



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000296973

Statische Untersuchung
und
Beschreibung
einer
Betonbogenbrücke
mit
Granitgelenken

von

Hermann Dewitz

Diplom-Ingenieur.

Mit 43 Abbildungen im Text und 3 Tafeln.

F. Nr. 26 412



Hannover 1905.

Helwingsche Verlagsbuchhandlung.



130161

Alle Rechte, insbesondere das Übersetzungsrecht,
vorbehalten.

Druck von Th. Schäfer, Hannover.

Akc. Nr. 5314/50

Vorwort.

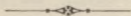
Das vorliegende Werk verdankt seine Entstehung der Anregung von verschiedenen Seiten aus dem Kreise meiner Kollegen. Diesen sowohl wie auch mir persönlich machte sich der Mangel eines kleinen Führers und Beraters beim Entwerfen der im letzten Jahrzehnt immer mehr in Aufnahme gekommenen Betonbogenbrücken mit Gelenken recht fühlbar. Es soll daher mein kleines Werk dem studierenden Bauingenieur beim Lösen derartiger Aufgaben, sowie auch jedem anderen in der Praxis tätigen Ingenieur oder Techniker beim Entwerfen derartiger Bauwerke die Grundzüge des Steinbrückenbaues in ihren verschiedenen Beziehungen ins Gedächtnis zurückrufen. Es ist deshalb lediglich Wert auf klare Auseinandersetzung der Formeln wie der gesamten statischen Verhältnisse gelegt. Ferner ist auch die Theorie der Einflußlinien für den Dreigelenkbogen mit ihrer Entstehung eingehend erörtert, und dürfte somit der ganze Inhalt dem sich dafür Interessierenden recht nützlich sein.

Hannover, im Sommer 1905.

Der Verfasser.

Inhalt.

	Seite
Einleitung	7
Stützlinsen	9
Ermittelung der Spannungen	9
Rechnerische Untersuchung einer Fuge	13
Einflusslinien:	
für den Horizontalschub	17
für die Querkräfte	21
Konstruktion der Einflusslinie für die Biegemomente und Beweis derselben	25
Ermittelung der Spannungen mit Hilfe der Kernmomente	30
Statische Untersuchung der Mittelpfeiler	37
Statische Untersuchung der Widerlager	45
Berechnung der Gelenke	52
Das Lehrgerüst	58



Einleitung.

Für eine eingleisige Hauptbahn, welche über einen Fluß führt, soll eine Brücke aus Stampfbeton hergestellt werden. Die Brücke erhält drei Öffnungen, jede Öffnung eine Stützweite von 26,50 m. Die Gewölbe sind an den Kämpfern sowie im Scheitel mit Granitgelenken versehen. (Abb. 1.)

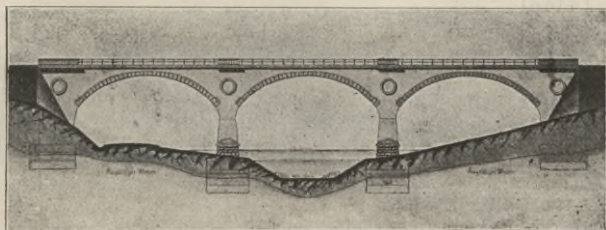


Abb. 1.

Es entsteht somit eine erhebliche Vereinfachung in der Berechnung dadurch, daß die statische Unbestimmtheit des Gewölbebogens beseitigt wird, und somit die Elastizitätstheorie nicht angewendet zu werden braucht.

Für die Eigengewichte der Materialien sind angenommen: 1 cbm Beton = 2300 kg, für die Kiesbettung 1 cbm = 1600 kg.

Es ist am zweckmäßigsten, die verschiedenen Belastungshöhen auf eine einheitliche, und zwar auf die des Betons, zu reduzieren. Demnach beträgt die Belastungshöhe der Kiesbettung von 0,80 m Stärke:

$$0,8 \cdot \frac{1600}{2300} = 0,56 \text{ m.}$$

Die Abmessungen der Lokomotiven, welche der Berechnung zugrunde gelegt sind, ersehe man aus Abb. 2.

Die Last einer Lokomotive verteilt sich auf eine Länge von 6,0 m und eine Tiefe von 4,1 m. (Abb. 3.)

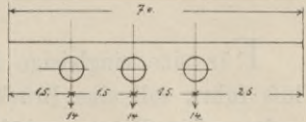


Abb. 2.

Dabei ist beachtet, dass sich der Druck im Beton unter einem Winkel von ungefähr 60° verteilt. Man erhält somit als gleichmäßig verteilte Belastung:

$$\frac{3 \cdot 14000}{6,0} = 7000 \text{ kg}$$

für das lfd. m und die ganze Tiefe von 4,1 m.

Auf 1,0 m Tiefe gerechnet ist die gleichmäßig verteilte Last:

$$q = \frac{7000}{4,1} = \approx 1700 \text{ kg.}$$

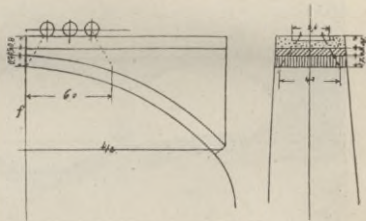


Abb. 3.

Die Belastungshöhe, auf Beton reduziert, beträgt:

$$q = \frac{1700}{2300} = 0,74 \text{ m.}$$

Einzelne Abmessungen der Brücke:

Stützweite einer Öffnung $l = 26,50 \text{ m.}$

Pfeilhöhe $f = 5,70 \text{ m.}$

Pfeilverhältnis $= \text{rd. } \frac{1}{5}.$

Scheitelstärke $d_0 = 0,70 \text{ m.}$

Kämpferstärke $d_1 = 0,80 \text{ m.}$

Bruchfuge $d_2 = 1,00 \text{ m.}$

Größte Druckbeanspruchung soll 28 kg/cm² nicht überschreiten. Sehr geringe Zugspannungen sind zulässig.

Stützlinsen.

Unter der Stützlinsen eines Gewölbes kann man sich eine materiell gedachte Linien vorstellen, welche unter der Einwirkung der inneren und äußeren Kräfte nur in ihrer Längenrichtung beansprucht wird. Hiervon unterscheidet man die Drucklinien. Unter dieser versteht man die Verbindungslinien der Durchstoßpunkte (Druckmittelpunkte) der Mittelkraftslinien mit den einzelnen Normalfugen (Schnitte senkrecht zur Gewölbeachse). Bei Gewölben aus Stampfbeton, Bruchsteinen oder Ziegelsteinen ist die einfachere Konstruktion der Stützlinsen der Drucklinien vorzuziehen. Die Stützlinsen wird für Eigengewicht, für volle Belastung und für einseitige Belastung eingezeichnet (Tafel I). Das Gewölbe wird so konstruiert, daß die Stützlinsen für Eigengewicht mit der Mittellinien des Bogens zusammenfällt, und daß diejenige für einseitige Belastung innerhalb des Kernes bleibt, um Zugspannungen nach Möglichkeit zu vermeiden.

Bei der Ermittlung der Stützlinsen teilt man das gesamte Gewölbe in lotrechte Streifen (Abb. 4), läßt diese als Einzellasten wirken und konstruiert dafür ein Seileck.

Hierbei ist noch zu bemerken, daß vorher beim Kräfteck mittelst der Kämpferdrucklinien der richtige Pol für die betreffende Untersuchung ermittelt ist. (Tafel I).

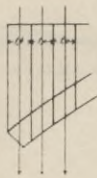


Abb. 4.

Ermittlung der Spannungen.

Wenn die verschiedenen Stützlinsen in das Gewölbe eingezeichnet sind, so lassen sich die Spannungen in den

einzelnen Fugen durch Rechnung ermitteln (Abb. 5 und 6).

Die gefundenen Werte werden aufgetragen, und man erhält die sogenannten Spannungsdiagramme (Tafel I).

Die Spannungen in einer Fuge werden mit S_o bzw. S_u bezeichnet. Diese setzen sich zusammen aus:

$$1) \quad S_1 = \frac{N_x}{F}$$

$$2) \quad S_2 = \frac{M_x}{W}$$

wobei $M_x = N_x \cdot \varepsilon$ (Abb. 5).

$$W = \frac{J}{e} = \frac{dh^3 \cdot 2}{12h} \quad (\text{Abb. 7}).$$

$$W = \frac{dh^2}{6}.$$

$$\begin{aligned} 3) \quad S_o &= S_1 \pm S_2 \\ &= \frac{N_x}{F} \pm \frac{M_x}{W} \\ &= \frac{N_x}{F} \pm \frac{N_x \cdot \varepsilon \cdot 6}{dh^2} \\ &= \frac{N_x}{F} \left(1 \pm \frac{6 \cdot \varepsilon}{h} \right) \\ &= \frac{N_x}{F} \left(\frac{h/6 \pm \varepsilon}{h/6} \right). \end{aligned}$$

Da $\frac{h}{6} = k$ ist (halbe Kernweite),

$$S_o = \frac{N_x}{F} \left(\frac{k \pm \varepsilon}{k} \right).$$

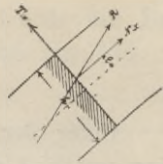


Abb. 5.

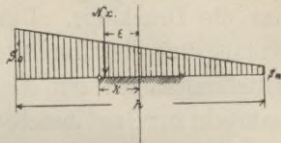


Abb. 6.

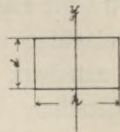


Abb. 7.

Es gibt nun zwei Möglichkeiten für die Auftragung der Spannungen:

a) die ausgerechneten Werte von S_o und S_u werden aufgetragen.

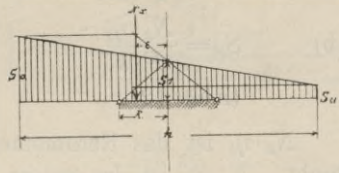


Abb. 8

b) Man ermittelt S_1 und konstruiert S_o und S_u (Abb. 8).

Ist $S_1 > S_2$, so treten nur Druckspannungen auf (Abb. 9). N_x liegt innerhalb der Kernweite.

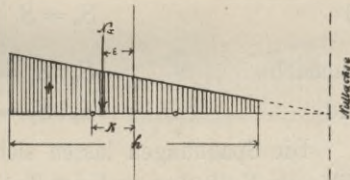


Abb. 9.

Ist $S_1 = S_2$, so tritt an der einen Seite des Querschnittes die Spannung 0 auf und N_x fällt in die Kerngrenze.

(Abb. 10.)

Ist $S_2 > S_1$, so liegt N_x außerhalb der Kernweite. Es treten Zugspannungen auf, und die Nullachse liegt innerhalb des Querschnittes.

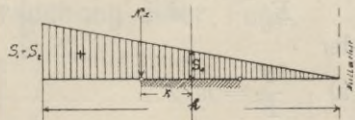


Abb. 10.

(Abb. 11).

Nach Gleichung 3 ist

$$S_u = \frac{N_x}{F} \pm \frac{N_x \cdot \epsilon}{F \cdot k}$$

da $F \cdot k = W = \frac{J}{e}$ ist.

$$4) \quad S_u = \frac{N_x (k \pm \epsilon)}{F \cdot k}$$

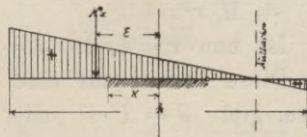


Abb. 11.

$$4 a) \quad S_u = \frac{N_x \cdot \eta_1}{F \cdot k}$$

$$4 b) \quad S_o = \frac{N_x \cdot \eta_2}{F \cdot k}$$

(Abb. 12).

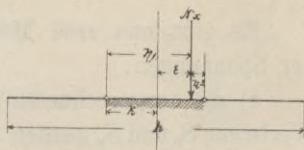


Abb. 12.

$N_x \cdot \eta_1$ ist das Kernmoment bezogen auf den oberen Punkt. $N_x \cdot \eta_2$ ist das untere Kernmoment.

Da

$$S_u = \frac{N_x \cdot \eta_1}{F \cdot k},$$

ist auch

$$5) \quad S_u = S_1 \frac{\eta_1}{k},$$

demnach

$$S_u : S_1 = \eta_1 : k$$

und

$$S_o : S_1 = \eta_2 : k.$$

Die Spannungen lassen sich graphisch auch noch mit Hilfe der Nullachse und des Trägheitshalbmessers ermitteln.

Unter Berücksichtigung der Nullachse (Abb. 13) ist

$$6) \quad \frac{N_x}{F} = \frac{N_x \cdot \varepsilon \cdot m}{J}$$

oder

$$6 a) \quad \frac{J}{F} = m \cdot \varepsilon.$$

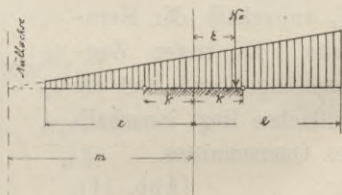


Abb. 13.

Das Trägheitsmoment eines Massenkörpers:

$$J = \sum m \cdot r^2 \quad (\text{Abb. 14})$$

$$= M \cdot r^2.$$

Ist nun $r = i$, so $J = M \cdot i^2$.

Diese Formel auf eine Fläche bezogen, gibt $J = F \cdot i^2$ oder

$$7) \quad i = \sqrt{\frac{J}{F}}.$$



Abb. 14.

Nach Formel 6a ist:

$$i^2 = m \cdot \varepsilon$$

und

$$m = \frac{i^2}{\varepsilon}$$

Hiernach die Konstruktion (Abb. 15).

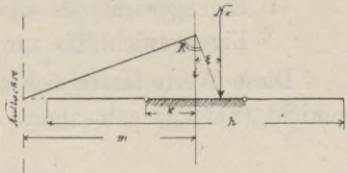


Abb. 15.

Man rechnet den Trägheitshalbmesser i aus und trägt diesen Wert auf der Mittellinie der Fuge auf. Verbindet man den Punkt mit demjenigen, in welchem N_x angreift, und errichtet an der Verbindungslinie im Endpunkt von i das Lot, so erhält man den Punkt der Nulllinie. Trägt man ferner auf der Mittellinie der Fuge das ausgerechnete S_1 auf und verbindet diesen Punkt mit dem der Nulllinie, so schneidet diese Verbindungslinie an den Enden der Fuge die Strecken S_o und S_u ab (Abb. 16).

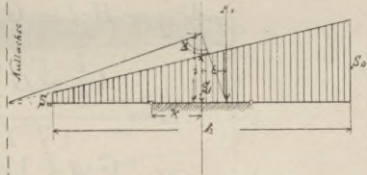


Abb. 16.

Rechnerische Untersuchung einer Fuge.

Abb. 17 gibt in einer nicht maßstäblichen Skizze ein klares Bild über den Gang der Rechnung.

$$x = 7,3 \text{ m.}$$

$$y = 4,8 \text{ m.}$$

$$f = 5,7 \text{ m.}$$

$$l = 26,5 \text{ m.}$$

$$r = 2,8 \text{ m.}$$

$$g = 4,7 \text{ m.}$$

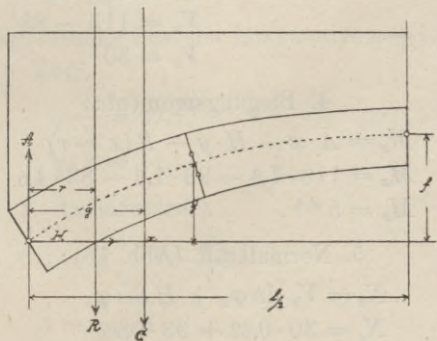


Abb. 17.

Eigengewicht des Gewölbes: $G = 113^t$.

Eigengewicht bis zur Fuge: $R = 83^t$.

Diese Werte lassen sich aus dem Kräfteplan für Eigengewicht (Tafel I) entnehmen.

A. Eigengewicht.

1. Auflagerdruck:

$$A = B = 113^t.$$

2. Horizontalschub:

$$A \cdot \frac{l}{2} - H \cdot f - G \left(\frac{l}{2} - g \right) = 0$$

$$H = \frac{A \frac{l}{2} - G \frac{l}{2} + G \cdot g}{f}$$

$$H = \frac{G \cdot g}{f} = \frac{113 \cdot 4,7}{5,7}$$

$$H = 93^t$$

3. Querkraft:

$$V_x = A - R$$

$$V_x = 113 - 83$$

$$V_x = 30^t.$$

4. Biegemoment:

$$M_x = A \cdot x - H \cdot y - R(x - r)$$

$$M_x = 113 \cdot 7,3 - 93 \cdot 1,8 - 83 \cdot 4,5$$

$$M_x = 5^m t.$$

5. Normalkraft (Abb. 18):

$$N_x = V_x \sin \varphi_x + H \cos \varphi_x$$

$$N_x = 30 \cdot 0,32 + 93 \cdot 0,95$$

$$N_x = 98^t.$$

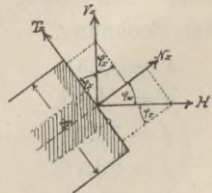


Abb. 18.

6. Ermittlung der Spannungen:

$$S_o^u = \frac{N_x}{F} + \frac{M_x}{W}$$

$$W = \frac{d \cdot h^2}{6}; \quad d = 1,0 \text{ m}, \quad h = 1,0 \text{ m}, \quad \text{also} \quad W = \frac{1}{6}$$

$$S_o^u = 9,8 \pm 3$$

$$S_o^u = 12,8 \text{ kg/cm}^2$$

$$S_u = 6,8 \text{ kg/cm}^2.$$

B. Einseitige Belastung.

Abb. 19 ist gleichfalls in einer nicht maßstäblichen Skizze gezeichnet.

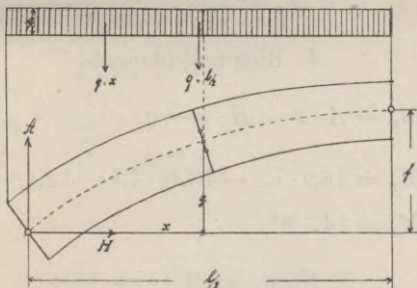


Abb. 19.

Die gleichmäßig verteilte Last der Lokomotive $q = 1,7 \text{ t}$ pro lfd. m und $1,0 \text{ m}$ Tiefe.

$$q \cdot \frac{l}{2} = 22,5 \text{ t}$$

$$q \cdot x = 12,4 \text{ t}.$$

1. Auflagerdruck:

$$A \cdot l = q \frac{l}{2} \left(l - \frac{l}{4} \right)$$

$$A = \frac{3}{8} q \cdot l$$

$$A = 16,9 \text{ t}.$$

2. Horizontalschub:

$$H = \frac{A \cdot \frac{l}{2} - q \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4}}{f}$$
$$H = \frac{16,9 \cdot 13,25 - 22,5 \cdot 6,6}{5,7}$$
$$H = 13,16 \text{ t.}$$

3. Querkraft:

$$V_x = A - R$$
$$V_x = 16,9 - 12,4$$
$$V_x = 4,5 \text{ t.}$$

4. Biegemoment:

$$M_x = A \cdot x - H \cdot y - q \cdot x \cdot \frac{x}{2}$$
$$M_x = 16,9 \cdot 7,3 - 13,16 \cdot 4,8 - 12,4 \cdot \frac{7,3}{2}$$
$$M_x = 14,7 \text{ m t.}$$

5. Normalkraft (Abb. 18):

$$N_x = V_x \cdot \sin \varphi_x + H \cdot \cos \varphi_x$$
$$N_x = 4,5 \cdot 0,32 + 13,16 \cdot 0,95$$
$$N_x = 13,94 \text{ t.}$$

6. Ermittlung der Spannungen:

$$S_u = \frac{N_x}{F} \pm \frac{M_x}{W}$$
$$W = \frac{d \cdot h^2}{6}; \quad d = 1,0 \text{ m und } h = 1,0 \text{ m, also } W = \frac{1}{6}$$
$$S_o = 1,39 \pm 8,83$$
$$S_o = + 10,21 \text{ kg/cm}^2$$
$$S_u = - 7,44 \text{ kg/cm}^2.$$

Mithin sind die Gesamtspannungen für die einseitige Belastung:

$$S_o = 12,8 + 10,21$$

$$S_o = 23,01 \text{ kg/cm}^2$$

und

$$S_u = 6,8 - 7,44$$

$$S_u = -0,64 \text{ kg/cm}^2.$$

Rechnung mittelst Einflußlinien für den Horizontalschub.

Nach Abb. 20 ist:

$$V_A \cdot l = P_1 (l - a)$$

$$V_A = \frac{P_1 (l - a)}{l}$$

für $P_1 = 1$, ist

8)

$$V_A = \frac{l - a}{l}.$$

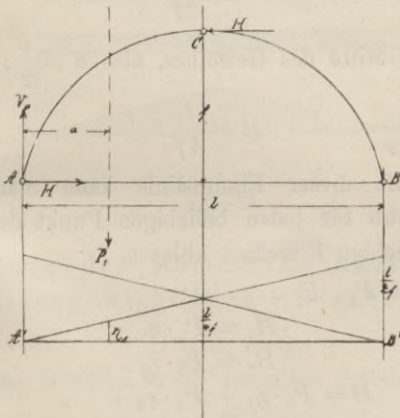


Abb. 20.

Den Horizontalschub findet man aus der Gleichung:

$$V_A \cdot \frac{l}{2} - H \cdot f - P_1 \left(\frac{l}{2} - a \right) = 0.$$

Daraus ergibt sich:

$$H = \frac{V_A \cdot \frac{l}{2} - P_1 \left(\frac{l}{2} - a \right)}{f}.$$

Setzt man $P_1 = 1$ und den Wert für V_A in obige Gleichung ein, so ist:

$$H = \frac{\left(\frac{l-a}{l} \right) \frac{l}{2} - \frac{l-2a}{2}}{f}$$

$$9) \quad H = \frac{a}{2f}.$$

Hiernach läßt sich die Einflußlinie für den Horizontalschub zeichnen (Abb. 20). Mit $a = 0$ beginnend, endigt sie mit $a = l$, mithin ist hier

$$9a) \quad H = \frac{l}{2f}.$$

Für die Mitte des Gewölbes, also $a = \frac{l}{2}$, ist

$$H = \frac{l}{4f}.$$

Mit Hilfe dieser Einflußlinie kann man nun den Horizontalschub für jeden beliebigen Punkt des Gewölbes und jede beliebige Einzellast ablesen.

Z. B. für $P_1, P_2 \dots$ ist:

$$H_1 = P_1 \cdot \eta_1$$

$$H_2 = P_2 \cdot \eta_2 \dots$$

$$H = P_1 \cdot \eta_1 + P_2 \cdot \eta_2 + \dots$$

$$10) \quad H = \sum_0^l P \cdot \eta.$$

Der Horizontalschub für gleichmäßig verteilte Belastung ist:

$$11) \quad H = F \cdot q,$$

wo F = Einflußfläche q = Belastung pro lfd. m.

Der Horizontalschub für einseitige Belastung ohne Berücksichtigung des Eigengewichtes ergibt sich genau in derselben Weise (Abb. 21). Für eine beliebige Fuge ist:

$$H = \varphi \cdot q.$$

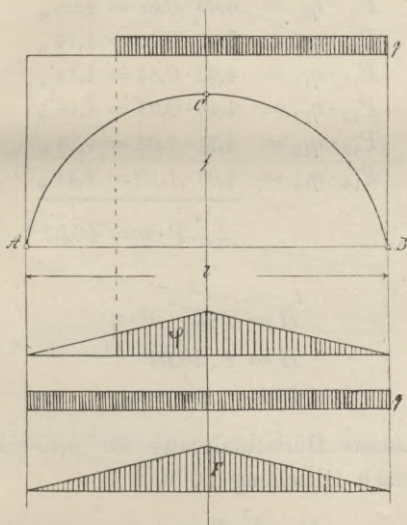


Abb. 21.

Emittlung des Horizontalschubes für das Eigengewicht nach Gleichung 10.

$$H = \sum_0^l P \cdot \eta.$$

Da das Gewölbe in 28 Lamellen geteilt ist (Tafel I), so ist:

$$H = \sum_1^{28} P \cdot \eta.$$

$$\begin{aligned}
 P_1 \cdot \eta_1 &= 9,48 \cdot 0 = 0 \quad \text{t} \\
 P_2 \cdot \eta_2 &= 16,64 \cdot 0,07 = 1,09 \quad \text{,,} \\
 P_3 \cdot \eta_3 &= 13,45 \cdot 0,15 = 2,02 \quad \text{,,} \\
 P_4 \cdot \eta_4 &= 11,73 \cdot 0,24 = 2,82 \quad \text{,,} \\
 P_5 \cdot \eta_5 &= 10,12 \cdot 0,33 = 3,32 \quad \text{,,} \\
 P_6 \cdot \eta_6 &= 8,86 \cdot 0,42 = 3,72 \quad \text{,,} \\
 P_7 \cdot \eta_7 &= 7,80 \cdot 0,50 = 3,90 \quad \text{,,} \\
 P_8 \cdot \eta_8 &= 6,90 \cdot 0,58 = 4,00 \quad \text{,,} \\
 P_9 \cdot \eta_9 &= 6,09 \cdot 0,67 = 4,08 \quad \text{,,} \\
 P_{10} \cdot \eta_{10} &= 5,47 \cdot 0,76 = 4,14 \quad \text{,,} \\
 P_{11} \cdot \eta_{11} &= 4,92 \cdot 0,84 = 4,14 \quad \text{,,} \\
 P_{12} \cdot \eta_{12} &= 4,48 \cdot 0,93 = 4,16 \quad \text{,,} \\
 P_{13} \cdot \eta_{13} &= 4,21 \cdot 1,02 = 4,26 \quad \text{,,} \\
 P_{14} \cdot \eta_{14} &= 4,03 \cdot 1,10 = 4,44 \quad \text{,,} \\
 \hline
 \Sigma_1^{14} P \cdot \eta &= 46,09 \quad \text{t} .
 \end{aligned}$$

Danach

$$H = 2 \cdot \Sigma_1^{14} P \cdot \eta$$

$$H = 2 \cdot 46,09$$

$$H = 92,18 \text{ t} .$$

Der gesamte Horizontalschub für die einseitige Belastung ist nach Gleichung 10 und 11:

$$H = \Sigma_o^l P \cdot \eta + \varphi \cdot q .$$

Addiert man diese beiden Werte, so erhält man:

$$H = 92,18 + \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4f} \cdot 1,7$$

$$H = 92,18 + \frac{13,25 \cdot 1,16}{2} \cdot 1,7$$

$$H = 105,25 \text{ t} .$$

Rechnung mittelst Einflußlinien für die Querkräfte.

$$V_A = \frac{P_1 \cdot (l - a)}{l} \quad (\text{Abb. 22}).$$

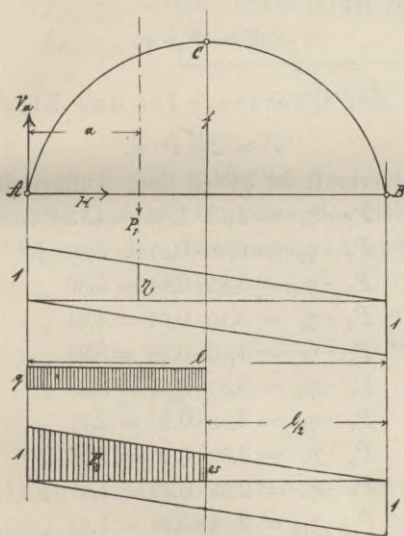


Abb. 22.

Die Ermittlung ist ähnlich wie die des Horizontal-schubes. Denn für $P_1 = 1$, ist:

$$12) \quad V_A = \frac{l - a}{l}.$$

Ist $a = 0$, so:

$$V_A = \frac{l}{l} = 1.$$

Hiernach kann man die Einflußlinie für die Querkraft zeichnen. Bei Betrachtung der Querkraft für eine Einzel-
last P_1 ist

$$\begin{aligned} V_1 &= P_1 \cdot \eta_1 \\ V_2 &= P_2 \cdot \eta_2 \dots \dots \\ V &= \Sigma P \cdot \eta. \end{aligned}$$

13)

Für die einseitige Belastung, ohne Berücksichtigung
der Eigenlast ist

14)

$$V = F_\eta \cdot q.$$

Rechnung der Querkraft für das Eigengewicht.

$$V = \Sigma_1^{28} P \cdot \eta.$$

Diese Querkraft ist gleich dem Auflagerdruck:

$$\begin{aligned} P_1 \cdot \eta_1 &= 4,12 \cdot 1,00 = 4,12 \text{ cbm} \\ P_2 \cdot \eta_2 &= 6,80 \cdot 0,97 = 6,60 \text{ „} \\ P_3 \cdot \eta_3 &= 5,85 \cdot 0,94 = 5,50 \text{ „} \\ P_4 \cdot \eta_4 &= 5,10 \cdot 0,91 = 4,64 \text{ „} \\ P_5 \cdot \eta_5 &= 4,40 \cdot 0,88 = 3,88 \text{ „} \\ P_6 \cdot \eta_6 &= 3,85 \cdot 0,84 = 3,23 \text{ „} \\ P_7 \cdot \eta_7 &= 3,39 \cdot 0,80 = 2,71 \text{ „} \\ P_8 \cdot \eta_8 &= 3,00 \cdot 0,76 = 2,28 \text{ „} \\ P_9 \cdot \eta_9 &= 2,65 \cdot 0,72 = 1,91 \text{ „} \\ P_{10} \cdot \eta_{10} &= 2,38 \cdot 0,68 = 1,62 \text{ „} \\ P_{11} \cdot \eta_{11} &= 2,14 \cdot 0,64 = 1,36 \text{ „} \\ P_{12} \cdot \eta_{12} &= 1,95 \cdot 0,60 = 1,17 \text{ „} \\ P_{13} \cdot \eta_{13} &= 1,83 \cdot 0,56 = 1,02 \text{ „} \\ P_{14} \cdot \eta_{14} &= 1,75 \cdot 0,52 = 0,90 \text{ „} \\ P_{15} \cdot \eta_{15} &= 1,75 \cdot 0,48 = 0,84 \text{ „} \\ P_{16} \cdot \eta_{16} &= 1,83 \cdot 0,45 = 0,82 \text{ „} \\ P_{17} \cdot \eta_{17} &= 1,95 \cdot 0,41 = 0,80 \text{ „} \\ P_{18} \cdot \eta_{18} &= 2,14 \cdot 0,37 = 0,79 \text{ „} \\ P_{19} \cdot \eta_{19} &= 2,38 \cdot 0,33 = 0,79 \text{ „} \end{aligned}$$

$$P_{20} \cdot \eta_{20} = 2,65 \cdot 0,29 = 0,77 \text{ cbm}$$

$$P_{21} \cdot \eta_{21} = 3,00 \cdot 0,25 = 0,75 \text{ „}$$

$$P_{22} \cdot \eta_{22} = 3,39 \cdot 0,21 = 0,71 \text{ „}$$

$$P_{23} \cdot \eta_{23} = 3,85 \cdot 0,17 = 0,64 \text{ „}$$

$$P_{24} \cdot \eta_{24} = 4,40 \cdot 0,13 = 0,57 \text{ „}$$

$$P_{25} \cdot \eta_{25} = 5,10 \cdot 0,09 = 0,56 \text{ „}$$

$$P_{26} \cdot \eta_{26} = 5,85 \cdot 0,06 = 0,62 \text{ „}$$

$$P_{27} \cdot \eta_{27} = 6,80 \cdot 0,03 = 0,70 \text{ „}$$

$$P_{28} \cdot \eta_{28} = 4,12 \cdot 0,00 = 0 \text{ „}$$

$$\Sigma_1^{28} P \cdot \eta = 50,32 \text{ cbm}$$

$$V = 50,32 \cdot 2,3$$

$$= 112,73 \text{ t.}$$

Die gesamte Querkraft für einseitige Belastung erhält man durch Addition der Gleichungen 13 und 14. Mithin

$$V = \Sigma_1^{28} P \cdot \eta + F_{\eta} \cdot q$$

$$V = 112,73 + \frac{1 + 0,5}{2} \cdot 13,25 \cdot 1,7$$

$$V = 128,58 \text{ t.}$$

Ermittlung der Querkräfte in den einzelnen Fugen.

Nach der allgemeinen Theorie der Querkräfte ist die Querkraft für die betreffende Fuge im Abstände x von A unter Berücksichtigung der auf das Gewölbe wirkenden Einzellasten (Abb. 23):

$$V_x = P_3 \cdot \eta_3 + P_4 \cdot \eta_4 + P_5 \cdot \eta_5$$

$$- (P_1 \cdot \delta_1 + P_2 \cdot \delta_2).$$

Oder wenn man die Gleichung allgemein ausdrückt:

$$15) \quad V_x = \Sigma_x^l P \cdot \eta - \Sigma_o^x P \cdot \delta.$$

Und für die gleichmäßig verteilte volle Belastung (Abb. 23):

$$16) \quad V_x = (F_\eta - F_\delta) \cdot q.$$

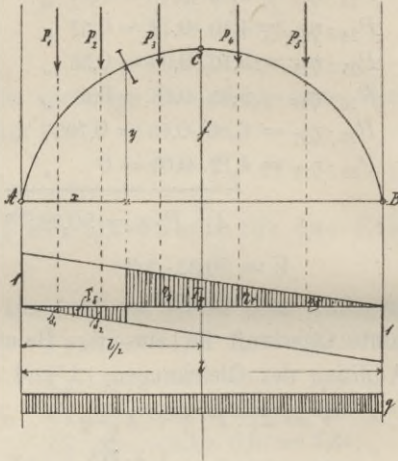


Abb. 23.

Rechnung der Querkraft einer Fuge (Tafel I)..

Nach Gleichung 15 ist:

$$\begin{aligned} V_x &= \Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta \\ &= (17,36 - 4,56) \cdot 2,3 \\ &= 29,5^t \text{ (nur Eigenlast).} \end{aligned}$$

Nach Gleichung 16 ist:

$$V_x = (F_\eta - F_\delta) \cdot q.$$

Es wird hier die einseitige Belastung nur bis zur Brückenmitte angenommen, demnach:

$$V_x = \left(\frac{0,74 + 0,50}{2} \cdot 5,95 - \frac{7,3 \cdot 0,26}{2} \right) \cdot 1,7 = 4,86^t.$$

Mithin gesamte Querkraft für die einseitige Belastung:

$$V = 29,5 + 4,86$$

$$V = 34,36 \text{ t.}$$

Konstruktion der Einflußlinie für die Biegemomente und Beweis derselben.

Die Spannungen in den einzelnen Fugen lassen sich ferner mit Hilfe der Einflußlinien für die Biegemomente ermitteln (Abb. 24). Die Konstruktion für eine bestimmte Fuge ist in untenstehender Skizze angegeben.

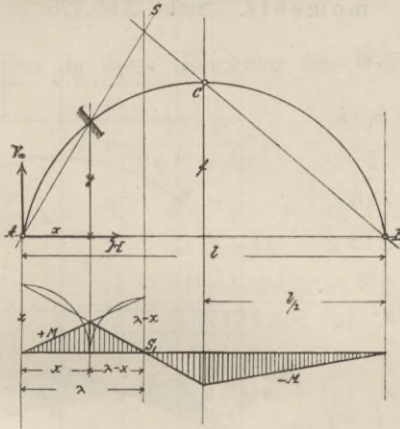


Abb. 24.

Für den Beweis der Richtigkeit der positiven Momentenfläche nimmt man einen einfachen Träger auf zwei Stützen an mit der Spannweite λ und der Last P im Abstände a (Abb. 25).

Dann ist:

$$A \cdot \lambda = P \cdot (\lambda - a),$$

für $P = 1$:

$$17) \quad A = \frac{\lambda - a}{\lambda}.$$

$$M_x = A \cdot x - P(x - a),$$

für $P = 1$:

$$18) \quad M_x = a \frac{\lambda - x}{\lambda}.$$

Ist nun $a = \lambda$, dann $M_x = \lambda - x$.

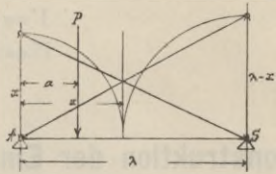


Abb. 25.

Entstehung der Einflußlinie für die Biegemomente. Siehe Abb. 26.

$$z + z_1 = l$$

$$z_1 : \frac{l}{2} = h_1 : h$$

$$z_1 = h_1 \frac{l}{2 \cdot h}$$

$$y : h_1 = x : z$$

$$z = h_1 \cdot \frac{x}{y}$$

$$h_1 = z \cdot \frac{y}{x}$$

$$z_1 = z \cdot \frac{l}{2h} \cdot \frac{y}{x}$$

$$z = l - z_1$$

$$z = l - \frac{z \cdot l \cdot y}{2hx}$$

$$z + \frac{z \cdot l \cdot y}{2 \cdot h \cdot x} = l$$

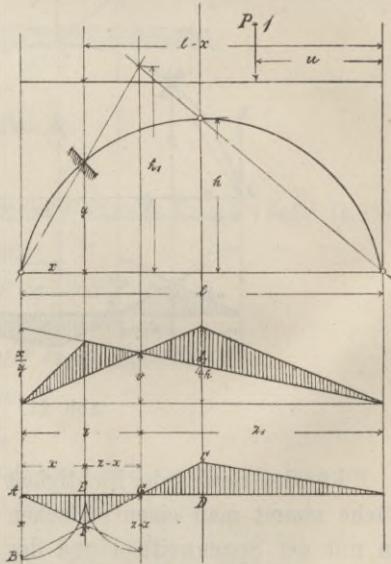


Abb. 26.

$$z \left(1 + \frac{l \cdot y}{2 \cdot h \cdot x} \right) = l$$

$$19) \quad z = \frac{2 \cdot h \cdot x \cdot l}{2 \cdot h \cdot x + l \cdot y}.$$

$$z_1 = l - z$$

$$z_1 = l - \frac{2 \cdot h \cdot x \cdot l}{2hx + ly}$$

$$z_1 = \frac{2hlx + l^2y - 2hxl}{2hx + ly}$$

$$20) \quad z_1 = \frac{l^2 y}{2hx + ly}.$$

$$h_1 = \frac{z_1 \cdot 2 \cdot h}{l}.$$

Setzt man in diese Gleichung den Wert von z_1 ein, so ist:

$$21) \quad h_1 = \frac{2lhy}{2hx + ly}.$$

$$z_1 - \frac{l}{2} = \frac{l^2 y}{2hx + ly} - \frac{l}{2}$$

$$z_1 - \frac{l}{2} = \frac{2l^2 y - 2hlx - l^2 y}{2(2hx + ly)}$$

$$22) \quad z_1 - \frac{l}{2} = - \frac{l(2hx - ly)}{2(2hx + ly)}.$$

$$z - x = \frac{2hlx}{2hx + ly} - x$$

$$z - x = \frac{2hlx - 2hx^2 - lxy}{2hx + ly}$$

$$23) \quad z - x = x \cdot \frac{2h(l - x) - ly}{2hx + ly}.$$

Es ist: $A \cdot l - P \cdot u = 0$
für $P = 1$:

$$24) \quad A = \frac{u}{l}.$$

Die Summe aller Momente = 0.

$$A \frac{l}{2} - H \cdot h = 0$$

$$25) \quad H = \frac{A \cdot l}{2h} = \frac{u}{2h}.$$

Das Moment für die in Abb. 26 gezeichnete Fuge:

$$M_x = A \cdot x - H \cdot y.$$

Setzt man die Werte von A und H ein, so ist

$$M_x = \frac{u}{l} \cdot x - \frac{u}{2h} \cdot y.$$

Ist $u = \frac{l}{2}$, so

$$M_x = \frac{x}{2} - \frac{l \cdot y}{4h}$$

$$26) \quad M_x = \frac{2hx - ly}{4h}.$$

Für $u = l - x$ ist:

$$H = \frac{x}{2h} \quad \text{und} \quad A = \frac{l-x}{l}$$

mithin:

$$M_x = \frac{x(l-x)}{l} - \frac{xy}{2h}$$

$$M_x = \frac{2hx(l-x) - lxy}{2hl}$$

$$27) \quad M_x = x \cdot \frac{2h(l-x) - ly}{2hl}.$$

Die Konstruktion ersehe man aus Abb. 26. Dabei muß man genau den Maßstab beachten, in welchem die Auftragung erfolgt.

Beweis für die Richtigkeit der Konstruktion.

Vor: $AB = x$

BGC eine Gerade.

Beh.: $CD = M_x = \frac{2hx - ly}{4h}$ (für $u = \frac{l}{2}$)

$EF = M_x = x \cdot \frac{2h(l-x) - ly}{2hl}$ für $u = l - x$.

Beweis: $\triangle CDG \sim \triangle BAG$

$CD : AB = GD : AG$

$CD = \frac{AB \cdot GD}{AG}$

$CD = \frac{\left(z_1 - \frac{l}{2}\right) \cdot x}{z}$.

Setzt man in diese Gleichung nun die Werte für $\left(z_1 = \frac{l}{2}\right)$ und für z ein (siehe Gleichung 19 und 22), so ist:

$$CD = - \frac{l(2hx - ly)x}{2(2hx + ly)} \frac{(2hx + ly)}{2hlx}$$

28) $CD = - \frac{2hx - ly}{4h} = M_x$ für $u = \frac{l}{2}$.

$\triangle GEF \sim \triangle GAB$

$EF : AB = GE : GA$

$EF = \frac{AB \cdot GE}{GA}$

$EF = \frac{x(z-x)}{z}$.

Setzt man in diese Gleichung die Werte für $(z-x)$ und z ein (siehe Gleichung 19 und 23), so ist:

$$EF = x \frac{x[2h(l-x) - ly]}{2hx + ly} \frac{2hx + ly}{2hlx}$$

29) $EF = x \frac{2h(l-x) - ly}{2hl} = M_x$ für $u = (l-x)$.

Es soll ferner nachgewiesen werden, daß
 $GS = z - x$ ist.

$$GS = z \cdot \frac{EF}{x}$$

$$GS = \frac{2hlx \cdot x [2h(l-x) - ly]}{(2hx + ly) 2hlx}$$

$$GS = x \frac{2h(l-x) - ly}{2hx + ly}.$$

Dieses ist aber wieder der Wert von Gleichung 23, also
 $GS = z - x$.

Ermittlung der Spannungen mit Hilfe der Kernmomente.

Wie schon im Anfange des vorigen Abschnittes erwähnt, lassen sich die Spannungen mit Hilfe der Einfluß-

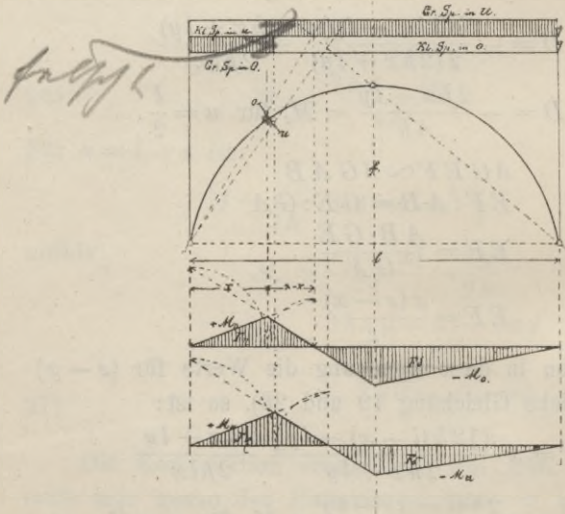


Abb. 27.

linien für die Biegemomente ermitteln. Um nun die größten, bzw. kleinsten Beanspruchungen einer Fuge zu erhalten, stellt man die Einfluslinien in bezug auf den oberen bzw. den unteren Kernrand auf Abb. 27.

$$\text{Spannung} = \frac{\text{Kernmoment}}{\text{Widerstandsmoment}}.$$

Das Moment:

$$M_x = \Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta.$$

Aus der Einfluslinie in bezug auf den oberen Kernrand (siehe die obere Einfluslinie in Abb. 27) erhält man die Spannung in u , also:

$$30) \quad S_u = \frac{M_o}{W} = \frac{\Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta}{W}.$$

In derselben Weise ist:

$$31) \quad S_o = \frac{M_u}{W} = \frac{\Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta}{W}.$$

Um in einer bestimmten Fuge die ungünstigsten Spannungen S_o bzw. S_u zu erhalten, unter Berücksichtigung der Verkehrslast, konstruiert man die Lastscheiden durch den oberen bzw. unteren Kernpunkt und erhält somit die ungünstigsten Laststellungen der betreffenden Fuge. (Abb. 27).

Betrachtung der Kernmomente in Bezug auf den oberen Kernrand.

M = Biegemoment

W = Widerstandsmoment

S = Spannung

$$S \cdot W = M$$

$$S = \frac{M}{W}.$$

Da nun $M = \Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta$
so ist:

$$S = \frac{\Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta}{W} \text{ (für Eigengewicht).}$$

Aus Abb. 28 läßt sich klar ersehen, daß man die Spannungen in u , also S_u mittelst der oberen Kernmomente erhält und umgekehrt, die Spannungen S_o mittelst der unteren Kernmomente. Man unterscheidet folgende vier Fälle:

1. Zugspannungen in u , also $-S_u$, positives Kernmoment $+M_o$ (Abb. 28).
2. Druckspannungen in u , also $+S_u$, negatives Kernmoment $-M_o$ (Abb. 29).
3. Druckspannungen in o , also $+S_o$, positives Kernmoment $+M_u$ (Abb. 30).
4. Zugspannungen in o , also $-S_o$, negatives Kernmoment $-M_u$ (Abb. 31).

Wenn man nun die Momente für die ungünstigsten Laststellungen erhalten will, so werden die Momente für das Eigengewicht (Gleichung 30 und 31) zu denen für die ungünstigste Laststellung der vollen Belastung algebraisch addiert.

Für das Eigengewicht erhält man nur Druckspannungen $+S$, für die ungünstigsten Laststellungen Druck- bzw. Zugspannungen.

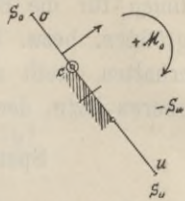


Abb. 28.

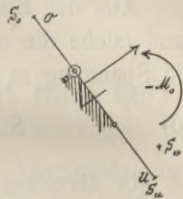


Abb. 29.

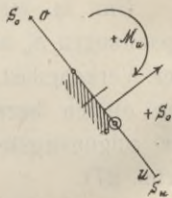


Abb. 30.

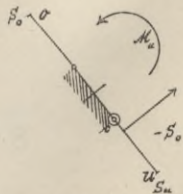


Abb. 31.

Betrachtung der Maximal- und Minimalspannungen in u , also $S_{u_{max}}$ und $S_{u_{min}}$ einer bestimmten Fuge.

Für das Eigengewicht erhält man Druckspannungen aus dem negativen Momente. Aus der Belastungsstrecke links der Lastscheide ergeben sich negative Spannungen in u . Aus der Belastungsstrecke rechts der Lastscheide positive Spannungen in u . Jedoch immer für eine bestimmte Fuge gerechnet. Werden die Resultate der Reihe nach algebraisch addiert, so erhält man die Maximal- bzw. Minimalspannung in u . (Abb. 27.)

S_u^l = Spannung für die Belastungsstrecke links der Lastscheide.

S_u^r = Spannung für die Belastungsstrecke rechts der Lastscheide.

S_u^e = Spannung für Eigengewicht.

$$32) \quad \begin{aligned} S_{u_{max}} &= S_u^e + S_u^r \\ S_{u_{max}} &= \frac{\Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta}{W} + \frac{F_{\delta} \cdot q}{W} \end{aligned}$$

$$33) \quad \begin{aligned} S_{u_{min}} &= S_u^e + (-S_u^l) \\ S_{u_{min}} &= \frac{\Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta}{W} - \frac{F_{\eta} \cdot q}{W} \end{aligned}$$

Betrachtung der Maximal- und Minimalspannungen in o .

Es handelt sich also um die Ermittlung von $S_{o_{max}}$ und $S_{o_{min}}$ und zwar genau in derselben Weise wie oben. Für das Eigengewicht erhält man aus dem negativen Momente Zugspannungen, aus dem positiven Momente Druckspannungen.

Die Belastungsstrecke links der Lastscheide ergibt Druckspannungen in o , diejenige rechts der Lastscheide Zugspannungen in o . Addiert man die Resultate der Reihe nach algebraisch, so erhält man die Maximal- bzw. Minimalspannung in o . (Abb. 27.)

Die Bezeichnungen sind wiederum wie oben:

$$34) \quad S_{o \max} = S_o^e + S_o^l = \frac{\sum P \cdot \eta - \sum P \cdot \delta}{W} + \frac{F_\eta \cdot q}{W}$$

$$35) \quad S_{o \min} = S_o^e + (-S_o^r) = \frac{\sum P \cdot \eta - \sum P \cdot \delta}{W} - \frac{F_\delta \cdot q}{W}$$

Rechnung der Spannungen einer Fuge mittelst der Kernmomente.

Betrachtung der Spannungen in u , also des oberen Kernmomentes. (Eigengewicht.) (Tafel I).

	$P \cdot \eta$	η	P	δ	$P \cdot \delta$
1.	0 cbm	0	4,12 cbm	0	0 cbm
2.	1,49	" 0,22	6,80	" 0,14	0,952 "
3.	2,94	" 0,51	5,85	" 0,28	1,637 "
4.	3,977	" 0,78	5,10	" 0,45	2,293 "
5.	4,75	" 1,08	4,40	" 0,62	2,725 "
6.	5,24	" 1,36	3,85	" 0,75	2,882 "
7.	5,59	" 1,65	3,39	" 0,92	3,12 "
8.	5,91	" 1,97	3,00	" 1,08	3,24 "
9.	4,553	" 1,72	2,65	" 1,24	3,29 "
10.	2,425	" 1,02	2,38	" 1,40	3,33 "
11.	0,665	" 0,32	2,14	" 1,59	3,40 "
12.			1,95	" 1,72	3,353 "
13.			1,83	" 1,90	3,48 "
14.			1,75	" 2,04	3,57 "
15.			1,75	" 1,77	3,10 "
16.			1,83	" 1,08	1,976 "
17.			1,95	" 0,41	0,80 "
= + 37,53 cbm			= - 43,15 cbm		

Nach Gleichung 30 ist:

$$S_u^e = \frac{\Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta}{W} = \frac{M_o}{W}$$

$$M_o = + 37,53 - 43,15$$

$$M_o = - 5,62 \text{ cbm} \cdot 2,3^t$$

$$M_o = - 12,9 \text{ m}^t$$

$$h = 1,0 \text{ m} \quad W = \frac{d \cdot h^2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$S_u^l = \frac{M_o}{W} = \frac{12,9 \cdot 6}{10} = + 7,74 \text{ atm} \quad (\text{Abb. 29}).$$

Durch Addition der Spannungen aus der ungünstigsten Laststellung erhält man $S_{u \max}$ und $S_{u \min}^l$.

+ $F_\eta \cdot q$ gibt Zugspannungen in u (Abb. 28)

- $F_\delta \cdot q$ gibt Druckspannungen in u (Abb. 29).

$$+ M_o = + F_\eta \cdot q = \frac{10,2 \cdot 2,08}{2} \cdot 1,7 = + 18,0 \text{ m}^t$$

$$- M_o = - F_\delta \cdot q = \frac{16,3 \cdot 2,14}{2} \cdot 1,7 = - 29,7 \text{ m}^t.$$

Zugspannung in u :

$$S_u^l = \frac{+ M_o}{W} = \frac{18,0 \cdot 6}{10} = - 10,8 \text{ atm}.$$

Druckspannung in u :

$$S_u^r = \frac{- M_o}{W} = \frac{29,7 \cdot 6}{10} = + 17,8 \text{ atm}.$$

$$S_{u \max} = + 7,74 + 17,8 = + 25,54 \text{ atm} \quad (\text{nach Gleichung 32})$$

$$S_{u \min} = + 7,74 - 10,8 = - 3,06 \text{ atm} \quad (\text{nach Gleichung 33}).$$

Man sieht hieraus, dafs sich bei Ermittlung der Spannungen durch Einflufslinien gröfsere Zugspannungen ergeben, als bei der graphischen Untersuchung. Der

Unterschied ist aber nicht sehr groß, und wenn man aus beiden Werten das arithmetische Mittel bildet, so ergeben sich Zugspannungen, die das zulässige Maß nicht überschreiten.

Betrachtung der Spannungen in o , also des unteren Kernmomentes (Tafel I).

1. Eigengewicht.

$$M_u = \Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta.$$

	$P \cdot \eta$	η	P	δ	$P \cdot \delta$
1.	0	cbm	0	4,12	cbm
2.	1,495	„	0,22	6,80	„
3.	3,16	„	0,54	5,85	„
4.	4,33	„	0,85	5,10	„
5.	5,105	„	1,16	4,40	„
6.	5,66	„	1,47	3,85	„
7.	6,04	„	1,78	3,39	„
8.	6,33	„	2,11	3,00	„
9.	5,35	„	2,02	2,65	„
10.	3,14	„	1,32	2,38	„
11.	1,39	„	0,65	2,14	„
12.				1,95	„
13.				1,83	„
14.				1,75	„
15.				1,75	„
16.				1,83	„
17.				1,95	„
= + 42,0 cbm					= - 33,50 cbm

Nach Gleichung 31 ist:

$$S_o^e = \frac{\Sigma P \cdot \eta - \Sigma P \cdot \delta}{W} = \frac{M_u}{W}$$

$$M_u = + 42 - 33,5$$

$$M_u = + 8,5^{\text{cbm}} \cdot 2,3^{\text{t}}$$

$$M_u = + 19,5^{\text{mt}}$$

$$h = 1,0^{\text{m}} \quad W = \frac{d h^2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$S_o^e = \frac{M_u}{W} = \frac{19,5 \cdot 6}{10} = + 11,7^{\text{atm}} \quad (\text{Abb. 30}).$$

Durch Addition der Spannungen aus der ungünstigsten Laststellung erhält man $S_{o_{\max}}$ und $S_{o_{\min}}$.

+ $F_\gamma \cdot q$ gibt Druckspannungen in o (Abb. 30)

— $F_\delta \cdot q$ gibt Zugspannungen in o (Abb. 31).

$$+ M_u = + F_\gamma \cdot q = \frac{10,75 \cdot 2,30}{2} \cdot 1,67 = + 21,0^{\text{mt}}$$

$$- M_u = - F_\delta \cdot q = \frac{15,75 \cdot 1,7}{2} \cdot 1,7 = - 22,8^{\text{mt}}.$$

Druckspannungen in o :

$$S_o^l = \frac{+ M_u}{W} = \frac{21,0 \cdot 6}{10} = + 12,6^{\text{atm}}.$$

Zugspannungen in o :

$$S_o^r = \frac{- M_u}{W} = \frac{22,8 \cdot 6}{10} = - 13,67^{\text{atm}}.$$

$$S_{o_{\max}} = + 11,7 + 12,6 = + 23,3^{\text{atm}} \quad (\text{nach Gleichung 34})$$

$$S_{o_{\min}} = + 11,7 - 13,67 = - 1,97^{\text{atm}} \quad (\text{nach Gleichung 35}).$$

Statische Untersuchung der Mittelpfeiler.

Diese Untersuchung wird für den ungünstigsten Fall durchgeführt, man nimmt also das eine Gewölbe als belastet an, während das andere unbelastet ist (Abb. 32). Es ergeben sich dann für eine bestimmte Fuge die

resultierenden R_1 und R_2 , welche mit G zusammengesetzt eine neue resultierende R ergeben (Abb. 32). Außerdem ist aber noch der Winddruck zu berücksichtigen, und da ist

$$M_W = \Sigma W \cdot h$$

$$M_W = W \cdot h \text{ (Abb. 32).}$$

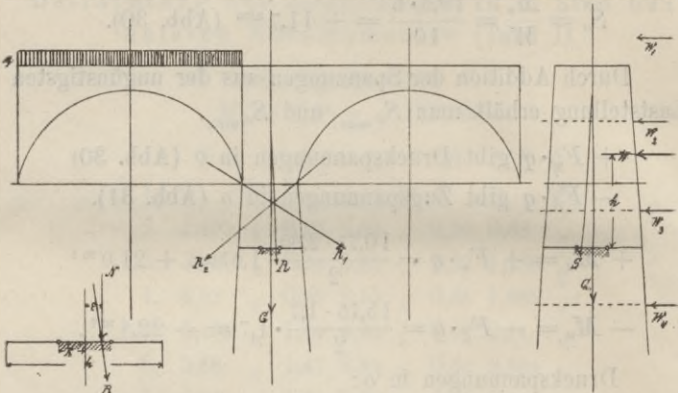


Abb. 32.

Setzt man die Mittelkraft aus dem Winddruck W mit dem Eigengewicht zusammen, so gibt dies eine resultierende S .

Durch Zusammensetzung dieser resultierenden S mit der aus dem Eigengewicht und der aus dem Horizontalschub erhält man die endgültige Mittelkraft sämtlicher Einzelkräfte und somit den Druckmittelpunkt der Fuge. (Abb. 33.)

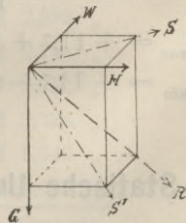


Abb. 33.

Der Winddruck ist mit 150 kg pro qm angenommen. Außerdem ist der Winddruck für einen Eisenbahnzug gleich einem 3,0 m hohen Verkehrsbande

eingesetzt worden. Um für eine bestimmte Fuge des Pfeilers die verschiedenen Laststellungen zu erhalten, verbindet man jeden Kernpunkt mit den Kämpfergelenkpunkten der beiden Gewölbe, welche dann mit den entsprechenden Kämpferdrucklinien die Lastscheiden bilden. Auf den Pfeiler wirkt ferner noch ein Stück Verkehrslast direkt. Um ganz korrekt vorzugehen, müßte man für jede Fuge die entsprechende Laststellung ermitteln. Da jedoch der Unterschied sehr gering ist, soll hiervon abgesehen werden und die Durchführung für drei Fugen nur mit einer Laststellung erfolgen (Tafel II).

Für die Untersuchung auf erwähnter Tafel ist die Laststellung für Fuge 1 zugrunde gelegt. Ferner ersieht man dort aus der Darstellung der Kraftecke mit den zugehörigen Seilecken die Ermittlung der Resultierenden aus Eigengewicht, Kämpferdruck und Wind (Abb. 33). Die Kämpferdrücke K_n^m und K_3 aus der Betriebslast, welche in Tafel II graphisch zusammengesetzt sind, lassen sich auch durch Einflußlinien ermitteln. (Siehe Tafel I.)

Ermittlung des Kämpferdruckes von p und s .

Hieraus ergibt sich!

$$H_1 = F \cdot q \cdot T$$

wobei

F = Fläche der Einflußlinie für den Horizontalschub

q = Belastungshöhe = 0,74 m

T = Breite der Brücke = 4,5 m

$$H_1 = F \cdot 0,74 \cdot 4,5$$

$$H_1 = \left(\frac{13,25 \cdot 1,16}{2} + \frac{(1,16 + 0,24) \cdot 10,8}{2} \right) \cdot 0,74 \cdot 4,5$$

$$H_1 = 50,5 \text{ cbm.}$$

Der Auflagerdruck aus diesen Lasten

$$A_1 = F \cdot q \cdot T$$

F = Fläche der Einflußlinie für die Querkraft, q und T wie vor

$$A_1 = \left(\frac{1,0 + 0,07}{2} \cdot (13,25 + 10,8) \right) \cdot 0,74 \cdot 4,5$$

$$A_1 = 43 \text{ cbm.}$$

Diese beiden Kräfte zusammengesetzt geben den Kämpferdruck K_1 (s. Tafel II).

In derselben Weise ermittelt man K_2 .

$$H_2 = F \cdot q \cdot T$$

$$H_2 = \frac{4,1 \cdot 0,45}{2} \cdot 0,74 \cdot 4,5$$

$$H_2 = 3,05 \text{ cbm}$$

und

$$A_2 = F \cdot q \cdot T$$

$$A_2 = \frac{1,0 + 0,8}{2} \cdot 4,1 \cdot 0,74 \cdot 4,5$$

$$A_2 = 12,25 \text{ cbm.}$$

Diese beiden Kräfte zusammengesetzt ergeben den Kämpferdruck K_2 (s. Tafel II).

Nach Ermittlung der einzelnen Kämpferdrücke erfolgt die Massenberechnung der Eigengewichte des Pfeilers und des Fundamentes.

Rechnung der Spannungen in den Fugen.

Für Fuge I und II soll $\sigma \leq 18 \text{ kg/cm}^2$

Für Fuge III soll $\sigma \leq 5 \text{ kg/cm}^2$.

Wie schon erwähnt ist zur Auffindung der Nullachse

$i = \sqrt{\frac{J}{F}}$ erforderlich (Gleichung 7).

Liegen nun Nullachse I und II in zwei aneinandersetzenden Seiten des Querschnittes, so findet man mittelst erwähnter Konstruktion für die Ermittlung des Kernes (Winkel an der Spitze = R) die entsprechenden Kernpunkte (Abb. 34).

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{F}}$$

$$i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}}$$

Es ist ferner nach Gleichung 4

$$W_{y \max} = F \cdot k$$

$$W_{x \max} = F \cdot k_1$$

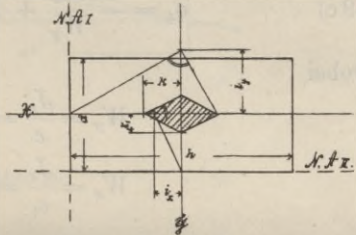


Abb. 34.

Diese Konstruktion ist wie bekannt bei allen Figuren ähnlich, wenn man noch als Regel betrachtet, daß zu jeder Seite eines Querschnittes ein Kernpunkt und zu jeder Kante eine Seite des Kernes gehört. Liegt der Druckmittelpunkt nun außerhalb der X- oder Y-Achse, so erhält man folgende Ermittlung (Abb. 35):

$$36) \quad M_s = N \cdot \varepsilon$$

und somit:

$$37) \quad M_x = M_s \cdot \cos \alpha$$

$$38) \quad M_y = M_s \cdot \sin \alpha$$

Die Spannungen in Punkt 1, 2, 3 und 4 sind:

$$39) \quad \sigma_1 = \frac{M_x}{W_y} + \frac{M_y}{W_x} + \frac{N}{F}$$

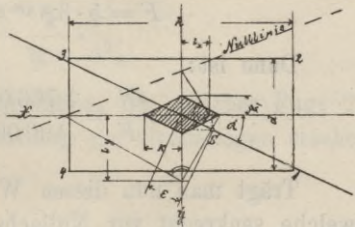


Abb. 35.

$$39 \text{ a) } \sigma_2 = \frac{M_x}{W_y} - \frac{M_y}{W_x} + \frac{N}{F}$$

$$39 \text{ b) } \sigma_3 = -\frac{M_x}{W_y} - \frac{M_y}{W_x} + \frac{N}{F}$$

$$39 \text{ c) } \sigma_4 = -\frac{M_x}{W_y} + \frac{M_y}{W_x} + \frac{N}{F}$$

wobei

$$W_y = \frac{J_y}{e} = F \cdot \frac{d}{6}$$

$$W_x = \frac{J_x}{e_1} = F \cdot \frac{b}{6}$$

Aus diesem ersieht man, daß in 1 die größte und in 3 die kleinste Druckspannung auftritt. Die Darstellung der Spannungsermittlung in Fuge 1 ersehe man aus Tafel II.

Fuge 1:

$$N = 768 \text{ cbm} \cdot 2,3 = 1766 \text{ t}$$

$$F = 5 \cdot 3,8 \text{ qm} = 19 \text{ qm}.$$

Dann ist:

$$S_1 = \frac{N}{F} = \frac{1766000}{190000} = 9,4 \text{ kg/cm}^2.$$

Trägt man nun diesen Wert in der Mitte der Linie, welche senkrecht zur Nullachse steht, auf und verbindet den so gefundenen Punkt mit dem der Nulllinie, so erhält man die Spannungsverteilung des Querschnittes. Oft lassen sich die beiden Punkte der Nulllinie nicht mehr auf das Zeichenblatt bringen, oder wenigstens einer derselben nicht, dann wendet man folgende Konstruktion mittelst der Trägheitsellipse an (Abb. 36).

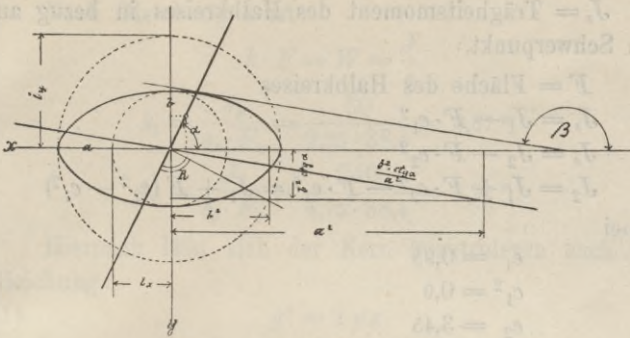


Abb. 36.

Bezieht man die Kurven auf ihre Hauptachsen, so ist die Mittelpunktsleichung, wenn a und b die beiden Halbachsen bezeichnen:

$$40) \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Daraus ergibt sich:

$$\operatorname{tg} \beta = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot \frac{b^2}{a^2}.$$

Hieraus folgt die Konstruktion, mit welcher Fuge 2 untersucht wird. Die Darstellung der Spannungen ersehe man aus Tafel II.

Fuge 2:

$$J_x = \frac{b \cdot h^3}{12} + 2 \frac{r^4 \pi}{8} = 39 + 21 = 60 \text{ m}^4$$

$$J_y = \frac{b \cdot h^3}{12} + 2 J_2$$

wobei

$$J_2 = J_1 + F \cdot e_2^2 - F \cdot e_1^2.$$

J_s = Trägheitsmoment des Halbkreises in bezug auf den Schwerpunkt.

F = Fläche des Halbkreises

$$J_s = J_1 - F \cdot e_1^2$$

$$J_s = J_2 - F \cdot e_2^2$$

$$J_2 = J_1 + F \cdot e_2^2 - F \cdot e_1^2 = J_1 + F (e_2^2 - e_1^2)$$

wobei

$$e_1 = 0,95$$

$$e_1^2 = 0,9$$

$$e_2 = 3,45$$

$$e_2^2 = 11,9$$

$$J_1 = \frac{r^4 \pi}{8} = 9,6 \text{ m}^4$$

$$F = \frac{r^2 \pi}{2} = \frac{2,25^2 \cdot 3,14}{2}$$

$$F = 7,9 \text{ m}^2$$

$$J_2 = 9,6 + 7,9 (11,9 - 0,9) = 96,6 \text{ m}^4.$$

Es ist demnach

$$J_y = \frac{b \cdot h^3}{12} + 2 J_2$$

$$J_y = 47 + 2 \cdot 96,6 = 240 \text{ m}^4.$$

Der Flächeninhalt des ganzen Querschnittes:

$$F_1 = b \cdot h + r^2 \pi$$

$$F_1 = 5,0 \cdot 4,5 + 2,25^2 \cdot 3,14$$

$$F_1 = 38,4 \text{ m}^2.$$

Dann ist

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{F_1}} = \sqrt{\frac{60}{38,4}} = 1,25 \text{ m}$$

$$i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F_1}} = \sqrt{\frac{240}{38,4}} = 2,50 \text{ m}.$$

Der Kern dieses Querschnittes ist eine Parabel.

Nach Gleichung 4 ist:

$$k \cdot F = W = \frac{J}{e}$$

$$k_1 = \frac{J_x}{e_x \cdot F_1} = \frac{60}{2,25 \cdot 38,4} = 0,67 \text{ m}$$

$$k_2 = \frac{J_y}{e_y \cdot F_1} = \frac{240}{4,75 \cdot 38,4} = 1,22 \text{ m}.$$

Hiernach läßt sich der Kern konstruieren nach der Gleichung:

$$41) \quad y^2 = 2px$$

wobei $y = 0,67 \text{ m}$ und $x = 1,22 \text{ m}$ ist.

$$N = 2190 \text{ t}; \quad F_1 = 38,4 \text{ m}^2$$

$$S_1 = \frac{N}{F_1} = \frac{2190000}{384000} = 5,7 \text{ kg/cm}^2.$$

Der Querschnitt von Fuge 3 ist wiederum ein Rechteck, also

$$S_1 = \frac{N}{F}$$

wobei $N = 2800 \text{ t}$; $F = 8,0 \cdot 11,0 = 88 \text{ m}^2$

$$S_1 = \frac{2800000}{880000} = 3,2 \text{ kg/cm}^2.$$

Wird dieser Wert in der Mitte aufgetragen und dieser Punkt mit dem der Nulllinie verbunden, so erhält man wiederum die Verteilung der Spannungen des Querschnittes wie in Fuge 1.

Statische Untersuchung der Widerlager.

Für das Widerlager wird selbstverständlich ein vorläufiger Querschnitt angenommen und, wenn dieser nicht ausreicht, solange geändert, bis die Beanspruchung nicht mehr überschritten wird. Bei der statischen Untersuchung kommen in Frage: ∞

1. das Eigengewicht des Gewölbes,
2. die ungünstigste Verkehrslast,
3. die Belastungen, welche auf das Widerlager direkt wirken,
4. das Eigengewicht des Widerlagers,
5. der Erddruck.

Für den Erddruck sind die Grenzen des Reibungswinkels:

$$\varphi = 30^{\circ} \div 45^{\circ}.$$

Und zwar werden die Kantenpressungen in 1 gerechnet:
für $\varphi = 45^{\circ}$ (ohne Verkehrslast)

Die Kantenpressungen in 2:

für $\varphi = 30^{\circ}$ (mit Verkehrslast)

$$1 \text{ cbm Erde} = 1800 \text{ kg.}$$

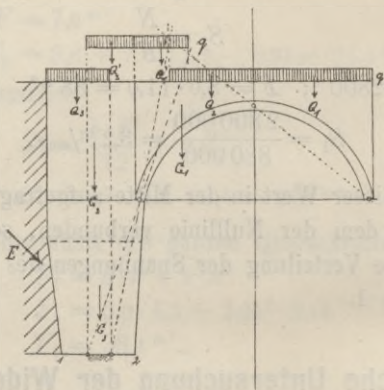


Abb 37.

Die Belastungen des Gewölbes und Widerlagers für die ungünstigste Kantenpressung in 1 bzw. 2 ersehe man aus Abb. 37 und Tafel III.

Da nun $DG = DH$, ist auch

$$DG = AD \cdot \operatorname{tg} \cdot \left(45 - \frac{\varphi}{2}\right).$$

$AD = h$, also

$$DG = h \cdot \operatorname{tg} \cdot \left(45 - \frac{\varphi}{2}\right),$$

folglich

$$E = \frac{h^2}{2} \operatorname{tg}^2 \cdot \left(45 - \frac{\varphi}{2}\right) \text{ in } \text{cbm} \text{ pro } 1,0^m \text{ Tiefe}$$

oder

$$E = \gamma \frac{h^2}{2} \operatorname{tg}^2 \cdot \left(45 - \frac{\varphi}{2}\right) \text{ in } \text{t} \text{ pro } 1,0^m \text{ Tiefe.}$$

$$\varphi = 20^\circ, E = \frac{h^2 \text{ cbm}}{4}$$

$$\varphi = 30^\circ, E = \frac{h^2}{6} \text{ "}$$

$$\varphi = 37^\circ, E = \frac{h^2}{8} \text{ "}$$

$$\varphi = 40^\circ, E = \frac{h^2}{10} \text{ "}$$

$$\varphi = 45^\circ, E = \frac{h^2}{12} \text{ "}$$

$$\varphi = 0 \text{ (Wasser).}$$

Die statische Untersuchung eines Widerlagers ist genau so, wie die des Mittelpfeilers. Allerdings ist hier für jede Fuge gesondert die ungünstigste Laststellung ermittelt (Tafel III).

Nach Ermittlung des Kämpferdruckes, welcher aus dem Auflagerdruck und dem Horizontalschub zusammengesetzt wird, erfolgt weiter die Zusammensetzung mit dem Eigengewichte des Widerlagers.

Rechnung des Erddruckes nach Gleichung 43
für Fuge 1 und 2.

Kantenpressung in 1:

$$\varphi = 45^0 \text{ (ohne Verkehrslast).}$$

Kantenpressung in 2:

$$\varphi = 30^0 \text{ (mit Verkehrslast).}$$

$$\text{Fuge 1:} \quad \text{tg}^2 22,5^0 = 0,17$$

$$\text{tg}^2 15^0 = 0,33$$

$$h_{\min} = 15,45 \text{ m}$$

$$h_{\max} = 16,45 \text{ m.}$$

Für die Kantenpressung in 1:

$$E_{\min} = \frac{h^2}{2} \text{tg}^2 \left(45 - \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$E_{\min} = \frac{15,45^2}{2} \cdot 0,17 \text{ in } \text{cbm} \text{ pro } 1,0 \text{ m Tiefe}$$

$$E_{\min} = \frac{15,45^2}{2} \cdot 0,17 \cdot 4,5 \cdot 1,8 \text{ in } \text{t} \text{ für die ganze Tiefe}$$

$$E_{\min} = 165 \text{ t.}$$

Für die Kantenpressung in 2:

$$E_{\max} = \frac{h^2}{2} \cdot \text{tg}^2 \cdot \left(45 - \frac{\varphi}{2} \right)^{\text{cbm}}$$

$$E_{\max} = \frac{16,45^2}{2} \cdot 0,33 \cdot 4,5 \cdot 1,8 \text{ in } \text{t} \text{ für die ganze Tiefe}$$

$$E_{\max} = 360 \text{ t.}$$

$$\text{Fuge 2:} \quad h_{\min} = 18,45 \text{ m}$$

$$h_{\max} = 19,45 \text{ m.}$$

Für die Kantenpressung in 1:

$$E_{\min} = \frac{18,45^2}{2} \cdot 0,17 \cdot 4,5 \cdot 1,8 \text{ in } \text{t} \text{ für die ganze Tiefe}$$

$$E_{\min} = 235 \text{ t.}$$

Für die Kantenpressung in 2:

$$E_{max} = \frac{19,45^2}{2} \cdot 0,33 \cdot 4,5 \cdot 1,8 \text{ in } t \text{ für die ganze Tiefe}$$

$$E_{max} = 505 \text{ t.}$$

Nach der vereinfachten Rebhan'schen Rechnung des Erddruckes kann man die Werte von E als Inhalt eines rechtwinkligen Dreiecks ansehen, dessen Höhe = h und dessen Grundlinie $s = h \cdot \text{tg}^2 \left(45 - \frac{\varphi}{2} \right)$ ist. Der Angriffspunkt des Erddruckes liegt im Schwerpunkte (Abb. 39).

Es ist dann

$$E = \frac{h \cdot s}{2} = \frac{h^2}{2} \text{tg}^2 \left(45 - \frac{\varphi}{2} \right) \text{ cbm.}$$

Ermittelung der Spannungen in den einzelnen Fugen.

$$\text{Fuge 1: } F = h \cdot b = 6 \cdot 4,5 = 27 \text{ m}^2$$

$$N_{min} = 1752 \text{ t}$$

$$N_{max} = 1720 \text{ t}$$

$$\varepsilon_{min} = 0,37 \text{ m}$$

$$\varepsilon_{max} = 0,80 \text{ m}$$

$$\sigma_{min} = \frac{N}{F} \left(1 \pm \frac{6\varepsilon}{h} \right)$$

$$\sigma_{min} = \frac{1752}{27 \cdot 10} \left(1 \pm \frac{6 \cdot 0,37}{6} \right) = 8,9 \text{ kg/cm}^2 \text{ bzw. } 4,1 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{max} = \frac{1720}{27 \cdot 10} \left(1 \pm \frac{6 \cdot 0,80}{6} \right) = 11,7 \text{ „ „ } 1,27 \text{ „}$$

$$\text{Fuge 2: } F = b \cdot h = 8,0 \cdot 9,0 \text{ m}^2$$

$$N_{min} = 2415 \text{ t}$$

$$N_{max} = 2405 \text{ t}$$

$$\varepsilon_{min} = 0,83$$

$$\varepsilon_{max} = 0,40$$

$$\sigma_{min} = \frac{2415}{72 \cdot 10} \left(1 + \frac{6 \cdot 0,83}{9} \right) = 5,0 \text{ kg/cm}^2 \text{ bzw. } 1,5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{max} = \frac{2405}{72 \cdot 10} \left(1 + \frac{6 \cdot 0,40}{9} \right) = 4,2 \text{ " " } 2,45 \text{ "}$$

Die Darstellung dieser Werte ersehe man aus Tafel III.

Berechnung der Gelenke.

In neuerer Zeit werden vielfach die Bogenbrücken mit Gelenken in den Kämpfern und im Scheitel ausgebildet, um die Störungen im Gewölbe nach allen Richtungen zu beseitigen, und zwar:

1. Beim Nachgeben der Lehrgerüste.
 - a) Weil dasselbe nie ganz vollkommen ausgeführt werden kann.
 - b) Infolge des Eintrocknens der Holzteile.
 - c) Infolge der elastischen Zusammendrückung der einzelnen Teile.
2. Wegen des elastischen Zusammendrückens des Gewölbemauerwerks.
3. Wegen des Ausweichens der Widerlager und Pfeiler.
4. Infolge der Temperaturänderungen.
5. Infolge Aufnahme oder Abgabe von Feuchtigkeit.

Das Nachgeben des Lehrgerüsts kann man schon zum Teil durch Anwendung einer bestimmten Mauerungsart unschädlich machen, wie z. B. Beginn des Mauerns von beiden Seiten, Bauen des Gewölbes in Ringen, späteres Schließen der gefährlichsten Fugen u. a. m.

Die Gelenke werden in Eisen, natürlichen Steinen oder künstlichen Steinen ausgeführt.

Bei vorliegendem Bauwerke sollen Granitgelenke verwendet werden.

Allgemeine Rechnung.

Die Berechnung von zwei aufeinander abrollenden Gelenken bei Stein- und Betonbrücken erfolgt nach Köpcke unter der Annahme, daß sich die in der Berührungsfuge auftretende grösste Zusammendrückung auf die Höhe h des Gelenksteines erstrecke, nur daß die Pressungsfläche eine Ebene werde.

Die Zusammendrückung

$$43) \quad \lambda = \sqrt[3]{\frac{9}{32} \frac{P^2 \cdot h^2}{R \cdot E}}$$

P = Druck auf das Gelenk.

R = Krümmungsradius der Gelenkfläche.

E = Elastizitätszahl.

Die Aufstellung der Gleichungen geschieht für Abb. 41. Die gefundenen Werte werden dann für die bei vorliegendem Bauwerke in Anwendung kommenden Gelenke, Abb. 40, übertragen.

Nach Abb. 41 ist:

$$R^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2 = (R - f)^2$$

hieraus

$$44) \quad R = \frac{d^2}{8f}$$

wobei R = Krümmungshalbmesser,

d = Gewölbstärke,

f = Anfang der Krümmung bis Mitte Gelenk.

Die Breite der Eindrückung = $2 \cdot s$.

Die Zusammendrückung = λ .

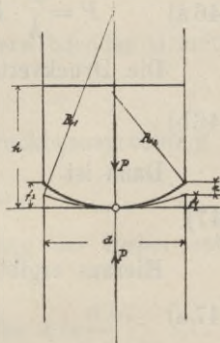


Abb. 40.

Dann ist:

$$45) \quad s^2 = \lambda (2R - \lambda)$$

$$45 a) \quad s = \sqrt{2R\lambda} \quad (\text{als Näherungswert}).$$

Hieraus ist:

$$45 b) \quad R = \frac{s^2}{2\lambda}.$$

Nach der Elastizitätsgleichung verhält sich die gröſste Beanspruchung in der Berührungsfläche:

$$\sigma : E = \lambda : h = P : F \cdot E$$

$$46) \quad \sigma = \frac{\lambda}{h} \cdot E = \frac{P}{F}.$$

Mithin ergibt sich:

$$46 a) \quad P = \frac{\lambda}{h} \cdot F \cdot E.$$

Die Druckverteilung ist eine Parabel, demnach:

$$46 b) \quad F = \frac{2}{3} \cdot 2s \cdot 1.$$

Dann ist

$$47) \quad P = \frac{\lambda}{h} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot s \cdot E.$$

Hieraus ergibt sich:

$$47 a) \quad s = \frac{3}{4} \cdot \frac{P \cdot h}{E \cdot \lambda}.$$

Durch Einsetzung dieses Wertes in Gleichung 45 a erhält man

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \frac{P^2 h^2}{E^2 \lambda^2} = 2R \cdot \lambda$$

$$\lambda = \sqrt[3]{\frac{9}{32} \cdot \frac{P^2 \cdot h^2}{R \cdot E^2}}.$$

Nach Abb. 41 ist $a = 2f$.

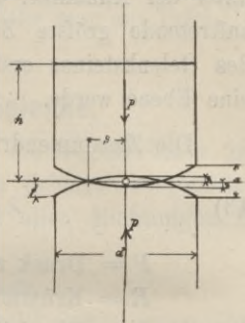


Abb. 41.

Rechnung der Gelenke im Scheitel.

Gewölbestärke $d = 70 \text{ cm}$.

Höhe der Gewölbesteine $h = 70 \text{ cm}$.

Die Breite der Zusammendrückung $2s = \frac{d}{5}$, da sonst der Reibungswiderstand zu groß wird, und dadurch Momente auftreten.

$$2s = \frac{d}{5} = \frac{70}{5} = 14 \text{ cm}; s = 7 \text{ cm}.$$

Der Horizontalschub für volle Belastung:

$$H = 118 \text{ t pro } 1,0 \text{ m Tiefe.}$$

Die Kraft für 1 cm Tiefe:

$$P = 1180 \text{ kg.}$$

Die Elastizitätszahl für Granit:

$$E = 250\,000 \text{ kg/cm}^2.$$

Die Druckfestigkeit der hier zu verwendenden Granitsteine sei

$$D = 1200 \text{ kg/cm}^2.$$

Bei 9 facher Sicherheit ist die Druckbeanspruchung

$$\sigma = \frac{1200}{9} < 133 \text{ kg/cm}^2.$$

Nach Abb. 41 und unter Benutzung der vorher entwickelten Gleichungen ist:

$$\sigma = \frac{3}{4} \frac{P}{s} \left(\text{aus Gleichung 47 für } \lambda = \frac{\sigma h}{s} \right)$$

$$\sigma = \frac{3}{4} \cdot \frac{1180}{7} = 113 \text{ kg/cm}^2$$

$$\lambda = \frac{\sigma h}{E} = \frac{120 \cdot 70}{250\,000} = 0,034 \text{ cm}.$$

Dann ist aus Gleichung 45

$$R = \frac{s^2}{2\lambda} = \frac{7 \cdot 7}{2 \cdot 0,034} = 720 \text{ cm}.$$

Aus Gleichung 44 ergibt sich

$$f = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2}{2R} = \frac{35^2}{2 \cdot 720} = 0,85 \text{ cm}$$

$$a = 2f = 1,70 \text{ cm}.$$

Nachdem nun a berechnet ist, läßt sich auch die Berechnung für Abb. 40 ermitteln, also für die bei diesem Bauwerke in Anwendung kommenden Gelenke. Der kleinere Radius wird angenommen und der gröfsere danach ermittelt.

Es sei der kleinere Radius:

$$R_2 = 200 \text{ cm}.$$

Dann ist:

$$f_2 = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2}{2 \cdot R_2} = \frac{35^2}{2 \cdot 200} = 3,06 \text{ cm}$$

$$a = f_2 - f_1.$$

Da $a = 1,7 \text{ cm}$ ist, folgt für

$$f_1 = f_2 - a$$

$$f_1 = 3,06 - 1,7 = 1,36 \text{ cm}.$$

Dann ist:

$$R_1 = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2}{2 \cdot f_1} = \frac{35^2}{2 \cdot 1,36} = 450 \text{ cm}.$$

Rechnung der Gelenke in den Kämpfern.

$$h = d = 80 \text{ cm (Abb. 40)}$$

$$2s = \frac{d}{5} = 16 \text{ cm}$$

$$s = 8 \text{ cm}.$$

Der größte Kämpferdruck, also der für volle Belastung:

$$K = 180 \text{ t für } 1,0 \text{ m Tiefe.}$$

Die Kraft für 1 cm Tiefe:

$$P = 1800 \text{ kg.}$$

Die Druckbeanspruchung der hier zu verwendenden Granitgelenke:

$$D = 1600 \text{ kg/cm}^2.$$

Bei 9 facher Sicherheit ist die Druckbeanspruchung:

$$\sigma = \frac{1600}{9} \leq 178 \text{ kg/cm}^2.$$

Es ist wie vor:

$$\sigma = \frac{3}{4} \cdot \frac{P}{s}$$

$$\sigma = \frac{3}{4} \cdot \frac{1800}{8} = 169 \text{ kg/cm}^2.$$

Die Zusammendrückung:

$$\lambda = \frac{\sigma \cdot h}{E} = \frac{169 \cdot 80}{250000} = 0,054 \text{ cm.}$$

Der Krümmungsradius:

$$R = \frac{s^2}{2\lambda} = \frac{8 \cdot 8}{2 \cdot 0,054} = \text{rd } 595 \text{ cm}$$

$$f = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2}{2R} = \frac{40^2}{2 \cdot 595} = 1,34 \text{ cm}$$

$$a = 2f = 2 \cdot 1,34 = 2,68 \text{ cm.}$$

Es wird jetzt wiederum bei Anwendung der gerechneten Werte auf vorliegenden Fall (Abb. 40) der eine Radius angenommen und der andere dann ermittelt.

$$R_2 = 150 \text{ cm.}$$

Dann ist:

$$f_2 = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2}{2R_2} = \frac{40^2}{2 \cdot 150} = 5,66 \text{ cm}$$

$$a = f_2 - f_1 = 2,68 \text{ cm,}$$

folglich ist:

$$f_1 = f_2 - a = 5,66 - 2,68 = 2,98 \text{ cm.}$$

Somit ergibt sich:

$$R_1 = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2}{2f_1} = \frac{40^2}{2 \cdot 2,98} = \text{rd } 265 \text{ cm.}$$

Das Lehrgerüst.

Die auf das Lehrgerüst wirkenden äußeren Kräfte sind die aus der Gewölbelast herrührenden Drücke und die dadurch in den festen Stützpunkten des Lehrgerüsts hervorgerufenen Stützenwiderstände. Diese Stützenwiderstände sind aus jenen Drücken zu ermitteln. Die Spannkkräfte der einzelnen Konstruktionsteile werden nach den statischen Regeln berechnet.

Es handelt sich hier zunächst um die Kenntnis des Druckes, den das Gewölbe an irgend einer Stelle des Kranzes auf das Lehrgerüst ausübt.

Sobald die Grenzwerte dieses Druckes in jedem Knotenpunkte des Kranzes bekannt sind, läßt sich das Tragwerk eines Binders ähnlich wie dasjenige eines Brückenträgers berechnen.

1. Untersuchung auf Druck:

$$48) \quad P = F \cdot \sigma$$

wobei

$$\sigma = 50 \div 75 \text{ kg/cm}^2 \text{ für Weichholz}$$

$$\sigma = 70 \div 110 \text{ kg/cm}^2 \text{ für Hartholz.}$$

2. Untersuchung auf Knickfestigkeit:

Nach der Euler'schen Knickformel ist

$$49) \quad P \leq C \cdot m \frac{J \cdot E}{l^2}$$

wobei:

$P =$ wirkende Kraft

$C =$ Sicherheitswert für Holz $= \frac{1}{10}$

$m =$ Lagerung der Stützen

$J =$ Trägheitsmoment

$l =$ Knicklänge

$E =$ Elastizitätszahl

$E = 100 \text{ t/cm}^2$ für Weichholz

$E = 110 \text{ t/cm}^2$ für Hartholz.

Nach Abb. 42 wird die senkrechte Kraft G des Schlußsteines zerlegt in die Normale N senkrecht zu der

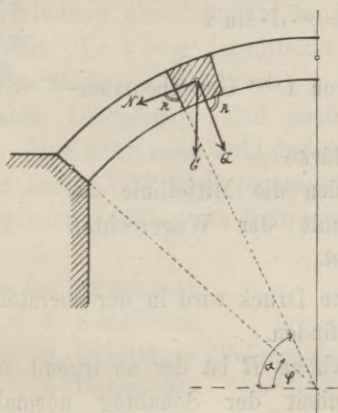


Abb. 42.

Verbindungs-fuge und in die Normale Q senkrecht zu der unteren Leibung. Q muß vom Lehrgerüst aufgenommen werden, während N das Gewölbe beansprucht (Abb. 42).

$$N = G \cdot \cos \alpha$$

$$Q = G \cdot \sin \alpha.$$

Das Lehrgerüst selbst hat die Kraft R aufzunehmen.

$$50) \quad R = G \cdot \cos \alpha - f \cdot G \cdot \sin \alpha.$$

Die Reibungsziffer von Stein auf Stein:

$$f = \operatorname{tg} \varphi' = 0,3 \div 0,57.$$

Ist $\varphi' = 26^\circ 30'$, so

$$\operatorname{tg} \varphi' = 0,5,$$

also $f = 0,5.$

Ermittlung der Belastungsfläche für das Lehrgerüst.

Der senkrechte Druck für eine Wölbtiefe $= 1$ (Abb. 43).

$$51) \quad p = \gamma \cdot d \cdot \sin \alpha$$

wobei

$\gamma =$ Gewicht von 1 cbm Gewölbemauerwerk

$d =$ Gewölbestärke

$\alpha =$ Winkel, den die Mittellinie des Steines mit der Wagerechten einschließt.

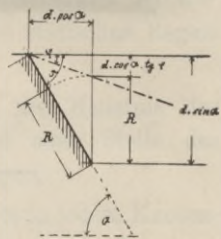


Abb. 43.

Der größte Druck wird in der obersten der versetzten Schichten stattfinden.

Die Druckhöhe R ist der an irgend einer Stelle auf die Flächeneinheit der Schalung normal zur inneren Leibungsfläche wirkende größte Druck auf das Lehrgerüst.

Diese Druckhöhe ergibt sich durch Rechnung aus dem Gleichgewichtszustande der obersten Gewölbesehicht:

$$R = d \sin \alpha - d \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi'$$

$$R = d \sin \alpha - \frac{d \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi'}{\sin \alpha}$$

$$52) \quad R = d \sin \alpha \cdot (1 - \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \varphi').$$

Der obere Grenzwert der Druckhöhe wird im Scheitel erreicht für $\alpha = 0$, dann ist:

$$52a) \quad R_{max} = \gamma \cdot d.$$

Graphische Ermittlung der Druckhöhen.

Man zerlegt die untere Leibung in beliebige Teile und zieht von dem in der äußeren Leibungslinie liegenden Punkt der Fuge eine Parallele zu dem Schenkel des gewählten Winkels φ' . Diese schneidet die durch den unteren Leibungspunkt der Fuge gelegte Senkrechte, und man erhält so die Druckhöhe R (Abb. 43). Die ermittelte Druckhöhe wird immer auf der Fuge abgetragen, und man erhält dann durch Verbindung dieser Punkte die Belastungsfläche für das Lehrgerüst. Ist $\alpha = \varphi'$ (ermittelter Reibungswinkel von Stein auf Stein), so ist $R = 0$.

Die meisten Lehrgerüste sind nach freitragendem System gebaut. Man wählt auch wohl das schwebende Lehrgerüst und bei hohen Viadukten sogenannte Konsolträger.

Im vorliegenden Falle ist ein freitragendes Lehrgerüst gewählt.

Hierzu werden verwendet:

1. Schalhölzer,
2. Querträger (Felgen),
3. Unterzüge,
4. Stützen.

Das Lehrgerüst, auf Pfählen ruhend, ist für eine Beanspruchung des Holzes von 80 kg/cm^2 berechnet. Es ist die bemerkenswerte Erfahrung gemacht worden, daß Holz senkrecht zur Längsfaser weit weniger beansprucht werden darf, als dieses in der Richtung der Faser zulässig ist.

Nachdem durch das Betonieren des Gewölbes eine gleichmäßige Verteilung auf das Lehrgerüst erreicht ist, kann der Schluß des Gewölbes zuerst an den Gelenken und zuletzt an den Bruchfugen erfolgen.

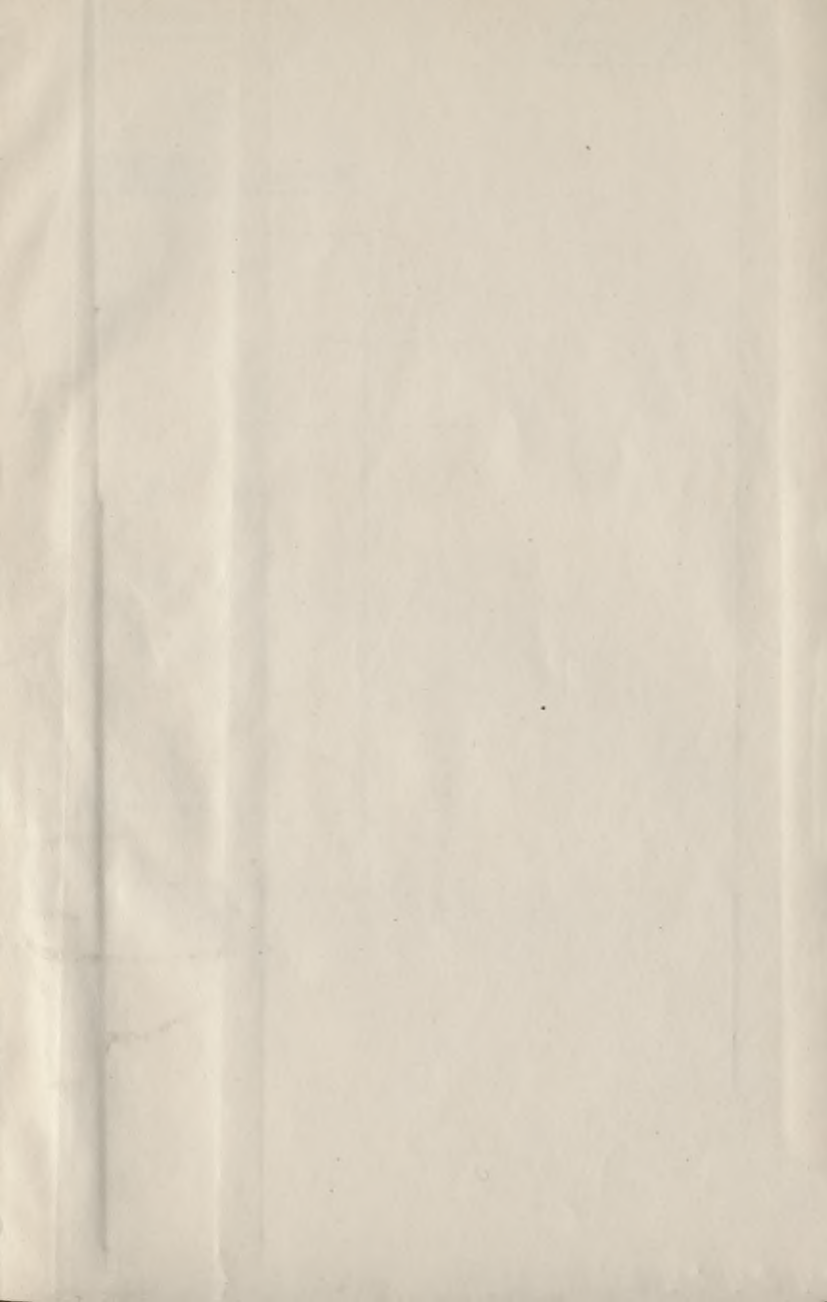
Als Ausrüstungsgegenstände zum Absenken des Lehrgerüsts dienen:

1. Keile für kleinere Bauten,

2. Sandtöpfe oder Spindeln für gröfsere Bauten.

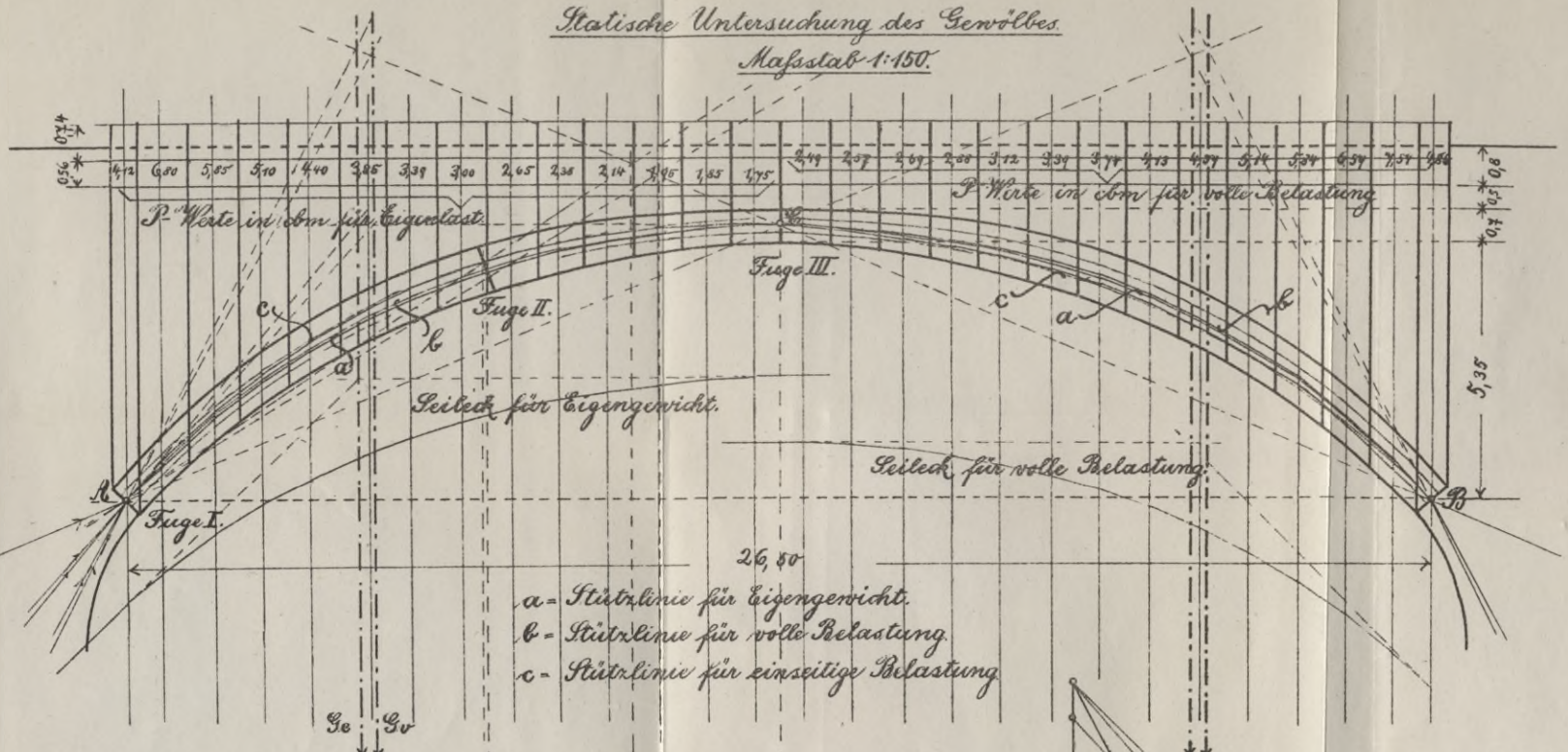
Die Sandtöpfe sind nur an trockenen Stellen zu verwenden. Um eine etwaige Erhebung zu ermöglichen, werden auf die Sandtöpfe oder Schrauben noch Keile gelegt, die sich dann beliebig einstellen lassen.



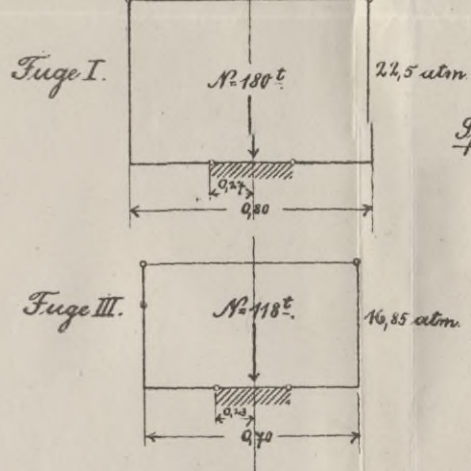
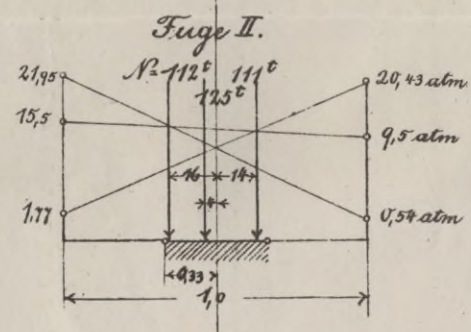
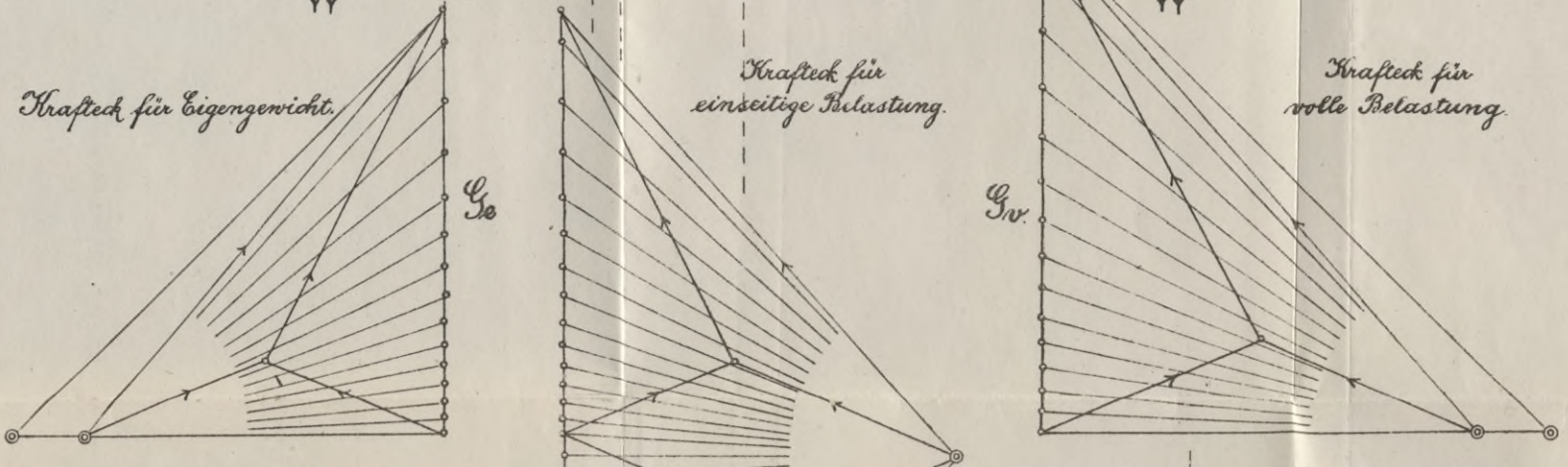


Betonbogenbrücke mit Granitgelenken.

Statische Untersuchung des Gewölbes.
Maßstab 1:150.

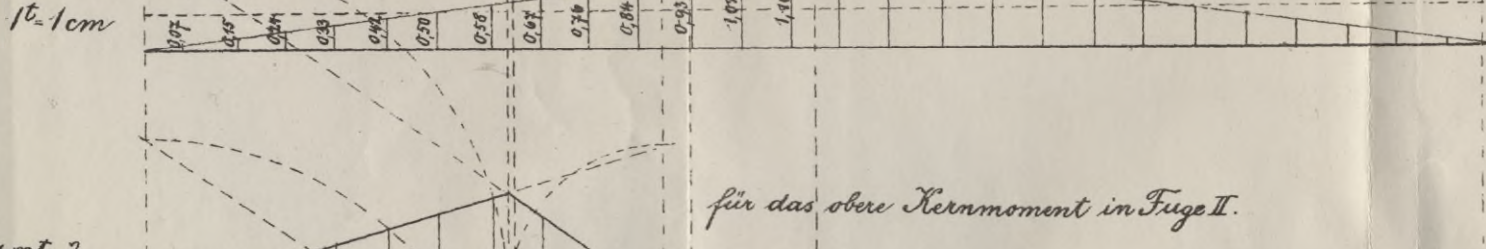
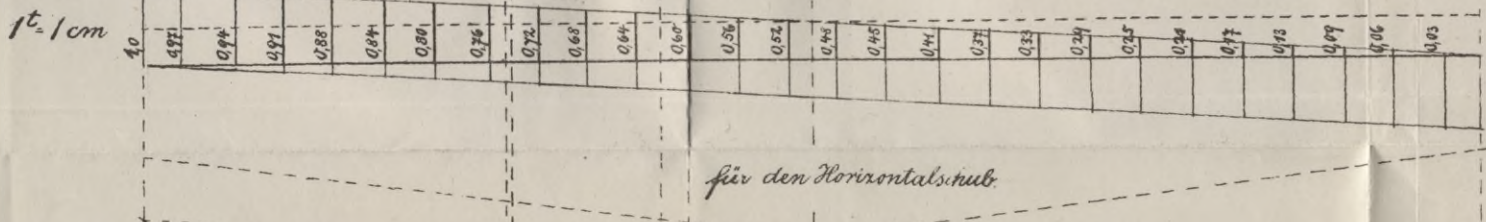


- a - Stützlinie für Eigengewicht.
- b - Stützlinie für volle Belastung.
- c - Stützlinie für einseitige Belastung.



Spannungsdiagramme
Längen 1:25
1 atm = 1 mm

Einflusslinien
für die Querkraft.





Längenschnitt.

Maßstab 1:150.

Querschnitt.

Spannungsermittlung der Fugen.

Bestimmung des Kämpfers
druckes mittels
Einflusslinien.

Kraftteck für Eigengewicht,
ungünstigste Verkehrslast
und Wind.

$N = 1766^t$.

$N = 2190^t$.

$N = 2800^t$.

Fuge I.

Fuge II.

Fuge III.

Fuge I.

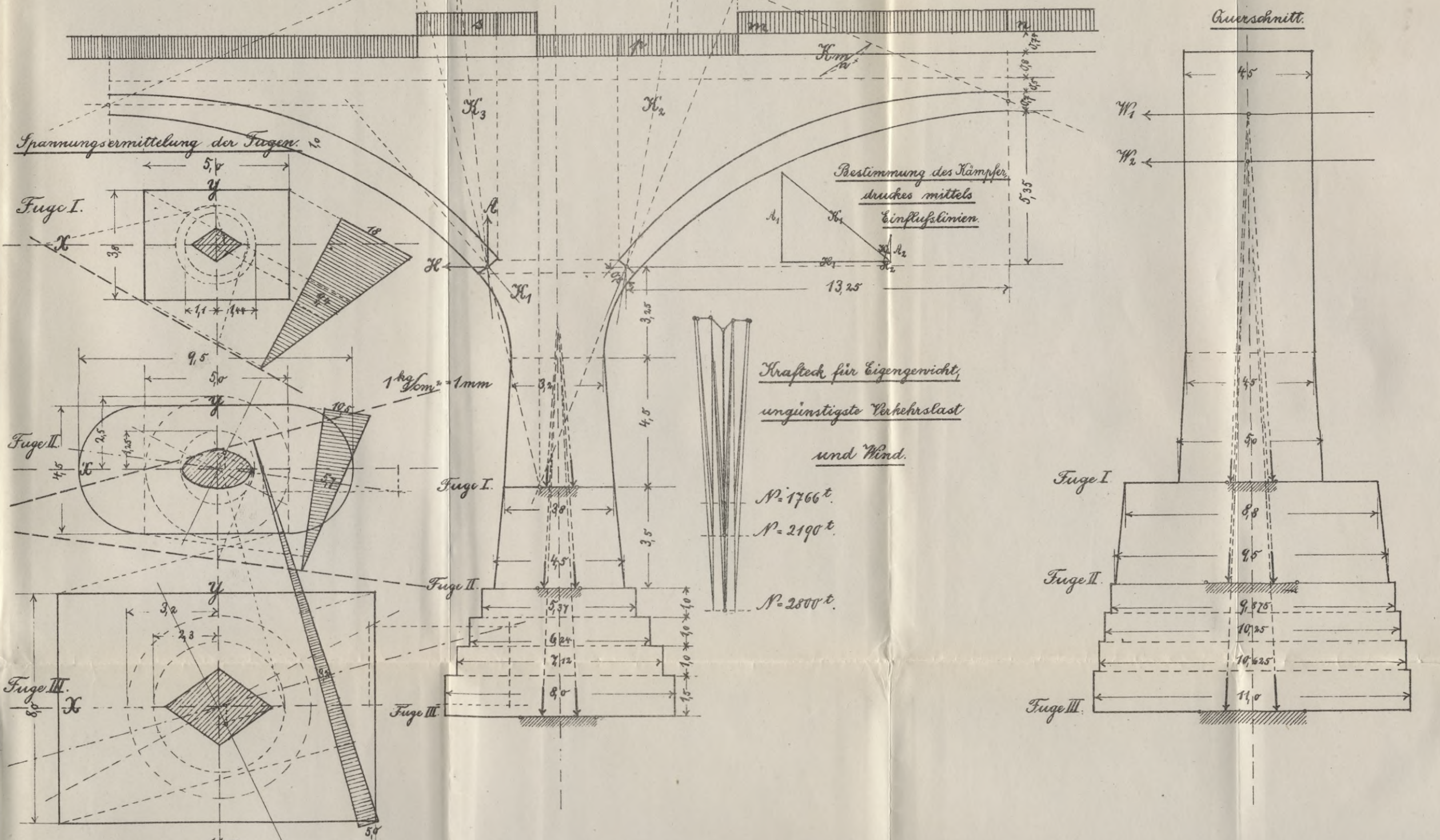
Fuge II.

Fuge III.

Fuge I.

Fuge II.

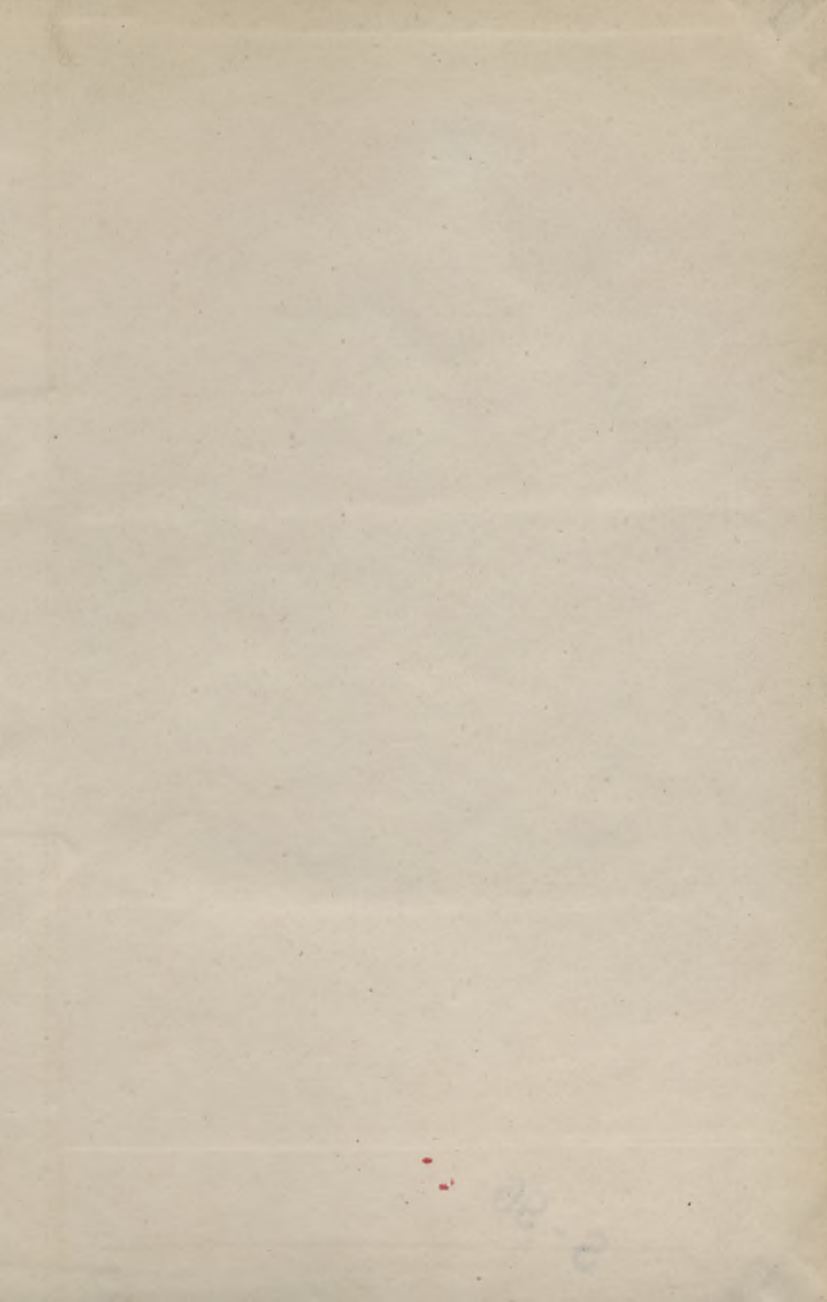
Fuge III.



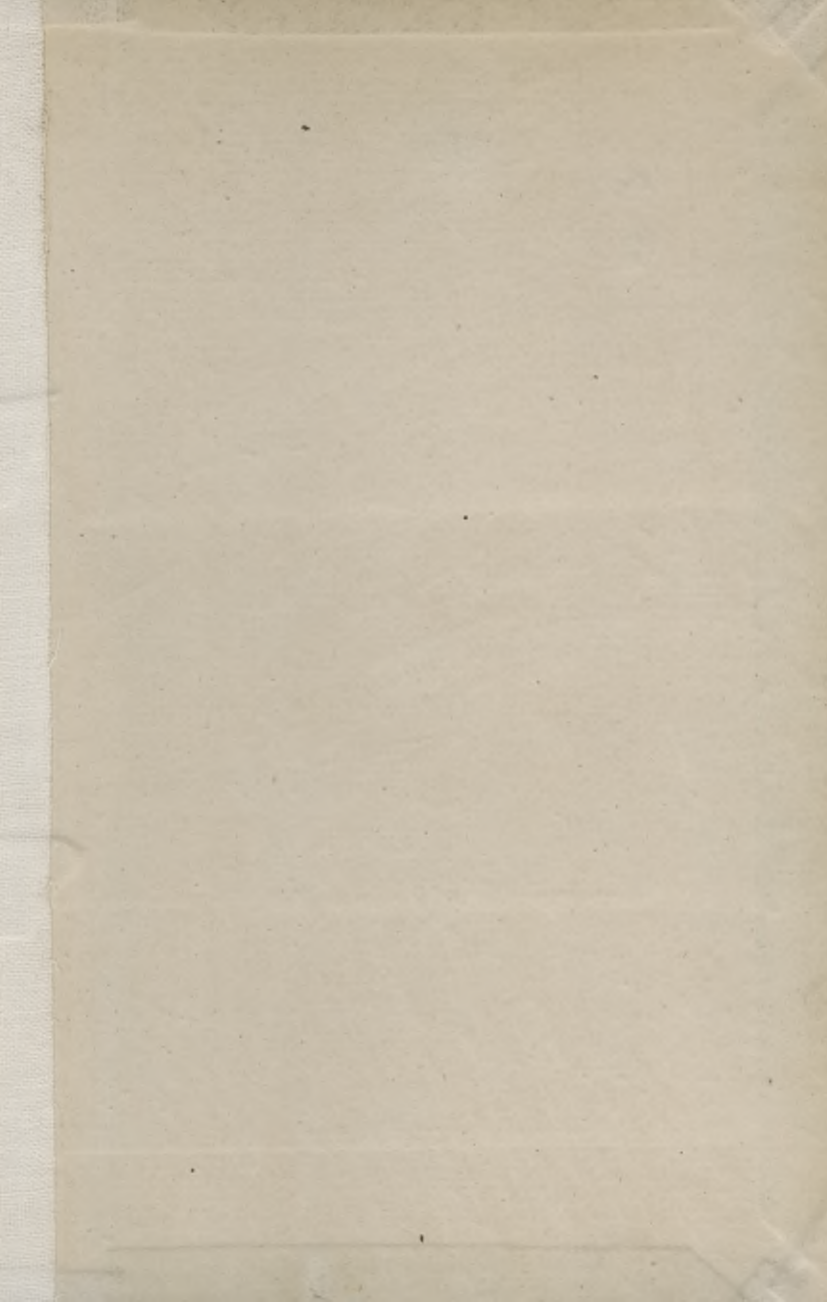




S. 61



S-96



WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA

I 30161
L. inw.

Kdn., Czapskich 4 — 678. 1. XII. 52. 10.000

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000296973