

Włodzimierz Ciesielczyk  
Krzysztof Kupiec

# Chemical Engineering Calculations

## Part IV. Mass transfer process calculations

**Obliczenia w inżynierii chemicznej**  
Część IV. Obliczenia procesów przenoszenia masy

*Człowiek – najlepsza inwestycja*



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000283073



**Włodzimierz Ciesielczyk**  
**Krzysztof Kupiec**

# **Chemical Engineering Calculations**

## **Part IV. Mass transfer process calculations**

**Obliczenia w inżynierii chemicznej**  
Część IV. Obliczenia procesów przenoszenia masy



Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki  
Kraków 2014

CHAIRMAN OF THE CRACOW UNIVERSITY OF TECHNOLOGY  
PRESS EDITORIAL BOARD/  
PRZEWODNICZĄCY KOLEGIUM REDAKCYJNEGO  
WYDAWNICTWA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Jan Kazior

CHAIRMAN OF THE EDITORIAL BOARD/  
PRZEWODNICZĄCY KOLEGIUM REDAKCYJNEGO  
WYDAWNICTW NAUKOWYCH

Maria Misiągiewicz

SERIES EDITOR/REDAKTOR SERII

Wydział Inżynierii i Technologii Chemicznej/Faculty of Chemical Engineering and Technology

Witold Żukowski

REVIEWER/RECENZENT

Wojciech Zapala

SECTION EDITOR/SEKRETARZ SEKCJI

Agnieszka Filosek

EDITORIAL COMPILATION/OPRACOWANIE REDAKCYJNE

Michał M. Stachowski

COVER DESIGN/PROJEKT OKŁADKI

Michał Graffstein



11-343345

© Copyright by Politechnika Krakowska, Kraków 2014

ISBN 978-83-7242-7830

Wydawnictwo PK, ul. Skarżyńskiego 1, 31-866 Kraków; tel. 12 628 37 25, fax: 12 628 37 60  
e-mail: wydawnictwo@pk.edu.pl  www.wydawnictwo.pk.edu.pl  
Adres do korespondencji: ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków

Druk i oprawę wykonano w Dziale Poligrafii Politechniki Krakowskiej.  
Ark. wyd. 13,5.

Zam. 194/2014

Nakład 300 egz.

Egzemplarz bezpłatny

3PK-3-68/2015



## Contents

Preface.....	7
List of frequently used symbols.....	9
1. Absorption .....	13
1.1. Mass balance of countercurrent absorption .....	13
1.2. Mass balance of countercurrent desorption .....	14
1.3. Cocurrent absorption & desorption .....	16
1.4. Degree of recovery.....	17
1.5. Absorption with recirculation .....	17
1.6. Equilibrium absorption .....	19
1.7. Particular cases of absorption systems .....	20
2. Distillation .....	53
2.1. Equilibrium distillation .....	53
2.2. Batch distillation (differential).....	54
2.3. Steam distillation .....	55
2.4. Condensation .....	57
3. Rectification.....	77
3.1. Mass balance and thermal balance of a rectification column .....	77
3.2. Determination of the number of theoretical plates by McCabe–Thiele method .....	79
3.2.1. Equation of the upper and bottom operating line .....	79
3.2.2. Thermal condition of the feed .....	80
3.2.3. Minimum and actual reflux ratio .....	81
3.2.4. Determination of the number of theoretical plates .....	83
3.3. Determination of the number of theoretical plates by Ponchon–Savarit method .....	83
3.4. Packed rectification columns .....	86
4. Extraction .....	117
4.1. Triangular diagram.....	117
4.2. Single-stage extraction.....	118
4.3. Multistage countercurrent extraction .....	120
4.4. Multistage cross-current extraction .....	122

5.	Air humidification and drying .....	137
5.1.	Mixing of air with water or water vapor.....	137
5.2.	Directional scale in the $i - Y$ diagram.....	139
5.3.	Columns for humidification of air .....	139
5.4.	Devices for drying of air by condensation of water vapor .....	141
5.5.	Cooling towers.....	142
6.	Drying of solids .....	159
6.1.	Mass balance of a theoretical dryer .....	159
6.2.	Thermal balance of a theoretical dryer .....	161
6.3.	Drying kinetics.....	162
6.4.	Time of drying for constant drying conditions .....	162
6.5.	Driving force of the process of drying.....	164
7.	Polish texts.....	191
7.1.	Absorpcja .....	191
7.1.1.	Bilans masowy absorpcji przeciwwądowej .....	191
7.1.2.	Bilans masowy desorpcji przeciwwądowej .....	191
7.1.3.	Absorpcja i desorpcja współwądowa .....	192
7.1.4.	Stopień absorpcji .....	192
7.1.5.	Absorpcja z recyrkulacją .....	192
7.1.6.	Absorpcja równowagowa .....	192
7.1.7.	Szczególne przypadki układów absorpcyjnych.....	192
7.2.	Destylacja .....	199
7.2.1.	Destylacja równowagowa.....	199
7.2.2.	Destylacja kotłowa (różniczkowa) .....	200
7.2.3.	Destylacja z parą wodną.....	200
7.2.4.	Kondensacja .....	201
7.3.	Rektyfikacja .....	205
7.3.1.	Bilans masowy i cieplny kolumny rektyfikacyjnej .....	205
7.3.2.	Wyznaczanie liczby pólki teoretycznych metodą Mc Cabe'a i Thielego .....	206
7.3.2.1.	Równanie górnej i dolnej linii operacyjnej .....	206
7.3.2.2.	Stan cieplny surowca.....	206
7.3.2.3.	Minimalna i rzeczywista liczba powrotu .....	207
7.3.2.4.	Wyznaczanie liczby pólki teoretycznych .....	207
7.3.3.	Wyznaczanie liczby pólki teoretycznych metodą Ponchona-Savarita.....	208
7.3.4.	Kolumny rektyfikacyjne z wypełnieniem.....	209
7.4.	Ekstrakcja .....	216
7.4.1.	Wykres trójkątny.....	216
7.4.2.	Ekstrakcja jednostopniowa.....	216

7.4.3. Wielostopniowa ekstrakcja przeciwprądowa .....	217
7.4.4. Wielostopniowa ekstrakcja krzyżowoprądowa .....	218
7.5. Nawilżanie i suszenie powietrza.....	221
7.5.1. Mieszanie powietrza z wodą lub parą wodną.....	221
7.5.2. Skala kierunkowa na wykresie $i - Y$ .....	221
7.5.3. Kolumny do nawilżania powietrza.....	222
7.5.4. Aparaty do suszenia powietrza przez wykraplanie pary wodnej...	222
7.5.5. Chłodnie kominowe.....	222
7.6. Suszenie ciał stałych .....	226
7.6.1. Bilans masowy suszarki teoretycznej.....	226
7.6.2. Bilans cieplny suszarki teoretycznej .....	227
7.6.3. Kinetyka suszenia.....	227
7.6.4. Czas suszenia przy stałych parametrach powietrza suszącego.....	227
7.6.5. Siła napędowa procesu suszenia.....	228
Auxiliary tables.....	235
A list of recommended literature supporting .....	246





## **Preface**

This handbook on process calculations of mass exchangers in chemical engineering (being the last part of Chemical Engineering Calculations handbook) is intended for students of Faculty of Chemical Engineering and Technology of Cracow University of Technology.

Each chapter of the handbook consists of three parts. In the descriptive part, theoretical information necessary for solving calculation problems is presented. The second part of each chapter contains a range of examples, which are solved and supplemented with explanations and comments. In the third part, problems for independent solving are included, with the answers for verification. This edition is written mainly in English. However, the last chapter containing a descriptive part, examples and problems is also in Polish.

This fourth part of the Chemical Engineering Calculations handbook, employs the theory of mass transfer presented in part III.

At the end of the handbook, selected value tables (mainly physical and equilibrium properties) are provided, in the scope needed for solving the examples and problems presented.





### List of frequently used symbols

$a$	–	specific area powierzchnia właściwa
$A$	–	area of surface pole powierzchni
$c, C$	–	mass and molar heat capacity masowe i molowe ciepło właściwe
$C$	–	mass or mass flow rate of extractant (in Section 4) masa lub masowe natężenie przepływu ekstrahentu
$D$	–	amount of moles or molar flow rate of distillate (in Sections 2 and 3) liczba moli lub molowe natężenie przepływu destylatu
$E$	–	mass or mass flow rate of extract phase (in Section 4) masa lub masowe natężenie przepływu ekstraktu
$g$	–	mass velocity prędkość masowa
$G$	–	mass flow rate of gas masowe natężenie przepływu gazu
$H$	–	height wysokość
$i$	–	molar enthalpy (in Section 3) entalpia molowa
$i$	–	mass enthalpy (in Section 2, 5, 6) entalpia masowa
$k_Y$	–	mass-transfer coefficient współczynnik wnikania masy
$L$	–	mass flow rate of liquid phase (in Section 1, 5) masowe natężenie przepływu fazy ciekłej

10	
$L$	– amount of moles or molar flow rate of liquid phase (in section 2, 3) liczba moli lub molowe natężenie przepływu fazy ciekłej
$m$	– mass masa
$M$	– molar mass masa molowa
$\dot{m}$	– mass flow rate masowe natężenie przepływu
$p, P$	– partial and total pressure ciśnienie cząstkowe i ogólne
$p_{\text{sat}}$	– saturation pressure ciśnienie pary nasyconej
$Q$	– heat flow rate strumień ciepła
$r$	– heat of evaporation ciepło parowania
$r_{\text{mol}}$	– molar heat of evaporation molowe ciepło parowania
$R$	– reflux ratio (in Section 3) liczba powrotu
$R$	– mass or mass flow rate of raffinate phase (in Section 4) masa lub masowe natężenie przepływu rafinatu
$S$	– amount of moles or molar flow rate of feed (Section 3) liczba moli lub molowe natężenie przepływu surowca
$S$	– mass or mass flow rate of extraction feed (Section 4) masa lub natężenie przepływu surowca do ekstrakcji
$S$	– mass flow rate of absolutely dry solid (Section 6) natężenie przepływu materiału całkowicie suchego
$S$	– area of cross section pole powierzchni przekroju
$t$	– time czas

$T$	–	temperature temperatura
$u$	–	velocity of fluid prędkość płynu
$u$	–	moisture content of solid on wet solid basis (in Section 6) wilgotność ciała stałego odniesiona do masy materiału wilgotnego
$V$	–	molar flow rate of vapor (in Section 3) molowe natężenie przepływu oparów
$\dot{V}$	–	volume flow rate objętościowe natężenie przepływu
$W$	–	molar flow rate of bottoms (in Section 3) molowe natężenie przepływu wywaru
$W$	–	mass flow rate of moisture (water) (in Section 6) masowe natężenie przepływu wilgoci
$x, y$	–	mass fraction udział masowy
$X, Y$	–	mass ratio stosunek masowy
$x_{\text{mol}}, y_{\text{mol}}$	–	molar fraction udział molowy
$X_{\text{mol}}, Y_{\text{mol}}$	–	molar ratio stosunek masowy
$Y$	–	absolute humidity of gas wilgotność bezwzględna gazu
$z$	–	moisture content of solid on dry solid basis wilgotność ciała stałego odniesiona do masy materiału suchego
$\rho$	–	density gęstość
$\varphi$	–	relative humidity of gas wilgotność względna gazu





# 1. ABSORPTION

## 1.1. MASS BALANCE OF COUNTERCURRENT ABSORPTION

The balance of the countercurrent absorption, using designations is in Fig. 1.1, is shown by the following equation

$$G_A = G_i (Y_1 - Y_{II}) = L_i (X_1 - X_{II}) \quad (1.1)$$

where:

- $G_A$  – rate of mass transfer (amount of absorbed component A per unit time, kg/s,
- $G_i$  – flow rate of the gaseous inert, kg/s,
- $L_i$  – flow rate of the liquid inert, kg/s,
- $Y, X$  – mass ratios of component A in the gaseous and liquid phase.

The balance has the same form, when the flow rates and concentrations are expressed as molar quantities. The equation of the operating line has the following form

$$Y = \frac{L_i}{G_i} X - \frac{L_i}{G_i} X_{II} + Y_I \quad (1.2a)$$

or

$$Y = \frac{L_i}{G_i} X - \frac{L_i}{G_i} X_{II} + Y_{II} \quad (1.2b)$$

For the molar flow rates and concentrations, the equation of the operating line has an analogous form.

Minimum absorbent demand (in relation to the flow rate of the gaseous inert) equals to (Fig. 1.2)

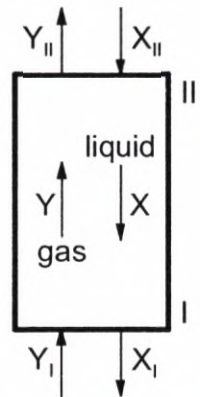


Fig. 1.1. Diagram of countercurrent absorption

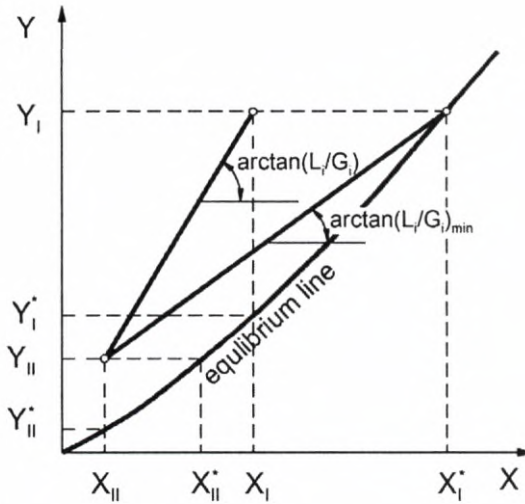


Fig. 1.2. Operating line and equilibrium line for countercurrent absorption

$$\left(\frac{L_i}{G_i}\right)_{\min} = \frac{Y_I - Y_{II}}{X_I^* - X_{II}} \frac{\text{kg liquid inert}}{\text{kg gaseous inert}} \quad (1.3)$$

The actual value of the  $L_i/G_i$  ratio is by  $b$  times higher than the minimum value

$$\left(\frac{L_i}{G_i}\right) = b \left(\frac{L_i}{G_i}\right)_{\min} \quad (1.4)$$

Outlet concentration of a component in the liquid phase equals to

$$X_I = \frac{Y_I - Y_{II}}{\left(\frac{L_i}{G_i}\right)} + X_{II} \quad (1.5)$$

In case when  $X_{II} = 0$ , the relation (1.5) may be written down in the following form

$$X_I = \frac{1}{b} X_I^* \quad (1.6)$$

## 1.2. MASS BALANCE OF COUNTERCURRENT DESORPTION

For the countercurrent desorption, using designations is in Fig. 1.1, ( $Y_I < Y_{II}$ ), the balance equation has the following form



$$G_A = G_i(Y_{II} - Y_I) = L_i(X_{II} - X_I) \quad (1.7)$$

Minimum demand for desorbing gas (in relation to the flow rate of the liquid) equals to (Fig. 1.3)

$$\left(\frac{G_i}{L_i}\right)_{\min} = \frac{X_{II} - X_I}{Y_{II}^* - Y_I} \quad (1.8)$$

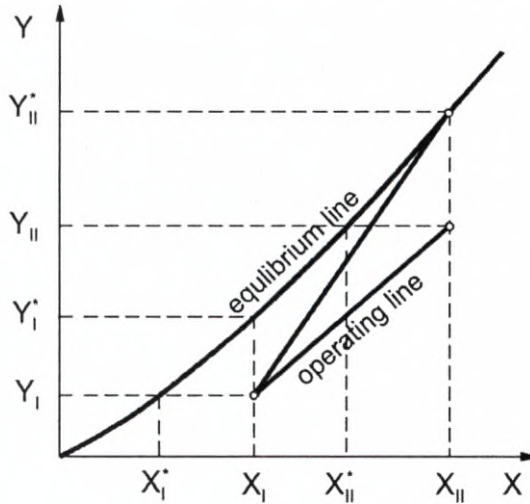


Fig. 1.3. Operating line and equilibrium line for countercurrent desorption

The actual ratio of the flow rates of the gaseous phase and the liquid phase is higher than the minimum value

$$\left(\frac{G_i}{L_i}\right) = b' \left(\frac{G_i}{L_i}\right)_{\min} \quad (1.9)$$

where  $b'$  is a gas excess coefficient in relation to the minimum amount. Concentration of a component at the outlet of the gaseous phase equals to

$$Y_{II} = \frac{X_{II} - X_I}{\left(\frac{G_i}{L_i}\right)} + Y_I \quad (1.10)$$

of for the case when  $Y_I = 0$

$$Y_{II} = \frac{1}{b'} Y_{II}^* \quad (1.11)$$

### 1.3. COCURRENT ABSORPTION & DESORPTION

For the cocurrent absorption (Fig. 1.4), the following equation is in force

$$\left(\frac{L_i}{G_i}\right)_{\min} = \frac{Y_I - Y_{II}}{X_{II}^* - X_I} \quad (1.12)$$

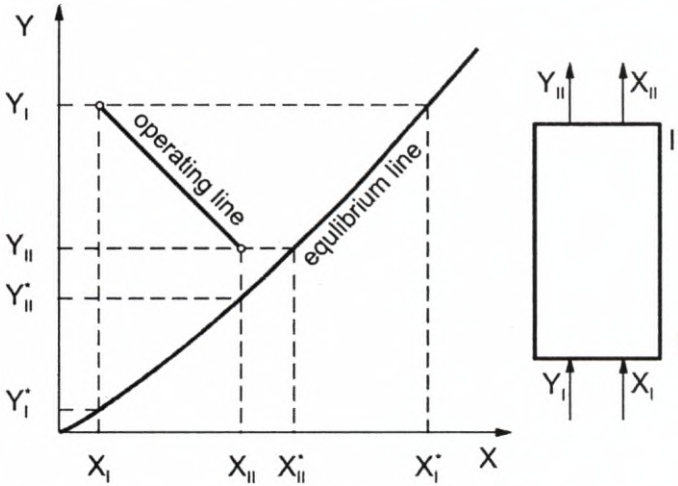


Fig. 1.4. Operating line and equilibrium line for cocurrent absorption

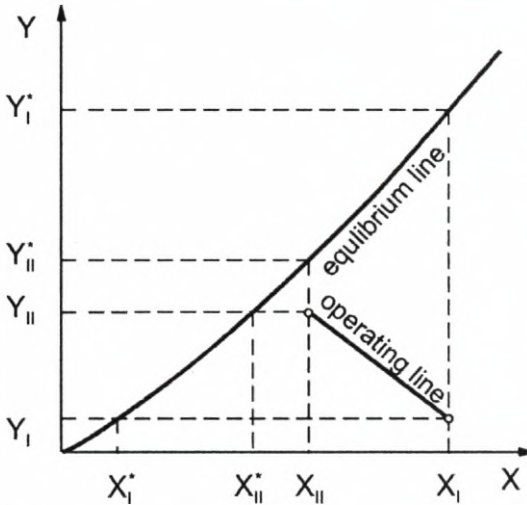


Fig. 1.5. Operating line and equilibrium line for cocurrent desorption

For the cocurrent desorption (Fig. 1.5), minimum demand for the gas (in relation to the flow rate of the liquid) equals to

$$\left(\frac{G_i}{L_i}\right)_{\min} = \frac{X_{II} - X_I}{Y_{II}^* - Y_I} \quad (1.13)$$

#### 1.4. DEGREE OF RECOVERY

Degree of recovery is a ratio of the amount of absorbed component to the amount of this component fed into the apparatus

$$\eta = \frac{Y_I - Y_{II}}{Y_I} \quad (1.14)$$

If the absorbent at the inlet does not contain the component that is to be absorbed then  $X_{II} = 0$  and according to definition absorption efficiency  $\psi = (Y_I - Y_{II})/(Y_I - mX_{II})$  and (1.14) absorption efficiency and degree of recovery are equal:  $\psi = \eta$ .

#### 1.5. ABSORPTION WITH RECIRCULATION

At an insufficient spraying degree, resulting from the calculated value of  $(L_i/G_i)$ , recirculation of a part of the liquid carried off from the column is used. Mass balance of such an absorption is shown by the following equation

$$G_i (Y_I - Y_{II}) = L_i (X_I - X_0) = r L_i (X_I - X_{II}) \quad (1.15)$$

(the designations are explained in Fig. 1.6).

Degree of recirculation (multiplicity) shows how many times the flow rate of the liquid inert inside the column is higher than the flow rate of the inert inflow in the liquid supplied. It may be calculated based on the following equation

$$r = \frac{X_I - X_0}{X_I - X_{II}} \quad (1.16)$$

The maximum value for the degree of recirculation is calculated based on the following formula

$$r_{\max} = \frac{X_I - X_0}{X_I - X_{II}^*} \quad (1.17)$$



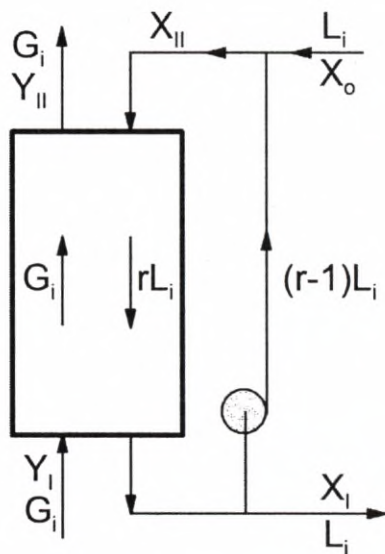


Fig. 1.6. Countercurrent absorption with recirculation

where  $X_{ii}^*$  is the equilibrium concentration of a component in the liquid in relation to  $Y_{ii}$  (Fig. 1.7).

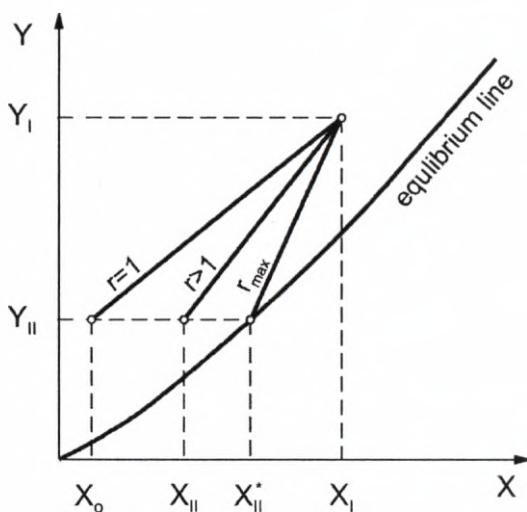


Fig. 1.7. Course of the operating lines for absorption with recirculation



## 1.6. EQUILIBRIUM ABSORPTION

By contacting a gas with a component concentration of  $Y_{in}$  with a liquid with a component concentration of  $X_{in}$  (Fig. 1.8), and then separating the phases, after a long enough contact time, one obtains products with concentrations in equilibrium with one another,  $X_{out}^*$ ,  $Y_{out}^*$ . In the plot, it means a transition from point A ( $X_{in}$ ,  $Y_{in}$ ) to point B ( $X_{out}^*$ ,  $Y_{out}^*$ ), along a straight line with the following slope

$$\frac{Y_{in} - Y_{out}^*}{X_{in} - X_{out}^*} = -\frac{L_i}{G_i} \quad (1.18)$$

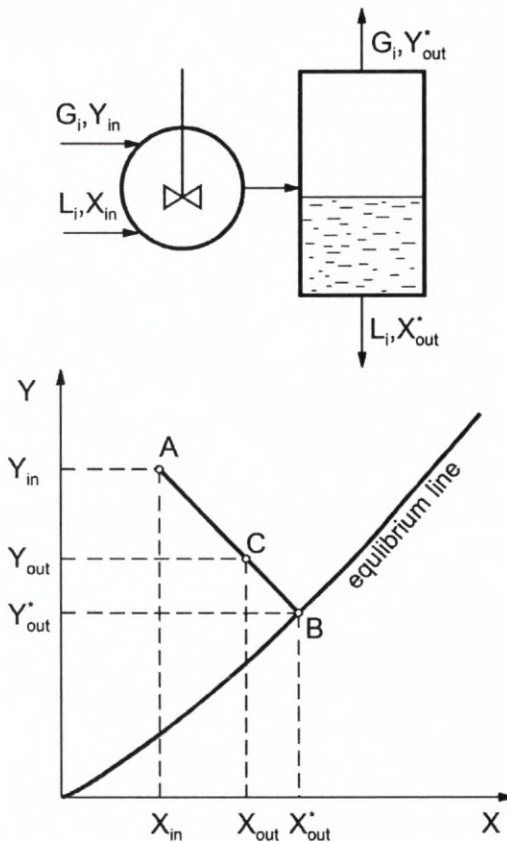


Fig. 1.8. Equilibrium absorption

After a shorter contact time, the equilibrium will not be achieved, and the process will end in point C ( $X_{out}$ ,  $Y_{out}$ ); the ratio

$$E = \frac{\overline{AC}}{AB} = \frac{X_{out} - X_{in}}{X_{out}^* - X_{in}} = \frac{Y_{in} - Y_{out}}{Y_{in} - Y_{out}^*} \quad (1.19)$$

is called efficiency of the step.

## 1.7. PARTICULAR CASES OF ABSORPTION SYSTEMS

When the gas flowing into the absorber contains no inert (pure component  $A$ ), resistance on the gaseous side does not occur, and the concentration of the component in the liquid at the interface remains in an equilibrium with the pure component  $A$  (e.g. for  $p^* = Hx_{mol}$  equilibrium,  $x_{mol z} = P/H = \text{const}$  at the interface). Thus, by solving a differential equation written down for molar fractions

$$d(L_{mol} x_{mol}) = k_{x mol} a_e S (x_{mol z} - x_{mol}) dh \quad (1.20)$$

by approximating  $L_{mol} \cong L_{mol i} = \text{const}$  and  $k_{x mol} = \text{const}$ , one obtains

$$h = \frac{L_{mol i}}{k_{x mol} a_e S} \cdot \ln \frac{x_{mol z} - x_{mol I}}{x_{mol z} - x_{mol II}} \quad (1.21)$$

where the indices I and II pertain to the inlet and the outlet of a packed apparatus.

The second particular system is the case of lack of diffusion resistance in the liquid phase and zero equilibrium concentration of the component in the gaseous phase, e.g. in the result of a fast irreversible chemical reaction in the solution. Then, the equilibrium line is in line with the  $x$ -axis.

### EXAMPLE 1.1

Benzene is to be absorbed from a gaseous mixture, in a countercurrent absorber using an oil. The system has a temperature of  $43^\circ\text{C}$  and a pressure of  $1013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . The flow rate of the gaseous mixture referred to normal conditions, equals to  $1000 \text{ m}^3/\text{h}$ . The benzene concentration in the gas at the inlet equals to 12.7% molar, and at the outlet – 1.5% molar. The flow rate of the absorbent containing 1% molar of benzene at the inlet equals to  $13 \text{ kmol/h}$ . The equilibrium of the system may be described with the equation  $p^* = 25791 x_{mol}$ , the pressure being expressed in [Pa]. A value of the height of an overall mass transfer unit found experimentally equals to  $h_{OG} = 0.6 \text{ m}$ . Calculate the height of the packing. Calculate also the diameter of the column, at which the velocity of the gaseous phase in the lower cross-section of the column will amount to  $0.8 \text{ m/s}$ .

Concentrations of benzene in the gaseous phase and in the liquid phase, expressed as molar ratio, amount to

$$Y_{\text{mol I}} = \frac{12.7}{100 - 12.7} = 0.1455$$

$$Y_{\text{mol II}} = \frac{1.5}{100 - 1.5} = 0.0152$$

$$X_{\text{mol II}} = \frac{1}{100 - 1} = 0.0101$$

Molar flow rate of the gaseous mixture is calculated as for the ideal gas

$$G_{\text{mol I}} = \frac{1000}{22.42} = 44.64 \text{ kmol/h}$$

Therefore, the flow rates of the inerts amount to

$$G_{\text{mol } i} = \frac{G_{\text{mol I}}}{1 + Y_{\text{mol I}}} = \frac{44.64}{1 + 0.1455} = 38.97 \text{ kmol/h}$$

$$L_{\text{mol } i} = \frac{L_{\text{mol II}}}{1 + X_{\text{mol II}}} = \frac{13}{1 + 0.0101} = 12.87 \text{ kmol/h}$$

Concentration of benzene in the outlet liquid may be determined based on the equation (1.5)

$$\begin{aligned} X_{\text{mol I}} &= \frac{G_{\text{mol } i}}{L_{\text{mol } i}} (Y_{\text{mol I}} - Y_{\text{mol II}}) + X_{\text{mol II}} = \\ &= \frac{38.97}{12.87} (0.1455 - 0.0152) + 0.0101 = 0.4045 \end{aligned}$$

For calculation of the packing height, the formula written down for molar ratios in the following form is used

$$h = h_{0G} \int_{Y_{\text{mol II}}}^{Y_{\text{mol I}}} \frac{dY_{\text{mol}}}{Y_{\text{mol}} - Y_{\text{mol}}^*} = h_{0G} N_{0G}$$

The equation of the operating line has the following form

$$\begin{aligned} Y_{\text{mol}} &= \frac{L_{\text{mol}i}}{G_{\text{mol}i}} X_{\text{mol}} - \frac{L_{\text{mol}i}}{G_{\text{mol}i}} X_{\text{mol II}} + Y_{\text{mol II}} = \\ &= \frac{12.87}{38.97} X_{\text{mol}} - \frac{12.87}{38.97} \cdot 0.0101 + 0.0152 \end{aligned}$$

and after transformation

$$X_{\text{mol}} = 3.028 Y_{\text{mol}} - 0.0360$$

For several points from the  $(Y_{\text{mol II}}, Y_{\text{mol I}})$  range, the following is found successively

- $X_{\text{mol}}$  from the equation of the operating line,
- $x_{\text{mol}} = \frac{X_{\text{mol}}}{1 + X_{\text{mol}}}$ ,
- equilibrium vapor pressure of benzene  $p^* = 25791 x_{\text{mol}}$ ,
- $y_{\text{mol}}^* = \frac{p^*}{P}$  where  $P = 1.013 \cdot 10^5$  Pa.

Result of calculations are shown in the Table

$Y_{\text{mol}}$	$Y_{\text{mol}}^*$	$\frac{1}{Y_{\text{mol}} - Y_{\text{mol}}^*}$
0.01523	0.00255	78.86
0.04	0.0203	50.761
0.08	0.0454	28.90
0.12	0.0669	18.832
0.1455	0.07903	15.044

The value of  $N_{0G}$  is determined graphically (Fig. 1.9). The surface area under the curve is by 44.3 times larger than the elementary surface area in the form of a square with the surface area of  $0.01 \cdot 10 = 0.1$ . Thus, the integral of  $\frac{1}{Y_{\text{mol}} - Y_{\text{mol}}^*} = f(Y_{\text{mol}})$  function in the limits from  $Y_{\text{mol II}}$  to  $Y_{\text{mol I}}$ , or the number of units of the mass transfer equals to  $N_{0G} = 0.1 \cdot 44.3 = 4.43$ . The packing height equals to

$$h = h_{0G} N_{0G} = 0.6 \cdot 4.43 = 2.66 \text{ m}$$

The column diameter is calculated based on the given gas velocity

$$D_c = \sqrt{\frac{4 \dot{V} T}{\pi u_G T_0}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1000}{\pi \cdot 0.8 \cdot 3600} \cdot \frac{273 + 43}{273}} = 0.715 \text{ m}$$



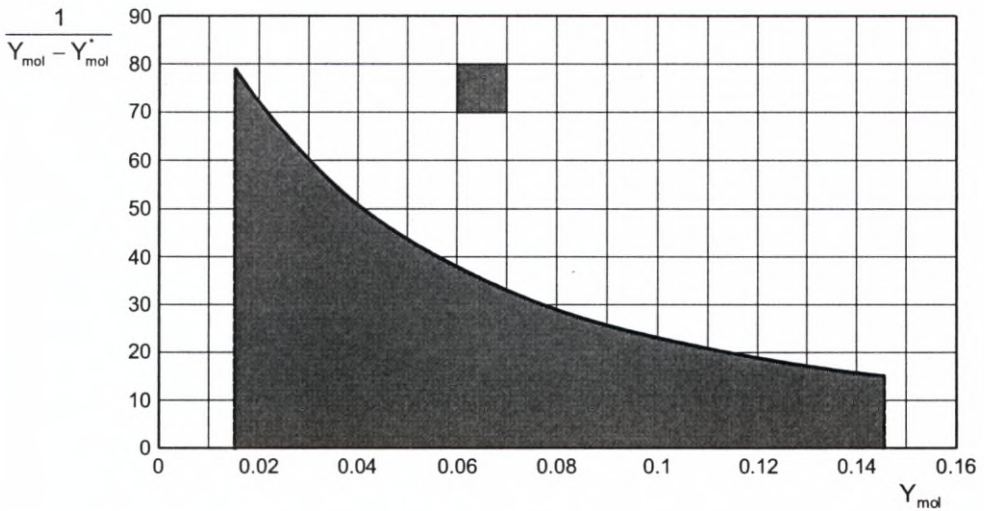


Fig. 1.9. Graphical determination of  $N_{OG}$

### EXAMPLE 1.2

Carbon dioxide is absorbed in aqueous KOH solution from an inert gas. The gaseous mixture flows in to the absorber in the amount of  $\dot{V}_1 = 5280 \text{ m}^3/\text{h}$ , referred to normal conditions ( $T_0 = 273.15 \text{ K}$ ,  $P_0 = 1013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ). The carbon dioxide concentration is  $y_{\text{mol}1} = 0.098$ . The waste gas contains 6% of the  $\text{CO}_2$  contained in the inlet gas. Considering the fast irreversible reaction in the liquid phase, the equilibrium concentration of  $\text{CO}_2$  in the gaseous phase at the interface may be assumed as equal to zero. Mass-transfer coefficient calculated for the anticipated process conditions, i.e. for the gas flow rate of  $u_G = 0.8 \text{ m/s}$  at the temperature of  $23^\circ\text{C}$  and pressure of  $1047 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , equals to  $k_p = 1735 \cdot 10^{-5} \text{ kmol}/(\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{Pa})$ . Calculate the necessary packing height with specific surface area of  $a = 52 \text{ m}^2/\text{m}^3$ , assuming its total wetting with the liquid.

Considering the unit of the cited mass-transfer coefficient, concentrations in the gaseous phase will be expressed by the partial pressure of  $\text{CO}_2$ , which equals to, at the inlet

$$p_1 = y_{\text{mol}1} \cdot P = 0.098 \cdot 1.047 \cdot 10^5 = 10257 \text{ Pa}$$

Out of the total amount  $\dot{V}_1 y_{\text{mol}1}$  of carbon dioxide in the gas, 94% is absorbed, therefore the amount of the waste gas is equal to  $\dot{V}_1 - 0.94 \dot{V}_1 y_{\text{mol}1}$ , and it contains  $0.06 \dot{V}_1 y_{\text{mol}1}$  of carbon dioxide. Thus, the outlet concentration equals to

$$y_{\text{mol II}} = \frac{0.06 y_{\text{mol I}}}{1 - 0.94 y_{\text{mol I}}} = \frac{0.06 \cdot 0.098}{1 - 0.94 \cdot 0.098} = 0.00648$$

and the partial pressure

$$p_{\text{II}} = y_{\text{mol II}} P = 0.00648 \cdot 1.047 \cdot 10^5 = 678 \text{ Pa}$$

Under normal conditions, the rate of  $\text{CO}_2$  absorbed is equal to

$$\dot{V}_A = 0.94 \dot{V}_I y_{\text{mol I}} = 0.94 \cdot 5280 \cdot 0.098 = 486.4 \text{ m}^3/\text{h}$$

corresponding to

$$G_{\text{mol A}} = \frac{\dot{V}_A}{22.42} = \frac{486.4}{22.42} = 21.7 \frac{\text{kmol CO}_2}{\text{h}}$$

The driving difference of partial pressures equals to

$$\Delta p_m = \frac{(p_I - 0) - (p_{\text{II}} - 0)}{\ln \frac{p_I - 0}{p_{\text{II}} - 0}} = \frac{p_I - p_{\text{II}}}{\ln \frac{p_I}{p_{\text{II}}}} = \frac{10257 - 678}{\ln \frac{10257}{678}} = 3526 \text{ Pa}$$

The surface area of the packing is calculated based on the specific surface area

$$A = a_e S h = \frac{G_{\text{mol A}}}{k_p \cdot \Delta p_m} = \frac{21.7}{1.735 \cdot 10^{-5} \cdot 3526} = 354.7 \text{ m}^2$$

The surface area of the column cross-section equals to

$$S = \frac{\dot{V}_I}{u_G} \frac{T}{T_0} \frac{P_0}{P} = \frac{5280}{3600 \cdot 0.8} \cdot \frac{273 + 23}{273} \cdot \frac{1.013}{1.047} = 1.92 \text{ m}^2$$

Thus, the height of the packing layer is equal to

$$h = \frac{A}{a_e S} = \frac{354.7}{52 \cdot 1.92} = 3.55 \text{ m}$$

### EXAMPLE 1.3

In an absorption column with recirculation, methanol is absorbed from reaction waste gases using water. The methanol contents at the inlet of the gaseous phase

equals to 5.2% by vol., and the degree of its recovery is to amount to 90%. Molar mass of the gaseous inert is equal to 41.3 kg/kmol, the process temperature is 20°C, pressure – 0.1 MPa. Calculate the minimum demand of water and concentration of methanol in the water flowing out of the column, if the flow rate of the water is twice as large as the minimum value. Calculate the maximum degree of recirculation and the methanol concentration in the liquid phase at the inlet to the column, when the recirculated stream constitutes 82% of the maximum stream. The equilibrium data for the methanol-water system at 20°C are as follows:

$p$ [mm Hg]	9.0	28.5	38	46
$X$ [kg/100 kg H <sub>2</sub> O]	2	6	8	10

Conversion of the equilibrium data into mass ratios:

$Y = \frac{32}{41.3} \frac{p}{P-p}$	0.0093	0.0305	0.0412	0.0505
$X$ [kg/kg]	0.02	0.06	0.08	0.1
$m = Y/X$	0.465	0.508	0.515	0.505

Average slope of the equilibrium line is equal to

$$m_m = \frac{0.465 + 0.508 + 0.515 + 0.505}{4} = 0.498$$

Thus, the equilibrium line may be approximated by the following equation

$$Y^* = 0.498X$$

The inlet concentration of methanol in the gaseous phase is equal to (designations as in Fig. 1.6)

$$Y_1 = \frac{M_A}{M_{iG}} \frac{y_{\text{mol I}}}{1 - y_{\text{mol I}}} = \frac{32}{41.3} \cdot \frac{0.052}{1 - 0.052} = 0.0425$$

Based on the degree of recovery, one may calculate using the formula (1.14)

$$Y_{II} = (1 - \eta) Y_1 = (1 - 0.9) \cdot 0.0425 = 0.00425$$

Concentration of methanol in the inlet liquid (water)  $X_0 = 0$ , while in the liquid being in equilibrium with the inlet gas, concentration of methanol equals to



$$X_I^* = \frac{Y_I}{m} = \frac{0.0425}{0.498} = 0.0853$$

Minimum demand for water without recirculation ( $X_{II} = X_0$ ) equals to

$$\left(\frac{L_i}{G_i}\right)_{\min} = \frac{Y_I - Y_{II}}{X_I^* - X_{II}} = \frac{0.0425 - 0.00425}{0.0853 - 0} = 0.448 \frac{\text{kg water}}{\text{kg gaseous inert}}$$

According to the subject, actual water consumption is equal to

$$\left(\frac{L_i}{G_i}\right) = 2 \left(\frac{L_i}{G_i}\right)_{\min} = 2 \cdot 0.448 = 0.896$$

Concentration of methanol in the outlet liquid  $X_I$  is calculated from the equation (1.5)

$$X_I = X_{II} + \frac{Y_I - Y_{II}}{\left(\frac{L_i}{G_i}\right)} = 0 + \frac{0.0425 - 0.00425}{0.896} = 0.0427$$

Concentration of methanol in the liquid phase, in equilibrium with the waste gas, equals to

$$X_{II}^* = \frac{Y_{II}}{m} = \frac{0.00425}{0.498} = 0.00853$$

Maximum degree of recirculation equals to (equation (1.17))

$$r_{\max} = \frac{X_I - X_0}{X_I - X_{II}^*} = \frac{0.0427 - 0}{0.0427 - 0.00853} = 1.248$$

meaning that there is 0.248 kg of water contained in the recirculated stream per 1 kg of pure water. Therefore,  $1.248 \cdot L_i$  of the liquid at maximum flows in the column, and the recirculated stream carries  $0.248 \cdot L_i$  kg/s of water. Assuming the recirculated stream as 82% of the maximum stream, one obtains

$$r = 1 + 0.82 \cdot 0.248 = 1.203$$

hence the concentration of methanol in the inlet liquid  $X_{II}$  (after mixing) is calculated



$$r = \frac{X_I - X_0}{X_I - X_{II}}$$

$$X_{II} = 0.0427 - \frac{0.0427}{1.203} = 0.0072$$

#### EXAMPLE 1.4

To a laboratory desorption column with a diameter of  $D = 0.2$  m, packed with  $25 \times 25 \times 2.4$  Raschig rings ( $a = 174 \text{ m}^2/\text{m}^3$ ) with the bed height of  $h = 0.3$  m, an ammonia water solution with a concentration of  $x_{II} = 0.07$  and pure air in an amount of  $5750 \text{ kg}/(\text{m}^2\text{h})$  are conveyed in a countercurrent. The liquid after desorption has a concentration of  $x_I = 0.0186$ , and the waste gas contains 5% by vol. of ammonia. The process is carried out under pressure of  $P = 100 \text{ kPa}$  at  $30^\circ\text{C}$ . Determine the overall mass-transfer coefficient  $K_Y$ .

Courses of the operating line and the equilibrium line are shown in Fig. 1.10. The concentrations should be expressed as mass ratios

$$\text{outlet of the liquid} \quad X_I = \frac{x_I}{1 - x_I} = \frac{0.0186}{1 - 0.0186} = 0.0189$$

$$\text{inlet of the liquid} \quad X_{II} = \frac{x_{II}}{1 - x_{II}} = \frac{0.07}{1 - 0.07} = 0.0752$$

$$\text{outlet of the gas} \quad Y_{II} = \frac{M_A}{M_{IG}} \frac{y_{\text{mol II}}}{1 - y_{\text{mol II}}} = \frac{17}{29} \cdot \frac{0.05}{1 - 0.05} = 0.03085$$

In Table AT-1, partial pressures of  $\text{NH}_3$  at  $30^\circ\text{C}$  in equilibrium with  $X_I$  and  $X_{II}$  (using linear interpolation) are found

$$p_I^* = 2.426 \text{ kPa} \quad \text{and} \quad p_{II}^* = 10.63 \text{ kPa}$$

The partial pressures are converted to mass ratios

$$Y_I^* = 0.0145 \quad \text{and} \quad Y_{II}^* = 0.0697$$

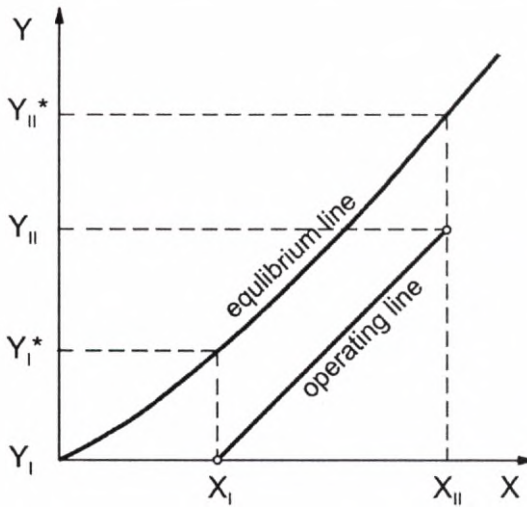


Fig. 1.10. Operating line and equilibrium line

Average driving force of the desorption process equals to

$$\Delta Y_m = \frac{(Y_{II}^* - Y_{II}) - (Y_1^* - Y_1)}{\ln \frac{Y_{II}^* - Y_{II}}{Y_1^* - Y_1}} = \frac{(0.0697 - 0.03085) - (0.0145 - 0)}{\ln \frac{0.0697 - 0.03085}{0.0145 - 0}} = 0.0247$$

Mass velocity of the liquid flowing through the column is calculated based on the mass balance of desorption

$$g_{iG}(Y_{II} - Y_1) = g_{iL}(X_{II} - X_1)$$

$$5750 \cdot (0.03085 - 0) = g_{iL}(0.0752 - 0.0189)$$

hence

$$g_{iL} = 3151 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{h}}$$

Assuming density as for water at 30°C (Table AT-2), apparent velocity of the liquid is calculated

$$u_L = \frac{g_{iL}}{\rho_L} = \frac{3151}{3600 \cdot 995.7} = 0.879 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

Then, the degree of utilization of the packing surface area is calculated

$$\varphi_e = 3.39 u_L^{0.187} \exp\left(-0.08 \frac{h}{D}\right)$$

$$\varphi_e = 3.39 \cdot (0.879 \cdot 10^{-3})^{0.187} \cdot \exp\left(-0.08 \cdot \frac{0.3}{0.2}\right) = 0.81$$

Coefficient of the mass transfer is calculated from the equation of the mass transfer

$$G_{iG} (Y_{II} - Y_I) = K_Y S a \varphi_e h \Delta Y_m$$

while

$$\frac{G_{iG}}{S} = g_{iG} = 5750 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{h}}$$

therefore

$$K_Y = \frac{g_{iG} (Y_{II} - Y_I)}{a \varphi_e h \Delta Y_m} = \frac{5750 \cdot (0.03085 - 0)}{174 \cdot 0.81 \cdot 0.3 \cdot 0.0247} = 170 \frac{\text{kg NH}_3}{\text{m}^2 \text{h} [\text{Y}]}$$

#### EXAMPLE 1.5

Propylene constituting 3% by vol. in a gaseous mixture is to be absorbed using kerosene in a plate column at 25°C under pressure of 0.4 MPa. The gas-liquid equilibrium is shown by the following equation

$$Y_{\text{mol}}^* = 2.1 X_{\text{mol}}$$

A decrease in propylene contents in the gas to 1% by vol. is expected using 1.6-fold kerosene excess in relation to the minimum amount. Assuming Murphree efficiency for this system and plates used equal to 0.25, find the number of actual plates and total column efficiency.

#### Conversion of concentrations

$$Y_{\text{mol I}} = \frac{3}{100 - 3} = 0.03093$$

$$Y_{\text{mol II}} = \frac{1}{100 - 1} = 0.01010$$

Equilibrium concentration of propylene in the outlet liquid equals to

$$X_{\text{mol I}}^* = \frac{Y_{\text{mol I}}}{2.1} = \frac{0.03093}{2.1} = 0.01473$$

As a 1.6-fold excess of the absorbent not containing the component being absorbed, final concentration of propylene in the liquid according to the equation (1.6), equals to

$$X_{\text{mol I}} = \frac{X_{\text{mol I}}^*}{b} = \frac{0.01473}{1.6} = 0.00921$$

In the plot 1.11, the equilibrium line  $Y_{\text{mol}}^* = 2.1 X_{\text{mol}}$  and operating line are drawn. The number of theoretical plates determined graphically equals to 1.86. As a constant Murphree efficiency for all plates is assumed, equal to 0.25, the vertical

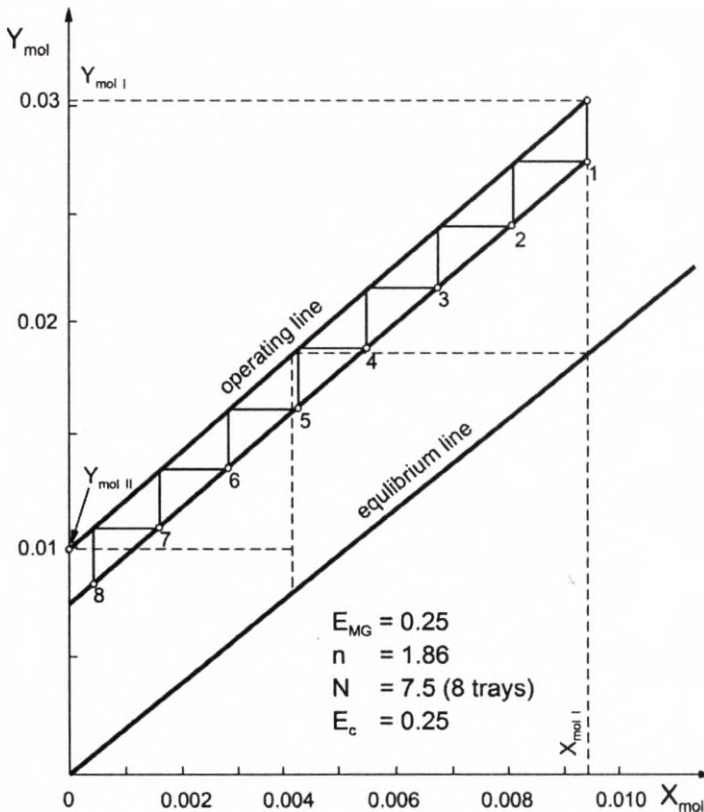


Fig. 1.11. Determination of the number of theoretical plates and actual plates



sections between the operating line and the equilibrium line are divided in a ratio of 1:3, obtaining an auxiliary line. The number of actual plates found graphically equals to 7.5.

Thus, the total column efficiency equals to

$$E_c = \frac{n}{N} = \frac{1.86}{7.5} = 0.25$$

In practice, 8 plates should be used.

The example is an illustration of the  $E_c = E_{MG}$  identity in case when the operating line and the equilibrium line are straight and parallel (desorption factor  $D = 1$ ). The slope of the operating line equals to

$$\frac{Y_{\text{mol I}} - Y_{\text{mol II}}}{X_{\text{mol I}} - X_{\text{mol II}}} = \frac{0.03093 - 0.01010}{0.00921 - 0} = 2.26$$

The slope of the equilibrium line equals to 2.1. Hence desorption factor

$$D = \frac{2.1}{2.26} = 0.93 \cong 1$$

#### EXAMPLE 1.6

Pentane used as a solvent in the process of leaching oil from cotton seeds, is removed from the solid phase by blowing with a gas consisting of 79% by vol. of nitrogen and 21% by vol. of carbon dioxide. The waste gas with rate of  $G_{\text{mol}} = 33.3$  kmol/h is 52.77% saturated with pentane. Pentane should be recovered by countercurrent absorption with a hydrocarbon oil with molecular mass of  $M_{il} = 160$  kg/kmol and density of 840 kg/m<sup>3</sup>, carried out in a bubble plate tower operating at 38°C under pressure of  $P = 0.1$  MPa. The process is maintained isothermal using internal cooling.

The absorbent flows in from a desorber which recovers used absorbent, and it contains 0.5% molar of pentane. Flow rate of the absorbent is  $b = 1.7$  times higher than the minimum one, at a degree of recovery of  $\eta = 99\%$ . For absorption, it may be assumed that the equilibrium line is described by the equation  $Y_{\text{mol}}^* = X_{\text{mol}}$ . Pressure of saturated pentane vapor at 38°C equals to  $p_{\text{sat}} = 1.0753 \cdot 10^5$  Pa. Find the number of theoretical plates for the required degree of recovery.

---

The inlet concentration of the gas may be calculated based on the following equation

$$Y_{\text{mol I}} = \frac{\Phi_G P_{\text{sat}}}{P - \Phi_G P_{\text{sat}}}$$

$$Y_{\text{mol I}} = \frac{0.5277 \cdot 1.0753 \cdot 10^5}{10^5 - 0.5277 \cdot 1.0753 \cdot 10^5} = 1.31$$

For the degree of recovery amounting 99%, the outlet concentration of pentane result from the definition (1.14)

$$Y_{\text{mol II}} = (1 - \eta) Y_{\text{mol I}} = (1 - 0.99) \cdot 1.31 = 0.0131$$

Molar flow rate of the gaseous inert equals to

$$G_{\text{mol } i} = \frac{G_{\text{mol}}}{1 + Y_{\text{mol I}}} = \frac{33.3}{1 + 1.31} = 14.4 \text{ kmol/h}$$

Concentration of pentane in the outlet liquid, expressed by molar ratio, is equal to

$$X_{\text{mol II}} = \frac{0.005}{1 - 0.005} = 0.005025$$

According to the quoted equation for the equilibrium line, equilibrium concentration of pentane in the outlet liquid equals to

$$X_{\text{mol I}}^* = Y_{\text{mol I}} = 1.31$$

Molar flow rate of the liquid inert, based on equations (1.3) and (1.4), is equal to

$$L_{\text{mol } i} = b L_{\text{mol } i, \text{min}} = b G_{\text{mol } i} \frac{Y_{\text{mol I}} - Y_{\text{mol II}}}{X_{\text{mol I}}^* - X_{\text{mol II}}}$$

$$L_{\text{mol } i} = 1.7 \cdot 14.4 \cdot \frac{1.31 - 0.0131}{1.31 - 0.005025} = 24.3 \text{ kmol/h}$$

Concentration of pentane in the outlet liquid (equation (1.5)) equals to

$$\begin{aligned} X_{\text{mol I}} &= \frac{(Y_{\text{mol I}} - Y_{\text{mol II}}) G_{\text{mol } i}}{L_{\text{mol } i}} + X_{\text{mol II}} = \\ &= \frac{(1.31 - 0.0131) \cdot 14.4}{24.3} + 0.005025 = 0.773 \end{aligned}$$

Then, the absorption factor is calculated

$$A = \frac{L_{\text{mol } i}}{m G_{\text{mol } i}} = \frac{24.3}{1 \cdot 14.4} = 1.6875$$

The number of theoretical plates is calculated from the Kremser equation. The absorption efficiency equals to

$$\psi = \frac{Y_{\text{mol } I} - Y_{\text{mol } II}}{Y_{\text{mol } I} - m X_{\text{mol } II}} = \frac{1.31 - 0.0131}{1.31 - 1 \cdot 0.005025} = 0.9938$$

while the number of theoretical plates

$$n = \frac{\ln \frac{1 - \psi/A}{1 - \psi}}{\ln A} = \frac{\ln \frac{1 - 0.9938/1.6875}{1 - 0.9938}}{\ln 1.6875} = 8.02$$

Therefore, in order to achieve the required degree of absorption, it is necessary to use about 8 theoretical plates.

#### EXAMPLE 1.7

Absorption of pentane described in Example 1.6, is intended to be carried out in a column with a diameter of  $\Phi = 0.75$  m, packed with Raschig rings. As the mass flow rates of both fluids change significantly, this variability should be taken under consideration in mass transfer calculations according to the following formulas

$$h_G = 1.397 \frac{g_G^{0.385}}{g_L^{0.417}} \text{ m}$$

$$h_L = 0.355 g_L^{0.22} \text{ m}$$

where  $g_L$  and  $g_G$  denote mass flow rates of the gas and the liquid, respectively [ $\text{kg}/(\text{m}^2\text{s})$ ].

Calculate the packing height necessary to achieve the degree of absorption as in Example 1.6.

Considering the variability of mass flow rates of both phases, the height of the mass transfer unit  $h_{0G}$  variable enough to be included under the integral



$$h = \int_{Y_{\text{mol II}}}^{Y_{\text{mol I}}} h_{0G} \frac{dY_{\text{mol}}}{Y_{\text{mol}} - Y_{\text{mol}}^*}$$

while the height of the an overall mass transfer unit  $h_{0G}$  is related to the heights of mass transfer units in both phases in the following way

$$h_{0G} = h_G + D h_L \quad (\text{a})$$

Then, desorption factor is calculated

$$D = \frac{1}{A} = \frac{1}{1.6875} = 0.5926$$

The gaseous inert is a mixture of nitrogen and carbon dioxide, with molecular mass equal to

$$M_{iG} = 0.79 \cdot 28 + 0.21 \cdot 44 = 31.4 \text{ kg/kmol}$$

while molecular mass of pentane equals to  $M_A = 72 \text{ kg/kmol}$ , and that of the liquid inert –  $M_{iL} = 160 \text{ kg/kmol}$ .

Based on the results of calculations of Example 1.6, mass flow rates of both inerts are found

$$L_i = L_{\text{mol } i} M_{iL} = \frac{24.3}{3600} \cdot 160 = 1.08 \text{ kg/s}$$

$$G_i = G_{\text{mol } i} M_{iG} = \frac{14.4}{3600} \cdot 31.4 = 0.1256 \text{ kg/s}$$

The concentration range between  $X_{\text{mol I}}$  and  $X_{\text{mol II}}$  is divided into several subranges, and the integrand is calculated in each division point. According to the equation (1.2), the equation of the operating line has the following form

$$Y_{\text{mol}} = \frac{L_{\text{mol } i}}{G_{\text{mol } i}} X_{\text{mol}} - \frac{L_{\text{mol } i}}{G_{\text{mol } i}} X_{\text{mol I}} + Y_{\text{mol I}}$$

$$Y_{\text{mol}} = \frac{24.3}{14.4} X_{\text{mol}} - \frac{24.3}{14.4} \cdot 0.773 + 1.31 = 1.6875 X_{\text{mol}} + 0.005563$$

The sequence of calculations for the individual values of  $X_{\text{mol}}$  concentrations is as follows:

- calculation of  $Y_{\text{mol}}$  from the equation of the operating line;
- conversion of  $Y_{\text{mol}}$  and  $X_{\text{mol}}$  to mass ratios according to the following formulas



$$Y = Y_{\text{mol}} \frac{M_A}{M_{iG}} = 2.29 Y_{\text{mol}}$$

$$X = X_{\text{mol}} \frac{M_A}{M_{iL}} = 0.45 X_{\text{mol}}$$

c) calculation of mass flow rates of the gas and the liquid

$$g_G = \frac{G_i(1+Y)}{S_c} = \frac{0.1256}{0.4418} (1+Y) = 0.2843 (1+Y)$$

$$g_L = \frac{L_i(1+X)}{S_c} = \frac{1.08}{0.4418} (1+X) = 2.4446 (1+X)$$

where

$$S_c = \frac{\pi \cdot (0.75)^2}{4} = 0.4418 \text{ m}^2$$

d) calculation of  $h_G$ ,  $h_L$ , and  $h_{0G}$  according to the equations quoted in the subject, and with formula (a);

e) calculation of the integrand  $\frac{h_{0G}}{Y_{\text{mol}} - Y_{\text{mol}}^*}$  while  $Y_{\text{mol}}^* = X_{\text{mol}}$ ;

f) calculation of value of the integral in the range of  $(Y_{\text{mol II}}, Y_{\text{mol I}})$  using trapezoid method.

No.	1	2	3	4	5
$X_{\text{mol}}$	0.773	0.5	0.3	0.1	0.005025
$Y_{\text{mol}}$	1.31	0.849	0.512	0.174	0.013
$X$	0.348	0.225	0.135	0.045	0.023
$Y$	3.004	1.947	1.174	0.399	0.032
$g_G$	1.138	0.838	0.618	0.398	0.293
$g_L$	3.295	2.995	2.775	2.555	2.501
$h_G$	0.893	0.826	0.758	0.663	0.594
$h_L$	0.461	0.452	0.444	0.436	0.434
$h_{0G}$	1.166	1.094	1.021	0.921	0.851
$\frac{h_{0G}}{Y_{\text{mol}} - Y_{\text{mol}}^*}$	2.171	3.135	4.816	12.45	106.7
Trapezoid surface area in the given range	1.223	1.340	2.918	9.592	

Value of the integral = 15.073.

Results of calculations using a division into 4 sections are shown in the above table. Thus, the packing height equals to about 15 m, suggesting that the absorption system will consist of several (e.g. three) columns operating in series.

### EXAMPLE 1.8

Carbon dioxide from ethanol production by fermentation, contains  $y_{\text{mol I}} = 0.01$  of alcohol vapor. It is proposed to remove the ethanol by countercurrent absorption with water in a column with a diameter of 2.4 m with sieve plates. It may be assumed that isothermal absorption occurs, at 40°C and under pressure of 101.3 kPa. Water for absorption is supplied from the ethanol distillation system, and it contains  $x_{\text{mol II}} = 0.0001$  of ethanol.  $G_{\text{mol}} = 225$  kmol/h of the gas is conveyed to the absorption. Under the process conditions, it may be assumed that the absorption equilibrium ethanol vapor-water is described by the following equation

$$y_{\text{mol}}^* = 1.0682 x_{\text{mol}}$$

- Calculate minimum water demand assuming the degree of recovery  $\eta = 98\%$ .
- Calculate the number of theoretical plates required to achieve this degree of recovery at the flow rate of water  $b = 1.5$  times greater than the minimum one.
- Calculate the degree of recovery by one-stage (equilibrium) absorption for the flow rates as in point *b*.
- Calculate the degree of recovery at 4 theoretical plates and  $b = 1.5$  using the notion of absorption factor.
- Calculate the number of theoretical plates required for conditions stated in point *b*, using the notion of absorption factor.

Conversions will be carried out for concentrations and molar flow rates. By expressing concentrations as molar ratios, one obtains

$$Y_{\text{mol I}} = \frac{y_{\text{mol I}}}{1 - y_{\text{mol I}}} = \frac{0.01}{1 - 0.01} = 0.0101$$

$$X_{\text{mol II}} = \frac{x_{\text{mol II}}}{1 - x_{\text{mol II}}} = \frac{0.0001}{1 - 0.0001} = 0.0001$$

Based on the equilibrium equation, maximum (equilibrium) outlet concentration of carbon dioxide in the liquid is found

$$x_{\text{mol I}}^* = \frac{y_{\text{mol I}}}{1.0682} = \frac{0.01}{1.0682} = 0.00936$$

$$X_{\text{mol I}}^* = \frac{x_{\text{mol I}}^*}{1 - x_{\text{mol I}}^*} = \frac{0.00936}{1 - 0.00936} = 0.00927$$

*Ad a.* According to the equation (1.14), outlet concentration of ethanol in the gas is calculated

$$Y_{\text{mol II}} = (1 - \eta) Y_{\text{mol I}} = (1 - 0.98) \cdot 0.0101 = 0.000202$$

Molar flow rate of the gaseous inert equals to

$$G_{\text{mol } i} = G_{\text{mol}} (1 - y_{\text{mol I}}) = 225 \cdot (1 - 0.01) = 222.75 \text{ kmol/h}$$

Using equation (1.3), minimum water demand is calculated

$$(L_{\text{mol } i})_{\text{min}} = \frac{Y_{\text{mol I}} - Y_{\text{mol II}}}{X_{\text{mol I}}^* - X_{\text{mol II}}} G_{\text{mol } i}$$

$$(L_{\text{mol } i})_{\text{min}} = \frac{0.0101 - 0.000202}{0.00927 - 0.0001} \cdot 222.75 = 240.3 \text{ kmol/h}$$

*Ad b.* In the studied range, the curvature of the equilibrium line in the plot ( $Y_{\text{mol}}, X_{\text{mol}}$ ) is very slight, and it may be assumed practically that

$$Y_{\text{mol}}^* = 1.068 X_{\text{mol}}$$

The operating line passes through point ( $X_{\text{mol II}} = 0.0001$ ,  $Y_{\text{mol II}} = 0.000202$ ).  $X_{\text{mol I}}$  coordinate corresponding to the concentration in the gaseous phase  $Y_{\text{mol I}} = 0.0101$  results from the equation (1.5).

$$X_{\text{mol I}} = \frac{Y_{\text{mol I}} - Y_{\text{mol II}}}{b \left( \frac{L_{\text{mol } i}}{G_{\text{mol } i}} \right)_{\text{min}}} + X_{\text{mol II}} = \frac{0.0101 - 0.000202}{1.5 \cdot \left( \frac{240.3}{222.75} \right)} + 0.0001 = 0.00622$$

In the plot (Fig. 1.12), with the equilibrium and operating lines drawn, one may find graphically that the number of theoretical plates equals to about 8.5. For greater accuracy, the lower part of the plot is drawn in the same figure in a greater scale.

*Ad c.* According to the equation (1.18) the slope of the operating line for equilibrium absorption is found, while  $Y_{\text{mol in}} = Y_{\text{mol I}}$ ,  $X_{\text{mol in}} = X_{\text{mol II}}$

$$-\frac{L_{\text{mol } i}}{G_{\text{mol } i}} = -\frac{(L_{\text{mol } i})_{\text{min}} b}{G_{\text{mol } i}} = -\frac{240.3 \cdot 1.5}{222.75} = -1.618$$



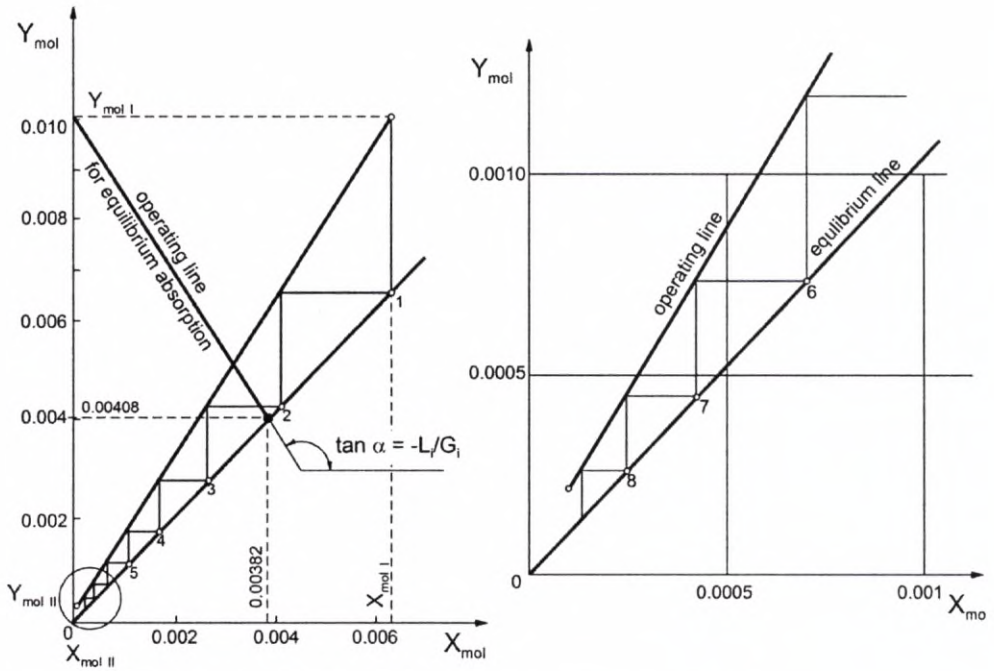


Fig. 1.12. Graphical determination of the number of theoretical plates

Knowing that the straight line with such a slope passes through the point of  $X_{\text{mol in}} = 0.0001$  and  $Y_{\text{mol in}} = 0.0101$ , its equation is obtained

$$Y_{\text{mol}} = -1.618 X_{\text{mol}} + 0.01026$$

The intersection point of this straight line with the equilibrium line has the following coordinates

$$X_{\text{mol out}}^* = 0.00382 \quad Y_{\text{mol out}}^* = 0.00408$$

This construction is also shown in Fig. 1.12.

Hence, the degree of recovery for equilibrium absorption equals to

$$\eta_1 = \frac{Y_{\text{mol in}} - Y_{\text{mol out}}^*}{Y_{\text{mol in}}} = \frac{0.0101 - 0.00408}{0.0101} = 0.596$$

*Ad d.* Adsorption factor equals to

$$A = \frac{L_{\text{mol } i}}{m G_{\text{mol } i}} = \frac{240.3 \cdot 1.5}{1.068 \cdot 222.75} = 1.515$$



Based on Kremser equation, one may calculate the degree of recovery for  $n = 4$  plates

$$\frac{Y_{\text{mol I}} - Y_{\text{mol II}}}{Y_{\text{mol I}} - m X_{\text{mol II}}} = \frac{A^{n+1} - A}{A^{n+1} - 1}$$

$$\frac{0.0101 - Y_{\text{mol II}}}{0.0101 - 1.068 \cdot 222.75} = \frac{(1.515)^5 - 1.515}{(1.515)^5 - 1}$$

hence

$$Y_{\text{mol II}} = 0.000838$$

Therefore with 4 theoretical plates, the following degree of recovery would be achieved

$$\eta_d = \frac{0.0101 - 0.000838}{0.0101} = 0.917$$

*Ad e.* Adsorption efficiency for  $Y_{\text{mol II}} = 0.000202$  equals to

$$\psi = \frac{0.0101 - 0.000202}{0.0101 - 1.068 \cdot 0.0001} = 0.9905$$

Based on Kremser equation one may calculate the number of theoretical plates for  $\psi = 0.9905$

$$n = \frac{\ln \frac{1 - \psi/A}{1 - \psi}}{\ln A} = \frac{\ln \frac{1 - 0.9905/1.515}{1 - 0.9905}}{\ln 1.515} = 8.66$$

#### EXAMPLE 1.9

A column with a diameter of  $\Phi = 1$  m is packed with  $16 \times 16 \times 2$  Raschig rings. Parameters of the bed formed of these rings are as follows: specific surface area  $a = 300$  m<sup>2</sup>/m<sup>3</sup>, porosity  $\varepsilon = 0.73$ . In the column, absorption of sulfur dioxide from an air mixture containing  $Y_1 = 0.3895$  kg SO<sub>2</sub>/kg air occurs under pressure of  $P = 0.1013$  MPa at a constant temperature of 20°C. Concentration of SO<sub>2</sub> in the waste gas equals to  $Y_5 = 0.01109$  kg SO<sub>2</sub>/kg air. Mass flow rate of the inert gas (air) through the column equals to 0.1308 kg/s, and volume flow rate of water equals to  $4.165 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup>/s. Mass-transfer coefficients  $k_G$  and  $k_L$  in the individual column cross-sections (Fig. 1.13) are shown in the table below.

	1	2	3	4	5
$Y$	0.3895	0.2949	0.2003	0.1057	0.0111
$k_G$ [m/s]	0.00180	0.00171	0.00161	0.00150	0.00139
$k_L$ [m/s]	0.0000272	0.0000272	0.0000272	0.0000272	0.0000272

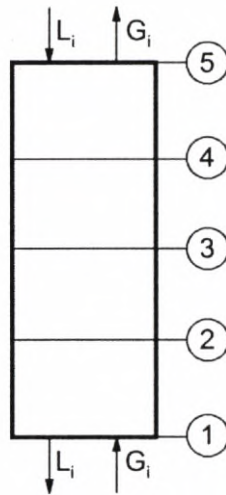


Fig. 1.13. Designation of cross-sections in Example 1.9

Calculate the packing height and check whether the conditions of the countercurrent phase flow are chosen correctly in the hydrodynamic respect (whether a possibility of flooding exists).

Mass flow rate of the liquid inert (water) equals to

$$L_i = 0.004165 \cdot 998 = 4.157 \text{ kg/s}$$

Outlet concentration of  $\text{SO}_2$  in the liquid results from the equation (1.5)

$$X_1 = \frac{Y_1 - Y_5}{\frac{L_i}{G_i}} = \frac{0.3895 - 0.01109}{\frac{4.157}{0.1308}} = 0.0119$$

The equation of the operating line has the following form (1.2)

$$Y = \frac{L_i}{G_i} X - \frac{L_i}{G_i} X_5 + Y_5$$

where index 5 pertains to the upper cross-section.

$$Y = \frac{4.157}{0.1308} X - \frac{4.157}{0.1308} \cdot 0 + 0.01109$$

$$Y = 31.78 X + 0.01109$$

The equilibrium data for the  $\text{SO}_2$ -water system found in Table AT-1, are converted to mass ratios, and the obtained equilibrium line is plotted in  $Y$ - $X$  coordinate system (Fig. 1.14) together with the operating line.

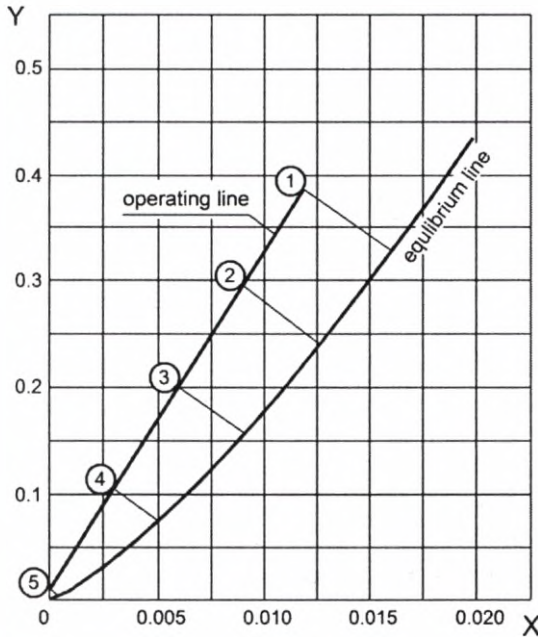


Fig. 1.14. Equilibrium line and determination of concentrations at the interface

Considering the significant curvature of the equilibrium line and the variability of coefficients of mass transfer, the following formula will be used

$$A = \frac{G_i}{M_A} \int_{Y_2}^{Y_1} \frac{dY}{k_Y (Y - Y_z)} \quad (\text{a})$$

In each of the 5 points of division of the operating line, concentration at the interface  $Y_z$  should be determined using the following equation

$$k_X (X_z - X) = k_Y (Y - Y_z) \quad (\text{b})$$

Thus, the following system of equations must be solved in each point

$$\frac{k_X}{k_Y} = \frac{Y - Y_z}{X_z - X}$$

$$k_X = \frac{k_L \rho_L}{(m_L^* + X)_m} M_L$$

$$k_Y = \frac{k_G P}{(m_G^* + Y)_m} RT$$

$Y_z = f(X_z)$  from the equilibrium line

where

$$(m_L^* + X)_m = \frac{X_z - X}{\ln \frac{m_L^* + X_z}{m_L^* + X}}$$

$$(m_G^* + Y)_m = \frac{Y - Y_z}{\ln \frac{m_G^* + Y}{m_G^* + Y_z}}$$

while  $m_L^* = M_A/M_{iL}$  and  $m_G^* = M_A/M_{iG}$ .

Considering the unknown  $k_x, k_y, Y_z, X_z$ , it is a non-linear system. While solving it, the trial-and-error method is used, assuming

$X$  and  $Y$  – from the given point of the operating line

$$m_L^* = \frac{M_{\text{SO}_2}}{M_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{64}{18} = 3.556$$

$$m_G^* = \frac{M_{\text{SO}_2}}{M_{\text{pow}}} = \frac{64}{29} = 2.207$$

$$\rho_L = 998.2 \text{ kg/m}^3$$

$$M_L = 18 \text{ kg/kmol}$$

$$P = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$



$$R = 8314 \text{ J/(kmol}\cdot\text{K)}$$

$$T = 293 \text{ K}$$

and the equilibrium data from the plot (1.14),  $k_G$  and  $k_L$  values from the table. For example, for point 1:

a)  $Y = 0.3895$ ,

b) from the operating line

$$X = \frac{Y - 0.01109}{31.78} = 0.0119$$

c)  $X_z = 0.016$  is assumed,

d) from the equilibrium line (Fig. 1.14),  $Y_z = 0.33$ ,

e)

$$(m_L^* + X)_m = \frac{0.016 - 0.0119}{\ln \frac{3.556 + 0.016}{3.556 + 0.0119}} = 3.570$$

$$(m_G^* + Y)_m = \frac{0.3895 - 0.33}{\ln \frac{2.207 + 0.3895}{2.207 + 0.33}} = 2.567$$

f)

$$k_X = \frac{2.718 \cdot 10^{-5} \cdot 998.2}{3.570 \cdot 18} = 4.220 \cdot 10^{-4} \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2\text{s} [\text{X}]}$$

$$k_Y = \frac{0.001803 \cdot 1.013 \cdot 10^5}{2.567 \cdot 8314 \cdot 293} = 2.920 \cdot 10^{-5} \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2\text{s} [\text{Y}]}$$

g)

$$\frac{Y - Y_z}{X_z - X} = \frac{0.3895 - 0.33}{0.016 - 0.0119} = 14.5$$

h)

$$\frac{k_X}{k_Y} = \frac{4.220 \cdot 10^{-4}}{2.920 \cdot 10^{-5}} = 14.45$$

therefore it may be acknowledged that concentration  $X_z$  is assumed correctly. The results of the calculations are gathered in the table below.

Point	1	2	3	4	5
$Y$	0.3895	0.2949	0.2003	0.1057	0.01109
$X$	0.0119	0.00894	0.00596	0.00298	0
$(m_G^* + Y)_m$	2.567	2.474	2.385	2.297	2.215
$(m_L^* + X)_m$	3.570	3.567	3.563	3.561	3.556
$k_Y \cdot 10^5 \left[ \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot [Y]} \right]$	2.920	2.869	2.802	2.722	2.604
$k_X \cdot 10^4 \left[ \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot [X]} \right]$	4.220	4.224	4.228	4.232	4.237
$Y_z$	0.33	0.24	0.155	0.075	0.004
$X_z$	0.016	0.01265	0.009	0.005	0.0005

In Fig. 1.14, graphical interpretation of determination of concentrations at the interface according to the equation (b) is also shown.

Now, calculating the integrand of equation (a), it is obtained:

Point	1	2	3	4	5
$Y$	0.3895	0.2949	0.2003	0.1057	0.01109
$Y_z$	0.33	0.24	0.155	0.075	0.004
$k_Y \cdot 10^5$	2.920	2.869	2.802	2.722	2.604
$\frac{1}{k_Y (Y - Y_z)} \cdot 10^{-5}$	5.756	6.349	7.878	11.967	54.164

The integral is calculated by Simpson method at  $n = 2$ .

$$\begin{aligned}
 \int_{Y_3}^{Y_1} \frac{dY}{k_Y (Y - Y_z)} &= \\
 &= \frac{0.3895 - 0.01109}{6 \cdot 2} \cdot 10^5 \cdot (5.756 + 2 \cdot 7.878 + 54.164 + 4 \cdot 6.349 + 4 \cdot 11.967) = \\
 &= 4.697 \cdot 10^5
 \end{aligned}$$

Value of the integral is substituted to relation (a)

$$A = \frac{G_i}{M_A} \int_{Y_3}^{Y_1} \frac{dY}{k_Y (Y - Y_z)}$$

$$A = \frac{0.1308}{64} \cdot 4.697 \cdot 10^5 = 959.9 \text{ m}^2$$

If the packing were completely wetted with the liquid ( $\varphi_e = 1$ ), its height would amount to

$$h' = \frac{A}{S a \varphi_e}$$

$$h' = \frac{959.9 \cdot 4}{\pi \cdot 1^2 \cdot 300 \cdot 1} = 4.07 \text{ m}$$

Assuming a value of  $h = 4.5$  m with some excess, degree of utilization of the packing surface area is checked according to the empirical equation

$$\varphi_e = 3.39 u_L^{0.187} \exp\left(-0.08 \frac{h}{D}\right)$$

$$\varphi_e = 3.39 \cdot (0.005304)^{0.187} \cdot \exp\left(-0.08 \cdot \frac{4.5}{1}\right) = 0.919$$

hence, calculating the actual the packing height, one obtains

$$h = \frac{h'}{\varphi_e} = \frac{4.07}{0.919} = 4.43 \text{ m}$$

Therefore, an approximate 4.5-m packing layer may be assumed. Verification whether the flooding may occur in the system, is carried out in the following way. For the lower cross-section of the column, value of the parameter  $X$  is calculated

$$X = \left(\frac{L}{G}\right) \sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_L}} = \frac{4.157}{0.1276 \cdot 1.424} \cdot \sqrt{\frac{1.424}{998.2}} = 0.864$$

The limit value of the parameter  $Y$ , corresponding to flooding, is determined according to curve 1 in Fig. 1.15.  $Y = 0.026$  is obtained. For values of  $Y$  lower than the limit value, flooding does not occur. The following limit flooding velocity corresponds to the determined limit value of  $Y$

$$u_{G \max} = \sqrt{\frac{Y g \varepsilon^3 \rho_L}{a \rho_G}} = \sqrt{\frac{0.026 \cdot 9.81 \cdot (0.73)^3 \cdot 998.2}{300 \cdot 1.424}} = 0.482 \text{ m/s}$$



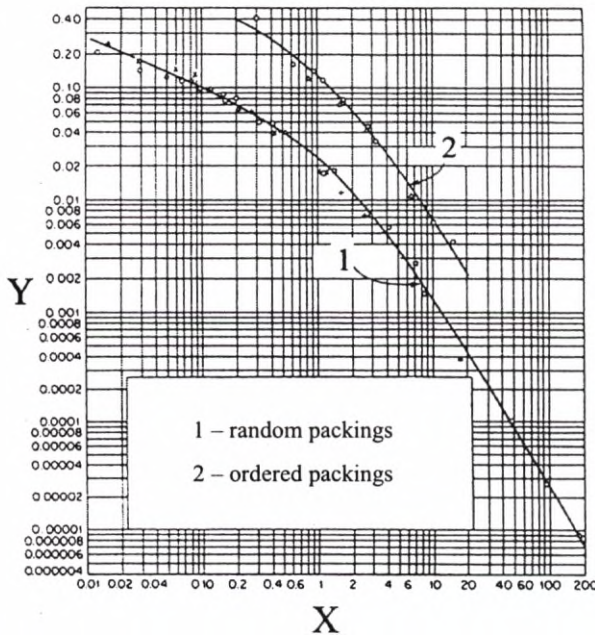


Fig. 1.15. Flooding velocity determination

Based on the data provided in the subject, one may calculate easily the velocity of the gaseous phase in the lower cross-section of the column; it equals to  $u_{G1} = 0.163$  m/s. Thus, the actual velocity in the lower cross-section is significantly lower than the allowable maximum, and the apparatus does not flood.

#### EXAMPLE 1.10<sup>1</sup>

A power plant with 1000 MW output plans to remove 90% of sulfur (in the form of  $\text{SO}_2$  and  $\text{SO}_3$ ) from its waste gases. It is planned to employ countercurrent washing with a water suspension of calcium oxide as the absorbent. In order to obtain the necessary design data, experiments in a small scrubber with a diameter of 0.6 m, with packet packing were carried out. 1.5% (by wt.) lime suspension was used, and because of its alkalinity, coefficient  $K_p a_e$  is calculated based on concentrations of  $\text{SO}_2$ , disregarding  $\text{SO}_2$  pressure at the interface. A scrubber for washing the whole amount of waste gases from the power plant should be designed.

The data: coal contains 71% C and 2.1% S (by wt.), while both these components are contained in waste gases practically only in the form of  $\text{CO}_2$  and  $\text{SO}_2$  (it is an approximation, because a significant part of sulfur is not transferred to gases, but remains in the ash). Calorific value of the coal is equal to 25 600 kJ/kg, and thermal efficiency of the power plant is equal to 2.64 kJ heat/kJ electric power. The gas

<sup>1</sup> Acc. to T. Sherwood, R. Pigford, C. Wilke: *Mass Transfer*, McGraw-Hill, New York 1975.



flows from high-performance electrofilters to a scrubber, and contains 14.8% molar  $\text{CO}_2 + \text{CO}$  in relation to dry gas. Dust and  $\text{SO}_3$  contents may be omitted. Average molar mass of dry gas equals to 30.4 kg/kmol. The scrubber is to operate under pressure of  $1.013 \cdot 10^5$  Pa, at  $50^\circ\text{C}$  – the temperature, at which the gas is saturated with water vapor.

The experimental installation did not tend to flood at the flow rates used, however at the mass velocity of the gas above  $g_G = 3.4$  kg/(m<sup>2</sup>s), the entrainment of the liquid was becoming significant. Pressure drop in the experimental installation was small, and for the packing height of 2.3 m, it amounted to 89 mm H<sub>2</sub>O at mass velocity of the gas of 3.95 kg/(m<sup>2</sup>s) (it might be assumed as approximately proportional to the square of velocity of the gas). By this reason, a high value of velocity of the gas 3 kg/(m<sup>2</sup>s) was selected (slightly below the limit of significant entrainment).

A slight influence of flow rates of the liquid on  $K_p a_e$  was ascertained, therefore in order to cut the pumping costs, a small mass velocity of the liquid of 10 kg/(m<sup>2</sup>s) was proposed. Under such flow conditions, coefficient value of  $K_p a_e = 4.44$  kmol/(m<sup>3</sup>h·Pa) was obtained in the experimental installation.

Coal consumption in the power plant with 1000 MW ( $10^6$  kJ/s) output will amount to

$$10^6 \frac{\text{kJ electric energy}}{\text{s}} \cdot 2.64 \frac{\text{kJ heat}}{\text{kJ electric energy}} \cdot \frac{1}{25600} \frac{\text{kg}}{\text{kJ heat}} =$$

$$= 103.13 \text{ kg/s} = 371250 \text{ kg/h}$$

and amount of dry gas (C is carbon)

$$371250 \frac{\text{kg coal}}{\text{h}} \cdot 0.71 \frac{\text{kg C}}{\text{kg coal}} \cdot \frac{1}{12} \frac{\text{kmol C}}{\text{kg C}} \cdot 1 \frac{\text{kmol CO}_2}{\text{kmol C}} \cdot \frac{1}{0.148} \frac{\text{kmol gas}}{\text{kmol CO}_2} =$$

$$= 148400 \text{ kmol/h}$$

Pressure of saturated steam at  $50^\circ\text{C}$  equals to 12 330 Pa, therefore the amount of humid gas is equal to

$$148400 \cdot \frac{1.013 \cdot 10^5}{1.013 \cdot 10^5 - 0.1233 \cdot 10^5} = 169000 \text{ kmol/h}$$

Average molecular mass of humid gas equals to

$$\frac{0.1233 \cdot 10^5}{1.013 \cdot 10^5} \cdot 18 + \frac{1.013 \cdot 10^5 - 0.1233 \cdot 10^5}{1.013 \cdot 10^5} \cdot 30.4 = 28.9 \text{ kg/kmol}$$

therefore total mass flow rate of humid gas equals to

$$169\,000 \cdot 28.9 = 4\,884\,000 \text{ kg/h}$$

Now, the surface area of the column cross-section may be calculated for the assumed mass velocity of the gas

$$\frac{4\,884\,000}{3600 \cdot 3} = 452.2 \text{ m}^2$$

as well as the column diameter

$$\sqrt{\frac{4 \cdot 452.2}{\pi}} = 24 \text{ m}$$

resulting in a separate problem with uniform gas supply that may be solved by construction of several apparatus operating in parallel, application of a cross-current, or a proper system of nozzles distributing the gas.

The packing height may be calculated (assuming  $y_{\text{mol}} \cong Y_{\text{mol}}$  as the expected  $\text{SO}_2$  concentrations in the gas are low)

$$h = \frac{g_{iG}}{K_p a_e P} \int_{Y_{\text{mol II}}}^{Y_{\text{mol I}}} \frac{dY_{\text{mol}}}{Y_{\text{mol}} - Y_{\text{mol}}^*}$$

while  $Y_{\text{mol}}^* \cong 0$ , therefore

$$h = \frac{g_{iG}}{K_p a_e P} \ln \frac{Y_{\text{mol I}}}{Y_{\text{mol II}}}$$

and as  $Y_{\text{mol II}} = (1-0.9) Y_{\text{mol I}}$

$$h = \frac{g_{iG}}{K_p a_e P} \ln 10$$

Initial  $\text{SO}_2$  concentration in the gas, calculated based on stoichiometry, is equal to (S is elemental sulfur)

$$0.148 \frac{\text{kmol CO}_2}{\text{kmol gas}} \cdot \frac{1}{0.71} \frac{\text{kg coal}}{\text{kg C}} \cdot 1 \frac{\text{kmol C}}{\text{kmol CO}_2} \cdot 12 \frac{\text{kg C}}{\text{kmol C}} \cdot 0.021 \frac{\text{kg S}}{\text{kg coal}} \cdot \frac{1}{32} \frac{\text{kmol S}}{\text{kg S}} =$$

$$= 0.001642 \frac{\text{kmol SO}_2}{\text{kmol dry gas}} = 1642 \text{ ppm SO}_2$$

or

$$0.001642 \cdot \frac{148\,400}{169\,000} = 0.001442 \frac{\text{kmol SO}_2}{\text{kmol humid gas}}$$

Therefore

$$G_{iG} = (1 - 0.001442) \cdot 169\,000 = 168\,700 \text{ kmol/h}$$

and the packing height equals to

$$h = \frac{168\,700}{452.2 \cdot 0.00444 \cdot 1.013 \cdot 10^5} \cdot \ln 10 = 1.91 \text{ m}$$

The pressure drop calculated according to the approximated dependence will amount to

$$89 \cdot \frac{1.91}{2.3} \cdot \left( \frac{3}{3.95} \right)^2 = 43 \text{ mm H}_2\text{O}$$

requiring – at the approximated assumption of the gas density of  $1 \text{ kg/m}^3$  and assumed ventilator efficiency of 0.65 – the following power

$$\frac{4\,884\,000}{3600} \cdot \frac{43 \cdot 9.81}{0.65} = 880\,000 \text{ W} = 880 \text{ kW}$$

It constitutes only 0.08% of the power plant output, while only flow resistance through packing are taken into account.

The reaction products ( $\text{CaSO}_3$  and  $\text{CaSO}_4$ ), as well as some amount of dust caught in the scrubber, should be carried off of the system together with a part of the liquid, and separated by e.g. centrifugation. In order to minimize losses of non-reacted calcium oxide carried off simultaneously, high total concentration of solids in the circulating suspension (10÷15%) should be maintained.



## EXERCISE 1.1

In a technological installation, an absorption column with a diameter of 1.2 m and packing height of 3 m operates. It is packed with ceramic Raschig rings  $75 \times 75 \times 10$  ( $a = 65 \text{ m}^2/\text{m}^3$ ), completely wetted.  $2300 \text{ m}^3/\text{h}$  of an air- $\text{SO}_2$  mixture with concentration of 9.5% by vol.  $\text{SO}_2$  flows in to the column.

Requested outlet concentration of the gas equals to 1% by vol.  $\text{SO}_2$ . The absorption is carried out as countercurrent, with pure water at  $25^\circ\text{C}$  under pressure of  $10^5 \text{ Pa}$ . Concentration of the liquid flowing out is equal to  $0.005 \text{ kg SO}_2/\text{kg H}_2\text{O}$ , overall coefficient of the mass transfer equals to  $K_{y,\text{mol}} = 1.67 \text{ kmol SO}_2/(\text{m}^2\text{h}\cdot[y_{\text{mol}}])$ . The equilibrium line is shown by the following equation

$$p^* = 1.174 \cdot 10^7 x_{\text{mol}}^{1.2436} \text{ Pa}$$

Calculate consumption of the absorbent in  $\text{kmol/h}$  and percentage excess of the actual packing height in relation to the height theoretically sufficient.

**A d v i c e:** While solving, use the notion of average driving force.

**A n s w e r:**  $L_{\text{mol}} = 5694 \text{ kmol/h}$ ; 32% excess.

## EXERCISE 1.2

In a process of equilibrium absorption, 1 kg of air- $\text{SO}_2$  mixture with concentration, pressure, and temperature as in the Exercise 1.1 was contacted with 5 kg of water for a very long time. Calculate the final concentrations of the liquid and the gas.

**A n s w e r:**  $Y = 0.1737$ ,  $X = 0.00941$ .

## EXERCISE 1.3

Ammonia is washed from an air mixture using 5% aqueous solution of sulfuric(VI) acid, in a countercurrent absorber with a diameter of 1 m, packed with coke to a height of 5 m. The inlet gas contains 25 g of ammonia per cubic meter, and in the lower cross-section of the absorber, it has a velocity of 1 m/s. The process pressure equals to  $1.067 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , temperature to  $30^\circ\text{C}$ . At mass velocity of the sprinkling liquid of  $3 \text{ kg}/(\text{m}^2\text{s})$ , ammonia absorbs in 95%. Calculate the number of overall transfer units and volume coefficient of mass transfer  $K_y a_e$ .

**A d v i c e:** Compare with Exercise 1.2.

**A n s w e r:**  $N_{OG} = 3.0$ ;  $K_y a_e = 27.8 \text{ kg}/(\text{m}^2\text{h}\cdot[Y])$ .

## EXERCISE 1.4

A gas containing 10% by vol. of ammonia in a mixture with air, and pure water flow cocurrently to a scrubber with packing in the form of a 7-m layer of grains with specific surface area of  $a = 42 \text{ m}^2/\text{m}^3$ . Mass flow rate of the inert gas equals to  $0.8 \text{ kg}/(\text{m}^2\text{s})$ , and the degree of recovery of ammonia – 90%. Flow rate of water is



twice as large as the minimum value, the process pressure amounts to 760 mm Hg, and the ammonia-water equilibrium may be approximated in the discussed range by the following equation

$$Y^* = 3.2X$$

Calculate flow rate of water and overall mass-transfer coefficient  $K_y$ , assuming total utilization of the packing surface area.

Answer:  $g_{iL} = 46.1 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ ,  $K_y = 27.8 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot [Y])$ .

### EXERCISE 1.5

A gaseous mixture of  $\text{CO}_2$  with air, with concentration of  $Y_1 = 0.206$  flows in to an absorption column operating in a countercurrent system. The mass ratio of  $\text{CO}_2$  in the liquid flowing away of the system is three times lower than the maximum value, and in the liquid flowing in to the system – a hundred times lower.

During 2 hours, 2000 kg of  $\text{CO}_2$  are conveyed to the column with the inlet gas. The absorption is carried out under pressure of  $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  at 313 K. Under these conditions, Henry's constant equals to  $H = 2.36 \cdot 10^7 \text{ Pa}$ . The amount of the liquid flowing in equals to 161.6 kg/s, and the velocity of the gas in the lower cross-section of the absorber equals to 0.8 m/s. Calculate the diameter of the absorber, the degree of recovery, and minimum consumption of the absorbent.

Answer:  $D = 1.04 \text{ m}$ ;  $\eta = 0.469$ ;  $L_{\min} = 52.8 \text{ kg/s}$ .

### EXERCISE 1.6

Absorption of sulfur dioxide from air containing 0.03 kg  $\text{SO}_2/\text{kg}$  air occurs in an absorber. The degree of recovery equals to 85%. Flow rates of the inerts amount to  $G_i = 3000 \text{ kg/h}$ ,  $L_i = 90\,000 \text{ kg/h}$ . The liquid after absorption flows in to a desorber (Fig. 1.16), to which 1.5 times more pure air than its minimum demand is conveyed. The degree of recovery during desorption ( $\eta_D = (X_{II} - X_I)/X_{II}$ ) equals to 85%. The equilibrium line at the desorption temperature is described by the following equation

$$Y^* = 85X^{1.32}$$

Find consumption of desorbing air, concentration of  $\text{SO}_2$  in the gas phase after desorption, and concentration of  $\text{SO}_2$  in the post-desorption liquid.

Answer:  $G_{i\text{des}} = 12312 \text{ kg/h}$ ;  $Y_{II\text{des}} = 0.00621$ ;  $X_{II} = X_{I\text{des}} = 0.00015$ .

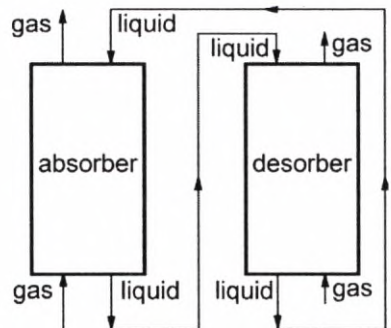


Fig. 1.16. Absorber-desorber system

## EXERCISE 1.7

Find the surface area of mass transfer for the process described in Example 1.9, calculated based on mass-transfer coefficients in the liquid phase. You may use the results of Example 1.9 for calculations; carry out the integration by Simpson method.

A n s w e r:  $A = 907 \text{ m}^2$ .

## EXERCISE 1.8

Pure carbon dioxide under pressure of 0.1 MPa flows in to a column packed with Raschig rings with dimensions of  $25 \times 25 \times 2.4 \text{ mm}$  ( $a = 174 \text{ m}^2/\text{m}^3$ ). The packing layer height equals to 2 m, the column diameter is 0.3 m. The column is sprinkled countercurrently with water in the amount of  $10 \text{ kg}/(\text{m}^2\text{s})$ . Mass-transfer coefficient equals to  $k_{x_{\text{mol}}} = 3.6 \cdot 10^5 \text{ kmol}/(\text{m}^2\text{s} \cdot [x_{\text{mol}}])$ . Henry's constant for the  $\text{CO}_2\text{-H}_2\text{O}$  system equals to  $1.44 \cdot 10^8 \text{ Pa}$ .

Calculate mass fraction of  $\text{CO}_2$  in the liquid leaving the column. Find the rate of absorbed  $\text{CO}_2$ .

A n s w e r:  $x_{\text{mol}} = 1.303 \cdot 10^{-5}$ ;  $G_A = 1.46 \text{ kg/h}$ .

## 2. DISTILLATION

### 2.1. EQUILIBRIUM DISTILLATION

The principle of the process is as follows (Fig. 2.1a, b): a binary mixture with molar flow rate  $S$  and concentration of the more volatile component  $x_{\text{mol}S}$  is heated to a temperature of  $T_D$ , causing its partial evaporation. In the result of phase separation, a liquid phase (bottoms) with molar flow rate  $W$  and concentration of the more volatile component  $x_{\text{mol}W}$  and a gas phase (distillate vapors) with molar flow rate  $D$  and concentration of the more volatile component  $y_{\text{mol}D}^*$ , equilibrium to  $x_{\text{mol}W}$ , are obtained. Then, the vapor distillate may be completely condensed, without any change in its composition ( $y_{\text{mol}D}^* = x_{\text{mol}D}$ ).

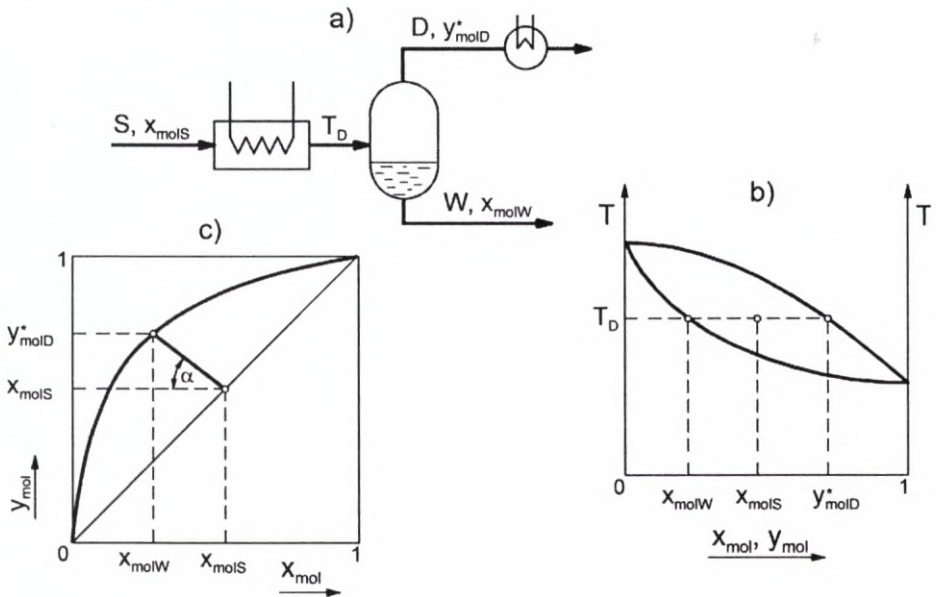


Fig. 2.1. Equilibrium distillation

General mass balance has the following form

$$S = W + D \tag{2.1}$$



and the balance for the more volatile component

$$S x_{\text{mol}S} = W x_{\text{mol}W} + D y_{\text{mol}D}^* \quad (2.2)$$

A notion of molar evaporation degree is introduced, defined as follows

$$Z_d = \frac{D}{S} \quad (2.3)$$

From equations (2.1), (2.2) and (2.3), it results that

$$\frac{W}{D} = \frac{y_{\text{mol}D}^* - x_{\text{mol}S}}{x_{\text{mol}S} - x_{\text{mol}W}} = \frac{1 - Z_d}{Z_d} \quad (2.4)$$

Graphical method of determination of product compositions for given values of  $Z_d$  and  $x_{\text{mol}S}$  is shown in Fig. 2.1c. First,  $\alpha$  angle is calculated according to the formula that results from the equation (2.4) and trigonometric relationship

$$\alpha = \arctan \frac{1 - Z_d}{Z_d} \quad (2.5)$$

Then, a straight line is drawn from the point with coordinates  $(x_{\text{mol}S}, x_{\text{mol}S})$  with the slope of  $180^\circ - \alpha$ , and is found out coordinates of its intersection with the equilibrium line, which correspond to compositions of the distillation products.

## 2.2. BATCH DISTILLATION (DIFFERENTIAL)

The process is of periodical character. Symbols  $S$ ,  $W$ , and  $D$  in the discussion of batch distillation are numbers of moles, not molar flow rates.

Vapors that form during boiling of the pot contents (binary solution) are condensed and collected in a receiver (Fig. 2.2a). The vapors are in equilibrium with the liquid in the pot only in the place of their origin. Composition of the vapors is variable in time as a consequence of changes in composition of the liquid in the pot. After condensation, distillate with decreasing concentration of the more volatile component, from  $y_{\text{mol}D, \text{init}}$  to  $y_{\text{mol}D, \text{final}}$  (Fig. 2.2b), is obtained.

If in the beginning of the process,  $S$  moles of the mixture with the concentration of the more volatile component of  $x_{\text{mol}S}$  are in the pot, and in some moment, the pot contents equals to  $L$  moles ( $L < S$ ), then the current composition of the liquid in the pot  $x_{\text{mol}}$  results from the following equation



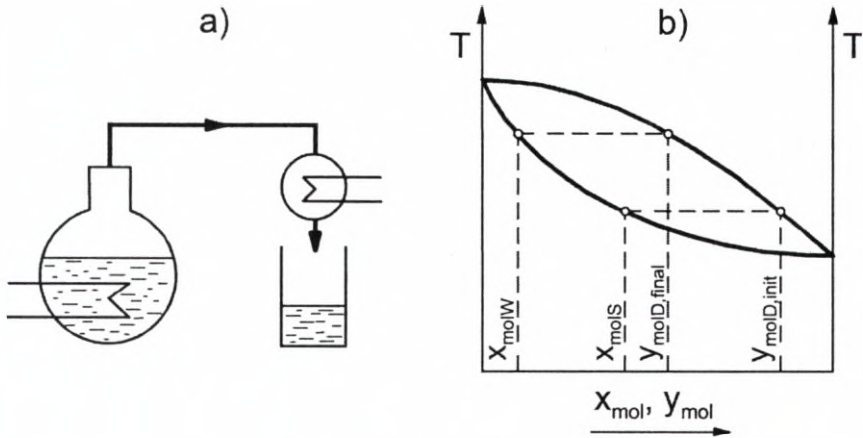


Fig. 2.2. Batch distillation

$$\ln \frac{S}{L} = \int_{x_{\text{mol}}}^{x_{\text{mol}}^S} \frac{dx_{\text{mol}}}{y_{\text{mol}}^* - x_{\text{mol}}} \equiv Ra \quad (2.6)$$

The integral from the equation (2.6) is denoted by  $Ra$  (Rayleigh integral). When  $L$  moles of the liquid are in the pot, then amount of the distillate equals to  $S-L$ , and its averaged composition  $\bar{x}_{\text{mol}D}$  ( $= \bar{y}_{\text{mol}D}$ ) results from the balance for the more volatile component

$$\bar{x}_{\text{mol}D} = \frac{S x_{\text{mol}}^S - L x_{\text{mol}}}{S - L} \quad (2.7)$$

It is a composition corresponding to mixing the whole amount of the collected distillate. Contents of the pot for the final conditions of the process, is called residual liquid (bottoms), therefore  $L = W$ ,  $x_{\text{mol}} = x_{\text{mol}W}$ .

### 2.3. STEAM DISTILLATION

Periodical distillation of a liquid immiscible with water will be discussed. The process aims to separate the liquid  $A$  from non-volatile impurities. Steam is conveyed to the pot through a bubbler, so as the liquid evaporates to the flowing steam bubbles. At the outlet from the liquid layer, partial pressure of its vapors in the bubbles reaches  $p_A$ , while

$$p_A = \varphi P_A \quad (2.8)$$

where:

$\varphi$  – degree of saturation,

$P_A$  – pressure of saturated vapor of the liquid at the temperature of distillation.

Degree of saturation assumes generally values in the range of  $0.5 \div 0.7$ ; also values close to one are possible. The temperature of distillation depends on the thermal state of steam and on the amount of heat delivered additionally to the pot (e.g. *via* heating jacket). Minimum temperature of distillation at the defined values of  $\varphi$  is reached in case when steam at the outlet from the liquid layer is saturated. Then

$$\varphi P_{A,T_{\min}} + P_{s,T_{\min}} = P \quad (2.9)$$

where  $P$  is pressure, under which the distillation is carried out, and  $P_A$  and  $P_s$  are saturation pressures of the liquid ( $A$ ) and steam ( $s$ ), respectively. From the equation, it results that always  $P_s < P$ , proving that under normal pressure ( $P = 1.013 \cdot 10^5$  Pa), the temperature of steam distillation is lower than the saturation temperature of steam under this pressure ( $100^\circ\text{C}$ ). When steam at the outlet from the liquid layer is overheated, the temperature of distillation is higher than  $T_{\min}$ , but lower than boiling temperature of the liquid being distilled ( $T_{\max}$ ).

Efficiency of steam distillation is the ratio of mass of the distilled liquid  $m_A$  to mass of the steam used for distillation  $m_s$  (when the steam condenses partially in the pot, the condensed portion is not taken into account in the expression for  $m_s$ ). Distillation efficiency is calculated according to the following formula

$$\frac{m_A}{m_s} = \frac{M_A}{M_s} \frac{n_A}{n_s} = \frac{M_A}{M_s} \frac{\varphi P_A}{P - \varphi P_A} \quad (2.10)$$

From the thermal balance of steam distillation, it results that

$$m_s \cdot \Delta i_s + Q = m_A \cdot \Delta i_A \quad (2.11)$$

where

$\Delta i_s$  – difference of enthalpies of steam between the inlet and the outlet from the liquid layer at saturation state at the outlet, J/kg,

$\Delta i_A$  – difference between enthalpy of vapor of the substance being distilled at the outlet from the liquid layer, and enthalpy of the liquid at the beginning of the process, J/kg,

$Q$  – amount of heat delivered *via* jacket to the pot, J.

The heat needs not to be always delivered to the system. In some cases  $m_s \cdot \Delta i_s > m_A \cdot \Delta i_A$ , meaning that the heat is released from the system in the form of

overheating of steam at the outlet. When  $m_s \cdot i_s < m_A \cdot i_A$ , the heat must be additionally delivered in the amount resulting from the equation (2.11). If the heat is not delivered via the heating jacket of the pot, a corresponding amount of the conveyed steam will condense, increasing consumption of the steam. When the additional heat is delivered in an excess in relation to the amount resulting from the equation (2.11), a state of overheating of steam is attained, similarly as in case when  $m_s \cdot i_s > m_A \cdot i_A$ . Then, the temperature of distillation is higher than  $T_{\min}$  resulting from the formula (2.9).

## 2.4. CONDENSATION

Partial condensation of vapors of the binary mixture (dephlegmation) leads to – similarly as distillation – a partial separation of the mixture into its components. The condensate contains less the more volatile component in relation to the vapor mixture before condensation, while the non-condensed vapors are enriched in this component. The non-condensed vapors may be completely liquefied then without any changes in their composition. Equilibrium condensation and differential condensation are distinguished.

Equilibrium condensation occurs in condensers at the downward flow of the vapors. The condensed liquid flows cocurrently with the vapors, favoring achieving an equilibrium state. If the vapors are conveyed to the condenser with a molar flow rate  $V$  and concentration of the more volatile component  $y_{\text{mol}V}$ , and enriched vapors (distillate) with molar flow rate  $D$  and concentration  $y_{\text{mol}D}$ , as well as condensate with molar flow rate  $L$  and equilibrium concentration  $x_{\text{mol}L}^*$  leave the condenser, one may write down that

$$V = D + L \quad (2.12)$$

$$V y_{\text{mol}V} = D y_{\text{mol}D} + L x_{\text{mol}L}^* \quad (2.13)$$

These equations are analogous to those for equilibrium distillation. Also calculation methods and graphical interpretation are analogous to those described in section 2.1. Degree of condensation is defined as follows

$$Z_c = \frac{L}{V} \quad (2.14)$$

Differential condensation occurs in condensers at the upward flow of the vapors. The condensed liquid flows countercurrently with the vapors, so it loses contact with the vapors it originated from. The vapors flowing upwards contain larger and



larger amount of the more volatile component, and a liquid also richer and richer in this component condenses from them. The liquid at the outlet of the condenser has composition corresponding to mixing the individual fractions of the liquid originated at various heights<sup>2</sup>. The following equation is in force for differential condensation (designations as for equilibrium condensation)

$$\ln \frac{V}{D} = \int_{y_{\text{mol}W}}^{y_{\text{mol}D}} \frac{dy_{\text{mol}}}{y_{\text{mol}} - x_{\text{mol}}^*} \equiv Ra \quad (2.15)$$

Moreover, formula (2.12) and

$$V y_{\text{mol}V} = D y_{\text{mol}D} + L x_{\text{mol}L} \quad (2.16)$$

results from the balance. The difference between the equations (2.13) and (2.16) consists in the fact that in equation (2.16) concentration  $x_{\text{mol}L}$  is not an equilibrium concentration in relation to  $y_{\text{mol}D}$ .

#### EXAMPLE 2.1

An equimolar mixture of acetone and water is subjected to equilibrium distillation. Calculate compositions of the distillation products corresponding to molar degree of evaporation  $Z_d = 0.25$ . At what temperature does the process occur?

In Fig. 2.3, a plot of distillation equilibrium of the acetone-water system, based on the data of Table AT-3d (the more volatile component – acetone) is shown.

Compositions of the distillation products are found by drawing a straight line from the point with coordinates (0.5; 0.5), with the slope of  $180^\circ - \alpha$ . Value of the angle  $\alpha$  equals to (formula (2.5))

$$\alpha = \arctan \left( \frac{1 - Z_d}{Z_d} \right) = \arctan \left( \frac{1 - 0.25}{0.25} \right) = 71.5^\circ$$

The drawn line intersects the equilibrium line in the point with coordinates (0.39; 0.82), so the composition of the bottoms equal to  $x_{\text{mol}W} = 0.39$ , and the composition of the distillate  $y_{\text{mol}D}^* = 0.82$ .

<sup>2</sup> In differential distillation, composition of the phases were variable in time; in differential condensation analogous changes occur depending on the condenser's height. As a consequence, analogous equations between amount and concentrations in the individual phases exist for both processes.



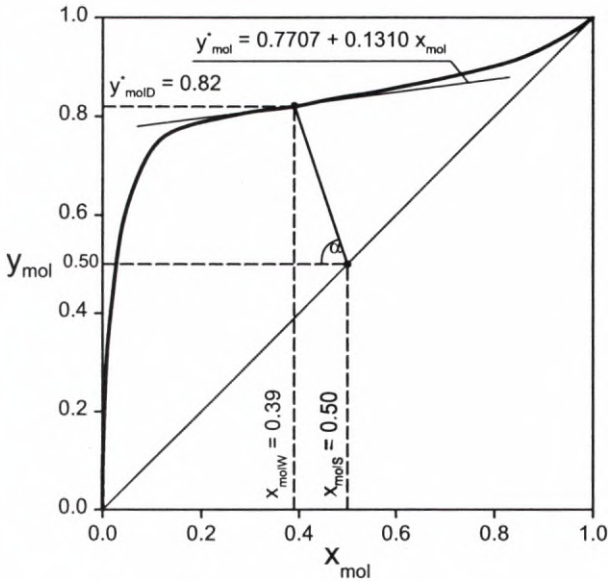


Fig. 2.3. Acetone-water equilibrium

The principle for determination of the process temperature is shown in Fig. 2.1b. From Table AT-3d, it results that in the neighborhood of the concentrations found, temperature varies slightly with the compositions of the phases, allowing to apply linear interpolation: for  $y_{\text{mol}}^* = 0.809$ ,  $T = 61.1^\circ\text{C}$  is found, and for  $y_{\text{mol}}^* = 0.832$ ,  $T = 60.0^\circ\text{C}$ ; hence for  $y_{\text{mol}}^* = 0.82$ , the following is calculated by linear interpolation

$$T_D = 61.1 + \frac{60.0 - 61.1}{0.832 - 0.809} \cdot (0.82 - 0.809) = 60.6^\circ\text{C}$$

In the plot (Fig. 2.3) one may see that the equilibrium line is nearly linear in the  $x_{\text{mol}}$  range from about 0.3 to 0.661. It allows to solve the problem of determination of compositions of the distillation products analytically. Equation of the line (equilibrium line) is found based on the data from Table AT-3d. The least squares method is applied, and an equation valid in the range  $0.3 < x_{\text{mol}} < 0.661$  is obtained

$$y_{\text{mol}}^* = 0.7707 + 0.1310 x_{\text{mol}} \quad (\text{a})$$

Below, the equilibrium data used for calculations, together with  $y_{\text{mol}D}^*$  values calculated according to the dependence (a) are shown.

$x_{\text{mol}}$ (from the table)	0.300	0.444	0.506	0.538	0.609	0.661
$y_{\text{mol}}^*$ (from the table)	0.809	0.832	0.837	0.840	0.847	0.860
$y_{\text{mol}}^*$ (from the equation (a))	0.810	0.829	0.837	0.841	0.850	0.857

Substitution of the equilibrium concentration calculated based on the relationship (a) to the equation (2.4) leads – after the numerical values have been taken into account – to the following equation

$$\frac{0.7707 + 0.1310 x_{\text{mol}W} - 0.5}{0.5 - x_{\text{mol}W}} = \frac{1 - 0.25}{0.25}$$

Solving of the equation yields molar fraction of acetone in the bottoms:  $x_{\text{mol}W} = 0.393$ . Molar fraction of acetone in the distillate is calculated according to the dependence (a)

$$y_{\text{mol}D}^* = 0.7707 + 0.1310 \cdot 0.393 = 0.822$$

#### EXAMPLE 2.2

A binary mixture containing  $x_{\text{mol}S} = 0.3$  of the more volatile component was subjected to batch distillation. In the range of concentrations occurring in the process, the distillation equilibrium may be described by the following equation

$$y_{\text{mol}}^* = 3x_{\text{mol}}$$

Calculate compositions of the products, knowing that the numbers of moles of the distillate and the residual liquid are the same.

As the numbers of moles of the distillate and the residual liquid are identical, so

$$D = W$$

The number of moles of the raw material equals to

$$S = D + W = 2W \quad (\text{a})$$

Hence it results that

$$Ra = \ln \frac{S}{W} = \ln 2 \quad (\text{b})$$

Calculation of the integral in the equation (2.6) yields

$$Ra = \int_{x_{\text{mol}W}}^{0.3} \frac{dx_{\text{mol}}}{3x_{\text{mol}} - x_{\text{mol}}} = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{0.3}{x_{\text{mol}W}} \right) \quad (\text{c})$$

Combination of relationships (b) and (c) leads to the following equation

$$\frac{1}{2} \ln \left( \frac{0.3}{x_{\text{mol}W}} \right) = \ln 2$$

Composition of the residual liquid (molar fraction of the more volatile component) equals to

$$x_{\text{mol}W} = \frac{0.3}{2^2} = 0.075$$

Average composition of the distillate is determined based on equation (2.7), taking equation (a) into account

$$\bar{x}_{\text{mol}D} = \frac{S x_{\text{mol}S} - W x_{\text{mol}W}}{S - W} = 2 x_{\text{mol}S} - x_{\text{mol}W}$$

$$\bar{x}_{\text{mol}D} = 2 \cdot 0.3 - 0.075 = 0.525$$

### EXAMPLE 2.3

A binary benzene-toluene mixture, containing  $x_{\text{mol}S} = 0.6$  of benzene was subjected to batch distillation. Calculate compositions of the obtained products, if the molar degree of evaporation equals to  $Z_d = 0.8$ . Coefficient of relative volatility of the mixture is independent on the temperature and equals to  $\alpha = 2.348$ .

For the final moment of distillation,  $L = W = S - D$ , and value of the Rayleigh integral equals to

$$Ra = \ln \frac{S}{S - D} = \ln \frac{1}{1 - Z_d} = \ln \frac{1}{1 - 0.8} = 1.6094$$

Final concentration of the liquid in the pot (residual) is calculated according to the equation (2.6)

$$\int_{x_{\text{mol}}^W}^{0.6} \frac{dx_{\text{mol}}}{y_{\text{mol}}^* - x_{\text{mol}}} = 1.6094 \quad (\text{a})$$

Substituting  $y_{\text{mol}}^*$  with the Fenske equation

$$y_{\text{mol}}^* = \frac{\alpha x_{\text{mol}}}{1 + (\alpha - 1)x_{\text{mol}}}$$

the integrand may be written down as follows

$$\frac{1}{y_{\text{mol}}^* - x_{\text{mol}}} = \frac{1}{\frac{2.348 x_{\text{mol}}}{1 + 1.348 x_{\text{mol}}} - x_{\text{mol}}} \quad (\text{b})$$

Problem consists in calculation of the lower integration limit  $x_{\text{mol}}^W$  for a known value of the integral, determined form of the integrand (formula (b)) and known upper integration limit. To solve it, any method of numerical integration may be used.  $x_{\text{mol}}^W = 0.2760$  (molar fraction of benzene in the residual liquid) is obtained.

The value of  $x_{\text{mol}}^W$  may be also found in another way; as substitution of the formula (b) to (a) provides an integral that may be solved analytically. The intergration yields

$$\begin{aligned} \int \frac{dx_{\text{mol}}}{\frac{\alpha x_{\text{mol}}}{1 + (\alpha - 1)x_{\text{mol}}} - x_{\text{mol}}} &= \int \frac{1 + (\alpha - 1)x_{\text{mol}}}{x_{\text{mol}}(\alpha - 1)(1 - x_{\text{mol}})} dx_{\text{mol}} = \\ &= \frac{1}{\alpha - 1} \int \frac{dx_{\text{mol}}}{x_{\text{mol}}(1 - x_{\text{mol}})} + \int \frac{dx_{\text{mol}}}{1 - x_{\text{mol}}} \end{aligned} \quad (\text{c})$$

The individual integrals are calculated

$$\int \frac{dx_{\text{mol}}}{x_{\text{mol}}(1 - x_{\text{mol}})} = \int \left( \frac{1}{x_{\text{mol}}} + \frac{1}{1 - x_{\text{mol}}} \right) dx_{\text{mol}} = \ln \frac{x_{\text{mol}}}{1 - x_{\text{mol}}} \quad (\text{d})$$

$$\int \frac{dx_{\text{mol}}}{1 - x_{\text{mol}}} = \ln \frac{1}{1 - x_{\text{mol}}} \quad (\text{e})$$

Substitution of relationships (d) and (e) to the formula (c) yields, after integration in the range from  $x_{\text{mol}}^W$  to  $x_{\text{mol}}^S$  the following expression



$$Ra = \frac{1}{\alpha - 1} \ln \frac{x_{\text{mol}S} (1 - x_{\text{mol}W})}{(1 - x_{\text{mol}S}) x_{\text{mol}W}} + \ln \frac{1 - x_{\text{mol}W}}{1 - x_{\text{mol}S}} \quad (\text{f})$$

After substitution of numerical values, the following is obtained

$$1.6094 = 0.7418 \cdot \ln \frac{1.5 (1 - x_{\text{mol}W})}{x_{\text{mol}W}} + \ln \frac{1 - x_{\text{mol}W}}{0.4} \quad (\text{g})$$

At the same time, it is known that  $0 < x_{\text{mol}W} < 0.6$ . Solving the non-linear equation (g) should be carried out using a numerical method. The same result is obtained as by numerical integration:  $x_{\text{mol}W} = 0.2760$ .

Content of benzene in the distillate is calculated according to the equation (2.7)

$$\bar{x}_{\text{mol}D} = \frac{S x_{\text{mol}S} - W x_{\text{mol}W}}{D} = \frac{1}{Z_d} x_{\text{mol}S} - \left( \frac{1}{Z_d} - 1 \right) x_{\text{mol}W}$$

$$\bar{x}_{\text{mol}D} = \frac{0.6}{0.8} - \left( \frac{1}{0.8} - 1 \right) \cdot 0.2760 = 0.6810$$

#### EXAMPLE 2.4

100 kg of toluene is subjected to steam distillation under pressure of  $P = 1.013 \cdot 10^5$  Pa. Steam with temperature of 120°C is delivered to the pot. Calculate the process temperature, flow rate of steam for distillation, and amount of heat that should be additionally delivered to the pot (*via* heating jacket), in order to prevent condensation of steam in the pot. Calculate also the amount of steam that would have to be provided, if the pot was not heated additionally. Carry out the calculations for the following degrees of saturation of the vapors with toluene:  $\varphi = 1.0$  and  $\varphi = 0.7$ . The initial temperature of toluene equals to 20°C, a average specific heat 1840 J/(kg·K). Pressure of saturated toluene vapor is the following function of temperature

$$P_A = \exp \left( 22.593 - \frac{4299.6}{5.01 + T} \right) \quad P_A \text{ [Pa], } T \text{ [K]} \quad (\text{a})$$

The dependence heat of evaporation of toluene on temperature is as follows

$T$ [°C]	80	100	120
$r$ [J/kg]	379 200	368 700	357 000

At  $\varphi = 1$ , the distillate vapors are saturated with toluene. Assuming also that the vapors are saturated with steam (what will be checked later), temperature of distillation is calculated according to the equation (2.9)

$$1 \cdot (P_A)_{T_{\min}} + (P_s)_{T_{\min}} = 1.013 \cdot 10^5 \quad (\text{b})$$

The calculations are carried out by trial-and-error method. A temperature of distillation  $T_{\min}$  is assumed,  $P_A$  is determined according to the formula (a) and  $P_s$  – according to the Table AT-5. For temperature of  $T_{\min} = 84.2^\circ\text{C}$ , the following is obtained

$$P_A = \exp\left(22.593 - \frac{4299.6}{5.01 + (84.2 + 273)}\right) = 45\,370 \text{ Pa}$$

$$P_s = \frac{57\,800 - 55\,570}{85 - 84} \cdot (84.2 - 84) + 55\,570 = 55\,900 \text{ Pa}$$

Value of  $P_s$  is calculated by linear interpolation between temperatures of  $84^\circ\text{C}$  and  $85^\circ\text{C}$  (Table AT-5). Substitution to the formula (b) yields

$$1 \cdot 45\,370 + 55\,900 = 101\,270 \cong P$$

Thus, at  $\varphi = 1$ , the temperature of steam distillation of toluene equals to  $84.2^\circ\text{C}$ . Based on the values of partial pressures distillation efficiency is calculated according to the equation (2.10), while  $M_A = 92 \text{ kg/kmol}$ ,  $M_s = 18 \text{ kg/kmol}$

$$\left(\frac{m_A}{m_s}\right) = \frac{M_A}{M_s} \frac{\varphi P_A}{P - \varphi P_A} = \frac{92}{18} \cdot \frac{1 \cdot 45\,370}{1.013 \cdot 10^5 - 1 \cdot 45\,370} = 4.146 \frac{\text{kg toluene}}{\text{kg steam}}$$

Consumption of steam for distillation is calculated in the following way

$$m_s = \frac{m_A}{(m_A/m_s)} = \frac{100}{4.146} = 24.1 \text{ kg}$$

Such an amount of steam is enough to carry out distillation in case when the steam delivered is in whole transferred to the distillate (no condensation in the pot).

Increase in enthalpy of toluene is as follows

$$\Delta i_A = c \cdot \Delta T_A + r = 1840 \cdot (84.2 - 20) + 377\,000 = 495\,100 \text{ J/kg}$$

while the values of heat of evaporation of toluene at 84.2°C, obtained by linear interpolation, is substituted.

Steam delivered to the pot has an enthalpy corresponding to saturation at 120°C, i.e.  $i''_{s1} = 2\,706\,300$  J/kg; and at the outlet, the steam is saturated in relation to the distillation temperature, i.e. 84.2°C. For this temperature  $i''_{s2} = 2\,650\,100$  J/kg (based on the Table AT-5). Knowing enthalpy differences for steam and toluene, the amount of heat that needs to be delivered to the pot may be calculated, according to the following formula (2.11)

$$Q = m_A \cdot \Delta i_A - m_s \cdot \Delta i_s = 100 \cdot 495\,100 - 24.06 \cdot (2\,706\,300 - 2\,650\,100) = 48.16 \cdot 10^6 \text{ J}$$

A positive value of  $Q$  proves that distillation is carried out with steam in saturation state. If such amount of heat is not provided *via* heating jacket, it will be taken from the steam in the pot, leading to condensation of steam. Thus, an additional amount of steam should be delivered to the pot

$$m'_s = \frac{Q}{i''_{s1} - i'_{s2}} = \frac{48.16 \cdot 10^6}{2\,706\,300 - 352\,600} = 20.5 \text{ kg}$$

The mass of steam calculated above condenses in the pot, delivering the heat necessary for distillation of toluene. The quantity  $i'_{s2}$  is the enthalpy of water at 84.2°C (Table AT-5).

At an incomplete saturation of the distillate vapors with toluene ( $\varphi = 0.7$ ), the temperature of distillation is determined from the following condition

$$0.7 \cdot (P_A)_T + (P_s)_T = 1.013 \cdot 10^5$$

For a temperature  $T = 88.1^\circ\text{C}$ ,  $P_A = 51\,480$  Pa,  $P_s = 65\,200$  Pa are obtained; substitution to the formula (c) yields

$$0.7 \cdot 51\,480 + 65\,200 = 101\,240 \text{ Pa} \cong P$$

Distillation efficiency equals to

$$\left( \frac{m_A}{m_s} \right) = \frac{92}{18} \cdot \frac{0.7 \cdot 51\,480}{1.013 \cdot 10^5 - 0.7 \cdot 51\,480} = 2.822 \frac{\text{kg toluene}}{\text{kg steam}}$$

and consumption of steam

$$m_s = \frac{100}{2.822} = 35.4 \text{ kg}$$



As in the previous case, heat of evaporation of toluene, and enthalpies of steam and water at the temperature of distillation  $T = 88.1^\circ\text{C}$  are determined (by linear interpolation); the following values are obtained:  $r_A = 374\,900\text{ J/kg}$ ,  $i''_{s2} = 2\,656\,300\text{ J/kg}$ ,  $i'_{s2} = 369\,000\text{ J/kg}$ .

Increase in enthalpy of toluene equals to

$$\Delta i_A = 1840 \cdot (88.1 - 20) + 374\,900 = 500\,200\text{ J/kg}$$

and the amount of additional heat

$$Q = 100 \cdot 500\,200 - 35.4 \cdot (2\,706\,300 - 2\,656\,300) = 48.25 \cdot 10^6\text{ J}$$

When the pot is not heated *via* heating jacket, the amount of the additional steam delivered equals to

$$m'_s = \frac{48.25 \cdot 10^6}{2\,706\,300 - 369\,000} = 20.6\text{ kg}$$

Thus, the degree of saturation of the vapors influences the temperature and efficiency of distillation considerably.

#### EXAMPLE 2.5

Vapor mixture of acetone and benzene, containing 59.4% molar of acetone, is subjected to partial condensation in a vertical condenser. Calculate:

- degree of condensation, at which the enriched vapor contains 79.5% molar of acetone when the vapors are introduced at the bottom of the condenser (simple condensation);
- concentration of acetone in the enriched vapor at the degree of condensation calculated above, in case when the vapors are introduced at the top of the condenser (equilibrium condensation).

*Ad a.* For simple condensation, integral  $Ra$  in the formula (2.15) should be calculated. In order to define the integrand, the equilibrium data of the acetone-benzene system from Table AT-3c are used (acetone in the more volatile component). Values of the function are gathered in the table below.

$y_{\text{mol}}$	0.594	0.665	0.730	0.795
$x_{\text{mol}}^*$	0.4	0.5	0.6	0.7
$\frac{1}{y_{\text{mol}} - x_{\text{mol}}^*}$	5.15	6.06	7.69	10.53



The integral is calculated by trapezoid method. Calculation of  $Ra$  yields

$$Ra = \int_{0.594}^{0.795} \frac{dy_{\text{mol}}}{y_{\text{mol}} - x_{\text{mol}}^*} = \frac{5.15 + 6.06}{2} \cdot (0.665 - 0.594) + \frac{6.06 + 7.69}{2} \cdot (0.730 - 0.665) + \frac{7.69 + 10.53}{2} \cdot (0.795 - 0.730) = 1.437$$

According to the formula (2.15)

$$\frac{D}{V} = \exp(-Ra)$$

Degree of condensation equals to

$$Z_c = \frac{V-D}{V} = 1 - \exp(-Ra) = 1 - \exp(-1.437) = 0.762$$

*Ad b.* For equilibrium distillation, the following is obtained by a combination of the equations (2.12), (2.13) and (2.14)

$$y_{\text{mol}V} = Z_c x_{\text{mol}L}^* + (1 - Z_c) y_{\text{mol}D}$$

After substitution of numerical values

$$0.594 = 0.762 x_{\text{mol}L}^* + 0.238 y_{\text{mol}D} \quad (\text{a})$$

To solve the equation, the dependence  $y_{\text{mol}} = f(x_{\text{mol}}^*)$  is needed. The calculations are carried out by trial-and-error method, utilizing data from Table AT-3c. Linear interpolation of the table data is used, being allowable for the sake of slight curvature of the function graph in the studied range. For  $y_{\text{mol}D} = 0.704$ ,  $x_{\text{mol}L}^* = 0.560$  approximately, so

$$0.762 \cdot 0.560 + 0.238 \cdot 0.704 = 0.594$$

and it is in a good accordance with equation (a). Thus, during equilibrium condensation, the vapors are enriched to the concentration (molar fraction of acetone)  $y_{\text{mol}D} = 0.704$  at  $Z_c = 0.762$ . This is a lower enrichment than that for differential condensation.

## EXAMPLE 2.6

An ethanol-water mixture was subjected to batch distillation. Determine the dependence between degree of recovery of ethanol from the raw material and volumetric evaporation degree of the raw material. For the individual values of the evaporation degree, define also the averaged compositions of the distillate  $\bar{x}_{vD}$  expressed as volume fractions. Carry out the calculations for the following volume fractions of ethanol in the raw material:  $x_{vS} = 0.08; 0.11$  and  $0.14$ .

By the degree of recovery  $\eta$ , one should understand a ratio of the amount of the more volatile component (ethanol) contained in the distillate to the amount contained in the raw material. The volumetric evaporation degree  $Z_{vD}$  is defined as the ratio of volume of the distillate obtained to the volume of the raw material, while both values are related to the same temperature (20°C).

*Distillation equilibrium of the ethanol-water system*

The basis for the calculations is to define the value of the integral present in the equation (2.6). To this end, course of the integrand should be determined

$$\frac{1}{y_{\text{mol}}^* - x_{\text{mol}}} = f(x_{\text{mol}})$$

The relationship may be defined based on the data from Table AT-3g; the  $x_{\text{mol}}$  range of  $0 \div 0.05$  is of interest. However, it is much more convenient to use an equilibrium relation in the form of a mathematical function in the calculations. In the case of the ethanol-water system, such a function has quite a complicated form. For the discussed  $x_{\text{mol}}$  value range, the following formula may be employed

$$y_{\text{mol}}^* = \frac{A x_{\text{mol}}}{1 + (A - 1) x_{\text{mol}}} \quad (\text{a})$$

while the quantity  $A$  showing formal similarity to the coefficient of relative volatility, is strongly variable and it may be determined according to the following formula<sup>3</sup>

$$A = 0.01962 \frac{664.5 (1 - x_{\text{mol}}) - 1}{1 + 6.165 x_{\text{mol}} - 0.2885 x_{\text{mol}}^2} \quad (\text{a}')$$

In the table below, a comparison of  $y_{\text{mol}}^*$  values calculated based on equations (a) and (a'), with the experimental values taken from Table AT-3g is shown.

<sup>3</sup> T. Komorowicz, Doctoral Thesis, Cracow University of Technology, 1980.

$x_{\text{mol}}$ (from Table AT-3g)	$y_{\text{mol}}^*$ (from Table AT-3g)	$y_{\text{mol}}^*$ (from equations (a) and (b))
0.0028	0.032	0.032
0.0118	0.113	0.116
0.0137	0.157	0.129
0.0144	0.135	0.130
0.0176	0.156	0.161
0.0222	0.186	0.190
0.0246	0.212	0.204
0.0302	0.231	0.233
0.0331	0.248	0.247
0.0519	0.318	0.318

Accordance of the values in columns 2 and 3 should be considered satisfying. Moreover, one should take into account that the values of column 2 are encumbered measurement errors (see the value in the third line).

#### *Algorithm of the calculations*

Although knowledge of quantity of the raw material is not needed to solve the problem, however for the sake of higher clarity of the calculations, they are carried out for a specific amount of the raw material, i.e. for 1 dm<sup>3</sup> at 20°C. Having a specific amount of the raw material in moles  $S$  and its composition (molar fraction of ethanol)  $x_{\text{mol}S}$ , the algorithm of determination of the degree of recovery  $\eta$  and the average composition of the distillate as volume fractions  $\bar{x}_{vD}$  depending on its volumetric evaporation degree  $Z_{vD}$  is as follows:

- 1) Assumption of a composition of the liquid in the pot  $x_{\text{mol}}$  ( $< x_{\text{mol}S}$ ).
- 2) Numerical calculation of  $Ra$  acc. to (b), (a) and (a')

$$Ra = \int_{x_{\text{mol}}}^{x_{\text{mol}S}} \frac{dx_{\text{mol}}}{y_{\text{mol}}^* - x_{\text{mol}}} \quad (\text{b})$$

- 3) Calculation of number of moles of the liquid in the pot  $L$  corresponding to the composition  $x_{\text{mol}}$ , according to the equation (2.6)

$$L = S \exp(-Ra) \quad (\text{c})$$

- 4) Calculation of number of moles of the distillate

$$D = S - L \quad (\text{d})$$



- 5) Calculation of average molar fraction of ethanol in the distillate (according to relationship (2.7))

$$\bar{x}_{\text{mol } D} = \frac{(S x_{\text{mol } S}) - L x_{\text{mol}}}{D} \quad (\text{e})$$

- 6) Calculation of average molar mass of the distillate

$$M_D = \bar{x}_{\text{mol } D} M_A + (1 - \bar{x}_{\text{mol } D}) M_B = 28 \bar{x}_{\text{mol } D} + 18 \quad (\text{f})$$

while  $M_A = 46 \text{ kg/kmol}$  (ethanol) and  $M_B = 18 \text{ kg/kmol}$  (water) are substituted.

- 7) Calculation of the degree of recovery of ethanol

$$\eta = \frac{D \bar{x}_{\text{mol } D}}{(S x_{\text{mol } S})} \quad (\text{g})$$

- 8) Calculation of mass fraction of ethanol in the distillate

$$\bar{x}_D = \bar{x}_{\text{mol } D} \frac{M_A}{M_D} = \frac{46 \bar{x}_{\text{mol } D}}{M_D} \quad (\text{h})$$

- 9) Determination of density of the distillate  $\rho_D$  based on Table AT-4 (by interpolation).

- 10) Calculation of volume fraction of ethanol in the distillate

$$\bar{x}_{vD} = \bar{x}_D \frac{\rho_D}{\rho_A} = \frac{\bar{x}_D \cdot \rho_D}{789.3} \quad (\text{i})$$

while  $\rho_A = 789.3 \text{ kg/m}^3$  (density of ethanol at  $20^\circ\text{C}$ ) is substituted.

- 11) Calculation of volume of the distillate. The volume, expressed in  $\text{dm}^3$ , is to numerical value equal to the volumetric evaporation degree

$$V_D = \frac{D M_D}{\rho_D} \quad (\text{j})$$

In the beginning of the distillation, the following relationships are in force:  $x_{\text{mol}} = x_{\text{mol } S}$ ,  $D = 0$ ,  $Ra = 0$ ,  $L = S$ ,  $\eta = 0$ ; moreover the composition of the distillate results from the equilibrium with the composition of the raw material. Then, the equilibrium composition (molar fraction of ethanol) should be determined based on the equations (a) and (b); the composition is converted to volume fraction, taking into account steps 6, 8, 9, and 10 of the algorithm, while  $\bar{x}_{vD} = y_{\text{mol}}^*$ .

For ethanol concentration in the raw material  $x_{vS} = 0.08$  and volume of the raw material of  $1 \text{ dm}^3$  (at  $20^\circ\text{C}$ ),  $S$  and  $x_{\text{mol } S}$  are calculated in the following way. Density of the raw material  $\rho_S = 987 \text{ kg/m}^3$  is assumed and mass fraction of ethanol is defined



$$x_S = \frac{789.3 \cdot 0.08}{987} = 0.0640$$

For this concentration (6.4% by wt. of ethanol), density of the solution is equal to the assumed value, what has been checked in Table AT-4. Molar fraction of ethanol in the raw material equals to

$$x_{\text{mol } S} = \frac{\frac{0.064}{46}}{\frac{0.064}{46} + \frac{1-0.064}{18}} = 0.02605$$

Number of kilomoles of ethanol in the raw material equals to

$$(S x_{\text{mol } S}) = \frac{0.08 \cdot 789.3}{46 \cdot 1000} = 0.001372 \text{ kmol}$$

Total number of kilomoles in the raw material equals to

$$S = \frac{(S x_{\text{mol } S})}{x_{\text{mol } S}} = \frac{0.001372}{0.02605} = 0.05267 \text{ kmol}$$

Below, an exemplary calculation for a distillation of the raw material containing 8% by vol. of ethanol, according to the algorithm shown above.

Ad. 1. An instantaneous composition of the liquid in the pot  $x_{\text{mol}} = 0.017$  is assumed.

Ad. 2. Integration pertains to the range of  $0.01700 < x_{\text{mol}} < 0.02605$ . Numerical Simpson method is used. For  $n = 4$ , values of function  $f$  in 9 point of this range should be determined (table below).

$x_{\text{mol}}$	$y_{\text{mol}}^*$	$f = \frac{1}{y_{\text{mol}}^* - x_{\text{mol}}}$
0.01700	0.1669	$f_0 = 6.672$
0.01813	0.1751	$f_{0,1} = 6.370$
0.01926	0.1831	$f_1 = 6.104$
0.02039	0.1908	$f_{1,2} = 5.868$
0.02152	0.1983	$f_2 = 5.657$
0.02266	0.2056	$f_{2,3} = 5.466$
0.02379	0.2127	$f_3 = 5.294$
0.02492	0.2195	$f_{3,4} = 5.139$
0.02605	0.2261	$f_4 = 4.998$

The value of the integral is calculated according to the following formula

$$Ra = \int_{x_{\text{mol}}}^{x_{\text{mol}S}} f dx_{\text{mol}} =$$

$$= \frac{x_{\text{mol}S} - x_{\text{mol}}}{6 \cdot 4} (f_0 + 2f_1 + 2f_2 + 2f_3 + f_4 + 4f_{0,1} + 4f_{1,2} + 4f_{2,3} + 4f_{3,4})$$

$$Ra = \frac{0.02605 - 0.01700}{6 \cdot 4} \cdot (6.672 + 2 \cdot 6.104 + 2 \cdot 5.657 + 2 \cdot 5.294 + 4.998 + 4 \cdot 6.370 + 4 \cdot 5.868 + 4 \cdot 5.466 + 4 \cdot 5.139)$$

$$Ra = 0.05172$$

Ad. 3  $L = 0.05267 \cdot \exp(-0.05172) = 0.05002 \text{ kmol}$

Ad. 4  $D = 0.05267 - 0.05002 = 0.00265 \text{ kmol}$

Ad. 5  $\bar{x}_{\text{mol}D} = \frac{0.001372 - 0.05002 \cdot 0.017}{0.00265} = 0.1969$

Ad. 6  $M_D = 28 \cdot 0.1969 + 18 = 23.51 \text{ kg/kmol}$

Ad. 7. The degree of recovery equals to

$$\eta = \frac{0.00265 \cdot 0.1969}{0.001372} = 0.3803$$

Ad. 8. Average mass fraction of ethanol in the distillate equals to

$$\bar{x}_D = \frac{46 \cdot 0.1969}{23.51} = 0.3852$$

Ad. 9. Density of the ethanol solution with concentration of 38.5% by wt. at 20°C equals to  $\rho_D = 938 \text{ kg/m}^3$  (acc. to AT-4).

Ad. 10. Average volume fraction of ethanol in the distillate equals to

$$\bar{x}_{vD} = \frac{938 \cdot 0.3852}{789.3} = 0.4578$$

Ad. 11. Knowing the amount of the distillate (in moles), volume of the distillate is calculated

$$V_D = \frac{0.00265 \cdot 23.51}{938} = 66.4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = 0.0664 \text{ dm}^3$$

As the volume of the raw material equals to  $1 \text{ dm}^3$ , volumetric evaporation degree  $Z_V = V_D/V_S$  is equal to

$$Z_V = 0.0664$$

Similar calculations were carried out for  $x_{\text{mol}} = 0.009$  and  $x_{\text{mol}} = 0.003$ .

For contents of ethanol in the raw material equal to 11% by vol., the corresponding calculations yield:  $x_{\text{molS}} = 0.03652$ ,  $S = 0.05166 \text{ kmol}$ . Calculations according to the algorithm shown above were carried out for the following  $x_{\text{mol}}$  values: 0.023, 0.011, and 0.003.

For contents of ethanol in the raw material equal to 14% by vol., the following is obtained:  $x_{\text{molS}} = 0.04737$  and  $S = 0.05070 \text{ kmol}$ . Calculations were carried out for the following  $x_{\text{mol}}$  values: 0.028; 0.013, and 0.003.

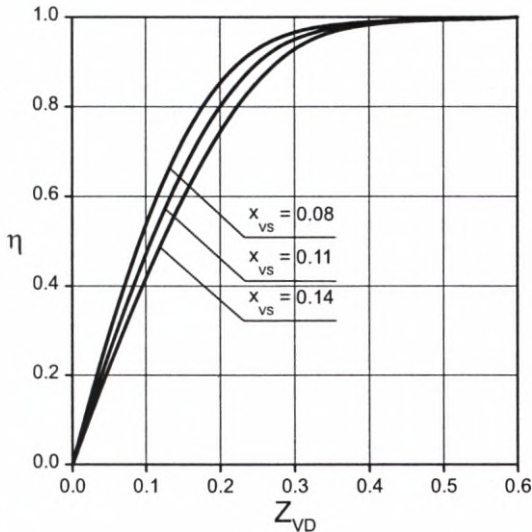


Fig. 2.4. The dependence between the degree of recovery and the degree of evaporation

Results of all calculations are shown as graphs (Fig. 2.4 and 2.5). Based on the graphs, one may ascertain, for example that distillation of the raw material containing 11% by vol. of ethanol and stripping of 15% of the initial volume of the raw material ( $Z_{VD} = 0.15$ ), yield a distillate with average contents of ethanol 48% by vol.



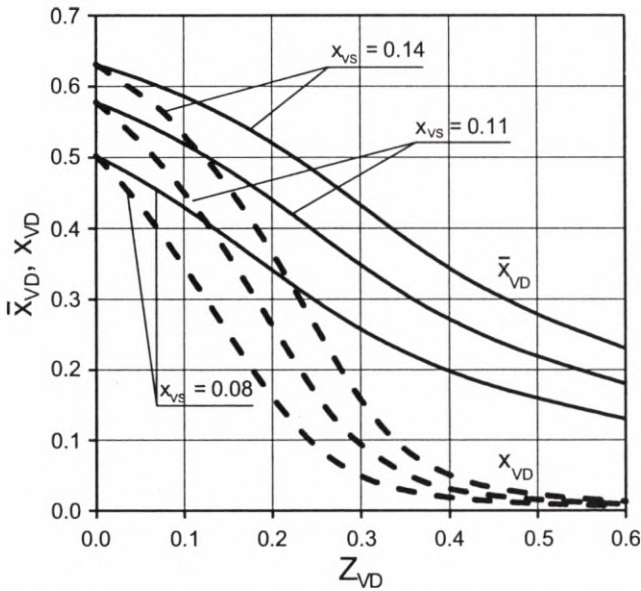


Fig. 2.5. The dependence between average ethanol contents in the distillate and the degree of evaporation

The degree of recovery equals to about 67%, meaning that 33% of ethanol contained in the raw material remains in the residual liquid. The higher the degree of evaporation, the higher the degree of recovery, but contents of ethanol in the distillate is lower and lower. In Fig. 2.5, the dependence between the degree of evaporation and instantaneous ethanol concentrations in the distillate is plotted additionally (dashed lines). Course of these lines results from the equilibrium between the composition of the liquid in the pot and the instantaneous composition of the distillate. For example, after evaporation of 15% by vol. of the raw material containing 11% by vol. of ethanol, the instantaneous ethanol contents in the distillate equals to 36% by vol.

### EXERCISE 2.1

38.6 kmol/h of a benzene-toluene mixture containing 87.0% molar of benzene was subjected to equilibrium distillation under pressure of  $0.348 \cdot 10^5$  Pa. Concentration of benzene in the bottoms equals to 78.1% molar. Determine the temperature of distillation, amounts of the obtained products, and composition of the distillate. It is assumed that the system fulfills the Raoult's law, and pressures of saturated vapors of the components of the mixture vary with the temperature according to the Antoine equation: for benzene (A)

$$P_A = \exp \left( 20.775 - \frac{2777.7}{220.24 + T} \right) \quad P_A \text{ [Pa], } T \text{ [}^\circ\text{C]}$$



for toluene (B)

$$P_B = \exp\left(22.135 - \frac{3997.2}{266.14 + T}\right), \quad P_A \text{ [Pa]}, \quad T \text{ [}^\circ\text{C]}$$

Answer:  $T_D = 52.9^\circ\text{C}$ ,  $D = 27.7 \text{ kmol/h}$ ,  $W = 10.9 \text{ kmol/h}$ ,  $x_{\text{mol}D} = 0.905$ .

### EXERCISE 2.2

1017 moles of an ethanol-water solution containing 4.06% molar of ethanol, is subjected to batch distillation in order to evaporate 93% of ethanol. Calculate the amount and average composition of the distillate, assuming that in the concentration range occurring in the process, the distillation equilibrium is described by a linear dependence

$$y_{\text{mol}}^* = 8.16 x_{\text{mol}}$$

Answer:  $D = 283 \text{ moles}$ ,  $\bar{x}_{\text{mol}D} = 0.136$ .

### EXERCISE 2.3

Obtain a distillate containing 70% molar of the more volatile component from a binary solution with coefficient of relative volatility  $\alpha = 5.0$  and concentration of the more volatile component of 40% molar. Calculate the evaporation degree of the solution for batch distillation and equilibrium distillation.

Answer: for batch distillation  $Z_d = 0.359$ ,  
for equilibrium distillation  $Z_d = 0.214$ .

### EXERCISE 2.4

1000 kg/h of a vapor methanol-water mixture containing 40% by wt. of methanol is conveyed to a condenser. Calculate compositions of the condensation products while the raw material is introduced at the bottom and at the top of the condenser, knowing that the flow rate of condensed liquid is equal to 600 kg/h.

Advice: It is convenient to solve the problem using mass fractions; the equilibrium data from Table AT-3h should be converted.

Answer: for equilibrium condensation  $x_L = 0.268$ ,  $y_D^* = 0.597$ ,  
for differential condensation  $x_L = 0.205$ ,  $y_D = 0.693$ .



### 3. RECTIFICATION

#### 3.1. MASS BALANCE AND THERMAL BALANCE OF A RECTIFICATION COLUMN

For a continuously operating rectification column (Fig. 3.1), a general mass balance has the following form

$$S = D + W \quad (3.1)$$

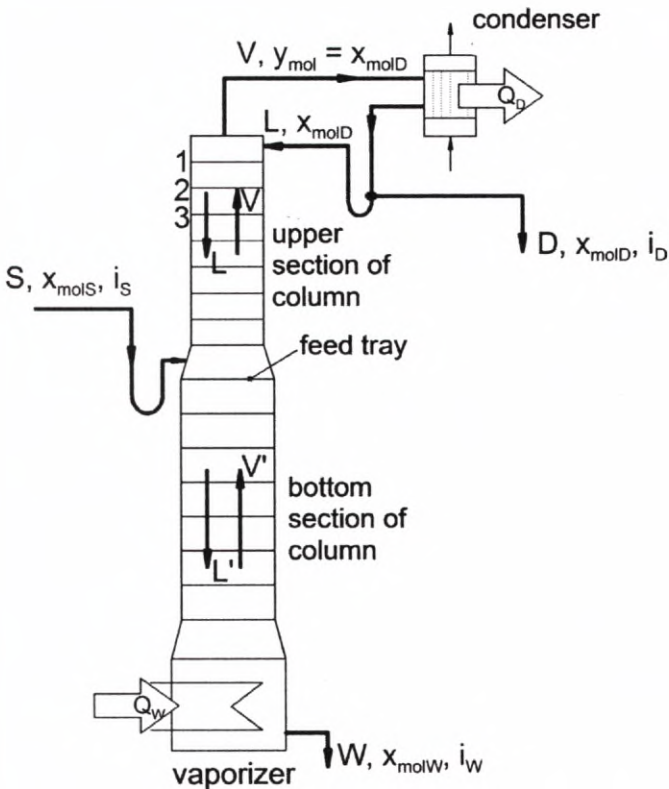


Fig. 3.1. Diagram of a rectification installation

Mass balance for the more volatile component (which boils at a lower temperature) is as follows

$$S x_{\text{mol}S} = D x_{\text{mol}D} + W x_{\text{mol}W} \quad (3.2)$$

where:

- $S, D, W$  – molar flow rates of the feed, the distillate and the bottoms, mol/s, respectively,  
 $x_{\text{mol}S}, x_{\text{mol}D}, x_{\text{mol}W}$  – molar fractions of the more volatile component in the feed, the distillate and the bottoms, respectively.

Mass balance of a rectification column may be also written down using mass flow rates (expressed in kg/s), and expressing the corresponding concentrations in mass fractions.

Reflux ratio  $R$  is defined by the following formula

$$R = \frac{L}{D} \quad (3.3)$$

Mass balance of the condenser is as follows

$$V = D + L \quad (3.4)$$

Taking the definition of the reflux ratio under consideration, one may write down

$$V = D(R + 1) \quad (3.5)$$

In the above formulas:

- $L$  – molar flow rate of the liquid redirected to the upper section of the column, mol/s,  
 $V$  – molar flow rate of the vapor at the outlet from the upper section of the column, mol/s.

Thermal balance of a continuously operating rectification column, with no thermal loss to the environment, has the following form

$$S i_S + Q_W = D i_D + W i_W + Q_D \quad (3.6)$$

where:

- $Q_W$  – rate of heat delivered to the column vaporizer (pot), W,  
 $Q_D$  – rate of heat received in the condenser, W,



$i_S, i_D, i_W$  – molar enthalpies of the feed, the distillate and the bottoms (in relation to a temperature of  $0^\circ\text{C}$ ), respectively, J/mol.

When the vapors condense completely in the condenser

$$Q_D = D(R+1)r_{\text{mol}D} \quad (3.7)$$

where  $r_{\text{mol}D}$  is molar heat of condensation of the vapors, J/mol.

## 3.2. DETERMINATION OF THE NUMBER OF THEORETICAL PLATES BY MCCABE–THIELE METHOD

### 3.2.1. Equation of the upper and bottom operating line

Assuming constant molar flow rates of the liquid and the vapors in both sections of the column, the equation of the operating line pertaining to the upper (enhancing) section of the column is as follows (UOL equation)

$$y_{\text{mol}} = \frac{L}{L+D} x_{\text{mol}} + \frac{D}{L+D} x_{\text{mol}D} \quad (3.8)$$

or

$$y_{\text{mol}} = \frac{R}{R+1} x_{\text{mol}} + \frac{x_{\text{mol}D}}{R+1} \quad (3.9)$$

The equation of the operating line pertaining to the bottom (stripping) section of the column is as follows (BOL equation)

$$y_{\text{mol}} = \frac{L'}{L'-W} x_{\text{mol}} + \frac{W}{L'-W} x_{\text{mol}W} \quad (3.10)$$

where:

- $L'$  – molar flow rate of the liquid in the bottom section of the column, mol/s,
- $y_{\text{mol}}$  – molar fraction of the more volatile component in the vapor phase flowing in to  $i^{\text{th}}$  plate,
- $x_{\text{mol}}$  – molar fraction of the more volatile component in the liquid phase flowing out of  $i^{\text{th}}$  plate.

Equations of the upper and bottom operating lines are equations of straight lines. The lines are drawn in a unit square with the equilibrium line  $y_{\text{mol}}^* = f(x_{\text{mol}})$  (Fig. 3.3) plotted earlier. The upper operating line runs through points with the following coordinates

$$x_{\text{mol}} = x_{\text{mol}D}, \quad y_{\text{mol}} = x_{\text{mol}D}$$

and

$$x_{\text{mol}} = 0, \quad y_{\text{mol}} = \frac{x_{\text{mol}D}}{R+1}$$

while the bottom operating line runs through points with the following coordinates

$$x_{\text{mol}} = x_{\text{mol}W}, \quad y_{\text{mol}} = x_{\text{mol}W}$$

and

$$x_{\text{mol}} = 0, \quad y_{\text{mol}} = -\frac{W}{L'-W} x_{\text{mol}W}$$

### 3.2.2. Thermal condition of the feed

Thermal condition of the feed is characterized by parameter  $e$

$$e = \frac{i'' - i_s}{r} \quad (3.11)$$

being a ratio of the heat needed for transformation of 1 mole of the feed in dry saturated vapor to the molar heat of evaporation of the feed  $r$ .

In the above formula:

$i''$  – molar enthalpy of saturated vapor having composition of the feed, J/mol,

$i_s$  – molar enthalpy of the feed flowing in to the column at temperature of  $T_s$ , J/mol.

The following cases are distinguished:

- 1) the feed flows in at temperature of  $T_s$ , lower than boiling temperature of the feed,  $e > 1$ ,
- 2) the feed flows in at its boiling temperature,  $e = 1$ ,
- 3) the feed flows in as a mixture of saturated vapor and boiling liquid,  $0 < e < 1$ , while  $e = 1 - p$ , where  $p$  is the fraction of the vapor in the two-phase mixture,

- 4) the feed flows in as dry saturated vapor,  $e = 0$ ,  
 5) the feed flows in as overheated vapor,  $e < 0$ .

The relations between flow rates of the vapors and the liquid in the bottom and in the upper section of the column are as follow

$$L' = L + eS \quad (3.12)$$

$$V' = V + (e - 1)S \quad (3.13)$$

while  $V'$  is molar flow rate of the vapors in the bottom section of the column.

E-line equation, which is a geometrical location of the intersection points of the upper and bottom operating lines, has the following form

$$y_{\text{mol}} = \frac{e}{e-1} x_{\text{mol}} - \frac{x_{\text{mol}S}}{e-1} \quad (3.14)$$

The e-line runs through points with the following coordinates

$$x_{\text{mol}} = x_{\text{mol}S}, \quad y_{\text{mol}} = x_{\text{mol}S}$$

and

$$x_{\text{mol}} = 0; \quad y_{\text{mol}} = -\frac{x_{\text{mol}S}}{e-1}$$

### 3.2.3. Minimum and actual reflux ratio

The minimum value of the reflux ratio is defined by the following formula

$$R_{\text{min}} = \frac{x_{\text{mol}D} - y_{\text{mol}F}}{y_{\text{mol}F} - x_{\text{mol}F}} \quad (3.15)$$

where  $x_{\text{mol}F}$  and  $y_{\text{mol}F}$  are coordinates of the intersection point of the equilibrium line with the e-line (Fig. 3.2). If the feed is fed at its boiling temperature, then  $x_{\text{mol}F} = x_{\text{mol}S}$  in the formula (3.15).

At  $R = R_{\text{min}}$ , the operating lines of both column sections intersect at the equilibrium curve (Fig. 3.2). In case when  $R \rightarrow \infty$ , the operating lines overlap with the diagonal of the graph.

The actual value of the reflux ratio jest  $\beta$  times higher than the minimum value

$$R = \beta R_{\text{min}} \quad (3.16)$$

where  $\beta > 1$  is a coefficient of excess reflux.

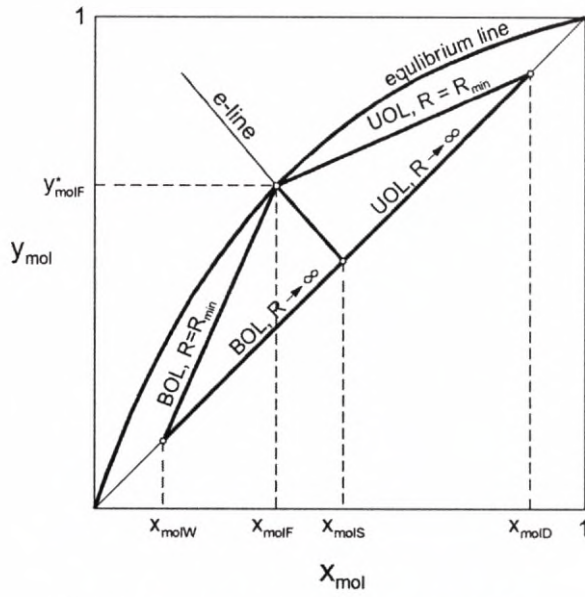


Fig. 3.2. Graphical method for determination of  $R_{min}$

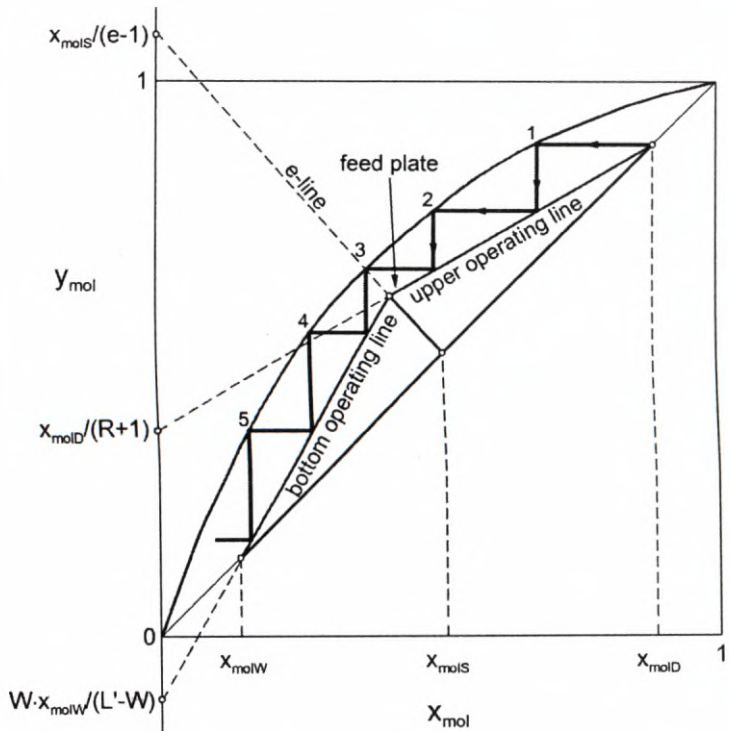


Fig. 3.3. McCabe–Thiele method



### 3.2.4. Determination of the number of theoretical plates

Determination of the number of theoretical plates consists in drawing a broken line (polyline) between the operating lines and the equilibrium line, most often beginning from a point with coordinates of  $(x_{\text{mol}D}, x_{\text{mol}D})$  (Fig. 3.3). The number of theoretical plates is equal to the number of steps, i.e. to the number of contact points of the polyline with the equilibrium line. The last step in the plot corresponds to the evaporator (the column pot)<sup>4</sup>. The feed tray is determined by the step located at both operating lines.

### 3.3. DETERMINATION OF THE NUMBER OF THEORETICAL PLATES BY PONCHON-SAVARIT METHOD

In Ponchon–Savarit method, enthalpy chart is used (Fig. 3.4). It allows to take changes of molar flow rates of the phase along the column into account.

The basis for the Ponchon–Savarit method is a relation of mass and thermal balances. Utilizing equations (3.1) and (3.2), mass balance of the column may be written down in the form

$$D(x_{\text{mol}D} - x_{\text{mol}S}) = W(x_{\text{mol}S} - x_{\text{mol}W}) \quad (3.17)$$

Thermal balance of the column may be written down in the following way

$$D(i_D + q_D - i_S) = W(i_S + q_W - i_W) \quad (3.18)$$

The equations (3.1) and (3.6) are used. The individual symbols denote:  $q_D$  – amount of heat received in the condenser, per 1 mole of the distillate

$$q_D = \frac{Q_D}{D}$$

$q_W$  – amount of heat delivered to the pot, per 1 mole of the bottoms

$$q_W = \frac{Q_W}{W}$$

<sup>4</sup> In an evaporator, fractioning of the mixture similarly as on the column plate occurs. On the other hand, in a condenser, fractioning of the mixture at complete condensation of the vapors does not occur.

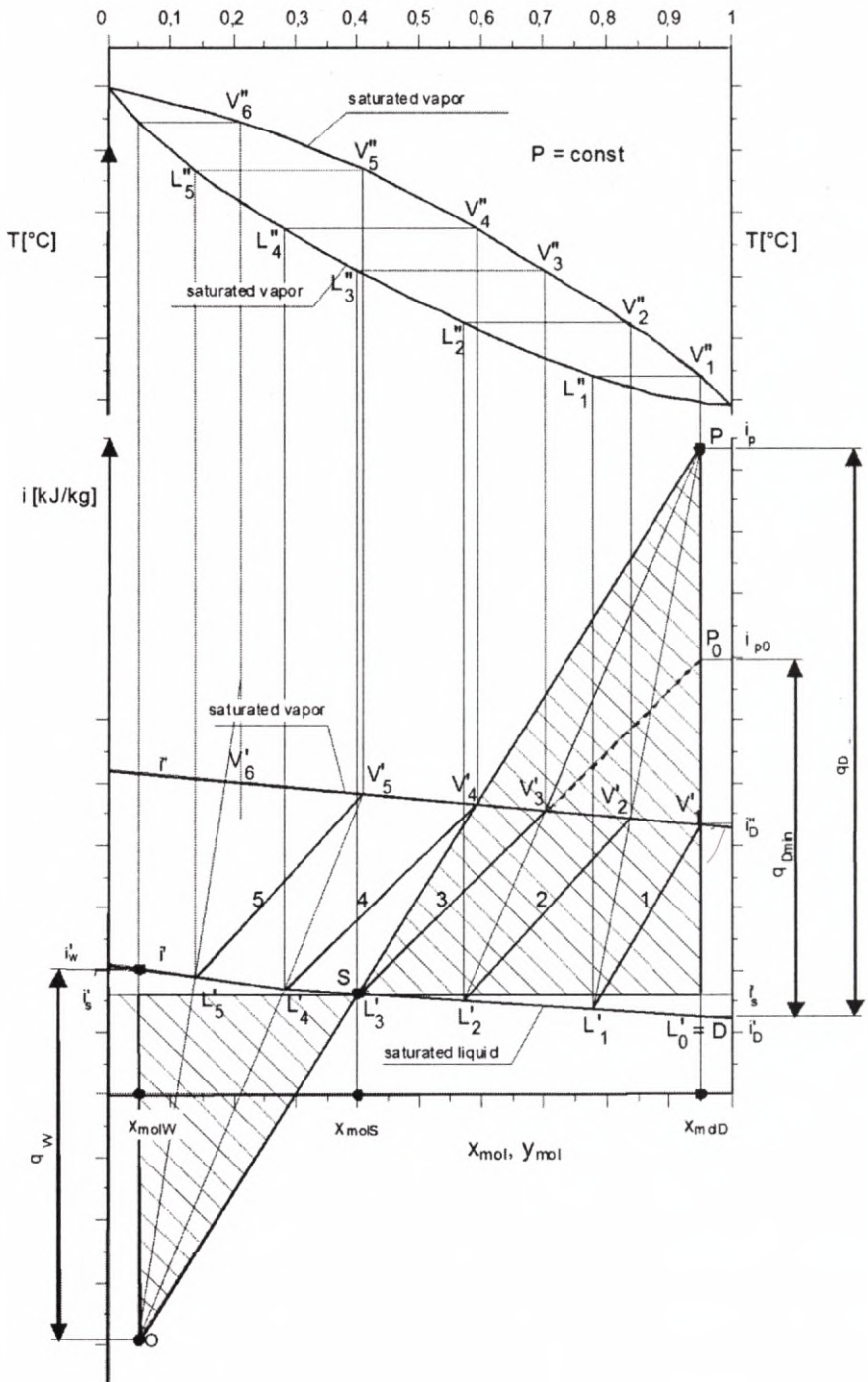


Fig. 3.4. Ponchon-Savarit method

Dividing the equations (3.18) and (3.17) by both sides, the following is obtained

$$\frac{i_D + q_D - i_S}{x_{\text{mol}D} - x_{\text{mol}S}} = \frac{i_S + q_W - i_W}{x_{\text{mol}S} - x_{\text{mol}W}} \quad (3.19)$$

Formula (3.19) has a geometrical interpretation in the enthalpy chart (Fig. 3.4): ratios of the legs of the hatched triangles correspond to this equation.

The equation resulting from the thermal and mass balances for any cross-section between two neighboring plates, e.g.  $i$  and  $(i + 1)$  for the upper section of the column has the following form

$$\frac{i_D + q_D - i''_{i+1}}{x_{\text{mol}D} - y_{\text{mol},i+1}} = \frac{i''_{i+1} - i'_i}{y_{\text{mol},i+1} - x_{\text{mol}i}} \quad (3.20)$$

The above equation represents a pencil of lines drawn from the pole  $P$  (Fig. 3.4). Intersection of each of these straight lines with the lines of liquid and vapor in the enthalpy chart determines compositions of both phases between the plates of the upper section of the column. As for a given cross-section of the column (space between plates), the attribution of concentrations of the first phase to concentrations of the second phase is characteristic for the operating lines, the equation (3.20) is an equivalent of the equation of such a line.

By balancing analogically the bottom section of the column for plates  $i$  and  $(i + 1)$ , an equation being an equivalent of the bottom operating line is obtained

$$\frac{i'_{j+1} + q_W - i'_W}{x_{\text{mol},j+1} - x_{\text{mol}W}} = \frac{i''_j - i'_{j+1}}{y_{\text{mol}j} - x_{\text{mol},j+1}} \quad (3.21)$$

This equation represents a pencil of lines drawn from the bottom pole  $O$  (Fig. 3.4). Assuming that the feed flows in to the column in the form of boiling liquid, determination of the number of theoretical plates by Ponchon–Savarit method should be carried out in the following way:

- Draw a graph in an enthalpy-concentration coordinate system (Fig. 3.4) and plot the points  $x_{\text{mol}S}$ ,  $x_{\text{mol}D}$ , and  $x_{\text{mol}W}$  onto the concentration axis.
- Determine the locations of operating poles: the upper pole and the lower pole. The upper pole has coordinates of  $(x_{\text{mol}D}, i_D + q_D)$ , while the bottom pole –  $(x_{\text{mol}W}, i_W - q_W)$ .
- Find the location of the intersection point  $S$  of the enthalpy line of boiling liquid with the line perpendicular to the concentration axis, drawn from the point  $x_{\text{mol}S}$ .
- Draw an isotherm 3 through point  $S$ , using the equilibrium graph in temperature-concentration system (the upper graph). The construction of the  $L'_3 V'_3$  isotherm is



based on the system of  $L'_3 L''_3 V'''_3 V'_3$  lines<sup>5</sup>. Extend the isotherm 3 upwards, up to its intersection with a perpendicular straight line drawn from point  $x_{\text{mol}D}$ , obtaining point  $P_0$ .

- Calculate the minimum value of the reflux ratio using the following formula ( $i'_D \equiv i_D$ )

$$R_{\min} = \frac{q_{D\min}}{r_D} - 1 = \frac{i_{P0} - i''_D}{i''_D - i'_D} \quad (3.22)$$

- Assume an actual value of the reflux ratio ( $R > R_{\min}$ ) and find the location of the upper operating pole  $P$ .
- Connect pole  $P$  with point  $S$  using a section which is then extended up to its intersection with a perpendicular straight line drawn from point  $x_{\text{mol}W}$ ; location of the bottom operating pole  $O$  is obtained.
- Find the intersection of perpendicular straight line drawn from point  $x_{\text{mol}D}$  with the line of saturated vapor  $V'_1$ . From this point, draw an isotherm  $L'_1 V'_1$  (isotherm 1), utilizing the equilibrium graph in the temperature-concentration system. The construction of the  $L'_1 V'_1$  isotherm is based on the system of  $L'_1 L''_1 V'''_1 V'_1$  lines. This isotherm depicts the first theoretical plate.
- Connect point  $L'_1$  with the upper pole  $P$ . In the result of intersection of the operating line  $L'_1 P$  with the vapor enthalpy curve, point  $V'_2$  is obtained. This point determines enthalpy and composition of the vapor flowing out of the second plate. The enthalpy and composition of the liquid at the second plate is determined by drawing an  $L'_2 V'_2$  isotherm, analogically as for the first plate.
- Determination of next theoretical plates in the upper section of the column is carried out similarly, till the point  $S$  is reached. After reaching this point, one should use the bottom operating pole  $O$  and commence analogically as for the upper section of the column.
- The number of theoretical plates equals to the number of determined isotherms  $L'_i V'_i$ .

### 3.4. PACKED RECTIFICATION COLUMNS

Calculations for packed rectification columns are carried out similarly as for the packed absorption columns (Chapter 1), however the calculations are carried out separately for the individual sections of the column. Often, the notion of the height equivalent to a theoretical plate (*HETP*) is used.

<sup>5</sup> In Fig. 3.4: points  $L', V'$  – refer to enthalpy chart, points  $L'', V''$  – refer to temperature chart.



### EXAMPLE 3.1

In a rectification column with sieve plates a methanol-water mixture containing methanol concentration of  $x_{\text{mol}S} = 0.511$  (molar fraction) is separated. Flow rate of the feed equals to  $S = 2700$  kg/h, and its temperature  $T_s = 2^\circ\text{C}$ . The required methanol contents in the distillate equals to  $x_D = 0.970$  (mass fraction), while the bottoms should contain  $x_W = 0.050$  of methanol. The process occurs under pressure of 0.1013 MPa. Calculate:

1. Flow rates of the obtained products in kg/h.
2. Minimum and actual value of the reflux ratio, if the coefficient of excess reflux  $\beta = 3$ .
3. Theoretical and actual number of plates while the total efficiency of the column  $E_c = 0.40$ .
4. Flow rate of the heating steam (that should be delivered to the column pot) with pressure of 588.4 kPa and degree of humidity  $w = 5\%$ . Assume that heat losses amount to 10% of theoretical heat demand.
5. Flow rate of the cooling water in the condenser, corresponding to a water temperature increase by 25 K.
6. Diameters of the upper and the bottom section of the column at the tray spacing between  $H = 0.3$  m.

Molar heat of evaporation of methanol is shown in the table below.

Temperature [ $^\circ\text{C}$ ]	Molar heat of evaporation of methanol [kJ/kmol]
60	35 500
80	33 900

The equilibrium data of the methanol-water system are gathered in Table AT-3h. Other physical properties of methanol are as follows: molar heat capacity (average)  $C_A = 89.0$  kJ/(kmol·K), surface tension at  $80^\circ\text{C}$   $\sigma = 0.0176$  N/m, density at  $80^\circ\text{C}$   $\rho = 736$  kg/m<sup>3</sup>.

### Mass balance

Symbols  $S$ ,  $D$ ,  $W$  denote molar flow rates, and symbols  $S_{\text{mas}}$ ,  $D_{\text{mas}}$ ,  $W_{\text{mas}}$  – mass flow rates.

Flow rates of the obtained products are calculated from the equations of mass balance. While balancing the process in units of mass (kg), molar fraction of the feed  $x_{\text{mol}S}$  should be converted to mass fraction according to the following formula

$$x_S = \frac{x_{\text{mol}S} M_A}{x_{\text{mol}S} M_A + (1 - x_{\text{mol}S}) M_B}$$

$$x_S = \frac{0.511 \cdot 32}{0.511 \cdot 32 + (1 - 0.511) \cdot 18} = 0.650$$

while the following values are substituted:  $M_A = 32 \text{ kg/kmol}$ ,  $M_B = 18 \text{ kg/kmol}$  (molar masses of methanol and water, respectively). The following rectification products are obtained: distillate with mass flow rate of

$$D_{\text{mas}} = S_{\text{mas}} \frac{x_S - x_W}{x_D - x_W} = 2700 \cdot \frac{0.650 - 0.050}{0.970 - 0.050} = 1761 \text{ kg/h}$$

and bottoms

$$W_{\text{mas}} = S_{\text{mas}} - D_{\text{mas}} = 2700 - 1761 = 939 \text{ kg/h}$$

In order to prepare a balance in a molar system, both concentrations and flow rates should be converted into corresponding molar quantities. Average molar mass of the feed equals to

$$M_S = M_A x_{\text{mol}S} + M_B (1 - x_{\text{mol}S})$$

$$M_S = 32 \cdot 0.511 + 18 \cdot (1 - 0.511) = 25.2 \text{ kg/kmol}$$

Molar fractions of the more volatile component in the distillate and in the bottoms amount to

$$x_{\text{mol}D} = \frac{\frac{x_D}{M_A}}{\frac{x_D}{M_A} + \frac{1 - x_D}{M_B}} = \frac{\frac{0.970}{32}}{\frac{0.970}{32} + \frac{1 - 0.970}{18}} = 0.948$$

$$x_{\text{mol}W} = \frac{\frac{x_W}{M_A}}{\frac{x_W}{M_A} + \frac{1 - x_W}{M_B}} = \frac{\frac{0.050}{32}}{\frac{0.050}{32} + \frac{1 - 0.050}{18}} = 0.029$$

Molar flow rate of the feed equals to

$$S = \frac{S_{mas}}{M_S} = \frac{2700}{25.2} = 107.1 \text{ kmol/h}$$

Molar flow rates of the rectification products equal to

$$D = S \frac{x_{molS} - x_{molW}}{x_{molD} - x_{molW}}$$

$$D = 107.1 \cdot \frac{0.511 - 0.029}{0.948 - 0.029} = 56.2 \text{ kmol/h}$$

$$W = S - D = 107.1 - 56.2 = 50.9 \text{ kmol/h}$$

### E-line equation

Average heat capacity of water (table AT-2) equals to 4.19 kJ/(kg·K), and molar heat  $C_B = 4.19 \cdot 18 = 75.4 \text{ kJ}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$ . Molar heat of the feed is calculated

$$C_S = C_A x_{molS} + C_B (1 - x_{molS})$$

$$C_S = 89.0 \cdot 0.511 + 75.4 \cdot (1 - 0.511) = 82.4 \text{ kJ}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$$

Based on the data from Table AT-3h a graph of a distillation isobar in the coordinate system  $T = f(x_{mol}, y_{mol})$  is plotted. As it results from the graph (Fig. 3.6), boiling temperature of the mixture with composition of the feed equals to 73°C. For this temperature, heat of evaporation of the components is determined. For methanol, a value of 34 500 kJ/kmol is obtained by interpolation of the table data. For water, heat of evaporation is defined based on Table AT-5. After conversion, molar heat of evaporation of water of 41 850 kJ/kmol is obtained. Thus, molar heat of evaporation of the feed equals to

$$r_{molS} = 34\,500 \cdot 0.511 + 41\,850 \cdot (1 - 0.511) = 39\,010 \text{ kJ/kmol}$$

Enthalpy of the feed fed at 2°C equals to (in relation to reference temperature of 0°C)

$$i_S = C_S T_S = 82.4 \cdot 2 = 165 \text{ kJ/kmol}$$



Enthalpy of completely evaporated feed would amount to

$$i'' = 82.4 \cdot 73.0 + 39\,010 = 45\,020 \text{ kJ/kmol}$$

Now, the thermal condition parameter of the feed may be calculated

$$e = \frac{i'' - i_S}{r_{\text{molS}}} = \frac{45\,020 - 165}{39\,010} = 1.15$$

E-line equation has the following form

$$y_{\text{mol}} = \frac{e}{e-1} x_{\text{mol}} - \frac{x_{\text{molS}}}{e-1} = \frac{1.15}{1.15-1} x_{\text{mol}} - \frac{0.511}{1.15-1}$$

$$y_{\text{mol}} = 7.67 x_{\text{mol}} - 3.41$$

The e-line runs through points with the following coordinates: (0; -3.41) and (0.511; 0.511). Considering the difficulties with plotting the first point (far outside the graph), a more convenient, other point with the following coordinates (0.452; 0) is found, with location resulting from substitution of  $y_{\text{mol}} = 0$  to the e-line equation.

Then, a graph a  $y_{\text{mol}}^* = f(x_{\text{mol}})$  (Fig. 3.5) together with the e-line are plotted based on the data from Table AT-3h.

### The reflux ratio

The minimum reflux ratio is calculated using the formula (3.15), while concentrations  $x_{\text{molD}} \rightarrow y_{\text{molF}}$  are read from the  $y_{\text{mol}}^* = f(x_{\text{mol}})$  graph as coordinates of the intersection point of the feed line with the equilibrium line. From the graph (Fig. 3.5), it results that  $x_{\text{molF}} = 0.555$ ,  $y_{\text{molF}} = 0.808$ . Hence the following is calculated

$$R_{\text{min}} = \frac{x_{\text{molD}} - y_{\text{molF}}}{y_{\text{molF}} - x_{\text{molF}}} = \frac{0.948 - 0.808}{0.808 - 0.555} = 0.553$$

The actual reflux ratio equals to (the relationship (3.16))

$$R = \beta R_{\text{min}} = 3 \cdot 0.553 = 1.66$$



## The operating lines and determination of the number of plates

Equation of the upper operating line (3.9) is as follows

$$y_{\text{mol}} = \frac{R}{R+1} x_{\text{mol}} + \frac{x_{\text{mol}D}}{R+1} = \frac{1.66}{1.66+1} x_{\text{mol}} + \frac{0.948}{1.66+1}$$

$$y_{\text{mol}} = 0.624 x_{\text{mol}} + 0.356$$

The upper operating line result from connection of the point with coordinates (0.948; 0.948) with the point with coordinates (0; 0.356), (Fig. 3.5).

In order to draw the bottom operating line, the intersection point of the feed line with the upper operating line is necessary (P). Connection of this point with the point having coordinates (0.029; 0.029) allows to draw the line.

The number of theoretical plates is determined drawing a polyline between the operating lines and the equilibrium line (Fig. 3.5), starting from the point with the following coordinates (0.948; 0.948).

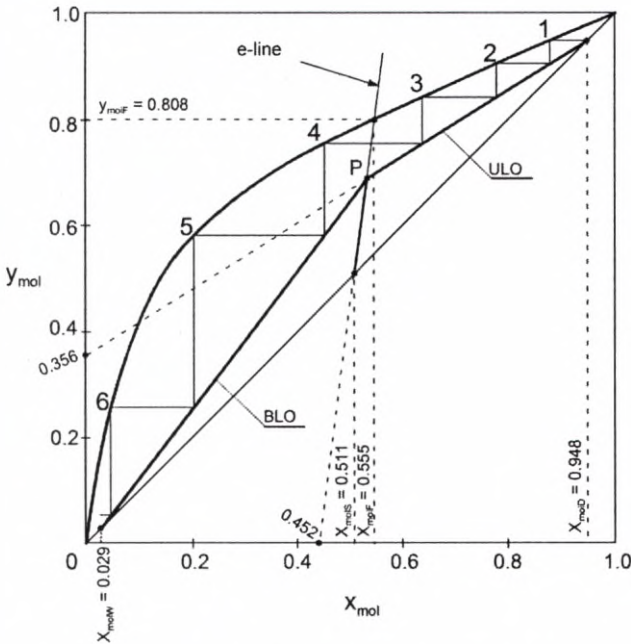


Fig. 3.5. Determination of the number of theoretical plates

As it results from the Fig. 3.5,  $n = 6.5$  theoretical plates are obtained:  $n_{\text{upper}} \approx 3.5$  in the upper section of the column and  $n_{\text{bottom}} \approx 3$  in the bottom section. The last, theoretical plate corresponds the pot of the column.

Assuming that the pot corresponds to a theoretical plate, the number of plates that should be installed in the column (actual number of plates) equals to

$$N = \frac{n-1}{E_c} = \frac{6.5-1}{0.40} = 13.8 \cong 14$$

while in the upper section of the column

$$N_{upper} = \frac{n_{upper}}{E_c} = \frac{3.5}{0.40} = 8.8 \cong 9$$

of plates should be installed, and in the bottom section of the column

$$N_{bottom} = \frac{n_{bottom}-1}{E_c} = \frac{3-1}{0.40} = 5$$

### Thermal balance

Temperatures of the bottom and top of the column are determined. Temperature of the top of the column corresponds to the condensation temperature of the vapor at the outlet of the column (with the composition of the distillate).  $T_D = 65^\circ\text{C}$  is read from Fig. 3.6. Temperature at the bottom of the column is equal to the boiling temperature of the bottoms.  $T_W = 95^\circ\text{C}$  is found from Fig. 3.6.

Theoretical thermal power that should be delivered to the pot is calculated based on the thermal balance of the column (3.6). As the loss amounts to 10% of the theoretical heat demand, the actual heat demand equals to

$$Q_W = 1.1 \cdot (Q_D + D i_D + W i_W - S i_S) \quad (\text{a})$$

The individual positions at the right side of the equation (a) are calculated below.

– Calculation of  $Q_D$

For the temperature of the column top, heat of evaporation of the components is defined. For methanol with temperature of  $65^\circ\text{C}$ , value of 35 100 kJ/kmol is obtained by interpolation of the data from the table. For water, heat of evaporation is read from Table AT-5. After conversion, molar heat of evaporation of water equals to 42 230 kJ/kmol is obtained. Thus, heat of evaporation of the feed equals to

$$r_{\text{mol}D} = 0.948 \cdot 35\,100 + (1 - 0.948) \cdot 42\,230 = 35\,500 \text{ kJ/kmol}$$

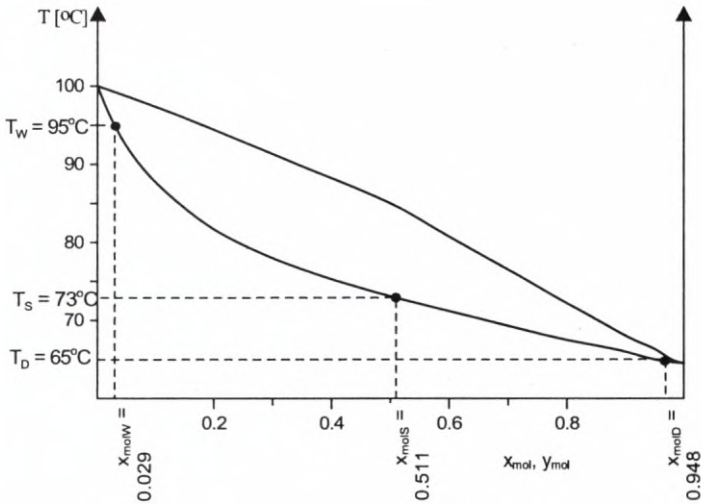


Fig. 3.6. Determination of temperatures in the column

Rate of heat received in the condenser is calculated according to the following formula (3.7)

$$Q_D = D(R+1)r_{\text{mol}D} = 56.2 \cdot (1.66+1) \cdot 35\,500$$

$$Q_D = 5\,307\,000 \text{ kJ/h}$$

– Calculation of  $Di_D$

The following parameters are calculated successively:

- molar heat capacity of the distillate

$$C_D = C_A x_{\text{mol}D} + C_B (1 - x_{\text{mol}D})$$

$$C_D = 89.0 \cdot 0.948 + 75.4 \cdot (1 - 0.948) = 88.3 \text{ kJ}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$$

- molar enthalpy of the distillate

$$i_D = C_D T_D = 88.3 \cdot 65 = 5740 \text{ kJ}/\text{kmol}$$

- heat carried by the stream of the distillate

$$Di_D = 56.2 \cdot 5740 = 322\,600 \text{ kJ/h}$$

– Calculation of  $W i_w$ 

Similar calculations for the bottoms yield

$$C_w = C_A x_{\text{mol}w} + C_B (1 - x_{\text{mol}w})$$

$$C_w = 89.0 \cdot 0.029 + 75.4 \cdot (1 - 0.029) = 75.8 \text{ kJ}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$$

$$i_w = C_w T_w = 75.8 \cdot 95 = 7200 \text{ kJ}/\text{kmol}$$

Heat carried by the stream of the bottoms equals to

$$W i_w = 50.9 \cdot 7200 = 366\,500 \text{ kJ}/\text{h}$$

– Calculation of  $S i_s$ 

Similarly the following parameters are calculated successively for the stream of the feed: molar heat capacity, enthalpy and heat carried by this stream to the column

$$C_s = C_A x_{\text{mol}s} + C_B (1 - x_{\text{mol}s})$$

$$C_s = 89.0 \cdot 0.511 + 75.4 \cdot (1 - 0.511) = 82.3 \text{ kJ}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$$

$$i_s = C_s T_s = 82.3 \cdot 2 = 165 \text{ kJ}/\text{kmol}$$

$$S i_s = 107.1 \cdot 165 = 17700 \text{ kJ}/\text{h}$$

– Calculation of  $Q_w$ 

The wanted rate of the heat delivered to the column pot equals to

$$Q_w = 1.1 \cdot (5\,307\,000 + 322\,600 + 366\,500 - 17\,700)$$

$$Q_w = 6\,576\,200 \text{ kJ}/\text{h} = 1830 \text{ kW}$$

Knowing the values of thermal powers that should be delivered to the evaporator and carried away from the condenser, consumption of the heating steam and cooling water is calculated. Flow rate of the steam that should be fed to the column pot is calculated from the following formula

$$\dot{m}_{\text{steam}} = \frac{Q_w}{r_{\text{steam}} (1 - w)}$$



while heat of evaporation is read from Table AT-5:  $r_{steam} = 2756 - 667 = 2089$  kJ/kg

$$\dot{m}_{steam} = \frac{6\,576\,200}{2089 \cdot (1-0.05)} = 3310 \text{ kg/h}$$

Consumption of water in the condenser equals to

$$\dot{m}_{water} = \frac{Q_D}{c_{water} \cdot \Delta T_{water}}$$

$$\dot{m}_{water} = \frac{5\,307\,000}{4.19 \cdot 25} = 50\,700 \text{ kg/h}$$

### Determination of the column diameter

In order to determine diameters of the individual sections of the column, permissible velocity of the vapor should be defined first. The formula is as follows (Souders-Brown)

$$u_{max} = C \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{0.2} \sqrt{\frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_g}} \quad (b)$$

where:

- $\sigma$  – surface tension of liquid, N/m,
- $\sigma_0$  (= 0.02 N/m) – standard value of surface tension,
- $C$  – coefficient depending on parameter  $X$  and on the tray spacing (Fig. 3.7).

Parameter  $X$  should be calculated in the following way

$$X = \left( \frac{L}{V} \right) \sqrt{\frac{\rho_g}{\rho_l}}$$

For the calculations, it is necessary to know densities of both phases of the system and surface tension of the liquid.

Density of the liquid in both sections of the column is assumed approximately as the average of densities of both components at average temperature of the column  $T \cong 80^\circ\text{C}$ . Density of water at this temperature equals to  $971.8$  kg/m<sup>3</sup> (Table AT-2), therefore density of the liquid in the column equals to  $\rho_l = 0.5 \cdot (736 + 971.8) = 854$  kg/m<sup>3</sup>, approximately.

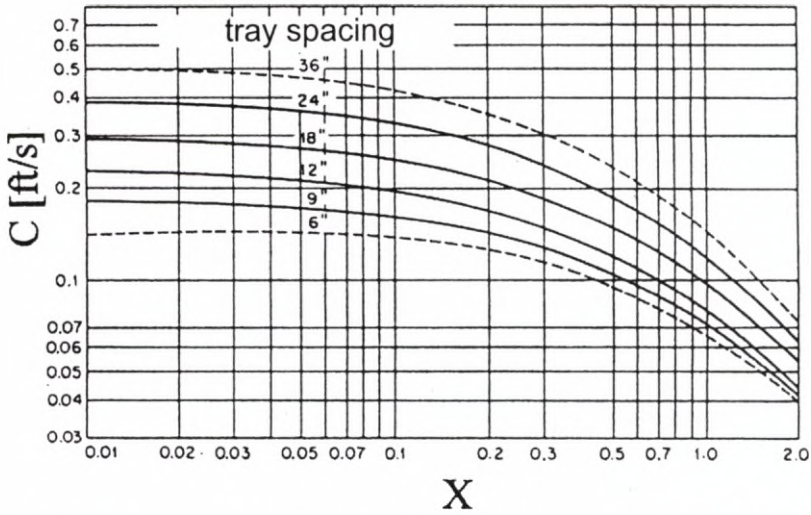


Fig. 3.7. Relationship between coefficient  $C$  and quantities  $X$  and  $H$  for Souders-Brown formula

As surface tension of methanol at average temperature of the column differs from the standard value in the formula (b) only slightly, it is assumed that

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^{0.2} \cong 1$$

– Upper section of the column

Density of the gas phase (vapor) is calculated based on the formula

$$\rho_g = \frac{PM}{RT}$$

while  $T$  is absolute temperature. Molar mass of the condensing vapors is identical as that of the distillate and equals to

$$M_D = 32 \cdot 0.948 + 18 \cdot (1 - 0.948) = 31.3 \text{ kg/kmol}$$

Densities of the vapors amount to: near the feed tray

$$\rho_{g \text{ feed}} = \frac{1.013 \cdot 10^5 \cdot 25.2}{8314 \cdot (73 + 273)} = 0.89 \text{ kg/m}^3$$

in the condenser

$$\rho_{g \text{ top}} = \frac{1.013 \cdot 10^5 \cdot 31.3}{8314 \cdot (65 + 273)} = 1.13 \text{ kg/m}^3$$

Average density of the vapors in the upper section of the column equals to

$$\rho_{g,upper} = \frac{1.13 + 0.89}{2} = 1.01 \text{ kg/m}^3$$

Molar flow rates amount to: for the liquid phase

$$L = RD = 1.66 \cdot 56.2 = 93.3 \text{ kmol/h}$$

for the vapor phase

$$V = D(R + 1) = 56.2 \cdot (1.66 + 1) = 149.5 \text{ kmol/h}$$

The ratio of mass flow rates of the liquid and that of the vapors is approximately equal to the ratio of their molar flow rates, because molar masses of the phases remaining in contact with one another do not differ significantly. Hence

$$\left(\frac{L}{V}\right) \cong \left(\frac{L}{V}\right)_{\text{mol}} = \frac{93,3}{149.5} = 0.624$$

Then, parameter  $X$  is determined

$$X = \left(\frac{L}{V}\right) \sqrt{\frac{\rho_p}{\rho_l}} = 0.624 \cdot \sqrt{\frac{1.01}{854}} = 0.021$$

For this value of  $X$  and the tray spacing of  $H = 0.3 \text{ m} \cong 12 \text{ inch}$ ,  $C \cong 0.22 \text{ ft/s} = 0.22 \cdot 0.305 = 0.067 \text{ m/s}$  is read from Fig. 3.7. The maximum velocity of the vapors is calculated according to the following formula (a)

$$u_{\text{max}} = C \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^{0.2} \sqrt{\frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_g}}$$

For the upper section of the column, the maximum velocity of the vapors equals to ( $\rho_g \ll \rho_l$  is assumed)

$$u_{\text{max,upper}} = 0.067 \cdot 1 \cdot \sqrt{\frac{854}{1.01}} = 1.95 \text{ m/s}$$

The diameter of the upper section of the column is estimated based on velocity of the vapors amounting to half of this value. Hence

$$u_{\text{upper}} = 0.5 \cdot u_{\text{max,upper}} = 0.5 \cdot 1.95 = 0.98 \text{ m/s}$$

Volume flow rate of the vapors is calculated based on molar flow rate  $V$ . The conversion is carried out based on equation of the ideal gas

$$\dot{V}_g = \frac{VRT}{P}$$

One should note that in the above equation,  $\dot{V}_g$  denotes volume flow rate, and  $V$  – molar flow rate of the vapor. Substitution of numerical values yields

$$\dot{V}_{g,upper} = \frac{149.5 \cdot 8314 \cdot (73 + 273)}{0.1013 \cdot 10^6} = 4245 \text{ m}^3/\text{h}$$

while a maximum value in this section of the column is substituted for temperature. The cross-sectional area of the upper section of the column equals to

$$S_{upper} = \frac{\dot{V}_{g,upper}}{u_{upper}} = \frac{4245/3600}{0.98} = 1.20 \text{ m}^2$$

Hence, the diameter is

$$D_{upper} = \sqrt{\frac{4S_{upper}}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1.20}{\pi}} = 1.24 \text{ m}$$

– Bottom section of the column

Calculations for the bottom section of the column are similar. Temperature near the feed tray equals to  $T_s = 73^\circ\text{C}$ , and in the pot  $T_w = 95^\circ\text{C}$  (Fig. 3.7). Molar mass of the vapor forming in the pot is close to that of the bottoms and equals to

$$M_w = 32 \cdot 0.029 + 18 \cdot (1 - 0.029) = 18.4 \text{ kg/kmol}$$

Density of these vapors is as follows

$$\rho_{g,pot} = \frac{1.013 \cdot 10^5 \cdot 18.4}{8314 \cdot (95 + 273)} = 0.61 \text{ kg/m}^3$$

Average density of the vapor in the bottom section of the column equals to

$$\rho_{g,bottom} = \frac{0.61 + 0.89}{2} = 0.75 \text{ kg/m}^3$$



Molar flow rates amount to:  
for the liquid phase

$$L' = L + eS = 93.3 + 1.15 \cdot 107.1 = 216.5 \text{ kmol/h}$$

for the vapor phase

$$V' = V + (e - 1)S = 149.5 + 107.1 \cdot (1.15 - 1) = 165.6 \text{ kmol/h}$$

Similarly as for the upper section of the column, the ratio of mass flow rates of the liquid and of the vapors is approximately equal to the ratio of molar flow rates

$$\left(\frac{L'}{V'}\right) \cong \left(\frac{L'}{V'}\right)_{\text{mol}} = \frac{216.5}{165.6} = 1.31$$

Parameter  $X$  equals to

$$X = \left(\frac{L'}{V'}\right) \sqrt{\frac{\rho_p}{\rho_l}} = 1.31 \cdot \sqrt{\frac{0.75}{854}} = 0.039$$

For this value of  $X$  and tray spacing of  $H = 0.3 \text{ m} \cong 12 \text{ inch}$ ,  $C \cong 0.215 \text{ ft/s} = 0.066 \text{ m/s}$  is found from the graph. Maximum velocity of the vapors in the bottom section of the column equals to

$$u_{\text{max,bottom}} = 0.066 \cdot 1 \cdot \sqrt{\frac{854}{0.75}} = 2.23 \text{ m/s}$$

and actual velocity

$$u_{\text{bottom}} = 0.5 \cdot u_{\text{max,bottom}} = 0.5 \cdot 2.23 = 1.12 \text{ m/s}$$

Volume flow rate of the vapor in the bottom section of the column equals to

$$\dot{V}_{g,\text{bottom}} = \frac{165.6 \cdot 8314 \cdot (95 + 273)}{0.1013 \cdot 10^6} = 5002 \text{ m}^3/\text{h}$$

Hence, cross-sectional area of the bottom section of the column

$$S_{\text{bottom}} = \frac{\dot{V}_{g,\text{bottom}}}{u_{\text{bottom}}} = \frac{5002/3600}{1.12} = 1.24 \text{ m}^2$$

Finally, the diameter of the bottom section of the column is calculated

$$D_{bottom} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1.24}{\pi}} = 1.26 \text{ m}$$

It is a result almost identical as that obtained for the upper section of the column.

### EXAMPLE 3.2

A benzene-toluene mixture containing 40% molar of benzene is separated in a packed rectification column. The distillate contains 95% molar of benzene, and bottoms – 5% molar of this component. The feed is fed to the column after being heated to its boiling temperature. The reflux ratio is by 22% higher than the minimum value. Using Ponchon–Savarit method, determine:

1. The minimum reflux ratio.
2. The number of theoretical plates.
3. The packing height corresponding to height equivalent to a theoretical plate  $HETP = 0.15 \text{ m}$ .
4. The thermal power that should be delivered to the pot when the feed is evaporated in 50%.
5. The value of enthalpy of the feed for which the pot and stripping section of the column may be eliminated.
6. The number of theoretical plates determined based on the graph of  $y_{mol}^* = f(x_{mol})$ .

The process occurs under pressure of 0.1013 MPa. The equilibrium data of the benzene-toluene system are gathered in Table AT-3a. The enthalpies of the liquid  $i'$  and vapor  $i''$  depending on the mixture composition are shown in Table 3.1.

Table 3.1

$x_{mol}, y_{mol}$	$i'$ [kJ/kmol]	$i''$ [kJ/kmol]
0	19 090	51 350
0.1	18 130	51 110
0.2	17 540	49 820
0.3	16 330	49 040
0.4	15 430	48 120
0.5	14 980	47 050
0.6	14 430	46 340
0.7	13 750	45 120
0.8	13 330	44 650
0.9	12 810	43 810
1	12 050	42 860

*Ad 1.* From the equilibrium data, it results that liquid with composition  $x_{\text{mol}S} = 0.40$  is in equilibrium with vapors with composition  $y_{\text{mol}} = 0.619$ . For  $x_{\text{mol}S} = 0.40$ , point *S* is found in the enthalpy line of the liquid, while for  $y_{\text{mol}} = 0.619$ , point *U* is found in the enthalpy line of the vapor (Fig. 3.8). The points are connected with a straight line, and after its extension to the abscissa of  $x_{\text{mol}D}$ , the minimum value  $q_{D\text{min}}$  is determined, corresponding to  $R_{\text{min}}$

$$\overline{BP}_0 = q_{D\text{min}} = 80\,000 \text{ kJ/kmol}$$

Reading the value of  $r_{\text{mol}D} = i''_D - i'_D = 31\,000 \text{ kJ/kmol}$  equal to the  $\overline{AB}$  section from the graph (Fig. 3.8) and utilizing equation (3.22), the minimum value of reflux ratio may be calculated

$$R_{\text{min}} = \frac{q_{D\text{min}}}{r_D} - 1 = \frac{80\,000}{31\,000} - 1 = 1.58$$

*Ad 2.* The actual value of the reflux ratio equals to (formula (3.4))

$$R = \beta R_{\text{min}} = 1.22 \cdot 1.58 = 1.93$$

Amount of heat received in the condenser per 1 kmol of distillate equals to (formula (3.7))

$$q_D = \frac{Q_D}{D} = (R + 1) r_{\text{mol}D} = (1.93 + 1) \cdot 31\,000$$

$$q_D = 90\,800 \text{ kJ/kmol}$$

By intersection of the enthalpy line of the liquid with the abscissa  $x_{\text{mol}D}$ , point *B* is determined corresponding to the enthalpy of the liquid distillate. Drawing a section corresponding to value of  $q_D$  from this point, the upper operating pole *P* is obtained (Fig. 3.8). Then, point *P* is connected with point *S* by a straight line, which is extended to its intersection with a vertical straight line having an abscissa of  $x_{\text{mol}W}$ . In this way, the bottom operating pole *O* is obtained.

Length of the  $\overline{DO}$  section defines the amount of heat delivered to the pot per 1 kmol of the bottoms

$$q_W = 59\,100 \text{ kJ/kmol}$$

The *modus operandi* for determination of the number of theoretical plates is delivered in Chapter 3.6. According to this scheme,  $n = 15$  of theoretical plates is determined.



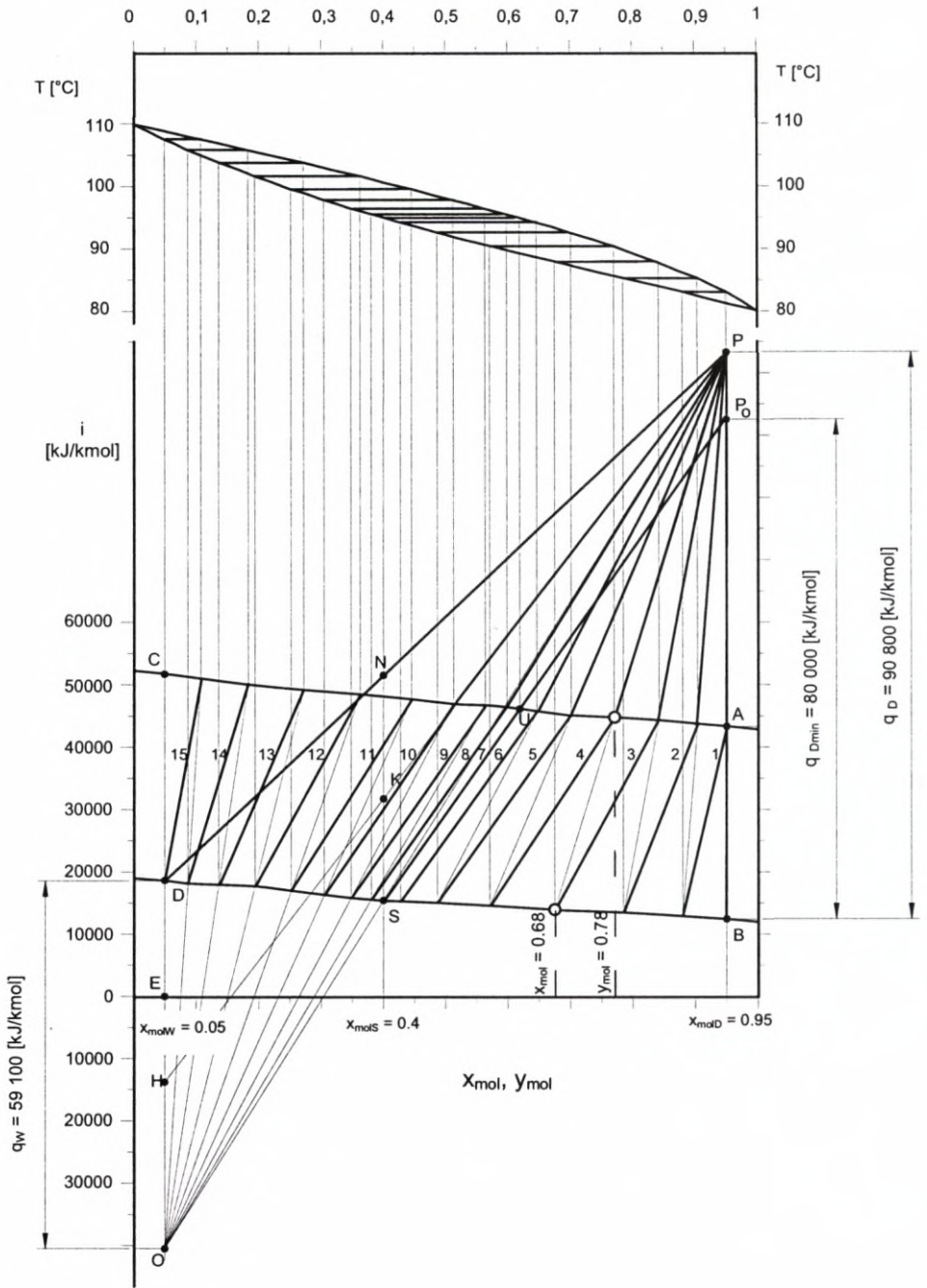


Fig. 3.8. Method for determination of theoretical plates



*Ad 3.* The packing height of the rectification column equals to

$$H = (n-1) \cdot HETP = 14 \cdot 0.15 = 2.1 \text{ m}$$

*Ad 4.* For the feed containing 50% of the liquid and 50% of saturated vapor, its status in the enthalpy chart is defined by point *K* with the abscissa of  $x_{\text{mol}S} = 0.40$ , located in the middle of the distance between the enthalpy curves for the vapor and for the liquid (Fig. 3.8). Points *P* and *K* are connected with a straight line, and its point of intersection with a straight line having the abscissa of  $x_{\text{mol}W}$ . In this way, point *H* is determined. The  $\overline{DH}$  section corresponds to the amount of heat delivered to the pot per 1 kmol of the bottoms

$$q_W = 33\,000 \text{ kJ/kmol}$$

*Ad 5.* For a column without a pot and the stripping section, the bottom operating pole overlaps with point *D* (Fig. 3.8). By connecting point *D* with the upper operating pole, a straight line is obtained, whose intersection with the straight line having the abscissa of  $x_{\text{mol}S} = 0.40$  defines point *N*. Ordinate of this point is the enthalpy of the feed, at which the rectification column operates without a pot. Point *N* is located over the vapor enthalpy line, thus it corresponds to the feeds in the form of overheated vapor. The following is obtained

$$i_{SS} = 53\,500 \text{ kJ/kmol}$$

*Ad 6.* The enthalpy graph allows to obtain the coordinates of the operating lines  $x_{\text{mol}}, y_{\text{mol}}$ . To this end, pencils of rays are drawn from the poles *O* and *P*. Points of intersection of these rays with the liquid and vapor enthalpy curve determine compositions of the liquid and vapor phases. In this way, a series of pairs of  $x_{\text{mol}}$  and  $y_{\text{mol}}$  values in the individual cross-sections of the column is obtained is obtained, e.g.  $x_{\text{mol}} = 0.68; y_{\text{mol}} = 0.78$  (Fig.3.8). The following values are obtained:

$x_{\text{mol}}$	$y_{\text{mol}}$
0.05	0.05
0.09	0.11
0.14	0.18
0.19	0.27
0.25	0.36
0.31	0.44
0.34	0.52
0.38	0.57

$x_{\text{mol}}$	$y_{\text{mol}}$
0.40	0.60
0.43	0.62
0.49	0.66
0.57	0.70
0.68	0.78
0.78	0.84
0.88	0.90
0.95	0.95

The obtained results are plotted onto the graph of  $y_{\text{mol}}^* = f(x_{\text{mol}})$  (Fig. 3.9), having the equilibrium line drawn previously. As one may see, the operating lines are curves. The graph is used for determination of the number of theoretical plates;  $n = 15$  is obtained (which is the same value as in direct determination of the number of plates based on the enthalpy graph).

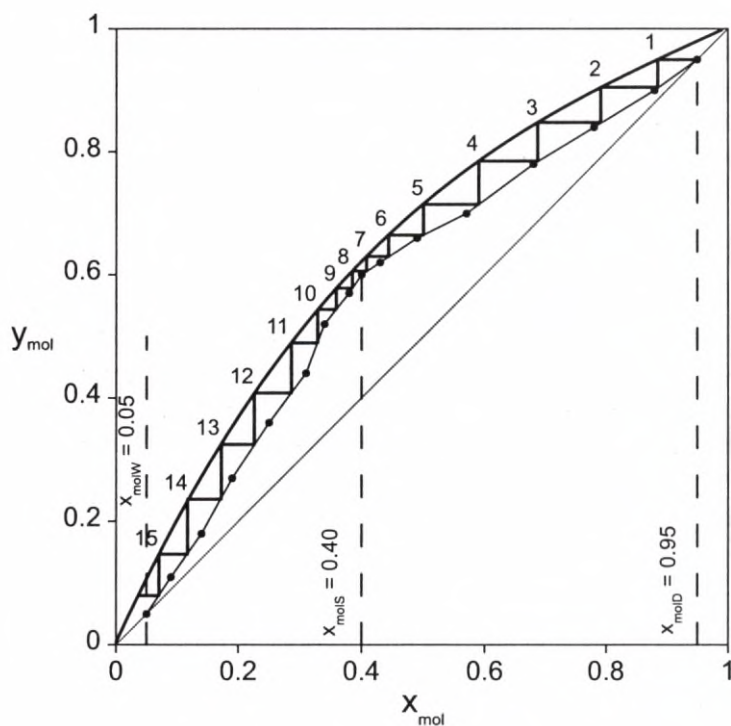


Fig. 3.9. Determination of the number of theoretical plates

Taking changes in molar flow rates of the phases along the column into account, influences precision of determination of the theoretical plates number significantly. The value determined by Ponchon–Savarit method should be considered the most plausible.

### EXAMPLE 3.3

A benzene-toluene mixture containing 33.6% molar of benzene was separated in a rectification column. The feed flows in as a mixture of saturated vapor and boiling liquid, while vapor contents in the mixture equals to 40%. Average coefficient of relative volatility of the system being separated equals to  $\alpha = 2.42$ . The reflux ratio equals to  $R = 5.0$  and it is twice as high as the minimum value. Calculate composition

of the vapor flowing in onto the top plate assuming that the plates in the column may be considered theoretical plates.

---

Concentration of benzene in the distillate may be calculated using transformed equation (3.15). To this end, concentrations  $x_{\text{mol}F}$  and  $y_{\text{mol}F}$  corresponding to the point of intersection of the equilibrium line with the e-line (3.14) should be found. Equation of the equilibrium line is as follows

$$y_{\text{mol}F} = \frac{\alpha x_{\text{mol}F}}{1 + (\alpha - 1)x_{\text{mol}F}}$$

Equation of the e-line has the following form

$$y_{\text{mol}} = \frac{e}{e-1} x_{\text{mol}} + \frac{x_{\text{mol}S}}{e-1}$$

while

$$e = 1 - p = 1 - 0.4 = 0.6$$

The following system of equations is solved

$$\begin{cases} y_{\text{mol}F} = \frac{2.42 x_{\text{mol}F}}{1 + 1.42 x_{\text{mol}F}} \\ y_{\text{mol}F} = \frac{0.6}{0.6-1} x_{\text{mol}F} + \frac{0.336}{0.6-1} \end{cases}$$

The following values are obtained:  $x_{\text{mol}F} = 0.257$ ;  $y_{\text{mol}F} = 0.454$  (the second solution has no physical sense). Minimum reflux ratio equals to

$$R_{\min} = \frac{R}{\beta} = \frac{5.0}{2} = 2.5$$

Based on equation (3.15), molar fraction of benzene in the distillate equals to

$$x_{\text{mol}D} = R_{\min} (y_{\text{mol}F} - x_{\text{mol}F}) + y_{\text{mol}F}$$

$$x_{\text{mol}D} = 2.5 \cdot (0.454 - 0.257) + 0.454 = 0.947$$



The value of  $x_{\text{mol}D}$  is the concentration of the liquid flowing in onto the first theoretical plate. It is a concentration identical with the concentration of benzene in the vapor at the outlet from this plate:  $x_{\text{mol}D} = y_{\text{mol}1}^* = 0.947$ .

Concentration of benzene in the liquid phase at the outlet from the first plate  $x_{\text{mol}1}$  (Fig. 3.10) is an equilibrium concentration in relation to  $y_{\text{mol}1}^*$ . It may be calculated based on the equilibrium equation

$$x_{\text{mol}1} = \frac{y_{\text{mol}1}^*}{\alpha - (\alpha - 1)y_{\text{mol}1}^*}$$

$$x_{\text{mol}1} = \frac{0.947}{2.42 - 1.42 \cdot 0.947} = 0.877$$

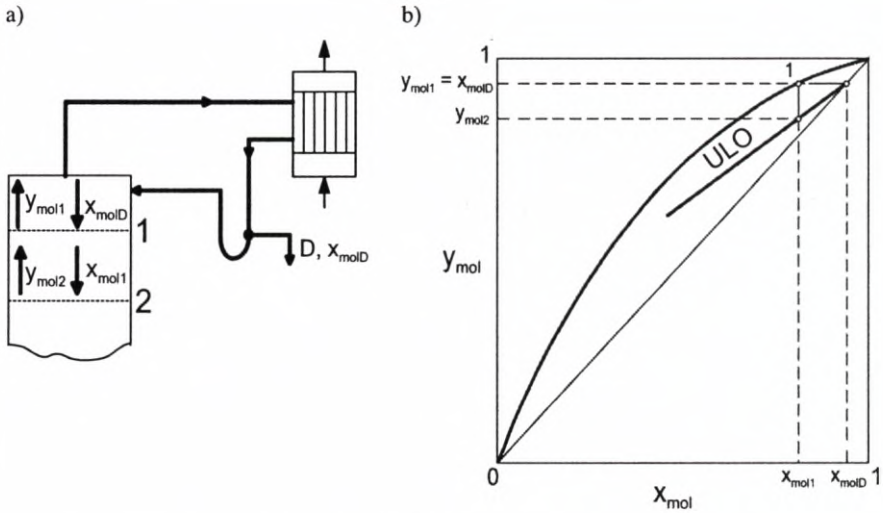


Fig. 3.10. Auxiliary diagrams for Example 3.3

The concentration of benzene in the vapor flowing in onto the first plate  $y_{\text{mol}2}$  is calculated from the equation of the upper operating line (3.9).

$$y_{\text{mol}2} = \frac{R}{R+1} x_{\text{mol}1} + \frac{x_{\text{mol}D}}{R+1}$$

$$y_{\text{mol}2} = \frac{5}{5+1} \cdot 0.877 + \frac{0.947}{5+1} = 0.888$$



## EXAMPLE 3.4

A benzene-toluene mixture with coefficient of relative volatility equal to  $\alpha = 2.42$ , is separated in a rectification column. Calculate the efficiency of the plate, knowing the following measurement data for one of the plates in this column: concentration of benzene in the vapor phase: at the inlet  $y_{\text{mol},i+1} = 0.48$ , at the outlet  $y_{\text{mol},i} = 0.51$ , concentration of benzene in the liquid phase at the outlet  $x_{\text{mol},i} = 0.32$ .

Murphre's plate efficiency is defined in the following way

$$E_{MG} = \frac{y_{\text{mol},i} - y_{\text{mol},i+1}}{y_{\text{mol},i}^* - y_{\text{mol},i+1}}$$

Molar fraction of benzene in the vapor being in an equilibrium with the liquid leaving the plate is calculated based on the equilibrium equation

$$y_{\text{mol},i}^* = \frac{\alpha x_{\text{mol},i}}{1 + (\alpha - 1)x_{\text{mol},i}}$$

$$y_{\text{mol},i}^* = \frac{2.42 \cdot 0.32}{1 + (2.42 - 1) \cdot 0.32} = 0.532$$

Therefore, the efficiency of an actual plate in the column equals to

$$E_{MG} = \frac{y_{\text{mol},i} - y_{\text{mol},i+1}}{y_{\text{mol},i}^* - y_{\text{mol},i+1}} = \frac{0.51 - 0.48}{0.532 - 0.48} = 0.60$$

## EXAMPLE 3.5

A mixture of substances A and B with coefficient of relative volatility  $\alpha = 3$  and molar flow rate  $S = 50$  kmol/h is fed to a rectification column. Equation of the bottom operating line for this column is as follows

$$y_{\text{mol}} = 1.2 x_{\text{mol}} - 0.01$$

and equation of the e-line

$$y_{\text{mol}} = -1.5 x_{\text{mol}} + 1.5$$

In the result of the rectification,  $W = 20$  kmol/h of the bottoms is obtained.

Calculate:

1. Concentration of the more volatile component A in the feed, the bottoms and the distillate.
2. Coefficient of excess reflux  $\beta$ .
3. Flow rates of the liquid and the vapor in the upper and the bottom sections of the column.
4. Parameter of thermal condition of the feed.

As the e-line (3.14) runs through a point with the following coordinates  $(x_{\text{mol}S}; x_{\text{mol}S})$ , concentration of component A in the feed is calculated by solving the following system of equations

$$\begin{cases} y_{\text{mol}} = -1.5x_{\text{mol}} + 1.5 \\ y_{\text{mol}} = x_{\text{mol}} \end{cases}$$

Hence

$$x_{\text{mol}} = x_{\text{mol}S} = 0.60$$

Similarly, concentration of component A in the bottoms may be calculated (formula (3.10))

$$\begin{cases} y_{\text{mol}} = 1.2x_{\text{mol}} - 0.01 \\ y_{\text{mol}} = x_{\text{mol}} \end{cases}$$

$x_{\text{mol}W} = 0.05$  is obtained.

Concentration of component A in the distillate is calculated based on mass balance equations for the column (3.1), (3.2)

$$x_{\text{mol}D} = \frac{Sx_{\text{mol}S} - Wx_{\text{mol}W}}{S - W}$$

$$x_{\text{mol}D} = \frac{50 \cdot 0.6 - 20 \cdot 0.05}{50 - 20} = 0.967$$

Actual value of the reflux ratio is determined based on the equation of the upper operating line (3.9). The upper operating line runs through point with the following coordinates  $(x_{\text{mol}D} = 0.967; x_{\text{mol}D} = 0.967)$  and through the point of intersection of the lower operating line with the feed line. Coordinates of the latter point  $(x_{\text{mol}0}, y_{\text{mol}0})$  are calculated by solving the following system of equations

$$\begin{cases} y_{\text{mol}} = 1.2 x_{\text{mol}} - 0.01 \\ y_{\text{mol}} = -1.5 x_{\text{mol}} + 1.5 \end{cases}$$

In the result,  $x_{\text{mol}0} = 0.56$ ;  $y_{\text{mol}0} = 0.662$  are obtained. Equation of the upper operating line is found as the equation of a straight line running through 2 points

$$y_{\text{mol}} - y_{\text{mol}0} = \frac{y_{\text{mol}D} - y_{\text{mol}0}}{x_{\text{mol}D} - x_{\text{mol}0}} (x_{\text{mol}} - x_{\text{mol}0})$$

$$y_{\text{mol}} - 0.622 = \frac{0.967 - 0.622}{0.967 - 0.560} (x_{\text{mol}} - 0.560)$$

$$y_{\text{mol}} = 0.749 x_{\text{mol}} + 0.243$$

Hence

$$\frac{R}{R+1} = 0.749$$

$$R = 2.98$$

The minimum value of the reflux ratio is calculated from the formula (3.15). Concentrations  $x_{\text{mol}F}$  and  $y_{\text{mol}F}$  correspond to the point of intersection of the feed line with the equilibrium line. They are determined by solving the following system of equations

$$\begin{cases} y_{\text{mol}F} = \frac{2.42 x_{\text{mol}F}}{1 + 1.42 x_{\text{mol}F}} \\ y_{\text{mol}F} = -1.5 x_{\text{mol}F} + 1.5 \end{cases}$$

Hence

$$x_{\text{mol}F} = 0.50; \quad y_{\text{mol}F} = 0.75$$

The minimum value of the reflux ratio equals to

$$R_{\text{min}} = \frac{x_{\text{mol}D} - y_{\text{mol}F}}{y_{\text{mol}F} - x_{\text{mol}F}}$$

$$R_{\text{min}} = \frac{0.967 - 0.75}{0.75 - 0.50} = 0.868$$

while the coefficient of excess reflux

$$\beta = \frac{R}{R_{\min}} = \frac{2.98}{0.868} = 3.43$$

Molar flow rate of the liquid in the upper section of the column equals to

$$L = RD = 2.98 \cdot 30 = 89.4 \text{ kmol/h}$$

While molar flow rate of distillate

$$D = S - W = 50 - 20 = 30 \text{ kmol/h}$$

Value of  $L$  may be also determined based on the equation of the upper operating line. From this equation, it results that

$$\frac{L}{L + D} = 0.749$$

Hence

$$L = \frac{D}{\frac{1}{0.749} - 1} = \frac{30}{\frac{1}{0.749} - 1} = 89.4 \text{ kmol/h}$$

Molar flow rate of the vapor phase in the upper section of the column is calculated from the equation (3.5)

$$V = D(R + 1) = 30 \cdot (2.98 + 1) = 119.4 \text{ kmol/h}$$

Molar flow rates of both phases in the bottom section of the column result from the relationships (3.12) and (3.13)

$$L' = L + eS = 89.4 + 0.6 \cdot 50 = 119.4 \text{ kmol/h}$$

$$V' = V + (e - 1)S = 119.4 + (0.6 - 1) \cdot 50 = 99.4 \text{ kmol/h}$$

while parameter  $e$  is determined based on the equation of the feed line

$$y_{\text{mol}} = \frac{e}{e - 1} x_{\text{mol}} + \frac{x_{\text{mol}} S}{e - 1} = -1.5 x_{\text{mol}} + 1.5$$



Hence

$$e = 0.6$$

Thus, the feed is fed as evaporated in 40%, i.e. in the form of the mixture of boiling liquid (60%) and saturated vapor (40%).

### EXAMPLE 3.6

180 kmol/h of a benzene-toluene mixture at boiling temperature and with concentration of benzene  $x_{\text{molS}} = 0.28$  is fed to a rectification column. The reflux ratio is by 50% higher than the minimum value. Molar flow rate of the distillate equals to 40 kmol/h; distillate contains  $x_{\text{molD}} = 98.4\%$  molar of benzene. The column works under pressure of 750 mm Hg.

Pressure of saturated vapor of pure benzene at the feeding temperature equals to  $P_A = 1360$  mm Hg. Molar heat of evaporation of benzene equals to  $r_{\text{molA}} = 30\,720$  kJ/kmol, and that of toluene  $r_{\text{molB}} = 34\,690$  kJ/kmol. Assuming that the system complies with the Raoult's law, calculate:

1. The actual reflux ratio.
2. Flow rate and composition of the bottoms.
3. Composition of the liquid at a theoretical plate located directly above the feed plate.

The minimum value of the reflux ratio is calculated from the formula (3.15), while concentration  $y_{\text{molF}}$  is determined from the Raoult-Dalton formula

$$y_{\text{molF}} = \frac{P_A}{P} x_{\text{molF}} = \frac{1360}{750} \cdot 0.28 = 0.508$$

while, as the feed is fed at its boiling temperature,  $x_{\text{molF}} = x_{\text{molS}}$  is substituted. The minimum value of the reflux ratio equals to

$$R_{\min} = \frac{x_{\text{molD}} - y_{\text{molF}}}{y_{\text{molF}} - x_{\text{molF}}} = \frac{0.984 - 0.508}{0.508 - 0.028} = 2.09$$

Then, the actual value of the reflux ratio is calculated

$$R = \beta R_{\min} = 1.5 \cdot 2.09 = 3.13$$

Molar flow rate and molar fraction of benzene in the bottoms is calculated based on mass balance equations of the column (3.1), (3.2)

$$W = S - D = 180 - 40 = 140 \text{ kmol/h}$$

$$x_{\text{mol}W} = \frac{S x_{\text{mol}S} - D x_{\text{mol}D}}{S - D} = \frac{180 \cdot 0.28 - 40 \cdot 0.984}{180 - 40} = 0.08$$

Composition of the liquid phase at the  $k^{\text{th}}$  plate located directly above the feed plate (Fig. 3.11) is calculated from the equation of the upper operating line (3.9)

$$y_{\text{mol}} = \frac{R}{R+1} x_{\text{mol}} + \frac{x_{\text{mol}D}}{R+1} = 0.757 x_{\text{mol}} + 0.238$$

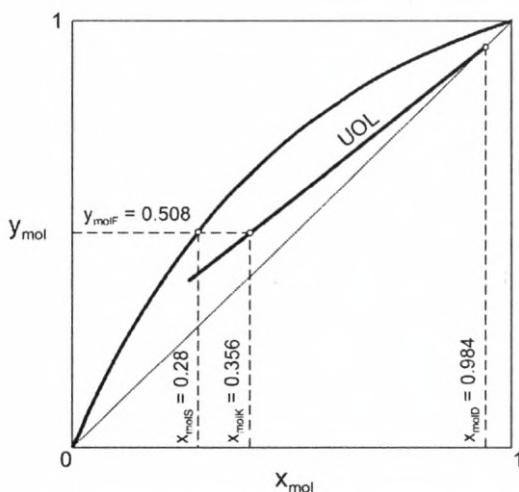


Fig. 3.11. Auxiliary diagram for Example 3.6

Knowing the value of  $y_{\text{mol}F} = 0.508$ , molar fraction of benzene in the liquid phase at a theoretical plate (also in the outlet stream from this plate) located directly above the feed tray  $x_{\text{mol}k}$  is calculated

$$y_{\text{mol}F} = 0.757 x_{\text{mol}k} + 0.238$$

$$x_{\text{mol}k} = 0.356$$

### EXERCISE 3.1

Determine the number of plates of a rectification column by McCabe–Thiele method, for separation of a  $\text{CS}_2$ – $\text{CCl}_4$  mixture with inlet  $\text{CS}_2$  concentration of 46.5% molar. Concentration of  $\text{CS}_2$  in the distillate equals to  $x_{\text{mol}D} = 0.948$ , and in the

bottoms  $-x_{\text{mol}W} = 0.019$ . The process occurs under pressure of 0.1013 MPa, and the feed is fed at its boiling temperature. Coefficient of excess reflux equals to  $\beta = 2$ , and total column efficiency  $E_c = 0.5$ . The equilibrium data of the  $\text{CS}_2\text{-CCl}_4$  system are gathered in Table AT-3b.

Answer:  $n = 16$ .

### EXERCISE 3.2

A  $\text{CS}_2(\text{A})\text{-CCl}_4(\text{B})$  mixture is separated in a rectification column, under conditions as in Exercise 3.1. Flow rate of the feed equals to  $S = 500$  kg/h. Thermal loss amounts to 5% of theoretical heat demand. Average values of heat of evaporation equal to:  $r_A = 352$  kJ/kg,  $r_B = 194$  kJ/kg, and heat capacity of the components are as follows:  $c_A = 1.01$  kJ/(kg·K),  $c_B = 0.838$  kJ/(kg·K). Calculate flow rate of steam with pressure of 392.27 kPa fed to the pot and flow rate of water fed to the condenser. Assume that water temperature increase in the condenser equals to 18 K.

Answer:  $\dot{m}_{\text{steam}} = 270$  kg/h,  $\dot{m}_{\text{water}} = 7220$  kg/h.

### EXERCISE 3.3

300 kmol/h of the feed being a mixture of acetone and ethanol is fed to a rectification column. The feed is evaporated at 68%. 159 kmol/h of bottoms containing 95% molar of ethanol and distillate containing  $x_{\text{mol}D} = 0.90$  of acetone are obtained as products. The upper operating line intersects the axis of ordinates in the point of  $y_{\text{mol}} = 0.137$ .

1. Determine the temperature of the feed fed.
2. Determine the number of theoretical plates by McCabe–Thiele method and the number of actual plates at total efficiency of the column  $E_c = 0.4$ .
3. Calculate the coefficient of excess reflux  $\beta$ .
4. Calculate molar flow rates of the vapor and of the liquid in the upper and bottom sections of the column.

The equilibrium data for the acetone-ethanol system under the operating conditions of the column are found in Table AT-3e.

Answer:  $n = 8$ ;  $N = 20$ ;  $\beta = 3.2$ ;  $L = 785$  kmol/h;  $L' = 881$  kmol/h;  $V = 925$  kmol/h;  $V' = 721$  kmol/h. The feed is fed at 66°C.

### EXERCISE 3.4

Using Ponchon–Savarit method, determine the number of theoretical plates in a rectification column used for separation of a propane–*n*-butane mixture. The feed flows in at boiling temperature and it contains 45% molar of propane. Distillate is to contain 97% molar of propane, and the bottom – 96% molar of *n*-butane. Coefficient of excess reflux equals to  $\beta = 2$ . The equilibrium data of the system under the process conditions ( $P = 14.71 \cdot 10^5$  Pa) are gathered in the table below:



$T [^{\circ}\text{C}]$	$x_{\text{mol}}$	$y_{\text{mol}}$	$i' [\text{kJ/kmol}]$	$i'' [\text{kJ/kmol}]$
42.5	1.000	1.000	4980	18 130
50.0	0.803	0.923	6180	19 140
60.0	0.593	0.801	78 600	80 810
65.0	0.500	0.730	8710	21 740
70.0	0.418	0.656	9600	22 680
75.0	0.343	0.580	10 450	23 660
80.0	0.275	0.492	11 380	24 750
90.0	0.144	0.289	13 300	27 200
100.0	0.037	0.083	15 400	29 470
103.0	0.000	0.000	15 910	30 570

Answer:  $n = 12$ .

### EXERCISE 3.5

A benzene-toluene mixture containing  $x_{\text{mol}S} = 0.45$  of benzene is separated in a rectification column.  $D = 18 \text{ kmol/h}$  of the distillate containing  $x_{\text{mol}D} = 0.94$  of benzene and bottoms containing  $x_{\text{mol}W} = 0.04$  of benzene are obtained. The feed is fed at a thermal state corresponding to  $e = 0.3$ . Average coefficient of relative volatility of the system  $\alpha = 2.72$ . Molar flow rate of the liquid in the bottom section of the column is equal to  $L' = 60 \text{ kmol/h}$ . Calculate:

1. Molar flow rates of the feed and bottoms.
2. Coefficient of excess reflux.
3. Molar flow rates of vapor phase in the upper and bottom sections of the column.

Answer:  $S = 31.76 \text{ kmol/h}$ ;  $W = 13.76 \text{ kmol/h}$ ;  $\beta = 2.2$ ;  $V = 68.4 \text{ kmol/h}$ ,  $V' = 46.19 \text{ kmol/h}$ .

### EXERCISE 3.6

$S = 30 \text{ kmol/h}$  of a tetrachloromethane-toluene mixture flows in to a rectification column. Contents of tetrachloromethane in the bottoms equals to  $x_{\text{mol}W} = 0.037$ . The equation of the e-line has the following form

$$y_{\text{mol}} = -0.429x_{\text{mol}} + 0.786$$

and the equation of the upper operating line

$$y_{\text{mol}} = 0.750x_{\text{mol}} + 0.235$$

Coefficient of relative volatility of the rectified system equals to  $\alpha = 2.72$ .



Calculate:

1. Molar flow rates of the obtained products.
2. Coefficient of excess reflux.

Answer:  $W = 12.95$  kmol/h;  $D = 17.05$  kmol/h;  $\beta = 2.32$ .

### EXERCISE 3.7

3500 kg/h of a benzene-toluene mixture with molar fraction  $x_{\text{molS}} = 0.45$  is separated in a rectification column. The feed is fed to the column as dry saturated vapor. The requested contents of benzene in the distillate equals to 98% molar, and in the bottoms – 7% molar. The equation of the bottom operating line has the following form

$$y_{\text{mol}} = 1.45x_{\text{mol}} - 0.033$$

Heat of evaporation of the distillate equals to  $r_{\text{molD}} = 30720$  kJ/kmol. Calculate:

1. Mass flow rates of the obtained products.
2. Minimum and actual reflux ratio.
3. Flow rate of cooling water in the condenser, if the temperature increase of water equals to 10 K.

The equilibrium data of the system benzene-toluene under the process conditions are gathered in Table AT-3a.

Answer:  $D = 1330$  kg/h,  $W = 2170$  kg/h,  $R_{\text{min}} = 2.5$ ,  $R = 4.45$ ,  $\dot{m}_{\text{water}} = 68500$  kg/h.

### EXERCISE 3.8

The equations of the operating lines of a rectification column for separation of a benzene-toluene mixture have the following form

$$y_{\text{mol}} = 0.723x_{\text{mol}} + 0.263 \text{ (UOL)}$$

$$y_{\text{mol}} = 1.25x_{\text{mol}} - 0.0188 \text{ (BOL)}$$

75 kmol/h of the feed in the state of saturated vapor is fed to the column. Calculate necessary surface area of heating pipes in the pot of the column, if steam with pressure of 294.2 kPa is used for heating, and the overall heat-transfer coefficient equals to  $U = 580$  W/(m<sup>2</sup>K). Assume the properties of the distillate as for pure benzene, and those of the bottoms – as for pure toluene. Physical properties are gathered in the table below:

	$r_{\text{mol}}$ [kJ/kmol]	$C_p$ [kJ/(kmol·K)]	Boiling temperatures [°C]
Benzene	30720	150.3	80
Toluene	34690	173.5	110
The feed	32110	158.4	90

Answer:  $A = 44.6$  m<sup>2</sup>.

## EXERCISE 3.9

Calculate the heights of the plate sections and the diameters of the enhancing and stripping sections of a rectification column for separation of a methanol-water mixture fed with a flow rate of  $S = 1965$  kg/h, with methanol concentration of  $x_{\text{mols}} = 0.693$ . Distillate is to contain 98.3% molar of methanol, and the bottoms – 4.7% molar. The column has sieve plates with spacing of  $H = 300$  mm. Total column efficiency equals to  $E_c = 0.42$ . The equilibrium data for the methanol-water system are gathered in Table AT-3h, and the physical properties data – in Example 3.1.

A n s w e r:  $H = 5.4$  m,  $D_{\text{upper}} = 1.02$  m,  $D_{\text{bottom}} = 1.44$  m.

## 4. EXTRACTION

### 4.1. TRIANGULAR DIAGRAM

Most often, equilibrium in ternary systems is depicted in a triangular diagram (Fig. 4.1). Components of the system are represented by vertices of an equilateral triangle:  $A$  – original solvent,  $B$  – the substance being extracted,  $C$  – pure extractant. Length of the triangle's side is assumed as 100% by wt., and composition of the ternary mixture is defined by a respective location inside the triangle (e.g. point  $M$ ). Points located on the sides of the triangle are compositions corresponding to binary mixtures. For any point located inside the triangle, concentrations of the individual components are determined by lines parallel to individual sides of the triangle. Thus, point  $M$  corresponds to a ternary mixture composed of 35% by wt. of component  $A$ , 25% by wt. of component  $B$  and 40% by wt. of component  $C$ .

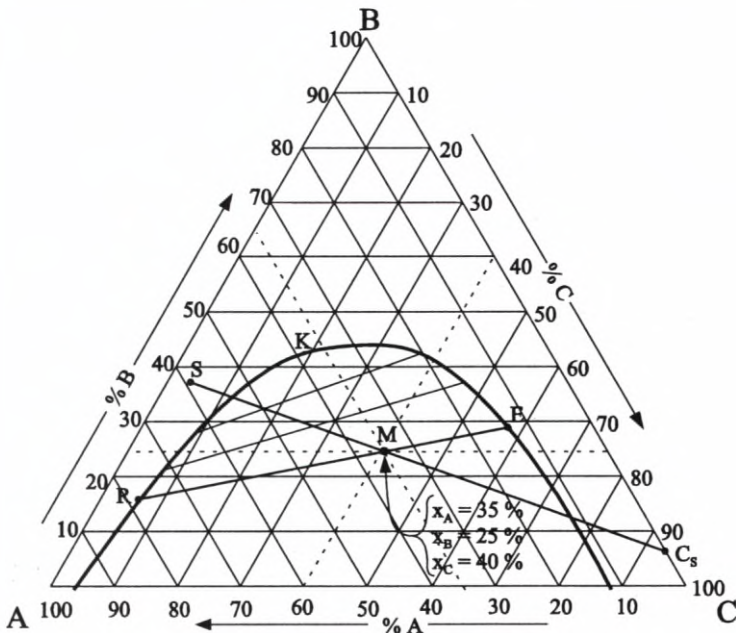


Fig. 4.1. Triangular diagram



Point  $M$ , determining the composition of the mixture obtained from two liquids: extraction feed  $S$  and extractant  $C_S$  is located on line  $\overline{SC_S}$ , and its location may be determined using lever rule

$$S \cdot \overline{SM} = C_S \cdot \overline{C_S M} \quad (4.1)$$

where:

$S, C_S$  – masses (or mass flow rates) of the extraction feed and the extractant, kg (or kg/s),

$\overline{SM}, \overline{C_S M}$  – lengths of corresponding sections, mm.

Mixture  $M$  separates into two phases: extract  $E$  i.e. a solution enriched in component  $B$  and raffinate  $R$  i.e. a solution depleted of component  $B$ . At the same time, it is assumed that extract and raffinate are in equilibrium. The section connecting the points corresponding to the equilibrium states of the extract and the raffinate is called a connode.

Inclination of connodes corresponds to partition coefficient  $m$ , while for the process shown in Fig. 4.1,  $m > 1$ . At  $m < 1$ , the connodes are inclined in an opposite direction, and at  $m = 1$ , the connodes are parallel to the  $\overline{AC}$  side of the triangle.

Location of the connodes is defined based on the experimental data. For at least two connodes given, the intermediate connodes may be found by interpolation. Ends of the connodes are connected by a so-called binodal (equilibrium) curve. The area below this curve corresponds to two-phase systems (separating) and it is a work zone of the triangular diagram. The part of the diagram located above this curve corresponds to a one-phase system.

## 4.2. SINGLE-STAGE EXTRACTION

The extraction process may occur periodically or continuously. Periodical extraction is carried out in tanks with a stirrer, while continuous extraction occurs in extraction columns, in which the individual phases, raffinate and extract, move countercurrently (similarly as the liquid phase and the gaseous phase e.g. during absorption). With periodical extraction, masses of the individual phases are used in balance calculations, while with continuous extraction, mass flow rates are used instead.

In single-stage extraction process, amount  $S$  of the feed (mass or mass flow rate) is mixed with the extractant in amount of  $C_S$ .  $M$  of a mixture is obtained, having composition defined by point  $M$  (Fig. 4.1), while

$$M = S + C_S \quad (4.2)$$



Location of point  $M$  is defined based on lever rule (4.1) or mass balance. The balance equation is created most often for the component being extracted (also the component  $i$ , with concentrations in liquids  $S$  and  $C_s$  most differ, may be taken into account). The mass balance equation has the following form

$$S x_{Si} + C_s y_{Ci} = M x_{Mi} \quad (4.3)$$

where:

$S, C_s, M$  – amounts of the feed, the extractant and the two-phase mixture, respectively, kg (or kg/s),

$x_{Si}, y_{Ci}, x_{Mi}$  – mass fractions of  $i^{\text{th}}$  component in liquids  $S, C_s, M$ , respectively.

The extraction process with slight mutual solubility of components  $A$  and  $C$  may be shown in a rectangular diagram (Fig. 4.2). Mass balance of the extracted component  $B$  for one equilibrium stage leads to the following equation of the operating line

$$Y = -\frac{A}{C}(X - X_S) + Y_C \quad (4.4)$$

where

$$A = \frac{S}{1 + X_S} \quad (4.5)$$

$$C = \frac{C_s}{1 + Y_C} \quad (4.6)$$

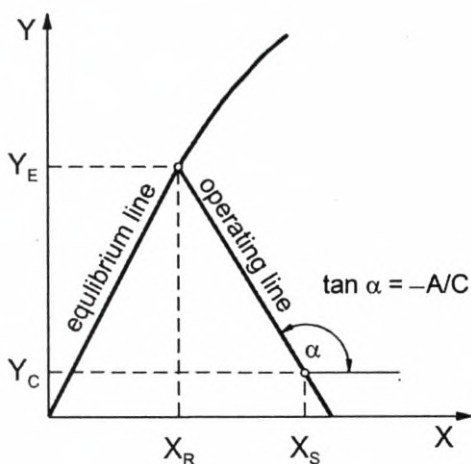


Fig. 4.2. Course of a single-stage extraction in the coordinate system  $Y = f(X)$

In the above formulas:

- $Y = y_{BE}/y_{CE}$  – mass ratio of a component  $B$  in the extract phase,  $\text{kg}B/\text{kg}C$ ,  
 $Y_C = y_{BC_s}/y_{CC_s}$  – mass ratio of a component  $B$  in the extractant,  $\text{kg}B/\text{kg}C$ ,  
 $X = x_{BR}/x_{AR}$  – mass ratio of a component  $B$  in the raffinate phase,  $\text{kg}B/\text{kg}A$ ,  
 $X_S = x_{BS}/x_{AS}$  – mass ratio of a component  $B$  in the feed,  $\text{kg}B/\text{kg}A$ .

Based on the equation (4.4) and the equilibrium line in the  $X, Y$  coordinate system (mass ratio), phase compositions after the extraction are found, by drawing a straight line starting from a point with the following coordinates  $(X_S, Y_C)$ , at an angle with tangent equal to  $(-A/C)$ . Point of intersection of the straight line with the equilibrium line defines equilibrium phase compositions obtained in the result of the extraction – of the raffinate phase  $X_R$  and the extract phase  $Y_E$ . Amounts of the products are calculated based on the following formulas

$$R = A(1 + X_R) \quad (4.7)$$

$$E = C(1 + Y_E) \quad (4.8)$$

### 4.3. MULTISTAGE COUNTERCURRENT EXTRACTION

A diagram of the countercurrent extraction is shown in Fig. 4.3. A single extraction stage, composed of a mixer and a decanter is designated by a square.

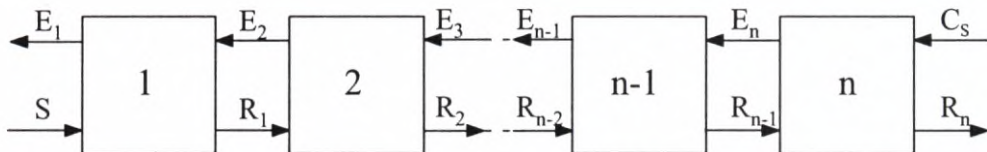


Fig. 4.3. Diagram of multistage countercurrent extraction

As a result of the extraction, two end products are obtained: extract  $E_1$  from the first stage and raffinate  $R_n$  from the last stage.

From the mass balance of the individual stages, it results that the difference of raffinate and extract streams in any cross-section of the extraction battery is constant and equals to  $P$

$$S - E_1 = R_1 - E_2 = \dots = R_{n-1} - E_n = R_n - C_s = P \quad (4.9)$$

A graphical interpretation of the process is shown in Fig. 4.4. Point  $P$  is called an operating pole. In order to find the location of the operating pole, straight lines

are drawn through points  $E_1$  and  $S$ , and  $C_S$  and  $R_n$ . Point of intersection of these lines determined the operating pole  $P$ . A connode running through point  $E_1$  allows to determine the composition of the raffinate from the first stage  $R_1$ . As  $R_1 - E_2 = P$ , the straight line running through points  $R_1$  and  $P$  intersects with the binodal curve in point  $E_2$ , corresponding to the extract from the second stage. By analogous action, points  $R_2$  and  $E_3$  are found, as well as further points up to reaching the assumed concentration of the final raffinate  $R_n$ . The number of the connodes drawn corresponds to the number of theoretical extraction stages.

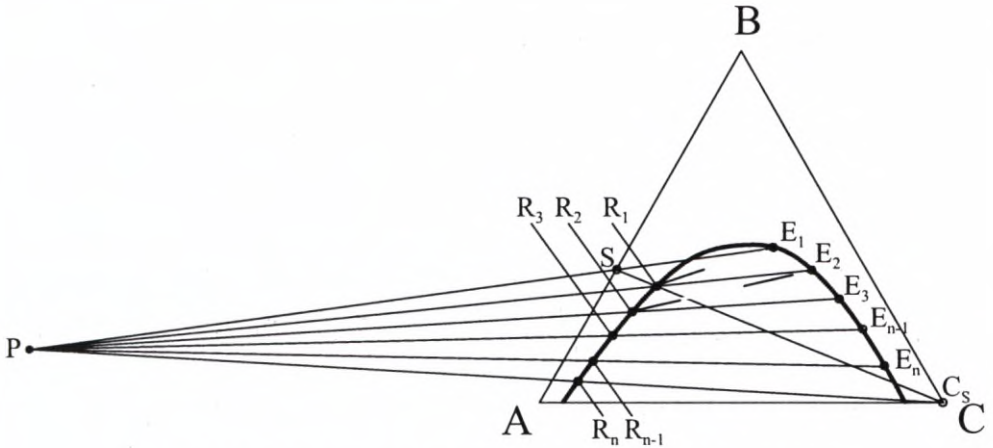


Fig. 4.4. Multistage countercurrent extraction in triangular diagram

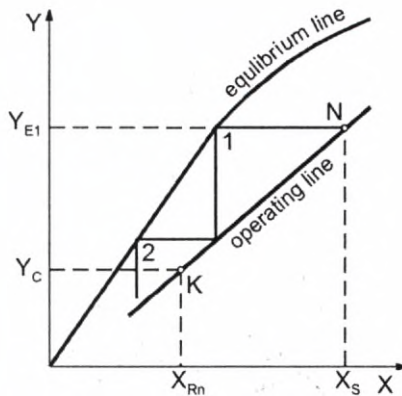


Fig. 4.5. Multistage countercurrent extraction in  $Y = f(X)$  coordinate system

The number of extraction stages may be also determined in a rectangular coordinate system shown in Fig. 4.5. From the mass balance of the process the equation of the operating line is obtained

$$Y = \frac{A}{C} X - \frac{A}{C} X_{Rn} + Y_C \quad (4.10)$$

The operating line is a straight line running through points  $N$  and  $K$  with the following coordinates:  $N(X_S, Y_{E1})$ ,  $K(X_{Rn}, Y_C)$ . In Fig. 4.5, rules for determination of the numbers of equilibrium stages in countercurrent extraction are shown. A polyline starting e.g. from point  $N$  should be drawn. The number of its contacts with the equilibrium line determines the number of equilibrium stages.

#### 4.4. MULTISTAGE CROSS-CURRENT EXTRACTION

In Fig. 4.6, a diagram of cross-current extraction for  $n$  stages is shown.

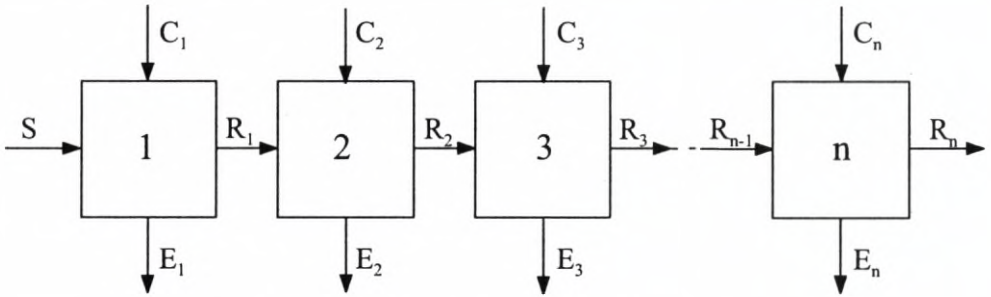


Fig. 4.6. Diagram of multistage cross-current extraction

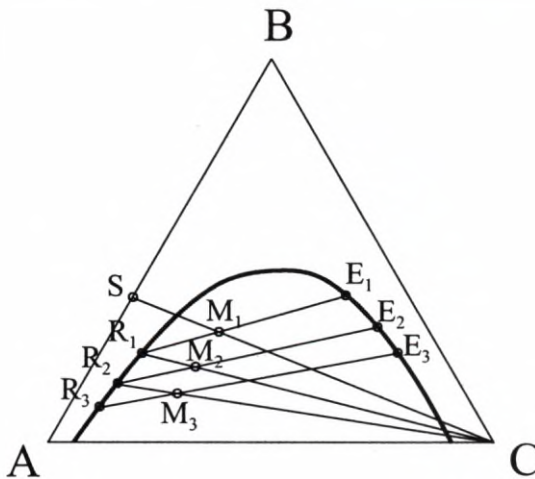


Fig. 4.7. Multistage cross-current extraction na triangular diagram



In the result of a cross-current extraction raffinate  $R_1$  and  $n$  extracts  $E_1, E_2, \dots, E_n$  are obtained. The number of stages necessary for achieving the assumed concentration in the raffinate phase is determined in a triangular diagram (Fig. 4.7) by several repetitions of the operation for single-stage extraction. The number of connodes drawn corresponds to the number of equilibrium stages of the extraction. Masses (or flow rates) of the individual extracts and of the final raffinate are calculated based on lever rule or balance equations.

After mixing the individual extracts, average extract composition equals to

$$\bar{y}_{BE} = \frac{\sum_i (y_{BEi} E_i)}{\sum_i E_i} \quad (4.11)$$

#### EXAMPLE 4.1

Based on the data contained in Table AT-6a, prepare a triangular diagram of the phase equilibrium for an acetone-benzene-water system at 30°C. Based on the diagram, define:

1. Concentrations of water and benzene in the water layer containing 45% by wt. of acetone.
2. Composition of the benzene layer in an equilibrium with the composition calculated in point 1.
3. Amount of acetone that should be added in order to the mixture composed on 0.32 kg of water and 0.48 kg of benzene does not separate.

*Ad 1.* A straight line  $ab$  parallel to side  $AC$  is drawn running through point  $a$  on side  $AB$  (Fig. 4.8), the point corresponding to 45% by wt. of acetone in the water layer. Section  $ab$  is the geometrical locations of points characterizing mixtures containing 45% by wt. of acetone. At the intersection of the section  $ab$  with the left arm of the binodal curve, point  $c$  is located, representing the composition of the water layer: 52% by wt. of water, 3% by wt. of benzene.

*Ad 2.* In order to define the equilibrium composition of the benzene layer, straight lines parallel to side  $BC$  are drawn running through points 2, 3 etc., and straight lines parallel to side  $AB$  are drawn running through points 2', 3' etc. Points of intersection of these lines denoted as 2'', 3'' etc., are connected using an auxiliary curve (Fig. 4.8). Then, a straight line parallel to side  $BC$  is drawn running through point  $c$ , to its intersection with the auxiliary curve in point  $c''$ , and start from point  $c''$  – a straight line parallel to side  $AB$ , to its intersection with the binodal curve. Finding point  $c'$  is the solution of the problem. Therefore, the equilibrium composition of the benzene layer is as follows: 66% by wt. of acetone, 8% by wt. of water, 26% by wt. of benzene.

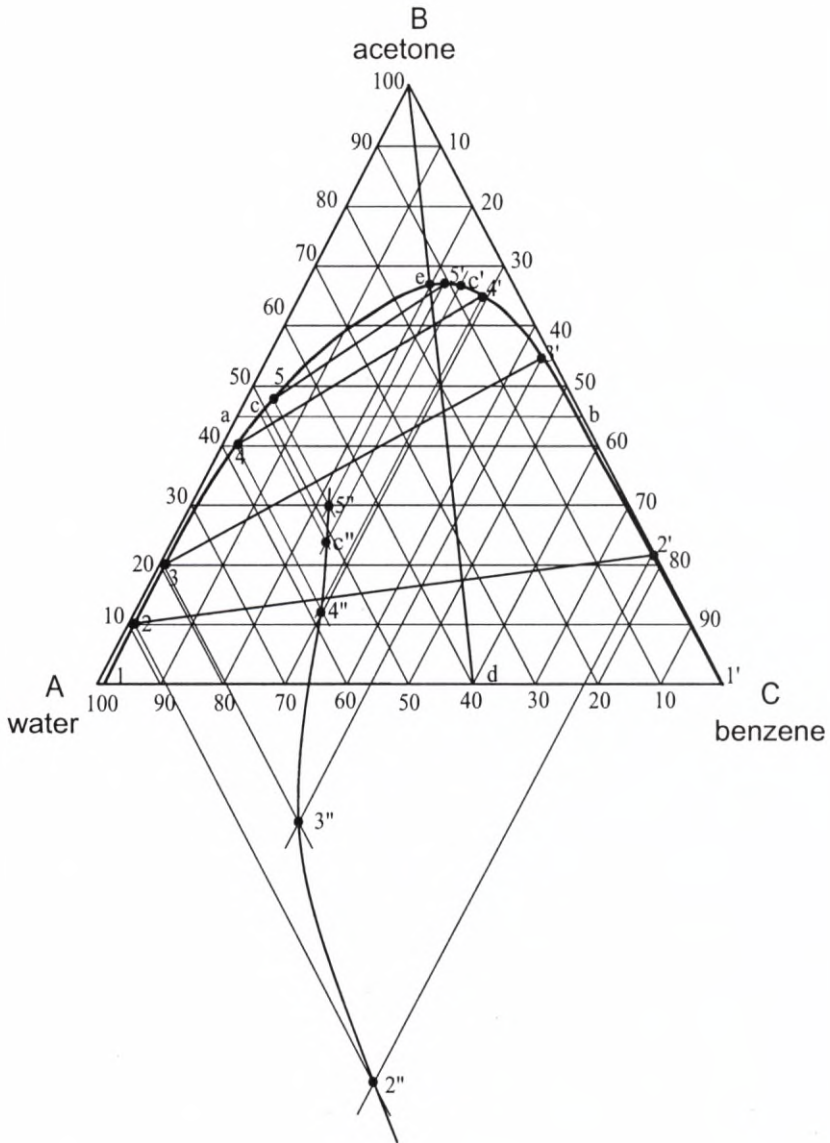


Fig. 4.8. Graphical solution of Example 4.1

*Ad 3.* There is point *d* in side *AC* (Fig. 4.8), characterizing the assumed composition of the mixture

$$\frac{0.32}{0.32 + 0.48} \cdot 100\% = 40\% \text{ by wt. of water; } 60\% \text{ by wt. of benzene}$$

After addition of acetone to this mixture, its composition will be changing along the section  $dB$ . In the intersection of this section with the binodal curve, the sought  $e$  is located. Necessary amount of acetone  $B$  may be found from the ratio of lengths of sections  $\overline{Be}$  and  $\overline{ed}$

$$S = 0.32 + 0.48 = 0.80 \text{ kg}$$

Lengths of sections  $\overline{Be}$  and  $\overline{ed}$  are read from the diagram

$$\frac{S}{B} = \frac{\overline{Be}}{\overline{ed}}$$

hence

$$B = S \cdot \frac{\overline{ed}}{\overline{Be}} = 0.8 \cdot 1.96 = 1.57 \text{ kg}$$

#### EXAMPLE 4.2

100 kg of an acetone aqueous solution with concentration of 50% by wt. was subjected to single-stage extraction with benzene. The raffinate should contain not less than 5% by wt. of acetone. Determine the necessary mass of the solvent and masses of the extract and raffinate obtained. The process is carried out at 30°C. The equilibrium data for the acetone-benzene-water system are gathered in Table AT-6a.

A connode  $RE$  is drawn running through point  $R$  (Fig. 4.9), characterizing composition of the raffinate, according to the equilibrium data. Point  $S$ , characterizing composition feed is connected with vertex  $C$  of the triangle. The intersection point  $M$  of sections  $SC$  and  $RE$  defines composition of the two-phase mixture of the feed and extractant. Necessary amount of the solvent is defined using the lever rule (4.1)

$$S \cdot \overline{SM} = C \cdot \overline{CM}$$

finding lengths of sections  $\overline{SM}$  and  $\overline{CM}$  in the diagram (Fig. 4.9). Hence

$$C = S \cdot \frac{\overline{SM}}{\overline{CM}} = 100 \cdot 7.65 = 765 \text{ kg}$$



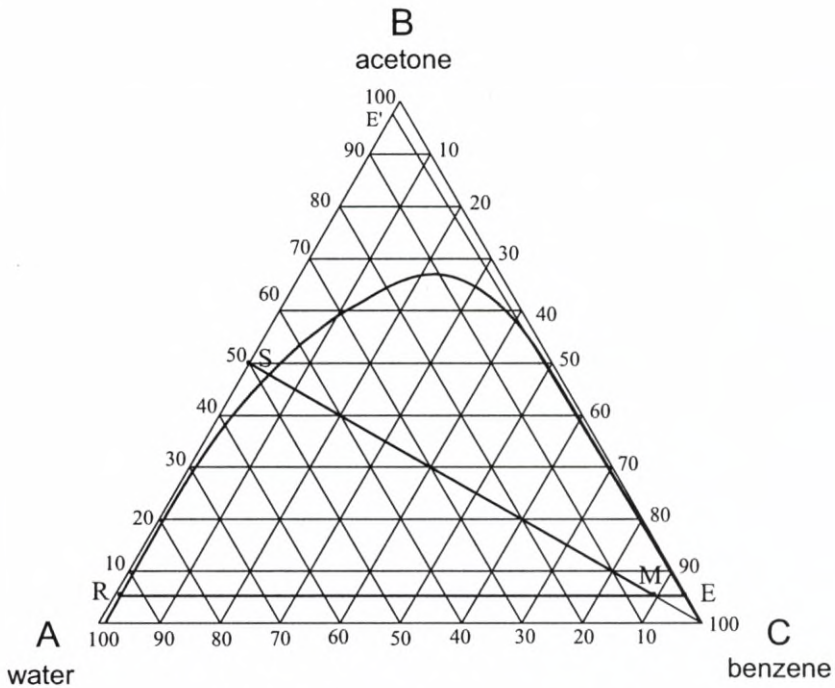


Fig. 4.9. Graphical solution of Example 4.2

Mass of the obtained mixture equals to

$$M = S + C$$

$$M = 765 + 100 = 865 \text{ kg}$$

Mass of the extract is defined using the lever rule and reading the lengths of the individual sections in the diagram

$$M \cdot \overline{RM} = E \cdot \overline{RE}$$

Hence

$$E = M \cdot \frac{\overline{RM}}{\overline{RE}} = 865 \cdot 0.937 = 810.4 \text{ kg}$$

Mass of the raffinate equals to

$$R = M - E$$

$$R = 865 - 810.4 = 54.6 \text{ kg}$$



## EXAMPLE 4.3

Acetone was extracted in a single-stage process from a aqueous solution with concentration of 45% by wt., using pure benzene at 30°C. The requested contents of acetone in the raffinate equals to 10% by wt. Determine concentration of acetone in the extract and calculate the required mass of the solvent and masses of the obtained products. Assume that in the range of concentrations considered, solubility of benzene in the raffinate phase and solubility of water in the extract phase are slight. The equilibrium data are gathered in Table AT-6a. Solve the problem using a rectangular coordinate system.

The data pertaining to connodes are converted to corresponding values of  $X$  and  $Y$ . Then, the equilibrium line is drawn (Fig. 4.10) based on the obtained results. Mass fractions of the feed and of the raffinate are converted to mass ratios

$$X_S = \frac{0.45}{1-0.45} = 0.82 \frac{\text{kg B}}{\text{kg A}}$$

$$X_R = \frac{0.10}{1-0.10} = 0.11 \frac{\text{kg B}}{\text{kg A}}$$

Then, values of  $X_R$  and  $X_S$  are plotted in the diagram (Fig. 4.10). Concentration of acetone in the extract is determined by drawing a line starting from point  $X_R$  perpendicular do  $X$  axis, to an intersection with the equilibrium line in point (1).

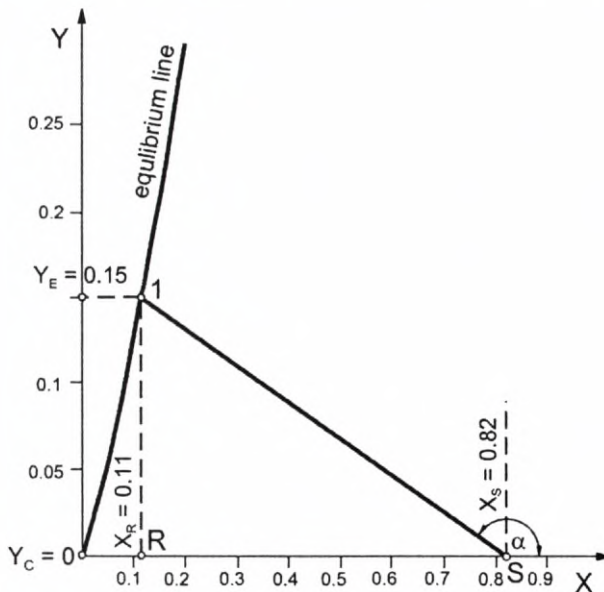


Fig. 4.10. Graphical solution in the  $Y = f(X)$  coordinate system

Projection of point (1) onto  $Y$  axis determines composition of the extract:  $Y_E = 0.15 \text{ kgB/kgC}$ , and while converted to mass fractions  $y_{BE} = 0.15/(1 + 0.15) = 0.13$ .

Masses of the solvent and the extraction products are defined – while not knowing the data on mass of the feed – in relation to 1 kg of the feed ( $S = 1 \text{ kg}$ ).

Necessary mass of the solvent is determined using Fig. 4.10, based on the equation (4.4). To this end, a straight line is drawn running through points  $S$  and (1), and the value of inclination of this line to  $X$  axis is defined. Using  $RS1$  triangle, it results that

$$\tan \alpha = -\frac{Y_E - Y_C}{X_S - X_R}$$

$$\tan \alpha = -\frac{0.15 - 0}{0.82 - 0.11} = -0.21$$

From the equation (4.4), it results that  $\tan(\alpha) = -A/C$ . Mass of water in the feed per 1 kg of the feed is defined using the formula (4.5)

$$\frac{A}{S} = \frac{1}{1 + X_S} = \frac{1}{1 + 0.82}$$

$$\frac{A}{S} = 0.55 \frac{\text{kg A}}{\text{kg feed}}$$

As  $\tan(\alpha) = -A/C$ , mass of benzene per 1 kg of the feed equals to

$$\frac{C}{S} = \frac{A/S}{\tan \alpha} = \frac{-0.55}{-0.21}$$

$$\frac{C}{S} = 2.62 \frac{\text{kg C}}{\text{kg feed}}$$

Using mass balance equations (4.7) and (4.8) masses of the raffinate and the extract (in relation do 1 kg of the feed) are calculated

$$\frac{R}{S} = \frac{A}{S} (1 + X_R) = 0.55 \cdot (1 + 0.11)$$

$$\frac{R}{S} = 0.61 \frac{\text{kg raffinate}}{\text{kg feed}}$$

$$\frac{E}{S} = \frac{C}{S} (1 + Y_E) = 2.62 \cdot (1 + 0.15)$$

$$\frac{E}{S} = 3.01 \frac{\text{kg extract}}{\text{kg feed}}$$

#### EXAMPLE 4.4

100 kg of an acetone aqueous solution with concentration of 50% by wt. were subjected to extraction with benzene. The raffinate should contain not more than 7.5% by wt. of acetone. Using a triangular diagram, calculate necessary mass of the solvent, compositions and masses of the products and the number of stages in the process of cross-current extraction, if the mass of the solvent being added at each stage is equal to the mass of the liquid subjected to extraction. The process is carried out at 30°C. The equilibrium data are gathered in Table AT-6a.

Based on the data from Table AT-6a, a binode is drawn (Fig. 4.11). Point  $S$  characterizing the feed is plotted on the graph. At the first stage of extraction, the amount of the solvent being added equals to  $C_1 = 100$  kg. Mass of the two-phase mixture  $M_1$  equals to

$$M_1 = S + C_1 = 100 + 100 = 200 \text{ kg}$$

As  $S = C_1$ , the point characterizing the mixture  $M_1$  is located on the straight line  $SC$ , dividing section  $\overline{SC}$  into two equal parts. Length of the section  $\overline{SC}$  is read from the diagram (Fig. 4.11). It should be noted that  $\overline{SM_1} = \overline{M_1C} = 0.5 \cdot \overline{SC}$ .

In order to find locations of the points characterizing the extract and the raffinate (in state of equilibrium) for a given location of the point characterizing the two-phase mixture  $M_1$ , an interpolation of the connodes should be carried out. To this end, data from Table AT-6a are used. 5 pairs of points according to five first lines pertaining to connodes are drawn on the binode. Points  $I'$ ,  $II'$ ,  $III'$ ,  $IV'$ ,  $V'$  on the left arm of the binode correspond to the data on the water layer, while points  $I''$ ,  $II''$ ,  $III''$ ,  $IV''$ ,  $V''$  located on the right arm of the binode correspond to the data on the benzene layer. Straight lines parallel to side  $BC$  of the triangle are drawn running through points  $I'$ ,  $II'$ ,  $III'$ ,  $IV'$ ,  $V'$ , and straight lines parallel to side  $AB$  of the triangle are drawn running through points  $I''$ ,  $II''$ ,  $III''$ ,  $IV''$ ,  $V''$ . Points of intersection of the respective lines are marked as  $I$ ,  $II$ ,  $III$ ,  $IV$ ,  $V$ . An auxiliary line being the base for interpolation of the connodes is drawn running through points  $I$ ,  $II$ ,  $III$ ,  $IV$ ,  $V$ . In order to find proper equilibrium connode, a sample point should be selected tentatively on



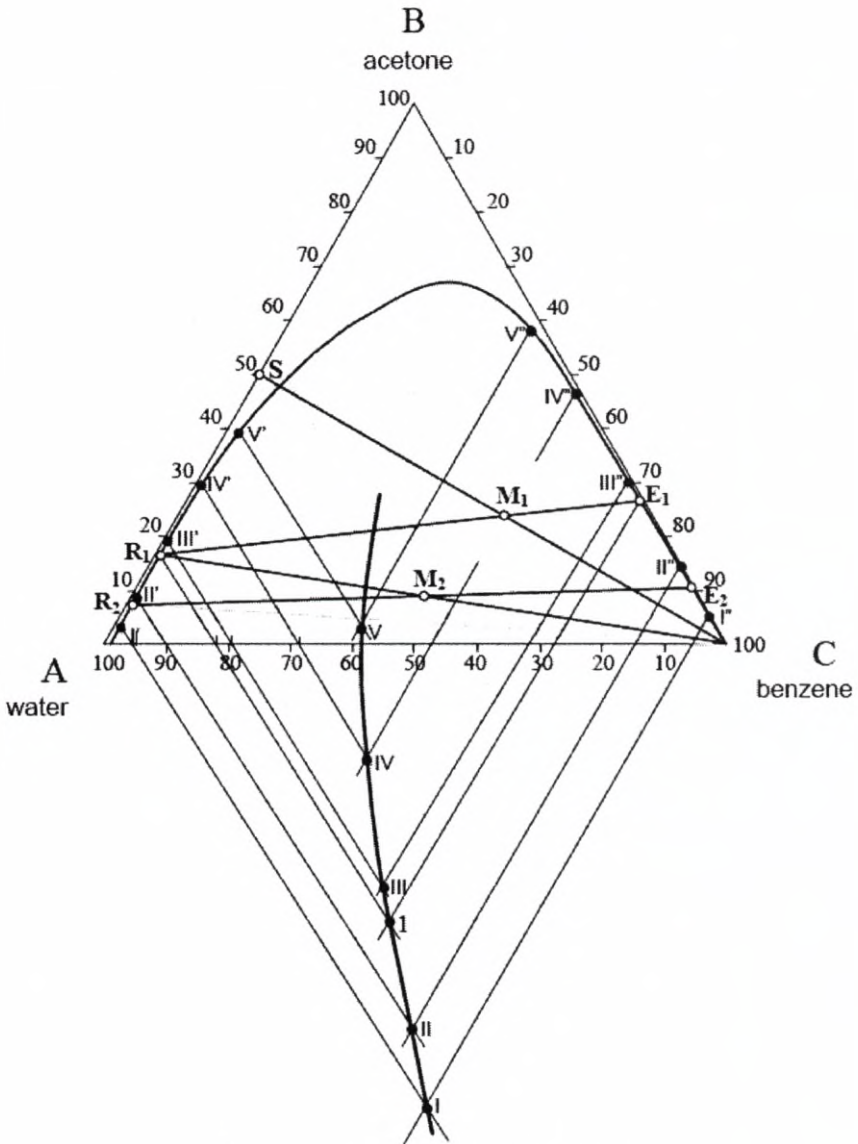


Fig. 4.11. Graphical solution of Example 4.4

the auxiliary line. Starting from of the point, two straight lines are drawn, parallel to sides  $AB$  and  $BC$  of the triangle, respectively. Intersection of the lines with proper arms of the binode yields tentative locations of points  $R_1$  and  $E_1$ . Location of the point on the auxiliary line should be selected so as to the point  $M_1$  is located on the straight line running through points  $R_1$  and  $E_1$ .



After separation, raffinate  $R_1$  and extract  $E_1$  are obtained from the two-phase mixture  $M_1$ . Points  $R_1$  and  $E_1$ , defining compositions of the products of the first extraction stage are located on the connode. For the first extraction stage, a location of the point 1 is assumed at which points  $R_1$ ,  $M_1$  and  $E_1$  are located on one line. Compositions of the raffinate and the extract at the first stage amount to (by wt.):

- raffinate: 82% of water, 17.5% of acetone, 0.5% of benzene,
- extract: 1% of water, 26.5% of acetone, 72.5% of benzene.

Hence, on stage of extraction does not fulfill the requirement defined in the subject. Concentration of acetone in the raffinate is higher than 7.5%. Therefore, acetone should be extracted from the raffinate in the second extraction stage (and optionally in further stages).

Masses of the raffinate and the extract obtained in the first stage are calculated. The following relationships are used

$$M_1 = R_1 + E_1 = 200 \text{ kg}$$

$$R_1 \cdot \overline{R_1 M_1} = E_1 \cdot \overline{M_1 E_1} = M_1 \cdot \overline{R_1 E_1}$$

Then, lengths of the  $\overline{R_1 M_1}$  and  $\overline{M_1 E_1}$  sections are read, and  $R_1$  and  $E_1$  are calculated

$$R_1 = M_1 \cdot \frac{\overline{M_1 E_1}}{\overline{R_1 E_1}} = 200 \cdot 0.303 = 60.6 \text{ kg}$$

$$E_1 = M_1 \cdot \frac{\overline{R_1 M_1}}{\overline{R_1 E_1}} = 200 \cdot 0.697 = 139.4 \text{ kg}$$

To the second stage, mass of the solvent equal to the mass of the raffinate from the first stage is added. Thus,  $C_2 = 60.6$  kg.

$$M_2 = R_1 + C_2 = 60.6 + 60.6 = 121.2 \text{ kg}$$

As  $R_1 = C_2$ , the point characterizing mixture  $M_2$  located on the straight line  $R_1 C$ , divides the section  $\overline{R_1 C}$  into two equal parts. Length of the sections  $\overline{R_1 C}$  is read from the diagram. It should be noted that  $\overline{R_1 M_2} = \overline{M_2 C} = 0.5 \cdot \overline{R_1 C}$ . Compositions of the raffinate and the extract from the second stage (mass fractions) are read from the diagram:

- raffinate: 92.5% of water, 7.5% of acetone,  $\approx 0\%$  by wt. of benzene,
- extract:  $\approx 0\%$  by wt. of water, 10% of acetone, 90% of benzene.

Composition of the raffinate from the second stage fulfill the requirements defined in the subject. Thus, the number of stages of cross-current extraction equals to 2.

Masses of the raffinate and of the extract are calculated similarly as for the first stage. Lengths of corresponding sections:  $\overline{R_2M_2}$ ,  $\overline{M_2E_2}$  are read from the diagram. Hence, it results that in the second stage, the following is obtained

$$R_2 = M_2 \cdot \frac{\overline{M_2E_2}}{\overline{R_2E_2}} = 121.2 \cdot 0.449 = 54.4 \text{ kg}$$

$$E_2 = M_2 \cdot \frac{\overline{R_2M_2}}{\overline{R_2E_2}} = 121.2 \cdot 0.551 = 66.8 \text{ kg}$$

#### EXAMPLE 4.5

100 kg of an acetone aqueous solution with concentration of 50% by wt. is subjected to extraction with benzene. Raffinate should contain not more than 5% by wt. of acetone.

Using a triangular diagram, calculate final composition of the extract, amount of the products and the number of stages, if the extraction is carried out as countercurrent extraction at the stream ratio (on inlet) 1:1. The process is carried out at 30°C. The equilibrium data are gathered in Table AT-6a.

Points corresponding to compositions of the feed  $S$  and the final (outlet) raffinate  $R_n$  (5% by wt. of acetone) are drawn in the triangular diagram (Fig. 4.12). In the process, amount of the solvent  $C$  is used equal to the amount of the feed  $S = 100$  kg.

Point  $M$ , located in the middle of section  $SC$  is plotted onto the straight line  $SC$ . Then, point  $R_n$  is connected with  $M$  with a straight line which is extended to its intersection with the right arm of the binode. In this way, point  $E_1$  is located corresponding to composition of the final extract. Location of the operating pole  $P$  and the number of stages are determined according to the rules set in Chapter 4.3.

Masses of the extract and the final raffinate are calculated based on the lever rule, reading the lengths of corresponding sections from the diagram

$$M = S + C = E_1 + R_n = 200 \text{ kg}$$

$$R_n = M \cdot \frac{\overline{ME_1}}{\overline{R_nE_1}} = 200 \cdot 0.25 = 50 \text{ kg}$$

$$E_1 = M \cdot \frac{\overline{R_nM}}{\overline{R_nE_1}} = 200 \cdot 0.75 = 150 \text{ kg}$$

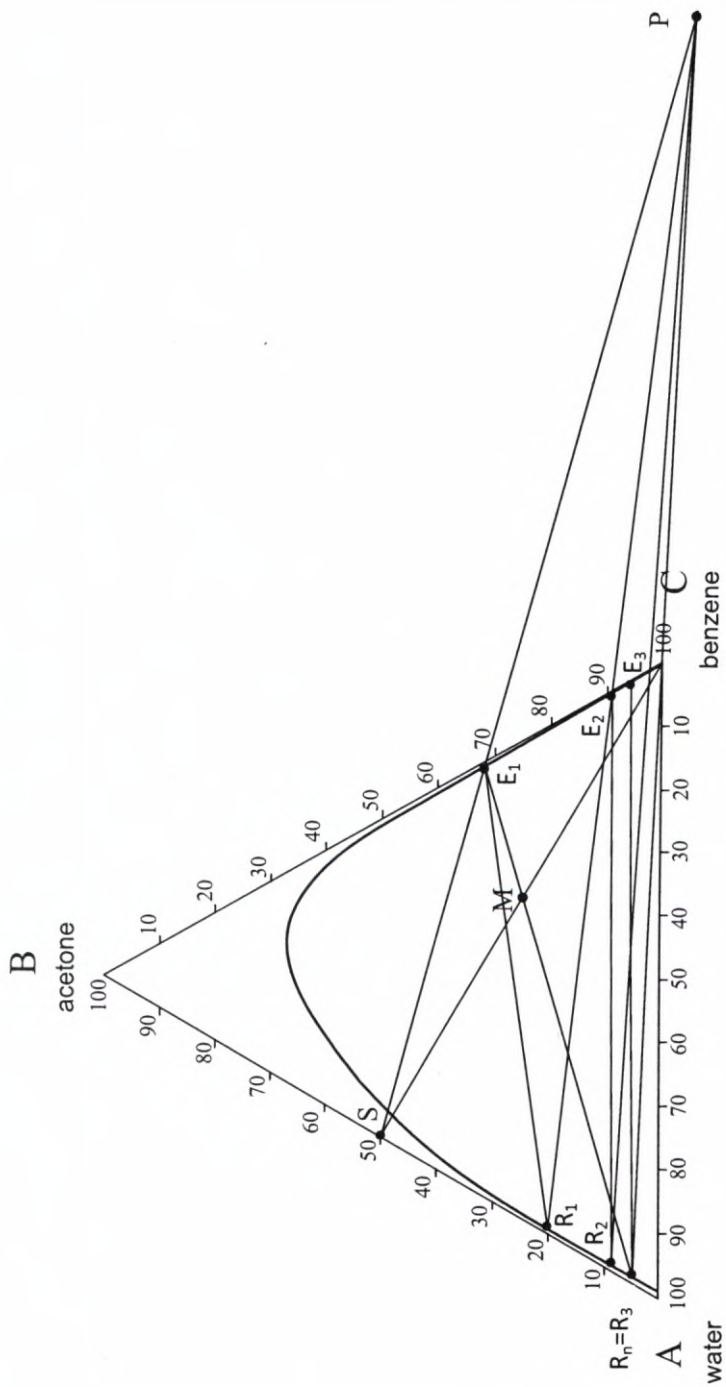


Fig. 4.12. Graphical solution of Example 4.5

Final mass fraction of the acetone in the extract phase (E1) equals to 32% (read from the diagram). The number of theoretical plates necessary to achieve the assumed composition of the raffinate is equal to 3.

#### EXAMPLE 4.6

Acetone is extracted from 100 kg of aqueous solution using 100 kg of pure benzene ( $Y_c = 0$ ), in a multistage countercurrent system. The feed contains 45% by wt. of acetone ( $X_s = 0.818 \text{ kgB/kgA}$ ). Temperature of the process equals to  $30^\circ\text{C}$ . Requested concentration of acetone in water (raffinate) equals to  $X_R = 0.053 \text{ kgB/kgA}$ .

Determine the number of extraction stages and the concentration of acetone in the extract phase. Solve the problem using  $Y = f(X)$  graph in a rectangular coordinate system. The equilibrium data are gathered in Table AT-6a.

*Ad 1.* Mass of the original solvent (water) equals to

$$A = 100(1 - 0.45) = 55 \text{ kg}$$

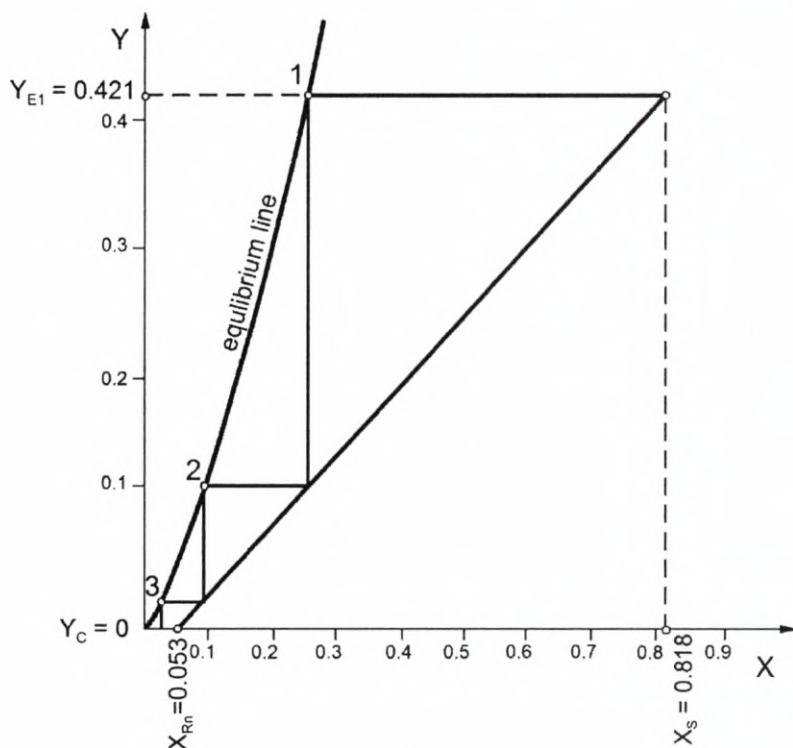


Fig. 4.13. Graphical solution of Example 4.6 in the  $Y = f(X)$  coordinate system



The mass balance of the process allows to define the composition of the final extract

$$AX_S + CY_C = AX_R + CY_E$$

$$Y_E = Y_C + \frac{A}{C}(X_S - X_R) = 0 + \frac{55}{100}(0.818 - 0.053)$$

$$Y_E = 0.421 \frac{\text{kg B}}{\text{kg C}}$$

The equilibrium line and the operating line are plotted in the diagram (Fig. 4.13). The operating line runs through points with following coordinates:  $X = X_{Rn}$ ,  $Y = Y_C$  and  $X = X_S$ ,  $Y = Y_{E1}$ . The number of theoretical plates, defined by method presented in Chapter 4.3, equals about 3.

#### EXERCISE 4.1

Acetone is extracted with chlorobenzene from a 33% (by wt.) aqueous solution. The residue should contain not more than 8% by wt. of acetone. Using an equilibrium graph in triangular system, and a graph in rectangular coordinate system  $Y = f(X)$ , calculate mass of the solvent necessary for extraction of 200 kg of the feed in a single-stage process, and mass of the raffinate and the extract after removal of the solvent. The process is carried out at 25°C.

The equilibrium data of the acetone-chlorobenzene-water system are gathered in Table AT-6b.

Answer:  $C = 480.8 \text{ kg}$ ,  $R' = 145.6 \text{ kg}$ ,  $E' = 56.8 \text{ kg}$ .

#### EXERCISE 4.2

For the conditions of Exercise 4.1, calculate the number of stages, composition and masses of the obtained products, if the process is carried out by cross-current extraction, and 200 kg of the solvent are added at each stage.

Answer:  $n = 3$  stages,  $E_1 = 243 \text{ kg}$ ,  $E_2 = 122 \text{ kg}$ ,  $E_3 = 105 \text{ kg}$ ,  $R_3 = 329 \text{ kg}$ .

Composition of the extract from the 1<sup>st</sup> stage: 1.5% by wt. of water, 18.5% by wt. of acetone, 80% by wt. of chlorobenzene.

Composition of the extract from the 2<sup>nd</sup> stage: 1.0% by wt. of water, 11% by wt. of acetone, 88% by wt. of chlorobenzene.

Composition of the extract from the 3<sup>rd</sup> stage: 0.5% by wt. of water, 9.5% by wt. of acetone, 90% by wt. of chlorobenzene.

Composition of the raffinate from the 3<sup>rd</sup> stage: 6.5% by wt. of acetone, 1.0% by wt. of water, 92.5% by wt. of chlorobenzene.

## EXERCISE 4.3

For the data and conditions of Exercise 4.1, calculate final composition of the extract after removal of the solvent, masses of the products and the number of stages, if the extraction is a countercurrent process with the initial stream ratio 1:1.

Answer:  $n = 3$  stages,  $E_1 = 256$  kg,  $R_3 = 143$  kg,  
 $x'_E = 97.5\%$  by wt. of acetone,  $2.5\%$  by wt. of water.

## 5. AIR HUMIDIFICATION AND DRYING

Air humidification may be carried out by the following ways:

- adding of water vapor directly to the airflow,
- spraying of water in the airflow,
- adiabatic contact of air with a large amount of water,
- mixing of air with various relative humidities.

Air drying may be realized by:

- condensation of water vapor on surfaces with temperature lower than dew point,
- uptake of water vapor by a liquid (absorption),
- uptake of water vapor by a porous solid (adsorption).

In Fig. 5.1, Mollier diagram ( $i - Y$ ) for graphical interpretation of examples and problems presented in this chapter is shown.

### 5.1. MIXING OF AIR WITH WATER OR WATER VAPOR

Process of humidification of air may be considered mixing of air with a definite state ( $Y_1, i_1$ ) with an agent (water, water vapor) having state defined in the infinity ( $G_{S2} = 0, Y_2 \rightarrow \infty$ ) (Fig. 5.2).

With the amount of moisture taken over by air during the humidification process designated as  $W$ , equations of mass and thermal balance are as follows

$$G_{S1} \cdot Y_1 + W = G_{S1} \cdot Y_M \quad (5.1)$$

$$G_{S1} \cdot i_1 + W \cdot i_w = G_{S1} \cdot i_M \quad (5.2)$$

where:  $i_w$  – enthalpy of the provided moisture (water or water vapor).

Based on the formulas (5.1) and (5.2), parameters of the mixed air ( $Y_M, i_M$ ) are determined according to the equation

$$\frac{i_M - i_1}{Y_M - Y_1} = \frac{\Delta i}{\Delta Y} = i_w \quad (5.3)$$

which defines the directions of changes in the state of air when it is mixed with water or water vapor.



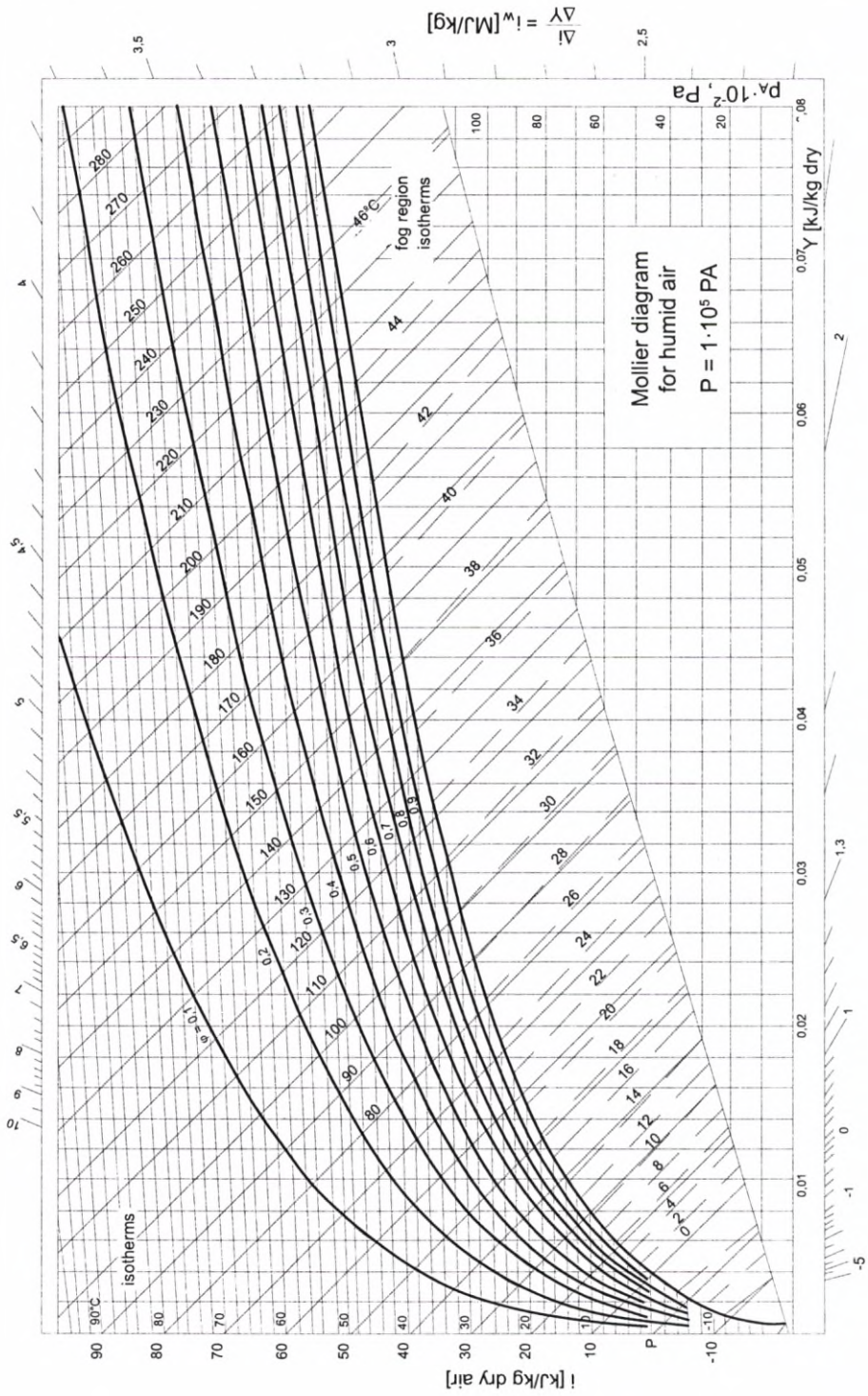


Fig. 5.1. Diagram of  $i - Y$



## 5.2. DIRECTIONAL SCALE IN THE $i - Y$ DIAGRAM

The directional scale pertains to the line of constant values of  $\Delta i/\Delta Y$  and it is located at the edge of the  $i - Y$  diagram. All these lines run through the origin of the coordinate system (pole  $P$ ) of the  $i - Y$  diagram (Fig. 5.2). If the value of  $\Delta i/\Delta Y$  ratio for the humidification process and one of the states of air in the process are known, then the line depicting this process in the  $i - Y$  diagram is parallel to the directional line with a value of  $\Delta i/\Delta Y$  and runs through point characterizing a given state of air.

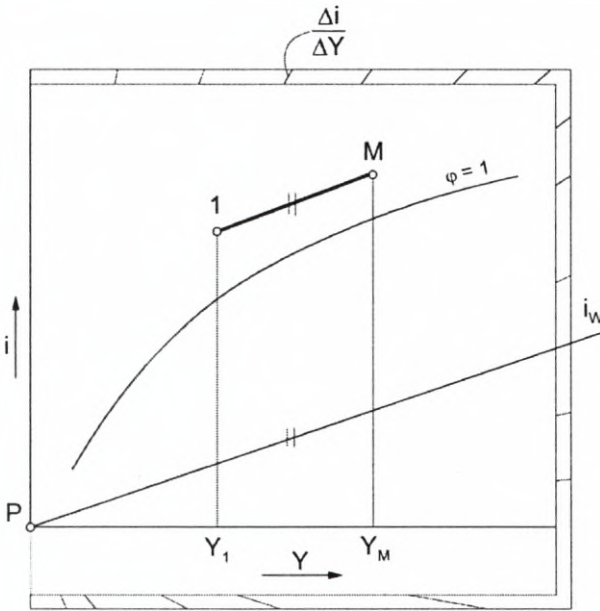


Fig. 5.2. Method for use of the directional scale in the  $i - Y$  diagram

In Fig. 5.2, method for use of the directional scale is presented. First, a point corresponding to point 1 should be plotted. A radius with inclination of  $\Delta i/\Delta Y$  starting from the point 1 is drawn up to the value of  $Y_{M^p}$  calculated from the equation (5.1). In this way, point  $M$  is determined.

## 5.3. COLUMNS FOR HUMIDIFICATION OF AIR

Height of a column for humidification of air is determined based on the following formulas

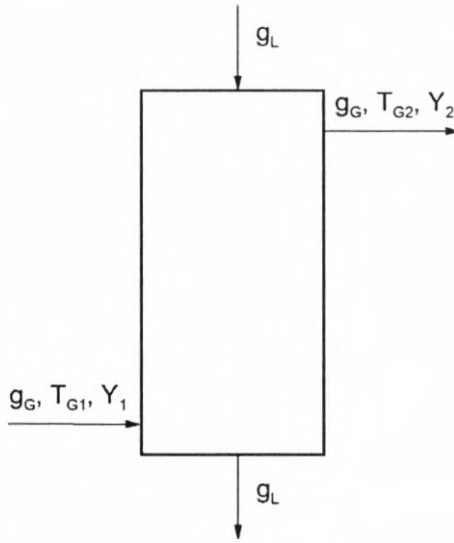


Fig. 5.3. Diagram of a column for humidification of air. The subscripts denote:  $G$  – air,  $L$  – water

$$H = \frac{g_G}{(k_Y \cdot a)} \cdot \int_{Y_1}^{Y_2} \frac{dY}{Y_z - Y} \quad (5.4)$$

where:

- $g_G$  – mass velocity of air referred for dry air,  $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ ,
- $(k_Y \cdot a)$  – volume mass-transfer coefficient,  $\text{kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{s})$ ,
- $Y_z$  – absolute humidity of air at the water-air interface,
- $Y$  – absolute humidity of air.

An alternative formula is as follows

$$H = \frac{g_G \cdot c_H}{(h \cdot a)} \cdot \int_{T_{G2}}^{T_{G1}} \frac{dT_G}{T_G - T_{Gz}} \quad (5.5)$$

where:

- $(h \cdot a)$  – volume heat-transfer coefficient,  $\text{W}/(\text{m}^3 \cdot \text{s})$ ,
- $T_{G1}, T_{G2}$  – temperature of the gas, respectively at the inlet and at the outlet of the apparatus.

If  $Y_z = \text{const}$ , then equation (5.4) assumes the following form

$$H = \frac{g_G}{(k_Y \cdot a)} \cdot \ln \left( \frac{Y_z - Y_1}{Y_z - Y_2} \right) \quad (5.6)$$

while integration of the equation (5.5) yields

$$H = \frac{g_G \cdot c_H}{(h \cdot a)} \cdot \ln \left( \frac{T_{G1} - T_{Gz}}{T_{G2} - T_{Gz}} \right) \quad (5.7)$$

#### 5.4. DEVICES FOR DRYING OF AIR BY CONDENSATION OF WATER VAPOR

Based on the thermal balance, encompassing e.g. a lower cross-section of the device (Fig. 5.4), the equation of the operating line is derived

$$i_G = \frac{g_L}{g_G} \cdot c_L \cdot T_L - \frac{g_L}{g_G} \cdot c_L \cdot T_{L1} + i_{G1} \quad (5.8)$$

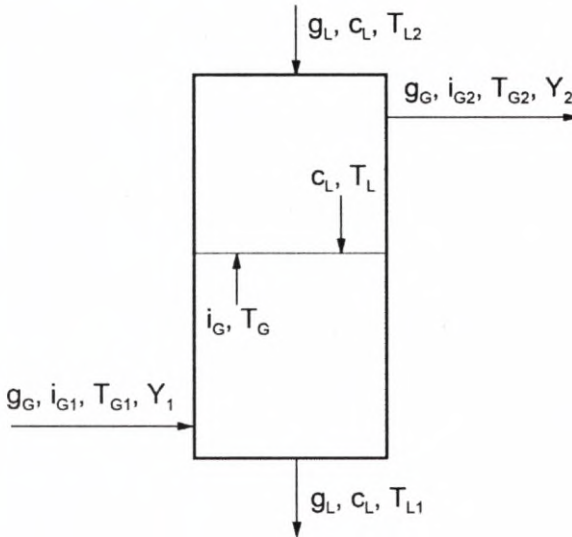


Fig. 5.4. Diagram of a column for drying of humid air

Height of a device for drying of air should be calculated based on the following equation

$$H = \frac{g_G}{(k_Y \cdot a)} \cdot \int_{i_{G2}}^{i_{G1}} \frac{di_G}{i_G - i_{Gz}} \quad (5.9)$$

The method of finding of the interconnected quantities  $i_G$  and  $i_{Gz}$  is shown in Fig. 5.5.

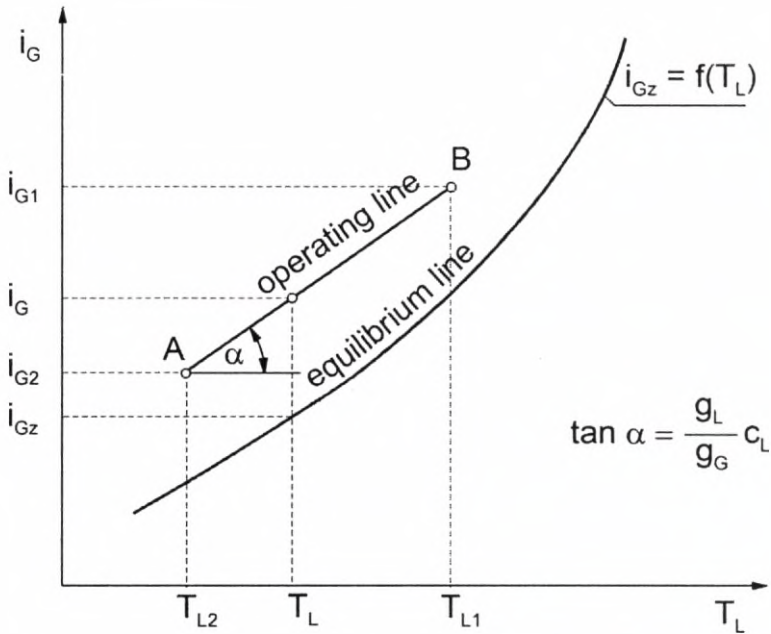


Fig. 5.5. Graphical method for determination of the driving force of the process of humid air drying

## 5.5. COOLING TOWERS

Diagram of flows of water and air streams in a cooling tower is shown in Fig. 5.3. The equation of the operating line of the process of countercurrent water cooling with air results from the thermal balance of a cooling tower and has the form (5.8). Height of a tower for cooling of hot water should be calculated from the equation

$$H = \frac{g_G}{(k_Y a)} \cdot \int_{i_{G1}}^{i_{G2}} \frac{di_G}{i_{Gz} - i_G} = h_{0G} N_{0G} \quad (5.10)$$

where:  $(k_Y a)$  – volume mass-transfer coefficient,  $\text{kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{s})$ .

The method for finding of quantities  $i_G$  and  $i_{Gz}$  is shown in Fig. 5.6. The integral in the equation (5.10) may be determined graphically, plotting a diagram in the coordinate system of:  $(i_G, 1/(i_{Gz} - i_G))$ .

Boundary course of the operating line occurs in the case when it is tangential to the equilibrium line ( $\phi = 1$ ).

Theoretically, water may be cooled down to the wet-bulb temperature of air, practically the end temperature of water is higher than this temperature.



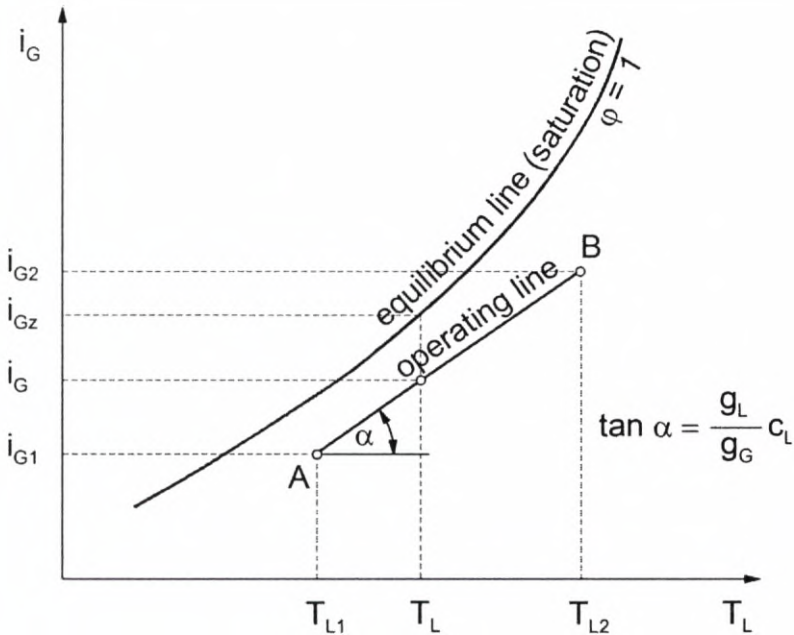


Fig. 5.6. Determination the driving force of the process of hot water cooling

**Note:** In all examples and problems,  $P = 1 \cdot 10^5$  Pa is assumed.

#### EXAMPLE 5.1

Dry air with a temperature of  $T_1 = 30^\circ\text{C}$  (state 1) is humidified with water having a temperature of  $T = 18^\circ\text{C}$ . Determine the amount of much water should be added in order to bring the air to a state of saturation, and the temperature of air in the final state 2.

According to the equation (5.3),  $\Delta i / \Delta Y = i_w$ , while the value of enthalpy of water at  $18^\circ\text{C}$  should be read from the Table AT-5:  $i_w = 75.5$  kJ/kg.

Direction of the change in state of air in the  $i - Y$  diagram (Fig. 5.1) is determined by a straight line connecting the pole  $P$  with the directional scale  $\Delta i / \Delta Y = i_w = 75.5$  kJ/kg.

To determine the value of  $Y_2$ , a straight line parallel to the give directional line should be drawn, running through the point corresponding to the initial state of air ( $T_1 = 30^\circ\text{C}$ ,  $Y_1 = 0$ ), to its intersection with the  $\phi = 1$  curve (Fig. 5.7). The abscissa of the intersection point equals to  $Y_2 = 0.008$  kg/kg.

The intersection point of the directional line with the  $\phi = 1$  line determines also the temperature of saturated air:  $T_2 = 10^\circ\text{C}$ .

The determined value of  $Y_2$  corresponds to the amount of water (0.008 kg) needed for humidification of 1 kg of dry air ( $Y_1 = 0$ ), in order to bring it to the state of saturation.

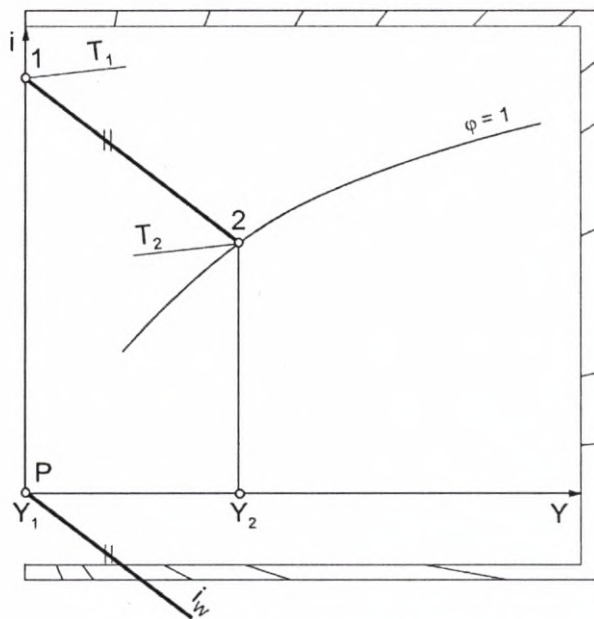


Fig. 5.7. Graphical solution on Example 5.1

## EXAMPLE 5.2

Air with a temperature of  $T_1 = -10^\circ\text{C}$  and relative humidity of  $\phi_1 = 0.9$  should be brought to a state with the temperature of  $T_2 = 22^\circ\text{C}$  and humidity of  $\phi_2 = 0.6$ . Two variants of the process should be considered:

- heating in heat exchanger and adiabatic humidification using sprayed water,
- heating of air to a temperature lower than in variant a) and humidification using saturated vapor, with pressure of 98 070 Pa.

Determine the temperatures that the air should be heated to in both variants. Define also the amount of heat that should be delivered to 500 kg of air (referred for dry air) and the amounts of water or water vapor that will be absorbed by the air.

From the  $i - Y$  diagram (Fig. 5.1, 5.8), the following is read for the initial state of air:  $Y_1 = 0.0015$  kg/kg of dry air,  $i_1 = -7$  kJ/kg, and for the final state:  $Y_2 = 0.01$  kg/kg,  $i_2 = 48.5$  kJ/kg.

a) The temperature corresponding to the point of intersection of the  $Y_1 = \text{const}$  line with the  $i_2 = \text{const}$  line is the temperature to which air should be heated in variant (a). It equals to (Fig. 5.1, 5.8)  $T_a = 44^\circ\text{C}$ .

For heating of  $G_s = 500$  kg of air (referred for dry air), the heat demand equals to

$$Q_a = G_s \cdot (i_2 - i_1) = 500 \cdot (48.5 - (-7)) = 27\,750 \text{ kJ}$$

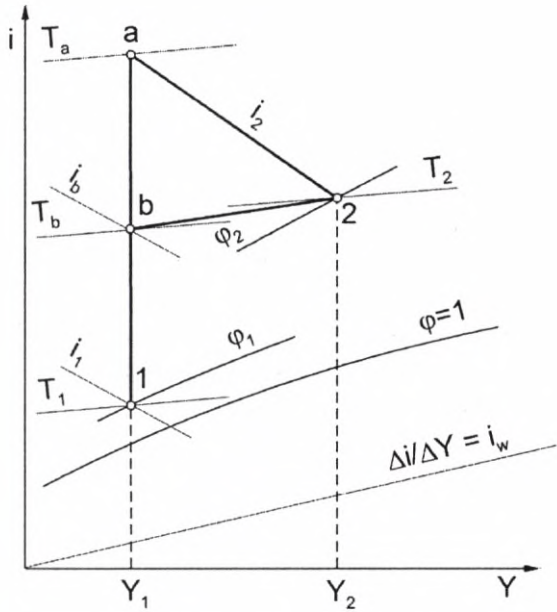


Fig. 5.8. Graphical solution on Example 5.2

During humidification, the air absorbs moisture in the amount resulting from the formula (5.1)

$$\Delta W = G_s \cdot (Y_2 - Y_1) = 500 \cdot (0.01 - 0.0015)$$

$$\Delta W = 4.25 \text{ kg}$$

b) For determination of the temperature to which the air should be heated in variant (b), the directional scale of the  $i - Y$  diagram is used. Enthalpy of saturated water vapor with pressure of 98 070 Pa is read from Table AT-5:  $i_w'' = 2674.5 \text{ kJ/kg}$ .

Starting from the point defining the final state of air, a straight line is drawn parallel to the direction of  $\Delta i / \Delta Y = i_w'' = 2674.5 \text{ kJ/kg}$  to its intersection with the  $Y_1 = \text{const}$  line (Fig. 5.1, 5.8). The intersection point determines the state to which the air should be heated using variant (b). This temperature equals to  $T_b = 20^\circ\text{C}$ . In this case, enthalpy of air equals to  $i_b = 25 \text{ kJ/kg}$  ( $i = \text{const}$  line running through the point of intersection of the directional line with the  $Y_1 = \text{const}$  line).

In variant (b), the heat demand in the heater equals to

$$Q_b = G_s \cdot (i_b - i_1) = 500 \cdot (25 - (-7)) = 16\,000 \text{ kJ}$$

The remaining amount of heat is delivered by the heating steam in the humidifier. The amount of steam delivered is equal to the amount of water in variant (a).



## EXAMPLE 5.3

A stream of humid air with a temperature of  $T_4 = 70^\circ\text{C}$ , a relative humidity of  $\phi_4 = 0.2$ , and a flow rate of  $G_4 = 6000 \text{ kg/h}$  is needed for production purposes. Atmospheric air has a temperature of  $T_1 = 20^\circ\text{C}$  and a wet-bulb temperature of  $T_{w1} = 15^\circ\text{C}$ . This air is subjected to pre-heating, adiabatic humidification to the required moisture content and repeated heating to the requested temperature (Fig. 5.9). Power of the device for heating the air after humidification equals to  $\dot{Q}_{3,4} = 54 \text{ kW}$ . Volume heat-transfer coefficient between air and water in the humidifier equals to  $(h \cdot a) = 1460 \text{ W}/(\text{m}^3 \cdot \text{K})$ . Neglect the thermal loss and calculate:

1. Temperature of air before humidification  $T_2$  and after humidification  $T_3$ .
2. Thermal power  $\dot{Q}_{1-2}$  delivered to the air in the pre-heater.
3. Volume of the humidifier  $V$ .

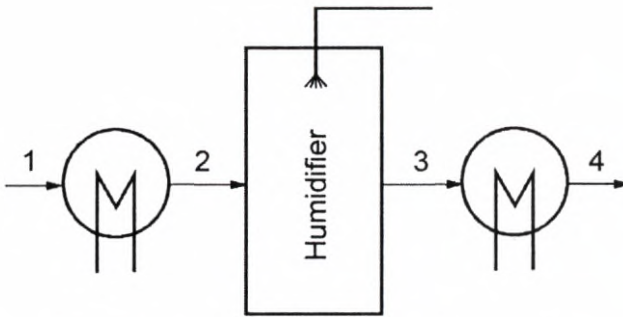


Fig. 5.9. Diagram of the installation for Example 5.3

From Table AT-5, pressure of saturated water vapor at  $15^\circ\text{C}$  is read:  $p_{sat1} = 1704 \text{ Pa}$ . Then, absolute humidity of the initial air in saturation state ( $\phi = 1$ ) is calculated

$$Y_{w1} = 0.622 \cdot \frac{p_{sat1}}{P - p_{sat1}} = 0.622 \cdot \frac{1704}{10^5 - 1704}$$

$$Y_{w1} = 0.0108 \text{ kg/kg}$$

From Table AT-5, heat of evaporation of water at  $T_{w1} = 15^\circ\text{C}$  is read:  $r_{w1} = i'' - i' = 2465.4 \text{ kJ/kg}$ . Absolute humidity of the initial air is calculated based on the psychrometer equation

$$\frac{Y_{w1} - Y_1}{T_1 - T_{w1}} = \frac{1.01 + 1.88 \cdot Y_1}{r_{w1}}$$



$$Y_1 = \frac{Y_{w1} \cdot r_{w1} - 1.01 \cdot (T_1 - T_{w1})}{r_{w1} - 1.88 \cdot (T_1 - T_{w1})} = \frac{0.0108 \cdot 2465.4 - 1.01 \cdot (20 - 15)}{2465.4 - 1.88 \cdot (20 - 15)}$$

$$Y_1 = 0.0088 \text{ kg/kg}$$

From Table AT-5 pressure of saturated water at 70°C is read:  $p_{sat4} = 31\,166 \text{ Pa}$ . Absolute humidity of air in state 4 (final) equals to

$$Y_4 = 0.622 \cdot \frac{\varphi_4 \cdot p_{sat4}}{P - \varphi_4 \cdot p_{sat4}} = 0.622 \cdot \frac{0.2 \cdot 31166}{10^5 - 0.2 \cdot 31166}$$

$$Y_4 = 0.0413 \text{ kg/kg}$$

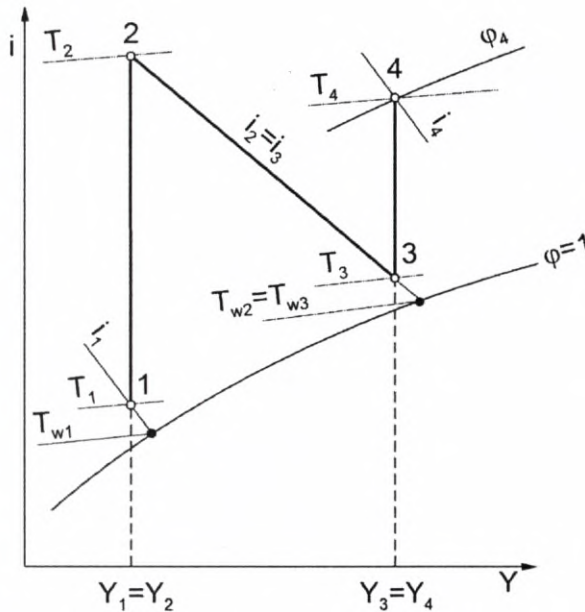


Fig. 5.10. Graphical solution on Example 5.3

Flow rate of dry air  $G_s$  equals to

$$G_s = \frac{G_4}{1 + Y_4} = \frac{6000}{1 + 0.041} = 5762 \text{ kg/h}$$

Enthalpy of the final air equals to

$$i_4 = (1.01 + 1.88 \cdot Y_4) \cdot T_4 + 2501 \cdot Y_4$$

$$i_4 = (1.01 + 1.88 \cdot 0.0413) \cdot 70 + 2501 \cdot 0.0413$$

$$i_4 = 179.4 \text{ kJ/kg}$$

Enthalpy  $i_3$  of air after humidification results from the thermal balance of the second heater

$$\dot{Q}_{3-4} = G_S \cdot (i_4 - i_3)$$

hence

$$i_3 = i_4 - \frac{\dot{Q}_{3-4}}{G_S} = 179.4 - \frac{54 \cdot 3600}{5762}$$

$$i_3 = 145.7 \text{ kJ/kg}$$

As  $i_3 = i_2$  (adiabatic humidification) and  $Y_1 = Y_2$  (heating), the temperature of air before humidification  $T_2$  is calculated from the expression for enthalpy  $i_2$

$$i_2 = (1.01 + 1.88 \cdot Y_2) \cdot T_2 + 2501 \cdot Y_2$$

Hence

$$T_2 = \frac{i_2 - 2501 \cdot Y_2}{1.01 + 1.88 \cdot Y_2} = \frac{145.7 - 2501 \cdot 0.0088}{1.01 + 1.88 \cdot 0.0088}$$

$$T_2 = 120.5^\circ\text{C}$$

As  $Y_3 = Y_4$  (heating), the temperature of air after humidification  $T_3$  is calculated from the expression for  $i_3$

$$T_3 = \frac{i_3 - 2501 \cdot Y_3}{1.01 + 1.88 \cdot Y_3} = \frac{145.7 - 2501 \cdot 0.0413}{1.01 + 1.88 \cdot 0.0413}$$

$$T_3 = 39.0^\circ\text{C}$$

Enthalpy  $i_1$  of the initial air equals to

$$i_1 = (1.01 + 1.88 \cdot Y_1) \cdot T_1 + 2501 \cdot Y_1$$

$$i_1 = (1.01 + 1.88 \cdot 0.0088) \cdot 20 + 2501 \cdot 0.0088$$

$$i_1 = 42.5 \text{ kJ/kg}$$

Rate of heat delivered to the pre-heater equals to

$$\dot{Q}_{1-2} = G_s \cdot (i_2 - i_1) = 5762 \cdot (145.7 - 42.5)$$

$$\dot{Q}_{1-2} = 165.2 \text{ kW}$$

Volume of the humidification chamber is calculated from the equation of heat transfer

$$\dot{Q} = h \cdot A \cdot \Delta T_m$$

while

$$\dot{Q} = G_s c_H (T_2 - T_3)$$

$$A = aV$$

where  $a$  is the specific surface area of the sprayed water drops. Average temperature difference between water and air equals to ( $T_{w2} = T_{w3} = T_w$ )

$$\Delta T_m = \frac{(T_2 - T_w) - (T_3 - T_w)}{\ln\left(\frac{T_2 - T_w}{T_3 - T_w}\right)} = \frac{T_2 - T_3}{\ln\left(\frac{T_2 - T_w}{T_3 - T_w}\right)}$$

From the above equations, formula for the volume of the humidification chamber is obtained

$$V = \frac{\ln\left(\frac{T_2 - T_w}{T_3 - T_w}\right) \cdot G_s \cdot c_H}{(h \cdot a)} \quad (a)$$

where:

- $T_w$  – temperature of water, approximately constant and equal to the wet-bulb temperature,
- $c_H$  – average specific heat of humid air.

Average value of specific heat of humid air is calculated

$$c_H = \frac{c_{H2} + c_{H3}}{2} = \frac{1.01 + 1.88 \cdot Y_2 + 1.01 + 1.88 \cdot Y_3}{2}$$

$$c_H = \frac{1.01 + 1.88 \cdot 0.0088 + 1.01 + 1.88 \cdot 0.0413}{2}$$

$$c_H = 1.06 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Wet-bulb temperature is calculated. The problem will be solved with the trial and error method: value of wet bulb temperature is assumed:  $T_{w3} = 37.2^\circ\text{C}$ . From Table AT-5 saturated water vapor and heat of evaporation is read:  $p_{sat3} = 6344 \text{ Pa}$ ;  $r_w = 2413.1 \text{ kJ/kg}$ . Hence

$$Y_{w3} = 0.622 \frac{6344}{10^5 - 6344} = 0.0421 \text{ kg/kg}$$

Psychrometric equation has the form

$$\frac{Y_w - Y}{T - T_w} = \frac{c_H}{r_w}$$

Therefore

$$T_{w3} = T_3 - \frac{r_w}{c_H} (Y_{w3} - Y_3) = 39 - \frac{2413.1}{1.06} (0.0421 - 0.0413) = 37.2^\circ\text{C}$$

Calculations give results consistent with the assumption.

Finally, volume of the humidification chamber is calculated (Eq.(a),  $T_w = T_{w2} = T_{w3}$ )

$$V = \frac{\ln\left(\frac{120 - 37.2}{39.0 - 37.2}\right) \cdot \frac{5762}{3600} \cdot 1.06 \cdot 10^3}{1460} = 4.45 \text{ m}^3$$

Graphical interpretation of solution is presented on Fig. 5.10.

#### EXAMPLE 5.4

6000 kg/h of air (referred for dry air) is to be cooled in a packed column using cold water with an initial temperature of  $T_{L2} = 8^\circ\text{C}$ . Final absolute humidity of air should amount to  $Y_2 = 0.0106 \text{ kg/kg}$ , and temperature  $T_2 = 15^\circ\text{C}$ . The inlet air to the column is saturated with water vapor ( $\phi = 1$ ) and has a temperature of  $T_1 = 40^\circ\text{C}$ . The final temperature of water should amount to  $T_{L2} = 27^\circ\text{C}$ . Neglect thermal loss. Calculate the mass flow rate of water needed to carry out the process.



Basis for the solution of the example is to calculate the thermal balance of the device. Thermal power delivered with air equals to

$$\dot{Q}_1 = G_s \cdot i_1 = G_s \cdot [(1.01 + 1.88 \cdot Y_1) \cdot T_1 + 2501 \cdot Y_1]$$

where

$$Y_1 = 0.622 \cdot \frac{\varphi_1 p_{sat1}}{P - \varphi_1 p_{sat1}} = 0.622 \cdot \frac{1 \cdot 7375}{10^5 - 1 \cdot 7375}$$

$$Y_1 = 0.0495 \text{ kg/kg}$$

$$\dot{Q}_1 = \frac{6000}{3600} \cdot [(1.01 + 1.88 \cdot 0.0495) \cdot 40 + 2501 \cdot 0.0495]$$

$$\dot{Q}_1 = 275 \text{ kW}$$

Thermal power delivered with water equals to

$$\dot{Q}_{L2} = L \cdot c_{L2} \cdot T_{L2}$$

Thermal power carried away with air equals to

$$\dot{Q}_2 = G_s \cdot i_2 = G_s \cdot [(1.01 + 1.88 \cdot Y_2) \cdot T_2 + 2501 \cdot Y_2]$$

$$\dot{Q}_2 = \frac{6000}{3600} \cdot [(1.01 + 1.88 \cdot 0.0106) \cdot 15 + 2501 \cdot 0.0106]$$

$$\dot{Q}_2 = 69.9 \text{ kW}$$

Thermal power carried away with water assuming that  $L_1 = L_2$  equals to

$$\dot{Q}_{L1} = L \cdot c_{L1} \cdot T_{L1}$$

It is assumed that

$$c_{L1} = c_{L2} = c_L = 4.19 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$$

Considering zero thermal loss, the sum of thermal powers delivered with the streams is equal to the sum of thermal powers of the streams at the outlet.

$$\dot{Q}_1 + \dot{Q}_{L2} = \dot{Q}_2 + \dot{Q}_{L1}$$

After substitution of numerical values, the following is obtained

$$275 + L \cdot 4.19 \cdot 8 = 69.9 + L \cdot 4.19 \cdot 27$$

Hence the flow rate of water

$$L = 2.58 \text{ kg/s}$$

0.44  
-1.3  
-1.27

### EXAMPLE 5.5

Calculate the diameter and the checker packing height of a column for cooling of  $L = 37\,800 \text{ kg/h}$  of water from a temperature of  $T_{L2} = 55^\circ\text{C}$  to a temperature of  $T_{L1} = 32^\circ\text{C}$ , by a countercurrent contact with atmospheric air with a wet-bulb temperature equal to  $T_w = 21^\circ\text{C}$ . It is ascertained that the flow rate of air is to be by 32% higher than the minimum one (referred for dry air) and that the mass velocity of air equals to  $8345 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{h})$ . Assume  $h_{OG} = 3 \text{ m}$ .

In order to draw the equilibrium line, values of enthalpy of saturated air ( $\varphi = 1$ ) with temperatures in the range of  $21\text{--}55^\circ\text{C}$  are calculated. To this end, the following equations are used

$$Y_{sat} = 0.622 \cdot \frac{P_{sat}}{P - P_{sat}}$$

$$i_{Gz} = (1.01 + 1.88 \cdot Y_{sat}) \cdot T + 2501 \cdot Y_{sat}$$

Results of the calculations are gathered in the table below, and course of the equilibrium line is shown in Fig. 5.11.

$T$ [ $^\circ\text{C}$ ]	$P_{sat}$ [Pa]	$Y_{sat}$ [kg/kg]	$i_{Gz}$ [kJ/kg]
21	2486	0.0158	60.9
25	3167	0.0203	77.1
30	4241	0.0275	100.7
32	4753	0.0310	111.8
35	5622	0.0370	130.5
40	7375	0.0495	167.9
45	9582	0.0659	215.9
50	12 335	0.0875	277.6
55	15 740	0.1161	358.2

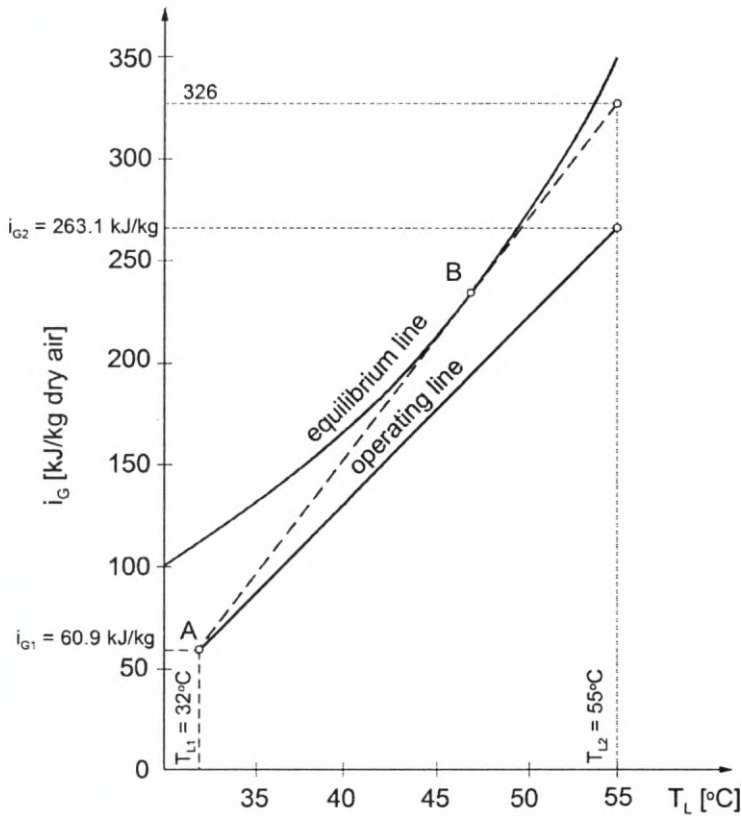


Fig. 5.11. Graphical solution of Example 5.5

Minimum flow rate of air necessary to cool the water to a temperature of  $32^\circ\text{C}$  is determined graphically, by drawing a tangential line to the equilibrium line starting from the point  $A$  with the following coordinates ( $T_{L1} = 32^\circ\text{C}$ ,  $i_{G1} = 60.9 \text{ kJ/kg}$ ) (Fig. 5.6 and 5.11).

The tangent of the inclination angle of the tangential line to the axis of abscissae equals to

$$\tan \alpha = \frac{i_{G2\max} - i_{G1}}{T_{L2} - T_{L1}} = \frac{326 - 60.9}{55 - 32} = 11.88$$

while the value of  $i_{G2\max}$  is read from the diagram (Fig. 5.11). Hence

$$\left( \frac{G_S}{LC_L} \right)_{\min} = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{11.88} = 0.0842$$

Minimum demand of air equals to

$$G_{s \min} = Lc_L \left( \frac{G_s}{Lc_L} \right)_{\min} = 37800 \cdot 4.19 \cdot 0.0842$$

$$G_{s \min} = 13\,340 \text{ kg/h}$$

while  $c_L = 4.19 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$  is specific heat of water. The actual flow rate of air is to be by 32% higher than the minimum one, so

$$G_s = 1.32 \cdot G_{s \min} = 1.32 \cdot 13\,340 = 17\,610 \text{ kg/h}$$

Knowing mass velocity and mass flow rate of air, cross-section area of the column is calculated

$$S = \frac{G_s}{g_G} = \frac{17\,610}{8345} = 2.11 \text{ m}^2$$

The column diameter equals to

$$D_c = \sqrt{\frac{4 \cdot S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 2.11}{\pi}} = 1.64 \text{ m}$$

The packing height is calculated from the formula (5.10), while its integral is determined graphically. To this end:

- an operating line (5.8) is drawn in the diagram (Fig. 5.11)

$$i_G = \frac{g_L}{g_G} c_L (T_L - T_{L1}) + i_{G1} = \frac{37800/2.11}{8345} \cdot 4.19 (T_L - 32) + 60.9$$

$$i_G = 8.96 \cdot (T_L - 32) + 60.9$$

- values of  $i_{Gz}$  in the limits from  $i_{G1} = 60.9 \text{ kJ/kg}$  to  $i_{G2} = 263.1 \text{ kJ/kg}$  are read from the Fig. 5.11,

- a diagram in the coordinate system  $\left( i_G, \frac{1}{i_{Gz} - i_G} \right)$  is plotted (Fig. 5.12). The data for plotting of the diagram are gathered in the Table.



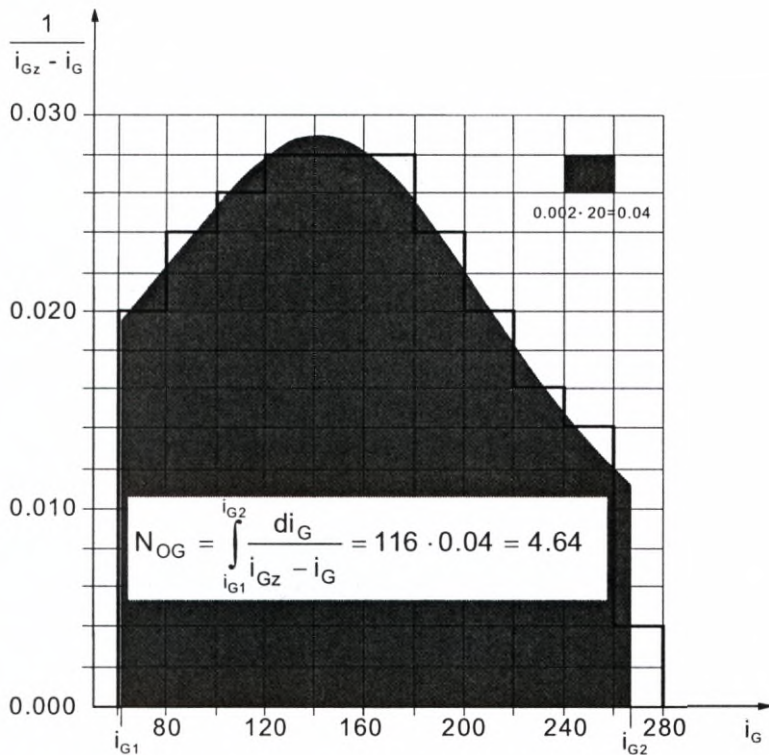


Fig. 5.12. Graphical integration

$T_L$ [°C]	$i_G$ [kJ/kg]	$i_{Gz}$ [kJ/kg]	$1/(i_{Gz} - i_G)$ [kg/kJ]
32	60.9	111.8	0.0196
35	87.8	130.5	0.0237
40	132.6	167.9	0.0287
45	177.4	215.9	0.0259
50	222.2	277.6	0.0178
55	267.0	358.2	0.0110

In the diagram, value of the integral:  $N_{OG} = 4.64$  is found. Therefore the checker packing height of the column equals to

$$h = h_{0G} \cdot N_{OG} = 3 \cdot 4.64 = 13.9 \text{ m}$$

### EXERCISE 5.1

Air with a temperature of  $T_1 = 20^\circ\text{C}$  and relative humidity of  $\phi_1 = 0.6$  (state 1) is heated in a heater to a temperature of  $95^\circ\text{C}$ , and then it is directed to a dryer,

where it is subjected to adiabatic humidification. Air with a temperature of  $35^{\circ}\text{C}$  (state 2) leaves the dryer. Calculate the difference of absolute humidity of air and the difference of enthalpy for air in state (2) and state (1). Solve the problem graphically and analytically.

Answer:  $\Delta Y = 0.0231 \text{ kg/kg}$ ,  $\Delta i = 72 \text{ kJ/kg}$ .

### EXERCISE 5.2

Washed linen dries on a clothes-line in the garden. Calculate its temperature during drying (neglecting the influence of Sun rays) for the following parameters of atmospheric air:

a)  $T_1 = 20^{\circ}\text{C}$ ,  $\phi_1 = 0.6$  (summer),

b)  $T_1 = 4^{\circ}\text{C}$ ,  $\phi_1 = 0.3$  (winter).

Answer: a)  $T = 15.5^{\circ}\text{C}$ , b)  $T = -1.5^{\circ}\text{C}$ .

### EXERCISE 5.3

Calculate the lowest temperature that may be achieved by Coke in a bottle if the bottle is wrapped in a sufficiently wet cloth and subjected to a stream of air? Temperature of air equals to  $T_1 = 25^{\circ}\text{C}$ , and relative humidity  $\phi_1 = 0.4$ . Solve the problem graphically.

Answer:  $T = 16^{\circ}\text{C}$ .

### EXERCISE 5.4

Air with absolute humidity of  $Y_2 = 0.039 \text{ kg/kg}$  and a temperature by  $4^{\circ}\text{C}$  higher than the dew point corresponding to this state of air is needed for production purposes. The air taken from the surroundings has a temperature of  $T_1 = 30^{\circ}\text{C}$  and an absolute humidity of  $Y_1 = 0.025 \text{ kg/kg}$ . The required parameters of the air are achieved by subjecting the atmospheric air to heating, and then to adiabatic humidification. The power of the heater equals to  $100 \text{ kW}$ . Volume of the humidification chamber equals to  $V = 3.5 \text{ m}^3$ . Neglect thermal loss.

Calculate:

1) temperature  $T_1'$  to which the air should be heating before humidification,

2) flow rate of air obtained from the installation  $G_s$ ,

3) volume heat-transfer coefficient ( $h \cdot a$ ) in the humidifier.

Answer:  $T_1' = 74^{\circ}\text{C}$ ,  $G_s = 7920 \text{ kg/h}$ ,  $(h \cdot a) = 1690 \text{ W}/(\text{m}^3 \cdot \text{K})$ .

### EXERCISE 5.5

Air saturated with water vapor ( $\phi = 1$ ) is to be dried in a column packed with coke. The air flows in with a rate of  $1 \text{ m}^3/\text{s}$  and has a temperature of  $35^{\circ}\text{C}$ . The final temperature of the air should be  $15^{\circ}\text{C}$ . Water with an initial temperature of  $10^{\circ}\text{C}$  is the cooling agent. Calculate the height and the diameter of the column, if the volume

mass-transfer coefficient is  $(k_y \cdot a) = 0.346 \cdot 10^{-5} \text{ kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{s})$  for this packing type, when mass velocities are as follows: water  $g_L = 0.32 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ , air  $g_G = 1.4 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ .

A n s w e r:  $D = 2 \text{ m}$ ,  $h = 6.1 \text{ m}$ .

#### EXERCISE 5.6

80 000 kg/h of hot water with a temperature of  $60^\circ\text{C}$  should be cooled down to  $30^\circ\text{C}$ . The process is carried out in a packed column, using a blow-in of air with a temperature of  $20^\circ\text{C}$  and a relative humidity of 0.5. Laboratory tests of a column with similar packing showed that at a mass velocity of dry air of  $g_G = 4000 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{h})$  and water  $g_L = 8000 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{h})$ , the volume mass-transfer coefficient equals to  $(k_y \cdot a) = 2200 \text{ kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{h})$ . Calculate the diameter and height of the packing layer, assuming that in the industrial column, the same mass velocities of air and water will be used as in the laboratory column.

A n s w e r:  $D = 2.8 \text{ m}$ ,  $H = 10.7 \text{ m}$ .

#### EXERCISE 5.7

35 000 kg/h of hot water is cooled from a temperature of  $60^\circ\text{C}$  to  $25^\circ\text{C}$  in a packed cooling tower. The wet-bulb temperature of the inlet air equals to  $20^\circ\text{C}$ . Mass velocity of water equals to  $g_L = 5000 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{h})$ . Air flows countercurrently in relation to water, with an apparent velocity of  $0.2 \text{ m/s}$  at the inlet. For the operating conditions of the column, mass-transfer coefficient equals to  $(k_y \cdot a) = 1750 \text{ kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{h})$ . The diameter of the tower equals to  $3 \text{ m}$ . Calculate the height of the packing layer.

A n s w e r:  $H = 8.94 \text{ m}$ .





## 6. DRYING OF SOLIDS

During drying of solids a decrease in moisture content in the material being dried occurs in the results of a contact with a gas. At the same time humidification of the gas takes place.

The temperature difference  $(T - T_w)$  (so-called psychrometric difference) characterizes the ability of air to evaporate moisture from a solid and it is called drying potential.

The process of drying runs theoretically according to the “wet-bulb line”, with a slight increase in enthalpy. That is why in practical problems, influence of the water temperature is often neglected and it is assumed that the humidification line runs along the line of constant enthalpy.

### 6.1. MASS BALANCE OF A THEORETICAL DRYER

Moisture content of a solid on the wet solid basis  $u$  is the ratio of the mass of moisture  $W$  to the mass of the wet solid  $S'$

$$u = \frac{W}{S'} \frac{\text{kg moisture}}{\text{kg wet solid}} \quad (6.1)$$

Moisture content of a solid on the dry solid basis  $z$  is the ratio of the moisture to the mass of dry material  $S$

$$z = \frac{W}{S} \frac{\text{kg moisture}}{\text{kg dry solid}} \quad (6.2)$$

Mutual relations between of quantities  $u$  and  $z$  are as follows

$$u = \frac{W}{S'} = \frac{W}{S + W} = \frac{W/S}{1 + W/S} = \frac{z}{1 + z} \quad (6.3)$$

$$z = \frac{u}{1-u} \quad (6.4)$$

Moisture mass balance during drying is described by the following relationships

$$W = S'_{in} \cdot \frac{u_{in} - u_{out}}{1 - u_{out}} = S'_{out} \cdot \frac{u_{in} - u_{out}}{1 - u_{in}} \quad (6.5)$$

$$W = S'_{in} - S'_{out} \quad (6.6)$$

$$W = S \cdot (z_{in} - z_{out}) \quad (6.7)$$

Drying of solids may occur as a periodical or continuous process. In the first case, there are initial humidity and final humidity. On the other hand, in the continuous process there are humidities at the inlet and at the outlet of the dryer. Moreover, there are masses of the substances in the periodical process, and in the continuous process – mass flow rates. The individual symbols in the formulas 6.5, 6.6, and 6.7 denote:

*in* (subscript) – the initial state or the inlet,

*out* (subscript) – the final state or the outlet,

*S* – mass or mass flow rate of an absolutely dry solid, kg or kg/s,

*W* – mass or mass flow rate of the moisture removed during drying, kg or kg/s,

*S'\_{in}* – mass or mass flow rate of the wet solid introduced to the dryer, kg or kg/s,

*S'\_{out}* – mass or mass flow rate of the wet solid taken out from the dryer, kg or kg/s.

Consumption of air (on a dry air basis) for evaporation on one kilogram of the moisture is calculated from the formula

$$\eta = \frac{G_s}{W} \quad (6.8)$$

Total consumption of dry air necessary for removal of the evaporated moisture, is expressed by the following relation

$$G_s = \frac{W}{Y_2 - Y_1} \quad (6.9)$$

where *G<sub>s</sub>* – mass or mass flow rate of dry air, kg or kg/s.

## 6.2. THERMAL BALANCE OF A THEORETICAL DRYER

Consumption of heat in the heater equals to

$$Q = G_s \cdot (i_1 - i_0) \quad (6.10)$$

In the case of a theoretical dryer ( $i = \text{const}$ ) consumption of heat in the heater equals to

$$Q_{theor} = G_s \cdot (i_2 - i_0) \quad (6.11)$$

The following quantity is introduced

$$\Delta = \frac{i_2 - i_1}{Y_2 - Y_1} \quad (6.12)$$

where:

$i_0$  – initial enthalpy of air, kJ/kg,

$i_1$  – enthalpy of air at the inlet of the dryer (at the outlet of the heater), kJ/kg,

$i_2$  – enthalpy of air at the outlet of the dryer, kJ/kg.

Consumption of heat per 1 kg of the evaporated moisture (so called specific consumption of heat) for a theoretical dryer results from the equation (6.11) and equals to

$$\zeta_{theor} = \frac{Q_{theor}}{W} = \frac{G_s}{W} \cdot (i_2 - i_0) \quad (6.13)$$

For an actual dryer, specific consumption of heat results from the expression (6.10) and equals to

$$\zeta = \frac{Q}{W} = \frac{G_s}{W} \cdot (i_2 - i_0) - \frac{G_s}{W} \cdot (i_2 - i_1) \quad (6.14)$$

or

$$\zeta = \zeta_{theor} - \Delta \quad (6.15)$$

- If  $\Delta > 0$ , enthalpy of the exit air is higher than enthalpy of the air after the external heater ( $i_2 > i_1$ ).
- If  $\Delta < 0$  then  $i_2 < i_1$ .

- If  $\Delta = 0$  then  $i_2 = i_1$ . It means that the process of drying occurs at a constant enthalpy of air.

### 6.3. DRYING KINETICS

Rate of drying  $w_D$  is the amount of moisture  $W$  removed per unit time  $t$  from one unit of the surface area being dried  $A$ ,  $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$

$$w_D = \frac{dW}{A \cdot dt} = - \frac{S \cdot dz}{A \cdot dt} \quad (6.16)$$

Based on the experimental results, a so called rate of drying curve  $w_D = f(z)$  is obtained, as a dependence between the rate of drying and the content of moisture in the solid. The rate of drying curve shown in Fig. 6.1 corresponds to constant parameters of drying air.

Rate of drying may be expressed by the mass-transfer coefficient or the heat-transfer coefficient in the gaseous phase

$$w_D = k_Y \cdot (Y_w - Y) = \frac{h}{r_w} \cdot (T - T_w) \quad (6.17)$$

where:

- $Y_w, Y$  – absolute humidity of air at the surface of the solid and in the bulk of the gaseous phase, respectively,
- $T_w, T$  – temperature at the surface of the solid and in the bulk of the gaseous phase,
- $k_Y$  – mass-transfer coefficient,
- $h$  – heat-transfer coefficient,
- $r_w$  – heat of evaporation at  $T_w$ .

### 6.4. TIME OF DRYING FOR CONSTANT DRYING CONDITIONS

Considering the different character of the drying-rate in various periods (Fig. 6.1), time of drying is calculated separately for the first and second drying period.

In the first drying period (constant-rate drying period), time of drying is calculated from the following expression

$$t_1 = \frac{S}{A \cdot w_{D1}} \cdot (z_1 - z_{cr}) = \frac{z_1 - z_{cr}}{K_1 \cdot (z_{cr} - z_{eq})} \quad (6.18)$$



where:

- $w_{DI}$  – drying rate in the first period,  $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ ,
- $z_1$  – initial moisture content of the solid,
- $z_{cr}$  – critical moisture content (moisture contents between the I and II drying period),
- $z_{eq}$  – equilibrium moisture contents (moisture contents in the state of equilibrium with the drying medium),
- $K_I$  – drying constant,  $\text{s}^{-1}$ .

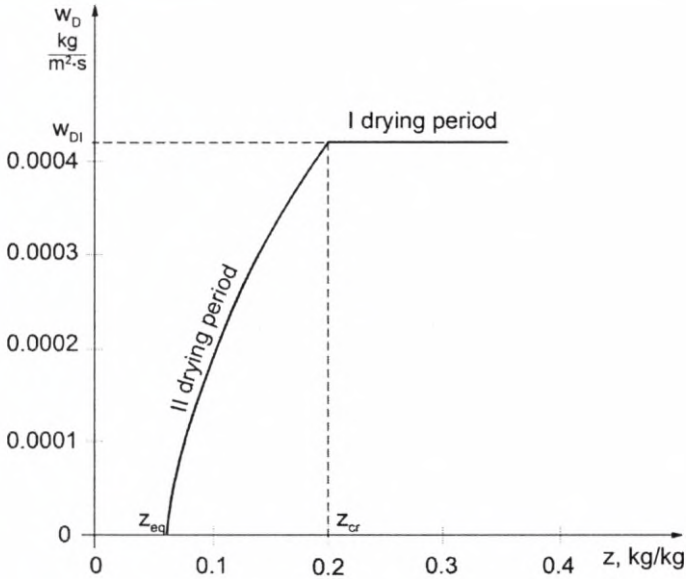


Fig. 6.1. Drying curves for constant drying conditions

In the second period (decreasing drying rate) time of drying is calculated based on the following relationship

$$t_{II} = \frac{S}{A} \cdot \int_{z_2}^{z_{cr}} \frac{dz}{w_{DII}} \quad (6.19)$$

where  $z_2$  – final moisture contents of the solid.

In case when the dependence  $w_{DII} = f(z)$  is known, graphical integration is one of the methods for calculations of the integral in (6.19), by drawing a diagram in the  $(z, 1/w_{DII})$  coordinate system.

The drying curve in the second period is often approximated by a straight line, and then

$$w_{DII} = \frac{w_{DI}}{z_{cr} - z_{eq}} \cdot (z - z_{eq}) \quad (6.20)$$

By substituting (6.20) to (6.19) and integration, the following expression is obtained

$$t_{II} = \frac{S}{A \cdot w_{DI}} \cdot (z_{cr} - z_{eq}) \cdot \ln \left( \frac{z_{cr} - z_{eq}}{z_2 - z_{eq}} \right) = \frac{1}{K_1} \cdot \ln \left( \frac{z_{cr} - z_{eq}}{z_2 - z_{eq}} \right) \quad (6.21)$$

Total time of drying jest is the sum of times of drying in the first and the second periods, and after taking (6.18) and (6.21) into account it yields

$$t = t_I + t_{II} = \frac{1}{K_1} \cdot \left[ \frac{z_1 - z_{cr}}{z_{cr} - z_{eq}} + \ln \left( \frac{z_{cr} - z_{eq}}{z_2 - z_{eq}} \right) \right] \quad (6.22)$$

## 6.5. DRIVING FORCE OF THE PROCESS OF DRYING

Driving force of the process of drying in the first period may be expressed by the difference of temperatures of air and of the material's surface. Assuming that the temperature of the material is equal to the wet-bulb temperature, one obtains

$$\chi = \frac{(T_{in} - T_w) - (T_{out} - T_w)}{\ln \left( \frac{T_{in} - T_w}{T_{out} - T_w} \right)} \quad (6.23)$$

where:

$T_{in}$  – temperature of air at the inlet,

$T_{out}$  – temperature of air at the outlet.

**Note:** In all examples and problems,  $P = 10^5$  Pa is assumed.

### EXAMPLE 6.1

Calculate the mass of water should be evaporated from  $S'_{in} = 100$  kg of a solid in order to decrease its humidity from  $u_{in1} = 0.80$  kg/kg to  $u_{out} = 0.05$  kg/kg. Calculate the percentage decrease in the amount of evaporated water, if the material is centrifuged earlier to a humidity of  $u_{in2} = 0.70$ ? (moisture contents are in relation to mass of the wet solid).

The amount of evaporated water is calculated from the formula (6.5)

$$W_1 = S'_{in} \cdot \frac{u_{in1} - u_{out}}{1 - u_{out}} = 100 \cdot \frac{0.80 - 0.05}{1 - 0.05}$$

$$W_1 = 79 \text{ kg}$$

When the initial humidity is decreased to  $u_{in2} = 0.70$ , the amount of evaporated water equals to

$$W_2 = S'_{in} \cdot \frac{u_{in2} - u_{out}}{1 - u_{out}} = 100 \cdot \frac{0.70 - 0.05}{1 - 0.05}$$

$$W_2 = 68.4 \text{ kg}$$

By centrifugation, the amount of evaporated water is decreased by

$$\frac{79 - 68.4}{79} \cdot 100\% = 13.4\%$$

### EXAMPLE 6.2

Air with a temperature of  $T_3 = 50^\circ\text{C}$  and relative humidity of  $\phi_3 = 0.2$  should be delivered to a dryer. Atmospheric air with a temperature of  $T_1 = 17^\circ\text{C}$  and relative humidity of  $\phi_1 = 0.5$ , and overheated steam with an enthalpy of  $3143 \text{ kJ/kg}$  are available. The requested parameters of air are achieved in the following way (Fig. 6.2): after addition of steam, the humidified air is heated to a temperature of  $T_3$ .  $S'_{in} = 500 \text{ kg/h}$  of a wet material with a moisture content of  $u_{in} = 0.809$  is delivered to the dryer; the required moisture content at the outlet equals to  $u_{out} = 0.20$ . Calculate the atmospheric air demand, the steam demand and thermal powers of the external and internal (in the dryer) heaters, if it is known that the air leaving the dryer has a temperature of  $T_4 = 36^\circ\text{C}$  and a wet-bulb temperature of  $T_{m4} = 34.5^\circ\text{C}$ . Assume  $A = 65.8 \cdot 10^{-5}$ ,  $1/\text{K}$  in the psychrometer equation. Neglect thermal loss.

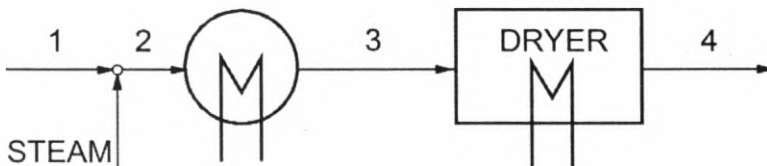


Fig. 6.2. Diagram of the drying installation for Example 6.2

From Table AT-5, pressures of saturated water vapor are read:

- at 17°C, pressure of saturated water vapor equals to 1936 Pa,
- at 34.5°C, pressure of saturated water vapor equals to 5470 Pa,
- at 50°C, pressure of saturated water vapor equals to 12 335 Pa.

Then, absolute humidity and enthalpy of atmospheric air and inlet air to the dryer (after heating) are calculated

$$Y_1 = 0.622 \cdot \frac{\varphi_1 P_{sat1}}{P - \varphi_1 P_{sat1}} = 0.622 \cdot \frac{0.5 \cdot 1936}{10^5 - 0.5 \cdot 1936}$$

$$Y_1 = 0.00616 \text{ kg/kg}$$

$$i_1 = 1.01 \cdot T_1 + (1.88 \cdot T_1 + 2501) \cdot Y_1$$

$$i_1 = 1.01 \cdot 17 + (1.88 \cdot 17 + 2501) \cdot 0.00616$$

$$i_1 = 32.7 \text{ kJ/kg}$$

$$Y_3 = 0.622 \cdot \frac{\varphi_3 P_{sat3}}{P - \varphi_3 P_{sat3}} = 0.622 \cdot \frac{0.2 \cdot 12335}{10^5 - 0.2 \cdot 12335}$$

$$Y_3 = 0.0157 \text{ kg/kg}$$

$$i_3 = 1.01 \cdot T_3 + (1.88 \cdot T_3 + 2501) \cdot Y_3$$

$$i_3 = 1.01 \cdot 50 + (1.88 \cdot 50 + 2501) \cdot 0.0157$$

$$i_3 = 91.2 \text{ kJ/kg}$$

Pressure of water vapor in the air leaving the dryer  $p_{sat4}$  is calculated from the psychrometer equation

$$p_{A4} = p_{Aw4} - A \cdot (T_4 - T_{w4}) \cdot P$$

where  $A = 65.8 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$ .

$$p_{A4} = 5470 - 65.8 \cdot 10^{-5} \cdot (36 - 34.5) \cdot 10^5$$

$$p_{A4} = 5373 \text{ Pa}$$



Absolute humidity of the air leaving the dryer  $Y_4$  equals to

$$Y_4 = 0.622 \cdot \frac{P_{sat4}}{P - P_{sat4}} = 0.622 \cdot \frac{5373}{10^5 - 5373}$$

$$Y_4 = 0.0354 \text{ kg/kg}$$

Humidity  $Y_4$  may be also calculated from the following equation

$$Y_4 = Y_{w4} - \frac{c_{H4}}{r_w} (T_4 - T_{w4})$$

Absolute humidity at the wet-bulb temperature (34.5°C) equals to

$$Y_{w4} = 0.622 \frac{5470}{10^5 - 5470} = 0.0360 \text{ kg/kg}$$

Specific heat of air at the wet-bulb temperature

$$c_{H4} = 1.01 + 1.88 Y_{w4} = 1.01 + 1.88 \cdot 0.0360 = 1.078 \text{ kJ/(kgK)}$$

Heat of evaporation is determined (approximately) at the wet-bulb temperature. From Table AT-5, it results that at 34.5°C, the heat of evaporation of water equals to  $r_w = 2415.5 \text{ kJ/kg}$ . Therefore, humidity at the outlet of the dryer

$$Y_4 = 0.0360 - \frac{1.078}{2419.5} (36 - 34.5) = 0.0353 \text{ kg/kg}$$

Almost identical value as previously is obtained.

Enthalpy of the air leaving the dryer  $i_4$  equals to

$$i_4 = 1.01 \cdot T_4 + (1.88 \cdot T_4 + 2501) \cdot Y_4$$

$$i_4 = 1.01 \cdot 36 + (1.88 \cdot 36 + 2501) \cdot 0.0354$$

$$i_4 = 127.3 \text{ kJ/kg}$$

Rate of the moisture removed from the humid material results from the formula (6.5)

$$W = S'_{in} \cdot \frac{u_{in} - u_{out}}{1 - u_{out}} = 500 \cdot \frac{0.80 - 0.20}{1 - 0.20}$$

$$W = 375 \text{ kg/h}$$

Flow rate of dry air necessary to absorb of the moisture equals to (acc. to (6.9))

$$G_s = \frac{W}{Y_4 - Y_3} = \frac{375}{0.0354 - 0.0157}$$

$$G_s = 19040 \text{ kg/h}$$

Air with state 1 (Fig. 6.2) is mixed with steam in such a way that the formed mixture with state 2 heated to state 3 meets the requirements of the process, hence  $Y_2 = Y_3$ . Thus, the flow rate of overheated steam added equals to

$$G_{steam} = G_s \cdot (Y_2 - Y_1) = 19\,040 \cdot (0.0157 - 0.00616)$$

$$G_{steam} = 181.6 \text{ kg/h}$$

Enthalpy of humid air with state 2 is calculated based on the thermal balance

$$i_2 = \frac{G_s i_1 + G_{steam} i_{steam}}{G_s + G_{steam}} = \frac{19\,040 \cdot 32.7 + 181.6 \cdot 3143}{19\,040 + 181.6}$$

$$i_2 = 62.1 \text{ kJ/kg}$$

This issue of adding of steam may be solved also using the directional scale of the  $i - Y$  diagram.

Thermal power delivered in the external heater equals to (formula (6.10))

$$Q_{2-3} = G_s \cdot (i_3 - i_2) = 19\,040 \cdot (91.2 - 62.1)$$

$$Q_{2-3} = 154.1 \text{ kW}$$

Thermal power delivered in the dryer in the internal heater (in the dryer) equals to

$$Q_{3-4} = G_s \cdot (i_4 - i_3) = 19\,040 \cdot (127.3 - 91.2)$$

$$Q_{3-4} = 190.7 \text{ kW}$$

### EXAMPLE 6.3

$S'_{in} = 200 \text{ kg/h}$  of a wet material with a moisture content of 0.199 kg of the moisture per kg of the wet material is delivered to a theoretical dryer. A mixture of atmospheric air and exit air from the dryer is used as the drying medium. Ratio of the

flow rates of humid air recycled to fresh air (fresh stream referred to dry air) equals to  $G_3:G_{s1} = 1:3$ . The air taken from the surroundings has a temperature of  $T_1 = 25^\circ\text{C}$  and a dew point of  $T_{d1} = 10^\circ\text{C}$ . Flow rate of the humid air at the inlet to the dryer equals to  $G_2 = 2000 \text{ kg/h}$ , and its temperature  $T_2 = 73^\circ\text{C}$ . Pressure of water vapor in the air leaving the dryer equals to  $p_3 = 4489 \text{ Pa}$ . Calculate moisture content of the material at the outlet of the dryer  $u_{out}$  and parameters of air after mixing  $Y_M, i_M$

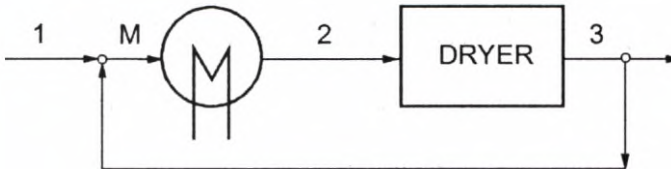


Fig. 6.3. Diagram of the drying installation for Example 6.3

From Table AT-5, pressure of saturated vapor at  $10^\circ\text{C}$  (dew point) is read:  $1227 \text{ Pa}$ . Parameters of atmospheric air are calculated

$$Y_1 = Y_{d1} = 0.622 \cdot \frac{P_{sat1}}{P - p_{sat1}} = 0.622 \cdot \frac{1227}{10^5 - 1227}$$

$$Y_1 = 0.0077 \text{ kg/kg}$$

$$i_1 = (1.01 + 1.88 \cdot Y_1) \cdot T_1 + 2501 \cdot Y_1$$

$$i_1 = (1.01 + 1.88 \cdot 0.0077) \cdot 25 + 2501 \cdot 0.0077$$

$$i_1 = 44.87 \text{ kJ/kg}$$

Then parameters of the exit air from the dryer are calculated

$$Y_3 = 0.622 \cdot \frac{p_3}{P - p_3} = 0.622 \cdot \frac{4489}{10^5 - 4489}$$

$$Y_3 = 0.0293 \text{ kg/kg}$$

Absolute humidity of air after mixing  $Y_M$  is calculated based on mass balance of the mixing

$$G_{s1}Y_1 + G_{s3}Y_3 = (G_{s1} + G_{s3})Y_M$$

Taking into account that  $G_3:G_{s1} = 1:3$  and

$$G_{s3} = \frac{G_3}{1 + Y_3}$$

the following is obtained

$$Y_M = \frac{Y_1 + \frac{G_3}{G_{s1}} \cdot \frac{Y_3}{(1 + Y_3)}}{1 + \frac{G_3}{G_{s1}} \cdot (1 + Y_3)} = \frac{0.0077 + \frac{1}{3} \cdot \frac{0.0293}{(1 + 0.0293)}}{1 + \frac{1}{3(1 + 0.0293)}}$$

$$Y_M = 0.0129 \text{ kg/kg}$$

As the air after mixing is heated to state 2 (Fig. 6.3),  $Y_2 = Y_M$ .  
Drying occurs at a constant enthalpy of air, so  $i_2 = i_3$ , hence it results that

$$i_2 = i_3 = (1.01 + 1.88 \cdot Y_M) \cdot T_2 + 2501 \cdot Y_M$$

$$i_2 = i_3 = (1.01 + 1.88 \cdot 0.0129) \cdot 73 + 2501 \cdot 0.0129$$

$$i_2 = i_3 = 107.8 \text{ kJ/kg}$$

Enthalpy of the mixed air  $i_M$  is calculated based on the thermal balance of mixing

$$i_M = \frac{i_1 + \frac{G_3 \cdot i_3}{G_{s1} \cdot (1 + Y_3)}}{1 + \frac{G_3}{G_{s1}} \cdot (1 + Y_3)} = \frac{44.87 + \frac{1}{3} \cdot \frac{107.8}{(1 + 0.0293)}}{1 + \frac{1}{3(1 + 0.0293)}}$$

$$i_M = 60.1 \text{ kJ/kg}$$

The rate of the moisture taken by air equals to

$$W = G_s (Y_3 - Y_M) = \frac{G_2}{1 + Y_M} (Y_3 - Y_M)$$

$$W = \frac{2000}{1 + 0.0129} \cdot (0.0293 - 0.0129)$$

$$W = 32.4 \text{ kg/h}$$



Mass balance of the dryer has the following form

$$W = S'_{in} \cdot \frac{u_{in} - u_{out}}{1 - u_{out}}$$

Hence, moisture content of a material at the outlet is calculated (related to the mass of the wet material)

$$u_{out} = \frac{W - S'_{in} \cdot u_{in}}{W - S'_{in}} = \frac{32.4 - 200 \cdot 0.199}{32.4 - 200}$$

$$u_{out} = 0.043 \frac{\text{kg moisture}}{\text{kg wet solid}}$$

#### EXAMPLE 6.4

$S = 10 \text{ kg/s}$  of the material with moisture content of  $z_{in} = 0.055$  is delivered to a dryer. Dried material with moisture content of  $z_{out} = 0.011$  leaves the dryer. Atmospheric air with a temperature of  $T_0 = -10^\circ\text{C}$  and relative humidity of  $\varphi_0 = 0.85$  is the drying medium. Before introduction to the dryer, the air is heated to a temperature of  $T_1 = 110^\circ\text{C}$ . Air at the outlet from the dryer has a temperature of  $T_2 = 60^\circ\text{C}$  and relative humidity of  $\varphi_2 = 0.2$ . Calculate flow rate of air and thermal power of the heater necessary for realization of the process of drying. Pressure of saturated water vapor at  $-10^\circ\text{C}$  equals to 260 Pa.

In the beginning, parameters of atmospheric air (0), introduced to the dryer (1) and those of the exit air (2) are calculated

$$Y_0 = 0.622 \cdot \frac{\varphi_0 \cdot P_{sat0}}{P - \varphi_0 \cdot P_{sat0}} = 0.622 \cdot \frac{0.85 \cdot 260}{10^5 - 0.85 \cdot 260}$$

$$Y_0 = Y_1 = 0.0014 \text{ kg/kg}$$

$$i_0 = 1.01 \cdot T_0 + (1.88 \cdot T_0 + 2501) \cdot Y_0$$

$$i_0 = 1.01 \cdot (-10) + (1.88 \cdot (-10) + 2501) \cdot 0.0014$$

$$i_0 = -6.7 \text{ kJ/kg}$$

$$i_1 = 1.01 \cdot T_1 + (1.88 \cdot T_1 + 2501) \cdot Y_1$$

$$i_1 = 1.01 \cdot 110 + (1.88 \cdot 110 + 2501) \cdot 0.0014$$

$$i_1 = 114.8 \text{ kJ/kg}$$

From Table AT-5, pressure of saturated water vapor at 60°C is read: 19917 Pa.

$$Y_2 = 0.622 \cdot \frac{\varphi_2 P_{sat2}}{P - \varphi_2 P_{sat2}} = 0.622 \cdot \frac{0.2 \cdot 19\,917}{10^5 - 0.2 \cdot 19\,917}$$

$$Y_2 = 0.0259 \text{ kg/kg}$$

$$i_2 = 1.01 \cdot T_2 + (1.88 \cdot T_2 + 2501) \cdot Y_2$$

$$i_2 = 1.01 \cdot 60 + (1.88 \cdot 60 + 2501) \cdot 0.0259$$

$$i_2 = 128.3 \text{ kJ/kg}$$

The rate of the moisture evaporated from the material being dried equals to (formula (6.7))

$$W = S \cdot (z_{in} - z_{out}) = 10 \cdot (0.055 - 0.011)$$

$$W = 0.44 \text{ kg/s}$$

Necessary flow rate of the air (referred for dry air) is calculated (equation (6.9))

$$G_s = \frac{W}{Y_2 - Y_0} = \frac{0.44}{0.0259 - 0.0014}$$

$$G_s = 17.9 \text{ kg/s}$$

Consumption of thermal power in the heater equals to (6.10)

$$Q = G_s \cdot (i_1 - i_0) = 17.9 \cdot (114.8 - (-6.7))$$

$$Q = 2175 \text{ kW}$$

Specific consumption of heat (6.14)

$$\xi = \frac{Q}{W} = \frac{2175}{0.44} = 4943 \text{ kJ/kg}$$

## EXAMPLE 6.5

A material with a rate of  $S'_{in} = 100$  kg/h is dried in a theoretical dryer. Humidity of the material at the inlet equals to  $u_{in} = 0.30$ , and at the outlet  $u_{out} = 0.08$ . Atmospheric air has a temperature of  $T_A = 22^\circ\text{C}$  and absolute humidity of  $Y_A = 0.010$  kg/kg. The exit air has a temperature of  $T_C = 30^\circ\text{C}$  and absolute humidity of  $Y_C = 0.0195$  kg/kg. Calculate consumption of heat and consumption of air per 1 kg of evaporated moisture, considering the following variants of realization of the process:

- in a simple dryer (Fig. 6.4a);
- in a dryer with an interheater (Fig. 6.4b). The air is heated to  $T_E = 40^\circ\text{C}$  in the first heater and absolute humidity of air on the first dryer outlet equals to  $Y_D = 0.015$  kg/kg;
- in a dryer with partial recirculation of the air (Fig. 6.4c), while mass ratio of fresh air to recycled air equals to  $G_{sA}:G_{sC} = 0.7$ ;
- in a dryer with an additional internal heater (Fig. 6.4d) assuming that in the external heater the air is heated to a temperature of  $T_H = 30^\circ\text{C}$  and the internal heater maintains isothermal conditions of drying.

Rate of the moisture evaporated from the wet material during drying, according to the formula (6.5), equals to

$$W = S'_{in} \frac{u_{in} - u_{out}}{1 - u_{out}} = 100 \cdot \frac{0.30 - 0.08}{1 - 0.08}$$

$$W = 23.9 \text{ kg/h}$$

Enthalpy of atmospheric air  $i_A$  equals to

$$i_A = (1.01 + 1.88 \cdot Y_A) \cdot T_A + 2501 \cdot Y_A$$

$$i_A = (1.01 + 1.88 \cdot 0.010) \cdot 22 + 2501 \cdot 0.010$$

$$i_A = 47.6 \text{ kJ/kg}$$

Enthalpy of exit air  $i_C$  equals to

$$i_C = (1.01 + 1.88 \cdot Y_C) \cdot T_C + 2501 \cdot Y_C$$

$$i_C = (1.01 + 1.88 \cdot 0.0195) \cdot 30 + 2501 \cdot 0.0195$$

$$i_C = 80.2 \text{ kJ/kg}$$

## a) A simple dryer

The air is heated in the heater and flows through the dryer once. Course of the process of drying in a theoretical dryer is depicted by line 2-3 (Fig. 6.4a). Indices 1, 2, 3 on the Fig. 6.4a are equivalent of indices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  in the text respectively.

Demand for dry air is calculated from the formula (6.9)

$$G_s = \frac{W}{Y_C - Y_A} = \frac{23.9}{0.0195 - 0.010} = 2516 \text{ kg/h}$$

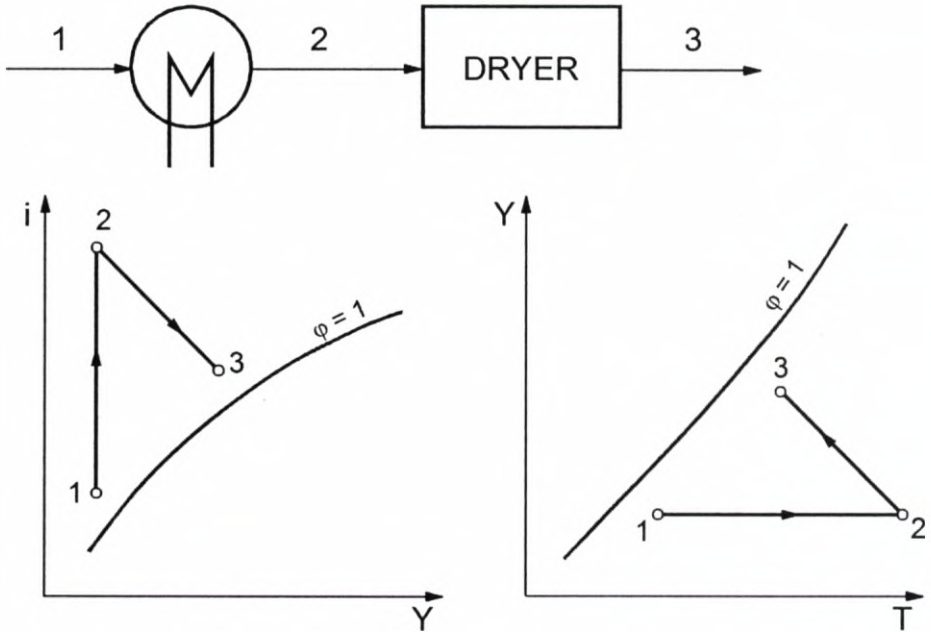


Fig. 6.4a. A simple dryer

Thermal power delivered in the heater equals to (formula (6.10))

$$Q = G_s \cdot (i_C - i_A) = \frac{2516}{3600} \cdot (80.2 - 47.6)$$

$$Q = 22.8 \text{ kW}$$

Temperature  $T_B$ , to which the air in the heater should be heated, is determined considering the fact that  $Y_B = Y_A$  and  $i_B = i_C$

$$i_C = (1.01 + 1.88 \cdot Y_A) \cdot T_B + 2501 \cdot Y_A$$



hence

$$T_B = \frac{i_C - 2501 \cdot Y_A}{1.01 + 1.88 \cdot Y_A} = \frac{80.2 - 2501 \cdot 0.010}{1.01 + 1.88 \cdot 0.010}$$

$$T_B = 53.6 \text{ }^\circ\text{C}$$

Consumption of air for evaporation of one kilogram of moisture, according to the formula (6.8), equals to

$$\eta_a = \frac{G_s}{W} = \frac{2516}{23.9} = 105 \frac{\text{kg dry air}}{\text{kg water}}$$

and consumption of heat for evaporation of one kilogram of moisture is equal to (6.13)

$$\xi_a = \frac{Q}{W} = \frac{22.8 \cdot 3600}{23.9} = 3435 \text{ kJ/kg water}$$

b) A dryer with interheating

Such dryers generally consist of several zones connected sequentially, with heaters of air installed between the zones. Course of the process of drying in is depicted by Fig. 6.4b. Indices 1, 2, 3, 4, 5 on the Fig. 6.4b are equivalent of indices *A, E, D, F, C* in the text, respectively.

In the first dryer, humidity is removed from the material with a rate of

$$W_1 = G_s \cdot (Y_D - Y_A) = 2516 \cdot (0.015 - 0.010)$$

$$W_1 = 12.6 \text{ kg/h}$$

Enthalpy of air after heater I is equal to

$$i_E = (1.01 + 1.88 \cdot Y_A) \cdot T_D + 2501 \cdot Y_A$$

$$i_E = (1.01 + 1.88 \cdot 0.010) \cdot 40 + 2501 \cdot 0.010$$

$$i_E = 66.2 \text{ kJ/kg}$$

Thermal power delivered in the first heater equals to

$$Q_1 = G_s \cdot (i_E - i_A) = \frac{2516}{3600} \cdot (66.2 - 47.6)$$

$$Q_1 = 13.0 \text{ kW}$$

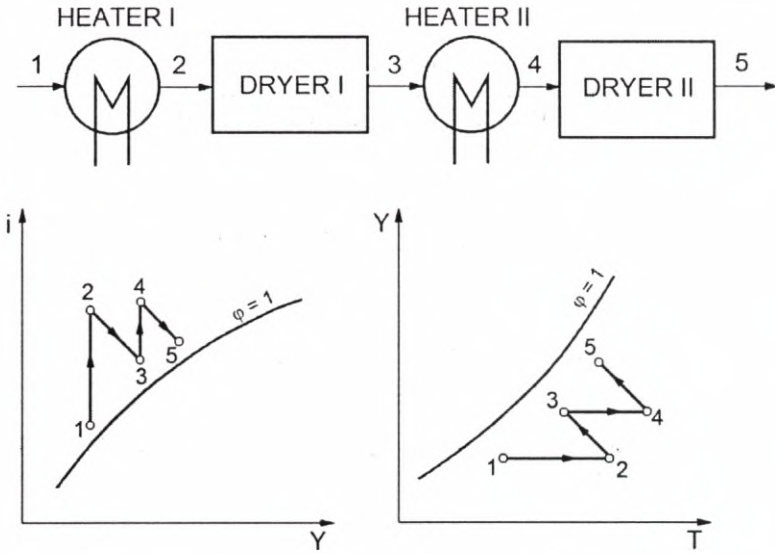


Fig. 6.4b. A dryer with interheating

Temperature  $T_D$  on the exit of first dryer is determined considering the fact that  $i_D = i_E$

$$i_D = (1.01 + 1.88 \cdot Y_D) \cdot T_D + 2501 \cdot Y_D$$

hence

$$T_D = \frac{i_E - 2501 \cdot Y_D}{1.01 + 1.88 \cdot Y_D} = \frac{66.2 - 2501 \cdot 0.015}{1.01 + 1.88 \cdot 0.015}$$

$$T_D = 27.6 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Coefficients  $\eta_{b1}$  (6.8) and  $\xi_{b1}$  (6.13) amount to

$$\eta_{b1} = \frac{2516}{12.6} = 200 \frac{\text{kg dry air}}{\text{kg water}}$$

$$\xi_{b1} = \frac{13.0 \cdot 3600}{12.6} = 3714 \text{ kJ/kg water}$$

Carrying out analogous calculations for the second zone, the following is obtained

$$W_{II} = G_S \cdot (Y_C - Y_D) = 2516 \cdot (0.0195 - 0.015)$$

$$W_{II} = 11.3 \text{ kg/h}$$

$$Q_{II} = G_S \cdot (i_F - i_D) = G_S \cdot (i_C - i_E) = \frac{2516}{3600} \cdot (80.2 - 66.2)$$

$$Q_{II} = 9.8 \text{ kW}$$

$$\eta_{b2} = \frac{2516}{11.3} = 223 \frac{\text{kg dry air}}{\text{kg water}}$$

$$\xi_{b2} = \frac{9.8 \cdot 3600}{11.3} = 3122 \text{ kJ/kg water}$$

Temperature  $T_F$ , to which the air in the heater II should be heated, is determined considering the fact that  $Y_D = Y_F$  and  $i_F = i_C$

$$i_C = (1.01 + 1.88 \cdot Y_D) \cdot T_F + 2501 \cdot Y_D$$

hence

$$T_F = \frac{i_C - 2501 \cdot Y_D}{1.01 + 1.88 \cdot Y_D} = \frac{80.2 - 2501 \cdot 0.015}{1.01 + 1.88 \cdot 0.015}$$

$$T_F = 41.1^\circ\text{C}$$

As one may see in the case of two dryers with interheating, operating within the same limits of change in parameters of the drying medium, the medium should be heated to the lower temperatures ( $40^\circ\text{C}$ ,  $41.1^\circ\text{C}$ ) than that in a simple dryer ( $53.6^\circ\text{C}$ ).

Coefficients  $\eta$  and  $\xi$  for the system of a two-zone dryer amount to

$$\eta_b = \frac{G_s}{W_I + W_{II}} = \frac{2516}{23.9} = 105 \frac{\text{kg dry air}}{\text{kg water}}$$

$$\xi_b = \frac{Q_I + Q_{II}}{W_I + W_{II}} = \frac{22.8 \cdot 3600}{23.9} = 3435 \text{ kJ/kg water}$$

### c) A dryer with recirculation

Using partial recirculation of the exit air from the dryer, the same effect as by using interheating is achieved (Fig. 6.4c) – reduction of the temperature difference in the dryer. Course of the process of drying in is depicted by Fig. 6.4c. Indices 1, 2, 3 on the Fig. 6.4c are equivalent of indices A, G, C in the text, respectively.

Knowing the ratio of mixing of the streams of air  $G_{SA}:G_{SC} = 0.7$ , parameters of the mixture are calculated in the following way

$$Y_M = \frac{0.7 \cdot Y_A + Y_C}{1 + 0.7} = \frac{0.7 \cdot 0.010 + 0.0195}{1.7}$$

$$Y_M = 0.0156 \text{ kg/kg}$$

$$i_M = \frac{0.7 \cdot i_A + i_C}{1 + 0.7} = \frac{0.7 \cdot 47.6 + 80.2}{1.7}$$

$$i_M = 66.8 \text{ kJ/kg}$$

Temperature  $T_G$  to which the air in the heater should be heated, is determined considering the fact that  $Y_G = Y_M$  and  $i_G = i_C$

$$i_C = (1.01 + 1.88 \cdot Y_M) \cdot T_G + 2501 \cdot Y_M$$

hence

$$T_G = \frac{i_C - 2501 \cdot Y_M}{1.01 + 1.88 \cdot Y_M} = \frac{80.2 - 2501 \cdot 0.0156}{1.01 + 1.88 \cdot 0.0156}$$

$$T_G = 39.6^\circ\text{C}$$

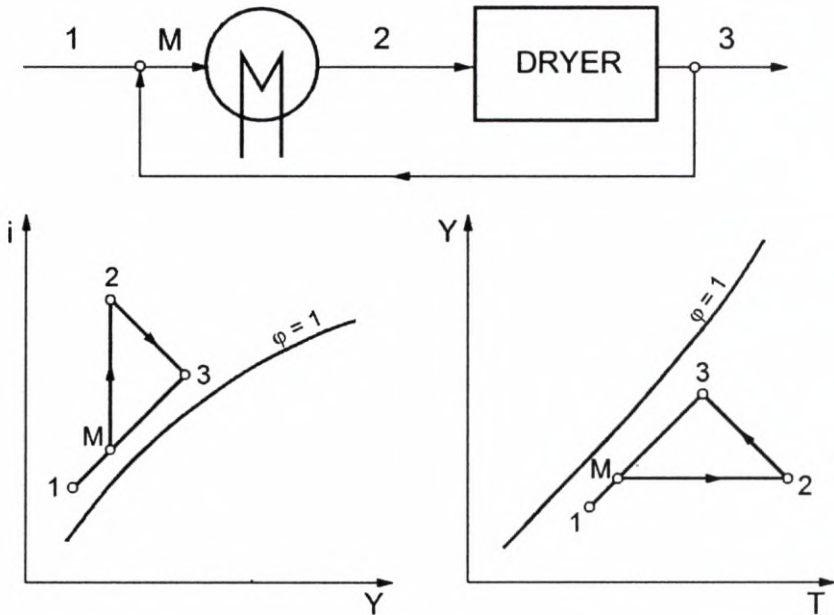


Fig. 6.4c. A dryer with recirculation



The air is delivered to the dryer with the following flow rate

$$G_{sM} = \frac{W}{Y_C - Y_M} = \frac{23.9}{0.0195 - 0.0156}$$

$$G_{sM} = 6128 \text{ kg/h}$$

The amount of atmospheric air  $G_{sA}$  in the mixture results from the following system of equations

$$\left. \begin{aligned} G_{sC} + G_{sA} &= G_{sM} \\ G_{sA} : G_{sC} &= 0.7 \end{aligned} \right\}$$

hence

$$G_{sA} = G_s = 2516 \text{ kg/h}$$

Consumption of air for evaporation of 1 kg of moisture equals to

$$\eta_c = \frac{2516}{23.9} = 105 \frac{\text{kg dry air}}{\text{kg water}}$$

Consumption of heat for evaporation of 1 kg of moisture equals to

$$\xi_c = \frac{i_C - i_M}{Y_C - Y_M} = \frac{80.2 - 66.8}{0.0195 - 0.0156} = 3435 \text{ kJ/kg water}$$

d) A dryer with an internal heater

In such dryers, the air is heated twice: initially in the external heater, then in the internal heater. The process may run isothermally (line 2-3) (Fig. 6.4d). Indices 1, 2, 3 on the Fig. 6.4d are equivalent of indices  $A$ ,  $H$ ,  $C$  in the text, respectively.

Enthalpy of air after the external heater equals to

$$i_H = (1.01 + 1.88 \cdot Y_H) \cdot T_H + 2501 \cdot Y_H$$

$$i_H = (1.01 + 1.88 \cdot 0.010) \cdot 30 + 2501 \cdot 0.010$$

$$i_H = 55.9 \text{ kJ/kg}$$

while  $Y_H = Y_A$ .

The heat delivered in the external heater equals to

$$Q_{ext} = G_s \cdot (i_H - i_A) = \frac{2516}{3600} \cdot (55.9 - 47.6)$$

$$Q_{ext} = 5.8 \text{ kW}$$

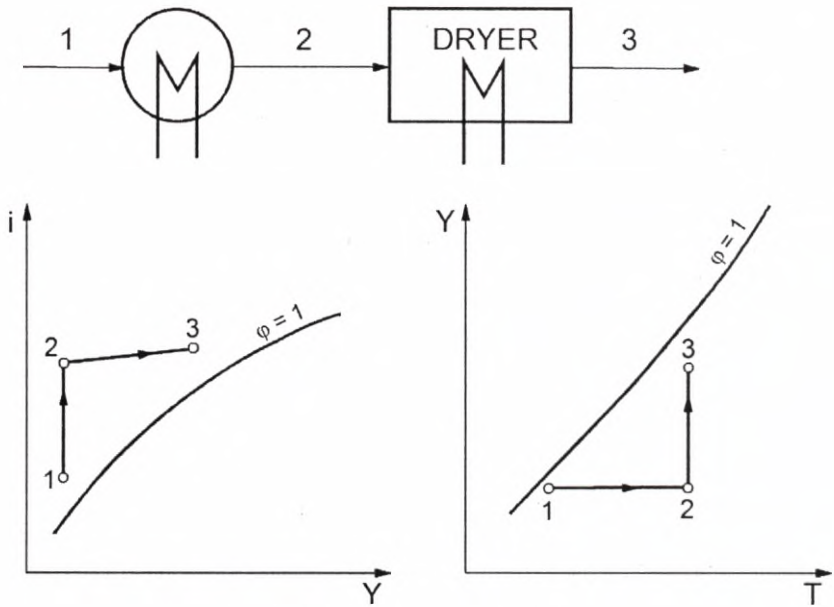


Fig. 6.4d. A dryer with an internal heater

The heat delivered in the internal heater equals to

$$Q_{int} = G_s \cdot (i_C - i_H) = \frac{2516}{3600} \cdot (80.2 - 55.9)$$

$$Q_{int} = 17.0 \text{ kW}$$

Total consumption of heat

$$Q = Q_{ext} + Q_{int} = 5.8 + 17.0$$

$$Q = 22.8 \text{ kW}$$

In this case, coefficients  $\eta$  and  $\xi$  amount to

$$\eta_d = \frac{G_s}{W} = \frac{2516}{23.9} = 105 \frac{\text{kg dry air}}{\text{kg water}}$$

$$\xi_d = \frac{Q}{W} = \frac{22.8 \cdot 3600}{23.9} = 3435 \text{ kJ/kg water}$$

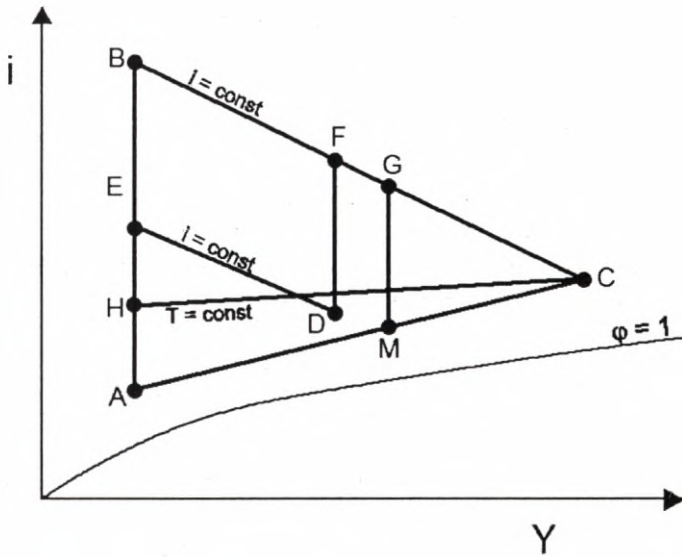


Fig. 6.5. Diagram of solution of Example 6.5

Comparison of the unitary consumption of dry air and heat in the process of drying according to the four aforementioned variants leads to a conclusion that at the same initial and final parameters of the air,  $\eta$  and  $\xi$  have the same values in all cases. Interpretation of all variant of the process is presented on Fig. 6.5.

#### EXAMPLE 6.6

Compare drying potentials (formula (6.23)) for four variants of the process considered in Example 6.5. Use results of calculations from Example 6.5. Assume that drying occurs in period I.

Wet-bulb temperatures is calculated based on the psychrometric equation

$$\frac{Y_w - Y}{T - T_w} = \frac{1.01 + 1.88 \cdot Y}{r_w} \quad (a)$$

Trial and error method is used. In the case of variant a, c, d and the second zone of variant b it was assumed that  $T_w = 25.8^\circ\text{C}$ . From Table AT-5, pressure of saturated water vapor at  $25.8^\circ\text{C}$  is calculated:  $p_{sat} = 3321$  Pa. Then, absolute humidity of the air in saturation state is calculated

$$Y_{wC} = 0.622 \cdot \frac{p_{sat}}{P - p_{sat}} = 0.622 \cdot \frac{3321}{10^5 - 3321} = 0.0214 \text{ kg/kg}$$

Therefore, wet-bulb temperature is calculated from (a) ( $r_w = 2439$  kJ/kg)

$$T_{wC} = T_C - \frac{Y_{wC} - Y_C}{1.01 + 1.88Y} r_w = 30 - \frac{0.0214 - 0.0195}{1.01 + 1.88 \cdot 0.0195} \cdot 2439 \cong 25.7^\circ\text{C}$$

Almost identical value as assumed is obtained.

In the case of variant b in the first zone it was assumed that  $T_{wD} = 22.3^\circ\text{C}$ . From Table AT-5, pressure of saturated water vapor at  $22.3^\circ\text{C}$  is calculated:  $p_{sat} = 2693$  Pa. Then, absolute humidity of the air in saturation state is calculated

$$Y_{wD} = 0.622 \cdot \frac{p_{sat}}{P - p_{sat}} = 0.622 \cdot \frac{2693}{10^5 - 2693} = 0.0172 \text{ kg/kg}$$

Therefore, wet-bulb temperature is calculated from (a) ( $r_w = 2449$  kJ/kg)

$$T_{wD} = T_D - \frac{Y_{wD} - Y_D}{1.01 + 1.88Y} r_w = 27.6 - \frac{0.0174 - 0.015}{1.01 + 1.88 \cdot 0.015} \cdot 2449 \cong 22.4^\circ\text{C}$$

Almost identical value as assumed is obtained.

Drying potentials for the individual variants of the process are calculated from the formula (6.23)

$$\chi = \frac{(T_{in} - T_w) - (T_{out} - T_w)}{\ln\left(\frac{T_{in} - T_w}{T_{out} - T_w}\right)}$$

a) A simple dryer

$$T_{in} = T_B = 53.6^\circ\text{C}$$

$$T_{out} = T_C = 30^\circ\text{C}$$

$$T_w = T_{wC} = 25.7^\circ\text{C}$$

$$\chi_a = \frac{(53.6 - 25.7) - (30 - 25.7)}{\ln\left(\frac{53.6 - 25.7}{30 - 25.7}\right)} = 12.6 \text{ K}$$

b) A dryer with interheating

In the first zone:

$$T_{in} = T_E = 40^\circ\text{C}$$

$$T_{out} = T_D = 27.6^\circ\text{C}$$

$$T_w = T_{wD} = 22.4^\circ\text{C}$$



$$\chi_{b1} = \frac{(40 - 22.4) - (27.6 - 22.4)}{\ln\left(\frac{40 - 22.4}{27.6 - 22.4}\right)} = 10.2 \text{ K}$$

In the second zone:

$$T_{in} = T_F = 41.1^\circ\text{C}$$

$$T_{out} = T_C = 30^\circ\text{C}$$

$$T_w = T_{wC} = 25.7^\circ\text{C}$$

$$\chi_{b2} = \frac{(41.1 - 25.7) - (30 - 25.7)}{\ln\left(\frac{41.1 - 25.7}{30 - 25.7}\right)} = 8.7 \text{ K}$$

c) A dryer with recirculation

$$T_{in} = T_F = 39.6^\circ\text{C}$$

$$T_{out} = T_C = 30^\circ\text{C}$$

$$T_w = T_{wC} = 25.7^\circ\text{C}$$

$$\chi_c = \frac{(39.6 - 25.7) - (30 - 25.7)}{\ln\left(\frac{40 - 25.7}{30 - 25.7}\right)} = 8.2 \text{ K}$$

d) A dryer with an internal heater

$$T_{in} = T_C = 30^\circ\text{C}$$

$$T_{out} = T_C = 30^\circ\text{C}$$

$$T_w = T_{wC} = 25.7^\circ\text{C}$$

$$\chi_d = 30 - 25.7 = 4.3 \text{ K}$$

The highest value of drying potential occurs when using a simple dryer (variant a). However it should be emphasized that considering technological reasons, intense conditions of drying in this variant are not always favorable.

#### EXAMPLE 6.7

A material is dried starting from an initial humidity of  $u_{in} = 0.25$  to a final humidity of  $u_{out} = 0.06$ . Initial mass of the humid material equals to  $S'_{in} = 53.26$  kg. Course of the process is depicted by the rate of drying curve (Fig. 6.1). Surface area of drying equals to  $A = 1$  m<sup>2</sup>. Calculate the time of drying.

In the process of drying  $W$  of humidity is removed. This value may be calculated from the formula (6.5)

$$W = S'_{in} \cdot \frac{u_{in} - u_{out}}{1 - u_{out}} = 53.26 \cdot \frac{0.25 - 0.06}{1 - 0.06}$$

$$W = 10.76 \text{ kg}$$

As it is convenient to use the moisture content in further calculations, based on the equation (6.4), the following is obtained

$$z_{in} = \frac{u_{in}}{1 - u_{in}} = \frac{0.25}{1 - 0.25} = 0.333 \frac{\text{kg water}}{\text{kg dry solid}}$$

$$z_{out} = \frac{u_{out}}{1 - u_{out}} = \frac{0.06}{1 - 0.06} = 0.064 \frac{\text{kg water}}{\text{kg dry solid}}$$

Then, mass of dry substance contained in the humid material is calculated, using equation (6.7)

$$S = \frac{W}{z_{in} - z_{out}} = \frac{10.76}{0.333 - 0.064}$$

$$S = 40 \text{ kg}$$

From the course of the rate of drying curve (Fig. 6.1), one may see that the process of drying occurs in two periods: a period of constant rate of drying and a period of decreasing rate of drying.

The first drying period occurs in the range of the moisture content from  $z_1 = 0.333$  to  $z_{cr} = 0.20$ , while constant rate of drying equals to  $w_{DI} = 4.2 \cdot 10^{-4} \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ .

Time of drying in period I is calculated from the formula (6.18)

$$t_1 = \frac{S}{A \cdot w_{DI}} \cdot (z_1 - z_{cr}) = \frac{40 \cdot (0.333 - 0.20)}{1 \cdot 4.2 \cdot 10^{-4}}$$

$$t_1 = 2530 \text{ s} \approx 0.7 \text{ h}$$

Period II of drying starts from the moisture content of  $z_{cr} = 0.20$  and it may run till an equilibrium moisture content  $z_{eq} = 0.053$  is reached; under the conditions of the example, drying is carried out till the moisture content of  $z_2 = 0.064$  (Fig. 6.1) is achieved.

Time of drying in the second period is calculated from the formula (6.19)

$$t_{II} = \frac{S}{A} \cdot \int_{z_2}^{z_{cr}} \frac{dz}{w_{DII}}$$

while the integral in this equation is determined graphically, by drawing a graph of  $1/w_{DII} = f(z)$  (Fig. 6.6). For various moisture contents from the range of  $z_{cr}$  to  $z_2$ , values of rate of drying  $w$  are read from Fig. 6.1. These values are gathered in the table below.

$0.20 = z_{cr}$	4.20	2390
0.16	3.38	2950
0.12	2.50	4000
0.09	1.80	5550
0.07	0.60	16700
$0.064 = z_2$	0.20	50000

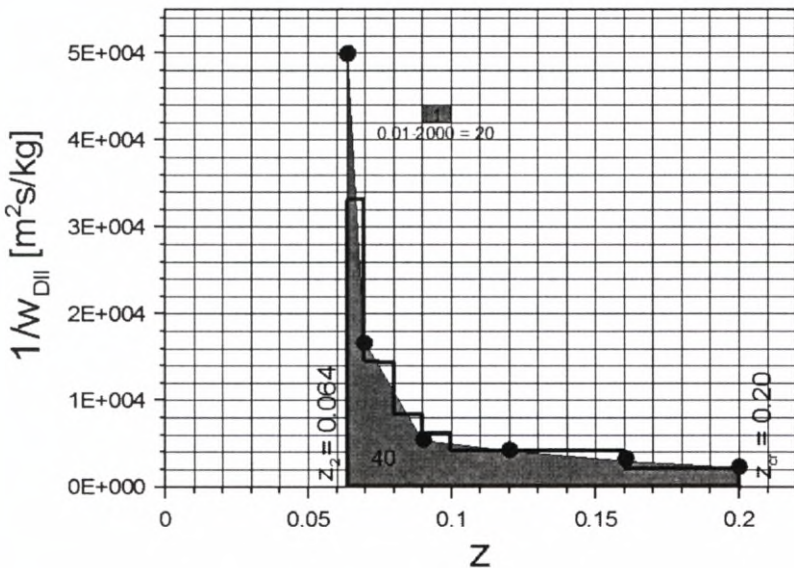


Fig. 6.6. Graphical integration

The value of the integral is determined graphically (Fig. 6.6). The surface area under the curve is by 40 times larger than the elementary surface area in the form of a rectangle with the surface area of  $0.01 \cdot 2000 = 20$ . Thus, the integral of  $1/w_{DII} = f(z)$  function in the limits from  $z_2$  to  $z_{cr}$ , equals to



$$\int_{0.064}^{0.20} \frac{dz}{w_{DII}} = 40 \cdot 20 = 800$$

According to the equation (6.19), the time of drying in the second period equals to

$$t_{II} = \frac{S}{A} \cdot \int_{0.064}^{0.20} \frac{dz}{w_{DII}} = \frac{40}{1} \cdot 800 = 32\,000 \text{ s}$$

$$t_{II} = 8.9 \text{ h}$$

Total time of drying equals to

$$t = t_I + t_{II} = 0.7 + 8.9 = 9.6 \text{ h}$$

### EXERCISE 6.1

A material with a humidity of  $u_{in} = 0.3$  is fed with a rate of  $S'_{in} = 200$  kg/h to a theoretical dryer. A mixture of atmospheric air and exit air is the drying medium. The ratio of the amount of recycled exit air (referred for dry air) to fresh air (referred to humid air) equals to  $G_{S3}:G_1 = 2:3$ . In order to achieve the required final humidity of the material being dried,  $G_2 = 4000$  kg/h of air of absolute humidity  $Y_2$  is needed. Atmospheric air drawn from the surroundings has an absolute humidity of  $Y_1 = 0.0083$  kg/kg and a wet-bulb temperature of  $T_{w1} = 15^\circ\text{C}$ . Temperature of air leaving the heater equals to  $T_2 = 52^\circ\text{C}$ . Pressure of water vapor in the air leaving the dryer equals to  $p_{A3} = 3167$  Pa. Calculate final humidity of the material being dried  $u_{out}$  and parameters of air after mixing:  $Y_M, i_M$ .

Answer:  $u_{out} = 0.19$ ,  $Y_M = 0.013$  kg/kg,  $i_M = 59.9$  kJ/kg.

### EXERCISE 6.2

$S = 800$  kg/h of a material should be dried from a humidity of  $u_{in} = 0.38$  to a humidity of  $u_{out} = 0.08$ . Air obtained by mixing atmospheric air and exit air at the ratio of  $G_{S1}:G_{S3} = 3$  is fed to the dryer. The atmospheric air has a temperature of  $T_1 = 25^\circ\text{C}$  and a wet-bulb temperature of  $T_{w1} = 20^\circ\text{C}$ . The exit air from the dryer has a relative humidity of  $\phi_3 = 0.70$  and a temperature of  $T_3 = 40^\circ\text{C}$ .

Calculate:

1. Necessary power of the heater  $Q$ , if thermal loss in the heater amounts to 7%, and thermal loss in the dryer – to 13% of heat theoretically required for evaporation of the moisture.



- Surface area of the heater of air  $A$ , if the heating is carried out using saturated water vapor with pressure of 270.1 kPa. Assume the overall heat transfer coefficient of  $U = 35 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ .
  - Temperature  $T_2$ , to which the air in the heater should be heated.
- Answer:  $Q = 392.3 \text{ kW}$ ,  $A = 198.9 \text{ m}^2$ ,  $T_2 = 89.1^\circ\text{C}$ .

### EXERCISE 6.3

A material is dried in a theoretical dryer starting from initial humidity of  $u_{in} = 0.60$  to a final humidity of  $u_{out} = 0.05$ . Mass flow rate of the material being dried equals to  $S'_{in} = 200 \text{ kg/h}$ . A mixture of air obtained by mixing atmospheric air and exit air from the dryer in a ratio of 1:3 (referred for dry air) is the drying medium. Atmospheric air has a temperature of  $T_1 = 25^\circ\text{C}$  and a dew point of  $T_{d1} = 10^\circ\text{C}$ . Temperature of the exit air from the dryer equals to  $T_2 = 40^\circ\text{C}$ . The process of drying occurs at an enthalpy of  $i_2 = 125.7 \text{ kJ/kg}$  of dry air.

Calculate:

- Parameters of air after mixing:  $Y_M$ ,  $T_M$ ,  $i_M$ .
- Temperature of air before entering the dryer  $T_3$ .
- Mass flow rate of atmospheric air ( $G_{s1}$  and  $G_1$ ) and exit air ( $G_{s3}$  and  $G_3$ ).
- Mass flow rate of the heating saturated steam  $G_{steam}$  (in the heater) with pressure of 198.4 kPa. Thermal loss in the heater amounts to 10% of heat theoretically required for drying. Steam contents 10% of moisture.
- The overall heat transfer coefficient in the heater, if the heater's surface area equals to  $A = 40 \text{ m}^2$ .

Answer:  $Y_M = 0.027 \text{ kg/kg}$ ,  $i_M = 105.7 \text{ kJ/kg}$ ,  $T_M = 36^\circ\text{C}$ ,  $T_3 = 54.9^\circ\text{C}$ ,  $G_{s1} = 4135 \text{ kg/h}$ ,  $G_1 = 4149 \text{ kg/h}$ ,  $G_{s3} = 12410 \text{ kg/h}$ ,  $G_3 = 12830 \text{ kg/h}$ ,  $G_{steam} = 184 \text{ kg/h}$ ,  $U = 33.9 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ .

### EXERCISE 6.4

Air with a temperature of  $T_3 = 70^\circ\text{C}$  and relative humidity of  $\phi_3 = 0.2$  is used for drying of a material from an initial humidity of  $u_{in} = 0.60$  to a final humidity of  $u_{out} = 0.05$ . Air for the process is drawn from the surroundings; it has an absolute humidity of  $Y_1 = 0.0083 \text{ kg/kg}$  and a wet-bulb temperature of  $T_{w1} = 15^\circ\text{C}$ . Atmospheric air obtains the required parameters by heating, then adiabatic humidification at an enthalpy of  $i_2 = 178.3 \text{ kJ/kg}$ . Drying is carried out at an enthalpy of  $i_2 = i_3$  till an absolute humidity of air of  $Y_4 = 0.057 \text{ kg/kg}$  is achieved. The installed fan ensures mass flow rates of air of 6000 kg/h are achieved. Calculate:

- Mass flow rate  $S'_{in}$  that the material should be fed to the dryer with.
- Temperature of the exit air from the dryer  $T_4$ .
- Power of the heater  $Q$ .

Answer:  $S'_{in} = 159.3 \text{ kg/h}$ ,  $T_4 = 32.6^\circ\text{C}$ ,  $Q = 217.7 \text{ kW}$ .

## EXERCISE 6.5

$S'_{in} = 1800$  kg/h of the humid material with an initial humidity of  $u_{in} = 0.39$  is fed to a theoretical dryer with interheating of air. The required final humidity equals to  $u_{out} = 0.08$ . The exit air from the dryer has a temperature of  $T_5 = 45^\circ\text{C}$ , and temperature of atmospheric air equals to  $T_1 = 30^\circ\text{C}$ . The drying device is equipped with two heaters; air is heated do  $70^\circ\text{C}$  in each of them. After each heater, the air is humidified to a relative humidity of  $\phi = 0.70$ .

Calculate:

1. Mass flow rate of drying air (referred for dry air)  $G_s$ .
2. Mass flow rate of saturated steam to the heaters  $G_{steam}$  (parameters of steam: pressure 294.2 kPa, 5% of moisture).

Answer:  $G_s = 27\,570$  kg/h,  $G_{steam} = 974$  kg/h.

## EXERCISE 6.6

Solve the problem for the data of Example 6.7, using formulas (6.20) and (6.21) to calculate time.

Answer:  $t = 13.6$  h.

## EXERCISE 6.7

A humid material was subjected to drying in a periodical dryer and its humidity decreased from an initial value of  $u_{in} = 0.32$  to a final humidity of  $u_{out} = 0.12$  in 5 hours. Critical humidity of this material equals to  $u_{cr} = 0.18$ , and equilibrium humidity is  $u_{eq} = 0.02$ . Calculate time of drying of this material to a final humidity of  $u_f = 0.05$ .

Answer:  $t = 12.2$  h.

## EXERCISE 6.8

$S'_{inII} = 583.4$  kg/h of a material is to be dried using a drying system shown schematically in Fig. 6.7.

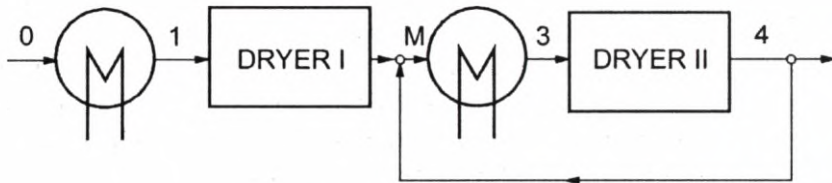


Fig. 6.7. Diagram of the drying installation

In the first stage, material is dried (countercurrently) in dryer II from a humidity of  $u_{inII} = 0.314$  to  $u_{outII} = 0.20$ , then in dryer I from  $u_{inI} = u_{outII}$  to  $u_{outI} = 0.04$ . Atmospheric air with a temperature of  $T_0 = 20^\circ\text{C}$  and a wet-bulb temperature of  $T_{w0} = 15^\circ\text{C}$ ,

heated a temperature of  $T_1 = 100^\circ\text{C}$  is fed to dryer I. The exit air from dryer II has a temperature of  $T_4 = 58^\circ\text{C}$ . 75% of the exit air from dryer II (referred for dry air) is recycled. The heaters in the first and second stage have the same surface area of  $A_I = A_{II} = 50 \text{ m}^2$  and they are heated with saturated steam with a condensation point of  $130^\circ\text{C}$ . The overall heat-transfer coefficient in the heater I equals to  $U = 30 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ . Neglect thermal loss.

Calculate:

1. Absolute humidities of air:  $Y_0$ ,  $Y_2$ ,  $Y_3$ , and  $Y_4$ .
2. Temperatures of air:  $T_3$  and  $T_M$ .
3. Overall heat-transfer coefficient in the heater II.

Answer:  $Y_0 = 0.0087 \text{ kg/kg}$ ,  $Y_2 = 0.029 \text{ kg/kg}$ ,  $Y_3 = Y_M = 0.044 \text{ kg/kg}$ ,  $Y_4 = 0.0495 \text{ kg/kg}$ ,  $T_3 = 71.1^\circ\text{C}$ ,  $T_M = 56.7^\circ\text{C}$ ,  $U_{II} = 21.4 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ .





## 7. POLISH TEXTS

### 7.1. ABSORPCJA

#### 7.1.1. Bilans masowy absorpcji przeciwprądowej

Bilans absorpcji przeciwprądowej, przy oznaczeniach jak na rys. 1.1, przedstawia równanie (1.1), w którym poszczególne symbole oznaczają:

$G_A$  – ilość absorbowanego składnika A w jednostce czasu, kg/s,

$G_i$  – natężenie przepływu inerty gazowego, kg/s,

$L_i$  – natężenie przepływu inerty ciekłego, kg/s,

$Y, X$  – stężenia składnika A w fazie gazowej i ciekłej.

Taką samą postać ma bilans, jeżeli natężenia przepływów i stężenia wyrazimy molowo. Równanie linii operacyjnej ma postać (1.2a) lub (1.2b). Dla natężeń przepływów i stężeń molowych równanie linii operacyjnej ma analogiczną postać.

Minimalne zapotrzebowanie absorbentu (odniesione do natężenia przepływu inerty gazowego) jest określone zależnością (1.3); interpretację przedstawiono na rys. 1.2. Rzeczywista wartość stosunku  $L_i/G_i$  jest  $b$  razy większa od minimalnej (wzór (1.4)). Stężenie wylotowe składnika w fazie ciekłej jest określone wzorem (1.5). W przypadku  $X_{II} = 0$  zależność (1.5) może być przedstawiona w postaci (1.6).

#### 7.1.2. Bilans masowy desorpcji przeciwprądowej

Dla desorpcji przeciwprądowej, przy oznaczeniach jak na rys. 1.1, ( $Y_I < Y_{II}$ ) równanie bilansowe ma postać (1.7).

Minimalne zapotrzebowanie na gaz desorbujący (odniesione do natężenia przepływu cieczy) jest określone zależnością (1.8); interpretację przedstawiono na rys. 1.3. Rzeczywisty stosunek natężeń przepływów fazy gazowej i ciekłej jest większy od wartości minimalnej (wzór (1.9)), przy czym  $b'$  jest współczynnikiem nadmiaru gazu w stosunku do ilości minimalnej. Stężenie składnika na wylocie fazy gazowej można wyznaczyć z zależności (1.10) lub, dla przypadku  $Y_I = 0$ , z zależności (1.11).

### 7.1.3. Absorpcja i desorpcja współprądowa

Dla absorpcji współprądowej (rys. 1.4) obowiązuje zależność (1.12). Dla desorpcji współprądowej (rys. 1.5) minimalne zapotrzebowanie na gaz (odniesione do natężenia przepływu cieczy) jest określone zależnością (1.13).

### 7.1.4. Stopień absorpcji

Stopień absorpcji składnika A jest to stosunek ilości wymienionej masy (składnika A) do ilości tego składnika w gazie dopływającym do aparatu (wzór (1.14)).

### 7.1.5. Absorpcja z recyrkulacją

Przy niedostatecznym stopniu zraszania, wynikającym z obliczonej wartości  $(L/G)$ , stosuje się recyrkulację części cieczy odprowadzanej z kolumny. Bilans masyw takiej absorpcji przedstawia równanie (1.15); oznaczenia wyjaśnia rys. 1.6.

Stopień recyrkulacji (krotność) przedstawia, ile razy natężenie przepływu inerty ciekłego wewnątrz kolumny jest większe od natężenia dopływu inerty w doprowadzanej cieczy. Można go obliczyć z równania (1.16). Maksimum stopnia recyrkulacji oblicza się ze wzoru (1.17), w którym  $X_{II}^*$  oznacza stężenie składnika w cieczy równowagowe do  $Y_{II}$  (rys. 1.7).

### 7.1.6. Absorpcja równowagowa

Kontaktując gaz o stężeniu składnika  $Y_{in}$  z cieczą o stężeniu składnika  $X_{in}$  (rys. 1.8), a następnie rozdzielając fazy, po odpowiednio długim czasie kontaktu uzyskuje się produkty o stężeniach wzajemnie równowagowych  $X_{out}^*$ ,  $Y_{out}^*$ . Na wykresie oznacza to przemieszczenie z punktu A ( $X_{in}$ ,  $Y_{in}$ ) do punktu B ( $X_{out}^*$ ,  $Y_{out}^*$ ) wzdłuż prostej o nachyleniu określonym wzorem (1.18).

Przy krótszym czasie kontaktu nie dojdzie do równowagi i proces zakończy się w punkcie C ( $X_{out}$ ,  $Y_{out}$ ), a stosunek określony zależnością (1.19) nazywany jest sprawnością stopnia.

### 7.1.7. Szczególne przypadki układów absorpcyjnych

Gdy gaz płynący do absorbera nie zawiera inerty (czysty składnik A), nie występuje opór po stronie gazowej, a stężenie składnika w cieczy na powierzchni międzyfazowej jest w równowadze z czystym składnikiem A (np. dla równowagi  $p^* = Hx_{mol}$ , na granicy faz  $x_{mol} = P/H = \text{const}$ ). Stąd, rozwiązując równanie różnic-



kowe (1.20), zapisane dla ułamków molowych, otrzymuje się, przy uproszczeniu  $L_{\text{mol}} \cong L_{\text{moli}} = \text{const}$  oraz  $k_{\text{xmol}} = \text{const}$ , wzór (1.21), w którym indeksy I i II dotyczą wlotu i wylotu z aparatu z wypełnieniem.

Drugim szczególnym układem jest przypadek braku oporu dyfuzyjnego w fazie ciekłej i zerowe stężenie równowagowe składnika w fazie gazowej, np. w wyniku szybkiej nieodwracalnej reakcji chemicznej w roztworze. Wówczas linia równowagi pokrywa się z osią odciętych.

### PRZYKŁAD 1.1

Benzen ma być absorbowany z mieszaniny gazowej olejem w absorberze przeciwpływowym. Układ ma temperaturę  $43^\circ\text{C}$  i ciśnienie  $1,013 \cdot 10^5$  Pa. Natężenie przepływu mieszaniny gazowej w przeliczeniu na warunki normalne wynosi  $1000 \text{ m}^3/\text{h}$ . Stężenie benzenu w gazie na wlocie wynosi 12,7% molowych, a na wlocie 1,5% molowego. Natężenie przepływu absorbentu, zawierającego na wlocie 1% mowy benzenu, wynosi  $13 \text{ kmol/h}$ . Równowagę układu można opisać równaniem  $p^* = 25\,791 x_{\text{mol}}$ , przy czym prężność wyrażona jest w [Pa]. Znalaziona doświadczalnie wysokość jednostki przenikania masy wynosi  $h_{0G} = 0,6 \text{ m}$ . Jaka powinna być wysokość wypełnienia? Obliczyć również średnicę kolumny, przy której prędkość fazy gazowej w dolnym przekroju kolumny wyniesie  $0,8 \text{ m/s}$ .

### PRZYKŁAD 1.2

Ditlenek węgla jest absorbowany w wodnym roztworze KOH z gazu inertnego. Mieszanina gazowa dopływa do absorbera w ilości  $V'_1 = 5280 \text{ m}^3/\text{h}$ , przeliczonej na warunki normalne ( $T_0 = 273,15 \text{ K}$ ,  $P_0 = 1,013 \cdot 10^5$  Pa) o stężeniu ditlenku węgla  $y_{\text{moli}} = 0,098$ . Gaz odlotowy zawiera 6% ilości  $\text{CO}_2$  zawartej w gazie wlotowym. Z uwagi na szybką nieodwracalną reakcję chemiczną w fazie ciekłej równowagowe stężenie  $\text{CO}_2$  w fazie gazowej na granicy faz można przyjąć równe zero. Współczynnik wnikania masy, obliczony dla przewidywanych warunków procesu, tj. prędkości przepływu gazu  $u_G = 0,8 \text{ m/s}$  przy temperaturze  $23^\circ\text{C}$  i ciśnieniu  $1,047 \cdot 10^5$  Pa, wynosi  $k_p = 1,735 \cdot 10^{-5} \text{ kmol}/(\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{Pa})$ . Jaka jest niezbędna wysokość wypełnienia o powierzchni właściwej  $a = 52 \text{ m}^2/\text{m}^3$  przy założonym całkowitym jego zwilżeniu cieczą?

### PRZYKŁAD 1.3

W kolumnie absorpcyjnej z recyrkulacją jest pochłaniany wodą metanol z gazów poreakcyjnych za pomocą wody. Zawartość metanolu na wlocie fazy gazowej wynosi 5,2% objętościowych, a jego stopień odzysku ma wynosić 90%. Masa mowa inerty gazowego jest równa  $41,3 \text{ kg/kmol}$ , temperatura procesu  $20^\circ\text{C}$ , ciśnienie  $0,1 \text{ MPa}$ . Obliczyć minimalne zapotrzebowanie na wodę i stężenie metanolu w wodzie wypływającej z kolumny, jeżeli natężenie przepływu wody jest dwukrotnie większego od minimalnego? Jaki jest maksymalny stopień recyrkulacji i jakie

będzie stężenie metanolu w fazie ciekłej na wlocie do kolumny, gdy strumień recykulowany będzie stanowił 82% strumienia maksymalnego? Dane równowagowe układu metanol–woda dla 20°C są następujące:

$p$ [mm Hg]	9,0	28,5	38	46
$C$ [kg/100 kg H <sub>2</sub> O]	2	6	8	10

#### PRZYKŁAD 1.4

Do laboratoryjnej kolumny desorpcyjnej o średnicy  $D = 0,2$  m, z wypełnieniem w postaci pierścieni Raschiga  $25 \times 25 \times 2,4$  ( $a = 174$  m<sup>2</sup>/m<sup>3</sup>) o wysokości warstwy  $h = 0,3$  m, doprowadzany jest przeciwprądowo wodny roztwór amoniaku o stężeniu  $x_{II} = 0,07$  i czyste powietrze w ilości 5750 kg/(m<sup>2</sup>h). Ciecz po desorpcji ma stężenie  $x_I = 0,0186$ , a gaz odlotowy zawiera 5% objętościowych amoniaku. Proces prowadzony jest pod ciśnieniem  $P = 100$  kPa w temperaturze 30°C. Wyznaczyć na tej podstawie współczynnik przenikania masy  $K_Y$ .

#### PRZYKŁAD 1.5

Propylen z mieszaniny gazowej, w której stanowi 3% objętościowe, ma być absorbowany naftą w kolumnie półkowej w temperaturze 25°C pod ciśnieniem 0,4 MPa. Równowagę gaz–ciecz przedstawia równanie

$$Y_{\text{mol}}^* = 2,1X_{\text{mol}}$$

Przewiduje się obniżenie zawartości propylenu w gazie do 1% objętościowego przy zastosowaniu 1,6-krotnego nadmiaru nafty w stosunku do ilości minimalnej. Zakładając, że sprawność Murphree'go dla tego układu i zastosowanych półek wynosi 0,25, znaleźć liczbę półek rzeczywistych oraz sprawność ogólną kolumny.

#### PRZYKŁAD 1.6

Pentan, używany jako rozpuszczalnik w procesie ługowania oleju z nasion bawełny, jest usuwany z fazy stałej przez przedmuchiwanie gazem złożonym z 79% objętościowych azotu i 21% objętościowych ditlenku węgla. Odlotowy gaz w ilości  $G_{\text{mol}} = 33,3$  kmol/h jest w 52,77% nasycony pentanem. Należy odzyskać pentan przez przeciwprądową absorpcję olejem węglowodorowym o masie cząsteczkowej  $M_{il} = 160$  kg/kmol i gęstości 840 kg/m<sup>3</sup> w kolumnie barbotażowej pracującej w temperaturze 38°C pod ciśnieniem  $P = 0,1$  MPa. Izotermiczność procesu jest utrzymywana przez wewnętrzne chłodzenie.

Absorbent dopływa z desorbera regenerującego zużyty absorbent i zawiera 0,5% molowych pentanu. Natężenie przepływu absorbentu jest  $b = 1,7$  razy większe od minimalnego przy stopniu odzysku  $\eta = 99\%$ . Dla absorpcji można przyjąć, że linię



równowagi opisuje równanie:  $Y_{\text{mol}}^* = X_{\text{mol}}$ . Ciśnienie nasyconej pary pentanu w temperaturze 38°C wynosi  $p'' = 1,0753 \cdot 10^5$  Pa. Znaleźć liczbę stopni teoretycznych dla żadanego stopnia odzysku.

#### PRZYKŁAD 1.7

Absorpcję pentanu, opisaną w przykładzie 1.6, zamierza się prowadzić w kolumnie o średnicy  $\Phi = 0,75$  m, wypełnionej pierścieniami Raschiga. Ponieważ zmieniają się znacznie masowe natężenia przepływu obu płynów, należy zmienność tę uwzględnić w obliczeniach przenoszenia masy według wzorów

$$h_G = 1,397 \frac{g_G^{0,385}}{g_L^{0,417}} \text{ m}$$

$$h_L = 0,355 g_L^{0,22} \text{ m}$$

gdzie  $g_L$  i  $g_G$  oznaczają masowe prędkości gazu i cieczy [ $\text{kg}/(\text{m}^2\text{s})$ ].

Obliczyć wysokość wypełnienia, niezbędną do uzyskania stopnia absorpcji, jak w przykładzie 1.6.

#### PRZYKŁAD 1.8

Ditlenek węgla, pochodzący z produkcji etanolu przez fermentację, zawiera  $y_{\text{molI}} = 0,01$  pary alkoholu. Proponuje się usunięcie etanolu przez przeciwaprądową absorpcję wodą w kolumnie o średnicy 2,4 m z półkami barbotażowymi. Można przyjąć, że zachodzi izotermiczna absorpcja w temperaturze 40°C pod ciśnieniem 101,3 kPa. Woda do absorpcji jest dostarczana z instalacji destylacji alkoholu i zawiera  $x_{\text{molIII}} = 0,0001$  etanolu. Do absorpcji doprowadza się  $G_{\text{mol}} = 225$  kmol/h gazu. W warunkach procesu można przyjąć, że równowagę absorpcyjną para etanolu-woda opisuje równanie

$$y_{\text{mol}}^* = 1,0682x_{\text{mol}}$$

- Obliczyć minimalne zużycie wody przy założonym stopniu odzysku  $\eta = 98\%$ .
- Obliczyć liczbę stopni teoretycznych, wymaganych do osiągnięcia tego stopnia odzysku, przy natężeniu przepływu wody  $b = 1,5$  raza większym od minimalnego.
- Obliczyć stopień odzysku przy zastosowaniu absorpcji jednostopniowej (równowagowej) dla natężeń przepływu jak w punkcie b.
- Obliczyć stopień odzysku przy 4 półkach teoretycznych oraz liczbę półek teoretycznych wymaganych dla warunków podanych w punkcie b, wykorzystując pojęcie współczynnika absorpcji.

## PRZYKŁAD 1.9

Kolumna o średnicy  $\Phi = 1$  m jest wypełniona pierścieniami Raschiga o wymiarach  $16 \times 16 \times 2$ . Parametry złoża utworzonego z takich pierścieni są następujące: powierzchnia właściwa  $a = 300 \text{ m}^2/\text{m}^3$ , porowatość  $\varepsilon = 0,73$ . W kolumnie zachodzi absorpcja dwutlenku siarki z mieszaniny powietrznej o zawartości  $Y_1 = 0,3895 \text{ kg SO}_2/\text{kg}$  powietrza pod ciśnieniem  $P = 0,1013 \text{ MPa}$  w stałej temperaturze  $20^\circ\text{C}$ . Stężenie  $\text{SO}_2$  w gazie wylotowym wynosi  $Y_5 = 0,01109 \text{ kg SO}_2/\text{kg}$  powietrza. Masowe natężenie przepływu gazu inertnego (powietrza) przez kolumnę wynosi  $0,1308 \text{ kg/s}$ , zaś objętościowe natężenie przepływu wody wynosi  $4,165 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ . Współczynniki wnikania masy  $k_G$  i  $k_L$  w poszczególnych przekrojach kolumny (rys. 1.13) przedstawiono w tabeli.

	1	2	3	4	5
$Y$	0,3895	0,2949	0,2003	0,1057	0,0111
$k_G$ [m/s]	0,00180	0,00171	0,00161	0,00150	0,00139
$k_L$ [m/s]	0,0000272	0,0000272	0,0000272	0,0000272	0,0000272

Obliczyć wysokość wypełnienia i sprawdzić, czy warunki przeciwprądowego przepływu faz są prawidłowo dobrane pod względem hydrodynamicznym (czy istnieje możliwość wystąpienia zachłystywania?).

## PRZYKŁAD 1.10

Elektrownia o mocy 1000 MW zamierza usuwać 90% siarki (w postaci  $\text{SO}_2$  i  $\text{SO}_3$ ) z gazów odlotowych. Planuje się zastosowanie przemywania przeciwprądowego wodną zawiesiną rozdrobnionego tlenku wapnia jako absorbentem. Do uzyskania niezbędnych danych projektowych przeprowadzono doświadczenia w małym skruberze o średnicy 0,6 m z wypełnieniem pakietowym. Stosowano 1,5% (masowo) zawiesinę wapienną i z powodu jej alkaliczności obliczano współczynnik  $K_p a_e$  na podstawie stężeń  $\text{SO}_2$ , zaniedbując prężność  $\text{SO}_2$  na granicy faz. Należy zaprojektować skrubier dla przemywania całej ilości gazów odlotowych elektrowni.

Dane: węgiel zawiera 71% C i 2,1% S, przy czym oba te składniki praktycznie w całości znajdują się w gazach spalinowych jako  $\text{CO}_2$  i  $\text{SO}_2$  (jest to przybliżenie, gdyż w rzeczywistości znaczna część siarki nie przechodzi do gazów, lecz zostaje w popiele). Wartość opałowa węgla jest równa  $25\,600 \text{ kJ/kg}$ , a sprawność cieplna elektrowni jest równa  $2,64 \text{ kJ ciepła/kJ energii elektrycznej}$ . Gaz płynie do skrubera z wysokosprawnych elektrofiltrów i zawiera 14,8% molowego  $\text{CO}_2 + \text{CO}$  w stosunku do suchego gazu. Zawartość pyłu i  $\text{SO}_3$  można zaniedbać. Średnia masa molowa suchego gazu wynosi  $30,4 \text{ kg/kmol}$ . Skrubier ma pracować pod ciśnieniem  $1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  w temperaturze  $50^\circ\text{C}$ , w której to temperaturze gaz jest nasycony parą wodną.



Instalacja doświadczalna nie wykazywała tendencji do zachłystywania się przy stosowanych natężeniach przepływu, lecz powyżej prędkości masowej gazu  $g_G = 3,4 \text{ kg}/(\text{m}^2\text{s})$  porywanie kropel cieczy było już znaczne. Spadek ciśnienia w instalacji doświadczalnej był niewielki i dla wysokości wypełnienia 2,3 m wynosił 89 mm  $\text{H}_2\text{O}$ , przy prędkości masowej gazu  $3,95 \text{ kg}/(\text{m}^2\text{s})$  (można w przybliżeniu uznać, że jest on proporcjonalny do kwadratu prędkości gazu). Z tego powodu zdecydowano się na wysoką wartość prędkości gazu  $3 \text{ kg}/(\text{m}^2\text{s})$  (nieco poniżej granicy znacznego porywania).

Stwierdzono niewielki wpływ natężenia przepływu cieczy na  $K_p a_e$ , zatem w celu oszczędności kosztów pompowania zaproponowano niewielką prędkość masową cieczy wynoszącą  $10 \text{ kg}/(\text{m}^2\text{s})$ . W tych warunkach przepływowych uzyskano w instalacji doświadczalnej współczynnik  $K_p a_e = 4,44 \text{ kmol}/(\text{m}^3\text{h}\cdot\text{Pa})$ .

### ZADANIE 1.1

W instalacji technologicznej pracuje kolumna absorpcyjna o średnicy 1,2 m i wysokości wypełnienia 3 m. Wypełnienie stanowią całkowicie zwilżone ceramiczne pierścienie Raschiga  $75 \times 75 \times 10$  ( $a = 65 \text{ m}^2/\text{m}^3$ ). Do kolumny dopływa  $2300 \text{ m}^3/\text{h}$  mieszaniny powietrza z  $\text{SO}_2$  o stężeniu 9,5% objętościowego  $\text{SO}_2$ .

Żądane stężenie wylotowe gazu wynosi 1% objętościowy  $\text{SO}_2$ . Absorpcję prowadzi się przeciwprądowo czystą wodą w temperaturze  $25^\circ\text{C}$  pod ciśnieniem  $10^5 \text{ Pa}$ . Stężenie  $\text{SO}_2$  w wypływającej cieczy jest równe  $X_L = 0,005$ , współczynnik przenikania masy wynosi  $K_{y\text{mol}} = 1,67 \text{ kmol SO}_2/(\text{m}^2\text{h}\cdot[\text{y}_{\text{mol}}])$ . Linię równowagi przedstawia równanie

$$p^* = 1,174 \cdot 10^7 x_{\text{mol}}^{1,2436} \text{ Pa}$$

Obliczyć zużycie absorbentu w  $\text{kmol}/\text{h}$  i procentowy nadmiar rzeczywistej wysokości wypełnienia w stosunku do wysokości teoretycznie wystarczającej.

**W s k a z ó w k a:** W rozwiązaniu można posłużyć się pojęciem średniej siły napędowej.

**O d p o w i e d ź:**  $L_{\text{mol}} = 5694 \text{ kmol}/\text{h}$ ; 32% nadmiaru.

### ZADANIE 1.2

W procesie absorpcji równowagowej kontaktowano bardzo długo 1 kg mieszaniny powietrza z  $\text{SO}_2$  o stężeniu, ciśnieniu i temperaturze – jak w poprzednim zadaniu – z 5 kg wody. Jakie były końcowe stężenia cieczy i gazu?

**O d p o w i e d ź:**  $Y = 0,1737$ ;  $X = 0,00941$ .

### ZADANIE 1.3

W przeciwprądowym absorberze o średnicy 1 m, wypełnionym koksem do wysokości 5 m, wmywany jest amoniak z mieszanki powietrznej za pomocą 5% wod-

nego roztworu kwasu siarkowego. Gaz wlotowy zawiera w każdym metrze sześciennym 25 g amoniaku i w dolnym przekroju absorbera ma prędkość 1 m/s. Ciśnienie procesu wynosi  $1,067 \cdot 10^5$  Pa, temperatura 30°C. Przy prędkości masowej cieczy zraszającej 3 kg/(m<sup>2</sup>s) amoniak absorbuje się w 95%. Obliczyć liczbę jednostek przenikania masy oraz objętościowy współczynnik przenikania masy  $K_y a_e$ .

W s k a z ó w k a: Porównaj zadanie 1.2.

O d p o w i e d ź:  $N_{0G} = 3,0$ ;  $K_y a_e = 27,8$  kg/(m<sup>2</sup>h·[Y]).

#### ZADANIE 1.4

W skruberze z wypełnieniem w postaci 7 m warstwy ziaren o powierzchni właściwej  $a = 42$  m<sup>2</sup>/m<sup>3</sup> dopływają współprądowo gaz zawierający 10% objętościowych amoniaku w mieszaninie z powietrzem i czysta woda. Masowe natężenie przepływu gazu inertnego wynosi 0,8 kg/(m<sup>2</sup>s), a stopień odzysku amoniaku 90%. Natężenie przepływu wody jest dwukrotnie większe od minimalnego, ciśnienie procesu 760 mm Hg, a równowagę amoniak–woda można, w rozważanym zakresie stężeń, przybliżyć równaniem

$$Y^* = 3,2X$$

Obliczyć natężenie przepływu wody i współczynnik przenikania masy  $K_y$  przy założeniu całkowitego wykorzystania powierzchni wypełnienia.

O d p o w i e d ź:  $g_{iL} = 46,1$  kg/(m<sup>2</sup>s);  $K_y = 27,8$  kg/(m<sup>2</sup>h·[Y]).

#### ZADANIE 1.5

Do kolumny absorpcyjnej, pracującej w układzie przeciwprądowym, dopływa mieszanina gazowa CO<sub>2</sub> z powietrzem o stężeniu  $Y_1 = 0,206$ . Stosunek masowy CO<sub>2</sub> w cieczy odpływającej z układu jest trzykrotnie mniejszy od maksymalnie możliwego, a w cieczy dopływającej – stukrotnie mniejszy.

W ciągu 2 godzin doprowadzono do kolumny z gazem dolutowym 2000 kg CO<sub>2</sub>. Absorpcję prowadzi się pod ciśnieniem  $2 \cdot 10^5$  Pa w temperaturze 313 K. Stała Henry'ego w tych warunkach wynosi  $H = 2,36 \cdot 10^7$  Pa. Ilość cieczy dopływającej wynosi 161,6 kg/s, a prędkość gazu w dolnym przekroju absorbera jest równa 0,8 m/s. Obliczyć średnicę absorbera, stopień odzysku oraz minimalne zużycie absorbentu.

O d p o w i e d ź:  $D = 1,04$  m;  $\eta = 0,469$ ;  $L_{\min} = 52,8$  kg/s.

#### ZADANIE 1.6

W absorberze zachodzi absorpcja dwutlenku siarki z powietrza zawierającego 0,03 kg SO<sub>2</sub>/kg iG. Stopień odzysku wynosi 85%. Natężenia przepływu inertów wynoszą  $G_i = 3000$  kg/h,  $L_i = 90\,000$  kg/h. Ciecz po absorpcji płynie do desorbera (rys. 1.16), do którego doprowadza się 1,5 razy więcej czystego powietrza, niż wynosi minimalne



zapotrzebowanie. Stopień odzysku podczas desorpcji ( $\eta_D = (X_{II} - X_I)/X_{II}$ ) wynosi 85%. Linię równowagi w temperaturze desorpcji opisuje równanie

$$Y^* = 85X^{1,32}$$

Znaleźć zużycie powietrza desorbującego, stężenie gazu po desorpcji i stężenie cieczy podesorpcyjnej.

Odpowiedź:  $G_{ides} = 12\,312$  kg/h;  $Y_{Iides} = 0,00621$ ;  $X_{II} = X_{Iides} = 0,00015$ .

#### ZADANIE 1.7

Ile wynosi powierzchnia wymiany masy dla procesu opisanego w przykładzie 1.9, jeśli będzie ona obliczana na podstawie współczynników wnikania w fazie ciekłej? Do obliczeń można wykorzystać wyniki z przykładu 1.9 i całkowanie przeprowadzić metodą Simpsona.

Odpowiedź:  $A = 907$  m<sup>2</sup>.

#### ZADANIE 1.8

Do kolumny wypełnionej pierścieniami Raschiga o wymiarach  $25 \times 25 \times 2,4$  mm ( $a = 174$  m<sup>2</sup>/m<sup>3</sup>) dopływa czysty ditlenek węgla pod ciśnieniem 0,1 MPa. Wysokość warstwy wypełnienia wynosi 2 m, a średnica kolumny 0,3 m. Kolumna jest zraszana przeciwprądowo wodą w ilości 10 kg/(m<sup>2</sup>s). Współczynnik wnikania masy wynosi  $k_{x_{mol}} = 3,6 \cdot 10^5$  kmol/(m<sup>2</sup>s · [x<sub>mol</sub>]). Stała Henry'ego dla układu CO<sub>2</sub>-H<sub>2</sub>O wynosi  $1,44 \cdot 10^8$  Pa.

Obliczyć ułamek molowy CO<sub>2</sub> w cieczy opuszczającej kolumnę. Jaka ilość CO<sub>2</sub> ulega absorpcji w jednostce czasu?

Odpowiedź:  $x_{mol} = 1,3029 \cdot 10^{-5}$ ;  $G_A = 1,46$  kg/h.

## 7.2. DESTYLACJA

### 7.2.1. Destylacja równowagowa

Zasada procesu jest następująca (rys. 2.1a i 2.1b): mieszanina dwuskładnikowa o molowym natężeniu przepływu  $S$  i zawartości składnika bardziej lotnego  $x_{molS}$  jest ogrzewana do temperatury  $T_D$ , przez co następuje jej częściowe odparowanie. W wyniku rozdzielenia faz otrzymuje się fazę ciekłą (ciecz wyczerpana, wywar) o molowym natężeniu przepływu  $W$  i zawartości składnika bardziej lotnego  $x_{molW}$  oraz fazę gazową (opary destylatu) o molowym natężeniu przepływu  $D$  i zawartości składnika bardziej lotnego  $y_{molD}^*$ , równowagowej do  $x_{molW}$ . Parowy destylat może być następnie całkowicie skroplony, co zachodzi bez zmiany składu ( $y_{molD}^* = x_{molD}$ ).

Ogólny bilans masowy ma postać (2.1), zaś bilans składnika bardziej lotnego ma postać (2.2).

Wprowadza się pojęcie molowego stopnia odparowania, zdefiniowanego wzorem (2.3). Z zależności (2.1), (2.2) i (2.3) wynika zależność (2.4).

Na rys. 2.1c pokazano graficzny sposób wyznaczania składu produktów dla danych wartości  $Z_d$  i  $x_{\text{mol}S}$ . Najpierw oblicza się kąt  $\alpha$  według wzoru wynikającego z równania (2.4) oraz z zależności trygonometrycznej (2.5). Następnie kreśli się z punktu o współrzędnych  $(x_{\text{mol}S}, x_{\text{mol}S})$  prostą pod kątem  $180^\circ - \alpha$  i wyznacza się współrzędne jej punktu przecięcia z linią równowagi, odpowiadające składom produktów destylacji.

### 7.2.2. Destylacja kotłowa (różniczkowa)

Proces ma charakter okresowy. Symbole  $S$ ,  $W$  oraz  $D$ , występujące przy rozważaniu destylacji kotłowej, są ilościami moli, a nie molowymi natężeniami przepływów.

Opary powstające podczas wrzenia zawartości kotła (roztwór dwuskładnikowy) są skraplane i zbierane w odbieralniku (rys. 2.2a). Opary są w równowadze z cieczą w kotle tylko w miejscu ich powstawania. Skład oparów jest zmienny w czasie wskutek zmian składu cieczy w kotle. Po skropleniu otrzymuje się destylat o ciągle zmniejszającej się zawartości składnika bardziej lotnego od  $y_{\text{mol}D, \text{init}}$  do  $y_{\text{mol}D, \text{final}}$  (rys. 2.2b).

Jeżeli na początku procesu w kotle znajdowało się  $S$  moli mieszaniny o zawartości składnika bardziej lotnego  $x_{\text{mol}S}$ , zaś w pewnym momencie zawartość kotła wynosi  $L$  moli ( $L < S$ ), to aktualny skład cieczy w kotle  $x_{\text{mol}}$  wynika z równania (2.6). Całkę występującą w równaniu (2.6) oznacza się symbolem  $Ra$  (całka Rayleigha). Gdy w kotle znajduje się  $L$  moli cieczy, ilość destylatu wynosi  $S - L$ , a jego skład  $\bar{x}_{\text{mol}D}$  ( $= \bar{y}_{\text{mol}D}$ ) wynika z bilansu składnika bardziej lotnego (2.7). Jest to skład odpowiadający wymieszaniu całej ilości zebranego destylatu. Dla warunków końcowych procesu zawartość kotła nazywa się cieczą wyczerpaną (wywarem), a więc  $L = W$ ,  $x_{\text{mol}} = x_{\text{mol}W}$ .

### 7.2.3. Destylacja z parą wodną

Rozważona będzie okresowa destylacja cieczy niemieszającej się z wodą. Proces ma na celu oddzielenie cieczy  $A$  od nielotnych zanieczyszczeń. Do kotła doprowadza się przez bełkotkę parę wodną, przez co ciecz odparowuje do przepływających pęcherzyków pary. Na wylocie z warstwy cieczy ciśnienie cząstkowe jej par w pęcherzykach osiąga wartość  $p_A$ , określoną wzorem (2.8), w którym  $\phi$  oznacza stopień nasycenia, zaś  $P_A$  – ciśnienie pary nasyconej cieczy w temperaturze destylacji.



Stopień nasycenia przyjmuje na ogół wartości w granicach  $0,5 \div 0,7$ ; możliwe są też wartości zbliżone do jedności. Temperatura destylacji zależy od stanu cieplnego pary wodnej i od ilości ciepła dostarczanego dodatkowo do kotła (przeponowo). Minimalna temperatura destylacji przy określonej wartości  $\phi$  zostaje osiągnięta w przypadku, gdy para wodna na wylocie z warstwy cieczy jest nasycona. Wtedy słuszna jest zależność (2.9), gdzie  $P$  jest ciśnieniem, pod którym przebiega destylacja, a  $P_A$  i  $P_p$  są odpowiednio ciśnieniami nasycenia par cieczy ( $A$ ) i pary wodnej ( $p$ ). Z równania wynika, że zawsze jest  $P_p < P$ , co świadczy, że przy ciśnieniu normalnym ( $P = 1,013 \cdot 10^5$  Pa) temperatura destylacji z parą wodną jest mniejsza od temperatury nasycenia pary wodnej pod tym ciśnieniem ( $100^\circ\text{C}$ ). Gdy para wodna na wylocie z warstwy cieczy jest przegrzana, wtedy temperatura destylacji jest większa od  $T_{\min}$ , ale mniejsza od temperatury wrzenia cieczy destylowanej ( $T_{\max}$ ).

Wydajnością destylacji z parą wodną nazywa się stosunek masy cieczy oddestylowanej  $m_A$  do masy pary wodnej biorącej udział w destylacji  $m_p$  (gdy para wodna częściowo skrapla się w kotle, ilości wykroplonej nie uwzględnia się w wyrażeniu  $m_p$ ). Wydajność destylacji oblicza się według wzoru (2.10). Z bilansu cieplnego destylacji z parą wodną wynika zależność (2.11), gdzie:

$\Delta i_p$  – różnica entalpii pary wodnej między wlotem i wylotem z warstwy cieczy przy stanie nasycenia na wylocie, J/kg,

$\Delta i_A$  – różnica między entalpią pary substancji destylowanej na wylocie z warstwy cieczy a entalpią cieczy na początku procesu, J/kg,

$Q$  – ilość ciepła dostarczona przeponowo do kotła, J.

Ciepło nie zawsze musi być doprowadzane do układu; w niektórych przypadkach jest  $m_p \cdot \Delta i_p > m_A \cdot \Delta i_A$ , co oznacza wydzielenie ciepła z układu w postaci przegrzania pary wodnej na wylocie. Gdy  $m_p \cdot \Delta i_p < m_A \cdot \Delta i_A$ , ciepło musi być dodatkowo dostarczone w ilości wynikającej z równania (2.11); gdy nie zostanie ono doprowadzone przez ścianę kotła, nastąpi wykroplenie odpowiedniej ilości doprowadzonej pary wodnej, przez co wzrasta jej zużycie. Gdy ciepło dodatkowo doprowadzi się w nadmiarze w stosunku do ilości wynikającej z równania (2.11), osiąga się stan przegrzania pary wodnej podobnie jak w przypadku, gdy  $m_p \cdot \Delta i_p > m_A \cdot \Delta i_A$ . Temperatura destylacji jest wtedy wyższa od wartości  $T_{\min}$ , wynikającej ze wzoru (2.9).

#### 7.2.4. Kondensacja

Częściowe skraplanie oparów mieszaniny dwuskładnikowej (deflegmacja) prowadzi, podobnie jak destylacja, do częściowego rozdziału mieszaniny na składniki. Skropliny są uboższe w składnik bardziej lotny w stosunku do mieszaniny parowej przed skropleniem, zaś opary nieskroplone wzbogacają się w ten składnik; opary nieskroplone można następnie całkowicie skroplić bez zmiany składu. Rozróżnia się kondensację równowagową i różniczkową.

Kondensacja równowagowa zachodzi w skraplaczach przeponowych przy przepływie oparów z góry na dół. Wykroplona ciecz spływa współprądowo z oparami, co sprzyja osiągnięciu stanu równowagi. Jeżeli opary są doprowadzane do skraplacza z molowym natężeniem przepływu  $V$  i stężeniem składnika bardziej lotnego  $y_{\text{mol}V}$ , a skraplacz opuszczają opary wzbogacone (destylat) w ilości  $D$  i stężeniu  $y_{\text{mol}D}$  oraz skropliny w ilości  $L$  i stężeniu równowagowym  $x_{\text{mol}L}^*$ , to obowiązują zależności (2.12) i (2.13). Są to równania analogiczne jak przy destylacji równowagowej. Również metody obliczeń i interpretacja graficzna są analogiczne do opisanych w rozdziale 2.1. Stopień kondensacji jest zdefiniowany wzorem (2.14).

Kondensacja różniczkowa zachodzi w skraplaczach przy przepływie oparów w kierunku z dołu do góry. Wykroplona ciecz spływa przeciuprądowo w stosunku do oparów. Ciecz traci zatem kontakt z oparami, z których powstała. Opary, płynąc ku górze, zawierają coraz więcej składnika bardziej lotnego i wykrapla się z nich ciecz również coraz bardziej bogata w ten składnik. Ciecz na wylocie ze skraplacza ma skład odpowiadający zmieszaniu poszczególnych elementów cieczy powstałych na różnych wysokościach<sup>6</sup>. Dla kondensacji różniczkowej obowiązuje zależność (2.15) (symbolika jak dla kondensacji równowagowej). Ponadto z bilansu wynika wzór (2.12) oraz (2.16). Różnica między równaniami (2.13) i (2.16) polega na tym, że w równaniu (2.16) stężenie  $x_{\text{mol}L}$  nie jest równowagowe w stosunku do  $y_{\text{mol}D}$ .

### PRZYKŁAD 2.1

Równomolową mieszaninę acetonu z wodą poddaje się destylacji równowagowej. Obliczyć składy produktów destylacji odpowiadające molowemu stopniowi odparowania  $Z_d = 0,25$ . W jakiej temperaturze przebiega proces?

### PRZYKŁAD 2.2

Destylacji kotłowej poddano mieszaninę dwuskładnikową o zawartości składnika bardziej lotnego  $x_{\text{mol}S} = 0,3$ . W zakresie stężeń występujących w procesie równowagę destylacyjną można opisać równaniem

$$y_{\text{mol}}^* = 3x_{\text{mol}}$$

Obliczyć składy produktów, jeżeli wiadomo, że liczby moli destylatu i wywaru są takie same.

### PRZYKŁAD 2.3

Mieszaninę dwuskładnikową benzen–toluen o zawartości benzenu  $x_{\text{mol}S} = 0,6$  poddano destylacji kotłowej. Obliczyć składy otrzymanych produktów, jeżeli molo-

<sup>6</sup> W destylacji kotłowej składy faz były zmienne w czasie; przy kondensacji różniczkowej analogicznie zmiany stężeń zachodzą z wysokością skraplacza. W konsekwencji dla obu procesów istnieją analogiczne zależności między ilościami i stężeniami w poszczególnych fazach.



wy stopień odparowania wynosi  $Z_d = 0,8$ . Współczynnik lotności względnej mieszaniny jest niezmienny z temperaturą i wynosi  $\alpha = 2,348$ .

#### PRZYKŁAD 2.4

100 kg toluenu poddaje się destylacji z parą wodną pod ciśnieniem  $P = 1,013 \cdot 10^5$  Pa. Do kotła dostarcza się parę wodną o temperaturze  $120^\circ\text{C}$ . Obliczyć temperaturę procesu, natężenie przepływu pary wodnej do destylacji oraz ilość ciepła, którą należy dodatkowo dostarczyć do kotła (przeponowo), aby para w kotle nie wykraplała się. Obliczyć też ilość pary wodnej, która musiałaby być dostarczona, gdyby kocioł nie był dodatkowo ogrzewany. Obliczenia przeprowadzić dla stopni nasycenia oparów toluenem  $\varphi = 1,0$  i  $\varphi = 0,7$ . Temperatura początkowa toluenu wynosi  $20^\circ\text{C}$ , a średnie ciepło właściwe  $1840$  J/(kg·K). Ciśnienie pary nasyconej toluenu jest następującą funkcją temperatury

$$P_A = \exp\left(22,593 - \frac{4299,6}{5,01 + T}\right), \quad P_A \text{ [Pa]}, \quad T \text{ [K]} \quad (\text{a})$$

Zależność ciepła parowania toluenu od temperatury jest następująca

$T$ [ $^\circ\text{C}$ ]	80	100	120
$r$ [J/kg]	379 200	368 700	357 000

#### PRZYKŁAD 2.5

Parową mieszaninę acetonu z benzenem, zawierającą 59,4% molowe acetonu, poddaje się częściowemu wykropleniu w pionowym skraplaczu. Należy obliczyć:

- stopień kondensacji, przy którym wzbogacona para zawiera 79,5% molowego acetonu przy doprowadzeniu oparów od dołu skraplacza (kondensacja różniczkowa),
- zawartość acetonu we wzbogaconej parze przy stopniu kondensacji, obliczonym wyżej w przypadku, gdy opary doprowadzane są od góry skraplacza (kondensacja równowagowa).

#### PRZYKŁAD 2.6

Mieszaninę etanol–woda poddano destylacji kotłowej. Określić zależność między stopniem odzysku etanolu z surowca, a objętościowym stopniem odparowania surowca. Dla poszczególnych wartości stopni odparowania należy określić również skład otrzymywanego destylatu  $\bar{x}_{v,D}$ , wyrażony w udziałach objętościowych. Obliczenia przeprowadzić dla objętościowego udziału etanolu w surowcu  $x_{v,S} = 0,08$ ;  $0,11$  i  $0,14$ .

## ZADANIE 2.1

Mieszaninę benzen–toluen o natężeniu przepływu 38,6 kmol/h i zawartości 87,0% molowych benzenu poddano destylacji równowagowej pod ciśnieniem  $0,348 \cdot 10^5$  Pa. Stężenie benzenu w cieczy wyczerpanej wynosi 78,1% molowego. Określić temperaturę destylacji, ilość otrzymywanych produktów oraz skład destylatu. Zakłada się, że układ podlega prawu Raoult'a, a ciśnienia par nasyconych składników mieszaniny zmieniają się z temperaturą zgodnie z równaniem Antoine'a: dla benzenu (A)

$$P_A = \exp\left(20,775 - \frac{2777,7}{220,24 + T}\right), \quad P_A \text{ [Pa]}, \quad T \text{ [}^\circ\text{C]}$$

dla toluenu (B)

$$P_B = \exp\left(22,135 - \frac{3997,2}{266,14 + T}\right), \quad P_A \text{ [Pa]}, \quad T \text{ [}^\circ\text{C]}$$

Odpowiedź:  $T_D = 52,9^\circ\text{C}$ ;  $D = 27,7$  kmol/h;  $W = 10,9$  kmol/h;  $x_{\text{mol}D} = 0,905$ .

## ZADANIE 2.2

Roztwór etanol–woda w ilości 1017 moli, zawierający 4,06% molowego etanolu, poddawany jest destylacji kotłowej w celu odpędzenia 93% etanolu. Obliczyć ilość i skład destylatu przy założeniu, że w zakresie stężeń występujących w procesie równowagę destylacyjną opisuje zależność liniowa

$$y_{\text{mol}}^* = 8,16x_{\text{mol}}$$

Odpowiedź:  $D = 283$  mole;  $\bar{x}_{\text{mol}D} = 0,136$ .

## ZADANIE 2.3

Z roztworu dwuskładnikowego o współczynniku lotności względnej  $\alpha = 5,0$  i zawartości składnika bardziej lotnego 40% molowych należy otrzymać destylat zawierający 70% molowych tego składnika. Obliczyć stopień odparowania roztworu dla destylacji kotłowej i równowagowej.

Odpowiedź: dla destylacji kotłowej  $Z_d = 0,359$ ; dla destylacji równowagowej  $Z_d = 0,214$ .

## ZADANIE 2.4

Do skraplacza doprowadza się parową mieszaninę metanol–woda w ilości 1000 kg/h i zawartości 40% masowych metanolu. Jeżeli wiadomo, że ciecz wykra-



pla się z natężeniem przepływu 600 kg/h, obliczyć składy produktów kondensacji przy doprowadzaniu surowca od dołu oraz od góry skraplacza.

W s k a z ó w k a : Zadanie dogodnie jest rozwiązać przy użyciu udziałów masowych; dane równowagowe z tabeli AT-3h należy przeliczyć.

O d p o w i e d ź : dla kondensacji równowagowej  $x_L = 0,268$ ,  $y_D^* = 0,597$ ;  
dla kondensacji różniczkowej  $x_L = 0,205$ ,  $y_D = 0,693$ .

## 7.3. REKTYFIKACJA

### 7.3.1. Bilans masowy i cieplny kolumny rektyfikacyjnej

Dla kolumny rektyfikacyjnej o działaniu ciągłym (rys. 3.1) ogólny bilans masowy ma postać (3.1). Natomiast wzór (3.2) przedstawia bilans masowy dla składnika lotniejszego (wrzającego w niższej temperaturze). W tych wzorach:

$S, D, W$  – odpowiednio molowe natężenia przepływu surowca, destylatu i wywaru (cieczy wyczerpanej), mol/s,

$x_{\text{molS}}, x_{\text{molD}}, x_{\text{molW}}$  – odpowiednio udziały molowe składnika lotniejszego w surowcu, destylacie i wywarze.

Bilans masowy kolumny rektyfikacyjnej można także przedstawić, stosując masowe natężenia przepływu (wyrażone w kg/s) oraz wyrażając odpowiednie stężenia w udziałach masowych.

Liczba powrotu  $R$  jest definiowana wzorem (3.3), natomiast bilans masowy skraplacza przedstawia wzór (3.4). Uwzględniając definicję liczby powrotu, otrzymuje się wzór (3.5). W powyższych wzorach:

$L$  – molowe natężenie przepływu cieczy zawracanej do górnej części kolumny, mol/s,

$V$  – molowe natężenie przepływu pary na wylocie z górnej części kolumny, mol/s.

Bilans cieplny kolumny rektyfikacyjnej o działaniu ciągłym, przy braku strat cieplnych do otoczenia, ma postać (3.6), gdzie:

$Q_W$  – ilość ciepła dostarczanego do kotła kolumny w jednostce czasu, W,

$Q_D$  – ilość ciepła odbieranego w skraplaczu w jednostce czasu, W,

$i_S, i_D, i_W$  – odpowiednio molowe entalpie surowca, destylatu i wywaru, J/mol (w odniesieniu do temperatury 0°C).

Gdy w skraplaczu opary ulegają całkowitej kondensacji, to słuszna jest zależność (3.7), gdzie  $r_D$  jest molowym ciepłem skraplania oparów, J/mol.

### 7.3.2. Wyznaczanie liczby pól teoretycznych metodą Mc Cabe'a i Thielego

#### 7.3.2.1. Równanie górnej i dolnej linii operacyjnej

Zakładając w obu częściach kolumny stałe molowe natężenia przepływów cieczy i oparów, równanie linii operacyjnej dotyczące górnej (wzmacniającej) części kolumny przedstawiają wzory (3.8) lub (3.9).

Wzór (3.10) przedstawia równanie linii operacyjnej dotyczące dolnej (odpędowej) części kolumny, gdzie:

$L'$  – molowe natężenie przepływu cieczy w dolnej części kolumny, mol/s,

$y_{\text{mol}}$  – udział molowy składnika lotniejszego w parze dopływającej do  $i$ -tej półki,

$x_{\text{mol}}$  – udział molowy składnika lotniejszego w cieczy odpływającej z  $i$ -tej półki.

Równania górnej i dolnej linii operacyjnej są równaniami linii prostych. Linie te wykreśla się w kwadracie jednostkowym z naniesioną uprzednio linią równowagi  $y_{\text{mol}}^* = f(x_{\text{mol}})$  (rys. 3.3). Górna linia operacyjna przechodzi przez punkty o współrzędnych

$$x_{\text{mol}} = x_{\text{mol}D}; \quad y_{\text{mol}} = x_{\text{mol}D}$$

oraz

$$x_{\text{mol}} = 0; \quad y_{\text{mol}} = \frac{x_{\text{mol}D}}{R+1}$$

zaś dolna linia operacyjna przechodzi przez punkty o współrzędnych

$$x_{\text{mol}} = x_{\text{mol}W}; \quad y_{\text{mol}} = x_{\text{mol}W}$$

oraz

$$x_{\text{mol}} = 0; \quad y_{\text{mol}} = -\frac{W}{L'-W} x_{\text{mol}W}$$

#### 7.3.2.2. Stan cieplny surowca

Stan cieplny surowca charakteryzuje parametr  $e$ , zdefiniowany wzorem (3.11) i będący stosunkiem ciepła potrzebnego do zamiany 1 mola surowca w parę nasyconą suchą do molowego ciepła parowania surowca  $r$ . W tym wzorze:

$i''$  – entalpia molowa pary nasyconej o składzie surowca, J/mol,

$i_s$  – entalpia molowa surowca dopływającego do kolumny w temperaturze  $T_s$ , J/mol.



Rozróżnia się następujące przypadki:

- 1) surowiec dopływa w temperaturze  $T_s$  niższej od temperatury wrzenia surowca,  $e > 1$ ,
- 2) surowiec dopływa w temperaturze wrzenia,  $e = 1$ ,
- 3) surowiec dopływa jako mieszanina pary nasyconej i cieczy wrzącej,  $0 < e < 1$ , przy czym  $e = 1 - p$ , gdzie  $p$  jest udziałem pary w mieszaninie dwufazowej,
- 4) surowiec dopływa jako para nasycona sucha,  $e = 0$ ,
- 5) surowiec dopływa jako para przegrzana,  $e < 0$ .

Związki między natężeniami przepływu oparów i cieczy w dolnej i górnej części kolumny są określone wzorami (3.12) i (3.13), przy czym  $V'$  jest molowym natężeniem przepływu oparów w dolnej części kolumny.

Równanie linii surowca, która jest miejscem geometrycznym punktów przecięcia górnej i dolnej linii operacyjnej, ma postać (3.14). Linia surowca przechodzi przez punkty o współrzędnych

$$x_{\text{mol}} = x_{\text{mol}S}; \quad y_{\text{mol}} = x_{\text{mol}S}$$

oraz

$$x_{\text{mol}} = 0; \quad y_{\text{mol}} = -\frac{x_{\text{mol}S}}{e-1}$$

### 7.3.2.3. Minimalna i rzeczywista liczba powrotu

Minimalna wartość liczby powrotu jest określona zależnością (3.15), gdzie  $x_{\text{mol}F}$  i  $y_{\text{mol}F}$  są współrzędnymi punktu przecięcia linii równowagi z linią surowca (rys. 3.2). Jeżeli surowiec doprowadzany jest w temperaturze wrzenia, to we wzorze (3.15)

$$x_{\text{mol}F} = x_{\text{mol}S}$$

Przy  $R = R_{\text{min}}$  linie operacyjne obu części kolumny przecinają się na krzywej równowagi (rys. 3.2). W przypadku gdy  $R \rightarrow \infty$ , linie operacyjne pokrywają się z przekątną wykresu. Zgodnie z (3.16) rzeczywista wartość liczby powrotu jest  $\beta$  razy większa od wartości minimalnej, gdzie  $\beta > 1$  jest współczynnikiem nadmiaru orosienia.

### 7.3.2.4. Wyznaczanie liczby półek teoretycznych

Wyznaczenie liczby półek teoretycznych polega na wrysowaniu linii łamanej (schodków) między liniami operacyjnymi a linią równowagi, najczęściej rozpoczynając od punktu o współrzędnych  $(x_{\text{mol}D}, x_{\text{mol}D})$  (rys. 3.3). Liczba półek teoretycznych jest równa liczbie schodków, tj. liczbie zetknięć linii łamanej z linią równowagi. Ostatni schodek na wykresie odpowiada wyparce (kotłowi kolumny)<sup>7</sup>. Półkę zasilałą wyznacza schodek umiejscowiony na obu liniach operacyjnych.

<sup>7</sup> W wyparce następuje rozfrakcjonowanie mieszaniny podobnie jak na półce kolumny. Natomiast w skraplaczu przy całkowitym skraplaniu oparów rozfrakcjonowanie mieszaniny nie zachodzi.

### 7.3.3. Wyznaczanie liczby pólek teoretycznych metodą Ponchona–Savarita

W metodzie Ponchona–Savarita wykorzystuje się wykres entalpowy (rys. 3.4). Pozwala to uwzględnić zmiany molowych natężeń przepływów faz wzdłuż kolumny.

Podstawą metody Ponchona–Savarita jest powiązanie bilansów masowego i cieplnego. Wykorzystując równania (3.1) i (3.2), bilans masowy kolumny można napisać w postaci (3.17), natomiast bilans cieplny kolumny przedstawia wzór (3.18). Wykorzystano przy tym zależności (3.1) oraz (3.6). Poszczególne symbole oznaczają:  $q_D = Q_D/D$  – ilość ciepła oddawanego w skraplaczu przypadająca na 1 mol destylatu;  $q_W = Q_W/W$  – ilość ciepła doprowadzanego do kotła przypadająca na 1 mol wywaru. Dzieląc stronami równania (3.18) i (3.17), otrzymuje się wzór (3.19). Wzór (3.19) ma swoją interpretację geometryczną na wykresie entalpowym (rys. 3.4): stosunki przyprostokątnych w zakreskowanych trójkątach odpowiadają tej zależności.

Równanie wynikające z bilansu cieplnego i masowego dla dowolnego przekroju między dwiema sąsiednimi półkami, np.  $i$  oraz  $(i + 1)$  dla części górnej kolumny, ma postać (3.20). To równanie reprezentuje pęk prostych wykreślonych z bieguna  $P$  (rys. 3.4). Przecięcie każdej z tych prostych z liniami cieczy i pary na wykresie entalpowym wyznacza składy obu faz między półkami górnej części kolumny. Ponieważ przyporządkowanie stężeń jednej fazy do stężeń drugiej fazy dla danego przekroju kolumny (przestrzeni między półkami) jest charakterystyczne dla linii operacyjnych, zatem zależność (3.20) jest odpowiednikiem równania takiej linii.

Bilansując analogicznie dolną część kolumny dla pólki  $i$  oraz  $i + 1$ , otrzymuje się równanie (3.21), będące odpowiednikiem dolnej linii operacyjnej. Równanie to reprezentuje pęk prostych wykreślonych z bieguna dolnego  $O$  (rys. 3.4).

Przy założeniu, że surowiec dopływa do kolumny w postaci cieczy wrzącej, wyznaczenie liczby pólki teoretycznych metodą Ponchona–Savarita należy przeprowadzić następująco:

- skonstruować wykres w układzie współrzędnych entalpia–stężenia (rys. 3.4) i nanieść na oś stężeń punkty  $x_{\text{mol}S}$ ,  $x_{\text{mol}D}$  oraz  $x_{\text{mol}W}$ ,
- wyznaczyć położenie biegunów operacyjnych: górnego i dolnego; biegun górny ma współrzędne  $(x_{\text{mol}D}, i_D + q_D)$ , zaś biegun dolny  $(x_{\text{mol}W}, i_W - q_W)$ ,
- znaleźć położenie punktu przecięcia  $S$  linii entalpii cieczy wrzącej z prostopadłą do osi stężeń, poprowadzoną z punktu  $x_{\text{mol}S}$ ,
- przez punkt  $S$  poprowadzić izotermę 3, wykorzystując wykres równowagi w układzie temperatura–stężenie (wykres górny); konstrukcja izotermy  $L'_3 V'_3$  jest oparta na układzie linii:  $L'_3 L''_3 V''_3 V'_3$ <sup>8</sup>; izotermę 3 przedłużyć w górę aż do przecięcia z prostą prostopadłą, poprowadzoną z punktu  $x_{\text{mol}D}$ , otrzymując punkt  $P_0$ ,
- obliczyć minimalną wartość liczby powrotu ze wzoru (3.22),
- przyjąć rzeczywistą wartość liczby powrotu ( $R > R_{\text{min}}$ ) i znaleźć położenie górnego bieguna operacyjnego  $P$ ,

<sup>8</sup> Na rys. 3.4 punkty  $L', V'$  dotyczą wykresu entalpowego, zaś punkty  $L'', V''$  wykresu temperaturowego.



- połączyć biegun  $P$  z punktem  $S$  odcinkiem, który następnie przedłużyć aż do przecięcia z prostą prostopadłą, poprowadzoną z punktu  $x_{\text{mol}W}$ ; otrzymuje się położenie dolnego bieguna operacyjnego  $O$ ,
- znaleźć punkt przecięcia prostej prostopadłej, poprowadzonej z punktu  $x_{\text{mol}D}$  z linią pary nasyconej  $V'_1$ ; z tego punktu poprowadzić izotermę  $L'_1 V'_1$  (izoterma 1), wykorzystując wykres równowagi w układzie temperatura–stężenie; konstrukcja izotermy  $L'_1 V'_1$  jest oparta na układzie linii  $L'_1 L''_1 V''_1 V'_1$ ; ta izoterma obrazuje pierwszą półkę teoretyczną,
- połączyć punkt  $L'_1$  z górnym biegunem  $P$ ; w wyniku przecięcia linii operacyjnej  $L'_1 P$  z krzywą entalpii pary otrzymuje się punkt  $V'_2$ ; punkt ten wyznacza entalpię i skład pary wpływającej z drugiej półki; entalpię i skład cieczy na drugiej półce wyznacza się, prowadząc izotermę  $L'_2 V'_2$  analogicznie jak dla pierwszej półki,
- wyznaczenie następnych półek teoretycznych w górnej części kolumny prowadzi się podobnie aż do osiągnięcia punktu  $S$ ; po osiągnięciu tego punktu należy posługiwać się dolnym biegunem operacyjnym  $O$  i postępować analogicznie jak dla górnej części kolumny,
- liczba półek teoretycznych równa się liczbie wyznaczonych izoterm  $L'_i V'_i$ .

#### 7.3.4. Kolumny rektyfikacyjne z wypełnieniem

Obliczenia kolumn rektyfikacyjnych z wypełnieniem przeprowadza się podobnie jak kolumn absorpcyjnych z wypełnieniem (rozdział 1), z tym, że obliczenia przeprowadza się odrębnie dla poszczególnych części kolumn. Często wykorzystuje się przy tym pojęcie wysokości równoważnej półce teoretycznej *HETP*.

##### PRZYKŁAD 3.1

W kolumnie rektyfikacyjnej z półkami sitowymi jest rozdzielana mieszanina metanol–woda, zawierająca metanol o stężeniu  $x_{\text{mol}S} = 0,511$  (udział molowy). Natężenie przepływu surowca wynosi  $S = 2700$  kg/h, a jego temperatura  $T_S = 2^\circ\text{C}$ . Żądana zawartość metanolu w destylacie wynosi  $x_D = 0,970$  (udział masowy), natomiast ciecz wyczerpana winna zawierać  $x_W = 0,050$  metanolu. Proces przebiega pod ciśnieniem 0,1013 MPa. Obliczyć:

1. Natężenia przepływów otrzymywanych produktów w kg/h.
2. Minimalną i rzeczywistą wartość liczby powrotu, jeżeli współczynnik nadmiaru orosienia  $\beta = 3$ .
3. Teoretyczną i rzeczywistą liczbę półek przy sprawności ogólnej kolumny  $E_c = 0,30$ .
4. Natężenie przepływu pary grzejszej o ciśnieniu 588,4 kPa i stopniu wilgotności  $w = 5\%$ , którą należy doprowadzić do kotła kolumny. Przyjąć, że straty ciepła wynoszą 10% teoretycznego zapotrzebowania na ciepło.



5. Natężenie przepływu wody chłodzącej w skraplaczu, odpowiadające przyrostowi temperatury wody o 25 K.
6. Średnicę górnej i dolnej części kolumny przy odległości między półkami  $H = 0,3$  m.  
Molowe ciepło parowania metanolu przedstawiono w tabeli.

Temperatura [°C]	Molowe ciepło parowania metanolu [kJ/kmol]
60	35 500
80	33 900

Dane równowagowe układu metanol–woda zamieszczono w tabeli AT-3h. Pozostałe właściwości fizyczne metanolu są następujące: ciepło molowe (średnie)  $C_A = 89,0$  kJ/(kmol·K), napięcie powierzchniowe w temperaturze 80°C  $\sigma = 0,0176$  N/m, gęstość w temperaturze 80°C  $\rho = 736$  kg/m<sup>3</sup>.

### PRZYKŁAD 3.2

Mieszanina benzenu z toluenem, zawierająca 40% molowych benzenu, jest rozdzielana w kolumnie rektyfikacyjnej z wypełnieniem. Destylat zawiera 95% molowych benzenu, a wywar 5% molowych tego składnika. Surowiec jest doprowadzany do kolumny po podgrzaniu do temperatury wrzenia. Liczba powrotu jest o 20% większa od wartości minimalnej. Wykorzystując metodę Ponchona–Savarita, określić:

Tabela 3.1

$x_{\text{mol}}, y_{\text{mol}}$	$i'$ [kJ/kmol]	$i''$ [kJ/kmol]
0	19 090	51 350
0,1	18 130	51 110
0,2	17 540	49 820
0,3	16 330	49 040
0,4	15 430	48 120
0,5	14 980	47 050
0,6	14 430	46 340
0,7	13 750	45 120
0,8	13 330	44 650
0,9	12 810	43 810
1	12 050	42 860

1. Minimalną liczbę powrotu.
2. Liczbę pólk teoretycznych.
3. Wysokość wypełnienia odpowiadającą wysokości równoważnej półce teoretycznej  $HETP = 0,15$  m.
4. Jaką moc cieplną należy doprowadzić do kotła, gdy surowiec jest odparowany w 50%.
5. Dla jakiej wartości entalpii surowca można wyeliminować kocioł i część odpędową kolumny.
6. Liczbę pólk teoretycznych wyznaczoną z wykresu  $y_{\text{mol}}^* = f(x_{\text{mol}})$ .

Proces przebiega pod ciśnieniem 0,1013 MPa. Dane równowagowe układu benzen–toluen zamieszczono w tabeli AT-3a. Wartości entalpii cieczy  $i'$  oraz pary  $i''$  w zależności od składu mieszaniny przedstawiono w tabeli 3.1.

### PRZYKŁAD 3.3

W kolumnie rektyfikacyjnej rozdzielano mieszaninę benzen–toluen o zawartości 33,6% molowych benzenu. Surowiec dopływa jako mieszanina pary nasyconej i cieczy wrzącej, przy czym zawartość pary w mieszaninie wynosi 40%. Średni współczynnik lotności względnej rozdzielanego układu wynosi  $\alpha = 2,42$ . Liczba powrotu wynosi  $R = 5,0$  i jest dwukrotnie większa od wartości minimalnej. Obliczyć skład pary wpływającej na półkę szczytową przy założeniu, że półki w kolumnie można traktować jak teoretyczne.

### PRZYKŁAD 3.4

W kolumnie rektyfikacyjnej rozdzielana jest mieszanina benzen–toluen, dla której współczynnik lotności względnej wynosi  $\alpha = 2,42$ . Obliczyć sprawność pólk tej kolumny, mając następujące dane pomiarowe dla jednej z pólk w tej kolumnie: stężenie benzenu w fazie parowej na wlocie  $y_{\text{mol},i+1} = 0,48$ , na wylocie  $y_{\text{mol},i} = 0,51$ , a stężenie benzenu w fazie ciekłej na wylocie  $x_{\text{mol},i} = 0,32$ .

### PRZYKŁAD 3.5

Do kolumny rektyfikacyjnej doprowadzana jest mieszanina substancji A i B o współczynniku lotności względnej  $\alpha = 3$  z molowym natężeniem przepływu  $S = 50$  kmol/h. Równanie dolnej linii operacyjnej tej kolumny jest następujące

$$y_{\text{mol}} = 1,2x_{\text{mol}} - 0,01$$

a równanie linii surowca

$$y_{\text{mol}} = -1,5x_{\text{mol}} + 1,5$$

W wyniku rektyfikacji otrzymuje się  $W = 20$  kmol/h wywaru.

Obliczyć:

1. Stężenie składnika bardziej lotnego A w surowcu, wywarze i destylacie.
2. Współczynnik nadmiaru orosienia  $\beta$ .
3. Natężenia przepływu par i cieczy w dolnej i górnej części kolumny.
4. Parametr stanu cieplnego doprowadzanego surowca.

### PRZYKŁAD 3.6

Do kolumny rektyfikacyjnej jest doprowadzane 180 kmol/h mieszaniny benzen–toluen w temperaturze wrzenia i o stężeniu benzenu  $x_{\text{molS}} = 0,28$ . Liczba powrotu jest o 50% większa od wartości minimalnej. Destylat w ilości 40 kmol/h zawiera  $x_{\text{molD}} = 98,4\%$  molowych benzenu. Kolumna pracuje pod ciśnieniem 750 mm Hg.

Prężność nasyconej pary czystego benzenu w temperaturze zasilania wynosi  $P_A = 1360$  mm Hg. Molowe ciepło parowania benzenu wynosi  $r_A = 30\,720$  kJ/kmol, a toluenu  $r_B = 34\,690$  kJ/kmol. Zakładając, że układ stosuje się do prawa Raoult'a, obliczyć:

1. Rzeczywistą liczbę powrotu.
2. Natężenie przepływu i skład wywaru.
3. Skład cieczy na półce teoretycznej, położonej bezpośrednio nad półką zasilaną.

### ZADANIE 3.1

Określić metodą McCabe'a i Thielego liczbę półek kolumny rektyfikacyjnej przy rozdzielaniu mieszaniny  $\text{CS}_2$ – $\text{CCl}_4$  o wlotowym stężeniu  $\text{CS}_2$  46,5% molowych. Stężenie  $\text{CS}_2$  w destylacie wynosi  $x_{\text{molD}} = 0,948$ , a w wywarze  $x_{\text{molW}} = 0,019$ . Proces przebiega pod ciśnieniem 0,1013 MPa, a surowiec jest doprowadzany w temperaturze wrzenia. Współczynnik nadmiaru orosienia wynosi  $\beta = 2$ , a sprawność ogólna kolumny  $E_c = 0,5$ . Dane równowagowe układu  $\text{CS}_2$ – $\text{CCl}_4$  zamieszczono w tabeli AT-3b.

Odpowiedź:  $n = 16$ .

### ZADANIE 3.2

W kolumnie rektyfikacyjnej jest rozdzielana mieszanina  $\text{CS}_2$ (A) –  $\text{CCl}_4$ (B) dla warunków jak w zadaniu 3.1. Natężenie przepływu surowca wynosi  $S = 500$  kg/h. Straty ciepła wynoszą 5% teoretycznego zapotrzebowania ciepła. Średnie wartości ciepła parowania są równe:  $r_A = 352$  kJ/kg,  $r_B = 194$  kJ/kg, zaś ciepła właściwe składników są następujące:  $c_A = 1,01$  kJ/(kg·K),  $c_B = 0,838$  kJ/(kg·K). Obliczyć natężenie przepływu doprowadzanej do kotła pary wodnej o ciśnieniu 392,27 kPa i natężenie przepływu wody doprowadzanej do skraplacza. Przyjąć, że woda ogrzewa się w skraplaczu o 18 K.

Odpowiedź:  $\dot{m}_{\text{pary}} = 270$  kg/h;  $\dot{m}_{\text{wody}} = 7220$  kg/h.



## ZADANIE 3.3

Do kolumny rektyfikacyjnej jest doprowadzane 300 kmol/h surowca będącego mieszaniną acetonu i etanolu. Surowiec jest odparowany w 68%. Jako produkty są otrzymywane: 159 kmol/h wywaru o zawartości 95% molowych etanolu i destylat o zawartości acetonu  $x_{\text{mol}D} = 0,90$ . Górna linia operacyjna przecina oś rzędnych w punkcie  $y_{\text{mol}} = 0,137$ . Należy:

1. Wyznaczyć temperaturę doprowadzanego surowca.
2. Wyznaczyć liczbę póltek teoretycznych metodą McCabe'a i Thielego oraz liczbę póltek rzeczywistych przy sprawności ogólnej kolumny  $E_c = 0,4$ .
3. Obliczyć współczynnik nadmiaru orosienia  $\beta$ .
4. Obliczyć molowe natężenia przepływu par i cieczy w górnej i dolnej części kolumny.

Dane równowagowe dla układu aceton–etanol w warunkach pracy kolumny zamieszczono w tabeli AT-3e.

Odpowiedź:  $n = 8$ ;  $N = 20$ ;  $\beta = 3,2$ ;  $L = 785$  kmol/h;  $L' = 881$  kmol/h;  
 $V = 925$  kmol/h;  $V' = 721$  kmol/h.

Surowiec wprowadzany jest w temperaturze 66°C.

## ZADANIE 3.4

Wyznaczyć metodą Ponchona–Savarita liczbę póltek teoretycznych w kolumnie rektyfikacyjnej, służącej do rozdzielania mieszaniny propan–n-butan. Surowiec dopływa w temperaturze wrzenia i zawiera 45% molowych propanu. Destylat ma zawierać 97% molowych propanu, a ciecz wyczerpana 96% molowych n-butanu. Współczynnik nadmiaru orosienia wynosi  $\beta = 2$ . Dane równowagowe układu w warunkach prowadzenia procesu ( $P = 14,71 \cdot 10^5$  Pa) zamieszczono w tabeli.

$T$ [°C]	$x_{\text{mol}}$	$y_{\text{mol}}$	$i'$ [kJ/kmol]	$i''$ [kJ/kmol]
42,5	1,000	1,000	4980	18 130
50,0	0,803	0,923	6180	19 140
60,0	0,593	0,801	78 600	80 810
65,0	0,500	0,730	8710	21 740
70,0	0,418	0,656	9600	22 680
75,0	0,343	0,580	10 450	23 660
80,0	0,275	0,492	11 380	24 750
90,0	0,144	0,289	13 300	27 200
100,0	0,037	0,083	15 400	29 470
103,0	0,000	0,000	15 910	30 570

Odpowiedź:  $n = 12$ .

## ZADANIE 3.5

W kolumnie rektyfikacyjnej rozdzielana jest mieszanina benzen–toluen o zawartości benzenu  $x_{\text{mol}S} = 0,45$ . Otrzymywane jest:  $D = 18$  kmol/h destylatu o zawartości benzenu  $x_{\text{mol}D} = 0,94$  oraz wywar zawierający  $x_{\text{mol}W} = 0,04$  benzenu. Surowiec jest doprowadzany w stanie cieplnym odpowiadającym  $e = 0,3$ . Średni współczynnik lotności względnej układu  $\alpha = 2,72$ . Molowe natężenie przepływu cieczy w dolnej części kolumny jest równe  $L' = 60$  kmol/h. Obliczyć:

1. Natężenia przepływu surowca i wywaru.
2. Współczynnik nadmiaru orosienia.
3. Molowe natężenia przepływu par w dolnej i górnej części kolumny.

Odpowiedź:  $S = 31,76$  kmol/h;  $W = 13,76$  kmol/h;  $\beta = 2,2$ ;

$$V = 68,4 \text{ kmol/h}; V' = 46,19 \text{ kmol/h}.$$

## ZADANIE 3.6

Do kolumny rektyfikacyjnej dopływa  $S = 30$  kmol/h mieszaniny czterochlorek węgla–toluen. Zawartość czterochloru węgla w wywarze wynosi  $x_{\text{mol}W} = 0,037$ . Równanie linii surowca ma postać

$$y_{\text{mol}} = -0,429x_{\text{mol}} + 0,786$$

zaś równanie górnej linii operacyjnej

$$y_{\text{mol}} = 0,750x_{\text{mol}} + 0,235$$

Współczynnik lotności względnej rektyfikowanego układu wynosi  $\alpha = 2,72$ . Obliczyć:

1. Natężenia przepływu otrzymywanych produktów.
2. Współczynnik nadmiaru orosienia.

Odpowiedź:  $W = 12,95$  kmol/h;  $D = 17,05$  kmol/h;  $\beta = 2,32$ .

## ZADANIE 3.7

W kolumnie rektyfikacyjnej rozdzielane jest 3500 kg/h mieszaniny benzen–toluen o udziale molowym benzenu  $x_{\text{mol}S} = 0,45$ . Surowiec doprowadzany jest do kolumny jako sucha para nasycona. Żądana zawartość benzenu w destylacie wynosi 98% molowych, zaś w cieczy wyczerpanej 7% molowych. Równanie dolnej linii operacyjnej ma postać

$$y_{\text{mol}} = 1,45x_{\text{mol}} - 0,033$$

Ciepło parowania destylatu wynosi  $r_D = 30\,720$  kJ/kmol. Obliczyć:

1. Natężenia przepływu otrzymywanych produktów.

2. Minimalną i rzeczywistą liczbę powrotu.
3. Natężenie przepływu wody w skraplaczu, jeżeli przyrost temperatury wody wynosi 10 K.

Dane równowagowe układu benzen–toluen w warunkach procesu zamieszczono w tabeli ATP-3a.

Odpowiedź:  $D = 1330 \text{ kg/h}$ ;  $W = 2170 \text{ kg/h}$ ;  $R_{\min} = 2,5$ ;  $R = 4,45$ ;  
 $\dot{m}_{\text{wody}} = 68\,500 \text{ kg/h}$ .

### ZADANIE 3.8

Równania linii operacyjnych kolumny rektyfikacyjnej do rozdzielania mieszaniny benzen–toluen mają postać

$$y_{\text{mol}} = 0,723x_{\text{mol}} + 0,263 \text{ (GLO)}$$

$$y_{\text{mol}} = 1,25x_{\text{mol}} - 0,0188 \text{ (DLO)}$$

Do kolumny doprowadzane jest 75 kmol/h surowca w stanie pary nasyconej. Obliczyć niezbędną powierzchnię rur grzejnych w kotle kolumny, jeżeli do ogrzewania stosuje się parę wodną o ciśnieniu 294,2 kPa, a współczynnik przenikania ciepła wynosi  $U = 580 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ . Przyjąć właściwości destylatu jak dla czystego benzenu, a wywaru jak dla czystego toluenu. Właściwości fizyczne zamieszczono w tabeli.

	$r$ [kJ/kmol]	$C_p$ [kJ/(kmol·K)]	Temperatura wrzenia [°C]
Benzen	30 720	150,3	80
Toluen	34 690	173,5	110
Surowiec	32 110	158,4	90

Odpowiedź:  $A = 44,6 \text{ m}^2$ .

### ZADANIE 3.9

Obliczyć wysokości części półkowych oraz średnice w części odpędowej i wzmacniającej kolumny rektyfikacyjnej do rozdzielania mieszaniny metanol–woda, doprowadzanej z natężeniem przepływu  $S = 1965 \text{ kg/h}$ , zawierającej metanol o stężeniu  $x_{\text{molS}} = 0,693$ . Destylat ma zawierać 98,3% molowych metanolu, a ciecz wyczerpana 4,7% molowych. Kolumna posiada półki sitowe w odstępach co  $H = 300 \text{ mm}$ . Sprawność ogólna kolumny wynosi  $E_c = 0,42$ . Dane równowagowe dla układu metanol–woda zamieszczono w tabeli AT-3h, a dane fizykochemiczne w przykładzie 3.1.

Odpowiedź:  $H = 5,4 \text{ m}$ ;  $D_g = 1,02 \text{ m}$ ;  $D_d = 1,44 \text{ m}$ .



## 7.4. EKSTRAKCJA

### 7.4.1. Wykres trójkątny

Równowaga w układach trójskładnikowych najczęściej jest przedstawiana na wykresie trójkątnym (rys. 4.1). Składniki układu przedstawiają wierzchołki trójkąta równobocznego. Poszczególnym wierzchołkom odpowiadają:  $A$  – rozpuszczalnik pierwotny,  $B$  – substancja ekstrahowana,  $C$  – czysty ekstrahent. Długość boku trójkąta przyjmuje się za 100% masowych, a skład mieszaniny trójskładnikowej jest określony przez położenie wewnątrz trójkąta (np. punkt  $M$ ). Punkty leżące na bokach trójkąta wyrażają składy odpowiadające mieszaninom dwuskładnikowym. Dla dowolnego punktu leżącego wewnątrz trójkąta stężenia poszczególnych składników są wyznaczone przez proste równoległe do poszczególnych boków trójkąta. Tak więc punkt  $M$  odpowiada mieszaninie trójskładnikowej, składającej się z 35% masowych składnika  $A$ , 25% masowych składnika  $B$  i 40% masowych składnika  $C$ .

Punkt  $M$ , określający skład mieszaniny powstałej z dwóch cieczy: surowca ekstrakcyjnego  $S$  i ekstrahenta  $C_S$ , leży na prostej  $\overline{SC_S}$ , a jego usytuowanie można określić zgodnie ze wzorem (4.1), wykorzystując regułę dźwigni, gdzie:

$S, C_S$  – masy (lub masowe natężenia przepływu) surowca ekstrakcyjnego i ekstrahentu, kg (lub kg/s),

$\overline{SM}, \overline{C_S M}$  – długości odpowiednich odcinków, mm.

Mieszanina  $M$  rozwarstwia się na dwie fazy: ekstrakt  $E$ , tj. roztwór wzbogacony w składnik  $B$ , i rafinat  $R$ , tj. roztwór zubożony w składnik  $B$ . Zakłada się przy tym, że ekstrakt i rafinat znajdują się w stanie równowagi fizykochemicznej. Odcinek łączący punkty odpowiadające składom równowagowym ekstraktu i rafinatu jest nazywany cięciwą równowagową (konoda równowagowa).

Nachylenie cięciw równowagowych odpowiada współczynnikowi podziału  $m$ , przy czym dla procesu przedstawionego na rys. 4.1  $m > 1$ . Przy  $m < 1$  cięciwy równowagi są nachylone w kierunku przeciwnym, a przy  $m = 1$  cięciwy są równoległe do boku  $\overline{AC}$  trójkąta.

Położenie cięciw równowagowych jest określone na podstawie danych doświadczalnych. Dla danych co najmniej dwóch cięciw można znaleźć cięciwy pośrednie przez interpolację. Końce cięciw równowagi łączy się tzw. krzywą graniczną (binodalną). Obszar poniżej tej krzywej odpowiada układom dwufazowym (rozwarstwiający się) i stanowi część roboczą wykresu trójkątnego. Obszar wykresu leżący powyżej tej krzywej odpowiada układowi jednofazowemu.

### 7.4.2. Ekstrakcja jednostopniowa

Proces ekstrakcji może przebiegać w sposób okresowy lub ciągły. Ekstrakcja okresowa jest przeprowadzana w zbiornikach z mieszadłem, natomiast ekstrakcja

ciągła zachodzi w kolumnach ekstrakcyjnych, w których poszczególne fazy – rafinowana i ekstraktowa – poruszają się w przeciwnym kierunku (podobnie jak np. w procesie absorpcji faza ciekła i gazowa). Przy ekstrakcji okresowej w obliczeniach bilansowych posługujemy się masą poszczególnych faz, natomiast przy ekstrakcji ciągłej zamiast masy występuje masowe natężenie przepływu.

W procesie ekstrakcji jednostopniowej surowiec w ilości  $S$  (masa lub masowe natężenie przepływu) jest mieszany z ekstrahentem w ilości  $C_S$ . Otrzymywana jest mieszanina w ilości  $M$  o składzie określonym punktem  $M$  (rys. 4.1), przy czym masę mieszaniny określa wzór (4.2). Położenie punktu  $M$  jest określane z reguły dźwigni (4.1) lub na podstawie bilansu masowego. Równanie bilansu układu się najczęściej dla składnika ekstrahowanego (można też wziąć pod uwagę ten składnik  $i$ , którego stężenia w cieczach  $S$  i  $C_S$  najbardziej się różnią). Równanie bilansu masy ma postać (4.3), gdzie:

$S, C_S, M$  – ilości odpowiednio: surowki, ekstrahentu oraz mieszaniny dwufazowej, kg (lub kg/s),

$x_{Si}, y_{Ci}, x_{Mi}$  – udziały masowe  $i$ -tego składnika odpowiednio w cieczach:  $S, C_S, M$ .

Proces ekstrakcji przy niewielkiej wzajemnej rozpuszczalności składników  $A$  i  $C$  można przedstawić na wykresie prostokątnym (rys. 4.2). Bilans masowy składnika ekstrahowanego  $B$  dla jednego stopnia równowagowego prowadzi do równania linii operacyjnej (wzór (4.4)), gdzie wielkości  $A$  i  $C$  są określone zależnościami odpowiednio (4.5) i (4.6). Poszczególne symbole w tych wzorach oznaczają:

$Y = y_{BE}/y_{CE}$  – stosunek masowy składnika  $B$  w fazie ekstraktowej, kgB/kgC,

$Y_C = y_{BC_S}/y_{CC_S}$  – stosunek masowy składnika  $B$  w ekstrahencie, kgB/kgC,

$X = x_{BR}/x_{AR}$  – stosunek masowy składnika  $B$  w fazie rafinowanej, kgB/kgA,

$X_S = x_{BS}/x_{AS}$  – stosunek masowy składnika  $B$  w surowcu, kgB/kgA.

Na podstawie równania (4.4) oraz linii równowagi w układzie współrzędnych  $X, Y$  (stosunki masowe) znajdują się składy faz po ekstrakcji przez wykreślenie z punktu o współrzędnych  $(X_S, Y_C)$  prostej pod kątem, którego tangens wynosi  $(-A/C)$ . Punkt przecięcia prostej z linią równowagi określa równowagowe składy faz, otrzymane w wyniku ekstrakcji – fazy rafinowanej  $X_R$  i fazy ekstraktowej  $Y_E$ . Ilości produktów są obliczane z zależności (4.7) i (4.8).

### 7.4.3. Wielostopniowa ekstrakcja przeciwna

Schemat ekstrakcji przeciwna przedstawiono na rys. 4.3. Jeden stopień ekstrakcyjny, złożony z mieszalnika i odstojnika, oznaczono symbolicznie kwadratem.

W wyniku ekstrakcji otrzymuje się dwa produkty końcowe: ekstrakt  $E_1$  ze stopnia pierwszego i rafinat  $R_n$  ze stopnia ostatniego.

Z bilansu masowego poszczególnych stopni wynika, że różnica strumieni rafinatu i ekstraktu w dowolnym przekroju baterii ekstrakcyjnej jest wielkością stałą i zgodnie ze wzorem (4.9) wynosi  $P$ .



Interpretację graficzną procesu przedstawiono na rys. 4.4. Punkt  $P$  nazywamy biegunem operacyjnym. W celu znalezienia położenia bieguna operacyjnego przez punkty  $E_1$  i  $S$  oraz  $C_S$  i  $R_n$  przeprowadza się proste. Punkt przecięcia tych prostych wyznacza biegun operacyjny  $P$ . Cięciwa równowagowa przechodząca przez punkt  $E_1$  pozwala na wyznaczenie składu rafinatu ze stopnia pierwszego  $R_1$ . Ponieważ  $R_1 - E_2 = P$ , więc prosta przechodząca przez punkty  $R_1$  i  $P$  przecina krzywą graniczną w punkcie  $E_2$ , odpowiadającemu ekstraktowi ze stopnia drugiego. Postępując analogicznie, znajduje się punkty  $R_2$  i  $E_3$  i dalsze, aż do osiągnięcia założonego stężenia rafinatu końcowego  $R_n$ . Liczba wrysowanych cięciw równowagowych odpowiada liczbie stopni teoretycznych ekstrakcji.

Liczbę stopni ekstrakcyjnych można też wyznaczyć w prostokątnym układzie współrzędnych przedstawionym na rys. 4.5. Z bilansu masowego procesu otrzymuje się równanie linii operacyjnej (wzór (4.10)).

Linia operacyjna jest prostą przechodzącą przez punkty  $N$  i  $K$  o współrzędnych:  $N(X_{S^*}, Y_{E1})$ ,  $K(X_{Rn}, Y_C)$ . Na rys. 4.5 przedstawiono zasady wyznaczania liczb stopni równowagowych przy ekstrakcji przeciwprądowej. Należy wykreślić linię łamaną, zaczynając np. od punktu  $N$ . Liczba zetknięć z linią równowagi oznacza liczbę stopni równowagowych.

#### 7.4.4. Wielostopniowa ekstrakcja krzyżowoprądowa

Na rys. 4.6 przedstawiono schemat ekstrakcji krzyżowoprądowej dla  $n$  stopni. W wyniku ekstrakcji krzyżowoprądowej otrzymuje się rafinat  $R_1$  oraz  $n$  ekstraktów  $E_1, E_2, \dots, E_n$ . Liczba stopni, niezbędna do osiągnięcia założonego stężenia w fazie rafinatu, jest wyznaczana na wykresie trójkątnym (rys. 4.7) przez kilkukrotne powtarzanie postępowania dla ekstrakcji jednostopniowej. Liczba wrysowanych cięciw równowagowych odpowiada liczbie stopni równowagowych ekstrakcji. Masy (lub natężenia przepływów) poszczególnych ekstraktów oraz rafinatu końcowego są obliczane na podstawie reguły dźwigni lub z równań bilansowych.

Po zmieszaniu poszczególnych ekstraktów średni skład ekstraktu można określić ze wzoru (4.11).

#### PRZYKŁAD 4.1

Na podstawie danych zawartych w tabeli AT-6a sporządzić wykres trójkątny równowagi fazowej dla układu aceton–benzen–woda w temperaturze 30°C. Określić na podstawie wykresu (rys. 4.8):

1. Zawartość wody i benzenu w warstwie wodnej zawierającej 45% masowych acetonu.
2. Skład warstwy benzenowej będącej w równowadze ze składem obliczonym w punkcie 1.
3. Ilość acetonu, którą należy dodać, aby mieszanina złożona z 0,32 kg wody i 0,48 kg benzenu nie rozwarstwiała się.



#### PRZYKŁAD 4.2

100 kg wodnego roztworu acetonu o stężeniu 50% masowych poddano jedno-stopniowej ekstrakcji benzenem. Rafinat powinien zawierać nie więcej niż 5% masowych acetonu. Określić niezbędną masę rozpuszczalnika oraz masy ekstraktu i rafinatu. Proces prowadzono w temperaturze 30°C. Dane równowagowe dla układu aceton–benzen–woda zamieszczono w tabeli AT-6a.

#### PRZYKŁAD 4.3

Aceton z wodnego roztworu o stężeniu 45% masowych ekstrahowano jednostopniowo czystym benzenem w temperaturze 30°C. Żądana zawartość acetonu w rafinacie wynosi 10% masowych. Określić stężenie acetonu w ekstrakcie oraz obliczyć wymaganą masę rozpuszczalnika i masy otrzymywanych produktów. Założyć, że w zakresie rozważanych stężeń rozpuszczalność benzenu w fazie rafinatu oraz rozpuszczalność wody w fazie ekstraktowej są nieznaczne. Dane równowagowe zamieszczono w tabeli AT-6a. Zadanie rozwiązać, stosując prostokątny układ współrzędnych.

#### PRZYKŁAD 4.4

100 kg wodnego roztworu acetonu o stężeniu 50% masowych poddano ekstrakcji benzenem. Rafinat powinien zawierać co najwyżej 7,5% masowego acetonu. Posługując się wykresem trójkątnym, obliczyć niezbędną masę rozpuszczalnika, składy i masy produktów oraz liczbę stopni w procesie ekstrakcji krzyżowoprądowej, jeżeli w każdym stopniu dodawana masa rozpuszczalnika jest równa masie cieczy poddawanej ekstrakcji. Proces prowadzi się w temperaturze 30°C. Dane równowagowe zawarto w tabeli AT-6a.

#### PRZYKŁAD 4.5

100 kg wodnego roztworu acetonu o stężeniu 50% masowych poddaje się ekstrakcji benzenem. Rafinat powinien zawierać nie więcej niż 5% masowych acetonu.

Posługując się wykresem trójkątnym, obliczyć skład końcowy ekstraktu i ilość produktów oraz liczbę stopni, jeżeli ekstrakcję prowadzi się przeciwaprądowo przy stosunku strumieni (początkowych) 1:1. Proces prowadzi się w temperaturze 30°C. Dane równowagowe zawarto w tabeli AT-6a.

#### PRZYKŁAD 4.6

Ze 100 kg wodnego roztworu jest ekstrahowany aceton za pomocą 100 kg czystego benzenu ( $Y_C = 0$ ) w układzie wielostopniowym. Surowiec zawiera 45% masowych acetonu ( $X_S = 0,818 \text{ kgB/kgA}$ ). Temperatura procesu wynosi 30°C. Żądane stężenie acetonu w wodzie (rafinacie) wynosi  $X_R = 0,053 \text{ kgB/kgA}$ . Obliczyć:

1. Stężenie ekstraktu oraz liczbę stopni w układzie przeciwprądowym.
2. Średni skład ekstraktu oraz liczbę stopni w przypadku zastosowania ekstrakcji krzyżowoprądowej, jeżeli do każdego stopnia dodaje się jednakowe masy rozpuszczalnika, tak że  $A/C = 1$ .

Zadanie rozwiązać, posługując się wykresem  $Y = f(X)$  w prostokątnym układzie współrzędnych. Dane równowagowe zamieszczono w tabeli AT-6a.

#### ZADANIE 4.1

Aceton ekstrahuje się chlorobenzenem z 33% (masowo) wodnego roztworu. Pozostałość powinna zawierać nie więcej niż 8% masowych acetonu. Posługując się wykresem równowagi w układzie trójkątnym oraz wykresem w układzie współrzędnych prostokątnych  $Y = f(X)$ , obliczyć masę rozpuszczalnika niezbędną do ekstrakcji 200 kg surowca w procesie jednostopniowym oraz ilości rafinatu i ekstraktu po usunięciu rozpuszczalnika. Proces prowadzony jest w temperaturze 25°C.

Dane równowagowe układu aceton–chlorobenzen–woda zamieszczono w tabeli AT-6b.

Odpowiedź:  $C = 480,8$  kg;  $R' = 145,6$  kg;  $E = 56,8$  kg.

#### ZADANIE 4.2

Dla warunków zadania 4.1 obliczyć liczbę stopni oraz skład i masy otrzymywanych produktów, jeżeli proces prowadzi się z zastosowaniem ekstrakcji krzyżowoprądowej, a w każdym stopniu dodaje się 200 kg rozpuszczalnika.

Odpowiedź:  $n = 3$  stopnie;  $E_1 = 243$  kg;  $E_2 = 122$  kg;  $E_3 = 105$  kg;  $R_3 = 329$  kg.

Skład ekstraktu z 1-go stopnia: 1,5% mas. wody, 18,5% mas. acetonu, 80% mas. chlorobenzenu.

Skład ekstraktu z 2-go stopnia: 1,0% mas. wody, 11% mas. acetonu, 88% mas. chlorobenzenu.

Skład ekstraktu z 3-go stopnia: 0,5% mas. wody, 9,5% mas. acetonu, 90% mas. chlorobenzenu.

Skład rafinatu z 3-go stopnia: 6,5% mas. acetonu, 1,0% mas. wody, 92,5% mas. chlorobenzenu.

#### ZADANIE 4.3

Dla danych i warunków zadania 4.1 obliczyć skład końcowy ekstraktu po usunięciu rozpuszczalnika i masę produktów oraz liczbę stopni, jeżeli ekstrakcję prowadzi się przeciwprądowo przy stosunku strumieni początkowych 1:1.

Odpowiedź:  $n = 3$  stopnie;  $E_1 = 256$  kg;  $R_3 = 143$  kg;

$x'_E = 97,5\%$  masowych acetonu, 2,5% masowych wody.



## 7.5. NAWILŻANIE I SUSZENIE POWIETRZA

Nawilżanie powietrza można przeprowadzić następującymi sposobami:

- dodawanie pary wodnej bezpośrednio do strumienia powietrza,
- rozpylanie wody w przepływającym strumieniu powietrza,
- adiabatyczne kontaktowanie powietrza z dużą ilością wody,
- mieszanie powietrza o różnych wilgotnościach bezwzględnych.

Suszenie powietrza może być realizowane przez:

- wykraplanie pary wodnej na powierzchniach o temperaturze niższej niż temperatura punktu rosy,
- pochłanianie pary wodnej przez ciecz (absorpcja),
- pochłanianie pary wodnej przez porowate ciało stałe (adsorpcja).

Na rys. 5.1 przedstawiono wykres Molliera ( $i - Y$ ) do graficznej interpretacji przykładów i zadań przedstawionych w tym rozdziale.

### 7.5.1. Mieszanie powietrza z wodą lub parą wodną

Proces nawilżania powietrza można traktować jak mieszanie powietrza o określonym stanie ( $Y_1, i_1$ ) z czynnikiem (woda, para wodna), którego stan określany jest w nieskończoności ( $G_{s2} = 0, Y_2 \rightarrow \infty$ ) (rys. 5.2).

Oznaczając ilość wilgoci przejmowanej przez powietrze w trakcie procesu nawilżania jako  $W$ , równania bilansu masy i ciepła przedstawiają zależności (5.1) i (5.2), gdzie:  $i_w$  – entalpia doprowadzanej wilgoci (wody lub pary wodnej).

Ze wzorów (5.1) i (5.2) określane są parametry powietrza zmieszanego ( $Y_M, i_M$ ), zgodnie z zależnością (5.3) określającą kierunek przebiegu zmian stanu powietrza przy jego mieszaniu z wodą lub parą wodną.

### 7.5.2. Skala kierunkowa na wykresie $i - Y$

Skala kierunkowa dotyczy linii stałych wartości  $\Delta i/\Delta Y$  i znajduje się na obrzeżu wykresu  $i - Y$ . Wszystkie te linie przechodzą przez początek układu współrzędnych (biegun  $P$ ) wykresu  $i - Y$  (rys. 5.2). Jeżeli dla procesu nawilżania znana jest wartość stosunku  $\Delta i/\Delta Y$  oraz jeden ze stanów powietrza w procesie, to linia ilustrująca ten proces na wykresie  $i - Y$  jest równoległa do linii kierunkowej o wartości  $\Delta i/\Delta Y$  i przechodzi przez punkt charakteryzujący dany stan powietrza.

Na rys. 5.2 przedstawiono sposób korzystania ze skali kierunkowej. Najpierw należy nanieść stan odpowiadający punktowi 1. Z punktu 1 wykreślono promień o nachyleniu  $\Delta i/\Delta Y$  aż do wartości stanu odpowiadającego wartości  $Y_{MP}$  obliczonej z równania (5.1). W ten sposób wyznaczono punkt  $M$ .



### 7.5.3. Kolumny do nawilżania powietrza

Wysokość kolumny do nawilżania powietrza jest wyznaczana z zależności (5.4) lub (5.5). Poszczególne symbole oznaczają:

- $g_G$  – masowa prędkość przepływu powietrza w przeliczeniu na powietrze suche,  $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ ,
- $(k_y \cdot a)$  – objętościowy współczynnik wnikania masy,  $\text{kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{s})$ ,
- $Y_z$  – wilgotność bezwzględna powietrza na granicy rozdziału faz woda–powietrze,
- $Y$  – wilgotność bezwzględna powietrza,
- $(h \cdot a)$  – objętościowy współczynnik wnikania ciepła,  $\text{W}/(\text{m}^3 \cdot \text{s})$ ,
- $T_{G1}, T_{G2}$  – temperatura gazu, odpowiednio na wlocie i wylocie z aparatu.

Jeżeli  $Y_z = \text{const}$ , to równanie (5.4) przyjmuje postać (5.6), natomiast scałkowanie równania (5.5) prowadzi do zależności (5.7).

### 7.5.4. Aparaty do suszenia powietrza przez wykraplanie pary wodnej

Na podstawie bilansu cieplnego, obejmującego np. dolny przekrój aparatu (rys. 5.4), wyprowadzono równanie linii operacyjnej (5.8). Wysokość aparatu do suszenia powietrza należy obliczać z zależności (5.9). Sposób znajdowania związanym ze sobą wielkości  $i_G$  i  $i_{Gz}$  przedstawiono na rys. 5.5.

### 7.5.5. Chłodnie kominowe

Schemat przepływu strumieni wody i powietrza w chłodni kominowej przedstawiono na rys. 5.6. Równanie linii operacyjnej procesu przeciwprądowego chłodzenia wody powietrzem wynika z bilansu cieplnego wieży chłodniczej i ma postać (5.8).

Wysokość wieży do chłodzenia gorącej wody należy obliczać z równania (5.10), w którym  $(k_y \cdot a)$  jest objętościowym współczynnikiem wnikania masy,  $\text{kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{s})$ . Sposób znajdowania wielkości  $i_G$  i  $i_{Gz}$  podano na rys. 5.6. Całkę w równaniu (5.10) można wyznaczyć graficznie, sporządzając wykres w układzie współrzędnych  $(i_G, 1/(i_{Gz} - i_G))$ .

Graniczny przebieg linii operacyjnej występuje w przypadku, gdy jest ona styczna do linii równowagowej ( $\varphi = 1$ ).

Teoretycznie można ochłodzić wodę do temperatury mokrego termometru powietrza, jednak w praktyce końcowa temperatura wody jest wyższa od tej temperatury.

**Uwaga:** We wszystkich przykładach i zadaniach przyjęto  $P = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

## PRZYKŁAD 5.1

Suche powietrze o temperaturze  $T_1 = 30^\circ\text{C}$  jest nawilżane wodą o temperaturze  $T = 18^\circ\text{C}$ . Określić, ile wody należy dodać, aby doprowadzić powietrze do stanu nasycenia, oraz wyznaczyć temperaturę powietrza w stanie końcowym.

## PRZYKŁAD 5.2

Powietrze o temperaturze  $T_1 = -10^\circ\text{C}$  i wilgotności względnej  $\varphi_1 = 0,9$  należy doprowadzić do stanu o temperaturze  $T_2 = 22^\circ\text{C}$  i wilgotności  $\varphi_2 = 0,6$ . Należy rozważyć dwa warianty prowadzenia procesu:

- a) ogrzewanie w wymienniku przeponowym i nawilżanie adiabatyczne przy użyciu rozpylonej wody,
- b) ogrzewanie powietrza do temperatury niższej niż w wariantcie a) i nawilżanie przy użyciu pary nasyconej o ciśnieniu 98 070 Pa.

Wyznaczyć temperatury, do których w obu wariantach należy ogrzać powietrze. Określić także, ile ciepła należy doprowadzić do 500 kg powietrza (w przeliczeniu na powietrze suche) oraz ile wody i pary wchłonie powietrze.

## PRZYKŁAD 5.3

Do celów produkcyjnych potrzebny jest strumień powietrza wilgotnego o temperaturze  $T_4 = 70^\circ\text{C}$  i wilgotności względnej  $\varphi_4 = 0,2$  o natężeniu przepływu  $G_4 = 6000$  kg/h. Powietrze atmosferyczne ma temperaturę  $T_1 = 20^\circ\text{C}$  i temperaturę mokrego termometru  $T_{w1} = 15^\circ\text{C}$ . Powietrze to poddaje się wstępnemu ogrzaniu, adiabatycznemu nawilżaniu do żądanej zawartości wilgoci oraz ponownemu ogrzaniu do zadanej temperatury (rys. 5.9). Moc urządzenia do podgrzewania powietrza po nawilżeniu wynosi  $\dot{Q}_{3-4} = 54$  kW. Objętościowy współczynnik wnikania ciepła między powietrzem a wodą w nawilżaczu wynosi  $(h \cdot a) = 1460$  W/(m<sup>3</sup>·K). Pomijając straty ciepła, obliczyć:

1. Temperaturę powietrza przed nawilżaniem  $T_2$  i po nawilżaniu  $T_3$ .
2. Moc cieplną  $\dot{Q}_{1-2}$  dostarczoną do powietrza w podgrzewaczu wstępnym.
3. Objętość nawilżacza  $V$ .

Schemat procesów ogrzewania i nawilżania przedstawiono na rys. 5.9.

## PRZYKŁAD 5.4

W kolumnie z wypełnieniem należy osuszyć 6000 kg/h powietrza (w przeliczeniu na powietrze suche) za pomocą zimnej wody o temperaturze początkowej  $T_{L2} = 8^\circ\text{C}$ . Końcowa wilgotność bezwzględna powietrza powinna wynosić  $Y_2 = 0,0106$  kg/kg, a temperatura  $T_2 = 15^\circ\text{C}$ . Powietrze wlotowe do kolumny jest nasycone parą wodną ( $\varphi = 1$ ) i ma temperaturę  $T_1 = 40^\circ\text{C}$ . Końcowa temperatura wody powinna wynosić  $T_{L2} = 27^\circ\text{C}$ . Straty ciepła pominąć. Jakie powinno być masowe natężenie przepływu wody, aby zrealizować proces?



## PRZYKŁAD 5.5

Obliczyć średnicę i wysokość wypełnienia kratowego kolumny do chłodzenia wody obiegowej w ilości  $L = 37\,800$  kg/h od temperatury  $T_{L1} = 55^\circ\text{C}$  do temperatury  $T_{L2} = 32^\circ\text{C}$  przez kontakt przeciwpądowy z powietrzem atmosferycznym, którego temperatura mokrego termometru wynosi  $T_w = 21^\circ\text{C}$ . Ustalono, że natężenie przepływu powietrza ma być o 32% większe od minimalnego (w przeliczeniu na powietrze suche) oraz że prędkość masowa powietrza wynosi  $8345$  kg/(m<sup>2</sup>·h). Przyjmując  $h_{0G} = 3$  m.

## ZADANIE 5.1

Powietrze o temperaturze  $T_1 = 20^\circ\text{C}$  i wilgotności względnej  $\varphi_1 = 0,6$  (stan 1) jest podgrzewane w grzejniku do temperatury  $95^\circ\text{C}$ , po czym skierowane do suszarki, gdzie ulega nawilżaniu adiabatycznemu. Suszarkę opuszcza powietrze o temperaturze  $35^\circ\text{C}$  (stan 2). Obliczyć różnicę wilgotności bezwzględnej powietrza i różnicę entalpii dla powietrza w stanie (2) i stanie (1). Zadanie rozwiązać graficznie i analitycznie.

Odpowiedź:  $\Delta Y = 0,0231$  kg/kg;  $\Delta i = 72$  kJ/kg.

## ZADANIE 5.2

Bielizna po praniu wysycha powieszona na sznurze w ogrodzie. Jaka będzie jej temperatura w czasie schnięcia (przy pominięciu wpływu promieniowania słonecznego) dla następujących parametrów powietrza atmosferycznego:

a)  $T_1 = 20^\circ\text{C}$ ,  $\varphi_1 = 0,6$  (lato),

b)  $T_1 = 4^\circ\text{C}$ ,  $\varphi_1 = 0,3$  (zima).

Odpowiedź: a)  $T = 15,5^\circ\text{C}$ ; b)  $T = -1,5^\circ\text{C}$ .

## ZADANIE 5.3

Do jakiej najniższej temperatury można oziębic Coca-Colę w butelce, jeśli zawinie się ją w dostatecznie mokrą tkaninę i skieruje na nią strumień powietrza? Temperatura powietrza wynosi  $T_1 = 25^\circ\text{C}$ , zaś wilgotność względna  $\varphi_1 = 0,4$ . Zadanie rozwiązać graficznie.

Odpowiedź:  $T = 16^\circ\text{C}$ .

## ZADANIE 5.4

Do celów produkcyjnych potrzebne jest powietrze o wilgotności bezwzględnej  $Y_2 = 0,039$  kg/kg i temperaturze o  $4^\circ\text{C}$  wyższej od temperatury punktu rosy, odpowiadającej temu stanowi powietrza. Powietrze pobierane z otoczenia ma temperaturę  $T_1 = 30^\circ\text{C}$  i wilgotność bezwzględną  $Y_1 = 0,025$  kg/kg. Wymagane parametry powietrza uzyskuje się w ten sposób, że powietrze atmosferyczne poddaje się ogrzaniu, a następnie adiabatycznemu nawilżaniu. Moc podgrzewacza wynosi  $100$  kW.



Objętość komory nawilżającej wynosi  $V = 3,5 \text{ m}^3$ . Straty ciepła pominać.

Obliczyć:

- 1) temperaturę  $T'_1$ , do której należy ogrzać powietrze przed nawilżaczem,
- 2) natężenie przepływu powietrza uzyskiwanego z instalacji  $G_s$ ,
- 3) objętościowy współczynnik wnikania ciepła  $(h \cdot a)$  w nawilżaczu.

Odpowiedź:  $T'_1 = 74^\circ\text{C}$ ;  $G_s = 7920 \text{ kg/h}$ ;  $(h \cdot a) = 1690 \text{ W}/(\text{m}^3 \cdot \text{K})$ .

#### ZADANIE 5.5

W kolumnie wypełnionej koksem należy osuszyć powietrze nasycone parą wodną ( $\varphi = 1$ ). Powietrze to dopływa w ilości  $1 \text{ m}^3/\text{s}$  i ma temperaturę  $35^\circ\text{C}$ . Końcowa temperatura powietrza winna wynosić  $15^\circ\text{C}$ . Czynnikiem chłodzącym jest woda o początkowej temperaturze  $10^\circ\text{C}$ . Jaka musi być wysokość i średnica kolumny, jeżeli dla tego typu wypełnienia przy masowych prędkościach przepływów: wody  $g_L = 0,32 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$  oraz powietrza  $g_G = 1,4 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ , objętościowy współczynnik wnikania masy  $(k_Y \cdot a) = 0,346 \cdot 10^{-5} \text{ kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{s})$ .

Odpowiedź:  $D = 2 \text{ m}$ ;  $H = 6,1 \text{ m}$ .

#### ZADANIE 5.6

Należy ochłodzić  $80\,000 \text{ kg/h}$  gorącej wody od temperatury  $60^\circ\text{C}$  do  $30^\circ\text{C}$ . Proces prowadzi się w kolumnie z wypełnieniem z zastosowaniem nadmuchu powietrza o temperaturze  $20^\circ\text{C}$  i wilgotności względnej  $0,5$ . Badania laboratoryjne kolumny z podobnym wypełnieniem wykazały, że przy prędkości masowej przepływu powietrza suchego  $g_G = 4000 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{h})$  oraz wody  $g_L = 8000 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{h})$  objętościowy współczynnik wnikania masy wynosi  $(k_Y \cdot a) = 2200 \text{ kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{h})$ . Obliczyć średnicę i wysokość warstwy wypełnienia przy założeniu, że w kolumnie przemysłowej będą stosowane prędkości masowe przepływu powietrza i wody jak w kolumnie laboratoryjnej.

Odpowiedź:  $D = 2,8 \text{ m}$ ;  $H = 10,7 \text{ m}$ .

#### ZADANIE 5.7

W wieży chłodniczej z wypełnieniem  $35\,000 \text{ kg/h}$  gorąca woda jest chłodzona od temperatury  $60^\circ\text{C}$  do  $25^\circ\text{C}$ . Temperatura mokrego termometru powietrza wlotowego wynosi  $20^\circ\text{C}$ . Prędkość masowa wody wynosi  $g_L = 5000 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{h})$ . Powietrze przepływa w przeciwnym kierunku do wody z prędkością pozorną na wlocie  $0,2 \text{ m/s}$ . Dla warunków pracy kolumny współczynnik wnikania masy wynosi  $(k_Y \cdot a) = 1750 \text{ kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{h})$ . Średnica wieży wynosi  $3 \text{ m}$ . Obliczyć wysokość warstwy wypełnienia.

Odpowiedź:  $H = 8,94 \text{ m}$ .

## 7.6. SUSZENIE CIAŁ STAŁYCH

Podczas suszenia ciał stałych zachodzi zmniejszanie zawartości wilgoci w materiale suszonym w wyniku kontaktu z gazem. Jednocześnie następuje nawilżanie gazu.

Różnica (tzw. psychrometryczna) temperatur ( $T - T_w$ ) charakteryzuje zdolność powietrza do odparowania wilgoci z ciała stałego i nazywa się potencjałem suszenia.

Proces suszenia przebiega teoretycznie według „linii mokrego termometru” przy niezmiennym wzroście entalpii. Dlatego często w zagadnieniach praktycznych pomija się wpływ temperatury wody i przyjmuje się, że linia nawilżania przebiega wzdłuż linii stałej entalpii.

### 7.6.1. Bilans masowy suszarki teoretycznej

Wilgotność materiału (ciała stałego)  $u$  jest to stosunek masy wilgoci  $W$  do masy materiału wilgotnego  $S'$  (6.1).

Zawartość wilgoci  $z$  (wilgotność bezwzględna) jest to stosunek masy wilgoci do masy materiału suchego  $S$ , wyrażony zależnością (6.2). Wzajemne relacje między wielkościami  $u$  i  $z$  przedstawiają wzory (6.3) i (6.4). Bilans masowy wilgoci podczas suszenia jest opisany zależnościami (6.5), (6.6) i (6.7).

Suszenie ciał stałych może zachodzić w sposób okresowy lub ciągły. W pierwszym przypadku występuje wilgotność początkowa i końcowa. W procesie ciągłym występują natomiast wilgotności na wlocie i wylocie z suszarki. Ponadto w procesie okresowym występują masy substancji, a w ciągłym – masowe natężenia przepływu. We wzorach 6.5, 6.6. i 6.7 poszczególne symbole oznaczają:

$in$  (indeks) – stan początkowy lub wlot,

$out$  (indeks) – stan końcowy lub wylot,

$S$  – masa lub masowe natężenie przepływu materiału absolutnie suchego, kg lub kg/s,

$W$  – masa lub masowe natężenie przepływu wilgoci usuniętej w trakcie suszenia, kg lub kg/s,

$S'_{in}$  – masa lub masowe natężenie przepływu materiału wprowadzonego do suszarki, kg lub kg/s,

$S'_{out}$  – masa lub masowe natężenie przepływu materiału wyprowadzonego z suszarki, kg lub kg/s.

Zużycie powietrza (w przeliczeniu na powietrze suche) do odparowania kilograma wilgoci oblicza się ze wzoru (6.8). Ogólne zużycie powietrza suchego, niezbędnego do usunięcia odparowanej wilgoci, wyraża zależność (6.9), w której  $G_s$  – masa lub masowe natężenie przepływu powietrza suchego, kg lub kg/s.



### 7.6.2. Bilans cieplny suszarki teoretycznej

Zużycie ciepła w podgrzewaczu przedstawia wzór (6.10). Dla suszarki teoretycznej ( $i = \text{const}$ ) obowiązuje wzór (6.11).

Wprowadza się wielkość  $\Delta$ , określoną wzorem (6.12). Poszczególne symbole oznaczają:

- $i_0$  – początkowa entalpia powietrza, kJ/kg,
- $i_1$  – entalpia powietrza za podgrzewaczem, kJ/kg,
- $i_2$  – entalpia powietrza na wylocie z suszarki, kJ/kg.

Zużycie ciepła przypadające na 1 kg odparowanej wilgoci (zużycie ciepła właściwe) dla suszarki teoretycznej wynika z równania (6.11) i jest określone wzorem (6.13). Dla suszarki rzeczywistej właściwe zużycie ciepła należy obliczać według wzoru (6.14) wynikającego z wyrażenia (6.10). Uwzględniając zależności (6.9), (6.12) i (6.13) otrzymuje się wzór (6.15).

- Dla  $\Delta > 0$  entalpia powietrza wylotowego jest większa od entalpii powietrza za podgrzewaczem zewnętrznym ( $i_2 > i_1$ ).
- Dla  $\Delta < 0$  zachodzi  $i_2 < i_1$ .
- Jeżeli  $\Delta = 0$ , to  $i_2 = i_1$ . Oznacza to, że proces suszenia odbywa się przy stałej entalpii powietrza.

### 7.6.3. Kinetyka suszenia

Szybkość suszenia  $w_D$  jest to ilość wilgoci  $W$  usuwanej w jednostce czasu  $t$  z jednostki powierzchni suszonej  $A$ , kg/(m<sup>2</sup>·s) (6.16).

Na podstawie badań doświadczalnych otrzymuje się tzw. krzywą szybkości suszenia  $w_D = f(z)$ , która jest zależnością między szybkością suszenia a zawartością wilgoci w ciele stałym. Krzywa szybkości suszenia przedstawiona na rys. 6.1 odpowiada stałym parametrom powietrza suszącego.

Szybkość suszenia może być wyrażona przez współczynnik wnikania masy lub współczynnik wnikania ciepła w fazie gazowej (wzór (6.17)), w którym:

- $Y_w, Y$  – odpowiednio wilgotność bezwzględna powietrza przy powierzchni ciała stałego i w głębi fazy gazowej,
- $T_w, T$  – temperatura na powierzchni ciała stałego i w głębi fazy gazowej,
- $h$  – współczynnik wnikania ciepła,
- $k_y$  – współczynnik wnikania masy,
- $r_w$  – ciepło parowania w temperaturze  $T_w$ .

### 7.6.4. Czas suszenia przy stałych parametrach powietrza suszącego

Ze względu na odmienny charakter szybkości suszenia w różnych okresach (rys. 6.1) czas suszenia oblicza się oddzielnie dla pierwszego i drugiego okresu suszenia.



W pierwszym okresie suszenia (okres stałej szybkości suszenia) czas suszenia oblicza się z wyrażenia (6.18), gdzie:

$w_{DI}$  – szybkość suszenia w pierwszym okresie,  $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ ,

$z_1$  – początkowa zawartość wilgoci materiału suszonego,

$z_{cr}$  – krytyczna zawartość wilgoci (zawartość wilgoci między I a II okresem suszenia),

$z_{eq}$  – równowagowa zawartość wilgoci (zawartość wilgoci w stanie równowagi z parą zawartą w czynniku suszącym),

$K_1$  – stała suszenia,  $\text{s}^{-1}$ .

W drugim okresie (okres malejącej szybkości suszenia) czas suszenia oblicza się z zależności (6.19), gdzie:  $z_2$  – końcowa zawartość wilgoci materiału suszonego.

W przypadku gdy znana jest zależność  $w_{DI} = f(z)$ , jedną z metod obliczenia całki w (6.19) jest całkowanie graficzne przez sporządzenie wykresu w układzie współrzędnych ( $z, 1/w_{DI}$ ).

Krzywa szybkości suszenia w drugim okresie jest często przybliżana linią prostą i wtedy obowiązuje zależność (6.20). Przez podstawienie (6.20) do (6.19) i scałkowanie otrzymuje się wyrażenie (6.21).

Całkowity czas suszenia jest sumą czasu suszenia w pierwszym i drugim okresie, co po uwzględnieniu (6.18) i (6.21) daje wzór (6.22).

### 7.6.5. Siła napędowa procesu suszenia

Siła napędowa procesu suszenia w pierwszym okresie może być wyrażona przez różnicę temperatur powietrza i powierzchni materiału. Przyjmując, że temperatura materiału jest równa temperaturze mokrego termometru, otrzymuje się zależność (6.23), w której:

$T_{in}$  – temperatura powietrza na wlocie,

$T_{out}$  – temperatura powietrza na wylocie.

**Uwaga:** We wszystkich przykładach i zadaniach przyjęto  $P = 10^5 \text{ Pa}$ .

#### PRZYKŁAD 6.1

Obliczyć, ile kilogramów wody należy odparować z  $S'_{in} = 100 \text{ kg}$  ciała stałego, aby obniżyć jego wilgotność z  $u_{in1} = 0,80 \text{ kg/kg}$  do  $u_{out} = 0,05 \text{ kg/kg}$ . O ile zmniejszy się ilość odparowanej wody, jeżeli odwirowano wstępnie materiał do wilgotności  $u_{in2} = 0,70$  (wszystkie wilgotności są odniesione do masy materiału wilgotnego).

#### PRZYKŁAD 6.2

Do suszarki należy dostarczyć powietrze o temperaturze  $T_3 = 50^\circ\text{C}$  i wilgotności względnej  $\phi_3 = 0,2$ . Do dyspozycji jest powietrze atmosferyczne o temperaturze  $T_1 = 17^\circ\text{C}$  i wilgotności względnej  $\phi_1 = 0,5$  oraz przegrzana para wodna o entalpii

3143 kJ/kg. Żądane parametry powietrza osiąga się w ten sposób (rys. 6.2), że po dodaniu pary nawilżone powietrze podgrzewa się do temperatury  $T_3$ . Do suszarki doprowadza się  $S'_m = 500$  kg/h materiału wilgotnego o wilgotności  $u_{in} = 0,809$ . Żądana wilgotność na wylocie wynosi  $u_{out} = 0,20$ . Obliczyć zapotrzebowanie na powietrze atmosferyczne, zapotrzebowanie na parę wodną oraz moce cieplne podgrzewacza zewnętrznego i wewnętrznego (w suszarce), jeżeli wiadomo, że powietrze opuszczające suszarkę ma temperaturę  $T_4 = 36^\circ\text{C}$  i temperaturę mokrego termometru  $T_{w4} = 34,5^\circ\text{C}$ . W równaniu psychrometru przyjąć  $A = 65,8 \cdot 10^{-5}$ , 1/K. Straty ciepła pominąć.

### PRZYKŁAD 6.3

Do suszarki teoretycznej doprowadzane jest  $S'_m = 200$  kg/h materiału wilgotnego o wilgotności 0,199 kg wilgoci/kg materiału wilgotnego. Jako czynnika suszącego używa się mieszaniny powietrza atmosferycznego i odlotowego z suszarki. Stosunek natężeń przepływów wilgotnego powietrza zawracanego do świeżego (strumień świeży w przeliczeniu na powietrze suche) wynosi  $G_3:G_{s1} = 1:3$ . Powietrze pobierane z otoczenia ma temperaturę  $T_1 = 25^\circ\text{C}$  i temperaturę punktu rosy  $T_{d1} = 10^\circ\text{C}$ . Natężenie przepływu powietrza wilgotnego na wlocie do suszarki wynosi  $G_2 = 2000$  kg/h, a jego temperatura  $T_2 = 73^\circ\text{C}$ . Ciśnienie pary wodnej w powietrzu opuszczającym suszarkę wynosi  $p_{A3} = 4489$  Pa. Obliczyć wilgotność materiału suszonego na wylocie z suszarki  $u_{out}$  i parametry powietrza po zmieszaniu  $Y_M, i_M$ .

### PRZYKŁAD 6.4

Do suszarki doprowadzane jest  $S = 10$  kg/s materiału o zawartości wilgoci  $z_{in} = 0,055$ . Suszarkę opuszcza wysuszony materiał o zawartości wilgoci  $z_{out} = 0,011$ . Czynnikiem suszącym jest powietrze atmosferyczne o temperaturze  $T_0 = -10^\circ\text{C}$  i wilgotności względnej  $\phi_0 = 0,85$ . Powietrze przed wprowadzeniem do suszarki jest ogrzewane do temperatury  $T_1 = 110^\circ\text{C}$ . Powietrze na wylocie z suszarki ma temperaturę  $T_2 = 60^\circ\text{C}$  i wilgotność względną  $\phi_2 = 0,20$ . Obliczyć natężenie przepływu powietrza oraz moc cieplną podgrzewacza, niezbędne do realizacji procesu suszenia. Ciśnienie nasyconej pary wodnej w temperaturze  $-10^\circ\text{C}$  wynosi 260 Pa.

### PRZYKŁAD 6.5

W suszarce teoretycznej jest suszony materiał dopływający z wydajnością  $S'_m = 100$  kg/h. Wilgotność materiału na wlocie wynosi  $u_{in} = 0,30$ , zaś na wylocie  $u_{out} = 0,08$ . Powietrze atmosferyczne, używane jako czynnik suszący, ma temperaturę  $T_A = 22^\circ\text{C}$  i wilgotność bezwzględną  $Y_A = 0,01$  kg/kg. Powietrze wylotowe ma temperaturę  $T_C = 30^\circ\text{C}$  i wilgotność bezwzględną  $Y_C = 0,0195$  kg/kg. Obliczyć zużycie ciepła i zużycie powietrza na 1 kg odparowanej wilgoci, rozpatrując następujące warianty realizacji procesu:



- a) w suszarce prostej (rys. 6.4a),
- b) w suszarce z międzystrefowym podgrzewaczem (rys. 6.4b); powietrze w I podgrzewaczu jest ogrzewane do  $T_E = 40^\circ\text{C}$ ; na wylocie z I suszarki zawartość wilgoci w powietrzu zwiększa się do wartości  $Y_D = 0,015 \text{ kg/kg}$ ,
- c) w suszarce z recyrkulacją (rys. 6.4c) części powietrza; przy czym stosunek mas powietrza świeżego do zawracanego wynosi  $G_{sA}:G_{sC} = 0,7$ ,
- d) w suszarce z dodatkowym podgrzewaczem wewnętrznym (rys. 6.4d) przy założeniu, że w podgrzewaczu zewnętrznym powietrze zostaje ogrzane do temperatury  $T_H = 30^\circ\text{C}$ , a podgrzewacz wewnętrzny utrzymuje izotermiczne warunki suszenia.

### PRZYKŁAD 6.6

Wykorzystując wyniki obliczeń przykładu 6.5, porównać potencjały suszenia (6.23) dla rozpatrywanych wariantów prowadzenia procesu. Suszenie przebiega w I okresie.

### PRZYKŁAD 6.7

Pewien materiał suszy się od wilgotności początkowej  $u_{in} = 0,25$  do końcowej  $u_{out} = 0,06$ . Masa początkowa materiału wilgotnego wynosi  $S'_{in} = 53,26 \text{ kg}$ . Przebieg procesu suszenia obrazuje krzywa szybkości suszenia (rys. 6.1). Powierzchnia suszenia wynosi  $A = 1 \text{ m}^2$ . Obliczyć czas suszenia.

### ZADANIE 6.1

W suszarce teoretycznej suszy się  $S'_{in} = 200 \text{ kg/h}$  materiału wilgotnego od wilgotności  $u_{in} = 0,30$ . Jako czynnik suszący stosowana jest mieszanina powietrza atmosferycznego i odlotowego. Stosunek ilości powietrza odlotowego zawracanego do podgrzewacza (w przeliczeniu na powietrze suche) do wprowadzanego atmosferycznego (w przeliczeniu na powietrze wilgotne) wynosi  $G_{s3}:G_1 = 2:3$ . Aby osiągnąć wymaganą wilgotność końcową materiału suszonego, niezbędne jest  $G_2 = 4000 \text{ kg/h}$  powietrza o wilgotności bezwzględnej  $Y_2$ . Powietrze atmosferyczne pobierane z otoczenia ma wilgotność bezwzględną  $Y_1 = 0,0083 \text{ kg/kg}$  i temperaturę mokrego termometru  $T_{w1} = 15^\circ\text{C}$ . Temperatura powietrza po opuszczeniu podgrzewacza wynosi  $T_2 = 52^\circ\text{C}$ . Prężność pary wodnej w powietrzu opuszczającym suszarkę wynosi  $p_3 = 3167 \text{ Pa}$ . Obliczyć wilgotność końcową materiału suszonego  $u_{out}$  oraz parametry powietrza po zmieszaniu:  $Y_M, i_M$ .

Odpowiedź:  $u_{out} = 19\%$ ;  $Y_M = 0,013 \text{ kg/kg}$ ;  $i_M = 59,9 \text{ kJ/kg}$ .

### ZADANIE 6.2

Należy wysuszyć  $S = 800 \text{ kg/h}$  materiału od wilgotności  $u_m = 0,38$  do wilgotności  $u_{out} = 0,08$ . Do suszarki doprowadza się powietrze otrzymane przez zmieszanie



powietrza atmosferycznego i odlotowego w stosunku  $G_{s1}:G_{s3} = 3$ . Powietrze atmosferyczne ma temperaturę  $T_1 = 25^\circ\text{C}$  i temperaturę mokrego termometru  $T_{w1} = 20^\circ\text{C}$ . Powietrze odlotowe z suszarki charakteryzuje się wilgotnością względną  $\phi_3 = 0,7$  i temperaturą  $T_3 = 40^\circ\text{C}$ .

Obliczyć:

1. Niezbędną moc podgrzewacza  $Q$ , jeśli straty ciepła w podgrzewaczu wynoszą 7%, a straty ciepła w suszarce 13% ciepła teoretycznie niezbędnego do odparowania wilgoci.
2. Powierzchnię podgrzewacza powietrza  $A$ , jeżeli ogrzewanie prowadzi się przy użyciu nasyconej pary wodnej o ciśnieniu 270,1 kPa. Przyjąć współczynnik przenikania ciepła  $U = 35 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ .
3. Temperaturę, do której należy podgrzać powietrze w podgrzewaczu  $T_2$ .

Odpowiedź:  $Q = 392,3 \text{ kW}$ ;  $A = 198,9 \text{ m}^2$ ;  $T_2 = 89,1^\circ\text{C}$ .

### ZADANIE 6.3

W suszarce teoretycznej jest suszony materiał od wilgotności początkowej  $u_{in} = 0,60$  do końcowej  $u_{out} = 0,05$ . Natężenie masowe przepływu materiału suszonego wynosi  $S'_{in} = 200 \text{ kg/h}$ . Jako czynnika suszącego używa się mieszaniny powietrza, otrzymanej przez zmieszanie powietrza atmosferycznego i odlotowego z suszarki, wziętych w stosunku 1:3 (w przeliczeniu na powietrze suche). Powietrze atmosferyczne ma temperaturę  $T_1 = 25^\circ\text{C}$  i temperaturę punktu rosy  $T_{d1} = 10^\circ\text{C}$ . Temperatura powietrza odlotowego z suszarki wynosi  $T_2 = 40^\circ\text{C}$ . Proces suszenia przebiega przy entalpii  $i_2 = 125,7 \text{ kJ/kg}$ .

Obliczyć:

1. Parametry powietrza po zmieszaniu:  $Y_M$ ,  $T_M$ ,  $i_M$ .
2. Temperaturę powietrza przed wejściem do suszarki  $T_3$ .
3. Natężenia przepływu powietrza atmosferycznego ( $G_{s1}$ ,  $G_1$ ) i odlotowego ( $G_{s3}$ ,  $G_3$ ).
4. Masowe natężenie przepływu nasyconej pary grzejnej  $G_{pary}$  (w podgrzewaczu) o ciśnieniu 198,4 kPa i wilgotności 10%. Straty ciepła w podgrzewaczu wynoszą 10% ciepła teoretycznie niezbędnego do odparowania wilgoci.
5. Współczynnik przenikania ciepła w podgrzewaczu, jeżeli powierzchnia podgrzewacza wynosi  $A = 40 \text{ m}^2$ .

Odpowiedź:  $Y_M = 0,027 \text{ kg/kg}$ ;  $i_M = 105,7 \text{ kJ/kg}$ ;  $T_M = 36^\circ\text{C}$ ;  $T_3 = 54,9^\circ\text{C}$ ;  
 $G_{s1} = 4135 \text{ kg/h}$ ;  $G_1 = 4149 \text{ kg/h}$ ;  $G_{s3} = 12\,410 \text{ kg/h}$ ;  
 $G_3 = 12\,830 \text{ kg/h}$ ;  $G_{pary} = 183,6 \text{ kg/h}$ ;  $U = 33,9 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ .

### ZADANIE 6.4

Do wysuszenia pewnego materiału od wilgotności początkowej  $u_{in} = 0,60$  do końcowej  $u_{out} = 0,05$  stosowane jest powietrze o temperaturze  $T_3 = 70^\circ\text{C}$  i wilgot-

ności względnej  $\phi_3 = 0,2$ . Powietrze do realizacji procesu pobierane jest z otoczenia i ma wilgotność bezwzględną  $Y_1 = 0,0083$  kg/kg i temperaturę mokrego termometru  $T_{w1} = 15^\circ\text{C}$ . Powietrze osiąga parametry wymagane do suszenia w ten sposób, że ulega podgrzaniu, a następnie adiabatycznemu nawilżaniu przy entalpii  $i_2 = 178,3$  kJ/kg suchego powietrza. Suszenie przebiega przy entalpii  $i_2 = i_3$  do osiągnięcia wilgotności bezwzględnej  $Y_4 = 0,057$  kg/kg. Wiedząc, że do dyspozycji jest wentylator o wydatku 6000 kg/h, obliczyć:

1. Ilość materiału doprowadzanego do suszarki w jednostce czasu  $S'_{in}$ .
2. Temperaturę powietrza atmosferycznego  $T_1$ .
3. Temperaturę powietrza odlotowego z suszarki  $T_4$ .
4. Moc podgrzewacza  $Q$ .

Odpowiedź:  $S'_{in} = 159,3$  kg/h;  $T_1 = 21^\circ\text{C}$ ;  $T_4 = 32,6^\circ\text{C}$ ;  $Q = 217,7$  kW.

### ZADANIE 6.5

Do suszarki teoretycznej, pracującej z międzystrefowym podgrzewaniem powietrza, wprowadza się  $S'_{in} = 1800$  kg/h materiału wilgotnego o wilgotności początkowej  $u_{in} = 0,39$ . Wilgotność końcowa ma osiągnąć wartość  $u_{out} = 0,08$ . Powietrze wylotowe z suszarki ma temperaturę  $T_5 = 45^\circ\text{C}$ , zaś temperatura powietrza atmosferycznego wynosi  $T_1 = 30^\circ\text{C}$ . Urządzenie suszarnicze wyposażone jest w dwa podgrzewacze – w każdym powietrze ogrzewa się do  $70^\circ\text{C}$ . Za każdym podgrzewaczem powietrze nawilża się do wilgotności względnej  $\phi = 0,7$ .

Obliczyć:

1. Zapotrzebowanie powietrza  $G_s$ .
2. Zapotrzebowanie nasyconej pary grzejnej w podgrzewaczach  $G_{pary}$ . Do ogrzewania zastosowano parę o ciśnieniu 294,2 kPa i wilgotności 5%.

Odpowiedź:  $G_s = 27\,570$  kg/h;  $G_{pary} = 974,1$  kg/h.

### ZADANIE 6.6

Przyjmując warunki i dane przykładu 6.7, rozwiązać zadanie, stosując do obliczenia czasu suszenia wzory (6.20) i (6.21).

Odpowiedź:  $t = 13,6$  h.

### ZADANIE 6.7

Materiał wilgotny został poddany suszeniu w suszarce periodycznej i w ciągu 5 godzin wilgotność spadła od początkowej  $u_{in} = 0,32$  do  $u_{out} = 0,12$ . Wilgotność krytyczna tego materiału wynosi  $u_{cr} = 0,18$ , a wilgotność równowagowa  $u_{eq} = 0,02$ . Obliczyć czas suszenia tego materiału, jeżeli wilgotność końcowa powinna wynosić  $u_f = 0,05$ .

Odpowiedź:  $\tau = 12,2$  h.

## ZADANIE 6.8

Należy wysuszyć  $S'_{inII} = 583,4$  kg/h materiału z zastosowaniem układu suszarniczego przedstawionego schematycznie na rys. 6.7.

W pierwszym etapie materiał jest suszony (przeciwprądowo) w suszarce II od wilgotności  $u_{inII} = 0,314$  do  $u_{outII} = 0,20$ , a następnie w suszarce I od  $u_{inI} = u_{outII}$  do  $u_{outI} = 0,04$ . Do suszarki I doprowadza się powietrze atmosferyczne o temperaturze  $T_0 = 20^\circ\text{C}$  i temperaturze mokrego termometru  $T_{w0} = 15^\circ\text{C}$ , podgrzane w podgrzewaczu do temperatury  $T_1 = 100^\circ\text{C}$ . Powietrze wylotowe z suszarki II ma temperaturę  $T_4 = 58^\circ\text{C}$ . 75% powietrza wylotowego z suszarki II (w przeliczeniu na powietrze suche) jest zwracane do obiegu. Podgrzewacze w pierwszym i drugim stopniu mają jednakową powierzchnię  $A_I = A_{II} = 50$  m<sup>2</sup> i są ogrzewane nasyconą parą wodną o temperaturze kondensacji  $130^\circ\text{C}$ . W podgrzewaczu suszarki I współczynnik przenikania ciepła wynosi  $U = 30$  W/(m<sup>2</sup>·K). Straty ciepła pominać.

Obliczyć:

1. Wilgotności bezwzględne powietrza:  $Y_0$ ,  $Y_2$ ,  $Y_3$  i  $Y_4$ .
2. Temperatury powietrza  $T_3$  i  $T_M$ .
3. Współczynnik przenikania ciepła w podgrzewaczu suszarki II.

Odpowiedź:  $Y_0 = 0,0087$  kg/kg;  $Y_2 = 0,029$  kg/kg;  $Y_3 = Y_M = 0,044$  kg/kg;  
 $Y_4 = 0,0495$  kg/kg;  $T_3 = 71,1^\circ\text{C}$ ;  $T_M = 56,7^\circ\text{C}$ ;  $U_{II} = 21,4$  W/(m<sup>2</sup>·K).





## AUXILIARY TABLES

Table AT-1

Solubility of NH<sub>3</sub> and SO<sub>2</sub> in water

[kg NH <sub>3</sub> or SO <sub>2</sub> per 100 kg water]	Partial pressure NH <sub>3</sub> [kPa] Temperature [°C]				Partial pressure SO <sub>2</sub> [kPa] Temperature [°C]			
	0	10	20	30	0	10	20	30
100	126.3							
90	104.7							
80	84.79	131.6						
70	66.66	104.0						
60	50.66	80.0	126.0					
50	36.66	58.53	91.46					
40	25.33	40.13	62.66	95.86				
30	15.87	25.33	39.73	60.53				
25	11.93	19.20	30.26	46.93				
20	8.532	13.80	22.13	34.66	86.12			
15	5.693	9.346	15.20	23.86	63.19	96.79		
10	3.346	5.573	9.279	14.66	41.06	63.19	93.06	
7.5	2.360	3.986	6.666	10.63	30.40	46.53	68.93	91.72
5.0	1.493	2.546	4.226	6.799	19.73	30.13	44.80	60.26
4.0		2.146	3.320	5.346	–	–	–	–
3.0		1.507	2.426	3.946	–	–	–	–
2.5			2.000	3.253	9.199	14.00	21.46	28.80
2.0			1.600	2.573	–	–	–	–
1.6				2,040	–	–	–	–
1.5				–	5.066	7.866	12.27	16.67
1.2				1.533	–	–	–	–
1.0					3.093	4.933	7.866	10.53
0.7					2.026	3.146	5.199	6.933
0.5					1.320	2.080	3.466	4.800
0.3					0.6799	1.053	1.880	2.626
0.2					0.3733	0.6133	1.133	1.573
0.15					0.2533	0.4133	0.7733	1.080
0.1					0.1600	0.2333	0.4266	0.6266
0.05					0.0800	0.1000	0.1600	0.2266
0.02					0.0333	0.0400	0.0667	0.0800

## Properties of water

Temperature $T$ [°C]	Density $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Heat capacity $c_p$ [J/(kg·K)]	Heat conduction coefficient $k$ [W/(m·K)]	Viscosity $\mu \cdot 10^3$ [kg/(m·s)]
0	999.9	4226	0.558	1.7936
5	1000.0	4206	0.568	1.5347
10	999.7	4195	0.577	1.2964
15	999.1	4187	0.587	1.1356
20	998.2	4182	0.597	0.9934
25	997.1	4178	0.606	0.8806
30	995.7	4176	0.615	0.7924
35	994.1	4175	0.624	0.7198
40	992.2	4175	0.633	0.6580
45	990.2	4176	0.640	0.6051
50	988.1	4178	0.647	0.5551
55	985.7	4179	0.652	0.5099
60	983.2	4181	0.658	0.4717
65	980.6	4184	0.663	0.4354
70	977.8	4187	0.668	0.4040
75	974.9	4190	0.671	0.3766
80	971.8	4194	0.673	0.3521
85	968.7	4198	0.676	0.3285
90	965.3	4202	0.678	0.3089
95	961.9	4206	0.680	0.2922
100	958.4	4211	0.682	0.2775
110	951.0	4224	0.684	0.2550
120	943.5	4232	0.685	0.2354
130	934.5	4250	0.686	0.2118
140	926.3	4257	0.684	0.2010
150	916.9	4270	0.680	0.1853
160	907.6	4285	0.679	0.1716



Table AT-3a

Liquid-vapor equilibrium data for two component mixture at  $P = 0.1013$  MPa  
system benzene-toluene

$x_{\text{mol}} [\%]$	$y_{\text{mol}} [\%]$	$T [^{\circ}\text{C}]$
0.0	0.0	110.0
10.0	20.8	105.3
20.0	37.2	101.5
30.0	50.7	98.0
40.0	61.9	95.0
50.0	71.3	92.3
60.0	79.1	89.7
70.0	85.7	87.3
80.0	91.2	85.0
90.0	95.9	82.7
95.0	98.0	81.4
100.0	100.0	80.1

Table AT-3b

Liquid-vapor equilibrium data for two component mixture at  $P = 0.1013$  MPa  
system carbon bisulfite-carbon tetrachloride

$x_{\text{mol}} [\%]$	$y_{\text{mol}} [\%]$	$T [^{\circ}\text{C}]$
0.0	0.0	76.7
2.96	8.23	74.9
6.15	15.55	73.1
11.06	26.60	70.3
14.35	33.25	68.6
25.85	49.50	63.8
39.08	63.4	59.3
53.18	74.7	55.3
66.30	82.9	52.3
75.74	87.8	50.4
86.04	93.2	48.5
100.0	100.0	46.3

Table AT-3c

Liquid-vapor equilibrium data for two component mixture at  $P = 0.1013$  MPa  
system acetone-benzene

$x_{\text{mol}} [\%]$	$y_{\text{mol}} [\%]$	$T [^{\circ}\text{C}]$
0.0	0.0	80.1
2.0	6.3	79.5
5.0	14.0	78.3
10.0	24.3	76.4
20.0	40.0	72.8
30.0	51.2	69.6
40.0	59.4	66.7
50.0	66.5	64.3
60.0	73.0	62.4
70.0	79.5	60.7
80.0	86.3	59.6
90.0	93.2	58.8
100.0	100.0	56.1

Table AT-3d

Liquid-vapor equilibrium data for two component mixture at  $P = 0.1013$  MPa  
system acetone-water

$x_{\text{mol}} [\%]$	$y_{\text{mol}} [\%]$	$T [^{\circ}\text{C}]$
1.0	33.5	87.8
2.3	46.2	83.0
4.1	58.5	76.5
12.0	75.6	66.2
26.4	80.2	61.8
30.0	80.9	61.1
44.4	83.2	60.0
50.6	83.7	59.7
53.8	84.0	59.5
60.9	84.7	58.9
66.1	86.0	58.5
79.3	90.0	57.4
85.0	91.7	57.1

Table AT-3e

Liquid-vapor equilibrium data for two component mixture at  $P = 0.1013$  MPa  
system acetone-ethanol

$x_{\text{mol}} [\%]$	$y_{\text{mol}} [\%]$	$T [^{\circ}\text{C}]$
0.0	0.0	78.3
5.0	15.5	75.4
10.0	26.2	73.0
15.0	34.8	71.0
20.0	41.7	69.0
25.0	47.8	67.3
30.0	52.4	65.9
40.0	60.5	63.6
50.0	67.4	61.8
60.0	73.9	60.4
70.0	80.2	59.1
80.0	86.5	58.0
90.0	92.9	57.0
100.0	100.0	56.1

Table AT-3f

Liquid-vapor equilibrium data for two component mixture at  $P = 0.1013$  MPa  
system water-acetic acid

$x_{\text{mol}} [\%]$	$y_{\text{mol}} [\%]$	$T [^{\circ}\text{C}]$
0.0	0.0	118.1
5.0	9.2	115.4
10.0	16.7	113.8
20.0	30.2	110.1
30.0	42.5	107.5
40.0	53.0	105.8
50.0	62.6	104.4
60.0	71.6	103.2
70.0	79.5	102.1
80.0	86.4	101.3
90.0	93.0	100.6
95.0	96.3	100.3
100.0	100.0	100.0

Table AT-3g

Liquid-vapor equilibrium data for two component mixture at  $P = 0.1013$  MPa  
system ethanol-water

$x_{\text{mol}} [\%]$	$y_{\text{mol}} [\%]$	$T [^{\circ}\text{C}]$
0.28	3.2	99.3
1.18	11.3	96.9
1.37	15.7	96.0
1.44	13.5	96.0
1.76	15.6	95.6
2.22	18.6	94.8
2.46	21.2	93.8
3.02	23.1	93.5
3.31	24.8	92.9
5.19	31.8	90.5
5.30	31.4	90.5
6.25	33.9	89.4
6.73	37.0	88.4
7.15	36.2	88.6
8.71	40.6	87.2
12.6	46.8	85.4
14.3	48.7	84.5
17.2	50.5	84.0

$x_{\text{mol}} [\%]$	$y_{\text{mol}} [\%]$	$T [^{\circ}\text{C}]$
20.6	53.0	83.4
21.0	52.7	83.0
25.5	55.2	82.3
28.4	56.7	82.0
32.1	58.6	81.4
32.4	58.6	81.5
34.5	59.1	81.2
40.5	61.4	80.9
43.0	62.6	80.5
44.9	63.3	80.2
50.6	66.1	80.0
54.5	67.3	79.5
66.3	73.3	78.8
73.5	77.6	78.5
80.4	81.5	78.4
91.7	90.6	78.3
100.0	100.0	78.3

Table AT-3h

Liquid-vapor equilibrium data for two component mixture  
at  $P = 0.1013$  MPa system methanol-water

$x_{\text{mol}} [\%]$	$y_{\text{mol}} [\%]$	$T [^{\circ}\text{C}]$
0.0	0.0	100.0
2.0	13.4	96.4
4.0	23.0	93.5
6.0	30.4	91.2
8.0	36.5	89.3
10.0	41.8	87.7
15.0	51.7	84.4
20.0	57.9	81.7
30.0	66.5	78.0
40.0	72.9	75.3
50.0	77.9	73.1
60.0	82.5	71.2
70.0	87.0	69.3
80.0	91.5	67.5
90.0	95.8	66.0
95.0	97.9	65.0
100.0	100.0	64.5

Table AT-4

Densities of water solutions of ethanol,  $\text{kg/m}^3$

$x [\%]$	10°C	20°C	25°C	30°C
5	991.0	989.4	988.2	986.7
10	983.9	981.9	988.4	978.8
15	978.0	975.1	973.3	971.3
20	972.5	968.6	966.4	964.0
25	966.6	961.7	959.0	956.1
30	959.8	953.8	950.7	947.4
35	951.6	944.9	941.5	937.9
40	942.4	935.2	931.5	927.7
45	932.3	924.7	920.8	916.9
50	921.3	913.8	909.8	905.8
55	910.6	902.6	898.5	894.4
60	899.3	891.1	887.0	882.8
65	887.7	879.5	875.3	871.0
70	876.0	867.7	863.4	859.1
75	864.1	855.6	851.3	847.0
80	852.0	843.4	839.1	834.7
85	839.5	831.0	826.6	822.2
90	826.5	822.3	813.6	809.2
95	812.9	808.5	799.9	795.6
100	797.8	789.3	785.1	780.8



Properties of saturated water vapour

Temperature $T$ [°C]	Pressure $p$ [kPa]	Enthalpy of vapor $i''$ [kJ/kg]	Enthalpy of condensate $i'$ [kJ/kg]
0	0.611	2500.8	0.0
1	0.656	2502.4	4.2
2	0.705	2504.5	8.4
3	0.757	2506.2	12.6
4	0.813	2508.3	16.8
5	0.872	2510.0	21.1
6	0.935	2511.7	25.2
7	1.001	2513.8	29.4
8	1.072	2515.4	33.7
9	1.147	2517.5	37.8
10	1.227	2519.2	42.0
11	1.312	2521.3	46.2
12	1.402	2523.0	50.4
13	1.497	2525.0	54.6
14	1.597	2526.7	58.8
15	1.704	2528.4	63.0
16	1.817	2530.1	67.2
17	1.936	2531.8	71.3
18	2.062	2533.4	75.5
19	2.196	2535.5	79.7
20	2.337	2537.2	83.9
21	2.486	2538.9	88.1
22	2.643	2541.0	92.3
23	2.808	2542.6	96.5
24	2.982	2544.7	100.6
25	3.166	2546.4	104.8
26	3.360	2548.1	109.0
27	3.564	2550.2	113.2
28	3.778	2551.8	117.4
29	4.004	2553.9	121.5
30	4.241	2555.6	125.7
31	4.491	2557.7	129.9
32	4.753	2559.4	134.1
33	5.029	2561.1	138.2
34	5.318	2563.2	142.4
35	5.622	2564.8	146.6

Table AT-5 (continued)

Temperature $T$ [°C]	Pressure $p$ [kPa]	Enthalpy of vapor $i''$ [kJ/kg]	Enthalpy of condensate $i'$ [kJ/kg]
36	5.940	2566.5	150.8
37	6.274	2568.6	155.0
38	6.624	2570.3	159.1
39	6.991	2572.0	163.3
40	7.375	2573.6	167.5
41	7.778	2575.3	171.6
42	8.198	2577.0	175.8
43	8.639	2578.6	180.0
44	9.100	2580.7	184.2
45	9.582	2582.4	188.4
46	10.08	2584.5	192.6
47	10.61	2586.2	196.8
48	11.16	2587.7	200.9
49	11.74	2590.0	205.1
50	12.33	2591.6	209.3
51	12.96	2593.3	213.5
52	13.61	2595.0	217.7
53	14.29	2597.1	221.8
54	15.00	2598.7	226.0
55	15.74	2600.4	230.2
56	16.51	2602.1	234.4
57	17.31	2604.2	238.6
58	18.15	2605.9	242.8
59	19.02	2607.5	246.9
60	19.92	2609.2	251.1
61	20.86	2610.9	255.3
62	21.84	2612.6	259.5
63	22.85	2614.2	263.7
64	23.91	2615.9	267.9
65	25.01	2618.0	272.0
66	26.14	2619.3	276.2
67	27.33	2621.4	280.4
68	28.56	2623.0	284.6
69	29.84	2624.7	288.8
70	31.16	2626.4	293.0
71	32.54	2628.0	297.2
72	33.96	2629.7	301.4
73	35.43	2631.4	305.6

Table AT-5 (continued)

Temperature $T$ [°C]	Pressure $p$ [kPa]	Enthalpy of vapor $i''$ [kJ/kg]	Enthalpy of condensate $i'$ [kJ/kg]
74	36.96	2633.1	309.8
75	38.55	2634.8	314.0
76	40.19	2636.4	318.2
77	41.89	2638.1	322.3
78	43.65	2639.8	326.6
79	45.47	2641.4	330.8
80	47.36	2643.1	334.9
81	49.31	2644.8	339.1
82	51.32	2646.5	343.4
83	53.42	2648.2	347.5
84	55.57	2649.8	351.7
85	57.80	2651.5	356.0
86	60.10	2653.2	360.1
87	62.49	2654.8	364.4
88	64.95	2656.1	368.6
89	67.49	2657.8	372.8
90	70.11	2659.4	377.0
91	72.80	2661.1	381.2
92	75.61	2662.4	385.4
93	78.43	2664.1	389.6
94	81.46	2666.2	393.8
95	84.52	2667.8	398.0
96	87.69	2669.5	402.2
97	90.95	2671.2	406.4
98	94.30	2672.8	410.7
99	97.78	2674.1	414.9
99.1	98.07 (1 at)	2674.5	415.3
100	101.3	2675.8	419.1
105	120.8	2683.3	440.2
110	143.3	2691.3	461.3
115	169.0	2698.8	482.5
119.6	196.1 (2 at)	2705.9	502.2
120	198.5	2706.4	503.7
125	232.1	2713.5	525.0
130	270.1	2720.6	546.4
132.9	294.2 (3 at)	2724.4	558.5
135	313.0	2727.3	567.7
140	361.4	2734.0	589.1



Table AT-5 (continued)

Temperature $T$ [°C]	Pressure $p$ [kPa]	Enthalpy of vapor $i''$ [kJ/kg]	Enthalpy of condensate $i'$ [kJ/kg]
142.9	392.3 (4 at)	2737.7	601.6
145	415.5	2740.3	610.4
150	476.0	2746.5	632.2
151.1	490.3 (5 at)	2747.8	636.8
155	543.3	2752.8	654.0
158.1	588.4 (6 at)	2756.2	667.0
160	618.0	2757.8	675.3
164,2	686.5 (7 at)	2762.9	693.8
165	700.8	2763.3	697.1
169.6	784.5 (8 at)	2768.3	717.6
170	792.0	2768.7	719.3
175	892.5	2773.3	741.1
180	1002	2778.4	763.2
185	1123	2782.5	785.4
190	1255	2786.3	807.6
195	1399	2789.7	829.8
200	1555	2793.0	852.4

Table AT-6a

Liquid-liquid equilibrium data for tricomponent system acetone-benzene-water, 30°C

Equilibrium curve (% mass)

Connode data (% mass)

Benzene	Acetone	Water
0.1	0.0	99.9
0.2	10.0	89.8
0.4	20.0	79.6
1.8	40.0	58.2
4.1	50.0	45.9
23.8	64.1	12.1
32.8	60.0	7.2
46.3	50.0	3.7
79.4	20.0	0.6
99.9	0.0	0.1

Benzene layer			Water layer		
benzene	acetone	water	benzene	acetone	water
94.0	5.8	0.2	0.1	5.0	94.9
86.7	13.1	0.2	0.2	10.0	89.8
68.7	30.4	0.9	0.4	20.0	79.6
49.8	47.2	3.0	0.9	30.0	69.1
34.5	58.9	6.6	1.8	40.0	58.2
23.9	64.1	12.0	4.1	50.0	45.9

Liquid-liquid equilibrium data for tricomponent system acetone-chlorobenzene-water, 25°C

Equilibrium curve (% mass)

Chlorobenzene	Acetone	Water
99.8	0.0	0.2
82.9	16.6	0.6
78.8	20.3	0.7
72.9	26.0	1.1
33.9	62.0	14.0
22.5	62.1	15.4
15.9	61.3	22.8
11.3	59.1	29.7
7.2	56.0	36.9
3.4	49.3	47.2
1.9	43.3	54.8
0.5	30.5	69.0
0.4	26.5	72.9
0.3	18.1	81.6
0.2	3.1	96.9
0.1	0.0	99.9

Connode data (% mass)

Aceton in chlorobenzene layer	Aceton in water layer
2.5	2.5
6.8	7.0
13.7	13.5
20.9	19.0
31.9	26.5

Table AT-6c

Liquid-liquid equilibrium data for tricomponent system 1,1,2-trichloroethane-acetone-water, 25°C

Equilibrium curve (% mass)

Trichloroethane	Acetone	Water
99.9	0.0	0.1
94.7	5.0	0.3
84.6	14.8	0.6
75.7	23.3	1.0
70.4	28.2	1.4
64.2	34.0	1.9
54.9	42.1	3.0
43.9	51.1	5.0
38.3	54.8	6.8
31.7	58.5	9.8
26.4	60.3	13.3
24.0	60.6	15.4
20.7	60.0	19.3
15.4	58.3	26.3
10.0	55.0	35.0

Connode data (% mass)

Acetone in trichloromethane layer	Acetone in water layer
10.3	6.5
20.8	14.0
27.7	19.0
37.1	26.0
43.0	30.9
48.2	35.7
54.0	40.9
57.4	46.1
60.3	51.8
58.0 (critical point)	

Table AT-6c (continued)

Trichloroethane	Acetone	Water
6.8	51.9	41.3
4.3	47.2	48.5
1.7	37.2	61.1
1.2	32.2	66.6
1.0	27.2	71.8
0.9	24.6	74.5
0.6	11.7	87.6
0.5	4.8	94.7
0.4	0.0	99.6

Table AT-6d

Liquid-liquid equilibrium data for tricomponent system acetic acid-MIBK-water, 25°C

Equilibrium curve (% mass)

MIBK	Acetic acid	Water
79.0	13.6	7.4
74.1	16.6	9.3
69.8	19.3	10.9
66.1	21.7	12.2
62.4	23.7	13.9
58.0	26.0	16.0
53.5	27.9	18.6
49.2	29.5	21.3
43.2	31.2	25.6
40.2	32.2	27.6
32.2	33.3	34.5
25.4	34.1	40.5
17.2	34.2	48.6
12.5	32.9	54.6
9.4	31.1	59.5
7.3	28.6	64.1

Connode data (% mass)

Acetic acid in MIBK layer	Acetic acid in water layer
6.8	9.1
12.6	15.3
22.9	25.6
27.6	30.1
32.4	33.8



## A LIST OF RECOMMENDED LITERATURE SUPPORTING

- [1] C.O. Bennet, J.E. Myers, *Przenoszenie pędu, ciepła i masy*, WNT, Warszawa 1966.
- [2] R.B. Bird, W.E. Steward, E.N. Lightfoot, *Transport phenomena*, J. Wiley&Sons Inc., 1965.
- [3] Y.A.Cengel, A.J.Ghajar, *Heat and Mass Transfer, Fundamentals and Applications*, McGraw Hill Education, 2011.
- [4] W. Ciesielczyk, K. Kupiec, *Chemical Engineering Calculations, Part III. Theory of Mass Transfer*, Politechnika Krakowska, Kraków 2014.
- [5] J. Ciborowski, *Inżynieria chemiczna – inżynieria procesowa*, WNT, Warszawa 1973.
- [6] T. Hobler, *Dyfuzyjny ruch masy i absorbery*, WNT, Warszawa 1976.
- [7] Z. Kemblowski, S. Michałowski, C. Strumiłło, R. Zarzycki, *Podstawy teoretyczne inżynierii chemicznej i procesowej*, WNT, Warszawa 1985.
- [8] R. Koch, A. Koziół, *Dyfuzyjno-ciepłny rozdział substancji*, WNT, Warszawa 1994.
- [9] K.G. Pawłow, P.G. Romankow, A.A. Noskow, *Przykłady i zadania z zakresu aparatury i inżynierii chemicznej*, WNT, Warszawa 1974.
- [10] R.H. Perry, C.H. Chilton, *Chemical engineers' handbook*, McGraw Hill, New York 1995.
- [11] R. Pohorecki, S. Wroński, *Kinetyka i termodynamika procesów inżynierii chemicznej*, WNT, Warszawa 1979.
- [12] P.G. Romankow, N.B. Raszowska, W.F. Frołow, *Procesy wymiany masy w technologii chemicznej – układy z fazą stałą*, WNT, Warszawa 1980.
- [13] J.D. Seader, E.J. Henley, *Separation Process Principles*, J. Wiley&Sons Inc., 2006.
- [14] M. Serwiński, *Zasady inżynierii chemicznej i procesowej*, WNT, Warszawa 1999.
- [15] T.K. Sherwood, R.L. Pigford, C.R. Wilke, *Mass Transfer*, McGraw Hill, New York 1975.
- [16] C. Strumiłło, *Podstawy teorii i techniki suszenia*, WNT, Warszawa 1983.
- [17] R. Zarzycki (Ed.), *Zadania rachunkowe z inżynierii chemicznej*, Politechnika Łódzka, Łódź 1974.
- [18] R. Zarzycki, A. Chacuk, M. Starzak, *Absorpcja i absorbery*, WNT, Warszawa 1987.
- [19] Z. Ziołkowski, *Ekstrakcja cieczy w przemyśle chemicznym*, WNT, Warszawa 1980.
- [20] Z. Ziołkowski, *Destylacja i rektyfikacja w przemyśle chemicznym*, WNT, Warszawa 1978.





25.00





Biblioteka Politechniki Krakowskiej



II-343345

*Wydział Inżynierii i Technologii Chemicznej  
Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki  
ul. Warszawska 24  
31-155 Kraków  
tel.: +48 12 628 27 01  
fax: +48 12 628 20 35*

*e-mail: [witech@chemia.pk.edu.pl](mailto:witech@chemia.pk.edu.pl)  
<http://www.chemia.pk.edu.pl>*

*ISBN 978-83-7242-7830*

*Publikacja bezpłatna*

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000283073

**Publikacja współfinansowana przez Unię Europejską  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego**