

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000325777

L 312

WYKŁAD

HYDRAULIKI

WRAZ

Z TEORYĄ MASZYN WODNYCH

POPRAWKAMI

WIADOMOŚCIAMI WSTĘPNYMI

Z MECHANIKI ANALITYCZNEJ CIAŁ PŁYNNYCH
WYKŁAD

FELIKSA KUCHARZEWSKIEGO

HYDRAULIKI

WYDAWCA: WYDZIAŁ WYDARUNKOWY UNIWERSYTETU POLITECHNICZNEGO W PARYŻU

Is les plus noble des sciences, l'hydraulique est la science de l'eau, et c'est pour-
qu'elle est la base de toute civilisation. Elle est la science de la vie, et c'est pour-
qu'elle est la science de la mort.

NA ZBIERANIE KARTONICZNEJ KOLEKCJI KOPERNIKA
KOPERNIKA
WYKŁAD WŁAŚCICIELA BIBLIOTEKI FURNICKIEJ
W Towarzystwach Naukowych i Nauki w Paryżu

1872. — Drukarnia Lezoy, Dancy i Fideles, przy ulicy de Four-ain-Germain, 21.

518 2

CZESĆ II

WYKŁAD HYDRAULIKI

10 Wstęp..... 10

WYKŁAD PIERWSZY

O WYKŁADACH I WYKŁADACH

ROZDZIAŁ I. — Prędkości, w których płyną ciecze przez otwory

HYDRAULIKI

19. Wpływ cieczi przez otwór w płaskiej ścianie — Wyższe ciśnienie Torricelliego..... 102

20. Wpływ cieczi przez otwór przesłonięty..... 104

21. Wpływ cieczi przez otwór przesłonięty..... 106

22. Wpływ cieczi przez przesłonięty w kształcie stożka..... 108

23. Wpływ cieczi przez otwory rozmieszczone na powierzchni wewnętrznej lub zewnętrznej..... 110

24. Wpływ przez otwór zanurzony w cieczi, lub opuszczony pod wodą..... 112

25. Wpływ przez otwór zanurzony w cieczi, lub opuszczony pod wodą..... 114

26. Wpływ przez otwór zanurzony w cieczi, lub opuszczony pod wodą..... 116

27. Wpływ przez otwór zanurzony w cieczi, lub opuszczony pod wodą..... 118

28. Wpływ przez otwór zanurzony w cieczi, lub opuszczony pod wodą..... 120

29. Wpływ przez otwór zanurzony w cieczi, lub opuszczony pod wodą..... 122

30. Wpływ przez otwór zanurzony w cieczi, lub opuszczony pod wodą..... 124

31. Wpływ przez otwór zanurzony w cieczi, lub opuszczony pod wodą..... 126

32. Wpływ przez otwór zanurzony w cieczi, lub opuszczony pod wodą..... 128

33. Wpływ przez otwór zanurzony w cieczi, lub opuszczony pod wodą..... 130

ROZDZIAŁ II. — Prędkości, w których płyną ciecze przez przewody

34. Prędkości płynące przez przewody..... 132

35. Prędkości płynące przez przewody..... 134

36. Prędkości płynące przez przewody..... 136

37. Prędkości płynące przez przewody..... 138

38. Prędkości płynące przez przewody..... 140

39. Prędkości płynące przez przewody..... 142

40. Prędkości płynące przez przewody..... 144

41. Prędkości płynące przez przewody..... 146

42. Prędkości płynące przez przewody..... 148

43. Prędkości płynące przez przewody..... 150

L 312

WYKŁAD

HYDRAULIKI

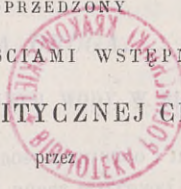
WRAZ

Z TEORYĄ MACHIN WODNYCH

POPZREDZONY

WIADOMOŚCIAMI WSTĘPNEMI

Z MECHANIKI ANALITYCZNEJ CIAŁ PŁYNNYCH



przez

FELIKSA KUCHARZEWSKIEGO

I

WŁADYSŁAWA KLUGERA

INŻYNIERÓW DYPLOMOWANYCH PRZEZ SZKOLĘ DRÓG I MOSTÓW W PARYŻU

In hac philosophia (experimental) propositiones deducuntur ex phaenomenis, et redduntur generales per inductionem.

Newton, Phil. nat. Princ. math.

NA CZTERECHSETLETNIĄ ROCZNICĘ URODZIN

KOPERNIKA

NAKŁADEM WŁAŚCICIELA BIBLIOTEKI KÓRNICKIEJ

PRZEWODNICZĄCEGO

W TOWARZYSTWACH NAUKOWEJ POMOCY I NAUK ŚCISLYCH W PARYŻU

1873

2345

WYKŁAD

HYDRAULIKI

WRAZ

Z TEORYĄ MASZYN WODNYCH



Z MECHANIKI ANALITYCZNEJ I PŁYNŹYCH

FELIKSA KUCHARZEWSKIEGO

WŁADYŚŁAWA

II - 357 185

Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej
ul. Piłsudskiego 5, 31-064 Kraków

WYDAWCA: WŁADYŚŁAWA
KOPERNIKA
KRAKÓW
WYDZIAŁ INŻYNIERSTWA
MIECHANICZNEGO

1913

SPIS RZECZY

CZĘŚĆ II

PRZEDMOWA.....	strona XIX
----------------	---------------

CZĘŚĆ I

WIADOMOŚCI WSTĘPNE Z MECHANIKI ANALITYCZNEJ CIAŁ PŁYNNYCH.

ROZDZIAŁ I. — HYDROSTATYKA.....	1
1. Określenia.....	1
2. Równość ciśnień we wszystkich kierunkach.....	2
3. Równania ogólne równowagi płynów.....	6
4. Powierzchnie równiny.....	9
5. Równowaga płynów ważkich.....	9
6. Poziomowanie barometryczne.....	14
7. Przypadek równowagi względnej.....	19
8. Ciśnienie na ściany naczynia.....	21
9. Ciśnienia wywierane na ciało stałe zanurzone w cieczy wa- żkiej w równowadze.....	27
10. Równowaga ciała stałego zanurzonego w cieczy ważkiej, albo pływającego na jej powierzchni.....	28
11. Stateczność równowagi ciał pływających.....	34
ROZDZIAŁ II. — HYDRODYNAMIKA.....	42
12. Równania różniczkowe ruchu płynów.....	42
13. Ruch nieustanny płynu.....	47
14. Twierdzenie Daniela Bernoulli.....	50
15. Inne wyrażenia twierdzenia Bernoulli'ego.....	54

	stronę
16. Warunki, w jakich twierdzenie Bernoulli'ego stosować można w Hydraulicce.....	60
17. Równania Hydrodynamiki ze względu na lepkość.....	63
18. Ruch prostoliniyjny cieczy. — Prace p. Lévy.....	70

CZEŚĆ II

WYKŁAD HYDRAULIKI.

19 Wstęp.....	83
---------------	----

KSIĘGA PIERWSZA.

O WYPŁYWIE CIECZY PRZEZ OTWORY.

ROZDZIAŁ I: — PRZYPADKI, W KTÓRYCH LEPKOŚĆ CIECZY MOŻE BYĆ POMINIĘTA.....	85
20. Wypływ cieczy przez otwór w cienkiej ścianie. — Twierdzenie Toricelli'ego.....	85
21. Wypływ cieczy przez otwór prostokątny.....	89
22. Wypływ cieczy przez przystawkę wchodzącą.....	95
23. Wypływ cieczy przez otwory rozszerzone na wewnątrz zupełnie, lub niezupełnie.....	100
24. Wypływ przez otwór zanurzony w cieczy, lub opatrzony pogródką.....	104
25. Stawidła pochyłe.....	108
26. Wypływ przez przewał.....	109
27. Uwagi ogólne. — Tablica prędkości.....	114
ROZDZIAŁ II. — PRZYPADKI, W KTÓRYCH NALEŻY MIEĆ WZGLĄD NA LEPKOŚĆ CIECZY.....	119
28. Skutki nagłego powiększenia przecięcia żyły.....	119
29. Piezometr różniczkowy.....	123
30. Przystawki walcowe.....	125
31. Zasada bocznego udzielania się ruchu w płynach.....	130
32. Przystawki ostrokątne zwięzające się.....	132
33. Przystawki ostrokątne rozszerzające się.....	134

	strona
34. Zastosowanie do wodotrysków.....	139
35. Uwagi ogólne.....	143
ROZDZIAŁ III. — RÓŻNE ZASTOSOWANIA.....	146
36. Zastawy na rzekach.....	146
37. Zastawa z belek.....	147
38. Statek-stawidło.....	149
39. Stawidło pana Chaubard.....	151
40. Stawidło pana Lévy.....	155

KSIĘGA DRUGA.

O RUCHU NIEUSTANNYM WODY W RURACH.

ROZDZIAŁ I. — TEORYA BIEGU PROSTOLINIJNEGO I JEDNOSTAJNEGO CIECZY WAŻKIEJ I JEDNORODNEJ W RURZE WALCOWEJ Z PRZECIĘCIEM KOŁOWEM.....	160
41. Uwagi ogólne.....	160
42. Równanie ruchu.....	163
43. Linia ciężenia, inny kształt równania ruchu.....	167
44. Dawna teoria Prony'ego.....	171
45. Ulepszenia wzoru Prony'ego.....	174
46. Prawo rozkładu prędkości na przecięciu poprzecznem rury	179
47. Doświadczenia i wzory Henryka Darcy.....	186
48. Teorya p. Maurycego Lévy.....	193
ROZDZIAŁ II. — ROZWIĄZANIE ZADAŃ TYCZĄCYCH SIĘ RUCHU CIĄ- GŁEGO I JEDNOSTAJNEGO WODY W RURACH WALCOWYCH POJEDYŃ- CZYCH Z PRZECIĘCIEM KOŁOWEM.....	201
49. Uwagi ogólne.....	201
50. Rachunki według wzoru Prony'ego.....	203
51. Tablica Fourneyron'a.....	211
52. Rachunki według wzoru p. Darcy.....	217
53. Rachunki według wzoru p. Lévy.....	227
54. Zadania praktyczne.....	234
ROZDZIAŁ III. — O RUCHU NIEUSTANNYM WODY W RURACH POJEDYŃ- CZYCH, KTÓRYCH ŚREDNICE I WYDATKI ZMIENIAJĄ SIĘ MIĘDZY DWOMA PRZECIĘCIAMI POPRZECZNYMI.....	237

	strona
55. Przypadek, w którym zmiany średnicy i wydatku nie są ciągle	237
56. Przypadek, w którym średnice i wydatki zmieniają się w sposób ciągły. Równanie różniczkowe ruchu.....	243
57. Rura pojedyncza, której średnica jest zmienna a wydatek stały.....	246
58. Przypadek szczególny, w którym średnica zmienia się w sposób ciągły, razem z długością rury.....	249
59. Rura stałej średnicy wydająca jednostajnie wodę w swym przebiegu	252
60. Przykłady praktyczne	256
ROZDZIAŁ IV. — RURY ZŁOŻONE I INNE KWESTYE TYCZĄCE SIĘ BIEGU WODY W RURACH.....	264
61. Zmiany poziomu piezometrycznego w okolicach punktu zejścia się dwóch rur.....	264
62. Dwa zadania ogólne dotyczące się rur złożonych.....	266
63. Warunek najmniejszego nakładu pieniężnego.....	269
64. Rura złożona, łącząca dwa zbiorniki.....	275
65. Trzy rury zchodzące się w jednym punkcie a łączące trzy zbiorniki, których poziomy znajdują się na różnych wysokościach.....	282
66. Rury zasilane w wodę z obu końców.....	288
67. Oznaczenie średnic różnych części rury złożonej, z warunkiem najmniejszego nakładu pieniężnego.....	293
68. Przykłady praktyczne tyczące się rur złożonych.....	300
69. Najekonomiczniejsza średnica rury pojedynczej w pewnym szczególnym przypadku.....	306
70. Rura łącząca dwie części kanału.....	310
71. Straty ciężenia podrzędne.....	313
72. Niektóre uwagi tyczące się wodociągów	320

KSIEGA TRZECIA.

O RUCHU NIEUSTANNYM WODY W KANAŁACH ODKRYTYCH

ROZDZIAŁ I. — ROZKŁAD PRĘDKOŚCI NA PRZECIECIU POPRZECZNYM PRĄDU PROSTOLINIJNEGO I JEDNOSTAJNEGO.....	333
---	------------

	strona
73. Uwagi wstępne.....	333
74. Doświadczenia i wzory Dubuat'a.....	338
75. Wzory Prony'ego.....	339
76. Doświadczenia i wzory Defontaine'a.....	344
77. Poszukiwania teoretyczne Sonnet'a.....	343
78. Prace p. Dupuit.....	347
79. Doświadczenia i wzory p. Witkowskiego.....	352
80. Poszukiwania doświadczalne panów Darcy i Bazin.....	357
84. Doświadczenia Inżynierów amerykańskich na Mississipi...	363
ROZDZIAŁ II. — O BIEGU JEDNOSTAJNYM WODY W KANAŁACH OD-	
KRYTYCH. — WZORY PRAKTYCZNE I TABLICE.....	
82. Równanie ruchu.....	368
83. Wyrażenie tarcia według Prony'ego i jego poprzedników.	371
84. Prace Eytelwein'a i innych.....	374
85. Tablica Prony'ego i Eytelwein'a.....	378
86. Poszukiwania panów Darcy i Bazin.....	382
87. Tablice p. Bazin.....	389
88. Inne wzory na bieg jednostajny wody w kanałach.....	392
89. Zadania dotyczące się biegu jednostajnego wody w kanałach.	396
90. Zadania praktyczne.....	401
91. Kilka uwag nad równaniem biegu jednostajnego wody	
w kanałach.....	408
ROZDZIAŁ III. — O BIEGU WODY NIEUSTANNYM I ZMIENNYM, STRU-	
GAMI RÓWNOLEGLIEMI, W KANAŁACH ODKRYTYCH.....	
92. Uwagi wstępne.....	415
93. Równania ruchu zmiennego.....	416
94. Uwagi nad równaniem ruchu zmiennego.....	423
95. Zadania dotyczące się ruchu zmiennego.....	426
96. Równanie ogólne osi hydraulicznej.....	429
97. Klasyfikacya osi hydraulicznych według pana Boudin...	436
98. Przypadek koryta pryzmatycznego ze stałym spadkiem i	
bardzo wielką szerokością.....	439
99. Tablica p. Bresse.....	444
100. Przykład liczebny.....	450
101. Dyskusya równania osi hydraulicznej w przypadku ko-	
ryta pryzmatycznego ze stałym spadkiem i bardzo wielką	

	strona
szerokością.....	454
402. Przypadek koryta pryzmatycznego ze stałym spadkiem i stałym przecięciem poprzecznym jakiegokolwiek kształtu...	465
ROZDZIAŁ IV. — O PODSKOKU POWIERZCHNI.....	481
103. Doświadczenia Bidone'a.....	481
104. Równanie Bélanger'a.....	485
405. Przypadek koryta prostokątnego.....	490
106. Strata ciężenia wynikała z podskoku powierzchni.....	494
407. Poszukiwania doświadczalne nad podskokiem powierzchni	497
108. Wykreślenie osi hydraulicznej prądu.....	508
ROZDZIAŁ V. — PRZYKŁADY PRAKTYCZNE I INNE KWESTYE TYCZĄCE SIĘ BIEGU WODY W KANAŁACH ODKRYTYCH.....	512
109. Przejście rzeki pod mostem.....	512
110. Rachunek przybliżony podniesienia wody przed zastawą..	518
111. Zastawa zatopiona.....	520
112. Rozchodzenie się fali.....	523
113. Wiry na rzekach.....	525

KSIĘGA CZWARTA.

O RUCHU GAZÓW.

ROZDZIAŁ I. — NOWA TEORIA RUCHU GAZÓW.....	528
114. Wstęp.....	528
115. Krótki rys i zasady teorii mechanicznej ciepła.....	529
116. Zastosowanie teorii mechanicznej ciepła do ruchu płynów	539
117. Zastosowanie wzoru ogólnego do par wodnych.....	549
ROZDZIAŁ II. — DAWNA TEORIA RUCHU GAZÓW.....	553
118. Ruch nieustanny gazu ważkiego o stałej temperaturze...	553
119. Wypływ nieustanny gazu przez otwór znajdujący się w ścianie zbiornika.....	554
120. Współczynniki wydatku gazów wypływających otworami w cienkiej ścianie, przez przystawki walcowe i ostrokątowe	557
121. Ruch nieustanny gazu w rurach.....	559
122. Współczynniki dwumianu wyrażającego tarcie gazu o ściany rury.....	565
123. O nagłych zmianach kierunku i przecięcia rur, gaz pro-	

	strona
wadzących.....	567
ROZDZIAŁ III. RÓŻNE ZASTOSOWANIA TEORJI RUCHU GAZÓW.....	568
124. Miechy walcowe.....	568
125. O dzwonach powietrznych komunikujących z rurami wodę prowadzącymi i z pompami tłoczącymi.....	574
126. Wentylatory.....	581
127. Ruch powietrza w kanałach wentylacyjnych i w kominach	590
128. Uwagi dotyczące rozprowadzania gazu do oświetlania....	596

KSIĘGA PIĄTA.

O WZAJEMNEM CIŚNIENIU CIAŁ STAŁYCH I PŁYNNYCH W ICH RUCHU WZGLĘDNYM I O MIERZENIU PRĘDKOŚCI PRĄDÓW.

ROZDZIAŁ I. DZIAŁANIE PORUSZAJĄCEGO SIĘ PŁYNU NA CIAŁO STAŁE	602
129. Wstęp.....	602
130. Uderzenie prostopadle odosobnionej żyły ciekłej.....	604
131. Uderzenie ukośne odosobnionej żyły wodnej.....	611
132. Opór ciał zanurzonych w płynie prowadzonym rurą walcową.....	613
133. Ciśnienie cieczy nieograniczonej na ciała w niej zanurzone i ożywione jednostajnym postępowym ruchem.....	620
134. Opór stawiany przez rośliny w kanałach lub rowach wodę prowadzących.....	623
135. Działanie wiatru na nieruchome powierzchnie ustawione prostopadle do jego kierunku.....	624
136. Wiatraki.....	625
137. Trudność prowadzenia i kierowania balonów.....	629
ROZDZIAŁ II. — MIERZENIE WYDATKU I PRĘDKOŚCI PRĄDÓW.....	631
138. Sposoby mierzenia wydatku prądów.....	631
139. Mierzenie wydatku prądów na zasadzie wypływu przez otwór.....	632
140. Mierzenie wydatku prądów na zasadzie wypływu przez przewał.....	634
141. Mierzenie wydatku prądów przez zastosowanie zasad biegu wody w kanałach.....	634

142. Mierzenie wydatku wody za pomocą specjalnych przyrządów, hydrometrami zwanych.....	637
143. Mierzenie największej prędkości na powierzchni wód bieżących, za pomocą pływaków.....	640
144. Mierzenie prędkości prądów ciekłych za pomocą wahadła hydrometrycznego i tachometru Brünings'a.....	644
145. Mierzenie prędkości prądów ciekłych za pomocą młynka Woltmann'a.....	646
146. Uwagi dotyczące młynka Woltmann'a.....	652
147. Sposób mierzenia prędkości prądów ciekłych za pomocą rurki Pitot'a lub Darcy'ego.....	658
148. Mierzenie kierunku i prędkości prądów morskich.....	662
149. Sposoby mierzenia prędkości prądów gazowych.....	664

CZĘŚĆ III

MACHINY WODNE.

KSIEGA PIERWSZA.

O PRACY MACHIN.

150. Wiadomości ogólne o machinach.....	667
151. Machiny wodne.....	675
152. Praca machin wodnych.....	675

KSIEGA DRUGA.

KOŁA O OSI POZIOMEJ.

ROZDZIAŁ I. — KOŁA PODSIĘBIERNE.....	680
153. Koło podsiębierne z łopatkami płaskimi, osadzone w pogródcie.....	680
154. Wypadki doświadczeń i uwagi dotyczące koła podsiębiernego z płaskimi łopatkami.....	684
155. Przykład liczebny obrachowania skutku koła podsiębiernego z płaskimi łopatkami.....	689

	strona
156. Urządzenie koła podsiębiernego w razie, gdy łopatki mają znaczny odstęp w pogródce	691
157. Koło Poncelet'a	692
158. Kreślenie łopatek i pogródki koła Poncelet'a.....	696
159. Wypadki doświadczeń i uwagi praktyczne dotyczące koła Poncelet'a.....	699
160. Przykład liczebny obrachowania koła Poncelet'a.....	701
ROZDZIAŁ II. — KOŁA ŚRÓDBIERNE I WISZĄCE.....	702
161. Koła łopatkowe osadzone w części całkowitego spadku w pogródce kołowej i otrzymujące wodę przez stawidło lub przewal.....	702
162. Wypadki doświadczeń i uwagi praktyczne dotyczące koła śródbiernego.....	706
163. Przykład liczebny koła śródbiernego.....	711
164. Koło śródbierne o płaskich ukośnych łopatkach	713
165. Koło Sagebien'a	715
166. Koła wiszące.....	718
167. Wypadki doświadczeń i uwagi dotyczące koła wiszącego.	719
ROZDZIAŁ III. — KOŁA NASIĘBIERNE CZYLI SKRZYNKOWE.....	721
168. Opis i teoria koła nasiębiernego	721
169. Wymiary i kształt skrzynek.....	727
170. Wypadki doświadczeń i dane praktyczne dotyczące koła skrzynekowego.....	729
171. Przykład liczebny obrachowania koła nasiębiernego	733
ROZDZIAŁ IV. — DYSKUSYA KÓŁ O OSI POZIOMEJ.....	735
172. Ogólny pogląd na koła wodne o osi poziomej.....	735
173. Wybór koła.....	737

KSIĘGA TRZECIA.

KOŁA O OSI PIONOWEJ.

ROZDZIAŁ I. — KOŁA O ODDZIAŁYWANIU.....	744
174. Opis i teoria kół o oddziaływaniu.....	744
ROZDZIAŁ II. — TURBINY.....	751
175. O turbinach w ogólności.....	751
176. Turbina Fourneyron'a.....	752

	strona
177. Teorya turbiny Fourneyron'a.....	757
178. Doświadczenia i uwagi dotyczące turbiny Fourneyron'a..	767
179. Sposób regulowania wydatku wody w turbinie Fourneyron'a.....	781
180. Przykład liczebny obrachowania turbiny Fourneyron'a...	784
181. Turbina Fontaine'a.....	788
182. Teorya turbiny Fontaine'a.....	791
183. Doświadczenie i uwagi praktyczne dotyczące turbiny Fontaine'a.....	800
184. Sposób regulowania wydatku wody w turbinie Fontaine'a.	806
185. Przykład liczebny obrachowania turbiny Fontaine'a...	808
186. Turbina Jonval-Koechlin'a.....	812
187. Teorya turbiny Jonval-Koechlin'a.....	814
188. Wypadki doświadczeń i uwagi praktyczne dotyczące turbiny Jonval-Koechlin'a.....	815
189. Turbina Girard'a.....	817
190. Wypadki doświadczeń i uwagi dotyczące turbiny Girard'a.....	819
ROZDZIAŁ III. TURBINY STYCZNOBIERNE.....	820
191. Opis turbin stycznobiernych.....	820
192. Teorya turbiny stycznobiernej z dopływem na wewnątrz i wypływem na zewnątrz.....	822
193. Teorya turbiny stycznobiernej z dopływem i wypływem na zewnątrz.....	826
194. Teorya turbiny stycznobiernej z dopływem na zewnątrz i wypływem na wewnątrz.....	828
195. Uwagi praktyczne dotyczące turbin stycznobiernych...	830
196. Przykład liczebny.....	833
ROZDZIAŁ IV. — OGÓLNY POGLĄD NA KOŁA O OSI PIONOWEJ; ICH PORÓWNANIE Z KOŁAMI O OSI POZIOMEJ, I WYBÓR MACHINY WODNEJ.....	835
197. Ogólny pogląd na turbiny.....	835
198. Ogólne uwagi dotyczące urządzenia kół wodnych.....	839
199. Porównanie kół o osi poziomej z turbinami, i wybór koła.	844

KSIĘGA CZWARTA.

MACHINY DO PODNOSZENIA WODY.

	strona
ROZDZIAŁ I. — POMPY	852
200. Wstęp.....	852
201. Pompy z tłokami.....	853
202. Kształt i ruch tłoka pompy ssąco-tłoczącej.....	864
203. Pompy obrotowe, także odśrodkowemi zwane.....	869
204. Uwagi dotyczące pompy odśrodkowej.....	878
205. Ostatnie ulepszenia konstrukcyjne pomp obrotowych.....	879
ROZDZIAŁ II. — ŚRUBA ARCHIMEDES'A, KOŁO ŚLIMAKOWE, PRZY- RZĄDY MONTGOLFIER'A, GIFFARD'A I INNE.....	883
206. Śruba Archimedes'a.....	883
207. Wypadki doświadczeń i uwagi dotyczące śruby Archime- des'a.....	890
208. Koło ślimakowe.....	892
209. Elewator łopatkowy pochyły.....	893
210. Elewator łopatkowy pionowy.....	895
211. Elewator skrzynkowy.....	896
212. Koło z kublami lub szkopami.....	899
213. Wiadro na żurawiu.....	900
214. Wiadro z kołowrotem.....	900
215. Szuflowanie wody.....	901
216. Baran hydrauliczny.....	901
217. Przyrząd Giffard'a.....	908
218. Pogląd na teorię przyrządu Giffard'a.....	916
219. Zastosowanie przyrządu Giffard'a.....	919
220. Studnie artezyjskie.....	921
ROZDZIAŁ III. — MACHINY SŁUPOWODNE.....	926
221. Ogólny opis machin słupowodnych.....	926
222. Machina słupowodna o pojedynczem działaniu.....	926
223. Machina słupowodna o podwójnem działaniu.....	930
ROZDZIAŁ IV. — OGÓLNY POGLĄD NA MACHINY DO PODNOSZENIA WODY.....	931

	strona
224. Wybór maszyny do podnoszenia wody.....	931
225. Sposoby poruszania maszyn do podnoszenia wody.....	935

DODATEK

ZAWIERAJĄCY ZBIÓR TABLIC SŁUŻĄCYCH DO UŁATWIENIA RACHUNKÓW, ORAZ SPIS DZIEŁ POMOCNICZYCH.

TABLICA I. — Porównanie miar i wag francuzkich, polskich, austriackich, pruskich i rossyjskich.....	943
TABLICA II. — Kwadraty i sześciiany liczb całkowitych od 1 do 1000, pierwiastki kwadratowe i sześciennie tychże liczb, i powierzchnie kół o średnicy 1 ^m do 1000 ^m	953
TABLICA III. — Wartości liczebne prostych funkcyj liczby π ..	981
TABLICA IV. — Wartości liczebne prostych funkcyj liczby g ...	985
TABLICA V. — Wartości łuków koła we funkcyi promienia....	989
SPIS DZIEŁ POMOCNICZYCH, ROZPRAW, ARTYKUŁÓW I SPRAWOZDAŃ ODNOŚĄCYCH SIĘ DO MECHANIKI ANALITYCZNEJ CIAŁ PŁYNNYCH, HYDRAULIKI I BUDOWY MASZYN WODNYCH. — DZIELA ŁACIŃSKIE, WŁOSKIE, FRANCUZKIE, NIEMIECKIE, ANGIELSKIE I POLSKIE....	993
Dziela i artykuły łacińskie.....	993
Dziela, rozprawy i artykuły włoskie.....	994
Dziela, rozprawy, artykuły i sprawozdania francuzkie.....	996
Dziela, rozprawy, artykuły i sprawozdania niemieckie.....	1004
Dziela, rozprawy, artykuły i sprawozdania angielskie.....	1012
Dziela, artykuły i sprawozdania polskie.....	1014

PRZEDMOWA

Mechanika analityczna, albo jak ją nazywają Francuzi *racyonalna* czyli rozumowa, tłumaczy i poddaje pod rachunek zjawiska równowagi i ruchu ciał idealnych, a nie takich jakie rzeczywiście istnieją w naturze. I tak ciała stałe, uważane w Mechanice analitycznej, są stałymi i niezmiennymi związkami punktów materialnych, ciała zaś płynne są płynami doskonałymi, których pojedyncze cząsteczki, przy zupełnej nieobecności wzajemnego tarcia, są nieskończenie ruchome jedne względem drugich. Przechodząc od owych ciał idealnych do rzeczywiście w naturze istniejących, tylko w przybliżeniu możemy stosować do nich wypadki Mechaniki analitycznej. Przybliżenie to jest często niedostateczne w praktyce, a nieraz zachodzi potrzeba uciekania się do innych metod, dających dokładniejsze wypadki. Częściej jeszcze przytrafiają się w praktyce zagadnienia, których bezpośrednich rozwiązań dać nie może Mechanika analityczna, które przeto wymagają oddzielnych teoryj. Te wszystkie metody i teorye, równie liczne jak i szczególne przypadki równowagi i ruchu ciał napotymane w praktyce, tworzą Mechanikę stosowaną, prawdziwą podstawę Sztuki Inżynierskiej, naukę o której ważności i pożytkach zbyt czczeniem by było mówić w wieku XIX^{ty}m, która jednak, jak to sam jej rodowód pokazuje, zasługiwać nie może na miano umiejętności, tak zupełnej i doskonałej jak Mechanika analityczna, odznaczająca się głównie płodnością i małą liczbą swych zasad.

Mechanika stosowana, podobnie jak i Mechanika analityczna, dzieli się podług dwóch stanów skupienia ciał na dwie główne części, a mianowicie: na Mechanikę ciał stałych i Mechanikę ciał płynnych. Pierwsza

nosi zwykle miano nauki o wytrzymałości materyałów i o stałości budowli, druga zaś nazwę Hydrauliki. Obie są w części rozumowemi, w części doświadczalnemi, a nadto przyjmują jeszcze pewną liczbę przypuszczeń, koniecznych do poddania pod rachunek kwestyj danych. Wszakże ta obecność przypuszczeń nie odejmuje zupełnie Mechanice stosowanej jej charakteru umiejętności ściślej, gdyż przyjmowane przypuszczenia są poddane naprzód, tak samo jak i w Fizyce, bezwzględnemu kryterium; a wynikające z nich logiczne wypadki, winny być zgodne z bezpośredniemi wskazówkami doświadczeń, przynajmniej w granicach, w jakich teoria jest stosowaną.

Głównym przedmiotem nauki o wytrzymałości materyałów jest oznaczenie wysiłków albo paré wewnętrznych, mających miejsce w różnych elementach danej budowli i sprawdzenie, czy owe parcia są mniejsze od przyjętych granic. Wzmieniona nauka ma także za przedmiot oznaczenie z największą możliwą oszczędnością kształtów i wymiarów, zapewniających wytrzymałość budowli, czyli odpowiadających wysiłkom miejscowym, mniejszym od powyższych granic. Nauka ta, uważana jako szczegółowa gałąź Mechaniki stosowanej, jest umiejętnością całkiem nowożytną. Przeciwnie, studia doświadczalne nad własnościami materyałów sięgają jak najdalszej starożytności i są współczesne pierwszym próbom budownictwa. Szybko uznano wpływ wymiarów i kształtów na moc i trwałość materyałów, a budownictwo starożytne, kierowane doświadczeniem i pewnym instynktem mechanicznym, w ogóle nader słusznym, uświęciło od najdawniejszych czasów niektóre prawidła, po większej części zupełnie usprawiedliwione przez umiejętność nowoczesną. Ale dopiero pierwszy Galileusz zastosował geometryę i rachunek do rozwiązywania zadań wytrzymałości i dlatego uważać go można życiodawcą tej nauki. Podał on w roku 1638 teorię belek prostych obciążonych ciężarami, a jakkolwiek się ona nie utrzymała, nieprzedstawiając dostatecznej zgody z prawami Statyki i wypadkami doświadczeń, posłużyła jednak za przewodnika i podstawę prawdziwej teorii, podanej w roku 1705 przez Jakóba Bernoulli. Od tej chwili uważać można wytrzymałość materyałów jako stanowczo ugruntowaną. Uprawiana w wieku XVIII^{ym} przez największych geometrów Euler'a i Lagrange'a i przez wielką liczbę badaczy, rozwijać się zaczęła w bieżącym stuleciu w dwóch odrębnych kierunkach. Z jednej strony uczeni francuzcy: Navier, Poisson, Cauchy i Lamé, utworzyli z niej prawie szczegółową gałąź analizy, pod nazwą

ogólnej teoryi sprężystości; a z drugiej, metody i teorye zwyczajne, udoskonalone pracami Navier'a, Poncelet'a i Clapeyron'a, spowodowały zupełnie nowe postępy konstrukcyi. Dzięki tym rachunkom i doświadczeniom, powstały typy zupełnie nowe : mosty wiszące, wielkie mosty żelazne i inne konstrukcyje metaliczne, któremi szczyć się może bieżące stulecie.

Mechanika stosowana ciał płynnych czyli Hydraulika jest zbiorem prawideł, jakie mogą kierować Inżyniera w rozwiązywaniu zadań, dotyczących się ruchu płynów. Podobnie jak i nauka o wytrzymałości materyałów, Hydraulika uważana jako gałąź Mechaniki stosowanej, jest umiejętnością całkiem nowożytną. Skoro bowiem sztuka kierowania wody bieżącej sięga czasów zawiązków społeczeństwa i powstania wielkich miast, a znów rozumowana teorya ruchu płynów, utworzona przez d'Alembert'a

Euler'a, datuje się dopiero od połowy zeszłego stulecia; to trzymająca środek między niemi Hydraulika, w pośredniej także powstała epoce. Włochom należy się stworzenie pierwszych jej zasad i podstaw, bo też wiele okoliczności ściągało rzeczywiście na ten przedmiot uwagę tamtejszych fizyków i geometrów. Nigdzie może nawodniania gruntów nie były powszechniej stosowane jak we Włoszech, a zwłaszcza w okolicach Medyolanu, w tym uprzywilejowanym ogrodzie, zasilanym z góry przez jeziora, w których się gromadzą i oczyszczają wody prądów alpejskich, a drenowanym z dołu wspaniałą rzeką Po. Z drugiej znów strony, Rzym posiadał od najdawniejszych czasów wspaniałe wodociągi, których szczątki wzbudzają dotychczas jeszcze podziwienie zwiedzających; a inne większe miasta cesarstwa Rzymskiego były równie zasilane wodą, z dalekich sprowadzoną źródła. W średnich wiekach zmysł mieszczkański, tak rozwinięty we Włoszech, pomnożył te użyteczne prace. Kanalizacye dokonywane przez Włochów, dla uzupełnienia sieci ich dróg wodnych, były powodem w XV^{em} stuleciu wynalazku *szluzy z komorą (écluse à sas)*, dokonanego przez Leonarda da Vinci; a toż samo, co dla nauki o wytrzymałości materyałów zrobił Galileusz, to uczynił dla Hydrauliki jego uczeń Toricelli, oznaczając prędkość wypływu cieczy z naczynia i kładąc przez to pierwsze podstawy Hydrauliki. Stanowczo jednak ugruntowaną została Hydraulika dopiero w końcu zeszłego stulecia, pracami Michelotti'ego, Bossut'a, Dubuat'a i innych. Później, tak samo jak nauka o wytrzymałości materyałów, rozwijać się zaczęła w dwóch kierunkach: doświadczalnym i teoretycznym, a jakkolwiek w kierunku doświadczal-

nym wysoko posuniętą została, to w dziedzinie poszukiwań teoretycznych mało jeszcze dotąd zrobiła postępów.

Wszystko, co poprzedza, powiedzieliśmy głównie w celu wykazania miejsca, jakie zajmuje Hydraulika w grupie umiejętności składających całość Mechaniki. Uważać ją tu będziemy jako część Mechaniki stosowanej, utworzoną zbiorem prawideł, które mogą kierować Inżyniera w rozwiązywaniu zadań, dotyczących się ruchu płynów. Zajmując się więcej zaspokajaniem potrzeb praktyki, niż stawianiem ścisłych matematycznych teorii, Hydraulik bada prawa równowagi i ruchu płynów, li tylko w celu wywiedzenia z nich najlepszych przepisów: kierowania, prowadzenia i podnoszenia płynów, w rozmaitych szczególnych przypadkach, jakie się mogą często przytrafiać w praktyce. To też wiele kwestyj, które matematycy zostawili tymczasowo w zawieszeniu, rozwiązywać trzeba w Hydraulicie wszelkimi sposobami, kierując się już to wskazówkami teorii, już też fizyki doświadczalnej. A jeśli by nawet dojść było można do wypadków zupełnie ścisłych, to zawsze doświadczenie jest ostateczną sankcją, podobnie jak i w każdej umiejętności, która się z samych oderwanych zasad nie składa; tem bardziej, że zwykle poddając rachunkowi zjawiska przyrody, koniecznem jest zrobienie pewnych przypuszczeń, mniej lub więcej prawdziwych.

Wyraz *Hydraulika*, pochodzący od greckiego *ὕδρα*, woda dźwięcząca, utworzony z *ὕδωρ* woda i *ἄλις* flet, oznaczał u starożytnych sztukę budowania organów, które przed wynalezieniem miecha, potrzebowaly spadku wody do wprowadzania powietrza w piszczalki dla wydawania dźwięku. Używany był następnie do oznaczenia w ogóle Mechaniki ciał płynnych i dziś jeszcze niektórzy uczeni przyjmują go w tem znaczeniu, dzieląc Hydraulicę na dwie części, to jest: na Hydrostatykę zajmującą się płynami w równowadze i Hydrodynamikę zajmującą się płynami w ruchu. Dawniejsi znów uczeni, jak na przykład Bossut, nazywali Hydrodynamiką umiejętność ogólną, mającą za przedmiot prawa równowagi i biegu płynów, i dzielili tę Hydrodynamikę na dwie części, to jest Hydrostatykę uważającą równowagę płynów i Hydraulicę mającą za przedmiot ich ruch. Wyrodziło się ztąd pewnego rodzaju zamieszanie, którego łatwo uniknąć, zważywszy że Hydrostatyka i Hydrodynamika, czyli Statyka i Dynamika ciał płynnych, są to dwie składowe części Mechaniki analitycznej tychże ciał, a zaś Hydraulika jest częścią Mechaniki stosowanej, odnoszącą się do płynów. W ten sposób pojmowane są obecnie: Hydro-

statyka, Hydrodynamika i Hydraulika przez ogół uczonych i traktowane w dziełach francuzkich, włoskich, niemieckich i angielskich; wszakże dla bliższego objaśnienia najlepiej będzie wykazać w kilku słowach każdej z nich przedmiot i znaczenie.

Hydrostatyka czyli Statyka ciał płynnych, ma za przedmiot badanie praw równowagi tychże ciał. Pierwsze i główne jej podstawy położył Archimedes, na 250 lat przed Chrystusem, w swym traktacie: *De humido insidentibus*. Dowiódł w nim: że ciśnienie w którymkolwiek punkcie masy płynnej jest jednakie we wszystkich kierunkach, zbadał warunki równowagi ciał stałych zanurzonych w płynie, zupełnie lub niezupełnie, i zastosował do trójkąta, ostrokągu i paraboloidy, swą teorią ogólną, będącą jednym z najpiękniejszych pomników jego geniuszu. Hydrostatyka właściwa czyli Statyka cieczy, utworzoną została prawie w całości przez Archimedes'a, z wyjątkiem teorii stateczności równowagi ciał pływających, podanej po raz pierwszy przez Bouger'a w roku 1746 (*Traité du navire*), a w ostatnich czasach udoskonalonej przez Duhamel'a. Aerostatykę, czyli Statykę gazów, posunęły naprzód prawa odkryte przez Mariotte'a i Gay-Lussac'a, z których pomocą z równania ruchu gazów powstał wzór na poziomowanie barometryczne, wzór po raz pierwszy podany przez Laplace'a. W ogóle, Hydrostatyka jest umiejętnością, która doszła do wysokiego punktu rozwoju, której liczba praw zasadniczych jest bardzo mała, a wyniki i zastosowania nader liczne i ważne.

Hydrodynamika, czyli Dynamika ciał płynnych, mająca za przedmiot badanie praw ruchu tychże ciał, powstała dopiero w zeszłym stuleciu. Równania ogólne ruchu płynów podał d'Alembert w roku 1744 (*Traité des fluides*), ale przed nim jeszcze Daniel Bernoulli w roku 1738 (*Hydrodynamica*), wychodząc z twierdzenia sił żywych, podał prawa ruchu płynu oparte na przypuszczeniu równoległości warstw i może być uważany za prawdziwego twórcę Hydrodynamiki. Przypuszczenie to jest głównym warunkiem istnienia Hydrodynamiki, gdyż pięciu jej równań, które dobrze nazwał Lagrange *nieposłusznemi* (rebelles), zcałkować nie można w sposób ogólny. Dopiero w ostatnich czasach rozpoczęły się usiłowania posunięcia naprzód Hydrodynamiki, przez jej oparcie na teorii działań międzycząsteczkowych, a dzieło Heinemann'a (*Die Rational-Theorie der Bewegung des Wassers, als Lehrbuch der Hydrodynamik*), wydane w roku 1872, jest ostatnim wyrazem tych usiłowań. Ale już w tem dziele, Hydrodynamika straciwszy swój charakter umie-

jętności czysto rozumowej, przeradza się więcej w Hydraulicę i ma głównie na celu rozwiązanie zadań często napotykaných w praktyce. Co się tyczy specjalnie Aerodynamiki, czyli Dynamiki gazów, to ta utworzoną została w bieżącym stuleciu pracami Navier'a, a posuniętą naprzód przez Zeuner'a na podstawie zasad zapożyczonych z teoryi mechanicznej ciepła.

Hydraulika jest tem do Hydrostatyki i Hydrodynamiki, czem Mechanika stosowana do Mechaniki analitycznej. Jak tamte zajmują się wyłącznie płynami doskonałymi, tak Hydraulika bierze pod uwagę same tylko płyny istniejące w naturze. Podając prawidła, jakie mogą kierować Inżyniera w rozwiązywaniu zadań tyczących się ruchu płynów, zaczerpywać musi główne swe podstawy z Mechaniki analitycznej ciał płynnych. Tam zaś ile Hydrostatyka tworzy już prawie zadowalniającą całość, o tyle Hydrodynamika skutkiem niezwalczonych trudności rachunku, ograniczać się musi na zasadach czysto ogólnych. Nie podobna było czekać jej postępu przy rozwiązywaniu tak licznych kwestyj tyczących się ruchu wody. To też praktyka wyprzedziła teorią w tym względzie, teorią, która później przyszła jej w pomoc, prostując liczne błędy jakie popełnili praktycy, kierujący się często niedokładnemi wskazówkami doświadczeń. Z połączenia tych dwóch kierunków, powstałych niejednocześnie, trzymając między nimi środek, wytworzyła się Hydraulika, umiejętność skromna lecz pożyteczna, która rzucając wzniosłe poglądy Hydrodynamiki, ma na celu same tylko zastosowania praktyczne, lecz oświeca wypadki doświadczeń rozumowanemi teoryami.

Oddzieliwszy w ten sposób Hydraulicę od Hydrostatyki i Hydrodynamiki, oddzielić ją musimy jeszcze od teoryi machin wodnych, którą zwykle wszystkie prawie traktaty ogólne Hydraulici w całości traktują. Ale teorya machin wodnych stanowi oddzielną całość i jeżeli w kursach wykładowych zaraz po Hydraulicie następuje, jako z nią licznymi złączona węzłami, to w traktatach ogólnych Hydraulici powinna być oddzieloną od samego wykładu tej umiejętności i tworzyć inną niejako część dzieła, część końcową, tak samo jak Hydrostatyka i Hydrodynamika tworzyć mogą część wstępną. Dzieło zatem, mające w naturalnym porządku przedstawiać wiadomości z Mechaniki analitycznej i stosowanej ciał płynnych, jak i z teoryi machin wodnych, podzielić wypada na trzy główne części, to jest naprzód wiadomości wstępne z Mechaniki analitycznej ciał płynnych, powtóre wykład Hydraulici i po trzecie teorya machin wodnych.

Jakkolwiek popelniana przez ludzi niemających wykształcenia technicznego, zaznaczyć tu jednak uważamy za stosowne i tę niedokładność wyśłowienia, która wszystkie kwestye inżynierskie, jakkolwiek z wodą mające styczność, podciąga pod ogólne miano Hydrauliki. Te rozliczne kwestye są przedmiotem wielu nauk technicznych, posilkujących się tylko Hydrauliką, stosujących wywiedzione z niej prawdy, lecz tworzących zresztą zupełnie odrębne całości. I tak, kwestye odnoszące się do osuszania, drenowania i nawodniania gruntów, tworzą Hydraulikę rolniczą, naukę odrębną, wchodzącą w programmy wykształcenia inżynierskiego i gospodarczego, a której podręcznik posiadamy w języku polskim, jułożony przez Inżyniera Spornego. Rozprowadzanie wody po wielkich miastach tworzy osobną naukę o wodociągach. Zbiór przepisów tyczących się polepszania stanu rzek i budowy kanałów żeglownych tworzy naukę o żegludze wewnętrznej, a wskazówki tyczące się budowy portów i tam merskich, oddzielną naukę o tychże robotach. Te trzy ostatnie nauki grupują się razem pod mianem Budownictwa wodnego, i równie jak i Hydraulika rolnicza są już tylko zastosowaniem zasad Hydrauliki, ale jej samej nie tworzą.

Powiedzieliśmy że Hydraulika jest zbiorem prawideł, jakie mogą kierować Inżyniera w rozwiązywaniu zadań, tyczących się ruchu płynów; ale od tych zadań oddzieliśmy już wszystkie, które się odnoszą do machin wodnych. Pozostałe zadania podzielićby można łatwo na dwie grupy, względnie do dwóch rodzajów płynów, nieściśliwych i sprężystych, to jest cieczy i gazów. Zadania odnoszące się do ruchu cieczy, a raczej głównie i prawie jedynie do ruchu wody, w największej obfitości ze wszystkich cieczy znajdującej się w przyrodzie, utworzyłyby właściwą Hydraulikę; zaś zadania odnoszące się do ruchu gazów, a głównie do ruchu powietrza, weszłyby w skład tak nazwanej Aerometry, albo Pneumatyki, którąby także przez analogią, nazwać było można Aeroliką (jak to proponuje Courtois), a która odgrywa też samą zupełnie rolę względem Aerostatyki i Aerodynamiki, jak Hydraulika względem Hydrostatyki i Hydrodynamiki. W ten sposób podzielił Hydraulikę d'Aubuisson, w swem znakomitem dziele elementarnem: *Traité d'Hydraulique à l'usage des Ingénieurs*; ale podział jego nie zgadza się z tem co powiedzieliśmy poprzednio, gdyż teoria machin wodnych nie jest w niem zupełnie oddzielona. Oddzielając już tę teorię, podział na właściwą Hydraulikę i Aerometrię jest naprzód zbyt nierówny

gdyż zadania odnoszące się do cieczy są o wiele liczniejsze, a następnie przedstawia jeszcze i tę niedogodność, że niektóre kwestye, jak naprzykład tyczące się oporu płynów i mierzenia prędkości prądów, powtarzane być muszą prawie jednogłośnie w obu częściach. Wszystkie te kwestye, w których ciecze i gazy jednakowo się zachowują, lepiej jest traktować osobno, a tylko kwestye pozostałe dzielić na Hydraulikę właściwą i Aerometrią. Tym sposobem mamy już trzy działy Hydrauliki, to jest Hydraulikę właściwą, Aerometrią i trzeci dział utworzony zbiorem zadań odnoszących się do oporu płynów, czyli wzajemnego działania ciał stałych i płynnych w ich ruchu względnym i do mierzenia prędkości prądów płynnych. Wreszcie Hydraulika właściwa podzielona być może na trzy części, stosownie do tego w jaki sposób przedstawia się woda w ruchu, która albo wychodzi przez otwór ze zbiornika, albo płynie przez rurę zamkniętą wypełniając ją całkowicie, albo wreszcie nie wypełnia w całości tej rury, lub płynie w kanale odkrytym. Tak samo podzielićby można i Aerometrią, ale mała liczba zadań, odnoszących się do ruchu gazów, czyni ten podział zbyt zbytecznym. Widzimy ztąd, że wykład Hydrauliki podzielić można najstosowniej na pięć części następujących :

- PIERWSZA : *O wypływie cieczy przez otwory ;*
- DRUGA : *O biegu nieustannym wody w rurach ;*
- TRZECIA : *O biegu nieustannym wody w kanałach odkrytych ;*
- CZWARTA : *O ruchu gazów ;*
- PIĄTA : *O wzajemnem działaniu ciał stałych i płynnych w ich ruchu względnym i o mierzeniu prędkości prądów.*

Zatrzymamy się w krótkości nad przedmiotem, historią, stanem obecnym i wreszcie podziałem szczegółowym każdej z tych części. Tym bowiem tylko sposobem przedstawić będziemy mogli obraz postępów i obecnego stanu Hydrauliki, która niebędąc umiejętnością jednorodną, posuwała się naprzód pojedynczemi swemi częściami, bez zupełnego porządku i jednostajności.

I

Wypływ cieczy przez otwór zrobiony w zbiorniku, jest najprostszem zjawiskiem biegu cieczy, najłatwiejszem do obserwowania i badania.

Głównym pierwiastkiem szukanym jest tu ilość wypływu, czyli wydatek otworu na sekundę. Już starożytni zauważyli, że na ten wydatek wpływa i wzniesienie poziomu wody w zbiorniku i sam kształt otworu, którego brzegi mogą być zaostrzone, albo przedstawiać pewną szerokość, albo wreszcie być przedłużone na wewnątrz lub zewnątrz zbiornika, czyli opatrzone przystawką wchodzącą lub zewnętrzną, która znów może przedstawiać rozmaite kształty. Wpływ przystawek walcowych na powiększenie wydatku znany był Rzymianom, którzy wzbronili prawem przystosowywania ich do otworów wodociągowych, wydających wodę mieszkańcom. Wspomina o tem Julius Sextus Frontinus, inspektor wodociągów rzymskich, pod cesarzami Nerwą i Trajanem, w swem dziele: *De aquar ductibus urbis Romae Commentarius*, robiąc nadto słuszną uwagę, że wydatek przystawki nie zależy od samej wielkości jej przecięcia poprzecznego, ale i od wzniesienia poziomu wody w zbiorniku. Zresztą nie ma w tem dziele żadnej geometrycznej ścisłości w wypadkach, co dowodzi, że Frontinus nie przeczuwał wcale rzeczywistego prawa prędkości wypływu.

Umiejętności i sztuki były już w upadku za czasów Frontinus'a, a wkrótce po nim zaczęła się w Europie epoka ciemnoty i barbarzyństwa, blisko trzynaście wieków trwająca. Oświecały ją od czasu do czasu błyskawice poezyi i wymowy, zbyt słabo jednak aby mogły w zupełności rozprościć tę ciemność. Dopiero w wieku Medyceuszów, umysł ludzki się przebudził i sztuki kwitnąć zaczęły na nowo we Włoszech. Nauki ścisłe a zwłaszcza ich doświadczalne gałęzie, jeszcze później rozwijać się zaczęły, a Mechanika stosowana winna początek swych postępów Galileuszowi. Dwaj jego uczniowie Castelli i Toricelli zwrócili swą uwagę na kwestye hydrauliczne. Castelli, w małym dziełku o biegu wody, ogłoszonym w r. 1628, tłumaczy niektóre zjawiska tego biegu, ale myli się jeszcze co do prędkości, które przyjmuje za proporcjonalne do wzniesień poziomu wody w zbiorniku. Toricelli był szczęśliwszym, bo przez odkrycie rzeczywistego prawa prędkości, stał się założycielem tej części Hydrauliki. Widząc że woda wytrysku, wychodzącego przez małą przystawkę, wznosi się pionowo prawie do wysokości poziomu wody w zbiorniku, myślał, że powinna posiadać też samą prędkość, jak gdyby spadała z tej wysokości skutkiem swego ciężaru, i wniósł ztąd zgodnie z teorią swego nauczyciela, że pomijając opory podrzędne, prędkości wypływu są proporcjonalne do pierwiastków kwadratowych

z wysokości poziomu wody w zbiorniku ponad otworem. Prawo to sprawdzone zostało doświadczeniami, jakie Rafael Magiotti wykonał w tynżce cząsie nad wydatkami rozmaitych przystawek. Toricelli ogłosił swe odkrycie w r. 1643, na końcu małego dziełka: *De motu gravium naturaliter accelerato*, i powiedzieć można, że przez nie stał się założycielem Hydrauliki; jakkolwiek odkryte prawo nie było dowiedzione i opierało się jedynie na powadze doświadczeń. Zresztą stosowało się ono do małych bardzo otworów, a nie mogło służyć do dokładnego obliczenia wydatku otworu, bo zjawisko ściśnienia żyły wodnej nie było jeszcze znane.

W dziele Mariotte'a: *Traité du mouvement des eaux et des autres corps fluides*, Paris, 1718, wydanem po jego śmierci, która miała miejsce w r. 1686, podane są wypadki wielu jego doświadczeń czynionych w Wersalu i Chantilly nad wypływem wody przez otwory w cienkiej ścianie i opatrzone przystawkami. Dzieło to przyczyniło się wiele do postępu Hydrauliki, jakkolwiek Mariotte nie miał jeszcze pojęcia o ściśnieniu żyły wodnej i o wynikającym ztąd zmniejszeniu wydatku otworu.

Liczni geometrowie, a między innymi Varignon (*Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris*, 1667) i Newton (*Philosophiæ naturalis principia mathematica*, 1^a ed., 1687) starali się wywieść teoretycznie twierdzenie Toricelli'ego, lecz bezowocnie. Teorya proponowana przez Newton'a, nie może być wziętą pod uwagę, a jego próby w tym kierunku stanowią według zdania Lagrange'a, najmniej zadowalniający ustęp jego dzieła. Mają one jednak to historyczne znaczenie, że Newton porównując wypadki doświadczeń z wypadkami swej teoryi, odkrył niezauważone przez swych poprzedników a tak ciekawe zjawisko ściśnienia żyły wodnej, wychodzącej przez otwór ze zbiornika, i wprowadził pierwsze wiadomości o niem do drugiego wydania swego dzieła w roku 1714. W cztery lata potem ukazało się we Włoszech dzieło margrabiego Poleni o wypływie płynów przez otwory, zawierające wypadki wielu doświadczeń. Poleni odkrył pierwszy, że wydatek otworu w cienkiej ścianie powiększa się przez dodanie przystawki walcowej.

Twierdzenie Toricelli'ego, nie wywiedzione dotąd matematycznie, wypadło dopiero jako szczególny przypadek twierdzenia Bernoulli'ego, dającego prędkość na któremkolwiek przecięciu poprzecznem żyły wodnej, opartego na przypuszczeniu równoległości warstw, a dowiedzonego po raz pierwszy przez Daniela Bernoulli w r. 1738, w jego dziele: *Hydro-*

dynamica. Do tych samych wypadków co Daniel Bernoulli, doszli po nim inni inżynierami: Maclaurin w r. 1742 (*Traité des Fluxions*), Jan Bernoulli w r. 1743 (*Hydraulica*) i d'Alembert w r. 1744 (*Traité des Fluides*). Twierdzenie Bernoulli'ego, uogólniając prawa biegu żyły cieczy, stało się podstawą dzisiejszej Hydrauliki. Z początku oparte na przypuszczeniu równoległości warstw, na mocy którego woda wypływająca z naczynia przez otwór w jego dnie zrobiony, porusza się warstwami poziomymi, z których każda wyższa zajmuje miejsce poprzedniej niższej, wywiedzione zostało z większą ścisłością w bieżącym stuleciu, przez Poncelet'a i Belanger'a we Francji a przez Weisbach'a w Niemczech, dla pojedynczej strugi cieczy, której wymiary poprzeczne są bardzo małe. W tym stanie, łatwo je można zastosować do pęku podobnych strug czyli żyły cieczy, bez potrzeby uciekania się do przypuszczenia równoległości warstw.

Jeżeli w kierunku teoretycznym ta część Hydrauliki dalej już nie poszła, to w kierunku doświadczalnym, od czasów Mariotte'a, znakomite zrobiła postępy. Erę podrzędnych i obfitych w wypadki doświadczeń otworzyli: professor Michelotti we Włoszech i ksiądz Bossut we Francji. Oni pierwsi obliczyli dokładnie współczynnik ściśnienia żyły cieczy, wychodzącej ze zbiornika przez otwór w cienkiej ścianie, lub opatrzoną przystawką. Michelotti przedsięwziął w r. 1764 pod opieką króla Sardynii, rozległy szereg doświadczeń, których wypadki ogłoszone były szczegółowo w r. 1774. Ksiądz Bossut, wspierany przez Rząd francuzki, wykonał wiele doświadczeń, na mniejszą wprawdzie skalę niż Michelotti, ale mających większą styczność z kwestyami praktycznymi. Wypadki tych doświadczeń, ogłaszane częściowo od 1771 do 1778 roku, znaleźć można w całości w dziele Bossut'a: *Traité théorique et expérimental d'Hydrodynamique*, wydanem w dwóch tomach w Paryżu, w latach 1786 i 1787. Przedtem jeszcze, w r. 1766 znany fizyk Borda podał teorię przystawki wchodzącej i stwierdził ją wypadkami przez siebie czynionych doświadczeń. Ale ponad tych wszystkich obserwatorów wznosił się Dubuat, którego doświadczenia, po dziś dzień jeszcze uważane za podstawę Hydrauliki praktycznej, ogłoszone zostały przezeń w jego: *Principes d'Hydraulique*, drugim wydaniu z roku 1786 i trzeciem z r. 1816.

Przystawki walcowe i ostrokątne pierwszy zbadał dokładnie Jan Chrzecieli Venturi, professor fizyki z Modeny i oparł ich teorię w r. 1798

na odkrytej przez siebie zasadzie bocznego udzielania się ruchu w płynach. W ogóle, nad wypływem wody przez wszelkiego rodzaju otwory, robili w bieżącym stuleciu doświadczenia : d'Aubuisson i Castel we Francyi, Bidone we Włoszech, a Eytelwein i Weisbach w Niemczech. Jako rodaka wspomnieć tu musimy Generała Michała Sokolnickiego, który w swem dziełku : *Opuscules sur quelques parties de l'Hydrodynamique*, Paris, 1811, podaje wypadki doświadczeń, jakie wykonał w Paryżu nad wypływem wody przez różnego rodzaju przystawki. Lecz doświadczalne rozwinięcie tej kwestyi winniśmy uczonemu Hydraulikom francuzkim, panom Poncelet i Lesbros, którzy wykonali w Metz największy dotychczas w tym przedmiocie szereg doświadczeń, ogłoszony przez paryżką Akademię Umiejętności w *Mémoires des Savants étrangers*, z r. 1851.

Część Hydrauliki traktująca o wypływie cieczy przez otwory, a uprawiana w kierunkach doświadczalnym i teoretycznym, przez wyżej wymienionych geometrów i obserwatorów, stanowi całość zupełniejszą od pozostałych. Czego teoria nie mogła tu wywieść i ściśle obliczyć, tego dokonało doświadczenie, ze ścisłością w zastosowaniu zupełnie dostateczną. Uważając po szczególe każdy rodzaj otworu lub przystawki, otrzymujemy tyleż poddziałów nauki o wypływie cieczy przez otwory, ale wszystkie dadzą się rozłożyć na dwie grupy, stosownie do tego czy do uważanego wypływu twierdzenie Bernoulli'ego może być stosowane bezpośrednio, lub z dodaniem pewnego wyrazu odpowiadającego stracie ciężenia wynikłej z lepkości, czyli innemi słowy stosownie do tego, czy lepkość cieczy może być pominiętą lub nie. W trzeciej grupie mieszczą się pozostałe przypadki i zastosowania praktyczne.

II

Ciecze uważane w Mechanice analitycznej, złożone są z cząsteczek nadzwyczajnie ruchomych jedne względem drugich, między którymi przypuszcza się zupełną nieobecność tarcia. Na tem polega własność *płynności doskonałej*, w skutku której, w cieczy tak w ruchu jak i w spoczynku, ciśnienia są stałe i prostopadle do wewnętrznych i zewnętrznych elementów płaskich, na które działają. Ale ciecze doskonałe nie istnieją w naturze, i ciśnienia nie są prostopadle ale pochylone do ele-

mentów płaskich. Rozkładając każde z tych działań na dwie składowe, jedną prostopadłą a drugą styczną do uważanego elementu, otrzymujemy *działanie prostopadłe* czyli *ciśnienie* i *działanie styczne* czyli *tarcie*. To ostatnie ma miejsce w cieczach naturalnych w ruchu, a jego obecność jest powodem charakterystycznej własności tychże cieczy, zwanej *lepkością*.

Wzajemne tarcie dwóch warstw cieczy w ruchu uznane już zostało przez Descartes'a, a Newton'owi winniśmy bardzo proste przypuszczenie co do prawa, jakiemu też siła podlega. W swem dziele: *Philosophie naturalis principia mathematica*, uważa on to tarcie jako proporcjonalne do prędkości względnej dwóch warstw cieczy w ruchu. Ale jakkolwiek Mariotte, a po nim Pitot, Couplet, Bernoulli i Coulomb wspominali już o tarcu, opóźniającem bieg cieczy w rurze lub kanale, a spowodowanem przez opór ścian stałych, i jakkolwiek już Coulomb powziął myśl wyrażenia tego tarcia, w funkcji prędkości biegu, za pomocą dwóch wyrazów zawierających tę prędkość, jeden w pierwszej a drugi w drugiej potędze; to jednak znakomici geometrowie XVIII^{go} wieku oparli równania ogólne Hydrodynamiki na przypuszczeniu ciśnień stałych w około jednego punktu we wszystkich kierunkach, w cieczy, tak w ruchu jak i spoczynku, i prostopadłych do elementów powierzchni na które działają. W ten sposób pominięta została składowa styczna działania, uznana i nazwana tarcie przez ich poprzedników, składowa, której istnienie wyświecone zostało w końcu XVIII^{go} stulecia przez Dubuat'a i Venturi'ego. To też d'Alembert i Euler stosując swe równania do działania wywieranego przez ciecz w ruchu, na ciało stałe w niej zanurzone, doszli w tym przedmiocie do wypadków zupełnie paradoksalnych i uznawszy je za takie, przekazali przyszłości dojście do racjonalnych w tym względzie wyników.

Do odkrycia praw prostoliniowego biegu cieczy w rurach prowadziły dwie drogi, doświadczalna i analityczna, uzupełniające jedna drugą. W obu tych kierunkach pracować zaczęli uczeni bieżącego stulecia. W ubiegłym, widzieliśmy, że prace analityczne żadnego nie wydały owocu; poszukiwania zaś na drodze doświadczalnej, w małej liczbie prowadzone, a co do swych wypadków żadną nieoświecone teorią, nic więcej także przynieść nie mogły. W r. 1732 Couplet zrobił kilka doświadczeń nad rurami wodociągowymi w Wersalu i przekonał się, że prawo prędkości Toricelli'ego jest nadzwyczaj mylne dla rur, i że często

ilość wody jest dwadzieścia do trzydziestu razy większa od tej, jaką to prawo zapowiada. Wniósł wprawdzie, że ta różnica pochodzi z tarć przynajmniej w większej swej części, ale nietylko że nie przeczuł doświadczalnych praw biegu wody w rurach, lecz nawet, podobnie jak i jego współcześni, zaledwie wierzył w możliwość ich odkrycia. Możliwość ta jednak dowiedziona została przez uczonych, i ukazały się naprzód wzory praktyczne, doświadczalnie wywiedzione, a następnie rozumowana teoria.

Prony uważany być powinien za prawdziwego twórcę tej części Hydrauliki. W swem dziele: *Recherches physico-mathématiques sur la théorie du mouvement des eaux courantes*, w r. 1804 w Paryżu wydanem, podjąwszy z jednej strony idee Coulobm'a, spożytkowane już, ale niezbyt szczęśliwie przez Girard'a; a z drugiej, idąc pod względem dążności do prostoty we wzorach za przykładem swego poprzednika w dyrektorstwie szkoły Dróg i Mostów Chezy'ego, i opierając się na wypadkach doświadczeń, jakie zostawili: Couplet, Bossut i Dubuat, doszedł do postawienia wzorów, które przeszło przez lat pięćdziesiąt, aż do chwili nowszych poszukiwań Henryka Darcy, były jedyną podstawą rachunków inżynierskich. W roku 1825 zebrał Prony praktyczne wypadki pierwszej swej pracy i ogłosił sławny *Zbiór pięciu tablic*, nadzwyczaj przez praktyków ceniony. Henryk Darcy, mówiąc o pracach Prony'ego, nazywa je « uwieńczeniem » dzieła rozpoczętego przez jego poprzedników i dodaje, że « imię Prony'ego pozostanie na zawsze wyryte w pamięci Inżynierów i wszystkich zajmujących się kwestyami hydraulicznymi. »

Na drodze teoretycznej pierwszy krok współcześnie postawił Navier, którego *Mémoire sur les lois du mouvement des fluides*, czytany na posiedzeniu Akademii umiejętności w Paryżu dnia 28 marca 1822 roku, jest pracą najważniejszą, i do ostatnich prawie czasów, można powiedzieć jedyną, posiadającą charakter ścisłości, jakie w przedmiocie ruchu płynów ogłoszone zostały. Navier starał się w nim pierwszy uzupełnić ogólne równania różniczkowe ruchu płynów, przypuszczając, że ten ruch jest ciągły, to jest bez raptownej zmiany prędkości, przechodząc od jednego punktu płynu do drugiego dostatecznie blizkiego. Przyjął on w tym celu, że między dwiema cząsteczkami bardzo blizkimi, oprócz działania hydrostatycznego, ma jeszcze miejsce działanie dynamiczne, którego wyrażenie jest funkcją ich odległości, pomnożoną przez pręd-

kość z jaką się te cząsteczki zbliżają lub oddalają jedna od drugiej w danej chwili. Otrzymał tym sposobem wyrazy, dające na tarcie dwóch warstw wyrażenie zgodne z przypuszczeniem Newton'a, to jest proporcjonalne do ich prędkości względnej ślizgania. Wzory jakie podał Navier, a do których Poisson, Cauchy i Stokes doszli innemi drogami, zgadzają się w zadawalniający sposób z obserwacyami, czynionemi nad ruchem powolnym i regularnym wody, płynącej przez rurki włoskowate, jak to stwierdzone zostało w ostatnich czasach przez młodych geometrów francuzkich Boussinesq i Emile Mathieu. Co się tyczy biegu wody w rurach wodociagowych, wzór Navier'a zgadza się z dawnym wzorem empirycznym Girard'a, który właśnie nowszemi pracami Prony'ego został zastąpiony. To też Navier nie omieszkiał dodać, że jego teoria « przydać się nie może w zwykłych okolicznościach praktyki, gdzie nie wprowadzając zupełnie w rachunek ruchu więcej skomplikowanego, jaki plyn w tych razach przybiera, nie mamy innego przewodnika jak tylko wypadki doświadczeń ».

Tymczasem w praktyce wzór Prony'ego uważany był ciągle za klasyczny, tak dla niezaprzeczonej zručności obserwatorów, których wypadki służyły mu za podstawę, jak i dla powagi imienia autora. Biegły w kwestyach praktycznych tyjących się Hydrauliki, professor szkoły Dróg i Mostów Mary, upewniał Inżynierów co do jego dokładności, mówiąc : « Wzór ten daje wypadki mniejsze od otrzymywanych z rurami nowemi i różnica dla dużych średnic dojsć może do jednej trzeciej; tym sposobem posługując się nim, nie trzeba się zajmować skutkami lekkich osadów, mogących zmniejszyć średnicę rur a powiększyć tarcie. » A jednak nowe doświadczenia przedsiębrane przez d'Aubuisson'a i Castel'a w Tuluzie dały nieco odmienne wypadki. Doświadczenia te doprowadziły d'Aubuisson'a do powiększenia wartości współczynników we wzorze Prony'ego, które jeszcze w r. 1814 poprawił hydraulik berliński Eytelwein, wprowadziwszy przy ich oznaczaniu szczegółowe ulepszenia. Wzór Prony'ego przekształcony był następnie przez panów Dupuit i Barré de Saint-Venant we Francyi, a Weisbach'a i Rühlman'a w Niemczech, lecz powoli Inżynierowie uznawać zaczęli, że jego podstawa doświadczalna nie była dość pewną. Obserwacye, jakich wypadki zostawili : Couplet, Bossut i Dubuat, odnosiły się w części do rur zbyt malej średnicy, a w części do starych rur żelaznych zapehanych osadem. Przybliżona zgodność otrzymanych wypadków, w skutku której

Prony* zdołał je objąć wszystkie w jednym wzorze ze stałymi współczynnikiemami, wydawała się wielu Inżynierom raczej rezultatem przypadkowej kompensacji między różnemi przyczynami niezgodności wypadków, niż objawem ścisłego prawa. Henryk Darcy, dyrektor wodociągów paryzkich po Mary'm, odznaczwszy się już poprzednio przez założenie wspaniałych wodociągów w rodzinnem swem mieście Dijon, przedsięwziął w roku 1849 usunąć wszystkie wątpliwości nowemi doświadczeniami, zmieniając w nich naturę rur, ich średnicę, ciśnienia i prędkości. Doświadczenia te, wykonane w liczbie 198, a ukończone w roku 1851 pozwoliły mu oznaczyć nowe prawa biegu wody w rurach, i ułożyć tablicę streszczającą je dla rur żelaznych nowych, przypadku najważniejszego w praktyce. Rozprawę, rezultatem i sprawozdaniem tych badań będącą, przedstawił Darcy Akademii umiejętności w Paryżu, która ją w *Mémoires des Savants étrangers*, tomie XV^{ym} podała.

Darcy sprawdził niezależność tarcia od ciśnienia i jego proporcjonalność do powierzchni w zetknięciu; ale przekonał się także, że natura ścian rury ma na tarcie wpływ bardzo znaczny, a pominięty zupełnie w teorii Prony'ego. Wypadki praktyczne jego poszukiwań zyskały powszechne uznanie, i po dziś dzień służą za podstawę rachunków inżynierskich; teoria jednak, jaką ten znakomity Inżynier wyciągnął z nich usiłował, stanowczo dziś zaczyna być zaprzeczaną. Darcy dzieląc idee p. de Saint-Venant, wniósł ze swych licznych doświadczeń, mierząc prędkość strug cieczy, że ich wzajemne tarcie wzrasta szybko razem ze średnicą rur, przez które ciecz przepływa; a nadto ze wzorów przezeń podanych wynika, że to tarcie nie jest już jak poprzednio proporcjonalne do prędkości względnej, ale do kwadratu z tejże prędkości. Być może, że ta niezgoda teoryj Navier'a i Henryka Darcy spowodowaną była błędami nieodłącznemi od tego rodzaju doświadczeń; gdyż wszystko tu polegało na ścisłem oznaczeniu prędkości pojedynczych strug cieczy, a przyznać trzeba, że nie znamy dotąd żadnego narzędzia, pozwalającego otrzymać te prędkości z pewną dokładnością. Ale może być także, że rury obserwowane nie wypełniały dostatecznie przypuszczanych *a priori* warunków biegu strugami prostolinijnemi i równoległemi do osi. Bądź co bądź, teoria Henryka Darcy, oparta na powadze najznakomitszych dotychczas doświadczeń, zaczynała już równoważyc naukowe znaczenie słów Navier'a, gdy w ostatnich czasach kwestya ta stała się przedmiotem nowych poszukiwań teoretycznych i praktycznych.

Pan Bazin współpracownik Henryka Darcy, a po jego śmierci sam prowadzący dalej te ważne prace, doszedł do wyników zupełnie odmiennych, a bardziej zbliżonych do przypuszczenia Navier'a; w przedmiocie zaś tarcia, nie rozwijając zresztą swej teorii, wyrzekł zdanie, że wzajemne działanie dwóch strug sąsiednich zależy nie tylko od ich prędkości względnej, ale także i od ich prędkości bezwzględnej, to jest prędkości względem ścian rury. Jakkolwiek ten wpływ na tarcie prędkości bezwzględnej, nie zgadza się z przyjmowanym powszechnie pojęciem, że działanie wzajemne dwóch ciał zależy wyłącznie od ich ruchu względnego, skoro ich skład, natura i stan fizyczny pozostają też same, to jednak prawdopodobiejszy jest on zawsze niż wpływ promienia rury, wprowadzonego w wyrażenie tarcia przez Henryka Darcy. Wziąwszy za podstawę te poglądy p. Bazin, rozwinęli teorią biegu prostoliniowego cieczy panowie Kleitz i Lévy we Francyi; a prace tego ostatniego, nacechowane wysokim talentem i oryginalnością, przedewszystkiem zasługują na uwagę. Pan Lévy zastosował swą teorią do biegu wody w rurach wodociągowych i podał wzory praktyczne i tablicę ułatwiającą rachunki według tych wzorów, to wszystko w *Annales des Ponts et Chaussées* r. 1867.

Ale teoria biegu prostoliniowego i jednostajnego cieczy ważkiej i jednorodnej w rurze walcowej z przecięciem kołowym i rozwiązanie zadań dotyczących się tego ruchu, stanowią dopiero pierwsze dwa poddziały nauki o biegu nieustannym wody w rurach. W poddziale trzecim traktować będziemy wszystkie kwestye odnoszące się do ruchu nieustannego wody w rurach pojedynczych, których średnice i wydatki zmieniają się między dwoma przecięciami poprzecznymi. Pracowali nad nimi ze świetnym powodzeniem uczeni francuzcy: Bélanger, Dupuit i Bresse. Ciż sami obrobili także i kwestye odnoszące się do rur złożonych, które wraz ze wszystkimi dodatkami i zastosowaniem do wodociągów zaliczymy do czwartego i ostatniego poddziału części Hydrauliki, traktującej o biegu wody w rurach. Wszystkie kwestye praktyczne dotyczące się wodociągów a opracowane starannie przez Dupuit'a w jego: *Traité théorique et pratique de la conduite et de la distribution des eaux* (Paris, 1865), zbadane były poprzednio z większym jeszcze talentem i gruntownością przez Henryka Darcy w jego pomnikowym dziele: *Les Fontaines publiques de la ville de Dijon* (Paris 1856).

III

Część Hydrauliki traktująca o biegu wody w kanałach odkrytych, a będąca podobnie jak i poprzednia zastosowaniem teorii prostoliniowego biegu cieczy, rozwijała się w ten sam sposób i po większej części opracowywaną była przez tychże samych uczonych. Że zaś potrzeby praktyczne były tu gwałtowniejsze i liczniejsze, przeto i wcześniej się nią zajmować zaczęto i pracowano więcej. To też literatura tej części Hydrauliki jest bardzo bogata, jakkolwiek należące do niej kwestye nie są jeszcze rozwiązane w sposób zupełnie zadowalniający. Robiąc tu pobieżny przegląd tej literatury, będziemy mieli sposobność wymienienia wielu uczonych, którzy pracowali i nad dwiema pierwszymi częściami Hydrauliki, a o których nie wspominaliśmy dotychczas, z powodu mniejszego znaczenia ich prac w poprzednich kierunkach.

Wzmiankowane już dziełko Frontinus'a, zawiera wiele uwag dotyczących się biegu wody w kanałach odkrytych, ale podanych bez żadnej ścisłości i powiedzieć można czysto powierzchniowych. Dopiero uczeń Galileusza Castelli, w swem piśmie o rzekach, ogłoszonym w roku 1628 na żądanie Papieża Urbana VIII^{go}; wprowadza po raz pierwszy prędkość, jako element mający służyć do oceniania wydatku prądów. Jest to początek nauki o wodzie bieżącej.

Toricelli starał się napróżno zastosować swe prawo wypływu przez otwór do biegu wody w kanałach, a w jego ślady wstąpili i jego następcy: Mariotte we Francyi, a Guglielmini we Włoszech, obaj żyjący w drugiej połowie XVII^{go} stulecia. Ale jeżeli pierwszy opierał swe wnioski na doświadczeniach, które ze szczególnym umiał wykonywać talentem; to znów drugi stosując wprost prawo Toricelli'ego do rozkładu prędkości w rzece na jednej pionowej, doszedł do wypadków zupełnie przeciwnych z tem, co pokazuje doświadczenie. Obaj nieposunęli naprzód nauki o biegu wody w kanałach, ale Mariotte wskazał przynajmniej przez swe liczne doświadczenia właściwą drogę jej postępu.

Poszukiwania teoretyczne Varignon'a (1725), Daniela Bernoulli (1738), Jana Bernoulli (1742) i d'Alembert'a (1743-1752) wytworzyły Hydrodynamikę, ale bezpośrednio nie stały się powodem żadnego postępu nauki

o biegu wody w kanałach odkrytych. Z tego punktu widzenia nierównie większe mają znaczenie prace francuzkiego inżyniera Pitot'a, przedstawiane Akademii umiejętności w Paryżu między 1730 a 1738 rokiem. W jednej z nich, z roku 1732, podaje Pitot opis wynalezionego przez siebie przyrządu do mierzenia prędkości strug w rzece na różnych głębokościach; oraz tablicę prędkości odpowiadających wysokościom spadku, która ułatwia czynione z pomocą tego przyrządu obserwacye. Pitot przekonał się, że wzdłuż jednej pionowej prędkości zmniejszają się, postępując od powierzchni rzeki do dna, i przypisał to zmniejszanie tarcia wody o ściany stałe kanału. Przyrząd Pitot'a, przedstawiający wielkie podobieństwo z *pułtem piezometrycznem* Hydraulika włoskiego Guido Grandi, ulepszony w bieżącym stuleciu przez pp. Darcy i Baumgarten, do dziś uważany jest jako jeden z najdokładniejszych do mierzenia prędkości pojedynczych strug prądu; a jego idee o tarcia opóźniającem bieg cieczy spożytkowane i rozwinięte zostały przez późniejszych.

Początkiem nowoczesnych postępów części Hydrauliki, o której mówimy, są prace Michelotti'ego (1774) we Włoszech, a Bossut'a (1776) we Francyi. Nagromadzone przez nich wypadki doświadczeń długo służyły za podstawę pracom teoretycznym w tym przedmiocie, i wyrugowały z nauki prace ich poprzedników. W ich ślady wstąpił Dubuat, który z wypadków swych doświadczeń umiając racjonalne wyciągać wnioski, wprowadził Hydraulikę na właściwą drogę postępu. W roku 1779 wyszło pierwsze, w 1786 drugie, a w 1816 trzecie wydanie jego dzieła, będącego owocem dziesięcioletnich prac i poszukiwań, wspieranych przez Rząd francuzki. Dubuat wychodząc z zasady, że w ruchu jednostajnym wody w kanale jakimkolwiek, siły utrzymujące ruch wyrównywają summie oporów, pojął, że prawdziwa metoda otrzymania wzoru wyrażającego prawa biegu jednostajnego wody, polega na znalezieniu przez obserwacyę wyrażeń algebraicznych obu tych sił równych i wprost przeciwnych i na przyrównaniu do siebie tych wyrażeń. Jakkolwiek wzory jakie podał nie utrzymały się zupełnie, to jednak prawdziwa droga badań w tym przedmiocie została wytkniętą. Prony we Francyi, a Eytelwein w Niemczech zdolali, postępując tą drogą, dojść do postawienia na bieg wody w kanałach odkrytych, wzorów prostych i dla potrzeb praktyki dostatecznie dokładnych.

Prony w roku 1804 oparł swe wzory na doświadczeniach Dubuat'a Chezy'ego; Eytelwein w roku 1814 wziął pod uwagę większą liczbę

doświadczeń, a mianowicie oprócz tych, któremi posługiwał się Prony, doświadczenia: Woltmann'a, Funk'a i Brünings'a. Inne doświadczenia, robione przez Bidone'a, Bonati'ego i Inżynierów Szkoły Dróg i Mostów Państwa Kościelnego (1824), posłużyły do sprawdzenia otrzymanych przez Eytelwein'a wypadków, czego dokonał Prony w swym *Zbiorze pięciu tablic* w roku 1825. Prace Prony'ego i Eytelwein'a nad biegiem wody w kanałach odkrytych, mają też samo znaczenie, co prace tych uczonych nad biegiem wody w rurach, wspomniane poprzednio. Wytworzyły one teorią biegu jednostajnego wody w kanałach, i stały się podstawą rachunków praktycznych.

Kwestya jednak nie była jeszcze wyczerpaną ani teoretycznie ani doświadczalnie. W pierwszym kierunku posunęły ją naprzód prace uczonych francuzkich: Dupuit (1848), Sonnet (1845), Barré de Saint-Venant (1851), Kleitz (1866) i Lévy (1867); w drugim doświadczenia jakie dokonywali: Rancourt na Newie (1826), Defontaine na Renie (1833), Baumgarten na Garonnie (1846) i wreszcie Boileau w Metz (1844-1850). Na rzece Wiśle, w czasie jej zamarznięcia pod lodem, badał rozkład prędkości na jednej pionowej Inżynier Witkowski w roku 1862. Ale żadna z tych prac nie przyniosła tyle pożytku nauce, i nie zajęła w rządzie innych tak zaszczytnego miejsca, jak prace doświadczalne, z jednej strony p. Bazin we Francyi, popierane przez Rząd francuzki, a z drugiej Inżynierów amerykańskich na rzece Mississipi, przedsięwzięte z polecenia Rządu Stanów Zjednoczonych.

Henryk Darcy o którego pracach nad biegiem wody w rurach mówiliśmy poprzednio, rozpoczął w dalszym ich ciągu w roku 1855 szereg doświadczeń nad biegiem wody w kanałach odkrytych, które najprzód z pomocą Inżynierów Baumgarten'a i Ritter'a, a następnie od roku 1856 aż do swej śmierci w roku 1858 z wyłączną pomocą p. Bazin, prowadził. Te ważne prace podjął po śmierci Henryka Darcy jego pomocnik p. Bazin, a wspierany przez Rząd francuzki, zdołał je doprowadzić do końca w roku 1860, wyciągnąć wiele ważnych dla sztuki inżynierskiej wniosków, i wreszcie ogłosić wypadki w roku 1865, rozbierając i rzucając przytem wiele nowych idei. Powiedzieć można, że doświadczalnie wyczerpał tę kwestyę, bo jakkolwiek postrzeżenia jego czynione były li tylko nad prądami sztucznymi, to znów w tych prądach oddzielenie i szczegółowe badanie różnych zjawisk biegu wody, jest łatwiejsze niż w prądach istniejących w naturze. Pan Bazin wypadki swych do-

świadczeń streścił w nowych wzorach na bieg wody w kanałach odkrytych, które obecnie zajęły w nauce miejsce dawnych wzorów Prony'ego i Eytelwein'a, i rozwinął nowe wzory w tablice ułatwiające rachunki. Opierają się one na trzydziestu jeden szeregach doświadczeń, z których każdy obejmuje dwanaście doświadczeń pojedynczych, a sprawdzone są dwudziestoma dziewięcioma innymi szeregami doświadczeń, których wypadki zostawili: Dubuat, Funk, Poiré, Emmery i Leveillé. Idee p. Bazin, dotyczące się rozkładu prędkości w prądach prostolinijnych, jak to już wyżej powiedzieliśmy, podjęte zostały w ostatnich czasach we Francyi przez pp. Kleitz i Lévy i wzięte za podstawę ich najnowszych poszukiwań teoretycznych.

Gdy we Francyi kwestye odnoszące się do teoryi wód bieżących uprawiane były przez tylu uczonych, w Ameryce zaczęto się niemi zajmować z równą gorliwością, prowadząc je jednak wyłącznie w kierunku doświadczalnym. Jeszcze w roku 1848 podane zostały w *Proceedings of the American Association for the advancement of science* wypadki doświadczeń Brown'a nad wydatkiem Mississipi pod miastem Natches, uzupełnione w roku 1853. Od tego czasu ogłaszane są jedne po drugich liczne szeregi doświadczeń i studyów, dotyczących się tej wielkiej rzeki, dokonywane przez wielu tamtejszych uczonych i Inżynierów, między którymi odznaczyli się głównie: porucznik Marr i pp. Ellet i Forchey. W roku 1855 p. Francis ogłasza długi szereg doświadczeń odnoszących się do biegu wody w kanałach odkrytych i do teoryi machin wodnych. Doświadczenia te dokonywane były w Lovell w Stanach Massachussets, kosztem zakładu hydraulicznego tego miasta. Ale największe ze wszystkich prac Inżynierów amerykańskich wykonywane były od roku 1850 do 1861 na Mississipi i rzekach do niej wpadających. Miały one służyć za podstawę projektu ubezpieczenia rozległych równin, rozciągających się wzdłuż brzegów tej olbrzymiej rzeki, i pogłębienia jej ujść. Wypadki tych doświadczeń ogłoszone zostały w roku 1861 w obszernem sprawozdaniu, przez kapitana A. A. Humphreys i porucznika H. L. Abbot. Odnosząc się do jednego z największych prądów naturalnych, doświadczenia te uzupełniają niejako pracę p. Bazin, a Inżynierowie amerykańscy wyciągnęli z nich wiele wzorów praktycznych i poglądów zupełnie nowych. Ważniejsze punkty sprawozdania streścił i wydał wraz ze swemi uwagami i porównaniem z wypadkami doświadczeń pana Bazin, p. Victor Fournié w Paryżu, w roku 1867.

Wszystkie powyższe poszukiwania, tak teoretyczne jak i doświadczalne, odnoszą się do biegu jednostajnego wody w kanałach odkrytych, to jest takiego, w którym na każdym przecięciu poprzecznym prądu, prędkość średnia strug jest jedna i taż sama. Szukając tej właśnie prędkości średniej, badano rozkład prędkości na przecięciu poprzecznym prądu, albo analitycznie jak Sonnet, Dupuit i Lévy, albo doświadczalnie jak Defontaine, Bazin i Inżynierowie amerykańscy. Te badania stanowią pierwszy podział nauki o biegu wody w kanałach odkrytych. W następnym ugrupują się wszystkie wzory praktyczne na ten bieg i rozwiązanie zadań jego się dotyczących. W dalszych przechodzi się do biegu zmiennego ale nieustannego, w którym odróżnić trzeba dwa przypadki. Pierwszy, skoro na wszystkich przecięciach poprzecznych przybliżona chociaż równoległość strug ma miejsce; drugi, gdy ta równoległość strug zostaje zniesiona i gdy się wytwarza ciekawe zjawisko pedskoku powierzchni. Teoria obu tych przypadków biegu nieustannego utworzy dwa następujące poddziały nauki o biegu wody w kanałach odkrytych. Rozwijały się one niezależnie od dwóch pierwszych, a nawet często niezależnie jeden od drugiego. O ich początku, rozwoju i stanie obecnym wypadają nam tu powiedzieć słów parę.

Najpierwsze poszukiwania dotyczące się biegu nieustannego i zmiennego wody w kanałach odkrytych, ogłoszone zostały przez Bélanger'a w początku roku 1828, w rozprawie pod tytułem : *Essais sur le mouvement des eaux courantes*. Praca ta, której podstawy odkryte były przez jej autora jeszcze w roku 1826, napisaną została dopiero w roku następnym 1827 a w czerwcu tegoż roku rozpatrzoną i pochwaloną była przez radę główną francuzkiego korpusu Dróg i Mostów, która zażądała ogłoszenia jej drukiem. Bélanger podał w swej pracy równanie ruchu nieustannego, opierając je na przypuszczeniu równoległości strug, i rozwiązał kilka szczególnych przypadków. Do tych samych wyników co Bélanger doszli w roku następnym innemi drogami General Poncelet i Navier, i podali wypadki swych prac, pierwszy w kursie Mechaniki stosowanej w szkole artylleryi i inżynieryi w Metz, a drugi w takimże kursie w szkole Dróg i Mostów w Paryżu. Szczególne przypadki i zastosowania podanej przez tych uczonych teorii rozwinęli Inżynierowie Vauthier i Coriolis, w swych rozprawach ogłoszonych w roku 1830, we francuzkich rocznikach Dróg i Mostów.

Wydane w roku 1848 dzieło p. Dupuit, pod tytułem : *Etudes théo-*

riques et pratiques sur le mouvement des eaux courantes, posunęło naprzód teorię biegu nieustannego wody w kanałach odkrytych. Podał w niem p. Dupuit wiele zupełnie nowych poglądów i zalkował równanie różniczkowe osi hydraulicznej prądu w różnych szczególnych przypadkach. Ułożył następnie tablicę ułatwiającą rachunek podłużnego profilu prądu, opartą wszakże na niektórych zastrzeżeniach. Pan Barré de Saint-Venant w swej znakomitej rozprawie podanej w *Annales des Mines* (Serya 4^{ta}, tom XX) dowiódł, iż się można obejść bez zastrzeżeń uczynionych przez p. Dupuit i podał tablicę nierównie ogólniejszą. W tym samym kierunku poszli p p. Boudin i Bresse, a rozprawa p. Boudin: *De l'axe hydraulique des cours d'eau contenus dans un lit prismatique et des dispositifs réalisant en pratique ses formes diverses* (Gand-Paris, 1863) jest najznakomitszym dotychczas wykładem nauki o biegu nieustannym i zmiennym wody w kanałach odkrytych. Objęte są w niej oba przypadki tego biegu, tak pierwszy, w którym przybliżona równoległość strug ma miejsce, jak i drugi, w którym się wytwarza podskok powierzchni.

Teorię tego ciekawego zjawiska, zaobserwowanego po raz pierwszy przez Bidone'a w Turynie i opisanego w Pamiętnikach tamecznej Akademii Umiejętności w r. 1826, podał Bélanger w r. 1827, pomijając w niej wszakże straty ciężenia, odgrywające tu tak ważną rolę. Dopiero w roku 1838 ujrzano ogólną i ulepszoną teorię tego uczonego.

Znakomite i jedyne poszukiwania doświadczalne nad biegiem nieustannym wody i nad podskokiem powierzchni wykonał p. Bazin i podał ich wypadki w dziele: *Recherches hydrauliques, entreprises par M. Darcy et continuées par M. Bazin* (Paris, 1865), obejmującym rezultaty wszystkich jego doświadczeń. Urzeczywistnił on w różnych okolicznościach wiele bardzo ciekawych odmian podskoku powierzchni i rzucił świeże idee, które może z czasem posłużą za podstawę przyszłych poszukiwań.

Zastosowanie praktyczne nauki o biegu wody w kanałach odkrytych i inne do niej się odnoszące kwestye, stanowią piątą i ostatni poddział tej części Hydrauliki. Najwięcej opracowaną z tych ostatnich jest kwestya rozchodzenia się fal, nad którą czynili poszukiwania Lagrange, Bidone, Scott-Russel i p. Bazin, który całą drugą część wymienionego co dopiero dzieła tej kwestyi poświęcił. Wykazał on zasługujący na uwagę związek między podskokiem powierzchni i rozchodzeniem się fal, i zastosował teorię tego ostatniego do tak nazwanej trąby morskiej, którą Francuzi przy ujściu Sekwany nazywają *Mascaret*.

Tak nauka o biegu wody w kanałach odkrytych, jak i nauka o biegu wody w rurach, pomimo licznych prac, o których mówiliśmy, nie jest jeszcze w zadowalniający sposób obrobioną i racjonalnej, naukowej nie tworzy teorii. Jakkolwiek otrzymane dotychczas wypadki praktyczne czynią zadość wymaganiom Inżyniera, to jednak zbywa jeszcze zawsze na teorii, któraby je wszystkie objąć zdołała. Jedyną, powiedzieć można, jej próbę podał p. Maurycy Lévy, o którego pracach wspominaliśmy już kilkakrotnie.

IV

Czwarta z pięciu części, na jakie podzieliiliśmy Hydraulikę, traktuje w ogóle o ruchu gazów, a zatem tak o wypływie gazów przez otwory, jak i o biegu gazów w rurach. Statyka gazów, datująca się od Mariotte'a, posunięta naprzód przez Gay-Lussac'a i stwierdzona doświadczeniami uczonych fizyków francuzkich: Dulong, Biot i Arago, była już gotową w początku bieżącego stulecia, gdy Dynamika gazów nie istniała jeszcze zupełnie. Kwestya ruchu gazów traktowana była doświadczalnie przez Girard'a (*Mémoire sur l'écoulement uniforme de l'air atmosphérique et du gaz hydrogène carboné dans les tuyaux de conduite*, Paris, 1819), Young'a (*Gilbert's Annalen*, 1801 i 1820), Szmid'a (*Poggendorff's Annalen*, 1824), Lagerhjelm'a (*Hydrauliska Försök af Lagerhjelm, Forselles och Kallstenius*, 1 Delen, Sztokolm, 1818), Koch'a (*Studien des götting'schen Vereins bergmännischer Freunde*, 1824, 1833, 1837, 1838), d'Aubuisson'a (*Annales des Mines*, 1823, 1826, 1827), Buff'a (*Poggendorff's Annalen* 1836, 1837), aż dopiero Navier podał teorią opartą na twierdzeniu Daniela Bernoulli. Ale całkowanie równania różniczkowego, przedstawiającego ruch strugi gazowej przedstawiało pewne trudności; gęstość bowiem gazu jest funkcją dwóch zmiennych, temperatury i ciśnienia, i nigdy za ściśle stałą uważaną być nie może. To też Navier wprowadzając przypuszczenie jednostajnego rozprężenia się gazu przy niezmienniej temperaturze, zgodnie z prawem Mariotte'a, a niezgodnie z zasadami teorii mechanicznej ciepła, usunął wszystkie trudności i ułatwił całkowanie równania ruchu. Później uproszczono równanie ruchu w przypadku, gdy różnica ciśnień wewnątrz i zewnątrz zbiornika jest nieznaczna, to jest gdy gęstość gazu jest prawie stała i wprowadzono tym sposobem kwestyą wypływu gazów otworami w dziedzinę nauki o wypływie cieczy

z naczyń. Doświadczenie poparło ten wynik pierwotnej teorii Navier'a, a nawet okazało, że tak uproszczone równanie ruchu gazów jest więcej do prawdy zbliżone jak drugie, polegające na przypuszczeniu jednostajnego rozprężenia w naczyniu. Doświadczenia pp. Pecqueur'a (*Note sur les expériences de M. Pecqueur par Poncelet, 1845*), Saint-Venant'a (*Journal de l'École polytechnique, Paris, 1837*) i Wantzel'a (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences, Paris, 1843*), poparte późniejszymi doświadczeniami innych uczonych, dowiodły dobitnie, że w zastosowaniu można uważać gaz jako ciecz o stałej gęstości. Tym to sposobem rozwiązuje się wszystkie kwestye napotykanne w praktyce.

Ale racjonalna teoria ruchu gazów nic nie zyskała na tej zmianie przypuszczeń i żadnego nie zrobiła postępu. Dopiero najnowsze prace o własnościach ciepła, a szczególnie prace pp. Dupré i Zeuner, rzuciły jasne światło na skomplikowane a dotąd mało znane prawa wpływu gazów. Nowa teoria ruchu gazów, oparta na zasadach teorii mechanicznej ciepła, odkryła nieznanne zjawiska, objęła w jednym równaniu całą masę szczególnych przypadków, z których jeden zazwyczaj w praktyce stosowany, polega na przypuszczeniu nieściśliwości płynu.

Nowa teoria Zeuner'a i dawna teoria Navier'a, tworzą dwa pierwsze poddziały części Hydrauliki, traktującej o ruchu gazów. W poddziale trzecim ugruppują się różne zastosowania dawnej a powszechnie używanej teorii, jedne tytułem przykładów, drugie ze względu na swą użyteczność. Miechy walcowe, dzwony powietrzne komunikujące z rurami wodę prowadzącami i z pompami tłoczącami, zasługują ze wszech miar na uwagę; wentylatory obrotowe, o których użyteczności zbytecznymby było mówić, są przykładem teorii, która wyprzedziwszy praktykę i doświadczenie, dowiodła czynem swej doniosłości. Ruch powietrza w kanałach wentylacyjnych i w kominach, daje obraz postępowania, które przyjąć należy przy obrachowaniu strat siły żywej płynu, wskutek przeszkód napotykaných w ruchu, a uwagi dotyczące rozprowadzania gazu do oświetlania mają na celu czysto praktyczną stronę kwestyi.

V

Wreszcie część piąta i ostatnia Hydrauliki, traktująca o wzajemnem działaniu ciał stałych i płynnych w ich ruchu względnym, i o mierzeniu pręd-

kości prądów płynnych, rozpada się oczywiście na dwa podziały, obejmujące każdy jedną z tych kwestyj.

Część Hydrauliki poświęcona badaniu działań wzajemnych między ciałami stałymi i płynnymi w ich ruchu względnym, to jest część zajmująca się oznaczeniem oporu, jakiego doznaje ciało stałe, poruszające się w płynie spoczywającym, i siły potrzebnej do utrzymania tego ciała w spoczynku, skoro otaczający je płyn pewnym ruchem ożywiony zostaje, jest jeszcze dotąd mało znaną. Tutaj teoria korzy się przed doświadczeniem i empirycznymi wzorami. Ale zasadnicze zagadnienie, polegające na wyznaczeniu ciśnienia odosobnionej żyły wodnej, uderzającej o płazczyzną prostopadłą do jej kierunku, jest zupełnie rozwiązane na zasadzie twierdzenia o ilości ruchu; wszystkie podobne kwestye a dotyczące uderzenia prądu płynnego o ciało stałe jakiegokolwiek kształtu, dają się po części sprowadzić do tego przypadku. Ale uogólniając tym sposobem zasadnicze nauki zagadnienie, otrzymuje się wypadki zaledwie przybliżone a często niedokładne, tak że chcąc dojść prawdy, trzeba uciec się do doświadczeń i wyznaczyć współczynniki poprawki.

Zdaje się, że pierwszym uczonym, który pracował nad oporem płynów był Newton. Podał on teorią uderzania płynów o ciała stałe, uważaną przez długi czas za dostateczną i rozwijaną w dziełach traktujących o Mechanice. Wielu geometrów zajmowało się następnie udoskonaleniem zasad podanych przez Newton'a. Daniel Bernoulli, d'Alembert (*Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides*, Paris, 1752) i Euler (*Mechanica, sive Motus scientia analytice exposita*, Petropoli, 1736) badali gruntownie kwestyą oporu płynów, a wypadki ich poszukiwali, zbyt skomplikowane aby mogły znaleźć łatwe zastosowanie w praktyce, zgadzają się jednak w wielu razach z wypadkami doświadczeń, jakie dokonali Bossut i Borda (*Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris*, z lat 1763 i 1767). Jeszcze rozleglejsze doświadczenia nad oporem płynów przedsięwzięte zostały w roku 1775, z polecenia Rządu francuzkiego przez członków Akademii: d'Alembert'a, Condorcet'a i Bossut'a, którzy ogłosili ich wypadki w sprawozdaniu wydrukowanem w Paryżu w roku 1777 i w Pamiętnikach Akademii z roku 1778. Ale dopiero Dubuat, którego słusznie niektórzy nazywają ojcem tegoczesnej Hydrauliki, rozwinął doświadczalnie tę kwestyą; on to wyznaczył stosunek objętości płynu zawieszającej się na ciele stałym przy ruchu względnym, stosunek, który potem sprawdzili Bessel, Sabine i Baily. Także Michelotti (*Sperimenti idraulici principal-*

mente dritti a confirmare la Teoria e facilitare la Pratica del misurare le acque correnti, in Torino, 1771), Smeaton (*Experimental inquiry concerning the natural powers of wind and water to turn mills and other machines*, London, 1794), Langsdorf (*Lehrbuch der Hydraulik*, Altenburg, 1794), Thibault i Duchemin (*Recherches expérimentales sur les lois de la résistance des fluides*), Hutton (*Tracts on mathematical and philosophical subjects*, London, 1812), Morosi (*Di un nuovo fenomeno osservato nell'urto dell'acqua*, Milano, 1819), i wreszcie Weisbach (*Untersuchungen im Gebiete der Mechanik und Hydraulik*, Leipzig, 1842) starali się uzupełnić doświadczalnie kwestyą oporu płynów ciekłych i lotnych; ale największe z nowych doświadczeń wykonał Bidone w roku 1837 i wypadki swych poszukiwań ogłosił w *Memorie della Reale Accademia delle scienze di Torino*, z roku 1838.

Mierzenie prędkości i wydatku prądów stanowi, jak powiedzieliśmy, drugi podział tej części Hydrauliki. Rozliczne sposoby mierzenia wydatku opierają się albo na zasadach wypływu cieczy przez otwory lub przewały, albo na wynikach nauki o biegu wody w rurach i kanałach, albo wreszcie na użyciu umyślnie w tym celu sporządzonych przyrządów. Z pomiędzy tych ostatnich na największą zasługują uwagę, przyrząd Lapointe'a i przyrząd pp. Loup i Koch niedawno w Paryżu wynaleziony.

Ale najogólniejszy sposób mierzenia wydatku prądów płynnych polega na stosowaniu zasad ich ruchu w rurach i kanałach, mając bowiem przecięcie poprzeczne prądu i średnią jego prędkość, można sobie natychmiast zdać sprawę z objętości cieczy przepływającej w danym czasie. Znany jest w przybliżeniu związek między prędkościami różnych punktów poprzecznego przecięcia prądu; znając więc jedną z nich, można wnioskować o prędkości średniej. Cała więc trudność sprowadza się do mierzenia prędkości pewnych punktów cieczy, czy to na powierzchni, czy to na pewnej pod nią głębokości, a opisanie sposobów tego mierzenia jest właśnie przedmiotem ostatnich ustępów Hydrauliki.

Najprostszy i najdawniejszy sposób mierzenia prądów ciekłych polega na użyciu pływaków, ciałek lekkich puszczonej z wodą, które przebiegając znaną przestrzeń w danym czasie, wyznaczają prędkość strugi na powierzchni albo nawet na pewnej głębokości. Sposób ten, umiejętnie zastosowany, daje bardzo dokładne wypadki, jak tego dowiodły doświadczenia pp. Humphreys i Abbot, przy mierzeniu prędkości rzeki Mississipi.

Wahadło hydrometryczne i tachometr Brünings'a (*Brünings Abhandlung über die Geschwindigkeit des fließenden Wassers und von den Mitteln, dieselbe auf allen Tiefen zu bestimmen*, Frankfurt a. M., 1798) są jednymi z pierwszych przyrządów służących do bezpośredniego zmierzenia prędkości. Pierwszy z nich był bardzo często używany, szczególnie przez Ximenes'a, Michelotti'ego, Gerstner'a i Eytelwein'a, a jego ogólną i dosyć dokładną teorią zrobił pierwszy Venturoli w roku 1807 (*Elementi d'idraulica*, Bologna). Oba te przyrządy polegające na mierzeniu zbożenia, jakiego doznaje ciało zanurzone w cieczy i wystawione na jej ciśnienie, nie mogły dawać dokładnych wypadków; a pod względem trudności ich użycia stały znacznie niżej od wynalezionego już w roku 1731 przyrządu Pitot'a, którego opis znajdujemy w *Pamiętnikach paryzkiej Akademii umiejętności* z roku 1732. Przyrząd Pitot'a oparty na innej zupełnie zasadzie, nadzwyczaj prosty pod względem konstrukcyi a łatwy do użycia, nie znalazł jednak natychmiast wielkiego zastosowania, a to mianowicie z powodu błędnego zapatrywania się na jego teorią. Mallet i Michelotti wprowadzili doświadczeniem znaleziony współczynnik poprawki, i odmienili cokolwiek zewnętrzny kształt przyrządu, a Weisbach wykonał szereg doświadczeń w celu ostatecznego sprawdzenia tego współczynnika (*Polytechnisches Centralblatt*, 1847). Ale dopiero w r. 1856 udało się pp. Darcy i Baumgarten, ulepszyć radykalnie rurkę Pitot'a i nadać jej przymioty, które ją charakteryzują. Przyrząd to zarazem prosty i dogodny, nie zmieniający swego współczynnika poprawki i dający się zastosować w bardzo różnych warunkach. Jego opis podał p. Darcy najprzód w swem znakomitem dziele: *Fontaines publiques de la ville de Dijon*, 1856, a następnie w *Annales des Ponts et Chaussées* w roku 1858.

Powyższe pięć ustępów, odnoszące się każdy do jednej z pięciu części, na jakie podzieliłiśmy Hydraulikę, streszczają przedmiot, historią, stan obecny i podział szczegółowy nauki, którą się zajmujemy. Jeżeli ona sama, jak powiedzieliśmy, jest zastosowaniem zasad Mechaniki analitycznej ciał płynnych i składa się ze zbioru prawideł, jakie mają kierować Inżyniera przy rozwiązywaniu zadań dotyczących się ruchu płynów, to znów uważana jako teoria motorów hydraulicznych, Hydraulika stanowi wstęp do teoryi machin wodnych. Teoria ta ma na celu wykazanie warunków zapewniających największy skutek maszyny, warunków

dotyczących jej konstrukcyi, kształtu, wymiarów i położenia, gdy daną jest siła spadku i na odwrót. Warunek wprowadzenia wody na koło wodne w taki sposób, aby uderzenie żyły wodnej o łopatkę koła nie miało miejsca, i wyprowadzenia tej wody z koła z prędkością równą zeru, zapewniłyby korzystne zużycie siły spadku, gdyby przypuszczenie warunkiem tym określone dało się urzeczywistnić w praktyce. Ale nie podobna jest zapobiedz stratom siły żywej, stratom spowodowanym przez uderzenie, wzburzenie i tarcie żyły ciekłej, koniecznym następstwom ruchu rzeczywistego w naturze. Otóż wykazanie i ocenienie tych strat z jednej strony, a podanie środków dążących do ich pomniejszenia z drugiej strony, jest głównem zadaniem teoryi machin wodnych.

Początek machin wodnych sięga jak najdawniejszych czasów. Zmysł wynalazczy starożytnych zdołał posunąć daleko sztukę budowania machin, a dowodem tego jest przyrząd zbudowany przez architekta Ctesiphon'a, przeznaczony do przenoszenia kolumn owej sławnej świątyni w Ephezie, albo wynalezienie zegarów wodnych, których początek sięga Egipcyan. Bodźcem do tych wynalazków była potrzeba, a jedyną wskazówką kierującą wysiłki umysłu ludzkiego było doświadczenie tylko i zmysł praktyczny, bo o teoryi nie miano naówczas żadnego wyobrażenia. Dopiero gdy Archimedes, żyjący w trzeciem stuleciu przed Chrystusem, odkrył naukową zasadę równowagi drażka, wtedy poznano właściwą zasadę elementarnej Statyki.

Niepodobna jest dojść początku kół wodnych; zdaje się jednak, że koła o osi poziomej były znane jeszcze przed Augustem, bo Witruwiusz żyjący za panowania tego księcia, nie powiada bynajmniej w opisie tych machin, by były świeżym wynalazkiem. W martwej epoce średnich wieków konstrukcyja tych kół żadnej prawie nie uległa zmianie i dopiero w ostatnich stuleciach, gdy rozbudzające się życie przemysłowe i postęp nauki mogły sprzyjać dalszemu ich rozwojowi, zaczęto myśleć nad ich ulepszeniem. Bossut, Dubuat i Smeaton byli pierwszymi pracownikami na tem polu, a ich doświadczenia, próby i wnioski były podstawą, na której oparła się późniejsza budowa kół wodnych. Po wytworzeniu się zasad Dynamiki w zeszłym stuleciu, zrodziła się teorya machin wodnych i zaczęto budować typy zupełnie nowe, a pożytkujące nierównie lepiej siłę spadku wody. W tym także czasie powstały turbiny czyli maszyny wodne, których zasadą jest oddziaływanie. Najprzód Segner, professor w Getyndze, a następnie Euler w r. 1752 zajęli się badaniem teoryi tych machin.

Sprawdzając rezultaty swych teoretycznych poszukiwań, Euler zbudował w r. 1754 koło o oddziaływaniu, które za początek ogólnie dziś używanej *turbiny Fontaine'a* uważać można. Ale początek właściwych turbin datuje się dopiero od roku 1824, w którym Burdin wynalazł swę *turbinę o oddziaływaniu*. Od tej chwili budowa kół o osi poziomej i pionowej rozprzestrzeniła się na wielką skalę; Fourneyron, Poncelet, Fontaine, Jonval, Girard i Sagebien nie szczędzili trudów, by ich konstrukcją do wysokiej podnieść doskonałości. Posunięta w ostatnich czasach teorya ruchu płynów, pozwalala ulepszyć teorią tych machin, a prace Bélanger'a i Poncelet'a we Francyi i Redtenbacher'a w Niemczech są najlepszym dowodem wysokiego jej postępu.

Zdaje się, że maszyny do podnoszenia wody sięgają czasów dawniejszych jak inne maszyny wodne. Wydostawanie wody z głębokich studni jak np. ze studni Jakóba, w pobliżu Sychar na drodze do Jeruzalem, mającej 105 stóp ang. głębokości, a liczącej już 35 stuleci, lub ze studni Zemzen w Meece (*Gen. XXI, 19*) głębokiej na 56 stóp (*Crichton's History of Arabia*, vol. II, p. 248, London, 1833) wymagało pewnych przyrządów, któreby oszczędzały zchodzenia w głąb studni po schodach wykutych w jej ścianie. Wiadro spuszczone na sznurze było pierwszym zarodkiem pewnej klasy machin, które dziś jeszcze użycie swe znajdują. Korzystając z zalet krążka, znanego już u Egipcyan pod Faraonami, a ogólnie używanego za Ptolomeuszów, jak o tem powiada Witruwiusz, nawijano na nim sznur z wiadrem i ułatwiano tym sposobem czerpanie wody, a zawiesiwszy na drugim końcu sznura drugie wiadro, skorzystano na czasie i sile. Związanie z sobą obu końców sznura i zawieszenie na nim kilkunastu wiader było bezpośredniem następstwem użycia tych przyrządów. To też w studni Józefa w Kairze, mającej 197 stóp ang. głębokości, a zbudowanej jeszcze za dawnych egipskich czasów, czerpano wodę tego rodzaju elewatem (*Ewbank's Descriptive and historical account of hydraulic and other machines for raising water*. New-York, 1849, p. 47.) Przymioty tej maszyny, jej niezależność od głębokości studni i możność czerpania wielkiej objętości wody w krótkim czasie, były powodem częstego jej użycia w wyższym Egipcie, gdzie nawodniania gruntów na wielką były zaprowadzane skalę. W Nubii i Abissynii dochodziły one olbrzymich prawie rozmiarów; Sandys zauważył ich ogromną liczbę w tych krajach w r. 1611 (*Travels of Sandys*, p. 118), a Terry widział je w Hindusie w r. 1715 (*Terry's voyage to India*, p. 187).

Anglo-Saxoni i dawni Normandowie używali powszechnie tego sposobu podnoszenia wody, a inne narody znały go dokładnie. Później gdy sztuki i rzemiosła doprowadzone zostały do wysokiego stopnia postępu, gdy azyatycki system rolnictwa wprowadzony został do Europy, rozwinęła się także i budowa elewatorów.

Pewną jest rzeczą, że kolejne ulepszenie pomienionych poprzednio przyrządów polegało na użyciu kołowrota, przedstawiającego tę korzyść, że natężenie siły poruszającej może się zmieniać stosownie do długości korby. To też Pliniusz powiada na stronie 4, rozdziału XIX swej Historii naturalnej, że Rzymianie używali kołowrota do podnoszenia wody. Chińczykom należy się zasługa za ważne ulepszenie kołowrota, a polegające na składaniu wału z dwóch części o nierównych średnicach, na których nawijają się dwie końcowe części sznura, w przeciwnym kierunku.

Obok tych przyrządów służących po większej części do domowych potrzeb, tworzyły się i rozmnażały inne maszyny, należące do tej samej co poprzednie klasy, a używane specjalnie do sztucznego nawodniania łąk. Na równinach Eufratesu, Gangesu i Nilu zrodziły się szufle i żurawie, a cały starożytny świat cywilizowany używał ich do potrzeb rolnictwa. Herodot powiada, że żurawie były znane w Persyi za jego czasów, a Arystoteles opisuje te przez Greków używane przyrządy. Ale w wiekach następujących po upadku Rzymian, ginie wszelki ślad historii tych maszyn, i dopiero w piętnastym stuleciu, gdy umysł ludzki budzić się zszczyła z letargu, w którym tak długo był pogrążony, ukazują się nowe o nich wzmianki. To dowodzi tylko, że były one ciągle używane.

Co się tyczy maszyn więcej skomplikowanych, to jeden tylko Witruwiusz obszerniej o nich wspomina: opisuje on *koło ślimakowe*, *koło z kublami*, *elewator skrzynkowy*, *śrubę Archimedes'a* i *maszynę Ctesibus'a* czyli *pompę*. O każdej z tych maszyn kilka słów powiedzieć nam wypada.

Koło ślimakowe, znane u Rzymian pod nazwiskiem *Tympanum*, a znalezione prawdopodobnie za czasów kwitnącej epoki tego narodu, dostało się w spuściznie innym mieszkańcom Europy, i do nowoczesnych czasów prawie bez zmiany zachować się zdołało. Dopiero w połowie zeszłego stulecia zajęto się jego ulepszeniem i zupełnem prawie zmianieniem jego kształtu, a twórcą tych poprawek był Lafaye, uczony ówczesny Inżynier, o którym Belidor w swej *Architekturze hydraulicznej* (Tom II, str. 385 i 387) wspomina. Ztąd to dzisiejsze koło ślimakowe niekiedy *kołem Lafaye'a* nazywają.

Koło z kublami, opisane szczegółowo przez Witruwiusza, było znane w Egipcie, Azji, Grecyi, Turcyi i Hiszpanii. Ale wady tego koła polegające na przelewaniu się wody z kublów, zwróciły na się uwagę dawnych mechaników, którzy przerobili je na tak zwane *koło perskie*, a zaopatrzone w kubły oscylujące koło osi poziomych. Zmiana ta wprowadzoną została jeszcze przed upadkiem Rzymian i rozeszła się po całej Europie.

Śruba Archimedes'a jest jedną z najoryginalniejszych machin, jakie opisał Witruwiusz. Była ona używaną od bardzo dawnych czasów w Danii, Hollandyi i Anglii, i to do podnoszenia wody na znaczne wysokości; a że nie można jej było robić z jednej długiej sztuki, przeto wlewano wodę z jednego zbiornika do drugiego, z drugiego do trzeciego, i t. d. za pomocą śrub stosunkowo krótkich. W celu zapobieżenia tej niedogodności, Worcester proponował w końcu zeszłego stulecia, złożenie śruby z dwóch części o różnych średnicach, ale dopiero Pattu urzeczywistnił w r. 1815 projekt Worcester'a.

Wynalezienie tej śruby przypisują Archimedes'owi, ale opinia ta nie jest opartą na pewnych podstawach. Diodorus, ziomek Archimedes'a, a żyjący w 200 lat po nim, utrzymuje wprawdzie, że Archimedes był tej maszyny wynalazcą, ale Witruwiusz nie o tem nie wspomina. Egipt był naówczas szkołą świata starożytnego, źródłem nowych wiadomości i nauki, a zdarzało się często, że cudzoziemcy powróciwszy z Egiptu, byli brani za autorów tych doktryn, odkryć i wynalazków, o których tam się dowiedzieli. To co się przytrafiło Thales'owi, Pythagoras'owi, Solon'owi, i Platon'owi, mogło się przydarzyć i innym. Może badanie płaskorzeźb, na których nie zbywa w ruinach Egiptu, wyjaśni kiedy ten niepewny punkt historii machin wodnych.

Bądź co bądź, śruba Archimedes'a oddała wielkie usługi społeczeństwu, i do lat ostatnich znajdowała wyłączne zastosowanie w niektórych robotach inżynierskich. W roku 1746 została ona przerobioną przez pewnego blacharza w Zürichu na pompę *spiralną* zwaną, a której teorią podał Daniel Bernoulli. Później Nicander i Eytelwein zajmowali się jej ulepszeniem, a jakkolwiek ten ostatni starał się o jej rozpowszechnienie i wystawił jedną w Moskwie w r. 1784, jednak nie znalazła ona wielkiego zastosowania.

Dwaj matematycy aleksandryjskiej szkoły, Ctesibus i jego uczeń Heron, żyjący w sto lat po Archimedes'ie, byli twórcami dwóch przyrządów, z których jednym jest *pompa*, a drugim przyrząd znany pod nazwiskiem

fontanny Heron'a. Ale że zasada tych genialnych pomysłów była zupełnie błędnie pojmowaną, bo wstręt natury do próżni miał być przyczyną ruchu, przeto ich konstrukcja pozostawała przez czas długi w stanie niemowlęctwa; dopiero gdy w r. 1643 Toricelli odkrył ciśnienie powietrza, i gdy prawdziwa teoria pomp poznana została, zaczęto zajmować się ich ulepszeniem. W r. 1673 Conyers wprowadził dwa tłoki zamiast jednego (*Philosophical Transactions*, vol. I, p. 545), nieco później La Hire wynalazł pompy o podwójnem działaniu (*Mémoire de l'Académie des Sciences*, Paris, 1716), a w r. 1775 Moreland wziął patent w Londynie na pompy o *tłoku nurzającym*. Znakomite ulepszenia konstrukcyjne wprowadzili w r. 1813 i 1819 Hederwick i Muschenbræck, za które angielskie *Society of Arts* pieniężną wyznaczyło nagrodę.

Ponieważ nieustanny ruch obrotowy przedstawia większe korzyści od ruchu postępowego zwrotnego, starano się więc o ulepszenie pomp w tym kierunku. Przez długi czas robione poszukiwania, żadnym prawie nie były uwieńczone skutkiem (*Remarks of Europa* by Brevel, part. II, p. 89) i dopiero w zeszłym stuleciu udało się dwom znakomitym mechanikom, Bramah w Anglii i Dietz we Francji, dopiąć zamierzonego celu, i stworzyć nowy system pomp, dzisiaj odśrodkowemi zwanym. Machiny te, ulepszone wkrótce przez Appold'a, Cogniard'a, Amos'a, Gwyne'go, Dumont'a, Neuf'a i innych konstruktorów, przewyższyły pod wieloma względami zwyczajne pompy z tłokami, i zajęły w rządzie machin do podnoszenia wody jedno z miejsc najpierwszych.

Obok pomp odśrodkowych powstawały inne nowoczesne maszyny, między któremi *maszyny słupowodne* wynalezione przez Denissart'a i Dueille'a w r. 1731 (*Mémoire de l'Académie des Sciences*), a przeznaczone do wydostawania wody z kopalni, na największą zasługują uwagę. Belidor opisał je w drugim tomie swej *Architecture hydraulique*, wydanej w r. 1739, a rozwiniętszy pierwotną maszynę ideę, wytłumaczył jej zasadę i wartość. W dziesięć lat później, niemiecki Inżynier Hoell zbudował pierwszą tego rodzaju maszynę w Schemnitz na Węgrzech. Późniejsze udoskonalenia, polegające na użyciu regulatorów tłokowych, wprowadził Inżynier Reichenbach, a okazem talentu sławnego bawarczyka są maszyny przez niego zbudowane między Rosenheim i Berchtesgaten w Bawaryi. W ostatnich latach (1834), Juncker, francuzki Inżynier Dróg i Mostów, wspierany radami Reichenbach'a, wystawił w Huelgoat w Bretanii maszynę słupowodną o pojedynczem działaniu, którą za

arcydzieło Sztuki Inżynierskiej uważać można. Zasluga za zamianę pojedynczego działania na podwójne należy się p. Pfetsch, który swój projekt w r. 1856 w Saint-Nicolas-Varangeville wykonał.

Drugą z nowoczesnych machin do podnoszenia wody jest *baran hydrauliczny*, wynaleziony w r. 1772 przez zegarmistrza Whitehurst'a w Derby (w Anglii), a ulepszony w r. 1797 przez Montgolfier'a. Machina ta, godna uwagi ze względu na sposób działania i na jej prostotę, nieznalazła żadnego prawie zastosowania w praktyce.

Ale najgenialniejszym pomysłem współczesnej nam epoki, jest *przyrząd Giffard'a*, przeznaczony do zasilania wodą kotłów parowych, a będący najlepszym dowodem wysokiego nauk postępu. Przyrząd to prosty, ekonomiczny i pewny, zastępujący najlepsze pompy machin parowych, a działający bez dozoru i pośrednictwa człowieka. Olbrzymie tego przyrządu zastosowanie do machin parowych stałych, morskich i machin lokomotyw zachęcało Giffard'a do robienia ciągłych ulepszeń, z których ostatnie, wprowadzone przed paru laty, sięgają zupełnej doskonałości.

Ten krótki szkic historii machin wodnych daje dostateczne wyobrażenie o stopniowym ich rozwoju. Z jednej strony brak doświadczenia i znajomości sztuki rzemieślniczej, a z drugiej skromność wymagań i niski stopień przemysłu, były długo głównymi powodami ich niedoskonałości; później, gdy wzrastające życie przemysłowe stało się bodźcem do szczególnych poszukiwań, zabrakło znowu teorii, głównej tych badań podstawy. Ale gdy w pośród walki, związanej w ubiegłym stuleciu między potrzebami budzącego się życia przemysłowego i małymi zasobami technicznych wiadomości, poznano zasady Hydrodynamiki, ujrzano także i prawdziwą podstawę teorii machin wodnych. W ślad za rozwijającą się teorią, zaczęła postępować i praktyka. Bossut, Aubuisson, Weisbach, Reichenbach, Francis, Poncelet, Morin i inni uczeni przedsiębrali liczne doświadczenia, których owocem było wykazanie wad i przymiotów machin wodnych, poznanie okoliczności sprzyjających korzystnemu ich użyciu i wreszcie utworzenie prawideł oraz wzorów empirycznych. Budowa machin wodnych ulepszała się szybko w tych warunkach, a w ostatnich latach znacznie naprzód postąpiła.

Ostatecznie, teoria machin wodnych zostawia wiele jeszcze do życzenia, jakkolwiek główne jej zasady ściśle określone zostały. Przy dzisiejszym stanie Hydrauliki, którą uważać można za wstęp do nauki o bu-

dowie machin wodnych, trudno jest domagać się dokładnej i ściśle matematycznej teorii, chcąc bowiem poznać ruch maszyny wodnej, trzeba by znać ruch i działanie każdej cząsteczki cieczy osobno, jak również i wzajemne ich na siebie oddziaływanie. Ale brak ścisłej teorii nie tak dotkliwie czuć się daje, jakby się tego spodziewać można, a to mianowicie z powodu, że badania czysto doświadczalne są w stanie zastąpić po części niedostatek analizy. Zresztą, o ściśle matematycznej teorii marzyć nawet nie można, bo do ruchu maszyny wodnej, jak w ogóle do ruchu każdego skomplikowanego układu ciał, wchodzi takie mnóstwo różnorodnych a niezależnych od siebie elementów, że ich połączenie w analityczne związki i prawa zdaje się być rzeczą zupełnie niepodobną.

Mimo braku dokładnej teorii, budowa machin wodnych szczytowego dosięgła punktu, a pod względem wytrzymałości i doboru materiałów, oszczędności wydatków i piękności kształtów nie prawie do życzenia nie zostawiła. Dzięki praktycznemu zmysłowi bieżącego stulecia i ogólnemu rozwojowi nauk technicznych, maszyna wodna doznała zupełnego uznania i stała się jedną z niezbędnych niemal potrzeb codziennego życia.

Ale budowa machin wodnych w naszym kraju, a w szczególności budowa kół o osi poziomej, jedynych jakie u nas używają, zostawia wiele do życzenia. Ich konstrukcja, powierzana rzemieślnikom niemającym wyższego o rzeczy pojęcia, nie odpowiada warunkom, które w innych cywilizowanych krajach za niezbędne uważane bywają. Nauka wykazała dobitnie, że wielkość i kształt części składowych maszyny, jej położenie względem punktu przyłączenia siły poruszającej i oporowej, nie są bynajmniej dowolne, i że mnóstwo innych okoliczności więcej lub mniej ważnych wpływa na dobroć maszyny, to jest na stosunek pracy przesłanej przez maszynę do pracy wykonanej przez siłę poruszającą. U nas budowa kół tych, traktowana z zupełną niezajomością teorii, a przynajmniej jej wskazówek, przedstawia smutny obraz niedbałości lub braku wiadomości zdobywanych doświadczeniem lub nauką. A jednak kraj nasz, tak dobrze uposażony w wodę i w różnej wielkości spadki, a stojący nisko pod względem indywidualnego bogactwa, mógłby i powinienby wyciągać korzyść z naturalnych bogactw, tych źródeł sił, głównych warunków istnienia przemysłu.

Teoria machin wodnych, mająca na celu przedstawienie najrzetelniejszego stanu ich budowy, dzielić się powinna na teorię kół wodnych i teorię machin do podnoszenia wody; że jednak koła wodne tworzą

dwie odrębne kategorie koł pionowych i poziomych, przeto najstosowniej jest dzielić ją na trzy poddziały, pierwszy o kołach pionowych, drugi o poziomych a trzeci o machinach do podnoszenia wody. Mając na uwadze sposób działania wody lub jej wejścia na koło, podzielić jeszcze wypada koła pionowe na podsiębierne, śródbierne i nasiębierne; koła pionowe na koła o oddziaływaniu, turbiny zwyczajne i stycznobierne, a maszyny do podnoszenia wody na pompy, przyrządy drugorzędne i maszyny słupowodne.

Podawszy w ten sposób ogólny pogląd na przedmiot, podział, historią i stan obecny tak Mechaniki analitycznej ciał płynnych, jak Hydrauliki i teorii maszyn wodnych, niewiele pozostaje nam do powiedzenia, na zamknięcie przedmowy, o samym dziele, które przedstawiamy na widok publiczny. Z jednej strony brak tego rodzaju dzieła w naszej literaturze, a z drugiej łatwość korzystania z olbrzymich materiałów nagromadzonych w stolicy Francji, skłoniły nas do podjęcia tej pracy. Doprowadziłyśmy ją do końca, dzięki naukom i radom uczonych profesorów naszych w szkole Dróg i Mostów w Paryżu i młodzieńczemu zapałowi podzielenia się nabytymi wiadomościami z ogółem pracowników na niwie nauk ścisłych.

Z tego wszystkiego co powiedzieliśmy o zadaniu i stanowisku Hydrauliki wynika, że do zgłębienia jej zasad niezbędną jest znajomość Mechaniki analitycznej, a tem samem i Analizy czyli Rachunku różniczkowego i całkowego. Czytelnik więc obeznany być powinien z głównymi przynajmniej zasadami tych umiejętności, przystępując do czytania niniejszej książki. Umieszczanie skróconego ich wykładu na wstępie dzieła, powiększyłoby tylko niepotrzebnie i tak już znaczne jego rozmiary. Mówimy «niepotrzebnie», gdyż dzieła specjalne, obejmujące wykłady tych umiejętności, a napisane w języku polskim, wychodzą obecnie na widok publiczny, nakładem Biblioteki Kórnickiej, a za staraniem Towarzystwa Nauk Ścisłych w Paryżu.

Książka niniejsza tworzy całkowity Kurs Hydrauliki, tak jak jest wykładana w wyższych szkołach inżynierskich, a zarazem i podręcznik, mogący się przydać Inżynierom w ich rachunkach. W wielu jego częściach posilkowaliśmy się dziełami profesorów naszych, pp. Bresse i Collignon,

sprawdzając jednak zawsze u samych źródeł umiejętności, podawane zasady, przedstawiając je często w odmienny sposób, i pomnażając wynikami prac uczonych niemieckich, angielskich i włoskich, których badanie pomijane bywa zwykle przez Francuzów. Bez wątpienia bowiem, jeżeli ci ostatni trzymają dziś pierwszeństwo na niwie umiejętności stosowanych, a zwłaszcza Hydrauliki; to znów pominięcie często nader ważnych prac uczonych innych narodów, byłoby niewytłumaczoną wadą książki, mającej być obrazem obecnego stanu Mechaniki ciał płynnych i teoryi machin wodnych.

Z prawdziwą wreszcie radością przyszło nam mówić o doświadczeniach Generała Sokolnickiego, tudzież Inżyniera Witkowskiego i Sławeckiego, jako o pracach hydraulicznych (o ile wiemy), jedynych dokonanych przez Polaków, a dowodzących, że i u nas znaleźli się samodzielni badacze tych kwestyj, znający gruntownie przedmiot i chętni do zbogacenia go nowymi szczegółami.

Nie mamy tu potrzeby rozszerzać się nad planem naszego dzieła, który wymotywowany w przedmowie, przedstawiony jest jak najdokładniej w spisie rzeczy. Zaznaczmy tylko, odnośnie do teoryi machin wodnych, że starając się o przedstawienie jak najrzetelniej dzisiejszego stanu ich budowy, a zarazem mając na uwadze zakres wykładu, nie wdajemy się w obszerne i wykończone teorye tych machin wodnych, ale podajemy je w streszczeniu, przystępnie i dostatecznie; co się zaś tyczy kształtu samychże machin, to szkice umieszczone w tekście dają o nich szczegółowe dosyć pojęcie. Zastępując niedostatek najlepszej nawet teoryi wskazówkami praktycznymi, opartymi na powadze doświadczeń zasłużonych Inżynierów, staramy się pogodzić niezgodne czasem zdania francuzkich, niemieckich i angielskich uczonych, i wyciągnąć z nich wnioski prawdziwe. Nie nam to młodym i niedoświadczonym Inżynierom przystoi wkrazać w dziedzinę praktyki i nie dochodząc prawdy drogą teoryi, wyrzekać sąd o rzeczy; ale też wychodząc z zakresu wiadomości książkowych nie nadużywamy praw nam należnych, bo nie rzucając własnych swych myśli, streszczamy tylko owoce poszukiwań znanych powszechnie uczonych. Takim to sposobem dochodzimy do ustalenia reguł, które kierować mają Inżyniera przy wyborze maszyny wodnej.

Cheąc nadto ułatwić czytelnikom naszym poszukiwania w kwestyach hydraulicznych, podajemy na końcu wykaz dzieł, artykułów, rozpraw i sprawozdań, jakimi posilkowaliśmy się, tworzący rodzaj bibliografii

naszego przedmiotu, a mogący oddać pewne usługi tym, którzy ten przedmiot gruntownie poznać i zbadać zamierzają.

Pracując nad ułożeniem niniejszego dzieła, a nie mając żadnej pewności co do ogłoszenia go drukiem, nie spodziewaliśmy się tak rychłego urzeczywistnienia naszych pragnień. Zachęceni jednak przez Towarzystwo Nauk Ścisłych w Paryżu, które w jednym z artykułów swej ustawy « postanawia dokładać wszelkich starań, aby dzieła, publikacye lub artykuły przekraczające zakres Pamiętników, a mogące przynosić korzyść naukową Krajowi, pod względem swej treści lub sposobu przedstawienia, mogły być w najwłaściwszych warunkach ogłaszane drukiem lub litografią », pospieszaliśmy przedstawić Towarzystwu ukończone już części naszej pracy, poddając je pod jego światły sąd i oczekując pomocy w jej dokończeniu i wydaniu. Oczekiwania te nie zawiodły nas weale. Gdy wyznaczona zgodnie z przepisami ustawy specyjalna Komissya, zbadawszy przedstawioną pracę, wydała o niej pochlebne dla autorów zdanie; Towarzystwo uznało *Wykład Hydrauliki* godnym druku, a zasłużony Prezes Towarzystwa, Hrabia JAN DZIAŁYŃSKI, nie szczędząc autorom pomocy i zachęty w jego ukończeniu, podjął się ponieść wszystkie koszta wydawnictwa. Niniejszej przedmowy nie możemy zakończyć lepiej i szczerzej, jak wynurzając naszą głęboką wdzięczność Mężowi, który przejęty szlachetną żądzą rozkrzewiania u nas nauk ścisłych, nie waha się używać także w tym celu sił młodych i niewypróbowanych, a pomnażając ojczystą literaturę nowemi dziełami, stara się zarazem o zwiększenie nielicznego zastępu pracowników.

Warszawa, 20 stycznia 1873.

Paryż, 25 stycznia 1873.

FELIKS KUCHARZEWSKI.

WŁADYSŁAW KLUGER.

CZĘŚĆ I

WIADOMOŚCI WSTĘPNE

Z MECHANIKI ANALITYCZNEJ CIAŁ PŁYNNYCH.

ROZDZIAŁ I

HYDROSTATYKA.

1. Określenia. — Mechanika analityczna ciał płynnych, podobnie jak i mechanika ciał stałych dzieli się na Statykę i Dynamikę. Przedmiotem Hydrostatyki, czyli Statyki ciał płynnych, jest oznaczenie praw równowagi płynów.

Nazywamy płynami, ciała których cząsteczki są nadzwyczajnie ruchome jedne względem drugich. Przesuwając jedne po drugich różne części masy płynnej, nie czujemy zupełnie oporu, jaki ma miejsce gdy to samo powtarzamy z ciałami stałymi. Ta zupełna nieobecność tarcia, między różnymi częściami płynu, zmieniającymi względne położenia, stanowi tak nazwaną *płynność doskonałą*. Ale płyny doskonałe, w całym znaczeniu tego wyrazu, nie istnieją w naturze. Wprawdzie

wszystkie gazy i większość cieczy, jak woda, merkuryusz i t. p., zbliżają się do płynności doskonałej; ale są one obdarzone pewnego rodzaju lepkością, uniemożliwiającą ową względną ruchliwość cząsteczek, o jakiej co dopiero mówiliśmy. Lepkość tę należy często brać pod uwagę w rachunku; lecz gdy w stanie równowagi płyny zbliżają się zwykle do posiadania przymiotu płynności doskonałej, przypuszcza się w Hydrostatyce że ją posiadają w zupełności. Przypuszczenie to zresztą, jak tego liczne dowodzą doświadczenia, nadzwyczaj mało się oddala od rzeczywistości.

Dwa są rodzaje płynów. Jedne cechują się ściślivością nader małą, którą teoretycznie przypuścimy równą zeru i ztąd noszą nazwę *płynów nieściśliwych* czyli *cieczy*. Drugie przeciwnie są nadzwyczaj ściśliwe i powracają do pierwotnej objętości, skoro tylko niknie siła je ściskająca; dla tego noszą nazwę *płynów sprężystych* czyli *gazów*.

2. Równość ciśnień we wszystkich kierunkach. —

Skoro płyn zawarty jest w naczyniu otwartem lub zamkniętem i znajduje się w niem w spokoju, wywiera na ściany tegoż naczynia pewne ciśnienie, niejednakowe we wszystkich punktach. Ażeby je określić i zmierzyć dokładnie, uważmy na powierzchni ściany naczynia punkt N i część nieskończenie małą ω tej powierzchni, punkt N obejmującą. Na tę część powierzchni ściany ω , wywiera płyn zawarty w naczyniu pewne ciśnienie, którego wypadkową nazwiemy przez P. Iloraz $\frac{P}{\omega}$ będzie *ciśnieniem w punkcie N* ściany naczynia, odniesionem do jednostki powierzchni. Jeżeli teraz uważać będziemy jakkolwiek punkt M wewnątrz masy płynnej, i wyobrazimy sobie w około tego punktu jakąkolwiek powierzchnią zamkniętą, której wymiary są nieskończenie małe; to płyn wewnątrz tej powierzchni zawarty, znajdować się będzie w równowadze jakby w pewnem idealnem naczyniu; a każdy punkt tego

naczynia ponosić musi, jak co dopiero widzieliśmy, pewne ciśnienie na jednostkę powierzchni. Nazwiemy je *ciśnieniem płynu w punkcie M*, odniesionem do jednostki powierzchni i dowiedzimy że ono nie zależy od elementu powierzchni nieskończenie małej, ani od jego kierunku. Innemi słowy dowiedzimy że ciśnienie, około jednego punktu płynu, jest stałe we wszystkich kierunkach.

Przez punkt *M* wewnątrz masy płynnej, poprowadźmy trzy osie współrzędnych prostokątnych w przestrzeni i odetnijmy na nich, od punktu *M*, trzy długości dowolne nieskończenie małe: *a, b, c*. Płaszczyzna poprowadzona przez trzy ich końce, wraz z trzema płaszczyznami z których każda przechodzi przez dwie osie współrzędnych, utworzy mały ostrosłup trójkątny, mający swój wierzchołek w punkcie *M*. Uważmy część płynu zawartą wewnątrz tego ostrosłupa, a zostającą w równowadze pod działaniem siły zewnętrznej, wprost na nią działającej, i ciśnień, działających prostopadle do czterech ścian ostrosłupa. Siłę zewnętrzną wyrazić możemy iloczynem, z masy płynnej ostrosłupa trójkątnego, przez ilość skończoną *j*, będącą przyspieszeniem, jakiego też siła nadała massie równej, mogącej się swobodnie poruszać w przestrzeni. Oznaczmy przez ρ gęstość płynu; objętość ostrosłupa trójkątnego, którego trzy krawędzie *a, b* i *c* są względem siebie prostopadłe, będzie :

$$\frac{1}{2}ab \times \frac{1}{3}c = \frac{1}{6}abc;$$

tę objętość mnożąc przez ρ , otrzymamy masę ostrosłupa :

$$\rho \frac{abc}{6},$$

zaś siła zewnętrzna, nadająca massie równej przyspieszenie *j*, będzie :

$$j\rho \frac{abc}{6};$$

a jej trzy składowe w kierunku osi współrzędnych :

$$j\rho \frac{abc}{6} \cos\alpha, \quad j\rho \frac{abc}{6} \cos\beta, \quad j\rho \frac{abc}{6} \cos\gamma,$$

jeżeli α , β i γ są kątami, jakie przyspieszenie j czyni z trzema osiami X , Y , Z .

Nazwijmy p , p' , p'' , P , ciśnienia na jednostkę powierzchni, na trzech ścianach ostrosłupa ω , ω' , ω'' i jego podstawie Ω ; a λ , μ , ν , kąty jakie prostopadła do podstawy Ω czyni z trzema osiami współrzędnych. Ciśnienia całkowite na trzy ściany boczne ostrosłupa rzucą się na osie współrzędnych w naturalnych wielkościach :

$$p\omega, \quad p'\omega', \quad p''\omega''.$$

Ciśnienie zaś na podstawę będzie miało za składowe w kierunku tych trzech osi :

$$P\Omega \cos\lambda, \quad P\Omega \cos\mu, \quad P\Omega \cos\nu.$$

Ponieważ płyn wewnątrz ostrosłupa jest w spoczynku, możemy napisać następujące równania równowagi :

$$p\omega = P\Omega \cos\lambda + j\rho \frac{abc}{6} \cos\alpha$$

$$p'\omega' = P\Omega \cos\mu + j\rho \frac{abc}{6} \cos\beta$$

$$p''\omega'' = P\Omega \cos\nu + j\rho \frac{abc}{6} \cos\gamma.$$

Ale $\Omega \cos\lambda$, $\Omega \cos\mu$, $\Omega \cos\nu$ są to rzuty podstawy ostrosłupa, na trzy płaszczyzny współrzędnych, czyli same ściany boczne ostrosłupa, mamy więc :

$$\Omega \cos\lambda = \omega, \quad \Omega \cos\mu = \omega', \quad \Omega \cos\nu = \omega'';$$

a dzieląc poprzednie trzy równania przez ω , otrzymamy :

$$p = P + j\rho \frac{\frac{1}{6}abc}{\omega} \cos\alpha,$$

$$p' = P + j\rho \frac{\frac{1}{6}abc}{\omega'} \cos\beta,$$

$$p'' = P + j\rho \frac{\frac{1}{6}abc}{\omega''} \cos\gamma;$$

że zaś $\omega, \omega', \omega''$, są to powierzchnie trzech trójkątów prostokątnych, mamy zatem :

$$\omega = \frac{1}{2}bc, \quad \omega' = \frac{1}{2}ac, \quad \omega'' = \frac{1}{2}ab,$$

zkuąd :

$$p = P + j\rho \cos\alpha \cdot \frac{a}{3},$$

$$p' = P + j\rho \cos\beta \cdot \frac{b}{3},$$

$$p'' = P + j\rho \cos\gamma \cdot \frac{c}{3}.$$

Jeżeli teraz przypuścimy że wymiary ostrosłupa zmniejszają się do nieskończoności, to a, b, c , staną się równe zeru i mieć będziemy w granicy :

$$p = p' = p'' = P.$$

co pokazuje że ciśnienie na jednostkę powierzchni w punkcie M jest jednakie we wszystkich kierunkach.

Twierdzenie to stosuje się do wszystkich płynów w stanie równowagi, gdyż wtedy lepkość uważamy za żadną. Stosuje

się ono także do płynów doskonałych w ruchu, bo w tym przypadku uważać można części tych płynów, jako poddane działaniu ciśnień, sił zewnętrznych i sił bezwładności, które to ostatnie są także proporcjonalne do mass. Zastosowywa się ono jednak w tym przypadku i do płynów w naturze, ale tylko tytułem przybliżonego przypuszczenia, w celu uproszczenia rachunków.

3. Równania ogólne równowagi płynów. — Nazwijmy przez X, Y, Z , trzy składowe prostokątne siły odniesionej do jednostki masy i działającej na punkt płynu, którego współrzędne są x, y, z ; oznaczmy przez ρ gęstość płynu, a przez p ciśnienie w obranym punkcie odniesione do jednostki powierzchni. Ilości p i ρ są funkcjami współrzędnych x, y, z i mamy je oznaczyć dla stanu równowagi płynu.

Jeżeli punkt, którego współrzędne są x, y, z , weźmiemy za jeden z wierzchołków równoległościanu prostokątnego, którego krawędzie są równoległe do osi współrzędnych i odpowiednio równe różniczkom dx, dy, dz ; to masa tego równoległościanu będzie się równać $\rho dx dy dz$, a działać na nią będą trzy siły :

$$\rho X dx dy dz, \quad \rho Y dx dy dz, \quad \rho Z dx dy dz.$$

Na sześć ścian równoległościanu działać będą siły równoległe do osi współrzędnych a skierowane ku jego wnętrzu. Jeżeli zauważymy naprzód dwie ściany, równoległe do płaszczyzny xy , z których jedna przechodzi przez punkt oznaczony przez współrzędne x, y, z , a druga przez inny punkt, którego współrzędne są $x, y, z + dz$, to ciśnienie na powierzchni pierwszej ściany jest :

$$p dx dy;$$

a na powierzchni drugiej :

$$- dx dy \left(p + \frac{dp}{dz} dz \right),$$

gdzie $\frac{dp}{dz}$ jest pochodną cząstkową funkcji p , względem zmiennej z . Każde z tych ciśnień może być uważane jako stałe na całej przestrzeni ściany odpowiadającej, bez żadnego z tego powodu błędu w równaniach, które wzięte będą w granicy. Te dwie siły $p dx dy$ i $- dx dy \left(p + \frac{dp}{dz} dz \right)$, do których się redukuje wszystkie działania wywierane na dwie odpowiednie ściany równoległościanu, przechodzą przez środki tychże ścian a zatem i przez środek ciężkości równoległościanu, skierowane są wedle jednej prostej, we wprost przeciwnym kierunku, i można je złożyć w jedną, także równoległą do osi z , a równą

$$- dx dy dz \frac{dp}{dz}.$$

Tak samo ciśnienia równoległe do osi y i osi do x redukują się do sił :

$$- dx dy dz \frac{dp}{dy}, \quad - dx dy dz \frac{dp}{dz}.$$

Te trzy siły mogą być uważane jako przyczepione do środka równoległościanu, równie jak i wypadkowa sił działających na wszystkie punkty jego masy; gdyż te ostatnie są mniej więcej względem siebie równoległe i proporcjonalne do masy cząsteczek wewnątrz równoległościanu zawartych, a ich wypadkowa przechodzi przez środek ciężkości systemu materialnego, albo przez środek objętości geometrycznej którą ten system zajmuje, zaś te dwa punkty w uważanym przypadku leżeć muszą nieskończenie blisko. Warunkiem więc koniecznym i dostatecznym równowagi płynu, zawartego wewnątrz równoległościanu, jest równowaga sił równoległych do każdej z trzech osi współrzędnych, co daje trzy równania :

$$(1) \quad \frac{dp}{dx} = \rho X, \quad \frac{dp}{dy} = \rho Y, \quad \frac{dp}{dz} = \rho Z,$$

znosząc w każdym z nich, po obu stronach, współczynnik $dx dy dz$. Pomnożywszy je zaś, pierwsze przez dx , drugie przez dy a trzecie przez dz i dodawszy, otrzymamy:

$$\frac{dp}{dx} dx + \frac{dp}{dy} dy + \frac{dp}{dz} dz = \rho (X dx + Y dy + Z dz).$$

Pierwsza strona jest różniczką całkowitą funkcji p trzech zmiennych x, y, z . Oznaczając ją przez dp będziemy mieli:

$$(2) \quad dp = \rho (X dx + Y dy + Z dz)$$

To nas uczy że jeżeli płyn jest w stanie równowagi, wyrażenie $\rho (X dx + Y dy + Z dz)$ jest różniczką całkowitą funkcji trzech zmiennych x, y, z i że ta funkcja da koniecznie wyrażenie ciśnienia w przybliżeniu stałej dowolnej. Oznaczmy tę funkcję przez $F(x, y, z)$, równanie (2) da wtedy

$$(3) \quad p = F(x, y, z) + C,$$

gdzie C jest stałą dowolną, którą można oznaczyć znając ciśnienie w jednym punkcie danym. Jeżeli płyn nie jest zawarty w naczyniu ze wszech stron zamkniętem, koniecznem będzie na części wolnej powierzchni istnienie ciśnienia zewnętrznego, którego wartość da nam równanie (3) i które skierowane będzie ku wnętrzu płynu.

Równanie (2) zawiera po drugiej swej stronie iloczyn z gęstości płynu przez summę $X dx + Y dy + Z dz$. Summa ta jest niczem innym jak pracą elementarną siły, której trzy składowe wzdłuż osi współrzędnych prostokątnych w przestrzeni są: X, Y i Z , a której punkt przyczepienia przebiega drogę ds rzucającą się na te trzy osie według dx, dy i dz . Można zatem powiedzieć że w płynie w równowadze zmiana ciśnienia na jednostkę powierzchni, skoro przechodzimy od jednego punktu płynu do drugiego nieskończenie bliskiego, jest równa iloczynowi z gęstości płynu przez pracę jaką by dała siła zewnętrzna na ten płyn działająca, odniesiona do jednostki

massy, jeżeliby jej punkt przyłączenia przenosił się od jednego z tych punktów do drugiego.

Równanie (2) jest równaniem różniczkowem Hydrostatyki i nie pozostaje jak tylko je zcałkować. Skoro wyrażenia analityczne składowych : X , Y i Z , są znane w funkcjach : x , y i z zadanie się sprowadza do prostej kwestyi rachunku.

4. Powierzchnie równiny. — Dla płynu w stanie równowagi *powierzchnią równiny* jest powierzchnia, do której wypadkowa sił, na ten płyn działających, jest normalną w każdym punkcie. Jeżeli więc oznaczymy przez : dx , dy , dz , przyrosty nieskończenie małe współrzędnych : x , y , z , jakiegokolwiek punktu jednej z tych powierzchni, skoro przechodzimy do innego punktu tejże samej powierzchni; mieć będziemy warunek :

$$X dx + Y dy + Z dz = 0.$$

Takie jest równanie różniczkowe wszystkich powierzchni równiny. Wypada stąd, na mocy równania (2) poprzedniego ustępu, że dla wszystkich punktów jednej powierzchni równiny $dp=0$, czyli ciśnienie jest stałe. Jeżeli zatem powierzchnia wolna płynu w naczyniu poddana jest we wszystkich swych punktach stałemu ciśnieniu, stanowi wtedy sama powierzchnią równiny.

5. Równowaga płynów ważkich. — Skoro przypuścimy że jedyną siłą na płyn działającą jest siła ciężkości i przyjmiemy oś Z równoległą do jej kierunku, trzy składowe siły zewnętrznej uważane poprzednio, będą wtedy na jednostkę masy :

$$X = 0, \quad Y = 0, \quad Z = g,$$

a równanie (2) ustępu n. 3 przyjmie kształt :

$$dp + \rho g dz = 0,$$

albo $dp + H dz = 0,$

oznaczając przez $\Pi = \rho g$ ciężar gatunkowy płynu. Równanie powierzchni równiny będzie wtedy :

$$-gdz = 0,$$

albo
$$dz = 0,$$

z kąd
$$z = \text{ilości stałej.}$$

Zatem powierzchnie równiny są płaszczyznami poziomymi, co można było łatwo przewidzieć, pamiętając że płaszczyzny poziome przecinają pod kątem prostym kierunki sił, które tutaj są pionowe.

Przy całkowaniu równania równowagi $dp + \Pi dz = 0$, od-
różnić należy trzy przypadki :

1° Gdy idzie o ciecz jednorodną, gęstość ρ i ciężar gatunkowy Π są stałe; całkując zatem równanie $dp + \Pi dz = 0$, otrzymamy :

$$p + \Pi z = \text{ilości stałej,}$$

co można jeszcze napisać w sposób :

$$\frac{p}{\Pi} + z = H,$$

gdzie H oznacza ilość stałą. Równanie ostatnie pokazuje że

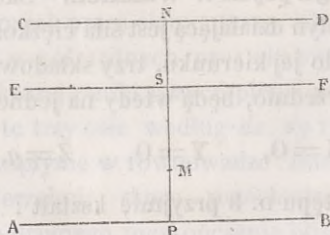


Fig. 1.

jeżeli AB (fig. 1) jest płaszczyzną poziomą, od której liczymy

wzniesienie z , to wzięwszy jakikolwiek punkt M i odciąwszy na poprowadzonej przezeń prostopadłej do AB , długość $MN = \frac{p}{\Pi}$,

będziemy mieli zawsze $MN + MP = \frac{p}{\Pi} + z = H$ ilości stałej

Tę wysokość stałą H nazwiemy *ciężeniem* (*) i powiemy że dla wszystkich punktów cieczy w spokoju, ciężenie jest stałe. Miejscem geometrycznym punktów N , otrzymanych jak poprzednio dla wszystkich punktów cieczy, jest zatem płaszczyzna pozioma CD , która w Hydrostatyce nosi nazwę *płaszczyzny ciężenia*.

Jak widzimy ciecz nie może przejść poziomemu CD , gdyż ponad nim ciśnienie byłoby odjemne i ciecz poddana rozciąganiu, co jest niepodobnem, gdyż pod takim działaniem ciecz nie może zostawać w równowadze. Jeżeli powierzchnia wolna cieczy ponosi ciśnienie powietrza p_0 na jednostkę powierzchni, to ponieważ ta powierzchnia wolna ponosząc we wszystkich swych punktach stałe ciśnienie jest zarazem, jak powiedzieliśmy wyżej, powierzchnią równiny, a w przypadku równowagi płynów ważkich płaszczyzną poziomą, zatem odciąwszy pod płaszczyzną CD , od punktu G , długość $NS = \frac{p_0}{\Pi}$, płaszczyzna EF poprowadzona przez punkt S będzie płaszczyzną poziomą cieczy, której ciecz przejść nie będzie mogła, bez naruszenia rozkładu ciśnień, istniejącego w jej massie.

Stosunki $\frac{p}{\Pi}$ i $\frac{p_0}{\Pi}$ oznaczają wysokości, albowiem p jest to siła odniesiona do jednostki powierzchni, czyli iloraz pewnej siły F , przez powierzchnią ab ; zaś Π jest to pewna siła F' odniesiona do jednostki objętości, czyli iloraz $\frac{F'}{a'b'c'}$; zatem stosunek :

(*) Francuzkie *charge*, angielskie *charge*, niemieckie *Druckhöhe*.

$$\frac{\frac{F}{ab}}{\frac{F'}{a'b'c'}} = \frac{F}{F'} \cdot \frac{a}{a'} \cdot \frac{b}{b'} \cdot c' = c' \times \text{pewną liczbę} = \text{pewnej długości.}$$

Mając daną odległość pewnego punktu cieczy od jej powierzchni wolnej, znajdziemy ciśnienie na jednostkę powierzchni w tym punkcie, mnożąc daną wysokość przez ciężar gatunkowy cieczy. Zatem ciśnienie na jednostkę powierzchni w pewnym punkcie dna poziomego naczynia, w którym się ciecz znajduje, jest równe odległości tegoż dna od poziomu cieczy, pomnożonej przez ciężar gatunkowy cieczy. Ztąd pochodzi że w praktyce określa więc często ciśnienie wody przez jej wysokość i tak np. ciśnienie 8^m na jednostkę powierzchni znaczy w sile 8H = 8000 kilogrammów.

2° Skoro ciecze różnych gęstości, nierozpuszczalne jedne w drugich, znajdują się w jednym naczyniu; to nie mogą pozostawać w równowadze jak tylko wtedy, gdy powierzchnie ich przedziału są płaszczyznami poziomymi. W przeciwnym razie gęstość cieczy ρ byłaby zmienną wzdłuż jednej powierzchni równiny, będącej tu płaszczyzną poziomą; co pociąga za sobą zmienność ciężaru gatunkowego H wzdłuż jednej płaszczyzny poziomej, a zatem i zmienność ciśnienia p , połączonego z ciężarem gatunkowym związkiem :

$$\frac{p}{H} + z = H,$$

gdzie H jest zawsze stałe, a z stałe dla jednej płaszczyzny poziomej. Byłoby zatem ciśnienie p zmienne wzdłuż jednej i tej samej powierzchni równiny, co być nie może na mocy określenia tych powierzchni w ustępie n° 4. Zatem powierzchnie przedziału są płaszczyznami poziomymi, a nadto ciecze ważkie układają się w porządku gęstości, lżejsze ponad cięższymi. Warunek ten nie jest koniecznym dla równowagi, ale zapewnia

jej stateczność. Jeżeliby ciecz cięższa leżała ponad lżejszą, to po najmniejszym poruszeniu, nie będą one dążyć do zajęcia dawnych położeń i ułożą się w porządku gęstości, lżejsze ponad cięższymi.

3° Wreszcie gdy zastosujemy równanie $dp + \Pi dz = 0$ do gazów doskonałych, to jest takich w których ciśnienie i gęstość są proporcjonalne i do których prawo Mariotte'a stosuje się w zupełności; to oznaczywszy przez Π_0 ciężar gatunkowy jednostki objętości gazów, pod ciśnieniem atmosferycznym p_0 i w temperaturze 0° Celsjusza, podczas gdy Π_0 jest ciężarem gatunkowym tejże jednostki, pod ciśnieniem p i w temperaturze θ° , mieć będziemy wedle praw Mariotte'a i Gay-Lussac'a :

$$\frac{\Pi}{\Pi_0} = \frac{p}{p_0} \cdot \frac{1}{1 + \alpha\theta},$$

gdzie α jest współczynnikiem rozszerzalności gazów, równym średnio 0,00366. Zatem :

$$\Pi = p \frac{\Pi_0}{p_0(1 + \alpha\theta)};$$

ale $\Pi_0 = g\rho_0$, oznaczając przez ρ_0 gęstość gazów pod ciśnieniem p_0 i przy temperaturze 0° , zaś oznaczywszy stosunek stały $\frac{p_0}{\rho_0} = k$, będziemy mieli wstawiając i uproszczając :

$$\Pi = p \frac{g}{k(1 + \alpha\theta)},$$

a równanie równowagi :

$$\frac{dp}{p} + \frac{g dz}{k(1 + \alpha\theta)} = 0.$$

Ztąd, całkując, przypuściwszy że θ jest stałe :

$$\log. nep. p + \frac{gz}{k(1 + \alpha\theta)} = C.$$

Ilość stałą C znajdziemy mierząc ciśnienie p_1 , na wysokości z_1 ,
Mieć będziemy wtedy :

$$\log. \text{nep. } p_1 + \frac{gz_1}{k(1 + \alpha\theta)} = C,$$

a wstawiając tę wartość na C w poprzednie równanie mieć
będziemy w końcu :

$$\log. \text{nep. } \frac{p_1}{p} + \frac{g}{k(1 + \alpha\theta)}(z - z_1) = 0,$$

równanie równowagi gazu jednorodnego. Jeżeli kilka gazów
różnych gęstości znajdują się w jednym naczyniu, to nieukła-
dają się zupełnie warstwami jak ciecze, ale mieszą się z sobą
i ciśnienia ich się dodają, jakby każdy gaz sam się w tej prze-
strzeni znajdował. Niektóre tylko, których różnica gęstości
jest znaczna, oddzielają się w tym przypadku, na przykład
kwas węglany w powietrzu zupełnie spokojnem dąży do zajęcia
punktów najniższych.

6. Poziomowanie barometryczne. — Równanie ostat-
nie, zastosowane do atmosfery ziemskiej, służy za podstawę
poziomowania barometrycznego, dając różnicę wysokości
 $z - z_1$, w funkcyi stosunku ciśnień $\frac{p}{p_1}$, odpowiadającego sto-
sunkowi wysokości barometru. W praktyce jednak wprowa-
dzić w nie trzeba różne zmiany. A naprzód współczynnik α ,
który jak powiedzieliśmy jest prawie taki sam dla wszystkich
gazów i par i równy 0,00366, powiększymy nieco i weźmie-
my $\alpha = 0,004$, a to dlatego, że ilość pary wodnej zawartej
w powietrzu zwiększa się razem z temperaturą; a że para
wodna ma gęstość mniejszą od powietrza, przy temsamem
ciśnieniu, wynika ztąd że w miarę wzrostu temperatury,
gęstość powietrza powinna się zmniejszać nierównie szybciej,
niż to wskazuje stosunek $\frac{1}{1 + \alpha\theta}$. Następnie przyspieszenie siły

ciężkości nie jest stałe i zmienia się w różnych punktach na powierzchni ziemi, a zwłaszcza w punktach wzniesionych, w stosunku kwadratów z odległości od środka ziemi. Jeżeli więc w punkcie, którego odległość od środka ziemi jest r , to przyspieszenie jest g ; to dla punktu leżącego w odległości $r+z$ od środka ziemi, będzie przyspieszenie siły ciężkości $\frac{gr^2}{(r+z)^2}$. Wstawiając tę wartość zamiast g , w równanie różniczkowe równowagi gazów :

$$\frac{dp}{p} + \frac{gdz}{k(1+\alpha\theta)} = 0,$$

otrzymamy :

$$\frac{dp}{p} + \frac{gr^2}{k(1+\alpha\theta)} \cdot \frac{dz}{(r+z)^2} = 0,$$

a całkując :

$$\log. \text{ nep. } p = \frac{gr^2}{k(1+\alpha\theta)(r+z)} = C,$$

gdzie ilość stała C oznaczona będzie jak poprzednio z równania :

$$\log. \text{ nep. } p_1 = \frac{gr^2}{k(1+\alpha\theta)(r+z_1)} + C,$$

które odejmując od poprzedniego, będziemy mieli :

$$\log. \text{ nep. } \frac{p_1}{p} = \frac{gr^2}{k(1+\alpha\theta)(r+z_1)} \cdot \frac{z - z_1}{r+z}.$$

Jeżeli zaś oznaczymy przez Z wzniesienie drugiej stacyi ponad pierwszą, to jest $z - z_1$; a odległość pierwszej od środka ziemi $r + z_1$ przez R , równanie ostatnie przybierze kształt :

$$(1) \quad \log. \text{ nep. } \frac{p_1}{p} = \frac{gr^2}{kR(1+\alpha\theta)} \cdot \frac{Z}{R+z}.$$

Przypuściliśmy przy całkowaniu że temperatura powietrza 0

jest stała, jakkolwiek ona się zmienia na różnych wysokościach według praw nieznanych. Jeżeli t_1 i t są temperatury powietrza na dwóch stanowiskach, których różnica wzniesień jest Z , to położymy :

$$\theta = \frac{t_1 + t}{2},$$

nie wprowadzając jednak tej wartości w równanie (1), aby uniknąć zagmatwania wzoru.

Co do stosunku $\frac{p_1}{p}$, to ten może być wyrażony za pomocą wysokości barometru, odpowiadających ciśnieniom p_1 i p , mając wzgląd na różne temperatury merkuryusza na dwóch stanowiskach i na zmianę przyspieszenia siły ciężkości g . Oznaczając przez D gęstość merkuryusza w temperaturze 0^0 ; przez h_1 i h wysokości barometru na obu stanowiskach sprowadzone do jednakiej temperatury, na przykład 0^0 ; a przez g_1 i g' wartości przyspieszenia siły ciężkości w tychże miejscach, będziemy mieli :

$$p_1 = g_1 Dh, \quad p = g' Dh,$$

a

$$\frac{g_1}{g'} = \frac{(R + Z)^2}{R^2} = \left(1 + \frac{Z}{R}\right)^2,$$

zkuąd

$$\frac{p_1}{p} = \frac{h_1}{h} \left(1 + \frac{Z}{R}\right)^2.$$

Wstawiając tę wartość w równanie (1) i zastępując logarytmy neperowskie przez logarytmy zwyczajne, podzielone przez moduł $M=0,4342945$, otrzymamy :

$$(2) \quad Z = \frac{h(1 + \alpha\theta)R^2}{Mg\theta^2} \left[\log \frac{h_1}{h} + 2 \log \left(1 + \frac{Z}{R}\right) \right] \left(1 + \frac{Z}{R}\right).$$

Poprawka, jaką należy wykonać na wskazówkach barometru jest bardzo łatwa. Niech będą T_1 i T temperatury merkuryuszu na dwóch stanowiskach, a H_1 i H wysokości wskazane przez barometr. Merkuryusz rozszerza się o $\frac{1}{5550}$ swej objętości w temperaturze 0° , na każdy stopień termometru stusopniowego; a zatem wartości jakie przybiera jego gęstość w temperaturach 0° i T_1 , mając się do siebie jak $1 + \frac{T_1}{5550}$ do jedności. Że zaś ciśnienie powietrza mierzone jest przez ciężar słupa merkuryuszu, mającego za podstawę jednostkę powierzchni, a za wysokość, wysokość wskazaną przez barometr, tak że przy jednakiem ciśnieniu ta wysokość zmienia się w stosunku odwrotnym do gęstości merkuryuszu, będziemy mieli między H_1 i h_1 związek :

$$H_1 = h_1 \left(1 + \frac{T_1}{5550} \right);$$

a tak samo :

$$H = h \left(1 + \frac{T}{5550} \right);$$

z kąd :

$$\frac{h_1}{h} = \frac{H_1}{H} \cdot \frac{1 + \frac{T}{5550}}{1 + \frac{T_1}{5550}},$$

a mnożąc licznik i mianownik drugiej strony przez $1 - \frac{T}{5550}$

i pomijając potęgi wyższe od pierwszej ułamku $\frac{1}{5550}$:

$$\frac{h_1}{h} = \frac{H_1}{H} \left(1 + \frac{T_1 - T}{5550} \right).$$

Zatem dość będzie wziąć $h_1 = H_1$ i zastąpić h przez $H\left(1 + \frac{T_1 - T}{5550}\right)$. Niechcąc zaciemniać wzoru (2), zostawiamy w nim ilości h_1 i h , które teraz umiemy oznaczyć według obserwacyj czynionych na dwóch stanowiskach.

Inną jeszcze poprawkę wprowadzić należy w równanie (2), a mianowicie tyczącą się szerokości geograficznej miejsca obserwacyi. Oznaczyliśmy bowiem przez g przyspieszenie siły ciężkości uważane w Paryżu, to jest $g = 9,80896$ i wzór (2) odnosiłby się tylko do obserwacyj czynionych w Paryżu, Ażeby można go było stosować do każdego miejsca, trzeba w nim podstawić zamiast g , wyrażenie :

$$g \cdot \frac{1 - 0,002588 \cos 2\psi}{1 - 0,002588 \cos 2\psi_1},$$

w którem ψ oznacza szerokość geograficzną miejsca obserwacyi, a ψ_1 szerokość geograficzną Paryża. Podstawiając tę wartość w równanie (2), druga strona równania będzie miała współczynnik czysto liczebny, który można albo obliczyć wprost, albo też wyprowadzić z samego równania, podstawiając w niem za Z , wartość wypadającą z pomiarów trygonometrycznych. W obu razach otrzymamy ten sam wypadek, a jeżeli nadto przypuścimy że pierwsza stacya, leży mniej więcej na poziomie morza, to jest że:

$$z_1 = 0, \quad R = r, \quad Z = z,$$

wzór (2) przybierze kształt :

$$(3) \quad z = \frac{18336^m(1 + \alpha\theta)}{1 - 0,002588 \cos 2\psi} \left[\log \frac{h_1}{h} + 2 \log \left(1 + \frac{z}{r} \right) \right] \left(1 + \frac{z}{r} \right).$$

Ażeby obliczyć z , trzeba naprzód wstawić za θ i ψ wartości dane z obserwacyj ; a jeżeli dla skrócenia połączymy :

$$\frac{18336(1 + \alpha\theta)}{1 - 0,002588 \cos 2\psi} = A,$$

będziemy mieli :

$$z = A \left[\log \frac{h_1}{h} + 2 \log \left(1 + \frac{z}{r} \right) \right] \left(1 + \frac{z}{r} \right).$$

Pomijając naprzód $\frac{z}{r}$ względnie do jedności, otrzymamy pierwszą wartość przybliżoną :

$$z_{(1)} = A \log \frac{h_1}{h};$$

dla znalezienia drugiej, podstawimy $z_{(1)}$ za z w drugą stronę równania i otrzymamy :

$$z_{(2)} = A \left[\log \frac{h_1}{h} + 2 \log \left(1 + \frac{z_{(1)}}{r} \right) \right] \left(1 + \frac{z_{(1)}}{r} \right).$$

Podstawiając następnie $z_{(2)}$ za z w drugą stronę równania, otrzymalibyśmy wartość jeszcze więcej przybliżoną $z_{(3)}$ i tak dalej. Zwykle można poprzestać na $z_{(2)}$.

Skoro $\frac{z}{r}$ jest bardzo małe, można pominąć zupełnie ten stosunek w równaniu (3); ale wtedy trzeba trochę powiększyć współczynnik 18336. Pan Ramond wniósł z wielkiej liczby obserwacji czynionych na południu Francji, że trzeba go zastąpić przez 18393; a że jednocześnie $\cos 2\psi$ była mniej więcej równa zero, używał wzoru bardzo prostego :

$$z = 18393(1 + \alpha\theta) \log \frac{h_1}{h},$$

dającego zwykle dostateczne przybliżenie.

7. Przypadek równowagi względnej. — Przypuścimy że ciecz ważka zawarta w naczyniu, wprowadzoną zostaje w ruch obrotowy jednostajny około osi pionowej; co ma miejsce na przykład z wodą w szklance, gdy w niej łyżeczką kręcimy. Uważać możemy wtedy ciężar mg cząsteczki cieczy,

której masa jest m , za siłę rzeczywistą, któraby była jedyną, gdyby masa była w spokoju. Ażeby ten przypadek równowagi względnej przyrównać do stanu równowagi absolutnej, uważać należy oprócz siły ciężkości, siłę odśrodkową wynikającą z obrotu cieczy. Odnieśmy wszystkie punkty cieczy do trzech osi współrzędnych, z których jedna z zchodzi się z osią obrotu. Oznaczając przez ω prędkość kątową stałą, z jaką ciecz się obraca, przez x, y, z , współrzędne uważanej w szczególności cząsteczki, której masa jest m , a odległość od osi obrotu równa r , mieć będziemy siłę odśrodkową równą $m\omega^2 r$. Jej składowa wzdłuż osi z jest oczywiście żadna, a składowe wzdłuż osi x, y są $m\omega^2 x, m\omega^2 y$. Wstawivszy zatem w równanie :

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0,$$

wartości :

$$X = \omega^2 x, \quad Y = \omega^2 y, \quad Z = -g,$$

otrzymamy następujące równanie różniczkowe powierzchni równiny :

$$\omega^2 x dx + \omega^2 y dy - g dz = 0,$$

które całkując znajdziemy

$$z = \frac{\omega^2}{2g}(x^2 + y^2) + C;$$

co pokazuje że powierzchnie równiny są paraboloidami obrotowymi, których osią jest właściwa oś obrotu cieczy. Paraboloidy te, wszystkie są równe i mogą być uważane jako różne położenia jednej z nich, skoro się jej nadaje ruch prostoliniowy wzdłuż osi. Powierzchnia wolna cieczy będąc także powierzchnią równiny, na której ciśnienie jest żadne, ma również kształt podobnej paraboloidy. Ale jeżeli ciecz otoczona jest atmosferą wazką, co ma miejsce naprzykład w powietrzu, różne punkty jej powierzchni wolnej, doznając różnych ciśnień stosownie do wysokości na jakiej są położone, też po-

wierzchnia wolna nie jest powierzchnią równiny, jakkolwiek te ostatnie są zawsze paraboloidami obrotowymi. Ta jednak nierówność ciśnień jest zupełnie nieznaczną, skoro naczynie, ciecz w ruchu obrotowym zawierające, nie ma bardzo wielkich rozmiarów, i w takim razie powierzchnia wolna cieczy schodzi się prawie z powierzchnią równiny. Przypuściwszy że gaz, ciecz otaczający, wprawiony jest w takiż sam ruch obrotowy z jednaką prędkością, w koło tej samej osi co i ciecz, wtedy powierzchnie równiny będą te same dla cieczy i gazu, a że ciśnienie a zatem i gęstość jest stałą we wszystkich punktach każdej z tych powierzchni, wypada ztąd że powierzchnia przedziału cieczy i gazu będzie wtedy jedną z powierzchni równiny.

8. Ciśnienie na ściany naczynia. — Przedewszystkiem zauważyć należy, że ciśnienie w pewnym punkcie ściany naczynia jest to samo dla wszystkich kierunków, jakie też ściana może przybierać, zawsze przez ten punkt przechodząc. Wynika to z twierdzenia o równości ciśnienia we wszystkich kierunkach, w pewnym punkcie cieczy, które dowiedliśmy w ustępie n. 2.

Weźmy naprzód pod uwagę ścianę płaską. Ciśnienia, wywierane przez ciecz na jej pojedyncze elementy, są wszystkie do niej prostopadłe, a zatem wzajemnie do siebie równoległe. Ich wypadkowa, prostopadła także do ściany naczynia, spotyka ją w punkcie, zwanym *środkiem ciśnienia*. Nazwijmy ω element nieskończenie mały powierzchni ściany naczynia. Ciśnienie wywierane przez ciecz na ten element otrzymamy z wzoru (ustęp n. 5) :

$$\frac{\rho}{\Pi} + z = H,$$

który nam daje :

$$p = \Pi (H - z).$$

$H-z$ jest to odległość pionowa danego elementu od płazczyzny ciężenia, wzniesionej jak wiemy nad poziom wolny cieczy na wysokość $\frac{p_0}{\Pi}$ odpowiadającą ciśnieniu powietrza. Oznaczwszy $H-z=h$, będziemy mieli :

$$p = \Pi h,$$

ciśnienie na jednostkę powierzchni, a na element ω :

$$p = \Pi \omega h,$$

czyli równe ciężarowi słupa cieczy mającego za podstawę ω , a za wysokość wzniesienie płazczyzny ciężenia ponad ten element.

Aby otrzymać ciśnienie na całą ścianę płaską naczynia, której kontur oczywiście jest znany, trzeba wziąć całą wyrażenia $\Pi \omega h$, rozciągając ją do wszystkich elementów powierzchni ściany. W wyrażeniu tem Π jest stałe, zaś całka iloczynu ωh , jest też sama jaką trzeba utworzyć chcąc znaleźć moment wszystkich cząstek powierzchni ściany naczynia, względem jednej płazczyzny, która tu właśnie jest płazczyzną ciężenia. Wiadomo zaś z teoryi środków ciężkości że ta ilość jest równa iloczynowi z rozległości powierzchni ściany, przez odległość jej środka ciężkości od uważanej płazczyzny. Jeżeli więc oznaczymy przez Ω powierzchnią ściany, a przez H odległość jej środka ciężkości od płazczyzny ciężenia, całka wyrażenia $\Pi \omega h$, to jest ciśnienie całkowite cieczy na ścianę naczynia, będzie :

$$P = \Pi \Omega H.$$

Co nam daje, że ciśnienie całkowite na ścianę naczynia jest równe ciężarowi słupa cieczy mającego za podstawę tęż ścianę a za wysokość, odległość jej środka ciężkości od płazczyzny ciężenia.

Ponieważ ciśnienie powietrza działa zwykle z obu stron ściany naczynia, przeto się je pomija w rachunku i przyjmuje h równe odległości jednego punktu ściany naczynia od poziomu cieczy, a H równe odległości środka ciężkości powierzchni ściany naczynia od poziomu cieczy. Mamy wtedy, ciśnienie na element powierzchni ściany ω , równe ciężarowi słupa cieczy mającego za podstawę ω , a za wysokość odległość tego elementu od poziomu cieczy; zaś ciśnienie całkowite na ścianę naczynia, równe ciężarowi słupa cieczy mającego za podstawę też ścianę, a za wysokość odległość jej środka ciężkości od poziomu cieczy.

Widzimy ztąd że to ciśnienie się nie zmienia, skoro ściana przybiera inne położenie, jeżeli tylko środek ciężkości jej powierzchni pozostanie na tem samym miejscu.

Położenie środka ciśnienia znaleźć można łatwo w ten sam sposób jak się znajduje środek sił równoległych. Podzielmy w tym celu powierzchnię ściany naczynia na paski poziome nieskończenie wąskie i oznaczmy długość jednego z tych paszków przez u , a jego odległość od linii, wedle której płazczyzna ściany przecina płazczyznę poziomu cieczy, przez x . Ciśnienie wywierane przez ciecz na ten pasek, którego powierzchnia jest udx , będzie :

$$\Pi h u d x,$$

gdzie h oznacza odległość paska od poziomu cieczy. Nazwawszy α , kąt jaki płazczyzna ściany naczynia czyni z płazczyzną poziomu cieczy, będzie $h = x \sin \alpha$, a ciśnienie na pasek uważany :

$$p = \Pi x \sin \alpha . u d x.$$

Ciśnienie na całą ścianę będzie :

$$P = \int \Pi x \sin \alpha . u d x.$$

Oznaczając przez x_1 odległość środka ciśnienia od linii, wzdłuż której ściana naczynia spotyka poziom cieczy, mieć będziemy na mocy teorii środków ciężkości :

$$Px_1 = \int \Pi x^2 \sin \alpha \cdot u dx,$$

zatem :

$$x_1 = \frac{Px_1}{P} = \frac{\int x^2 u dx}{\int x u dx}.$$

Zwykła symetria konturów ścian naczyń, względem płazczyzny pionowej przechodzącej przez środek ciężkości ich powierzchni, czyni że ta odległość x , jest dostateczną do znalezienia środka ciśnienia, który leży w tym przypadku na jednej płazczyźnie pionowej ze środkiem ciężkości ściany. Można by zresztą znaleźć jego rzędną y_1 , dzieląc każdy z pasków poziomych, które uważaliśmy poprzednio, na elementy nieskończenie małe i biorąc momenty tych elementów względem pewnej osi, leżącej na płazczyźnie ściany naczynia i prostopadłej do linii przecięcia się tej ściany z płazczyzną poziomu cieczy.

Poszukiwanie środka ciśnienia sprowadza się w gruncie do szukania środka ciężkości graniastosłupa, którego jedną podstawą jest powierzchnia płaska ściany, a którego krawędzie są prostopadłe do tej płazczyzny i mają długości równe wzniesieniom poziomu wody, ponad spodki tych prostopadłych. Miejsce geometryczne punktów, otrzymanych prowadząc takie prostopadłe przez wszystkie punkty powierzchni ściany i odcinając na nich podobne długości, utworzy drugą podstawę graniastosłupa. Z jego środka ciężkości spuszczać prostopadłą na ścianę naczynia, otrzymamy środek ciśnienia cieczy na tej ścianę.

Uważmy, że $\int x^2 u dx$ jest momentem bezwładności powierzchni ściany, względem linii przecięcia się ściany z poziomem cieczy, a $\int x u dx$ momentem tej powierzchni względem tejże samej osi poziomej. Powierzchnia zaś ma za miarę $\int u dx$. Oznaczając przez ξ odciętą jej środka ciężkości, będziemy mieli :

$$\xi \int u dx = \int u x dx ;$$

a mnożąc obie strony przez x_1 , i zważywszy że :

$$x_1 \int u dx = \int u x^2 dx,$$

otrzymamy :

$$x_1 \xi \int u dx = \int u x^2 dx.$$

Zatem iloczyn $x_1 \xi$ jest równy kwadratowi z promienia wirowania powierzchni ściany, względem linii przecięcia się ściany z poziomem cieczy. Że zaś kwadrat z promienia wirowania jest koniecznie większy od ξ^2 , gdyż jak wiadomo z mechaniki analitycznej jest on równy ξ^2 , zwiększonemu kwadratem z promienia wirowania powierzchni względem osi równoległej od poprzedniej i przechodzącej przez środek ciężkości powierzchni, zatem $x_1 > \xi$, co pokazuje że środek ciśnienia cieczy na powierzchnię ściany naczyńia, leży zawsze pod środkiem ciężkości tejże powierzchni.

Z tego co powiedzieliśmy o środku ciśnienia cieczy na powierzchnię ściany płaskiej naczyńia, wynika że ten środek ciśnienia jest zarazem środkiem uderzenia tejże powierzchni, względem prostej poziomej, według której płacyzna ściany prze-

cina płaszczyznę poziomą cieczy. I rzeczywiście, środek uderzenia powierzchni płaskiej jednorodnej, względem osi leżącej na jej płaszczyźnie, jest punktem w którym też płaszczyznę spotyka wypadkowa sił bezwładności różnych elementów powierzchni jednorodnej; zaś wszystkie te siły są równoległe względem siebie i proporcjonalne do iloczynów elementów powierzchni, przez ich odległości od osi obrotu. Skład tych sił równoległych odpowiada zupełnie poszukiwaniu środka ciężkości graniastosłupa, zawartego między uważaną powierzchnią płaską i drugą płaszczyzną poprowadzoną dowolnie przez oś obrotu, a którego krawędzie równoległe wychodzą wszystkie z różnych punktów konturu uważanej powierzchni.

Weźmy szczególny przykład ściany prostokątnej, której szerokość jest a , a wysokość części pod poziomem cieczy b . Mamy w takim razie :

$$\int ux dx = \int_0^a bx dx = b \frac{a^2}{2},$$

$$\int ux^2 dx = \int_0^a bx^2 dx = b \frac{a^3}{3},$$

czyli :

$$x_1 = \frac{2}{3}a.$$

Zatem środek ciśnienia leży w tym przypadku na linii przecięcia powierzchni ściany z płaszczyzną pionową przechodzącą przez jej środek ciężkości, który jest jej środkiem figury, i odcina na tej linii jedną trzecią jej długości od dołu.

Jeżeliby ściana miała kształt trójkąta, z wierzchołkiem na poziomie cieczy a podstawą poziomą, środek ciśnienia znajdowałby się na linii łączącej wierzchołek ze środkiem podstawy i odcinałby na tej linii jedną czwartą jej długości, począwszy

od podstawy. Jeżeliby zaś podstawa trójkąta stykała się z poziomem cieczy, środek ciśnienia leżałby w środku linii, łączącej środek podstawy z wierzchołkiem przeciwnym.

Ciśnienia wywierane na ściany krzywe naczynia, nie dają się zawsze sprowadzić do jednej siły, gdyż nie są równoległe; ale ponieważ działają na system sztywny, można je zawsze zredukować co najwyżej do dwóch sił. Ponieważ wyrażenie każdego ciśnienia elementarnego jest znane, równie jak i współrzędne punktu przyczepienia; można je będzie zawsze zwykłymi sposobami sprowadzić do trzech sił, skierowanych wzdłuż trzech osi współrzędnych i do trzech par sił, których osie tak samo są skierowane. Będzie wtedy można widzieć, czy warunek konieczny istnienia jednej wypadkowej, jaki daje Statyka, ma miejsce, i w takim razie oznaczy się ją bardzo łatwo. W razie przeciwnym cały system sił zredukowany będzie do jednej siły i jednej pary, a można go będzie także zredukować do dwóch sił w razie potrzeby.—

9. Ciśnienia wywierane na ciało stałe zanurzone w cieczy ważkiej w równowadze. — Jeżeli ciało stałe zanurzone jest w całości lub w części, w cieczy ważkiej w równowadze, doznaje wtedy ze strony tej cieczy ciśnień, których szukać będziemy wypadkowej. Powierzchnią ciała stałego zanurzonego, uważać możemy oczywiście jako część ścian naczynia, ciecz w sobie zawierającego, a ztąd możemy doń zastosować wszystko, co mówiliśmy o ciśnieniu na ściany.

Uważmy naprzód ciało stałe zanurzone zupełnie. Rozkładając ciśnienie cieczy na każdy z elementów powierzchni ciała, na trzy składowe wzdłuż trzech osi współrzędnych, zobaczymy że składowe równoległe do każdej z dwóch osi poziomych mają wypadkowe równe zeru; tak że wypadkowa składowych pionowych, będzie wypadkową wszystkich ciśnień elementarnych ponoszonych przez ciało. Jeżeli teraz wystawimy sobie

walec pionowy opisujący ciało, linia styczności tego walca z powierzchnią ciała, podzieli tę ostatnią na dwie części. Wypadkowa składowych pionowych ciśnień wywieranych na część spodnią będzie siłą pionową, skierowaną od dołu do góry i równą ciężarowi cieczy, któraby nappełniła walec opisany, od części spodniej powierzchni ciała aż do powierzchni wolnej cieczy ; tak samo wypadkowa składowych pionowych ciśnień wywieranych na część wierzchnią będzie siłą pionową, skierowaną do góry do dołu i równą ciężarowi cieczy, któraby pełniła walec opisany, od części wierzchniej powierzchni ciała aż do powierzchni wolnej cieczy. Wypadkowa więc składowych ciśnień elementarnych wywieranych na całą powierzchnię ciała, czyli wypadkowa tychże samych ciśnień elementarnych, jest siłą pionową działającą od dołu do góry, równą ciężarowi cieczy, której miejsce zajęte jest przez ciało, i działającej według pionowej przechodzącej przez środek ciężkości tejże cieczy. Na tem polega sławna *zasada Archimedes*a, wyrażana zwykle w ten sposób : ciało zanurzone w cieczy traci tyle na swej wadze ile waży ciecz przez nie wypchnięta.

Jeżeli ciało stałe zanurza się tylko częściowo w cieczy ważkiej w równowadze, dojdziemy tym samym sposobem do znalezienia wypadkowej ciśnień, przez ciecz na to ciało wywieranych, i przekonamy się że ta wypadkowa jest równa ciężarowi cieczy, któraby wypełniła przestrzeń zajętą przez część ciała znajdującą się pod powierzchnią wolną cieczy, i że działa z dołu do góry, w kierunku pionowej przechodzącej przez środek ciężkości tej cieczy.

10. Równowaga ciała stałego zanurzonego w cieczy ważkiej, albo pływającego na jej powierzchni.— Ażeby ciało stałe zanurzone w cieczy było w równowadze pod działaniem siły ciężkości i ciśnień jakie na nie ciecz wywiera, trzeba aby wypadkowa działań siły ciężkości na różne cząstki ciała była równa i wprost przeciwna wypadkowej ciśnień, które

ciecz wywiera na różne elementy powierzchni ciała. To nas prowadzi do dwóch warunków następujących :

1° ciężar ciała winien być równy ciężarowi cieczy wypchniętej,

2° środek ciężkości ciała i środek ciężkości cieczy wypchniętej winny się znajdować na jednej pionowej.

Te dwa warunki są konieczne i dostateczne ażeby ciało zanurzone było w równowadze, jeżeli tylko to ciało może być uważane jako bryła niezmienna. Jeżeli ciało zanurzone zupełnie w cieczy jest jednorodne, to wtedy tylko znajdować się może w równowadze, skoro jego gęstość jest równa gęstości cieczy. Warunek ten jest dostateczny, bo w takim razie środek ciężkości ciała i płynu wypchniętego zchodzą się zawsze, jakiegokolwiek jest położenie ciała wewnątrz cieczy. Ciało jednorodne, pływające na powierzchni cieczy ważkiej, wtedy tylko jest w równowadze, skoro jego gęstość jest mniejsza od gęstości cieczy.

Mając na uwadze postawione wyżej dwa warunki, widzimy że aby oznaczyć położenia w których ciało zostawać może w równowadze na powierzchni cieczy, trzeba je przeciąć płaszczyzną taką, aby objętość jednej jego części tak się miała do jego objętości całkowitej, jak gęstość ciała do gęstości cieczy i aby środki ciężkości tej części i całego ciała leżały na jednej prostopadłej do płaszczyzny przecięcia. Dość jest wtedy ustawić ciało w ten sposób, aby ta płaszczyzna stykała się z poziomem cieczy, a równowaga będzie mieć miejsce.

Weźmy na przykład pod uwagę graniastosłup trójkątny prosty, którego krawędzie są poziome. W położeniu równowagi będzie on mógł mieć dwie, lub tylko jedną z tych krawędzi ponad poziomem cieczy. Roztrząśniemy kolejno oba te przypadki. Oczywiście długość graniastosłupa nie ma żadnego wpływu na

szukane położenie, a nadto każda płaszczyzna równoległa do krawędzi dzieli objętość w tym samym stosunku co i podstawę graniastosłupa. Możemy się więc ograniczyć na uważaniu tej ostatniej.

Niech będzie: ABC (fig. 2) ta podstawa; a, b, c , długości jej trzech boków; C wierzchołek zanurzony; DE linia pływania, czyli przecięcie powierzchni graniastosłupa z poziomem cieczy; F i I środki boków AB i DE ; r stosunek gęstości ciała do gęstości cieczy. Położmy:

$$CF = f, \quad CD = x, \quad CE = y,$$

i oznaczmy przez α i β kąty ACF i BCF .

Zadanie polega na poprowadzeniu prostej DE w ten sposób, aby stosunek trójkątów CDE i CAB był równy r , i aby linia

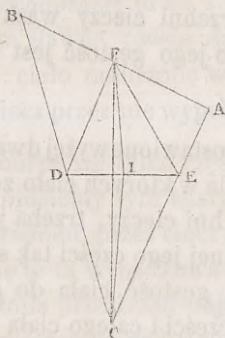


Fig. 2

FI , równoległa do linii łączącej środki ciężkości tych dwóch trójkątów, była prostopadła do DE ; że zaś FI łączy wierzchołek trójkąta DFE ze środkiem podstawy, więc żeby była prostopadła do podstawy, trójkąt musi być równoramienny, czyli $DF = FE$. Wyrażając te dwa warunki równaniami, otrzymamy:

$$xy = rab, \quad x^2 - 2fx \cos \alpha = y^2 - 2fy \cos \beta,$$

zkąd rugując y :

$$x^4 - 2fx^3 \cos \alpha + 2r ab f x \cos \beta - r^2 a^2 b^2 = 0.$$

Równanie to ma koniecznie dwa pierwiastki rzeczywiste, jeden dodatny a drugi ujemny, który nie odpowiada zadaniu. Jeżeli dwa inne pierwiastki są rzeczywiste, prawidło znaków Descartes'a pokazuje że są dodatne; mogą więc istnieć co najwyżej trzy położenia równowagi, w których wierzchołek C jest zanurzony; i to będzie mieć miejsce, jeżeli trzy wartości rzeczywiste x są mniejsze od a i dają na y wartości mniejsze od b .

Jeżeli dwa wierzchołki A i B są zanurzone w cieczy, stosunek powierzchni BDEA i ABC będzie r , a zatem stosunek trójkątów CDE i ABC będzie $1 - r$; zresztą ponieważ środki ciężkości tych ostatnich i środek ciężkości powierzchni BDEA leżą na jednej linii prostej, dość jest wstawić $1 - r$ zamiast r w poprzednie równanie, aby otrzymać x w tym nowym przypadku. Równanie dające x będzie więc:

$$x^4 - 2fx^3 \cos \alpha - 2(1 - r)ab f x \cos \beta - (1 - r)^2 a^2 b^2 = 0.$$

Jeżeli trójkąt ABC jest równoramienny, mamy:

$$b = a, \quad \cos \beta = \cos \alpha = \frac{f}{a}, \quad f^2 = a^2 - \frac{c^2}{4};$$

równania dające x i y przyjmą kształt:

$$xy = ra^2, \quad x^2 - y^2 - \frac{2f^2}{a}(x - y) = 0.$$

Mamy więc naprzód wypadek:

$$x = y = a\sqrt{\frac{r}{2}},$$

a zniósłszy czynnik $(x - y)$ w drugim równaniu, pozostaną do znalezienia dwa rozwiązania następujące:

$$xy = ra^2, \quad x + y = \frac{2f^2}{a}.$$

Wartości zatem na x i y będą dane, jak to można było przewidzieć przez jedno równanie drugiego stopnia następujące :

$$x^2 - \frac{2f^2}{a}x + ra^2 = 0, \quad \text{albo} \quad x^2 - \frac{(4a^2 - c^2)}{2a}x - ra^2 = 0,$$

którego pierwiastki są urojone, jeżeli :

$$r > \frac{f^4}{a^4}, \quad \text{albo} \quad r > \left(1 - \frac{c^2}{4a^2}\right)^2.$$

Równanie to ma pierwiastki równe jeżeli :

$$r = \left(1 - \frac{c^2}{4a^2}\right)^2,$$

a że nadto mamy $x=y$, przeto to rozwiązanie zchodzi się z poprzednim. Rzeczywiście w tym przypadku $x = \frac{f^2}{a}$, a że $f^4 = a^4 r$, przeto $f^2 = a^2 \sqrt{r}$ i $x = a \sqrt{r}$, tak jak poprzednio.

Jeżeli $r < \left(1 - \frac{c^2}{4a^2}\right)^2$, dwa pierwiastki są rzeczywiste i dodatne i dają położenie równowagi jeżeli są mniejsze od a .

Gdyby w przypadku trójkąta równoramiennego, dwa wierzchołki A i B były zanurzone, otrzymamy, kładąc $(1-r)$ za r w poprzednie równanie :

$$x^2 - \frac{(4a^2 - c^2)}{2a}x + (1-r)a^2 = 0,$$

które w ten sam sposób można roztrząsnąć.

Jeżeli trójkąt jest równoboczny, mamy $c=a$ i równanie poprzednie przyjme kształt :

$$x^2 - \frac{3a}{2}x + ra^2 = 0,$$

a w przypadku dwóch wierzchołków zanurzonych :

$$x^2 - \frac{3a}{2}x + (1-r)a = 0.$$

Pierwiastki pierwszego są :

$$x = \frac{3a}{2} \pm \frac{a}{4}\sqrt{9-16r}.$$

Będą one rzeczywiste jeżeli $r < \frac{9}{16}$, a mniejsze od a jeżeli $\sqrt{9-16r} < 1$ czyli $r > \frac{1}{2}$. Będziemy zatem mieli trzy położenia równowagi, dla wierzchołka C zanurzonego, jeżeli r jest zawarte między $\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{2} + \frac{1}{16}$.

Równanie odnoszące się do dwóch wierzchołków zanurzonych ma za pierwiastki :

$$x = \frac{3a}{4} \pm \frac{a}{4}\sqrt{16r-7}.$$

Te pierwiastki będą rzeczywiste jeżeli $r > \frac{7}{16}$, a mniejsze od a , jeżeli $\sqrt{16r-7} < 1$, czyli $r < \frac{1}{2}$. Będziemy więc mieli trzy położenia równowagi, w przypadku dwóch wierzchołków A i B zanurzonych, jeżeli r jest zawarte między $\frac{1}{2} - \frac{1}{16}$ i $\frac{1}{2}$, warunek któremu niemożna uczynić zadość jednocześnie z warunkiem, odnoszącym się do poprzedniego przypadku.

Graniastoslupy i walce jednorodne mogą być także w równowadze, jeżeli ich krawędzie są pionowe, a toż samo miałyby miejsce jeżeliby zamiast być jednorodnymi, były złożone z warstw jednorodnych, różnych gęstości a prostopadłych do

krawędzi. W tym przypadku środki ciężkości cieczy wypchniętej i ciała stałego znajdują się koniecznie na jednej pionowej i dlatego dość będzie dla istnienia równowagi aby ciężar pierwszej był równy ciężarowi drugiego. Jeżeli zamiast walca mieć będziemy ciało ograniczone powierzchnią obrotową, to przypuszczając że jego oś jest pionowa, dość będzie dla znalezienia położenia równowagi, podzielić jego objętość płazczyną prostopadłą do osi w ten sposób, aby stosunek ciężaru jednej z dwóch części do całości, był równy stosunkowi średniej gęstości ciała do gęstości cieczy.

11. Stateczność równowagi ciał pływających. — Równowaga ciała pływającego jest stateczną lub nie, stosownie do tego czy ciało dąży do powrotu do swego pierwotnego położenia, albo do oddalenia się od niego, jakkolwiek słabo było poruszone. Jeżeli to ciało jest graniastosłupem, którego krawędzie są poziome, łatwo jest widzieć że w ogóle jego położenia równowagi statecznej i niestatecznej następują po sobie naprzemian. Rzeczywiście jeżeli się je oddala w sposób ciągły od jednego położenia równowagi statecznej, ażeby je przywieść do drugiego podobnegoż położenia, to ciało dążyć będzie do powrotu do pierwszego położenia aż do pewnego punktu, po za którym dążyć już będzie do oddalenia się od tego pierwszego położenia, ażeby się zbliżyć do drugiego. Istnieje zatem położenie pośrednie takie, że jeżeli się z niego wyprowadza ciało w jedną lub drugą stronę, to ono dążyć będzie do większego jeszcze oddalenia się od tego położenia. Położenie to jest właśnie położeniem równowagi niestatecznej. Zatem między dwoma położeniami równowagi statecznej istnieje jedno położenie równowagi niestatecznej i odwrotnie.

Zauważyć musimy naprzód, że jeżeli ciało jest przecięte płazczyną, to objętość położona z jednej strony tej płazczyny, będzie równa objętości otrzymanej przecinając ciało inną płazczyną jakąkolwiek, czyniącą kąt nieskończenie mały

z poprzednią, byle tylko ta druga płaszczyzna przechodziła przez środek ciężkości powierzchni przecięcia zrobionego przez płaszczyznę pierwszą; a raczej mówiąc ściśle będzie wtedy różnica tych dwóch objętości nieskończenie małą względem objętości zawartej między dwiema płaszczyznami.

Rzeczywiście, opuszczając ilości nieskończenie małe względem tej objętości, uważać można powierzchnię jako zastąpioną w sąsiedztwie przecięcia przez powierzchnię walcową, do tego przecięcia prostopadłą. Że zaś kłoc walcowy ma za miarę iloczyn z jednej ze swych podstaw przez prostopadłą spuszczoną ze środka ciężkości drugiej na płaszczyznę pierwszej, wynika stąd że wszystkie przecięcia przechodzące przez ten punkt, który będzie ich środkiem ciężkości, dadzą kłoc walcowe równych objętości; a zatem objętości zawarte między dwoma jakimikolwiek przecięciami, z których jedna się dodaje a druga odejmuje od objętości jednego z kłoców walcowych w celu utworzenia drugiego, są sobie równe. Widoczną jest rzeczą że wygłoszone wyżej twierdzenie i jego twierdzenie odwrotne są wnioskami tego, które co dopiero dowiedliśmy.

Uważmy teraz ciało w równowadze, pływające na powierzchni cieczy jednorodnej. Środki ciężkości ciała i cieczy wypchniętej leżą na jednej pionowej, a ciężar ciała jest równy ciężarowi tejże cieczy. Przypuśćmy że ciało uskutecznia ruch nieskończenie mały, albo co na jedno wychodzi, że wszystkie jego punkty ożywione zostają nieskończenie małymi prędkościami. Równowaga będzie stateczną, jeżeli ta zmiana położenia będzie ciągle nieskończenie małą; będzie zaś niestateczną w razie przeciwnym: a zadanie sprowadza się do odróżnienia tych dwóch przypadków. Pierwsze jego rozwiązanie podał Bouger w r. 1746, przypuszczając z jednej strony że ciało pływające jest symetryczne względem pewnej płaszczyzny pionowej, a z drugiej że skoro mu się nadaje ruch nieskończenie mały w kierunku równoległym do tej płaszczyzny, to

powierzchnia części zanurzonej przecięcia ciała tąż płazczyzną nie zmienia swej wielkości. W ruchu tym, który nie pociąga za sobą zmiany nateżenia parcia, jakiego ciało doznaje od cieczy, gdyż objętość części zanurzonej się nie zmienia, środek ciężkości cieczy wypchniętej zakreśla element krzywej OO' (fig. 3) ściśle oznaczony. Bouger nazwał *metacentrem* punkt P ,

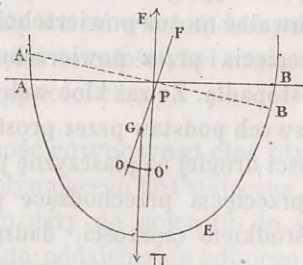


Fig. 3.

w którym pionowa $O'F$ przecina nowe swe położenie OF . Środek ciężkości ciała leży na linii OF w punkcie G , a ciało starać się będzie powrócić do swego dawnego położenia, w skutek działania pary sił równych: Π , to jest ciężaru ciała i F' parcia cieczy, jeżeli punkt G leży pod punktem P , to jest jeżeli środek ciężkości ciała leży niżej od metacentru. W tym przypadku równowaga będzie stateczną, a niestateczną w razie przeciwnym. Z powodu dowolnych przypuszczeń na których się opiera, teoria ta nie jest ani ściśłą ani ogólną. Nowa teoria podana przez pana Duhamel, jakkolwiek nie wyczerpuje kwestyi, rozwiązuje ją jednak nierównie ściślej i ogólniej za pomocą twierdzenia sił żywych.

Przypuśćmy że LQM (fig. 4) jest przecięcie powierzchni ciała przez płazczyznę poziomu cieczy, czyli linia pływania. Przed ruchem jaki mu nadano, ciało zostawało w położeniu równowagi i linia pływania była wtedy krzywa $ANBI$. Niech będzie C środek ciężkości powierzchni tą krzywą zamkniętej, którą to powierzchnię oznaczymy przez b . Przez punkt C poprowadź-

my płaszczyznę, równoległą do poziomu cieczy, a przecinającą ciało według krzywej L'NMI. G jest środek ciężkości ciała,

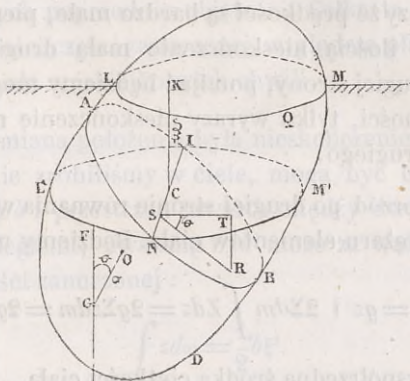


Fig. 4.

a O środek ciężkości cieczy wypchniętej przez część ciała ADB. Nawijmy objętość tej cieczy przez V , kąt jaki GO czyni z pionową przez θ , i położmy odległość punktu C od poziomu cieczy $CK = \xi$ i $GO = a$; ρ jest gęstością cieczy, a M masą ciała.

Siły działające na ciało są: siła ciężkości i ciśnienia wywierane przez ciecz na część zanurzoną. Siła ciężkości sprowadza się do jednej siły pionowej, działającej od góry do dołu i równej ciężarowi ciała Mg , albo $g\rho V$. Ciśnienia zaś sprawiają ten sam skutek, jak gdyby na wszystkie elementy objętości części ciała zanurzonej działały siły pionowe, skierowane od dołu do góry i równe ciężarom tych elementów, przypuszczając je utworzone przez samą ciecz. Składowe więc X i Y sił działających na ciało, biorąc za płaszczyznę xy poziom cieczy, a oś z do niego prostopadłą i skierowaną od góry do dołu, są równe zeru; a $Z = g$, dla wszystkich elementów ciała, zaś $Z = -g$ dla elementów części zanurzonej, przypuszczając je utworzone z cieczy. Uważając z w ten sposób, otrzymamy równanie sił żywych:

$$4) \quad \Sigma v^2 dm = 2 \Sigma dm \int Z dz + C.$$

Przypuściwszy że prędkości są bardzo małe, pierwsza strona równania jest ilością nieskończenie małą drugiego rzędu, i w rachunku drugiej strony, pomijając będziemy mogli bez naruszenia dokładności, tylko wyrazy nieskończenie małe rzędów wyższych od drugiego.

Uważmy naprzód po drugiej stronie równania wyrazy odnoszące się do ciężaru elementów ciała. Będziemy mieli wtedy :

$$\int Z dz = gz \quad \text{i} \quad 2 \Sigma dm \int Z dz = 2g \Sigma z dm = 2g M z_1,$$

gdzie z_1 , jest współrzędną środka ciężkości ciała.

Co do części zanurzonej, uważać ją będziemy naprzód jako złożoną z części zawartej między przecięciami LQM i LNM' i z części położonej pod tem ostatniem. Ta druga ma objętość równą objętości AOB czyli V, zwiększonej objętością INBM', a zmniejszonej objętością INL'A. Wartość z będzie teraz — g , i będziemy mieli :

$$\int Z dz = -g(z - z_0).$$

Całka ta będzie stale równą gz_0 , skoro z będzie odjemne, albowiem siła Z staje się wtedy równą zeru. Odnosząc gz_0 do ilości stałej C, napiszemy tylko :

$$\int Z dz = -gz.$$

Jeżeli $d\omega$ oznacza element objętości, mamy :

$$dm = \rho d\omega,$$

$$2 \Sigma dm \int Z dz = -2g\rho \int z d\omega.$$

Nie zostaje więc już, jak tylko obrachować $\int z d\omega$, dla czterech wskazanych poprzednio objętości. Całka ta zaś jest momentem objętości części zanurzonej względem płaszczyzny xy , w położeniu ciała w jakiegokolwiek chwili.

Ponieważ zmiana położenia była nieskończenie małą, różne przecięcia jakie zrobiliśmy w ciele, mogą być uważane jako równoważne z b i przestrzeń zawarta między dwoma przecięciami równoległymi, uważaną być może za walcową. Mamy wtedy dla części zanurzonej :

$$\int z d\omega = \frac{1}{2} b \xi^2.$$

Dla objętości ADB będzie :

$$\int z d\omega = V(z - a \cos \theta),$$

albo kładąc $\cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}$:

$$\int z d\omega = Vz_1 - Va + \frac{Va\theta^2}{2},$$

jeżeli punkt O leży pod punktem G . W razie przeciwnym trzeba będzie zmienić znak odległości a .

Objętość INBM może być rozłożoną na elementy graniastosłupowe, których krawędzie są pionowe, a których podstawy są elementami powierzchni ANIB. Niech będzie $d\lambda$ jeden taki element powierzchni, położony w punkcie R ; $RS = u$, prostopadła spuszczone na IN ; a RT wysokość graniastosłupa. Objętość graniastosłupa będzie $\overline{RT} \cdot d\lambda \cdot \cos \theta$, a wyrażenie to można zastąpić przez $u\theta d\lambda$; mnożąc je następnie przez współrzędną z środka RT , to jest przez $\xi + \frac{1}{2} u \tan \theta$, albo po

prostu przez $\xi + \frac{1}{2}u\theta$, otrzymamy wartość $\int z d\omega$, odnoszącą się do tego elementu; znajdziemy tym sposobem :

$$u\theta d\lambda \left(\xi + \frac{1}{2}u\theta \right),$$

wyrażenie, które trzeba będzie całkować w granicach całej powierzchni INB.

Ale także samo wyrażenie znaleźlibyśmy dla elementów objętości INL'A, a tylko współrzędna z środka graniastosłupa będzie równa $\xi - \frac{1}{2}u\theta$; że zaś wyrazy odnoszące się do tej objętości wchodzi w równanie ze znakiem przeciwnym, przeto będą wyrażone przez :

$$-u\theta d\lambda \left(\xi + \frac{1}{2}u\theta \right).$$

Dość zatem będzie wziąć sumę wyrazów kształtu :

$$u\theta d\lambda \left(\xi + \frac{1}{2}u\theta \right),$$

na całej przestrzeni powierzchni ANIB, uważając u jako dodatne w części INB, a jako odjemne w części pozostałej. Ale

$\int u d\lambda = 0$, gdyż na IN leży środek ciężkości powierzchni ANBI; zostanie więc tylko $\frac{\theta^2}{2} \int u^2 d\lambda$. Kładąc $\int u^2 d\lambda = bh^2$, co można nazwać można momentem bezwładności powierzchni ANBI względem osi NI, otrzymamy w końcu $\frac{bh^2\theta^2}{2}$.

Gromadząc wszystkie części całki $\int z d\omega$, będziemy mieli :

$$\int z d\omega = \frac{1}{2}b\xi^2 + \frac{1}{2}bh^2\theta^2 + Vz_1 - Va + \frac{Va\theta^2}{2},$$

i równanie (1), zauważywszy nadto że $M = V\rho$, a wyraz $2g\rho Va$ można odnieść do ilości stałej, przybierze kształt :

$$(2) \quad \Sigma v^2 dm = -g\rho b\xi^2 - g\rho(bh^2 + aV)\theta^2 + C;$$

gdyby zaś punkt O leżał pod punktem G, trzeba by, jak już zauważyliśmy wstawić $-a$ zamiast a .

Ilość stała C oznaczyć można biorąc pod uwagę stan pierwotny ruchu; a jeżeli prędkości początkowe są wszystkie równe zeru lub nieskończenie małe, C będzie także nieskończenie małe. To założywszy, ponieważ pierwsza strona równania (2) jest dodatnią, druga będzie także dodatnią i wyrazy odjemne powinny dawać ciągle sumę nieskończenie małą, gdyż ta summa ma być mniejszą od C; zatem θ i ξ pozostają nieskończenie małe. Wynika ztąd że jeżeli środek ciężkości ciała leży niżej jak środek ciężkości cieczy wypchniętej przez ciało w jego położeniu równowagi, to zmiana położenia ciała pozostaje ciągle nieskończenie małą i równowaga jest stateczną. Ale jeżeli środek ciężkości ciała leży wyżej jak środek ciężkości cieczy wypchniętej, równanie (2) przybierze kształt :

$$\Sigma v^2 dm = -g\rho b\xi^2 - g\rho(bh^2 - aV)\theta^2 + C,$$

i chociaż C będzie nieskończenie małe, θ i ξ mogą mieć wartości skończone, jeżeli wszystkie wyrazy które zawierają kwadraty z θ i ξ nie są odjemne. Dla stateczności równowagi trzeba zatem w tym przypadku żeby :

$$bh^2 - aV > 0, \text{ albo } a < \frac{bh^2}{V};$$

że zaś bh^2 zmienia się jednocześnie z kierunkiem IN, trzeba aby nierówność powyższa miała miejsce przy najmniejszej wartości momentu bh^2 , skoro IN przyjmuje wszystkie kierunki około środka ciężkości C powierzchni ANBI. Równowaga zatem może jeszcze być stateczną, skoro środek ciężkości ciała

leży wyżej niż środek ciężkości cieczy wypchniętej; i jej warunkiem dostatecznym jest, aby odległość tych dwóch punktów była mniejszą od najmniejszego z momentów bezwładności przecięcia ciała płazczyzną poziomu cieczy, względem osi przechodzących przez środek ciężkości tegoż przecięcia, podzielonego przez objętość części zanurzonej.

ROZDZIAŁ II

HYDRODYNAMIKA.

12. Równania różniczkowe ruchu płynów. — Zadanie oznaczenia praw ruchu płynów, będące przedmiotem Hydrodynamiki, wzięte w najogólniejszym zakresie jest następujące: znając w danej chwili położenie wszystkich cząsteczek, płyn składających, i prędkości jakimi te cząsteczki są ożywione, znając nadto siły zewnętrzne na cząsteczki działające, ciśnienia i kształt całej masy płynnej; oznaczyć ruch po szczegółę każdej cząsteczki, to jest znaleźć wyrażenie jej trzech współrzędnych w funkcji czasu, oraz wyrażenie ciśnienia i gęstości w każdej chwili.

Odniósłszy położenie różnych cząstek płynu do trzech osi współrzędnych prostokątnych w przestrzeni, i przypuściwszy znajomość w jednym z tych punktów prędkości płynu, której trzy składowe w kierunku osi współrzędnych są u, v, w ; przypuściwszy nadto że są dane dla tego punktu ciśnienie p i masa gatunkowa ρ , wtedy ruch płynu będzie ściśle określony. Wogóle, te pięć ilości zmieniają się razem z czasem t , a nawet w jednej i tej samej chwili zmieniają się przechodząc od jednego

punktu przestrzeni do drugiego, to jest razem ze zmianą współrzędnych x, y, z , punktu. Są więc one funkcjami ilości x, y, z i t . Równania różniczkowe Hydrodynamiki mogą służyć do oznaczenia tych pięciu funkcyj nieznanych.

Wedle twierdzenia d'Alembert'a, ażeby znaleźć równania ruchu jakiegokolwiek systemu materyalnego, należy wyrazić równowagę między siłami wprost nań działającemi, a siłami bezwładności różnych jego punktów. Przy pomocy więc teorii równowagi płynów, możemy wyprowadzić żądane równania. Uważmy w szczególności cząsteczkę położoną w punkcie, którego współrzędne są x, y, z . Oznaczmy przez u', v', w' , składowe całkowitego przyspieszenia tej cząsteczki w jej ruchu, wzdłuż trzech osi współrzędnych; a przez X, Y, Z , składowe siły zewnętrznej działającej na cząsteczkę wedle tychże trzech osi. Równania równowagi wyprowadzone w poprzednim rozdziale (ustęp n° 3) są :

$$\frac{dp}{dx} = \rho X, \quad \frac{dp}{dy} = \rho Y, \quad \frac{dp}{dz} = \rho Z;$$

uwzględniając istnienie siły bezwładności, trzeba w nich zastąpić X, Y, Z , przez $X - u', Y - v', Z - w'$, i otrzymamy :

$$(1) \quad \frac{dp}{dx} = \rho(X - u'), \quad \frac{dp}{dy} = \rho(Y - v'), \quad \frac{dp}{dz} = \rho(Z - w').$$

Uważmy teraz że po upływie czasu t , przyrostki współrzędnych x, y, z , czyli dx, dy, dz , są odpowiednio równe $u dt, v dt, w dt$, zaś przyrostek składowej u , która jak powiedzieliśmy, jest funkcją x, y, z i t , będzie :

$$du = \frac{du}{dx} dx + \frac{du}{dy} dy + \frac{du}{dz} dz + \frac{du}{dt} dt,$$

czyli :

$$du = \frac{du}{dx} u dt + \frac{du}{dy} v dt + \frac{du}{dz} w dt + \frac{du}{dt} dt;$$

zatem składowa przyspieszenia wzdłuż osi x :

$$\frac{du}{dt} = u' = \frac{du}{dx}u + \frac{du}{dy}v + \frac{du}{dz}w + \frac{du}{dt}$$

Znalazłszy odpowiednie wartości na v' i w' i wstawiwszy je w równania (1), otrzymamy :

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} X - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = \frac{du}{dx}u + \frac{du}{dy}v + \frac{du}{dz}w + \frac{du}{dt}, \\ Y - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dy} = \frac{dv}{dx}u + \frac{dv}{dy}v + \frac{dv}{dz}w + \frac{dv}{dt}, \\ Z - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} = \frac{dw}{dx}u + \frac{dw}{dy}v + \frac{dw}{dz}w + \frac{dw}{dt}. \end{array} \right.$$

Mamy więc już trzy równania między pięcioma nieznanymi: p , ρ , u , v , w . Ażeby znaleźć dwa inne, uważmy naprzód że masa gatunkowa ρ musi zostawać w pewnym związku z prędkościami u , v , w , różnych cząsteczek, bez względu na siły na nie działające. Rzeczywiście, gdybyśmy mieli dane u , v , w w funkcji x , y , z i t , ruch masy płynnej byłby zupełnie znany; możnaby wiedzieć gdzie są położone w danej chwili różne cząsteczki, które zajmowały pierwotnie oznaczone położenia; możnaby wiedzieć w szczególności, jakie są cząsteczki, które się znajdują w danej chwili, wewnątrz oznaczonego jakiegokolwiek elementu objętości, a tem samem jaka jest masa całkowita płynu w tym elemencie zawartego; możnaby więc ztąd wnosić o wartości masy gatunkowej płynu, względnie do punktu przestrzeni, gdzie się ta cząstka objętości znajduje. Aby znaleźć związek łączący ilości u , v , w i ρ , uważmy płyn zawarty po upływie czasu t , wewnątrz równoległościanu prostego, którego krawędzie, równoległe do osi współrzędnych, mają długości nieskończenie małe: dx , dy , dz ; zobaczymy co się stanie z tym płynem łożo upływie czasu $t+dt$, w skutku zmiany miejsca różnych jego cząsteczek i wyrażmy że jego masa jest ta sama

w obu przypadkach. Łatwo jest widzieć że część płynu o której mówimy, przybrawszy po upływie czasu t kształt równoległocianu prostego, może być uważaną po upływie czasu $t + dt$ jako zachowująca jeszcze podobny kształt równoległocianu; że, ponieważ krawędzie tego nowego równoległocianu czynią między sobą kąty, z których każdy różni się o ilość nieskończenie małą od kąta prostego, zatem jego objętość różni się od iloczynu długości jego trzech krawędzi o ilość nieskończenie małą drugiego rzędu względem wielkości tej samej objętości i można ją uważać jako równą temu iloczynowi; nakoniec, że dla tej samej przyczyny, każda krawędź nowego równoległocianu może być uważana jako równa swemu rzutowi na oś współrzędnych, z którą czyni kąt nieskończenie mały. Oznaczmy przez x, y, z , współrzędne wierzchołka pierwotnego równoległocianu i to wierzchołka najwięcej zbliżonego do początku współrzędnych; współrzędne wierzchołka przeciwległego będą zatem: $x + dx, y + dy, z + dz$. Po upływie czasu dt , x wzrasta o $u dt$; $x + dx$ wzrasta o $\left(u + \frac{du}{dx} dx\right) dt$; a zatem krawędź równoległocianu, która była równoległa do osi x , po upływie czasu t , i miała długość dx , wzrasta o $\frac{du}{dx} dx dt$. Objętość całego równoległocianu staje się równą iloczynowi:

$$\left(1 + \frac{du}{dx} dt\right) dx \cdot \left(1 + \frac{dv}{dy} dt\right) dy \cdot \left(1 + \frac{dw}{dz} dt\right) dz,$$

po upływie czasu $t + dt$. Jeżeli pomnożymy objętość pierwotną $dx dy dz$ równoległocianu, przez masę gatunkową ρ , odpowiadającą czasowi t i punktowi, którego współrzędne są x, y, z , otrzymamy masę płynu zawartego w tej objętości, po upływie czasu t . Tak samo, mnożąc nową objętość, jakiej dopiero co znaleźliśmy wyrażenie, przez wartość, jaką przybiera funkcya ρ , gdy w niej zamiast,

$$t, x, y, z,$$

wstawimy :

$$t + dt, x + udt, y + vdt, z + wdt;$$

to jest mnożąc nową objętość przez :

$$\rho + \frac{d\rho}{dt}dt + \frac{d\rho}{dx}udt + \frac{d\rho}{dy}vdt + \frac{d\rho}{dz}wdt,$$

otrzymamy masę części płynu uważanej, po upływie czasu $t + dt$. Ponieważ te dwie masy winny być sobie równe, wynika ztąd równanie :

$$\rho \left(\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} \right) + \frac{d\rho}{dt} + u \frac{d\rho}{dx} + v \frac{d\rho}{dy} + w \frac{d\rho}{dz} = 0,$$

kóre przedstawić można w kształcie prostszym :

$$(3) \quad \frac{d\rho}{dt} + \frac{d(u\rho)}{dx} + \frac{d(v\rho)}{dy} + \frac{d(w\rho)}{dz} = 0.$$

Oprócz tego równania otrzymać możemy jeszcze drugie, biorąc pod uwagę naturę płynu. Dla cieczy, płynu nieściśliwego, jedno lub różnorodnego, masa gatunkowa pewnego elementu nieskończenie małego, będzie zawsze jednaka, w jakikolwiek sposób ta część płynu zmienia swe położenie. Wedle więc tego co poprzedza, będziemy mieli :

$$\frac{d\rho}{dt} + u \frac{d\rho}{dx} + v \frac{d\rho}{dy} + w \frac{d\rho}{dz} = 0,$$

a równanie (3) sprowadzi się do :

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = 0.$$

Dla gazu, płynu sprężystego, do którego prawo Mariotte'a może być zastosowane, mamy :

$$p = k\rho,$$

gdzie k jest współczynnikiem stałym. Wogóle znajomość na-

tury płynu dostarczy związek między masą gatunkową ρ , a ciśnieniem p , jakie też masa gatunkowa pozwala ponosić płynowi; a ten związek, którego przytoczyliśmy dwa przykłady (ρ stałe i $p = k\rho$), wraz z równaniami (2) i (3), da nam wszystkie równania, konieczne do oznaczenia ilości zmiennych zależnych: p, ρ, u, v, w , w funkcji zmiennych niezależnych: t, x, y, z .

Nie należy zapominać, że powyższe równania ogólne Hydrodynamiki wyprowadzone zostały przypuszczając: *naprzód* że w płynie w ruchu, podobnie jak w płynie w spoczynku, ciśnienie w pewnym punkcie jest jednakie we wszystkich kierunkach około tego punktu, co się sprowadza do przypuszczenia płynności doskonałej a lepkości żadnej; *a powtórnie* że ruch płynu nie niszczy jego ciągłości.

Całkowanie tych równań różniczkowych wprowadzi funkcje dowolne, które trzeba będzie oznaczyć wedle okoliczności początkowych ruchu a także wedle warunków, w jakich się znajduje powierzchnia uważanego płynu, który może odbywać swój ruch wzdłuż ścian stałych, albo też doznawać na swej powierzchni wolnej ciśnień stałych lub zmiennych, według pewnych praw oznaczonych.

Oczywiście cztery zasadnicze twierdzenia Dynamiki mogą być stosowane do ruchu jakiejkolwiek masy płynnej. Zobaczymy zresztą w samym Wykładzie Hydrauliki różne sposoby ich użycia.

13. Ruch nieustanny płynu. — Gdyby można było ześlakować w sposób ogólny powyższe pięć równań Hydrodynamiki i oznaczyć wedle szczególnych warunków, odnoszących się do powierzchni zewnętrznej płynu, albo do chwili początkowej ruchu, funkcje dowolne wprowadzone przez całkowanie; zadanie przedmiotem Hydrodynamiki będące, zupełnie byłoby rozwiązaniem. Ale na nieszczęście, równania te są, jak powiedział Lagrange, tak *niepostuluszne*, że tylko w niektórych

i bardzo ograniczonych przypadkach udało się matematykom zadanie, jeżeli nie rozwiązać, to uprościć. Nie zatrzymując się nad temi czysto teoretycznymi poszukiwaniami, przejdziemy do przypuszczenia nieustanności ruchu, które nam z równań Hydrodynamiki nader ważne pozwoli wyprowadzić wnioski.

Skoro ruch płynu jest taki, że dla każdego punktu przestrzeni, którą płyn w biegu swoim wypełnia, pięć ilości : p , ρ , u , v , w , zachowują ciągle też same wartości, a zmieniają się tylko skoro przechodzimy do innego punktu tejże przestrzeni, mówimy że wtedy ma miejsce ruch płynu *nieustanny*. W ruchu podobnym, każda cząsteczka nie zachowuje koniecznie tej samej prędkości, ale różne cząsteczki które przechodzą kolejno przez jeden i ten sam punkt przestrzeni, nabierają w nim prędkości jednakich co do wielkości i kierunku. Widzieć można łatwo, że wszystkie cząsteczki przechodzące przez jeden i tenże sam punkt przestrzeni, następują ciągle jedna po drugiej i przebiegają też samą drogę; ogół tych cząsteczek rozłożony wzdłuż ich wspólnej drogi, stanowi to co nazywamy *strugą* płynu w ruchu.

Wedle samego określenia ruchu nieustannego, pochodne cząstkowe ilości : p , ρ , u , v , w , wzięte względem t , są równe zero; to jest :

$$\frac{du}{dt} = 0, \quad \frac{dv}{dt} = 0, \quad \frac{dw}{dt} = 0, \quad \frac{dp}{dt} = 0, \quad \frac{d\rho}{dt} = 0.$$

Równania (2) poprzedniego ustępu, przyjmą wtedy kształt następujący :

$$X - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = \frac{du}{dx} u + \frac{du}{dy} v + \frac{du}{dz} w,$$

$$Y - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dy} = \frac{dv}{dx} u + \frac{dv}{dy} v + \frac{dv}{dz} w,$$

$$Z - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} = \frac{dw}{dx} u + \frac{dw}{dy} v + \frac{dw}{dz} w.$$

Przypuśćmy następnie że :

$$Xdx + Ydy + Zdz = dT,$$

gdzie T jest funkcją ilości : x, y, z , w którą czas t już nie wchodzi, gdyż X, Y, Z, nie zależą od t w przypadku ruchu nieustannego. Jeżeli trzy pierwsze równania pomnożymy kolejno przez dx, dy, dz , albo przez udt, vdt, wdt , co na jedno wychodzi, i dodamy razem, to otrzymamy na mocy równania czwartego :

$$\begin{aligned} dT - \frac{dp}{\rho} &= \left(\frac{du}{dx}u + \frac{dv}{dy}v + \frac{dw}{dz}w \right) udt + \\ &+ \left(\frac{dv}{dx}u + \frac{dv}{dy}v + \frac{dw}{dz}w \right) vdt + \left(\frac{dw}{dx}u + \frac{dw}{dy}v + \frac{dw}{dz}w \right) wdt, \end{aligned}$$

albo :

$$dT - \frac{dp}{\rho} = udu + vdv + wdw.$$

Jeżeli teraz oznaczymy przez V, prędkość której składowe wzdłuż trzech osi współrzędnych są u, v, w , mieć będziemy :

$$V^2 = u^2 + v^2 + w^2,$$

a że :

$$VdV = udu + vdv + wdw;$$

zatem :

$$dT - \frac{dp}{\rho} = VdV,$$

czyli

$$VdV + \frac{dp}{\rho} - dT = 0.$$

Równanie to da się łatwo zcałkować, jeżeli płyn jest albo cieczą jednorodną, albo gazem przy stałej temperaturze. W pierw-

szym przypadku, ρ jest stałe i całkując otrzymamy :

$$(1) \quad \frac{V^2}{2} + \frac{p}{\rho} - T = \text{ilości stałej};$$

w drugim zaś $p = k\rho$, gdzie k jest stałe i będziemy mieli po całkowaniu :

$$(2) \quad \frac{V^2}{2} + k \log. nep. p - T = \text{ilości stałej}.$$

Nie należy zapominać, że te dwa równania wyprowadzone zostały w przypadku ruchu nieustannego i do niego tylko mogą być stosowane.

14. Twierdzenie Daniela Bernoulli (*). — Z zastosowania równania (1), wyprowadzonego w poprzednim ustępie, do cieczy ważkich, wynika twierdzenie Daniela Bernoulli. Mamy wtedy bowiem, przyjmując że oś z ma kierunek pionowy, następujące trzy składowe siły na ciecz działającej :

$$X = 0, \quad Y = 0, \quad Z = -g;$$

zskąd :

$$dT = -g dz, \quad \text{a} \quad T = -gz.$$

Tę wartość na T wstawwszy w równanie (1), otrzymamy :

$$\frac{V^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = \text{ilości stałej};$$

albo dzieląc przez g i oznaczając ciężar gatunkowy $\rho g = H$, a ilość stałą przez H ,

$$\frac{V^2}{2g} + \frac{p}{H} + z = H.$$

(*) Daniel Bernoulli, syn Jana a synowiec Jakóba Bernoulli, sławnych matematyków, urodził się w Groningue 1700 roku, a umarł w Bazylei w roku 1782. Najznakomitszym jego dziełem jest : *Hydrodynamica* (Argentorati, 1738, in-4o), pierwsze dzieło w tym przedmiocie.

$\frac{V^2}{2g}$ jest to wysokość odpowiadająca prędkości V ; $\frac{p}{\Pi}$, tak samo jak w Hydrostatyce (ustęp n° 5), wysokość ciśnienia p , to jest wysokość słupa cieczy mającego za podstawę jednostkę powierzchni, a którego ciężar jest równy p ; wreszcie z jest wzniesienie punktu uważanego ponad stałą płaszczyzną poziomą porównania, obraną dowolnie. Summa tych trzech wysokości jest jak widzimy równa wysokości stałej H . Można zatem twierdzenie Bernoulli'ego wygłosić w sposób następujący :

Jeżeli ciecz jednorodna i doskonała, to jest bez lepkości, wprawiona jest w ruch nieustanny, i jeżeli dla każdego z jej punktów, położonych na drodze jednej i tej samej cząsteczki, weźmiemy summę trzech wysokości : naprzód wzniesienia tego punktu ponad jakąkolwiek stałą płaszczyznę poziomą, powtóre wysokości odpowiadającej prędkości jaką ciecz w tym punkcie posiada i wreszcie wysokości ciśnienia cieczy w tym punkcie, — to ta summa jest stałą dla wszystkich punktów jednej i tej samej strugi.

Twierdzenie to dowieść można w sposób bardzo prosty, opierając się na podanem w Dynamice twierdzeniu sił żywych. Weźmy pod uwagę pewną część strugi cieczy, której przecięcie jest bardzo małe i przypuścimy że ciecz ożywiona jest ruchem nieustannym. Powierzchnię przecięcia strugi, prostopadłego do jej kierunku w punkcie A (fig. 5), nazwijmy ω , a w punkcie B , ω' . Ciśnienia w tych punktach, na jednostkę powierzchni, niech będą p i p' , a prędkości cząstek cieczy V i V' . Przypuścić można że te prędkości są wspólne dla wszystkich cząstek, przechodzących przez przecięcie strugi w każdym z dwóch punktów A i B , z powodu bardzo małej rozległości tych przecięć. Siły, działające na cały system materyalny AB , są : siła ciężkości i ciśnienia zewnętrzne. Ciśnienia wewnętrzne w rachunek nie wejdą, gdyż nie bierzemy tu pod uwagę lepkości płynów naturalnych i przypuszczamy że struga AB ślizga się

bez tarcia po strugach sąsiednich, a te ostatnie wywierają na nią prostopadłe do jej kierunku pewne ciśnienia, których praca jest równa zeru.

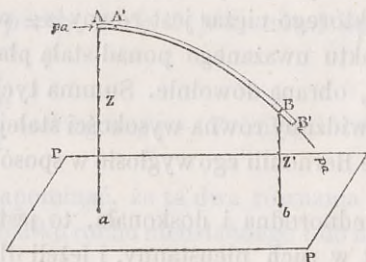


Fig. 5.

Po upływie czasu nieskończenie małego θ , cały system AB zmieni położenie, ale na mocy nieustanności ruchu, zmieni je wzdłuż własnego kierunku. Przecięcie A przejdzie do A' , przebiegłszy drogę $AA' = V\theta$, a przecięcie B przejdzie do B' , po przebieżeniu drogi $BB' = V'\theta$. Ciśnienie w punkcie A było $p\omega$, jego praca jest zatem $p\omega V\theta$, ze znakiem $+$, gdyż cały system ruszył się w kierunku tej siły. Praca ciśnienia w punkcie B będzie $-p'\omega'V'\theta$, ze znakiem $-$, bo kierunek siły jest tu przeciwny kierunkowi ruchu.

Uważmy że $\omega V\theta$ jest to objętość cieczy, która w przeciągu czasu θ wypływa przez przecięcie A , czyli jest to objętość części strugi zawartej między przecięciami A i A' . Tak samo $\omega'V'\theta$ jest objętością części strugi BB' . Cała struga cieczy w swych dwóch różnych położeniach AB i $A'B'$ zachowuje tę samą objętość; a że część AB jest wspólna i z powodu niescisliwości cieczy objętości swojej nie zmienia, przeto części strugi AA' i BB' są równe co do objętości, czyli $\omega V = \omega'V'$. Iloczyn ten jest stały dla wszystkich przecięć prostopadłych do kierunku strugi i nazywa się *wydatkiem* strugi. Kładąc $\omega V = Q$, mieć będziemy na pracę ciśnień wy-

rażenie :

$$pQ\theta - p'Q\theta = (p - p')Q\theta.$$

Praca siły ciężkości na system AB jest iloczynem z ciężaru całego tego systemu, przez drogę w kierunku pionowym jego środka ciężkości. Niezastosujemy wprost tego twierdzenia, ale zauważymy że na jedno wychodzi, dla oznaczenia pracy siły ciężkości, przypuszczać że cały system AB przenosi się do A'B', albo że część jego AA' przenosi się do BB', gdyż część wspólna A'B pozostaje na tem samym miejscu w obu razach. Tym sposobem, praca siły ciężkości będzie równa iloczynowi z ciężaru objętości cieczy AA', przez różnicę wzniesień Aa — Bb przecięć A i B ponad stałą płaszczyznę poziomą P. Kładąc Aa = z, a Bb = z', otrzymamy pracę siły ciężkości równą :

$$+ \Pi Q\theta (z - z').$$

Zważywszy teraz, że dla części wspólnej A'B systemu, w jego dwóch położeniach AB i A'B', powiększenie siły żywej jest żadne, gdyż wszystkie jej punkty zajęte są w obu epokach przez cząsteczki równe i ożywione równemi prędkościami; widzimy że dla otrzymania powiększenia siły żywej całego systemu, dość jest wziąć pod uwagę powiększenie, odpowiadające częściom strugi AA' i BB'. Masa wspólna obu tych części jest $\frac{\Pi}{g}Q\theta$. Pierwsza z nich, ożywiona prędkością V, ma siłę żywą równą $\frac{\Pi}{g}Q\theta V^2$; druga, przy prędkości V', ma siłę żywą równą $\frac{\Pi}{g}Q\theta V'^2$. Połowa zatem powiększenia sił żywych, przyrównana do summy prac sił na system działających, da nam następujące równanie sił żywych :

$$\frac{\Pi}{2g}Q\theta(V'^2 - V^2) = \Pi Q\theta(z - z') + (p - p')Q\theta,$$

które dzieląc przez $\Pi Q\theta$, wspólny ciężar objętości cieczy AA'

i BB' , otrzymamy :

$$\frac{V^2}{2g} - \frac{V'^2}{2g} = (z - z') + \left(\frac{p}{\Pi} - \frac{p'}{\Pi} \right),$$

albo :

$$\frac{V^2}{2g} + \frac{p}{\Pi} + z = \frac{V'^2}{2g} + \frac{p'}{\Pi} + z',$$

czyli, co na jedno wychodzi :

$$\frac{V^2}{2g} + \frac{p}{\Pi} + z = \text{ilości stałej} = H,$$

gdyż równanie poprzednie ma miejsce dla jakichkolwiek dwóch punktów strugi cieczy. Tym sposobem dochodzimy do twierdzenia Daniela Bernoulli z równania sił żywych; a zresztą rugowanie, jakie robiliśmy między równaniami ogólnymi Hydrodynamiki w celu otrzymania tego twierdzenia, jest to samo, jakie się robi w Dynamice, wyprowadzając równanie sił żywych.

15. Inne wyrażenia twierdzenia Bernoulli'ego. —

Dowiedliśmy w poprzednim ustępie, że jeżeli ciecz jednorodna i bez lepkości wprowadzona jest w ruch nieustanny, i jeżeli każdego z jej punktów, położonych na drodze jednej i tej samej cząsteczki, weźmiemy summę trzech wysokości : naprzód wzniesienia tego punktu ponad jakąkolwiek stałą płaszczyznę poziomą, powtóre wysokości odpowiadającej prędkości jaką ciecz w tym punkcie posiada, i wreszcie wysokości ciśnienia cieczy w tym punkcie; — to ta summa jest stałą dla wszystkich punktów jednej i tej samej strugi, czyli :

$$\frac{V^2}{2g} + \frac{p}{\Pi} + z = H.$$

Niech będzie AB (fig. 6) droga jednej cząsteczki, albo struga cieczy, gdyż na mocy nieustanności ruchu nieoznaczona liczba

cząsteczek przebiega jedną i tę samą drogę, a każda cząsteczka wchodzi na miejsce poprzedniej i nabiera w tem miejscu tej sa-

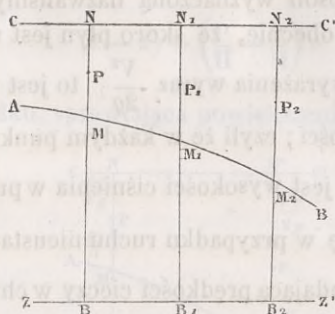


Fig. 6.

mej prędkości, jaką w niem poprzednia posiadała. Dla punktu M strugi, $z = MB$, a biorąc $MP = \frac{p}{\Pi}$ a $PN = \frac{V^2}{2g}$, otrzymamy punkt N, którego wzniesienie ponad płaszczyznę porównania ZZ' będzie:

$$NB = MB + PM + PN = z + \frac{p}{\Pi} + \frac{V^2}{2g} = H = \text{ilości stałej.}$$

Robiąc to samo dla różnych punktów M_1, M_2 , i t. d. tejże strugi, otrzymamy szereg punktów N, N_1, N_2 , i t. d., leżących na jednej i tej samej płaszczyźnie CC', równoległej do ZZ'. Płaszczyznę tę nazywamy w Hydraulicie *płaszczyzną ciężenia*, a twierdzenie Bernoulli'ego wyrazić możemy w sposób następujący:

Dla wszystkich punktów jednej i tej samej strugi cieczy, jednorodnej i bez lepkości, poddanej samemu tylko działaniu siły ciężkości i czyniącej zadość warunkom nieustanności ruchu, wzniesienie płaszczyzny ciężenia jest stałe.

Widzieliśmy w ustępie n° 5, że dla wszystkich punktów cie-

czy w równowadze, wysokość $\frac{p}{\Pi} + z = H$ jest stała; i płazczynę w ten sposób wyznaczoną nazwalimy płazczyną ciążenia. Widzimy obecnie, że skoro płyn jest w ruchu, dodać trzeba do tego wyrażenia wyraz $\frac{V^2}{2g}$, to jest wysokość odpowiadającą prędkości; czyli że w każdym punkcie, pewna część wysokości $\frac{p}{\Pi}$, to jest wysokości ciśnienia w przypadku równowagi, zmienia się w przypadku ruchu nieustannego na wysokość $\frac{V^2}{2g}$, odpowiadającą prędkości cieczy w chwili jej przejścia przez punkt uważany. W Hydrostatyce, płazczyna ciążenia jest stałą dla wszystkich punktów cieczy w równowadze; zaś dla cieczy w ruchu, jednorodnej i bez lepkości, na mocy twierdzenia Bernoulli'ego, płazczyna ta jest stałą dla wszystkich punktów jednej i tej samej strugi, a może się zmieniać, skoro przechodzimy od jednej strugi do drugiej.

Widzieliśmy, wywodząc twierdzenie Bernoulli'ego w poprzednim ustępie, że można je napisać w kształcie równania:

$$\frac{V^2}{2g} - \frac{V'^2}{2g} = (z - z') + \left(\frac{p}{\Pi} - \frac{p'}{\Pi} \right),$$

co nam daje:

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{V'^2}{2g} + (z - z') + \left(\frac{p}{\Pi} - \frac{p'}{\Pi} \right).$$

Prędkość zatem w punkcie M strugi cieczy, czyli V, jest równa prędkości, jakiejby nabyło ciało ważkie wychodzące ze spoczynku i spadające z prędkością:

$$\frac{V^2}{2g} + (z - z') + \left(\frac{p}{\Pi} - \frac{p'}{\Pi} \right);$$

albo też równa prędkości, jakiejby nabyło ciało ważkie, wy-

rzucone z punktu wyjścia prędkością V i spadające swobodnie z wysokości :

$$(z - z') + \left(\frac{p}{\Pi} - \frac{p'}{\Pi} \right).$$

Wysokość spadku, sprawiająca powiększenie prędkości cząste-

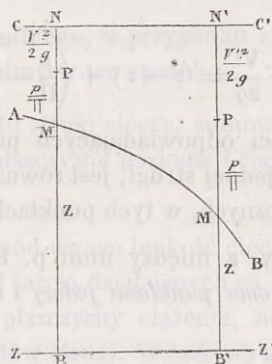


Fig. 7.

czek cieczy, nie jest zatem równa wysokości $MB - M_1B_1$ (fig. 7), z jakiej te cząsteczki rzeczywiście spadają, ale wysokości :

$$\left(z + \frac{p}{\Pi} \right) - \left(z' + \frac{p'}{\Pi} \right),$$

zawartej między wierzchołkami słupów cieczy, wystawionych w punktach M i M_1 , a przedstawiających ciśnienia mające miejsce w tych punktach. Słupy te noszą nazwę słupów *piezometrycznych*, to jest tłumacząc dosłownie, *mierzących ciśnienie*. Urzeczywistnić je można w niektórych przypadkach, wstawiając w strugę cieczy koniec rurki z obu stron otwartej a zwanej w Hydraulicie *piezometrem*. Ciecz wzniesie się wtedy w rurce do pewnej wysokości i utworzy właśnie słupek piezometryczny o jakim mówimy, którego wysokość, nie biorąc pod uwagę wysokości odpowiadającej ciśnieniu powietrza, będzie miarą ciśnienia cieczy w punkcie, w którym piezometr

wstawiony został w strugę. Wskazówki piezometru nie mogą nigdy być zupełnie zgodne z teorią, gdyż niepodobna wstawić podobnej rurki w strugę cieczy w ruchu, bez naruszenia tego ruchu i wywołania wzburzenia wewnątrz strugi.

Przy pomocy tych określeń wyrazić możemy twierdzenie Bernoulli'ego w sposób następujący, będący wyśłowieniem równania :

$$\frac{V^2}{2g} - \frac{V'^2}{2g} = (z - z') + \left(\frac{p}{\Pi} - \frac{p'}{\Pi} \right) :$$

Różnica wysokości odpowiadających prędkościom cieczy, w dwóch punktach jednej strugi, jest równa różnicy wzniesień słupów piezometrycznych, w tych punktach wystawionych.

Niektórzy autorzy, a między nimi p. Bresse (*), nazywają *ciążeniem między dwoma punktami jednej i tej samej strugi*, różnicę :

$$\left(z + \frac{p}{\Pi} \right) - \left(z' + \frac{p'}{\Pi} \right) ;$$

i następnie wprowadzając w rachunek lepkość cieczy, a w równaniu Bernoulli'ego pracę sił tarcia działających na strugę, która sprawia obniżenie płaszczyzny ciężenia czyli *stratę ciężenia*, wyrażają twierdzenie Bernoulli'ego w sposób następujący :

Różnica wysokości, odpowiadając prędkościom jest równa różnicy między ciężeniem a stratą ciężenia.

My tu idąc za p. Collignon (**), nazwiemy *ciążeniem w pewnym punkcie strugi cieczy*, summę $\frac{V^2}{2g} + \frac{p}{\Pi}$, czyli odległość te-

(*) Patrz : *Cours de Mécanique appliquée professée à l'École Impériale des Ponts et Chaussées*, par M. BRESSE. Seconde partie *Hydraulique*, 2e éd. Paris, 1868. Str. 34 i następn.

(**) Patrz : *Cours de Mécanique appliquée aux constructions*. Deuxième partie. *Hydraulique*, par M. Edouard COLLIGNON. Paris, 1870. Str. 81.

go punktu od płaszczyzny ciężenia. Summa ta składa się jak widzimy z dwóch części : jednej odpowiadającej prędkości, a drugiej odpowiadającej ciśnieniu w danym punkcie. Nie biorąc pod uwagę lepkości cieczy, mamy summę :

$$\left(\frac{V^2}{2g} + \frac{\rho}{\Pi}\right) + z = \text{ilości stałej};$$

a twierdzenie Bernoulli'ego, w przypadku cieczy jednorodnej i bez lepkości, wyrazimy w ten sposób :

Dla każdego punktu strugi cieczy, summa wzniesienia tego punktu ponad stałą płaszczyznę poziomą i ciężenia w tym punkcie jest stała.

Jeżeli zaś biorąc pod uwagę lepkość cieczy, wprowadzimy w równanie pracę sił tarcia działających na strugę, summa ta, równa wzniesieniu płaszczyzny ciężenia, nie będzie już stałą dla wszystkich punktów strugi. Wynikiem tarcia będzie *strata ciężenia*, albo zmniejszenie summy $\frac{V^2}{2g} + \rho$, i dla dwóch punktów strugi otrzymamy zamiast równania :

$$\left(\frac{V^2}{2g} + \frac{\rho}{\Pi} + z\right) - \left(\frac{V'^2}{2g} + \frac{\rho'}{\Pi} + z'\right) = 0,$$

równanie :

$$\left(\frac{V^2}{2g} + \frac{\rho}{\Pi} + z\right) - \left(\frac{V'^2}{2g} + \frac{\rho'}{\Pi} + z'\right) = S,$$

oznaczając przez S stratę ciężenia. Wysłowimy zaś je jak następuje :

Różnica wzniesień płaszczyzny ciężenia dla dwóch punktów strugi, jest równa stracie ciężenia.

Sam wykład Hydrauliki dowiedzie pożytku tych określeń, a zatrzymaliśmy się tu dłużej nad nimi, mając na uwadze liczne zastosowania twierdzenia Bernoulli'ego. Widzimy w re-

zultacie że to twierdzenie daje nam w przypadku, gdy nie bierzemy pod uwagę lepkości cieczy, równanie :

$$\frac{V^2}{2g} + \frac{p}{\Pi} + z = \text{ilości stałej,}$$

w którym z będzie znane jeżeli znamy kształt krzywej, jaką struga zakreśla; a przypuszczając nadto że ilość stała zostanie oznaczona z warunków, odnoszących się specjalnie do danej strugi, równanie da nam ciężenie $\frac{V^2}{2g} + \frac{p}{\Pi}$ w każdym punkcie strugi. Można więc będzie oznaczyć prędkość, mając dane ciśnienie; albo odwrotnie, oznaczyć ciśnienie mając daną prędkość. Wreszcie prędkości w różnych punktach strugi są związane równaniem :

$$V\omega = Q,$$

jak to widzieliśmy w poprzedzającym ustępie; tak że znając poprzeczne wymiary strugi w każdym punkcie, czyli powierzchnią przecięcia ω , i wydatek strugi Q , będziemy mogli oznaczyć prędkość, a następnie z pomocą twierdzenia Bernoulli'ego, ciśnienie w każdym punkcie strugi. Nie należy jednak zapominać, że twierdzenie to wyprowadzone zostało w przypadku strugi, której przecięcie poprzeczne jest bardzo małe i przypuszczając ruch cieczy nieustanny a lepkość żadną, i dla tego podajemy tu warunki, w jakich można je stosować do pęku strug cieczy razem bieżących, czyli do *prądu*, którego przecięcie poprzeczne ma wymiary skończone.

16. Warunki, w jakich twierdzenie Bernoulli'ego stosować można w Hydraulicce. — Jeżeli różne strugi cieczy, przechodzące przez jedno przecięcie poprzeczne prądu, są wszystkie mniej więcej prostolinijne i równoległe, a oraz wszystkie ożywione jednaką prędkością, siły bezwładności cząsteczek cieczy będą wszystkie mniej więcej żadne i rozkład ciśnień na tem przecięciu będzie miał miejsce według tych sa-

mych praw, jak gdyby ciecz była w spokoju. Rezultat ten byłby zupełnie ścisłym, gdyby każda struga miała ruch prostolinijny i jednostajny, i gdyby różnice między prędkościami tych strug nie były powodem tarcia przy ich wzajemnem zetknięciu. To też może być tylko stosowany do *przecięcia poprzecznego* prądu, czyli do długości prądu nieskończenie małej w kierunku biegu cieczy; gdyż inaczej lepkość, której działanie jest proporcjonalne do powierzchni, wprowadziłaby nowe siły, które należałoby wziąć pod uwagę w równaniach Hydrostatyki.

Tak więc, skoro ciecz bieży strugami równoległymi, rozkład ciśnień na pewnym przecięciu poprzecznym ma miejsce według praw Hydrostatyki, czyli jak gdyby ciecz była w spokoju w przestrzeni którą zajmuje. Można tego dowieść, stosując równania Hydrodynamiki (ustęp n. 12) :

$$X - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = u', \quad Y - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dy} = v', \quad Z - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} = w',$$

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = 0,$$

do ruchu prostolinijnego i wzajemnie równoległego wszystkich cząsteczek cieczy. Jeżeli oś x jest równoległa do kierunku tego ruchu, składowe prędkości $v = 0$, $w = 0$; zatem $v' = 0$, $w = 0$, i $\frac{dv}{dy} = 0$, $\frac{dw}{dz} = 0$, a czwarte równanie da nam

$\frac{du}{dx} = 0$; że zaś ruch cieczy jest nieustanny, mamy nadto

$\frac{du}{dt} = 0$ (ustęp n° 13), a równanie :

$$u' = \frac{du}{dx}u + \frac{du}{dy}v + \frac{du}{dz}w + \frac{du}{dt} \text{ (n° 12),}$$

da nam :

$$u' = 0, \text{ czyli } u = \text{ilości stałej.}$$

Zatem ruch każdej strugi jest jednostajny; ale u może się zmieniać skoro przechodzimy od jednej strugi do drugiej, bo inne pochodne cząstkowe $\frac{du}{dy}$ i $\frac{du}{dz}$ mogą być różne od zera.

Trzy pierwsze równania Hydrodynamiki, kładąc w nie: $u' = 0$, $v' = 0$, $w' = 0$, dadzą:

$$\frac{dp}{dx} = X, \quad \frac{dp}{dy} = Y, \quad \frac{dp}{dz} = Z;$$

to jest równania Hydrostatyki. Rozkład więc ciśnień wewnątrz masy cieczy jest taki sam, jak gdyby ciecz była w spokoju.

Jeżeli prąd cieczy w ruchu jednostajnym i prostolinijnym, przechodzi przez przestrzeń napełnioną cieczą w spoczynku; to choć w rzeczywistości ma miejsce jak to zobaczymy niżej pewne przedawanie się ruchu między prądem a cieczą w spokoju, przypuszcza się jednak że rozkład ciśnień na przecięciu całej tej masy cieczy w ruchu i cieczy w spokoju ma miejsce wedle praw Hydrostatyki, które się stosują do części która jest w ruchu na mocy uwag poprzednich, a same z siebie do części która jest w spokoju. Ponieważ zaś wzajemne ciśnienie na powierzchni przedziału dwóch części cieczy winno być stałe, prawo rozkładu ciśnień stosuje się do obu części cieczy, bez przerwy ciągłości.

Wreszcie, jeżeli ciecz ożywiona jest ruchem jakimkolwiek, ale bardzo powolnym, przyjmuje się jeszcze że ciśnienie zmienia się według praw Hydrostatyki. W tym bowiem przypadku sama powolność ruchu świadczy, że siły są bardzo bliskie zero uczynienia równaniom Hydrostatyki. Otrzymać można tym sposobem w przybliżeniu wartość ciśnienia.

Za pomocą tych uwag, stosować można twierdzenie Bernoulli'ego w wielu przypadkach, nie zapominając jednak że te prawidła nie mają w sobie nie bezwzględnie, że się opierają na przypuszczeniu równoległości strug, nieustanności i jednostaj-

ności ruchu, które w zastosowaniu nie zostają nigdy ściśle sprawdzone. Dość jednak aby były mniej więcej prawdziwe, a można wtedy stosować twierdzenie Bernoulli'ego, choćby tytułem przybliżenia.

Zauważyć trzeba tylko : naprzód że w cieczy w ruchu, tak samo jak w cieczy w spokoju, ciśnienia nie mogą być odjemne i jeżeli z rachunku podobne wypadają, to dowodzi, że przypuszczenie uczynione co do ruchu cieczy jest fałszywe, a zwykle wskazuje że ruch rzeczywisty cieczy nie czyni zadość warunkom nieustanności. Następnie, że w cieczy wprawionej w ruch nieustanny, ciśnienie teoretycznie może być bardzo małe, ale nigdy nie może być żadne. Najmniejsze ciśnienie w prądzie na otwartem powietrzu jest ciśnienie atmosferyczne; ale w rurach zamkniętych, ruch może mieć miejsce przy ciśnieniu mniejszem jeszcze; w tym przypadku jednak, w punktach w których ciśnienie jest tak małe, powietrze rozpuszczone w cieczy się odziela i ciągłość ruchu zostaje przerwana.

17. Równania Hydrodynamiki ze względem na lepkość. — Tak ogólne równania Hydrodynamiki, jak i twierdzenie Bernoulli'ego, wypowiedziliśmy w przypadku płynów doskonałych. Ze jednak płyny takie nie istnieją w naturze, stosować można do płynów naturalnych powyższe zasady, li tylko w przybliżeniu; aby je zaś było można zastosować w zupełności, wypada wziąć pod uwagę lepkość płynu i wprowadzić ją do rachunku. W poprzednim ustępie wspominaliśmy już o stracie ciężenia, wynikającej z pracy sił tarcia strug jednych o drugie. Zostawiając wprowadzenie jej do równania Bernoulli'ego do dalszych ustępów, nadmienić tu musimy o zmianie, jakiej ulegają równania ogólne Hydrodynamiki, skoro bierzemy pod uwagę siły wynikłe z lepkości. Najważniejszą pracą w tym przedmiocie jest rozprawa Navier'a (*), odczytana dnia

(*) Rozprawa ta pod tytułem : *Mémoire sur les lois du mouvement des fluides*, podana została w *Mémoires de l'Institut*, t. IV. Wyszła nadto w osobnym oddruku.

18 marca 1822 r., na posiedzeniu Akademii umiejętności w Paryżu. Starał się on w niej pierwszy uzupełnić ogólne równania różniczkowe Hydrodynamiki, przypuszczając że ruch płynu jest ciągły, to jest bez raptownej zmiany, gdy przechodzimy od jednego punktu do drugiego dostatecznie bliskiego. Przyjął w tym celu, że skoro płyn jest w spoczynku, cząsteczki jego układają się w odległościach oznaczonych warunkiem wzajemnego znoszenia się sił przeciągania i odpychania, między nimi działających. Skoro płyn wprawiony zostaje w ruch, odległości międzycząsteczkowe ulegają zmianie, a wraz z nimi i siły przyciągania i odpychania. « Weźmiemy za zasadę (są słowa uczonego Inżyniera), że w skutku ruchu płynu, działania odpychające cząsteczek, zostają powiększone lub zmniejszone o ilość proporcjonalną do prędkości, z jaką się cząsteczki oddalają lub zbliżają jedne do drugich. Wytwarzają się nawet w stanie równowagi działania odpychające między cząsteczkami płynu, a cząsteczkami ścian stałych, któremi płyn jest objęty. Te działania powinny być zarówno zmienione, czyli pomniejszone o ilości proporcjonalne do prędkości, z jakimi każda cząsteczka zbliża się lub oddala względem każdej cząsteczki nieruchomej należącej do ścian stałych. » Innemi słowami, wzajemne działanie dwóch strug, jest według Navier'a proporcjonalne do ich prędkości względnej. Równania ogólne ruchu płynów, wyprowadzone w ustępie n. 12, są, jak widzieliśmy :

$$X - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = \frac{du}{dx} u + \frac{du}{dy} v + \frac{du}{dz} w + \frac{du}{dt},$$

$$Y - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dy} = \frac{dv}{dx} u + \frac{dv}{dy} v + \frac{dv}{dz} w + \frac{dv}{dt},$$

$$Z - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} = \frac{dw}{dx} u + \frac{dw}{dy} v + \frac{dw}{dz} w + \frac{dw}{dt}.$$

Navier zaś, przypuszczając że siła sprawiąjąca wzajemne od-

dalanie się i zbliżanie cząsteczek płynu, odniesiona do jednostki masy, może być przedstawiona iloczynem :

$$\varepsilon \frac{dV}{dn},$$

gdzie ε jest to stały współczynnik zależący od natury płynu, V prędkość bezwzględna cząsteczki, a n współrzędna tej cząsteczki, liczona na normalnej do przebieganej przez nią drogi, doszedł do równań :

$$X - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \varepsilon \left(\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{d^2u}{dy^2} + \frac{d^2u}{dz^2} \right) = \frac{du}{dx}u + \frac{du}{dy}v + \frac{du}{dz}w + \frac{du}{dt},$$

$$Y - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dy} + \varepsilon \left(\frac{d^2v}{dx^2} + \frac{d^2v}{dy^2} + \frac{d^2v}{dz^2} \right) = \frac{dv}{dx}u + \frac{dv}{dy}v + \frac{dv}{dz}w + \frac{dv}{dt},$$

$$Z - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} + \varepsilon \left(\frac{d^2w}{dx^2} + \frac{d^2w}{dy^2} + \frac{d^2w}{dz^2} \right) = \frac{dw}{dx}u + \frac{dw}{dy}v + \frac{dw}{dz}w + \frac{dw}{dt}.$$

Wyprowadzenie ich tutaj byłoby za długie, jakkolwiek mozolne rachunki Navier'a możnaby znacznie skrócić nowszemi metodami analizy. Zwrócimy więc tylko uwagę czytelnika, że chcąc przejść od jednych z tych równań do drugich, trzeba po prostu szukać wyrażenia siły, odniesionej do jednostki masy, a działającej w skutku lepkości na jakikolwiek element płynu, i przyłączyć to wyrażenie do pierwszej strony równań ogólnych dla ruchu płynów doskonałych. Wszystko się zatem sprowadza do dowiedzenia, że ta siła ma za składowe wzdłuż trzech osi współrzędnych :

$$\varepsilon \left(\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{d^2u}{dy^2} + \frac{d^2u}{dz^2} \right),$$

$$\varepsilon \left(\frac{d^2v}{dx^2} + \frac{d^2v}{dy^2} + \frac{d^2v}{dz^2} \right),$$

$$\varepsilon \left(\frac{d^2w}{dx^2} + \frac{d^2w}{dy^2} + \frac{d^2w}{dz^2} \right).$$

Powiedzieliśmy już, że Navier wyprowadził swe równania wychodząc z zasady, że lepkość sprawia między dwiema cząsteczkami wzajemne działanie, proporcjonalne do prędkości z jaką te cząsteczki oddalają się jedna od drugiej. Zatem oznaczając tę prędkość przez a , a działanie międzycząstkowe przez $f(a)$ i rozwijając tę ostatnią funkcją w szereg, według potęg całkowitych zmiennej a , będziemy mieli:

$$f(a) = A + Ba + Ca^2 + Da^3 + \dots$$

Ponieważ doświadczenia pokazały, że skoro prędkość jest żadna, działania międzycząstkowe są także prawie równe zeru, zatem dla $a = 0$ powinno być $f(a) = 0$ i pozostaje:

$$f(a) = Ba + Ca^2 + Da^3 + \dots;$$

zaś według przypuszczenia, jakie zrobił Navier:

$$f(a) = Ba.$$

Przypuszczenie więc to odpowiada pominięciu wyrazów $Ca^2 + Da^3 + \dots$, które, gdy a jest bardzo małe, mają także nadzwyczaj małe wartości. Widać ztąd zaraz, że jeżeli to jest prawdopodobnem, to nie jest zawsze prawdziwem, bo wyrazy $Ca^2 + Da^3 + \dots$, znikają zupełnie tylko wtedy, skoro a jest nieskończenie małe, a nadto trzeba jeszcze żeby B było różne od zera, co nie jest dowiedzione *a priori*.

Cały pożytek jaki z teoretycznych poszukiwań Navier'a wyciągnąć można w praktyce, wykazany został przez p. Sonnet w jego rozprawie podanej w *Mémoires des Savants Etrangers*, tomie XII^m (*). Oto co mówi o niej p. Lamé, w raporcie przedstawionym Akademii (**): « p. Sonnet w swej rozprawie zmienił przypuszczenie przyjęte przez p. Navier i ograniczając się do przypadku ruchu nieustannego prostoliniowego, otrzymał wiele

(*) Rozprawa ta wyszła także oddzielnie pod tytułem: *Recherches sur le mouvement uniforme des eaux, en ayant égard aux différences de vitesse des filets*. Paris, 1845.

(**) *Comptes-rendus de l'Académie des sciences de Paris*, t. XX.

wypadków analitycznych bardzo prostych, łatwych do sprawdzenia doświadczeniami. P. Navier przypuszczał że działanie wzajemne dwóch cząsteczek płynnych, albo jednej płynnej a drugiej należącej do stałej ściany, powiększa się lub zmniejsza proporcjonalnie do prędkości względnej tych cząsteczek. P. Sonnet rozszerza tę zasadę i przedstawia wzajemne działanie przez funkcję prędkości względnej, rozwijalną według potęg całkowitych swej zmiennej, zatrzymując względnie do zastosowań, raz jeden, raz dwa wyrazy tego rozwinięcia». Przyjął także i zastosował przypuszczenie Navier'a do biegu wody w rurach i kanałach znakomity Inżynier francuzki p. Barré de Saint-Venant, w swej pracy podanej w *Annales des mines*, serya 4^{ta}, t. XX.

Tymczasem rozpoczął swe rozległe poszukiwania nad biegiem wody w rurach Henryk Darcy, o którego pracach przyjdzie nam nieraz jeszcze wspominać w samym Wykładzie Hydrauliki. Dyskutując wypadki swych doświadczeń, doszedł on do wniosku że wzajemne tarcie dwóch strug jest proporcjonalne nie do $\frac{dV}{dn}$, jak przypuszczał Navier, ale do $\left(\frac{dV}{dn}\right)^2$ to jest do kwadratu z prędkości względnej tychże strug. Wniosek ten, którego « filozoficznej przyczyny istnienia » nie mógł, jak sam mówi (*), przeniknąć Henryk Darcy, poparty powagą najznakomitszych w Hydraulice doświadczeń, przyjęty został przez wielu uczonych francuzkich. Uogólnili go pp. Dupuit (**) i Bresse (***) wprowadzając we wzory na bieg cieczy prostoliniijny, wyrażenie tarcia w kształcie $\rho \left(\frac{dV}{dn}\right)^n$. Wszyscy jednak pojęli dobrze że ten wniosek, z czysto doświadczalnych wzorów wypadający, nie można uważać za dowiedziony, tem bardziej gdy mierzenie

(*) *Mémoires des Savants Etrangers*, t. XV, p. 328.

(**) *Etudes théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux*, deuxième édition. Paris, 1863.

(***) *Hydraulique*, deuxième édit. Paris, 1868.

prędkości pojedynczych strug prądu, jakkolwiek już znakomicie udoskonalone przez Henryka Darcy, wiele jeszcze przedstawia niedokładności. Z tego zaś mierzenia wywodzą się doświadczalne związki między prędkościami pojedynczych strug prądu, a ze związków tych dopiero otrzymać można różniczkując wyrażenie tarcia.

W ostatnich czasach, kwestya ta była przedmiotem wielu poszukiwań teoretycznych i doświadczalnych jakie przedsięwzięli Inżynierowie francuzcy. P. Bazin, współpracownik Henryka Darcy, a po śmierci tego ostatniego prowadzący dalej doświadczenia nad biegiem wody w kanałach, doszedł do wzorów pozwalających mniemać że wzajemne działanie dwóch strug sąsiednich zależy nietylko od ich prędkości względnej, ale i od ich prędkości bezwzględnej. Opinią tę, nie rozwijając jej zresztą zupełnie i niepodając przyczyn jakie go do jej przyjęcia skłoniły, wygłosił p. Bazin we wstępie do pomnikowego dzieła zawierającego wypadki doświadczeń i ich roztrząszenie (*). Zauważyć tu jednak musimy że zdanie p. Bazin jest w sprzeczności z ogólnie przyjętą zasadą, na mocy której wzajemne działanie dwóch ciał zależy wyłącznie od ich ruchu względnego, skoro ich wewnętrzna natura i stan fizyczny nie ulegają żadnej zmianie. Mimo to w ślady p. Bazin poszedł p. Maurycy Lévy, postawiwszy sobie za główny cel dowiedzenie niepodobieństwa prawa proponowanego przez Henryka Darcy i konieczności powrotu do przypuszczenia Navier'a, zmieniając je tylko w ten sposób, aby współczynnik ϵ był funkcją prędkości bezwzględnej. Wypadki poszukiwań p. Maurycyego Lévy podamy w następującym i dalszych ustępach.

Wreszcie p. Kleitz (**), wychodząc z innego zupełnie punktu, ale opierając się podobnie jak i p. Lévy na różnych zasadach zapożyczonych z matematycznej teorii sprężystości,

(*) *Récherches hydrauliques entreprises par M. Darcy, continuées par M. Bazin.* Paris 1865. Première partie, p. 29 et 30.

(**) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences.* 1866, t. II, p. 938.

znalazł równie jako wniosek prawo Navier'a, a tylko ze współczynnikiem zmiennym od jednego punktu płynu do drugiego. Współczynnik ten nadto, zależy według p. Kleitz nie od prędkości bezwzględnej, ale od sposobu w jaki się zmienia w różnych kierunkach około każdego punktu płynu, prędkość z jaką cząsteczka, w danej chwili w tym punkcie będąca, oddala się lub zbliża do tych, które ją otaczają, podczas pierwszego momentu czasu jaki następuje.

Te różne zdania uczonych dostatecznie dowodzą, że kwestya nie jest jeszcze zadowalniająco rozwiązana i że pole nowych poszukiwań pozostaje otwartem. Zauważyć trzeba jednak że Navier, robiąc przypuszczenie, zgodne zresztą z dawnymi ideaми Newtona, które podaliśmy wyżej, zastrzegł: że jeżeli równania po długim rachunku wyprowadzone przezeń na zasadzie tego przypuszczenia, nie stosują się ściśle do prądów cieczy w naturze, to z powodu że ruch obserwowany nie jest tak prosty, jak ruch przypuszczony w rachunku; a zastrzeżenie to przytaczał w ostatnich czasach jeszcze p. de Saint-Venant, zdając Akademii raport o pracy p. Lévy (*). « W rurach, gdy bieg wody jest dostatecznie szybki, mówi p. de Saint Venant, nawet skoro ściany tychże są dostatecznie gładkie, tworzą się owe wiry, tak widoczne i tak znaczne w nierównych korytach rzek, które rzucane od brzegów ku środkowi i z głębi na powierzchnię, przybierają wszędzie zauważony już oddawna ruch niejako nieregularnie periodyczny. Bez wątpienia, ustala się w każdym miejscu pewna średnia prędkość wypływu, w przeciągu momentu skończonego, dostatecznie krótkiego, jak równie pewne średnie działanie każdej warstwy cieczy na warstwę jej przyległą. Ale między tem tarcie i tą prędkością zachodzić musi związek zupełnie różny od tego, jakiby miał miejsce przy prędkościach rzeczywistych i nieustannych i gdyby ruch pozostawał ciągły i regularny. » Nie należy zatem zapominać,

(*) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences. Séance du 8 mars 1869.*

że tak równania jakie podał Navier, jak i poszukiwania pp. Kleitz i Lévy, polegają na przypuszczeniu nieustanności ruchu, gdy tymczasem w rzeczywistości bieg cieczy ma miejsce przez podskoki i fale, według praw nadzwyczaj złożonych, a dotychczas niedających się ująć rachunkiem.

18. Ruch prostolinijny cieczy. — Prace p. Lévy. — Pomijając równania ogólne ruchu płynów naturalnych, które p. Lévy wyprowadził na zasadach zapożyczonych z matematycznej teorii sprężystości, streścimy tu jego teorię prostolinijnego biegu cieczy, przeprowadzoną ze szczególnym talentem i oryginalnością i ze wszech miar zasługującą na uwagę. Posłuży nam ona za podstawę teorii biegu wody w rurach, tegoż samego autora, którą na swoim miejscu rozwinie. Część teoretyczna prac p. Lévy podana została przezeń w jego rozprawie doktorskiej, przedstawionej Uniwersytetowi Paryzkiemu pod tytułem : *Essais théorique et appliqué sur le mouvement des liquides* (*).

Wyprowadzając równania ogólne Hydrodynamiki (ustęp, n. 12), uważaliśmy nieskończenie mały równoległoscian prostokątny, którego krawędzie dx, dy, dz , są równoległe do osi współrzędnych, przypuszczając że ciśnienia wywierane przez części płynu otaczające, na części płynu w nim zawarte, są prostopadłe do ścian równoległoscianu. Rozszerzając ten zakres pojęć i przyjąwszy że kierunek działań o których mówimy jest jakikolwiek, będziemy mogli działania wywierane na każdą ścianę równoległoscianu rozłożyć na trzy składowe, jedną prostopadłą a dwie równoległe do tej ściany. Działać zatem będzie na trzy ściany przyległe równoległoscianu dziewięć sił różnych, z których trzy są prostopadłe do tych ścian, a sześć pozostałych na tych ścianach położone. Te ostatnie, działające wzdłuż ścian, stycznie do ich powierzchni, nazwiemy dla

(*) Rozprawa ta wraz z drugą wyszły z druku w roku 1867 w Paryżu, w księgarni Gauthier-Villars.

skrócenia *siłami stycznymi*. Tak więc działać będą :

na ścianę prostopadłą do osi x , siła prostopadła N_1 i siły styczne : T_2 równoległa do z i T_3 równoległa do y ;

na ścianę prostopadłą do osi y , siła prostopadła N_2 i siły styczne : T_3 równoległa do x i T_1 równoległa do z ;

na ścianę prostopadłą do osi z , siła prostopadła N_3 i siły styczne : T_1 równoległa do y i T_2 równoległa do x .

Biorąc momenty wszystkich tych sił, wraz z siłami bezwładności, względem każdej z trzech osi równoległych do osi współrzędnych i przechodzących przez środek równoległościanu, otrzymamy w rezultacie trzy równania :

$$T_1 = T'_1, \quad T_2 = T'_2, \quad T_3 = T'_3,$$

pokazujące że siły styczne, odniesione do jednostki powierzchni i działające prostopadle do wspólnego przecięcia dwóch płazczyzn do siebie prostopadłych, są sobie równe. Prawo to, dowiedzione przez pana Lamé względnie do ciał sprężystych, stosuje się także do cieczy w naturze i sprowadza do sześciu pierwotne dziewięć sił działających na trzy ściany przyległe uważanego równoległościanu, jak następuje :

$$\text{na ścianę } dydz \quad N_1 \quad T_3 \quad T_2,$$

$$\text{» » } dzdx \quad T_3 \quad N_2 \quad T_1,$$

$$\text{» » } dxdy \quad T_2 \quad T_1 \quad N_3.$$

Dołączając do nich składowe sił bezwładności : X, Y, Z , możemy napisać jak następuje ogólne równania ruchu cieczy :

$$X - \frac{1}{\rho} \left(\frac{dN_1}{dx} + \frac{dT_3}{dy} + \frac{dT_2}{dz} \right) = u \frac{du}{dx} + v \frac{du}{dy} + w \frac{du}{dz} + \frac{du}{dt},$$

$$Y - \frac{1}{\rho} \left(\frac{dT_3}{dx} + \frac{dN_2}{dy} + \frac{dT_1}{dz} \right) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{dv}{dy} + w \frac{dv}{dz} + \frac{dv}{dt},$$

$$Z - \frac{1}{\rho} \left(\frac{dT_2}{dx} + \frac{dT_1}{dy} + \frac{dN_3}{dz} \right) = u \frac{dw}{dx} + v \frac{dw}{dy} + w \frac{dw}{dz} + \frac{dw}{dt}.$$

Równanie czwarte pozostaje jak dla płynów doskonałych (ustęp n. 12):

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = 0.$$

Chcąc otrzymać działania całkowite, ukośne lub prostopadłe, wywierane przez ciecz na pewien element płaski, czyniący z płaszczyznami współrzędnych kąty, których dostawy są:

$$l, \quad m, \quad n,$$

dość będzie jak w Hydrostatyce (ustęp n. 2) wyrazić równowagę nieskończenie małego czworoboku, którego trzy ściany są równoległe do płaszczyzn współrzędnych, a czwarta równoległa do płaszczyzny oznaczonej przez dostawy: l, m, n ; a następnie sprowadzić do zera wymiary czworoboku, nie naruszając kierunku jego ścian.

Jeżeli X, Y, Z , są składowe równoległe do osi współrzędnych całkowitego oddziaływania ponoszonego przez uważany element płaski, będziemy mieli:

$$X = lN_1 + mT_3 + nT_2$$

$$Y = lT_3 + mN_2 + nT_1$$

$$Z = lT_2 + mT_1 + nN_3.$$

Niech będzie P (fig. 8) płaszczyzna uważanego elementu, a R

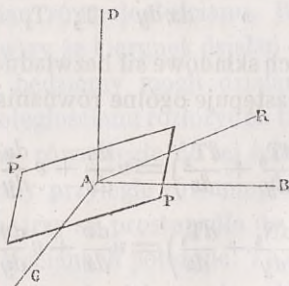


Fig. 8.

oddziaływanie, którego składowe są X, Y, Z . Przedstawiając tę

siłę przez prostą AR, to skoro zaczniemy zmieniać kierunek płaszczyzny P, punkt R zakreśli powierzchnię łatwą do znalezienia. Ażeby bowiem otrzymać jej równanie względem osi AB, AC, i AD, dość jest wyrugować l, m, n , między trzema poprzednimi równaniami i równaniem dostaw:

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1.$$

Rezultatem rugowania będzie wtedy równanie powierzchni drugiego rzędu, ze wszech stron zamkniętej, czyli elipsoidy. Pan Lamé nazwał tę powierzchnię *elipsoidą sprężystości*, bo promienie wodzące AR są proporcjonalne do siły sprężystej, odpowiadającej przecięciu ciała przez płaszczyznę P. Pan Lévy, stosując to wszystko do cieczy w naturze, nazywa ją *elipsoidą lepkości*. Powierzchnia ta określa wielkość siły R, ale nie wyznacza jej kierunku względem płaszczyzny P. Pan Lamé znalazł, że płaszczyzna P jest sprężona z kierunkiem AR, nie w elipsoidzie lepkości, ale w drugiej elipsoidzie, która ma z pierwszą wspólny środek i główne płaszczyzny i którą można nazwać *elipsoidą kierunku*. Odnosząc elipsoidę lepkości do jej głównych płaszczyzn, otrzymamy jej równanie:

$$\frac{X^2}{A^2} + \frac{Y^2}{B^2} + \frac{Z^2}{C^2} = 1,$$

w którym A, B, C oznaczają długości połówek głównych osi elipsoidy. Elipsoida kierunku ma wtedy równanie:

$$\frac{X^2}{A} + \frac{Y^2}{B} + \frac{Z^2}{C} = \pm K,$$

gdzie K jest długość stała, pozostająca dowolną, gdyż ta elipsoida określa nie długości bezwzględne, ale kierunki, na które wartość K żadnego nie wywiera wpływu.

Tak więc uważanie dwóch powierzchni drugiego stopnia, których równania wypisaliśmy co dopiero, daje jasne pojęcie rozkładu sił w okół jednego punktu, gdyż drugie równanie

wyznacza kierunek siły działającej na którykolwiek element płaski, a pierwsze daje jej wielkość. Widać ztąd że w każdym punkcie, trzy elementy płaskie schodzące się z płaszczyznami głównymi które są wspólne obu powierzchniom, ponoszą tylko ciśnienia prostopadłe, albowiem proste sprzężone z temi płaszczyznami w elipsoidzie kierunku, są do nich prostopadłe. Ogół takich elementów, uważanych we wszystkich punktach, pozwala podzielić przestrzeń jaką ciecz zajmuje trzema grupami powierzchni, przecinających się wzajemnie pod kątem prostym, wzdłuż których działanie stycznne nie ma miejsca i które ponoszą tylko ciśnienia normalne, jak gdyby ciecz była doskonałą czyli bez lepkości, z tą tylko różnicą: że w tym ostatnim przypadku trzy elementy płaskie uważane w każdym punkcie ponosiłyby ciśnienia równe, a tutaj ponoszą ciśnienia przedstawione co do wielkości przez trzy osie elipsoidy lepkości, które wogóle są różne. Istnieją jednakże punkty, dla których dwie z tych osi są równe, a wszystkie te punkty leżą na jednej powierzchni; a także istnieją punkty dla których wszystkie trzy osie są równe i te punkty leżą na jednej linii. Na tej linii rozkład ciśnień jest ściśle taki sam, jak gdyby ciecz była doskonałą, gdyż elipsoida lepkości sprowadza się wtedy do kuli i ciśnienia są prostopadłe i równe dla wszystkich elementów płaskich bez wyjątku, uważanych w każdym punkcie linii, o której mówimy.

W ten sposób zastosowawszy do cieczy poszukiwania pana Lamé tyczące się sprężystości ciał stałych, przechodzi pan Lévy do uważania prądu, którego cząsteczki biegą wzdłuż linii prostych, równoległych do osi x . Składowe prędkości v i w są wtedy równe zeru i równanie:

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = 0,$$

daje :

$$\frac{du}{dx} = 0.$$

Ponieważ wszystkie strugi są równoległe do osi x , przeto kierunek wzajemnego ich tarcia będzie także równoległy do tej osi, a wypada z oznaczeń położonych wyżej, że w takim razie :

$$T_1 = 0$$

i zostają tylko do uważania siły T_2 i T_3 działające na płaszczyznach prostopadłych do osi y i z .

Przypuszczano zwykle w Hydrodynamice, że w prądzie prostoliniowym, ożywionym ruchem jednostajnym, element płaski przecięcia poprzecznego prądu nie ponosi żadnego działania stycznego. Pan Lévy dowodzi błędności tego przypuszczenia, uważając dwa elementy płaskie, jeden prostopadły do osi x a drugi prostopadły do osi y . Ten ostatni ponosi, w kierunku prostopadłym do wspólnego przecięcia, działanie styczne przedstawione przez T_3 , zatem pierwszy ponosi prostopadle do tego przecięcia, to jest równoległe do osi y , toż samo działanie styczne T_3 , a to na mocy równości :

$$T_3' = T_3,$$

powyżej wydziedziczonej. Tak samo, równoległe do osi z , składowa działania stycznego ponoszonego przez pierwszy element jest T_2 . To działanie styczne, które pan Lévy oznacza przez τ , nie może być żadne, jeżeli T_2 i T_3 są różne od zera, to jest w przypadku płynów naturalnych. Dla płynów doskonałych, T_2 i T_3 a zatem i τ są równe zeru.

Weźmy jakikolwiek punkt M (fig. 9) wewnątrz cieczy i uważmy element płaski należący do przecięcia poprzecznego yMz , przechodzącego przez punkt M ; niech będzie $\tau = MT$ działanie styczne przez ten element ponoszone. Wedle tego co powiedzieliśmy, składowa siły τ wzdłuż My przedstawia co do wielkości tarcie ponoszone przez element płaski, równoległy do kierunku prądu i prostopadły do My . Że zaś oś y ma kierunek dowolny na płaszczyźnie przecięcia poprzecznego prądu, można powiedzieć że wielkość tarcia ponoszonego przez element płaski, równoległy do kierunku prądu, jest rzutem, na prostopadłą do

stopadły do kierunku prądu. Przez każdy zatem punkt M przecięcia poprzecznego yMz , przechodzi element ponoszący tarcie największe; a śladem tych elementów, branych od punktu do punktu, na płaszczyźnie przecięcia poprzecznego prostopadłego do kierunku prądu, będzie pewna grupa krzywych. Że zaś rzecz się ma w ten sam sposób na wszystkich podobnych przecięciach, podzielić można przestrzeń zajmowaną przez ciecz szeregiem walców, posiadających każdy tę samą własność: że element powierzchni wzięty na jednym z tych walców, ponosić będzie tarcie większe niż jakikolwiek inny element powierzchni, równoległy do kierunku prądu i przez ten sam punkt przechodzący. Walce te nazywa Pan Lévy *walcami największego tarcia*.

Jeżeli teraz uważać będziemy element płaski przechodzący przez średnicę MT , promień wodzący prostopadły do tego elementu jest równy zero i element nie ponosi żadnego działania stycznego. Ogół podobnych elementów, branych od punktu do punktu, tworzy drugą grupę walców, które pan Lévy nazywa *walcami bez tarcia*. Walce największego tarcia i walce bez tarcia przecinają się wszędzie pod kątem prostym.

Widzieliśmy, że przy jakimkolwiek ruchu cieczy, istnieją zawsze trzy grupy powierzchni, przecinających się po dwie pod kątem prostym i posiadających tę własność, że wzdłuż nich działanie styczne nie ma miejsca. W przypadku szczególnym jaki uważamy, znaleźliśmy już jedną z tych trzech grup powierzchni, to jest walce bez tarcia; dwie zatem inne winny być złożone:

1) z szeregu walców, których kierownice są drogami ortogonalnymi kierownic walców bez tarcia.

2) z przecięć prostych tych walców, czyli przecięć poprzecznych prądu.

Ale z drugiej strony, z tego co powiedzieliśmy o ruchu cieczy prostolinijnym wynika, że walce które przecinają pod

kątem prostym walce bez tarcia, ponoszą we wszystkich punktach działanie styczne czyli tarcie największe i że przecięcia poprzeczne tych walców ponoszą działanie styczne τ , które nie może być równe zeru. Zdawałoby się zatem że płyny lepkie niemogą biedz strugami prostolinijnemi i równoległemi, gdyż przypuszczenie podobnego ruchu prowadzi do zaprzeczenia istnienia potrójnego systemu powierzchni, nieponoszących jak tylko działanie normalne, które to istnienie dowiedzione zostało *a priori* dla wszystkich prądów. Ale taki wniosek nie byłby prawdziwym, gdyż jest jeden przypadek, w którym system potrójny powierzchni może istnieć. Przypadek ten ma miejsce wtedy, gdy walce bez tarcia sprowadzają się do płaszczyzn, albo co na jedno wychodzi gdy walce największego tarcia są równo od siebie oddalone. Pan Lévy wnosi ztąd, że ruch strugami równoległemi nie jest niemożliwy, że może istnieć i że co więcej, skoro taki ruch ma miejsce, jedną z nader ciekawych jego własności jest że walce bez tarcia są płaszczyznami, a walce największego tarcia równo oddalone od siebie we wszystkich punktach. Możliwość ruchu strugami prostolinijnemi i równoległemi usprawiedliwia pan Lévy dowodząc, że skoro walce bez tarcia sprowadzają się do płaszczyzn, to zawsze można znaleźć dwie inne grupy powierzchni nieponoszących działania stycznego i tworzących z tymi walcami, czyli raczej z temi płaszczyznami, potrójny system powierzchni, przecinających się po dwie pod kątem prostym.

Uważmy teraz jakikolwiek element płaski, równoległy do kierunku prądu i przechodzący przez punkt M; niech będą m i n dostawy kątów jakie prostopadła My' do tego elementu czyni z osiami współrzędnych My i Mz . Aby otrzymać tarcie T ponoszone przez element uważany, rzucić należy na My' tarcia T_3 i T_2 , odpowiadające elementom płaskim prostopadłym do y i do z . Będziemy więc mieli :

$$(1) \quad T = m T_3 + n \bar{T}_2,$$

co zresztą wypada z równań poprzednio wywiedzionych.

Możemy otrzymać inne jeszcze wyrażenie T . Wiadomo że ta siła nie zależy od ciśnienia, może więc tylko zależeć od prędkości v w punkcie M i od prędkości względnej $\frac{dv}{dr}$ dwóch cząsteczek wziętych na prostopadłej do uważanego elementu płaskiego, i leżących blisko siebie z obu stron płaszczyzny tego elementu, w odległości dr . Pan Lévy przypuszcza w ogólności, tak samo jak i pan Bazin, że :

$$T = \varphi\left(v, \frac{dv}{dr}\right),$$

czyli że T jest funkcją prędkości absolutnej i prędkości względnej. Aby ztąd otrzymać T_2 i T_3 , dość jest we wzorze powyższym wstawić dy i dz zamiast dr , a będziemy mieli :

$$T_2 = \varphi\left(v, \frac{dv}{dy}\right),$$

$$T_3 = \varphi\left(v, \frac{dv}{dz}\right).$$

Zaś rachunek różniczkowy daje :

$$\frac{dv}{dr} = \frac{dv}{dy} \frac{dy}{dr} + \frac{dv}{dz} \frac{dz}{dr} = m \frac{dv}{dy} + n \frac{dv}{dz},$$

zkuąd :

$$T = \varphi\left(v, m \frac{dv}{dy} + n \frac{dv}{dz}\right),$$

a wstawiając w równanie(1), wartości otrzymane na T , T_2 i T_3 , wypada :

$$(2) \quad \varphi\left(v, m \frac{dv}{dy} + n \frac{dv}{dz}\right) = m \varphi\left(v, \frac{dv}{dy}\right) + n \varphi\left(v, \frac{dv}{dz}\right),$$

związek który powinien mieć miejsce dla wszystkich wartości

jakie można nadać na m i n , do czego trzeba koniecznie aby :

$$\varphi\left(v, \frac{dv}{dr}\right) = \psi(v) \frac{dv}{dr} = A \frac{dv}{dr},$$

gdzie A jest funkcją jakąkolwiek v . Wyrażenie zatem ogólne tarcia będzie:

$$T = A \frac{dv}{dr}.$$

Pan Lévy wnosi ztąd o niepodobieństwie przypuszczenia Henryka Darcy, które można przedstawić wzorem:

$$T = K \left(\frac{dv}{dr}\right)^2,$$

niemogącym się pogodzić z równaniem (2).

Wzór ogólny tarcia, podany przez pana Lévy, pokazuje że aby T było równe zeru, trzeba aby :

$$\frac{dv}{dr} = 0.$$

Jest to zatem równanie walców bez tarcia, przecinających się pod kątem prostym z walcami, których równanie jest:

$$v = \text{ilości stałej},$$

czyli walcami stałej prędkości. Wynika ztąd że te ostatnie są walcami największego tarcia i że tem samem, jak widzieliśmy wyżej są równoległe między sobą. Dochodzi tym sposobem pan Lévy do bardzo ciekawego twierdzenia :

Na każdym przecięciu poprzecznem, krzywe stałej prędkości są liniami równo oddalonymi od siebie we wszystkich punktach, to jest mającemi też samą rozwinięta.

Doświadczenia pana Bazin nad biegiem wody w rurach sprawdzają mniej więcej to twierdzenie. W kanałach, krzywe stałej prędkości są zupełnie nieregularne, co można przypisać

nierówności biegu strug w pobliżu powierzchni wolnej cieczy. Zresztą nie należy zapominać że twierdzenie pana Lévy polega na przypuszczeniu że bieg cieczy ma miejsce strugami równoległymi i że streszczona w tym ustępie teoria pokazuje, że każdemu tarcju wzajemnemu dwóch strug sąsiednich, odpowiada dążność do zbaczania tychże samych strug, tak że ruch ściśle prostoliniorny jest niepodobny. Podane prawo pana Lévy tem więcej się sprawdza im ruch cieczy ściślejszymi jest ujęty karbami; i tak, mniej jest dokładne dla biegu w kanałach niż w rurach, a nad to trzeba jeszcze aby przecięcie i jednych i drugich było stałe.

WYKŁAD HYDRAULIKI.

19. Wstęp. — *Hydraulika* i *Hydrodynamika*, podane w Części pierwszej w ogólnych zarysach, stanowią *Mechanikę analityczną ciał płynnych*. Stosowana zaś czyli praktyczna *Mechanika ciał płynnych* nosi nazwę *Hydrauliki*. Wyraz ten, pochodzący od greckiego *υδωρ* — *woda* *δυναμις*, utworzonego z *υδωρ* — *woda* i *δυναμις* — *siła*, oznaczał u starożytnych sztukę budowania organów, które przed wynalezieniem nioscha, potrzebowały spadku wody do wprowadzenia powietrza w piszczałki i wydawania dźwięku. Używany następnie do oznaczenia wogóle *Mechaniki ciał płynnych*, przyjęty został w końcu we wszystkich krajach jako nazwa nauki, utworzonej złączoną prawideł, które mogą służyć do budowy i rozwoju *Hydrauliki* i *Hydrodynamiki*.

CZEŚĆ II

WYKŁAD HYDRAULIKI.

20. Wyptyw cieczy przez otwór w cienkiej ścianie.

19. **Wstęp.** — Hydrostatyka i Hydrodynamika, podane w Części pierwszej w ogólnych zarysach, stanowią Mechanikę analityczną ciał płynnych. Stosowana zaś czyli praktyczna Mechanika ciał płynnych nosi nazwę Hydrauliki. Wyraz ten, pochodzący od greckiego *ὑδραυλις* — *woda dźwięcząca*, utworzonego z *ὑδωρ* — *woda* i *ἀηλις* — *flet*, oznaczał u starożytnych sztukę budowania organów, które przed wynalezieniem miecha, potrzebowały spadku wody do wprowadzania powietrza w piszczałki i wydawania dźwięku. Używany następnie do oznaczania wogóle Mechaniki ciał płynnych, przyjęty został w końcu we wszystkich krajach jako nazwa nauki, utworzonej zbiorem prawideł, które mogą kierować Inżyniera, w rozwiązywaniu zadań, dotyczących się ruchu płynów.

Wykład Hydrauliki podzielimy tutaj na pięć ksiąg następujących :

KSIĘGA PIERWSZA. *O wypływie cieczy przez otwory.*

KSIĘGA DRUGA. *O ruchu nieustannym wody w rurach.*

KSIĘGA TRZECIA. *O ruchu nieustannym wody w kanałach odkrytych.*

KSIĘGA CZWARTA. *O ruchu gazów.*

KSIĘGA PIĄTA. *O wzajemnem ciśnieniu ciał stałych i płynnych w ich ruchu względnym i o mierzeniu prędkości prądów.*

WYKŁAD HYDRAULIKI

18. Wstęp. — Hydrostatyka i Hydrodynamika. Podana
w części pierwszej w ogólnych zarysach, stanowi Mechanikę
analizującą ciał płynnych. Stosowana zaś czyli praktyczna
mechanika ciał płynnych nosi nazwę Hydrauliki. Wzrost ten,
pochodzący od greckiego słowa — woda dźwierga, utworzo-
nogo z $\eta\upsilon\delta\rho$ — woda i $\lambda\alpha\upsilon$ — jest, oznaczał u starożytnych szkie-
budowania organów, które przez wyłączenie miacha, po-
trzebowały spłuki wody do wprowadzenia powietrza w ci-
szalaki i wydawania dźwięku. Używany następnie do ozna-
czenia wogóle Mechaniki ciał płynnych, przyjęty został
w końcu we wszystkich krajach jako nazwa nauki, niwotrzebnej
zbiorem prawideł, które mogą kierować inżyniera, w roz-
widywaniu kanał, rzeczek, w ruchu płynów.

KSIEGA PIERWSZA.

O WYPŁYWIE CIECZY PRZEZ OTWORY.

ROZDZIAŁ I

PRZYPADKI, W KTÓRYCH LEPKOŚĆ CIECZY MOŻE BYĆ POMINIĘTA.

20. Wyptyw cieczy przez otwór w cienkiej ścianie.

— **Twierdzenie Toricelli'ego.** — Przypuśćmy że ciecz jednorodna wypływa przez mały otwór, zrobiony niżej jej poziomu w ścianie bocznej naczynia lub zbiornika; że ten wypływ jest nieustanny, do czego koniecznie poziom cieczy w zbiorniku wienen zostawać ciągle na jednej wysokości; i że wreszcie na ciecz działa tylko siła ciężkości i ciśnienie atmosferyczne, na jej poziomie i przy wypływie. Doświadczenie pokazuje, że jeżeli brzegi otworu są tak wązkie, iż ich szerokość nie przechodzi połowy najmniejszego wymiaru powierzchni otworu, to ciecz wypływa pod postacią żyły, nie przylegając wcale do ściany naczynia. Wymiary poprzeczne tej żyły zmniejszają się stopniowo, począwszy od otworu, albo przynajmniej od pewnego przecięcia blizkiego otworu (*), aż do pewnego naj-

(*) Heinemann, przypatrując się żyłę wodnej wypływającej otworem, zrobionym w cienkiem dnie naczynia i mającym 0^m,02 średnicy a 0^m,003 grubości brzegów, spostrzegł że żyła wodna wychodząc z otworu, naprzód się rozszerza, aż do pewnego przecięcia blizkiego otworu, a następnie dopiero zaczyna się zwężać, dochodząc do

mniejszego przecięcia, zwanego *przecięciem ściśnionem*, przez które cząsteczki cieczy przechodzą z prędkościami prawie równoległymi i prostopadłymi do jego płaszczyzny. To *ściśnienie* żyły wynika stąd, że strugi kierują się z wewnątrz naczynia do otworu, w różnych kierunkach zbiegających się, a zbieżność ta nie ustaje w chwili wyjścia, ale wkrótce potem.

Szukajmy jaka jest prędkość wypływu na przecięciu ściśnionem, przypuszczając że to przecięcie jest dostatecznie małe, ażeby można było uważać za równe prędkości różnych strug

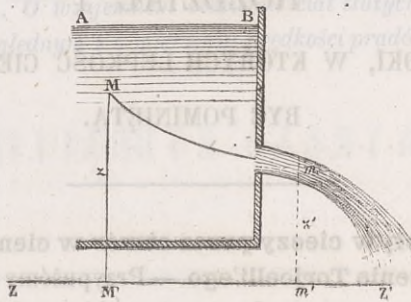


Fig. 10.

cieczy, które przez nie przechodzą. Uważmy w szczególności jedną z tych strug Mm (fig. 10), której kształtu nie znamy. Lecz jakkolwiek by on był, zawsze początkiem strugi jest punkt M , położony wewnątrz naczynia, i to w miejscu gdzie ciecz jest jeszcze prawie w spokoju i gdzie możemy uważać ciśnienia, jako rozłożone według praw Hydrostatyki. Weźmy płaszczyznę porównania ZZ' i zastosujemy do strugi Mm twierdzenie Daniela Bernoulli, między dwoma jej przecięciami w punktach M i m . W punkcie M , ciecz jest jeszcze prawie w spokoju i rozkład ciśnień ma miejsce według praw Hydrostatyki. W punk-

minimum średnicy na przecięciu ściśnionem. Heinemann przypisuje to zjawisko spiralnemu ruchowi, wytwarzającemu się w skutku uderzeń, jednych o drugie, cząsteczek cieczy (Patrz: HEINEMANN. *Die rational Theorie der Bewegung des Wassers, als Lehrbuch der Hydrodynamik. Hagen 1872*).

cie m , wszystkie strugi są mniej więcej równoległe i ożywione jednakimi prędkościami i ciśnienie z wewnątrz żyły równoważy ciśnienie atmosferyczne (ustęp n. 16). Będziemy więc mieli, oznaczając przez z rzędną, p ciśnienie a v prędkość w punkcie M ; a przez z' , p' i v' też same ilości w punkcie m :

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\Pi} + z = \frac{v'^2}{2g} + \frac{p'}{\Pi} + z'.$$

Nie bierzemy pod uwagę ciśnienia atmosferycznego, które będąc jednakie w punktach M i m , znosi się po obu stronach równania. Wyraz $\frac{v^2}{2g}$ może być pominiętym, zważywszy stosunek wielkości przecięć prądu w punktach M i m i nadzwyczaj małą prędkość cieczy wewnątrz naczynia, co zresztą stwierdzić można doświadczeniem, gdy ruch cieczy wewnątrz naczynia zostanie uwidoczniony, przez zawieszenie w niej cząstek ciała stałego, jednakiej gęstości. Ponieważ w punkcie M ciecz jest prawie w spokoju, $\frac{p}{\Pi} + z$ oznacza tak samo jak w Hydrostatyce, wzniesienie płaszczyzny ciężenia. Wzniesienie to, ponieważ jest jednakie dla wszystkich punktów cieczy w spokoju, wyrazić można przez $\frac{p_0}{\Pi} + Z$, oznaczając przez p_0 ciśnienie atmosferyczne na poziomie cieczy AB , a przez Z wzniesienie tegoż poziomu nad płaszczyznę porównania. Po drugiej stronie, ciśnienie na przecięciu ściśnionem $p' = p_0$ ciśnieniu atmosferycznemu. Mamy zatem:

$$\frac{p_0}{\Pi} + Z = \frac{v'^2}{2g} + \frac{p_0}{\Pi} + z',$$

zskąd:

$$\frac{v'^2}{2g} = Z - z' = h,$$

oznaczając przez h odległość pionową przecięcia ściśnionego, od poziomu cieczy w naczyniu. Ponieważ ta odległość jest prawie jednaką, dla wszystkich punktów przecięcia ściśnionego, biorąc pod uwagę małe jego wymiary, wszystkie strugi cieczy przechodzą przez to przecięcie z prędkością $v' = \sqrt{2gh}$, wypadek otrzymany doświadczeniem przez Toricelli'ego.

Znając prędkość strug na przecięciu ściśnionem, oznaczyć możemy objętość cieczy, jaka w jednostce czasu wypływa z naczynia lub zbiornika. Oznaczwszy przez Q tę objętość, czyli *wydatek otworu* w jednostce czasu, a przez ω powierzchnią przecięcia ściśnionego, będziemy mieli :

$$Q = \omega \sqrt{2gh}.$$

We wzorze tym, ω nie jest znane. Doświadczenie przekonywa że powierzchnia przecięcia ściśnionego, jest mniejszą od powierzchni otworu. Oznaczając przez A powierzchnią otworu, stosunek $\frac{\omega}{A} = m$, mniejszy od jednośc, nosi nazwę *współczynnika ściśnienia*, a wzór poprzedni przybierze postać :

$$Q = mA\sqrt{2gh},$$

gdzie A powierzchnia otworu może być ściśle zmierzona, a m współczynnik ściśnienia, oznaczony w przybliżeniu za pomocą doświadczeń.

Doświadczenia okazały, że dla utworów w cieniłych ścianach $m = 0,62$, a odległość przecięcia ściśnionego od otworu, zmienia się między $\frac{1}{2}$ a $\frac{2}{5}$ średnicy otworu. Współczynnik ściśnienia zależy od kształtu otworu i jest mniejszy dla kwadratu, niż dla koła. Wedle doświadczeń pana Lesbros, może on zejść do 0,56. W praktyce jednak używa się zwykle wartości $m = 0,62$, bez względu na kształt otworu.

Jakkolwiek wzór : $Q = mA\sqrt{2gh}$, wyprowadzony został w przypuszczeniu, że otwór jest bardzo mały; można go jednak zastosować do otworów większych rozmiarów, dodając nowy współczynnik poprawki μ , który wypada także oznaczyć doświadczeniem i kładąc :

$$Q = m\mu A\sqrt{2gh}.$$

Można nawet połączyć razem współczynniki m i μ i ułożyć tablice, dające iloczyn $m\mu$ w napotykanym przypadkach. Ale zwykle przy wypływie wolnym cieczy, współczynnik μ jest bardzo bliski jedności i można go opuścić w praktyce.

21. Wypływ cieczy przez otwór prostokątny. —

Weźmy szczególny przykład wypływu cieczy przez otwór prostokątny w cienkiej ścianie, zrobiony w ścianie pionowej naczynia napełnionego wodą, której poziom AB (fig. 11) pozo-

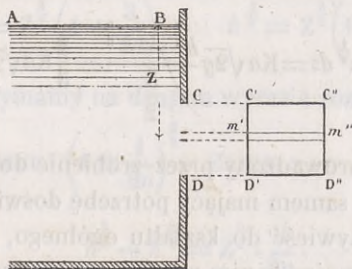


Fig. 11.

staje ciągle na jednej wysokości. C'C'D'D' przedstawia kształt i wielkość otworu CD. Oznaczmy : $BD = h$, $BC = h'$, $C'C'' = a$ i uważmy nieskończenie wąski, poziomy pasek powierzchni otworu $m'm''$, rzucający się na przecięciu utworu CD w m , a zawarty między dwiema poziomymi, oznaczonymi przez ich odległości z i $z + dz$, od poziomu cieczy AB. Gdyby ciecz wypływała tylko przez ten wąski pasek powierzchni otworu, wy-

datek w jednostce czasu byłby :

$$dQ = Ka dz \cdot \sqrt{2gz},$$

oznaczając ten wydatek częściowy przez dQ , współczynnik poprawki odpowiadający ściśnieniu i wszystkim wzajemnym działaniom strug przez K , a powierzchnią otworu przez adz . Całkując to wyrażenie, między granicami $z = h$ i $z = h'$ odpowiadającymi brzegom : wierzchniemu i spodniemu otworu, otrzymujemy wydatek całkowity :

$$Q = \int_{h'}^h Kadz \cdot \sqrt{2gz}.$$

Nadając współczynnikowi K wartość średnią, między odpowiadającymi różnym paskom, będziemy go mogli uważać za ilość stałą i wyłączyć z pod znaku summy, wraz z czynnikami stałymi a i $\sqrt{2g}$; będzie więc :

$$Q = Ka\sqrt{2g} \int_{h'}^h z^{\frac{1}{2}} dz = Ka\sqrt{2g} \frac{h^{\frac{3}{2}} - h'^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} Ka\sqrt{2g} (h^{\frac{3}{2}} - h'^{\frac{3}{2}}).$$

Wzór ten wyprowadzony przez zrobienie dowolnych przypuszczeń, a tem samem mający potrzebę doświadczalnej kontroli, można przywieść do kształtu ogólnego, jak w poprzednim ustępie, czyniąc w nim powierzchnią otworu :

$$a(h - h') = A.$$

Otrzymamy wtedy :

$$Q = \frac{2}{3} K \cdot A \cdot \sqrt{2g} \frac{h^{\frac{3}{2}} - h'^{\frac{3}{2}}}{h - h'}.$$

Cheąc to wyrażenie uczynić prostszem i łatwiejszem w zastosowaniu, przypuścmy że Z oznacza odległość pionową środka ciężkości powierzchni otworu od poziomu cieczy. Wzór

uproszczony :

$$Q = KA\sqrt{2gZ}$$

zastąpi wzór dokładny, jeżeli $h - h'$ jest bardzo małe w stosunku do $\frac{h + h'}{2}$; gdyż kładąc :

$$\frac{h + h'}{2} = Z, \quad h - h' = \frac{1}{n}Z,$$

gdzie $\frac{1}{n}$ jest ułamkiem, którego potęgi są nadzwyczaj małe i mogą być opuszczone w rachunku, otrzymamy :

$$h = Z \left(1 + \frac{1}{2n}\right), \quad h' = Z \left(1 - \frac{1}{2n}\right),$$

zaś :

$$h^{\frac{3}{2}} = Z^{\frac{3}{2}} \left(1 + \frac{3}{4n}\right), \quad h'^{\frac{3}{2}} = Z^{\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{3}{4n}\right),$$

jeżeli się zatrzymamy na drugim wyrazie rozwinięcia w szereg

potęgi dwumianu $\left(1 \pm \frac{1}{2n}\right)^{\frac{3}{2}}$. Zatem :

$$h^{\frac{3}{2}} - h'^{\frac{3}{2}} = Z^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{3}{2n},$$

a :

$$\frac{h^{\frac{3}{2}} - h'^{\frac{3}{2}}}{h - h'} = \frac{Z^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{3}{2n}}{\frac{1}{n}Z} = \frac{3}{2}Z^{\frac{1}{2}}.$$

co wstawiając we wzór pierwotny otrzymamy :

$$Q = KA \sqrt{2gZ},$$

wzór ogólny dla wszystkich otworów w cienkich ścianach,

w którym A oznacza powierzchnią otworu. Współczynnik K bierze się zwykle równy $0,62$, wartości średniej, jak to okazuje następujący rezultat doświadczeń panów Poncelet i Lesbros, czynionych nad wypływem wody przez otwory prostokątne w cienkich ścianach (*). Zauważyli oni że ten współczynnik jest prawie jednaki dla różnych szerokości otworu a zmienia się głównie z jego wysokością, tak iż w praktyce przyjąć można iż zależy jedynie od tej wysokości otworu a przytem od wysokości wody ponad jego wierzchołkiem. We wzorze wprowadzonym Z oznacza tę wysokość zwiększoną połową wysokości otworu.

Następująca tablica daje wartości współczynnika K dla otworów prostokątnych, których wysokość jest $0,^m20$, a szerokość : $0^m,20$, $0^m,10$, $0^m,05$, $0^m,03$, $0^m,02$, $0^m,01$.

Wysokość wody ponad wierz- chołkiem otworu.	Współczynnik K dla otworu, którego szerokość jest $0^m,20$, a wysokość :					
	m.	m.	m.	m.	m.	m.
	0,20	0,10	0,05	0,03	0,02	0,01
0,02	0,572	0,596	0,615	0,634	0,659	0,694
0,03	0,578	0,600	0,620	0,638	0,658	0,683
0,04	0,582	0,603	0,623	0,640	0,659	0,684
0,06	0,587	0,607	0,626	0,639	0,657	0,677
0,10	0,592	0,611	0,630	0,637	0,655	0,667
0,20	0,598	0,615	0,631	0,634	0,649	0,655
0,30	0,600	0,616	0,630	0,632	0,645	0,650
0,40	0,602	0,617	0,629	0,631	0,642	0,646
0,60	0,604	0,617	0,627	0,630	0,638	0,641
1,00	0,605	0,615	0,625	0,627	0,632	0,632
1,50	0,602	0,611	0,619	0,621	0,620	0,617
2,00	0,601	0,607	0,613	0,613	0,613	0,611
3,00	0,601	0,603	0,606	0,607	0,610	0,609

Doświadczenia te czynione były w następujący sposób. Mierzono wydatek otworu przez pewien oznaczony przeciąg

(*) *Expériences hydrauliques sur les lois de l'écoulement des eaux à travers les orifices rectangulaires verticaux et à grandes dimensions.* Paris, 1832.

czasu, zbierając wypływającą wodę; a zarazem obrachowywano prędkość jednym z dwóch sposobów, albo biorąc wymiary przecięcia ściśnionego i otrzymując prędkość z wzoru $v = \frac{Q}{\omega}$, w którym wydatek w jednostce czasu i powierzchnia przecięcia ściśnionego jest znana; albo też uważając parabolę utworzoną przez żyłę cieczy wypływającej przez otwór i biorąc dla jednego jej punktu: jego odległość poziomą od otworu x i odległość pionową od tegoż otworu y i obrachowując v z równań:

$$x = vt, \quad y = \frac{1}{2}gt^2,$$

dających:

$$v = x\sqrt{\frac{g}{2y}}.$$

Panowie Poncelet i Lesbros zauważyli jeszcze bardzo ciekawe zjawisko *wywrotu żyły*. Jeżeli ciecz wypływa np. przez otwór kwadratowy, zrobiony w ścianie pionowej naczynia, otwór którego dwa boki są pionowe, a dwa poziome, to przecięcia żyły

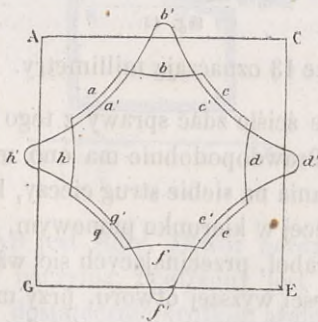


Fig. 12.

w odległościach od utworu równych: $0^m,00$, $0^m,15$, $0^m,30$, będą kolejno (fig. 12); $ACGE$, $abcdefgh$, $a'b'c'd'e'f'g'h'$.

Powierzchnia tego ostatniego jest *minimum*, a żyła zdaje się tu dążyć do kształtu kołowego. Uważając wypływ przez otwory prostokątne znacznie wydłużone w kierunku pionowym, pan Lesbros otrzymał następujące przecięcia żyły w odległościach od otworu :

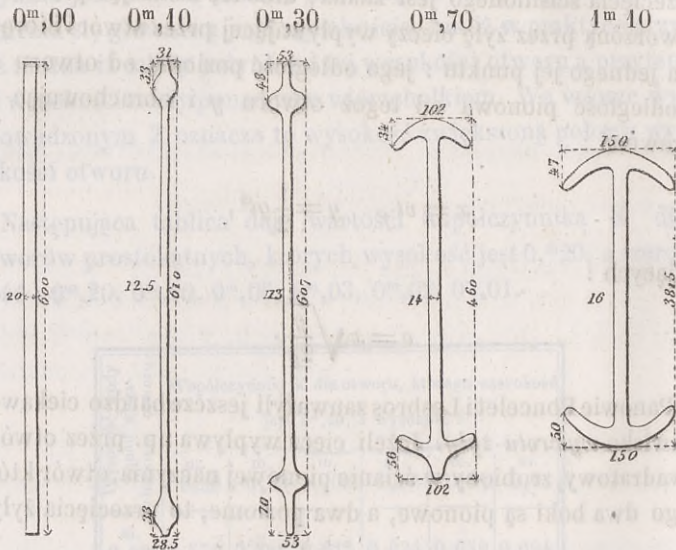


Fig. 13.

Liczby na figurze 13 oznaczają millimetry.

Nie można sobie ściśle zdać sprawy z tego zjawiska za pomocą rachunku. Prawdopodobnie ma ono miejsce w skutku wzajemnego działania na siebie strug ciecży, które w żyłce rozwiniętej nieco więcej w kierunku pionowym, dążą pojedynczo do zakreślania parabol, przecinających się wzajemnie. Strugi wychodzące z części wyższej otworu, przy mniejszem ciśnieniu, a zatem z mniejszą prędkością, zakreślają parabole oddalające się mniej w kierunku poziomym od otworu niż parabole wedle których biegną strugi wychodzące z części niższej otworu, przy większem ciśnieniu a zatem i z większą szybko-

ścią. Tym sposobem wytłumaczyć by można tę dążność żyły do spłaszczania się, jak ją wykazują doświadczenia pana Lesbros.

22. Wypływ cieczy przez przystawkę wchodzącą.

— Nazywamy *przystawkami* lub *rukami dodatkowymi* krótkie rurki, któremi otwór naczynia lub zbiornika jest opatrzony. Wywierają one znaczny wpływ na wydatek otworu, a nawet ich szczególnie przypadek, jaki teraz mamy uważać, pozwala oznaczyć teoretycznie wielkość współczynnika ściśnienia. Przystawką wchodzącą, zwaną także przystawką Bordy, od fizyka który pierwszy zaobserwował i opisał jej własności (*), opatrzone są zwykle beczki wozowodów; chociaż bowiem w tym przypadku wydatek otworu jest mniejszy niż w cienkiej ścianie, to za to żyła jest czystsza i nierozpryskująca się. Uważmy tedy ciecz wypływającą z naczynia ABLM (fig. 14), w któ-

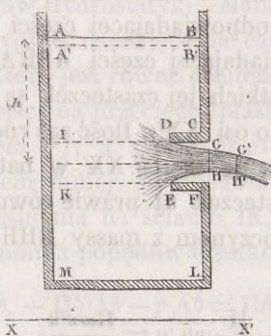


Fig. 14.

rem jej poziom AB jest stały. Otwór bardzo mały CF, zrobiony w ścianie naczynia, opatrzony jest kawałkiem rurki walcowej CDEF, dostatecznie krótkim ażeby żyła cieczy wychodząc przez otwór DE nie przylegała do ścian rurki. Tym

(*) *Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris*. Rok 1766, str. 579. Rozprawa pod tytułem: *Mémoire sur l'écoulement des fluides par les orifices des vases*, par M. le chevalier de BORDA.

sposobem przez dodanie przystawki wchodzącej, przecięcie ściśnione przeniesione zostaje wewnątrz naczynia, gdyż przystawka sprawia że cały ruch cieczy, który się przy otworze w cienkiej ścianie odbywał na zewnątrz naczynia, przeniesiony zostaje do jego wnętrza. Odniósłszy do osi XX' system materialny w ruchu, utworzony przez ciecz zawartą między poziomem AB a przecięciem ściśnionem GH , zastosujemy doń twierdzenie ilości ruchu rzuconych na oś XX' .

Po upływie nieskończonego małego czasu θ , system uważany przechodzi z położenia $ABGH$ do położenia sąsiedniego $A'B'G'H'$. Dla części wspólnej $A'B'GH$, na mocy nieustanności ruchu, masy i prędkości pozostają te same i przyrost ilości ruchu na jakąkolwiek oś rzuconych jest równy zeru. Zostaje zatem, chcąc otrzymać przyrost ilości ruchu systemu, wziąć różnicę między ilościami ruchu dwóch części: $ABB'A'$ i $GHH'G'$ rzuconymi na oś XX' . Różnica ta sprowadza się do rzutu ilości ruchu odpowiadającej części $GHH'G'$, gdyż rzut ilości ruchu odpowiadającej części $ABB'A'$ jest równy zeru, bo prędkości wszystkich jej cząsteczek są prawie pionowe a zatem prostopadłe do osi XX' . Ilość zaś ruchu odpowiadająca części $GHH'G'$ rzuca się na oś XX' w naturalnej wielkości, gdyż prędkości cząsteczek są prawie równoległe do osi XX' . Wyraża się ona iloczynem z masy $GHH'G'$ przez prędkość wypływu, co daje:

$$\frac{\Pi}{g} \omega v \theta \cdot v = \frac{\Pi \omega v^2 \theta}{g},$$

gdzie ω jest powierzchnią przecięcia ściśnionego, v prędkością na tem przecięciu a Π ciężarem gatunkowym cieczy.

Ten przyrost ilości ruchu należy przyrównać do summy popędów cząstkowych sił zewnętrznych, rzuconych na oś XX' . Siła ciężkości i ciśnienie powietrza na poziom AB , nie dają nic w tym rzucie, będąc obie prostopadłe do osi XX' . Ciśnienia na ściany naczynia znoszą się wzajemnie w częściach BC

i AI, oraz KM i FL, gdyż ciecz ożywiona jest w nich nader słabymi prędkościami i możemy przypuścić że rozkład ciśnień ma miejsce według praw Hydrostatyki. Pozostaje więc tylko ciśnienie w części ściany naczynia IK i ciśnienie powietrza na obwodzie żyły DGHE i na przecięciu ściśnionem GH.

Oznaczmy przez A powierzchnią otworu, przez p_0 ciśnienie powietrza, a przez h odległość pionową środka ciężkości otworu od poziomu cieczy AB. Ciśnienie średnie na jednostkę powierzchni w części ściany IK będzie $p_0 + \Pi h$ a ciśnienie całkowite $A(p_0 + \Pi h)$. To ostatnie rzuca się na oś XX' w naturalnej wielkości i jego popęd, po upływie czasu θ , będzie $(p_0 + \Pi h)A\theta$.

Ciśnienie na przecięciu ściśnionem jest równe ciśnieniu atmosferycznemu, gdyż pojedyncze strugi mają na tem przecięciu prędkości równe i równoległe a zatem rozkład ciśnień ma miejsce według praw Hydrostatyki. Mamy więc do uważania ciśnienie atmosferyczne, działające na całą powierzchnię części żyły DGHE, które jest równe ciśnieniu atmosferycznemu, jakie by miało miejsce na przecięciu płaskiem DE tę powierzchnię zamykajacem (*); a zatem jego popęd równa się $-p_0 A\theta$, ze znakiem mniej, gdyż jego kierunek jest przeciwny kierunkowi ciśnienia na ścianie IK, które wzięliśmy ze znakiem więcej. Summa popędów cząstkowych będzie :

$$(p_0 + \Pi h)A\theta - p_0 A\theta = \Pi h A\theta,$$

a przyrównywając ją do otrzymanego poprzednio przyrostu

(*) Jeżeli cząstka powierzchni ω ponosi ciśnienie p na jednostkę powierzchni, czyli ciśnienie całkowite $p\omega$, i jeżeli α jest kąt, jaki normalna do tej cząstki powierzchni czyni z osią XX'; to rzut ciśnienia $p\omega$ na tę oś będzie $p\omega \cdot \cos \alpha$, czyli $p \cdot \omega \cos \alpha$, to jest równy ciśnieniu na jednostkę powierzchni, pomnożonemu przez rzut cząstki powierzchni ω na płaszczyznę prostopadłą do osi XX'. Zatem, aby otrzymać rzut na oś daną ciśnienia działającego na pewną cząstkę powierzchni, dość jest wziąć ciśnienie jakoby ponosił rzut tej cząstki powierzchni na płaszczyznę prostopadłą do osi. Tak też i postępujemy, biorąc rzut całej powierzchni części żyły, na którą działa ciśnienie atmosferyczne, na płaszczyznę prostopadłą do osi XX'.

ilości ruchu, otrzymamy :

$$\frac{\Pi}{g} \omega v^2 \theta = \Pi A h \theta ,$$

zskąd :

$$\frac{\omega v^2}{g} = A h .$$

Że zaś mamy, według twierdzenia Toricelli'ego :

$$v^2 = 2gh ,$$

przeło wstawiwszy tę wartość na v^2 w poprzednie równanie otrzymamy :

$$\omega = \frac{1}{2} A .$$

Czyli że przy wypływie przez otwór z przystawką wchodzącą, powierzchnia przecięcia ściśnionego jest połową powierzchni otworu. Że zaś współczynnik ściśnienia jest stosunkiem tych dwóch powierzchni, zatem :

$$m = \frac{\omega}{A} = \frac{1}{2} .$$

Wypadek ten stwierdzony został doświadczeniem przez Borde, od którego wzięła swe nazwisko przystawka wchodząca. W razie gdyby ściana naczynia, w której otwór jest zrobiony nie była pionową, można jeszcze bardzo łatwo zastosować powyższe dowodzenie i otrzymać tenże sam rezultat. Bierze się wtedy oś XX' prostopadłą do powierzchni otworu i przechodzącą przez jej środek ciężkości a w pośród masy cieczy uosobnia się w myśli walec kołowy prosty, linię XX' za oś mający. Podstawą jego jest z jednej strony ściana naczynia a z drugiej jakakolwiek płaszczyzna do niej równoległa. Wymiary walca przypuszczają się dostatecznie wielkie, aby ciecz na jego po-

wierzchni uważaną być mogła za pozostającą w spokoju, i do tak określonej masy cieczy stosuje się twierdzenie ilości ruchu.

Jak widzimy, współczynnik ściśnienia jest tu ściśle oznaczony. Nie można dojść do podobnego rezultatu w przypadku otworu w cienkiej ścianie, gdyż wtedy cząsteczki cieczy ślizgają się ze znaczną prędkością w sąsiedztwie otworu wzdłuż ścian naczynia; ciśnienie wzdłuż tych ścian jest mniejsze od hydrostatycznego i nie równoważy zupełnie ciśnienia mającego miejsce na ścianie przeciwnej. Zamiast równania :

$$\frac{\Pi}{g} \omega v^2 \theta = \Pi A h \theta,$$

mamy wtedy nierówność :

$$\frac{\Pi}{g} \omega v^2 \theta > \Pi A h \theta,$$

pokazującą że $\frac{\omega}{A} > \frac{1}{2}$ co rzeczywiście w przypadku otworu w cienkiej ścianie stwierdzone jest doświadczeniem.

Doświadczenie pokazuje także, że skoro grubość ścian przystawki wchodzącej jest równa jednej piątej średnicy otworu, albo też większa jeszcze, współczynnik ściśnienia nie schodzi zupełnie do 0,50. Aż dopiero gdy zaostriamo wewnętrzny brzeg przystawki, ma miejsce zmniejszenie współczynnika i jego zejście do wartości : 0,50 według Bordy, 0,505 według Bidone'a, a 0,535 według Weisbacha. Ostatni jednak z badających tę kwestyą Heinemann (*), zaostrażając brzegi przystawek w celu sprawdzenia powyższych wypadków, nie zdołał pomniejszyć współczynnika dla otworu w cienkiej ścianie 0,62, o więcej jak 0,03.

(*) Patrz : *Die rational Theorie der Bewegung des Wassers, als Lehrbuch der Hydrodynamik.* Hagen, 1872. Str. 180.

23. Wypływ cieczy przez otwory rozszerzone na wewnątrz zupełnie, lub niezupełnie. — W poprzednim przypadku, wypływu przez otwór z przystawką wchodzącą, współczynnik m , który dla otworu w cienkiej ścianie miał średnią wartość 0,62, zeszedł do 0,50. To jest już jego wartość najmniejsza. Wartość największą otrzymamy wtedy, jeżeli otwór naczynia jest rozszerzony na wewnątrz, albo też opa-

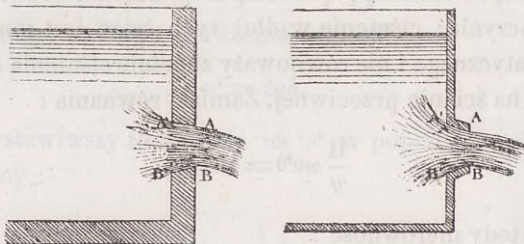


Fig. 15.

trzony na zewnątrz zwiężającą się przystawką, jak to pokazuje fig. 15. Jeżeli to rozszerzenie otworu AB na wewnątrz ma zupełnie kształt żyły ściśnionej, wypływ będzie miał miejsce w takich warunkach, jak gdyby A'B' był otworem w cienkiej ścianie. To jest, oznaczając przez A powierzchnią otworu AB, będzie teoretycznie wydatek :

$$Q = A\sqrt{2gh},$$

a współczynnik ściśnienia : $m=1$. Doświadczenia Michelotti'ego (*) i d'Aubuisson'a i Castel'a (**), z których niektóre wykonane były na wielką skalę, dały $m=0,98$. Widocznie zatem ściany otworu przeszkadzają trochę swobodnemu wypływowi cieczy. W praktyce nawet, licząc na to że trudno jest nadać rozszerzeniu na wewnątrz otworu zupełny kształt żyły ściśnionej, wypada wziąć na m wartości 0,94 lub 0,95.

Otwór może być rozszerzony na wewnątrz mniej lub więcej

(*) *Mémoires de l'Académie des Sciences de Turin*, 1784-1785.

(**) *Annales des Mines*, z roku 1838.

i stosownie do tego współczynnik m może przybierać różne

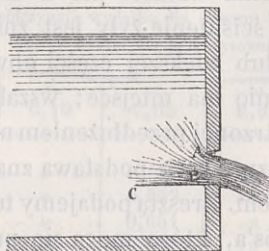


Fig. 16.

wartości, od 0,62 do 1. I tak na przykład, jeżeli mamy otwór prostokątny AB (fig. 16), w cienkiej ścianie, to można powiększyć jego wydatek przez dodanie tabliczki CB, przedłużającej jeden bok otworu na wewnątrz naczynia. Wtedy bowiem strugi cieczy, posuwając się wzdłuż płaszczyzny CB, dojdą do punktu wyjścia z naczynia z prędkościami prostopadłymi do AB, co zniesie ściśnienie żyły na jej podstawie. Stosownie do tego jak większa lub mniejsza część obwodu otworu jest w ten sposób przedłużona na wewnątrz, współczynnik m zmienia się od 0,62 do blisko 0,73. Według Bidone'a (*), skoro otwór jest prostokątny współczynnik ściśnienia dany jest wzorem:

$$m = 0,62 \left(1 + 0,152 \frac{n}{p} \right),$$

w którym p oznacza obwód otworu, a n długość części przedłużonej na wewnątrz. Ale wzór ten stosuje się tylko w przypadku, kiedy stosunek $\frac{n}{p}$ nie zbliża się do jedności; w tej bowiem granicy zbiór tabliczek BC utworzyłby przystawkę wchodzącą i prawa wypływu zostałyby zmienione, wedle tego co było powiedziane w poprzednim ustępie. Lesbros, który także robił wiele doświadczeń w tym przedmiocie, nie dając

(*) *Mémoires de l'Académie des Sciences de Turin*, z roku 1829.

wcale innego wzoru w miejsce co dopiero podanego, sądzi że współczynnik ściśnienia wzrasta nie w miarę liczby boków otworu, na których ściśnienie żyły jest zniesione, ale stosownie do mniejszej lub większej części obwodu całkowitego, na której to zniesienie ma miejsce; wszakże przy jednakim obwodzie części opatrzonej przedłużeniem na wewnątrz, współczynnik m jest większy, skoro podstawa znajduje się w liczbie boków z przedłużeniem. Zresztą podajemy tu niektóre wypadki doświadczeń Lesbros'a, które mogą się przydać w praktyce. W ustępie n. 21 daliśmy już współczynnik m dla otworów prostokątnych w cienkiej ścianie, których szerokość była $0^m,20$ a wysokości zmieniały się od $0^m,20$ do $0^m,01$. Dla takichże samych otworów, zniósłszy ściśnienie żyły u jej spodu, to jest albo przedłużywszy na wewnątrz zbiornika podstawę otworu, albo też umieściwszy tę podstawę na dnie naczynia, Lesbros otrzymał następujące wartości współczynnika m :

Wysokość wody nad wierz- chołkiem otworu.	Współczynnik wydatku dla otworu, którego szerokość równa $0^m,20$, a wysokość :					
	m.	m.	m.	m.	m.	m.
	$0,20$	$0,10$	$0,05$	$0,03$	$0,02$	$0,01$
$0,02$	0,599	0,624	0,664	0,691	0,703	0,756
$0,03$	0,603	0,629	0,665	0,687	0,702	0,747
$0,04$	0,605	0,633	0,666	0,686	0,701	0,741
$0,06$	0,610	0,637	0,667	0,686	0,699	0,732
$0,10$	0,615	0,643	0,669	0,684	0,698	0,722
$0,20$	0,621	0,648	0,670	0,681	0,696	0,712
$0,30$	0,622	0,648	0,670	0,681	0,695	0,709
$0,40$	0,623	0,648	0,669	0,681	0,695	0,706
$0,60$	0,624	0,648	0,668	0,679	0,693	0,703
$1,00$	0,624	0,647	0,666	0,676	0,692	0,701
$1,50$	0,624	0,644	0,665	0,675	0,687	0,707
$2,00$	0,619	0,641	0,664	0,675	0,683	0,693
$3,00$	0,614	0,639	0,662	0,675	0,680	0,689

Zniósłszy ściśnienie żyły z obu boków, to jest przedłużywszy na wewnątrz zbiornika ściany pionowe otworu, Lesbros

otrzymał wartości *m* następujące:

Wysokość wody nad wier- cholkiem otworu	Współczynnik wydatku dla otworu, którego szerokość równa 0m,20 a wysokość :					
	m. 0,20	m. 0,40	m. 0,05	m. 0,03	m. 0,02	m. 0,01
m. 0,02	»	»	0,655	»	»	0,715
0,03	»	»	0,653	»	»	0,706
0,04	0,649	»	0,651	»	»	0,699
0,06	0,647	»	0,648	»	»	0,691
0,10	0,645	»	0,645	»	»	0,683
0,20	0,641	»	0,642	»	»	0,675
0,30	0,639	»	0,642	»	»	0,671
0,40	0,639	»	0,641	»	»	0,668
0,60	0,638	»	0,639	»	»	0,665
1,00	0,638	»	0,634	»	»	0,658
1,50	0,637	»	0,627	»	»	0,651
2,00	0,636	»	0,621	»	»	0,647
3,00	0,634	»	0,614	»	»	0,644

Wreszcie zniósłszy ścieśnienie żyły u jej spodu i z obu boków, to jest przedłużywszy na wewnątrz podstawę i ściany boczne otworu, albo też przedłużywszy tylko ściany boczne i umieściwszy podstawę otworu na dnie zbiornika, Lesbros otrzymał :

Wysokość wody nad wier- cholkiem otworu.	Współczynnik wydatku dla otworu, którego szerokość równa 0m,20 a wysokość :					
	m. 0,20	m. 0,40	m. 0,05	m. 0,03	m. 0,02	m. 0,01
m. 0,02	»	»	«	»	»	»
0,03	»	»	»	»	»	»
0,04	»	»	»	»	»	»
0,06	»	»	0,699	»	»	»
0,10	»	»	0,696	»	»	»
0,20	0,708	»	0,693	»	»	»
0,30	0,687	»	0,691	»	»	»
0,40	0,682	»	0,690	»	»	»
0,60	0,679	»	0,688	»	»	»
1,00	0,676	»	0,685	»	»	»
1,50	0,672	»	0,681	»	»	»
2,00	0,668	»	0,680	»	»	»
3,00	0,665	»	0,678	»	»	»

Jeżeliby ciśnienie żyły zniesione było na wszystkich czterech bokach otworu, mielibyśmy właściwą przystawkę wchodzącą i współczynnik m miełoby powinien wartości podane w ustępie n. 22. Wartości te jednak odnoszą się do otworów bardzo małych; zaś dla otworów podobnych wymiarów co i powyższe, Lesbros otrzymał:

Wysokość wody nad wierz- chołkiem otworu.	Współczynnik wydatku dla otworu, którego szerokość równa 0m,20 a wysokość :					
	m. 0,20	m. 0,10	m. 0,05	m. 0,03	m. 0,02	m. 0,01
m. 0,02	0,572	0,596	0,616	0,639	0,660	0,695
0,03	0,578	0,600	0,620	0,641	0,659	0,689
0,04	0,582	0,603	0,623	0,640	0,659	0,684
0,06	0,587	0,607	0,626	0,639	0,657	0,677
0,10	0,592	0,611	0,630	0,637	0,655	0,667
0,20	0,598	0,615	0,631	0,634	0,649	0,655
0,30	0,600	0,116	0,630	0,632	0,645	0,650
0,40	0,602	0,617	0,629	0,631	0,642	0,646
0,60	0,604	0,617	0,627	0,630	0,638	0,641
1,00	0,605	0,615	0,625	0,627	0,632	0,629
1,50	0,602	0,611	0,619	0,621	0,620	0,617
2,00	0,601	0,607	0,613	0,613	0,613	0,613
3,00	0,601	0,603	0,606	0,607	0,608	0,609

24. Wpływ przez otwór zanurzony w cieczy, lub opatrzony pogródką. — W poprzednich przypadkach przypuszczaliśmy, że w około żyły cieczy działa także samo ciśnienie, jak na jej poziom w naczyniu. We wzorze $Q = mAv\sqrt{2gh}$, oznaczaliśmy przez h odległość pionową między poziomem cieczy w naczyniu a środkiem przecięcia ściśnionego, albo, co prawie na jedno wychodzi, środkiem ciężkości powierzchni otworu. Jeżeli ciśnienia zewnętrzne są różne, można jeszcze używać tegoż samego wzoru, a tylko dodając do wysokości h , wysokość odpowiadającą tej różnicy ciśnień. Może służyć za przykład w tym względzie wpływ przez otwór zanurzony w cieczy w spokoju. Uważmy zatem dwa zbiorniki przedzielone

przegrodą BE ,^r na spodzie której zrobiony jest otwór prostokątny EH . Z jednej strony przegrody woda wznosi się do poziomu AB , a z drugiej do poziomu CD . Różnicę tych dwóch wysokości oznaczmy przez h i szukajmy prędkości strug cieczy na przecięciu FG , bliskim otworu, na którym przypuszczamy

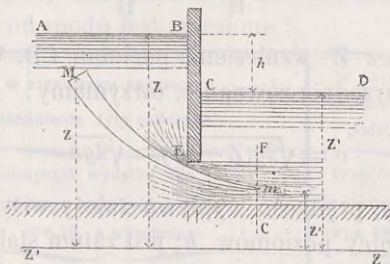


Fig. 17.

iż wypływ ma miejsce strugami równoległymi. W tym celu weźmy pod uwagę strugę Mm , której prędkość w punkcie M jest prawie żadna, a w punkcie m właśnie równa szukanej. Stosując do tej strugi twierdzenie Daniela Bernoulli, otrzymamy równanie:

$$z + \frac{p}{\Pi} = z' + \frac{p'}{\Pi} + \frac{v^2}{2g},$$

w którym z i z' oznaczają wzniesienie punktów M i m nad płaszczyznę porównania ZZ' , p i p' ciśnienia w tych punktach, a v prędkość szukaną w punkcie m . Opuszcziliśmy wyraz $\frac{v^2}{2g}$ po pierwszej stronie równania, przypuszczając prędkość w punkcie $M: v = 0$.

Oznaczając przez Z wzniesienie poziomu AB , mamy na mocy praw Hydrostatyki:

$$z + \frac{p}{\Pi} = Z + \frac{p_0}{\Pi},$$

gdzie p_0 oznacza ciśnienie atmosferyczne na poziomie cieczy AB. Na przecięciu FG, przypuszczając że wypływ ma miejsce strugami równoległymi, możemy także zastosować prawa Hydrostatyki (n. 15), zatem:

$$z + \frac{p'}{H} = Z' + \frac{p_0}{H},$$

oznaczając przez Z' wzniesienie poziomu CD. Wstawiając te wartości w poprzednie równanie, otrzymamy:

$$v' = \sqrt{2g(Z - Z')} = \sqrt{2gh}.$$

Jak widzimy, prędkość wypływu zależy w tym przypadku jedynie od różnicy poziomów h ; jest zatem stałą dla różnych wysokości na jakich umieszczać możemy otwór ponad dnem zbiornika, byle tylko górny brzeg otworu leżał pod poziomem niższym cieczy. Wydatek otworu obliczy się łatwo z wzoru $Q = mA\sqrt{2gh}$, w którym A jest powierzchnią otworu, a m współczynnikiem ścisnienia równym średnio 0,62, tak jakby wypływ miał miejsce na wolnem powietrzu.

Przypuściwszy że grubość warstwy wody CDEF przykrywającej żyłę wypływu staje się równą zeru, h oznaczać będzie we wzorze $Q = mA\sqrt{2gh}$ wzniesienie poziomu cieczy w zbiorniku ponad brzeg górny otworu. Ma to miejsce w przypadku wypływu cieczy przez otwór opatrzone pogródką, czyli rynną odkrytą z wierzchu, której przecięcie ma powierzchnię równą co do kształtu i wielkości powierzchni otworu. Przez takie pogródkki prowadzi się zwykle wodę ponad koła wodne. Gdyby nie było rynny, h oznaczałoby jak dawniej odległość pionową poziomu wody w zbiorniku od środka ciężkości powierzchni otworu. Przez wpływ rynny wysokość h się zmniejsza. Lesbros oznaczył doświadczeniem wartości współczynnika m w przypadku otworu prostokątnego, opatrzonego pogródką podobnegoż przecięcia co do kształtu i wielkości. Szerokość

stała i zmienne wysokości otworu były także same jak w poprzednich wspomnianych już doświadczeniach Lesbros'a. Oto są rezultaty tych, o których teraz mówimy: naprzód w przypadku otworu w cienkiej ścianie, to jest żyły ściśnionej ze wszystkich stron; a następnie w przypadku podstawy przedłużonej na wewnątrz, albo położonej na dnie zbiornika, kiedy ściśnienie żyły od spodu jest zniesione:

Wysokość wody nad wierzchołkiem otworu.	W PIERWSZYM PRZYPADKU (ściśnienie żyły całkowite).					W DRUGIM PRZYPADKU (ściśnienie zniesione na podstawie otworu).		
	Współczynnik wydatku dla otworu którego szerokość równa 0m,20, a wysokość:					Współczynnik wydatku dla otworu którego szerokość równa 0m,20, a wysokość:		
	m. 0,20	m. 0,10	m. 0,05	m. 0,03	m. 0,01	m. 0,20	m. 0,05	m. 0,01
	m.							
0,02	0,480	0,484	0,488	0,501	0,599	0,480	0,487	0,616
0,03	0,493	0,507	0,525	0,551	0,626	0,493	0,526	0,642
0,04	0,503	0,527	0,555	0,598	0,645	0,502	0,552	0,660
0,06	0,518	0,537	0,594	0,632	0,667	0,517	0,583	0,676
0,10	0,542	0,586	0,624	0,633	0,671	0,538	0,605	0,682
0,20	0,574	0,606	0,631	0,632	0,664	0,566	0,617	0,679
0,30	0,591	0,612	0,629	0,631	0,658	0,580	0,622	0,676
0,40	0,597	0,615	0,626	0,630	0,652	0,587	0,625	0,673
0,60	0,600	0,615	0,625	0,628	0,644	0,595	0,627	0,670
1,00	0,601	0,615	0,624	0,625	0,631	0,600	0,628	0,665
1,50	0,601	0,612	0,619	0,620	0,618	0,602	0,627	0,657
2,00	0,601	0,607	0,613	0,613	0,613	0,602	0,623	0,654
3,00	0,601	0,603	0,606	0,607	0,619	0,601	0,618	0,652

Robił nadto Lesbros doświadczenia nad wypływem wody przez otwór prostokątny, podobnych wymiarów co i poprzednio i także samą opatrzoną pogródką, a tylko urządzony w ten sposób, że jego brzegi pionowe wystawały o dwa centymetry przed przedłużeniami wewnętrznymi pionowemi. Oto są wypadki doświadczeń robionych w tych warunkach, naprzód w przypadku podstawy w cienkiej ścianie, to jest bez znoszenia ściśnienia żyły od spodu, a następnie w przypadku przeciwnym podstawy otworu, przedłużonej na wewnątrz albo położonej na dnie zbiornika.

Wysokość wody nad wierzchołkiem otworu.	W PIERWSZYM PRZYPADKU (ściśnienie żyły zniesione na ścianach bocznych.)			W DRUGIM PRZYPADKU (ściśnienie zniesione na ścianach bocznych i na podstawie).		
	Współczynnik wydatku dla otworu którego szerokość równa 0m,20, a wysokość :			Współczynnik wydatku dla otworu którego szerokość równa 0m,20, a wysokość :		
	m. 0,20	m. 0,05	m. 0,01	m. 0,20	m. 0,05	m. 0,01
	m.					
0,02	0,496	0,557	0,675	»	0,512	0,616
0,03	0,510	0,577	0,683	»	0,543	0,642
0,04	0,522	0,592	0,688	0,518	0,566	0,660
0,06	0,539	0,611	0,693	0,536	0,593	0,676
0,10	0,563	0,628	0,694	0,566	0,621	0,682
0,20	0,591	0,637	0,684	0,589	0,637	0,679
0,30	0,607	0,636	0,677	0,603	0,643	0,676
0,40	0,615	0,635	0,673	0,613	0,646	0,673
0,60	0,625	0,635	0,669	0,623	0,648	0,670
1,00	0,628	0,635	0,663	0,630	0,649	0,665
1,50	0,627	0,634	0,656	0,633	0,647	0,657
2,00	0,626	0,634	0,651	0,632	0,644	0,654
3,00	0,624	0,632	0,648	0,630	0,639	0,652

25. Stawidła pochyłe. — W praktyce, otwory przez które woda wychodzi ze zbiorników są zamykane stawidłami, za zwyczaj pionowemi. Zdarza się jednak często, zwłaszcza przy kołach wodnych z łopatkami krzywemi, że woda wypływa przez kanał prostokątny, przechodząc pod stawidłem, pochylonem ku zbiornikowi i czyniącem kąt rozwarty z kierunkiem prądu w kanale. Porównywając, przy jednakich wszystkich innych warunkach, stawidło pochyłe ze stawidłem pionowem, widzieć można łatwo, że pierwsze pociąga za sobą powiększenie wydatku otworu, gdyż strugi wyższe prądu mniej zbaczają i ściśnienie górne żyły jest mniejsze. Co do wielkości tego skutku, zależy ona od kąta i , jaki stawidło czyni z płaszczyzną pionową; a same tylko doświadczenie dałoby nam mogło, przy obecnym stanie nauki, związek między temi dwiema ilościami. Na nieszczęście, mimo ważności kwestyi, uczeni mało nią się zajmowali. Według Generała Poncelet'a,

współczynnik ściśnienia :

$$m=0,74 \quad \text{dla} \quad i=30^{\circ},$$

$$\text{a} \quad m=0,80 \quad \text{dla} \quad i=45^{\circ},$$

zaś dla stawidła pionowego, to jest dla $i=0^{\circ}$, $m=0,60$, w tych samych warunkach. Doświadczenia te pozwalają wyrazić dla stawidła pochyłego wartość współczynnika ściśnienia :

$$m=0,60(1+0,47 \sin i);$$

ale wzór ten opiera się na zbyt małej liczbie doświadczeń. W każdym razie nie należy go stosować, jak do stawideł dla których $i < 45^{\circ}$.

Wogóle dla stawidła pochyłego, współczynnik ściśnienia zmienia się od 0,80 do 0,70, i wedle generała Morin nie zdaje się prawdopodobnem, chyba w szczególnych okolicznościach, żeby mógł przybrać wartość mniejszą od 0,70.

26. Wyptyw przez przewał. — Nazywamy *przewalem* otwór zwykle prostokątny a odkryty w swej części wyższej. Jego podstawa, zawsze pozioma, nazywa się *progiem* przewału. Teorya wyptywu cieczy przez przewał nie jest jeszcze ściśle wywiedziona, a zwłaszcza w przypadku przewału w cienkiej ścianie, to jest gdy próg i boki pionowe otworu nie mają prawie szerokości w kierunku prądu. Jeżeli jednak przewał ma w tym kierunku wymiary skończone, ciecz przechodzi ponad progiem strugami prawie równoległemi i przy pomocy iunych jeszcze przypuszczeń można wtedy rozwiązać analitycznie zadanie i wyprowadzić wzór na wydatek.

Niech będzie ABCDEF (fig. 18) przekrój podłużny rzeki lub kanału, zagrodzonego zastawą BCDE. Wyptyw wody ma miejsce przez przewał, którego próg i boki pionowe mają pewną długość poziomą. W tym przypadku poziom wody, który w części wyższej kanału jest CH, niża się ponad progiem przewału.

Woda płynie przez ten próg, zachowując poziom doń równoległy, a następnie spada pod postacią wodospadu, w część

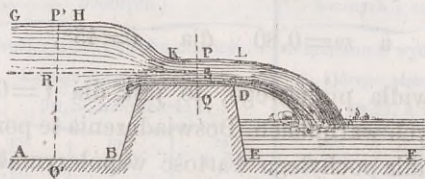


Fig. 18.

niższą kanału, w której poziom wody położony jest znacznie niżej niż w części wyższej. Zróbmy przecięcie poprzeczne PQ, na którym strugi są równoległe i P'Q' w miejscu gdzie prędkość wody jest bardzo mała z powodu wielkiej rozległości przecięcia, i może być pominięta. Do tych dwóch przecięć zastosujemy twierdzenie Daniela Bernoulli, przyjmując dowolną płaszczyznę porównania RS i oznaczając przez h różnicę wysokości poziomów CH i KL. Otrzymamy wtedy :

$$RP' + \frac{p_0}{\Pi} = \frac{v^2}{2g} + \frac{p_0}{\Pi} + PS,$$

albo :

$$\frac{v^2}{2g} = RP' - PS = h,$$

zkuąd :

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Prędkość zatem wypływu przez przewał jest taka sama jak dla otworu opatrzonego pogródką.

Oznaczmy przez H wzniesienie poziomu GH ponad próg, a przez L szerokość przewału. Przecięcie wypływu na płaszczyźnie PQ będzie wtedy równe $L(H-h)$, a wydatek dany wzorem :

$$Q = L(H-h)\sqrt{2gh},$$

który należałoby zmienić w razie, gdyby prędkość wody na

przecięciu P'Q' nie mogła być pominięta. W takim razie, oznaczając przez v' tę prędkość, należałoby położyć:

$$v = \sqrt{2gh + v'^2} \text{ a } Q = L(H - h)\sqrt{2gh + v'^2}.$$

Równanie $Q = L(H - h)\sqrt{2gh}$ daje związek między dwiema ilościami Q i h , ale nie wystarcza do ich oznaczenia. W tym celu przypuszczamy że wysokość h ma taką wartość, aby wydatek Q był największy. To nam daje równanie:

$$\frac{dQ}{dh} = 0,$$

czyli:

$$(H - h) \frac{g}{\sqrt{2gh}} - \sqrt{2gh} = 0;$$

zkuąd:

$$(H - h)g = 2gh,$$

a następnie:

$$(H - h) = 2h$$

i wreszcie:

$$h = \frac{H}{3}.$$

Przyjęcie więc nasze daje nam obniżenie poziomu ponad przełazem, równe trzeciej części wzniesienia poziomu wody w części wyższej kanału ponad próg przełazu. Wydatek otrzymuje się wzorem:

$$Q = L \cdot \frac{2}{3} H \cdot \sqrt{\frac{2}{3} gH} = 0,385 LH \sqrt{2gH},$$

który się niewiele różni od następującego, podanego jako rezultat doświadczeń przez panów Poncelet i Lesbros:

$$Q = 0,35 LH \sqrt{2gH}.$$

Różnica zaś 0,358 — 0,35 przypisaną być może lekkiemu

ściśnieniu bocznemu przy ścianach pionowych przewału. Mimo to teoria nie jest zupełną gdyż się opiera na dowolnych przypuszczeniach.

Do obliczania wydatku przewału w cienkiej ścianie używa się zwykle wzoru:

$$Q = mLH\sqrt{2gH},$$

w którym m jest współczynnik, oznaczony doświadczeniem a zmieniający się razem z kształtem przewału. Skoro próg, i boki pionowe są rozszerzone na wewnątrz w ten sposób że ściśnienie żyły jest zniesione, współczynnik m się powiększa. Podajemy tu tablicę jego wartości, przy wysokościach H od 0^m01 do 0^m30 , w trzech różnych urządzeniach progu i boków pionowych przewału.

Wzniesienie poziomu wody w części wyższej kanału, ponad próg przewału = H .	Współczynnik m		
	Dla przewału w cienkiej ścianie.	Dla przewału z progiem rozszerzonym na wewnątrz.	Dla przewału z progiem i bokami pionowymi rozszerzonymi na wewnątrz.
m .			
0,01	0,424	0,384	0,492
0,02	0,417	0,402	0,473
0,03	0,412	0,410	0,459
0,04	0,407	0,411	0,449
0,05	0,404	0,411	0,442
0,06	0,401	0,410	0,437
0,07	0,398	0,409	0,435
0,08	0,397	0,409	0,434
0,09	0,396	0,409	0,434
0,10	0,395	0,408	0,434
0,12	0,394	0,408	0,434
0,14	0,393	0,408	0,434
0,16	0,393	0,407	0,433
0,18	0,392	0,406	0,432
0,20	0,390	0,405	0,432
0,22	0,386	0,405	0,430
0,25	0,379	0,404	0,428
0,30	0,371	0,403	0,424

Srednio przyjąćby można $m=0,40$, ale nie należy zapominać że wartości powyższe oznaczone były doświadczeniami panów Poncelet i Lesbros dla szerokości przewału $L=0^m,20$. Nowsze doświadczenia, czynione w Tuluzie przez panów Castel i d'Aubuisson, z przewałami nierównie szerszymi i których próg i boki pionowe rozszerzone były na wewnątrz, dały wzór :

$$Q=0,44LH\sqrt{2gH}.$$

Pan Boileau (*) przedstawił w r. 1850 następujący wzór na wypływ przez przewał :

$$Q = \frac{S + H}{\sqrt{(S + H)^2 - H^2}} \sqrt{1 - K} \cdot LH \sqrt{2gH},$$

w którym S oznacza wzniesienie progu przewału ponad dno zbiornika, a K stosunek wysokości wody nad progiem do H, czyli do odległości pionowej poziomu wody w zbiorniku od progu przewału. K zmienia się wedle pana Boileau od 0,73 do 0,84.

Wzór : $Q = LHe \sqrt{\frac{g}{H + e}}$, podany przez pana Clarival, w którym e oznacza wysokość wody ponad progiem przewału (KH w poprzednim wzorze), daje mniej więcej także same wypadki a jest nierównie prościejszy.

Jeżeli przewał w cienkiej ścianie jest pochylony ku zbiornikowi, doświadczenia pana Boileau okazały że wartość współczynnika m ulega zmianie mało znaczącej. Za to kształt progu wywiera znaczny wpływ na wydatek przewału, a zaokrąglając ten próg powiększa się znacznie wydatek, tak że w tym przypadku współczynnik m = średnio 0,50. Jeżeli przewał opatrzone jest pogródką, wydatek się zmniejsza i nie należy brać wtedy na współczynnik m wartości większej od 0,35, powięk-

(*) Journal de l'Ecole Polytechnique, z roku 1850.

szając ją nieco, to jest biorąc na przykład 0,37 w przypadku pogródki pochylonej słabo $\left(\frac{1}{10}\right)$ w kierunku spadku wody.

Wreszcie przewał może być *niezupetny*, albo *zatopiony*, to jest jego próg może leżeć niżej poziomu wody w części niższej kanału. Jeżeli odległość pionową progu od poziomu wody w tej części oznaczymy przez H' , da nam wydatek wzór następujący, podany przez pana Lesbros:

$$Q = mLH\sqrt{2g(H - H')},$$

w którym m zmienia się od 0,45 do 0,60.

27. Uwagi ogólne. — Tablica prędkości. — Wszystko co powiedzieliśmy wyżej pokazuje, że zwykle znaleźć można dość ściśle prędkość wypływu cieczy przez otwór lub przewał rozmaicie urządzony; lecz ilość o którą właśnie najwięcej chodzi, to jest wydatek otworu, oznaczyć daleko trudniej. Wydatek ten bowiem zależy nie tylko od prędkości, jaką posiadają cząsteczki cieczy przechodząc przez otwór, ale także od kątów pod jakimi strugi cieczy przecinają płaszczyznę otworu, a które to kąty zmieniają się dla różnych punktów otworu, według praw dotychczas nieznanych. To wszystko co wiemy upewnia nas że wydatek rzeczywisty jest mniejszy od iloczynu z powierzchni otworu przez prędkość strug przezeń wychodzących, który iloczyn nazwany został niewłaściwie *wydatkiem teoretycznym*. Trudność polega na oznaczeniu dla każdego szczególnego przypadku tego właśnie zmiennego stosunku wydatków rzeczywistego i teoretycznego, stosunku mogącego przybierać różne wartości od 0,50 do 1,00 a nazwanego współczynnikiem ściśnienia albo także *współczynnikiem wydatku*. W poprzednich ustępach podaliśmy dla każdego szczególnego przypadku różne jego wartości, pozwalające otrzymać w przybliżeniu wartość wydatku; ale w rzeczywistości w każdym z tych przypadków współczynnik ściśnienia nie jest stały, lecz

zmienia się stosownie do okoliczności miejscowych, jak wymiary otworu, kształt jego ścian i położenie względem dna zbiornika. Jeżeli zatem przybliżenie otrzymane z pomocą wartości średnich tego współczynnika nie jest dostateczne, należy szukać w zbiorach wypadków doświadczeń, wartości, przy warunkach podobnych tym, z jakimi mamy do czynienia. Podane przez nas kilka tablic, streszczających doświadczenia pana Lesbros, mogą się przydać w wielu razach. Dodać jednak należy że w praktyce jest się zwykle oddalonym od ścisłych warunków, w jakich doświadczenia uczonych Hydraulików były wykonywane. Zwykle, brzegi otworów są mniej więcej nieregularne, dna zbiorników nierówne i poziom wody w zbiornikach ulega ciągłym zmianom. Dlatego też oznaczenie ścisłe wydatku otworu lub przewału, za pomocą rachunku jest bardzo trudne i błędy dochodzące do 0,05 bardzo łatwo mogą mieć miejsce.

Wreszcie zamykając ten rozdział, podajemy dla ułatwienia rachunków w praktyce tablicę prędkości odpowiadających różnym wysokościami spadku: od 0^m,001 do 0^m,01 co milimetr, od 0^m,01 do 5^m00 co centymetr, od 5^m00 do 10^m00 co 25 centymetrów, od 10^m00 do 100^m co metr, i od 100^m do 300^m co 5 metrów. Tablica ta, wyjęta z podręcznika inżynierskiego Claudel'a (*), daje ze znanej wysokości h prędkość $v = \sqrt{2gh}$, gdzie g oznacza prędkość, jakiej nabywają ciała wolno spadające w próżni, na końcu pierwszej sekundy ich spadku, to jest przyspieszenie siły ciężkości. Pod szerokością geograficzną obserwatorium paryzkiego $g =$ około 9^m,8088 = 32,1441 stóp angielskich, która to wartość i u nas powszechnie jest przyjęta.

(*) *Formules, tables et renseignements usuels. Aide-mémoire des Ingénieurs et Architectes. Partie pratique*, par J. CLAUDEL, Paris. 1867. str. 103.

Tablica prędkości.

wysokość spadku.	prędkość odpowiadająca.	wysokość spadku.	prędkość odpowiadająca.	wysokość spadku.	prędkość odpowiadająca.	wysokość spadku.	prędkość odpowiadająca.	wysokość spadku.	prędkość odpowiadająca.
m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.
0,001	0,140	0,36	2,658	0,80	3,961	1,24	4,933	1,68	5,741
0,002	0,198	0,37	2,694	0,81	3,986	1,25	4,953	1,69	5,758
0,003	0,243	0,38	2,730	0,82	4,011	1,26	4,972	1,70	5,775
0,004	0,280	0,39	2,766	0,83	4,035	1,27	4,991	1,71	5,792
0,005	0,313	0,40	2,801	0,84	4,059	1,28	5,011	1,72	5,809
0,006	0,343	0,41	2,836	0,85	4,083	1,29	5,031	1,73	5,826
0,007	0,370	0,42	2,870	0,86	4,107	1,30	5,050	1,74	5,842
0,008	0,395	0,43	2,904	0,87	4,131	1,31	5,069	1,75	5,859
0,009	0,420	0,44	2,938	0,88	4,155	1,32	5,089	1,76	5,876
0,01	0,443	0,45	2,971	0,89	4,178	1,33	5,108	1,77	5,893
0,02	0,626	0,46	3,004	0,90	4,202	1,34	5,127	1,78	5,909
0,03	0,767	0,47	3,037	0,91	4,225	1,35	5,146	1,79	5,926
0,04	0,886	0,48	3,069	0,92	4,248	1,36	5,165	1,80	5,942
0,05	0,990	0,49	3,100	0,93	4,271	1,37	5,184	1,81	5,959
0,06	1,085	0,50	3,132	0,94	4,294	1,38	5,203	1,82	5,975
0,07	1,172	0,51	3,163	0,95	4,317	1,39	5,222	1,83	5,992
0,08	1,253	0,52	3,194	0,96	4,340	1,40	5,241	1,84	6,008
0,09	1,329	0,53	3,224	0,97	4,362	1,41	5,259	1,85	6,024
0,10	1,401	0,54	3,253	0,98	4,384	1,42	5,278	1,86	6,041
0,11	1,468	0,55	3,283	0,99	4,407	1,43	5,279	1,87	6,057
0,12	1,534	0,56	3,314	1,00	4,429	1,44	5,315	1,88	6,073
0,13	1,597	0,57	3,344	1,01	4,451	1,45	5,333	1,89	6,089
0,14	1,657	0,58	3,373	1,02	4,473	1,46	5,351	1,90	6,105
0,15	1,715	0,59	3,402	1,03	4,495	1,47	5,370	1,91	6,122
0,16	1,772	0,60	3,431	1,04	4,517	1,48	5,388	1,92	6,138
0,17	1,826	0,61	3,459	1,05	4,539	1,49	5,406	1,93	6,154
0,18	1,879	0,62	3,488	1,06	4,560	1,50	5,425	1,94	6,170
0,19	1,931	0,63	3,516	1,07	4,582	1,51	5,443	1,95	6,186
0,20	1,981	0,64	3,543	1,08	4,603	1,52	5,461	1,96	6,202
0,21	2,030	0,65	3,571	1,09	4,624	1,53	5,479	1,97	6,217
0,22	2,078	0,66	3,598	1,10	4,645	1,54	5,496	1,98	6,232
0,23	2,124	0,67	3,625	1,11	4,666	1,55	5,513	1,99	6,248
0,24	2,170	0,68	3,652	1,12	4,687	1,56	5,532	2,00	6,264
0,25	2,215	0,69	3,679	1,13	4,708	1,57	5,550	2,01	6,279
0,26	2,259	0,70	3,706	1,14	4,729	1,58	5,567	2,02	6,295
0,27	2,301	0,71	3,732	1,15	4,750	1,59	5,585	2,03	6,311
0,28	2,344	0,72	3,758	1,16	4,770	1,60	5,603	2,04	6,326
0,29	2,385	0,73	3,784	1,17	4,790	1,61	5,620	2,05	6,341
0,30	2,426	0,74	3,810	1,18	4,811	1,62	5,637	2,06	6,357
0,31	2,446	0,75	3,836	1,19	4,831	1,63	5,655	2,07	6,372
0,32	2,506	0,76	3,861	1,20	4,852	1,64	5,672	2,08	6,388
0,33	2,544	0,77	3,886	1,21	4,872	1,65	5,690	2,09	6,403
0,34	2,582	0,78	3,911	1,22	4,892	1,66	5,707	2,10	6,418
0,35	2,620	0,79	3,936	1,23	4,913	1,67	5,724	2,11	6,434

Tablica prędkości (ciąg dalszy).

wysokość spadku.	prędkość odpowiadająca.	wysokość spadku.	prędkość odpowiadająca.	wysokość spadku.	prędkość odpowiadająca.	wysokość spadku.	prędkość odpowiadająca.	wysokość spadku.	prędkość odpowiadająca.
m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.
2,12	6,449	2,56	7,087	3,00	7,672	3,44	8,215	3,88	8,725
2,13	6,464	2,57	7,101	3,01	7,684	3,45	8,227	3,89	8,736
2,14	6,479	2,58	7,114	3,02	7,697	3,46	8,239	3,90	8,747
2,15	6,494	2,59	7,128	3,03	7,710	3,47	8,251	3,91	8,758
2,16	6,510	2,60	7,142	3,04	7,722	3,48	8,263	3,92	8,769
2,17	6,525	2,61	7,156	3,05	7,735	3,49	8,274	3,93	8,780
2,18	6,540	2,62	7,169	3,06	7,748	3,50	8,286	3,94	8,792
2,19	6,555	2,63	7,183	3,07	7,760	3,51	8,298	3,95	8,803
2,20	6,570	2,64	7,197	3,08	7,773	3,52	8,310	3,96	8,814
2,21	6,584	2,65	7,210	3,09	7,786	3,53	8,322	3,97	8,825
2,22	6,599	2,66	7,224	3,10	7,798	3,54	8,333	3,98	8,836
2,23	6,614	2,67	7,237	3,11	7,811	3,55	8,345	3,99	8,847
2,24	6,629	2,68	7,251	3,12	7,823	3,56	8,357	4,00	8,858
2,25	6,644	2,69	7,265	3,13	7,836	3,57	8,369	4,01	8,869
2,26	6,658	2,70	7,278	3,14	7,849	3,58	8,380	4,02	8,880
2,27	6,673	2,71	7,291	3,15	7,861	3,59	8,392	4,03	8,892
2,28	6,688	2,72	7,305	3,16	7,873	3,60	8,404	4,04	8,903
2,29	6,703	2,73	7,318	3,17	7,886	3,61	8,415	4,05	8,914
2,30	6,717	2,74	7,332	3,18	7,898	3,62	8,427	4,06	8,925
2,31	6,732	2,75	7,345	3,19	7,911	3,63	8,439	4,07	8,936
2,32	6,746	2,76	7,358	3,20	7,923	3,64	8,450	4,08	8,946
2,33	6,761	2,77	7,372	3,21	7,936	3,65	8,462	4,09	8,957
2,34	6,775	2,78	7,385	3,22	7,948	3,66	8,474	4,10	8,968
2,35	6,790	2,79	7,398	3,23	7,960	3,67	8,485	4,11	8,979
2,36	6,804	2,80	7,411	3,24	7,973	3,68	8,497	4,12	8,990
2,37	6,819	2,81	7,425	3,25	7,985	3,69	8,508	4,13	9,001
2,38	6,833	2,82	7,437	3,26	7,997	3,70	8,520	4,14	9,012
2,39	6,847	2,83	7,451	3,27	8,009	3,71	8,531	4,15	9,023
2,40	6,862	2,84	7,464	3,28	8,022	3,72	8,543	4,16	9,034
2,41	6,876	2,85	7,477	3,29	8,034	3,73	8,554	4,17	9,045
2,42	6,890	2,86	7,490	3,30	8,046	3,74	8,566	4,18	9,055
2,43	6,904	2,87	7,503	3,31	8,058	3,75	8,577	4,19	9,066
2,44	6,919	2,88	7,517	3,32	8,070	3,76	8,588	4,20	9,077
2,45	6,933	2,89	7,530	3,33	8,082	3,77	8,600	4,21	9,088
2,46	6,947	2,90	7,543	3,34	8,095	3,78	8,611	4,22	9,099
2,47	6,961	2,91	7,556	3,35	8,107	3,79	8,623	4,23	9,109
2,48	6,975	2,92	7,569	3,36	8,119	3,80	8,634	4,24	9,120
2,49	6,989	2,93	7,582	3,37	8,131	3,81	8,645	4,25	9,131
2,50	7,003	2,94	7,594	3,38	8,143	3,82	8,657	4,26	9,142
2,51	7,017	2,95	7,607	3,39	8,155	3,83	8,668	4,27	9,152
2,52	7,031	2,96	7,620	3,40	8,167	3,84	8,679	4,28	9,163
2,53	7,045	2,97	7,633	3,41	8,179	3,85	8,691	4,29	9,174
2,54	7,059	2,98	7,646	3,42	8,191	3,86	8,702	4,30	9,185
2,55	7,073	2,99	7,659	3,43	8,203	3,87	8,713	4,31	9,195

Tablica prędkości (koniec).

wysokość spadku.	prędkość odpowiadająca.	wysokość spadku.	prędkość odpowiadająca.	wysokość spadku.	prędkość odpowiadająca.	wysokość spadku.	prędkość odpowiadająca.	wysokość spadku.	prędkość odpowiadająca.
m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.
4,32	9,206	4,76	9,663	10,00	14,006	54	32,548	98	43,847
4,33	9,217	4,77	9,673	11,00	14,690	55	32,848	99	44,070
4,34	9,227	4,78	9,684	12,00	15,343	56	33,148	100	44,292
4,35	9,238	4,79	9,694	13,00	15,970	57	33,440	105	45,386
4,36	9,248	4,80	9,704	14,00	16,572	58	33,732	110	46,454
4,37	9,259	4,81	9,714	15,00	17,154	59	34,021	115	47,498
9,38	9,270	4,81	9,724	16,00	17,717	60	34,308	120	48,519
4,39	9,280	4,83	9,734	17,00	18,257	61	34,593	125	49,520
4,40	9,291	4,84	9,744	18,00	18,791	62	34,875	130	50,500
4,41	9,301	4,85	9,754	19,00	19,306	63	35,155	135	51,462
4,42	9,312	4,86	9,764	20,00	19,808	64	35,433	140	52,407
4,43	9,322	4,87	9,774	21,00	20,297	65	35,709	145	53,334
4,44	9,333	4,88	9,784	22,00	20,775	66	35,983	150	54,246
4,45	9,343	4,89	9,794	23,00	21,242	67	36,254	155	55,142
4,46	9,354	4,90	9,804	24,00	21,698	68	36,524	160	56,025
4,47	9,364	4,91	9,814	25,00	22,146	69	36,791	165	56,894
4,48	9,375	4,92	9,824	26,00	22,584	70	37,057	170	57,749
4,49	9,385	4,93	9,834	27,00	23,015	71	37,321	175	58,591
4,50	9,396	4,95	9,844	28,00	23,437	72	37,583	180	59,424
4,51	9,406	4,95	9,854	29,00	23,852	73	37,843	185	60,243
4,52	9,417	4,96	9,864	30,00	24,260	74	38,101	190	61,052
4,53	9,427	4,97	9,874	31,00	24,661	75	38,358	195	61,850
4,54	9,437	4,98	9,884	32,00	25,055	76	38,613	200	62,638
4,55	9,448	4,99	9,894	33,00	25,444	77	38,866	205	63,416
4,56	9,458	5,00	9,904	34,00	25,826	78	39,117	210	64,185
4,57	9,468	5,25	10,149	35,00	26,203	79	39,867	215	64,944
4,58	9,479	5,50	10,387	36,00	26,575	80	39,616	220	65,693
4,59	9,489	5,75	10,621	37,00	26,942	81	39,868	225	66,438
4,60	9,500	6,00	10,849	38,00	27,303	82	40,108	230	67,171
4,61	9,510	6,25	11,073	39,00	27,770	83	40,352	235	67,898
4,62	9,520	6,50	11,292	40,00	28,043	84	40,594	240	68,616
4,63	9,530	6,75	11,507	41,00	28,361	85	40,835	245	69,328
4,64	9,541	7,00	11,718	42,00	28,704	86	41,074	250	70,031
4,65	9,551	7,25	11,926	43,00	29,034	87	41,313	255	70,728
4,66	9,561	7,50	12,130	44,00	19,380	88	41,549	260	71,418
4,67	9,572	7,75	12,330	45,00	29,712	89	41,785	265	72,102
4,68	9,582	8,00	12,528	46,00	30,040	90	42,019	270	72,780
4,69	9,592	8,25	12,722	47,00	30,365	91	42,252	275	73,450
4,70	9,602	8,50	12,913	48,00	30,686	92	42,484	280	74,114
4,71	9,612	8,75	13,102	49,00	31,004	93	41,713	285	74,773
4,72	9,623	9,00	13,288	50,00	31,329	94	42,942	290	75,426
4,73	9,633	9,25	13,471	51,00	31,631	95	43,170	295	76,074
4,74	9,643	9,50	13,652	52,00	31,939	96	43,397	300	76,716
4,75	9,653	9,75	13,830	53,00	32,245	97	43,622		

ROZDZIAŁ II

PRZYPADKI, W KTÓRYCH
NALEŻY MIEĆ WZGLĄD NA LEPKOŚĆ CIECZY.

28. Skutki nagłego powiększenia przecięcia żyły. — Przypuśćmy że ciecz wypływa z naczynia ABCD (fig. 49) i wchodzi nagle w przestrzeń, której przecięcie poprzeczne jest nierównie większe, która aż do pewnej długości ma kształt mniej więcej walcowy i jest już napełniona cieczą. Zauważyć wtedy można że ciecz otaczająca żyłę poza przecięciem CD, wprawiona jest w ruch bardzo słabo; wirując i falując ustępuje ona powoli miejsca świeżo przez żyłę dostarczonej cieczy. W około początku żyły wzburzenie cieczy jest dość znaczne; im dalej od początku tem jest mniejsze i wreszcie przez przecięcie GH cząsteczki cieczy przechodzą z prędkościami równoległymi między sobą a prostopadłemi do płaszczyzny przecięcia. Oczywiście w tem zjawisku ciecz podlega zmianom wewnętrznym, nierównie większym i gwałtowniejszym, niż przy wypływie bez nagłego powiększenia przecięcia żyły. Nie można zatem stosować twierdzenia Daniela Bernoulli do dwóch położeń cząsteczki cieczy, przed i poza przecięciem CD, nie biorąc pod uwagę straty ciężenia (ustęp n. 15), wynikłej z sił wytworzonych przez lepkość cieczy. Ażeby tę stratę ciężenia ściśle oznaczyć, należałoby śledzić w jej biegu każdą cząsteczkę cieczy i zdać sobie sprawę z działań, wywieranych przez nią na sąsiednie. W braku podobnie racjonalnej teorii, zadowolniać się musimy przybliżoną, opartą na uproszczających zadaniach przypuszczeniach a podaną przez pana Belanger (*).

(*) Kurs litografowany Hydrauliki w Szkole Dróg i Mostów, w Paryżu z roku 1850.

System materialny, zawarty między płaszczyznami EF i GH składa się z dwóch różnych części to jest: z żyły, której przecięcia są CD i GH, a której cząsteczki biegną z prędkościami do płaszczyzn tych przecięć prostopadłemi; i drugiej części, której ruchy nie są dokładnie określone, ale w każdym razie bardzo słabe. Przypuśćmy że ta druga część jest nieruchoma i że ciśnienie tej części na żyłę czyni zadość prawom Hydrostatyki. Ciśnienie to średnie dla cieczy moczącej przecięcie EF, oznaczmy przez p .

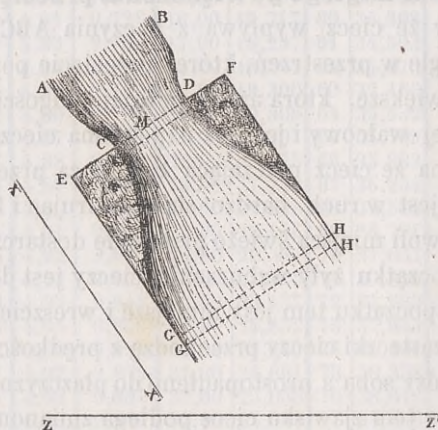


Fig. 19.

Na przecięciu GH, strugi cieczy mają kierunki równoległe i ciśnienia ulegają także prawom Hydrostatyki. Oznaczmy ciśnienie średnie na tem przecięciu przez p' .

Nazwijmy ω powierzchnię przecięcia CD, a Ω powierzchnię przecięcia GH; v i v' prędkości strug na tych przecięciach; i zastosujmy do systemu materialnego, między temi przecięciami zawartego, twierdzenie ilości ruchu rzuconych na oś XX', prostopadłą do płaszczyzn obu przecięć. Powiększenie ilości ruchu, po upływie czasu nieskończenie małego θ , podczas którego przecięcia CD i GH przejdą na położenia CD' i G'H', jest

równe różnicy między ilością ruchu części CDD'C', a ilością ruchu części GHH'G' (rozumując jak w ustępie n. 22), czyli różnicy:

$$\frac{\Pi}{g} \Omega v' \theta \cdot v' - \frac{\Pi}{g} \omega v \theta \cdot v,$$

która, ponieważ wydatek w jednostce czasu $\Omega v' = \omega v = Q$, sprowadza się do wyrażenia:

$$\frac{\Pi Q \theta}{g} (v' - v).$$

Siły zewnętrzne, jakie tu wziąć trzeba pod uwagę, są: siła ciężkości i ciśnienia. Ciężar całego systemu jest $\Pi \Omega \cdot \overline{EG}$, a popęd tej siły:

$$\Pi \Omega \cdot \overline{EG} \cdot \theta.$$

Kierunek jego pionowy czyni z osią XX' kąt α , zatem jego rzut na tę oś będzie:

$$\Pi \Omega \cdot \overline{EG} \cdot \theta \cdot \cos \alpha.$$

Ale oznaczając przez z i z' wzniesienia środków ciężkości powierzchni przecięć CD i GH ponad płaszczyznę porównania ZZ', a przez h odległość pionową środka ciężkości powierzchni przecięcia CD, od środka ciężkości powierzchni przecięcia EF, które to środki ciężkości wogóle się nie zchodzą, otrzymamy:

$$\overline{EG} \cos \alpha = (z - h) - z' = z - z' - h;$$

popęd zatem siły ciężkości będzie:

$$\Pi \Omega \theta (z - z' - h).$$

Ciśnienia na przecięciach EF' i GH rzucają cię na oś XX' w naturalnych wielkościach, popęd ich zatem równa się:

$$p \Omega \theta - p' \Omega \theta.$$

Inne ciśnienia przypuszczamy że są prostopadłe do ścian rury, a zatem i do osi XX' i nie dają w rzucie. Otrzymujemy więc następujące równanie ilości ruchu:

$$\frac{\Pi Q \theta}{g} (v' - v) = \Pi \Omega \theta (z - z' - h) + p \Omega \theta - p' \Omega \theta,$$

które dzieląc przez $\Pi Q \theta$ i kładąc $\frac{Q}{\Omega} = v'$, będziemy mieli:

$$\frac{v'(v' - v)}{g} = z - z' - h + \frac{p}{\Pi} - \frac{p'}{\Pi}.$$

p jest ciśnieniem średnim na przecięciu EF , a $\frac{p}{\Pi}$ wysokością ciśnienia w środku ciężkości powierzchni przecięcia EF . Wysokość zaś ciśnienia w środku ciężkości powierzchni przecięcia CD , będzie:

$$\frac{p}{\Pi} - h = \frac{p_1}{\Pi},$$

oznaczając przez p_1 ciśnienie średnie (na jednostkę powierzchni) na przecięciu żyły. Równanie zatem przybierze postać:

$$\frac{v'(v' - v)}{g} = z - z' + \frac{p_1}{\Pi} - \frac{p'}{\Pi},$$

czyli:

$$\frac{v'^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} = \left(z - z' + \frac{p_1}{\Pi} - \frac{p'}{\Pi} \right) - \frac{(v - v')^2}{2g},$$

albo jeszcze:

$$z + \frac{p_1}{\Pi} + \frac{v^2}{2g} = \left(z' + \frac{p'}{\Pi} + \frac{v'^2}{2g} \right) + \frac{(v - v')^2}{2g}.$$

Wysokości: $z + \frac{p_1}{\Pi} + \frac{v^2}{2g}$, $z' + \frac{p'}{\Pi} + \frac{v'^2}{2g}$ określają płaczący ciężenia (ustęp n. 15) dla przecięć CD i GH . Równanie ostatnie pokazuje, że strata ciężenia wynika z przyczyny nagłego powiększenia przecięcia, jest równa wysokości przedsta-

wiającej strąte średniej prędkości, tak bowiem wysłowić można wyrażenie $\frac{(v - v')^2}{2g}$. Po dodaniu tego wyrazu twierdzenie

Daniela Bernoulli może być zastosowane do strug ulegających nagłemu powiększeniu przecięcia. W poprzednim rozdziale przecięcia zmieniały się bardzo mało, tak że strata ciężenia między dwoma przecięciami bardzo bliskimi była $\frac{(dv)^2}{2g}$, to jest ilością nieskończenie małą drugiego rzędu, którą bez wielkiego błędu można było pominąć w rachunku.

Jeżeliby otwór naczynia nie był stosownie rozszerzony, jak w przykładzie który traktujemy, należałoby wziąć zamiast przecięcia żyły przy otworze, przecięcie ściśnione i w taki sam sposób przeprowadzić rachunek, któryby dał też same wypadki.

29. Piezometr różniczkowy.— Powiedzieliśmy w wstępie n. 15 że nie zwracając uwagi na lepkość cieczy, różnica wysokości odpowiadających prędkościom cieczy w dwóch punktach jednej strugi, jest równa różnicy wzniesień wierzchołków słupów piezometrycznych, w tych punktach wystawionych. Oznaczając zatem tę ostatnią przez h , otrzymalibyśmy :

$$\frac{v^2}{2g} - \frac{v'^2}{2g} = h.$$

W przypadku nagłego powiększenia przecięcia żyły, należy jak widzieliśmy wziąć pod uwagę lepkość cieczy i równanie powyższe zastąpić następującem :

$$\frac{v^2}{2g} - \frac{v'^2}{2g} - h = \frac{(v - v')^2}{2g}.$$

Równanie to sprawdzić można za pomocą przyrządu pana Belanger, nazwanego przezeń *piezometrem różniczkowym*, który mierzy wprost wysokość h i może być używany do oznaczania różnicy ciśnień w dwóch punktach blisko siebie położonych. Dwie rurki giętkie, ołowiane, przystosowane są do rury głównej

w punktach A i B (fig. 20), w których chcemy oznaczyć różnicę ciśnień. Rurki te połączone są rurką szklaną zakrzywioną CED,



Fig. 20.

z otworem w punkcie E, który można dowolnie zamykać lub otwierać za pomocą kruczka. Kruczki A i B są naprzód zamknięte i rurki przyrządu wypełnione powietrzem. Zamyka się następnie otwór E, a otwiera kruczki A i B. Ciecz wchodzi wtedy w rurki na mocy ciśnienia, ale ich nie zapełnia, gdyż powietrze nie ma ujścia. Skoro się jest pewnym że powietrze nie pozostaje uwięzione w zgięciach rurek ołowianych i jeżeli ciecz nie wznosi się jeszcze do wysokości rurki szklanej, wypuszcza się powoli powietrze przez otwór E; a nawet, jeżeli tego potrzeba, wyciąga się je ustami, aż dopóki się woda nie wzniesie do rurki szklanej. Odległość pionowa poziomów wody w rurkach da wtedy żądaną wysokość h , gdyż oba poziomy ponoszą jednakie ciśnienie powietrza zawartego w przyrządzie. Gdyby nie można było doprowadzić poziomów cieczy aż do rurki szklanej, znaczyło by to że rurki

ołowiane są za długie; trzeba wtedy skrócić je stosownie i rozpocząć doświadczenie.

30. Przystawki walcowe. — Skoro otwór zrobiony w ścianie płaskiej zbiornika przedłużony jest na zewnątrz przez rurkę walcową, której długość jest równa półtora raza wziętej średnicy otworu, ściśnienie żyły przy jej wyjściu nie ma miejsca. Wydatek powinienby zatem być równy iloczynowi z powierzchni otworu przez średnią prędkość żyły, gdy tymczasem doświadczenie daje:

$$Q = 0,82 A \sqrt{2gh}.$$

Widzimy ztąd że prędkość średnia jest równa nie $\sqrt{2gh}$, ale $0,82 \sqrt{2gh}$. Wysokość zaś jej odpowiadająca jest nie $h = \frac{v^2}{2g}$, ale $h = \overline{0,82^2} \frac{v^2}{2g}$. Istnieje zatem strata ciężenia równa:

$$(1 - \overline{0,82^2}) h = 0,328 h,$$

to jest prawie trzeciej części wzniesienia poziomu wody w zbiorniku, ponad środek ciężkości otworu.

Można sobie zdać sprawę teoretycznie z tej straty ciężenia i z niej wynikłego zmniejszenia prędkości wypływu i wydatku otworu. Skoro ciecz wychodzi z naczynia przez otwór CD, (fig. 21) tworzy wtedy żyłę ściśnającą się aż do przecięcia GH, położonego w odległości od otworu prawie równej promieniowi tego przecięcia, jeżeli ono jest kołowe, a następnie dąży do przybrania wymiarów nierównie większych. Istnieje zatem w rurce CDEF przestrzeń pierścieniowa wokoło żyły, która na początku wypływu napełniona była powietrzem. Powietrze to zostaje powoli uniesione tarcieciem cieczy; żyła ponosząc na przecięciu EF ciśnienie daleko większe niż na przecięciu GH, zwalnia swój bieg między temi dwoma przecięciami, w skutku czego się rozszerza i wkrótce napełnia zupełnie rurkę. Mamy zatem w GH żyłę, której przecięcie nagle się powiększa,

że zaś $m = \frac{\omega}{A} = \frac{v'}{v}$, więc $v = \frac{v'}{m}$, i otrzymamy :

$$h + \frac{p_0}{\Pi} = \frac{v'^2}{2g} \left[1 + \left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2 \right] + \frac{p'}{\Pi}.$$

Zkąd :

$$v' = \sqrt{2g \left(h + \frac{p_0}{\Pi} - \frac{p'}{\Pi} \right)} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2}},$$

albo :

$$v' = \mu \sqrt{2g \left(h + \frac{p_0}{\Pi} - \frac{p'}{\Pi} \right)},$$

kładąc :

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2}}.$$

W przypadku, gdy otwór otoczony jest wolnem powietrzem, $p' = p_0$, a :

$$v' = \mu \sqrt{2gh}.$$

Biorąc zaś na m wartość średnią 0,62, otrzymamy $\mu = 0,85$, a

$$v' = 0,85 \sqrt{2gh}.$$

Wydatek otworu da nam wzór

$$Q = Av' = \mu A \sqrt{2gh} = 0,85 A \sqrt{2gh},$$

różniący się zaledwie o $\frac{3}{100} A \sqrt{2gh}$ od otrzymanego doświadczeniem :

$$Q = 0,82 A \sqrt{2gh}.$$

Teorya zatem daje wypadek zadowalniający. Należy tu mieć w pamięci, że współczynnik μ odpowiada stracie ciężenia i od-

nosi się wyłącznie do prędkości, a nie do powierzchni otworu, jak w poprzednich ustępach współczynnik ściśnienia m .

Ciśnienie na przecięciu ściśnionem otrzymać można z pierwszego z dwóch równań, jakie nam dało twierdzenie Daniela Bernoulli:

$$h + \frac{p_0}{\Pi} = \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\Pi},$$

czyniąc w niem:

$$v = \frac{v'}{m} = \frac{0,82 \sqrt{2gh}}{0,62}.$$

Otrzymamy wtedy:

$$\frac{p_0 - p}{\Pi} = 0,75 h.$$

Ciśnienie zatem na przecięciu ściśnionem jest mniejsze od ciśnienia powietrza a różnica między wysokościami tym ciśnieniom odpowiadającymi jest równa $3/4$ wysokości h , to jest wzniesienia poziomu cieczy w zbiorniku ponad środek cięż-

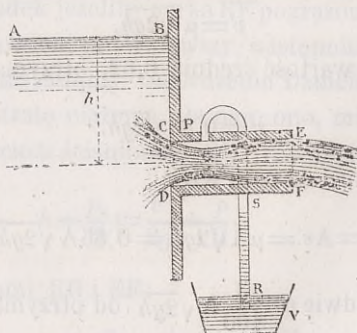


Fig. 22.

kości otworu. Wypadek ten sprawdził doświadczeniem Venturi, robiąc w przystawce otwór ponad przecięciem ściśnionem i wstawiając w ten otwór rurkę zakrzywioną, która się zanurzała drugim końcem w naczyniu napelnionem wodą lekko

zafarbowaną. Zmniejszenie wysokości ciśnienia na przecięciu ściśnionem mierzone było przez wysokość kolumny cieczy RS (fig. 22), podnoszącej się w rurce. Venturi, przekonał się że ta wysokość dla $h=0^m,88$ była równa $0^m,65$, czyli prawie $\frac{3}{4}h$. Tym sposobem wypływ cieczy może być powodem aspiracyi, a na tem zjawisku polega w części przyrząd pań Giffard, zasilający w wodę maszyny parowe.

Możemy wreszcie przedstawić jak następuje wysokości płazczyzny ciężenia w różnych punktach cieczy, wypływającej przez przystawkę walcową. Dla punktu cieczy wewnątrz naczyń, wysokość ciężenia równa się wysokości cieczy nad nim położonej, zwiększonej wysokością ciśnienia powietrza. Będzie zatem dla punktu M (fig. 21), wysokość płazczyzny ciężenia równa $MM' + \frac{p_0}{\Pi}$, albo wzięwszy długość $\frac{p_0}{\Pi} = MM''$, równa $MM' + M'M'' = MM''$. Wysokość ta jest wspólną dla wszystkich punktów cieczy w zbiorniku i przy wyjściu aż do przecięcia ściśnionego. Na tem przecięciu wysokość płazczyzny ciężenia będzie takąż sama, ale inaczej złożona. Równać się ona będzie wysokości ciśnienia NN', która jak widzieliśmy jest mniejsza od wysokości ciśnienia powietrza o $\frac{3}{4}h$ czyli $\frac{3}{4}MM'$, zwiększonej wysokością N'N'' odpowiadającą prędkości v na przecięciu ściśnionem. W punkcie P, ciśnienie jest znów równe ciśnieniu powietrza i wysokość piezometryczna $PP' = M'M''$; ale płazczyzna ciężenia jest położona niżej jak dla punktu N, i to o tyle, ile wynosi strata ciężenia, która jak powiedzieliśmy na wstępie jest równa prawie $\frac{1}{3}$ wysokości h czyli $\frac{1}{3}MM'$. Zatem nowa płazczyzna ciężenia P'' leżeć będzie pod płazczyzną M'N'', w odległości równej $\frac{1}{3}MM'$.

Powiedzieliśmy na początku niniejszego ustępu że doświadczenie daje :

$$\mu = 0,82.$$

Wartość ta, podana przez d'Aubuisson'a jest średnią z pomiędzy wartości otrzymanych przez Castel'a, Bossut'a, Venturi'ego, Eytelwein'a i Michelotti'ego, które zamknięte są w granicach od 0,787 do 0,854. Ale te wartości współczynnika μ odpowiadają prawie bez wyjątku, bardzo małemu ciśnieniu na otwór, albo bardzo małym średnicom tego otworu. Weisbach, którego poszukiwania nad przystawkami walcowymi, na największą zasługują uwagę, znalazł :

$$\mu = 0,852,$$

przy ciśnieniu $0^m,578$ i dla otworu o średnicy $0^m,01$, a :

$$\mu = 0,846,$$

przy ciśnieniu $0^m,236$ i dla tegoż samego otworu. Dla otworów o średnicy $0^m,02$, Weisbach znalazł tylko :

$$\mu = 0,832,$$

a dla średnic od $0^m,02$ do $0^m,03$, już tylko :

$$\mu = 0,813 \text{ do } 0,817.$$

31. Zasada boczego udzielania się ruchu w płynach. — Przytoczyliśmy w poprzednim ustępie doświadczenie Venturi'ego nad przystawką walcową, dowodzące że wypływ cieczy może być powodem aspiracyi. Aspiracyą tę wytłumaczyć można dążnością żyły cieczy w ruchu, do pociągania za sobą cząsteczek cieczy w spokoju żyłę otaczającej. Służyć ona może za dowód istnienia tarcia między strugami cieczy w ruchu a cieczą w spokoju, a Venturi uwidoczniał ją innem jeszcze doświadczeniem zasadniczem, na którym zbudował całą teorię boczego udzielania się ruchu w płynach (*).

(*) *Récherches expérimentales sur le principe de la communication latérale du mouvement dans les fluides*, par J. B. VENTURI. Paris, an VI ou 1798.

Fig. 23, wyjęta z dzieła Venturi'ego, przedstawia przyrząd do tego doświadczenia służący. Naczynie DEFB napelnione jest

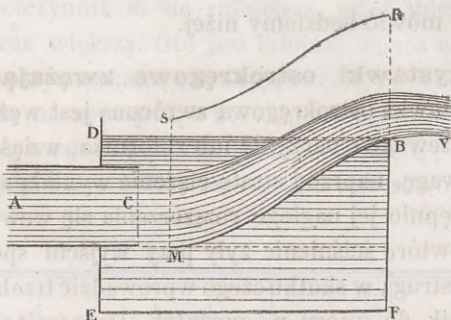


Fig. 23.

wodą aż do poziomu DB. Rura pozioma AC doprowadza do naczynia wodę w ruchu, która wychodząc przez otwór C pod postacią żyły, bieży wzdłuż kanalika krzywoliniowego SMBR, wstawionego w naczynie w ten sposób, że jeden jego koniec M leży na jednej poziomej ze spodem rury AC, a drugi zchodzi się z krawędzią naczynia w B. Przebiegłszy ten kanalik żyła wody przelewa się przez krawędź B i opuszcza naczynie pod postacią warstwy BV. Ruch żyły udziela się cząsteczkom wody w spokoju, zawartej w naczyniu DEFB; żyła pociąga je za sobą i po krótkim przeciągu czasu, poziom wody w naczyniu zniża się aż do spodu rury AC i zatrzymuje na położeniu, oznaczonem na figurze przez poziomą przechodzącą przez punkt M.

Doświadczenie to, zasługujące na bliższe zbadanie, posłużyło Venturi'emu za podstawę wielu przyrządów których używał do osuszania bagien. Na początku bieżącego stulecia, zasada bocznego udzielania się ruchu w płynach zajmowała wiele umysłów wynalazczych, z pomiędzy których wymienić tu musimy generała Michała Sokolnickiego, przyjaciela Mon-

golflera, proponującego w swem dziełku (*), na tejże samej zasadzie opartą *trąbę hydrauliczną*, mającą służyć do osuszania bagien. O doświadczeniach generała Sokolnickiego nad wodotryskami mówić będziemy niżej.

32. Przystawki ostrokątne zwięzające się. —

Jeżeli przystawka ostrokątna zwrócona jest węższym swym końcem na zewnątrz naczynia lub zbiornika, wzięść wtedy należy pod uwagę, naprzód stratę ciężenia wynikłą ze ściśnienia żyły a następnie jej nagłego rozszerzenia się wewnątrz przystawki i powtórne ściśnienie żyły przy wyjściu spowodowane zbieżnością strug; w skutku czego wprowadzić trzeba podwójny współczynnik do wzoru na wydatek. Oznaczając jak zawsze przez h odległość pionową poziomu wody w naczyniu lub zbiorniku od środka ciężkości powierzchni otworu, mieć będziemy prędkość cieczy przy wyjściu :

$$v = \mu \sqrt{2gh},$$

gdzie μ jest współczynnik, który można obliczyć z doświadczenia. Prędkość ta odnosi się do przecięcia ściśnionego na zewnątrz przystawki, które jak wiemy jest równe mA , oznaczywszy przez A powierzchnię otworu a przez m współczynnik ściśnienia. Wydatek zatem otworu będzie :

$$Q = mA \cdot \mu \sqrt{2gh} = (m\mu)A \sqrt{2gh}.$$

Współczynniki m i μ zależą tutaj od kąta przy wierzchołku ostrokąta. Jeżeli ten kąt jest równy zeru, przystawka jest walcową i mamy :

$$\mu = 0,82, \quad m = 1,$$

gdyż wtedy ściśnienie żyły przy wyjściu z przystawki nie ma miejsca. Jeżeli wielkość kąta przy wierzchołku ostrokąta

(*) *Optiscules sur quelques parties de l'Hydrodynamique*, par M. le Général de division Michel SOKOLNICKI, Commandeur de l'Ordre militaire polonais, Officier de la légion d'honneur. Paris, 1811, in-4.

wzrasta, μ także wzrasta, gdyż prędkość przy wyjściu staje się coraz większa, w miarę zmniejszania się otworu, i strata ciężenia $\frac{(v - v')^2}{2g}$ się pomniejsza. Ale jednocześnie ze wzrostem μ , współczynnik m się zmniejsza, gdyż zbieżność strug staje się coraz większą. Oto jest tablica, dająca wypadki doświadczeń z przystawkami ostrokągowymi, zwróconemi węższym końcem na zewnątrz, a która pokazuje że największość iloczynu $m\mu$, a zatem i największość wydatku Q , ma miejsce skoro kąt przy wierzchołku ostrokągu jest równy dwunastu stopniom.

KĄT przy wierzchołku ostrokągu.	m współczynnik ściśnienia.	μ współczynnik odpowiadający stracie ciężenia.	Iloczyn $m\mu$ czyli współczynnik wydatku.	UWAGI.
0°	1,00	0,820	0,820	przystawka walcowa
12°4'	0,99	0,955	0,942	największości.
29°58'	0,92	0,975	0,895	"
48°50'	0,86	0,984	0,847	"
180°	0,62	1,000	0,620	otwór w ciennej ścianie.

Obrachowywano przy układaniu tej tablicy wartości współczynnika μ , biorąc rzędną i odcięta jednego punktu paraboli utworzonej przez żyłę i otrzymując prędkość wypływu v z równań :

$$x = vt, \quad y = \frac{1}{2}gt^2,$$

z kąd

$$v = x \sqrt{\frac{g}{2y}}.$$

Że zaś $v = \mu \sqrt{2gh}$, wypadło :

$$\mu = \sqrt{\frac{v^2}{2gh}}.$$

Następnie otrzymywano iloczyn $m\mu$, biorąc wydatek w jednostce czasu :

$$Q = \mu mA\sqrt{2gh},$$

z kąd :

$$m\mu = \frac{Q}{A\sqrt{2gh}}.$$

Mając μm i μ , m wypadło z podzielenia.

33. Przystawki ostrokątne rozszerzające się. —

Przechodząc do przystawek ostrokątnych zwróconych szerszym końcem na zewnątrz, weźmy pod uwagę przystawkę, której kształt przedstawiony jest na fig. 24. Ścieżnienie żyły przy jej wejściu w przystawkę nie ma miejsca z powodu rozszerzenia otworu na wewnątrz mającego zupełny kształt żyły.

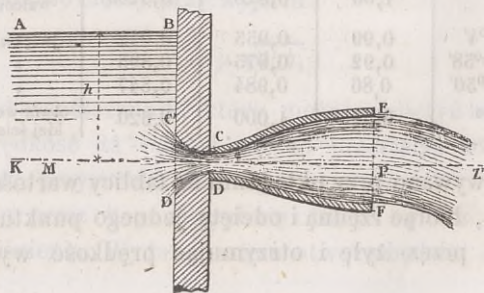


Fig. 24.

Strata ciężenia przy przebiegu żyły przez przystawkę, unikniona jest przez stopniowe rozszerzanie się tejże, zapewniające przybliżoną równoległość strug. Przy podobnym urządzeniu, prędkość wypływu cieczy z przystawki $v' = \sqrt{2gh}$; a jeżeli oznaczymy przez A powierzchnię otworu EF, otrzymamy wydatek :

$$Q = A\sqrt{gh},$$

bez współczynnika ściśnienia, gdyż wypływ ma miejsce strugami równoległymi. Zdawałoby się zatem mogło, że powiększając otwór A, czyli powierzchnię otworu przystawki zwróconego na zewnątrz, można powiększać wydatek, ciągle tegoż samego otworu naczynia CD; ale tu należy uczynić zastrzeżenie, co do zastosowywania ostatniego wzoru. Ażeby on bowiem mógł służyć, trzeba naprzód aby ciśnienie w CD nie było odjemne, a następnie żeby wypływ miał miejsce całym otworem, to jest bez oddzielania się żyły od ścian wewnętrznych przystawki.

Zastosujmy twierdzenie Daniela Bernoulli, biorąc za linię porównania oś przystawki ZZ'. Oznaczmy przez p_0 ciśnienie atmosferyczne, tak na poziomie cieczy AB, jak i w okóło otworu przystawki EF; przez p ciśnienie a v prędkość na przecięciu CD; — a otrzymamy wzniesienie płazczyzny ciężenia w punktach M, N i P :

$$h + \frac{p_0}{\Pi} = \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\Pi} = \frac{v^2}{2g} + \frac{p_0}{\Pi}.$$

Że zaś $v\omega = v'A$, zkąd $v = v' \frac{A}{\omega} = \frac{A}{\omega} \cdot \sqrt{2gh}$, gdzie ω oznacza powierzchnię przecięcia CD, zatem :

$$\frac{p}{\Pi} = h + \frac{p_0}{\Pi} - h \left(\frac{A}{\omega} \right)^2 = \frac{p_0}{\Pi} - h \left[\left(\frac{A}{\omega} \right)^2 - 1 \right].$$

Ciśnienie p nie może być odjemne i teoretycznie jego najmniejszą wartością jest $p = 0$, co by dało :

$$\frac{p_0}{\Pi} - h \left[\left(\frac{A}{\omega} \right)^2 - 1 \right] = 0,$$

zkąd otrzymujemy największą możliwą powierzchnię otworu :

$$A = \omega \sqrt{1 + \frac{p_0}{\Pi h}}$$

i największość wydatku :

$$Q = \omega \sqrt{1 + \frac{\rho_0}{\Pi h}} \cdot \sqrt{2gh} = \omega \sqrt{2g \left(h + \frac{\rho_0}{\Pi} \right)};$$

jest to wydatek otworu w przypadku wypływu cieczy w próżni.

W praktyce, ciśnienie p nie może być o wiele mniejszem od ciśnienia powietrza p_0 (ustęp n. 16) i jeżeli stosunek $\frac{A}{\omega}$ jest zbyt wiele większy od jedności, ciecz przestaje wypływać całym otworem, albo jeżeli napełnia przystawkę, to tak niestale, że kilka uderzeń w rurkę mogą od niej żyłę odczepić.

Venturi robił wiele doświadczeń nad przystawkami ostrokątowymi rozszerzającymi się; ale na nieszczęście przystawki te złożone były poprostu z dwóch kłoców ostrokągowych ABCD i CDEF (fig. 25), tak że w CD nie miało miejsca owo łagodne zakrzywienie profilu, które przypuściliśmy poprzednio. Wynikło więc ztąd prawdopodobnie, że strugi cieczy nie biegły ściśle wzdłuż linii łamanych NACE i GBDF i że się tworzyło wzburzenie, głównie na przecięciu CD, koło ścian przystawki, co daje stratę ciężenia podobnie jak w przystawkach walcowych.

Doświadczenie, które przy jednakim wzniesieniu wody w zbiorniku dało największy wydatek, odbyło się w następujących warunkach. Wymiary były :

$$\text{średnica } \overline{AB} = 0^m,04061,$$

$$\text{średnica } \overline{CD} = 0^m,03497,$$

$$\text{średnica } \overline{EF} = 0^m,06091,$$

$$\text{bok } \overline{AC} = 0^m,02482,$$

$$\text{bok } \overline{CE} = 0^m,3334,$$

$$\text{wysokość } h = 0^m,88,$$

$$\text{przecięcie } AB = 0^{mk},001296,$$

przecięcie CD = $0^{\text{mk}},000960$,
 przecięcie EF = $0^{\text{mk}},002913$.

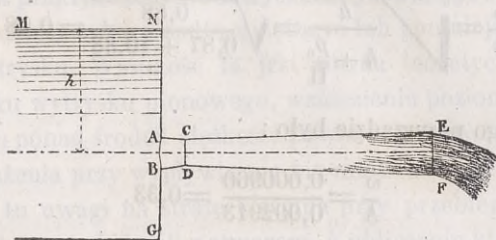


Fig. 25.

Na poziom cieczy MN i przy otworze EF działało ciśnienie powietrza, a wysokość odpowiadająca wyrażona przez słup wody, była :

$$\frac{p_0}{\Pi} = 10^{\text{m}},33.$$

Wydatek na sekundę był :

$$Q = 0^{\text{m.s.}},00653.$$

Otwór AB w cienie ścianie byłby dał :

$$Q = 0,62 \times 0,001296 \sqrt{2g \cdot 0,88} = 0^{\text{m.s.}},00334,$$

to jest prawie dwa razy mniej. Jednakże daleko jeszcze było do największości teoretycznej, która, jak widzieliśmy, jest równa :

$$\begin{aligned} Q &= \omega \sqrt{2g \left(h + \frac{p_0}{\Pi} \right)} = 0,000960 \sqrt{2g(0,88 + 10,33)} \\ &= 0^{\text{m.s.}},0141, \end{aligned}$$

czyli przeszło dwa razy większa niż wydatek otrzymany ; pomimo że Venturi nie oddalił się bardzo od warunku :

$$A = \omega \sqrt{1 + \frac{p_0}{\Pi h}},$$

wywiedzonego powyżej a dającego w tym przypadku stosunek :

$$\frac{\omega}{A} = \sqrt{\frac{h}{h + \frac{p_0}{\Pi}}} = \sqrt{\frac{0,88}{0,87 + 10,33}} = 0,28,$$

gdyż w jego przyrządzie było :

$$\frac{\omega}{A} = \frac{0,000960}{0,002913} = 0,33.$$

Ażeby sobie zdać sprawę ze straty ciężenia, wynikłej ze wzburzenia o jakim wspominaliśmy, a pewno także iż z przylegania cieczy do ścian przystawki, zauważyć można że prędkość wypływu v' była tylko :

$$v' = \frac{Q}{A} = \frac{0,00653}{0,003943} = 2^m,24,$$

na sekundę, a wysokość jej odpowiadająca :

$$\frac{v'^2}{2g} = 0^m,256;$$

co nam daje stratę ciężenia :

$$h - \frac{v'^2}{2g} = 0^m,88 - 0^m,256 = 0^m,624,$$

to jest prawie $\frac{71}{100} h$.

Venturi spostrzegł nadto, że jeżeli się poprzebija małe, włoskowate otworki na obwodzie CD, przystawka ostrokągową rozszerzająca się przestaje sprawiać powiększenie wydatku. Fakt ten zbija twierdzenie niektórych autorów, przypisujących to powiększenie przyciąganiu rurki, gdyż przyciąganie nie mogłoby być oczywiście zniesione, przez jedyną obecność małej liczby włoskowatych otworków.

34. Zastosowanie do wodotrysków. — Opisane w poprzednich ustępach różne rodzaje przystawek, znajdują swe zastosowanie w praktyce przy wodotryskach, pozwalając otrzymać rozmaite kształty żyły, a nadto zwiększyć lub pomniejszyć wysokość wytrysku. Wysokość ta jest równa teoretycznie (*), w przypadku wytrysku pionowego, wzniesieniu poziomu wody w zbiorniku ponad środek ciężkości powierzchni otworu, jeżeli strata ciężenia przy wypływie nie ma miejsca. Chwilowo nie zwracamy tu uwagi na stratę ciężenia przy przebiegu wody przez rurę łączącą zbiornik z otworem, o obliczaniu której mówić będziemy w następnej księdze. Widać ztąd zaraz że jeżeli chcemy otrzymać wytrysk jak można najwyższy, należy unikać przystawki walcowej, która jak mówiliśmy zmniejsza prędkość wypływu w stosunku 1 do 0,67. Ale wysokość rzeczywista wytrysku jest mniejsza od wysokości teoretycznej z wielu przyczyn między którymi najważniejszą jest opór powietrza. Opór ten wzrasta razem z wysokością wytrysku i jest do niej proporcjonalny. Wynikiem oporu powietrza jest rozdzielanie się strug cieczy przy wierzchołku wytrysku, które także zmniejsza znacznie jego wysokość. Między innymi przyczynami zmniejszania wysokości wytrysku należy pomieścić opór, jaki część wyższa kolumny cieczy wywiera na część niższą, przeszkadzając swobodnemu wznoszeniu się tej ostatniej. Opór ten nie miałby miejsca, gdyby cząsteczki cieczy były zupełnie niezależne jedne od drugich, gdyż prędkość ich zmniejszałaby się wtedy według jednego i tegoż samego prawa; ale lepkość cieczy sprawia że cząsteczki działają na siebie wzajemnie, a rozszerzenie przy wierzchołku kolumny cieczy, które nie może być jak tylko skutkiem tego działania, świadczy o jego istnieniu. Opadanie warstw wyższych, po wygaśnięciu ich prędkości na warstwy niższe, przeszkadzałoby znacznie podnoszeniu się tych

(*) Wyrażenie « teoretycznie » jest tu może niewłaściwem; przyjmujemy je zgodnie z autorami francuzkimi i niemieckimi, sądząc, że czytelnik zrozumie właściwe jego znaczenie.

ostatnich, gdyby nie to że rozszerzenie o którym mówimy, staje się bardzo znaczne przy wierzchołku, w skutku prawa wedle jakiego ma miejsce. Prawo to wyrażone jest równaniem

$$y^2 = \frac{hm^2 d^4}{h - x},$$

należącym do hyperboli czwartego stopnia, a dającym średnicę kolumny cieczy y , na wysokości x , skoro średnica otworu d , współczynnik ścisnienia m i wysokość poziomu cieczy w zbiorniku ponad otwór h , są znane. Widzimy z tego równania że dla wierzchołka wytrysku, to jest dla $x = h$, $y = \infty$; ale $x = h$ jest tylko granicą teoretyczną, a nadto siła rzutu jaką rozszerzenie wytrysku przy wierzchołku nadaje cząsteczkom cieczy w kierunku poziomym, składa się z siłą ciężkości i woda opada pod postacią paraboloidy, jakby w kształcie dzwonu wytrysk pokrywającego. Można nawet tym sposobem otrzymać bardzo ładny wytrysk, zwłaszcza jeżeli jego wysokość jest mała, od 0^m, 40 do 0^m, 50, a średnica otworu stosunkowo dość znaczna, np. 0^m, 05. Przy większej wysokości wytrysku, strugi spadają podzielone, a nawet niektóre spadają na samą kolumnę wytrysku i tworzą jedną z przyczyn zmniejszenia wysokości. Łatwo ją uwidocznic pochylając nieco kierunek wytrysku, który wtedy niedoznając więcej uderzenia opadających cząsteczek, wznosi się wyżej; tak Bossut, pochyliwszy lekko przyrząd dający wytrysk pionowy 3^m42 wysoki, otrzymał wysokość 3^m47 (*).

Różnica między wysokością teoretyczną a rzeczywistą wytrysku, ze wszystkich wymienionych wyżej przyczyn wynikła, tylko doświadczeniem oznaczoną być może. Bossut oznaczywszy przez h wysokość teoretyczną, a przez h' rzeczywistą, podał wzór następujący :

$$h' = h - nh^2,$$

(*) Bossut. *Traité théorique et expérimental d'Hydrodynamique*. Paris, 1787. Tom II. Rozdział VII.

w którym średnia wartość współczynnika n , jest według jego doświadczeń 0,0117. Według doświadczeń Mariotte'a (*), n = średnio 0,0084. D'Aubuisson (**), jakkolwiek uważa tę drugą wartość za prawdziwą, przyjmuje wartość średnią:

$$n = 0,01.$$

Najstosowniejszym dla wielkich wytrysków jest otwór w cienkiej ścianie, dający największą wysokość wytrysku, a nadto żyłą równą, gładką i przezroczystą jak kryształ. Najmniej stosowny jest otwór z przystawką walcową, który jak mówiliśmy daje wysokość najmniejszą, a nadto żyłą rozdzielającą się przy wyjściu i mętną. Przystawki ostrokątne zmniejszają także wysokość, ale już w stosunku nierównie mniejszym, od 0,72 do 0,90, a nadto dają żyłą gładką i przezroczystą przy wyjściu.

Generał Sokolnicki proponował w swym liście do Girard'a, podanym w dziełku które przytoczyliśmy w ustępie n° 31, aby woda z rury doprowadzającej, wchodziła w małe naczynie, w górnej połowie napełnione powietrzem, opatrzone rurką otwartą z obu końców, a której koniec dolny dochodził prawie do dna naczynia i był nieco rozszerzony. Woda wszedłszy do naczynia ścisnęła powietrze w niem zamknięte a następnie wychodziła na zewnątrz przez rurkę, pod postacią wytrysku. Generał Sokolnicki mniemał że oddziaływanie powietrza zgęszczonego, wynagrodzi stratę ciężenia wynikłą z przebiegu wody przez rurę doprowadzającą i zrobił w tym celu czternaście doświadczeń, wypuszczając wytrysk raz wprost przez koniec rury doprowadzającej pionowo zakrzywiony, a drugi raz przepuszczając wodę przez wyżej opisany przyrząd. Przy-

(*) *Traité du mouvement des eaux et des autres corps fluides*, par feu M. MARIOTTE de l'Académie Royale des sciences. Mis en lumière par les soins de M. de la Hire de l'Académie Royale des sciences. Nouv. éd. Paris, 1718. Część IV.

(**) *Traité d'Hydraulique à l'usage des Ingénieurs* par J. F. d'Aubuisson de Voisins. Deuxième éd., Paris, 1844, str. 274.

rząd dał wytryski wyższe i generał Sokolnicki przypisał to powiększenie wysokości oddziaływaniu zgęszczonego powietrza. My przypisalibyśmy je raczej wpływowi rurki dodatkowej, której koniec dolny, jak powiedzieliśmy był rozszerzony i która działała na podobieństwo systemu przystawek Eytelweina, o którym mówić będziemy w następującym ustępie.

Skoro przystawka umieszczona jest pochyło, wytrysk zakreśla krzywą, która by była parabolą bez oporu powietrza, ale która i tak bez wielkiego błędu może być uważana za parabolę. Równanie jej jest takie same, jak równanie biegu ciał wyrzuconych w próżni, które znaleźć można w każdym podręczniku Mechaniki analitycznej, to jest :

$$y = x \operatorname{tang} i - \frac{gx^2}{2v^2 \cos^2 i}.$$

v oznacza prędkość wypływu, i kąt jaki jej kierunek czyli oś przystawki czyni z poziomem. Ponieważ wogóle $v = \mu \sqrt{2gh}$, gdzie μ jest współczynnikiem zmiennym dla różnych rodzajów przystawek, przeto $v^2 = \mu^2 2gh$, a :

$$y = x \operatorname{tang} i - \frac{x^2}{4\mu^2 h \cos^2 i}.$$

Dla $y=0$, $x=2\mu^2 h \sin 2i=A$, i to będzie odległość pozioma końca wytrysku od otworu. Wziąwszy $x = \frac{1}{2} A$, otrzymamy $y = \mu^2 h \sin^2 i = E$, to jest wysokość wytrysku. Widzimy ztąd że skoro $i=90^\circ$, $A=0$, a $E=\mu^2 h$; zaś w przypadku otworu w cienkiej ścianie, $\mu=1$ a $E=h$.

Zadanie, jakie trzeba rozwiązywać w praktyce przy urządzeniu wodotrysków, w całej swej ogólności jest następujące : W oznaczonym punkcie urządzić wytrysk, któryby poniósł oznaczoną objętość wody na daną wysokość i odległość poziomą. Zadanie sprowadza się do oznaczenia rodzaju, nachy-

lenia i średnicy przystawki. Ponieważ punkt z którego wytrysk ma wychodzić jest oznaczony, mamy zatem jego odległość pionową od poziomu wody w zbiorniku. Obrachowuje się następnie opór rury, prowadzącej wodę od zbiornika do otworu, za pomocą wzorów jakie podamy w następnej Księdze i odejmuje od tej odległości pionowej. Tym sposobem otrzymamy wysokość teoretyczną wytrysku pionowego, to jest h , Q wydatek, A i E są dane. Kąt i otrzymamy z wzoru

$$\frac{4E}{A} = \frac{4\mu^2 h \sin^2 i}{4\mu^2 h \sin i \cos i} = \text{tangi.}$$

Wziąwszy następnie wartość na $\sin i$ i wstawiwszy ją we wzór na E lub na A , otrzymamy współczynnik μ , a z jego wartości wniesiemy jakiej należy użyć przystawki, wiedząc z poprzednich ustępów, jakie wartości tego współczynnika odpowiadają różnym rodzajom przystawek. Średnicę otworu d otrzymamy z wzoru :

$$Q = m \cdot \pi d^2 \cdot \sqrt{2gh},$$

w którym Q, m, h, π i g są znane.

35. Uwagi ogólne. — Widzieliśmy że przy użyciu przystawki walcowej, wysokość wytrysku pionowego jest równa tylko $\sqrt{0,82^2} h = 0,67h$, to jest dwóm trzecim wzniesienia wody w zbiorniku ponad otwór. Dlatego też nie należy używać tej przystawki do sikawek ogniowych, gdzie chodzi o rzucenie jak największej ilości wody na jak największą wysokość. Najstosowniejszą jest wtedy przystawka okrągowa zwążająca się, z kątem przy wierzchołku ostrokągu równym dwunastu stopniom. Wtedy bowiem wydatek

$$Q = 0,942 A \sqrt{2gh},$$

to jest największy jaki można otrzymać w praktyce przez otwór którego powierzchnia równa A . Prędkość zaś wypływu jest wtedy $\mu \sqrt{2gh} = 0,955 \sqrt{2gh}$, a wysokość odpowiadająca

0,912*h*, to jest mniejsza zaledwie o $\frac{88}{1000}$ od wysokości przy wypływie przez otwór w cienkiej ścianie. Jeżeli nadto otwór zbiornika jest rozszerzony na wewnątrz, w sposób aby uniknąć zupełnie ściśnienia żyły wewnątrz przystawki, to według doświadczeń Eytelveina (*), otrzymać można :

$$Q = 0,967A\sqrt{2gh}.$$

Doszedł on do tego wypadku używając przystawki ostrokątowej (fig. 26), której otwór większy zwrócony na wewnątrz zbiornika miał średnicę $\overline{AB} = 1,20\overline{CD}$ średnicy otworu zwróconego

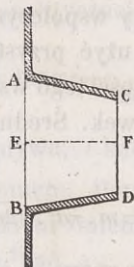


Fig. 26.

na zewnątrz, a którego powierzchnią oznaczamy przez A. Długość przystawki była $EF = CD$ średnicy otworu mniejszego. Przekonał się nadto Eytelvein, że dodając w przedłużeniu tej przystawki inne przystawki walcowe różnych długości, a średnicy równej *CD* wydatek się powiększa ; a przedłużając te rurki walcowe przystawką ostrokątową rozszerzającą się, której długość była równa dziewięć razy wziętej średnicy mniejszego otworu równej *CD*, a kąt przy wierzchołku ostrokątku $3^{\circ} 6'$, wydatek powiększa się jeszcze bardziej. Porównyując wyniki : naprzód z przystawką przedstawioną na fig. 26, przedłużoną rurkami walcowymi, a następnie z tą

(*) EYTELVEIN. *Handbuch der Mechanik fester Körper und Hydraulik*. Leipzig, 1823. Część II, Rozdział I.

przystawką, rurkami walcowemi i opisaną co dopiero przystawką ostrokągową rozszerzającą się, doszedł on do ułożenia następującej tablicy stosunków współczynników wydatku, biorąc za jedność wydatek wypływu przez rurkę walcową, której średnica jest taka sama jak najmniejszego otworu tych przystawek.

Stosunek długości rurki walcowej do jej średnicy.	Stosunek wydatku do wziętego za jedność wydatku rurki walcowej.	
	Otwór z przystawką jak na fig. 26 przedłużoną rurką walcową.	Otwór z przystawką jak na fig. 26, przedłużoną rurką walcową i przystawką ostrokągową rozszerzającą się.
1 i mniej	1,56	»
2 do 3	1,13	1,33
12	1,13	1,27
24	1,10	1,24
36	1,09	1,23
48	1,09	1,21
60	1,08	1,17

Chcąc zatem obliczyć wydatek podobnych przystawek, trzeba naprzód obrachować wydatek otworu z przystawką walcową wziętą za jedność i pomnożyć go przez odpowiedni mnożnik wzięty z powyższej tablicy.

Przystawki tego rodzaju dotąd rzadko używane, dają więc tak znaczne powiększenie wydatku. Rzeczywiście, biorąc przypadek zwykłej przystawki walcowej, której długość jest równa dwa lub trzy razy wziętej średnicy przecięcia, otrzymaliśmy $Q = 0,82\sqrt{2gh}$. Z otworem urządzonym jak na fig. 26, przedłużonym rurką walcową i przystawką rozszerzającą się, której najmniejsze przecięcie ma też same wymiary jak i przecięcie przystawki walcowej, otrzymamy, biorąc odpowiedni mnożnik z powyższej tablicy:

$$Q = 1,33 \times 0,82A\sqrt{2gh} = 1,107A\sqrt{2gh};$$

zaś ten sam otwór A z wążkami ścianami daje zaledwie

$Q=0,62\sqrt{2gh}$. Zatem używanie przystawek powiększa wydatek w stosunku 1,107 do 0,62, czyli w stosunku 1,78 do 1,00 i przy zaprowadzaniu wodociągów należy zwracać uwagę na ten wpływ, obliczając ilości sprzedawanej wody. Rzymianie uznali już potrzebę zapobieżenia nadużyciom i oznaczyli w prawie kształt przystawek, jakie mogły być używane w tym przypadku.

ROZDZIAŁ III

RÓŻNE ZASTOSOWANIA.

36. Zastawy na rzekach. — Skoro spadek rzeki jest zbyt wielki, albo ilość wody za mała dla żeglugi, zatrzymuje się wtedy wodę od miejsca do miejsca, w celu podniesienia jej poziomu i tym sposobem zmniejszenia spadku i powiększenia głębokości. Czyni się to za pomocą *zastaw*, które mogą być dwojakie: stałe i ruchome. W pierwszym razie zagradza się koryto rzeki tamą drewnianą lub murowaną, dostatecznie mocną aby mogła wytrzymać parcie wody, i tak wyniesioną, aby woda wznosząc się do przepłynięcia ponad nią dała żądany przez żeglugę poziom; w drugim zaś przyjmuje się urządzenie pozwalające w razie potrzeby usunąć zastawę i dać wodzie wolne przejście. Wreszcie z połączenia obu tych systemów wynikły zastawy *mieszane*, których część wierzchnia jest ruchoma a część spodnia stała.

Zastawa grodziec może koryto rzeki prostopadłe lub ukośnie do jej kierunku. W pierwszym razie objętość wody przelewającej się ponad zastawą, dadzą nam podane w rozdziale pierw-

szym tej księgi wzory na wydatek przeważu; a w drugim zaś razie ta objętość jest równa, wedle doświadczeń pana Boileau (*), objętości wody przechodzącej ponad zastawą skierowaną prostopadłe do biegu rzeki, a pomnożonej przez 0,943, jeżeli kierunek zastawy czyni kąt 45° z kierunkiem rzeki, albo przez 0,911 w przypadku kąta 65° . Wartość średnio-proporcjonalna między temi dwiema używaną być może w przypadku kąta pośredniego. Może wreszcie zastawa mieć kształt linii łamanej,

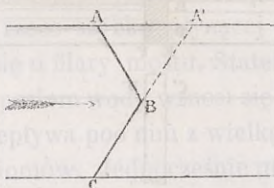


Fig. 27.

jak na fig. 27. Objętość wody przepływającej nad nią jest wtedy mniej więcej taka sama jak objętość wody, któraby przepływała nad zastawą skośną CBA' , czyniącą ten sam kąt z kierunkiem rzeki i równej długości.

37. Zastawa z belek.—Najprostszą z zastaw ruchomych jest zwykle stawidło, ale mocniejszą i pozwalającą zagrozić większą przestrzeń niż pojedyncze stawidło, jest zastawa z belek, o której właśnie mówić tu chcemy. Przypuśćmy (fig.28) że woda płynie między dwoma murami równoległymi, z których jeden przedstawiony jest z przodu przez $ABMN$ a na planie przez $A'B'$; drugi zaś symetryczny jest z pierwszym względem osi prądu XX' . W każdym z tych dwóch murów wycięta jest framuga $CDEF$, na planie CD' , i te dwie framugi leżą jedna na przeciwko drugiej. Wpuszczając w te framugi belki oznaczone w przekroju przez P, P_1, P_2 , i t. d., a na planie przez P' , zagrodzimy bieg wody i zmusimy ją do wzniesienia się z jednej strony zastawy do poziomu IK , wyższego jak dawny GH . Oczywiście belki te

(*) BOILEAU. *Traité de la mesure des eaux courantes*. Paris, 1854.

są większe co do długości niż szerokość przejścia między dwoma murami, tak że ich końce wchodzą z obu stron we fra-

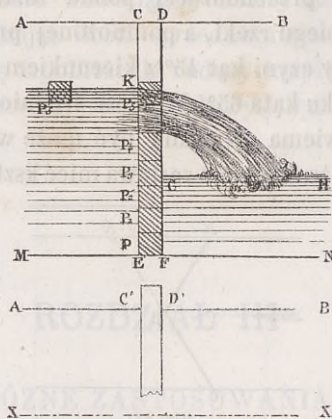


Fig. 28.

mugi i opierają się pchane przez wodę na ich ścianach bocznych. Przypuśćmy że belki P, P_1, \dots, P_4 , są już wstawione i woda przelewa się ponad nimi z części wyższej kanału do części niższej. Skoro chcemy jeszcze więcej podnieść jej poziom w części wyższej, przyprowadza się belkę P_5 , która już poprzednio spuszczoną była na powierzchnię wody, do jej położenia wskazanego na figurze, to jest mieści się jej końce we framugach. Zaledwie ustawi się ją w tem położeniu, gdy belka sama przez się spada i kładzie się na położonej poprzednio belce P_4 .

Łatwo jest wytłómaczyć ten fakt, na mocy teorii wypływu cieczy przez przystawkę walcową, do której można przyrównać przedział między belkami P_4 i P_5 . Ciśnienie na podstawie belki P_5 staje się mniejsze od ciśnienia powietrza działającego na jej wierzchołek. W skutku tej różnicy ciśnień, do której się jeszcze dodaje jej własny ciężar, belka opuszcza się na dół pomimo tarcia bocznego o ściany framug. Jeżeliby w niektórych szczególnych przypadkach, zbyt mała jej szerokość była przeszkodą powtórzenia się zjawisk, mających miejsce przy wy-

pływie cieczy przez przystawkę walcową i ciśnienie na jej podstawie nie było mniejsze od ciśnienia powietrza, będzie ono zawsze mniej więcej równe temu ostatniemu na przecięciu ściśnionem żyły i belka opadnie na mocy własnego ciężaru. Zauważyć jednak musimy, że pierwsze belki opuszczone $P_1, P_2,$ i t. d., nie spadają tak same z siebie, co ma miejsce dopiero wtedy, gdy są w dostatecznej liczbie aby się wznieść ponad poziom wody w części niższej kanału.

Przykład ten pokazuje na jakie niebezpieczeństwo naraża się statek, który na rzece szybko płynącej staje w poprzek jej biegu, opierając się o filary mostu. Statek ten tworzy wtedy sztuczną zastawę, poziom wody wznosi się przed nim, a za nim obniża i woda przepływa pod nim z wielką szybkością wynikłą z tej różnicy poziomów. Jednocześnie ma miejsce, w tej pewnego rodzaju przystawce, zmniejszenie ciśnienia, które jest w stanie statek bardzo łatwo zatopić.

38. Statek-stawidło. — Zastawy ruchome mają często na celu utrzymanie na stałej wysokości poziomu wody w pewnej części rzeki lub kanału i wtedy są zwykle samo-poruszające się, aby ciągle mogły dawać stosowny upust wodzie, przybywającej nie w jednakiej ilości. Opiszemy tu naprzód statek-stawidło (fig. 29), należący do tego rodzaju przyrządów. Przeznaczeniem jego jest utrzymanie poziomu rzeki lub potoku na stałej wysokości AB. W tym celu buduje się na tym prądzie przejście, zawarte między dwoma murowanymi filarami, z których jeden tylko LH przedstawiony jest na figurze. Między tymi dwoma filarami zbudowaną jest zastawa stała EF, zawsze pokryta wodą. Statek-stawidło MNQP opiera się o dwa filary, wzdłuż których może się ślizgać, podnosząc się lub opadając. Wpływ wody ma miejsce między wierzchem zastawy stałej EF, a dnem statku PQ, z prędkością odpowiadającą wzniesieniu poziomu AB ponad wierzchołek warstwy wody RS, tak samo jak w przypadku otworu opatrzonego pogródką równego przecięcia.

Oznaczając tę wysokość poziomu AB ponad wierzchołek R przez h , a prędkość wypływu przez v , mamy :

$$\frac{v^2}{2g} = h.$$

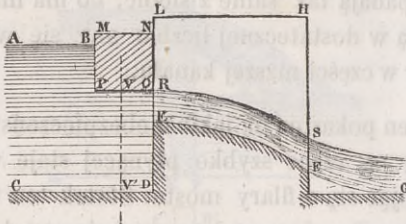


Fig. 29.

Na przecięciu VV' wszystkie strugi mogą być uważane jako równoległe i ożywione jednakiemi prędkościami. Oznaczając zatem tę prędkość przez v' a przez a i b wysokości VV' i RE i przypuszczając że kanał zachowuje ciągle też samą szerokość, mamy :

$$va = v'b,$$

równanie, które musi mieć miejsce, gdyż masa wody zawarta w przestrzeni $VVRE$ zachowuje ciągle jedną objętość i ilość wody wchodzącej w tę przestrzeń musi być równa ilości wody wychodzącej. Nazwawszy p i p' ciśnienia na przecięciach RE i VV , mamy na mocy twierdzenia Daniela Bernoulli :

$$\frac{p' - p}{\Pi} = \frac{v^2 - v'^2}{2g},$$

gdzie wstawivszy z poprzednich równań :

$$\frac{v^2}{2g} = h, \quad \frac{v'^2}{2g} = h \frac{a^2}{b^2},$$

otrzymamy :

$$\frac{p' - p}{\Pi} = h \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right).$$

Ten rachunek ciśnienia p' na spód statku przedstawić może niektóre wątpliwości, głównie z powodu niejednakich prędkości, jakimi są ożywione cząsteczki przechodzące przez przecięcie VV' , a także i z przyczyny zbieżności strug ku otworowi RE , przeszkadzającej tym prędkościom zachować równoległe względem siebie kierunki. Wystarcza on jednak do zrozumienia, że p' powinno być większe od p i że różnica ciśnień jest proporcjonalna do wysokości h . Ponieważ zdarzyć się może, że ciężar statku i tarcie o filary są za słabe ażeby mogły równoważyć siłę pionową wytworzoną przez różnicę ciśnień $p' - p$, przeto w tym przypadku otwiera się kruczki umieszczone na ścianie statku MP i wprowadza się doń dostateczną ilość wody, dla zrównoważenia i utrzymania go w położeniu, jakie powinien zajmować. Powiększa się tę ilość wody skoro statek trzeba opuścić, a zmniejsza przez otwarcie kruczków umieszczonych na ścianie NQ , gdy statek w górę podnieść należy. Raz zrównoważony, statek podnosi się sam przez się i powiększa otwór, skoro poziom wody AB idzie w górę, gdyż w takim razie powiększa się wysokość h a z nią i różnica ciśnień $p' - p$; statek opada sam z siebie w razie przeciwnym, to jest gdy poziom wody AB się obniża. Tym sposobem przyrząd ten, którego pierwszy pomysł powziął pan Sartoris, służyć może do utrzymywania poziomu wody AB na stałej wysokości, pomimo zmian wydatku otworu RE .

39. Stawidło pana Chaubard. — Ten system zastawy samo-poruszającej się, znany pod nazwiskiem wynalazcy, próbowany był na kanale bocznym Garonny i dał nader zadawalniające rezultaty. Składa się on głównie (fig.30) ze stawidła pochylego AB , zajmującego całą szerokość kanału, i z walca prostego CDE do tegoż stawidła przymocowanego. Walec DCE spoczywa wzdłuż jednej rodzącej, na płaszczyźnie poziomej ZZ' , tak że w miarę pochylania się stawidła, walec ten toczy się bez ślizgania po wspomnianej płaszczyźnie. Stawidło ogranicza prze-

cięcie wypływu z jednej strony między dnem przejścia a punktem najniższym stawidła, a z drugiej między jego

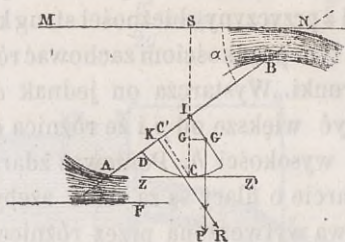


Fig. 30,

punktem najwyższym i poziomem wody w części wyższej kanału. Uregulować można w ten sposób ciężar części ruchomej i kształt krzywej CD, że stawidło znajdować się będzie w równowadze we wszystkich swych położeniach dla stałej wysokości poziomu wody MN. Skoro to ma miejsce, każda zmiana wysokości tego poziomu spowoduje zmianę położenia stawidła, które się więcej pochyli jeżeli poziom wody się podniesie i wtedy wydatek zastawy się powiększy; stawidło się zaś podniesie, skoro się poziom wody obniży i tym sposobem wydatek zostanie zmniejszony. W obu tych przypadkach, wynikiem ruchu stawidła będzie przywiedzenie poziomu wody do stałej wysokości AB, a to przez zmianę wydatku. Skoro tylko poziom wody na oznaczoną wzniesie się wysokość, stawidło zatrzyma się w ostatniem z położeń jakie zajmowało, gdyż w każdym położeniu, przy poziomie stałym AB, równowaga stawidła ma miejsce. Tym sposobem można za pomocą przyrządu pana Chaubard regulować automatycznie wysokość poziomu wody w pewnej części rzeki lub kanału.

Zadanie równowagi stawidła rozwiązać można najprościej, biorąc za krzywą DE łuk koła zakreślonego promieniem dowolnym z punktu I będącego środkiem linii AB, i przywodząc środek ciężkości systemu utworzonego przez stawidło i jego

walec do zejścia się z punktem G' promienia IE , prostopadłego do AB . Od tej długości IG' i od innych jeszcze wymiarów, zależy, jak zobaczymy zaraz, ciężar P stawidła i walca. Przypuśćmy że od punktu A aż do B ciśnienia cieczy na stawidło rozkładają się według praw Hydrostatyki; co nie jest ściśłem,

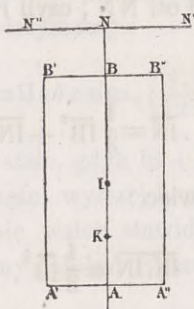


Fig. 31.

nadewszystko w sąsiedztwie krawędzi A i B , blisko których strugi cieczy nabywają znacznych prędkości i tracą część swego ciśnienia. Przypuszczenie zatem nasze jest tylko przybliżone, ale konieczne dla poddania kwestyi rachunkowi; gdyż inaczej trzeba by było naprzód oznaczyć prawo rozkładu ciśnień cieczy na płaszczyźnie AB , czego niepodobna uczynić z całą dokładnością przy obecnym stanie Hydrauliki. Przedłużmy płaszczyznę AB aż do spotkania się w punkcie N z poziomem wody w części wyższej kanału i przedstawmy na fig. 31 stawidło widziane z przodu, w kierunku prostopadłym do jego powierzchni. Na tej figurze $N''N'$ jest linią rzuconą na poprzedniej w punkcie N . $B'B''$ i $A'A''$ są krawędzie poziome stawidła, rzucone poprzednio w punktach B i A . Niech będzie I środek ciężkości prostokąta $A'B'A''B''$. Środek ciśnienia cieczy na jego powierzchnię leży na średnicy IN , niżej niż środek ciężkości I ; przypuśćmy że leży w punkcie K . W ustępie $n. 8$ powiedzieliśmy, że iloczyn $x_1 \zeta$ jest równy kwadratowi z promienia wirowania powierzchni ściany ponoszącej ciśnienie

cieczy. W obecnym przypadku $x_1 = KN$ a $z = IN$; zaś kwadrat z promienia wirowania tegoż prostokąta $A'B'A''$ względem osi NN'' jest równy kwadratowi z promienia wirowania tegoż prostokąta względem osi równoległej od NN'' i przechodzącej przez punkt I , zwiększonemu kwadratem z odległości środka ciężkości prostokąta od osi NN'' , czyli równy $\frac{1}{3}\overline{IB}^2 + \overline{IN}^2$; mamy zatem :

$$\overline{KN} \cdot \overline{IN} = \frac{1}{3}\overline{IB}^2 + \overline{IN}^2,$$

że zaś $KN = IN + IK$, więc :

$$\overline{IK} \cdot \overline{IN} = \frac{1}{3}\overline{IB}^2,$$

Równanie to pozwala nam oznaczyć punkt K , przez który przechodzi wypadkowa ciśnienia cieczy na stawidło; a wypadkowa ta równa jest iloczynowi z powierzchni stawidła przez ciśnienie w środku ciężkości I , odniesione do jednostki powierzchni. Położywszy $A'A'' = a$, $A'B' = b$, powierzchnia stawidła będzie równa ab , a ciśnienie w punkcie I równe ciężarowi słupa cieczy IS , czyli $\Pi \cdot IN \sin \alpha$, gdzie α jest kątem nachylenia stawidła do poziomu. Ciśnienie zatem całkowite R , wywierane przez ciecz na stawidło, oznaczone będzie co do wielkości i położenia dwoma równaniami :

$$R = \Pi ab \cdot \overline{IN} \sin \alpha, \quad \overline{IK} = \frac{1}{3} \frac{\overline{IB}^2}{\overline{IN}} = \frac{1}{12} \frac{b^2}{\overline{IN}}.$$

Stawidło będzie w równowadze w położeniu przedstawionem na fig. 30, jeżeli momenty sił P i R względem punktu C , środka chwilowego obrotu systemu ruchomego, są sobie równe. Winniśmy mieć zatem :

$$P \cdot \overline{GG'} = R \cdot \overline{CK}.$$

Położmy $\overline{IE} = \overline{IC} = \rho$, a $\overline{IG}' = c$; będziemy mieli :

$$\overline{GG}' = c \sin \alpha,$$

$$\overline{C'K} = \overline{IK} - \overline{IC}' = \overline{IK} - \rho \sin \alpha.$$

Wstawivszy te wartości w powyższe równanie momentów, kładąc nadto $IN = x$, otrzymamy :

$$P \cdot c \cdot \sin \alpha = \Pi ab x \sin \alpha \cdot \left(\frac{1}{12} \frac{b^2}{x} - \rho \sin \alpha \right).$$

Ze zaś $x \sin \alpha = \overline{IS}$ jest stałe, gdyż $IS + IC$ jest stałe wzniesienie poziomu wody w części wyższej kanału, ponad płaszczyznę ZZ' , na której toczy się walec stawidła, mający stały promień IC ; zatem możemy położyć $x \sin \alpha = h$ i otrzymamy ostatecznie :

$$Pc = \Pi ab \left(\frac{1}{12} b^2 - \rho h \right),$$

równanie pokazujące, że iloczyn Pc jest stały. Dość będzie zatem, dla rozwiązania kwestyi tak jak została położona, oznaczyć ciężar P i odległość $IG' = c$ w ten sposób, aby iloczyn Pc sprawdzał ostateczne równanie.

Pan Chaubard wymyślił inny jeszcze system stawidła samoporuszającego się. Opis jego i rachunki podaje pan Bresse w swej *Hydraulice*, wraz ze zmianami pierwszego systemu, jakie proponuje (*).

40. Stawidło pana Lévy. — Projekt stawidła przedstawiony przez pana Maurycego Lévy paryżkiej Akademii Umiejętności, odznacza się nadzwyczajną prostotą i może liczne oddać usługi (**). System ten składa się ze zwykłego stawidła,

(*) *Cours de Mécanique appliquée*, par M. BRESSE. Seconde partie. *Hydraulique* (2^e éd., 1868), str. 113 i następn.

(**) *Comptes rendues de l'Académie des Sciences*, 29 Novembre 1869, lub *Annales des Ponts et Chaussées*, Décembre 1869. *Chronique*.

mogącego się obracać swobodnie około dwóch czopów, umieszczonych na jego krawędzi wyższej. Przypuśćmy że podobne stawidło ustawione zostaje na początku części kanału, do której zamierzamy wprowadzać stałą objętość wody Q na sekundę. Skoro poziom wody z drugiej strony stawidła przyjmie położenie najniższe N'' (fig. 32), stawidło zawieszane na swej osi obrotu zachowywać będzie położenie mniej więcej pionowe; a da mu się długość taką, że między jego krawędzią niższą a dnem kanału zostanie otwór mogący dać wydatek Q . Lecz urządzenie to nie da wydatku stałego, jeżeli ciśnienie na stawidło się zwiększa; gdyż w miarę podnoszenia się poziomu N'' , stawidło obraca się około swej krawędzi wyższej i otwór wypływu, zawarty między jego krawędzią niższą a dnem kanału, powiększa się w miarę z ciśnieniem wody i dla tych dwóch przyczyn wydatek stawidła bardzo szybko wzrasta. Jeżeli jednak na przestrzeni odpowiadającej odcinkowi jaki zakreśla stawidło,

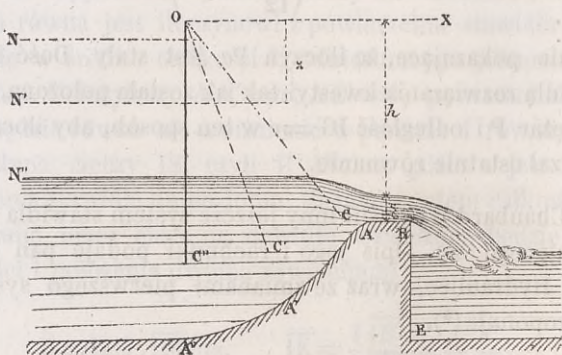


Fig. 32.

skoro wysokość poziomu wody z drugiej jego strony zmienia się między oznaczonymi granicami, podniesiemy sztucznie dno kanału według konturu krzywego, to oczywiście można będzie nakreślić ten profil w sposób taki, że otwór wypływu będzie się zmniejszał w miarę podnoszenia się poziomu i wynikającego ztąd coraz większego pochylenia stawidła. Można zatem tak

się urządzić, aby wydatek został stały przy wszystkich zmianach wysokości poziomu z drugiej strony stawidła.

W tym celu buduje się na początku części kanału, do której chcemy wprowadzić stałą objętość wody Q na sekundę, mały przewal murowany, zakończony od strony tej części ścianą pionową lub pochyłą BE , a z drugiej konturem krzywym $A''A'A$, który trzeba wyznaczyć. Próg przewалу BA położony jest w ten sposób, żeby dawał wydatek Q , skoro woda dojdzie do poziomu najniższego N'' . Wysokość η między progiem BA a poziomem N'' , oznaczona będzie wzorem :

$$(1) \quad \frac{Q}{L} = 0,35\eta\sqrt{2g\eta},$$

w którym L oznacza długość przewалу. Wysokość zaś warstwy wody nad przewalem będzie (ustęp n. 26) :

$$(2) \quad \varepsilon = \frac{2}{3}\eta.$$

Oś obrotu stawidła O położona jest na poziomie najwyższym N jaki woda może przybrać z drugiej jego strony, albo trochę ponad tym poziomem. Niech będzie $h + \varepsilon$ odległość progu BA od poziomej OX , przechodzącej przez punkt O , a z odległość tej poziomej od któregośkolwiek położenia poziomu wody N' z drugiej strony stawidła. Poziom wody po stronie BE przewалу będzie stały, gdyż wydatek przewалу jest niezmienny.

Pod wpływem nadmiaru ciśnienia działającego w kierunku biegu wody, stawidło, pierwotnie w położeniu pionowym OC'' , pochyli się według kierunku OC' , tworzącego kąt α z pionową. Oznaczyć można kąt α wyrażając równowagę między ciężarem stawidła a ciśnieniami przez równanie :

$$(3) \quad \frac{6bP}{H} \sin\alpha \cos^2\alpha - 3a^2(h-z)\cos^2\alpha + h^3 - z^3 = 0,$$

w którym a jest długością stawidła, P jego ciężarem, b odległością jego środka ciężkości od osi obrotu O , a H ciężarem metra sześciennego wody.

Z punktu C' wyprowadźmy normalną $C'A' = s$ do krzywej nieznanej $AA'A''$; s będzie wysokością otworu wypływu, skoro stawidło zostaje w położeniu OC' . Ciężenie na otwór będzie $h - z$, będziemy więc mieli, dla wyrażenia stałości wydatku, równanie :

$$(4) \quad ms\sqrt{2g(h-z)} = \frac{Q}{L}.$$

Równania (3) i (4) pozwalają wykreślić krzywą $AA'A''$, albo ją oznaczyć analitycznie. Rzeczywiście, dla jakiegokolwiek wartości α te równania dają wartości na z i na s . Jeżeli zatem z punktu C' jako ze środka, wzięwszy s za promień, zakreślimy koło; to krzywa szukana nie będzie niczem innym jak obwijającą okręgów C' . To określenie pozwoliłoby nam znaleźć jej równanie, gdyż równania dwóch kół obwiniętych nieskończenie blizkich są :

$$(5) \quad (x - a\sin\alpha)^2 + (y - a\cos\alpha)^2 = s^2, \\ -(x - a\sin\alpha)\cos\alpha + (y - a\cos\alpha)\sin\alpha = \frac{ds^2}{2a\,d\alpha}.$$

Rugując z między równaniami (3) i (4), potem s^2 , α , $\frac{ds^2}{2a\,d\alpha}$, między równaniem wypadkowym, jego pochodną względem α i równaniem (5), otrzymamy żądane równanie krzywej $AA'A''$. Rachunek ten będzie długi, ale bez trudności. Zresztą obejść się bez niego można w praktyce i wybrać drogę nierównie krótszą, która do tegoż samego celu doprowadzi.

Punkt najwyższy krzywej $AA'A''$, ma być odległym od prostej OX , o $h + \varepsilon$; punkt jej najniższy leży na poziomie dna kanału, to jest w odległości H od OX . Jeżeli s i s'' są wartości dostarczone przez równanie (4) dla położzeń krańcowych poziomu wody N i N'' , to mamy :

$$a + s'' = H \\ (a + s)\cos\alpha_1 = h + \varepsilon,$$

gdzie α_1 jest pochylenie stawidła w jego położeniu OC, jakie zajmuje pod ciśnieniem wody największem. Równania te pozwalają obrachować ilości α i α_1 , potem równanie (3), kładąc w niem $\alpha = \alpha_1$, i z równe wartości odpowiadającej poziomowi najwyższemu, pozwoli obrachować Pb . Z punktów C' i C, końców stawidła w położeniu pionowem i pochylonem pod kątem α_1 , jako ze środków, promieniami równymi s'' i s , zakreśliwszy koła, otrzymamy dwa okręgi obwinięte. Zakreśliwszy jeszcze trzecie dla wartości α średniej, łatwo będzie poprowadzić krzywą styczną do tych trzech kół.

Przyrząd pana Lévy, mogący znaleźć liczne zastosowania przy irrygacyach, odznacza się od innych w tym rodzaju trzema nader ważnymi przymiotami, które są następujące :

1) Łatwość, mały koszt zakładu i utrzymania przyrządu i możność powierzenia jego budowy i naprawy robotnikom wiejskim.

2) Możliwość regulowania na miejscu, to jest poprawiania doświadczalnie wydatku teoretycznego, jeżeli skutkiem niedokładności wzorów hydraulicznych, albo okoliczności, których rachunek nie mógł przewidzieć, ten wypadek nie jest ściśle stały.

3) Możliwość zmieniania w razie potrzeby wydatku stawidła.

KSIĘGA DRUGA.

O RUCHU NIEUSTANNYM WODY W RURACH.

ROZDZIAŁ I

TEORIA BIEGU PROSTOLINIJNEGO I JEDNOSTAJNEGO CIECZY WAŻKIEJ I JEDNORODNEJ W RURZE WALCO- WEJ Z PRZECIĘCIEM KOŁOWEM.

41. Uwagi ogólne. — Skoro ciecz płynie przez rurę, lepkość o której mówiliśmy już poprzednio (ustęp. n. 17), wytwarza siły bieg cieczy opóźniające. Można to sprawdzić doświadczeniem bardzo prostem, przystosowując do otworu zrobionego w zbiorniku, rurę stałej średnicy, ale zmiennej długości, którejby drugi koniec otwarty znajdował się zawsze na tym samym poziomie i był otoczony wolnem powietrzem. Jeżeli nadto poziom zbiornika utrzymany jest ciągle na tej samej wysokości i ponosi też samo ciśnienie jeżeli ciśnienie powietrza, działające na koniec otwarty rury, jest stałe; przekonamy się że wydatek rury powiększa się jednocześnie ze zmniejszaniem jej długości. Fakt ten objaśniony może być tylko istnieniem pewnego przylegania między ścianami rury i cieczą, która przez tę rurę przepływa, przylegania stawiającego opór biegowi cieczy, a wzrastającego razem z długością rury. Gdy jednak wszystkie zjawiska fizyczne dowodzą, że przyciągania lub od-

pychania międzycząsteczkowe, mają tylko miejsce na bardzo małych odległościach; ściany rury winny wywierać działanie li tylko na przyległą im warstwę cieczy, której grubość jest nader mała. Działanie to zatem zmniejszyć lub powiększyć winno wydatek rury, tylko o jego część nadzwyczaj małą. Tymczasem w rzeczywistości zmiana wydatku jest bardzo znaczna i prowadzi do uznania, że warstwy współśrodkowe, na jakie rozłożyć można myślą ciecz napełniającą rurę, nie ślizgają się jedne po drugich bez pewnego tarcia, stawiającego opór temu ruchowi. I tak, biegowi warstwy zewnętrznej stawia opór przyleganie do ścian rury. Taż warstwa zewnętrzna opóźnia bieg następnej, wprost po niej idącej, która opóźnia bieg trzeciej i tak dalej; ztąd wynika natychmiast, ponieważ działanie jest równe oddziaływaniu, że druga warstwa pociąga za sobą pierwszą, trzecia drugą, i. t. d., czyli innymi słowy, że przechodząc od warstwy na obwodzie, przez wszystkie inne, aż do strugi środkowej, widzieć można bieg każdej z nich, opóźniany przez bieg tej, która ją poprzedza, a przyspieszany biegiem tej, która wprost po niej następuje, w ten sposób, że wypadkowa dwóch działań jest wprost przeciwną kierunkowi biegu.

Skoro ciecz bieży przez rurę walcową prostą, nie można ztąd wnioskować, że ruch każdej pojedynczo wziętej cząsteczki cieczy jest prostoliniowy; ruch ten, będzie nawet koniecznie krzywoliniowy w okolicy punktu, w którym się rura łączy ze zbiornikiem, jeżeli otwór zbiornika nie jest stosownie rozszerzony na wewnątrz. My tu jednak, robiąc niezbędne dotychczas dla wywiedzenia teorii przypuszczenie, uważać będziemy część rury walcowej z przecięciem kołowym, w której ma miejsce ruch cieczy nieustanny i prostoliniowy, tak że prędkość każdej cząsteczki, jest równoległa do osi rury. Widzieliśmy (ustęp n. 16), że w takim razie prędkość każdej cząsteczki cieczy jest stała, czyli że ruch jest zarazem jednostajny. W tych warunkach,

mierząc prędkość różnych strug, za pomocą narzędzi o jakich mówić będziemy w Księdze piątej, przekonywujemy się na-przód, że dla każdej warstwy cieczy, współśrodkowej z rurą, prędkości wszystkich cząsteczek są równe; a następnie, że też prędkości rosną przechodząc od jednej warstwy do drugiej, ku środkowi rury. Doświadczenie dowodzi nadto, że te siły są nie-zależne od ciśnienia cieczy w punkcie, w którym działają. I tak, Dubuat, wprowadzając w ruch słup wody, zawarty w ru-rze zakrzywionej na kształt syfona, przekonał się że prawo ru-chu pozostawało niezienne, skoro się tylko nie zmianała pierwotna różnica poziomów w dwóch odnogach rury; jakkol-wiek widoczną jest rzeczą, że się ciśnienie zwiększało w miarę tego, im więcej było wody w każdej odnodze (*). To prawo niezależności tarcia od ciśnienia, sprawdzone zostało także nowszymi doświadczeniami Henryka Darcy, które tem większe mają znaczenie, że Darcy zmieniał ciśnienia między grani-cami nierównie odleglejszemi niż Dubuat.

W takim stanie rzeczy, opór mający miejsce przy ślizganiu cieczy wzdłuż ścian rury, odniesiony dojednostki powierzchni, winien być funkcją samej tylko prędkości ślizgania, to jest prędkości cząsteczek tworzących zewnętrzną warstwę cieczy; a funkcya ta zresztą może się zmieniać od jednej cieczy do drugiej i od jednej rury do drugiej, stosownie do ich natury. Zaś, co do oporu mającego miejsce przy wzajemnem ślizganiu się po sobie dwóch warstw współśrodkowych cieczy w rurze, to jakkolwiek nie można zdać sobie z niego sprawy w sposób ściśły i jasny, można jednak przypuszczać (ustęp n. 17), że ten opór jest proporcjonalny do pewnej potęgi z prędkości względ-nej dwóch warstw. Potęga ta jest pierwszą według Navier'a, a drugą według Henryka Darcy. Jeżeli zaś oznaczymy przez v prędkość którejkolwiek warstwy położonej w odległości r od

(*) Patrz : *Principes d'Hydraulique et de Pyrodynamique, vérifiés par un grand nombre d'expériences faites par ordre du gouvernement; ouvrage en trois volumes, par M. DUBUAT. Nouv. éd., Paris, 1816. Tom II, str. 42 i następné.*

osi rury, a przez Δr bardzo małą odległość środków grubości obu warstw, to prędkość względna, o jakiej mówimy, wyrazi się przez $\frac{dv}{dr} \Delta r$; a że Δr winno być uważane jako stałe, skoro chodzi o porównanie przylegań różnych grupp dwóch warstw, zatem opór mający miejsce przy ślizganiu, odniesiony do metra kwadratowego, dla każdego elementu powierzchni wspólnego dwóm warstwom sąsiednim, jest proporcjonalny do $\frac{dv}{dr}$ według Navier'a, a do $\left(\frac{dv}{dr}\right)^2$ według Henryka Darcy. Współczynnik proporcjonalności zmienia się prawdopodobnie od jednej cieczy do drugiej, a nawet skoro chodzi tylko o wodę, Darcy sądzi że się zmienia razem z temperaturą i promieniem rury. Ten wpływ promienia rury na wzajemne tarcie dwóch strug sąsiednich, wydaje się dość dziwnym, i nowsi autorzy jak p. Bresse i p. Maurycy Lévy, zupełnie się nań nie zgadzają. Różne teorye w tym przedmiocie przedstawimy niżej, przechodząc teraz do wyprowadzenia równania na bieg wody w rurach.

42. Równanie ruchu. — Teorya biegu cieczy w rurach wyprowadza się w sposób bardzo prosty, przez zastosowanie twierdzeń ogólnych Mechaniki analitycznej i praw tarcia cieczy, o jakich co dopiero mówiliśmy. Przyjmiemy zatem we wszystkim co następuje, że tarcie cieczy o ściany rury nie zależy od wzajemnego ciśnienia, że jest pewną funkcją prędkości wypływu, razem z nią rosnącą i równą zero gdy ta prędkość jest żadna; i wreszcie, że tarcie jest proporcjonalne do rozległości powierzchni pozostających w zetknięciu. Ażeby nadto uproszczyć początkowe rozumowania, przyjmiemy że ruch cieczy ma miejsce na każdym przecięciu poprzecznem rury, strugami równoległymi i obdarzonymi jednakową prędkością. Jeżeli średnica rury jest stałą, czyli przecięcie rury jednakie we wszystkich punktach, i wreszcie, jeżeli ciecz w swym biegu

rurę całkowicie wypełnia, prędkość wypływu będzie jednaka na wszystkich przecięciach poprzecznych. Biorąc bowiem pod uwagę część rury zawartą między przecięciami A i B, i przypuszczając że ruch ma miejsce w kierunku od A do B, to ilość cieczy wchodzącej przez przecięcie A do przestrzeni geometrycznej AB, będzie ściśle równą ilości cieczy wychodzącej z tejże przestrzeni przez przecięcie B. Zatem, nazwawszy Ω i Ω' powierzchnie tych przecięć, a U i U' prędkości średnie cieczy na tych przecięciach, będziemy mieli:

$$\Omega U = \Omega' U' ;$$

że zaś :

$$\Omega = \Omega' ,$$

zatem :

$$U = U' .$$

Iloczyn ΩU nazwiemy *wydatkiem rury* i oznaczymy przez Q . Tym sposobem prędkość średnia, wedle naszego przypuszczenia wspólna wszystkim strugom, będzie :

$$U = \frac{Q}{\Omega} .$$

Weźmy teraz pod uwagę urywek rury AB (fig. 33), dostatecznie

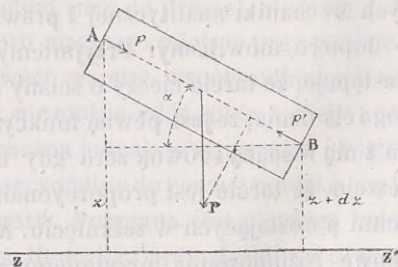


Fig. 33.

krótki aby mógł być uważany jako prostolinijny. Ruch cieczy zawartej między przecięciami A i B, staje się jednostajnym

od chwili jak ciecz wypływać zaczyna w sposób ciągły; zatem siły działające na układ materyalny AB, wzajemnie się równoważą. Summa ich rzutów na oś rury, przyrównana do zera, da nam równanie ruchu cieczy w rurze.

Siły te są:

1° Siła ciężkości albo ciężar P cieczy AB. Oznaczając przez Ω powierzchnię przecięcia, przez ds długość urywka rury, przez α kąt jaki oś rury czyni z poziomem, a przez Π ciężar gatunkowy cieczy; mieć będziemy

$$P \sin \alpha = \Pi \Omega ds \cdot \sin \alpha.$$

Lecz $ds \sin \alpha = -dz$, jeżeli przez z oznaczymy wzniesienie środka A któregośkolwiek przecięcia rury, ponad jakąkolwiek płaszczyznę poziomą porównania ZZ' ; zatem:

$$P \sin \alpha = -\Pi \Omega dz.$$

2° Ciśnienia wywierane przez części cieczy znajdujące się na zewnątrz przecięć A i B, które przypuszczamy działające w kierunku prostopadłym do płaszczyzn A i B. Jedno z nich p działa w kierunku ruchu, drugie p' w kierunku przeciwnym. p i p' są to ciśnienia średnie odniesione do jednostki powierzchni. Ciśnienia całkowite będą $p\Omega$ i $p'\Omega'$, a summa ich rzutów na oś rury:

$$\Omega (p - p').$$

3° Wreszcie, oddziaływania rury na ciecz AB, z których każda rozkłada się na dwie siły, jedną normalną do powierzchni rury, a drugą na niej leżącą. Tę drugą właśnie nazywamy tarcie i bierzemy wyłącznie pod uwagę, gdyż rzut pierwszej na oś rury jest równy zeru. Tarcie rzuca się na oś rury w naturalnej wielkości i jest proporcjonalne do powierzchni zetknięcia cieczy ze ścianami rury. Oznaczając przez χ obwód zmoczony przecięcia, który tu jest obwodem całkowitym, gdyż

jak powiedzieliśmy, ciecz wypełnia zupełnie rurę, powierzchnia zetknięcia będzie χds . Ażeby otrzymać tarcie, należy pomnożyć tę powierzchnię przez pewną funkcję prędkości wypływu $f(U)$. Tarcie więc całkowite, a zatem jego rzut na oś rury będzie :

$$\chi ds f(U),$$

To mając na uwadze możemy napisać równanie :

$$(p - p') \Omega - \Pi \Omega dz - \chi ds f(U) = 0.$$

W równaniu tem, kładąc zamiast różnicy $p' - p$ różniczkę dp , dzieląc przez $\Pi \Omega$ i zmieniając znaki, otrzymamy :

$$\frac{dp}{\Pi} + dz + \frac{\chi}{\Omega} \frac{f(U)}{\Pi} ds = 0,$$

równanie dające się zcałkować. Skoro bowiem przypuszczamy że rura ma stałą średnicę, prędkość U jest wszędzie jednaka, a że χ i Ω są stałe, mieć będziemy całkując :

$$\frac{p}{\Pi} + z + \frac{\chi}{\Omega} \frac{f(U)}{\Pi} s = \text{ilości stałej},$$

albo co na jedno wychodzi :

$$\left(z + \frac{p}{\Pi} + \frac{U^2}{2g} \right) + \frac{\chi}{\Omega} \frac{f(U)}{\Pi} s = H,$$

gdyż $\frac{U^2}{2g}$ jest stałe. H oznacza tu nową ilość stałą, wyrażającą pewną wysokość i wyznaczającą pewną płaszczyznę poziomą.

Widzieliśmy w poprzedniej Księdze, że :

$$z + \frac{p}{\Pi} + \frac{U^2}{2g}$$

jest to wysokość płaszczyzny ciężenia w króрымkolwiek punk-

cie strugi (ustęp n.15). Równanie powyższe nas uczy, że w rurze w której ma miejsce bieg nieustanny cieczy, wzniesienie płaszczyzny ciśnienia jest zmienne od jednego punktu do drugiego między dwoma przecięciami poprzecznymi, i że zmiana ta w każdym punkcie jest równa stracie ciśnienia wynikłej z tarcia i równej $\frac{\lambda}{\Omega} \frac{f(U)}{H}$ s.

Zatem strata ciśnienia jest proporcjonalna do długości urywka rury s, zawartego między dwoma przecięciami poprzecznymi.

43. Linia ciśnienia, inny kształt równania ruchu. — Jeżeliby wartości liczebne funkcji $f(U)$ były znane, to z danych wymiarów i położenia rury, oznaczyłoby można prędkość U. Zatrzymamy się nad tem przez chwilę, aby tem lepiej uzmysłowić znaczenie równania wywiedzionego w poprzednim ustępie.

Uważmy dwa zbiorniki MN i MN' (fig. 34), w których ciecz utrzymywana jest na stałych poziomach, oznaczonych przez wzniesienia h i h' ponad płaszczyznę porównania ZZ'. Dwa te zbiorniki połączone są rurą stałej średnicy OD, w której ma miejsce bieg cieczy nieustanny; ściśnienie żyły zniesione jest w punkcie O przez stosowne rozszerzenie otworu na wewnątrz. Dla cieczy w spoczynku w zbiorniku MN, wzniesienie płaszczyzny ciśnienia jest:

$$H = z + \frac{p}{\Omega} = h + \frac{p_0}{\Omega},$$

zatem biorąc $C'G'' = \frac{p_0}{\Omega}$, otrzymamy punkt C'' tej płaszczyzny rozciągającej się ponad całym zbiornikiem MN. Ciecz wyszedłszy z tego zbiornika przepływa przez rurę i wchodzi do zbiornika niższego. W punkcie wejścia D wzniesienie płaz-

czyzny ciśnienia będzie :

$$h' + \frac{p_0}{\Pi} + \frac{U^2}{2g},$$

gdyż ciecz przyływa z prędkością U i ponosi ciśnienie cieczy

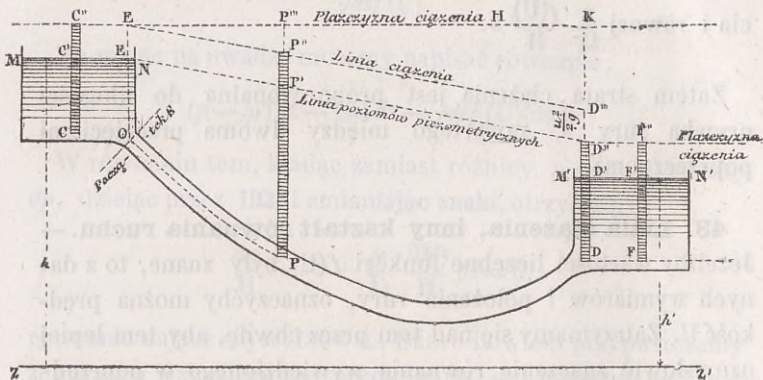


Fig. 34.

w spokoju, która ją otacza. Biorąc zatem $D'D'' = \frac{p_0}{\Pi}$, a zaś

$D''D''' = \frac{U^2}{2g}$ otrzymamy jeden punkt D''' tej płaszczyzny. Lecz

to nie jest płaszczyzna ciśnienia dla wszystkich punktów zbiornika $M'N'$, gdyż żyła cieczy, przechodząc z rury do zbiornika, powiększa nagle swe przecięcie, w skutku czego ma miejsce strata ciśnienia, równa, jak widzieliśmy (ustęp n. 28.), wysokości odpowiadającej różnicy prędkości na dwóch przecięciach różnych a blizkich. Tutaj wysokość ta jest równa $\frac{U^2}{2g}$, gdyż

ciecz w zbiorniku posiada prędkość równą zero; zatem wzniesienie płaszczyzny ciśnienia, dla wszystkich punktów cieczy w zbiorniku $M'N'$, jest mniejsze o $\frac{U^2}{2g} = D''D'''$, od wzniesienia tejże płaszczyzny w punkcie D , czyli innymi słowy jest równe :

$$(h' + D'D''') - D''D''' = h' + D'D'',$$

Strata ciężenia, wynika z tarcia mającego miejsce przy przebiegu cieczy przez rurę, równa jest zatem KD'' . Oznaczając przez L długość rury, mamy :

$$KD'' = \frac{\chi}{\Omega} \frac{f(U)}{\Pi} L = h + \frac{\rho_0}{\Pi} - \left(h' + \frac{\rho_0}{\Pi} + \frac{U^2}{2g} \right) = h - h' - \frac{U^2}{2g},$$

zskąd :

$$\frac{f(U)}{\Pi} = \frac{h - h' - \frac{U^2}{2g}}{L} \cdot \frac{\Omega}{\chi}$$

a opuszczając wyraz $\frac{U^2}{2g}$, mamy w przybliżeniu :

$$\frac{f(U)}{\Pi} = \frac{h - h'}{L} \cdot \frac{\Omega}{\chi}.$$

Jeżeliby kształt funkcji $f(U)$ był znany, możnaby z powyższego równania obliczyć prędkość średnią U , a następnie otrzymać wzniesienie płaszczyzny ciężenia, dla któregośkolwiek punktu P wewnątrz rury, kładąc :

$$P'P'' = \frac{\chi}{\Omega} \frac{f(U)}{\Pi} s,$$

gdzie s oznacza długość części rury OP . Jak widzimy, wszystkie punkty P tym sposobem otrzymane, leżą na linii prostej ED'' , którą nazwiemy *linią ciężenia*. Linia ta, której rzędne są równe odpowiednim wartościom summy :

$$z + \frac{\rho}{\Pi} + \frac{U^2}{2g},$$

dla różnych punktów rury, bierze swój początek na wysokości $h + \frac{\rho_0}{\Pi}$ przy otworze zbiornika MN , a kończy się na wysokości $h' + \frac{\rho_0}{\Pi} + \frac{U^2}{2g}$ przy otworze zbiornika $M'N'$. Obni-

żając ją, równoległe do pierwszego położenia, o wysokość :

$$EE' = D''D'' = \frac{U^2}{2g},$$

otrzymujemy nową linią *poziomów piezometrycznych* E'D'', której rzędne są $z + \frac{p}{\Pi}$. W którymkolwiek punkcie P rury, ciśnienie p przedstawione będzie wysokością PP', między środkiem rury a linią E'D''. Tym sposobem, rysunek da nam ciśnienia we wszystkich punktach rury, skoro tylko prędkość średnia jest znana. Wszystko się więc sprowadza do oznaczenia funkcji $f(U)$.

Równanie

$$\frac{f(U)}{\Pi} = \frac{h - k}{L} \cdot \frac{\Omega}{\chi}$$

przybiera zwykle inną postać w Hydraulice. A naprzód, ponieważ Π ciężar gatunkowy cieczy jest stały, można go podciągnąć pod znak funkcji i położyć :

$$\frac{f(U)}{\Pi} = \varphi(U).$$

Następnie, stosunek $\frac{\Omega}{\chi}$ powierzchni przecięcia rury Ω do obwodu zmozonego χ , nazwał Dubuat *promieniem średnim*. Dla rury z przecięciem kołowym, której średnica jest D, mamy powierzchnię przecięcia :

$$\Omega = \frac{1}{4} \pi D^2,$$

a obwód zmozony równy jest obwodowi całkowitemu :

$$\chi = \pi D,$$

zatem promień średni :

$$\frac{\Omega}{\chi} = \frac{D}{4},$$

to jest równy połowie promienia rury, czyli średniej arytmetycznej promieni wszystkich warstw współśrodkowych cieczy bieżącej przez rurę.

Stosunek $\frac{h-h'}{L}$, albo ściślej $\frac{h-h'-\frac{U^2}{2g}}{L}$ oznacza się

zwykle literą J i nazywa *stratą ciężenia na jednostce długości rury*. Wprowadziwszy to nowe znakowanie w równanie otrzymane powyżej, będziemy mieli :

$$\varphi(U) = \frac{1}{4} DJ,$$

i to jest wzór na bieg cieczy w rurach, których średnice są stałe. Znając D , J i kształt funkcji $\varphi(U)$, wywieść zład można U , a następnie i wydatek rury :

$$Q = \Omega U = \frac{1}{4} \pi D^3 U.$$

44. Dawna teoria Prony'ego. — Jak widzimy z powyższego, równanie biegu cieczy w rurach byłoby zupełnie określone, jeżeli znalibyśmy kształt funkcji $\varphi(U)$, albo funkcji $f(U)$ równej iloczynowi $\Pi \cdot \varphi(U)$, gdzie Π jest ciężarem gatunkowym cieczy. Funkcja ta wchodzi jako czynnik do wyrażenia $\chi f(U) ds$, przedstawiającego tarcie cieczy o ściany rury na długości nieskończenie małej ds . Iloczyn $\chi f(U)$ jest więc wartością tarcia odniesionego do jednostki długości, a $f(U)$ wartością tarcia na jednostce powierzchni ściany rury. Wreszcie $\varphi(U) = \frac{f(U)}{\Pi}$ jest wartością tarcia na jednostce powierzchni, podzieloną przez ciężar gatunkowy cieczy, czyli innymi słowy, jest to tarcie ocenione jako wysokość słupa cieczy, w ten sam sposób jak ciśnienie w Hydrostatyce.

Aby oznaczyć $\varphi(U)$, posługiwał się Prony dawnymi doświadczeniami, jakie zostawili :

Couplet w liczbie siedmiu (*);

Bossut w liczbie dwudziestu sześciu (**);

Dubuat w liczbie osiemnastu (***) .

Jedne z tych doświadczeń robione były nad biegiem wody w rurach starych, zdawna już służących, a których średnica była średnio 0^m,435; inne zaś odnosiły się do rur nowych, blaszanych, średnicy pięć razy mniejszej. Przy każdym doświadczeniu mierzono stratę ciężenia całkowitą $h - h'$, od jednego końca rury do drugiego, i długość rury L. Można ztąd było obrać stosunek $\frac{h - h'}{L} = J$ i iloczyn $\frac{1}{4} DJ = \varphi(U)$. Doświadczenia polegały na mierzeniu wydatku rur Q, który podzielony przez przecięcie $\frac{\pi}{4} D^2$, dawał prędkość średnią U. Tym sposobem ułożono tablicę zawierającą wartości U i odpowiadające wartości iloczynu $\frac{1}{4} DJ = \varphi(U)$, która pozwoliła w każdym przypadku znaleźć wartość liczebną funkcji $\varphi(U)$.

Pierwszy Coulomb zauważył, że ta funkcya rośnie szybciej niż zmienna U a wolniej niż jej kwadrat U^2 i proponował na nią wyrażenie :

$$\varphi(U) = aU + bU^2,$$

(*) Wypadki swych doświadczeń czynionych nad rurami wodociągowymi w Wersalu, podał COUPLET w rozprawie : *Recherches sur le mouvement des eaux*, umieszczonej w : *Histoire de l'Académie Royale des sciences. Année 1732, avec les mémoires de Mathématique et de Physique pour la même année. Tirés des Registres de cette Académie.* Paris 1733, in-4o, na str. 413 Pamiętników.

(**) MICHELOTTI we Włoszech a Bossut w Francyi wprowadzili pierwsi Hydraulikę na drogę doświadczalną. Doświadczenia Bossut'a znaleźć można w jego cennem dziele : *Traité théorique et expérimental d'Hydrodynamique.* Paris 1786-1787, dwa grube tomy in-8o.

(***) DUBUAT, wstąpiwszy w ślady Bossut'a stał się prawdziwym ojcem Hydrauliki, jako umiejętności doświadczalnej. Jego *Principes d'Hydraulique* wydane w r. 1779, w jednym tomie, wyszły powtórnie w r. 1786 w dwóch tomach zawierając już wypadki licznych i znakomitych doświadczeń dokonanych z pomocą rządu francuzkiego. Wydanie trzecie i ostatnie, znacznie powiększone, nosi tytuł : *Principes d'Hydraulique et de Pyrodynamique, vérifiés par un grand nombre d'expériences.* Paris, 1816, 3 tomy in-8o.

w którym a i b są ilości stałe. Prony przyjął to prawo i doszedł do oznaczenia współczynników a i b w sposób następujący.

Ponieważ doświadczenie daje wartości U , można zatem

otrzymać stosunek $\frac{\frac{1}{4}DJ}{U}$; że zaś z równania :

$$\frac{1}{4}DJ = aU + bU^2,$$

mamy :

$$\frac{\frac{1}{4}DJ}{U} = a + bU,$$

kładając zatem :

$$\frac{\frac{1}{4}DJ}{U} = y,$$

otrzymujemy :

$$y = a + bU,$$

równanie prostej której współrzędne są y i U . Każde doświadczenie daje pewną grupę wartości współrzędnych U i y , które odnosząc do osi prostopadłych nakreślonych na papierze, otrzymać można pewien szereg punktów. Gdyby wzór był ścisły, wszystkie te punkty leżałyby na jednej prostej; ale w ogóle rzecz się ma inaczej, i rysunek wyznacza tylko pewien kierunek średni, blizki każdego z wyznaczonych punktów, który może być wzięty za prostą $y = a + bU$. Zresztą, metody analityczne, a między innymi metoda najmniejszych kwadratów, pozwalają oznaczyć ściśle współczynniki a i b . Prony, posługując się wspomnianymi doświadczeniami, doszedł do

wartości :

$$a = 0,0000173314,$$

$$b = 0,0003482590,$$

i przy pomocy wzoru :

$$\frac{1}{4}DJ = aU + bU^2,$$

obliczył tablicę podaną w jego *Recueil de cinq tables*, w której dla wszystkich wartości U od 0^m01 do 3^m00 , co centymetr, daje odpowiednie wartości $aU + bU^2$, czyli $\frac{1}{4}DJ$.

45. Ulepszenia wzoru Prony'ego.—Podane wyżej równanie ruchu cieczy w rurach i wynikający zeń wzór Prony'ego, wyprowadzone zostały w przypuszczeniu, że strugi cieczy wewnątrz rury ożywione są wszystkie jednaką prędkością. Jednakże, jak to już powiedzieliśmy (ustęp n. 41), różne warstwy współśrodkowe cieczy w rurze ożywione są różnymi prędkościami, z kąd wynika tarcie jednych warstw o drugie, będące funkcją ich względnej prędkości, i tarcie warstwy zewnętrznej o ściany rury, zależące li tylko od prędkości tejże warstwy. Tarcia wewnętrzne, których summa rzutów na oś rury jest równa zeru, podobnie jak i summa rzutów sił wewnętrznych każdego układu, nie wejdą wprawdzie do równania ruchu, ale zato tarcie o ściany rury, zamiast być wyrażone przez iloczyn :

$$\chi ds f(U),$$

o powierzchni zetknięcia χds przez pewną funkcją $f(U)$ prędkości średniej U , wejść powinno w równanie ruchu pod postacią innego iloczynu $\chi ds F(W)$, tejże powierzchni zetknięcia χds przez pewną funkcję $F(W)$ prędkości W warstwy zewnętrznej cieczy. Te dwa wyrażenia są konieczniew różne,

chybaby prędkość przy ścianach rury W była równa prędkości średniej U , co nie jest prawdopodobne *a priori* i czemu zaprzeczają doświadczenia. Jakkolwiek jednak podstawa jego była zupełnie niedokładną, służył wzór podany przez Prony'ego do obrachowania licznych wodociągów, nad którymi robione następnie doświadczenia, wykazały dość znaczne różnice między wypadkami rachunku i praktyki. To było powodem wielu prac, mających na celu doświadczalne poprawienie wzoru Prony'ego.

Przedmiotem pierwszych prac w tym kierunku, było ściśle oznaczenie wartości średnich współczynników stałych a i b . D'Aubuisson (*), zwracając większą uwagę na doświadczenia dotyczące się rur większej średnicy, mniemał że Prony dał współczynnikowi a wartość za małą a współczynnikowi b za dużą i położył:

$$a = 0,0000188,$$

$$b = 0,0003425.$$

Eytelwein (**) wziął pod uwagę szczegółową okoliczność straty ciężenia, wynikającej ze ściśnienia żyły przy wejściu do rury, którą Prony zupełnie pominął. Rzeczywiście, ta strata ciężenia jest równa zeru, skoro otwór zbiornika zostaje stosownie rozszerzony na wewnątrz. Jeżeli tak nie jest, to zamiast:

$$J = \frac{h - h' - \frac{U^2}{2g}}{L},$$

jak położyliśmy w ustępie n. 43, należy wziąć:

$$J_1 = \frac{h - h' - 1,49 \frac{U^2}{2g}}{L},$$

(*) Patrz: D'AUBUISSON. *Traité d'Hydraulique*, str. 224.

(**) Prace Eytelwein'a, podane w Pamiętnikach Akademii umiejętności w Berlinie (1814-1815), przełożone na język francuzki znaleźć można w *Annales des Mines*, t. XI.

gdyż prędkość przy wejściu w rurę nie jest już $U = \sqrt{2gz}$, oznaczając przez z odległość środka ciężkości otworu od poziomu cieczy w zbiorniku, ale $U = 0,82\sqrt{2gz}$, podobnie jak przy wypływie cieczy przez przystawkę waleową (ustęp n. 30), a wysokość odpowiadająca tej nowej prędkości nie jest już $\frac{U^2}{2g}$, ale :

$$\left(\frac{1}{0,82}\right)^2 \frac{U^2}{2g} = 1,49 \frac{U^2}{2g}.$$

Wprowadziwszy tę nową wartość na J w równanie $\frac{1}{4}DJ = \varphi(U)$, doszedł Eytelwein, przez kilkakrotne przybliżenia, do obrachowania współczynników a i b , na które otrzymał wartości następujące :

$$a = 0,0000222,$$

$$b = 0,000280.$$

Nierównie radykalniejszą zmianę wprowadził we wzór Prony'ego Dupuit (*), zauważywszy że współczynnik a jest znacznie mniejszy od współczynnika b i że wyraz aU może być opuszczony wobec wyrazu bU^2 , wyjąwszy przypadek skoro prędkość U jest bardzo mała. Ale jeżeli ta prędkość jest większa jak $0^m 10$, można pierwszy wyraz opuścić, i położyć :

$$\frac{1}{4}DJ = bU^2,$$

równanie, które daje :

$$U = \sqrt{\frac{\frac{1}{4}DJ}{b}}.$$

(*) DUPUIT. *Etudes pratiques et théoriques sur le mouvement des eaux courantes*. Deuxième edit., Paris, 1865.

Dupuit, pomijawszy pierwszy wyraz wzoru Prony'ego, zmienił lekko i drugi, kładąc :

$$b = 0,000385,$$

co daje :

$$U = 50,934 \sqrt{\frac{1}{4} DJ},$$

albo w przybliżeniu :

$$U = 51 \sqrt{\frac{1}{4} DJ},$$

wzór bardzo użyteczny w praktyce.

Wreszcie uczony inżynier francuzki p. Barré de Saint-Venant (*), biorąc na nowo pod uwagę wypadki doświadczeń, jakimi się posługiwał Prony, starał się wyrazić $\varphi(U)$, już nie w kształcie wielomianu, ale pod postacią jednomianu, któryby można było obliczyć za pomocą logarytmów i położył równanie :

$$\varphi(U) = CU^m,$$

w którym C i m wypada obrachować z doświadczenia. Z równania :

$$CU^m = \frac{1}{4} DJ$$

mamy biorąc logarytmy :

$$\log C + m \log U = \log \left(\frac{1}{4} DJ \right),$$

równanie prostej, której współrzędnymi są zmienne $\log \left(\frac{1}{4} DJ \right)$ i $\log U$, a której współrzędną początku jest $\log C$ a m współ-

(*) Patrz artykuł p. BARRÉ de Saint-Venant pod tytułem: *Formules et tables nouvelles...* podany w *Annales des Mines*, serya czwarta, t. XX.

czynnikiem kątowym. Tym sposobem, obliczowanie ilości C i m sprowadza się do wyznaczenia na rysunku szeregu punktów i wzięcia pośredniego kierunku za prostą wyrażoną równaniem. Z pomocą wypadków doświadczeń, które już służyły Prony'emu, obliczył J. de Saint-Venant :

$$C = 0,0002955,$$

$$m = \frac{12}{7},$$

i położył równanie :

$$\frac{1}{4} DJ = 0,0002955 U^{\frac{12}{7}},$$

dające wypadki mniejsze niż równanie, które podał Dupuit :

$$\frac{1}{4} DJ = 0,0003855 U^2,$$

i niż wzór Eytelwein'a.

Z powyższych wzorów ten tylko, który podał Dupuit, przyjęty został w praktyce i aż do prac Henryka Darcy, inżynierowie wodociągów posługiwali się wzorem i tablicami Prony'ego. Inne tablice, dogodniejsze do częstszego użycia zostały ułożone. Jedna z nich, obliczona przez zmarłego już profesora Szkoły Dróg i Mostów w Paryżu Mary'ego (*), w czasie kiedy miał w swym ręku dyrekcją wodociągów paryskich, daje natychmiast stratę ciężenia J na jednostce długości rury i prędkość U , konieczne do odpływu danej objętości wody przez rurę danej średnicy. Oszczędza ona zatem następujący szereg rachunków :

$$U = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} D^2} \quad \text{i} \quad J = \frac{aU + bU^2}{\frac{1}{4} D},$$

(*) Tablica ta podana została w Kursie litografowanym Wodociągów, ułożonym dla uczniów Szkoły Dróg i Mostów w Paryżu.

a przeto jest nadzwyczajnie dogodną przy robieniu przez stopniowe próby projektu wodociągów. Druga tablica, podana przez Fourneyron'a (*), daje iloczyn J^2Q w funkcyi prędkości. Mamy bowiem zarazem :

$$Q = \frac{\pi}{4} D^3 U,$$

$$\frac{1}{4} DJ = aU + bU^2.$$

Dla wyrugowania ilości D pomnożmy pierwsze równanie przez drugie podniesione do kwadratu, a otrzymamy :

$$J^2Q = 4\pi U(aU + bU^2)^2.$$

Tablica ta, dająca J^2Q skoro prędkość jest znana, jest bardzo dogodną w praktyce. Jeżeli chcemy oznaczyć średnicę rury, której wydatek Q i strata ciężenia na jednostce długości J są dane, obliczyć trzeba iloczyn J^2Q i szukać go w tablicy. Znalazłszy, bierze się odpowiednią prędkość, którą w razie potrzeby można obliczyć z pomocą interpolacji. Następnie, podzieliwszy wydatek Q przez tę prędkość, otrzymamy powierzchnię przecięcia $\frac{\pi}{4} D^2$, a tablica specjalna, którą znaleźć można w każdym podręczniku inżynierskim, da nam wprost średnicę koła D ze znanej jego powierzchni.

46. Prawo rozkładu prędkości na przecięciu poprzecznem rury. — Jak widzieliśmy, podstawa teoryi Prony'ego jest bardzo niedokładna, z przyczyny przypuszczenia, że ciecz płynie przez rurę z jednaką prędkością we wszystkich swych punktach. Właściwie, zamiast przypuszczać, że ciecz porusza się w ten sposób jakby jedna masa, należy sobie wyobrazić przecięcia poprzeczne podzielone na pierścienie współśrodkowe, będące podstawami powierzchni walcowych,

(*) Patrz : *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, z sierpnia 1843 r.

z których każda ożywiona jest specjalną prędkością, skierowaną równoległe do osi rury. Nazwawszy przez v prędkość strugi bieżącej w odległości r od osi rury, prędkość ta odnosić się będzie do całego pierścienia, którego promień jest r , a grubość dr ; przecięcie tego pierścienia jest $2\pi r dr$, a wydatek odpowiadający temu przecięciu w jednostce czasu :

$$2\pi r v dr.$$

Dodając wszystkie podobne wydatki, między granicami $r=0$ i $r=R$, gdzie R oznacza promień rury, otrzymamy wydatek całkowity :

$$Q = 2\pi \int_0^R v r dr.$$

Prędkość zatem średnia U , którą samą tylko braliśmy pod uwagę przy wykładzie teorii Prony'ego, jest równa ilorazowi z wydatku Q przez powierzchnię przecięcia πR^2 , czyli :

$$U = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{2 \int_0^R v r dr}{R^2}.$$

Wyrażenie to możnaby obliczyć, znając związek między zmiennymi r i v . Wiele doświadczeń robiono w tym celu, ale zgodnego wypadku nie otrzymano dotychczas. Doświadczenia sprawdziły tylko mniej więcej przypuszczenie warstw współśrodkowych. Starano się także o rozwiązanie analityczne tej kwestyi i wspominaliśmy już o pracach Navier'a. Oprócz niego robili w tym przedmiocie poszukiwania : Sonnet (*) i Dupuit (**), ale prace Henryka Darcy dały wypadki sprzeczne. Jakkolwiek jednak hipoteza Navier'a nie jest zupełnie zadowalniającą, zatrzymamy się jednak przez chwilę nad wypadkami do jakich prowadzi.

(*) *Recherches sur le mouvement uniforme des eaux, en ayant égard aux différences de vitesse des filets.* Paris, 1843.

(**) *Etudes pratiques et théoriques sur les eaux courantes,* deuxième ed. Paris, 1865.

Niech będzie AB (fig. 35) przecięcie poprzeczne rury, której średnica jest D ; na promieniu OA rury, wystawmy we wszystkich punktach: O, m, n, A , prostopadłe: Oo, mp, mp, nq, nq, Aa , i odetnijmy na nich długości proporcjonalne do prędkości v strug cieczy przez te punkty przechodzących.

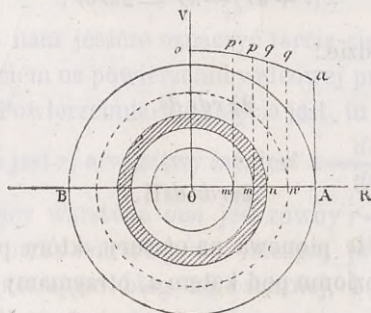


Fig. 35.

Otrzymamy tym sposobem pewną krzywą, przedstawiającą zmianę prędkości v w funkcji promienia r . Prędkość średnia jest jednaka na wszystkich przecięciach rury, gdyż średnica rury jest stała. Przyjawszy nadto, że na wszystkich przecięciach prędkości strug rozłożone są w ten sam sposób, będziemy mieli, że prędkość v jest pewną funkcją promienia r , niezależnie od przecięcia, które uważamy.

Weźmy teraz długość nieskończenie małą pierścienia ciecży, zawartego między dwoma okręgami m i n , których promienie są r i $r + dr$. Pierścień ten jest w równowadze, gdyż jego ruch jest jednostajny pod działaniem jego ciężaru, ciśnień obustronnych i oddziaływań dwóch warstw sąsiednich, to jest warstwy wewnętrznej mm , której prędkość dąży do przyspieszenia jego ruchu, i warstwy zewnętrznej nn , której prędkość mniejsza stara się przeciwnie ten ruch zwolnić. Biorąc rzuty wszystkich tych sił na oś rury, składowe normalne oddziaływań dwóch warstw sąsiednich znikną i zostaną tylko skła-

dowe styczne albo tarcia, rzucające się na oś w naturalnej wielkości.

Niech będzie ds długość pierścienia, którego równowagę chcemy wyrazić. Powierzchnia jego podstawy jest:

$$\pi(r + dr) - \pi r^2 = 2\pi r dr;$$

jego objętość będzie:

$$2\pi r dr ds,$$

a ciężar:

$$2\pi r dr ds \Pi,$$

Rzucając tę siłę pionową na oś rury, którą przypuszczamy pochyloną do poziomu pod kątem α , otrzymamy składową:

$$2\pi r dr ds \cdot \Pi \sin \alpha = -2\pi r dr dz \Pi,$$

oznaczając jak poprzednio przez z wzniesienie środka przecięcia górnego, a przez $z + dz$ wzniesienie środka przecięcia dolnego.

Ciśnienia na obu tych przecięciach otrzymamy mnożąc ciśnienie średnie na każdym z nich przez powierzchnię przecięcia poprzecznego pierścienia, to jest przez $2\pi r dr$; ciśnienie górne winno być wzięte ze znakiem więcej, a dolne ze znakiem mniej. Ponieważ tu ciśnienia rzucają się w naturalnej wielkości na oś rury, przeto ich składowa będzie:

$$(p - p') 2\pi r dr \quad \text{albo} \quad -2\pi r dr dp,$$

zważywszy, że $p' = p + dp$.

Funkcja p , przedstawiająca ciśnienie średnie na pierścieniu mn wzdłuż przecięcia górnego, jest jednaka dla wszystkich pierścieni cieczy przechodzących przez to przecięcie, gdyż przypuszczając, że bieg cieczy ma miejsce strugami równoległymi, ciśnienia rozkładają się na każdym przecięciu poprzecz-

nem według praw Hydrostatyki. Ciśnienie α tem średnie na jakiegokolwiek powierzchni jest równe ciśnieniu mającemu miejsce w środku ciężkości tejże powierzchni, a że wszystkie pierścienie mają za środek ciężkości punkt O , pięto funkcyja p jest jednaka dla wszystkich, czyli niezależna od r . Funkcyja ta zależy tylko od długości s mierzonej na osi rury.

Pozostaje nam jeszcze oznaczyć tarcia ciecży. Zamińmy się naprzód tarcie na powierzchni walcowej przechodzącej przez punkt m . Powierzchnia zetknięcia jest tu $2\pi r ds$. Prędkość warstwy mn jest v , a warstwy mm jest $v - \frac{dv}{dr} dr$, bo promień odpowiadający warstwie mm jest równy $r - dr$. Zatem tarcie wywierane przez warstwę mm biegnącą prędzej, na warstwę mn , i przyspieszające bieg tej ostatniej, będzie według przypuszczenia Navier'a (ustęp n. 17) wyrażone iloczynem:

$$- \varepsilon \frac{dv}{dr} 2\pi r ds = - 2\pi \varepsilon ds \cdot r \frac{dv}{dr},$$

gdzie ε jest czynnikiem stałym zależnym od natury ciecży. Wyrażeniu temu dajemy znak mniej, chcąc zaznaczyć że siła działa w kierunku biegu i zważywszy że pochodna $\frac{dv}{dr}$ jest odjemna.

Takież samo wyrażenie, powiększone różniczką względem r i wzięte ze znakiem przeciwnym, da nam tarcie opóźniające bieg pierścienia mn , wywierane przez pierścień nn biegnący wolniej. Siła ta będzie równa:

$$+ 2\pi \varepsilon ds \left[r \frac{dv}{dr} + \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr} \right) dr \right],$$

a summa algebraiczna tarć ponoszonych z obu stron przez pierścień mn , będzie co do wielkości i znaku:

$$2\pi \varepsilon ds \cdot \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr} \right) dr.$$

Możemy więc apisać równanie ruchu jednostajnego:

$$-2\pi r d^2z \cdot \Pi - 2\pi r dr dp + 2\pi z ds \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr} \right) dr = 0,$$

równanie, w które wchodzi dwie zmienne niezależne s i r , w którym z i p są funkcjami samej tylko długości s , a v funkcją promienia niezależną od s . Dzieliąc przez $2\pi r dr ds \Pi$, otrzymamy:

$$\frac{dz}{ds} + \frac{dp}{\Pi ds} - \frac{\varepsilon}{\Pi r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr} \right) = 0.$$

Przypuśćmy, że promień r jest stały i zajmijmy się jednym wyłącznie pierścieniem. Możemy wtedy zcałkować równanie powyższe, uważając s jako jedyną zmienną niezależną. Tym sposobem otrzymamy:

$$z + \frac{p}{\Pi} - \frac{\varepsilon s}{\Pi} \cdot \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr} \right) = \text{ilości stałej}.$$

Ale tu $z + \frac{p}{\Pi}$ jest to wysokość piezometryczna środka przecięcia, niezależna od promienia r różnych warstw współśrodkowych cieczy, a według równania ruchu wyprowadzonego poprzednio w przypadku prędkości średniej wspólnej wszystkim strugom (ustęp n. 42), będąca funkcją liniową długości s . Zatem współczynnik tej długości s to jest $\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr} \right)$ winien być równy ilości stałej, a związek między prędkością v a promieniem r otrzymamy całkując równanie różniczkowe:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr} \right) = A,$$

w którym A jest ilością stałą. Z równania tego otrzymujemy kolejno:

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr} \right) = Ar,$$

$$r \frac{dv}{dr} = \frac{1}{2} Ar^2 + C,$$

$$\frac{dv}{dr} = \frac{1}{2} Ar + \frac{C}{r},$$

$$v = \frac{1}{4} Ar^2 + C \log r + C'.$$

Dla $r=0$, to jest dla strugi środkowej, prędkość v powinna być maximum nieprzestając być skończoną; zatem $C=0$, a równanie ostatnie sprowadza się do równania:

$$v = \frac{1}{4} Ar^2 + C',$$

albo:

$$v = v_0 + \frac{1}{4} Ar^2,$$

nazwawszy przez v_0 prędkość strugi środkowej.

Ilość stała A jest odjemna i kładąc $\frac{A}{4} = -B$, gdzie B jest dodatne, otrzymamy:

$$v = v_0 - Br^2$$

albo

$$v_0 - v = Br^2.$$

Zatem, wedle przypuszczenia Navier'a, krzywa *opqa*, przedstawiająca rozkład prędkości na któremkolwiek przecięciu rury, jest parabolą, a prosta *Oo* jej osią.

Prędkość średnia U dana jest wzorem:

$$U = \frac{2 \int_0^R (v_0 - Br^2) r dr}{R^2} = \frac{v_0 R^2 - B \frac{R^4}{2}}{R^2} = v_0 - \frac{1}{2} BR^2,$$

a prędkość warstwy zewnętrznej otrzymany ze wzoru :

$$v = v_0 - Br^2,$$

kładąc $r = R$ a $v = W$. Będziemy więc mieli :

$$W = v_0 - BR^2 = U - \frac{1}{2} BR^2.$$

Widzimy ztąd, że z przypuszczenia Navier'a wynika równość :

$$W + v_0 = 2U,$$

czyli że prędkość średnia jest połową summy prędkości warstw skrajnych.

To wszystko, co powiedzieliśmy, dowodzi tem widoczniej niedokładności wzoru Prony'ego opartego na przypuszczeniu, że tarcie jest funkcją samej tylko prędkości średniej, gdy tymczasem prawdopodobnie prędkość warstwy zewnętrznej, prędkość będąca jedyną zmienną funkcji wyrażającej tarcie, zależy nietylko od prędkości średniej, ale i od wymiarów przecięcia rury. Współczynniki zatem we wzorze Prony'ego : a i b powinny być nie stałe ale zmienne razem ze średnicą rury.

47. Doświadczenia i wzory Henryka Darcy (*). —

Z tego, co powiedzieliśmy w powyższych ustępach, zdać sobie można sprawę z niedokładności wzoru Prony'ego. Jak widzieliśmy ostatecznie, najważniejszą z tych niedokładności jest przedstawienie tarcia przez funkcją prędkości średniej :

$$\frac{f(U)}{\Pi} = \varphi(U),$$

gdy tymczasem to tarcie zależy właściwie od samej tylko prędkości

(*) Patrz : *Recherches expérimentales relatives au mouvement de l'eau dans les tuyaux* par Henri Darcy, Inspecteur général des ponts et chaussées. Paris chez Mallet-Bachelier, 1857., 1 vol. in-4o.

kości warstwy zewnętrznej. Gdyby jeszcze z danej prędkości warstwy wewnętrznej W , można było otrzymać prędkość średnią U , funkcyja jednej byłaby także funkcyją drugiej i przedstawienie tarcia w sposób powyższy nie byłoby zupełnie wadliwe. Ale istnienie związku między temi dwiema prędkościami jest bardzo wątpliwe dotychczas. Mimo to jednak, ta niedokładność wzoru Prony'ego nie została usunięta i przez Henryka Darcy, który ją uważa za dającą bardzo mały błąd w praktyce.

Główną zasługą prac Henryka Darcy, było oparcie wzoru na bieg cieczy w rurach, na nierównie liczniejszych i więcej pewnych wypadkach doświadczeń, niż to zrobił Prony. Zostawszy dyrektorem wodociągów paryzkich po Mary'm, przedsięwziął on szereg 198 doświadczeń, które mu posłużyły do ułożenia tablic, podstawą dzisiejszych rachunków w praktyce będących. W doświadczeniach tych zmieniał Darcy naturę rur, ich średnice, ciśnienia i prędkości. Używał w tym celu rur z blachy żelaznej, z ołowiu, z żelaza pociągniętego smołą, ze szkła, z żelaza lanego, tych ostatnich nowych i pokrytych osadem po długoletniem użyciu. Rury żelazne miały 100 metrów i więcej długości, ołowiane 50 metrów, szklane 44^m80. Były one starannie kalibrowane i ich średnice oznaczone zostały z wielką dokładnością. Średnice zmieniały się od jednej rury do drugiej. Dla rur ołowianych, Darcy używał średnice mające 14, 21 i 41 milimetrów; dla rur żelaznych średnice zmieniały się od 12 do 50 centymetrów. Oznaczano starannie wydatki rur, zbierając wodę wypływającą w zbiornikach poprzednio wymierzonych. Prędkości obserwowane dochodziły aż do 6 metrów. Spadek rur regulowany był starannie w celu uniknięcia zamieszania wynikających z gwałtownych zmian kierunku lub z obecności powietrza, które mogłyby mieć miejsce przy nieregularnem rur ustawieniu. Wreszcie, dla mierzenia ciśnień, używał p. Darcy różnych rur piezome-

trycznych : jedna z nich była umieszczona w zbiorniku, przy początku rury, druga w rurze, w miejscu gdzie ciecz na całym przecięciu zaczynała biec strugami równoległymi. Inne piezometry wstawione były w rurę w równych odległościach, raz co 50, drugi raz co 25 metrów. W takich warunkach prowadzone doświadczenia, pozwoliły dojść Darcy'emu do wyników następujących :

1) W rurach nowych, tarcie wody o ściany zmienia się razem z naturą i większą lub mniejszą gładkością powierzchni ścian. I tak, rury nowe z żelaza lanego dają tarcie półtora raza większe, niż rury wewnątrz pociągnięte smołą.

2) Natura powierzchni wewnętrznych rur dąży do utraty wpływu na tarcie, w miarę jak rury pokrywają się warstwą osadu, który woda w nich zostawia. Okoliczność ta, w przypadku rur z żelaza lanego, daje tarcie dwa razy większe, niż w rurach nowych.

3) Wyrażenie funkcji $\frac{f(U)}{H} = \varphi(U)$ może pozostać, jak we wzorze Prony'ego równe $aU + bU^2$; ale dla rur, służących już przez czas pewien, można poprzestać na jednomianie b_1U^2 , w którym b_1 zmienia się tylko razem z promieniem rury R , podczas gdy współczynniki dwumianu a i b są nadto funkcjami natury powierzchni, jeżeli rury są nowe.

4) W przypadku rur pokrytych wewnątrz warstwą osadu, wartości tych współczynników są następujące :

$$a = 0,000032 + \frac{0,00000000376}{R^2},$$

$$b = 0,000443 + \frac{0,0000062}{R},$$

$$b_1 = 0,000507 + \frac{0,00000647}{R},$$

a dla rur nowych z żelaza lanego należy zmniejszyć o połowę współczynniki a i b .

Ponieważ w praktyce trzeba mieć zawsze wzgląd na istnienie osadu, po pewnym przeciągu czasu mniej lub więcej długim, widzimy z powyższego, że w rezultacie można przyjąć zamiast dwumianu $aU + bU^2$, jednomian b_1U^2 , w którym współczynnik b_1 zależy od promienia rury i jest tem większy, im promień jest mniejszy. Zmiany te jednak nie są bardzo znaczne w przypadku rur podobnych do tych, jakie się spotyka zwykle w wodociągach. Promienie zmieniają się tam między granicami $0^m,03$ i $0^m,50$, a w tych granicach mamy według Henryka Darcy :

Promień R w metrach	b_1
0,03	0,000723
0,04	0,000669
0,05	0,000636
0,06	0,000615
0,08	0,000558
0,10	0,000572
0,15	0,000550
0,20	0,000539
0,25	0,000533
0,30	0,000529
0,40	0,000523
0,50	0,000520

Średnia wartości krańcowych 0,000723 i 0,000520 jest mniej więcej $b_1 = 0,000625 = (0,025)^2$ i tę liczbę można przyjąć, w razie potrzeby wyrażenia analitycznego funkcji $\varphi(U)$. W innych przypadkach, lepiej zawsze używać wartość :

$$b_1 = 0,000507 + \frac{0,00000647}{R}$$

poprzednio podaną.

Takie są wypadki praktyczne prac Henryka Darcy. Co do wyników teoretycznych, w rozdziale piątym jego dzieła zawartych, to te jakkolwiek obecnie licznym podlegają zarzutom, zasługują tu jednak zawsze na wzmiankę.

Przedsięwziąwszy poszukiwanie prawa, według jakiego zmieniają się prędkości strug cieczy wewnątrz rury; poczynawszy od osi gdzie ta prędkość jest największa, aż do obwodu gdzie jest najmniejsza, porównywał Darcy dla różnych spadków rury, różnice między prędkością na osi a prędkością strugi położonej w pewnej odległości od osi. Prędkości te mierzone były za pomocą przyrządów, jakie opiszemy w Księdze piątej. Wypadki, do jakich doszedł w tym względzie, są następujące:

1) Stosunek powyższych różnic do spadków rur jest stały.
 2) Stosunek tych różnic do odległości r strug uważanych od osi rury, podniesiony do potęgi $\frac{3}{2}$ jest stały dla jednego i tegoż samego spadku.

3) Stosunek K tych różnic do iloczynu $r^{\frac{3}{2}}\sqrt{J}$, gdzie J oznacza, jak poprzednio, stratę ciężenia na jednostce długości rury, czyli w przybliżeniu spadek rury, jest stały dla jednej i tej samej rury a zmienia się od jednej rury do drugiej, i to w stosunku odwrotnym do promienia rury R , tak że iloraz $\frac{K}{R}$ jest stały.

Doprowadziło to Henryka Darcy do wniosku że związek między prędkością v strugi położonej w odległości r od osi a prędkością v_0 strugi środkowej, przedstawiony jest wzorem:

$$v_0 - v = \frac{K r^{\frac{3}{2}} \sqrt{J}}{R},$$

gdzie K jest równe średnio 11, 30. Wzór ten daje dla warstwy

zewnątrznej, gdzie $r=R$ a $v=W$:

$$v_0 - W = KR^{\frac{1}{2}}\sqrt{J} = K\sqrt{RJ},$$

a z dwóch powyższych równań otrzymujemy:

$$v_0 - v = \frac{r^{\frac{3}{2}}}{R^{\frac{3}{2}}}(v_0 - W)$$

i nareszcie

$$v = v_0 - \frac{r^{\frac{3}{2}}}{R^{\frac{3}{2}}}(v_0 - W).$$

Prędkość średnią da nam wzór:

$$Q = \pi R^2 U = \int_0^R \left(v_0 - \frac{r^{\frac{3}{2}}}{R^{\frac{3}{2}}}(v_0 - W) \right) 2\pi r dr$$

z kąd

$$U = v_0 - \frac{4}{7}(v_0 - W) = \frac{3v_0 + 4W}{7},$$

czyli że prędkość średnia jest równa trzy razy wziętej prędkości strugi środkowej, więcej cztery razy wzięta prędkość warstwy zewnętrznej i to wszystko podzielone przez siedem. Jak widzimy, ten wzór na prędkość średnią jest różny od wzoru wynikającego z przypuszczenia Navier'a:

$$U = \frac{v_0 + W}{2},$$

który daje także (ustęp n. 46)

$$\frac{v_0 - v}{v_0 - W} = \left(\frac{r}{R} \right)^2,$$

gdy tymczasem z wzorów Henryka Darcy wypada:

$$\frac{v_0 - v}{v_0 - W} = \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{3}{2}}.$$

Te dwa ostatnie równania dadzą się objąć jednym ogólnem :

$$\frac{v_0 - v}{v_0 - W} = \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{m+1}{m}},$$

w którym

$m=1$ wedle przypuszczenia Navier'a,

$m=2$ wedle Henryka Darcy;

a różnica ta pochodzi z wyrażenia na tarcie, które Navier uważa za proporcjonalne do pierwszej potęgi a Darcy do drugiej potęgi z prędkości względnej dwóch strug sąsiednich. Mamy bowiem różniczkując równanie :

$$v_0 - v = \frac{K r^{\frac{3}{2}} \sqrt{J}}{R},$$

że

$$-\frac{dv}{dr} = \frac{3}{2} K \frac{r^{\frac{1}{2}} \sqrt{J}}{R}$$

albo

$$\left(R \frac{dv}{dr} \right)^2 = \frac{9}{4} K^2 r J$$

czyli

$$\frac{1}{2} r J = \frac{2}{9K} \left(R \frac{dv}{dr} \right)^2.$$

To ostatnie jest równaniem ruchu dla cieczy zawartej wewnątrz walca mającego z rurą oś wspólną, a którego promień jest R . Druga strona tego równania przedstawia tarcie dwóch warstw sąsiednich, jak widzimy proporcjonalne, według Henryka Darcy, do kwadratu z prędkości względnej. W wyrażenie tarcia wchodzi tu nadto promień rury, a jakkolwiek wpływ tego ostatniego uważa pan Darcy jako środek empiryczny w celu poprawienia błędu popełnionego, uważając w rzeczywistości nieregularny bieg wody w rurach za

ściśle prostolinijny; to jednak, przyjmując ten wpływ promienia rury na tarcie, musielibyśmy ztąd wnioskować, że cząsteczki cieczy działają jedne na drugie w pewnych odległościach dość znacznych, albo że działanie wzajemne dwóch cząsteczek bardzo blizkich nie zależy wyłącznie od ich ruchu i od ich własnego stanu. To też ogólną cechą nowszych prac w tym przedmiocie jest zaprzeczenie tego wpływu promienia rury na tarcie i panowie Bazin, Bresse, Kleitz i Lévy, różniąc się co do szczegółów swych idei, zgadzają się jednak w tym względzie i działanie wzajemne dwóch cząsteczek czynią zależnem li tylko od okoliczności charakteryzujących ich sposób istnienia, i do nich się odnoszących wyłącznie. Streścimy tu tylko prace p. Lévy, jako z tych wszystkich najzupełniejsze i do praktycznych prowadzące rezultatów.

48. Teorya p. Maurycego Lévy (*). — Opierając się na swych pracach nad biegiem prostolinijnym cieczy (ustęp n^o 18), wyprowadził p. Lévy teorią biegu wody w rurach. Według niego, tarcie nie jest już pewną funkcją prędkości średniej U , ale, zgodnie z przypuszczeniem Navier'a, jest proporcjonalne do pierwszej potęgi z prędkości względnej dwóch strug sąsiednich, a zarazem, zgodnie z poglądami p. Bazin, jest pewną funkcją prędkości bezwzględnej tych strug. W takim razie wzór Prony' ego :

$$\frac{f(U)}{\Pi} = \frac{h-h'}{L} \cdot \frac{\Omega}{\chi}$$

przybiera kształt:

$$A \frac{dv}{dr} = \Pi \frac{h-h'}{L} \cdot \frac{\Omega}{\chi},$$

gdzie A jest jakąkolwiek funkcją v . Kładąc $\frac{h-h'}{L} = J$, to jest

(*) Patrz : *Théorie d'un courant liquide* etc. artykuł p. Lévy podany w *Annales des ponts et chaussées*. 1867. Deuxième livraison.

stracie ciężenia na jednostce długości rury, otrzymamy :

$$A \frac{dv}{dr} = \Pi J \cdot \frac{\Omega}{\chi}.$$

Równanie to stosuje p. Lévy do cieczy zawartej wewnątrz walca, którego podstawą jest krzywa równej prędkości.

W tym przypadku $\frac{\Omega}{\chi}$ nie będzie już stałym promieniem średnim obwodu rury, ale promieniem średnim odpowiadającym krzywej równej prędkości, będącej podstawą walca, a więc zależnym od r . Oznaczmy ten promień średni przez ρ a będziemy mieli :

$$(1) \quad A \frac{dv}{dr} = \Pi \rho J,$$

równanie różniczkowe dające prędkość w którymkolwiek punkcie cieczy. Płóść dr oznacza tu długość liczoną na normalnej do powierzchni walca równej prędkości, którego promień średni jest ρ .

Równanie (1) da się zcałkować, jakkolwiek będzie obwód przecięcia prądu, kołowy lub wielokątny i nie robiąc żadnego przypuszczenia co do funkeji A . Pan Lévy przekształca je w tym celu w sposób następujący.

Niech będzie funkeja $F(v)$, taka żeby jej pochodna

$$\frac{dF(v)}{dv} = A;$$

wkładając tę wartość w równanie (1), otrzymamy :

$$\frac{dF(v)}{dv} \cdot \frac{dv}{dr} = \Pi \rho,$$

albo

$$dF(v) = \Pi \rho dr,$$

albo wreszcie

$$(2) \quad F(v) - F(v_0) = \Pi J \int_{r_0}^r \rho dr,$$

gdzie r jest to odległość liczona na normalnej między którąkolwiek krzywą równej prędkości v , a pewną krzywą stałą równej prędkości; a r_0 podobną odległość dla krzywej równej prędkości v_0 . Promień średni ρ jest równy stosunkowi $\frac{\omega}{s}$ powierzchni do obwodu krzywej równej prędkości v . Jest on zatem funkcją r , łatwą do oznaczenia z powodu, że krzywe równej prędkości są równo odległe i mają wspólną rozwiniętą. I rzeczywiście, jeżeli s jest długością którejkolwiek z tych krzywych, odległej od krzywej stałej na długość r , to mamy:

$$s = s_0 + e(r - r_0),$$

gdzie s_0 i r_0 są wartościami s i r odpowiadającymi tej krzywej stałej, a e różnicą kątów, jakie normalne krańcowe tworzą z osią stałą. Mamy tak samo dla powierzchni zamkniętej przez krzywą równej prędkości:

$$\omega = \omega_0 + s_0(r - r_0) + \frac{1}{2}e(r - r_0)^2,$$

zkuąd

$$\rho = \frac{\omega}{s} = \frac{\omega_0 + s_0(r - r_0) + \frac{1}{2}e(r - r_0)^2}{s_0 + e(r - r_0)},$$

a równanie (1) przybiera kształt:

$$F(v) - F(v_0) = \Pi J \int_{r_0}^r \frac{\omega_0 + s_0(r - r_0) + \frac{1}{2}e(r - r_0)^2}{s_0 + e(r - r_0)} dr.$$

Całka drugiej strony jest łatwą do znalezienia i mamy:

$$(3) \quad \begin{aligned} & F(v) - F(v_0) \\ &= \Pi J \left[\frac{1}{4} (r - r_0)^2 + \frac{2e}{s_0} (r - r_0) \right. \\ & \left. + \left(\frac{\omega_0}{e} - \frac{s_0^2}{2e^2} \right) \log. \text{nep.} \frac{s_0 + e(r - r_0)}{s_0} \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Takie jest równanie ogólne dające prędkość w którymkolwiek punkcie cieczy, ze znanej prędkości v_0 wzdłuż jednej krzywej prędkości, której obwód jest s_0 , a powierzchnia ω_0 . Nie zależy ono od przypuszczenia, jakie robi p. Lévy względnie co do tarcia, bo biorąc pod uwagę przypuszczenie Naviera, mamy:

$$F(v) = \varepsilon v,$$

gdzie ε jest współczynnikiem, który trzeba oznaczyć doświadczeniem. Kładąc tę wartość w równanie (3) otrzymalibyśmy równanie prędkości znalezione poprzednio (ustęp n° 46) w przypadku szczególnym rury z przecięciem kołowym. W tym bowiem przypadku, przypuszczając, że v_0 jest prędkością strugi środkowej, mamy:

$$r_0 = s_0 = \omega_0 = 0,$$

a równanie (3) sprowadza się do równania

$$F(v) - F(v_0) = \frac{\Pi J r^2}{4},$$

które, dla $F(v) = \varepsilon v$, daje:

$$v - v_0 = \frac{\Pi J}{\rho} \cdot \frac{r^2}{4} = A \frac{r^2}{4},$$

albo

$$v = v_0 + \frac{1}{4} A r^2,$$

równanie identyczne z otrzymanem poprzednio.

P. Lévy porównawszy wypadki, jakie daje równanie

$$F(v) - F(v_0) = \frac{\Pi J r^2}{4},$$

z wypadkami doswiadczeń Henryka Darcy, znalazł, że $F(v)$ najwięcej zbliżająca się do tych ostatnich jest:

$$F(v) = -\varepsilon v^2,$$

a wstawiwszy tę wartość w równanie poprzednie, otrzymał:

$$(4) \quad \varepsilon(v_0^2 - v^2) = \frac{\Pi J r^2}{4},$$

wzór dający rozkład prędkości na przecięciu poprzecznem rury.

Porównyując ciągle wypadki nowych wzorów z wypadkami doświadczeń, przekonał się p. Lévy, że współczynnik ε nie jest zupełnie stały, co go doprowadziło do wniosku że ruch cieczy w rurze nie jest ściśle prostolinijny. Sprawdziwszy, że ε zmienia się bardzo mało, jeżeli zmieniamy naturę, spadek i średnicę rur, wniósł ztąd, że ten współczynnik zależy wyłącznie od r , to jest od odległości strugi uważanej od strugi środkowej i położył:

$$\varepsilon = K\sqrt{r},$$

gdzie K ma według niego wartość średnią 0,0947. Tym sposobem równanie (4) przybiera kształt:

$$0,0947 \sqrt{r} (v_0^2 - v^2) = \frac{\Pi}{4} r^2 J,$$

albo

$$(5) \quad v_0^2 - v^2 = 2640 r^{\frac{3}{2}} J = a J r^{\frac{3}{2}},$$

kładąc:

$$a = 2640.$$

Różniczkując wzory (4) i (5) otrzymamy :

$$- \varepsilon v \frac{dv}{dr} = \frac{\Pi}{4} r J,$$

$$- r^{\frac{1}{2}} v \frac{dv}{dr} = \frac{3}{4} \cdot 2640 r J,$$

a że iloczyn $r J$ jest proporcjonalny do tarcia dwóch warstw współśrodkowych, widzimy że :

1) w prądzie ściśle prostolinijnym, tarcie dwóch strug sąsiednich jest proporcjonalne do iloczynu z ich prędkości bezwzględnej przez ich prędkość względną ;

2) w rurach z przecięciem kołowym, tarcie dwóch warstw współśrodkowych jest nadto proporcjonalne do pierwiastku kwadratowego promienia tychże warstw.

Przechodząc do oznaczenia prędkości przy ścianach rury, stawia p. Lévy wzór następujący :

$$(6) \quad W^2 = \alpha R J$$

gdzie R jest promieniem rury a α współczynnikiem zależnym od jej natury. Porównywając wypadki jakie daje ten wzór, z wypadkami doświadczeń Henryka Darcy, rozwija p. Lévy w szereg iloraz $\frac{W^2}{R J}$ i bierze dwa pierwsze wyrazy tego szeregu zamiast współczynnika stałego α . Mamy tym sposobem :

$$W^2 = R J (\alpha + \beta \sqrt{R}).$$

Prędkość średnia jest, jak wiemy (ustęp n. 46),

$$U = \frac{2}{R^2} \int_0^R v r dr.$$

P. Lévy bierze do zcałkowania wartość v ze wzoru przybli-

żonego :

$$v_0 - v = \frac{aJr^{\frac{3}{2}}}{v_0 + U},$$

zamiast z wzoru dokładnego (5) :

$$v_0^2 - v^2 = aJr^{\frac{3}{2}},$$

zważywszy że dla strug blizkich środka wzór przybliżony daje wartość zadużą, a zamałą dla strug oddalonych i że te dwa błędy kompensują się w całość. Zresztą, jak zawsze, sprawdza p. Lévy porównując z wypadkami doświadczeń wzór ostatecznie otrzymany.

Mamy tym sposobem :

$$U = v_0 - \frac{4aJR^{\frac{3}{2}}}{7(v_0 + U)},$$

albo

$$(7) \quad v_0^2 - U^2 = \frac{4}{7} aJR^{\frac{3}{2}}.$$

A że wzór (5) daje kładąc $r = R$:

$$(8) \quad v_0^2 - W^2 = aJR^{\frac{3}{2}},$$

więc

$$\frac{v_0^2 - U^2}{v_0^2 - W^2} = \frac{4}{7},$$

czyli :

$$(9) \quad U^2 = \frac{3v_0^2 + 4W^2}{7}.$$

Henryk Darcy znalazł i sprawdził wzór:

$$U = \frac{3v_0 + 4W}{7},$$

p. Lévy sprawdza także wzór (9) porównyując wypadki, jakie daje wzór (7) z wypadkami doświadczeń.

Z wzorów [7] i (8) otrzymujemy :

$$U^2 - W^2 = \frac{3}{7} a JR^{\frac{3}{2}},$$

co łącznie z wzorem (6) daje :

$$(10) \quad U^2 = RJ \left(\alpha + \frac{3}{7} a \sqrt{R} \right).$$

Porównyując ten wzór z wypadkami doświadczeń poprawił go p. Lévy przez stopniowe przybliżenia i doszedł do dwóch wzorów ostatecznych następujących :

dla rur z żelaza lanego nowych :

$$\left(\frac{U}{36,4} \right)^2 = RJ (1 + \sqrt{R});$$

dla takichże rur z osadem :

$$\left(\frac{U}{20,5} \right)^2 = RJ (1 + 3\sqrt{R}).$$

Ten ostatni używany być powinien w rachunkach przygotowawczych przy zakładaniu wodociągów. Napisać go można w kształcie :

$$U = \mu \sqrt{J},$$

gdzie

$$\mu = 20,5 \sqrt{R(1 + 3\sqrt{R})}.$$

W rozdziale następnym podamy tablicę ułożoną przez p. Lévy i ułatwiającą rachunki dokonywane według tego wzoru (*).

(*) Szczegóły prac p. Lévy znaleźć można w *Pamiętniku Towarzystwa Nauk ścisłych w Paryżu*. t. II, str. 67, w artykule pod tytułem : *Teorya biegu prostoliniowego cieczy i jej zastosowanie do biegu wody w rurach wodociągowych*. Prace p. Lévy wyłożone i rozebrane przez Felixa KUCHARZEWSKIEGO.

ROZDZIAŁ II

ROZWIĄZANIE ZADAŃ TYCZĄCYCH SIĘ RUCHU CIĄGŁEGO I JEDNOSTAJNEGO WODY W RURACH WALCOWYCH POJEDYŃCZYCH Z PRZECIĘCIEM KOŁOWEM.

49. Uwagi ogólne. — Pod mianem rur walcowych rozumiemy tu rury, których przecięcie poprzeczne jest stałe. Ich przekrój podłużny może zresztą być jakikolwiek, byle tylko jego części prostolinijne połączone były częściami krzywymi, o promieniu krzywizny dostatecznie wielkim, aby zagięcie nie było zbyt raptowne. Rura jest *pojedyńczą*, jeżeli między dwoma jej krańcami żadna inna z nią się nie łączy; a jej wydatek jest *staty*, jeżeli między temiż krańcami nie ma żadnego otworu.

Równanie ruchu, jakie wywiedliśmy w poprzednim rozdziale, jest :

$$\frac{1}{4} DJ = \frac{1}{\Pi} f(U);$$

z drugiej strony mamy wydatek :

$$Q = \frac{1}{4} \pi D^2 U.$$

Tym sposobem cztery ilości następujące :

D średnica rury,

J strata ciężenia na jednostkę długości rury, albo w przybliżeniu spadek jej kierunku na jednostce długości,

U prędkość średnia wody w rurze,

Q wydatek rury,

związane są razem dwoma równaniami, które nam pozwolą, mając dane dwie jakiegokolwiek z tych ilości, znaleźć dwie pozostałe. Tu natrafić możemy na sześć przypadków, jak następuje :

Dane :	Szukane :
D, J	U, Q
D, U	J, O
D, Q	J, U
J, U	D, Q
J, Q	D, U
U, Q	D, J.

Z tych przypadków, pierwszy, trzeci i piąty są najważniejsze i najwięcej się zdarzają w praktyce. W niniejszym rozdziale wskażemy różne sposoby rozwiązania tych sześciu zadań według wzorów Prony'ego, Henryka Darcy i Maurycego Lévy i podamy tablice ułatwiające rachunki. Czytelnik będzie w możności wybrania metody, która mu się wyda najkrótszą ; my tu zaś tylko, względnie co do tego wyboru, uczynimy uwagi następujące.

1) Większa część wodociągów istniejących obliczana była według wzoru Prony'ego i jakkolwiek wzór ten, uważany teoretycznie, przedstawia wiele niedokładności, to jednak w praktyce używać go można z całą pewnością. Znakomity inżynier francuzki Mary, powiedział : « Wzór ten daje wydatki mniejsze od tych, jakie otrzymujemy z rurami nowemi i różnica dla rur większej średnicy dojść może do $\frac{4}{3}$; tak że używając tego wzoru, nie ma się co zajmować skutkami wynikającymi z lekkich osadów, które mogą zmniejszyć średnicę rury, a powiększyć tarcie. » Jeżeli rury są krótkie i trzeba wziąć pod uwagę stratę ciężenia pochodzącą ze ścieśnienia żyły przy wejściu do rury, wtedy można się posługiwać wzo-

rami d'Aubuisson'a i Eytelwein'a; ale że zwykle rury wodociągowe są znacznej długości i opory wszelkiego rodzaju nikną w obec tarcia o ściany rury, przeto wzór Prony'ego i tablice według tego wzoru ułożone, we wszystkich prawie przypadkach praktyki wystarczają.

2) Wzory Henryka Darcy, oparte na najznakomitszych doświadczeniach, jakie były czynione nad biegiem wody w rurach, przyjęte zostały powszechnie przez inżynierów nowoczesnych, a zwłaszcza francuzkich, i obecnie wszędzie są używane. Najnowsze dzieła podręczne francuzkie zawierają nawet rozwiązanie wskazanych powyżej sześciu zadań, za pomocą samych tylko wzorów p. Darcy. Użycie tych wzorów, nieco skomplikowane w dziele p. Darcy, uproszczone zostało przez późniejszych autorów, i tak uproszczone podamy je tutaj wraz z tablicami, już to wyjętemi z dzieła p. Darcy, już też ułożonemi przez późniejszych.

3) Wzory p. Lévy, bezwarunkowo najprostsze i najracjonalniej wywiedzione, nie zostały jeszcze sprawdzone nowemi doświadczeniami i nie zyskały dotąd powszechnego uznania. Zdawało się nam jednak, że ze wszech miar zasługują tu na uwagę i w wielu razach bardzo się mogą przydać w praktyce.

50. Rachunki według wzoru Prony'ego. — Równanie ruchu, według Prony'ego jest jak widzieliśmy :

$$\frac{1}{4}DJ = aU + bU^2,$$

gdzie

$$a = 0,0000173314,$$

$$b = 0,0003482590.$$

Dla ułatwienia rachunków, obliczył Prony wartości $\frac{1}{4}DJ$ dla różnych wartości U . Podajemy je tu w następującej tablicy :

Tablica Prony'ego.

Prędkość średnia U.	Odpowiadająca wartość ilo- czynu $\frac{1}{4}$ DJ.	Prędkość średnia U.	Odpowiadająca wartość ilo- czynu $\frac{1}{4}$ DJ.	Prędkość średnia U.	Odpowiadająca wartość ilo- czynu $\frac{1}{4}$ DJ.
m.		m.		m.	
0,01	0,0000002	0,45	0,0000783	0,89	0,0002913
0,02	0,0000005	0,46	0,0000817	0,90	0,0002977
0,03	0,0000008	0,47	0,0000851	0,91	0,0003042
0,04	0,0000013	0,48	0,0000886	0,92	0,0003107
0,05	0,0000017	0,49	0,0000921	0,93	0,0003173
0,06	0,0000023	0,50	0,0000957	0,94	0,0003240
0,07	0,0000029	0,51	0,0000994	0,95	0,0003308
0,08	0,0000036	0,52	0,0001032	0,96	0,0003376
0,09	0,0000044	0,53	0,0001070	0,97	0,0003445
0,10	0,0000052	0,54	0,0001109	0,98	0,0003515
0,11	0,0000061	0,55	0,0001149	0,99	0,0003585
0,12	0,0000071	0,56	0,0001189	1,00	0,0003656
0,13	0,0000081	0,57	0,0001230	1,01	0,0003728
0,14	0,0000093	0,58	0,0001272	1,02	0,0003800
0,15	0,0000104	0,59	0,0001315	1,03	0,0003873
0,16	0,0000117	0,60	0,0001358	1,04	0,0003947
0,17	0,0000130	0,61	0,0001402	1,05	0,0004022
0,18	0,0000144	0,62	0,0001446	1,06	0,0004097
0,19	0,0000159	0,63	0,0001491	1,07	0,0004173
0,20	0,0000174	0,64	0,0001537	1,08	0,0004249
0,21	0,0000190	0,65	0,0001584	1,09	0,0004327
0,22	0,0000207	0,66	0,0001631	1,10	0,0004407
0,23	0,0000224	0,67	0,0001679	1,11	0,0004483
0,24	0,0000242	0,68	0,0001728	1,12	0,0004563
0,25	0,0000261	0,69	0,0001778	1,13	0,0004643
0,26	0,0000280	0,70	0,0001828	1,14	0,0004724
0,27	0,0000301	0,71	0,0001879	1,15	0,0004805
0,28	0,0000322	0,72	0,0001930	1,16	0,0004887
0,29	0,0000343	0,73	0,0001982	1,17	0,0004970
0,30	0,0000365	0,74	0,0002033	1,18	0,0005054
0,31	0,0000388	0,75	0,0002089	1,19	0,0005138
0,32	0,0000412	0,76	0,0002143	1,20	0,0005223
0,33	0,0000436	0,77	0,0002198	1,21	0,0005309
0,34	0,0000462	0,78	0,0002254	1,22	0,0005395
0,35	0,0000487	0,79	0,0002310	1,23	0,0005482
0,36	0,0000514	0,80	0,0002368	1,24	0,0005570
0,37	0,0000541	0,81	0,0002425	1,25	0,0005658
0,38	0,0000569	0,82	0,0002484	1,26	0,0005747
0,39	0,0000597	0,83	0,0002543	1,27	0,0005837
0,40	0,0000627	0,84	0,0002603	1,28	0,0005928
0,41	0,0000656	0,85	0,0002663	1,29	0,0006019
0,42	0,0000687	0,86	0,0002725	1,30	0,0006111
0,43	0,0000718	0,87	0,0002787	1,31	0,0006204
0,44	0,0000750	0,88	0,0002849	1,32	0,0006297

Tablica Prony'ego (ciąg dalszy).

Prędkość średnia U.	Odpowiadająca wartość ilo- czynu $\frac{1}{4}$ DJ.	Prędkość średnia U.	Odpowiadająca wartość ilo- czynu $\frac{1}{4}$ DJ.	Prędkość średnia U.	Odpowiadająca wartość ilo- czynu $\frac{1}{4}$ DJ.
m.		m.		m.	
1,33	0,0006391	1,77	0,0011217	2,21	0,0017392
1,34	0,0006486	1,78	0,0011343	2,22	0,0017548
1,35	0,0006581	1,79	0,0011469	2,23	0,0017705
1,36	0,0006677	1,80	0,0011596	2,24	0,0017862
1,37	0,0006774	1,81	0,0011723	2,25	0,0018021
1,38	0,0006871	1,82	0,0011851	2,26	0,0018179
1,39	0,0006970	1,83	0,0011980	2,27	0,0018339
1,40	0,0007069	1,84	0,0012110	2,28	0,0018499
1,41	0,0007168	1,85	0,0012240	2,29	0,0018660
1,42	0,0007268	1,86	0,0512371	2,30	0,0018822
1,43	0,0007369	1,87	0,0012502	2,31	0,0018984
1,44	0,0007471	1,88	0,0012635	2,32	0,0019147
1,45	0,0007573	1,89	0,0012768	2,33	0,0019310
1,46	0,0007677	1,90	0,0012901	2,34	0,0019475
1,47	0,0007780	1,91	0,0013036	2,35	0,0019640
1,48	0,0007885	1,92	0,0013171	2,36	0,0019806
1,49	0,0007990	1,93	0,0013307	2,37	0,0019972
1,50	0,0008096	1,94	0,0013443	2,38	0,0020139
1,51	0,0008202	1,95	0,0013584	2,39	0,0020307
1,52	0,0008310	1,96	0,0013718	2,40	0,0020476
1,53	0,0008418	1,97	0,0013857	2,41	0,0020645
1,54	0,0008526	1,98	0,0013996	2,42	0,0020815
1,55	0,0008636	1,99	0,0014136	2,43	0,0020985
1,56	0,0008746	2,00	0,0014277	2,44	0,0021157
1,57	0,0008856	2,01	0,0014418	2,45	0,0021329
1,58	0,0008968	2,02	0,0014560	2,46	0,0021502
1,59	0,0009080	2,03	0,0014703	2,47	0,0021675
1,60	0,0009193	2,04	0,0014847	2,48	0,0021849
1,61	0,0009306	2,05	0,0014991	2,49	0,0022024
1,62	0,0009420	2,06	0,0015136	2,50	0,0022199
1,63	0,0009535	2,07	0,0015281	2,51	0,0022376
1,64	0,0009651	2,08	0,0015428	2,52	0,0022553
1,65	0,0009767	2,09	0,0015575	2,53	0,0022730
1,66	0,0009884	2,10	0,0015722	2,54	0,0022908
1,67	0,0010002	2,11	0,0015871	2,55	0,0023087
1,68	0,0010120	2,12	0,0016020	2,56	0,0023267
1,69	0,0010240	2,13	0,0016169	2,57	0,0023448
1,70	0,0010359	2,14	0,0016320	2,58	0,0023629
1,71	0,0010480	2,15	0,0016471	2,59	0,0023810
1,72	0,0010601	2,16	0,0016623	2,60	0,0023993
1,73	0,0010723	2,17	0,0016775	2,61	0,0024176
1,74	0,0010845	2,18	0,0016928	8,62	6,0024360
1,75	0,0010969	2,19	0,0017082	2,63	0,0024545
1,76	0,0011093	2,20	0,0017237	2,64	0,0024730

Tablica Prony'ego (ciąg dalszy i koniec).

Prędkość średnia U.	Odpowiadająca wartość ilo- czynu $\frac{1}{4}$ DJ.	Prędkość średnia U.	Odpowiadająca wartość ilo- czynu $\frac{1}{4}$ DJ.	Prędkość średnia U.	Odpowiadająca wartość ilo- czynu $\frac{1}{4}$ DJ.
m.		m.		m.	
2,65	0,0024916	2,77	0,0027202	2,89	0,0029588
2,66	0,0025102	2,78	0,0027397	2,90	0,0029791
2,67	0,0025290	2,79	0,0027592	2,91	0,0029995
2,68	0,0025478	2,80	0,0027789	2,92	0,0030200
2,69	0,0025667	2,81	0,0027986	2,93	0,0030405
2,70	0,0025856	2,82	0,0028184	2,94	0,0030612
2,71	0,0026046	2,83	0,0028382	2,95	0,0030819
2,72	0,0026237	2,84	0,0028581	2,96	0,0031026
2,73	0,0026429	2,85	0,0028781	2,97	0,0031234
2,74	0,0026621	2,86	0,0028982	2,98	0,0031443
2,75	0,0026814	2,87	0,0029183	2,99	0,0031653
2,76	0,0027007	2,88	0,0029385	3,00	0,0031863

Podajemy teraz rozwiązanie wskazanych powyżej sześciu zadań, z pomocą wzorów i tablicy Prony'ego.

ZADANIE PIERWSZE.—Znając średnicę rury D i stratę ciężenia na jednostce długości rury J , znaleźć prędkość średnią U i wydatek Q .

Tworzymy iloczyn $\frac{1}{4}DJ$ i szukając w tablicy liczby najwięcej do niego zbliżonej, otrzymujemy w sąsiedniej kolumnie wartość U z przybliżeniem na 1 centymetr, w praktyce aż nadto dostatecznym. Znalazłszy U , otrzymamy Q z wzoru :

$$Q = \frac{1}{4} \pi D^2 U.$$

Weźmy na przykład :

$$D = 0^m 325,$$

$$J = 0^m 000389;$$

mnożąc J przez D i dzieląc iloczyn przez cztery, otrzymamy :

$$\frac{1}{4} DJ = 0,0000316;$$

w tablicy najbliższa wartość jest

$$\frac{1}{4}DJ = 0,0000322,$$

odpowiadająca wartości w pierwszej kolumnie :

$$U = 0^m,28$$

i to będzie prędkość średnia szukana, z przybliżeniem na jeden centymetr. Mając D, obliczamy iloczyn :

$$\frac{1}{4}\pi D^2 = 0,082957,$$

a mnożąc ten iloczyn przez U otrzymamy :

$$Q = \frac{1}{4}\pi D^2 U = 0^m.s.,023228 = 23^{\text{litr}},228.$$

ZADANIE DRUGIE.—Mając dane : średnicę rury D i prędkość średnią U znaleźć stratę ciężenia J i wydatek Q.

Znalazłszy w tablicy wartość iloczynu $\frac{1}{4}DJ$ odpowiadającą danej wartości U, dzielimy ją przez $\frac{1}{4}D$ i otrzymujemy J. Wydatek Q znajdziemy jak poprzednio.

Weźmy naprzykład :

$$D_1 = 0^m,15,$$

$$U = 3^m,00.$$

Dla $U = 3^m,00$, znajdujemy w tablicy :

$$\frac{1}{4}DJ = 0,0031863,$$

co dzieląc przez

$$\frac{1}{4}D = 0,0375,$$

otrzymamy :

$$J = 0,08496.$$

Mnożąc przez U iloczyn

$$\frac{1}{4} \pi D^2 = 0,0176715,$$

otrzymamy :

$$Q = 0^{m.s.},0530165 = 53^{litr},0165.$$

ZADANIE TRZECIE.—Znając średnicę rury D i wydatek Q , obliczyć stratę ciężenia J i prędkość średnią U .

Dzieląc Q przez $\frac{1}{4} \pi D^2$, to jest przez powierzchnię przecięcia rury, otrzymamy prędkość średnią U . Tablica da nam odpowiadającą wartość iloczynu $\frac{1}{4} JD$, którą dzieląc przez $\frac{1}{4} D$ otrzymamy J .

Weźmy naprzykład :

$$D = 0^{m}60$$

$$Q = 0^{m.s.},200$$

Dzieląc Q przez

$$\frac{1}{4} \pi D^2 = 0,2827,$$

otrzymamy :

$$U = 0^{m}71,$$

a tablica daje w drugiej kolumnie :

$$\frac{1}{4} DJ = 0,0001879,$$

co dzieląc przez

$$\frac{1}{4} D = 0^{m}15,$$

otrzymamy :

$$J = 0^m 001253.$$

ZADANIE CZWARTE. — Mając dane : stratę ciężenia J na jednostce długości rury, i prędkość średnią U , znaleźć średnicę rury D i wydatek Q .

Tablica daje wartość iloczynu $\frac{1}{4} DJ$, odpowiadającą danej wartości U . Dzieląc $\frac{1}{4} DJ$ przez $\frac{1}{4} J$, otrzymamy D , a Q dam nam wzór :

$$Q = \frac{1}{4} \pi D^3 U.$$

Weźmy naprzykład :

$$J = 0^m, 01,$$

$$U = 1^m, 17.$$

Tablica daje w drugiej kolumnie :

$$\frac{1}{4} DJ = 0,0004970,$$

co dzieląc przez

$$\frac{1}{4} J = 0,0025,$$

otrzymamy :

$$D = 0^m, 499.$$

Mnożąc przez U powierzchnię przecięcia

$$\frac{1}{4} \pi D^2 = 0,03102$$

otrzymamy :

$$Q = 0^{ms}, 04139 = 41^{litr}, 39.$$

ZADANIE PIĄTE. — Mając dane : stratę ciężenia J na jednostce

długości rury i wydatek Q , znaleźć średnicę rury D i prędkość średnią U .

Tu już tablica i wzór na wydatek nie są dostateczne, i trzeba się uciec do równania :

$$\frac{1}{4}DJ = aU + bU^2.$$

Postępować należy przez stopniowe przybliżenia, przypuszczając naprzód pewną wartość na D i otrzymując U z równania powyższego. Iloczyn $\frac{1}{4}\pi D^2 U$, utworzony z przypuszczonej wartości na D i znalezionej z jej pomocą wartości na U , jest zwykle różny od danej wartości na Q . Przypuszczając nową wartość na D , większą lub mniejszą od poprzedniej, stosownie do tego czy znaleziony iloczyn był większy lub mniejszy od Q i powtarzając tę operacyą dostateczną liczbę razy, dojszć można do otrzymania wartości ścisłych na D i U . Jak widzimy, rachunki są długie, i dla ich ułatwienia podajemy w następującym ustępie specjalną tablicę.

ZADANIE SZÓSTE. — Mając dane : prędkość średnią U i wydatek rury Q , znaleźć średnicę D i stratę ciężenia J .

Tablica daje wartość iloczynu $\frac{1}{4}DJ$, odpowiadającą danej wartości na U , a dzieląc Q przez U otrzymujemy $\frac{1}{4}\pi D^2$ a zatem i D . Z podzielenia $\frac{1}{4}DJ$ przez $\frac{1}{4}D$, otrzymamy J .

Weźmy naprzykład :

$$U = 0^m,05$$

$$Q = 0^m,025$$

Dzieląc Q przez U , mamy :

$$\frac{1}{4}\pi D^2 = 0,5,$$

zkąd

$$D^2 = 0,6369$$

a

$$D = 0^m,798.$$

Jednocześnie tablica daje :

$$\frac{1}{4}DJ = 0,0000017,$$

co dzieląc przez

$$\frac{1}{4}D = 0,4995,$$

otrzymamy :

$$J = 0^m0000085.$$

51. Tablica Fourneyron'a. — Jak widzieliśmy, rozwiązanie zadania piątego jest długie i mozolne, w braku wyrażenia dającego wprost D lub U w funkcji J i Q . Ale odnosząc się do tego co było powiedziane przy końcu ustępu n. 45, widzimy że zadanie to można rozwiązać z łatwością za pomocą tablicy Fourneyron'a, dającej prędkość w funkcji iloczynu J^2Q .

Tablica Fourneyron'a podana po raz pierwszy w *Comptes rendus de l'Académie des sciences* za sierpień 1843 r., składa się z dwóch kolumn. W pierwszej mieszczą się wszystkie prędkości co centymetr, od zera do trzech metrów, a w drugiej odpowiednie wartości iloczynu :

$$J^2Q \cdot 10^9.$$

Podane zostały wartości iloczynu J^2Q nie wprost ale pomnożone przez 10 do potęgi dziewiątej, w celu zajęcia mniej miejsca zerami ułameków dziesiętnych.

Tablica, jak widzieliśmy w ustępie n. 45, zastępuje rozwiązywanie równania :

$$J^2Q = 4\pi U (aU + bU^2),$$

dającego związek między spadkiem, wydatkiem i prędkością.

Tablica Fourneyron'a.

Prędkość średnia U.	Odpowiadająca wartość iloczynu $J^2Q \times 10^9$	Prędkość średnia U.	Odpowiadająca wartość iloczynu $J^2Q \times 10^9$	Prędkość średnia U.	Odpowiadająca wartość iloczynu $J^2Q \times 10^9$
m.		m.		m.	
0,01	0,000005	0,43	34,68845	0,89	948,9067
0,02	0,000059	0,46	38,53042	0,90	1002,247
0,03	0,000262	0,47	42,74873	0,91	1057,959
0,04	0,000786	0,48	47,30486	0,92	1116,121
0,05	0,001896	0,49	52,24121	0,93	1179,813
0,06	0,003966	0,50	57,58107	0,94	1240,117
0,07	0,007498	0,51	63,34867	0,95	1306,116
0,08	0,013140	0,52	69,56920	0,96	1374,894
0,09	0,021704	0,53	76,26882	0,97	1446,540
0,10	0,034183	0,54	83,47467	0,98	1521,141
0,11	0,051780	0,55	91,21488	0,99	1598,788
0,12	0,075903	0,56	99,51864	1,00	1679,574
0,13	0,108208	0,57	108,4162	1,01	1763,592
0,14	0,150603	0,58	117,9387	1,02	1850,939
0,15	0,205272	0,59	128,1186	1,03	1941,713
0,16	0,274691	0,60	138,9894	1,04	2036,013
0,17	0,361644	0,61	150,5856	1,05	2133,942
0,18	0,469248	0,62	172,9428	1,06	2235,602
0,19	0,600966	0,63	176,0980	1,07	2341,400
0,20	0,760624	0,64	190,0892	1,08	2450,543
0,21	0,952437	0,65	204,9556	1,09	2564,041
0,22	1,181017	0,66	220,7375	1,10	2681,705
0,23	1,451400	0,67	237,4767	1,11	2803,650
0,24	1,769059	0,68	255,2161	1,12	2929,990
0,25	2,139925	0,69	273,9996	1,13	3060,843
0,26	2,570403	0,70	292,8729	1,14	3196,331
0,27	3,067394	0,71	314,8827	1,15	3336,574
0,28	3,638309	0,72	337,0769	1,16	3481,696
0,29	4,291090	0,73	360,5049	1,17	3631,823
0,30	5,034226	0,74	385,2175	1,18	3787,085
0,31	5,876776	0,75	411,2668	1,19	3947,612
0,32	6,828380	0,76	438,7063	1,20	4113,525
0,33	7,899285	0,77	467,5908	1,21	4284,991
0,34	9,100385	0,78	497,9768	1,22	4462,117
0,35	10,443190	0,79	529,9219	1,23	4645,052
0,36	11,939690	0,80	563,4854	1,24	4833,937
0,37	13,60296	0,81	598,7281	1,25	5028,917
0,38	15,44645	0,82	635,7120	1,26	5230,198
0,39	17,48441	0,83	674,5011	1,27	5437,749
0,40	19,73182	0,84	715,1601	1,28	5651,900
0,41	22,20441	0,85	757,7570	1,29	5872,745
0,42	24,91867	0,86	802,3591	1,30	6100,439
0,43	27,89191	0,87	849,0367	1,31	6335,142
0,44	31,12419	0,88	897,8616	1,32	6587,012

Tablica Fourneyron'a (ciąg dalszy).

Predkość średnia U.	Odpowiadająca wartość iloczynu $J^2Q \times 10^9$	Predkość średnia U.	Odpowiadająca wartość iloczynu $J^2Q \times 10^9$	Predkość średnia U.	Odpowiadająca wartość iloczynu $J^2Q \times 10^9$
m.		m.		m.	
1,33	6829,214	1,77	27987,56	2,21	84067,46
1,34	7082,912	1,78	28778,31	2,22	85908,32
1,35	7347,275	1,79	29586,83	2,23	87843,43
1,36	7619,472	1,80	30443,42	2,24	89813,25
1,37	7899,677	1,81	31258,38	2,25	91818,24
1,38	8188,065	1,82	32122,02	2,26	93858,90
1,39	8484,814	1,83	33004,64	2,27	95936,66
1,40	8790,104	1,84	33906,55	2,28	98049,03
1,41	9104,119	1,85	34828,08	2,29	100499,5
1,42	9427,044	1,86	35769,53	2,30	102387,5
1,43	9759,067	1,87	36731,23	2,31	104613,6
1,44	10100,38	1,88	37713,51	2,32	106878,2
1,45	10451,17	1,89	38716,69	2,33	109181,8
1,46	10811,65	1,90	39741,10	2,34	111525,1
1,47	11182,00	1,91	40787,08	2,35	113908,2
1,48	11562,43	1,92	41854,97	2,36	116332,2
1,49	11959,15	1,93	42945,12	2,37	118797,1
1,50	12354,36	1,94	44057,85	2,38	121303,7
1,51	12766,26	1,95	45193,34	2,39	123852,3
1,52	13189,09	1,96	46352,52	2,40	126443,7
1,53	13623,04	1,97	47535,16	2,41	129078,2
1,54	14068,33	1,98	48741,81	2,42	131756,4
1,55	14525,20	1,99	49972,84	2,43	134479,0
1,56	14993,86	2,00	51228,62	2,44	137246,3
1,57	15474,54	2,01	52509,52	2,45	140059,0
1,58	15967,46	2,02	53815,91	2,46	142917,7
1,59	16472,87	2,03	55148,18	2,47	145822,8
1,60	16999,99	2,04	56506,70	2,48	148775,0
1,61	17522,07	2,05	57891,86	2,49	151774,8
1,62	18066,35	2,06	59304,05	2,50	154822,8
1,63	18624,07	2,07	60743,67	2,51	157919,5
1,64	19195,47	2,08	62211,10	2,52	161065,6
1,65	19780,82	2,09	63703,76	2,53	164261,7
1,66	20380,35	2,10	65231,05	2,54	167508,3
1,67	20994,34	2,11	66784,38	2,55	170806,0
1,68	21623,04	2,12	68367,16	2,56	174155,5
1,69	22266,70	2,13	69979,80	2,57	177557,2
1,70	22925,61	2,14	71622,73	2,58	181012,0
1,71	23600,02	2,15	73296,37	2,59	184520,3
1,72	24290,20	2,16	75001,16	2,60	188082,9
1,73	24996,44	2,17	76737,51	2,61	191700,2
1,74	25719,02	2,18	78505,89	2,62	195372,9
1,75	26458,20	2,19	80306,70	2,63	199101,8
1,76	27214,29	2,20	82140,41	2,64	202887,3

Tablica Fourneyron'a (ciąg dalszy i koniec).

Prędkość średnia U.	Odpowiadająca wartość iloczynu $J^2Q \times 10^9$	Prędkość średnia U.	Odpowiadająca wartość iloczynu $J^2Q \times 10^9$	Prędkość średnia U.	Odpowiadająca wartość iloczynu $J^2Q \times 10^9$
m.		m.		m.	
2,65	206730,2	2,77	257560,7	2,89	317931,2
2,66	210631,2	2,78	260210,2	2,90	323432,2
2,67	214590,8	2,79	266926,7	2,91	329009,1
2,68	218609,7	2,80	271710,6	2,92	334662,6
2,69	222688,6	2,81	276563,0	2,93	340393,6
2,70	226828,1	2,82	281484,4	2,94	346202,8
2,71	131029,0	2,83	286475,7	2,95	352091,0
2,72	235291,9	2,84	291537,6	2,96	358059,1
2,73	239617,6	2,85	296670,7	2,97	364107,9
2,74	244006,5	2,86	301875,9	2,98	370238,1
2,75	248459,6	2,87	307153,8	2,99	376450,6
2,76	252977,4	2,88	312505,4	3,00	382746,3

Mając tę tablicę, rozwiązanie zadania piątego nie przedstawia żadnej trudności. Jak widzieliśmy, dane są J i Q a szukane D i U . Tworzymy iloczyn J^2Q , mnożymy go przez 10^9 , czyli przez

$$1000000000,$$

i szukamy w drugiej kolumnie, liczby najwięcej zbliżonej. Znalazszy, bierzemy odpowiadającą prędkość średnią w kolumnie pierwszej i tym sposobem mamy U . Dzieląc Q przez U , otrzymamy $\frac{1}{4}\pi D^2$ a tem samym średnicę D .

Weźmy naprzykład :

$$J = 0^m 05$$

$$Q = 0^{ms}, 040.$$

Mieć będziemy :

$$J^2 = 0,0025$$

$$J^2Q = 0,0001$$

$$J^2Q \times 10^9 = 100000.$$

Najbliższa wartość w drugiej kolumnie tablicy jest 400499,5 a prędkość średnia odpowiadająca :

$$U = 2^m 29,$$

Dla znalezienia średnicy, podzielmy Q przez U , a otrzymamy :

$$\frac{1}{4}\pi D^2 = 0,017467,$$

z kądem

$$D = 0^m, 45.$$

Jeżelibyśmy mieli toż samo zadanie wyrażone w sposób następujący :

Rura 300^m długa, ma dawać 40 litrów na sekundę, na swem przecięciu końcowem, którego środek położony jest na 15^m pod poziomem wody w zbiorniku, zasilającym rurę w jej początku. Pytanie, jaką należy dać średnicę rurze w tym przypadku?

Wedle tego co powiedzieliśmy o ulepszeniu wzoru Prony'ego przez Eytelwein'a (ustęp n. 45), mamy :

$$J = \frac{15^m - 1,49 \frac{U^2}{2g}}{L} = \frac{15^m - 1,49 \frac{U^2}{2g}}{300}.$$

Ponieważ U nie jest znane, weźmiemy jako pierwsze przybliżenie :

$$J = \frac{15}{300} = \frac{1}{20} = 0,5,$$

z kądem

$$Q = 0^{ms}, 040, \quad J^2 Q = \frac{0,040}{(20)^2} = \frac{1}{10000} = 0,0001.$$

Tablica daje jak poprzednio :

$$U = 2^m, 29.$$

Ta wartość posłuży nam do poprawienia wartości na J . Wstawiając bowiem, otrzymamy:

$$\frac{U^2}{2g} = 0,2676,$$

$$1,49 \frac{U^2}{2g} = 0,3987,$$

$$J = \frac{15 - 0,3987}{300} = 0,0487,$$

$$J^2 = 0,00237169,$$

$$J^2 Q = 0,00237169 \times 0,040 = 0,0000948676.$$

Tablica daje dla tego iloczynu :

$$U = 2^m,27,$$

a prawdziwa wartość U będzie bardzo bliska tej ostatniej liczby, tak że druga poprawka jest już zbyteczną. Otrzymujemy ztąd :

$$\frac{Q}{U} = \frac{\pi}{4} D^2 = \frac{0,040}{2,27} = 0^{ms},01768,$$

zktąd

$$D = 0^m15,$$

pomijając ułamki centymetra. Wartość ta jest taka sama jak poprzednio ; pomimo że prędkość średnia jest dość znaczna. Widzimy ztąd, że w praktyce można brać zawsze wzór przybliżony :

$$J = \frac{h - h'}{L},$$

zamiast dokładnego :

$$J = \frac{h - h' - \frac{U^2}{2g}}{L}$$

albo poprawionego przez Eytelwein'a :

$$J = \frac{h - h' - 1,49 \frac{U^2}{2g}}{L}.$$

52. Rachunki według wzoru p. Darcy. — Ponieważ w praktyce bierze się zawsze pod uwagę rury już pokryte osadem, używać tu będziemy wzoru skróconego p. Darcy (ustęp n. 47):

$$\frac{1}{4}JD = b_1 U^2,$$

w którym :

$$b_1 = 0,000507 + \frac{0,0001294}{D}.$$

Współczynnik b_1 nie jest ściśle obrachowany. Pan Darcy oznaczył dokładnie współczynniki dla rur nowych z żelaza łanego i przypuścił następnie, że dla rur pokrytych od wewnątrz osadem, mnożniki te podwajają swą wartość. Przypuszczenie to jest oparte na zbyt małej liczbie doświadczeń, byśmy mu bezwarunkowo zawierzać mieli; zdaniem bowiem naszym natura ścian rury gra tak znaczną rolę, że ją koniecznie uwzględnić trzeba. Idąc jednak za autorami, których niezaprzeczoną w nauce powaga jest najlepszą dla nas rękomią, przyjmujemy konkluzję doświadczeń i badań Henryka Darcy. Zresztą przyjęcie na b_1 zawielkiej wartości ma także swą zaletę a raczej korzystną stronę; bo tarcie wody o ściany, proporcjonalne do tego współczynnika, nie będzie w rzeczywistości tak wielkiem jak je rachunek wykazuje i tym sposobem uniknie się omyłek i zawodów, któreby w zastosowaniu praktycznym zdarzyć się mogły.

Pan Darcy podał w swem dziele tablicę znacznych rozmiarów ułatwiającą rachunki dokonywane według wzoru :

$$\frac{1}{4}DJ = b_1 U^2.$$

Tablica ta ułożona na wzór tablicy Mary'ego jest o wejściu podwójnem. Wchodzi się do niej przez średnicę i przez prędkość, a w kolumnie oznaczonej prędkością i w wierszu odpowiadającym danej średnicy, podane są: strata ciężenia i wydatek. Pominąwszy już okoliczność, że p. Darcy do obliczania swej tablicy użył współczynnika dla rur nowych i że z tego powodu posługując się nią, należy szukając straty ciężenia odpowiadającej danej prędkości, podwoić wartość znalezioną i odwrotnie jeżeli strata ciężenia jest dana, podzielić ją przez dwa i nie liczyć jak na prędkość odpowiadającą ilorazowi; pominąwszy to, tablica p. Darcy przedstawia jeszcze jedną ważną niedogodność a raczej niedostatek, gdyż z jej pomocą, zadanie piąte (J i Q dane, D i U szukane) rozwiązaniem być nie może. W zadaniu tem bowiem szukamy właśnie tych ilości, przez które się wchodzi do tablicy p. Darcy.

Pojęli dobrze ten niedostatek: generał Morin (*) i pan Bresse (**), pierwszy obliczył wartości ilorazu $\frac{J}{Q^2}$ odpowiadające dwudziestu sześciu wartościom średnicy D, drugi podał tablicę, w której też wartości w liczbie 105 odpowiadają różnym wartościom D od 0^m01 do 1^m20. Ale mała tabliczka generała Morin nie wystarcza w rachunkach, a tablica pana Bresse wypełniona logarytmami ilorazu $\frac{J}{Q^2}$ i ich różnicami pierwszymi i drugimi, najczęściej w całości nie służy, gdyż rzadko kto użyje w tym rachunku logarytmów a rzadziej jeszcze wykonywać będzie interpolacje paraboliczne. Przytem obie te tablice nie mogą służyć do rozwiązania zadania czwartego, w którym J i U są dane; gdyż wchodzi się do nich albo przez średnicę albo przez $\frac{J}{Q^2}$, a w zadaniu o którym mowa, żadna z tych ilości nie jest daną.

(*) *Leçons de Mécanique. Hydraulique. Deuxième édition. Paris, 1858. Str. 179.*

(**) *Hydraulique. Deuxième édition. Tablica trzecia na końcu dzieła.*

Poniżej zamieszczona tablica, którą wyciągnęliśmy z wypadków doświadczeń p. Darcy, daje dla każdej wartości D, co centymetr od 0^m00 do 1^m00 odpowiadające wartości funkcji :

$$\frac{1}{4}\pi D^2, \quad \frac{J}{Q^2}, \quad \frac{J}{U^2}.$$

Pierwsza z tych funkcyj jest powierzchnią przecięcia, drugą otrzymać można wstawiając we wzór :

$$\frac{1}{4}DJ = \left(0,000507 + \frac{0,00001294}{D}\right) U^2,$$

wartość :

$$U^2 = \left(\frac{Q}{\frac{1}{4}\pi D^2}\right)^2 = \frac{16Q^2}{\pi^2 D^2}.$$

co nam daje :

$$\frac{J}{Q^2} = \frac{64}{\pi^2 D^5} \left(0,000507 + \frac{0,00001294}{D}\right);$$

trzecia wreszcie wyrażona jest równaniem :

$$DJ = 4b_1 U^2$$

z którego :

$$\frac{J}{U^2} = \frac{4b_1}{D}.$$

Tablica nasza służy do rozwiązywania wszystkich sześciu zadań, ułatwia rachunki, a co do rozmiaru jest znacznie szerszą niż tablica p. Bresse. Wszystkie jej wartości wyciągnięte są wprost z doświadczeń p. Darcy i zastosowane do wzoru w tym kształcie, w jakim go poprzednio podaliśmy.

Tablica ułatwiająca rachunki
według wzoru p. Darcy.

D	$\frac{1}{4} \pi D^2$	$\frac{J}{U^2}$	$\frac{J}{Q^2}$
m.	m.s.		
0,01	0,00007854	0,72040	116790000
0,02	0,00031416	0,23080	2338500
0,03	0,00070686	0,125110	250400
0,04	0,00125664	0,083050	52592
0,05	0,00196350	0,061264	15891
0,06	0,00282744	0,048178	6026
0,07	0,00384846	0,039534	2669
0,08	0,00502656	0,033436	1323
0,09	0,00636174	0,028922	714,7
0,10	0,00785399	0,025456	412,7
0,11	0,009503	0,022714	251,5
0,12	0,011310	0,020494	160,2
0,13	0,013273	0,018662	105,9
0,14	0,015393	0,017126	72,27
0,15	0,017671	0,015820	50,66
0,16	0,020106	0,014696	36,36
0,17	0,022698	0,013720	26,63
0,18	0,025446	0,012864	19,87
0,19	0,028352	0,012106	16,06
0,20	0,031416	0,011434	11,59
0,21	0,034636	0,010830	9,028
0,22	0,038013	0,010286	7,119
0,23	0,041547	0,009794	5,675
0,24	0,045239	0,009348	4,568
0,25	0,049087	0,008940	3,710
0,26	0,053093	0,008564	3,039
0,27	0,057255	0,008220	2,508
0,28	0,061575	0,007902	2,084
0,29	0,066052	0,007608	1,744
0,30	0,070686	0,007334	1,468
0,31	0,075476	0,007080	1,243
0,32	0,080424	0,006842	1,058
0,33	0,085530	0,006620	0,9050
0,34	0,090792	0,006412	0,7779
0,35	0,096211	0,006216	0,6716
0,36	0,101787	0,006032	0,5823
0,37	0,107521	0,005858	0,5068
0,38	0,113411	0,005694	0,4428
0,39	0,119459	0,005540	0,3882
0,40	0,125664	0,005392	0,3415
0,41	0,132025	0,005254	0,3014
0,42	0,138544	0,005122	0,2668
0,43	0,145220	0,004996	0,2369
0,44	0,152053	0,004876	0,2109

**Tablica ułatwiająca rachunki
według wzoru p. Darcy (ciąg dalszy).**

D	$\frac{1}{4}\pi D^2$	$\frac{J}{U^2}$	$\frac{J}{Q^2}$
m.	m.s.		
0,45	0,159043	0,004762	1,1883
0,46	0,166190	0,004632	0,1683
0,47	0,173494	0,004548	0,1511
0,48	0,180956	0,004448	0,1359
0,49	0,188574	0,004358	0,1225
0,50	0,196350	0,004262	0,1106
0,51	0,204282	0,004172	0,1001
0,52	0,212372	0,004092	0,09072
0,53	0,220618	0,004007	0,08240
0,54	0,229022	0,003933	0,07498
0,55	0,237583	0,003858	0,06836
0,56	0,246301	0,003785	0,06242
0,57	0,255176	0,003719	0,05709
0,58	0,264208	0,003648	0,05229
0,59	0,273397	0,003587	0,04798
0,60	0,282744	0,003522	0,04408
0,61	0,292247	0,003462	0,04055
0,62	0,301907	0,003406	0,03736
0,63	0,311725	0,003352	0,03447
0,64	0,321699	0,003293	0,03184
0,65	0,331831	0,003242	0,02945
0,66	0,342126	0,003193	0,02727
0,67	0,352566	0,003143	0,02528
0,68	0,363168	0,003094	0,02346
0,69	0,373928	0,003047	0,02180
0,70	0,384846	0,003002	0,02027
0,71	0,395920	0,002958	0,01888
0,72	0,407151	0,002917	0,01759
0,73	0,418539	0,002876	0,01644
0,74	0,430085	0,002836	0,01533
0,75	0,441787	0,002796	0,01433
0,76	0,453647	0,002757	0,01340
0,77	0,465663	0,002722	0,01255
0,78	0,477837	0,002687	0,01176
0,79	0,490168	0,002650	0,01103
0,80	0,502656	0,002614	0,01035
0,81	0,515300	0,002582	0,009726
0,82	0,528102	0,002551	0,009144
0,83	0,541062	0,002518	0,008603
0,84	0,554178	0,002485	0,008100
0,85	0,567451	0,002456	0,007632
0,86	0,580881	0,002427	0,007196
0,87	0,594469	0,002399	0,006790
0,88	0,608213	0,002373	0,006410

**Tablica ułatwiająca rachunki
według wzoru p. Darcy (koniec).**

D	$\frac{1}{4}\pi D^2$	$\frac{J}{U^2}$	$\frac{J}{Q^2}$
m.	ms.		
0,89	0,622115	0,002344	0,006056
0,90	0,636174	0,002316	0,005726
0,91	0,650389	0,002290	0,005416
0,92	0,664762	0,002265	0,005127
0,93	0,679292	0,002241	0,004853
0,94	0,693979	0,002217	0,004601
0,95	0,708825	0,002192	0,004363
0,96	0,723824	0,002167	0,004139
0,97	0,738982	0,002143	0,003929
0,98	0,754298	0,002123	0,003732
0,99	0,769770	0,002100	0,003546
1,00	0,785399	0,002078	0,003372

Z pomocą tej tablicy rozwiązać będziemy mogli z łatwością wskazane sześć zadań. Przykłady liczebne weźmiemy też same, co poprzednio przy wzorze Prony'ego, a czytelnik będzie mógł tym sposobem porównać wypadki obu wzorów.

ZADANIE PIERWSZE. — Dane D i J,
szukane U i Q.

Mając D, otrzymamy z tablicy wartości funkcji $\frac{J}{U^2}$ i $\frac{J}{Q^2}$.
Dzieląc J przez pierwszą z nich, otrzymamy U^2 , a dzieląc przez drugą otrzymamy Q^2 . Można także otrzymawszy U, pomnożyć je przez $\frac{1}{4}\pi D^2$, które daje tablica i tym sposobem otrzymać Q.

PRZYKŁAD : D = 0^m325 J = 0^m000389.

Weźmy w tablicy wartości pośrednie, między odpowiadającymi D = 0,32 i D = 0,33; jest to przybliżenie zupełnie wy-

starczające w praktyce. Mamy zatem :

$$\frac{1}{4}\pi D^2 = 0,083,$$

$$\frac{J}{U^2} = 0,006881,$$

$$\frac{J}{Q^2} = 0,981,$$

z kąd

$$U^2 = \frac{0,000389}{0,006881} = 0,0562, \quad U = 0^m,24,$$

$$Q^2 = \frac{0,000389}{0,981} = 0,00039674, \quad Q = 0^{ms},020.$$

Mnożąc U przez $\frac{1}{4}\pi D^2$, otrzymujemy także :

$$Q = 0^{ms}01912.$$

Różnica mniejsza od $\frac{1}{100}$, pochodzi z brania przybliżonych wartości.

ZADANIE DRUGIE. — Dane D i U ,

szukane J i Q .

Tablica daje $\frac{1}{4}\pi D^2$ i $\frac{J}{U^2}$; mnożąc pierwszą z tych wartości przez U otrzymamy Q , a mnożąc drugą przez U^2 mieć będziemy J . Mając Q można także otrzymać J , mnożąc $\frac{Q^2}{J}$ z tablicy przez Q .

PRZYKŁAD :

$$D = 0^m,45, \quad U = 3^m00.$$

Dla $D = 0,15$, tablica daje :

$$\frac{1}{4}\pi D^2 = 0,017671,$$

$$\frac{J}{U^2} = 0,015820,$$

$$\frac{J}{Q^2} = 50,66,$$

z kąd

$$Q = 0,017671 \times 3 = 0^{ms}53013,$$

$$J = 0,015820 \times U^2 = 0,015820 \times 9 = 0^m,14238,$$

albo

$$J = 50,66 \times Q^2 = 50,66 \times 0,28 = 0^m,14174.$$

ZADANIE TRZECIE. — Dane D i Q ,

szukane J i U .

Tablica daje $\frac{J}{Q^2}$ i $\frac{1}{4}\pi D^2$; mnożąc pierwsze przez Q^2 otrzymamy J , a dzieląc Q przez $\frac{1}{4}\pi D^2$ otrzymamy U .

PRZYKŁAD :

$$D = 0^m60, \quad Q = 0^{ms}200.$$

Dla $D = 0,60$ znajdujemy w tablicy :

$$\frac{1}{4}\pi D^2 = 0,282744,$$

$$\frac{J}{Q^2} = 0,04408,$$

z kąd

$$U = \frac{0,200}{0,282744} = 0^m71,$$

$$J = 0,04408 \times Q^2 = 0,04408 \times 0,04 = 0^m0017632.$$

ZADANIE CZWARTE. — Dane J i U,

szukane D i Q.

Tworzymy iloraz $\frac{J}{U^2}$ i szukamy w tablicy, w kolumnie trzeciej, wartości najwięcej zbliżonej. Wziąwszy odpowiadające tej ostatniej wartości D i $\frac{1}{4}\pi D^2$ i pomnożywszy drugą przez U, otrzymamy D i Q.

PRZYKŁAD :

$$J = 0^m 01, \quad U = 4^m 17,$$

co nam daje :

$$U^2 = 1,3689,$$

$$\frac{J}{U^2} = 0,00730.$$

W tablicy wartość najwięcej zbliżona jest :

$$\frac{J}{U^2} = 0,007334,$$

a odpowiadają jej wartości :

$$D = 0^m,30, \quad \frac{1}{4}\pi D^2 = 0,070686,$$

zkaąd

$$Q = 0,070686 \times 4,17 = 0^{ms},083.$$

ZADANIE PIĄTE. — Dane J i Q,

szukane D i U.

Tworzymy iloraz $\frac{J}{Q^2}$ i szukamy w czwartej kolumnie tablicy wartości najwięcej zbliżonej. Znalazłszy, bierzemy odpo-

wiadające jej wartości D i $\frac{1}{4}\pi D^2$, a dzieląc Q przez tę ostatnią, otrzymamy U .

PRZYKŁAD :

$J = 0^m, 0\dot{5}$, $Q = 0^{ms}, 040$,
co nam daje :

$$Q^2 = 0,0016,$$

$$\frac{J}{Q^2} = 31,2\dot{5};$$

w tablicy, wartość najwięcej zbliżona jest :

$$\frac{J}{Q^2} = 36,26,$$

a odpowiadające jej wartości :

$$D = 0^m, 16, \quad \frac{1}{4}\pi D^2 = 0,02,$$

z kądem

$$U = \frac{0,04}{0,02} = 2^m, 00.$$

ZADANIE SZÓSTE. — Dane U i Q ,

szukane D i J .

Dzieląc Q przez U otrzymamy $\frac{1}{4}\pi D^2$; tablica da : D i $\frac{J}{Q^2}$,
a mnożąc to ostatnie przez, Q^2 , otrzymamy J .

PRZYKŁAD :

$$U = 0^m, 0\dot{5}, \quad Q = 0^{ms}, 02\dot{5},$$

co nam daje :

$$\frac{1}{4}\pi D^2 = \frac{0,02\dot{5}}{0,0\dot{5}} = 0,5.$$

W tablicy wartość najwięcej zbliżona jest :

$$\frac{1}{4}\pi D^2 = 0,502656,$$

a odpowiadają jej wartości :

$$D = 0^m,80, \quad \frac{J}{Q^2} = 0,01035,$$

z kądem

$$J = 0,01035 \times 0,000625 = 0^m,0000065.$$

53. Rachunki według wzoru p. Lévy. — Wzór p. Lévy jest jak widzieliśmy (ust. n. 48) :

$$U = 20,5 \sqrt{R(1 + 3\sqrt{R})} \cdot J,$$

kładąc więc dla jednostajności

$$R = \frac{1}{2}D,$$

otrzymamy :

$$U = 20,5 \sqrt{\frac{1}{2}DJ \left(1 + 3\sqrt{\frac{1}{2}D}\right)} = \mu \sqrt{J}.$$

gdzie μ oznacza współczynnik :

$$20,5 \sqrt{\frac{1}{2}D \left(1 + 3\sqrt{\frac{1}{2}D}\right)}.$$

Aby ułatwić rozwiązanie sześciu zadań z pomocą tego wzoru, ułożył p. Lévy tablicę, która dla średnic, od 1 do 50 centymetrów co centymetr, od 50 do 100 centymetrów co dwa centymetry, daje odpowiednie wartości funkcji :

$$\frac{1}{4}\pi D^2, \quad \mu = 20,5 \sqrt{\frac{1}{2}D \left(1 + 3\sqrt{\frac{1}{2}D}\right)}, \quad \mu \times \frac{1}{4}\pi D^2.$$

Tablica p. Lévy.

D	$\frac{1}{4}\pi D^2$	μ	$\mu \times \frac{1}{4}\pi D^2$
m.			
0,01	0,000078	1,578	0,00012308
0,02	0,000314	2,337	0,00073382
0,03	0,000707	2,932	0,00207292
0,04	0,001257	3,444	0,00432911
0,05	0,001963	3,915	0,00768514
0,06	0,002827	4,428	0,01251795
0,07	0,003848	4,776	0,01837805
0,08	0,005026	5,166	0,02596431
0,09	0,006361	5,555	0,03533535
0,10	0,007854	5,804	0,04557562
0,11	0,009503	6,252	0,05941276
0,12	0,011309	6,621	0,07437689
0,13	0,013273	6,929	0,09197862
0,14	0,015393	7,257	0,11170700
0,15	0,017671	7,564	0,13466344
0,16	0,020116	7,872	0,15827443
0,17	0,022698	8,159	0,18519298
0,18	0,025446	8,466	0,21502584
0,19	0,028352	8,753	0,24816505
0,20	0,031415	9,040	0,28399160
0,21	0,034636	9,307	0,32233725
0,22	0,038013	9,594	0,36469672
0,23	0,041547	9,860	0,40965242
0,24	0,045238	10,127	0,45813593
0,25	0,049087	10,399	0,51045571
0,26	0,053093	10,660	0,56597138
0,27	0,057255	10,906	0,62442303
0,28	0,061573	11,193	0,63985521
0,29	0,066052	11,418	0,75418173
0,30	0,070685	11,664	0,82446980
0,31	0,075476	11,910	0,89891920
0,32	0,080424	12,156	0,97763414
0,33	0,085529	12,382	1,05902008
0,34	0,090792	12,628	1,14652137
0,35	0,096211	12,874	1,23852042
0,36	0,101787	13,099	1,33330791
0,37	0,107521	13,345	1,43486774
0,38	0,113411	13,550	1,53671905
0,39	0,119459	13,796	1,64806636
0,40	0,125663	14,022	1,76204658
0,41	0,132025	14,227	1,87831967
0,42	0,138544	14,452	2,00223789
0,43	0,145220	14,678	2,13153916
0,44	0,152052	14,903	2,26603096

Tablica p. Lévy (ciąg dalszy i koniec).

D	$\frac{1}{4}\pi D^2$	μ	$\mu \times \frac{1}{4}\pi D^2$
m.			
0,45	0,159045	15,049	2,39346820
0,46	0,166190	15,334	2 54835746
0,47	0,173494	15,559	2,69939314
0,48	0,180955	15,764	2,85257462
0,49	0,188574	18,969	3,01123721
0,50	0,196345	16,195	3,17980727
0,52	0,213371	16,625	3,53066889
0,54	0,229021	17,035	3,90137273
0,56	0,246301	17,445	4,29672094
0,58	0,264208	17,835	4,71214968
0,60	0,282743	18,245	5,15855603
0,62	0,301907	18,634	5,62573504
0,64	0,321699	19,044	6,12643575
0,66	0,342118	19,413	6,64163673
0,68	0,363168	19,803	7,19181590
0,70	0,384845	20,192	7,77079024
0,72	0,407150	20,561	8,37144115
0,74	0,430084	20,951	9,01068988
0,76	0,453645	21,320	9,66171140
0,78	0,477836	21,618	10,11486700
0,80	0,502654	21,976	10,04632430
0,82	0,528101	22,427	11,84372112
0,84	0,554177	22,775	12,62143117
0,86	0,580880	23,144	13,44388670
0,88	0,608211	23,493	14,30870102
0,90	0,636172	23,802	15,14216594
0,92	0,664761	24,210	16,09386380
0,94	0,693978	24,559	17,04340560
0,96	0,723823	24,907	18,02825946
0,98	0,754296	25,256	19,05049977
1,00	0,785397	25,604	20,24930478

Rozwiążemy teraz z pomocą wzoru p. Lévy wskazane sześć zadań, podając też same przykłady liczebne.

ZADANIE PIERWSZE. — Dane D i J,

szukane U i Q.

Mając D, otrzymamy z tablicy odpowiadającą wartość μ , którą mnożąc przez \sqrt{J} , będziemy mieli U. Q otrzymamy mnożąc $\frac{1}{4}\pi D^2$ z tablicy przez U.

PRZYKŁAD :

$$D = 0^m,325, \quad J = 0^m,000389.$$

Dla $D = 0^m,325$ tablica daje wartości pośrednie między odpowiadającymi $D = 0,32$ i $D = 0,33$:

$$\frac{1}{4} \pi D^2 = 0,083, \quad \mu = 12,269;$$

a że

$$\sqrt{J} = 0,0197,$$

przeto :

$$U = 12,269 \times 0,0197 = 0^m,24$$

a

$$Q = 0,083 \times 0,24 = 0^m,019.$$

ZADANIE DRUGIE. — Dane D , U ,
szukane J , Q .

Mając D , otrzymujemy μ z tablicy, a dzieląc U przez μ będziemy mieli \sqrt{J} a tem samym i J . Tablica daje nadto $\frac{1}{4} \pi D^2$, które mnożąc przez U otrzymamy Q .

PRZYKŁAD :

$$D = 0^m,15, \quad U = 3^m,00.$$

Dla $D = 0^m,15$, tablica daje :

$$\frac{1}{4} \pi D^2 = 0,017671, \quad \mu = 7,564,$$

z kąd

$$\sqrt{J} = \frac{3,00}{7,564} = 0,397,$$

$$J = 0^m,157,$$

a

$$Q = 0,017671 \times 3 = 0^{\text{ms}},53013.$$

ZADANIE TRZECIE. — Dane D i Q,

szukane J i U.

Mając D, otrzymujemy z tablicy $\frac{1}{4} \pi D^2$ i μ . Dzieląc Q przez $\frac{1}{4} \pi D^2$ mieć będziemy U, a dzieląc U przez μ otrzymamy \sqrt{J} a tem samem i J.

PRZYKŁAD :

$$D = 0^{\text{m}},60, \quad Q = 0^{\text{ms}},200.$$

Tablica daje dla $D = 0,60$:

$$\frac{1}{4} \pi D^2 = 0,282743, \quad \mu = 18,245,$$

zkaąd

$$U = \frac{0,200000}{0,282743} = 0^{\text{m}},71,$$

$$\sqrt{J} = \frac{0,71}{18,245} = 0,037, \quad J = 0^{\text{m}},001369.$$

ZADANIE CZWARTE. — Dane J i U,

szukane D i Q.

Dzieląc U przez \sqrt{J} , otrzymamy μ . Tablica da nam odpowiednie wartości D i $\frac{1}{4} \pi D^2$. Tę ostatnią mnożąc przez U otrzymamy Q.

PRZYKŁAD :

$$J = 0^{\text{m}},01 \quad U = 1^{\text{m}},17.$$

Mamy :

$$\sqrt{J} = 0,1, \quad \mu = \frac{1,17}{0,1} = 11,7.$$

W tablicy najbliższa wartość μ jest 11,664, a odpowiadająca jej wartości są :

$$D = 0^m,30, \quad \frac{1}{4} \pi D^2 = 0,070685,$$

zkađ

$$Q = 0,070685 \times 1,17 = 0^{ms},083.$$

ZADANIE PIĄTE. — Dane J i Q,

szukane D i U.

Wzór p. Lévy daje :

$$U = \mu \sqrt{J} = \frac{Q}{\frac{1}{4} \pi D^2}$$

zkađ

$$\mu \times \frac{1}{4} \pi D^2 = \frac{Q}{\sqrt{J}}.$$

Wartości pierwszej strony tego równania są podane w ostatniej kolumnie tablicy. Utworzywszy zatem iloraz $\frac{Q}{\sqrt{J}}$, szukamy w tej kolumnie liczby najwięcej zbliżonej i bierzemy odpowiadające jej wartości D i $\frac{1}{4} \pi D^2$. Przez tę ostatnią dzieląc Q, otrzymamy prędkość U.

PRZYKŁAD :

$$J = 0^m,05, \quad Q = 0^{ms},040,$$

co nam daje :

$$\sqrt{J} = 0,2236,$$

$$\mu \times \frac{1}{4} \pi D^2 = \frac{Q}{\sqrt{J}} = 0,178.$$

W tablicy najbliższa wartość w kolumnie czwartej jest 0,18519298, a odpowiadają jej wartości :

$$D = 0^m,17, \quad \frac{1}{4} \pi D^2 = 0,022698,$$

z kądem

$$U = \frac{Q}{\frac{1}{4} \pi D^2} = \frac{0,040}{0,022} = 1^m,81.$$

ZADANIE SZÓSTE. — Dane U i Q,

szukane D i J.

Dzieląc Q przez U otrzymamy $\frac{1}{4} \pi D^2$. Tablica da nam odpowiadające wartości D i μ . Dzieląc U przez μ otrzymamy \sqrt{J} , a tem samem i J.

PRZYKŁAD :

$$U = 0^m,05, \quad Q = 0^{ms},025,$$

co nam daje :

$$\frac{1}{4} \pi D^2 = \frac{0,025}{0,05} = 0,5.$$

W tablicy najbliższa wartość jest 0,502654 a odpowiadają jej wartości :

$$D = 0^m,80, \quad \mu = 21,976,$$

z kądem

$$\sqrt{J} = \frac{0,05}{21,976} = 0,0023$$

a

$$J = 0^m,00000506.$$

54. Zadania praktyczne. — Wszystkie kwestye, dotyczące się biegu wody w rurach walcowych pojedynczych z przecięciem kołowym, sprowadzają się do sześciu zadań, jakie rozwiązaliśmy z pomocą wzorów Prony'ego, p. Darcy i p. Lévy. Zwykle jednak, w poczet ilości danych lub szukanych, wchodzi, zamiast straty ciężenia J na jednostce długości rury, długość rury i różnica wysokości słupów piezometrycznych na dwóch jej krańcach. To ostatnie łatwo nam będzie wprowadzić w rachunek, gdyż jak widzieliśmy (ustęp n. 43):

$$J = \frac{h-h'}{L} = \frac{H}{L},$$

gdzie H oznacza różnicę wysokości słupów piezometrycznych w punktach, których odległość, liczona na osi rury, jest L . Jest to innemi słowy strata ciężenia całkowita odpowiadająca długości rury L . Podajemy tu kilka przykładów, które pokażą, w jakim kształcie rozwiązane wyżej sześć zadań, przedstawiają się w praktyce.

PRZYKŁAD I. — Rura 5900 metrów długa a mająca $0^m,25$ średnicy, wydaje przez swe przecięcie końcowe $0^{ms},030$ wody na sekundę. Pytanie, jaka jest strata ciężenia całkowita, czyli różnica wysokości słupów piezometrycznych na dwóch krańcach rury.

Widzimy zaraz, że ilości dane są tu:

$$D = 0^m,25 \text{ i } Q = 0^{ms},030,$$

i że przykład ten sprowadza się do zadania trzeciego. Rozwiązując według wzoru p. Darcy, otrzymamy:

$$U = 0^m,61, \quad J = 0^m,0033,$$

zskąd strata ciężenia całkowita:

$$H = LJ = 5900 \times 0,0033 = 19^m,47.$$

Zatem woda na końcu rury wzniesie się do wysokości o $19^m,47$ mniejszej niż wzniesienie poziomu wody w zbiorniku zasilającym rurę w jej początku.

PRZYKŁAD II. — Jaki będzie wydatek rury 3800^m długiej, której średnica jest $0^m,35$ a strata ciężenia całkowita $5^m,70$.

Mamy tutaj :

$$D=0^m,35, \quad L=3800^m, \quad H=5^m,70,$$

zkaąd

$$J = \frac{5,70}{3800} = 0,0015,$$

i zadanie sprowadza się do zadania pierwszego, które rozwiązując wedle wzoru p. Darcy, otrzymamy :

$$\frac{J}{Q^2} = 0,6716,$$

$$Q^2 = 0,00223347,$$

$$Q = 0^{ms},047.$$

Zatem rura dawać będzie na swem przecięciu końcowem 47 litrów wody na sekundę.

PRZYKŁAD III. — Jaką należy dać średnicę rurze 3800 metrów długiej, która przez swe przecięcie końcowe ma wydawać 76 litrów na sekundę, przy stracie ciężenia całkowitej równej $5^m,70$.

Mamy tutaj :

$$Q = 0^{ms},076, \quad L = 3800^m, \quad H = 570,$$

zkaąd

$$J = 0^m,0015$$

i przykład sprowadza się do zadania piątego, które rozwiązu-

jąc według wzoru p. Darcy, otrzymamy :

$$D = 0^m,42,$$

to jest, że średnica rury winna być równą 42 centymetrom.

PRZYKŁAD IV. — Jaka jest długość rury o $0^m,25$ średnicy, która daje przez swe przecięcie końcowe 30 litrów na sekundę przy stracie ciężenia całkowitej $19^m,47$.

Tutaj D i Q są znane i przykład sprowadza się do zadania trzeciego. Rozwiązując je według wzoru p. Darcy, otrzymamy :

$$J = 0^m,0033,$$

z kądem

$$L = \frac{H}{J} = \frac{19,47}{0,0033} = 5900^m.$$

Zatem długość rury jest 5900 metrów.

PRZYKŁAD V. — Jaka będzie wysokość wodotrysku wychodzącego przez otwór, do którego doprowadza wodę rura 5900 metrów długa, $0^m,25$ średnicy, a dająca 30 litrów na sekundę przez swe przecięcie końcowe. Poziom wody w zbiorniku zasilającym bezpośrednio rurę, wzniesiony jest na 30 metrów ponad otwór wodotrysku.

Dla tej rury mamy :

$$L = 5900^m, \quad D = 0^m,25, \quad Q = 0^{ms},030$$

i przykład sprowadza się podobnie jak i poprzedni do zadania trzeciego. Rozwiązując zatem według wzoru p. Darcy, otrzymamy :

$$J = 0^m,0033,$$

z kądem

$$H = LJ = 5900 \times 0,0033 = 19^m,47.$$

Zatem ciążenie na otwór wodotrysku będzie równe:

$$h = 30^m - 19^m,47 = 10^m,53$$

a wysokość wodotrysku, na mocy wzoru podanego poprzednio (ustęp n. 34):

$$h' = h - 0,01 h^2 = 10,53 - 1,11 = 9^m,42,$$

to jest mniejsza od $\frac{4}{3}$ wzniesienia poziomu wody w zbiorniku ponad otwór.

ROZDZIAŁ III.

O RUCHU NIEUSTANNYM WODY W RURACH POJEDYŃCZYCH, KTÓRYCH ŚREDNICE I WYDATKI ZMIENIAJĄ SIĘ MIĘDZY DWOMA PRZECIĘCIAMI POPRZECZNYMI.

55. Przypadek, w którym zmiany średnicy i wydatku nie są ciągłe.—Weźmy pod uwagę rurę (fig. 36) otrzymującą wodę z pewnego zbiornika i wydającą ją po drodze przez krótkie rury, przystosowane w punktach B, C, F, G, H, K i opatrzone kruczkami, które pozwalają regulować objętość wydatku. Średnia rura nie jest stała i zmienia się raptownie w punktach E, I, ... Położenie tych punktów i rur podrzędnych, wyznaczone jest danymi długościami:

$$AB=l, \quad BC=l_1, \quad CE=l_2, \quad EF=l_3, \dots$$

Oznaczmy przez:

d, d_1, d_2, \dots średnice części rury AE, EI, IM, ...;

y, y_1, y_2, y_3, \dots straty ciężenia całkowite odpowiadające długościom rury: l, l_1, l_2, l_3, \dots czyli innymi słowy, odległości pionowe liczone od góry do dołu, między płaszczyzną poziomą wody w zbiorniku, a wierzchołkami słupów piezometrycznych wystawionych w punktach: B, C, E, F, ... Wierzchołki tych słupów, podobnie jak poziom wody w zbiorniku, ponoszą ciśnienie powietrza. Przyjmujemy nadto, że poziom piezometryczny jest jeden i ten sam z obu stron każdego z punktów B, C, E, ..., co, jak później zobaczymy, jest tylko przybliżeniem;

$U, U_1, U_2, U_3 \dots$ prędkości średnie w częściach rury AB, BC, CE, EF, ...

Przy wejściu wody ze zbiornika do rury AB, ma miejsce strata ciężenia równa $0,49 \frac{U^2}{2g}$, albo po prostu $\frac{1}{2} \frac{U^2}{2g}$. Druga

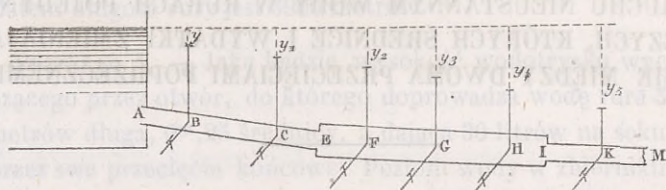


Fig. 36

strata ciężenia jest wynikiem tarcia wody o ściany rury. Równanie ruchu daje tę ostatnią na jednostce długości:

$$J = \frac{4f(U)}{\Pi d},$$

zatem strata ciężenia odpowiadająca całej długości l będzie:

$$\frac{4f(U)l}{\Pi d}.$$

Dodając te dwie straty ciężenia, otrzymamy:

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{U^2}{2g} + \frac{4f(U)l}{\Pi d}$$

a namocy twierdzenia Bernoulli'ego (ustęp n. 15) różnica wzniesień płaszczyzny ciężenia dla dwóch punktów strugi jest równa stracie ciężenia, czyli:

$$\left(\frac{U_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\Pi} + z_0\right) - \left(\frac{U^2}{2g} + \frac{p}{\Pi} + z\right) = \xi.$$

Ponieważ w zbiorniku woda jest w spoczynku, przeto $U_0 = 0$; zaś różnica

$$\left(\frac{p_0}{\Pi} + z_0\right) - \left(\frac{p}{\Pi} + z\right)$$

jest różnicą wzniesień poziomu wody w zbiorniku i poziomu słupa piezometrycznego w punkcie B, czyli jest równa y . Mamy zatem:

$$y - \frac{U^2}{2g} = \xi$$

zskąd:

$$y = \frac{U^2}{2g} + \xi$$

czyli

$$y = \frac{U^2}{2g} + \frac{1}{2} \frac{U^2}{2g} + \frac{4l}{\Pi d} f(U)$$

albo wreszcie:

$$y = \frac{3}{2} \frac{U^2}{2g} + \frac{4l}{\Pi d} f(U).$$

W części rury BC mieć będzie miejsce li tylko strata ciężenia wynikła z tarcia, a której wyrażenie da nam, jak poprzednio, równanie ruchu:

$$\frac{1}{4} dJ = \frac{f(U_1)}{\Pi},$$

kładąc w niem:

$$J = \frac{y_1 - y}{l_1}.$$

Tym sposobem otrzymamy :

$$y_1 - y = \frac{4l_1}{\Pi d} f(U_1).$$

Między punktami C i F, strata ciężenia wynika z tarcia jest dla części CE:

$$\frac{4l_2}{\Pi d} f(U_2),$$

a dla części EF:

$$\frac{4l_3}{\Pi d_1} f(U_3);$$

zaś strata ciężenia mająca miejsce z powodu nagłej zmiany przecięcia rury w punkcie E, jest jak wiemy (ustęp n. 28):

$$\frac{(U_2 - U_3)^2}{2g}.$$

Twierdzenie Bernoulli'ego zastosowane do prądu między przecięciami C i F, daje :

$$\frac{U_3^2}{2g} - \frac{U_2^2}{2g} = y_2 - y_1 - \frac{(U_2 - U_3)^2}{2g} - \frac{4l_2}{\Pi d} f(U_2) - \frac{4l_3}{\Pi d_1} f(U_3)$$

czyli :

$$y_2 - y_1 = \frac{U_3^2}{2g} - \frac{U_2^2}{2g} + \frac{(U_2 - U_3)^2}{2g} + \frac{4l_2}{\Pi d} f(U_2) + \frac{4l_3}{\Pi d_1} f(U_3).$$

Tak samo znaleźlibyśmy dla części rury FG i GH:

$$y_3 - y_2 = \frac{4l_4}{\Pi d_1} f(U_4),$$

$$y_4 - y_3 = \frac{4l_5}{\Pi d_1} f(U_5).$$

Dla części HK należałoby wziąć pod uwagę stratę ciężenia

wynikłą z nagłej zmiany przecięcia w punkcie I. Ta strata ciężenia, jak widzieliśmy mówiąc o przystawkach walcowych, (ustęp n. 30) jest :

$$\frac{U_7^2}{2g} \left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2$$

gdzie m oznacza współczynnik ściśnienia przy wejściu do rury IK. Twierdzenie Bernoulli'ego zastosowane do części HK da nam tutaj :

$$y_5 - y_4 = \frac{U_7^2}{2g} - \frac{U_6^2}{2g} + \frac{U_7^2}{2g} \left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2 + \frac{4l_6}{\Pi d_1} f(U_6) + \frac{4l_7}{\Pi d_2} f(U_7).$$

Możnaby prowadzić dalej ten rachunek wyrażając obniżenie poziomu piezometrycznego, od jednego otworu do drugiego, za pomocą kolejnych prędkości średnich.

Przypuśćmy teraz, że dana jest objętość wody, jaka przez krórokolwiek z otworów wypływa w przeciągu jednej sekundy. Łatwo będzie otrzymać ztąd wydatek każdej części rury, dodając wydatki wszystkich otworów położonych poza przecięciem uważanem. Tym sposobem, jeżeli średnice są także dane, otrzymamy wszystkie prędkości U, U_1, U_2, U_3, \dots stosując wzór :

$$\frac{1}{4} \pi D^2 U = Q$$

do każdej z części AB, BC, CE, EF... Równania powyżej wprowadzone dadzą wtedy :

$$y, y_1, y_2, y_3, \dots$$

to jest odległości pionowe wierzchołków słupów piezometrycznych od poziomu wody w zbiorniku. Potrzeba będzie, aby te wierzchołki leżały zawsze ponad odpowiednimi otworami, gdyż pewne ciężenie powinno mieć miejsce, aby sprawić wypływ wody przez te otwory. Zresztą, choćby to ciężenie było jak

najmniejsze, otwory wydadzą zawsze żadaną objętość, jeżeli ich powierzchnie będą dostatecznie wielkie; ale zwykle w wodociągach, otwory mają wymiary mniej więcej stałe, i ażeby otrzymać stosowny wydatek, urządzać się wypada w ten sposób, ażeby na przecięciu rury bezpośrednio każdy z tych otworów poprzedzającym, ciężenie było przynajmniej od $0^m,50$ do $0^m,60$. Ponieważ otwory nie mogą być zrobione bezpośrednio w ścianach rury, ale oddzielone są od niej inną rurą podrzędną, mniej lub więcej dłużą, należy jeszcze dodać stratę ciężenia pochodzącą z tarcia w tej rurze, do powyższych 50 lub 60 centymetrów. Jeżeliby na przykład rura podrzędna miała 10 metrów długości, 3 centymetry średnicy a jej wydatek był pół litra na sekundę, tarcie pochłonięłyby blisko $0^m,63$ ciężenia, które zatem w rurze głównej ponad otworem winno być od $1^m,20$ do $1^m,25$.

Widzimy ztąd, że wysokości słupów piezometrycznych, w punktach : B, C, F, G, ... często są dane, gdyż wierzchołki tych słupów winny być położone na oznaczonych wysokościach ponad otworami, których położenie wskazane jest *a priori* przez okoliczności miejscowe. Zadanie polega wtedy na obliczeniu różnych średnic w ten sposób, ażeby stracić oznaczoną ilość ciężenia i otrzymać oznaczony wydatek w każdej części rury. Rozwiązać je można przez kolejne próby, gdyż jeżelibyśmy mieli wartości ilości nieznanych, równania wywiedzione powyżej pozwoliłyby nam znaleźć różnice między wzniesieniami kolejnych słupów piezometrycznych.

Ponieważ zwykle rury wodociągowe mają dość znaczne długości, straty ciężenia wynikłe z nagłych zmian przecięcia i różnice wysokości odpowiadających prędkościom, niktą w obec strat ciężenia spowodowanych przez tarcie, a proporcjonalnych do długości l, l_1, l_2, l_3, \dots . Jeżeli do tego uproszczenia dodamy przypuszczenie stałości średnicy między dwoma po sobie następującymi otworami, kwestya sprowadzi się do piątego z za

dań rozwiązanych w poprzednim rozdziale. Otrzymane wypadki będą przybliżone, a dla większej dokładności można będzie obliczyć wyrazy opuszczone, posługując się otrzymanymi prędkościami, i rozpocząć na nowo poszukiwanie średnic, odjąwszy od wysokości:

$$y, \quad y_1 - y, \quad y_2 - y_1, \quad y_3 - y_2, \quad \dots$$

przybliżoną wartość wyrazów przy pierwszym rachunku opuszczonych.

56. Przypadek, w którym średnice i wydatki zmieniają się w sposób ciągły. Równanie różniczkowe ruchu.—Rury, których średnice stopniowo i wolno powiększają się lub zmniejszają, używane są bardzo rzadko w praktyce, gdzie się napotyka zwykle szeregi rur rozmaitych średnic razem połączonych; mimo to jednk teoria biegu wody w tych rurach ciekawą jest do poznania. Może się także przytrafić, że otwory B, C, F, G, ... są tak zbliżone jedne do drugich, że odległość między dwoma po sobie następującymi otworami jest bardzo małym ułamkiem długości rury; co pozwala uważać odległości AB, BC, CF, jako elementy nieskończenie małe długości całkowitej. Mamy tym sposobem rurę, której średnica i wydatek zmieniają się w sposób ciągły, skoro przechodzimy od jednego przecięcia do drugiego. Przypuścimy jednak, że na jednym i tem samym przecięciu wydatek jest zawsze jeden i ten sam czyli że ruch jest nieustanny.

Ażeby otrzymać równanie ruchu w rurze, w ten sposób określonej, niezbędne są niektóre przypuszczenia i uwagi. Przypuścimy naprzód, że zmiany poprzecznego przecięcia rury są dostatecznie powolne, aby strugi przechodzące przez którekolwiek przecięcie poprzeczne uważane być mogły zawsze jako mniej więcej równoległe względem siebie i względem osi rury. Wynika ztąd natychmiast, że wzajemne ślizganie tych strug, a zatem siły wynikłe z lepkości, mają wszystkie mniej więcej je-

dnaki kierunku, i że na każdym przecięciu ciśnienia rozkładają się według praw Hydrostatyki (ustęp n. 16). Dla każdego zatem przecięcia, poziom piezometryczny jest stały i niezmienny.

Uważmy teraz dwa przecięcia, odległe od siebie na długość ds nieskończenie małą. Różnica wysokości słupów piezometrycznych dla tych przecięć będzie dy . Niech będzie: v prędkość cząsteczki, której masa jest m w chwili jej przejścia przez pierwsze przecięcie; $v + dv$ prędkość po przebiegu drogi ds , a φ tarcie odniesione do jednostki masy. Strata ciężenia wynikła z tarcia będzie zatem :

$$\varphi \frac{ds}{g},$$

a na mocy twierdzenia Bernoulli'ego, mieć będziemy powiększenie wysokości odpowiadającej prędkości :

$$\frac{v dv}{g} = dy - \frac{1}{g} \varphi ds,$$

albo mnożąc przez m :

$$\frac{m v dv}{g} = m dy - \frac{1}{g} m \varphi ds.$$

Biorąc sumę podobnych równań dla wszystkich cząsteczek zawartych między dwoma uważanymi przecięciami i dzieląc ją przez masę całkowitą Σm , to ponieważ dy i ds są też same dla wszystkich mass m , będziemy mieli :

$$dy = \frac{\Sigma m v dv}{g \Sigma m} + \frac{1}{g} ds \frac{\Sigma m \varphi}{\Sigma m}.$$

Pierwszy wyraz drugiej strony równania jest wartością średnią przyrostka $\frac{v dv}{g}$ jaki przybiera $\frac{v^2}{2g}$, dla uważanej grupy cząsteczek. Niemożąc go obliczyć ściśle, musimy go zastąpić przez różniczkę wysokości odpowiadającej prędkości średniej, czyli

przez $\frac{UdU}{g}$, gdzie U oznacza też prędkość. Co do $m\varphi$, to to jest siła wynika z lepkości dla cząsteczki m ; zatem w summie $\Sigma m\varphi$, siły $m\varphi$ muszą się znieść dwie po dwie, jako działania wzajemne różnych punktów jednego systemu. Mówiąc ściśle, lepkość cieczy mogłaby jeszcze wytworzyć siły działające na przecięciach poprzecznych, które ograniczają uważaną warstwę cieczy; ale zważywszy że te siły, w przypadku ruchu jednostajnego, wzajemnie się znoszą, z powodu że na wszystkich przecięciach prędkości są też same, i zważywszy że przypuszczamy ruch zmieniający się bardzo wolno, — możemy pominąć wypadkową tych sił, w obec tarcia o ściany rury. To ostatnie wyrażone jest, jak powiedzieliśmy, przez $\Sigma m\varphi$, a możemy je także wyrazić iloczynem powierzchni zmoczonej przez pewną funkcją $f(W)$, prędkości W warstwy dotykającej ścian rury. Jeżeli zatem oznaczymy przez Ω powierzchnię przecięcia, przez χ jego obwód, a przez Π ciężar metra sześciennego cieczy, mieć będziemy :

$$\Sigma m = \frac{\Pi}{g} \Omega ds,$$

$$\Sigma m\varphi = \chi ds f(W),$$

zatem :

$$dy = \frac{UdU}{g} + \frac{\chi}{\Pi\Omega} f(W) ds.$$

Tutaj jeszcze, zamiast $f(W)$ trzeba będzie wziąć funkcją prędkości średniej U , gdyż inaczej musielibyśmy się zajmować rozkładem prędkości na jednym przecięciu poprzecznym. Jakkolwiek niewiadomo, czy ta funkcja jest taka sama dla ruchu jednostajnie zmiennego, jak dla ruchu jednostajnego, (a nawet prawdopodobnie nie jest taka sama), musimy jednak nie chcąc zbyt komplikować rachunku, zastąpić $f(W)$ przez $f(U)$, którąto ostatnia określona została już poprzednio wzorami Prony'ego, p. Darcy i p. Lévy. Napiszemy zatem :

$$(1) \quad dy = \frac{UdU}{g} + \frac{\chi}{\Pi\Omega} f(U) ds,$$

równanie, które jest ściśle dla ruchu jednostajnego, a przybliżone dla jednostajnie zmiennego, tem bardziej jeżeli ta zmiana jest bardzo powolna.

Dla rury walcowej z przecięciem kołowym, mamy oznaczając średnicę tego przecięcia przez D :

$$\chi = \pi D,$$

$$\Omega = \frac{1}{4} \pi D^2;$$

a nadto według wzoru p. Darcy (ust. n. 47) :

$$f(U) = \Pi b_1 U^2,$$

i równanie (1) przybierze kształt :

$$(2) \quad dy = UdU + \frac{4b_1}{D} U^2 ds.$$

Wzór ten wspólnie z wzorem :

$$Q = \frac{1}{4} \pi D^2 U,$$

przedstawia związki między czterema ilościami :

$$y, U, D, Q,$$

które wszystkie są funkcyami jednej zmiennej s . Jeżeli dwie z nich są znane, znaleźć można dwie drugie. Podajemy tu niektóre przykłady biorące swój punkt wyjścia w tej teorii.

57. Rura pojedyncza, której średnica jest zmienna a wydatek stały. — Niech będzie y strata ciężenia całkowita odpowiadająca danej długości rury L ; U_0 i U_1 prędkości średnie na przecięciach, dla których $s=0$ i $s=L$. Równanie (2)

poprzedzającego ustępu, zcałkowane między granicami o i L , da nam :

$$y = \frac{U_1^2 - U_0^2}{2g} + 4 \int_0^L \frac{b_1 U^2}{D} ds.$$

Jak widzimy, y składa się z dwóch części : naprzód z powiększenia całkowitego wysokości odpowiadającej prędkości, a następnie ze straty ciężenia, jakoby miała miejsce, jeżeliby każdy element ds rury, mógł być przyrównany do urywka rury walcowej pojedynczej, w którejby woda płynęła ruchem jednostajnym.

Zwykle uprościć można powyższe wyrażenie, biorąc pod uwagę że w wielkich rurach, pierwsza jego część $\frac{U_1^2 - U_0^2}{2g}$ jest tylko małym ułamkiem całkowitej straty ciężenia, która sprowadza się prawie zupełnie do straty ciężenia wynikłej z tarcia. Nadto, zmiany współczynnika b_1 , są mało znaczne, skoro bierzemy pod uwagę rury, których średnice są większe od sześciu centymetrów, i byłoby zbyt cennym wprowadzać je w rachunek, tem bardziej że samo wyrażenie takie, jakie przyjęliśmy w poprzednim ustępie, jest dość niepewne i że rachunkowi zbywa już na ścisłości, z tej właśnie przyczyny. Położmy zatem :

$$(1) \quad y = 4b_1 \int_0^L \frac{U^2 ds}{D} = \frac{64b_1}{\pi^2} \int_0^L \frac{Q^2 ds}{D^5},$$

a że Q przypuszczamy stałe na całej długości rury, przeto:

$$(2) \quad y = \frac{64b_1 Q^2}{\pi^2} \int_0^L \frac{ds}{D^5}.$$

Całka $\int_0^L \frac{ds}{D^5}$ zależy tylko od wymiarów rury, a nie od jej

wydatku i straty ciężenia całkowitej y ; zatem związek między temi dwiema ilościami się nie zmieni, jeżeli uważać będziemy szereg rur, dla których wartość tej całki jest jedna i taż sama. Tak naprzykład, pewna rura, której długość jest L a średnica stała D , może być przyrównana do rury poprzedniej, jeżeli :

$$\frac{L}{D^5} = \int_0^L \frac{ds}{D^5}.$$

Tym sposobem, czysto ogólnym, dochodzimy do ważnego prawa, jakie podał Dupuit :

Dwie rury pojedyncze, których wydatki są stałe, a średnice zmieniają się w jakikolwiek sposób, dadzą też samą objętość wody, pod tem samym ciężeniem i będą się zatem pod tym względem zupełnie równoważyć, skoro summa ilorazów z długości różnych urywków składających każdą z tych rur, przez piątą potęgę odpowiadających tym urywkom średnic, zachowuje też samą wartość dla obu rur.

Powiedzieliśmy, że średnica może się zmieniać według jakiegokolwiek bądź prawa, zatem przypadek średnicy stałej na pewnej długości rury, a potem raptownie się zmieniającej, jest już zawarty w powyższem prawie. Jeżeli zatem oznaczymy przez d średnicę stałą na długości l urywka jednej z dwóch

rur, wtedy całka $\int_0^L \frac{ds}{D^5}$ powinna być zastąpiona przez sum-

me wyrazów, kształtu $\frac{l}{d^5}$, czyli przez :

$$\sum \frac{l}{d^5}.$$

Prawo powyższe pokazuje, że jeżeli rura ma małą średnicę na znacznej części swej długości, na połowie naprzykład, to wydatek pod danem ciężeniem, będzie mało co większy od wydatku otrzymanego w razie, jeżeliby cała rura miała takąż

samą średnicę. I tak naprzykład, pewna rura ma stałą średnicę D , na długości L i jej wydatek okazuje się niedostateczny. W celu powiększenia wydatku podwaja się średnicę na długości $\frac{1}{2}L$. Całka $\int_0^L \frac{ds}{D^5}$, pierwotnie równa $\frac{L}{D^5}$, będzie w skutku tej zmiany :

$$\frac{L}{2D^5} + \frac{L}{2(2D)^5} = \frac{33}{64} \frac{L}{D^5}.$$

Zatem Q powiększy się w stosunku :

$$1 : \sqrt{\frac{64}{33}},$$

jak to wynika z równania (2), to jest w stosunku :

$$1 : 1,39.$$

Jeżeliby zaś średnica rury podwojoną została na całej jej długości, całka sprowadzonąby była do $\frac{1}{32}$ swej wartości pierwotnej, a wydatek byłby pomnożony przez $\sqrt{32}$, czyli przez 5,66.

58. Przypadek szczególny, w którym średnica zmienia się w sposób ciągły, razem z długością rury. — Oznaczywszy przez D i D_0 średnice odpowiadające wartościom :

$$s=L \quad \text{i} \quad s=0,$$

mieć będziemy, przypuszczając że średnica rury zmienia się w sposób ciągły :

$$D = D_0 + \frac{D_1 - D_0}{L} s,$$

i

$$ds = \frac{L}{D_1 - D_0} dD.$$

Równanie (2) poprzedniego ustępu, przybierze wtedy kształt :

$$(1) \quad y = \frac{64b_1}{\pi^2} \frac{Q^2 L}{D_1 - D_0} \int_{D_0}^{D_1} \frac{dD}{D^5} = \frac{16b_1}{\pi^2} \cdot \frac{LQ^2}{D_1 - D_0} \left(\frac{1}{D_0^4} - \frac{1}{D_1^4} \right).$$

Wyraz $\frac{U_1^2 - U_0^2}{2g}$, który opuściliśmy przy wyprowadzeniu równania (2) poprzedzającego ustępu, miałby wtedy wartość :

$$\frac{16}{\pi^2} \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{D_1^4} - \frac{1}{D_0^4} \right),$$

a jego stosunek do wyrazu zachowanego byłby :

$$\frac{D_1 - D_0}{2b_1 g L},$$

czyli co najwyżej :

$$\frac{100(D_1 - D_0)}{L},$$

gdyż jak widzieliśmy w poprzednim rozdziale, b_1 , jest większe od 0,000507. Stosunek ten zatem jest bardzo mały, jeżeli długość rury L jest znaczna, co usprawiedliwia pominięcie poprzednio wyrazu :

$$\frac{U_1^2 - U_0^2}{2g}.$$

Równanie (1) pozwala obliczyć bez trudności y w funkcji Q i odwrotnie, dla rury której wymiary są dane. Można mu nadać kształt dogodniejszy wprowadzając wartości y_0 i y_1 , odpowiadające temuż samemu wydatkowi Q , skoro średnica przybiera wartości stałe D_0 i D_1 . Gdyż wzór (2) poprzedniego ustępu daje :

$$y_0 = \frac{64b_1 Q^2 L}{\pi^2 D_0^5},$$

$$y_1 = \frac{64b_1 Q^2 L}{\pi^2 D_1^5},$$

a zatem z równania (4) otrzymamy :

$$y = \frac{D_0 y_0 - D_1 y_1}{4(D_1 - D_0)}.$$

Możnaby się pytać, jaka będzie średnica D' , która pozostając niezmienną na całej długości rury, wyda tę samą objętość wody pod tem samym ciążeniem, to jest bez naruszenia wartości całki $\int \frac{ds}{D^5}$. Średnica ta winna uczynić zadość równaniu :

$$\frac{1}{D'^5} = \frac{1}{4(D_1 - D_0)} \left(\frac{1}{D_0^4} - \frac{1}{D_1^4} \right),$$

z kąd wypada :

$$D' = \sqrt[5]{\frac{4D_0^4 D_1^4}{(D_0 + D_1)(D_0^2 + D_1^2)}}.$$

Aby otrzymać wyrażenie prostsze, niech będzie D'' średnia arytmetyczna $\frac{1}{2}(D_0 + D_1)$, a α stosunek :

$$\frac{D_1 - D_0}{D_1 + D_0};$$

mieć będziemy wtedy :

$$D_1 = D''(1 + \alpha),$$

$$D_0 = D''(1 - \alpha),$$

wartości, które wstawivszy we wzór na D' otrzymamy :

$$D' = D'' \sqrt[5]{\frac{(1 - \alpha^2)^4}{1 + \alpha^2}} = D'' \sqrt[5]{\frac{1 - \alpha^2}{1 - \alpha^4}}.$$

Jak widzimy, stosunek $\frac{D'}{D''}$, zawsze mniejszy od jedności, zmienia się razem z α . Tablica jaką podajemy, daje ideę wzaje-

mnego związku tych stosunków, a nadto daje stosunek $\frac{D''^5}{D^5}$ przez który trzeba mnożyć stratę ciężenia całkowitą y'' odpowiadającą średnicy stałej D'' , ażeby otrzymać stratę ciężenia odpowiadającą rurze, której średnica jednostajnie się zmienia. Tablica ta wyjętą została z dzieła p. Bresse.

α	$\frac{D''}{D}$	$\frac{D''^5}{D^5}$
0,00	1,0000	1,000
0,05	0,9975	1,013
0,10	0,9900	1,051
0,20	0,9603	1,224
0,30	0,9115	1,590
0,40	0,8444	2,330
0,50	0,7597	3,950
0,60	0,6580	8,110
0,70	0,5388	22,030
0,80	0,4000	97,640
0,90	0,2352	1389,000
1,00	0,0000	∞

Byłoby zatem wielkim błędem brać y'' za y , co *a priori* wydaćby się mogło przybliżeniem, gdyż ich stosunek, skoro α nie jest bardzo małe, szybko wzrasta. Dla $\alpha=0,50$, czyli dla $D_0 = \frac{4}{3}D_1$, mamy już $\frac{D''^5}{D^5}$ prawie równe 4.

Wreszcie zauważyć tu musimy, że jeżeli średnica rury powiększa się razem z jej długością to jest w kierunku prądu, zwiększanie się to powinno być powolne. Rozszerzenie bowiem raptowne rury, sprawić by mogło że strugi cieczy przestałyby postępować wzdłuż ścian rury, co by pociągnęło za sobą wzbudzenie wzdłuż tych ścian i straty ciężenia mniej lub więcej znaczne.

59. Rura stałej średnicy wydająca jednostajnie wodę w swym przebiegu. — Weźmy na nowo pod uwagę

równanie :

$$y = -\frac{64b_1Q^2}{\pi^2} \int_0^L \frac{ds}{D^5} = 4b_1 \int_0^L \frac{U^2 ds}{D}.$$

Przypuszczamy, że D jest stałe a U zmienia się razem z s na mocy związku :

$$Q = \frac{1}{4}\pi D^2 U,$$

gdzie Q jest znaną funkcją s . Przypuścimy nadto, że Q zmniejsza się jednostajnie, albo innymi słowy położymy :

$$Q = Q_0 - k s,$$

gdzie Q_0 i k są stałe. Oznaczmy przez P , objętość wody wydawanej w ciągu jednostki czasu przez wszystkie otwory zrobione w rurze, a przez Q_1 objętość wydawaną jednocześnie przez przecięcie końcowe rury. Będziemy mieli tym sposobem :

$$Q_1 = Q_0 - kL,$$

$$Q_0 = P - Q_1,$$

a rugując Q_0 i k w trzech ostatnich równaniach :

$$Q = P + Q_1 - \frac{Ps}{L}.$$

To mając, łatwo nam obliczyć całkę :

$$\int_0^L \frac{U^2 ds}{L}.$$

Podstawmy $\frac{4Q}{\pi D^2}$ za U , $-\frac{L}{P}dQ$ za ds , a że D jest stałe, otrzymamy :

$$y = \frac{64b_1L}{\pi^2 D^3 P} \int_Q^{P+Q_1} Q^2 dQ,$$

czyli wykonawszy całkowanie :

$$y = \frac{64b_1L}{\pi^2 D^5} \left(Q_1^2 + PQ_1 + \frac{1}{3}P^2 \right),$$

zkuąd otrzymać można jedną którąkolwiek z pomiędzy ilości :

$$\frac{y}{L}, \quad D, \quad Q, \quad P,$$

jeżeli trzy pozostałe są dane.

Możnaby się zapytać jaki jest w funkcyi Q i P wydatek Q' , któryby dawała rura przez swe przecięcie końcowe, jeżeliby wszystkie otwory w przebiegu były zniesione, to jest P sprowadzone do zera. Q' byłoby wtedy widocznie dane równaniem:

$$Q'^2 = Q_1^2 + PQ_1 + \frac{1}{3}P^2,$$

z którego wypada :

$$Q' > Q_1 + \frac{1}{2}P,$$

$$Q' < Q_1 + P\sqrt{\frac{1}{3}};$$

a że $\sqrt{\frac{1}{3}} = 0,577$, przeto te dwie granice są dość zbliżone i wzięść można bez wielkiego błędu :

$$Q' = Q_1 + 0,55P,$$

jak to uczynił Dupuit .

Jeżelibyśmy chcieli porównać objętość Q , jaką jedna i taż sama rura walcowa, wydać może przez swe przecięcia końcowe, pod danem ciążeniem i bez żadnego wydatku w przebiegu, z objętością P jaką może wydać jednostajnie w przebiegu pod temże samem ciążeniem, przypuszczając że Q jest równe

zeru : należałoby położyć :

$$y = \frac{64b_1L}{\pi^2D^5} Q_1^2 = \frac{64b_1L}{\pi^2D^5} \frac{1}{3} P^2,$$

gdyż w pierwszym przypadku mamy :

$$Q^2 = Q_1^2 + PQ_1 + \frac{1}{3} P^2$$

i

$$P = 0, \quad \text{czyli} \quad Q^2 = Q_1^2$$

a w drugim :

$$Q^2 = Q_1^2 + PQ_1 + \frac{1}{3} P^2.$$

i

$$Q_1 = 0, \quad \text{czyli} \quad Q^2 = \frac{1}{3} P^2.$$

Wypada ztąd, że pod tem samym ciążeniem :

$$Q_1 = P \sqrt{\frac{1}{3}} = 0,577P.$$

Wreszcie, jeżelibyśmy chcieli otrzymać straty ciążenia y, y' , któreby dały ilości Q_1 i P wzajemnie sobie równe, mielibyśmy wtedy :

$$y = \frac{64b_1L}{\pi^2D^5} Q_1^2,$$

$$y' = \frac{64b_1L}{3\pi^2D^5} P^2.$$

Zatem strata ciążenia jest trzy razy większa, skoro rura, zamiast wydawać jednostajnie wszystką wodę w przebiegu, wydaje ją przez swe przecięcie końcowe.

Wszystkie te uwagi mogą być spożytkowane w rachunkach

przy zakładaniu wodociągów. Często naprzykład rury rozpro-
wadzone są w ten sposób, że mają dawać pewien wydatek po
drodze i pewien wydatek na końcu. Jeżeli wydatek w prze-
biegu jest jednostajny, łatwo wtedy obliczyć y z pomocą Q'
i odwrotnie, poczem dając sobie jedną z dwóch ilości P lub Q_1 ,
obliczyć można łatwo drugą za pomocą wzoru :

$$Q' = Q_1 + 0,55P$$

albo lepiej

$$Q' = Q_1 + \frac{9}{16}P.$$

Jeżeli Q_1 i P są dane, otrzymać można ztąd Q' , a potem y
lub D z równania :

$$y = \frac{64b_1 Q'^2 L}{\pi^2 D^5} = 0,004053 \frac{Q'^2 L}{D^5},$$

gdzie za b_1 wstawiliśmy wartość średnią 0,000625.

60. Przykłady praktyczne. — Posiłkując się wzorami
i uwagami w powyższych ustępach podanymi, rozwiążemy tu
kilka zadań liczebnych, odnoszących się do rur o zmiennej
średnicy i wydatku, które będą mogły posłużyć za przykład
traktowania w praktyce tego rodzaju kwestyj. Wprzód jednak
podamy tablicę ułatwiającą rachunki a zawierającą dla różnych
wartości średnicy D od 0^m,01 do 1^m,00 co centymetr, obli-
czone wartości funkeyj :

$$D^5, \quad \frac{1}{D^5}, \quad \sqrt{D^5}.$$

W przykładach liczebnych, odnoszących się tak do niniej-
szego jak i do następnego rozdziału, napotkamy często te
funkeye, a że ich wartości w zwykłych zbiorach tablic rachun-
kowych znaleźć niełatwo, zawarliśmy je przeto tutaj w nastę-
pującej tablicy :

Tablica zawierająca funkcye średnicy.

D	D ⁵	$\frac{1}{D^5}$	$\sqrt{D^5}$
m.			
0,01	0,0000000001	10000000000	0,000010
0,02	0,000000003	312500000	0,000037
0,03	0,000000024	41152270	0,000135
0,04	0,000000102	9765625	0,000320
0,05	0,000000312	9200000	0,000539
0,06	0,000000778	1286009	0,000882
0,07	0,000001681	594996	0,001296
0,08	0,000003277	303175	0,001810
0,09	0,000005901	169331	0,002430
0,10	0,000010000	1000000	0,003162
0,11	0,000016105	62092	0,004013
0,12	0,000024883	40181	0,004988
0,13	0,000037129	26932	0,006093
0,14	0,000053782	18593	0,007334
0,15	0,000075937	13168	0,008714
0,16	0,000104857	9536	0,010240
0,17	0,000141985	7042	0,011916
0,18	0,000188956	5292	0,013746
0,19	0,000266610	3770	0,015735
0,20	0,000320000	3125	0,017888
0,21	0,000408410	2448	0,020209
0,22	0,000515363	1940	0,022702
0,23	0,000643634	1553	0,025370
0,24	0,000796	1255	0,0282
0,25	0,000977	1024	0,0312
0,26	0,001188	841,65	0,0345
0,27	0,001435	696,91	0,0379
0,28	0,001721	581,04	0,0415
0,29	0,002051	487,53	0,0453
0,30	0,002410	417,52	0,0495
0,31	0,002863	349,29	0,0535
0,32	0,003355	298,02	0,0579
0,33	0,003914	255,52	0,0626
0,34	0,004544	220,09	0,0675
0,35	0,005252	190,39	0,0725
0,36	0,006047	165,38	0,0778
0,37	0,006934	144,21	0,0833
0,38	0,007924	126,21	0,0890
0,39	0,009022	110,83	0,0950
0,40	0,010240	97,65	0,101
0,41	0,011586	86,31	0,108
0,42	0,013069	76,52	0,114
0,43	0,014701	68,02	0,121
0,44	0,016492	60,64	0,128

Tablica zawierająca funkcye średnicy (ciąg dalszy).

D	D ⁵	$\frac{1}{D^5}$	$\sqrt{D^5}$
m.			
0,45	0,018453	54,19	0,136
0,46	0,020596	48,55	0,144
0,47	0,022935	43,60	0,151
0,48	0,025480	39,25	0,160
0,49	0,528248	35,40	0,168
0,50	0,031250	32,00	0,177
0,51	0,034503	28,98	0,186
0,52	0,038020	26,30	0,195
0,53	0,0418	23,91	0,204
0,54	0,0462	21,63	0,214
0,55	0,0503	19,87	0,224
0,56	0,0551	18,16	0,235
0,57	0,0602	16,62	0,245
0,58	0,0656	15,24	0,256
0,59	0,0715	13,99	0,267
0,60	0,0778	12,86	0,279
0,61	0,0845	11,84	0,291
0,62	0,0916	10,92	0,303
0,63	0,0992	10,08	0,315
0,64	0,1073	9,31	0,328
0,65	0,1160	8,61	0,341
0,66	0,1252	7,99	0,354
0,67	0,1350	7,41	0,367
0,68	0,1454	6,88	0,381
0,69	0,1564	6,39	0,395
0,70	0,1680	5,95	0,410
0,71	0,1804	5,54	0,425
0,72	0,1935	5,17	0,440
0,73	0,207	4,82	0,455
0,74	0,222	4,51	0,471
0,75	0,237	4,21	0,487
0,76	0,254	3,94	0,504
0,77	0,271	3,69	0,520
0,78	0,289	3,46	0,537
0,79	0,308	3,25	0,555
0,80	0,328	3,05	0,572
0,81	0,349	2,87	0,590
0,82	0,371	2,70	0,609
0,83	0,394	2,54	0,628
0,84	0,418	2,39	0,647
0,85	0,444	2,25	0,666
0,86	0,470	2,13	0,686
0,87	0,498	2,01	0,706
0,88	0,528	1,89	0,726

Tablica zawierająca funkcyę średnicy (koniec).

D	D ⁵	$\frac{1}{D^5}$	$\sqrt{D^5}$
m.			
0,89	0,538	1,79	0,747
0,90	0,590	1,69	0,768
0,91	0,624	1,60	0,790
0,92	0,659	1,52	0,810
0,93	0,696	1,44	0,834
0,94	0,734	1,36	0,857
0,95	0,774	1,29	0,880
0,96	0,815	1,23	0,903
0,97	0,859	1,16	0,927
0,98	0,904	1,11	0,951
0,99	0,980	1,03	0,973
1,00	1,000	1,00	1,000

PRZYKŁAD I. — Jaka będzie średnica rury, której długość jest dana, a której wydatek ma być równy wydatkowi innej rury, złożonej z trzech części następujących :

- część pierwsza : długość $l = 700^m$, średnica $d = 0^m,35$,
 » druga : » $l = 2000^m$, » $d = 0^m,40$,
 » trzecia : » $l = 1100^m$, » $d = 0^m,50$.

Te trzy części są złożone, jedna w przedłużeniu drugiej i trzeba je zastąpić rurą stałej średnicy, położoną na tem samym miejscu, a zatem mającą długość równą summie długości trzech części rury pierwszej. Oznaczając przez L długość, a przez D średnicę tej nowej rury, mamy już :

$$L = 3800^m.$$

Średnicę D łatwo jest znaleźć na mocy prawa p. Dupuit, wedle którego stosunek $\frac{L}{D^5}$ jest równy summie podobnych stosunków dla trzech części składających pierwszą rurę. Mamy więc :

$$\frac{3800}{D^5} = \frac{700}{(0,35)^5} + \frac{2000}{(0,40)^5} + \frac{1100}{(0,50)^5}$$

a tablica co dopiero podana daje:

$$\frac{1}{(0,35)^5} = 190,39,$$

$$\frac{1}{(0,40)^5} = 97,65,$$

$$\frac{1}{(0,50)^5} = 32,00,$$

z kądem

$$\frac{3800}{D^5} = 364200 \quad \text{czyli} \quad \frac{1}{D^5} = 95,8;$$

a tablica pokazuje, że D jest zawarte między $0^m,40$ a $0^m,41$ i można wziąć w praktyce:

$$D = 0^m,41.$$

Jeżeliby nowa rura miała mieć inną długość, to zawsze znajdziemy jej średnicę z równania:

$$\frac{L}{D^5} = \frac{l}{d^5} + \frac{l'}{d'^5} + \frac{l''}{d''^5},$$

kładąc w niem za L długość daną.

I tak na przykład, gdyby nowa rura miała być położoną w innym miejscu jak dawna i rozciągać się na długość $L = 6000^m$, otrzymalibyśmy: $D = 0^m,44$.

Podobnie, mając daną średnicę D , moglibyśmy otrzymać odpowiadającą długość L . Ale należy zawsze mieć na uwadze, że nowa rura jest równoważna poprzedniej tylko co się tyczy wydatku na przecięciu końcowem.

PRZYKŁAD II. — Jaka będzie strata ciężenia całkowita na przecięciu końcowem rury, 5900 metrów długiej, $0^m,25$ średnicy, a wydającej w przebiegu w sposób jednostajny $0^m,011$ wody

na sekundę, a $0^{\text{ms}},010$ na sekundę przez swe przecięcie końcowe.

Mamy tutaj :

$$L = 5900^{\text{m}}, \quad Q = 0,010,$$

$$D = 0^{\text{m}},25, \quad P = 0,011,$$

i przy pomocy wzoru :

$$y = \frac{64b_1L}{\pi^2D^5} \left(Q_1^2 + PQ_1 + \frac{1}{3}P \right)$$

podanego w poprzednim ustępie możnaby otrzymać y . Ale nierównie prościej otrzymać je można, zważywszy że według wzoru p. Dupuit, jeżeliby niebyło wcale wydatku w przebiegu, rura wydawałaby na sekundę przez swe przecięcie końcowe :

$$Q' = Q_1 + 0,55P$$

czyli wstawiając wartości odpowiednie za Q_1 i P :

$$Q' = 0,010 + 0,55 \times 0,011 = 0^{\text{ms}},01605.$$

Wydatek ten miałby miejsce pod tem samym ciążeniem co poprzednio, zatem :

$$y = \frac{64b_1L}{\pi^2D^5} Q'^2 = 0,004053 \frac{L}{D^5} Q'^2,$$

$$y = 0,004053 \times 5900 \times 1024 \times 0,000256,$$

$$y = 23,91 \times 0,26 = 6^{\text{m}},32.$$

PRZYKŁAD III. — Ile wydawać będzie wody na sekundę przez swe przecięcie końcowe, rura 5900^{m} długa, $0^{\text{m}},25$ średnicy, przy stracie ciążenia całkowitej $6^{\text{m}},32$, jeżeli rura ta w tych samych warunkach wydaje już w przebiegu w sposób jednostajny $0^{\text{ms}},011$ na sekundę.

Mamy tu :

$$D = 0^m,25, \quad L = 5900^m, \quad y = 6^m,32. \quad P = 0^{ms},011,$$

a wstawiając te wartości we wzór użyty poprzednio :

$$y = 0,004053 \frac{L}{D^5} Q^2,$$

otrzymamy :

$$Q^2 = \frac{6,32}{0,004053 \frac{L}{D^5}} = 0,000256,$$

zkuąd

$$Q' = 0^{ms},01605;$$

a że

$$Q' = Q_1 + 0,55P = Q_1 + 0,00605,$$

więc

$$Q_1 = Q' - 0,00605 = 0^{ms},010.$$

Gdybyśmy mieli dane Q_1 , otrzymalibyśmy P ze wzoru :

$$P = \frac{Q' - Q_1}{0,55}.$$

PRZYKŁAD IV. — Jaką ma mieć średnicę rurą 5900^m długa, która przy stracie ciężenia 6^m,32 ma wydawać w sposób jednostajny w przebiegu 0^{ms},011, a przez swe przecięcie końcowe 0^{ms},010 wody na sekundę.

Mamy tutaj :

$$Q_1 = 0^{ms},010, \quad P = 0^{ms},011,$$

zatem

$$Q' = 0^{ms},01605$$

a ze wzoru

$$y = 0,004053 \frac{L}{D^5} Q^2$$

otrzymamy:

$$\frac{1}{D^5} = \frac{y}{0,004053 L Q^2} = 1024,$$

z kąd

$$D = 0^m,25.$$

PRZYKŁAD V. — Jaka będzie długość rury $0^m,25$ średnicy, wydającej przy stracie ciężenia całkowitej $6^m,32$, $0^{ms},011$ w przebiegu w sposób jednostajny a $0^{ms},010$ wody na sekundę przez swe przecięcie końcowe.

Mamy tu:

$$Q_1 = 0^{ms},010,$$

$$P = 0^{ms},011,$$

zatem

$$Q' = Q_1 + 0,55 P = 0^{ms},01605.$$

Ze wzoru

$$y = 0,004053 \frac{L}{D^5} Q^2$$

otrzymujemy:

$$L = \frac{y D^5}{0,004053 Q^2} = \frac{6,32 \times 0,000977}{0,004053 \times 0,000256} = 5900^m.$$

Przykłady te pokazują że w ogóle, skoro ma się do obliczania rury, wydające jednocześnie wodę w przebiegu w sposób jednostajny to jest przez otwory równo oddalone (jak to ma miejsce mniej więcej w praktyce), należy naprzód utworzyć

summę: $Q_1 + 0,55P$, uważając ją jako wydatek rury przez przecięcie końcowe, i obliczać średnice, straty ciężenia i długości według znanych wzorów dla rur walcowych. My tu stosowaliśmy wyłącznie wzór p. Darcy, jako najczęściej używany, ale można tak samo stosować podane w poprzednim rozdziale wzory Prony'ego i p. Lévy.

ROZDZIAŁ IV

RURY ZŁOŻONE I INNE KWESTYJE TYCZĄCE SIĘ BIEGU WODY W RURACH.

61. Zmiany poziomu piezometrycznego w okolicach punktu zejścia się dwóch rur. — Skoro rura c łączy się z inną C (fig. 37), która ją w wodę zaopatrza, ma wtedy miejsce zmiana poziomu piezometrycznego między przecięciami AB

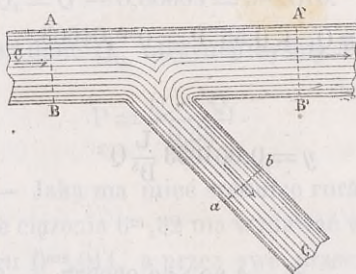


Fig. 37.

i ab , tak z powodu zmiany prędkości jak i straty ciężenia, mającej tam miejsce. Ta ostatnia wynika głównie złąd, że żyła cieczy wchodząc w rurę podrzędną ulega ściśnieniu i nie zajmuje całego przecięcia rury abc , co jest powodem zjawiska, podobnego do ściśnienia żyły w przystawce walcowej. Teorya nie-

mogła jeszcze oznaczyć tej specjalnej straty ciężenia, a niektóre doświadczenia dokonane przez Genieys'a z pomocą Belanger'a, zdają się pokazywać że jest równa dwa razy wziętej wysokości odpowiadającej prędkości na przecięciu ab . Lecz doświadczeń tych jest zbyt mało, aby można było liczyć bezwzględnie na dokładność ich wypadków, stosujących się zresztą jedynie do spotkania się dwóch rur pod kątem prostym. Mimo to jednak, oznaczywszy przez :

u prędkość średnią na przecięciu ab ;

U » » » » » » AB ;

h obniżenie linii poziomów piezometrycznych w przejściu od AB do ab , czyli stratę ciężenia całkowitą między temi dwoma przecięciami;

ξ stratę ciężenia specjalną mającą miejsce w punkcie rozchodu dwóch rur;

położymy :

$$\xi = 2 \frac{u^2}{2g},$$

a równanie Bernoulli'ego da nam :

$$h = \frac{u^2}{2g} - \frac{U^2}{2g} + 2 \frac{u^2}{2g} = 3 \frac{u^2}{2g} - \frac{U^2}{2g}.$$

W przejściu od AB do $A'B'$ w rurze głównej, jeżeliby nie było żadnej straty ciężenia, linia poziomów piezometrycznych powinna się podnieść o ilość równą zmniejszeniu wysokości odpowiadającej prędkości, gdyż prędkość na przecięciu $A'B'$ jest mniejszą jak na AB , bo wydatek się zmniejsza przy jednym i temże samym przecięciu o całą objętość wody wchodzącej w rurę podrzędną. Ale że zawsze ma miejsce pewna strata ciężenia i że tu szczególnie trudno jest przyjąć, ażeby wobec rozgałęzienia rury żadne zamieszanie w wypływie wody

nie miało miejsca, możemy przypuścić że wysokość słupów piezometrycznych jest mniej więcej taka sama na przecięciach A'B' i AB. Przypuszczenie to zresztą sprawdzonem zostało przez d'Aubuisson'a (*), który do rury 637^m długiej a 0^m,08 średnicy przystosował w odległości 431^m od jej początku rurę mniejszą, a na 0^m,50 przed punktem rozgałęzienia i na 0^m,70 poza tym punktem, dwa duże piezometry. Ciężenie w początku rury było ciągle mniej więcej stałe i równe 7^m,40. Puściwszy wodę, obserwował wysokości słupów piezometrycznych odpowiadające różnym wydatkom dawanym przez rurę podrzędną, które to wydatki regulował za pomocą kruczka. Oto są wypadki doświadczenia.

WYDATEK NA SEKUNDĘ		WYSOKOŚCI PIEZOMETRYCZNE	
rury podrzędnej	rury głównej	przed rozgałęzieniem	poza rozgałęzieniem
0 ^{ms} ,000000	0 ^{ms} ,001694	1 ^m ,90	1 ^m ,91
0 ^{ms} ,000269	0 ^{ms} ,001491	1 ^m ,55	1 ^m ,55
0 ^{ms} ,000836	0 ^{ms} ,001021	0 ^m ,91	0 ^m ,93
0 ^{ms} ,001310	0 ^{ms} ,000579	0 ^m ,18	0 ^m ,17
0 ^{ms} ,001380	0 ^{ms} ,000514	0 ^m ,12	0 ^m ,10.

Penieważ różnice dwóch centymetrów nie mogą być brane pod uwagę w tego rodzaju doświadczeniach, przeto można wniesić z powyższych liczb, że linia poziomów piezometrycznych pozostaje na tej samej wysokości z obu stron punktu rozgałęzienia. Zresztą ściśle oznaczenie różnicy wysokości słupów piezometrycznych w tem miejscu, mało ma wagi w praktyce, dla rur znacznej długości. W rurach tych tarcie wody o ściany odgrywa ważną rolę i prawie samo wyznacza prawo wypływu, o czem mogliśmy się przekonać z poprzednich rozdziałów.

62. Dwa zadania ogólne tyczące się rur złożonych. — Zadania te są :

(*) *Traité d'Hydraulique*. Deuxième édition, str. 257.

1) Znając wymiary wszystkich rur pewnego systemu i wzniesienia poziomów wody w zbiornikach, znaleźć prędkość i wydatek każdej rury.

2) Znając wydatki, długości i spadki wszystkich rur, znaleźć ich średnice odpowiadające oznaczonym wydatkom.

Aby rozwiązać pierwsze z tych dwóch zadań, pominiemy naprzód wszystkie podrzędne straty ciężenia, zachowując tylko główną, wynikającą z tarcia. W około każdego punktu rozgałęzienia, będzie wtedy poziom piezometryczny jednaki dla wszystkich rur w tym punkcie się zchodzących. Tym sposobem, dla m punktów rozgałęzienia, mieć będziemy m poziomów piezometrycznych, których wzniesienia ponad stałą płaszczyznę poziomą weźmiemy za nieznanne pomocnicze w zadaniu. Przypuścimy nadto, że dla n rur, których średnice są stałe lub zmienne i które wydają lub nie wodę w swym przebiegu, wydatki w przebiegu, jeżeli takowe mają miejsce, są znane. Te n rur łączą między sobą punkty rozgałęzienia, lub też te punkty ze zbiornikami i odwrotnie. Biorąc m nieznanych pomocniczych o których mówiliśmy i wzniesienia poziomów wody w zbiornikach, wyrazić będziemy mogli różnicę wzniesień poziomów piezometrycznych między dwoma krańcami każdej z n rur i napisać równanie dające związek między tą różnicą, nieznanym wydatkiem odpowiedniej rury i danymi jej wymiarami. Będzie to właśnie równanie :

$$y = \frac{64b_1}{\pi^2} \int_0^L \frac{Q^2 ds}{D^5},$$

podane wyżej (ustęp n. 57), w którym całkowanie zostanie wykonane odpowiednio do przypadku w jakim się znajdujemy, jak to widzieliśmy na przykładach. Otrzymamy tym sposobem n równań, to jest jedno dla każdej rury. Nadto, w każdym punkcie rozgałęzienia, całkowita objętość wydana przez rury przyprowadzające wodę do tego punktu, winna być

równą całkowitej objętości wydawanej przez rury, które ją odprowadzają, a to nam da jeszcze po jednym równaniu na każdy punkt rozgałęzienia, czyli razem m równań. Mamy więc w końcu $m + n$ równań między $m + n$ nieznanymi i zadanie jest oznaczone. Rozwiązując te równania otrzymamy nieznanne wydatki i pomocnicze wzniesienia poziomów piezometrycznych.

W tem wszystkim co poprzedza przypuściliśmy, że kierunki biegu wody w rurach są znane. W razie przeciwnym postępować potrzeba przez próby a wypadki pokażą czy się wyszło z przypuszczeń prawdziwych; gdyż bieg wody winien mieć miejsce w tym samym kierunku, w jakim się obniża poziom piezometryczny między dwoma punktami.

Rozwiązanie tym sposobem pierwszego z dwóch powyższych zadań, pomijając wszystkie podrzędne straty ciężenia, jest zwykle dostateczne w praktyce. Można je jednak poprawić, oceniając na nowo, wedle otrzymanych wypadków, obniżenia poziomów piezometrycznych, mające rzeczywiście miejsce w skutku tarcia, tak jak mówiliśmy na końcu ustępu n. 55.

Przechodząc do drugiego zadania widzimy, że n pierwszych równań poprzedniego zadania pozostają bez zmiany, ale m ostatnich zawierających same wydatki, zamieniają się na tyleż równań warunkowych, którym uczynić winny zadość ilości dane, a w które ilości nieznanne zupełnie nie wchodzi. Mamy więc już tylko n równań między nieznanymi średnicami, których liczba jest co najmniej równa liczbie rur n , i między m nieznanymi pomocniczemi. Zadanie tym sposobem nie jest oznaczone, gdyż możnaby wziąć dowolnie w pewnych granicach m poziomów piezometrycznych w punktach rozgałęzienia i z ich pomocą oznaczyć średnicę każdej rury odpowiadającą jej wydatkowi i obniżeniu poziomu piezometrycznego między dwoma jej krańcami. Że zaś wszystkie rozwiązania w ten sposób otrzymane nie są jednakie, względnie do nakładu

pieniężnego na rury, przeto nieoznaczoność zadania, jak to zaraz zobaczymy, ustanie, skoro położony będzie warunek najmniejszego nakładu pieniężnego.

63. Warunek najmniejszego nakładu pieniężnego.

— Cena rur położonych na miejscu, odniesiona do jednostki długości, zmienia się razem ze średnicą. I tak, według cen paryzkich, jeden metr rury z żelaza lanego, której średnica jest D metrów, położony na miejscu przeznaczenia, kosztuje mniej więcej $400D$ franków. Zatem nakład pieniężny dla rury długości L , będzie proporcjonalny do iloczynu LD , a dla całego systemu rur do ΣLD , gdzie Σ oznacza sumę rozciągającą się do wszystkich części systemu.

Weźmy teraz pod uwagę jeden z punktów rozgałęzienia A (fig. 38), w którym zchodzi się jakakolwiek liczba rur: AB , AC ,... przyprowadzających wodę do punktu A , i AH , AK ,... odprowadzających ją z tego miejsca. Przypuścimy tymczasowo, że te wszystkie rury mają stałe średnice i wydatki.

Wzniesienia: b, c, \dots, h, k, \dots poziomów piezometrycznych w punktach: B, C, \dots, H, K, \dots ponad jedną i tę samą płaszczyznę poziomą są stałe i niezmiennie, a cena całkowita syste-

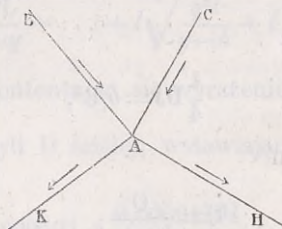


Fig. 38.

mu: $AB, AC, \dots, AH, AK, \dots$ zmieniać się będzie tylko razem z wzniesieniem y poziomu piezometrycznego w punkcie A . Oznaczyć zatem można to wzniesienie w ten sposób, aby cena całkowita rur zchodzących się w punkcie A była najmniejsza,

lecz z warunkiem aby każda rura wydawała też samą objętość wody. W tym celu nazwijmy :

D, D', \dots średnice rur AB, AC, \dots ;

Q, Q', \dots , wydatki ; L, L', \dots , długości odpowiadające tychże rur ;

$d, d', \dots, q, q', \dots, l, l', \dots$, też same ilości dla rur AH, AK, \dots

Ażeby bieg wody miał miejsce w kierunkach, jakie przypuściliśmy, y powinno być mniejsze od najmniejszej z wysokości b, c, \dots , a większe od największej z wysokości h, k, \dots . Obniżenia poziomów piezometrycznych na jednostkę długości będą :

$$\frac{b-y}{L}, \frac{c-y}{L'}, \dots, \frac{y-h}{l}, \frac{y-k}{l'}, \dots$$

Są to innemi słowy straty ciężenia na jednostce długości, wracając do sposobu mówienia przybliżonego, jaki przyjęliśmy w ustępie n. 43; możemy więc położyć :

$$J = \frac{b-y}{L}, J' = \frac{c-y}{L'}, \dots, i = \frac{y-h}{l}, i' = \frac{y-k}{l'}$$

Wzór p. Darcy :

$$\frac{1}{4} DJ = b_1 U^2,$$

po położeniu w nim

$$U = \frac{Q}{\frac{1}{4} \pi D^2},$$

daje :

$$JD^5 = \frac{64b_1}{\pi^2} Q^2,$$

zład

$$D = \sqrt[5]{\frac{64b_1}{\pi^2}} \sqrt[5]{\frac{Q^2}{J}}$$

Ilość b_1 jest tu funkcją średnicy, ale że jak widzieliśmy (ustęp n.47) wartości krańcowe tej funkcji odpowiadające wartościom $D : 0^m,03$ i $0^m,50$ są $0,000723$ i $0,000520$, przeto tutaj wartości krańcowe współczynnika $\sqrt[5]{\frac{64b_1}{\pi^2}}$ będą $0,3421$ i $0,3203$, i w praktyce możemy wziąć śmiało :

$$D = \frac{1}{3} \sqrt[5]{\frac{Q^2}{J}}$$

Zatem średnice systemu uważanego rur będą odpowiednio równe :

$$\frac{1}{3} \sqrt[5]{\frac{Q^2 L}{b-y}}, \frac{1}{3} \sqrt[5]{\frac{Q^2 L'}{c-y}}, \dots, \frac{1}{3} \sqrt[5]{\frac{q^2 l}{y-h}}, \frac{1}{3} \sqrt[5]{\frac{q^2 l'}{y-k}},$$

a summa ΣLD , pomijając czynnik stały $\frac{1}{3}$, przedstawiona być może wyrażeniem :

$$L \sqrt[5]{\frac{Q^2 L}{b-y}} + L' \sqrt[5]{\frac{Q^2 L'}{c-y}} + \dots + l \sqrt[5]{\frac{q^2 l}{y-h}} + l' \sqrt[5]{\frac{q^2 l'}{y-k}} + \dots = P.$$

Jeżelibyśmy, niekontentując się wyrażeniem przybliżonem $D = \frac{1}{3} \sqrt[5]{\frac{Q^2}{J}}$, obliczyli D ściślej, wstawiając za b_1 wartość :

$$0,000507 + \frac{0,00001294}{D},$$

otrzymując tym sposobem

$$D = 0,32 \sqrt[5]{\frac{Q^2}{J}} \sqrt[5]{1 + \frac{0,0255}{D}},$$

wziąwszy w przybliżeniu za $\sqrt[5]{1 + \frac{0,0255}{D}}$, wyrażenie $1 + \frac{0,005}{D}$ złożone z dwóch pierwszych wyrazów rozwinięcia $\sqrt[5]{1 + \frac{0,0255}{D}}$ według dwumianu Newton'a; otrzymalibyśmy tym sposobem :

$$D = 0,32 \sqrt[5]{\frac{Q^2}{J}} \left(1 + \frac{0,005}{D} \right);$$

a że $0,32 \sqrt[5]{\frac{Q^2}{J}}$ jest już pierwszym przybliżeniem D , mielibyśmy :

$$D = 0,32 \sqrt[5]{\frac{Q^2}{J}} + 0,005.$$

Biorąc ten wzór na średnicę zamiast poprzedniego, otrzymamy zawsze toż samo wyrażenie summy $\Sigma L D$, a tylko opatrzone współczynnikiem nieco odmiennym i powiększone o ilość stałą. Zawsze więc będziemy mieli ilość P , którą trzeba będzie uczynić najmniejszą, biorąc stosowną wartość na y . Widzimy zaś, że P jest nieskończenie wielkie dla wartości y równych : b, c, \dots, h, k, \dots , a zatem dla obu granic, między którymi y się zmienia. Znaleść zatem można między temi granicami taką wartość na y , że P będzie przy niej minimum. Dla znalezienia tej wartości przyrównajmy do zera pochodną $\frac{dP}{dy}$, co daje :

$$(1) \begin{cases} L^{\frac{6}{5}} Q^{\frac{2}{5}} (b-y)^{-\frac{6}{5}} + L'^{\frac{6}{5}} Q'^{\frac{2}{5}} (c-y)^{-\frac{6}{5}} + \dots \\ - l^{\frac{6}{5}} q^{\frac{2}{5}} (y-h)^{-\frac{6}{5}} - l'^{\frac{6}{5}} q'^{\frac{2}{5}} (y-k)^{-\frac{6}{5}} + \dots = 0. \end{cases}$$

Straty ciężenia na jednostce długości :

$$\frac{b-y}{L}, \frac{c-y}{L'}, \dots, \frac{y-h}{l}, \frac{y-k}{l'}, \dots$$

są odpowiednio proporcjonalne, wedle tego co powiedzieliśmy w ustępie n. 57, do :

$$\frac{Q^3}{D^5}, \frac{Q^2}{D^5}, \dots, \frac{q^2}{d^2}, \frac{q'^2}{d'^2}, \dots;$$

a wstawiając te ilości w miejsce im podobnych, w równanie (1), otrzymamy równanie prościejszego kształtu :

$$(2) \quad \frac{D^6}{Q^2} + \frac{D'^6}{Q'^2} + \dots - \frac{d^6}{q^2} - \frac{d'^6}{q'^2} + \dots = 0.$$

Którękolwiek zresztą z dwóch ostatnich równań weźmiemy pod uwagę, to wchodzić w nie będzie zawsze jedyna nieznaną y , którą za pomocą prób stopniowych łatwo będzie oznaczyć.

Rachunek powyższy zrobiony został w przypuszczeniu, że każda rura ma stałą średnicę na całej swej długości; ale do-wieść można, że urządzenie systemu rur, wskazane przez wy-padki tego rachunku, jest najtańsze, skoro tak poziom piezo-metryczny na obu końcach rury, jak i wydatek, są oznaczone *a priori*. Zmieńmy bowiem rury AC i AK i uważmy rurę BAH jako jedyną złożoną z dwóch części BA i AH, którym chcemy dać średnice różne, jeżeli na tem polegać ma ekonomia. Zasto-sować wtedy można równanie (2), opuszczając w niem wszyst-kie wyrazy niezawierające D i d i kładąc $Q = q$. Znajdziemy wtedy :

$$\frac{D^6 - d^6}{Q^2} = 0,$$

zkuąd

$$D = d.$$

Ponieważ to rozumowanie stosuje się do jakichkolwiek dwóch po sobie następujących elementów jednej rury, skoro tylko jej wydatek nie jest naruszany przez rury poboczne, zatem średnica nie powinna się zmieniać od jednego punktu do drugiego.

Zdarzyć się może także, że jedna lub pewna liczba rur AB, AC, ... , AH, AK, ... , mają wydawać wodę po drodze; zawsze jednak będzie można zachować przypuszczenie przeciwne a powyżej przyjęte, uważając każdy punkt wydatku, jako punkt rozgałęzienia. Jeżeli nadto, woda wydawana w przebiegu odprowadzana jest przez rury małoznacznej długości względem rury głównej, albo mające średnice naprzód oznaczone, to oczywiście trzeba będzie w podobnym przypadku pominąć wyrazy tym rurom odpowiadające w równaniu (1) lub (2), gdyż te rury nie wprowadzają żadnego wyrazu zmiennego w wyrażenie ceny całkowitej.

Jeżeli system rur jest więcej złożony i jeżeli przypuścimy, że punkty rozgałęzienia takie jak A są w liczbie m , to niech będą :

$$y, y_1, y_2, \dots, y_{m-1},$$

wzniesienia poziomów piezometrycznych w tych różnych punktach. Ilości te należy oznaczyć w sposób taki, ażeby cena całkowita była jak najmniejsza. Skoro zaś funkcyja zależy od m zmiennych, to wiadomo, że aby ją uczynić minimum, trzeba uczynić zadość m równaniom warunkowym. Równania te otrzymalibyśmy kolejno, szukając minimum w przypuszczeniu, że tylko jedna ze zmiennych może się zmieniać, a inne są stałe. Uważać zatem trzeba naprzód wzniesienie y , odnoszące się do jednego z punktów rozgałęzienia, jako jedyną zmienną, a

$$y_1, y_2, \dots, y_{m-1}$$

jako stałe; a warunkiem minimum będzie równanie (1), z pewną tylko zmianą w znakowaniu. Czyniąc potem to samo dla y_1 , otrzymamy drugie podobne równanie, i tak dalej dla m punktów. Ponieważ zadanie, jak to widzieliśmy wyżej, przedstawia tylko m nieoznaczonych, zatem wszystkie będziemy mogli znaleźć, mając m równań warunkowych.

Po tych uwagach ogólnych, dotyczących się rur złożonych, roztrząśniemy niektóre szczególne przypadki, a następnie podamy przykłady liczebne.

64. Rura złożona, łącząca dwa zbiorniki. — Weźmy pod uwagę (fig. 39) dwa zbiorniki A i B, w których powierzchnie wolne wody, poddane ciśnieniu atmosferycznemu, położone są jedna względem drugiej w odległości pionowej h .

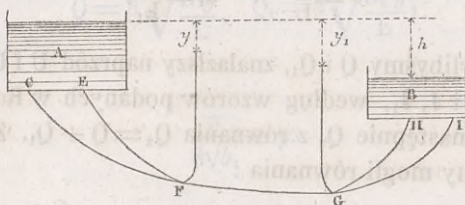


Fig. 39.

Ze zbiornika A wychodzą dwie rury CF i EF, łączące się w punkcie F w jedną FG, która się znów rozdziela na dwie inne GH i GI prowadzące wodę do zbiornika B. Wydatki tych rur są stałe i wszystkie wymiary oznaczone, podobnie jak i wysokość h . Szukajmy jaka będzie objętość wody przechodzącej w jednostce czasu ze zbiornika A do zbiornika B.

Oznaczmy przez :

y i y_1 odległości pionowe wierzchołków słupów piezometrycznych wystawionych w punktach F i G, od powierzchni wolnej wody w zbiorniku A; czyli innymi słowy straty ciężenia całkowite odpowiadające długościom rur między tymi punktami a zbiornikiem A;

D, D_1, D_2, D_3, D_4 , średnice stałe rur CF, EF, FG, GH, GI;

L, L_1, L_2, L_3, L_4 , długości tychże rur;

$U, U_1, \dots, Q, Q_1, \dots$, odpowiednie prędkości średnie i wydatki.

Chodzi o znalezienie : Q , Q_1 , Q_2 , Q_3 , Q_4 , ze znanych : h i wszystkich długości i średnic.

Możnaby naprzód postępować przez próby. Przypuściwszy pewną wartość na y , mielibyśmy odpowiednie straty ciężenia J i J_1 na jednostce długości w rurach CF i EF, mianowicie :

$$J = \frac{y}{L} \quad \text{i} \quad J_1 = \frac{y}{L_1},$$

zład obliczylibyśmy Q i Q_1 , znalazłszy naprzód U i U_1 ze znanych D , D_1 i J , J_1 , według wzorów podanych w Rozdziale II tej Księgi, następnie Q_2 z równania $Q_2 = Q + Q_1$. Znając Q_2 , położylibyśmy mogli równania :

$$\frac{1}{4} \pi D_2^3 U_2 = Q_2,$$

$$\frac{4}{4} D_2 \frac{y_1 - y}{L_2} = b_1 U_2^2,$$

z których pierwsze pozwoliłoby obliczyć U_2 a drugie y_1 . Następnie obliczylibyśmy :

$$J_3 = \frac{h - y_1}{L_3}, \quad J_4 = \frac{h - y_1}{L_4},$$

i z pomocą znanych wzorów znaleźlibyśmy jak poprzednio Q_3 i Q_4 . Te dwie wartości powinny sprawdzić równanie :

$$Q_2 = Q_3 + Q_4,$$

a jeżeli go nie sprawdzają, należy spróbować inną wartość na y .

Ale jest jeszcze inny sposób prościej prowadzący do celu i dogodniejszy, skoro we wzorze p. Darcy zmiany współczynnika b_1 , będącego jak wiadomo funkcją średnicy, mogą być pominięte, co można śmiało przyjąć dla rur używanych w wiel-

kich wodociągach. Mielibyśmy wtedy :

$$y = \frac{64b_1Q^2}{\pi^2} \cdot \frac{L}{D^5} = \frac{64b_1Q_1^2}{\pi^2} \frac{L_1}{D_1^5},$$

z kąd

$$Q = \frac{\pi}{8\sqrt{b_1}} \sqrt{\frac{D^5 y}{L}}, \quad Q_1 = \frac{\pi}{8\sqrt{b_1}} \sqrt{\frac{D_1^5 y}{L_1}},$$

albo

$$Q = \beta \sqrt{\frac{D^5 y}{L}}, \quad Q_1 = \beta \sqrt{\frac{D_1^5 y}{L_1}},$$

kładąc

$$\frac{\pi}{8\sqrt{b_1}} = \beta.$$

Wypada ztąd :

$$(1) \quad Q_2 = Q + Q_1 = \beta \sqrt{y} \left(\sqrt{\frac{D^5}{L}} + \sqrt{\frac{D_1^5}{L_1}} \right).$$

W podobny sposób, uważanie rur GH i GI, doprowadzi nas do równania :

$$(2) \quad Q_2 = Q_3 + Q_4 = \beta \sqrt{h - y_1} \left(\sqrt{\frac{D_3^5}{L_3}} + \sqrt{\frac{D_4^5}{L_4}} \right).$$

Oznaczmy teraz przez :

$$L' \quad \text{i} \quad D',$$

$$L'' \quad \text{i} \quad D'',$$

dwie pary ilości nieoznaczonych, wybranych w ten sposób, abyśmy mieli :

$$\sqrt{\frac{D'^5}{L'}} = \sqrt{\frac{D^5}{L}} + \sqrt{\frac{D_1^5}{L_1}}$$

$$\sqrt{\frac{D''^5}{L''}} = \sqrt{\frac{D_3^5}{L_3}} + \sqrt{\frac{D_4^5}{L_4}}.$$

Można na przykład wziąć dowolnie D' i D'' i obliczyć L i L'' z pomocą powyższych związków. To mając, otrzymamy z równań (1) i (2) :

$$Q_2 = \beta \sqrt{\frac{D'^5 y}{L'}},$$

$$Q_2 = \beta \sqrt{\frac{D''^5 (h - y_1)}{L''}},$$

albo inaczej :

$$(3) \quad y = \frac{64b_1 Q_2^2 L'}{\pi^2 D'^5},$$

$$(4) \quad h - y_1 = \frac{64b_1 Q_2^2 L''}{\pi^2 D''^5}.$$

Ze zaś rura FG ma dawać wydatek Q_2 przy stracie ciśnienia całkowitej $y_1 - y$, mamy przeto :

$$(5) \quad y_1 - y = \frac{64b_1 Q_2^2 L_2}{\pi^2 D_2^5},$$

a dodając odpowiednie strony równań (3), (4) i (5), otrzymamy :

$$(6) \quad h = \frac{64b_1 Q_2^2}{\pi^2} \left(\frac{L'}{D'^5} + \frac{L_2}{D_2^5} + \frac{L''}{D''^5} \right),$$

albo prościej :

$$(7) \quad h = \frac{64b_1 Q_2^2 l}{\pi^2 d^5},$$

biorąc dwie nowe nieznaczone l i d , czyniące zadość warunkowi :

$$\frac{l}{d^5} = \frac{L'}{D'^5} + \frac{L_2}{D_2^5} + \frac{L''}{D''^5},$$

który znów pozwala wziąć dowolnie jedną z nich, l lub d . Równanie (6) rozwiązuje zadanie, gdyż Q_2 jest w niem jedyną nieznaną.

W tem wszystkim co poprzedza, użycie nieoznaczonych

$$L', D', L'', D'', l, d,$$

zdaje się mieć na celu li tylko uproszczenie równań; ale można im także nadać inne bardzo ważne znaczenie, jak to uczynił p. Dupuit, który wyłożył tu właśnie metodę, podał w swem znakomitem dziele o wodociągach. Wyobraźmy sobie, że rury CF i EF zastąpione są jedyną rurą, której średnica jest D' a długość L' ; że rury GH i GI zastąpione są tak samo rurą średnicy D'' a długości L'' ; wreszcie że rura pojedyncza, mająca średnice kolejno równe D', D_2, D'' , na długościach L', L_2, L'' , zastąpiona jest rurą walcową długości l a średnicy stałej d . Wszystkie te podstawienia nie zmieniły wcale ani wydatku Q , ani strat ciężenia całkowitych y i y_1 , gdyż równania (1), (2) i (6) dające ich wartości, pozostają w gruncie też same, mając wzgląd na równania warunkowe między nieoznaczonymi.

Tak więc, użyty tu rachunek sztuczny sprowadza się do złaania wielu rur w jedną dwoma różnymi sposobami, mianowicie :

1° Skoro dla pewnej liczby rur strata ciężenia całkowita jest jedna i ta sama, wydać można też samą objętość wody pod tem samym ciężeniem biorąc jedną rurę taką, że pierwiastek kwadratowy z ilorazu otrzymanego dzieląc piątą potęgę jej średnicy przez jej długość, jest równy summie podobnych ilości wziętych dla rur danych.

2° Skoro dla pewnej liczby rur, idących jedna w przedłużeniu drugiej, wydatek jest jeden i ten sam, można je sprowadzić do stałej średnicy za pomocą prawa p. Dupuit podanego

w ustępie n. 57, jak to już zresztą pokazaliśmy na przykładach rozwiązanych w ustępie n. 60. Długość całkowita nowej rury podzielona przez piątą potęgę z jej średnicy, powinna być równa summie podobnych ilorazów, wziętych dla rur danych.

Tą samą drogą doszlibyśmy jeszcze do szukanego wypadku, w razie gdyby zbiornik A, zasilający wodą uważany system rur, podzielony został na pewną liczbę innych, byle tylko powierzchnia wolna cieczy wystawiona na ciśnienie atmosferyczne, była dla tych wszystkich zbiorników jedną i tą samą płaszczyzną poziomą. Podobna uwaga stosuje się i do zbiornika B.

Jeżeliby rury CF, EF, nie miały stałych średnic, możnaby je sprowadzić do podobnych za pomocą prawa p. Dupuit, i zejść tym sposobem do przypadku, o którym była mowa.

Dowieździemy tu jeszcze, że do przeniesienia oznaczonej ilości wody z jednego zbiornika do drugiego, pod tem samym ciężeniem, rura pojedyncza o stałej średnicy jest tańsza niż pewna liczba rur różnych, byle tylko długości tych wszystkich rur były też same. Widzieliśmy bowiem naprzód (ustęp. n. 63), że każda z rur składowych powinna mieć stałą średnicę; dość zatem dowieść, że daleko jest lepiej pod względem nakładu pieniężnego, zlać wszystkie te rury w jedną, wydającą też samą objętość. Przypuśćmy, w celu skrócenia i ułatwienia rozumowania, że mamy tylko dwie rury, których średnice są D i D_1 ; średnica D' rury równoważnej dana będzie równaniem :

$$\sqrt{D^5} = \sqrt{D^5} + \sqrt{D_1^5},$$

gdyż wszystkie trzy rury mają też samą długość. Ceny dwóch systemów będą zresztą w stosunku D' do $D + D_1$ (ustęp n. 63) a zatem wszystko się sprowadza do dowiedzenia nierówności :

$$D' < D + D_1$$

albo

$$D^{\frac{5}{2}} < (D + D_1)^{\frac{5}{2}}.$$

albo jeszcze, mając na uwadze powyższe równanie :

$$(D + D_1)^{\frac{5}{2}} > D^{\frac{5}{2}} + D_1^{\frac{5}{2}}.$$

Dzieląc obie strony przez $D_1^{\frac{5}{2}}$ i kładąc

$$\frac{D}{D_1} = \rho$$

otrzymamy :

$$\left(1 + \rho\right)^{\frac{5}{2}} > 1 + \rho^{\frac{5}{2}};$$

można zaś dowieść w sposób ogólny, że jeżeli ρ oznacza liczbę dodatnią jakąkolwiek a m wykładnik dodatni większy od jedności, to :

$$(1 + \rho)^m > 1 + \rho^m$$

albo co na jedno wychodzi :

$$(1 + \rho)^m - \rho^m - 1 > 0.$$

I rzeczywiście, pochodna pierwszej strony względem ρ jest :

$$m(1 + \rho)^{m-1} - m\rho^{m-1}$$

czyli

$$m\rho^{m-1} \left[\left(1 + \frac{1}{\rho}\right)^{m-1} - 1 \right].$$

W wyrażeniu tem czynniki m i ρ^{m-1} są dodatnie z określenia a czynnik w nawiasie jest także dodatni, gdyż m jest większe od jedności. Zatem pierwsza strona powyższej nierówno-

ści jest funkcją rosnącą ρ , a ponieważ staje się równą zero dla $\rho=0$, przeto zawsze powinna być dodatnią dla $\rho > 0$. Tym sposobem nierówność postawiona poprzednio jest dowiedziona.

Możemy zatem wniesć ostatecznie, że D' jest mniejsze od $D + D_1$ i że rura pojedyncza wymaga mniej nakładu pieniężnego niż system dwóch rur. Gdyby ich było więcej, to widzimy z tego co poprzedza, że byłoby ekonomicznie złać pierwsze dwie w jedną, potem tę nową z trzecią i tak dalej, dopóki cały system nie został sprowadzony do jednej rury walcowej.

W przypadku kilku rur łączących dwa zbiorniki a mających różne długości, własność powyższa stosuje się *a fortiori* dając rurze równoważnej długość nieprzewyższającą najmniejszej z pomiędzy długości rur pierwotnych.

65. Trzy rury zchodzące się w jednym punkcie a łączące trzy zbiorniki, których poziomy znajdują się na różnych wysokościach. — Niech będzie (fig. 40) A zbiornik najwyższy, B najniższy a C pośredni. Zbiorniki te połączone są trzema rurami EF, FI, FG, których osie przecinają się w punk-

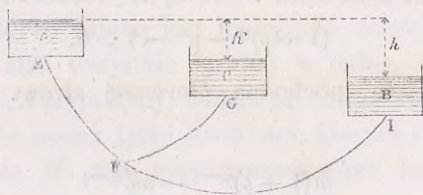


Fig. 40.

cie F. Przy takim urządzeniu, woda ubywa ze zbiornika A a przybywa do zbiornika B. Co do trzeciego zbiornika C, to w tym względzie zachodzi niepewność, gdyż zbiornik ten albo może utrzymywać wodę ze zbiornika wyższego, albo też udzielać ją niższemu. Zadanie polega na tem, aby mając dane wszystkie wymiary systemu, przekonać się czy zbiornik C jest

zasilanym lub zasilającym, a następnie obliczyć wydatki trzech gałęzi EF, FI i FG.

Przypuścić można naprzód, nie naruszając bynajmniej ogólności zadania, że wszystkie trzy gałęzie mają jedną i tę samą stałą średnicę. Gdyby bowiem nie miało to miejsca pierwotnie, zamienilibyśmy każdą gałąź na rurę walcową, za pomocą prawa p. Dupuit powtórzonego w poprzednim ustępie. Następnie, obliczywszy dla każdej gałęzi wartości całki $\int_0^L \frac{ds}{D^5}$ przyrównalibyśmy otrzymane trzy wypadki, odpowiednio do ilorazów :

$$\frac{l}{\delta^5}, \frac{l'}{\delta^5}, \frac{l''}{\delta^5},$$

gdzie δ oznacza dowolną średnicę, a l, l', l'' , trzy długości zredukowane rur EF, FI i FG, które należy oznaczyć z położonych równań. To podstawienie rur stałej średnicy δ , a długości l, l', l'' , nie zmieniłoby w niczem ani wydatków systemu, ani wzniesienia poziomego piezometrycznego w punkcie F, gdyż równania jakie daje to zadanie, pozostaną też same jakie były przed podstawieniem.

A teraz oznaczmy przez :

h , różnicę wzniesień poziomów wody w zbiornikach A i B;

h' podobną różnicę dla A i C. Powierzchnie wody we wszystkich trzech zbiornikach, poddane są jednemu i temuż samemu ciśnieniu, na przykład ciśnieniu powietrza;

y odległość pionową między poziomem wody w zbiorniku A a poziomem piezometrycznym w punkcie rozgałęzienia F;

Q, Q', Q'' , nieznanne wydatki trzech gałęzi EF, FI, FG.

Jeżeli bieg wody w rurze FG ma miejsce w kierunku od F

do G, zadanie da nam cztery równania następujące :

$$y = \frac{64b_1 Q^2 l}{\pi^2 d^5},$$

$$h - y = \frac{64b_1 Q'^2 l}{\pi^2 d^5},$$

$$h' - y = \frac{64b_1 Q''^2 l}{\pi^2 d^5},$$

$$Q = Q' + Q''.$$

Trzy pierwsze, dające straty ciężenia całkowite, wypadają wprost ze wzoru p. Darcy, a czwarte jest wyrażeniem samego zadania. Po wyrugowaniu Q, Q', Q'' , otrzymamy związek :

$$(1) \quad \sqrt{\frac{y}{l}} - \sqrt{\frac{h-y}{l}} - \sqrt{\frac{h'-y}{l}} = 0,$$

któremu należy uczynić zadość dla wszystkich wartości y zawartych między 0 i h' , gdyż biorąc y poza temi granicami, bieg wody w rurach EF lub FG nie miałby miejsca według przypuszczonego kierunku. Pierwsza strona tego równania rośnie ciągle dla wartości y zawartych między 0 i h' , zatem wstawiając za y wartość większą od szukanego pierwiastku równania (1), pierwsza ta strona będzie dodatnią, a wstawiając za y wartość mniejszą od tego pierwiastku, pierwsza strona będzie ujemną. Jeżeli zatem równanie (1) odpowiada zadaniu, takiemu jak było położone, to czyniąc w niem $y = h'$ pierwsza strona powinna być dodatnią, to jest powinniśmy mieć :

$$\sqrt{\frac{h'}{l}} - \sqrt{\frac{h-h'}{l}} > 0,$$

albo jeszcze :

$$(2) \quad \begin{cases} \frac{h'}{h-h'} > \frac{l}{l}, \\ \frac{h'}{h} > \frac{l}{l+l}. \end{cases}$$

Taki jest warunek konieczny, ażeby równanie (1) dawało na y wartość rzeczywistą zawartą między 0 i h' , czyli żeby zbiornik C mógł dostawać wodę od zbiornika A. Widzimy że druga nierówność daje;

$$h' > h \frac{l}{l+l'}$$

Jeżeliby w punkcie F łączyły się tylko dwie rury EF i FI, $\frac{l}{hl+l'}$ byłoby wzniesieniem poziomu piezometrycznego w punkcie F. Nierówność powyższa sprowadza się więc do warunku, że poziom piezometryczny w punkcie F, powinien być położony pod powierzchnią wolną wody w zbiorniku C.

Jeżeli bieg wody w rurze FG, ma miejsce w kierunku od G do F, należy położyć:

$$y = \frac{64b_1Q^2l}{\pi^2g^3}$$

$$h - y = \frac{64b_1Q'^2l'}{\pi^2g^3},$$

$$y - h' = \frac{64b_1Q''^2l''}{\pi^2g^3},$$

$$Q' = Q + Q'',$$

i trzeba szukać y między granicami h' i h . Wyrugowawszy Q , Q' , Q'' , otrzymamy:

$$(3) \quad \sqrt{\frac{h-y}{l}} - \sqrt{\frac{y}{l}} - \sqrt{\frac{y-h'}{l}} = 0$$

i jak poprzednio warunek konieczny polega na tem, że h i h' podstawione w to równanie dadzą odpowiednio wypadki odjemny i dodatny, co prowadzi do nierówności:

$$\sqrt{\frac{h-h'}{l}} - \sqrt{\frac{h'}{l}} > 0$$

albo

$$(4) \quad \frac{h'}{h} < \frac{l}{l+l'}$$

co jest właśnie wprost przeciwne nierównościom (2); tak więc wszelka niepewność jest usunięta i stosownie do tego czy ilości dane czynią zadość lub nie nierówności (2), zbiornik środkowy będzie otrzymywał wodę ze zbiornika wyższego lub ją przesyłał do zbiornika niższego.

Przekonawszy się raz, które z dwóch równań (1) czy (3) należy przyjąć, pajpraktyczniej będzie prowadzić dalej rozwiązywanie zadania w sposób następujący. Znaleść trzeba naprzód przez próby liczebne wartości na y , podstawiając w równanie przyjęte, różne wartości brane między wskazanemi wyżej granicami. Te granice są 0 i h' dla równania (1), a h' i h dla równania (3), ale łatwo jest znaleźć inne, więcej zbliżone. Weźmy bowiem pod uwagę wysokości :

$$y' = \frac{lh}{l+l'}$$

$$y'' = \frac{lh'}{l+l'}$$

$$y''' = h + \frac{l'(h-h')}{l+l'}$$

Są to odległości pionowe poziomu wody w zbiorniku A, od poziomów piezometrycznych, jakieby miały miejsce w punkcie F, gdybyśmy łączyli wprost bez żadnej odnogi :

1°. Zbiorniki A i B za pomocą rury EFI,

2°. A i C rurą EFG,

3°. C i B rurą GFI.

Wstawiając y' i y'' w równanie (1) za y otrzymamy wypa-

dek odjemny, gdyż:

$$\frac{y'}{l} = \frac{h - y}{l'}$$

$$\frac{y''}{l} = \frac{h' - y''}{l'}$$

tak że dwa wyrazy pierwszej strony równania (1), po tem podstawieniu wzajemnie się zniosą i pozostanie tylko trzeci opatrzone znakiem mniej. Toż samo otrzymamy wstawiając y' lub y'' w równanie (3). Przeciwnie zaś, kładąc $y = h'$, pierwsze strony obu równań będą dodatne. Zatem używając równania (1), pierwiastek jego będzie zawarty między h' i większą z dwóch wysokości y' , y'' ; jeżeli zaś stosuje się równanie (3), pierwiastek jego będzie zawarty między h' i najmniejszą z wysokości y' i y'' . Znalazłszy wzniesienie poziomu piezometrycznego w punkcie F, mieć będziemy straty ciężenia całkowite:

$$y, \quad h - y, \quad h' - y,$$

a ztąd z łatwością otrzymamy szukane wydatki Q , Q' , Q'' .

Dyskusya ta uwidacznia fakt dość ważny, na który dobrze jest zwrócić uwagę. Skoro przystosowujemy do rury rurę podrzędną, którą rura główna ma w wodę zasilać, poziom piezometryczny obniża się w punkcie rozgałęzienia, tak że wydatek rury głównej przed tym punktem rośnie a poza nim maleje. Przeciwnie skoro rura podrzędna ma zasilać w wodę rurę główną, poziom piezometryczny i wydatki rury głównej o których mowa, ulegają zmianom odwrotnym. I tak na przykład, niech będzie rura EFI łącząca dwa zbiorniki A i B. Jeżeli w punkcie F żadne rozgałęzienie nie istnieje, poziom piezometryczny leżeć będzie na wysokości y' . Przystosowując rurę FG w celu doprowadzenia wody do zbiornika C, co będzie miało miejsce jeżeli tylko $h' > y'$,

otrzymamy wzniesienie poziomu piezometrycznego w punkcie F zawarte między h' i y' ; a zatem ten poziom się obniży. Skoro kierunek biegu wody w rurze FG się zmieni, co będzie miało miejsce w razie gdy y' stanie się większe od h' , wzniesienie poziomu piezometrycznego w punkcie F zawarte zawsze między h' i y' będzie mniejsze od y' , a zatem ten poziom się podniesie przez dodanie rury FG (*). Toż samo znaleźlibyśmy, uważając połączenia zbiorników A i C przez rurę EFG, albo C i B rurą GFI.

W rachunku powyższym pominęliśmy zmiany współczynnika b_1 w funkcji średnicy, i straty ciężenia podrzędne odpowiadające stopniowym lub raptownym zmianom prędkości. Wszystkie one mają w ogóle niewiele wpływu na wydatek; możnaby je jednak z łatwością wprowadzić w rachunek, któryby przez to stał się tylko dłuższym. Wybrawszy jedną wartość na y mielibyśmy stratę ciężenia całkowitą dla każdej gałęzi i moglibyśmy obliczyć trzy wydatki Q , Q' , Q'' . Należałoby próbować, zmieniając y , aż do sprawdzenia związku :

$$Q = Q' + Q'',$$

albo

$$Q' = Q + Q'',$$

stosownie do przypadku.

66. Rury zasilane w wodę z obu końców. — Weźmy pod uwagę rurę, mającą w swym przebiegu zasilać otwory, których wydatki i położenia są oznaczone. Rura ta otrzymuje wodę z dwóch zbiorników A i B, które łączy. Poziomy wody w zbiornikach położone są na znanych wysokościach, a chodzi o znalezienie punktu, w którym ma miejsce podział wody, to jest o oznaczenie, jakie otwory zasilane są przez każdy z dwóch zbiorników.

(*) Nie należy zapominać, że nazywamy tu wzniesieniami odległości pionowe od poziomu wody w zbiorniku A, a zatem wysokości odjemne.

Zadanie rozwiązuje się przez próby, przypuszczając że położenie punktu, w którym rura dzieli się na dwie części zasilane każda przez jeden ze zbiorników, jest znane. Mając to, łatwo będzie, jak widzieliśmy wyżej (ustęp n. 55), oznaczyć wzniesienie poziomu piezometrycznego na któremkolwiek przecięciu rury. Jeżeli punkt podziału wody był dobrze wybrany, poziom piezometryczny powinien być ten sam, czy go oznaczamy wychodząc od zbiornika A, czy od zbiornika B.

Dla objaśnienia weźmy przypadek szczególny, w którym rura ma stałą średnicę i wydaje wodę po drodze w sposób jednostajny, to jest zasila otwory jednakowego wydatku i równo oddalone w dość znacznej liczbie. Oznaczmy przez :

h , wzniesienie poziomu wody w zbiorniku wyższym A, ponad poziom wody w zbiorniku B;

y , wzniesienie poziomu piezometrycznego w szukanym punkcie podziału wody C, mierzone od poziomu wody w zbiorniku B. Wszystkie te poziomy ponoszą ciśnienie powietrza ;

L , długość całkowitą rury;

D , jej średnicę;

Q , wydatek całkowity w przebiegu, na sekundę;

l , odległość punktu podziału wody od początku rury przy zbiorniku A.

Między punktem A i C, mamy rurę długości l a średnicy D , wydającą w przebiegu, w sposób jednostajny, objętość $\frac{Ql}{L}$ przy stracie ciężenia całkowitej $h + y$, a nie dającą żadnego wydatku przez swe przecięcie końcowe, gdyż poza punktem C otwory zasilane są wodą wychodzącą z drugiego zbiornika. Na mocy tego co powiedzieliśmy wyżej (ustęp n. 59) mieć bę-

dziemy:

$$h + y = \frac{64b_1 Q^2 l^3}{3\pi^2 L^2 D^5}.$$

Tak samo uważając część rury, którą zasila zbiornik B a dla której długość jest $L - l$, średnica D , wydatek jednostajny w przebiegu $\frac{Q(L-l)}{L}$, a strata ciężenia całkowita y , otrzymamy:

$$y = \frac{64b_1 Q^2 (L-l)^3}{3\pi^2 L^2 D^5}.$$

Te dwa równania dadzą nam ilości nieznanne l i y . Wyrugowawszy tę drugą otrzymujemy:

$$(1) \quad h = \frac{64b_1 Q^2}{3\pi^2 L^2 D^5} [l^3 - (L-l)^3].$$

Oznaczmy dla skrótowania:

$$\frac{64b_1 Q^2 L}{3\pi^2 D^5} = k',$$

gdzie k' jest, jak widzimy, stratą ciężenia całkowitą, w przypadku gdyby cała rura zasilana była wodą ze zbiornika A i dawała w przebiegu w sposób jednostajny objętość Q na sekundę, nie dając nic przez swe przecięcie końcowe (ustęp n. 59). Połóżmy nadto:

$$\frac{h}{k'} = \alpha, \quad \frac{l}{L} = \frac{1}{2} + x.$$

Wprowadziwszy wszystkie te nowe oznaczenia w równanie (1), otrzymamy naprzód:

$$\alpha = \frac{h}{k'} = \frac{l^3 - (L-l)^3}{L^3}$$

a następnie :

$$\alpha = \left(\frac{1}{2} + x\right)^3 - \left(\frac{1}{2} - x\right)^3,$$

albo inaczej :

$$(2) \quad x^3 + \frac{3}{4}x - \frac{\alpha}{2} = 0.$$

Ponieważ α jest koniecznie dodatne, widzimy przeto że równanie (2) nie ma wcale pierwiastków ujemnych i że ma tylko jeden pierwiastek dodatny; ażeby zaś ten pierwiastek odpowiadał zadaniu, potrzeba aby był mniejszy od $\frac{1}{2}$ gdyż $\frac{l}{L}$ musi być mniejsze od jedności. Wynika ztąd warunek konieczny i dostateczny możebności zadania :

$$(3) \quad \alpha < 1.$$

Istnienie tego warunku pojąć można łatwo *a priori*, gdyż jeżeli $\alpha < 1$, to $h > h'$ i woda wychodząca ze zbiornika A, zasiliwszy wszystkie otwory, dochodziłaby do punktu wejścia do zbiornika B, z poziomem piezometrycznym położonym wyżej niż powierzchnia wolna wody w zbiorniku, a zatem weszłaby wewnątrz zbiornika. Jeżeli warunek (3) jest wypełniony, to widzimy zresztą, że x powinno być większe od $\frac{\alpha}{2}$, gdyż kładąc $\frac{\alpha}{2}$ za x w równanie (2) otrzymalibyśmy wydatek ujemny; zatem x powinno być zawarte między granicami $\frac{\alpha}{2}$ i $\frac{1}{2}$, z których pierwsza jest koniecznie mniejsza od drugiej, jeżeli tylko zadanie, takie jak je postawiliśmy, jest możebne.

Ażeby rozwiązać równanie (2) w sposób praktyczny, p. Bresse

radzi utworzenie tablicy wartości, jakie przybiera funkcyja :

$$x^3 + \frac{3}{4}x,$$

skoro x się zmienia od $\frac{1}{100}$ do $\frac{1}{100}$ między granicami 0 i $\frac{1}{2}$; są to wartości $\frac{\alpha}{2}$ i tym sposobem tablica daje α ze znanego x . Przez interpolacye dojść można następnie do ułożenia tablicy dającej x , dla wartości α , od 0 do 1, co 0,02. Tablica ta, obliczona przez p. Bresse jest następująca :

α	x	α	x
0,00	0,000	0,52	0,308
0,02	0,013	0,54	0,317
0,04	0,027	0,56	0,327
0,06	0,040	0,58	0,336
0,08	0,053	0,60	0,345
0,10	0,066	0,62	0,354
0,12	0,079	0,64	0,363
0,14	0,092	0,66	0,372
0,16	0,105	0,68	0,380
0,18	0,118	0,70	0,388
0,20	0,130	0,72	0,397
0,22	0,143	0,74	0,405
0,24	0,155	0,76	0,413
0,26	0,167	0,78	0,421
0,28	0,179	0,80	0,428
0,30	0,191	0,82	0,436
0,32	0,202	0,84	0,444
0,34	0,214	0,86	0,451
0,36	0,225	0,88	0,458
0,38	0,236	0,90	0,465
0,40	0,247	0,92	0,473
0,42	0,257	0,94	0,480
0,44	0,268	0,96	0,486
0,46	0,278	0,98	0,493
0,48	0,288	1,00	0,500
0,50	0,298		

Wartości x w tej tablicy podane wyrazić można dość ściśle

wzorem :

$$x = \frac{1}{2}\alpha + \frac{3}{16}\alpha(1 - \alpha),$$

ale lepiej będzie i krócej posługiwać się w rachunkach tablicą.

Znalazłszy x , a zatem i l mieć będziemy odpowiednie wydatki $\frac{Ql}{L}$ i $\frac{Q(L-l)}{L}$ dwóch zbiorników A i B. Można by także otrzymać wzniesienia poziomu piezometrycznego dla różnych przecięć poprzecznych rury i przekonać się, jak to mówiliśmy wyżej (ustęp n. 55), czy ten poziom jest dostatecznie wzniesiony ponad odpowiadające otwory.

67. Oznaczenie średnic różnych części rury złożonej, z warunkiem najmniejszego nakładu pieniężnego. —

Weźmiemy tu pod uwagę rurę główną BCEF (fig. 41), wychodzącą ze zbiornika A i zasilającą w swym przebiegu różne rury podrzędne CG, EM, ... Dla skrócenia uważać tu tylko będziemy dwie pierwsze, ale rozwiązanie zadania z łatwością będzie mogło być rozszerzone do jakiegokolwiek liczby tych rur podrzędnych. Przypuszczamy że długości różnych części rury : BC, CG, CE, i ich wydatki na sekundę są znane ; że dane są także wzniesienia powierzchni wolnej wody w zbiorniku i otworów położonych w punktach G, M, F, a poddanych ciśnieniu powietrza otaczającego. Chodzi o oznaczenie średnic rur : BC, CG, CE, ... w ten sposób, aby dawały wskazane wydatki, a potrzebowały minimum nakładu pieniężnego, na zakup i położenie.

W rachunku jaki tu podajemy, a którego zasada wskazaną została po raz pierwszy przez p. Bresse (*), pominięte są wszystkie straty ciężenia nie pochodzące z tarcia o ściany.

(*) *Sur la détermination la plus avantageuse des diamètres d'un système de conduites à plusieurs branches.* (Patrz Belanger'a, Kurs litografowany Hydrauliki w Szkole Dróg i Mostów w Paryżu, str. 190.)

1° Wyrażając że każda z rur wydaje oznaczoną objętość wody przy odpowiadającej stracie ciśnienia, obliczonej w funkcji nieznanych pomocniczych y i y' :

$$(1) \quad y = \frac{64b_1 Q^2 L}{\pi^2 D^5},$$

$$(2) \quad h - y = \frac{64b_1 q^2 l}{\pi^2 d^5},$$

$$(3) \quad y' - y = \frac{64b_1 Q'^2 L'}{\pi^2 D'^5},$$

$$(4) \quad h - y' = \frac{64b_1 q'^2 l'}{\pi^2 d'^5},$$

$$(5) \quad H - y' = \frac{64b_1 Q''^2 L''}{\pi^2 D''^5},$$

2°. Wyrażając warunek najmniejszego nakładu pieniężnego (ustęp n. 63):

$$(6) \quad \frac{D^6}{Q^2} - \frac{d^6}{q^2} - \frac{D'^6}{Q'^2} = 0,$$

$$(7) \quad \frac{D^6}{Q^2} - \frac{d^6}{q^2} - \frac{D''^6}{Q''^2} = 0;$$

Mamy więc razem siedem równań między pięcioma nieznanymi zadania: D, D', D'', d, d' i dwiema nieznanymi pomocniczymi y i y' .

Ten system równań rozwiązuje się przez próby. Przypuściwszy pewną wartość na y , za pomocą równań (2) i (1) otrzymamy D i d , poczem równanie (6) da D' . Z pomocą D' obliczamy $y' - y$, rozwiązując równanie (3) i tym sposobem mieć będziemy y' . Tę ostatnią wartość wstawimy w równania (4) i (5) otrzymamy d i D'' , które razem z otrzymaną już wartością D' powinny sprawdzić równanie (7). Jeżeli go nie sprawdzają, należy rozpocząć rachunek wzięwszy nową wartość na y .

Rachunek ten ułatwić może nasza tablica, podana w ustępie n. 52, która jak widzieliśmy, daje wartości D odpowiadające wartościom ilorazu :

$$\frac{J}{Q^2} = \frac{64b_1}{\pi^2 D^5}.$$

Dowiedziemy teraz, że zawsze istnieje system wartości na ilości nieznane, czyniący zadość wszystkim równaniom zadania, tak że co dopiero wskazane próby doprowadzą koniecznie do znalezienia szukanych wypadków.

I rzeczywiście, przypuścimy że próbujemy naprzód wartości

$$y = 0;$$

znajdziemy wtedy kolejno :

$$D = \infty,$$

d = ilości skończonej,

$$D' = \infty,$$

$$y' = y = 0,$$

d' = ilości skończonej,

D'' = ilości skończonej;

tak więc pierwsza strona równania (7) będzie równa ilości nieskończenie wielkiej ze znakiem dodatnim. Spróbujmy następnie wartości y , sprowadzającej do zera różnicę :

$$\frac{D^6}{Q^2} - \frac{d^6}{q^2}$$

albo ilość do niej proporcjonalną, na mocy tego co powiedzieliśmy w ustępie n. 63 :

$$L^{\frac{6}{5}} Q^{\frac{2}{5}} y^{-\frac{6}{5}} - l^{\frac{6}{5}} q^{\frac{2}{5}} (h-y)^{-\frac{6}{5}};$$

zatem y powinno w tym przypadku uczynić zadość równaniu :

$$\left(\frac{L^3 Q}{y_1^3}\right)^{\frac{2}{5}} = \left(\frac{l^3 q}{(h - y_1)^3}\right)^{\frac{2}{5}},$$

z którego otrzymujemy :

$$\frac{y_1}{h - y_1} = \frac{L\sqrt[5]{Q}}{l\sqrt[5]{q}},$$

a następnie :

$$y_1 = \frac{hL\sqrt[5]{Q}}{L\sqrt[5]{Q} + l\sqrt[5]{q}}.$$

Mamy zatem $y_1 < h$, czyli wartość możebną na y , zawartą między granicami 0 i h . Probując tę wartość y_1 , otrzymamy D i d skończone, $\frac{D^6}{Q^2} = 0$ (czyli $D' = 0$), $y' - y_1 = \infty$. Z drugiej strony widzimy z równań (1) i (2), że D się pomniejsza a d powiększa, skoro y rośnie od 0 do y_1 ; zatem wyrażenie

$$\frac{D^6}{Q^2} = \frac{D^6}{Q^2} - \frac{d^6}{q^2}$$

naprzód nieskończenie wielkie dla $y = 0$, zmniejsza się następnie w sposób ciągły, podczas gdy przeciwnie $y' - y$ i y' powiększają się od 0 do ∞ . Istnieje zatem pewna wartość y_2 zmiennej y , mniejsza od y_1 i taka że probując ją otrzymamy y' równe mniejszej z dwóch wysokości h i H . Jedna ze średnic d' lub D'' będzie wtedy nieskończenie wielka, a druga pozostanie skończoną, podobnie jak i D'' . Zatem pierwsza strona równania (7) będzie równa ilości nieskończenie wielkiej odjemnej. Tak więc ta pierwsza strona równania (7) zmienia się między $+\infty$ a $-\infty$, skoro y przechodzi od 0 do y_2 ; i między temi granicami istnieje wartość y mogąca ją sprowadzić do zera. Wartość ta jest tylko jedna, gdyż skoro y się powiększa, $y' - y$ i y' rosną także, a na mocy równań (3), (4) i (5), D' maleje a d' i D'' rosną i równanie (7) nie jest sprawdzone.

Zauważyć można, że skoro y wzrasta od zera do y_2 , a y' powiększa się jednocześnie, jak co dopiero widzieliśmy, to poziomy piezometryczne w punktach C i H obniżają się oba razem. Że zaś dla $y = y_2$, poziomy te są już dostatecznie wzniesione aby leżeć, pierwszy ponad G' a drugi ponad M' i F'; toż samo będzie miało miejsce *a fortiori* dla wartości y , mniejszej od y_2 a czyniącej zadość równaniom zadania. Tak więc rachunek da nam, w każdej części rury głównej lub podrzędnej, poziom piezometryczny obniżający się w kierunku biegu wody, co pokazuje że wypadki nie będą w sprzeczności z fizycznymi danymi zadania. Przytrafić się może jednak, że w skutku nierówności gruntu, na którym rury są położone, linia ciężenia leży na pewnej przestrzeni pod osią rury; o czem przekonać się można łatwo, znając wzniesienia poziomów piezometrycznych na początku i na końcu każdej rury. Okoliczności tej unikać należy w praktyce, gdyż skoro linia ciężenia leży pod osią rury, wtedy wysokość odpowiadająca ciśnieniu $\frac{p}{\Pi}$ (ustęp n. 43) a za

tem i ciśnienie, są odjemne albo przynajmniej mniejsze od $\frac{p_0}{\Pi}$ i p_0 to jest od wysokości odpowiadającej ciśnieniu atmosferycznemu i od tegoż ciśnienia. W podobnym zaś razie powietrze rozpuszczone w wodzie się wydziela, ciągłość biegu jest przerwana a nadto woda pozbawiona powietrza jest mniej zdrowa a tem samem mniej odpowiednia jako napój. Jeżeli zatem, w przypadku jaki tu traktujemy, rachunek wykazałby linią ciężenia położoną pod osią rury, to jego wypadków nie możnaby przyjąć; coby w tym uczynić należało, trudno jest wskazać w sposób ogólny; zależeć to będzie od szczególnych przypadków. Trudność ta jednak znika, jeżeli przekrój podłużny rury jest taki, że można przewidzieć *a priori*, w którym miejscu ciśnienie stanie się mniejsze od ciśnienia atmosferycznego. Wtedy bowiem, wzięwszy wzniesienie poziomu piezometrycznego równe wzniesieniu osi rury w tym punkcie,

czyli przyjąwszy że ten poziom zchodzi się w punkcie uważanym z osią rury; podzielilibyśmy rurę na dwie części położone z obu stron tego punktu i poszukiwalibyśmy dla każdej części osobno, średnic odpowiadających warunkowi najmniejszego nakładu pieniężnego.

Zadanie powyższe, uważane w całej swej ogólności, upraszcza się znacznie, skoro rury podrzędne są małej wagi, tak że można robić oszczędności tylko na rurze głównej. Należy wtedy w równaniach (6) i (7) opuścić wyrazy zawierające d i d' , co nam da :

$$(8) \quad \frac{D^6}{Q^2} = \frac{D'^6}{Q'^2} = \frac{D''^6}{Q''^2},$$

albo

$$(9) \quad \frac{D}{\sqrt[3]{Q}} = \frac{D'}{\sqrt[3]{Q'}} = \frac{D''}{\sqrt[3]{Q''}}.$$

Wyciągnąwszy z równań (1), (3), (5), wartości stosunków :

$$\frac{D^5}{Q^2}, \quad \frac{D'^5}{Q'^2}, \quad \frac{D''^5}{Q''^2},$$

i wstawiwszy je w równania (8), otrzymamy niebiorąc pod uwagę słabych zmian współczynnika b_1 w funkcji średnicy :

$$\frac{DL}{y} = \frac{D'L'}{y' - y} = \frac{D''L''}{H - y'},$$

albo jeszcze, mając wzgląd na równania (9) :

$$\frac{L\sqrt[3]{Q}}{y} = \frac{L'\sqrt[3]{Q'}}{y' - y} = \frac{L''\sqrt[3]{Q''}}{H - y'}$$

czyli że w rurze głównej, strata ciężenia na jednostce długości jest proporcjonalna do pierwiastku sześciennego z wydatku.

Z równań tych otrzymujemy :

$$y = H \frac{L\sqrt[3]{Q}}{L\sqrt[3]{Q} + L'\sqrt[3]{Q'} + L''\sqrt[3]{Q''}},$$

$$y' = y + H \frac{L\sqrt[5]{Q}}{L\sqrt[3]{Q} + L'\sqrt[3]{Q'} + L''\sqrt[3]{Q''}},$$

i zadanie rozwiązane być może bez robienia prób liczebnych, wyjąwszy tylko przypadek, w którymby linia ciśnienia wypadła pod osiǳ rur.

68. Przykłady praktyczne tyczące się rur złożonych. — Dla objaśnienia metod w poprzednich ustępach wskazanych rozwiążemy tu kilka zadań liczebnych, często przytrafiających się w praktyce wodociągów.

PRZYKŁAD I. — Jaka będzie średnica rury jedynej, mającej równoważyć co do wydatku, trzy rury teźże samej długości, których średnice są :

$$d = 0^m,20, \quad d' = 0^m,30, \quad d'' = 0^m,40.$$

Widzieliśmy (ustęp n. 64), że mając pewną liczbę rur, dla których strata ciśnienia całkowita jest jedna i ta sama, można wydać teź samą objętość wody, przy teźże stracie ciśnienia, z pomocą jednej rury takiej, że pierwiastek kwadratowy z ilorazu piątej potęgi ze średnicy przez długość rury, jest równy summie podobnych ilości dla rur danych. Mamy zatem :

$$\sqrt{\frac{D^5}{L}} = \sqrt{\frac{d^5}{l}} + \sqrt{\frac{d'^5}{l'}} + \sqrt{\frac{d''^5}{l''}},$$

a że w naszym przykładzie, rura nowa ma mieć teź samą długość co i każda z trzech rur pierwotnych, przeto :

$$L = l = l' = l''$$

i

$$\sqrt{D^5} = \sqrt{d^5} + \sqrt{d'^5} + \sqrt{d''^5}.$$

Tablica podana w ustępie n. 60 daje nam natychmiast te pierwiastki piątych potęg średnicy i mamy :

$$\sqrt{D^5} = 0,0179 + 0,0495 + 0,1012 = 0,1686,$$

a taż sama tablica pokazuje, że odpowiadająca wartość D jest zawarta między $0^m,49$ a $0^m,50$. Zatem możemy dać rurze nowej średnicę :

$$D = 0^m,50.$$

PRZYKŁAD II. — Jaka będzie średnica rury 1300 metrów długiej a mającej zastąpić trzy rury, których średnice i długości są następujące :

$$l = 1000^m, \quad d = 0^m,20,$$

$$l' = 1500^m, \quad d' = 0^m,30,$$

$$l'' = 1200^m, \quad d'' = 0^m,40.$$

Na mocy powyższych zasad (ustęp n. 64) mamy :

$$\sqrt{D^5} = \sqrt{L} \left\{ \frac{\sqrt{d^5}}{\sqrt{l}} + \frac{\sqrt{d'^5}}{\sqrt{l'}} + \frac{\sqrt{d''^5}}{\sqrt{l''}} \right\}.$$

L jest równe 1300^m , pierwiastki piątych potęg średnic znajdziemy w tablicy (ustęp n. 60) i mieć będziemy :

$$\sqrt{D^5} = \sqrt{1300} \left\{ \frac{0,0179}{31,6} + \frac{0,0495}{38,7} + \frac{0,1012}{34,6} \right\} = 0,172.$$

Taż sama tablica daje średnicę D zawartą między $0^m,49$ a $0^m,50$.

PRZYKŁAD III. — Jaki będzie wydatek, przy stracie ciężenia całkowitej 17 metrów, systemu trzech rur, złożonego jak następuje :

Pierwsza rura ma $0^m,25$ średnicy a 3300 metrów długości ; druga składa się z dwóch części : pierwsza 3800^m długa ma

0^m,40 średnicy a druga położona w przedłużeniu pierwszej, 750^m długości a 0^m,30 średnicy.

Te dwie rury biorące początek w jednym i tym samym zbiorniku wyższym, zchodzą się w jednym punkcie, a poza tym punktem przedłużenie ich stanowi jedna rura, 0^m,30 średnicy a 3200^m długości, prowadząca wodę do zbiornika niższego.

Dwie różne części drugiej rury zastąpić można na tejże samej długości rurą o stałej średnicy. Długość tej nowej rury jest :

$$\lambda = 3800^m + 750^m = 4550^m;$$

a średnica dana jest (ustęp n. 57) wzorem :

$$\frac{\lambda}{\delta^5} = \frac{l}{d^5} + \frac{l'}{d'^5},$$

w którym

$$\lambda = 4550^m, \quad d = 0^m,40, \quad d' = 0^m,30, \quad l = 3800^m, \quad l' = 750^m.$$

Ztąd:

$$\frac{4}{\delta^5} = \frac{3800 \times 98 + 750 \times 417}{4550} = 150,72.$$

Tablica podana w ustępie n. 60 ułatwia ten rachunek i daje :

$$\delta = 0^m,37.$$

Tak więc mamy teraz dwie rury, każda o stałej średnicy, wychodzące z jednego i tegoż samego zbiornika i zchodzące się w jednym punkcie. Jak widzieliśmy (ustęp n. 64) można je zastąpić rurą jedyną, której średnica i długość związane są ze średnicami i długościami rur poprzednich, związkiem :

$$\frac{\sqrt{\delta^5}}{\sqrt{\lambda}} = \frac{\sqrt{(0,25)^5}}{\sqrt{3300}} + \frac{\sqrt{(0,37)^5}}{\sqrt{4550}}.$$

Wziąwszy długość nowej rury równą długości pierwszej z dwóch rur pierwotnych, czyli $\lambda' = 3300^m$, otrzymamy :

$$\sqrt{\delta'^5} = 0,40336,$$

a tablica da nam :

$$\delta = 0^m,40.$$

Zatem dany system rur zastąpić można co do wydatku rurą jedną, której średnica jest :

$$0^m,40 \text{ na długości } 3300^m,$$

$$0^m,30 \text{ na długości } 3200^m;$$

a tę rurę można znów zastąpić rurą o stałej średnicy δ'' , danej równaniem :

$$\frac{3300 + 3200}{\delta''^5} = \frac{3300}{(0,40)^5} + \frac{3200}{(0,30)^5},$$

z którego

$$\frac{1}{\delta''^5} = \frac{1651400}{6500} = 254,$$

a

$$\delta''^5 = 0^m,33.$$

Mając wydatek tej ostatniej rury przy danej stracie ciężenia całkowitej 17^m , mieć będziemy szukany wydatek systemu rur. Zaś wydatek ostatniej rury znajdziemy wiadomym sposobem, szukając w naszej tablicy (ustęp n. 52) wartości ilorazu $\frac{J}{Q^2}$ odpowiadającej wartości $D = 0,33$. Znajdziemy tam :

$$\frac{J}{Q^2} = 0,9050$$

a że

$$J = \frac{17}{6500} = 0^m,00263,$$

więc

$$Q^2 = \frac{0,00265}{0,905} = 0,002928$$

a

$$Q = 0^{\text{ms}},054.$$

Zatem szukany wydatek systemu będzie 54 litrów na sekundę.

Gdybyśmy chcieli otrzymać wydatek jednej z dwóch gałęzi biorących swój początek w zbiorniku wyższym, na przykład pierwszej, której średnica jest $0^{\text{m}},25$, trzeba by najprzód obliczyć stratę ciężenia całkowitą odpowiadającą wydatkowi $0^{\text{ms}},054$ w rurze mającej $0^{\text{m}},30$ średnicy a 3200^{m} długości; tę stratę ciężenia odjąć następnie od straty ciężenia całkowitej systemu, to jest od 17^{m} , a otrzymalibyśmy stratę ciężenia odpowiadającą uważanej gałęzi. Mając tę stratę ciężenia i średnicę łatwo będzie znaleźć wydatek. Strata ciężenia całkowita odpowiadająca rurze $0^{\text{m}},30$ średnicy, 3200^{m} długości, a dającej $0^{\text{ms}},54$ wody na sekundę będzie równa:

$$3200 \times J$$

a tablica ustępu n. 52 da nam dla średnicy $0^{\text{m}},30$:

$$\frac{J}{Q^2} = 1,468,$$

zkaąd

$$J = 1,468 \times Q^2 = 1,468 \times (0,054)^2 = 0,00428$$

a szukana strata ciężenia będzie równa $13^{\text{m}},70$. Odejmując ją od 17^{m} otrzymamy stratę ciężenia całkowitą odpowiadającą uważanej gałęzi, równą $3^{\text{m}},30$. Wydatek więc gałęzi, której średnica jest $0^{\text{m}},25$ a długość 3300^{m} , znajdziemy szukając w tablicy wartości ilorazu $\frac{J}{Q^2}$ odpowiadającej $D = 0^{\text{m}},25$. Tablica daje:

$$\frac{J}{Q^2} = 3,710,$$

a że

$$J = \frac{3,30}{3300} = 0,001,$$

więc

$$Q^2 = \frac{0,001}{3,71} = 0,000269,$$

zład

$$Q = 0,0164.$$

Wydatek drugiej gałęzi znajdziemy odejmując od całkowitego wydatku systemu, wydatek gałęzi pierwszej. Jest on zatem równy:

$$0,054 - 0,0164 = 0^{\text{ms}},376.$$

PRZYKŁAD IV. — Rura 3800 metrów długa a mająca średnicę równą $0^{\text{m}},35$, zasilana jest z obu końców dwoma zbiornikami, których różnica poziomów jest $5^{\text{m}},70$. Rura ta wydaje jednostajnie w przebiegu $0^{\text{ms}},20$ wody na sekundę. Pytanie, w jakiej odległości od zbiornika wyższego będzie miał miejsce podział wody?

Jest to zadanie traktowane w ustępie n. 66, w którym:

$$h = 5,70, \quad Q = 0^{\text{ms}},200, \quad L = 3800^{\text{m}}, \quad D = 0^{\text{m}},35.$$

Mamy zatem:

$$\begin{aligned} h &= \frac{64b_1 Q^2 L}{3\pi^2 D^5} = \frac{1}{3} \times 0,004053 \frac{Q^2 L}{D^5} \\ &= \frac{1}{3} \times 0,004053 \times 0,04 \times 3800 \times 190,39 = 39,10, \end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{h}{h'} = \frac{57}{391} = 0,12.$$

Tablica da nam:

$$x = 0,079,$$

a że

$$\frac{l}{L} = \frac{1}{2} + x = 0,579,$$

przeto

$$l = 0,579L = 2200^m$$

i podział wody będzie miał miejsce w odległości 2200^m od zbiornika wyższego.

Wydatki obu zbiorników są :

$$\frac{Ql}{L} = 0,200 \times 0,579 = 0^{ms},4158,$$

$$\frac{Q(L-l)}{L} = 0,42 \times 0,200 = 0^{ms},084$$

a ich summa jest równa wydatkowi jednostajnemu w przebiegu całej rury to jest 20 litrom na sekundę.

69. Najekonomiczniejsza średnica rury pojedynczej w pewnym szczególnym przypadku. — Weźmiemy tu pod uwagę rurę walcową pojedynczą długości L , do której maszyna parowa wpycha objętość wody Q na sekundę. Ta woda prowadzona jest rurą do pewnego zbiornika, położonego na wysokości H . Idzie o oznaczenie średnicy rury z warunkiem najmniejszego nakładu pieniędzy.

Oznaczamy przez :

- f , cenę średnią konia parowego wraz z kapitałem przedstawiającym wydatek na węgiel i utrzymanie maszyny w ciągu jednego roku ;
- f' , cenę jednostki długości rury położonej na miejscu przeznaczenia, dla średnicy równej jedności ;
- N , liczbę koni parowych maszyny ;
- D , szukaną średnicę rury ;

P, koszt całkowity wodociągu, powiększony kapitałem przedstawiającym wydatki eksploatacy i utrzymania, czyli innymi słowy :

$$P = Nf + DLf''.$$

Im mniejszą brać będziemy średnicę rury, tem większe będzie tarcie; gdyż we wzorze p. Darcy współczynnik b_1 wzrasta w miarę zmniejszania się średnicy, a co ważniejsza, dla jednego i tegoż samego wydatku rury i straty ciężenia, prędkość wzrasta w miarę tego jak średnica maleje, a zatem tarcie $b_1 U^2$ się powiększa. Zatem im rura mniejszą mieć będzie średnicę, tem maszyna parowa musi być potężniejszą, czyli N jest większe. Że zaś P zależy od D i od N , z których skoro się pierwsze zmniejsza, to drugie się powiększa, zatem istnieje pewna wartość D , dla której P jest minimum. Tę wartość D należy właśnie nam znaleźć.

W tym celu należy w wyrażenie na P wstawić wartości D i N w funkeyi prędkości U . Wzór na wydatek daje :

$$Q = \frac{1}{4} \pi D^2 U,$$

zkuąd

$$D = 2 \sqrt{\frac{Q}{\pi U}}.$$

Praca użyteczna pomp włączających wodę do rury, w przeciągu jednej sekundy składa się z dwóch części :

1) pracy odpowiadającej podnoszeniu wody a równej ΠQH , jeżeli przez Π oznaczymy ciężar jednostki objętości wody ;

2) pracy tarcia wody o ściany rury, równej tarciu na całej długości rury, pomnożonemu przez prędkość, to jest

$$f(U) \times \pi DL \times U ;$$

a że

$$f(U) = \Pi\varphi(U) = \Pi b_1 U^2,$$

więc praca tarcia będzie równa :

$$\begin{aligned} \pi D \cdot \Pi b_1 U^3 \cdot L &= 2\pi \sqrt{\frac{Q}{\pi U}} \times \Pi b_1 U^3 L \\ &= 2\Pi \sqrt{\pi Q} b_1 L U^{\frac{5}{2}}. \end{aligned}$$

Jeżeli zatem oznaczymy przez m skutek maszyny, to jest stosunek pracy użytecznej do pracy bezwzględnej, to praca całkowita, jaką ma wydać maszyna parowa, będzie równa :

$$\frac{\Pi}{m} (2\sqrt{\pi Q} b_1 L U^{\frac{5}{2}} + QH),$$

a liczbę koni parowych N otrzymamy dzieląc ostatnie wyrażenie przez 75.

Wstawiając powyższe wartości D i N w wyrażenie na P , otrzymamy :

$$P = \frac{\Pi f}{75m} 2\sqrt{\pi Q} b_1 L U^{\frac{5}{2}} + \frac{\Pi f}{75m} QH + 2L f' \sqrt{\frac{Q}{\pi U}};$$

a minimum P znajdziemy przyrównując do zera pochodną

na $\frac{dP}{dU}$:

$$\frac{\Pi f}{75m} 2\sqrt{\pi Q} b_1 L \frac{5}{2} U^{\frac{3}{2}} - L f' \sqrt{\frac{Q}{\pi}} \frac{1}{U^{\frac{3}{2}}} = 0,$$

zkaąd

$$U^3 = \frac{1}{5} \frac{L f' \sqrt{\frac{Q}{\pi}}}{\frac{\Pi f}{75m} \sqrt{\pi Q} b_1 L} = \frac{f'}{f} \cdot \frac{15m}{\pi \Pi b_1}.$$

Znając U będziemy mogli obliczyć D i N . Wzór powyższy pokazuje, że oznaczenie najstosowniejszej prędkości zależy tylko od cen f i f' i od skutku maszyny.

Przypuśćmy naprzykład, że maszyna parowa zużywa korzystnie 0,60 pracy bezwzględnej; że spala 4 kilogramy węgla na godzinę i na jednego konia parowego; i że jest w ruchu codziennie przez osiem godzin. Cenę maszyny przyjmijmy 800 franków na jednego konia parowego, a cenę węgla 35 franków 1000 kilogramów. Będziemy mogli obliczyć wydatek odnoszący się do maszyny w sposób następujący:

Wydatek roczny na jednego konia parowego składa się z dwóch części:

$$\begin{array}{r} \text{Węgiel: } 4^k \times 0^l, 035 \times 8^g \times 365^d, 25 = 409,08 \\ \text{Utrzymanie i reperacja} \qquad \qquad \qquad 50,92 \\ \text{Razem} \qquad \qquad \qquad \underline{460^f,00} \end{array}$$

Ten wydatek roczny zkapitalizowany na 4,5 0/0 przedstawia wydatek jednoroczny 10222^f,22 do którego dodawszy koszt zakupienia maszyny i zaokrągliwszy cyfry, otrzymamy:

$$f = 11050^f.$$

Cena rur na jednostkę średnicy jest jak widzieliśmy (ustęp n. 63):

$$f' = 100^f;$$

a że nadto:

$$m = 0,60,$$

$$\pi = 3,14,$$

$$H = 1000,$$

$$b_1 = (\text{średnio}) 0,000530,$$

przeto

$$U^3 = \frac{100}{11050} \times \frac{15 \times 0,60}{3,14 \times 1000 \times 0,00053} = 0,05,$$

zkąd

$$U = 0^m,371.$$

Średnicę D otrzymamy z równania :

$$D = 2 \sqrt{\frac{Q}{\pi U}}.$$

Równanie to pokazuje, że ponieważ U jest niezależne od Q , można przeto położyć :

$$R - D = \theta \sqrt{Q},$$

oznaczając przez θ liczbę równą :

$$\frac{2}{\sqrt{\pi U}} = \sqrt{\frac{4}{\pi \sqrt[3]{\frac{f''}{f}} \times \frac{45m}{\pi 11b_1}}} = \sqrt[6]{\frac{f}{f'm}} \times \text{ilość stała}.$$

A że w praktyce $f'm$ jest zawsze znacznie mniejsze od f , ale stosunek $\frac{f}{f'm}$ pozostaje zawarty między pewnymi granicami; pierwiastki szóstego stopnia z tych granic mało się różnią między sobą i współczynnik θ zmienia się bardzo mało, pomimo zmian prędkości U . To też p. Bresse podał wzór :

$$D = 1,50 \sqrt{Q},$$

który można stosować we wszystkich przypadkach. D wyrażone jest w metrach a wydatek Q w metrach sześciennych na sekundę.

70. Rura łącząca dwie części kanału. — Skoro kanał prowadzący wodę z jednego miejsca na drugie ma przechodzić przez dolinę, łączy się dwie jego części przerwane z obu stron doliny albo za pomocą *mostu wodociągowego* (pont aqueduc), to jest mostu noszącego na sobie koryto kanału, murowane lub żelazne; albo też, co jest nierównie tańsze, przez pośrednictwo rury, położonej wzdłuż spadku pagórków, zchodzącej

na dół i podnoszącej się następnie do góry, razem z przekrojem poprzecznym doliny (fig 42). Jeżeli w głębi doliny płynie rzeka, wtedy rura unoszona jest ponad nią za pomocą specjalnego mostu, zwanego *mostem-syfonem* (pont-siphon). Wydatek

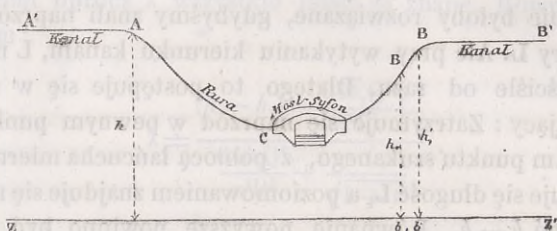


Fig. 42.

rury Q jest znany, również jak i średnica D , ale chodzi o to, na jakiej wysokości mieścić należy początek kanału po stronie punktu B aby otrzymać wydatek Q . Wzniesienie h punktu A jest dane a szukamy wzniesienia h_1' punktu B .

Jeżeli L jest długość rury, mamy wtedy stratę ciśnienia na jednostce długości :

$$J = \frac{h - h_1'}{L}$$

a prędkość wody w rurze :

$$U = \frac{Q}{\frac{1}{4} \pi D^2},$$

i według wzoru p. Darcy otrzymujemy :

$$\frac{1}{4} D \frac{h - h_1'}{L} = b_1 \frac{Q^2}{16 \pi^2 D^5},$$

z którego :

$$\frac{h - h_1'}{U} = \frac{64 b_1 Q^2}{\pi^2 D^5}$$

a

$$h - h_1' = \frac{64b_1 Q^2 L}{\pi^2 D^5}.$$

Zadanie byłoby rozwiązane, gdybyśmy znali naprzód długość rury L . Ale przy wytykaniu kierunku kanału, L nie jest znane ściśle od razu. Dlatego to postępuje się w sposób następujący: Zatrzymuje się naprzód w pewnym punkcie B_1 sąsiednim punktu szukanego, z pomocą łańcucha mierniczego otrzymuje się długość L_1 a poziomowaniem znajduje się różnicę wzniesień $h - h_1$. Równanie powyższe powinno być sprawdzone po wstawieniu tych wartości, ale zwykle tak nie jest. Można jednak poprawić ściśle i odrazu położenie punktu B_1 i znaleźć tym sposobem położenie szukanego punktu B , jeżeli część pagórka, na której te punkty są położone, ma mniej więcej stałą pochyłość, co się zdarza prawie zawsze.

I rzeczywiście, niech będzie i pochyłość pagórka na jednostce długości, którą oznaczyć można ściśle przez pomiary łańcuchowe i poziomowanie. Oznaczmy przez λ długość, jaką należy dodać do L_1 aby otrzymać ściśłą długość rury L . Rzucając λ na oś pionową, otrzymamy różnicę $h_1' - h_1$ którą należy dodać do znanej wysokości h_1 aby otrzymać szukane wzniesienie ściśle h_1' punktu B . Mamy zatem :

$$h_1' - h_1 = \frac{\lambda i}{\sqrt{1 + i^2}},$$

a kładąc w powyższe równanie :

$$h - h_1' = h - h_1 - (h_1' - h_1) = h - h_1 - \frac{\lambda i}{\sqrt{1 + i^2}}$$

i

$$L = L_1 + \lambda,$$

otrzymamy równanie :

$$h - h_1 - \frac{\lambda i}{\sqrt{1 + i^2}} = \frac{64b_1 Q^2}{\pi^3 D^5} (L_1 + \lambda),$$

w którym oprócz λ wszystkie ilości są znane. Równanie to da nam :

$$\lambda = \frac{(h - h_1) - \frac{64b_1 Q^2}{\pi^3 D^5} L_1}{\frac{64b_1 Q^2}{\pi^3 D^5} + \frac{i}{\sqrt{1 + i^2}}}.$$

Tak więc pomiary i poziomowanie robione w celu otrzymania wartości przybliżonych L i $h - h_1'$, doprowadzą do ścisłego poprawienia tychże wartości, byle tylko spadek i powierzchni pagórka był jednostajny.

Pamiętać trzeba tylko, że łańcuchowanie winno się odbywać wzdłuż powierzchni gruntu, a nie wzdłuż poziomej, gdyż długości uważane liczone są z uwzględnieniem wszelkich nierówności tejże powierzchni.

71. Straty ciężenia podrzędne. — Mówiąc w poprzednich ustępach o biegu wody w rurach pojedynczych lub złożonych, braliśmy zwykle pod uwagę samą tylko stratę ciężenia wynikłą z tarcia, która znacznie przewyższając wszystkie inne, najgłówniejszą odgrywa rolę i z pominięciem innych wprowadzona jest w rachunek w praktyce. Nie możemy jednak zamknąć tej Księgi, bez wskazania w jaki sposób wszystkie straty ciężenia podrzędne mogą być ocenione; bo mając raz ich wartość, łatwo je jest wprowadzić w rachunek i poprawić otrzymane wypadki, jak o tem powyżej w wielu miejscach wspominaliśmy.

Co się tyczy rur pojedynczych, straty ciężenia podrzędne spowodowane być mogą przez zagięcia lub zwężenia. Zagięcie rury ma miejsce przy zmianie kierunku jej osi i mierzy się

wielkością kąta, jaki nowy kierunek osi czyni z dawnym. Skoro ciało jakiegokolwiek wprowadzone jest w ruch w pewnym kierunku prostoliniowym i ten kierunek ulega naglej zmianie, to ciało traci część swej prędkości, przedstawioną przez wstawę odwrotną kąta, jaki tworzą dwa kierunki. Jeżeli w swym ruchu ciało bieży wzdłuż pewnej krzywej, to jakkolwiek w każdej chwili zmienia kierunek, jednak strata prędkości jest przy każdej z tych zmian nieskończenie małą drugiego rzędu i w summie da ilość nieskończenie małą rzędu pierwszego, która może być pominięta w obec ilości skończonych. Innemi słowy, ciało biegnące, naprzód wzdłuż prostej, a następnie wzdłuż krzywej, do której ta prosta jest styczną, w całym tym biegu nie traci nic na prędkości. Zdawałoby się zatem mogło, że jeżeli zagięcie rury jest stosownie zaokrąglone, jakakolwiek byłaby zresztą natura krzywej przez oś rury utworzonej, to ciecz biedz będzie ściśle wzdłuż krzywizny, niedoznając żadnej straty prędkości i żadnego oporu. Inaczej rzecz się ma jednak w rzeczywistości. Częsteczki cieczy nie są zależne jedne od drugich i jeżeliby nawet te które dotykają ścian rury biegły ściśle wzdłuż krzywizny, to inne biegnąc w kierunku prostoliniowym spotykają przeciwległą ścianę rury i uderzają albo wprost o nią, albo o cząsteczki oddzielające je od tej ściany, i to pod kątem, który może być dość znacznym. Z tego wzajemnego działania cząsteczek wynika wzburzenie, strata prędkości a ztąd i strata ciężenia.

Jeżeli zmiana kierunku osi rury ma miejsce bez pośrednictwa krzywej łączącej dwa kierunki prostoliniowe tejże osi, zagięcie takie nazwiemy *katowem*. Rzadko się ono przytrafia w praktyce, gdzie też i unikać go należy, z powodu znacznej straty ciężenia, jaką wywołuje.

Rennie (*) mierząc wydatek rury 4^m,57 długiej a 0^m,0127 średnicy, pod ciężeniem 4^m,22 na początku rury, znalazł wydatki na minutę następujące :

(*) *Philosophical transactions of the royal Society of London.* 1831.

- 1) w przypadku rury prostolinijnej : $0^{\text{ms}},01188$;
- 2) w przypadku rury z jednym zagięciem pod kątem prostym : $0^{\text{ms}},00944$;
- 3) w przypadku rury z dwudziestoma czterema takiemiż zagięciami : $0^{\text{ms}},00430$.

Ażeby w drugim i trzecim przypadku otrzymać ten sam wydatek co w pierwszym, należałoby zamiast ciężenia $1^{\text{m}},22$ wziąć odpowiednio $1^{\text{m}},93$ i $9^{\text{m}},31$. Zatem strata ciężenia wynika z zagięć kątowych jest w pierwszym przypadku $0^{\text{m}},71$ a w drugim $8^{\text{m}},09$; to jest w przypadku 24 zagięć, 41,4 razy większa niż w przypadku jednego i tegoż samego zagięcia i nie jest proporcjonalna do ich liczby, jak to stwierdził także dla powietrza d'Aubuisson, sprzecznie z mylnem przypuszczeniem Dubuat'a. Ten ostatni wniósł bowiem ze swych doświadczeń i streścił wzorem, że opór zagięć jest proporcjonalny do kwadratu z prędkości, do liczby kątów i do summy kwadratów z ich wstaw.

W praktyce, ponieważ zagięcia są zwykle dość oddalone jedne od drugich, można w przybliżeniu przyjąć albo wzór jaki postawił Dubuat, albo lepiej jeszcze wzór wywiedziony przez Weisbach'a. Oznaczając stratę ciężenia spowodowaną przez jedno zagięcie :

$$\xi = \alpha \frac{U^2}{2g},$$

mieć będziemy według Weisbach'a (*)

$$\alpha = 0,9457 \sin^2 \delta + 2,047 \sin \delta^4,$$

gdzie δ jest połową kąta jaki jeden kierunek prostolinijny osi rury, tworzy z przedłużeniem drugiego.

Toż samo co powiedzieliśmy o zagięciach kątowych stosuje

(*) *Mechanika teoretyczna WEISBACH'A w tłómaczeniu polskiem, 675.*

się i do zagięć *łukowych*, to jest takich, gdzie dwa kierunki prostolinijne są połączone pewną krzywą, a najczęściej łukiem koła. Strata ciężenia jest tu znacznie mniejsza jak poprzednio, ale zarówno nie zależy od liczby zagięć, zwłaszcza jeżeli te są blizkie jedne drugich. W praktyce jednak używać można wzór następujący, jaki Weisbach wywodził z doświadczeń Dubuat'a i własnych :

$$\xi = \beta \frac{U^2}{2g},$$

w którym dla rur z przecięciem kołowym :

$$\beta = 0,131 + 1,847 \left(\frac{a}{r} \right)^{\frac{7}{2}},$$

gdzie a jest równe promieniowi rury, a r promieniowi łuku łączącego dwa kierunki prostolinijne osi. Inaczej :

$$\beta = 1,131 + 1847 \left(\frac{D}{2r} \right)^{\frac{7}{2}},$$

gdzie D oznacza, jak zawsze, średnicę rury.

Zwężenia rury sprawione bywają zmniejszeniem na małej długości średnicy rury. Przypuśćmy naprzód, że w rurę wstawioną została cienka blaszka, grodząca całe przecięcie rury. Żyłą cieczy przechodzącą przez ten otwór z wązkiemi ścianami, ulegnie jeszcze ściśnieniu i ciecz przechodzić będzie zmuszona przez otwór w ten sposób zredukowany. Im otwór ten będzie mniejszy, tem więcej zwiększyć się musi prędkość cieczy, a nadmiar siły koniecznej do spowodowania tego nadmiaru prędkości, będzie równy oporowi spowodowanemu zwężeniem rury.

Jeżeli oznaczymy przez D' średnicę otworu, to prędkość U' wody przechodzącej przez ten otwór będzie :

$$U' = U \frac{D^2}{mD'^2},$$

gdzie D jest średnica rury, U prędkość średnia wody w rurze a m współczynnik ściśnienia. Wysokość odpowiadająca prędkości U jest :

$$\frac{U^2}{2g} = 0,051U^2$$

a prędkości U' :

$$\frac{U'^2}{2g} = 0,051U^2 \frac{D^4}{m^2D'^4};$$

ich różnica będzie równa

$$\frac{U'^2}{2g} - \frac{U^2}{2g} = 0,051U^2 \left(\frac{4}{m^2D'^4} - 1 \right) = 0,051U^2 D^4 \left(\frac{1}{m^2D'^4} - \frac{1}{D^4} \right)$$

i to będzie strata ciężenia spowodowana zwężeniem. W funkcji wydatku jest ona równa :

$$0,08264Q^2 \left(\frac{1}{m^2D'^4} - \frac{1}{D^4} \right).$$

Stosować można ten wzór i w przypadku otworu, którego ściany mają pewną szerokość, to jest w przypadku rury krótkiej mniejszej średnicy, łączącej dwie części rury pierwotnej, albo kurka ostrokątego w położeniu otwartym, albo wreszcie stawidełka zamykającego niezupełnie rurę. Wszystkie te przypadki były także przedmiotem poszukiwań Weisbach'a, który dla każdego z nich obliczył współczynnik oporu α , przez który pomnożyć trzeba wysokość odpowiadającą prędkości, aby otrzymać stratę ciężenia. Współczynnik ten stosować trzeba tylko w przypadku rur dostatecznie długich, gdzie po przejściu przez zwężenie woda rurę całkowicie wypełnia. Oto są wartości podane przez Weisbach'a.

1) W przypadku wody przechodzącej przez kurki w rurach walcowych :

Kąt położenia.	Stosunek przecięć poprzecznych.	α .
5°	0,926	0,02
10°	0,850	0,29
15°	0,772	0,75
20°	0,692	1,56
25°	0,613	3,10
30°	0,535	5,47
35°	0,458	9,68
40°	0,385	17,3
45°	0,315	31,2
50°	0,250	52,6
55°	0,190	106
60°	0,137	206
65°	0,091	406
$82 \frac{1}{8}^{\circ}$	0	∞

2) W przypadku wody przechodzącej przez zasówki w rurach walcowych. Położenie zasówki mierzone jest wysokością części rury zasłoniętej a raczej stosunkiem tej wysokości do średnicy rury, stosunkiem oznaczonym tu przez s :

s .	Stosunek przecięć.	α .
0	1,000	0,00
1/8	0,948	0,07
2/8	0,856	0,26
3/8	0,740	0,81
4/8	0,609	2,06
5/8	0,466	5,52
6/8	0,315	17,00
7/8	0,159	97,80

3) W przypadku wody przechodzącej przez *kłapy obrotowe* w rurach walcowych. Kłapa obrotowa jest to zasówka obracająca się około średnicy przecięcia poprzecznego rury. Ażeby

mogła rurę szczelnie zamykać, trzeba oczywiście aby miała powierzchnię identyczną z powierzchnią tegoż przecięcia poprzecznego. Położenie kłapy obrotowej mierzone jest kątem jaki też kłapa czyni z osią rury :

Kąt położenia.	Stosunek przecięć.	α .
5°	0,913	0,24
10°	0,826	0,52
15°	0,741	0,90
20°	0,658	1,54
25°	0,577	2,51
30°	0,500	3,91
35°	0,426	6,22
40°	0,357	10,8
45°	0,293	18,7
50°	0,234	32,6
55°	0,181	58,8
60°	0,134	118
65°	0,094	256
70°	0,060	751
90°	0	∞ .

Robił także Weisbach doświadczenia nad oporem przy przejściu przez *wentyle* (soupape) używane w pompach. Wentyle są między innymi *stożkowe i kłapowe*. W wentylu stożkowym, woda przechodzi przez przecięcie pierścieniowe między wentylem a rurą. Oznaczając przez x stosunek powierzchni otworu pierścieniowego do powierzchni przecięcia poprzecznego rury, otrzymał Weisbach :

$$\alpha = (1,645 x - 1)^2.$$

W wentylu kłapowym, α zależy od kąta jaki kłapa czyni z osią rury. Dla kątów :

15°, 20°, 25°, 30°, 35°, 40°, 45°, 50°, 55°, 60°, 65°, 70°,

otrzymał Weisbach wartości α :

90, 62, 42, 30, 20, 14, 9,5, 6,6, 4,6, 3,2, 2,3, 1,7.

Przy zupełnem otwarciu kłapy stosunek powierzchni otworu wentyla do powierzchni przecięcia poprzecznego rury był :

$$x = 0,535.$$

Co się tyczy strat ciężenia podrzędnych w rurach złożonych, to te są też same jakie uważaliśmy w rurach pojedynczych, oprócz straty ciężenia w punkcie rozgałęzienia, o której była już mowa wyżej (ustęp n. 61).

72. Niektóre uwagi tyczące się wodociągów. — We wszystkich krajach gdzie ludność jest nagromadzona, widzimy że wybrała zwykle swe siedlisko w dolinach, albo przynajmniej w miejscowościach, w których łatwo znaleźć mogła wodę, konieczną do zaspokojenia jej potrzeb. Przeciwnie, ludzie pozostali w stanie koczującym tam, gdzie woda jest rzadka, albo gdzie nie ma jej wcale w pewnych porach roku. Wreszcie ciągła i zupełna nieobecność wody charakteryzuje puszcę.

Z początku zadowolniano się wodą czerpaną w rzekach, przy źródłach, lub w warstwie podziemnej dostępnej przez pośrednictwo studni w ziemi wykopanych; ale w miarę jak dobrobyt się powiększał i przemysł rozwijał, zaczęto czuć potrzebę posiadania wody na doręczu i już w dawnych czasach, w okolicach gdzie w małej odległości od miejsc zaniedbanych istniały źródła dostatecznie wzniesione, aby woda sprowadzona być mogła przez spadek naturalny, wykonano odpowiednie temu celowi urządzenia, aby można było sprowadzać wodę do samego środka miast i nią zasilać fontanny, funkcyonujące bez przerwy.

Obecnie, owe rzadkie fontanny na placach publicznych,

w których czerpano wodę mniej lub więcej obficie, stały się już niedostatecznymi. Olbrzymie prace przedsiębrane bywają w celu sprowadzania wody ze znacznych odległości i to w ilości potrzebnej. Wodę tę podnosi się sztucznie, jeżeli jej poziom w miejscu ząd się ją bierze, położony jest zbyt nisko i miasta nie cofają się przed żadnym wydatkiem, byle tylko sprowadzić wodę, nieledwie do samych mieszkań, i dać ją tym sposobem do dyspozycji mieszkańców. Sztuka sprowadzania wody i budowy wodociągów stała się jedną z najważniejszych gałęzi sztuki inżynierskiej. Udoskonalona teoria biegu wody w rurach przysła także w pomoc praktyce i dziś, chcąc traktować szczegółowo wszystkie odnoszące się tu kwestye, pisacby wypadało obszerne dzieła, na których zresztą zagranicznym literaturom wodociagowym nie zbywa. My tu tylko, podawszy już w tej Księdze wszystkie wskazówki mechaniki praktycznej dotyczące się biegu wody w rurach, zrobimy ogólny przegląd kwestyj dotyczących się wodociągów. Kwestye te są trojakiemu rodzaju. Naprzód należy znaleźć wodę, potem podnieść ją lub sprowadzić na miejsce gdzie ma być używaną, a następnie rozprowadzić na tem już miejscu w ten sposób aby się znajdowała na podoręczu mieszkańców.

Dawne wodociągi były prawie zawsze zasilane przez źródła albo przez rzeki, położone naturalnie w ten sposób aby mogły czynić zadość temu przeznaczeniu. Czasami jednak, a zwłaszcza w przypadku małej potrzeby wody, tworzone źródła sztuczne, zbierając wodę z warstwy podziemnej. Wszystkie te sposoby używane są jeszcze teraz, ale w wielu wodociągach nowoczesnych, ilość potrzebna wody podnoszona jest sztucznie za pomocą maszyn.

Skoro w pobliżu miasta, które ma być zasilane w wodę, istnieje rzeka lub źródło, dostatecznie wzniesione aby górowały ponad wszystkimi otworami wypływu i dostatecznie obfite aby mogły dostarczać potrzebną objętość wody, wtedy

założenie wodociągów jest najłatwiejsze. Okoliczność podobna przytrafia się bardzo rzadko, ale jeżeli ma miejsce, i jeżeli woda jest aż nadto obfita, nie pozostaje wtedy jak tylko się zająć wystawieniem budowli odpowiednich aby tę wodę zebrać i przeprowadzić na miejsce przeznaczenia. W razie, jeżeli objętość wody nie jest wystarczającą dla zaspokojenia koniecznych potrzeb mieszkańców, wtedy trzeba zbierać ją naprzód w zbiorniku, aby tym sposobem część wody przybywająca podczas nocy, mogła być zachowaną i spożytkowaną. Z tego zbiornika dopiero prowadzi się wodę do miasta, albo przez pośrednictwo jednej lub więcej rur, albo też kanału zakrytego lub nie. Kanał odkryty używany być może tylko wtedy, skoro spadek jest duży a odległość niewielka, gdyż w razie przeciwnym woda rozgrzewa się i psuje. Rury używane są w przypadku objętości wody mniejszej od 2000 metrów sześciennych na 24 godzin. We wszystkich innych razach kanał przykryty, czyli galerya jest najstosowniejszy, a wtedy tylko, skoro dwie jego części położone są z obu stron doliny, łączy się je za pomocą rury, jak to widzieliśmy w ustępie n. 70. Mosty wodociągowe, jako budowle zbyt kosztowne, zaczynają wychodzić z użycia.

Wodę potrzebną do zasilania wodociągów dostarczać mogą także źródła sztuczne, które tworzy się w miejscowościach, gdzie na większej lub mniejszej głębokości istnieje warstwa ziemi gliniastej nieprzemakalnej, pokrywająca albo pokryta warstwą wody, jaka aż tam przesiąkła, jeżeli ta warstwa rozciąga się do miejsc wyniosłych. Skoro woda z powierzchni ziemi, przesiąknąwszy grunt, weszła pod warstwę gliniastą pochyłą do poziomu, można przebijając w pewnym miejscu tę warstwę, sprawić że się woda przez otwór wzniesie do tej samej wysokości, na jakiej pod warstwę wchodzi i utworzyć tak zwaną studnię artezyjską. W razie przeciwnym, jeżeli woda wsiąknąwszy w grunt, zostaje zatrzymaną na powierzchni

warstwy gliniastej, skorzystać można z tej okoliczności aby wodę zebrać, skierować na drogę przeznaczenia, zwłaszcza jeżeli warstwa gliniasta tworzy w miejscu, w którym kopujemy, pewien rodzaj zagłębienia zdolnego zatrzymać wodę. Należy wtedy poznawszy przez sondowanie, położenie i kształt warstwy gliniastej, wykopać rów w ten sposób aby woda wsiąkająca w grunt i przez tę warstwę zatrzymana, dochodziła naturalnym spadkiem do głębi rowu, który się następnie albo wypełnia kamieniami albo też pokrywa drenami. Tym sposobem woda może być zebrana i przeprowadzona na miejsce wskazane.

Jeżeli w kraju górzystym, rzeki i źródła w pobliżu miasta położone są zbyt nisko aby z nich wodę sprowadzać było można spadkiem naturalnym, podnosi się wtedy ich poziom za pomocą tam poprzecznych, grodzących doliny w punktach zwężenia i tworzy wielkie zbiorniki, w których woda wznosi się do dostatecznego poziomu aby ztamtąd na miejsce przeznaczenia przeprowadzona być mogła. Przez długi czas mniemano, że woda wystawiona w tych zbiornikach na działanie często dość silnego słońca, rozgrzewa się i psuje; nowsze jednak doświadczenia, czynione w latach 1863 i 1864 przez francuzkiego inżyniera Cambuzat nad temperaturą wody w zbiorniku w Settous wykazały, że ta temperatura zmniejsza się szybko postępując od poziomu do głębi, tak że na głębokości 12^m jest już tak niską jak temperatura źródeł, podczas gdy na powierzchni woda posiada 25° do 26° stopni ciepła. Mimo to jednak wielkie zbiorniki tego rodzaju rzadko są używane do zasilania wodociągów, a znów małe zbiorniki podziemne, w których zbiera się wodę deszczową, do tego użytku nie są wystarczające.

Najczęściej się zdarza, że źródła lub rzeki nie są dostatecznie wzniesione aby z nich woda naturalnym spadkiem przeprowadzona być mogła na miejsce przeznaczenia i wtedy trzeba ją

podnosić za pomocą maszyn hydraulicznych temu celowi odpowiednich. Dla większych wysokości używane są zwykle pompy, wprawiane w ruch albo przez koła hydrauliczne, albo przez maszyny parowe. Pierwszemi posługiwać się można mając do dyspozycji dostateczny spadek; w braku spadku uciec się trzeba do maszyn parowych, z których najstosowniejszą ku temu celowi jest maszyna Woolf'a o dwóch cylindrach z kondensatorem i bardzo wielką rozprężalnością. Skoro zdać sobie chcemy sprawę z siły maszyny, potrzebnej do podniesienia na daną wysokość, oznaczonej objętości wody, należy do tej wysokości dodać stratę ciężenia przy przejściu wody z pomp do zbiornika, a summa wskaże wysokość słupa wody jaki ciężar będzie na tłok pompy. Mnożąc ją przez objętość wody jaka ma być podnoszoną w ciągu jednej sekundy, otrzymamy skutek użyteczny maszyny, który wypada powiększyć o $\frac{1}{4}$ lub $\frac{1}{3}$ mając wzgląd na tarcia i straty siły przy używanych mechanizmach przesyłających ruch od maszyny do tłoka pompy. Chcąc wreszcie otrzymać bezwzględną siłę maszyny, trzeba będzie powyższą liczbę powiększyć według względnego skutku maszyny użytej.

I tak, jeżeli Q jest objętość wody do podniesienia w ciągu jednej sekundy, wyrażona w metrach sześciennych; H wysokość, do jakiej mamy podnieść wodę; h strata ciężenia w rurze przeprowadzającej; wyrazimy naprzód całkowitą pracę użyteczną T_u maszyny przez :

$$1000 Q(H + h).$$

Trzecia część tej pracy pochłonięta zostaje przez tarcia mechanizmów, zatem :

$$\frac{2}{3} T_u = 1000 Q(H + h),$$

zkąd

$$T_u = 1500Q(H + h).$$

Wreszcie jeżeli skutek względny maszyny jest $\frac{1}{n}$, mamy pracę bezwzględną T' :

$$T' = nT_u$$

albo

$$T' = n \cdot 1500Q(H + h),$$

co dzieląc przez 75 otrzymamy siłę maszyny parowej w koniach; a w przypadku maszyny hydraulicznej, dzieląc T' przez wysokość spadku jakim rozporządzamy, mieć będziemy objętość wody Q' potrzebną do podniesienia Q na wysokość H . Co się tyczy wyboru maszyny wodnej i jej wymiarów, to odsyłamy czytelnika do Części trzeciej.

Zwykle przy projektowaniu wodociągów wybierać trzeba między różnymi możliwymi sposobami zasilania ich w wodę i to jest właśnie kwestya najtrudniejsza. Przystępując do jej rozwiązania trzeba naprzód pominąć te wszystkie sposoby, które nie są w stanie dostarczyć potrzebnej ilości wody. Znajomość zatem tej ilości wody niezbędnej do zaspokojenia wszystkich potrzeb mieszkańców miasta, konieczną jest przedewszystkiem. Tę ilość uważać można za proporcjonalną do liczby mieszkańców miasta, ale przytem należy mieć w pamięci, że inne przyczyny mogą zwiększyć lub pomniejszyć konsumacyą, jako to: klimat, rozległość miasta, rozwój komunikacyj, rodzaj rozwiniętego w tem mieście przemysłu, a nadto mniej lub więcej inteligentny system rozprowadzenia wody po mieście. Co najmniej liczyć trzeba 20 do 25 litrów wody dziennie na jednego mieszkańca, niebiorąc pod uwagę wody zużytej w fabrykach, na skrapianie ulic i w wodotryskach. Licząc zaś te wszystkie wydatki dojdziemy do liczb nierównie większych.

Największą ilość wody zużywa w Europie Rzym, 941 litrów dziennie na mieszkańca, potem Dijon, gdzie Henryk Darcy świetnie zaprowadził wodociągi. Londyn zużywa 95 litrów, Paryż 60 litrów, a wreszcie w Warszawie pompowano dawniej 4 litry na osobę dziennie, nielicząc zużycia w wodotryskach (*).

Skoro idzie o rozprowadzenie po mieście wody, przeznaczonej do zaspokojenia wszystkich potrzeb życia, przede wszystkim zwracać należy uwagę na jej jakość. Trzeba ją zatem rozebrać i porównać między sobą różne jej rodzaje, jakie mogą służyć do zasilania wodociągów. Woda zdrowa i czysta winna być oczywiście przełożoną nad inne. Zwykle jednak trzeba wybierać między wodą źródlaną, która jakkolwiek czysta posiada często w rozpuszczeniu wiele soli wapiennych, a wodą rzeczną chemicznie nierównie czystiejszą, ale mętną, zwłaszcza podczas wylewów; wtedy wybór jest trudny. Jeżeli woda rzeczna jest zdrowsza i jeżeli potrzebna objętość nie jest zbyt wielka, należy ją przekładać nad źródlaną, gdyż można ją łatwo przefiltrować z powodu jej małej ilości i mieć wodę czystą, chemicznie i mechanicznie, i stosowną dla domowych potrzeb mieszkańców. Ale jeżeli objętość wody ma być znaczna i ta woda ma zasilać źródła przeznaczone do czyszczenia ulic i fontanny monumentalne, ma się wtedy do wyboru wodę mniej lub więcej chemicznie czystą ale nie mętną i wodę czystą, która często może być zamaconą. Aby zrobić było można wybór w tym przypadku, trzeba koniecznie ocenić wpływ jaki mieć może na zdrowie woda źródłana z rozpuszczonymi w niej solami i porównać wydatki sprowadzenia jednej i drugiej. Należy także zwrócić uwagę na przyzwyczajenie a nawet i przesady mieszkańców miasta, gdyż wodociągi mają właśnie zaspokoić ich potrzeby i żądania. W ogóle, w przy-

(*) Pan Kołodziejski słusznie utrzymuje, że dobrze urządzone wodociągi powinny dawać sześć stóp sześciennych wody dziennie na mieszkańca. Patrz *Sprawozdanie z robót przygotowawczych dla zaopatrzenia Krakowa w wodę*. Kraków, 1872.

padku o jakim mowa, zrobienie wyboru między dwoma rodzajami wody nie jest łatwe, zwłaszcza jeżeli co do jakości i ceny sprowadzenia mała jest między nimi różnica. Można jednak przyjąć za zasadę, że woda zawierająca w rozpuszczeniu węglan wapna, w proporcji dostatecznej aby mógł tworzyć osady wewnątrz rur, powinna być odrzuconą, gdyż oprócz niedogodności zanieczyszczania rur, przedstawia jeszcze inne, jako to męczenie organów trawienia, niegotowanie jarzyn i nierozpuszczanie mydła. Przeciwnie, mała ilość węglanu wapna rozpuszczona w wodzie, czyni ją stosowną do użycia jako napój i nie grozi zapehaniem rur osadem. W ogóle dwa decygramy soli rozpuszczonych w jednym litrze, mogą być uważane za granicę.

Widzieć można z wyżej podanych szczegółów, że aby zasilanie wodociągów odbywać się mogło w sposób regularny, wodociągi brać powinny swój początek w zbiorniku, w którym w ciągu nocy lub w ciągu dnia podczas przerw w funkcjonowaniu wodociągów, zbieraną zostaje woda dawana przez źródła, maszyny, lub inne systemy zasilania. Zbiornik ten powinien być dostatecznie obszerny, ażeby część wody dostarczona przez źródła lub maszyny, a przez wodociągi nie wydana, mogła się w nim pomieścić i przechować. W przypadku wodociągów zasilanych przez maszyny parowe, objętość zbiornika powyższym warunkiem wyznaczona nie jest dostateczna, gdyż należy przewidzieć przestanki maszyn; zbiornik powinien być dość obszerny aby mógł pomieścić wodę na jeden lub dwa dni, podczas których reperacye maszyn, bez przerwy w funkcjonowaniu wodociągów, mogą być dokonane. Urządzenie i położenie zbiornika mają wiele wpływu na przymioty całego systemu wodociągów, gdyż od nich zależy i jakość wody i ciążenie, pod jakim ma być rozprowadzana. Zbiornik płytki zakopany w ziemi, nie mógłby być czyszczonym, woda by się w nim rozgrzewała, przepełniała robactwem

i chwastami wodnymi i wreszcie psuła. Ażeby wodociągi dostarczać mogły wodę zdrową, zbiornik powinien być murowany lub żelazny; mieć dostateczną powierzchnię aby obniżenie poziomu mające miejsce przy funkcyonowaniu wodociągów nie zmieniały w zbyt znacznym stosunku ciężenia wody w rurach; i wreszcie posiadać dostateczną głębokość, aby mógł pomieścić zapas wody, w przypadku przerwy w zasilaniu. Wogóle zbiornik położony być powinien w najwyższym punkcie miasta, albo na zewnątrz, jeżeli w mieście nie ma punktu panującego ponad wszystkimi, do których ma woda dochodzić. Mając wybór do zrobienia w tym względzie, należy zwrócić uwagę na względne położenie zbiornika i punktów mających być zasilanymi i miejscowość bliższa tych ostatnich powinna być wybraną, aby skrócić długość wodociągu, zmniejszyć straty ciężenia i średnice rur. Skoro miasto położone jest z obu stron rzeki na dwóch pagórkach doliny, wypada postawić dwa zbiorniki, po jednym na każdym pagórku, chociażby jeden z nich tylko przez drugi mógł być zasilany. Tym sposobem zbiornik położony po stronie przeciwnej doliny, a nie po tej z której przybywa woda, będzie mógł się napełniać podczas nocy i podczas przerw w funkcyonowaniu wodociągów; a następnie w chwili funkcyonowania zwracać będzie wodociągom wodę, jaką mu dostarczyły i obie części miasta będą jednostajnie zasilane. Nie wchodząc tu w żadne szczegóły dotyczące się budowy zbiorników, dodamy tylko, że aby woda zachować lub nabyć w nich mogła i świeżości i czystości, powinny być pokryte dachem lub sklepieniem. Ten ostatni system lepszy jest jeszcze od pierwszego.

Woda rzeczna, przed przesłaniem jej do wodociągów, powinna być choć z gruba oczyszczoną, ażeby osady nie zapychały rur i aby woda mająca być używaną przez mieszkańców nie była zbyt mętną, nie wzbudzała wstrętu i mogła służyć do zaspokojenia wszystkich potrzeb życia. Oczyszcza się wodę prze-

puszczając ją przez filtry, które mogą być naturalne lub sztuczne. Jeżeli rzeka dostarczająca wodę ma dno piaszczyste, to budując albo w jej łożysku albo z boku na jednym z brzegów ale zawsze pod poziomem wody, galerye sklepione, których ściany mogą wodę przepuszczać, można tym sposobem otrzymać filtr naturalny i wodę w galeryach zebraną podnosić za pomocą pomp. Taki system używany jest z powodzeniem w Tuluzie i w Lyonie. W filtrach sztucznych, woda ustawszy się już przez pewien czas w sąsiednim zbiorniku, wchodzi do zbiornika, którego dno utworzone jest z warstwy piasku pokrywającej warstwę kamyków coraz grubszych idąc od góry do dołu. Na dnie zbiornika, pod kamykami położone są dreny, przez które woda odpływa.

Woda nagromadzona w zbiorniku wychodzi zeń przez główne rury wodociągowe mające ją rozprowadzać po mieście. Potrzeba, aby te rury główne były co najmniej w liczbie dwóch, w celu zapobieżenia przypadkowi zepsucia się jednej. Kierunek tych rur na planie powinien być taki, ażeby przechodziły w pobliżu wszystkich punktów, gdzie konsumacja wody jest większa. Rury główne winny być połączone rurami podrzędnymi, aby w przypadku zepsucia jednej, druga mogła zasilać wszystkie punkty miasta. Od rur głównych rozgałęziają się następnie rury podrzędne, których kierunki na planie mają przechodzić także w pobliżu wszystkich punktów zasilania. Skoro objętość wody całkowita, jaką każda z tych rur ma wydawać, jest znana, należy obliczyć ich średnice za pomocą wzorów, jakie podaliśmy w niniejszym i poprzednich rozdziałach.

Dwa są systemy rozprowadzania wody: przerywany i ciągły. W pierwszym, używanym jeszcze w Anglii ale w ogóle już porzuconym, woda rozdzielona jest między mieszkańców w przeciągu pewnego tylko czasu, naprzykład przez godzinę dziennie.

W każdym domu istnieje mały zbiornik, który napełniony zostaje raz na dzień, i który ma następnie wystarczać na wszystkie potrzeby mieszkańców. Każdego dnia rury doprowadzają doń oznaczoną ilość wody, a jeżeliby był już napełniony wodą pozostałą z dnia poprzedniego, nadmiar wody się wylewa i ginie. Tym sposobem w Londynie prawie połowa wody rozprowadzonej ulega zatraceniu. W systemie ciągłym wszystkie rury podrzędne komunikują pośrednio lub bezpośrednio, ale bez przerwy ze zbiornikiem głównym, i w każdej godzinie za otwarciem kruczka mieć można żadaną ilość wody pod ciśnieniem zbiornika głównego. Woda rozdzielana tym sposobem między mieszkańców, może być mierzona lub nie dla każdego z nich. Wogóle jednak inżynierowie sądzą, że mierzenie objętości wody wydawanej dla każdego mieszkańca, nie jest korzystne ani dla tego ostatniego, ani też dla administracji wodociągów, i cena abonamentu na wodę oznaczoną bywa w przybliżeniu, po oznaczeniu *a priori* ilości wody, jaką abonent dziennie zużywa.

Najogólniej używane są w wodociągach rury z żelaza lanego, których długość jest od 2^m,50 do 3^m,00 a nawet do 4^m,00. Jeden ich koniec opatrzony jest mufą (*emboitement*) walcową, a drugi prostym zgrubieniem ścian. Ten drugi koniec wchodzi w mufę rury sąsiedniej, a w przedział między nimi wciśnięty jest pakunek z targanu smolonego, przytrzymywany obręczą ołowianą, która zachodzi w wyżłobienie zrobione na powierzchni rury wchodzącej w mufę.

Połączenie rur za pomocą mufy jest najstosowniejsze w razie, jeżeli rury położone są wewnątrz ziemi, w rowie umyślnie w tym celu wykopanym a następnie zasypanym. Używane jest także połączenie za pomocą kołnierzy (*brides*), którymi opatrzone są końce rur i które połączone zostają śrubami. Między kołnierze wkłada się pierścień ołowiany albo kauczukowy, i następnie przykręca się śruby.

Wreszcie w ostatnich czasach zaczęto łączyć rury za pomocą rękawków (*manchon*), który to system bardzo jest dogodny wtedy zwłaszcza, gdy rury położone są wewnątrz galerij ścieków.

Grubość rur z żelaza lanego obliczoną być może wzorem praktycznym :

$$e = 0^m, 008 + 0,016D,$$

iaki jest używany przez inżynierów paryzkich. Wyraz zależny od średnicy daje grubość dostateczną, jeżeliby rura wytrzymywać miała samo tylko ciężenie wody. Ale że to ciężenie często się zmienia i to niekiedy bardzo raptownie i że ściany rury ponoszą z tego powodu gwałtowne uderzenia, dodano wyraz stały $0^m, 008$, przedstawiający grubość rury, która ma specjalnie wytrzymywać uderzenia. Wzór ten daje grubość w metrach.

D' Aubisson podał dawniej wzór :

$$e = 0, 010 + 0, 015D,$$

dający grubości większe. Wogóle wzory te uważać należy jako czysto praktyczne i nie należy ich stosować poza granicami, dla których zostały podane a które odpowiadają wymiarom używanym zwykle dotychczas w praktyce wodociągów. Gdyby jakimkolwiek sposobem można było zapobiedz rdzewieniu i udoskonalić lanie rur, aby w wszystkich punktach przedstawiały jednaką grubość, wyraz stały grający główną rolę w przypadku rur zwykle używanych, mógłby być znacznie zmniejszony. Rezultat ten w części już został osiągnięty przez lanie rur w położeniu pionowym zamiast poziomem, jak dawniej. Wkażdym razie jednak jedyną wskazówką, jaką podać możemy, jest następujący wzór p. Dupuit :

$$e = 0,008 + 0,00016 DH + 0,0128D,$$

gdzie H oznacza ciężenie całkowite.

Rury przeznaczone do utworzenia wodociągów poddawane są próbom przedwstępnym, w których wystawia się je na ciśnienie pięć razy większe niż to, jakie zwykle mają ponosić. Wszelkie szpary uwidocznione zostają wytryskami wody w rurze zamkniętej; jeżeli zaś woda lekko tylko przecieka, rury próbowane są powtórnie po pewnym czasie i często są zdadne do użycia, gdyż rdza tworzy się w szparach i takowe zapycha. Oprócz tej próby przedwstępnej, poddawane są jeszcze rury, po ich założeniu, próbie powtórnej, w której ponoszą największe ciśnienie, jakie ma na nie działać zwykle a często nawet i większe jeszcze, sprawione specjalnie za pomocą prassy hydraulicznej, i staranie są oglądane we wszystkich swych punktach. Tym sposobem zapewnić się można także o mocy i nieprzemakalności połączeń. Przed założeniem rury zanurzone bywają w kadzi zawierającej koaltar w stanie płynnym i pokrywają się przez to warstwą werniksu.

To wszystko co powiedzieliśmy o wodociągach w niniejszym ustępie, jest tylko rzutem oka na tę ważną i jedną z trudniejszych części sztuki inżynierskiej, która w bieżącym stuleciu wielkiemu uległa rozwojowi. Więcej nie możemy zrobić w ogólnym traktacie Hydrauliki, a po bliższe szczegóły dotyczące się zakładania wodociągów odsyłamy czytelnika do dzieł specjalnych, które są ozdobą literatury zagranicznych tej części umiejętności stosowanej, a które w liczbie dzieł pomocniczych na wstępie podaliśmy. Sam ich rozmiar dowodzi rozległości przedmiotu i niepodobieństwa traktowania tu tych kwestyj z odpowiednim rozwojem i ścisłością.

KSIEGA TRZECIA

O RUCHU NIEUSTANNYM WODY W KANAŁACH ODKRYTYCH.

ROZDZIAŁ I

ROZKŁAD PRĘDKOŚCI NA PRZECIĘCIU POPRZECZNYM PRĄDU PROSTOLINIJNEGO I JEDNOSTAJNEGO.

73. Uwagi wstępne. — Prawa na tarcie cieczy, podane przez nas w poprzedniej Księdze dla wody bieżącej w rurach, stosują się także do biegu wody w kanałach odkrytych. Opór wynikły z tarcia wody o łożysko czyli koryto kanału jest funkcją prędkości biegu, jest proporcjonalny do powierzchni zetknięcia i niezależny od ciśnienia. Dawni Hydraulicy, jak Dubuat, mniemali że jest niezależny od natury łożyska, ale nowe doświadczenia panów Darcy i Bazin, wykazały błędność tego mniemania. Teorya biegu wody w kanałach zdaje się być prostszą od teoryi biegu wody w rurach w tem zwłaszcza, że powierzchnia wolna cieczy bieżącej jest zawsze poddana ciśnieniu atmosferycznemu. Ale zato ruch cząsteczek cieczy, jako swobodniejszy, utrudnia zadanie rozkładu prędkości na płaszczyźnie jednego i tegoż samego przecięcia poprzecznego prądu. Wreszcie powierzchnia wolna cieczy zmienia nagle swe wzniesienie w niektórych razach, co stanowi tak nazwany *pod-*

skok powierzchni (*) znoszący równoległość strug na odpowiadających mu przecięciach poprzecznych prądu. Dopóki tylko bieg cieczy ma miejsce strugami mniej więcej równoległymi, rozkład ciśnień we wszystkich punktach jednego i tegoż samego przecięcia poprzecznego prądu, ma miejsce według praw Hydrostatyki. Tym sposobem, linie równiny dla jednego przecięcia poprzecznego są poziome, i linia granicząca powierzchnię wolną cieczy na tem przecięciu jest także poziomą, gdyż powierzchnia wolna cieczy ponosi we wszystkich swych punktach jedno i toż samo ciśnienie atmosferyczne. Poziom piezometryczny jest stały dla wszystkich punktów jednego i tegoż samego przecięcia, gdyż wierzchołki słupów piezometrycznych, wystawionych w różnych jego punktach, ponoszą ciśnienie atmosferyczne i leżą wszystkie na linii poziomej, o której co dopiero mówiliśmy. Ale wszystkie te wnioski mogą być dowiedzione ściśle li tylko w przypadku biegu cieczy strugami prostolinijnymi i równoległymi; że zaś ten warunek nigdy nie jest wypełniony bezwzględnie na rzekach, zdarza się przeto często, zwłaszcza w przypadku dość znacznych prędkości i wybitnych krzywizn strug, że zauważyć można różnice poziomu na powierzchni wolnej, ponad jednym i tem samym przecięciem poprzecznym prądu. Oto w jaki sposób tłumaczy je teoretycznie p. Bresse :

Weźmy jakikolwiek punkt prądu cieczy i poprowadźmy przezeń trzy osie współrzędnych prostokątnych w przestrzeni. Jedna z tych osi jest równoległą do prędkości v cząsteczki cieczy w danej chwili przez ten punkt przechodzącej, a dwie pozostałe leżą na przecięciu poprzecznym prądu. Przypuśćmy płynność doskonałą i zobaczymy co się stanie z przyrostem różniczkowym ciśnienia dp , skoro się oddalamy o odległość nieskończenie małą od obranego punktu wzdłuż powierzchni poprzecznego przecięcia prądu.

(*) Francuzki : *ressaut superficiel*.

Wedle zasady d'Alembert'a, aby uczynić zadość równaniom równowagi, trzeba wziąć pod uwagę siły bezwładności. Dla cząsteczki cieczy, leżącej w danej chwili w punkcie powyżej wziętym, siły te sprowadzają się do dwóch składowych: jednej równoległej do v , a drugiej do niej prostopadłej, wzdłuż promienia pierwszej krzywizny drogi, jaką cząsteczka w swym biegu zakresła. Siły te są równe iloczynom z masy przez przyspieszenie:

$$\frac{dv}{dt} \quad \text{i} \quad \frac{v^2}{r},$$

oznaczając przez r promień krzywizny drogi. Jeżeli teraz oznaczymy przez N i P rzuty wypadkowej $\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ sił X , Y i Z na dwie osie leżące na przecięciu poprzecznym prądu, z których jedna zchodzi się z promieniem krzywizny drogi, jaką cząsteczka cieczy przebiega, a druga jest do niej prostopadłą i zastosujemy równanie (2) ustępu n. 3 do przypadku równowagi idealnej jaką uważamy, to otrzymamy:

$$\frac{dp}{dr} = \rho \left(N + \frac{v^2}{r} \right),$$

$$\frac{dp}{d\sigma} = \rho P,$$

oznaczając przez σ współrzędne liczone na osi prostopadłej do promienia krzywizny.

Tak więc, w kierunku promienia krzywizny ciśnienie zmienia się według praw Hydrostatyki, a tylko do sił działających w rzeczywistości na każdą cząsteczkę cieczy, przyłączyć trzeba siłę odśrodkową; na płaszczyźnie zaś prostopadłej do promienia krzywizny ciśnienie zmienia się zupełnie według praw Hydrostatyki.

Weźmy teraz pod uwagę prąd, którego powierzchnia wolna jest mniej więcej pozioma, utworzony z cieczy jednorodnej i

bez lepkości, a którego wszystkie cząsteczki zakreślają koła. Środki tych kół leżą na pionowej rzucanej w punkcie C (fig. 43). Przypuśćmy że prędkość jest też sama dla wszystkich

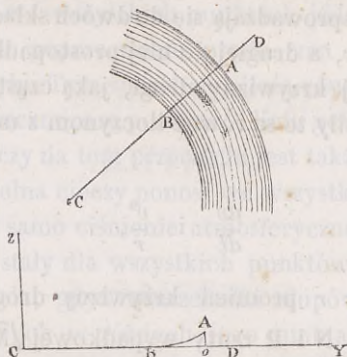


Fig. 43.

cząsteczek i zobaczymy, jaki będzie miało kształt przecięcie powierzchni wolnej prądu płazczyzną pionową CD przechodzącą przez oś C.

Wzdłuż poziomej CBD płazczyzny CD ciśnienie zmieniać się będzie według praw Hydrostatyki, a tylko wprowadzić należy siłę odśrodkową. Ponieważ zaś jedyna na cząsteczki działająca siła ciężkości jest pionowa, przeto pierwsze z powyższych dwóch równań da nam :

$$\frac{dp}{dr} = \rho \frac{v^2}{r},$$

albo inaczej oznaczając przez y odległość osi pionowej CZ od cząsteczki o poddanej ciśnieniu p , i ponieważ $r = y$:

$$\frac{dp}{dy} = \rho \frac{v^2}{y};$$

albo wreszcie oznaczając przez p_0 ciśnienie w punkcie B, a przez y_0 długość BC :

$$p - p_0 = \rho v^2 \log. \text{hyp. } \frac{y}{y_0},$$

związek wyrażający zmianę ciśnienia wzdłuż jednej poziomej prostopadłej do strug cieczy.

Z drugiej strony, na mocy drugiego z dwóch równań powyższej wyprowadzonych, różnica ciśnień $p - p_1$ dla dwóch punktów o i A , położonych na jednej pionowej w odległości z , będzie według praw Hydrostatyki :

$$p - p_1 = \rho g z.$$

Że zaś punkty A i B leżą oba na wolnej powierzchni cieczy, tak że p_0 i p_1 są równe ciśnieniu atmosferycznemu, mieć będziemy :

$$p - p_0 = p - p_1,$$

z kąd

$$z = \frac{v^2}{g} \log. \text{hyp.} \frac{y}{y_0}.$$

Jest to równanie krzywej BA odniesionej do osi CY i CZ .

Jakkolwiek wszystkie okoliczności przypuszczone w powyższym rozumowaniu nie mogą się urzeczywistnić w praktyce, to jednak służyć ono może do wytłomaczenia różnic poziomu na wolnej powierzchni cieczy, ponad jednym i tem samym przecięciem poprzecznym prądu. Przyczyną tego zjawiska jest prawdopodobnie krzywizna strug cieczy, wytwarzająca siły bezwładności odśrodkowe, i sprawiąca nierówność ciśnień wzdłuż jednej poziomej uważanego przecięcia poprzecznego prądu. W każdym razie jednak są to tylko wypadki wyjątkowe, a w praktyce to co powiedzieliśmy o prądach prostolinijnych i jednostajnych, da się zastosować w przybliżeniu i do prądów jakichkolwiek.

Już od dawna doświadczenie pokazało, że prędkości w różnych punktach jednego i tegoż samego przecięcia poprzecznego wody bieżącej nie są jednakie. Prędkość największa V

ma miejsce tuż pod powierzchnią, mniej więcej w punkcie odpowiadającym największej głębokości. Niektórzy autorzy uważają w przybliżeniu, że prędkość największa leży na powierzchni prądu i strugę ożywioną tą prędkością *maximum* na powierzchni nazywa p. Boudin (*) *osią hydrauliczną prądu*. Prędkość najmniejsza ma miejsce w sąsiedztwie łożyska; oznaczmy tu przez *W* prędkość strugi sąsiedniej z łożyskiem a przechodzącej przez uważane przecięcie poprzeczne prądu, na tej samej pionowej co struga ożywiona prędkością *V*. Wreszcie prędkość, przez którą należy pomnożyć przecięcie poprzeczne prądu, aby otrzymać wydatek temu przecięciu odpowiadający, nazwiemy, jak dla rur, prędkością średnią i oznaczmy przez *U*. Podanie związków między temi trzema prędkościami, związków albo wywiedzionych z doświadczeń, albo wyprowadzonych teoretycznie przez różnych Hydraulików, będzie przedmiotem niniejszego rozdziału.

74. Doświadczenia i wzory Dubuat'a. — Pierwszy Dubuat przedsięwziął doświadczenia mające na celu odkrycie związku między prędkością na powierzchni, prędkością na dnie rzeki i prędkością średnią (**). Doświadczenia te są w liczbie trzydziestu ośmiu; wykonane zostały na dwóch kanałach z drzewa, mających po 43^m długości. Jeden miał przecięcie prostokątne i 0^m,487 szerokości; drugi przecięcie trapezoidalne, którego podstawa mniejsza miała 0^m,56 a którego boki były nachylone do poziomu pod kątem 36°20'. Głębokość wody zmieniała się tylko od 0^m,054 do 0^m,273, a prędkość od 0^m,16 do 1^m,30. Tę ostatnią mierzono na powierzchni za pomocą pływaka drewnianego prądem unoszonego, a na dnie naprzód za pomocą kulek z kitu a następnie, co już Dubuat uważał za udoskonalenie, porzeczek czerwonych. « Wiadomo, że ich powierzchnia jest bardzo gładka, mówi Dubuat, ich kształt zu-

(*) *De l'axe hydraulique des cours d'eau contenus dans un lit prismatique*. Gand-Paris, 1863.

(**) *Principes d'Hydraulique et de Pyrodynamique*. Wydanie z r. 1816. T. II, str. 87.

pełnie prawie kulisty, ich ciężar gatunkowy blizki ciężaru gatunkowego wody, i mają one własność toczyć się na swym równiku, w około osi przechodzącej przez oczko i ogonek owocu». Dubuat wniósł ze swych doświadczeń, że stosunek między prędkością na powierzchni a prędkością na dnie kanału jest tem większy im prędkość jest mniejsza i że nie zależy zupełnie od głębokości. Pewnej prędkości na powierzchni odpowiada zawsze jedna i taż sama prędkość na dnie. Zauważył nadto, że prędkość średnia jest średnią arytmetyczną między prędkością na powierzchni a prędkością na dnie. Wzory, jakie postawił, są następujące :

$$W = (\sqrt{V} - 0,16453)^2,$$

$$U = \frac{1}{2}(V + W).$$

Kładąc w drugim wartość z poprzedniego na W otrzymamy :

$$U = (\sqrt{V} - 0,082)^2 + 0,00677.$$

Wzór ten daje prędkość średnią ze znanej prędkości na powierzchni.

75. Wzory Prony'ego. — Prony, roztrząsając w swem sławnem dziele (*) powyższe wzory Dubuat'a, zauważył że wypadki, jakie daje ostatni z nich, nie mogą się pogodzić z doświadczeniem, gdyż wzór ten pokazuje, że czyniąc prędkość na powierzchni równą zeru, prędkość średnia mieć będzie pewną wartość skończoną. Oczywiście każdy związek, który je obie nie sprowadza jednocześnie do zera, jest błędny, a nadto wypadki doświadczeń Dubuat'a pokazują, że związek między temi prędkościami tem więcej zbliża się do równości, im osie są większe; tak że na jednej granicy mamy $V = 0$, $U = 0$, a na drugiej $V = \infty$, $U = \infty$, $V = U$. Szukał przeto Prony czyby

(*) *Recherches Physico-Mathématiques sur la théorie des eaux courantes*, par R. PRONY. A Paris, An XII (1804 v. s.) (in-4o, str. 130), Patrz str. 75.

nie było można uczynić zadość tym różnym warunkom, wzorem jednocześnie prostym i prawdziwym, i znalazł że równanie kształtu :

$$U = \frac{V(V + a)}{V + b},$$

odpowiada zadaniu. Jeżeli bowiem $V = 0$, równanie daje $U = 0$; dla $V = \infty$, $U = V = \infty$. Tak więc dla wszystkich wartości dodatnych i rosnących albo malejących prędkości V , otrzymać można wartości dodatne prędkości U , odpowiednio rosnące i malejące. Ponieważ zjawiska nie przyjmują żadnej wartości ujemnej na V , nie trzeba się nią przeto zajmować.

Nadając powyższemu równaniu kształt :

$$\frac{V}{V - U} = \frac{b}{b - a} + \frac{V}{b - a}$$

i kładąc

$$\frac{b}{b - a} = \alpha, \quad \frac{1}{b - a} = \beta,$$

otrzymał Prony z wypadków doświadczeń Dubuat'a :

$$\alpha = 4,036, \quad \beta = 1,280,$$

zkaąd

$$a = 2,37187, \quad b = 3,15312,$$

postawił ostatecznie wzór następujący :

$$U = \frac{V(V + 2,37187)}{V + 3,15312},$$

nierównie dogodniejszy w rachunku niż wzór Dubuat'a i przedstawiający wierniej doświadczenia służące mu za podstawę. Obliczając według tego wzoru wartości stosunku $\frac{U}{V}$,

odpowiadające różnym wartościom V , otrzymamy :

$$V = 0^m,00, 0^m,50, 1^m,00, 1^m,50, 2^m,00, 2^m,50,$$

$$\frac{U}{V} = 0,75, 0,79, 0,81, 0,83, 0,85, 0,87.$$

Widzimy zatem że ten stosunek, zmieniający się od 0,75 do 1,00, nie oddala się bardzo od 0,80 w zwykłych okolicznościach, skoro prędkość jest umiarkowana i niezbyt mała. To też Prony obliczył także wzór skrócony :

$$U = 0,816458V,$$

streszczający zarówno jak i poprzedni wypadki doświadczeń Dubuat'a i dodał, że zwykle w praktyce używać można wzoru jeszcze prostszego :

$$U = 0,80V.$$

Wzory powyższe nie zdają zupełnie sprawy z różnych okoliczności, przez które jeden prąd różni się od drugiego, a mianowicie z kształtu i wielkości przecięcia poprzecznego i nie można je bynajmniej uważać za ogólne. Zresztą doświadczenia Dubuat'a, z których te wzory zostały wywiedzione, dokonane były na kanałach drewnianych bardzo małych wymiarów, które nie można porównywać bez błędu do prądów w naturze.

76. Doświadczenia i wzory Defontaine'a. — Niektórzy badacze mniemali, że największa prędkość strug ma miejsce nie na powierzchni wolnej prądu, ale nieco pod tą powierzchnią. Inżynier francuzki Defontaine (*), wynalazca jednego z najlepszych systemów zastaw ruchomych na rzekach, wniósł z obserwacyj czynionych na Renie, że pomnąwszy działanie wiatru, prędkość największa strug ma

(*) W *Annales des Ponts et Chaussées*, tom VI, z roku 1833 znaleźć można pracę pana Defontaine nad biegiem Renu i obroną jego brzegów.

miejsce ściśle na powierzchni prądu. Co się tyczy prawa, według którego prędkość zmniejsza się wzdłuż jednej pionowej, w miarę jak zchodzimy coraz głębiej, to w drugiej połowie zeszłego stulecia Ximenes i inni Hydraulicy włoscy zajęli się jego poszukiwaniem. W r. 1789 i 1790 Brünings zrobił w tym przedmiocie osiemnaście szeregów doświadczeń, na różnych odnogach Renu przechodzących przez Hollandyą, i na każdym punkcie gdzie się zatrzymywał, co stopę wzdłuż jednej pionowej mierzył prędkość rzeki za pomocą swego *tachometru*, przyrządu, który opiszemy w Księdze piątej. Z tych obserwacyj i niektórych innych wniósł Woltmann, wynalazca cenionego w Niemczech młynka do mierzenia prędkości prądów, o którym także niżej mówić będziemy, że poczynawszy od powierzchni, prędkości wzdłuż jednej pionowej zmniejszają się tak, jak odcięte wywróconej paraboli, której osią jest taż pionowa. Funk, przyjął krzywą logarytmową i według niego w miarę wzrostu głębokości w postępie arytmetycznym, prędkości zmniejszają się w postępie geometrycznym. Wreszcie Rancourt (*), po wykonaniu doświadczeń na Newie w Petersburgu, mniemał że prędkości przedstawić można przez odcięte elipsy, której wierzchołek leży pod łożyskiem rzeki, a oś mała równoległa do poziomu wody, położona jest nieco pod tym poziomem. Wszystko to świadczy, że wyprowadzenie prawa matematycznego z wypadków doświadczeń w tej kwestyi wiele przedstawia trudności.

Z ogółu doświadczeń Defontaine'a, czynionych z pomocą młynka Woltmann'a, wniósł d'Aubuisson (**), że w miarę zanurzenia się pod powierzchnię wodną prądu w rzece, prędkość wody zmniejsza się stopniowo, z początku bardzo słabo, potem coraz silniej w miarę zbliżania się do dna, gdzie prędkość jest jeszcze prawie zawsze większa od połowy prędkości na powierzchni. Krzywa prędkości zbliża się według

(*) *Annales des Ponts et Chaussées*, t. VI, z r. 1832, str. 1.

(**) *Traité d'Hydraulique*, str. 177.

jednego z tych doświadczeń, tak dalece do paraboli, że można ją przedstawić równaniem :

$$v = 1,226 + 0,175y^2,$$

w którym v oznacza prędkość odpowiadającą głębokości y pod poziomem wody. Oto jest zresztą porównanie wypadków tego wzoru z wypadkami doświadczenia :

Głębokości y	Prędkości obserwowane	Prędkości obliczone
0 ^m ,00	1 ^m ,226	1 ^m ,226
0, 20	1, 218	1, 219
0, 40	1, 198	1, 198
0, 60	1, 167	1, 163
0, 80	1, 125	1, 114
1, 00	1, 057	1, 051
1, 20	0, 950	0, 974
1, 40	0, 880	0, 883

Największa różnica między wypadkami doświadczenia i rachunku ma miejsce na głębokości 1^m,20 i jest równa 0^m,024. Różnica średnia, bez względu na znak, jest tylko 0^m,006.

77. Poszukiwania teoretyczne Sonnet'a. — W r. 1845 ogłosił Sonnet swą rozprawę o ruchu jednostajnym wody ze względem na różnicę prędkości strug (*), w której drogą czysto teoretyczną doszedł do wyprowadzenia wzorów na rozkład prędkości wzdłuż jednego poprzecznego przecięcia prądu. Streszczenie całej jego teorii zajęłoby zbyt wiele miejsca, poprzestaniemy więc tylko na zastosowaniu jej do przecięcia prostokątnego, którego szerokość jest nieskończona.

Przypuśćmy że dno jest płaskie i równoległe do powierz-

(*) *Recherches sur le mouvement uniforme des eaux, en ayant égard aux différences de vitesse des filets.*

chni wody, że bieg jest nieustanny i jednostajny i że wszystkie strugi są prostolinijne i równoległe. Ciśnienia na każdym przecięciu poprzecznym rozkładają się zatem według praw Hydrostatyki. Niech będzie CD (fig. 44) przekrój podłużny

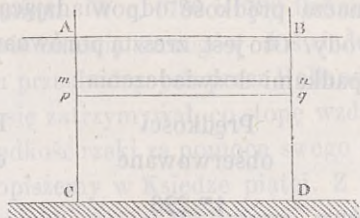


Fig. 44.

dna kanału a AB takiż przekrój wolnej powierzchni wody. Poprowadźmy dwa przecięcia poprzeczne równoległe AC i BD, w odległości $AB = l$ i weźmy pod uwagę ruch warstwy $mnpq$ zawartej między dwiema płaszczyznami równoległymi do AB, a której szerokość jest równa jedności.

Położmy :

$$Am = y, \quad mp = dy.$$

Ciecz zawarta wewnątrz warstwy $mnpq$ jest w równowadze pod działaniem ciśnień na przecięciach mp i nq , siły ciężkości i oddziaływań sąsiednich części cieczy. Przypuścimy że wszystkie strugi zawarte wewnątrz tej warstwy ożywione są jedną i tąż samą prędkością v , funkcją jednej zmiennej y . Ciśnienia na przecięciach mp i nq są równe i wzajemnie się znoszą w rzucie na oś prądu. Składowe normalne ciśnienie na cztery inne ściany równoległościanu nie dają nic w rzucie na tę oś. Tarcia na ścianach bocznych są żadne, gdyż ślizganie względne strug nie ma miejsca na płaszczyźnie prostopadłej do osi prądu; pozostają więc tylko tarcia na ścianach górnej i dolnej i siła ciężkości.

Ciężar uważanej warstwy cieczy jest $\Pi l dy$, a w rzucie na oś prądu $\Pi l dy \times I$, oznaczając przez I spadek kanału.

Tarcie wynika ze ślizgania na ścianie mn , jest według przypuszczenia Navier'a równe iloczynowi z powierzchni l tej ściany, przez pewien stały współczynnik K i przez pochodną $\frac{dv}{dy}$ prędkości względem głębokości; czyli inaczej równe wyrażeniu $Kl \frac{dv}{dy}$, któremu nadać trzeba znak —, gdyż jeżeli v rośnie razem z y , $\frac{dv}{dy}$ jest dodatne, a jednocześnie działanie strug wyższych jest opóźniające.

Działanie strug położonych ponad warstwą $mnpq$ jest więc wyrażone przez :

$$- Kl \frac{dv}{dy};$$

działanie zaś strug położonych pod tą warstwą wyrażone jest przez tę samą funkcję wziętą ze znakiem przeciwnym i powiększoną swą różniczką, czyli przez

$$Kl \frac{dv}{dy} + Kl d \cdot \frac{dv}{dy}.$$

Równanie ruchu jednostajnego otrzymamy przyrównyując do zera sumę algebraiczną trzech wyrażen: siły ciężkości i dwóch tarć, co nam daje :

$$\text{III} l dy + Kl d \cdot \frac{dv}{dy} = 0.$$

Podzieliwszy obie strony przez $\text{III} l dy$ otrzymamy :

$$1 + \frac{K}{\text{III}} \frac{d^2 v}{dy^2} = 0,$$

a następnie kolejno :

$$\frac{d^2 v}{dy^2} = - \frac{\text{III}}{K},$$

$$\frac{dv}{dy} = C - \frac{\text{III}}{K} y,$$

$$v = V + Cy - \frac{1}{2} \frac{\text{III}}{K} y^2.$$

Ilość stała V oznacza prędkość na powierzchni.

Krzywa prędkości v jest więc parabolą, co się zgadza z doświadczeniami Defontaine'a. Przyjawszy że strugi na powierzchni ożywione są największą prędkością, trzeba będzie położyć $C=0$.

Prędkość średnia U dana będzie wtedy równaniem :

$$U = \frac{\int_0^h v dy}{h} = V - \frac{1}{6} \frac{\text{III}}{K} h^2,$$

gdzie h oznacza całkowitą głębokość prądu.

Prędkość W na dnie będzie :

$$W = V - \frac{1}{2} \frac{\text{III}}{K} h^2,$$

zatem

$$3U - W = 2V,$$

z kądem

$$3U = 2V - W,$$

albo

$$U = \frac{2V - W}{3},$$

wypadek jaki otrzymał p. Sonnet.

Pan Maurycy Lévy, o którego pracach tylokrotnie już wspominaliśmy, doszedł także do otrzymania podobnego wyra-

żenia na v . Jego wzór jest :

$$v = \frac{\text{III}}{2\varepsilon_0} y^2 + A \cos y \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}} + B \sin y \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}} + C,$$

gdzie ε_0 i ε_1 są to stałe współczynniki, a A, B i C stałe dowolne, które należy oznaczać dla każdego szczególnego przypadku. Przypuszczając stosunek $\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}$ bardzo mały, można zastąpić dostawę przez jedność a wstawę przez sam łuk, co nam da na v trójmian drugiego stopnia względem y .

78. Prace p. Dupuit. — Znane jest powszechnie dzieło p. Dupuit (*) zawierające studia teoretyczne i praktyczne nad biegiem wody w kanałach odkrytych. Pierwsze jego wydanie wyszło w r. 1848, a drugie ukazało się w piętnaście lat później, starannie przez autora poprawione i pomnożone. Z tego drugiego wydania wyjmiemy i podamy tu niektóre szczegóły, tyjące się rozkładu prędkości na przecięciu poprzecznym prądu.

Weźmy ten sam przypadek co i w poprzednim ustępie i przeprowadźmy rachunki według p. Dupuit, który znów w swem dziele uogólnia tylko rachunki Prony'ego. W przypadku przecięcia prostokątnego, którego szerokość jest nieskończoną i którego boki nie stawiają tym sposobem żadnego oporu, wszystkie strugi należące do warstwy równoległej do dna kanału, posiadają jedną i tę samą prędkość i dość jest wziąć pod uwagę to wszystko, co ma miejsce na przecięciu pionowem równoległym do prędkości. Oznaczmy przez I wstawę kąta, jaki dno kanału czyni z poziomem. Ilość ta w naturze jest zawsze dość mała, aby można ją było przyrównać do łuku albo do stycznnej. Niech będzie H głębokość całkowita; y odległość warstwy uważanej od powierzchni prądu; v^n, v^{n-1} ,

(*) *Études théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux découverts*, etc. Deuxieme édition, Paris, 1863, in-4^o.

..., v^n , v' , prędkości n różnych warstw, począwszy od warstwy na powierzchni v^n , aż do warstwy na dnie v' ; II ciężar gatunkowy cieczy. Struga na powierzchni, której prędkość jednostajna jest v^n , znajduje się w tym samym przypadku jak ciało stałe ślizgające się wzdłuż równi pochyłej i ma też samo równanie równowagi.

Przyspieszająca jej bieg siła ciężkości działa na nią z natężeniem proporcjonalnym do jej ciężaru i do wstawy kąta nachylenia. Siła równoważąca poprzednią a stawiająca opór biegowi, zależy widocznie od prędkości względnej :

$$(v^n - v^{n-1}),$$

strugi wyższej względem strugi bezpośrednio pod nią leżącej i rośnie wraz z tą prędkością, gdyż to jest główny warunek jednostajności ruchu przy jakimkolwiek nachyleniu. Równanie zatem równowagi dla strugi wyższej będzie :

$$\Pi g I \Delta y = f(v^n - v^{n-1}),$$

albo prościej :

$$I \Delta y = f(v^n - v^{n-1}),$$

włączając ilości stałe pod znak funkcyi. Funkcya f jest tu nieoznaczoną, ale rośnie razem ze zmienną.

Struga, bieżąca bezpośrednio pod strugą położoną na powierzchni, ponosi działanie przyspieszające siły ciężkości, proporcjonalne do $I \Delta y$, a w skutku ślizgania o strugę niższą, działanie opóźniające, proporcjonalne do $f(v^{n-1} - v^{n-2})$; ale nadto struga wyższa ślizgając się po niej wywiera na nią działanie przyspieszające, równe właśnie działaniu opóźniającemu, którego od niej doznaje.

W ten sam sposób zupełnie, ciało stałe ślizgające się na płazczyźnie, pociąga tę płazczyznę w kierunku swego ruchu z siłą równą tarciu, które opóźnia jego upadek. Mamy więc

równanie równowagi, dla strugi położonej bezpośrednio pod powierzchnią :

$$I\Delta y = f(v^{n-1} - v^{n-2}) - f(v^n - v^{n-1});$$

tak samo mielibyśmy dla strugi jakiegokolwiek m ,

$$I\Delta y = f(v^m - v^{m-1}) - f(v^{m+1} - v^m);$$

a dla strugi drugiej z porządku zaczynając od dna :

$$I\Delta y = f(v'' - v') - f(v''' - v'');$$

i wreszcie dla strugi na dnie :

$$I\Delta y = \varphi(v') - f(v'' - v');$$

gdzie $\varphi(v')$ oznacza pewną funkcją prędkości warstwy dotykającej dna. Łącząc wszystkie te równania równowagi otrzymamy szereg następujący :

$$I\Delta y = f(v^n - v^{n-1}),$$

$$I\Delta y = f(v^{n-1} - v^{n-2}) - f(v^n - v^{n-1}),$$

.....

$$I\Delta y = f(v'' - v') - f(v''' - v''),$$

$$I\Delta y = \varphi(v') - f(v'' - v');$$

a dodając równania równowagi aż do głębokości jakiegokolwiek y otrzymamy :

$$Iy = f(-\Delta v),$$

gdź oczywiście

$$v^m - v^{m-1} = -\Delta v.$$

Rozwinąwszy następnie funkcją $f(-\Delta v)$ według potęg ro-

snących zmiennej, będziemy mieli:

$$Iy = - (K\Delta v + K'\Delta v^2 + K''\Delta v^3 + \dots);$$

że zaś Δv jest bardzo małe, można przeto opuścić potęgi wyższe od pierwszej i napisać:

$$Iy = - K\Delta v.$$

Takie jest równanie postawione przez p. Dupuit w miejsce równania :

$$Iy = f(-\Delta v),$$

jakie wywiódł Prony. Ale p. Dupuit zwraca zarazem uwagę, że im Δv będzie mniejsze, to jest na im cieńsze warstwy podzielimy prąd, tem współczynnik K będzie większy, że zatem K jest koniecznie kształtu $\frac{\varepsilon}{\Delta y}$, gdzie ε jest ilością stałą. Tym spo-

sobem $K\Delta v$ Prony'ego zastąpione zostaje stosunkiem $\varepsilon \frac{\Delta v}{\Delta y}$, albo

w granicy pochodną : $\varepsilon \frac{dv}{dy}$; ale ponieważ ta pochodna w ogóle nie jest bardzo małą i nie może być pomijaną, tak łatwo jak Δv , przeto nie mogąc pomijać wyższych potęg jak poprzednio, trzeba napisać:

$$Iy = - \left[\varepsilon \frac{dv}{dy} + \varepsilon' \left(\frac{dv}{dy} \right)^2 + \varepsilon'' \left(\frac{dv}{dy} \right)^3 + \dots \right].$$

To równanie ogólne może być zastąpione równaniem:

$$Iy = - \varepsilon \left(\frac{dv}{dy} \right)^n,$$

zwłaszcza w przypadkach napotykanym w praktyce, gdzie zwykle wyrażenie $\frac{dv}{dy}$ zawarte jest między zerem a ilością bardzo małą. Całkując to równanie w granicach o i y i zwa-

zywszy, że dla $y = 0$, $v = V$, otrzymamy:

$$v = V - \frac{n}{n+1} \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{n}} y^{\frac{n+1}{n}},$$

zaś dla warstwy na dnie kanału, gdzie $z = H$ a $v = W$:

$$W = V - \frac{n}{n+1} \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{n}} H^{\frac{n+1}{n}}.$$

Położywszy dla skrócenia:

$$C = \frac{n}{n+1} \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{V-W}{H^{\frac{n+1}{n}}},$$

otrzymamy:

$$v = V - Cy^{\frac{n+1}{n}},$$

$$V = W + CH^{\frac{n+1}{n}},$$

zkaąd

$$v = V - (V - W) \left(\frac{y}{H}\right)^{\frac{n+1}{n}}.$$

Jest to równanie krzywej prędkości, zawierające w sobie li tylko prędkość na dnie, prędkość na powierzchni i głębokość.

Jak widzimy przedstawia ono parabolę stopnia $\frac{n+1}{n}$, której oś leży na powierzchni wolnej prądu.

Oznaczając prędkość średnią przez U , będziemy mieli:

$$UH = \int_0^H v dy = \int_0^H \left[V - (V - W) \left(\frac{y}{H}\right)^{\frac{n+1}{n}} \right] dy,$$

zkaąd

$$U = \frac{(n+1)V + nW}{2n+1} = \frac{V+W}{2} + \frac{V-W}{2(2n+1)}.$$

Kładąc $n = \infty$, otrzymamy :

$$U = \frac{V + W}{2},$$

to jest wzór Dubuat'a. Stanowi on pierwszy wyraz wzoru ogólnego, drugi zaś wyraz zmniejsza się w miarę powiększania się n . Skoro zgodnie z przypuszczeniem Navier'a, położymy $n = 1$, otrzymamy :

$$U = \frac{2V + W}{3},$$

to jest wzór jaki otrzymał Sonnet. Wreszcie kładąc $n = 2$, wedle teorii p. Darcy, mamy :

$$U = \frac{3V + 2W}{5}.$$

79. Doświadczenia i wzory p. Witkowskiego. —

Pan Witkowski, inżynier komunikacyj w Warszawie, wykonał w styczniu 1862 r., wspólnie z inżynierami pp. Suszyckim, Falkowskim i Majewskim, kilka doświadczeń w przedmiocie rozkładu prędkości wody na jednej pionowej, w rzece Wiśle, przy stanie jej zamarznięcia pod lodem i podał ich wypadki wraz z uwagami w *Dzienniku Politechnicznym* (*), wychodzącym w Warszawie. Do mierzenia prędkości używał p. Witkowski młynka Baumgarten'a, opatrzonego w skrzydełka helissoidalne, który wskazywał ilość obrotów odpowiednią prędkości na sekundę. Doświadczenie trzecie pozwoliło mu położyć :

$$v = 0,694 + 1,033y - 0,223y^2,$$

gdzie v jest prędkość w stopach na sekundę, odpowiadająca głębokości y także w stopach. Różnica największa, bez wzglę-

(*) Rok 1862, poszyt pierwszy, str. 10. Artykuł pod tytułem: *Kilka doświadczeń w przedmiocie rozkładu prędkości wody, na jednej pionowej w rzece Wiśle przy stanie jej zamarznięcia, pod lodem.*

du na znak, między wypadkami doświadczenia i tego wzoru, jest 0,177 stóp.

Z doświadczenia czwartego wyciągnął p. Witkowski :

$$v = 0,7215 + 0,615y - 0,113y^2,$$

i największa różnica jest 0,124, ale tak samo jak i w poprzednim różnice powiększają się idąc od dna do powierzchni. Obliczając wzór o czterech współczynnikach :

$$v = 0,7019 + 0,7048y - 0,162y^2 + 0,0065y^3,$$

otrzymał p. Witkowski największą różnicę 0,098 stóp; w każdym razie jednak dodaje, że wzór o trzech współczynnikach uważa za dostateczny do przedstawienia prędkości pod lodem, na Wiśle pod Warszawą.

Co do prędkości wody na Wiśle w otwartym korycie, podaje p. Witkowski następujące wypadki doświadczenia :

głębokość stóp :	prędkość stóp :
1,00	3,112
2,00	3,060
4,00	2,770
6,00	2,140

i streszcza je wzorem

$$v = 3,0695 + 0,0772y - 0,0386y^2.$$

Największa różnica jest tu tylko 0,009 stóp.

Wzory powyższe składają się z trzech wyrazów. Wyrazem pierwszym jest zawsze prędkość na powierzchni, zależąca od głębokości i spadku rzeki; drugi wyraz zależy od oporu na powierzchni wody, to jest od oporu lodu lub powietrza; trzeci wreszcie zależy od tarcia strug jednych o drugie. Pan Witkowski przyjmuje co do tego ostatniego, przypuszczenie Navier'a,

i kładzie :

$$Iy = -\varepsilon \frac{dv}{dy},$$

z kąd całkując otrzymuje :

$$v = a - \frac{Iy^2}{2\varepsilon}.$$

Zatem prędkości na jednej pionowej tworzyć powinny parabole, której oś leży na powierzchni wolnej prądu. Ale opierając się na doświadczeniach p. Boileau (*), wnosi p. Witkowski, że prędkość największa jest pod powierzchnią wody, i wprowadza w poprzednie równanie różniczkowe wyraz stały, βI zależący od oporu powietrza na powierzchni wody. W wyrażeniu tem β jest współczynnikiem tego oporu. Mamy tym sposobem :

$$\frac{dv}{dy} = -\frac{Iy}{\varepsilon} + \beta I,$$

z kąd całkując otrzymujemy :

$$v = a + \beta Iy - \frac{Iy^2}{2\varepsilon}.$$

Wynika z tąd że głębokość, w której przypada największa prędkość, dana jest równaniem :

$$-\frac{Iy}{\varepsilon} + \beta I = 0,$$

z kąd ta głębokość :

$$y_1 = \varepsilon \beta.$$

Jest ona niezależną od całkowitej głębokości rzeki. To też p. Witkowski, zapobiegając temu wynikowi, kładzie

$$y_1 = \varepsilon \beta H$$

(*) *Traité de la mesure des eaux courantes*. Paris, 1854.

i równaniu poprzedniemu nadaje kształt:

$$\frac{dv}{dy} = -\frac{Iy}{\varepsilon H} + \beta I,$$

z kąd wypada po zcałkowaniu :

$$(1) \quad v = a + \beta Iy - \frac{Iy^2}{2\varepsilon H}.$$

Kładąc wreszcie

$$\beta I = b, \quad \frac{I}{2\varepsilon H} = c,$$

dochodzimy do wyrażenia kształtu :

$$v = a + by + cy^2,$$

jakiem p. Witkowski streścił wypadki swych doświadczeń.

W równaniu (1) kładąc $y = 0$ otrzymamy prędkość na powierzchni:

$$V = a;$$

kładąc $y = \varepsilon H$, otrzymamy prędkość maximum :

$$(2) \quad V_1 = V + \frac{\varepsilon \beta^2}{2} IH;$$

kładąc wreszcie $y = H$, mieć będziemy prędkość na dnie :

$$(3) \quad W = V - \left(\frac{1}{2\varepsilon} - \beta\right) IH.$$

Prędkość średnią otrzymamy, jak w poprzednim ustępie, z równania :

$$UH = \int_0^H v dy = \int_0^H \left(a + \beta Iy - \frac{Iy^2}{2\varepsilon H} \right) dy,$$

z kąd

$$(4) \quad U = V + \left(\frac{\beta}{2} - \frac{1}{6\varepsilon}\right) IH.$$

Między równaniami: (2), (3) i (4) rugując β i ϵ , będziemy mieli:

$$(3U - V_1 - V - W)^2 = (V_1 - W)(V_1 - V)$$

czyli

$$U = \frac{V_1 + V + W}{3} + \frac{1}{3} \sqrt{(V_1 - W)(V_1 - V)}.$$

Taki jest wzór p. Witkowskiego, dający prędkość średnią w funkcji prędkości maximum, na dnie i na powierzchni. W przypadku koryta otwartego można położyć $V = V_1$ i dojść do wzoru Sonnet'a:

$$U = \frac{2V - W}{3}.$$

Dla koryta zamrożonego przyrównać można bieg wody do biegu w rurach i położyć $V = W$, zkad:

$$U = \frac{2V_1 + W}{3}.$$

Obliczył nadto p. Witkowski wartości współczynników ϵ i β , spójności cząstek i oporu powietrza. Sonnet znalazł już poprzednio $\epsilon = \frac{1}{3200}$ w miarach metrycznych, co czyni

$\epsilon = \frac{1}{931,6}$ w miarach polskich. Tę wartość Dupuit uważa za

zbyt małą. Pan Witkowski znajduje $\epsilon = \frac{1}{5179}$ dla koryta za-

marzniętego, a $\epsilon = \frac{1}{2251}$ dla koryta otwartego. Drugi

współczynnik β , zależny od spadku, przedstawia opór lodu w przypadku koryta zamrożonego, a opór powietrza, w przypadku koryta otwartego. P. Witkowski znalazł w pierwszym przypadku $\beta = 2564$, a w drugim $\beta = 322$, oba przy spadku Wisły pod Warszawą $I = 0,00024$. Kładąc je we wzór poprze-

dnio otrzymany, będziemy mieli dla koryta zamkniętego :

$$v = V + 25641y - 2589 \frac{1y^3}{H},$$

a dla koryta otwartego :

$$v = V + 3221y - 4125 \frac{1y^3}{H};$$

co nam da przy powyższym spadku Wisły pod Warszawą, w pierwszym przypadku :

$$v = V + 0,615y - 0,621 \frac{y^3}{H},$$

a w drugim

$$v = V + 0,77y - 0,270 \frac{y^3}{H}.$$

Wzory te pozwolą otrzymać prędkość w różnych głębokościach pod powierzchnią, mając daną prędkość na powierzchni i głębokość.

Z ogółu swych poszukiwań, odznaczających się ścisłością i praktycznością, na które, streściwszy je tutaj tylko w ich wypadkach, zwracamy szczególną uwagę czytelnika, wyciąga p. Witkowski następujące wnioski : prawo rozkładu prędkości na jednej pionowej zależy od oporu powietrza na powierzchni i od spójności cząstek płynu ; opór powietrza nie powinien być pomijany jako wynoszący $\frac{1}{7}$ oporu spójności, jest on zależny od spadku na powierzchni wody ; opór spójności jest zależny od spadku dna i powierzchni i od temperatury, czyli od gęstości wody, która powiększać może współczynnik oporu do 2,25 ; opór ten zatem również nie powinien być pomijany.

80. Poszukiwania doświadczalne panów Darcy i Bazin. — Henryk Darcy, którego prace stanowią epokę w dziejach Hydrauliki, zbadawszy bieg wody w rurach, skie-

rował swą uwagę na kanały odkryte, i w r. 1855 rozpoczął szereg daświadczeń w Dijon, z pomocą inżynierów Baumgarten'a i Ritter'a. Po ich odjeździe pomagać mu w nich zaczął inżynier Bazin, który po śmierci Henryka Darcy w r. 1858, poszukiwania dotyczące biegu wody w kanałach prowadził dalej i ukończył. Wspierany w tych pracach przez Rząd francuzki, wydał p. Bazin w r. 1865 na widok publiczny ich wypadki w dwóch tomach (*), a dzieło to przyjęte z zapałem przez uczonych europejskich, zajęło w liczbie źródłowych prac w dziedzinie Hydrauliki zasłużone miejsce. Opis narzędzia, które używał p. Darcy do mierzenia prędkości strug w kanałach odkrytych, podamy w Księdze piątej; tu zaś postaramy się streścić wypadki poszukiwań, dotyczących się rozkładu prędkości na przecięciu poprzecznem prądu.

Wzór Prony'ego, który można także napisać w kształcie :

$$\frac{U}{V} = \frac{V + 2,37}{V + 3,15},$$

a który używany był często pod postacią uproszczoną :

$$U = \frac{4}{5} V,$$

nie zdaje zupełnie sprawy z natury koryta, mającej jednak, jak się przekonamy w następującym rozdziale, wielki wpływ na prawa biegu. Stosunek $\frac{U}{V}$, stały według Prony'ego, zmienia się między odległymi granicami, a przeglądając wypadki doświadczeń pp. Darcy i Bazin, widzimy że ten stosunek równy liczbie 0,85 dla bardzo gładkich ścian koryta, naprzykład kamiennych, zmniejsza się stopniowo, w miarę jak się opór ścian powiększa i w kanałach usypanych z ziemi zchodzi do 0,50.

(*) *Recherches Hydrauliques entreprises par M. H. DARCY et continuées par M. H. BAZIN. Première partie : Recherches expérimentales sur l'écoulement de l'eau dans les canaux découverts. Seconde partie : Recherches expérimentales sur la propagation des ondes.*

Jak zobaczymy później, równanie ruchu jednostajnego wody w kanałach odkrytych, jest według p. Bazin :

$$RI = AU^3,$$

gdzie R jest promień średni przecięcia poprzecznego, I spadek na jednostkę długości, U prędkość średnia, a A współczynnik zależny od natury ścian. Stosunek $\frac{U}{V}$ zmienia się właśnie

razem z A i skoro A zbliża się do zera, $\frac{U}{V}$ zbliża się do jedności, gdyż wszystkie prędkości byłyby sobie równe, gdyby opór ścian nie miał zupełnie miejsca. Położył zatem p. Bazin $\frac{V}{U} = 1 + f(A)$, związek, w którym $f(A)$ staje się równą zero razem z A i przekonał się, że wypadki wszystkich doświadczeń przedstawić można bardzo dobrze, nadając funkcji $f(A)$ kształt bardzo prosty :

$$f(A) = K\sqrt{A},$$

gdzie K jest ilością stałą. Jej wartość średnia jest

$$K = 14,4,$$

a p. Bazin bierze po prostu $K = 14$ i kładzie :

$$\frac{V}{U} = 1 + 14\sqrt{A},$$

albo

$$V - U = 14\sqrt{RI},$$

jeżeli za A wstawimy $\frac{RI}{U^2}$. Porównanie wypadków, jakie daje ten wzór, z wypadkami doświadczeń i wypadkami wzoru Prony'ego, pokazuje że ten ostatni zgadza się dość dobrze z doświadczeniem, skoro opór ścian nie jest wielki, co można było przewidzieć, zważywszy że doświadczenia na jakich opierał się

Prony, odnosiły się do kanałów ze ścianami drewnianymi. W miarę jak opór ścian się powiększa, wypadki wzoru Prony'ego oddalają się znacznie od wypadków doświadczeń, gdy przeciwnie wzór p. Bazin daje zawsze różnicę mniejszą od jednej setnej.

Skierowaną została następnie uwaga pp. Darcy i Bazin na opór powietrza przy biegu wody w kanałach. Myśleli naprzód, że obserwując kolejno bieg wody w rurze a następnie w kanale odkrytym utworzonym przez przekrój rury wzdłuż płaszczyzny przechodzącej przez jej oś, i porównywając wypadki obu obserwacyj, dojdą do ścisłego oznaczenia wpływu, jaki wywiera opór powietrza na wierzchnie warstwy prądu. Nie ziściło się to całkowicie, ale zawsze porównanie, o jakim mowa, doprowadziło uczonych Hydraulików do wypadków bardzo ciekawych, dowiodło że opór powietrza przy jego stanie spokojnym jest bardzo mało znaczący, co zresztą łatwe było do przewidzenia, a nadto pokazało, że w nieobecności wszelkiego oporu tego rodzaju, prędkości rozkładają się w okolicach powierzchni odkrytej prądu według praw zupełnie innych, jak we warstwach głębiej położonych. Krzywe równej prędkości, które w przypadku rury prostokątnej, mają kształt zbliżony do prostokąta podobnego do przecięcia rury i są mniej więcej równoległe; w przypadku kanału odkrytego, którego przecięcie jest równe co do kształtu i wielkości połowie przecięcia uważanej rury, zamiast formy prostokątnej przybierają wybitny kształt eliptyczny, powierzchnię wolną prądu przecinają pod kątem prostym i dążą niejako do przybrania formy zamkniętej. Prędkość średnia, położona mniej więcej na dwóch trzecich odległości od płaszczyzny poziomej przechodzącej przez środek przecięcia w rurze zamkniętej, leży w kanale odkrytym na czterech piątach głębokości; a załamywanie się krzywych w okolicy powierzchni wolnej prądu wskazuje nadto, że prędkość największa leży pod tą powierzchnią. Tych wszystkich nieregularności przypisywać

nie można wyłącznie oporowi powietrza, który jak doświadczenia wykazały jest bardzo małym, ale wnioskować wypada, że w kanale odkrytym, bieg wody ma miejsce na prawach zupełnie innych niż w rurze. Przy biegu w rurach, ściany stałe i jednostajne wytwarzają pewnego rodzaju solidarność między wszystkimi częściami cieczy i sprzeciwiają się ruchom nieregularnym i wzburzeniom, dającym się spostrzegać na powierzchni kanałów. To też w rurach, krzywe równej prędkości są zupełnie regularne i podobne do konturów przecięć. Przeciwnie w korycie otwartem, brak oporu na powierzchni górnej prądu, brak symetrii i niezmienności przecięcia, sprzyjają tworzeniu się ruchów nieregularnych w pobliżu tej powierzchni i zdaje się, że właśnie tej okoliczności przypisywać należy w większej części zmniejszanie się prędkości w warstwach wyższych prądu. Gdyby przyczyną tego zmniejszania był wyłącznie opór powietrza, nie miałoby ono miejsca zupełnie w przypadku wiatru wiejącego w kierunku biegu wody, z prędkością większą od prędkości prądu. Ale jeszcze Boileau zauważył, że tak nie jest i tym sposobem powyższy pogląd p. Bazin tem większego nabiera znaczenia.

W przypadku prądu, którego szerokość jest bardzo wielka w porównaniu z głębokością, przekonał się p. Bazin, że rozkład prędkości na jednej pionowej przedstawiony być może wzorem:

$$\frac{V - v}{\sqrt{HI}} = K \left(\frac{y}{H} \right)^2,$$

gdzie H jest głębokość całkowita prądu, a v prędkość na głębokości y . Współczynnik K uważać można za stały i równy średnio 20,6. W miarę jednak powiększania się szerokości kanału, K lekko wzrasta. P. Bazin mniema, że dla prądu, w którym opór ścian bocznych jest ściśle równy zeru, K dochodzi do 24. Prędkość średnia jest w tym przypadku :

$$U = \frac{1}{H} \int_0^H \left[V - K \left(\frac{y}{H} \right)^2 \sqrt{HI} \right] dy = V - \frac{K}{3} \sqrt{HI}$$

i ma miejsce na głębokości :

$$y = 0,577 H.$$

Ale kładąc w tym wzorze na U , $K = 24$ i $\frac{\sqrt{RI}}{U} = \sqrt{A}$, otrzymamy :

$$\frac{V}{U} = 1 + 8\sqrt{A},$$

gdy tymczasem widzieliśmy wyżej, że w rzeczywistości

$$\frac{V}{U} = 1 + 14\sqrt{A}.$$

Pan Bazin, zaznaczając tę sprzeczność, wykazuje jak trudno jest znaleźć ściśle prawo rozkładu prędkości na jednej pionowej, w prądzie którego głębokość jest dość znaczna, aby wpływ ścian bocznych dawał się czuć aż w środku kanału. Nieszukając więc już dalej rozwiązania ogólnego tego zadania, przechodzi do postawienia wzorów czysto doświadczalnych. Dla kanałów z przecięciem kołowym, p. Bazin przyjmuje, że linie równej prędkości są kołami współśrodkowymi i jeżeli r jest promieniem jednego z tych kół, R promieniem całkowitym przecięcia (*), v prędkością warstwy, której promień jest r a v_0 prędkością w środku przecięcia, p. Bazin otrzymuje wzór :

$$v_0 - v = K \sqrt{RI} \left(\frac{r}{R}\right)^3,$$

w którym $K = 21$. Zdawałoby się że wzór ten można stosować także do biegu wody w rurach, gdy tymczasem nie zgadza się on wcale ani z wzorem wywiedzionym na mocy teorii Navier'a (ustęp n. 46) ani z wzorem p. Darcy (ustęp n. 47).

W rezultacie, doświadczenia p. Bazin pokazują że przypuszczenie p. Darcy co do wzajemnego tarcia strug wewnątrz

(*) Nie należy go tu mieszać z promieniem średnim.

prądu nie może być przyjęte i że przypuszczenie Navier'a, na którym się opierał Sonnet, jest bliższe prawdy. Podał nadto p. Bazin nowe prawo, jeżeli nie równie racjonalne, to tłumaczące lepiej obserwowane zjawiska, a mianowicie, że tarcie na jednostce powierzchni, dwóch strug nieskończenie blizkich, ożywionych prędkościami różnemi v i $v + dv$, a przedzielnymi odległością dr , może jeszcze być przedstawione iloczynem $K \frac{dv}{dr}$, pod warunkiem, że współczynnik K jest funkcją prędkości bezwzględnej v strug. Podaliśmy wyżej wzory projektowane przez p. Lévy i przez p. Witkowskiego, które obejmując większą liczbę wyrazów, pozwalają przedstawić łatwiej wypadki doświadczeń. Ale jednocześnie tracimy na prostocie, to co zyskujemy na dokładności. Tę trudność zadania pojął już Navier, a p. Bazin mówi zarówno (*): «Zadanie tem się więcej komplikuje i zaciemnia, w miarę jak się pojawiają wypadki nowych doświadczeń, coraz to liczniejsze i dokładniejsze, któreby na nie rzucić powinny tem większe światło. Co wnosić o tych wypadkach, tak różnych i na pozór tak sprzecznych, jeśli nie to, że nie posiadamy jeszcze pojęć zdrowych o wewnętrznych ruchach płynów i o wzajemnych działaniach ich cząsteczek. Być może, że ta część tak delikatna umiejętności, pozostanie długo jeszcze pod wyłącznym panowaniem empiryzmu.»

81. Doświadczenia inżynierów amerykańskich na Mississipi. — Z polecenia Rządu Stanów Zjednoczonych północnej Ameryki, wykonany został w latach 1850-1861, znakomity szereg doświadczeń hydraulicznych na rzece Mississipi jak również na rzekach i strumykach do niej wpadających. Celem ich bezpośrednim było utworzenie projektu zabezpieczenia rozległych równin okolicznych od wylewów tej olbrzymiej rzeki i projektu powiększenia głębokości jej ujść. Wypadki

(*) *Recherches Hydrauliques. Première partie : Introduction, p. 30.*

podane zostały w raporcie prowadzących doświadczenia pp. A. A. Humphreys, majora, i H. L. Abbot porucznika, z korpusu inżynierów topografów armii federalnej (*). Z raportu tego, którego jeden exemplarz ofiarowany został przez majora Humphreys'a bibliotece Szkoły Dróg i Mostów w Paryżu, wyjął i streścił ustępy dotyczące się biegu wody w rzekach, inżynier dróg i mostów p. Fournié (**). Podajemy tu bardzo ciekawe wypadki doświadczeń inżynierów amerykańskich, dotyczące się rozkładu prędkości na przecięciu poprzecznym prądu.

A naprzód, co się tyczy rozkładu prędkości wzdłuż jednej pionowej, inżynierowie amerykańscy przekonali się, że krzywa prędkości jest parabolą, której oś równoległa do powierzchni wody, leżeć może znacznie pod tą powierzchnią. Z doświadczeń na Mississipi wypada, że w czasie spokojnym, taż oś leży na $\frac{3}{10}$ głębokości pod powierzchnią prądu i to bez względu na jego prędkość i średnicę. Parametr z osi krzywej prędkości, zależy od prędkości średniej prądu. Oznaczając jak zawsze przez v prędkość na głębokości y , przez V_1 prędkość maksimum na głębokości y_1 , wreszcie przez U prędkość średnią prądu a przez H głębokość całkowitą, możemy napisać, jak następuje, związek do którego doszli inżynierowie amerykańscy, streszczając wielką liczbę doświadczeń :

$$v = V_1 - \sqrt{0,0566 U} \left[\frac{y - y_1}{H} \right]^2.$$

(*) Report upon the physics and hydraulics of the Mississippi river, upon the protection of the alluvial region against overflow; and upon the deepening of the mouths; based upon surveys and investigations made under the acts of Congress directing the topographical and hydrographical survey of the Delta of the Mississippi river, with such investigations as might lead to determine the most practicable plan for securing it from inundation, and the best mode of deepening the channels at the mouths of the rivers. — Bureau of the topographical engineers. War department, 1861. — Prepared by captain A. A. Humphreys, and lieutenant H. L. Abbot, corps of topographical engineers. United States Army.

(**) Résumé des expériences hydrauliques exécutées par le gouvernement américain sur le Mississipi et remarques sur les conséquences qui en découlent relativement à la théorie des eaux courantes, par Victor Fournié, ingénieur des Ponts et Chaussées. Paris 1867.

Współczynnik : $b = 0,0566$ jest stały dla wszystkich doświadczeń na Mississipi, w których głębokość H zmieniała się od 33^m do 17^m a nawet i do 8^m . Dla głębokości mniejszych wartość jego zmienia się tak, że dla :

$$H = 2^m, 17, \quad b = 0,18,$$

$$H = 0^m, 27, \quad b = 0,34.$$

Wyrazić więc można w tych przypadkach b w sposób ogólny jak następuje :

$$b = \frac{0,285}{\sqrt{H + 0,457}},$$

i chcąc stosować wzór poprzedni do małych strumyków, trzeba w nim położyć tę wartość zamiast wartości $0,0566$.

Średnia wszystkich prędkości wzdłuż jednej pionowej, którą tu oznaczymy przez V_u , jest według inżynierów amerykańskich związana z prędkością maximum V_1 , na tejże pionowej, równaniem :

$$V_1 = V_u + \sqrt{bU} \left[\frac{1}{3} + \frac{y_1(y_1 - H)}{H^2} \right],$$

które wraz z równaniem podanem poprzednio daje :

$$v = V_u + \sqrt{bU} \frac{H^2 - 3y_1H - 3y^2 + 6y_1y}{3H^2}.$$

Mamy zatem :

$$\frac{V_u}{v} = \frac{V_u}{V_u + \sqrt{bU} \frac{H^2 - 3y_1H - 3y^2 + 6y_1y}{3H^2}}.$$

Oczywiście nie można przyjmować na y w funkeyi H , wartości, któraby sprowadzała do zera wyraz poprawczy w mianowniku. Nie można zatem wyrugować z tego stosunku \sqrt{b} ani

\sqrt{U} . Ale skoro

$$y = \frac{1}{2} H,$$

wtedy mamy :

$$\frac{H^2 - 3y_1H - 3y^2 + 6y_1y}{3H^2} = \frac{1}{12}.$$

H i y_1 znikają i oznaczając przez V' prędkość na połowie głębokości, to jest wartość v odpowiadającą wartości $y = \frac{1}{2} H$, otrzymamy :

$$\frac{V_u}{V} = \frac{V_u}{V_u + \frac{1}{2} \sqrt{bU}}$$

Równanie to objawia fakt bardzo ważny i z którego wyciągnąć będzie można wiele pożytku przy mierzeniu wydatku rzek. Wykazuje ono, że stosunek prędkości średniej na jednej pionowej, do prędkości na połowie głębokości jest :

1° niezależny od szerokości i głębokości prądu, pomijając mało znaczący ich wpływ na wartość współczynnika b ;

2° bezwzględnie niezależny od głębokości, na jakiej położona jest oś paraboli przedstawiającej rozkład prędkości wzdłuż jednej pionowej;

3° prawie niezależny od prędkości średniej prądu, mając na uwadze małą wartość liczebną wyrażenia $\frac{1}{12} \sqrt{b}$.

Ten ostatni wniosek uwidoczniają następujące liczby. Dla $b = 0,0566$ i dla :

$$v = 0^m,30 \quad \text{mamy} \quad \frac{V_u}{V} = 0,965$$

$$» \quad 0^m,60 \quad \text{»} \quad 0,975$$

$v = 1^m,00$	mamy	$\frac{V_u}{V} = 0,981$
» $1^m,50$	»	0,984
» $2^m,00$	»	0,987
» $2^m,50$	»	0,988.

Równanie powyższe sprawdzone zostało nietylko na zasadzie doświadczeń na Mississipi, ale także i doświadczeń Boileau'ego na kanale *ad hoc* i p. Defontaine na Renie. Przekonano się, że stałość stosunku powyższego istnieje praktycznie dla wszystkich głębokości i szerokości prądów; że ten stosunek nie zależy ani od prędkości średniej prądu ani od prędkości średniej na jednej pionowej, ani wreszcie od położenia strugi ożywionej prędkością maximum. Jednem słowem, z punktu widzenia praktycznego, jest ta ilość prawie zupełnie stała.

Stałość tego stosunku pokazuje nadto, że prędkość warstwy wody położonej na połowie głębokości nie ulega żadnemu wpływowi zmiany kierunku i natężenia wiatru. Wykonane bowiem zostały przez inżynierów amerykańskich specjalne w tym przedmiocie doświadczenia.

Prawo to upraszcza znacznie długie obserwacje, jakie trzeba czynić w celu mniej lub więcej dokładnego znalezienia prędkości średniej prądu. Zamiast mierzenia prędkości na powierzchni, i prędkości na dnie, potrzeba już tylko zmierzyć prędkość na połowie głębokości w pewnej liczbie punktów obranych stosownie na przecięciu poprzecznem prądu. Mając prędkości na połowie głębokości, otrzymamy prędkości średnie na pionowych przechodzących przez obrane punkty obserwacyj. Średnia tych prędkości średnich na pionowych, którą tu oznaczymy U_v , jest związana z prędkością średnią bezwzględną prądu równaniem :

$$U_v = AU,$$

a wedle doświadczeń inżynierów amerykańskich, współczyn-

nik stały :

$$A = 0,93.$$

Współczynnik ten zresztą zależy od kształtu poprzecznego przecięcia prądu, ale jego zmiany są bardzo słabe.

W następującym rozdziale podamy wypadki doświadczeń inżynierów amerykańskich, dotyczące się biegu jednostajnego wody.

ROZDZIAŁ II

O BIEGU JEDNOSTAJNYM WODY W KANAŁACH ODKRYTYCH. — WZORY PRAKTYCZNE I TABLICE.

82. Równanie ruchu. — W tem wszystkim co następuje, uważać będziemy na całym przecięciu poprzecznym prądu jedną stałą prędkość, to jest prędkość średnią, i przypuścimy, że bieg jednostajny całej masy cieczy, w kanale graniastopowym ze stałym spadkiem, ma miejsce *całym przecięciem*, to jest tak, jak gdyby wszystkie strugi ożywione były wspólnymi prędkościami, prostopadle do poprzecznego przecięcia prądu. Niech będzie U ta prędkość, Ω powierzchnia przecięcia ABCD (fig. 45), a χ długość obwodu zmozonego AC + CD + DB. Oznaczmy przez p_0 ciśnienie powietrza na jednostkę powierzchni, a przez h odległość GI środka ciężkości przecięcia od poziomu wody. Weźmy pod uwagę masę cieczy zawartą między dwoma przecięciami poprzecznymi, nieskończenie blizkiemi. Przypuściwszy że spadek kanału jest bardzo mały,

ale w następstwie przenosi się na wszystkie ściany graniczące uważaną część cieczy, tak że rzucając te wszystkie siły na oś XX' , otrzymamy wypadkową rzutów równą zeru. Co się tyczy ciśnień mających miejsce w samej cieczy, mamy ciśnienie średnie na przecięciu $A'C'$ równe Πh , w skutku czego ciśnienie całkowite jest $\Pi h \Omega$. Chcąc je rzucić na oś XX' należy je pomnożyć przez dostawę kąta, jaki XX' czyni z poziomem. Na przecięciu $A''C''$ znajdziemy tak samo ciśnienie $\Pi h \Omega$, które trzeba pomnożyć przez dostawę tegoż samego kąta i wziąć ze znakiem mniej. Zatem te dwa ciśnienia w rzucie wzajemnie się znoszą. Ciśnienia cieczy na dno i ściany boczne koryta, jako prostopadłe do osi XX' , nie dają nic w rzucie na tęż oś.

Wreszcie co się tyczy tarcia wody o ściany kanału, to jak już wiemy z poprzedzającej Księgi, tarcie to jest proporcjonalne do powierzchni zetknięcia i jest pewną funkcją prędkości warstwy trącej. Okazało się jednak dogodniejszym przedstawienie tarcia przez pewną funkcją prędkości średniej, co jest mniej ściśle, ale dostateczne w praktyce. Tak więc tarcie jest tu siłą, której kierunek jest wprost przeciwny kierunkowi prądu, i wyrażoną przez $\chi ds f(U)$, gdzie $f(U)$ jest pewną funkcją prędkości średniej, którą wypada oznaczyć doświadczeniem.

Ostatecznie otrzymamy równanie :

$$\Pi \Omega dz + \chi ds f(U) = 0,$$

albo inaczej :

$$dz + \frac{\chi}{\Omega} \frac{f(U)}{\Pi} ds = 0,$$

które nam da po zcałkowaniu :

$$z + \frac{\chi}{\Omega} \frac{f(U)}{\Pi} s = z' + \frac{\chi}{\Omega} \frac{f(U)}{\Pi} s',$$

albo

$$z - z' = \frac{\chi}{\Omega} \frac{f(U)}{H} (s' - s).$$

Płość $z - z'$ jest to spadek całkowity powierzchni wody w kanale, między dwoma uważanymi punktami; $s' - s$ jest to długość AA'' liczona na osi hydraulicznej prądu, która w przypadku biegu jednostajnego jaki uważamy, sprowadza się do linii prostej. Ta długość, mając na uwadze przypuszczony słaby spadek kanału, może być bez wielkiego błędu przyrównana do swego rzutu poziomego i stosunek $\frac{z - z'}{s - s'}$ jest tym sposobem równy spadkowi na jednostce długości, który oznaczymy przez I . Stosunek $\frac{\Omega}{\chi}$ jest jak wiemy promieniem średnim przecięcia i oznaczymy go przez R . Kładąc wreszcie $\frac{f(U)}{H} = \varphi(U)$, równanie ruchu przybierze znany w praktyce kształt :

$$RI = \varphi(U).$$

Ażeby to równanie biegu jednostajnego wody w kanałach odkrytych było oznaczone, należy wyrazić $\varphi(U)$, to jest tarcie odniesione do jednostki masy, w funkcji prędkości średniej.

83. Wyrażenie tarcia według Prony'ego i jego poprzedników. — Pierwszy Dubuat usiłował z wypadków swych doświadczeń wyprowadzić pewien związek między trzema ilościami R , I i U . Równanie do jakiego doszedł po pracy bardzo mozolnej, porównywając wielokrotnie jego wypadki z wypadkami doświadczeń, jest bardzo złożone i zawiera w sobie logarytm, wprowadzony bez wątpienia w celu zgody z otrzymanymi z doświadczeń liczbami, a nie wynikający

wcałe z natury zjawisk. Równanie to jest następujące :

$$U = \left\{ \frac{48,8918}{1^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \log(1^{-\frac{1}{2}} - 1,6)} - 0,049359 \right\} (R^{\frac{1}{2}} - 0,016453).$$

Jeszcze na lat jedenaście przed drugim wydaniem dzieła Dubuat'a, w r. 1775 temż samemi poszukiwaniami zajął się Chésy, poprzednik Prony'ego w dyrektorstwie Szkoły Dróg i Mostów w Paryżu, w skutku prac inżynierskich na kanale de l'Yvette. Doszedł on do wyrażenia nierównie prostszego niż Dubuat, przyrównawszy opór ścian koryta do oporów działających proporcjonalnie do kwadratu z prędkości i przypuściwszy, że stosunek $\frac{U^2}{RI}$ jest stały. Wzór jego jest :

$$U = \sqrt{\frac{g}{c} RI},$$

gdzie c jest stałe. Stosunek $\frac{g}{c}$ jest równy w przybliżeniu liczbie 0,0004 i wzór jaki podał Chésy napisać można w kształcie :

$$RI = 0,0004U^2$$

albo

$$U = 50\sqrt{RI};$$

ten ostatni używany przez inżynierów włoskich ma także nazwę wzoru Tadini'ego.

Oznaczeniem wzajemnego oporu ciał stałych i płynnych w ich ruchu, zajmowano się wiele po Chésy'm a między poszukiwaniami w tym przedmiocie trzymają najpierwsze miejsce prace Coulomb'a, który pierwszy powziął myśl wyrażenia tarcia przez sumę dwóch wyrazów, jednego proporcjonalnego do pierwszej potęgi, a drugiego do kwadratu z prędkości. Inżynier fran-

cuzki Girard, który stawiał kanał de l'Oureq, zauważył że woda ślizgająca się wzdłuż ściany zmoczonej, albo inaczej po warstwie wody przylegającej do tej ściany, doznaje naprzód oporu od lepkości, jaka ją do tej warstwy przyciąga, co wytwarza pierwszą siłę opóźniającą bieg i proporcjonalną do prędkości.

Ale mimo tego że skutki lepkości nie zależą od nierówności ścian, należy jeszcze mieć wzgląd na też nierówności, które wytwarzają drugą siłę opóźniającą bieg i proporcjonalną do kwadratu z prędkości. Tym sposobem doszedł Girard do postawienia wzoru :

$$RI = \frac{K}{g}(U + U^2),$$

gdzie K jest współczynnik stały równy 0,0012181.

Wyciągając z tego równania wartość na U, otrzymamy :

$$U = -0,5 + \sqrt{0,25 + 8052,54RI}.$$

Prony, opierając się na wypadkach trzydziestu doświadczeń Dubuat'a i jednego jakie wykonał Chésy, obliczył współczynniki *a* i *b* wzoru :

$$RI = aU + bU^2$$

i znalazł następujące wartości :

$$a = 0,0000444499,$$

$$b = 0,000309314.$$

Wartość na U, według wzoru Prony'ego jest :

$$U = -0,0718523 + \sqrt{0,00516275 + 3232,96RI}.$$

Niestety doświadczenia, jakie służyły za podstawę rachunkom Prony'ego, były zbyt różnorodne aby mogły służyć za podstawę prawdziwej teorii. Przeglądając te 31 doświadczeń, widzimy naprzód, że z trzydziestu doświadczeń Dubuat'a, 23 od-

nosi się do kanałów drewnianych małego przecięcia, a siedem do kanału Jard i rzeki Hayne. Jedno doświadczenie Chésy'ego wykonane było na rowie Courparlet. Zatem 23 pierwsze odnoszą się do kanałów małych wymiarów, w których Dubuat badał rozkład prędkości różnych strug cieczy i oznaczył prędkość średnią. Osiem pozostałych wykonane były na rzekach, albo na kanałach, których przecięcie było nierównie większe, a dla których Dubuat i Chésy poprzestali na zmierzeniu prędkości wody na powierzchni. Prony, potrzebując znać prędkość średnią, obliczył ją za pomocą wzoru, jaki Dubuat wyprowadził z doświadczeń na kanałach drewnianych małego przecięcia. To dowolne uogólnienie zmniejsza powagę ośmiu ostatnich wypadków, jakie posłużyły za podstawę rachunkom Prony'ego. Mimo to jednak wzór Prony'ego dotychczas jeszcze jest używany, i jakkolwiek zwracamy szczególną uwagę czytelnika, na nowsze prace w tym przedmiocie pp. Darcy i Bazin poniżej streszczone, to jednak podamy tablicę rachunków według wzoru Prony'ego i Eytelwein'a, powiedziawszy naprzód w krótkości o pracach tego ostatniego.

84. Prace Eytelwein'a i innych.—W dziesięć lat po Prony'm temże samem zadaniem zajął się Eytelwein (*), wziąwszy za podstawę rachunków, oprócz trzydziestu doświadczeń Dubuat'a, nowsze obserwacye Woltmann'a (**), Funka (***) i Brünnings'a (****). Inne doświadczenia, jakie wykonali: Bidone, Bonati i inżynierowie Szkoły Dróg i Mostów państwa kościelnego (*****) posłużyły do sprawdzenia otrzymanych wypadków.

(*) Poszukiwania Eytelwein'a (*Untersuchungen, etc.*), podane w Pamiętnikach Akademii Umiejętności w Berlinie (1814-1815), znaleźć można także w tłumaczeniu francuzkiem w *Annales des Mines*, t. XI. Jego *Handbuch der Mechanik und der Hydraulik* streszczony został w dziele: *Tracts on Hydraulics edited by Thomas Tredgold*, 2 ed. London, 1862.

(**) *Beiträge zur hydraulischen Architectur*, t. III, str. 350-361.

(***) *Beiträge zur allgemeinen Wasserbaukunst*. Część pierwsza, 1808.

(****) Doświadczenia Brünnings'a znaleźć można w dziele Wiebeking'a: *Allgemeine Wasserbaukunst*, 1791, t. 1, str. 344-338.

(*****) *Ricerche geometriche ed idrometriche fatte nella scuola degl'ingegneri pontifici d'acque e strade*, l'anno 1821 (Medyolan, 1822. Tekst włoski).

Dane, na jakich Eytelwein oparł swój wzór były w liczbie 99, mianowicie :

36	doświadczeń Dubuat'a,
4	Woltmann'a,
35	Funk'a,
16	Brünings'a,
3	Bidone'a,
3	Bonati'ego,
2	Szkoły rzymskiej Dróg i Mostów.
Razem	99.

Wszystkie te doświadczenia streścił w r. 1825 Prony w swym zbiorze pięciu tablic (*), w tablicy drugiej tegoż zbioru. Zawiera ona dla każdego z nich : powierzchnię przecięcia poprzecznego, obwód zmoczony, promień średni R, spadek I, iloczyn RI, prędkość obserwowaną, prędkość obliczoną według wzoru jaki podał Prony w r. 1804 i prędkość obliczoną według wzoru, w parę lat później podanego przez Eytelwein'a. Te dwa wzory różnią się tylko współczynnikami stałymi. Obaj autorzy przyjęli razem z Coulomb'em i Girard'em, że funkcyja $\varphi(U)$ rośnie razem z prędkością U i położyli równanie: $\varphi(U) = aU + bU^2$. Widzieliśmy jakie wartości nadał Prony współczynnikom stałym a i b. Eytelwein znalazł :

$$a = 0,0000242651,$$

$$b = 0,0003555430.$$

Oba te wzory zgadzają się dla $U = 0^m,36$, jak to zobaczymy w tablicy. Ponad tą wartością wzór Eytelwein'a daje na RI wartości mniejsze niż wzór Prony'ego; pod nią zaś nierówność jest wywrócona, ale zawsze różnice są zbyt małe, aby mogły wywierać jakikolwiek wpływ, z punktu widzenia praktycznego, tembardziej że prędkości w kanałach są zwykle słabe i bliższe $0^m,36$, wartości dla której istnieje zgoda między dwoma wzo-

(*) *Recueil de cinq tables. Paris, 1825.*

rami. Pomimo, że wzór Eytelwein'a, zdaje się opierać na większej liczbie doświadczeń, nie można jednak mieć doń większego zaufania, jak do wzoru Prony'ego. W liczbie 89 doświadczeń użytych przez Eytelwein'a mieści się trzydzieści doświadczeń Dubuat'a, z których jak widzieliśmy 23 tylko są bez zarzutu. Szesnaście doświadczeń Brünings'a wykonane w r. 1790 i 1792, miały na celu oznaczenie rozkładu wydatku Renu na rozmaitych jego odnogach; w doświadczeniach tych nie brał Brünings pod uwagę spadku powierzchni, który dopiero w pięć lat potem w r. 1797 oznaczony został przez poziomowanie. Nie można zatem utrzymywać, że spadki przyjęte przez Eytelwein'a przy rachunku współczynników wzoru, odpowiadają właśnie prędkościom obserwowanym przez Brünings'a. Doświadczenia Funk'a, wykonane na rzece Weser, przedstawiają także wiele niepewności; tak że ani Prony, ani Eytelwein nie mogli mieć bezwzględniego zaufania w wypadki wywiedzione z doświadczeń przedstawiających tak liczne usterki. Kilka obserwacyj dowiodło konieczności przerobienia ich wzorów, a nadto wprowadzenia do nich pierwiastku, dotychczas zupełnie pominiętego, to jest natury ścian kanału. Doświadczenia rozpoczęte w r. 1855 przez Henryka Darcy w Dion, uwidocznily niedostatki dawnej teorii. «P. Darcy, mówi p. Bazin (*), ustawił kolejno pięć kanałów prostokątnych, od 0^m,80 do 2^m,00 szerokości, mających wszystkie ten sam spadek 0^m,005, a różniących się li tylko naturą ścian. Pierwszy był z cementu, drugi z desek, trzeci z cegieł, a czwarty i piąty miały ściany pokryte kamykami, przylegającymi do cementu, na podobieństwo dna rzeki. Przepuszczając przez nie objętość wody 4^{ms},236 na sekundę, otrzymano na stosunek, który według wzoru Prony'ego był prawie stały, wartości $\frac{RI}{U^2}$ następujące :

(*) *Recherches hydrauliques*. Première partie : *Introduction*, p. 6.

	Wartości stosunku $\frac{RJ}{U^2}$ otrzymane	
	doświadczeniem	za pomocą wzoru Prony'ego.
Kanał z cegły.....	0,000172	0,000327
« z desek.....	0,000229	0,000329
« z cegieł.....	0,000270	0,000330
« wyłożony małymi kamykami.....	0,000472	0,000325
« wyłożony kamykami nieco większymi....	0,000661	0,000338

Zatem stosunek $\frac{RJ}{U^2}$, który według wzoru Prony'ego miał być mniej więcej stały, zmieniał się w stosunku od 1 do 4^o.

Powtarzając te doświadczenia na rowach zasilających kanał burgundzki, znaleziono wypadki następujące: (*)

	Wartości stosunku $\frac{RJ}{U^2}$ otrzymane	
	doświadczeniem	za pomocą wzoru Prony'ego.
Kanał usypany z ziemi z dnem i ścianami bocznymi błotnistymi.....	0,000749	0,000407
Kanał usypany z ziemi z dnem i ścianami bocznymi kamienistymi.....	0,001300	0,000383
Kanał wyłożony kamieniami pokrytymi mchem.....	0,002331	0,000343
Ten sam kanał po zebraniu mchu.....	0,001524	0,000335

Wpływ natury albo właściwie struktury ścian kanału, uwidoczniony został jak najzupełniej przez te doświad-

(*) *Recherches Hydrauliques*, p. 8.

czenia, zgodnie zresztą z tem co zauważono już w rurach. Zobaczymy wkrótce do jak ważnych wypadków doszli panowie Darcy i Bazin, raz obrawszy zdrowo drogę badania.

Jak widzieliśmy, wzór Prony'ego i Eytelwein'a ma kształt :

$$RI = aU + bU^2,$$

i współczynnik a jest w nim mniejszy od b . Skoro prędkość jest większa od $0^m,10$, wyraz bU^2 odgrywa główną rolę i wzór da się uprościć opuszczając wyraz aU . Mamy wtedy :

$$RI = bU^2$$

albo

$$U = \frac{1}{\sqrt{b}} \sqrt{RI}.$$

Wzór Eytelwein'a w ten sposób uproszczony daje :

$$U = 52\sqrt{RI}.$$

Jest to jak widzimy ten sam kształt co i wzoru Tadini'ego, a tylko w tym ostatnim współczynnik stały był równy 50. General Dufour przyjął współczynnik 41. Inżynierowie angielscy używają jeszcze wzoru tegoż kształtu, powiększając jednak znacznie współczynniki. Downing (*) podaje :

$$U = 100\sqrt{RI}.$$

Wreszcie p. Barré de Saint Venant (**), stosując do kanałów też same metody co do rur, doszedł do wzoru :

$$RI = 0,00040102 U^{\frac{21}{2}}$$

łatwego do użycia z pomocą logarytmów.

85. Tablica Prony'ego i Eytelwein'a. — Następująca tablica daje wartości iloczynu RI odpowiadające wartościom U co centymetr od zera do trzech metrów i to według wzorów Prony'ego i Eytelwein'a. Ułatwi ona rozwiązanie zadań tyczących się biegu wody w kanałach, o których niżej mówić będziemy.

(*) *The Elements of practical Hydraulics for the use of students in engineering*, by Samuel Downing. 2 ed., London, 1861.

(**) *Formules et tables nouvelles (Annales des Mines, quatrilième série, t. XX)*.

Tablica Prony'ego i Eytelwein'a.

Prędkość średnia	Wartości iloczynu RI według		Prędkość średnia	Wartości iloczynu RI według	
	PRONY'EGO	EYTELWEIN'A		PRONY'EGO	EYTELWEIN'A
m			m		
0,01	0,0000003	0,0000003	0,45	0,0000826	0,0000849
0,02	0,0000010	0,0000006	0,46	0,0000859	0,0000885
0,03	0,0000016	0,0000011	0,47	0,0000892	0,0000922
0,04	0,0000023	0,0000016	0,48	0,0000926	0,0000959
0,05	0,0000030	0,0000021	0,49	0,0000960	0,0000997
0,06	0,0000038	0,0000028	0,50	0,0000996	0,0001035
0,07	0,0000046	0,0000035	0,51	0,0001031	0,0001073
0,08	0,0000053	0,0000043	0,52	0,0001068	0,0001115
0,09	0,0000063	0,0000051	0,53	0,0001104	0,0001155
0,10	0,0000075	0,0000060	0,54	0,0001142	0,0001197
0,11	0,0000086	0,0000071	0,55	0,0001180	0,0001239
0,12	0,0000098	0,0000082	0,56	0,0001219	0,0001282
0,13	0,0000110	0,0000093	0,57	0,0001258	0,0001326
0,14	0,0000123	0,0000106	0,58	0,0001298	0,0001370
0,15	0,0000136	0,0000119	0,59	0,0001339	0,0001416
0,16	0,0000150	0,0000132	0,60	0,0001380	0,0001461
0,17	0,0000163	0,0000147	0,61	0,0001422	0,0001508
0,18	0,0000180	0,0000162	0,62	0,0001463	0,0001556
0,19	0,0000196	0,0000178	0,63	0,0001508	0,0001604
0,20	0,0000213	0,0000195	0,64	0,0001551	0,0001653
0,21	0,0000230	0,0000212	0,65	0,0001596	0,0001702
0,22	0,0000247	0,0000230	0,66	0,0001641	0,0001753
0,23	0,0000266	0,0000249	0,67	0,0001686	0,0001803
0,24	0,0000285	0,0000269	0,68	0,0001733	0,0001853
0,25	0,0000304	0,0000289	0,69	0,0001779	0,0001908
0,26	0,0000325	0,0000310	0,70	0,0001827	0,0001961
0,27	0,0000346	0,0000332	0,71	0,0001875	0,0002015
0,28	0,0000367	0,0000354	0,72	0,0001924	0,0002070
0,29	0,0000389	0,0000378	0,73	0,0001973	0,0002125
0,30	0,0000412	0,0000402	0,74	0,0002023	0,0002181
0,31	0,0000435	0,0000425	0,75	0,0002073	0,0002238
0,32	0,0000459	0,0000452	0,76	0,0002124	0,0002296
0,33	0,0000484	0,0000478	0,77	0,0002176	0,0002354
0,34	0,0000509	0,0000505	0,78	0,0002229	0,0002413
0,35	0,0000534	0,0000533	0,79	0,0002282	0,0002473
0,36	0,0000561	0,0000561	0,80	0,0002335	0,0002534
0,37	0,0000588	0,0000590	0,81	0,0002389	0,0002595
0,38	0,0000616	0,0000620	0,82	0,0002444	0,0002657
0,39	0,0000644	0,0000651	0,83	0,0002500	0,0002720
0,40	0,0000673	0,0000682	0,84	0,0002556	0,0002783
0,41	0,0000702	0,0000714	0,85	0,0002613	0,0002847
0,42	0,0000732	0,0000747	0,86	0,0002670	0,0002912
0,43	0,0000763	0,0000780	0,87	0,0002728	0,0002978
0,44	0,0000794	0,0000814	0,88	0,0002786	0,0003044

Tablica Pron'wego i Eytelwein'a (ciąg dalszy).

Prędkość średnia	Wartości iloczynny RI według		Prędkość średnia	Wartości iloczynny RI według	
	PRON'WEGO	EYTELWEIN'A		PRON'WEGO	EYTELWEIN'A
m			m		
0,89	0,0002846	0,0003111	1,33	0,0006063	0,0006789
0,90	0,0002906	0,0003179	1,34	0,0006150	0,0006889
0,91	0,0002966	0,0003248	1,35	0,0006237	0,0006990
0,92	0,0003027	0,0003317	1,36	0,0006326	0,0007091
0,93	0,0003089	0,0003387	1,37	0,0006414	0,0007193
0,94	0,0003151	0,0003458	1,38	0,0006504	0,0007296
0,95	0,0003214	0,0003530	1,39	0,0006594	0,0007400
0,96	0,0003277	0,0003602	1,40	0,0006685	0,0007504
0,97	0,0003342	0,0003675	1,41	0,0006776	0,0007609
0,98	0,0003406	0,0003749	1,42	0,0006868	0,0007715
0,99	0,0003472	0,0003823	1,43	0,0006961	0,0007822
1,00	0,0003538	0,0003898	1,44	0,0007054	0,0007429
1,01	0,0003604	0,0003974	1,45	0,0007148	0,0008037
1,02	0,0003672	0,0004051	1,46	0,0007242	0,0008146
1,03	0,0003739	0,0004128	1,47	0,0007337	0,0008258
1,04	0,0003808	0,0004206	1,48	0,0007433	0,0008366
1,05	0,0003877	0,0004286	1,49	0,0007529	0,0008477
1,06	0,0003947	0,0004364	1,50	0,0007626	0,0008589
1,07	0,0004017	0,0004445	1,51	0,0007724	0,0008701
1,08	0,0004088	0,0004526	1,52	0,0007822	0,0008814
1,09	0,0004159	0,0004607	1,53	0,0007921	0,0008928
1,10	0,0004232	0,0004690	1,54	0,0008020	0,0009043
1,11	0,0004304	0,0004773	1,55	0,0008120	0,0009158
1,12	0,0004378	0,0004857	1,56	0,0008221	0,0009274
1,13	0,0004452	0,0004942	1,57	0,0008322	0,0009361
1,14	0,0004527	0,0005027	1,58	0,0008424	0,0009509
1,15	0,0004602	0,0005113	1,59	0,0008527	0,0009627
1,16	0,0004678	0,0005200	1,60	0,0008630	0,0009746
1,17	0,0004754	0,0005288	1,61	0,0008733	0,0009866
1,18	0,0004831	0,0005376	1,62	0,0008838	0,0009986
1,19	0,0004909	0,0005465	1,63	0,0008943	0,0010108
1,20	0,0004988	0,0005555	1,64	0,0009048	0,0010230
1,21	0,0005067	0,0005646	1,65	0,0009153	0,0010352
1,22	0,0005146	0,0005737	1,66	0,0009261	0,0010476
1,23	0,0005226	0,0005829	1,67	0,0009369	0,0010599
1,24	0,0005307	0,0005921	1,68	0,0009477	0,0010725
1,25	0,0005389	0,0006015	1,69	0,0009586	0,0010850
1,26	0,0005471	0,0006109	1,70	0,0009695	0,0010977
1,27	0,0005553	0,0006205	1,71	0,0009805	0,0011104
1,28	0,0005637	0,0006300	1,72	0,0009915	0,0011231
1,29	0,0005721	0,0006396	1,73	0,0010026	0,0011360
1,30	0,0005805	0,0006493	1,74	0,0010138	0,0011489
1,31	0,0005890	0,0006591	1,75	0,0010251	0,0011620
1,32	0,0005976	0,0006690	1,76	0,0010364	0,0011750

Tablica Prony'ego i Eytelwein'a (ciąg dalszy).

Prędkość średnia	Wartości iloczynu RI według		Prędkość średnia	Wartości iloczynu RI według	
	PRONY'EGO	EYTELWEIN'A		PRONY'EGO	EYTELWEIN'A
m			m		
1,77	0,0010477	0,0014881	2,21	0,0016090	0,0018389
1,78	0,0010592	0,0012014	2,22	0,0016231	0,0018554
1,79	0,0010706	0,0012146	2,23	0,0016373	0,0018719
1,80	0,0010822	0,0012281	2,24	0,0016516	0,0018885
1,81	0,0010938	0,0012414	2,25	0,0016659	0,0019052
1,82	0,0011053	0,0012534	2,26	0,0016803	0,0019218
1,83	0,0011172	0,0012686	2,27	0,0016948	0,0019387
1,84	0,0011290	0,0012822	2,28	0,0017093	0,0019555
1,85	0,0011409	0,0012960	2,29	0,0017239	0,0019725
1,86	0,0011528	0,0013097	2,30	0,0017385	0,0019895
1,87	0,0011648	0,0013237	2,31	0,0017532	0,0020067
1,88	0,0011768	0,0013375	2,32	0,0021680	0,0020238
1,89	0,0011889	0,0013516	2,33	0,0017828	0,0020410
1,90	0,0012011	0,0013657	2,34	0,0017977	0,0020584
1,91	0,0012133	0,0013798	2,35	0,0018126	0,0020757
1,92	0,0012256	0,0013941	2,36	0,0018277	0,0020932
1,93	0,0012380	0,0014084	2,37	0,0018427	0,0021107
1,94	0,0012504	0,0014228	2,38	0,0018579	0,0021284
1,95	0,0012628	0,0014373	2,39	0,0018731	0,0021460
1,96	0,0012754	0,0014519	2,40	0,0018883	0,0021637
1,97	0,0012880	0,0014664	2,41	0,0019037	0,0021816
1,98	0,0013006	0,0014811	2,42	0,0019190	0,0021995
2,99	0,0013134	0,0014959	2,43	0,0019345	0,0022175
2,00	0,0013262	0,0015107	2,44	0,0019500	0,0022355
2,01	0,0013390	0,0015257	2,45	0,0019656	0,0022536
2,02	0,0013519	0,0015405	2,46	0,0019812	0,0022718
2,03	0,0013649	0,0015556	2,47	0,0019869	0,0022900
2,04	0,0013779	0,0015707	2,58	0,0020126	0,0023084
2,05	0,0013910	0,0015859	2,59	0,0020286	0,0023268
2,06	0,0014042	0,0016012	2,50	0,0020443	0,0023453
2,07	0,0014174	0,0016165	2,51	0,0020603	0,0023638
2,08	0,0014307	0,0016320	2,52	0,0020763	0,0023824
2,09	0,0014440	0,0016474	2,53	0,0020924	0,0024012
2,10	0,0014574	0,0016630	2,54	0,0021085	0,0024199
2,11	0,0014709	0,0016786	2,55	0,0021247	0,0024388
2,12	0,0014844	0,0016943	2,56	0,0021409	0,0024577
2,13	0,0014980	0,0017101	2,57	0,0021572	0,0024768
2,14	0,0015117	0,0017257	2,58	0,0021736	0,0024958
2,15	0,0015254	0,0017419	2,59	0,0021900	0,0025149
2,16	0,0015392	0,0017579	2,60	0,0022065	0,0025340
2,17	0,0015530	0,0017740	2,61	0,0022231	0,0025534
2,18	0,0015669	0,0017901	2,62	0,0022397	0,0025728
2,19	0,0015809	0,0018063	2,63	0,0022564	0,0025922
2,20	0,0015949	0,0018226	2,64	0,0022731	0,0026118

Tablica Prony'ego i Eytelwein'a (koniec).

Prędkość średnia	Wartości iloczynu RI według		Prędkość średnia	Wartości iloczynu RI według	
	PRONY'EGO	EYTELWEIN'A		PRONY'EGO	EYTELWEIN'A
m			m		
2,65	0,0022900	0,0026313	2,83	0,0026031	0,0029963
2,66	0,0023068	0,0026509	2,84	0,0026210	0,0030172
2,67	0,0023238	0,0026737	2,85	0,0026391	0,0030383
2,68	0,0023407	0,0026905	2,86	0,0026572	0,0030594
2,69	0,0023558	0,0027104	2,87	0,0026754	0,0030806
2,70	0,0023749	0,0027303	2,88	0,0026936	0,0031018
2,71	0,0023921	0,0027504	2,89	0,0027119	0,0031232
2,72	0,0024093	0,0027704	2,90	0,0027302	0,0031466
2,73	0,0024266	0,0027906	2,91	0,0027487	0,0031661
2,74	0,0024440	0,0028108	2,92	0,0027671	0,0031876
2,75	0,0024614	0,0028311	2,93	0,0027857	0,0032092
2,76	0,0024789	0,0028515	2,94	0,0028043	0,0032309
2,77	0,0024965	0,0028720	2,95	0,0028229	0,0032527
2,78	0,0025141	0,0028925	2,96	0,0028417	0,0032745
2,79	0,0025318	0,0029131	2,97	0,0028605	0,0032965
2,80	0,0025495	0,0029338	2,98	0,0028793	0,0033185
2,81	0,0025673	0,0029545	2,99	0,0028982	0,0033405
2,82	0,0025851	0,0029754	3,00	0,0029172	0,0033627

86. Poszukiwania panów Darcy i Bazin. — Doświadczenia rozpoczęte przez p. Darcy miały miejsce na rowie łączącym kanał burgundzki z rzeką Ouche. Długość tego rowu była 596^m,50, złożona jak następuje :

200 ^m ,00	ze spadkiem	0 ^m ,0049
250 ^m ,00	»	0 ^m ,0020
146 ^m ,50	»	0 ^m ,0084
<u>596^m,50</u>		

Przecięcie poprzeczne rowu miało kształt prostokątny, szerokości 2^m,00, a głębokości średniej 0^m,50. Woda była brana w oddziale 57 kanału burgundzkiego, w odległości 157^m poza służą n. 56; wchodziła przez cztery otwory, każdy 0^m^{nk}, 40 powierzchni, zamykane stawidłami. Gdyby rów zasilany był bezpośrednio wodą z kanału, wysokość wody w nim zmieniałaby się mogła razem z wysokością wody w kanale i każde przejście statku przez służę n. 56 i 57 zmieniałoby warunki, w jakich się

odbywały doświadczenia. W celu zapobieżenia tym zmianom urządzony został na początku rowu pewien rodzaj śluzy z komorą, albo stawu, w którym poziom wody był stały. Staw ten miał 14^m długości na 5^m,40 szerokości, zasilany był w wodę wyżej wzmiankowanymi stawidłami, a sam zasilał rów przez pośrednictwo drugiego systemu stawideł, złożonego z dwunastu otworów kwadratowych, o boku 0^m,20, zamykanych małymi stawidłami miedzianymi. Pływak, umieszczony na poziomie stawu i komunikujący swój ruch wskazówce obracającej się na tarczy, pozwalał oceniać najmniejsze zmiany poziomu wody w stawie.

Można było, zmieniając w stosowny sposób podniesienie stawideł komunikujących z kanałem, utrzymywać poziom wody w stawie na wysokości niezmiennej 0^m,80 ponad środkami dwunastu małych otworów. Jeden pomocnik czuwał nad stawem podczas trwania obserwacji; strażnik śluzy ułatwiał jego czynność utrzymując o ile można na tej samej wysokości poziom wody w oddziale 57^m kanału.

Wzory na wypływ przez otwór zanurzony w cieczy, dawały wydatki stawidełek wpuszczających wodę do rowu. Ale ten sposób nie byłby zupełnie ścisły, z powodu niepewnych wartości współczynnika ściśnienia, a nadto krótkości stawu, sprawiającej że woda wchodząc z kanału do stawu przez pierwszy system stawideł, zmieniała warunki w jakich się odbywał wypływ przez system drugi. Oznaczano zatem ilość wody wchodzącej do rowu za pomocą specjalnych obserwacji.

Przekrój podłużny powierzchni wody w stawie otrzymano, mierząc, za pomocą prawidła, odległości tej powierzchni od punktów stałych, oznaczonych na belkach drewnianych, które co 4^m,50, łączyły boczne pionowe ściany rowu.

Poziomowanie dna rowu odbywało się w sposób bardzo prosty, zastawiając rów na końcu i napełniając go wodą. Ponieważ wypływ był wtedy przerwany, powierzchnia wody sta-

wała się poziomą, skoro tylko czas był spokojny i można było mierzyć ściśle głębokość dna rowu pod poziomem wody, przyjętym za płaszczyznę porównania.

Oznaczywszy przez staranne próby, wartości wydatku odpowiadające: jednemu, dwóm, trzem, i t. d. i wszystkim dwunastu na raz otworom, można było przystąpić do doświadczeń otwierając kolejno jedno stawidło, dwa, trzy, i t. p., wreszcie wszystkie dwanaście, podczas gdy wysokość wody w stawie była ciągle niezmienna. Znaną była zatem ściśle, przy każdym doświadczeniu, objętość wody przepływającej przez rów. Jedno ze stawideł można było podnosić częściowo za pomocą śruby, co pozwoliło wykonać kilka doświadczeń z wydatkami pośrednimi.

Rów, jak powiedzieliśmy, wyłożony był deskami i jego przecięcie poprzeczne miało kształt prostokątny. Dla doświadczenia innych kształtów przecięcia, albo innej natury ścian, układano go wewnątrz kamieniami, ceglami, i t. p. według stosownego profilu. We wszystkich jednak razach, ściany nie przepuszczały wody.

Mierzenie prędkości na powierzchni odbywało się za pomocą pływaków z drzewa korkowego, utrzymywanych w równowadze przez przyczepienie kawałka ołowiu. Pływaki te puszczano razem z prądem i obserwowano czas przebiegu z pomocą chronometrów. W ten sposób postępowali i dawni obserwatorowie. Ale pan Darcy oddał wielką przysługę Hydraulicce udoskonalając rurę Pitot'a, przyrząd do mierzenia prędkości, o którym mówić będziemy w Księdze piątej.

Doświadczenia panów Darcy i Bazin podzielić można na trzy części: 1) Doświadczenia mające na celu wyprowadzenie nowych praw na ruch jednostajny wody w kanałach pryzmatycznych, mając wzgląd zarazem na kształt przecięcia poprzecznego jak i na naturę ścian; 2) Doświadczenia nad rozkładem

prędkości na przecięciu poprzecznym prądu, o których mówiliśmy w poprzednim rozdziale; 3) Doświadczenia nad ruchem zmiennym, o których mówić będziemy w rozdziale następnym.

Widzieliśmy ile niedokładności przedstawiają dawne wzory na ruch jednostajny wody. Doświadczenia czynione w r. 1855 przez Baumgarten'a na różnych kanałach, a między innymi na na kanale marsylskim, de Craponne i innych kanałach Prowancyi, potwierdziły wypadki otrzymane już przez p. Darcy. P. Darcy, chcąc ściśle oznaczyć wpływ natury ścian, pokrywał ściany rowu cementem czystym, ceglami położonemi na płask, kamykami różnych wielkości; następnie dla tych wszystkich rodzajów ścian zrobił siedem szeregów obserwacyj, każdy złożony z dwunastu doświadczeń, w których oznaczał promień średni R, spadek I i prędkość średnią U. Mógł więc obrać ściśle stosunek $\frac{RI}{U^2} = \varphi(U)$, który powinienby być stały według teoryi Prony'ego. Wartości jakie znalazł są następujące.

Dla kanału wyłożonego cementem, stosunek $\frac{RI}{U^2}$ zmienia się :

od 0,000242 do 0,000172 ;

dla kanału wyłożonego deskami :

od 0,000411 do 0,000229 ;

dla kanału wyłożonego ceglami :

od 0,000408 do 0,000277 ;

dla kanału wyłożonego małymi kamykami :

od 0,000862 do 0,000472 ;

dla kanału wyłożonego większymi kamykami :

od 0,001454 do 0,000661.

Podobne doświadczenia powtórzone zostały na wielką skalę w latach 1857 i 1859 na wielkich rowach zasilających kanał burgundzki, rowach de Gros-bois i de Chazilly. Znaczne zmiany stosunku $\frac{RI}{U^2}$ pokazały z jednej strony potrzebę wprowadzenia do równania ruchu współczynników zmiennych razem z naturą ścian kanału, a z drugiej, że funkcyja $\frac{RI}{U^2}$ zmienia się bądź to razem z prędkością, bądź też z promieniem średnim, lub wreszcie razem z tymi dwoma elementami. Ścisłe równanie winno by zatem mieć kształt :

$$\frac{RI}{U^2} = \alpha + f(R, U),$$

gdzie α jest stałe, a f funkcyją dwóch zmiennych R i U , dążącą do zera razem z powiększaniem się tych zmiennych. Obecność funkcyi dwóch zmiennych uczyniłaby mogła zbyt trudnem używanie równania ruchu. To też przyjęto, że funkcyja $f(R, U)$ wyrażoną być może za pomocą jednej lub drugiej z dwóch zmiennych R i U i przypisano jej kształt :

$$\alpha + \frac{\beta}{U} \text{ albo } \alpha + \frac{\beta'}{R}$$

aby uczynić zadość warunkowi na mocy którego drugi wyraz ma się stać nieskończenie małym, skoro prędkość i promień średni rosną nieoznacznie.

Poszukiwanie wartości stałych α , β , i β' miało miejsce tym samym sposobem, jakiego używał Prony dla rur. Oznaczano na rysunku punkty z pomocą odciętych $\frac{1}{U}$ i rzędnych $\frac{RI}{U^2}$ wypadłych z doświadczenia. Wykreślenie pośredniego kierunku prostoliniowego, dawało najlepsze wartości współczyn-

ników stałych równania :

$$\frac{RI}{U^2} = \alpha + \frac{\beta}{U}.$$

Tak samo, przyjmując kształt

$$f(R, U) = \frac{\beta'}{U},$$

wyznaczono punkty, których współrzędne były :

$$x = \frac{1}{R} \quad \text{i} \quad y = \frac{RI}{U^2}$$

i otrzymano przez wykreślenie pośredniego prostoliniowego kierunku, wartości nieznanych α i β' równania :

$$\frac{RI}{U^2} = \alpha + \frac{\beta'}{R}.$$

Stosując oba te wzory do kanału ze spadkiem jednym i tym samym znaleziono, że oba sprawdzają się zarówno i że punkty otrzymane na rysunku leżą mniej więcej wzdłuż kierunku prostoliniowego. Przeciwnie, porównywając kanały z różnymi spadkami, przy tożsamości wszystkich innych elementów, przekonano się, że pierwszy wzór nie sprawdza się, podczas gdy drugi daje wypadki zadowalniające. Innemi słowy, współczynniki α , β , β' zmieniają się razem ze spadkiem I ; ale zmiany systemu (α , β') dają przynajmniej pewną wartość średnią, którą bez wielkiego błędu stosować można do wszystkich kanałów, gdy tymczasem zmiany systemu (α , β) są zbyt wielkie, aby można było postąpić w ten sam sposób.

Zbadano także wpływ kształtów poprzecznego przecięcia prądu, poddając pod doświadczenia przecięcia prostokątne, trójkątne, trapezoidalne i półkoliste. Serye od 18 do 27, złożone każda z dwudziestu doświadczeń, pokazują że przecięcia wielokątne, jakiegokolwiek byłyby, dają wypadki mniej

więcej te same : dla przecięcia trójkątnego lub czworokątnego, spadek i promień średni wyznaczają w zupełności prędkość średnią. Dla przecięć kołowych znaleziono powiększenie blisko o $\frac{1}{40}$ w porównaniu z wydatkiem kanału o przecięciu prostokątnem, który miał być równy poprzedniemu według wzorów. P. Bazin zauważył zresztą, że kontury kołowe przecięć poprzecznych są mało używane pomimo ich wyższości ze względu na maximum wydatku i napotkać je tylko można w ściekach miejskich i kanałach zakrytych o przecięciu owalnym, jakie wchodzi obecnie w użycie przy doprowadzaniu wody do miast. Nowe zatem wzory wprowadzone zostały dla przecięć czworobocznych i trapezoidalnych, a skoro się je stosuje do przecięć z konturami krzywymi, nie należy zapominać, że dają wydatek nieco za mały.

Ostatecznie, p. Bazin przekonał się, że co się tyczy biegu wody, podzielić można ściany kanałów na cztery kategorie, odpowiadające przypadkom najczęściej używanym w praktyce. Stosując do każdej z tych kategorii wzór :

$$RI = AU^2,$$

znalazł na A wartości następujące.

1^a Kategoria. *Ściany bardzo gładkie* : cement wygładzony, drzewo heblowane, itp. :

$$A = 0,00018 \left(1 + \frac{0,03}{R} \right).$$

2^a Kategoria. *Ściany gładkie* : kamień obciosany, cegły, deski :

$$A = 0,00019 \left(1 + \frac{0,07}{R} \right).$$

3^a Kategoria. *Ściany chropowate* : mur z kamieni nieobciosanych :

$$A = 0,00024 \left(1 + \frac{0,25}{R} \right).$$

4^a Kategoria. *Ściany z ziemi* :

$$A = 0,00028 \left(1 + \frac{0,25}{R} \right).$$

Nadto, szeregi doświadczeń od 28 do 31 pozwoliły postawić wzór :

$$\frac{RI}{U} = \beta ,$$

w którym prędkość U wchodzi tylko w pierwszej potędze i który stosuje się w przypadku, kiedy promień R jest bardzo mały. W tych doświadczeniach R było mniejsze od trzech centymetrów. Stosunek β zmienia się razem ze spadkiem; ale dla jednego i tego samego kanału ze spadkiem jednostajnym, β jest stałe a U proporcjonalne do promienia średniego. Wzór ten nie ma zastosowań praktycznych.

Nowe wzory p. Bazin oparte są na trzydziestu jeden szeregach obserwacji, złożonych każdy z dwunastu doświadczeń. Sprawdzone zostały dwudziestoma dziewięcioma szeregami obserwacji na rowach zasilających kanał burgundzki i roztrząśnięciem doświadczeń innych obserwatorów, jak Dubuat, Funk, Poirée, Emmercy i Leveillé.

87. Tablice p. Bazin. Cztery wzory, jakie podaliśmy w poprzednim ustępie, rozwinął p. Bazin w tablice, z których pierwsza daje dla czterech kategorii ścian wartości stosunku $\frac{RI}{U^2}$ w funkeyi promienia średniego R , a druga wartości pierwiastku kwadratowego z odwrotności tegoż stosunku i

także w funkeyi promienia średniego R. Z tych dwóch tablic, pierwsza tylko jest rzeczywiście niezbędną do rozwiązywania zadań dotyczących się biegu jednostajnego wody w kanałach; drugą zaś zastąpić można tablicą pierwszą i tablicą kwadratów, jaką mieści w sobie każdy podręcznik inżynierski. Podajemy więc tu pierwszą z dwóch tablic p. Bazin, skracając ją odpowiednio do zakresu niniejszej książki, ale bez uszczerbku dokładności rachunków, jakie z jej pomocą mogą być wykonywane. P. Bazin bowiem obliczył wartości stosunku $\frac{RI}{U^2}$ odpowiadające wartościom R :

od 0^m,01, do 1^m,00 co centymetr,

od 1^m,00 do 2 ,00 co dwa centymetry,

od 2^m,00 do 4^m,00 co dziesięć centymetrów,

od 4^m,00 do 6^m,00 co dwadzieścia pięć centymetrów ;

że zaś wartości stosunku $\frac{RI}{U^2}$ zmieniają się nierównie wolniej niż wartości R i p. Bazin dając je w sześciu cyfrach dziesiętnych zmuszony jest jeszcze powtarzać po kilka a nawet po kilkanaście razy jedną i tę samą wartość $\frac{RI}{U^2}$; nie ujmujemy przeto wiele ścisłości tablicy skracając ją w sposób, aby dawała wartości $\frac{RI}{U^2}$, odpowiadające wartościom R :

od 0^m,02 do 1^m,00 co dwa centymetry,

od 1^m,00 do 2^m,00 co dziesięć centymetrów,

od 2^m,00 do 6^m,00 co dwadzieścia pięć centymetrów.

Tablica p. Bazin.

Wartość R.	WARTOŚCI $\frac{R^3}{U^2}$			
	1a Kategoria. Ściany bardzo gładkie.	2a Kategoria. Ściany gładkie.	3a Kategoria. Ściany chropowate.	4a Kategoria. Ściany z ziemi.
m				
0,02	0,000375	0,000853	»	«
0,04	0,000262	0,000522	»	«
0,06	0,000223	0,000412	0,001240	«
0,08	0,000206	0,000356	0,000990	«
0,10	0,000193	0,000323	0,000840	0,003780
0,12	0,000188	0,000301	0,000740	0,003197
0,14	0,000182	0,000285	0,000669	0,002780
0,16	0,000178	0,000273	0,000615	0,002468
0,18	0,000175	0,000264	0,000573	0,002224
0,20	0,000172	0,000256	0,000540	0,002030
0,22	0,000170	0,000250	0,000513	0,001871
0,24	0,000169	0,000245	0,000490	0,001738
0,26	0,000197	0,000241	0,000471	0,001626
0,28	0,000166	0,000237	0,000454	0,001530
0,30	0,000165	0,000234	0,000440	0,001447
0,32	0,000164	0,000232	0,000428	0,001374
0,34	0,000163	0,000229	0,000416	0,001309
0,36	0,000163	0,000227	0,000407	0,001252
0,38	0,000162	0,000225	0,000398	0,001201
0,40	0,000161	0,000223	0,000390	0,001155
0,42	0,000161	0,000222	0,000383	0,001113
0,44	0,000160	0,000220	0,000376	0,001075
0,46	0,000160	0,000219	0,000370	0,001041
0,48	0,000159	0,000218	0,000365	0,001009
0,50	0,000159	0,000217	0,000360	0,000980
0,52	0,000159	0,000216	0,000355	0,000953
0,54	0,000158	0,000215	0,000351	0,000928
0,56	0,000158	0,000214	0,000347	0,000905
0,58	0,000158	0,000213	0,000343	0,000883
0,60	0,000158	0,000212	0,000340	0,000863
0,62	0,000157	0,000211	0,000337	0,000845
0,64	0,000157	0,000211	0,000334	0,000827
0,66	0,000157	0,000210	0,000331	0,000810
0,68	0,000157	0,000210	0,000328	0,000795
0,70	0,000156	0,000209	0,000326	0,000780
0,72	0,000156	0,000208	0,000323	0,000766
0,74	0,000156	0,000208	0,000321	0,000753
0,76	0,000156	0,000208	0,000319	0,000741
0,78	0,000156	0,000206	0,000317	0,000729
0,80	0,000156	0,000207	0,000315	0,000718

Tablica p. Bazin (ciąg dalszy i koniec).

Wartości R.	WARTOŚCI $\frac{R^3}{U^2}$			
	1a Kategoria. Ściany bardzo gładkie.	2a Kategoria. Ściany gładkie.	3a Kategoria. Ściany chropowate.	4a Kategoria. Ściany z ziemi.
m.				
0,82	0,000155	0,000406	0,000318	0,000707
0,84	0,000155	0,000206	0,000311	0,000697
0,86	0,000155	0,000205	0,000310	0,000687
0,88	0,000155	0,000205	0,000308	0,000678
0,90	0,000155	0,000205	0,000307	0,000669
0,92	0,000155	0,000204	0,000305	0,000660
0,94	0,000155	0,000204	0,000304	0,000652
0,96	0,000155	0,000204	0,000303	0,000645
0,98	0,000155	0,000204	0,000301	0,000637
1,00	0,000155	0,000203	0,000300	0,000630
1,10	0,000154	0,000202	0,000295	0,000598
1,20	0,000154	0,000201	0,000290	0,000572
1,30	0,000153	0,000200	0,000286	0,000549
1,40	0,000153	0,000199	0,000283	0,000530
1,50	0,000153	0,000199	0,000280	0,000513
1,60	0,000153	0,000198	0,000277	0,000499
1,70	0,000153	0,000198	0,000275	0,000486
1,80	0,000153	0,000197	0,000273	0,000474
1,90	0,000152	0,000197	0,000272	0,000464
2,00	0,000152	0,000197	0,000270	0,000455
2,25	0,000152	0,000196	0,000267	0,000435
2,50	0,000152	0,000195	0,000264	0,000420
2,75	0,000152	0,000195	0,000262	0,000408
3,00	0,000152	0,000194	0,000260	0,000397
3,25	0,000151	0,000184	0,000258	0,000388
3,50	0,000151	0,000194	0,000254	0,000380
3,75	0,000151	0,000194	0,000256	0,000374
4,00	0,000151	0,000193	0,000255	0,000368
4,25	0,000151	0,000193	0,000254	0,000362
4,50	0,000151	0,000193	0,000253	0,000358
4,75	0,000151	0,000193	0,000253	0,000354
5,00	0,000151	0,000193	0,000252	0,000350
5,25	0,000151	0,000193	0,000251	0,000347
5,50	0,000151	0,000192	0,000251	0,000344
5,75	0,000151	0,000192	0,000250	0,000341
6,00	0,000151	0,000192	0,000250	0,000338

88. Inne wzory na bieg jednostajny wody w kanałach. — Podane w poprzednich ustępach równania ruchu, na-

przód według Prony'ego, a następnie według p. Bazin, zasługują na uwagę przede wszystkim: pierwsze, jako jedyne w użyciu aż do ostatnich czasów, a drugie jako powszechnie przyjęte obecnie i najznakomitszymi poparte doświadczeniami. Podawszy je jednak, nie możemy pominąć innych, będących owocem albo mozolnych prac rachunkowych, albo doświadczeń w innym prowadzonych kierunku. Zatrzymamy się przeto chwilę nad wzorem p. Gauckler'a i doświadczeniami inżynierów amerykańskich na Mississipi.

P. Gauckler (*), francuzki inżynier dróg i mostów, rozważając wypadki doświadczeń pp. Darcy i Bazin, doszedł do wniosku, że jeżeli współczynniki wzoru p. Bazin zmieniają się razem z promieniem średnim i naturą ścian, jest to dowodem że ogólny kształt wzoru nie odpowiada naturze obserwowanych zjawisk. Postanowił zatem, porzucając drogę analityczną, jaka dotychczas do wyprowadzenia równania ruchu służyła, postępować metodami syntezy używanymi zwykle w Historii naturalnej. Po nader długich i pracowitych próbach, doszedł do następujących wyników, sprawdzonych ściśle w jego rozprawie przez porównanie ze wszystkimi doświadczeniami, których wypadki podane zostały przez p. Bazin.

Skoro spadek I jest większy od $0^m,0007$, bieg wody w kanałach przedstawiony być może wzorem :

$$\sqrt{U} = \alpha \sqrt[3]{R} \sqrt[4]{I};$$

gdy zaś I jest mniejsze od $0^m,0007$, prawo wypływu dane jest równaniem :

$$\sqrt[4]{U} = \beta \sqrt[3]{R} \sqrt{I}.$$

Oba te wzory są szczególnymi przypadkami wzoru ogólniej-

(*) *Du mouvement de l'eau dans les conduites* par M. GAUCKLER. Rozprawa podana w *Annales des Ponts et Chaussées*, z r. 1868 (czwarta serya, t. XV).

szego, jaki p. Gauckler znalazł dla rur :

$$\sqrt{U} + \frac{1}{4} D \sqrt[4]{U} = a \sqrt[3]{D} \sqrt[4]{I},$$

gdzie D oznacza średnicę rury.

Wzory te nie są tak proste, jak wzory p. Bazin, ale może właśnie dlatego są ogólniejszymi i streszczają lepiej wypadki doświadczeń. Wartości współczynników są następujące :

1° Dla kanałów.

NATURA ŚCIAN.	WARTOŚCI α.	WARTOŚCI β.
Mur z kamieni obciosanych i z cementu	od 8,5 do 10,0	od 8,5 do 9,0
Mur zwykły starannie zbudowany	od 7,6 do 8,5	od 8,0 do 8,5
Ściany murowane a dno z ziemi	od 6,8 do 7,6	od 7,7 do 8,0
Rowy w ziemi nieobrosłe trawą	od 5,7 do 6,7	od 7,0 do 7,7
Rowy w ziemi z trawą na ścianach bocznych	od 5,0 do 5,7	od 6,6 do 7,0
Rzeki	»	od 6,3 do 7,0

2° Dla rur.

NATURA ŚCIAN.	WARTOŚCI a.
Rury żelazne nowe	6,625
Rury żelazne pokryte osadem	5,5
Rury z blachy żelaznej pokryte smołą	7,0
Rury żelazne walcowane	6,4
Rury ołowiane	7,0
Rury szklane	6,7

Wzory p. Gauckler dla braku prostoty nie zwróciły na siebie

uwagi Hydrauliczków; a jednak kształt ich zbliża się wielce do kształtu wzorów, jakie postawili inżynierowie amerykańscy na podstawie doświadczeń robionych na wielką skalę na rzece Mississipi a o których mówiliśmy już w ustępie n. 81. Z doświadczeń tych pp. Humphreys i Abbot wyciągnęli naprzód wzory ogólne następujące:

1° dla przecięcia prostokątnego:

$$U = \left(\sqrt{0,0064b + \sqrt{60R_1\sqrt{I} - 0,08\sqrt{b}}} \right)^2;$$

2° dla przecięcia zwykłego rzek:

$$U = \left(\sqrt{0,0084b + \sqrt{69R_1\sqrt{I} - 0,09\sqrt{b}}} \right)^2.$$

We wzorach tych widzimy dwie nowe ilości: współczynnik b i promień średni R_1 . Ten ostatni nie jest jak poprzednio równy stosunkowi $\frac{\Omega}{\chi}$ powierzchni przecięcia do obwodu zmoczonego, ale

$$R_1 = \frac{\Omega}{\chi + L},$$

gdzie L oznacza szerokość prądu. Współczynnik b jest dla małych prądów dany wzorem:

$$b = \frac{0,285}{\sqrt{R + 0,457}},$$

to jest, jest funkcją promienia średniego R , takiego jak uważaliśmy zawsze, a nie promienia R_1 przyjętego przez inżynierów amerykańskich w ich wzorach ogólnych. Dla rzek, których promień średni R jest większy od 3 lub 4 metrów, współczynnik

$$b = 0,0566,$$

Ta ostatnia wartość czyni pierwszy wyraz pod pierwiastkiem we wzorze ogólnym, dostatecznie małym, aby go można było opuścić i położyć dla wszystkich prędkości uważanych w praktyce wzór uproszczony:

$$(1) \quad U = \left(\sqrt[4]{69R_1\sqrt{I}} - 0,0214 \right)^2.$$

Z tego wzoru wypada:

$$R_1 = \frac{(\sqrt{U} + 0,0214)^4}{69\sqrt{I}},$$

i

$$I = \frac{(\sqrt{U} + 0,0214)^8}{\sqrt{69R_1}}.$$

Porównywając wzór (1), z kształtu podobny do wzorów p. Gauckler, z wzorami p. Bazin (ustęp n. 86) widzimy bardzo znaczne różnice. Zamiast iloczynu RI , wchodzi tu $R_1\sqrt{I}$. Tym sposobem wpływ zmian spadku I zmniejsza się dla prądów znacznej wielkości, a nadto zamiast R mamy tu R_1 , to jest promień średni, którego mianownik powiększony jest szerokością prądu.

W każdym razie, wzory w niniejszym ustępie podane, nie są oparte na żadnej teorii i uważać je można tylko jako czysto praktyczne wybiegi, nader pożyteczne obecnie, ale mające ustąpić przed przyszłemi zdobyczami nauki.

89. Zadania dotyczące się biegu jednostajnego wody w kanałach. — Widzieliśmy w poprzedniej Księdze, że zadania dotyczące się biegu wody w rurach były w liczbie sześciu, gdyż tyle jest kombinacyj podwójnych z czterech ilości D, J, U, Q . Tutaj mamy także cztery ilości: R, I, U, Q ; ale przecięcie poprzeczne prądu nie jest już funkcją znaną zmiennej R , a wydatek Q nie wyraża się w funkeyi ilości R i U . Znajo-

mość promienia średniego R nie jest wystarczającą do określenia przecięcia. Zatem teoretycznie, zadania dotyczące biegu wody w kanałach sprowadzają się do trzech, odkładając na bok wydatek Q . Są one zatem:

- 1) dane R i U , szukane I ;
- 2) dane R i I , szukane U ;
- 3) dane I i U , szukane R .

Wskażemy tu sposoby ich rozwiązania według wzorów i tablic Prony'ego i p. Bazin.

ZADANIE PIERWSZE. — Mając dany promień średni i prędkość, znaleźć spadek.

Według Prony'ego, ponieważ U jest dane, znaleźć można w tablicy (ustęp n. 85) odpowiednią wartość iloczynu RI . Dzielać tę wartość przez daną wartość R , otrzymamy I .

Weźmy na przykład:

$$U = 0^m,95, \quad R = 2^m,00.$$

Tablica daje:

$$\text{według Prony'ego } RI = 0,0003214,$$

$$\text{według Eytelwein'a } RI = 0,0003530;$$

zatem w pierwszym razie:

$$I = \frac{0,0003214}{2} = 0^m,0001607,$$

a w drugim:

$$I = \frac{0,0003530}{2} = 0^m,0001765.$$

Według p. Bazin, ponieważ R jest znane, tablica (ustęp n. 87) daje $\frac{RI}{U^2}$, co mnożąc przez $\frac{U^2}{R}$ otrzymamy I .

Dla $R = 2^m,00$, tablica p. Bazin daje:

1) w przypadku ścian bardzo gładkich, jak cement starannie wygładzony, drzewo heblowane $\frac{RI}{U^2} = 0,000152$;

2) w przypadku ścian gładkich, jak deski, kamień obciosany. $\frac{RI}{U^2} = 0,000197$;

3) w przypadku ścian chropowatych, jak mur z kamieniami obciosanymi. $\frac{RI}{U^2} = 0,000270$;

4) w przypadku ścian z ziemi $\frac{RI}{U^2} = 0,000455$.

Ponieważ $U^2 = 0,9025$, a $\frac{U^2}{R} = 0,45125$, mamy zatem dla czterech powyższych przypadków wartości spadku I następujące :

$$1) \quad I = 0,000152 \times 0,45125 = 0^m,0000686,$$

$$2) \quad I = 0,000197 \times 0,45125 = 0^m,0000890,$$

$$3) \quad I = 0,000270 \times 0,45125 = 0^m,0001218,$$

$$4) \quad I = 0,000455 \times 0,45125 = 0^m,0002053.$$

Zatem spadek I otrzymany według wzoru Prony'ego i Eytelwein'a, przystoi dla ścian chropowatych kanału, ale jest za mały dla kanału z ziemi.

ZADANIE DRUGIE. — Mając dane promień średni i spadek, znaleźć prędkość średnią.

Według Prony'ego, mając R i I tworzymy iloczyn RI , a tablica daje U .

Weźmy naprzykład :

$$R = 4^m,25 \quad I = 0^m,0002,$$

a iloczyn tych ilości będzie :

$$RI = 0,00025.$$

Tablica (ustęp n. 85) daje :

$$\text{według Prony'ego } U = 0^m,83,$$

$$\text{według Eytelwein'a } U = 0^m,79.$$

Według p. Bazin, mając R otrzymamy $\frac{RI}{U^2}$, przez co dzieląc RI, otrzymamy U^2 a zatem i U.

Dla $R = 1^m,25$, tablica p. Bazin (ustęp n. 87) daje w czterech powyższych przypadkach :

$$1) \quad \frac{RI}{U^2} = 0,000154,$$

$$2) \quad \frac{RI}{U^2} = 0,000201,$$

$$3) \quad \frac{RI}{U^2} = 0,000288,$$

$$4) \quad \frac{RI}{U^2} = 0,000560.$$

Iloczyn $RI = 0,00025$, podzielony przez każdą kolejno z tych czterech wartości, da nam :

$$1) \quad U^2 = 1,62, \quad \text{z kąd } U = 1^m,27,$$

$$2) \quad U^2 = 1,24, \quad \text{» } U = 1^m,11,$$

$$3) \quad U^2 = 0,87, \quad \text{» } U = 0^m,93,$$

$$4) \quad U^2 = 0,45, \quad \text{» } U = 0^m,67,$$

gdzie tak samo jak spadek w poprzednim zadaniu, prędkość według Prony'ego i Eytelwein'a jest zawarta między prędkością w przypadku ścian chropowatych a prędkością w przypadku ścian z ziemi.

ZADANIE TRZECIE. — Mając dane spadek i prędkość średnią, znaleźć promień średni.

Według Prony'ego, mając U , otrzymamy z tablicy (ustęp n. 85) iloczyn RI . Dzieląc ten iloczyn przez I otrzymamy R .

Weźmy naprzykład :

$$I = 0^m,001, \quad U = 4^m,00.$$

Tablica Prony'ego daje :

$$\text{według Prony'ego} \quad RI = 0,0003538,$$

$$\text{według Eytelwein'a} \quad RI = 0,0003898,$$

z kądem w pierwszym przypadku :

$$R = \frac{0,0003538}{0,001} = 0^m,35,$$

a w drugim :

$$R = \frac{0,0003898}{0,001} = 0^m,39.$$

Tablica p. Bazin (ustęp n. 87) daje $\frac{RI}{U^2}$ w funkcji R , że zaś tu R jest szukane, postępować zatem należy przez próby. Weźmy naprzód przypadek ścian bardzo gładkich i przypuśćmy $R = 4^m,00$. Tablica daje $\frac{RI}{U^2} = 0,000155$; że zaś w naszym przykładzie $I = 0^m,001$ a $U = 4^m,00$, zatem $\frac{U^2}{I} = 4000$, a mnożąc $\frac{RI}{U^2}$ przez $\frac{U^2}{I}$ otrzymamy wartość przybliżoną promienia średniego :

$$R = 0,000155 \times 4000 = 0^m,62.$$

Wchodząc powtórnie do tablicy przez tę ostatnią wartość,

znajdziemy $\frac{RI}{U^2} = 0,000179$, z kądem jak poprzednio :

$$R = 0,000179 \times 1000 = 0^m,179;$$

tej znów wartości odpowiada w tablicy $\frac{RI}{U^2} = 0,000175$, z kądem

$$R = 0,000175 \times 1000 = 0^m,175,$$

wartość tak już mało różna od poprzedniej, że możemy się na niej zatrzymać.

Postępując w ten sam sposób, dla trzech innych rodzajów ścian kanału, znajdziemy wartości R następujące, razem z otrzymaną poprzednio :

1) $R = 0^m,175,$

2) $R = 0^m,245,$

3) $R = 0^m,394,$

4) $R = 0^m,747,$

i promień średni według Prony'ego i Eytelwein'a odpowiada ścianom kanału chropowatym.

90. Zadania praktyczne. — Z pomocą powyższych trzech zadań zasadniczych rozwiązać będziemy mogli bez trudności wszystkie zadania napotymane w praktyce. Między innymi rozberzemy tu cztery następujące.

ZADANIE PIERWSZE. — Mając dane przecięcie poprzeczne koryta przyrmatycznego ze stałym spadkiem, i znając ten spadek i wydatek na sekundę, znaleźć wysokość wody na każdym przecięciu poprzecznym, przypuszczając bieg jednostajny.

Zadanie to rozwiązuje się przez próby. Przypuściwszy pewne położenie jakiegokolwiek poziomego wody względnie do koryta, obliczyć możemy powierzchnię poprzecznego przecięcia prądu

Ω , obwód zmoczony χ , promień średni $R = \frac{\Omega}{\chi}$ i wreszcie

prędkość średnią $U = \frac{Q}{\Omega}$. Jeżeli ilości z tego rachunku otrzymane sprawdzają równanie

$$RI = AU^2,$$

to jest równanie na bieg jednostajny wody w kanałach, w którym A jest współczynnik określony według p. Bazin w ustępie n. 86, to znaczy, że przypuszczenie zrobione co do położenia poziomu wody względem koryta jest prawdziwe.

W przypadku koryta, którego szerokość jest bardzo wielka względnie do głębokości, i przypuściwszy że współczynnik A równania ruchu jest stały, rachunek znacznie się upraszcza. Weźmy na przykład przecięcie poprzeczne koryta ABCDEF (fig. 46) i przypuśćmy że MN jest szukanem położeniem poziomu wody na tem przecięciu. Przypuśćmy nadto, że pod znaną poziomą BE, powierzchnia BCDE jest równoważna z prostokątem BIKE; że $B'I$ jest bardzo małe w porównaniu do BE;



Fig 46.

że stoki BM, EN, położone ponad BE, mają spadki dość znaczne, aby długość MN była mało różną od BE, to jest stosunek $\frac{MN}{BE}$ mało różny od jedności; że wreszcie długość BCDE jest prawie równa prostej BE. Przyjawszy to wszystko i położywszy:

$$BE = L, \quad B'I = H,$$

mieć będziemy w przybliżeniu :

$$\Omega = LH, \quad \chi = L,$$

$$R = H, \quad U = \frac{Q}{LH}.$$

Wstawiając te wartości w równanie ruchu, otrzymamy :

$$HI = A \frac{Q^2}{L^2 H^2},$$

albo

$$(1) \quad H^3 I = \frac{AQ^2}{L^2}.$$

Wzór ostatni jest tylko innym kształtem równania ruchu, stosującym się specjalnie do prądów bardzo szerokich, a płytkich względnie do szerokości. Przedstawić on może wiele korzyści, skoro przyjmiemy że A jest stałe, a nie zmienne jak twierdzi p. Bazin. Mamy bowiem wtedy bezpośrednio :

$$H = \sqrt[3]{\frac{AQ^2}{IL^2}}$$

albo prościej jeszcze, kładąc według wzoru Tadini'ego :

$$A = 0,0004,$$

$$H = 0,0737 \sqrt[3]{\frac{Q^2}{IL^2}},$$

i zadanie może być wprost rozwiązaniem.

ZADANIE DRUGIE. — Znając przecięcie poprzeczne koryta pryzmatycznego ze stałym spadkiem i mając dany ten spadek i położenie poziomu wody na każdym przecięciu, znaleźć wydatek na sekundę, przypuszczając że ruch jest jednostajny.

Zadanie to jest odwrotnem poprzedzającego. Ilości danc

pozwalają obliczyć natychmiast Ω , χ , a zatem i R . Równanie ruchu da wtedy U , a wydatek otrzymamy ze wzoru :

$$Q = U\Omega.$$

Jeżeli prąd jest bardzo szeroki, to można zamiast równania ruchu zastosować równanie (1), a przypuściwszy współczynnik $A = 0,0004$ jak poprzednio, otrzymamy :

$$Q = L\sqrt{\frac{H^3 I}{A}} = 50LH\sqrt{HI}.$$

Z powodu jednak niepewnej wartości współczynnika A , wypadki tego rachunku w ogóle nie są zbyt ściśle. Uczynićby je można nieco więcej ściśle, biorąc na A wartości wskazane przez p. Bazin (ustęp n. 86), ale i tak trzebaby jeszcze, żeby koryto było bardzo regularne na znacznej przestrzeni. W praktyce lepiej jest mierzyć wprost wydatek za pomocą obserwacji, o których mówić będziemy w Księdze piątej.

ZADANIE TRZECIE. — Znając wydatek i przecięcie poprzeczne prądu, otrzymać spadek.

Szukamy naprzód prędkości średniej, danej wzorem :

$$U = \frac{Q}{\Omega},$$

a następnie promienia średniego :

$$R = \frac{\Omega}{\chi}.$$

Mając R i U znajdziemy I , tak jak w zadaniu pierwszym poprzedniego ustępu. Stosując wprost równanie ruchu, otrzymujemy :

$$I = A \frac{Q^2}{R\Omega^2};$$

a dla prądów bardzo szerokich i biorąc $A=0,0004$, mamy według wzoru (1):

$$I = 0,0004 \frac{Q^2}{L^2 H^3}.$$

ZADANIE CZWARTE.—Mając dany spadek I , znaleźć przecięcie poprzeczne dające znany wydatek Q na sekundę.

Niech będzie Ω powierzchnia przecięcia, χ obwód zmoczony odpowiadający. Ponieważ $U = \frac{Q}{\Omega}$, mamy przeto:

$$\frac{\Omega}{\chi} I = A \frac{Q^2}{\Omega^2},$$

albo

$$(2) \quad \frac{\Omega^3 I}{\chi} = A Q^2.$$

Równanie to jest jedynem między dwiema nieznanymi Ω i χ , zatem zadanie jest nieoznaczone. Ażeby je oznaczyć, wypada założyć inny jeszcze warunek. Jeżeli naprzykład przecięcie po-

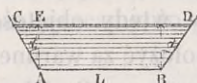


Fig. 47.

przezne koryta ma być złożone z poziomej AB (fig. 47) i z dwóch stoków AC, BD , czyniących kąt α z pionową, to kładąc $\overline{AB} = L$, $\overline{AE} = H$, będziemy mieli:

$$\Omega = LH + H^2 \tan \alpha,$$

$$\chi = L + \frac{2H}{\cos \alpha},$$

a kładąc te wartości w równanie (2), otrzymamy:

$$(3) \quad \frac{H^3(L + H \tan \alpha)^3}{L + \frac{2H}{\cos \alpha}} = \frac{A}{I} Q^2.$$

Możnaby więc dać pewne wartości na H i L , albo pewien związek między temi dwiema ilościami. Równanie (3) uzupełniłoby wtedy rozwiązanie zadania, gdyż A wyrazić można w funkcji L i H , w przypadku gdy je nie przyjmujemy za stałe.

Możnaby jeszcze dać sobie wielokąt podobny do poprzecznego przecięcia prądu. W tym przypadku oznaczając przez a którykolwiek wymiar tego nieznanego przecięcia, mieliśmyby :

$$\Omega = ma^2, \quad \chi = na,$$

gdzie m i n są liczby znane, zależne od przyjętego kształtu przecięcia. Na mocy równania (2) możnaby położyć :

$$\frac{m^3 a^5}{n} = \frac{A}{I} Q^2,$$

co by dało a , a tem samem Ω i χ .

Zdarza się także często, że kanał ma być otwarty na powierzchni ziemi i aby wtedy objętość zbiorek uczynić jak najmniejszą, wypada położyć za warunek, minimum powierzchni przecięcia poprzecznego Ω . Warunek ten urzeczywistniony być może za pomocą następujących twierdzeń Geometrii.

Między wszystkimi powierzchniami równoważnemi, ogra-

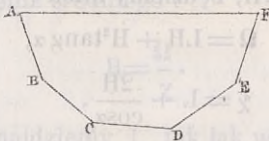


Fig. 48.

niczonemi przez poziomą AF (fig. 48) i przez obwód dopełniający jakkolwiek $ABCDEF$, półkole, którego środek leży na AF , mieć będzie obwód dopełniający najmniejszy.

Jeżeli obwód dopełniający ma być złożony z linii prostych, przecinających się pod danymi kątami i w danym porządku, jego minimum mieć będzie miejsce dla wielokąta opisującego powyższe półkole, a którego końce A i F leżą na średnicy półkole.

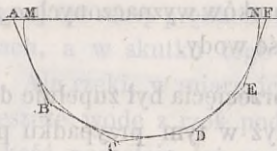


Fig. 49.

Postępować więc należy w sposób następujący. Zatoczywszy półkole jakiegokolwiek na średnicy poziomej MN, (fig. 49) prowadzić trzeba styczne AB, BC, CD, DE, EF, odpowiednio równoległe do prostych znanych, które mają ograniczać przecięcie poprzeczne prądu. Otrzymamy wtedy wielokąt ABCDEF utworzony z tych stycznych i z przedłużonej średnicy MN. Przecięcie szukane powinno być podobne do tego wielokąta, w którym AF ma przedstawiać poziom wody, i tym sposobem wracamy do przypadku rozebranego powyżej.

Powierzchnia przecięcia znalezionej tym sposobem, którą oznaczymy przez Ω , jest rzeczywiście minimum. Przypuśćmy bowiem, że po wyznaczeniu tego przecięcia, weźmiemy inne, równoważne co do powierzchni, a złożone z boków mających też same kierunki. Wedle powyżej przytoczonych twierdzeń Geometrii, obwód zmoczony χ przecięcia będzie mniejszy od obwodu zmoczonego χ' przecięcia s' ; zatem promień średni $\frac{\Omega}{\chi}$ będzie większy od $\frac{\Omega}{\chi'}$. Wynika ztąd, że biorąc s' zamiast s zmniejszamy prędkość i wydatek, jak to pokazuje równanie ruchu :

$$Rl = AU^2,$$

w którym A maleje, skoro R się powiększa i odwrotnie (ustęp n. 86). Ażeby zatem wydać daną objętość wody bez zmiany kształtu przecięcia, trzeba by powiększyć jego wymiary, i uczynić jego powierzchnię większą od Ω . Przecięcie jest więc najmniejsze między wszystkimi, które mają boki równoległe do kierunków wyznaczonych *a priori*, i które mogą wydać daną objętość wody.

Jeżeli by kształt przecięcia był zupełnie dowolny, należałoby przyjąć półkole, gdyż w tym przypadku promień średni jest maximum dla figur, których powierzchnia jest dana. Ale kształt półkolisty jest trudny do urzeczywistnienia w praktyce, a nawet powiedzieć można niepodobny, zwłaszcza jeżeli ściany boczne kanału mają być utworzone z ziemi, gdyż spadki stoków nie zdołałyby się utrzymać.

Gdyby zadanie polegało na wyznaczeniu kształtu przecięcia, którego powierzchnia i wydatek są dane, z warunkiem minimum spadku przy tym samym wydatku albo maximum wydatku, przy tym samym spadku, należałoby powtórzyć też same uwagi.

91. Kilka uwag nad równaniem biegu jednostajnego wody w kanałach. — Zamykając ten rozdział, w którym wywiedliśmy równanie ogólne :

$$RI = \varphi(U),$$

i podali wszystkie szczegóły dotyczące się kształtu funkcji $\varphi(U)$ i różne zastosowania, załączamy jeszcze kilka uwag dotyczących się jego stosowania w praktyce.

Wszystkie prądy w naturze wryły sobie koryta w gruntach, które przebiegają. Im te prądy były szybsze, z tem większą energią wykopywały sobie łożyska i tem więcej powiększało się przecięcie poprzeczne tych ostatnich; co, jeżeli jednocześnie wydatek pozostawał ten sam, zmniejszało prędkość

a zarazem i energią prądów. Stan rzeki jest ustalony od chwili jak zaczyna istnieć równowaga między dążnością prądu do podkopywania gruntu, a oporem gruntu; wtedy bowiem grunt przestaje być naruszonym. Jeżeli zatem rzeka znajduje jeden i ten sam grunt na znacznej przestrzeni swego biegu, będzie miała mniej więcej tę samą prędkość średnią we wszystkich swych punktach, a w skutku tego iloczyn RI będzie mniej więcej stały. Ale rzeki, w miarę ich zbliżania się do ujścia, otrzymują jeszcze wodę z rzek podrzędnych do nich wpadających; prędkość pozostaje też sama, lecz przecięcie powiększa się stopniowo od góry do dołu, a razem z przecięciem i promień średni R . Ze zaś iloczyn RI jest stały, spadek I winien się zmniejszać. To też zauważono, że spadki powierzchni wielkich rzek zmniejszają się stopniowo od źródła do ujścia, ale to prawo przypuszcza powiększanie się wydatu, i nie może być stosowane do kanału sztucznego, w którym wydatek jest jednaki na wszystkich przecięciach. Wspomniany już przez nas kilkakrotnie inżynier francuzki Girard (*), niepojawszy właśnie tej właściwej przyczyny zmniejszania się spadku, zaprojektował kanał de l'Oureq mający przyprowadzać wodę z Marny do Paryża, ze spadkami zmiennymi i stopniowo się zmniejszającymi. Roboty były już zaczęte, kiedy przekonano się o błędzie; powrócono przeto do spadku pierwotnego w części kanału jeszcze niewybudowanej, w części zaś ukończonej umieścić musiano śluzy, których projekt pierwotny nie zawierał, i które w kanale ze stałym spadkiem mogły być uniknięte, z wielkim dla żeglugi pożytkiem.

W równaniu $RI = \varphi(U)$, funkcyja $\varphi(U)$ przedstawia tarcie na jednostce powierzchni koryta. Tarcie to jest jak wiemy funkcyją prędkości warstwy dotykającej ścian, a nie prędkości średniej, która dla uproszczenia wprowadzoną została w równanie ruchu; przedstawienie tarcia przez funkcyją $\varphi(U)$, jako nie-

(*) *Mémoires sur le canal de l'Oureq.*

zupełnie racjonalne, może być w niektórych szczególnych przypadkach przyczyną anomalij, jakie Bêlanger (*) przytacza w następującym przykładzie.

Niech będzie prąd jednostajny, którego przecięcie po-

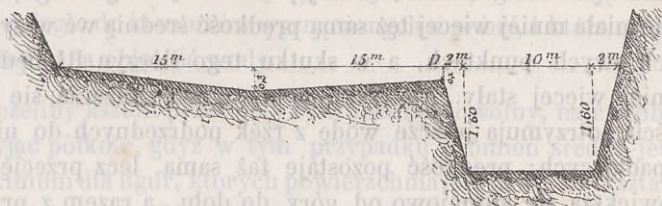


Fig. 50.

przecznę przedstawia fig. 50, a którego spadek :

$$I = 0^m,0005.$$

Powierzchnia przecięcia poprzecznego jest tutaj :

$$\Omega = 15 \times 0,15 + 15 \times 0,20 + 1,70 + 16 + 1,60 = 24^{\text{mk}},55,$$

a obwód zmoczony :

$$\chi = 30 + \sqrt{2^2 + (1,6 - 0,1)^2} + 10 + \sqrt{2^2 + [1,6]^2} = 45^{\text{m}},06.$$

Ztąd :

$$R = \frac{\Omega}{\chi} = 0^m,545,$$

a

$$RI = 0,0002725.$$

Wzór Tadini'ego daje odpowiednią prędkość średnią :

$$U = 0^m,825,$$

zatem wydatek :

$$Q = U\Omega = 20^{\text{ms}},25.$$

(*) Kurs litografowany Hydrauliki w Szkole Dróg i Mostów w Paryżu, z r. 1850.

Przypuśćmy teraz, że przegradzamy prąd cienką zastawą podłużną D na dwie części. Wydatek nie powinienby ulec wielkiej zmianie a w każdym razie powinienby się pomniejszyć z powodu przybytku tarcia z obu stron przegrody D . Rachunek daje tymczasem wypadki zupełnie przeciwnie. Mamy bowiem dla części położonej po lewej stronie przegrody :

$$\Omega' = 5^{\text{mk}}, 25, \quad \chi' = 30^{\text{m}}, 10,$$

$$R = 0^{\text{m}}, 174, \quad RI = 0,000870,$$

z kądem :

$$U' = 0^{\text{m}}, 466,$$

a wydatek :

$$Q' = 2^{\text{ms}}, 35.$$

Dla części położonej po prawej stronie przegrody, mamy znów :

$$Q'' = 19^{\text{mk}}, 30, \quad \chi'' = 15^{\text{m}}, 16,$$

$$R'' = 1^{\text{m}}, 273, \quad R''I = 0,0006365,$$

z kądem

$$U'' = 4^{\text{m}}, 261,$$

$$Q'' = 24^{\text{mk}}, 24.$$

Wydatek całkowity jest zatem :

$$Q' + Q'' = 26^{\text{mk}}, 7,$$

podezas gdy stosując równanie ruchu do przecięcia całkowitego, otrzymaliśmy tylko $20^{\text{mk}}, 25$, czyli 0,67 wypadku ostatniego, który jednak wydaje się bliższym prawdy. I rzeczywiście, dwa koryta częściowe mają kształty podobne do tych, na których wykonywano doświadczenia w celu wyznaczenia funkcji $\varphi(U)$.

Nierówność między Q a $Q' + Q''$ nie może być poprawiona przez użycie współczynnika A obliczonego przez p. Bazin, pomimo że tam wchodzi już promień średni R . Mielibyśmy bowiem, przypuszczając ściany koryta z ziemi :

$$\text{dla całego przecięcia} \quad A = \frac{RI}{U^2} = 0,0009222,$$

$$\text{dla części pierwszej} \quad A = \frac{RI'}{U'^2} = 0,0022915,$$

$$\text{dla części drugiej} \quad A = \frac{RI''}{U''^2} = 0,0005550,$$

a dzieląc przez te wartości, otrzymane poprzednio odpowiednie wartości RI , wypada :

$$U^2 = 0,294849, \quad U'^2 = 0,036100, \quad U''^2 = 1,4449,$$

z kądem

$$U = 0^m,543, \quad U' = 0^m,190, \quad U'' = 1^m,070,$$

a wreszcie wydatki :

$$Q = \Omega U = 13^{ms},33,$$

$$Q' = \Omega' U' = 1^{ms},00,$$

$$Q'' = \Omega'' U'' = 20^{ms},65.$$

Liczby te różnią się jak widzimy znacznie od otrzymanych poprzednio, gdyż wzięliśmy na A , zamiast wartości stałej 0,0004, wartości zmienne i nierównie większe; ale stosunek $\frac{Q}{Q' + Q''}$ jest zawsze mniejszy od jedności, a nawet zehodzi do 0,62.

Przykład ten pokazuje, jak należy postępować w przypadkach podobnych, a między innymi w przypadku rzeki wezbranej. Należy wtedy obliczać osobno wydatek przecięcia

zwykłego rzeki, między naturalnymi stokami, przedłużonymi idealnie aż do poziomu wody (jak to miało miejsce w przykładzie przez dodanie ściany fikcyjnej w D), a osobno wydatek przecięcia dodatkowego wynikłego z wylewu. Jednakowoż pozostanie i wtedy jeszcze wiele przyczyn niepewności, jak drzewa, domy i inne przedmioty stawiające przeszkodę biegowi wody.

Niektóre koryta rzek lub kanałów pokrywają się w lecie obfitem zieleńcem, zajmującym często znaczną część przecięcia i sprawiającem podniesienie poziomu wody, przy jednoczesnem zmniejszeniu wydatku. Trudno jest ocenić wpływ tego zieleńca na prawa biegu, z powodu braku danych doświadczalnych w tym przedmiocie; podamy jednak w Księdze piątej przykład dotyczący tego przedmiotu.

Kończąc wreszcie te uwagi, zastosujemy równanie biegu jednostajnego wody w kanałach, do kanału zakrytego, czyli akweduku sklepionego, którego przecięcie ACBDE przedstawia figura 51. Przypuściwszy poziom wody w położeniu MN, mieć będziemy:

$$\Omega = \text{powierzchni MNDE,}$$

$$\chi = \text{ME} + \text{ED} + \text{DN,}$$

i możemy obliczyć promień średni $R = \frac{\Omega}{\chi}$.

Jeżeli spadek I jest dany, wywiedziemy za pomocą równania ruchu, prędkość średnią U, a następnie wydatek $Q = U\Omega$. Wydatek ten zmieniać się będzie razem z wysokością, na jakiej jest położony poziom wody MN akweduku. Odetnijmy, począwszy od osi pionowej CF, na prostej MN, długość HL proporcjonalną do wydatku Q. Zrobić będziemy mogli to samo dla innych położań poziomu wody M'N', M''N'', i otrzymamy tym sposobem rzędne H'L', H''L'', przedstawiające wartości wydatku, skoro akweduk napełnia się do poziomu M'N', albo

do poziomu $M'N'$. Ogół punktów L, L', L'', \dots tym sposobem otrzymanych, da nam zatem *krzywą wydatków*. Popró-

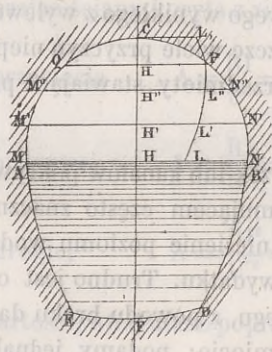


Fig. 51.

wadzić można to wykreślenie aż do punktu, kiedy akweduk zostaje całkowiście napełniony i otrzymamy wtedy pewien wydatek CL_1 . Krzywa $LL'L'' \dots L_1$ wykazuje maximum wydatku w jednym punkcie P , położonym pod kluczem sklepienia. Do tej zatem wysokości napełniać trzeba akweduk, aby dawał największą objętość wody; po za nią zaś rzędne krzywej się zmniejszają, w miarę podnoszenia się poziomu. Wyłumaczyć to można, zauważywszy że nader małemu podniesieniu się poziomu wody w okolicach klucza sklepienia, odpowiada znaczne powiększenie obwodu zmoczonego χ , a bardzo małe powiększenie przecięcia Ω . Ponieważ promień średni się zmniejsza, prędkość U zmniejsza się także i to dość szybko, aby zmniejszyć wartość iloczynu ΩU mierzącego wydatek. Stosując to wykreślenie do różnych akweduków sklepionych, przekonać się można, że przecięcie tego kształtu pozwala wydać objętość wody większą o 5 do 6 od sta od objętości wydanej, skoro woda wypełnia zupełnie akweduk i bieży jak gdyby wewnątrz rury. W tym ostatnim razie jednak, kanał zamienia się na rurę i współczynniki równania ruchu winnyby się zmienić raptow-

nie na współczynniki odpowiadające biegowi w rurach. Teorya zupełnie racjonalna, powinna uniemożliwić tę zmianę.

ROZDZIAŁ III

O BIEGU WODY NIEUSTANNYM I ZMIENNYM, STRUGAMI RÓWNOLEGŁEMI, W KANAŁACH ODKRYTYCH.

92. Uwagi wstępne. — Ażeby bieg wody jednostajny, w rozdziale poprzednim opisany, mógł mieć miejsce w kanale odkrytym, uczynić trzeba zadość trzem warunkom. Naprzód, łożysko kanału powinno być pochylone do poziomu. Powtóre, poziom wody w kanale utrzymywać się powinien ciągle na wysokości takiej, aby wszędzie powierzchnia wody była równoległa do dna łożyska. Wreszcie, przecięcie poprzeczne kanału ma być niezmiennie we wszystkich punktach czyli kanał ma być przyrządkowany. Skoro którykolwiek z tych warunków nie jest wypełniony, bieg wody przestaje być jednostajnym. Prędkości nie są wtedy stałe dla jednego punktu prądu, lecz zmieniają się od jednej cząsteczki do drugiej, albo, dla jednej i tej samej cząsteczki, od jednego do drugiego punktu drogi, jaką przebiega. Ruch nieustanny, jakim się tu mamy zając, wypełnić musi nadto dwa niezbędne warunki. Naprzód, łożysko którego spadek i przecięcie poprzeczne są zmienne, zmieniać je powinno w sposób powolny; a powtóre, strugi cieczy na każdym przecięciu poprzecznym, winny być mniej więcej równoległe do siebie nawzajem i do osi prądu. To drugie zastrzeżenie, nie jest koniecznym wynikiem pierwszego, ale nie mogłoby się urzeczywistnić przy nagłych zmianach kształtu i wielkości przecięcia poprzecznego. Jest ono główną hipotezą.

na jakiej spoczywa teoria biegu zmiennego wody w kanałach odkrytych.

93. Równanie ruchu zmiennego. — Około roku 1827, Bélanger (*) i Poncelet (**) we Francyi, a Masetti (***) we Włoszech, doszli odmiennemi drogami, ale zawsze opierając się na przypuszczeniu równoległości warstw, do wyprowadzenia zasadniczego równania ruchu zmiennego wody bieżącej. Później w r. 1836, Coriolis (****) uzupełnił teoretycznie tę część Hydrauliki, wprowadziwszy zmianę prędkości na przecięciu poprzecznym prądu. Od tego zaś czasu, uczeni inżynierowie, między którymi na pierwszym miejscu wypada postawić p.p. Bélanger, Vauthier (*****), Saint-Guilhem (*****), Dupuit (*****), de Saint-Venant (*****), Boudin (******) i Bresse (******) rozwinęli teorię ruchu zmiennego wody bieżącej i wskazali, w jaki sposób służyć ona może do rozwiązywania licznych kwestyj napotykanych w praktyce.

Równanie ruchu zmiennego wyprowadza się za pomocą twierdzenia sił żywych, przyrównywając sumę prac wszystkich sił działających na uważaną część kanału do połowy przyrostu summy sił żywych. Siły działające są tu: tarcie i działania wewnętrzne, siła ciężkości i ciśnienia.

1) Co się tyczy tarć i działań wewnętrznych, przyjmijmy tutaj, że dla każdej warstwy nieskończenie cienkiej, zawartej między dwoma przecięciami poprzecznymi prądu, siły te są

(*) *Essai sur la solution numérique de quelques problèmes relatifs au mouvement permanent des eaux courantes*; par J. B. BÉLANGER. Paris, 1828 in-4o.

(**) *Cours à l'École d'application de Metz*, 1828.

(***) *Note ed Agginate agli elementi di Meccanica e d'Idraulica del professore G. VEN TUROLI*. Bologna, 1827.

(****) *Annales des Ponts et Chaussées*, z r. 1866, pierwsze półrocze, str. 314.

(*****) *Annales des Ponts et Chaussées*, z roku 1836, pierwsze półrocze, str. 241.

(******) *Annales des Ponts et Chaussées*, z roku 1838, pierwsze półrocze, str. 249.

(******) *Etudes théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux courantes*.

(******) *Annales des Mines*, z roku 1851, drugie półrocze, str. 183.

(******) *De l'axe hydraulique des cours d'eau*. Gand 1863.

(******) *Cours d'Hydraulique*. Paris 1868.

także same jak gdyby ruch był jednostajny. Ażeby to miało miejsce, trzeba aby prędkość cząsteczek cieczy zmieniała się stopniowo i aby strugi były wszędzie mniej więcej równoległe. W celu oznaczenia pracy wszystkich tych sił, weźmy pod uwagę część kanału pryzmatycznego, w którym woda bieży ruchem jednostajnym, zawartą między przecięciami poprzecznymi (A) i (B). Po upływie czasu θ , tak małego jak się podoba, cząsteczki leżące pierwotnie na płazczyźnie (A), zajmą pewną powierzchnię (A'), która nie będzie płazczyzną, z powodu różnic prędkości strug cieczy. Tak samo, cząsteczki leżące na początku czasu θ , na płazczyźnie (B), zajmą po upływie tego czasu powierzchnię (B'), podobną zupełnie do powierzchni (A'), gdyż bieg wody, jaki tu uważamy tymczasowo, jest jednostajny. Przyrost sił żywych, między temi dwiema epokami, będzie żaden, gdyż sprowadza się on do różnicy sił żywych masy cieczy zawartej między (A') i (B'), i sił żywych masy zawartej między (A) i (B); że zaś te dwie części, jako złożone z cząsteczek równych co do masy i ożywionych jednakiemi prędkościami, mają siły żywe równe, zatem różnica tych sił żywych jest równa zeru. Więć na mocy równania sił żywych, summa prac sił tak wewnętrznych jak zewnętrznych, działających na całą uważaną masę wody w kanale, jest równa zeru. Siły te zaś są: ciężkość, ciśnienia i tarcie.

Praca siły ciężkości jest dodatna i równa ciężarowi masy (A) (B), pomnożonemu przez różnicę wzniesień środków ciężkości przecięć (A) i (B), albo przez odległość pionową wierzchołka przecięcia (B) od poziomej przechodzącej przez wierzchołek przecięcia (A). Jeżeli zatem oznaczymy przez U prędkość średnią cieczy, objętość (A) (B) będzie równa $\Omega U\theta$, a ciężar tej objętości $H\Omega U\theta$. Oznaczywszy przez L długość uważanej części kanału, czyli odległość przecięć (A) i (B), a przez I spadek powierzchni, otrzymamy różnicę wzniesień środków ciężkości przecięć (A) i (B) równą w przybliżeniu LI ; a szukana praca siły ciężkości będzie równa $H\Omega LIU\theta$.

Ciśnienie powietrza, otaczającego ze wszystkich stron stałą objętość (A) (B), nie daje żadnej pracy. Dowiedziemy bowiem w Księdze następnej, podając prawa wypływu gazów, że praca elementarna ciśnienia, rozłożonych jednostajnie na wszystkich elementach powierzchni, ograniczającej ze wszech stron pewną objętość, jest równa co do swej wartości bezwzględnej iloczynowi pdQ , ciśnienia p odniesionego do jednostki powierzchni, przez przyrost dQ objętości. Ponieważ tutaj objętość jest stała, gdyż płyn uważany jest cieczą, przeto $dQ = 0$ i praca ciśnienia powietrza sprowadza się do zera.

Ciśnienia ścian kanału są prostopadłe do kierunku prądu i nie dają nic w rzucie na jego oś. Ciśnienia na przecięciach (A) i (B) są równe, równoległe i skierowane wprost przeciwnie, a ich punkty przyczepienia ulegają zmianom położenia równym, równoległym i jednokierunkowym; prace przeto tych ciśnień wzajemnie się znoszą.

Pozostaje więc tylko praca tarć i działań wewnętrznych, która dodana do pracy siły ciężkości, powinna utworzyć sumę równą zeru. Jest ona zatem równa pracy siły ciężkości, wziętej ze znakiem przeciwnym, to jest :

$$- \Pi \Omega U_0.$$

Wyrażenie to jest równe iloczynowi pewnej siły $\Pi \Omega U_0$, przez drogę U_0 , jaką przebiega uważana masa cieczy. Wynika ztąd, że co się tyczy pracy wytworzonej, tarcia i wzajemne działania wewnętrzne cząsteczek cieczy równoważne są z pewną siłą :

$$\Pi \Omega U_0,$$

działającą w kierunku przeciwnym kierunkowi prądu, a przyczepioną w punkcie ożywionym prędkością średnią.

Równanie ruchu jednostajnego, jakie wywiedliśmy w roz-

dziale poprzednim, napisać można w kształcie :

$$\frac{\Omega I}{\chi} = \varphi(U),$$

zatem

$$\Omega I = \chi \varphi(U)$$

i siłę powyższą wyrazić można iloczynem

$$\Pi \chi L \varphi(U).$$

Zatem dla długości nieskończenie małej ds prądu, praca tarcia i sił wewnętrznych będzie równa pracy siły $-\Pi \chi \varphi(U) ds$, przyczepionej w punkcie ożywionym prędkością średnią i działającej w kierunku przeciwnym kierunkowi prądu.

Ponieważ zaś przyjmujemy tutaj, że dla każdej warstwy nieskończenie cieniekiej, zawartej między dwoma przecięciami poprzecznymi prądu, tarcia i działania wewnętrzne są także same, jak gdyby ruch był jednostajny, zatem praca tych sił dla

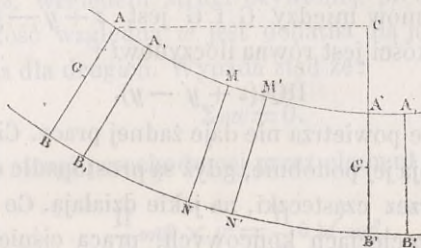


Fig. 52.

warstwy $MNN'M'$ (fig. 52) prądu ożywionego ruchem zmiennym jaki uważamy, będzie równa sile $\Pi \chi \varphi(U) ds$, pomnożonej przez drogę, jaką przebiega jej punkt przyczepienia to jest punkt ożywiony prędkością $U = \frac{Q}{\Omega}$. Droga ta jest $\frac{Q}{\Omega} \theta$, a praca szukana będzie dla warstwy uważanej :

$$U \chi \varphi(U) ds \frac{Q \theta}{\Omega}.$$

Dla całej masy cieczy $ABA'B'$, praca ta będzie równa sumie prac cząstkowych, między dwoma uważanemi przecięciami poprzecznymi AB i $A'B'$, to jest równa:

$$-HQ_0 \int_{\Omega}^{\chi} \varphi(U) ds,$$

gdzie całka rozciąga się do wszystkich przecięć między AB i $A'B'$.

2) Oznaczyliśmy już poprzednio przez Q wydatek prądu w jednostce czasu. Ciężar mass równych ABA_1B_1 , $A'B'A_1B_1$ będzie HQ_0 , a pracę siły ciężkości otrzymamy mnożąc ten ciężar przez odległość pionową środka ciężkości G przecięcia AB , od środka ciężkości G' przecięcia $A'B'$. Poprowadźmy przez punkt A poziomą AC i oznaczmy przez z odległość AC powierzchni wody do tej poziomej, przez y i y' odległości punktów G i G' od powierzchni wody w punktach A i A' . Ponieważ płaszczyzny AB i $A'B'$ są prawie pionowe przeto punkt G leży pod punktem C w odległości $z+y'$, a w skutku tego różnica poziomów między G i G' jest $z+y'-y$. Praca zatem siły ciężkości jest równa iloczynowi:

$$HQ_0(z+y'-y).$$

3) Ciśnienie powietrza nie daje żadnej pracy. Ciśnienia ścian kanału nie dają jej podobnie, gdyż są prostopadłe do dróg przebieżonych przez cząsteczki, na jakie działają. Co się tyczy ciśnień na przecięciach końcowych, praca ciśnienia górnego jest dodatna, a praca ciśnienia dolnego odjemna. Prace te są równe iloczynowi z ciśnienia średniego przez objętość utworzoną ruchem każdego z przecięć AB i $A'B'$. Ciśnienia średnie są to ciśnienia działające na środki ciężkości G i G' , a ponieważ przypuszczamy, że rozkład ciśnień na przecięciu poprzecznym prądu ma miejsce według praw Hydrostatyki, zatem te ciśnienia będą: Πy dla przecięcia górnego, a $\Pi y'$ dla przecięcia dolnego. Praca ich zatem będzie równa:

$$\Pi(y-y')Q_0.$$

Mając prace wszystkich sił pozostaje nam tylko oznaczyć siły żywe mass równych ABB_1A_1 i $A'B'B_1A'_1$. Uwzględniając w tem oznaczaniu różnice prędkości strug, pójdziemy drogą wskazaną przez Poncelet'a, w jego *Expériences hydrauliques*, wydanych w r. 1832.

Niech będzie ω powierzchnia, której wymiary są nieskończenie małe w obu kierunkach, wzięta na pewnym przecięciu poprzecznem prądu, a v prędkość strugi przechodzącej przez ten element przecięcia. Jeżeli oznaczymy przez Ω powierzchnię całkowitą uważanego przecięcia, a przez U prędkość średnią na tem przecięciu, mieć będziemy rozciągając znak summy do wszystkich jego elementów :

$$\Omega U = \Sigma \omega v.$$

Położmy

$$v = U + w,$$

gdzie w jest prędkością względną strugi przechodzącej przez element ω , względem strugi ożywionej prędkością średnią. Ta prędkość względna w jest dodatna dla jednych punktów a odjemna dla drugich. Wypada ztąd że :

$$\Sigma \omega w = 0.$$

Siła żywa strugi przechodzącej przez element ω jest równa :

$$\frac{\Pi}{g} \omega v \theta \times v^2 = \frac{\Pi}{g} \theta \times \omega v^3,$$

a summa sił żywych wszystkich strug prądu :

$$\frac{\Pi}{g} \theta \Sigma \omega v^3.$$

W wyrażeniu tem kładąc $v = U + w$, otrzymamy :

$$\Sigma \omega v^3 = \Sigma \omega (U^3 + 3U^2w + 3Uw^2 + w^3) = U^3\Omega + \Sigma \omega w^2(3U + w),$$

opuszczając wyraz $3U^3\Sigma \omega w$ równy zeru.

Czynnik $3U + w$ jest równy $2U + v$, ilości koniecznie dodatniej. Możemy więc położyć

$$\Sigma \omega v^3 > \Omega U^3;$$

a zatem siła żywa całkowita warstwy AA_1 jest większa od $\frac{\Pi}{g} \theta \Omega U^3$ czyli od $\frac{\Pi Q \theta}{g} U^2$. Wypada ją zatem przedstawić przez:

$$\alpha \frac{\Pi Q \theta}{g} U^2,$$

gdzie α jest współczynnik poprawki większy od jedności, a którego wartość możnaby oznaczyć ściśle, gdyby dokładny rozkład prędkości na przecięciu poprzecznym prądu był znany. Przypuściwszy że wartość tego współczynnika jest ta sama dla obu przecięć, górnego i dolnego, summa sił żywych warstwy $A'A_1'$, będzie równa :

$$\alpha \frac{\Pi Q \theta}{g} U^2,$$

a szukana połowa przyrostu summy sił żywych całego systemu :

$$\alpha \frac{\Pi Q \theta}{g} (U^2 - U^2).$$

Mając te wszystkie wyrazy możemy napisać równanie sił żywych jak następuje :

$$\begin{aligned} \alpha \frac{\Pi Q \theta}{2g} (U^2 - U^2) &= \Pi Q \theta (z + y' - y) + \Pi Q \theta (y - y') - \\ &- \Pi Q \theta \int \frac{z}{\Omega} \varphi(U) ds, \end{aligned}$$

a dzieląc obie strony przez czynnik wspólny $\Pi Q \theta$ i rozwiązując względem z , będziemy mieli :

$$z = \alpha \left(\frac{U^2}{2g} - \frac{U^2}{2g} \right) + \int \frac{z}{\Omega} \varphi(U) ds.$$

Takie jest w swym kształcie ogólnym równanie nieustannego i zmiennego ruchu wody w kanałach odkrytych.

94. Uwagi nad równaniem ruchu zmiennego. — Równanie powyższe pokazuje, że *spadek całkowity* z powierzchni wolnej prądu, uważanej między dwoma punktami A i A' (fig. 52) składa się z dwóch części:

Pierwsza $\alpha \left(\frac{U^2}{2g} - \frac{U'^2}{2g} \right)$, jest w przybliżeniu współczynnika stałego α , równa różnicy wysokości odpowiadających prędkościom średnim na dwóch przecięciach uważanych. Może być dodatnią, ujemną lub równą zero.

Druga $\int \frac{\chi}{\Omega} \varphi(U) ds$, jest zawsze dodatna, jeżeli liczymy ds w kierunku prądu. Odpowiada ona pracy tarcia i sił wewnętrznych dla części prądu uważanej.

Spadek całkowity z równy summie tych dwóch części, może być dodatnym, ujemnym lub równym zero, między dwoma uważanymi przecięciami. Powierzchnia wolna prądu może się zatem podnosić lub obniżać, między temi przecięciami.

Funkcja $\varphi(U)$, wchodząca w równanie ruchu zmiennego, wyrażoną być może w ten sam sposób, jak w rozdziale poprzednim dla ruchu jednostajnego. Albo więc położymy razem z Prony'm:

$$\varphi(U) = aU + bU^2,$$

albo idąc za p. Bazin:

$$\varphi(U) = AU^2.$$

We wszystkim co następuje przyjmiemy to ostatnie wyrażenie, i odwoływać się będziemy do równania ruchu zmiennego, napisanego w kształcie:

$$(1) \quad z = \alpha \left(\frac{U^2}{2g} - \frac{U'^2}{2g} \right) + \int \frac{AU^2}{R} ds,$$

gdzie położyliśmy także $\frac{\lambda}{\Omega} = \frac{1}{R}$, czyli odwrotności promienia średniego poprzecznego przecięcia prądu. Równanie różniczkowe ruchu zmiennego będzie :

$$(2) \quad dz = \alpha \frac{UdU}{g} + \frac{AU^2}{R} ds.$$

W obu tych równaniach współczynnik α nie jest oznaczony; wiadomo tylko, że jest dodatny i większy od jedności. Bélanger proponował nadawać mu we wszystkich przypadkach wartość 1,1, gdyż błąd popełniony co do wartości tego współczynnika, nie pociąga za sobą wielkiego błędu we wzorze, z powodu zwykłej małości różnicy :

$$\frac{U^2}{2g} - \frac{U^2}{2g},$$

którą mnoży ten współczynnik. Inni autorzy upraszczają wzór i kładą $\alpha = 1$. Według tego co powiedzieliśmy w poprzednim ustępie, α jest równe ściśle :

$$\alpha = \frac{\sum \omega v^3}{\Omega U^3}.$$

P. Bazin okazał (*), iż położyć można w sposób ogólny :

$$\alpha = 1 + 3N \left(\frac{V}{U} - 1 \right)^2,$$

gdzie V jest prędkość maximum, U prędkość średnia, a N liczba zależąca od kształtu przecięcia poprzecznego i od natury ścian kanału. Stosując do tych poszukiwań wypadki doświadczeń robionych nad rozkładem prędkości na przecięciu prostokątnem bardzo szerokim, albo na przecięciu półkolistem, otrzymał p. Bazin :

$$N = \frac{36}{\xi}$$

(*) *Recherches hydrauliques*. Première partie, str. 956.

w pierwszym przypadku, a

$$N = \frac{27}{16}$$

w drugim. Następnie traktując tę kwestyę doświadczalnie, przekonał się że α wyrażone być może w funkcji współczynnika A , wzorem :

$$\alpha = 1 + 210 A.$$

W ogóle, granica $\alpha = 1,4$, wskazana przez Bélanger'a nie jest nigdy przewyższona, i nie należy obawiać się znaczniejszych błędów, przyjmując ją we wszystkich przypadkach.

Drugi współczynnik w równaniu ruchu jest A . Przyjęliśmy go tu w tem samym znaczeniu, jak w rozdziale poprzednim dla ruchu jednostajnego. Ażeby sprawdzić czy wartości tego współczynnika są też same dla ruchu zmiennego, wziął p. Bazin równanie (1) w kształcie :

$$z - \alpha \left(\frac{U^2}{2g} - \frac{U^2}{2g} \right) = A \int \frac{U^2 ds}{R}$$

i wykreślił krzywą, której odcięte były :

$$X = \int \frac{U^2 ds}{R},$$

a rzędne :

$$Y = z - \alpha \left(\frac{U^2}{2g} - \frac{U^2}{2g} \right).$$

Gdyby współczynnik A był ściśle stały, stosunek $\frac{Y}{X}$ równy mu co do wartości byłby także stały i krzywa, o jakiej mowa, byłaby prostą przechodzącą przez początek współrzędnych. Stosując to wykreślenie do różnych części prądów, otrzymał p. Bazin wiele linii, które rzeczywiście zbliżają się bardzo

znacznie do linii prostej i pozwalają obliczyć wartość średnią współczynnika A . Dla jednej i tej samej natury ścian, dać można temu współczynnikowi wartość stałą, albo skoro chcemy mieć wzgląd na zmiany promienia średniego, dać mu wartość, jakąby miał współczynnik A we wzorze na bieg jednostajny. Doświadczenie pokazuje rzeczywiście, że wartości A są dla ruchu zmiennego albo większe albo mniejsze od tych, jakie odpowiadają ruchowi jednostajnemu, ale że różnice są tak małe, iż można je śmiało pominąć.

95. Zadania tyżące się ruchu zmiennego. — Zastosujemy znalezionej w poprzednim ustępie wzór ogólny do kilku zagadnień.

ZADANIE I. — Znając wydatek Q prądu ożywionego ruchem nieustannym i zmiennym, strugami równoległemi, i taką jaką chcemy liczbę jego przecięć poprzecznych, obliczyć spadek całkowity powierzchni wolnej, między dwoma danemi przecięciami.

Równanie (1) poprzedniego ustępu daje nam natychmiast rozwiązanie tego zadania. Przypuśćmy że dla dwóch danych przecięć, powierzchnie są Ω' i Ω a prędkości średnie U' i U .

Wydatek stały Q jest dany i mamy :

$$Q = \Omega' U' = \Omega U,$$

z kąd

$$U' = \frac{Q}{\Omega'}, \quad U = \frac{Q}{\Omega},$$

a kładąc te wartości w równanie (1), otrzymamy :

$$z = \alpha \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\Omega'^2} - \frac{1}{\Omega^2} \right) + A Q^2 \int \frac{\chi}{\Omega^3} ds.$$

Ponieważ wszystkie przecięcia poprzeczne są znane, podobnie jak i wydatek Q , przeto związek ten wyraża szukany spadek

z , w funkeyi ilości znanych. Biorąc przecięcie górne za punkt wyjścia, możemy tym sposobem obliczyć spadek między tem przecięciem a któremkolwiek innym, a zatem i końcowem.

Ścisły rachunek całki oznaczonej $\int_0^s \frac{\chi}{\Omega^3} ds$, wymagałby wyra-

żenia χ i Ω w funkeyi s ; co w ogóle nie jest możebne dla prądów w naturze, gdzie te ilości zmieniają się według praw, dość trudnych do przedstawienia wyrażeniem analitycznem.

Wtedy jednak zastąpić można całkowanie, rachunkiem przybliżonym; uważając $\frac{\chi}{\Omega^3}$ za rzędne pewnej krzywej, której

odcięte są s , całka, o której mowa, przedstawiać będzie powierzchnię zawartą między tą krzywą, osią s i dwiema rzędnymi, odpowiadającymi granicom s ; tę zaś powierzchnię obliczyć można w przybliżeniu, różnymi sposobami, jak np. metodą Simpson'a.

ZADANIE II. — Mając dane też same przecięcia poprzeczne, jak poprzednio i przekrój podłużny prądu, obliczyć wydatek na sekundę.

Równanie wywiedzione w poprzednim zadaniu, służyć może i w tym przypadku, a tylko z jest tu ilością daną a Q nieznaną. Stosując to równanie między dwoma jakimikolwiek przecięciami poprzecznymi prądu, Q powinno zawsze być stałe, skoro tylko prąd jest pojedynczy to jest nie łączy się po drodze z innymi. Można więc także tym sposobem sprawdzić przypuszczenia teoretyczne i oznaczyć najstosowniejszą wartość współczynnika A , dla prądu którym się zajmujemy.

Dwa zadania powyższe rzadko się przytrafiają w praktyce. Skoro tylko otrzymać można wprost przecięcia poprzeczne, łatwo jest także oznaczyć z przez poziomowanie, a wydatek Q znaleźć za pomocą metod, o których mówić będziemy w Księdze piątej. Ale za to następujące zadanie wymaga użycia

rachunku, gdyż chodzi o oznaczenie *a priori* zmian, jakim ulega powierzchnia wolna prądu, po zmienieniu kształtu koryta, przez postawienie na niem różnych budowli odpowiednich wymaganiom komunikacyj lądowych, żeglugi, irygacji i t. p.

ZADANIE III. — Znając dokładnie pewną część koryta prądu ożywionego ruchem nieustannym i zmiennym strugami równoległymi, to jest znając wymiary tego koryta i jego położenie względem pewnej płaszczyzny porównania; znając także wydatek Q na sekundę i wreszcie poziom wody na jednym z przecięć krańcowych, znaleźć tenże poziom na innym przecięciu jakimkolwiek uważanej części prądu.

Zadanie sprowadza się oczywiście do oznaczenia spadku całkowitego z między dwoma po sobie następującymi przecięciami, które przypuścić można dostatecznie zbliżone, aby wartości χ , Ω , U , nie zmieniały się zbyt szybko. Tym sposobem, postępując od przecięcia do przecięcia, uzupełnić można poziomowanie podłużne powierzchni wolnej prądu. Posłużyć może w tym celu równanie wywiedzione w zadaniu pierwszym tego ustępu. Przypuśćmy że Ω_n i χ_n są wartościami Ω i χ dla przecięcia poprzecznego, na którym poziom wody jest znany, a Ω_{n-1} i χ_{n-1} podobne ilości dla przecięcia oddalonego od poprzedniego na długość Δs ; że wreszcie z_n jest spadek powierzchni wolnej prądu między temi przecięciami. Jeżeli Δs jest dostatecznie małe, aby $\frac{\chi_n}{\Omega_n^3}$ i $\frac{\chi_{n-1}}{\Omega_{n-1}^3}$ niewiele się różniły między sobą, to całka $\int \frac{\chi}{\Omega^3}$ będzie w przybliżeniu równa $\frac{1}{2} \Delta s \left(\frac{\chi_n}{\Omega_{n-1}^3} + \frac{\chi_{n-1}}{\Omega_{n-1}^3} \right)$ i równanie powyższe da nam :

$$z_n = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\Omega_n^2} - \frac{1}{\Omega_{n-1}^2} \right) + \Lambda Q^2 \left(\frac{\chi_n}{\Omega_n^3} + \frac{\chi_{n-1}}{\Omega_{n-1}^3} \right) \frac{\Delta s}{2}.$$

Równanie to nie da natychmiast wartości z_n , gdyż χ_{n-1} i Ω_{n-1} zależą od tej wartości, ale po kilku próbach można ją otrzymać z łatwością. Ponieważ spadek powierzchni, między dwoma przecięciami niezbyt oddalonymi, jest dość mały, położymy naprzód $z_n = 0$; mając tym sposobem położenie poziomu wody na przecięciu $n - 1$, możemy obliczyć χ_{n-1} i Ω_{n-1} , a następnie z pomocą ostatniego równania otrzymać pierwszą przybliżoną wartość z_n . Jeżeliby większa ścisłość była pożądaną, obliczymy na nowo, wychodząc z tej wartości tymczasowej z_n , wartości χ_{n-1} i Ω_{n-1} , i wstawivszy je znów w ostatnie równanie, otrzymamy wartość z_n poprawioną. Zatrzymać się trzeba wtedy w tych stopniowych przybliżeniach, skoro dwie kolejne wartości z_n , otrzymane jak powyżej, będą mniej więcej równe, do czego zwykle szybko dojść można.

A teraz, znając poziom wody na przecięciu Ω_{n-1} , znajdziemy podobnymże sposobem poziom wody na przecięciu Ω_{n-2} , i postępując tak od przecięcia do przecięcia, wyznaczymy przekrój podłużny prądu.

Zadanie powyższe może być jeszcze wysłowione w sposób następujący : znając wymiary i położenie koryta prądu nieustannego a zmiennego i mając dany jego wydatek i położenie jednego punktu jego osi hydraulicznej, to jest strugi na powierzchni, ożywionej największą prędkością, wykreślić w całości też oś. Zadanie w ten sposób wysłowione, stanowi główną kwestyą teoryi ruchu nieustannego i zmiennego, i rozbierzemy je w przypadku ogólnym i w przypadkach szczególnych w następującym i dalszych ustępach.

96. Równanie ogólne osi hydraulicznej. — Weźmy pod uwagę koryto jakiegokolwiek, którego jedno przecięcie jest DACFBE (fig. 53), a AB poziom wody na tem przecięciu. Wzniesienie tego poziomu zmienia się od jednego przecięcia

gdyż przecięcia są mniej więcej normalne do wszystkich strug, a zatem i do C' i kąt MNQ różni się bardzo mało od kąta prostego. Zatem PQ jest równe w przybliżeniu spadkowi dz między dwoma uważanymi przecięciami, a PN równe powiększeniu dh głębokości. Że zaś :

$$QP = QN - PN,$$

więc

$$dz = Lds - dh.$$

Mamy także związek zasadniczy

$$Q = U\Omega,$$

z którego :

$$Ud\Omega + \Omega dU = 0$$

a

$$dU = -\frac{U}{\Omega} d\Omega.$$

Ze zaś przechodząc od punktu M do P przecięcie Ω powiększa się naprzód o trapez nieskończenie mały, którego AB jest podstawą a dh wysokością, a następnie przybiera powiększenie odpowiadające zmianom długości s , przypuszczając że głębokość h pozostaje stała, to jest powiększenie $\frac{d\Omega}{ds} ds$, mamy zatem :

$$dU = Ldh + \frac{d\Omega}{ds} ds,$$

zkąd

$$dU = -\frac{U}{\Omega} \left(Ldh + \frac{d\Omega}{ds} ds \right).$$

Kładąc powyższe wartości na dz i dU w równaniu (2) ustępu

n. 94, otrzymamy :

$$I ds - dh = -\frac{\alpha U^2}{g\Omega} \left(L dh - \frac{d\Omega}{ds} ds \right) + \frac{\Lambda U^2}{R} ds,$$

z kądem, wracając do wartości $R = \frac{\Omega}{\chi}$:

$$(1) \quad ds = \frac{1 - \frac{\alpha U^2 L}{g\Omega}}{I - \frac{\chi \Lambda U^2}{\Omega} \left(1 - \frac{\alpha}{\Lambda g \chi} \cdot \frac{d\Omega}{ds} \right)} dh.$$

Takie jest równanie ogólne osi hydraulicznej prądu niustannego i zmiennego płynącego w korycie jakimkolwiek. Czynnikiem mnożącym w nim dh , po drugiej stronie jest znana funkcją dwóch zmiennych s i h , albowiem znając s znamy także I , które jest funkcją s , a oraz położenie i wielkość poprzecznego przecięcia koryta i położenie na tem przecięciu poziomu wody. Możemy więc obliczyć χ , Ω , L , U i wreszcie $\frac{d\Omega}{ds}$. Rachunek tej ostatniej pochodnej zwykle jednak jest trudny, gdyż w ogóle brakuje wyrażenia analitycznego Ω w funkcji s i h , i oblicza się je w przybliżeniu, szukając powierzchni Ω i $\Delta\Omega$ dwóch przecięć odległych od początku na s i Δs , które to powierzchnie odpowiadają jednej i tej samej wartości h na obu przecięciach. Stosunek $\frac{\Delta\Omega}{\Delta s}$ może wtedy dać przybliżoną wartość pochodnej $\frac{d\Omega}{ds}$. W każdym razie ta pochodna jest funkcją s i h , i równanie (1) napisać można w kształcie :

$$(2) \quad ds = f(s, h) dh.$$

Równanie (1) albo równoważne mu równanie (2), daje związek między współrzędnymi s i h osi hydraulicznej prądu i jest równaniem różniczkowym tejże osi. Skoro jego całkowanie jest możliwem, otrzymać można równanie tejże

krzywej w kształcie skończonym; w razie przeciwnym postępować trzeba przez próby jak następuje. Biorąc za punkt wyjścia przecięcie dane, na którym poziom wody jest znany, oblicza się liczebnie $f(s, h)$ i otrzymuje przyrost Δs odpowiadający przyrostowi Δh stosownie wybranemu; otrzymuje się tym sposobem współrzędne $s + \Delta s, h + \Delta h$, osi hydraulicznej na drugim przecięciu sąsiednim. Wychodząc z tego drugiego przecięcia, przejść można do trzeciego, potem od trzeciego do czwartego i tak od przecięcia do przecięcia wykreślić w całości oś hydrauliczną prądu.

Użycie powyższej metody przybliżonej wymaga koniecznie, aby funkcyja $f(s, h)$ zmieniała się bardzo mało między granicami h i $h + \Delta h$, trzeba zatem aby ta funkcyja była ciągłą między temi granicami i nie stawała się nieskończoną. W razie przeciwnym należałoby zmniejszyć Δh w sposób, aby uczynić zadość temu warunkowi, co zawsze jest możliwem, wyjąwszy przypadek w którym bierzemy właśnie za punkt wyjścia przecięcie, dla którego $f(s, h) = \infty$, czyli według równania (1) :

$$(3) \quad I = \frac{Z}{\Omega} AU^2 \left(1 - \frac{z}{Agz} \cdot \frac{d\Omega}{ds} \right).$$

W przypadku o którym mowa, nie możnaby już postępować w sposób wyżej podany.

Oznaczamy przez H wartość h czyniącą zadość równaniu (3), skoro weźmiemy na s pewną wartość oznaczoną; H zmieniać się będzie od jednego przecięcia do drugiego razem z s . Szerok wartości H dla różnych przecięć, da nam pewną krzywą a oś hydrauliczna prądu, według tego wszystkiego co powiedzieliśmy, leżeć musi zawsze i w całości ponad krzywą, bez czego całkowanie przybliżone byłoby błędnem. Skoro przecięcie poprzeczne prądu jest stałe, pochodna $\frac{d\Omega}{ds}$ jest zawsze

równa zeru, byle tylko pozioma CC (fig. 53) zajmowała wszędzie to samo położenie. Spadek I staje się równy spadkowi koryta, a równanie (3) przybiera kształt :

$$RI = AU^2,$$

równania biegu jednostajnego wody w kanałach. Jeżeli nadto I nie zmienia się razem z s , wysokość H pozostaje stałą; jest to głębokość odpowiadająca biegowi jednostajnemu prądu, którego koryto i wydatek są dane. Można zatem powiedzieć, że oś hydrauliczna prądu daje się wykreślić powyższym sposobem przybliżonym, skoro nie przecina linii biegu jednostajnego.

Inna jeszcze okoliczność stać się tu może powodem wyjątku. Przypuśćmy że na przecięciu wyznaczonem przez odciętą s znaleźliśmy głębokość h sprawdzającą równanie :

$$f(s, h) = 0$$

albo według równania (1) :

$$(4) \quad \alpha \frac{U^2 L}{g \Omega} = 1.$$

Stosunek $\frac{ds}{dh}$ byłby dla tego przecięcia równy zeru, co znaczy że odpowiedni element MP osi hydraulicznej (fig. 53), przyjąłby kierunek QN normalny do linii C'. Ponieważ ta linia ma zawsze, jak przypuściliśmy, ten sam spadek co i dno koryta, zatem cząsteczki cieczy położone na części górnej przecięcia, winnyby być ożywione prędkościami normalnemi do prędkości cząstek leżących na części dolnej. Wypadek ten jest zupełnie niezgodny z przypuszczeniem równoległości strug, przyjętem za zasadę na wstępie tego rozdziału, a koniecznem do wyprowadzenia równania biegu zmiennego. Jeżeli zatem oznaczymy przez H' wartość h czyniącą załość równaniu (4), skoro bierzemy na s wartość oznaczoną; H' zmieniać się będzie od jednego

przecięcia do drugiego razem z s , a szereg wartości H' dla różnych przecięć da nam pewną krzywą, której oś hydrauliczna prądu nie może przecinać, bez naruszenia zasadniczych podstaw teoryi. Skoro ją przecina, wtedy ma miejsce tak nazywany *podskok powierzchni* i uciekać się trzeba do specjalnej teoryi tego zjawiska, jaką podamy w następującym rozdziale.

Może się wreszcie zdarzyć, że znaleziona według równania (1) oś hydrauliczna prądu nie zchodzi się z obserwowanym przekrojem jego powierzchni wolnej. Równanie osi hydraulicznej daje na przecięciu końcowem prądu zupełnie inną głębokość niż doświadczenie. Będzie to jeszcze jeden przypadek wyjątkowy, w którym teorya biegu zmiennego nie jest wystarczającą, a powodem tego może być albo niewypełnienie przez prąd warunków nieustanności biegu, albo zjawisko podskoku powierzchni, albo pewna zmiana prawotarcia, albo w końcu wyjście z danych niedokładnych przy oznaczeniu wydatku i głębokości na przecięciu początkowem. Jeżeli bowiem dane pewnego zadania teoretycznego przyjmowane są zawsze jako niewątpliwe, wyjąwszy przypadek widocznej niezgodności; to dane zastosowania praktycznego są przedmiotem dyskusyi, skoro zwłaszcza wynikają z przedwstępnego rachunku; gdyż może się wtedy zdarzyć, że niepodobieństwo pochodzi z niedokładności podstaw, na jakich oparty został ten rachunek i że można je usunąć zmieniając w odpowiedni sposób te podstawy.

Skoro głębokość h jest bardzo wielka, prędkość U dąży ciągle do zera, gdyż Ω dąży jednocześnie do ∞ . Równanie biegu zmiennego pokazuje, że wtedy

$$dz = 0,$$

to jest że przekrój podłużny powierzchni wolnej prądu zchodzi się w granicy z prostą poziomą. Wydaje się to bardzo naturalnem, gdyż skoro U zbliża się do zera, woda zbliża się do

stanu spoczynku. Tak więc rozległość koryta, albo ogół sprzyjających okoliczności mogą sprawić, że powierzchnia wolna prądu zchodzi się asymptotycznie z płaszczyzną poziomą.

97. Klasyfikacya osi hydraulicznych według pana Boudin. — Kończące poprzedni ustęp uwagi ogólne nad równaniem osi hydraulicznej prądu wyjaśnione zostaną dyskusją tego równania w niektórych szczególnych przypadkach. Zanim jednak przyjdziemy do tej dyskusyi, zatrzymamy się tu nad ogólnem równaniem osi hydraulicznej, systematyzując wyłożone idee i tym sposobem ułatwiając ich zrozumienie.

Teorya biegu zmiennego wody w kanałach odkrytych, której początek dali Masetti i Bélanger, którą rozwinęli Dupuit i de Saint-Venant, została udoskonaloną, uporządkowaną i wyłożoną z rzadkim talentem przez p. Boudin, profesora szkoły Inżynieryi cywilnej w Gandawie, w jego dziełku *O osi hydraulicznej prądów* (*). Jakkolwiek tutaj, mając na względzie częstą abstrakcyjność a raczej zbytnią teoretyczność wywodów p. Boudin, nie pójdziemy w ślad za nim w dyskusyi równania osi hydraulicznej dla niektórych szczególnych przypadków, to jednak przytoczyć musimy jego podwójną klasyfikacyą osi hydraulicznych prądów płynących w korycie przyzmatycznym, która poprzednie i następne ustępy naszej pracy wyjaśni i uprzystępni.

W poprzednim ustępie oznaczyliśmy przez H i H' wartości h czyniące zadość równaniu (3) i (4). Pierwsza z nich H jest to głębokość odpowiadająca biegowi jednostajnemu. Jeżeli kanał jest przyzmatyczny, to jest we wszystkich swych punktach ma jedno i to samo przecięcie poprzeczne, to równanie

(*) *De l'axe hydraulique des cours d'eau contenus dans un lit prismatique et des dispositifs réalisant en pratique ses formes diverses*, par M. BOUDIN. Gand-Paris, 1862. Jest to wyciąg z tomu XX : *Annales des Travaux publics de Belgique*.

(3) poprzedniego ustępu da nam dla każdego przecięcia jedną i też samą wartość H a szereg tych wartości da nam linią równoległą do dna koryta, a zatem prostą, jeżeli to dno jest prostolinijne. Ta prosta H jest osią prostoliniżną biegu jednostajnego i dzieli przestrzeń nieograniczoną ponad dnem kanału na dwie różne części. Ponad nią mianownik czynnika po drugiej stronie równania różniczkowego osi hydraulicznej jest dodatny, pod nią zaś odjemny.

Druga wartość H' czyniąca zadość równaniu (4) wyznacza także, w przypadku koryta przyrnatycznego z przekrojem dna prostoliniżnym, pewną prostą równoległą do tegoż dna a dzielącą przestrzeń ponad niem na dwie różne części: górną, dla której licznik czynnika po drugiej stronie równania różniczkowego jest dodatny i dolną, dla której ten licznik jest odjemny.

Te dwie proste H i H' odgrywają ważną rolę w dyskusji równania różniczkowego osi hydraulicznej. Jakiokolwiek jes

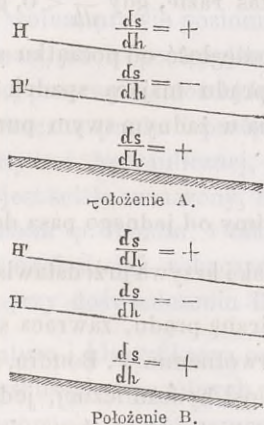


Fig. 54.

ich położenie względne (fig. 54), A czy B, dzielą one zawsze przestrzeń ponad dnem na trzy różne części czyli *pasy*:

1) *pas wyższy* położony ponad prostemi H i H';

2) *pas średni* położony między prostemi H i H';

3) *pas niższy* położony pod prostemi H i H'.

Oś hydrauliczna położona w pasie wyższym, lub niższym, daje $\frac{ds}{dh} > 0$, bo wtedy licznik i mianownik czynnika po drugiej stronie równania (1) poprzedniego ustępu są albo oba dodatne, jak dla pasa wyższego, albo oba ujemne, jak dla pasa niższego. Oś hydrauliczna położona w pasie pośrednim daje $\frac{ds}{dh} < 0$, bo wtedy licznik i mianownik mają znaki przeciwne.

W pierwszym więc razie, gdy $\frac{ds}{dh} > 0$, h zmienia się w tym samym kierunku co s , to jest głębokość powiększa się razem z odległością od początku i powierzchnia wolna prądu ma spadek albo mniejszy od spadku dna albo w przeciwnym kierunku. W drugim zaś razie, gdy $\frac{ds}{dh} < 0$, głębokość się zmniejsza, podczas gdy odległość od początku się powiększa, i powierzchnia wolna prądu mająca spadek większy od spadku dna, nie przedstawia w żadnym swym punkcie elementu poziomego.

Skoro przechodzimy od jednego pasa do drugiego, pochodna $\frac{ds}{dh}$ zmienia znak i krzywa przedstawiająca ogólnie i teoretycznie oś hydrauliczną prądu, zawraca się i przybiera kierunek przeciwny pierwotnemu. P. Boudin, zwracając uwagę na to, że dwie gałęzie osi hydraulicznej, jedna ponad drugą, nie mogą istnieć, wnosi że dopóki równanie zwykłe biegu nieustannego może być stosowane, oś hydrauliczna pozostaje w jednym i tym samym pasie i nadaje tej osi nazwę *osi pojedynczej*. W następującym rozdziale spotkamy *osie złożone*, ale też w ich

przypadku uciec się będziemy musieli do innej zupełnie teorii. Osie pojedyncze dzieli p. Boudin na dwa rodzaje :

1) gdy $H > H'$,

2) gdy $H < H'$,

odpowiadające dwóm położeniom A i B na fig. 54.

Ale z pomiędzy osi pojedynczych, jak zobaczymy niżej, jedne mogą się podnosić raptownie i przedstawiać podskok powierzchni, inne zaś nie posiadają tej własności. Zależy to od sposobu w jaki te osie się tworzą, to jest od punktu wyjścia, od jakiego zaczynamy ich wykreślanie. I tak, jeżeli bierzemy pewne przecięcie poprzeczne prądu i postępując w górę znajdujemy kolejne punkty osi hydraulicznej, której punkt na pierwszym przecięciu jest ściśle oznaczony, będzie to *oś utworzona od dołu, axe d'aval* p. Boudin, niemogąca przedstawiać podskoku powierzchni. To ma miejsce naprzykład, skoro koryto prądu grodzimy zastawą. Woda podnosi się przed zastawą a jej powierzchnia wolna, prawie pozioma w okolicach zastawy, powoli się podnosi, skoro postępujemy w górę prądu i nie przedstawia żadnej przerwy ciągłości. Jeżeli zaś bierzemy pewne przecięcie poprzeczne prądu i postępując w dół znajdujemy kolejne punkty osi hydraulicznej, której punkt na pierwszym przecięciu jest ściśle oznaczony, będzie to *oś utworzona od góry, axe d'amont* p. Boudin, i taka oś może przedstawiać podskok powierzchni, jak zobaczymy zresztą w następującym rozdziale, przy doświadczeniu Bidone'a.

Powyższa nomenklatura i klasyfikacja osi hydraulicznych przyda się nam przy dyskusji szczególnych przypadków. Rozbierzemy tu dwa mianowicie, to jest przypadek koryta bardzo szerokiego i trapezoidalnego.

98. Przypadek koryta pryzmatycznego ze stałym spadkiem i bardzo wielką szerokością. — Weźmiemy tu

pod uwagę koryto, stałe co do kształtu i wielkości, którego przecięcie poprzeczne czyni zadość warunkom wyrażonym w ustępie 90, odnośnie do fig. 46. Przechodząc od jednego przecięcia do drugiego, każdy jego punkt obniża się o ilość pozostającą w niezmiennym stosunku z odległością s , w ten sposób że spadek jest stały dla wszystkich punktów koryta. Linia IK (fig. 46) zajmująca toż samo położenie na wszystkich przecięciach odgrywać będzie rolę poziomej CC ustępu n. 96 (fig. 53). Ponieważ głębokości liczone będą począwszy od tej linii, zastąpi ona dla nas prawdziwe dno kanału, a spadek oznaczony przez I w ustępie n. 96 nie będzie się różnił od spadku dna koryta.

To przypuściwszy widzimy, że druga strona równania (1) lub (2) ustępu n. 96, nie zawiera już zmiennej s , gdyż I jest stałe, $\frac{d\Omega}{ds}$ równe zeru a inne ilości zmieniają się tylko razem z h . Całkowanie sprowadza się zatem do kwadratury i mamy :

$$s = \int \varphi(h) dh,$$

gdzie $\varphi(h)$ oznacza funkcją znaną głębokości h . Zamiast szukania w ten sposób związku między h i s , pójdziemy tu za p. Bresse, i weźmiemy za punkt wyjścia równanie (2) ustępu n. 94, i przerobimy je w sposób aby w niem tylko zostawić różniczki dh i dz . Pozostawiając całe znakowanie przyjęte w ustępie n. 96, oznaczymy jeszcze przez q iloraz wydatku Q przez szerokość IK (fig. 46) to jest wydatek na jednostkę szerokości, a przez H głębokość prądu ożywionego ruchem jednostajnym a płynącego w temże samym korycie i mającego ten sam wydatek. Kształt przyjęty przecięcia poprzecznego pozwala nam położyć $IK = L$, to jest szerokości powierzchni wolnej prądu, a na mocy uwag ustępu 90 dotyczących się fig. 46,

napiszemy :

$$\Omega = \bar{IK} \times h = Lh,$$

$$\chi = L,$$

$$U = \frac{Q}{\Omega} = \frac{Q}{Lh} = \frac{q}{h}.$$

Podstawiawszy te wartości w równanie (2) ustępu n. 96 i kładąc nadto :

$$ds = \frac{dz + dh}{I}$$

według tego co powiedzieliśmy w ustępie n. 96, znajdziemy :

$$dz = -\alpha \frac{q^2 dh}{gh^3} + \frac{Aq^2}{Ih^3} (dz + dh),$$

albo rozdzielając zmienne z i h :

$$dz = \frac{1 - \frac{\alpha I}{Ag}}{h^3 - \frac{Aq^2}{I}} \cdot \frac{Aq^2}{I} dh.$$

Ze zaś z ustępu n. 90, mamy :

$$H^3 = \frac{AQ^2}{II^2} = \frac{Aq^2}{I},$$

zatem

$$dz = \left(1 - \frac{\alpha I}{Ag}\right) \frac{H^3 dh}{h^3 - H^3},$$

albo kładąc

$$x = \frac{h}{H} :$$

$$(1) \quad dz = H \left(1 - \frac{\alpha I}{Ag}\right) \frac{dx}{x^3 - 1}.$$

Całkę tego równania otrzymać można łatwo w kształcie skończonym, albowiem mamy, oznaczając przez C stałą dowolną :

$$\int \frac{dx}{x^3 - 1} = \frac{1}{3} \log. \text{ nep. } (x-1) - \frac{1}{6} \log. \text{ nep. } \left[\left(x + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} \right] - \frac{1}{3} \sqrt{3} \text{ arc. tang. } \frac{2x+1}{\sqrt{3}} + C$$

$$= \frac{1}{6} \log. \text{ nep. } \frac{(x-1)^2}{x^2+x+1} - \frac{1}{3} \sqrt{3} \text{ arc. tang. } \frac{2x+1}{\sqrt{3}} + C,$$

a mnożąc to ostatnie wyrażenie przez $H \left(1 - \frac{\alpha l}{\Lambda g} \right)$, otrzymamy y . Aby oznaczyć C weźmy pewną wartość $x = x_1$, dla której $y = 0$, to jest przyjmijmy za płaszczyznę porównania, płaszczyznę przecinającą powierzchnię wolną prądu na głębokości $h_1 = x_1 H$. Mamy wtedy na oznaczenie C równość :

$$\frac{1}{6} \log. \text{ nep. } \frac{(x_1-1)^2}{x_1^2+x_1+1} - \frac{1}{3} \sqrt{3} \text{ arc. tang. } \frac{2x_1-1}{\sqrt{3}} + C = 0$$

Biorąc naprzykład $x_1 = \infty$, to jest biorąc z początku od pewnej płaszczyzny poziomej, do której dąży powierzchnia wolna prądu, skoro się głębokość powiększa nieograniczenie, jak to powiedzieliśmy na końcu ustępu n. 96, będziemy mieli :

$$\text{gr. } \frac{(x_1-1)^2}{x_1^2+x_1+1} = \text{gr. } \frac{1 - \frac{2}{x_1} + \frac{1}{x_1^2}}{1 + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_1^2}} = 1,$$

$$\text{gr. } \frac{2x_1+1}{\sqrt{3}} = \infty,$$

czyli

$$C = \frac{1}{3} \sqrt{3} \text{ arc. tang. } \infty = \frac{1}{6} \pi \sqrt{3}$$

i równanie (1) przybierze kształt :

$$z = H \left(1 - \frac{\alpha l}{Ag} \right) \left[\frac{1}{6} \log. \text{nep.} \frac{(x-1)^2}{x^2+x+1} + \frac{1}{3} \sqrt{3} \left(\frac{\pi}{2} - \text{arc. tang.} \frac{2x+1}{\sqrt{3}} \right) \right].$$

Kładąc dla skrócenia :

$$(2) \quad \psi(x) = \frac{1}{6} \log. \text{nep.} \frac{x^2+x+1}{(x-1)^2} - \frac{1}{3} \sqrt{3} \text{arc. cos.} \frac{2x+1}{\sqrt{3}},$$

$$a^3 = \frac{\alpha l}{Ag},$$

otrzymamy :

$$(3) \quad -z = H(1 - a^3) \psi(x).$$

W tym ostatnim kształcie druga strona równania daje współrzędne pionowe różnych punktów powierzchni prądu, liczone ponad płaszczyznę porównania powyżej obraną, w funkcji stosunku x wyznaczającego głębokość h . Znając z w funkcji h , otrzymamy z łatwością odległość s całkując równanie :

$$Ids = dz + dh,$$

z kądem

$$Is + C' = z + h,$$

oznaczając przez C' nową ilość stałą. W to ostatnie równanie, kładąc za z wartość z równania (3), a za h wartość xH , otrzymamy :

$$(4) \quad \frac{Is + C'}{H} = x - (1 - a^3) \psi(x).$$

Ilość stałą C' oznaczmy, biorąc pewną głębokość h_2 , albo

stosunek $x_2 = \frac{h_2}{H}$, na przecięciu położonem w odległości \bar{h} od początku s . Te dwie ilości x_2 i s_2 powinny sprawdzać równanie (4) i mamy :

$$\frac{Is_2 + C'}{H} = x_2 - (1 - a^3) \psi(x_2),$$

z kąd

$$(5) \quad \frac{I(s - s_2)}{H} = x - x_2 - (1 - a^3) [\psi(x) - \psi(x_2)].$$

Równanie to uważać można jako wyznaczające w zupełności s w funkcji x i h . Jest to równanie osi hydraulicznej, odniesionej do dwóch osi współrzędnych, z których pierwsza pochylona na I do poziomu, przedstawia przekrój podłużny dna koryta (*), a druga do niej prostopadła przez początek współrzędnych s . Innemi słowy jest to całka równania (1) lub (2) ustępu n. 96, mając na względzie dane specjalne szczególnego przypadku, jaki uważamy.

99. Tablica p. Bresse. — Zastosowanie praktyczne równań (3), (4) i (5) poprzedniego ustępu, w które wchodzi : logarytm neperowski i łuk oznaczony przez swą dostawę, wymagałyby rachunków bardzo długich, zwłaszcza w przypadku potrzeby oznaczenia pewnej liczby punktów osi hydraulicznej. W celu uniknięcia tych niedogodności, obliczył p. Bresse tablicę, zamieszczoną na końcu jego *Kursu Hydraulicznej*, a dającą bezpośrednio wypadki podstawienia szeregu wartości na x we funkcję $\psi(x)$. Tablica ta dzieli się na dwie części. W pierwszej podane są wartości $\psi(x)$ odpowiadające wartościom x od zera do jedności. Od 0,00 do 0,70 x zmienia się co 0,01, a od 0,70 do 1,00 ponieważ przyrosty odpowiednie funkcji $\psi(x)$ stają się większe, x zmienia ko-

(*) Albo raczej miejsce geometryczne punktów takich jak I na fig. 46 ustępu n. 90.

Tablica p. Bresse dająca wartości funkcji $\psi(x)$.

CZĘŚĆ I. — OSIE HYDRAULICZNE OBNIŻENIA.

x	$\psi(x)$	Różnice.	x	$\psi(x)$	Różnice.
0,00	-0,6046	0,0100	0,44	-0,1547	0,0109
0,01	-0,5946	0,0100	0,45	-0,1438	0,0111
0,02	-0,5846	0,0100	0,46	-0,1327	0,0111
0,03	-0,5746	0,0100	0,47	-0,1216	0,0112
0,04	-0,5646	0,0100	0,48	-0,1104	0,0113
0,05	-0,5546	0,0100	0,49	-0,0991	0,0113
0,06	-0,5446	0,0100	0,50	-0,0878	0,0115
0,07	-0,5346	0,0100	0,51	-0,0763	0,0116
0,08	-0,5246	0,0100	0,52	-0,0647	0,0117
0,09	-0,5146	0,0100	0,53	-0,0530	0,0118
0,10	-0,5046	0,0100	0,54	-0,0412	0,0119
0,11	-0,4946	0,0101	0,55	-0,0293	0,0121
0,12	-0,4845	0,0100	0,56	-0,0172	0,0122
0,13	-0,4745	0,0100	0,57	-0,0050	0,0124
0,14	-0,4645	0,0100	0,58	0,0074	0,0125
0,15	-0,4545	0,0101	0,59	0,0199	0,0126
0,16	-0,4444	0,0100	0,60	0,0325	0,0129
0,17	-0,4344	0,0101	0,61	0,0454	0,0130
0,18	-0,4243	0,0100	0,62	0,0584	0,0132
0,19	-0,4143	0,0101	0,63	0,0716	0,0135
0,20	-0,4042	0,0101	0,64	0,0851	0,0136
0,21	-0,3941	0,0101	0,65	0,0987	0,0140
0,22	-0,3840	0,0101	0,66	0,1127	0,0140
0,23	-0,3739	0,0101	0,67	0,1268	0,0145
0,24	-0,3638	0,0102	0,68	0,1413	0,0147
0,25	-0,3536	0,0102	0,69	0,1560	0,0151
0,26	-0,3434	0,0101	0,700	0,1711	0,0076
0,27	-0,3333	0,0103	0,705	0,1787	0,0077
0,28	-0,3230	0,0102	0,710	0,1864	0,0079
0,29	-0,3128	0,0103	0,715	0,1943	0,0079
0,30	-0,3025	0,0102	0,720	0,2022	0,0080
0,31	-0,2923	0,0104	0,725	0,2102	0,0082
0,32	-0,2819	0,0103	0,730	0,2184	0,0082
0,33	-0,2716	0,0104	0,735	0,2266	0,0084
0,34	-0,2612	0,0104	0,740	0,2350	0,0084
0,35	-0,2508	0,0105	0,745	0,2434	0,0086
0,36	-0,2403	0,0105	0,750	0,2520	0,0087
0,37	-0,2298	0,0106	0,755	0,2607	0,0089
0,38	-0,2192	0,0106	0,760	0,2696	0,0089
0,39	-0,2086	0,0106	0,765	0,2785	0,0092
0,40	-0,1980	0,0103	0,770	0,2877	0,0093
0,41	-0,1872	0,0107	0,775	0,2970	0,0094
0,42	-0,1765	0,0109	0,780	0,3064	0,0096
0,43	-0,1656	0,0109	0,785	0,3160	0,0098

Tablica p. Bresse dająca wartości funkcyi $\psi(x)$.

Część I. — OSIE HYDRAULICZNE OBNIŻENIA (koniec).

x	$\psi(x)$	Różnice.	x	$\psi(x)$	Różnice
0,790	0,3258	0,0099	0,944	0,8226	0,0128
0,795	0,3357	0,0102	0,946	0,8334	0,0133
0,800	0,3459	0,0103	0,948	0,8487	0,0137
0,805	0,3562	0,0106	0,950	0,8624	0,0143
0,810	0,3668	0,0108	0,952	0,8767	0,0149
0,815	0,3776	0,0110	0,954	0,8916	0,0155
0,820	0,3886	0,0112	0,956	0,9071	0,0162
0,825	0,3998	0,0116	0,958	0,9233	0,0169
0,830	0,4114	0,0118	0,960	0,9402	0,0178
0,835	0,4232	0,0121	0,962	0,9580	0,0187
0,840	0,4353	0,0125	0,964	0,9767	0,0193
0,845	0,4478	0,0127	0,966	0,9965	0,0209
0,850	0,4605	0,0132	0,968	1,0174	0,0222
0,855	0,4737	0,0135	0,970	1,0396	0,0116
0,860	0,4872	0,0140	0,971	1,0512	0,0120
0,865	0,5012	0,0144	0,972	1,0632	0,0125
0,870	0,5156	0,0149	0,973	1,0757	0,0129
0,875	0,5305	0,0154	0,974	1,0886	0,0134
0,880	0,5459	0,0160	0,975	1,1020	0,0140
0,885	0,5619	0,0166	0,976	1,1160	0,0145
0,890	0,5785	0,0173	0,977	1,1305	0,0152
0,895	0,5958	0,0180	0,978	1,1457	0,0158
0,900	0,6138	0,0075	0,979	1,1615	0,0166
0,902	0,6213	0,0076	0,980	1,1781	0,0174
0,904	0,6289	0,0077	0,981	1,1955	0,0184
0,906	0,6366	0,0079	0,982	1,2139	0,0194
0,908	0,6445	0,0080	0,983	1,2333	0,0205
0,910	0,6525	0,0082	0,984	1,2538	0,0219
0,912	0,6607	0,0084	0,985	1,2757	0,0233
0,914	0,6691	0,0085	0,986	1,2990	0,0251
0,916	0,6776	0,0088	0,987	1,3241	0,0270
0,918	0,6864	0,0089	0,988	1,3511	0,0293
0,920	0,6953	0,0092	0,989	1,3804	0,0321
0,922	0,7045	0,0093	0,990	1,4125	0,0355
0,924	0,7138	0,0096	0,991	1,4480	0,0396
0,926	0,7234	0,0098	0,992	1,4876	0,0448
0,928	0,7332	0,0101	0,993	1,5324	0,0517
0,930	0,7433	0,0104	0,994	1,5841	0,0611
0,932	0,7537	0,0106	0,995	1,6452	0,0748
0,934	0,7643	0,0110	0,996	1,7200	0,0962
0,936	0,7753	0,0113	0,997	1,8192	0,1335
0,938	0,7866	0,0116	0,998	1,9517	0,2314
0,940	0,7982	0,0120	0,999	2,1481	∞
0,942	0,8102	0,0124	1,000	∞	

Tablica p. Bresse dająca wartości funkcji $\psi(x)$.

CZĘŚĆ II. — OSIE HYDRAULICZNE PODNIESIENIA.

$\frac{1}{x}$	x	$\psi(x)$	Różnice.	$\frac{1}{x}$	x .	$\psi(x)$.	Różnice.
1,000	1,0000	∞	$-\infty$	0,942	1,0616	0,8301	-0,0113
0,999	1,0010	2,1834	-0,2311	0,940	1,0638	0,8188	-0,0109
0,998	1,0020	1,9523	-0,1351	0,938	1,0661	0,8079	-0,0106
0,997	1,0030	1,8172	-0,0959	0,936	1,0684	0,7973	-0,0102
0,996	1,0040	1,7213	-0,0744	0,934	1,0707	0,7871	-0,0099
0,995	1,0050	1,6469	-0,6608	0,932	1,0730	0,7772	-0,0097
0,994	1,0060	1,5861	-0,0513	0,930	1,0753	0,7675	-0,0094
0,993	1,0070	1,5348	-0,0446	0,928	1,0776	0,7581	-0,0091
0,992	1,0081	1,4902	-0,0392	0,926	1,0799	0,7490	-0,0086
0,991	1,0091	1,4510	-0,0351	0,924	1,0823	0,7401	-0,0086
0,990	1,0101	1,4159	-0,0318	0,922	1,0846	0,7315	-0,0084
0,989	1,0111	1,3841	-0,0290	0,920	1,0870	0,7231	-0,0082
0,988	1,0121	1,3551	-0,0267	0,918	1,0893	0,6149	-0,0080
0,987	1,0132	1,3284	-0,0247	0,916	1,0917	0,7069	-0,0079
0,986	1,0142	1,3037	-0,0230	0,914	1,0941	0,6990	-0,0076
0,985	1,0152	1,2807	-0,0215	0,912	1,0965	0,6914	-0,0075
0,984	1,0163	1,2592	-0,0202	0,910	1,0989	0,6839	-0,0073
0,983	1,0173	1,2390	-0,0191	0,908	1,1013	0,6766	-0,0071
0,982	1,0184	1,2199	-0,0180	0,906	1,1038	0,6695	-0,0070
0,981	1,0194	1,2019	-0,0171	0,904	1,1062	0,6625	-0,0069
0,980	1,0204	1,1848	-0,0162	0,902	1,1086	0,6556	-0,0067
0,979	1,0215	1,1696	-0,0155	0,900	1,1111	0,6489	-0,0162
0,978	1,0225	1,1551	-0,0148	0,895	1,1173	0,6327	-0,0154
0,977	1,0235	1,1383	-0,0142	0,890	1,1236	0,6173	-0,0148
0,976	1,0246	1,1241	-0,0136	0,885	1,1299	0,6025	-0,0141
0,975	1,0256	1,1105	-0,0131	0,880	1,1364	0,5884	-0,0135
0,974	1,0267	1,0974	-0,0126	0,875	1,1429	0,5749	-0,0130
0,973	1,0277	1,0848	-0,0121	0,870	1,1494	0,5619	-0,0125
0,972	1,0288	1,0727	-0,0117	0,865	1,1561	0,5494	-0,0120
0,971	1,0299	1,0610	-0,0113	0,860	1,1628	0,5374	-0,0116
0,970	1,0309	1,0497	-0,0215	0,855	1,1696	0,5258	-0,0112
0,968	1,0331	1,0282	-0,0202	0,850	1,1765	0,5146	-0,0109
0,966	1,0352	1,0080	-0,0190	0,845	1,1834	2,5037	-0,0105
0,964	1,0373	0,9890	-0,0190	0,840	1,1905	0,4932	-0,0101
0,962	1,0395	9,9709	-0,0182	0,835	1,1976	0,4831	-0,0098
0,960	1,0417	0,9539	-0,0163	0,830	1,2048	0,4733	-0,0096
0,958	1,0438	0,9376	-0,0155	0,825	1,2121	0,4637	-0,0093
0,956	1,0460	0,9221	-0,0148	0,820	1,2195	0,4544	-0,0090
0,954	1,0482	0,9073	-0,0142	0,815	1,2270	0,4454	-0,0087
0,952	1,0504	0,8931	-0,0136	0,810	1,2346	0,4367	-0,0086
0,950	1,0526	0,8795	-0,0130	0,805	1,2422	0,4281	-0,0083
0,948	1,0549	0,8665	-0,0126	0,800	1,2500	0,4198	-0,0081
0,946	1,0571	0,8539	-0,0121	0,795	1,2579	0,4117	-0,0078
0,944	1,0593	0,8418	-0,0117	0,790	1,2658	0,4039	-0,0077

Tablica p. Bresse dająca wartości funkcji $\psi(x)$.

Część II. — OSIE HYDRAULICZNE PODNIESIENIA (koniec).

$\frac{1}{x}$	x	$\psi(x)$	Różnice.	$\frac{1}{x}$	x	$\psi(x)$	Różnice.
0,785	1,2739	0,3962	-0,0076	0,43	2,3256	0,0955	-0,0046
0,780	1,2821	0,3886	-0,0073	0,42	0,3810	0,0909	-0,0044
0,775	1,2903	0,3813	-0,0072	0,41	2,4390	0,0865	-0,0044
0,770	1,2987	0,3741	-0,0070	0,40	2,5000	0,0821	-0,0042
0,765	1,2072	0,3671	-0,0068	0,39	2,5641	0,0779	-0,0041
0,760	1,3158	0,3603	-0,0067	0,38	2,6316	0,0738	-0,0039
0,755	1,3245	0,3536	-0,0066	0,37	2,7027	0,0699	-0,0039
0,750	1,3333	0,3470	-0,0064	0,36	2,7778	0,0660	-0,0037
0,745	1,3432	0,3406	-0,0063	0,35	2,8571	0,0623	-0,0036
0,740	1,3514	0,3343	-0,0061	0,34	2,9412	0,0587	-0,0034
0,735	1,3605	0,3282	-0,0061	0,33	3,0303	0,0553	-0,0034
0,730	1,3669	0,3221	-0,0059	0,32	3,1250	0,0519	-0,0033
0,725	1,3793	0,3162	-0,0058	0,31	3,2258	0,0486	-0,0031
0,720	1,3889	0,3104	-0,0057	0,30	3,3333	0,0455	-0,0030
0,715	1,3989	0,3047	-0,0056	0,29	3,4483	0,0425	-0,0030
0,710	1,4085	0,2991	-0,0054	0,28	3,5714	0,0395	-0,0028
0,705	1,4184	0,2937	-0,0054	0,27	3,7037	0,0367	-0,0027
0,70	1,4286	0,2883	-0,0105	0,26	3,8462	0,0340	-0,0026
0,69	1,4493	0,2778	-0,0101	0,25	4,0000	0,0314	-0,0024
0,68	1,4706	0,2677	-0,0097	0,24	4,1667	0,0290	-0,0024
0,67	1,4925	0,2580	-0,0094	0,23	4,3478	0,0266	-0,0023
0,66	1,5152	0,2486	-0,0091	0,22	4,5455	0,0243	-0,0022
0,65	1,5385	0,2395	-0,0089	0,21	4,7619	0,0221	-0,0020
0,64	1,5625	0,2306	-0,0085	0,20	5,0000	0,0201	-0,0020
0,63	1,5873	0,2221	-0,0083	0,19	5,2632	0,0181	-0,0019
0,62	1,6129	0,2138	-0,0080	0,18	5,5556	0,0162	-0,0017
0,61	1,6393	0,2058	-0,0078	0,17	5,8824	0,0145	-0,0017
0,60	1,6667	0,1980	-0,0075	0,16	6,2500	0,0128	-0,0015
0,59	1,6949	0,1905	-0,0073	0,15	6,6667	0,0113	-0,0015
0,58	1,7241	0,1832	-0,0071	0,14	7,1429	0,0098	-0,0013
0,57	1,7544	0,1761	-0,0069	0,13	7,6923	0,0085	-0,0013
0,56	1,7857	0,1692	-0,0067	0,12	8,3333	0,0072	-0,0011
0,55	1,8182	0,1625	-0,0065	0,11	9,0909	0,0061	-0,0011
0,54	1,8519	0,1560	-0,0063	0,10	10,0000	0,0050	-0,0009
0,53	1,8868	0,1497	-0,0062	0,09	11,1111	0,0041	-0,0009
0,52	1,9231	0,1435	-0,0059	0,08	12,5000	0,0032	-0,0007
0,51	1,9608	0,1376	-0,0058	0,07	14,2857	0,0025	-0,0007
0,50	1,0000	0,1318	-0,0056	0,06	16,6667	0,0018	-0,0005
0,49	2,0408	0,1262	-0,0055	0,05	20,0000	0,0013	-0,0005
0,48	2,0833	0,1207	-0,0053	0,04	25,0000	0,0008	-0,0003
0,47	2,1277	0,1154	-0,0052	0,03	33,3333	0,0005	-0,0003
0,46	2,1739	0,1102	-0,0050	0,02	50,0000	0,0002	-0,0001
0,45	2,2222	0,1052	-0,0049	0,01	100,0000	0,0001	-0,0001
0,44	2,2727	0,1003	-0,0048	0,00	∞	0,0000	»

100. Przykład liczebny. — Z pomocą powyższej tablicy łatwo jest rozwiązać wszystkie zadania mające na celu znalezienie osi hydraulicznej prądu, płynącego w korycie pryzmatycznym ze stałym spadkiem i bardzo wielką szerokością, i co główna, czyniącego zadość zasadniczemu przypuszczeniu równoległości strug. Jeżeli naprzykład chcemy znaleźć odległość między dwoma punktami, w których głębokości h i h_2 są dane, otrzymamy ją natychmiast z pomocą równania (5) ustępu n. 98, obliczając wartość jego drugiej strony dla $x = \frac{h}{H}$ i $x_2 = \frac{h_2}{H}$, mnożąc tę wartość przez $\frac{H}{1}$ i mając tym sposobem szukaną odległość $s - s_2$. Zadanie odwrotne, w którym szukamy jednej z gałęzi h lub h_2 znając drugą i odległość pośrednią $s - s_2$, rozwiązuje się przez próby, jak to objaśnimy na następującym przykładzie liczebnym.

Weźmiemy koryto, którego przecięcie poprzeczne daje fig. 46 ustępu n. 90, przypuszczając:

$$BE = 70^m,$$

$$BI = 0^m,857,$$

i przyjmując, że stoki mają spadek : 2 wysokości na 1 podstawy, i że:

$$I = 0^m,000115,$$

$$Q = 40^{ms} \text{ na sekundę,}$$

$$A = 0,0004, \text{ według wzoru Tadini'ego,}$$

$$\alpha = 1, \text{ według pp. Boudin i Bresse.}$$

Głębokość H , odpowiadającą biegowi jednostajnemu, obliczymy według wzoru:

$$H^3 I = \frac{A Q^2}{L^2},$$

podanego w ustępie n. 90, w którym $L = BE$. Kładąc wartości liczebne na I, A, Q, L , otrzymamy kolejno:

$$0,000115 H^3 = 0,0004 \left(\frac{40}{70} \right)^2,$$

$$H^3 = 1^{ms}, 1358,$$

$$H = 1^m, 0433,$$

$$\frac{H}{I} = 9072^m.$$

Przypuśćmy teraz, że koryto powyższego prądu zagrodzone zostaje w poprzek zastawą i że powierzchnia wolna uważana tuż ponad zastawą, podniesiona jest skutkiem zagrodzenia na $1^m,50$ ponad płaszczyznę biegu jednostajnego, tak że mamy:

$$h = 1^m,50 + 1^m,0433 = 2^m,5433.$$

Przypuszczając istnienie ruchu nieustannego i zmiennego strugami równoległymi, szukamy na jakiej odległości przed zastawą podniesienie powierzchni prądu zredukuje się do $0^m,60$ a głębokość do:

$$h_2 = 0^m,60 + 1^m,0433 = 1^m,6433.$$

Mamy tutaj:

$$x = \frac{h}{H} = \frac{2,5433}{1,0433} = 2,438, \quad \frac{1}{x} = 0,410,$$

$$x_2 = \frac{h_2}{H} = \frac{1,6433}{1,0433} = 1,575, \quad \frac{1}{x_2} = 0,635.$$

Szukana oś hydrauliczna prądu jest osią podniesienia i druga część tablicy p. Bresse daje:

$$\psi(x) = \psi\left(\frac{1}{0,41}\right) = 0,0865.$$

Co do $\psi(x_2)$, to ponieważ wartości $\frac{1}{x_2} = 0,635$ nie znajdujemy

w tablicy, rachujemy w przybliżeniu przez interpolacją liniową, kładąc :

$$\begin{aligned} \psi(x_2) &= \psi\left(\frac{1}{0,635}\right) = \psi\left(\frac{1}{0,64}\right) + \frac{0,64 - 0,635}{0,64 - 0,630} \left[\psi\left(\frac{1}{0,63}\right) \right. \\ &\quad \left. - \psi\left(\frac{1}{0,64}\right) \right] = 0,2306 + \frac{1}{2} 0,0085 = 0,2264. \end{aligned}$$

Mamy nadto

$$a^3 = \frac{\alpha I}{\Delta g} = \frac{1 \times 0,000115}{0,0004 \times 9,81} = 0,0293.$$

Wstawiając wszystkie wyżej otrzymane wartości w równanie (5) ustępu n. 98 :

$$\frac{I(s - s_2)}{H} = x - x_2 - (1 - a^3) [\psi(x) - \psi(x_2)],$$

otrzymamy :

$$\begin{aligned} \frac{I(s - s_2)}{H} &= 2,438 - 1,575 - (1 - 0,0293)(0,0865 - 0,2264) \\ &= 0,999, \end{aligned}$$

zkuąd wypada szukana odległość :

$$s - s_2 = 0,999 \frac{H}{I} = 0,999 \times 9072^m = 9060^m.$$

Gdybyśmy przeciwnie, mając dane :

$$s - s_2 = 9060^m,$$

$$h = 2^m, 5433,$$

chcieli obliczyć h_2 , postępowaćby należało w sposób następujący. Znając x i $\psi(x)$ a oraz :

$$a^3 = 0,0293,$$

$$\frac{I(s - s_2)}{H} = \frac{9060}{9072} = 999,$$

i podstawivszy te wartości w równanie (5) ustępu n. 98, otrzymamy:

$$0,999 = 2,438 - x_2 - (1 - 0,0293) [0,0865 - \psi(x_2)]$$

czyli

$$x_2 - (1 - 0,0293)\psi(x_2) = 1,355.$$

Równanie to rozwiązać trzeba przez próby, które tablica p. Bresse znakomicie ułatwia. Wstawiając w nie za x_2 odwrotności liczb: 0,5, 0,6, 0,7, pierwsza strona przybiera odpowiednie wartości: 1,872, 1,474, 1,149; a zatem x_2 jest zawarte między 0,6 i 0,7. W celu otrzymania wartości więcej przybliżonej, użyjemy interpolacji liniowej i położymy:

$$\frac{\frac{1}{x_2} - 0,6}{0,7 - 0,6} = \frac{1,474 - 1,355}{1,474 - 1,149},$$

zład:

$$\frac{1}{x_2} = 0,6 + 0,1 \frac{0,149}{0,325} = 0,637.$$

Wstawiając odwrotność tej liczby w powyższe równanie, otrzymamy pierwszą stronę równą 1,349 zamiast 1,355; zatem x_2 jest prawie równe $\frac{1}{0,637}$. Poprzestając na tem przybliżeniu, mielibyśmy:

$$h_2 = Hx_2 = \frac{H}{0,667} = 1^m.638,$$

która wartość różni się rzeczywiście tylko o 0^m,005 od głębokości szukanej. Dążąc do większej ścisłości mogliśmy wykonać drugą interpolacją, między $\frac{1}{x_2} = 0,6$ i $\frac{1}{x_2} = 0,637$, kładąc:

$$\frac{1}{x_2} = 0,6 + 0,637 \frac{1,474 - 1,355}{1,474 - 1,349} = 0,635,$$

zkałd

$$h_2 = \frac{H}{0,635} = 1^m,643.$$

Ale poprawka ta nie miałaby żadnego pożytku praktycznego, gdyż błędy pochodzące z niepewności teorii, są często nierównie większe, niż ten którybyśmy poprawili. Wykazuje ona tylko stopień przybliżenia liczebnego otrzymanego przy pierwszej próbie.

101. Dyskussya równania osi hydraulicznej w przypadku koryta przyzmatycznego ze stałym spadkiem bardzo wielką szerokością. — Równanie to, jak widzieliśmy w ustępie n. 98, jest :

$$\frac{I(s - s_2)}{H} = x - x_2 - (1 - a^2) [\psi(x) - \psi(x_2)],$$

a chcemy wiedzieć obecnie, w jaki sposób zmienia się rzędna s , skoro

$$x = \frac{h}{H}$$

przybiera wszystkie najrozmaitsze wartości. Właściwie, ponieważ głębokość jest zawsze rzeczywista i dodatna w prądach w naturze, dość bybyło uważać zmiany x między 0 i ∞ ; ale w celu otrzymania krzywej zupełnej, pominiemy na chwilę warunki fizyczne zadania i nadawać będziemy na x , oprócz powyższych wartości, wszystkie inne zawarte między 0 a $-\infty$. W ten sam sposób postępuje p. Bresse, z którego dzieła wyjmujemy prawie w całości tę dyskussyę. Przyjmiemy także że a w równaniu :

$$a^3 = \frac{\alpha I}{Ag}$$

jest dodatne, to jest że

$$I = \frac{a^3 Ag}{\alpha}$$

przedstawia spadek, we właściwym znaczeniu tego wyrazu, czyli że dno kanału obniża się w miarę tego jak s rośnie. Początek współrzędnych x i s weźmiemy w punkcie, w którym głębokość jest $x = \frac{h}{H} = 0$, a że możemy przypuścić że punkt określony dowolnie przez współrzędne x_2 i s_2 zchodzi się z początkiem współrzędnych, położymy przeto :

$$s_2 = 0, \quad x_2 = 0$$

i równanie osi hydraulicznej przybierze kształt :

$$\frac{Is}{H} = x - (1 - a^3) [\psi(x) - \psi(0)].$$

Że zaś według równania (2) ustępu n. 98 :

$$\psi(0) = \frac{1}{6} \log. \text{ nep. } 1 - \frac{4}{3} \sqrt{3} \text{ arc. cot. } \frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{1}{9} \pi \sqrt{3},$$

zatem ostatecznie oś hydrauliczna uważanego prądu przedstawiona będzie równaniem :

$$(1) \quad \frac{Is}{H} = x - (1 - a^3) [\psi'(x) + \frac{1}{9} \pi \sqrt{3}].$$

W dyskusyi tego równania odróżnić należy dwa przypadki, stosownie do tego czy $(1 - a^3)$ jest dodatne czy odjemne, czyli

$$a < 1 \text{ lub } a > 1.$$

PRZYPADEK PIERWSZY : $a < 1, I < \frac{Ag}{\alpha}$.

Weźmy osie współrzędnych Os i Ox (fig. 55). Pierwsza z nich przedstawia na przekroju podłużnym punkty takie jak punkt przecięcia poprzecznego podanego na fig. 46 ustępu 90. Druga jest do niej prostopadła i przechodzi przez początek współrzędnych położony na pierwszej osi, to jest przez punkt

krzywej, dla którego $s=0$, $x=0$.

Uważmy naprzód zmiany x od 0 do $-\infty$ i aby zobaczyć w jaki sposób zmienia się jednocześnie s , weźmy pochodną równania (1) jak następuje :

$$(2) \quad \frac{I ds}{H dx} = 1 - \frac{1 - a^3}{1 - x^3} = \frac{a^3 - x^3}{1 - x^3}.$$

Wyrażenie to pokazuje, że skoro x jest odjemne, $\frac{ds}{dx}$ jest ciągle dodatne, zatem s i x zmniejszają się jednocześnie i jedn

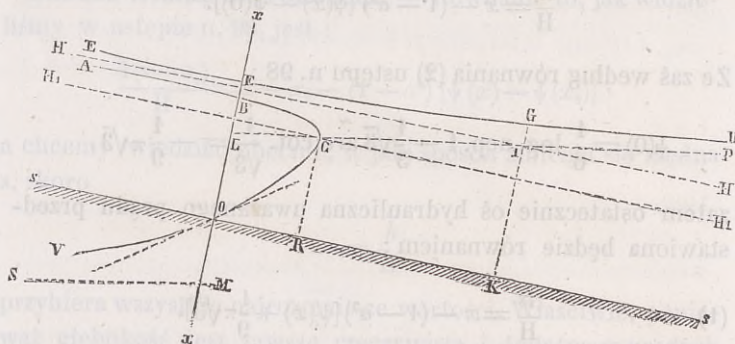


Fig. 55.

gałąź krzywej OV leży w kącie osi odjemnych. Skoro x dąży do nieskończoności, mamy według równania (2) ustępu n. 98 :

$$\psi(-\infty) = \frac{1}{6} \log. nep. 4 - \frac{1}{3} \sqrt{3} \text{ arc. cot. } (-\infty) = -\frac{1}{3} \pi \sqrt{3},$$

i równanie (1) w granicy przybiera kształt :

$$\frac{I s}{H} = x + \frac{2}{9} (1 - a^3) \pi \sqrt{3}.$$

Jest to równanie prostej MS, asymptoty gałęzi OV. Asym-

ptota ta przecina oś głębokości pod początkiem współrzędnych, na odległości :

$$\overline{OM} = \frac{2H}{9}(1 - a^3)\pi\sqrt{3},$$

i jest poziomą, gdyż kąt jaki czyni z osią O_s ma styczną równą $\frac{Hdx}{ds} = I$, według jej równania.

Skoro następnie x rośnie począwszy od zera, $\frac{ds}{dx}$ pozostaje dodatne, dopóki $x < a$; dla $x = a$, $\frac{ds}{dx} = 0$, a dla wartości x zawartych między a a jednością, $\frac{ds}{dx}$ pozostaje ujemne.

Łatwo jest widzieć także, że s dąży do nieskończoności ujemnej w miarę tego jak x zbliża się do jedności. Wynika ztąd, że krzywa podnosi się naprzód, począwszy od punktu O w kącie współrzędnych dodatnych. W punkcie C , którego współrzędna CR odpowiada $x = a$, krzywa ma styczną prostopadłą do dna koryta, tak że głębokość mogąca uczynić zadość równaniu (4) ustępu n. 96, jest tutaj równa $h = xH = aH$; po za punktem C , s zaczyna się zmniejszać, krzywa się zawraca według gałęzi CBA asymptotycznej do osi biegu jednostajnego, której równanie (osi) jest

$$x = 1.$$

Dla wartości x większych od jedności, $\frac{ds}{dx}$ jest stale dodatne, tak że głębokość rośnie w kierunku prądu. Wychodząc od wartości $x = 1$, dla której $s = -\infty$, widzimy że s powiększa się aż do nieskończoności jednocześnie z x . Zatem istnieje gałąź krzywej taka jak $EFGU$, w górze asymptotyczna do osi biegu jednostajnego, a w dole oddalająca się nieskończenie od tej ostatniej i asymptotyczna z po-

ziomą LIP, określoną równaniem:

$$\frac{Is}{H} = x - (1 - a^3)[\psi(\infty) + \frac{1}{9}\pi\sqrt{3}] = x - \frac{1}{9}(1 - a^3)\pi\sqrt{3}$$

i przecinającą oś Ox w odległości

$$OL = \frac{H}{9}(1 - a^3)\pi\sqrt{3}$$

od początku, w części współrzędnych x dodatnych.

Figura 55 przedstawia wszystkie gałęzie krzywej z uwzględnieniem ich stosunkowych wymiarów. Wykreślona została w przypuszczeniu, że $a^3 = 0,30$, co odpowiada spadkowi na tysiąc metrów: $1000I = 1^m,177$, i że $H = 1$. Skala głębokości jest nadto 200 razy większa niż skala długości.

Ten pierwszy przypadek dyskusji, w którym $a < 1$ i $I < \frac{Ag}{\alpha}$, to jest w którym spadek dna kanału jest umiarkowany, odpowiada pierwszemu rodzajowi osi pojedynczych p. Boudin, określonemu nierównością :

$$H > H' ;$$

widzieliśmy bowiem że punkt C leżący na prostej H' , gdyż w nim element osi hydraulicznej jest normalny do dna kanału, ma współrzędną $x = a$, to jest leży na głębokości $h = aH$, równanie zaś osi biegu jednostajnego jest $x = 1$ czyli $h = H$, a przypadek uważany $a < 1$. Zatem prosta H' leży pod prostą H , przechodzi przez punkt C, i jest jak wiemy równoległa do dna kanału. Gałęź krzywej OC leży w pasie niższym p. Boudin, gałęź CBA w pasie średnim, a gałęź EFGH, w pasie wyższym. P. Boudin oznacza je odpowiednio literami :

$$A_3, A_2, A_1.$$

Według tego, dyskusja przypadku, w którym $a < 1$ a $I < \frac{Ag}{\alpha}$, to jest w którym spadek dna kanału jest umiarkowany, streszcza się jak następuje :

($x > 1$). Skoro na pewnym przecięciu poprzecznym prądu, takim naprzykład jak OF, głębokość h jest większa od głębokości H odpowiadającej biegowi jednostajnemu, a tem samem i od głębokości H', odpowiadającej podskokowi powierzchni, oś hydrauliczna prądu A, leży w pasie wyższym, ma za asymptoty: proste H i prostą poziomą uważaną za y , jest we wszystkich swych punktach wklęsłą i nie przedstawia żadnego elementu poziomego. Oś taką a raczej jej część mniej lub więcej rozległą, napotkać można często w naturze, skoro koryto prądu zagrodzone zostaje zastawą.

($x=1$). Skoro głębokość prądu h jest równa głębokości odpowiadającej biegowi jednostajnemu, osią hydrauliczną prądu jest prosta H równoległa do dna koryta. Przypadek ten był przedmiotem poprzedniego rozdziału.

($a < x < 1$). Skoro głębokość prądu h jest mniejsza od głębokości H a większa od H', oś hydrauliczna prądu A_2 leży w pasie średnim, ma za asymptotę prostą H i zakrzywia się coraz więcej zbliżając się do prostej H', którą przecina w punkcie C i przedstawia w nim element normalny do dna koryta. Uważana z góry, oś ta jest wypukła we wszystkich swych punktach. Wiele podobnych osi urzeczywistnili w swych doświadczeniach Michelotti (*) i p. Bazin (**).

($x = a$) Skoro głębokość prądu h jest równa głębokości H' odpowiadającej podskokowi powierzchni, bieg strugami równoległymi nie może mieć miejsca i przypadek uważany, nie-napotykanym zresztą w praktyce, odnosi się do następnego rozdziału.

($x < a$) Skoro głębokość prądu h jest mniejsza od H', oś hydrauliczna prądu A_3 leży w pasie niższym, jest asymptotyczna do prostej poziomej i uważana z góry wklęsła we

(*) Doświadczenia Michelotti'ego miały miejsce w zakładzie hydraulicznym w Turynie. Przytacza je Funk na str. 90 swej *Hydrotechnie*.

(**) Patrz *Recherches hydrauliques*, première partie, 81 serya doświadczeń.

wszystkich swych punktach. Przypadek nieureczywistniony dotychczas w praktyce (*).

Następująca tablica p. Bresse zawiera wszystkie dane liczebne odnoszące się do przypadku dyskusyi, w którym $a < 1$. Podaje ona stosunki długości :

$$\overline{OM}, \overline{OL}, \overline{OB}, \overline{OF}, \overline{GK}, \overline{OR},$$

figury 55, do długości H , odpowiadające dwudziestu trzem różnym spadkom. Z jej pomocą wykreślenie różnych gałęzi osi hydraulicznej $a < 1$ w różnych liczebnych przypadkach, nie przedstawi żadnej trudności. W razie spadku niepodanego w tablicy, otrzymać można wypadki przybliżone przez interpolacją.

a^3	a	Spadek	\overline{OM}	\overline{OL}	\overline{OB}	\overline{OF}	\overline{GK}	\overline{OR}
		koryta na kilometr I. 1000m						
		m.						
0,000	0,0000	0,000	1,209	0,605	0,000	1,133	1,341	0,0
0,001	0,1000	0,004	1,208	0,604	0,160	1,133	1,341	49,1
0,005	0,1710	0,020	1,203	0,602	0,271	1,133	1,340	32,8
0,010	0,2164	0,039	1,197	0,599	0,340	1,131	1,339	41,4
0,020	0,2714	0,078	1,185	0,593	0,427	1,147	1,338	52,0
0,030	0,3107	0,118	1,173	0,586	0,486	1,143	1,335	59,6
0,040	0,3420	0,157	1,161	0,580	0,534	1,139	1,333	66,0
0,050	0,3694	0,196	1,149	0,574	0,572	1,135	1,331	71,1
0,060	0,3914	0,235	1,137	0,568	0,605	1,132	1,329	75,5
0,080	0,4309	0,314	1,112	0,556	0,660	1,124	1,325	83,3
0,100	0,4642	0,392	1,088	0,554	0,705	1,117	1,322	90,1
0,120	0,4932	0,471	1,064	0,532	0,742	1,109	1,317	95,9
0,150	0,5313	0,589	1,028	0,514	0,789	1,098	1,310	103,6
0,200	0,5848	0,785	0,967	0,488	0,848	1,081	1,299	115,3
0,250	0,6300	0,981	0,907	0,453	0,892	1,065	1,288	125,2
0,300	0,6694	1,177	0,846	0,423	0,924	1,051	1,276	134,2
0,400	0,7368	1,569	0,726	0,363	0,967	1,026	1,251	150,5
0,500	0,7937	1,962	0,605	0,302	0,988	1,010	1,224	165,6
0,600	0,8434	2,354	0,484	0,242	0,996	1,004	1,195	180,1
0,700	0,8879	2,746	0,363	0,181	1,000	1,000	1,162	194,8
0,800	0,9283	3,139	0,242	0,121	1,000	1,000	1,123	210,4
0,900	0,9655	3,531	0,121	0,060	1,000	1,000	1,077	228,2
1,000	1,0000	3,924	0,000	0,000	1,000	1,000	1,000	254,8

(*) P. Boudin podaje urządzenie dna koryta i stawidła wpustowego, pozwalające urzeczywistnić ten przypadek. Patrz : *Axe hydraulique*, n. 82.

Ostatni wiersz tablicy odnosi się do szczególnego przypadku :

$$a = 1,$$

a oś hydrauliczna prądu sprowadza się wtedy do prostej poziomej, jak to pokazuje równanie (1), przybierające wtedy kształt :

$$\frac{Is}{H} = x.$$

DRUGI PRZPADEK : $a > 1$, $I > \frac{\Lambda g}{\alpha}$.

Skoro a przybiera wartość większą od jedności, niektóre własności osi hydraulicznej wymienione w poprzednim przypadku istnieją jeszcze : i tak, krzywa ma jak poprzednio trzy asymptoty, to jest oś biegu jednostajnego i dwie poziome. Ale

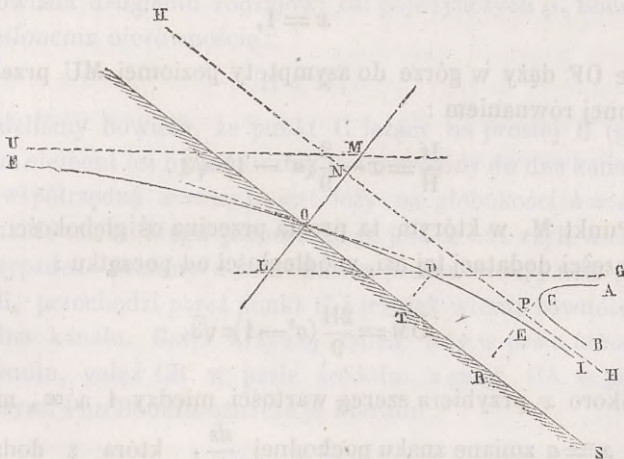


Fig. 56.

sam kształt krzywej ulega zmianie, jak to można wnosić z figury 56, wykreślonej dla $a^3 = 2$, $H = 1$, ze skalą głębokości sto razy większą niż skala długości s .

Weźmy na nowo równanie (2) :

$$\frac{1 ds}{H dx} = \frac{a^3 - x^3}{1 - x^3}.$$

W przypadku uważanym a^3 jest większe od jednośc, zatem $\frac{ds}{dx}$ jest dodatne dla wartości x zawartych między $-\infty$ i 1, które to granice dają odpowiednio, według równania (1) krzywej :

$$s = -\infty \quad \text{i} \quad s = +\infty.$$

Zatem krzywa ma dwie gałęzie nieskończone OF i ODEI, pierwszą w kącie współrzędnych odjemnych a drugą w kącie przeciwnym. Przekonalibyśmy się, tak samo jak w poprzednim przypadku, że ODEI jest w dole asymptotyczną do osi biegu jednostajnego, odpowiadającej wartości :

$$x = 1,$$

i że OF dąży w górze do asymptoty poziomej MU przedstawionej równaniem :

$$\frac{1s}{H} = x - \frac{2}{9}(a^3 - 1)\pi\sqrt{3}.$$

Punkt M, w którym ta prosta przecina oś głębokości, leży na części dodatniej tej osi, w odległości od początku :

$$\overline{OM} = \frac{2H}{9}(a^3 - 1)\pi\sqrt{3}.$$

Skoro x przybiera szereg wartości między 1 a ∞ , mamy dla $x = a$ zmianę znaku pochodnej $\frac{ds}{dx}$, która z dodatniej przechodzi na odjemną; zatem współrzędna s , będąca na-przód funkcją malejącą x , począwszy od $x = 1$, staje się funkcją rosnącą od $x = a$. Odpowiadająca część krzywej BCA zawraca się zatem w punkcie C, którego współrzędna CR,

czyniąca zadość równaniu (4) ustępu n. 96, jest aH . Przekonać się można łatwo, że gałąź nieskończona CB ma za asymptotę oś biegu jednostajnego, podczas gdy gałąź CA zbliża się nieskończenie do poziomej LG określonej równaniem :

$$\frac{Is}{H} = x + \frac{1}{9}(a^3 - 1)\pi\sqrt{3}.$$

Te dwie asymptoty dążą odpowiednio w dole prądu do odpowiadających im gałęzi krzywej. Druga z nich przecina oś x po stronie ujemnej w odległości od początku współrzędnych :

$$OL = \frac{H}{9}(a^3 - 1)\pi\sqrt{3}.$$

Powyższy drugi przypadek dyskusji, w którym $a < 1$ i $I < \frac{Ag}{\alpha}$, to jest w którym spadek dna kanału jest raptowny, odpowiada drugiemu rodzajowi osi pojedynczych p. Boudin, określonemu nierównością :

$$H < H',$$

widzieliśmy bowiem, że punkt C leżący na prostej H' (gdyż w nim element osi hydraulicznej jest normalny do dna kanału), ma współrzędną $x = a$, to jest leży na głębokości $h = aH$; równanie zaś osi biegu jednostajnego jest $x = 1$ czyli $h = H$, a przypadek uważany $a > 1$. Zatem prosta H' leży nad prostą H , przechodzi przez punkt C i jest jak wiemy równoległa do dna kanału. Gałąź krzywej $ODEI$ leży w pasie niższym p. Boudin, gałąź CB w pasie średnim, a gałąź CA w pasie wyższym. Pan Boudin oznacza je literami :

$$B_3, B_2, B_1.$$

Według tego, dyskusja przypadku, w którym $a > 1$ i $I > \frac{Ag}{\alpha}$, to jest w którym spadek dna kanału jest raptowny, streszcza się jak następuje.

($x > a$). Skoro na pewnym przecięciu poprzecznym prądu, takim na przykład jak OM, głębokość h jest większa od głębokości H' , a tem samym i od głębokości H odpowiadającej biegowi jednostajnemu, oś hydrauliczna prądu B_1 leży w pasie wyższym, ma za asymptotę prostą poziomą, uważana z góry jest we wszystkich swych punktach wypukłą i przedstawia w pewnym punkcie pośrednim jeden element poziomy. Oś B_1 nie została jeszcze dotychczas urzeczywistnioną, przynajmniej jako oś pojedyncza, gdyż wypadki doświadczeń Bidone'a, przedstawiające oś podobną, odnoszą się do osi złożonych.

($x = a$). Skoro $h = H'$, równoległość strug przestaje mieć miejsce, i teoria biegu nieustannego nie jest dostateczną. Przypadek ten będzie przedmiotem następnego rozdziału.

($a > x > 1$). Skoro h jest zawarte między H' i H , oś hydrauliczna prądu B_2 leży w pasie średnim, ma za asymptotę oś biegu jednostajnego, uważana z góry jest we wszystkich swych punktach wklęsłą i nie przedstawia żadnego elementu poziomego. Jedyny przykład tej osi przedstawiają doświadczenia Weisbach'a (*), czynione w celu oznaczenia współczynników oporu koryta.

($x = 1$). Skoro głębokość prądu jest równa głębokości odpowiadającej biegowi jednostajnemu, osią hydrauliczną prądu jest prosta H równoległa do dna koryta. Przypadek uważany w poprzednim rozdziale.

($x < 1$). Skoro głębokość prądu jest mniejsza od głębokości odpowiadającej biegowi jednostajnemu, oś hydrauliczna prądu B_3 leży w pasie niższym, ma za asymptotę oś biegu jednostajnego, uważana z góry jest wypukłą we wszystkich swych punktach i nie przedstawia żadnego elementu poziomego. Kilka doświadczeń Bossut'a (**), wskazują jej istnienie.

(*) Patrz : *Die Experimental-Hydraulik*. Freiburg, 1855 str. 206.

(**) Patrz : *Traité d'Hydrodynamique*, t. II, str. 240.

Wszystkie te szczególne przypadki, oprócz przypadku $x = a$, o którym mówić będziemy w następującym rozdziale, rzadko się dają urzeczywistnić w praktyce. Dlatego też następująca tablica ułożona przez p. Bresse, a zawierająca wszystkie dane liczebne odnoszące się do przypadku dyskusyi, w którym $a > 1$, podaje wartości odpowiadające dziewięciu tylko wartościom a^3 zawartym między 1 a 10. Spadki odpowiadające zmieniają się w niej od $3^m,924$ do $39^m,235$ na kilometr, skoro przypuścimy jak poprzednio, że $A = 0,0004$ a $\alpha = 1$. Długości

OL, OM, ER, OR, OT,

figury 56, oznaczone są w tablicy przez ich stosunki względem H. Z pomocą tej tablicy wykreślenie krzywej w każdym szczególnym przypadku, dla którego $a > 1$, nie przedstawi żadnej trudności.

a^3	a	Spadek dna koryta na kilometr. 1000 I	OL	OM	ER	OR	OT
1,0	1,0000	3,924	0,000	0,000	1,000	254,8	146,3
1,5	1,1447	5,885	0,302	0,605	0,960	294,4	148,9
2,0	1,2599	7,847	0,605	1,209	0,929	289,8	150,2
3,0	1,4422	11,771	1,209	2,418	0,885	273,0	151,5
4,0	1,5874	15,694	1,814	3,628	0,852	259,2	152,1
5,0	1,7100	19,618	2,418	4,837	0,828	248,5	152,5
6,0	1,8171	23,541	3,023	6,046	0,809	240,2	152,8
8,0	2,0000	31,388	4,232	8,464	0,780	227,9	153,1
10,0	2,1544	39,235	5,441	10,883	0,759	219,4	153,3

102. Przypadek koryta przyrządnego ze stałym spadkiem i stałym przecięciem poprzecznym jakiegokolwiek kształtu. — Własności osi hydraulicznej podane w poprzednich ustępach dla koryta ze stałym spadkiem i bardzo znaczną szerokością wywiedzione być mogą także w sposób ogólny dla koryta ze stałym przecięciem jakiegokolwiek kształtu, czyniącem zadość pewnym warunkom

zwykle mającym miejsce w praktyce. Własności te są podobne do poprzednich, warunki zaś o jakich mowa określić można w sposób następujący.

Odnosząc się do fig. 53 ustępu n. 96, poprowadzimy poziomą CC, której położenie na każdym przecięciu poprzecznym prądu jest znane, przez najniższy punkt tegoż przecięcia i przypuścimy :

1) że ilości χ , Ω , $\frac{\Omega}{L}$, $\frac{\Omega^3}{\chi}$ są funkcjami ciągłymi nieskończenie rosnącymi głębokości h , mierzonej począwszy właśnie od tego punktu najniższego;

2) że dla $h=0$, mamy $\Omega=0$ i $\frac{\Omega}{\chi}=0$;

3) że wreszcie stosunek $\frac{L}{\chi}$, koniecznie mniejszy od jedności, zmienia się w sposób ciągły i zawsze w jednym kierunku, pomiędzy dwiema granicami m i k skoro h rośnie od 0 do ∞ .

Wszystkie te przypuszczenia dowodzą się bardzo łatwo, skoro przecięcie poprzeczne utworzone jest z odcinka pewnej krzywej albo wielokątu, które zwracają do góry swe wklęsłości i skoro to przecięcie nie rozciąga się poza granicami tych figur albo ich stycznych pionowych (jeżeli takowe istnieją) podczas wzrostu głębokości. I tak np. dla rzek wezbranych przy puszczeniu te nie mogą się stosować, ale powiedzieć można że się stosują prawie do wszystkich przecięć napotykanym w zwykłych okolicznościach praktyki.

Ponieważ przecięcie poprzeczne koryta się nie zmienia i pozioma CC zajmuje stałe położenie na tem przecięciu (fig. 53), przeto I oznacza we wzorach ogólnych ustępu n. 96 tak samo spadek koryta jak i spadek linii C'. Trzeba nadto położyć

$\frac{d\Omega}{ds} = 0$ i równania (1), (3) i (4) ustępu n. 96 przybierają odpo-

wiednio kształty następujące :

$$(1) \quad ds = \frac{1 - \frac{\alpha U^2 L}{g\Omega}}{1 - \frac{\lambda}{\Omega} AU^2} dh,$$

$$(2) \quad I = \frac{\lambda}{\Omega} AU^3,$$

$$(3) \quad \alpha \frac{U^2 L}{g\Omega} = 1.$$

Wszystkie ilości wchodzące w drugą stronę równania (1), albo w równania (2) i (3) zależą tylko od jednej zmiennej h . Chcąc zatem zcałkować w przybliżeniu to jest zcałkować równanie (1) w celu otrzymania równania osi hydraulicznej prądu, będziemy mogli skutecznie to albo za pomocą wzoru Simpson'a, albo innych metod, jakie podaje rachunek całkowy. Jeżeli byśmy chcieli na przykład oznaczyć za pomocą wzoru Simpson'a odległość $s_n - s_0$ odpowiadającą zmianie głębokości $h_n - h_0$, obliczylibyśmy ułamek mnożący dh w równaniu (1) dla szeregu wartości :

$$h_0, h_1, h_2, \dots, h_n,$$

w liczbie nieparzystej i tworzących postęp arytmetyczny; a nazwawszy δ stosunek tego postępu i

$A_0, A_1, A_2, \dots, A_n$ odpowiadające wartości ułamku

$$\frac{1 - \frac{\alpha U^2 L}{g\Omega}}{1 - \frac{\lambda}{\Omega} U^2},$$

mielibyśmy :

$$s_n - s_0 = \frac{\delta}{3}(A_0 + 4A_1 + 2A_2 + 4A_3 + \dots + 4A_{n-1} + A_n).$$

Zauważyć trzeba następnie, że głębokość H czyniąca zadość równaniu (2) nie zmienia się od jednego przecięcia do drugiego i odpowiada biegowi jednostajnemu w korycie określonym jak powyżej. Głębokość H' czyniąca zadość równaniu (3) podobnie jest stała. Zatem dwa przekroje podłużne idealne, zbudowane z głębokościami H i H' , sprowadzają się do dwóch prostych równoległych do rodzących koryta, jak to już powiedzieliśmy w ustępie n. 97. Te dwie głębokości H i H' istnieją zawsze w rzeczywistości, a nadto każda z nich jest jedyną, to jest ma tylko jedną wartość rzeczywistą i dodatnią, czyniącą zadość równaniu, które ją dostarcza. Oznaczając bowiem przez Q wydatek na sekundę, zastąpić można w równaniach (2) i (3)

U przez $\frac{Q}{\Omega}$ i napisać te równania w kształcie :

$$(4) \quad 1 - \frac{\chi}{\Omega^3} A Q^2 = 0,$$

$$(5) \quad 1 - \alpha \frac{Q^2}{g} \cdot \frac{L}{\chi} \cdot \frac{\chi}{\Omega^3} = 0;$$

zaś według przypuszczeń zrobionych powyżej, $\frac{\chi}{\Omega^3}$ maleje w sposób ciągły od ∞ do 0, skoro h przechodzi od 0 do ∞ . Zatem pierwsze strony dwóch powyższych równań przechodzą jednocześnie i bez przerwy ciągłości od nieskończoności odjemnej do wartości 1 i 1. Wynika ztąd, że istnieje pewna pośrednia i jedyna wartość H sprowadzająca do zera pierwszą stronę równania (4) i pewna pośrednia i jedyna wartość H' czyniąca zadość równaniu (5).

Wreszcie w tem co następuje oznaczymy przez L_0 , χ_0 , Ω_0 ,

U_0, s_0 , wartości L, χ, Ω, U, s , dla $h=H$, a przez $L_1, \chi_1, \Omega_1, U_1$, wartości L, χ, Ω, U , dla $h=H'$.

(a) WZNIESIENIA RÓŻNYCH PUNKTÓW OSI HYDRAULICZNEJ PONAD PEWNĄ PŁAZCZYNĘ POZIOMĄ PORÓWNIANIA. — Kładąc w równanie różniczkowe ruchu zmiennego :

$$dz = \alpha \frac{UdU}{g} + \frac{\chi}{\Omega} AU^2 ds$$

wartości :

$$U = \frac{Q}{\Omega}, \quad ds = \frac{1}{I} (dz + dh),$$

$$dU = -\frac{Qd\Omega}{\Omega^2} = -\frac{QLdh}{\Omega^2},$$

otrzymamy :

$$dz = -\frac{\alpha Q^2 L dh}{g \Omega^3} + \frac{A Q^2 \chi}{I \Omega^3} (dz + dh)$$

albo :

$$dz = \frac{A Q^2}{I} \cdot \frac{\chi}{\Omega^3} \frac{1 - \frac{\alpha I L}{A g \chi}}{1 - \frac{A Q^2}{I} \cdot \frac{\chi}{\Omega^3}} dh.$$

Jeżeli w to równanie wstawimy wartość Q^2 wyciągniętą z równania (4) i zauważymy, że temu ostatniemu równaniu czynią zadość wartości

$$h = H, \quad \frac{\chi}{\Omega^3} = \frac{\chi_0}{\Omega_0^3}$$

a nadto położymy jak w ustępie n. 401

$$I = a^3 A g,$$

będziemy mieli:

$$dz = \frac{\Omega_0^3 \chi}{\Omega^3 \chi_0} \cdot \frac{1 - \frac{\alpha L a^3}{\chi}}{1 - \frac{\Omega_0^3 \chi_0}{\Omega^3 \chi}} dh = \frac{1 - \frac{\alpha L a^3}{\chi}}{1 - \frac{\Omega_0^3 \chi_0}{\Omega^3 \chi}} dh.$$

Całkując zaś i przypuszczając $z=0$ dla $h=\infty$, wypada:

$$(6) \quad -z = - \int_h^\infty \frac{1 - \frac{\alpha L a^3}{\chi}}{1 - \frac{\Omega_0^3 \chi_0}{\Omega^3 \chi}} dh.$$

Dla $h=\infty$, iloraz $\frac{\Omega^3}{\chi}$ staje się nieskończonym wedle przypuszczenia i ostatnie wyrażenie dz sprowadza się do zera; w miarę zatem jak się głębokość powiększa, powierzchnia wolna prądu zbliża się do płaszczyzny poziomej, a wzniesienia $-z$, jakie daje równanie (6), mierzone są ponad tą płaszczyzną.

(b) RÓWNAŃCIE OSI HYDRAULICZNEJ. = Związek

$$dz = Ids - dh$$

daje po zcałkowaniu:

$$Is = z + h + \text{ilość stała};$$

biorąc zatem za początek współrzędnych s , punkt w którym $h=0$, można napisać, mając wzgląd na równanie (6):

$$(7) \quad Is = h - \int_0^h \frac{1 - \frac{\alpha L a^3}{\chi}}{1 - \frac{\Omega_0^3 \chi_0}{\Omega^3 \chi}} dh.$$

Równanie to przedstawia krzywą, mającą odcięte s a rzędne h ; krzywa ta zaś jest osią hydrauliczną prądu. Niemając już na względzie zadania Hydrauliki, które nas do tego równania po-

prowadziło, postaramy się odkryć ogólny kształt osi hydraulicznej, zmieniając jednak h tylko od 0 do ∞ , gdyż inne zmiany nie przedstawiają żadnego interesu praktycznego.

(c) ODRÓŻNIENIE DWÓCH RÓŻNYCH PRZYPADKÓW W DYSKUSYI OSI HYDRAULICZNEJ. — Jak poprzednio uważać będziemy dwa różne przypadki, określone nierównościami:

$$H > H', \quad H < H',$$

których znaczenie wytłumaczyliśmy w ustępach n. 97 i n. 101. H jest to głębokość odpowiadająca biegowi jednostajnemu prądu, w korycie takim jakie było określone. H' jest to głębokość, dla której $\frac{ds}{dh} = 0$, to jest według równania (7):

$$1 - \frac{\alpha L_1 a^3}{\chi_1} = 0,$$

$$1 - \frac{\Omega_1^3 \chi_0}{\Omega_0^3 \chi_1} = 0,$$

gdyż dla $h = H'$, mamy $L = L_1$, $\Omega = \Omega_1$, $\chi = \chi_1$. To ostatnie równanie możemy napisać w kształcie:

$$\frac{\alpha L_1 a^3}{\chi_1} - \frac{\Omega_1^3 \chi_0}{\Omega_0^3 \chi_1} = 0.$$

Ponieważ pierwsza strona równania tak napisanego jest równa αa^3 , dla $h=0$, czyli jest dodatna, a $\frac{\alpha L_0 a^3}{\chi_0} = 0$ dla $h=H$; zatem według tego, czy $\frac{\alpha L_1 a^3}{\chi_1} - 1$ będzie ujemne lub dodatne, pierwsza strona powyższego równania będzie zmieniać znak lub nie. Warunek więc $H > H'$ odpowiada $\frac{\alpha L_0 a^3}{\chi_0} < 1$, a warunek $H < H'$ odpowiada $\frac{\alpha L_0 a^3}{\chi_0} > 1$. Pierwszy z tych warunków będzie zawsze mógł być wypełniony, skoro przy-

puścimy $a^3 < 1$ czyli $I < \frac{Ag}{\alpha}$, gdyż stosunek $\frac{L}{\chi}$ jest koniecz-
nie mniejszy od jedności a α prawie równe jedności. Spadek
zaś $\frac{Ag}{\alpha}$, przypuszczając $A = 0,0004$ według wzoru Tadi-
ni'ego, a $\alpha = 1$, daje obniżenie równe $3^m,92$ na kilometr, zwy-
kle większe od napotykaných w praktyce. Widzimy ztąd, że
pierwszy przypadek określony nierównością $H > H'$ przytra-
fia się najczęściej w zastosowaniach, drugi zaś urzeczywistnia
się tylko w potokach, których koryto ma spadek raptowny,
albo w kanałach specjalnie urządzonych do doświadczeń.

(d) DYSKUSYA PIERWSZEGO PRZYPADKU, TO JEST KORYTA ZE SPAD-
KIEM UMIARKOWANYM. — Skoro $H > H'$, czyli $\frac{\alpha L_1 a^3}{\chi_1} < 1$, oś
hydrauliczna prądu jest pierwszego rodzaju według p. Boudin.
Weźmiemy jej równanie różniczkowe :

$$(8) \quad \frac{Ids}{dh} = 1 - \frac{\frac{\alpha La^3}{\chi}}{1 - \frac{\Omega^3 \chi_0}{\Omega_0^3 \chi}} = \frac{\frac{\alpha La^3}{\chi} - \frac{\Omega^3 \chi_0}{\Omega_0^3 \chi}}{1 - \frac{\Omega^3 \chi_0}{\Omega_0^3 \chi}}$$

i będziemy szukali znaku drugiej strony tego równania dla
różnych głębokości h . A naprzód dla $h=0$ mamy :

$$1 \left(\frac{ds}{dh} \right)_0 = \alpha a^3 \text{gr} \cdot \frac{L}{\chi} = \alpha m a^3 = m \cdot \frac{\alpha}{Ag},$$

gdzie $\frac{\Omega^3}{\chi}$ staje się jak przypuściliśmy równe zero. Wynika
ztąd:

$$\left(\frac{ds}{dh} \right)_0 = \frac{m\alpha}{Ag},$$

równanie dające nachylenie stycznej do osi hydraulicznej w po-

czątku współrzędnych. Tak więc $\frac{Ids}{dh}$ wychodzi od wartości dodatniej dla $h=0$, i s jest funkcją rosnącą h . Licznik i mianownik ułamku wyrażającego $\frac{Ids}{dh}$ są naprzód dodatnie z powodu małości $\frac{\Omega^3}{\chi}$; wiadomo zresztą, że ich zmiany znaków mają miejsce odpowiednio dla $h=H'$ i $h=H$. Kładąc $h < H'$, oba wyrazy ułamku są dodatnie, a oznaczając je przez λ i ν co do ich wartości absolutnych, będziemy mieli :

$$\frac{Ids}{dh} = \frac{+\lambda}{+\nu},$$

z kąd wynika, że s zaczyna się powiększać razem z h . Dla $h=H'$ licznik jest równy zeru i $\frac{ds}{dh}=0$. Odpowiedni element osi hydraulicznej prądu jest prostopadły do dna koryta. Skoro $H' < h < H$, licznik i mianownik mają znaki przeciwne, to jest :

$$\frac{Ids}{dh} = \frac{-\lambda}{+\nu}$$

czyli s maleje. Oś hydrauliczna prądu cofa się w stronę przeciwną osi s w miarę powiększania się h . Cofanie to ustaje w chwili, gdy h staje się większem od H , gdyż wtedy licznik i mianownik ułamku wracają do jednakowego znaku i mamy :

$$\frac{Ids}{dh} = \frac{-\lambda}{-\nu},$$

i znów $\frac{ds}{dh}$ staje się dodatnie. Można następnie powiększać h aż do nieskończoności, a żadna nowa zmiana znaku nie będzie mieć miejsca i $\frac{ds}{dh}$ pozostanie zawsze dodatnie. Otrzymamy

tym sposobem gałęź krzywej oddalającą się do nieskończoności w kącie współrzędnych dodatnich.

Skoro h powiększa się do nieskończoności, oś hydrauliczna prądu, jak już mówiliśmy, dąży nieskończenie do prostej poziomej, która jest jej asymptotą. Równanie tej asymptoty otrzymamy biorąc granicę równania (7) dla $h = \infty$, czyli

$$(9) \quad Is = h + \int_0^{\infty} \frac{1 - \frac{\alpha L a^3}{\chi}}{1 - \frac{\Omega^3 \chi_0}{\Omega_0^3 \chi_1}} dh.$$

Całka po drugiej stronie da nam wartość h dla punktu, w którym prosta powyższa przecina oś głębokości h .

Niezależnie od asymptoty poziomej, której równanie dopiero co znaleźliśmy, istnieć będzie w ogóle jeszcze druga, to jest oś biegu jednostajnego czyli prosta mająca za równanie

$$h = H.$$

Oś hydrauliczna spotka ją w nieskończoności w górnej stronie prądu. Dowiedzimy tego, okazując że dla $h = H$, $s = \infty$.

W tym celu niech będzie $\frac{F(h)}{F_1(h)}$ ułamek znaleziony wyżej na wyrażenie $\frac{Ids}{dh}$. Mieć będziemy wtedy:

$$\frac{Ids}{dh} = \frac{F(h)}{F_1(h)}.$$

Funkcje F i F_1 są zawsze skończone i ciągłe dla wszystkich wartości zmiennej h ; pierwsza z nich jest równą zero tylko dla $h = H'$ a druga tylko dla $h = H$; ich iloraz pozostaje ciągle dodatni, wyjąwszy między temi dwoma wartościami. To założywszy, otrzymamy całkując równanie poprzednie między granicami 0 i H :

$$Is_0 = \int_0^H \frac{F(h)}{F_1(h)} dh,$$

albo oznaczając przez ε długość dodatnią, jakkolwiek ale bardzo małą :

$$I_{s_0} = \int_0^{H_1} \frac{F(h)}{F_1(h)} dh + \int_{H_1}^H \frac{F(h)}{F_1(h)} dh + \int_{H-\varepsilon}^H \frac{F(h)}{F_1(h)} dh,$$

albo jeszcze biorąc za zmienną pod trzecim znakiem summy różnicę $\beta = H - h$:

$$I_{s_0} = \int_0^{H_1} \frac{F(h)}{F_1(h)} dh + \int_{H_1}^{H-\varepsilon} \frac{F(h)}{F_1(h)} dh + \int_0^{\varepsilon} \frac{F(H-\beta)}{F_1(H-\beta)} d\beta.$$

Uważmy teraz, że pierwsza całka pozostaje koniecznie skończoną, gdyż ułamek $\frac{F(h)}{F_1(h)}$ jest zawsze skończony w granicach 0 i H' . Dwie inne całki złożone są wyłącznie z elementów odjemnych i nie mogą się znosić wzajemnie ; oś jest zatem okazać, że ostatnia ma wartość nieskończoną. Ale ponieważ $F(H-\beta)$ nie jest równa zeru dla bardzo małych wartości β , i może być zastąpiona w granicach 0 i ε tej zmiennej przez stałą $F(H)$, pomijając błąd tego samego rzędu co i ε ; ponieważ nadto mianownik $F_1(H-\beta)$, równy zeru dla $\beta = 0$, wyrazi się według wzoru Taylor'a, zatrzymanego na dwóch pierwszych wyrazach, przez $-\beta F_1(H)$, także pomijając błąd tego samego rzędu co ε ; możemy przeto napisać :

$$\int_0^{\varepsilon} \frac{F(H-\beta)}{F_1(H-\beta)} d\beta = -\frac{F(H)}{F_1(H)} \int_0^{\varepsilon} \frac{d\beta}{\beta} = -\frac{F(H)}{F_1(H)} \log. \operatorname{nep} \frac{\varepsilon}{0}.$$

Wynika zaś stąd że przypuszczając tak małą jak chcemy długość ε , $\log. \operatorname{rytm} \frac{\varepsilon}{0}$ będzie zawsze nieskończony i mamy dla $h = H : s = \infty$.

Pomijając niektóre szczególne przypadki, dla których dowodzenie powyższe nie jest dostateczne, widzimy że w ogóle oś

hydrauliczna prądu, w przypadku $\frac{\alpha L_1 a^3}{\chi_1} < 1$, jest podobna do osi znalezionej w ustępie n. 101 w przypadku $a < 1$ i przedstawionej na fig. 55. Jej trzy gałęzie położone w pasach niższym, średnim i wyższym oznaczymy jak poprzednio przez :

$$A_1, A_2, A_3.$$

(e) DYSKUSJA DRUGIEGO PRZYPADKU, TO JEST KORYTA ZE SPADKIEM RAPTOVNYM. — Skoro $H < H'$ czyli $\frac{\alpha L_0 a^3}{\chi_0} > 1$ otrzymalibyśmy, postępując jak poprzednio, to jest biorąc wyrażenie (8) ilości $\frac{I ds}{dh}$ i szukając jego znaku dla różnych wartości h :

$$\text{od } 0 \text{ do } H \quad \frac{I ds}{dh} = \frac{+\lambda}{+v},$$

$$\text{od } H \text{ do } H' \quad \frac{I ds}{dh} = \frac{-\lambda}{+v},$$

$$\text{od } H' \text{ do } \infty \quad \frac{I ds}{dh} = \frac{-\lambda}{-v}.$$

Wynika ztąd istnienie trzech gałęzi osi hydraulicznej : pierwszej wychodzącej z początku współrzędnych i idącej w dolną stronę prądu, po stronie s dodatnich, aż dopóki głębokość prądu nie dosięgnie głębokości odpowiadającej biegowi jednostajnemu ; drugiej odpowiadającej głębokościom pośrednim między H i H' , cofającej się w stronę s ujemnych czyli z dołu do góry i kończącej się elementem normalnym do osi s ; trzeciej odpowiadającej głębokościom większym od H' , idącej w przedłużeniu drugiej, postępującej aż do nieskończoności w dolną stronę prądu i dążącej do asymptoty poziomej przedstawionej przez równanie (9).

Pomijając przypadki wyjątkowe, mamy tu jak i poprzednio

dla $h = H$, $s = +\infty$. Zatem dwie pierwsze gałęzie zchodzą się asymptotycznie w dolnej stronie prądu z osią biegu jednostajnego. Całość osi hydraulicznej przedstawia wiele podobieństwa z osią przedstawioną na fig. 56, opuszczając w niej tylko część OF, gdyż pominęliśmy tu głębokości odjemne.

Trzy gałęzie osi hydraulicznej otrzymane w tym przypadku oznaczymy jak poprzednio przez

$$B_1, B_2, B_3.$$

(f) URZECZYWIŚNIENIE OSI HYDRAULICZNEJ POJEDYŃCZEJ. — Widzieliśmy że skoro $H > H'$, otrzymujemy trzy gałęzie krzywej A_1, A_2, A_3 , a oś biegu jednostajnego, którą oznaczymy przez A_j zajmuje położenie pośrednie między A_2 i A_3 . Skoro zaś $H < H'$, trzy gałęzie krzywej są B_1, B_2, B_3 , a oś biegu jednostajnego, którą oznaczymy przez B_j , leży między B_1 i B_2 . Z pomiędzy tych różnych prostych, lub gałęzi krzywych, trzy rozciągają się do nieskończoności, tak w górę jak i w dół prądu; są to osie A_3, A_j, B_j . Trzy rozciągają się do nieskończoności w dół prądu, ale są ograniczone w górze; mianowicie B_1, B_2, B_3 . Jedna, A_2 , podnosi się do nieskończoności w górę prądu, a ograniczona jest w dole. Ostatnia wreszcie A_1 , ograniczoną jest z obu stron.

Istnienie osi A_j lub B_j biegu jednostajnego wyłącza oczywiście istnienie którejkolwiek osi krzywej i wyjąwszy szczególne przypadki, proste te spotykają się z krzywymi dopiero w nieskończoności. Przejścia od A_2 do A_3 , od B_1 do B_2 , lub przejścia odwrotne mają także miejsce w nieskończoności, w górze lub w dole prądu, a zatem nie mogą być urzeczywistnione w praktyce. Przejścia od A_1 do A_2 , od B_2 do B_3 , lub odwrotne, także nie są możebne, jak to już zauważyliśmy, albo raczej nie mogą mieć miejsca w prądach czyniących wszędzie zadość warunkowi równoległości strug. Niepodobieństwo pochodzi ztąd, że element wspólny obu gałęziom miałby styczną prostopadłą do dna

koryta, a tym sposobem przecięcie poprzeczne nie spotykałoby normalnie strug prądu i powierzchnia wolna przedstawiałaby dwie płachty jedną ponad drugą, co fizycznie jest niepodobnem. Istnieje jeszcze, dla prądów złożonych ze strug równoległych, niepodobieństwo następstw : (A_1, A_3) , (A_3, A_1) , (B_1, B_3) (B_3, B_1) , gdyż te następstwa przypuszczają nagłą zmianę głębokości, co się nie może zgodzić z przypuszczeniem równoległości strug. Wreszcie, stosunek wielkości H i H' wskazuje natychmiast, który z dwóch rodzajów A , czy B jest możliwy, z wyłączeniem drugiego, skoro koryto i wydatek prądu są znane. Możemy więc położyć następującą zasadę ogólną :

Każdy prąd cieczy, płynący w korycie przyrmatycznym ze stałym spadkiem, biegiem jednostajnym lub nieustannym i zmiennym strugami równoległymi, ma oś hydrauliczną złożoną z jednej z prostych lub gałęzi krzywych : $A_1, A_2, A_3, A_j, B_1, B_2, B_3, B_j$. Przejście od jednej do drugiej jest fizycznie niepodobne.

Osie takie nazwaliśmy już poprzednio osiami pojedynczemi, trzymając się p. Boudin. Powyższa własność prądu nieustannego i zmiennego, złożonego ze strug równoległych łącznie z tem co powiedzieliśmy powyżej o rozciąganiu się w dół lub w górę prądu każdej z wymienionych osi, pokazuje że prąd taki niezawsze może się rozciągać nieskończenie w obie strony.

Ale oś hydrauliczna prądu może być złożoną, w przypadku podskoku powierzchni, jak tego dowodzi doświadczenie. O osiach złożonych mówić będziemy w następującym rozdziale, gdzie zarazem teoria podskoku powierzchni uzupełni teorią biegu zmiennego i umożliwi poszukiwanie *a priori* osi hydraulicznej prądu.

W streszczeniu osiem kształtów osi hydraulicznych pojedynczych powyżej wymienionych podzielić można jak następuje:

- 1) cztery odpowiadające korytom ze spadkiem dna umiar-

kowanym, to jest oś podniesienia A_1 i osie obniżenia A_2 i A_3 . Między krzywymi A_1 i A_2 leży oś prostolinijna A_j , służąca im w górze za asymptotę. Porządek ogólny następstwa tych osi hydraulicznych jest zatem: A_1, A_j, A_2, A_3 ;

2) cztery odpowiadające korytom ze spadkiem dna raptownym, to jest dwie osie podniesienia B_1 i B_2 i oś obniżenia B_3 . Między krzywymi B_1 i B_3 leży oś prostolinijna B_j , służąca im za asymptotę w dole prądu. Porządek ogólny następstwa tych osi hydraulicznych jest zatem: B_1, B_2, B_j, B_3 .

W podziale powyższym nadaliśmy nazwę *osi podniesienia*, osiom położonym ponad osią biegu jednostajnego, a *osi obniżenia*, osiom położonym pod osią biegu jednostajnego. Mając znów na uwadze względne położenie osi do prostej H' , widzimy że gdy się głębokość powiększa, osie położone pod prostą H' mogą się podnieść w podskok powierzchni, gdy tymczasem osie hydrauliczne położone nad tą prostą, nie mogą się podnieść w podskok powierzchni przy powiększaniu się głębokości. Mamy tym sposobem dwie grupy następujące:

1) cztery osie nie mogące się podnieść w podskok, to jest osie A_1, A_j, A_2, B_1 , z których trzy odpowiadają spadkom umiarkowanym a jedna spadkom raptownym dna kanału;

2) cztery osie mogące się podnieść w podskok, to jest osie A_3, B_2, B_j, B_3 , z których jedna odpowiada spadkom umiarkowanym a trzy spadkom raptownym dna kanału.

Wynika ząd, że przy jakimkolwiek spadku osie pasa niższego, będące osiami obniżenia, mogą się podnosić w podskok, gdy tymczasem osie pasa wyższego, będące osiami podniesienia, nie mogą się podnosić w podskok.

Jeżeli zaś przypomnimy sobie podaną w ustępie n. 97 drugą klasyfikacją osi p. Boudin, zobaczymy, że osie pierwszej z dwóch grup ostatnich, są to osie *utworzone od dołu*, a osie drugiej *osie utworzone od góry*.

(g) WYKREŚLENIE OSI HYDRAULICZNEJ POJEDYŃCZEJ. — Skoro wydatek i koryto przyzmatyczne prądu są dane, widzimy zaraz, z jakiego rodzaju osią hydrauliczną mieć będziemy do czynienia. Jeżeli ta oś należy do osi utworzonych od dołu, położenie i wysokość któregośkolwiek jej punktu zależą wtedy od położenia punktów położonych więcej w dole prądu i zmieniają się jednocześnie z tem ostatniem, w ten sposób aby ciągle czynić zadość zasadniczemu równaniu ruchu nieustanego. Ale ponieważ koryto prądów w naturze nie rozciąga się nigdy nieskończenie, musimy koniecznien, postępując w kierunku prądu, dojść wreszcie do punktu granicy, od którego począwszy powierzchnia cieczy doznaje kolejnych zmian, wynikających z okoliczności specjalnych wytworzonych w dole prądu, w celu urzeczywistnienia pewnego sposobu *wylewania* się w tym punkcie uważanego prądu. Ten punkt granica, tworzy *pierwszy punkt w dole* osi hydraulicznej pojedynczej, jaką chcemy wykreślić. Inne punkty, skoro pierwszy punkt jest znany, wyznaczone zostaną bez trudności z pomocą metod podanych w niniejszym rozdziale. Tak więc wykreślenie osi od dołu, sprowadza się do oznaczenia pierwszego punktu w dole tej osi pojedynczej, a oznaczenie to wynika w każdym szczególnym przypadku, z rozpoznania okoliczności wytworzonych *a priori* na początku dolnym prądu. Skoro naprzykład prąd przelewa się przez zastawę poprzeczną dostatecznie wyniosłą, istnieje nieco w górze tej zastawy pewien punkt, którego położenie i wysokość daje nam teoria wypływu przez przewał (przynajmniej w przybliżeniu, co się tyczy położenia) i który przedziela łuk przelewu wytwarzający się na specjalnych warunkach, od osi podniesienia, która się rozciąga mniej lub więcej daleko w górę prądu i czyni zadość zwykłemu równaniu ruchu nieustannego. Oznaczenie punktu, tworzącego początek osi od dołu staje się jeszcze niepewniejszym w przypadku przelewu niezupełnego, przez zastawę zatopioną, a tworzy nawet jedno z najtrudniejszych zadań Hydrauliki,

w przypadku podniesień spowodowanych przez most albo system tam poprzecznych.

Jeżeli oś, jaką chcemy wykreślić, jest utworzona od góry, położenie i wysokość któregośkolwiek punktu tej osi, zależą od położenia punktów więcej w górze prądu i zmieniają się jednocześnie z tem ostatniem. Ale wedle tego co poprzedza łatwo jest zrozumieć, że postępując dostatecznie w górę prądu dojdziemy wreszcie do punktu granicy, tworzącego *pierwszy punkt w górze* osi pojedynczej, jaką chcemy wykreślić i że ten punkt wyznaczony jest w zupełności przez specjalne okoliczności wytworzone na górnym początku kanału, a mające na celu np. jego zasilanie w wodę. Tak więc wykreślenie osi od góry sprowadza się do poszukiwania tego pierwszego punktu, gdyż następnie pozostaje tylko obliczyć szereg punktów połączonych z pierwszym, równaniem biegu jednostajnego. Pierwszy punkt osi od góry, łatwiej się zwykle znajduje jak pierwszy punkt osi od dołu. Jeżeli np. woda wchodzi do kanału przez otwór zamykany stawidłem, spodnia krawędź stawidła, jeżeli ono nie jest w zupełności podniesione aby wypływ był wolny, albo jeżeli stawidło jest zupełnie podniesione, pierwszy punkt poziomu wody w zbiorniku, z którego woda wypływa, dają początek osi od góry.

ROZDZIAŁ IV

O PODSKOKU POWIERZCHNI.

103. **Doświadczenia Bidone'a.** — Widzieliśmy w ustępie n. 96, że skoro głębokość $h = H$, to jest skoro h czyni zadość

równaniu:

$$\alpha \frac{U^2 L}{g \Omega} = 1,$$

mamy dla odpowiadającego poprzecznego przecięcia prądu:

$$\frac{ds}{dh} = 0,$$

czyli odpowiedni element osi hydraulicznej prądu przyjmuje kierunek normalny do dna kanału. Powiedzieliśmy że w tym przypadku ma miejsce tak nazwany podskok powierzchni. Pierwszym, który kilka szczególnych przypadków tego zjawiska zaobserwował i opisał, był uczony Piemontczyk Jerzy Bidone. Podał on je w rozprawie umieszczonej w tomie XXV *Pamiętników Akademii Umiejętności w Turynie*, w r. 1820.

Doświadczenia, o jakich mowa, miały miejsce w Zakładzie Hydraulicznym w Turynie na kanale murowanym, którego przecięcie poprzeczne było prostokątne, 0^m,325 szerokie i tyleż prawie głębokie. Spadek kanału, na długości 10 metrów, na jakiej odbywały się doświadczenia, powiększał się stopniowo od 0^m,019 do 0^m,038. Przez to koryto przepuszczano kolejno trzy prądy, których wydatek był ściśle znany. Skoro bieg się ustalił, mierzono głębokości i prędkości a następnie zagradzano ka-

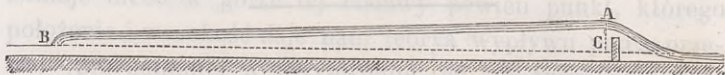


Fig. 57.

nał małemi zastawami poziomymi, których wysokość stopniowo powiększano. Mierzono następnie wysokość podskoku CA (fig. 57) i jego długość BA. Kształt jednego z obserwowanych podskoków przedstawia fig. 57 a następująca tablica daje wypadki doświadczenia.

Wydatek na sekundę	Prąd w górze przed podskokiem.			Wysokość zastawy.	Wysokość podskoku w B.	Wysokość ponad zastawę	Długość AB.
	Prędkość.	Głębokość.	Spadek dna.				
ms.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.
0,0208	1,361	0,047	0,035	0,134	0,084	0,102	6,69
				0,160		0,100	7,44
				0,188		0,102	8,28
				0,217		0,102	9,04
				0,136		0,137	3,66
0,0531	1,683	0,062	0,032	0,161	0,128	0,140	4,44
				0,189		0,143	5,22
				0,215		0,144	5,87
				0,242		0,143	6,69
				0,135		0,167	3,30
0,0467	1,936	0,074	0,032	0,161	0,155	0,168	4,09
				0,187		0,167	4,70

Od czasów Bidone'a, dokonane zostały liczne podobne obserwacje. Baumgarten zauważył na moście akweduku w Crau podskok znaczny, który w punkcie B wynosił 0^m,45; p. Bazin wytworzył i zaobserwował ich także wielką liczbę i podał wypadki swych doświadczeń w drugiej części *Récherches hydrauliques*, na str. 284 i następnym.

Gdybyśmy chcieli, biorąc dane jednej z powyższych obserwacji Bidone'a, i mając tym sposobem określenie geometryczne koryta i głębokość h prądu, wykreślić oś hydrauliczną za pomocą metod poprzedniego rozdziału, zatrzymałaby nas zawsze ta okoliczność, że $\frac{ds}{dh}$ staje się równe zero dla pewnej głębokości pośredniej między głębokościami krańcowymi uważanej części prądu, co jest niezgodne z zasadniczym przypuszczeniem równoległości strug, na którym opartą została teoria biegu zmiennego. I tak biorąc doświadczenie Bidone'a, w którym:

$$Q = 0^{ms}, 0351,$$

$$L = 0^m, 325,$$

$$\Omega = 0,325 h,$$

$$U = \frac{Q}{\Omega} = \frac{0,0351}{0,325h} = \frac{0,108}{h},$$

widzimy że głębokość H' sprowadzająca do zera pochodną $\frac{dh}{ds}$ a czyniąca zadość równaniu:

$$\alpha \frac{U^2 L}{g \Omega} = 1,$$

czyli

$$1,1 \frac{(0,108)^2}{g H'^3} = 1,$$

jest:

$$|H'| = \sqrt[3]{1,1 \frac{(0,108)^2}{g}} = 0^m,109;$$

zaś głębokości prądu tuż przed zastawą są, stosownie do wysokości tej zastawy, równe:

$$0^m,275, \quad 0^m,301, \quad 0^m,332, \quad 0^m,359, \quad 0^m,385,$$

a głębokość prądu przed punktem B jest

$$0^m,062.$$

Widzimy zatem, że głębokość H' jest zawarta między głębokościami krańcowymi uważanej części prądu.

Zauważyć należy, że wszystkie doświadczenia odnoszące się do podskoku powierzchni czynione były w korytach ze spadkiem raptownym, to jest większym od $0^m,00392$, który jak wiemy z poprzedniego ustępu (n. 102, § c) stoi na granicy dwóch rodzajów osi hydraulicznych A i B. Wytworzyć się więc mogły tylko osie drugiego rodzaju, to jest B_1, B_2, B_3, B_j ; że zaś głębokość H' była pośrednią między głębokościami krańco-

wemi uważanej części prądu, większa z tych głębokości musiała koniecznie należeć do osi B_3 , a mniejsza do jednej z osi B_1 , B_2 , gdyż jak wiemy B_j leży między B_2 i B_3 .

W ogóle zatem powiedzieć można, skoro prąd bieży w korycie takim, iż mogące się urzeczywistnić osie hydrauliczne są rodzaju B i głębokości w górnej stronie prądu są mniejsze od H' , to podnosząc poziom wody na jednym przecięciu poprzecznym, przez pośrednictwo zastawy, lub jakiegokolwiek innej przeszkody, aż do pewnego punktu osi B_3 , albo innemi słowy sprawiając głębokość na tem przecięciu większą od H' , dojdziemy postępując przeciw kierunkowi prądu do napotkania podskoku powierzchni łączącego dwa szeregi głębokości, górny i dolny.

Orzeczenie powyższe przypuszcza, że długość kanału jest dość znaczna, aby podskok powierzchni mógł mieć miejsce. Dodać trzeba także, że ponieważ według obserwacji Bidone'a prąd nie przedstawia żadnego większego wzburzenia, wyjąwszy punkt, w którym ma miejsce podskok powierzchni, przeto dwie części osi hydraulicznej tym podskokiem połączone czynią zadość prawom dowiedzionym w poprzednim rozdziale. Część osi w górze prądu, gdzie głębokości są mniejsze od H' , należeć będzie do B_1 , B_2 , albo B_j ; a część w dole prądu do B_3 .

Słusznie by było na pozór wnosić, jak to czyni p. Boudin, że podskok powierzchni mógłby także istnieć między jednym punktem osi A_1 , i drugim punktem wziętym albo na A_2 lub A_3 , albo na A_j ; wnosić to jednak można li tylko przez analogią, jak mówi p. Bresse, gdyż doświadczenie nie popiera tego żadnym faktem.

104. Równanie Bélanger'a. — To co powiedzieliśmy w poprzednim ustępie o podskoku powierzchni, dowodzi że jakiegokolwiek są warunki, w jakich jego wytworzenie się jest konieczne, możemy zawsze uważać to zjawisko jako fakt mo-

żliwy w rzeczywistości fizycznej. Poszukiwać więc będziemy związku istniejącego między ilościami, które określają prąd w okolicach punktu, gdzie podskok powierzchni ma miejsce i wyprowadzimy tu równanie, w jakie ujął ten związek Bélanger (*), gdyż teoria zjawiska podana jednocześnie z wypadkami doświadczeń przez Bidone'a nie przedstawia żadnej ścisłości.

Weźmy pod uwagę część prądu odkrytego, zawartą między przecięciami AB i CD (fig. 58) położonemi z obu stron podsko-

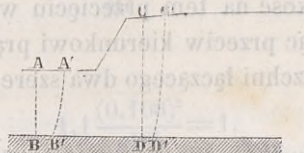


Fig. 58.

ku powierzchni. Przypuścimy te przecięcia obrane w sposób taki, iż bieg wody ma na nich miejsce strugami równoległemi. Przyjmiemy nadto, że odległość między przecięciami AB i CD jest dostatecznie mała aby pominąć było można bez błędu na tej przestrzeni tarcie wody o ściany koryta. W tych warunkach zastosujemy do uważanej części prądu twierdzenie ilości ruchu, rzucając je na oś równoległą do kierunku prądu. Przecięcie poprzeczne prądu jest jakiegokolwiek.

Siły działające na uważaną część cieczy są: siła ciężkości i ciśnienia. Siła ciężkości, działając prostopadle do osi rzutów, nie da nam nic w rzucie; co się tyczy zaś ciśnień, tak samo nie nam nie dadzą i oddziaływania normalne koryta, i ciśnienie powietrza otaczającego ze wszech stron całą masę cieczy. Pozostaną więc tylko ciśnienia na przecięciach AB i CD.

Przyrost ilości ruchu po upływie czasu θ , podczas którego masa ABCD przybiera położenie A'B'CD' jest równy róż-

(*) *Essai sur la solution numérique de quelques problèmes relatives au mouvement permanent des eaux courantes.* Paris, 1828, str. 29 i następną.

nicy między ilością ruchu masy $CD DC'$ a ilością ruchu masy $ABB'A'$.

Każdemu elementowi ω powierzchni MNP (fig. 59), przez

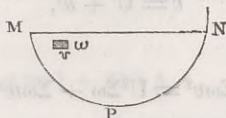


Fig. 59.

który przechodzi struga cieczy ożywiona prędkością v , odpowiada masa równa $\frac{\Pi}{g} \omega v \theta$, i ilość ruchu równa $\frac{\Pi}{g} \omega v^3 \theta$, tak że ogół ilości ruchu wyrazić można summą :

$$\frac{\Pi \theta}{g} \Sigma \omega v^3,$$

rozciągającą się do całego przecięcia MNP . Przyrost ilości ruchu będzie zatem równy :

$$\frac{\Pi \theta}{g} (\Sigma \omega v'^2 - \Sigma \omega v^2),$$

gdzie pierwsza summa odnosi się do przecięcia CD a druga do przecięcia AB .

Oznaczmy przez Y i Y' odległości środków ciężkości przecięć AB i CD od poziomów wody na tych przecięciach. Ciśnienia średnie, pomijając ciśnienie atmosferyczne, będą $\Pi Y \Omega$, $\Pi Y' \Omega$, a summa ich popędów będzie :

$$\Pi (\Omega Y - \Omega Y') \theta.$$

Mamy więc wreszcie równanie :

$$\frac{\Pi \theta}{g} (\Sigma \omega v'^2 - \Sigma \omega v^2) = \Pi (\Omega Y - \Omega Y') \theta.$$

Summy $\Sigma \omega v^2$ i $\Sigma \omega v'^2$ wyrazimy iloczynami $\alpha' \Omega U^2$, $\alpha' \Omega U'^2$,

w których α' jest współczynnik poprawki mogący być uważany za stały, a U i U' prędkości średnie na przecięciach AB i CD . Kładąc

$$v = U + w,$$

mieć będziemy :

$$\Sigma \omega v^3 = U^2 \Sigma \omega + \Sigma \omega w^2,$$

gdź wyraz

$$\Sigma \omega v = 0.$$

Widzieliśmy zaś w ustępie n. 93, że :

$$\Sigma \omega v^3 = U^3 \Omega + \Sigma \omega v^2 (3U + w),$$

a pomijając w tem równaniu w wobec $3U$, otrzymamy :

$$\Sigma \omega v^3 = \Omega U^3 + 3U \Sigma \omega w^2;$$

że zaś

$$\Sigma \omega v^3 = \alpha \Omega U^3,$$

na mocy ustępu n. 93, gdzie α jest współczynnikiem stałym określonym w ustępie n. 94, wypada złąd :

$$\Sigma \omega w^2 = \frac{(\alpha - 1) \Omega U^2}{3}.$$

Zatem :

$$\Sigma \omega v^2 = U^2 \Omega + \frac{(\alpha - 1) \Omega U^2}{3} = \Omega U^2 \left(1 + \frac{\alpha - 1}{3} \right).$$

Że zaś położyliśmy poprzednio :

$$\Sigma \omega v^2 = \alpha' \Omega U^2,$$

więc

$$\alpha' = 1 + \frac{\alpha - 1}{3}.$$

Tak więc współczynnik stały α' wchodzący w równanie podskoku powierzchni Bélanger'a, jest związany stałym związkiem z współczynnikiem α odnoszącym się do ruchu zmiennego. Związek ten zgadza się z wzorami doświadczalnymi p. Bazin, z których jeden :

$$\alpha = 1 + 210 A,$$

podaliśmy w ustępie n. 94, a z których drugi jest :

$$\alpha' = 1 + 70 A.$$

W obu wzorach A ma tę samą wartość jak dla biegu jednostajnego, to jest zależną od natury ścian kanału i promienia średniego przecięcia. Ponieważ jednak położyliśmy średnio :

$$\alpha = 1,1,$$

przeto

$$\alpha' = 1 + \frac{0,1}{3} = 1,033.$$

Równanie Bélanger'a, na mocy wszystkiego co powiedzieliśmy, przybiera kształt :

$$\alpha' \left(\frac{\Omega U^2}{g} - \frac{\Omega U'^2}{g} \right) = \Omega Y - \Omega' Y',$$

po zniesieniu po obu stronach wspólnego czynnika $\Omega\theta$. Skoro kształt koryta i wydatek prądu są znane, wyrazić można wszystkie wyrazy równania w funkcjach głębokości Y i Y' prądu przed i poza podskokiem powierzchni, i wtedy mając wartość jednej z nich, będziemy mogli otrzymać natychmiast wartość drugiej. W każdym razie możemy obliczyć wysokość podskoku w B (fig. 57), która to wysokość jest prawie równa różnicy

$$Y - Y',$$

gdyż spadek dna koryta między dwoma uważanemi przecięciami AB i CD (fig. 58) jest bardzo słaby.

105. Przypadek koryta prostokątnego. — We wszystkim co następuje, przyjmiemy dla uproszczenia, że koryto podskoku powierzchni ma kształt graniastosłupa prostokątnego, to jest że jego spadek i szerokość są stałe a ściany boczne pionowe. Mamy wtedy :

$$\frac{\Omega'}{\Omega} = \frac{h'}{h},$$

gdzie h' i h są głębokości prądu na przecięciach CD i AB (fig. 58). Nadto ponieważ :

$$\Omega U' = \Omega U,$$

zatem na mocy powyższego :

$$U' = U \frac{\Omega}{\Omega'} = U \frac{h}{h'},$$

Wreszcie :

$$Y' = \frac{1}{2} h',$$

$$Y = \frac{1}{2} h,$$

i równanie Bélanger'a przybiera kształt :

$$\alpha \frac{U^3}{2g} \cdot \frac{(h - h')}{h} = \frac{1}{4} \frac{(h^2 - h'^2)}{h}.$$

Skoro elementy odnoszące się do przecięcia górnego Ω , to jest h i U są znane, a kwestya podskoku powierzchni w ten sposób zwykle się przedstawia, widzimy że równanie powyższe jest trzeciego stopnia względem h' ; jego trzy pierwiastki są rzeczywiste i nierówne : pierwszy $h' = h$ odpowiada bie-

gowi jednostajnemu i powinien być pominięty tak samo jak i drugi dający wartość h' ujemną: pozostaje więc tylko trzeci pierwiastek następujący :

$$h' = -\frac{1}{2}h + \sqrt{\left(\frac{1}{2}h\right)^2 + 4\alpha'h\frac{U^2}{2g}},$$

który daje głębokość h' w dole podskoku, a tem samem i wysokość rzeczywistą podskoku.

Oczywiście, zasadniczy warunek ażeby podskok powierzchni mógł mieć miejsce, określony jest nierównością

$$h > h',$$

która łącznie z powyższą otrzymaną wartością h' daje :

$$\alpha' \frac{U^2}{2g} > \frac{h}{2}.$$

Widzimy ztąd, że podskok powierzchni może mieć miejsce tylko na prądach ożywionych znaczną prędkością: dla koryta prostokątnego potrzeba aby wysokość odpowiadająca prędkości średniej wody przyplływającej, była większa od połowy wysokości rzecięcia, co tłumaczy dlaczego prądy ożywione słabą prędkością a bardzo głębokie, nie przedstawiają nigdy tego zjawiska.

Lecz jeżeli prąd czyni zadość temu zasadniczemu warunkowi, czyż to ma znaczyć, że podskok powierzchni koniecznie musi mieć miejsce? Nie, oczywiście. Jeżeli naprzykład zasilamy stale wodą długą pogródkę, mocno nachyloną do poziomu, a na końcu której woda wylewa się swobodnie, ze wszech stron otoczona powietrzem, każde z przecięć poprzecznych tego prądu sztucznego będzie w możności podniesienia się w podskok, a jednak zjawisko nie będzie miało miejsca, z powodu nieobecności *przyczyny bezpośredniej*, koniecznej do wytworzenia się zjawiska w pewnym punkcie raczej niż w innym.

Ale jeżeli ten sam prąd wchodzi w zbiornik, którego poziom coraz więcej się podnosi, wtedy przyjdzie chwila, że podskok powierzchni wytworzy się w punkcie, którego położenie zależy będzie od wysokości wody w zbiorniku dolnym a ten podskok posuwać się będzie nieskończenie w górę prądu w miarę powiększania się pomienionej wysokości.

Żeby zatem, podskok powierzchni rzeczywiście miał miejsce, potrzeba nietylko aby jego istnienie było możliwem, ale nadto ażeby jakakolwiek przeszkoda położona w dolnej części prądu, podniosła jego oś hydrauliczną na wysokość taką, iżby jej połączenie z powierzchnią dolną górnej części prądu, nie mogło mieć miejsca inaczej, jak przez pośrednictwo raptownego podskoku. Innemi słowy, potrzeba aby wody górnej części prądu, ożywione dość znaczną prędkością w skutku specjalnych urządzeń, nie mogły w następstwie odpływać w odpowiedni im sposób, jak tylko doznając raptownego zmniejszenia prędkości, któremu towarzyszy podniesienie powierzchni wolnej prądu.

Powiedzieliśmy na wstępie niniejszego rozdziału, że skoro podskok powierzchni ma miejsce, wtedy dla prądu płynącego w korycie przyrządczem, którego przecięcie poprzeczne jest jakiegokolwiek :

$$\alpha \frac{U^2 L}{g \Omega} = 1,$$

czyli dla przecięcia prostokątnego, ponieważ $\Omega = Lh$:

$$\alpha \frac{U^2}{gh} = 1.$$

Głębokość prądu czyniąca zadość temu równaniu jest H ; powiedzieliśmy zaś w ustępie n. 102, § *f*, że tylko osie hydrauliczne położone pod prostą H mogą się podnosić w podskok. Ażeby więc podskok powierzchni mógł mieć miejsce trzeba

aby : głębokość prądu h była mniejsza od H' czyli mniejsza od wartości h wypadającej z ostatniego równania. Mamy zatem :

$$\alpha \frac{U^2}{g} > h,$$

albo

$$\alpha \frac{U^2}{2g} > \frac{h}{2};$$

poprzednio zaś otrzymaliśmy warunek

$$\alpha' \frac{U^2}{2g} > \frac{h}{2}.$$

Te dwa warunki nie są zupełnie zgodne, ale należy także wziąć pod uwagę, że współczynniki α i α' nie są ściśle oznaczone i że oba są liczbami niewiele większymi od jednośc i różniącemi się bardzo mało. Doświadczenie pokazuje zresztą, że skoro U^2 jest bardzo blizkie gh , to jest skoro stosunki :

$$\frac{\alpha U^2}{2g} \frac{h}{h} \text{ i } \frac{\alpha' U^2}{2g} \frac{h}{h}$$

są nieco tylko większe od jednośc i, zjawisko podobne podskoku powierzchni nie przedstawia się w całej rozciągłości ; przeciwnie zaś przedstawia się bardzo silnie, skoro U^2 jest znacznie większe od gh , jak to miało miejsce w doświadczeniach Bidone'a.

Gdybyśmy z równania Bélanger'a wyrugowali U , a nie U' jak to uczyniliśmy na początku niniejszego ustępu, otrzymalibyśmy kolejno, tym samym sposobem co i poprzednio :

$$\alpha' \frac{U^2}{2g} \frac{(h-h')}{h} = \frac{1}{4} \frac{(h^2-h'^2)}{h'}$$

$$h = -\frac{1}{2} h' + \sqrt{\left(\frac{1}{2} h'\right)^2 + 4\alpha' h' \frac{U^2}{2g}},$$

a że $h' > h$, czyli

$$h' > -\frac{1}{2}h' + \sqrt{\left(\frac{1}{2}h'\right)^2 + 4\alpha'h'\frac{U^2}{2g}},$$

wynika ztąd :

$$\alpha'\frac{U^2}{2g} < \frac{h'}{2}.$$

Że zaś H' czyni zadość równaniu

$$\alpha\frac{U^2}{gh} = 1,$$

zatem

$$H' < h'.$$

Widzimy przeto że głębokość H' jest pośrednia pomiędzy głębokościami przed i poza podskokiem powierzchni, która tym sposobem służy za połączenie dwóch gałęzi osi hydraulicznej, położonych pierwsza pod a druga nad prostą H' . Jak powiedzieliśmy w ustępie n. 103, podskok powierzchni łączy zwykle jedną z osi B_1 , B_2 lub B_j z osią B_3 .

106. Strata ciężenia wynika z podskoku powierzchni. — Według twierdzenia Bernoulli'ego, podanego w ustępie n. 15, różnica wzniesień płazczyzny ciężenia dla dwóch punktów strugi jest równa stracie ciężenia. Biorąc dno kanału za płazczyznę porównania, mamy dla przecięcia prądu poprzedzającego podskok powierzchni wzniesienie płazczyzny ciężenia równe :

$$\frac{U^2}{2g} + h,$$

a dla przecięcia poza podskokiem :

$$\frac{U^2}{2g} + h',$$

pomijając w obu razach wysokość $\frac{p_0}{\Pi}$, odpowiadającą ciśnieniu powietrza. Oznaczywszy stratę ciężenia przez ξ , będziemy mieli :

$$\xi = \frac{U^2}{2g} - \frac{U'^2}{2g} + h - h'.$$

Z drugiej strony, dwa równania wywiedzione w poprzednim ustępie :

$$h' = -\frac{1}{2}h + \sqrt{\left(\frac{1}{2}h\right)^2 + 4\alpha'h\frac{U^2}{2g}},$$

$$h = -\frac{1}{2}h' + \sqrt{\left(\frac{1}{2}h'\right)^2 + 4\alpha'h'\frac{U'^2}{2g}},$$

dają :

$$\frac{U^2}{2g} = \frac{\alpha'h'}{4h}(h' + h),$$

$$\frac{U'^2}{2g} = \frac{\alpha'h}{4h'}(h' + h),$$

z kąd

$$\begin{aligned} \frac{U^2}{2g} - \frac{U'^2}{2g} &= \frac{\alpha'}{4}(h' + h)\left(\frac{h'}{h} - \frac{h}{h'}\right) \\ &= \frac{\alpha'}{4hh}(h' + h)^2(h' - h). \end{aligned}$$

Wstawiwszy tę wartość w powyższe wyrażenie na ξ , otrzymamy :

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{\alpha'}{4hh}(h' + h)^2(h' - h) - (h' - h) \\ &= \frac{\alpha'}{4hh}(h' - h)[(h' + h)^2 - 4h'h], \end{aligned}$$

albo

$$\xi = \frac{\alpha'(h' - h)^3}{4h'h}$$

Ta strata ciężenia jest zawsze rzeczywista i dodatna w przypadku podskoku powierzchni, sprawiającego powiększenie głębokości; wyrażenie jej jest o tyle ścisłe, ile równanie Bélanger'a, z którego wyprowadziliśmy wzór na stratę ciężenia, zgadza się z wypadkami doświadczeń.

Powiadamy: « w przypadku podskoku powierzchni sprawiającego powiększenie głębokości », gdyż zauważyć trzeba, że przypuściwszy $h > h'$ to jest raptowne obniżenie się powierzchni prądu, cała teoria podskoku powierzchni pozostaje bez zmiany, a tylko nierówność określająca warunek zasadniczy się wywraca. Nie wydaje się zatem bezwzględnie niepodobnem istnienie podobnego podskoku odjemnego, jakkolwiek w tym przypadku strata ciężenia ξ stałaby się odjemną i wskazywała nabytek ciężenia, a praca sił wynikłych z lepkości byłaby dodatnią między dwoma przecięciami krańcowymi podskoku, podczas gdy przyrównywając te siły do tarcia, uważaliśmy zawsze ich pracę za odjemną. Ale wyrażenie ξ nie jest niewątpliwe, a nadto, jak słusznie mówi p. Bresse: « natura działań międzycząsteczkowych w cieczach, jest zbyt mało znaną, abyśmy mogli mieć zupełną pewność co do znaku ich pracy. Działania wewnętrzne sprawiają przecież pracę poruszającą w sprężynie, która się rozwija: czyżby woda, posiadająca także właściwą sobie sprężystość, nie mogła działać na podobieństwo sprężyny (*) »?

P. Bresse dodaje, że zanim istnienie podskoku odjemnego uważać będzie można za zupełnie pewne, czekać należy na materialne jego urzeczywistnienie w doświadczeniach. Otóż p.

(*) *Hydraulique*, deuxième éd., str. 306.

Boudin znalazł w jednej z późniejszych rozpraw Bidone'a (*) kilka doświadczeń urzeczywistniających oś złożoną A_3A_2 to jest mniej więcej krzywą ABCO (fig. 55), a p. Bazin, w doświadczeniach o których mówić będziemy niżej, otrzymał także raptowne obniżenie powierzchni wolnej prądu przedstawiające wiele podobieństwa z podskokiem, o którym mówimy. Nie wiemy dlaczego nie wspomina o tem wszystkim p. Bresse, w wydaniu swego dzieła późniejszym niż prace pp. Boudin i Bazin.

107. Poszukiwania doświadczalne nad podskokiem powierzchni. — Mówiliśmy już o doświadczeniach Bidone'a, które pierwsze zwróciły uwagę uczonych na zjawisko podskoku powierzchni. W jednym z tych doświadczeń mieliśmy:

$$h = 0,062$$

$$U = 1,683;$$

biorąc nadto

$$z = 1,033,$$

otrzymamy:

$$h' = -\frac{h}{2} + \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + 4z'h \frac{U^2}{2g}}$$

$$= -0,031 + \sqrt{0,000964 + 0,0377892}$$

$$= -0,031 + 0,197 = 0^m,166.$$

Zatem wysokość podskoku w punkcie B (fig. 57) będzie:

$$h' - h = 0,166 - 0,062 = 0^m,104,$$

a Bidone otrzymał z doświadczenia $0^m,128$. Bélanger porównyując wypadki doświadczeń Bidone'a, podane w stre-

(*) *Pamiętniki Akademii umiejętności w Turynie*, t. XXX z roku 1826, str. 240-241.

szczeniu w tablicy ustępu n. 103, z wypadkami swego równania, otrzymał:

Szereg doświadczeń.	No	$h' - h$	Wysokość	Różnica.
		według wzoru.	podskoku w B.	
		m	m	m
1y	1	0,0818	0,0814	+0,0004
	2	0,0919	0,0859	+0,0050
	3	0,0792	0,0836	-0,0044
	4	0,0843	0,0864	-0,0019
2i	1	0,1312	0,1233	+0,0079
	2	0,1303	0,1250	+0,0053
	3	0,1281	0,1278	+0,0003
	4	0,1265	0,1311	-0,0046
	5	0,1373	0,1346	+0,0027
3i	1	0,1696	0,1502	+0,0194
	2	0,1739	0,1557	+0,0182
	3	0,1762	0,1592	+0,0170

Widzimy więc, że różnice wypadków teorii i doświadczeń są niekiedy dość znaczne, jak się o tem przekonamy jeszcze rozbiierając doświadczenia p. Bazin.

Bélangier wykonał także razem z Mary'm, bardzo ciekawe doświadczenie, pokazujące w jaki sposób podskok powierzchni używany być może do powiększenia w pewnych warunkach wydatku otworu.

Naczynie, w którem woda utrzymywana jest ciągle na stałym poziomie AB (fig. 60), opatrzone zostaje w C otworem rozszerzonym na wewnątrz w kształcie żyły ściśnionej. Woda wychodząc przez ten otwór dostaje się do drugiego naczynia MN, w którego bocznej ścianie jest zrobiony otwór HL, zamykany mniej lub więcej stawidłem K. Można więc regulować wypływ wody z drugiego naczynia w ten sposób, aby się wytworzyło zjawisko podskoku powierzchni, czyli aby poziom wody w drugim naczyniu ustalił się wzdłuż płaszczyzny poziomej FG, nie zatapiając otworu E. Raz to zrobiwszy, do:

przewodzić można poziom FG do największej wysokości możliwej, opuszczając stopniowo stawidło K. Zatrzymuje się na-

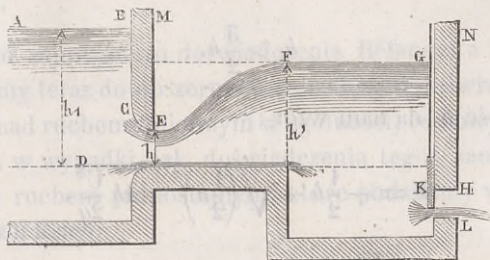


Fig. 60.

stępnie poziom nieco pod punktem, w którym płazczyzna FG rozciąga się na całej powierzchni naczynia i otwór C jest zupełnie zakryty.

Weźmy wzniesienia h_1 , h i h' , poziomów AB, E i FG ponad stałą płazczyznę poziomą D. Prędkość wypływu przez otwór C zależy będzie od wysokości $h_1 - h$; jeżeliby zaś otwór był zatopiony do wysokości h' , prędkość ta zależałaby tylko od wysokości $h_1 - h'$. Ażeby podskok miał miejsce, trzeba uczynić zadość warunkowi:

$$\alpha' \frac{U^2}{2g} > \frac{h}{2},$$

albo

$$\alpha' \frac{U^2}{gh} > 1,$$

gdzie U jest prędkością średnią na przecięciu E. Lecz

$\frac{U^2}{2} = h_1 - h$, zatem warunek podskoku jest:

$$\frac{2\alpha'(h_1 - h)}{h} > 1,$$

albo czyniąc dla uproszczenia $\alpha' = 1$:

$$2h_1 > 3h,$$

$$h_1 > \frac{3}{2}h.$$

Wysokość h' da nam wzór:

$$h' = -\frac{1}{2}h + \sqrt{\left(\frac{1}{2}h\right)^2 + 4h \frac{U^2}{2g}},$$

w którym kładąc $\frac{U^2}{2g} = h_1 - h$, otrzymamy:

$$h' = -\frac{1}{2}h + \sqrt{4hh_1 - \frac{15}{4}h^2}.$$

Gdyby otwór był całkowicie zatopiony aż do wysokości h , prędkość wypływu byłaby tylko:

$$\sqrt{2g(h_1 - h)}.$$

Jeżeli AB i FG przedstawiają dwie po sobie następujące części prądu wprowadzające w ruch koła hydrauliczne, widzimy że obecność podskoku powierzchni pozwala fabryce położonej w E spożytkować spadek $h_1 - h$, bez potrzeby obniżania poziomu FG, to jest bez sprawiania szkody fabryce dolnej. Zdawałoby się, więc że tym sposobem dzieląc prąd na części poprzedzane każdym podskokiem powierzchni, wyciągnąć można ze spadku wody, pracę mechaniczną większą od iloczynu ciężaru spadającego przez całkowitą wysokość spadku, co by było w sprzeczności z zasadami mechaniki. Sprzeczność ta jest tylko pozorną, i znika zupełnie, jeżeli bierzemy pod uwagę prędkość cząsteczek cieczy i straty ciężenia towarzyszące każdemu podskokowi powierzchni. Ale w prądach poruszających maszyny hydrauliczne, siła żywa cieczy jest zwykle w wielkiej części zniszczona tarciami o ściany kanału, i praca siły cięż-

kości w spadku jest jedyną pracą poruszającą, jaką koło hydrauliczne odbiera. Pożytek zatem podskoku powierzchni jest widoczny.

Od tego zajmującego doświadczenia Bélanger'a i Mary'ego przejdziemy teraz do obszernych poszukiwań doświadczalnych p. Bazin, nad ruchem zmiennym w ogólności, równie świetnych i obfitych w wypadki, jak doświadczenia tegoż samego inżyniera nad ruchem jednostajnym, które podaliśmy w rozdziale II niniejszej Księgi.

Sprawozdanie z doświadczeń nad biegiem zmiennym wody w kanałach odkrytych zajmuje czwartą część pierwszego tomu dzieła: *Recherches hydrauliques* pp. Darcy i Bazin. P. Bazin podaje tam naprzód w skróceniu dyskusyją równania osi hydraulicznej w przypadku koryta prostokątnego, uważając kolejno:

$$\frac{\alpha U^2}{gH} < 1 \quad \text{i} \quad \frac{\alpha U^2}{gH} > 0,$$

które to nierówności odpowiadają:

$$H > H' \quad \text{i} \quad H < H'$$

jakie uważaliśmy w ustępie n. 102, § (c), a nadto każdy z tych przypadków dzieli na dwa inne:

$$h > H \quad \text{i} \quad h < H,$$

odpowiadające osiom hydraulicznym położonym nad i pod osią biegu jednostajnego. Tak więc podział p. Bazin, pogodzić można z podziałem i oznaczeniami p. Boudin w sposób następujący:

PRZYPADEK PIERWSZY: $\frac{\alpha U^2}{gH} < 1$ czyli $H > H'$, osie hydrauliczne rodzaju A.

- 1) $h > H$, oś A_1 podniesienia,
- 2) $h = H$, oś A_j biegu jednostajnego,
- 3) $h < H$, oś A_2 i A_3 obniżenia.

PRZYPADEK DRUGI : $\frac{\alpha U^2}{gH} > 1$, czyli $H < H'$, osie hydrauliczne rodzaju B.

- 1) $h > H$, osie B_1, B_2 podniesienia,
- 2) $h = H$, oś B_j biegu jednostajnego,
- 3) $h < H$, oś B_3 obniżenia.

Pan Bazin uważa naprzód w pierwszym przypadku oś A_3 ako wypadek analizy nieprzedstawiający żadnego pożytku w praktyce, gdyż jeżeli $h < H$, oś A_2 kończy się w dalszej swej części spadkiem raptownym, prostopadłym do dna kanału. Tak samo w drugim przypadku oś B_3 obniżenia zamienia się w podobnyż spadek. Jednym słowem p. Bazin nie przyjmuje zupełnie istnienia osi obniżenia przedłużających się nieskończenie w dół prądu. Wszędzie gdzie je daje rachunek, p. Bazin zauważył raptowny spadek powierzchni, to jest pewnego rodzaju podskok odjemny. Spadek ten wytworzony być może przez raptowne obniżenie dna kanału, jak to przedstawia fig. 61, wyjęta z dzieła p. Bazin (*).

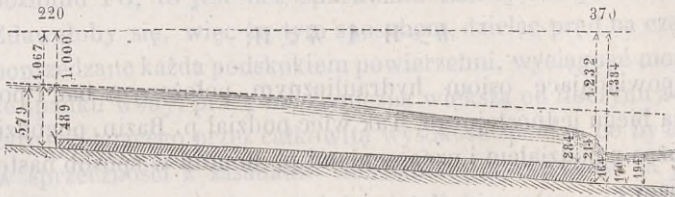


Fig. 61.

Wypadki doświadczenia, do którego się odnosi powyższa figura, były następujące :

(*) *Recherches hydrauliques*, première partie. Planche XXV, fig. 3.

Rów z desek pokrytych listewkami szerokiemi $0^m,027$ a oddalonymi jedna od drugiej o $0^m,05$.

Spadek rowu $0^m,0015$. Szerokość $1^m,960$. Inne wymiary jak na figurze.

Odległość od początku rowu.	Głębo- kość.	Odległość od początku rowu.	Głębo- kość.	Odległość od początku rowu.	Głębo- kość.	Odległość od początku rowu.	Głębo- kość.
m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.
220,00	0,489	237,01	0,470	300,20	0,455	340,92	0,410
222,82	0,482	260,09	0,474	304,24	0,452	343,64	0,404
228,49	0,472	263,43	0,467	307,79	0,447	346,68	0,399
228,39	0,480	267,07	0,464	311,07	0,444	349,74	0,388
231,17	0,480	270,70	0,469	313,72	0,444	352,68	0,383
234,15	0,479	273,80	0,461	316,96	0,434	355,64	0,383
236,99	0,482	276,96	0,460	320,00	0,435	358,43	0,365
239,63	0,483	279,90	0,460	323,65	0,432	361,16	0,346
242,33	0,479	283,78	0,453	326,40	0,429	363,64	0,343
244,95	0,477	287,40	0,455	329,44	0,425	366,26	0,337
248,05	0,476	291,28	0,454	332,18	0,423	368,90	0,284
250,99	0,475	294,00	0,457	330,34	0,415	370,26	0,214
283,61	0,471	297,04	0,450	338,30	0,413		

Ale dowodne wykazanie egzystencji tego podskoku odjemnego nie jest jedyną zasługą p. Bazin. Z wielkiej liczby swych doświadczeń nad biegiem zmiennym obliczył on wartości współczynników A , α , α' , które podaliśmy w poprzednim rozdziale. Podjąwszy kwestyą rozkładu prędkości na przecięciu poprzecznym prądu przedstawiającego jedną z osi hydraulicznych podniesienia, doszedł p. Bazin do wniosku, że ten rozkład prędkości jest prawie taki sam jak na przecięciu poprzecznym prądu ożywionego biegiem jednostajnym. Podaną jest także w jego dziele znaczna liczba doświadczeń nad podskokiem powierzchni dodatnym. Porównywając ich wypadki z wypadkami równania Bélanger'a spostrzegamy dość znaczne różnice, które uwidocznia następująca tablica. Odnosi się ona do szeregów 92 i 95 doświadczeń p. Bazin, których wypadki podane są w dziele *Recherches Hydrauliques*, 1^{re} part., str. 289 i 290.

Numer doświadczenia	Przecięcie prądu przed podskokiem.		Przecięcie prądu poza podskokiem.		Różnice odjemne.
	y .	$\frac{U^2}{2g}$	h' z równań.	h' z do- świadczeń.	
Szereg n. 92.					
1	m. 0,090	m. 0,148	m. 0,190	m. 0,224	0,15
2	0,127	0,210	0,268	0,285	0,06
3	0,174	0,219	0,326	0,342	0,03
4	0,486	0,250	0,348	0,377	0,08
5	0,209	0,253	0,367	0,450	0,18
6	0,213	0,298	0,409	0,434	0,06
7	0,241	0,282	0,415	0,447	0,07
8	0,161	0,286	0,431	0,499	0,44
Szereg n. 93.					
1	0,790	0,456	0,869	1,017	0,15
2	0,430	0,681	0,888	0,925	0,03

Tablica ta pokazuje, że równanie Bélanger'a prowadzić może niekiedy do błędów dość znacznych, będących wynikiem niedokładności tak doświadczeń jak i teorii. Jak zauważył p. Bazin, zjawisko podskoku powierzchni, nie przedstawia owej prostoty, przypuszczonej w celu ujęcia go w rachunek, i towarzyszą mu zawsze pewne falowania i wzburzenia powierzchni wolnej prądu, które utrudniają mierzenie głębokości. P. Bresse zwraca znów uwagę na błędy teoretyczne, prowadzące, jak to pokazuje powyższa tablica, do głębokości h' zbyt małych. Błędy te zmniejszone znacznie przez użycie współczynnika α' obliczonego przez p. Bazin, są jeszcze często dość znaczne, aby wypadki równania Bélanger'a uważać było można tylko jako przybliżone.

Ostatni szereg doświadczeń nad podskokiem powierzchni, podanych w dziele p. Bazin, zawiera dwa ciekawe podskoki zaobserwowane przez p. Baumgarten, pierwszy (fig. 62) na kanale marsylskim przy moście akweduku de Roquefavour,

a drugi (fig. 63 i 64) na kanale de Craponne przy moście akweduku de la Crau.

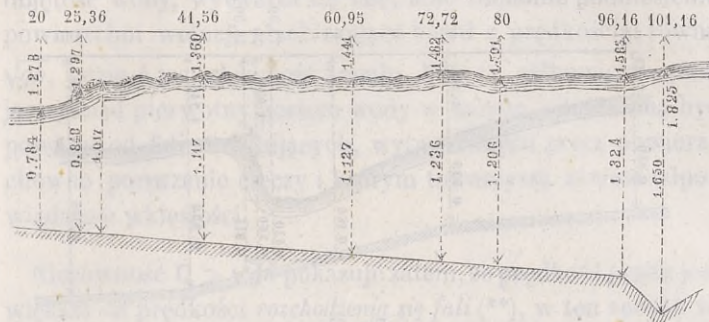


Fig. 62.

Doświadczenia p. Bazin czynione na rowach kanału burgundzkiego, polegały na zagradzaniu w ukos tych rowów zastawą z desek; woda odpływała albo przez przewał, albo przez otwór na dnie zastawy, zamykany stawidłem. Zdejmowano starannie w każdym doświadczeniu kształt osi hydraulicznej prądu. Pan Bazin zdołał sprawdzić tym sposobem, że podskok jest tem raptowniejszy i krótszy, im większy jest stosunek $\frac{\alpha U^2}{gh}$, i że jest przeciwnie bardzo długi i zaledwie widzialny, skoro ten stosunek przewyższa jedność małym tylko ułamkiem. Podskok obserwowany przez p. Baumgarten na kanale marsylskim, a przedstawiony na fig. 62 przedstawia ten charakter. Podskok ten wytworzony był nie przez zagrodzenie prądu zastawą, ale przez szybkie jego rozszerzenie, przy wyjściu wody z mostu akweduku de Roquefavour. Prędkość biegu wody zmniejszała się raptownie skutkiem powiększenia przecięcia, równoważącego niejako zagrodzenie prądu. Podskok na kanale marsylskim zajmował długość 75 metrów, a na całej tej długości powierzchnia wody przedstawiała szereg fal. Podskok na kanale de Craponne, przedstawiony na fig. 63, wytworzony został przez nagłą zmianę spadku dna

kanalu i był niżej silniejszy niż na kanale de Roquefavour. Falowanie powierzchni poza podskokiem było nierównie

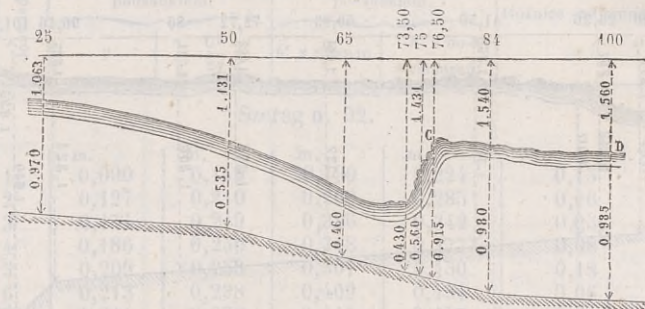


Fig. 63.

wybitniejsze w środku kanału niż przy brzegach, jakto pokazuje fig. 64. Wysokość tego podskoku była $0^m,45$ a różnica wy-

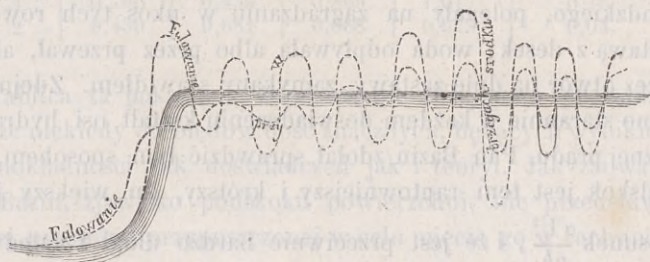


Fig. 64.

sokości odpowiadających prędkościom na przecięciach poprzecznych przed i poza podskokiem $0^m,56$, to jest większa o 11 centymetrów, co pokazuje że szybka zmiana przecięcia i wynikające z niej wzburzenie strug cieczy wytwarzają stratę ciężenia równą $0^m,11$. Falowanie powierzchni wolnej uwidocznione na fig. 64 utrudniało mierzenie głębokości. Co się tyczy tego falowania, uczynił p. Bazin przypuszczenie, które jak nam mówi « nie ma wprawdzie wartości dowodzenia, jest wszakże bardzo ciekawe ». Przypuściwszy $\alpha = 1$, warunek istnienia podskoku przyjmuje kształt $U > \sqrt{gh}$, i może być tłumaczony w sposób następujący.

W jednej rozprawie ogłoszonej w r. 1845 (*), John Scott Russel dowiódł, że rzucając na jeden punkt kanału pewną objętość wody, wytwarza się falę, albo ruchome podniesienie powierzchni wolnej, przebiegające kanał z prędkością równą \sqrt{gh} , gdzie h jest głębokość kanału. Fala ta, całkowicie wystająca ponad pierwotny poziom wody w kanale, odróżnioną być powinna od fali oscylujących, wytworzonych przez powierzchniowe poruszenie cieczy i którym towarzyszą zawsze odpowiadające wklęsłości.

Nierówność $U > \sqrt{gh}$ pokazuje zatem, że prędkość prądu jest większa od prędkości *rozchodzenia się fali* (**), w ten sposób że fale powracać nie mogą w górę prądu, gdyż przewyżka prędkości tego ostatniego, unosi je w kierunku biegu. Okoliczność ta pozwala pojąć możność raptownego podskoku powierzchni; woda podskoku dąży ciągle do opadnięcia i wytwarza falę, która by się rozchodziła w górę prądu; ale to rozchodzenie się nie jest możliwe, gdyż fala uniesioną zostaje natychmiast z powodu znacznej prędkości prądu. Gdyby ta prędkość zmniejszoną została raptownie w ten sposób aby się stała mniejszą od prędkości rozchodzenia się fali, utworzyłaby się wtedy fala i zaczęła postępować w górę prądu. P. Bazin wykonał kilkakrotnie to doświadczenie, i przekonał się, że przy zmniejszeniu prędkości podskok rzucał się zawsze w górę prądu. « To zbliżenie, dodaje p. Bazin (***), nie ma w sobie nic ścisłego; zasługuje jednak na uwagę, przedstawiając analogią dwóch zjawisk zupełnie odrębnych. »

Podobnego rodzaju uwagę uczynił także nasz były profesor p. Collignon(****). Rozlewanie się fali przebiegającej z wielką prędkością brzeg morski z lekka pochylony do poziomu, jest

(*) *Report of the fourteenth meeting of the British association for the advancement of science, held at York in september 1844, London 1845.*

(**) Prawa rozchodzenia się fal podamy w następującym rozdziale.

(***) *Recherches hydrauliques, première partie, Introduction, str. 34.*

(****) *Hydraulique, str. 303.*

według niego zjawiskiem podobnem do podskoku powierzchni. Jeżeli U jest prędkością fali wbiegającej na brzeg, wtedy przychodzi chwila, że głębokość h staje się taką iż mamy $U^2 = gh$. Poza tym punktem $U > \sqrt{gh}$ i podskok powinien się wytworzyć. Równoległość strug jest wtedy nagle zniszczoną i ma miejsce wzburzenie, poza którem głębokość staje się większą a prędkość mniejszą. Fala niknie zatem na brzegu morskim, tracąc swą prędkość w sposób przerywany, za każdym razem jak równoległość strug zostaje przerywana. Straciwszy swą prędkość, masa ta wody opada wzdłuż równi pochyłej brzegu i spotyka podstawę nowej fali podnoszącej się. Spotkanie to wytwarza tak nazwaną *wolutę* to jest wylanie się wierzchołka podnoszącej się fali na masę cieczy zchodzącą wzdłuż równi pochyłej.

108. Wykreślenie osi hydraulicznej prądu. — Wdzieliśmy w poprzednim rozdziale, że z pomocą równania biegu zmiennego, z którego wypływa równanie osi hydraulicznej, wykreślić można we wszystkich prawie przypadkach oś pojedynczą prądu. Co do osi złożonych, to mając teraz równanie podskoku powierzchni i mogąc wyznaczyć pierwszy punkt osi położonej ponad prostą H' , będziemy mogli także skutecznie ich wykreślenie. Poszukiwanie hydraulicznych osi prądów, czyli poszukiwanie przekroju podłużnego powierzchni wody w kanałach odkrytych, jest kwestyą przytrafiającą się bardzo często w praktyce a mianowicie w następujących okolicznościach. Jeżeli rzeka przedstawia na pewnej przestrzeni głębokości dość małe i jeżeli w celu przysposobienia jej do żeglugi, lub w celu zasilania jej wodą kanału bocznego, uznano za stosowne wybudowanie zastawy w pewnym jej punkcie; to wynikiem postawienia zastawy będzie ogólne podniesienie się poziomu wody w części rzeki tę zastawę poprzedzającej, z którego inżynier zdać sobie powinien sprawę przed rozpoczęciem budowy zastawy, a to w celu nabycia pewności iż pod-

niesienie poziomu wody nie pociągnie za sobą skutków szkodliwych dla gruntów nad brzegami rzeki leżących. Potrzebna więc jest znajomość sposobów wykreślenia osi hydraulicznej części rzeki przed zastawą, osi takiej jaka urzeczywistniona będzie po wybudowaniu zastawy. Ilości dane, na których oprzeć można rachunek w tym przypadku, są tu : wydatek prądu, wzniesienie poziomu wody na przecięciu poprzecznem niewiele odległem od zastawy a ją poprzedzającym (ustęp n. 28) i wreszcie znajomość pierwotnego stanu rzeki, to jest koryta i osi hydraulicznej przed postawieniem zastawy.

Przypuścimy tu, że podniesienie poziomu wody jest dość znaczne, aby ten poziom przed zastawą leżał wyżej niż proste H' , H , i uważać będziemy naprzód przypadek koryta pryzmatycznego ze stałym spadkiem, to jest taki jak w ustępie n. 102. Podobnie jak i tam rozważymy kolejno przypadki : $H > H'$ i $H < H'$.

1) $H > H'$, to jest spadek koryta umiarkowany czyli mniejszy od $\frac{Ag}{\alpha}$, albo od $0^m,00392$ na metr, gdy przypuścimy $A = 0,0004$, $\alpha = 1$. Ponieważ przed zastawą poziom wody leży ponad prostą H , przeto ten punkt krańcowy podłużnego przekroju powierzchni wolnej prądu należy do osi A_3 . Rzędne dalsze tej krzywej obliczymy za pomocą metod podanych w poprzedzającym rozdziale. Wyjąwszy rzadkie przypadki, oś ta przedłużać się będzie do nieskończoności w górę prądu i utworzy tym sposobem w całości szukany przekrój podłużny powierzchni prądu przed zastawą. Powierzchnia prądu zbliżać się będzie nieskończenie do płaszczyzny biegu jednostajnego, i zbliży się do niej tem więcej im dalej rozciąga się koryto prądu przed zastawą, nie przedstawiając na całej tej przestrzeni żadnej przerwy ciągłości, któraby zmieniała prawa biegu i wytwarzała nowy jaki przekrój. Przypadek ten przytrafia się bardzo często w praktyce, gdyż spadki większe od $3^m,92$ na kilometr są rzadkie.

2) $H < H'$. W tym przypadku spadek koryta jest silniejszy i oś hydrauliczna należy do rodzaju B. Ponieważ według przypuszczenia, krańcowy jej punkt w dole leży ponad H' , przeto ten punkt należy do osi B_3 ; a że nadto oś ta jest ograniczona w górze, nie będzie zatem mogła tworzyć przekroju podłużnego jak tylko na pewnej długości, przedstawiając we wszystkich punktach głębokości większe od H' . Skoro koryto prądu rozciąga się dalej w górę, wnosić trzeba koniecznie, do czego zresztą upoważniają nas liczne doświadczenia, że głębokości części prądu położonej dalej w górze są mniejsze od H' i że przejście od nich do osi B_3 ma miejsce przez pośrednictwo podskoku powierzchni. Tym sposobem skutek zastawy dałby się czuć tylko między nią a podskokiem, przed podskokiem zaś głębokości pozostałyby w stanie pierwotnym. Co się tyczy wysokości i położenia podskoku, to te elementy oznaczone być mogą przez próby. Wychodząc z któregośkolwiek punktu osi B_3 , weźmiemy głębokość w tym punkcie jako wartość h' i wprowadzimy ją w równanie Bélanger'a; otrzymamy tym sposobem odpowiadającą wartość h , a wszystkie podobne wartości pozwolą nam nakreślić pewną krzywą, której punkt przecięcia z pierwotną osią hydrauliczną prądu, da nam położenie podskoku.

Jego wysokość będzie równa różnicy $h' - h$ dla powyższego punktu spotkania.

Postępowanie podobne zastosować można do przypadku koryta jakiegokolwiek, z pomocą teorii i wzorów podanych w ustępie n. 96. Ale w każdym razie nienależy zapominać, że wszystkie te wskazówki teoretycznie otrzymane nie są ściśle pewne i że jeżeli często mogą się sprawdzić w rzeczywistości, często także mogą pozostać w niezgodzie z faktami. Zadanie powyższe uogólnia się jeszcze, skoro weźmiemy pod uwagę, że wydatek prądu na przecięciu położonym w pewnej odległości przed zastawą, podlega także jej wpływowi. Przypuściliśmy

poprzednio, że ten wydatek jest dany, czyli że prąd zasilany jest w wodę w punkcie dość oddalonym od zastawy, albo też zasilany naprzykład wypływem przez przewał położony dość wysoko, aby zastawa na swobodne zasilanie prądu żadnego wywierać nie mogła wpływu. Jeżeli tak nie jest, wydatek prądu liczy się do ilości szukanych i zadanie wysłowić można w sposób następujący, jak to uczynił p. Boudin :

Znając w zupełności koryto prądu nieustannego odkrytego i okoliczności, w jakich się odbywa jego zasilanie w wodę i odpływ tej ostatniej (to jest według wyrażenia p. Boudin, okoliczności *górne i dolne*), oznaczyć wydatek i wykreslić oś hydrauliczną.

Przypuścić można naprzykład, jako typ okoliczności górnych, że woda wchodzi do kanału przez otwór zamykany stawidłem, które podnosząc mniej lub więcej, przechodzić będziemy od otworu bardzo niskiego do otworu odkrytego zupełnie w części górnej; jako typ okoliczności dolnych, że woda wchodzi z kanału do zbiornika, którego poziom wody zmieniając stopniowo, przechodzić będziemy od maximum, w którym wejście wody do kanału jest zatopione, do minimum, w którym woda wylewa się swobodnie z kanału, ze wszech stron otoczona powietrzem.

Zadanie, w ten sposób postawione, prowadzi do badania wielkiej liczby szczególnych przypadków, których dyskusją bardzo trudną przedstawił p. Boudin z niezwykłym talentem. Nie wejdzimy tu jednak zupełnie w te szczegóły, z powodu wspomnianego wyżej braku ścisłej pewności, jaki przedstawiają wskazówki teoretyczne w tej kwestyi : « Teorya ogólna ruchu wody w kanałach odkrytych, mówi p. Bresse (*), przedstawia jedną ważną wadę, którą należałoby przedewszystkiem poprawić; przypuszcza ona *a priori* istnienie pewnych zjawisk

(*) *Hydraulique*, deuxième éd., str. 310.

i bada częściowo ich prawa, ale w sposób zbyt niezupełny aby można było wyznaczyć konieczne i dostateczne warunki ich istnienia. Co najwięcej, daje ona niekiedy warunki konieczne; ale nigdy niemożna ztąd być pewnym, że wypełnienie tych ostatnich pociągnie za sobą powstanie zjawiska. » Z drugiej znów strony Hydraulika doświadczalna daje wskazówki w tej kwestyi tak mało liczne i nieprzedstawiające związku i porządku, że te nie mogą wcale wypełnić niedostatku w teoryi. Poszukiwania szczegółowe p. Boudin o jakich mówimy, potrzebują poparcia specjalnych doświadczeń, których pora jeszcze nie przysłała.

ROZDZIAŁ V

PRZYKŁADY PRAKTYCZNE I INNE KWESTYJE TYCZĄCE SIĘ BIEGU WODY W KANAŁACH ODKRYTYCH. •

109. Przejście rzeki pod mostem. — Teorya biegu zmiennego, podana w poprzednich rozdziałach, przypuszcza zmiany ciągłe poprzecznego przecięcia koryta i nie może być stosowaną w przypadku zmian raptownych, sprzecznych z zasadniczem przypuszczeniem równoległości strug. Zmianom tym towarzyszą zwykle w cieczy gwałtowne wzburzenia wytwarzające stratę ciężenia, którą wprowadzić trzeba w rachunek, aby uczynić wzory zupełnie ścisłymi. Ponieważ prawa, którym ulegają te wzburzenia, są dotychczas bardzo mało znane, rozwiązanie przeto zadań odnoszących się do powyższej kwestyi nie jest zupełnie zadowalniające przy obecnym stanie Hydrauliki. Zadania tego rodzaju traktujemy w ustępach niniejszym i 111.

Przypuśćmy że rzeka płynie swobodnie w korycie, którego wymiary są znane, i że w pewnym oznaczonym punkcie koryta postawić trzeba most, którego filary zmniejszą przecięcie poprzeczne prądu, i spowodują pewne podniesienie poziomu

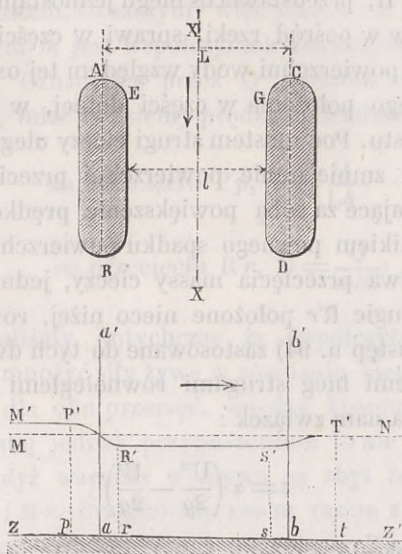


Fig. 65.

wody przed mostem. Oznaczenie wysokości tego podniesienia jest jedną z ważniejszych kwestyj sztuki inżynierskiej.

Oznaczmy przez l szerokość przestrzeni wolnej za warstwą między dwoma po sobie następującymi filarami mostu; a przez L szerokość rzeki przed postawieniem mostu, albo jeżeli uważamy tylko dwa filary, odległość ich osi. Strugi cieczy biegnące pierwotnie między dwiema prostymi AB i CD (fig. 65), zmuszone są po wybudowaniu mostu przebiegać przestrzeń mniejszą, zawartą między dwiema prostymi E i G. Niech będzie na przekroju podłużnym prądu płaszczyzną XX równo oddaloną od obu filarów: ZZ' dno rzeki, które możemy przypuścić ze stałym spadkiem, aa' i bb' , rzuty krawędzi

C i D filaru. Kierunek biegu wody oznaczony jest strzałą na figurze.

Prosta MN, równoległa do ZZ', i wzniesiona ponad nią na wysokość H, przedstawia oś biegu jednostajnego. Wybudowanie filarów w pośród rzeki, sprawi w części górnej prądu podniesienie powierzchni wody względem tej osi, a niezmieni jej pierwotnego położenia w części dolnej, w pewnej odległości od mostu. Pod mostem strugi cieczy ulegają ściśnieniu, z kąd wynika zmniejszenie powierzchni przecięcia poprzecznego, pociągające za sobą powiększenie prędkości. To ostatnie jest wynikiem pewnego spadku powierzchni, gdyż jeżeli weźmiemy dwa przecięcia masy cieczy, jedno P'p w górze mostu, a drugie R'r położone nieco niżej, równanie ruchu zmiennego (ustęp n. 94) zastosowane do tych dwóch przecięć, między którymi bieg strugami równoległymi nie jest zbyt naruszony, da nam związek :

$$z = \alpha \left(\frac{U'^2}{2g} - \frac{U^2}{2g} \right),$$

opuszczając tarcie o ściany kanału, bardzo małe na tej długości. Jeżeli zatem $U' > U$, z jest dodatne, co pokazuje że powierzchnia wody obniża się między przecięciem w górze mostu P'p i przecięciem pod mostem R'r.

Pod mostem prędkość utrzymuje się mniej więcej tak sama, a zatem i głębokość pozostaje bez zmiany od punktu R' aż do S' przy drugim końcu filaru. Spadek odjemny S'T' doprowadza następnie poziom wody do jego wysokości normalnej.

Zatem obecność filarów wytwarza w miejscu osi hydraulicznej prostoliniowej MN, oś hydrauliczną pokrzywioną M'P'R'S'T'N, łączącą się w górze, stycznie lub asymptotycznie, z osią biegu jednostajnego. Trzeba oznaczyć zmiany wzniesień tej osi.

Położmy $pP' = h$, $rR' = h'$, spadek $h - h' = z$. Przecięcie

wypływu w górze filarów będzie równe hL ; przecięcie według $R'r$ byłoby równe $h'l$, gdybyśmy nie mieli na uwadze ściśnienia żyły wynikającego ze zbieżności strug cieczy. Skutkiem tego ściśnienia jest obniżenie osi hydraulicznej prądu pod mostem. Oznaczmy więc przecięcie Rr iloczynem $mh'l$, w którym m jest współczynnik doświadczalny mniejszy od jednośc. Oznaczając przez Q wydatek odpowiadający szerokości L , mieć będziemy prędkości średnie :

$$\text{na przecięciu } P'p, U = \frac{Q}{Lh},$$

$$\text{na przecięciu } R'r, U' = \frac{Q}{mlh'}.$$

Przypuszczaliśmy dotychczas że współczynnik α , przez który trzeba mnożyć siły żywe w równaniu biegu zmiennego, jest ten sam dla obu przecięć, między którymi to równanie stosujemy; tutaj jednak przypuszczenie to nie wydaje się już możliwem, gdyż warunki wypływu są zbyt różne na przecięciach $P'p$ i $R'r$. Przyjmiemy zatem razem z Bélanger'em, że współczynnik α odnosi się do przecięcia $P'p$, i że dla przecięcia ściśnionego $R'r$ wziąć należy inny współczynnik α_1 . Równanie zatem biegu zmiennego przybierze kształt :

$$z = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{\alpha_1}{m^2 l^2 h'^2} - \frac{\alpha}{L^2 h^2} \right),$$

opuszczając, jak poprzednio, tarcie cieczy o ściany filaru.

Przyjmiemy następnie, że prędkość średnia U' jest ta sama na wszystkich przecięciach pod mostem, co w rzeczywistości nie ma miejsca, gdyż po ściśnieniu na przecięciu $R'r$ następuje rozszerzenie, zmniejszające prędkość i wytwarzające stratę ciężenia. Możemy jednak pominąć tę okoliczność, albo raczej obliczyć straty na przecięcia $S's$ i dodać je do strat ciężenia przy spadku odjemnym ST' . Zatem między przecięciami

R'r i S's, bieg wody będzie miał miejsce jak w kanale prostokątnym, w którym woda jest ożywiona stałą prędkością średnią U'. Spadek powierzchni prądu I da nam wzór :

$$RI = AU^2.$$

Promień średni R jest tu równy $\frac{lh'}{l+2h}$; a oznaczywszy przez λ długość rs, równą w przybliżeniu długości filaru, otrzymamy różnicę poziomów w punktach R' i S', albo spadek całkowity, równy :

$$D = \frac{AU^2(l+2h)\lambda}{lh'}$$

W ogóle spadek ten będzie bardzo mały z powodu nieznacznej długości λ , tak że można uważać linię R'S' jako poziomą. Uproszczenie to nie jest możliwe, jeżeli zwężenie koryta rzeki ma miejsce na znacznej długości i w tym przypadku trzeba by stosować prędzej równanie biegu zmiennego niż wzór na bieg jednostajny, gdyż nie wskazuje *a priori*, że oś hydrauliczna będzie na całej przestrzeni równoległa do dna kanału.

Pozostaje nam tylko oznaczyć spadek odjemny S'T', przyjmując że głębokość S's = h' = R'r. Przecięcie S's jest zatem równe lh', podczas gdy przecięcie T't jest równe LH. Oznaczmy prędkość średnią na przecięciu T't przez U₀ i zastosujmy do masy wody zawartej między przecięciami S's i T't, równanie Bélanger'a na podskok powierzchni (ustęp n. 105). Otrzymamy przyjmując jak poprzednio dwa różne współczynniki α' i α'_1 :

$$\frac{U_0^2}{2g} \frac{(\alpha'_1 H - \alpha h')}{h'} = \frac{1}{4} \frac{(H^2 - h'^2)}{H}$$

Prędkość U₀ jest znana, jest to bowiem prędkość odpowiadająca biegowi jednostajnemu. Ilości L, H, l, są także znane. Współczynniki α' i α'_1 są to liczby nieco większe od jedności a

mniejsze odpowiednio niż α i α_1 . Wiemy że $\alpha' = 1,033$, zaś co się tyczy α'_1 , wiemy tylko że jest większe od α' . Przypuszczając pewną wartość na α'_1 większą od 1,033 a nie wiele się różniącą od jedności, będziemy mogli z pomocą powyższego równania oznaczyć spadek odjemny $H - h'$.

W rezultacie mamy trzy równania dające spadki całkowite powierzchni wolnej prądu między punktami P' i R', R' i S', S' i T'. Drugi z tych spadków jest prawie żaden, jeżeli długość filaru nie jest wielka; trzeci jest odjemny i wypływa z równania zawierającego współczynnik α'_1 , nieoznaczony dokładnie. Pierwsze równanie wreszcie zawiera tak samo dwa współczynniki α i α_1 , niewiele większe od jedności: jeden α można wziąć równy 1,1, albo po prostu jedności, drugi α_1 nieoznaczony ściśle przyłączyć można do współczynnika m kładąc:

$$\frac{\alpha_1}{m^2} = \frac{1}{\gamma^2};$$

tym sposobem pierwsze równanie przybiera kształt:

$$z = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\gamma^2 l^2 h^2} - \frac{1}{L^2 h^2} \right).$$

Aby obliczyć granicę wysokości podniesienia wody w górze mostu, co właśnie przedstawia największą użyteczność, przypuścimy że ona jest równa spadkowi całkowitemu z , czyli pominiemy spadek odjemny S'T', a podniesiemy linią R'S' aż do poziomu MN. Przypuszczenia te wprowadzimy we wzór, kładąc:

$$h' = H \quad \text{i} \quad h = H + z,$$

z kądem

$$z = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\gamma^2 l^2 H^2} - \frac{1}{L^2 (H + z)^2} \right).$$

Otrzymujemy zatem równanie trzeciego stopnia względem z ,

które można rozwiązać przez kolejne próby. I tak, przypuściwszy naprzód $z=0$ po drugiej stronie równania, mieć będziemy :

$$z = \frac{Q^2}{2gH} \left(\frac{1}{\eta^2 l^2} - \frac{1}{L^2} \right).$$

Wartość ta, wstawiona zamiast r po drugiej stronie równania, da nam wartość więcej przybliżoną, która pozwoli tym samym sposobem obliczyć trzecią, jeszcze bliższą prawdy.

Współczynnik η obliczony został przez Funk'a dla mostu Minden na Wezerze; proponował on $\eta=0,90$ dla średniego stanu wody, a $\eta=0,85$ dla stanu wody podczas przybrania. Eytelwein znalazł ze swej strony $\eta=0,95$ dla filarów wydłużonych z obu końców. Ta ostatnia wartość przystoi filarom używanym u nas, wydłużonym pod wodą a zaokrąglonym z drugiej strony.

110. Rachunek przybliżony podniesienia wody przed zastawą. — Podaliśmy w rozdziałach III i IV tej Księgi, metody dokładne, a przynajmniej najdokładniejsze na jakie zdobyć się może Hydraulika w obecnym jej stanie, znalezienia osi hydraulicznej prądu zagrodzonego zastawą. Ale według tych metod rachunki są długie, a często potrzeba jest inżynierowi zdać sobie sprawę natychmiast z przybliżonych skutków zastawy. P. Poirée, Inspektor główny dróg i mostów we Francyi, używał w tym celu wzoru bardzo prostego, podanego przez Mary'ego w Kursie Żeglugi wewnętrznej w Szkole Dróg i Mostów w Paryżu (*).

P. Poirée przypuszczał, że oś hydrauliczna prądu przed zastawą przybiera kształt paraboli, której wierzchołek leży na pionowej przechodzącej przez próg zastawy i która jest styczną do powierzchni wody w części górnej prądu. Oznaczmy wyso-

(*) *Ecole Impériale des Ponts et Chaussées. Notes prises par les Elèves au Cours de Navigation Intérieure.* M. Mary, professeur, 1866. Str. 51.

kość podniesienia wody przed zastawą $AB = h$ (fig. 66) i przypuścimy że parabola zchodzi się z osią biegu jednostajnego

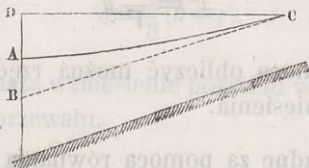


Fig. 66.

w punkcie C. Jeżeli poprowadzimy poziomą CD, to ona spotka pionową AB w punkcie D, na wysokości $AD = AB = h$, gdyż w paraboli podstyczna BD jest równa dwa razy wziętej odciętej AD. Z drugiej strony, jeżeli I jest spadek osi biegu jednostajnego, mieć będziemy :

$$I \times DC = BD = 2h,$$

zkaąd

$$DC = \frac{2h}{I}.$$

Równanie paraboli ma kształt :

$$x^2 = my,$$

i powinny je sprawdzać wartości :

$$x = DC = \frac{2h}{I} \quad \text{i} \quad y = h.$$

zatem

$$\frac{4h^2}{I^2} = \rho h,$$

zkaąd

$$\rho = \frac{4h}{I^2},$$

Równanie paraboli jest więc:

$$x^2 = \frac{4h}{l^2} y$$

i łatwo z jego pomocą obliczyć można rzędne i nakreślić oś hydrauliczną podniesienia.

Rachunki dokładne za pomocą równania biegu zmiennego, albo rachunek przybliżony za pomocą wzoru p. Poirée, stosują się tylko do koryta regularnego. W przypadku koryta nieregularnego, wypada to koryto podzielić na części, z których każda uważaną być może jako regularna; a jeżeli te części są krótkie można do nich stosować wzór na bieg jednostajny.

W przypadku prądu, którego szerokość jest bardzo wielka względnie do głębokości, przypuścić można powierzchnię wody poziomą na całej powierzchni podniesienia, między dwiema zastawami, gdyż wtedy spadek jest prawie żaden.

111. Zastawa zatopiona. — W ustępie n. 26 podaliśmy wzory na wypływ przez przewał, zupełny i niezupełny czyli zatopiony. Wydatek przewału zależący w pierwszym razie od wzniesienia wody przed przewałem ponad próg przewału, zależy w razie drugim od różnicy wysokości wody z obu stron przewału. Ale wysokość wody poza przewałem może się podnieść wyżej niż poziom ponad progiem, a mimo to przewał funkcjonować będzie ciągle jak przewał zupełny, z powodu rozszerzania się poza nim warstwy ściśnionej ponad jego progiem. Powierzchnia wolna cieczy, obniżająca się przed zastawą podnosić się będzie poza nią a to podniesienie obliczyć będziemy mogli, stosując twierdzenie ogólne ilości ruchu do cieczy zawartej między płaszczyzną pionową AB (fig. 67) przechodzącą przez próg zastawy, a przecięciem CD.

Prędkość średnią wody na przecięciu AB oznaczymy przez U_0 . Głębokość η warstwy wody na tem przecięciu jest jak

wiemy z teorii przewałów:

$$\eta = \frac{2}{3}(h - c),$$

gdzie $h - c$ oznacza wzniesienie poziomu wody przed przewalem ponad próg przewału.

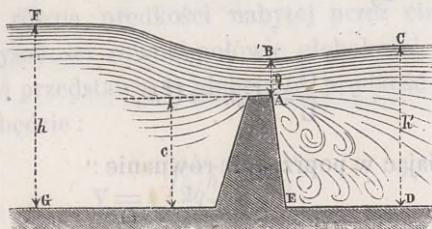


Fig. 67.

Rozumując w ten sam sposób jak przy wyprowadzaniu równania Bélanger'a (ustęp n. 104), przekonamy się naprzód że powiększenie algebraiczne ilości ruchu systemu rzuconej na oś poziomą, w przebiegu czasu bardzo krótkiego θ , jest:

$$\frac{\Pi Q \theta}{g} (U' - U_0),$$

gdzie Q jest wydatek na sekundę a U' prędkość średnia na przecięciu CD . Co do popędów, to weźmiemy tylko pod uwagę popędy ciśnień na BAE i CD pomijając ciśnienie powietrza otaczającego cały system. Ciśnienia na przecięciach BAE i CD rozkładać się winny według praw Hydrostatyki, gdyż strugi są mniej więcej równoległe przechodząc przez te przecięcia, a ciecz dotykająca ściany AE jest ożywiona ruchem bardzo powolnym. Zatem wartość popędu rzuconego na oś poziomą będzie:

$$\frac{1}{2} \Pi \theta L [(c + \eta)^2 - h'^2],$$

gdzie L oznacza szerokość prądu i zastawy. Równanie ilości

ruchu będzie wtedy :

$$\frac{\Pi Q \theta}{g} (U' - U_0) = \frac{1}{2} \Pi \theta L [(c + \eta)^2 - h^2],$$

albo po prostu :

$$\frac{2Q}{Lg} (U' - U_0) = (c + \eta)^2 - h^2.$$

Że zaś

$$\frac{Q}{L} = U_0 \eta = U' h',$$

zatem wstawiając w poprzednie równanie :

$$U_0 = \frac{Q}{L\eta}, \quad U' = \frac{Q}{Lh'},$$

otrzymamy :

$$(1) \quad \frac{2Q^2}{L^2g} \left(\frac{1}{h'} - \frac{1}{\eta} \right) = (c + \eta)^2 - h^2.$$

Równanie to jest trzeciego stopnia względem h' . Jeżeli Q jest dane, znajdziemy ze wzoru na przewał :

$$Q = 0,40L(h - c)\sqrt{2g(h - c)},$$

w którym Q , L i c są znane, wysokość $(h - c)$ a zatem i wysokość

$$\eta = \frac{2}{3}(h - c);$$

tym sposobem wszystkie ilości w równaniu (1) będą znane oprócz wysokości h' , którą będzie można obliczyć z tego równania. Znaleziona tym sposobem wysokość h' jest granicą, ponad którą poziom wody poza przewalem wznieść się nie może bez naruszenia praw wypływu przez przewał i zamienienia go na przewał niezupełny. Wzory na wypływ przez ten ostatni podaliśmy w ustępie n. 26.

112. Rozchodzenie się fali. — Pierwszy Newton (*) próbował podać teorię fal, przyrównyując to zjawisko do wahań słupa cieczy ważkiej w przewróconym syfonie, albo wreszcie do ruchu wahadła; ale teoria jego uznana dziś została za niedostateczną. Lagrange wywiódł w *Mechanice analitycznej* (**), że «prędkość rozchodzenia się fal w kanale płytkim z dnem poziomem, jest równa prędkości nabytej przez ciało ważne, spadające z wysokości równej połowie głębokości wody w kanale». Jeżeli h przedstawia tę głębokość, prędkość rozchodzenia się fal V będzie :

$$V = \sqrt{2g\frac{h}{2}} = \sqrt{gh}.$$

Wniosek ten przypuszcza, że fala wystaje bardzo mało ponad średni poziom cieczy i że prędkości poziome cząsteczek cieczy są nieskończenie małe.

Wzór powyższy przedstawia zupełne podobieństwo ze wzorem dającym prędkość głosu w gazie. Ten ostatni jest :

$$v = \sqrt{\frac{P}{\rho} \times \frac{c}{c_1}},$$

gdzie P jest ciśnienie ponoszone przez gaz na jednostkę powierzchni, ρ masa gatunkowa gazu albo stosunek $\frac{\Pi}{g}$ ciężaru jednostki objętości gazu, w warunkach ciśnienia i temperatury w jakich się znajduje, do przyspieszenia siły ciężkości, wreszcie $\frac{c}{c_1}$ stosunek ciepła gatunkowego gazu przy stałym ciśnieniu do jego ciepła gatunkowego przy stałej objętości. Ciężar gatunkowy Π można zresztą wyrazić za pomocą ciężaru gatunkowego Π_0 gazu w normalnych warunkach ciśnienia i tem-

(*) *Phil. nat. Prin. math.* L. II, sect. VIII, prop. 44, 45, 46.

(**) Część II, sekcya XI, § 35 i nast.

peratury, w funkcji jego ciśnienia P i jego temperatury rzeczywistej; a ponieważ P i Π są proporcjonalne, prędkość v jest dla jednego gazu niezależna od ciśnienia i zmienia się tylko razem z temperaturą, proporcjonalnie do pierwiastku kwadratowego z dwumianu rozszerzalności.

Proporcjonalność v i $\sqrt{\frac{P}{\rho}}$ uważana być może jako wniosek zasady Newton'a o podobieństwie w mechanice, na mocy której położyć można z nim razem :

$$v = \sqrt{\frac{P}{\rho}},$$

a zastępując ρ przez $\frac{\Pi}{g}$:

$$v = \sqrt{g \frac{P}{\Pi}}.$$

Ale $\frac{P}{\Pi}$ jest to wysokość odpowiadająca ciśnieniu P . Oznaczając ją przez h otrzymamy :

$$v = \sqrt{gh},$$

czyli że prędkość głosu w powietrzu, według wzoru Newton'a jest równa prędkości odpowiadającej połowie wysokości h atmosfery ziemskiej sprowadzonej do warstwy stałej gęstości, przypuszczając przyspieszenie g stałe dla wszystkich punktów tej warstwy. Podobieństwo fal utworzonych na powierzchni wody w spokoju przez kolejne podnoszenie się i opadanie wody, falami utworzonymi w powietrzu przez jego kolejne zgęszczanie się i rozszerzanie, wykazane zostało po raz pierwszy przez Lagrange'a w *Mechanice analitycznej* (*).

Kwestya fal badaną była następnie doświadczalnie przez

(*) Część II, sekcya XI, § 37 i sekcya XII, § 40.

Bidone'a w r. 1824, potem przez John Scott Russel'a w r. 1843; wreszcie stała się przedmiotem drugiej części *Poszukiwań hydraulicznych* p. Bazin, który jednak nie traktował zadania w całej jego ogólności, a ograniczył się tylko do badania fal utworzonych przez wpadnięcie pewnej objętości wody w wodę spokojną albo ożywioną stałą prędkością. Scott Russel, traktujący także tę stronę kwestyi doszedł do następnego prawa zgodnego z wzorem Lagrange'a: jeżeli wpadnięcie objętości wody zewnętrznej jest nagłe, tworzy się wtedy fala zwana *falą samotną*, rozchodzącą się w wodzie spokojnej z prędkością:

$$V = \sqrt{g(H + h)},$$

gdzie H oznacza głębokość kanału, h wzniesienie wierzchołka fali ponad poziom wody normalnej; jeżeli przeciwnie ciecz zewnętrzna wpada przez pewien czas, tworzy się wtedy nieprzerwany szereg fal, wytwarzających warstwę cieczy, pewien rodzaj ruchomego wzburzenia, rozchodzącego się w podobny sposób po powierzchni wody.

Prędkość rozchodzenia się tych różnych rodzajów fal zmienia się razem z głębokością kanału, a zależy także od prędkości i od kierunku biegu masy cieczy. P. Bazin położył wzór:

$$V = \sqrt{g(H + h)} + U;$$

gdzie H jest głębokością normalną kanału; h przybytkiem głębokości sprawionym przez falę, który może być odjemny, skoro zamiast wrzucania pewnej objętości cieczy w ciecz w ruchu, wyjmujemy nagłe pewną objętość tej ostatniej; U prędkością średnią wody w kanale, która może być odjemna lub dodatna stosownie do tego czy rozchodzenie się fal ma miejsce w kierunku biegu lub w kierunku przeciwnym; wreszcie V prędkością tego rozchodzenia się.

113. Wiry na rzekach. — Skoro obserwujemy przez pe-

wien czas powierzchnię wolną prądu w naturze, widzimy tworzące się peryodycznie w pewnych punktach wiry, albo kręcenia się wody, które postępując razem z prądem nikną w innych punktach i znów są zastępowane przez inne podobne. Zjawisko to, uważane jeszcze przez starożytnych, obserwowane było uważnie przez Leonarda da Vinci, który spostrzegł, że wiry utworzone są z warstw współśrodkowych cieczy, ożywionych każdą odmienną prędkością, rosnącą od obwodu do środka, tak że ich przyrównywać nie można do cieczy ważkiej obracającej się około osi pionowej, której powierzchnia wolna dąży do przybrania kształtu paraboloidy (ustęp n. 7); prędkości punktów ruchomych rosną w miarę zmniejszania się promienia, tak że powierzchnia wolna przedstawia kształt lejka wewnątrz masy cieczy. Newton podał w swych pryncypiach (lib. II, sect. IX) teorią matematyczną wirów, a wspomniany już przez nas Ventury rozwinął w swem dziele (*) idee teoretyczne Newton'a i zastosował je do Hydrauliki, tłumacząc wszystko zasadą bocznego udzielania się ruchu. Części prądu niebiorące udziału skutkiem jakiegokolwiek przeszkody w biegu ogólnym, pociągane są przez tarcie strug sąsiednich i rozkładają się peryodycznie na systemy ożywione ruchem wirowym ale biorące udział w biegu ogólnym. Obecność tych wirów nie zmienia równania ilości ruchu, bo na każdej z warstw współśrodkowych cieczy znajdujemy dwa punkty posiadające też same masy a ożywione prędkościami równoległymi, różnymi i skierowanymi w strony przeciwne. Summa zatem ich ilości ruchu sprowadza się do zera w rzucie, jeżeli wir pozostaje na tem samym miejscu, albo do ilości ruchu odpowiadającej prędkości prądu, jeżeli wir postępuje z tą prędkością. W obu przypadkach można bez błędu nie brać pod uwagę ruchu wirowego, skoro stosujemy równanie ilości ruchu, ale rzecz się ma inaczej z równaniem sił żywych, w które prędkości

(*) *Recherches expérimentales sur le principe de la communication latérale du mouvement.* Paris, an VI = 1798.

różnych cząsteczek wchodzą w kwadratach i bez odróżnienia kierunku, i dodają się zamiast wzajemnego znoszenia. To też wiry pochłaniają ogromną ilość siły żywej prądu, z uszczerbkiem jego siły żywej całkowitej.

KSIEGA CZWARTA

O RUCHU GAZÓW.

ROZDZIAŁ I

NOWA TEORIA RUCHU GAZÓW.

114. Wstęp. — Dawna teoria ruchu gazów ułożona przez Navier'a opierała się na przypuszczeniu, że temperatura jest stałą w całej massie gazu i że prawo Mariotte'a zastosowanem być może w całej rozciągłości. Niezmiennosc temperatury cząsteczek jest tylko jest rzeczywistnioną, bo rozprężaniu się gazu towarzyszy zawsze pewne pochłanianie ciepła, a przy zgęszczaniu tychże odwrotne zjawisko się tworzy; tak że gaz tylko w szczególnych przypadkach w niezmienniej utrzymuje się temperaturze. Prawa Mariotte'a i Gay-Lussac'a uważane dawniej za bezwarunkowo prawdziwe, okazały się dzisiaj niedokładnemi (*).

Aby ułożyć dokładną teorię ruchu gazów, należy mieć wzgląd na zasady Termodynamiki, czyli Teorii mechanicznej

(*) Doświadczenia Regnault'a okazały, że żaden gaz nie podlega dokładnie prawu Mariotte'a, że iloczyn z ciśnienia przez objętość zmniejsza się w ogóle w miarę, jak ciśnienie rośnie. Jedyny wyjątek przedstawia wodór, dla którego iloczyn ten rośnie równocześnie z ciśnieniem. Współczynnik rozszerzalności przy stałym ciśnieniu jest innym dla każdego gazu, a dla jednego i tegoż samego gazu, z wyjątkiem wodoru, rośnie lub maleje równocześnie z ciśnieniem.

ciepła, nauki od bardzo niedawnych lat się datującej: Związki istniejące między ciepłem i pracą mechaniczną, którą to ciepło stworzyć może, są przedmiotem badań najpierwszych Fizyków i Matematyków, a zbiór tych związków stanowi dzisiaj naukę, której zasady potwierdzone zostały licznymi i dokładnymi doświadczeniami. Bez wątpienia, nauka ta jest jedną z tych, które w miarę rozwijania się swego przyspieszyć mogą najwięcej postęp przemysłu, bo dawniejszy sposób zapatrywania się na maszyny cieplikowe, które dostarczają większą część pracy motorowej poszukiwanej w przemyśle, znacznie dzisiaj zmienić się musi. Wykład teorii mechanicznej ciepła przechodzi jednak granice i program naszego dzieła; tak że ograniczamy się tylko na wyłożeniu głównych zasad tej teorii, o ile tego wymagać będzie jej zastosowanie do teorii ruchu gazów.

115. Krótki rys i zasady teorii mechanicznej ciepła. — Nadzwyczaj dokładne doświadczenia robione nad ciepłem gatunkowym ciał^(*), nad tworzeniem się ciepła w skutek tarcia lub uderzenia, nad zmianą temperatury, która towarzyszy zawsze zmianie objętości płynów sprężystych, i wreszcie badanie okoliczności, w których te zmiany mają miejsce, nakłoniły Fizyków i Geometrów, zajmujących się tym przedmiotem, do przekonania, że istnieje bezpośredni związek między ciepłem i pracą mechaniczną.

Każdej pracy mechanicznej wykonanej przez rozprężenie się jakiegokolwiek ciała, towarzyszy proporcjonalne pomniejszenie ciepła i na odwrót: każda praca mechaniczna wynika

(*) Nazywamy ciepłem gatunkowym ciał, liczbę jednostek ciepła potrzebnych do podniesienia temperatury jednostki ciężaru ciała o 1 stopień Celsjusza. Ciepło gatunkowe gazu zmieniającego objętość swą przy stałym ciśnieniu, różni się od ciepła gatunkowego gazu zachowującego tę samą objętość przy odpowiedniej zmianie siły sprężystej. Ciepło gatunkowe gazów i par pod stałym ciśnieniem zależy w ogóle od wielkości tegoż ciśnienia, jak również od stopnia temperatury; ciepło jednak gatunkowe gazów stałych, jakoto: powietrza, wodoru, tlenku węgla i w ogóle gazów, których dotąd w stan płynny przeprowadzić nie zdołano, zdaje się być niezależnym od temperatury i ciśnienia.

z działania sił zewnętrznych na ciało, rodzi ilość ciepła proporcjonalną do tej pracy.

Tak więc, gdy gaz jaki lub inne ciało powiększa objętość swą, wywierając na środek, który je otacza, pewne ciśnienie będące ciągle w równowadze z jego siłą sprężystą, i znosząc, jak to się samo przez się rozumie, równe oddziaływanie tegoż środka, to ilość pracy odpowiadająca temu rozprężaniu się, zostanie w stosunku stałym do ilości ciepła straconego niezależnie od natury ciała, od jego gęstości, sprężystości i od jego początkowej i końcowej temperatury. Gdy znowu przeciwnie gaz lub inne ciało zmniejsza objętość swą w skutek działania sił zewnętrznych, to ilość pracy mechanicznej wykonanej będzie w stosunku stałym do ilości ciepła powstałego w skutek zmniejszenia objętości.

Gdy ciało ogrzewane nie zmienia swej objętości, to jest powiększa ciśnienie swe, to ilość ciepła różni się od tej, której potrzebuje ciało powiększające objętość, a niezmieniające ciśnienia swego. Co więcej, w drugim razie więcej potrzeba zużyć ciepła jak w pierwszym; bo ciało rozprężające się przy stałym ciśnieniu wykonać musi pewną pracę zewnętrzną, która ma za miarę iloczyn z ciśnienia stałego przez zmianę całkowitą objętości.

Aby tego dowieść, przypuśćmy że pewna objętość gazu pod ciśnieniem p rozpręży się o dQ dodatnio lub odjemnie. Aby ocenić pracę ciśnień normalnych działających na powierzchnię gaz otaczającą, pomnożyć trzeba ciśnienie całkowite p_0 , działające na element ω powierzchni zewnętrznej przez długość normalną $d\sigma$ drogi przebieżonej przez tenże element w skutek rozprężenia się gazu. Praca elementarna wykonana przez ten punkt powierzchni ciała jest zatem $p_0 \omega d\sigma$, ilość dodatna lub odjemna stosownie do tego, czy droga $d\sigma$ jest skierowana ku zewnątrz lub ku wewnątrz. Całkowita praca elementarna odpowiadająca odkształceniu się całej zewnętrznej powierzchni

ciała jest więc $\Sigma p \omega d\sigma$ lub $p \Sigma \omega d\sigma$; ponieważ ciśnienie p jest stałe z przybliżenia. Otóż, wyrażenie $\Sigma \omega d\sigma$ jest objętością zawartą między dwoma po sobie następującymi położeniami zewnętrznej powierzchni gazu, a części objętości mające być dodanemi są dodatne w tem wyrażeniu, części zaś mające być odjętemi są odjemne. Zatem praca elementarna całkowita jest równa iloczynowi ciśnienia p przez różnicę dQ objętości, przed i po odkształceniu ciała.

Gdy ciało powiększa objętość swą pod ciśnieniem stałym p o pewną ilość skończoną, to praca wykonana podczas rozprężania się ciała jest całą pracą elementarnych $p dQ$ czyli

$$p(Q_1 - Q_0),$$

to jest iloczynem ciśnienia stałego, przez różnicę skończoną objętości.

Oznaczmy przez c_1 ciepło gatunkowe gazu o objętości stałej, a przez c jego ciepło gatunkowe pod stałym ciśnieniem i przypuśćmy, że liczby c_1 i c są stałe dla gazów, bez względu na temperaturę i ciśnienie. Aby podnieść temperaturę gazu, którego ciężar pod ciśnieniem p i przy temperaturze 0° Celsjusza jest P , o τ stopni, potrzeba przedać temu ciężarowi gazu ilość ciepła przedstawioną przez $Pc_1\tau$, w razie gdy objętość jest stałą; a zaś ilość ciepła $Pc\tau$ w razie, gdy ciśnienie się nie zmienia. Jeżeli Q oznacza objętość tego gazu ważącego P przy 0° , to jego objętość przy τ stopniach będzie $Q(1 + \alpha\tau)$; a $Q\alpha\tau$ będzie dodatnym lub odjemnym przyrostem objętości. Praca odpowiadająca temu przyrostowi, będzie $pQ\alpha\tau$. Ilość ciepła $Pc\tau$, którą gaz otrzymał, rozkłada się według nowej teorii, na dwie części: jedną $Pc_1\tau$ zużytą do podniesienia o τ stopni temperatury gazu i drugą $P(c - c_1)\tau$ potrzebną do wykonania pracy zewnętrznej $pQ\alpha\tau$. Związek, jaki istnieje między tą drugą częścią i pracą wykonaną, jest przedstawiony przez równanie:

$$P(c - c_1)\tau E = pQ\alpha\tau,$$

w którym E jest liczbą stałą, nazwaną równoważnikiem mechanicznym ciepła. Związek ten przedstawionym być może jeszcze w kształcie :

$$P(c - c_1)\tau = A\rho Q\alpha\tau,$$

gdzie A jest liczbą stałą równą liczbie $\frac{1}{E}$, nazwaną równoważnikiem cieplikowym pracy.

Uważmy, że ciężar P objętości Q gazu przy 0° jest iloczynem objętości Q przez ciężar gatunkowy gazu przy tejże temperaturze. Oznaczywszy przez Π ten ciężar gatunkowy i podzieliwszy równanie powyższe przez $Q\tau$, otrzymujemy :

$$E = \frac{1}{A} = \frac{p\alpha}{\Pi(c - c_1)}.$$

Za pomocą tego wzoru obliczyć możemy równoważniki E i A . Weźmy pod uwagę suche powietrze, którego metr sześcienny waży $1^{\text{kg}}, 293$, przy 0 stopniach i pod ciśnieniem jednej atmosfery, to jest 760 milimetrów rtęci. Ciśnienie na metr kwadratowy powierzchni odpowiadające kolumnie rtęci mającej 760^{mm} wysokości jest $p = 10344$ kilogramów, a współczynnik rozszerzalności α jest według Regnault'a : $\alpha = \frac{1}{273}$.

Doświadczenia pokazały, że :

$$c = 0,2375,$$

$$c_1 = 0,1685.$$

Więc liczba $E = \frac{1}{A}$ będzie :

$$E = 424,28.$$

Przeprowadzając podobny rachunek dla gazu innego jak powietrze, otrzymałoby się tę samą wartość na E ; bo liczba ta jest stałą i niezależną od natury ciała.

Możemy więc powiedzieć, że równoważnikiem mechanicznym ciepłotki, to jest ciepła potrzebnego do podniesienia o 1° Celsyusza temperatury kilogramu wody, jest praca wykonana przez 424 kilogramy podniesione na wysokość jednego metra, czyli praca 424 kilogrametrów. Równoważnikiem mechanicznym ciepła jest liczba :

$$E = 424;$$

a równoważnikiem cieplikowym pracy liczba :

$$A = \frac{1}{424}.$$

Cała teoria mechaniczna ciepła zamyka się ostatecznie w następnem twierdzeniu : Ilość ciepła G przedana jakiemukolwiek ciału dzieli się na dwie części. Pierwsza z tych części G_1 jest użytą do podniesienia temperatury ciała o pewną liczbę stopni, druga zaś część $G - G_1$ jest pochłoniętą przez pracę mechaniczną, odpowiadającą zmianie objętości ciała lub zmianie stanu, i tworzy ilość pracy równą $(G - G_1)E$.

Można zatem napisać :

$$G - G_1 = A \int pdQ,$$

lub

$$G = G_1 + A \int pdQ.$$

Ilość ciepła G nadana pewnemu ciału, przyczynia się tylko wtedy cała do podniesienia jego temperatury, gdy wyraz $A \int pdQ$ odpowiadający pracy zewnętrznej jest równy zeru.

Łatwo jest oznaczyć ilość ciepła wewnętrznego G_1 zawartego w jednostce ciężaru gazu, którego objętość Q i ciśnienie p są znane. Dostyc jest zauważyć, że G zależy od ilości p , Q , τ , z których jedna, to jest ilość τ , da się wyrazić przez funkcją

ilości p i Q . Ilość G_1 jest więc ostatecznie funkcją dwóch zmiennych p i Q ; tak że można napisać :

$$dG_1 = \frac{dG_1}{dp} dp + \frac{dG_1}{dQ} dQ.$$

Z pomocą tego równania, prawa Mariotte'a i Gay-Lussac'a, oznaczyć można funkcją G_1 ; mamy bowiem :

$$pQ = k(1 + \alpha\tau),$$

co jeszcze możemy napisać w kształcie :

$$pQ = k\alpha \left(\frac{1}{\alpha} + \tau \right);$$

a oznaczywszy $k\alpha$ przez R , a $\frac{1}{\alpha} + \tau$ przez θ ,

$$pQ = R\theta,$$

gdzie θ jest temperaturą w stopniach Celsyusza, mierzoną od stopnia $-\frac{1}{\alpha}$ termometru stustopniowego, któryto stopień $-\frac{1}{\alpha} = -273$ uważać się będzie w teorii mechanicznej ciepła za zero bezwzględne. Mamy więc :

$$\theta = \tau + \frac{1}{\alpha},$$

czyli

$$d\theta = d\tau.$$

Przypuśćmy teraz, że jednostka ciężaru gazu zmienia temperaturę swą o $d\tau$ lub $d\theta$ bez zmiany swego ciśnienia, to jest, że ilość ciepła, której ten gaz potrzebuje, jest $cd\theta$. Z tego ciepła $cd\theta$, tylko część przedstawiona przez $c_1 d\theta$ zużyta będzie do podniesienia temperatury, podczas gdy reszta ciepła zamieni się na pracę odpowiadającą powiększeniu objętości. Zatem

przyrost ciepła wewnętrznego G_1 jest $c_1 d\theta$; a że podczas tego podnoszenia się temperatury, ciśnienie p jest stałe, więc możemy napisać :

$$c_1 d\theta = \frac{dG_1}{dQ} dQ.$$

Ale różniczkując równanie

$$pQ = R\theta,$$

otrzymamy :

$$p dQ = R d\theta,$$

bo p jest stałe; a rugując jeszcze stosunek $\frac{dQ}{d\theta}$, otrzymujemy :

$$c_1 p = R \frac{dG_1}{dQ},$$

i w końcu

$$\frac{dG_1}{dQ} = \frac{c_1}{R} p.$$

Przypuśćmy następnie, że jednostka ciężaru gazu podwyższa temperaturę swą o $d\tau$ lub $d\theta$ bez zmiany swej objętości, ale przy zmianie ciśnienia. Ilość ciepła, którą ciału przedać trzeba jest $c_1 d\theta$ i ilość ta użyta będzie całkowicie na podniesienie temperatury.

Różniczka dQ jest w tym razie równa zero; a więc :

$$c_1 d\theta = \frac{dG_1}{dp} dp.$$

Ale różniczkując równanie

$$pQ = R\theta,$$

otrzymujemy :

$$Q dp = R d\theta,$$

bo Q jest stałe; zatem :

$$c_1 Q = R \frac{dG_1}{dp},$$

$$\frac{dG_1}{dp} = \frac{c_1}{R} Q.$$

Znamy zatem wyrażenia różniczek cząstkowych ilości zmiennej G_1 względnie do zmiennych p i Q ; a mnożąc pierwsze z nich przez dQ , drugie przez dp i dodając je do siebie, otrzymujemy :

$$dG_1 = \frac{dG_1}{dQ} dQ + \frac{dG_1}{dp} dp = \frac{c_1}{R} (p dQ + Q dp) = \frac{c_1}{R} d(pQ);$$

ale że

$$pQ = R\theta,$$

więc

$$dG_1 = \frac{c_1}{R} d(R\theta),$$

czyli

$$dG_1 = c_1 d\theta.$$

Zcałkowawszy wyrażenie to w granicach odpowiednich, mamy :

$$G_1 = c_1 (\theta - \theta_0) = c_1 (\tau - \tau_0).$$

Ztąd wypada, że ilość ciepła wewnętrznego na jednostkę ciężaru gazu, którego temperatura podnosi się o $\tau - \tau_0$, jest równa iloczynowi z tego przyrostu temperatury przez ciepło gatunkowe odpowiadające stałej objętości.

Gaz sprowadzony do temperatury zera bezwzględnego, to jest do temperatury 273 stopni Celsjusza zwykłego stustopniowego termometru, nie posiada już wcale ciepła wewnętrznego ;

za miarę ilości bezwzględnej ciepła wewnętrznego przy temperaturze θ^0 i na jednostkę ciężaru, weźmie się iloczyn $c_1\theta$, iloczyn ciepła gatunkowego przez stopień termometryczny liczony od zera bezwzględnego.

Liczbę R , którą wprowadziliśmy w rachunek, łatwo jest oznaczyć. Obrachujmy ją dla powietrza. Mamy :

$$R = k\alpha = p_0 Q_0 \alpha.$$

Otóż, objętość kilogramu powietrza suchego przy temperaturze 0^0 i pod ciśnieniem 760^{mm} rtęci jest :

$$Q_0 = \frac{1}{1,293},$$

a ciśnienie 760^{cin} milimetrów rtęci odpowiada ciśnieniu 10334 kilogramów na metr kwadratowy powierzchni; więc :

$$p_0 = 10334^{\text{kg}}.$$

Współczynnik rozszerzalności :

$$\alpha = \frac{1}{273};$$

zatem

$$R = \frac{10334}{1,293} \cdot \frac{1}{273} = 29,28.$$

Dla innego gazu stałego, którego metr sześcienny waży Π_0 przy temperaturze 0^0 i pod ciśnieniem 760^{mm} rtęci czyli pod ciśnieniem 10334 kilogramów na metr kwadratowy, mielibyśmy :

$$R = p_0 Q_0 \alpha = \frac{10334}{\Pi_0} \cdot \frac{1}{273};$$

co pokazuje, że liczba R jest odwrotnie proporcjonalną do gatunkowego ciężaru gazu. Tak więc, aby znaleźć liczbę R

odpowiednio dla pewnego gazu, dosyć jest podzielić liczbę 29,28 przez liczbę wyrażającą gęstość gazu względnie do gęstości powietrza, przyjętej za jednostkę porównawczą.

Ze wszystkich tych zasad wypada, że gaz zmieniający objętość swą bez pochłaniania ani wydawania z siebie ciepła, musi koniecznie zmieniać swą temperaturę.

Aby ocenić tę zmianę temperatury, przypuśćmy że przedajemy danemu gazowi pewną ilość ciepła na jednostkę ciężaru w taki sposób, że najprzód objętość, a następnie ciśnienie jest stałem. Podczas pierwszego okresu temperatura podnosi się o $d\theta'$ stopni, a ilość ciepła wprowadzona w gaz jest wyrażoną przez $c_1 d\theta' = c_1 \frac{Q}{R} dp$. Podczas drugiego okresu, w którym temperatura podnosi się o $d\theta''$ stopni, ilość wprowadzonego ciepła będzie $c d\theta'' = c \frac{p}{R} dQ$. Dodawszy do siebie te dwie ilości, znajdziemy całkowitą ilość przez gaz przyjętego ciepła:

$$dG = c_1 \frac{Q}{R} dp + c \frac{p}{R} dQ = \frac{1}{R} (c_1 Q dp + c p dQ).$$

Temperatura gazu podniosła się o $d\theta' + d\theta''$ stopni. Jeżeli gaz nie pochłoniął, ani nie utracił nic ciepła, jak to przypuściliśmy, to:

$$dG = 0,$$

i

$$c_1 Q dp + c p dQ = 0;$$

a dzieląc przez Qp :

$$c_1 \frac{dp}{p} + c \frac{dQ}{Q} = 0.$$

Całkując to równanie różniczkowe, znajdujemy:

$$c_1 \log. \text{nep. } p + c \log. \text{nep. } Q = c_1 \log. \text{nep. } p_0 + c \log. \text{nep. } Q_0,$$

$$c_1 \log. \text{nep. } \frac{p}{p_0} + c \log. \text{nep. } \frac{Q}{Q_0} = 0;$$

zatem

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{Q_0}{Q}\right)^{\frac{c}{c_1}},$$

gdzie Q_0 i p_0 oznaczają objętość początkową gazu i ciśnienie odpowiednie. Tak więc, gdy gaz zmienia objętość swą bez dodania ni ujęcia ciepła, jego ciśnienie czyli siła sprężysta zmienia się w stosunku odwrotnym potęgi $\frac{c}{c_1}$ z jego objętości. Do tych wypadków doszedł pierwszy Laplace (*) i Poisson.

Równocześnie wywiązuje się praca, której miarą jest całka $\int_{Q_0}^Q p dQ$. Pracy tej odpowiada pewna ilość ciepła wewnętrznego Q_0 wyrażona przez $c_1(t_0 - t)$; gdzie t_0 oznacza temperaturę początkową gazu. Mamy zatem równanie :

$$Ec_1(t_0 - t) = \int_{Q_0}^Q p dQ.$$

116. Zastosowanie teorii mechanicznej ciepła do ruchu płynów. — Pierwsze zastosowanie zasad teorii mechanicznej ciepła zrobionem było przez p. Zeuner, profesora Szkoły politechnicznej w Zürich (**).

Wyobraźmy sobie zbiornik (fig. 68) zawierający w sobie płyn jakikolwiek pod ciśnieniem p_0 i przypuśćmy, że tłok T porusza się w sposób taki, iż ciśnienie panujące wewnątrz tegoż zbiornika pozostaje ustawicznie niezmiennem, mimo wypływu przez otwór mn . Przypuśćmy dalej, że zbiornik Z ma w okolicy otworu mn kształt zapobiegający ściśnieniu się żyły płynu i że strugi tegoż płynu pozostają przy przejściu przez otwór równoległemi do siebie nawzajem, a prosto-

(*) LAPLACE. *Mécanique céleste*.

(**) *Das Locomotiven-Blasrohr*, Zürich, 1863.

padłemi do powierzchni otworu. Niechaj p_1 oznacza ciśnienie panujące na zewnątrz otworu, na około żyły płynnej i w jej poprzecznym przecięciu.

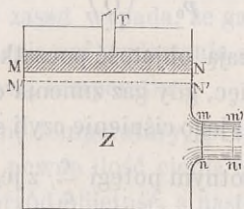


Fig. 68.

Od chwili, gdy ruch jest nieustanny, ilość płynu wypływającego otworem mn w jednostce czasu równa się ilości płynu wypartego tłokiem, który o odpowiednią długość się posunął. Oznaczmy przez P ciężar płynu wychodzącego otworem w jednostce czasu, przez v prędkość tegoż w otworze i badajmy ruch układu materialnego ograniczonego w zbiorniku dwiema płaszczyznami MN i mn . Po upływie czasu nieskończenie małego dt , tłok T posunie się o pewną długość MM' ; ściana MN przeniesie się do $M'N'$, a przecięcie mn do $m'n'$. Ciężar gazu wypartego ze zbiornika będzie Pdt .

Zastosujmy twierdzenie sił żywych do układu materialnego podczas jego przejścia z pierwszego do drugiego położenia. Uważmy że układ materialny płynu uważany w pierwszym i drugim swem położeniu, ma część $M'N'mn$ wspólną i że wszystkie cząsteczki płynu przechodzące przez oznaczony punkt tej części posiadają w tym punkcie jedną zawsze prędkość; przy przejściu zatem z jednego położenia w drugie żaden przyrost siły żywej nie odpowiada tej części płynu, tak że dostateczną jest rzeczą uważać po prostu zamianę masy $MNM'N'$ na równą masę $mm'm'n'$. Należałoby więc odjąć od siły żywej masy $mm'm'n'$ siłę żywą masy $MNM'N'$; ale że prędkość tłoka jest bardzo małą względnie do prędkości cząsteczek płynu przechodzących przez otwór mn , przeto

ograniczamy pierwszą stronę równania sił żywych na wyrażeniu siły żywej masy $mm'n'$, to jest na wyrażeniu :

$$\frac{1}{2} P dt.v^2.$$

Siły wewnętrzne i zewnętrzne działające na układ materyalny są : siła ciężkości i ciśnienia. Pierwsza z nich wykonywa pracę potrzebną do przeniesienia ciężaru Pdt z położenia $MNM'N'$ w położenie $mm'n'$, to jest pracę :

$$Pdt.h,$$

oznaczając przez h wzniesienie środka ciężkości ściany MN ponad środek otworu mn . Druga zaś wykona pracę, którą w kilku przedstawimy wyrazach.

Tłok ciśnie z siłą p_0 na jednostkę powierzchni i wykonywa pracę :

$$p_0 \frac{Pdt}{\Pi_0},$$

gdzie Π_0 oznacza ciężar gatunkowy płynu przy ciśnieniu p_0 i temperaturze zbiornika. Przecięcie mn jest parte siłą p_1 na jednostkę powierzchni, a całkowita praca tej siły wynosi :

$$-p_1 \frac{Pdt}{\Pi_1},$$

gdzie Π_1 oznacza ciężar gatunkowy płynu przy ciśnieniu p_1 i temperaturze zewnętrznej.

Pracę sił wewnętrznych znajdziemy łatwo, zauważywszy że ilość płynu Pdt , wychodząca w czasie dt ze zbiornika, przechodzi stopniowo od ciśnienia p_0 do p_1 . Jeżeli oznaczymy przez Q objętość, jaką zajmuje jednostka ciężaru płynu pod ciśnieniem p , to praca odpowiadająca zmianie tej objętości będzie summą iloczynów kształtu $p dQ$ (ust. n. 115). Praca sił

wewnętrznych będzie zatem :

$$P dt \int pdQ,$$

i całka ta zamkniętą będzie w granicach Q_0 i Q_1 .

Możemy teraz ułożyć równanie sił żywych :

$$\frac{1}{2} \frac{P dt}{g} v^2 = P dt \cdot h + \frac{p_0}{\Pi_0} P dt - \frac{p_1}{\Pi_1} P dt + P dt \int_{Q_0}^{Q_1} pdQ,$$

lub też

$$(1) \quad \frac{v^2}{2g} = h + \frac{p_0}{\Pi_0} - \frac{p_1}{\Pi_1} + \int_{Q_0}^{Q_1} pdQ.$$

Jeżeli objętość płynu jest stałą, tak jak to przypuścić można dla cieczy nieściśliwych, których rozszerzanie jest bardzo nieznaczne przy małej zmianie temperatury, to ciężary gatunkowe Π_0 i Π_1 są sobie równe, a przyrost dQ objętości jest równy zeru. W tym razie równanie (1) sprowadza się do :

$$\frac{v^2}{2g} = h + \frac{p_0 - p_1}{\Pi}.$$

Jest to znany i ogólnie używany wzór wypływu cieczy nieściśliwych, zastosowywany także i do gazów, w razie gdy ciśnienia p_0 i p_1 mało się od siebie różnią. Ale w tym razie istnieje, jak wiadomo z ustępu n. 115, związek między objętością gatunkową Q , ciśnieniem p i temperaturą τ :

$$pQ = R \left(\frac{1}{\alpha} + \tau \right),$$

gdzie R jest liczbą stałą dla każdego gazu, i gdzie $\frac{1}{\alpha} = 273$.

Różniczkując to równanie, znajdujemy :

$$pdQ + Qdp = R d\tau,$$

równanie, które sprowadza się do :

$$Qdp = Rd\tau,$$

w razie gdy $d\theta = 0$. Ztąd otrzymujemy :

$$d\tau = \frac{Q}{R} dp.$$

Ponieważ przypuszczamy, że Q jest stałe i równe objętości Q_0 , przeto zcałkowawszy wyrażenie poprzednie w granicach temperatur τ_0 i τ_1 , odpowiadających ciśnieniom p_0 i p_1 znajdziemy :

$$(2) \quad \tau_0 - \tau_1 = \frac{Q_0}{R} (p_0 - p_1).$$

To dowodzi, że jeżeli gaz wypływający ze zbiornika nie zmienia swej gęstości i objętości gatunkowej, to zmiana jego temperatury jest proporcjonalną do różnicy ($p_0 - p_1$) ciśnień.

Otóż ciepło wewnętrzne stałego gazu nie zależy od ciśnienia i objętości, ale od temperatury; bo jak wiadomo (ustęp n. 115) :

$$dG_1 = c_1 d\tau;$$

zatem ilość stracona ciepła wewnętrznego podczas wypływu gazu ze zbiornika jest

$$c_1(\tau_0 - \tau_1),$$

lub też, wstawiwszy za $\tau_0 - \tau_1$ wartość wyciągniętą z równania (2),

$$c_1 \frac{Q_0}{R} (p_0 - p_1).$$

Ta ilość ciepła jest wprost straconą; nie wykonała ona bowiem żadnej pracy, skoro objętość gazu była stałą.

To obniżenie temperatury gazu wypływającego z wielką pręd-

kością zauważyć można w doświadczeniu z kotłem Papin'a. Para wodna o wysokiem ciśnieniu, wychodząca w powietrze, obniża tak dalece swą temperaturę, że można włożyć rękę w parę na pewnej odległości poza otworem, bez narażenia się na sparzenie. Para o nizkiem ciśnieniu zachowuje przeciwnie temperaturę bardzo wysoką. Łatwo jest także wytłumaczyć sobie, dlaczego usta dmuchają zimnem powietrzem lub chuchają ciepłem, stosownie do tego, czy prąd powietrza wypuszczonego z płuc jest prędki lub powolny.

Jeżeli przypuścimy że temperatura gazu pozostaje stałą, to iloczyn z ciśnienia przez objętość będzie niezmienny, to jest :

$$pQ = p_0Q_0 = p_1Q_1 = \text{ilości stałej,} \quad (2)$$

z kąd

$$p = \frac{p_0Q_0}{Q},$$

a

$$\int_{Q_0}^{Q_1} p dQ = p_0Q_0 \log. \text{nep.} \frac{Q_1}{Q_0}.$$

W tym razie wzór ogólny (1) przybiera kształt :

$$\frac{v^2}{2g} = h + \frac{p_0}{\Pi_0} - \frac{p_1}{\Pi_1} + p_0Q_0 \log. \text{nep.} \frac{Q_1}{Q_0};$$

ale że

$$\frac{p_0}{\Pi_0} = p_0Q_0 \quad \text{i} \quad \frac{p_1}{\Pi_1} = p_1Q_1,$$

zatem

$$\frac{v^2}{2g} = h + p_0Q_0 \log. \text{nep.} \frac{Q_1}{Q_0}.$$

Zamieńmy w tem równaniu p_0Q_0 na $\frac{p_0}{\Pi_0}$, i $\frac{Q_1}{Q_0}$ na $\frac{p_0}{p_1}$.

a znajdziemy :

$$(3) \quad \frac{v^2}{2g} = h + \frac{p_0}{\Pi_0} \log. \text{ nep. } \frac{p_0}{p_1}.$$

Wzór ten nie różni się niczem od wzoru, który wyprowadzimy w następującym rozdziale według zasad dawnych, opartych na przypuszczeniu stałości temperatury. Wzór ten mógłby być zastosowanym tylko wtedy do rachunków, gdyby gaz utrzymywał stale swą temperaturę, mimo zmiany objętości, a to przez otrzymanie stosownej ilości ciepła od zewnątrz. Każda jednostka ciężaru gazu zamieniająca objętość Q_0 pod ciśnieniem p_0 na objętość Q_1 pod ciśnieniem p_1 zużywa ilość pracy przedstawioną przez $\frac{p_0}{\Pi_0} \log. \text{ nep. } \frac{p_0}{p_1}$, to jest ilość ciepła :

$$A. \frac{p_0}{\Pi_0} \log. \text{ nep. } \frac{p_0}{p_1}.$$

Gdybyśmy więc nie zasilali gazu tą ilością ciepła na jednostkę ciężaru, gaz musiałby wydawać swe własne ciepło i tym sposobem obniżać swą temperaturę.

Jeżeli przypuścimy, że gaz nie wydaje ani nie pochłania ciepła podczas wypływu, to (ustęp n. 415) ciśnienie p i objętość Q związane będą z sobą równaniem :

$$pQ^{\frac{c}{c_1}} = p_0Q_0^{\frac{c}{c_1}}.$$

Oznaczmy stosunek $\frac{c}{c_1}$ przez k , a będziemy mieli :

$$pQ^k = p_0Q_0^k.$$

Otóż

$$\int_{Q_0}^{Q_1} p dQ = \frac{1}{k-1} p_0Q_0 \left(1 - \frac{Q_0^{k-1}}{Q_1^{k-1}}\right);$$

ale że możemy napisać

$$p_1 Q_1 = p_0 Q_0 \frac{Q_0^{k-1}}{Q_1^{k-1}}$$

i

$$p_0 Q_0 - p_1 Q_1 = p_0 Q_0 \left(1 - \frac{Q_0^{k-1}}{Q_1^{k-1}} \right) = \frac{p_0}{\Pi_0} - \frac{p_1}{\Pi_1},$$

przeto równanie ogólne (1) sprowadza się do :

$$(4) \quad \frac{v^2}{2g} = h + \frac{k}{k-1} p_0 Q_0 \left(1 - \frac{Q_0^{k-1}}{Q_1^{k-1}} \right).$$

Równanie to przedstawić można w kształcie o wiele prostszym. Mamy jak wiadomo :

$$p_0 Q_0 = R \left(\frac{1}{\alpha} + \tau_0 \right)$$

$$\frac{k}{k-1} = \frac{\frac{c}{c_1}}{\frac{c}{c_1} - 1} = \frac{c}{c - c_1};$$

wiadomo także (ustęp n. 115) że

$$E = \frac{p\alpha}{\Pi(c - c_1)} = \frac{pQ\alpha}{c - c_1},$$

gdzie Q oznacza objętość gatunkową płynu, to jest odwrotny stosunek ciężaru gatunkowego Π pod ciśnieniem atmosferycznym i przy temperaturze 0° termometru Celsjusza. Ponieważ we wzorze $p_0 Q_0 = R \left(\frac{1}{\alpha} + \tau_0 \right)$ temperatura $\tau_0 = 0$, zatem

$$p_0 Q_0 = R,$$

a ztąd

$$E = \frac{R}{c - c_1},$$

$$\frac{k}{k-1} = \frac{cE}{R}.$$

Uważmy teraz, że równanie :

$$p_0 Q_0^k = p_1 Q_1^k$$

można jeszcze przedstawić w kształcie :

$$p_1 Q_1^k = p_0 Q_0 Q_0^{k-1} = R \left(\frac{1}{\alpha} + \tau_0 \right) Q_0^{k-1};$$

ponieważ zaś

$$p_1 Q_1 = R \left(\frac{1}{\alpha} + \tau_1 \right),$$

więc dzieląc przedostatnie równanie przez ostatnie, znajdziemy :

$$Q_1^{k-1} = \frac{\frac{1}{\alpha} + \tau_0}{\frac{1}{\alpha} + \tau_1} Q_0^{k-1},$$

$$\frac{Q_0^{k-1}}{Q_1^{k-1}} = \frac{\frac{1}{\alpha} + \tau_1}{\frac{1}{\alpha} + \tau_0}.$$

W równanie (4) wstawimy tak znalezione wartości :

$$p_0 Q_0 = R \left(\frac{1}{\alpha} + \tau_0 \right) \quad \text{i} \quad \frac{k}{k-1} = \frac{c}{c - c_1},$$

zastępując zarazem wyraz $1 - \frac{Q_0^{k-1}}{Q_1^{k-1}}$ równowartym wyrazem

$$1 - \frac{\frac{1}{\alpha} + \tau_1}{\frac{1}{\alpha} + \tau_0} = \frac{\tau_0 - \tau_1}{\frac{1}{\alpha} + \tau_0}; \text{ otrzymamy tym sposobem :}$$

$$\frac{v^2}{2g} = h + \frac{c}{c - c_1} R \left(\frac{1}{\alpha} + \tau_0 \right) \frac{\tau_0 - \tau_1}{\frac{1}{\alpha} + \tau_0},$$

$$\frac{v^2}{2g} = h + c \frac{R}{c - c_1} (\tau_0 - \tau_1),$$

ale że $\frac{R}{c - c_1} = E$, przeto :

$$(5) \quad \frac{v^2}{2g} = h + cE (\tau_0 - \tau_1).$$

Temperaturę τ_0 zmierzyć można łatwo w zbiorniku, jak również i ciśnienie p_0 ; temperaturę zaś τ_1 oznaczyć można we funkcji ciśnień p_0, p_1 i temperatury τ_0 . Z trzech bowiem równań :

$$p_0 Q_0 = R \left(\frac{1}{\alpha} + \tau_0 \right),$$

$$p_1 Q_1 = R \left(\frac{1}{\alpha} + \tau_1 \right),$$

$$p_0 Q_0^k = p_1 Q_1^k,$$

można wyrugować ilości Q_0 i Q_1 , i otrzymać związek :

$$\frac{\frac{1}{\alpha} + \tau_1}{\frac{1}{\alpha} + \tau_0} = \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

lub też

$$(6) \quad \frac{\frac{1}{\alpha} + \tau_1}{\frac{1}{\alpha} + \tau_0} = \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{c-c_1}{c_1}}$$

Równania (5) i (6) zastąpią w zupełności równanie (4) i ułatwią znacznie rachunki.

Jakśmy już wspominali, stosunek $\frac{c}{c_1}$ jest prawie stały dla wszystkich gazów stałych i równa się liczbie 1,41. Mamy więc :

$$\frac{c - c_1}{c} = \frac{\frac{c}{c_1} - 1}{\frac{c}{c_1}} = \frac{0,41}{1,41} = 0,2908.$$

Ponieważ zaś według Regnault'a ciepło gatunkowe powietrza atmosferycznego jest :

$$c = 0,23754,$$

zatem równania (5) i (6) dadzą :

$$\frac{v^2}{2g} = 424 \cdot 0,23754 (\tau_0 - \tau_1) = 100,717 (\tau_0 - \tau_1),$$

$$273 + \tau_1 = (273 + \tau_0) \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{0,2908},$$

zkuąd

$$\tau_0 - \tau_1 = (273 + \tau_0) \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{0,2908} \right].$$

Trzy wzory (2), (3) i (4) dają na $\frac{v^2}{2g}$ wartości bardzo mało się różniące, jeżeli ciśnienia p_0 i p_1 różnią się między sobą o mały ułamek ciśnienia p_0 . Ale gdy różnica ciśnień $p_0 - p_1$ jest znaczną i zbliża się do p_1 , wtedy wzór (4) albo jemu równowarte wzory (5) i (6) dają prawdziwsze od innych wydatki.

117. Zastosowanie wzoru ogólnego do par wodnych.

— Równanie ogólne (1) poprzedzającego ustępu :

$$\frac{v^2}{2g} = h + \frac{p_0}{\Pi_0} - \frac{p_1}{\Pi_1} + \int_{Q_1}^{Q_0} p dQ,$$

stosuje się do wszystkich płynów, cieczy i gazów. Całka $\int pdQ$ wzięta w granicach od Q_0 do Q_1 wyraża pracę mechaniczną zewnętrzną, wykonaną na jednostkę ciężaru płynu przechodzącego z ciśnienia p_0 i objętości Q_0 do ciśnienia p_1 i objętości Q_1 . Przez czas trwania tej pracy, jednostka ciężaru płynu wywiera na cząsteczki ją otaczające i odbiera nawzajem od nich ciśnienie zmienne p , równe w każdej chwili sile sprężystej tegoż płynu. Ubywająca i równowarta tej pracy ilość ciepła jest przedstawiona przez $A \int_{Q_0}^{Q_1} pdQ$. Otóż, straconą

ilość ciepła znajdziemy, dodając do ilości ciepła wewnętrznego początkowego, ilość ciepła otrzymaną od zewnątrz, a odejmując od tej summy ilość ciepła wewnętrznego znajdującego się ostatecznie w płynie. Oznaczywszy przez U ilość ciepła od zewnątrz przyjętego, przez G_0 , G_1 ilości ciepła wewnętrznego w początku i w końcu uważanego okresu, mieć będziemy :

$$A \int_{Q_0}^{Q_1} pdQ = U + G_0 - G_1.$$

Zatem wzór (1) ustępu n. 416 zamieni się na :

$$(1) \quad \frac{v^2}{2g} = h + \frac{p_0}{\Pi_0} - \frac{p_1}{\Pi_1} + \frac{U + G_0 - G_1}{A}.$$

Przypuśćmy, że płyn jest gazem. Ciepło wewnętrzne jest zawsze funkcją ciśnienia p i objętości gatunkowej Q . Dla gazów stałych funkcja tych dwóch zmiennych jest znaną w pewnych granicach temperatury; zatem mając dane ciśnienie początkowe p_0 i końcowe p_1 , objętości gatunkowe Q_0 i Q_1 , również jak i ilość ciepła otrzymaną od zewnątrz, znaleźć można prędkość v .

Ale przy zastosowaniu ogólnego równania do par, napotyka się większe trudności, jak przy gazach stałych, a to mianowi-

cie z powodu, że trzeba brać pod uwagę proporcją w stanie ciekłym zostającej wody na jednostkę ciężaru pary wodnej, uważanej pod ciśnieniem p_0 zbiornika. Ciepło gatunkowe pary nie może być również uważanem za stałe; zmienia się ono bowiem z temperaturą.

Jeżeli znane jest ciśnienie p pary wodnej przesyconej, lub pary z wodą zmieszanej, to znaleźćby można objętość gatunkową i ilość ciepła wewnętrznego G . I tak, mając dane p_0 , jak również stosunek wody ciekłej do pary, to jest znając mieszaninę pierwotną tych dwóch płynów, możnaby uważać ilości Q_0 i G_0 jako znane. Mając znowu dane p_1 , możnaby oznaczyć zmiany, jakich doznaje mieszanina pary z wodą przy rozprężaniu się w granicach ciśnienia od p_0 do p_1 , to jest możnaby wiedzieć, jaki jest stosunek pary do wody przy końcu operacyi pod ciśnieniem p_1 , w przypuszczeniu że płyn nie pochłania ani nie wydaje z siebie ciepła, to jest że $U=0$. Znając stosunek ostateczny pary do wody, oznaczyłby można Q_1 i G_1 , a wzór (1) ustępu n. 116 dałby wartość na $\frac{v^2}{2g}$, a następnie na v pod ciśnieniem p_1 .

Krótkim opisem wypadków, do których doszedł p. Zeuner, zastępujemy bliższe opisanie metody powyżej wskazanej (*).

Przypuściwszy że $U=0$ i że ilość h również zaniechać można, sprowadzamy równanie (1) do :

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{p_0}{\Pi_0} - \frac{p_1}{\Pi_1} + \frac{G_0 - G_1}{A}$$

Jednostka ciężaru płynu uważanego pod ciśnieniem p_0 , zawiera m_0 pary wodnej, a zaś $1 - m_0$ wody w stanie ciekłym.

(*) Niemogąc wdawać się w dłuższe rachunki, wymagające zresztą obszerniejszych wiadomości o teorii mechanicznej ciepła, odsyłamy czytelnika do dzieła pod tytułem : *Exposé des principes de la théorie mécanique de la chaleur* par M. COMBES. Paris, 1867.

Oznaczmy przez τ_0 ciepło potrzebne do ulotnienia pynu przy temperaturze τ_0 zbiornika, a po mniej lub więcej długich rachunkach dojdziemy do równania:

$$\frac{v^2}{2g} = E \cdot m_0 r_0 \cdot \frac{\tau_0 - \tau_1}{\theta_1}.$$

Stosunek m_0 jest ilością daną w zagadnieniu; w razie gdy para jest suchą, mamy $m_0 = 1$. Regnault oznaczył za pomocą doświadczeń liczbę r_0 , i wyraził ją dla wody wzorem następującym:

$$r = 606,5 + 0,305\tau - c\tau,$$

gdzie c oznacza ciepło gatunkowe wody ciekłej. Według p. Zeuner $c = 1,0224$ dla wody przy temperaturze odpowiadającej wysokiemu ciśnieniu pary, a zaś $c = 1,013$ przy temperaturze niskiego ciśnienia. W tablicach ułożonych przez pp. Regnault i Zeuner znaleźć można ciśnienie pary przesyconej, wyrażone e funkeyi temperatury, jak również τ_0 i τ_1 we funkeyi ciśńień p_0, p_1 . Tak więc, znając te ilości łatwo jest wyrachować prędkość pary wychodzącej ze zbiornika.

Zmianę, której doznał stosunek m ciężaru pary do ciężaru mieszaniny pary z wodą, maluje równanie:

$$\frac{m_0 r_0}{\theta_0} - \frac{m_1 r_1}{\theta_1} = c \log. \text{ nep. } \frac{\theta_1}{\theta_0},$$

podane przez pp. Clausius i Zeuner. W równaniu tem c oznacza ciepło gatunkowe wody ciekłej. Z pomocą powyższego wzoru wyrachować można stosunek m_1 , we funkeyi danego stosunku m_0 i temperatur θ_0 i θ_1 .

ROZDZIAŁ II

DAWNA TEORIA RUCHU GAZÓW.

118. Ruch nieustanny gazu ważkiego o stałej temperaturze. — Jeżeli oznaczymy przez x, y, z współrzędne prostokątne cząsteczki gazu, przez p, v , ciśnienie i prędkość tej cząsteczki; jeżeli oznaczymy nadto przez T taką funkcją współrzędnych x, y, z , że trzy jej pochodne $\frac{dT}{dx}, \frac{dT}{dy}, \frac{dT}{dz}$ przedstawiają w każdym punkcie trzy składowe x, y, z , siły odniesionej do jednostki masy i działającej na cząsteczkę gazu; to równanie:

$$\frac{v^2}{2} + k \log. \text{ nep. } p - T = \text{ilości stałej,}$$

wyprowadzone w ustępie n. 43 przedstawiać będzie ruch nieustanny cząsteczki gazowej przy stałej temperaturze.

W równaniu tem:

$$k = \frac{p}{\rho},$$

gdzie ρ oznacza gęstość czyli masę jednostki objętości gazu.

Jeżeli siłą zewnętrzną działającą na gaz jest siła ciężkości, to wzięwszy za płaszczyznę xy , płaszczyznę poziomą, a za oś z linią pionową idącą z dołu do góry, będziemy mieli:

$$T = -gz;$$

bo siła odniesiona do jednostki masy jest zawsze równa ilości g i jest przytem równoległa do osi z . Wstawiwszy wartość za

T w ogólne równanie, znajdziemy:

$$(1) \quad \frac{v^2}{2g} + \frac{k}{g} \log. \text{ nep. } p + z = \text{ilości stałej.}$$

119. Wyływ nieustanny gazu przez otwór znajdujący się w ścianie zbiornika. — Przypuśćmy że gaz zostający pod stałym ciśnieniem wypływa przez otwór w cienkiej ścianie lub przez krótką walcową przystawkę przymocowaną do ściany zbiornika gazowego. Oznaczmy przez:

p_0 ciśnienie stałe gazu wewnątrz zbiornika i na pewnej odległości od otworu;

ω_0 powierzchnię przecięcia zbiornika;

v_0 prędkość cząsteczki gazu wewnątrz zbiornika;

p ciśnienie gazu wypływającego, tuż poza otworem;

ω powierzchnię otworu;

v prędkość cząsteczki gazu w płaszczyźnie otworu;

z_0 i z wzniesienia uważanej cząsteczki gazu ponad płaszczyznę xy w dwóch jej końcowych położeniach.

Stosując równanie (1) poprzedzającego ustępu do ruchu cząsteczki przebiegającej drogę ze zbiornika na zewnątrz, znajdujemy:

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{k}{g} \log. \text{ nep. } p + z = \frac{v_0^2}{2g} + \frac{k}{g} \log. \text{ nep. } p_0 + z_0$$

czyli

$$(\alpha) \quad \frac{v^2 - v_0^2}{2g} + \frac{k}{g} \log. \text{ nep. } \frac{p}{p_0} + z - z_0 = 0.$$

W ruchu nieustannym cieczy, objętość ωv jest stałą w każdym miejscu żyły ciekłej, dla gazów zaś ciężar $\frac{p}{k} \omega v$ jednostki

objętości jest stałym. W przypuszczeniu temperatury niezmiennej, możemy napisać :

$$p\omega v = \text{ilości stałej,}$$

z ką d

$$p\omega v = p_0\omega_0v_0,$$

$$v_0 = \frac{p\omega}{p_0\omega_0} v;$$

a wstawivszy tę wartość w równanie (α), znajdziemy :

$$\frac{v^2}{2g} \left(1 - \frac{p^2\omega^2}{p_0^2\omega_0^2} \right) + \frac{k}{g} \log. \text{nep.} \frac{p}{p_0} + z - z_0 = 0,$$

z ką d

$$v = \sqrt{\frac{2g \left(z_0 - z + \frac{k}{g} \log. \text{nep.} \frac{p_0}{p} \right)}{1 - \frac{p^2\omega^2}{p_0^2\omega_0^2}}}.$$

Wyrażenie to może być znacznie uproszczonem. Mianownik $p_0\omega_0$ jest zawsze znacznie większy od licznika $p\omega$, więc opuścić można stosunek $\left(\frac{p\omega}{p_0\omega_0} \right)^2$ nie popełniając znacznego błędu ; nadto wysokość $z_0 - z$ zazwyczaj nieznaczna, nie wpływa wiele na wypadek. Wyrażenie powyższe sprowadza się więc do :

$$v = \sqrt{2k \log. \text{nep.} \frac{p_0}{p}}.$$

Jeżeli p_0 nie różni się wiele od p , to rozwinięszy $\log. \text{nep.} \frac{p_0}{p}$ na szereg i wzięwszy tylko pierwszy wyraz, znajdziemy :

$$v = \sqrt{2 \frac{k}{p} (p_0 - p)};$$

a wydatek gazu w jednostce czasu będzie :

$$\omega v = \omega \sqrt{2 \frac{k}{p} (p_0 - p)}.$$

Doświadczenia Legehrjelm'a i d'Aubuisson'a pokazały, że wyrażenie teoretyczne wydatku nie zgadza się z wypadkami znalezionymi doświadczeniem i że chcąc otrzymać rzeczywisty wydatek, należy pomnożyć wydatek teoretyczny przez pewien liczebny współczynnik. Wydatek rzeczywisty będzie zatem :

$$Q = \tau \omega \sqrt{\frac{2g \left(z_0 - z + \frac{k}{g} \log. \text{ nep. } \frac{p_0}{p} \right)}{1 - \frac{p^2 \omega^2}{p_0^2 \omega_0^2}}}$$

albo w przybliżeniu

$$Q = \tau \omega \sqrt{2 \frac{k}{p} (p_0 - p)}.$$

Ilość k jest ilorazem z ciśnienia przez gęstość. Jeżeli oznaczymy przez p_a ciśnienie powietrza, przez δ gęstość gazu względnie do powietrza, przez α współczynnik rozszerzalności gazów, to ciężar sześciennego metra gazu pod ciśnieniem p i przy temperaturze t , będzie :

$$\rho g = 1 \text{ kil.}, 293 \frac{p}{p_a} \frac{\delta}{1 + \alpha t} = \frac{p g}{k},$$

bo metr sześcienny powietrza suchego waży 1 kil., 293.

Z równania tego wyprowadzamy $k = 78402 \frac{1 + \alpha t}{\delta}$, gdzie $\alpha = 0,00367$ w ogóle. Dla powietrza zawierającego zazwyczaj parę wodną, $\alpha = 0,004$ wziąć trzeba. Gęstość gatunkowa: dla powietrza $\delta = 1$, dla wodoru $\delta = 0,691$, dla gazu do oświetlania i gazu błotnego $\delta = 0,555$; a dla pary wodnej,

którą uważać można za gaz poddany prawom Mariotte'a i Gay-Lussac'a, $\delta = 0,6235$.

120. Współczynniki wydatku gazów wypływających otworami w cienkiej ścianie, przez przystawki walcowe i ostrokątowe. — Wspominaliśmy w ustępie poprzedzającym, że wzór

$$Q = \omega \sqrt{\frac{2k}{\rho} (p_0 - p)},$$

służący do oznaczenia w przybliżeniu wydatku gazu wypływającego otworem w cienkiej ścianie, nie zgadza się z wypadkami doświadczeń. Ściśnienie żyły, o którym mówiliśmy odnośnie do wypływu cieczy, ma także miejsce i przy wypływie gazów przez otwory w cienkiej ścianie ; pojedyncze strugi płynu skierowane we wnętrzu zbiornika ku otworowi, nie przepływają przez tenże otwór w kierunku do niego prostopadłym, ale w kierunku ukośnym ; ta zbieżność pojedynczych strug płynu, powoduje ściśnienie żyły i pomniejszenie wydatku. Dla tego to, chcąc znaleźć rzeczywisty wydatek gazu, pomnożyliśmy drugą stronę powyższego równania przez pewien współczynnik η i utworzyliśmy praktyczny wzór :

$$Q = \eta \omega \sqrt{\frac{2k}{\rho} (p_0 - p)},$$

służący nie tylko do mierzenia wydatku gazów przepływających przez otwory w cienkiej ścianie, ale i przez przystawki walcowe lub ostrokątowe ; pod warunkiem, że współczynnik η będzie mieć w każdym razie odpowiednią wartość.

Według d' Aubuisson'a (*) współczynnik wydatku dla otworów w cienkiej ścianie wynosi 0,65, dla przystawek zaś walcowych i ostrokątnych wynosi 0,93. Według doświadczeń

(*) *Annales des Mines*, tome XIII, 1826 .Paris.

Koch'a współczynnik wydatku obrachowany przez Weisbach'a (*) dla otworów w cienkiej ścianie, wynosi tylko 0,58; dla przystawek zaś walcowych i ostrokągowych tylko 0,74.

Zadziwiająca jest ta zupełna niezgodność wypadków doświadczeń tych dwóch uczonych, których niezaprzeczoną powaga w Hydraulicce stawia nas w trudności ocenienia i wykrycia prawdy. Przyjawszy w dziele naszym współczynniki Weisbach'a, jako bliższe prawdy od współczynników d'Aubuisson'a, staramy się w kilku następujących słowach usprawiedliwić nasz wybór.

W wykładzie swym Mechaniki zastosowanej w paryskiej szkole Dróg i Mostów (**), Navier wyprowadził wzór zamieszczony w poprzedzającym właśnie ustępie i przedstawiający prawa ruchu gazu wypływającego otworem. Wzór ten niedostatecznie oceniony został; współcześni bowiem uczeni jak Gerstner (***) , d'Aubuisson i Buff (****) przyjęli wzór Szmidt'a (*****), który bynajmniej nie zgadza się z doświadczeniem i sprzeciwia się zasadzie zachowania siły żywej, jednej z głównych zasad Mechaniki analitycznej. Ponieważ zasady matematyczne i doświadczenia przemawiają właśnie za wzorem Navier'a, przeto idąc za Combes'em (*****), Poncelet'em (*****), i Weisbach'em przenosimy wzór ten nad wzór Szmidt'a.

To też d'Aubuisson, trzymając się niesprawdzonego doświadczeniem wzoru Szmidt'a, otrzymał wypadki prawdopodobnie błędne; jeżeli bowiem szukając współczynników wy-

(*) *Annalen der Physik und Chemie* von POGGENDORFF. Leipzig. 1840.

(**) *Résumé des leçons données à l'école des Ponts et Chaussées sur l'application de la mécanique*, II partie. Paris, 1838, lub *Annales de Chimie et Physique*, tome XXXIV. Paris, 1827.

(***) *Handbuch der Mechanik*. Band III.

(****) *Studien des Göttingischen Verein's bergmännischer Freunde*, Band VI, lub *Poggendorff's Annalen*. Band XXXVII i XXXX.

(*****) *Gilbert's Annalen*, Band VI, lub *Poggendorff's Annalen*, Band II.

(*****) *Traité de l'aérage des mines*.

(*****) *L'Introduction à la Mécanique industrielle*.

datku, zastosujemy wzór Szmidta do głębokich poszukiwań Koch'a (*) o wpływie powietrza z naczyń, znajdziemy wypadki różniące się nadzwyczaj od siebie; podczas gdy wzór Navier'a zastosowany do doświadczeń Koch'a, daje współczynniki nie różniące się więcej od siebie, jak poprzednio już szukane współczynniki wydatku cieczy.

Inne uzasadnione i przez Weisbach'a (***) podane powody, każą zresztą wątpić o prawdziwości współczynników d'Aubuisson'a, i więcej dawać wiary doświadczeniom Koch'a, które zresztą stwierdzone zostały późniejszymi doświadczeniami Buff'a.

121. Ruch nieustanny gazu w rurach. — Ażeby otrzymać równanie przedstawiające prawa ruchu gazów w rurach, jesteśmy zmuszeni przyjąć kilka przypuszczeń. Najprzód przypuścimy, że średnica rury zmienia się nieznacznie, tak że strugi gazu przechodzące przez to samo poprzeczne przecięcie są prawie do siebie równoległe, jak również i do osi rury. Siły powstałe z lepkości cieczy będą więc do siebie równoległe, a ciśnienie w tem samym przecięciu poprzecznym zmieniać się będzie według praw hydrostatycznych.

Teraz uważajmy część rury (fig. 69) zawartą między dwoma przecięciami M_0N_0 i M_1N_1 i zróbmy dwa nieskończenie blisko siebie położone przecięcia MN i $M'N'$.

Oznaczmy przez :

p, ρ, U , ciśnienie, gęstość i prędkość gazu w płaszczyźnie MN ;
 p_0, ρ_0, U_0 , ciśnienie, gęstość i prędkość gazu w płaszczyźnie M_0N_0 ;
 p_1, ρ_1, U_1 , ciśnienie, gęstość i prędkość gazu w płaszczyźnie M_1N_1 ;
 ds odległość MM' ;

(*) *Studien des güttingschen Vereins bergmaennischer Freunde*, Bd. I, 1824; Bd. III, 1833; Bd. IV, 1837; Bd. V, 1838.

(**) *Allgemeine Maschinen-Encyclopädie*.

dz wzniesienie środka ciężkości przecięcia MN ponad środek ciężkości przecięcia $M'N'$;

L i D , długość M_0M_1 i średnią średnicę rury.

Uważajmy strugę płynu mn zawartą między dwoma przecięciami MN i $M'N'$. Oprócz ciśnień i tarcia cząsteczek sąsied-

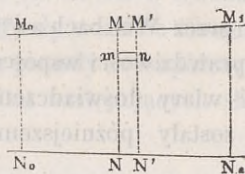


Fig. 69.

nich, wszystkie siły zewnętrzne działające na cząsteczkę prowadzą się do jednej siły ciężkości — gdz . Równanie ogólne :

$$VdV + \frac{dp}{\rho} - dT = 0,$$

wyprowadzone w ustępie n. 13 i zastosowane do tej strugi elementarnej mn daje :

$$\frac{v dv}{g} = - dz - \frac{1}{\rho g} dp,$$

bo $T = -gz$.

Do drugiej strony tego równania dołączymy wyraz odpowiadający tarcia cząsteczek jednych o drugie i przypuścimy, że kierunek siły powstałej przez tarcie cząsteczek sąsiednich, jest przeciwny kierunkowi prędkości. Nazwawszy φ natężenie tej siły na jednostkę masy, otrzymamy równanie :

$$\frac{v dv}{g} = - dz - \frac{1}{\rho g} dp - \frac{1}{g} \varphi ds;$$

a mnożąc przez m , to jest masę cząsteczki :

$$\frac{m v dv}{g} = - m dz - \frac{m}{\rho g} dp - \frac{m}{g} \varphi ds.$$

Dodajmy teraz do siebie równania tego kształtu odnośnie do wszystkich cząsteczek zawartych między dwoma przecięciami MN i M'N' i podzielmy tak otrzymaną sumę przez masę całkowitą Σm , a otrzymamy :

$$\alpha) \quad \frac{\Sigma m v dv}{g \Sigma m} = - dz - \frac{dp}{\rho g} - \frac{ds}{g} \frac{\Sigma m \varphi}{\Sigma m},$$

$$- dz - \frac{dp}{\rho g} = \frac{\Sigma m v dv}{g \Sigma m} + \frac{ds}{g} \frac{\Sigma m \varphi}{\Sigma m}.$$

Wyraz $\frac{\Sigma m v dv}{g \Sigma m}$ jest średnią wartością przyrostu $\frac{v dv}{g}$, który przybiera wysokość $\frac{v^2}{2g}$.

Tak samo jak dla cieczy, przypuścimy tutaj dla gazów (ustęp n. 56), że ten średni przyrost przedstawić się da przez różniczkę wysokości odpowiadającej prędkości średniej U, to jest przez $\frac{U dU}{g}$. Wyraz $\Sigma m \varphi$ przedstawia sumę sił powstałych przez tarcie cząsteczek o siebie nawzajem i o ściany rury; a że siły $m \varphi$ znoszą się dwie po dwie, zatem pozostaje tylko tarcie ścian rury o cząsteczki.

Tarcie to przedstawimy przez iloczyn powierzchni zmniejszonej przez pewną funkcją średniej prędkości gazu, i napiszemy :

$$\Sigma m = \frac{\rho g}{4g} \pi D^2 ds,$$

$$\Sigma m \varphi = \pi D f(U) ds,$$

zład

$$\frac{\Sigma m \varphi}{\Sigma m} = \frac{4g \cdot f(U)}{\rho g D};$$

a wstawiliśmy wartość tę w równanie ogólne (α), otrzymamy :

$$-dz - \frac{dp}{\rho g} = \frac{UdU}{g} + \frac{4}{\rho g D} f(U)ds.$$

Przypuściwszy dalej, że

$$\frac{f(U)}{\rho g} = aU + bU^2,$$

gdzie a i b są współczynnikami wskazanymi doświadczeniem, możemy napisać :

$$(\beta) \quad -dz - \frac{dp}{\rho g} = \frac{UdU}{g} + \frac{4}{D} (aU + bU^2)ds.$$

Uważmy teraz, że nieustanność ruchu wymaga, aby ciężar ilości gazu przepływającej w jednostce czasu przez różne przecięcia rury był stałym. Ponieważ przypuszczamy, że średnica rury jest stałą, lub też zmienia się bardzo mało, zatem :

$$\rho U = \rho_1 U_1 = \rho_2 U_2 = \text{ilości stałej},$$

a że przy stałej temperaturze gęstość jest proporcjonalną do ciśnienia, przeto :

$$pU = p_1 U_1 = p_2 U_2 = \text{ilości stałej } c.$$

Jeżeli rura jest prostolinijna, to oznaczywszy przez i współczynnik liczebny stały, możemy wstawić w równaniu (β) is zamiast z ; nadto możemy wstawić za U wartość $\frac{c}{p}$, a zamiast ρg ułamek $\frac{pg}{k}$; a mnożąc przez p^2 obie strony tak przekształconego równania (β), otrzymamy :

$$(\gamma) \quad -p^2 ids - \frac{k}{g} p dp = -\frac{c^2}{g} \frac{dp}{p} + \frac{4}{D} (acp + bc^2) ds,$$

zkaąd

$$s = -\frac{D}{g} \int_{p_0}^{p_1} \frac{kp^3 - c^2}{Dip^3 + 4acp^2 + 4bc^2p} dp.$$

Ponieważ w rzeczywistości ciśnienie gazu w rurze zmienia się zazwyczaj mało, a wpływ siły ciężkości, to jest wysokości dz jest bardzo nieznaczny, przeto można bez popełnienia znacznego błędu wstawić w równanie (γ) wartości :

$$p^2 ds = \frac{p_0^2 + p_1^2}{2} ds,$$

i

$$p \frac{4}{D} ac ds = \frac{p_0 + p_1}{2} \cdot \frac{4}{D} ac ds.$$

Całkując w granicach odpowiednich znajdujemy :

$$\begin{aligned} \int_0^L \frac{2c}{D} [a(p_0 + p_1) + 2bc] ds + \int_0^L \frac{p_0^2 + p_1^2}{2} ds - \int_{p_0}^{p_1} \frac{c^2}{g} \frac{dp}{p} \\ + \int_{p_0}^{p_1} \frac{k}{g} p dp = 0, \\ \frac{2c}{D} [a(p_0 + p_1) + 2bc] L + \frac{p_0^2 + p_1^2}{2} iL - \frac{c^2}{g} \log. \text{ nep. } \frac{p_1}{p_0} \\ + \frac{k}{2g} (p_1^2 - p_0^2) = 0. \end{aligned}$$

Ponieważ całkowity spadek rury jest $iL = h$, zatem

$$\begin{aligned} \frac{2c}{D} [a(p_0 + p_1) + 2bc] L + \frac{p_0^2 + p_1^2}{2} h - \frac{c^2}{g} \log. \text{ nep. } \frac{p_1}{p_0} \\ + \frac{k}{2g} (p_1^2 - p_0^2) = 0. \end{aligned}$$

Jeżeli znamy ilości c i p_0 , znajdziemy z równania tego ciś-

nienie p_1 ; znając zaś c i p_1 znajdziemy łatwo p_0 . Wstawmy w równanie poprzednie $c = p_0 U_0$, a znajdziemy :

$$\frac{2p_0 U_0}{D} [a(p_0 + p_1) + 2bp_0 U_0] L + \frac{p_0^2 + p_1^2}{2} h - \frac{p_0^2 U_0^2}{g} \log. \text{nep.} \frac{p_1}{p_0}$$

$$- \frac{k}{2g} (p_0^2 - p_1^2) = 0;$$

biorąc zaś wartość przybliżoną

$$\log. \text{nep.} \frac{p_1}{p_0} = \frac{p_1 - p_0}{p_0},$$

dzieląc całe równanie przez p_0^2 , znajdziemy :

$$\frac{2U_0}{D} \left[a \left(1 + \frac{p_1}{p_0} \right) + 2bU_0 \right] L + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{p_1^2}{p_0^2} \right) h - \frac{U_0^2}{g} \left(\frac{p_1}{p_0} - 1 \right)$$

$$- \frac{k}{2g} \left(1 - \frac{p_1^2}{p_0^2} \right) = 0.$$

Oznaczmy teraz $1 - \frac{p_1^2}{p_0^2} = \xi$, to jest $\frac{p_1}{p_0} = \sqrt{1 - \xi} = 1 - \frac{\xi}{2}$ w przybliżeniu; a odmiennając tym sposobem zmienną, otrzymamy równanie :

$$\left(\frac{aU_0 L}{D} + \frac{h}{2} + \frac{k}{2g} - \frac{U_0^2}{2g} \right) \xi - \frac{4L}{D} (aU_0 + bU_0^2) - k = 0,$$

zkuąd

$$\xi = \frac{\frac{4L}{D} (aU_0 + bU_0^2) + h}{\frac{k}{2g} + \frac{aU_0 L}{D} + \frac{h}{2} - \frac{U_0^2}{2g}};$$

ale że

$$\xi = 2 \cdot \frac{p_0 - p_1}{p_0},$$

zatem

$$\frac{p_0 - p_1}{p_0} = \frac{\frac{4L}{D} (aU_0 + bU_0^3) + h}{\frac{k}{g} + \frac{2aU_0L}{D} + h - \frac{U_0^2}{g}}$$

W praktyce nie bierze się zwykle pod uwagę wysokości h ; nadto opuszcza się w mianowniku wyrazy $\frac{2aU_0L}{D}$ i $\frac{U_0^2}{g}$, jako mało znaczące wobec wysokości $\frac{k}{g}$, która, jakśmy widzieli w ustępie n. 119, jest bardzo wielką. Wyrażenie poprzednie sprowadza się więc do :

$$\frac{p_0 - p_1}{p_0} = \frac{4Lg}{Dk} (aU_0 + bU_0^3),$$

czyli

$$\frac{p_0 - p_1}{p_0} = \frac{4L}{D\rho_0} g\zeta(aU_0 + bU_0^3);$$

a jeżeli przypuścimy, że prędkość U_0 różni się bardzo mało od średniej prędkości U , to otrzymamy wzór używany zawsze w praktyce :

$$p_0 - p_1 = \frac{4L}{D} \Pi(aU + bU^2).$$

122. Współczynniki dwumianu wyrażającego tarcie gazu o ściany rury. — W ustępie poprzedzającym przypuściliśmy, że dla gazów tarcie na jednostkę powierzchni elementu ściany przedstawić się da, tak samo jak dla cieczy, przez wyrażenie :

$$\Pi(aU + bU^2),$$

w którym a i b są współczynnikami sprawdzonymi doświadczeniem.

Skoro cała teoria ruchu gazów jest wyprowadzoną analogicznie do teorii ruchu cieczy, przeto należałoby przypuścić, że wypadki doświadczeń p. Darcy robionych względnie dla cieczy (ustęp n. 47), zastosowałyby się dały także i do gazów, to jest że współczynniki a i b zależą od promienia i ścian rury.

To też przypuszczenie to zupełnie zostało stwierdzone doświadczeniem. Gazem służącym do doświadczenia było powietrze i następnie gaz do oświetlania; a znalezione współczynniki a i b podane są w następującej tablicy (*):

ŚREDNICA RURY.	LICZBA doświadczeń.	WARTOŚCI WSPÓLCZYNNIKÓW		RODZAJ RURY.
		$a.$	$b.$	
m				
0,500	27	0,000020	0,000246	żelazo lane.
0,325	31	0,000151	0,000326	»
0,254	4	0,000237	0,000359	»
0,103	7	0,000300	0,000480	»
0,081	10	0,000389	0,000489	»
0,050	3	0,000702	0,000593	»
0,050	4	0,000738	0,000345	blacha.

Kilka pierwszych poziomych kolumn tej tablicy pokazuje, jak dalece zmieniają się współczynniki a i b z promieniem rury; dwie ostatnie poziome kolumny dowodzą zaś, że natura ścian rury wpływa znacznie na zmianę współczynników tarcia.

Dwaj znakomici Hydraulicy, Girard (***) i d'Aubuisson (***) robili przed dawnymi jeszcze laty liczne doświadczenia nad

(*) Doświadczenia te wykonane zostały w r. 1863 i 1864 z polecenia pp. Gayffier i Camus, Inżynierów Dróg i Mostów, dyrektorów paryskiej Kompanii gazów, przez p. Arson, Inżyniera naczelnego Kompanii i pp. Monard i Honoré, uczniów Szkoły Centralnej Sztuk i Rękodzieł. Wypadki tych poszukiwań, robionych w fabrykach w *La Vilette* i w *Saint-Mandé* streszczone zostały w artykule, który uzyskał medal złoty paryskiego Towarzystwa inżynierów cywilnych.

(**) *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, Séance de 12 juillet, 1819, tom V Paris.

(***) *Annales des Mines*, tom III, deuxième série, 1828, Paris.

ruchem gazów. Navier zbadawszy te doświadczenia, przyjął dla jakiegokolwiek gazu współczynniki :

$$a = 0, \quad b = 0,000330,$$

podobne bardzo współczynnikom tarcia wody o ściany rury, przyjętym przez Prony'ego.

123. O nagłych zmianach kierunku i przecięcia rur, gaz prowadzących. — Nagłe zmiany kierunku rur gaz przeprowadzających bardzo znaczną stawiają w ruchu płynu przeszkodę, i rodzą straty ciężenia, których często w rachunkach pominąć nie można. D'Aubuisson przekonał się w licznych swych doświadczeniach, że siedm kątów mających po 45° zmniejszają wydatek gazu o jedną czwartą. W doświadczeniach tych, d'Aubuisson zauważył również, że siła oporowa rośnie proporcjonalnie do kwadratu z prędkości i do kwadratu z wstawy kątów. Unikać więc należy nagłych zmian kierunku i zaokrągląć część rury, w której kierunek musi być zmieniony.

Co się tyczy straty ciężenia w skutek zmiany przecięcia rur, to do niej można zastosować rachunki przeprowadzone w rozdziale II^{im} pierwszej Księgi, pod warunkiem, że ciężar gatunkowy II sprowadzony będzie do ciśnienia średniego i do temperatury rury; przy mało bowiem zmieniającem się ciśnieniu uważać można gazy za płyny ciekłe i jednorodne. Tym sposobem znajdzie się różnicę słupów piezometrycznych między dwoma punktami a zatem i ciśnienia w obrębie tychże punktów.

ROZDZIAŁ III

RÓŻNE ZASTOSOWANIA TEORJI RUCHU GAZÓW.

124. Miechy walcowe. — Nazywamy miechami walcowymi maszyny służące w przemyśle do utrzymania nieustannego prądu powietrza w celu podsycania ognia w kuźniach, zakładach metalurgicznych lub wreszcie w innych celach.

Machiny te, dzisiaj bardzo udoskonalone a do pomp powietrznych podobne, różnią się jedne od drugich; w zasadzie jednak składają się z walca pustego zamkniętego przy obu podstawach i z tłoka, który wewnątrz tegoż walca ruchem postępowym zwrotnym jest ożywiony. Dwie kłapy umieszczone w jednej z jego podstaw służą do wpuszczania i do wypuszczania powietrza.

Miechy walcowe rzucają prąd powietrza lub gazu na dany punkt, za pośrednictwem rur mniej lub więcej długich. Czasem rury te przyłączone są wprost do walca; najczęściej jednak kilka walców wypycha powietrze do wspólnego zbiornika, z kąd dopiero jedna lub kilka rur prowadzi powietrze lub gaz do oznaczonego punktu; tym sposobem, prąd powietrza jest jednostajny i nieustanny. Traktujmy przedmiot ten ogółowo i przypuśćmy, że tłok T (fig. 70) porusza się w ten sposób, że dwa jego ostateczne położenia są: M_1N_1 i M_3N_3 . Dno pompy jest połączone za pomocą rur z dwoma zbiornikami Z i Z' , w których panuje ciśnienie p_0 i p_1 . Z dwóch kłap k i k' , jedna otwiera się na wewnątrz druga zaś na zewnątrz.

Stawiamy tu następane zagadnienie :

Mając dane ciśnienie p_0 i większe od tegoż ciśnienie p_1 ,

wiedząc nadto, że ciśnienie średnie atmosfery działa na stronę tłoka przeciwną tej, która komunikuje ze zbiornikami, zna-

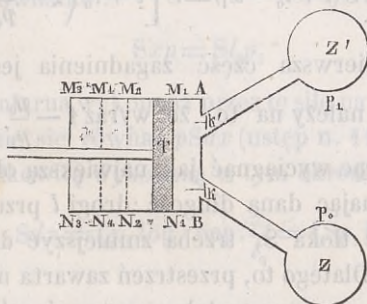


Fig. 70.

leść : 1° Ilość gazu, która przejdzie z jednego zbiornika do drugiego na jedno uderzenie tłoka ; 2° Pracę wykonaną w jakiejkolwiek chwili przez ciśnienie gazu na tłok.

Gdy tłok przybywszy do położenia M_1N_1 zaczyna nowy bieg od prawej strony ku lewej, kłapa k jest zamkniętą, bo gaz zawarty w przestrzeni ABM_1N_1 jest pod ciśnieniem p_1 , które z przypuszczenia jest większe od p_0 . W miarę jak tłok posuwa się na lewo, przestrzeń ABM_1N_1 powiększa się, a ciśnienie gazu w niej zawartego maleje; tak, że skoro tłok przyjmie pewne położenie M_2N_2 , ciśnienie gazu w walcu będzie p_0 i kłapa k otworzy się. Oznaczmy $BN_1 = l_0$, $BN_2 = x_1$, $N_1N_3 = l$ a nazwawszy S powierzchnię poprzecznego przecięcia walca, napisać będziemy mogli, na zasadzie prawa Mariotte'a :

$$Sl_0p_1 = Sx_1p_0,$$

$$p_1l_0 = p_0x_1.$$

Począwszy od położenia M_2N_2 , tłok posuwa się ku M_3N_3 ; kłapa k jest ciągle zamkniętą, a prawa strona tłoka znosi ciśnienie p_0 na jednostkę powierzchni. Objętość Q_0 gazu przybyłego ze zbiornika Z pod ciśnieniem p_0 i przy temperaturze zbior-

nika jest zatem $M_3N_3M_2N_2$, czyli

$$Q_0 = S(l + l_0 - x_1) = S \left[l + l_0 \left(1 - \frac{p_1}{p_0} \right) \right].$$

Tak więc pierwsza część zagadnienia jest rozwiązana. Zwrócić uwagę należy na to, że wyraz $1 - \frac{p_0}{p_1}$ jest ujemny, to jest, że chcąc wyciągnąć jak największą objętość gazu ze zbiornika Z, mając daną długość drogi l przebieżonej przez tłok i wielkość tłoka S , trzeba zmniejszyć długość l_0 , o ile tylko można. Dlatego to, przestrzeń zawarta między tłokiem i dnem pompy nazwaną została *przestrzenią szkodliwą*.

Badajmy teraz okoliczności towarzyszące powrotowi tłoka z położenia M_3N_3 do M_1N_1 . Skoro tylko ruch ten się zaczyna, kłapa k zamyka się natychmiast, ale kłapa k' nie otwiera się, aż dopiero w chwili gdy ciśnienie gazu wewnątrz walca powiększy się w skutek zmniejszenia objętości i przyjmie wartość p_1 . Niechaj M_1N_1 oznacza położenie tłoka w chwili, gdy ciśnienie gazu w przestrzeni M_1N_1AB doszło do p_1 , a odległość $N_1B = x_2$ znajdziemy na zasadzie prawa Mariotte'a. Rzeczywiście :

$$(l + l_0)Sp_0 = x_2Sp_1,$$

$$(l + l_0)p_0 = x_2p_1;$$

znamy więc x_2 . Od położenia M_1N_1 aż do M_1N_1 prawa strona tłoka znosić będzie stałe ciśnienie p_1 na jednostkę powierzchni, w kierunku przeciwnym kierunkowi ruchu.

Aby ocenić pracę wykonaną na tłoku w jakiegokolwiek chwili, nazwijmy x odległość zmienną ściany AB od ściany prawej tłoka, i rozberzmy cztery przypadki, które mogą mieć miejsce.

1° Między położeniem M_1N_1 i M_2N_2 ciśnienie p zmienia się

w granicach od p_1 do p_0 ; odległość tłoka od położenia krańcowego M_1N_1 jest $x - l_0$; więc w każdej chwili ciśnienie p danem będzie przez równanie :

$$Sxp = Sl_0p_1$$

a praca elementarna wykonana przez tę siłę na tłok posuwający się o dx będzie się równać $pSdx$ (ustęp n. 445). Znajdziemy więc pracę całkowitą wykonaną w tym okresie, biorąc całkę :

$$\int_{l_0}^{x_1} \frac{l_0 p_1}{x} \cdot S dx = l_0 p_1 \log. \text{ nep. } \frac{x_1}{l_0} = l_0 S p_1 \log. \text{ nep. } \frac{p_1}{p_0}$$

Druga strona tłoka znosi w tym czasie ciśnienie atmosferyczne p_a , którego całkowita praca oporowa będzie :

$$- p_a S (x - l_0)$$

w jakiegokolwiek chwili okresu, a więc $-p_a S(x_1 - l_0)$ na końcu tegoż.

2° W drugim okresie zmienna x rośnie od x_1 do $l + l_0$, a tłok jest poddany działaniu ciśnień stałych : gazu i atmosfery, to jest działaniu siły $(p_0 - p_a)S$, której praca mierzona od M_2N_2 ma za wartość $(p_0 - p_a)S(x - x_1)$. Aby mieć wartość pracy mierzonej od M_1N_1 , dodać należy do tego wyrazu, wyrażenie pracy całkowitej wykonanej w pierwszym okresie; otrzymamy więc :

$$l_0 S p_1 \log. \text{ nep. } \frac{p_1}{p_0} + p_0 S (x - x_1) - p_a S (x - l_0)$$

Aby znaleźć pracę całkowitą podczas ruchu tłoka od M_1N_1 do M_3N_3 , wstawmy w poprzednim wyrażeniu $x = l + l_0$ a mieć będziemy :

$$l_0 S p_1 \log. \text{ nep. } \frac{p_1}{p_0} + p_0 S (l + l_0 - x_1) - p_a S l$$

3° Podczas gdy tłok posuwając się dalej rodzi przestrzeń

$M_3N_3M_4N_4$, gaz zamienia objętość swą $S(l + l_0)$ na objętość Sx_2 , a ciśnienie p_0 na p_1 . Praca oporowa gazu mierzona od położenia M_3N_3 ma za wartość :

$$S \int p dx;$$

a ciśnienie p znalezionem być może na zasadzie prawa Mariotte'a w równaniu :

$$S(l + l_0)p_0 = xpS,$$

które daje

$$p = \frac{l + l_0}{x} p_0.$$

Zatem praca wykonana będzie :

$$S(l + l_0)p_0 \int \frac{dx}{x},$$

a biorąc ją w granicach od $l + l_0$ do x , znajdziemy :

$$S(l + l_0)p_0 \log. \text{nep.} \frac{x}{l + l_0}.$$

Równocześnie ciśnienie atmosferyczne wykonuje pracę dodatnią $p_a S(l + l_0 - x)$. Dodawszy pracę wykonaną od początku pierwszego okresu, do pracy powyżej znalezionej, otrzymamy wyrażenie pracy całkowitej aż do chwili uważanej, to jest :

$$l_0 S p_1 \log. \text{nep.} \frac{p_1}{p_0} + p_0 S(l + l_0 - x_1) + S(l + l_0)p_0 \log. \text{nep.} \frac{x}{l + l_0} - p_a S(x - l_0).$$

Przy końcu trzeciego okresu, zmienna x przybiera wartość x_2 , a stosunek $\frac{x}{l + l_0}$ zamienia się na $\frac{x_2}{l + l_0} = \frac{p_0}{p_1}$; zatem praca

całkowita, aż do końca trzeciego okresu wynosi :

$$l_0 S p_1 \log. \text{nep.} \frac{p_1}{p_0} + p_0 S (l + l_0 - x_1) + S (l + l_0) p_0 \log. \text{nep.} \frac{p_0}{p_1} \\ - p_a S (x_2 - l_0)$$

lub

$$S [p_1 l_0 - p_0 (l + l_0)] \log. \text{nep.} \frac{p_1}{p_0} + p_0 S (l + l_0 - x_1) - p_a S (x_2 - l_0).$$

4° W czwartym okresie tłok znosi ciągle to samo ciśnienie $p_1 S$, którego praca oporowa jest $p_1 S (x - x_2)$, podczas gdy drugiej jego stronie poddanej ciśnieniu atmosferycznemu $p_a S$, odpowiada praca dodatna $-p_a S (x - x_2)$. Licząc więc od położenia $M_1 N_1$, praca całkowita będzie:

$$S [p_1 l_0 - p_0 (l + l_0)] \log. \text{nep.} \frac{p_1}{p_0} + p_0 S (l + l_0 - x_1) - p_a S (x - l_0) \\ + p_1 S (x - x_2).$$

Cheąc znaleźć pracę gazu i powietrza podczas całkowitego biegu tłoka tam i na powrót, wstawić trzeba w poprzednim wyrażeniu za $x = l_0$. Praca całkowita wyniesie :

$$T = S [p_1 l_0 - p_0 (l + l_0)] \log. \text{nep.} \frac{p_1}{p_0} + p_0 S (l + l_0 - x_1) \\ - p_1 S (x_2 - l_0).$$

Wyrażenie to wzięte ze znakiem przeciwnym jest pracą, którą ma wykonać maszyna poruszająca podczas jednego biegu tłoka tam i na powrót, aby utrzymać ruch okresowy, przypuszczając oczywiście że jedynymi przeszkodami są ciśnienia p_a, p_0, p_1 .

Równanie ostatnie pokazuje, że praca T jest niezależną od ciśnienia atmosferycznego p_a , co zresztą łatwo było przewidzieć,

zważywszy, że ciśnienie to działa raz dodatnio, drugi raz odjemnie, i że w ten sposób jego działanie sprowadza się do zera.

Ponieważ $l_0 p_1 = x_1 p_0$, więc pierwszy wyraz ostatniego równania przedstawić jeszcze można w kształcie :

$$- p_0 S(l + l_0 - x_1) \log. \text{ nep. } \frac{p_1}{p_0}$$

lub też

$$- p_0 Q_0 \log. \text{ nep. } \frac{p_1}{p_0}$$

Ale objętość gazu wchodzącego do walca na jedno uderzenie tłoka, pod ciśnieniem p_1 , jest $S(x_2 - l_0)$ a odpowiednia objętość pod ciśnieniem p_0 jest $S(l + l_0 - x_1)$; więc

$$S(x_2 - l_0) p_1 = S(l + l_0 - x_1) p_0,$$

a wyrażenie pracy całkowitej sprowadza się do

$$T = - p_0 Q_0 \log. \text{ nep. } \frac{p_1}{p_0};$$

coby zresztą można znaleźć natychmiast i łatwo, gdyby nie chodziło o wyrażenie pracy w jakiejkolwiek chwili okresu, ale tylko o pracę całkowitą.

W razie gdy machina ta ma służyć za miech powietrzny, zbiornik Z jest atmosferą, a zbiornik Z' przedstawia przestrzeń, w którą powietrze bywa wpychane, np. dzwon do opuszczania nurków, skrzynię przy fundacjach o zgęszczonem powietrzu, lub rurę kolei atmosferycznej.

125. O dzwonach powietrznych komunikujących z rurami wodę prowadzącymi i z pompami tłoczącymi.

— Zbiorniki zamykające w sobie powietrze, umieszczane bywają w pobliżu głównych kurków rury prowadzącej wodę, i w pobliżu pompy tłoczącej, z powodów : 1° aby uniknąć gwał-

townych i nagłych uderzeń żyły wodnej o ściany rury, gdy kurki nagle przymkniętymi zostają; 2° aby złagodzić niejednostajność ruchu wody, gdy machina wodę tłocząca pracuje nie jednostajnie ale peryodycznie.

Jasną jest rzeczą, że gdy rura zawiera pewną masę wody ożywioną znaczną prędkością i gdy wypływ nagle wstrzymany zostaje, woda w ruchu będąca nie może zniszczyć swej siły żywej bez pośrednictwa pracy oporowej. Tę pracę oporową rodzi ciężkość, działanie wzajemne cząstek wody i oddziaływanie ciała, z którym ta woda jest w zetknięciu. Jeżeli woda wypełnia całkowicie rurę, to ściany tej rury ugiąć się muszą pod działaniem ciśnień, a siły sprężyste wywołane przez to odkształcenie zrodzą odjemną pracę równoważącą siły żywe cząsteczek wody.

Ze jednak rury nie są dostatecznie sprężyste (*) by ugiąć się miały pod znacznem bardzo ciśnieniem, przeto używa się dzwonów kształtu walca metalowego, napełnionych powietrzem komunikującym z wnętrzem rury i przeznaczonem do znoszenia ciśnień, które woda nagle w ruchu wstrzymana wywierać musi.

Rozwiążmy następujące zagadnienie : Mając dane normalne ciśnienie powietrza w zbiorniku, znaleźć ciśnienie tegoż w chwili, gdy prędkość wody zupełnie zniszczoną zostanie.

Dla uproszczenia zadania przypuścimy, że rura walcowa jest zasilana jednym tylko zbiornikiem wody i że otwór tej rury jest na samym jej końcu; przypuścimy także, że kurek i zbiornik są również umieszczone przy końcu rury.

Oznaczmy przez :

(*) Gdyby rury były dostatecznie sprężyste, użycie dzwonu powietrznego byłoby zbędne, rury bowiem same grałyby rolę dzwonu. Tego dowodzi bieg krwi w żyłach. Urywane i krótkie uderzenia serca dowodzą, że krew wypływa z niego w żyły niejednostajnie i przerwami; dzięki jednak sprężystości żył, bieg krwi jest jednostajny.

u_0 prędkość średnią wody w rurze podczas normalnego jej biegu ;

u prędkość średnią wody w rurze w jakiegokolwiek chwili po zamknięciu kurka ;

p_0 siłę sprężystą powietrza w dzwonie podczas normalnego biegu wody ;

ω powierzchnię poprzecznego przecięcia rury ;

χ obwód poprzecznego przecięcia rury ;

λ długość rury ;

Q_0 objętość powietrza w dzwonie przy ciśnieniu p_0 ;

Q_1 objętość powietrza w dzwonie przy ciśnieniu p_1 , gdy po zamknięciu kruszka prędkość wody do zera sprowadzoną zostanie ;

Π ciężar sześciennego metra wody.

Zastosujmy twierdzenie sił żywych do masy cieczy w ruchu będącej, w przeciągu czasu potrzebnego do zniszczenia prędkości. Połowa przyrostu siły żywej w tym okresie czasu, ma za wartość :

$$-\frac{\Pi}{2g} \omega \lambda u_0^2,$$

bo prędkość końcowa równa się zeru.

Należy teraz ocenić pracę sił działających, to jest pracę ciśnienia powietrza zamkniętego w dzwonie, siły ciężkości, oporu ścian rury i pracę ciśnienia powietrza atmosferycznego.

Ciśnienie oporowe powietrza zamkniętego w zbiorniku wykonywa pracę (ustęp n. 115) :

$$\int_0^{Q_1} p dQ ;$$

ale że

$$Qp = Q_0 p_0,$$

więc

$$\int pdQ = Q_0 p_0 \int \frac{dQ}{Q};$$

a biorąc całkę w granicach od Q_0 do Q_1 :

$$\int_{Q_0}^{Q_1} pdQ = -Q_0 p_0 \log. \text{nep.} \frac{Q_0}{Q_1}.$$

Pominęliśmy tu nieznaną wysokość, o jaką podnosi się środek ciężkości gazu.

Ażeby ocenić pracę ciężkości uważmy, że po zamknięciu kurka woda wciska się w dzwon powietrzny i zajmuje pewną jego część, podczas gdy poziom wody w zbiorniku wodnym o pewną wysokość się obniża. Otóż praca, którą ciężkość wykona w tym razie, sprowadza się widocznie do pracy, którąby wykonała warstwa wody wyprowadzona ze zbiornika, przenosząc się na miejsce warstwy przybyłej do dzwonu powietrznego. Jeżeli oznaczymy przez A i A' powierzchnie przecięcia zbiorników wodnego i powietrznego, to $\frac{Q_0 - Q_1}{A}$, $\frac{Q_0 - Q_1}{A'}$, oznaczać będą wysokości o jakie woda obniżyła się i podniosła w zbiorniku wodnym i powietrznym. Zatem jeżeli h oznacza wzniesienie poziomu wody w zbiorniku wodnym ponad wierzch rury w pobliżu dzwonu powietrznego, to praca ciężkości będzie :

$$\Pi(Q_0 - Q_1) \left[h - \frac{1}{2} (Q_0 - Q_1) \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{A'} \right) \right].$$

Pracę ciśnienia powietrza otaczającego łatwo jest ocenić. Ciśnienie atmosferyczne p_a działające na powierzchnię A wo-

dy, obniżającej poziom swój o $\frac{Q_0 - Q_1}{A}$, wykona pracę :

$$p_a (Q_0 - Q_1).$$

Wreszcie pozostaje do oceny praca sił powstałych w skutek oddziaływania rury na wodę. Trudno jest zdać sobie sprawę z działania, które się wywiązuje przy ruchu tak niejednostajnym i tak dalece zmiennym. Składowa normalna siły oddziaływania stara się odkształcić ścianę rury, składowa zaś styczna tamuje bieg wody, rodząc tarcie. Działanie obu tych sił jest nam nieznanne; ale jeżeli chodzi tylko o przybliżoną wartość tych działań, to dosyć jest przypuścić ruch jednostajny, pozbawiony raptownych wstrząśnień i wibracyj a pominąć w rachunku pracę odkształcenia rury, jako nieznaczną. Wiadomo istotnie, że przy biegu wody z niezmienną prędkością u , tarcie na jednostkę powierzchni ścian rury jest (ustęp n. 44) :

$$f(u) = \Pi \varphi(u),$$

albo po prostu (ustęp n. 45) :

$$f(u) = \Pi b_1 u^2,$$

gdzie $b_1 = 0,0003855$; zatem tarcie całkowite w rurze wyniesie :

$$\Pi b_1 u^2 \chi \lambda.$$

Ponieważ przypuszczamy ruch jednostajny, przeto każda cząsteczka przebiega w czasie dt drogę $u dt$, a praca elementarna tarcia jest :

$$- \Pi b_1 u^2 \chi \lambda \cdot u dt,$$

co można jeszcze przedstawić w kształcie,

$$- \frac{\Pi b_1 u^2 \chi \lambda}{\omega} \cdot \omega u dt.$$

Otóż ωdt jest odjemny przyrost objętości, to jest równa się różniczce $-dQ$; praca więc elementarna tarcia będzie :

$$\frac{\Pi b_1 u^2 \chi \lambda}{\omega} \cdot dQ.$$

Chcąc zcałkować to wyrażenie, trzeba by znać związek zachodzący między ilościami u i Q , podczas zmniejszania się prędkości u od u_0 do zera. W celu uniknięcia długich rachunków przypuścimy, że u^2 zachowuje stałą wartość średnią $\frac{u_0^2}{2}$, tak że całkowita praca tarcia wyrazi się przez :

$$\frac{\Pi b_1 u_0^2 \chi \lambda}{2\omega} \int_{Q_0}^{Q_1} dQ,$$

to jest przez

$$\frac{\Pi b_1 u_0^2 \chi \lambda}{2\omega} (Q_0 - Q_1).$$

Tak więc możemy ułożyć równanie sił żywych :

$$\frac{\Pi}{2g} \omega \lambda u_0^2 = Q_0 p_0 \log. \text{nep.} \frac{Q_0}{Q_1}$$

$$- \Pi (Q_0 - Q_1) \left[\frac{p_a}{\Pi} + h - \frac{1}{2} (Q_0 - Q_1) \left(\frac{1}{\Lambda} + \frac{1}{\Lambda'} \right) \right] + \frac{\Pi b_1 u_0^2 \chi \lambda}{2\omega} (Q_0 - Q_1),$$

które łącznie z równaniem

$$p_0 Q_0 = p_1 Q_1,$$

daje dwie ilości p_1, Q_1 , gdy znane są p_0 i Q_0 i nawzajem (*).

Jakśmy mówili, dzwony powietrzne używane bywają nie-

(*) Obszerniejsze wiadomości dotyczące tego przedmiotu znaleźć można w dziele *Construction der Kolben und Centrifugalpumpen, Ventilatoren und Exhaustoren*, bearbeitet von C. FINK. Berlin, 1872.

tylko dla ochrony rur od pęknięcia, ale także dla regulowania biegu wody poddanej działaniu siły urywanej i peryodycznej. Gdy pompa o pojedynczem działaniu tłoczy wodę długą rurą do zbiornika położonego na pewnej wysokości, to woda poddana jest działaniu tłoka wtedy tylko, gdy tenże w pewnym kierunku postępuje; gdy jednak tłok w przeciwną porusza się stronę, woda traci część swej prędkości w skutek działania siły ciężkości i tarcia; ponowny ruch tłoka w pierwszym kierunku musi więc zwrócić wodzie jej straconą prędkość. Opór, który siła poruszająca ma zwyciężyć, zwiększa się tym sposobem i przybiera czasem znaczne rozmiary; tak, że machina i rury mogą być wystawione na uszkodzenie, a praca poruszająca na stratę. Aby temu zapobiedz używa się właśnie dzwonu powietrznego komunikującego z rurą obok pompy. Za każdym uderzeniem tłoka, woda tłoczona w rurę ścisła powietrze zamknięte w dzwonie, zajmwszy część jego miejsca; skoro jednak tłok wracając do swego pierwotnego położenia ssie wodę w rurze będącą, wtedy zgęszczone powietrze oddziaływa na znajdującą się w dzwonie powietrzną wodę, i utrzymuje tym sposobem nieustanność i jednostajność ruchu (*).

Oznaczmy przez :

Q objętość zrodzoną przez całkowity, ale jednorazowy skok tłoka ;

Q_0 największą objętość powietrza w dzwonie ;

Q_1 najmniejszą jego objętość ;

p_0 i p_1 ciśnienia odpowiadające objętościom Q_0 i Q_1 .

Uważmy że w przeciągu czasu, którego potrzebuje tłok do przebieżenia drogi tam i napowrót, wydatek wody jest Q .

(*) Bliższe szczegóły znaleźć można w dziele *Traité de la conduite et de la distribution des eaux* par DUPUIT, deuxième édition. Paris, 1865.

Jeżeli przypuścimy, że ruch jest prawie jednostajny, to przyjąć także musimy, że podczas całkowitego biegu tłoka, połowa tylko objętości Q jest prowadzona rurą, i że druga jej połowa znajduje się w dzwonie powietrznym. Możemy więc położyć :

$$Q_0 - Q_1 = \frac{1}{2} Q.$$

Ponieważ jednostajność ruchu wymaga, aby ciśnienie w dzwonie zmieniało się nieznacznie, więc nazwawszy n liczbę mniej lub więcej wielką stosownie do stopnia jednostajności, którą osiągnąć chcemy, możemy napisać :

$$p_1 - p_0 = \frac{1}{n} \left(\frac{p_0 + p_1}{2} \right);$$

a że prawo Mariotte'a daje :

$$p_0 Q_0 = p_1 Q_1,$$

zatem rozwiązując te trzy równania, znajdziemy;

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{Q_0}{Q_1} = \frac{2n+1}{2n-1},$$

$$Q_0 = \frac{2n+1}{4} Q.$$

126. Wentylatory. — Wentylator (*) jest machiną służącą do przenoszenia powietrza lub innego gazu z jednego miejsca na drugie i do zgęszczania tegoż w pewnym stopniu. Operacja ta ma na celu :

1° Odświeżanie powietrza w mieszkaniach, salach publicznych, i t. p. ; 2° rozrzedzanie powietrza w pewnej przestrzeni ; 3° ustawiczne napełnianie pewnej przestrzeni zgęszczonem powietrzem. W pierwszym i drugim przypadku wentylator ssie powietrze lub gaz z ograniczonego miejsca i wyprowadza go

(*) Patrz : *Theorie der Turbinen, Kreiselpumpen und Ventilatoren* von R. R. WEHNER, Berlin, 1869.

w powietrze; w trzecim razie machina ssie powietrze atmosferyczne i wprowadza je w przestrzeń zamkniętą.

Wentylator obrotowy składa się z koła z blaszanymi skrzydłami, obracającego się bardzo szybko około swej osi. Skrzydła dawnych wentylatorów są płaskie i idą w kierunku promienia lub ukośnie. Gdy wentylator służy do odświeżania lub rozrzedzania powietrza, środkowa jego część komunikuje z powietrzem atmosferycznym. Gdy wentylator ma zgęszczać powietrze w pewnej przestrzeni, to znowu wewnątrz koła komunikuje z wolnym powietrzem, a jego obwód z przestrzenią, w której powietrze ma być zgęszczonem. Działanie tej maszyny polega na tem, że gaz znajdujący się między skrzydłami szybko obracającego się koła, biegnie pod działaniem siły odśrodkowej ku zewnętrznemu okręgowi, podczas gdy gaz komunikujący z wnętrzem koła wstępuje w tamże utworzoną próżnię.

Combes (*), były dyrektor paryskiej Szkoły Górniczej, uderzony niedokładnością wentylatorów z płaskimi skrzydłami, wpadł na myśl robienia tych przyrządów na sposób turbinom podobny. Wadliwe urządzenie dawnych wentylatorów polegało na tem, że skrzydła uderzały z nadzwyczajną prędkością o wchodzące w pobliżu osi powietrze, i że prędkość powietrza opuszczającego wentylator była bardzo znaczną; siła potrzebna do stworzenia tej prędkości była więc zupełnie straconą. Urządzając wentylatory z krzywymi skrzydłami na sposób turbin, Combes zapobiegł uderzeniu powietrza o skrzydła i zmniejszył prędkość wybiegającego gazu.

Figura 71 przedstawia przecięcie wentylatora płaszczyzną prostopadłą do osi i przechodzącą przez środek skrzydeł. Skrzydła *ab* osadzone za pierścieniowej koronie *abcd* tworzą wieniec obracający się koło osi *o*. Nieruchoma tablica kołowa *ac* służy na podstawę blaszanym ściankom *om*, kiero-

(*) *Traité de l'exploitation des mines* par COMBES. Paris.

wnicami zwanym i służącym do prowadzenia ku skrzydłom powietrza dopływającego przy środku koła. Umieszczając sto-

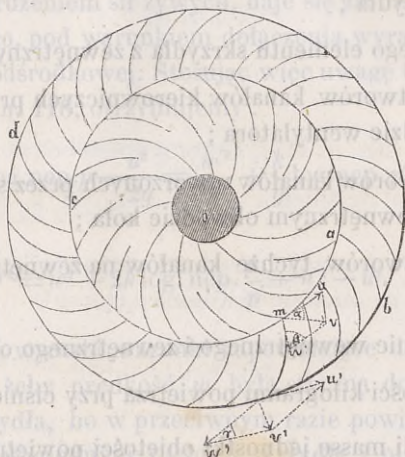


Fig. 71.

sowną liczbę kierownic i nadając skrzydłom kształt odpowiedni, zapobiedz można uderzeniu powietrza o skrzydła i zmniejszyć końcową jego prędkość.

Niemogąc wdawać się w dłuższy opis tych machin, ani też w szczegóły dotyczące ich teorii, ograniczamy się tylko na szukaniu warunków zapewniających żądany ruch powietrza. W tym celu oznaczamy przez :

p_0 ciśnienie powietrza w przestrzeni zasilającej wentylator ;

p i p' ciśnienie powietrza na wewnętrznym i zewnętrznym okręgu ruchomego koła ;

v, w, u , bezwzględną, względną i obrotową prędkość powietrza opuszczającego kierownice ;

v', w', u' , bezwzględną, względną i obrotową prędkość powietrza opuszczającego wentylator ;

- α kąt, jaki tworzy kierownica z wewnętrznym okręgiem koła ;
 β kąt utworzony przez wewnętrzny okrąg koła i dotykający go koniec skrzydła ;
 γ kąt ostatniego elementu skrzydła z zewnętrznym okręgiem ;
 A_0 sumę otworów kanałów kierowniczych przy wewnętrznym obwodzie wentylatora ;
 A sumę otworów kanałów utworzonych przez skrzydła, mierzoną na wewnętrznym obwodzie koła ;
 A' sumę otworów tychże kanałów na zewnętrznym obwodzie ;
 r i r' promienie wewnętrznego i zewnętrznego obwodu koła ;
 Q_0 i Q' objętości kilogramu powietrza przy ciśnieniach p_0 i p' ;
 ρ gęstość czyli masę jednostki objętości powietrza.

Uważajmy ruch cząsteczki gazu w przebiegu od środka do końca kierownicy. Ponieważ prędkość początkowa jest tak mała, że ją w rachunku pominąć możemy, zatem prędkość końcowa v daną będzie przez wyprowadzone w ustępie n. 419 równanie :

$$(1) \quad v = \sqrt{2k \log. nep. \frac{p_0}{p}},$$

w którym,

$$k = 78402 \frac{1 + \alpha t}{\delta}.$$

Cząsteczka powietrza wpada do obracającego się wienca z prędkością bezwzględną v , która rozkłada się na prędkość względną w odnośnie do obracającego się układu, i na prędkość obrotową u . Prędkość względną cząsteczki dobiegającej do zewnętrznego końca skrzydła jest w' ; prędkość zaś bezwzględna i obrotowa w tym punkcie jest v' i u' . Aby znaleźć

prędkość końcową w' , uważmy, że według zasad Mechaniki analitycznej twierdzenie Bernoulli'ego, które jest niczem innym, jak twierdzeniem sił żywych, daje się zastosować do ruchu względnego, pod warunkiem dołączenia wyrazu odpowiadającego sile odśrodkowej. Stosując więc uwagę tę do równania(1) ustępu n. 418, otrzymujemy :

$$\frac{w^2}{2g} + \frac{k}{g} \log. \text{nep. } p - \frac{u^2}{2g} = \frac{w'^2}{2g} + \frac{k}{g} \log. \text{nep. } p' - \frac{u'^2}{2g},$$

a ztąd

$$(2) \quad w'^2 = w^2 + 2k \log. \text{nep. } \frac{p}{p'} + u^2 - u'^2.$$

Trzeba teraz wyrazić warunki zapewniające dobry skutek. I tak trzeba, żeby prędkość w była styczną do pierwszego elementu skrzydła, bo w przeciwnym razie powietrze uderzałoby w swym względnym ruchu o skrzydła i niszczyło część swej siły żywej. Zatem kąt prędkości w i u jest spełnieniem kąta β , a równoległobok prędkości daje :

$$(3) \quad \frac{u}{v} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta}$$

i

$$(4) \quad \frac{w}{v} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}.$$

Prędkość bezwzględna powietrza opuszczającego wentylator jest wypadkową prędkości względnej w' i obrotowej u' ; zatem

$$(5) \quad v'^2 = w'^2 + u'^2 - 2w' u' \cos \gamma.$$

Jeżeli temperatura jest niezmienną i nieustannosc ruchu ma miejsce, to ilości powietrza przechodzące przez przecięcia A_0 , A , A' w danej jednostce czasu są sobie równe co do ciężaru, to jest :

$$(6) \quad A_0 v \frac{g}{k} p = A w \frac{g}{k} p = A' w' \frac{g}{k} p';$$

zład

$$(6) \quad v = \frac{A'}{A_0} \frac{p'}{p} w'$$

$$(7) \quad w = \frac{A'}{A} \frac{p'}{p} w'$$

Wiadomo (ust. n. 115), że praca potrzebna do przeprowadzenia powietrza z ciśnienia p_0 do ciśnienia p' jest $-\int_{Q_0}^{Q'} p dQ$;

gdzie Q_0 i Q' oznaczają objętości odpowiadające ciśnieniom p_0 i p' . Otóż na zasadzie równania $p_0 Q_0 = p' Q'$:

$$-\int_{Q_0}^{Q'} p dQ = p_0 Q_0 \log. \text{nep.} \frac{p'}{p_0}$$

a praca potrzebna do stworzenia prędkości końcowej v' , z jaką powietrze opuszcza wentylator, jest:

$$\rho g Q_0 \frac{v'^2}{2g}$$

Tak więc całkowita praca maszyny jest:

$$(8) \quad T = p_0 Q_0 \log. \text{nep.} \frac{p'}{p_0} + \rho g Q_0 \frac{v'^2}{2g}$$

Prędkość v' powinna być małą. Warunek ten będzie wypełnionym, jeżeli prędkości u' i w' będą sobie przeciwne, to jest jeżeli kąt γ będzie równy zeru. W takim razie równanie (5) sprowadza się do:

$$(9) \quad v' = w' - u'$$

Możemy wreszcie ustalić stosunek dwóch prędkości u' i w' , i przyjmując:

$$(10) \quad \frac{w'}{u'} = m.$$

Dzieląc równanie (4) przez równanie (3), otrzymujemy:

$$\left(\frac{r}{r'} - 1\right) + \frac{w}{u} = \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

z kądem

$$w = u \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}; \quad (13)$$

a zważywszy, że $ru' = r'u$:

$$(11) \quad w = \frac{r}{r'} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} u'.$$

Uważmy dalej, że

$$\log. \text{ nep. } \frac{p}{p'} = \log. \text{ nep. } \frac{p_0}{p'} \frac{p}{p_0} = \log. \text{ nep. } \frac{p_0}{p} - \log. \text{ nep. } \frac{p_0}{p}$$

i że na zasadzie równania (1) mamy:

$$\log. \text{ nep. } \frac{p_0}{p} = \frac{v^2}{2k},$$

przeto:

$$\log. \text{ nep. } \frac{p}{p'} = \log. \text{ nep. } \frac{p_0}{p'} - \frac{v^2}{2k}.$$

Wstawiając w tem równaniu za v wartość daną przez wyrażenie (3), znajdujemy:

$$\log. \text{ nep. } \frac{p}{p'} = \log. \text{ nep. } \frac{p_0}{p'} - \frac{4}{2k} \frac{\sin^2 \beta}{\sin^2(\alpha + \beta)} u^2$$

lub jeszcze

$$(12) \quad \log. \text{ nep. } \frac{p}{p'} = \log. \text{ nep. } \frac{p_0}{p'} - \frac{4}{2k} \frac{r^2}{r'^2} \frac{\sin^2 \beta}{\sin^2(\alpha + \beta)} u^2.$$

Posługując się równaniami (10), (11) i (12) przekształcimy

równanie (2) na następujące :

$$m^2 u'^2 = \frac{r^2}{r'^2} \cdot \frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta}{\sin^2(\alpha + \beta)} \cdot u'^2 + 2k \log. \text{ nep. } \frac{p_0}{p} + \left(1 - \frac{r^2}{r'^2}\right) u'^2,$$

zkuąd

$$(13) \quad u' = \sqrt{\frac{2k \log. \text{ nep. } \frac{p_0}{p}}{\frac{r^2}{r'^2} \cdot \frac{2 \cos \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} + m^2 - 1}}.$$

Ponieważ według równania (3) :

$$v = \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} u = \frac{r}{r'} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} u',$$

zatem

$$(14) \quad v = \frac{r}{r'} \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \sqrt{\frac{2k \log. \text{ nep. } \frac{p_0}{p}}{\frac{r^2}{r'^2} \cdot \frac{2 \cos \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} + m^2 - 1}}.$$

Jeżeli w celu znalezienia ciśnienia p wstawimy wartość za u' w równanie (12), otrzymamy :

$$(15) \quad p = p' \left(\frac{p_0}{p'}\right)^{1 - \frac{a}{b}},$$

gdzie

$$a = \frac{r^2}{r'^2} \frac{\sin^2 \beta}{\sin^2(\alpha + \beta)},$$

$$b = \frac{r^2}{r'^2} \frac{2 \cos \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} + m^2 - 1.$$

Ażeby powietrze nie uderzało o łopatki, należy odpowiednio ustosunkować przecięcia A_0 , A , A' . Związki zachodzące między temi ilościami znajdziemy z pomocą równań (4) i (5); mia-

nowicie :

$$\frac{A_0}{A} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta},$$

$$\frac{A'}{A_0} = \frac{\rho'}{\rho} \cdot \frac{v}{w'} = \frac{\rho'}{\rho} \cdot \frac{v}{u} \cdot \frac{1}{m},$$

lub jeszcze, na zasadzie równań (13), (14) i (16) :

$$\frac{A'}{A_0} = \frac{1}{m} \frac{r}{r'} \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \left(\frac{\rho_0}{\rho'} \right)^{1 - \frac{\alpha}{\beta}}.$$

Równanie (8) sprowadza się do :

$$T = p_0 Q_0 \log. \text{ nep. } \frac{p'}{p_0} + \rho g \cdot Q_0 \frac{u'^2}{2g} (m - 1)^2.$$

Jeżeli wentylator służy do odświeżania powietrza, to końcowa tego gazu prędkość powinna być bardzo małą. Przyjmując $m = 1$, to jest $u' = w'$, znajdujemy :

$$u' = w' = \frac{r'}{r} \sqrt{k \log. \text{ nep. } \frac{\rho_0}{\rho'} \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \sin \beta}},$$

$$v = \sqrt{k \log. \text{ nep. } \frac{\rho_0}{\rho'} \frac{\sin \beta}{\cos \alpha \sin \beta}},$$

$$\rho = \rho' \left(\frac{\rho_0}{\rho'} \right)^{1 - \frac{\sin \beta}{2 \cos \alpha \sin(\alpha + \beta)}},$$

$$\frac{A_0}{A} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta},$$

$$\frac{A'}{A_0} = \frac{r}{r'} \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \left(\frac{\rho_0}{\rho'} \right)^{1 - \frac{\sin \beta}{2 \cos \alpha \sin(\alpha + \beta)}},$$

$$T_u = p_0 Q_0 \log. \text{ nep. } \frac{p'}{p_0}.$$

Ilości v i u' muszą być rzeczywiste, a ilość A' nie może być odjemną; ponieważ zaś $\log. \text{ nep. } \frac{\rho_0}{\rho'}$ jest odjemny, przeto

koniecznymi są warunki:

$$\alpha > 90^{\circ},$$

$$\alpha + \beta > 180^{\circ}.$$

Równania powyższe służyć mogą za podstawę do obrachowań; przedstawiają one bowiem wszystkie warunki zapewniające korzystną pracę maszyny (*).

127. Ruch powietrza w kanałach wentylacyjnych i w kominach. — Aby pokazać, w jaki sposób zastosować można w przybliżeniu prawa ruchu cieczy do ruchu gazów; podajemy tu przykład dotyczący ruchu powietrza w kanałach wentylacyjnych lub w kominach (**).

Nazwijmy :

Π gęstość lub ciężar sześciennego metra powietrza zewnętrznego to jest powietrza będącego poza obrysem kanału wentylacyjnego;

Π' gęstość stałą powietrza w kominie;

S powierzchnię poprzecznego przecięcia komina;

h wysokość komina.

Ruch powietrza w kominach lub kanałach wentylacyjnych jest wywołany przez różnicę ciśnień działających na dwa końcowe otwory S komina. Różnica tych ciśnień czyli siła poruszająca wyraża się przez:

$$(\Pi - \Pi')Sh;$$

a jeżeli nazwiemy u prędkość średnią gazu w kominie, to praca wykonana przez tę siłę w jednostce czasu będzie:

$$(a) \quad (\Pi - \Pi')Shu.$$

(*) *Theorie und Bau der Turbinen* von REDTENBACHER. Zweite umgearbeitete und erweiterte Auflage. Mannheim, 1860.

(**) *Ventilation of Dwelling houses and the utilisation of Waste Heat from open fire places* by M. EDWARD. London, 1868.

Tarcie gazu o ściany kanału przedstawimy przez (ust. n. 121):

$$\int_0^{\lambda} \chi ds f(u) = \int_0^{\lambda} \chi ds \Pi b_1 u^2 = \Pi \chi \lambda b_1 u^2,$$

gdzie χ i λ oznaczają obwód i długość kanału, i gdzie b_1 jest współczynnikiem zależnym od natury ściany. Siła ta wykona w sekundzie pracę :

$$(b) \quad \Pi \chi \lambda \cdot b_1 u^3.$$

Oceńmy teraz siły żywe, a w tym celu uważmy, że $\frac{\Pi S u}{g}$ jest masą powietrza przepływającego kanałem w jednej sekundzie. Siła żywa, jaką posiada powietrze w chwili wejścia do kanału jest $\frac{\Pi S u}{g} u^2$, a strata pewnej części tej siły żywej w skutek ściśnienia żyły płynu, będzie wyrażoną przez (ustęp n. 30):

$$(1) \quad \frac{\Pi S u}{g} \left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2 u^2,$$

oznaczywszy przez m współczynnik ściśnienia. Jeżeli przypuścimy że powierzchnia otworu początkowego jest mniejszą od powierzchni poprzecznego przecięcia komina, to jest że komin rozszerza się nagle poza otworem, to oznaczywszy przez S' , u' , przecięcie poprzeczne otworu i prędkość odpowiednią, strata siły żywej będzie (ustęp n. 28) :

$$(4) \quad \frac{\Pi S u}{g} (u' - u)^2,$$

ale że

$$S u = m' S' u',$$

zatem strata ta wynosi :

$$(2) \quad \frac{\Pi S u}{g} \left(\frac{S}{m' S'} - 1 \right)^2 u'^2,$$

przypuszczając że powietrze nie zmienia swej gęstości przy przejściu przez otwór.

Nagłe zmiany kierunku kanału lub komina wywołują ściśnienie żyły płynu, a przez to i stratę siły żywej przedstawioną przez :

$$(3) \quad \frac{\Pi' S u}{g} \left(\frac{1}{m''} - 1 \right)^2 u^2,$$

gdzie m'' oznacza współczynnik wydatku odpowiadający zmianie kierunku kanału, niezmiennego powierzchni swego poprzecznego przecięcia.

Jeżeli komin lub kanał wentylacyjny zmienia wielkość swego poprzecznego przecięcia, to rodzi się inna znowu strata siły żywej, tem większa, im znaczniejsza jest zmiana przecięcia. Oznaczywszy przez S'' i u'' powierzchnię poprzecznego przecięcia i prędkość odpowiadającą, wyrazimy stratę siły żywej przez :

$$\frac{\Pi' S u}{g} (u - u'')^2;$$

ale że

$$S u = S'' u'',$$

zatem

$$(4) \quad \frac{\Pi' S u}{g} \left(1 - \frac{S}{S''} \right)^2 u^2.$$

Jeżeli powietrze wychodzi z komina lub rury wentylacyjnej otworem S''' mniejszym od poprzecznego przecięcia kanału, to oznaczywszy przez u''' i m''' prędkość i współczynnik wydatku odpowiadający przepływowi przez otwór S''' , będziemy mogli napisać :

$$m''' S''' u''' = S u,$$

zkąd

$$u''' = \frac{S}{m''S''} \cdot u.$$

Siła żywa gazu wypływającego z komina będzie więc:

$$\frac{\Pi Su}{g} u''^2,$$

czyli

$$(5) \quad \frac{\Pi Su}{g} \left(\frac{S}{m''S''} \right)^2 u^2.$$

Przypuścimy że wszystkie te przyczyny powodujące straty siły żywej mają miejsce w jednym lub kilku kanałach prowadzących powietrze, a stosując twierdzenie sił żywych do ruchu płynącego powietrza, otrzymamy równanie:

$$\frac{\Pi S u^3}{g} \left[\left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2 + \left(\frac{S}{m'S'} - 1 \right)^2 + \left(\frac{1}{m''} - 1 \right)^2 + \left(1 - \frac{S}{S''} \right)^2 + \left(\frac{S}{m''S''} \right)^2 \right] = 2(\Pi - \Pi') Shu - 2\Pi' \chi \lambda \cdot b_1 u^3.$$

Dzieląc przez u i porządkując to równanie znajdujemy:

$$\frac{\Pi S u^2}{g} \left[\left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2 + \left(\frac{S}{m'S'} - 1 \right)^2 + \left(\frac{1}{m''} - 1 \right)^2 + \left(1 - \frac{S}{S''} \right)^2 + \left(\frac{S}{m''S''} \right)^2 + \frac{2g\chi\lambda \cdot b_1}{S} \right] = 2(\Pi - \Pi') Sh, \quad (8)$$

złąd

$$(6) \quad u = \sqrt{\frac{2g \frac{\Pi - \Pi'}{\Pi} \cdot h}{A}}$$

gdzie

$$A = \left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2 + \left(\frac{S}{m'S'} - 1 \right)^2 + \left(\frac{1}{m''} - 1 \right)^2 + \left(1 - \frac{S}{S''} \right)^2 + \left(\frac{S}{m''S''} \right)^2 + \frac{2g\chi\lambda b_1}{S}.$$

Ponieważ gęstość powietrza przy temperaturze t' wnętrza kanału jest :

$$\Pi = \frac{1,30}{1 + \alpha t'}$$

a zaś przy temperaturze t sali lub zbiornika zasilającego kanał est :

$$\Pi' = \frac{1,30}{1 + \alpha t}$$

przeto

$$\frac{\Pi - \Pi'}{\Pi'} = \frac{\alpha(t' - t)}{1 + \alpha t}$$

i wzór (6) przedstawi się jeszcze w kształcie :

$$(7) \quad u = \sqrt{\frac{2g\alpha \frac{t' - t}{1 + \alpha t} \cdot h}{A}}$$

Objętość powietrza wypływającego kanałem o średnim przecięciu S w sekundzie i przy temperaturze t' , będzie :

$$(8) \quad Q = Su = S \sqrt{\frac{2g \frac{\Pi - \Pi'}{\Pi'} \cdot h}{A}}$$

lub

$$Q = S \sqrt{\frac{2g\alpha \frac{t' - t}{1 + \alpha t} h}{A}}$$

Teraz jest łatwo zdać sobie sprawę z działania i wpływu, jaki mieć mogą pojedyncze wyrazy na objętość powietrza wypływającego z kanału. Uważmy naprzód, że powierzchnia S przecięcia jest proporcjonalną do ilości Q , i że ma bar-

dzo znaczny wpływ na wydatek powietrza. Ilość S znajduje się wprawdzie i w mianowniku wyrażenia analitycznego prędkości; jednakże, jak to łatwo na przykładzie się przekonać, wpływ ilości tej w mianowniku jest znacznie mniejszy. Największą trudnością przy wentylacji jest stworzenie dostatecznie wielkiej prędkości; od chwili jednak, gdy prędkość tę jakimś sposobem otrzymamy, będziemy mogli dowolną objętość powietrza kanałem przeprowadzić, powiększając dostatecznie przecięcie S .

Widzimy dalej że prędkość rośnie proporcjonalnie do pierwiastku kwadratowego z wyrażenia:

$$\frac{\Pi - \Pi'}{\Pi'} = \alpha \frac{t' - t}{1 + \alpha t};$$

to jest, że rośnie tem wolniej, im ten wyraz jest większy. Więc wartość tę wypadaloby zamknąć w pewnych granicach, tembardziej, że nadmiar $t' - t$ temperatury wewnętrznej kanału nad temperaturą zewnętrznego powietrza jest czystą stratą. Widzimy również, że jeżeli zdołamy urządzić piece i regulować je w ten sposób, aby stosunek

$$\frac{\Pi - \Pi'}{\Pi'} = \frac{\alpha(t' - t)}{1 + \alpha t}$$

pozostał niezmiennym mimo zmiany temperatury wewnętrznej t' , to prędkość u powietrza w kominie, a zatem i wydatek pozostaną stałe. Otóż wyrażenie powyższe pokazuje, że w tym celu dosyć jest uregulować temperaturę t' powietrza w kominie, tak aby stosunek $\frac{t' - t}{1 + \alpha t}$ pozostał niezmiennym, czyli po prostu, aby $t' - t$ było stałym, bo mianownik $1 + \alpha t$ jest blizkim jedności.

Wysokość h komina znajduje się pod pierwiastkiem w liczniku wyrażenia prędkości; więc wpływ tego licznika na prędkość

kość u , jest proporcjonalny do pierwiastku kwadratowego z wysokości kolumny.

Uważmy teraz, że wszystkie wyrazy mianownika są dodatne i że dążą do pomniejszenia prędkości u . Tak dla ułatwienia wypływu, jak dla powiększenia ciągu w kominach i kanałach wentylacyjnych, należałoby sprowadzić wyrazy mianownika do jak najmniejszej wartości. Unikać więc należy nagłych zmian kierunku i przecięcia, zwiększając współczynnik wydatku przez zaokrąglenie powierzchni i zmniejszenie tarcia o ściany rury.

Na tych i tym podobnych uwagach polega teoria wentylacji, teoria, którą tutaj zajmować się nie możemy, a o której tylko tytułem przykładu wspomnieliśmy (*).

128. Uwagi dotyczące rozprowadzania gazu do oświetlania. — Widzieliśmy już, że gazy mogą być uważane w zastosowaniu, jako cieczy o stałej średniej gęstości i że rachunki przeprowadzone dla cieczy zastosowanymi być mogą i do gazów. Kwestya rozprowadzenia gazu rurami sprowadza się do tych samych zagadnień, któreśmy w rozdziałach II i III drugiej Księgi traktowali. Zagadnienia dotyczące gazu przedstawiają jednak więcej trudności, z powodu braku ilości danych, tak że trudno jest podać stanowcze i pewne reguły, wskazujące wymiary rur; to też zwykle przyjmuje się średnice większe od tych, któreby rachunek wskazywał. Tym sposobem wydatek gazu jest większy, ale też zato oświetlenie jest lepsze, bo straty ciężenia są mniejsze; zresztą rury o większych średnicach wystarczą do przeprowadzenia większej ilości gazu, gdy się tego potrzeba okaże.

(*) Bliższe szczegóły i dalsze rozwinięcie teorii ruchu powietrza w kanałach wentylacyjnych i kominach, znaleźć można przystępnie opisane w dziele *Etudes sur la ventilation*, par A. MORIN, Paris, lub w dziełach angielskich: *Treatise on Ventilation natural and artificial*, by M. RITCHIE, London, 1862 i *Illustrations of the Theory and Practise of Ventilation, with Remarks on Warming, Exclusive Lighting and the communication of Sound*, by M. REID, London, 1844.

W ustępie (n. 121) wyłożyliśmy teorią ruchu gazu w rurach. Tutaj, zajmując się samym już gazem do oświetlania służącym, podajemy kilka wskazówek zdobytych doświadczeniem.

Ostatnie równanie ustępu (n. 121) jest :

$$p_0 - p_1 = \frac{4L}{D} \cdot \Pi (aU + bU^2)$$

a jeżeli zgodnie z wypadkami doświadczeń Girard'a i d'Aubuisson'a przyjmiemy :

$$a = 0, \quad b = 0,000330;$$

zwłaszcza, że według Hutton'a(*) wyraz aU nie wpływa prawie na wypadek, gdy prędkość gazu jest od 3^m do 100^m na sekundę, co zawsze ma miejsce, to otrzymamy :

$$p_0 - p_1 = 0,00132 \frac{L}{D} \Pi U^2.$$

Wyraźmy ciśnienia p_0 i p_1 we funkcyach wysokości kolumn wodnych, i wstawmy w poprzednim równaniu

$$U = \frac{4Q}{\pi D^2}$$

a znajdziemy

$$h_0 - h_1 = 0,02112 \Pi \cdot \frac{LQ^2}{\pi^2 D^5}.$$

Gęstość gazu do oświetlania jest około 0,55 względnie do powietrza; można zatem przyjąć, że gęstość tegoż ciała odnośnie do wody przy temperaturze blizkiej zera i pod ciśnieniem $0^m,76$ rtęci, jest 0,0007. Zatem :

$$h_0 - h_1 = 0,0000015 \frac{LQ^2}{D^5},$$

(*) *Tracts on mathematical and philosophical subjects, etc.*, by Charles HUTTON, London, 1812.

a ztąd

$$Q = 817 \sqrt{\frac{h_0 - h_1}{L}} \cdot D^5.$$

P. Mayniel, były inżynier głównej Kompanii oświetlenia w Paryżu, miał sposobność spostrzedz, że wzór powyższy nie daje zupełnie dokładnych wypadków, że mianowicie współczynnik 817 jest za mały. Zmieniwszy współczynnik ten na 860, p. Mayniel przyjął do obrachowań wzór następujący :

$$Q = 860 \sqrt{\frac{h_0 - h_1}{L}} \cdot D^5,$$

zktąd

$$h_0 - h_1 = 0,00000135 \frac{LQ^2}{D^5}.$$

Później jednak zauważano, że współczynnik 860 jest jeszcze za mały dla średnic większych od 0^m,30 i że należy pomnożyć go przez liczby :

$$1,02, \quad 1,04, \quad 1,07, \quad 1,12, \quad 1,15.$$

odnośnie dla średnic :

$$0^m,325, \quad 0^m,35, \quad 0^m,40, \quad 0^m,50, \quad 0^m,70.$$

Nie można przypuścić, żeby ciśnienie gazu pozostawało zupełnie niezmiennem w całej rurze: 1° z powodu tarcia gazu o ściany rury; 2° z powodu niejednostajności wydatku w różnych punktach rury, która w jednym miejscu więcej ma płomieni zasilać jak w drugim; 3° z powodu różnicy poziomów różnych punktów rury, która to różnica rodzi zmianę ciśnienia w skutek tego, że gęstość gazu jest mniejszą od gęstości powietrza.

Ponieważ gęstość gazu do oświetlenia względnie do powietrza jest mniej więcej 0,55 i ponieważ ciśnienie słupa po-

wietrza mającego 4^m wysokości, równa się ciśnieniu słupa wodnego 0^m,0013 wysokiego, zatem kolumna gazu jednometrowa odpowiada ciśnieniu przedstawionemu przez wysokość $0^m,0013 \times 0,55 = 0^m,000715$ wody. Ztąd wypada, że jeżeli rura jest pochylona na dół, to ciśnienie w gazometrze zwiększa się o $0^m,0013 - 0^m,000715 = 0^m,000585$ na metr spadku rury, i że w razie przeciwnym, gdy rura jest pochylona ku górze, ciśnienie w gazometrze zmniejsza się o 0^m,000585. Ta to ostatnia okoliczność jest powodem, że zwykle fabryki gazu do oświetlenia umieszczane bywają w niskich punktach, aby tym sposobem zmniejszyć ciśnienie gazu, a więc i zapobiedz ulatnianiu się tegoż przez szczeliny i szpary.

Ciśnienie to jednak nieskończenie zmniejszaniem być nie może. Aby płomienie były dobrze zaopatrywane gazem, ciśnienie w rurach musi wynosić najmniej 0^m,020 wody. Ponieważ ciśnienie w gazometrze nie przechodzi nigdy ponad 0^m,150, zatem największa różnica ciśnień między gazometrem i pewnym punktem rury jest 0^m,130. Należy jednak dołożyć wszelkich starań aby różnicę tę pomniejszyć i sprowadzić do 0^m,100 lub 0^m,120.

Gdy rura nie zasila żadnych bocznych gałęzi, to mamy jej średnicę jednostajną wyrachowaną według jednego z podanych wzorów; ale gdy takowa zasila znaczne boczne gałęzie, oszczędność nakazuje zmniejszać średnicę tam, gdzie wydatek gazu jest mniejszy.

Jeden płomień zużywa 120 do 180 litrów na godzinę; zatem 1 liter na sekundę, czyli 3600 litrów na godzinę wystarczają do zasilenia 20 do 30 płomieni. Pomnożywszy więc wydatek gazu na sekundę wyrażony w litrach przez liczbę 25, znajdzie się liczbę płomieni, a znowu na odwrot: pomnożywszy liczbę płomieni przez 0,04, otrzyma się wydatek gazu w litrach i na sekundę.

Doświadczenie pokazało, że do zasilenia 2600 płomieni spa-

lających $0^m,10283$ gazu na godzinę i pod ciśnieniem $0^m,044$ wody, rura gaz prowadząca powinna mieć średnicę $0^m,162$, z kąd wypada, że prędkość gazu w rurze jest $3^m,80$ na sekundę. W innym doświadczeniu zauważono, że rura o średnicy $0^m,108$ przeprowadzała z łatwością 288 metrów sześciennych na sekundę i pod ciśnieniem $0^m,027$ wody.

Aby rozprowadzić gaz do 4 lub 5 tysięcy płomieni, użyjemy rury mającej od $0^m,22$ do $0^m,27$ średnicy, stosownie do długości tejże. Od tej głównej rury rozchodzą się rury poboczne o $0^m,15$ średnicy lub nawet o $0^m,054$ w małych ulicach. Chcąc doprowadzić gaz do zakładów potrzebujących 30 płomieni, użyjemy rury o średnicy $0^m,054$, a dla 6 lub 8 płomieni, rurki mające $0^m,015$ do $0^m,020$ będą zupełnie dostateczne.

Zresztą, jak to łatwo pojąć, liczba płomieni, które rura o danej średnicy zasilić zdoła, jest bardzo zmienną; zależy ona bowiem od długości tejże rury, od jej spadku, i innych okoliczności, które wpływają na zmianę ciśnienia. Małe rurki ołowiane o średnicach :

$0^m,027$, $0^m,035$, $0^m,045$, $0^m,050$, $0^m,055$,

zasilają 120 litrami na godzinę, liczbę płomieni :

10, 20, 25, 40, 50.

Ponieważ nie podobna jest przewidzieć liczby płomieni, którą dana rura uboczna zasilać będzie, należy zawsze dać rurom tym większe średnice od tych, które w chwili zakładania są potrzebne. Paryzka Kompania gazu nie zakłada nigdy rur mających mniej od $0^m,027$ średnicy dla rur ubocznych i $0^m,08$ dla rur głównych.

Dodamy wreszcie, że rury główne umieszczone być powinny na 4^m a nawet $4^m,20$ pod powierzchnią ziemi, aby zapobiedz zamarzaniu i wibracyom sprawianym przez krążące na ulicach wozy.

Zebrawszy wszystko, cośmy o rurach gaz prowadzących mówili, widzimy że należy :

1° Rurom dawać średnice raczej za wielkie jak za małe, o ile tego okoliczności miejscowe i warunki oszczędności pozwalają.

2° Zmniejszać, o ile możności, długość rur.

3° Unikać wszelkich ściśnień i zwężeń w rurach.

4° Unikać gwałtownych zmian kierunku i zaokrąglać rurę w miejscu, gdzie zmiana kierunku wymaga załamania tejże.

5° Nadać rurom pochylenie od dołu ku górze, względnie do miejsca, w którym znajduje się fabryka gazu.

KSIEGA PIĄTA

O WZAJEMNEM CIŚNIENIU CIAŁ STAŁYCH I PŁYNNYCH W ICH RUCHU WZGLĘDNYM I O MIE- RZENIU PRĘDKOŚCI PRĄDÓW.

ROZDZIAŁ I

DZIAŁANIE PORUSZAJĄCEGO SIĘ PŁYNU NA CIAŁO STAŁE.

129. Wstęp. — Gdy ciało stałe poruszające się z pewną prędkością spotyka i uderza inne ciało zostające w spoczynku lub posiadające mniejszą od pierwszego prędkość, wtedy pierwsze ciało udziela drugiemu część ruchu swego w przeciągu czasu nieskończenie małego, po upływie którego wszelkie działanie pierwszego ciała na drugie przestaje mieć miejsce. Uderzenie żyły ciekłej przedstawia inne zjawisko : cały układ cząsteczek następujących po sobie bez przerwy prze i ciśnie o uderzone ciało. Działanie tej żyły ciekłej porównaiby można z działaniem sprężyny, któraby cisnąc na pewien przedmiot, zachowywała ciągle tę samą sprężystość lub z działaniem siły ciężkości, która bez ustanku równoważoną być musi oddziaływaniem ciała stawiającego opór. To też uderzenie żyły wodnej porównać można z ciężkością. Doświadczenie nie zostawia pod tym wzglę-

dem najmniejszej wątpliwości; jeżeli bowiem na jednym końcu wagi przymocujemy płytę, na którą skierowany będzie prąd wody wypływającej otworem z naczynia ustawicznie pełnego, to będziemy w stanie utrzymać wagę w równowadze obciążając stosownie drugi koniec ważki.

Ale gdy płyn jaki uderza o ciało zupełnie w nim zanurzone, wtedy wywiera on działanie nie tylko na przednią ścianę ciała, jak w poprzednio opisanym przykładzie, ale także na ściany boczne i tylne. Oznaczenie ciśnienia płynu w każdym punkcie i działania wywartego na elementy składające powierzchnię ciała nie byłoby trudnem, gdyby znany był dokładnie ruch cząsteczek płynnych i gdyby wolno było uważać płyn za doskonały; użyłoby się w tym celu równań Hydrostatyki przekształconych przez wprowadzenie do nich wyrażenia siły bezwładności, i ciśnienie szukane znalazłoby można w ten sposób, jak znajduje się ciśnienie całkowite wywarte na ciało zanurzone w płynie spoczywającym. Otóż, żaden płyn naturalny nie jest doskonałym, i żaden z nich nie jest pozbawiony lepkości, o której w wielu razach bardzo małe mamy pojęcie; z drugiej strony, ruch względny cząsteczek płynnych nigdy nie jest dany, bo co najwyżej, dany jest tylko bezwzględny ruch ciała zanurzonego, i ruch, któryby płyn przyjął, gdyby ciało w nim zanurzone zostało zupełnie usunięte. Przypuśćmy np. że w strumieniu, którego prędkość jest znana we wszystkich punktach, zanurzamy ciało i utrzymujemy je w bezwzględnym spoczynku; wtedy ruch pojedynczych strug cieczy nagle zmienionym zostaje, a ta zmiana ruchu znaną nam być powinna, jeżeli chcemy znaleźć ciśnienie wypadkowe płynu. Na tem polega cała trudność, której zwalczyć nie jesteśmy w stanie i która zmusza nas do zadowalniania się kilkoma może zbyt ogólnemi uwagami(*).

(*) Po bliższe szczegóły dotyczące tego przedmiotu, odsyłamy czytelnika do :

1° *L'Introduction à la Mécanique industrielle*, par le général PONCELET, membre de l'Académie des Sciences, ustępy 372 do 455;

2° *Le Traité d'Hydraulique* de d'AUBUISSON, ustępy 200 do 229 i 471 do 478.

130. Uderzenie prostopadłe odosobnionej żyły cieklej. — Wyobraźmy sobie nieruchomą (fig. 72) ścianę AB i przypuśćmy, że odosobniona żyła wody uderza o nią w kierunku do niej prostopadłym. W pierwszej chwili uderzenia, naprzód biegnące cząsteczki wody odbijają się od ściany AB w skutek swej sprężystości; za pierwszymi następujące cząsteczki cisną na poprzedzające, i prac je w kierunku płaszczyzny

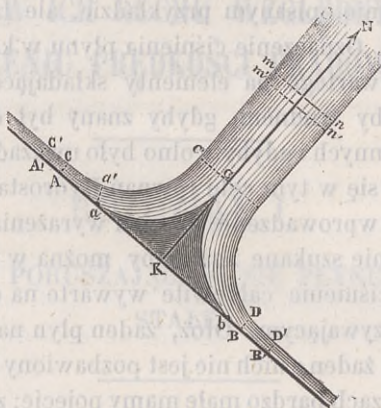


Fig. 72.

AB, zajmują same ich miejsce. Jedne z tych partych cząsteczek biegną ku A lub ku B w kierunku ściany, drugie zaś stawiają opór świeżo przybyłym cząstkom i równoważąc ich normalne do płaszczyzny ciśnienie, tworzą, jak tego doświadczenie uczy, rodzaj nieruchomego ostrokągu abc , którego powierzchnia służy za kierownicę następującym cząsteczkom cieczy.

Gdy po pierwszych chwilach uderzenia ruch nieustanny ma miejsce, strugi cieczy płyną równolegle do płaszczyzny AB na pewnej odległości za nieruchomym ostrokągiem, tak że przecięwszy żyłę wodną powierzchnią walcową mającą za oś linią KN, a zaś AB za średnicę, otrzymamy przecięcia AC, BD, w których strugi wodne są zupełnie równoległe do płaszczyzny

AB. Cząsteczki przebiegające przez płazczyznę mn położoną na pewnej przed ścianą AB odległości, są skierowane prostopadłe do tejże ściany.

Aby znaleźć ciśnienie, które znosi ściana AB w skutek uderzenia żyły wodnej, oznaczmy przez :

- ω przecięcie mn żyły wodnej ;
- u prędkość średnią wody w płazczyźnie mn ;
- α pochylenie ściany AB do poziomu ;
- Π ciężar sześciennego metra wody ;
- N szukane oddziaływanie ściany AB ;
- P ciężar wody zawartej w $mnDBAC$;

i zastosujemy twierdzenie ilości ruchu do układu materyalnego $mnDBAC$.

W przeciągu krótkiego czasu τ cząsteczki położone w płazczyźnie mn przenoszą się do $m'n'$; cząsteczki położone w AC i BD, przenoszą się do A'C' i B'D'. Ponieważ część $m'n'DBAC$ jest wspólną obu położeniom układu materyalnego, zatem części tej nie będzie odpowiadać żaden przyrost ilości ruchu. Jeżeli weźmiemy linią KN prostopadłą do ściany AB za linią rzutu, to rzut ilości ruchu części pierścieniowej ACA'CBDBD' będzie równy zeru, i pierwsza strona równania sprowadzi się tylko do rzutu ilości ruchu warstwy $mm'n'$, która przedstawi się w naturalnej wielkości. Masa tej części jest $\frac{\Pi}{g} \omega u \tau$, a ilość ruchu rzuconego na linii KN będzie :

$$-\frac{\Pi}{g} \omega u^2 \tau,$$

bo kierunek linii KN jest przeciwny kierunkowi prędkości.

Szukajmy teraz popędów sił rzuconych na linią KN. Rzut

siły ciężkości będzie $-P \cos \alpha$, a jej popęd :

$$-P \cos \alpha \tau.$$

Ciśnienie powietrza działa w płaszczyźnie mn , bo w tem miejscu żyła jest złożona ze strug równoległych i otoczona powietrzem ; toż samo ciśnienie przypuścić możemy w przecięciu ACBD, i na całej powierzchni żyły ; wypadkowa więc tego ciśnienia będzie równa zeru.

Oddziaływanie N ściany AB przedstawi się w rzucie w naturalnej wielkości, której popęd będzie :

$$N\tau.$$

Twierdzenie ilości ruchu da nam zatem związek :

$$\frac{11}{g} \omega u^2 \tau = N\tau - P \cos \alpha \tau,$$

a ztąd

$$(1) \quad N = P \cos \alpha + 2 \frac{11}{g} \omega \frac{u^2}{2g}.$$

Oddziaływanie ściany AB jest więc sumą dwóch sił ; jedna z nich jest składową normalną ciężaru P , to jest ciśnieniem, któreby wywarł ciężar P , gdyby bryła wodna $mndBAC$ spoczywała na tej ścianie ; druga zaś jest siłą zależną od prędkości u i mierzoną ciężarem słupa wodnego mającego za podstawę przecięcie żyły a za długość podwójną wysokość odpowiadającą prędkości u . Tę drugą siłę nazwiemy *ciśnieniem żywem*. Jeżeli ściana AB jest pionowa, to uczyniwszy $\alpha = 90^\circ$ w równaniu (1), znajdziemy :

$$(2) \quad N = 211 \omega \frac{u^2}{2g}.$$

Ponieważ woda płynąca od c ku a doznaje pewnego oporu, którego składowa prostopadła do ściany AB powiększa wiel-

kość ciśnienia na tę ścianę, przeto doświadczeniem znaleziona wartość N większą być musi od wartości teoretycznej wyrażonej równaniem (1). Doświadczenia Bossut'a (*), Biddone'a (**), Langsdorf'a (***) i Weisbach'a (****) dowodzą dosyć zgodnie, że ciśnienie rzeczywiste jest większe o δ od sta od ciśnienia teoretycznego, to jest że w rzeczywistości :

$$N = 1,0\delta \cdot 2\pi\omega \frac{u^2}{2g}$$

czyli że

$$(3) N = 107 \omega u^2.$$

Według Heinemann'a (*****) średnica ab podstawy ostrokągu nieruchomego jest zupełnie niezależną od prędkości wody i ma stałą wartość $1,41d$; gdzie d oznacza średnicę żyły wodnej. Podstawę tę zmierzyć można bardzo łatwo na płycie szklanej umieszczonej prostopadle do wytryskującej żyły wody. Krzywe ca i cb są łukami koła, którego promień wynosi $1,05d$.

Kształt zewnętrzny spłaszczonej żyły wodnej znaleźć można w następujący sposób.

Przy wierzchołku c ostrokągu, grubość $cc' = h$ rozdzielającej się żyły wodnej musi równać się promieniowi żyły, to jest długości $\frac{d}{2}$. Jeżeli cząsteczki wody bieżą po powierzchni ostrokągu z prędkością niezmienną u , to oznaczywszy przez h , szerokość żyły wodnej w punkcie a a przez D średnicę ab , będziemy mieć :

$$\pi \frac{d^2}{4} = \pi D h,$$

(*) *Hydrodynamique.*

(**) *Memorie de la Reale Accademia della Scienze di Torino*, tom XL, 1838.

(***) *Lehrbuch der Hydraulik*, Altenburg, 1794.

(****) *Lehrbuch der Ingenieur und Maschinen-Mechanik*. Erster Theil. Braunschweig, 1868.

(*****) *Die Rational-Theorie der Bewegung des Wassers als Lehrbuch der Hydrodynamik*. Hagen, 1872.

a ztąd

$$h_1 = \frac{a^2}{4D}.$$

Jeżeli oznaczymy przez ρ i ρ_1 promienie krzywizny w punktach c i a' , a przez R siłę działającą w kierunku promienia krzywizny, to na zasadzie praw ruchu odśrodkowego mieć będziemy :

$$R = \frac{mu^2}{\rho} = \frac{m_1u^2}{\rho_1},$$

gdzie m i m_1 oznaczają masy wody na jednostkę powierzchni w punktach c i a . Otóż :

$$m = \frac{\Pi h}{g} = \frac{\Pi d}{2g},$$

$$m_1 = \frac{\Pi h_1}{g} = \frac{\Pi d_1}{4Dg},$$

zatem

$$(4) \quad \rho = \frac{mu^2}{R} = \frac{\Pi du^2}{2Rg},$$

$$(5) \quad \rho_1 = \frac{m_1u^2}{R} = \frac{\Pi d^2}{4DRg} \cdot u^2.$$

Jeżeli przypuścimy, że ostrokągi nieruchome znosi całkowite ciśnienie $\frac{\Pi \omega u^2}{g}$ (równanie 2), to średnie ciśnienie na odpowiednią jednostkę jego powierzchni będzie w przybliżeniu :

$$R = \frac{4\Pi \omega u^2}{\pi g D^2} = \frac{\Pi d^2 u^2}{D^2 g};$$

a wstawivszy tę wartość w równania (4) i (5), otrzymamy :

$$\rho = \frac{D^2}{2d} = d,$$

$$\rho_1 = \frac{D}{4} = 0,35d,$$

co pokazuje że promień krzywizny, a więc i kształt spłaszczonej żyły, nie zależy bynajmniej od prędkości lecz jedynie tylko od średnicy żyły.

Doświadczenie uczy, że gdy żyła wodna uderza o wklęsłą ścianę, lub zaopatrzoną w listwy na krajach, tak jak to figura 73 pokazuje, wtedy uderzenie wywiera skutek daleko znaczniejszy. Łatwo jest wykazać powód tego powiększenia skutku. Uważmy układ materyalny $ACmnDB$, który po upływie czasu τ zamienia się na $A'C'm'n'D'B'$ i stosujemy twierdzenie ilości

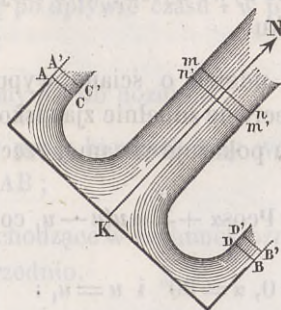


Fig. 73.

ruchu rzuconego na oś KN . Przyrost ilości ruchu nie będzie ograniczał się na samej ilości części $mm'n'$, bo trzeba będzie dodać do tej ilości ilość ruchu odpowiadającą warstwie pierścieniowej $ACA'C'BDB'D'$. W poprzedzającym przypadku, ilość ruchu odpowiadająca tej części sprowadzała się w rzucie do zera, bo kierunek prędkości był prostopadły do kierunku linii rzutu; tutaj jednak prędkość tworzy z linią KN kąt mniejszy od 90 stopni. Ciśnienie wywarte na ścianę będzie więc większe, jak w poprzednim razie; bo przypuścimy, że prędkość u_1 cząsteczek w całym przecięciu AC, BD jest stałą, i że prędkość ta tworzy kąt β z osią KN , będziemy mogli napisać:

$$N = P \cos \alpha + \frac{\Pi}{g} \omega u (u + u_1 \cos \beta).$$

Gdyby kąt β był równy zeru, a prędkość $u = u_1$, mielibyśmy :

$$N = P \cos \alpha + 2 \frac{\Pi}{g} \omega u^2,$$

a gdyby ściana była ustawiona pionowo :

$$N = 2 \frac{\Pi}{g} \omega u^2,$$

to jest, że ciśnienie żywe byłoby dwa razy większe, jak w poprzednim przypadku.

Gdy żyła wody uderza o ścianę wypukłą lub zbyt małą, wtedy (fig. 74) przeciwne zupełnie zjawisko ma miejsce. Twierdzenie ilości ruchu pokazuje w samej rzeczy, że w tym razie :

$$N = P \cos \alpha + \frac{\Pi}{g} \omega u(u - u_1 \cos \beta),$$

to jest, że gdy $\beta = 0$, $\alpha = 90^\circ$ i $u = u_1$:

$$N = 0.$$

To jednak nie ma dokładnie miejsca w rzeczywistości, bo kąt β zawsze jest większy od zera, a prędkość u nie równa się prędkości u_1 .

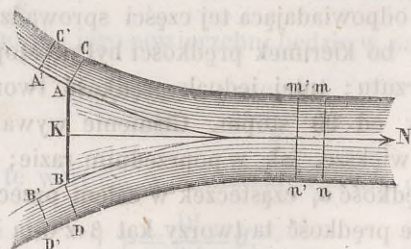


Fig. 74.

W pierwszej chwili uderzenia żyły wodnej, ciśnienie wywarte na ścianę opór stawiającą, jest zawsze większe od

ciśnienia, które podczas nieustannego ruchu ma miejsce. Gdy ruch nieustanny istnieje, popęd siły N jest po prostu różnicą algebraiczną ilości ruchu części $ACA'CBDB'D'$ i $mnm'n'$, podczas gdy w pierwszych chwilach uderzenia popęd siły N zależy od ilości ruchu całej części pośredniej $ACm'n'DB$.

131. Uderzenie ukośne odosobnionej żyły wodnej. — Przypuśmy że odosobniona żyła wodna (fig. 75) uderza o ścianę w kierunku do niej ukośnym i zastosujemy twierdzenie ilości ruchu rzuconego na linię KN , do układu materialnego $mnDBAC$ przenoszącego się po upływie czasu τ w położenie $m'n'D'B'A'C'$. Oznaczmy przez :

α pochylenie ściany AB do poziomu ;

α' kąt utworzony przez kierunek żyły wodnej i normalną KN do płaszczyzny AB ;

inne zaś ilości wchodzące w rachunek oznaczmy temi samemi głóskami co poprzednio.

Rozumując w ten sam sposób, jak w poprzedzającym ustępie, znajdziemy równanie :

$$(1) \quad N = P \cos \alpha + \Pi \omega \cos \alpha' \frac{u^2}{g},$$

które sprowadza się do :

$$N = 2\Pi\omega \cos \alpha' \cdot \frac{u^2}{2g}$$

lub

$$N = \Pi\omega \cos \alpha' \cdot \frac{u^2}{g},$$

w razie, gdy ściana AB jest pionowa. Porównyując wzór ten z wzorem (2) poprzedzającego ustępu widzimy, że ciśnienie żywe w tym razie jest mniejsze od ciśnienia żywego przy pro-

stopadłem uderzeniu. Równanie (1) pokazuje, że ciśnienie na płaszczyznę AB jest tem mniejsze im większy jest kąt α' , i że gdy $\alpha' = 90^\circ$:

$$N = P \cos \alpha',$$

co zresztą łatwo było przewidzieć.

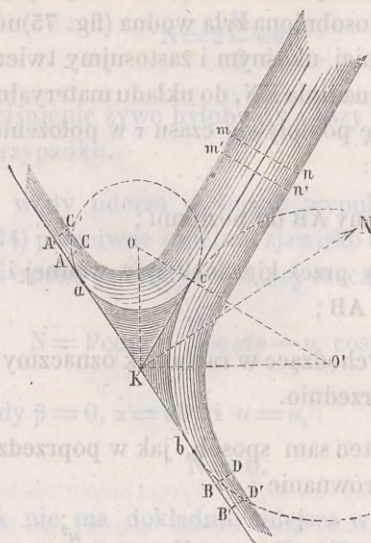


Fig. 75.

Doświadczenia pokazują że siła N jest większą o 5 od sta w rzeczywistości od wartości, którą teoretycznie znaleźliśmy. Przypuściwszy więc, że płaszczyzna AB jest pionowa, znaleźlibyśmy rzeczywiste ciśnienie żywe za pomocą równania :

$$N = 107 \omega v^3 \cos \alpha'.$$

Jak przy prostopadłem, tak i przy ukośnem uderzeniu, tworzy się wewnątrz spłaszczonej żyły wodnej nieruchoma bryła cieczy tworząca rodzaj ostrokągu, którego profile są łukami koła, według Heinemann'a. Oznaczywszy przez r promień oc ,

a przez R promień σ' , napiszemy:

$$r = cK \operatorname{tg} . cKo = cK \cdot \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$R = cK \operatorname{cotg} . cK\sigma' = cK \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$$

132. Opór ciał zanurzonych w płynie prowadzonym rurą walcową. — Przypuśćmy że w rurze walcowej prowadzącej pewną ciecz jest umieszczony walec współosiowy z rurą (fig. 76). Jeżeli walec jest dostatecznie długi, to strugi

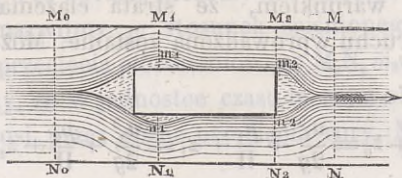


Fig. 76.

płynu prostolinijne i równoległe w płaszczyźnie M_0N_0 zbaczają w skutek napotkanej przeszkody i tworzą przecięcie pierścieniowe $M_1N_1m_1n_1$, poza którym kierunek strug jest równoległy do osi rury; tuż za płaszczyzną M_2N_2 zakończającą pierścieniowy kształt żyły, strugi płynu rozbiegają się nagle i tworzą wzburzenie przylegające do tylnej podstawy walca. W płaszczyźnie MN położonej na pewnej odległości za walcem, strugi płynu są już do siebie nawzajem równoległe i posiadają tę samą prędkość, co i w płaszczyźnie M_0N_0 .

Oznaczmy przez :

p_0, p_1, p_2, p , ciśnienia odpowiadające przecięciom $M_0N_0, M_1N_1, M_2N_2, MN$;

z_0, z_1, z_2, z , wzniesienia środków ciężkości tych przecięć ponad płaszczyznę porównania ;

u_0, u_1, u_2, u , średnie prędkości w tych przecięciach ;

a powierzchnię poprzecznego przecięcia walca ;

α kąt utworzony przez oś rury i linią pionową ;

A powierzchnię poprzecznego przecięcia rury ;

Π ciężar sześciennego metra płynu.

Twierdzenie Bernoulli'ego da się zastosować do dwóch przecięć M_0N_0 i MN nie biorąc pod uwagę tarcia płynu o ściany rury. Między przecięciami M_1N_1 i M_2N_2 , jak również między przecięciami M_2N_2 i MN , twierdzenie to także zastosować można pod warunkiem, że strata ciężenia ocenioną i w równanie ruchu wprowadzoną zostanie. Możemy więc napisać :

$$(1) \quad \frac{u_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\Pi} + z_0 = \frac{u_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\Pi} + z_1 = \frac{u_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\Pi} + z_2 + \frac{(u_1 - u_2)^2}{2g} \\ = \frac{u^2}{2g} + \frac{p}{\Pi} + z + \frac{(u_1 - u_2)^2}{2g} + \frac{(u_2 - u)^2}{2g},$$

a że $u_0 = u$, zatem

$$(2) \quad \frac{p_0 - p}{\Pi} = z - z_0 + \frac{(u_1 - u_2)^2}{2g} + \frac{(u_2 - u)^2}{2g}.$$

Zastosujmy teraz twierdzenie ilości ruchu rzuconego na oś rury w przeciągu czasu τ , do układu materialnego cząsteczek płynnych zawartych między płaszczyznami M_0N_0 i MN . Ponieważ masy i prędkości cząsteczek są niezmiennie w obu przecięciach M_0N_0 i MN , przeto przyrost ilości ruchu równa się zeru. Popędy sił zewnętrznych, jakoto ciężkości, ciśnienia i oporu ciała zanurzonego, łatwo jest ocenić. Ciężar płynu jest $\Pi A \cdot M_0 M$, a jego rzut na oś rury jest $\Pi A \cdot M_0 M \cos \alpha = \Pi A (z_0 - z)$;

ciśnienia p_0A i pA na ściany M_0N_0 i MN przedstawiają się w rzucie w naturalnej wielkości; ciśnienia na ściany boczne rury sprowadzają się w rzucie do zera; jeżeli więc nazwiemy N wypadkową ciśnień wywartych na płyn przez walec zanurzony, będziemy mieli;

$$\text{z kąd} \quad \Pi A(z_0 - z)\tau + (p_0 - p)A\tau - N\tau = 0,$$

$$N = \Pi A(z_0 - z) + A(p_0 - p);$$

a jeżeli wstawimy za $p_0 - p$ znaną w równaniu (2) wartość, otrzymamy:

$$(3) \quad N = \Pi A \left(\frac{(u_1 - u_2)^2}{2g} + \frac{(u_2 - u)^2}{2g} \right).$$

Prędkości u_1 i u_2 wyrazić możemy we funkeyi prędkości u . W tym celu nazwijmy m stosunek ściśnionego przecięcia $M_1N_1 m_1n_1$ do przecięcia pierścieniowego $M_2N_2 m_2n_2$, to jest do $A - a$ i uważmy, że w jednostce czasu ta sama objętość wody przepływać musi przez różne przecięcia rury. Możemy więc napisać:

$$m(A - a)u_1 = Au_0 = Au$$

$$(A - a)u_2 = Au,$$

$$u_1 = \frac{A}{m(A - a)} u,$$

$$u_2 = \frac{A}{A - a} u,$$

$$u_1 - u_2 = \frac{A}{A - a} \left(\frac{1}{m} - 1 \right) u,$$

$$u_2 - u = \left(\frac{A}{A - a} - 1 \right) u$$

a wstawivszy te wartości w równanie (3), otrzymamy :

$$(4) \quad N = A\Pi \left[\frac{A^2}{(A-a)^2} \left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2 + \left(\frac{A}{A-a} - 1 \right)^2 \right] \frac{u^2}{2g}.$$

Dla krótkości oznaczamy :

$$\frac{A}{a} \left[\frac{A^2}{(A-a)^2} \left(\frac{1}{m} - 1 \right) + \left(\frac{A}{A-a} - 1 \right)^2 \right] = n,$$

zatem

$$N = n\Pi a \cdot \frac{u^2}{2g},$$

co pokazuje, że ciśnienie płynu na ciało opór stawiające jest proporcjonalne do kwadratu z prędkości.

Ciśnienie całkowite N jest tylko siłą wypadkową dwóch składowych N_1 i N_2 działających w kierunku do siebie przeciwnym na obie poprzeczne ściany zanurzonego walca, to jest na ścianę wystawioną na uderzenie i na ścianę odwrotną. Starajmy się znaleźć każde z tych ciśnień osobno.

W pierścieniowem przecięciu $M_2 N_2 m_2 n_2$ ciśnienie podlega prawom Hydrostatyki, bo pojedyncze strugi płynu są do siebie równoległe w tem miejscu ; w przecięciu $m_2 n_2$ panuje także ciśnienie hydrostatyczne, bo ciecz tworząca w tem miejscu wzburzenie jest obdarzona słabym bardzo ruchem. Ponieważ te dwa przecięcia są współśrodkowe, przeto średnie ciśnienie p_2 będzie takie same w obu, a ciśnienie na tylną podstawę walca będzie :

$$N_2 = p_2 a.$$

Ciśnienie p_2 wyznajdziemy łatwo ; równanie (1) pokazuje bowiem, że :

$$\frac{p_2}{\Pi} + \frac{u_2^2}{2g} + z_2 = \frac{u^2}{2g} + \frac{p}{\Pi} + z + \frac{(u_2 - u)^2}{2g},$$

zład

$$\frac{p_2}{\Pi} = \frac{p}{\Pi} + z - z_2 + \frac{u^2 - uu_2}{g};$$

ale że

$$u_2 = \frac{A}{A - a} u,$$

przeto

$$\frac{p_2}{\Pi} = \frac{p}{\Pi} + z - z_2 + \left(1 - \frac{A}{A - a}\right) \frac{u^2}{g}.$$

Zatem ostatecznie :

$$(5) \quad N_2 = a[p + \Pi(z - z_2)] + 2\Pi a \left(1 - \frac{A}{A - a}\right) \frac{u^2}{2g}.$$

Ciśnienie wypadkowe N jest różnicą ciśnień N_1 i N_2 ; zatem

$$N_1 = N + N_2,$$

a wstawivszy za N i N_2 znalezione w równaniach (4) i (5) wartości, otrzymamy :

$$\begin{aligned} N_1 = a[p + \Pi(z - z_2)] + \Pi a \left[\frac{A^2}{(A - a)^2} \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2 \right. \\ \left. + \left(\frac{A}{A - a} - 1\right)^2 \frac{A}{a} + 2 \left(1 - \frac{A}{A - a}\right) \right] \frac{u^2}{2g}. \end{aligned}$$

Uważmy teraz, że $p + \Pi(z - z_2)$ oznacza średnie ciśnienie hydrostatyczne panujące w M_2N_2 wtedy gdy woda znajduje się w spoczynku. Oznaczmy więc :

$$p + \Pi(z - z_2) = p'$$

i

$$\frac{A^2}{(A - a)^2} \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2 + \left(\frac{A}{A - a} - 1\right)^2 \frac{A}{a} + 2 \left(1 - \frac{A}{A - a}\right) = n'$$

$$\frac{A}{A - a} - 1 = n'',$$

a otrzymamy :

$$N_1 = p'a + n''Ha \cdot \frac{u^2}{2g},$$

$$N_2 = p'a - 2n''Ha \cdot \frac{u^2}{2g}.$$

Cała trudność użycia i zastosowania tych wzorów polega na tem, że niewiadomo jaką wartość mieć powinien współczynnik m . Wartość tego współczynnika znaleźćby można tylko drogą doświadczenia, mierząc za pomocą piezometru różniczkowego (ust. n. 29) stratę ciężenia $\frac{(u_1 - u)^2}{2g}$ i mierząc wydatek i średnicę rury. Znając te dwie ostatnie ilości, znaleźlibyśmy prędkość u , a wtedy otrzymalibyśmy u_1 z równania $\frac{(u_1 - u)^2}{2g} = h$. Równanie $mu_1(A - a) = Au$ dałoby nam wartość na m .

Przypuśćmy teraz, że zamiast walca stawiającego przeszkodę w ruchu będącej cieczy, umieszczamy w rurze płytę o bardzo małej grubości (fig. 77). Strugi cieczy przepływają przez przecięcie M_0N_0 równoległe do siebie nawzajem i do osi rury;

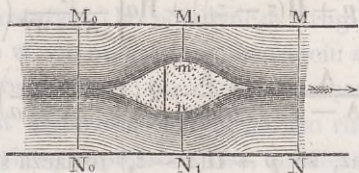


Fig. 77.

w dalszym ciągu żyła cieczy rozdwiają się i przechodzi przez ściśnione przecięcie M_1N_1mn , poza którym strugi napowrót w jedną żyłę się łączą i odzyskują pierwotne swe równoległe do osi położenie.

Ciśnienie wody na płytę znaleźćby można, postępując w ten sam sposób jak w poprzednim przypadku; tu jednak uważać będziemy płytę, jako szczegółowy przypadek walca, mającego

małą bardzo długość. Widoczną jest rzeczą, że w takim razie $u_2 = u$, i że równanie (3) zamienia się na :

$$N = \Pi A \frac{(u_1 - u)^2}{2g};$$

ale że

$$u_1 = \frac{A}{m(A - a)} u,$$

przeto

$$N = \Pi \cdot A \left(\frac{A}{m(A - a)} - 1 \right)^2 \frac{u^2}{2g}.$$

Oznaczywszy dla skrócenia :

$$\frac{A}{a} \left(\frac{A}{m(A - a)} - 1 \right)^2 = n_1,$$

znajdujemy

$$N = n_1 \Pi a \frac{u^2}{2g}.$$

Nazwawszy zaś N_1 i N_2 ciśnienia składowe działające na przednią i tylną ścianę walca, znaleźlibyśmy :

$$N_1 = p'a + n_1 \Pi a \frac{u^2}{2g},$$

$$N_2 = p'a - 2n_2' \Pi a \frac{u^2}{2g},$$

gdzie

$$n_1' = n_2' \left(n_2' \frac{A}{a} - 2 \right),$$

$$n_2' = \frac{A}{m(A - a)} - 1.$$

Z tego wszystkiego cośmy w tym ustępie mówili wypada, że ciśnienie wywarte przez płyn na ciało stawiające w ruchu tegoż płynu przeszkodę, jest proporejonalne : 1° do kwadratu z prędkości ; 2° do powierzchni wystawionej na uderzenie płynu ; 3° do współczynnika, który zdaje się zależeć od stosunku tej powierzchni do całkowitego przecięcia rury.

Widzimy, że N_1 jest większe od ciśnienia hydrostatycznego, i że N_2 jest od niego mniejsze. Nadmiar ciśnienia N_1 nad ciśnieniem hydrostatycznym nazywa się *ciśnieniem żywym*, jak już mówiliśmy, a odjemny nadmiar siły N_2 nad temże hydrostatycznym ciśnieniem zwie się *nieciśnieniem*.

133. Ciśnienie cieczy nieograniczonej na ciała w niej zanurzone i ożywione jednostajnym postępowym ruchem. — Przypuśćmy, że ciało stałe, którego wymiary są bardzo małe w porównaniu do objętości zajętej przez ciecz, posuwa się ruchem względnym jednostajnym i postępowym. W tym celu, możemy przypuścić, że ciało nie zmienia położenia swego bezwzględnego, podczas gdy ciecz płynie jednostajnie i postępowo, lub też że ciało posuwa się ruchem jednostajnym i postępowym w wodzie zostającej w bezwzględnym spoczynku. Chcąc więc znaleźć ciśnienie wywarne przez ciecz na ciało, należałoby przypuścić jeden z tych dwóch przypadków i rozumowaniem lub doświadczeniem zdać sobie sprawę z działania cieczy. Tu jednak przedstawia się niespodziewana trudność; Dubuat sprawdził bowiem doświadczeniem, że ciało poruszające się w stojącej wodzie mniejsze znosi ciśnienie, jak też samo ciało nieruchomo umieszczone w płynącej wodzie. Dubuat tłumaczył zjawisko to, mówiąc że «woda w spoczynku zostająca łatwiej da się podzielić, jak woda płynąca», ale tłumaczenie to zdaje się być przeciwne zasadom Mechaniki. Działanie wzajemne na siebie cząsteczek cieczy zależy od ich masy i wzajemnej odległości, w razie gdy temperatura i stan elektryczny są niezienne; ażeby więc zmienić wzajemne działanie cząsteczek, trzebaby przypuścić, że stan elektryczny i temperatura zmieniają się także, a to nie ma bynajmniej miejsca. Bélanger wytłumaczył zjawisko to w sposób bardzo racjonalny. Kanały w których Dubuat robił swe doświadczenia składały się, jak wszystkie kanały naturalne, ze strug cieczy ożywionych prędkością zmniejszającą się od poziomu wody ku dnu. Jeżeli

ciało jakież jest umieszczone nieruchomo blisko powierzchni wody a w środku kanału, i jeżeli chcemy utrzymać w spoczynku górną strugę posiadającą największą prędkość, to musimy nadać całemu układowi tę największą prędkość w kierunku przeciwnym rzeczywistemu ruchowi wody. Ciało zanurzone w wodzie poruszać się będzie z prędkością najprędszej strugi, ale woda nie będzie się znajdować w spoczynku, bo dolne strugi posiadające mniejszą prędkość od owej górnej strugi, ożywione zostaną pewnym ruchem przeciwnym rzeczywistemu ruchowi. Łatwo jest więc teraz zrozumieć przyczynę tego zjawiska : ciało ożywione ruchem względnym zostawia za sobą próżnię, którą może wypełnić woda dopływająca; woda jednak napotyka strugi ożywione prędkością przeciwną jej ruchowi i utrudniającą jej przystęp do próżni. Ruch ciała w wodzie bieżącej większe zatem sprawia wzburzenie jak w wodzie stojącej; więc i opór stawiany w ruchu tegoż ciała większy jest w pierwszym jak w drugim razie.

Teoretyczne poszukiwanie ciśnienia, które znosi ciało poruszające się w cieczy nieograniczonej, jest bardzo trudne. Strugi cieczy napotykające zanurzone ciało, zmieniają kierunek swój, ciśnienie i prędkość; strugi zaś cieczy dostatecznie od ciała odległe nie doznają żadnej w ruchu przeszkody. Nie podobna jest więc ocenić straty ciężenia cząsteczki przepływającej, bo niewiadomo jest, które cząsteczki doznają wpływu stawiającego opór ciała.

Doświadczenia okazały, że wzór :

$$N = nHa \frac{u^2}{2g},$$

wyprowadzony w poprzedzającym ustępie służyć może do oznaczenia oporu stawianego przez ciało zanurzone w nieograniczonej cieczy, ale pod warunkiem, że współczynnik n posiadać będzie w każdym pojedynczym razie stosowną i od kształtu ciała zależną wartość.

W załączonej tablicy podajemy wartości współczynnika n , zebrane i wyrachowane z doświadczeń Dubuat'a, Duchein'a i Borda'y :

N ^r .	PRZEDMIOT STAWIAJĄCY OPÓR.	WARTOŚĆ WSPÓLCZYNNIKA n .
1	Graniastosłup o podstawie kwadrato- wej, którego długość jest od trzech do sześciu razy większą od średniej szerokości	1,40
2	Tenże sam graniastosłup zakończony w tyle przyczółkiem, który zapobiega wzburzeniu się wody.....	1,40
3	Ostrosłup czworościenny zwrócony wierzchołkiem ku prądowi, gdy kąty płaskie przy wierzchołku wynoszą po 90°	0,95
4	Ostrokrag mający 90° w wierzchołku..	0,90
5	Półwalec.....	0,74
6	Ostrokrag mający 60° w wierzchołku...	0,71
7	Ostrosłup czworościenny, gdy kąty płas- kie przy wierzchołku wynoszą po 60°.	0,68
8	Półkula.....	0,60
9	Ostrokrag mający 51° w wierzchołku ..	0,56
10	Graniastosłup zaopatrzony na obu koń- cach przyczółkami ostrosłupowymi lub półkulami.....	0,50
11	Graniastosłup mający na przodzie ścianę płaską pochyłą o 30° do poziomu..	0,33
12	Statki parowe rzeczne.....	0,12 do 0,87
13	Statki parowe morskie	0,05 do 0,41

Współczynniki te odnoszą się do ruchu ciał w nieograniczo-

nej cieczy. Gdy statek płynie w kanale wązkim, wtedy współczynnik n zależy od stosunku zmoczonego przecięcia statku do poprzecznego przecięcia kanału. Doświadczenia d'Aubuisson'a pokazały, że opór w tym ostatnim przypadku zależy jeszcze od prędkości fal, utworzonych na powierzchni wody, w skutek ruchu statku, tak że w razie, gdy prędkość statku równa się prędkości fal, siła potrzebna do ciągnięcia tegoż jest mniejszą jak w razie, gdy statek wolniej płynie od fali. W pierwszym przypadku, statek biegnie równocześnie z falą; w drugim zaś statek zużywa część swej siły poruszającej do utworzenia fali.

134. Opór stawiany przez rośliny w kanałach lub rowach wodę prowadzących. — Można z pewnem przybliżeniem obrać opór, jaki stawiają w ruchu wody trawy i zielska rosnące w kanałach, trzeba jednak znać liczbę ździebeł rosnących na jednostce powierzchni kanału, jak również ich średnicę i długość.

Przypuśćmy np. że w świeżo wykopanym rowie, mającym 10^m szerokości na 1^m głębokości, można przeprowadzić 10 sześciennych metrów wody na sekundę, z prędkością 1^m,00. Po upływie pewnego czasu zielska pokrywają dno rowu; liczba ździebeł przypadająca na jeden decymetr kwadratowy dna jest 6; długość średnia źdźbła wynosi 1^m,00, a jego średnica ma 0^m,004. Obwód zwilżony źdźbła wynosi 0,004. $\pi = 3,14 = 0,01265$; przypuśćmy nawet że obwód ten wynosi tylko 0^m,01. Objętość każdego źdźbła wynosi w przecięciu 1^m,00. $(0,004)^2 \frac{\pi}{4} = 0,0000126$. Na jeden metr kwadratowy dna rowu przypada więc 6 kwadratowych metrów zmoczonej powierzchni ździebeł i 0^ms,0076 objętości. Zatem rzeczywiście przez płynącą wodę zajęte przecięcie poprzeczne rowu wynosi $(1 - 0,0076) = 0,992$ pierwotnego przecięcia; zmoczona zaś powierzchnia rowu na jeden metr długości tegoż, wynosi $12 + 10 \cdot 6 = 72$ kwadratowych metrów, pod-

czas gdy pierwotna powierzchnia zmożona rowu wynosiła tylko 12. Obwód zwilżony jest więc teraz 6 razy większy od pierwotnego. Otóż, ponieważ prędkość wody w kanale jest proporcjonalna do pierwiastku kwadratowego ze średniego promienia $R = \frac{\Omega}{\chi}$, przeto liczba $\sqrt{\frac{0,992}{2}} = 0,4$ będzie współczynnikiem, przez który trzeba pomnożyć pierwotną prędkość wody, aby otrzymać istniejącą obecnie prędkość. Więc w skutek zielsk wyrosłych w rowie prędkość wody zesła od 1^m do 0^m,4, na sekundę, a wydatek wody, który dawniej wynosił 10^{ms}, wynosi tylko $0,4 \cdot 0,992 \cdot 10 = 3^{ms},168$.

135. Działanie wiatru na nieruchome powierzchnie ustawione prostopadle do jego kierunku. — Prawa działania wiatru na powierzchnie ustawione prostopadle do jego kierunku nie zostały jeszcze sprawdzone dostateczną liczbą doświadczeń. Smeaton podaje w swem *Experimental inquiry* tablicę ułożoną przez Rousse'a, angielskiego fizyka, a będącą owocem doświadczalnych poszukiwań; z doświadczeń tych wypada że wzór :

$$N = nHa \frac{u^2}{2g}$$

podany dla cieczy w ustępie n. 133, albo mówiąc ogólnie, wzór :

$$N = mu^2$$

jest prawdziwy i dla gazów, i że w przecięciu

$$m = 0,1163$$

dla powietrza.

Doświadczenia Thibault'a opisane przez Morin'a w jego *Notions fondamentales de Mécanique* zdają się potwierdzać wypadki poszukiwań Smeaton'a.

136. Wiatraki. — Działanie wiatru przesyłane bywa do machin przez pośrednictwo kół, wiatrakami zwanych. Dwa są rodzaje wiatraków : wiatraki o osi poziomej i o osi pionowej.

Wiatraki o osi poziomej są najczęściej używane ; dają one bowiem większy skutek, jak wiatraki o osi pionowej. Wiatrak składa się z czterech ramion, do których przymocowane są skrzydła pochylone ukośnie do kierunku wiatru ; skrzydła są zwykle czworoboczne i mają kształt powierzchni skośnej, której elementy tworzą z osią koła i z kierunkiem wiatru kąty tem większe, im te elementy są więcej od osi odległe.

Tutaj przedstawia się następujące zadanie : Mając daną powierzchnię skrzydeł lub też długość tychże, oznaczyć kształt skrzydeł i prędkość odpowiadającą największemu skutkowi. Rozwiązanie tego zadania wymaga znajomości działania prądu powietrza uderzającego ukośnie na wklęsłą powierzchnię skrzydła, która obraca się ruchem obrotowym koło stałej osi. Działanie to jest nam jednak tak mało znane, że chcąc oznaczyć jakieś prawa dotyczące ruchu wiatraków, musimy uciec się raczej do doświadczalnych jak teoretycznych poszukiwań. Ażeby jednak dać wyobrażenie o kilku teoretycznych zasadach przedstawiających się w tym przedmiocie, przypuścimy, że kierunek wiatru jest równoległy do osi wiatraka, a podzieliwszy skrzydło na elementy czworoboczne liniami położonemi w płaszczyznach równoległych do osi, oznaczymy przez :

v prędkość wiatru ;

α kąt utworzony przez element powierzchni skośnej i linią prostopadłą do osi wiatraka ;

ω prędkość kątową wiatraka ;

r średnią odległość jakiegokolwiek elementu skrzydła od osi ;

b długość elementu, czyli szerokość skrzydła ;

n współczynnik stały ;

N ciśnienie wiatru na skrzydło w płaszczyźnie obrotu.

Na zasadzie badań wyłożonych w poprzedzających kilku ustępach przypuścić można, że działanie wiatru na skrzydła wiatraka jest proporcjonalne do kwadratu prędkości względnej, do powierzchni tegoż skrzydła i do współczynnika, który doświadczeniem sprawdzony być powinien. Uważając element powierzchni skośnej zawarty między dwiema blizkimi rodzajami poziomymi, i poruszający się z prędkością bezwzględną ωr , której rzut na linię prostopadłą do elementu skrzydła jest $\omega r \sin \alpha$, widzimy, że rzut prędkości względnej na linię prostopadłą do uważanego elementu skrzydła będzie $v \cos \alpha - \omega r \sin \alpha$; bo $v \cos \alpha$ jest rzutem prędkości wiatru na tę linię. Powierzchnia elementu poruszającego się z tą prędkością względną jest bdr ; zatem ciśnienie wiatru na jakikolwiek element wyrazić można przez :

$$n \cdot bdr (v \cos \alpha - \omega r \sin \alpha)^2;$$

a że punkt przyczepienia tej siły przebiega w jednostce czasu drogę ωr , przeto praca elementarna będzie :

$$n \cdot bdr (v \cos \alpha - \omega r \sin \alpha)^2 \omega r \sin \alpha.$$

Przypuśćmy, że najniższa rodząca powierzchni skrzydła znajduje się na odległości l_1 od osi, podczas gdy najwyższa oddalona jest o l_2 od tej linii; a całkując powyższe wyrażenie w granicach od l_1 do l_2 , znajdziemy całkowitą pracę wiatru odnośnie do jednego skrzydła :

$$T = nb\omega \int_{l_1}^{l_2} (v \cos \alpha - \omega r \sin \alpha)^2 \sin \alpha \cdot r dr.$$

Jeżeli chcemy wiedzieć, jaki być powinien kształt powierzchni skrzydła, aby praca wiatru była najkorzystniej zużyta, dosyć jest szukać maximum powyższego wyrażenia. Ponieważ jednak elementy, z których całka jest złożona, są wszystkie dodatne, przeto szukając warunków największej pracy dosyć jest szukać

maximum wyrażenia :

$$v(\cos \alpha - \omega r \sin \alpha)^2 \sin \alpha,$$

gdzie r uważamy za stałe. Po zrównaniu do zera pierwszej różniczki tego wyrażenia i po uproszczeniu równania, znajdziemy :

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{3\omega r}{2v} \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{1}{2} = 0,$$

związek istniejący między kątem α i długością r .

Uwagi dotyczące budowy wiatraków czerpać można w doświadczeniach Coulomb'a (*) i Smeaton'a (**). Doświadczenia te okazują, że szerokość skrzydła nie powinna przechodzić jednej czwartej długości tegoż i że najlepiej jest, gdy szerokość wynosi $\frac{1}{5}$ do $\frac{1}{6}$ długości. Najlepszy jest kształt skrzydła holenderskiego czworobocznego, przedstawiającego nieznaczną wklęsłość i podzielonego poziomymi szczeblami na sześć równych części. Jedną szóstą długości skrzydła pozostawia się próżną u dołu; resztę zaś pokrywa się żaglami lub, jak u nas używają, drewnianymi napiórami. Szczeble poprzeczne zasadzają się w śmigie w kierunku jak następuje :

Numer szczebla licząc od osi.	Kąt z osią.	Kąt z płazczy- zną obrotu.
1	72°,0	18°,0
2	71°,0	19°,0
3	72°,0	18°,0
4	74°,0	16°,0
5	77°,0	12°,5
6	83°,0	7°,0.

(*) *Mémoires de l'Académie des Sciences*, 1781.

(**) *An experimental inquiry concerning the natural powers of water and wind to turn mills and other machines depending on a circular motion*. By M. JOHN SMEATON. London, 1759.

Warunek największego skutku wymaga, aby niezależnie od kształtu skrzydeł, prędkość tychże była w pewnym stałym stosunku do prędkości wiatru; prędkość obrotowa końca skrzydła powinna być 2,7 do 2,6 razy większa od prędkości wiatru. Prawidło to podane przez Smeaton'a zgadza się zupełnie z uwagami Coulomb'a (*).

Gdy skrzydła są urządzone w sposób powyżej wskazany, i gdy ich prędkość jest uregulowana według prawidła Smeaton'a, wtedy praca wykonana jest proporcjonalna do powierzchni skrzydeł i rośnie cokolwiek wolniej jak trzecia potęga z prędkości wiatru. Niezważając na mały błąd, możemy napisać:

$$N_{2,6} \cdot v = n' \cdot \Omega v^3,$$

gdzie Ω oznacza powierzchnię skrzydła, a n' współczynnik liczebny. Ztąd

$$N = \frac{n'}{2,6} \Omega v^2.$$

Według Smeaton'a $n' = 0,05$; według Coulomb'a $n' = 0,03$.

Wiatraki o osi poziomej przedstawiają pewne niedogodności, jakoto: 1° trudność zmieniania prędkości skrzydeł, gdy prędkość wiatru się zmienia; 2° konieczność orientowania tychże; 3° niebezpieczeństwo grożące skrzydłom, gdy prędkość i kierunek wiatru nagle się zmieniają. Tym niedogodnościom zapobiedz można po części, urządając wiatrak w ten sposób, abymógł się sam orientować.

Wiatraki o osi pionowej dzielą się na wiele systemów (**), z których każdy ma swoje niedogodności i wady. Oprócz poszukiwań Smeaton'a i Coulomb'a, żadne inne doświad-

(*) *Observations théoriques et expérimentales sur l'effet des machines à vent et sur la figure de leurs ailes.*

(**) Patrz: *Repertory of arts.* By M. J. JACKSON, tome 8. London, 1806.

czenia nad tego rodzaju latawcami nie są nam znane; nie zatrzymujemy się więc dłużej na tym przedmiocie (*).

137. Trudność prowadzenia i kierowania balonów.

— Kwestya prowadzenia i kierowania balonów w powietrzu spokojnem albo pod wiatr była i jest przedmiotem licznych prób, z których najnowsze, wykonane przed paru miesiącami w Paryżu, doprowadziły do wypadków dających pewną nadzieję osiągnięcia zamierzonego celu, jakkolwiek właściwa trudność nie została całkowicie usunięta. Tę trudność w krótkim przedstawimy zarysie.

Weźmy pod uwagę siłę potrzebną do poruszania i kierowania balonu. Kierowanie trzebaby uskutecznić machiną lub rękami ludzi. Otoż ciężar maszyny, paliwa, wody lub innych materiałów wymagałby od balonu takiej objętości, że praca oporu powietrza przy małej prędkości byłaby o wiele większą od siły poruszającej; balon zaś poruszany ręcznie nie byłby w stanie biedz z prędkością większą od 2^m na sekundę. Co do tego ostatniego łatwo jest przekonać się liczbami.

Metr sześcienny powietrza przy temperaturze 0° i pod ciśnieniem 0^m,76 rtęci waży blisko 1^{kg},30, podczas gdy ta sama objętość nieczystego i wilgotnego wodoru, jaki się zwykle otrzymuje przy fabrykacyi na wielką skalę, waży 0^{kg},100. Różnica 1^{kg},200 jest więc ciężarem, któryby przez jeden metr wodoru mógł być w powietrzu utrzymany. Ale że powietrze i gaz są poddane mniejszemu ciśnieniu na wielkich wysokościach, i powiększają w skutek tego swą objętość, przeto i balon powinienby się powiększyć.

Jeżeli przypuścimy, że dla przebycia zwyczajnych gór, trzeba sie wznieść na 800^m ponad poziom morza, gdzie ciśnienie jest mniejsze o 1/10 od ciśnienia na powierzchni ziemi i gdzie tem-

(*) O ulepszeniu tych przyrządów patrz: *Notice sur un moulin à vent (self-acting)* par M. AMÉDÉE DURAND, 1836.

peratura dochodzi do 10° , to znajdziemy łatwo, że $0^{\text{kg}},100$ wodoru nie będzie już zajmować przestrzeni jednego metra sześciennego, ale objętość $1^{\text{m.s.}},15$, to jest że $1^{\text{m.s.}}$ tego gazu będzie ważył tylko $0^{\text{kg}},087$. Z drugiej znowu strony, metr sześcienny powietrza będzie ważył w tych warunkach :

$$\frac{1^{\text{kg}},300 \times 0,9}{1 + 0,0366} = 1^{\text{kg}},127$$

a więc $1^{\text{m.s.}}$ wodoru będzie mógł tylko równoważyć ciężar :

$$1^{\text{kg}},127 - 0^{\text{kg}},087 = 1^{\text{kg}},04.$$

Przypuściwszy, że człowiek waży tylko 65^{kg} , i że ciężar łodzi nie przenosi 5^{kg} , widzimy że ciężar całkowity, któryby podnieść trzeba, byłby 70^{kg} ; objętość zatem balonu musiałaby być większą od $\frac{70}{1,04} = 66^{\text{m.s.}},2$ na jednego człowieka, co by odpowiadało kuli o średnicy $5^{\text{m}},04$. Biorąc pod uwagę ciężar błony balonu, ważącej najmniej $0^{\text{kg}},250$ na metr jej powierzchni, znaleźlibyśmy średnicę $5^{\text{m}},59$.

Rachując tym sposobem najmniejsze średnice, jakieby balon mieć powinien, znajdujemy, że dla 10 ludzi, średnica balonu wynosić powinna $11^{\text{m}},30$.

Doświadczenia robione w celu oznaczenia oporu, jaki stawia powietrze ciału kulistemu biegnącemu z prędkością 1^{m} do 10^{m} na sekundę, pokazują że opór ten jest przedstawiony wzorem :

$$N = 0,0375 \frac{D^2}{1,273} u^2,$$

to jest dla balonu o średnicy $D = 5^{\text{m}},59$:

$$N = 0,909 u^2.$$

To pokazuje że przy prędkości $u = 1^{\text{m}}, 2^{\text{m}}, 3^{\text{m}}, 4^{\text{m}}, 5^{\text{m}}$,

opór wyniesie w kilogramach :

0,909, 3,636, 8,181, 14,544, 22,725,

a praca w sekundzie :

0^{kgm},909, 7^{kgm},272, 24^{kgm},543, 58^{kgm},176, 113^{kgm},625.

Otoż człowiek pracujący 8 godzin dziennie i to w najlepszych warunkach może wykonać co najwyżej pracę 6 do 8^{kgm} na sekundę; przypuszczając więc że nie ma żadnej straty pracy wnosimy, iż 2^m na sekundę czyli 7^{km}, 2 na godzinę byłyby największą prędkością, z jakąby biedz mógł balon w spokojnem powietrzu poruszany przez jednego człowieka.

Jednem słowem zupełne rozwiązanie zadania żeglugi powietrznej zdaje się być prawie niepodobnem przy dzisiejszym stanie sztuk i umiejętności. Może odkrycie jakiej nowej maszyny, lekkiej a potężnej zarazem, pozwoli osiągnąć celu, którego hardy umysł ludzki dotąd bezskutecznie dopiąć się usiłuje.

ROZDZIAŁ II

MIERZENIE WYDATKU I PRĘDKOŚCI PRĄDÓW.

138. Sposoby mierzenia wydatku prądów. — Gdy za mierza się zużytkować wodę płynącą kanałem, rzeką lub strumieniem, jako siłę poruszającą lub jako materyał do zasilania wodociągów, mierzy się naprzód dokładnie objętość wody, którą w danym czasie rozporządzać można. Mierzenie to odbywać się może przez stosowanie zasad : wypływu przez otwór, wypływu przez przewał, biegu wody w kanałach albo wreszcie za pomocą specjalnych przyrządów. Każdy z tych sposobów opiszemy oddzielnie.

139. Mierzenie wydatku prądów na zasadzie wypływu przez otwór. — Jeden z najczęściej używanych sposobów mierzenia wydatku wody bieżącej na zasadzie wypływu przez otwór polega na zagrodzeniu koryta prądu poprzeczną zastawą, zaopatrzoną w stawidła, które regulować mogą wielkości otworów wypływowych w ten sposób, że prąd płynie zwykłym swym biegiem w górze zastawy. Stawidło, w tym celu używane, jest zwykle pionowe i osadzone we wrębach.

Wzór :

$$Q = KA\sqrt{2gZ}$$

wyprowadzony w ustępie n. 21, a odpowiadający otworom prostokątnym w cienkiej ścianie, daje szukany wydatek na sekundę. We wzorze tym Z oznacza wzniesienie poziomu wody ponad środek otworu, A powierzchnię otworu, a K współczynnik zależny od wymiarów otworu i od wielkości ciężenia Z . Najlepiej jest wypuszczać wodę przez otwory prostokątne, podobne co do wielkości otworom, których używali Poncelet i Lesbros do swych doświadczeń (ustęp n. 21), bo odpowiadające im współczynniki wypływu są dokładnie znane i to przy różnych wysokościach ciężenia. Czasem trzeba koniecznie użyć większych otworów, ale w takim razie nie można liczyć na zupełnie dokładne zmierzenie wydatku, z powodu braku znanych współczynników poprawki (*). W każdym razie, trzeba się starać o uskutecznienie zupełnego ściśnienia żyły wodnej a w tym celu należy złagodzić otwór na zewnątrz, jeżeli takowy znajduje się w grubej ścianie. Jeżeliby ściśnienie było zniesione na pewnej liczbie boków otworu, trzeba by użyć współczynników poprawki podanych w ustępie n. 23.

Łatwo jest zmierzyć wodę w prostokątnym rowie lub ryn-

(*) Armangaud podaje na str. 24 i następnym swego *Traité des moteurs hydrauliques* tablicę obszerną, dającą gotowe wartości wydatku Q we funkeyi ciężeni i wysokości otworów. Tablice te, obrachowane według współczynników Poncelet'a i Lesbros'a odnoszą się do otworów w cienkiej ścianie, mających stałą jednometrową szerokość.

nie, grodząc jej bieg deską niedochodzącą do dna rynny i zostawiając wolny u spodu otwór. Wzór (ustęp n. 24):

$$Q = m A \sqrt{2gh},$$

w którym h oznacza różnicę wzniesień poziomów wody przed i za deską, i gdzie m jest współczynnikiem poprawki, służyć będzie do zmierzenia wydatku. Gdyby otwór był zatopiony, jak to się często zdarza przy wielkim przepływie, użyłoby się jeszcze tego samego wzoru.

Do mierzenia małych objętości wody używa się czasem stałej jednostki porównawczej, zwanej *calem wodnym*. Pod tym mianem rozumiano dawniej objętość, jaką daje w 24 godzinach otwór okrągły mający 0^m, 027 średnicy, przy ciężeniu 15 milimetrów $\frac{3}{4}$ na środek otworu; taki cal wodny wynosił 19^{ms}, 200. Później Prony odmienił tę jednostkę i nazwał *calem wodnym* wydatek dwudziestoczworogodzinny otworu kołowego w cienkiej ścianie, którego średnica wynosi 20 milimetrów, przy ciężeniu 30 milimetrów na wierzchołek otworu. Doświadczenie pokazało, że wydatek ten jest prawie równy 20 metrom sześciennym czyli 20000 litrom.

Przyrząd służący do mierzenia tym sposobem wydatku strumienia lub maszyny wodę podnoszącej, składa się z małego czworograniastego zbiornika, do którego wlewa się woda strumieniem lub maszyną prowadzona. Jedna ze ścian tego zbiornika jest zaopatrzona w szereg okrągłych otworów dwudziestomilimetrowej średnicy; grubość ściany w okolicy otworów wynosi 17 milimetrów. Dwa diafragmy równoległe do pomienionej ściany a niedochodzące do dna zbiornika, dzielą go na trzy części; tym sposobem unika się falowań w naczyniu a szczególnie przy ścianie zaopatrzonej w otwory. Zatykając pewną liczbę otworów, doprowadzić można poziom wody w naczyniu do wysokości żądanej (30^{m.m} nad wierzch otworu), a szukany wydatek maszyny lub strumienia w 24 godzinach

będzie się równać iloczynowi z 20 metrów sześciennych przez liczbę odsłoniętych otworów.

140. Mierzenie wydatku prądów na zasadzie wypływu przez przewał. — Gdy na rzece, której wydatek zmierzyć chcemy, znajduje się zastawa lub przewał z progiem poziomym a szerokim, używa się wzoru (ustęp n. 26):

$$Q = 0,35LH\sqrt{2gH},$$

w którym H oznacza wzniesienie poziomu wody w górze przewału ponad jego próg a L długość tegoż w kierunku poprzecznym do prądu. Ale gdy przewał jest w cienkiej ścianie, wtedy trzeba zamienić liczbę 0,35 powyższego wzoru na inną, stosownie do kształtu przewału, tak jak to w ustępie n. 26 wskazaliśmy.

Najprostszy sposób mierzenia wody w pogródce polega na utworzeniu takiego przewału z cienkiej deski. Jeżeli pogródka jest długa a jej spadek nieznaczny, to dosyć znaczny przeciąg czasu upływa, nim woda dojdzie do stałego poziomu; dlatego dobrze jest w takim razie osadzić jeszcze drugą deskę, która wstrzymuje bieg wody przez czas dłuższy i przyspiesza podniesienie się wysokości odpowiadającej stałemu poziomowi.

141. Mierzenie wydatku prądów przez stosowanie zasad biegu wody w kanałach. — Z pomocą wzorów i prawideł wyłożonych w trzeciej Księdze, łatwo jest ocenić objętość wody przepływającej strumieniem lub rzeką, gdy znana jest prędkość prądu. W tym celu pomnożyć trzeba powierzchnię poprzecznego, do prądu prostopadłego profilu rzeki, przez średnią prędkość wody w jego płaszczyźnie, lub też wziąć sumę iloczynów powstałych z pomnożenia elementów, na jakie dzieli się poprzeczne przecięcie rzeki, przez odpowiednie im prędkości średnie. Pierwszą więc rzeczą jest zmierzenie poprzecznego profilu rzeki,

Poprzeczne przecięcie robić trzeba w takim miejscu, w którym kierunki strug ciekłych są prawie do siebie równoległe; w przeciwnym bowiem razie, niektóre strugi byłyby skierowane ukośnie do płaszczyzny przecięcia, a powierzchnia przez którąby mnożyć trzeba ich prędkość nie byłaby już powierzchnią uważanego profilu, ale inną mniejszą; zresztą ukośność strug mogłaby spowodować ruchy wirowe cieczy i przeszkadzać operacyi mającej na celu zmierzenie powierzchni przecięcia. Żelazny, z jednego brzegu na drugi wyciągnięty drut oznacza położenie uważanego profilu; drut ten jest podzielony na metry, stopy lub tym podobne jednostki miary.

W celu zapewnienia się, czy profil jest zupełnie prostopadły do kierunku strumienia, wyciąga się cztery inne druty równoległe do pierwszego i umieszczone w górze i w dole rzeki na odległości 25 i 50 metrów; każdy z tych drutów nosi takie jak pierwszy podziałki. Potem z punktów odpowiadających podziałkom najwyższego położonego druta, puszcza się pływaki, które płyną równoległe prawie do siebie i przechodzą kolejno popod każdym na poprzek rzeki wyciągniętym drutem. Uważając i notując punkty, w których każdy z pływaków przecina płaszczyzny poprzecznych drutów, wyznaczyć można drogę każdego z nich na ściśle zdjętym planie rzeki i przekonać się, czy drogi te przecinają poprzeczne profile pod kątem prostym. Zmieniając odpowiednio położenie drutów, otrzymuje się w końcu ściśle do prądu prostopadłe przecięcie.

Skoro tylko uważane przecięcie rzeki jest dokładnie palami na obu brzegach wyznaczone i drut jest wyciągnięty, mierzy się głębokość wody po prawej stronie każdej przedziałki i tym sposobem otrzymuje się kształt i wielkość poprzecznego przecięcia.

Sposób ten nie da się tam zastosować, gdzie rzeka jest bardzo szeroka lub bystra. W takim razie możnaby się posługiwać sposobem, który służył amerykańskim inżynierom do mie-

rzenia przecięcia poprzecznego rzeki Mississipi w różnych punktach od Ohio aż do zatoki meksykańskiej.

Wzdłuż brzegu i na niewielkiej nad wodą wysokości wyznacza się pionową linią mającą 120 do 300 metrów długości i służącą za podstawę do obserwacji. Na każdym końcu tej podstawy staje obserwator z teodolitem; jeden z nich kieruje swą lunetę wpoprzek rzeki i po linii oznaczającej uważane przecięcie, drugi zaś celuje ustawicznie za posuwającą się łodzią i oblicza odległości katowe łodzi, a więc i odległości sondowanych punktów od podstawy operacji. Do sondowania służy łódź poruszana czterema ludźmi; oprócz tych ludzi znajdują się jeszcze na łodzi dwaj inni, z których jeden trzyma sondę, a drugi kolorową chorągiewkę. Sonda składa się z mocnego żelaznego łańcucha i ze skórzanych co $1^m,50$ umieszczonych węzłów; na końcu łańcucha znajduje się ołowiana sztaba ważąca 5 do 10 kilogramów stosownie do bystrości rzeki.

Postępowanie całe jest następujące. Na pewnej przed uważanym profilem odległości zapuszcza się łańcuch w wodę, tak aby ołowiana sztaba była blisko dna. Gdy obserwator poprzecznego przecięcia spostrzeże, że łódź znajduje się tuż przed tem przecięciem, daje znak swą chorągiewką, aby sondowanie się rozpoczęło, i kieruje lunetę swą w pionową płaszczyznę sondy. Na widok tego sygnału, człowiek umieszczony z chorągiewką na łodzi daje znak drugiemu obserwatorowi, aby tenże lunetą swą także w pionową płaszczyznę sondy celował. Człowiek trzymający sondę w ręku opuszcza ją nagle do wody a gdy ołowiana sztaba uderzy o dno, podnosi się nagle i wyprostowawszy łańcuch, notuje głębokość; w tej chwili ruch lunet się wstrzymuje i obserwatorowie odczytują kąty na teodolitach.

Zdjawszy tym lub innym sposobem profil poprzecznego przecięcia rzeki, oznaczy się z łatwością wielkość zmoczonej jego powierzchni. Chcąc znaleźć wydatek rzeki, trzeba by pomnożyć

tę powierzchnię przez prędkość średnią lub też wziąć summe iloczynów powstałych z pomnożenia pojedynczych części, na jakie dzieli się poprzeczne przecięcie, przez odpowiadające im prędkości średnie. Części te utworzyłyby można prowadząc linie pionowe z punktów podziałki druta. Całe zadanie sprowadza się więc do znalezienia sposobu, za pomocą którego możnaby mierzyć prędkość jakiegokolwiek strugi lub prędkość na powierzchni prądu, bo za pomocą takich danych możnaby, jak widzieliśmy w Księdze trzeciej, wyrachować prędkość średnią.

Przedmiot ten traktujemy nieco dalej.

142. Mierzenie wydatku wody za pomocą specjalnych przyrządów, hydrometrami zwanych. — Najprostszym przyrządem do mierzenia wydatku wody jest tak zwana *miara skrzynkowa*. Jest to drewniane naczynie, kształtu równoległościanu prostokątnego, do którego wpuszcza się wodę bieżącą; wewnątrz naczynia znajduje się podziałka służąca do oznaczenia wysokości, na jaką się wznosi poziom wody ponad dno skrzynki. Tym sposobem łatwo jest obliczyć objętość wody dopływającej w danym czasie, bo dosyć jest wprowadzić wodę w naczynie, skoro tylko ruch tejże jest nieustanny i niezmienny, i notować czas dopływu.

Oczywistą jest rzeczą, że przyrząd ten może tylko służyć do mierzenia małych objętości wody, np. wody płynącej rurą, małym strumieniem lub rowem.

Z pomiędzy innych przyrządów zasługuje na największą uwagę *przyrząd Lapointe'a*. Składa on się z pustego walca, otwartego na obu końcach i przymocowanego poziomo do otworu pionowej ściany zastawy, grodzącej zupełnie koryto rzeki, i z małego młynka o osi poziomej i o trzech skrzydłach helisoidalnych mających 0^m,03 długości. Młynek ten, do młynka Woltmann'a (*) podobny, jest przymocowany wewnątrz

(*) Patrz ustęp n. 145.

walca w odległości równej dwóm trzecim jego długości, licząc od zastawy. Ponieważ zastawa tamuje wolny bieg rzeki, przeto woda przepływa przez pomienioną rurę i uderzając o helisoidalne skrzydełka młynka, wprawia ten młynek w ruch obrotowy; dwa ostrokątne kółka zębate przesyłają ruch ten do małego przyrządu mierzącego liczbę obrotów.

Łatwo jest przewidzieć, że istnieje pewien związek między liczbą obrotów młynka i objętością wody przepływającej rurę. Oznaczeniem tego związku zajął się p. Lapointe, a wykonawszy dostateczną liczbę doświadczeń z dwoma przyrządami o różnych wymiarach i w różnych okolicznościach (*), podał wzór :

$$(α) \quad Q = A + Bn,$$

w którym Q oznacza wydatek wody na sekundę w metrach sześciennych, $A = 0^{m.s.},0635$ liczbę stałą wyrażającą wydatek przy prędkości, przy której młynek zaczyna się obracać, $B = 0^{m.s.},01247$ liczbę stałą metrów sześciennych odpowiadającą jednemu obrotowi młynka na sekundę, n liczbę obrotów młynka na sekundę.

Ale gdy poziomy wody w górze i w dole zastawy zmieniają się podczas wypływu, wtedy współczynniki A i B inną przybierają wartość, jakkolwiek kształt związku $(α)$ niezmienny pozostaje. Doświadczenia Lapointe'a pokazały, że wtedy :

$$A = 0^{ms},024, \quad B = 0^{ms},02203.$$

Przyrząd Lapointe'a dobrze zrobiony, z lekkimi i mało trąciami się skrzydełkami daje poznać wydatek wody bieżącej z zupełnie dostatecznym przybliżeniem, a że jest dogodny do użycia, przeto zdaje się zasługiwać na zupełne uznanie. Chociaż niektórzy inżynierowie utrzymują, że funkcya $Q = f(n)$ nie jest linią prostą ale parabolą, pochodzi to ząd, że w przy-

(*) *Hydraulique* MORIN'A, 1865; str. 99 i następn.

rządach, których używali ci panowie, tarcie rośło bardzo nagle z prędkością; ztąd pochodziła ta zmiana funkcyi Q. Ale gdy przyrząd Lapointe'a jest lekki, wtedy tarcie jest bardzo małe, a liczba obrotów rośnie proporcjonalnie do prędkości. Zresztą doświadczenia Lapointe'a, dokładniejsze i obszerniejsze od innych, na zupełną zasługują wiare.

Przyrząd ten może służyć nietylko do mierzenia objętości wód płynących rzekami lub strumieniami, ale także do regulowania ilości wody dostarczanej wodociągami mieszkańcom miast lub wody przeznaczonej do nawadniania łąk. Łatwo jest w samej rzeczy urządzić młynek w ten sposób, aby po oznaczonej liczbie obrotów, odpowiadającej danej objętości wody, ruch tegoż młynka przyniósł klapę otworu rury. Ażeby trawy, zielska i w ogóle ciała unoszone wodą nie przeszkadzały przymknięciu się klapy i obrotowi młynka, umieściłoby się małą drobną kratę na pewnej odległości przed młynkiem. Przyrząd taki, niezależny od zmiany poziomu wody a łatwy do zrobienia, mógłby bardzo dobre oddawać usługi.

Drugim na uwagę zasługującym hydrometrem jest niedawno przez pp. Loup i Koch wynaleziony przyrząd, a przeznaczony specjalnie do mierzenia objętości wody prowadzonej wodociągami do użycia domowego (*). Składa się on z małej turbinki systemu Jonval-Kœchlin'a (ust. n. 186) umieszczonej wewnątrz i w połowie wysokości pustego walca, do którego dostaje się woda rurą wodociągową prowadzona. Ołowiana klapka, zasłaniająca otwór rury w walcu, otwiera się pod znacznem dosyć ciśnieniem wody dopływającej, a że do tej rury jest przyłutowana mała rurka dochodząca aż do kierownicy turbiny, przeto nawet przy małym bardzo dopływie wody, turbinka może być w ruch wprowadzona; gdy bowiem objętość wody jest zbyt małą, aby klapa pod jej ciśnieniem otworzyć się mogła, owa

(*) Przyrząd ten fabrykuje p. Brequet i Spółka w Paryżu. Lyońska kompania wodociągowa przyjęła system pp. Loup i Koch, jako najdokładniejszy i w użyciu najdogodniejszy.

mała rurka prowadzi ją nieustanną żyłą na jedną tylko kierownicę turbiny, która pod ciśnieniem tej żyły obracać się zaczyna. Dzięki temu urządzeniu, ocenić można wydatek jednolitrowy na minutę. Co się tyczy przyrządu mierzącego liczbę obrotów turbinki, to składa się on z dwóch śrub bez końca i z dwóch kółek zębatach, które wprawiają w ruch obrotowy magnes umieszczony ponad pierwszym walcem; drugi magnes znajdujący się tuż ponad pierwszym, ale oddzielony od niego ścianą miedzianą, obraca się pod działaniem siły magnetycznej koło osi turbiny i wprawia w ruch wskazówki kółek zębatach, liczących jednostki, setki i tysiące obrotów.

Doświadczenia robione przez byłego naszego profesora p. Baude w Paryżu, dały bardzo zadowalniające wypadki.

143. Mierzenie największej prędkości na powierzchni wód bieżących, za pomocą pływaków. — Największa prędkość V na powierzchni poprzecznego przecięcia rzeki niezawsze odpowiada najgłębszemu lub środkowemu miejscu, tak że niewiadomo *a priori*, która ze strug wodnych jest największą ożywiona prędkością. Do znalezienia tej strugi i oznaczenia jej prędkości używa się pływaków.

Pływaki są to korkowe kulki o średnicy $0^m,03$ mniej więcej, zaopatrzone w drewniane patyczki, które wysterczając z popod wody oznaczają położenie i bieg kulek. Każda z nich jest obciążona w ten sposób, aby patyczki ciągle w pionowym utrzymywały się położeniu i żeby kulka była ustawicznie w wodzie zanurzona. Naturalną jest rzeczą, że pływaki nie mogą być wielkie ani też nie mogą zanurzać się zbyt znacznie pod wodę, bo tu chodzi o oznaczenie prędkości wierzchniej wąskiej warstwy; pływaki zanurzone np. na $0^m,20$ do $0^m,25$ wskazywałyby już prędkość zupełnie różną od prędkości na powierzchni.

Mówiliśmy już w ustępie n. 141, że na prawo i na lewo uważanego przecięcia rzeki, nakreśla się i wyznacza cztery pomo-

enicze przecięcia odległe od siebie o 25^m, tak że oznaczywszy je cyframi 1, 2, 3, 4, 5, profil n. 1 (najwyżej położony) będzie odległy o 50 metrów od profilu n. 3 (profilu uważanego) a o 100 metrów od profilu n. 5 (najniższego); wspominaliśmy także, że druty oznaczające te przecięcia są podzielone na metry lub inne jednostki długości. Puszczać powyżej opisane pływaki przy profilu n. 1 i to z podziałek zbliżających się najwięcej do najprędzej strugi, rachuje się czas, którego te ciała potrzebują do przebieżenia odległości między dwoma profilami. Jeżeli prędkość wody między profilem 1 i 5 jest jednostajna, to dosyć jest podzielić przez czas drogę przebieżoną, aby znaleźć prędkość pływaka; ale gdy prędkość jest zmienna, wtedy trzeba postąpić sobie w inny sposób (*).

Uważajmy jeden z tych pływaków i oznaczmy przez $l_0=0$, $l_1=25^m$, $l_2=50^m$, $l_3=75^m$, $l_4=100^m$ długości dróg, które ten pływak przebiega od profilu 1 do profilu 1, 2, 3, 4, 5 w przeciągu czasu $t_0=0$, t_1 , t_2 , t_3 , t_4 .

Droga przebieżona l jest funkcją czasu t , tak że możemy napisać:

$$l = f(t),$$

równanie dające się bardzo łatwo przedstawić przez linię, której odcięte są t , a rzędne l , bo każdej wartości na t odpowiada pewna wartość na l . Nakreśliwszy tę krzywą, wyprowadzi się styczną w punkcie, którego odcięta jest t_2 , a współczynnikiem kątowym tej stycznej będzie prędkość

$$\frac{dl}{dt} = V,$$

tuż przy profilu n. 3. Można by wreszcie wybrać funkcją kształtu:

$$l = A + Bt + Ct^2 + Dt^3 + Et^4,$$

(*) Patrz: *Cours de Navigation Intérieure* par H. de LAGRENÉ, Ingénieur des Ponts et Chaussées. Tome premier, str. 25. Paris, 1869.

zbliżającą się najwięcej możebnie do nieznaney funkcyi $l=f(t)$, a wartości współczynników A, B, C, D, E możnaby łatwo wyznaczyć wstawiając w powyższe równanie kolejno różne znane wartości zmiennych t i l .

Za pomocą znanego wzoru interpolacyjnego otrzymać można proste bardzo wyrażenie szukanej prędkości $\frac{dl}{dt}$.

Ponieważ odległość dwóch sąsiednich profili jest stała, przeto można użyć wzoru :

$$u = u_0 + \frac{x}{h} \Delta u_0 + \frac{x}{h} \left(\frac{x}{h} - 1 \right) \frac{\Delta^2 u_0}{1 \cdot 2} + \dots \\ + \frac{x}{h} \left(\frac{x}{h} - 1 \right) \dots \left(\frac{x}{h} - n + 1 \right) \frac{\Delta^n u_0}{1 \cdot 2 \dots n},$$

w którym x jest zmienną rosnącą ustawicznie o ilość stałą h , a $n+1$ liczbą znanych wartości zmiennej x , mianowicie: $x_0=0$, $x_1=h$, $x_2=2h$.

Trzeba więc przypuścić, że równanie $l=f(t)$ jest rozwiązane względem zmiennej t , a zrobiwszy $h=25$, znajdziemy :

$$t = t_0 + \frac{l}{25} \Delta t_0 + \frac{l}{25} \left(\frac{l}{25} - 1 \right) \frac{\Delta^2 t_0}{1 \cdot 2} + \frac{l}{25} \left(\frac{l}{25} - 1 \right) \left(\frac{l}{25} - 2 \right) \frac{\Delta^3 t_0}{1 \cdot 2 \cdot 3} \\ + \frac{l}{25} \left(\frac{l}{25} - 1 \right) \left(\frac{l}{25} - 2 \right) \left(\frac{l}{25} - 3 \right) \frac{\Delta^4 t_0}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \dots$$

Ze jednak mamy :

$$\Delta t_0 = t_1 - t_0, \quad \Delta t_1 = t_2 - t_1, \quad \Delta t_2 = t_3 - t_2, \quad \Delta t_3 = t_4 - t_3,$$

$$\Delta^2 t_0 = \Delta t_1 - \Delta t_0 = t_2 - 2t_1 + t_0,$$

$$\Delta^3 t_1 = \Delta t_2 - \Delta t_1 = t_3 - 2t_2 + t_1,$$

$$\Delta^4 t_2 = \Delta t_3 - \Delta t_2 = t_4 - 2t_3 + t_2,$$

$$\Delta^3 t_0 = \Delta^2 t_1 - \Delta^2 t_3 = t_3 - 3t_2 + 3t_1 - t_0,$$

$$\Delta^3 t_1 = \Delta^2 t_2 - \Delta^2 t_4 = t_4 - 3t_3 + 3t_2 - t_1,$$

$$\Delta^4 t_0 = \Delta^3 t_1 - \Delta^3 t_3 = t_4 - 4t_3 + 6t_2 - 4t_1 + t_0,$$

przeto podstawivszy te wartości w ogólne wyrażenie zmiennej t we funkcji l i znanych ilości, otrzymamy równanie kształtu:

$$t = \varphi(l),$$

zkuąd

$$v = \frac{dl}{dt} = \frac{1}{\varphi'(l)}.$$

Stosując to wyrażenie do uważanego profilu, to jest robiąc $l = l_2 = 50^m$, otrzymuje się ogólny wzór:

$$v = \frac{300}{8t_3 - 8t_1 - t_4},$$

dające prędkość któregokolwiek z pływaków w chwili przejścia przez uważany profil, a przez to samo i największą prędkość na powierzchni. Należy jednak pamiętać, że wzór ten wtedy tylko służyć może, gdy profile są od siebie odległe o 20^m .

Ten sposób nie da się zastosować, gdy w skutek szerokości rzeki, jej bystrości lub wielkiej cyrkulacyi statków nie można wyciągnąć sznura lub druta z jednego brzegu na drugi. W takim razie trzeba się uciec do postępowania podobnego temu, któreśmy już opisali przy mierzeniu głębokości (ustęp n. 141).

Inżynierowie amerykańscy mierzyli w następujący sposób prędkość pływaków na rzece Mississipi (*).

(*) *Résumé des expériences hydrauliques exécutées par le gouvernement américain sur le Mississipi, et remarques qui en découlent relativement à la théorie des eaux courantes*, par M. FOURNIÉ, ingénieur des Ponts et Chaussées. Paris, 1867, str. 47.

Wykreśliwszy na brzegu linią operacyjną, mającą 60^m długości i równoległą do osi rzeki, wyobrażamy sobie na obu jej końcach dwa profile do niej prostopadłe. Na obu końcach linii obserwacyjnej stoją dwaj obserwatorzy z teodolitami, których lunety są wycelowane w kierunku rzeczonych profili; czas więc, jakiego potrzebuje pływak do przebieżenia odległości między osiami optycznymi obu lunet, odpowiada odległości 60 metrów. Jeżeli przytem zmierzy się odległość kątową każdego z pływaków od linii operacyjnej w chwili przejścia przez każdy profil, to łatwo będzie wyrachować i nakreślić na papierze ich położenia względne. Przy brzegu stoją dwie łódzie: jedna z nich powyżej górnego profilu, druga poniżej dolnego. Na znak dany przez obserwatora górnej stacji w chwili, gdy pływak przez profil przepływa, obserwator drugiej stacji notuje kąt azymutalny, poczem natychmiast ustawia lunetę swego teodolitu w kierunku niższego profilu i oczekuje nadejścia pływaka w oś optyczną lunety. Równocześnie obserwator górnej stacji notuje chwilę przejścia pływaka przez wyższy profil i śledzi jego ruch; w chwili dojścia jego do niższego profilu i na dany znak, notuje godzinę i kąt azymutalny. Łódź niżej wody będąca zbiera pływaki.

Tym sposobem oznaczyć można dokładnie punkty przejścia każdego z pływaków i czas zużyty do przebieżenia znanej drogi.

144. Mierzenie prędkości prądów ciekłych za pomocą wahadła hydrometrycznego i tachometru Brünnings'a. — Wahadło hydrometryczne (*) składa się z kulki z kości słoniowej lub z metalu, zawieszonej na sznureczku, którego koniec jest przyczepiony w stałym punkcie, tworzącym środek ćwiercianu koła podzielonego na odpowiednie wycinki. Sznurek utrzymuje się pionowo, gdy nań działa tylko ciężar P kulki; ale gdy pewna siła pozioma F dołącza się do poprzedniej,

(*) Patrz: MICHELOTTI. *Spérimenti Idraulici principalmente diretti a confirmare la Teoria efacilitare la Pratica del misurare le acque correnti*. Torino, 1771.

wtedy sznurek przybiera położenie ukośne, będące kierunkiem wypadkowej sił P i F . Jeżeli zanurzymy kulkę w prądzie, to kąt α mierzący zboczenie sznurka od jego pionowego położenia, będzie mógł służyć za miarę prędkości odpowiedniej strugi a raczej żyły prądu.

Łatwo jest w samej rzeczy zdąć sobie teoretycznie sprawę ze związku zachodzącego między temi dwiema ilbściami. Widzieliśmy w poprzedzającym rozdziale, że działanie dynamiczne prądu na ciało stałe w nim zanurzone jest proporcjonalne do kwadratu z prędkości v tegoż prądu. Jeżeli więc oznaczymy przez n pewien stały współczynnik, to będziemy mieli :

$$F = nv^2,$$

a że kierunek wahadła jest kierunkiem wypadkowej sił F i Q , przeto

$$F = nv^2 = P \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

z kądem

$$v = \sqrt{\frac{P}{n} \cdot \operatorname{tg} \alpha}.$$

Jeżeli więc znamy kąt α , to łatwo obliczymy prędkość v . Ale wahadło hydrometryczne daje odrazu prędkość v , bo ćwiercian koła jest już na odpowiednie części podzielony po kilku łatwych próbach.

Tachometr Brünings'a (*) polega na podobnej zasadzie. Składa on się z czworograniastej płyty zanurzonej w prądzie prostopadle do jego kierunku i połączonej, za pośrednictwem sznurka nawiniętego na krążku, z drążkiem podobnym do drążka wagi. Ciśnienie wody na płytę dąży więc do pochylenia drążka,

(*) *Brünings Abhandlung ueber die Geschwindigkeit des fließenden Wassers und von den Mitteln, dieselbe auf allen Tiefen zu bestimmen.* Aus dem Holländischen übersetzt von KRÖNKE, Frankfurt am Mein, 1793.

a ciężarek na nim zawieszony i równoważący to ciśnienie może służyć za miarę jego natężenia. Ciężarek P jest zwykle stały, ale jego odległość od punktu podparcia dźwaka jest zmienna. Ponieważ działanie prądu na płytę jest proporcjonalne do kwadratu z prędkości v , przeto oznaczywszy przez m nieznaną ilość stałą, będziemy mieli związek :

$$Px = mv^2,$$

a ztąd

$$v = \sqrt{\frac{P}{m} \cdot x};$$

wyznaczywszy więc ilość stałą $\frac{P}{m}$ za pomocą kilku doświadczeń, znajdziemy prędkość v w funkcji długości x . Dostyc jest jednak urządzić odpowiednio skalę dźwaka, a prędkość szukaną odczyta się wprost na podziałce, na której zatrzymuje się ciężarek, gdy płyta przechodzi w stan spoczynku.

145. Mierzenie prędkości prądów ciekłych za pomocą młynka Woltmann'a. — Młynek Woltmann'a (*) jest przyrządem służącym do mierzenia prędkości strugi położonej na jakiejbądź głębokości a więc i do mierzenia prędkości średniej, wzdłuż każdej z pionowych dzielących przecięcie poprzeczne rzeki na trapezy.

Młynek Woltmann'a składa się z dwóch lub czterech ramion osadzonych na obracającym się wale; każde z ramion jest zakończone płaskim czworobocznym skrzydłem, ukośnym względem osi. Zanurzony przyrząd pod wodę, ustawia się go w sposób taki, aby oś obrotu znajdowała się w kierunku prędkości, to jest aby była prostopadłą do uważanego w rzece przecięcia. Woda uderza o skrzydła i nadaje całemu układowi ruch obrotowy koło rzecznej osi, która osadzona na pier-

(*) WOLTMANN'S *Beiträge zur hydraulischen Architectur*. Göttingen, 1794.

wszym drążku utrzymuje się nieruchomo w jednym miejscu; śruba bez końca umieszczona na osi obrotu wprawia w ruch układ kółek zębatach, wskazujących liczbę obrotów; znając więc liczbę obrotów i czas ich trwania, znajdzie się prędkość wody w uważanym punkcie.

Przypuśćmy, że ruch nieustanny ma miejsce i podzieliwszy skrzydełko na elementy czworoboczne liniami znajdującymi się w płazczyźnie równoległej do osi, oznaczmy przez :

r średnią odległość jakiegokolwiek elementu skrzydełka od osi obrotu;

v prędkość strugi uderzającej o skrzydełko;

ω prędkość kątową układu;

α kąt utworzony przez element skrzydełka i linią prostopadłą do osi obrótu;

b szerokość skrzydła;

n współczynnik stały.

Nie powtarzając rozumowań przeprowadzonych w ustępie n. 136 odnośnie do teorii wiatraków, odwołujemy się do tego, co tam było mówione i przedstawiamy działanie wody na jeden element skrzydełka przez wyrażenie :

$$n \cdot bdr(v \cos \alpha - \omega r \sin \alpha)^2.$$

Chcąc mieć moment tej siły względem osi obrotu, trzeba pomnożyć wyrażenie powyższe przez $r \sin \alpha$, bo rzeczona siła jest prostopadłą do elementu i tworzy z osią kąt α . Mieć więc będziemy :

$$n \cdot b \sin \alpha (v \cos \alpha - \omega r \sin \alpha)^2 r dr,$$

a całkując to wyrażenie w granicach l_1 i l_2 odpowiadających najmniejszej i największej wartości zmiennej r , otrzymamy

wyrażenie :

$$nb \sin \alpha \left[\frac{1}{2} v \cos^2 \alpha (l_2^2 - l_1^2) - \frac{2}{3} \omega v \sin \alpha \cos \alpha (l_2^3 - l_1^3) + \frac{1}{4} \omega^2 \cos^2 \alpha (l_2^4 - l_1^4) \right],$$

przedstawiające całkowity moment jednego skrzydełka. Wyrażenie to jest wspólne wszystkim skrzydełkom młynka, tak że mnożąc je przez 2 lub 4, stosownie do liczby skrzydeł, otrzymalibyśmy całkowity moment układu. Otrzymalibyśmy więc wyrażenie kształtu :

$$av^2 - b\omega v + c\omega^2,$$

w którym ilości a , b , i c są ilościami stałymi dla jednego i tego samego młynka.

Ażeby ocenić moment oporu, przypuśćmy że Ff jest momentem siły potrzebnej do utrzymania ruchu jednostajnego, gdy młynek obraca się w próżni i nie ma żadnych sił do przewyciężenia oprócz ciężaru swego i tarcia. Siły oporowe są znacznie większe gdy młynek obraca się w wodzie, bo jego ramiona doznają oporu ze strony wody, a tarcie osi o panew powiększa się także w skutek ciśnienia cieczy. Rozłożywszy siłę działającą na skrzydło na jedną równoległą, a drugą prostopadłą do osi, widzimy, że siły prostopadłe do osi, działające na dwa przeciwne skrzydełka, tworzą parę sił, która nie wywiera żadnego ciśnienia na punkty podparcia tej osi; natomiast siły działające w kierunku osi powiększają tarcie. Uważając jeden tylko element skrzydła, otrzymujemy następujące wyrażenie siły nań działającej w kierunku osi :

$$n(v \cos \alpha - \omega r \sin \alpha)^2 b \cos \alpha dr,$$

a moment tej siły względem osi obrotu będzie :

$$n(v \cos \alpha - \omega r \sin \alpha)^2 b \cos \alpha r dr.$$

Całkując to wyrażenie w odpowiednich granicach otrzymujemy :

$$a'v^2 - b'\omega v + c'\omega^2,$$

gdzie a', b', c' , oznaczają dla skrócenia współczynniki stałe. Otóż tarcie będzie proporcjonalne do tego trójmianu, a że opór stawiany ramionom jest proporcjonalny do ω^2 , przeto możemy przedstawić całkowity moment sił oporowych przez wyrażenie :

$$a''v^2 - b''\omega v + c''\omega^2 + Ff.$$

Ponieważ ruch jest jednostajny, przeto moment sił poruszających musi się równać momentowi sił oporowych. Tak więc :

$$av^2 - b\omega v + c\omega^2 = a''v^2 - b''\omega v + c''\omega^2 + Ff.$$

Oznaczmy przez n liczbę obrotów młynka i przyjmijmy związek :

$$\omega = kn,$$

gdzie k jest współczynnikiem liczebnym; a wstawiwszy w równanie momentów tę wartość za ω , otrzymamy :

$$v^2 - \frac{b - b''}{a - a''} kn \cdot v + \frac{c - c''}{a - a''} k^2 n^2 - Ff = 0.$$

Oznaczmy dla skrócenia :

$$\frac{b - b''}{a - a''} k = 2A, \quad \frac{c - c''}{a - a''} k^2 = \beta, \quad Ff = C,$$

otrzymujemy

$$v = An \pm \sqrt{A^2 n^2 - \beta n^2 + C};$$

a nazwawszy jeszcze $A^2 - \beta = B$, znajdziemy :

$$v = n \left(A \pm \sqrt{B + \frac{C}{n^2}} \right).$$

Rachunek i bliższe badanie tego przyrządu nasunęło p. Baumgarten myśl zastąpienia skrzydeł płaskich skrzydłami helioidalnymi łączącemi się łagodnie z osią obrotu. Tym sposobem przyrząd stał się o wiele czulszym, a opór jaki woda stawiała ramionom, został usunięty. Wyrażenie analityczne, przedstawiające związek zachodzący między prędkością v wody i liczbą obrotów n jest tego samego kształtu co poprzednio, mimo tego, że przy całkowaniu momentu sił trzeba uważać kąt α jako funkcją zmiennej r . Tylko wartości współczynników A, B i C będą inne w tym razie.

Do oznaczenia wartości współczynników A, B, C dochodzi się dwoma sposobami, albo przeprowadzając młynek ze znaną prędkością w spokojnej wodzie, albo też umieszczając go na powierzchni wody bieżącej, której prędkość wprost za pomocą pływaków oznaczoną być może. W pierwszym razie trzyma się drążek młynka na odległości jednego metra od łodzi i zanurza się go o 1^m pod wodę. Na brzegu wytycza się linią prostą mającą 150 metrów długości i na każdym z jej końców umieszcza się dwie tyczki w kierunku do niej prostopadłym. Łódź ciągnięta sznurem przez ludzi na stojącym opodal statku, płynie ruchem jednostajnym równoległe do wytyczonej na brzegu linii. Jeżeliby wiatr lub inna przyczyna poruszała wodę i nie zostawiała jej w spoczynku, to w takim razie należałoby ciągnąć łódź drugi raz w kierunku pierwotnemu przeciwnym, ale z tą samą, co poprzednio prędkością, i wzięść średnią z obu obserwacyj. Notując czas, którego łódź potrzebuje do przebieżenia odległości między krańcowemi tyczkami, i licząc w tym czasie obroty młynka, znajdziemy wartość $\frac{v}{n}$, a powtarzając to doświadczenie z coraz to inną prędkością, tyle razy ile jest ilości stałych A, B, C, otrzymamy odpowiednią liczbę równań, których rozwiązanie żadnej nie przedstawi trudności.

Jeżeli nie ma w pobliżu wody stojącej, lub też jeżeli chcemy sprawdzić znalezione poprzednio opisanym sposobem wartości A, B, C, postąpimy w następujący sposób. Przygotowawszy kule drewniane tak wielkie, jak przestrzeń w której obracają się skrzydła młynka, obciążymy je w sposób taki, aby dotykały wierzchem swym powierzchni wody i wpuścimy je w wodę w miejscu regularnem i prostolinijem rzeki. Obliczywszy czas i przestrzeń przebieżoną, znajdziemy wprost prędkość wierzchniej warstwy wody, w którą następnie wstawimy młynek. Zanotowawszy liczbę jego obrotów w jednostce czasu i powtórzywszy to samo kilkakrotnie przy coraz to innych prędkościach, otrzymamy dostateczną zawsze liczbę równań do oznaczenia ilości stałych.

Oznaczywszy jednym z tych sposobów ilości stałe odpowiadające danemu młynkowi, przypuści się, że profil rzeki jest podzielony pionowymi liniami co dwa metry od siebie odległymi i oznaczy się prędkość średnią na każdej pionowej zanurzając młynek na różne pod powierzchnią głębokości. Jeżeli oznaczymy przez $v_0, v_1, v_2, v_3, \dots v_n$ prędkości znalezione na jednej i tejże samej pionowej i na głębokościach $z_0, z_1, z_2, \dots z_n$ pod powierzchnią wody, to $\frac{\sum v \Delta z}{z_n - z_0}$ będzie prędkością średnią między krańcowymi punktami z_n i z_0 . Summa $\sum v \Delta z$ przedstawia powierzchnię krzywej, którąbyśmy otrzymali wystawiając w każdym punkcie pionowej linią prostą do niej prostopadłą i odnosząc na tej prostopadłej długości równe prędkościom w tychże punktach. Miejsce takich punktów utworzyłoby pomienioną krzywą.

Prędkość średnią przedstawić można w kształcie więcej wyraźnym :

$$\frac{v_0 + v_1}{2} (z_1 - z_0) + \frac{v_1 + v_2}{2} (z_2 - z_1) + \dots + \frac{v_{n-1} + v_n}{2} (z_n - z_{n-1})$$

$$z_n - z_0$$

Znając prędkość średnią na pionowej, otrzymałoby się łatwo, jak to już wspominaliśmy, prędkość średnią każdego trapezu a następnie i całkowity prąd wydatek.

Gdy prędkość wody na powierzchni jest mniejsza od dwóch metrów, to łatwo jest zanurzyć młynek na stalowym drążku na głębokość dochodzącą do 10 metrów, ale w razie, gdy prędkość jest większą od 2^m, trzeba przywiązać młynek do sznurka lub druta odpowiednio obciążonego i to w taki sposób, aby przyrząd mógł dojść do samego dna rzeki.

Każda obserwacja powinna trwać przynajmniej minutę, a dobrze jest powtórzyć ją dwa lub trzy razy, aby zapobiedz wszelkim błędom lub omyłkom.

Jeżeli młynek był oddawna nieużywany, to trzeba na nowo oznaczyć ilości A, B, C, bo tarcie kółek zębatych i śruby mogło zmienić się w skutek zardzewienia lub niedostatecznego wysmarowania tłuściością.

146. Uwagi dotyczące młynka Woltmann'a.—Jeżeli przypuścimy, że powierzchnie skrzydełek są powierzchniami płaskimi, to moment poruszającego działania wody na przyrząd Woltmann'a będzie poprostu proporcjonalnym do :

$$(v \cos \alpha - \omega r \sin \alpha)^2.$$

Jeżeli nadto opuścimy w rachunku opór stawiany przez wodę ramionom młynka, a więc przez to samo przypuścimy że moment oporu jest stały albo też proporcjonalny do momentu poruszającego, to otrzymamy równanie równowagi :

$$v \cos \alpha - \omega r \sin \alpha = \text{ilości stałej},$$

a jeżeli zastąpimy ω przez $k'n$, otrzymamy :

$$v \cos \alpha - k'n r \sin \alpha = \text{ilości stałej K},$$

z kądem

$$v = k'r \operatorname{tg} \alpha \cdot n + \frac{K}{\cos \alpha};$$

a oznaczywszy jeszcze dla skrócenia :

$$k'r \operatorname{tg} \alpha = A', \quad \frac{K}{\cos \alpha} = B',$$

otrzymamy równanie :

$$(1) \quad v = A'n + B',$$

przedstawiające związek między ilościami v i n , a znacznie prostsze od wyprowadzonego w ustępie n. 145 równania :

$$(2) \quad v = n \left(A \pm \sqrt{B + \frac{C}{n^2}} \right),$$

wzorowego pod względem teorii.

Byłoby rzeczą nader ciekawą i użyteczną przekonać się, czy różnica wartości v otrzymanych za pomocą wzorów (1) i (2) nie jest większą od nieuniknionych błędów popełnionych przy najdokładniejszej nawet obserwacji. P. Laterrade, korzystając z 45 doświadczeń p. Baumgarten'a, porównał oba wzory i znalazł, że oba dają prawie takie same wypadki, że zatem pierwszy z nich jako prostszy jest dogodniejszy do użycia. P. Boulé doszedł do tej samej konkluzji przy mierzeniu Sekwany w Melun, w roku 1857.

Taki sposób porównania obu wzorów pozostawia pewne w umyśle wątpliwości, bo jakkolwiek konkluzya tego porównania jest niewątpliwa w okolicznościach, w jakich pp. Laterrade i Boulé sprawdzali wzór $v = A'n + B'$, to jednak pozostaje jeszcze pytanie, czy (przy innych okolicznościach (przy większych lub mniejszych prędkościach, dla innych młynków, i t. d.) konkluzya ta sprawdzoną zostanie? Jednem słowem, chcąc pewny sąd wydać, trzeba badać oba wzory przy zupełnie ogólnych wartościach ilości A, B, C .

Zadanie to sprowadza się do porównania linii krzywej :

$$(3) \quad y = Ax + \sqrt{Bx^2 + C}$$

z linią prostą :

$$(4) \quad y = A'x + B'.$$

Równanie (3) przedstawia krzywą drugiego stopnia. Przekiwny ją linią $y = mx$ przechodzącą przez początek osi współrzędnych, widzimy że rzędne punktów przecięcia mają wartości równe co do wielkości a przeciwne co do znaków; początek osi jest więc środkiem krzywej.

Wstawiając $x = \frac{y}{m}$ w równanie krzywej, otrzymujemy :

$$y = \sqrt{\frac{C}{\left(1 - \frac{A}{m}\right)^2 - \frac{B}{m^2}}}.$$

Punkt przecięcia będzie w nieskończoności, gdy $m = A \pm \sqrt{B}$; krzywa jest więc hyperbolą, której asymptoty mają za równanie :

$$y = (A \pm \sqrt{B})x,$$

a żeby prosta $y = mx$ przecina tę hyperbolę, musi $(m - A)^2$ być większem od B.

Zresztą łatwo jest znaleźć położenie osi hyperboli, zmieniając kierunek osi współrzędnych i wyrażając, że współczynniki kątowe obu asymptot są sobie równe co do wielkości, a przeciwne co do znaków; tym sposobem nowe osie będą dzielić kąty asymptotalne na dwie równe części i zchodzić się z osiami hyperboli.

Oznaczywszy przez α kąt nowej osi odcinków z dawną, mamy, jak wiadomo :

$$x = x' \cos \alpha - y' \sin \alpha,$$

$$y = y' \cos \alpha + x' \sin \alpha;$$

Wstawivszy wartości te w równania asymptot:

$$y = (A + \sqrt{B})x,$$

$$y = (A - \sqrt{B})x,$$

i wyraziwszy pomieniony wyżej warunek współczynników kątowych, znajdujemy:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{A^2 - B - 1}{2A} \pm \frac{1}{2A} \sqrt{(A^2 - B - 1)^2 + 4A^2}.$$

Równanie osi hyperboli, odniesionych do osi współrzędnych pierwotnych, będzie więc:

$$y = \left[\frac{A^2 - B - 1}{2A} \pm \frac{1}{2A} \sqrt{(A^2 - B - 1)^2 + 4A^2} \right] x.$$

Łatwo jest zauważyć, że znak + przed pierwiastkiem odpowiada osi urojonej, że zatem ta oś przechodzi przez kąt współrzędnych dodatnich. Jakoż, gdyby oś rzeczywista przechodziła przez ten kąt, styczna do krzywej byłaby ujemną dla $x = 0$ i w kącie współrzędnych dodatnich znajdowałyby się punkt, w którymby styczna była poziomą. Otóż wyrażenie:

$$\frac{dy}{dx} = A + \frac{Bx}{\sqrt{Bx^2 + C}}$$

pokazuje, że dla $x = 0$,

$$\frac{dy}{dx} = A$$

jest dodatnie, i że dla $\frac{dy}{dx} = 0$, równanie

$$A + \frac{Bx}{\sqrt{Bx^2 + C}} = 0$$

daje na x wartość ujemną. Ztąd wypada, że wierzchołek wyższego ramienia hyperboli znajduje się na lewo pierwotnej osi y .

Uważmy teraz, że przy użyciu młynka Woltmann'a trzeba mieć tylko wzgląd na wartości dodatne odciętych i rzędnych (ilości n i v), to jest tylko na ramię krzywej położone w kącie współrzędnych dodatnych.

Z tego wszystkiego wypada, że ramię to jest łukiem hyperboli, niezawierającym ani wierzchołka ani punktów sąsiednich wierzchołka; otóż kształt takiego łuku hyperboli niewiele się różni od linii prostej. Ale przypuszczenie to należałoby poprzeć rozumowaniem, bo chociaż jest ono widocznem dla punktów odległych od osi y , to jest wtedy gdy liczba obrotów n (przedstawiających odcięta) jest znaczną i gdy hyperbola zbliża się coraz więcej do swej asymptoty, to jednak wierzchołek krzywej leżący po lewej nawet stronie osi y , może być jeszcze tak blisko niej położonym, że część łuku po prawej stronie tej osi ma krzywiznę zbyt silną, aby ją z linią prostą porównać można było; zresztą zależy ta okoliczność od części składowych przyrządu, od systemu konstrukcyi i od stanu doskonałości młynka użytego.

Im czulszy będzie młynek, to jest im większą będzie liczba obrotów przy danej prędkości wody, tem więcej oddalimy się od krzywej części hyperboli; należy więc używać młynka czułego, zwłaszcza przy mierzeniu słabych prędkości. Wiadomo *a priori* z doświadczenia że młynek helisoidalny jest o wiele czulszy od młynka o płaskich skrzydłach. P. Baumgarten stwierdził, że przy tej samej prędkości pierwszy robi dwa i pół raza tyle obrotów co drugi (*). Trzeba więc oddać pierwszeństwo młynkowi helisoidalnemu, zwłaszcza przy małych prędkościach; oprócz tego w przypadku nadzwyczaj powolnego biegu wody można użyć innego sposobu powiększającego liczbę obrotów w taki sposób, że łuk hyperboli za linią prostą uważać można. W tym celu dosyć jest prowadzić łożdź pod wodę z przed-

(*) *Annales des Ponts et Chaussées*. 1847, str. 349.

kością v' . Odejmując v' od prędkości $v + v'$ wskazanej przyrzędem, znajdzie się prędkość rzeczywistą wody v .

W każdym razie jest rzeczą użyteczną zdać sobie dobrze sprawę z krzywizny łuku hyperboli przedstawionej równaniem:

$$y = Ax + \sqrt{Bx^2 + C}.$$

Łuk ten łatwo jest nakreślić punktami z pomocą obserwacyj służących do wyznaczenia stałych A, B, C , i sprawdzić następnie, czy jego krzywizna jest dosyć małą, aby mógł być wziętym za linię prostą: $y = A'x + B'$, czy też należy go zastąpić dwiema liniami prostymi, z którychby jedna odpowiadała małym wartościom odciętych x a druga wartościom tej zmiennej większym od pewnej ilości służącej za granicę przejścia między temi dwiema liniami. W doświadczeniach robionych na Saonie, granicę tę ustalono na $n = 1,75$ obrotów (*).

Linie te kreśli się na rysunku krzywej i z wykreślenia otrzymuje się parametry A' i B' ; tym sposobem otrzymuje się równanie kształtu $v = A'n + B'$, które zastosowane w znanych granicach, daje wypadki bardzo mało różne od wypadków wzoru:

$$v = An + \sqrt{Bn^2 + C}.$$

Oczywistą jest rzeczą, że linia prosta mająca zbliżać się jak najwięcej do pewnego łuku krzywej, nie jest ściśle określoną i że może znajdować się kilka linii prostych zbliżających się w równym stopniu do owej krzywej. To też nie można się dziwić, że w praktyce napotyka się grupy wartości A' i B' różniących się od siebie, ale dających ostatecznie te same wypadki.

Przyjęcie wzoru pierwszego stopnia $v = A'n + B'$ upraszcza niezmiernie rachunki, bo umieściwszy młynek w różnych sta-

(*) *Annales des Ponts et Chaussées*. Artykuł pana LEVILLÉ. 1860, str. 229.

cyach w celu znalezienia średniej prędkości, dosyć jest wyrachować średnie obrotów n i wstawić ją we wzór: $v = A'n + B'$; a wartość na v z tego równania wynaleziona będzie prędkością średnią. To nie ma bynajmniej miejsca, gdy $v = F(n)$ nie jest równaniem pierwszego stopnia; bo wtedy:

$$\frac{1}{2} [F(n_1) + F(n_2)] = F\left(\frac{n_1 + n_2}{2}\right).$$

147. Sposób mierzenia prędkości prądów ciekłych za pomocą rurki Pitot'a lub Darcy'ego.—Przyrząd znany pod nazwą rurki Pitot'a, udoskonalony później przez p. Darcy, służy tak jak młynek Woltmann'a do mierzenia prędkości wody w jakimkolwiek punkcie jej masy. Przyrząd ten jest pod pewnymi względami lepszy od poprzednio opisanego: nie wymaga on chronometru mierzącego sekundy, nie psuje się tak łatwo, bo jest nadzwyczaj prosty i wymaga oznaczenia jednej tylko stałej, która raz na zawsze służyć może. Dodać jeszcze należy, że rurka Pitot'a może być użytą w wyjątkowych razach, w których młynek Woltmann'a bez wątpienia by się popsuł.

Pierwotna rurka Pitot'a (*) składa się ze szklanej na obu końcach otwartej rurki, ustawionej pionowo w wodzie i zakrzywionej poziomo na dolnym końcu; spodnia zakrzywiona część jest skierowana ku prądowi, część górna zaś wystaje ponad wodę. Ciecz wznosi się ponad powierzchnię wody bieżącej na pewną wysokość, a Pitot przypuszczał, że wysokość ta jest $\frac{v^2}{2g}$, gdzie v oznacza prędkość w uważanym punkcie; tym sposobem, oznaczywszy przez h wzniesienie poziomu w rurze ponad poziom wody bieżącej, znajdował $v = \sqrt{2gh}$. Mniemanie to było błędem. Oznaczywszy przez:

z wzniesienie poziomu wody bieżącej ponad środek otworu dolnego ramienia rurki,

(*) *Mémoires de l'Académie des Sciences*. 1732. Artykuł Pitot'a.

p średnie ciśnienie cieczy na płaszczyznę otworu dolnego ramienia rurki, odniesione do jednostki powierzchni i pomniejszone ciśnieniem powietrza p_a ,

II ciężar metra sześciennego wody,
 widzimy że ciśnienie p jest równe :

$$(1) \quad p = \Pi(h + z),$$

bo ciecz w rurce jest prawie w spoczynku. Według tego, co było mówione w poprzedzającym rozdziale, ciśnienie średnie w płaszczyźnie pomienionego otworu jest większe od ciśnienia hydrostatycznego o ilość proporcjonalną do kwadratu z prędkości v . Możemy więc napisać :

$$(2) \quad p = \Pi \left(z + n \frac{v^2}{2g} \right),$$

gdzie n jest współczynnikiem równym liczbie 1,19 według doświadczeń Dubuat'a. Odejmując równanie (1) od równania (2) znajdujemy :

$$h = n \frac{v^2}{2g} = 1,19 \frac{v^2}{2g}$$

a nie $\frac{v^2}{2g}$, jak przypuszczał Pitot.

Współczynnik n zmienia się cokolwiek od jednego przyrządu do drugiego ; dlatego lepiej jest oznaczyć go dokładnie drogą doświadczeń dla każdego przyrządu osobno.

W celu nadania większej czułości przyrządowi, Dubuat nadał spodniemu ramieniowi rurki kształt lejka rozszerzającego się ku zewnątrz ; szersza podstawa tego lejka miała w samym środku mały otwór, przez który woda do wnętrza rurki dostawać się mogła. W skutek tej dyspozycyi, ciśnienie sprawiające wzniesienie słupa wodnego w rurce, powiększa się ; przy tej samej więc prędkości, wysokość h staje się większą a więc i doko-

dniejszą do zmierzenia. Dla takiego przyrządu Dubuat znalazł współczynnik $n = 1,50$, tak że:

$$h = \frac{3}{2} \cdot \frac{v^2}{2g},$$

zkuąd

$$v = 2 \sqrt{\frac{gh}{3}}.$$

P. Darcy (*) uderzony niedokładnością wypadków rurki Pitot'a ulepszył ją znacznie, zmieniając jej kształt i usuwając przy-

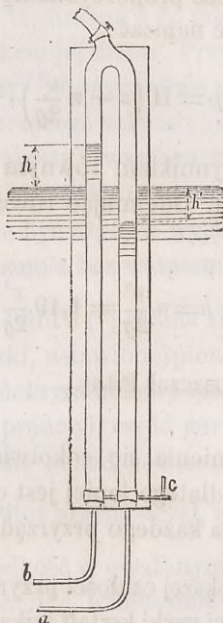


Fig. 78.

czyni błędów w obserwacjach. Jego przyrząd składa się (fig. 78) z dwóch szklanych pionowych rurek komunikujących z sobą w części górnej i łączących się w jedną rurkę, zaopatrzoną

(*) *Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences*, Paris, 1782.

w kruczek, który dozwala wprowadzać do nich powietrze otaczające. U spodu rurki szklanne nie są już zakrzywione, jak w przyrządzie Pitot'a, ale mają poziome miedziane ramiona, z których jedno jest zawsze skierowane w kierunku przeciwnym prądowi, a drugie w kierunku do niego prostopadłym albo nawet w jakimkolwiek, pod warunkiem, że jest zaopatrzone w odpowiednią przystawkę. Jednem słowem rurki te mają być tak ustawione, aby w jednej panowało ciśnienie żywe, a w drugiej, nieciśnienie (uct. n. 132). I tak w przyrządzie przedstawionym na figurze 78, który mieliśmy sposobność oglądać w galeryi Szkoły Dróg i Mostów, przystawka jest umieszczona poziomo pod pierwszym miedzianem ramieniem, ale jej otwór a jest pod spodem, podczas gdy otwór b pierwszego ramienia jest w płaszczyźnie prostopadłej do prądu. Obie rurki tego przyrządu są osadzone na drewnianej płycie.

Jeżeli wstawimy przyrząd w wodę w sposób taki, aby osi obu rurek pionowych były w płaszczyźnie pionowej równoległej do prądu, to woda wzniesie się w jednej rurce na wysokość h ponad powierzchnię wody bieżącej, a w drugiej na wysokość h' popod tą powierzchnią, bo w pierwszej działa ciśnienie żywe, a w drugiej nieciśnienie. Oznaczywszy przez n i n' odpowiednie współczynniki, możemy napisać:

$$h = n \frac{v^2}{2g},$$

$$h' = n' \frac{v^2}{2g},$$

a po dodaniu tych dwóch równań otrzymamy:

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{h + h'}{n + n'};$$

zkaąd

$$v = \sqrt{2g \frac{h + h'}{n + n'}}.$$

Otworzywszy górny kruczek, można wysać część powietrza i podnieść poziomy wody w rurach na wysokość, na której znajduje się skala nakreślona na deszczulce. Tym sposobem ułatwia się odmierzenie różnicy poziomów, która oczywiście niezmienną pozostaje. Przymknąwszy kruczek c umieszczony na spodzie rurek można wyciągnąć przyrząd z wody i odczytać na podziałkach wysokość $h + h'$.

Przymioty tego przyrządu są niezaprzeczone: trudność mierzenia poziomu wody bieżącej jest zupełnie usunięta, wysokość słupa mierzonego $h + h'$ jest powiększoną w skutek nieciśnienia, a odczytanie tej wysokości jest nadzwyczaj łatwe i dogodne.

Ale przyrząd ten nie jest wolny od zarzutów. Jakoż prędkość strugi wodnej w danym punkcie nie jest zawsze stałą; prędkość ta zmienia się w naturze ustawicznie i daje średnią, którą ocenić może młynek Woltmann'a wystawiony nie na chwilowe ale na dłuższe działanie prądu. Przyrząd p. Darcy daje tylko prędkość istniejącą w danej chwili, a nie prędkość średnią. Na ten prawdopodobnie słuszny zarzut doświadczenie odpowiedź daćby powinno. Pewną jest wszakże rzeczą, że prędkość zmienia się w danym punkcie cieczy, czy to z powodu tarcia, czy oporów, jakie massa ciekła w ruchu swym napotyka (*).

148. Mierzenie kierunku i prędkości prądów mor-

(*) Włoski Hydraulik Guido Grandi wynalazł przyrząd do mierzenia prędkości prądów, a mający wielkie do rurki Pitot'a podobieństwo. Bossut opisuje ten przyrząd na stronie 449 nowego wydania swej Hydrodynamiki (l'an IV de la République) w sposób następujący: « Pudełko blaszane kształtu równoległościannu, zamknięte ze wszech stron, jest zaopatrzone w otwór na górnej części jednej ze swych ścian pionowych; otwór ten może być zasłoniętym lub odsłoniętym za pomocą stawidelka nader prostego. Przyrząd ten zanurza się w wodę na taką głębokość aby ów otwór odpowiadał strudze, której prędkość ma być mierzoną, a podnioswszy stawidelko wpuszcza się doń wodę bieżącą i liczy się czas dokładnie. Po upływie pewnego czasu wyjmuje się przyrząd z wody, zamknąwszy poprzednio otwór, i mierzy się objętość zawartej wody a raczej wzniesienie poziomu jej ponad dno przyrządu. Robi się potem w podobny sposób na innej głębokości, a stosunek wzniesień poziomów wody ponad dno jest stosunkiem prędkości wody na tych głębokościach ».

skich. — Dwa są rodzaje prądów morskich: prądy na powierzchni i pod powierzchnią wody.

Mierzenie prędkości prądów na powierzchni morza nie przedstawia wielkich trudności. Zwyczajny pływak, puszczonej w oznaczonej chwili i dobiegający w pewnym czasie do oznaczonego miejsca, daje wszystkie elementy potrzebne do obliczenia prędkości i kierunku prądu.

Prądy podmorskie nie dają się już tak łatwo ocenić, właśnie z powodu, że znajdują się na pewnej pod powierzchnią głębokości. Gdy woda jest przezroczysta i gdy prąd znajduje się blisko powierzchni, przywiązuje się kawałek białego płótna do tyczki i zanurza się je w wodę; kierunek tej płatki płóciennej będzie wskazywał kierunek prądu. Ale gdy prąd znajduje się głęboko pod powierzchnią wody, wtedy użyć trzeba innego sposobu, a mianowicie chorągiewki z bussolą, obmyślanej w r. 1838 przez p. de La Roche Poncié. Chorągiewka ta składa się z miedzianego drążka zakończonego pionową płytą służącą za ster i obciążonego na drugim końcu w ten sposób, aby drążek mógł utrzymywać się poziomo, gdy jest w swym środku zawieszony. Przyrząd ten wpuszczony w morze, orientuje się w kierunku prądu, ażeby ułatwić ocenienie tego kierunku, umieszcza się bussolę na poziomym drążku i odczytuje się zboczenie igiełki magnetycznej. Ponieważ ruchliwość igiełki nie pozwala odczytać łatwo kąta zboczenia, przeto ustala się cały system w danej chwili odpowiednim mechanizmem, którego opis pomijamy (*).

Co się tyczy mierzenia prędkości prądów podmorskich, to używa się tych samych sposobów, co do mierzenia prędkości prądów rzecznych, a więc młynka Woltman'a, Baumgarten'a, rurki Pitot'a, Darcy'ego, tachometru Brünings'a, wa-

(*) Patrz: *Cours de Travaux maritimes*, professé par M. Chevallier à l'École des Ponts et Chaussées, Paris, 1872-1873, p. 22.

hadła hydraulicznego lub wreszcie pływaka. W tym celu używa się baryłki mającej mniej więcej 50 litrów objętości, a dostatecznie obciążanej aby nie mogła się utrzymać na powierzchni wody; baryłka ta jest przywiązana sznurem do pływaka, naznaczonego kawałkiem czerwonego płótna. Z powodu wielkiej różnicy mass przyjąć można, że pływak nie wywiera wielkiego wpływu na ruch baryłki i że jego prędkość nie różni się prawie od prędkości prądu podmorskiego.

149. Sposoby mierzenia prędkości prądów gazowych. — Trudność dokładnego zmierzenia prędkości powietrza, była długo i jest nawet jeszcze dotąd główną przeszkodą odkrycia praw jego działania.

W celu zmierzenia prędkości powietrza lub gazów puszczano z wiatrem ciała lekkie, jakoto pierze, dym prochu lub essencji terpentynowej i mierzono drogę przebieżoną i czas odpowiedni. Ale sposób ten nie był dokładny, bo odległość na jakiej obserwować można ruch ciałek, jest bardzo mała.

Anemometry, składające się z małego o lekkich skrzydłach młynka, są przyrządami lepszymi i dogodniejszymi, ale wymagają doświadczalnego wyznaczenia związku, który istnieje między prędkością wiatru i liczbą obrotów młynka; wyznaczenie to jest połączone z pewnemi trudnościami.

Jednym z najlepszych przyrządów tego rodzaju jest *anemometr Combes'a* (*). Przyrząd ten składa się na sposób młynka Woltmann'a (ustęp n. 145) z poziomej cienkiej osi i z czterech płaskich skrzydeł, pochylonych pod pewnym kątem do osi obrotu. Jego teoria, analogiczna do teorii młynka Woltmann'a podaje zgodnie z doświadczeniem związek:

$$v = A + Bn,$$

w którym v oznacza prędkość gazu a n liczbę obrotów młynka.

(*) *Annales des Mines*, troisième série, tome XI.

Według jednego z doświadczeń Combes'a :

$$A = 0,2578, \quad B = 0,0916,$$

ale próby robione z innym modelem dały :

$$A = 0,150, \quad B = 0,100.$$

To pokazuje dobitnie, że ilości A i B zmieniają się od jednego przyrządu do drugiego i że je dla każdego z nich osobno wyznaczyć należy. W tym celu umieszcza się przyrząd na poziomym ramieniu pionowego kołowrota, obracającego się jak najjednostajniej, i notuje się liczby obrotów skrzydeł i prędkość kołowrota; działanie wywarne przez młynek na spokojne powietrze równa się działaniu, któreby wywarł wiatr wiejący z prędkością równą a przeciwną prędkości samego przyrządu, na skrzydła zostającego w miejscu młynka.

Doświadczenie okazało, że anemometr Combes'a jest dobrym przyrządem do mierzenia małych prędkości, np. 3^m na sekundę i to pod warunkiem, że prąd jest nieustanny i jednostajny, jak ta ma miejsce przy wentylacji kopalni. Ale gdy nieprzewidywane i przypadkowe okoliczności zmieniają prędkość prądu gazowego w ciągu doświadczenia, jak np. przy wentylacji sal publicznych, teatrów, szpitali i t. p., wtedy anemometr Combes'a nie daje dokładnych wypadków. Zresztą, jeżeli chodzi o mierzenie prędkości zwyczajnego wiatru, którego natężenie zmienia się bardzo nagle i bardzo znacznie, wtedy trzeba użyć mocniejszego i dokładniejszego przyrządu.

Przyrządem tym jest *anemometr Morin'a* (*), polegający na tej samej, co poprzedni zasadzie, a różniący się tylko konstrukcją i składem swych pojedynczych części. Doświadczenia tego uczonego, robione z całą dokładnością i sumiennością, pokazały, że anemometr ten może służyć do mierzenia znacznych

(*) MORIN, *Notions fondamentales de Mécanique et données d'expérience*. Deuxième édition, Paris, 1855, str. 422.

prędkości, bo dochodzących 40^m na sekundę (*). Związek istniejący między prędkością wiatru i liczbą obrotów młynka jest przedstawiony przez równanie :

$$v = A + Bn$$

z zastrzeżeniem wartości dwóch stałych A i B, które zależą od licznych a dla każdego przyrządu specjalnych okoliczności.

(*) Prędkość wiatru dochodzi często a nawet przechodzi 40^m; tego dowodzą podróże robione balonami. Cytują między innymi podróż Lunardie'go, który puściwszy się balonem w Edimburgu dostał się w prąd powietrzny mający 31^m prędkości na sekundę. Garnerin w swej podróży powietrznej z Londynu do Colechester w roku 1802 zaobserwował prędkość 36^m, a Green przebiegał w r. 1823, 64 metry na sekundę.

CZEŚĆ III

MACHINY WODNE.

KSIEGA PIERWSZA

O PRACY MACHIN.

150. Wiadomości ogólne o machinach. — Nazywamy w ogóle maszyną ciało albo układ materialny ciał, służący do przesyłania pracy sił.

Rzuciwszy okiem na maszyny używane w przemyśle rozróżnić można łatwo dwa rodzaje maszyn różniących się wiele od siebie. Jedne z nich służą do zwalczania wielkich oporów, drugie zaś są przeznaczone do pracy wymagającej więcej zręczności, jak siły.

Badając ruch maszyny pierwszego rodzaju, to jest maszyny służącej do zwalczania wielkich oporów, zauważamy łatwo, że skutkiem działania sił przyczepionych w pewnym jej punkcie, nie tylko opór zwalczonym zostaje, ale jeszcze punkt przyczepienia tegoż oporu przebiega drogę w kierunku przeciwnym siły oporowej. Najprostsze przykłady pokazują, że praca ma-

chiny (w zwyczajnem tego słowa znaczeniu) zmienia się proporcjonalnie do natężenia siły oporowej, gdy punkt przyczepienia tej siły przebiega zawsze tę samą drogę, jak również, że przy tej samej sile oporowej praca maszyny zmienia się proporcjonalnie do drogi przebieżonej przez punkt przyczepienia w kierunku tejże siły, to jest zmienia się proporcjonalnie do rzutu na kierunek siły, drogi przebieżonej. Zatem w ogóle, praca wykonana przez maszynę jest proporcjonalną do iloczynu siły oporowej przez drogę, jaką przebiega jej punkt przyczepienia w kierunku siły. Ten to iloczyn nazywamy *pracą*.

Ażeby maszyna mogła zwalczać opór i równocześnie wprowadzać w ruch punkt przyczepienia tego oporu potrzeba, aby pewna siła poruszająca działała na jeden lub kilka jej punktów; nadto potrzeba, aby punkt przyczepienia siły poruszał się w kierunku tejże siły: siła działająca na maszynę musi więc wykonać pewną pracę, zgodnie z tem, cośmy poprzednio o pracy mówili. Tę pracę poruszającą przesyła właśnie maszyna do punktu przyczepienia oporu.

Uważając znowu maszyny drugiego rodzaju widzimy, że jakkolwiek nie są one przeznaczone do przewycięzania wielkich oporów, to jednak opory uboczne, jak np. tarcie pojedynczych części składowych o siebie, wymagają od nich pewnej siły. Praca tej siły odpowiada tutaj pracy oporów ubocznych.

Tak więc możemy powiedzieć, że maszyny są to przyrządy służące do przesyłania pracy sił.

Aby zdać sobie sprawę z przesyłania pracy w maszynie, zastosujemy twierdzenie sił żywych do całego systemu jej składowych części. W tym celu rozróżnimy przedewszystkiem siły, których praca jest dodatna, od sił wykonujących pracę ujemną. Pierwsze z nich, to jest siły tworzące kąt ostry z kierunkiem drogi przebieżonej przez ich punkt przyczepienia, są

siłami poruszającymi; drugie zaś, to jest siły tworzące kąt rowarty z kierunkiem drogi przebieżonej są *siłami oporowemi*. Pracę siły poruszającej, nazywamy *pracą poruszającą*; pracę siły oporowej, co do bezwzględnej wartości (to jest bez względu na kierunek), nazywamy *pracą oporową*. Summę prac wykonanych w pewnym czasie przez wszystkie siły poruszające działające na maszynę nazywamy *całkowitą pracą poruszającą* albo też *pracą poruszającą wykonaną w danym czasie*; tak samo nazwiemy *całkowitą pracą oporową*, albo *pracą oporową w danym czasie*, summę wszystkich prac wykonanych w danym czasie przez wszystkie siły opór stawiające bez względu na ich kierunek.

Oznaczmy przez T_m summę prac poruszających wykonanych w danym czasie, a przez T_r summę prac oporowych w tymże czasie; oznaczmy nadto przez v_0 i v prędkość początkową i końcową cząsteczki mającej masę m i należącej do maszyny. Na zasadzie twierdzenia sił żywych możemy ułożyć równanie :

$$(1) \quad \frac{1}{2} (\Sigma mv^2 - \Sigma mv_0^2) = T_m - T_r,$$

przedstawiające całą teorią ruchu maszyn.

Przypuśćmy najprzód, że ruch maszyny jest jednostajny, to jest, że prędkość każdego z jej punktów jest niezmienna. W tym razie przyrost siły żywej po upływie jakiegokolwiek czasu jest równy zeru, a więc na zasadzie poprzedzającego równania mamy :

$$T_m = T_r ;$$

co dowodzi, że praca poruszająca równa się ustawicznie pracy oporowej. Tak więc maszyna przesyła w całości pracę wykonaną przez siły poruszające do punktu przyłączenia sił oporowych. Skoro praca poruszająca równa się pracy oporowej, to

stosunek siły poruszającej do siły oporowej równa się odwrotnemu stosunkowi dróg przebieżonych przez punkty przyzpieszenia siły poruszającej i oporowej. Ztąd wypada znana w Mechanice zasada : to, co się zyskuje na sile, traci się na prędkości.

Przypuśćmy, że ruch maszyny nie jest jednostajny ale okresowy. Ruch maszyny jest okresowy, gdy w pewnym okresie czasu prędkość rośnie, a potem maleje i przybiera swą pierwotną wartość lub na odwrót. Ponieważ ruch taki uważać można za jednostajny w przeciągu czasu odpowiadającego jednemu lub kilku okresom, przeto odpowiedni przyrost siły żywej równa się zeru i według równania (1) mamy :

$$T_m = T_r;$$

to jest, że praca poruszająca wykonana w przeciągu jednego okresu równa się pracy oporowej wykonanej w tymże czasie. Jakkolwiek praca poruszająca nie jest równa pracy oporowej w każdym elemencie czasu, to jednak prace te są sobie równe w przeciągu jednego lub kilku okresów.

Uważajmy teraz całkowity czas trwania ruchu maszyny, to jest od chwili, gdy zaczyna się poruszać, do chwili, w której ruch jej zupełnie ustaje. Tak prędkość początkowa v_0 , jak i prędkość końcowa v jest równa zeru; więc żaden przyrost siły żywej nie odpowiada temu okresowi i wynik równania (1) :

$$T_m = T_r$$

dowodzi, że praca motorowa wykonana w całkowitym ruchu maszyny równa się pracy oporowej wykonanej w tymże czasie.

Ztąd wypada, że tylko w szczególnych przypadkach praca poruszająca równa się pracy oporowej; w ogóle prace te różnią się od siebie. Gdy prędkość maszyny nie jest jednostajna i gdy przeciąg czasu uważanego jest większy lub mniejszy od jednego lub kilku okresów, to prędkość końcowa v musi róż-

źnić się od prędkości początkowej v_0 , a więc i praca poruszająca nie może równać się pracy oporowej. Jeżeli początkowa siła żywa jest mniejsza od siły żywej przy końcu uważanego czasu, to także praca oporowa będzie mniejszą od poruszającej.

Aby sobie zdać sprawę ze zmiany ruchu maszyny w skutek nierówności pracy poruszającej i oporowej, uważmy, że gdy pierwsza z nich jest większą od drugiej, prędkość maszyny rośnie, a jej siła żywa zwiększa się o podwójny nadmiar pracy poruszającej nad oporową; w przeciwnym razie ruch maszyny słabnie, a jej siła żywa pomniejsza się o podwójny nadmiar drugiej pracy nad pierwszą. W pierwszym razie praca poruszająca rozkłada się na dwie części, z których jedna T_r odpowiada pracy oporowej, a druga $T_m - T_r$ powoduje powiększenie siły żywej; w drugim razie praca oporowa także na dwie rozkłada się części: pierwszą T_m przedstawiającą część zwalczonej pracy oporowej, i drugą $T_r - T_m$ opóźniającą ruch maszyny.

Teraz łatwo jest pojąć, dla czego w ruchu niejednostajnym ale okresowym, maszyna przesyła bez straty całą swą pracę poruszającą do punktu przyczepienia sił oporowych. Jeżeli w ruchu okresowym prędkość maszyny rośnie z początku a potem maleje, to w pierwszej połowie okresu nadmiar pracy poruszającej nad pracą oporową zgromadza się w kształcie siły żywej przemieniającej się na odpowiednią ilość pracy podczas drugiego okresu. Tym sposobem nadmiar pracy poruszającej pierwszej połowy okresu wynagradza i zastępuje brak pracy drugiej połowy.

To samo zjawisko zauważyć można badając całkowity ruch maszyny od chwili, gdy w ruch zaczyna być wprowadzana, aż do chwili, gdy ten ruch zupełnie ustaje. W początku ruchu praca poruszająca jest większą od pracy oporowej; później, podczas jednostajnego lub okresowego ruchu, obie prace są sobie równe; przy końcu ruchu praca poruszająca bierze górę nad pracą oporową. Nadmiar pracy poruszającej przy

początku ruchu i jej brak przy końcu, równoważą się zupełnie.

Widzimy ztąd, że machina przesyła całkowicie pracę sił na nią działających. To nie ma wprawdzie miejsca w jakimkolwiek elemencie czasu; ale w czasie trwania całkowitego ruchu maszyny następuje zupełne równoważenie się nadmiarów i braków; tak, że ostatecznie machina nie traci najmniejszej części swej pracy poruszającej.

Należy teraz określić bliżej i szczegółowiej pracę oporową maszyny. Praca ta jest summą prac wszystkich sił stawiających opór maszynie, a więc jest summą prac zewnętrznych i wewnętrznych. Pierwsze powstają z działania sił wprost i zewnętrznie do maszyny przyczepionych, jak równie i z ciężaru samej maszyny; istnienie drugich wywołują siły powstałe w skutek tarcia części składowych maszyny, w skutek ich odkształcania się, rozgrzania, falowania, w skutek oporu powietrza, it.d. Siłom zewnętrznym odpowiada praca, *użyteczną* nazywana i praca siły ciężkości; siłom wewnętrznym odpowiada *praca oporów ubocznych*. Jeżeli nazwiemy P całkowity ciężar maszyny, z_0 i z wzniesienia jej środka ciężkości ponad płaszczyznę porównania przy początku i przy końcu uważanego przeciągu czasu, jeżeli oznaczymy nadto przez T_u i T_t pracę użyteczną i pracę oporów ubocznych, to będziemy mieli :

$$T_r = T_u + P(z - z_0) + T_t$$

a stosując to równanie do jednego lub kilku okresów ruchu, otrzymamy :

$$T_m = T_r = T_u + T_t;$$

co pokazuje, że praca użyteczna jest zawsze mniejszą od pracy poruszającej. Ażeby praca użyteczna równała się pracy poruszającej potrzeba, aby praca oporów ubocznych równała się zeru, co nigdy miejsca mieć nie może. Ruch wieczny jest więc niepodobny. Jakkolwiek prawdą jest, że machina prze-

syła całkowitą pracę poruszającą do punktu przyczepienia sił oporowych i że najmniejsza część tej pracy nie jest straconą, to jednak można powiedzieć, że część tej pracy jest bezkorzystnie zużyta. Oczywiście jest rzeczą, że im większa jest praca oporów ubocznych, tem mniejsza jest praca użyteczna maszyny.

Dzieląc ostatnie równanie przez T_m , znajdujemy :

$$\frac{T_u}{T_m} + \frac{T_t}{T_m} = 1.$$

Pierwszy wyraz przedstawiający stosunek pracy użytecznej do pracy poruszającej nazywać będziemy *skutkiem* maszyny. Stosunek ten, zawsze mniejszy od jedności, służyć będzie za miarę dobroci maszyny; będzie ona tem lepszą, im większym będzie jej skutek.

Z tego, cośmy poprzednio mówili, wypada, że należy unikać wszelkimi sposobami straty siły żywej w maszynach, to jest unikać wszystkiego tego, co może być powodem pomniejszenia siły żywej bez równoczesnego stworzenia odpowiedniej ilości pracy użytecznej; siła bowiem żywa maszyny przedstawia część pracy poruszającej a strata pewnej części tej siły żywej powoduje także stratę odpowiedniej ilości pracy poruszającej. Drganie cząsteczek maszyny będącej w ruchu a raczej siła, która je powoduje, jest zupełnie straconą dla pracy użytecznej; bo drgania te wprawiają w podobny ruch cząsteczki ciał dotykających maszynę i gubią się w obszarze ziemi. Praca tych sił jest więc zupełnie straconą. Maszyna powinna być tak urządzoną, aby falowania i drgania jej składowych części były jak najmniejsze; bo strata siły żywej w skutek drgań jest najważniejszą stratą siły żywej w maszynach. Drgania te powstają w skutek uderzenia dwóch ciał o siebie lub w skutek względnego ruchu dwóch w zetknięciu z sobą będących ciał. W pierwszym razie uniknąć można drgań, usuwając przyczynę

tychże; w drugim jednak razie nie podobna jest całkowicie uniknąć szkodliwego ich wpływu.

W każdej maszynie rozróżnić można trzy części: jedną znośzącą działanie sił poruszających, drugą otrzymującą działanie sił oporowych i wreszcie trzecią, pośredniczącą między dwiema pierwszymi częściami. Dla przykładu wyobraźmy sobie młyn poruszany kołem wodnym: koło wodne przedstawia pierwszą część, kamień młyński drugą, a wał i koła zębate trzecią.

Jednostajny ruch maszyny jest bardzo pożądanym, tak dla dobrego przesyłania pracy poruszającej, jak dla jednostajnego wykonywania pracy oporowej. Tę jednostajność ruchu utrzymać można różnymi sposobami.

Jeżeli siła poruszająca pracuje tylko chwilowo albo jeżeli praca poruszająca jest raz większą, drugi raz mniejszą w tym samym przeciągu czasu, to ruch maszyny nie może być jednostajnym. Ale wiadomo, że nadmiar pracy poruszającej nad oporową albo przeciwnie nadmiar pracy oporowej nad poruszającą zwiększa lub zmniejsza siłę żywą maszyny, o ilość równą podwójnemu nadmiarowi pracy; zatem zmiany prędkości różnych punktów maszyny będą tem mniejsze, im większą będzie jej masa. Uważając sam tylko wał obrotowy tworzący część maszyny, widzimy, że zmiana prędkości kątowej tego wału będzie tem słabszą im większy będzie jego moment bezwładności. Ażeby więc powiększyć ten moment bezwładności i tym sposobem pomniejszyć zmianę prędkości obrotowej, mocuje się do niego wielkie koło, nazwane kołem zapędowym. Tym sposobem złagodzić można zmiany prędkości powstałe w skutek różnicy obu prac; ale ztąd nie wypada, aby ruch maszyny, uważany w całości, nie mógł przyspieszać się pomału i doprowadzić do prędkości niesłychanej lub też opóźniać się stopniowo i wreszcie ustać zupełnie. Ażeby ruch maszyny był w przecięciu jednostajnym, to jest aby prędkość średnia była

stałą, potrzeba, aby średnia wartość pracy poruszającej równała się średniej wartości pracy oporowej w przeciągu jakiegokolwiek liczby okresów. W tym celu używa się przyrządów, regulatorami zwanych. Przyrządy te zmieniają kształt swój z prędkością maszyny i działają na organa regulujące stosunek pracy poruszającej do pracy oporowej.

151. Machiny wodne. — Maszynami wodnymi nazywamy maszyny, w których uderzenie wody, jej ciężar lub ciśnienie są siłami poruszającymi lub oporowymi. Maszyny wodne mają dwa odrębne i wprost przeciwne przeznaczenia, stosownie do tego, czy woda działa przeważnie poruszająco lub oporowo; w pierwszym razie maszyna służy do zużycia a raczej przesłania siły żywej wody bieżącej, w drugim zaś do ożywienia wody pewną siłą żywą (*).

152. Praca maszyn wodnych. — Wyobraźmy sobie maszynę poruszaną siłą wody bieżącej nieustannym ruchem i oznaczmy ilość pracy, którą maszyna przesłać jest w stanie. Dla łatwiejszego zrozumienia przypuśćmy, że maszyną wodną jest koło zaopatrzone w łopatki, które odbierają działanie wody. Uważajmy układ materialny cząsteczek wody zawartej między dwoma poprzecznymi przecięciami, zrobionymi przed i po za kołem, i zastosujmy twierdzenie sił żywych do ruchu całego układu w przeciągu czasu t . W tym celu oznaczmy przez :

T_u pracę użyteczną maszyny w przeciągu jednostki czasu ;

T_t summę prac wykonanych w tymże czasie przez siły wewnętrzne, tarcie wody o łopatki i o pogródkę, tarcie pojedynczych części maszyny, tarcie wzajemne strug cieczy o siebie i działanie wywołane przez uderzenia i nagłą zmianę prędkości ;

(*) Niektórzy nasi uczeni nazywają pierwszy rodzaj maszyn *siłnicami hydraulicznymi* a drugi *maszynami hydraulicznymi*. Jakkolwiek nie potępiamy bynajmniej tej klasyfikacji, podciągamy jednak w naszym dziele oba rodzaje pod jedną ogólną nazwę *maszyn wodnych*.

- v średnią prędkość wody przed kołem;
 v' średnią prędkość wody poza kołem;
 h głębokość wody przed kołem;
 h' głębokość wody poza kołem;
 H różnicę poziomów wody przed i poza kołem czyli spadek całkowity;
 Q objętość wody pracującej w jednostce czasu czyli wydatek spadku;
 Π ciężar sześciennego metra wody.

Massa objętości wody przepływającej strumieniem w czasie t jest $\frac{\Pi Q t}{g}$; zatem połowa przyrostu siły żywej w tymże czasie wynosić będzie:

$$\frac{1}{2} \frac{\Pi Q t}{g} (v'^2 - v^2).$$

Siły, których praca równa się temu przyrostowi siły żywej są: ciężkość, ciśnienia, oddziaływanie koła, siły wewnętrzne i tarcie.

Ciężar wody przepływającej strumieniem w czasie t wynosi $\Pi Q t$, a wzniesienie środka ciężkości przecięcia zrobionego przed kołem ponad środek przecięcia poza kołem jest $H - \frac{h}{2} + \frac{h'}{2}$. Praca siły ciężkości wynosi więc:

$$\Pi Q t \left(H - \frac{h}{2} + \frac{h'}{2} \right).$$

Ciśnienie powietrza działa jednakowo na całą powierzchnię cieczy i nie wykonywa żadnej pracy. W obu uważanych przecięciach panuje ciśnienie hydrostatyczne, którego średnia

wartość jest $\frac{\Pi h}{2}$ i $\frac{\Pi h'}{2}$. Praca tych sił równać się będzie iloczynowi z ciśnien przez objętość zrodzoną ruchem powierzchni zuoszących to ciśnienie w czasie t , to jest wyniesie :

$$Qt \cdot \Pi \left(\frac{h-h'}{2} \right).$$

Praca oddziaływania koła jest równa, ale wprost przeciwna pracy użytecznej T_u ; zatem

$$-T_u t$$

przedstawiać będzie pracę oddziaływania koła.

Wreszcie siły wewnętrzne i tarcie wykonują pracę

$$-T_t t.$$

Na zasadzie twierdzenia sił żywych możemy teraz ułożyć równanie :

$$\frac{1}{2} \frac{\Pi Q t}{g} (v'^2 - v^2) = \Pi Q t \left(H - \frac{h}{2} + \frac{h'}{2} \right) + \Pi Q t \left(\frac{h-h'}{2} \right) - T_u t - T_t t,$$

sprowadzające się do :

$$\Pi Q \frac{v'^2 - v^2}{2g} = \Pi Q H - T_u - T_t.$$

Ztąd

$$T_u = \Pi Q \left(H + \frac{v^2 - v'^2}{2g} \right) - T_t.$$

Gdy prędkości v i v' są równe zeru albo przynajmniej nieznaczną mają wartość, wtedy równanie poprzednie sprowadza się do :

$$T_u = \Pi Q H - T_t,$$

czyli do :

$$\frac{T_u}{\Pi Q} = H - \frac{T_t}{\Pi Q},$$

w którym H nazywać będziemy *bezwzględnym spadkiem*, $\frac{T_u}{\Pi Q}$ *spadkiem użytecznym*, to jest spadkiem, który pomnożony przez ciężar ΠQ przepływającej w sekundzie wody, daje pracę użyteczną maszyny; $\frac{T_t}{QH}$ nazwiemy *spadkiem straconym*, to jest spadkiem, który odjąć trzeba od bezwzględnego spadku H , chcąc otrzymać spadek użyteczny.

Ponieważ skutek maszyny jest stosunkiem pracy użytecznej do pracy bezwzględnej, przeto podzieliwszy ostatnie równanie przez H znajdziemy skutek maszyny :

$$S = \frac{T_u}{\Pi Q H} = 1 - \frac{T_t}{\Pi Q H}.$$

Skutek ten jest zawsze mniejszy od jedności, ale tem mniej od niej się różni, im mniejszy jest wyraz $\frac{T_t}{\Pi Q H}$; należy więc dołożyć wszelkich starań, aby T_t było jak najmniejsze. Kilka następujących uwag posłużyć może za wskazówkę i przykład postępowania, które przyjąć należy.

Ponieważ woda wchodzi na koło i działa na nie, przeto musi posiadać pewną prędkość względną. Ta prędkość względna jest prawie zawsze przyczyną wzburzeń i falowań cieczy zostającej na łopatkach; wzburzenia te pociągają za sobą stratę siły żywej, a więc i stratę odpowiedniej ilości pracy. Otóż wyraz T_t mieści właśnie w sobie tego rodzaju straconą ilość pracy i maleje z nią równocześnie; należałoby zatem zmniejszyć o ile możności utratę pracy usuwając choćby częściowo przyczynę, która ją rodzi. Trzeba więc wprowadzać wodę na koło z małą bardzo

prędkością względną. Ale to nie jest koniecznem, gdy prędkość jest skierowaną stycznie do łopatki i gdy koło wodne jest zrobione w sposób taki, że ruch wody na łopacie nie doznaje żadnych nagłych przeszkód: wtedy bowiem woda płynie regularnie i bez uderzenia.

Woda opuszczająca koło spływa do kanału odpływowego i przechodzi prawie w spoczynek gubiąc swą prędkość v' , jaką posiadała przy wyjściu z koła. Oczywiście jest rzeczą, że ta prędkość v' powinna mieć jak najmniejszą wartość, jeżeli skutek maszyny nie ma na tem wiele cierpieć; woda bowiem opuszczająca koło unosi z sobą siłę żywą $HQ \frac{v'^2}{g}$, która powinna być korzystnie zużyta i wpłynąć na powiększenie wyrazu T_u , a nie wyrazu T_t . Nie podobna jest jednak uniknąć zupełnie przyczyny tej utraty siły żywej i można ją usunąć tylko częściowo, tak jak to w następujących wskażemy ustępach.

Mówiąc ogólnie, woda powinna wchodzić na koło bez uderzenia i opuszczać koło bez prędkości.

Teraz zajmować się będziemy badaniem maszyn wodnych najwięcej używanych, to jest kół wodnych i maszyn do podnoszenia wody. Koła wodne podzielimy na dwie wielkie klasy: na koła o osi poziomej i pionowej. Koła o osi poziomej ugrupujemy w trzy kategorie: kół podsiębiernych, śródbiernych i nasiębiernych (*); koła zaś o osi pionowej podzielimy na trzy rodzaje: kół o oddziaływaniu, turbin i turbin stycznobiernych. Inne maszyny wodne będą przedmiotem ostatnich ustępów.

(*) Podział ten jest w ogóle przyjęty przez Francuzów, Niemców i Anglików. Francuzi rozróżniają: *roues en dessous*, *roues en dessus* i *roues de côté*; Niemcy mają: *Oberschlächtige Wasserräder*, *Unterschlächtige Wasserräder* i *Mittelschlächtige Wasserräder*. Anglicy przyjęli tenże sam podział: *Oversholt-Wheel*, *Undersholt-Wheel* i *Breast-Wheel*; ten ostatni rodzaj kół, dzielą jeszcze bardzo słusznie na: *Hight-Breast-Wheel* i *Low-Breast-Wheel*, stosownie do tego, czy woda wpada nad czy pod poziomą średnicą koła.

KSIEGA DRUGA.

KOŁA O OSI POZIOMEJ.

ROZDZIAŁ I

KOŁA PODSIĘBIERNE.

153. Koło podsiębierne z łopatkami płaskimi, osadzone w pogródce. — Najniższe miejsce w rzędzie machin wodnych zajmuje koło podsiębierne z łopatkami płaskimi. Koło to jest zazwyczaj zrobione z drzewa (fig. 79). Obręcz BB z żelaza lanego otacza wał A i jest silnie do niego przymocowana za pomocą klinów *a*. Ramiona C koła osadzone w obręczy B i śrubami do niej przymocowane, służą do utrzymania korony DD, której części pojedyncze są żelaznymi pasami złączone. Na koronie osadzone są podstawki E, E, to jest małe drewniane, równo od siebie odległe deszczułki, przeznaczone do podparcia drewnianych lub blaszanych łopatek FF. Łopatki te są położone w płaszczyznach przechodzących przez oś koła. Jedna korona, wraz ze swemi ramionami, nie byłaby dostateczną do utrzymania łopatek, ale dwie korony są dostateczne dla kół mających niewielką szerokość w kierunku osi.

Koło takie obraca się w pogródce utworzonej z poziomego lub lekko pochylonego dna i ze ścian bocznych pionowych. Tuż przed kołem umieszcza się pochyłe stawidło, za pomocą

którego można wpuszczać z kanału dopływowego więcej lub mniej wody na koło. Tak więc, woda dostaje się z kanału dopływowego pod stawidło, płynie wzdłuż pogródki, uderza o łopatki i w końcu odpływa do lekko pochylonego kanału odpływowego.

Teoria tych kół zrobiona była poraz pierwszy przez Bélan-

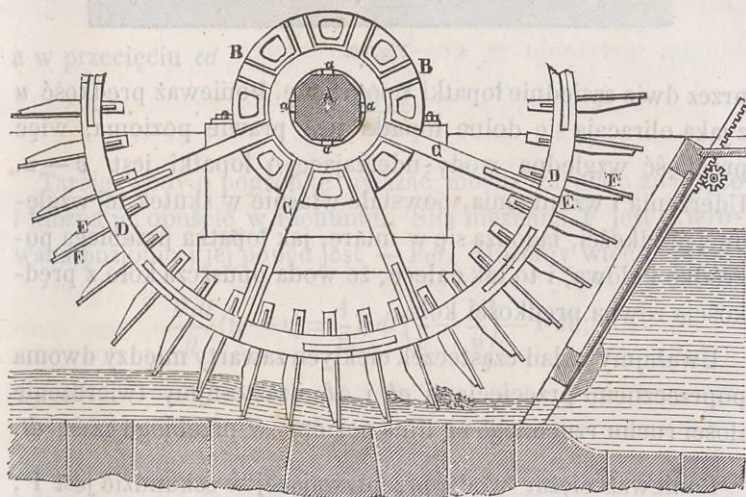


Fig. 79.

ger'a, i opiera się na twierdzeniu o ilości ruchu.

Nazwijmy :

b szerokość pogródki ;

h, h', głębokości *ab* i *cd*, (fig. 80) to jest głębokości kanału przed i za kołem ;

v prędkość średnią, z jaką woda przybywa na koło ;

u prędkość punktu *G* środkowego łopatki ;

F siła z jaką woda działa na koło w kierunku poziomym ;

P wydatek wody wyrażony w kilogramach i na sekundę ;

H ciężar sześciennego metra wody.

Uważmy najprzód, że woda przepłynąwszy przez przecięcie ab z prędkością średnią v , dostaje się w przestrzeń zamkniętą



Fig. 80.

przez dwie sąsiednie łopatki i pogródkę. Ponieważ prędkość u z jaką obracają się dolne łopatki jest prawie pozioma, więc prędkość względna wody uderzającej o łopatki jest $v - u$. Uderzenia i wzburzenia, powstałe właśnie w skutek tej względnej prędkości, łagodzą się w miarę, jak łopatka przebiega pogródkę kołową, i to tak dalece, że woda opuszcza koło z prędkością równą prędkości koła.

Uważajmy układ cząsteczek ciekłych zawarty między dwoma poprzecznymi przecięciami ab i cd , i zastosujmy twierdzenie ilości ruchu rzuconego na linię poziomą w przebiegu czasu dt .

Ponieważ ciężar wody przepływającej w sekundzie jest P , więc ciężar wody przepływającej w czasie dt będzie $P \cdot dt$, a odpowiednia masa będzie: $\frac{Pdt}{g}$. Przyrost ilości ruchu jest zatem :

$$\frac{Pdt}{g}(u - v).$$

Należy teraz ocenić popędy sił zewnętrznych rzuconych na linię poziomą, a mianowicie popędy sił ciężkości, ciśnienia powietrza, ciśnienia cieczy, tarcia wody o pogródkę i siły nieznaną F . Ciężkość i ciśnienie powietrza działają pionowo; ich rzut na poziomą sprowadza się do zera. Ciśnienie cieczy sprowadza się do ciśnienia dodatniego w przecięciu ab i ujemnego w przecięciu cd . Ciśnienie średnie w płaszczyźnie ab i na je-

dnostkę powierzchni jest $\frac{\Pi h}{2}$, a ciśnienie całkowite będzie

$\frac{\Pi h}{2} S$, jeżeli oznaczymy przez S powierzchnię przecięcia ab .

Ale $Sv\Pi = P$; zatem całkowity popęd ciśnień w przecięciu ab będzie

$$\frac{Phdt}{2v}$$

a w przecięciu cd

$$-\frac{Ph'dt}{2u}$$

Tarcie wody o pogródkę uważać można za mało znaczące i można je opuścić w rachunku. Siła nieznaną F jest skierowana poziomo i jej popęd jest $-Fdt$. Możemy więc napisać:

$$\frac{Pdt}{g}(u-v) = \frac{1}{2}Pdt\left(\frac{h}{v} - \frac{h'}{u}\right) - Fdt;$$

ale że

$$hv = h'u,$$

więc

$$F = \frac{P}{g}(v-u) + \frac{P}{2}h\left(\frac{1}{v} - \frac{v}{u^2}\right).$$

Praca, jaką wykonała siła F w jednostce czasu, jest Fu ; bo kierunek siły F i prędkości u , z jaką porusza się jej punkt przyłączenia, jest prawie poziomy. Praca użyteczna T_u będzie zatem:

$$T_u = Fu = \frac{P}{g}(v-u)u + \frac{Ph}{2}\left(\frac{u}{v} - \frac{v}{u}\right).$$

Jeżeli uważać można zmianę głębokości przed i za kołem za nieznaczną, to w takim razie wyrażenie poprzedzające sprowadza się do

$$T_u = \frac{P}{g} (v - u)u,$$

w którym ilość v za daną, ilość zaś u za szukaną uważać można. Pewnej wartości na u odpowiada największa wartość na T_u . Łatwo jest spostrzedz, że $u = \frac{v}{2}$ odpowiada właśnie największej wartości tej funkcji; wstawwszy więc w poprzednim wyrażeniu za $u = \frac{v}{2}$, otrzymamy:

$$T_u = \frac{1}{2} P \frac{v^3}{2g};$$

a że $P \frac{v^3}{2g}$ jest całkowitą i bezwzględną pracą spadku, zatem współczynnik $\frac{1}{2}$ jest miarą skutku.

Jak widzimy, koła te są teoretycznie bardzo niekorzystne pod względem skutku, jakiego od nich spodziewać się można. W zastosowaniu, gdzie uniknąć nie można straty wody przepływającej przez odstęp istniejący między łopatkami i pogródką, praca użyteczna tej maszyny zmniejsza się jeszcze znacznie.

154. Wypadki doświadczeń i uwagi dotyczące koła podsiębiernego z płaskimi łopatkami. — Aby pokazać, o ile teoria zgadza się z wypadkami znalezionymi doświadczeniem, podajemy tu wyniki doświadczeń Smeaton'a (*), i Bossut'a (**).

Doświadczenia Smeaton'a, robione były nad małym kołem mającym 0^m,606 średnicy, i zaopatrzonym w 24 łopatek mających 0^m,071 długości w kierunku promienia. Zbadawszy

(*) SMEATON. *Experimental inquiry concerning the natural powers of wind and water to turn mills and other machines.* London, 1794.

(**) BOSSUT. *Traité théorique et expérimental d'Hydrodynamique.* Nouvelle édition tome second, Paris, l'an IV de la République, str. 411.

i porównawszy dokładnie wypadki doświadczeń swych, Smeaton znalazł:

1° Że przy jednej i tej samej prędkości, z jaką woda na koło uderza, skutek jest proporcjonalny do ilości wody zużytej.

2° Że przy tym samym wydatku wody, praca użyteczna jest prawie proporcjonalna do kwadratu z prędkości wody wpadającej na koło.

3° Że przy tym samym wydatku wody, praca użyteczna jest prawie proporcjonalną do kwadratu z prędkości koła.

4° Że przy tem samym podniesieniu stawidła, praca użyteczna jest niemal proporcjonalną do trzeciej potęgi z prędkości, z jaką woda wpływa na koło.

Wypadki te, jak widzimy, zgadzają się z teorią; bo teoretyczny wzór (ust. n. 153):

$$T_u = \frac{P}{g} (v - u)u$$

pokazuje zgodnie z pierwszą uwagą, że gdy v i u są stałe, praca użyteczna jest proporcjonalna do ilości wody zużytej.

Jeżeli przypuścimy, że $u = \frac{1}{2}v$, albo też po prostu, że $u = Kv$, to wzór poprzedni zamieni się na

$$T_u = \frac{P}{g} \left(\frac{1}{K} - 1 \right) u^2,$$

co zgadza się z trzecią uwagą. Wreszcie równanie

$$T_u = \frac{P}{g} (1 - K)Kv^2$$

pokazuje, że druga uwaga jest również teoretycznie sprawdzoną.

Przy danem podniesieniu stawidła, wydatek wody jest proporcjonalny do prędkości wody wypływającej z pod stawidła; ale że prędkość ta nie jest w stosunku stałym do prędkości, z jaką woda wpada na łopatki, więc czwarta uwaga nie zgadza się dokładnie z wzorem teoretycznym.

Co do stosunku prędkości u i v , to ten zmienia się od $\frac{u}{v} = 0,35$ do $\frac{u}{v} = 0,40$.

Następnie doświadczenia te pokazują, że stosunek pracy użytecznej całkowitej do pracy użytecznej teoretycznej jest powyżej 0,65.

Wreszcie Smeaton zauważył, że dobrze jest urządzić w pogródcie zagłębienie, mające kształt łuku koła, którego długość równa się podwójnej długości łuku zawartego między zewnętrznymi końcami dwóch łopatek.

Bossut robił także doświadczenia nad kołem mającym $1^m,024$ średnicy zewnętrznej i umieszczonem w kanale o stałej prędkości. Szerokość łopatek była $0^m,135$, a odstęp zostawiony po obu stronach wynosił $1^m,13$. Ażeby poznać wpływ liczby łopatek na pracę użyteczną, zmieniano liczbę łopatek od 48 do 12, i sprawdzono, że koło pracowało korzystniej z 48 łopatkami, jak z 24, a znowu z 24 łopatkami lepiej jak z 12. Zgodnie z doświadczeniami Smeaton'a współczynnik teoretycznego wzoru wynosił 0,65.

Z doświadczeń Smeaton'a i Bossut'a wypada ostatecznie :

1° Że współczynnik teoretycznego wzoru przedstawiającego pracę koła jest 0,64 lub 0,65 w najlepszym razie.

2° Że prędkość odpowiadająca największemu skutkowi równa się $0,45 v$, i że prędkość ta zmieniać się może dosyć znacznie, bez znacznego pomniejszenia skutku.

3°. Ze strata siły żywej w pogródce przed kołem jest bardzo znaczną, i że należy zmniejszyć ją wszelkimi sposobami, pochylając stawidło i zmniejszając ściśnienie w otworze podstawidłowym.

4°. Ze skutek koła podsiębiernego z płaskimi łopatkami dochodzi najwyżej do 0,35.

Ponieważ odstęp koła w pogródce wynosić musi 0^m,02 do 0^m,03 i ponieważ koło jest rzadko starannie wykonane, więc lepiej jest wziąć, zamiast współczynnika 0,65, liczbę 0,60 i przyjąć do obrachowań praktyczny wzór :

$$T_u = 0,60 \frac{P}{g} (v - u)u.$$

Bardzo często umieszcza się dolny koniec łopatek, czyli spód pogródki, niżej od spodu pogródki poza kołem będącej i przedłuża się boczne jej ściany na znaczną długość poza koło. Tym sposobem, woda obdarzona prędkością równą prawie prędkości łopatek, posiada jeszcze dostatecznie wielką siłę żywą, by odeprzeć mogła wodę kanału dolnego i wzburzenie tworzące się na znacznej poza kołem odległości, a przez to samo przeszkodzić, by koło nie było zatopione. Część siły żywej wody, opuszczającej koło, jest zużytkowana tym sposobem, a wysokość spadku równa się różnicy poziomów między kanałem wodę doprowadzającym i żyłą wody opuszczającą koło, a nie różnicy poziomów wody w górnym i dolnym kanale.

Praca użyteczna kół tego rodzaju jest mała, ale niezawisła od średnicy koła, zmieniającej się od 2^m do 8^m. Ponieważ zmiana prędkości nie pociąga za sobą znacznej zmiany skutku, więc koła te mogą być dosyć korzystnie użytymi tam, gdzie chodzi o przesłanie wprost szybkiego ruchu obrotowego, lub też gdy trzeba zmieniać prędkość koła w dość rozległych granicach.

Aby ruch koła był jednostajny, potrzeba, aby prędkość śre-

dniego punktu łopatki wynosiła przynajmniej 1^m na sekundę.

Odstęp między łopatkami i pogródką wynosić powinien przynajmniej $0^m,01$, a może być $0^m,02$, a nawet $0^m,03$.

Stawidło powinno być pochylonem, a to w celu zbliżenia o ile można, otworu podstawidłowego do punktu, w którym woda wpada na łopatki; tym sposobem zmniejszyć można tarcie wody o pogródkę i powiększyć współczynnik wydatku stawidła.

Według Bélanger'a, dno pogródki między stawidłem i kołeni powinno być pochylonem na $\frac{1}{12}$ do $\frac{1}{15}$; pod samem kołem

i na długości odpowiadającej przynajmniej podwójnej odległości dwóch sąsiednich łopatek, pogródka powinna mieć kształt łuku współśrodkowego z kołem i symetrycznego do linii pionowej wyprowadzonej ze środka koła; poza kołem dno pogródki powinno przedłużać się lekko pochylone na długości $1^m,50$ do 2^m i łączyć się z dnem kanału, w sposób taki, aby głębokość wody w punkcie, gdzie pogródka łączy się z kanałem, równała się podwójnej wysokości otworu stawidłowego.

Kanał odpływowy powinien być pochylony o $\frac{1}{15}$ na długości 10^m ; a jeżeli okoliczności miejscowe na to pozwalają, kanał ten poszerzać się powinien o 1^m na 10 metrów długości. Poszerzenie to powinno być stopniowe i łagodne.

Wysokość h wynosi zwykle od $0^m,15$ do $0^m,20$; nie może ona być ani zbyt wielką, ani zbyt małą. Gdy wysokość żyły wodnej jest małą, wtedy odstęp istniejący między łopatkami i podgródką jest stosunkowo wielki, i strata siły jest także stosunkowo znaczną. Zbyt wielka grubość żyły wodnej jest także niekorzystną, bo jak związek $\frac{h'}{h} = \frac{v}{u}$ pokazuje, wysokość h' jest znacznie większą od wysokości h ; łopatki są więc zanurzone i z trudnością wydostają się z pod wody.

Wysokość łopatek zmienia się od 2,5 do 3 razy wziętej wysokości otworu stawidłowego, a ich odległość mierzona na okręgu koła, przechodzącego przez ich punkt środkowy, zmienia się od 1 do 1,5 razy wziętej wysokości łopatek.

Liczba łopatek powinna być parzystą i jak najwięcej zbliżoną do 6 razy wziętej średnicy koła wyrażonej w metrach; można jednak zmniejszyć lub powiększyć tę liczbę, mając wzgląd na ramiona koła i na trudność rozłożenia tej liczby łopatek symetrycznie do ramion.

Najczęściej koła te mają 5^m do 6 metrów średnicy i 6 ramion.

Deparcieux sądzi, że skutek użyteczny koła powiększa się cokolwiek, jeżeli nadaje się łopatom pochylenie 20° do 22° do promienia i to w kierunku, w którym woda wpada na koło; jednak Bossut sprawdził doświadczeniem, że tego rodzaju dyspozycja nie jest korzystną.

Najlepiej jest ustawiać łopatki w kierunku promienia i pochyłać je o pewien kąt tylko w razie, gdy koło ma być czasem zatapiane, tym bowiem sposobem ułatwić można wydostanie się łopatek z pod wody.

155. Przykład liczebny obrachowania skutku koła podsiębiernego z płaskimi łopatkami. — Woda dochodząca na koło o płaskich łopatkach przechodzi przez otwór podstawidłowy, którego wysokość wynosi 0^m,30 a szerokość 1^m,20; woda w zbiorniku górnym wznosi się na 1^m,50 ponad próg otworu stawidłowego. Znaleść skutek użyteczny tego koła.

Ponieważ ciężenie na środek otworu jest 1^m,50 — 0^m,45 = 1^m,35 i ponieważ przyjąć można współczynnik wydatku 0,62, zatem :

$$Q = 0,30 \times 1^m,20 \times 0,60\sqrt{2g \times 1,35} = 1^m,147.$$

Praca bezwzględna jest zatem :

$$HQ.H = 1147^{\text{kg}} \times 1^{\text{m}},50 = 1721^{\text{kgm}} = 23 \text{ koni par.};$$

bo ciężar metra sześciennego wody wynosi 1000 kilogramów.

Jeżeli przypuścimy że pogródka jest prawie pozioma i że można zaniechać w rachunku opór stawiany przez jej ściany, to będziemy mogli użyć w przybliżeniu wzoru służącego dla przystawek walcowych (ustęp n. 30) :

$$v = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2}}$$

i znajdziemy

$$v = \sqrt{\frac{2g \cdot 1,35}{1 + \left(\frac{1}{0,62} - 1\right)^2}} = 4^{\text{m}},388.$$

Prędkość koła oznaczymy łatwo, przypuściwszy, że prędkość ta równa się 0,40 prędkości wody, to jest :

$$u = 0,40v = 1^{\text{m}},752.$$

Więc praca użyteczna wyniesie :

$$\begin{aligned} T_u &= 0,62 \cdot \frac{1147^{\text{kil.}}}{9,81} (4,388 - 1,752) 1^{\text{m}},752 = 332^{\text{kgm}}. \\ &= 4,3 \text{ koni parowych}; \end{aligned}$$

a stosunek pracy użytecznej do pracy bezwzględnej :

$$S = \frac{4,3}{23} = 0,187.$$

Ten przykład pokazuje, jak niekorzystne są te koła pod względem zużycia pracy poruszającej. Całą ich zaletą jest pro-

stota ich konstrukcyi, prędkość ich ruchu i możność przesłania wprost ich ruchu obrotowego.

156. Urządzenie koła podsiębiernego w razie, gdy łopatki mają znaczny odstęp w pogródce.—W razie, gdy łopatki koła mają tak znaczny odstęp u spodu lub po bokach, że znaczna ilość wody przepływającej nie bywa użytą, wtedy powyżej podany wzór praktyczny nie da się zastosować. Wiodoczną jest wszakże rzeczą, że w tym razie stosunek wody pracującej do całkowitej ilości wody równa się stosunkowi powierzchni zewnętrznej łopatek do powierzchni poprzecznego przecięcia kanału.

Znając prędkość v wody wpadającej na łopatkę, znajdziemy łatwo przecięcie poprzeczne kanału $\Omega = \frac{Q}{v}$, albo, co lepiej, zmierzmy wprost powierzchnię tego przecięcia. Grubość h żyły wodnej znajdziemy również, znając szerokość pogródki, bo :

$$h = \frac{\Omega}{b}$$

lub też

$$h = \frac{Q}{vb}$$

Na rysunku zmierzyć można powierzchnię zmoczoną łopatki pionowej, a skutek użyteczny wyrachuje się według wzoru wyprowadzonego w poprzednim ustępie, z warunkiem, że zamiast :

$$P = \Pi \cdot Q,$$

wstawi się w tym wzorze :

$$P \frac{\omega}{\Omega} = \Pi Q \frac{\omega}{\Omega} = \Pi \cdot \omega v.$$

Będziemy więc mieli :

$$T_u = \frac{\Pi \omega \cdot v}{g} (v - u)u.$$

Wzór ten jednak nie był dotąd sprawdzony doświadczeniem. Kilka uwag Christian'a (*) dają do myślenia, że współczynnik redukcyjny tego wzoru jest 0,75 i że $v = 0,40$ jest najodpowiedniejszą prędkością koła. Można by zatem napisać :

$$T_u = 0,75 \frac{\Pi \omega \cdot v}{g} (v - u)u.$$

Koła mające znaczny odstęp w pogródce są widocznie zbyt niekorzystne, by je kiedykolwiek projektować miano.

157. Koło Poncelet'a. — Koła podsiębierne o płaskich łopatkach są w stanie zużytkować tylko małą część pracy poruszającej, i z tego względu są bardzo niekorzystne.

Ale obok tej niezaprzeczonej wady, koła te posiadają pewne przymioty : zajmują mało miejsca, obracają się z wielką prędkością i ich konstrukcja jest nader prosta.

Gruntowne badanie przyczyn niedoskonałości poprzednio opisanych kół wodnych, doprowadziło Poncelet'a (**) do obmyślenia koła, które z zewnętrznych swych kształtów jest wprowadzie podobne do kół dawnych, ale które pod względem sposobu działania wody raczej do turbin ma pewne podobieństwo. W kołach dotąd opisanych, woda działa albo zupełnie przez uderzenie albo też w części tylko przez uderzenie, a w części przez ciśnienie, i posiada w ogóle przy wyjściu z koła jeszcze znaczną część siły żywej. Koło Poncelet'a polega na zasadzie, że dla korzystnego zużytkowania siły wodnej potrzeba, aby

(*) CHRISTIAN. *Traité de mécanique industrielle ou exposé de la science de la mécanique déduite de l'expérience et de l'observation.* Paris, 1822-1835.

(**) *Mémoires sur les roues hydrauliques à aubes courbes mues par dessous*, par M. PONCELET. Metz, 1827.

woda wchodziła bez uderzenia na koło, działała na nie nieustannem ciśnieniem i opuszczała je bez prędkości.

Oto jest krótki opis koła Poncelet'a, posiadającego wszystkie prawie przymioty zwyczajnych kół podsiębirnych, a nie-skończenie od nich wyższego pod innymi względami.

Między dwiema koronami (fig. 81), których odległość jest o kilka centymetrów większa od szerokości otworu podstawidłowego są umocowane łopatki drewniane lub blaszane. Łopatki te są krzywe i przecinają okrąg zewnętrzny pod kątem

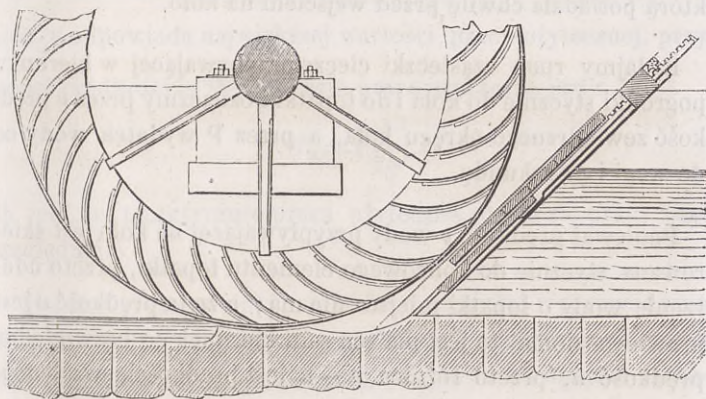


Fig. 81.

30 stopni, a zaś okrąg wewnętrzny pod kątem mniej więcej prostym. Krzywizna łopatek jest prawie dowolna.

Koło osadzone jest w pogródce, której kształt, jak to w następnym zobaczymy ustępie, jest taki, że woda wpływa na koło stycznie do kierunku łopatek, a tuż przed kołem umieszczone pochyłe stawidło reguluje ilość wody przypływającej z kanału dopływowego do pogródki. Stawidło to jest pochylone na 45 do 60 stopni do poziomu.

Ponieważ otwór stawidłowy znajduje się bardzo blisko koła i ściśnienie żyły wodnej przechodzącej przez stawidło nie ma

prawie miejsca, przeto strata siły żywej wody jest bardzo mała między stawidłem i kołem, a również nieznaczna między łopatkami i dnem pogródku.

Przy odpowiedniej prędkości koła i stosownym kształcie łopatek, woda wchodzi na koło bez uderzenia, wznosi się po łopatkach z malejącą ustawicznie prędkością, spływa z nich w ruchu jednostajnie przyspieszonym i wydostaje się z koła prawie bez prędkości. Podczas tego wznoszenia się i opadania woda ciśnię na łopatki i zużywa wszystką prawie siłę żywą, którą posiadała chwilę przed wejściem na koło.

Badajmy ruch cząsteczki cieczy przybywającej w kierunku pogródku stycznie do koła i do łopatki i oznaczmy przez u prędkość zewnętrznego okręgu koła, a przez P wydatek wody co do wagi i na sekundę.

Ponieważ prędkość v wody przybywającej na koło jest skierowana stycznie do końcowego elementu łopatki, przeto uderzenie wody o łopatki miejsca nie ma; a że ta prędkość v jest prawie pozioma, to jest ma ten sam kierunek co bezwzględna prędkość u , przeto różnica $v - u$ jest prędkością względną, z jaką woda zaczyna płynąć po łopatce.

Cząsteczka cieczy ożywiona prędkością względną $v - u$, wznosi się po łopatce na wysokość $\frac{(v - u)^2}{2g}$, gdzie już żadnej nie posiada prędkości. Pod działaniem siły ciężkości, cząsteczka opada znowu na dół i przybywa do spodniego końca łopatki, z prędkością $v - u$ nabytą spadkiem z wysokości $\frac{(v - u)^2}{2g}$. Kierunek tej końcowej prędkości $v - u$ jest wprost przeciwny kierunkowi prędkości u ; więc prędkość bezwzględna cząsteczki opuszczającej koło jest $v - u - u = v - 2u$. Jeżeli więc, zgodnie z tem cośmy powyżej mówili, przypuścimy, że straty

siły żywej są bardzo nieznaczne, będziemy mogli napisać :

$$T_u = \frac{Pv^2}{2g} - \frac{P(v-2u)^2}{2g},$$

$$T_u = \frac{2P}{g}(v-u)u;$$

co dowodzi, że praca użyteczna koła Poncelet'a jest dwa razy większa od pracy użytecznej zwyczajnego koła o płaskich łopatkach (ustęp n. 153).

Jak dla kół z płaskimi łopatkami, tak i tutaj, predkość $u = \frac{1}{2}v$ odpowiada największej wartości pracy użytecznej, przy danej prędkości v . W tym razie praca użyteczna jest :

$$T_u' = P \frac{v^2}{2g};$$

tó jest, że teoretycznie praca użyteczna równa się pracy bezwzględnej.

Nie trzeba zapominać, że teoria powyżej wyprowadzona odnosi się do ruchu jednej pojedynczej cząsteczki cieczy, a nie do ruchu całej żyły wodnej, tak jak to ma miejsce w rzeczywistości. Inne znowu okoliczności, na które dobrze jest zwrócić uwagę, powodują różnicę wypadków teoretycznych, od wypadków podanych przez doświadczenie.

I tak najprzód, niepodobna jest przypuścić, żeby łopatki były styczne do okręgu zewnętrznego koła; bo jeżeli nazwiemy ds długość elementu tego koła, b szerokość koła, α kąt elementu ds z prędkością względną w wody, to objętość wody wpływającej na łopatkę w czasie dt będzie $bds \cdot w \sin \alpha$; to jest, sprowadzi się do zera, gdy $\alpha = 0$. Zatem kąt α nie może równać się zeru ani też być zbyt małym, bo wprowadzenie wody na łopatkę byłoby utrudnione. Z drugiej znowu strony, kąt ten zbyt wielkim być nie może, bo kierunek prędkości

względnej nie byłyby wprost przeciwny kierunkowi spodniego elementu łopatki i wypadkowa tych dwóch prędkości nie równałaby się zeru. Doświadczenie pokazało, że kąt utworzony przez kierunek łopatki i zewnętrzny okrąg koła powinien wynosić od 25 do 30 stopni.

Strugi cieczy wchodzi kolejno, jedna za drugą z różnymi prędkościami, inne znowu strugi schodzą z łopatek w kierunku wprost przeciwnym. Niepodobna jest zdać sobie sprawy z ruchu mającego miejsce w takich okolicznościach, i nie można się zdziwić, że doświadczenie niezupełnie zgadza się z teorią (*).

158. Kreślenie łopatek i pogródki koła Poncelet'a. — Wspominaliśmy w poprzednim ustępie, że kąt α utworzony przez łopatki i zewnętrzny okrąg koła nie może być równy zeru i że mniej więcej 30 stopni wynosić powinien. Aby woda nie uderzała o łopatki, ale płynęła w kierunku do nich stycznym, potrzeba, aby kierunek prędkości względnej w był styczny do pierwszego elementu łopatki.

Poprowadźmy linią bv (fig. 82) równą co do wielkości i kierunku, prędkości bezwzględnej v , i linią bu styczną do koła, a równą prędkości tegoż koła. Rozłożmy prędkość bv na dwie składowe: jedną bu i drugą bw . Prędkość bw będzie prędkością względną wody na łopatce i wyrazić się da przez:

$$w^2 = v^2 + u^2 - 2vu \cos ubv;$$

a że zwykle bierze się kąt ubv równy połowie kąta wbu , przeto:

$$w^2 = v^2 + u^2 - 2vu \cos 15^\circ.$$

Tym sposobem woda wchodzi na koło bez uderzenia, wy-

(*) Prędkość, z jaką cząsteczka wody zesuwa się po łopatce, nie jest ściśle równa prędkości, z jaką ta cząstka wznosiła się po łopatce; tego dowiódł p. Résal, w *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, séance du 6 décembre, 1869.

chodzi jednak z pewną jeszcze prędkością względną $w' = w$, która połączona z prędkością u okręgu koła utworzy wypad-

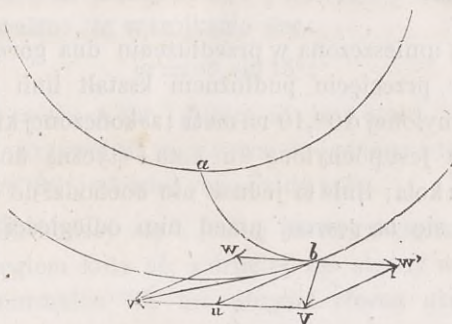


Fig. 82.

kową V czyli prędkość bezwzględną wody opuszczającej koło. Związek:

$$V = u^2 + w'^2 - 2uw' \cos 30^\circ,$$

daje wartość prędkości V . Jeżeli przypuścimy, że $w' = u$, to

$$V = 0,517 u = 0,268 v;$$

a że stracona siła żywa w skutek tej prędkości V jest proporcjonalną do kwadratu prędkości V , to jest do:

$$0,0718 v^2,$$

więc strata siły żywej wynosi około 7 od sta całkowitej siły spadku.

Szerokość korony zawierającej łopatki, wynosić powinna przynajmniej $\frac{1}{4}$ wysokości spadku H . Dostyć jest zauważyć, że woda

wznosi się w łopatce na wysokość $\frac{w^2}{2g}$, to jest na wysokość

$\frac{1}{4} \frac{v^2}{2g}$ lub $\frac{1}{4} H$; bo $\frac{w}{v} = \frac{\sin 15^\circ}{\sin 30^\circ} = 0,5176$ różni się mało od

$\frac{1}{2}$. Szerokość korony powinna więc wynosić przynajmniej

gródki jest zarazem normalną do wszystkich strug, które przecina, to prostopadła $cb\alpha$ wyprowadzona w punkcie b do linii bv będzie normalną do dna pogródki. Poprowadziwszy linią bo , uważmy, że w trójkącie boc :

$$oc = ob \cdot \sin 15^\circ;$$

bo kąt $obc = vbu = 15^\circ$. Zatem oc jest stałe, a wszystkie normalne do krzywej BC są styczne do jednego i tego samego koła; krzywa BC jest więc rozwijalną koła.

Krzywa BC kończy się z jednej strony w punkcie C przecięcia z okręgiem koła ob , z drugiej zaś strony w punkcie B takim, że normalna BK ma długość równą grubości żyły wodnej.

Krzywa CD jest łukiem koła ob ; jej długość równa się podwójnej odległości dwóch sąsiednich łopatek. Nagłe pogłębienie pogródki w punkcie D ma na celu odprowadzenie wody zatapiającej tylną stronę koła (*).

159. Wypadki doświadczeń i uwagi praktyczne dotyczące koła Poncelet'a. — Piękne i liczne doświadczenia robione najprzód przez Poncelet'a (**), następnie przez Marozeau'ego (***) , Morin'a (****) i Lacollonge'a (*****) okazują:

1° Że opisany w poprzednim ustępie kształt łopatek i pogródki odpowiada prawie w zupełności warunkom wymagany, to jest zapobiega uderzeniu wody o łopatki.

2° Że koło Poncelet'a starannie wykonane i zaopatrzone w tego rodzaju łopatki i pogródkę posiada własność obracania się z prędkością bardzo różną od prędkości odpowiadającej największemu skutkowi, bez zmniejszenia tegoż skutku.

(*) Ten doskonały kształt pogródki był poraz pierwszy podany przez Bélanger'a w jego wykładzie litografowanym Hydrauliki w paryskiej Szkole Dróg i Mostów.

(**) Wspomniane już: *Mémoires sur les roues* i t.d.

(***) *Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse*, 1844.

(****) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, 1839.

(*****) *Génie industriel* publié par M. ARMENGAUD, tome VII.

3° Że skutek koła wynosi 0,60 do 0,678 i że w ogóle liczyć można na skutek 0,65 przy spadkach 2^m i mniejszych.

4° Że skutek powiększa się z wysokością otworu stawidłowego i że otwory mające 0^m,20 do 0^m,25 wysokości są najodpowiedniejsze.

5° Że prędkość zewnętrznego okręgu koła powinna być równą 0,50 do 0,55 prędkości odpowiadającej ciężeniu na otwór, albo co lepiej jeszcze, wzniesieniu poziomu wody, ponad punkt przecięcia się średniej strugi z zewnętrznym okręgiem.

6° Że przy tem samym ciężeniu na otwór i przy tej samej wielkości otworu, koło daje ten sam prawie skutek niezależnie od tego czy jest umieszczone na 0^m,12 ponad poziomem wody, lub czy jest zanurzone o 0^m,20 do 0^m,25. Ztąd wypada, że niekonieczną jest rzeczą umieszczać spód pogródki powyżej poziomu dolnego i że dosyć jest zrobić pogródkę dość długą i zużytkować końcową siłę żywą cieczy do wyparcia wody zalewającej koło.

7° Że w razie, gdy prędkość obwodu koła jest mniej więcej $u = 0,55v$, szerokość korony równa się lub jest nawet większą od jednej czwartej średnicy koła, i że promień koła powinien być dość wielki, aby stosunek pojemności łopatek do największej ilości wody napływającej na łopatki był równy liczbie 1,50 dla kół niewystawionych na wielkie wody, a zaś 2,0 dla kół, którym zagrażają częste i wielkie wezbrania.

Wszystko to pokazuje, że koło Poncelet'a ma wielką wyższość nad kołami o płaskich łopatkach, których skutek jest tylko 0,30 do 0,35 i nigdy zbliżyć się nie może do 0,50.

Koła mające 3 do 4 metrów średnicy mają 36 łopatek, koła o średnicy 6 do 7 metrów mają ich zwykle 48. (*)

(*) Patrz: DIDION, *Etudes sur le tracé des roues hydrauliques à aubes courbes du général Poncelet*, Paris, 1870.

160. Przykład liczebny obrachowania koła Poncelet'a. — Następujący przykład liczebny pokazuje zastosowanie teorii i uwag poprzedzających do obrachowań liczebnych.

Mając dany spadek $1^m,10$ i wydatek 1200 litrów na sekundę, zbudować koło Poncelet'a.

Weźmy za miarę skutku liczbę 0,60; to

$$T_u = 0,60 \times 1200 \times 1,10 = 792^{\text{kgm}}.$$

Jeżeli stawidło podniesiemy o $0^m,25$ w kierunku pionowym, to ciśnienie na górną krawędź otworu będzie :

$$1^m,10 - 0^m,25 = 0^m,85.$$

Jeżeli spodnia krawędź otworu stawidłowego mającego szerokość l znajdować się będzie na wysokości poziomu wody kanału dolnego i jeżeli przypuścimy, że stawidło jest pochylone na 45° , otrzymamy równanie :

$$1,2 = 0,80 \times 0,25 \times l \times \sqrt{2 \times 9,8098 \times 0,25},$$

bo współczynnik ściśnienia jest 0,80; ztąd

$$l = 1^m,47.$$

Szerokość koła między koronami wynosić będzie $1^m,55$. Ponieważ prędkość wody przybywającej na koło jest $4^m,033$, zatem prędkość zewnętrznego obwodu jest :

$$u = 0,55 v = 2^m,25.$$

Jeżeli oznaczymy przez r promień koła, a przez c szerokość korony w kierunku promienia, to objętość ograniczona dwiema koronami będzie :

$$\pi(r^2 - (r - c)^2)1^m,55,$$

lub też przyjmąwszy stosunek $c = \frac{1}{2} r$:

$$3\pi c^2 \cdot 1,55.$$

W przebiegu jednej sekundy przechodzi popod otworem stawidłowym część tylko tej objętości; a mianowicie :

$$3\pi c^2 \cdot 1,55 \cdot \frac{v}{2\pi r} = 3\pi c^2 \cdot 1,55 \cdot \frac{v}{4\pi c} = 1,16 vc.$$

Objętość ta powinna równać się podwójnej objętości wody przechodzącej pod stawidłem w tymże samym czasie; więc

$$2 \times 1,16 = 2,32 vc,$$

$$c = 0^m,917;$$

a ztąd

$$r = 1^m,834.$$

ROZDZIAŁ II

KOŁA ŚRÓDBIERNE I WISZĄCE.

161. Koła łopatkowe osadzone w części całkowitego spadku w pogródce kołowej i otrzymujące wodę przez stawidło lub przewał. — Koła te różnią się tem od poprzednio opisanych, że osadzone są na części swego obwodu w pogródce kołowej i że otrzymują wodę w punkcie położonym między poziomami górnego i dolnego kanału. Koło śródbierne składa się z ramion B osadzonych w wale obrotowym i utrzymujących koronę, do której przymocowane są podstawki drewniane D. Na podstawkach tych spoczywają łopatki zrobione z deszczulek drewnianych lub z blachy, jak to pokazuje figura 84.

Koło jest osadzone w pogródce kołowej EE, mającej w dnie i po bokach mały bardzo odstęp. Górna część pogródki tworzy

przewał, przez który przelewa się woda bieżąca na koło kanałem mającym zwykle tą samą szerokość co i koło. Stawidło F, umieszczone tuż za pogródką i mające szerokość koła, może powiększyć lub pomniejszyć wysokość żyły wodnej.

Można także wprowadzić wodę przez otwór podstawidłowy, a nie przez przewał; ta dyspozycja nie jest jednak korzystną.

Woda działa na koło prawie samym tylko ciężarem.

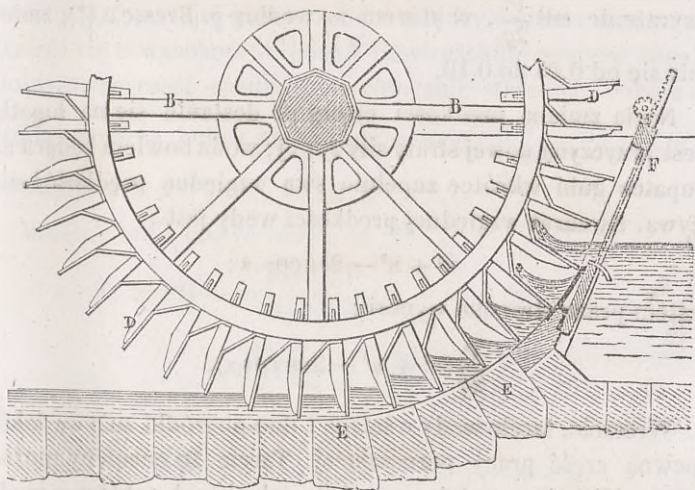


Fig. 84.

Oznaczmy przez :

H spadek całkowity, to jest różnicę poziomów górnego i dolnego kanału ;

α kąt, jaki tworzy kierunek średniej strugi wody wpadającej na łopatkę ze styczną do koła ;

v , u , P te same ilości, co w poprzednich ustępach.

Aby otrzymać wyrażenie użytecznej pracy tego koła, trzeba odjąć od iloczynu PH stratę pracy, której doznają cząsteczki

wody w przebiegu z kanału górnego do dolnego. Strata ta składa się z kilku części.

Potrzeba zawsze pewnej pracy, aby wprowadzić wodę z kanału górnego na koło. Woda przechodzi albo pod stawidłem, albo przez przewał, a ściśnienie i następnie rozszerzenie się żyły wodnej powoduje pewną stratę, która wprawdzie jest małą, jeżeli krawędzie otworu są starannie zaokrąglone i jeżeli stawidło lub przewał jest blisko koła. Miarą tej straty jest wyrażenie $mP \frac{v^2}{2g}$, w którym m według p. Bresse'a (*), zmienia się od 0,05 do 0,10.

Nagła zmiana prędkości cieczy po dostaniu się na łopatki jest przyczyną nowej straty siły żywej; woda bowiem będąca na łopatkce gubi wkrótce zupełnie swą względną prędkość i siłę żywą. Kwadrat względnej prędkości wody jest :

$$v^2 + u^2 - 2vu \cos \alpha;$$

zatem praca stracona wynosi :

$$\frac{P}{2g} (v^2 + u^2 - 2vu \cos \alpha).$$

Wreszcie, tarcie wody o ściany i dno pogródki zużywa także pewną część pracy poruszającej. Tarcie to ocenićby można w przybliżeniu, uważając pogródkę jako kanał, w którym woda porusza się na dnie z prędkością u . Wiadomo (ust. n. 82) że tarcie na jednostkę powierzchni wyrażone jest przez $Hb_1 U^2$, gdzie U oznacza prędkość średnią; wiadomo także, że oznaczywszy przez V i W prędkości na powierzchni i na dnie, mamy :

$$U = \frac{1}{2}(V + W), \quad U = 0,80 V;$$

a ztąd

$$U = \frac{4}{3} W.$$

(*) *Cours de Mécanique appliquée*, professé à l'Ecole Impériale des Ponts et Chaussées, seconde partie. 1868, str. 458.

Jeżeli przyjmiemy $b_1=0,0004$ i oznaczymy przez λ, χ, Ω długość, obwód zwilżony i powierzchnię przecięcia pogródki, to tarcie na jednostkę powierzchni będzie $0,71u^2$, a tarcie całkowite wyniesie $0,71\lambda\chi u^3$. Że zaś kierunek tej siły jest równoległy do kierunku prędkości u , zatem praca odpowiednia w jednostce czasu wyniesie $0,71\lambda\chi u^3$, a strata spadku będzie ilorazem tej pracy przez $4000\Omega u$.

Do tych strat pracy dodać jeszcze należy stratę, którą ponosi woda, gdy jej powierzchnia między dwiema łopatkami wznosi się o wysokość h'' ponad powierzchnię wody w kanale dolnym. Ta część spadku jest widocznie stracona. Ponieważ woda opuszcza koło z prędkością u , więc $P \frac{u^2}{2g} + Ph''$ jest pracą straconą.

Możemy teraz ułożyć równanie :

$$T_u = PH - m \frac{Pv^2}{2g} + \frac{P}{2g} (v^2 + u^2 - 2vucos\alpha) - 0,71\lambda\chi u^3 - P \frac{u^2}{2g} - Ph''$$

lub

$$T_u = PH - (m + 1)P \frac{v^2}{2g} + \frac{Pu}{g} (v cos\alpha - u) - 0,71\lambda\chi u^3 - Ph''$$

Wyrażenie to pokazuje, że przy danej wartości na PH , praca użyteczna koła jest tem większa, im v jest mniejsze. W tym to celu wprowadza się wodę na koło przez stawidło z przeważaniem. Również zauważyć można, że praca rośnie z wyrazem $\frac{Pu}{g} (v cos\alpha - u)$, który przybiera największą wartość gdy $\alpha=0^\circ$; byłoby więc korzystnie wprowadzić wodę na koło, stycznie do tegoż koła. Dla danych znowu wartości na v i α , wyraz $\frac{Pu}{g} (v cos\alpha - u)$ jest największy, gdy $u = \frac{1}{2} v cos\alpha$.

162. Wypadki doświadczeń i uwagi praktyczne dotyczące koła śródbiernego. — Aby sprawdzić wzór wprowadzony w poprzednim ustępie, uciekamy się do doświadczeń Morin'a (*) robionych nad kołami otrzymującymi wodę przez stawidło z ciężeniem na wierzch i przez stawidło przewalowe.

Liczne i staranne tego uczonego doświadczenia, robione nad czterema kołami z ciężeniem na wierzch otworu okazują, że stosunek pracy użytecznej rzeczywistej do pracy użytecznej przedstawionej w przybliżeniu przez wyrażenie:

$$T_u = PH + \frac{Pu}{g}(v \cos \alpha - u)$$

jest w przecięciu 0,756, to jest że liczba ta jest współczynnikiem redukcyjnym powyższego wyrażenia.

Do obrachowań praktycznych można więc użyć wzoru :

$$T_u = 0,756P \left[H + \frac{v \cos \alpha - u}{g} \cdot u \right].$$

Inne znowu doświadczenia Morin'a robione nad kołami ze stawidłem przewalowym, doprowadzają do wzoru:

$$T_u = 0,797P \left[H + \frac{v \cos \alpha - u}{g} \cdot u \right];$$

co dowodzi, że koła otrzymujące wodę przez przewal najkorzystniej zużywają łożoną pracę; tego więc rodzaju stawidła używać należy, umieszczając je jak najbliżej koła.

Doświadczenia te pokazały jeszcze, że prędkość koła zmniejszać się może dosyć znacznie bez znacznej zmiany skutku, co jest bez wątpienia pożądanem w wielu razach. Prędkość zewnętrznego okręgu koła dochodzić może do 4^m,5 a nawet do

(*) *Expériences sur les roues hydrauliques à aubes planes et sur les roues hydrauliques à augets*, par Arthur MORIN, capitaine d'artillerie. Metz, 1836.

2^m, a nie do 4^m,00 lub 4^m,30 najwyżej, jak to dotąd utrzymywano. Ztąd wypada, że koło mające zużywać wielką nawet objętość wody, może być stosunkowo dosyć wazkie, a więc lekkie, tanie i wygodne.

Badając ruch koła zauważyć można, że od chwili, gdy przestrzeń między dwiema sąsiednimi łopatkami do połowy lub dwóch trzecich wodą jest zapełniona, woda zaczyna wytryskiwać ku środkowi koła przez otwory zostawione dla ujścia powietrza. Można więc przyjąć za prawidło przy projektowaniu kół tego systemu, że przestrzeń istniejąca między dwiema sąsiednimi łopatkami, powinna być dwa razy większą od objętości wody, którą ma pomieścić.

Ale jeżeli nie zależy wprowadzać zbyt wiele wody na łopatki, to nie trzeba także wprowadzać jej zbyt mało. Ilość wody uchodzącej przez odstęp pod łopatkami będący, jest względnie tem większą, im mniejszą jest ilość wody zawartej między dwiema łopatkami; skutek maszyny, to jest stosunek pracy użytecznej do pracy bezwzględnej, będzie więc mniejszy przy małych wydatkach wody, jak przy wielkich. Z doświadczeń swych Morin wnosi, że koło powinno być tak obrachowane, aby obracało się w normalnym stanie rzeczy przy opuszczeniu stawidła na 0^m,20 pod poziom zbiornika.

Prawidło to sprowadzonym zostało doświadczeniami Marroreau'ego (*) robionemi nad kołem śródbiernem, podzielonem na trzy części w kierunku prostopadłym do osi, i otrzymującym wodę z pod stawidła podzielonego również na trzy odpowiednie części.

Marozeau znalazł, że wysokość otworu stawidłowego powinna wynosić 0^m,20 do 0^m,25 i że w razie posuchy i braku wody, lepiej jest zapełnić całkowicie jedną tylko część koła, obniżając odpowiednio stawidło, jak wprowadzać wodę

(*) *Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse*, 1844.

wszystkimi trzema stawidłami i zapelniać niedostatecznie wszystkie trzy części koła.

Aby oznaczyć prędkość projektowanego koła, jego szerokość i głębokość, o jaką dolna łopatka ma być zanurzona, przeprowadzamy następujący rachunek.

Jeżeli b oznacza szerokość koła lub pogródki, h wysokość zmoczonej części łopatki dolnej, to jest mniej więcej głębokość wody w pogródce, e odległość od osi do osi, dwóch po sobie następujących łopatek, mierzoną na zewnętrznym okręgu koła, ε grubość łopatek, a r promień koła, to

$$e\left(1 - \frac{h}{2r}\right) - \varepsilon$$

będzie średnią szerokością, jaką zajmuje woda między łopatkami, zaś b i h będą oznaczać wysokość i grubość tej objętości wody. Objętość wody zawartej między dwiema dolnymi łopatkami jest więc :

$$hbe\left(1 - \frac{h}{2r} - \frac{\varepsilon}{e}\right);$$

a że liczba łopatek napełnionych tą objętością na sekundę jest $\frac{u}{e}$, zatem :

$$Q = hbu\left(1 - \frac{h}{2r} - \frac{\varepsilon}{e}\right).$$

Wyraz $1 - \frac{h}{2r} - \frac{\varepsilon}{e}$ różni się bardzo mało od jedności ; oznaczwszy go przez k , otrzymamy :

$$Q = khbu,$$

gdzie $k = 0,9$ przyjąć można.

Zazwyczaj Q jest dane, a znaleźć trzeba h, b i u . Ponieważ

mamy jedno tylko równanie, więc oznaczywszy dowolnie dwie z tych niewiadomych, np. h i u , znajdziemy szerokość b . Ilości h można nadać wartość od $0^m,15$ do $0^m,25$; prędkość u może wynosić $1^m,30$, $1^m,50$ a nawet 2^m , jakżeśmy to już wspominali.

Zwracamy jednak na to uwagę, że przy nadawaniu wartości ilościom u i h , nie należy przyjmować na u zbyt małej wartości, jakkolwiek teoria koła środkowego zupełnie za tem przemawia. Związek $hb = \frac{Q}{ku}$ pokazuje, że im mniejsze jest u , tem większy jest iloczyn hb ; bylibyśmy więc zmuszeni nadać jednej z ilości h , b , wielką stosunkowo wartość. Zbyt wielka szerokość koła powiększa znacznie ciężar, a więc tarcie i koszta; przesadzone zagłębienie h łopatek jest także niekorzystnem, jak już w ustępie n. 154 wykazaliśmy. Zresztą koło samo powinno także pełnić funkcję koła zapędowego, a do tego potrzeba mu pewnej prędkości.

Ostatecznie przyjąć można, że wysokość h nie przechodzi $0^m,50$ i że nigdy nie jest mniejszą od $0^m,15$.

Koła poddane doświadczeniom Morin'a, zaopatrzone były w łopatki idące w kierunku promienia; jedno z nich jednak miało łopatki pochylone w ten sposób, że ich powierzchnia była poziomą w chwili przejścia koła otworu stawidłowego. Otóż doświadczenie pokazało, że koło z łopatkami ukośnemi bynajmniej nie jest lepszem od kół zwyczajnych. Tak samo łopatki, mające kształt linii łamanej i zalecane przez Bélanger'a, nie przedstawiają żadnych korzyści; pojemność ich jest mniejsza, a konstrukcyja skomplikowana.

Wielkość promienia koła nie wpływa na skutek maszyny; promień powinien jednak być większym o $0^m,25$ do $0^m,30$ od spadku całkowitego, aby woda mogła stosownie dostać się na łopatki. Możliwe to nawet przyjąć za prawidło, aby nie po-

większać niepotrzebnie kosztów i ciężaru koła, a przyjąć większy promień tylko w szczególnym przypadku, gdyby koło miało być kiedy zatapianem lub gdyby tego wymagała żądana jego prędkość.

Mówiąc o kołach podsiębirnych (ustęp n. 154) wspominaliśmy już, że pogródka powinna być przedłużoną na pewną odległość poza koło; bo tym sposobem zużytkować można siłę żywą wody opuszczającej łopatki do wyparcia wody z kanału dolnego i ułatwienia ruchu koła, w razie, gdy poziom kanału dolnego znajduje się wyżej, jak spód koła. Wszystko to stosuje się także do koła śródbiernego.

Łopatki koła śródbiernego mogą a nawet powinny być w wodzie zanurzone; tego dowodzą ciekawe doświadczenia Dieu'go. Łopatki zanurzone o pewną wysokość w wodzie, nie tylko nie przeszkadzają ruchowi koła, ale jeszcze powiększają skutek. Woda opuszczająca koło, odpycha wodę kanału dolnego i nie dopuszcza zatapiania łopatek; wysokość zaś spadku jest większa jak w razie, gdy łopatki nie są zanurzone. Dlatego Morin (*) słusznie sądzi :

1° Że pogródka przedłużać się powinna poza koło na długości kilku metrów i być pochyloną na $\frac{1}{12}$; ściany boczne pogródki powinny być wyższe od wysokiego stanu wody kanału dolnego.

2° Że w razie, gdy wysoki stan wody trwa krótko i nie jest znaczny, można umieścić dolny punkt kołowej pogródki poniżej średniego poziomu kanału dolnego. Ale gdy koło jest wystawione na wielkie i częste wezbrania, trzeba umieścić spód kołowej pogródki na takiej wysokości, aby koło mogło pracować jak najdłużej zatopione i aby wysokość, którą już podczas posuchy poświęcić trzeba, była jak najmniejszą. Tylko

(*) MORIN, *Hydraulique*, str. 320.

znajomość natury strumienia i trwania wezbrań może być wskazówką w tej mierze.

Ale w zwyczajnym przypadku wyrachować można *a priori* wysokość, o jaką powierzchnia wody w kanale dolnym wznosić się powinna ponad spód pogródki kołowej. Siła żywa wody opuszczającej koło jest $\frac{P}{g}u^2$, a $\frac{u^2}{2g}$ jest wysokością odpowiadającą prędkości tej wody. Nadawszy pogródce kształt powyżej opisany, można liczyć na to, że $\frac{1}{3}$ tej wysokości jest zużyta przez tarcie i przeszkody, i że pozostałe $\frac{2}{3}$ korzystnie użytymi być mogą. Więc spód pogródki kołowej umieszczonym być może na $\frac{2}{3} \frac{u^2}{2g}$ pod powierzchnią kanału dolnego.

Skutek czyli stosunek pracy użytecznej do pracy bezwzględnej jest mniej więcej 0,70, gdy spadek wody dochodzi do 2^m,50; tak że możnaby uważać 0,60 za skutek średni kół tego rodzaju. Skutek koła śródbiernego może być jednak znacznie większy w szczególnych przypadkach.

Odstęp między łopatkami i pogródką wynosi od 0^m,001 do 0^m,003.

163. Przykład liczebny koła śródbiernego. — P. Bresse w wykładzie swym Hydrauliki w szkole Dróg i Mostów, podaje następujący przykład liczebny koła śródbiernego, poddanego poprzednio doświadczeniom Morin'a. Woda przechodzi z kanału górnego pod stawidło podniesione na 0^m,147 ponad próg, który znajduje się na 1^m,423 pod poziomem wody kanału górnego. Ponieważ tuż za otworem stawidłowym umieszczona jest pozioma pogródka, przeto prędkość v , z jaką woda wpada na koło, odpowiada wysokości wody po-

nad wierzchem otworu, to jest :

$$v = 0,95\sqrt{2g(1^m,423 - 0^m,147)} = 4^m,75;$$

bo można przyjąć, że współczynnik ściśnienia wynosi 0,95.

Prędkość obwodu zewnętrznego była $3^m,06$, a kąt α wynosił 30° . Z tego, cośmy mówili w ustępie n. 161 wypada, że $\frac{1}{10}$ wysokości ($1^m,423 - 0^m,147$), to jest $0^m,13$ jest zużyta na wprowadzenie wody na koło. Wysokość zaś odpowiadająca stracie prędkości względnej na łopatkce wynosi :

$$\frac{1}{2g}(v^2 + u^2 - 2vu \cos 30^\circ) = 0^m,34.$$

Ponieważ poziom wody zawartej między dwiema dolnemi łopatkami, znajduje się na tej samej płaszczyźnie poziomej co i poziom kanału dolnego, więc trzeba jeszcze liczyć stratę $\frac{u^2}{2g} = 0^m,48$.

Wreszcie obrachować jeszcze trzeba stratę spadku powodowaną oporem pogródki kołowej. Głębokość wody pod kołem była $0^m,20$, szerokość koła wynosiła $1^m,55$ a pogródka miała $2^m,50$ długości. Widzieliśmy (ustęp n. 161), że praca zużyta tarcie wody o pogródkę wynosi $0,71\lambda u^3$; więc podzieliwszy tę stratę przez P czyli $4000\Omega u$, znajdziemy w przybliżeniu wysokość odpowiadającą $0^m,11$.

Dodawszy razem te częściowe straty spadku, znajdujemy :

$$0^m,13 + 0^m,34 + 0^m,48 + 0^m,11 = 1^m,06.$$

Ponieważ spadek całkowity wynosił $1^m,72$, więc skutek maszyny byłby $\frac{1,72 - 1,06}{1,72} = 0,380$. Morin znalazł doświadczeniem liczbę $0,41$, a liczbie tej odpowiada spadek użyteczny

$$1^m,72 \times 0,41 = 0^m,705;$$

podczas gdy ten spadek użyteczny wynosi tylko $0^m,66$ według rachunków przeprowadzonych. Zapewne strata przy wprowadzaniu wody na koło, nie jest tak wielką, jak to w rachunku przypuszczano i z tego to powodu powstaje ta nieznaczną różnicą wypadków.

Aby powiększyć skutek koła, nie zmieniając jego prędkości, należałoby umieścić pogródkę na $\frac{2}{3} \frac{u^2}{2g} = 0^m,32$ niżej punktu, gdzie była umieszczoną; należałoby przytem urządzić kanał dolny w sposób poprzednio opisany, to jest, bez nagłej zmiany przecięcia i o słabej pochyłości. Należałoby wreszcie umieścić punkt wprowadzenia wody na takiej wysokości, aby prędkość v zesłała do $\frac{u}{\cos 30^\circ} = 3^m,52$.

Tym sposobem spadek stracony między kołem i kanałem dolnym byłby $\frac{1}{3} \frac{u^2}{2g} = 0^m,16$ zamiast $0^m,48$, strata przy wprowadzeniu wody na koło wynosiłaby tylko $0^m,16$ a nie $0^m,34$; możnaby więc zyskać $0^m,50$ spadku. Ponieważ pozostałe inne straty są te same, więc spadek zużyty korzystnie wynosiłby $0^m,66 + 0^m,50$, a skutek byłby

$$\frac{1,16}{1,72} = 0,67.$$

164. Koło śródbierne o płaskich ukośnych łopatkach. — Redtenbacher (*) podaje model koła śródbiernego o płaskich łopatkach pochylnych do promienia i otrzymujących wodę prawie w ten sposób, jak opisane już koło Poncelet'a.

Koło to jest przeznaczone do użytkowania małej ilości wody i małych spadków a pod względem kształtu różni się tem tylko

(*) *Theorie und Bau der Wasser-Räder* von REDTENBACHER, Zweite Auflage. Mannheim, 1838.

od kół zwykłych śródbiernych, że jego łopatki są pochylone do promienia (fig. 85). Pogródka drewniana osadzona w kamieniu i mająca kształt łuku koła, otacza jedną część koła; poza stawidłem, które znajduje się tuż przy kole, prostolinijne dno pogródki jest pochylone i łączy się za pomocą linii krzywej z jej częścią kołową. Ten kształt pogródki ma za cel usunięcie ścisnienia żyły wodnej i wprowadzenie wody na koło w kierunku stycznym do okręgu. Część krzywa pogródki, tworząca niejako próg stawidła, ma kształt paraboli; dolny punkt, w którym ta parabola łączy się z kołową częścią pogródki jest położony na

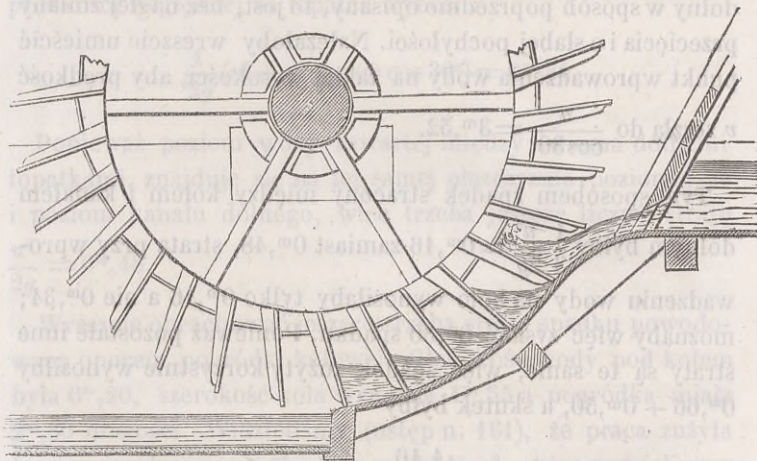


Fig. 85.

0^m,46 pod powierzchnią poziomu górnego, a to mianowicie dlatego, aby woda wchodziła na łopatki z prędkością 3 metrów.

Ze sposobu, jakim woda wchodzi na koło, i z działania, które wywiera, koło to jest po części podobne do koła Poncelet'a. Prędkość obrotowa jest znaczna, bo woda wchodzi przez otwór z ciężeniem na wierzch, a nie przez przewał. W kole tem woda działa naprzód przez uderzenie, a następnie swym własnym ciężarem.

Ponieważ spadek jest mały i woda działa na części dolne koła, przeto koniecznie wypada pochylać łopatki; bo inaczej woda

wywierałaby największą część swego ciśnienia na pogródkę, a nie na łopatki.

165. Koło Sagebien'a. — Zwyczajne koła śródbierne opisane w poprzedzających ustępach ulegają czasem pewnej zmianie, już to pod względem ich konstrukcyi, już to pod względem ich systemu.

Jeżeli projektując koło śródbierne takie, jakieśmy w ustępie n. 161 opisali, nie dochodzi się do wymiarów zbyt wielkich i jeżeli można jest przeprowadzić całą objętość wody przez otwór stawidłowy, mający 0^m.20 do 0^m.25 wysokości, to w takim

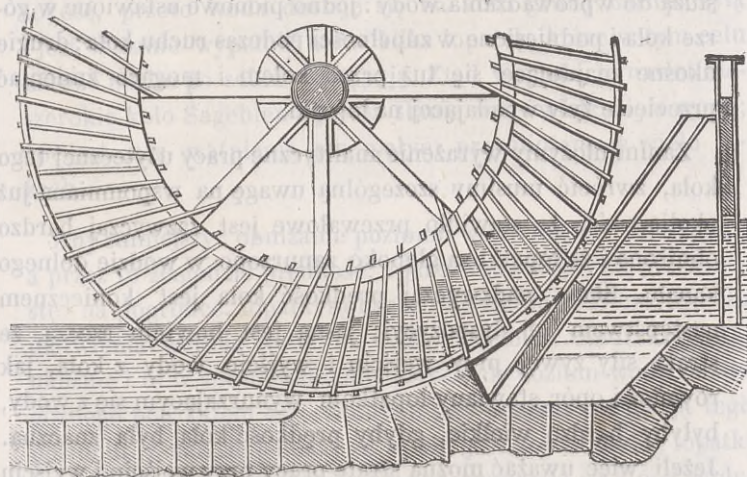


Fig. 86.

razie nie ma najmniejszego powodu odmieniania systemu koła. Ale gdy wydatek wody jest wielki, gdy okoliczności miejscowe nie pozwalają nadać kołu dość wielkiej szerokości, wtedy trzeba koniecznie wprowadzać wodę na koło otworem większym od 0^m.30, i wskutek tego nadać łopatom długość znacznie większą w kierunku promienia (*). Przykład tego rodzaju koła przedstawia koło Sagebien'a.

(*) Piękne modele i szczegóły kół, o których mówimy, znaleźć można w dziele : *Traité théorique et pratique des moteurs hydrauliques*, par ARMENGAUD aîné. Paris, 1858.

Jest to koło śródbierne, z płaskimi łopatkami, osadzone w pogródce walcowej, jak pokazuje figura 86, i różniące się tem tylko od poprzednio opisanych kół śródbiernych, że jego łopatki są nadzwyczaj długie i zatopione głęboko w wodzie kanału odpływowego.

Poziom wody zamkniętej między dwiema sąsiednimi łopatkami, znajduje się w płaszczyźnie poziomym wody w kanale dopływowym; ale poziom ten obniżać się zaczyna od chwili, gdy łopatki zbliżają się do górnego brzegu pogródki walcowej i przestają komunikować z górnym kanałem. Dwa stawidła służą do wprowadzania wody: jedno pionowe ustawione w górze koła i podniesione w zupełności podczas ruchu koła; drugie ukośne znajdujące się tuż przed kołem i mogące zmieniać przecięcie żyły wpadającej na łopatki.

Zanim ułożymy wyrażenie analityczne pracy użytecznej tego koła, zwrócić musimy szczególną uwagę na wspomnianą już okoliczność, że stawidło przewałowe jest zazwyczaj bardzo obniżone i że łopatki są głęboko zanurzone w wodzie dolnego kanału. Słaba nadzwyczaj prędkość koła jest koniecznym następstwem tej dyspozycji; jasną jest bowiem rzeczą, że strata siły żywej przy wejściu i wyjściu wody z koła, jak również i opór stawiany łopatom wynurzającym się z wody, byłyby bardzo wielkie, gdyby prędkość koła była znaczną. Jeżeli więc uważać można stratę pracy przy wejściu i wyjściu za nieznaczną, a siłę żywą wody wpadającej na koło za bardzo słabą, to będziemy mogli wyrazić pracę użyteczną tej maszyny przez:

$$T_u = Ph;$$

gdzie P oznacza wydatek wody w kilogramach a h wysokość całkowitą spadku. Wyrażenie to pokazuje, że praca użyteczna teoretyczna równa się pracy bezwzględnej; w praktyce jednak miejsca to nie ma. Jakkolwiek woda wchodzi z małą prędkością na koło, niemniej jednak istnieją rozmaite straty, redukujące

znacznie pracę użyteczną. Doświadczenia pp. Leblanc (*) i Sagebien (**) starannie robione nad kołem tego rodzaju, okazują że skutek czyli stosunek pracy użytecznej do bezwzględnej jest w przecięciu 0,76, to jest że

$$T_u = 0,76Ph.$$

Koło to jest więc korzystne pod względem spożytkowania pracy poruszającej.

Wykazać tu należy inne przymioty koła Sagebien'a. Ponieważ, jakśmy mówili, stawidło ukośne jest obniżone o znaczną wysokość, przeto woda dostaje się na koło grubą bardzo żyłą i jest w stanie wypełnić naraz kilka łopatek, które w tym celu bardzo blisko po sobie następują. Ztąd wypada, że nawet nieszerokie koło Sagebien'a jest w stanie zużyć wielką ilość wody; co jest bez wątplenia nie małym przymiotem w wielu razach.

Aby zmniejszyć obniżanie poziomu wody między łopatkami, a przez to złagodzić prędkość, z jaką woda wypływa przez odstęp na pogródce, łopatki są bardzo do siebie zbliżone. W celu ułatwienia wejścia wody na koło, Sagebien osadzał łopatki ukośnie i to w sposób taki, aby przecinały poziom wody kanału górnego pod kątem 45° , w chwili gdy dotykać zaczynają tego poziomu. Zdaje się jednak, że to nie jest koniecznem; łopatki idące w kierunku promienia łatwiej wynurzają się z pod wody, a zapewne są w stanie pomieścić tę samą jej ilość.

Koło to jest dobrem do zużytkowania małego spadku i bardzo wielkiej ilości wody; tego przynajmniej dowodzi doświadczenie. Ale gdy spadek przechodzi $1^m,50$, zwyczajne koło z płaskimi łopatkami jest korzystniejsze przy małym wydatku, a turbina przy wielkim wydatku wody. W szczególnych wypadkach, które jednak często napotkać można, koło Sagebien'a

(*) *Annales des Ponts et Chaussées*, troisième série, tome XV.

(**) *Expériences sur la roue hydraulique Sagebien*, par M. Eug. Sagebien, Paris, 1866.

zdaje się być wyższem nad wszystkie inne maszyny wodne, zwłaszcza przy irrygacyach, gdzie zwykle korzystać trzeba z małego bardzo spadku.

166. Koła wiszące. — Są to koła pionowe o płaskich łopatkach, umieszczone przy statku lub między dwoma statkami i poruszane siłą wody bieżącej; łopatki są więc zanurzone w wodzie o przecięciu poprzecznem nieograniczonem.

Niepodobieństwem jest zdać sobie sprawę teoretycznie z działania, jakie wywiera układ cząsteczek cieczy uderzających o łopatki. Poncelet (*) podał teorią kół tych, wzięwszy pod uwagę jedną tylko łopatkę, zanurzoną w wodzie o stałą głębokość podczas całego działania, teorią bez wątpienia niedokładną, bo w rzeczywistości nie jedna ale kilka na raz łopatek jest zanurzonych i to o ustawicznie zmienne głębokości. W braku jednak ściślejszej analizy przyjmujemy tu rozumowanie Poncelet'a.

Oznaczamy przez:

v prędkość wody bieżącej;

u prędkość środkowego punktu tej części łopatki;

Ω powierzchnię zanurzonej części łopatki.

Objętość wody uderzającej o łopatkę w jednostce czasu jest Ωv , a jej masa jest $\frac{\Pi \Omega v}{g}$. Masa ta, ożywiona prędkością v , uderza o łopatkę poruszającą się z prędkością u , traci część $v - u$ swej prędkości i porusza się z pozostałą prędkością, równą prędkości łopatki. Więc w każdej jednostce czasu, ciecz traci na łopacie ilość ruchu:

$$\frac{\Pi \Omega v}{g} (v - u).$$

(*) PONCELET, *Cours de l'école d'application de Metz*, sect. VII, p. 47.

W tej samej jednostce czasu parcie F wywarłe na łopatkę rodzi ilość ruchu F ; a zatem

$$F = \frac{\Pi\Omega \cdot v}{g}(v - u);$$

a że łopatka porusza się z prędkością średnią u , zatem praca wykonana przez wodę w jednostce czasu jest :

$$\bar{F}u = \frac{\Pi\Omega}{g}(v - u)vu.$$

Mając na uwadze niedokładność teoryi, dołączamy do drugiej strony powyższego wyrażenia pewien współczynnik m sprawdzony doświadczeniem. Tak więc :

$$T_u = m \frac{\Pi\Omega}{g}(v - u)vu.$$

Przy danych wartościach na v i Ω , praca użyteczna koła wiszącego jest największą, gdy

$$u = \frac{1}{2}v.$$

Jakkolwiek koła tego systemu mało były badane, podajemy poniżej kilka wypadków z doświadczeń i parę wskazówek, na które dobrze jest zwrócić uwagę.

167. Wypadki doświadczeń i uwagi dotyczące koła wiszącego. — Z doświadczeń Bossut'a, Christian'a i uwag Poncelet'a wypada, że stosunek m pracy użytecznej rzeczywistej do pracy użytecznej teoretycznej kół wiszących jest 0,80, to jest że

$$T_u = 0,80 \frac{\Pi\Omega}{g}(v - u)vu,$$

lub też, zważywszy że

$$\Pi = 1000, \text{ a } g = 9,8088 :$$

$$T_u = 81,56\Omega(v - u)vu.$$

Chcąc poznać wpływ liczby łopatek na skutek użyteczny, Bossut próbował koło mające kolejno 48, 24 i 12 łopatek. W dwóch pierwszych razach skutek był ten sam, w trzecim jednak zmniejszył się cokolwiek; zdaje się więc, że liczba 24 jest najodpowiedniejszą liczbą łopatek.

Największej pracy odpowiada teoretycznie prędkość $u=0,5v$, ale że doświadczenie podaje wartość $u=0,4v$, zatem

$$T_u = 20\Omega v^3.$$

Średnica kół wiszących nie przechodzi 4 do 5 metrów. Łopatki są zwykle w liczbie 12; jakeśmy mówili, lepiej jest podnieść liczbę tę do 18 lub 24.

Według Fabre'a, który zajmował się szczegółowo tego rodzaju kołami (*), wysokość łopatek nie powinna być większą od 0,28 z odległości punktu średniego uderzenia łopatki od osi koła; wysokość ta wynosiłaby więc najwięcej $\frac{1}{4}$ promienia.

Zazwyczaj wysokość łopatki zmienia się od 0^m,50 do 0^m,80 i nigdy nie jest mniejszą od 0^m,33. Fabre zanurza całkowicie łopatki w wodzie, co może być rzeczywiście dobrem w rzekach głębokich, w których strugi największą obdarzone prędkością znajdują się na znacznej pod powierzchnią głębokości; ale w zwyczajnych przypadkach lepiej jest zanurzać część tylko łopatek. Szerokość łopatek, a więc i koła zmienia się zazwyczaj od 2^m,50 do 5^m.

Navier (***) radzi pochylać łopatki pod kątem około 30° od strony przyływu, gdy koło nurza się o $\frac{1}{4}$ lub $\frac{1}{5}$ promie-

(*) *Essai sur la construction des roues hydrauliques*, par FABRE. Paris, 1768, p. 297.

(**) *Résumé des leçons données à l'Ecole des Ponts et Chaussées sur l'application de la Mécanique*. Troisième partie, Paris, 1838.

nia, a pod kątem 15° , gdy zanurzenie wynosi $\frac{1}{3}$ promienia. Ta ostatnia głębokość jest granicą zanurzenia koła.

Dobrze jest obijać brzegi łopatek listwami wystającymi na $0^m,05$ do $0^m,10$ (ustęp n. 130).

ROZDZIAŁ III

KOŁA NASIEBIERNE CZYLI SKRZYNKOWE.

168. Opis i teoria koła nasiębiernego. — Koło nasiębierne czyli skrzynkowe składa się (fig. 87) z korony C, zamkniętej po bokach i ku środkowi koła, otwartej tylko na zewnętrznym okręgu i podzielonej na liczne skrzynki B. Woda dochodzi do koła rynną A, idącą w przedłużeniu kanału górnego i mającą tę samą szerokość co i koło, przyływ zaś jest regularny stawidłem mającem tę samą szerokość co rynna i umieszczonem w pewnej odległości przed kołem. Czasem wprowadza się wodę na koło poniżej jego wierzchołka, a wtedy zamiast rynny używa się stawidła przedstawionego na figurze 90. Woda wypełnia skrzynki i wprowadza koło w ruch swym ciężarem. W miarę jak skrzynki się obniżają, woda przelewa się z nich do dolnego kanału i wreszcie zupełnie je wypróżnia.

Dwie są okoliczności rodzące główną stratę ciężenia, którą odjąć trzeba od całkowitego spadku, aby otrzymać wyrażenie analityczne pracy użytecznej, mianowicie : prędkość względna wody przy wejściu na koło i prędkość wody wpadającej do dolnego kanału.

Pierwszą z pomienionych strat niepodobna jest ocenić, bo odczas gdy skrzynka się napelnia, punkt wejścia cząsteczek

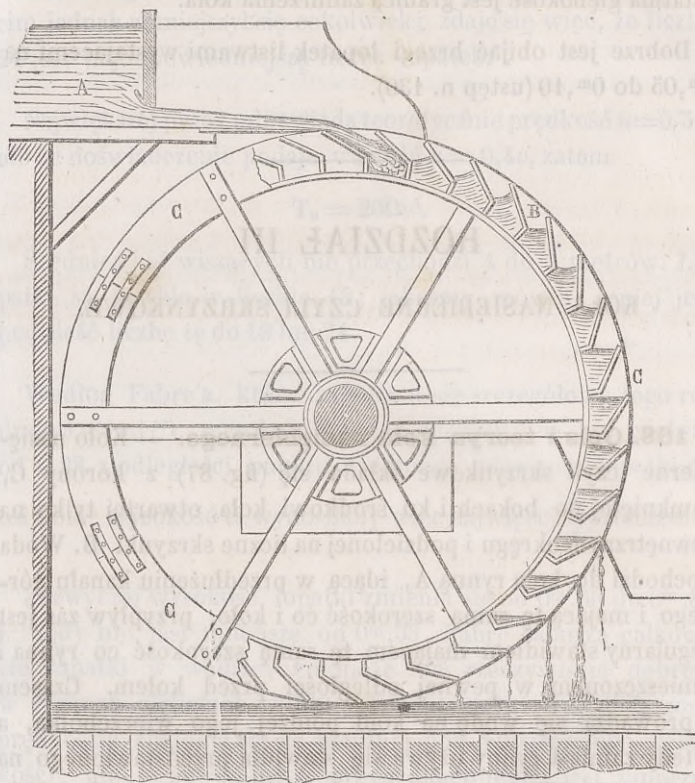


Fig. 87.

przybywających na koło zmienia się ustawicznie. Pierwsze z tych cząsteczek uderzają o ściany skrzynek, inne zaś następujące uderzają o wodę, która już skrzynkę po części wypełnia, tak że niepodobna jest zdać sobie dokładnie sprawy z różnych i licznych działań, które przy tem zjawisku mają miejsce. Dla uproszczenia i ułatwienia zadania przyjmijmy, że prędkość względna wody w skrzynce zużywa się zupełnie przez uderzenie i wzburzenie.

Oznaczmy przez v prędkość wody wchodzącej na koło, przez u prędkość koła, a przez α kąt tych dwóch prędkości. Kwadrat względnej prędkości cieczy w skrzynce będzie :

$$v^2 + u^2 - 2vucos\alpha.$$

Zwracamy tu uwagę na to, że cząsteczki wody spotykają koło w zmiennych ciągle punktach na całej głębokości skrzynki. Ponieważ promień koła jest wielki stosunkowo do grubości korony, więc prędkość u niewiele się zmienia od punktu do punktu w jednej i tej samej skrzynce; ale ilości v i α zmieniają się dość znacznie, tak że nie trzeba brać ich wartości na zewnętrznym okręgu, ale na okręgu położonym w połowie głębokości skrzynki.

Odpowiednia strata pracy wyniesie :

$$\frac{P}{2g} (v^2 + u^2 - 2vucos\alpha).$$

Cząsteczka, której masa jest m , opuszcza koło na wysokości z ponad poziomem dolnego kanału i posiada w tej chwili prędkość u koła; w chwili jednak, gdy dobiega do tego poziomu posiada już prędkość $\sqrt{u^2 + 2gz}$. Prędkość ta jest widocznie stracona; jej odpowiadająca siła żywa jest :

$$m(u^2 + 2gz) = 2gm \left(\frac{u^2}{2g} + z \right);$$

a biorąc summę tych wyrazów odnośnie do wszystkich cząsteczek i dzieląc przez ciężar całkowity P wody pracującej w sekundzie, znajdziemy średnią siłę żywą :

$$\frac{1}{P} \Sigma 2mg \left(\frac{u^2}{2g} + z \right) = \frac{u^2}{g} + \frac{1}{P} \Sigma 2mgz.$$

Tej sile żywej odpowiada stracona praca :

$$\frac{u^2}{2g} + \frac{1}{P} \Sigma mgz.$$

Wyraz $\frac{1}{P} \Sigma mgz$ jest średnią odległością cząsteczki opuszczającej koło od powierzchni wody dolnego kanału. Zadawalniając się niezbyt wielkiem (*), ale dostatecznym przybliżeniem, możemy napisać :

$$\frac{1}{P} \Sigma mgz = z_1 - \frac{1}{2}(z_1 - z_2) = \frac{1}{2}(z_1 + z_2),$$

gdzie z_1 i z_2 oznaczają wzniesienie krawędzi skrzynek, zaczynających i kończących wylewać z siebie wodę, ponad poziom dolnego kanału. Ponieważ wydatek wody jest P , przeto całkowita ilość pracy uniesionej przez wodę opuszczającą koło jest :

$$P \frac{u^2}{2g} + P \frac{z_1 + z_2}{2}.$$

Wreszcie ocenićby jeszcze należało stratę pracy odpowiadającą wprowadzeniu wody na koło, ale strata ta jest nieznaczna i wynosi najwięcej $0,10P \frac{v^2}{2g}$, gdy stawidło jest należycie urządzone.

Praca użyteczna koła nasiębiernego jest więc :

$$T_u = PH - \frac{P}{2g}(v^2 + u^2 - 2vucos\alpha) - P \frac{u^2}{2g} - P \frac{z_1 + z_2}{2} - mP \frac{v^2}{2g},$$

gdzie H oznacza całkowity spadek, a m współczynnik liczebny. Można także napisać :

$$T_u = PH - P(1 + m) \frac{v^2}{2g} + \frac{Pu}{g}(v\cos\alpha - u) - P \frac{z_1 + z_2}{2};$$

co dowodzi, że praca użyteczna rośnie w miarę, jak maleje

(*) Z pomocą rachunku całkowego można by obliczyć dokładniej tę stratę pracy.

$P(1+m)\frac{v^2}{2g}$ i w miarę wzrostu wyrazu $\frac{Pu}{g}(v\cos\alpha - u)$. Otóż, przy tym samym wydatku wody, wyraz $P(1+m)\frac{v^2}{2g}$ maleje w miarę zmniejszania się prędkości v , wypadaloby więc nadać prędkości tej jak najmniejszą wartość. Wyraz $\frac{Pu}{g}(v\cos\alpha - u)$ będzie znowu największy, gdy przy danych wartościach na v i u , kąt α będzie równy zeru. Gdy ilości v i α są dane, wyrażenie ostatnie przybiera największą wartość, skoro $u = \frac{1}{2}v\cos\alpha$, to jest gdy $u = \frac{1}{2}v$, bo kąt α w kołach nasiebiernych jest zazwyczaj bardzo blizki zera.

Łatwo jest oznaczyć w przybliżeniu kształt powierzchni wody zawartej w skrzynce. Płyn ważki i jednorodny nie może się wprawdzie znajdować w równowadze, względnie do systemu poruszającego się ruchem jednostajnym obrotowym; ale że zmiana kształtu powierzchni jest nieznaczna, od chwili gdy wzburzenia wody w skrzynce są złagodzone, więc można przypuścić, że w danej chwili, woda jest w zupełnym spoczynku względnie do samej skrzynki.

Oznaczmy przez m masę cząsteczki cieczy, przez r odległość tej cząsteczki od osi obrótu a przez ω prędkość kątową koła.

Uważajmy cząstkę m wody będącą w skrzynce abc (fig. 88), i przypuśćmy, że cząsteczka ta znajduje się w spoczynku względnym. Spoczynek ten ma miejsce pod działaniem siły ciężkości mp , siły odśrodkowej $m\omega^2 r$ przedstawionej przez ms , a działającej w przedłużeniu promienia om , i wreszcie pod działaniem ciśnienia cząsteczek otaczających. Wiadomo z Hydrostatyki, że wypadkowa dwóch pierwszych sił, to jest mq jest prostopadłą do powierzchni cieczy w punkcie m , jeżeli ten punkt znajduje się na powierzchni cieczy. Wypadkowa mq

jest równocześnie wypadkową wszystkich ciśnień. Z podobieństwa trójkątów omk i mqs wypada, że :

$$ok = r \frac{mg}{m\omega^2 r} = \frac{g}{\omega^2},$$

to jest, że długość ok jest stałą, i że powierzchnia cieczy w skrzynce jest powierzchnią walcową, której przecięcie proste jest kołem mającym swój środek w punkcie k .

Im większa jest prędkość obrotowa ω , tem mniejsza jest długość ok , i tem mniejszą jest objętość, którą dana skrzynka

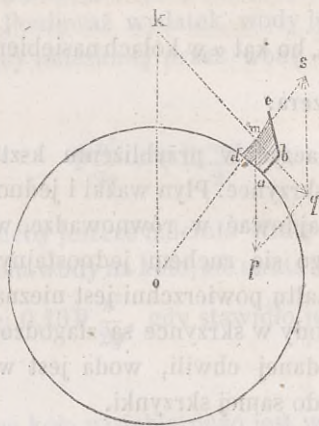


Fig. 88.

pomieścić może. Gdy więc koło nasiębieierne z wielką obraca się prędkością, woda pryska na zewnątrz i przelewa się bezużytecznie do dolnego kanału. Znając położenie punktu k i objętość wody, którą skrzynka ma pomieścić, można nakreślić kształt powierzchni wody w każdej skrzynce i wyznaczyć położenie, w którym woda zaczyna i przestaje się wylewać ze skrzynki. W tym celu oznaczmy przez n liczbę skrzynek, przez L szerokość koła w kierunku równoległym do osi, przez Q wydatek wody w metrach sześciennych. Każdej skrzynce odpowiadać $\frac{2\pi}{n}$ w środku koła, a że prędkość ką-

towa jest ω , więc $\frac{\omega n}{2\pi}$ oznacza liczbę skrzynek napełnionych wodą w jednej sekundzie. Ponieważ wydatek wody na sekundę jest Q , więc $\frac{2\pi Q}{n\omega}$ jest objętością przyjętą przez każdą ze skrzynek; jeżeli zatem podzielimy $\frac{2\pi Q}{n\omega}$ przez szerokość L koła, znajdziemy powierzchnię przecięcia poprzecznego wody w skrzynce. Ażeby więc nakreślić kształt powierzchni wody w skrzynkach, dosyć jest zatoczyć z punktu k , jako środka, takie łuki kół, aby powierzchnia $abcd$, zawarta między profilem skrzynki i zatoczonym łukiem, równała się obliczonej powyżej powierzchni.

169. Wymiary i kształt skrzynek. — Oznaczmy przez l i e , szerokość i wysokość otworu stawidłowego;
 k współczynnik wydatku otworu stawidłowego;
 L szerokość koła w kierunku osi;
 r i x promień koła i głębokość skrzynek w kierunku promienia.

Uważmy naprzód, że :

$$Q = kel.v$$

i że objętość ograniczona dwiema koronami jest :

$$\pi[r^2 - (r - x)^2]L.$$

Pojemność skrzynek równa się $\frac{3}{4}$ objętości korony. Ażeby uniknąć straty wody wylewającej się ze skrzynek, przyjmuje się prawidło, że skrzynki powinny być tylko do połowy napełnione wodą, a w takim razie objętość wody przyjętej do skrzynek równa się $\frac{3}{8}$ objętości korony, to jest :

$$\frac{3}{8} \pi [r^2 - (r - x)^2] L.$$

W przeciągu jednej sekundy przechodzi pod rynną część tylko tej objętości, a mianowicie :

$$\frac{3}{8} \pi(r^2 - (r-x)^2)L \frac{u}{2\pi r} = Q,$$

więc

$$x = r - \sqrt{r^2 - \frac{16}{3} \frac{rQ}{Lu}}.$$

Kształt skrzynek jest bardzo zmienny. Zazwyczaj skrzynka ma kształt *abc* (fig. 89), to jest złożony z dwóch linii : linii *ab* idącej w kierunku promienia i dochodzącej do połowy szerokości korony, i linii *bc* łączącej punkt *b* z punktem *c*, który leży na przedłużeniu ściany *de* sąsiedniej skrzynki.

Według d'Aubuisson'a, *ed* powinno równać się $\frac{1}{3}$ szerokości korony, a linia *ef* powinna tworzyć z linią *ed* kąt 110° do 118° , stosownie do tego, czy koło ma 4^m lub 12^m średnicy.

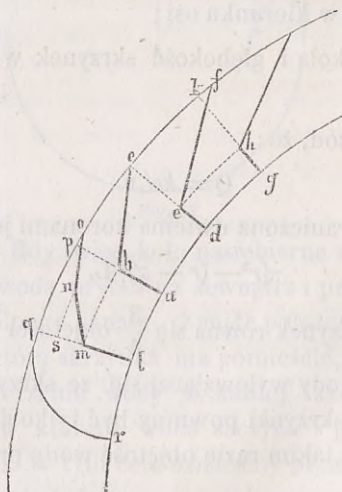


Fig. 89.

Linia *ef* tworzy w takim razie z okręgiem zewnętrznym kąt 31° , a najwyżej 33° . W praktyce, bierze się poprostu $kf = 0^m,04$

lub $0^m,05$, wtedy gdy $eh = 0^m,32$. W każdym razie najmniejsza odległość eh dwóch sąsiednich skrzynek musi być przynajmniej równa grubości żyły wodnej, zwiększonej o $0^m,01$. Według d'Aubuisson'a eh nie powinno być mniejsze od $0^m,11$ lub $0^m,12$. Czasem skrzynka ma kształt linii łamanej $lmno$. Kąt olm zmienia się od 50° do 60° ; a kąt utworzony przez no i zewnętrzny okrąg koła, wynosi od 25° do 30° . Linia lm jest połową lq , a ls wynosi $\frac{3}{4}$ do $\frac{5}{6}$ długości lq . Kształt ten jest dobry z tego względu, że powiększa pojemność skrzynki i zmniejsza uderzenie, jak również wysokość, na której woda zaczyna się przelewać; ze względów konstrukcyjnych kształt ten, jako niedosyć prosty, nie jest korzystny. Kształt krzywej qr , przecinającej zewnętrzny okrąg koła pod kątem bardzo małym jest najlepszy pod każdym względem. W razie, gdy skrzynki mają być zrobione nie z blachy, ale z drzewa, kształtu tego przyjąć nie można.

170. Wypadki doświadczeń i dane praktyczne dotyczące koła skrzynkowego. — Doświadczenia Smeaton'a (*), Bossut'a (**), i Morin'a (***) robione nad kołami nasiębiernymi, okazują że :

1° Skutek koła nasiębiernego dochodzi do 0,65, a nawet do 0,70.

2° Że stosunek prędkości u okręgu zewnętrznego do prędkości v wody wchodzącej na koło, może zmieniać się od 0,30 do 0,80, bez znacznej zmiany skutku.

3° Że w razie, gdy koło obraca się ze znaczną prędkością i gdy woda zaczyna się wylewać bardzo wysoko, skutek maszyny dochodzi tylko do 0,25 lub 0,35.

(*) Cytowane już : *Experimental inquiry*.

(**) *Hydrodynamique*. Tom drugi, str. 425.

(***) *Expériences sur les roues hydrauliques*, par Arthur MORIN, capitaine d'artillerie. Metz, 1836.

Można przyjąć za zasadę, że koło skrzynkowe dobrze urządzone, otoczone pogródką i obracające się z małą prędkością, jest w stanie zużytkować korzystnie 0,70 pracy całkowitej spadku i że w przypadku zwyczajnym, gdy prędkość koła wynosi 1^m do 2^m na sekundę i gdy skrzynki są napełnione do połowy, skutek dochodzi do 0,65. Gdy skrzynki są napełnione do $\frac{2}{3}$ ich pojemności, a prędkość koła jest wielka, skutek jest zaledwie 0,60, zwłaszcza dla kół bez pogródki. Koła małe służące do poruszania młotów w kuźniach i obracające się z wielką prędkością przekazują tylko 0,37 pracy poruszającej.

Widzieliśmy w ustępie n. 168, że prędkość odpowiadająca największemu skutkowi, jest $u = \frac{v}{2}$. W praktyce prędkość u zmienia się od 0,30 do 0,80 prędkości v bez zmiany skutku; dla małych kół zaś od 0,40 do 0,60. Ta własność koła podsiębiernego jest jednym z największych jego przymiotów.

Ażeby ruch koła był jednostajny, prędkość tegoż nie powinna być mniejszą od 1 metra; prędkość małych kół może dochodzić do 2^m, a kół wielkich do 2^m,50. Koła poruszające młoty kowalskie, mają czasem prędkość 4 do 5 metrów, chociaż ich średnica wynosi tylko 3^m do 4^m; w tym jednak razie skutek pomniejsza się bardzo znacznie.

Koło nasiębierne, obracające się z prędkością 1^m,30 do 1^m,40, zużywa bardzo łatwo 70 do 100 litrów wody na sekundę i na metr szerokości koła. Koła te nie mają prawie nigdy więcej jak 5^m szerokości.

Pionowa wysokość otworu stawidłowego nie przechodzi prawie nigdy 0^m,10 do 0^m,12; czasem wysokość ta wynosi tylko 0^m,04 do 0^m,05, a niekiedy nawet mniej. Im mniejsza jest grubość żyły wodnej, tem łatwiej wprowadzić można wodę na koło.

Najmniejsza odległość dwóch sąsiednich skrzynek (nielicząc

w to grubości tychże) równać się powinna grubości żyły wodnej zwiększonej o $0^m,01$. Odległość skrzynek mierzona na zewnętrznym okręgu koła, wynosi $0^m,30$ do $0^m,40$, a zazwyczaj równa się szerokości korony. Znając tę odległość i średnicę koła łatwo jest obrachować liczbę skrzynek, która powinna być podzielna przez liczbę ramion. Skrzynki drewniane mają $0^m,015$ do $0^m,030$ grubości a skrzynki blaszane tylko $0^m,002$ do $0^m,004$.

Dwa są rodzaje stawideł, stosownie do tego, czy koło bierze wodę na swym wierzchołku, czy też pod tym punktem: W pierwszym przypadku, gdy poziom wody jest zupełnie niezmienny, umieszcza się wierzchołek koła na $0^m,20$ do $0^m,25$ pod tymże poziomem, i za pomocą rynny żelaznej, stosunkowo] cienkiej, wprowadza się wodę na koło. Dno tej rynny albo pogródki dochodzi do samego wierzchołka koła lub zatrzymuje się przed nim na $0^m,40$. Ażeby woda nie pryskała na boki, przedłużyć należy pionowe ściany rynny poza jej dno i to mniej więcej na odległość trzech skrzynek. Ponieważ odstęp między dnem rynny i wierzchołkiem koła wynosi zaledwie $0^m,01$, przeto woda wpada na koło tuż przy wierzchołku z małą prędkością, która jednak większą być powinna od prędkości koła. Koło znajduje się w najlepszych warunkach pod względem użytecznego skutku, gdy szerokość korony nie przenosi $0^m,25$ do $0^m,28$; bo wtedy głębokość skrzynki, jak również i prędkość wody uderzającej o jej dno jest stosunkowo mniejszą, podczas gdy długość łuku odpowiadającego skrzynekom napełnionym dosyć znacznie jest powiększoną. Gdy poziom wody jest zmienny, próg stawidła umieszczony być powinien dosyć nisko, aby koło mogło być zasilane podczas posuchy potrzebną ilością wody. Pochylenie wynosić powinno $\frac{1}{12}$ najwięcej.

Jeżeli poziom wody jest bardzo zmienny, użyć trzeba stawidła przedstawionego na figurze 90. W takim razie

kanal górny jest zamknięty ścianą pochyłą AB zaopatrzoną w szpary C, C . . . o ścianach pionowych. Za pomocą stawidła ślizgającego się wzdłuż tej ściany można zasłonić dowolną liczbę tych szpar, w sposób taki, aby dana ilość wody przez nie na koło dostać się mogła. Łatwo jest pojąć niedogodność tej dyspozycji : woda wpada do skrzynki z dość znaczną nabytą prędkością i wzburza wodę zawartą w skrzynce. Zresztą

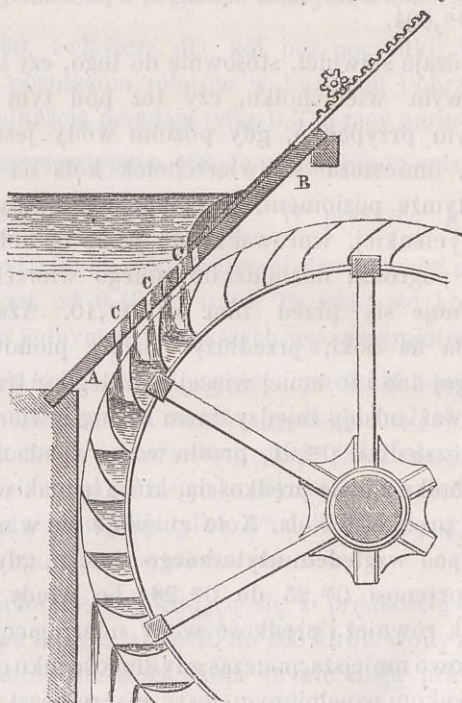


Fig. 90.

koło o danym spadku zaopatrzone tego rodzaju stawidłem, musi mieć większą średnicę, a więc kosztować więcej i być znacznie cięższym. Punkt, w którym skrzynki zaczynają wylewać wodę, jest położony na większej wysokości ponad najniższym punktem koła, bo wysokość ta jest proporcjonalną do średnicy koła; strata spadku jest więc większa.

Można przyjąć następane prawidło. Gdy spadek przenosi 3^m, a poziom zbiornika górnego nie doznaje większych zmian od 0^m,20 do 0^m,40, należy przyjąć stawidło pierwszego systemu. Gdy spadek jest mniejszy od 3^m, a szczególnie, gdy poziom wody obniża się bardzo znacznie, stawidło drugiego systemu może być korzystniejsze.

Cząsteczki wody spadające ze skrzynek, biegną z prędkością prawie zupełnie pionową, tak że niepodobna jest zużytkować siły żywej cząstek do odparcia wody kanału odpływowego. Z tego powodu spód koła nasiębiernego nie może być w wodzie zanurzony i znajdować się musi na samym poziomie kanału dolnego. Gdy koło nurza się w kanale odpływowym, dno skrzynki powinno być zaopatrzone w klapę otwierającą się w chwili, gdy to dno przyjmuje pod kołem pionowe położenie; skoro skrzynka zaczyna wychodzić ponad poziom wody i woda z niej wylewać się zaczyna, klapa otwiera się i wprowadza powietrze do skrzynki (*).

171. Przykład liczebny obrachowania koła nasiębiernego. — Przypuśćmy, że mamy zbudować koło nasiębiernie, mając daną wysokość spadku 3^m,40 i stały wydatek 150 litrów.

Ponieważ poziom wody jest stały, przeto przyjmiemy średnicę trzechmetrową; ciężenie ponad wierzchołkiem koła wynosić będzie zatem 0^m,40.

Prędkość wody spadającej na koło będzie :

$$v = \sqrt{2g \cdot 0^m,40} = 2^m,80;$$

a przyjąwszy stosunek $\frac{u}{v} = 0,5$, (ust. n. 168) znajdziemy :

$$u = 1^m,40;$$

(*) Opis i wzory kół nasiębiernych o wielkich wymiarach, znaleźć można w dziele Redtenbacher'a : *Theorie und Bau der Wasscr-Räder*, Mannheim, 1858 i w *Traité des moteurs hydrauliques*, pana ARMANGAUD.

złąd prędkość obrotowa koła :

$$\frac{1,40 \times 60}{3,00 \times 3,1416} = 8,9 \text{ obrotów na minutę.}$$

Umieścimy stawidło na $0^m,90$ przed wierzchołkiem koła i poprowadzmy rynnę dochodzącą do pionowej średnicy koła, ale wznoszącą się ponad wierzchołek tegoż o $0^m,01$. Ponieważ rynna powinna być pochylona na $\frac{1}{12}$ (ust. n. 170), zatem próg stawidłowego otworu znajdować się będzie na $0^m,315$ pod poziomem górnego kanału.

Jeżeli przyjmiemy podniesienie stawidła na $0^m,07$, to ciążenie na środek otworu wynosić będzie $0^m,28$.

Szerokość otworu stawidłowego znajdziemy (ustęp. n. 170), dzieląc dany wydatek wody przez objętość 100 litrów, to jest :

$$\frac{150}{100} = 1^m,50.$$

Koło musi być szersze od stawidła, więc możemy przyjąć, że szerokość koła będzie $1^m,60$.

Aby znaleźć szerokość korony czyli głębokość łopatek, użyjemy wzoru (ustęp. n. 169) :

$$x = r - \sqrt{r^2 - \frac{16}{3} \frac{rQ}{Lu}},$$

$$x = 1,5 - \sqrt{(1,5)^2 - \frac{16}{3} \cdot \frac{1,5 \times 0,15}{1,6 \times 1,4}} = 0^m,49.$$

Ażeby oznaczyć liczbę skrzynek i najmniejszą odległość tychże od siebie, zwracamy uwagę na równanie :

$$Q = ab \cdot v,$$

w którym a oznacza grubość żyły wodnej, a b szerokość pogródki; mamy więc :

$$a = \frac{Q}{bv} = \frac{0^m,150}{1^m,5 \times 2^m,8} = 0^m,036.$$

Jeżeli przyjmiemy 36 skrzynek, liczbę podzielną przez liczbę ramion, to najmniejsza odległość dwóch sąsiednich skrzynek będzie $0^m,06$. Odległość ta jest zupełnie dostateczna, bo jak widzimy, jest ona większa o $0^m,024$ od grubości żyły wodnej, a niebyłaby za małą, choćbyśmy podnieśli stawidło o pewną jeszcze wysokość.

Ale zwracamy tu uwagę, że takie podniesienie stawidła może najwięcej przewyższać o $0^m,01$ lub $0^m,02$ wysokość, dla której koło zostało obrachowane; widoczną jest bowiem rzeczą, że woda nie mogłaby się pomieścić w skrzynkach i przelewałaby się na zewnątrz koła. Gdyby koło znajdowało się w tego rodzaju okolicznościach, że stawidło musiałoby być podnoszonem na różne wysokości, to trzeba by już urządzić skrzynki odpowiednio i rozstawić je szeroko.

ROZDZIAŁ IV

DYSKUSSYA KÓŁ WODNYCH O OSI POZIOMEJ.

172. Ogólny pogląd na koła wodne o osi poziomej.— Jakkolwiek koła wodne straciły wiele na swej wartości od chwili wynalezienia turbin, niemniej jednak koła te są zawsze jeszcze dobrymi machinami wodnymi, zdolnymi oddać wielkie w przemyśle usługi. Jak widzieliśmy, teoria ich i budowa nie jest jeszcze dostatecznie znaną mimo tak długiej epoki ich ist-

nienia, a nieświadomość tę przypisać musimy nizkiemu stanowi Hydrauliki. Teorya nie bierze pod uwagę szczególnych okoliczności, ani nie zdaje sobie sprawy ze szczegółów, odróżniających jedno koło od drugiego, i z tego powodu nie znajduje ona bezpośredniego w praktyce zastosowania. Dlatego to wzory teoretyczne, przedstawiające warunki największego skutku, zdają się być zupełnie prawie niezależne od większej części wymiarów koła; a jednak skutek koła zależy w rzeczywistości od wielkości, szerokości, głębokości koła, zależy od kształtu i liczby łopatek lub skrzynek, zależy od tego, czy łopatki są więcej lub mniej wodą wypełnione, czy koło jest starannie wykonane, czy woda przez nie przecieka i czy jest zanurzone pod poziom kanału odpływowego. Tę niedokładność teoryi staraliśmy się zastąpić praktycznemi i na doświadczeniach opartemi uwagami; ale uwagi te są często zbyt ogólne, zbyt niepewne i rzadko służyć mogą za niezawodne wskazówki. Przy takim stanie rzeczy dziwić się nie można, że praktycy budują koła według swego własnego, czasem zdrowego, a najczęściej błędnego sposobu widzenia.

Ażebymy wykazać i osądzić to, co praktyka zrobiła bez pomocy teoryi, rozróżnić należy trzy rzeczy w zbudowanych kołach: 1° Ilości i kształty, od których najczęściej zależy skutek maszyny; 2° Wymiary i kształty koła i jego składowych części; 3° Sposób połączenia wszystkich składowych części w jedną całość i staranność wykonania.

Pod względem skutku, koła wodne są najczęściej źle zbudowane z wyjątkiem kół nasiębiernych o małym wydatku wody. To też trudno jest popełnić rzeczywisty błąd w tem kole; bo zdrowy, prosty rozsądek, nie wspierany bynajmniej teoryą pokazuje, że chcąc osiągnąć dobry skutek, trzeba wprowadzać wodę żyłą wąską, prawie styczną do wierzchołka koła i robić skrzynki tak wielkie, aby tylko częściowo były wypełnione. Koła nasiębierne o wielkim wydatku wody są zwykle za waz-

kie, a skrzynki są za blisko siebie położone: w skutek tego wejście wody do skrzynek jest utrudnione i znaczna jej część przelewa się za koło. W kołach śródbiernych łopatki są zwykle zbyt od siebie odległe, wejście wody na koło jest bardzo niekorzystne, szerokość koła bywa raz za wielką, drugi raz znowu za małą, a łopatki dotykają zwykle poziomu wody dolnego zbiornika, zamiast żeby zanurzały się pod ten poziom. Koła podsiębierne z płaskimi łopatkami mają za mało łopatek, stawidło jest źle ustawione, a pogródka nie jest dobrze urządzoną. Koło Poncelet'a jest pod każdym względem za małe.

Pod względem wymiarów pojedynczych części, ich połączenia w jedną całość i starannego wykonania, koła zbudowane bez pomocy teorii przedstawiają bardzo zadowalniające wypadki. Tutaj praktyka wywiązuje się ze swego zadania; tak, że pod tym względem pozostaje tylko usunąć niedokładności zdrowym rozumowaniem i ująć w ścisłe prawidła to, co jest wątpliwem.

Z opisu kół o osi pionowej mogliśmy zauważyć, że woda działa na pewnej tylko części ich okręgu. Ztąd wypada, że koła te muszą być olbrzymie w porównaniu do objętości wody zużywanej i że ich prędkość obrotowa jest stosunkowo małą. Charakterystyczną jest także okoliczność, że woda wchodzi na koło i wychodzi z niego wzdłuż rodzących równoległych do osi obrotu. Większa część kół o osi poziomej obraca się ponad wodą i może być zanurzona o nieznaczną tylko głębokość; koła te są więc wystawione na zamarznięcie i wezbrania, i nie są w stanie pracować w pewnych porach roku. Koła o osi pionowej nie posiadają większej części tych wad; ich wyższość nad kołami o osi poziomej jest niezaprzeczoną pod wieloma względami. Zanim jednak przystąpimy do opisu tych machin, turbinami zwanych, musimy jeszcze powiedzieć parę słów o wyborze koła.

173. Wybór koła. — Jeżeli chcemy ułożyć prawidła do-

tyczące wyboru koła, to musimy przyjąć za zasadę, że machina wodna wtedy tylko odpowiada swemu celowi, gdy koszta budowy i utrzymania są w odpowiednim stosunku do zysku, który machina przynieść może. Sposób budowania kół wodnych zależy więc od kapitału zakładowego i od siły spadku.

Gdy chodzi o zbudowanie koła dla wielkiego przemysłowego zakładu, zajmującego wielu robotników i gdzie przerwa pracy powoduje znaczne szkody, to trzeba wybrać mocne, choćby kosztowne koło. Jeżeli przytem siła wody, którą rozporządzać można, wystarcza zaledwie przy dobrem urządzeniu koła na potrzeby fabryki, to nie mając względu na koszta, należy dołożyć wszelkich starań aby skutek był jak największy.

Inny jest znowu stan rzeczy, gdy siła wody wystarcza zupełnie na potrzeby fabryki, nawet przy niedoskonałym zużycowaniu tejże. Wytrzymałość budowy, dobry materiał budowlany, staranne i silne połączenie części składowych koła, są bez wątpienia bardzo pożądane; ale urządzenie koła zużywającego najkorzystniej siłę wody byłoby niepotrzebnem i nie odpowiadałoby celowi, bo koła pracujące z największym skutkiem muszą być wielkie a więc i kosztowne. W tym razie osiągniemy więc cel praktyczny, bubując koło doskonałe pod względem wytrzymałości, a mierne pod względem skutku.

Gdy nie tylko oszczędzać mamy siłę wody, ale także i koszta budowy, jak to często się przydarza w małych zakładach przemysłowych, to naturalną jest rzeczą, że projektować trzeba koło drewniane, pracujące z doskonałym skutkiem.

Jeżeli nie zbywa na sile wody, ale chodzi o oszczędzenie kosztów, to drewniane, z miernym skutkiem pracujące koło odpowiada wtedy celowi.

Wreszcie rozebrać trzeba jeszcze przypadek, w którym siła wody jest w nadmiarze, a koszta budowy mają być, o ile tylko można, najmniejsze. Przypadek ten ma miejsce w okolicach

górzystych, gdzie nie brakuje na spadku i wydatku wody, ale na kapitale zakładowym. W tym razie pozostaje tylko przyjąć małe podsiębierne koło i obracać je tak szybko, aby ruch ten mógł być przesyłany wprost do warsztatów, prawie bez pośrednictwa kół zębatach. W Tyrolu i Szwajcaryi znaleźć można tego rodzaju koła przy tartakach, młynach, kuźniach i t.p.

Przy zakładaniu kół wodnych przedstawia się najprzód pytanie, czy przyjąć należy koło o osi poziomej czy pionowej. Na to pytanie odpowiedzieć można dopiero wtedy, gdy się pozna tak dobrze koła o osi pionowej, jak koła o osi poziomej, i gdy będzie można osądzić wady i przymioty obu rodzajów tych kół. Dlatego to odkładamy na później rozwiązanie tej ważnej kwestyi, a obecnie zajmujemy się samymi tylko kołami o osi poziomej.

Gdy mamy zbudować koło wodne, dany jest albo spadek i wydatek wody, albo też spadek i praca użyteczna koła. Od objętości pracującej wody zależy głębokość i szerokość koła; wymiary te jednak mogą zmieniać się w pewnych granicach bez odpowiedniej zmiany skutku koła. Dostateczną jest więc rzeczą, oznaczyć wydatek wody w przybliżeniu. W tym celu uważmy, że jeżeli Q oznacza wydatek wody na sekundę, H wysokość spadku, n liczbę koni parowych o 75 kilogrametrach, przedstawiającą pracę użyteczną koła, a S skutek koła, mamy równanie :

$$S = \frac{75n}{1000QH},$$

a zład

$$Q = 0,075 \frac{n}{H} \cdot \frac{1}{S}.$$

Znając zatem skutek S koła, możemy oznaczyć objętość wody Q potrzebnej na sekundę do wykonania pracy przedstawionej przez $75n$ kilogrametrów.

W następującej tabelicy podajemy wartości ilości Q , wyrażone w funkcji wysokości spadku :

RODZAJ KOŁA :	SKUTEK :		WYDATEK Q wody na sekundę :	
	od	do	od	do
Koło podsiębierne z łopatkami płaskimi.....	0,30	0,35	0,25 $\frac{n}{H}$	0,21 $\frac{n}{H}$
Koło Poncelet'a.....	0,60	0,65	0,125 $\frac{n}{H}$	0,115 $\frac{n}{H}$
Koło śródbierne otrzymujące wodę przez otwór z ciążeniem na wierzch.....	0,60	0,65	0,125 $\frac{n}{H}$	0,115 $\frac{n}{H}$
Koło śródbierne otrzymujące wodę przez przewał.....	0,65	0,70	0,115 $\frac{n}{H}$	0,107 $\frac{n}{H}$
Koło nasiębiejne.....	0,60	0,70	0,125 $\frac{n}{H}$	0,107 $\frac{n}{H}$

Oznaczywszy ilość wody potrzebną do wykonania danej pracy odnośnie dla każdego koła, wypada nam teraz zająć się oznaczeniem spadku, fa raczej granic odpowiadających każdemu z kół poprzednio opisanych. Można przyjąć pod tym względem pravidła niżej podane.

Koło podsiębierne z łopatkami płaskimi, może być zastosowane do spadków większych od jednego metra. Wysokość ta jest niższą granicą spadku.

Koło Poncelet'a nie nadaje się do większych spadków od 1^m,70. Poncelet wyznaczył większe wprawdzie granice swemu kołu, ale istnieją powody sprzeciwiające się zastosowaniu tego koła do spadków większych od 1^m,70; bo : 1° strata pracy w skutek przepływania wody przez odstęp istniejący między łopatkami i pogródką, jest bardzo znaczna przy większych spadkach; 2° stosunek szerokości koła do szerokości korony

jest niekorzystny; 3° przy spadku $1^m,70$ średnica koła wynosić musi przynajmniej 3^m , a więc przy wyższych spadkach koło jest większe i kosztowniejsze od innych; 4° przy spadkach większych od $1^m,70$, koła śródbierne osadzone w pogródce i otrzymujące wodę przez przewał lub stawidło, dają taki sam skutek jak koło Poncelet'a. Ponieważ koło Poncelet'a zużywa lepiej siłę wody, jak koło podsiębierne z płaskimi łopatkami ale więcej od niego kosztuje, przeto tam, gdzie siła wody wystarczyć może do potrzebnej pracy, tylko przy doskonałem jej zużytkowaniu, przyjąć trzeba koło Poncelet'a a projektować zwyczajne koło podsiębierne, gdy na wodzie nie zbywa.

Granice spadku i wydatku wody dla koła śródbiernego, osadzonego w pogródce i otrzymującego wodę przez otwór z ciążeniem na wierzch, są : wysokości $2^m,50$ do $4^m,50$ i objętości $0^{ms},3$ do $2^{ms},4$. Średni spadek odpowiadający temu kołu wynosi $3^m,50$, a średni wydatek wody dochodzi do $1^{ms},2$. Przy wydatku mniejszym od $0^{ms},3$ i spadku wyższym od $2^m,50$, tanie zazwyczaj koło skrzynkowe daleko jest korzystniejsze.

Koło śródbierne, otrzymujące wodę przez przewał jest bardzo często używane, jakkolwiek odpowiadające mu granice spadku i wydatku wody bardzo blisko siebie leżą. Przyczyną tego częstego zastosowania koła śródbiernego z przewalem jest ta okoliczność, że zwyczajne spadki leżą w granicach odpowiadających temu kołu. Koło to nie zużywa korzystnie większych wydatków od $2^{ms},50$; otwór stawidłowy przeprowadza lepiej takie objętości, jak przewał. Co się tyczy spadku, to największa jego wysokość wynosi $2^m,50$, bo przy większym spadku koło nasiębierne będzie bardzo tanie; jeżeli zaś spadek jest wyższy od $2^m,50$, a wydatek wody większy od $0^{ms},3$, to przyjmujemy koło śródbierne z ciążeniem na wierzch otworu. Koła śródbiernego z przewalem projektować tu nie można, bo średnica jego byłaby zbyt wielką.

Śródbierne koło Redtenbacher'a z ukośnemi łopatkami,

stosuje się do spadków zamkniętych w dość ciasnych granicach, bo dla spadków większych od $1^m,50$ i przy wydatku mniejszym od 2^{ms} , koło śródbierne z przewalem lepiej odpowiada celowi. Zresztą koło to użytem być może tylko wtedy, gdy poziom wody kanału dopływowego zmienia się bardzo mało.

Koło śródbierne Sagebien'a jest dobrem do użytkowania małego spadku i bardzo wielkiej objętości wody. Ale gdy spadek przenosi $1^m,50$, zwyczajne koło śródbierne z przewalem jest korzystniejsze, przy małym wydatku.

Koło nasiębierne, biorące wodę na swym wierzchołku nadaje się do wielu bardzo spadków; a że jest tańszem od wszystkich innych kół wodnych i daje dobry skutek, gdy tylko spadek nie jest zbyt mały, przeto często zastosowanie swe znajduje. Spadki, kołu temu odpowiadające, zaczynają się od $2^m,50$ i dochodzą do 12^m , a wydatek wody zmienia się od $0^{ms},30$ do $0^{ms},80$. Wykazaliśmy już poprzednio powód, dla którego koło nasiębierne nie jest uzdolnione do używania znacznych objętości wody.

Koło nasiębierne biorące wodę poniżej wierzchołka, używa korzystnie spadki od $2^m,50$ do 8^m i objętość wody $0^{ms},40$ do $1^{ms},30$. Spadek średni odpowiadający temu kołu wynosi $5^m,50$, a średni wydatek dochodzi do $0^{ms},80$. Koło śródbierne otrzymujące wodę przez stawidło nie da się zastosować w tych granicach, bo strata wody przez odstęp istniejący między łopatkami i pogródką wypada za wielką. Koło nasiębierne biorące wodę na swym wierzchołku nie zaleca się tu także, bo zmienność poziomu w kanale dopływowym towarzysząca zawsze wielkim wydatkom wody, wpływa bardzo szkodliwie na jego skutek.

W ogóle przyjąć można, że wielkie i małe spadki nie są tak korzystne do budowy kół, jak spadki średnie. Przy małych spadkach dochodzących do 2^m , wydatek wody jest zwykle bardzo znaczny, budowa koła i obszernych kanałów prowa-

dających wodę, bardzo kosztowna, skutek zaś nie jest szczególnie dobry. Przy spadkach większych od 6^m, koło jest znowu bardzo wielkie, obraca się powoli, wymaga kosztownych i skomplikowanych organów do przesłania rncchu, a zbudowanie wysoko położonego kanału dopływowego jest połączone z różnego rodzaju trudnościami i kosztami. Średnie spadki od 2^m do 4^m, o sile dochodzącej do 16 koni parowych i spadki od 3^m do 6^m, o sile większej od 16 koni, nadają się doskonale do budowy kół wodnych. Przy takich spadkach kanały prowadzące wodę nie są ani zbyt wysokie, ani zbyt szerokie, wymiary koła są średnie i umiarkowane, prędkość obrotowa jest znaczna, a skutek bardzo korzystny. Gdy więc przedstawia się kilka spadków do wyboru, należy oddać pierwszeństwo średnim spadkom od 3^m do 6^m.

KSIĘGA TRZECIA

KOŁA O OSI PIONOWEJ.

ROZDZIAŁ I

KOŁA O ODDZIAŁYWANIU (*).

174. Opis i teoria kół o oddziaływaniu. — W czasach, gdy jedyne używane koła wodne opierały się na zasadzie uderzenia żyły wodnej, uczeni zajmowali się stworzeniem nowej maszyny, zdolnej zużyć korzystniej siłę prądu; zasadą, na której oprzeć chciano nowe maszyny wodne, było oddziaływanie.

Wypada z zasady równości ciśnień hydrostatycznych, że wszystkie elementy jednej poziomej warstwy cieczy, zawartej w naczyniu, są poddane równemu ciśnieniu i wywierają na ściany boczne naczynia ciśnienia normalne, równoważące się nawzajem.

Ale gdy ciecz wypływa przez otwór zrobiony w ścianie naczynia, wtedy ciśnienia elementów należących do jednej warstwy poziomej przechodzącej przez otwór, nie równoważą się wzajemnie, bo parcie wody na płaszczyznę otworu nie

(*) Czytelnikowi pragnącemu zapoznać się bliżej z tym przedmiotem, zalecamy głębokie prace Combes'a, streszczone w dziełku: *Recherches théoriques et expérimentales sur les rouets à réaction ou à tuyaux*. Paris, 1843.

udziela się naczyniu. W skutek tego ciśnienie, które znosi część ściany przeciwnej otworowi, niczem nie jest równoważone i stara się odepchnąć naczynie w kierunku przeciwnym żyły wypływającej.

Zjawisko to, oddziaływaniem cieczy nazwane, jest zasadą kół będących przedmiotem niniejszego rozdziału.

Jedną z najdawniejszych i najbardziej znanych machin wodnych o oddziaływaniu, jest tak zwany kołowrót hydrauliczny, opisywany we wszystkich dziełach traktujących o Fizyce. Wyobraźmy sobie naczynie, albo szeroką dość rurę pionową, ruchomą koło swej osi pionowej i zaopatrzoną u spodu w jedną lub kilka rurek poziomych, zakrzywionych na końcu i komunikujących z jej wnętrzem. Skoro tylko rura pionowa zostanie wodą napełniona, cały ten przyrząd obracać się zacznie, woda bowiem wypływająca zakrzywionymi końcami rurek, oddziałuje na ściany przeciwne otworom.

W połowie osiemnastego stulecia, Segner, profesor matematyki w Goetting, wynalazł czy też ponownie zrobił maszynę o oddziaływaniu, podobną kołowrotowi hydraulicznemu. Euler wziął tę maszynę za przedmiot swych badań i zakrzywił rurki w celu korzystania z ciśnienia, które rodzi siła odśrodkowa; niezadowolony jednak otrzymanymi rezultatami, odmienił zupełnie kształt tego przyrządu, Jego nowa maszyna składała się z dwóch blaszanych, ściętych, i współosiowych ostrokregów; woda wpływała na górnej podstawie w przestrzeń ograniczoną dwiema powierzchniami ostrokregowemi i wypływała na dolnej podstawie rurkami zakrzywionemi. Maszyna ta znalazła pewne zastosowanie.

Mannoury d'Hectot nadając znowu pierwotny kształt maszynie Euler'a, urządził ją w sposób dogodniejszy do użycia, zastąpiwszy proste rurki poziome rurami zakrzywionemi w kształcie litery S, przez której środek przechodzi oś obrotu

i rura pionowa prowadząca wodę. Machina ta znaną jest dzisiaj pod nazwiskiem turbiny szkockiej (*).

W roku 1754 Euler obmyślił inną znowu machinę, składającą się z dwóch części umieszczonych jedna nad drugą. Część wierzchnia była nieruchoma i składała się z wydrążonego walca napełnionego wodą, która wypływała rurkami ostrokątowymi, przymocowanymi do dna i pochylonemi pod danym kątem. Część dolna, ruchoma koło osi pionowej, składała się z naczynia, którego dno zaopatrzone było w dwadzieścia rurek pochylonych na dół i zakrzywionych na końcu. W celu zmniejszenia oporu powietrza, rurki te były pokryte wspólną gładką powierzchnią.

W roku 1824 Burdin wynalazł machinę podobną poprzedzającej i nazwaną «turbina o oddziaływaniu». W kole tem woda wchodzi przy górnej podstawie pionowego walca a wychodzi przy dolnej, przepłynąwszy przez kanały umieszczone na powierzchni pionowego walca, którego wysokość równa się zwykle połowie wysokości spadku.

Ażeby zdać sobie teoretycznie sprawę z działania i skutku kół o oddziaływaniu, weźmy pod bliższy rozbiór jedną z machin powyżej opisanych, np. kołowrót hydrauliczny lub machinę Mannoury'ego. Jeżeli przypuścimy, że rura doprowadzająca wodę jest umieszczona w samej osi obrotu, to prędkość bezwzględna wody w tym punkcie, jak również i prędkość obrotowa, będą równać się zeru; a więc prędkość względna, będąca wypadkową tych dwóch prędkości, także zeru równać się będzie.

Oznaczmy przez :

v, w, u , prędkość bezwzględną, względną i obrotową wody opuszczającej koło ;

(*) Patrz: *Description of Whitelaw's and Stirrat's Patent Watermills*. Seconde edition, London and Birmingham, 1843.

p_0 i p ciśnienie w punkcie, gdzie woda wchodzi do rurki poziomej i ciśnienie wody opuszczającej kołowrot;

p_a ciśnienie powietrza;

h wysokość spadku, to jest wzniesienie poziomu zbiornika górnego ponad środek otworów wypływowych;

Π ciężar sześciennego metra wody;

Q objętość wody zużytej w jednostce czasu.

Zastosujmy twierdzenie Bernoulli'ego (ust. n. 14) do ruchu cząsteczki wody, przebiegającej drogę z górnego zbiornika do punktu, gdzie woda wchodzi do rurki poziomej. Ponieważ prędkość wody w obu tych punktach za nieznaczną uważać możemy, przeto twierdzenie to daje związek :

$$(1) \quad h + \frac{p_a}{\Pi} = \frac{p_0}{\Pi}.$$

Woda biegnie następnie wzdłuż rury poziomej i dopływa do jej końca z prędkością względną w . Twierdzenie sił żywych da się zastosować do tego ruchu względnego pod warunkiem dodania wyrazu, przedstawiającego pracę siły odśrodkowej. Jeżeli oznaczymy przez m masę cząsteczki, to połowa przyrostu siły żywej będzie $\frac{1}{2}mw^2$. Siły, które w rachunek wziąć należy, są siła odśrodkowa i ciśnienia w obu końcowych punktach uważanej drogi. Ciśnienia wykonywają pracę $\frac{p_0}{\Pi}mg$ i $-\frac{p}{\Pi}mg$; praca zaś siły odśrodkowej równa się połowie przyrostu siły żywej odpowiadającej prędkości obrotowej, to jest równa się ilości $\frac{1}{2}mw^2$. Na zasadzie twierdzenia sił żywych, możemy więc napisać :

$$\frac{1}{2}mw^2 = \frac{p_0 - p}{\Pi} \cdot mg + \frac{1}{2}mw^2$$

czyli

$$(2) \quad w^2 = 2g \frac{p_0 - p}{\Pi} + u^2.$$

Jeżeli przypuszczamy, że woda wypływa w powietrze, to ciśnienie p musi się równać ciśnieniu atmosferycznemu, to jest :

$$(3) \quad p = p_a;$$

a jeżeli w równaniu (2) wstawimy p_a zamiast p , znajdziemy :

$$(4) \quad w^2 = 2g \frac{p_0 - p_a}{\Pi} + u^2.$$

Ze zaś według równania (1) :

$$\frac{p_0 - p_a}{\Pi} = h,$$

przeto

$$(5) \quad w^2 = 2gh + u^2.$$

Uważmy że prędkość bezwzględna v wody opuszczającej kołowrot jest wypadkową prędkości względnej w i prędkości obrotowej u . Jeżeli oznaczymy przez γ kąt utworzony przez kierunki tych dwóch prędkości, to :

$$(6) \quad v^2 = u^2 + w^2 - 2uw \cos \gamma,$$

a wstawiwszy w to równanie za w wartość znaną w równaniu (5), otrzymamy :

$$v^2 = 2u^2 + 2gh - 2u \cos \gamma \sqrt{2gh + u^2}.$$

Jeżeli nie weźmiemy w rachunek tarcia wody o ściany rury i ocenimy tylko samą stratę spadku $\frac{v^2}{2g}$, odpowiadającą prędkości bezwzględnej, z jaką woda opuszcza koło, to praca uży-

teczna wynosić będzie :

$$T_u = \Pi Q \left(h - \frac{v^2}{2g} \right)$$

czyli

$$T_u = 2\Pi Q \left(\cos\gamma \sqrt{h + \left(\frac{u}{2g}\right)^2} - \frac{u}{2g} \right) u.$$

Praca bezwzględna jest $\Pi Q h$. Skutek maszyny, to jest stosunek pracy użytecznej do pracy bezwzględnej, wynosi więc :

$$S = \frac{\Pi Q \left(h - \frac{v^2}{2g} \right)}{\Pi Q h} = 1 - \frac{v^2}{2gh}$$

lub

$$(7) \quad S = \frac{u}{\sqrt{gh}} \sqrt{2 + \frac{u^2}{gh}} \cdot \cos\gamma - \frac{u^2}{gh}.$$

Uważając w tem wyrażeniu ilość $\frac{u}{\sqrt{gh}} = x$ za zmienną, można szukać wartości tej zmiennej odpowiadającej największemu skutkowi.

W tym celu bierzemy funkcją pochodną wyrażenia

$$x \cos\gamma \sqrt{2 + x^2} - x^2$$

i równamy ją z zerem. Otrzymujemy kolejno :

$$\cos\gamma \sqrt{2 + x^2} + x^2 \cos\gamma \frac{1}{\sqrt{2 + x^2}} - 2x = 0,$$

$$\boxed{x^4 (1 - \cos^2\gamma) + 2x^2 (1 - \cos^2\gamma) - \cos^2\gamma = 0;}$$

a oznaczwszy jeszcze x^2 przez y , zdajdajem y :

$$y = x^2 = \frac{1 - \sin\gamma}{\sin\gamma},$$

zatem

$$x = \frac{u}{\sqrt{gh}} = \sqrt{\frac{1 - \sin \gamma}{\sin \gamma}}.$$

Prędkość u odpowiadająca największemu skutkowi jest :

$$u = \sqrt{gh \cdot \frac{1 - \sin \gamma}{\sin \gamma}};$$

a skutek największy ma za wartość :

$$S = 1 - \sin \gamma.$$

Gdybyśmy przypuścili, że kąt γ jest równy zeru, skutek osiągnąłby idealnej swej wartości, praca użyteczna równałaby się pracy bezwzględnej, a prędkość u byłaby nieskończenie wielka. Nie należy jednak zapominać, że te czysto teoretyczne wyniki nie sprawdzają się w rzeczywistości i tylko częściowo doświadczeniem potwierdzone bywają. Choćby kąt γ był równy zeru, prędkość nie mogłaby być nieskończenie wielką, a więc skutek nie mógłby równać się jedności. Zresztą rura pionowa, prowadząca wodę na koło, ma średnicę dosyć znaczną i w skutek tego prędkość wody wchodzącej do rur poziomych nie równa się zeru, tak jakśmy przypuścili.

Koła o oddziaływaniu nie mają dzisiaj żadnego prawie zastosowania, prawdopodobnie z powodu trudności regulowania wydatku wody. Kołom tym należy się jednak pewna zasługa; były one bowiem modelem, na którym kształcili się najpierw inżynierowie i matematycy, zajmujący dzisiaj w historii machin wodnych tak zaszczytne stanowisko. Tylko kołom o oddziaływaniu zawdzięczyć muszą istność swą dzisiejsze turbiny, plody głębokich badań i wytrwałej pracy.

ROZDZIAŁ II

TURBINY.

175. O turbinach w ogólności. — Trudno jest określić ściśle różnicę, jaka zachodzi między turbinami i innymi kołami wodnymi. W ogóle mają one kształt kołowy i obracają się koło pionowej osi, niektórzy jednak konstruktorzy zmieniają ich kształt i osadzają je na osi poziomej lub pochyłej. Turbiny bywają bardzo często, a nawet przeważnie zanurzone pod poziomem wody kanału odpływowego, niektóre z nich jednak umieszczane bywają ponad wodą. W turbinie woda działa na wszystkie łopatki jednocześnie, w niektórych zaś razach woda działa tylko na pewną liczbę łopatek. Zazwyczaj obracają się bardzo prędko i mają bardzo małe wymiary, niektóre z nich jednak mają ruch powolny i znaczne wymiary. Jednym słowem trudno jest dopatrzeć się charakterystycznej różnicy turbin od zwyczajnych kół wodnych.

Jakkolwiek turbiny znalazły dopiero w nowszych czasach prawdziwe zastosowanie, to jednak zasada ich znaną była od bardzo dawna. Dowodem tego są koła o oddziaływaniu, które także do rzędu turbin policzyćby można. Koło Burdin'a, nazwane turbiną o oddziaływaniu, było pierwszą turbiną opartą na naukowej i ściśle określonej zasadzie; późniejsze wszystkie turbiny, tworzące szereg doskonałych machin wodnych różniły się od niego raczej konstrukcją jak zasadą.

Turbiny tak jak wszystkie nowsze koła wodne opierają się na znanej od dawna zasadzie, że: 1° woda powinna wchodzić na koło bez uderzenia, 2° nie powinna doznawać żadnych przeszkód w ruchu, podczas swego pobytu na łopatkach, 3° powinna opuszczać koło bez prędkości.

W następujących ustępach podajemy opis i teorią kilku głównych nowoczesnych turbin o osi pionowej.

176. Turbina Fourneyron'a. — Turbina ta jest pierwszą z tych, które zupełnego doznały powodzenia. Posiadała ona z zasady wszystkie przymioty, których się dzisiaj od najlepszej maszyny wodnej wymaga; to też jej zasady konstytucyjne do dziś dnia bez zmiany zachowane zostały.

Zanim zajmiemy się opisem tej turbiny, przytoczymy słowa samego Fourneyron'a, który w ten sposób tłumaczy zasadę swej maszyny; «Ciecz działa wążkami żyłami; zważywszy że co jest prawdziwem dla pojedynczej cząsteczki, przestaje być prawdziwem dla żyły mającej pewną grubość i będącej w zetknięciu ze ścianami łopatek stosunkowo w małej tylko liczbie punktów».

Jeżeli genialnym był pomysł Fourneyron'a, to też trudnem było jego wykonanie. Z zasady przyjętej przez autora, woda powinna wejść na koło bez uderzenia i wyjść bez prędkości. Ale jakim sposobem nadać żyłom cieczy, rzucającym się na łopatki, stosowny kierunek? W jaki sposób zapewnić łatwy odpływ cieczy, która zużywszy całą swą siłę żywą, opuszcza turbinę? W jaki sposób nadać kołu temu własność pracowania z niezmiennym prawie skutkiem, przy znacznie zmieniającej się prędkości? Takie są głównie pytania, na które doświadczenie odpowiedź daćby powinno, a na które Fourneyron odpowiedział z pełną talentu zręcznością.

Figura 91 przedstawia pionowe przecięcie turbiny Fourneyron'a.

Kanał górny, czyli koryto wyższe A jest przedłużone wewnątrz budynku fabrycznego i zamknięte szluzą B. Szluzą B jest osadzona w murze C i dotyka podłogi DD tworzącej niejako przedłużenie dna kanału górnego; podłoga ta jest umieszczona pod powierzchnią górnego kanału na pewnej odległości

Machina składa się głównie z dwóch części :

1° Z tablicy poziomej ef , czyli koła obracającego się i niosącego łopatki, które odbierają bezpośrednio działanie wody i nadają ruch wałowi maszyny.

2° Z tablicy gh , czyli koła stałego niosącego na sobie ścianki kierownicze, przeznaczone do kierowania strug ciecży wpadającej na łopatki.

Koło ruchome składa się z tablicy kołowej ef , której część pierścieniowa eg , hf , jest płaska i pozioma, podczas gdy część $gkhl$ wewnątrz tego pierścienia zawarta jest wklęsła ; środek tego koła obejmuje i wiąże się silnie z pionowym wałem xx , przesyłającym ruch do zakładu fabrycznego i spoczywającym na panwi y .

Część płaska eg , hf , tablicy ruchomej, służy za podstawę blaszanym łopatom rs (fig. 92) do niej przymocowanym i mającym kształt powierzchni walcowych, prostopadłych do tej tablicy.

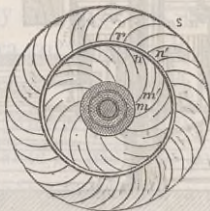


Fig. 92.

Tablica $e'g' h'f'$ (fig. 91), równa poprzedniej co do wielkości, służy za górną podstawę łopatek. System łopatek krzywych, zawartych między temi dwiema tablicami, tworzy koronę pierścieniową, czyli właściwą turbinę.

Tablica gh (fig. 91), na której umieszczone są kierownice, jest nieruchoma ; jej górna strona znajduje się na tej samej płaszczyźnie poziomej, co i górna ściana tablicy ef , a środki tych dwóch

tablic są w jednym i tym samym punkcie. Aby utrzymać tablice gh w jej niezmiennem położeniu, nadaje się jej ku środkowi kształt $pqq'p'$ i tym sposobem mocuje się ją silnie z rurą $aaaa$; rura zaś $aaaa$ obejmuje sobą wał pionowy xx , przynajmniej aż do podłogi SS , na której spoczywa cały mechanizm stawidła. Tak więc wał pionowy xx jest zupełnie zasłonięty od wpływu wody.

Co się tyczy kształtu kierownic, to krzywizna ścianek tych jest taka, że ostatni ich element jest prawie normalny przy okręgu koła do kierunku łopatek rs (fig. 92); jedne z nich jak np. mn dochodzą aż do samej rury $aaaa$, inne zaś, jak $m'n'$ zajmują część tylko tablicy gh (fig. 91).

Tablica gh (fig. 91) wraz z kierownicami jest otoczona walcem $a'g', b'h'$, służącym za stawidło turbiny. Walec ten, podnosi się lub obniża w kierunku pionowym, a w górnej swej części dotyka drugiego walca ab , z żelaza lanego, przymocowanego silnie do podłogi DD górnego kanału. Podnoszenie lub obniżanie stawidła uskutecznia się za pośrednictwem specjalnego mechanizmu, umieszczonego na górnej podłodze SS i komunikującego z żelaznymi drążkami u, t , na których jest zawieszony walec stawidłowy.

Stawidło $a'g', b'h'$ ślizga się wzdłuż ściany wewnętrznej walca ab . W celu zapobieżenia przeciekaniu wody, które miejsce mieć może po przez szpary między dwoma walcami istniejące, przyczepia się do górnej części stawidła pas skórzany vv' , który trąc się łagodnie o ścianę walca, zamyka wszystkie szpary i szczeliny.

Gdy turbina jest wstrzymana, stawidło walcowe spoczywa dolnym swym końcem na koronie gh , na której spoczywa również nie znajdująca odpływu i w spoczynku zostająca woda. Ale gdy po podniesieniu stawidła, woda zaczyna wypływać po przez otwory odsłonięte na całym okręgu stawidła, i

to z prędkością odpowiadającą wzniesieniu wody ponad stałą tablicą gh , wtedy ciśnienie wywarte przez strugi cieczy przebiegające krzywą drogę kanałów łopatkowych rs , wprowadza turbinę w ruch nieustanny.

Walec stawidłowy jest zaopatrzony na dolnej swej części małemi drewnianymi deszczułkami i, i , wchodzącymi dokładnie w przestrzeń zawartą między dwiema sąsiednimi kierownicami. Zadaniem tych drewnianych deszczułek i, i , jest utworzenie grubej ściany przy otworze, zaokrąglonej w sposób taki, aby ściśnienie przy przepływie wody przez otwór pod stawidłem będący i nazwany otworem stawidłowym, było jak najmniejsze.

Drażek γ/e służy do podnoszenia lub obniżania wału w kierunku pionowym.

Aby jaśniej wytłumaczyć, w jaki sposób woda wprowadza w ruch turbinę, przypuśćmy, że wał stoi nieruchomo; żyły wodne wypływające z kanałów utworzonych przez kierownicę uderzą o wklęsłe łopatki turbiny, wywrą zatem na ich wklęsłą część większe ciśnienie, jak na część wypukłą. Ponieważ każdy z kanałów, utworzonych przez dwie sąsiednie łopatki, na takież samo działanie jest wystawiony, zatem moment tych działań względnie do osi obrotu, dążyć będzie do nadania całemu systemowi turbiny, ruchu obrotowego około pomienio-nej osi. Gdy moment oporu, jaki ruchowi temu sprzeciwiać się może, jest mniejszy od momentu działań wody na łopatki, turbina wraz z wałem w ruch obrotowy wprowadzoną zostaje. Ale od chwili, gdy koło raz w ruch wprowadzone, z normalną swą prędkością obracać się zaczyna, żyły wody nie uderzają już o łopatki, ale wpływają na nie w kierunku prędkości względnej, stycznej do pierwszego elementu łopatek. Przy łagodnej zmianie kierunku, woda płynie bez przerwy, regularnie i działa przez ciśnienie, które właśnie powstaje w skutek tej zmiany kierunku i działania siły odśrodkowej.

Woda odpływa nareszcie do końca łopatek, z pewną jeszcze prędkością względną, która połączona z prędkością obrotową turbiny, wydaje prędkość bezwzględną cieczy.

177. Teorya turbiny Fourneyron'a. — Przy dzisiejszym stanie nauki niepodobna jest podać dokładną teorią turbiny Fourneyron'a; trzeba by bowiem znać nie tylko ruch i działanie każdej pojedynczo cząsteczki, ale i oddziaływanie wzajemne na siebie cząstek i ścian kanałów. Niejednostajność drogi i przeszkody, które woda w ruchu swym napotyka, utrudniają jeszcze więcej zrozumienie i wykazanie teoretyczne zjawisk mających miejsce podczas ruchu koła. Biorąc pod uwagę ztąd powstałe przeszkody i straty ciężenia, można wprawdzie otrzymać równania ruchu, przedstawiające z pewną dokładnością działanie rzeczywiste cieczy; ale też równania tak ułożone zbyt są skomplikowane, by je często zastosowywać miano (*). Zresztą przybliżona teoriya wskazuje dosyć wyraźnie warunki, od wypełnienia których zależy korzystna praca maszyny; a jakkolwiek przybliżona teoriya nie podaje pewnych środków do zadosyćuczynienia tymże warunkom, to jednak podaje wskazówki, trudno dociec się dające doświadczeniem i praktycznym badaniem.

W celu uproszczenia zadania przyjmiemy, że turbina znajduje się w najlepszych warunkach, tak co do jej położenia względem obu zbiorników jak i co do pojedynczych wymiarów jej składowych części, że jednym słowem, pracując w najlepszych warunkach, jest w stanie wydać największy możebny skutek.

Aby zmniejszyć stratę ciężenia, pochodzącą z nierównoległości i nagłej zmiany kierunku strug wodnych, przypuścimy, że części maszyny będące w zetknięciu z cieczą, są należycie zaokrąglone na krawędziach i dostatecznie wygładzone. Przy-

(*) Patrz *Pamiętnik Towarzystwa Nauk Ścisłych w Paryżu*, tom III, r. 1873; artykuł W. KLUGERA: *Turbina Fourneyron'a*.

puścimy następnie, że woda wpływa w kierunku stycznym do łopatki, które są tak cienkie, iż woda uderzająca o ich poprzeczne przecięcie nie traci najmniejszej części swej siły żywej. Tarcie wody o ściany kanałów za nieistniejące uważać będziemy. Jeżeli przypuścimy, że łopatki i kierownice mają stosowny kształt i że liczba ich jest dostateczną, liczyć będziemy mogli na jednostajny wypływ i na zupełne wypełnienie kanałów. W końcu przyjmiamo, że bezwzględna prędkość wody wypływającej z turbiny jest bardzo małą; jasną jest bowiem rzeczą, że prędkość ta rodzi tylko niekorzystne dla skutku turbiny następstwa.

Przypuściwszy więc, że turbina odpowiada warunkom powyżej wymienionym, szukać będziemy warunków, które koniecznie wypełnionymi być muszą, jeżeli największy skutek ma być osiągnięty.

Oznaczmy przez :

- v prędkość bezwzględną wody opuszczającej ściany kierownicze i dostającej się na łopatki ;
- u jej prędkość obrotową w tymże punkcie ;
- w jej prędkość względną w tymże samym punkcie ;
- v' prędkość bezwzględną wody opuszczającej łopatki ;
- u' jej prędkość obrotową ;
- w' prędkość względną wody opuszczającej łopatki ;
- p_a ciśnienie powietrza na jednostkę powierzchni ;
- p ciśnienie wody przy wejściu na łopatki ;
- p' ciśnienie wody przy wyjściu z łopatek ;
- r odległość cząsteczki wchodzącej na łopatki, od osi obrotu, czyli promień wewnętrznego koła ;
- r' odległość cząsteczki opuszczającej kanały łopatkowe, od osi obrotu, czyli promień zewnętrznego obwodu turbiny ;

h dodatne lub odjemne wzniesienie poziomu wody dolnego zbiornika ponad środek otworów, którymi woda wchodzi do turbiny;

H spadek całkowity, to jest różnicę poziomów górnego i dolnego zbiornika;

Q wydatek wody w metrach sześciennych;

Π ciężar sześciennego metra wody;

α kąt ostry, jaki tworzy kierownica z płaszczyzną otworu zakończonego kanał kierowniczy na odległości r od osi; (kąt ten jest także kątem utworzonym przez przecięcie się kierownicy z wewnętrznym okręgiem);

b wysokość tych otworów, mierzona równoległe do osi turbiny;

β kąt jaki tworzy łopatką z płaszczyzną otworu kanału łopatkowego położonego na odległości r od osi, czyli kąt utworzony przez łopatkę i wewnętrzny okrąg;

γ kąt, jaki tworzy łopatką z płaszczyzną otworu kanału łopatkowego, położonego na odległości r' od osi, czyli kąt utworzony przez łopatkę i okrąg zewnętrzny;

b' wysokość tych otworów, mierzona równoległe do osi obrotu;

ω prędkość kątową turbiny;

k współczynnik wydatku wody przy wyjściu z kierownic;

k' współczynnik przy wyjściu wody z łopatek.

Starajmy się znaleźć związki zachodzące między temi ilościami, a w tym celu uważajmy ruch cząsteczki cieczy przebiegającej drogę z górnego zbiornika do końca kanałów kierowniczych i zastosujmy twierdzenie Daniela Bernoulli (ust. n. 14). Ponieważ przyjąć możemy, że woda w zbiorniku górnym jest w spoczynku, przeto na zasadzie tego twierdzenia mamy :

$$(1) \quad \frac{v^2}{2g} = H + h + \frac{p_a - p}{\Pi},$$

zważywszy, że woda wchodząca w rurę pionową nie doznaje ściśnienia.

Toż samo twierdzenie zastosowane do ruchu względnego cząsteczek wewnątrz kanału, utworzonego przez dwie po sobie następujące łopatki, daje związek :

$$(2) \quad \frac{w'^2 - w^2}{2g} = \frac{p - p'}{\Pi} - \frac{u^2 - u'^2}{2g};$$

bo według przypuszczenia, woda nie uderza i nie trze się o łopatki.

Przypuścimy, że turbina jest w wodzie zanurzona i że prędkość wody opuszczającej turbinę jest dość mała, by prawa Hydrostatyki zastosowanemi być mogły. Na zasadzie tych praw znajdziemy ciśnienie działające przy wyjściu wody z turbiny za pomocą równania :

$$(3) \quad p' = p_a + \Pi h.$$

Aby otrzymać większą liczbę równań, napisać możemy :

$$(4) \quad ru' = -r'u$$

i ułożyć kilka geometrycznych związków.

Cząsteczka cieczy, przebiegłszy przez kanał dwóch kierownic, przybywa do punktu A (fig. 93) wejścia na łopatkę turbiny z prędkością bezwzględną v , a względnie do turbiny z prędkością w . Ponieważ prędkość v jest przekątną równoległoboku, zbudowanego na u i w , i ponieważ kierunki dwóch prędkości v i u tworzą z sobą kąt α , zatem

$$(5) \quad w^2 = u^2 + v^2 - 2uv \cos \alpha.$$

W dalszym swym ruchu cząsteczka cieczy przebiega względnie do turbiny drogę wyznaczoną przez kształt łopatki AB i dostaje się do końca kanału z prędkością względną w' , która połączona z prędkością obrotową u' w tym punkcie, wydaje prędkość

kość bezwzględna v . A że kąt dwóch prędkości w i u jest spełnieniem kąta γ , utworzonego przez kierunek łopatek i okrąg koła $2\pi r'$, zatem

$$(6) \quad v^2 = u^2 + w^2 - 2uw' \cos \gamma.$$

Ponieważ przypuszczamy, że woda będąca w turbinie, dostaje się tylko przez otwory wypływowe do zbiornika dolnego, zatem ilość wody zużytej równa się ilości wody wychodzącej z turbiny przez otwory zewnętrzne (*). Ze zaś grubość łopatek

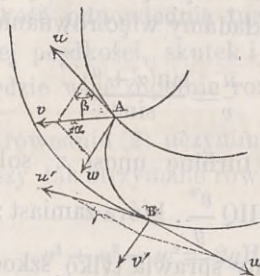


Fig. 93.

jest nadzwyczaj mała według przypuszczenia; przeto summa otworów stawidłowych zajmuje długość $2\pi r$ i wysokość b ; a że woda przepływa przez te otwory z prędkością v skierowaną pod kątem α do okręgu $2\pi r$, więc wydatek wody będzie :

$$Q = 2\pi b r \sin \alpha v k.$$

W podobny sposób znajdujemy objętość wody wychodzącej z turbiny :

$$Q = 2\pi b' r' \sin \gamma w' k'.$$

Zatem

$$(7) \quad k b r \sin \alpha = k' b' r' \sin \gamma w'.$$

Pominięcie w rachunku grubości łopatek i kierownic, po-

(*) Woda dostawać się może do kanałów łopatkowych, nie tylko przez otwory stawidłowe, ale i przez odstęp istniejący między walcem stawidłowym i turbiną.

ciąga za sobą tylko mały błąd, bo obie strony powyższego równania prawie tymi samymi współczynnikami obdarzone być powinny. Do poprzednich siedmiu równań wykazujących związki zachodzące między rozmaitemi ilościami, dołączyć trzeba dwa równania warunkowe. Aby turbina pracowała z największym skutkiem potrzeba, by woda wchodziła do niej bez uderzenia i opuszczała ją z prędkością zero. Pierwszy z tych warunków wymaga, by prędkość w była styczną do pierwszego elementu łopatki, czyli żeby kąt dwóch prędkości u i w był spełnieniem kąta β . Układamy więc równanie warunkowe :

$$(8) \quad \frac{u}{v} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin\beta}.$$

Woda opuszczająca turbinę unosi z sobą, w każdej jednostce czasu, siłę żywą $\Pi Q \frac{v^2}{g}$, która zamiast zużywać się przez pracę oporową maszyny sprawia tylko szkodliwe wzburzenie w zbiorniku dolnym. Aby o ile możności zmniejszyć tę stratę, zmniejszmy kąt γ i przyjmijmy równość :

$$(9) \quad w' = u',$$

a wtedy prędkości w' , u' , równe sobie i prawie przeciwne, dadzą wypadkową v' bardzo małą.

Otrzymaliśmy więc 9 równań o piętnastu zmiennych, odnośnie do każdej turbiny. Zmienne te są : $u, v, w, u', w', v', p, p', \frac{r}{r'}, \frac{b}{b'}, H, h, \alpha, \beta, \gamma$.

Równania otrzymane służyć mogą do rozwiązania dwóch odmiennych zagadnień :

1° Mając dane wszystkie wymiary turbiny, to jest siedem ostatnich zmiennych, znaleźć warunki, którym wymiary te odpowiadać powinny, aby skutek maszyny był największy, to jest aby powyższe równania były sprawdzone; nadto, znaleźć

najodpowiedniejszą prędkość turbiny, wydatek wody, pracę skutek.

2° Mając daną wysokość spadku i wydatek wody, zbudować turbinę dającą największy skutek.

Pierwsze z tych zadań nie przedstawia żadnych trudności; mamy bowiem 8 niewiadomych, to jest prędkości i ciśnienia a do wyznaczenia tych niewiadomych mamy 9 równań. Przez rugowanie zmiennych znajdziemy łatwo równanie warunkowe; znajdziemy prędkość odpowiednią turbiny, wydatek wody odpowiadający tej prędkości, skutek i pracę użyteczną maszyny; zadanie będzie więc zupełnie rozwiązane.

W tym celu w równaniu (2) uczynimy $u' = w'$ a zaś $p' = p_a + \Pi h$; a dodawszy tak otrzymane równanie do równania (1), otrzymamy:

$$v^2 + u^2 - w^2 = 2gH;$$

ale że według równania (5)

$$v^2 + u^2 - w^2 = 2uw \cos \alpha,$$

więc

$$(10) \quad gH = uw \cos \alpha.$$

Ponieważ $w' = u'$, więc równanie (7) daje

$$(11) \quad kbr \sin \alpha \cdot v = k'b'r' \sin \gamma \cdot u';$$

a mnożąc odpowiednio przez siebie równania (4), (10), i (11), znajdziemy:

$$(12) \quad v = \frac{r}{r'} \sqrt{\frac{k'b' \sin \gamma}{kb \sin \alpha \cos \alpha}} \cdot g \cdot H.$$

Aby znaleźć prędkość u , zauważamy, że według (10):

$$u = \frac{gH}{v \cos \alpha}$$

a więc

$$(13) \quad u = \frac{r}{r'} \sqrt{\frac{kb \operatorname{tg} \alpha}{k'b' \sin \gamma} \cdot gH};$$

następnie, ponieważ $u = \frac{r'}{r} u'$, więc

$$u' = \sqrt{\frac{kb \operatorname{tg} \alpha}{k'b' \sin \gamma} \cdot gH};$$

a jeżeli w równaniu (6) wstawi się za $w' = u'$, otrzymamy :

$$v^2 = 2u'^2(1 - \cos \gamma),$$

$$(14) \quad v = \sqrt{\frac{2kb \operatorname{tg} \alpha}{k'b' \sin \gamma} (1 - \cos \gamma) gH}.$$

Prędkość w' jest :

$$w' = u' = \sqrt{\frac{kb \operatorname{tg} \alpha}{k'b' \sin \gamma} \cdot gH};$$

prędkość zaś kątowna jest dana przez równanie :

$$(15) \quad \omega = \frac{u}{r} = \frac{u'}{r'}.$$

Objętość wody użytej przez turbinę jest, jak wiadomo :

$$Q = 2\pi b' k' r' \sin \gamma \cdot w',$$

a więc ostatecznie

$$(16) \quad Q = 2\pi r' \sqrt{k k' b b' \operatorname{tg} \alpha \sin \gamma} \cdot gH.$$

Ponieważ jednak nie wzięliśmy w rachunek przestrzeni zajętej przez łopatki, możnaby nadać drugiej stronie ostatniego równania pewien współczynnik mniejszy od jednośi.

Wstawiając wartość za v^2 w równanie (1) znajdziemy ciśnienie

nie p :

$$(17) \quad p = p_a + \Pi(H + h) - \Pi H \frac{k'b'r'^2 \sin \gamma}{kbr^2 \sin 2\alpha}. \quad (17)$$

Pozostaje jeszcze do znalezienia skutek i praca użyteczna. Skutek jest stosunkiem pracy użytecznej $\Pi Q \left(H - \frac{v^2}{2g} \right)$ do pracy całkowitej ΠQH ; to jest

$$S = \frac{\Pi Q \left(H - \frac{v^2}{2g} \right)}{\Pi QH} = 1 - \frac{v^2}{2gH}$$

lub

$$(18) \quad S = 1 - \frac{kb \operatorname{tg} \alpha}{k'b' \sin \gamma} (1 - \cos \gamma).$$

Wyrażenie to pokazuje, że skutek turbiny jest niezależny od większej części wymiarów, jak również od położenia względem dolnego zbiornika, bo jak widzimy, ilość h nie wchodzi w wyrażenie skutku. Także i praca użyteczna nie zależy od tych wysokości, bo

$$(19) \quad T_u = \Pi \cdot 2\pi r' H \sqrt{gH} \sqrt{k'kbb' \operatorname{tg} \alpha \sin \gamma} \left(1 - \frac{kb \operatorname{tg} \alpha}{k'b' \sin \gamma} (1 - \cos \gamma) \right),$$

zważywszy że praca użyteczna jest iloczynem skutku przez pracę bezwzględną spatku.

Ponieważ mamy dziewięć równań, a osiem ilości niewiadomych, zatem przez rugowanie tych ilości, otrzymamy równanie warunkowe, dotyczące wymiarów i kształtu turbiny. Aby równanie to otrzymać, podzielmy u przez v :

$$\frac{u}{v} = \frac{kbr^2 \sin \alpha}{k'b'r'^2 \sin \gamma};$$

ale ponieważ według (8)

$$\frac{u}{v} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta}, \quad (18)$$

zatem

$$(20) \quad \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin\beta} = \frac{kbr^2 \sin\alpha}{k'b'r'^2 \sin\gamma} \quad (17)$$

Zważywszy jednak, że niedokładność rachunków i przypuszczeń prowadzić mogła do otrzymania niebardzo pewnych wypadków, wyrazić należy jeszcze inny konieczny warunek, mianowicie że ciśnienia p i p' są dodatne, i nie przechodzą pewnych granic. Jakiśmy to już poprzednio wspominali, woda znajdująca się w kanałach jest w komunikacji ze zbiornikiem dolnym lub powietrzem otaczającym przez pośrednictwo odstepu istniejącego przy końcowych otworach kanałów kierowniczych. Jeżeli turbina jest ponad powierzchnią zbiornika dolnego, to ciśnienie p nie może różnić się wiele od ciśnienia powietrza p_a . Jeżeli turbina jest w wodzie zanurzona, to ciśnienie p nie powinno różnić się wiele od ciśnienia wody, znajdującej się na tej wysokości pod powierzchnią dolnego zbiornika, to jest od ciśnienia $p_a + \Pi h$; bo w przeciwnym razie woda otaczająca wciskałaby się do turbiny przez ów odstęp lub też z turbiny wydostałaby się na zewnątrz. Przypatrzwszy się równaniu

$$(18) \quad p = p_a + \Pi(H + h) - \Pi \Pi \frac{k'b'r'^2 \sin\gamma}{kbr^2 \sin 2\alpha} \quad (18)$$

widzimy, że aby p było równe ciśnieniu $p_a + \Pi h$, trzeba, aby dwa wyrazy $\Pi \Pi$ i $\Pi \Pi \frac{k'b'r'^2 \sin\gamma}{kbr^2 \sin 2\alpha}$ znosiły się nawzajem, a przynajmniej mało od siebie się różniły, to jest trzeba, aby

$$(21) \quad \frac{k'b'r'^2 \sin\gamma}{kbr^2 \sin 2\alpha} = i,$$

gdzie i jest liczbą zbliżającą się tem więcej do jedności, im większa jest wysokość spadku H . Zatem warunek konieczny: $p > 0$ wyrazimy przez nierówność:

$$(22) \quad h + \frac{p_a}{\Pi} > H(i - 1).$$

W drugim przypadku, gdy turbina jest otoczona powietrzem, równanie warunkowe będzie

$$(23) \quad \text{II}(H+h) - \text{III} \frac{k'}{k} \cdot \frac{b'}{b} \cdot \frac{r^2 \sin \gamma}{r^2 \sin 2\alpha} = 0;$$

co się zaś tyczy ciśnienia p' , to równanie (3) pokazuje, że ilość ta jest prawie zawsze większa od p_a .

Założone zagadnienie jest więc zupełnie rozwiązane.

Drugie zagadnienie: «Mając dany spadek i wydatek wody, zbudować turbinę pracującą z największym skutkiem», jest o wiele trudniejsze; do wyszukania bowiem ośmiu niewiadomych α , β , γ , r , r' , b , b' , h , dotyczących wymiarów turbiny, mamy tylko trzy równania, mianowicie (16), (20) i (22) lub (23). Jeżeli jeszcze zwrócimy uwagę na to, że równania (22) i (23) nie są dokładnie oznaczone, to tylko pozostaną równania (16) i (20) przedstawiające związek między dziewięcioma ilościami niewiadomymi. Zdawałoby się więc, że oznaczenie wymiarów turbiny jest albo rzeczą dowolną albo niepodobną. Mniemanie to jest jednak fałszywem; istnieją bowiem pewne doświadczeniem podane warunki, które koniecznie wypełnić trzeba. Liczba tych warunków, niezupełnie może ściśle określonych, jest stosunkowo dość wielką, by wymiary i kształt turbiny za dowolne uważanemi być miały.

W następujących ustępach wykazujemy niektóre z tych warunków.

178. Doświadczenia i uwagi dotyczące turbiny Fourneyron'a. — Że turbina Fourneyron'a należy do najlepszych machin wodnych, dowodzą wypadki doświadczeń, robionych przez samego Fourneyron'a, Morris'a (*) i Dieu'go (**), a następnie przez Morin'a, który z prawdziwym zamiłowaniem

(*) *Journal of the Franklin Institute*. Dec., 1843, Delaware.

(**) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, séance du 5 février 1838.

podjął się szczegółowego badania tej maszyny (*). Nieopisując tu tych ciekawych doświadczeń, podajemy tylko następujące ich wypadki :

1° Turbina Fourneyron'a zużywa równie korzystnie wielkie, średnie i małe spadki.

2° Przy wielkiem podniesieniu stawidła, skutek turbiny jest 0,70.

3° Prędkość obrotowa turbiny oddalać się może bardzo znacznie od prędkości odpowiadającej największemu skutkowi, bez znacznego pomniejszenia tego skutku.

4° Turbina ta może być zanurzona pod poziomem najniższego stanu wody, a głębokość zanurzenia nie wpływa na wypadek.

5° Skutek turbiny Fourneyron'a jest znacznie większy przy wielkiem podniesieniu stawidła, jak przy małym.

Ostatnią okoliczność tłumaczymy w następujący sposób. Gdy stawidło spuszczone na pewną wysokość zmniejsza otwory, którymi woda dostaje się do kanałów łopatkowych, ilość wody przez te otwory przechodząca nie jest w stanie wypełnić całkowicie kanałów łopatkowych i zostawia w nich wolne przestrzenie, do których dostaje się woda ze zbiornika dolnego. Woda ta wprowadzona w ruch obrotowy wraz z całą turbiną, sprawia wzburzenia kosztem siły żywej pracującej cieczy i powiększa nieużytecznym swym ciężarem tarcie wału o panew. Objętość a zatem i ciężar tej wody zwiększa się w miarę, jak wydatek wody pracującej jest mniejszy ; równocześnie tarcie rośnie, a praca którą turbina wykonać może, coraz to mniejszą się staje. Tak więc im mniejsze są otwory stawidłowe tem mniejszy jest i skutek maszyny.

(*) Granice naszego dzieła nie pozwalają nam wdawać się w bliżkie szczegóły i opis doświadczeń Morin'a. Czytelnika pragnącego poznać prace tego uczonego odsyłamy do *Expériences sur les roues hydrauliques à aubes planes et sur les roues hydrauliques à augets*. 1836, Metz.

W skutek obniżenia stawidła zmniejsza się objętość wody pracującej; a więc praca użyteczna, która jest iloczynem skutku przez pracę bezwzględną spadku, doznaje zmian gwałtownych z obniżeniem stawidła.

Poniżej podajemy kilka uwag dotyczących wymiarów turbiny Fourneyron'a.

(a) PROMIENIE r i r' .—Jednym z najważniejszych wymiarów turbiny jest promień wewnętrznego koła. Woda zasilająca turbinę wpada z górnego zbiornika do walca stawidłowego w kierunku pionowym z wielką prędkością i to tem większą, im mniejszy jest przekrój tej rury a prowadzona następnie poziomo przez kierownice dostaje się na łopatki. Ta nagła zmiana kierunku pionowego w poziomy sprawia wzburzenie cieczy i wywiera zły wpływ na maszynę. Widoczną jest rzeczą, że im mniejszą będzie prędkość wody, tem mniejszą będzie i strata siły żywej; prędkość znowu będzie odwrotnie proporcjonalną do przekroju walca stawidłowego. Redtenbacher (*) szukając wartości stosunku $\frac{Q}{\Pi r^2}$ w wielu turbinach pracujących z dobrym skutkiem znalazł, że stosunek ten zmienia się od 1,40 do 0,77 i że wartość jego średnia jest 1,11. Przyjąwszy stosunek ten za stały, mielibyśmy do oznaczenia wielkości promienia następujące wyrażenie :

$$\frac{Q}{\Pi r^2} = 1,11,$$

z kąd

$$r = 0,538\sqrt{Q};$$

co pokazuje, że turbiny zużywające jednaką ilość wody powinny mieć jednaką średnicę.

Co się tyczy zewnętrznego promienia korony, to na pierw-

(*) *Theorie und Bau der Turbinen*, Mannheim, 1860.

szem miejscu zwrócić musimy uwagę na to, że zbyt znaczne powiększenie różnicy $r' - r$, a zatem i długości łopatek wpływa bardzo niekorzystnie na skutek maszyny z powodu oporu, który ściany łopatek stawiają bieżącej wodzie. Długość ta $r' - r$ większa przy większych, mniejsza przy mniejszych spadkach, zależy od krzywizny łopatek. Ponieważ kąt, jaki robi łopatka z okręgiem zewnętrznym jest bardzo mały, więc kąt β może służyć za miarę zбочenia, którego doznaje żyła wody przez ciąg swego ruchu po łopacie. Im większy będzie ten kąt β tem większe będzie i zбочenie w ruchu, a że warunkiem regularnego ruchu po linii krzywej jest łagodne zmienianie się krzywizny, więc jasną jest rzeczą, że im większe jest zбочenie czyli im większy jest kąt β , tem większą być powinna i różnica $r' - r$. Związek zachodzący między temi ilościami nie jest jednak znany.

Redtenbacher podaje empiryczny wzór :

$$\frac{r'}{r} = 1 + 0,0045 \frac{\beta}{\sqrt{r}},$$

który zastosować można w razie gdy promień r nie jest bardzo mały; w przeciwnym razie stosunek $\frac{r'}{r}$ za wielki wypada.

Ponieważ prędkość wody w turbinie zależy od wysokości spadku, i ponieważ długość łopatek do tejszej prędkości stosować się musi, przeto Morin sądzi, że stosunek $\frac{r'}{r}$ przy tej samej wysokości spadku za stały uważać można i przyjmuje

$$\frac{r'}{r} = 1,42, \quad \frac{r'}{r} = 1,54;$$

pierwszy dla spadków od 2^m do 6^m, drugi dla spadków większych od 6^m.

(b) Ilości b i b' . — Wyrażenie analityczne skutku turbiny

Fourneyron'a (ustęp n. 177) pokazuje, że stosunek wysokości otworów stawidłowych do wysokości otworów zewnętrznych powinien być mniejszy od jedności i mieć jak najmniejszą wartość. Stosunek ten jednak zbyt małym być nie może; zmiana bowiem nagła przecięcia żyły wodnej naraża się poruszającą na stratę.

Aby wyrachować wysokość b otworu stawidłowego, zauważamy, że objętość wody zasilającej turbinę w jednostce czasu równać się musi objętości wody przepływającej w tym samym czasie przez wszystkie otwory stawidłowe, to jest, że

$$Q = nbakv,$$

gdzie n oznacza liczbę kierownic, a najmniejszą odległość dwóch sąsiednich kierownic przy wewnętrznym okręgu koła, a k odpowiedni współczynnik wydatku.

Otrzymujemy zatem :

$$b = \frac{Q}{nakv}.$$

Jeżeli wydatek wody jest mniej więcej stały, to najlepiej jest przyjąć, że przy normalnym stanie rzeczy, wysokość otworów stawidłowych równa się wysokości otworów zewnętrznych. Oznaczając w ten sposób wysokość koła, czyni się wprowadzić wbrew warunkom wymaganym przez równanie największego skutku, ale też z drugiej strony, unika się szkodliwych wpływów, które wywiera nagła zmiana przekroju żyły na skutek maszyny.

W razie, gdy wydatek wody jest bardzo zmienny i raz większy, drugi raz znowu mniejszy od wydatku normalnego, przyjąć trzeba trzy wartości na b , odpowiadające tym trzem objętościom. W stanie normalnym, stawidło opuszczone będzie na wysokość odpowiadającą wydatkowi normalnemu a wysokość otworu stawidłowego będzie tylko ułamkiem wysokości ko-

rony. Dwie ostateczne wartości dla b , to jest wartości odpowiadające największemu i najmniejszemu skutkowi, obliczyć można bardzo łatwo; bo

$$\frac{Q}{b} = \frac{Q'}{x} = \frac{Q''}{x'}$$

gdzie Q' i Q'' oznaczają największy i najmniejszy wydatek, x i x' odpowiednie wysokości otworów stawidłowych i gdzie b oznacza wysokość otworu przy normalnym stanie rzeczy.

Znając b oznaczyć można b' bez trudności.

(c) KĄTY α , β , γ .—Rzuciwszy okiem na wyrażenie analityczne skutku turbiny, widzimy, że gdyby jeden z kątów α i γ był równy zeru, skutek równałby się jedności. Jednak równanie (7) (ustęp n. 177) pokazuje, że ani α ani γ nie może równać się zeru; inaczej, trzeba by przypuścić, że ilość wody zużytej także równa się zeru, co naturalnie jest niepodobnem. Co więcej, kąt γ zbyt małym być nie może; bo jasną jest rzeczą, że im mniejszy będzie ten kąt, tem więcej utrudniony będzie wpływ wody. Aby więc pogodzić te dwa przeciwstawienia, należy przyjąć dla tego kąta pewną wartość nieróżniącą się, ani zbyt wiele, ani zbyt mało od zera. Uчени zajmujący się tym przedmiotem, przyjmują dla kąta γ granice od 25° do 35° .

Równanie (17) ustępu n. 177 pokazuje, że w razie, gdy kąt $\alpha = 0$ lub $\alpha = 90^\circ$, ciśnienie p jest odjemne, co miejsca mieć nie powinno; z dwóch więc powodów kąt α zbliżać się nie może ani do zera, ani do 90° . Najznakomitsi konstruktorzy przyjmują kąt $\alpha = 35^\circ$ do 45° .

Przypuścimy, że turbina jest zanurzona w wodzie, i pomóżmy równanie (21) przez (20); otrzymamy :

$$2 \cos \alpha = \frac{1}{i} \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)};$$

zkąd

$$\frac{2 \cos \alpha \sin (\alpha + \beta) - \sin \beta}{\sin \beta} = \frac{1}{i} - 1$$

lub też

$$(1) \quad \frac{\sin (2\alpha + \beta)}{\sin \beta} = \frac{1}{i} - 1.$$

Ponieważ współczynnik i powinien zbliżać się do jedności, więc kąt $2\alpha + \beta$ nie może różnić się wiele od 180° . Jeżeli według tego, cośmy wyżej powiedzieli, weźmie się $\alpha = 40^\circ$ albo nawet więcej, kąt β nie będzie różnił się o wiele od kąta prostego. Jednak kąt β nie powinien być większym od 90° , bo łopatki miałyby formę zbyt wklęsłą i przedstawiałyby zbyt mocną krzywiznę; co, jak później okażemy, miejsca mieć nie powinno.

Prędkość względna wody przy początku łopatki, zwiększa się w miarę zmniejszania się kąta β , jak to zresztą pokazuje równoległobok prędkości v, u, w ; więc kąt β zamałym być również nie może, jeżeli uniknąć chcemy zbyt mocnego tarcia. Ostatecznie, kąt β jest kątem ostrym, ale blizkim kąta prostego i zmieniającym się od 80° do 90° .

(d) KIEROWNICE I LICZBA TYCHŻE. — Ściany kierownicze służą do prowadzenia wody w turbinie w oznaczonym kierunku, a mianowicie takim, by żyła wodna przecinała pod kątem danym wewnętrzny okrąg koła. Krzywizna kierownicy jest prawie dowolna, ale w pewnych zawsze granicach; bo zbyt mocne zakrzywienie spowodowałoby mogło wirowanie cieczy i przeszkodzić jednostajnemu ruchowi wody.

Zazwyczaj krzywe te mają kształt łuków koła, przechodzących przez środek turbiny lub w pobliżu tegoż i spotykających wewnętrzny okrąg pod danym kątem. W razie, gdyby średnica koła była wielka, możnaby kreślić krzywą za pomocą

dwóch łuków koła, unikając jednak starannie wszelkich nagłych zmian krzywizny.

Przypuśćmy, że znamy liczbę n łopatek, i podzielmy, (fig. 95) okrąg wewnętrznego koła na n równych części. Wyprowadźmy przez jeden z tych punktów podziału, np. przez punkt D_1 , linią styczną D_1R do okręgu koła, i następnie linią D_1T tworzącą kąt α z poprzedzającą. Linia D_1T oznacza więc kierunek strug wodnych, wpadających w otwory stawidłowe. Z punktu D_1 wyprowadzamy linią D_1O_1 , prostopadłą do D_1T . Jeżeli chcemy nadać kierownicy kształt łuku koła przechodzącego przez punkt O , to znajdziemy środek O_1 łuku szukanego, na przecięciu linii D_1O_1 , z linią prostopadłą do D_1O i wyprowadzoną z jej środka.

Oznaczenie liczby kierownic jest rzeczą ważną, od niej bowiem zależy liczba łopatek. Im więcej jest kierownic, tem lepiej woda jest prowadzoną, ale też tem większe jest tarcie wody o metalowe ściany kierownic. Im większy jest stosunek $\frac{b'}{a}$, między największą wysokością otworów stawidłowych i najkrótszą odległością dwóch kierownic przy okręgu wewnętrznym, i im równocześnie mniejszą jest bezwzględna wielkość a , tem woda lepiej będzie prowadzoną. Ilość ta za wielką zatem być nie powinna, a stosunek $\frac{b'}{a}$ większym być powinien przy wielkich kołach jak przy małych, a to z powodu, że w wielkich kołach, kanały turbiny podzielone są zwykle poziomymi diafragmami, których odległość powinna być ustosunkowaną do odległości dwóch kierownic.

W turbinach przez Fourneyron'a budowanych, stosunek $\frac{b'}{a}$ zmienia się od 3,00 do 4,5.

Doświadczenie zresztą pokazało, że najmniejsza odległość a

dwóch kierownic nie powinna przechodzić $0^m,06$, gdy wydatek wody na sekundę jest od 4^m sześciennego do $4^{m5},50$, i że odległość ta mniejszą być powinna dla mniejszych wydatków wody.

Przyjawszy powyższe wypadki doświadczenia za zasadę, obliczy się liczbę kierownic za pomocą równania

$$n = \frac{2\pi r}{l},$$

w którym l jest długością łuku wewnętrznego koła, odpowiadającą jednemu z kanałów kierowniczych. Widoczną jest rzeczą, że mamy w przybliżeniu :

$$a = l \sin \alpha,$$

więc przyjmawszy na a pewną wartość obliczymy z łatwością l , a więc i n . Ponieważ liczba kierownic musi być całkowitą, przeto weźmie się za liczbę kierownic, liczbę całkowitą zbliżającą się do ułamkowej $\frac{2\pi r}{l}$, która z wzoru wypaść może i obliczy się następnie prawdziwą wartość ilości l i a .

(e) KRZYWIZNA I LICZBA ŁOPATEK. — Łopatki w turbinie Fourneyron'a są bez zaprzeczenia najważniejszą częścią tej maszyny i na szczególniejszą zasługują uwagę; one to bowiem, na działanie cieczy wystawione, bezpośrednio działają to odbierają i nadają ruch całej maszynie. Jest rzeczą wielkiej wagi, zbadać i określić kształt jaki łopatom tym nadać trzeba, wyznaczyć ich położenie względem siebie i względnie do innych części maszyny.

Ściana łopatki jest powierzchnią walcową o rodzących pionowych, mającą za kierownicę krzywą linią nakreśloną na dnie korony. Kształt tych krzywych linii znany nam jest tylko o tyle, że wiadomo, pod jakim kątem przecinać powinny wewnętrzny i zewnętrzny okrąg koła. Kształt krzywej zawartej między temi dwoma kołami jest zresztą, jeżeli niezupełnie do-

wolny, to jednak dowolny w pewnych granicach. Zadaniem łopatki jest regularne prowadzenie wody przez kanały utworzone z dwóch sąsiednich łopatek i odbierania ciśnienia, które woda wywiera w swym ruchu na łopatki. Jeżeli przypuścimy, że znamy kształt, jaki powinna mieć łopatka i jeżeli ten kształt zmienimy cokolwiek, powiększając lub zmniejszając krzywiznę, niezmieniając jednak kątów, jakie łopatka tworzy z dwoma kołami, to naturalną jest rzeczą, że woda również przez kanały regularnie płynąć będzie, tak dobrze w pierwszym, jak i w drugim razie, i wykona pracę jednaką w obu razach. A że w ten sposób można zmieniać nieskończenie kształt krzywej, bo przez dwa punkta można poprowadzić nieskończenie wiele linii krzywych, stycznych do dwóch linii prostych, przechodzących przez te punkta, każda krzywa zadowalniać będzie wymagane warunki i spełniać funkcję doskonałej łopatki. Ale mówiąc o zmianie krzywizny tej krzywej, mieliśmy na myśli tylko nieznaczną zmianę; bo jasną jest rzeczą, że woda, której ruch regularny wymaga, by każda z cząsteczek przebiegała drogę zmieniającą łagodnie swą krzywiznę, nie płynęłaby wzdłuż zbyt wklęsłej łopatki, i przebiegałaby niezależnie od teje łagodnie krzywującą się drogę. Kładziemy więc za zasadę, że najlepszy kształt krzywej jest ten, który najlepiej zapobiega uderzeniom i nieregularności ruchu wody, czyli jednym słowem, linia o łagodnej zmianie krzywizny.

Przy dzisiejszym stanie nauki, jest rzeczą niepodobną zbadać dokładnie ruch każdej cząsteczki cieczy osobno, i wykazać rachunkiem zmiany, jakich każda z nich dozna w swym ruchu i dlatego to niepodobną jest rzeczą, wyprowadzić analityczną teorią tych linii. Poszukiwania naukowe, robione w tym celu przez Weisbach'a, doprowadziły go do równania następującego :

$$\rho = x^3 \sqrt{\frac{x^4 - r^4 \sin^2 \beta}{x^4 + r^4 \sin^2 \beta}},$$

ale że

$$\text{BAO} = \beta + 90^\circ - \frac{\text{DCB}}{2},$$

$$\text{ABO} = 90^\circ - \gamma - \frac{\text{DCB}}{2},$$

więc

$$\frac{r'}{r} = \frac{\cos\left(\beta - \frac{\text{DCB}}{2}\right)}{\cos\left(\gamma + \frac{\text{DCB}}{2}\right)}.$$

Znalazłszy kąt DCB z tego równania, otrzyma się natychmiast kąt O; bo

$$\text{O} + \text{OAC} + (180 - \text{DCB}) + \text{CBO} = 360^\circ.$$

Zwykle jednak kreśli się krzywe te geometrycznie w następujący sposób. Nakreśliwszy linią AB przechodzącą przez punkt A i tworzącą z promieniem odpowiednim OA kąt $\beta + \gamma$, odnosi się na tej linii długość AR, równą promieniowi większego koła, a połączywszy tak otrzymany punkt R ze środkiem koła linią prostą, wyprowadzi się w połowie tej linii prostopadłą do niej samej. Prostopadła ta przecięnie w punkcie I linią AR, a linia prosta przechodząca przez środek koła i punkt I wyznaczy punkt B na okręgu zewnętrznym, czyli koniec łopatki. Punkt O przecięcia się linii AO i BO prostopadłych do AC i BC będzie środkiem szukanego łuku.

Ponieważ $\text{OI} = \text{IR}$, a więc $\text{AI} = \text{IB}$. Jeżeli w dwóch końcach łopatki nakreśli się kąty CBI i CAI, każdy z nich równy kątowi $90^\circ - \gamma$, to dwa boki AC i BC przeciąć się muszą w punkcie położonym na prostopadłej CI; więc AC będzie równe CB. Otóż kąt $\text{CAS} = \text{CAO} - 90^\circ = \text{CAR} + \text{RAO} - 90^\circ = (90^\circ - \gamma) + (\beta + \gamma) - 90^\circ = \beta$. Wykreślenie powyższe jest więc sprawdzone.

Wrazie, gdy szerokość korony jest dosyć wielka, krzywe kreślone za pomocą jednego łuku koła przedstawiają kształt niekorzystny, i w takim razie kreślić je należy dwoma łukami koła.

Podzieliwszy zewnętrzny okrąg koła na n' równych części w punktach A, B, C, D, ... (fig. 95) wyprowadzamy w każdym z tych punktów styczne do okręgu koła, jak również linie AA', BB', CC', ..., tworzące z poprzednimi kąt γ . Linie te oznaczają kierunek strug wodnych, opuszczających koło. Z punktów B, C, D, jako środków, zakreslimy łuki kół, pro-

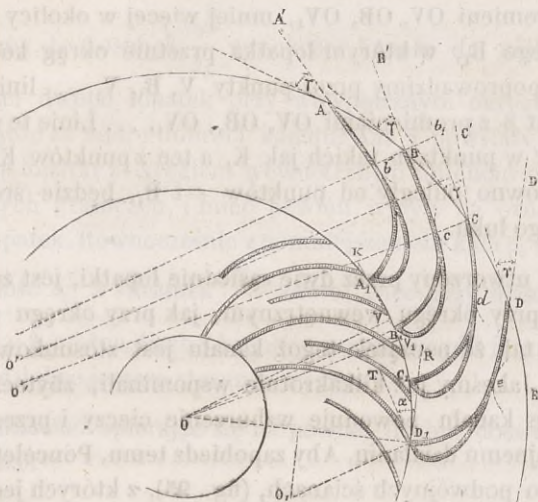


Fig. 95.

mieniem $Bb, Cc, Dd \dots$, równym najmniejszej odległości a dwóch sąsiednich łopatek przy okręgu zewnętrznego koła. Kształt łopatki przechodzącej n. p. przez punkt B, będzie można wyznaczyć łukiem koła przechodzącym przez tenże punkt B, i stycznym w punkcie B do linii BB', i także stycznym do łuku c ; środek koła szukanego znajdować się więc musi na przedłużeniu linii Bb . Aby znaleźć ten punkt, odnieśmy na przedłużeniu linii Bb długość $Bb_1 = Bb$. Otóż

punkty b_1 i C leżą na obwodzie koła, którego środek jest także środkiem koła szukanego; więc połączywszy punkty b_1 i C linią prostą, i wyprowadziwszy w połowie linii b_1C linią do niej prostopadłą, znajdzie się środek koła szukanego na przecięciu tej linii prostopadłej z linią przedłużoną Bb .

Nakreśliwszy część Bc łopatki pozostaje nakreślić jej drugą część cB_1 . W punkcie nieznanym B_1 łopatka ma czynić z okręgiem wewnętrznym kąt β , w punkcie zaś c krzywa cB_1 , ma być styczną do Bc . Środek koła szukanego znajduje się więc na linii cO' . Aby punkt ten wynaleść, poprowadzimy seryą promieni OV , OB , OV_1 , mniej więcej w okolicy punktu nieznanego B_1 , w którym łopatka przetnie okrąg koła; następnie poprowadzimy przez punkty V , B_1 , V_1 , ... linie tworzące kąt β z promieniami OV , OB , OV_1 , ... Linie te przetną linią cO' w punktach takich jak K , a ten z punktów K , który będzie równo odległy od punktów c i B_1 , będzie środkiem szukanego łuku.

Kanał utworzony przez dwie sąsiednie łopatki, jest znacznie szerszy przy okręgu wewnętrznym, jak przy okręgu zewnętrznym, tak że początek tegoż kanału jest stosunkowo zbyt szeroki. Jakiśmy już kilkakrotnie wspominali, zbyt znaczne poszerzenie kanału powoduje wzburzenie cieczy i przeszkadza jednostajnemu działaniu. Aby zapobiedz temu, Poncelet zaleca łopatki o podwójnych ścianach, (fig. 95), z których jedna ma formę łopatki, a druga przedstawia formę więcej wypukłą. Wypukłość ta powinna być taką, aby szerokość kanału była prawie niezmienna na całej jego długości. Próby i doświadczenia robione przez Buisson'a (*) okazały, że ten kształt łopatek, stosownie użyty, wpływa bardzo korzystnie na skutek maszyny.

Wypada z zasady turbiny Fourneyron'a, że im większa jest liczba łopatek, w tem korzystniejszych warunkach turbina znaj-

(*) MORIN. *Hydraulique*. p. 852. Paris, 1865.

dować się będzie. Jeżeli z jednej strony, wielka liczba łopatek prowadząca wodę wązkami strugami, zbliża rzeczywisty ruch żyły wodnej, do ruchu jednej cząsteczki, jak to przypuściliśmy w teorii, to z drugiej znowu strony, ta liczba ścian metalowych, których krawędzie nagłą stawiają przeszkodę wypływającej z kierownicy wodzie, może wydać skutek zupełnie przeciwny temu, który się osiągnąć chciało. Tak więc, liczba łopatek nie powinna być zbyt wielką; że jednak teoretycznie liczby tej oznaczyć niemożna, więc dochodzi się do jej oznaczenia z pomocą doświadczeń i kilka poniżej zamieszczonych uwag.

Uważmy, że stosunek $\frac{b'}{a_0}$ wysokości kanału do najkrótszej odległości dwóch łopatek przy wewnętrznym okręgu koła, służyć może za miarę dobroci kanału. Kąt β powstały z przecięcia się łopatki z okręgiem wewnętrznym zmieniać się może w pewnych granicach, i mieć pewien wpływ na oznaczenie liczby łopatek. Równocześnie z pomniejszeniem kąta β , zmniejsza się ilość a_0 , a stosunek $\frac{b'}{a_0}$ rośnie; więc przy małej wartości kąta β można liczbę kanałów pomniejszyć i mimo tego otrzymać dobre jeszcze stosunki wymiarów.

Redtenbacher opierając się na pewnej liczbie doświadczeń podaje wzór :

$$n' = 1,2n \sin \beta,$$

służący do oznaczenia liczby łopatek znając liczbę kierownic.

Fourneyron w turbinach swych umieszczał zwykle 30 do 36 łopatek, na 24 do 30 kierownic, a najlepsi konstruktorzy zalecają stosunek $\frac{n'}{n} = 1,33$ do 1,50.

179. Sposób regulowania wydatku wody w turbinie Fourneyron'a. — Ażeby turbina dana pracowała ciągle

z największym skutkiem, niezbędną jest rzeczą, by ilość wody zużywana w jednostce czasu była stałą i miała pewną ściśle oznaczoną wartość; przypuściwszy, że wysokość spadku jest także niezmienną. Jednak urzeczywistnienie tego warunku jest trudne, a często niemożliwe; ilość bowiem wody pracującej w turbinie zależy od ilości wody, którą kanał lub rzeka dostarczyć może, zależy od miejscowych okoliczności, od wezbrań, których rzeka doznaje. Ztąd wypada, że turbina urządzoną być musi w sposób taki, aby była w stanie zużywać korzystnie zmienną objętość wody.

W tym celu turbiny zaopatrzone bywają stawidłami, których rozmaite odmiany tu opisać mamy zamiar.

Przez Fourneyron'a używane stawidło a opisane w ustępie n. 176 (fig. 91) składa się z walca żelaznego, który może być poruszany w kierunku swej osi i zasłaniać częściowo lub całkowicie otwory kanałów utworzonych przez łopatki.

Wykazaliśmy już poprzednio wady tego stawidła i pomniejszenie skutku towarzyszące jego obniżeniu. Znając przyczynę prowadzącą tę zmianę skutku, Fourneyron podzielił kanały łopatek na trzy części poziomymi diafragmami, i tym sposobem zmniejszył stratę ciężenia. Niepotrzebujemy jednak przypominać, że diafragmy te powiększają tarcie wody.

Drugi system stawidła podanego przez Fourneyron'a polega na tem, że łopatki są przymocowane do dolnej tablicy, gdy tymczasem górna tablica, zaopatrzona w szpary kształtu łopatek, obniżać się może lub podnosić dowolnie. Stawidło to, w zasadzie swej bardzo racjonalne, przedstawia trudności konstrukcyjne i z tego powodu nie znajduje wielkiego zastosowania.

Fourneyron proponował również urządzenie dwóch turbin zamiast jednej, a mianowicie jednej, któraby działała z naj-

większym możebnym skutkiem przy najmniejszym stanie wody, i drugiej, któraby zużytkowywała jak najkorzystniej nadmiar wody przy jej średnim i najwyższym stanie.

P. Callon odmienił stawidło Fourneyron'a w następujący sposób. Zamiast zasłaniać stawidłem część pewną wysokości otworów na całym obwodzie korony, inżynier ten zasłania całkowicie część pewną tego obwodu. Tego rodzaju stawidło jest niedogodne pod tym względem, że woda znajdująca się w kanale ruchomym, który właśnie na chwilę przez stawidło zasłoniętym został, traci znaczną część swego ciśnienia, a przez to i jednostajność ruchu. Jeżeli przyjmuje się stawidło systemu Callon'a, to trzeba niem zasłaniać równocześnie dwie części korony, symetrycznie względem osi obrotu położone, aby tym sposobem równoważyć ciśnienia i zapobiedz tarciu, które powstałoby mogło między panwią i wałem, w skutek pochylenia się osi obrotu.

We wszystkich systemach stawideł dotąd opisanych wysokość kanałów ruchomych różni się zwykle od wysokości otworów stawidłowych. P. Buisson uderzony niekorzyściami, jakie przedstawia częściowe obniżanie stawidła, robił liczne próby i urządził stawidło w sposób następujący (*). Zamiast umieszczać kierownice w równych od siebie odległościach, podzielił on dno turbiny wycinkami krzywoliniowymi na cztery równe części i na jednej trzeciej powierzchni każdego z odcińków umieścił trzy kierownice, tworzące dwa kanały, a zatem i dwa otwory. Otwory te zajmują tylko $\frac{1}{3}$ łuku wycinka; pozostałe $\frac{2}{3}$ części zasłonięte są walcową powierzchnią. Stawidło właściwe składa się z czterech powierzchni walcowych, mających za oś, oś obrotu turbiny i mogących obracać się

(*) Próby te są o tyle ciekawsze, że p. Buisson, jest prostym robotnikiem w Paryżu, umiejącym zaledwie czytać i pisać. Pomysł swój zawdzięcza p. Buisson generałowi Morin, którego wykładu słuchał w Kouserwatorjum Sztuk i Rzemioł,

koło tejże osi. Obracając te powierzchnie walcowe o stosowny kąt, zasłaniać można dowolną część otworów kierowniczych, niezmieniając wysokości tychże. System ten wolny od zarzutów robionych poprzednio opisanym stawidłem, ma znowu swoje wady; turbiny bowiem zaopatrzone w stawidło Buisson'a, muszą być o znacznie większej średnicy, jak tego wymaga ich konstrukcja.

Zagadnienie dotyczące regulowania ilości wody w turbinach najszybciej rozwiązane zostało przez Callon'a i Girard'a, którzy z turbiny Fourneyron'a zrobili rodzaj turbiny hydro-pneumatycznej. Dzwon którego spód znajduje się na wysokości dolnej tablicy, pokrywa turbinę i komunikuje z machiną pneumatyczną, która zgęszczając w nim powietrze wzbrania wstępu wody kanału dolnego. Turbina obraca się więc w powietrzu, zamiast obracać się w wodzie, ale woda wypływająca z turbiny posiada to samo ciśnienie, któreby miała, gdyby wypływała wprost do wody dolnego kanału. System ten okazał się bardzo praktycznym, bo w tym razie obniżenie walca stawidłowego, systemu Fourneyron'a, nie wpływa już szkodliwie na skutek turbiny.

180. Przykład liczebny obrachowania turbiny Fourneyron'a. — Stawiamy zadanie następujące : Mając dany spadek $H=6^m,00$ i wydatek wody na sekundę $Q=1^{ms},50$, zbudować turbinę Fourneyron'a.

Widzieliśmy w ustępie n. 177, że rozwiązanie tego zadania w sposób bezwzględnie dokładny jest niemożliwe, w braku dostatecznej liczby równań warunkowych, ale wskazaliśmy w ustępie n. 178 empiryczne wzory i wskazówki, ograniczające liczbę ilości nieoznaczonych. Zastosowanie i użycie tych wzorów, pogodzenie i skombinowanie ich między sobą, jest rzeczą dosyć trudną, wymagającą pewnej wprawy i może przytem zmysłu praktycznego. Przykład postępowania, jakie przyjąć należy, maluje zamieszczone tu właśnie zadanie.

Oznaczmy najprzód ilości nieprzedstawione żadnym wzorem, a których wielkość jest dowolna w pewnych granicach. I tak, przypuśćmy naprzód, że turbina jest w wodzie zanurzona i że współczynniki k i k' są równe jedności; następnie, na zasadzie tego, cośmy mówili w ustępie n. 178, przyjmijmy na kąt γ wartość 25° , na kąt β wartość 85° i przypuśćmy równość $i = 1$; przy takich danych warunki wypływu wody z turbiny będą korzystne a ciśnienie p będzie dodatne (rów. 17 ustępu n. 177). Równanie (1) ustępu n. 178 pokazuje, że wtedy :

$$\sin(2\alpha + \beta) = 0,$$

$$2\alpha + \beta = 180^\circ,$$

$$\alpha = 47^\circ 30'.$$

Równanie (16) ustępu n. 177 jest następujące :

$$Q = 2\pi r' \sqrt{k k' b b'} \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \gamma \cdot g H,$$

a wstawiwszy w nie odpowiednie wartości, otrzymamy :

$$1,50 = 2 \times 3,1415 r' \sqrt{b b'} \sqrt{\operatorname{tg} 47^\circ 30' \times \sin 25^\circ \times 9,8088 \times 6},$$

z kądem

$$(\alpha) \quad r' \sqrt{b b'} = 0,04581.$$

Ale równanie (20) ustępu n. 177 :

$$\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} = \frac{k b r^2 \sin \alpha}{k' b' r'^2 \sin \gamma},$$

daje po wstawieniu odpowiednich wartości :

$$\frac{b r^2}{b' r'^2} = \frac{\sin(47^\circ 30' + 85^\circ)}{\sin 85^\circ} \cdot \frac{\sin 25^\circ}{\sin 47^\circ 30'},$$

z kądem

$$(\alpha_1) \quad \frac{b r^2}{b' r'^2} = 0,4316.$$

Otóż, podany w ustępie n. 178 wzór Redtenbacher'a :

$$r = 0,538 \sqrt{Q},$$

daje

$$r = 0^m,66;$$

wartość, którą przyjąć możemy, bo w takim razie stosunek $\frac{r'}{r}$, według Redtenbacher'a :

$$\frac{r'}{r} = 1 + 0,0045 \frac{\beta}{\sqrt{r}},$$

będzie się równał liczbie 1,35, dosyć zgodnie z tem, co Morin utrzymuje (ustęp n. 178, § a).

Wstawiwszy znaną wartość na r w równanie (α_1), otrzymamy :

$$(\alpha_2) \quad \frac{b}{b r'^2} = 0,9898.$$

Mamy dwa równania (α) i (α_2) o trzech niewiadomych b , b' i r' , ale dzięki szczególnemu kształtowi tych równań, możemy je łatwo rozwiązać. W tym celu, wyciągnąwszy pierwiastek kwadratowy po obu stronach równania (α_2), pomnożymy je przez równanie (α) i otrzymamy :

$$b = 0^m,045.$$

Równanie (β) daje nam wprost wartość promienia r' :

$$r' = 0^m,89,$$

a z równania (α_2) otrzymamy :

$$b' = 0^m,056.$$

Możnaby wszakże przyjąć na b' wartość taką samą jak na b , zwłaszcza, gdyby wydatek turbiny miał być stały lub mało zmienny. Stosownie do okoliczności miejscowych, umieściłoby się 2 lub 3 diafragmy poziome na wysokościach, które łatwo jest oznaczyć (ustęp n. 178, § b).

Kierownice kreślić będziemy łukami koła, metodą podaną w § (d) ustępu n. 178, a ich liczbę wyznaczymy za pomocą podanego poprzednio wzoru :

$$n = \frac{2\pi r}{l},$$

gdzie

$$l = \frac{a}{\sin \alpha}.$$

Przyjawszy na a wartość $0^m,06$ [§(d) ustęp n. 178], otrzymamy :

$$l = 0^m,08,$$

a następnie

$$n = 51,7.$$

Liczba kierownic musi być całkowita. Przyjmiemy

$$n = 50,$$

i obliczymy natychmiast liczbę łopatek n' , za pomocą podanego w § (e) ustępu n. 178, wzoru Redtenbacher'a :

$$n' = 1,2 n \sin \beta,$$

który daje

$$n' = 59,77.$$

Ale do tego wzoru nie można mieć wielkiego zaufania, jak do każdej empirycznej formuły. Jeżeli pójdziemy za Morin'em, który opierając się na doświadczeniu, daje granice stosunku :

$$\frac{n'}{n} = 1,33 \text{ do } 1,50,$$

i jeżeli przyjmiemy $\frac{n'}{n} = 1,33$, to otrzymamy :

$$n' = 66$$

w przybliżeniu. Tę liczbę łopatek przyjąć można.

Łopatki kreślić będziemy jedną z metod podanych w § (e) ustępu n. 178, albo jednym albo dwoma łukami koła.

Jeżeli chcemy oznaczyć pracę użyteczną koła, to uważmy, że praca bezwzględna T równa się iloczynowi z ciężaru wody pracującej przez wysokość spadku. Mamy więc :

$$T = 1500 \times 6 = 9000$$

kilogrametrów na sekundę, a dzieląc przez 75, znajdziemy pracę w koniach

$$T = 120$$

koni parowych.

Ponieważ skutek turbiny wynosi w przecięciu 0,65, przeto praca użyteczna T_u będzie :

$$T_u = 78$$

koni parowych.

Wreszcie, łatwoby było znaleźć liczbę obrotów turbiny na minutę, za pomocą wzoru :

$$N = \frac{u \cdot 60}{2\pi r},$$

obliczywszy poprzednio prędkość u wzorem podanym w ustępie n. 177.

Przykład ten pokazuje, jak dalece niepewną i subtelną jest teoria turbiny Fourneyron'a, jak dalece niezgodne są z sobą wzory i prawidła empiryczne. Tu zmysł praktyczny i własnem doświadczeniem zdobyta wiedza grają wielką rolę.

181. Turbina Fontaine'a. — Turbina ta różni się głównie tem od turbiny Fourneyron'a, że w pierwszej woda działa pionowo i na stałej odległości od osi obrotu, podczas gdy w drugiej, ciecz wprowadzona pionowo działa w kierunku poziomym.

Dodać należy, że w skutek tej różnicy działania wody w obu turbinach, łopatki turbiny Fontaine'a są prawie helisoidalne, a łopatki turbiny Fourneyron'a walcowe.

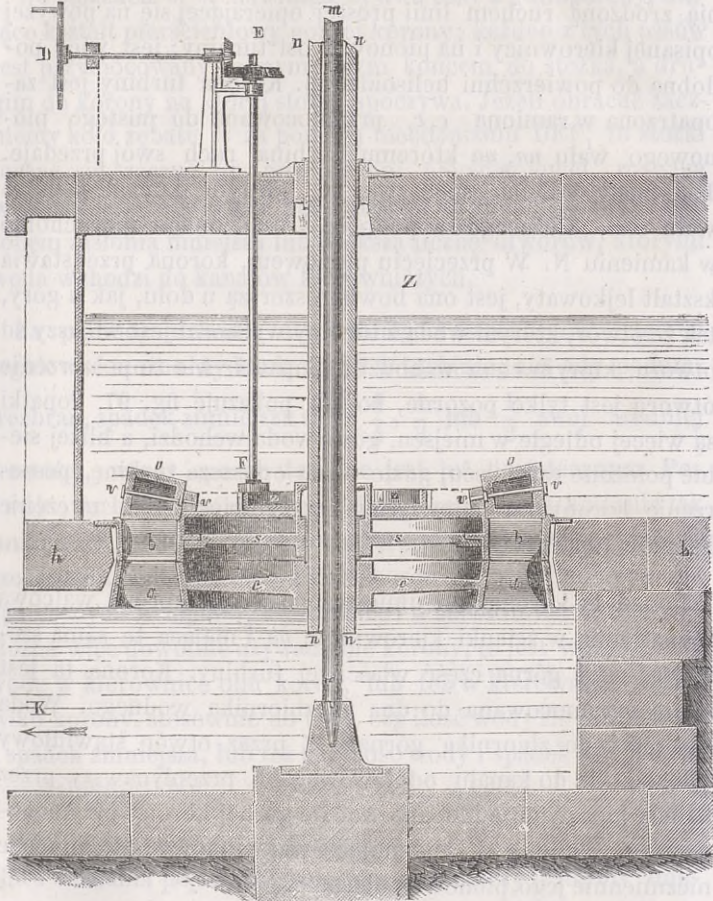


Fig 96.

Figura 96 przedstawia przecięcie pionowe turbiny Fontaine'a najnowszego systemu.

Koło otrzymujące działanie wody ma kształt korony pier-

ścieniowej podzielonej na części ściankami a, a , których przecięcie pionowe jest krzywą pochyloną na dolnym końcu bardzo znacznie do poziomu (*). Powierzchnia łopatek jest powierzchnią zrodzoną ruchem linii prostej opierającej się na powyżej opisanej kierownicy i na pionowej osi turbiny; jest więc podobną do powierzchni helisoidalnej. Korona turbiny jest zaopatrzona w ramiona e, e , przymocowane do pustego pionowego wału nn , nn któremu turbina ruch swój przedaży. Ten pusty wał nn spoczywa na górnym końcu pełnego wału mm , służącego za podpórę i osadzonego nieruchomo w kamieniu N. W przecięciu pionowym, korona przedstawia kształt lejkowaty, jest ona bowiem szerszą u dołu, jak u góry, tak że otwór, którym woda z turbiny wychodzi jest większy od otworu, którym ciecz wchodzi na łopatki. Ale to poszerzenie otworu jest tylko pozorne, bo jak pokazuje fig. 97, łopatki są więcej odległe w miejscu, gdzie woda wchodzi, a bliżej siebie położone w miejscu, gdzie woda opuszcza turbinę; poszerzenie korony ku dołowi równoważy więc tylko zwężenie kanałów łopatkowych.

Ponad tą koroną jest umieszczona druga korona walcowa zaopatrzona w ścianki kierownicze bb i mająca tę samą szerokość co i górna część właściwej turbiny. Korona ta jest silnie przymocowana do dna hh zbiornika wodnego. Woda dochodzi do zbiornika górnego Z przez otwór stawidłowy i dostaje się do kanału odpływowego K przepłynawszy przez kanały kierownicze i łopatkowe. Do górnej korony przymocowane są ramiona ss , obejmujące wał pionowy i utrzymujące niezmiennie jego pionowe położenie.

Do regulowania wydatku wody używa się stawidła, przedstawionego na figurze 96. Stawidło to składa się z dwóch stożków ściętych o, o , obracających się koło osi vv, vv ; te osie są przy-

(*) Patrz : Figura 97, str.805

mocowane do okręgu koła zębatego zz , które może być wprawione w ruch nader prostym mechanizmem DEF.

Na stożkach o, o , nawinięte są dwa pasy z guttaperchy, mające kształt pierścieniowy górnej korony; każdy z tych pasów jest przymocowany jednym swym końcem do stożka, a drugim do korony na której stożek spoczywa. Jeżeli obracać zaczniemy koło zębate zz za pomocą mechanizmu DEF, to stożki toczyć się zaczną po powierzchni pierścieniowej, rozwiną w części lub całkowicie pas, którym są obwinięte i tym sposobem zasłonią mniejszą lub większą liczbę otworów, którymi woda wchodzi do kanałów kierowniczych.

Za pomocą stawidła utworzonego z ostrokregów ściętych regulować można wydatek wody w turbinie; ale gdy podczas wezbrań, spadek zmniejsza się o $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ lub $\frac{1}{2}$ swej średniej wartości, wtedy sposób ten nie jest już dostatecznym. Podwójna turbina Fontaine'a ma właśnie za cel zużytkowanie tak zmiennych spadków. Machina ta (*), podobna zupełnie pojedynczej turbinie, składa się z dwóch koron współśrodkowych zaopatrzonych w łopatki, kierownice i w stawidło ostrokregowe. Można więc dowolnie używać obie korony, to jest wprowadzać wodę w kierownice obu koron, lub też w kierownice jednej tylko korony, stosownie do tego, czy ilość wody się powiększa, a spadek zmniejsza, lub też czy ilość wody i spadek są w swym zwyczajnym stanie.

182. Teorya turbiny Fontaine'a.—W nieznanomości ruchu i działania pojedynczych cząsteczek cieczy jesteśmy zmuszeni zrobić kilka przypuszczeń, ułatwiających teorią tej maszyny. W tym celu przypuszczimy, że turbina pracuje z największym skutkiem i że jej wymiary i położenie względem obu zbiorników odpowiadają warunkom zapewniającym największy

(*) Patrz: *Traité des moteurs hydrauliques* par ARMANGAUD aîné, Paris, 1868.

skutek. Przypuścimy także, że ruch maszyny jest nieustanny i jednostajny, że woda wypełnia całkowicie kanały łopatkowe i kierownicze; tarcie zaś i przeszkody, które woda w ruchu swym napotyka, za nieistniejące uważać będziemy. Jednem słowem postawimy się w najlepszych warunkach.

Oznaczmy przez :

v prędkość bezwzględną wody opuszczającej ścianę kierowniczą i dostającej się na łopatki ;

u jej prędkość obrotową w tymże samym punkcie ;

w jej prędkość względną w tymże punkcie ;

v' prędkość bezwzględną wody opuszczającej łopatkę ;

u' jej prędkość obrotową ;

w' jej prędkość względną ;

p_a ciśnienie powietrza ;

p ciśnienie wody wchodzącej na łopatki ;

p' ciśnienie wody opuszczającej koło ;

r_0 odległość środka otworu, którym woda wpływa do turbiny, od osi tejże turbiny (ta ilość oznacza także odległość środka otworu wypływowego turbiny od jej osi) ;

h dodatne lub odjemne wzniesienie poziomu wody dolnego zbiornika ponad środek otworów, którymi woda wchodzi do turbiny ;

e wysokość, o jaką woda zchodzi podczas ruchu swego wewnątrz turbiny, czyli grubość korony, mierzona w kierunku osi ;

H spadek całkowity, to jest różnicę poziomów górnego i dolnego zbiornika ;

Q wydatek wody w metrach sześciennych ;

Π ciężar jednostki objętości wody ;

α kąt, jaki tworzy kierownica z płaszczyzną otworu zakończa-

jącego kanał kierowniczy na odległości r_0 od osi (kąt ten jest także kątem utworzonym przez przecięcie się kierownicy z okręgiem $2\pi r_0$);

b szerokość kanałów zakończonej kanały kierownicze, mierzona w kierunku prostopadłym do osi (ilość ta przedstawia także szerokość wierzchu turbiny);

β kąt, jaki tworzy łopatką z płaszczyzną otworu dopływowego kanału łopatkowego, na odległości r_0 od osi, to jest kąt utworzony przez górny element łopatki i okrąg $2\pi r_0$;

γ kąt, jaki tworzy łopatką z płaszczyzną otworu wypływowego turbiny na odległości r_0 od osi czyli kąt utworzony przez spodni element łopatki i okrąg $2\pi r_0$;

b' szerokość otworów wypływowych, mierzona prostopadle do osi czyli szerokość spodu turbiny;

ω prędkość kątową turbiny;

k współczynnik wydatku wody przy wyjściu z kierownic;

k' współczynnik wydatku przy wyjściu wody z łopatek.

Badając ruch cząsteczki wypływającej z górnego w spoczynku prawie zostającego zbiornika i dobiegającej do końca kanału kierowniczego, widzimy, że na zasadzie twierdzenia Daniela Bernoulli (ust. n. 15):

$$(1) \quad \frac{v^2}{2g} = H + h + \frac{p_a - p}{\Pi}.$$

Tak samo badając ruch cząsteczki przebiegającej kanał łopatkowy, znajdujemy równanie:

$$(2) \quad \frac{w^2 - w'^2}{2g} = e + \frac{p - p'}{\Pi},$$

bo można pominąć działanie siły odśrodkowej.

Jeżeli turbina jest dobrze zbudowana, to prędkość wody opuszczającej łopatkę jest bardzo mała, tak że jej ciśnienie

rządzi się prawami Hydrostatyki, wyrażonemi równaniem

$$(3) \quad p' = p_a + \Pi(h + e).$$

Uważajmy teraz kierunki prędkości, względnie do systemu turbiny. Cząsteczka cieczy przechodzi przez wierzchni otwór kanału łopatkowego z prędkością bezwzględną v ; prędkość obrotowa tej cząsteczki jest u , a jej prędkość względna jest w . Prędkość v jest wypadkową prędkości u i w , tworzących z sobą kąt α , zatem

$$(4) \quad v^2 = u^2 + w^2 - 2uw \cos \alpha.$$

Prędkość bezwzględna cząsteczki opuszczającej turbinę jest v' , a jej składowe u i w' tworzą między sobą kąt $180 - \gamma$; tak że

$$(5) \quad v'^2 = u^2 + w'^2 - 2uw' \cos \gamma.$$

Jeżeli przypuścimy, że łopatki są bardzo cienkie, to $2\pi r_0 b$, będzie wyrażać summe otworów, którymi woda dostaje się do turbiny; a że prędkość v średniej strugi jest skierowana pod kątem α do okręgu $2\pi r_0$, zatem wydatek wody wyniesie

$$Q = 2\pi b r_0 \sin \alpha \cdot v \cdot k.$$

Objętość ta równać się musi objętości

$$Q = 2\pi b' r_0 \sin \gamma \cdot w' \cdot k'$$

wody wypływającej z turbiny, bo nie bierzemy pod uwagę odstępu, który może wprowadzić lub wyprowadzić pewną część wody płynącej kanałem. Tak więc

$$(6) \quad b \sin \alpha \cdot v \cdot k = b' \sin \gamma \cdot w' \cdot k'.$$

Jak w ustępie n. 177, tak i tutaj ułożyć musimy dwa równania wyrażające warunek, że woda wchodzi na łopatki bez uderzenia i opuszcza je z prędkością zero. Otóż, ażeby woda wchodziła na łopatkę bez uderzenia, potrzeba, aby prędkość w była

styczną po pierwszego elementu łopatkki czyli, żeby kąt dwóch prędkości u i w był spełnieniem kąta β . Uważając trójkąty podobne, utworzone przez kierunki prędkości (fig. 97), otrzymujemy równanie

$$(7) \quad \frac{u}{v} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta}.$$

Siła żywa wody opuszczającej turbinę wynosi $\Pi Q \frac{v^2}{g}$. Ponieważ ta siła jest zupełnie stracona dla maszyny, przeto wypadłoby zmniejszyć ją wszelkimi sposobami. Jeżeli przypuścimy że

$$(8) \quad w' = u,$$

to prędkość v' , wypadkowa prędkości w' , u , będzie bardzo mała, i drugi warunek będzie w części wypełniony.

Tak więc otrzymaliśmy 8 równań o czternastu zmiennych.

Zmienne te są; $u, v, w, v', w', p, p', \frac{b}{b'}, H, h, e, \alpha, \beta, \gamma$.

Tutaj przedstawiają się dwa zagadnienia, tak samo jak w ustępie n. 177.

1° Mając dane wszystkie wymiary turbiny, to jest siedem z czternastu zmiennych, znaleźć warunki, którym wymiary te odpowiadać powinny, aby skutek maszyny był największy, to jest, aby powyższe równania były sprawdzone; nadto, znaleźć najodpowiedniejszą prędkość turbiny, wydatek wody, pracę użyteczną i skutek.

2° Mając daną wysokość spadku i wydatek wody, zbudować turbinę dającą największy skutek.

Pierwsze zagadnienie przedstawia 7 niewiadomych, mianowicie: ciśnienia i prędkości. Rugując te niewiadome w ośmiu otrzymanych równaniach, znajdujemy równanie warunkowe,

dotyczące kształtu i wymiarów turbiny; ilości zaś niewiadome znajdziemy bez trudności.

W równaniu (2) uczynimy $w' = u$, i $p' = p_a + \Pi(h + e)$, a otrzymamy równanie:

$$\frac{u^2 - w^2}{2g} = \frac{p - p_a}{\Pi} - h,$$

które dodane do wyrażenia (1) daje:

$$v^2 + u^2 - w^2 = 2gH;$$

ale że według (4)

$$v^2 + u^2 - w^2 = 2uv \cos \alpha,$$

przeto

$$(9) \quad gH = uv \cos \alpha.$$

Ponieważ $w' = u$, zatem (6)

$$(10) \quad b \sin \alpha \cdot vb = b' \sin \gamma uk'.$$

Pomnóżmy odpowiednio przez siebie dwa ostatnie równania, a znajdziemy:

$$(11) \quad v = \sqrt{\frac{b' k'}{b k} \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} \cdot gH}.$$

Prędkość obrotową turbiny wyznajdziemy łatwo, bo według (9):

$$u = \frac{gH}{v \cos \alpha};$$

z kądem

$$(12) \quad u' = \sqrt{\frac{b k}{b' k'} \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \gamma} gH}.$$

Wstawiając w równaniu (5) za w' ilość u , otrzymujemy:

$$v^2 = 2u^2(1 - \cos \gamma);$$

a zład

$$(13) \quad v' = \sqrt{\frac{2kb \operatorname{tg} \alpha}{k'b' \sin \gamma} (1 - \cos \gamma) \cdot gH.}$$

Prędkość w' jest :

$$w' = u = \sqrt{\frac{b}{b'} \frac{k}{k'} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \gamma} \cdot gH}$$

a prędkość kątową da związek

$$(14) \quad \omega = \frac{u}{r_0}.$$

Turbina zużywa, jak wiadomo, objętość wody :

$$Q = 2\pi b' \cdot r_0 \sin \gamma w' k'$$

czyli

$$(15) \quad Q = 2\pi r_0 \sqrt{k k' b b' \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \gamma \cdot gH.}$$

Ale pamiętać należy że ta objętość nie jest dokładnie obliczona, bo nie braliśmy pod uwagę przestrzeni zajętej przez łopatkę. Mając wzgląd na grubość łopatek, trzeba by pomnożyć drugą stronę powyższego równania przez pewien od jedności mniejszy współczynnik.

Wstawiając teraz wartość za v^2 w równanie (1), otrzymamy ciśnienie :

$$(16) \quad p = p_a + \Pi(H + h) - \Pi \Pi \frac{k'b' \sin \gamma}{kb \sin 2\alpha}.$$

Ponieważ przypuszczamy, że woda nie doznaje żadnych strat siły żywej podczas swego biegu w turbinie i bierzemy pod uwagę samą tylko stratę siły żywej odpowiadającą prędkości końcowej v' , przeto praca użyteczna tej turbiny wynosi :

$$T_u = \Pi Q \left(H - \frac{v'^2}{2g} \right);$$

a skutek, to jest stosunek tej pracy użytecznej do pracy bezwzględnej ΠQH będzie

$$S = \frac{\Pi Q \left(H - \frac{v'^2}{2g} \right)}{\Pi Q H} = 1 - \frac{v'^2}{2gH}.$$

Wstawivszy wartość za v' w dwóch ostatnich równaniach, otrzymujemy:

$$(17) \quad T_u = \Pi \cdot 2\pi r_0 \cdot H \sqrt{k k' b b' \operatorname{tg} \alpha \sin \gamma \cdot g H} \left(1 - \frac{k b \operatorname{tg} \alpha}{k' b' \sin \gamma} (1 - \cos \gamma) \right)$$

i

$$(18) \quad S = 1 - \frac{k b \operatorname{tg} \alpha}{k' b' \sin \gamma} (1 - \cos \gamma).$$

Jak widzimy, praca użyteczna i skutek nie zależą od wysokości h i e .

Pozostaje jeszcze do znalezienia równanie warunkowe. W tym celu dzielimy u przez v i znajdujemy:

$$\frac{u}{v} = \frac{k b \sin \alpha}{k' b' \sin \gamma},$$

ale że według (7)

$$\frac{u}{v} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta},$$

przeto

$$(19) \quad \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} = \frac{k b \sin \alpha}{k' b' \sin \gamma}.$$

Jakkolwiek założone zagadnienie jest już zupełnie rozwiązane, nie możemy jednak pominąć uwagi, którąśmy już robili przy wyprowadzaniu teoryi turbiny Fourneyron'a, a mianowicie, że ciśnienia p i p' powinny być dodatne i zamknięte

w pewnych granicach. Odwołując się do tego, cośmy mówili w ustępie n. 177, oznaczamy dla krótkości

$$(a) \quad \frac{k'b' \sin \gamma}{kb \sin 2\alpha} = i',$$

i stawiamy warunek

$$(20) \quad h + \frac{Pa}{H} > H(i' - 1),$$

$$(21) \quad H(H + h) - \frac{k'b' \sin \gamma}{k \sin 2\alpha} = 0,$$

gdzie i' oznacza liczbę zbliżającą się tem więcej do jedności, im większa jest wysokość spadku H . Pierwsze z tych równań odnosi się do przypadku, gdy turbina jest w wodzie zanurzona, drugie zaś ma wtedy miejsce, gdy koło wznosi się ponad poziom wody i komunikuje z otaczającym je powietrzem.

Drugie zadanie: « Mając dany spadek i wydatek wody, zbudować turbinę pracującą z największym skutkiem » przedstawia te same trudności, co odpowiadające mu zadanie w turbinie Fourneyron'a. Liczba równań jest zbyt mała, a liczba niewiadomych zbyt wielka, byśmy mogli kusić się o oznaczenie wymiarów i kształtu turbiny na drodze teoretycznej. Choćbyśmy zresztą mieli odpowiednią niewiadomą liczbę równań, to jeszcze niepokładalibyśmy dosyć wiary w wypadkach otrzymanych teoretycznie; bo niedokładność teorii rodzi niedokładne wypadki. Ale dołączycywszy do równań (15), (19), (20) lub (21) uwagi i wzory empiryczne oparte na badaniu, próbach i doświadczeniach, zdołamy rozwiązać założone zagadnienie*).

Przedmiot ten traktować będziemy w następującym ustępie.

(*) W rozprawie przedstawionej Towarzystwu Nauk Ścisłych w Paryżu na posiedzeniu odbytem dnia 6 stycznia 1873 roku, a która prawdopodobnie zamieszczoną zostanie w IV tomie Pamiętników tegoż Towarzystwa, udało nam się wyprowadzić dokładniejszą teorię turbiny Fontaine'a, i sprawdzić ją wiarygodnymi doświadczeniami. (W. K.)

183. Doświadczenia i uwagi praktyczne dotyczące turbiny Fontaine'a. — Z dokładnych doświadczeń pp. Morin'a (*), Dauguy'ego, Fay'a i Sławeckiego (**), wypada:

1° Że pojedyncza i podwójna turbina Fontaine'a jest w stanie zużyć korzystnie 0,65 do 0,70 pracy bezwzględnej spadku.

2° Że prędkość obrotowa tych turbin zmieniać się może w granicach bardzo rozległych bez znacznej zmiany skutku, i to nawet o $\frac{1}{4}$ tej prędkości, która odpowiada największemu skutkowi.

3° Że turbiny te nie powinny być zanurzone pod najniższy poziom wody dolnego zbiornika.

Zastosowanie jakie znalazła turbina Fontaine'a dowodzi najlepiej, że machina ta jest jednym z najlepszych kół wodnych.

Co się tyczy wymiarów turbiny, to rozbierzemy kaźden z nich po szczególe.

(a) PROMIENIE WEWNĘTRZNEGO I ZEWNĘTRZNEGO OBWODU TURBINY. — Stosunek promienia wewnętrznego do zewnętrznego powinien odpowiadać zupełnie lub w części przypuszczeniom, na których oparliśmy teorią turbiny; nadto, wartość jego powinna być taką, aby wymiary turbiny były dobrze ustosunkowane, ani zbyt wielkie, ani zbyt małe. Oznaczywszy przez r i r' promienie wewnętrznego i zewnętrznego wierzchniego obwodu turbiny, można zawsze przyjąć stosunek:

$$\frac{r}{r'} = \frac{2}{3},$$

jeżeli wysokość spadku i wysokość wody nie są nadzwyczaj

(*) *Mécanique pratique. Hydraulique.* Paris, 1865. Str. 470.

(**) *Traité théorique et pratique des moteurs hydrauliques* par ARMENGAUD aîné. Paris, 1868. Str. 379.

wielkie lub małe. Gdy wydatek wody jest bardzo znaczny, a spadek bardzo mały, np. jednometrowy, to lepiej jest przyjąć stosunek :

$$\frac{r'}{r} = \frac{3}{5},$$

a koło będzie trochę mniejsze i liczba obrotów większa. Gdy znowu spadek jest bardzo wielki, a wydatek mały, to wypada przyjąć większy stosunek :

$$\frac{r'}{r} = \frac{3}{4},$$

bo w tym razie trzeba koniecznie powiększyć średnicę koła i złagodzić prędkość obrotową.

Do obliczania promienia r' Redtenbacher wyprowadza wzór :

$$r' = 1,38 \sqrt{\frac{Q}{v}},$$

który zalecić możemy w razie, gdy spadek i wydatek wody nie jest ani zbyt wielki ani zbyt mały.

W ogóle przyjąć można, że szerokość $r' - r = b$ może być 3, 4, 5 a nawet więcej razy większą od najkrótszej odległości dwóch kierownic przy ich spodzie. Korona nosząca łopatki poszerza się zwykle ku dołowi i przybiera wartość b' większą od b . Według Fontaine'a przyjąć można :

$$b' = 1,10b.$$

(b) KĄTY α , β , γ . — Kąty α i β a szczególnie kąt β mogą być oznaczone dowolnie w pewnych granicach. Kąty α i γ powinny być małe, bo tego wymaga wyrażenie analityczne skutku; ale z drugiej znowu strony, te kąty nie mogą zbliżać się zbyt znacznie do zera, bo według równania (6) ustępu n. 182, wydatek

wody byłyby zbyt małe. Równanie (16) pokazuje nadto, że ciśnienie p byłoby odjemne, gdyby kąt α był równy zeru lub dwóm kątom prostym. Z tych powodów kąty α i γ są zawsze małe, ale nie zbyt blizkie zera : kąt α zmienia się od 20° do 30° , kąt zaś γ od 20° do 35° .

Wróćmy do ustępu n. 182 i pomnożmy równanie (a) przez równanie (19) a otrzymamy :

$$2\cos\alpha = \frac{1}{i} \frac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)};$$

z kąd

$$\frac{2\cos\alpha \cdot \sin(\alpha + \beta) - \sin\beta}{\sin\beta} = \frac{1}{i} - 1$$

lub też

$$\frac{\sin(2\alpha + \beta)}{\sin\beta} = \frac{1}{i} - 1.$$

Otóż, ilość i zbliża się do jedności, zatem kąt $2\alpha + \beta$ niewiele się różni od dwóch kątów prostych. Ponieważ α dochodzi do 30° , a czasem jest jeszcze większe, więc kąt β jest blizki kąta prostego. Ale kąt β nie może znowu być większym od 90° , bo łopatki byłyby zbyt wklęsłe i woda nie płynęłaby jednostajnie. Z tych więc powodów ograniczamy kąt β na 80 lub 90 stopniach.

(c) KSZTAŁT I LICZBA KIEROWNIC. — Kierownice służą do prowadzenia wody w taki sposób, aby ruch jednej cząsteczki nie przeszkadzał ruchowi drugiej i aby cząsteczki opuszczające kanały kierownicze wypływały w ściśle oznaczonym kierunku. W tym celu trzeba umieścić nieskończenie wiele kierownic; jasną jest bowiem rzeczą, że skończona ich liczba nie odpowie w zupełności zadaniu. Drogi pojedynczych cząstek są liniami o podwójnej krzywiznie ; bo ściany kierownicze są powierzchniami skośnymi wijącemi się na powierzchni walca naksztalt

powierzchni helisoidalnych. Przypuściliśmy że każda z cząsteczek cieczy biegnie podczas swego ruchu po powierzchni walca, którego promień równa się odległości cząsteczki wchodzącej na kierownicę od osi obrotu. Otóż przypuszczenie to jest po części błędne: cząsteczka wody oddala się podczas swego ruchu od osi obrotu, kierownice nie są więc w stanie urzeczywistnić takiego ruchu, jaki sobie wyobrażamy. Najlepiej jeszcze są prowadzone te cząstki, które biegną wzdłuż wklęsłej strony ścian kierowniczych; gorzej już kierują się cząsteczki oddalone od tej ściany. Mając więc wzgląd na sam tylko kierunek ruchu, widzimy, że trzeba by umieścić nieskończenie wiele kierownic.

Ale inna okoliczność sprzeciwia się zbyt dużemu powiększeniu liczby kierownic. Tarcie, proporcjonalne do powierzchni zwilżonej, równoważą korzyści, któreby osiągnąć można było dokładnem prowadzeniem wody. Z tego to powodu umieszcza się zwykle 16 do 20 kierownic, a czasem nawet mniej. Zresztą oznacza się liczbę kierownic, mając wzgląd na szerokość żyły wodnej, która pewnych granic przechodzić nie powinna.

W ogóle przyjąć można, że grubość żyły wodnej nie powinna przenosić $0^m,06$ do $0^m,08$.

Co się tyczy kształtu kierownic, to teoria, w poprzedzającym wyprowadzona ustępie, bynajmniej z tego nie zdaje sprawy; teoria ta opiera się bowiem na przypuszczeniu, że cząsteczki cieczy nie przeszkadzają sobie nawzajem w ich ruchu. Ale jaki kształt powinny mieć kierownice, aby cząsteczki nie doznawały przeszkód w swym ruchu? Na to pytanie analiza nie jest w stanie odpowiedzieć. Polegając na własnem poczuciu kreślić będziemy te krzywe z większą u góry, jak u dołu krzywizną, a to z powodu że prędkość wody jest mniejszą u góry jak u dołu.

(d) LICZBA I KSZTAŁT ŁOPATEK. — Wszystko to, cośmy mówili odnośnie do liczby kierownic, stosuje się także i do łopatek ale w stopniu wyższym. Łopatki odbierają działanie cieczy; regularny ruch wody w kanałach łopatkowych jest więc jeszcze więcej pożądanym, jak w kanałach kierowniczych. Do przyspieszenia ruchu przyczynia się tutaj siła odśrodkowa; każda cząsteczka oddala się więc od osi obrotu pod działaniem tej siły. Z tego to powodu liczba łopatek jest zawsze większa od liczby kierownic.

Niepodobna jest wyrozumować prawidło służące do oznaczenia liczby łopatek. Najlepsze turbiny systemu Fontaine'a mają 24 do 30 łopatek. W wielkich turbinach albo też w turbinach, w których $\frac{r}{r'}$ jest bardzo wielkie, liczba łopatek dochodzi do 36. Liczba ta może być wszakże znacznie większą i przyjmuje się zwykle, że :

$$n' = 2n,$$

gdzie n' oznacza liczbę łopatek a n liczbę kierownic (*).

Dla prowadzenia wody byłoby bez wątpienia korzystnym umieszczać współosiowe, walcowe ściany, regulujące ruch cząsteczek w kierunku poziomym, ale urzeczywistnienie tego projektu jest połączone z kosztami i trudnościami konstrukcyjnymi.

Kształt łopatek nie jest teoretycznie znany. Wiadomo tylko, że łopatka powinna przecinać wierzchnią płaszczyznę korony pod kątem β , a spodnią pod kątem γ ; krzywizna zresztą łopatki nie jest znaną. Możemy wszakże przyjąć, że krzywizna łopatki powinna być małą, ale większą u góry jak u dołu. Prędkość wody płynącej na spodzie łopatki jest większą od prędkości, z jaką woda wpływa do kanału łopatkowego;

(*) Patrz w *Hydraulice* MORIS'A, str. 613. Wydanie paryżkie z roku 1865.

trudnoby więc było prowadzić wodę u spodu po zbyt krzywej drodze.

Za krzywą powstałą z przecięcia łopatki walcem przechodzącym przez środki otworów korony, możnaby przyjąć krzy-

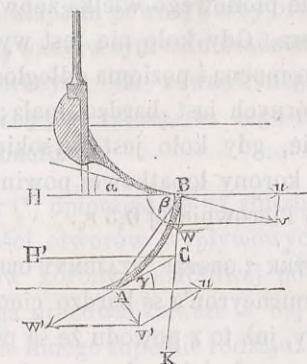


Fig. 97.

wę, której rozwinięcie jest łukiem koła. Kreślenie łopatki byłoby bardzo proste. Uważmy (fig. 97), że kąt :

$$ABH = \beta - ABC = \beta - \frac{180 - BCA}{2} = \beta - \frac{ACK}{2};$$

znając zatem kąt ACK potrafilibyśmy nakreślić linią AB. Otóż kąt

$$ACK = H'CK - H'CA = \beta - \gamma,$$

zatem

$$ABH = \beta - \frac{\beta - \gamma}{2} = \frac{\beta + \gamma}{2}.$$

Szukanie środka koła, którego łuk jest AB, nie przedstawia żadnych trudności.

(e) WYSOKOŚĆ KORONY ŁOPATKOWEJ I KIEROWNICZEJ. — Ilości te nie figurują bynajmniej w warunkach największego skutku ; nie mamy więc żadnych teoretycznych wskazówek do jej oznacze-

nia. Mając jednak na uwadze przypuszczenia, które nam służyły za podstawę w teoryi, musimy zgodzić się na to, że pod względem zбочenia, jakiego doznaje cząsteczka w kierunku poziomym, mała wysokość korony jest korzystniejsza, a pod względem zбочenia pionowego wielka znowu wysokość koła jest odpowiedniejsza. Gdy koło nie jest wysokie, krzywizna łopatek jest bardzo mocna i pozioma odległość dolnych brzegów łopatki od górnych jest bardzo mała; rzeczy mają się zupełnie przeciwnie, gdy koło jest wysokie. Doświadczenie uczy, że wysokość korony łopatkowej powinna wynosić $0,6r_0$, a wysokość korony kierowniczej $0,5r_0$.

(f) GRUBOŚĆ ŁOPATEK I ODSTĘP WZAJEMNY OBU KORON. — Łopatki w turbinie Fourneyron'a są bardzo cienkie, już to z powodu ich krzywizny, już to z powodu że są przymocowane do do obu tablic tworzących ściany korony. Łopatki w turbinie Fontaine'a, postawione w gorszych warunkach pod względem konstrukcyi, muszą być znacznie grubsze i wynosić przynajmniej $0,25r_0$; powinny one być zrobione z blachy żelaznej lub z żelaza lanego, stosownie do tego, czy średni promień r_0 jest mniejszy lub większy od $0^m;40$. Łopatki blaszane lutują się do wewnętrznego walca korony; łopatki zaś z żelaza lanego robi się z jednej sztuki z całą koroną łopatkową.

Dla prowadzenia wody jest bez wątpienia pożądaną rzeczą aby odstęp istniejący między koroną łopatkową i kierowniczą był jak najmniejszy. Przewidując przypadkowe obniżenie górnej korony lub podniesienie się doinej, trzeba oddalić te dwie korony stosownie od siebie i zapobiedz tarciu, któreby w skutek ich zetknięcia powstać mogło. Odstęp wynoszący $\frac{1}{50}r_0$ jest zupełnie odpowiedni.

184. Sposób regulowania wydatku wody w turbinie Fontaine'a. — Stawidło złożone z ostrokregów owiniętych guttaperchą jest dzisiaj najwięcej używane; naj-

nowsze turbiny Fontaine'a są zaopatrzone w tego rodzaju stawidła. Wypada nam jednak wspomnieć o innych do regulowania wydatku używanych sposobach.

Większa część dawniej używanych stawideł polega na zamknięciu żelaznemi klapami pewnej liczby otworów korony łopatkowej. Klapy używane w tym celu osadzone bywają na zawiasach przymocowanych do zewnętrznego obwodu górnej korony. Widoczną jest rzeczą, że tego rodzaju stawidło nie zaleca się doskonałością.

Redtenbacher (*) opierając się na słusznem twierdzeniu, że stosunek wielkości otworów wypływowych korony kierowniczej do otworów korony łopatkowej powinien być stałym, jeżeli turbina ma pracować zawsze z największym skutkiem, obmyślił stawidło innego zupełnie rodzaju. Kierownice i łopatki są wąskie u góry, o dosyć grube u dołu. Na spodniej płaszczyźnie korony kierowniczej umieszczona jest tablica ruchoma koło osi turbiny i zaoparzona w otwory tego samego kształtu jak spodnie otwory korony kierowniczej; tak, że otwory te tworzą przedłużenie kanałów kierowniczych, jeżeli tablica jest odpowiednio ustawiona. Tak samo u spodu korony łopatkowej, to jest właściwej turbiny, znajduje się podobna tablica, obracająca się równocześnie z turbiną, ale mogąca zmieniać swe względne położenie. Obracając o pewien kąt pierwszą z tych tablic, zmniejszyć można dowolnie wielkość otworów wypływowych korony kierowniczej, obracając zaś drugą o taki sam kąt, pomniejsza się odpowiednio otwory wypływowe turbiny. Tak więc, stosunek tych otworów do siebie może być zawsze stały, niezależnie od wydatku wody.

Jeżeli pomysł ten jest racjonalny w zasadzie, to znowu jest wadliwy w zastosowaniu: gdy część otworów wypływowych jest zasłonięta, otwory zrobione w tablicy ruchomej

(*) Patrz: *Theorie und Bau der Turbinen*, Mannheim, 1860, str. 49.

idą w przedłużeniu kanałów i kanałami bieżąca woda napotyka ostro sterzące krawędzie.

Często używa się innego sposobu: każda kierownica ma osobne stawidełko kształtu tabliczki z żelaza lanego (fig. 97). Tabliczki te opierają się o górne części kierownic i ślizgają się we wrębach zrobionych na wewnętrznej powierzchni korony kierowniczej. Do każdej z tabliczek jest przymocowana drewniana deszczułka, zaokrąglona w taki sposób, aby ścisnienie żyły wodnej przy przejściu pod stawidłem nie miało miejsca. Stawidełka te podnoszą się lub opadają równocześnie, bo każde z nich jest przymocowane do osobnego pionowego drążka, podnoszonego w górę lub opuszczanego na dół za pomocą odpowiedniego a wszystkim drążkom wspólnego mechanizmu.

Stawidło to jest o tyle tylko gorsze od stawidła ostrokątego, że konstrukcja jego nie jest dosyć prosta.

185. Przykład liczebny obrachowania turbiny Fontaine'a. — Przypuśćmy że mamy projektować turbinę Fontaine'a mając dane:

$$H = 2^m, \quad Q = 0^{ms}, 605.$$

Położenie turbiny względem zbiorników zależy od naszej woli, możemy więc umieścić jej spód tuż nad powierzchnią kanału odpływowego, tak że odstęp istniejący między koroną łopatkową i kierownicą będzie w zetknięciu z powietrzem otaczającym, a ciśnienie p będzie się równać ciśnieniu powietrza. Częściom składowym maszyny nadamy kształty łagodne się krzywujące, rozszerzające się stosownie, a powierzchnie metalu stykającego się z wodą wygładzimy starannie. Zgodnie z temi przypuszczeniami przyjmujemy *a priori* równość $k = k' = 1$. Na zasadzie tego, cośmy mówili w § (b) ustępu n. 183 przyjmujemy na trzy kąty α, β, γ , wartości: $\alpha = 40^\circ$, $\beta = 90^\circ$, $\gamma = 30^\circ$.

Równanie (15) ustępu n. 182 :

$$Q = 2\pi r_0 \sqrt{k'k''bb' \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \gamma} \cdot H$$

daje po wstawieniu w niem odpowiednich wartości :

$$0,60 = 2 \times 3,14 \times r_0 \sqrt{bb' \operatorname{tg} 40^\circ \times \sin 30^\circ \times 9,81 \times 2},$$

zkaż

$$(\alpha_1) \quad r_0 \sqrt{bb'} = 0,0333.$$

Równanie (19) ustępu n. 182 jest :

$$\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} = \frac{k b \sin \alpha}{k' b' \sin \gamma},$$

więc wstawiwszy w nie znane wartości, otrzymamy :

$$(\alpha_2) \quad \frac{b}{b'} = 0,5959.$$

Pomnóżmy równanie (α_1) przez odwrócony pierwiastek kwadratowy równania (α_2) a otrzymamy :

$$r_0 b' = 0,0432,$$

związek, któremu można zadość uczynić, kładąc $r_0 = 0^m,60$ a $b' = 0^m,072$. Stosunek $\frac{b'}{r_0} = 0,12$ jest zupełnie odpowiedni co do swej wielkości; jego mała wartość zapewnia nas, że różnice prędkości różnych strug opuszczających turbinę są bardzo małe.

Znajac b' obliczymy łatwo b , bo według (α_2) :

$$b = 0,5959 b',$$

zkaż

$$b = 0^m,043.$$

Uważmy teraz, że skoro turbina obraca się w powietrzu a

nie w wodzie, równanie (21) ustępu n. 182 powinno być sprawdzone. Równanie to jest :

$$\Pi(H + h) - \text{III} \frac{k'}{k} \frac{b' \sin \gamma}{b \sin 2\alpha} = 0$$

a że h jest równe wysokości e wziętej ze znakiem przeciwnym, przeto możemy napisać :

$$H - e - \text{III} \frac{k'}{k} \frac{b' \sin \gamma}{b \sin 2\alpha} = 0$$

równanie, które daje

$$e = 0^m, 29.$$

Promienie r i r' znajdziemy łatwo, bo przy otworze wierzchnim :

$$r = r_0 - \frac{b}{2}, \quad r' = r_0 + \frac{b}{2}$$

a przy otworze dolnym

$$r = r_0 - \frac{b'}{2}, \quad r' = r_0 + \frac{b'}{2}.$$

Tak więc, promienie wewnętrznego i zewnętrznego obwodu korony będą :

$$r = 0^m, 579, \quad r' = 0^m, 625$$

a promienie obwodów korony łopatkowej u spodu :

$$r = 0^m, 564, \quad r' = 0^m, 636.$$

Możnaby jednak przyjąć równość : $b = b'$, to jest nadać koronie łopatkowej jednostajną szerokość równą szerokości korony kierowniczej; w takim razie rachunki byłyby prostsze.

Wyznamy teraz liczbę kierownic. Mówiliśmy w § (c)

ustępu n. 183, że grubość a żyły wodnej wypływającej z kanałów kierowniczych nie powinna przechodzić $0^m,06$ do $0^m,08$. Jeżeli oznaczymy przez l odległość mierzoną na pośrednim okręgu wierzchniej ściany turbiny, a odpowiadającą przestrzeni zawartej między dwiema kierownicami, to będziemy mieli związek :

$$a = l \sin \alpha,$$

z kąd

$$l = \frac{a}{\sin \alpha}.$$

Ponieważ $\alpha = 40$, przeto przyjąwszy równość $a = 0^m,06$, otrzymamy

$$l = 0^m,124$$

i liczbę kierownic n :

$$n = \frac{2\pi r_0}{l} = 30,38.$$

Przyjmijmy 30 kierownic, a 60 łopatek, bo jak powiedzieliśmy w § (d) ustępu n. 183, liczba łopatek jest dwa razy większa od liczby kierownic.

O sposobie kreślenia kierownic i łopatek mówiliśmy w §§ (e) i (d) ustępu n. 183 i podaliśmy dostateczne pod tym względem wskazówki.

Praca bezwzględna tej turbiny wyniesie :

$$T = 2 \times 4000 \times 0,60 = 1200 \text{ kilogrametrów,}$$

a w koniach parowych :

$$T = 16^{\text{kon. par.}}$$

Ponieważ skutek turbiny Fontaine'a dochodzi do 0,70 przy

dobrych warunkach, przeto można liczyć na 0,65 i obrachować pracę użyteczną z wzoru :

$$T_u = 0,65T,$$

który daje :

$$T_u = 10,4^{\text{kon.par.}}$$

Liczbę obrotów turbiny na minutę da wzór :

$$N = \frac{u \cdot 60}{2\pi r_0},$$

po oliczeniu prędkości u .

186. Turbina Jonval-Kœchlin'a. — Turbina ta, wynaleziona przez Jonval'a a udoskonalona przez Kœchlin'a, nie różni się niczem od turbiny Fontaine'a, tak co do kształtu łopatek i kierownic, jak i co do sposobu działania wody. Główna i charakterystyczna różnica tych dwóch machin polega na tem; że turbina Jonval-Kœchlin'a jest umieszczona wysoko ponad poziomem dolnego zbiornika.

Turbina ta składa się z koła ruchomego A, (fig. 98) obracającego się koło osi pionowej wewnątrz walca, który spoczywa na dnie BB górnego zbiornika i sięga do poziomu wody kanału odpływowego. W górnej części C tego walca umieszczona jest nieruchoma korona kierownic aa i właściwa turbina A zaopatrzona w łopatki bb . Spodnia część D walca, mająca kształt powierzchni obrotowej o rodzących krzywolinijskich, utrzymuje krzywe dno walca za pośrednictwem ścian żelaznych, położonych w płaszczyznach południkowych koła. Woda wypływa z walca kanałami utworzonymi przez te ściany.

Powierzchnia ścian kierowniczych jest zrodzona ruchem linii poziomej, przechodzącej przez oś turbiny i opierającej się na linii krzywej, nakreślonej na powierzchni walca otaczającego turbinę. W górze krzywa ta jest prawie pionowa, na dole zaś

tworzy kąt 30° z poziomem. Łopatki turbiny są również powierzchniami zrodzonymi ruchem linii poziomej, opierającej

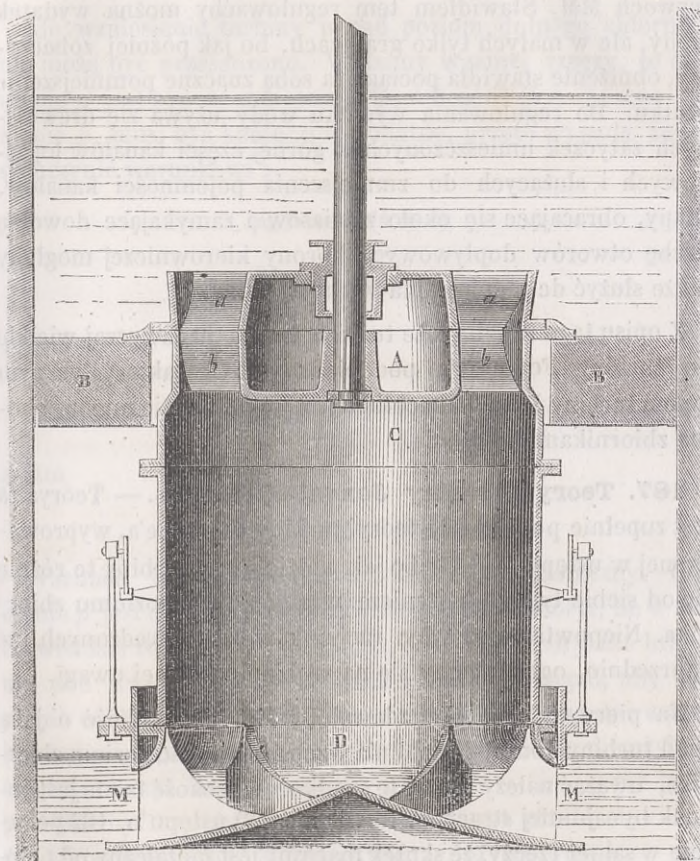


Fig. 98.

się na osi turbiny i na linii krzywej, nakerślonej na powierzchni korony. Najwyższy element tej krzywej tworzy z poziomem kąt 80° , a element dolny przecina poziom pod kątem 30° .

Górny zbiornik powinien być dosyć głęboki, aby wiry tworzące się przez wejście wody do walca nie wprowadzały powietrza do kanałów kierowniczych.

Na dolnym końcu walca otaczającego turbinę, znajduje się stawidło walcowe, służące do zamknięcia otworów wypływywoch MM. Stawidłem tem regulowaćby można wydatek wody, ale w małych tylko granicach, bo jak później zobaczymy, obniżenie stawidła pociąga za sobą znaczne pomniejszenie skutku. Do regulowania wydatku wody używa się drewnianych zatyczek umieszczonych w górnej części kanałów łopatkowych i służących do zmniejszenia pojemności kanałów. Kłapy, obracające się około zawiasów i zamykające dowolną liczbę otworów dopływowych korony kierowniczej mogłyby także służyć do regulowania wydatku wody.

Z opisu tego widzimy, że turbina ta ma nadzwyczaj wielkie do turbiny Fontaine'a podobieństwo. Charakterystycznym rysem turbiny Jonval-Kœchlin'a jest jej pośrednie między oboma zbiornikami położenie.

187. Teorya turbiny Jonval-Kœchlin'a. — Teorya ta jest zupełnie podobna do teoryi turbiny Fontaine'a, wyprowadzonej w ustępie n. 182; bo jak widzieliśmy, turbiny te różnią się od siebie tylko położeniem względnie do poziomu zbiornika. Niepowtarzając więc rachunków wyprowadzonych już poprzednio, ograniczamy się na zrobieniu pewnej uwagi.

Na pierwszy rzut oka zdawałoby się że wysokość o jaką spód turbiny Jonval-Kœchlin'a wznosi się ponad poziom zbiornika, uważać należy za stratę spadku. Wysokość ta nie jest jednak bynajmniej straconą. Równanie (18) ustępu n. 182 pokazuje w samej rzeczy, że skutek maszyny jest niezależny od położenia turbiny względem poziomu zbiornika. Okoliczność tę wytłumaczyćby można tem, że ciśnienie wody opuszczającej turbinę jest tem mniejsze, im wyżej turbina wznosi się ponad poziom wody, i że to pomniejszenie ciśnienia równoważy stratę spadku. Że ciśnienie jest tem mniejsze, im wyżej wznosi się turbina, tego dowodzi równanie (3) ustępu n. 182:

$$p' = p_a + \Pi(h + e),$$

w którym $h + e$ jest ilością odjemną. Im więc większą jest wartość bezwzględna tej ilości, tem mniejsze jest p' .

Ale wzniesienie turbiny ponad poziom dolnego zbiornika nie może być przesadzone. Widzimy w samej rzeczy, że ciśnienie p' jest zawsze mniejsze od p_a o ilość $\Pi (h + e)$; a że ciśnienie p' musi być koniecznie dodatne, przeto wypada zadośćuczynić warunkowi :

$$p_a > -\Pi (h + e),$$

$$\frac{p_a}{\Pi} > -(h + e);$$

a że

$$\frac{p_a}{\Pi} = 10^m, 33,$$

zatem

$$-(h + e) < 10^m, 33.$$

Warunek ten jest konieczny, ale nie dostateczny. Ciśnienie p' jest mniejsze w rzeczywistości, jak w teoryi, bo w rzeczywistości istnieją straty ciężenia, których w teoryi nie braliśmy pod uwagę. Zresztą słusznie można wymagać, aby ciśnienie wody opuszczającej turbinę nie było zbyt małe; wydobywanie się bowiem powietrza zawartego w wodzie niszczyłoby ciągłość cieczy. Z tych powodów wysokość $-(h + e)$ nie tylko powinna być mniejszą od $10^m, 33$, ale nawet różnić się znacznie od tej wysokości. Można by więc położyć warunek

$$-(h + e) < 6^m$$

przyjęty przez p. Bresse'a (*).

188. Wypadki doświadczeń i uwagi praktyczne dotyczące turbiny Jonval-Kœchlin'a. — Doświadczenia robione

(*) Patrz w *Hydraulice* BRESSE'A, str. 493. Wydanie paryżkie z roku 1868.

pod kierownictwem Kœchlin'a i próby robione z polecenia Towarzystwa przemysłowego w Mulhouse, okazują zgodnie (*):

1° Że turbina Jonval-Kœchlin'a pracująca w normalnym swym stanie zużywa użytecznie 0,72 pracy bezwzględnej.

2° Że w razie, gdy połowa tylko kanałów łopatkowych jest zaopatrzona w zatyczki, skutek turbiny wynosi jeszcze 0,70 do 0,71.

3° Że w razie, gdy wszystkie kanały łopatkowe są zaopatrzone w zatyczki, skutek turbiny wynosi 0,63; co pokazuje, że wydatek wody zmieniać się może bardzo znacznie przy małej zmianie skutku.

4° Że niezależnie od wydatku wody i od wysokości spadku, prędkość turbiny zmienić się może prawie bez zmiany skutku w granicach bardzo rozległych i powiększać się lub pomniejszać o $\frac{1}{4}$ wartości odpowiadającej największemu skutkowi.

5° Że skutek zmniejsza się bardzo znacznie, w miarę obniżenie stawidła umieszczonego na dole.

Wszystko to, cośmy mówili odnośnie do wymiarów i kształtu turbiny Fontaine'a stosuje się także do turbiny Jonval-Kœchlin'a.

Na spodzie walca otaczającego turbinę, umieszczone jest zwykle stawidło służące do powiększenia lub pomniejszenia a nawet do zupełnego zamknięcia otworu wypływowego. Za pomocą tego stawidła można wprawdzie zwiększyć lub zmniejszyć objętość wody przepływającej przez turbinę w danym czasie, ale tego rodzaju regulowanie wydatku wody jest bardzo wadliwe, bo skutek maszyny maleje bardzo prędko z obniżeniem stawidła. Jeżeli przy zupełnem podniesieniu stawidła, turbina zużywa objętość Q wody, to chcąc zredukować wyda-

(*) Doświadczenia te są opisane w *Hydraulice* MORIN'A na stronie 515 i następnych.

tek Q do $\frac{Q}{2}$ trzeba tak obniżyć stawidło, aby prędkość wody w turbinie była o połowę mniejsza jak poprzednio. Otóż doświadczenia pokazują, że w tym razie praca użyteczna wynosi tylko ósmą część pracy, którą maszyna wykonywa użytecznie przy zupełnem podniesieniu stawidła i dwa razy większej prędkości. To dowodzi, że stawidło umieszczone na spodzie walca nie może służyć do regulowania wydatku wody; jego użyteczność polega tylko na tem, że w chwili wprowadzenia w ruch maszyny, woda może wypełnić w bardzo krótkim czasie wnętrze rury, gdy stawidło zamyka otwory odpływowe.

Oprócz stawidła wywierającego szkodliwy wpływ na maszynę, wszystkie inne jej części są dobrze obmyślane. Jeżeli trudność regulowania wydatku wody zostanie kiedy usunięta to turbina Jonval-Kœchlin'a pozostawi bardzo mało do życzenia.

189. Turbina Girard'a. — Turbina ta podobna jest do turbiny Fourneyron'a, a różni się od niej tem tylko, że nie posiada ścian kierowniczych. Łopatki krzywe, podobne do łopatek turbiny Fourneyron'a, osadzone są między dwiema tablicami (fig. 99) kształtu odcinków kulistych, odwróconych wierzchołkami do siebie; tak że kanały łopatkowe F, F , są tem wyższe, im więcej się zbliżają do zewnętrznego okręgu korony. Ażeby zapewnić łatwy bieg wody w kanałach łopatkowych, Girard daje im takie wymiary, że woda poddana działaniu prędkości względnej i siły odśrodkowej, może je przebiegać bez wzburzenia, opuścić koło z małą stosunkowo prędkością i wejść na łopatki bez uderzenia. W tym celu umieszczony jest w środku dolnej tablicy rodzaj świętego ostrokąta G o rodzących krzywoliniowych i tworzących powierzchnię takiego kształtu, aby strugi cieczy wchodzące do kanałów łopatkowych były poziome i skierowane od środka ku obwodowi. Powierzchnia ta tworzy przedłużenie innej powierzchni B umieszczonej w środku dzwonu blasz-

nego służącego za zbiornik, i przeznaczonej do łagodnego rozdwojenia żyły wodnej, prowadzonej rurą dopływową A. Stawidło, podobnie jak w turbinie Fourneyron'a, składa się z powierzchni pierścieniowej *bb* zaokrąglonej odpowiednio w celu zapobieżenia ściśnieniu żyły wodnej.

Gdy stawidło *bb* jest zupełnie podniesione, woda kierowana krzywymi powierzchniami B i G nie doznaje prawie ściśnienia i wchodzi na łopatki w kierunku poziomym. Ale gdy sta-

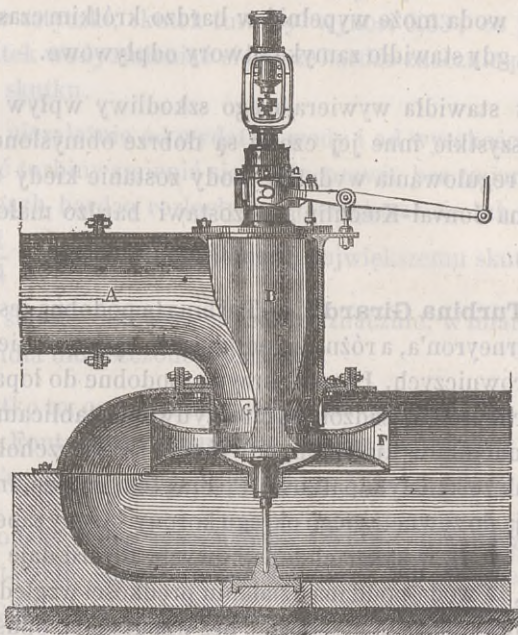


Fig. 99.

widło zastania pewną część otworów, którymi woda wchodzi na łopatki, żyła wody wzdyma się w kierunku poziomym i skutek maszyny pomniejsza się tak samo, jak w turbinie Fourneyron'a nie zaopatrzonej w diafragmy poziome.

W skutek stopniowego powiększania się wysokości kanałów łopatkowych od środka ku obwodowi, szerokość tychże kana-

łów zmniejszać się może stopniowo i być bardzo małą przy obwodzie korony. Kąt utworzony przez łopatki i obwód zewnętrzny koła jest więc bardzo mały, a w skutek tego i prędkość wody opuszczającej turbinę jest nieznaczna.

190. Wypadki doświadczeń i uwagi dotyczące turbiny Girard'a. — Doświadczenia robione w Konserwatorium Sztuk i Rzemiosł w Paryżu pokazują :

1° Ze skutek turbiny Girard'a zużywającej 4 do 15 litrów wody na sekundę i 4 do 12 metrów spadku, nie jest mniejszy od 0,65, gdy otwory podstawidłowe wynoszą najmniej 0,43 swej całkowitej wysokości.

2° Ze skutek zmniejsza się z obniżaniem stawidła; gdy jednak otwór podstawidłowy wynosi 0,31 swej całkowitej wysokości, skutek wynosi jeszcze 0,60.

3° Ze przy spadku od 9 do 12 metrów i przy całkowitem podniesieniu stawidła skutek dochodzi do 0,76.

Turbina Girard'a nie ustępuje więc pierwszeństwa innym tego rodzaju kołom; jej wysoki skutek i małe wymiary jej składowych części są przymiotami, które ją w równym z innymi turbinami stawiają rzędzie. Turbina ta znalazła może wielkie zastosowanie w wielkich przemysłowych osadach, gdzie wiele warsztatów potrzebuje małej siły poruszającej za małe pieniądze. Girard wpadł na szczęśliwą myśl zużytkowania w swych turbinach siły wody prowadzonej wodociągami do użycia domowego i wykonał projekt swój na wielką skalę w Genewie, gdzie prawie każdy robotnik ma w swym mieszkaniu małą tego systemu turbinę.

Co się tyczy wymiarów tej maszyny, to nie znamy dokładnych w tej mierze wskazówek. Według modelu, który mieliśmy sposobność oglądać w Konserwatorium Sztuk i Rzemiosł w Paryżu, średnica wewnętrzna turbiny wynosi od 0,50 do 0,60 śred-

nicy zewnętrznej, szerokość korony wynosi więc od 0,25 do 0,20 średnicy zewnętrznej. Krzywe łopatki koła są prawie styczne do wewnętrznego okręgu turbiny i przecinają zewnętrzny okrąg pod kątem 50°. Ażeby kanały miały przecięcie odpowiednie prędkości i objętości wody prowadzonej, łopatki są znacznie grubsze w środku, jak na końcach, jakieśmy to już wspominali w ustępie n. 178, odnośnie do turbiny Fourneyron'a.

ROZDZIAŁ III

TURBINY STYCZNOBIERNE (*).

191. Opis turbin stycznobiernych. — Turbinami *stycznobiernymi* nazywamy koła poziome z łopatkami krzywymi otrzymujące wodę na jednej części ich wewnętrznego lub zewnętrznego obwodu. W ostatnich czasach koła te rozprzestrzeniły się cokolwiek i w Zürichu na wielką skalę zastosowaniami zostały.

Dwie są właściwości stycznobiernych turbin. Jedna z nich określona samą już turbiną nazwą polega na sposobie wprowadzenia wody na łopatki, druga zaś, wspólna całemu szeregowi machin wodnych, turbinami częściowemi (**), zwanych jest ta, że woda działa tylko na kilka łopatek równocześnie. Ale charakterystycznym rysem odróżniającym je od innych kół o osi pionowej, jest sposób wprowadzenia wody na łopatki. Woda prowadzona pionową rurą, przepływa w kierunku

(*) W niezajomości czy braku technicznego polskiego wyrazownictwa, nazwaliśmy turbinami stycznobiernymi koła, które Francuzi nazywają *turbines tangentielles*, a Niemcy *Tangentialræder*.

(**) Partial-Turbinen.

poziomym przez kanał zaopatrzony w ściany pionowe, służące za kierownice i tak względem koła ustawione, że prowadzona niemi żyła wodna wpada na koło prawie stycznie do jego okręgu. Łopatki koła, tworzące bardzo mały kąt z okręgiem, mają taki kształt, że żyła wodna nie uderza o nie, ale ślizga się wzdłuż ich powierzchni i ciśnieniem swem wykonuje pracę poruszającą.

Rozróżniamy trzy rodzaje turbin stycznobieniowych.

1° Turbiny otrzymujące wodę na wewnętrznym okręgu i wypuszczające ją na zewnętrznym obwodzie, czyli turbiny z dopływem na wewnątrz i wypływem na zewnątrz.

2° Turbiny otrzymujące wodę na zewnętrznym okręgu i wypuszczające ją na tymże samym okręgu czyli turbiny z dopływem i wypływem na zewnątrz.

3° Turbiny otrzymujące wodę na zewnętrznym obwodzie i wypuszczające ją na wewnętrznym czyli turbiny z dopływem na zewnątrz i wypływem na wewnątrz.

Pierwsza z tych turbin podobna jest zupełnie do turbiny Fourneyron'a, i teorye tych dwóch kół zgadzają się z sobą zupełnie.

W turbinie drugiego rodzaju woda wchodzi na koło z pewną prędkością względną, niktą pod działaniem siły odśrodkowej; siła ta ożywia wodę prędkością przeciwną pierwotnej i zmusza ją do opuszczenia koła na zewnętrznym okręgu. Tak więc żyła wody płynie naprzód ku środkowi i wraca się następnie ku zewnątrz. Siła odśrodkowa sprzeciwia się ustawicznie pierwszemu z tych ruchów, niszczy go zupełnie i rodzi drugi.

W turbinie trzeciego rodzaju, woda dostaje się na łopatki przy zewnętrznym okręgu i płynie ku środkowi koła z prędkością względną, która maleje pod ustawicznym działaniem siły odśrodkowej. Dopłynąwszy do wewnętrznego okręgu turbiny,

woda opuszcza koło z prędkością względną, równą co do wielkości i przeciwną co do kierunku prędkości tegoż okręgu.

Jakkolwiek turbiny stycznobierne dopiero w ostatnich latach zastosowanie swe znajdować zaczęły, to jednak myśl ich i zasada datuje się już od kilkudziesięciu lat. W roku 1826, a więc jeszcze przed wynalezieniem wszystkich nowszych turbin, Poncelet (*) proponował w swoim *Wykładzie machin* w Szkole artylerji w Metz, użycie koła poziomego z krzywymi łopatkami, któreby przyjmowało wodę na zewnętrznym okręgu, a wypuszczało ją na wewnętrznym. Wprowadzenie wody bez uderzenia miało być urzeczywistnione przez wypełnienie ogólnych i znanych wówczas prawideł, a prędkość względna wody, malejąca pod działaniem siły odśrodkowej miała być tak regulowana ruchem koła, aby w danym razie mogła być zupełnie zniweczona i przybrać przeciwny pierwotnemu kierunek. Tak więc, koło to mogłoby wypuszczać wodę na zewnętrznym obwodzie.

192. Teorya turbiny stycznobiernej z dopływem na wewnątrz i wypływem na zewnątrz. — Jakkolwiek turbinę tę uważać można za szczególny przypadek turbiny Fourneyron'a, uważamy jednak za stosowne podać tu osobno jej teoryę. Oznaczmy przez :

r i r' promienie wewnętrznego i zewnętrznego okręgu koła;

v prędkość bezwzględną wody wchodzącej na łopatki;

w prędkość względną wody opuszczającej koło;

$u = \omega r$ prędkość okręgu wewnętrznego;

v' prędkość bezwzględną wody opuszczającej koło;

w' prędkość względną wody opuszczającej łopatkę;

$u' = \omega r'$ prędkość okręgu zewnętrznego;

(*) *Cours des machines à l'École de l'artillerie et du génie*. Metz, 1831-1832. Section VII, p. 45.

α kąt jak tworzy średnia struga cieczy wpadającej na koło, z temże kołem;

β i γ kąty, pod jakimi ostatnie elementy łopatki przecinają wewnętrzny i zewnętrzny okrąg;

b wysokość kanałów turbiny;

H wysokość spadku, to jest wzniesienie poziomu zbiornika górnego ponad środek otworów koła;

Q wydatek wody;

k współczynnik ściśnienia wody wchodzącej na koło;

k' współczynnik ściśnienia wody opuszczającej koło;

Uważajmy cząsteczkę cieczy płynącą po łopatce i zastosujmy twierdzenie sił żywych do tego ruchu względnego. Połowa przyrostu siły żywej będzie

$$\frac{1}{2} m (w'^2 - w^2),$$

jeżeli m oznacza masę cząsteczki. Siły działające są: ciśnienie i siła odśrodkowa. Ponieważ koło jest na wolnem powietrzu, przeto ciśnienie jest wszędzie jedno i to samo, i siła ta żadnej nie wykonywa pracy. Praca siły odśrodkowej w czasie, gdy cząsteczka przebiega łopatkę od jednego końca do drugiego, jest równa połowie przyrostu siły żywej z prędkości obrotowej, to jest równa się:

$$\frac{1}{2} m (u'^2 - u^2).$$

Zatem

$$\frac{1}{2} m (w'^2 - w^2) = \frac{1}{2} m (u'^2 - u^2)$$

$$(1) \quad w'^2 - w^2 = u'^2 - u^2.$$

Widoczną jest rzeczą, że zaniechawszy tarcie wody, możemy

napisać

$$(2) \quad v = \sqrt{2gH}.$$

Równoległobok prędkości (ustęp n. 177, fig. 93) pokazuje, że

$$(3) \quad w^2 = u^2 + v^2 - 2uv \cos \alpha,$$

bo prędkości u i v przecinają się pod kątem α .

Ażeby woda wpadała na koło bez uderzenia potrzeba, aby

$$(4) \quad \frac{w}{v} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta},$$

$$(5) \quad \frac{u}{v} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta}.$$

Ażeby prędkość wody opuszczającej koło była małą, kładziemy warunek, tak jak w ustępie n. 177 :

$$(6) \quad u' = w';$$

a równanie (4) sprowadza się w takim razie do

$$(7) \quad u = w.$$

Na zasadzie związku (7), równanie (3) daje

$$(8) \quad v = 2u \cos \alpha$$

i z tego samego powodu równania (4) i (5) dają

$$\sin \alpha = \sin(\alpha + \beta);$$

z kąd

$$(9) \quad \beta = \pi - 2\alpha.$$

Jeżeli nazwiemy c stosunek wewnętrznego obwodu do części tegoż obwodu zajętego żyłą wody wchodzącą na koło, to summa otworów, którymi woda wchodzi do kanałów turbiny,

wynosić będzie $\frac{2\pi r}{c} \sin \alpha \cdot b$; a summa otworów, którymi woda wypływa z koła, $\frac{2\pi r'}{c} \sin \gamma \cdot b$. Wydatek wody będzie zatem :

$$Q = \frac{2\pi r}{c} b \sin \alpha \cdot k \cdot v = \frac{2\pi r'}{c} \cdot b \cdot \sin \gamma k' w';$$

ponieważ jednak $w' = u' = u \frac{r'}{r}$, przeto

$$Q = \frac{2\pi r}{c} b \cdot \sin \alpha \cdot k \cdot v = \frac{2\pi r'}{c} b \sin \gamma k' u \frac{r'}{r};$$

zład

$$(10) \quad r = \frac{Qc}{2\pi \sin \alpha b k v}.$$

Jeżeli w równaniu $\frac{2\pi r}{c} b \sin \alpha k v = \frac{2\pi r'}{c} b \sin \gamma \cdot k' u \frac{r'}{r}$ wstawimy za u wartość wyciągniętą z równania (8), znajdziemy :

$$r \sin \alpha k = r' \sin \gamma \cdot k' \frac{r'}{r} \frac{1}{2 \cos \alpha},$$

$$(11) \quad \sin \gamma = \frac{k}{k'} \left(\frac{r}{r'} \right)^2 \sin 2\alpha,$$

$$(12) \quad \sin 2\alpha = \sin \beta = \sin \gamma \cdot \frac{k'}{k} \left(\frac{r'}{r} \right)^2.$$

Ponieważ kąt γ jest zawsze mały, a stosunek $\frac{r'}{r}$ nie jest znacznie większy od jedności, a zatem kąt 2α i tem bardziej kąt α będzie miał małą bardzo wartość. Kąt β będzie więc blizki 180 stopni. Okoliczność ta usprawiedliwia nazwę « turbin stycznobiernych ».

Co się tyczy skutku użytecznego, to nie sądzimy, by można

go oznaczyć na drodze teoretycznej. Równania powyższe są równaniami warunkowemi największego skutku, bośmy przypuścili, że tarcie i inne przeszkody nie tamują ruchu bieżącej wody; te jednak przypuszczenia nigdy nie sprawdzają się w praktyce. Woda nie wypełnia całkowicie kanałów turbiny, znaczna jej ilość działa tylko częściowo; teoria więc nie jest w stanie oznaczyć dosyć dokładnie pracy tej maszyny.

193. Teoria turbiny stycznobiernej z dopływem i wypływem na zewnątrz. — W tej turbinie woda wpada przy zewnętrznym okręgu, skierowana pod kątem α do wewnętrznego obwodu i przebiega łopatkę ku wnętrzu z prędkością względną w , która maleje ustawicznie pod działaniem siły odśrodkowej, działającej wprost przeciwnie. To też po pewnym przeciągu czasu woda traci zupełnie swą względną prędkość i ożywia się ruchem przeciwnym pierwotnemu właśnie w skutek działania tej siły. Tym sposobem nabyta prędkość względna łączy się z prędkością obrotową zewnętrznego okręgu i wydaje prędkość bezwzględną wody opuszczającej koło.

Koło musi być tak zbudowane, aby nie tylko uderzenie wpływającej na nie wody nie miało miejsca, ale także, aby woda dopływała do końca łopatki przy wewnętrznym okręgu z prędkością zero; w przeciwnym bowiem razie ciecz wytryskiwałaby ku wnętrzu koła i nie wracałaby pierwotnie po łopatkę przebieżoną drogą. Nadto, jak w każdej maszynie wodnej tak i tutaj, woda opuszczająca koło powinna unosić małą tylko część siły żywej.

Jeżeli działanie wody w turbinie z dopływem i wypływem na zewnątrz jest inne, jak działanie wody w poprzednio opisanej turbinie, to też i jej teoria różnić się musi od teorii tamtej turbiny. Ale właściwości ruchu i działania dają się ująć w podobne poprzednim prawa, bo siłami poruszającymi są

zawsze : ciężkość i siła odśrodkowa, siłami zaś oporowymi zawsze te same opory, tarcia i przeszkody.

Ilości wchodzące w rachunek oznaczymy temi samymi zgłoskami, co w poprzednim ustępie, z wyjątkiem kąta β , który oznaczać będzie kąt, pod jakim końce łopatek przecinają zewnętrzny okrąg koła.

Strugi wody dopływają do wewnętrznego okręgu turbiny z prędkością bardzo małą, która nawet sprowadza się do zera na samym końcu łopatek.

Uważając bieg wody od zewnętrznego końca łopatek do jej wewnętrznego końca, widzimy że

$$w_1^2 - w^2 = u^2 - u'^2,$$

gdzie w_1 oznacza prędkość względną przy okręgu wewnętrznym. Ale że w_1 ma się równać zero, przeto

$$(1) \quad w^2 = u^2 - u'^2.$$

Tak samo jak w poprzednim ustępie, otrzymujemy równania :

$$(2) \quad v = \sqrt{2gH};$$

$$(3) \quad w^2 = u'^2 + v^2 - 2u'v \cos \alpha;$$

$$(4) \quad \frac{w}{v} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta};$$

$$(5) \quad \frac{u'}{v} = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \beta};$$

$$(6) \quad w' = u'.$$

Prędkość względną wody opuszczającej koło jest

$$(7) \quad w'^2 = u'^2 - u^2,$$

zatem na zasadzie równania (6) :

$$(8) \quad u = 0;$$

ale temu warunkowi nie można zadość uczynić, bo kanały przedłużone do osi koła byłyby zbyt wąskie.

Ponieważ $u = 0$, przeto równanie (4) daje

$$(9) \quad w = u,$$

a ztąd

$$(10) \quad v = 2u' \cos \alpha,$$

i z tego samego powodu

$$\sin \alpha = \sin(\beta - \alpha),$$

$$\alpha = \frac{\beta}{2}.$$

Rozumując w ten sam sposób, jak w poprzednim ustępie, znajdujemy:

$$(11) \quad Q = \frac{2\pi r'}{c} \sin \alpha b v k = \frac{2\pi r'}{c} \sin \beta w' k' b,$$

zktąd

$$(12) \quad r' = \frac{Qc}{2\pi b v k \sin \alpha}.$$

Równanie (11) pokazuje także, że

$$w k \sin \alpha = w' k' \sin \beta;$$

zatem

$$(13) \quad w = w' = u' = \frac{k \sin \alpha}{k' \sin \beta} \cdot v.$$

194. Teorya turbiny stycznobiernej z dopływem na zewnątrz i wypływem na wewnątrz. — Widoczną jest rzeczą, że bieg wody w tej turbinie jest wprost przeciwny ruchowi wody w turbinie Fourneyron'a (ustęp n. 177). Podczas gdy w tej ostatniej siła odśrodkowa stara się przyspieszyć ruch wody na łopacie, w rzeczonyj turbinie siła odśrodkowa opóźnia ruch wody i sprowadza jej prędkość do małych bardzo

rozmiarów. Jednakże siły działające i opory są te same co poprzednio, a warunki, którym machina odpowiadać powinna, są takie jak w każdej turbinie.

Oznaczamy przez α i β kąty, jakie tworzą końce łopatki z zewnętrznym i wewnętrznym okręgiem turbiny i otrzymujemy łatwo następujące równania :

$$(1) \quad w^2 - w'^2 = u^2 - u'^2;$$

$$(2) \quad v = \sqrt{2gH};$$

$$(3) \quad w^2 = u'^2 + v^2 - 2u'v \cos \alpha;$$

$$(4) \quad \frac{w}{v} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta};$$

$$(5) \quad \frac{u'}{v} = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \beta};$$

$$(6) \quad w' = u.$$

Z równań (1) i (6) wypada, że

$$(7) \quad w = u';$$

a równanie (3) daje

$$(8) \quad v = 2u' \cos \alpha.$$

Na zasadzie równania (7) mamy

$$\sin \alpha = \sin(\beta - \alpha),$$

$$\beta = 2\alpha.$$

Objętość wody zużytej jest :

$$(9) \quad Q = \frac{2\pi r'}{c} \sin \alpha \cdot bvk = \frac{2\pi r}{c} \sin \gamma \cdot bw'k',$$

zład

$$(10) \quad r' = \frac{Qc}{2\pi \sin \alpha bvk},$$

$$r' \sin \alpha \cdot vk = r \sin \gamma \cdot w'k'$$

$$(11) \quad w' = \frac{r \sin \alpha k}{r \sin \gamma k'} v;$$

a że $w' = u = \frac{r}{r'} u' = \frac{r}{r'} \frac{v}{2\cos\alpha}$, przeto równanie (11) sprowadza się do

$$(12) \quad \sin 2\alpha = \sin \beta = \sin \gamma \left(\frac{r}{r'} \right)^2 \frac{k'}{k},$$

gdzie $\frac{k'}{k} = 1$ przyjąć wypada. Widzimy, że kąt α jest bardzo mały, bo stosunek $\frac{r}{r'}$ jest mniejszy od jedności a kąt γ jest także mały; że zaś $\beta = 2\alpha$, przeto łopatki są styczne prawie do obu okręgów i różnią się znacznie od łopatek turbiny Fourneyron'a.

195. Uwagi praktyczne dotyczące turbin stycznobiernych. — Pod względem przymiotów swych i własności, turbina stycznobierna jest jeszcze mało znana. Żadne większe i systematycznie przeprowadzone doświadczenia nie rzuciły światła na te mało jeszcze zastosowania znajdujące maszyny. Pożądaną jest rzeczą, aby bliższe poznanie i ocenienie stycznobiernych turbin drogą doświadczeń mogło dać jakąś podstawę do ich osądzenia i uklassyfikowania wobec innych znanych i wypróbowanych kół wodnych.

Jedyne znane nam doświadczenia robione w celu zbadania własności stycznobiernych turbin, ograniczają się na liczbie trzech. Jedne z nich robione przez generała Morin'a na kole bezwarunkowo źle zbudowanem nie dają wyciągnąć z siebie wniosków, któreby do ogólnych prawideł policzyć było można; drugie, robione przez p. Tuppinger'a, inżyniera fabryki Escher Wyss i Spółka w Zürichu, są niekompletne a doświadczenia p. Gross'a robione na wzorowych turbinach przędzalni w Ettlingen przy Karlsruhe są w zbyt małej liczbie. Niemniej jednak z prób tych wyciągnąć się dadzą dla praktyki użyteczne wskazówki, które streszczamy jak następuje :

1° Stosunek pracy użytecznej do pracy bezwzględnej dochodzi do 0,75 w korzystnych warunkach; w zwyczajnym stanie rzeczy, turbina stycznobierna zużywa korzystnie 0,70 pracy bezwzględnej.

2° Woda powinna być wprowadzona na koło cienką w kierunku poziomym żyłą, a to mianowicie w celu urzeczywistnienia warunków teoretycznych zapewniających wejście wody na łopatki bez uderzenia (*).

3° Turbiny te nie są w stanie używać korzystnie wielkich objętości wody o małym spadku. Natomiast, przy małym wydatku wody a wielkim spadku, maszyny te przedstawiają istotnie wyższość nad innymi turbinami.

Dodać jeszcze musimy, że w doświadczeniach p. Gross'a: uważano, że skutek turbiny stycznobiernej nie zmieniał się, chociaż przy tej samej prędkości podniesienie stawidła wynosiło 0,75, 0,50 i 0,25 całkowitego podniesienia, to jest, że skutek nie zmienia się przy zmianie wydatku; temu jednak wielkiej wiary dawać nie chcemy. Tak teoria jak i praktyczne badania innych kół wodnych okazują zgodnie, że skutek zmienia się nawet bardzo znacznie z pomniejszeniem wydatku wody. Gdyby jednak uwaga p. Gross'a potwierdzoną została innymi doświadczeniami, turbina stycznobierna mogłaby zająć niepoślednie wobec innych maszyn stanowisko.

Wyprowadzona w ustępach 192, 193 i 194 teoria, może służyć za podstawę do obrachowań przy projektowaniu stycznobiernej turbiny. Żadne z ilości wchodzących w rachunek nie są ściśle teorią określone, inne znowu figurują w równaniach warunkowych a więc teoretycznie oznaczyć się dadzą. Tutaj więc jak wszędzie, gdzie chodzi o rzeczywistość a nie o ab-

(*) P. Tuppinger, inżynier fabryki Escher Wyss i Spółka w Zürichu, która dostarczyła największą liczbę tych turbin, przyjął powyższą zasadę. W jego nowszych turbinach, sąsiednie kanały kierownicze nie przechodzą liczby dwóch, ale takich razem spójnych kanałów jest 2 lub 3 pary, symetrycznie na okręgu rozłożonych.

strakeyjną teorią, połączyć trzeba wyniki i prawidła teorii ze wskazówkami praktyki; a że wskazówki praktyczne są tylko wypadkami pojedynczych doświadczeń, i ogólnych ścisłych prawideł wydać nie mogą, przeto także własne poczucie i zdrowy sąd konstruktora biorą swój udział w oznaczeniu wymiarów i kształtu projektowanej maszyny. Wszelako przyjąć można za podstawę pewne ogólne prawidła, od których jednak mniej lub więcej oddalić się można.

W braku dostatecznej liczby doświadczeń, zmuszeni jesteśmy ograniczyć się na kilku tylko uwagach Redtenbacher'a i paru wskazówkach, któreśmy zebrali w wielkiej przedzalni w Ettlingen przy Karlsruhe.

Dla turbiny stycznobiernej z dopływem na wewnątrz i wypływem na zewnątrz możnaby przyjąć następujące prawidła.

Kąt γ utworzony przez koniec łopatki i zewnętrzny okrąg turbiny wynosić powinien 15° do 12° stopni; stosunek promieni $\frac{r}{r'} = \frac{3}{4}$; stosunek wewnętrznego okręgu do części tegoż okręgu zajętego żyłą wody $c = 4$ do 5 ; wysokość koła $b = \frac{1}{4} r$; najkorzystniejsza liczba obrotów na minutę $n = 9,548 \frac{n}{r}$; liczba łopatek $n' = 35 + 50r$.

Teorya pokazuje, że koła z dopływem i wypływem na wewnątrz nie są korzystne; to też koła te są dziś zarzucone, a na ich miejsce przyjęte zostały powszechnie koła z dopływem na zewnątrz i wypływem na wewnątrz.

Dla turbin stycznobiernych trzeciego rodzaju, przyjąć można następujące prawidła :

Kąt γ utworzony przez koniec łopatki i wewnętrzny okrąg turbiny wynosi 15° do 20° stopni; stosunek promieni $\frac{r}{r'} = \frac{3}{4}$

do $\frac{4}{5}$; stosunek zewnętrznego okręgu do części tegoż okręgu zajętego żyłą wody $c = 4$ do 5, gdy woda wchodzi na turbinę w jednym tylko miejscu; a zaś $c = 3$ do 4, gdy woda wchodzi w dwóch miejscach. Wysokość koła $b = \frac{1}{4} r'$; najkorzystniejsza liczba obrotów na minutę $N = 9,548 \frac{u'}{r'}$; liczba łopatek

$$n' = 35 + 50 r'.$$

196. Przykład liczebny. — Aby pokazać, w jaki sposób zastosować można teorią wyprowadzoną w poprzedzających ustępach do obrachowania wymiarów turbiny stycznobiernej, przypuśćmy, że chcemy zbudować turbinę z dopływem od zewnątrz a wypływem na wewnątrz, mając dany spadek $H = 10^m$ i wydatek $Q = 0^{m.s.}, 80$ na sekundę (*).

Przypuśćmy, że

$$\gamma = 20^\circ, \quad \frac{r'}{r} = 1,25, \quad \frac{k'}{k} = 1, \quad c = 4,54$$

a będziemy mieli (rów. 12 ustępu n. 194):

$$\sin 2\alpha = \sin \beta = \sin \gamma \left(\frac{r'}{r} \right)^2 \frac{k'}{k} = 0,219,$$

z kąd

$$\beta = 2\alpha = 12^\circ 40'$$

i

$$\alpha = 6^\circ 20'.$$

Z równania (2) ustępu n. 194:

$$v = \sqrt{2gH}$$

(*) Takie są dane wzorowej turbiny, którą oglądaliśmy w Ettlingen przy Karlsruhe.

otrzymujemy

$$v = 14^m.$$

Ażeby znaleźć promień r' uważmy, że (rów. 10 ustępu n. 194):

$$r' = \frac{Qc}{2\pi \sin \alpha bvk}$$

a przyjmąwszy

$$b = 0,25r',$$

otrzymamy :

$$r'^2 = \frac{Qc}{0,50\pi \sin \alpha bvk},$$

zkaąd

$$r' = 1^m,22,$$

bo można przyjąć $k = 1$.

Promień wewnętrznego obwodu łatwo jest znaleźć; mamy bowiem :

$$\frac{r'}{r} = 1,25,$$

zkaąd

$$r = 0,80 \quad r' = 0^m,976.$$

Turbina ta obracać się będzie na zewnętrznym okręgu z prędkością (rów. 8, ustęp 194) :

$$u' = \frac{v}{2\cos \alpha} = 7^m,043$$

a najodpowiedniejsza liczba obrotów koła będzie :

$$9,548 \frac{u'}{r} = 55,12$$

obrotów na minutę.

ROZDZIAŁ IV

OGÓLNY POGLĄD NA KOŁA O OSI PIONOWEJ;
ICH PORÓWNANIE Z KOŁAMI O OSI POZIOMEJ,
I WYBÓR MACHINY WODNEJ.

197. Ogólny pogląd na turbiny. — Nowe turbiny posiadają niezaprzeczone przymioty stawiające je pod pewnymi względami wyżej od innych kół wodnych. Podczas gdy koła o osi poziomej, wystawione na szkodliwy wpływ mrozu i wezbrań, nie mogą zapewnić nieustannego ruchu fabryki, turbiny pracują w lecie i w zimie, podczas wezbrań i posuchy, niezależnie do pory roku i temperatury. Wspomnieliśmy już poprzednio, że okoliczność ta jest nader ważną dla wielkich zakładów przemysłowych niecierpiących zwłoki i przerwy w pracy. Uważając turbinę pod względem jej kształtu i działania wody, widzimy, że wszystkie jej części są równocześnie na to działanie wystawione, z wyjątkiem turbin stycznobiernych, które przyjmują wodę na kilka tylko łopatek równocześnie. Ztąd wypada, że wymiary turbiny są bardzo małe w porównaniu do wymiarów koła o osi poziomej; bo podczas gdy to ostatnie przyjmuje wodę na jednej tylko części swego okręgu, turbina przyjmuje ją na całym obwodzie. Bieg, a więc i działanie wody w turbinie jest bardzo jednostajne; objętość wody zużytej jest stosunkowo olbrzymia, bo woda wpływa jednymi otworami do turbiny, a osobnymi z niej wypływa, tak, że strugi cieczy nie spotykają się na swej drodze. Koła o osi poziomej nie posiadają tej własności; jedno z najlepszych kół, koło Poncelet'a, mające tyle do turbin podobieństwa, przyjmuje wodę tymi samymi otworami, które służą do jej wyprowadzenia z łopatek. Turbina o małych stosunkowo wy-

miarach jest więc w stanie zużyć olbrzymie objętości wody z podziwienia godną łatwością; widzieliśmy przykłady, gdzie turbina mająca 4^m,20 średnicy zewnętrznej i 0^m,09 wysokości, zużywała 1^{m.s.},50 wody na sekundę, a istnieją turbiny zużywające 4^{m.s.} na sekundę. Prędkość obrotowa turbiny jest bardzo wielka; przesłanie ruchu jest więc łatwe, tanie i nie wymaga kosztownych organów, jeżeli chodzi o stworzenie szybkiego ruchu. Koła te mogą zużywać wszelkiego rodzaju spadki; istnieją bowiem turbiny mające 0^m,30 spadku, a spadek turbiny w St-Blaise w Czarnym lesie wynosi 108^m. Wreszcie musimy jeszcze zwrócić uwagę na jedną okoliczność. Wiadomo, że turbina obracać się może z prędkością bardzo różną od prędkości normalnej i że skutek maszyny zmienia się zaledwie spostrzegalnie. W wielu bardzo fabrykach, prędkość narzędzia a zatem i prędkość organu ruch przesyłającego musi zmieniać się w miarę, jak robota naprzód postępuje; niezmiennosc skutku jest bardzo pożądana w tym razie. Okoliczność ta jest jednak korzystną z innych jeszcze względów. Wiadomo, że przy zmianie spadku trzeba zmieniać prędkość koła wodnego, jeżeli chce się osiągnąć największy skutek. Otoż, zmiana spadku może mieć bardzo łatwo miejsce, albo przez пониżenie górnego poziomu lub podniesienie się dolnego; więc chcąc otrzymać największy skutek, trzeba by ustawicznie zmieniać prędkość obrotową koła, która bardzo często powinna być koniecznie stałą. Tutaj turbina oddaje wielkie usługi: jej ruch jest niezmienny, a praca zawsze ta sama.

Machiny te są więc pod pewnymi względami rzeczywiście wyższe nad koła o osi poziomej. Na nieszczęście, ich skutek nie jest stosunkowo stały przy bardzo zmiennych spadkach; ich budowa i naprawa może być powierzona tylko zręcznym mechanikom, których często brakuje pod ręką; podczas gdy koła o osi poziomej mogą być łatwo i tanio zbudowane i dają ten sam, co turbiny, skutek. W wielu jednak razach turbina znaleźć może swe zastosowanie.

Jak przy zakładaniu kół o osi poziomej, tak i przy budowie turbiny znać trzeba dwie z trzech ilości: H , Q i S . Każdej z tych ilości dotyczy kilka ważnych uwag.

Uważajmy najprzód wysokość spadku. Jeżeli spadek jest mały, to wydatek wody musi być wielki, bo iloczyn tych dwóch ilości jest proporcjonalny do wymaganej pracy; wymiary turbiny i kanałów prowadzących wodę będą znaczne, prędkość obrotowa mała, a przesłanie ruchu będzie stosunkowo kosztowne. Jeżeli znowu spadek jest bardzo wielki, to wydatek wody musi być mały, średnica koła zbyt mała, krzywizna łopatek zbyt silna, a prędkość wody przepływającej przez koło tak ogromna, że łopatki odbierać będą tylko działanie pojedynczych strug cieczy. Do tego jeszcze dodać trzeba, że niesłychana prędkość obrotowa turbiny wymagać będzie licznych i skomplikowanych kół zębatach łągodzących zrozoną kołem prędkość. Widzimy ztąd, że turbina nie jest w ogóle przeznaczoną do zużywania za wielkich i za małych spadków, ale spadków średnich. Jeżeli mamy budować turbinę mając do wyboru kilka spadków, to trzeba oczywiście wybrać ten z nich, który najwięcej turbinie odpowiada. Redtenbacher starał się wynaleść empirycznie prawidło służące do oznaczenia najodpowiedniejszej wysokości spadku dla turbiny, która ma wykonać pracę n koni parowych i otrzymał równanie:

$$H = 1 + 1,40n.$$

Nie potrzebujemy zwracać na to uwagi, że prawidło to służy jedynie tylko do wyboru spadku.

Skutek turbin, to jest stosunek pracy użytecznej do pracy bezwzględnej wynosi 0,63, a przy dobrym urządzeniu koła dochodzi do 0,73; można więc przyjąć, że turbiny zużywają korzystnie 0,70 całkowitej pracy spadku.

Ażeby oznaczyć objętość wody, uważmy że skutek maszyny

wodnej, przesyłającej użyteczną pracę n koni parowych, jest

$$S = \frac{75m}{1000QH};$$

bo koń parowy przedstawia pracę 75 kilogrametrów. Ztąd

$$Q = 0,075 \frac{n}{H} \cdot \frac{1}{S},$$

a przyjąwszy na S wartość 0,70, znajdujemy

$$Q = 0,107 \frac{n}{H}.$$

Głównie chodzi o to, czy strumień daje zawsze taką objętość wody, jakiej wzór powyższy wymaga. W tym celu trzeba zmierzyć wydatek spadku w różnych porach roku, podczas pogody i słońca. Jeżeli badania te pokażą, że w każdej porze roku i bez względu na stan hydrometryczny powietrza wydatek strumienia jest tak wielki, jak tego wymaga pomieniony wzór, to pozostaje tylko obliczować wymiary turbiny w ten sposób, aby ta objętość wody była korzystnie zużyta. Przy tak korzystnych warunkach przedstawia się jednak pytanie, czy wydatek strumienia nie jest większy, jak potrzeba, lub też, czy nie byłoby lepiej zbudować, zamiast jednej turbiny, kilka turbin o różnej sile. Na to pytanie odpowiedzieć można bardzo łatwo znając przeznaczenie turbiny, to jest wiedząc, jakiego rodzaju pracę machina ma wykonać.

Rzadko jednak okoliczności są tak sprzyjające. Najczęściej wydatek strumienia jest bardzo zmienny i nie wystarcza podczas posuchy do potrzeb zakładu, tak że uciec się trzeba do machin parowych, któreby w pewnych porach roku zastępowały machinę wodną. W takim razie zbudować trzeba dwie lub kilka turbin, i urządzić je w ten sposób, aby jedna z nich lub kilka mogło być zawsze dostatecznie wodą zasilonych. Jeżeli np. wydatek wody zmienia się od 1^{ms} do $2^{ms},50$, to należy

zbudować dwie turbiny, z którychby jedna zużywała 1^{ms} wody, a druga $1^{\text{ms}},50$; tym sposobem pierwsza może być używana przy najmniejszym, druga przy średnim, a obie razem przy największym wydatku wody. Jeżeli zmiana wydatku jest nieznaczna, to można obejść się jedną turbiną dzieląc ją diafragmami na dwie lub kilka części. Jeżeli znowu wydatek wody jest mały, ale bardzo zmienny, to uciec się trzeba do turbin stycznobiernych; ale koła te używać należy tylko w ostateczności. Wogóle jest trudno powiedzieć, jaka turbina jest najodpowiedniejszą w danym razie; tylko dokładne zbadanie miejscowych okoliczności i porównanie kilku projektów może zawyrokować wybór maszyny.

198. Ogólne uwagi dotyczące urządzenia kół wodnych. — W Hydraulicce podaliśmy teorią biegu wody w kanałach, jak również i prawidła, które służyć mogą za wskazówkę do obliczania wymiarów kanałów w ogólności. Prawidła te stosują się także i do kanałów bocznych prowadzących wodę na koło. Prędkość wody na dnie i prędkość średnia obliczone będą stosownie do natury gruntu. Przekrój kanału powinien być stały, czasem jednak w skutek miejscowych okoliczności, kanał zwężać się może w pobliżu koła. Wymiary kanału w pobliżu stawidła powinny być takie, aby powierzchnia jego poprzecznego przecięcia była przynajmniej 10 do 12 razy większą od największego otworu stawidłowego.

Wiadomo, że w miejscach, gdzie kanał się rozgałęzia, siła żywa wody doznaje pewnej straty i to tem większej, im większe jest ściśnienie żyły wodnej; należy więc zaokrąglać brzegi kanału w tych miejscach i umieścić dno w obu kanałach na jednej wysokości.

Jeżeli koło wodne ma pracować przerwami, oraz jeżeli miejscowość na to pozwala, korzystnie jest założyć tuż przy kole staw czyli zbiornik służący do zbierania i zachowywania wody.

Tym sposobem zyskać można wielką ilość wody tak pożądaną podczas posuchy. W tej epoce wstrzymuje się często bieg koła nie tylko przez noc, ale i w dzień w celu zebrania większej ilości wody w zbiorniku i podniesienia jej poziomu do wysokości dostatecznej. Użycie zbiorników jest nadzwyczaj korzystne w razie, gdy koło ma pracować przerwami, jak np. w kuźniach, a szczególnie gdy wydatek wody podczas pracy jest większy od objętości, którą daje źródło; wtedy obniża się poziom wody w zbiorniku; ale zbierając wodę w stawie podczas spoczynku koła, łatwo jest podnieść jej poziom do normalnej wysokości. W krajach górzystych, gdzie korzystać można z wielu potoków, dających mało wody, ale wielki spadek, należy również zgromadzać wodę w stawach przez całą noc albo przez część dnia i zużywać ją, skoro tylko w dostatecznej znajduje się ilości.

Ale nie możemy zataić kilku niedogodności, które przedstawia ten sposób użycia wody. Spadek maleje w miarę obniżania się poziomu; chcąc więc otrzymać tę samą ilość pracy, trzeba wydać więcej wody i przyspieszyć jeszcze zmniejszenie spadku. Niedogodność ta jest tem większą, im spadek jest mniejszy; obniżenie bowiem poziomu jest tem większym ułamkiem jego całkowitej wysokości. Zresztą warunek pracowania przy zmiennym spadku przedstawia nowe trudności przy budowie kół wodnych. Wiadomo, że prędkość koła odpowiadająca największemu skutkowi jest pewnym ułamkiem prędkości wody napływającej; ponieważ zaś koło musi zwykle pracować z niezmienną prędkością, przeto stosunek prędkości koła do prędkości wody dopływającej zmienia się w każdej chwili i oddala się od stosunku odpowiadającego największemu skutkowi. Najwięcej na tem cierpią koła podsiębierne. Koła skrzynkowe i turbiny doznają także szkodliwego wpływu tej zmiany prędkości, ale już w stopniu znacznie mniejszym; koła bowiem mają własność pracowania z największym skut-

kiem przy znacznie zmieniającej się prędkości. Koła otrzymujące wodę przez stawidło z przewalem, jak koło śródbierne osadzone w pogródcie kołowej lub koło nasiębierne otrzymujące wodę poniżej swego wierchołka, nie cierpią wiele na zmianie spadku; podnosząc bowiem przewał dostatecznie wysoko, można zmieniać i regulować prędkość wody wpadającej na koło.

W każdym razie dokładać trzeba wszelkich starań, aby zmiana spadku była jak najmniejsza. Obniżenie poziomu w stawie jest tem mniejsze, im większa jest jego powierzchnia; należy więc robić stawy tak wielkie, jak tylko na to miejscowość i koszta pozwalają.

Kanały dopływowe powinny być opatrzone na początku stawidłami wpustowymi służącymi do regulowania ilości wody bieżącej na koło i do zupełnego jej powstrzymywania. Trzeba pamiętać, że kanały dopływowe mają wymiary tak ustosunkowane, aby prędkość wody prowadzonej była bardzo słabą; kanały te nie mogą więc służyć do prowadzenia wody pochodzącej z wezbrań i powodzi, wody ożywionej znaczną zawsze prędkością. W ogóle kanały dopływowe nie mogą służyć do odprowadzenia wielkich wód bez narażenia się na zniszczenie a jakkolwiek kanały te prowadzą czasem większą od normalnej ilość wody, to jednak powinno to być dozwolone tylko wyjątkowo i w pewnych granicach.

Tak więc stawidła wpustowe służyć mają nietylko do regulowania objętości wody, ale i do zupełnego wstrzymania dopływu. W tym celu ściany boczne, o które opiera się stawidło, jak również i grobla wznosić się powinny ponad najwyższy poziom wody. Jeżeli strumień ma zwyczaj unosić drzewa, kłody, kamienie, jak to ma miejsce w okolicach górzystych, w takim razie zbudować trzeba cokolwiek powyżej stawidła rodzaj ukośnej tamy złożonej z palów pionowych i służących do odparcia ku głównemu prądowi ciał płynących.

Ażeby zmiejszyć o ile można stratę siły żywej wody na pogródce prowadzącej wodę na koło, trzeba urządzić krawędzie otworu stawidłowego będącego w pobliżu koła w ten sposób, aby ścisnienie żyły wodnej było jak najmniejsze. W tym celu otwory z ciążeniem na wierzch powinny mieć próg i boki w przedłużeniu dna lub boków zbiornika, a przynajmniej łączyć się powinny ze ścianami tegoż za pośrednictwem łagodnie zakrzywionych powierzchni. Stawidło powinno być umieszczone jak najbliżej koła, a jego pochylenie wynosić powinno jeden podstawy na jeden lub dwa wysokości.

Jeżeli między stawidłem i kołem znajduje się pogródka, to pochylenie tejże nie powinno przenosić $\frac{1}{12}$ do $\frac{1}{15}$. Gdy koła mają być osadzone w pogródce kołowej, najwłaściwiej jest robić kołową część tejże z kamienia ciosowego; tym sposobem wykonać można najdokładniej projektowany kształt pogródki i zapewnić jej trwałość. Jeżeli kamień ciosowy jest drogi a wapno hydrauliczne jest tanie i dobrego gatunku, to można robić pogródkę z betonu pokrytego warstwą wapna hydraulicznego, której nadać można łatwo kształt żądany. Gdy wreszcie i to jest za drogie, można robić pogródki kół podsiębiernych z drzewa. Ale dokładne wykonanie pogródki drewnianej jest trudne a może niepodobne; drzewo bowiem pęcznieje pod działaniem wilgoci.

Gdy koło jest osadzone w pogródce, ważną jest rzeczą sprowadzić konieczny odstęp do minimum, aby zapobiedz utracie wody. Użycie wałów żelaznych uginających się bardzo mało pod ciężarem koła i użycie pogródki z kamienia ciosowego, pozwalają sprowadzić odstęp do najmniejszych wymiarów.

Na końcu kanału dopływowego, ale w pobliżu koła umieszczonym być powinien przewał i stawidło upustowe przelewające wodę do kanału odpływowego. Przewał ten ma na celu

regulowanie poziomu i odpuszczenie zbytecznej wody podczas pomniejszenia wydatku; bo stawidło upustowe znajduje się często zbyt daleko od koła by je co chwila manewrować miano. Oprócz tego stawidło to służyć może do wypróżnienia kanału lub do stworzenia dostatecznie wielkiej prędkości, aby muł osadzający się na dnie mógł być przez wodę uniesionym. W tym celu próg stawidła znajdować się powinien na samym dnie kanału.

Koło wodne umieszczone być może albo w kanale ubocznym doprowadzającym wodę z głównego strumienia lub rzeki, albo też może być ustawione w samej rzece. Tak w jednym jak i w drugim razie utrzymanie poziomu wody w pewnych granicach jest rzeczą niezbędną dla bezpieczeństwa właścicieli okolicznych. Dlatego to przy każdym kole wodnem tamującym wolny bieg wody znajdować się powinien przewał niedopuszczający podniesienia poziomu za pewne granice podczas małych i średnich wód. Szerokość takiego przewału umieszczonego zwykle wzdłuż jednego z brzegów powinno przynajmniej równać się szerokości rzeki.

Ale ten sposób utrzymywania poziomu wody w granicach zapewniających bezpieczeństwo posiadłości nadbrzeżnych nie jest dostateczny podczas wylewów i powodzi, konieczną jest więc rzeczą umieścić obok przewału stawidło upustowe zdolne przeprowadzić nadmiar wody. Stawidło to powinno mieć wymiary odpowiednie do wysokości na jaką poziom wody się wznosi i do objętości, którą ma przeprowadzić podczas wylewów. Największą objętość wody w rzece oznaczyć można w przybliżeniu, badając naturę rzeki i okoliczności, w których znajdują się inne koła wodne. Znajomość miejscowości wystarczy do oznaczenia poziomu, na jaki podnieść można wodę bez narażenia okolicy na szkodę. Tym sposobem oznaczyć można z góry wymiary stawidła i przewału.

W razie, gdy koło wodne jest umieszczone w kanale ubocz-

nym, przewał i stawidło upustowe mają więc tylko na celu regulowanie poziomu wody w skutek pomniejszenia wydatku lub zupełne wypróżnienie kanału dopływowego. W razie gdy koło jest umieszczone w samej rzece, przyrządy te służą nie tylko do regulowania poziomu w zwyczajnym stanie rzeczy, ale także do przeprowadzania wody podczas wylewów.

Przewał ma zazwyczaj kształt muru o ścianie pionowej od strony odpływu, a o ścianie pochylonej na $1/10$ od strony przypływu; górna krawędź przewału powinna być zaokrągloną od strony odpływu. Przewał ten spoczywa na podstawie murowanej dobrem hydraulicznem wapnem; ściana górna tej podstawy znajdować się musi na pewnej głębokości pod niskim stanem wody, tak aby uderzenie przelewającej się przewałem wody nie zagrażało stałości budowy. Podstawa przewału przedłużać się powinna na długości 2 do 3 metrów w kierunku odpływu, stosownie do wysokości spadku. Gdy grunt jest bardzo słaby, należy jeszcze pokryć kamieniami dno kanału poza murowaną podstawą i doglądać je starannie po każdym wylewie.

Koła z łopatkami płaskimi lub krzywymi osadzone w pogródce z małym odstępem, ulegają w zimie łatwo zepsuciu wskutek lodu, który osadza się na końcach łopatek. Aby temu zapobiedz, umieszcza się koło wodne w przestrzeni zamkniętej i ogrzewanej piecem lub rurami prowadzącymi parę. Koła takie nie podlega w lecie szkodliwym wpływom ciepła słonecznego.

199. Porównanie kół o osi poziomej z turbinami, i wybór koła. — Starajmy się porównać koła wodne o osi poziomej z kołami o osi pionowej i wykazać przymioty i wady obu tych rodzaj kół.

Porównajmy naprzód oba systemy pod względem pracy użytecznej, którą przy danym spadku każdy z nich wykonać jest w stanie.

Stosunek pracy użytecznej do pracy bezwzględnej, to jest skutek maszyny, rośnie w kołach pionowych, a maleje w poziomych, w miarę jak spadek się powiększa. Przy małych spadkach turbiny dają większy skutek; przy wielkich spadkach koła pionowe są korzystniejsze; przy średnich spadkach jedne i drugie dają ten sam skutek.

Zmiana wydatku wody ma wpływ bardzo nieznaczny na skutek kół pionowych, podczas gdy skutek turbin wiele na tem cierpi. Pod tym względem turbiny są o wiele niższe od kół pionowych.

Zmiana wysokości spadku ma wpływ w ogóle szkodliwy na skutek kół pionowych. Wpływ ten jednak jest znaczny tylko przy małych spadkach, bo wtedy zmiana jest znacznym ułamkiem całkowitego spadku. Zmiana spadku nie ma właściwie żadnego wpływu na skutek turbin zanurzonych nawet przy najniższym stanie wody; natomiast jednak zmiana ta wpływa na prędkość odpowiadającą największemu skutkowi. Jeżeli spadek doznaje zmian, ale wydatek wody pozostaje niezmienny, to w takim razie turbiny są korzystniejsze od kół pionowych. Zwykle jednak pomniejszeniu spadku towarzyszy powiększenie wydatku; a w takim razie pomniejszenie skutku koła pionowego w skutek zmiany spadku wynagrodzić można powiększeniem tegoż przez wprowadzenie większej ilości wody. Jeżeli więc równocześnie zmienia się spadek i wydatek wody, a to mianowicie w sposób, że spadek maleje a wydatek rośnie, to w takim razie koła pionowe przedstawiają niezaprzeczoną wyższość nad turbinami.

Zresztą zmiana spadku ma wpływ na prędkość odpowiadającą największemu skutkowi tylko w kołach podsiębirnych i kołach Poncelet'a; w innych kołach pionowych, w których woda działa po największej części swym ciężarem, prędkość odpowiadająca największemu skutkowi jest niezależna od niewielkich zmian spadku.

Prędkość obrotowa tak kół pionowych jak i turbin może oddalać się bardzo znacznie od prędkości odpowiadającej największemu skutkowi, bez spostrzegalnej zmiany tegoż skutku. Tak w pionowych jak i w poziomych kołach prędkość zmieniać się może o $1/4$ swej wartości odpowiadającej największemu skutkowi.

Części składowe kół pionowych mogą bez pomniejszenia skutku różnić się bardzo znacznie od tych, które odpowiadają największemu skutkowi. W turbinach przeciwnie muszą wszystkie części składowe maszyny być dokładnie obrachowane dla danego spadku i wydatku wody. Pierwsze z tych kół są więc korzystniejsze pod tym względem od drugich.

Gdy opór maszyn poruszanych kołem wodnym jest stały, turbiny zapewniają większą jednostajność ruchu, jak koło pionowe. Rzecz się ma zupełnie przeciwnie, gdy opór jest zmienny; koła bowiem pionowe mają zawsze wielkie wymiary i posiadają wiele nabytej siły żywej, podczas gdy turbiny małą zawsze mają średnicę. Tę wadę turbin usunąćby można przez użycie koła zapędowego; jednakże koła pionowe dadzą zawsze ruch jednostajniejszy, bo zmiana wydatku wody mały wpływ na nie wywiera. Przy zmiennym oporze, przenosimy więc w ogóle koła pionowe nad turbiny.

To porównanie skutku maszyn wodnych odnosi się tylko do siły samej maszyny; potrzeba jednak zdać sobie jeszcze sprawę ze straty siły zużytej przez organa ruchu przesyłające.

W dwóch organach ruchu przesyłających a równych sobie co do wytrzymałości i długości, strata skutku z powodu tarcia jest taką samą w obu; strata skutku z powodu uderzeń i wibracji jest jednak większą w lekkich i prędko idących organach, jak w ciężkich i poruszających się powoli.

Ponieważ w ogóle wybór koła wodnego nie wpływa na długość organów ruchu przesyłających, przeto możemy dla

uproszczenia porównań, nie mieć względu na długość organów ale tylko na ich prędkość i na sposób przekształcania ruchu.

Wreszcie zwracamy uwagę na to, że prędkość obrotowa kół pionowych jest w ogóle mała, prędkość zaś turbin bardzo znaczna; przy powiększaniu spadku, prędkość pionowych kół zmniejsza się, prędkość zaś drugich rośnie bardzo znacznie.

Ztąd wypada, że pod względem korzystniejszego przesyłania ruchu, koła pionowe są odpowiedniejsze dla machin pracujących powoli, jak np. dla wielkich pomp; koła zaś poziome, t. j. turbiny, dla machin wymagających wielkiej prędkości. Jeżeli jednak koło pionowe ma o tyle powiększać swą przesłaną prędkość, o ile turbina ma pomniejszyć swoją, to tak jedno jak i drugie koło da tenże sam skutek. Że jednak maszyny pracujące w fabrykach mają zwykle ograniczony ale prędki ruch, przeto pod względem korzystnego przesłania ruchu, turbiny mają wyższość nad kołami pionowymi.

Pozostaje nam jeszcze porównać koła pionowe z poziomymi pod względem kosztów budowy.

Przy małych i średnich spadkach, sposób prowadzenia wody na koło jest taki sam dla kół pionowych jak dla poziomych; jeżeli jednak spadek jest wielki, to woda musi być prowadzona na koło pionowe kanałem drewnianym lub murowanym, na turbinę zaś rurą żelazną. Ponieważ w obu razach koszt są prawie te same, przeto pod tym względem możemy postawić koła pionowe na równi z turbinami.

Geną konia parowego, to jest jednostki mierzącej pracę maszyny jest tem większą w kołach pionowych im większy jest spadek i wydatek wody; w turbinach rzecz ma się przeciwnie. Zatem pod względem oszczędności koła pionowe są doskonałe dla małych spadków, koła zaś poziome dla wielkich.

Przy spadkach dochodzących do 2^m i przy jakimkolwiek wy-

datku wody, jak również przy spadkach od 2^m do 6^m i wydatku dochodzącym do 0^m, 25 sześciennych metrów, turbina kosztuje tak wiele, jak koło żelazne a więc więcej jak koło drewniane. Przy spadkach zawartych między 2 i 6 metrami i przy większym wydatku wody, jak również przy spadkach przenoszących 6^m i jakim bądź wydatku wody, turbina kosztuje znacznie mniej jak koło pionowe.

Przesłanie ruchu jest w ogóle tańsze w kołach poziomych jak pionowych; bo najczęściej machina i turbina poruszają się ze znaczną prędkością i przesłanie ruchu nie wymaga zkomplikowanych organów służących do przekształcenia tegoż ruchu.

Izba, w której umieszczone jest koło wodne kosztuje przy małym spadku tyle dla koła pionowego, co dla poziomego. Gdy jednak spadek jest większy, koszta budowy tej izby są stosunkowo mniejsze dla turbiny jak dla koła pionowego; tak że przy spadku większym od 12 metrów, koszta te są prawie nieznaczne dla turbiny, a bardzo wygórowane dla koła pionowego.

Piasek, muł, kawałki lodu, gałęzie i liście unoszone przez bieżącą wodę nie wywierają szkodliwego wpływu na ruch koła pionowego; natomiast turbina wymaga czystej wody. Jednakże szkodliwy wpływ nieczystej wody tylko w małych turbinach czuć się daje; bo większe turbiny mają kanały kierownicze i łopatkowe dostatecznie szerokie, aby ciała wodą unoszone przez nie przepłynąć mogły. Ale małe turbiny zapychają się bardzo łatwo liśćmi, lub trocinami; więc jeżeli machina nie jest zbudowana w ten sposób, aby ją łatwo i bez straty czasu często czyścić było można, to nie można bynajmniej liczyć na jednostajny i nieprzerywany jej ruch.

Woda jest zwykle czysta w okolicach zarosłych drzewami szpilkowemi, a nieczysta w okolicach mających drzewa liściowe. Z tego powodu małe turbiny nie zalecają się bynajmniej w lasach liściowych.

Co się tyczy trwałości, to można postawić turbiny na równi z żelaznemi kołami pionowemi.

Po tem porównaniu kół pionowych z poziomemi, pozostaje nam jeszcze odpowiedzieć na następujące pytanie : kiedy należy budować koło pionowe żelazne, a kiedy koło poziome? Niepodobna jest domagać się bezwarunkowej odpowiedzi na to zapytanie; odpowiedź zależy bowiem od licznych i różnych okoliczności. Zwykle jednak można zdecydować wybór koła wodnego biorąc pod uwagę dwie tylko główne okoliczności, mianowicie : wielkość kapitału zakładowego i siłę spadku. Po długim i rozważnem badaniu tej kwestyi Redtenbacher ułożył tablicę zamieszczoną poniżej i przeznaczoną do ułatwienia wyboru koła wodnego.

W tablicy tej oznaczyliśmy dla skrócenia przez :

K kapitał zakładowy, którym rozporządzać można;

H i Q spadek i wydatek wody w sekundzie ;

Nadto :

$N_a > N_u$ oznacza, że siła spadku jest znacznie, np. dwa razy większa od siły potrzebnej ;

$N_a = N_u$ oznacza, że siła spadku zaledwie wystarcza do wykonania żądanej pracy.

Tablica Redtenbacher'a.

JEŻELI SPADEK I WYDATEK WODY		NALEŻY WYBRAĆ :		
		Koło drewniane o osi poziomej,	Koło żelazne o osi poziomej,	Koło o osi pionowej,
nie przecho- dzi 2 ^m ,	jest jakikol- wiek, wielki lub mały,	gdy K jest małe.	gdy K jest wielkie, H i Q stałe, $N^a > N^n$ lub też : gdy K jest wielkie, H i Q zmiennie.	gdy K jest wielkie, H i Q stałe, $N_a = N_n$.
jest od 2 ^m do 6 ^m	nie przecho- dzi 0 ^{ms} , 3	gdy K jest małe.	gdy K jest duże.	nigdy.
jest od 2 ^m do 6 ^m	przecho- dzi 0 ^{ms} , 3	gdy K jest małe i $N_a = N_n$.	gdy K jest duże i $N_a = N_n$.	gdy K jest duże i $N_a > N_n$.
jest od 6 ^m do 12 ^m	jest wielki lub mały	gdy K jest małe, i $N_a = N_n$.	gdy K jest duże i $N_a = N_n$.	gdy K jest duże i $N_a > N_n$.
jest większy od 12	jest wielki lub mały	nigdy.	nigdy.	zawsze.

W pierwszych dwóch pionowych kolumnach znaleźć można spadek i wydatek wody, który ma służyć do poruszania szukanej maszyny; w poziomych kolumnach, odpowiadających

różnym spadkom i wydatkom, są określone warunki pieniężne i miejscowe. Napisy słojące na czele każdej z trzech ostatnich pionowych kolumn dają poznać rodzaj koła, które w danym razie użyte być powinno.

KSIĘGA CZWARTA

MACHINY DO PODNOSZENIA WODY.

ROZDZIAŁ I

POMPY.

200. Wstęp. — Przez *pompy* rozumiemy cały szereg rozmaitego rodzaju machin mających na celu przeniesienie płynu z jednego zbiornika lub studni do drugiego zbiornika wyżej położonego. Wprawdzie pompy służyć mogą także do przesłania siły z jednego punktu na drugi, jak na przykład prasa hydrauliczna, ale i w tym razie zadanie całe sprowadzić można do ogólnego celu pomp, to jest do przenoszenia płynów z jednego miejsca na drugie. Jedyne rys charakterystyczny, odróżniający machiny te od innych machin służących w tymże samym celu, polega na tem, że doprowadzanie i odprowadzanie wody od pompy odbywa się za pośrednictwem rur, podczas gdy to w ogóle nie ma miejsca w innych wodę podnoszących machinach.

Rurę doprowadzającą wodę do pompy nazywamy rurą *ssącą*; rurę zaś służącą do doprowadzenia wody, nazywamy rurą *odprowadzającą*. Rozróżniamy dwa rodzaje pomp: pompy z tłokami i pompy obrotowe. Pierwsze z tych składają się z walca, w którym poruszający się tłok działa z pomocą klap na wodę;

drugie zaś utworzone są z jednego lub kilku w skrzydła zaopatrzonych wałów, obracających się w zamkniętej przestrzeni.

201. Pompy z tłokami. — Urządzenie i kształt części składowych pompy przedstawia tyle odmian, że chcąc opisać główne tylko ich rodzaje, trzeba by ułożyć osobne dzieło. Przepuszczamy więc, że czytelnik zna ogólny opis tych machin i ograniczamy się na ogólnym tylko traktowaniu tego przedmiotu.

Przedewszystkiem rozróżniamy pompy o *pojedyńczem działaniu*, podnoszące wodę tylko podczas wznoszenia się lub opadania tłoka, od pomp o *podwójnem działaniu*, które podnoszą wodę zarazem podczas wznoszenia się i opadania tegoż. Gdy tłok wznosi się ponad poziom wody w studni, czyli mówiąc ogólnie, ponad poziom zbiornika dolnego, pompa nazywa się *ssącą*. Rozróżniamy także pompy *wznoszące* i pompy *tłoczące*, stosownie do tego czy woda jest podnoszona podczas wznoszenia się tłoka, lub też podczas opadania tegoż. Pompa o podwójnem działaniu jest zarazem wznoszącą i tłoczącą.

Pompa może być *ssącą i wznoszącą*, lub *ssącą i tłoczącą*, albo nawet *ssącą, tłoczącą i wznoszącą*; jeden z tych przypadków musi koniecznie mieć miejsce, skoro tłok wznosi się ponad poziom dolnego zbiornika.

Gdyby podczas wznoszenia się tłoka tworzyła się zupełna pod nim próżnia, to woda wznosiłaby się w rurze na wysokość $10^m,33$ ponad poziom dolnego zbiornika; słup bowiem wody mający $10^m,33$ wysokości równoważy ciśnienie powietrza. Gdy tłok znajduje się w najniższym swem położeniu, ciśnienie powietrza w przestrzeni szkodliwej, to jest między spodem tłoka i klapą ssącą, równa się prawie ciśnieniu powietrza zewnętrznego; więc oznaczywszy przez p_0 ciśnienie powietrza zewnętrznego, przez q przestrzeń szkodliwą, przez Q objętość zrodzoną jednym skokiem tłoka, wyrazimy ciśnienie powietrza w pom-

pie, gdy tłok znajduje się w najwyższym swem położeniu przez:

$$p_a \frac{q}{Q+q}.$$

Ażeby więc woda mogła wejść do pompy po kilku skokach tłoka, trzeba aby wysokość x , o jaką kłapa ssąca wznosi się ponad poziom zbiornika, była co najwyżej

$$x = \frac{p_a}{\Pi} - \frac{p_a}{\Pi} \frac{q}{Q+q} = \frac{p_a}{\Pi} \left(1 - \frac{q}{Q+q} \right).$$

Ale woda nie tylko powinna wejść do pompy, ale jeszcze wnieść się do najwyższego położenia tłoka, to jest na wyso-

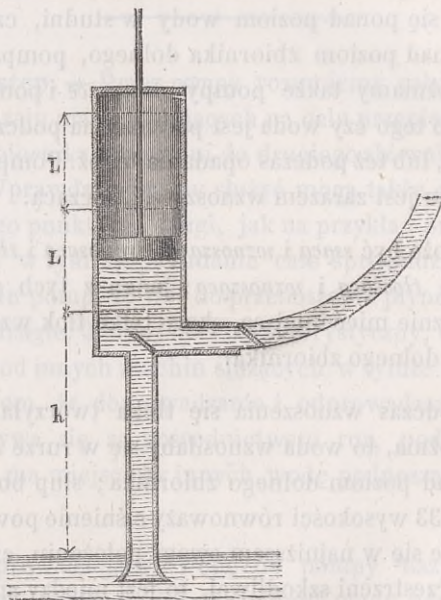


Fig. 100.

kość $10^m,33$ ponad poziom zbiornika. W rzeczywistości jednak, tłok nie może znajdować się na tej wysokości, bo ciężar kłap i sprężystość powietrza ulatniającego się z wody

przy małym ciśnieniu, zmniejszając wysokość 10^m, 33. Bardzo rzadko woda wznosić się może w pompie na wysokość 9 metrów, a należy uważać 8^m do 8^m, 50 za średnią wartość największego wzniesienia. Wysokość ssanego słupa wody wynosi zwykle 5, 6, do 7 metrów.

Badajmy najprzód okoliczności mające miejsce podczas ssania wody. Oznaczmy (fig. 100) przez :

h wysokość rury ssającej ;

$h_a = \frac{p_a}{\Pi}$ wysokość odpowiadająca ciśnieniu powietrza atmosferycznego ;

$2L$ całkowity skok tłoka ;

ω przecięcie rury ssającej ;

l jej długość ;

v prędkość wody w rurze ssającej ;

Ω przecięcie walca, w którym tłok się porusza ;

V prędkość wody w walcu ;

t czas potrzebny do napełnienia pompy wodą ;

Π ciężar sześciennego metra wody.

Uważajmy tłok w dwóch jego końcowych położeniach i zastosujmy twierdzenie sił żywych do masy wody będącej w ruchu podczas tego okresu. Woda zaczyna poruszać się dopiero w chwili, gdy tłok z najniższego swego położenia w górę wznosić się zaczyna. Aby ocenić siłę żywą wody w chwili odpowiadającej najwyższemu położeniu tłoka, uważamy, że objętość wody zawartej w rurze ssającej wynosi ωl , a objętość wody w walcu pompy $2\Omega L$; masy odpowiadające tym dwóm objętościom będą $\frac{\Pi\omega l}{g}$ i $\frac{2\Pi\Omega L}{g}$, a więc przyrost

siły żywej będzie

$$\frac{\Pi}{g} (\omega v^2 + 2\Omega L V^2);$$

bo pierwszej z tych mass odpowiada prędkość v a drugiej prędkość V .

Oceńmy teraz pracę tłoka. W tym celu przypuścimy, że ciśnienie na jednostkę powierzchni tłoka jest stałe i równe swej średniej wartości $\Pi[h_a - (h + L)]$.

Ponieważ tłok przebiega drogę $2L$, przeto praca wykonana będzie

$$2\Pi\Omega L[h_a - h - L].$$

Twierdzenie sił żywych daje nam więc związek:

$$\frac{\Pi}{g} (\omega v^2 + 2\Omega L V^2) = 4\Pi\Omega L(h_a - h - L)$$

czyli

$$(1) \quad \omega v^2 + 2\Omega L V^2 = 4g\Omega L(h_a - h - L).$$

Objętość wody przepływającej w jednostce czasu przez pewne przecięcie walca, równać się musi objętości wody przechodzącej w tymże czasie przez przecięcie rury ssącej, to jest

$$\omega v = \Omega V,$$

$$v = \frac{\Omega}{\omega} V.$$

Wstawivszy tę wartość w równanie (1) i uprościwszy je, znajdziemy

$$\left(l + \frac{2L\omega}{\Omega}\right) V^2 = 4g \frac{\omega}{\Omega} L(h_a - h - L).$$

Opuśćmy wyraz $\frac{2L\omega}{\Omega}$ dla uproszczenia równania, a za to powiększmy trochę ilość l ; wyszukajmy następnie wartość na V :

$$V = 2\sqrt{\frac{g\omega L(h_a - h - L)}{\Omega l}};$$

a że według przypuszczenia ruch tłoka jest jednostajnie przyspieszony, przeto prędkość średnia V_s będzie

$$V_s = \sqrt{\frac{g\omega L(h_a - h - L)}{\Omega l}}.$$

Otóż

$$\Omega V_s t = 2L\Omega,$$

zatem

$$t = \frac{2L}{V_s} = 2\sqrt{\frac{\Omega L l}{g\omega(h_a - h - L)}}.$$

Przypuśćmy, że $h = 6^m$, $L = 1^m$, $\Omega = 4\omega$, to

$$l = 0,70 \sqrt{l}.$$

Jeżeli rura ssąca jest pionowa, to $l = 6^m$; a znajdziemy

$$t = 1",70.$$

W rzeczywistości jednak czas ten byłby dłuży, bo wysokość $h_a - h - L$ mierząca ciśnienie zmniejszoną bywa przez tarcie o ściany rur, przez zmianę przecięcia żyły wodnej i jej prędkości. Bez wątpienia dopiero po dwóch sekundach woda wzniosłaby się do najwyższego położenia tłoka. Przypuściwszy, że czas potrzebny do opadnięcia tłoka do jego pierwotnego położenia wynosi także 2", widzimy, że pompa zbudowana w tych warunkach mogłaby robić tylko 15 uderzeń na minutę. Ażeby powiększyć liczbę skoków tłoka, należałoby

powiększyć średnicę rury ssącej i zmniejszyć jej wysokość.

Gdyby rura ssąca nie była pionowa ale pochyła i miała 900 metrów długości, to potrzebaby 21 sekund do napełnienia pompy wodą. W rzeczywistości potrzebaby nawet znacznie więcej czasu; bo w tym razie trzebaby obliczyć stratę ciężenia powstałą w skutek tarcia wody o ściany tak długiej rury. Ażeby pompa tego rodzaju mogła pracować z pewną stosowną prędkością, trzebaby znaleźć sposób utrzymania prędkości w rurze ssącej podczas opadania tłoka; w przeciwnym bowiem razie tłok będzie musiał zwyciężać bezwładność wody ssanej za każdym skokiem. W tym celu użyć można dzwonu powietrznego komunikującego z rurą ssącą w pobliżu samej pompy. Woda płynąca rurą ssącą wtłoczy się do dzwonu w skutek nabytej siły żywej, a przy ponownem wznoszeniu się tłoka wypartą zostaje z dzwonu siłą sprężystą powietrza.

Uważajmy teraz ruch wody w rurze odprowadzającej. Nazwijmy przez :

Q objętość zrodzoną jednorazowym ruchem tłoka;

ω przecięcie rury odprowadzającej;

l jej długość;

s drogę, którą przebiega woda w tej rurze, począwszy od chwili gdy tłok zaczyna opadać;

H różnicę poziomów obu zbiorników.

h_1 wysokość słupa wody przedstawiającego ciśnienie na tłok w jego średnim położeniu;

h_2 wysokość słupa wody przedstawiającego ciśnienie pod tłokiem w jego średniopołożeniu;

v prędkość wody w rurze odprowadzającej w jakiegokolwiek chwili;

v_0 i v_1 prędkości wody w rurze tłoczącej przy początku i końcu skoku tłoka ;

τ czas, w którym tłok opada ;

τ' czas, w którym tłok się wznosi ;

inne zaś ilości oznaczmy temi samemi, co poprzednio, zgłoskami.

Dla uproszczenia rachunków, których głównym celem jest wykazanie trudności mechanicznych poruszania wielkiej masy wody, nie uwzględnimy różnicy ciśnień powstającej w skutek zmiany położenia tłoka.

Stosując twierdzenie sił żywych do poruszającej się masy wody napiszemy :

$$\frac{\Pi\omega l}{g}(v^2 - v_0'^2) = 2\Pi\omega'(h_1 - h_2)s .$$

Zróżniczkowawszy to równanie znajdziemy kolejno :

$$(1) \quad v' dv' = \frac{h_1 - h_2}{l} \cdot g ds ;$$

$$(2) \quad dv' = \frac{h_1 - h_2}{l} \cdot g dt ;$$

$$(3) \quad ds = v_0' dt + g \frac{h_1 - h_2}{l} t \cdot dt .$$

Równania (1), (2) i (3) okazują, że prędkość wody w rurze odprowadzającej poddana jest prawu spadku ciał ; tylko przyspieszenie g jest zmienione w stosunku $h_1 - h_2$ do l ; prędkość jest więc zmniejszona, a czas opadania tłoka jest powiększony. Łatwo jest przekonać się, że gdy l jest bardzo wielkie, czas ten może przyjąć bardzo znaczne rozmiary.

Z równań (1), (2) i (3), wyprowadzamy :

$$(4) \quad v_1'^2 - v_0'^2 = 2g \frac{h_1 - h_2}{l} \cdot s ;$$

$$(5) \quad v_1' - v_0' = g \frac{h_1 - h_2}{l} \cdot \tau;$$

$$(6) \quad s = v_0' \tau + \frac{1}{2} g \frac{h_1 - h_2}{l} \tau^2;$$

ale że $\omega' s = 2\Omega L = Q$, przeto

$$(7) \quad v_1'^2 - v_0'^2 = 2g \frac{h_1 - h_2}{l} \cdot \frac{Q}{\omega'};$$

$$(8) \quad v_1' - v_0' = g \frac{h_1 - h_2}{l} \cdot \tau;$$

$$(9) \quad \frac{Q}{\omega'} = v_0' \tau + \frac{1}{2} \cdot \frac{h_1 - h_2}{l} \cdot \tau^2.$$

Podczas biegu tłoka z dołu do góry, równanie ruchu wody w rurze odprowadzającej jest :

$$\frac{\Pi \omega' l}{2g} (v'^2 - v_0'^2) = -\Pi \omega' H s.$$

Różniczkując to równanie otrzymujemy :

$$v' dv' = -H \frac{g}{l} \cdot ds,$$

$$dv' = -H \frac{g}{l} \cdot dt,$$

$$ds = v_0' dt - H \frac{g}{l} \cdot t dt.$$

Po upływie pewnego czasu t' , prędkość wody będzie się równać prędkości początkowej przy opadaniu tłoka: czas ten może być nawet mniejszy od τ , jeżeli v_0' jest równe zero. Całkując trzy ostatnie równania w granicach odpowiadających przeciągowi czasu t' , znajdujemy :

$$v_1'^2 - v_0'^2 = 2g \frac{H}{l} s';$$

$$v_1' - v_0' = g \frac{H}{l} \cdot t';$$

$$s' = v_0' t' - \frac{1}{2} g \frac{H}{l} t'^2.$$

Z tych i poprzednio wyprowadzonych równań (7), (8) i (9), wyprowadzamy

$$Hs'\omega' = (h_1 - h_2)Q = 2(h_1 - h_2)L\Omega,$$

$$t' = \frac{h_1 - h_2}{H} \cdot \tau;$$

to jest, że objętość wody podniesiona podczas wznoszenia się tłoka jest

$$s'\omega' = \frac{2(h_1 - h_2)L\Omega}{H} = \frac{h_1 - h_2}{H} \cdot Q.$$

Tak więc, wydatek pompy tłoczącej nie równa się objętości zrodzonej skokiem tłoka, ale tej objętości zwiększonej ilości $s'\omega'$. Ponieważ Q oznacza objętość zrodzoną jednym skokiem tłoka, przeto całkowity wydatek wynosi :

$$Q = \left(1 + \frac{h_1 - h_2}{H}\right) = Q \left(1 + \frac{t'}{\tau}\right).$$

Jeżeli, stawiając się w najlepszych warunkach, przypuścimy że $t' = \tau = \tau'$, to całkowity wydatek pompy podczas skoku tłoka tam i na powrót, wynosić będzie $2Q$. Ale w takim razie musimy także przypuścić, że $h_1 = h_2 = H$, to jest że ciśnienie na tłok musi być prawie dwa razy większe od tego, które odpowiada wielkości wzniesienia wody. Jest to okoliczność bardzo niekorzystna; wymaga ona bowiem podwojenia wytrzymałości części składowych pompy i szczelnego przystosowania tłoka do ścian walca; co pociąga za sobą zwiększenie tarcia. Trudnoby było zresztą utrzymać ruch jednostajny, bo siła potrzebna do ssania wody jest proporcjonalna do wysokości słupa ssanego, to jest zaledwie do 7 lub 8 metrów. Gdyby trzeba pompować wodę na wysokość 50 metrów, siła potrzebna podczas ssania byłaby proporcjonalną do 6 metrów, a siła potrzebna do tłoczenia byłaby proporcjonalną do 100 metrów.

Badaliśmy tutaj ruch pompy postawionej w warunkach,

w których prędkość tłoka może zwiększać się jednostajnie podczas biegu z góry na dół i zmniejszać się w tenże sam sposób. Otóż okoliczność ta jest zupełnie wyjątkowa: prawie wszystkie pompy poruszane machinami mają prędkość zero przy początku i końcu skoku, i największą prędkość w samym jego środku.

Przypuścimy, że pompa jest w ruch wprowadzona machiną obrotową i nazwijmy przez (fig. 101.) :

θ prędkość kątową korby;

α kąt między osią korby i linią pionową;

L długość korby, równą połowie skoku tłoka;

u prędkość tłoka;

v' prędkość wody w rurze odprowadzającej.

Łatwo jest wyprowadzić związki

$$u = L\theta \sin \alpha,$$

$$\Omega u = \omega v',$$

$$v' = \frac{\Omega}{\omega} L\theta \sin \alpha.$$

Możemy przypuścić, że prędkość kątowa θ jest stała; różniczkując więc ostatnie równanie, znajdujemy

$$\frac{dv'}{dt} = \frac{\Omega}{\omega} \cdot L\theta \cos \alpha \frac{d\alpha}{dt},$$

ale że $\frac{d\alpha}{dt} = \theta$, przeto

$$\frac{dv'}{dt} = \frac{\Omega}{\omega} \cdot L\theta^2 \cos \alpha.$$

Z tego równania i ze związku

$$dv' = \frac{h_1 - h_2}{l} \cdot g dt$$

otrzymujemy

$$h_1 - h_2 = 2 \frac{\Omega}{\omega} \cdot \frac{L^2 \theta^2}{2g} \frac{l}{L} \cos \alpha;$$

co pokazuje że $h_1 - h_2$ maleje jednocześnie z $\cos \alpha$ i staje się

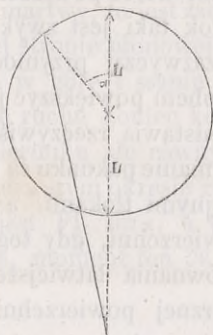


Fig. 101.

zerem dla $\alpha = 90^\circ$. Gdy $\alpha = 0$, wtedy

$$(10) \quad h_1 - h_2 = 2 \frac{\Omega}{\omega} \frac{L^2 \theta^2}{2g} \cdot \frac{l}{L}$$

Gdybyśmy przypuścili, że $\Omega = 2\omega'$, $L = 0^m,50$, $L\theta = 1^m$, mieliśmy

$$h_1 - h_2 = 0,41 l';$$

to jest, że wysokość słupa wody przedstawiającego ciśnienie wypadkowe tłoka wynosiłaby blisko $\frac{2}{5}$ długości rury odprowadzającej. Gdyby rura ta miała 1000^m, 2000^m długości, ciśnienie na tłok byłoby zbyt wygórowane, bo wynosiłoby 4000^m, 8000^m. Ażeby temu zapobiedz, trzeba by umieścić kilka pomp zamiast jednej; bo przy danym wydatku wody, przecięcie Ω tłoka a więc i wysokość $h_1 - h_2$ jest odwrotnie proporcjonalna do liczby pomp. Ale umieszczanie kilku pomp ma także swoje wady i niedogodności, których unikają dawni konstruktorowie innym sposobem, a mianowicie, zmniejszając objętość pompowanej wody.

202. Kształt i ruch tłoka pompy ssąco-tłoczącej. — Rozróżniamy dwa rodzaje tłoków: *tłoki zwyczajne* i *tłoki nurzające*. Tłoki nurzające są to walce o średnicy mniejszej od średnicy samejże pompy i ślizgające się w szczelnie do nich dolegających oprawach, które powszechnie z angielska *stuffing box* nazywają. Tłok taki jest zwykle pusty w środku a sztaba korbową jest zazwyczaj przymocowana w dolnej jego części, aby tym sposobem powiększyć jej długość. Dyspozycja tego rodzaju przedstawia rzeczywiście ważne korzyści: wykrycie szpar i utrzymanie pakuaku są o wiele łatwiejsze jak w pompach ze zwyczajnymi tłokami, a wyrównanie tłoka na jego zewnętrznej powierzchni, gdy tego wymaga jego naprawa, jest bez porównania łatwiejsze i dogodniejsze jak wyrównanie wewnętrznej powierzchni walca tworzącego pompę. Ale tłok nurzający nie może mieć żadnej kłapy; może być więc użytym tylko do pomp ssących i tłoczących.

Ruch postępowy tłoka może być albo zrodzony ruchem drążka obracającego się o pewien kąt około punktu stałego, jak to ma miejsce w sikawkach albo machinach z balansyrem, takich jak machina Newcomen lub Cornouailles, albo też ciągłym ruchem obrotowym wału, połączonego z drążkiem tłokowym przez pośrednictwo korby i sztaby korbowej.

Oczywistą jest rzeczą, że w tym ostatnim razie praca oporowa tłoka zmienia się w każdej chwili stosownie do położenia korby. Otoż, umieszczając kilka pomp przy jednym i tym samym wale obrotowym, można zregulować pracę oporową. Aby zdać sobie z tego sprawę, przypuśćmy, że mamy do czynienia z pompą ssącą i tłoczącą, to jest że woda jest ssana przy wznoszeniu się tłoka a wypychana przy opadaniu tegoż, i oznaczmy, jak w ustępie n. 201, przez :

α , kąt jaki tworzy korba z linią pionową;

L, długość korby, równą połowie skoku tłoka.

Wał obraca się w pewnym kierunku, naprzykład od lewej ku prawej stronie (fig. 401); koniec korby przebiega półkole położone po prawej stronie pionowej idącej przez środek wału i ciśnie na tłok z siłą F , którą za stałą uważać można. Gdy koniec korby mija punkt martwy, to jest zaczyna przebiegać półkole położone po lewej stronie pionowej, korba i tłok pompy poczynają wznosić się w górę i ssanie wody zaczyna mieć miejsce; w tym okresie ruchu koniec korby znosi opór stały F' , przeciwny co do kierunku ale równy prawie co do wielkości oporowi F . W pierwszym okresie ruchu, moment oporu względem osi obrotu jest $FL \sin \alpha$, a w drugim — $FL \sin \alpha$ przeto mówiąc ogólnie, moment ten \mathcal{M} da się przedstawić przez wyrażenie :

$$\mathcal{M} = \pm FL \sin \alpha,$$

w którym należy przyjąć znak $+$ lub $-$ stosownie do tego, czy reszta wypadła z podzielenia kąta α przez 2π jest zawarta między 0 i π lub między π i 2π . Dla $\alpha = 0$ i $\alpha = 180^\circ$:

$$\mathcal{M} = 0,$$

a dla $\alpha = 90^\circ$ i $\alpha = 270^\circ$

$$\mathcal{M} = FL.$$

Zatem podczas całkowitego obrotu, moment oporu przybiera dwa razy swą wartość maximum i dwa razy minimum. Odnosząc na osi odciętych wartości kolejne ilości α , a na odpowiadających im rzędnych, wartości momentów, otrzymalibyśmy krzywą przedstawiającą zmianę tego momentu.

Przypuśćmy teraz, że ten sam wał porusza dwie korby ustawione prostopadle jedna do drugiej i komunikujące każda z tłokiem pompy. Moment oporu jednej z nich względem środka będzie $\pm FL \sin \alpha$, a moment drugiej $\pm FL \sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right)$;

więc summa momentów oporowych całego układu będzie :

$$\mathcal{M}_1 = \pm FL \left[\sin \alpha + \sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) \right],$$

gdzie znak + i - mają określone już powyżej znaczenie.

Uważmy naprzód okres, w którym obie korby znajdują się w prawem półkolu; wtedy przyjąć trzeba znak + i wyrazić moment oporu przez

$$\mathcal{M}_1 = FL(\sin \alpha + \cos \alpha).$$

Otoż dwie siły F przyczepione w końcach korby dają wypadkową $2F$ przyczepioną w środku linii łączącej pomienione końce; zatem w tym okresie ruchu uważać można zamiast dwóch korb jedną tylko, której długość jest $\frac{1}{2}L\sqrt{2}$ i która czyni z pionową kąt $\alpha + \frac{\pi}{4}$; siła przyczepiona przy jej końcu jest $2F$. Summa momentów sił oporowych jest więc w uważanym okresie :

$$\mathcal{M}_1 = 2F \frac{1}{2} L \sqrt{2} \cdot \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) = FL \sqrt{2} \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right).$$

Wyrażenie to jest równowarte otrzymanemu już poprzednio, bo jak wiadomo

$$\sqrt{2} \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) = \sin \alpha + \cos \alpha$$

z kądem

$$\mathcal{M}_1 = FL(\sin \alpha + \cos \alpha).$$

Widzimy że maximum tej funkcji odpowiada wartości $\alpha + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$, to jest wartości

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

a minimum odpowiada wartościom krańcowym kąta α w uwa-
żanym okresie, to jest

$$\alpha = 0, \quad \text{i} \quad \alpha = \frac{\pi}{2}.$$

Ostatecznie, w pierwszym okresie mamy minimum FL i maxi-
mum $FL\sqrt{2}$.

Drugi okres zaczyna się w chwili gdy α przekracza $\frac{\pi}{2}$. Jedna
z korb znosi opór F, a druga opór $-F$; summa algebraiczna
momentów jest więc w tym okresie :

$$\partial\mathcal{U}_1 = FL(\sin\alpha - \cos\alpha),$$

a granice okresu są $\alpha = \frac{\pi}{2}$ i $\alpha = \pi$. Para sił F daje największy
moment, gdy

$$\alpha = \frac{3}{4}\pi$$

a najmniejszy, gdy

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \quad \text{i} \quad \alpha = \pi.$$

Mamy więc w drugim okresie minimum FL i maximum $FL\sqrt{2}$.

Postępując dalej w ten sposób i badając dwa następujące
okresy ruchu, znaleźlibyśmy łatwo summę momentów : ma-
ximum $FL\sqrt{2}$ dla

$$\alpha = \frac{5}{4}\pi \quad \text{i} \quad \alpha = \frac{7}{4}\pi$$

a minimum FL dla

$$\alpha = \pi, \quad \alpha = \frac{3}{4}\pi \quad \text{i} \quad \alpha = 2\pi.$$

Moment oporu nie zchodzi więc nigdy do zera, a stosunek największej jego wartości do najmniejszej jest $\sqrt{2} = 1,41$. Użycie zatem dwóch korb zamiast jednej reguluje ruch w bardzo znacznym stosunku.

Przymocowawszy drągi tłokowe trzech pomp do trzech korb tworzących między sobą kąt $\frac{2}{3}\pi$, otrzymalibyśmy jeszcze większą regularność. Stosunek maximum momentu do jego minimum wynosiłby tylko 1,15.

Przypuściliśmy powyżej, że dwie korby ustawione pod kątem 90° lub trzy pod kątem 120° , są przymocowane do jednego tego samego wału. Oczywiście jest rzeczą, że korby te mogą być przymocowane każda do innego wału, byle tylko ich prędkość kątowa była taka sama, a długość sztab korbowych jednaka, albo, mówiąc ogólnie, byle środek sworznia korby (to jest punktu w którym korba łączy się ze sztabą korbową) miał tę samą prędkość obrotową.

Ten sposób regulowania pracy oporowej w pompach oddaje niezmiernie usługi, zwłaszcza w przypadku, gdy pompy mają być poruszane końmi. Praca koni może być tylko wtedy dobrze zużytkowana, gdy prędkość ich biegu i praca, którą wykonać mają, są mało zmienne; byłoby więc trudno zadość uczynić temu warunkowi zwyczajną pojedynczą pompą o pojedynczym działaniu. Gdyby była jedna tylko korba, trzeba by koniecznie użyć koła zapędowego, którego ciężar do sił oporowych policzyćby należało; tu więc użycie systemu dwóch lub trzech korb rzeczywiście oddaje usługi.

Co się tyczy prędkości tłoka, to nie powinna ona być zbyt małą, bo chcąc wypompować znaczną objętość wody, trzeba by nadać pompie wielką średnicę i powiększyć kosztą budowy. Ale zbyt wielka prędkość ma także swoje złe strony: straty ciężenia rosną raptownie, a woda ssana, niemożąc zdążyć za tłokiem,

nie wypełnia całkowicie pompy; ta ostatnia okoliczność jest powodem zmniejszenia wydatku pompy i uderzeń wracającego na dół tłoka o wznoszącą się w górę wodę. Zważywszy jednak trudność obliczenia prędkości wody ssanej, przyjmuje się zwykle prędkość tłoka $0^m,20$ mniej więcej na sekundę, a rzadko powiększa się ją do $0^m,30$. Zresztą, prędkość tłoka może być tem większą, im tłok znajduje się bliżej zbiornika dolnego i im staranniejszą są usunięte przyczyny strat ciężenia w rurze ssącej.

203. Pompy obrotowe, także odśrodkowemi zwane.

— Większa część machin służących do zużytkowania siły spadku wodnego, da się przemienić na maszyny do podnoszenia wody na pewne wysokości. Jeżeli naprzykład koło śródbierne osadzone w pogródce, obracane będzie jakimkolwiek sposobem koło swej poziomej osi, to łopatki tegoż koła będą mogły zabierać wodę z dolnego zbiornika i nieść ją wzdłuż kołowej pogródki do górnego zbiornika. Tak samo turbina Fourneyron'a służyćby mogła za maszynę do podnoszenia wody. W tym celu należałoby wprowadzać wodę dolnego zbiornika na kierownice, a zamknąwszy koronę z łopatkami w przestrzeni ograniczonej, połączyć tę przestrzeń z rurą, któraby dochodziła do górnego zbiornika. W skutek ruchu obrotowego turbiny i tworzącej się siły odśrodkowej woda byłaby partą na zewnątrz łopatek i wznosiłaby się w rurze na tem większą wysokość, im by większą była prędkość obrotowa turbiny.

Ale niezależnie od tych machin wodnych przekształconych na maszyny do podnoszenia wody, pompa odśrodkowa tworzy odrębną a nader użyteczną kategorią machin. Jej kształt nie różni się niczem od kształtu wentylatora ze skrzydłami krzywymi, przy którego osi jest osadzona rura ssącą zwaną, a dochodząca do zbiornika dolnego. Siła odśrodkowa odpycha ku zewnątrz wodę wypełniającą koło; z tego powodu ciśnienie zmniejsza się ku osi obrotu i to tem więcej im prędzyszy jest obrót koła, a woda dolnego zbiornika wznosi się w górę i

zajmuje miejsce wody wypartej ku zewnątrz. Ta ostatnia tłoczy się w rurę odprowadzającą i wznosi się w niej na wysokość zależną od prędkości obrotowej koła.

Ten prosty opis pokazuje jasno, że machina ta może działać na sposób pomp ssących i tłoczących, i że wysokość, na jaką woda może być wzniesiona, jest funkcją prędkości obrotowej, rosnącą razem z tą zmienną.

Kształt łopatek koła i przestrzeni je zamykającej mają znaczny wpływ na skutek maszyny. W samej rzeczy, woda poruszana tem kołem jest ożywiona dwoma ruchami: ruchem ogólnym obrotowym, nadanym przez koło zagarniające ją z sobą, i ruchem względnym po łopatkach koła. Ważną jest rzeczą, aby wypadkowa tych dwóch prędkości była jak najmniejszą przy końcu łopatki; w przeciwnym bowiem razie, nabyta siła żywa byłaby stracona.

Pod tym względem, łopatki krzywe użyte przez p. Appold, który pierwszy zbudował znacznieszą pompę odśrodkową, są o wiele korzystniejsze od łopatek prostych. Tylko takie łopatki zapewniają powolny ale użyteczny ruch wody i zapobiegają wzburzeniom, których szkodliwego wpływu zawsze unikać należy.

Tego łatwo jest dowieść. Jeżeli łopatki są proste, to woda dąży do wyjścia z koła w kierunku promienia i zużywa tym sposobem pewną ilość siły żywej. Jeżeli przeciwnie, łopatki są tak zakrzywione, że ich końce są prawie styczne do obwodu koła, to wtedy ruch względny wody po łopatkach różni się mało od ruchu obrotowego, a strata siły żywej sprowadza się do zera, gdy prędkości tych dwóch ruchów są sobie równe.

Zajmijmy się teraz bliższem określeniem kształtu łopatek i teorią pompy odśrodkowej.

Przypuśćmy (fig. 102), że o jest osią, około której obraca się łopatka ab , i oznaczmy przez :

- r promień wodzący od ;
 r_0 i r_1 promienie wodzące początkowego i końcowego punktu łopatkki;
 l szerokość koła w kierunku osi;
 α kąt, o który obróci się cząsteczka wody w czasie t ;
 β kąt, o który obróci się ta cząstka względnie do łopatkki;
 v_0 prędkość normalną przy początku łopatkki;
 u_0 prędkość styczną w tymże punkcie;
 w_0 prędkość względną wody przy początku łopatkki;
 U_0 prędkość okręgu wału oa ;
 V prędkość bezwzględną z jaką woda opuszcza łopatkki;
 U prędkość zewnętrznego okręgu ob ;
 W i W_0 prędkość względną wody na końcu i na początku łopatkki;
 γ kąt utworzony przez kierunki prędkości W i U ;
 H różnicę poziomów obu zbiorników;
 Q wydatek wody w metrach sześciennych;

Ponieważ spiralny ruch cząsteczek wody powstaje w skutek ruchu łopatek, przeto zachodzi stały związek między kształtem łopatek i kształtem drogi bezwzględnej. Wyobraźmy sobie pompę przeciętą współśrodkowymi walcami o promieniu zmiennym r , i rozłóżmy ruch spiralny na dwa: jeden w kierunku promienia, drugi zaś w kierunku stycznej. Niechaj (fig. 102) linia ab oznacza kształt łopatkki, a linia ac kształt drogi bezwzględnej przebieżonej przez cząsteczkę cieczy. Jeżeli prędkość kątowna pompy jest stała, to kąt eod jest proporcjonalny do czasu, w którym cząsteczka oddaliła się o ke od okręgu wału oa . Jeżeli znana jest prędkość normalna, to jest składowa względnej prędkości w kierunku promienia, to wy-

datek pompy znanym będzie; kształt jednak drogi bezwzględnej nie będzie znany, bo zależy on nietylko od kształtu łopatki, ale także od prędkości kątowej. Prędkość kątową a więc i drogę bezwzględną oznaczyć można znając wysokość ciążenia.

Gdyby przeciwnie znany był kształt drogi bezwzględnej, prędkość kątowa θ , jak również oddalenie i kształt bocznych ścian zamykających w sobie pompę, możnaby łatwo znaleźć kształt łopatek. Jeżeli cząsteczka wody przebiega ruchem bezwzględnym w czasie t kąt α , a zaś w ruchu względnym po łopatce kąt β , to $\alpha + \beta$ oznacza kąt, o który obrócić się musi łopatka w czasie t . Tak więc

$$\alpha + \beta = \theta t,$$

$$(1) \quad \beta = \theta t - \alpha = \theta t - f(r),$$

gdzie $\alpha = f(r)$. Jeżeli t jest znaną funkcją zmiennej r , to równanie (1) przedstawiające kształt łopatki jest także znane.

Ponieważ okrąg ok obraca się z prędkością U_0 przeto $\theta = \frac{U_0}{r_0}$; a wstawiwszy wartość tę w równanie (1), znajdujemy równanie ogólne

$$\beta = \frac{U_0}{r_0} t - f(r),$$

przedstawiające kształt łopatki.

Według tego, cośmy powiedzieli, zdawałoby się że droga bezwzględna mogłaby mieć kształt jakiegokolwiek spirali; są jednak pewne warunki, które ograniczają wybór tej krzywej.

Nie zważajmy chwilowo na składową styczną prędkości cząsteczek wodnych i uważajmy samą tylko prędkość normalną. Jeżeli przetniemy pompę wspólnymi wałcami, to objętości wody przechodzące przez te przecięcia w czasie t muszą być sobie nawzajem równe. Przestrzenie istniejące

kształcie łopatek i przy zmiennym wydatku wody, pozostaje zawsze spiralą Archimedes'a, podlegająca tym samym prawom co i projektowana *a priori* krzywa (*).

Aby znaleźć równanie przedstawiające kształt bezwzględnej drogi cząsteczki wodnej, uważmy, że w czasie nieskończenie małym dt , cząsteczka położona na odległości r od środka, przebiegnie w kierunku stycznej do koła drogę,

$$r d\alpha = \frac{r}{r_0} u_0 dt$$

a ztąd

$$r_0 d\alpha = u_0 dt.$$

Możemy ułożyć proporcję :

$$r - r_0 : r_0 \alpha = v_0 : u_0$$

a ztąd

$$(2) \quad r = \frac{r_0 v_0}{u_0} \alpha + r_0,$$

równanie spirali Archimedes'a, przedstawiające kształt drogi bezwzględnej.

Równanie ogólne przedstawiające kształt łopatki jest, jak wiadomo :

$$\beta = \frac{U_0 t}{r_0} - \alpha = \frac{U_0 t}{r_0} - (r - r_0) \frac{u_0}{r_0 v_0};$$

ale że

$$r_0 \alpha = u_0 t,$$

$$t = \frac{r_0 \alpha}{u_0},$$

(*) Patrz : *Construction der Kolben und Centrifugalpumpen, Ventilatoren und Exhaustoren* von FRNK. Berlin, 1872.

przeto

$$\beta = \frac{U_0}{r_0} \cdot \frac{r_0 \alpha}{u_0} - (r - r_0) \frac{u_0}{r_0 v_0}.$$

Wstawiliśmy w tem wyrażeniu za α wartość z równania (2), znajdziemy :

$$r = \frac{r_0 v_0}{U_0 - u_0} \beta + r_0,$$

równanie spirali Archimedes'a przedstawiające kształt łopatk.

W razie, gdy ściany boczne pompy odśrodkowej są płaskie i równoległe, prędkość normalna nie może być już stałą; prędkość ta musi być odwrotnie proporcjonalną do obwodów kół współśrodkowych, a więc odwrotnie proporcjonalną do promienia. Podzielmy powierzchnię zamkniętą między kołami o promieniach r_0 i r_1 na n równych części kołami współśrodkowymi, a przez każdą z tych części przepłynie w tym samym czasie ta sama ilość wody. Jeżeli prędkość normalną za znaną uważać będziemy, to znajdziemy łatwo kształt krzywej przedstawiającej drogę bezwzględną, znając prędkość styczną. I jak, przypuszczając jak poprzednio, że prędkość kątowna jest niezmienną i że prędkość styczna rośnie proporcjonalnie do promienia, podzielimy kąt odpowiadający całej krzywej na n równych części, a ramiona tych kątów wyznaczą na okręgach kół współśrodkowych punkta, przez które przechodzi krzywa bezwzględnej drogi. W ten sam sposób nakreśli się krzywą przedstawiającą kształt łopatk, jeżeli znany jest kąt środkowy, odpowiadający całej łopatkce.

W celu znalezienia skutku pompy odśrodkowej, przypuścimy, że prędkości w rurach ssącej i tłoczącej są nieznaczące i że w rachunku pominiętymi być mogą. Dla uproszczenia zadania przypuścimy, że promień oa jest dostatecznie mały

i że w skutek tego prędkość obrotowa punktu a za nieznaczną uchodzić może.

Badajmy ruch względny cząsteczki przebiegającej łopatkę ab , a w tym celu zastosujemy równanie sił żywych do ruchu cząsteczki mającej masę m . Połowa przyrostu siły żywej jest :

$$\frac{1}{2}mW^2,$$

zważywszy, że $W_0 = 0$.

Siły, których pracę ocenić trzeba, są : ciśnienie i siła odśrodkowa. Praca ciśnienia jest mgH a praca siły odśrodkowej jest $\frac{1}{2}mU^2$. Twierdzenie sił żywych daje więc związek :

$$\frac{1}{2}mW^2 = -mgH + \frac{1}{2}mU^2$$

albo też

$$(3) \quad W^2 = -2gH + U^2.$$

Ażeby znaleźć wydatek pompy, uważmy, że woda opuszczająca łopatki z prędkością względną W , przecina powierzchnię walcową $2\pi r_1 l$ pod kątem γ ; zatem

$$(4) \quad Q = 2\pi r_1 l W \sin \gamma.$$

Prędkość bezwzględna V jest wypadkową prędkości U i W ; mamy więc

$$(5) \quad V^2 = U^2 + W^2 - 2UW \cos \gamma.$$

Ponieważ woda ma być wzniesioną na wysokość H , przeto praca użyteczna wynosi HQH . Ale praca poruszająca musi być większa od HQH , bo prędkość V wody opuszczającej koło niszczy się na nieużytecznym wzburzeniu, które pochłania tym sposobem ilość pracy $HQ \frac{V^2}{2g}$. Praca poruszająca jest więc

$$HQ \left(H + \frac{V^2}{2g} \right),$$

a że praca użyteczna wynosi tylko ΠQH , przeto skutek będzie :

$$(6) \quad S = \frac{1}{4 - \frac{V^2}{2g}}.$$

W wyrażeniu tem wstawimy za V wartość znaną za pomocą równań (2) i (4), i otrzymamy :

$$S = \frac{1}{\frac{U^2}{gH} - \frac{U}{\sqrt{gH}} \cos \gamma \sqrt{\frac{U^2}{gH} - 2}}.$$

Jeżeli chcemy znaleźć maximum skutku, to dosyć jest szukać minimum mianownika :

$$\frac{U^2}{gH} - \frac{U}{\sqrt{gh}} \cos \gamma \sqrt{\frac{U^2}{gH} - 2},$$

w którym $\frac{U^2}{gH}$ za zmienną uważać można. W tym celu oznaczmy dla skrócenia $\frac{U^2}{gH}$ przez x , i weźmy pierwszą pochodną funkeyi :

$$x - \sqrt{x} \cos \gamma \sqrt{x - 2} = 0,$$

z ajdziemy kolejno :

$$1 - \frac{1}{2\sqrt{x}} \cos \gamma \sqrt{x - 2} - \sqrt{x} \cos \gamma \frac{1}{2\sqrt{x - 2}} = 0,$$

$$x^2 - 2x - \cot^2 \gamma = 0,$$

$$x = \frac{\sin \gamma \pm 1}{\sin \gamma},$$

czyli, odrzuciwszy nieodpowiadający zadaniu znak odjemny :

$$x = \frac{U^2}{gH} = \frac{1 + \sin \gamma}{\sin \gamma}.$$

Wartości tej odpowiada minimum mianownika, bo druga jego funkcyja pochodna jest dodatna dla tej na x wartości. Największy skutek jest zatem :

$$(7) \quad S = \frac{1}{1 + \sin \gamma},$$

a temu skutkowi odpowiada prędkość

$$(8) \quad U = \sqrt{gH \frac{1 + \sin \gamma}{\sin \gamma}}.$$

Równanie (7) pokazuje, że $\sin \gamma$, a więc i kąt γ powinien być bardzo mały. Ten kąt nie może być jednak zbyt małym, bo jak pokazują równania (3) i (8), prędkości W i U byłyby bardzo wielkie i ztąd powstałe tarcie zużywałoby znaczną część siły żywej. Zresztą równanie (4) :

$$Q = 2\pi r_1 l W \sin \gamma = 2\pi r_1 l \sin \gamma \sqrt{U^2 - 2gH}$$

pokazuje, że wydatek odpowiadający największemu skutkowi maleje z kątem γ i staje się równy zero, gdy $\gamma = 0$. Najlepiej jest, gdy kąt γ wynosi od 15° do 20° .

204. Uwagi dotyczące pompy odśrodkowej. — Po ostatniej wystawie londyńskiej, zajęto się probowaniem pomp odśrodkowych (*), mierzaniem skutku tych machin i szukaniem wpływu krzywych łopatek. W tym celu wstawiano w najlepszą naówczas maszynę tego rodzaju, znaną pod nazwiskiem pompy Appold'a, w miejsce koła z łopatkami krzywemi, koło z łopatkami prostemi pochylonemi na 42° do promienia i koło z łopatkami płaskimi idącemi w kierunku promienia. Doświadczenia te pokazały, że pompa odśrodkowa systemu Appold'a z łopatkami krzywemi daje zadowalniające bardzo wypadki, ponieważ skutek jej dochodzi do 0,68, a nawet do

(*) Tablicę zawierającą wypadki doświadczeń robionych na pompie odśrodkowej, znaleźć można w : *Dictionnaire des Arts et Manufactures*, par M. LABOULAYE. Deuxième édition, Paris, 1870. Patrz w tomie drugim, w artykule *Pompes centrifuges*.

0,68, podczas gdy pompy tego rodzaju z płaskimi łopatkami, skierowanemi po promieniu, dają tylko 0,23 a nawet mniej. Przekonano się nadto że pompa Appold'a może oddać dobre usługi przy podnoszeniu wody na wysokości mniejsze od 6 metrów; a że w razie, gdyby była zanurzona w dolnym zbiorniku czy studni, nie potrzebowałaby mieć żadnej kłapy, przeto mogłaby być korzystnie użytą do pompowania wody nieczystej albo do sztucznych wodotrysków. Ale trzeba także zwrócić uwagę, że machina ta wymaga wielkiej prędkości obrotowej, a więc i odpowiedniego mechanizmu, zdolnego stworzyć tę prędkość, i wreszcie silnej maszyny poruszającej, jak na przykład lokomobili parowej.

Co się tyczy wprowadzenia wody do wnętrza pompy, to woda ta powinna wchodzić do koła wprost z rury ssącej, bez pośrednictwa żadnego zbiornika; woda bowiem ssana traciłaby w zbiorniku nabytą swą prędkość. Zdaje się, że umieszczając w okolicy osi, ścianki odpowiedniego kształtu, możnaby ułatwić wejście wody na łopatki, tak jak to ma miejsce w turbinach.

Prędkość zewnętrznego okręgu koła na minutę, jest dana w stopach angielskich wzorem :

$$U = 550 + 550\sqrt{H},$$

gdzie H oznacza wysokość, na którą woda ma być wzniesioną.

P. Appold zapewnia, że jego pompy odśrodkowe dają przy dobrych warunkach skutek 0,70, i że jedną z nich pompował przy budowie portu Douvres 40 do 42 tysięcy litrów na minutę.

205. Ostatnie ulepszenia konstrukcyjne pomp obrotowych. — Wzrastające z dniem każdym użycie pomp obrotowych namnożyło mnóstwo fabryk zajmujących się ich wyra-

bianiem i zwróciło uwagę konstruktorów na sposoby ulepszenia tych machin. Ulepszenie, na które największą zwrócić należy uwagę, odnosi się do zgromadzania się powietrza w środku koła, i na wynikające ztąd pomniejszenia skutku a nawet zupełne wstrzymanie ruchu. Z tegoż samego powodu użycie pompy odśrodkowej było niepodobne, gdy trzeba było pom-

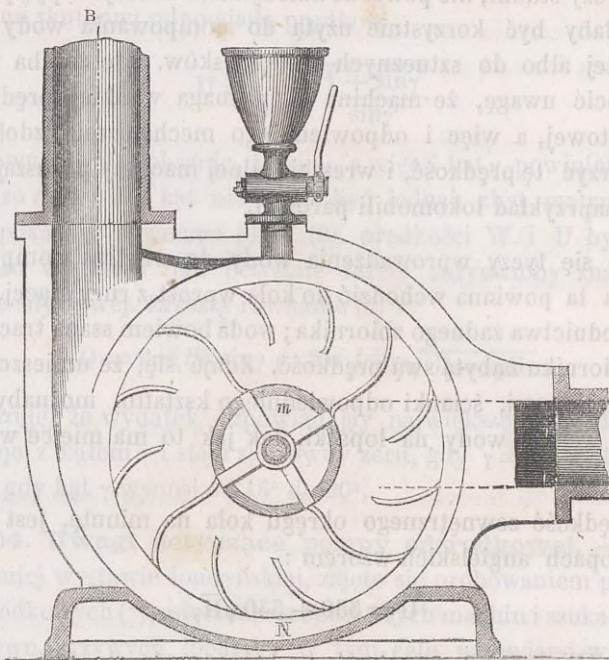


Fig. 103.

pować wodę ze znacznej głębokości i ssać ją z wielkim nacięciem; powietrze bowiem wciskało się przez pakunki os koła do miejsca, gdzie ciśnienie było mniejsze, to jest do środka koła, a więzione wodą poruszającą się, wstrzymywało ruch maszyny.

P. Cogniard wpadł na myśl wyprowadzenia tego powietrza małą pompką ssącą; później pp. Neut i Dumont usunęli pomienioną niedogodność w sposób nader prosty i racjonalny,

i zbudowali machinę zostawiającą mało do życzenia. Krótki opis tej pompy i rzut oka na figury 103 i 104, z których jedna przedstawia podłużne a druga poprzeczne przecięcie, dadzą o niej dostateczne pojęcie.

Na poziomym obrotowym wale VV (fig. 104) poruszonym siłą pary lub innym sposobem, osadzone są cztery krzywe łopatki

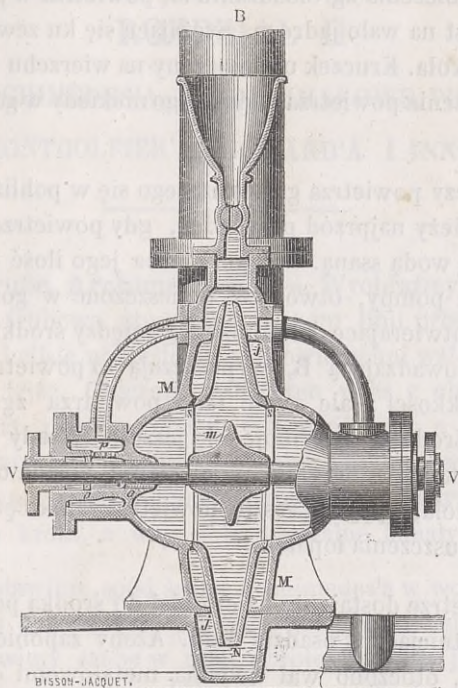


Fig 104.

zweżające się ku zewnętrznemu ich końcowi a otoczone po bokach dwiema pierścieniowymi tablicami *jj*, zostawiającymi wolne otwory w pobliżu osi. Między temi tablicami jest osadzonych osiem innych łopatek, krótszych od poprzedzających, to jest niedochodzących do samego wału. Cały ten system jest umieszczony wewnątrz metalowego pudła *MM*, od odpowiedniego

kształtu, a zaopatrzonego w panwie służące do szczelnego osadzenia wału VV. Woda prowadzona rurą A (fig. 103) dostaje się z dwóch stron do przestrzeni wał otaczającej, a wprowadzona w ruch obrotem koła, płynie kanałami utworzonymi przez łopatki i boczne pierścieniowe tablice, i dostaje się w końcu do rury odprowadzającej B. W celu ułatwienia wejścia wody na łopatki i zapobieżenia zgromadzeniu się powietrza w pobliżu osi, osadzone jest na wale jądro *m*, zwężające się ku zewnętrznemu obwodowi koła. Kruczek umieszczony na wierzchu pudła służy do wypuszczenia powietrza więzionego niekiedy w górnej części pompy.

Co się tyczy powietrza gromadzącego się w pobliżu wału, to rozebrać należy najprzód przypadek, gdy powietrze dochodzi do środka z wodą ssaną. Gdy już pewna jego ilość dostała się do wnętrza pompy, otwory *ss* umieszczone w górnej części (fig. 104) a otwierające komunikacją między środkiem pompy a rurą odprowadzającą B, wypuszczają to powietrze, w skutek jego lekkości; ale część tego powietrza zgromadzona w samym środku, utrzymuje się jeszcze. Wtedy woda poddana stosunkowo olbrzymiemu ciśnieniu, wpada otworami *ss* do środka koła, wypycha resztę powietrza zamkniętego i zmusza je do opuszczenia łopatek.

Ale powietrze dostaje się najczęściej do środka pompy przez szczeliny istniejące w osadzie wału. Ażeby zapobiedz tej niedogodności, otoczono wał dwiema metalowymi obręczkami *oo* przylegającymi szczelnie do panwi i tworzącymi wolną między sobą przestrzeń, która komunikuje z rurą B przez pośrednictwo otworów *p*. Przestrzeń ta jest więc ustawicznie wodą napełniona, i to wodą posiadającą znaczne ciśnienie; powietrze nie może więc dostać się do wnętrza.

W takich warunkach, pompa odśrodkowa otrzymująca tak łatwo działanie maszyny poruszającej, niewystawiona na

zmiany ruchu cieczy w jej wnętrzu, a przeprowadzająca bez trudności ciała obce sporych wymiarów, jak błoto, piasek i kamyki, znalazła i znajduje z każdym dniem większe zastosowanie.

ROZDZIAŁ II

ŚRUBA ARCHIMEDES'A, KOŁO ŚLIMAKOWE, PRZYRZĄDY MONTGOLFIER'A, GIFFARD'A I INNE.

206. Śruba Archimedes'a. — Wyobraźmy sobie powierzchnię śrubową utworzoną ruchem linii prostej opierającej się na helisie nakreślonej na powierzchni walca i na normalnej do tejże. Otoczmy walec ten wraz z obwijającą go powierzchnią, drugim walcem współosiowym, a otrzymamy maszynę znaną pod nazwiskiem śruby Archimedes'a i służącą do podnoszenia wody na pewne wysokości. Zazwyczaj śruba ta ma trzy kroki, a więc i trzy spiralne kanały.

Jeżeli, wstawimy spód śruby Archimedes'a w wodę, pochyliwszy ją o kąt mniejszy od tego, jaki czyni helisa z osią, i jeżeli wprawimy śrubę w ruch obrotowy około jej osi i to w kierunku przeciwnym kierunkowi spirali, to woda dostawszy się do dolnego otworu kanału wznosić się będzie w górę i wyleje się na zewnątrz górnym jego końcem.

Dla łatwiejszego zrozumienia rzeczy wyobraźmy sobie najprzód śrubę utworzoną z rury wijącej się po powierzchni walca na kształt helisy. Jeżeli ustawimy walec poziomo i wpuścimy odpowiedniej wielkości kulkę w spodni koniec rurki, to będzie się ona toczyć ku drugiemu końcowi walca i zatrzyma się

w najniższym punkcie pierwszej spiry. Jeżeli zaczniemy obracać walec około jego osi, to punkt, na którym kulka spoczywała, podniesie się, a dążąca do najniższego położenia kulka toczyć się będzie ustawicznie i zbliżać się będzie do drugiego końca wału, pozostając zawsze w tej samej płaszczyźnie poziomej. Pochylmy teraz nieznacznie maszynę i wpuścimy znowu kulkę w dolny koniec rury. Zatrzyma się ona w dolnym punkcie pierwszej spiry; ale gdy w skutek obrotu maszyny, ten punkt przybierze wyższe położenie, kulka potoczy się do innego punktu, który będzie już wyższym od poprzedniego jej położenia, ale niższym od tego, który w początku ruchu był najniższym punktem pierwszej spiry. Tym sposobem, kulka dostaje się do górnego końca wału; można powiedzieć, że wznosi się ona w górę tocząc się ustawicznie na dół. Gdyby śruba była pochylona w ten sposób że helisa nie posiadałaby punktu niższego od początkowego położenia kulki, to ruch kulki bynajmniej miejsca by nie miał. Gdyby wreszcie śruba była zbyt pochyloną, kulka nie mogłaby wejść do rury dolnym końcem; wprowadzona górnym końcem toczyłaby się wzdłuż całej helisowej rury i wypadłaby na zewnątrz dolnym otworem.

To, cośmy mówili o kulce, stosuje się także do wody wprowadzonej dolnym końcem do rury helisowej. Woda zajęłaby najprzód najniższy punkt pierwszej spiry; wzniosłaby się następnie w obu ramionach krzywej aż do poziomu najwyższego punktu ramienia, którym woda wpływa. Łuk spiry zawierający wszystką wodę, którą spira pomieścić może, nazywa się hydroforycznym łukiem spiry. Gdy śruba obróci się o 360° około swej osi, woda zawarta w pierwszym hydroforycznym łuku przeniesie się do łuku hydroforycznego drugiej spiry, podczas gdy pierwszy z nich nowo przybyłą wodą wypełniony zostanie. Podczas następnych obrotów śruby, woda wznosić się będzie ustawicznie od spiry do spiry i przybędzie wreszcie

do górnego końca rury helisowej. Przy każdym następnym obrocie, śruba wylewać będzie górnym końcem objętość wody równą pojemności łuku hydroforycznego.

Ale w tym celu spodnia część śruby zanurzoną być musi o pewną ilość pod poziom wody zbiornika. Zanurzenie te musi być takie, aby otwór rury helisowej znajdował się na poziomie wierzchołka łuku hydroforycznego pierwszej spiry w chwili, gdy tenże otwór z popod wody zbiornika wychodzić zaczyna; tym sposobem łuk ten będzie całkowicie wypełniony. Oczywiście jest rzeczą, że łuk hydroforyczny byłby tylko częściowo wypełniony, gdyby poziom zbiornika znajdował się niżej od punktu, o którym mowa. Podczas dalszego obrotu walca, powietrze wchodzi do rury, zajmuje wyższą część pierwszej spiry położonej ponad jej hydroforycznym łukiem. W ten sam sposób i inne spiry wypełnione będą kolejno wodą i powietrzem; płyny te spoczywać będą całym swym ciężarem na ścianach rury, nie cisnąć bynajmniej na siebie.

Wszystko to nie mogłoby mieć miejsca, gdyby poziom wody znajdował się nad wierzchołkiem hydroforycznego łuku, a nawet, gdyby dolny otwór znajdował się przez jakiś czas ponad poziomem dolnego zbiornika. Powietrze, co prawda, weszłoby do rury, ale woda zajmowałaby łuk większy od hydroforycznego, wznosiłaby się ponad wierzchołek jednego ramienia, a więc i ponad wierzchołek drugiego i cisnęłaby na powierzchnie pod nią się znajdujące. Powietrze tłoczone starałoby się odzyskać swą pierwotną gęstość a przedzierając się przez masę wody nad niem umieszczoną, niszczyłoby jednostajność ruchu.

Gdy śruba jest zupełnie w wodzie zanurzona, powietrze do niej dostać się nie może i sama tylko woda ją wypełnia. Jeżeli prędkość obrotowa śruby jest bardzo wielka, to woda może być nagle wyrzuconą górnym otworem; ale przy umiarkowa-

nej prędkości woda wzniesie się na pewną wysokość i zrównoważy ciężarem swym działanie siły odśrodkowej. W wielkich machinach tego rodzaju, powietrze znajdujące się wewnątrz helisowych kanałów sprawia często niejednostajność w ruchu i pracy maszyny; gdy jednak kanały są dosyć szerokie, a pochylenie śruby odpowiednie, przeszkody te nie mają już prawie miejsca i strata pracy jest bardzo małą.

Jakkolwiek zasada śruby Archimedes'a jest prosta, jednak teoria jej dotąd dokładnie poznana nie została. Uczni matematycy zajmowali się oznaczeniem skutku tej maszyny ale poszukiwania ich nie doprowadziły do dokładnych i pewnych wypadków, bo to co podali Bernoulli i inni autorzy, stosuje się tylko do wąskiej rurki nawiniętej na powierzchni obrotowego wału. Podajemy tu główny zarys tej teorii, tak dla ustalenia pewnych wskazówek w tym przedmiocie, jak z obawy pozostawienia luki w naszym dziele.

Niechaj AMFND przedstawia (fig. 105) pionowy rzut osi helisowej rury wijącej się po walcu ABDE, którego podstawa w rzucie pionowym jest AB, a *ambn* w rzucie poziomym. W punkcie F łuku AMFN nakreślmy styczną GH do tegoż łuku i oznaczmy kąt JFH przez *a*; przez punkt B poprowadźmy linią poziomą i oznaczmy kąt EBK przez *b*.

Starajmy się najprzód znaleźć długość hydroforycznego łuku MFN. W tym celu uważajmy jakikolwiek punkt L tegoż łuku i oznaczmy jego wzniesienie ponad płaszczyznę poziomą BK. Figura pokazuje, że

$$Lp = Lr + rp.$$

Weźmy promień *oa* za jedność i oznaczmy łuk *al* przez *α*; będziemy mieli :

$$Lr = Ll \sin b = al \cotg a \sin b = \alpha \cotg a \sin b,$$

bo helisa przecina podstawę w punkcie A pod kątem *a*. Ma-

my nadto :

$$rp = lq = Bl \cos b = bs \cos b = (1 + \cos \alpha) \cos b;$$

zatem

$$(1) \quad Lp = \alpha \cotg a \sin b + (1 + \cos \alpha) \cos b.$$

Początek hydroforycznego łuku spiry AFND będzie w punkcie M najwyżej wzniesionym ponad płaszczyznę BK; punkt

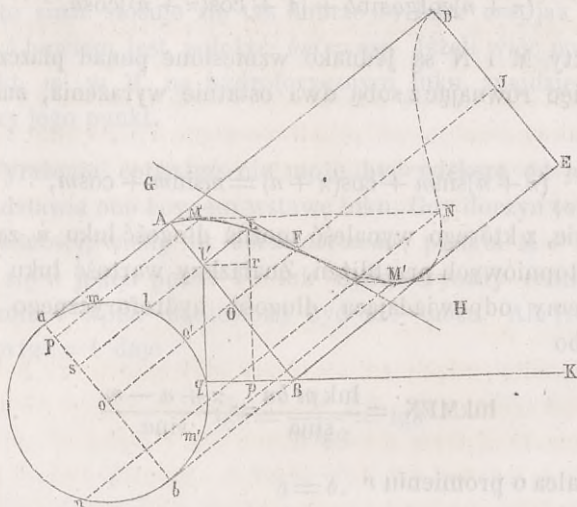


Fig. 105.

ten odpowiada największej wartości powyższej funkcji. Ażeby znaleźć maximum wysokości Lp , zrównajmy z zerem pierwszą funkcją pochodną a otrzymamy

$$\sin \alpha = \cotg a \operatorname{tg} b,$$

równanie dające odpowiednią wartość łuku α . Jeżeli oznaczymy przez m tę wartość łuku α , to wzniesienie najwyższego punktu M ponad płaszczyznę BK wyrażone będzie przez

$$m \cotg a \sin b + (1 + \cos m) \cos b.$$

Poprowadźmy przez punkt M płaszczyznę poziomą, to płaszczyzna ta przetnie drugie ramię krzywej w punkcie N , który będzie drugim końcem hydroforycznego łuku. Jeżeli porzucimy punkt N w punkcie n i oznaczymy przez n długość łuku bn , to łuk koła $ambn$ odpowiadający łukowi helisy $AMFN$, będzie $\pi + n$, a wzniesienie punktu N ponad płaszczyznę BK danem będzie przez wyrażenie :

$$(\pi + n)\cot g \sin b + [1 + \cos(\pi + n)]\cos b.$$

Punkty M i N są jednako wzniesione ponad płaszczyznę BK , więc równając z sobą dwa ostatnie wyrażenia, znajdujemy :

$$(\pi + n)\sin m + \cos(\pi + n) = m\sin m + \cos m,$$

równanie, z którego wynaleść można długość łuku n za pomocą stopniowych przybliżeń. Znalazszy wartość łuku mbn , znajdziemy odpowiadającą długość hydroforycznego łuku MFN , bo

$$\text{łuk } MFN = \frac{\text{łuk } mbn}{\sin a} = \frac{\pi + n - m}{\sin a}$$

a dla walca o promieniu r

$$\text{łuk } MFN = r \cdot \frac{\pi + n - m}{\sin a}.$$

Jeżeli oznaczymy przez s powierzchnię poprzecznego przecięcia rury helisowej, to objętość wody podniesionej podczas jednego całkowitego obrotu śruby będzie :

$$Q = rs \frac{\pi + n - m}{\sin a}.$$

Ponieważ śruba wylewa za każdym obrotem objętość wody Q , przeto oznaczywszy przez L długość walca zewnątrz wody, przez Π ciężar sześciennego metra wody, a przez N liczbę

obrotów w danym czasie, przedstawimy pracę użyteczną maszyny wzorem :

$$T_u = \Pi N r s \frac{\pi + n - m}{\sin a} L \sin b.$$

Równanie $\sin m = \cot g a \operatorname{tg} b$ otrzymane przez różniczkowanie i zrównanie do zera wyrażenia (1), odpowiada dwóm przypadkom, to jest największemu i najmniejszemu wzniesieniu Lp . Nadto $\sin m$ stosuje się tak dobrze do łuku am' , jak do am ; dosyć bowiem jest położyć $bm' = am$. Jeżeli więc porzucimy punkt m' w M' na hydroforycznym łuku, znajdziemy najniższy jego punkt.

Wyrażenie $\cot g a \operatorname{tg} b$ nie może być większe od jedności; przedstawia ono bowiem wstawę łuku. Gdy iloczyn ten równa się jedności, wtedy łuk $am = am' = ao'$, punkta M i M' zechodzą się w jeden punkt F , łuk hydroforyczny redukuje się do zera i woda wzniesioną być nie może. Ale równanie $\cot g a \operatorname{tg} b = 1$ daje

$$\operatorname{tg} b = \frac{1}{\cot g a} = \operatorname{tg} a$$

$$a = b.$$

To znaczy, że gdy kąt pochylenia równa się kątowi helisy z osią walca, wtedy woda przestaje się wznosić; konieczną jest więc rzeczą, aby pierwszy z tych kątów był mniejszy od drugiego.

Chcąc znaleźć największą pracę maszyny, dosyć jest szukać największej wartości czynnika $\sin b(\pi + n - m)$, bo tylko ten czynnik jest zmienny, przypuszczając, że prędkość obrotowa jest stałą.

Mówiliśmy, że poziom wody w zbiorniku dolnym wznosić się powinien do punktu M , w przeciwnym bowiem razie

łuk hydroforyczny nie weźmie w siebie tyle wody, ileby mógł pomieścić. Poziom wody musi się więc wznosić po nad środek podstawy o wysokość :

$$\text{op.} \cos b = r \cos m \cdot \cos b = r \cos b \sqrt{1 - \cot^2 a \cdot \tan^2 b}.$$

207. Wypadki doświadczeń i uwagi dotyczące śruby Archimedes'a. — Eytelwein, który zajmował się szczegółowo ruchem wody w śrubach Archimedes'a, ogłosił szereg doświadczeń dowodzących niekorzyść zbyt wielkiego lub zbyt małego zanurzenia tej śruby w wodzie. Śruba pochyłoną była na 50° do poziomu i największy wydatek wody odpowiadał zanurzeniu środka podstawy o 0^m,013 pod poziom wody. Przy większem lub mniejszem zanurzeniu, wydatek wody zmniejszał się znacznie.

W tem, cośmy poprzednio mówili, przypuszczaliśmy, że łuk hydroforyczny miał czas napełnić się wodą i nie zwracaliśmy uwagi na prędkość obrotową. Prędkość ta ma jednak wpływ na wydatek wody, zwłaszcza gdy spód śruby jest zupełnie w wodzie zanurzony. Doświadczenia Eytelwein'a okazują to wyraźnie. W pierwszym szeregu doświadczeń śruba umieszczoną była w najgorszych warunkach, spód jej bowiem był zupełnie w wodzie zanurzony. W drugim szeregu doświadczeń spód przyrządu zanurzony był o stosowną długość; śruba znajdowała się pod tym względem w najlepszych warunkach. W pierwszym razie wydatek wody zmniejszał się bardzo znacznie w miarę jak prędkość rosła; w drugim razie zmiana wydatku była nieznaczna. Porównyując oba szeregi doświadczeń, zauważyliśmy, że przy tej samej prędkości obrotowej wydatek był mniejszy o $\frac{1}{3}$ w razie, gdy spód śruby był całkiem zanurzony.

Zdawałoby się, że wydatek wody w śrubie Archimedes'a o danej prędkości i w danym czasie, powinien być proporcyo-

nalny do pojemności łuku hydroforycznego, to jest do trzeciej potęgi ze średnicy. D'Aubuisson jednak znalazł, że wydatek jest proporcjonalny do potęgi $\frac{11}{3}$ ze średnicy D, to jest do $D^{\frac{11}{3}}$, i że gdy śruba jest pochylona o kąt

30°, 35°, 40°, 45°,

liczyć można na wydatek

$$805 D^{\frac{11}{3}}, \quad 638 D^{\frac{11}{3}}, \quad 422 D^{\frac{11}{3}}, \quad 230 D^{\frac{11}{3}}.$$

Śruba Archimedes'a jest zwykle wprowadzona w ruch rękoma ludzi, którzy działają za pośrednictwem drążka na korbę przemieniającą ruch postępowy na obrotowy. Starajmy się więc oznaczyć liczbę ludzi potrzebnych do poruszania śruby Archimedes'a.

Doświadczenie pokazało, że śruba mająca 0^m,49 średnicy i 5^m,85 długości, pochylona o 35°, poruszana z prędkością 40 obrotów na minutę przez 9 ludzi pracujących po 2 godziny z rzędu i zastępowanych tą samą liczbą świeżych rąk, jest w stanie podnieść w godzinie 45^{m.s.} wody na wysokość 3^m,30. Każdy z robotników podnosi więc 5^{m.s.} wody na 3^m,30 lub 16^{m.s.},50 na 1^m wysokości. Innym razem znowu, sześciu robotników pracujących 6 godzin podnosiło każdy po 92^{m.s.} czyli 45^m,33 na godzinę.

Zgodnie z temi pewnymi i wiary godnymi próbami przyjąć możemy, że robotnik pracujący z dobrą śrubą może podnieść na godzinę 15^{m.s.} wody na 1^m wysokości, i że pracować może w ten sposób 6 godzin dziennie. Jeżeli Q oznacza objętość wody, którą śruba ma podnieść w godzinę na wysokość H, to $\frac{4}{15}QH$ oznaczać będzie liczbę robotników potrzebnych.

Czasem używa się śruby podobnej do śruby Archimedes'a

ale pozbawionej zewnętrznego walca, który ją okrywa. Śruba ta hollenderską zwana, umieszczona jest w półwalcowym korycie pochylonem stosownie. Maszynę tę trzeba obracać z wielką prędkością, aby zapobiedz znacznemu przeciekaniu wody po przez odstęp istniejący między korytem i powierzchnią śrubową. Przymiotem tej maszyny jest jej niezależność od wysokości poziomu wody w zbiorniku i możność pracowania z niezmiennym skutkiem przy stopniowem obniżaniu się poziomu wody. Na niekorzyść tej śruby powiedzieć musimy, że w skutek uginania się wału, śruba trze się o koryto i pochłania pewną część pracy.

208. Koło ślimakowe. — Maszyna ta, znana już w czasach starożytnych, składała się z poziomego pustego walca, podzielonego na 8 lub więcej części ścianami idącymi w kierunku promienia. Gdy otwory zrobione w powierzchni walca zanurzone zostały w zbiorniku, woda mogła przez nie wpływać do wnętrza i wypełniać kolejno odpowiednie jego części. Ponieważ otwory umieszczone były w górnej części każdego z ośmiu wycinków walca, przeto podczas obrotu maszyny, otwory te wychodziły pierwsze ponad poziom wody zbiornika, a część wody zamkniętej w walcu podnosiła się podczas obrotu do wysokości osi. Woda podnoszona tym sposobem wylewała się na zewnątrz otworem zrobionym w dnie walca i położonym przy jego osi.

W początku zeszłego stulecia, Lafaye udoskonalił tę maszynę zamieniając ściany idące w kierunku promienia na ściany krzywe kształtu rozwijalnej koła (fig. 106) i odrzucając nieużyteczną już powierzchnię walcową okrywającą poprzednio wnętrze koła. Tym sposobem linia pionowa przechodząca przez środek ciężkości masy wody zawartej w każdym z krzywych kanałów, jest równo odległa od osi obrotu; moment oporu jest więc zawsze niezmienny i nie zależy od położenia koła, a praca jest nadzwyczaj jednostajna. Według

doświadczeń Perronet'a, jedno z tych kół mające 5^m,85 średnicy, zaopatrzone w 24 ścian i zanurzone o 0^m,24 w wodzie, podnosiło w godzinie 123^m.s. wody na wysokość 2^m,60 przy prędkości 2,5 obrotów na minutę. Skutek wynosił blisko 0,85 (*).

Koło ślimakowe może być obracane końmi, kołem wodnym lub machiną parową. Skutek jego jest znaczny, jak pokazują doświadczenia Perronet'a, ale wysokość, na którą można pod-

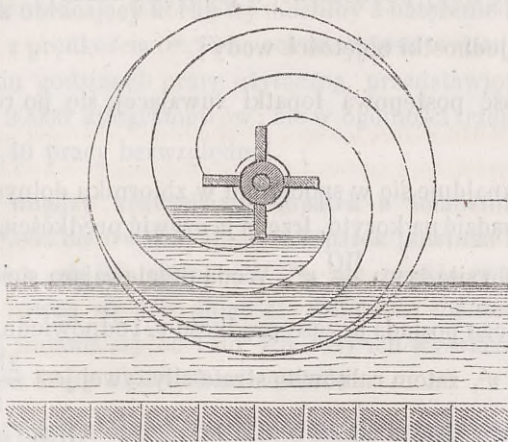


Fig. 106.

nosić wodę jest ograniczona wielkością promienia; zresztą koło to jest ciężkie a więc trudne do przenoszenia z jednego miejsca na drugie.

209. Elewator łopatkowy pochyły. — Przyrząd ten składa się z seryi czworograniastych łopatek, przymocowanych do łańcucha bez końca, nawiniętego na dwóch odpowiednich wałach a poruszającego się z dołu ku górze w drewnianem korycie, którego pochylenie wynosi 30° do 40°. Koryto to nurza się w studni i wznosi się na wysokość, na którą woda ma

(*) Porównaj z wypadkami innych doświadczeń Perronet'a, streszczonemi w *Przewodniku praktycznym MORIN'A*, tłumaczonym na polskie przez p. Marczewskiego. Warszawa, 1859 r., str. 498.

być podniesioną; tym sposobem łopatki zabierają wodę i prowadzą ją po równi pochyłej do miejsca przeznaczenia.

Skutek tej maszyny obliczyć można, jak następuje. Nazwijmy:

H wzniesienie poziomu zbiornika górnego ponad zbiornik dolny, czyli wysokość na jaką woda ma być wzniesioną:

Q objętość wody podnoszonej w jednostce czasu;

Π ciężar jednostki objętości wody;

v prędkość postępową łopatki suwającej się po równi pochyłej.

Woda znajduje się w spoczynku w zbiorniku dolnym; chcąc ją wprowadzić na koryto, trzeba ją ożywić prędkością v i zużyć w tym celu siłę żywą $\frac{\Pi Q}{g} v^2$. Woda przelewająca się do zbiornika górnego posiada jeszcze prędkość v , i odpowiednią jej siłę żywą $\frac{\Pi Q}{g} v^2$, zatem całkowita strata siły żywej jest $\frac{2\Pi Q}{g} v^2$. Tej siły żywej odpowiada praca $\frac{\Pi Q}{g} v^2$, a że $\Pi Q H$ jest praca konieczna do podniesienia objętości Q na wysokość H , przeto praca bezwzględna będzie:

$$T = \Pi Q H + \frac{\Pi Q}{g} v^2$$

a praca użyteczna

$$T_u = \Pi Q H.$$

Skutek maszyny jest więc

$$S = \frac{\Pi Q H}{\Pi Q H + \frac{\Pi Q}{g} v^2} = \frac{H}{H + \frac{v^2}{g}}$$

Skutek jest tem większy, im mniejsza jest prędkość elewatora.

W rachunku tym nie braliśmy pod uwagę ani tarcia czopów o panewki i wody o koryto, ani oporu powietrza i straty wody przeciekającej na krawędziach łopatek. Straty te z wyjątkiem ostatniej są tem większe, im większa jest prędkość ruchu.

Człowiek obracający korbę tej maszyny z nateżeniem 8 kilogramów i z prędkością $0^m,75$ na sekundę, jest w stanie wykonać w ośmiu godzinach pracę użyteczną, przedstawioną przez 80000 lub 90000 kilogrametrów; ale w ogólności trzeba liczyć tylko na 0,40 pracy bezwzględnej.

Odstęp między krawędziami łopatek a ścianami koryta wynosi $0^m,005$ do $0^m,006$. Długość łopatek powinna być dwa razy większa od ich wysokości (*), ale zwykle w praktyce wysokość równa się $4/5$ długości. Odległość łopatek jednej od drugiej zmienia się od 1 do $1,5$ razy ich wysokości, a ich prędkość od $1^m,00$ do $1^m,50$ na sekundę.

Przyrząd ten jest szczególnym przypadkiem koła z płaskimi łopatkami podnoszącego wodę w pogródce kołowej i znanego pod angielskim mianem *Flash wheel*.

Nie można się dziwić, że maszyna tak niedogodna do użycia i dająca tak mały skutek, jest dziś zupełnie prawie zarzucona.

210. Elewator łopatkowy pionowy. — Maszyna ta różni się tem tylko od poprzednio opisanej, że łańcuch z łopatkami jest ustawiony pionowo i że w miejsce pochylego koryta umieszcza się pionową rurę, walcową lub czworograniastą. Łopatki mają ten sam kształt co i rura; ich bok

(*) NAVIER. *Résumé des leçons données à l'École des Ponts et Chaussées*. Część trzecia, str. 354.

lub średnica, wynosi $0^m,13$ do $0^m,16$ a odstęp między ścianami rury i krawędziami łopatek jest mniejszy, jak w elewatorze pochyłym. Ażeby sprowadzić odstęp na spodzie rury do minimum i zmniejszyć tym sposobem utratę wody, robi się z blachy dolny koniec rury, nadając mu kształt odpowiadający dokładnie kształtowi łopatek. Ta blaszana część rury powinna być trochę dłuższą od odległości dwóch sąsiednich łopatek. Bardzo często łopatki są zrobione z płatów skórzanych ściśniętych między dwiema blachami; skóra ta służy za pakunek i nie dopuszcza przeciekania wody.

Do poruszania elewatora pionowego używa się zwykle 4 do 8 ludzi obracających korby o promieniu $0^m,40$ z prędkością 20 do 30 obrotów na minutę. Ludzie ci pracują po 8 godzin dziennie, a zmieniając się co dwie godziny, wykonywają każdy dziennie pracę użyteczną przedstawioną przez 110 do 120 tysięcy kilogrametrów. Z doświadczeń Perronet'a (*), który wypróbował dwadzieścia dwa elewatory pionowe przy zakładaniu fundamentów pod filary mostowe i z doświadczeń Boistard'a (**), wnosimy, że można liczyć na skutek $0,6\dot{5}$. Nadto, według tych inżynierów, liczba ludzi, którzyby pracując 8 godzin dziennie przy elewatorze pionowym byli w stanie podnieść $Q^{m.s.}$ wody na wysokość H^m , jest $0,22QH$.

Machiny tego rodzaju bywają także poruszane kołmi, kołem wodnym a nawet machiną parową.

211. Elewator skrzynkowy. — Jeżeli w elewatorze pionowym zastąpimy łopatki i rurę skrzynkami przymocowanymi do łańcucha, otrzymamy używany i znany powszechnie elewator skrzynkowy.

Ażeby skrzynki mogły wylewać wodę do górnego zbiornika i wypróżniać się zupełnie, trzeba podnieść wodę na wysokość

(*) *Oeuvres de PERRONET*, édit. in-4o, str. 250.

(**) *Traité d'Hydraulique d'AUBUISSON*'a, str. 477.

większą od H , to jest od różnicy poziomów górnego i dolnego zbiornika. Jeżeli oznaczymy przez h ten nadmiar wzniesienia, to przyjąwszy znakowanie poprzednich ustępów, wyrazimy pracę użyteczną tej maszyny przez :

$$T_u = HQ(H + h).$$

Wartość ilości h jest stałą niezależnie od H . Zazwyczaj $h = 0^m,75$.

Stosunek pracy użytecznej do pracy bezwzględnej, powiększa się ze wzrostem ilości H ; tego zresztą dowodzą wypadki praktyczne doświadczeń, streszczone w następującym szeregu liczb (*):

Wysokość H	Skutek
1 ^m ,00 do 2 ^m ,00	0,48
2 ^m ,50 do 2 ^m ,60	0,57
3 ^m ,00 do 3 ^m ,30	0,63
3 ^m ,60 do 4 ^m ,00	0,66

Według Emmery'ego (**) liczyć można na skutek 0,65.

Navier podaje, że elewator skrzynkowy poruszany dwoma końmi wznosił na godzinę 70^{m³},12 wody na 3^m,60 wysokości; jeden koń wznosił więc 126^{m³} na 1^m wysokości. Według tego uczonego, strata pracy wynosiła tylko 0,12 pracy całkowitej.

Dwa są powody tej straty: 1° część wody przecieka do dolnego zbiornika podczas wylewania się wody ze skrzynek do górnego zbiornika; 2° wysokość, na którą trzeba podnieść skrzynki a więc i wodę, jest większa od wysokości żądanej.

(*) *Formules, tables et renseignements usuels* par J. CLAUDEL. Partie pratique. Septième édition. Paris, 1867, str. 282.

(**) BELIDOR, *Architecte hydraulique ou l'art de conduire, d'élever et de ménager les eaux pour les différents besoins de la vie*. Paris, 1819, tom pierwszy, str. 583.

Mając na uwadze pierwszą z tych strat, sprowadzimy liczbę metrów sześciennych wody, wzniesionych w godzinie przez jednego konia na wysokość 1 m, do liczby 120^{m.s.}; przewidując zaś drugą z nich, zredukujemy te 120^{m.s.} w stosunku $\frac{H}{H+h}$.

Zatem praca użyteczna, jaką może wykonać koń w godzinie, za pomocą elewatora skrzynkowego, da się wyrazić przez 120 $\frac{H}{H+h}$ metrów sześciennych wody podniesionych na wysokość jednego metra lub $\frac{120}{H+h}$ na wysokość H metrów. Jednym słowem praca użyteczna będzie :

$$T_u = \Pi QH = 120 \frac{\Pi H}{H+h}$$

a

$$Q = \frac{120}{H+h}.$$

Ztąd wypada że liczba koni potrzebnych do podniesienia Q' metrów sześciennych wody w godzinie i na H metrów wysokości z pomocą jednego lub kilku elewatorów skrzynkowych jest

$$Q' \cdot \frac{H+h}{120}.$$

Pojemność skrzynek tego elewatora zmienia się od 7 do 8 a nawet do 15 litrów.

Przyrząd ten może często znaleźć swe zastosowanie, zwłaszcza tam, gdzie woda jest mętna, nieczysta i błotnista, jak to się zwykle zdarza przy osuszaniu gruntów. W takim przypadku, pompy z tłokami jakkolwiek większy dające skutek nie mogłyby być użyte, a elewator łopatkowy byłby zupełnie niewłaściwy. Zresztą, niezły skutek tego przyrządu i łatwość

naprawy, której podjąć się może każdy kowal najmniejszej wioski, są ważnymi przysmotami.

212. Koło z kubłami lub szopkami. — Przymocowawszy kubły lub szopki do obwodu koła pionowego z płaskimi łopatkami, którego spód jest zanurzony w wodzie bieżącej, otrzymamy nader prosty i ekonomiczny przyrząd do podnoszenia wody. Kubły są otwarte i umieszczone w ten sposób, że czerpią wodę na dole, i przelewają ją w górze do koryta lub rynny. Nie ma prostszego i tańszego sposobu podnoszenia wody; ten sam prąd daje siłę i materiał potrzebny. To też o ile tylko miejscowe okoliczności pozwalają, sposób ten jest często używany, czy to do irygacyj czy do potrzeb gospodarskich.

Przy osuszaniu gruntów na wielką skalę, buduje się osobno koło kubłowe a osobno koło łopatkowe. Pierwsze z nich składa się z dwóch koron pierścieniowych, między którymi umieszczone są kubły na osiach poziomych przechodzących przez ich część górną. Tym sposobem kubły te utrzymują się w równowadze do chwili dojścia do wierzchołka koła; tam, za pomocą nader prostego przyrządu, kubły te pochylają się, wylewają wodę w koryto i przybierają dawne swe pionowe położenie. Koło łopatkowe przesyła tej machinie ruch przez pośrednictwo wału lub jakiegobądź innego mechanizmu.

Perronet używał z wielkim pożytkiem koła tego rodzaju przy osuszaniu koryta rzeki podczas zakładania fundamentów mostowych. Średnica koła poruszającego wynosiła $5^m,85$, długość łopatek $6^m,50$, ich wysokość $0^m,97$ a średnica koła z kubłami była $5^m,36$. Koło łopatkowe było poruszane prądem, którego prędkość wynosiła $0^m,81$, i zostawało zawsze na tem samym miejscu, podczas gdy koło z kubłami przenoszono do każdego filaru mostowego i to na odległość 35 metrów. Każdy z szesnastu kubłów mógł zaczerpać 137 litrów, ale tylko 103 litry dochodziły do miejsca przeznaczenia. Objętość wody

podnoszonej na $3^m,25$ i na $3^m,90$ w godzinie była $185^m.s.$; tenże sam skutek przyniosło 12 pionowych elewatorów.

Średnica koła z kublami lub szkopami dochodzi do 6 lub 8 a nawet do 10 metrów. Jego prędkość zmienia się od $0^m,20$ do $0^m,40$, stosownie do średnicy, a jego skutek osiąga 0,60 a nawet 0,65.

213. Wiadro na żurawiu. — Gdy chodzi o wzniesienie małej objętości wody na wysokość 5 lub 6 metrów, i to w ciągu jednej lub dwóch godzin dziennie, używa się wiadra albo pewnego rodzaju szufli zawieszanej na drążku przymocowanym do dużego drewnianego balansyera albo żurawia, którego drugi koniec jest tak obciążony aby równowaga miała miejsce. Robotnik przyzwyczajony do czerpania wody tym sposobem jest w stanie podnieść w godzinie 12, 15 a nawet 20 metrów sześciennych wody na wysokość jednego metra.

Navier sądzi, że człowiek pracujący przy takiej maszynie przez 12 godzin może podnieść 70 metrów sześciennych na jeden metr wysokości, w przypuszczeniu, że czerpie wodę na głębokości 4 lub 5 metrów, ale Morin wątpi o tak wielkim skutku pracy. Według tego uczonego, praca dzienna nie dochodzi do $60000^{\text{kg.m.}}$ nawet przy najlepszych warunkach. Przy głębokości 2 do 3 metrów, niepodobna jest otrzymać takiej pracy użytecznej.

214. Wiadro z kołowrotem. Gdy studnia jest bardzo głęboka, przywiązuje się dwa wiadra na obu końcach liny nawiniętej na kołowrocie. Robotnicy, obracający korbę kołowrotu wprawiają wał w ruch obrotowy, tak że jedno wiadro spuszcza się na dół, podczas gdy drugie wznosi się w górę. D'Aubuisson wnosi ze swych doświadczeń i wypadków podanych przez Coulomb'a (*), że człowiek czerpiący wodę wiadrem koło-

(*) COULOMB. *Mémoire sur la quantité d'action que les hommes peuvent fournir par leur travail journalier, suivant les différentes manières dont ils emploient leurs forces.*

wrotowem, wykonuje w ośmiu godzinach dziennie, pracę użyteczną 160000 kilogrametrów.

Gdy lina jest po prostu nawinięta na krążku, i ciągnięta wprost ręką robotnika, praca użyteczna dzienna wynosi tylko 71000^{km}. wedle Coulomb'a.

215. Szuflowanie wody. — Gdy trzeba osuszyć małą przestrzeń, ale bez zwłoki czasu, używa się czasem wiader albo szufli, któremi wyrzuca się wodę ręcznie. Według Peronet'a, człowiek pracujący 8 godzin dziennie może wynieść 46^{m.s.} wody na 1^m wysokości, co odpowiada pracy użytecznej 46000^{km}. na 8 godzin dziennie. Dane te przyjąć można, jakkolwiek mogą być one zwiększone lub zmniejszone stosownie do siły i pilności robotników. Ponieważ praca ta jest żmudna, przeto trzeba ograniczyć wysokość wzniesienia wody na 1 metrze lub 1^m,30.

Korzystniejszą jest szufa holenderska, składająca się z koryta obracającego się koło stałej pionowej osi i żurawia, którego jeden koniec działa za pośrednictwem liny na to koryto i wprawia je w ruch obrotowy tam i na powrót. Z przyrządem takim, jeden człowiek wznosi 120^{m.s.} wody na 1^m wysokości w przeciągu ośmiogodzinnej pracy dziennej. Jak widzimy, przyrząd ten jest bardzo korzystny, ale może służyć tylko do podnoszenia wielkich objętości wody na wysokość jednego metra.

216. Baran hydrauliczny. — Machina ta, odrębnego zupełnie rodzaju, godna uwagi z powodu swej prostoty i sposobu działania, wynalezioną została przez Montgolfier'a w roku 1797 (*). Przeznaczeniem jej jest wznoszenie wody na pewną

(* Już w roku 1772, zegarmistrz Whitehurst, w Derby (w Anglii), zbudował w celu podnoszenia wody potrzebnej do browaru, maszynę podobną do przyrządu Montgolfier'a i polegającą na tej samej zasadzie. Ale nie poruszała się ona automatycznie, i wymagała obecności człowieka, któryby kręcił ustawicznie kruczek, zastąpiony dziś wentylem. Zasługa za to ulepszenie należy się Montgolfier'owi.

wysokość, za pomocą siły żywej, jaką posiada słup wody w ruchu.

Baran hydrauliczny Mongolfier'a składa się (fig. 107) z rury ABC przyprowadzającej wodę ze zbiornika umieszczonego powyżej punktu A do dzwonu D, wewnątrz którego znajduje się inny dzwon powietrzny E oddzielony od pierwszego klapą *a*; rura F komunikująca z wnętrzem dzwonu D służy do odprowadzenia wody na wysokość żadaną. Wentyle *k* i *m*, których przeznaczenie natychmiast opiszemy, służą do otwarcia komunikacji między wnętrzem maszyny i powietrzem otaczającym.

Gdy wentyl *m* jest otwarty, woda przybywająca rurą ABC wydostaje się w *m* na zewnątrz i to z prędkością nabytą spadkiem ze zbiornika; że jednak ciężar wentyla *m* jest odpowiednio ustosunkowany, przeto party siłą wody tłoczącej się do

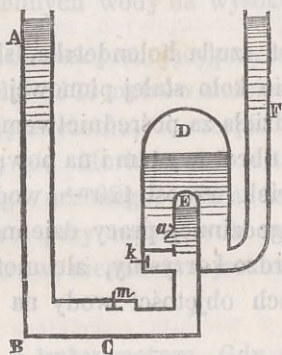


Fig. 107.

otworu, wentyl ten przymyka się niebawem i przerywa zupełnie komunikacją wody z powietrzem otaczającym. Wyływ wody ustaje zupełnie, ale nabyta siła żywa cieczy nie może zniszczyć się w oka mgnienia; kłapa *a* otwiera się pod jej natężeniem, woda wpada do dzwonu *a*, potem do rury F, gdzie wznosi się do poziomu wyższego jak poziom zbiornika zasilającego. Wkrótce prędkość wody niknie zupełnie, kłapa

a przyryka się, wentyl *m* opada, i nowy okres opisanego właśnie ruchu, bezwłócznie się rozpoczyna.

Powietrze zawarte w *E* zapobiega pęknięciu rur, wystawionych na olbrzymie parcie w chwili gdy woda zostaje nagle w ruchu swym wstrzymana przez zamknięcie wentyla *m* (*). Specyalny wentyl *k* służy do zasilania powietrzem przestrzeni *E* przy początku każdego okresu, bo woda bieżąca unosi je ustawicznie z sobą, tak że wkrótce zupełnie by go zabrakło.

Ruch oscylującego słupa wody i wskazanie mechanizmu, który go rodzi i podtrzymuje, tłumaczy dobrze przyczynę fizyczną tego zjawiska; ale okoliczności towarzyszące temu ruchowi są zbyt mało znane, aby mogły służyć za podstawę ściślej matematycznej teorii. To też poszukiwania kilku uczonych, a między innymi Venturoli'ego (**), nie doprowadziły do znalezienia analitycznego wyrażenia skutku tej uwagi godnej maszyny; doświadczenia nawet przeprowadzone z całą starannością i znajomością rzeczy, nie zdołały wyjaśnić tej, na pozór prostej a w gruncie zawiłej kwestyi. Niemniej jednak z prób tych wyprowadzić można przybliżony ale dosyć dokładny wzór ogólny.

Pierwsze doświadczenia nad baranem hydraulicznym były robione w Paryżu w r. 1798, pod okiem komissyi wybranej z łona tamecznej Akademii Umiejętności (***). W kilka lat później, Eytelwein (****), ów sławny niemiecki Hydraulik, zbudował w Berlinie w r. 1804 dwie tego rodzaju maszyny, różne co do wielkości i wykonał wedle planu z góry ułożonego 1123 doświadczeń, z których wywiódł prawidła odnoszące się do

(*) Patrz w ustępie 125 : *O dzwonach powietrznych komunikujących z rurami*, i t. d.

(**) *Elementi d'Idraulica*, §§ 665-680.

(***) Doświadczenia te są opisane w *Journal des mines*. Tom XI, str. 514 i tom XVIII, str. 23, 1798.

(****) W tłumaczeniu francuzkiem : *Observations sur les effets et l'application avantageuse du bélier hydraulique*.

kształtu, wymiarów i skutku tej maszyny. Doświadczenia te służą dziś za podstawę niedokładnej ale jedynej teorii, którą poniżej streszczamy.

Oznaczamy przez :

H wzniesienie poziomu wody w zbiorniku zasilającym, ponad płaszczyznę otworu m ;

h wzniesienie poziomu wody w rurze F ponad poziom wody w zbiorniku zasilającym;

U średnią prędkość wody w rurze ABC;

D średnicę rury ABC;

L jej długość;

u średnią prędkość wody w rurze F;

d średnicę tej rury;

l jej długość;

Q objętość wody wypływająca w sekundzie przez otwór wentyla m ;

q objętość wody wzniesionej rurą F na żadaną wysokość w sekundzie;

Π ciężar sześciennego metra wody.

Nie biorąc pod uwagę straty siły żywej w skutek tarcia wody o ściany przyrządu, w skutek ściśnięcia się żyły wodnej, jej zmiany kierunku i normalnego oddziaływania ścian rury i wentylów, możemy napisać :

$$T_u = \Pi qh,$$

$$T = \Pi QH,$$

zkaąd

$$S = \frac{qh}{QH}.$$

Wzór ten nie jest dokładny. Eytelwein starał się go spraw-

dzić, i obdarzyć współczynnikiem poprawki, porównywając jego wartości teoretyczne z wypadkami licznych swych doświadczeń. Tą drogą doszedł w końcu do wzoru :

$$S = 1,12 - 0,2 \sqrt{\frac{h - H}{H}}.$$

D'Aubuisson (*) poprawił powyższy wzór Eytelwein'a i zamienił go na inny, przedstawiający lepiej wypadki doświadczeń berlińskich. Wzór ten jest :

$$S = 1,42 - 0,28 \sqrt{\frac{h}{H}}.$$

Zważywszy wszakże, że wyrażenie to zostało wyprowadzone z wypadków odnoszących się do największego skutku maszyny Montgolfier'a (**), d'Aubuisson umieszcza po drugiej stronie ostatniego równania współczynnik $1/6$ i otrzymuje tym sposobem praktyczny wzór :

$$qh = 1,20Q \left(H - 0,2 \sqrt{Hh} \right).$$

W doświadczeniach swych Eytelwein spostrzegł, że baran hydrauliczny jest w stanie zużyć korzystnie 0,90 pracy bezwzględnej : żadna inna maszyna nie dała tak olbrzymiego skutku, i pod tym względem, baran hydrauliczny na pierwszym może stoi miejscu.

Ale przymiot ten, prawdziwy, gdy wysokość wzniesienia wody jest mała w porównaniu do spadku, słabnie w miarę jak ta wysokość się powiększa, i znika wreszcie zupełnie. Tak więc, w baranie hydraulicznym, stosunek pracy użytecznej do pracy bezwzględnej nie jest stały : maleje on w miarę tego, jak rośnie wysokość, na którą trzeba podnieść wodę.

(*) *Hydraulique*, str. 406.

(**) Eytelwein obliczając wzór swój, opierał się na wypadkach tych doświadczeń, które dały największy skutek.

Ale jakież zachodzi związek między tym stosunkiem i tą wysokością? Nikt bez wątpienia nie mógł lepiej na to odpowiedzieć, jak sam autor owych doświadczeń; a jakkolwiek nie wyrzekł on absolutnego pod tym względem zdania, to jednak wzory streszczające wypadki licznych a sumiennie prowadzonych doświadczeń, służą niejako za odpowiedź.

Bądź co bądź, wypadki otrzymane dla wartości stosunku $\frac{h}{H}$ zawartych między 2,50 i 11, przedstawione są bardzo dokładnie wzorem Morin'a :

$$S = 0,258 \sqrt{12,80 - \frac{h}{H}}.$$

Gdy $\frac{h}{H}$ jest większe od 11, skutek jest tak mały, że trzeba uciec się do pomp.

Uważmy teraz, że oznaczywszy przez Q_1 objętość wody ubywającej w sekundzie ze zbiornika zasilającego, mamy :

$$Q_1 = Q + q,$$

a że

$$S = \frac{qh}{QH},$$

przeto z tych dwóch równań otrzymujemy :

$$q = Q_1 \frac{SH}{h + SH}$$

$$Q = Q_1 \frac{h}{h + SH}.$$

Mając Q i q , trzeba oznaczyć średnicę D i d rury doprowadzającej i odprowadzającej, i to w taki sposób, aby prędkość wody

w nich płynącej wynosiła 0^m,50. Jeżeli okres całkowity ruchu trwa 1 sekundę, to można przyjąć, że wentyl *m* jest otwarty przez przeciąg 0',575, i że woda bieży rurą F przez przeciąg 0',231. Na zasadzie tego możemy napisać :

$$Q = 0,575 \frac{\pi D^2}{4} \cdot U,$$

i

$$q = 0,231 \frac{\pi d^2}{4} \cdot u,$$

z kądem, wstawivszy za *U* i *u* wartości 0^m,50, otrzymamy :

$$D = 2,104 \sqrt{Q},$$

$$d = 3,32 \sqrt{q}.$$

Nadto, związek zachodzący między długością *L* rury doprowadzającej i długością *l* rury odprowadzającej wodę, zdaje się być dobrze przedstawiony równaniem (*) :

$$L = l + 0,628 \frac{h}{H},$$

które zamienia się na

$$L = l \left(1 + \frac{0,628}{H} \right)$$

w przypadku, gdy rura odprowadzająca jest pionowa, to jest gdy *h* mało się różni od *l*.

Eytelwein starał się wyprowadzić na drodze teoretyczno praktycznej wzory służące do oznaczenia wszystkich wymiarów maszyny. Tutaj ograniczamy się tylko na wzmiance głównych wypadków tych poszukiwań.

(*) Nie przeprowadzamy tu dyskusyi równań, odnoszących się do wymiarów maszyny, i odsyłamy czytelnika do rozprawy Eytelwein'a.

Rura odprowadzająca wodę nie powinna być w górze zakrzywiona. Zbiornik powietrzny D powinien być równy a nawet większy, co do swej pojemności, od objętości rury odprowadzającej wodę, to jest mniej więcej równy objętości wody podnoszonej na żadaną wysokość w minucie. Otwór wentyla *m* powinien mieć taką powierzchnię, aby mimo ściśnienia żyły wodnej, któremu zresztą starannie zapobiegać należy, przeprowadzał tyle wody w jednostce czasu, ile rura doprowadzająca jest w stanie wydać w tym samym czasie. Winien on być umieszczony jak najbliżej zbiornika powietrznego, a powierzchnia wentyla *k* powinna być równa poprzecznemu przecięciu rury doprowadzającej.

217. Przyrząd Giffard'a. — Ten genialny wynalazek, datujący się od kilkunastu lat zaledwie, zasługuje tyle na uwagę z punktu widzenia teoryi ile godny jest uznania pod względem jego zastosowania.

Przyrząd prosty, ekonomiczny i pewny, zastępujący pompy do zasilania kotłów parowych, a działający bez dozoru i pośrednictwa człowieka, jest przyrządem niezmiernie pożądanym w przemyśle. Tę rolę gra przyrząd Giffard'a.

Widzieliśmy w ustępie n. 30, że wypływ cieczy przez przystawki może stworzyć ssanie w rurze komunikującej z tą przystawką i wspomnieliśmy, że zjawisko to zauważane po raz pierwszy przez Venturi'ego może służyć za punkt wyjścia do wytłumaczenia przyrządu Giffard'a. Zwróciwszy jeszcze uwagę na seryą doświadczeń Savart'a (*), odnoszących się do uderzenia żył wodnych wypływających otworami z naczyni napełnionych do stałego poziomu a dowodzących że żyła wybiegająca z jednego naczynia dostawała się do wnętrza drugiego naczynia po przez otwór, mimo ciśnienia cieczy

(*) *Annales de Physique et de Chimie*, tom LV, 1833. Doświadczenia cytowane przez Poncelet'a w *Introduction à la Mécanique industrielle*, str. 677.

otaczającej zrozumimy bez trudności mechaniczną zasadę przyrządu Giffard'a.

Para wychodzi z kotła rurą AB (fig. 108) opatrzoną w kruczek X, dostaje się małemi dziurkami do drugiej rury C, pro-

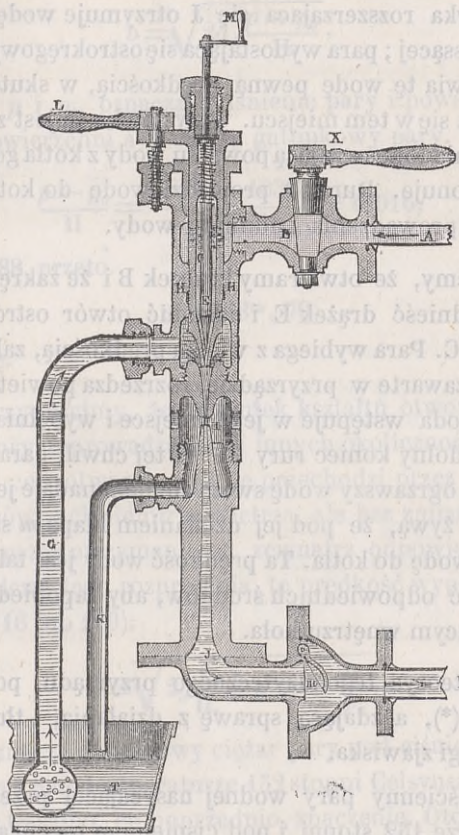


Fig. 108.

stopadłej do pierwszej; ta rura C jest zakończona w ostrokąg, i może obniżyć się lub podnieść za pomocą dźwika L działającego na śrubę, która wprawia w ruch cały system rury C.

Dźwitek pionowy *t* ze śrubą E, zakończony u dołu ostrokregiem

a korbą M u góry, służy do regulowania a nawet do zupełnego wstrzymania wypływu pary przez dolny koniec rury C.

Rura ssąca G prowadzi wodę ze zbiornika T do przestrzeni otaczającej dolny koniec rury C.

Przystawka rozszerzająca się J otrzymuje wodę przybywającą z rury ssącej; para wydostająca się ostrokągowym końcem rury C ożywia tę wodę pewną prędkością, w skutek nagłego zgęszczenia się w tem miejscu. Przystawka ta jest zaopatrzona w kłosem niedopuszczającą powrotu wody z kotła gdy przyrząd nie funkcjonuje. Rura P prowadzi wodę do kotła a rura K służy do odprowadzenia nadmiaru wody.

Przypuśćmy, że otwieramy kruczek B i że zakręcimy korbę M, aby podnieść drążek E i odsłonić otwór ostrokągowego końca rury C. Para wybiega z wielką prędkością, zabiera z sobą powietrze zawarte w przyrządzie, rozrzedza powietrze w rurze ssącej, a woda wstępuje w jego miejsce i wypełnia przestrzeń otaczającą dolny koniec rury C. W tej chwili para skrapla się zupełnie, a ogrzawszy wodę swem ciepłem nadaje jej taką prędkość i siłę żywą, że pod jej działaniem kłapa *m* się otwiera i wpuszcza wodę do kotła. Ta prędkość wody jest tak wielka, że trzeba użyć odpowiednich środków, aby zapobiedz uszkodzeniom grożącym wnętrzu kotła.

Oto jest teoria tego użytecznego przyrządu, podana przez Combes'a (*), a zdająca sprawę z działania, i tłumacząca te godne uwagi zjawiska.

Metr sześcienny pary wodnej nasycającej przestrzeń przy temperaturze 152 stopni i pod ciśnieniem pięciu atmosfer, to jest pod ciśnieniem 6^k, 165 na centymetr kwadratowy, waży na zasadzie praw Mariotte'a i Gay-Lussac'a 2^k, 5962.

Gdybyśmy przypuścili, że para zachowująca stale taką gęstość

(*) *Bulletin de la Société d'encouragement pour l'industrie*, albo *Annales des Mines* 5^e série; tom XV, str. 169. *Ibid.* t. XVII, str. 321.

i siłę sprężystą wypływa w powietrze otworem, po za którym zachowuje swą gęstość niezmienną, to pominąwszy opór ścian otworu, prędkość wypływu byłaby dana równaniem (ustęp n. 119) :

$$v = \sqrt{2g \cdot \frac{p - p_0}{\Pi}},$$

w którym p i p_0 , oznaczają ciśnienie pary i powietrza na jednostkę powierzchni a Π ciężar gatunkowy pary. Ponieważ :

$$\frac{p - p_0}{\Pi} = \frac{51650 - 10330}{2,5962} = 15916,$$

a $g = 9,8088$, przeto

$$v = 558^m, 79$$

na sekundę.

Jeżeli przypuścimy, że w skutek kształtu otworu, kształtu naczynia rury doprowadzającej i innych okoliczności, para rozpręża się przed otworem, tak że przechodzi przez otwór z siłą sprężystą równą ciśnieniu powietrza, ale bez zmiany temperatury, a to przez otrzymanie od zewnątrz odpowiedniej ilości ciepła, podczas tego rozprężania, to prędkość wypływu będzie (ustęp n. 116 lub 119).

$$(a) \quad v = \sqrt{2g \frac{p_0}{\Pi_0} \log. \text{ nep. } \frac{p}{p_0}},$$

gdzie Π_0 oznacza gatunkowy ciężar pary pod ciśnieniem atmosferycznym i przy temperaturze 152 stopni Celsjusza, i gdzie p , p_0 i g mają to samo, co poprzednio, znaczenie. Otóż oznaczywszy przez δ gęstość pary względem powietrza, to ciężar Π_0 ednostki objętości pary pod ciśnieniem p_0 powietrza i przy temperaturze t jest (ustęp n. 119) :

$$\Pi_0 = 4^k, 293 \frac{p_0}{p_0} \frac{1}{1 + \alpha t} \cdot \delta$$

a że $\alpha = 0,00367$, $\delta = 0,662$, $t = 152^\circ$, przeto otrzymujemy kolejno :

$$\Pi_0 = 0^k, 519,$$

$$\frac{p}{p_0} = 5,$$

$$\frac{p_0}{\Pi_0} = \frac{10330}{0,519}.$$

Wprowadziwszy wartości te we wzór (a), znajdujemy prędkość pary wychodzącej pod ciśnieniem atmosferycznem :

$$v = 792^m, 82$$

na sekundę.

Uważmy teraz, że w przyrządzie Giffard'a para nie wypływa w powietrze, ale w wodę, w skutek czego następuje nagle jej zgęszczenie, i utworzenie się prądu ciekłego a nie gazowego. Prędkość wody, może być pominięta w rachunkach, wobec prędkości samejże pary. Jeżeli więc oznaczymy przez m masę pary wypływającej w sekundzie, przez M masę wody, która wespół z tą parą tworzy ów prąd ciekły, przez v i u prędkości pary i żyły wodnej po zgęszczeniu tego gazu, to na zasadzie znanych twierdzeń Mechaniki analitycznej, możemy napisać :

$$(m + M)u = n v,$$

z kądem

$$(b) \quad u = \frac{m}{m + M} v.$$

Przyjmijmy, że temperatura wody wynosi 15° . Możemy przyjąć w przybliżeniu, że para wodna uwalnia podczas skraplania się 650 jednostek ciepła. Jeżeli chcemy, aby woda wpadająca do kotła miała 60° ciepła, to stosunek mass M i m będzie

dany równaniem :

$$M \times 15 + m \times 650 = (m + M)60,$$

z kąd

$$M = 13,11m;$$

trzeba więc, aby ciężar wody był mniej więcej 13 razy większy od ciężaru pary zużytej.

Przypuszczając, że ciężar wody jest 15 razy większy od ciężaru pary, znajdziemy, że temperatura żyły ciekłej wynosi 57 do 58 stopni ciepła. Przyjmując więc $M = 15m$, znajdujemy :

$$u = \frac{1}{16} v^2$$

a wysokość na jaką mógłby wznieść się ten prąd ciekły, byłaby $\frac{1}{(16)^2} \cdot \frac{v^2}{2g}$, gdy tymczasem cząsteczki pary uważane oddzielnie wzniosłyby się kosztem swej prędkości v na wysokość $\frac{v^2}{2g}$. Ale że ciężar żyły ciekłej jest 15 razy większy od ciężaru żyły pary, przeto widzimy, że jej siła żywa równa się $\frac{1}{15}$ siły żywej pary przed jej zgęszczeniem.

Tak więc mamy

$$u = 34^m,92$$

na sekundę. Jeżeli prędkość ta jest większa od prędkości, z jaką woda wytryskałaby w powietrze z kotła pod ciśnieniem 5 atmosfer i przy temperaturze żyły ciekłej, to oczywiście jest rzeczą, że żyła ciekła prowadzona przystawką odpowiedniego kształtu i komunikującą z wnętrzem kotła, wpadnie do tego kotła mimo oporu, jaki mu stawia woda usiłująca wydostać się na zewnątrz tego naczynia.

Jeżeli nie biorąc pod uwagę zmiany temperatury od 15 do 57 lub 58 stopni, przyjmiemy w przybliżeniu, że litr wody tworzącej ową żyłę ciekłą, waży 1 kilogram, to znajdziemy, że prędkość z jaką woda stara wydostać się z kotła w powietrze jest $\sqrt{2g \cdot 41^m,32}$; gdzie $41^m,32$ przedstawia wysokość słupa wody równoważającego ciśnienie 4 atmosfer. Otóż prędkość $\sqrt{2g \cdot 41^m,32} = 28^m,37$ jest dostatecznie mniejszą od znalezionej poprzednio prędkości żyły ciekłej, ażeby można było spodziewać się zadowalniających rezultatów. Temperatura wody wchodzącej do kotła będzie miała mniej więcej 57° ciepła a jej ciężar będzie 5 razy większy od ciężaru zużytej pary.

Woda nie mogłaby wejść do kotła, gdyby jej prędkość zeszła do $28^m,37$ na sekundę. Łatwo jest znaleźć ciężar wody odpowiadający temu zjawisku. Równanie (b) pokazuje w samej rzeczy, że

$$\frac{v}{u} = \frac{m + M}{m},$$

to jest że

$$\frac{558,79}{28,37} - 1 = \frac{M}{m},$$

zkuąd

$$M = 18,7m.$$

Tak więc największa ilość wody, co do ciężaru, jakąby wprowadzić można przyrządem Giffard'a jest 18 razy większa od ciężaru pary zużywanej.

Objętość wody, jaką wprowadzić można do kotła przyrządem Giffard'a, zwiększa się w miarę jak maleje ciśnienie, a raczej nadmiar ciśnienia pary nad ciśnieniem powietrza. I tak na przykład, gdy ten nadmiar wynosi pół atmosfery, ciężar metra sześciennego pary pod tem ciśnieniem i przy temperaturze 111°, odpowiadającej temu ciśnieniu, będzie $0^m,8349$.

Wzór

$$v = \sqrt{2g \frac{p - p_0}{\Pi}}$$

daje w takim razie prędkość, z jakąby para wypływała w powietrze :

$$v = \sqrt{2 \times 9,8088 \times \frac{4710}{0,8349}} = 332^m$$

na sekundę.

Prędkość, z jakąby woda ciekła wypływała pod ciężeniem $5^m,165$, odpowiadającej jednej półatmosferze, wynosiłaby tylko 10^m w przybliżeniu; z kąd wypada że para mogłaby unieść z sobą ilość wody, równą co do ciężaru, 30 razy wziętemu własnemu jej ciężarowi, i że prędkość tej wody byłaby zupełnie dostateczną. Bez wątpienia, granica wyznaczona tak powierzchniowo jest zbyt wielka, bo z jednej strony prędkość pary zmniejsza się w skutek oporu rury i ściśnienia, a z drugiej strony, gęstość żyły ciekłej także znacznej ulega redukcji w skutek podniesienia jej temperatury, wskutek mięszania się pary niezupelnie skroplonej i wskutek obecności uniesionego powietrza. Niemniej jednak pewną jest rzeczą, że zasilanie kotłów parowych przyrzędem Giffard'a tem lepsze daje wyładki, im mniejsze jest ciśnienie pary w kotle.

Ztąd jednak nie wypada, żeby przyrzęd uregulowany dla pewnego ciśnienia, mógł służyć jeszcze dla innego. Jeżeli naprzykład, przyrzęd jest uregulowany w ten sposób, aby zużywając całą żyłę ciekłą, zasilal kocioł parowy o 7 atmosferach, to od chwili, gdy ciśnienie w kotle obniży się o 2 atmosfery, ciężar pary przechodzącej przez tenże sam otwór zmniejszy się w stosunku zmniejszenia prędkości i gęstości, a nadmiar ilości wody zmieszanej z parą musi odpłynąć rurą K. W takim razie trzeba zmniejszyć objętość wody dopływającej, opuszczając na dół rurę ostrokregową.

218. Pogląd na teorię przyrządu Giffard'a. — Jeżeli zgodnie z zasadami nowej teorii mechanicznej ciepła (ustęp n. 115) przyjmujemy, że ciepło zamienia się na pracę poruszającą i na przemian, tak, że każdej pracy poruszającej lub oporowej, każdej sile żywej zrodzonej albo zużytej przy zmianie stanu ciał, towarzyszy pewna utrata albo wytworzenie odpowiedniej ilości ciepła, to ilość ciepła zużytego w przyrządzie Giffard'a będzie równać się pracy odpowiadającej wzniesieniu wody na oznaczoną wysokość i wprowadzeniu jej do kotła, nie biorąc jednak pod uwagę straty ciepła przez promieniowanie. Można więc utrzymywać z Combes'em, że przyrząd Giffard'a jest teoretycznie *doskonałym* przyrządem do zasilania kotłów parowych (*).

Ale trzeba zwrócić na to uwagę, że siła żywa masy ciekłej starającej dostać się do kotła, rządzi się po prostu prawami Mechaniki; praca odpowiadająca tej sile żywej nie zamienia się bynajmniej na ciepło, bo zjawisko to jest czysto mechaniczne. Kłapa otwiera się pod ciśnieniem bieżącej wody, która dostaje się do kotła, niszcząc w nim swą siłę żywą, tak samo zupełnie, jak gdyby była wtłoczona zwyczajną pompą.

Ponieważ wszystko ciepło zawarte w parze obraca się na ogrzanie wody, która tę parę skrapla, przeto cały rachunek ciepła i pracy wymienionej sprowadza się do obrachowania siły żywej nadanej parze przez ciśnienie kotła; tutaj to bezpośrednio działanie pary porusza pewnego rodzaju pompę pozbawioną ubocznych oporów. Ta okoliczność, jak również i prostota przyrządu, zapewniają jego wyższość nad wszystkimi rodzajami pomp; ale z punktu widzenia ekonomii pracy poruszającej, przyrząd Giffard'a nie zawsze pierwsze zajmuje miejsce; może się bowiem zdarzyć, że pompa poruszana maszyną parową o wielkiej rozprężalności, zużywająca doskonale siłę

(* Combes dowiódł, że wymiary przyrządu Giffard'a mogą być tak obrane, aby przyrząd ten funkcjonował w warunkach bardzo bliskich tej teoretycznej doskonałości.

pary a tłocząca wodę z małą prędkością, będzie korzystniejsze dawać wypadki.

Zanim zajmiemy się obliczeniem pracy, jaką zużywa przyrząd Giffard'a, zrobimy pewną uwagę.

Praca pary przybywającej do cylindra maszyny parowej zdaje się nie zużywać najmniejszej ilości ciepła, tak długo jak tylko para pracuje bez rozprężenia; w kondensatorze odszukać można wszystko ciepło przyniesione do cylindra, a jak p. Hirn dowodzi, pochłanianie ciepła ma miejsce dopiero przy rozprężaniu się pary. Byłby to skutek bez przyczyny. W błąd ten popadli najwięksi uczeni oddający się badaniom maszyn parowych, a to z powodu, że uważano sam tylko cylinder, gdy tymczasem należało uważać wszystką parę pracującą, to jest parę zamkniętą w kotle, parę która tam pracuje tak dobrze jak w cylindrze, a której objętość jest bardzo wielka w porównaniu do objętości pary w cylindrze. W tym tokcie odbywa się proces pochłaniania ciepła, odpowiadającego działaniu bezpośredniemu pary, to jest sile żywej płynu wychodzącego z tego naczynia.

Na zasadzie powyższej uwagi łatwo jest obliczyć pracę użytą w przyrządzie Giffard'a. Obrachowawszy objętość Q pary zużytej, co zresztą nie przedstawia żadnych trudności, gdy znany jest otwór przepływu i ciśnienie p w kotle, znajdziemy pracę odpowiadającą sile żywej pary, mnożąc Q przez p . Otóż, według rachunków Combes'a, ta praca odpowiada pracy $\frac{1}{16}$ ciężaru wody użytej w maszynie. Przy obrachowaniu

zatem pracy użytecznej maszyny parowej weźmie się $\frac{1}{16}$ pracy, jaką para wprost wykonywa, i wprowadzi się ją w rachunek. Ten ułamek siły żywej będzie (według tego cośmy w poprzednim i niniejszym mówili ustępie) zużyty na zasilanie za pomocą przyrządu Giffard'a, i będzie służyć za miarę ilości ciepła

pochlōniętego w kotle w skutek rozprężenia się pary tam zawartej, gdy jej część w przyrząd Giffard'a wstępuje.

Taką jest teorya, a raczej treść teoryi tego interesującego przyrządu. Pozostaje jeszcze odpowiedzieć na zapytanie, czy maszyny opierające się na tej samej zasadzie, co przyrząd Giffard'a, a przeznaczone do podnoszenia wody, byłyby użyteczne? Bez wątpienia, nie. Maszyny takie byłyby bardzo złe pod względem oszczędzenia pracy poruszającej: ciepło zawarte w mieszaninie pary z wodą, nie mogłoby być zużytkowaniem; jego strata byłaby konieczną. Widzieliśmy (ustęp n.217) że jeżeli para unosi z sobą pewną ilość wody lub w ogóle płynu, równą co do wagi, n razy wziętemu ciężarowi tejże pary, siła żywa żyły sprowadza się do ułamku $\frac{1}{1+n}$ siły żywej, którą para była z początku ożywioną, tak że stracona siła żywa jest ułamkiem $\frac{n}{n+1}$ początkowej siły żywej. Strata ta rośnie niezmiernie ze stosunkiem ciężaru uniesionego do ciężaru pary, a stosunek ten jest w ogóle bardzo wielki.

Żyła pary wypływająca z prędkością odpowiadającą pięciu atmosferom ciśnienia, może unieść ilość wody 50 razy większą od własnego swego ciężaru, i wznieść ją na wysokość mniej więcej $\frac{1}{2g} \left(\frac{558,79}{51} \right)^2 = 6$ metrów. Strata pracy poruszającej będzie w tym razie równa ułamkowi $\frac{50}{51}$ pracy, jakaby wykonać mogła para działająca bez rozprężenia i bez zgęszczenia na otaczające powietrze atmosferyczne.

Jeżeli żyła pary, ożywiona tą samą, co poprzednio, prędkością, unosi ciężar powietrza równy 10 razy wziętemu jej ciężarowi, to przy najlepszem urządzeniu przyrządu, siła żywa żyły wilgotnego powietrza będzie co najmniej $\frac{1}{11}$ siły żywej

pary, to jest pracy teoretycznej, jakąby wykonać mogła para bez zgęszczania się w powietrzu. Użycie tego rodzaju maszyny dmiającej, miechu powietrznego lub gazowego w ogólności, nie przedstawiałyby więc żadnej korzyści.

Przyrządy takie (*) używane dziś co prawda, a mające może i przyszłość przed sobą, mogą być bez wątplenia korzystne ze względu na ich nadzwyczajną prostotę; ale pod względem dobrego zużycia siły poruszającej, zostaną zawsze bardzo mierzonymi maszynami (**).

O zastosowaniu przyrządu Giffard'a mówimy w następującym ustępie.

219. Zastosowanie przyrządu Giffard'a. — Z pomiędzy maszyn i przyrządów służących do zasilania wodą kotłów parowych, przyrząd Giffard'a bez wątplenia pierwsze zajmuje miejsce. Jego olbrzymie w przemyśle zastosowanie do żeglugi parowej, do maszyn lokomotyw i maszyn parowych stałych dowodzi najlepiej jego użyteczności.

Pompy zasilające kotły parowe statków przedstawiają jedną ważną niedogodność a mianowicie że nie mogą funkcjonować, gdy statek nie płynie; w skutek tego trzeba wypuszczać nadmiar wytworzonej pary w powietrze. Przyrząd Giffard'a zastąpi doskonale pompy na statkach i zaoszczędzi nadmiar nieużytej pary podczas zatrzymania się statku. Służyć on będzie za zwyczajną pompę do odprowadzania wody nagromadzającej się na dnie statku, a podczas bitwy wypompuje w krótkim czasie wodę, która dostaje się na pokład przez dziurę kulą

(*) Patrz sprawozdanie p. Macquarn Rankine z doświadczeń robionych na przyrządzie Morton, zastępującym pompy maszyn parowych, w *Transactions of the Institution of Engineers in Scotland*, London, 1868-1869.

(**) Na tej samej zasadzie polega znany powszechnie przyrząd do perfumowania. Składa on się z dwóch, pod prostym kątem krzyżujących się rurek szklanych, z których jedną wkłada się we flaszeczkę z pachnidłami ciekłymi. Dmuchaając w drugą rurkę, otrzymuje się prąd złożony z nader subtelných a oddzielnie biegnących kropelek cieczy.

wybitą. Nadto, zastąpi miejsce sikawki, i żaden świeżo rozżarzony pożar nie będzie w stanie oprzeć się jego energii.

Użyteczność przyrządu Giffard'a jest jeszcze większą w lokomotywach. Pompy zasilające idą tylko w czasie ruchu maszyny; jeżeli więc trzeba zasilić kocioł, gdy pociąg jest wstrzymany, trzeba puścić naprzód samą lokomotywę albo wystawić cały pociąg na niebezpieczeństwo. Użycie tego przyrządu zapobiega wielu eksplozjom, i umożliwia zasilanie kotła parowego w czasie spoczynku, zużytkowując nadmiar pary wytwarzającej się w tym czasie. Zresztą zwyczajne pompy mają prędkość lokomotywy, robią przynajmniej 200 obrotów na minutę, są w złych warunkach działania i pracy użytecznej, a klapy tak prędko poruszających się pomp, zużywają się i psują w krótkim bardzo czasie. W maszynach, których cylindry są umieszczone na zewnątrz, pompy znajdujące się także na zewnątrz, zawadzają niezmiernie i z tego powodu bywają korzystnie zastąpione przyrządem Giffard'a. Próby robione na francuzkiej kolei wschodniej udały się znakomicie; szczególnie podczas mrozów, gdy pompy nie mogły prawie funkcyonować, przyrząd Giffard'a nieocenione oddaje usługi (*).

Ale i w maszynach parowych stałych, używanych w fabrykach i zakładach przemysłowych, zasilanie wody tym przyrządem przedstawi wielkie korzyści, choćby tylko ze względu na oszczędność kapitału (**).

Wreszcie, przyrząd Giffard'a nieco odmieniony co do kształtu, a niezmienny w swej zasadzie, służy do zasilania wody tendrów przy lokomotywach. Kompania amerykańska, Steam Syphon, wzięła patent na tego rodzaju przyrząd. Lokomotywa zatrzymuje się przed studnią, puszcza parę w rurę docho-

(*) Wszystkie kompanie kolei żelaznych we Francji, Anglii i Niemczech przyjęły przyrząd Giffard'a, z wyjątkiem francuzkiej Kompanii orleańskiej, która zostawiła jedną pompę, używaną w czasie ruchu maszyny.

(**) Patrz ; *Mémoire sur l'application de l'injecteur Giffard*, par M. L. BOUGÈRE, ingénieur à Angers, Paris, 1859.

dzącą do studni a komunikującą z rurą ssącą. Skroplona para wznosi się w tej rurze razem z wodą i wylewa się do tendra.

Ten sposób napełniania tendrów, był przed kilku laty używany w Hiszpanii z wielkiem powodzeniem.

220. Studnie artezyjskie (*). — Studnie artezyjskie otwierają komunikacją między powierzchnią ziemi i wodą podziemną zamkniętą dwoma nieprzeziąkliwymi pokładami. Przypuśćmy, że w pokładzie zawierającym warstwę wody zatykamy dostatecznie długą rurkę piezometryczną, to woda wzniesie się w niej na wysokość, która będzie służyć za miarę ciśnienia cieczy w uważanym punkcie. Ten poziom piezometryczny leży koniecznie niżej od poziomu płaszczyzny ciężenia, jeżeli warstwa wody jest ożywiona pewną prędkością, nabytą spadkiem lub pochodzącą z innych przyczyn; wtedy płaszczyzna ciężenia wznosi się ponad poziom piezometryczny (ustęp n. 15) o wysokość $\frac{U^2}{2g}$, jeżeli U oznacza prędkość wody.

Stosując prawa ruchu cieczy w rurach, do ruchu warstwy podziemnej, której idealna średnica jest D , możemy napisać równanie :

$$\frac{1}{4} DJ = \varphi(U),$$

w którym (ustęp n. 43) J oznacza spadek linii ciężenia. Ponieważ woda podziemna sączy się zwykle małemi rozpadlinami i szparami, przeto funkcya $\varphi(U)$ jest prawie proporcjonalna do pierwszej potęgi ze zmiennej U , tak że można położyć :

$$J = \mu U,$$

gdzie μ zależy od natury pokładu, przez który przepływa uważana warstwa wody. Prędkość średnią U uważać będziemy

(*) Ustęp niniejszy bierzemy całkowicie z wykładu Hydrauliki p. Collignon'a, byłego naszego profesora w Szkole Dróg i Mostów.

za stałą na całej przestrzeni tego samego pokładu; linia ciężenia będzie więc równoległa do linii poziomów piezometrycznych.

Może się zdarzyć, że wierzchołek słupa piezometrycznego znajduje się pod powierzchnią ziemi; wtedy studnia artezyjska nie może dostarczać wody. Przypuśćmy więc, że poziom piezometryczny w uważanym punkcie warstwy wodnej znajduje się ponad powierzchnią ziemi w punkcie A i że prędkość U wody podziemnej jest bardzo mała; następnie przetnijmy rurkę piezometryczną w punkcie B położonym niżej od pomienionego punktu A. Ciśnienie cieczy w tym punkcie B będzie więc równe ciśnieniu atmosferycznemu i woda wypływać będzie tak jakby wypływała z rury komunikującej ze zbiornikiem wodnym. Obliczmy wydatek tej rury.

Oznaczmy przez :

R promień rury, który za stały uważać będziemy;

h wysokość piezometryczną w uważanym punkcie podziemnej warstwy wodnej i to z pominięciem ciśnienia powietrza;

x długość rury piezometrycznej po jej ucięciu w punkcie B;

p_a ciśnienie powietrza na jednostkę powierzchni.

Wysokość piezometryczna uważanego punktu warstwy ciekłej jest $h + \frac{p_a}{\Pi}$ a wysokość piezometryczna punktu B jest $\frac{p_a}{\Pi}$.

Spadek linii poziomów piezometrycznych owej rury jest więc :

$$\frac{h}{x},$$

na jednostce długości rury, a w skutek tego równanie ruchu cieczy jest :

$$\frac{Rh}{x} = b_1 v^2,$$

gdzie v oznacza prędkość wody w rurze. Każdej wartości na x odpowiada pewna prędkość v i odpowiedni wydatek $Q = \pi R^2 v$. Znając R , x , h_1 i v można oznaczyć wysokość h mierzącą ciśnienie w łonie warstwy podziemnej.

Jeżeli objętość Q jest mała w porównaniu do objętości warstwy podziemnej, to stan tej warstwy żadnej prawie nie ulegnie zmianie. Jeżeli ta masa cieczy jest dostatecznie rozległa, tak że nadmiar wody dopływającej z deszczem lub ubytek tejże w skutek posuchy zniknie wobec jej całkowitej normalnej objętości, to studnia artezyjska będzie zawsze dawać tę samą ilość wody bez względu na porę roku i stan hydrometryczny powietrza (*).

Jeżeli prędkość warstwy podziemnej nie jest małożnaczącą, ruch wody podziemnej i wody płynącej rurą piezometryczną, rządzi się prawami ruchu cieczy w rurach złożonych.

Oznaczmy przez z wysokość piezometryczną w uważanym punkcie warstwy, z pominięciem ciśnienia powietrza. Wysokość piezometryczna w określonym poprzednio punkcie B będzie równa zero, jeżeli równie nie weźmie się pod uwagę ciśnienia powietrza.

Oznaczmy dalej przez Ω summę przecięć, jakimi woda przepływa w owej przemakalnej warstwie i przypuśćmy, że ta summa jest taka sama w górze i w dole studni artezyjskiej, to jest po prawej i lewej stronie uważanego punktu. Jeżeli Q oznacza wydatek warstwy w górze studni, a Q' jej wydatek w dole, to $q = Q - Q'$ wyrażać będzie wydatek samejże studni artezyjskiej.

(*) Pan Collignon powiada: Oto jest wpływ wielkich mass nagromadzonych: koło zapędowe maszyny łagodzi zmiany prędkości wału obrotowego, olbrzymi ciężar pociągu na kolei żelaznej zapewnia jednostajność ruchu mimo niejednostajności pracy, jaką wykonywa lokomotywa a massa oceanu reguluje średnią temperaturę wysep i wybrzeży.

Dwa równania :

$$J = \mu U,$$

$$J' = \mu U',$$

w których U i U' są prędkości, odpowiadające górnemu i dolnemu przecięciu warstwy, są równaniami jej ruchu przed i za studnią artezyjską.

Prawa ruchu w rurze piezometrycznej czyli raczej w studni artezyjskiej są przedstawione równaniem :

$$R \frac{h}{x} = b_1 v^2.$$

Mamy nadto ;

$$Q = \Omega U,$$

$$Q' = \Omega U',$$

$$q = Q - Q' = \pi R^2 v.$$

Ponieważ wydatek Q' jest mniejszy od Q o cały wydatek q studni artezyjskiej, widzimy, że U' jest mniejsze od U , i że J' jest także mniejsze od J ; przebicie studni artezyjskiej wpływa więc na zmianę linii poziomów piezometrycznych podziemnego strumienia.

Znając położenie warstwy, można obliczyć wartości J i J' , znaleźć stosunek $\frac{U}{U'}$ a następnie i stosunek $\frac{Q}{Q'}$. Zrany jest zresztą wydatek studni artezyjskiej : $q = Q - Q'$; można więc obliczyć w tym razie wydatek Q warstwy podziemnej.

Zmieniając ciśnienia w łonie tej warstwy, można zmienić jej wydatek. Mierzenie wydatku na różnych wysokościach x , może dać doskonale wskazówki do poznania ruchu wody podziemnej.

Łatwo jest przewidzieć wpływ studni świeżo przebitej na

studnię już istniejącą w tym samym pokładzie. Studnie artezyjskie Grenelle i Passy w Paryżu mogą służyć za przykład. I tak, studnia w Grenelle, ukończona w r. 1841, dawała 600 do 700 litrów wody na minutę. W roku 1857 rozpoczęto wiercenie studni w Passy, o pół mili odległości od studni Grenelskiej, a po ukończeniu robót w r. 1861, studnia ta dawała z początku 11000 litrów na minutę; ponieważ jej odpływ był o 20^m niżej od Grenelskiej, przeto ilość wody tej ostatniej zmniejszyła się o $\frac{1}{3}$ część. Po urządzeniu odpływu na równej wysokości, studnia w Passy zaczęła dawać 5688 a studnia w Grenelle 458 litrów na minutę. Wydatek tej ostatniej zszedł więc na 70 0/0 (*).

Nie można przewidzieć, czy wiercenie studni artezyjskiej w pewnym punkcie nie będzie bezowocnem; chyba, że już robiono poprzednio próby w tem miejscu. Ale próby te są zbyt kosztowne, aby w ogóle opłacało się dostawać wodę tym sposobem, wodę zazwyczaj ciepłą, a więc niezdatną do wszystkich bezwarunkowo potrzeb.

Ojczyzną studni artezyjskich było hrabstwo d'Artois, z kąd też i ich nazwa się datuje. Ale podczas gdy we Francyi zajmowano się skwapliwie wierceniem gruntu i poszukiwaniami wody do studzien artezyjskich, nie brakło i u nas ludzi, którzy oceniając ważność potrzeby zaopatrzenia Warszawy wodą, powzięli myśl urządzenia podobnych studzien w tem mieście, i niebawnie myśl tę w wykonanie wprowadzili. Były Minister Spraw Wewnętrznych i Policyi w Królestwie Polskiem, Hr. Mostowski, na przedstawienie hr. Andrzeja Zamoyskiego, zarządził w Marcu r. 1829 budowę studni artezyjskiej w ogrodzie saskim, a jednocześnie b. Minister Skarbu, Książę Drucki Lubbecki, podobną studnię w zakładach machin na Solcu (**).

(*) Patrz w *Annales des Ponts et Chaussées*, 1866 : *Note relative au calcul des débits des puits artésiens, observés à différentes hauteurs, et à l'influence des diamètres des colonnes ascensionnelles*, par M. MICHAL.

(**) Roboty około pomienionych studni artezyjskich w Warszawie, przerwań skutkiem

ROZDZIAŁ III

MACHINY SŁUPOWODNE.

221. Ogólny opis machin słupowodnych. — Machiny słupowodne są to przyrządy przeznaczone do zużytkowania siły wodnej na ruch postępowy tłoka. Składają się one z pustego walca, w którym porusza się tłok uciskany słupem wody zamkniętej w odpowiednio wysokiej rurze, a służą zwykle do pompowania wody z kopalni. Ruch tłoka przesyłany bywa do pomp za pomocą balansyera lub innego organu przemieniającego ruch postępowy na obrotowy.

Machiny te, wynalezione w roku 1731 przez Denisart'a i Dueille'a były poraz pierwszy zastosowane na Węgrzech w kopalniach szemnickich. Ich udoskonaleniem i zamianą pojedynczego działania na podwójne zajmował się Reichenbach, któremu zawdzięczać należy piękne maszyny kopalni bawarskich przy Rozenheim.

Poniżej podajemy opis dwóch nowszych machin tego rodzaju.

222. Machina słupowodna o pojedynczym działaniu. — Jako przykład maszyny tego rodzaju podajemy opis maszyny zbudowanej w Huelgoat we Francji przez Juncker'a(*) i przeznaczonej do pompowania wody z kopalni. Spadek wynosi 60 metrów a jego siła jest zużyta do podnoszenia tłoka,

okoliczności, mogą być zaledwie uważane jako wstęp do pracy nierównie rozleglejszej, którą by przedsięwziąć wypadało, gdyby dzieło do pożądanego skutku doprowadzić chciano. Patrz artykuł p. J. Świeszewskiego, inżyniera Komunikacyj, w *Dzienniku polytechnicznym*, Poszyt 1 i 2, 1860 : *O studniach artezyjskich w Warszawie*.

(*) *Mémoire sur les machines à colonne d'eau de la mine d'Huelgoat*, par JUNCKER. Paris, 1835.

który porusza równocześnie tłoki pomp. W chwili, gdy tłok dobiega do najwyższego swego położenia, przestrzeń będąca pod tłokiem przestaje komunikować z rurą doprowadzającą i tłok własnym swym ciężarem opadać zaczyna wypychając wodę przez otwór odpowiednio umieszczony. Ponieważ ruch postępowy tłoka nie miał być przemieniony na ruch obrotowy przeto nie można było używać do wpuszczania i wypuszczania suwaków służących do dystrybucyi pary w maszynach parowych. Juncker wspierany radami Reichenbach'a rozwiązał trudne zagadnienie w sposób zarazem dowcipny i praktyczny.

Zamieszczona figura 109 przedstawia główne części składowe całego przyrządu.

Pusty walec A, w którym suwa się tłok B z drążkiem C, jest otwarty od góry. Woda dopływa rurą D w przestrzeń X, poczem przepływa przez rurę G i dostaje się pod tłok B. Przyrząd służący do przerywania komunikacji wodzie, składa się z dwóch tłoków E i F połączonych z sobą stałe drągiem pionowym. Górny tłok E ma powierzchnię nieco większą od dolnego tłoka F; ztąd wypada, że całkowite ciśnienie wody z dołu do góry na tłok E jest większe od całkowitego ciśnienia wody z góry na dół na tłok F. Ten podwójny tłok EF stara się więc posunąć w górę i posuwa się rzeczywiście, skoro tylko woda dopływająca ulega prawom hydrostatycznych ciśnień, to jest, gdy prędkość wody jest nieznaczna. Gdy, podczas tego ruchu tłoków, tłok F dojdzie do miejsca X, komunikacja rury D z rurą G zostanie przerwana i woda zamknięta pod tłokiem B wypłynie na zewnątrz rurą M, podczas gdy tłok B własnym swym ciężarem opadać będzie.

Naprzeciwno rury D znajduje się mała rurka *ab* prowadząca wodę do rury *ed* komunikującej w *x* z górną częścią tłoka E i w *z* z rurą M. W górnej części rurki *ed* umieszczony jest podwójny tłok *ss*, którego drążek otrzymuje ruch od tłoka

machiny z pomocą mechanizmu opisanego nieco dalej. Do tłoka E przymocowany jest walec y , zostawiający w koło siebie przestrzeń wolną oo , której przecięcie poprzeczne jest cokolwiek większe od różnicy powierzchni tłoków E i F. Jeżeli

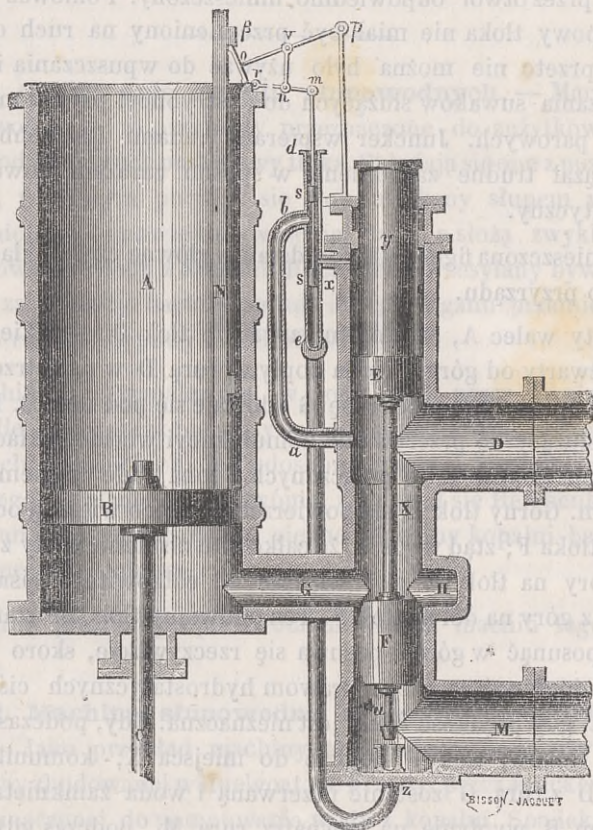


Fig. 109.

więc otworzy się komunikacją między przestrzenią oo i prowadzącą wodę rurą D, to nadmiar ciśnienia pod tłokiem E będzie równoważony ciśnieniem wody wypełniającej przestrzeń oo i podwójny tłok EF zacznie opadać na dół otwierając na nowo komunikację rury D z rurą G.

Woda dostaje się w przestrzeni oo , gdy mały podwójny tłok ss znajduje się w położeniu takim, jak figura pokazuje; ale gdy tłoczek ten podniesie się i zajmie położenie między końcem b rury ab i rurką x , wtedy woda nie będzie się dostawać do przestrzeni oo ; przestrzeń ta zmniejszać się będzie coraz więcej, a woda w niej zawarta wypłynie rurką ez do rury odpływowej M . Całe zagadnienie sprowadza się więc do znalezienia sposobu poruszania nagle tłoczka ss z dołu do góry, gdy tłok B jest w najwyższym swem położeniu, i równie nagle z góry na dół, gdy tłok B znajduje się na samym dole. W tym celu drążek m jest przyczepiony w m do innego drążka mnr , obracającego się koło osi r ; punkt n łączy się za pomocą wędzidełka nv z punktem v drugiego drążka op ruchomego koło punktu p i wystawionego na uderzenie dwóch zębów α, β , wystających z drąga N , który jest przymocowany do tłoka B . W położeniu takim, jak figura przedstawia, ząb β opiera się na drążku op i obniża drążek pionowy m w sposób taki, że woda dostaje się rurą ab w przestrzeń oo . Gdy tłok B dochodzi do swego najwyższego położenia, ząb α działa na drążek op w sposób wprost przeciwny poprzedniemu i powoduje opadanie tłoków EF .

U spodu tłoka EF umieszczony jest wentyl u , zasłaniający chwilowo otwór z rury ez , skoro tłok do najniższego przybywa położenia. Naprzeciw rury G jest zrobione zagłębienie H w celu równoważenia ciśnień wody na tłok F . W chwili, gdy tłok F przesuwa się koło otworu rury G , woda zamknięta pod tłokiem B ciśnie z wielkiem natężeniem na jedną stronę tłoka F ; ale woda znajdująca się w przestrzeni H i mająca tę samą siłę sprężystą, co woda pod tłokiem B , równoważy to ciśnienie i nie dopuszcza zbyt dużego tarcia ścian tłoka.

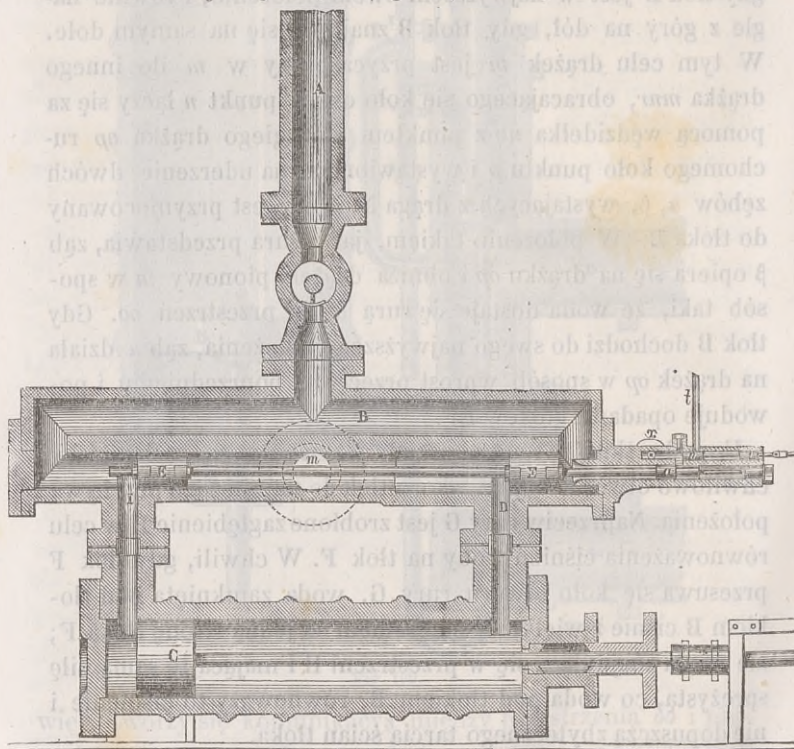
Tłok B wprowadza w ruch szereg pomp umieszczonych jedne pod drugimi i pompujących wodę ze zbiorników bezpośrednio pod nimi umieszczonych.

Skutek tej pięknej maszyny wynosi 0,66.

223. Machina słupowodna o podwójnem działaniu. — Przykład maszyny słupowodnej o podwójnem działaniu przedstawia maszyna zbudowana w Saint-Nicolas (we Francji) przez Pfetsch'a. Maszyna ta różni się tem tylko od maszyn systemu Reichenbach'a, że jej walce są poziome a nie pionowe.

Spadek wynosi 163^m, a wydatek wody nie przechodzi 3^{lit.},40 na sekundę.

Woda dostaje się rurą A (fig.110) do rury B i ciśnię na lewą



BISSON, JACQUET.

Fig. 110.

stronę tłoka C, podczas gdy woda znajdująca się po prawej jego stronie uchodzi rurą D do rury odpływowej m.

Dwa tłoki E, E osadzone oba na tym samym drążku i równe sobie co do powierzchni, suwają się tam i na powrót, zasłaniając kolejno jeden z otworów J lub D. Tłoki E, E są znowu kierowane przyrządem składającym się z tłoka *a* i dwóch na jednym drążku osadzonych tłoczków *n* i *o*, które otwierają komunikacją między prawą stroną tłoka *a* i rurą *t* doprowadzającą wodę lub rurą odpływową *x*. Stosownie do położenia, jakie zajmuje system *no*, tłok *a* jest party od prawej ku lewej stronie lub od lewej ku prawej i porusza tłoki E, E w jedną lub w drugą stronę. Tłoki *n*, *o* są poruszane podobnym mechanizmem, jak w maszynie Junker'a.

Na tej samej podstawie, na której spoczywa opisana powyżej maszyna, stoi druga zupełnie jej podobna i symetrycznie odwrócona. Jej tłok główny jest osadzony na tym samym drążku, co tłok C.

Skutek tej maszyny wynosi 0,77 (*).

ROZDZIAŁ IV

OGÓLNY POGLĄD NA MACHINY DO PODNOSZENIA WODY.

224. Wybór maszyny do podnoszenia wody. — Przeznaczeniem maszyn do podnoszenia wody jest przyprowadzenie tej cieczy do oznaczonego punktu w celu jej użycia lub jej odprowadzenie z pewnego miejsca. Tak w jednym jak i w drugim razie, wybór maszyny odpowiadającej celowi zależy od mnóstwa okoliczności.

Podając opis maszyn zamieszczonych w tej Księdze, staraliśmy się wykazać przymioty i wady każdej z nich, a przynaj-

(* Po bliższe szczegóły odsyłamy do : *Annales des mines*, Tome XVII, 1860, Paris.

mniej dać pewne wskazówki, doświadczeniem lub rozumowaniem zdobyte, a służące do ich oceny. Ostateczny wybór maszyny zależy, jak łatwo pojąć, od okoliczności miejscowych, od wysokości na jaką woda ma być wzniesioną, od objętości wody wznoszonej, od czasu trwania pracy, kosztów i wielu innych szczegółów, których wyliczenie byłoby tu zbyt trudnym. Droga analizy niepodobna jest dojść do rozwiązania tej kwestyi, jest ona bowiem funkcją niezmiernie liczby ilości zmiennych, niezależnych od siebie, lub ujętych w związki nieznanne. Rozważne oceny okoliczności miejscowych, pogodzenie wymagań praktyki z własnościami maszyn, czyli jednym słowem, praktyczny rzut oka na stan rzeczy, jest może najwięcej niezawodnym środkiem do wyboru maszyny. Wszakże istnieją pewne w grubych rysach przedstawione zasady, które mniej więcej wybór ten kierować mogą.

I tak, uważmy naprzód pompy. Pompy z tłokami są to wyborne maszyny wznoszące wodę na jakąkolwiek wysokość i to w ilości prawie nieograniczonej; pompy obrotowe czyli odśrodkowe, dające olbrzymi wydatek wody w małym stosunkowo czasie, oddają niezmiernie tam usługi, gdzie woda pompowana nie jest czysta. Ale tak jedne jak i drugie kosztują wiele, wymagają starannego utrzymania, dozoru i odpowiedniej siły poruszającej; tam więc, gdzie zależy wiele na oszczędzeniu kosztów, i gdzie kwestya czasu nie jest naglącą, użycie tych maszyn byłoby zupełnie niecelowe.

Śruba Archimedes'a jest bez wątpienia dobrą maszyną, niekosztującą wiele, nieulegającą łatwo zepsuciu a uzdolnioną do podnoszenia znacznych objętości wody. Jej użycie do osuszania gruntu przy zakładaniu fundacyj było aż do lat ostatnich nader częste. Ale maszyna ta jest ciężka, trudna do przenoszenia z jednego miejsca na drugie, zajmująca wiele miejsca i co najważniejsze, pracująca z dobrym skutkiem tylko wtedy, gdy poziom wody w zbiorniku dolnym zajmuje pewne

względem niej oznaczone położenie. Udoskonalenie i rozpoproszenie pomp ograniczyło dzisiaj jej pole działania; ale przy wznoszeniu wody na 2 do 4 metrów wysokości, użycie śruby Archimedes'a często się zaleca.

Śruba hollenderska jest tylko małą odmianą śruby Archimedes'a; własności obu tych machin są prawie te same. Przymiotem śruby hollenderskiej jest niezależność od poziomu wody zbiornika, jej wadą, znaczna prędkość obrotowa. Przy wysokościach 2 lub 4 metrów używać można tej maszyny.

Koło ślimakowe daje dobry skutek, nie wymaga częstych napraw i nie kosztuje wiele, ale nie nadaje się do wysokości większych od 4 metrów, a z powodu swego ciężaru jest trudne do przenoszenia.

Przy wysokościach większych od 4 metrów, elewator pionowy może być korzystnie użyty; elewator pochyły i koła *Flash wheel* nie wytrzymują z nim konkurencji.

Elewator skrzynkowy ma swoje zalety: wznosi bez różnicy wodę czystą i nieczystą, zmieszaną z piaskiem i kamieniami, nie kosztuje wiele, a naprawia się bardzo łatwo. Wprawdzie część wody wznoszonej wylewa się do dolnego zbiornika w skutek kołysania się wiader, ale ta ilość wody nie jest stosunkowo znaczną. Przyrząd ten wznosi wodę na wysokości większe od 4 metrów.

Koła z kubłami lub szkopami są doskonałymi przyrządami do wznoszenia wody na wysokości od 4 do 10 metrów. Prostota konstrukcyi, taniść budowy i łatwa naprawa zalecają je w wielu razach, gdy nie zależy na czasie.

Wiadro na żurawiu wznosi wodę na 5 do 6 metrów wysokości. Oczywiście jest rzeczą, że przyrząd ten nie może służyć za maszynę pracującą ciągle a dającą dużą objętość wody.

Wreszcie wiadro z kołowrotem i ręczne szufłowanie uży-

wane bywają tylko przy prowizorycznem wznoszeniu wody.

Baran hydrauliczny jest bezwątpienia jedną z tych machin, które pracując samodzielnie, najmniej wymagają pośrednictwa człowieka. Ale, jak zawsze tak i tym razem, ważne powody i znaczne niedogodności, równoważą przymioty tego przyrządu, i stawiają go w rzędzie niższych machin: nie jest on w stanie podnosić znacznych objętości wody, bo uderzenia wody o ściany rur i klap przyrządu, proporcjonalne do masy tej cieczy, są tak olbrzymie, że najmocniej zbudowane fundamenty i obmurowania, pękają pod ich działaniem. To też machina ta nie znajduje dziś w przemyśle zastosowania i tylko z punktu widzenia swych fizycznych własności zasługuje na uwagę.

Genialny pomysł Giffard'a, przewyższa w pewnym względzie wszystkie inne maszyny do podnoszenia wody. Przyrząd to zarazem pewny, prosty, zajmujący mało miejsca, a pracujący doskonale. Niestety, zasilanie kotłów parowych jest jedynem maszyny tej przeznaczeniem.

Studnie artezyjskie, które pozwoliliśmy sobie pomieścić w rząd machin i przyrządów do podnoszenia wody, upadają z dniem każdym. Przeznaczeniem studni artezyjskich jest wznoszenie wody nad poziom ziemi w celu użycia jej do domowych potrzeb; a że objętość wody przyprowadzonej tym sposobem, jest zawsze niedostateczna i ponieważ woda ta jest ciepła, przeto nie opłaca się łożyć wielkich kosztów na wiercenie gruntu. Wszakże w razach wyjątkowych i przy szczególnych okolicznościach, i ten sposób sprowadzenia wody użytym bywa.

Takie są rysy machin do podnoszenia wody, rysy bez wątpienia ogólne, ale pewne i treściwe. Bliższe ocenienie i porównanie machin tego rodzaju byłoby tu może nieużytecznem, bo nie doprowadziłoby nas do absolutnej a przynajmniej

wiarygodnej odpowiedzi. Natomiast jednak spojrzymy na maszyny do podnoszenia wody z innego stanowiska, a mianowicie ze względu na siłę poruszającą.

225. Sposoby poruszania maszyn do podnoszenia wody. — Maszyny wodne bywają poruszane ręcznie, końmi, wołmi, wiatrakami, maszynami wodnymi lub parowymi. Przy wyborze sposobu poruszania maszyn nasuwają się znowu dwie kwestye : kwestya siły potrzebnej i miejsca jakim rozporządzać można. Jeżeli praca, jaką maszyna ma wykonać, nie jest wielka, użyje się siły zwierzęcej, zwłaszcza gdy maszyna ma pracować przerwami; przy sprzyjających okolicznościach użyje się koła wodnego, a w razie, gdy trzeba wykonać wielką pracę w krótkim przeciągu czasu i na małym miejscu, zastosuje się maszynę parową.

Były profesor nasz w Szkole Dróg i Mostów, p. Morandière (*), starał się porównać między sobą wypadki, jakie otrzymać można przez użycie różnego rodzaju maszyn wodnych, tak ze względu na rodzaj maszyny pompującej, jak i ze względu na siłę, która maszynę tę w ruch wprowadza. Następująca tablica zawiera wypadki jego doświadczeń.

(*) *Annales des Ponts et Chaussées*, 1857.

RODZAJ MACHINY.	Trwanie dziennej pracy robotnika.		Objętość wody wzniesiona na 1 ^m wysokości, w godzinie i na		Dzienna płaca robotnika.	Płaca za jednogodzinną pracę przy sruście lub przy pompie.	Płaca za podniesienie 1ms. wody na 1m wysokości.	Granice wzniesień, odpowiednich każdej z machin uważanych.	
	godz.	ms.	robotnika.	śrubę lub pompę.				fr. e.	fr. e.
<i>1° Śruba Archimedes'a</i>									
Poruszana ręcznie....	6	12,75	102,00	2,70	3,60	0,035	2	do	4
Poruszana kołmi.....	6	12,75	85,50	2,70	0,75	0,009	2	do	4
Poruszana parą.....	6	12,75	165,00	2,70	0,70	0,0043	2	do	4
<i>2° Pompy.</i>									
Poruszane ręcznie....	6	9,00	54,00	2,70	2,70	0,050	1	do	8
Poruszane kołmi.....	6	9,00	66,00	2,70	0,75	0,011	1	do	8
Poruszane parą.....	6	9,00	79,00	2,70	0,47	0,006	1	do	8
<i>3° Szufłowanie.</i>									
Szuffe zwyczajne.....	8	6	79,00	2,00	0,25	0,042	8	do	1,2
Szuffe hollenderskie..	8	15	79,00	2,00	0,25	0,017	8	do	1,2
Wiadro ręczne.....	8	4	79,00	0,00	0,25	0,063	8	do	1,8
Wiadro z kołowrotem.	6	15	79,00	2,70	0,45	0,030	4	do	20

Tablica ta pokazuje dowodnie, że przy pompowaniu trwającym czas dłuższy, użycie maszyny parowej oszczędza blisko połowę kosztów, jakich wymaga praca koni, a około 0,90 na sto pracy ręcznej. Co więcej, lokomobila użyta przez p. Morandière'a pracowała przy 2,5 atmosferach, gdy właściwie powinna pracować przy 5 atmosferach; była więc jeszcze pewna strata siły, bo maszyna pracowała bez zgęszczenia.

Korzyści, jakie przedstawia użycie lokomobili, są następujące: oszczędzenie kosztów i miejsca, zmniejszenie liczby maszyn pompujących, i przysporzenie ogromnej siły poruszającej.

Użycie maszyn parowych do osuszania zalewanych przestrzeni, rozpowszechniło się pierwotnie w Anglii. Pierwszą

rzeczywiście praktyczną próbą, po machinie powietrznej Newcomen, była machina Watt'a o niskiem ciśnieniu. Użycie machin z rozprężeniem doprowadziło do oszczędzenia ogromnej ilości paliwa, a machina Cornouailles stała się pierwszym typem machin parowych przeznaczonych do podnoszenia wody.

Machina ta jest używaną w Cornouailles w Anglii, do osuszania kopalni miedzi i cyny, których galerye rozciągają się na ogromne głębokości i są ustawicznie wystawione na zalanie. Hrabstwo Cornouailles leży bardzo daleko od pokładów węgla; a jakkolwiek z tego powodu materyał ten jest tam niezmiernie drogi, to jednak zastosowanie dobrze urządzonej maszyny parowej, dozwoliło osiągnąć najtaniej zamierzonego celu. Wyższość maszyny Cornouailles nad innemi polega na wysokiem ciśnieniu pary, na długiem trwaniu rozprężenia, które regulować można dowolnie, na chwilowem wstrzymaniu ruchu przy każdym uderzeniu tłoka, w skutek czego kłapy pomp przymykać się mogą bez uderzenia i wreszcie, na szczególnem urządzeniu wentyli, regulujących dystrybucyą pary.

Machiny Cornouailles są o pojedynczem działaniu a tłoki pomp spadają pod swym własnym ciężarem. Skok tłoka nie jest ograniczony wymiarami organów maszyny ani w jedną ani w drugą stronę, a w celu uniknięcia uderzeń tłoka o dna cylindrów, koniec balansyera jest zaopatrzony w sprężynę.

W Paryżu i Lyonie chciano zastosować maszyny Cornouailles do pompowania wody z rzek, ale musiano obciążać niezmiernie tłok maszyny, aby zastąpić tym sposobem ciężar drążków pomp, związanych z tłokiem w kopalniach. Oprócz tej niedogodności, możność zmieniania ruchu tej maszyny, pożądana w kopalniach, gdzie ilość wody wyciąganej zmienia się z dniem każdym, nie jest wcale potrzebną do pracy mniej więcej regularnej. To też pp. Colignon i Dupuit utrzymują,

że machina Cornouailles nadaje się tylko do użytku, do którego pierwotnie przeznaczoną została. Jej główna zaleta, polegająca na spalaniu małej ilości węgla, zasada się na powiększeniu rozprężenia, a doświadczenie pokazało, że inne maszyny parowe oszczędzają również paliwo, jeżeli para pracuje z długim rozprężeniem i gdy są dobrze zbudowane.

Maszyny parowe służące do osuszenia jeziora Harlem w Holandyi (*), są maszynami o dwóch cylindrach, wprawiającemi w ruch pewną liczbę pomp, które wyrzucają pompowaną z jeziora wodę poza jego obwód. Maszyny te oddawały doskonałe usługi, dzięki długiemu trwaniu rozprężenia.

Pod względem kształtu swego i urządzenia, maszyny te nie różnią się wiele od maszyn Cornouailles. Było ich trzy przy jeziorze Harlem, każda o sile 600 koni; tłoki jednej z nich wprawiały w ruch jednaście balansyerów, a tłoka każdej z dwóch drugich osiem balansyerów; balansyery były ustawione po promieniach w około maszyny i poruszały tłoki pomp. Wstrzymanie ruchu jednej lub kilku pomp było zupełnie możliwe. Te trzy maszyny wyrzucały w 24 godzinach, blisko 20 milionów metrów sześciennych wody, a spalały tylko 1^k,75 węgla na godzinę i na konia parowego (**).

Do rozprowadzenia wody po miastach, machina obrotowa o działaniu bezpośrednim, zdaje się być bardzo odpowiednią. Nowe udoskonalone typy, z rozprężeniem zmiennem, palą mało węgla i chodzą doskonale. Machina Woolfa o dwóch cylindrach, z kondensatorem i bardzo wielkiem rozpręże-

(*) Osuszenie jeziora Harlem jest jednym z największych nowoczesnych dzieł sztuki inżynierskiej. Jezioro Harlem zajmowało w początku szesnastego stulecia nie całe 4000 hektarów powierzchni, ale później zaczęło tak dalece się powiększać, że w roku 1641 zajmowało już 14000 hektarów. Jan Adriaanszen Leegwater wygotował zupełny projekt osuszenia tego jeziora, ale dopiero wskutek grożącego niebezpieczeństwa zdecydowano w roku 1838 usunięcie tej plagi, i rozpoczęto roboty w r. 1840. W roku 1851 nie było już śladu jeziora.

(**) *Annales des Ponts et Chaussées*, t. XII, 1856.

niem, oddaje ogromne usługi. W ogóle, maszyny parowe przeznaczone do poruszania pomp, powinny mieć lekkie koła zapędowe, któreby nie niszczyło nierówności ruchu przy przejściu korby przez punkty martwe. Tym sposobem, zostawia się kłopot czas potrzebny do przymknięcia się i unika się gwałtownych uderzeń.

DODATEK

KONIEC.

ZBIOR TABLIC

CELĘCYCH DO UŁATWIENIA RACHUNKÓW

W DZIEŁACH POMOCNICZYCH.

TABLICA I.

DODATEK

ZAWIERAJĄCY

ZBIÓR TABLIC

SLUŻĄCYCH DO ULATWIENIA RACHUNKÓW

ORAZ

SPIS DZIEŁ POMOCNICZYCH.

Porównania miar i wag francuskich, polskich, austriackich, pruskich, i rosyjskich. — Jakkolwiek system dziesiętny miar i wag będzie w przyszłości ogólnym przez wszystkie państwa, to jednakże dla porównania z systemem dziś istniejącym miar i wag polskich, austriackich, pruskich i rosyjskich, zostało na przyszłość to samo ważność co dzisiaj. W niniejszym zbiorze tablic służących do zamiany jednych miar na drugie, z przybliżeniem jednej dziesiątej, odpowiadających miarom długości, powierzchni, objętości i ciężkości. Każda z wierszy posłownych przedstawia równowartości długości wyrażone we wszystkich pięciu systemach miar.

Przez system miar austriackich rozumieny miary wiedeńskie, miarami zaś pruskimi nazywamy miary berlińskie.

Miary rosyjskie równają się zupełnie miarom angielskim.

Tablica I.

METRY	STOPY BRZĄCE:			
	Polskie.	Austryackie.	Pruskie.	Rossyjskich i Angielskie.
1	2,7725	3,1636	3,1636	3,2808
2	5,5450	6,3272	6,3272	6,5616
3	8,3175	9,4908	9,4908	9,8424
4	11,0900	12,6544	12,6544	13,1232
5	13,8625	15,8180	15,8180	16,4040
6	16,6350	18,9816	18,9816	19,6848
7	19,4075	22,1452	22,1452	22,9656
8	22,1800	25,3088	25,3088	26,2464
9	24,9525	28,4724	28,4724	29,5272
10	27,7250	31,6360	31,6360	32,8080
11	30,4975	34,8000	34,8000	36,0888
12	33,2700	37,9640	37,9640	39,3696
13	36,0425	41,1280	41,1280	42,6504
14	38,8150	44,2920	44,2920	45,9312
15	41,5875	47,4560	47,4560	49,2120
16	44,3600	50,6200	50,6200	52,4928
17	47,1325	53,7840	53,7840	55,7736
18	49,9050	56,9480	56,9480	59,0544
19	52,6775	60,1120	60,1120	62,3352
20	55,4500	63,2760	63,2760	65,6160
21	58,2225	66,4400	66,4400	68,8968
22	60,9950	69,6040	69,6040	72,1776
23	63,7675	72,7680	72,7680	75,4584
24	66,5400	75,9320	75,9320	78,7392
25	69,3125	79,0960	79,0960	82,0200
26	72,0850	82,2600	82,2600	85,3008
27	74,8575	85,4240	85,4240	88,5816
28	77,6300	88,5880	88,5880	91,8624
29	80,4025	91,7520	91,7520	95,1432
30	83,1750	94,9160	94,9160	98,4240
31	85,9475	98,0800	98,0800	101,7048
32	88,7200	101,2440	101,2440	104,9856
33	91,4925	104,4080	104,4080	108,2664
34	94,2650	107,5720	107,5720	111,5472
35	97,0375	110,7360	110,7360	114,8280
36	99,8100	113,9000	113,9000	118,1088
37	102,5825	117,0640	117,0640	121,3896
38	105,3550	120,2280	120,2280	124,6704
39	108,1275	123,3920	123,3920	127,9512
40	110,9000	126,5560	126,5560	131,2320
41	113,6725	129,7200	129,7200	134,5128
42	116,4450	132,8840	132,8840	137,7936
43	119,2175	136,0480	136,0480	141,0744
44	121,9900	139,2120	139,2120	144,3552
45	124,7625	142,3760	142,3760	147,6360
46	127,5350	145,5400	145,5400	150,9168
47	130,3075	148,7040	148,7040	154,1976
48	133,0800	151,8680	151,8680	157,4784
49	135,8525	155,0320	155,0320	160,7592
50	138,6250	158,1960	158,1960	164,0400

Porównanie miar i wag francuzkich, polskich, austryackich, pruskich, i rossyjskich. — Jakkolwiek system dziesiętny miar i wag będzie prawdopodobnie wkrótce przyjętym przez wszystkie państwa europejskie, to jednak jego porównanie z systemem dziś istniejących miar i wag polskich, austryackich, pruskich i rossyjskich będzie miało na przyszłość tę samą ważność co dzisiaj. Z tego powodu ułożyliśmy tablice służące do zamiany jednych miar na drugie, z przybliżeniem jednej dziesięciotysięcznej. Tablica nasza składa się z czterech części, odpowiadających miarom długości, powierzchni, objętości i ciężkości. Każda z kolumn pionowych odpowiada innej jednostce miary, każdy z wierszy poziomych przedstawia równowarte długości wyrażone we wszystkich pięciu systemach miar.

Przez system miar austryackich rozumiemy miary wiedeńskie, miarami zaś pruskimi nazywamy miary reńskie.

Miary rossyjskie równają się zupełnie miarom angielskim.

TABLICA I.

Porównanie miar i wag francuskich, polskich, austriackich, pruskich i rossyjskich. — Jakkolwiek system dzisiejszy miar i wag będzie prawdopodobnie wkrótce przyjętym przez wszystkie państwa europejskie, to jednak jego porównanie z systemem dziś istniejących miar i wag polskich, austriackich, pruskich i rossyjskich będzie miało na przyszłość tę samą wartość co dzisiaj. Z tego powodu ułożyliśmy tablicę służącą do zamiany jednych miar na drugie, z przybliżeniem jednej dziesięciotysięcznej. Tablica nasza składa się z czterech części: odpowiadających miarom długości, powierzchni, objętości i ciężkości. Każda z kolumn pionowych odpowiada innej jednostce miary, każdy z wierszy poziomych przedstawia różnicę długości wyrażoną we wszystkich pięciu systemach miar.

Przez system miar austriackich rozumiemy miary wiedeńskie, miarami zaś pruskimi nazywamy miary berlińskie. Miary rossyjskie różnią się zupełnie miarom angielskim.

Tablica I.

METRY	STOPY BIEŻĄCE:			
	BIEŻĄCE.	Polskie.	Austryackie.	Pruskie.
1	3,4722	3,1635	3,1858	3,2809
2	6,9445	6,3270	6,3736	6,5618
3	10,4167	9,4905	9,5604	9,8427
4	13,8889	12,6540	12,7472	13,1236
5	17,3611	15,8165	15,9340	16,4045
6	20,8334	18,9810	19,1208	19,6854
7	24,3057	22,1445	22,3076	22,9663
8	27,7779	25,3080	25,4944	26,2472
9	31,2501	28,4715	28,6812	29,5281
10	34,7223	31,6350	31,8680	32,8090
0,2880	1	0,9111	0,9176	0,9448
0,5760	2	1,8222	1,8353	1,8896
0,8640	3	2,7333	2,7529	2,8344
1,1520	4	3,6444	3,6705	3,7792
1,4400	5	4,5555	4,5881	4,7240
1,7280	6	5,4665	5,5058	5,6688
2,0160	7	6,3776	6,4234	6,6136
2,3040	8	7,2887	7,3410	7,5584
2,5920	9	8,1998	8,2586	8,5032
2,8800	10	9,1109	9,1763	9,4480
0,3161	1,0976	1	1,0073	1,0371
0,6322	2,1951	2	2,0146	2,0742
0,9483	3,2927	3	3,0219	3,1113
1,2644	4,3903	4	4,0292	4,1484
1,5805	5,4879	5	5,0365	5,1855
1,8966	6,5854	6	6,0438	6,2226
2,2127	7,6830	7	7,0511	7,2597
2,5288	8,7806	8	8,0584	8,2968
2,8449	9,8781	9	9,0657	9,3339
3,1610	10,9757	10	10,0730	10,3710
0,3139	1,0898	0,9930	1	1,0297
0,6278	2,1795	1,9860	2	2,0594
0,9417	3,2693	2,9790	3	3,0892
1,2556	4,3590	3,9720	4	4,1189
1,5695	5,4488	4,9650	5	5,1486
1,8834	6,5386	5,9580	6	6,1783
2,1973	7,6283	6,9510	7	7,2081
2,5112	8,7181	7,9440	8	8,2378
2,8251	9,8078	8,9370	9	9,2675
3,1390	10,8976	9,9300	10	10,2972

Tablica I (ciąg dalszy).

METRY	STOPY BIEŻĄCE :			
	BIEŻĄCE.	Polskie.	Austryackie.	Pruskie.
0,3048	1,0583	0,9642	0,9711	1
0,6096	2,1166	1,9284	1,9423	2
0,9144	3,1749	2,8926	2,9134	3
1,2192	4,2332	3,8568	3,8845	4
1,5240	5,2915	4,8210	4,8557	5
1,8288	6,3498	5,7852	5,8268	6
2,1336	7,4081	6,7494	6,7977	7
2,4384	8,4664	7,7136	7,7691	8
2,7432	9,5247	8,6778	8,7402	9
3,0479	10,5830	9,6420	9,7114	10
3,3527	11,6413	10,6062	10,6825	11
3,6574	12,6996	11,5704	11,6536	12
3,9622	13,7579	12,5346	12,6247	13
4,2669	14,8162	13,4988	13,5958	14
4,5717	15,8745	14,4630	14,5669	15
4,8764	16,9328	15,4272	15,5380	16
5,1812	17,9911	16,3914	16,5091	17
5,4859	19,0494	17,3556	17,4802	18
5,7907	20,1077	18,3198	18,4513	19
6,0954	21,1660	19,2840	19,4224	20
6,4002	22,2243	20,2482	20,3935	21
6,7049	23,2826	21,2124	21,3646	22
7,0097	24,3409	22,1766	22,3357	23
7,3144	25,3992	23,1408	23,3068	24
7,6192	26,4575	24,1050	24,2779	25
7,9239	27,5158	25,0692	25,2490	26
8,2287	28,5741	26,0334	26,2201	27
8,5334	29,6324	26,9976	27,1912	28
8,8382	30,6907	27,9618	28,1623	29
9,1429	31,7490	28,9260	29,1334	30
9,4477	32,8073	29,8902	30,1045	31
9,7524	33,8656	30,8544	31,0756	32
10,0572	34,9239	31,8186	32,0467	33
10,3619	35,9822	32,7828	33,0178	34
10,6667	37,0405	33,7470	33,9889	35
10,9714	38,0988	34,7112	34,9600	36
11,2762	39,1571	35,6754	35,9311	37
11,5809	40,2154	36,6396	36,9022	38
11,8857	41,2737	37,6038	37,8733	39
12,1904	42,3320	38,5680	38,8444	40
12,4952	43,3903	39,5322	39,8155	41
12,7999	44,4486	40,4964	40,7866	42
13,1047	45,5069	41,4606	41,7577	43
13,4094	46,5652	42,4248	42,7288	44
13,7142	47,6235	43,3890	43,7000	45
14,0189	48,6818	44,3532	44,6711	46
14,3237	49,7401	45,3174	45,6422	47
14,6284	50,7984	46,2816	46,6133	48
14,9332	51,8567	47,2458	47,5844	49
15,2379	52,9150	48,2100	48,5555	50

Tablica I (ciąg dalszy).

METRY KWADRATOWE	STOPY KWADRATOWE:			
	Polskie.	Austryackie.	Pruskie.	Rosyjskie lub Angielskie.
1	12,0363	10,0112	10,1537	10,7643
2	24,1127	20,0224	20,3114	21,5286
3	36,1690	30,0336	30,4671	32,2929
4	48,2253	40,0448	40,6228	43,0572
5	60,2816	50,0560	50,7785	53,8215
6	72,3380	60,0672	60,9342	64,5858
7	84,3943	70,0784	71,0899	75,3501
8	96,4506	80,0896	81,2456	86,1144
9	108,5069	90,1008	91,4013	96,8787
10	120,5633	100,1120	101,5570	107,6430
0,0829	1	0,8301	0,8421	0,8928
0,1659	2	1,6602	1,6842	1,7857
0,2488	3	2,4903	2,5262	2,6785
0,3318	4	3,3204	3,3683	3,5713
0,4147	5	4,1505	4,2104	4,4642
0,4977	6	4,9805	5,0325	5,3570
0,5806	7	5,8106	5,8945	6,2498
0,6635	8	6,6407	6,7366	7,1426
0,7465	9	7,4708	7,5787	8,0355
0,8294	10	8,3009	8,4208	8,9283
0,0999	1,2047	1	1,0143	1,0736
0,1998	2,4094	2	2,0286	2,1512
0,2997	3,6141	3	3,0429	3,2268
0,3996	4,8188	4	4,0572	4,3024
0,4995	6,0235	5	5,0715	5,3780
0,5994	7,2282	6	6,0858	6,4536
0,6993	8,4329	7	7,1001	7,5292
0,7992	9,6376	8	8,1144	8,6048
0,8991	10,8423	9	9,1287	9,6804
0,9990	12,0470	10	10,1430	10,7560
0,0985	1,1875	0,9861	1	1,0603
0,1970	2,3751	1,9722	2	2,1207
0,2955	3,5626	2,9583	3	3,1090
0,3940	4,7502	3,9444	4	4,2413
0,4925	5,9377	4,8305	5	5,3046
0,5910	7,1252	5,9166	6	6,3620
0,6895	8,3128	6,9027	7	7,4223
0,7880	9,5003	7,8888	8	8,4826
0,8865	10,6879	8,8749	9	9,5429
0,9850	11,8754	9,8610	10	10,6033

Tablica I (ciąg dalszy).

METRY KWADRATOWE	STOPY KWADRATOWE:			
	Polskie.	Austryackie.	Pruskie.	Rosyjskie lub Angielskie.
0,0929	4,1200	0,9297	0,9438	1
0,1858	2,2400	1,8594	1,8876	2
0,2787	3,3601	2,7891	2,8314	3
0,3716	4,4801	3,7188	3,7752	4
0,4645	5,6001	4,6485	4,7190	5
0,5574	6,7201	5,5782	5,6628	6
0,6503	7,8401	6,5079	6,6066	7
0,7432	8,9602	7,4376	7,5504	8
0,8361	10,0802	8,3673	8,4942	9
0,9290	11,2002	9,2970	9,4380	10

Tablica I (ciąg dalszy).

METRY	STOPY SZEŚCIENNE:			
	SZEŚCIENNE.	Polskie.	Austryackie.	Pruskie.
1	41,8622	31,6590	32,3642	33,3166
2	83,7243	63,3180	64,7284	70,6331
3	125,5867	94,9770	97,0926	103,9497
4	167,4490	126,6360	129,4568	141,2623
5	209,3112	158,2950	161,8210	176,5829
6	251,1734	189,9540	194,1852	211,8994
7	293,0357	221,6130	226,5494	247,2160
8	334,8976	253,2720	258,9136	282,5326
9	376,7602	284,9310	291,2778	317,8492
10	418,6224	316,5900	323,6420	363,1657
0,0239	1	0,7563	0,7727	0,8436
0,0478	2	1,5126	1,5453	1,6872
0,0717	3	2,2689	2,3180	2,5308
0,0956	4	3,0252	3,0907	3,3744
0,1194	5	3,7815	3,8634	4,2180
0,1433	6	4,5377	4,6360	5,0616
0,1672	7	5,2940	5,4087	5,9052
0,1911	8	6,0503	6,1814	6,7488
0,2150	9	6,8066	6,9541	7,5924
0,2389	10	7,5629	7,7267	8,4360
0,0316	1 3222	1	1,0220	1,1155
0,0632	2,6445	2	2,0440	2,2310
0,0948	3,9667	3	3,0660	3,3465
0,1264	5,2889	4	4,0880	4,4620
0,1580	6,6112	5	5,1100	5,5775
0,1896	7,9334	6	6,1320	6,6930
0,2212	9,2556	7	7,1540	7,8085
0,2528	10,5778	8	8,1760	8,9240
0,2844	11,9001	9	9,1980	10,0395
0,3160	13,2223	10	10,2200	11,1550
0,0309	1,2942	0,9791	1	1,0918
0,0618	2,5884	1,9582	2	2,1837
0,0927	3,8826	2,9373	3	3,2755
0,1236	5,1768	3,9164	4	4,3674
0,1545	6,4710	4,8955	5	5,4592
0,1854	7,7652	5,8746	6	6,5511
0,2163	9,0594	6,8537	7	7,6429
0,2472	10,3536	7,8328	8	8,7347
0,2781	11,6479	8,8119	9	9,8266
0,3090	12,9421	9,7910	10	10,9184

Tablica I (ciąg dalszy).

METRY	STOPY SZEŚCIENNE:			
	SZEŚCIENNE.	Polskie.	Austryackie.	Pruskie.
0,0283	4,1853	0,8964	0,9169	1
0,0566	2,3707	4,7928	1,8318	2
0,0849	3,5560	2,6892	2,7477	3
0,1133	4,7414	3,5856	3,6636	4
0,1416	5,9267	4,4820	4,5795	5
0,1699	7,1120	5,3784	5,4953	6
0,1982	8,2974	6,2748	6,4112	7
0,2265	9,4827	7,1712	7,3270	8
0,2548	10,6681	8,0676	8,2430	9
0,2831	11,8534	8,9640	9,1588	10
0,3114	13,0387	9,8604	10,0747	11
0,3397	14,2241	10,7568	10,9905	12
0,3680	15,4094	11,6532	11,9064	13
0,3963	16,5948	12,5496	12,8222	14
0,4246	17,7801	13,4460	13,7381	15
0,4529	18,9655	14,3424	14,6539	16
0,4812	20,1508	15,2388	15,5698	17
0,5095	21,3362	16,1352	16,4856	18
0,5378	22,5215	17,0316	17,4015	19
0,5661	23,7069	17,9280	18,3173	20
0,5944	24,8922	18,8244	19,2332	21
0,6227	26,0776	19,7208	20,1490	22
0,6510	27,2629	20,6172	21,0649	23
0,6793	28,4483	21,5136	21,9807	24
0,7076	29,6336	22,4100	22,8966	25
0,7359	30,8190	23,3064	23,8124	26
0,7642	32,0043	24,2028	24,7283	27
0,7925	33,1897	25,0992	25,6441	28
0,8208	34,3750	25,9956	26,5600	29
0,8491	35,5604	26,8920	27,4758	30
0,8774	36,7457	27,7884	28,3917	31
0,9057	37,9311	28,6848	29,3075	32
0,9340	39,1164	29,5812	30,2234	33
0,9623	40,3018	30,4776	31,1392	34
0,9906	41,4871	31,3740	32,0551	35
1,0189	42,6725	32,2704	32,9709	36
1,0472	43,8578	33,1668	33,8868	37
1,0755	45,0432	34,0632	34,8026	38
1,1038	46,2285	34,9596	35,7185	39
1,1321	47,4139	35,8560	36,6343	40
1,1604	48,6000	36,7524	37,5502	41
1,1887	49,7853	37,6488	38,4660	42
1,2170	50,9707	38,5452	39,3819	43
1,2453	52,1560	39,4416	40,2977	44
1,2736	53,3414	40,3380	41,2136	45
1,3019	54,5267	41,2344	42,1294	46
1,3302	55,7121	42,1308	43,0453	47
1,3585	56,8974	43,0272	43,9611	48
1,3868	58,0828	43,9236	44,8770	49
1,4151	59,2681	44,8200	45,7928	50

Tablica I (ciąg dalszy).

KILOGRAMY.	FUNTY :			
	Polskie.	Austryackie.	Pruskie.	Rossyjskie lub Angielskie.
1	2,4661	4,7857	2,1318	2,4427
2	4,9321	3,5714	4,2636	4,8853
3	7,3982	5,3571	6,3954	7,3280
4	9,8643	7,1428	8,5272	9,7707
5	12,3303	8,9285	10,6590	12,2134
6	14,7964	10,7142	12,7908	14,6560
7	17,2625	12,4999	14,9226	17,0987
8	19,7285	14,2856	17,0544	19,5414
9	22,1946	16,0713	19,0962	21,9840
10	24,6607	17,8570	21,3180	24,4267
0,4055	1	0,7241	0,8670	0,9905
0,8110	2	1,4482	1,7340	1,9810
1,2165	3	2,1723	2,6010	2,9715
1,6220	4	2,8964	3,4680	3,9621
2,0275	5	3,6205	4,3350	4,9526
2,4330	6	4,3445	5,2019	5,7431
2,8385	7	5,0686	6,0689	6,9336
3,2440	8	5,7927	6,9359	7,9241
3,6495	9	6,5168	7,8029	8,9146
4,0550	10	7,2409	8,6699	9,9051
0,5606	1,3810	1	1,1973	1,3679
1,1200	2,7621	2	2,3946	2,7359
1,6800	4,1431	3	3,5919	4,1038
2,2400	5,5241	4	4,7892	5,4717
2,8000	6,9051	5	5,9865	6,8396
3,3600	8,2862	6	7,1838	8,2075
3,9200	9,6672	7	8,3811	9,5755
4,4800	11,0482	8	9,5784	10,9434
5,0400	12,4292	9	10,7757	12,3113
5,6000	13,8103	10	11,9730	13,6793
0,4677	1,5341	0,8352	1	1,1425
0,9354	3,0681	1,6704	2	2,2849
1,4031	4,6022	2,5056	3	3,4274
1,8708	6,1363	3,3408	4	4,5699
2,3385	7,6704	4,1760	5	5,7123
2,8062	9,2044	5,0112	6	6,8548
3,2739	10,7385	5,8464	7	7,9972
3,7416	12,2726	6,6816	8	9,1397
4,2093	13,8066	7,5198	9	10,2822
4,6770	15,3407	8,3520	10	11,4247

Tablica I (ciąg dalszy i koniec).

KILOGRAMY.	FUNTY:			
	Polskie.	Austryackie.	Pruskie.	Rosyjskie lub Angielskie.
0,4094	1,0096	0,7310	0,8754	1
0,8188	2,0192	1,4621	1,7508	2
1,2281	3,0287	2,1931	2,6262	3
1,6375	4,0383	2,9241	3,5016	4
2,0469	5,0479	2,1932	4,3770	5
2,4563	6,0575	4,3862	5,2524	6
2,8657	7,0670	5,1172	6,3278	7
3,2750	8,0766	5,8483	7,0032	8
3,6844	9,0862	6,5793	7,8786	9
4,0938	10,0958	7,3103	8,7540	10
0,4094	1,0096	0,7310	0,8754	11
0,8188	2,0192	1,4621	1,7508	12
1,2281	3,0287	2,1931	2,6262	13
1,6375	4,0383	2,9241	3,5016	14
2,0469	5,0479	2,1932	4,3770	15
2,4563	6,0575	4,3862	5,2524	16
2,8657	7,0670	5,1172	6,3278	17
3,2750	8,0766	5,8483	7,0032	18
3,6844	9,0862	6,5793	7,8786	19
4,0938	10,0958	7,3103	8,7540	20

TABLICA II.

Kwadraty i sześciiany liczb całkowitych od 1 do 1000, pierwiastki kwadratowe i sześcienne tychże liczb, i powierzchnie kół o średnicy 1^m do 1000^m. — Celem tej tablicy jest zastąpienie tablic logarytmicznych, gotowemi wartościami funkcyj napotykanym nader często w rachunkach inżynierskich; daje ona potęgi i pierwiastki drugiego i trzeciego stopnia z liczb całkowitych od 1 do 1000, a przytem podaje obwody i powierzchnie kół, których średnice zmieniają się co 1^m, od 1^m do 1000^m. Pierwsza i druga kolumna, zawierająca liczby i ich kwadraty, służyć może za tablicę mnożenia liczb całkowitych parzystych lub nieparzystych, mniejszych od 1000. Użycie tej tablicy przy mnożeniu jest nader proste. Wiadomo, że:

$$ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2;$$

zamiast więc mnożyć liczbę całkowitą a przez liczbę całkowitą b , obliczy się wyrazy $\frac{a+b}{2}$ i $\frac{a-b}{2}$, poszuka się ich kwadratu w tablicy, a różnica tych kwadratów będzie iloczynem szukanym.

Ale sposobu tego tylko wtedy użyć można, gdy $\frac{a \pm b}{2}$ jest całkowite, bo tablica II daje tylko kwadraty liczb całkowitych. Gdy $\frac{a \pm b}{2}$ jest ułamkowe, uciekamy się do innego sposobu. Układamy równanie :

$$ab = (a-1)b + b,$$

obliczamy iloczyn $(a-1)b$, opisanym poprzednio sposobem, a do znalezionej liczby dodajemy b .

W takich warunkach tablica kwadratów jest dogodniejszą od logarytmów, bo szuka się tylko dwóch liczb, a rachunek prowadzi wprost do iloczynu a nie do logarytmu tego iloczynu.

$$ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

Wzrostającą liczbę całkowitą w pierzej stronie cało-
wzrostającą liczbę całkowitą w pierzej stronie cało-
wzrostającą liczbę całkowitą w pierzej stronie cało-
wzrostającą liczbę całkowitą w pierzej stronie cało-
wzrostającą liczbę całkowitą w pierzej stronie cało-
wzrostającą liczbę całkowitą w pierzej stronie cało-
wzrostającą liczbę całkowitą w pierzej stronie cało-
wzrostającą liczbę całkowitą w pierzej stronie cało-
wzrostającą liczbę całkowitą w pierzej stronie cało-
wzrostającą liczbę całkowitą w pierzej stronie cało-

Wzrostającą liczbę całkowitą w pierzej stronie cało-
wzrostającą liczbę całkowitą w pierzej stronie cało-
wzrostającą liczbę całkowitą w pierzej stronie cało-
wzrostającą liczbę całkowitą w pierzej stronie cało-
wzrostającą liczbę całkowitą w pierzej stronie cało-
wzrostającą liczbę całkowitą w pierzej stronie cało-
wzrostającą liczbę całkowitą w pierzej stronie cało-
wzrostającą liczbę całkowitą w pierzej stronie cało-
wzrostającą liczbę całkowitą w pierzej stronie cało-
wzrostającą liczbę całkowitą w pierzej stronie cało-

$$ab = (a-1)b + b$$

Tablica II.

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
1	3,14	3,14	1	1	1,000	1,000
2	6,28	6,28	4	8	1,414	1,259
3	9,42	9,42	9	27	1,732	1,442
4	12,57	12,57	16	64	2,000	1,587
5	15,71	19,63	25	125	2,236	1,709
6	18,85	28,27	36	216	2,449	1,817
7	21,99	38,48	49	343	2,645	1,912
8	25,13	50,26	64	512	2,828	2,000
9	28,27	63,61	81	729	3,000	2,080
10	31,41	78,54	100	1000	3,162	2,154
11	34,55	95,03	121	1331	3,316	2,223
12	37,69	113,09	144	1728	3,464	2,289
13	40,84	132,73	169	2197	3,605	1,351
14	43,98	153,93	196	2744	3,741	2,410
15	47,12	176,71	225	3375	3,872	2,466
16	50,26	201,06	256	4096	4,000	1,519
17	53,40	226,98	289	4913	4,123	2,371
18	56,54	254,46	324	5832	4,242	2,620
19	59,69	283,52	361	6859	4,358	2,668
20	62,83	314,15	400	8000	4,472	2,714
21	65,97	346,36	441	9261	4,582	2,758
22	69,11	380,13	484	10648	4,690	2,802
23	72,25	415,47	529	12167	4,795	2,843
24	75,39	452,38	576	13824	4,898	2,884
25	78,54	490,87	625	15625	5,000	2,924
26	81,68	530,93	676	17576	5,099	2,962
27	84,82	572,55	729	19683	5,196	3,000
28	87,96	615,75	784	21952	5,291	3,036
29	91,10	660,52	841	24389	5,385	3,072
30	94,24	706,85	900	27000	5,477	3,107
31	97,38	754,76	961	29791	5,567	3,141
32	100,53	804,24	1024	32768	5,656	3,174
33	103,67	855,29	1089	35937	5,744	3,207
34	106,81	907,92	1156	39304	5,830	3,239
35	109,95	962,11	1225	42875	5,916	3,271
36	113,09	1017,87	1296	46656	6,000	3,301
37	116,23	1075,21	1369	50653	6,082	3,332
38	119,38	1134,11	1444	54872	6,164	3,361
39	122,52	1194,59	1521	59319	6,244	3,391
40	125,66	1256,63	1600	64000	6,324	3,419

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
41	128,80	1320,25	1681	68921	6,403	3,448
42	131,94	1385,44	1764	74088	6,480	3,476
43	135,08	1452,20	1849	79507	6,557	3,503
44	138,23	1520,52	1936	85184	6,633	3,530
45	141,37	1590,43	2025	91125	6,708	3,556
46	144,51	1661,90	2116	97386	6,782	3,583
47	147,65	1734,94	2209	103823	6,855	3,608
48	150,79	1809,55	2304	110392	6,928	3,634
49	153,93	1885,74	2401	117649	7,000	3,659
50	157,08	1963,49	2500	125000	7,071	3,684
51	160,22	3042,82	2601	132651	7,141	3,708
52	163,36	2123,71	2704	140608	7,211	3,732
53	166,50	2206,18	2809	148877	7,280	3,756
54	169,64	2290,21	2916	157464	7,348	3,779
55	172,78	2375,82	3025	166375	7,416	3,802
56	175,92	2463,01	3136	175616	7,483	3,825
57	179,07	2551,75	3249	185193	7,549	3,848
58	182,21	2642,08	3364	195112	7,615	3,870
59	185,35	2733,97	3481	205379	7,681	3,892
60	188,49	2827,43	3600	216000	7,745	3,914
61	191,63	2922,46	3721	226981	7,810	3,936
62	194,77	3019,07	3844	238328	7,874	3,957
63	197,92	3117,24	3969	250047	7,937	3,979
64	201,06	3216,99	4096	262144	8,000	4,000
65	204,20	3318,30	4225	274625	8,062	4,020
66	207,34	3421,18	4356	287496	8,124	4,041
67	210,48	3525,63	4489	300763	8,185	4,061
68	213,62	3631,68	4624	314432	8,246	4,081
69	216,77	3739,28	4761	328509	8,306	4,101
70	219,91	3848,43	4900	343000	8,366	4,121
71	223,05	3959,19	5041	357911	8,426	4,140
72	226,19	4071,50	5184	373248	8,485	4,160
73	229,33	4185,38	5329	389017	8,544	4,179
74	232,47	4300,84	5476	405224	8,602	4,198
75	235,61	4417,86	2625	421875	8,660	4,217
76	238,76	5536,45	5776	438976	8,717	4,235
77	241,90	4656,62	5929	456533	8,774	4,254
78	245,04	4778,36	6084	474552	8,831	4,272
79	248,18	4901,66	6241	493039	8,888	4,290
80	251,32	4026,55	6400	512000	8,944	4,308

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
81	254,46	5153,00	6561	531441	9,000	4,326
82	257,61	5281,01	6724	551368	9,035	4,344
83	260,75	5410,59	6889	571787	9,110	4,362
84	263,89	5541,77	7056	592704	9,165	4,379
85	267,03	5674,50	7225	614125	9,219	4,396
86	270,17	5808,80	7396	636056	9,273	4,414
87	273,31	5944,67	7569	658503	9,327	4,431
88	276,46	6082,11	7744	681472	9,380	4,447
89	279,60	6221,13	7921	704969	9,433	4,464
90	282,74	6361,72	8100	729000	9,486	4,481
91	285,88	6503,87	8281	753571	9,539	4,497
92	289,02	6647,61	8464	778688	9,591	4,514
93	292,16	6792,90	8649	804357	9,643	4,530
94	295,31	6939,78	8836	830584	9,695	4,546
95	298,45	7088,21	9025	857375	9,746	4,562
96	301,59	7238,23	9216	884736	9,797	4,578
97	304,73	7389,81	9409	912673	9,848	4,594
98	307,87	7542,96	9604	941192	9,899	4,610
99	311,01	7697,68	9801	970299	9,949	4,626
100	314,15	7853,97	10000	1000000	10,000	4,641
101	317,30	8011,86	10201	1030301	10,049	4,657
102	320,44	8171,30	10404	1061208	10,099	4,672
103	323,58	8332,30	10609	1092727	10,148	4,687
104	326,72	8494,88	10816	1124864	10,198	4,702
105	329,86	8659,03	11025	1157625	10,246	4,717
106	333,00	8824,75	11236	1191016	10,295	4,732
107	336,15	8992,04	11449	1225043	10,344	4,747
108	339,29	9160,90	11664	1259712	10,392	4,762
109	342,43	9331,33	11881	1295029	10,440	4,776
110	345,57	9503,34	12100	1331000	10,488	4,791
111	348,71	9676,91	12321	1367631	10,535	4,805
112	351,85	9852,05	12544	1404928	10,583	4,820
113	355,01	10028,77	12769	1442897	10,630	4,834
114	358,14	10207,05	12996	1481544	10,677	4,848
115	361,28	10386,91	13225	1520875	10,723	4,862
116	364,42	10568,34	13456	1560896	10,770	4,876
117	367,56	10751,34	13689	1601613	10,816	4,890
118	370,70	10935,90	13924	1643032	10,862	4,904
119	373,85	11122,04	14161	1685159	10,908	4,918
120	376,99	11309,73	14400	1728000	10,955	4,932

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
121	380,13	14499	14641	1771561	11,000	4,946
122	383,27	11689	14884	1815848	11,045	4,959
123	386,41	11882	15129	1860867	11,090	4,973
124	389,55	12076	15376	1906624	11,135	4,986
125	392,70	12271	15625	1953125	11,180	5,000
126	395,84	12469	15876	2000376	11,224	5,013
127	398,98	12667	16129	2048383	11,269	5,026
128	402,12	12867	16384	2097152	11,313	5,039
129	405,26	13069	16641	2146689	11,357	5,052
130	408,41	13273	16900	2197000	11,401	5,065
131	411,54	13478	17161	2248091	11,445	5,078
132	414,69	13804	17424	2299968	11,489	5,091
133	417,83	13892	17689	2352637	11,532	5,104
134	420,97	14102	17956	2406104	11,575	5,117
135	424,11	14313	18225	2460375	11,618	5,129
136	427,25	14526	18496	2515456	11,661	5,142
137	430,39	14741	18769	2571353	11,704	5,155
138	433,54	14957	19044	2628072	11,747	5,167
139	436,68	15174	19321	2685619	11,789	5,180
140	439,82	15393	19600	2744000	11,832	5,192
141	442,96	15614	19881	2803221	11,874	5,204
142	446,10	15836	20164	2863288	11,916	5,217
143	449,24	16060	20449	2924207	11,958	5,229
144	452,39	16286	20736	2985984	12,000	5,241
145	455,53	16513	21025	3048625	12,041	5,253
146	458,67	16741	21316	3112136	12,083	5,265
147	461,81	16971	21609	3176523	12,124	5,277
148	464,95	17203	21904	3241792	12,165	5,289
149	468,09	17436	22201	3307949	12,206	5,301
150	471,24	17671	22500	3375000	12,247	5,313
151	474,38	17907	22801	3442951	12,288	5,325
152	477,52	18145	23104	3511808	12,328	5,336
153	480,66	18385	23409	3581577	12,369	5,348
154	483,80	18626	23716	3652264	12,409	5,360
155	486,94	18869	24025	3723875	12,449	5,371
156	490,08	19113	24336	3796416	12,489	5,383
157	493,23	19359	24649	3869893	12,529	5,394
158	496,37	19606	24964	3944312	12,569	5,406
159	499,51	19855	25281	4019679	12,609	5,417
160	502,65	20106	25600	4096000	12,649	5,428

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
161	505,79	20338	25921	4173281	12,688	5,440
162	508,93	20642	26244	4254328	12,727	5,451
163	512,08	20867	26569	4330747	12,767	5,462
164	515,22	21124	26896	4410944	12,806	5,473
165	518,36	21382	27225	4492125	12,845	5,484
166	521,50	21642	27556	4574296	12,884	5,495
167	524,64	21904	27889	4657463	12,922	5,506
168	527,78	22167	28224	4741632	13,961	5,517
169	530,93	22431	28561	4826809	13,000	5,528
170	534,07	22698	28900	4913000	13,038	5,539
171	537,31	22965	29241	5000211	13,079	5,550
172	540,35	23235	29584	5088448	13,114	5,561
173	543,49	23506	29929	5177717	13,152	5,572
174	546,64	23778	30276	5268024	13,190	5,582
175	549,78	24052	30625	5359375	13,228	5,593
176	552,92	24328	30976	5451776	13,266	5,604
177	556,06	24605	31329	5545233	13,304	5,614
178	559,20	24884	31684	5639752	13,341	5,625
179	562,34	25165	32041	5735335	13,379	5,635
180	565,48	25446	32400	5832000	13,416	5,646
181	568,62	25730	32761	5929741	13,453	5,656
182	571,77	26015	33124	6028568	13,490	5,667
183	574,91	26302	33489	6128487	13,527	5,677
184	578,05	26590	33856	6229504	13,564	5,687
185	581,19	26880	34225	6331225	13,601	5,698
186	584,33	27171	34596	6434856	13,638	5,708
187	587,47	27464	34969	6539203	13,674	5,718
188	590,62	27759	35344	6644672	13,711	5,728
189	593,76	28055	35721	6751269	13,747	5,738
190	596,90	28352	36100	6859000	13,784	5,748
191	600,04	28652	26481	6967871	13,820	5,758
192	603,18	28952	36864	7077888	13,856	5,768
193	606,32	29255	37249	7189057	13,892	5,778
194	609,47	29559	37636	7301384	13,928	5,788
195	612,61	29864	38025	7414875	13,964	5,798
196	615,75	30171	38416	7529536	14,000	5,808
197	618,89	30480	38809	7645373	14,035	5,818
198	622,03	30790	39204	7762392	14,071	5,828
199	625,17	31102	39601	7880599	14,106	5,838
200	628,32	31416	40000	8000000	14,142	5,848

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
201	631,46	31730	40401	8120601	14,177	5,857
202	634,60	32047	40804	8242408	14,212	5,867
203	637,74	32365	41209	8365427	14,247	5,877
204	640,88	32683	41616	8489664	14,282	5,886
205	644,02	33006	42025	8615125	14,317	5,896
206	647,16	33329	42436	8741816	14,352	5,905
207	650,31	33653	42849	8869743	14,387	5,915
208	653,45	33979	43264	8998912	14,422	5,924
209	656,59	34307	43681	9129329	14,456	5,934
210	659,73	34636	44100	9261000	14,491	5,943
211	662,87	34966	44521	9393931	14,525	5,953
212	666,01	35299	44944	9528128	14,560	5,962
213	669,16	35632	45369	9663597	14,594	5,972
214	672,30	35968	45796	9800344	14,628	5,981
215	675,44	36305	46225	9938375	14,662	5,990
216	678,58	36643	46656	10077696	14,696	6,000
217	681,72	36983	47089	10218313	14,730	6,009
218	684,86	37325	47524	10360232	14,764	6,018
219	688,01	37668	47961	10503459	14,798	6,027
220	691,15	38013	48400	10648900	14,832	6,036
221	694,29	38359	48841	10793861	14,866	6,045
222	697,43	38707	49284	10941048	14,899	6,055
223	700,57	39057	49729	11089567	14,933	6,064
224	703,71	39408	50176	11239424	14,966	6,073
225	706,86	39760	50625	11390625	15,000	6,082
226	710,00	40115	51076	11543176	15,033	6,091
227	713,14	40470	51529	11697083	15,066	6,100
228	716,28	40828	51984	11852352	15,099	6,109
229	719,42	41187	52441	12008989	15,132	6,118
230	722,56	41547	52900	12167000	15,165	6,126
231	725,70	41909	53361	12326391	15,198	6,135
232	728,85	42273	53824	12487168	15,231	6,144
233	731,99	42638	54289	12649337	15,264	6,153
234	735,13	43005	54756	12812904	15,297	6,162
235	738,27	43373	55225	12977875	15,329	6,171
236	741,41	43743	55696	13144256	15,362	6,179
237	744,55	44115	56169	13312053	15,394	6,188
238	747,70	44415	56644	13481272	15,427	6,197
239	750,84	44888	57121	13651919	15,459	6,205
240	753,98	45239	57600	13824000	15,491	6,214

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
241	757,12	45616	58081	13997521	13,524	6,223
242	760,26	45996	58564	14172488	13,536	6,231
243	763,40	46377	59049	14348907	13,588	6,240
244	766,55	46759	59536	14526784	13,620	6,248
245	769,69	47143	60025	14706125	13,652	6,257
246	772,83	47529	60516	14886936	13,684	6,265
247	775,97	47916	61009	15069223	13,716	6,274
248	779,11	48305	61504	15252992	13,748	6,282
249	782,25	48695	62001	15438249	13,779	6,291
250	785,40	49087	62500	15625000	13,811	6,299
251	788,54	49481	63001	15813251	13,842	6,307
252	791,68	49876	63504	16003008	13,874	6,316
253	794,82	50272	64009	16194277	13,905	6,324
254	797,96	50670	64516	16387064	13,937	6,333
255	801,10	51070	65025	16581375	13,968	6,341
256	804,24	51471	65536	16777216	16,000	6,349
257	817,39	51874	66049	16974593	16,031	6,357
258	810,53	52279	66564	17173512	16,062	6,366
259	813,67	52685	67081	17373979	16,093	6,374
260	816,81	53093	67600	17576000	16,124	6,382
261	819,97	53502	68121	17779581	16,155	6,390
262	823,09	53912	68644	17984728	16,186	6,398
263	826,24	54323	69169	18191447	16,217	6,406
264	829,38	54739	69696	18399744	16,248	6,415
265	832,52	55154	70225	18609625	16,278	6,423
266	835,66	55571	70756	18821096	16,309	6,431
267	838,80	55990	71289	19034163	16,340	6,439
268	841,94	56410	71824	19248832	16,370	6,447
269	845,09	56832	72361	19465109	16,401	6,455
270	848,23	57255	72900	19683000	16,431	6,463
271	851,37	57680	73441	19902511	16,462	6,471
272	854,51	58107	73984	20123648	16,492	6,479
273	857,65	58535	74529	20346417	16,522	6,487
274	860,79	58964	75076	20570824	16,552	6,495
275	863,94	59395	75625	20796875	16,583	6,502
276	867,08	59828	76176	21024576	16,613	6,510
277	870,22	60262	76729	21253933	16,643	6,518
278	873,36	60698	77284	21484952	16,673	6,526
279	876,50	61136	77841	21717639	16,703	6,534
280	879,64	61575	78400	21952000	16,733	6,542

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
281	882,78	62015	78961	22188044	16,763	6,549
282	885,93	62458	79524	22425768	16,792	6,557
283	889,07	62901	80089	22665187	16,822	6,565
284	892,21	63347	80656	22906304	16,852	6,573
285	895,35	63794	81225	23149125	16,881	6,580
286	898,49	64242	81796	23393656	16,911	6,588
287	901,63	64692	82369	23639903	16,941	6,596
288	904,78	65144	82944	23887872	16,970	6,603
289	907,92	65597	83521	24137569	17,000	6,611
290	911,06	66052	84100	24389000	17,029	6,619
291	914,20	66508	84681	24642171	17,059	6,627
292	917,34	66966	85264	24897088	17,088	6,634
293	920,48	67425	85849	25153757	17,117	6,642
294	923,63	67886	86436	25412184	17,146	6,649
295	926,77	68349	87025	25672375	17,176	6,657
296	929,91	68813	87616	25934336	17,205	6,664
297	933,05	69279	88209	26198073	17,234	6,672
298	936,19	69746	88804	26463592	17,263	6,679
299	939,33	70215	89401	26730899	17,292	6,687
300	942,48	70686	90000	27000000	17,320	6,694
301	945,62	71158	90601	27270901	17,349	6,702
302	948,76	71631	91204	27543608	17,378	6,709
303	951,90	72106	91809	27818127	17,407	6,717
304	955,04	72583	92416	28094464	17,436	6,724
305	958,18	73061	93025	28372625	17,464	6,731
306	961,32	73541	93636	28652616	17,493	6,739
307	964,47	74023	94249	28934443	17,521	6,746
308	967,61	74506	94864	29218112	17,549	6,753
309	970,75	74990	95481	29503629	17,578	6,761
310	973,89	75476	96100	29791000	17,607	6,768
311	977,03	75964	96721	30080231	17,635	6,775
312	980,17	76453	97344	30371328	17,663	6,782
313	983,32	76944	97969	30664297	16,692	6,789
314	986,45	77437	98596	30959144	17,720	6,797
315	989,60	77931	99225	31255875	17,748	6,804
316	992,74	78426	99856	31554496	17,776	6,811
317	995,88	78924	100489	31855013	17,804	6,818
318	999,02	79422	101124	32157432	17,832	6,826
319	1002,17	79923	101761	32461759	17,860	6,833
320	1005,31	80424	102400	32768000	17,888	6,859

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
321	1008,45	80928	103041	33076161	17,916	6,847
322	1011,59	81433	103684	33386248	17,944	6,854
323	1014,73	81939	104329	33698267	17,972	6,861
324	1017,88	82448	104976	34012224	18,000	6,868
325	1021,02	82957	105625	34328125	18,028	6,875
326	1024,16	83469	106276	34645976	18,055	6,882
327	1027,30	83982	106929	34965783	18,083	6,889
328	1030,44	84496	107584	35287552	18,111	6,896
329	1033,58	85012	108241	35611289	18,138	6,903
330	1036,72	85530	108900	35937000	18,166	6,910
331	1039,86	86049	109561	36264691	18,193	6,917
332	1043,01	86569	110224	36594368	18,221	6,924
333	1046,15	87092	110889	36926037	18,248	6,931
334	1049,29	87616	111556	37259704	18,276	6,938
335	1052,43	88141	112225	37595375	18,303	6,945
336	1055,57	88668	112896	37933056	18,330	6,952
337	1058,71	89197	113569	38272753	18,357	6,959
338	1061,86	89727	114244	38614472	18,385	6,966
339	1065,00	90258	114921	38958219	18,412	6,973
340	1068,14	90792	115600	39304000	18,439	6,979
341	1071,28	91327	116281	39651821	18,466	6,986
342	1074,42	91863	116964	40001688	18,493	6,993
343	1077,56	92401	117649	40353607	18,520	7,000
344	1080,71	92941	118336	40707584	18,547	7,007
345	1083,85	93482	119025	41063625	18,574	7,014
346	1086,99	94024	119716	41421736	18,601	7,020
347	1090,13	94569	120409	41781923	18,628	7,027
348	1093,27	95115	121104	42144192	18,655	7,034
349	1096,41	95662	121801	42508549	18,681	7,040
350	1099,56	96211	122500	42875000	18,708	7,047
351	1102,70	96762	123201	43243551	18,735	7,054
352	1105,84	97314	123904	43614208	18,762	7,061
353	1108,98	97867	124609	43986977	18,788	7,067
354	1112,12	98423	125316	44361864	18,815	7,074
355	1115,26	98980	126025	44738875	18,842	7,081
356	1118,40	99538	126736	45118016	18,868	7,087
357	1121,55	100098	127449	45499293	18,894	7,094
358	1124,69	100660	128164	45882712	18,921	7,101
359	1127,83	101223	128881	46268279	18,947	7,107
360	1130,97	101787	129600	46656000	18,974	7,114

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
361	1134,41	102354	130321	47045881	19,000	7,120
362	1137,25	102921	131044	47437928	19,026	7,127
363	1140,40	103491	131769	47832147	19,052	7,133
364	1143,54	104062	132496	48228544	19,079	7,140
365	1146,68	104634	133225	48627125	19,105	7,146
366	1149,82	105209	133956	49027896	19,131	7,153
367	1152,96	105784	134689	49430863	19,157	7,159
368	1156,10	106362	135424	49836032	19,183	7,166
369	1159,25	106940	136161	50243409	19,209	7,172
370	1152,39	107521	136900	50653000	19,235	7,179
371	1165,53	108103	137641	51064811	19,261	7,185
372	1168,67	108686	138384	51478848	19,287	7,192
373	1171,81	109271	139129	51895117	19,313	7,198
374	1174,95	109858	139876	52313624	19,339	7,205
375	1178,10	110446	140625	52734375	19,365	7,211
376	1181,24	111036	141376	53157376	19,391	7,218
377	1184,38	111628	142129	53582633	19,416	7,224
378	1187,52	112221	142884	54010152	19,442	7,230
379	1190,66	112815	143641	54439939	19,468	7,237
380	1193,80	113411	144400	54872000	19,493	7,243
381	1196,94	114009	145161	55306341	19,519	7,249
382	1200,09	114608	145924	55742968	19,545	7,256
383	1203,23	115209	146689	56181887	19,570	7,262
384	1206,37	115811	147456	56623104	19,596	7,268
385	1209,51	116415	148225	57066625	19,621	7,275
386	1212,65	117021	148996	57512456	19,647	7,281
387	1215,79	117628	149769	57960603	19,672	7,287
388	1218,94	118237	150544	58411072	19,698	7,294
389	1222,08	118847	151321	58863869	19,723	7,299
390	1225,22	119459	152100	59319000	19,748	7,306
391	1228,36	120072	152881	59776471	19,774	7,312
392	1231,50	120687	153664	60236288	19,779	7,319
393	1234,64	121304	154449	60698457	19,824	7,325
394	1237,79	121922	155236	61162984	19,849	7,331
395	1240,93	122542	156025	61629875	19,875	7,337
396	1244,07	123163	156816	62099136	19,899	7,343
397	1247,21	123786	157609	62570773	19,925	7,349
398	1250,35	124410	158404	63044792	19,949	7,356
399	1253,49	125036	159201	63521199	19,975	7,362
400	1256,64	125664	160000	64000000	20,000	7,368

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek szescienny.
401	1259,78	126293	160801	64481201	20,025	7,374
402	1262,92	126923	161604	64964808	20,049	7,380
403	1266,06	127556	162409	65450827	20,075	7,386
404	1269,20	128189	163216	65939264	20,099	7,392
405	1272,34	128825	164025	66430125	20,125	7,399
406	1275,48	129462	164836	66923416	20,149	7,405
407	1278,63	130100	165649	67419143	20,174	7,411
408	1281,77	130740	166464	67911312	20,199	7,417
409	1284,91	131382	167281	68417979	20,224	7,422
410	1288,05	132025	168100	68921000	20,248	7,429
411	1291,19	132670	168921	69426331	20,273	7,434
412	1294,34	133316	169744	69934528	20,298	7,441
413	1297,48	133964	170569	70444997	20,322	7,447
414	1300,62	134614	171396	70957944	20,347	7,453
415	1303,76	135265	172225	71473375	20,371	7,459
416	1306,90	135918	173056	71991296	20,396	7,465
417	1310,04	136572	173889	72511713	20,421	7,471
418	1313,18	137228	174724	73034632	20,445	7,477
419	1316,32	137885	175561	73560059	20,469	7,483
420	1319,47	138544	176400	74088000	20,494	7,489
421	1322,61	139205	177241	74618461	20,518	7,495
422	1325,75	139867	178084	75151448	20,543	7,501
423	1328,89	140530	178929	75686967	20,567	7,507
424	1332,03	141196	179776	76225024	20,591	7,513
425	1335,18	141862	180625	76765625	20,615	7,518
426	1338,32	142531	181476	77308776	20,639	7,524
427	1341,46	143201	182329	77854483	20,664	7,530
428	1344,60	143872	183184	78402752	20,688	7,536
429	1347,74	144545	184041	78953589	20,712	7,542
430	1350,88	145220	184900	79507000	20,736	7,548
431	1354,02	145896	185761	80062991	20,760	7,554
432	1357,17	146574	186624	80621568	20,785	7,559
433	1360,32	147253	187489	81182737	20,809	7,565
434	1363,45	147934	188356	81746504	20,833	7,571
435	1366,59	148617	189225	82312875	20,857	7,577
436	1369,73	149301	190096	82881856	20,881	7,583
437	1372,87	149987	190969	83452453	20,904	7,588
438	1376,02	150674	191844	84027672	20,928	7,594
439	1379,16	151362	192721	84604519	20,952	7,600
440	1382,30	152053	193600	85184000	20,979	7,600

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
441	1385,44	152745	194481	85766121	21,000	7,612
442	1388,58	153438	195364	86350888	21,024	7,617
443	1391,72	154133	196249	86938307	21,047	7,623
444	1394,87	154830	197136	87528384	21,071	7,629
445	1398,01	155528	198025	88121125	21,095	7,635
446	1401,15	156228	198916	88716536	21,119	7,640
447	1404,29	156929	199809	89314623	21,142	7,646
448	1407,43	157632	200704	89915392	21,166	7,652
449	1410,57	158337	201601	90518849	21,189	7,657
450	1413,72	159043	202500	91125000	21,213	7,663
451	1416,86	159751	203401	91733851	21,237	7,669
452	1420,00	160460	204304	92345408	21,260	7,674
453	1423,14	161171	205209	92959677	21,284	7,680
454	1426,28	161883	206106	93576664	21,307	7,686
455	1429,42	162597	207025	94196375	21,331	7,691
456	1432,56	163312	207936	94818816	21,354	7,697
457	1435,71	164030	208849	95443993	21,377	7,703
458	1438,85	164748	209764	96071912	21,401	7,708
459	1441,99	165468	210681	96702579	21,424	7,714
460	1445,13	166190	211600	97336000	21,447	7,719
461	1448,27	166913	212521	97972181	21,471	7,725
462	1451,41	167638	213444	98611128	21,494	7,731
463	1454,56	168365	214369	99252847	21,517	7,736
464	1457,70	169093	215296	99897344	21,541	7,742
465	1460,84	169823	216225	100544625	21,564	7,747
466	1463,98	170554	217156	101194696	21,587	7,753
467	1467,12	171287	218089	101847563	21,610	7,758
468	1470,26	172021	219024	102503232	21,633	7,764
469	1473,41	172757	219961	103161709	21,656	7,769
470	1476,55	173494	220900	103823000	21,679	7,775
471	1479,69	174233	221841	104487111	21,702	7,780
472	1482,83	174974	222784	105154048	21,725	7,786
473	1485,97	175716	223729	105823817	21,749	7,791
474	1489,11	176460	224676	106496424	21,771	7,797
475	1492,26	177205	225625	107171875	21,794	7,802
476	1495,40	177952	226576	107850176	21,817	7,808
477	1498,54	178701	227529	108531333	21,840	7,813
478	1501,68	179451	228484	109215352	21,863	7,819
479	1504,82	180202	229441	109902239	21,886	7,824
480	1507,96	180956	230400	110592000	21,909	7,830

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
481	1511,10	181710	231361	111284641	21,932	7,835
482	1514,25	182467	232324	111980168	21,954	7,840
483	1517,39	183225	233289	112678587	21,977	7,846
484	1520,53	183984	234256	113379904	22,000	7,851
485	1523,67	184745	235225	114084125	22,023	7,857
486	1526,81	185508	236196	114791256	22,045	7,862
487	1629,95	186272	237169	115501303	22,069	7,868
488	1533,10	187038	238144	116214272	22,091	7,873
489	1536,24	187805	239121	116930169	22,113	7,878
490	1539,38	188574	240100	117649000	22,136	7,884
491	1542,52	189345	241081	118370771	22,158	7,884
492	1545,66	190117	242064	119095488	22,181	7,894
493	1548,80	190890	243048	119823157	22,204	7,895
494	1551,95	191665	244036	120553784	22,226	7,909
495	1555,09	192442	245025	121287375	22,248	7,919
496	1558,23	193220	246016	122023936	22,271	7,915
497	1561,37	194000	247009	122763473	22,293	7,921
498	1564,51	194782	248004	123505992	22,316	7,926
499	1567,65	195565	249001	124251499	22,338	7,932
500	1570,80	196350	250000	125000000	22,361	7,937
501	1573,94	197136	251001	125751501	22,383	7,942
502	1577,08	197923	252004	126506008	22,405	7,947
503	1580,20	198713	253009	127263527	22,428	7,953
504	1583,36	199504	254016	128024064	22,449	7,958
505	1586,50	200296	255025	128787625	22,472	7,963
506	1589,64	201090	256036	129554216	22,494	7,969
507	1592,79	201886	257049	130323843	22,517	7,974
508	1595,93	202683	258064	131095512	22,539	7,979
509	1599,07	203481	259081	131872229	22,561	7,984
510	1602,21	204282	260100	132651090	22,583	7,989
511	1605,35	205084	261121	133432831	22,605	7,995
512	1608,49	205887	262144	134217728	22,627	8,000
513	1611,64	206692	263169	135005697	22,649	8,005
514	1614,78	207499	264196	135796744	22,671	8,010
515	1617,92	208307	265225	136590875	22,694	8,016
516	1621,06	209117	266256	137388096	22,716	8,021
517	1624,20	209928	267289	138188413	22,738	8,026
518	1627,34	210741	268324	138991832	22,759	8,031
519	1630,49	211556	269361	139798359	22,782	8,036
520	1633,63	212372	270400	140608000	22,803	8,041

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
521	1636,77	213189	271441	144420761	22,825	8,047
522	1639,91	214008	272484	142236648	22,847	8,052
523	1643,05	214829	273529	143055667	22,869	8,057
524	1646,19	215651	274576	143877824	22,891	8,062
525	1649,34	216475	275625	144703125	22,913	8,067
526	1652,48	217301	276676	145531576	22,935	8,072
527	1655,62	218128	277729	146363183	22,956	8,077
528	1658,76	218956	278784	147197952	22,978	8,082
529	1661,90	219787	279841	148035889	23,000	8,087
530	1665,04	220618	280900	148877000	23,022	8,093
531	1668,18	221452	281961	149721291	23,043	8,098
532	1671,33	222287	283024	150568768	23,065	8,103
533	1674,47	223123	284089	151419437	23,087	8,108
534	1677,61	223961	285156	152273304	23,108	8,113
535	1680,75	224801	286225	153130375	23,130	8,118
536	1683,89	225642	287296	153990656	23,152	8,123
537	1687,04	226484	288369	154854153	23,173	8,128
538	1690,18	227329	289444	155720872	23,195	8,133
539	1693,32	228175	290521	156590819	23,216	8,138
540	1696,46	229022	291600	157464000	23,238	8,143
541	1699,60	229871	292681	158340421	23,259	8,148
542	1702,74	230722	293764	159220088	23,281	8,153
543	1705,88	231574	294849	160103007	23,302	8,158
544	1709,03	232428	295936	160989184	23,324	8,163
545	1712,17	233283	297025	161878625	23,345	8,168
546	1715,31	234140	298116	162771336	23,367	8,173
547	1718,45	234998	299209	163667323	23,388	8,178
548	1721,59	235858	300304	164566592	23,409	8,183
549	1724,73	236720	301401	165469149	23,431	8,188
550	1727,88	237583	302500	166375000	23,452	8,193
551	1731,02	238448	303601	167284151	23,473	8,198
552	1734,16	239314	304704	168196608	23,495	8,203
553	1737,30	240182	305809	169112377	23,516	8,208
554	1740,44	241051	306916	170031464	23,537	8,213
555	1743,58	241922	308025	170953875	23,558	8,218
556	1746,72	242795	309136	171879616	23,579	8,223
557	1749,87	243669	310249	172808693	23,601	8,228
558	1753,01	244545	311364	173741112	23,622	8,233
559	1756,15	245422	312481	174676879	23,643	8,238
560	1759,29	246301	313600	175616000	23,664	8,242

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
561	1762,43	247181	314721	176558481	23,685	8,247
562	1763,57	248063	315844	177504328	23,706	8,252
563	1768,72	248947	316969	178453547	23,728	8,257
564	1771,86	249832	318096	179406144	23,749	8,262
565	1775,00	250719	319225	180362125	23,769	8,267
566	1778,14	251607	320356	181321496	23,791	8,272
567	1781,28	252497	321489	182284263	23,812	8,277
568	1784,42	253388	322624	183250432	23,833	8,282
569	1787,57	254281	323761	184220009	23,854	8,286
570	1790,71	255176	324900	185193000	23,875	8,291
571	1793,85	256072	326041	186169411	23,896	8,296
572	1796,99	256970	327184	187149248	23,916	8,301
573	1800,13	257869	328329	188132517	23,937	8,306
574	1803,27	258770	329476	189119224	23,958	8,311
575	1806,42	259672	330625	190109375	23,979	8,315
576	1809,56	260576	331776	191102976	24,000	8,320
577	1812,70	261482	332929	192100033	24,021	8,325
578	1815,84	262388	334084	193100552	24,042	8,330
579	1818,98	263298	335241	194104539	24,062	8,335
580	1822,12	264208	336400	195112000	24,083	8,339
581	1825,26	265120	337561	196122941	24,104	8,344
582	1828,41	266033	338724	197137368	24,125	8,349
583	1831,55	266948	339889	198155287	24,145	8,354
584	1834,69	267865	341056	199176704	24,166	8,359
585	1837,83	268783	342225	200201625	24,187	8,363
586	1840,97	269703	343396	201230056	24,207	8,368
587	1844,11	270624	344569	202262003	24,228	8,373
588	1847,26	271547	345744	203297472	24,249	8,378
589	1850,40	272471	346921	204336469	24,269	8,382
590	1853,54	273397	348100	205379000	24,289	8,387
591	1856,68	274325	349281	206425071	24,310	8,392
592	1859,82	275254	350464	207474688	24,331	8,397
593	1862,96	276185	351649	208527857	24,351	8,401
594	1866,11	277117	352836	209584584	24,372	8,406
595	1869,25	278051	354025	210644875	24,393	8,411
596	1872,39	278986	355216	211708736	24,413	8,415
597	1875,53	279923	356409	212776173	24,433	8,420
598	1878,67	280862	357604	213847192	24,454	8,425
599	1881,81	281802	358801	214921799	24,474	8,429
600	1884,96	282744	360000	216000000	24,495	8,434

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
601	1888,10	283687	361201	217081801	24,515	8,439
602	1891,24	284632	362404	218167208	24,536	8,444
603	1894,38	285578	363609	219256227	24,556	8,448
604	1897,52	286526	364816	220348864	24,576	8,453
605	1900,66	287476	366025	221445125	24,597	8,458
606	1903,80	288426	367236	222545016	24,617	8,462
607	1906,93	289379	368449	223648543	24,637	8,467
608	1910,09	290334	369664	224755712	24,658	8,472
609	1913,23	291289	370881	225866529	24,678	8,476
610	1916,37	292247	372100	226981000	24,698	8,481
611	1919,51	293206	373321	228099131	24,718	8,485
612	1922,65	294166	374544	229220928	24,739	8,490
613	1925,80	295128	375769	230346397	24,758	8,495
614	1928,94	296092	376996	231475544	24,779	8,499
615	1932,08	297057	378225	232608375	24,799	8,504
616	1935,22	298024	379456	233744896	24,819	8,509
617	1938,36	298993	380689	234885113	24,839	8,513
618	1941,50	299963	381924	236029032	24,859	8,518
619	1944,65	300934	383161	237176659	24,879	8,522
620	1947,79	301907	384400	238328000	24,899	8,527
621	1950,93	302882	385641	239483061	24,919	8,532
622	1954,07	303858	386884	240641848	24,939	8,536
623	1957,21	304836	388129	241804367	24,959	8,541
624	1960,35	305815	389376	242970624	24,980	8,545
625	1963,50	306796	390625	244140625	25,000	8,549
626	1966,64	307779	391876	245314376	25,019	8,554
627	1969,78	308763	393129	246491883	25,040	8,559
628	1972,92	309749	394384	247673152	25,059	8,563
629	1976,06	310736	395641	248858189	25,079	8,568
630	1979,20	311725	396900	250047000	25,099	8,573
631	1982,34	312715	398161	251239591	25,119	8,577
632	1985,49	313707	399424	252435968	25,139	8,582
633	1988,63	314701	400689	253636137	25,159	8,586
634	1991,77	315696	401956	254840104	25,179	8,591
635	1994,91	316692	403225	256047875	25,199	8,595
636	1998,05	317691	404496	257259456	25,219	8,599
637	2001,19	318690	405769	258474853	25,239	8,604
638	2004,34	319692	407044	259694072	25,259	8,609
639	2007,48	320695	408321	260917119	25,278	8,613
640	2010,62	321699	409600	262144000	25,298	8,618

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
641	2013,76	322705	410881	263374721	25,318	8,622
642	2016,90	323713	412164	264609288	25,338	8,627
643	2020,04	324722	413449	265847707	25,357	8,631
644	2023,19	325733	414736	267089984	25,377	8,636
645	2026,33	326746	416025	268836125	25,397	8,640
646	2029,47	327759	417316	269586136	25,416	8,644
647	2032,61	328775	418609	270840023	25,436	8,649
648	2035,76	329792	419904	272097792	25,456	8,653
649	2038,89	330811	421201	273359449	25,475	8,658
650	2042,04	331831	422500	274625000	25,495	8,662
651	2045,18	332853	423801	275894451	25,515	8,667
652	2048,32	333876	425104	277167808	25,534	8,671
653	2051,46	334901	426409	278445077	25,554	8,676
654	2054,60	335928	427716	279726264	25,573	8,680
655	2057,74	336956	429025	281014375	25,593	8,684
656	2060,88	337985	430336	282300446	25,612	8,689
657	2064,03	339017	431649	283593393	25,632	8,693
658	2067,17	340049	432964	284890312	25,651	8,698
659	2070,31	341084	434281	286191179	25,671	8,702
660	2073,45	342120	435600	287496000	25,690	8,706
661	2076,59	343157	436921	288804781	25,710	8,711
662	2079,73	344196	438244	290117528	25,729	8,715
663	2082,88	345237	439569	291434247	25,749	8,719
664	2086,02	346279	440896	292754944	25,768	8,724
665	2089,16	347323	442225	294079625	25,787	8,728
666	2092,30	348368	443556	295408296	25,807	8,733
667	2095,44	349416	444889	296740963	25,826	8,737
668	2098,58	350464	446224	298077632	25,846	8,742
669	2101,73	351514	447561	299418309	25,865	8,746
670	2104,87	352566	448900	300763000	25,884	8,750
671	2108,01	353619	440241	302111711	25,904	8,753
672	2111,15	354674	451584	303464448	25,923	8,759
673	2114,29	355730	452929	304821217	25,942	8,763
674	2117,43	356788	454276	306182024	25,961	8,768
675	2120,58	357847	455625	307546875	25,981	8,772
676	2123,72	358908	456976	308915776	26,000	8,776
677	2126,86	359971	458329	310288733	26,019	8,781
678	2130,00	361035	459684	311665752	26,038	8,785
679	2133,14	362101	461041	313046839	26,058	8,789
680	2136,28	363168	462400	314432000	26,077	8,794

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
681	2139,42	364237	463761	315821241	26,096	8,798
682	2142,57	365308	465124	317214568	26,115	8,802
683	2145,71	366380	466489	318611987	26,134	8,807
684	2148,85	367454	467856	320013504	26,153	8,811
685	2151,99	368529	469225	321449125	26,172	8,815
686	2155,13	369605	470596	322828856	26,192	8,819
687	2158,27	370684	471969	324242703	26,211	8,824
688	2161,42	371764	473344	325664672	26,229	8,828
689	2164,56	372845	474721	327082769	26,249	8,832
690	2167,70	373928	476100	328509000	26,268	8,836
691	2170,84	375013	477481	329939371	26,287	8,841
692	2173,98	376099	478864	331373888	26,306	8,845
693	2177,12	377187	480249	332812357	26,325	8,849
694	2180,27	378276	481636	334235384	26,344	8,853
695	2183,41	378367	483025	335702375	26,363	8,858
696	2186,55	380460	484416	337153536	26,382	8,862
697	2189,69	381554	485809	338608873	26,401	8,866
698	2192,83	382650	487204	340068392	26,419	8,870
699	2195,97	383747	488601	341532099	26,439	8,875
700	2199,12	384846	490000	343000000	26,457	8,879
701	2202,26	385945	491401	344472101	26,476	8,883
702	2205,40	387048	492804	345948408	26,495	8,887
703	2208,54	388151	494209	347428927	26,514	8,892
704	2211,68	389256	495616	348913664	26,533	8,896
705	2214,82	390363	497015	350402625	26,552	8,900
706	2217,96	391471	498436	351895816	26,571	8,904
707	2221,11	392581	499849	353393242	26,589	8,908
708	2224,25	393692	501264	354894913	26,608	8,913
709	2227,39	394805	502681	356400829	26,627	8,917
710	2230,53	395920	504100	357911000	26,645	8,921
711	2233,67	397036	505521	359425431	26,664	8,925
712	2236,81	398151	506944	360944128	26,683	8,929
713	2239,96	399273	508369	362467097	26,702	8,934
714	2243,10	400393	509796	363994344	26,721	8,938
715	2246,24	401516	511225	365525875	26,739	8,942
716	2249,38	402640	512656	367061696	26,758	8,946
717	2252,52	403765	514089	368601813	26,777	8,950
718	2255,66	404892	515524	370146232	26,795	8,954
719	2258,81	406021	516961	371694959	26,814	8,959
720	2261,95	407151	518400	373248000	26,833	8,963

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
721	2265,09	408283	519841	374805361	26,851	8,967
722	2268,23	409416	521284	676367048	26,870	8,971
723	2271,37	410551	522729	377933067	26,889	8,975
724	2274,51	411687	524176	479503424	26,907	8,979
725	2277,66	412825	525625	381078125	26,926	8,983
726	2280,80	413965	527076	382657176	26,944	8,988
727	2283,94	415106	528529	384240583	26,963	8,992
728	2287,08	416249	529984	385828352	26,981	8,996
729	2290,22	417393	531441	387420489	27,000	9,000
730	2293,36	418539	532900	389017000	27,018	9,004
731	2296,50	419687	534361	390617891	27,037	9,008
732	2299,65	420836	535824	392223168	27,055	9,012
733	2302,79	421986	537289	393832837	27,074	9,016
734	2305,93	423138	538756	395446904	27,092	9,020
735	2309,07	424292	540225	397065375	27,111	9,023
736	2312,21	425442	541696	398688256	27,129	9,029
737	2315,35	426604	543169	400315553	27,148	9,033
738	2318,50	427763	544644	401947272	27,166	9,037
739	2321,64	428923	546121	403583449	27,184	9,041
740	2324,78	430085	547600	305224000	27,203	9,045
741	2327,92	431248	549081	406869021	27,221	9,049
742	2331,06	432412	550564	408518488	27,239	9,053
743	2334,20	433579	552049	410172407	27,258	9,057
744	2337,35	434747	553536	411830784	27,276	9,061
745	2340,49	435916	555025	413493625	27,295	9,065
746	2343,63	437087	556516	415160936	27,313	9,069
747	2346,77	438260	558009	416832723	27,331	9,073
748	2349,91	439434	559504	418508992	27,349	9,077
749	2353,05	440610	561001	420189749	27,368	9,081
750	2356,20	441787	562500	421875000	27,386	9,086
751	2359,34	442966	564001	423564751	27,404	9,089
752	2362,48	444146	565504	425259008	27,423	9,094
753	2365,62	445328	567009	426957777	27,441	9,098
754	2368,76	446512	568516	428661064	27,459	9,102
755	2371,90	447697	570025	430368875	27,477	9,106
756	2375,04	448884	571536	432081216	27,495	9,109
757	2378,19	450072	573049	433798093	27,514	9,114
758	2381,33	451262	574564	435519512	27,532	9,118
759	2384,47	432454	576081	437245479	27,549	9,122
760	2387,61	433647	577600	438976000	27,568	9,126

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnia.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
761	2390,75	454841	579121	440711081	27,586	9,129
762	2393,89	456037	580644	442450728	27,604	9,134
763	2397,04	457235	582169	444194947	27,622	9,138
764	2400,18	458435	583696	445943744	27,640	9,142
765	2403,32	459635	585225	447697125	27,659	9,146
766	2406,46	460838	586756	449455096	27,677	9,149
767	2409,60	462042	588289	451217663	27,695	9,154
768	2412,74	463247	589824	452984832	27,713	9,158
769	2415,88	464454	591361	454756609	27,731	9,162
770	2419,03	465663	592900	456533000	27,749	9,166
771	2422,17	466873	594441	458314011	27,767	9,170
772	2425,31	468085	595984	460099648	27,785	9,174
773	2428,45	469299	597529	461889917	27,803	9,178
774	2431,59	470514	599076	463684824	27,821	9,182
775	2434,74	471730	60 625	465484375	27,839	9,185
776	2437,88	472949	602176	467288576	27,857	9,189
777	2441,02	474168	603729	469097433	27,875	9,193
778	2444,16	475390	605284	470910952	27,893	9,197
779	2447,30	476612	606841	472729139	27,911	9,201
780	2450,44	477837	608400	474552000	27,928	9,205
781	2453,58	479063	609961	476379541	27,946	9,209
782	2456,73	480290	611524	478211768	27,964	9,213
783	2459,87	481520	613089	480048687	27,982	9,217
784	2463,01	472750	614656	481890304	28,000	9,221
785	2466,15	483983	616225	483736625	28,018	9,225
786	2469,29	485216	617796	485587656	28,036	9,229
787	2472,43	486452	619369	487443403	28,054	9,233
788	2475,58	487689	620944	489303872	28,071	9,237
789	2478,72	488927	622521	491169069	28,089	9,240
790	2481,86	490168	624100	493039000	28,107	9,244
791	2485,00	491409	625681	494913671	28,125	9,248
792	2488,14	492653	627264	496793088	28,142	9,252
793	2491,28	493898	628849	498677257	28,160	9,256
794	2494,43	495144	630436	500566184	28,178	9,260
795	2497,57	496392	632025	502459875	28,196	9,264
796	2500,71	497642	633616	504358336	28,213	9,268
797	2503,85	498893	635209	506261573	28,231	9,272
798	2506,99	500145	636804	508169592	28,249	9,275
799	2510,13	501400	638401	510082399	28,267	9,279
800	2513,28	502656	640000	512000000	28,284	9,283

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
801	2516,42	503913	641601	513922401	28,302	9,287
802	2519,56	505172	643204	515894608	28,320	9,291
803	2522,70	506432	644809	517781627	28,337	9,295
804	2525,84	507695	646416	519719464	28,355	9,299
805	2528,98	508958	648025	521660125	28,373	9,302
806	2532,12	510224	649636	523606616	28,390	9,305
807	2535,27	511490	651249	525557943	28,408	9,310
808	2538,41	512759	652864	527514112	28,425	9,314
809	2541,55	514029	654481	529475129	28,443	9,318
810	2544,69	515300	656100	531441000	28,460	9,322
811	2547,83	516574	657721	533411731	28,478	9,326
812	2550,97	517848	659344	535387328	28,496	9,329
813	2554,12	519125	660969	537367797	28,513	9,333
814	2557,26	520402	662596	539353144	28,531	9,337
815	2560,40	521682	664225	541343375	28,548	9,341
816	2563,54	522963	665856	543338496	28,566	9,345
817	2566,68	524245	667489	545338513	28,583	9,348
818	2569,82	525529	669124	547343432	28,601	9,352
819	2572,97	526815	670761	549353259	28,618	9,356
820	2576,11	528102	672400	551368000	28,636	9,360
821	2579,25	529391	674041	553387661	28,653	9,364
822	2582,39	530682	675684	555412248	28,671	9,368
823	2585,53	531974	677329	557441767	28,688	9,371
824	2588,67	533267	678976	559476224	28,705	9,375
825	2591,82	534562	680625	561515625	28,723	9,379
826	2594,96	535859	682276	563559976	28,740	9,383
827	2598,10	537158	683929	565609283	28,758	6,986
828	2601,24	538457	685584	567663552	28,775	9,390
829	2604,38	539759	687241	569722789	28,792	9,394
830	2607,52	541062	688900	571787000	28,810	9,398
831	2610,66	542366	690561	573856191	28,827	9,402
832	2613,81	543672	692224	575930368	28,844	9,405
833	2616,95	544980	693889	578009537	28,862	9,409
834	2620,09	546289	695556	580093704	28,879	9,413
835	2623,23	547600	697225	582182875	28,896	9,417
836	2626,37	548912	698896	584277056	28,914	9,420
837	2629,51	550226	700569	586376253	28,931	9,424
838	2632,64	551542	702244	588480472	28,948	9,428
839	2635,78	552859	703921	590589719	28,965	9,432
840	2638,94	554178	705600	592704000	28,983	9,435

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
841	2642,08	555498	707281	594823321	29,000	9,439
842	2643,22	556820	708964	596947688	29,017	9,443
843	2648,36	558143	710649	599077107	29,034	9,447
844	2651,51	559468	712336	601211584	29,052	9,450
845	2654,65	560795	714025	603354125	29,069	9,454
846	2657,79	562123	715716	605495736	29,086	9,458
847	2660,93	563452	717409	607645423	29,103	9,462
848	2664,07	564784	719104	609800192	29,120	9,465
849	2667,21	566117	720801	611960049	29,138	9,469
850	2670,36	567451	722500	614125000	29,155	9,473
851	2673,50	568787	724201	616295051	29,172	9,476
852	2676,64	570125	725904	618470208	29,189	9,480
853	2679,78	571464	727609	620650477	29,206	9,484
854	2682,92	572804	729316	622835864	29,223	9,488
855	2686,06	574147	731025	625026375	29,240	9,491
856	1689,20	575490	732736	627222016	29,257	9,495
857	2692,35	576836	734449	629422793	29,275	9,499
858	2695,49	578183	736164	631628712	29,292	9,502
859	2698,63	579531	737881	633839779	29,309	9,506
860	2701,77	580881	739600	636056000	29,326	9,510
861	2704,91	582233	741321	638277381	29,343	9,513
862	2708,05	583586	743044	640503928	29,360	9,517
863	2711,20	584941	744769	642735647	29,377	9,521
864	2714,34	586297	746496	644972544	29,394	9,524
865	2717,48	587655	748225	647214625	29,411	9,528
866	2720,62	589015	749956	649461896	29,428	9,532
867	2723,76	590376	751689	651714363	29,445	9,535
868	2726,90	591739	753424	663972032	29,462	9,539
869	2730,05	593103	755161	656234909	29,479	9,543
870	2733,19	594469	756900	658503000	29,496	9,546
871	2736,33	595836	758641	660776311	29,513	9,550
872	2739,47	597205	760384	663054848	29,530	8,554
873	2742,61	598576	762129	665338617	29,547	9,557
874	2745,75	599948	763876	667627624	29,563	9,561
875	2748,90	601521	765625	669921875	29,580	9,565
876	2752,04	602697	767376	672221376	29,597	9,568
877	2755,18	604073	769129	674526133	29,614	9,572
878	2758,32	605451	770884	676836152	29,631	9,576
879	2761,46	606832	772641	679151439	29,648	9,579
880	2764,60	608213	774400	681472000	29,665	9,583

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
881	2767,74	609596	776161	683797844	29,682	9,586
882	2770,89	610981	777924	686128968	29,698	9,590
883	2774,03	612367	779689	688463387	29,715	9,594
884	2777,17	613755	781456	690807104	29,732	9,597
885	2780,31	615144	783225	693151125	29,749	9,601
886	2783,45	616535	784996	695506156	29,766	9,605
887	2786,59	617928	786769	697864403	29,783	9,608
888	2789,73	619322	788544	700227072	29,799	9,612
889	2792,88	620718	790321	702595369	29,816	9,615
890	2796,02	622115	792100	704969000	29,833	9,619
891	2799,16	623514	793881	707347971	29,850	9,623
892	2802,30	624914	795664	709732288	29,866	9,626
893	2805,44	626316	797449	712121957	29,883	9,630
894	2808,59	627719	799236	714516984	29,900	9,633
895	2811,73	629124	801025	716917375	29,917	9,637
896	2814,87	630531	802816	719323136	29,933	9,641
897	2818,01	631939	804609	721734273	29,950	9,644
898	2821,15	633349	806404	724150792	29,967	9,648
899	2824,29	634760	808201	726572699	29,983	9,651
900	2827,44	636174	810000	729000000	30,000	9,655
901	2830,58	637588	811801	731432701	30,017	9,658
902	2833,72	639004	813604	733870808	30,033	9,662
903	2836,86	640422	815409	736314327	30,050	9,666
904	2840,00	641841	817216	738763264	30,067	9,669
905	2843,14	643262	819025	741217625	30,083	9,673
906	2846,28	644684	820836	743677416	30,100	9,676
907	2849,43	646108	822649	746142643	30,116	9,680
908	2852,57	647534	824464	748613312	30,133	9,683
909	2855,71	648961	826281	751089429	30,150	9,687
910	2858,85	650389	828100	753571000	30,166	9,691
911	2861,99	651819	829921	756058031	30,183	9,694
912	2865,13	653251	831744	758550528	30,199	9,698
913	2868,27	654684	833569	761048497	30,216	9,701
914	2871,42	656120	835396	763551944	30,232	9,705
915	2874,56	657556	837225	766060875	30,249	9,708
916	2877,70	658994	839056	768575296	30,265	9,712
917	2880,84	660432	840889	771095213	30,282	9,715
918	2883,98	661875	842724	773620632	30,299	9,719
919	2887,13	663318	844561	776151559	30,315	9,722
920	2890,27	664762	846400	778688000	30,332	9,726

Tablica II (ciąg dalszy).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat.	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
921	2893,41	666208	848241	781229961	30,348	9,729
922	2896,55	667655	850084	783777448	30,364	9,733
923	2899,69	669104	851929	786330467	30,381	9,736
924	2902,83	670555	853776	788889024	30,397	9,740
925	2905,98	672007	855625	791453125	30,414	9,743
926	2909,12	673461	857476	794022776	30,430	9,747
927	2912,26	674916	859329	796597083	30,447	9,750
928	2915,40	676373	861184	799178752	30,463	9,754
929	2918,54	677832	863041	801765089	30,480	9,758
930	2921,68	679292	864900	804357000	30,496	9,761
931	2924,82	680754	866761	806954491	30,512	9,764
932	2927,97	682217	868624	809557568	30,529	9,768
933	2931,11	683682	870489	812166237	30,545	9,771
934	2934,25	685148	872356	814780504	30,561	9,775
935	2937,39	686616	874225	817400375	30,578	9,778
936	2940,53	688085	876096	820027856	30,594	9,783
937	2943,67	689556	877969	822656953	30,610	9,785
938	2946,82	691029	879844	825293672	30,627	9,789
939	2949,96	692503	881721	827936019	30,643	9,792
940	2953,10	693979	883600	830584000	30,659	9,796
941	2956,24	695456	885481	833237621	30,676	9,799
942	2959,38	696935	887364	835896888	30,692	9,803
943	2962,52	698416	889249	838561807	30,708	9,806
944	2965,67	699898	891136	841232384	30,725	9,810
945	2968,81	701381	893025	843908625	30,741	9,813
946	2971,95	702867	894916	846590536	30,757	9,817
947	2975,09	704352	896809	849278123	30,773	9,820
948	2978,23	705841	898704	851971392	30,790	9,824
949	2981,37	707332	900601	854670349	30,806	9,827
950	2984,52	708823	902500	857375000	30,822	9,830
951	2987,66	710316	904401	860085371	30,838	9,834
952	2990,80	711811	906304	862801408	30,854	9,837
953	2993,94	713307	908209	865523177	30,871	9,841
954	2997,08	714805	910116	868250664	30,887	9,844
955	3000,22	716304	912025	870983875	30,903	9,848
956	3003,36	717805	913936	873722816	30,919	9,851
957	3006,51	719307	915849	876467493	30,935	9,855
958	3009,65	720811	917764	879217912	30,952	9,858
959	3012,79	722317	919681	881974079	30,968	9,861
960	3015,93	723824	921600	884736000	30,984	9,865

Tablica II (ciąg dalszy i koniec).

Liczba lub średnica.	Obwód.	Powierzchnia.	Kwadrat	Sześcian.	Pierwiastek kwadratowy.	Pierwiastek sześcienny.
961	3019,07	725333	923521	887503681	31,000	9,868
962	3022,24	726843	925444	890277128	31,016	9,872
963	3025,36	728355	927369	893056347	31,032	9,875
964	3028,50	729869	929296	895841344	31,048	9,879
965	3031,64	731384	931225	898632125	31,064	9,882
966	3034,78	732900	933156	901428696	31,081	9,885
967	3037,92	734418	935089	904231063	31,097	9,889
968	3041,06	735938	937024	907039232	31,113	9,892
969	3044,21	737459	938961	909853209	31,129	9,896
970	3047,35	738982	940900	912673000	31,145	9,899
971	3050,49	740507	942841	915498611	31,161	9,902
972	3053,63	742033	944784	918330048	31,177	9,906
973	3056,77	743560	946729	921167317	31,193	9,909
974	3059,91	745090	948676	924010424	31,209	9,913
975	3063,06	746620	950625	926859375	31,225	9,916
976	3066,20	748153	952576	929714176	31,241	9,919
977	3069,34	749687	954529	932574833	31,257	9,923
978	3072,48	751222	956484	935441352	31,273	9,926
979	3075,62	752759	958441	938313739	31,289	9,930
980	3078,76	754298	960400	941192000	31,305	9,933
981	3081,90	755838	962361	944076141	31,321	9,936
982	3085,05	757380	964324	946966168	31,337	9,940
983	3088,19	758923	966289	949862087	31,353	9,943
984	3091,33	760468	968256	952763904	31,369	9,946
985	3094,47	762014	970225	955671625	31,385	9,950
986	3097,61	763562	972196	958585256	31,401	9,953
987	3100,75	765111	974169	961504803	31,417	9,956
988	3103,89	766663	976144	964430272	31,432	9,960
989	3107,04	768216	978121	967361669	31,448	9,963
990	3110,18	769770	980100	970299000	31,464	9,967
991	3113,32	771326	982081	973242271	31,480	9,970
992	3116,46	742883	984064	976191488	31,496	9,973
993	3119,60	774442	986049	979146657	31,512	9,977
994	3122,75	776003	988036	982107784	31,528	9,980
995	3125,89	777565	990025	985074875	31,544	9,983
996	3129,03	779129	992016	988047936	31,559	9,987
997	3132,17	780693	994009	991026973	31,575	9,990
998	3135,31	782260	996004	994011992	31,591	9,993
999	3138,45	783829	998001	997002999	31,607	9,997
1000	3141,59	785399	1000000	1000000000	31,623	10,000

Tablica III.

$$\pi = 3,1415926535897...$$

$$2\pi = 6,283185307.$$

$$3\pi = 9,424777961.$$

$$\frac{1}{2}\pi = 1,570796327.$$

$$\frac{1}{3}\pi = 1,047197551.$$

$$\frac{1}{4}\pi = 0,78540.$$

$$\sqrt{\pi} = 1,772453851$$

$$2\sqrt{\pi} = 3,544907702.$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{\pi} = 0,882228926.$$

$$\sqrt[3]{\pi} = 1,457314137.$$

$$\sqrt[4]{\pi} = 1,3348806.$$

TABLICA III.

Wartości liczebne prostych funkcji liczby π . — Tablica ta zawiera liczebne wartości stosunku obwodu koła do jego średnicy, iloczyny tego stosunku przez liczby całkowite i ułamkowe, iloczyny jego pierwiastku kwadratowego przez liczby całkowite i ułamkowe, oraz kwadrat tego stosunku, jego odwrotności, logarytm i t. d.

$$\frac{1}{\pi} = 0,318309886.$$

$$\frac{1}{2\pi} = 0,159154943.$$

$$\frac{1}{3\pi} = 0,106103357.$$

$$\frac{1}{2\sqrt{\pi}} = 0,2928938.$$

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} = 0,5857876.$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\pi}} = 0,6872868.$$

$$\frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} = 0,7464102.$$

$$\pi^2 = 98,996251.$$

$$\frac{1}{\pi^2} = 0,0101321.$$

$$\log \pi = 0,4971479.$$

$$\log \frac{1}{\pi} = \bar{1},5028521.$$

$$\log \frac{1}{2\pi} = \bar{1},0057042.$$

$$\log \frac{1}{3\pi} = \bar{1},5085563.$$

$$\log \sqrt{\pi} = \bar{1},7511251.$$

$$\log \sqrt[3]{\pi} = \bar{1},8312831.$$

Tablica III.

$$\pi = 3,1415926535897\dots$$

$$\sqrt{\pi} = 1,772453851$$

$$2\pi = 6,283185307.$$

$$2\sqrt{\pi} = 3,544907702.$$

$$3\pi = 9,424777961.$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{\pi} = 0,886226926.$$

$$\frac{1}{2}\pi = 1,570796327.$$

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1,253314137.$$

$$\frac{1}{3}\pi = 1,047197551.$$

$$\sqrt{\frac{1}{\pi}} = 0,5641896.$$

$$\frac{1}{4}\pi = 0,78540.$$

TABLICA IV.

$$\frac{4}{3}\pi = 4,188790204.$$

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} = 0,797884561.$$

$$\frac{1}{\pi} = 0,318309886.$$

$$\sqrt[3]{\pi} = 1,4645919.$$

$$\frac{2}{\pi} = 0,63662.$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{\pi}} = 0,6827841.$$

$$\frac{1}{2\pi} = 0,159154944.$$

$$\pi^3 = 31,0062767.$$

$$\frac{1}{\pi^3} = 0,0322515.$$

$$\frac{3}{2\pi} = 0,47746.$$

$$\log. \pi = 0,4971499.$$

$$\frac{4}{3\pi} = 0,42441.$$

$$\log. \frac{1}{\pi} = \bar{1},5028501.$$

$$\pi\sqrt{2} = 4,44288938.$$

$$\log. \frac{1}{\pi^2} = \bar{1},0057003.$$

$$\frac{\pi}{\sqrt{2}} = 2,22144469.$$

$$\log. \frac{1}{\pi^3} = \bar{2},5085504.$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\pi} = 0,459458158.$$

$$\log. \sqrt{\frac{1}{\pi}} = \bar{1},7514251.$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 0,90032.$$

$$\log. \sqrt[3]{\frac{1}{\pi}} = \bar{1},8312834.$$

Tablica IV.

$$g = 9,8088.$$

$$\sqrt{\frac{1}{2g}} = 0,22378.$$

$$2g = 19,6176.$$

$$\sqrt{\frac{2}{g}} = 0,44753.$$

$$g^2 = 96,21236.$$

$$4g^2 = 384,85024.$$

TABLICA IV.

$$\sqrt{g} = 3,13190.$$

$$\log 2g = 1,2926459.$$

Wartości liczebne prostych funkcji liczby g. — Tablica ta daje wartości różnych funkcji liczby g , oznaczającej przyspieszenie prędkości ciał spadających w próżni. Liczba ta zależy wprawdzie od geograficznego położenia miejsca i od jego wzniesienia nad poziom morza, ale zmiana jej jest tak nieznaczną, że ją w rachunkach pominąć można.

$$\frac{1}{g} = 0,01020.$$

$$\log \frac{1}{g} = 1,9147082.$$

$$\frac{1}{g^2} = 0,0026.$$

$$\log \sqrt{\frac{1}{2g}} = 1,3638771.$$

$$\sqrt{\frac{1}{g}} = 0,31622.$$

$$\log \sqrt{\frac{2}{g}} = 1,6547071.$$

Tablica IV.

$$g = 9,8088.$$

$$\sqrt{\frac{1}{2g}} = 0,22578.$$

$$2g = 19,6176.$$

$$g^2 = 96,21256.$$

$$\sqrt{\frac{2}{g}} = 0,45155.$$

$$4g^2 = 384,85024.$$

$$\log g = 0,9916159.$$

$$\sqrt{g} = 3,13190.$$

$$\log 2g = 1,2926459.$$

$$\sqrt{2g} = 4,42918.$$

$$\log \frac{1}{g} = \bar{1},0083841.$$

$$\frac{1}{g} = 0,10195$$

$$\log \frac{1}{2g} = \bar{2},7073541,$$

$$\frac{1}{2g} = 0,050975.$$

$$\log \frac{1}{g^2} = \bar{2},0167682.$$

$$\frac{1}{g^2} = 0,01039.$$

$$\log \frac{1}{4g^2} = \bar{3},4147082.$$

$$\frac{1}{4g^2} = 0,0026.$$

$$\log \sqrt{\frac{1}{2g}} = \bar{1},3536771.$$

$$\sqrt{\frac{1}{g}} = 0,31929.$$

$$\log \sqrt{\frac{2}{g}} = 1,6547071.$$

Tablica V.

Stopnie.	Ułamek promienia.	Minuty.	Ułamek promienia.	Sekundy.	Ułamek promienia.
1	0,017433	1	0,000294	1	0,000003
2	0,034867	2	0,000582	2	0,000004
3	0,052300	3	0,000873	3	0,000005
4	0,069813	4	0,001164	4	0,000007
5	0,087267	5	0,001454	5	0,000008
6	0,104720	6	0,001745	6	0,000009
7	0,122172	7	0,002036	7	0,000011
8	0,139626	8	0,002327	8	0,000012
9	0,157080	9	0,002618	9	0,000014
10	0,174533	10	0,002909	10	0,000015
11	0,191986	11	0,003200	11	0,000017
12	0,209439	12	0,003491	12	0,000018
13	0,226892	13	0,003782	13	0,000020
14	0,244345	14	0,004073	14	0,000021
15	0,261798	15	0,004364	15	0,000023
16	0,279251	16	0,004655	16	0,000024
17	0,296704	17	0,004946	17	0,000026
18	0,314157	18	0,005237	18	0,000027
19	0,331610	19	0,005528	19	0,000029
20	0,349063	20	0,005819	20	0,000030
21	0,366516	21	0,006110	21	0,000032
22	0,383969	22	0,006401	22	0,000033
23	0,401422	23	0,006692	23	0,000035
24	0,418875	24	0,006983	24	0,000036
25	0,436328	25	0,007274	25	0,000038
26	0,453781	26	0,007565	26	0,000039
27	0,471234	27	0,007856	27	0,000041
28	0,488687	28	0,008147	28	0,000042
29	0,506140	29	0,008438	29	0,000044
30	0,523593	30	0,008729	30	0,000045
31	0,541046	31	0,009020	31	0,000047
32	0,558499	32	0,009311	32	0,000048
33	0,575952	33	0,009602	33	0,000050
34	0,593405	34	0,009893	34	0,000051
35	0,610858	35	0,010184	35	0,000053
36	0,628311	36	0,010475	36	0,000054
37	0,645764	37	0,010766	37	0,000056
38	0,663217	38	0,011057	38	0,000057
39	0,680670	39	0,011348	39	0,000059
40	0,698123	40	0,011639	40	0,000060
41	0,715576	41	0,011930	41	0,000062
42	0,733029	42	0,012221	42	0,000063
43	0,750482	43	0,012512	43	0,000065
44	0,767935	44	0,012803	44	0,000066
45	0,785388	45	0,013094	45	0,000068

TABLICA V.

Wartości łuków koła we funkcji promienia. — Za pomocą tej tablicy wyrazić można wprost długość łuku koła przez ułamek promienia. Gdy łuk jest wyrażony w stopniach, minutach i sekundach odpowiadającego mu kąta, szuka się osobno w tablicy dla stopni, dla minut i sekund, i summuje się znalezione liczby. Gdy kąt odpowiadający danemu łukowi jest wyrażony w ułamku dziesiętnym sekundy, znajduje się część promienia odpowiadającą temu ułamkowi posuwając odpowiednio przecinek na lewo o jedną lub dwie cyfry. I tak jeżeli chcemy znaleźć część promienia równą łukowi, któremu odpowiada kąt 0',8 to znalazłszy w kolumnie sekund wartość odpowiadającą ośmiu sekundom, to jest wartość 0,000039, posuniemy przecinek o jedną cyfrę na lewo i otrzymamy liczbę 0,0000039.

Tablica V.

Stopnie.	Ułamki promienia.	Minuty.	Ułamki promienia.	Sekundy.	Ułamki promienia.
1	0,017453	1	0,000291	1	0,000005
2	0,034907	2	0,000582	2	0,000010
3	0,052360	3	0,000873	3	0,000015
4	0,069813	4	0,001164	4	0,000019
5	0,087267	5	0,001454	5	0,000024
6	0,104720	6	0,001745	6	0,000029
7	0,122173	7	0,002036	7	0,000034
8	0,139626	8	0,002327	8	0,000039
9	0,157080	9	0,002618	9	0,000044
10	0,174533	10	0,002909	10	0,000048
11	0,191986	11	0,003200	11	0,000053
12	0,209440	12	0,003491	12	0,000058
13	0,226893	13	0,003782	13	0,000063
14	0,244346	14	0,004073	14	0,000067
15	0,261800	15	0,004363	15	0,000072
16	0,279253	16	0,004654	16	0,000077
17	0,296706	17	0,004945	17	0,000082
18	0,314159	18	0,005236	18	0,000087
19	0,331613	19	0,005527	19	0,000092
20	0,349066	20	0,005818	20	0,000097
21	0,366519	21	0,006109	21	0,000102
22	0,383973	22	0,006400	22	0,000107
23	0,401426	23	0,006691	23	0,000112
24	0,418879	24	0,006982	24	0,000116
25	0,436333	25	0,007272	25	0,000121
26	0,453786	26	0,007563	26	0,000126
27	0,471239	27	0,007854	27	0,000131
28	0,488692	28	0,008145	28	0,000136
29	0,506146	29	0,008436	29	0,000141
30	0,523599	30	0,008727	30	0,000145
31	0,541052	31	0,009018	31	0,000150
32	0,558506	32	0,009309	32	0,000155
33	0,575959	33	0,009600	33	0,000160
34	0,593412	34	0,009891	34	0,000164
35	0,610866	35	0,010181	35	0,000169
36	0,628319	36	0,010472	36	0,000174
37	0,645772	37	0,010763	37	0,000179
38	0,663225	38	0,011054	38	0,000184
39	0,680679	39	0,011345	39	0,000189
40	0,698132	40	0,011636	40	0,000194
41	0,715585	41	0,011927	41	0,000199
42	0,733039	42	0,012218	42	0,000204
43	0,750492	43	0,012509	43	0,000209
44	0,767945	44	0,012800	44	0,000213
45	0,785399	45	0,013090	45	0,000218

Tablica V (ciąg dalszy i koniec).

Stopnie.	Ułamki promienia.	Minuty.	Ułamki promienia.	Sekundy.	Ułamki promienia.
46	0,802852	46	0,013381	46	0,000223
47	0,820305	47	0,013672	47	0,000228
48	0,837758	48	0,013963	48	0,000233
49	0,855212	49	0,014254	49	0,000238
50	0,872665	50	0,014544	50	0,090242
51	0,890118	51	0,014835	51	0,000247
52	0,907572	52	0,015126	52	0,000252
53	0,925025	53	0,015417	53	0,000257
54	0,942478	54	0,015708	54	0,000261
55	0,959932	55	0,015998	55	0,000266
56	0,977385	56	0,016289	56	0,000271
57	0,994838	57	0,016580	57	0,000276
58	1,012291	58	0,016871	58	0,000281
59	1,029745	59	0,017162	59	0,000286
60	1,047198	60	0,017453	60	0,000291
61	1,064651				
62	1,082105				
63	1,099558				
64	1,117011				
65	1,134465				
66	1,151918				
67	1,169371				
68	1,186824				
69	1,204278				
70	1,221731				
71	1,239184				
72	1,256638				
73	1,274091				
74	1,291544				
75	1,308998				
76	1,326451				
77	1,343904				
78	1,361357				
79	1,378811				
80	1,396264				
81	1,413717				
82	1,431171				
83	1,448624				
84	1,446077				
85	1,483531				
86	1,500984				
87	1,518437				
88	1,535890				
89	1,553344				
90	1,570797				

SPIS DZIEŁ POMOCNICZYCH

ROZPRAW ARTYKUŁÓW I SPRAWOZDAŃ

ODNOSZĄCYCH SIĘ DO MECHANIKI ANALITYCZNEJ CIAŁ PŁYNNYCH,
HYDRAULIKI I BUDOWY MACHIN WODNYCH. — DZIELA ŁACIŃ-
SKIE, WŁOSKIE, FRANCUZKIE NIEMIECKIE, ANGIELSKIE I POLSKIE.

DZIELA I ARTYKUŁY ŁACIŃSKIE.

BELLOGRADI J. — *Theoria cochleæ Archimedis, ab observationibus, experimentis et analyticis rationibus ducta*. Parmæ, 1767.

BERNOULLI D. — *Hydrodynamica, sive De viribus et motibus fluidorum commentariū*. Argentorati, 1738.

Jeden z najświetniejszych pomników geniuszu matematycznego.

CAMETTI O. — *Mechanica fluidorum*. Florentia, 1777.

EULER J.-A. — *Applicatio, vis aque aliussve fluidi, etc.* Gætting, 1765.

FORFAIT P. — *Solutio problematis ab regia scientiarum et literarum Academia Mantuana propositi ad annum 1776: Eum modum determinare, quo, minimo labore et minima impensa, navigabiles alvei expellantur ex arenæ et terræ acervis, qui horum fundum altius evehunt*. Mantuæ, 1777.

GAUSS C.-F. — *Principia generalia theoriæ figuræ fluidorum in statu æquilibrii*. Gætting, 1830.

NEWTON. — *Philosophiæ naturalis principia mathematica*. Cantabrigiæ, 1739.

W dziele tem Newton traktuje ważne kwestye Mechaniki ciał ziemskich i niebieskich, a między innemi wypływ wody przez otwór naczynia. Jego teorya wypływu cieczy jest fałszywą w zasadzie.

TORICELLI. — *De motu gravium naturaliter accelerato*. 1643.

Na końcu tego dziełka Toricelli ogłasza owe sławne prawo wypływu cieczy przez otwory, znane pod nazwiskiem jego autora.

DZIEŁA, ROZPRAWY I ARTYKUŁY WŁOSKIE.

ALDINI G. — *Saggio sulla leva idraulica, novamente applicata all' manifatture ed alle arti.* Milano, 1811.

AVANZINI G. — *Nuove ricerche dirette a rettificare la teoria della resistenza de' fluidi e le sue applicazione.* Bologna, 1810.

BELTRAMI. — *Sui principii fondamentali della idrodinamica razionale.* Bologna, 1871.

BETTI E. — *Sopra la determinazione del flusso dei liquidi per una piccolissima apertura.* Roma, 1850.

BIDONE G. — *Riflessioni sul moto permanente dell' acqua ne' canali orizzontali.* Modene, 1824.

BORDONI A. — *Sull' acqua uscente da una bocca.* Pavia, 1846.

BRUNACCI V. — *Memoria sopra un nuovo strumento, il galleggiante, composto per misurare le velocità dell' acque correnti.* Bologna, 1806.

BRUNACCI V. — *Trattato dell'ariete idraulico.* Milano, 1813.

BUZZAGLIA. — *Dissertazione sopra il quesito : Se gli esperimenti del Mariotte nel suo trattato del movimento dell' acque, etc.* Mantova, 1773.

CASTELLI D. — *Della misura dell' acque correnti.* Bologna, 1660.

CIALDI A. — *Cenni sul moto ondoso del mare e sulla correnti di esso* Atti dell' Accademia pontificade Nuovi Lincei, Sessione II, del 30 Gennaio, 1853, page 229 e sessione V del 10 Luglio, 1853, page 1.

COCOLI D. — *Teoria delle acque uscenti da' fori aperti ne' vasi.* Brescia, 1783.

COLOMBANI F. — *Sull' altezza del rigurgito prodotto dalle tombe a sifone.* Milano, 1857.

DAL - NEGRO. — *Esperimenti e considerazioni sull' Ariste idraulico.* Padova, 1811.

FERRARI B. — *Dissertazioni idrauliche.* Milano, 1797.

FERRONI P. — *Supplementi alla dottrina Torricelliana sopra le coclee.* Verona, 1810.

FONTANA C. — *Utilissimo trattato dell' acque correnti, diviso in tre libri.* Roma, 1696.

FONTANA D. — *Dissertazione idrodinamica.* Mantova, 1775.

FOSSGMBRONI V. — *Memoria sopra alcuni esperimenti idrometrici.*

LECCHI P.-A. — *Idrostatica.* Milano 1765.

LORGNA A. - M. — *Memorie intorno all' acque correnti.* Verona, 1777-78.

LOMBARDINI E. — *Della natura dei laghi e delle opere intese a regolare l'efflusso*. Milano, 1846.

MENGOTTI F. — *Idraulica fisica et speriment.* Milano, 1828.

MICHELOTTI F.-D. — *Sperimenti idraulici principalmente diretti a confirmare la Teoria e facilitare la Pratica del misurare le acque correnti*. Torino, 1771.

MOROSI G. — *Di un nuovo fenomeno osservato nell' urto dell' acqua*. Continuazione delle sperienze, Milano, 1819-1820.

N. N. — *Ricerche geometriche fatte nella scuola degl' ingegneri pontifici d'acque e strade*. Medyolan, 1821.

PADULA F. — *Sulle equazioni relat. al moto de' liquidi*. Napoli. 1845.

PIOLA G. — *Nuove ricerche per una risoluzione, più rigorosa di vari problemi sul moto dell' acqua*. Milano, 1843.

PIOLA G. — *Sul moto permanente dell' acqua*. Milano, 1845.

REGI F. — *Uso della tavola parabolica nella misura dell' acque correnti destinate all' inaffiamento delle terre*. Milano, 1764.

RIVA. — *Annotazioni di L. Riva al trattato del moto e della misure dell' acque correnti*. Bologna, 1739.

ROSSI A. — *La sussistenza dello stocco dei fiumi in mare*. Napoli, 1845.

SALADINI. — *Lettera idrostatica del cittadino Saladini, etc.* Bologna, 1795.

TOLOTTI A. — *Rota idrometrica per misurare la velocità delle acque correnti*. Rieti, 1823.

TURAZZA D. — *Dell'efflusso dei liquidi dai vasi di rivoluzione*. Venezia, 1844.

TURAZZA D. — *Intorno alle leggi del moto dell' acqua nei canali e nei fiumi, con applicazioni ai vari casi della pratica*. Venezia, 1856.

VENTUROLI G. — *Sull' efflusso pei tubi addizionali* : Memoria della Società italiana. Tomo XII, Modena, 1805.

VENTUROLI G. — *Elementi d'idraulica*. Bologna, 1870.

VENTUROLI G. — *Note ed Aggiunte agli elementi di Meccanica e d'Idraulica*. Bologna, 1827.

XIMENES. — *Nuove sperienze idrauliche, fatte ne Canali e ne Fiumi per verificare le principali leggi e fenomeni dell' acque correnti*. Siena. 1780.

ZENDRINI B. — *Leggi e fenomeni, regolazioni ed usi dell' acque correnti*. Venezia, 1741.

Author traktuje wypływ przez otwory, opierając się na zasadach Galileusza i Toricelli'ego i podaje prawa ruchu prądów. Nie brak bystrego poglądu i doświadczeń użytecznych.

DZIELA, ROZPRAWY, ARTYKUŁY I SPRAWOZDANIA FRANCUZKIE.

ARMENGAUD (ainé) — *Traité théorique et pratique des moteurs hydrauliques*. Paris, 1868.

O ile to dzieło jest słabe pod względem teorii, o tyle jest dobre dla praktyki. Kola wodne o osi poziomej i pionowej są znakomicie opisane, a piękne modele tych machin, tworzące osobny atlas, nie pozostawiają nic do życzenia.

AUBUISSON. — *Traité du mouvement des eaux dans les tuyaux de conduite*. Paris, 1827.

AUBUISSON. — *Histoire de l'établissement des fontaines à Toulouse et considérations sur quelques objets d'hydraulique et de dynamique relatifs à cet établissement*. Toulouse, 1830.

AUBUISSON. — *Traité d'hydraulique à l'usage des Ingénieurs*. Paris, 1840.

Książka to nader przystępna i treściwa, a nacechowana wysokim talentem jej autora. Aubuisson traktuje Hydraulikę, jako naukę czysto doświadczalną, ale wspierając się zasadami Fizyki i Mechaniki elementarnej, wyprowadza prawidła i wzory algebraiczne, których wartość do dziś dnia niezaprzeczoną została.

AUBUISSON. — *Communication des nouvelles expériences de M. Castel sur l'écoulement de l'eau par des ajotages coniques convergens* : Annales des Ponts et Chaussées, tome XX, p. 179. Paris, 1840.

AUBUISSON. — *Écoulement de l'eau dans un canal emparassé des plantes aquatiques, d'après Dubuat* : Annales des Ponts et Chaussées, tom I, p. 252. Paris, 1841.

AUBUISSON. — *De l'écoulement de l'eau par des orifices voisins les uns des autres* : Annales des Ponts et Chaussées, tom II, p. 114. Paris, 1841.

BAADER. — *Projet d'une nouvelle machine hydraulique pour remplacer l'ancienne machine hydraulique de Marly*. Paris, 1806.

BAUMGARTEN. — *Notice sur le moulinet de Woltmann, destiné à mesurer les vitesses de l'eau, sur son perfectionnement et sur les expériences faites avec cet instrument* : Annales des Ponts et Chaussées, tome XIV, p. 326. Paris, 1847.

Opis ulepszonego a dziś ogólnie używanego młynka o skrzydłach helisoidalnych.

BÉLANGER J.-B. — *Essai sur la solution numérique de quelques problèmes relatifs au mouvement permanent des eaux courantes*. Paris, 1828.

Praca zrobiona z wielkim talentem i nader użyteczna.

BÉLANGER J.-B. — *Cours de mécanique*. — Paris, 1847.

W części pierwszej znajduje się Hydrostatyka.

BÉLANGER. J.-B. — *Cours de mécanique professé en 1830-1831 à l'Ecole des Ponts et Chaussées*. Paris.

W drugiej części swego wykładu Mechaniki uczony profesor traktuje Hydraulikę.

BIDONE G. — *Expériences sur le remous et sur la propagation des ondes.* Turin, 1820.

BIDONE G. — *Expériences sur la dépense des réservoirs, et sur l'accélération et la courbure qu'ils occasionnent à la surface du courant.* Turin, 1824.

BIDONE G. — *Nouvelles expériences sur la propagation des remous.* Turin, 1825.

BIDONE G. — *Expériences sur la forme et sur la direction des veines et des courants d'eau lancés par diverses ouvertures.* Turin, 1829.

BIDONE G. — *Mémoire sur la détermination théorique de la section contractée des veines liquides.* Turin, 1829.

BIDONE G. — *Recherches expérimentales et théoriques sur les contractions partielles des veines d'eau, et sur l'écoulement par des tuyaux additionnels intérieurs et extérieurs.* Turin, 1836.

BOILEAU M. — *Traité de la mesure des eaux courantes.* Paris, 1854.

BOSSUT C. — *Traité théorique et expérimental d'Hydrodynamique.* Paris, 1786.

Dzielo źródłowe. Tom pierwszy zawiera Hydrostatykę, Machiny wodne i Teorię wpływu przez otwory; tom drugi jest poświęcony opisowi doświadczeń i przykładom.

BOUSSINESQ J. — *Mémoire relatif à la théorie des ondes périodiques :* Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences, séance du 19 avril. Paris, 1869.

BOUSSINESQ J. — *Théorie générale des mouvements qui sont propagés dans un canal rectangulaire horizontal :* Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences, séance du 24 juillet. Paris, 1871.

BOUSSINESQ J. — *Théorie de l'intumescence liquide appelée onde solidaire ou de translation, se propageant dans un canal rectangulaire :* Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences, séance du 19 Juin. Paris, 1871.

BOUSSINESQ J. — *De l'influence des forces centrifuges sur l'écoulement permanent dans les canaux prismatiques de grande largeur :* Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences, séance du 15 avril, 1872.

BRESSE. — *Note sur les propriétés hydrostatiques des vannes :* Annales des Ponts et Chaussées, tome X, p. 18. Paris, 1865.

BRESSE. — *Cours de Mécanique appliquée professé à l'École Impériale des Ponts et Chaussées.* Deuxième partie : Hydraulique. Paris, 1868.

P. Bresse stawia Hydraulikę na stopniu prawdziwej umiejętności; jego wykład pełen głębokich poglądów i sumiennych rozumowań daje wyższe o przedmiocie pojęcie. Tak w Hydraulice jak i w teorii machin wodnych, p. Bresse nie ukrywa bynajmniej trudności napotykaných, ale wykazuje je dobitnie, a nie bawiąc się w płonne domysły, zostawia przyszłości ich rozwiązanie. Rozdział czwarty, obejmujący bieg wody w kanałach, zdaje się być zbyt teoretycznym i abstrakcyjnym, zawiera on jednak teorye nader interesujące.

CALIGNY A. — *Mémoire sur la théorie des oscillations de l'eau dans les tuyaux de conduite*. Paris, 1838.

CALIGNY A. — *Mémoire sur un béliet hydraulique à une seule soupape*. Paris, 1838.

CALIGNY A. — *Note sur le calcul des effets de la machine précédente, et les dispositions essentielles de ses tuyaux d'ascension*. Paris, 1838.

CALIGNY A. — *Nouvelles machines hydrauliques*. Versailles, 1862.

CALIGNY A. — *Sur les effets de la communication latérale du mouvement d'un cours d'eau qui traverse un réservoir, et sur les dépôts ou bancs de sable qui en résultent* : Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences, séance du 7 Octobre. Paris, 1872.

CAZIN A. — *Mémoire sur le travail intérieur des gaz*. Paris, 1869.

CHAVERONDIER. — *Nouvelle théorie sur les roues hydrauliques*. Paris, 1855.

CLARINVAL E. — *Leçons d'hydraulique*. Paris, 1859.

COLLIGNON E. — *Cours de Mécanique appliquée, professé à l'École des Ponts et Chaussées. Deuxième partie : Hydraulique*. Paris, 1870.

Piękność dowodzeń i logiczność wykładu są cechami tego dzieła. Pan Collignon prowadził Hydraulikę drogą pewną, a naśladowując p. Bresse'a, stara się uwolnić ją z pod panowania empiryzmu. Machiny wodne, tworzące księgę piątą, nie są dosyć skompletowane; brak zupełny wskazówek praktycznych.

COMBES C. — *Recherches théoriques et expérimentales sur les roues à réaction ou à tuyaux*. Paris, 1843.

Dzieło to, powszechnie znane i cenione, zawiera teorię kół o oddziaływaniu, i opis doświadczeń robionych przez autora.

COMBES C. — *Sur le mouvement de l'air dans les conduites, avec des applications à l'aérage des travaux des mines* : Annales des Mines, tome XII.

CORANCEZ L. — *Théorie du mouvement de l'eau dans les vases*. Paris, 1830.

COSTE M. — *Traité des roues hydrauliques et des roues à vent*. Paris, 1830.

CRÉMA J. — *Nouveau moteur et appareil hydraulique pour rendre presque nulle la résistance que les frottements opposent au mouvement des corps*. Paris, 1835.

CRÉMA J. — *Motcur hydro-atmosphérique : appareil employé pour produire le mouvement du liquide*. Paris, 1835.

D'ALEMBERT. — *Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides*. Paris, 1752.

D'ALEMBERT. — *Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides, pour faire suite au traité de Dynamique*. Paris, 1770.

D'ALEMBERT, CONDORCET et BOSSUT. — *Nouvelles expériences sur les fluides*. Paris, 1777.

DARCY H. — *Les fontaines publiques de la ville de Dijon*. Paris, 1836.

To znakomite dzieło, dzisiaj wyczerpane, jest zbiorem zasad i wzorów, które używać należy przy zaprowadzaniu wodociągów. Kwestye oczyszczania wody i fabrykacyi rur glinianych, ołowianych, blaszanych i żelaznych, są przedmiotem dodatku zamykającego dzieło.

DARCY H. — *Recherches expérimentales relatives au mouvement de l'eau dans les tuyaux*. Paris, 1837.

Dzieło pomnikowe.

DARCY H. — *Note relative à quelques modifications à introduire dans le tube de Pitot* : *Annales des Ponts et Chaussées*, tome XV, p. 351. Paris, 1858.

DARCY et BAZIN. *Recherches hydrauliques sur l'écoulement de l'eau dans les canaux découverts et sur la propagation des ondes*. Paris, 1866.

Obszerne poszukiwania streszczone w tem dziele odnoszą się do ważnej kwestyi ruchu wody w kanałach odkrytych, kwestyi mało dotąd znanej, z powodu braku danych doświadczalnych. Druga część dzieła jest poświęcona zajmującym badaniom ruchu fal i zjawisk towarzyszących podnoszeniu się rzek wskutek przyplwy morza.

D'ARTIGUES. *Balancier hydraulique*. Paris, 1829.

DAVAINE. — *Mémoire sur la construction de la vis d'Archimède* : *Annales des Ponts et Chaussées*. Paris, 1845.

DEJEAN N. — *Nouvelle théorie de l'écoulement des liquides*. Paris, 1868.

D'ESTOCCOIS T. — *Mémoire sur le coefficient de contraction de la veine liquide*. Besançon, 1862.

DIDION J. — *Etudes sur le tracé des roues hydrauliques à aubes courbes du général Poncelet*. Paris, 1870.

DOULIOT J. — *Essai d'une théorie rationnelle de l'écoulement des liquides*. Paris, 1835.

DOBROŃRAVOFF. — *Traité de la turbine Fourneyron*. Saint-Petersbourg, 1850.

DUBUAT. — *Principes d'Hydraulique et de Pyrodynamique vérifiés par un grand nombre d'expériences*. Ouvrage en trois volumes. Paris, 1816.

Pierwszy i drugi tom tego starego ale znakomitego dzieła obejmuje właściwą Hydraulikę; koniec trzeciego tomu jest poświęcony ruchowi powietrza w wentylatorach odśrodkowych.

DUCREST C. *Essai sur les moteurs hydrauliques*. Paris, 1777.

DUPUIT J. — *Traité théorique et pratique de la conduite et de la distribution des eaux*. Paris, 1865.

Dzieło to łączy w sobie wiadomości teoretyczne z praktycznymi. Autor stara się mniej o wyszukanie sposobów prowadzenia wody, jak o wynalezienie sposobów dojścia do tego celu z jak najmniejszym kosztem. Starannie ułożony atlas podaje wszystkie szczegóły potrzebne do wykonania robót.

EMY. — *Du mouvement des ondes* : Annales des Ponts et Chaussées, tome XIV, p. 237. Paris, 1837.

EYTELWEIN. — *Observations sur les effets et l'application avantageuse du béliér hydraulique*. Paris, 1822.

FABRE J. — *Essai sur la manière la plus avantageuse de construire les machines hydrauliques et en particulier les moulins à blé*. Paris, 1783.

FERRY. — *Notice relative à la construction de la roue hydraulique de Rouilly* : Annales des Ponts et Chaussées, tome XI, p. 186. Paris, 1836.

FOURNÉ V. — *Résumé des expériences hydrauliques exécutées par le gouvernement américain sur le Mississipi et remarques sur les conséquences qui en découlent relativement à la théorie des eaux courantes*. Paris, 1867.

GAUCKLER P. — *Études théoriques sur l'écoulement et le mouvement des eaux*. Paris, 1867.

GENIEYS R. — *Essai sur les moyens de conduire et de distribuer les eaux*. Paris, 1829.

GIRARD P. — *Essai sur le mouvement des eaux courantes et la figure qu'il convient de donner aux canaux qui les contiennent*. Paris, 1804.

GIRARD P. — *Rapport à l'Institut sur la pompe centrifuge de M. Forge* : Paris, 1816.

GIRARD P. — *Mémoire sur l'écoulement de l'Air atmosphérique et du Gaz hydrogène carboné dans des tuyaux de conduite* : Mémoires de l'Académie des Sciences, tome V. Paris, 1819.

Ślawne, a przed niedawnymi laty jedyne prawie doświadczenia służące za podstawę teorii ruchu gazów.

GIRARD P. — *Rapport au nom d'une commission sur un mémoire de MM. Poncelet et Lesbros et sur les expériences faites à Metz en 1827 et 1828 pour déterminer les coefficients de contraction de la veine fluide* : Annales des Ponts et Chaussées, p. 287. Paris, 1831.

GIRARD L. — *Élévation d'eau. Alimentation des villes et distribution de force à domicile*. Paris, 1869.

GONDOUIN A. — *Mémoire sur la machine de Marly*. Paris, 1803.

GUILLEBON. — *Notes prises par les élèves au cours de mécanique hydraulique professé en 1838-1839 à l'École des Ponts et Chaussées*. Paris.

GREFF. — *Mémoire sur les procédés de jaugeage et solution de quelques questions relatives au régime des réservoirs* : Annales des Ponts et Chaussées, tome XII, p. 129. Paris, 1856.

JUNCKER. — *Mémoire sur les machines à colonne d'eau de la mine Huelgoat* : Extrait du tome VIII des Annales des Mines. Paris, 1835.

Jest to dokładny opis sławnej maszyny słupowodnej, zbudowanej przez Juncker'a.

KRAFFT L. — *Roue hydraulique à aubes courbes, système Poncelot*. Paris, 1859.

Teorya tego kola i uwagi praktyczne dotyczace jego konstrukcyi.

LAHITEAU M. — *Traité d'hydraulique expérimentale*. Paris, 1826.

LATERRADE. — *Note sur la manière de calculer les vitesses au moyen du moulinet de Woltmann*. Annales des Ponts et Chaussées, tome XV, p. 121. Paris, 1858.

LEBLANC. — *Mémoire sur la roue-vanne inventée et exécutée par M. Sagebien* : Annales des Ponts et Chaussées, tome XV, p. 129. Paris, 1858.

L'ÉVEILLÉ. — *Note sur le tarage du moulinet de Woltmann et sur son emploi dans la mesure du débit des rivières* : Annales des Ponts et Chaussées, tome XIX, p. 215. Paris, 1860.

LÉVY M. — *Théorie d'un courant liquide à filets rectilignes et parallèles Application aux tuyaux de conduite*. Extrait des Annales des Ponts et Chaussées. Paris, 1867.

MARY L. — *Notice et table destinées à faciliter les calculs des divers éléments d'une distribution d'eau*. Paris, 1840.

MARY L. — *Distribution des eaux*. Paris, 1868.

Dodatek do litografowanego Kursu Żeglugi wewnętrznej, w szkole Dróg i Mostów.

MENABREA F. — *Note sur l'effet du choc de l'eau dans les conduites*. Paris, 1862,

MICHELOTTI J. — *Essai sur la détermination des vitesses et des pressions dans un courant dont les filets ont une vitesse égale*. Turin, 1805.

MINARD. — *Expériences faites en 1862 par MM. Tourneux et Minard sur l'écoulement de l'eau par des orifices rectangulaires verticaux, en mince parois* : Annales des Ponts et Chaussées, tome III, p. 405. Paris, 1832.

MINARY et RÉSAL. — *Recherches expérimentales sur l'écoulement des vapeurs* : Annales des Mines, tome XVIII, p. 653. Paris.

MONTGOLFIER. — *Note sur le bétier hydraulique et sur la manière d'en calculer les effets*. Paris, 1803.

MONTGOLFIER. — *De l'utilité du bétier hydraulique*. Paris, 1805.

MORIN A. — *Expériences sur les roues hydrauliques à aubes planes et sur les roues hydrauliques à augets*. Metz, 1836.

MORIN A. — *Expériences sur les roues hydrauliques à axe vertical appelées turbines*. Metz, 1838.

MORIN A. — *Des machines et appareils destinés à l'élevation des eaux*. Paris, 1863.

MORIN A. — *Études sur la ventilation*. Paris, 1868.

MORIN A. — *Hydraulique*. Paris, 1865.

Trzy czwarte części tego dzieła są poświęcone kołom wodnym o osi poziomej i pionowej. Ich teoria, dostatecznie dokładna, jest poparta przykładami, czerpanymi w doświadczeniach robionych przez autora i innych uczonych; strona praktyczna jest bardzo daleko posunięta. Właściwa Hydraulika zajmująca resztę dzieła jest traktowana ze stanowiska praktyki.

NAVIER M. — *Mémoire sur les lois du mouvement des fluides*. Paris, 1822.

NAVIER M. — *Mémoire sur l'écoulement des fluides élastiques dans les vases et les tuyaux de conduite*. Paris, 1829.

NAVIER M. — *Résumé des leçons données à l'École des Ponts et Chaussées, sur l'application de la Mécanique à l'établissement des constructions des machines*. Paris, 1873.

Dzieło to powiększone licznymi uwagami p. Saint-Venant, zawiera w tomie drugim wykład ruchu i oporu płynów, zaprowadzania wodociągów i budowy machin wodnych. W wykładzie znakomitego profesora czerpać można użyteczne wiadomości.

PASCAL B. — *Traité de l'équilibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse d'air*. Paris, 1664.

PASSOT. — *Turbine Passot : nouvelle roue hydraulique; exposé de son principe et de ses propriétés*. Paris, 1839.

PAUCTION. — *Théorie de la vis d'Archimède, de laquelle on déduit celle des moulins conçus d'une nouvelle manière, etc.* Paris, 1768.

PLATEAU J. — *Recherches expérimentales et théoriques sur les figures d'équilibre d'une masse liquide sans pesanteur*. Bruxelles, 1861.

POISSON S. — *Mémoire sur la théorie des ondes*. Paris, 1815.

POISSON S. — *Mémoire sur l'équilibre des fluides*. Paris, 1828.

PONCELET J. — *Mémoire sur les roues hydrauliques à aubes courbes mues par dessous*. Metz, 1827.

PONCELET J. ET LESBROS. — *Expériences hydrauliques sur les lois de l'écoulement de l'eau*. Paris, 1832.

PONCELET J. — *Théorie des effets mécaniques de la turbine Fourneyron*. Paris, 1838.

PONCELET J. — *Note sur les expériences de M. Pecqueur relatives à l'écoulement de l'air dans les tubes*. Paris, 1845.

PONCELET J. — *Introduction à la Mécanique industrielle, physique ou expérimentale*. Paris, 1870.

Jest to jedno z najwięcej wykończonych dzieł Poncelet'a. Nosi ono cechę tego wysokiego, pracowitego a cierpliwego geniuszu, który wychodząc poza granice abstrakcyi, umiał połączyć użyteczność z teoretyczną wartością przedmiotu.

PRONY G. — *Mémoire sur le jaugeage des eaux courantes*. Paris, an X.

PRONY G. — *Recherches sur le mouvement d'un fluide incompressible et pesant qui s'écoule par un orifice horizontal*. Paris, an X.

PRONY G. — *Recherches physico-mathématiques sur la théorie des eaux courantes*. Paris, 1864.

PRONY G. — *Solution du problème de l'écoulement des fluides incompressibles et pesants par des orifices horizontaux, dans l'hypothèse du parallélisme des tranches*. Paris, 1806.

PRONY G. — *Recueil de cinq tables pour faciliter et abrégier les calculs des formules relatives au mouvement des eaux dans les canaux, etc.* Paris, 1825.

PRONY G. — *Note sur l'application du calcul à la mesure des remous occasionnés soit par le rétrécissement des lits des rivières, soit par les barrages* ; *Annales des Ponts et Chaussées*, tome IX, p. 237. Paris, 1835.

PRONY G. — *Formules pour calculer les hauteurs des remous occasionnés, soit par le rétrécissement des lits des rivières dans lesquelles on construit des piles de pont, soit par des barrages avec écoulement de fond*. Paris, 1835.

PRONY G. — *Formules pour les calculs relatifs à l'écoulement de l'eau dans les rigoles demi-circulaires* ; *Annales des Ponts et Chaussées*, tome XII, p. 93. Paris, 1836.

PRONY G. — *Espériences ayant pour objet la vérification d'une formule employée dans les calculs relatifs aux eaux courantes, extrait d'un mémoire italien de M. Pianigiani* ; *Annales des Ponts et Chaussées*, t. XV, p. 224. Paris, 1838.

RACHMANINOW. — *Note sur la théorie de la roue hydraulique en dessous à aubes planes*. 1858.

SAINT-GUILHEM. — *Formules pour résoudre diverses questions hydrauliques* ; *Annales des Ponts et Chaussées*, tome XV, p. 249. Paris, 1838.

SAINT-VENANT B. — *Dynamique des fluides*. Paris, 1843.

W drugiej części są opisane ważne doświadczenia dotyczące wypływu cieczy.

SAINT-VENANT B. — *Formules et tables nouvelles pour la solution d'un des problèmes relatifs aux eaux courantes*. Paris, 1851.

SAINT-VENANT B. — *Tables hydrauliques et méthodes graphiques déduites de formules nouvelles pour les problèmes sur les eaux courantes*. Paris, 1852.

SAINT-VENANT B. — *Théorie du mouvement non permanent des eaux, avec applications aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit* ; *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, séance du 17 juillet. Paris, 1871.

SAINT-VENANT B. — *Mémoire sur l'hydrodynamique des cours d'eau* ; *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, séances du 26 Février, du 4 Mars, et du 11 Mars. Paris, 1872.

SONNET H. — *Recherches sur le mouvement des eaux dans les tuyaux de conduite et dans les canaux découverts*. Paris, 1845.

SOKOLNICKI. M. — *Opuscules sur quelques parties de l'hydrodynamique*. Paris, 1814.

TOURNEUX. — *Expériences faites en 1802 sur divers écoulements d'eau* : Annales des Ponts et Chaussées, tome III, p. 405. Paris, 1832.

VAUTHIER. — *De la théorie du mouvement permanent des eaux courantes et de ses applications à la solution des plusieurs problèmes d'hydraulique*. Annales de Ponts et Chaussées, tome XI, p. 241. Paris, 1836.

VAUTHIER. — *Hydraulique des cours d'eau* : Annales des Ponts et Chaussées, tome XV, p. 129. Paris, 1848.

Streszczenie doświadczeń robionych w Roanne w celu zbadania pewnych wyników ogólnego równania niustannego ruchu cieczy.

VENTURI J. — *Recherches expérimentales sur le principe de la communication latérale du mouvement dans les fluides*. Paris, 1791.

ZELLER C. — *Des conduites d'eau, de leur établissement et leur entretien*. Paris, 1863.

Podęcznik elementarny ale użyteczny przy zakładaniu rur wodociągowych.

DZIELA, ROZPRAWY, ARTYKUŁY I SPRAWOZDANIA NIEMIECKIE.

AMAVET UND BELLEVILLE. — *Wasserräder mit beweglichen Schaufeln* : *Dingler's polytechnisches Journal*. Bd. XIX, S. 105. Stuttgart.

ARMSTRONG. — *Wassersäulenmaschine* : *Polytechnisches Centralblatt*. S. 592. J. 1849 — *Wieck's Gewerbe-Zeitung* S. 27, J. 1850.

BAADER J. — *Vollständige Theorie der Saug- und Hebepumpen, etc.* Bayreuth, 1797.

BORNEMANN. — *Die Hydrometrie oder praktische Anleitung zum Wassermessen*. Freiberg, 1849.

BORNEMANN. — *Verticale Doppeltrurbine mit horizontaler Axe von Naschkoff* : *Polytechnisches Centralblatt*, S. 1285. J. 1857.

BRÜNINGS. — *Abhandlung ueber die Geschwindigkeit des fließenden Wassers und von den Mitteln, dieselbe auf allen Tiefen zu bestimmen*. Aus dem Holländischen übersetzt von Krönke. Frankfurt am Mein, 1798.

BURG. — *Ueber die überschlägigen Wasserräder* : *Jahrbücher des polytechnischen Institutes*, Bd. IV, S. 198. Wien.

CALIGNY. — *Wassersäulenmaschine* : *Polytechnisches Centralblatt*, S. 29, J. 1852 und S. 735, J. 1852.

CARLICEK. — *Ueber Egen's Aufsatz* : Verhandlung des Vereins zur Beförderung des Gewerbfleisses in Preussen. S. 167. J. 1837.

CHALLIS J. — *Gegenwärtige Zustand der analytischen Hydrostatik und Hydrodynamik*. Berlin, 1838.

COMBES. — *Ueber Reactionsräder* : Dingler's polytechnisches Journal. Bd LXX, S. 197; — Bd LXXVI, S. 235 — Bd LXXVII, S. 167; — Bd LXXXI, S. 23. Stuttgart.

COURDIN. — *Schraubenwasserräder* : Chemnitzer deutsche Industriezeitung, S. 82. Chemnitz, 1867.

DAHLBAUS. — *Turbine* : Dingler's polytechnisches Journal, Bd CL, S. 190. Stuttgart.

DELNEST. — *Wasserrad mit schrägen Schaufeln* : Dingler's polytechnisches Journal, Bd. CLXXIII, S. 182. Stuttgart. — Polytechnisches Centralblatt, S. 1550. J. 1864.

EGEN. — *Ueber das erste in Preussen gebaute horizontale Wasserrad* : Verhandlung des Vereins zur Beförderung des Gewerbfleisses in Preussen, S. 167, J. 1837.

ERBKAM. — *Allgemeine Theorie der Turbinen* : Zeitschrift für Bauwesen. Berlin, 1866-67.

EYTELWEIN J.-A. — *Handbuch der Hydrostatik*. Berlin, 1825.

EYTELWEIN J.-A. — *Handbuch der Mechanik fester Körper und Hydraulik*. Leipzig, 1842.

FINK C. — *Construction der Kolben- und Centrifugalpumpen, Ventilatoren und Exhaustoren für technische Lehranstalten sowie für den praktischen Gebrauch*. Mit 24 in den Text gedruckten Holzsehnitten und 4 lithographirten Tafeln. Berlin, 1872.

P. Fink podaje nową zupełnie teorią pomp z tłokami i wprowadza pewne zmiany w teoryi pomp odśrodkowych.

FONTAINE. — *Unterschlægiges Wasserrad mit beweglichen Schaufeln* : Polytechnisches Centralblatt, S. 1450, J. 1866.

FOUNEYRON. — *Ueber die Anwendung der Turbinen* : Dingler's polytechnisches Journal, Bd. LIII, S. 241. Stuttgart.

FINK F. — *Beiträge zur allgemeinen Wasserbaukunst*. Lemgo, 1808.

GERSTNER. *Handbuch der Mechanik*. Prag, 1832.

GIRARD. — *Versuche mit einer hydropneumatischen Turbine* : Polytechnisches Centralblatt, S. 1055, J. 1852.

GIRARD. — *Vertical turbine ohne Leitkurven oder Schraubenrad* : Polytechnisches Centralblatt, S. 436, J. 1856. — Dingler's polytechnisches Journal, Bd. CXXXVII, S. 10; — Bd. CXL, S. 413. Stuttgart.

GIRARD. — *Anwendung des Wasserdrucks zur Verminderung der Zapfenreibung* : Dingler's polytechnisches Journal, Bd. CLVII, S. 410, Stutt-

gart. — Schweizerische polytechnische Zeitschrift, Heft 3, 1863. — Chemnitzer deutsche Industrie-Zeitung, S. 45, J. 1863.

GRUNDLER. — *Schottische Turbine* : Baier. Kunst-und Gewerbeblatt, S. 176. J. 1846.

HENEL. — *Berechnung ueber Whitelaw's und Stirrat's Wasserräder* : Wieck's Gewerbe-Zeitung, S. 572, J. 1843. — Dingler's polytechnisches Journal, Bd. LXLI, S. 411. Stuttgart.

HAGEN G. — *Ueber die Oberfläche der Flüssigkeiten*. Berlin, 1854.

HAGEN G. — *Zur Theorie der Meereswellen*. Berlin, 1859.

HAGEN G. — *Ueber Wellen auf Gewässern von gleichmässiger Tiefe*. Berlin, 1862.

HARZER F. — *Die Turbinen oder horizontale Wasserräder*. Weimar, 1851.

HAUENFELS. — *Vorschlag, um von Wassersäulenmaschinen bei zunehmender Laststufe stets den höchsten Effekt zu gewinnen* : Polytechnisches Centralblatt, S. 749, J. 1860.

HEINEMANN HUGO. — *Die Hydraulik als exakte Wissenschaft*. Vortrag gehalten auf der Hauptversammlung deutscher Ingenieure zu Cassel am 17 September 1871. — Hagen, 1871.

HEINEMANN HUGO. — *Die Rational-Theorie der Bewegung des Wassers als Lehrbuch der Hydrodynamik und für den praktischen Gebrauch des Hydrotekten*. Mit 115 Holzschnitten. Hagen, 1872.

Author daje dowód wielkiej samodzielności. Obszerne wiadomości o siłach międzycząsteczkowych poprzedzają Hydraulikę wzbogaconą doświadczeniami autora.

HUMPHREYS und ABBOT. — *Theorie der Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen, nach den auf Kosten der Vereinigten Staaten Nordamerikas vorgenommenen Untersuchungen*. Auf's deutsche uebersetzt von Grebenau. München, 1867.

P. Grebenau daje w swem tłumaczeniu nader interesujące przypiski.

JORDAN. — *Wassersäulenmaschine bei Klausthal* : Karsten's Archiw. Bd. LXXI, S. 184.

JUNGLER. — *Wassersäulenmaschine am Harze* : Hannoverisches Notizblatt, Bd. III, S. 43.

KOLB. — *Horizontales Wasserrad* : Baier. Kunst — und Gewerbeblatt, S. 455, J. 1836.

LAHMEYER. — *Erfahrungsergebnisse ueber die Bewegung des Wassers in Flussbetten und Kanälen*. Braunschweig, 1845.

Doświadczenia i poglądy na ruch wody w kanałach.

LANGSDORF. — *Lehrbuch der Hydraulik*. Altenburg, 1794.

LOMBARD. — *Turbine mit ringförmiger verticaler Schütze* : Dingler's polytechnisches Journal, Bd. CLXXX, S. 28. Stuttgart 1866. — Polytechnisches Centralblatt, 1866.

MENZEL. — *Ueber Verwendung des Wassers auf unterschlagige Kropfräder* : Baierisches Kunst — und Gewerbeblatt, S. 514, J. 1826.

N.N. — *Ueber Wasserräder*, aus dem Englischen : Baier. Kunst und Gewerbeblatt, S. 231 und S. 321, J. 1831.

N. N. — *Verbesserte Turbine* : Wiener polytechnisches Journal, S. 92, J. 1843.

N. N. — *Versuche mit einem Poncelet'schen Wasserrade* : Wieck's Gewerbezeitung, S. 420, J. 1845.

N. N. — *Jonval'sche Turbine* : Wieck's Gewerbe-Zeitung, S. 615, J. 1847.

N. N. — *Parker's Reaktionsräder* : Verhandlung des Vereins zur Beförderung des Gewerbflusses in Preussen, S. 79, J. 1847. — Dingler's polytechnisches Journal, Bd. CXVI, S. 276. Stuttgart.

N. N. — *Dynamometrische Versuche mit Turbinen von Jordan und Barber* : Polytechnisches Centralblatt, S. 1281, J. 1849.

N. N. — *Dynamometrische Versuche mit Turbinen von Mattausch* : Polytechnisches Centralblatt, S. 1348, J. 1849.

N. N. — *Dynamometrische Versuche mit Turbinen von Escher und Wyss* : Polytechnisches Centralblatt, S. 1025, J. 1849. — S. 22, J. 1850.

N. N. — *Poncelet'sches Wasserrad von 10 Pfd. auf der Pulvermühle zu Angoulême* : Polytechnisches Centralblatt, J. 1854.

N. N. — *Die Zeuner'sche Reactionsturbine mit wasserer Beaufschlagung* : Polytechnisches Centralblatt, S. 961, 1039, J. 1855. — Civil-Ingenieur, Neue Folge, Bd. II. Freiberg.

N. N. — *Gegen das Einfrieren der Wasserräder* : Wieck's deutsche Gewerbezeitung, S. 108, J. 1855.

N. N. — *Turbinen mit Holzkonstruktion* : Polytechnisches Centralblatt, S. 823, J. 1855.

N. N. — *Versuche an einer Fontaine'schen Turbine* : Polytechnisches Centralblatt, S. 914, J. 1855.

N. N. — *Schützenvorrichtung für Turbinen von Cheneval* : Polytechnisches Centralblatt, S. 1485, J. 1856. Dingler's polytechnisches Journal, Bd. CXLIII, S. 169. Stuttgart.

N. N. — *Die schwimmenden Wasserräder von Colladon in Genf* : Polytechnisches Centralblatt, S. 103, J. 1857.

N. N. — *Hydraulische Maschine von Roman und Sorn* : Wieck's deutsche Gewerbe-Zeitung, S. 327, J. 1858.

N. N. — *Bryden'sche Turbine* : Zeitschrift des hannoverischen Architekten und Ingenieuren Vereins, J. 1857. — Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, S. 133. Berlin, 1858.

N. N. — *Jordan's Turbine mit horizontaler Axe und Schmierpresse* : Dingler's polytechnisches Journal, Bd. CL, S. 4. Stuttgart, 1858.

N. N. — *Turbine von Girard zur Hebung des Wassers auf das Plateau St. Julien zu Marseille* : Polytechnisches Centralblatt, S. 1457, J. 1858.

N. N. — *Hochdruckturbine in Malapane* : Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Bd. III, S. 243. Berlin, 1859.

N. N. — *Henschel-Turbinen von 300 Pferdekraft in New-York* : Dingler's polytechnisches Journal, Bd. CLIII, S. 81. Stuttgart, 1859.

N. N. — *Neue Construction der Tangentialturbinen von Mengershausen* : Dingler's polytechnisches Journal, Bd. CLII, S. 84. Stuttgart, 1859.

N. N. — *Theoretische Untersuchungen ueber Wasserräder nach Dr. Zeuner und Weisbach* : Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Bd. III, S. 160. Berlin, 1859.

N. N. — *Sagebien's neues Kropfrad* : Wieck's deutsche Gewerbezeitung, S. 404, J. 1860.

N. N. — *Bremsversuche mit Fourneyron'schen Hochdruckturbinen* : Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, S. 246. Berlin, 1861.

N. N. — *Schützvorrichtung von Baron Jun* : Polytechnisches Centralblatt, S. 1185, J. 1861.

N. N. — *Tangentialrad von H. Bloch zu Josephshütte* : Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, S. 213. Berlin, 1861.

N. N. — *Wassersäulenmaschine von Joy* : Dingler's polytechnisches Journal, Bd. CLVIII, S. 401. Stuttgart. — Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, S. 82. Berlin, 1861.

N. N. — *Die Henschel'sche Turbine von Schmidt* : Polytechnisches Notizblatt, S. 265. Mainz, 1862.

N. N. — *Ueber die Turbinen der Londoner Ausstellung von 1862* : Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Bd. VII, S. 317. Berlin, 1863.

N. N. — *Turbinen von Fontaine und Brault auf der Londoner Ausstellung* : Dingler's polytechnisches Journal, Bd. CLVII, S. 81. Stuttgart, 1863. — Wieck's Gewerbe-Zeitung, S. 106, J. 1863.

N. N. — *Wassersäulenmaschine von Lewis* : Polytechnisches Centralblatt, S. 1132, J. 1863.

N. N. — *Wassersäulenmaschine zu St-Nicolas Varangeville* : Förster's Allgemeine Bauzeitung. Wien, 1864.

N. N. — *Effekt der Präbramer Wassersäulenmaschinen* : Erfahrungen im österreichischen Berg und Hütten. Maschinen-Bau- und Aufbereitungswesen. Jahrg. 1864.

N. N. — *Ueber die Turbinen des Prof. Firk in Berlin* : Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Bd. VIII, S. 218. Berlin, 1864.

N. N. — *Turbinen von Girard, mit Beaufschlagung ohne Druck und*

Stoss mit kontinuierlicher Entleerung durch freie Abweichung : Allgemeine Bauzeitung von Færster. Wien, 1864.

N. N. — *Verminderung der Zapfenreibung durch Wasserdruck* : Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Bd. VIII, S. 175. Berlin, 1864. — Bd. IX, S. 300, J. 1865.

N. N. — *Wasserdruckmotor von Stainard* : Wieck's Gewerbe-Zeitung, S. 245, J. 1865.

N. N. — *Apparat zum Messen bei Wasserleitungen* : Polytechnisches Centralblatt, S. 170, J. 1866.

N. N. — *Kolben für Wassersäulenmaschinen von Baker* : Polytechnisches Centralblatt, S. 635, J. 1866.

N. N. — *Theorie der Turbinen von de Pambour* : Polytechnisches Centralblatt, S. 1233, J. 1866. — Dingler's polytechnisches Journal, Bd. CLXXXII, S. 264. Stuttgart, 1866.

N. N. — *Humphreys-Abbot'sche Theorie der parabolischen Bewegung des Wassers* : Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure. Bd. XI, S. 251. Berlin, 1867. — Dingler's polytechnisches Journal, Bd. CLXXXVI, S. 161. Stuttgart, 1867.

N. N. — *Spiegel's Turbine* : Mittheilung des hannoverischen Gewerbe-Vereins, S. 257, J. 1845.

N. N. — *Zuppinger's Wasserrad* : Polytechnisches Centralblatt, S. 973.

N. N. — *Theoretische und praktische Untersuchungen ueber den Perrot'schen Wasserdruckmotor* : Dingler's polytechnisches Journal, Bd. CLXXXIV, S. 81. Stuttgart, 1867.

N. N. — *Wassersäulenmaschinen von Ramsbottom* : Polytechnisches Centralblatt, S. 842, J. 1866. — Dingler's polytechnisches Journal. Stuttgart, 1867. — Chemnitzer deutsche Industrie-Zeitung, S. 174, J. 1867.

N. N. — *Ueber die Anwendung komprimirter Wasser für Wassersäulenmaschinen von Werner* : Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, S. 65. Berlin, 1867.

N. N. — *Schraubenrad mit horizontaler Axe von Girard* : Dingler's polytechnisches Journal, Bd. CXXXVII, S. 10. Stuttgart.

N. N. — *Patent-Turbine von Schiele* : Dingler's polytechnisches Journal, Bd. CLIV, S. 167. Stuttgart.

N. N. — *Nagel's horizontale Wasserräder* : Dingler's polytechnisches Journal, Bd. LXL, S. 154. Stuttgart.

N. N. — *Hydropneumatische Turbine von Girard* : Dingler's polytechnisches Journal, Bd. CXLII, S. 1. Stuttgart.

N. N. — *Fontaine's Turbine* : Dingler's polytechnisches Journal, Bd. LXLV, S. 4. — Bd. LXLVI, S. 340. Stuttgart.

N. N. — *Niederdruckturbine von Girard* : Polytechnisches Centralblatt, S. 1290, J. 1856.

NAGEL. — *Wassersäulenmaschine* : Polytechnisches Centralblatt, S. 105, J. 1852 — *Förster's Allgemeine Bauzeitung*, S. 8. Wien, 1852.

PACHE. — *Wassersäulenmaschine* : *Dingler's polytechnisches Journal*, Bd. LXXI, S. 184. Stuttgart.

PAMBOUR. — *Theorie der Zellenräder* : *Dingler's polytechnisches Journal*, Bd. CLXXIX, S. 356. Stuttgart.

PAMBOUR. — *Theorie der unter — und mittelschlägigen Wasserräder* : Polytechnisches Centralblatt, S. 1313, J. 1865. — *Dingler's polytechnisches Journal*, Bd. CLXXIX, S. 356. Stuttgart.

PAMBOUR. — *Theorie der obereschlägigen Räder* : Polytechnisches Centralblatt, S. 421 und 636, J. 1866. — *Chemnitzer deutsche Industrie-Zeitung*, S. 453, J. 1867.

RACHMANINOW. — *Theorie der unterschlägigen Wasserräder*: Polytechnisches Centralblatt, S. 1174. J. 1859-

REDTENBACHER F. — *Theorie und Bau der Wasser-Räder* : Zweite Auflage, mit Atlas. Mannheim, 1858.

Jest to model dzieła traktującego o kołach wodnych pionowych. Teorye przybliżone i dokładne kół wodnych, jak również zastosowanie tych teoryj do praktyki, są znakomicie obrobione; kwestye kosztów, wymiarów, budowy stawidel i kanałów dopływowych, są gruntownie zbadane. Redtenbacher poddaje budowę machin wodnych prawidłom gruntownym a łatwym do zastosowania. Starannie ułożony atlas przedstawia dokładne rysunki kół wodnych.

REDTENBACHER F. — *Theorie und Bau der Turbinen*. Zweite umgearbeitete und erweiterte Auflage, mit Atlas. Mannheim, 1860.

Dzieło to zawiera dokładne i przybliżone teorye turbin, pomp odśrodkowych i wentylatorów. Przykłady zastosowania empirycznych prawidel, wypełniających niedostatek teoryi, powiększają znakomitą wartość tego dzieła. Tablice umieszczone przy tekście i w osobnym atlasie, dają dokładne pojęcie o rozmaitych dyspozycjach turbin.

REDTENBACHER F. — *Resultate für den Maschinen-Bau*. Mit einem Atlas von 41 lithographirten Figuren-Tafeln. Vierte erweiterte Auflage. Mannheim.

RITTINGER. — *Theorie und Bau der Rohrturbinen und der Jonval-Turbinen insbesondere*. Prag, 1861.

RITTINGER. — *Wasserräder auf der Pariser Ausstellung von 1855*: *Dingler's Polytechnisches Journal*, Bd. CXL, S. 23. Stuttgart.

ROENTGEN R. — *Ueber die Wirkung der in der Gemeinde Remscheid und Umgegend bei Hammerwerken und Schleifkotten gebräuchlichen Wasserräder* : *Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure*, S. 69. Berlin, 1862. *Dingler's polytechnisches Journal*, Bd. CLVIII, S. 81. Stuttgart, 1860.

RÜHLMANN. — *Beitrag zu der Geschichte der horizontaler Wasserräder* : *Zeitschrift des Hannoverischen Architekten- und Ingenieurwesen*

Bd. I, S. 227, J. 1855. — Dingler's polytechnisches Journal, Bd. CXLII, S. 248. Stuttgart, 1856. — Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Bd. XXXI. Berlin, 1857.

RÜHLMANN. — *Ueber eine von Nägel konstruirte Partialturbine*: Dingler's polytechnisches Journal, Bd. CLVIII, S. 172. Stuttgart, 1860 — Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, S. 110, Berlin, 1861.

SANG. — *Verfahren zum Messen des Wassers durch Ueberfallwehre*: Dingler's polytechnisches Journal. Bd. CLVII, Seite 178. Stuttgart, 1860.

SCHEFFLER. — *Principien der Hydrostatik und der Hydraulik*. Braunschweig, 1847.

SCHLOTTER H. — *Ueber die Bewegung des Wassers in Leitungsrohren*, Gera, 1872.

SCHUBERT J. — *Beiträge zur Berichtigung der Theorie der Turbinen*. Dessau, 1850.

SCHWAMMERUG. — *Ueber Turbinen mit theilweiser Beaufschlagung*: Polytechnisches Centralblatt, S. 449, J. 1849.

STUDT H. — *Ausfluss des Wassers durch Ueberfälle*: Verhandlung des Vereins zur Beförderung des Gewerbflusses in Preussen, S. 32. J. 1867.

STÜSSL. — *Ueber Wassermessen*: Schweizerische polytechnische Zeitschrift, Bd. IX, J. 1864.

FRÜTZSCH. — *Beschreibung einer Turbinenanlage bei sehr veränderlicher Wasserkraft*: Polytechnisches Centralblatt, S. 209, J. 1864. — Schweizerische polytechnische Zeitschrift, J. 1864.

WEDDING und CARLICEK. — *Versuche mit horizontalen Wasserrädern*: Verhandlung des Vereins zur Beförderung des Gewerbflusses in Preussen, S. 68. Berlin, 1837.

WEISBACH J. — *Hydrometrische Versuche ueber die Anwendung der Formeln von D. Bernoulli, etc.*: Civilingenieur, Jahrg. 13, 1 Heft. Leipzig.

WEISBACH J. — *Untersuchungen im Gebiete der Mechanik und Hydraulik* u. s. w. Leipzig, 1842.

WEISBACH J. — *Versuche ueber den Ausfluss des Wassers durch Schieber, Hähne, Klappen und Ventile*. Leipzig, 1842.

WEISBACH J. — *Versuche ueber die unvollkommene Contraction des Wassers* u. s. w. Leipzig, 1843.

WEISBACH J. — *Ueber den Widerstand in Turbinenkanälen*: Polytechnisches Centralblatt, S. 129, J. 1850.

WEISBACH J. — *Die Experimental-Hydraulik*. Freiburg, 1855.

WERNER R.-R. — *Theorie der Turbinen, Kreiselpumpen und Ventilatoren*. Berlin, 1869.

WIEBE. — *Allgemeine Theorie der Turbinen* : Civilingenieur, Bd. V. Freiberg, 1859.

WOLTMANN R. — *Beiträge zur hydraulischen Architectur*. Göttingen, 1794.

VOSS. — *Reaktionswasserrad im freien Strome* ; Baier. Kunst -- und Gewerbeblatt, S. 93, J. 1861.

ZEUNER. — *Eisernes Wasserrad mit Kulissenschütze* : Polytechnisches Centralblatt, S. 833, J. 1855.

ZEUNER. — *Ueber Fontaine's und Brault's Verbesserungen der Fontaine'schen Turbinen* : Dinger's polytechnisches Journal, Bd. CXLIX, S. 82, Stuttgart, 1858. — Polytechnisches Centralblatt, S. 977. J. 1858.

ZEUNER. — *Das Locomotiven-Blasrohr*. Zürich, 1863.

DZIEŁA, ROZPRAWY, ARTYKUŁY I SPRAWOZDANIA ANGIELSKIE.

ABBOT T.-K. — *Elementary Theory of the Tides* : The quarterly Journal of pure and applied Mathematics, March, p. 7. London, 1872.

AIRY. — *The spiral Pump applied as a force Pump, with remarks of the theory of the machine, Formulæ for Calculation, etc.* London, 1862.

BARLOW P. — *An Investigation of the Laws which govern the Motion of Steam Vessels, deduced from Experiments* : Philosophical Transactions of the Royal Society of London. London. 1834.

Są to nader ciekawe doświadczenia robione w celu oznaczenia skutku statków parowych i ustalenia wskazówek dotyczących ich budowy.

BEARDMORE N. — *Hydraulic tables, to aid the calculation of water and mill power, water supply, and drainage of towns, and improvement of navigable rivers*. London, 1852.

BEAUFOY M. — *Nautical and hydraulic experiments, with numerous scientific miscellanies*. London, 1834.

COCKIE J. — *On the Motion of Fluids* : The quarterly Journal of pure and applied mathematics, March, p. 49. London, 1872.

CULLEN. — *A practical treatise on the construction of the turbine, or horizontal Water-Wheel*. London, 1866.

DOWNING. — *Elements of Pratical Hydraulics for the use of Students in Engineering*. London, 1861.

EDWARD. — *Ventilation of Dwelling houses and the utilisation of Waite Heat from open fire places*. London, 1868.

EWBANK. — *Descriptive Account of Hydraulic and other Machines for Raising Water, ancient and modern.* London, 1864.

FRANCIS. — *Lowell Hydraulic Experiments, beings a Selection from Experiments on Hydraulic Motors on the Flow of Water over Weirs, and upon Canals of uniform rectangular section and through submerged orifices and diverging tubes.* Boston, 1855.

HUMPHREYS A.-A. and ABBOT H.-L. — *Report upon the physics and hydraulics of the Mississippi river and upon the deepening of the mouths, etc.* Philadelphia, 1861.

To piękne spawozdanie zawiera mnóstwo szczegółów dotyczących natury rzeki Missisipi i jej rzek pobocznych.

IVORY J. — *On the figure requisite to maintain the equilibrium of a homogeneous fluid mass that revolves upon an axis.* London, 1824.

IVORY J. — *On the Equilibrium of a Mass of Homogeneous Fluid at liberty* : Philosophical Transactions of the Royal Society of London. London, 1834.

IVORY J. — *Equilibrium of a mass of homogeneal fluid.* London, 1836.

KELLAND. — *On the theory of Waves* : Transactions of the Royal Society of Edinburgh, vol. XV, p. 101. Edinburgh, 1844.

N. N. — *Description of Whitelaw's and Stirrat's Patent Watermills,* London and Birmingham, 1843.

N. N. — *American Turbines* : American polytechnical Journal, Vol. 2. p. 351, 353, Waschingon and New-York. — Civil engineer, p. 37, 1854.

PERKINS. — *A pratical treatise on gaz and ventilation.*

PIAZZI SMYTH C. — *An attempt to Improve the present Methods of Determining the Strength and Direction of the Wind at Sea* : Transactions of the Royal Society of Edinburgh, Vol. XVI, p. 455. Edinburgh, 1849.

REID. — *Illustrations of the Theory and Practise of Ventilation, with Remarks on Warming, Exclusive Lighting and the communication of Sound.* London, 1844.

RENNIE G. — *On the Friction and Resistance of Fluids* : Philosophical Transactions of the Royal Society of London. London, 1831.

RITCHIE. — *Treatise on Ventilation natural and artificial.* London, 1862.

RUSSEL J. — *Researches into the laws of certain hydrodynamical phenomena that accompany the motion of floating bodies.* Edinburgh, 1837.

SMEATON. — *Experimental inquiry concerning the natural powers of wind and water to turn mills and other machines.* London, 1794.

Slawne doświadczenia nad oporem wody i powietrza.

STEVENSON T. — *Account of Experiments to Measure the Direct Force of the Waves of the Atlantic and German Oceans* : Proceedings of the royal Society of Edinburgh, vol. 2. Edinburgh, 1851.

TREGGOLD T. — *Tracts on Hydraulics*. London, 1862,

DZIEŁA, ARTYKUŁY I SPRAWOZDANIA POLSKIE.

BENEVENI F. — *Sprawozdanie dotyczące przyrządów wentylacyjnych* : Przegląd techniczny, tom 1, str. 273. Warszawa, 1866.

BERNOULLI K. — *Przewodnik praktyczny dla mechaników, budowniczych i t. d.* Z czwartej edycji poprawnej Jana Gustawa Bernoulli prze-polszczone przez Edwarda Gutzkiego. Tomów dwa. Warszawa, 1844.

Drugi tom zawiera kwestye dotyczące Hydrauliki i Budowy Maszyn wodnych.

GOSIEWSKI W. — *Wykład Mechaniki cząsteczkowej (molekularnej)*. Paryż, 1873.

W lekcjach 14, 15, 16 i 17 tomu pierwszego, autor traktuje część różniczkową Hydrodynamiki i dochodzi do wypadków nader interesujących.

GROTOWSKI A. — *O studniach artezyjskich* : Dziennik polytechniczny, drugi, trzeci i czwarty poszyt. Warszawa, 1861.

KACZYŃSKI P. — *Krytyczna ocena przyrządów technicznych w przemyśle krajowym używanych, lub do jego rozwoju pożądaných*. — *Machiny hydrauliczne* : Przegląd techniczny, tom I, str. 217. Warszawa, 1866.

KLUGER W. — *Turbina Fourneyron'a. Jej teoria dokładna, przybliżona i uwagi praktyczne* : Pamiętnik Towarzystwa Nauk Ścisłych w Paryżu, Tom III, str. 31. Paryż, 1873.

KOŁODZIJSKI W. — *Sprawozdanie z robót przygotowawczych dla zaopatrzenia Krakowa w wodę*. Kraków, 1872.

KRZYŻANOWSKI W. — *Przyrząd Giffarda do zasilania wodą kotłów parowych* : Dziennik polytechniczny, poszyt trzeci. Warszawa, 1862.

KUCHARZEWSKI F. — *Prace p. Lévy. Teoria biegu prostolinięnego cieczy i jej zastosowanie do biegu wody w rurach wodociągowych* : Pamiętnik Towarzystwa Nauk Ścisłych w Paryżu, Tom III, str. 67. Paryż, 1873.

MORIN A. — *Przewodnik praktyczny dla inżynierów, mechaników, budowniczych i artylerzystów*. Tłumaczony na polskie przez Bronisława Marczewskiego. Warszawa, 1859.

Kwestye hydrauliczne : wypływu wody i gazów, ich prowadzenia, urządzania maszyn i zakładów wodnych, zajmują 220 pierwszych stron tej książki.

MACHALSKI MAUR. — *Pompa spiralna do wyciągania wody* : Gazeta przemysłowa, n. 41, str. 163. Kraków, 1866.

MACHALSKI MAUR. — *Przyrząd pana Caligny do podnoszenia wody* : Gazeta przemysłowa, n. 40, str. 161. Kraków, 1866.

MAJEWSKI J. — *Pogląd na wodociągi w mieście Warszawie* : Dziennik polytechniczny, poszyt czwarty i piąty. Warszawa, 1862.

MARTYNOWSKI A. — *Teorya ciśnienia cieczy na ściany płaskie i na ściany krzywe*. Pamiętnik Towarzystwa Nauk Ścisłych, tom III. Pa-ryż, 1873.

N. N. — *Najnowszej konstrukcyi wentylatory ciche czyli miechy wiatrakowe Schiele'go w Frankfurcie n. M* : Gazeta Przemysłowa, n. 9, str. 34. Kraków, 1866.

N. N. — *Zaopatrzenie wodą miasta Saint-Etienne* : Przegląd techniczny, tom I, str. 264. Warszawa, 1866.

N. N. — *Śruba wietrzna (kolo wietrzne) z poziomą osią, na zasadzie śruby Archimedes'a urządzona* : Gazeta przemysłowa, n. 22, str. 85. Kraków, 1866.

N. N. — *Hydrauliczny lewar* : Gazeta przemysłowa, n. 23, str. 89. Kraków, 1866.

N. N. — *Przyrząd hydrauliczny do podnoszenia wody, wynalazku pana Baudot* : Przegląd techniczny, tom III, str. 25. Warszawa, 1867.

N. N. — *Kenedy'ego przyrząd do mierzenia wody dla użytku towarzystw wodnych, fabrykantów, inżynierów, i t. d.* : Gazeta przemysłowa n. 60, str. 29. Kraków, 1867.

PUCHEWICZ A. — *Mechanika ogólna*. Warszawa, 1861.

Jej część III i IV zawiera Hydrostatykę i Hydrodynamikę.

ŚWIESZEWSKI J. — *O studniach artezyjskich w Warszawie* : Dziennik polytechniczny, poszyt 1 i 2. Warszawa, 1860.

W.-G. — *Pompą kalifornijską p. Mamby*. Przegląd techniczny, tom I, str. 94. Warszawa, 1866.

WEISBACH J. — *Mechanika teoretyczna dla użytku inżynierów i techników*. Przełożona na polskie z drugiego niemieckiego wydania przez Stanisława Bakka. Warszawa, 1856.

Dział piąty i szósty obejmuje Statykę i Dynamikę ciał płynnych.

WIERZBOWSKI W. — *O użyciu młynka Woltmann'a przy mierzeniu przepływu rzek* : Dziennik polytechniczny, poszyt 2. Warszawa, 1861. W przeglądzie pism zagranicznych.

WIERZBOWSKI W. — *Opis zaopatrzenia wodą miasta Londynu, i nowych projektów, z uwagami i krótkim poglądem na zadosyćuczynienie potrzebom w tym względzie miasta Warszawy* : Przegląd techniczny, tom III, str. 241. Warszawa, 1867.

WIERZBOWSKI W. — *Opis sposobu oznaczenia współczynników młynków Woltmanna i Baumgartena, użytych do spostrzeżeń nad przepływem wód w rzece Warcie i wypadki z takowych* : Przegląd techniczny, tom III, str. 3. Warszawa, 1867.

WITKOWSKI. — *Kilka doświadczeń w przedmiocie rozkładu prędkości wody, na jednej pionowej w rzece Wisle przy stanie jej zamarnięcia, pod lodem* : Dziennik polytechniczny, poszyt I, str. 10. Warszawa, 1862.

Są to pierwsze doświadczenia robione w celu oznaczenia wpływu oporów dna i lodu na rozkład prędkości. Pan Witkowski wyprowadza wzory ogólniejsze od wzorów p. Dupuit a prowadzące do równie prostych wypadków.

ERRATA.

Strona 12, wiersz 9 od góry, zamiast *więc*, czytaj *się*.

Strona 13, wiersz 6 od góry, zamiast *ciśnienieniz*, czytaj *ciśnienie*.

Strona 27, wiersz 11 od dołu, zamiast *dędziemy*, czytaj *będziemy*.

Strona 79, wiersz 2 od dołu, zamiast $n\varphi\left(v, \frac{vd}{dz}\right)$, czytaj

$$n\varphi\left(v, \frac{dv}{dz}\right).$$

Strona 127, wiersz 4 i 8 od góry, zamiast $\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{m} + 1\right)^2}}$, czytaj

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2}}.$$

Strona 193, wiersz 1 od dołu, zamiast $\frac{\omega_0 + s_0(r - r_0) + \frac{1}{2}e(r - r_0)^2}{+e(r - r_0)}$,

$$\text{czytaj } \frac{\omega_0 + s_0(r - r_0) + \frac{1}{2}e(r - r_0)^2}{s_0 + e(r - r_0)}.$$

Strona 200, wiersz 3 od dołu, (w przypisku), zamiast *t. II*, czytaj *t. III*.

Strona 253, wiersz 4 od dołu, zamiast $\int_0^L \frac{U^2 ds}{L}$, czytaj $\int_0^L \frac{U^2 ds}{D}$.

Strona 253, wiersz 8 od dołu, zamiast $Q_0 = P - Q_1$, czytaj $Q_0 = \Gamma + Q_1$.

Strona 303, wiersz 9 od dołu, zamiast $\delta''^m = 0^m, 33$, czytaj $\delta'' = 0^m, 33$.

Strona 310, wiersz 7 od góry, zamiast $R - D = t\sqrt{Q}$, czytaj $D = t\sqrt{Q}$.

Strona 311, wiersz 1 od dołu, zamiast $\frac{h - h'_1}{U}$, czytaj $\frac{h \pm h'_1}{L}$,

Strona 322, wiersz 2 od dołu, zamiast *przeciwnym* czytaj *przecwnym*.

Strona 323, wiersz 12 od dołu, zamiast *Settous*, czytaj *Settons*.

Strona 339, wiersz 5 od dołu, zamiast *osie* czytaj *one*.

Strona 352, wiersz 13 od góry, zamiast *Suszycim* czytaj *Surzycim*.

Strona 422, wiersz 8 od dołu, zamiast $\alpha \frac{\Pi(Q^0)}{g} (U'^2 - U^2)$, czytaj

$$\alpha \frac{\Pi(Q^0)}{2g} (U'^2 - U^2).$$

Strona 428, wiersz 4 od dołu, zamiast $\int \frac{\gamma}{\Omega^3}$, czytaj $\int \frac{\gamma}{\Omega^3} ds$.

Strona 430, wiersz 13 od dołu, zamiast *przez h szerokość*, czytaj *przez L szerokość*.

Strona 434, wiersz 4 od dołu, zamiast $dU = Ldh + \frac{d\Omega}{ds}$, czytaj

$$d\Omega = Ldh + \frac{d\Omega}{ds} ds.$$

Strona 434, wiersz 2 od dołu, zamiast $dU = -\frac{U}{\Omega} \left(Ldh + \frac{d\Omega}{ds} ds \right)$,

$$\text{czytaj } dU = -\frac{U}{\Omega} \left(Ldh + \frac{d\Omega}{ds} ds \right).$$

Strona 450, wiersz 12 od góry, zamiast *gałęzi*, czytaj *głębokości*.

Strona 483, pierwsza kolumna tablicy, zamiast 0,0531, czytaj 0,0351.

Strona 487, wiersz pierwszy od góry, zamiast CDDC', czytaj CDD'C'.

Strona 491, wiersz 9 od góry, zamiast $h > h$, czytaj $h' > h$.

Strona 499, wiersz 2 od dołu, zamiast $\frac{U^2}{2} = h_1 - h$, czytaj $\frac{U^2}{2g} = h_1 - h$.

Strona 541, wiersz 2 od góry, zamiast *sily żywej*, czytaj *połowy sily żywej*.

Strona 543, wiersz 3 od góry, zamiast $d\theta = 0$, czytaj $dQ = 0$.

Strona 553, wiersz 8 od góry, zamiast *składowe x, y, z*, czytaj *składowe X, Y, Z*.

Strona 569, wiersz 8 od góry, zamiast *przestrzeni*, czytaj *przestrzeni*.

Strona 586, wiersz 8 od góry, zamiast $-\int_{Q_0}^Q pdQ$, czytaj $-\int_{Q_0}^{Q'} pdQ$.

Strona 606, wiersz 13 od dołu (równanie (1)), zamiast $2 \frac{\Pi}{g} \omega \frac{u^2}{2g}$,

$$\text{czytaj } 2\Pi\omega \frac{u^2}{2g}.$$

Strona 616, wiersz 4 od góry, zamiast $\left(\frac{1}{m} - 1\right)$, czytaj $\left(\frac{1}{m} - 1\right)^2$.

Dotychczas niżej wymienione księgarnie zgłosiły się z obietnicą sprzedawania po stałych cenach wszystkich nakładów Biblioteki Kórnickiej i odbierają je wprost od Zarządu zaraz po wykończeniu każdego tomu.

w WARSZAWIE	pp. GEBETHNER i WOLFF.
»	» MICHAŁ GLUEKSBERG.
»	» J. J. OKOŃSKI.
»	» MAURYCY ORGELBRAND.
w KRAKOWIE	» JÓZEF CZECH.
»	» D. E. FRIEDLEIN (Rynek, 11).
»	» FR. TRZECIESKI (księgarnia wydawnictwa dzieł tanich i pożytecznych).
we LWOWIE	» A. D. BARTOSZEWICZ (księgarnia Polska, ulica Kopernika l. 12).
»	» GUBRYNOWICZ i SCHMIDT.
»	» MILIKOWSKI.
»	» F. H. RICHTER.
»	» KARÓL WILD.
w POZNANIU	» W. E. CZAPIŃSKI (księgarnia F. H. Richtera).
»	» MIECZYŚLAW LEITGEBER i SPÓŁKA.
»	» J. K. ŻUPAŃSKI.
w ŚREMIE	» K. GĄSIOROWSKI.
w TORUNIU	» F. T. RAKOWICZ.
w DREZNIE	» J. I. KRASZEWSKI.
w BERLINIE	» E. BOCK (księgarnia Behra, ulica pod Lipami, 27).
w PARYŻU	» Księgarnia Luksemburska, 16, rue de Tournon.

Z zamówieniami zgłaszać się należy do Zarządu Biblioteki Kórnickiej, pod adresem: Dr. Z. Celichowski w Kórniku (W. Ks. Poznańskie).

8058

97

805

bl. 25/3

23/215

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



II-357285

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000325777