | 0,0093 | 0,0090 | 0,573                      | 1,16            | 0,070                    | 0,081                         | 0,054                   | 0,051               | 0,00              | 260                    | 0,095               | 0,078  | 0,000 853 80  | 0,000 131 65 | 0,000 001 382 |
| 560                   | 0,32      | 0,0080 | 0,0080 | 0,571                      | 1,15            | 0,063                    | 0,072                         | 0,048                   | 0,045               | 0,00              | 203                    | 0,089               | 0,073  | 0,000 722 15  | 0,000 111 21 | 0,000 001 168 |
| 600                   | 0,27      | 0,0068 | 0,0072 | 0,569                      | 1,15            | 0,056                    | 0,064                         | 0,043                   | 0,041               | 0,00              | 168                    | 0,085               | 0,070  | 0,000 610 94  | 0,000 086 90 | 0,000 000 912 |
| 640                   | 0,26      | 0,0065 | 0,0065 | 0,568                      | 1,15            | 0,051                    | 0,059                         | 0,039                   | 0,037               | 0,00              | 137                    | 0,081               | 0,067  | 0,000 524 04  | 0,000 070 86 | 0,000 000 744 |
| 680                   | 0,22      | 0,0055 | 0,0059 | 0,567                      | 1,14            | 0,046                    | 0,052                         | 0,035                   | 0,033               | 0,00              | 109                    | 0,077               | 0,063  | 0,000 453 28  | 0,000 067 33 | 0,000 000 706 |
| 720                   | 0,21      | 0,0053 | 0,0053 | 0,566                      | 1,14            | 0,042                    | 0,048                         | 0,032                   | 0,030               | 0,00              | 090                    | 0,073               | 0,060  | 0,000 385 85  | 0,000 053 30 | 0,000 000 560 |
| 760                   | 0,19      | 0,0048 | 0,0048 | 0,565                      | 1,14            | 0,038                    | 0,043                         | 0,028                   | 0,027               | 0,00              | 073                    | 0,069               | 0,057  | 0,000 332 55  | 0,000 041 36 | 0,000 000 434 |
| 800                   | 0,17      | 0,0043 | 0,0044 | 0,564                      | 1,14            | 0,034                    | 0,039                         | 0,026                   | 0,027               | 0,00              | 073                    | 0,066               | 0,054  | 0,000 291 19  |              |               |

Diese Werte für je zwei um 40 engl. Fuß entfernte Stationen werden in die Formel

$$e^2 = \frac{p \cdot l \cdot U_m^2 \cdot \overline{\alpha_0 \cdot \alpha_0'}}{4b \cdot \sqrt{\left(\frac{H}{3}\right)^3 \cdot (I h_1^{\frac{3}{2}} - II h_1^{\frac{3}{2}})}}$$

eingesetzt und ergeben so die Werte e in der Tabelle II (letzte Vertikalreihe).

Tabelle II.

| $p \times l$        | $\times$ | $U_m^2$  | $\times$ | $\overline{a_0 a'_0} =$ | Zähler        | Nenner (Tab. I) | Quotient $e^2$ | $e$ |
|---------------------|----------|----------|----------|-------------------------|---------------|-----------------|----------------|-----|
| $0,57 \times 12,20$ |          | 0,00 423 |          | 0,084 =                 | 0,003 518 860 | 0,000 001 955   | 1800           | 42  |
| 0,57                |          | 0,00 325 |          | 0,080                   | 0,001 808 000 | 0,000 001 693   | 1068           | 33  |
| 0,57                |          | 0,00 260 |          | 0,075                   | 0,001 356 030 | 0,000 001 382   | 981            | 31  |
| 0,57                |          | 0,00 203 |          | 0,071                   | 0,001 002 279 | 0,000 001 168   | 858            | 29  |
| 0,57                |          | 0,00 168 |          | 0,068                   | 0,000 794 376 | 0,000 000 912   | 871            | 29  |
| 0,57                |          | 0,00 137 |          | 0,065                   | 0,000 619 190 | 0,000 000 744   | 831            | 29  |
| 0,57                |          | 0,00 109 |          | 0,062                   | 0,000 469 951 | 0,000 000 706   | 664            | 26  |
| 0,57                |          | 0,00 090 |          | 0,059                   | 0,000 369 574 | 0,000 000 560   | 660            | 26  |
| 0,56                |          | 0,00 073 |          | 0,056                   | 0,000 279 292 | 0,000 000 434   | 643            | 25  |

durch eine Flüssigkeit bewegte Platte, daß deren Widerstand sich zunächst linear mit der Geschwindigkeit ändert (Stokessches Stadium), hierauf proportional  $U^{1.5}$  (von Lanchester abgeleitet und durch Experimente von Allen bestätigt) und bei größeren Geschwindigkeiten proportional  $U^2$ . Ergebnisse der Ballistik lassen uns vermuten, daß bei weiterer Zunahme von  $U$  der Widerstand proportional  $U^m$  sein wird, wo  $U > 2$  ist. Stellt man die Zunahme von  $U$  und  $W$  graphisch dar, so gehen die Kurventeile, welche den verschiedenen Stadien entsprechen, ganz allmählich ineinander über.

Ohne Zweifel liegen in unserm Fall die Verhältnisse ähnlich. Wenn wir die Rechnung mit der ersten Potenz von  $U$  durchführen, so bleibt der entsprechende Geschwindigkeitskoeffizient (der nunmehr mit der Chezy'schen Formel nichts mehr gemein hat)

$$c'^2 = \frac{p \cdot l \cdot U \cdot a_o a'_o}{4 b \cdot \sqrt{\left(\frac{H}{3}\right)^3} \cdot (Ih_1^{3/2} - IIh_1^{3/2})}$$

prozentual in viel engeren Grenzen, vgl. Tab. III.

Tabelle III.

| $p \times l \times U \times a_o a'_o =$ Zähler (Nenner s. Tab. I); |               |                |                  | Quotient $c'^2$ ; $c'$ ; |        | $\frac{c'}{4}$ |    |
|--|---------------|----------------|------------------|--------------------------|--------|----------------|----|
| 0,57   | $\times 12,2$ | $\times 0,065$ | $\times 0,084 =$ | 0,037 968 840            | 19 420 | 139            | 35 |
| 0,57   |               | 0,057          | 0,080            | 0,031 710 240            | 18 730 | 137            | 35 |
| 0,57   |               | 0,051          | 0,075            | 0,026 499 050            | 19 247 | 139            | 35 |
| 0,57   |               | 0,045          | 0,071            | 0,022 218 030            | 19 022 | 138            | 35 |
| 0,57   |               | 0,041          | 0,068            | 0,019 387 752            | 21 258 | 146            | 36 |
| 0,57   |               | 0,037          | 0,065            | 0,016 724 370            | 22 480 | 150            | 37 |
| 0,57   |               | 0,033          | 0,062            | 0,014 227 884            | 20 153 | 142            | 35 |
| 0,57   |               | 0,030          | 0,059            | 0,012 308 580            | 21 980 | 148            | 37 |
| 0,56   |               | 0,027          | 0,056            | 0,010 514 448            | 24 227 | 156            | 39 |

Die angeführte Methode mag geeignet erscheinen für das Studium der Reibungsverhältnisse innerhalb des Bereiches kleiner Geschwindigkeiten und zur experimentellen Prüfung verschiedener Hypothesen; da sie allein die Beobachtung der einen Größe  $h_1$  erfordert, ist sie verhältnismäßig einfach; die Kontrolle, ob die Form der Gleichung (1) S. 56 genügt wäre allerdings stets am Platze.

Weitere Beobachtungen von Russel liegen uns leider nicht vor. Die hier angegebenen besitzen nicht die Schärfe, die wünschenswert wäre, und wir haben sie lediglich dazu benutzt, um den allgemeinen Verlauf der Rechnung zu zeigen. Die Resultate von

Bazin, welcher im Kanal von Bourgogne ähnliche Versuche in größerem Maßstab angestellt hat, sind leider hier nicht verwertbar, weil Bazin eine annähernd horizontale Oberfläche durch Stau erzeugt hat, wodurch sich in der Längsrichtung ungleiche Tiefen ergeben; zudem ist der Kanalquerschnitt auch in der Querrichtung von ungleicher Tiefe.

Kann bei Versuchen die Breite des rechteckigen Kanales variiert werden, so wird auch der Einfluß der Änderung von  $p$  in die Erscheinung treten. Läßt man die Geschwindigkeit zunehmen, indem man auf größere Tiefen übergeht, dann wird von einer kritischen Geschwindigkeit ab, die für jeden Rauigkeitsgrad wieder eine andere ist, ein Zerreißen der gleitenden Berührungsfläche und damit ein Pulsieren sich bemerkbar machen. Von diesem Punkte an ist dann an Stelle von  $p$  sehr wahrscheinlich der hydraulische Radius  $R = \frac{F}{p}$  in die Rechnung einzuführen. Da die turbulente Bewegung einen großen Teil der Energie verzehrt, muß ihr Auftreten sich in der raschen Abnahme der Werte  $h_1$  äußern.

## 8. Exkurs über die Theorie und das Experiment.

Zwei Behandlungsweisen, Vergleich. Unzulänglichkeiten der Theorie. Die scheinbar voraussetzungslose experimentelle Methode. Einfachheit der Naturgesetze. Die Theorie ein Provisorium; Umwandlung und weiterer Ausbau.

Wir haben in diesem Kapitel auf die Wellenbewegung eine Art der theoretischen Behandlung angewendet, wie sie bei der Lösung von Problemen der Wasserbaukunst nur sehr wenig gebräuchlich ist und die sich wesentlich von den einfachen Entwicklungen unterscheidet, auf welche der Ingenieur seine Formeln für Schleusen, Überfälle, für den Stau usw. zu gründen pflegt. Es mag daher hier der Ort sein über die Theorie und das Experiment einige Betrachtungen anzuschließen.

Was den besagten Unterschied in der Behandlung hydrodynamischer Probleme betrifft, so wird derselbe im wesentlichen wohl richtig gekennzeichnet, wenn man eine Methode der Physiker (hydrodynamische Theorie) und eine solche der Ingenieure (praktische Hydraulik) unterscheidet; betrachten wir zunächst die letztere, soweit sie die Vorgänge auf offenem Wasser betrifft.

Um das Jahr 1740 führte Daniel Bernoulli das Prinzip der lebendigen Kraft in die Hydraulik ein und hat diese damit ganz

wesentlich gefördert. Dazu tritt das Theorem von Toricelli

$$v = \sqrt{2gh} \quad \text{oder} \quad h = \frac{v^2}{2g}$$

und die einfache Relation

$$Q = F \cdot v.$$

Für die Reibung ist

$$R = \gamma p \cdot \frac{v^2}{c^2}$$

der gebräuchliche Ausdruck. Diese einfachen Beziehungen ermöglichen bereits die Geschwindigkeit in einem Gerinne als Funktion des Gefälles und der Querschnittsdimensionen auszudrücken

$$v = c \sqrt{R \cdot J}$$

und eine Gleichung für die ungleichförmige Bewegung ohne Zeitfunktion aufzustellen. Auf ihnen basiert die Berechnung der Stau- und der Senkungskurve, die Theorie der Bidoneschen Schwelle, sowie eine Erklärung der Brandung und gewisser Wellenerscheinungen (Möller). Man durchblättere z. B. das Ingenieur-Handbuch oder Rühlmanns Hydromechanik, und man wird beinahe alles in ganz einfacher mathematischer Entwicklung auf diesen Grundlagen aufgebaut sehen.

Für den Physiker bilden dieselben Vorgänge einen Teil der Mechanik deformierbarer Körper. Er geht aus von der Betrachtung eines Teilchens, dessen Flächen zu den Koordinatenebenen parallel angenommen werden, unbekümmert darum, ob solche Teilchen vorkommen oder nicht. Er untersucht die Komponenten der auf dieses Teilchen wirkenden äußeren Kräfte, macht Annahmen über die Größe von Druckkräften und gelangt so zu fundamentalen Gleichungen, welche die Bewegungen des Teilchens und den Druck bestimmen. Je nach dem Problem gestalten sich dann die Verhältnisse an den Grenzen (eine solche ist auch die Oberfläche), und so kommen neue Beziehungen hinzu. Kurz, es treten eine ganze Reihe physikalischer Größen in Beziehung zueinander und es ist dann Aufgabe der mathematischen Entwicklung neue Zusammenhänge herzuleiten welche von den wirklichen Vorgängen ein möglichst ähnliches Bild geben sollen.

Der Physiker wählt dabei seine Probleme frei; es ist ihm zunächst gleichgültig, ob deren Lösung sich für die Praxis als fruchtbar erweise oder nicht; während für ihn die Devise *l'art pour l'art* volle

Gültigkeit hat, bemüht sich der Wasserbautechniker den praktischen Bedürfnissen entgegenzukommen und für einzelne Sonderfälle mit einfachen Mitteln eine annehmbare Lösung zu suchen. Dabei muß er darauf verzichten, ein einheitliches System zu schaffen. Der Physiker dagegen ist bestrebt, auf einer breiten Grundlage unter Aufbietung aller Mittel, die ihm die Mathematik zur Verfügung stellt, ein einheitliches Lehrgebäude zu errichten, das die Gesamtheit der Erscheinungen in allen ihren Zusammenhängen erkennen läßt und als ein großes Ganzes alle Aufgaben als Teile in sich enthält.

Während daher die Hydraulik für neuartige Untersuchungen kaum eine Basis bilden wird, bieten die breiteren Grundlagen der Hydrodynamik die Möglichkeit auch an verwickelte Probleme heranzutreten; die Theorie der Wellenbewegung, von Ebbe und Flut, der Wirbelbewegung u. a. m. sind darauf aufgebaut worden.

Daß bestimmte Aufgaben sowohl nach der einen als auch nach der andern Methode behandelt worden sind, kommt vor. Es wäre auch sehr wohl denkbar, daß mehrere, denselben Gegenstand betreffende Theorien kombiniert werden, wobei dann selbstredend in deren grundlegenden Annahmen nicht Widersprechendes enthalten sein darf.

In Bezug auf die erreichbare Genauigkeit kann im allgemeinen nicht der einen Methode der Vorzug vor der andern gegeben werden. Die Genauigkeit, teils befriedigend, teils völlig ungenügend, ist bei beiden abhängig von der Richtigkeit der gemachten Annahmen, sowie von der Art des Problemes selbst. Die Vorgänge allgemein zu beschreiben, vorauszusagen z. B. daß Wellen auftreten, mit oder entgegen dem Strom, mit was für typischen Formen und welches die Bahnen der Teilchen sein werden, gelingt der Theorie weit eher, als dazu in jeder Richtung die Dimension präzise anzugeben. Die Praxis fordert aber gerade Schärfe in der Bestimmung von Maß und Zeit und da ist denn in vielen Fällen die hydrodynamische Theorie so unzureichend und dies besonders überall dort, wo die Reibung mit hineinspielt, daß die Technik sich für ihre Zwecke eine besondere Behandlungsweise „zurechtgemacht“ hat, wie Wien in seinem Vorwort sagt.

Diese Unzulänglichkeit der hydrodynamischen Theorie beruht nun aber nicht auf Unrichtigkeiten und Fehlern in derselben, sie ist vielmehr eine Folge ihrer Unfertigkeit und unserer gänzlich ungenügenden Kenntnis der Reibungserscheinungen. Deren Gesetze

experimentell zu erforschen und theoretisch zu formulieren, wird zu den Aufgaben der nächsten Zeit gehören, und es ist dabei zu erwarten, daß die Ärodynamik, die neuerdings mit großen Mitteln an der Arbeit ist, auch das Gebiet der Hydrodynamik befruchten wird.

Die erwähnten Mängel der hydrodynamischen Theorie könnten vielleicht die Ansicht aufkommen lassen, daß die experimentelle Erforschung mit ihren Versuchsreihen, das direkte Befragen der Natur, scheinbar ohne alle Voraussetzung, die einzig richtige Methode sei. Daß aber diese keineswegs so voraussetzungslos ist, wie man leicht anzunehmen geneigt ist, soll zunächst gezeigt werden.

Betrachten wir als Beispiel Messungen mit dem Woltmannschen Flügel, einem Instrument, das im Laufe der Zeit erhebliche Verbesserungen erfahren hat. Die Lagerung der Flügelwelle ist aufs sorgfältigste ausgebildet, der Zählapparat vervollkommenet, die Führungsstange umgeformt worden. Durch Einschalten eines Morse'schen Chronographen ist es Harlacher gelungen, sogar die Pulsation des Wassers durch eine Kurve darzustellen; aber auch dies nur genähert, denn schließlich hat jeder neue Stoß am Flügel ein neues Anlaufsmoment zu überwinden, das um so größer ist, je mehr Masse der Flügel hat und je rascher er sich dreht. Daneben treten auch direkte Störungen auf, wie sie durch die Führungsstange, die Befestigung, das Zählgehäuse und andere Teile des Apparates hervorgerufen werden.

Ein weiteres, für unsere Betrachtung wichtiges Moment tritt hinzu: der Flügel muß tariert, eine Instrumentenkonstante, der sogenannte Flügelkoeffizient bestimmt werden. Durch zahlreiche Versuchsfahrten werden gewisse Werte gewonnen, Tourenzahlen, Fahrzeiten, Längen gemessen und die Resultate zu Punktreihen aufgetragen, die wir dann auf graphischem Wege oder nach den Gesetzen der Fehlertheorie ausgleichen. Das völlige Verstehen des Instrumentes erfordert also gewisse Vorkenntnisse und seine Verwendung setzt voraus, daß wir die Prinzipien, nach denen es gebaut ist, als zu Recht bestehend anerkennen. Voraussetzungslos ist also die Anwendung von Instrumenten keineswegs. Man sieht einen Beobachter, der Umdrehungen zählt und die Zeiten notiert, was aber schließlich resultiert, ist eine Geschwindigkeit, die mit den erstern Größen in einem obskuren Zusammenhang steht für denjenigen, dem die theoretischen Voraussetzungen eines solchen Meßverfahrens nicht bekannt sind.

Eine zweite und vielleicht die größere Schwierigkeit bietet sich darin, für die Ergebnisse einer Messung eine symbolische Form zu finden, denn nur durch diese ist es uns möglich, dieselben in eine mathematische Entwicklung einzuführen. Die Schwierigkeiten, die sich einem dabei entgegenstellen, werden trefflich illustriert\*) durch die zahllosen Versuche, für die Geschwindigkeitskurve in der Vertikalen eine Gleichung zu finden. Weisbach ersetzt dieselben genähert durch eine Gerade, indem er sich auf Messungen am La Plata bezieht. Andere substituieren eine Parabel mit horizontaler Achse, deren Lage unter der Oberfläche Humphreys und Abbot aus 222 Beobachtungen zu 0,317 t gefunden haben und welchen Wert Grebenau durch eine große Reihe eigener und fremder Messungen bestätigt zu finden glaubte. Durch eigene Versuche gelangte Hagen zu einer Parabel mit in der Flußsohle gelegenen Scheitel, Göcker und Jucker zu einer aus zwei Parabeln zusammengesetzten Geschwindigkeitskurve, und neuerdings sucht Jasmund nachzuweisen, daß diese eine logarithmische Linie sein muß.

Auffallend ist es übrigens, daß diese Kurve um jeden Preis eine Parabel hätte sein sollen und fraglich jedenfalls, ob ein so einfaches Gesetz wirklich den tatsächlichen Verhältnissen entspricht. „Man lasse sich nicht verführen durch den Reiz, den die einfachen Formeln auf uns ausüben; wir betrachten diesen Reiz nicht mehr als die Äußerung einer größern Sicherheit. Früher gab es freilich eine Zeit, in der die Einfachheit der Naturgesetze als unbezweifelbares Dogma galt, wo man jede verwickelte algebraische Gleichung verwarf und die Einfachheit höher wertete, als die weniger einfachen Resultate des Experimentes.“\*\*)

Wenn also auf Grund von Experimenten — und auf rationalistischer Grundlage erst recht — eine ganze Reihe von symbolischen Formen für ein Gesetz zunächst gleichgütig möglich sind, so wird man erkennen, daß bei der Wahl der Hypothesen eine gewisse Willkür herrscht, daß oft keine Gewißheit entscheidet, welche unter ihnen für die Theorie am fruchtbarsten sein wird. Dies mag allen denen merkwürdig erscheinen, die in der Mathematik gesehen haben, wie zu den alten, unbestrittenen, als ewige Wahrheiten

---

\*) Ein gutes Beispiel hierfür bietet uns die Aufstellung der Kutter-schen Formel.

\*\*\*) Duhem, Ziel und Struktur der physikal. Theorien. (Barth, Leipzig 1908).

erkannten Sätzen neue, ebenfalls ganz definitive hinzutreten. Aber die Physik, obwohl sie von der Mathematik ausgiebigen Gebrauch macht, unterscheidet sich hier wesentlich von ihr. Jedes physikalische Gesetz ist nur eine gewisse Annäherung und in dem Maße, wie die Forschungsmethoden ausgebaut, die Fehlerquellen eliminiert werden, ziehen sich auch die Grenzen, die uns von der Wahrheit trennen, immer mehr zusammen. Bevor z. B. Langley seine berühmten Versuche über den Luftwiderstand angestellt hatte, nahm man diesen allgemein der Fläche proportional an; Langley hat aber gezeigt, daß er auch wesentlich abhängt von der Form der Fläche und der Art und Weise ihrer Exposition gegen den Wind. Die Folge davon ist, daß sich der Faktor  $F$  auflösen wird in ein Aggregat von Faktoren und Koeffizienten, welche in ihrer Gesamtheit die wahren Verhältnisse viel schärfer zeichnen und ihnen viel näher kommen, als die bisher übliche symbolische Darstellung.

Daß also unter Umständen mehrere Hypothesen möglich sind, unter denen verschiedene oder mehrere zusammen für eine Theorie die Grundlage bilden können, hat die Konsequenz, daß der Aufbau dieser Theorie, je nach der Wahl, verschieden aber ohne Willkür vor sich gehen kann, indem er sich der symbolischen Form der Hypothesen entsprechend gestalten wird. Vielleicht treten dann später neue Voraussetzungen hinzu und erweisen sich einige früher gemachte als unrichtig oder den neuen Anforderungen nicht mehr genügend; dann wird die Theorie entsprechend revidiert und umgeformt, aber immer wieder ist sie nur ein Provisorium. „Die Geschichte zeigt uns auch, daß der Aufbau einer jeden physikalischen Theorie immer durch eine Reihe von Verbesserungen vorgeschritten ist, die das System von den ersten, beinahe unförmigen Entwürfen stufenweise zu größerer Vollkommenheit geführt haben. Eine physikalische Theorie ist nicht das plötzliche Produkt einer Schöpfung, sondern das langsame und fortschreitende Ergebnis einer Entwicklung.“\*)

Um nun die Hypothesen richtig zu stellen, sind Erfahrungen, die aus Versuchen geschöpft worden sind, zwar sehr wertvoll, aber durchaus nicht immer notwendig. Die angeführte Theorie von Boussinesq z. B. baut sich nicht auf die Experimentaluntersuchungen von Bazin auf, sondern benutzt dieselben lediglich zur

---

\*) Duhem.

Kontrolle. Wie wichtig indessen Versuche gerade für die Wahl der Hypothesen sind, zeigen uns deutlich die in der Physik vorkommenden Paradoxa; sie beweisen, daß das, was unserer ratio plausibel erscheint, nicht immer die Wirklichkeit widerspiegelt und daß die Theorie, wenn sie nicht das Experiment mit zu Rate zieht, leicht zu trügerischen Schlüssen gelangen könnte.

Gewisse Vorraussetzungen müssen gemacht werden, entweder auf rein rationalem Wege oder auf Grund von Versuchen. Immer wird dabei einiger Zufall herrschen, ob man das richtige und beste trifft und immer wird man nur eine gewisse Annäherung erreichen. Aber wir ziehen es vor, die bisher bekannten Tatsachen mit logischen Schlüssen zu einem Ganzen zu verbinden, als abzuwarten, bis in unbestimmter Zeit oder vielleicht nie unsere Hypothesen als richtig erkannt werden oder eine neue Tatsache als letzter notwendiger Baustein den Aufbau schließlich ermöglicht.

---

### III.

## Feststellung des Verlaufes von Anschwellungen in natürlichen Gerinnen.

---

### III a. Graphische Darstellung des Hochwasserlaufes.

Im vorigen Kapitel haben wir den Verlauf der Wellenbewegung in möglichst einfachen Verhältnissen untersucht. Der Kanal wurde rechteckig und sehr breit angenommen, die Tiefe überall gleich und das Wasser in vollkommener Ruhe. Erst nachher ist der Einfluß der Tiefenänderungen in Längen- und Querprofil nachgewiesen worden. Für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit  $\omega$  und die Geschwindigkeit  $U$  der Teilchen wurden Formeln aufgestellt, welche diese Größen als Funktion der Wellenerhöhung und der Wassertiefe darstellen. Aber auch die Form der Welle erwies sich von Bedeutung; sie ist in praktischen Fällen von ebensogroßer Mannigfaltigkeit wie die Faktoren selbst, welches das Entstehen der Welle

verursachen: Niederschläge, Gesteinslagerung, Bewachsung; Faktoren, die sich einstweilen einer genauen Wertung entziehen. Von Regelmäßigkeit des Gerinnes kann bei Bächen und Flüssen gar nicht mehr die Rede sein. Durch zahllose Krümmungen und Engen wälzen sich die Wassermassen bei verschiedenen Gefällen und stets wechselnder Tiefe zwischen Buhnen und über Wehre dahin; von beiden Seiten treten die Nebenflüsse mit ihren besondern Schwellungen interferierend hinzu, und der ganze Abflußvorgang wird infolge der ständigen Variation aller Faktoren so verwickelt, das nichts anderes übrig bleibt, als durch jahrelange Beobachtungen, die sich auf das gesamte Stromgebiet erstrecken, die Gesetze der Hochwasserbewegung dem Strome gleichsam abzulauschen.

Hierbei handelt es sich nun in erster Linie darum, eine übersichtliche Darstellungsmethode zu finden, welche aus einem weit-schichtigen Beobachtungsmaterial heraus das Typische des Vorgangs leicht erkennen läßt.

Wir haben bereits auf die Methode von Kleitz hingewiesen, welche, ähnlich einer topographischen Karte, drei Dimensionen in einem Plan zur Darstellung bringt. Das Verfahren erweist sich aber für ein ganzes System von Flüssen als ungeeignet, weil nur der Hauptstrom, der Zusammenhang mit den Nebenflüssen dagegen nicht genügend zur Darstellung gelangen kann. Letzteres haben die französischen Ingenieure Lemoine und Préaudeau\*) in sehr einfacher Weise dadurch erreicht, daß sie das Fortschreiten der einzelnen Wellenmaxima etwa so darstellen, wie in einem graphischen Eisenbahnfahrplan die Ankunft der Züge an einem bestimmten Ort zu einer gewissen Zeit zur Anschauung gebracht wird: Die Ordinaten bestimmen den Ort, insofern nämlich, als ihre Länge die Anzahl Kilometer angibt, um welche der Ort von einem fixen Punkte — z. B. von der Mündung — entfernt ist. Auf der *X*-Achse wird die Zeit aufgetragen. In der folgenden Figur sagt z. B. der Punkte *P*, daß die Rheinwelle in Mainz, die die Kilometerzahl 350 hat, in der Nacht vom achten auf den neunten März eintrifft und daß sie sich kurz vorher mit der Mainwelle vereinigt hat. Die Welle der Mosel ist zu dieser Zeit erst sehr wenig vorgerückt. (Punkt *P'*.) (Fig. 43.)

Der Wellenscheitel wird nun, wenn die Zuflüsse neue Wassermengen zuführen, mehr und mehr sich erhöhen, im gegenteiligen

\*) Annales des ponts et ch. 1883. 2. Sem.

Falle aber immer mehr abnehmen und die Welle verflachen lassen. Der maximale Wasserstand also, der in den verschiedenen Stromstationen dem Wellenscheitel entspricht, wird überaus verschieden und auch je nach der Größe der Welle ein anderer sein. Es ist

daher wünschenswert auch die Wasserstände in der Darstellung zu finden. Zu diesem Zwecke trägt man (vergl. Tafel III.) von der durch G gehende Horizontalen die in den Zeiten  $t_1, t_2 \dots$  vorhandenen Pegelstände nach oben ab, zeichnet also einfach die Ortspegelkurve ein. Sind diese Kurven für verschiedene Stationen aufgetragen, so kann man ihre Scheitelpunkte verbinden und so das

Fortschreiten der Schwellungen verfolgen. Als Vergleichsbasis (Vergleichshorizont) für die Höhenauftragung dient ein niedriger Winterwasserstand, welcher einmal an allen Stationen zur gleicher Zeit notiert worden ist.

Um Überdeckungen zu vermeiden, empfiehlt es sich, die Achsen für die Kilometrierung und die Zeit nicht rechtwinklig, sondern schief zueinander zu stellen, wodurch ein übersichtliches Bild entsteht (Tafel III), in welchem sich die einzelnen Pegelkurven kulissenartig schräg hintereinander rangieren.

Für komplizierte Verhältnisse, wo zahlreiche Flüsse und Bäche zusammentreten, wird ein Bild wie das unserige allerdings verworren, und es bleibt nichts anderes übrig, als auf eine Darstellung in zwei

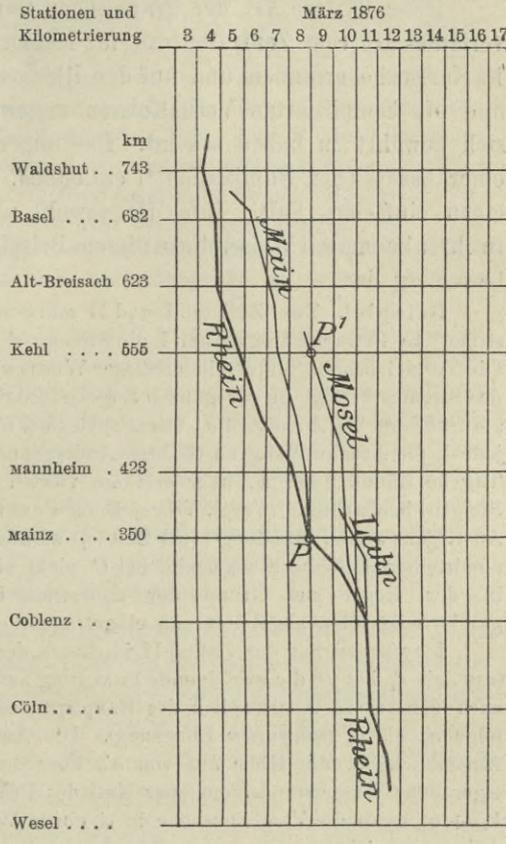


Fig. 43.

Ebenen überzugehen. In die Horizontalebene zeichnen wir dann die Kilometer- und schief\*) dazu die Zeitachse wie vorhin; in die Vertikalebene ebenfalls die Kilometerachse und senkrecht darauf eine zweite für die Pegelstände (Tafel IV.)

Diese letztere Art der graphischen Darstellung des Hochwasserverlaufes ist vom Zentralbureau für Meteorologie und Hydrographie in Karlsruhe erfunden und auf den Rhein mit seinen mannigfaltigen und oft komplizierten Verhältnissen angewendet worden, wobei es sich bewährt zu haben scheint. Das folgende Beispiel, welches wir einer bezüglichen Publikation\*\*) entlehnen, zeigt die Anwendung auf einen einfachen Fall. Tafel III sowohl als Tafel IV. stellen, jede in ihrer besondern Weise, die in diesem Beispiel skizzierte Wasserstandsbewegung dar.

Beispiel. Zwei Zuflüsse I und II münden bei  $C$  und  $H$  in den Hauptstrom. In Betracht kommt bei I die Strecke  $\overline{AC}$ , bei II die Strecke  $\overline{DH}$ . Die Vergleichshöhe bildet ein niedriger Winterwasserstand. — Das Anlaufen des Stromes erfolgt in der ganzen Strecke innerhalb der beiden ersten Tage, am frühesten bei  $A$  zur Zeit  $a_1$ , etwas später bei  $C$  und  $D$ , zuletzt bei  $G$ . Bevor jedoch die Anschwellung zu  $G$  ihren Anfang nimmt, wird schon am zweiten Tag im Zufluß I bei  $A$ , aber erst am vierten Tag bei  $B$  zur Zeit  $b_1$  ein Steigen beobachtet. (Vergl. V-Projektion Punkt  $b_1'$ .) Ob der Eintritt des Ansteigens an der Mündung  $C$  zur Zeit  $(c_1)$  wirklich erfolgt, ist mangels seiner unmittelbaren Beobachtungsstelle bei  $C$  nicht sicher,  $(c_1)$  wird von  $b_1$  aus in der Regel auf Grund der anderweit bekannten mittleren Flußgeschwindigkeiten abgeleitet und eingetragen.

Inzwischen hat der Zufluß II im Laufe des zweiten und dritten Tages (zur Zeit  $d_1$  bei  $D$ ) die ansteigende Bewegung aufgenommen und jetzt beginnt auch das rasche Anschwellen des Hauptstromes, beobachtet in einer Zeitfolge  $a_2$  bis  $g_2$  (schwarzer Linienzug). Die Anschwellungshöhe in diesem Augenblick ist die Höhe  $ha_2$  von  $a'_2$  über dem Vergleichshorizont. Die eigentliche Wasserstandshöhe über Null des Pegels der Station  $A$  ist gleich  $ha_2 + a$ , wenn die Vergleichshöhe in  $A$  einem Wasserstand  $a$  am Pegel selbst entspricht.

In der Frühe des vierten Tages, zur Zeit  $a_2$ , ist jetzt im Zufluß I bei  $A$  der Hochstand  $a'_2$  eingetreten (siehe Vertikalebene). Der Wellenscheitel trifft in des erst im Laufe des folgenden Tages zur Zeit  $b_2$  in  $B$  ein und erreicht vermutlich zur Zeit  $(c_2)$  die Mündung. Fast zur gleichen Zeit  $d_2$  wird, durch diese Zuflußwelle veranlaßt, an der am nächsten unterhalb der Mündung

\*) Dadurch erreicht man, daß auch in der Vertikal-Ebene die Pegelkurven erscheinen, allerdings schief projiziert.

\*\*) Ergebnisse der Untersuchung der Hochwasserverhältnisse im deutschen Rheingebiet. I. Heft. Dieses Heft enthält eine eingehende Würdigung der verschiedenen angewendeten und vorgeschlagenen Methoden der H.W.-Darstellung.

gelegenen Hauptstromstation  $D$  ein schwacher Hochstand  $d'_3$  beobachtet. Nach kurzem Rückgang beginnt jedoch schon in der Frühe  $d_4$  des folgenden Tages (6. Jan.) der Anstieg aufs neue, Punkt  $d'_4$ . Zufluß II erhält durchschnittlich einen Tag später als I seine Scheitelhöhe; zunächst bei  $E$  zur Zeit  $e_2$  und etwa zwölf Stunden früher ( $d_2$ ) als bei  $D$ : dieses früher wird der Einmündung des Seitengewässers zwischen  $D$  und  $E$  zuzuschreiben sein.

Jetzt, zur selben Zeit ungefähr wie  $f_2 g_2$  von II, hat auch die Anschwellung des Stromes den Höhepunkt erreicht; der Scheitel tritt bei  $A$  zurzeit  $a_3$  des sechsten Tages ein und erreicht eine Höhe  $h_{a3}$  über Vergleichshöhe, er erreicht ferner zur Zeit  $b_5$  desselben Tages noch  $B$ . In  $B$  war schon tags zuvor, unter Wirkung mehrerer Deichbrüche, nicht nur das regelmäßige Steigen gestört, sondern vorübergehend sogar ein schwacher Rückgang  $b'_3 b'_4$  bewirkt worden; gegen Abend tritt aber bei  $b'_4$  neues Steigen ein.

Die weitere Fortpflanzung der Rheinwelle erfolgt mit großer Regelmäßigkeit bis  $E$ . Dann tritt in  $D$  der Höhepunkt am achten, in  $E$  am neunten Tage ein.

An der unterhalb gelegenen Station  $F$  dagegen hatte der Strom infolge Eintreffens einer neuen diesmal bedeutenderen Welle  $d'_4 e'_4 f'_4 g'_4$  des Zuflusses II, der nach kurzem Rückgang wieder gestiegen war (siehe Pegelkurve von  $E$ ), schon tags zuvor bei  $f_5$  den Scheitel der Anschwellung erreicht, der Tags nachher zur Zeit  $g_3$  in  $G$  gesehen werden konnte. Die am 9. Jan. von  $E$  anrückende Welle  $e'_5$  trifft in  $F$  den Strom schon im Fallen und geht in der vorauseilenden Welle auf. Auch eine zweite Anschwellung des Zuflusses I, die mit  $a'_4 b'_4$  den Hochstand erreicht und deren Scheitel bei ( $c_4$ ) im Laufe des elften Tages den Strom erreicht, vermag bloß den Niedergang desselben ein wenig zu verlangsamen.

In vielen Fällen werden die graphischen Auftragungen von einer ganzen Anzahl von Hochwassern nach den eben beschriebenen Methoden schon ein genügend gutes Bild geben von den Zusammenhängen, welche zwischen den Wellen der einzelnen Nebenflüsse und denen des Hauptstromes bestehen, sowie von den vorkommenden Höhen und den zu erwartenden Ablaufgeschwindigkeiten.

Wenn das Gesamtgebiet dagegen Teile mit sehr variablen Verhältnissen aufweist, mithin die verschiedensten Kombinationen denkbar sind, so muß man darauf verzichten, aus einer Anzahl beobachteter Wellen den Ablauf der folgenden gleichsam als Wiederholungsfall voraussagen zu können, und es ist dann ein Verfahren nötig, welches uns ermöglicht, auf Grund von Beobachtungen im Hauptstrom und in den Nebenflüssen für eine unterhalb gelegene Station den resultierenden Endstand nach Maß und Zeit vorzubestimmen. Ein solches Verfahren ist vom Zentralbureau für Meteorologie und Hydrographie in Karlsruhe aufgestellt worden. Es ist nicht aus rein theoretischen Spekulationen, sondern aus einer jahrelangen Praxis

hervorgegangen, und daß es sich in seiner Anwendung auf den Rhein bewährt hat, der auf seinem Lauf von den Alpen bis zum Meere so ungleiche Verhältnisse zeigt, scheint uns zu beweisen, daß die Methode die Probe aufs Exempel überall bestehen kann. Wir wollen, indem wir den in der Monographie\*) vorgezeichneten Weg innehalten, versuchen, das, was an dem Verfahren von allgemeiner Gültigkeit in bezug auf Wasserführung ist, in Kürze zu skizzieren.

### **III b. Interferieren der einzelnen Anschwellungen im Hauptgerinne.**

Als Grundlage für das ganze Verfahren für die Erforschung der Hochwasserbewegung eines Stromsystems dienen allein Zeitnotierungen und Wasserstandsaufzeichnungen. Für die letztern werden die Beobachtungsstellen (Pegel) zweckmäßig wie folgt angelegt:

Entsprechend jedem Nebenfluß zwei Beobachtungsstellen im Hauptstrom selbst, die eine oberhalb der Nebenflußmündung und außerhalb des Staubereichs des Nebenflusses, Oberstromstation, die zweite unterhalb der Nebenflußmündung, Unterstromstation. Eine zweite Beobachtungsstelle im Nebenfluß; sie soll nicht im Rückstaubereich des Hauptstromes liegen, jedoch so nahe demselben, daß sie möglichst den Gesamtabfluß des Nebenflusses repräsentiert.

#### **A. Die „Primärwelle“ des Hauptstromes.**

Auf die ablaufende Welle wirken nun als die zwei wichtigsten Faktoren das nach Längen- und Querprofil in der Regel sehr ungleich gestaltete Gerinne und sodann der seitliche Wasserzufluß aus den Nebenflüssen, dessen Einwirkung zu erkennen die Hauptaufgabe ist. Den Einfluß der Profil- und Gefällvariationen suchen wir dadurch auszuschalten, daß wir als Grundlage zunächst den Verlauf der „Primärwelle“ des Hauptstromes feststellen, d.h. den Verlauf, wie er sich gestalten müßte, wenn eine Vermehrung der Wassermenge durch die Zuflüsse nicht stattfinden würde. Der Verlauf der Primärwelle bildet somit die Vergleichsbasis, von der aus die Umgestaltung der Hauptstromwelle durch die Nebenflüsse bemessen wird.

\*) Ergebnisse der Untersuchung der Hochwasserverhältnisse im deutschen Rheingebiet. Bearbeitet und herausgegeben vom Zentralbureau für Meteorologie und Hydrographie im Großherzogtum Baden. III. Heft. Berlin, Ernst & Sohn, 1897.

Solche Primärwellen sind nun im allgemeinen nicht gerade häufig und lassen sich in der Regel nur innerhalb gewisser Strecken verfolgen. Bei ihrem Abfluß suchen wir nun für die verschiedenen Stromstationen die korrespondierenden Wasserstände; wir bezeichnen diese in der Folge als „gleichwertige Wasserstände“. Als solche gleichwertige Wasserstände sind äußerlich nur die Maxima und Minima der Bewegung erfaßbar und jene Wasserstände, welche den Beginn des Steigens nach einem langandauernden Beharrungszustand bezeichnen.

Aus den Pegelbeobachtungen, welche vorliegen, stellt man nun eine Tabelle zusammen (vergl. das folgende Beispiel), wobei es zweckmäßig ist, die Beobachtungen nach den Wasserstandshöhen der ersten Station zu ordnen.

| Bewegungs-<br>zustand | Jahr | Monat | Eintritt des betreffenden Rheinstandes in: |                 |      |           |                |      |      |                 |      |
|-----------------------|------|-------|--|-----------------|------|-----------|----------------|------|------|-----------------|------|
|                       |      |       | Waldshut                                   |                 |      | Hünningen |                |      | Kehl |                 |      |
|                       |      |       | Tag  | Std.            | Höhe | Tag       | Std.           | Höhe | Tag  | Std.            | Höhe |
| Min.                  | 1890 | III   | 2  | 12 <sup>a</sup> | 120  | 3         | 7 <sup>a</sup> | 109  | 3    | 12 <sup>a</sup> | 189  |
| Max.                  | 1886 | XII   | 13   | 6 <sup>a</sup>  | 300  | 13        | 8 <sup>a</sup> | 330  | 14   | 9 <sup>a</sup>  | 321  |
| Max.                  | 1887 | III   | 24   | 12 <sup>a</sup> | 330  | 26        | 7 <sup>a</sup> | 397  | 26   | 3 <sup>a</sup>  | 371  |

1. Höhenverhältnisse gleichwertiger Wasserstände. Die ganze Länge des Hauptstromes teilt man in Strecken ab. Maßgebend für diese Teilung ist namentlich der Umstand, wie die Maxima und Minima sich in den verschiedenen Stromteilen verfolgen lassen. Für je eine solche Strecke wird nun nach den Ergebnissen der vorigen Tabelle eine Linie gezeichnet, für welche die Ordinate eines ihrer Punkte einen Wasserstand der Unterstromstation, die zugehörige Abszisse den gleichwertigen Wasserstand der Oberstromstation bezeichnet. Diese Linien ergeben das „Diagramm der Höhen gleichwertiger Wasserstände des Hauptflusses“. Die so veranschaulichten Beziehungen sind aus Beharrungswasserständen (Maxima und Minima) abgeleitet; wie die Erfahrung lehrt, sind sie aber ohne starke Abweichungen auch für langsames Fallen und Steigen anwendbar (Fig. 44).

2. Zeitfolge gleichwertiger Wasserstände. Als „Zeitfolge“ bezeichnen wir die Differenz der Eintrittszeiten gleichwertiger Wasserstände an zwei aufeinanderfolgenden Stationen. Der Zahlwert läßt sich aus der vorigen Tabelle leicht bilden. Auch hierbei kommt fast ausschließlich die Beobachtung der Maxima und Minima in

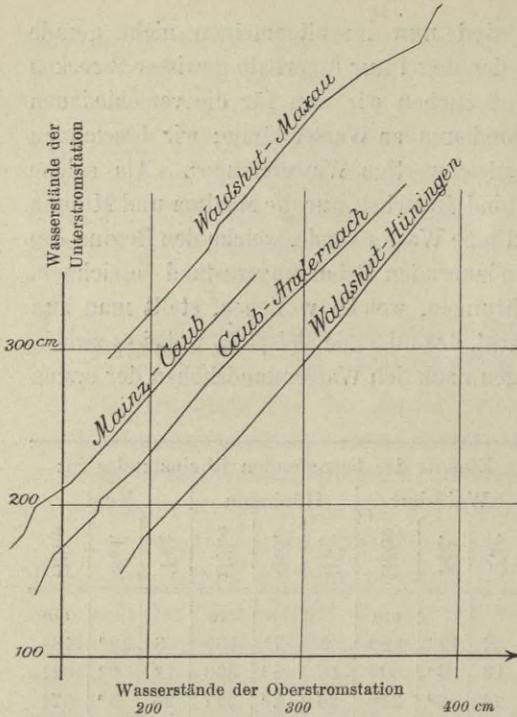


Fig. 44.  
Diagramm der Höhen gleichartiger Wasserstände.

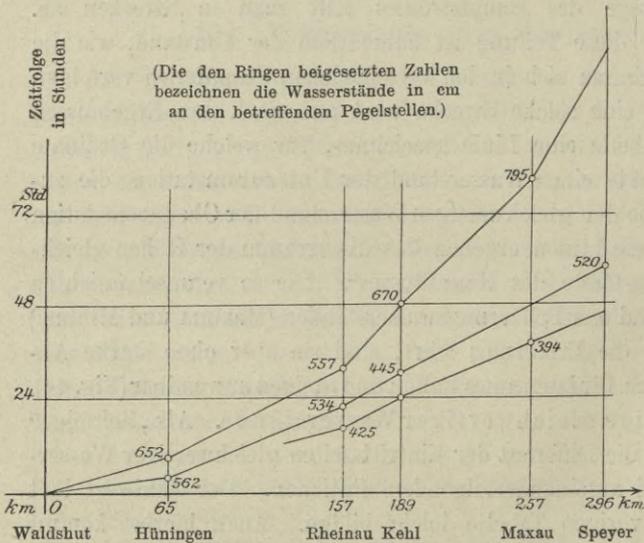


Fig. 45. Diagramme der Zeitfolge gleichwertiger Wasserstände.

Betracht, da Zwischenwasserstände beim Steigen und Fallen sich nur selten durch ganze Stromstrecken verfolgen lassen.

Die Sicherheit der Zeitbestimmung hängt von der Anzahl der täglichen Pegelablesungen ab und auch von der

Wellenform; flache Scheitelbildungen geben leicht ungenaue, spitze dagegen zuverlässigere Resultate. Das folgende „Diagramm der Zeitfolge“ ist leicht zu verstehen. Die Linie, welche zwei Stationen verbindet, gibt, wenn man ihre Endpunkte auf die Zeitachse projiziert, die Anzahl Stunden

an, welche das Wellenmaximum oder -minimum braucht, um von einer Station zur andern zu gelangen. Die beigeschriebenen Zahlen bezeichnen die Wasserstände; wie man aus der Neigung der Linien

leicht ersieht, ist je nach der Größe dieser Wasserstände die Zeitfolge verschieden.

Nach der Formel  $\omega = \sqrt{g(h+H)}$  entspricht einem größeren Pegelstand auch ein größerer Wert der Wellengeschwindigkeit, also eine Abnahme der Abflußdauer. So legt zum Beispiel der Scheitel der Moselwelle den Weg von Trier bis zur Mündung

|   |                      |         |    |    |    |         |
|---|----------------------|---------|----|----|----|---------|
|   | bei Moselständen von | 300—335 | cm | in | 22 | Stunden |
| „ | „                    | 335—375 | „  | „  | 21 | „       |
| „ | „                    | 375—425 | „  | „  | 20 | „       |
| „ | „                    | 425—550 | „  | „  | 19 | „       |
| „ | „                    | 550—590 | „  | „  | 20 | „       |

zurück.

Sehr oft tritt aber bei hohen Ständen infolge von Ausuferungen eine starke Zeitzunahme ein; Neckarwellen unter der Überflutungshöhe legen auf der Strecke Diedesheim bis zur Mündung ungefähr 8,3 km/Std. zurück, hohe überflutende Wellen dagegen nur 5,5 km/Std., brauchen also beträchtlich mehr Zeit. Auch unser Beispiel für ein Diagramm der Zeitfolge zeigt bei wachsenden Wasserständen eine Zunahme der Zeitfolge,

was sofort daraus zu ersehen ist, daß die höher gelegenen geneigten Linien, welche höhern Wasserständen entsprechen, eine stärkere Neigung haben, als die unter ihnen gelegenen zwischen den gleichen Vertikalen.

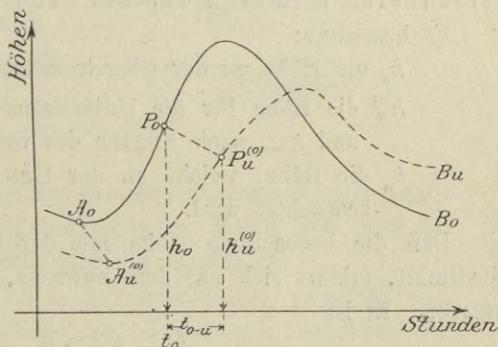


Fig. 46.

Aus den beiden Diagrammen für die

Höhe gleichwertiger Wasserstände und die Zeitfolge gelingt nun die

3. Feststellung des Verlaufs der Wasserbewegung aus Eintrittszeit und Höhe der Einzelstände. Für die Oberstromstation sei die Ortspegelkurve  $A_o B_o$  gegeben, diejenige eines unterhalb gelegenen Ortes  $U$  ist daraus abzuleiten. Wenn innerhalb der Strecke  $O$  bis  $U$  ein Nebenfluß mündet, so darf dieser zunächst seine Einflußgrenze nicht überschreiten, das heißt er darf keine selbständige Welle im Hauptstrom erzeugen.

Zu einer gewissen Zeit  $t_o$  sei in  $O$  der Wasserstand, vom Vergleichsniveau aus gemessen, gleich  $h_o$ . Dann suchen wir im Diagramm der Zeitfolge die Zeitdauer  $t_{o-u}$ , welche ein Wasserstand von der Höhe  $h_o$  nötig hat, um von  $O$  bis  $U$  vorzurücken. Diesen Betrag  $t_{o-u}$  tragen wir von  $t_o$  aus nach rechts ab. Hierauf suchen wir im Diagramm der Höhengleichwerte den der Höhe  $h_o$  entsprechenden Wert  $h_u^{(o)}$  und tragen ihn von dem eben konstruierten Punkt als Ordinate auf, wodurch wir zu dem gesuchten Kurvenpunkt  $P_u^{(o)}$  der Pegelkurve der Station  $U$  gelangen.

$h_u$  ist der zu  $h_o$  gleichwertige Wasserstand, welcher um  $t_{o-u}$  später in  $U$  eintritt als  $h_o$  in  $O$  eingetreten ist.

Man erkennt hier wie wichtig es ist, die Zeitfolge richtig zu bestimmen, die Kurve  $t = f(h)$  für die Strecke Waldshut—Kehl (Fig. 45) zeigt uns aber auch deutlich die Schwierigkeit.

## B. Umgestaltung der Primärwelle des Hauptstromes durch die Nebenflüsse.

1. Feststellung des Höhenunterschiedes zwischen der berechneten primären und der beobachteten Welle.

Es bezeichne:

$h_o$  die Höhe an der Oberstromstation.

$h_u^{(o)}$  die Höhe für die Unterstromstation, berechnet aus  $h_o$  und  $t_{o-u}$  nach Angabe des vorigen Abschnittes.

$h_u$  die Höhe, welche an der Unterstromstation tatsächlich beobachtet wird.

Daß die beobachtete Höhe mit der berechneten nicht übereinstimmt, erklärt sich aus dem Zuwachs, den der Nebenfluß verursacht. Es ist

$$h_u - h_u^{(o)} > 0$$

und nur im äußersten Falle, wenn die Einwirkung des Nebenflusses verschwindet, wird

$$h_u - h_u^{(o)} = 0.$$

Die Größe der Einwirkung, welche der Nebenfluß auf die Welle des Hauptstromes ausübt, ist vom Wasserstand dieses letztern stark abhängig. Je höher der Wasserstand um so weniger wird sich im allgemeinen die Einwirkung des Nebenflusses fühlbar machen (Fig. 47), um so mehr Wasser braucht dieser, wenn im Hauptstrom seine eigene Welle noch fortexistieren soll; sehr häufig flacht sie bei der

plötzlichen Verbreiterung an der Mündung so stark ab, daß sie sich im Hauptstrom nur sehr schlecht oder gar nicht mehr verfolgen läßt.

Wenn auch das gesamte Stromgebiet gleichzeitig überregnet wird, so wird meistens das Maximum der Nebenstromwelle nicht gleichzeitig mit jenem der Hauptstromwelle die Unterstromstation erreichen. Wo das aber eintritt und die Wellen sich addieren, wird man bestrebt sein, ein Interferieren künstlich herbeizuführen, z. B. durch Durchstiche, welche die Zeitfolge verkürzen oder durch Retentionsanlagen, die eine ganze Welle oder doch einen Teil zurückzuhalten vermögen. Von den Zuflüssen des Rheins erreichen beispielsweise Neckar und Mosel mit ihren Höchstständen die Mündungs-

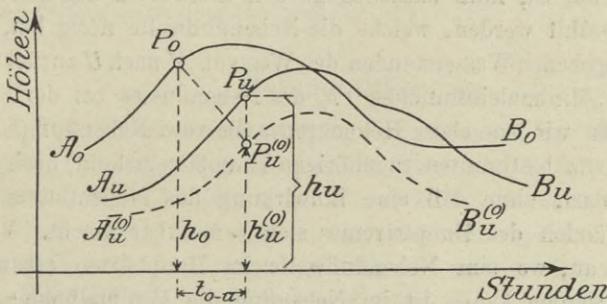


Fig. 47.

stelle früher, als die aus dem obern Stromgebiet dorthin vorrückende Rheinwelle, während der Wellenscheitel des Mains mit dem des Rheines meistens zusammentrifft oder ihm nachfolgt.

2. Feststellung der den Stromständen zugehörigen Nebenflußstände. Als Zeitfolge des Nebenflusses bezeichnen wir jene Zeit, welche ein bestimmter Nebenflußstand braucht, um von einer Nebenflußstation  $Z$  nach der am Hauptstrom gelegenen Unterstromstation  $U$  zu gelangen. Die Zeiten bestimmt man aus recht zahlreichen Beobachtungen von Wellen verschiedener Höhe, und auch hier nimmt man an, daß das Ergebnis noch für Fallen und Steigen anwendbar ist. Da die Nebenflußwelle bei ihrem Eintritt in den Hauptstrom oft verschwindet, kann es zweckmäßig werden, eine Mündungsstation  $M$  einzuführen.



Fig. 48.

Neckar zwischen Diedesheim (Z) und Mannheim (M)  
Zeitfolge. Entfernung 79,6 km.

| Beobachtet |       | Station Z     |                                 |      | Station M     |                                  |      | Zeitunterschied für |         |
|------------|-------|---------------|---------------------------------|------|---------------|----------------------------------|------|---------------------|---------|
|            |       | Eintrittszeit |                                 | Höhe | Eintrittszeit |                                  | Höhe | Beginn              | Ende    |
| Jahr       | Monat | Tag           | Std.                            | cm   | Tag           | Std.                             | cm   | der Scheitelbildung |         |
| 1886       | III   | 23            | 2 <sup>a</sup>                  | 414  | 23            | 10 <sup>a</sup> -12 <sup>a</sup> | 539  | 8 Std.              | 10 Std. |
| 1890       | I     | 24            | 9 <sup>a</sup>                  | 428  | 24            | 6 <sup>p</sup> -8 <sup>p</sup>   | 565  | 9 „                 | 11 „    |
| 1893       | II    | 11            | 11 <sup>p</sup> -1 <sup>a</sup> | 535  | 12            | 9 <sup>a</sup> -11 <sup>a</sup>  | 632  | 10 „                | 10 „    |
| 1883       | I     | 2             | 2 <sup>a</sup> -4 <sup>a</sup>  | 555  | 2             | 11 <sup>a</sup> -12 <sup>a</sup> | 884  | 9 „                 | 8 „     |

Für den Fall, daß die Unterstromstation  $U$  nicht zugleich Mündungsstation ist, muß natürlich zu den Zeitwerten der Tabelle jene Zeit zugezählt werden, welche die Nebenflußwelle nötig hat, um bei den angegebenen Wasserständen den Weg von  $M$  nach  $U$  zurückzulegen.

Als „Minimaleinflußhöhe“  ${}^m h_z$  des Nebenflusses bei der Station  $Z$  bezeichnen wir jene obere Höhengrenze die vom Nebenfluß (bei einem jeweils ganz bestimmten zugehörigen Hauptstromstand) noch erreicht werden darf, ohne daß eine Einwirkung des Nebenflusses in den Wasserständen des Hauptstromes sich bemerkbar macht. Von dem Moment an, wo eine Nebenflußwelle im Hauptstrom erkannt und verfolgt werden kann, ist im Nebenfluß die Minimalhöhe  ${}^m h_z$  überschritten und ein größerer Wasserstand  $h_z$  vorhanden, somit eine „wirksame Nebenflußhöhe“  ${}^w h_z$ , wobei  ${}^w h_z = h_z - {}^m h_z$  ist. Für die Erhöhung des Hauptstromstandes in  $U$  kommt also nur derjenige Betrag der Nebenflußhöhe  $h_z$  in Betracht, um welchen sich der Wasserstand über die Minimalhöhe  ${}^m h_z$  erhebt.

Die Minimalhöhe ist keine Konstante; sie hat für jeden Stand des Hauptstromes einen andern Wert und zwar nimmt sie mit steigendem Wasser des Hauptstromes zu.

3. Beziehung zwischen der Nebenflußhöhe und der durch sie veranlaßten Erhöhung des Hauptstromes. Es ist  $h_u - h_u^{(o)}$  die Erhöhung, welche der Nebenfluß an der Unterstromstation  $U$  bewirkt.

${}^w h_z$  die mit dieser Erhöhung ursächlich verknüpfte, „wirksame Höhe“ des Nebenflusses an der Station  $Z$ .

Dann gilt im einfachsten Fall für dieses Abhängigkeitsverhältnis die Gleichung

$$h_u - h_u^{(o)} = \varphi \cdot {}^w h_z = \varphi \cdot (h_z - {}^m h_z), \quad (1)$$

worin  $\varphi$  eine Verhältniszahl ist, welche auf empirischem Wege vorerst ermittelt werden muß und zwar aus den Werten  $h_u$ ,  $h_u^{(o)}$  und  ${}^w h_z$ , nämlich:

$$\varphi = \frac{h_u - h_u^{(o)}}{{}^w h_z} . \quad (2)$$

Die in Kolonne 8 der Tabelle verzeichneten Minimalhöhen  ${}^m h_z$  müssen vorher durch eine große Anzahl von Beobachtungen bestimmt sein. Aus  ${}^m h_z$  und der in  $Z$  zur Zeit  $t_o + t_{o-u} - t_{z-u}$  wirklich beobachteten Höhe  $h_z$  folgt die wirksame Nebenflußhöhe  ${}^w h_z = h_z - {}^m h_z$ ; damit ist der Nenner in Gleichung (2) gegeben. In Kolonne 10 sind die aus  $h_o$  berechneten Höhen  $h_u^{(o)}$  eingetragen, daneben in Kolonne 11 steht die beobachtete Höhe  $h_u$ , die Differenz aus beiden ergibt den Zähler in Gleichung (2).

Die in der Tabelle angegebenen Zeiten werden durch die folgende Zusammenfassung verständlich werden.

### C. Zusammenfassung.

An der Oberstromstation  $O$  tritt der Stand  $h_o$  des Hauptstromes zur Zeit  $t_o$  ein, sein Wert kann der Pegelkurve  $A_o C_o B_o^*$ ) entnommen werden. Der aus  $h_o$  nach Abschnitt A, Ziffer 3 berechnete Stand  $h_u^{(o)}$  der Unterstromstation  $U$  tritt um  $t_{o-u}$  später ein, also zur Zeit  $t_o + t_{o-u}$ ; zur gleichen Zeit wird  $h_u$  an der Unterstromstation festgestellt. Der Nebenflußstand in  $Z$ , welcher nun gleichzeitig mit  $h_u^{(o)}$ , also auch zur Zeit  $t_o + t_{o-u}$ , in  $U$  zur Wirkung kommen und die Höhe  $h_u$  verursachen soll, ist  $h_z$  und er ist in  $Z$  zu beobachten um  $t_{z-u}$  früher als  $h_u$  in  $U$ , also zur Zeit  $(t_o + t_{o-u}) - t_{z-u}$ , wobei  $t_{z-u}$  die Fortpflanzungsdauer der Nebenflußwelle von  $Z$  bis  $U$  bezeichnet (Fig. 49).

Die Höhe an der Unterstromstation  $U$  setzt sich zusammen aus den Teilhöhen, welche in  $U$  durch den Nebenfluß und den Hauptstrom hervorgebracht werden. Dem Hauptstromstand  $h_o$  für sich allein betrachtet, entspricht in  $U$  die Höhe  $h_u^{(o)}$ , dem Nebenflußstand  $h_z$  dagegen ein Betrag, welcher durch des Produkt  $\varphi \cdot {}^w h_z$  gegeben ist. Man erhält also die endgültige Hauptstromhöhe in  $U$  durch Summieren von  $h_u^{(o)}$  und  $\varphi \cdot {}^w h_z$ . Da  $h_z$  gleichzeitig mit  $h_u^{(o)}$  an der Unterstromstation zur Geltung kommt, so ist der Wert  $h_z$  in der Figur aus der Pegelkurve  $A_z B_z$  einfach in die Verlängerung der Ordinate  $h_u^{(o)}$  zu übertragen; zieht man dann  ${}^m h_z$  ab, so bleibt  ${}^w h_z$ , und wenn wir diese Höhe mit  $\varphi$  reduzieren,  ${}^w h_z \cdot \varphi = E$ , so ist

\*) Die Figur 49 ist der vorn angegebenen Quelle entnommen.

| Rheinstand an der Oberstromstation O |       |     |                 |       |                  |                 |           |                           |                 |                     |          |             |           |                   |                       |            |            |
|--------------------------------------|-------|-----|-----------------|-------|------------------|-----------------|-----------|---------------------------|-----------------|---------------------|----------|-------------|-----------|-------------------|-----------------------|------------|------------|
| Jahr                                 | Monat | Tag | Std.            | cm    | Trifft in U ein: |                 | Std.      | Tag                       | Std.            | Nebenflußstand in Z |          |             |           | Rheinstand in U   |                       |            |            |
|                                      |       |     |                 |       | Später als 1     | Zur Zeit        |           |                           |                 | Früher als 4        | Zur Zeit | Höhe        | Min. Höhe | Wirks. Höhe       | Höhen-Gleichwert zu O | Beob. Höhe | Beob. Höhe |
| Zeit $t_0$                           |       |     |                 | $h_0$ | $t_0 - u$        | $t_0 + t_0 - u$ | $t_2 - u$ | $t_0 + t_0 - u - t_2 - z$ | $h_z$           | $w/h_z$             | $w/h_z$  | $h_u^{(0)}$ | $h_u$     | $h_u - h_u^{(0)}$ |                       |            |            |
|                                      |       | 1   |                 | 2     | 3                | 4               | 5         | 6                         | 7               | 8                   | 9        | 10          | 11        | 12                | 13                    |            |            |
| 1886                                 | XII   | 19  | 12 <sup>a</sup> | 464   | 8                | 19              | 10        | 19                        | 10 <sup>a</sup> | 81                  | 145      | 453         | 501       | 48                | 0,33                  |            |            |
|                                      |       | 20  | 6 <sup>a</sup>  | 482   | 8                | 20              | 10        | 20                        | 4 <sup>a</sup>  | 84                  | 234      | 470         | 538       | 68                | 0,29                  |            |            |
|                                      |       |     | 12 <sup>a</sup> | 491   | 8                | 20              | 10        | 20                        | 10 <sup>a</sup> | 86                  | 224      | 479         | 547       | 68                | 0,34                  |            |            |
| 1888                                 | III   | 10  | 12 <sup>p</sup> | 274   | 6                | 11              | 10        | 10                        | 8 <sup>p</sup>  | 55                  | 324      | 267         | 398       | 131               | 0,40                  |            |            |

usw.

usw.

usw.

Beispiel: Oberstromstation O (Speyer); Nebenflußstation Z (Diedesheim); Unterstromstation U (Frankenthal).

dieses die gesuchte Größe, welche zu  $h_u^{(o)}$  addiert den schließlichen Stand  $h_u$  (siehe Punkt  $P_u$ ) ergibt.

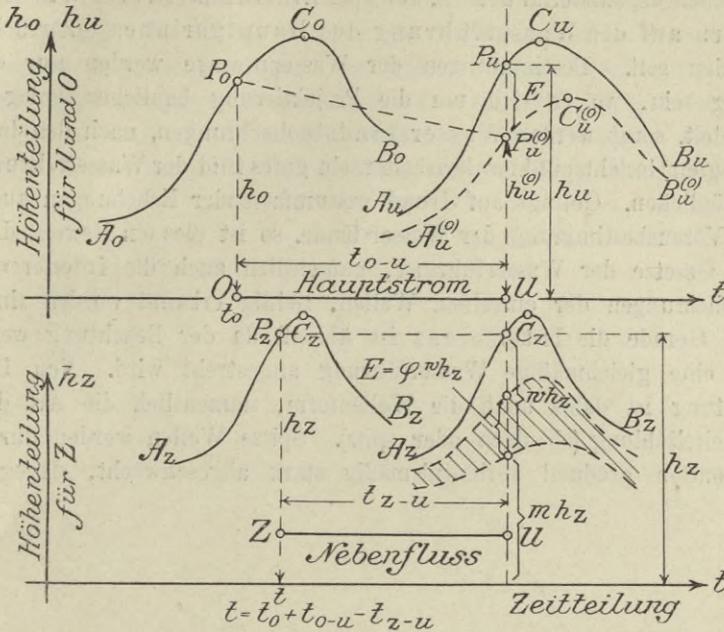


Fig. 49.

Die sämtlichen Werte  ${}^w h_z \cdot \varphi = E$  bilden das schraffierte Band. Fügt man dieses in der obern Figur an die Kurve  $A_u^{(o)} B_u^{(o)}$ , so gelangt man zu der gesuchten\*) Kurve  $A_u P_u B_u$ .

\*) Es mag hier betont werden, daß bei der Bestimmung von  $\varphi$ , welche Bestimmung zu den grundlegenden Vorarbeiten gehört, der Stand  $h_u$  beobachtet werden muß, dann also eine bekannte Größe ist; dort aber, wo es sich um die Vorausbestimmung der Wasserstände handelt, auf Grundlage von vorangegangenen Ermittlungen, ist  $h_u$  gerade der gesuchte, der zu errechnende Wert, welchen man kennen will, lange bevor er eintritt. Zu der Zeit, wo er sich dann tatsächlich in  $U$  bildet, läßt sich natürlich kontrollieren, wie weit der berechnete Wert von dem wirklich auftretenden abweicht. Die zulässige Abweichung wird je nach den Bedürfnissen festzusetzen sein. Die Abweichungen lassen auch erkennen, inwieweit die früher ermittelten Koeffizienten  $\varphi$  den tatsächlichen Verhältnissen entsprechen.

Die Meldung der Wasserstände aus den obern Stationen nach den untern oder nach einem Zentralbureau, das die Verarbeitung und Veröffentlichung besorgt, geschieht zweckmäßig durch chiffrierte Depeschen. Die

Unsere Darlegungen lassen zunächst erkennen, wie notwendig eine Anzahl zweckmäßig verteilter Pegelstellen und ein zuverlässiges Beobachtungsmaterial werden, wenn der Einfluß mehrerer Wasseradern auf die Wasserführung des Hauptgerinnes untersucht werden soll. Bestimmungen der Wassermenge werden nur da nötig sein, wo es sich um die Projektierung baulicher Anlagen handelt, sonst werden Wasserstandsbeobachtungen, nach den dargelegten Gesichtspunkten bearbeitet, ein gutes Bild der Wasserführung ermöglichen. Gelingt auf Grund weitumfassender Erhebungen auch die Vorausbestimmung der Wasserstände, so ist dies ein Beweis, daß die Gesetze der Wasserführung, namentlich auch die Interferenzerscheinungen der einzelnen Wellen, richtig erkannt worden sind.

Gerade die Interferenz ist überall da der Beachtung wert, wo eine gleichmäßige Wasserführung angestrebt wird. Von Bedeutung ist dabei auch die Wellenform, namentlich die Art der Scheitelbildung (ob flach oder spitz). Spitze Wellen werden durch Retention graduell verhältnismäßig stark abgeschwächt, dagegen

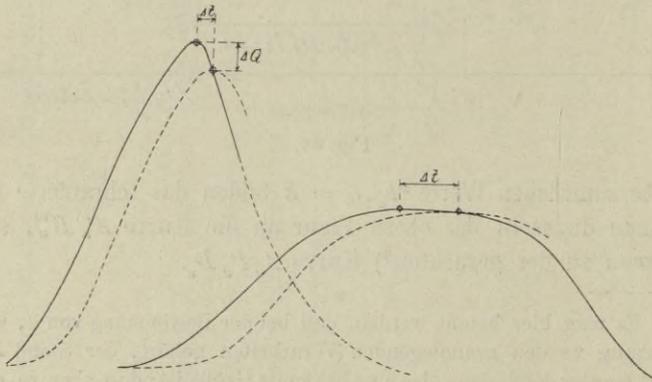


Fig. 50.

weisen sie infolge des steil abfallenden Rückens eine geringe zeitliche Verschiebung auf. Ist der Scheitel dagegen flach, so bedingt dies eine kaum merkliche Einengung der Extrema, verbunden mit einer ziemlich großen zeitlichen Verschiebung der Scheitelbildung.

---

Nachrichten sind für die Landwirtschaft und das Wasserbauwesen von größter Bedeutung wegen der Vorkehrungen zur Abwehr der Hochwassergefahr, sie sind auch insbesondere wichtig für die Schifffahrt, den Hafenbetrieb und die Wasserkraftgewinnung.

Das gleichzeitige Eintreffen zweier Wellen an der Mündungsstelle kann durch Verbauungen verhindert werden. In der nebenstehenden Figur soll die Welle (Wassermengen  $Q_2$ ) mit dem Scheitel  $S_1$  vom Zufluß  $Z_1$  herrühren, welcher die östlichen Lehnen eines Gebirgszuges entwässert, während ein anderer Zufluß  $Z_2$  aus einer im untern Teile sumpfigen Ebene kommend, eine flache Welle erzeugt, deren Scheitelbildung  $S_2$  nahezu gleichzeitig mit  $S_1$  erfolgt. Durch primitive Retentionsanlagen im Gebirge sei die Welle  $S_1$  abgeschwächt

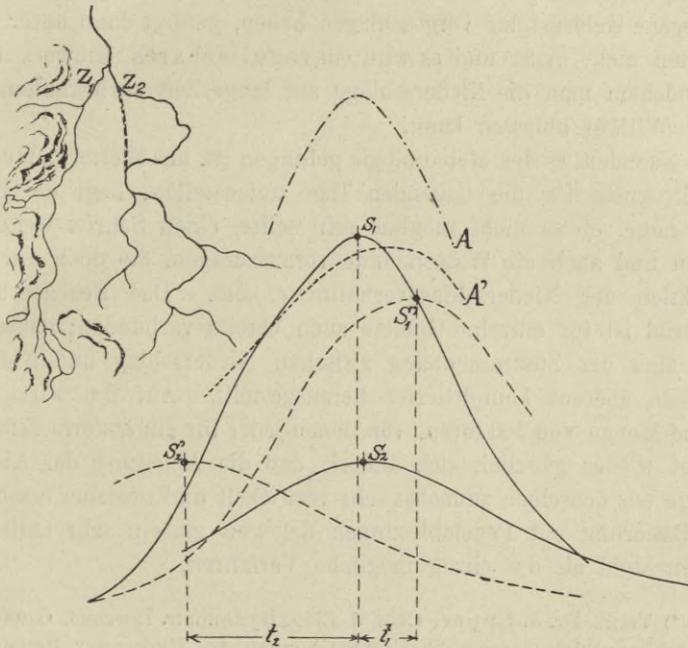


Fig. 51.

worden und ihre Scheitelbildung erfolge daher um eine Zeit  $t_1$  später in  $S_1'$ . Am Zufluß  $Z_2$  hat man, um durch Gefällsvermehrung bessere Vorflutverhältnisse zu schaffen, eine der zahlreichen Krümmungen durch einen Durchstich abgeschnitten. Die Welle des Zuflusses  $Z_2$  tritt daher um  $t_2$  früher an der Vereinigungsstelle ein und die Kulminationspunkte der beiden Wellen  $S_1$  und  $S_2$  sind dadurch um eine Zeit  $t_1 + t_2$  auseinandergerückt und liegen in  $S_1'$  und  $S_2'$ . Die Additionskurve aus beiden Wellen ist  $A'$ , während sie vor Erstellung der Verbauungen  $A$  war.

Führen zwei Zuflüsse Wellen mit flachen Kämmen und baut man in jeden von ihnen Sperren ein, so ist es sehr wohl möglich, daß die zeitliche Zurückhaltung in beiden nahezu gleich groß ist, also kein Auseinanderziehen der Scheitelpunkte stattfindet; da wegen der flachen Form auch keine Abwächung erfolgt, so steht man dann vor der Tatsache, daß mit großen Mitteln sozusagen nichts erreicht ist. Besser wäre es in diesem speziellen Falle nur den einen Zufluß, aber diesen möglichst wirksam mit Retentionsanlagen zu versehen. Ein System von primitiven Retentionsanlagen, wie wir solche für entlegene Gebirgstäler vorgeschlagen haben, genügt dann unter Umständen nicht mehr und es wird ein regulierbares Stauwerk nötig, in welchem man die Niederschläge auf lange Zeit zurückhalten und nach Willkür ablassen kann.

Nachdem es der Meteorologie gelungen ist, aus Wettermeldungen die Prognose für die folgenden Tage aufzustellen, liegt die Frage sehr nahe, ob es nicht möglich sein sollte, einen Schritt weiter zu gehen und auch die Wasserstände vorauszusagen, die doch nur eine Funktion der Niederschlagsverhältnisse sind. Das Beobachtungsmaterial ist für einzelne Gebiete auch bereits vorhanden; dabei hat sich aber der Zusammenhang zwischen Niederschlag und Abfluß\*) als ein überaus komplizierter herausgestellt. Auf ihn wirkt eine solche Menge von Faktoren, von denen jeder für ein anderes Einzugsgebiet wieder gänzlich sich ändert, daß die Ableitung der Abflußmenge aus denselben zunächst sehr verwickelt und unsicher erscheint, die Basierung auf Pegelablesungen dagegen als ein sehr einfaches, zurzeit wohl als das einzig mögliche Verfahren.

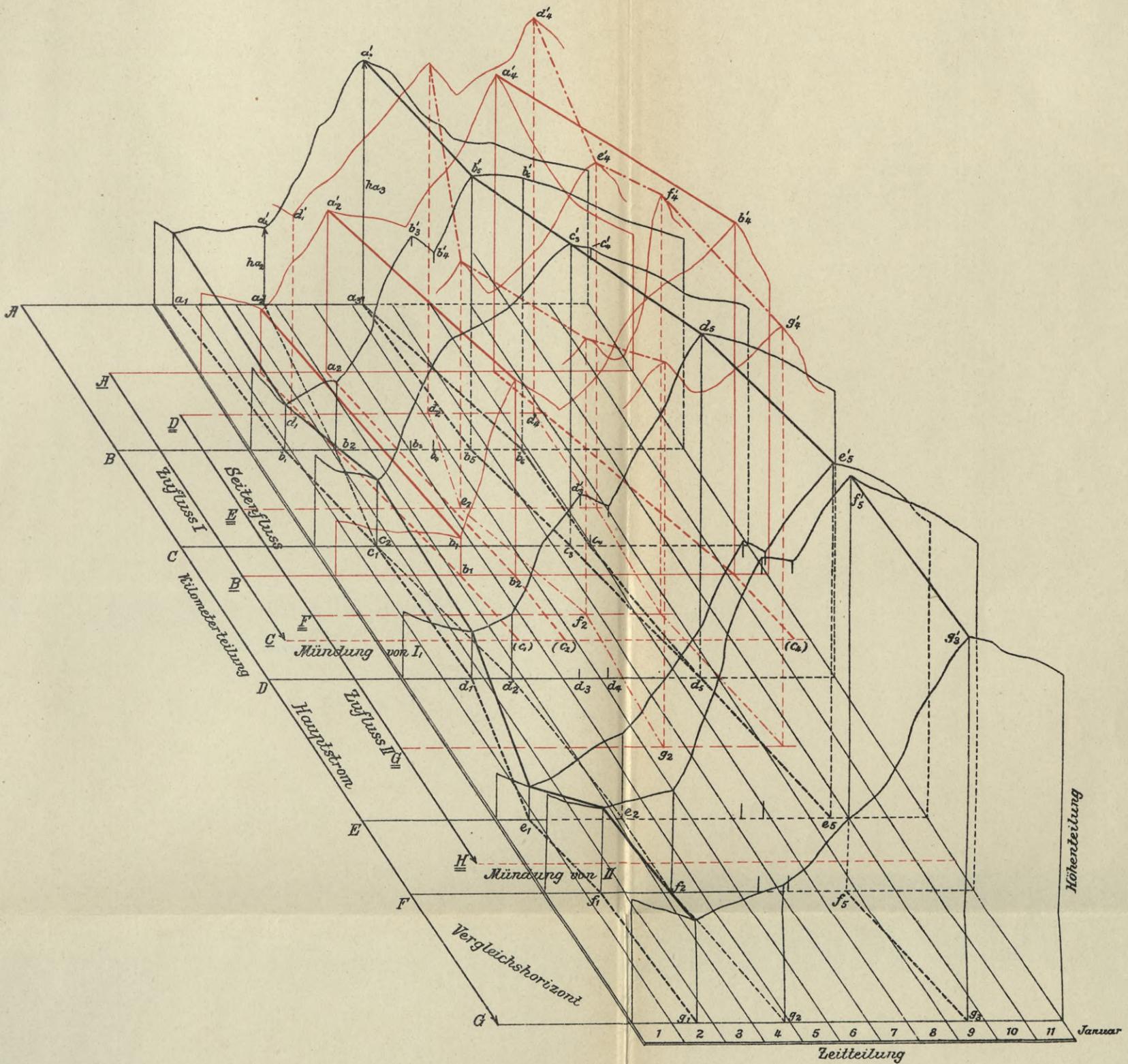
---

\*) Vergl. Dr. J. Epper, Chef d. Eidg. Hydrometr. Bureaus, Gutachten zum Sihlseeprojekt; sowie die Untersuchungen des Hydrometr. Bureaus in Karlsruhe über den Main.

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA  
KRAKÓW

# Hochwasser-Verlauf.

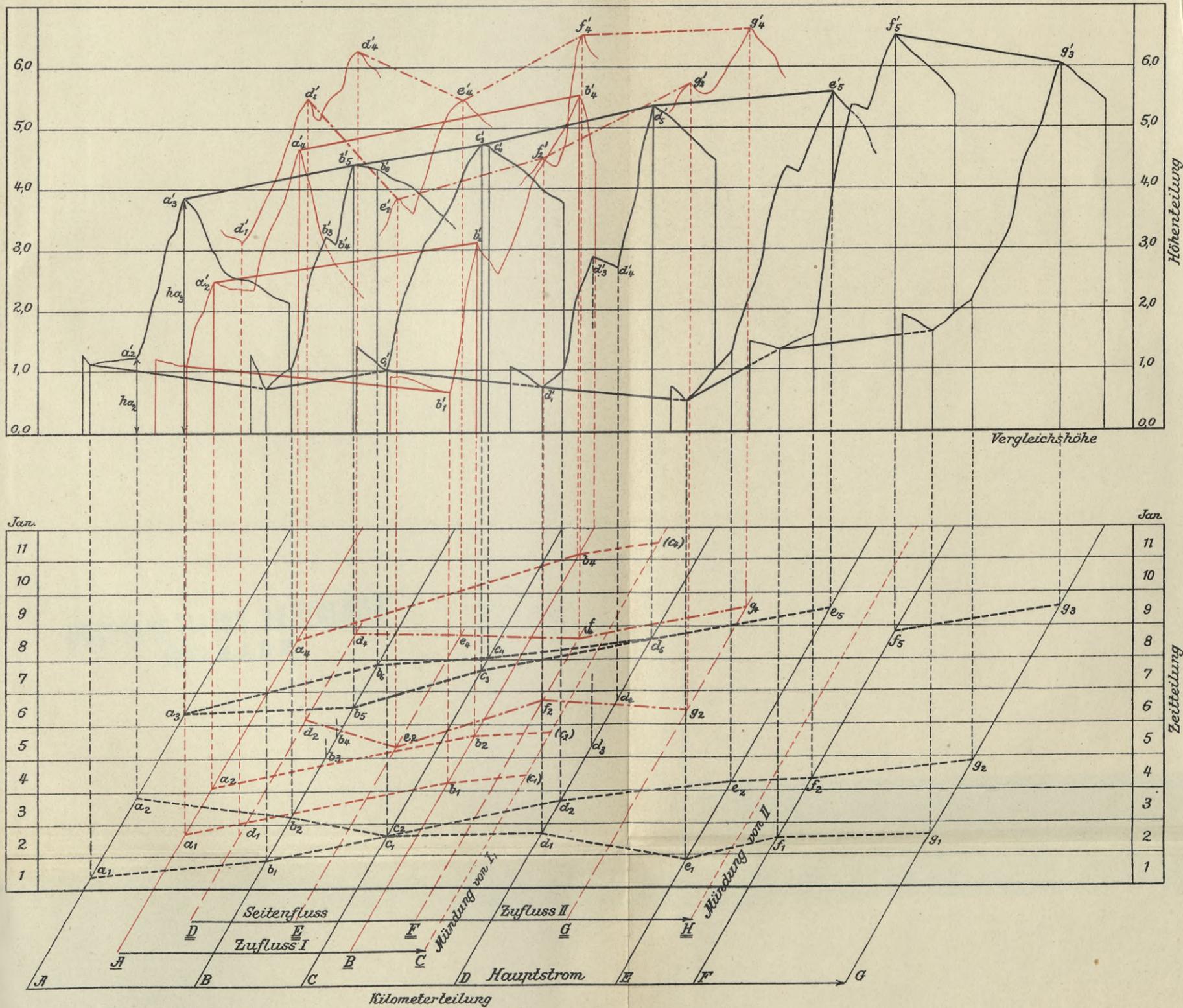
(Darstellung mit umgeklappten Pegelcurven.)



BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA  
KRAKÓW

# Hochwasser - Verlauf.

(Darstellung in zwei Ebenen).



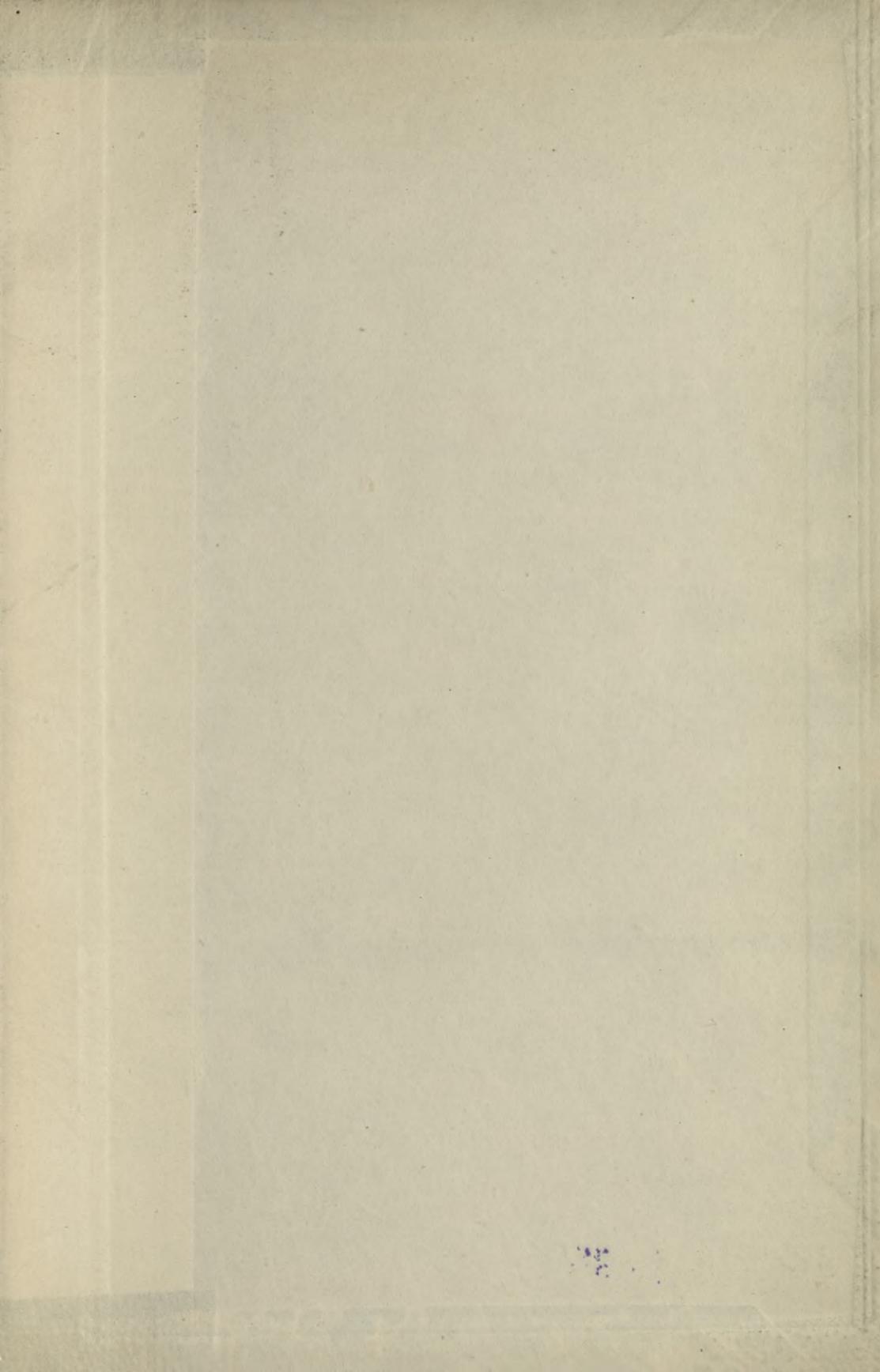
BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA  
KRAKÓW

S. 61

8-22

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA  
KRAKÓW

S-96



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000297301