Armierter Beton

Lehrbuch zur Berechnung und Konstruktion

Bearbeitet von

M. SCHNYDER, INGENIEUR.

BURGDORF
Verlag von C. LANGLOIS & Cie.

Armierter Beton

Lehrbuch

zur

Berechnung und Konstruktion

bearbeitet von

M. SCHNYDER
Ingenieur
Hauptlehrer am kant. Technikum Burgdorf

Burgdorf
Verlag von C. Langlois & Cie.
1907

Druck von K. J. Wyss in Bern

Inhaltsverzeichnis.

Vorwort.

Die grosse Bedeutung, die sich der armierte Beton im Baufache errungen hat, veranlasste mich, meinen Vorträgen über Brückenbau am kantonalen Technikum in Burgdorf eine kurze Behandlung dieses Baustoffes anzuschliessen. Die knappe Zeit, die jedoch dem Techniker in seinem Studium zur Verfügung steht, erlaubte mir keine eingehende Besprechung der Konstruktion und Berechnung des armierten Betons. Um meinen Vortrag zu erleichtern und einem mehrfach geäusserten Wunsche meiner Schüler entgegen zu kommen, entschloss ich mich zur Bearbeitung dieses kleinen Werkes.

Mehrere Unfälle der letzten Zeit haben nur zu deutlich gezeigt, dass es für den Bauführer ebenso notwendig ist, wie für den entwerfenden und berechnenden Ingenieur, sich mit der Berechnungsweise des armierten Betons und der gegenseitigen Wirkung seiner beiden Materialien vertraut zu machen. Damit daher mein Werk auch einem Techniker, der keine Fachschule besucht, zum Selbststudium dienlich sei, habe ich versucht, gerade die theoretische Behandlung so einfach als möglich zu gestalten und an Hand von mehreren durchgerechneten Beispielen das Verständnis der Theorie und Berechnung zu erleichtern. So ist es denn nicht der Zweck dieses Büchleins, auf eine erschöpfende theoretische Behandlung dieser Konstruktionsart einzutreten, oder die vielen Systeme, die sich im armierten Beton ausgebildet haben, aufzuzählen, sondern eine möglichst einfache Anleitung zu geben, wie diese Konstruktionen zu berechnen und zu entwerfen sind. Ich beschränke mich daher auf die Entwicklung und Anführung von Formeln, welche in den meisten Fällen zur Berechnung des armierten Betons genügen und sich nach Erfahrung des Verfassers an ausgeführten Bauten bestens bewährt haben. Ich hoffe damit einem allgemeinen Bedürfnis zu genügen und dass meine Schüler und auch andere, die sich für den armierten Beton interessieren, in diesem Büchlein das finden werden, was sie suchen. Es möge dieses kleine Werk zugleich zu weiterem Studium im armierten Beton anregen. Zu eingehenderem Studium möge folgende zum Teil benützte Literatur dienen:

1. Zeitschriften:
   „Schweiz. Bauzeitung“, Sonderabzüge:
   - Prof. Dr. Ritter. Die Bauweise Hennebique.
   - Prof. F. Schüle. Résistance et déformation du Béton armé sollicité à la Flexion.
   - Prof. Mörsch. Schub und Scherfestigkeit des Betons.

   „Beton und Eisen“, Internationales Organ für Betonbau.

   „Forscherarbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetons.“
2. Prof. Mörsch: Der Eisenbetonbau.

3. C. Kersten: Der Eisenbetonbau.
4. Betonkalender, Verlag von W. Ernst und Sohn, Berlin.
5. Christofle: le béton armé.

Burgdorf, den 1. Dezember 1906.

Der Verfasser.

Einleitung.

Unter armiertem Beton versteht man die Vereinigung zweier Materialien, Beton und Eisen, so dass das Eisen wie ein Gerippe im Beton eingebettet ist. Durch diese Verbindung wird ein Material gebildet, das trotz der Verschiedenartigkeit seiner zwei Elemente und ihrer grundverschiedenen Eigenschaften solche Vorzüge besitzt, dass der armierte Beton in allen Gebieten, wo tragende Konstruktionen in Anwendung kommen, Holz, Stein und Eisen ersetzen kann. Für Deckenkonstruktionen in öffentlichen Gebäuden, Fabriken etc. hat der armierte Beton das Holz, das dem Schwamm und der Fäulnis ausgesetzt ist, fast vollständig verdrängt. Bei grossen Spannweiten und ausserordentlichen Belastungen, wie sie z. B. in Fabriken vorkommen, stellt der armierte Beton wohl die rationellste Konstruktion dar. Der Hauptvorzug desselben aber ist absolute Feuersicherheit, selbst bei grösster Hitze. Diesen Vorzug besitzen selbst Balken aus Eisen nicht, da sie sich bei grosser andauernder Hitze durchbiegen, während beim armierten Beton das Eisen von dem umhüllenden Beton geschützt wird. Vorteile gegenüber Konstruktionen aus Stein sind: billige Herstellung, Leichtigkeit und leichtes Anpassungsvermögen an jede Form. Zur Erstellung von Konstruktionen aus armiertem Beton können gewöhnliche Arbeiter unter guter Aufsicht verwendet werden. Handelt es sich um Ausnützung eines Raumes, so werden nicht nur Decken, sondern ganze Gebäude aus armiertem Beton erstellt, da solche Konstruktionen in Wanddicken von 8—10 cm ausgeführt werden können, während Steine Dimensionen von 30—60 cm erfordern.

Seit den ersten Vorschlägen von Coignet (1861) und der richtigen technischen Ausnützung des Patentes Monier (1880) durch die Berliner A.-G. für Beton- und Monierbau hat sich diese Konstruktionsart rapid entwickelt. (Monier hat schon 1868 ein Gewächshaus aus armiertem Beton erstellt.) Ein System um das andere ist entstanden, Brücken, Reservoirs, Kanäle, Stauwehre wurden in armiertem Beton ausgeführt. In der Fundation sind teils ganz neue Methoden entstanden. Pfähle aus armiertem Beton haben bei Fundationen im Meere die Holzpfähle, welche oft in kürzester Zeit vom Bohrwurm zerstört wurden, ersetzt.

Ebenso umfangreich wie seine Anwendung ist auch die Theorie des armierten Betons, aber nicht ebensoweit fortgeschritten.

Man ist bei der Berechnung der Beton-Eisenkonstruktionen wie bei homogenen Materialien auf Hypothesen angewiesen. Wie weit dieselben durch weitere Versuche modifiziert werden, wird die Erfahrung lehren. Eine Vereinfachung der Formeln, was den grössten praktischen Wert hätte, wird die Entwicklung der Theorie nicht bringen. Zum Verständnis dieser Formeln ist die Kenntnis der Eigenschaften der verwendeten Materialien erforderlich. Diesen wollen wir ein kurzes Kapitel widmen und im übrigen soll an Hand von Beispielen jeweilen die Anwendung der Theorie gezeigt werden.

I. Kapitel.

Allgemeine Eigenschaften der Materialien.

1. Eisen und Beton.

a) Eisen. Die Festigkeit des Eisens ist auf Zug und auf Druck gleich gross. Das Eisen zeigt ein elastisches Verhalten bis nahe zum Bruch, aber oberhalb der Elastizitätsgrenze beanspruchtes Eisen erleidet bleibende Längenänderungen, während unterhalb derselben das Eisen bei der Entlastung in seine ursprüngliche Länge zurückkehrt. Diejenige Belastung, bei welcher die Verlängerung des Stabes plötzlich vergrössert wird, nennt man die Streckgrenze. Durch Belastungen des Eisens zwischen der Elastizitätsgrenze und der Streckgrenze wird die Elastizitätsgrenze erhöht, es kann aber durch stark schwankende Belastungen, von denen die eine unterhalb, die andere über der Elastizitätsgrenze liegt, mit der Zeit ein Bruch herbeigeführt werden, ohne dass die Last die Streckgrenze erreicht. Das Eisen soll deshalb nie über die Elastizitätsgrenze beansprucht werden. (Versuche Bauschinger.) Innerhalb der Elastizitätsgrenze ist der Elastizitätskoeffizient konstant, die Verlängerung proportional der Spannung, und es kann gesetzt werden

$$\left.\begin{array}{ll}\text{die Verlängerung} & \triangle\, l = \dfrac{l \cdot \sigma e}{Ee} \\[2ex] \text{pro Längeneinheit} & \triangle\, l = \dfrac{\sigma e}{Ee}\end{array}\right\} \quad (1.$$

(Die näheren Bezeichnungen σe und Ee sollen andeuten, dass diese Grössen auf Eisen bezogen sind.)

Für die zwei, für den armierten Beton ausschliesslich in betracht kommenden Eisensorten, Flusseisen und Flusstahl, können folgende Festigkeitszahlen gelten:

	Elastizitäts-koeffizient kg : cm²	Elastizitätsgrenze kg : cm²	Festigkeit
Flusseisen	2150000	2200—2500	3600 - 4500
Flusstahl	2200000	2500—3500	4200 – 5500

b) Beton. Wesentlich andere Gesetze zeigt der Beton. Seine Festigkeit ist in weiten Grenzen veränderlich. Nicht nur die Mischungsverhältnisse, sondern auch die Qualität der einzelnen Materialien, Zement, Sand, Kies und nicht zuletzt die Quantität des beigemengten Wassers üben einen grossen Einfluss aus auf die Eigenschaften des Betons, dann aber auch die Sorgfalt, die beim Mischen und insbesondere beim Stampfen verwendet wird, und das Alter des Beton.

Das Aufstellen von bestimmten Gesetzen wird dadurch erschwert, dass die Bruchfestigkeit des Betons wesentlich abhängig ist von der Form und der Grösse der Proben, sodass sich Versuchsergebnisse nicht einfach vom Laboratorium in die Praxis übertragen lassen. Das Gesetz, dass die Längenänderung proportional der Spannung ist, gilt beim Beton nicht mehr, der Elastizitätskoeffizient ist nicht konstant, sondern abhängig von der Belastung und zwar nimmt derselbe mit wachsender Belastung ab. Bach hat zuerst unterschieden zwischen bleibenden und federnden Längenänderungen. Nach den von Sanders zusammengestellten Versuchen Bachs entnehmen wir für den Elastizitätskoeffizient auf Druck:

Beton			Werte von $\frac{E_b}{1000}$ für Werte von									
C	S	K	$\sigma_b=8$	16	24	32	40	48	56	64	72	80
1	2,5	5	223	202	191	184	178	173	170	167	164	162
1	2,5	5	328	293	275	263	253	246	240	236	231	227
1	3	6	272	244	229	219	211	205	199	195	192	189
1	—	—	207	195	188	183	179	176	174	172	170	168
1	1,5	—	283	262	251	243	237	223	229	223	222	220

Durch Zusatz von Sand wird der Elastizitätskoeffizient bis zum Verhältnis 1 C : 1,5 S vergrössert, gegenüber dem reinen Zement, durch weiteren Zusatz von Sand wieder verkleinert. Ebenso findet eine Vergrösserung desselben statt durch Zusatz von Sand und Kies innerhalb gewisser Grenzen. Die unterstrichenen S und K bedeuten Eppinger Sand, resp. Kalksteinschotter, während die andern Ziffern sich auf Donausand resp. Donaugerölle beziehen.

Aus der Tabelle ist ohne weiteres ersichtlich, dass die für Eisen angegebene Formel für Beton nicht mehr gilt. Soll eine gleiche Formel für Beton aufgestellt werden, so muss darin statt dem effektiven σ_b ein Wert σ_b^m eingesetzt werden. Für Konstante E_b erhalten wir also die Formel für Beton:

$$\triangle l = \frac{\sigma_b^m}{E_b} \qquad (2.$$

Dann sind für obige Mischungen folgende Werte von m und E_b einzusetzen:

Beton C	Beton S	Beton K	m	E b
1	2,5	5	1,14	298000
1	2,5	5	1,16	457000
1	3	6	1.16	380000
1	—	—	1,09	250000
1	1,5	—	1,11	356000

Für unsere weitere Entwicklung werden wir nur die erste Tabelle benützen.

Die Druckfestigkeit selbst des Betons schwankt innerhalb weiter Grenzen und ist bei gleich guter Verarbeitung vom Mischungsverhältnis abhängig und zwar schwankt $\sigma_b = 120-300$ kg : cm². Für eine Mischung 1 : 1,7 : 3,7 oder 350 kg Zement auf ein m³ Sand und Schotter ist im Mittel $\sigma_b = 200$ kg : cm², dabei hat man zwischen Druckfestigkeit und Würfelfestigkeit zu unterscheiden. Die Druckfestigkeit des Betons kann bei armiertem Beton erfahrungsgemäss eher höher angenommen werden als für den gewöhnlichen Beton. (Es findet wegen der geringen Dicke der Platten ein durchgreifendes Stampfen statt und scheint überhaupt eher die Würfelfestigkeit als die Druckfestigkeit in Betracht zu fallen.)

Noch grösser sind die Schwankungen der Zugfestigkeit. Es fehlt hier an genügenden Versuchen, jedoch kann angenommen werden, dass der Elastizitätskoeffizient des Betons zwischen 70,000 und 100,000 liegt, die Zugfestigkeit zwischen 8—25 kg : cm². Doch erreicht nach Versuchen von Wayss und Freytag (die Tabelle gibt nur den Elastizitätskoeffizienten für Zugspannungen zwischen 0 und 7 kg : cm²) der Elastizitätskoeffizient auf Zug die Werte von 175,000—267,000. Die sich aus Biegungsversuchen rechnerisch ergebende Zugspannung in der untersten Faser erreicht Werte von 30—55 kg : cm², also bedeutend mehr, als die Zugfestigkeit des Betons. Jedoch sind die Navierschen Hypothesen für Beton nicht absolut erfüllt, die wirkliche Zugspannung der Biegungskörper erreicht nach Versuchen[1]) nur die Hälfte der rechnerisch bestimmten, d. h. 15 bis 30 kg : cm². Selbstverständlich ist auch der Elastizitätskoeffizient auf Biegung etwas kleiner als der auf Druck.

Für die Berechnung von armierten Betonkonstruktionen ist auch die Kenntnis der Schub- und Scherfestigkeit des Betons und sein Haftvermögen zum Eisen wichtig. Nach Prof. Mörsch[2]) muss zwischen Schub- und Scherfestigkeit ein Unterschied gemacht werden. Die Schubfestigkeit ist der Widerstand gegen Abscheren, welches entsteht durch eine Biegungsbeanspruchung. Die Schubspannung ist nicht gleichmässig über den Balkenquerschnitt verteilt. Die Scherfestigkeit ist der Widerstand gegen direktes Abscheren und ist grösser als die Zugfestigkeit und lässt sich nach Prof. Mörsch ziemlich genau darstellen durch die Formel $\tau = \sqrt{\sigma_d \cdot \sigma_z}$ d. h. als eine Beziehung zwischen Zug- und Druckfestigkeit stehend. Ein Beton mittlerer Güte hat eine Druckfestigkeit von 180 kg : cm² und 10 kg : cm² Zugfestigkeit, nach obiger Formel berechnet würde sich eine Scherfestigkeit ergeben zu za. τ = 40 kg : cm². Ein weiteres wichtiges Ergebnis, das sich aus seinen Versuchen ergeben hat, ist, dass bei armierten Betonprismen das Eisen erst zur Wirkung kommt, wenn die Scherfestigkeit des Betons über-

---

[1]) Prof. Mörsch: Der Eisenbetonbau 1906.

[2]) Schw. Bauzeitung 1904.

wunden ist. In den Versuchen von Mörsch ergab sich eine kleinere Schubfestigkeit, als die Scherfestigkeit des Betons beträgt, aber 3—5 mal so gross als die Zugfestigkeit. Eingehende Versuche über die Haftfestigkeit zwischen Eisen und Beton verdanken wir demselben Autor[1]). In seinen Versuchen schwankt die Haftfestigkeit zwischen 29 und 50 kg : cm² im Mittel, bei den einzelnen Körpern aber zwischen 24 und 55,8 kg : cm². Seine Zahlen erhielt er mittelst Durchdrücken eines Stabes durch ein Betonprisma, während Tedesco bei gleichen Versuchen nur 20—25 kg : cm² erreichte. Eine Vergrösserung der Werte erzielte Mörsch, indem er um das Eisen herum eine Drahtspirale in den Versuchskörper einbetonierte. Die Haftfestigkeit ist bei Rundeisen grösser als für Quadrat- und Flacheisen.

C. v. Bach fand, dass die Adhäsion mit zunehmender Länge des einbetonierten Eisens abnimmt. Es scheint darnach die Haftfestigkeit des Eisens am Beton grösser zu sein als die Scherfestigkeit des Beton. Es fehlt noch an genügenden Versuchen, um sich genau Rechenschaft geben zu können, in welcher Weise diese Resultate für auf Biegung beanspruchte Konstruktionen aus armiertem Beton angewendet werden können. Die Frage der Scher- und Haftfestigkeit ist für den armierten Beton noch nicht vollständig gelöst.

2. Der armierte Beton.

Während die Festigkeitsverhältnisse des Eisens ziemlich genau bekannt sind, schwanken dieselben

---

[1]) Prof. Mörsch.

für den Beton, sodass es fast unmöglich ist, einheitliche Zahlen aufzustellen. Alle diese Schwierigkeiten übertragen sich in erhöhtem Masse auf den armierten Beton. Zwar kann die Frage der Zug- und Druckfestigkeit als ziemlich gelöst betrachtet werden. Schwieriger gestaltet sich die Lösung für die Biegungsbeanspruchung. Wenn man praktische Formeln für die Berechnung von armierten Betonkonstruktionen erhalten will, muss die Theorie so einfach wie möglich gestaltet werden. Wie weit wir unsere Annahmen vereinfachen dürfen, darüber können nur Belastungsproben Aufschluss geben. Solcher Versuche sind in den letzten Jahren eine Menge gemacht worden und haben von der Theorie unterstützt dazu geführt, für Konstruktionen aus armiertem Beton, die auf Biegung bis zum Bruche beansprucht werden, vier Phasen zu unterscheiden. Wir führen hier die Schlussfolgerungen an, die Prof. Schüle aus seinen Versuchen zieht.[1])

1. Phase: Der Balken verhält sich wie ein Balken aus homogenem Material. Das Ende dieser Phase wird dargestellt durch diejenige Belastung, welche den Bruch des nicht armierten Balkens herbeiführen würde, d. h. für welche die Elastizitätsgrenze des Betons erreicht ist.

2[a)] Phase: Die Zugfestigkeit des gewöhnlichen Betons wird überschritten, das Eisen beginnt zur Wirkung zu kommen. Die Zugsbeanspruchung ist 12 bis 20mal derjenigen des Betons auf Biegung, aber < 50 kg : cm². Der Beton zeigt aber noch keine Risse.

---

[1]) Prof. Schüle: Résistence et déformation du béton armé, sollicité à la flexion und Schweiz. Bauzeitung 1902.

2 b) Phase: In der Zugzone des Betons bilden sich Risse, die Beanspruchung des Eisens wird grösser. Das Ende der Phase wird dargestellt durch das Aufhören der Zugfestigkeit des Betons und der Beanspruchung des Eisens bis zur Streckgrenze.

3. Phase: Das Eisen hat den ganzen im Balken wirkenden Zug aufzunehmen, es wird über die Elastizitätsgrenze beansprucht, die Druckfestigkeit des Betons wird überschritten, die Belastung führt den Bruch herbei.

Weil der Beton ein sehr ungleichmässiges Verhalten zeigt, lassen sich Anfang und Ende jeder Phase nicht genau bestimmen. Es können bei ungleichmässiger Mischung und Verarbeitung des Betons an Stellen des Balkens Risse eintreten, bevor die Zugfestigkeit des Betons erreicht ist. Da ferner auch Risse infolge von Temperaturschwankungen eintreten können und so wie so noch grosse Unsicherheit über das Verhalten des Betons auf Zug besteht, so rechnet man gewöhnlich nach der Phase 2 b), um mit genügender Sicherheit den Balken dimensionieren zu können. D. h. man nimmt an, die Zugfestigkeit des Betons sei überschritten, resp. er habe keine Zugfestigkeit. Die Versuche von Prof. Schüle geben uns auch Aufschluss über die zulässige Beanspruchung von Beton und Eisen. Die Druckfestigkeit des Betons wird erhöht. Die zulässige Spannung des Betons auf Druck kann ohne Gefahr zu 30—35 kg : cm² angenommen werden (nach den Schweiz. Normalien 40 kg : cm²). Für Beton mit nachweisbarer Druckfestigkeit von 300 kg : cm² kann die zulässige Druckbeanspruchung selbst bis 50 kg : cm² gesteigert werden. Durch die Zugfestigkeit des Betons wird diejenige des Eisens vermehrt und kann daher die zulässige Beanspruchung des Eisens zu 1000 bis 1200 kg : cm^2 angenommen werden, also höher als bei gewöhnlichen Konstruktionen. Die Versuche Schüles haben gezeigt, dass die Beanspruchung des Eisens nur etwa 60 % der berechneten beträgt. In sehr sorgfältiger Weise hat Prof. Mörsch [1]) Biegungsversuche geleitet und die Resultate zusammengestellt. Diese Versuche geben nicht nur Aufschluss über die Beanspruchung des armierten Betons, sondern auch über die Lage der neutralen Achse. Darnach stimmt die Lage der neutralen Achse beim Auftreten der ersten Risse (Phase 2 b)) ziemlich genau mit der berechneten überein. Dagegen bleibt die Druckspannung im Beton weit unter der berechneten, ebenso die Zugspannung im Eisen. Eine Berechnung nach der Phase 2 b) gibt eine za. 1,5 fache Sicherheit gegen Rissbildung. Schüle macht darauf aufmerksam, wie schädlich es ist, bei Belastungsproben mit der Belastung höher zu gehen, als für welche Last der Balken berechnet wurde, da dadurch eine Schwächung des Balkens herbeigeführt wird. Aus Sparsamkeitsrücksichten läuft der Konstrukteur leicht Gefahr, die Dicke des Steges bei Plattenbalken zu klein zu wählen. Obschon dieser Steg keine Biegungsspannung aufzunehmen hat, trägt er zur Erhöhung der Tragfestigkeit bei und soll nicht unter ein bestimmtes Mass dimensioniert werden. Prof. Dr. Thullie leitet die zulässige Spannung im Eisen aus dessen Elastizitäts-

---

[1]) Prof. Mörsch: Der Betonbau und seine Anwendung.

grenze ab und kommt dadurch auf zulässige Spannungen von nur 750 kg : cm^2; aus dem vorerwähnten ist es aber nicht notwendig, so ungünstig zu rechnen. Grösser sind die Widersprüche über die zulässige Haftspannung zwischen Eisen und Beton.

Der deutsche Betonverein nimmt eine zulässige Haftspannung von 7,5 kg : cm^2 an. Prof. Dr. Fritz von Emperger[1]) findet diese Zahl zu hoch. Er vertritt die Ansicht, dass bei einer rechnungsmässigen Beanspruchung von über 4 kg : cm^2 die Möglichkeit aufhört, mit glattem Eisen und gewöhnlichen Bügeln zu konstruieren und besondere Vorrichtungen nötig sind, um die Haftspannung aufzunehmen. Nach Prof. Thullie[2]) ist jedoch die Bruchursache von armierten Betonträgern eher auf zu geringe Scherfestigkeit als zu geringe Adhäsion zwischen Beton und Eisen zurückzuführen. Aus den Versuchen leitet er eine Haftfestigkeit von 24—48 kg : cm^2 ab, sodass bei zulässiger Haftspannung von 7,5 kg : cm^2 eine $3^1/_2$—7fache Sicherheit bestehen würde. Es ist also nicht notwendig, mit der zulässigen Grenze auf 4 kg : cm^2 herunterzugehen, und auch nicht die Haftfestigkeit durch besonders geformte Eisen zu erhöhen. Auch die Versuche von Prof. Mörsch ergeben Haftspannungen über 30 kg : cm^2, sodass die zulässige Spannung mit 7,5 kg : cm^2 kaum als zu hoch bezeichnet werden kann. Ein abschliessendes Urteil

---

[1]) Dr. Ing. Fritz von Emperger: Forscherarbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetons, Heft V; 1906. B. u. E., Heft VII, 1906.

[2]) Dr. Max v. Thullie: Die Bruchursachen des betoneisernen geraden Trägers. B. u. E. Heft VIII—X, 1905.

wird nur möglich sein, wenn die Versuche an den verschiedenen Anstalten einheitlich durchgeführt werden. Jedenfallls wird kaum die Haftfestigkeit aufhören mit dem Ueberschreiten der Zugfestigkeit.[1])

II. Kapitel.

Auf Biegung beanspruchte Konstruktionen.

Die Berechnung der Biegungsspannungen der homogenen Körper stützt sich auf Hypothesen, die unter dem Namen «Naviersche Hypothesen» bekannt sind und mit den praktischen Ergebnissen ziemliche Uebereinstimmung zeigen. Es wird dabei vorausgesetzt, dass die Durchbiegung der Balken klein sei im Verhältnis zu ihrer Dimension und ebene Querschnitte auch nach der Durchbiegung noch eben seien und ferner, dass die Verlängerung der Fasern proportional sei der Spannung, woraus weiter folgt dass die Spannung und also auch die Verlängerungen proportional sind der Entfernung der Fasern von der neutralen Achse. Wir wissen nun, dass diese Hypothesen beim Beton, also auch beim armierten Beton, nicht zutreffen. Machen wir die erste Hypothese, nämlich, dass die Querschnitte auch nach der Durchbiegung noch eben seien, so folgt daraus: dass die Längenänderung der Fasern proportional sein muss ihrer Entfernung von der neutralen Achse, aber die Spannungen selbst zeigen nach der Gleichung

---

[1]) Emil Probst: Zusammenwirken von Beton und Eisen. Forscherarbeiten Heft VI, 1906.

2 ein anderes Verhalten. Tragen wir die Spannungen in jeder Faser normal zur Schnittlinie auf, so erhalten wir entsprechend den Elastizitätskoeffizienten unserer ersten Tabelle eine Kurve, die aber noch von den Eigenschaften und der Quantität der Mischungsmaterialien und andern Einflüssen abhängig ist. Die Berücksichtigung dieser Kurve würde auf solche rechnerische Schwierigkeiten stossen, dass wir auch hier zu unseren Hypothesen die weitere zufügen müssen: Der Elastizitätskoeffizient für Beton sei konstant, die Spannungskurve wird eine gerade, die Verlängerungen also proportional den Spannungen und letztere proportional den Abständen der Fasern von der neutralen Achse. Der Fehler, den wir begehen, ist um so eher zulässig, als auch die Annahme von der Längenänderung der Phasern proportional dem Abstand von der neutralen Achse keineswegs erwiesen ist. Daraus ergibt sich für unsere Berechnung der wichtige Satz:

1. Auf Biegung beanspruchte Konstruktionen aus armiertem Beton sind wie Konstruktionen aus homogenem Material zu berechnen.

Daraus folgt aber ohne weiteres, dass das Eisen die gleiche Verlängerung erleiden muss, wie diejenigen Fasern des Betons, welche gleich weit entfernt von der neutralen Achse liegen. Nun lässt sich auch derjenige Teil der Spannungen berechnen, den das Eisen übernimmt. Unter der Voraussetzung, der Elastizitätskoeffizient sei konstant für Beton = E_b, derjenige des Eisens = E_e, so erhalten wir nach Gleichung (1

$$\triangle l = \frac{\sigma_e}{E_e} = \frac{\sigma_b}{E_b} \quad \text{woraus}$$

$$\sigma_e = \sigma_b \cdot \frac{E_e}{E_b} \qquad (3$$

Bezeichnen wir den Querschnitt des Eisens mit fe, so ist die vom Eisen aufgenommene Kraft

$$\sigma_e \cdot fe = \sigma_b \cdot \left\{\frac{E_e}{E_b} \cdot fe\right\} = n \cdot fe \cdot \sigma_b \qquad (3^1$$

oder

2. Das Eisen wird als Beton in Rechnung gebracht, indem der Querschnitt des Eisens mit dem Koeffizient $n = \frac{E_e}{E_b}$ multipliziert wird (d. h. man rechnet dann das Eisen mit der Spannung des Betons σ_b).

Die Schwierigkeit liegt nun in der Auswahl des richtigen E_b und hier gehen die Ansichten etwas auseinander; Ritter nimmt an $E_b = 200{,}000$ und erhält $n = \frac{2 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^5} = 10$. Prof. Thullie geht von folgenden Voraussetzungen aus:

Für kleine Druckspannungen beträgt der Elastizitätskoeffizient für Beton 200,000 und sinkt mit wachsender Spannung auf 100,000, oder n sinkt von 20 auf 10. Er hat also einen andern Wert in der Nähe der neutralen Achse, als gegen die äussern Fasern, entsprechend der Spannungskurve in nebenstehender Figur. Diese Kurve

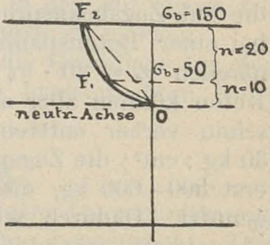


Fig. 1.

kann man sich durch zwei Gerade ersetzt denken, für die eine $O F_1$ ist $n = 10$, für die andere $F_1 F_2$ ist $n = 20$. Will man entsprechend der Voraussetzung Satz 1 eine geradlinige Verteilung der Spannungen annehmen, so entspricht das der Geraden $O F_2$, für welche der Mittelwert also $n = 15$ anzunehmen ist. Dagegen können wohl folgende Einwendungen gemacht werden:

Wie aus der ersten Tabelle ersichtlich ist und auch in der Figur eingetragen, sinkt der Wert E_b erst bei sehr hohen Spannungen auf 100,000, obige Annahme würde also erst gelten bei einer Beanspruchung der äussersten Faser von 150—200 kg : cm², d. h. beim Bruche des Balkens. Obschon diese Werte in der Berechnung in Form der Sicherheit berücksichtigt werden, ist der Balken für die tatsächlich vorkommenden Verhältnisse zu untersuchen, also für Spannungen in den äussersten Fasern von 30—40 kg : cm², d. h. für $n = 8$ bis $n = 10$ oder wenigstens für die Phase 2 b). Also nicht für einen Wert, der erst eintritt, wenn der Balken bricht. In der Zugzone selbst ist der Wert $E_b = 100{,}000$ massgebend, also $n = 20$; trotz dieser günstigen Annahme würde nach Gleichung (3[1] die zul. Zugsbeanspruchung des Eisens erst erreicht bei einer Betonspannung von $\sigma_b = 50—60$ kg : cm², nämlich $\sigma_e = 20 \cdot \sigma_b = 1000—1200$ kg. Risse im Beton können aber aus früher erwähnten Gründen schon vorher entstehen, vielleicht schon bei 25—30 kg : cm²; die Zugspannung des Eisens wäre dabei erst 500—600 kg, die Zugfestigkeit also nicht ausgenützt. Dadurch würde der armierte Beton unökonomisch, wir werden also unseren Bedingungen noch folgende zufügen:

3. Die Zugfestigkeit des Betons wird in der Rechnung nicht berücksichtigt, der Balken wird so berechnet, als ob das Eisen die ganze in der Konstruktion wirkende Zugkraft aufzunehmen hätte.

Diese Annahme müssen wir umso eher machen, als, wie wir schon bemerkt haben, auch noch andere Ursachen zur Rissbildung im Beton führen können. Die zulässige Druckspannung des Betons beträgt 30—40 kg : cm². Eine Eiseneinlage kann aber nur 2—3 cm unterhalb der obersten Faser gemacht werden, also da, wo die Spannung des Betons 20—30 kg : cm² beträgt. Die Druckspannung im Eisen wäre dann 10—15mal σ_b, also 300—400 kg : cm², d. h.

4. Für eine Eiseneinlage in der Druckzone wird die zulässige Druckfestigkeit des Eisens nicht ausgenützt.

Damit ergibt sich eine ökonomische Folgerung für die Disposition der Materialien, nämlich:

Im armierten Beton soll der Beton nur auf Druck, das Eisen nur auf Zug beansprucht sein. Wir werden später sehen, dass andere Gesichtspunkte es vorteilhaft erscheinen lassen, auch in den auf Druck beanspruchten Teilen Eiseneinlagen zu machen.

Unsere Sätze bilden nun die Grundlage für die Berechnung der auf Biegung beanspruchten Konstruktionen.

1. Platten.

Eine Platte von rechteckigem Querschnitt von der Breite b werde auf Biegung beansprucht. Die für die Berechnung in Betracht fallende Platten

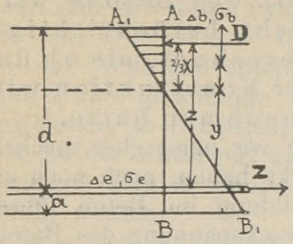


Fig. 2.

dicke sei d, die ganze Dicke $a + d = h$. Ein Querschnitt AB wird infolge der Durchbiegung nach unserer Voraussetzung übergehen in den Querschnitt $A_1 B_1$. Die Verkürzung der äussersten Betonfaser sei $\triangle b$, die Verlängerung des Eisenstabes $\triangle e$, so folgt

$$\left.\begin{aligned} &\text{Die Druckkraft des Betons} \quad D = b \cdot \sigma_b \cdot \frac{x}{2} \\ &\text{„ Zugkraft des Eisens} \quad Z = fe \cdot \sigma_e \end{aligned}\right\} \quad (1.$$

Da wir nur Biegungsspannungen haben, so muss sein:

$$D = Z \text{ oder } fe\, \sigma_e = b\, \sigma_b \cdot \frac{x}{2} \qquad (2.$$

Ist M das Moment der äussern Kräfte, bezogen auf den Querschnitt AB, so folgt aus dem Gleichgewicht der innern und äussern Kräfte ferner:

$$M = z \cdot D = zZ = z \cdot fe\, \sigma_e = z \cdot b\, \sigma_b \cdot \frac{x}{2} \qquad (3.$$

Aus obiger Figur folgt $\frac{\triangle e}{\triangle b} = \frac{y}{x}$

ferner ist $\triangle b = \frac{\sigma b}{E b}$; $\triangle e = \frac{\sigma e}{E e}$; $\frac{E e}{E b} = n$

somit $$y = x \cdot \frac{\sigma e}{\sigma b} \cdot \frac{1}{n} \qquad (4.$$

Die Druckspannungen im Beton werden dargestellt durch ein Dreieck, die Mittelkraft D greift also im Schwerpunkt des Dreiecks an, oder im Abstand $^2/_3\, x$ von der neutralen Achse, es ist also $z = x + {}^2/_3\, x = \quad x \left[\frac{\sigma_c}{\sigma_b} \cdot \frac{1}{n} + \frac{2}{3}\right]$ (5.

die Gleichung (4 geht daher über in die Form

$$M = b \cdot \sigma_b \cdot \frac{x}{z}\; x \left[\frac{\sigma_e}{\sigma_b} \cdot \frac{1}{n} + \frac{2}{3}\right] \quad (3'.$$

woraus sich die Entfernung der neutralen Achse von der obern Kante ergibt.

$$X = \sqrt{\frac{6\; M \cdot n}{b\; (3\; \sigma_e + 2\; \sigma_b \cdot n)}} \qquad (6.$$

sobald wir also n, σ_b und σ_c annehmen, können wir für jede beliebige Spannung das x rechnen.

Wenn wir zur Abkürzung setzen:

$$m_1 = \sqrt{\frac{6 \cdot n}{(3\; \sigma_e + 2\; \sigma_b \cdot n)}} \qquad (7.$$

und berücksichtigen, dass $y = \frac{\sigma_e}{\sigma_b} \cdot \frac{1}{n} \cdot x$, $d = x + y$,

so können wir drei Gleichungen schreiben von der Form

$$x = m_1 \sqrt{\frac{M}{b}} \quad y = m_2 \sqrt{\frac{M}{b}} \quad d = m_3 \sqrt{\frac{M}{b}} \; (7^1$$

und erhalten für die in der Praxis am meisten vorkommenden Werte von σ_e, σ_b und n folgende Tabelle:

σe	σb	$\frac{\sigma e}{\sigma b}$	n = 15			n = 10		
			m_1	m_2	m_3	m_1	m_2	m_3
750	30	25	0,169	0,282	0,451	0,145	0,363	0,508
1000	30	$33^1/_3$	0,152	0,337	0,489	0,129	0,430	0,559
1200	30	40	0,141	0,377	0,518	0,119	0,476	0,595
1000	35	29	0,149	0,284	0,433	0,127	0,363	0,490
750	40	$18^3/_4$	0,162	0,202	0,364	0,140	0,264	0,404
1000	40	25	0,146	0.244	0,390	0,126	0,315	0,441
1200	40	30	0,137	0,274	0,411	0,117	0,341	0,458

Aus dieser Tabelle ist ersichtlich, welchen Einfluss die verschiedenen Annahmen für E_b resp. n auf die Betondicke $d = m_3 \sqrt{\frac{M}{b}}$ ausüben.

Für $n = 10$ wird die Dicke d nur $^1/_5 - ^1/_{10}$ grösser als für $n = 15$.

Es kann nun sofort auch aus dem Moment der nötige Eisenquerschnitt berechnet werden, sobald man d und x kennt.

Setzt man nämlich für z den nun bekannten Wert $z = d - {}^1/_3\, x$, so erhält man den auf eine Breite von b nötigen Eisenquerschnitt

$$fe = \frac{M}{\sigma\left(h - \frac{x}{3}\right)} \qquad (8.$$

diese Gleichung kann umgeformt werden in

$$fe = \frac{m_4 \sqrt{b \cdot M}}{1000} \qquad (8^1.$$

σe	σb	n = 15 m_4	n = 10 m_4
750	30	3,70	2,90
1000	30	2,28	1,94
1200	30	1,77	1,50
1000	35	2,61	2,23
750	40	4,30	3,73
1000	40	2,93	2,51
1200	40	2,28	1,98

Wenn wir für die obigen Werte den Koeffizienten ausrechnen, erhalten wir nebenstehende Tabelle. Für $n = 10$ ist somit bei gleichen Spannungen der Eisenquerschnitt um etwa $^1/_5$—$^1/_8$ kleiner als für $n = 15$, wobei jedoch zu beachten ist, dass für $n = 10$ infolge der grössern Betondicke auch das Eigengewicht und darum auch das M etwas grösser wird.

Beim heutigen Stande der Theorie lässt es sich noch kaum sagen, welcher der Werte für n der richtige ist. Jedenfalls ist der Fehler, den man in der Wahl von $n = 10$ oder $n = 15$ machen könnte, nicht gross. Auch vom ökonomischen Standpunkte aus ist die Differenz nicht gross. Wir haben es so in der Hand, durch die Wahl der Spannungen uns jeder Konstruktionshöhe anzupassen; dabei wird sich allerdings der Eisenquerschnitt bedeutend ändern. In unserer Tabelle zwischen $\frac{1,50\sqrt{b\,M}}{1000}$ und $\frac{4,30\sqrt{b \cdot M}}{1000}$, während die ausnützbare Konstruktionshöhe variiert zwischen $d = 0{,}595\sqrt{\frac{M}{b}}$ und $d = 0{,}364\sqrt{\frac{M}{b}}$, der Eisenquerschnitt wächst also ungefähr umgekehrt proportional mit dem Quadrat der Höhe, was eigentlich selbstverständlich ist. Die Spannung im Eisen variiert dabei zwischen 1200 und 750 kg : cm². Natürlich könnte die Betondicke noch mehr reduziert werden, wenn das Verhältnis zwischen σ_e und σ_b noch ungünstiger gestaltet wird, z. B. 750 und 50 kg : cm². Für die richtige Wahl von n sind bis jetzt nur theoretische Begründungen aufgestellt worden. Erst die Versuche von Prof. Mörsch geben uns über die tatsächliche Lage der neutralen Achse Aufschluss. Nach diesen Versuchen wäre $n = 15$ der Wert, der der Wirklichkeit am nächsten kommt, sofern bei der Berechnung die Navierschen Hypothesen vorausgesetzt werden.

Obige Formeln genügen zur Berechnung von Platten, sie enthalten nur noch eine Unbekannte, nämlich das Moment M resp. $\sqrt{M}$.

Es kommt nun sehr häufig vor, dass an schon bestehenden Objekten die Spannungen berechnet werden sollen, also das M, fe und d sind gegeben, σ_e und σ_b unbekannt. Für diesen Fall können die Formeln (2, (4, (6, (8 folgendermassen umgestaltet werden:

Die Entfernung der neutralen Achse von der obern Faser $x = \frac{n \cdot fe}{b}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2\,bd}{n \cdot fe}}\right]$

Die Druckspannung in der obersten Faser . . . $\sigma_b = \frac{2\,M}{b \cdot x\left(d - \frac{x}{3}\right)}$ (9.

Die Zugspannung im Eisen . . . . $\sigma_e = \frac{M}{fe \cdot \left(d - \frac{x}{3}\right)}$

Zur bessern Uebersicht wollen wir auch die zur Berechnung einer neuen Konstruktion (unter der Annahme, dass die zulässigen Spannungen σ_b und σ_e gegeben sind) abgeleiteten Formeln noch einmal zusammenstellen, nämlich Formeln (4, (6, (8:

$$\left.\begin{aligned} x &= \sqrt{\frac{6\,M \cdot n}{b\,(3\,\sigma_e + 2\,n \cdot \sigma_b)}} \\ y &= \frac{\sigma_e}{\sigma_b} \cdot \frac{1}{n} \cdot x,\ d = x + y \\ fe &= \frac{M}{\sigma_e\left(d - \frac{x}{3}\right)} \end{aligned}\right\} (9^1.$$

Berechnungsweise Ritter: Ritter berechnet die Platten, indem er die allgemeinen Formeln für die Biegungsspannungen bei homogenen Körpern anwendet, nämlich

$$\sigma\,y = \frac{y\,M}{J}$$

und für die neutrale Achse $x = \frac{S}{F}$. Die Zugfestigkeit des Betonquerschnittes, der sich unter der neutralen Achse befindet, wird vernachlässigt, daher sollte dieser Teil für die Berechnung des statischen Momentes S und des Trägheitsmomentes J nicht in Berechnung gezogen werden. Da jedoch die Lage der neutralen Achse vorerst unbekannt ist, können die allgemeinen Formeln nicht direkt verwendet werden. Ritter rechnet die neutrale Achse aus, indem er das S und J für den ganzen vorhandenen Querschnitt bestimmt; die so erhaltene neutrale

Achse weicht von der wirklichen nur wenig ab, sodass dadurch keine wesentliche Aenderung in den Spannungen resultiert.

Das folgende Rechnungsbeispiel ist der Abhandlung Ritters entnommen:[1])

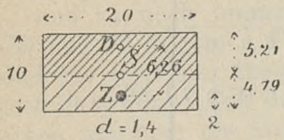


Fig. 3.

Auf nebenstehende Platte von 20 cm Breite entfalle ein Moment $M = 10120$ cmkg.

Das Eisen habe einen Querschnitt $fe = 1{,}54$ cm².

Für $n = 10$ ergibt sich:

Der Querschnitt $F = 20 \cdot 10 + 10 \cdot 1{,}54 = 215{,}4$.

$$\left.\begin{aligned} \text{das stat. Moment } S &= \frac{20 \cdot 10^2}{2} + 15{,}4 \cdot 8 = \\ 1000 + 123 &= 1123 \text{ cm}^3 \\ J = 1000 \cdot {}^2/_3 \cdot 10 + 123 \cdot 8 &= 7650 \end{aligned}\right\} \begin{array}{c}\text{bezogen}\\\text{auf den}\\\text{obern}\\\text{Rand.}\end{array}$$

Entfernung der neutr. Achse $s = \frac{S}{F} = \frac{1123}{215{,}4} = 5{,}21.$

Daraus ergibt sich das Trägheitsmoment bezogen auf den Schwerpunkt

$$Jo = J - F \cdot s^2 = 1803$$

Würde die Zugfestigkeit berücksichtigt, so würde man folgende Spannungen erhalten:

---

[1]) Prof. W. Ritter: Die Bauweise Hennebique. Schw. Bauzeitung 1899. Bd. XXXIII, No. 5, 6 und 7.

Druck im Beton $\sigma b = \frac{5{,}21 \cdot 10120}{1803} = 29$ kg : cm².

Zug „ „ $\sigma z = \frac{4{,}79 \cdot 10120}{1803} = 27$ kg : cm².

„ „ Eisen $\sigma e = \frac{10 \cdot 2{,}79 \cdot 10120}{1803} = 156$ kg : cm².

Wird die Zugfestigkeit des Betons vernachlässigt, so findet man

die Entfernung des Druckmittelpunktes $\frac{1}{3} \cdot 5{,}21 = 1{,}74$

die Entfernung zwischen Druckmittelpunkt und Eisen . . . . $8 - 1{,}74 = 6{,}26$

somit Zugkraft im Eisen $Z = \frac{10120}{6{,}26} = 1617$ kg.

Spannung im Eisen $\frac{1617}{1{,}54} = 1050$ kg : cm².

Druckspannung im Beton $\frac{2 \cdot 1617}{20 \cdot 5{,}21} = 31$ kg : cm².

Berechnung der Momente *M*.

Wir haben bis jetzt vorausgesetzt, dass die Momente *M* bekannt seien. Eine Berechnung derselben tritt tatsächlich nicht mehr in die Theorie des armierten Betons ein. Da vielfach von Anfängern der Fehler begangen wird, Platten und Balken, welche zwischen Gebäudemauern aufgelagert sind, als eingespannt zu rechnen, so sollen auch diesbezüglich einige Bemerkungen gemacht werden. Wir setzen voraus, dass es sich um eine gleichmässig verteilte Belastung von *p* kg pro m² handelt.

1. Die Platte mit ausgesprochener Längsrichtung.

a) Die Platte ist an beiden Enden frei aufgelagert, dann ist das Moment in der

Mitte . . . . $M = \frac{pl^2}{8}$

am Auflager . . . . . . $M_1 = 0$

b) Die Platte ist an den Enden vollständig eingespannt, so ist:

das Moment in der Mitte $M = + \frac{pl^2}{24}$

an den Auflagern . . $M_1 = - \frac{pl^2}{12}$

Mit vollständig eingespannten Platten hat man es selten zu tun; Platten, die in das Mauerwerk eingreifen, sind nur unvollkommen eingespannt, da das Gewicht der über der Einspannung liegenden Mauer nicht genügen würde, um das negative Moment aufzunehmen. Nimmt man halbe Einspannung an, so würden sich Momente ergeben, als Mittel der behandelten zwei Fälle, also:

c) Die Platte ist nur teilweise eingespannt, so ist:

das Moment in der Mitte $M = + \frac{pl^2}{12}$

an den Auflagern . . . $M_1 = - \frac{pl^2}{24}$

im allgemeinen rechnet man aber ungünstiger; man nimmt an, das Moment in der Mitte betrage $M = \frac{pl^2}{10}$ dann wäre aus der Momentenkurve das Moment am Auflager nur $M_1 = - \frac{pl^2}{40}$, d. h. ein Moment, dem die Platte immer widerstehen müsste. Doch zeigen sich gerade an den Auflagern oft schon Risse, herrührend von Temperaturspannungen oder von negativen Momenten; es ist daher gerechtfertigt, hier ungünstiger zu rechnen, wir werden daher am Auflager rechnen mit einem Moment $M_1 = -\frac{pl^2}{20}$.

Der am meisten vorkommende Fall ist derjenige, wo die Platten kontinuierlich über die Balken fortlaufen. Eine grössere Kontinuität als drei Oeffnungen braucht man nicht zu berücksichtigen, wir erhalten

d) Die Platten sind kontinuierlich aufgelagert. Für drei Oeffnungen erhält man für die Mitte das maximale Moment, wenn nur die mittlere Oeffnung belastet ist, $M = \frac{pl^2}{13{,}33}$ am Auflager dagegen bei Belastung aller drei Felder $M_1 = -\frac{pl^2}{10}$

Auch hier werden wir der grössern Sicherheit wegen rechnen, das Moment in der Mitte . . . . $M = \frac{pl^2}{10}$

das Moment am Auflager $M_1 = -\frac{5}{4} M = \frac{pl^2}{8}$

2. Für die Platte, die angenähert quadratisch ist, unterscheiden wir:

a) die Platte ist an allen Seiten frei aufgelagert: die Spannweiten seien l_1 und l_2, so ist das Moment in der Richtung l_1 $M_1 = \frac{l_2^4}{l_1^4 + l_2^4} \cdot \frac{p l_1^2}{8}$

" " " l_2 $M_2 = \frac{l_1^4}{l_1^4 + l_2^4} \cdot \frac{p l_2^2}{8}$

für $l_1 = l_2$ $M = \frac{p l^2}{16}$

b) die Platte ist an allen vier Seiten vollständig eingespannt, so findet man das Moment

in der Richtung l_1 in der Mitte $M_1 = \frac{l_2^4}{l_1^4 + l_2^4} \cdot \frac{p l_1^2}{24}$

am Auflager $- \frac{l_2^4}{l_1^4 + l_2^4} \cdot \frac{p l_1^2}{12}$

in der Richtung l_2 in der Mitte $M_1{}' = \frac{l_1^4}{l_1^4 + l_2^4} \cdot \frac{p l_2^4}{24}$

am Auflager $- \frac{l_1^4}{l_1^4 + l_2^4} \cdot \frac{p l_2^4}{12}$

In ähnlicher Weise findet man die entsprechenden Momente für teilweise Einspannung. Haben wir Einzellasten, so werden wir das Moment entsprechend den behandelten Formeln für gleichmässig verteilte Last rechnen.

2. Balken.

Bei der Berechnung der Balken wird immer ein Teil der Platte als zum Balken gehörend betrachtet, infolgedessen haben die Balken einen **T** förmigen Querschnitt. Da die Platte schon als solche beansprucht wird, so findet eine doppelte Beanspruchung statt, welche jedoch nicht gefährlich ist, da die Spannungen in zwei zu einander normal stehenden

Richtungen wirken. Als Plattenbreite kann die Entfernung zweier Balken angenommen werden, jedoch soll dieselbe in einem gewissen Verhältnis mit der Steghöhe sein und nicht mehr als etwa $^1/_3$ der Balkenlänge betragen. Besteht die Konstruktion aus Quer- und Längsträgern, so wirken die Biegungsspannungen der Platte in gleichem Sinne wie die der Hauptbalken. Es müssten diese Spannungen also addiert werden. Da aber der Beton eine viel grössere Druckfestigkeit besitzt, als gewöhnlich berücksichtigt wird, so liegt in dieser doppelten Beanspruchung keine Gefahr. Es ist der grössern Sicherheit wegen jedoch gut, nur denjenigen Teil der Platte zum Balken gehörend zu betrachten, der bei der Beanspruchung der Platte auf Biegung nicht grosse Biegungsspannungen erhält, man rechnet also für die Längsträger nur $^1/_3$ der Balkenentfernung als zum Balken gehörender Plattenteil. Für die Berechnung der Balken sind nun zwei Fälle zu unterscheiden:

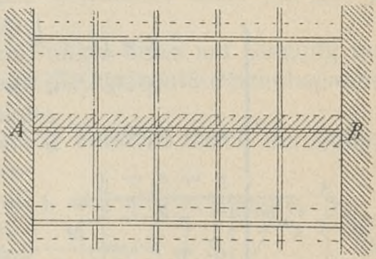


Fig. 4.

1. Die neutrale Achse liegt noch in der Platte oder fällt gerade in die untere Kante der Platte, dann werden die Balken wie die Platten berechnet; es gelten also alle für die Platten abgeleiteten Formeln auch für die Balken.

2. Die neutrale Achse geht durch den Steg des Balkens, d. h. liegt tiefer als die Platte.

Handelt es sich um die Kontrolle der Spannungen in einer vorhandenen Konstruktion, also für M, d und fe gegeben, so können durch Benützung der allgemeinen Formeln (siehe Platten)

$$D = Z;\ M = z \cdot D = z \cdot Z;\ y = x \frac{\sigma_e}{\sigma_b} \cdot \frac{1}{n}$$

folgende Gleichungen abgeleitet werden:

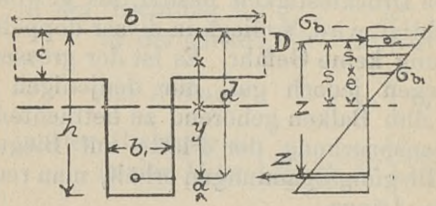


Fig. 5.

$$\left.\begin{cases} x = \dfrac{d\,n\,fe + \dfrac{b\,c^2}{2}}{b \cdot c + n \cdot fe} \\ s = x - c + \dfrac{c}{3} \cdot \dfrac{3\,x - c}{2\,x - c} \\ y = d - x \\ z = y + s = d - x + s \\ \sigma_e = \dfrac{M}{fe\,(d - x + s)} \\ \sigma_b = \dfrac{\sigma_e \cdot x}{n\,(d - x)} \end{cases}\right\} \quad (10$$

Sollen dagegen aus dem gegebenen Momente und den angenommenen Spannungen σ_e und σ_b die Dimensionen berechnet werden, so bekommt man so komplizierte Formeln, z. B. für x eine Gleichung dritten Grades, dass man auf den Weg des Versuches angewiesen ist. Dagegen hat der Verfasser ein Verfahren, das weiter unten an einem Beispiel erklärt werden soll, als sehr vorteilhaft gefunden. Die Berechnungsweise Ritter erfolgt in gleicher Weise wie bei den Platten beschrieben.

3. Schub- und Scherkräfte.

Unter § 2 I. Kapitel wurde darauf hingewiesen, dass die Bruchursache der armierten Betonbalken vielfach in der ungenügenden Schubfestigkeit des Betons liegt, es müssen daher diese Kräfte berücksichtigt werden. Auch hier sollen die für die Biegungsspannungen allgemein aufgestellten Hypothesen wegleitend sein, d. h. vor allem, dass der Körper als homogen betrachtet wird. Es gilt also auch hier der Satz:

In irgend einem Punkte eines auf Biegung beanspruchten Balkens ist die horizontale Schubspannung gleich der vertikalen.

Die Schubspannung entsteht durch die Differenz der Biegungsspannungen in zwei aufeinanderfolgenden Querschnitten. Betrachtet man zwei sehr nahe beieinander liegende Querschnitte AB und A_1B_1 und denkt sich durch den Balken im Ab-

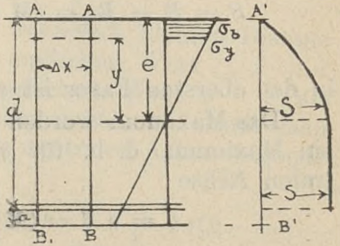


Fig. 6.

stand y von der neutralen Achse einen horizontalen Schnitt geführt, so ist die Resultierende sämtlicher Spannungen im Querschnitt AB über diesem Schnitte y:

$$R = \frac{\sigma_b + \sigma_y}{2} (e - y) \cdot b \text{ nun ist aber}$$

$$\sigma_y = \frac{\sigma_b \cdot y}{e} \text{ somit}$$

$$R = b \frac{\sigma_b (e+y)}{2e} (e - y) = b \frac{\sigma_b}{2e} (e^2 - y^2)$$

setzt man für $\frac{\sigma_b \cdot b}{2}$ den Wert ein, so erhält man

$$R = \frac{M (e^2 - y^2)}{e^2 \left(d - \frac{e}{3}\right)}$$

Für den Querschnitt A_1B_1 erhält man die Resultierende sämtlicher Spannungen über dem gleichen Horizontalschnitt

$$R_1 = \frac{M_1 (e^2 - y^2)}{e^2 \left(d - \frac{e}{3}\right)}$$

nach der Voraussetzung ist aber die Schubkraft im Schnitte y

$$S = R - R_1 = (M - M_1) \frac{e^2 - y^2}{e^2 \left(d - \frac{e}{3}\right)} \qquad (11$$

in der obersten Faser ist $y = x$ somit $S = o$.

Das Maximum werden wir erhalten für $e^2 - y^2$ ein Maximum, d. h. für $y = o$ oder in der neutralen Achse

$$y = o \; S = (M - M_1) \frac{1}{d - \frac{e}{3}} \qquad (11^1$$

Zwischen diesen Punkten können wir für jedes y den Wert von S auftragen, so erhalten wir eine Parabel. Diese Gleichung gilt nur so lange, als sich das Spannungsgesetz nicht ändert. Von der neutralen Achse an kommen keine neuen Spannungen dazu, d. h. von da an bleibt R konstant, $R = D$ ebenso, $R_1 = D_1$ und $S = D - D_1 =$ konstant. Die Kurve der Scherkräfte ist also parallel zur Linie $A^1 B^1$, bis wir zu den Eisenstäben kommen, dort wird

$$R = D - Z = O; \; R_1 = D_1 - Z_1 = O$$

indem die Zugkraft im Eisen gleich der Druckkraft im Beton ist; folglich wird dort auch die Scherkraft $S = O$.

Setzt man unter der Annahme, dass die Querschnitte sehr nahe beieinander sind, also $\triangle x$ sehr klein ist

$M - M_1 = \triangle M_1$, dann ist $\dfrac{\triangle M}{\triangle x} = Q$ nach einer Grundgleichung der Festigkeitslehre. Wir können die Gleichung 11^1 auch umformen

$$S = \frac{Q \cdot \triangle x}{d - \frac{e}{3}} \quad (11^2$$

Setzen wir statt der unendlich kleinen Distanz $\triangle x$ einen kleinen aber endlichen Wert $\triangle x = r$ und statt e den ursprünglichen Wert $e = x$ als Abstand von der neutralen Achse, so erhält man für die Scherkraft in der neutralen Achse folgende allgemeine Gleichung

$$\text{für Platten } S = \frac{Q \cdot r}{d - \frac{x}{3}} \quad (12$$

Bei Balken wird die Scherkraft schon unterhalb der Platte konstant, da die Platte allein die Druckspannungen aufnimmt. Man findet in Berücksichtigung der Fig. 3 und der Formeln (10 auf gleiche Weise wie für die Platten

$$\text{für Balken } S = \frac{Q \cdot r}{(d - x + s)} \qquad (13$$

Gleichungen (12 und (13 müssen auch direkt aus der Zugkraft des Eisens erhalten werden, da unterhalb der neutralen Achse keine andere Kraft wirkt, d. h. es muss allgemein die Maximal-Schubkraft die Grösse haben $S = Z - Z_1 = fe\ \sigma_e = fe\ \sigma_{e1}$, wodurch man wirklich wieder die Gleichungen (12 und (13 erhält, wenn man für Platten das $fe\ \sigma_e$ aus Gleichung (9, für Balken aus Gleichung (10 einsetzt.

Wir haben nun drei Fälle zu unterscheiden:

1) Die Schubkraft wird ganz vom Beton aufgenommen. Diejenige Fläche, welche die Schubkraft aufnimmt, ist bei Platten $r \cdot b$, bei Balken $r \cdot b_1$, wenn b_1 die Breite des Balkensteges bedeutet; es ist also die Schubspannung pro cm² im Beton

$$\text{bei Platten } \tau = \frac{Q}{b\left(d - \frac{x}{3}\right)}$$

$$\text{bei Balken } \tau = \frac{Q}{b_1\,(d - x + s)} \qquad (13'$$

In diesem Falle darf aber die Spannung nicht über die zul. Grenze gehen, diese zul. Grenze wollen wir annehmen zu

$$\tau \text{ zul.} = 4{,}5 \text{ kg} : \text{cm}^2$$

2. Die Schubkraft soll durch besondere Eisen aufgenommen werden. Als solche kommen in Betracht Bügel aus Flacheisen, nach dem System Hennebique[1]). Andere Systeme verwenden Bügel aus Rundeisen, in ähnlicher Weise angebracht wie Hennebique oder auch fachwerkförmig von einem untern Eisen zu einem obern gehend, z. B. Lafarge, Coignet etc. Lossier befestigt die Bügel direkt an den Rundeisen. Hieher gehören auch die Bügel, die Pohlmann an seinen Bulbeisen verwendet. Diese Eisen sind auf Abscheren zu rechnen, also mit einer kleinern zul. Spannung als die zul. Biegungspannung. Es kann dabei die gleiche Reduktion der Spannung angenommen werden, wie sie die schweiz. Vorschriften für Brückenkonstruktionen enthalten, also

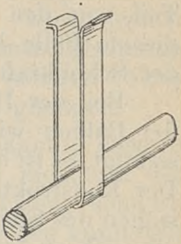


Fig. 7.

$$\text{zul. } \tau_e = 0{,}80\ \sigma_e \text{ und zwar } \geqq 800 \text{ kg : cm}^2$$

ist fe der vorhandene Querschnitt, r die Entfernung der Bügel, so ist

$$\text{für Platten } fe = \frac{Q \cdot r}{\tau_e \left(d - \frac{x}{3}\right)} \qquad (13^2$$

$$\text{für Balken } fe = \frac{Q \cdot r}{\tau_e \ (d - x + s)}$$

[1]) Die Bauweise Hennebique, W. Ritter. Schweiz Bauzeitung, 1904.

Dabei ist jedoch zu bemerken, dass für Platten die Bügelentfernung sich selten rechnerisch bestimmt, da die Rechnung nur kleine Schubkräfte gibt. Bei Balken soll die Rechnung durchgeführt werden.

3. Die Schubkraft soll zum Teil vom Beton, zum Teil von den Balken aufgenommen werden. In diesem Falle kann man jedem Material die Hälfte der Schubkraft übertragen.

Bei der Berechnung der Biegungsspannungen der Balken wird der Beton im Steg nicht berücksichtigt, es ist das theoretisch ein verlorenes Material. Der Konstrukteur ist leicht versucht, die Dimensionen des Steges aus Sparsamkeitsrücksichten allzu schwach zu wählen. Die Versuche Schüle's haben, wie eingangs erwähnt, gezeigt, dass dieser Beton für die Tragfähigkeit des Balkens eine grössere Rolle spielt, als ihm rechnerisch zugeteilt wird. Um die Stegdicke nicht zu schwach zu dimensionieren, schlagen wir vor, dem Beton immer die halbe Schubkraft zuzuweisen und die zul. Schubspannung im Beton nicht über 5 bis 6 kg : cm² gehen zu lassen. In den meisten Fällen würden aber die Bügel sehr schwach ausfallen, wenn sie nur die andere Hälfte der Schubkraft zu übernehmen hätten, es soll daher diese Verteilung der Schubkraft nur dazu dienen, einen Anhaltspunkt zu geben für die Wahl der Stegdicke. Die Bügel selbst sollen so berechnet werden, als ob sie dennoch die ganze Schubkraft aufzunehmen hätten. Wayss und Freytag übertragen dem Beton eine Schubspannung bis zu 4,5 kg : cm². In der Nähe des Auflagers würde diese Spannung überschritten, von da an werden die Eisen der Zugzone nach oben abgebogen, wie bei kontinuierlichen Balken. Die Schubkraft, welche den Beton über 4,5 kg : cm^2 beansprucht, wird dem abgebogenen Eisen übertragen. Im System Hennebique wird auch die Hälfte der Eisen umgebogen, obschon das Umbiegen nicht wegen den Schubkräften gemacht wird, jedoch werden, ohne dass eine weitere Kontrollrechnung notwendig wäre, diese Eisen in den meisten Fällen auch zur Aufnahme der Schubkräfte genügen.

Aus der Festigkeitslehre ist bekannt, dass in auf Biegung beanspruchten Körpern nicht nur die behandelten horizontalen und vertikalen, sondern auch schiefe Kräfte auftreten. Da wir den armierten Beton als homogen annehmen, muss für ihn das gleiche gelten; übrigens ist das Vorhandensein der schiefen Spannungen auch durch Biegeproben, die an armierten Betonkörpern gemacht wurden, erwiesen. Die Rissbildung zeigt sich meistens nicht da zuerst, wo das grösste Biegungsmoment auftritt, sondern in der Nähe des Auflagers und zwar verlaufen diese Risse ungefähr unter 45^0 von unten nach aufwärts gegen das Auflager hin. Diese Risse haben ihre Ursache in den schiefen Spannungen. Die maximalen und minimalen, die sog. Hauptspannungen in jedem Punkte des Balkens aufgetragen, geben die Spannungstrajektorien, d. h. diejenigen Schnittrichtungen, in welchen nur Zug- oder Druckspannungen wirken. Die Grösse und Richtung dieser Spannungen ergibt sich aus den Formeln

$$\sigma^1 = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} \pm \tau^2}$$

$$tg\ 2\ \alpha = -\frac{2\ \tau}{\sigma}$$

In der obersten Faser ist $\tau = 0$, die Biegungsspannung also in einer Richtung $\sigma^1 = \sigma$ in der dazu normalen Richtung $\sigma^1 = 0$. In diesem Schnitte wirken nur Normalspannungen, denn es wird $tg\ 2\ \alpha = 0$, was der Fall ist für $\alpha = 0$. In der neutralen Achse dagegen ist $\sigma = 0$, somit $\sigma^1 = \pm \tau$; es sind das die vertikalen Schubspannungen, denn es ist $tg\ 2\ \alpha = \infty$ für $\alpha = 45$.

Diese schiefen Kräfte werden bei Bügeln aus Draht gewöhnlich durch die schief gestellten Bügel aufgenommen. Auch Hennebique stellt die Bügel vereinzelt schief, aber wegen Verteuerung der Arbeit geschieht dies nur selten. Dagegen nimmt er in Balken, welche grosse Schubkräfte aufzunehmen haben, die maximale Bügelentfernung gleich der Balkenhöhe an, unter der Voraussetzung der maximalen schiefen Spannungen für $\alpha = 45^0$ $\tau = {}^1/_2\ \sigma$.

Die maximalen Schubkräfte treten immer in der Nähe des Auflagers auf; dort sind aber die Biegungsspannungen kleiner als in der Mitte, man hat also in der Zugzone nicht mehr alle Eisen nötig; dies wird von einigen Erfindern benützt, indem sie einige Eisen umbiegen und unter 45^0 in die Druckzone übergehen lassen, oder, wie sie sagen, sie schliessen sich den Spannungstrajektorien an. Ursprünglich hatten diese Eisen den Zweck, die bei eingespannten Balken beim Auflager auftretenden Zugspannungen im Obergurt aufzunehmen. Die Biegungsversuche haben jedoch gezeigt, dass auch bei nicht eingespannten Trägern das Umbiegen der Eisen zu empfehlen ist, gerade um den schiefen Spannungen zu widerstehen.

4. Haftfestigkeit.

Das Loslösen des Eisens vom Beton hat seinen Grund in der Differenz der Spannungen in den einzelnen Querschnitten, gerade wie es die Schubspannungen auch haben. Die Kraft, die diese Trennung der beiden Materialien herbeizuführen sucht, ist also wieder

$$S = Z - Z_1 = fe\,(\sigma_e - \sigma_{e1})$$

oder auch durch Anwendung der Formeln 12 und 13

$$\text{für Platten } S = \frac{Q \cdot r}{d - \frac{x}{3}}$$

$$\text{für Balken } S = \frac{Q \cdot r}{(d - x + s)}$$

Die Spannung ergibt sich also pro Längeneinheit, d. h. für $r = 1$

$$\left.\begin{aligned} &\text{für Platten } K = \frac{Q}{\left(d - \frac{x}{3}\right) U \cdot w} \\ &\text{für Balken } K = \frac{Q}{(d - x + s) \cdot U \cdot w} \end{aligned}\right\} \quad (14.$$

wo U den Umfang der Eiseneinlagen, w die Anzahl der Eisen im betreffenden Querschnitte bedeuten. Wir setzen für

$$K \text{ zul.} = 7{,}5 \text{ kg} : \text{cm}^2.$$

Wenn der Umfang der Eisen nicht ausreicht, so müssen besondere Vorkehrungen getroffen werden; zu diesen gehören: die Grimmsche Spirale, die Bulbeisen Pohlmann, die Systeme Lossier, Kahn u. s. w. Auch das Hinaufbiegen der Eisen in den Obergurt sowie die amerikanischen Spezialeisen: Tachereisen, Ransomeeisen, Johnsoneisen u. s. w.[1])

5. Beispiele.

Anhand einiger Beispiele wollen wir die Anwendung dieser Formeln zeigen.

1. Aufgabe. Ein Fabrikraum von 7,55 m Spannweite soll überdeckt werden. Die Nutzlast über der Decke betrage 800 kg : m². Die Balken können als teilweise eingespannt angenommen werden, weil sich über dem betreffenden Raume noch zwei Stockwerke befinden. Die Entfernung der Hauptbalken betrage 2 m. Zulässige Spannungen $\sigma_e = 1000$, $\sigma_b = 30$. Spezifisches Gewicht des armierten Betons 2,4 T.

a) Berechnung und Ausführung der Platte:

Nutzlast pro m² . . .	800 kg
Angenommenes Eigengewicht pro m² . .	300 »
Total	1100 kg

Wird die Platte als kontinuierlich über drei Oeffnungen gerechnet, so ist das Moment

[1]) Betonkalender 1907, Seite 141.

in der Mitte $M = \frac{pl^2}{10} = \frac{1,1 \cdot 4}{10} = 44,000$ cmkg.

am Auflager $M_1 = \frac{4}{5} M \qquad = 55,000$ »

Damit rechnen wir zu ungünstig, weil wir die Erschütterungen, die durch Transmissionen u. s. w. entstehen, berücksichtigen müssen.

Wendet man die Tabelle an, so erhält man für $\sigma_e = 1000$, $\sigma_b = 30$ und für $n = 15$

$$x = 0,152\sqrt{\frac{M}{b}};\ y = 0,337\sqrt{\frac{M}{b}};\ d = 0,489\sqrt{\frac{M}{b}};$$

$$fe = \frac{M}{100\left(d - \frac{x}{3}\right)}$$

also in der Mitte, indem das Moment für einen Plattenstreifen 1 m gerechnet wurde, also für $b = 100$ cm.

$$x = 3,19 \text{ cm};\ y = 7,07;\ d = 10,26$$

$$fe = \frac{44\,000}{1000 \cdot 9,2} = 4,78 \text{ cm}^2$$

am Auflager

$$x = 3,56;\ y = 7,90;\ d = 11,47$$

$$fe = \frac{55\,000}{1000 \cdot 10,3} = 5,34 \text{ cm}^2$$

Um die ganze Konstruktionshöhe zu erhalten, müssen wir eine Annahme machen für das a. In der Einleitung wurde bemerkt, dass das Eisen durch den umhüllenden Beton vor Feuer geschützt werden soll. Die Dicke des Betons muss dann wenigstens 1,2 — 1,5 cm unter dem Eisen betragen; daraus ergibt sich in der Mitte, für $a = 1{,}74$ angenommen, für die ganze Plattendicke $h = d + a = 12$ cm.

Gegen das Auflager hin muss die Platte verstärkt werden, rechnerisch ist $h = 14$ cm; um aber einen Anzug zu erhalten, der sich durch die Schalung noch machen lässt, machen wir am Auflager $h = 16$ cm.

Dem entsprechend wird der notwendige Eisenquerschnitt etwas kleiner. In der Mitte erfordert die Rechnung 4,78 cm^2 Eisen. Es ist vorteilhaft, kleinere Eisen zu wählen und sie dafür etwas näher zusammen zu legen. Zwischen den Eisen soll aber noch genügend Platz zum Stampfen des Betons sein. Dadurch wird eine gute Verteilung der Materialien erzielt, was ja die Hauptsache ist, da wir den armierten Beton theoretisch als homogenen Körper betrachten wollen. Für Platten ist eine Entfernung der einzelnen Eisen von 10—25 cm und Eisendurchmesser von 7—18 mm üblich. Damit die Last von Eisen zu Eisen übertragen werde und die ganze Platte zusammenwirke, werden auch in der durch die Biegung nicht beanspruchten Querrichtung Eisen gelegt, auch wenn die Platte nicht als an allen Seiten aufliegend oder eingespannt gerechnet ist. Diese Eisen lassen sich rechnerisch nicht bestimmen, praktisch wähle man Eisen von 6—8 mm Durchmesser in Entfernungen von 25—35 cm. Nach diesen Bestimmungen wählen wir für die Mitte alle 16 cm

1 *RE* v. 10 mm oder auf 1 m $100 \cdot \frac{0{,}7854}{16{,}5} = 4{,}76\ cm^2$.

Von diesen Eisen lassen wir je ein Eisen gerade durchgehen, während wir je das zweite Eisen umbiegen und nach der Druckzone führen. Ueber dem Balken lassen wir die Eisen etwas in die nächste Oeffnung hinein greifen, sodass wir wieder den gleichen Querschnitt haben wie in der Mitte. Wir sollten allerdings pro laufenden Meter 0,64 cm^2 mehr haben. Dieses wird aber ersetzt, indem wir die Platte am Auflager 16 cm dick machen statt nur 14 cm. Zudem liegt in der Druckzone noch die Hälfte der Eisen, dadurch wird die neutrale Achse etwas tiefer gerückt und der notwendige Eisenquerschnitt verkleinert.

Zur Aufnahme der Scherkräfte wollen wir die von Hennebique angewandten Flacheisenbügel verwenden. Die Rechnung selbst würde uns zu günstige Resultate geben, deshalb benützen wir die praktische Erfahrung Hennebiques, der folgende Bügelverteilungen in den Platten verwendet:

Spannweite der Platte	Bügelverteilung ausgehend vom Auflager in cm	Anzahl der Bügel
2 —2,5 m	10—15	4
2,7 —3,0	10—15--25	6
3,25—3,75	10—15—25—30	8
4,0 —4,5	12—15—25—35—50	10
4,75	15—20—30—40—50	10
5 —5,5	15—20—30—40—50—60	12

Die gewöhnlich bei Platten verwendeten Bügel sind — 20/1,5 mm. Hennebique verwendet Bügel bei Platten über 8 cm Dicke. Als Eigengewicht hatten wir angenommen 300 kg : cm², was ungefähr stimmt in Berücksichtigung der Plattenverstärkungen an den Konsolen.

b) Berechnung und Ausführung der Balken. Die Balken rechnen wir als teilweise eingespannt. Entfernung der Balken 2,0 m, Spannweite 7,55 m.

Nutzlast pro laufenden Meter Balken	$2 \cdot 0{,}800$	$= 1{,}600$ T
Gewicht der Platte pro laufenden Meter Balken . . .	$2 \cdot 0{,}300$	$= 0{,}600$ »
Angenommenes Eigengewicht .		$= 0{,}150$ »
	Total	2,350 T

Moment in der Mitte

$$M = \frac{pl^2}{10} = \frac{2{,}35}{10} \cdot 7{,}55^2 = 13{,}39559 \text{ cmkg.}$$

Wir untersuchen zuerst, welche Dispositionen wir erhalten würden, wenn wir den Balken wie eine Platte berechnen, d. h. die neutrale Achse in der Platte. Unter Anwendung der gleichen Formeln

$$x = 0{,}152 \sqrt{\frac{M}{b_1}}; \; y = 0{,}337 \sqrt{\frac{M}{b}}; \; d = 0{,}489 \sqrt{\frac{M}{b}}$$

würden wir erhalten unter der Annahme einer zum Balken zu rechnenden Plattenbreite $b = 180$ cm (wir dürften eigentlich $b = 200$ cm. anwenden) $x = 13$; $y = 29$; $d = 42$; $z = y + {}^2/_3 x = 37{,}7$; $c = 12$ cm.

(siehe Platte). Aus diesen Grössen rechnen wir das vom Beton aufgenommene Biegungsmoment.

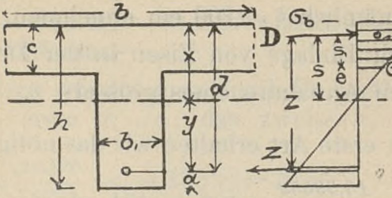


Fig. 8.

Angenommene Spannung in der obersten Faser σ_b . . . . . . = 30 kg

untere Druckspannung

$$\sigma_{b1} = \frac{\sigma_b}{x} \cdot c = \frac{30 \cdot 1}{13} = \quad 2{,}3 \quad »$$

Druckkraft im Beton

$$D = \frac{\sigma_b + \sigma_{b1}}{2} \cdot c \cdot b =$$

$$\frac{32{,}3}{2} \cdot 12 \cdot 180 = \quad 34{,}884 \quad »$$

Schwerpunkt der Druckspannungen

$$s_1 = \frac{c}{3} \cdot \frac{2\sigma_b + \sigma_{b1}}{\sigma_b + \sigma_{b1}} = \quad 7{,}7 \quad »$$

Hebelarm $z = s_1 + e + y = 7{,}7 + 1 + 29$ = 37,7 »

Vom Beton aufgenommenes Moment

$M = D \cdot z$ . . . . = 1315,127 »

Fehlendes Moment . . . . = 24,432 »

Totales Moment. Probe . . 1339,559 kg

Das fehlende Moment können wir auf drei Arten ersetzen:

1. Indem wir statt dem angenommenen b das zulässige, nämlich $b = 200$ cm annehmen.

2. Durch Einlage von Eisen in der Druckzone.

3. Durch Annahme eines grössern x.

Für die erste Art erhalten wir das nötige b durch

Proportion $\frac{13,39559}{13,15127} \cdot 180 = 184$ cm.

Für die zweite wenden wir ein Rundeisen in der Druckzone an, 4 cm unter der obern Kante, oder 9 cm über der neutralen Achse, so ist die Spannung in demselben

$\sigma_{b1} = \frac{30 \cdot 9}{13} \cdot 15 = 312$ kg : cm² aus Gleichung (9

$$\sigma_e = \sigma_b \cdot \frac{y}{x} \cdot n$$

der Hebelarm dieses Eisens ist $z_1 = 9 + y = 38$ cm. Somit der nötige Eisenquerschnitt

$$fe_1 = \frac{24432}{38 \cdot 312} = 2,07 \text{ cm}^2 \text{ aus } fe_1 = \frac{M}{\sigma_e \cdot z_1}$$

Für die 3. Art müssen wir die ganze Berechnung noch einmal durchführen wie oben und erhalten z. B. unter der Annahme $x_2 = 13,5$ cm. $\sigma_{b_1} = 3,5$; $D = 36180$; $s_1 = 7,6$; $s = 9,1$ cm.

Auch das y ändert sich, unter der Annahme, dass $\sigma_e = 1000$ bleiben soll, nämlich

$$y = \frac{\sigma_e}{\sigma_b} \cdot \frac{x}{n} = \frac{1000}{30} \cdot \frac{13,5}{15} = 30 \text{ cm};$$

$$d = x + y = 43,5$$

somit $z_1 = 30 + 9,1 = 39,1$ $M = 36180 \cdot 39,1 = 1415638$

Differenz $= 76079$

das richtige x findet man durch Proportion. Setzen wir das erste $x_1 = c_1$; das zweite $x_2 = c_2$, so ist

$$\frac{x - c_1}{c_2 - x} = \frac{25432}{76079} \quad c_1 = 13; \; c_2 = 13,5$$ woraus

$$x(76079 + 24432) = 13,0 \cdot 76079 + 13,5 \cdot 24432 = 13,12$$

$$y = \frac{1000}{30} \cdot \frac{13,12}{15} = 29,3$$

$$d = \qquad 42,4$$

d. h. die Unterschiede sind verschwindend klein, in Bezug auf die einfache Berechnung. Um für den Fall 1) u. 3) den Eisenquerschnitt in der Zugzone zu berechnen, wenden wir die Formel an

$$fe = \frac{M}{\sigma_e \cdot z}$$ und erhalten für den

1. Fall $$fe = \frac{1339559}{37,7 \cdot 1000} = 35,5 \text{ cm}^2$$

3. Fall $$fe = \frac{1339559}{39,1 \cdot 1000} = 34,3 \text{ cm}^2$$

Für den 2. Fall haben wir die wirkliche Lage des Druckmittelpunktes zu suchen. Wir erhalten dieselbe durch den Satz, dass das Moment der Resultierenden gleich ist demjenigen der Einzelkräfte bezogen auf den gleichen Drehpunkt, für unsern Fall bezogen auf Z.

Die eine Kraft ist der Druck im Beton $D =$ 34884 kg

die andere Kraft ist der Druck im Eisen $fe_1 \cdot \sigma e_1 = 2{,}07 \cdot 312 =$ 646 kg

$$D^1 = D + fe_1\, \sigma_{e1} = \quad 35530 \text{ kg}$$

$$M = 1339559$$

somit $$z = \frac{M}{D_1} = \frac{1339559}{35530} =$$

Diesen Ausdruck brauchen wir nicht zu rechnen, wir erhalten sofort den Eisenquerschnitt, für den

2. Fall $$fe = \frac{M}{z \cdot \sigma_e} = \frac{M \cdot D_1}{M \cdot \sigma_e} = \frac{D_1}{\sigma_e} = 35{,}5 \text{ cm}^2$$

also unverändert geblieben.

Vom ökonomischen Standpunkt aus, ist die zweite Lösung die ungünstigste, sie hat bei gleichem Aufwand vom Betonmaterial noch Eisen in der Druckzone, nämlich 2,07 cm². Die günstigste Lösung ist die dritte; die Vergrösserung der Höhe $d - d_1 = 1{,}5$ cm fällt kaum in Betracht, dagegen sind im Balkenquerschnitt 1,2 cm² weniger Eisen. Im allg. werden die drei Lösungen grössere Differenzen zeigen. Soll nun die Billigkeit ausschlaggebend sein, so ist die dritte Lösung massgebend. Die zweite Lösung repräsentiert die niedrigste Konstruktionshöhe bei gleichen zulässigen Spannungen. Es ist selbstverständlich, dass durch Vergrösserung der Eiseneinlage in der Druckzone die Höhe noch mehr vermindert werden kann. Wir sehen jedoch, dass das Eisen auf Druck, wie früher bemerkt, nur unvollkommen ausgenützt wird, nur mit 312 kg : cm². Trotzdem ist diese Lösung die vorteilhafteste, solange der nötige Eisenquerschnitt sich in bestimmten Grenzen hält und zwar aus konstruktiven Rücksichten, indem das obere Rundeisen zur Befestigung der Bügel und zur Aufnahme der negativen Spannungen dient. Der Wert der Bügel als Verbindung der Druck- und Zugzone wird durch diese Befestigung vergrössert.

Für den Fall 2 haben wir folgende Disposition:
Eisen in der Druckzone

2 *RE* 12 mm $fe_1 = 2{,}26$ cm² notwendig 2,07 cm²

Eisen in der Zugzone

$$\left.\begin{array}{l} 4\ RE\ 26\ \text{mm} \\ 4\ RE\ 22\ \text{mm} \end{array}\right\} fe = 34{,}84\ \text{cm}^2 \quad » \quad 35{,}50\ \text{cm}^2$$

Der Eisenquerschnitt in der Zugzone ist dann etwas zu klein, aber da die vier untern Eisen grössern Durchmesser haben als die 4 obern, und auch die Eisen der Druckzone grösser sind, als rechnerisch nötig wäre, findet eine Vergrösserung von z statt, sodass die Differenz von nur 0,8 cm² ausgeglichen wird. Da im Stege nur eine kleine Betonmenge vorhanden ist, soll unterhalb der Eisen mehr Beton liegen als bei Platten, und zwar soll als Minimum der Betondicke unter den Eisen $d = 1{,}5 - 2{,}5$ cm angenommen werden. Dementsprechend erhalten wir die gesamte Konstruktionshöhe

d + Durchmesser der untern Eisen + a

$42 + 2{,}6 + 2{,}4$ cm $= 47$ cm.

Rechnet man zwischen den Eisen eine minimale Betonschicht von 1 cm, so ergibt sich die Stegdicke $4 \cdot 2{,}6 + 5$ cm $\sim \underline{16 \text{ cm}}$, die Steghöhe $46 - 16 = 30$ cm d. h. die Stegdicke ungefähr $^1/_2$ der Steghöhe, was praktisch ein richtiges Verhältnis darstellt.

Es bleibt uns noch übrig, das in Rechnung gebrachte Gewicht des Steges mit dem wirklichen zu vergleichen.

Wirkliches Gewicht: $2400 \cdot 0{,}16 \cdot 0{,}30 = 119{,}0$ kg.
Angenommenes Gewicht: 150 kg.

Diese Differenz ist für die Grösse des Momentes ohne Bedeutung. Die untern Eisen führen wir gerade durch, die obern vier Eisen biegen wir nach oben und teilen ihnen gemeinschaftlich mit den Eisen der Druckzone das negative Moment am Auflager zu. Bei vollständiger Einspannung ist das Moment im Abstand $0{,}2113\, l$ vom Auflager $= 0$. Von da an wäre kein Eisen in der untern Gurtung mehr nötig. Im Abstand $0{,}297\, l$ ist das Moment halb so gross wie in der Mitte. Von diesem Punkte an können wir die obern Eisen umbiegen, wobei wir allerdings die Höhe des Balkens beibehalten haben, sodass das vom Balken wirklich aufgenommene Moment dann grösser ist als nötig. Im allgemeinen biegen wir also die Eisen in $^1/_3$ der Spannweite um, können aber nötigenfalls schon näher bei der Mitte beginnen.

c. Berechnung der Schub- und Haftspannungen im Balken. Der maximale Auflagerdruck beträgt

$$A = \frac{pl}{2} = \frac{2{,}35 \cdot 7{,}55}{2} = 8{,}87\ T$$

Um zu kontrollieren, ob die Stegdicke genüge, übertragen wir dem Stege die Hälfte der Querkraft, also am Auflager $\frac{A}{2} = 4{,}435\ T$

Die Schubspannung im Beton beträgt dann laut Formel (11[1]

$$\tau = \frac{Q}{b_1 \cdot z} \text{ wo } z = d - x + s, \qquad \text{also}$$

$$\tau = \frac{4435}{16 \cdot 37{,}7} = 7{,}3 \text{ kg} : \text{cm}^2$$

Es muss am Auflager somit eine Verbreiterung der Stegdicke erfolgen und zwar soll die Dicke betragen $b_1 = \frac{16}{6} \cdot 7{,}3 = 20$ cm.

Diese Verbreiterung machen wir konsolenförmig und beginnen mit derselben da, wo die Schubspannung noch 6 kg beträgt, d. h. in einer Entfernung vom Auflager, die wir angenähert aus der Gleichung erhalten $\frac{8870 - 2350}{2} f = 16 \cdot 37{,}7 \cdot 6$

woraus $f = 70$ cm

Nimmt man den zul. Druck des Balkens auf das Mauerwerk zu 8 kg : cm² an und macht die Auflagerlänge gleich der Balkenhöhe, so kommt man zu einer Auflagerbreite von

$$b_1 = \frac{8870}{8 \cdot 55} = 20 \text{ cm}$$

also wie oben.

Dabei bemerken wir noch einmal, dass die Schubbeanspruchung des Betons mit 6 kg : cm² angenommen wurde, obschon die zul. Spannung nur 4,5 betragen soll, doch hat das nichts beängstigendes auf sich, da tatsächlich die Schubkraft nicht vom Beton, sondern von den Bügeln aufgenommen wird. Tatsächlich erkennt man, dass man durch unsere Annahme von zu schwachen Stegdicken geschützt ist. Wird ein Bügelquerschnitt von 30/2 mm gewählt und angenommen, dass pro Balkenquerschnitt zwei Bügel mit vierfacher Umlegung (siehe Figur) zur Verwendung kommen, so ist der auf Abscheren beanspruchte Bügelquerschnitt $2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 0{,}2 = 4{,}8 \text{ cm}^2$ und die Grösse der Schubkraft, die derselbe aufnehmen kann, bei einer zulässigen Spannung von $800 \text{ kg} : \text{cm}^2 \cdot 800 \cdot 4{,}8 \times 3840$ kg. Es ergibt sich dann unter Anwendung der Formel (13² die Entfernung der Bügel zunächst dem Auflager

$$r = \frac{\tau_e\, fe}{Q} = \frac{3840 \cdot 37{,}7}{8870} = 16 \text{ cm}$$

In einer Entfernung x vom Auflager ergibt sich die maximale Querkraft nach der allg. Formel.

$$Q_x = \frac{q\,(l-x)^2}{2l} + g\left(\frac{l}{2} - x\right)$$

z. B. für $x = \frac{l}{4}$ $Q = 4800 \text{ kg}^2$ und die Entfernung der Bügel.

$$r_x = \frac{8870}{4800} \cdot 16 = 22 \text{ cm}$$ resp. umgekehrt proportional zu Q.

Zwischen diesen Grenzen interpolieren wir in der Weise, dass wir die Entfernung der Bügel von

16 cm bis in 1/4 der Spannweite nach und nach auf 22 cm vergrössern in folgender Weise:

12 — 12,5 — 14 — 16 — 18 — 20 — 22 — 24 — 26 — 28 — 32 — 35 — 40 — 48

ausgehend von beiden Auflagern nach der Balkenmitte.

Die Haftspannung rechnen wir nach der Formel

$$K = \frac{Q}{w \cdot z \cdot U}$$

Berechnen wir dieselbe für 1/4 der Spannweite, also für $Q = 5{,}52$ Tonnen, so finden wir

$$K = \frac{5{,}5}{4 \cdot 8{,}2 \cdot 37{,}7} = 4{,}44 \text{ kg : cm}^2$$

denn dort haben wir nur noch

$$\begin{array}{lr} 4\,\varphi\, 22\,{}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{m}}\; U = 4 \cdot 6{,}91 = & 27{,}64 \\ 2\,\varphi\, 12\,{}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{m}}\; U = 2 \cdot 3{,}77 = & 7{,}54 \\ \hline & 35{,}18 \text{ cm} \end{array}$$

$$K = \frac{8{,}87}{35{,}2 \cdot 48} = 5{,}3 \text{ kg : cm}^2.$$

Auch hier wird die Haftspannung kleiner sein, als die Rechnung ergibt, weil auch die Verteilungseisen der Platte, die auf Biegung nicht gerechnet werden, einen Teil der Haftspannung übernehmen. Doch zeigt diese relativ hohe Haftspannung, dass die Berechnung durchgeführt werden muss, sie zeigt aber auch, dass es nicht überflüssig ist, wenn Konstrukteure durch Verankerungen der Eisen im Auflager die Haftfestigkeit der Eisenstangen zu vergrössern suchen. Als solche Verankerungen kommen in Betracht die Ausgabelung der Eisen oder noch besser das Umbiegen, wie es in den meisten Systemen jetzt gemacht wird. Ob durch die Bügel eine Erhöhung der Haftfestigkeit[1]) erreicht wird, lässt sich noch nicht feststellen, wird aber durch Dr. Emperger und andere bestritten. Es ist jedoch anzunehmen, dass am Auflager, wo die Bügel sehr nahe beieinander liegen, und besonders, wenn dieselben in Verbindung sind mit den Eisen in der Zugzone sowohl als in der Druckzone, wie wir es in unserer Zeichnung angenommen haben, auch die Adhäsion erhöht wird. Die Bügel haben eine ähnliche Wirkung zur Folge, wie die Grimmsche Spirale. Wird die zulässige Haftspannung überschritten, so ist der Durchmesser der Eisen kleiner zu nehmen, die Anzahl und damit der Umfang also zu vergrössern, oder es sind die früher erwähnten Spezialeisen zu verwenden.

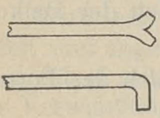


Fig. 9.

Uebrigens soll auch aus praktischen Gründen der Durchmesser der Eisen womöglich nicht über 3 cm gewählt werden, da grössere Durchmesser das Umbiegen und Legen der Eisen erschweren, resp. die Arbeit verteuern.

Unsere Rechnungsresultate sind nachfolgend in einer Figur zusammengestellt. In einer Entfernung

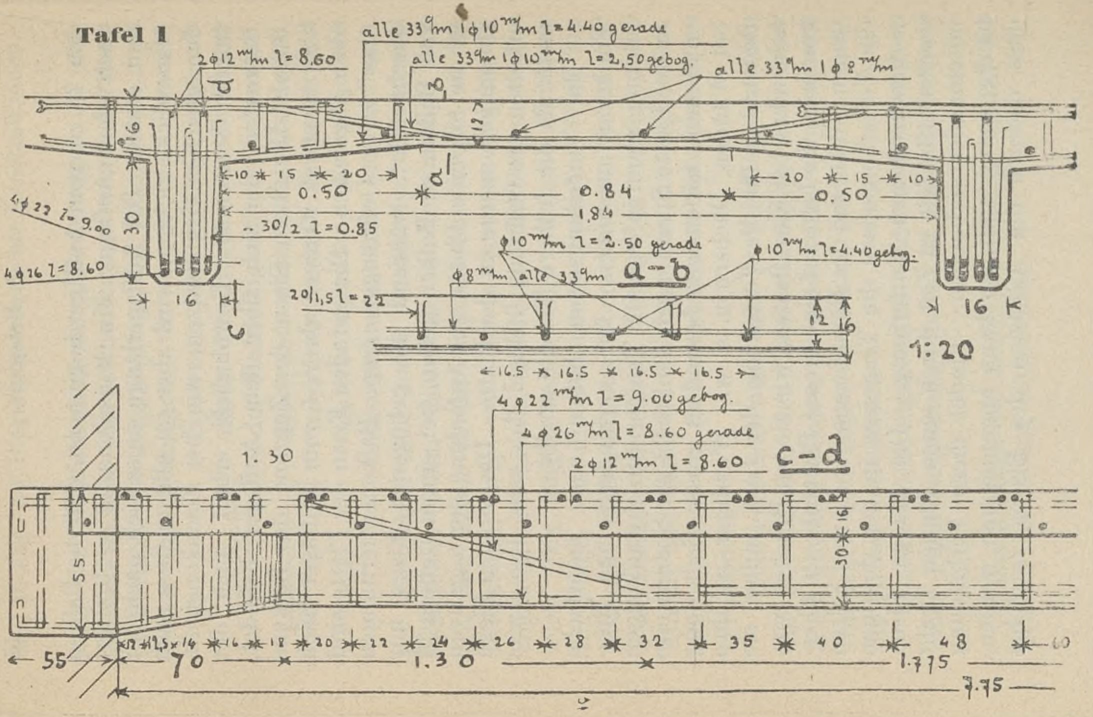
---

[1]) Das Klischee ist dem vorerwähnten Artikel der Schweiz. Bauzeitung entnommen.

von 70 cm vom Auflager beginnend, sind die Balken nach dem Auflager hin konsolenartig verbreitert und erhöht. Die Auflagerlänge muss sich nach der Mauerdicke richten, wird aber im allgemeinen nach den gleichen Grundsätzen, wie bei Eisenkonstruktionen bestimmt. Gewöhnlich erhält auch der Balkenteil, der sich über dem Auflager befindet, Bügel. Die obern Eisen der Zugzone des Balkens sind in etwas weniger als $^1/_3\ l$ vom Auflager nach oben abgebogen. Die geraden Eisen der Platte sind über zwei Oeffnungen resp. Balkenentfernungen durchgeführt, während die gebogenen Eisen nur von Balken zu Balken gehen, bei einem Uebergriff in die folgende Platte, zur Aufnahme der negativen Biegungsmomente in der Platte. Die geraden Eisen erhalten pro Oeffnung 6 Bügel $^{20}/_{1,5}$ mm, also etwas mehr als die frühere Tabelle angibt.

Die Verteilungseisen haben eine mehrfache Funktion auszuüben. Sie verhindern eine Rissbildung, wenn infolge von Temperaturschwankungen in der Platte Spannungen senkrecht zur Spannweite entstehen, haben also besonders grosse Bedeutung bei Wänden, Dächern u. s. w. Wichtiger ist ihre Bedeutung für die Verteilung der Last, indem sie besonders bei Einzellasten, wie sie bei Brücken vorkommen, die Last auf eine grosse Plattenbreite übertragen. Während des Betonierens der Platten halten die Verteilungseisen die Trageisen in der richtigen vorgeschriebenen Entfernung. Die beiden Eisen werden von Zeit zu Zeit durch einen dünnen Draht miteinander verbunden. Findet diese Verbindung häufig genug statt, so kann angenommen werden, dass dadurch die Adhäsion des Eisens vermehrt

Tafel I



2 φ 12 m/m l = 8.60
alle 33 cm 1 φ 10 m/m l = 4.40 gerade
alle 33 cm 1 φ 10 m/m l = 2,50 gebog.
alle 33 cm 1 φ 8 m/m
a
b
16
10 15 20
0.50
0.84
0.50
1,84
20 15 10
30
4 φ 22 l = 9.00
4 φ 26 l = 8.60
30/2 l = 0.85
16
c
φ 10 m/m l = 2.50 gerade
φ 10 m/m l = 4.40 gebog.
φ 8 m/m alle 33 cm
a – b
20/1,5 l = 22
12
16
16.5 16.5 16.5 16.5
1:20
16
4 φ 22 m/m l = 9.00 gebog.
4 φ 26 m/m l = 8.60 gerade
2 φ 12 m/m l = 8.60
c – d
1. 30
55
16
30
12 12,5 14 16 18 20 22 24 26 28 32 35 40 48 60
55
70
1.30
1.775
7.75

wird. Um die Verteilung der Trageisen richtig zu erhalten, wird die Einteilung gewöhnlich auf der Schalung gemacht. Das Legen der Eisen muss sorgfältig geschehen. Es erfordert geübte Arbeiter und kostet viel Zeit. Rechnerisch lassen sich diese Eisen nicht bestimmen; obschon sie nicht verlorenes Material sind, so werden sie doch als eigentliche Tragkonstruktion nicht ausgenützt. Um die Legearbeit zu ersparen, erfand Golding das Streckmetall (métal déployé)[1].

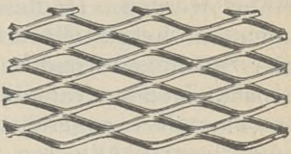


Fig. 10.

Das **Streckmetall** wird hergestellt aus einem Vollblech durch abwechselnd parallele Einschnitte und Strecken des Bleches normal zur Schnittrichtung, ohne dass dabei Material verloren geht. Das Streckmetall hat die in nebenstehenden Figuren gezeichnete Form. Die Vorteile seiner Verwendung sind klar. Das Legen erfordert keine besondere Sorgfalt und kann durch gewöhnliche Arbeiter gemacht werden. Die Verteilung der Eisen ist gleichmässig und muss nicht erst auf der Schalung aufgezeichnet werden, was einen Vorteil andern Systemen gegenüber bedeutet. Die Eisen liegen nahe beieinander und bilden so mit dem Beton eine homogene Platte. Die Bleche erleichtern auch das Einhalten der rechnerisch

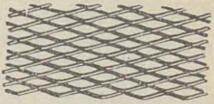


Fig. 11.

[1]) Das Streckmetall wird in der Schweiz erzeugt und verkauft durch die A.- G. Alb. Buss & Cie, Basel.

festgestellten Höhenlage. Als besonderer Vorteil muss hervorgehoben werden, dass durch die eigenartige Ausbildung des Bleches die Adhäsion des Eisens zum Beton bedeutend erhöht wird.

Zwischen Trageisen und Verteilungseisen ist kein Unterschied; da die Eisen beider Richtungen schief zur Spannweite laufen, werden von einem Querschnitte beide Richtungen getroffen, d. h. es sind alle Eisen statisch ausgenützt. Platten aus Streckmetall können bis zu 4,5 m Spannweite ausgeführt werden. Da dasselbe in 17 verschiedenen Nummern hergestellt wird, kann die Armierung jeder Spannweite und Belastung angepasst werden. In nachfolgender Tabelle sind einige Nummern des Streckmetalles angeführt, um ein Bild von den Dimensionsverhältnissen zu geben.

Nos.	Maschenweite in der Richtung der kurzen Diagonale	Gewicht per m²	Querschnitt der Stege		Normalformat	Maximale Länge in der Richtung der kurzen Diagonale
			Breite	Dicke		
		kg.	mm	mm	m	m
2	10	2,75	2,5	1	2,4 × 2,0	2,00
3	20	1,95	3,0	1	2,4 × 2,4	3,60
6	40	1,60	3,0	1,5	2,4 × 2,4	4,80
9	75	2,60	4,5	3	2,4 × 2,4	4,80
14	150	1,15	4,0	3	2,4 × 2,4	4,80

Die armierten Betonplatten können auch bei schlechter Witterung in geschlossenen Räumen hergestellt und später verlegt werden, ähnlich wie die im folgenden angeführten Konstruktionen. Für die verschiedenen Spannweiten und Belastungen werden Tafeln herausgegeben, sodass wie bei eisernen Trägern ohne weitere Rechnung für einen gegebenen Belastungsfall die notwendige Nummer des Streckmetalls und die Plattendicke aus der Tafel entnommen werden kann.

Das Streckmetall wird in den kleinsten Nummern sehr engmaschig fabriziert und eignet sich daher nicht nur zur Herstellung von Decken, sondern auch als Einlagen in Gypsdecken. Die Decken können mit Linoleum, Holz oder einem andern Belag bedeckt werden. Das Streckmetall lässt sich auch in Verbindung von armierten Beton-Unterzügen verwenden, ferner zur Umhüllung von eisernen Unterzügen mit Beton (siehe nachstehende Figur).

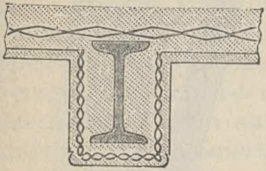


Fig. 12.

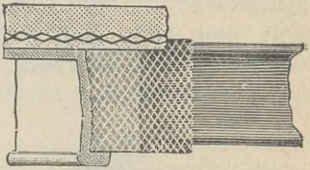


Fig 13.

In der Tafel II sind verschiedene Anwendungen des Streckmetalls gezeigt. Fig. 14 zeigt eine Decke mit minimaler Konstruktionshöhe, Fig. 15 eine Decke aus Beton mit Streckmetalleinlage und eine Gipsdecke mit gleicher Einlage, welche die Unterzüge vor Feuersgefahr schützt. Eine solche Decke wurde bei einer Belastung von 700 kg : m² einer Erhitzung von 1000° ausgesetzt und dann mit Wasser plötzlich abgekühlt, ohne dass die Decke ernstlich

Tafel II

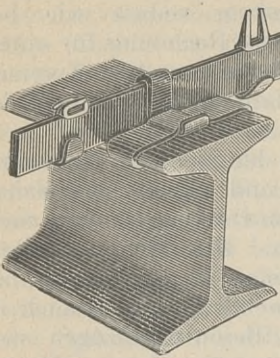


Fig. 16.

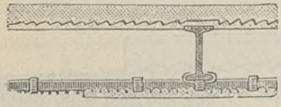


Fig. 17.

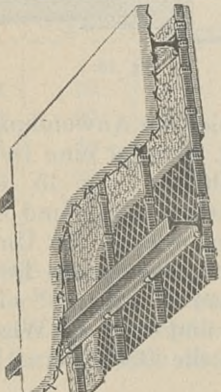


Fig. 15.

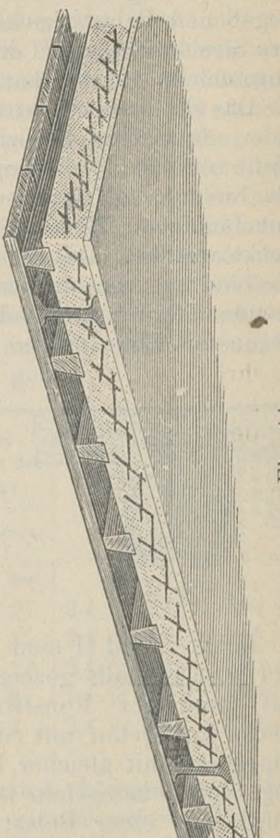


Fig. 14.

beschädigt wurde. Die Streckmetalleinlage der Gipsdecke ist durch dünne Flacheisen an die Unterzüge aufgehängt, wie es im Detail Fig. 16 angegeben ist. Fig. 17 zeigt den Querschnitt einer Decke.

Die meisten Systeme von armiertem Beton erfordern zur Einschalung bei der Erstellung eine Menge Stützen und eine teure Verschalung. Die Schalungen müssen bis zum Erhärten des Betons, die Stützen oft noch länger unter den Konstruktionen belassen werden. Eine Benützung der Decken vor Erhärtung des Betons ist ausgeschlossen, sodass der Baufortschritt verlangsamt wird. Das Bedürfnis, die Zahl der Stützen und die Verschalung einzuschränken, führten die Konzessionäre des Systems Hennebique zu einer mehr schablonenmässigen Ausführung der Decken. Die Spannweite der Platten wird eingeschränkt, indem sie alle 0,50 m durch einen Querträger von 22 cm Höhe (inkl. Platten) unterstützt werden. Statt der Holzschalung wendet man eine Schalung aus gebogenen Blechen an, die nach wenigen Tagen wieder entfernt werden kann. Die Querträger werden auf Latten aufbetoniert, welche zur Befestigung der Gipsdecken dienen. Die Querträger können in nebenstehenden Dimensionen in Längen von 1—4 m und darüber ausgeführt werden. Die Blechschalungen werden dabei gegenseitig ineinander gestossen. Dadurch wird den oben angeführten Uebelständen nur teilweise abgeholfen, indem der Boden nach dem Fertigstellen noch nicht

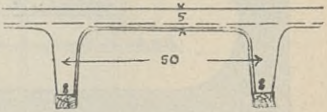


Fig. 18.

benützt werden kann. Aus diesem Grunde sind andere Systeme entstanden, so z. B.

die **Siegwartbalkendecke.** Sie besteht aus einzelnen hohlen Balken aus Beton, deren Seitenwandungen mit Rundeisen armiert sind. Da die Balken in verschiedenen Profilen hergestellt werden, können sie sich jeder Spannweite und Belastung anpassen. Die normalen Profile haben eine Höhe von 12, 15, 18, 21, 24 cm. Daneben können noch andere Profile auf Bestellung erstellt werden. Da jedoch die Armierung je nach der Belastung geändert werden kann, genügen diese Profile in den meisten Fällen. Die Siegwartbalken werden in der Fabrik hergestellt und wie andere Balken in den Handel gebracht. Da die Festigkeitseigenschaften mit der Qualität der Betonmaterialien schwanken, bietet diese Herstellungsweise grosse Vorzüge.

Fig. 19.

Zur Mörtelmischung wird immer die gleiche Marke Zement und Sand verwendet, die Mörtelzubereitung ist immer dieselbe und kann besser kontrolliert werden, so dass man fortwährend einen Beton von angenähert gleicher Festigkeit hat. Dadurch hat man die Möglichkeit, die zul. Spannungen genau vorschreiben zu können. Die Balken werden von geübten Arbeitern in einem geschlossenen Raume hergestellt, also unabhängig von Temperatur und Witterungseinflüssen. Durch diese fabrikmässige Herstellung erhält man einen Balken von gleichmässiger Mischung, Verarbeitung und Zuverlässigkeit. Die Balken können in jeder beliebigen Länge bis zu 6 m und noch länger fabriziert werden. Grössere Spannweiten überdeckt man in der Weise, dass man die Balken auf eiserne Zwischenträger auflegt. Zum Schutze gegen Feuersgefahr können diese Unterzüge vor oder nach dem Verlegen durch eine Betonumhüllung der untern Flanschen konsolen-

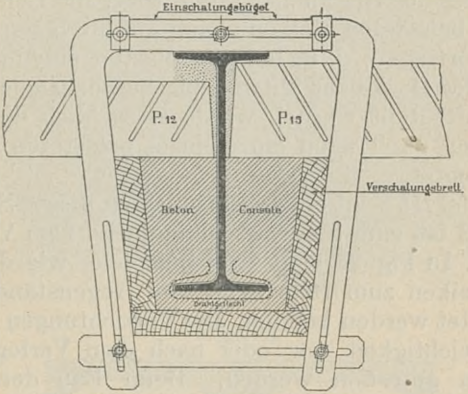


Fig. 20.

förmig ausgebildet und die Balken dann als teilweise eingespannt gerechnet werden. Die Balken kommen erst nach vollständiger Erhärtung auf die

Baustelle. Damit erspart man sich das Gerüstmaterial und die teure Verschalung. Zudem haben die Balken schon ihre Tragfähigkeit und können sofort nach dem Legen belastet werden, sei es durch Gerüstböcke oder Materialien. Die Herstellung der Balken geschieht in der Weise, dass mehrere Balken nebeneinander gleichzeitig betoniert und dann erst die Balken einzeln durch ein besonderes Messer geschnitten werden. Dieses Messer erzeugt gleichzeitig in den Seitenwänden schief laufend Riffeln, wie sie in untenstehender Figur ersichtlich sind. Sind die Balken verlegt, so werden die Fugen zwischen den einzelnen Balken ausgegossen, der Zementguss füllt diese Riffeln aus und erzeugt so zwischen den einzelnen Balken einen Verband. Die Neigung der Riffeln hat den Zweck, die Einsenkung eines belasteten Balkens auch auf die benachbarten zu übertragen, d. h. bei Einzellasten einen grössern Teil der Decke zur Mitwirkung heranzuziehen. Wie mir mitgeteilt wurde, wurde tatsächlich diese Mitwirkung am Tragen eines einzel belasteten Balkens beobachtet.

Tafel III zeigt einige Einzellasten dieses Systems. Fig. 22 ist eine Siegwartbalkendecke zum Verfugen bereit. In Fig. 23 sind zwei Beispiele, wie die Siegwartbalken zum Befestigen von Gegenständen eingerichtet werden können. Die Vorrichtungen können mit Leichtigkeit vor oder nach dem Verlegen von Balken getroffen werden. Beim Bau der Basler Realschule musste die Siegwartdecke eine unfreiwillige Durchschlagsprobe bestehen. Die in Fig. 21 abgebildete Oeffnung wurde durch einen 238 kg schweren Stein, der von einer Höhe von 6,64 m

Tafel III

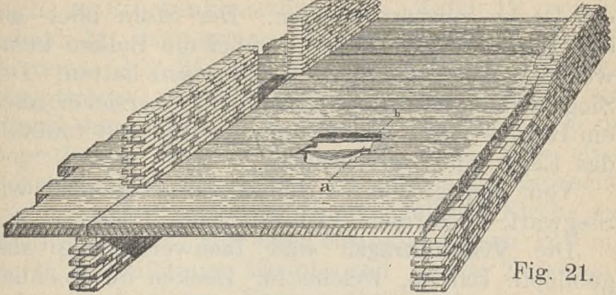


Fig. 21.

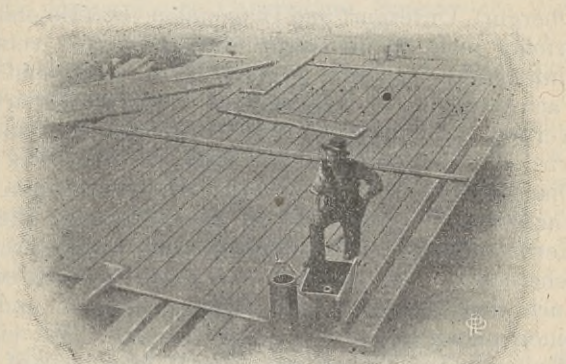


Fig. 22.

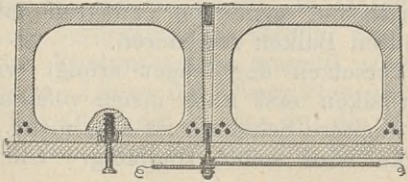


Fig. 23.

auf die Decke fiel, geschlagen, ohne dass die Eisen der Decke zerstört wurden. Der Stein blieb auf den Eiseneinlagen liegen, wobei die Balken keine weiteren Beschädigungen aufzuweisen hatten. Der Siegwartbalken ist auch vollständig feuersicher, auch ein Beweis dafür, dass schon eine dünne Betonhülle das Eisen vor Feuer schützt.

Von den gleichen Grundsätzen ausgehend wie Siegwart, konstruiert Visintini seine Träger.

Die **Visintiniträger** sind fachwerkförmig ausgebildete Balken, welche für Decken im Hochbau gewöhnlich 20 cm Breite haben. Sie bestehen aus Obergurt, Untergurt und Diagonalen. Das Betonieren erfolgt nicht in der Lage, die die Balken versetzt einnehmen, sondern liegend d. h. senkrecht zur Fachwerksebene. Nach einigen Tagen der Erhärtung werden die Balken um 90° umgekantet. Dadurch wird die Herstellung der Balken, besonders der Diagonalebenen, sehr einfach. Die Oeffnungen des Fachwerkes werden durch dreieckförmige Bleche, Kerne gebildet, die Gurtungswände durch Bretterschalungen. Die Bretter und Kerne können sofort nach dem Abbinden des Betons entfernt und für einen neuen Balken verwendet werden. Mit einem Minimum von Schalungsmaterial können auf der Baustelle selbst sämtliche Balken vor der Verwendung hergestellt werden, wodurch sich die Transportkosten gegenüber anderen fabrikmässig hergestellten Balken reduzieren.

Das Versetzen der Träger erfolgt wie bei den Siegwartbalken erst nach ihrem vollständigen Erhärten. Weitere Schalung ist also nicht nötig, und die Decke wird sofort tragfähig. Die Visintiniträger eignen sich nicht nur zu Decken, sondern auch zu Brückenkonstruktionen. Tafel IV veranschaulicht das grosse Anwendungsgebiet dieses Systems. Fig. 24 zeigt den Fabrikbau in Reading. Hauptträger und Decke nach System Visintini auf Eisenbetonstützen. Visintinibalken können auch bogenförmig hergestellt werden, ohne dass eine Schalung auf die ganze Gewölbelänge gemacht werden muss; so wurde die evangelische Kirche zu Aussig (Fig. 25), mit einer Spannweite von 12,0 m, durch bogenförmige Haupt- und gerade Zwischenträger nach diesem System überwölbt. In Fig. 26 ist die Passerelle in Carnigliano, Spannweite 9 m, und in Fig. 27 die Strassenbrücke über die Zschopau in Mezzdorf, 1 Oeffnung à 22 m, 3 Oeffnungen à 15 m Spannweite abgebildet.

Für die Berechnung der Visintinibalken ergeben sich nicht solche theoretische Schwierigkeiten wie bei anderen Systemen. Die Träger werden wie eiserne Fachwerke berechnet, d. h. es ergibt sich die Druckkraft im Obergurt und die Zugkraft im Untergurt aus

$$K = \pm \frac{M}{h}$$

wo M das Moment in einem Querschnitt, h die Entfernung der Schwerlinien der beiden Gurtungen bedeuten. Bei bedeutenden Balken, d. h. grosser Entfernung der Knotenpunkte im Obergurt (über 40 cm) muss berücksichtigt werden, dass die Last nicht in den Knotenpunkten angreift, sondern sich über die ganze Länge des Obergurtes gleichmässig verteilt. Der Obergurt ist also auf die Entfernung zweier Knotenpunkte auf Biegung und zudem auf

Druck beansprucht und muss daher zur Aufnahme des Biegungsmomentes auch durch Eisen armiert werden. Der Eisenquerschnitt kann, bei einem für die Länge eines Faches berechneten Momente M_1, angenähert angenommen werden zu

$$fe = \frac{M_1}{\sigma_e \, (5/6 \, d - e)}$$

worin d die Höhe des Obergurtes, e die Entfernung der untern Kante des Obergurtes vom Mittelpunkt dessen Armierung. Unter Vernachlässigung dieses Eisens ergibt sich für die Breite b des Balkens, die Druckspannung im Beton hervorgerufen durch das Moment M_1

$$\sigma_1 = \frac{6 \cdot M_1}{d^2 \cdot b}$$

diejenige hervorgerufen durch das Moment des Trägers M

$$\sigma_2 = \frac{M}{h \cdot b \cdot d}$$

woraus die maximale Druckspannung im Beton

$$\sigma_b = \sigma_1 + \sigma_2$$

die Spannung im Eisen des Untergurtes

$$\sigma_e = \frac{M}{h \cdot fe}$$

$\sigma_b + \sigma_e$ werden ein Maximum bei totaler Belastung des Trägers. Für die Berechnung der Füllglieder muss jeweilen der ungünstigste Belastungsfall be-

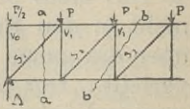


Fig. 28.

Tafel IV

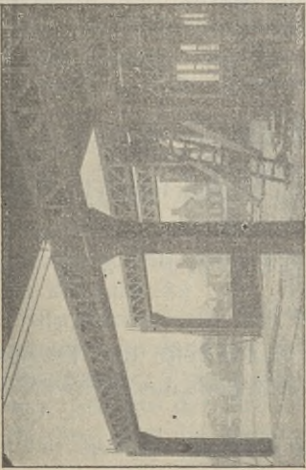


Fig. 24.

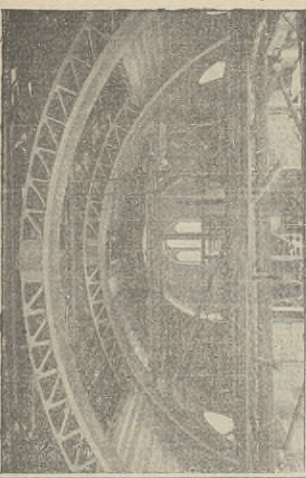


Fig. 25.

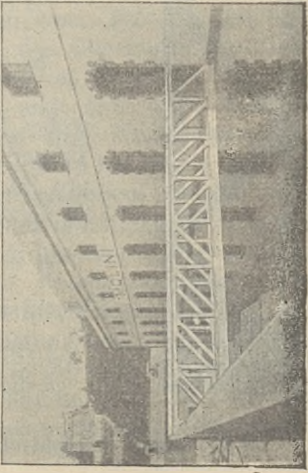


Fig. 26.

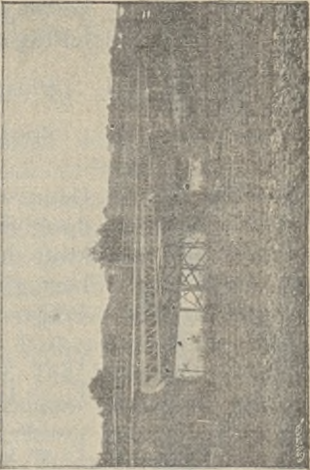


Fig. 27.

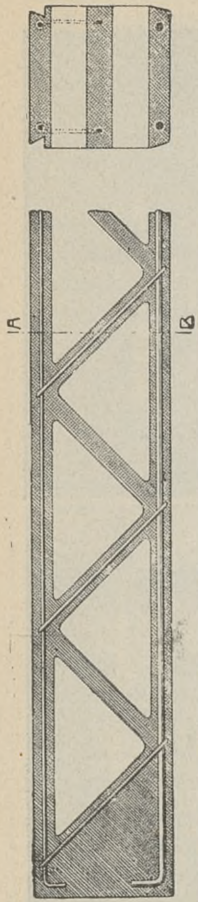


Fig. 29.

stimmt werden, dies geschieht am besten graphisch[1]). Für einen Parallelträger ist die

Pfostenkraft $V = Q$

Strebenkraft $S = \dfrac{Q}{\sin \alpha}$

Denn wir finden eine Strebenkraft durch Schnitte $a - a$, eine Pfostenkraft durch Schnitt $b - b$. Ist die Last gleichmässig über den ganzen Träger verteilt, so ist:

$$Vo = Q_1 = A - P/_2$$
$$V_1 = Q_2 = A - (P + P/_2) = A - {}^3/_2\, P$$
$$V_3 = Q_3 = A - (2 \cdot P + P/_2) = A - {}^5/_2\, P$$

$$S_1 = \frac{Q_1}{\sin \alpha} \qquad S_2 = \frac{Q_2}{\sin \alpha}$$

wobei für das Eisengewicht g des Trägers und die Nutzlast p, beide pro lfd. m Träger, folgende Werte zu setzen sind:

$$Q = (p + g)\; l/_2\; P = \lambda \cdot (p + g)$$

hierin ist

l die Spannweite des Trägers,
λ die Feldweite des Fachwerkes.

[1]) W. Ritter: Graphische Statistik. II. Teil.

Ferner ist $M = \frac{(p + g)\,l^2}{8}$ in der Trägermitte

$M_1 = \frac{(p + g_1)\,\lambda^2}{8}$ für jedes Fach

g_1 bedeutet das Gewicht pro lfd. m Obergurt.

Für grössere Spannweiten sind abwechselnd Pfosten und Streben, für kleinere Spannweiten, wie z. B. Deckenplatten, nur steigende und fallende Streben (d. h. die Felder bilden gleichseitige Dreiecke) üblich. Für den Anfänger mögen die kleinen Betondicken, in den Gurtungen oft nur 2,5 cm, in den Streben 1,5 cm Dicke, etwas Beängstigendes haben, doch haben diese Balken ihre hohe Tragkraft genügend bewiesen. Die Höhe der Balken ist nicht begrenzt. Die kleinste Höhe ist 18 cm, während in einem vom Verfasser berechneten Projekte für eine Brücke von 24 m Spannweite eine Höhe von 2,6 m vorgesehen war. Für die gleichen Kerne können die Dicke des Obergurtes und der Streben und die Armierung im Untergurt beliebig geändert werden, sodass man sich allen Höhenverhältnissen, Spannweiten und Belastungen anpassen kann. Für Träger von 18 bis 30 cm werden von Visintini Tafeln herausgegeben, welche alle Dimensionen des Betons und der Eisenquerschnitte für Spannweiten von 1,90 m bis über 8 m enthalten, für 250—600 kg : m². Zur Feuerprobe wurde ein Visintiniträger auf 1000° erhitzt, dann plötzlich abgekühlt und dann der Belastungsprobe unterworfen. Obschon der Träger nur für 250 kg : m² berechnet war, erfolgte der Bruch erst bei 1281 kg : m², ein Beweis, dass die Feuerprobe gut bestanden wurde und trotz der hohen Erhitzung die Tragsicherheit des Trägers nicht vermindert wurde.

2. *Aufgabe.* Eine Brücke von 8 m Spannweite und 6 m Breite zu berechnen. Als Belastung diene eine Dampfwalze von 14 Tonnen Gewicht (ein Vorderrad 6 T bei 1,20 m Breite, zwei Hinterräder à 4 T bei 0,40 m Breite, Radstand der hintern Räder 1,50 m, Achsstand zwischen Vorder- und Hinterrädern 3,00 m). Neben diesen Einzellasten soll rings um die Walze herum Menschengedränge von 400 kg pro m² angenommen werden, die zulässigen Spannungen seien für $\sigma_e = 750$ kg : cm², $\sigma_b = 30$ kg : cm².

Berechnung der Platten. Die Platten wollen wir als teilweile eingespannt für die lichte Spannweite zwischen den Balken rechnen, während wir in der vorigen Aufgabe die Spannweite von Mitte zu Mitte Balken genommen haben. Die Brücke bestehe aus 5 Hauptträgern, die Platte ragt konsolenförmig über die äussersten Träger hinaus, so dass die freie Spannweite der Platten 0,80 m beträgt. Die ungünstigste Belastung für die Platte ist der Raddruck von 4 T des Hinterrades. Da der Radstand 3 m beträgt, so kann auf eine Plattenbreite von 3 m keine andere Last auf die Platte kommen. Nehmen wir Verteilungseisen an, so wird eine Plattenbreite von 3 m an der Durchbiegung teilnehmen, jedoch werden die von der Last weiter entfernt liegenden Teile der Platte nicht in gleicher Stärke beansprucht, wie der Teil direkt unter der Last. Wir wollen diese Verteilung in der Weise berücksichtigen, dass wir annehmen, dass nur ein Streifen der Platte von 1,5 m Breite die Last übernehme. In der andern Richtung der Platte findet eine Lastverteilung durch den Schotter statt. Nimmt man die Schotterhöhe zu 20 cm und die Verteilung unter 45° an, so ist die Wirkungsbreite der Last auf der Platte $40 + 2 \cdot 20 = 80$ cm, also gleich der Spannweite. Die Nutzlast von 4 T verteilt sich somit auf eine Länge der Platte von 80 cm, oder pro lfd. m $4 : 0{,}8 = 5$ T. Es entfallen also auf die Platte folgende Lasten:

Schotterdecke 20 cm	$0{,}20 \cdot 1900$	= 380 kg
Eigengewicht, angenommen		= 250 »
	Total	= 630 kg
oder auf 1,5 m Plattenbreite	$1{,}5 \cdot 630$	= 945 kg
Raddruck pro lfd. m		= 5000 »
	Total	= 5945 kg

$$M = 10^2 \frac{5945 \cdot 0{,}8^2}{10} = 38048 \text{ cmkg}$$

oder auf eine Platte von 1 m Breite

$$M = 38048 : 1{,}5 = 25365 \text{ cmkg}$$

Wenden wir Tabelle (3 an für $\sigma_e = 750$, $\sigma_b = 30$, so erhalten wir

$$x = 2{,}7 \text{ cm}, \; y = 4{,}5 \text{ cm}, \; d = 2{,}7 + 4{,}5 = 7{,}2 \text{ cm}$$

ferner den Abstand von Druck- und Zugmittelpunkt $z = d - {}^1/_3 x = 6{,}3$ cm, woraus der notwendige Eisenquerschnitt pro lfd. m. Platte erhalten wird

$$fe = \frac{25365}{\sigma_b \,.\, 750} = 5{,}4 \text{ cm}^2$$

Als Trageisen verwenden wir alle 15 cm ein Rundeisen $d = 10$ mm oder $fe = 5{,}24$ cm² und als Verteilungseisen pro m drei Rundeisen von 8 mm Durchmesser. Die ganze Plattendicke ist $d + 1{,}8$ cm $= 9$ cm.

Berechnung der Balken. In untenstehender Fig. haben wir eine Untersicht des Balkensystems gezeichnet. Die Dampfwalze ist schematisch aufgezeichnet mit der Umgrenzung des Raumes, den sie einnimmt. Es ist ersichtlich, dass am Tragen der Walze mindestens 4 Balken teilnehmen. Eine Durchbiegung dieser Balken wird auch die äussern zwei Träger nachziehen. Durch die Platte aus armiertem Beton findet eine steife Verbindung der Balken und eine gute Lastverteilung statt. Um das

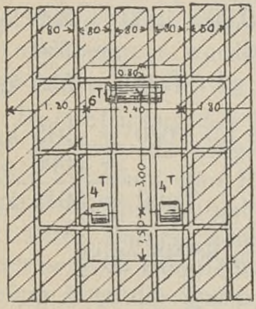


Fig. 30.

Zusammenwirken der Balken zu unterstützen, sind rechnerisch nicht bestimmte Querversteifungen angebracht. Wir glauben uns daher berechtigt, die ganze Brücke als einen einheitlichen Träger zu betrachten. Das war auch der Grund, warum wir die Hauptträger so nahe nebeneinander annahmen. Die schraffierte Fläche bedeutet 400 kg : m² Belastung, die wir noch rings um die Walze wirkend denken. Damit haben wir die denkbar ungünstigste Belastung der Brücke angenommen. Allerdings werden die äussern Träger eine etwas geringere

Durchbiegung erleiden als die innern. Der Unterschied wird wesentlich von der Ausbildung der Querversteifungen abhängen. Uebrigens werden wir der Ungleichheit der Beanspruchung dadurch Rechnung tragen, dass wir den durch die Rechnung erhaltenen Eisenquerschnitt so verteilen, dass den mittleren Trägern etwas mehr Eisen gegeben wird als den äussern. Unter diesen Voraussetzungen ist obige Trägerverteilung die günstigste. Will man diese Annahmen nicht gelten lassen und jeden einzelnen Balken für sich wirkend annehmen, wie es bei eisernen Brücken geschieht, so ist es vorteilhafter, möglichst wenig Hauptträger zu verwenden und dieselben durch Querträger zu verbinden. Damit die Querträger bei gleicher Anzahl Hauptträger möglichst kleine Spannweiten erhalten, lässt man die Querträger zu beiden Seiten der Brücke konsolenartig über die Hauptträger hinausragen. Für zwei Hauptbalken würde die Entfernung 3,6 bis 4 m gewählt und die fehlende Brückenbreite durch die Querträgerkonsolen getragen, also auf jeder Breite der Brücke 1—1,2 m Auskragung der Querträger.

Für unsere Disposition wird das grösste Biegungsmoment jedenfalls unter den hintern Rädern von $2 \cdot 4 = 8$ T sein. Die gleichmässig verteilte Last vor und hinter der Walze wird die ungünstigste Laststellung für die vorhandene Spannweite kaum beeinflussen. Wir wenden daher den Satz an, dass der Lastzug so aufzustellen sei, dass die Balkenmitte die Strecke zwischen der Resultierenden der Lasten und derjenigen Last, unter welcher das maximale Moment eintritt, halbiert. Die Resultierende der

Lasten ist $R = 6 + 8 = 14\ T$. Der Abstand r der Resultierenden von den hintern Rädern ist $r = \frac{6 \cdot 3}{R} = \frac{18}{14} = 1{,}28$ m. Diese Entfernung muss nach unserem Satze von der Balkenmitte halbiert werden, d. h. die Balkenmitte hat von den hintern Rädern den Abstand $\frac{1}{2}\,r = 0{,}64$ m. Wir erhalten damit zur Berechnung des Momentes folgendes Lastenschema für den m^2 Brücke:

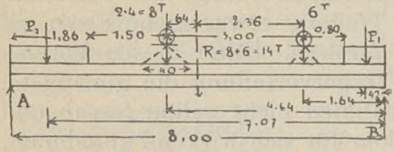


Fig. 31.

Schotter pro m^2	$0{,}2 \cdot 1900$	$= 380$
Gew. der Platte	$0{,}9 \cdot 2400$	$= 216$
Gew. der Balken, angenommen		$= 306$
Zuschlag für Querträger, Geländer etc.		$= 48$
	Total pro m^2	$= 950$

oder auf 6 m Brückenbreite pro lfd. m Brücke ergibt

sich die ständige Last $6 \cdot 950 = 5700$ kg

zufällige Last (Menschengedränge) $2 \cdot 1{,}8 \cdot 400 = 1440$ »

Total gleichmässig verteilte Last pro lfd. m Brücke $= 7140$ kg

Vor und hinter der Walze ist eine Last pro lfd. m von $6 \cdot 400 = 2400$ kg, oder

vor der Walze $P^1 = 0{,}84 \cdot 2400 = 2016$ kg

hinter der Walze $P^2 = 1{,}86 \cdot 2400 = 4464$ kg

Durch die Einzellasten wird in A ein Auflagerdruck hervorgerufen, den wir berechnen können, wenn wir die folgenden Momente, bezogen auf den Punkt B, durch die Spannweite dividieren:

$$\text{die Momente:}\quad \begin{array}{lll} 2{,}016 \cdot 0{,}42 & = & 0{,}85 \\ 6{,}0 \quad \cdot 1{,}64 & = & 9{,}84 \\ 8{,}0 \quad \cdot 4{,}64 & = & 37{,}12 \\ 4{,}464 \cdot 7{,}07 & = & 31{,}53 \\ \hline & & 79{,}34 \end{array}$$

also der Auflagerdruck

$$A = 79{,}34 : 8 = 9{,}92\ T.$$

Wir erhalten die Momente für

die gleichmässig verteilten Lasten

$$M^1 = \frac{7140 \cdot 8^2}{8} \cdot 10^2 = 5712000 \text{ cmkg}$$

die Einzellasten $9920 \cdot 336 -$

$4460 \cdot 243 - 4000 \cdot 10 = 2209000$ »

Totales Moment 7921000 cmkg

Dieses Moment wird von der ganzen Brückenbreite von 6 m aufgenommen, d. h. $b = 600$ cm. Um ein ungefähres Mass für die Balkenhöhe zu erhalten, rechnen wir die Balken zuerst wie eine Platte, d. h. nach Formel 9[1] resp. der zugehörigen Tabelle für $\sigma_e = 750$, $\sigma_b = 30$ und erhält $\sqrt{M : b} = \sqrt{7921000 : 600} = 115 : x = 19$ cm, $y = 32$ cm, $d = 51$ cm. Die neutrale Achse liegt also unterhalb der Platte und für diesen Fall sind unsere Formeln nicht gültig.

Versuchsweise nehmen wir als Entfernung der neutralen Achse von der Oberkante $x = 22$ cm an und erhalten:

$$y = \frac{750}{30} \cdot \frac{22}{15} = 37 \text{ cm}; \quad d = x + y = 59 \text{ cm}.$$

Beträgt die Spannung der äussersten Faser

$$\sigma_b = 30 \text{ kg} : \text{cm}^2,$$

so ist die Spannung in der Unterkante der Platte

$$\sigma_{b1} = (22 - 9)\, 30 : 22 = 17{,}4 \text{ kg} : \text{cm}^2$$

Die Plattendicke ist 9 cm, die Breite 600 cm, somit die vom Beton aufgenommene Druckkraft

$$D = 9 \cdot 600 \cdot \frac{30 + 17{,}4}{2} = 127980 \text{ kg}$$

Die Entfernung des Druckmittelpunktes von der obern Kante

$$s^1 = \frac{9}{3} \cdot \frac{30 + 2 \cdot 17{,}4}{30 + 17{,}4} = 4 \text{ cm}$$

Somit die Entfernung von Druck- und Zugmittelpunkt

$$z = d - s^1 = 59 - 4 = 55 \text{ cm}$$

Das vom Beton aufgenommene Moment

$$M_b = D \cdot z = 127980 \cdot 55 = 7038900$$

fehlendes Moment $= 882100$

Totales Moment Probe $= 7921000$

Um das fehlende Moment aufzunehmen, legen wir Eisen in die Druckzone. Der Abstand des Mittelpunktes dieser Eisen von der obern Kante sei 3 cm, so ist die Spannung in diesen Eisen

$$\sigma e^1 = 15 \cdot \frac{30\,(x - 3)}{x} = 389 \text{ kg} : \text{cm}^2.$$

Zur Aufnahme der Momente sind also folgende Eisen nötig:

In der Druckzone $fe_1 = \frac{882\,100}{389 \cdot 56} = 40{,}5 \text{ cm}^2$

in der Zugzone $fe = \frac{792\,1000}{750 \cdot 55} = 192 \text{ cm}^2$

Da die inneren Balken mehr beansprucht sind, als die äussern, so verteilen wir den Eisenquerschnitt dementsprechend ungleich auf die Balken und zwar in folgender Weise:

	Druckzone pro Balken	fe^1	Zugzone pro Balken	fe
Aeussere Balken	4 E · 14 mm	12,3	8 E · 20 mm	50,3
Innere Balken .	4 E · 16 mm	32,2	8 E · 24 mm	144,8
Total	cm²	44,5	cm²	195,1

Also nur wenig mehr, als rechnerisch nötig wären. Dabei haben wir absichtlich Eisen von kleinerem Durchmesser genommen und dafür die Anzahl der Eisen vermehrt, um einen grösseren Umfang und eine kleinere Haftspannung zu erhalten. Wäre ein grösserer Eisenquerschnitt notwendig gewesen, so könnten auch drei oder vier Reihen Eisen in die

Balken gelegt werden. Haben die untern Eisen einen grössern Durchmesser als die obern, so sollte jede Reihe mit ihrem Hebelarm in die Berechnung des Momentes gesetzt werden, im allgemeinen wird die Vergrösserung des Momentes nicht bedeutend.

Berechnung der Schub- und Haftkräfte. Die Kurve der Querkräfte für Eigengewicht ist eine gerade Linie mit den Werten $+ g \frac{l}{2}$ und $- g \frac{l}{2}$ an den Auflagern. Die richtige Kurve der maximalen Querkräfte für zufällige Last würden wir am besten mittelst Einflusslinien bestimmen. Wenn wir jedoch eine Parabel konstruieren für eine äquivalente gleichmässig verteilte Last p, welche uns den gleichen maximalen Auflagerdruck gibt, wie die wirkliche Last, so weicht diese Parabel nur wenig von der richtigen Kurve der Querkräfte ab.

Den maximalen Auflagerdruck für die Nutzlast finden wir, wenn wir die hintern Räder der Walze über dem Auflager aufstellen und vor und neben der Walze wieder Menschengedränge annehmen. Wir erhalten die Auflagerdrücke:

durch die Walze $8 + \frac{6 \cdot (8 - 3)}{8} = 11{,}75\ T$

Menschengedränge vor der Walze

$$6 \cdot 0{,}4 \frac{(8 - 3 - 2{,}9)}{8} = 0{,}63 \text{ »}$$

Menschengedränge neben der Walze

$$2 \cdot 1{,}8 \cdot 0{,}4 \cdot 4 = 5{,}76 \text{ »}$$

Total $A = 18{,}14\ T$

Woraus die äquivalente Belastung

$$p = \frac{2\ A}{l} = 4{,}54\ T$$

Das Eigengewicht pro lfd. m incl. Schotter

$$g = 6 \cdot 0{,}95 = 5{,}70 \text{ »}$$

Für irgend einen Querschnitt in der Entfernung x vom Auflager finden wir die Querkraft nach den Gleichungen:

für Eigengewicht $= Qg = g\ (l/_2 - x)$

für bewegl. Last $Qp = \frac{p}{2l}\ (l - x)^2$

woraus dann $Q = Qg + Qp$

Setzen wir den Wert des maximalen Auflagerdruckes ein, nämlich

$$A = Ag + Ap, \text{ wo}$$

$$Ap = p\ \frac{l}{2} = 18{,}2\ T$$

$$Ag = g\ \frac{l}{2} = 22{,}8 \text{ »}$$

$$\text{also } A = 41{,}0\ T$$

so vereinfacht sich der Ausdruck für Q in den folgenden:

$$Q = 41 - x \left[10{,}24 - 4{,}54\ \frac{x}{2l} \right]$$

Um das Legen der Rundeisen zu vereinfachen und die rechnerisch festgestellte Entfernung genau einhalten zu können, verbinden wir die Eisenstäbe in der Zug- und Druckzone miteinander durch ein doppeltes Drahtnetz. Um zugleich die Haftfestigkeit der Zugstangen zu erhöhen, wickeln wir die Drähte dieses Netzes in den Knotenpunkten des so gebildeten Draht-Fachwerkes einige Male um die Stange. Den Abstand der Knotenpunkte wählen wir zu 30 cm, den Durchmesser der Drähte zu 5 mm.

In sechs Balken haben wir $6 \cdot 4 = 24$ Rundeisen und pro Rundeisen zwei Drahtquerschnitte von 0,2 cm², also alle 30 cm, wenn wir vernachlässigen, dass die Drähte von den horizontalen Schubkräften schief geschnitten werden, einen Querschnitt von $2 \cdot 24 \cdot 0{,}2 = 9{,}6$ cm² oder pro lfd. m Brücke $9{,}6 : 0{,}3 = 32$ cm². Wird die zulässige Scherspannung des Eisens zu 750 kg : cm² angenommen, so können diese Kräfte pro lfd. m oder 100 cm Brücke eine Schubkraft aufnehmen von $S = 32 \cdot 750 = 24000$ kg, woraus sich die Querkraft rechnet, welche die Drähte auf 100 cm Länge der Brücke übernehmen:

$$Q = \frac{z \cdot S}{r} = \frac{55 \cdot 24000}{100} = 13{,}2\ T$$

Die noch bleibende Querkraft muss von Bügeln aufgenommen werden, vorausgesetzt, dass wir wieder annehmen, der Beton dürfe auf Schub nicht beansprucht werden.

Die für die Bügelberechnung noch in Betracht fallende Querkraft ist also $Q_1 = Q - Q^1$ oder in unserer Formel

$$Q_1 = 41 - 13{,}2 - x \left[10{,}24 - 4{,}54 \frac{x}{2l}\right]$$

Wir erhalten also für verschiedene Balkenquerschnitte resp. Werte von $x =$

$$
\begin{array}{llll}
x = 0 = 0\text{m} & & Q_1 = 27{,}8 = A - Q^1 \\
x = l/8 = 1\text{m} & & Q_1 = 17{,}8 \\
x = l/4 = 2\text{m} & & Q_1 = 9{,}4 \\
x = {}^3/_8 l = 3\text{m} & & Q_1 - 0{,}4
\end{array}
$$

Aus dieser Tabelle sehen wir, dass in einer Entfernung von 2,96 m vom Auflager schon die Drähte allein genügen, um die horizontalen Schubkräfte aufzunehmen. Für Bügel von $^{40}/_{2}$ mm, also 0,8 cm² Querschnitt, die so verteilt sind, dass abwechselnd auf zwei gerade Eisen ein Bügel kommt, haben wir pro Brückenquerschnitt, in welchem Bügel vorkommen, einen Bügelquerschnitt von $6 \cdot 2 \cdot 0{,}8 = 9{,}6$ cm² und welche eine Schubkraft aufnehmen $S = 750 \cdot 9{,}6 = 7200$ kg. Für obige Werte von Q_1 erhalten wir in den einzelnen Querschnitten in der Entfernung vom Auflager

$$x = 1 \text{ m } r = \frac{7200 \cdot 55}{27800} = 14 \text{ cm}$$

$$2 \text{ m } r = \frac{7200 \cdot 55}{17800} = 22 \text{ cm}$$

Wir werden in folgenden Entfernungen, am Auflager beginnend, Bügel einlegen:

12—14—16—18—20—22—25—30—36—45—55 cm

Zur Kontrolle der Stegdicke der Balken berechnen wir die Schubspannung für den halben Auflagerdruck nach der Formel: $\tau = \dfrac{Q}{b_1 \cdot z}$

worin $Q = A : 2 = 20\ T$

$b_1 = 6 \cdot 18 = 108$ cm, somit

$$\tau = \frac{20\,000}{108 \cdot 55} = 3{,}4 \text{ kg} : \text{cm}^2$$

also weniger als zulässig. Rechnet man die Stegdicke aus dem Durchmesser der Eisen, so kommt man auf $4 \cdot 2{,}4 + 5 \cdot 1{,}2 = 15{,}6$ cm, während wir in Wirklichkeit 18 cm angenommen haben. Der Umfang der geraden Eisen, welche die Haftspannung am Auflager aufzunehmen haben, beträgt

$4 \cdot 4 \cdot 2{,}4 \cdot \pi = 171$ cm, also die Haftspannung

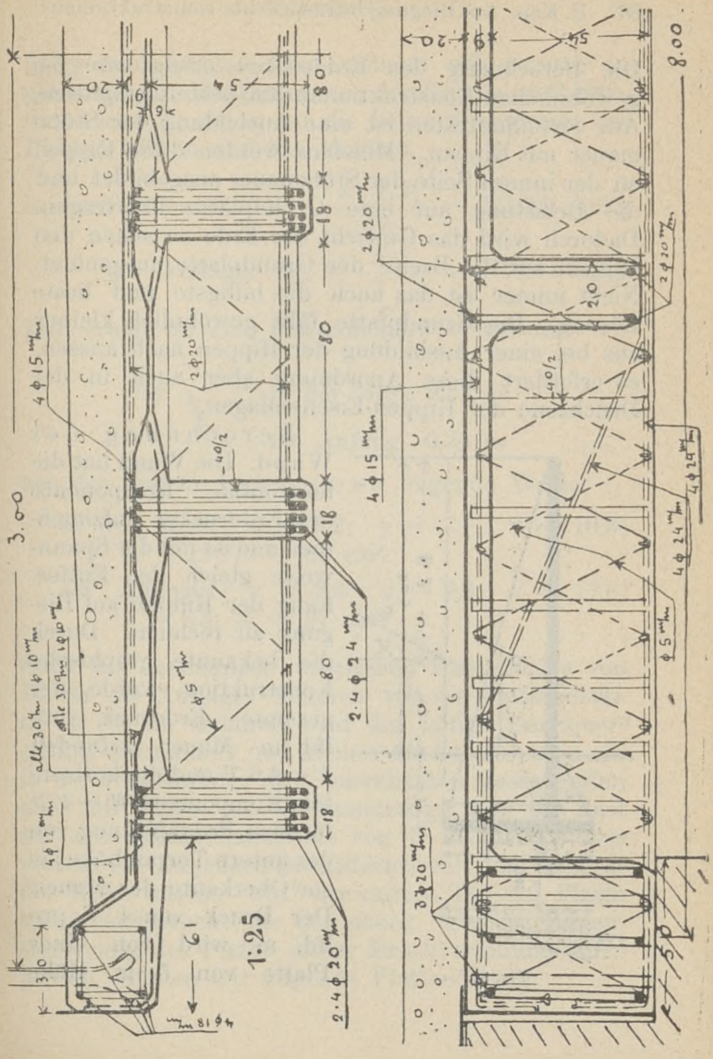
$$K = \frac{41000}{55 \cdot 171} = 4{,}3 \text{ kg : cm}^2$$

also auch weniger als zulässig.

Tafel V zeigt einen halben Querschnitt und einen halben Längenschnitt durch die nach unserer Berechnung gezeichnete Brücke. Die Platten erhalten an den Balken eine Verstärkung von 6 cm zur Aufnahme der Einspannungsmomente. Zur seitlichen Begrenzung der Schotterdecke dient ein Randstein aus armiertem Beton, der mit 4 Rundeisen von 18 mm Durchmesser armiert ist. Da der Randstein die Geländerpfosten aufzunehmen hat, welche auf denselben ein Drehmoment ausüben können, sind die vier Rundeisen durch Bügel von 5 mm Draht miteinander verbunden, so dass sich das Moment auf eine grössere Länge des Randsteines verteilt. Ueber dem Auflager ist ein armierter Querträger zur Versteifung der Brücke und zur Uebertragung des Auflagerdruckes auf eine grössere Fläche des Widerlagers.

3. Aufgabe. Eine Stützmauer von 4,2 m Höhe sei aus armiertem Beton zu konstruieren bei zulässigen Beanspruchungen $\sigma_e = 1000$; $\sigma_b = 30$ kg cm^2.

Tafel V



Die Berechnung des Erddruckes erfolgt wie bei gewöhnlichen Konstruktionen am besten graphisch. Am vorteilhaftesten ist eine Ausbildung der Stützmauer mit Rippen. Meistens werden diese Rippen an der innern Seite der Stützmauer ausgebildet und die Belastung auf eine Grundplatte übertragen. Dadurch wird das Gewicht der Erde zwischen den Rippen auf die Breite der Grundplatte ausgenützt. Nicht immer ist das auch die billigste und beste Lösung. Die Grundplatte fällt gewöhnlich kleiner aus bei einer Ausbildung der Rippen nach aussen, es erfordert diese Anordnung aber auch in der Druckzone der Rippen-Eiseneinlagen.

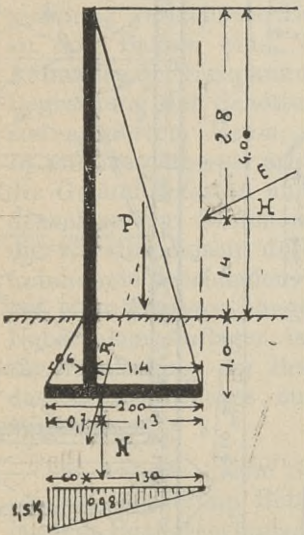


Fig. 33.

Berechnung der Wand. Die Wand hat die horizontale Komponente des Erddruckes aufzunehmen und ist mit der Spannweite gleich der Entfernung der Rippen auf Biegung zu rechnen. Durch die bekannte graphische Konstruktion wurde der gesamte Erddruck pro lfd. m Mauer gefunden $E = 4{,}6\ T$ und die horizontale Komponente $H = 4\ T$, für eine Erdauffüllung von der untern Terrainhöhe bis zur Oberkante der Mauer. Der Druck von 4 T pro lfd. m wird von einer Platte von 5 m Höhe aufgenommen und zwar nehmen wir vorerst an gleichmässig. Die Entfernung der Rippen sei 2,50 m, ihre Dicke 20 cm, somit die lichte Spannweite der Platten 2,30 m und das Moment

in der Plattenmitte $M = \frac{4 \cdot 2{,}3^2}{10} = 221\,600$ cmkg

am Auflager $M_1 = \frac{5}{4} M = 277\,000$ cmkg

Man erhält für eine Plattenhöhe $b = 500$ cm

für $\sqrt{\frac{M}{b}}$ in der Mitte 0,21 m
am Anfang 0,24 m

aus der Tabelle berechnen wir folgende Werte:

in der Mitte $x = 3{,}2$; $y = 7{,}1$; $d = 10{,}3$; $h = 12$; $fe = 24$ cm^2

am Auflager $x = 3{,}6$; $y = 7{,}9$; $d = 11{,}5$; $h = 13$; $fe = 27$ cm^2

Statt der rechnerisch erhaltenen Plattendicke von 13 cm am Auflager nehmen wir die Plattendicke zu 16 cm an, dadurch wird der nötige Eisenquerschnitt vermindert und kleiner als 24 cm², also als in der Plattenmitte. Die berechneten Masse gelten aber nur unter der Voraussetzung, dass die Last auf die ganze Mauerhöhe von 5 m gleichmässig verteilt ist. Da jedoch der Erddruck mit dem Quadrat der Höhe wächst, wird der untere Teil der Platte mehr beansprucht als der obere. Um die Dimensionierung der Platte dieser Druckverteilung anzupassen, wählen wir folgende Plattendicken:

In der Mitte: oben $h = 8$ cm, unten $h = 16$ cm
Am Auflager: oben $h = 12$ cm, unten $h = 20$ cm

Auch die Verteilung der Eisen machen wir dieser Lastverteilung entsprechend. Der Anfänger tut gut, wenn er sich die ganze Höhe der Mauer in Abschnitte z. B. von 1 m mittlerer Höhe zerlegt und für jeden Abschnitt den Erddruck und das Moment berechnet. Man kann sich die Verteilung des Erddruckes in Form eines Dreiecks denken, so dass jeder Plattenstreifen den auf seine Höhe entfallenden Teil des Trapezes, der vom Dreieck abgeschnitten ist, aufzunehmen hat. Wir würden dann die Verteilung der Eisen ungefähr im folgenden Verhältnis erhalten, von unten beginnend (in cm):

4 — 4 — 5 — 5 — 6 — 6 — 8 — 8 — 8 — 10 — 10 — 10 — 12 — 12 — 12 — 15 — 15 — 15 — 18 — 18 — 18 — 22 — 22 — 22 — 24 — 24 — 24 — 24 — 28 — 28 — 28 — 28 total 32 à 10 mm $fe = 25$ cm².

Da es aber schwierig ist, so kleine Entfernungen einzuhalten, andererseits die Entfernung der obern Eisen etwas zu gross würde, ist es vorzuziehen, Eisen von verschiedenen Durchmessern zu wählen und die Entfernung der untern Eisen etwas zu vergrössern. Dementsprechend ersetzen wir die ersten 9 Stück Eisen von 10 mm durch 7 Rundeisen von 12 mm Durchmesser bei einer Entfernung von 8 cm, und die obersten 8 Rundeisen von 10 mm durch solche von 8 mm bei einer Entfernung von 24 cm. Wir erhalten von unten beginnend folgende Verteilung der Rundeisen (*R E*):

9 *RE*	12 mm	in Entfernung von . .	7 cm	od. auf 63 cm	$fe = 10,2$ cm²
3 *RE*	10 »	» »	10 »	» » 192 »	$fe = 9,4$ »
3 *RE*	10 »	» »	14 »		
3 *RE*	10 »	» »	18 »		
3 *RE*	10 »	» »	22 »		
10 *RE*	8 »	» »	24 »	» » 240 »	$fe = 5,0$ »
				4,95 m	$fe = 24,6$ cm²

Einer weitern ungleichmässigen Anteilnahme der Platte an der Belastung wird mit dünnen vertikalen Verteilungseisen entgegengewirkt. Wir wählen pro laufenden Meter Platte 3 *RE* mit 8 mm Durchmesser.

Berechnung der Rippen. Die Rippen haben das ganze von den Platten übertragene Moment aufzunehmen. Der Hebelarm beträgt 1,0 + 1,4 m, das Moment also $4 \cdot 2,4 = 9,6$ m. t. pro laufenden Meter Mauer, oder auf die Spannweite der Platten $2,5 \cdot 9,6 \cdot 10^5 = 2\,400\,000$ cmkg. Werden die Rippen nach den für Platten gültigen Formeln berechnet, so erhalten wir unter der Annahme, dass zu den Rippen noch eine Plattenbreite von 220 cm gerechnet werden kann $\sqrt{M:b} = \sqrt{2\,400\,000 : 220} = 107$ und ferner $x = 16$, $y = 36$, $d = 52$ aus der Tabelle unter Voraussetzung, dass $\sigma_e = 1000$, $\sigma_b = 30$ kg : cm², statt dessen haben wir die Rippen unter 1,40 Breite angenommen, oder $d = 140 - 5 = 135$ cm; nehmen wir in der Rippe 4 *RE* 25 mm oder $fe = 19,6$ cm² an und rechnen die Spannungen nach Gleichung (9 wie für Platten, so erhalten wir:

$$x = \frac{15 \cdot 19{,}6}{220}\left[-1+\sqrt{1+\frac{2 \cdot 220 \cdot 135}{15 \cdot 19{,}6}}\right] = 17{,}7 \text{ cm}$$

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot 2\,400\,000}{220 \cdot \left(135 - \frac{17{,}7}{3}\right) \cdot 17{,}7} = 9{,}5 \text{ kg} : \text{cm}^2$$

$$\sigma_e = \frac{2\,400\,000}{19{,}6 \cdot \left(135 - \frac{17{,}7}{3}\right)} = 950 \text{ kg} : \text{cm}^2$$

x ist grösser als die Plattendicke, wodurch allerdings eine kleine Differenz für die Werte der richtigen Spannungen gegenüber den berechneten entstehen wird. Da die berechneten Spannungen jedoch weit unter den als zulässig angenommenen liegen, so kann unsere Disposition und der Eisenquerschnitt als richtig angenommen werden.

Will man dennoch den Einfluss untersuchen, den die Werte der Spannungen erleiden bei Berücksichtigung der richtigen Lage der neutralen Achse, d. h. etwas unterhalb der Platte, so sind die Formeln (10 anzuwenden, wobei für $c = 16$ cm einzusetzen ist. Wir erhalten

$$x = \frac{135 \cdot 15 \cdot 19{,}6 + \frac{220 \cdot 16^2}{2}}{220 \cdot 16 + 15 \cdot 19{,}6} = 17{,}9$$

$$s = 17{,}9 - 16 + \frac{16}{3} \cdot \frac{3 \cdot 23 - 16}{2 \cdot 23 - 16} = 11{,}3$$

$$y = 135 - 17{,}9 = 117{,}1;\ d - x + s = 128{,}4$$

$$\sigma_e = \frac{2\,400\,000}{19{,}6 \cdot 128{,}4} = 95{,}3$$

$$\sigma_b = \frac{953 \cdot 11{,}3}{15 \cdot 117{,}1} = 6{,}1$$

Wir sehen daraus, dass uns bei der Ausbildung der Rippe nicht die zulässige Spannung wegleitend war, sondern die Grösse der Grundplatte, welche ihrerseits wieder durch den zulässigen Druck auf den Untergrund bestimmt wird. Der maximale Auflagerdruck, ausgeübt durch die Rippe, ist $2{,}5 \cdot H = 10\ T$. Der Beton kann nicht abgeschert werden, ohne dass auch die Eisen abgeschert werden, da letztere schief gehen. Die Rippe ist im Verhältnis zu ihrer Breite unverhältnismässig dünn gehalten; um sie zu versteifen, geben wir ihr in der Druckzone 2 *RE* 18 mm und verbinden die Eisen in der Druck- und Zugzone miteinander durch Drähte von 5 mm. Zudem geben wir den Rippen selbst noch vertikale Eisen.

Das Gewicht der Erde auf der Platte beträgt $P = 1{,}4 \cdot 5 \cdot 1{,}8\ T = 12{,}6\ T$ unter Vernachlässigung des Mehrgewichtes des armierten Betons gegenüber dem spez. Gewicht der Erde. Die Resultierende von P und E liegt innerhalb des Drittels der Grundplatte, würde aber jedenfalls etwas hinausgerückt, wenn wir das Gewicht der Wand mit 2,4 statt nur mit 1,8 T rechnen würden. Darnach ergibt sich für $N = 15\ T$ (aus dem Krafteck) der maximale Druck auf die Grundfläche

$$\sigma = \frac{2 \cdot 15000}{200 \cdot 100} = 1{,}5 \text{ kg} : \text{cm}^2$$

also jedenfalls zulässig. Der Druck pflanzt sich in Form eines Dreiecks fort, nun hat derjenige Teil der Grundplatte, welcher ausserhalb der Mauerwand liegt, den Aufdruck des Bodens auszuhalten, ohne dass ihm ein nennenswerter Gegendruck entgegen-wirkt. Diese Platte muss also wie eine Konsole den Aufdruck aufnehmen.

Druck am Ende der Platte 1,5 kg : cm².

Druck an der Einspannungsstelle $\frac{130 \cdot 1,5}{200} = 0,98$ kg.

Schwerpunkt des Drucktrapezes $\left.\right\} \frac{60}{3} \cdot \frac{2 \cdot 1,5 + 0,98}{1,5 + 0,98} = 32$ cm.

Gesamtdruck pro m^1 $100 \cdot 60 \frac{1,5 + 0,98}{2} = 7440$ kg.

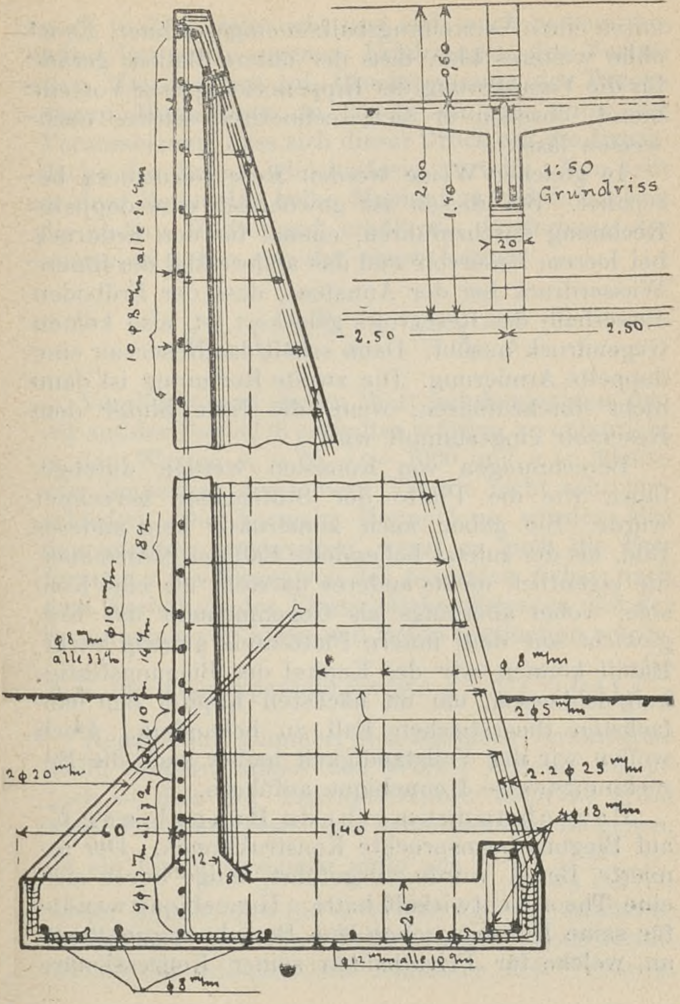
Einspannungsmoment $7440 \cdot 32 = 238080$ cmkg.

Unter Anwendung der Formeln für die Platte, resp. der Tabelle für $\sigma_e = 1000$, $\sigma_b = 30$ erhält man $x = 7,4$, $y = 16,4$, $d = 23,8$, somit die Dicke der Grundplatte bei einer Betonschicht unter Eisenmitte von 2,2 cm $\underline{h = 26 \text{ cm}}$

$$z = d - \tfrac{1}{3}\, x = 21,3 \text{ cm}, \; fe = \frac{238080}{1000 \cdot 21,3} = 11,2 \text{ cm}^2$$

oder pro laufenden Meter Mauer in der Grundplatte 10 *RE* 12 mm, $fe = 11,3$ cm². Diese Eisen führt man auch durch den innern Teil der Platte. Dort wirkt zwar das Gewicht der Ueberschüttungserde dem Aufdruck entgegen, aber die Platte muss die Verankerung der Rippe aufnehmen. Die Rippeneisen werden wir in die Platte umbiegen und mit dem Eisen der letzteren verbinden. Auch hier sind Verteilungseisen unbedingt notwendig, damit die Verankerung eine vollständige wird und eine gleichmässige Verteilung der Last auf den Untergrund stattfindet. In der Zeichnung haben wir oben und

Tafel VI



1:50
Grundriss
0,60
2.00
1.40
20
2.50
2.50
10 φ 8 mm alle 24 cm
18 cm
φ 10 mm
14 cm
φ 8 mm alle 33 cm
alle 10 cm
2 φ 20 mm
60
1.40
12
8
26
φ 8 mm
2 φ 5 mm
2·2 φ 25 mm
4 φ 18 mm
φ 12 mm alle 10 cm
φ 8 mm

unten einen Versteifungsbalken eingezeichnet. Es ist ohne weiteres klar, dass der untere Balken gerade für die Verankerung der Rippeneisen grosse Vorteile bietet, obschon er sich rechnerisch schwer nachweisen lässt.

In gleicher Weise werden Reservoirmauern berechnet. Bei diesen ist gewöhnlich eine doppelte Rechnung durchzuführen, einmal für den Erddruck bei leerem Reservoir und das andere Mal der innere Wasserdruck bei der Annahme, dass der Erdboden ausserhalb des Reservoirs gelockert ist, also keinen Gegendruck ausübt. Dann erhält das Reservoir eine doppelte Armierung. Die zweite Rechnung ist dann nicht durchzuführen, wenn die Erde hinter dem Reservoir eingestampft wird.

Berechnungen von Konsolen werden durchgeführt, wie die Platte der Stützmauer berechnet wurde. Sie geben auch konstruktiv kein anderes Bild, als der zuletzt behandelte Fall der Stützmauer, die eigentlich nichts anderes darstellt als eine Konsole, wobei allerdings als Gegenmoment das Erdgewicht auf dem innern Plattenteil günstig wirkt. Damit können wir das Kapitel der Biegungsfestigkeit schliessen, um im nächsten Kapitel den einfachsten theoretischen Fall zu behandeln. Doch wollen wir der Vollständigkeit halber auch die Berechnungsweise Hennebique anführen.

Berechnungsmethode Hennebique für auf Biegung beanspruchte Konstruktionen. Der armierte Beton wurde ausgeführt, lange bevor sich eine Theorie entwickelt hatte. Hennebique wandte für seine Konstruktionen eine Berechnungsmethode an, welche für Privatbauten seiner Konzessionäre noch vielfach gebraucht und sich auch bestens bewährt hat, nach eigenen Erfahrungen des Verfassers. Die mittlere zul. Druckspannung des Betons nimmt Hennebique zu 25 kg : cm^2 an unter der Voraussetzung, dass sich dieser Druck auf die Druckfläche des Betons gleichmässig verteilt. Nun teilt er dem Beton das halbe Moment zu und dem Eisen die andere Hälfte und erhält die Entfernung der neutralen Achse von der obern Kante

$$x = \sqrt{\frac{M}{25 \cdot b}} = 0{,}2 \sqrt{\frac{M}{b}}$$

Vergleicht man diesen Wert mit demjenigen, den wir aus der Formel (6 enthalten würden, so entspricht er den Werten $\sigma_b = 25$, $\sigma_e = 1000$ und $n = 20$ also von denjenigen der neuern Theorie nicht sehr verschieden. Die Formeln Hennebique würden also den unsrigen entsprechen, wenn er auch die Entfernung y des Eisens von der neutralen Achse, nach dem Verhältnis der Elastizitätskoeffizienten und der Spannungen von Eisen und Beton bestimmen würde, d. h. für obige Spannungswerte $y = 2\,x = 0{,}4 \sqrt{\frac{M}{d}}$

Hennebique kümmert sich um diese Verhältnisse nicht, sondern nimmt den Wert y beliebig an, jedoch so, dass der Eisenquerschnitt nicht zu gross wird. Um dem Eisen das halbe Moment zu geben, ist ein Eisenquerschnitt nötig von $fe = \frac{M}{2y \cdot \sigma_e}$, wobei Hennebique für $\sigma_e = 1000$ kg : cm^2 annimmt. Der ganze Fehler seiner Berechnungsmethode beruht also in der willkürlichen Annahme des Wertes y.

So kann es vorkommen, dass Konstruktionen nach Hennebique gerechnet nur Druckspannungen im Beton auszuhalten hätten von 25 kg : cm², tatsächlich Beanspruchungen haben, die zwischen 20—80 kg:cm² schwanken können.

III. Kapitel.

Auf Druck beanspruchte Konstruktionen.

In der Biegungsfestigkeit der armierten Körper wurde gezeigt, dass Eisen in der Druckzone nur unvollkommen ausgenützt wird, weil es die gleiche Längenänderung mitmachen muss wie der Beton; das gleiche gilt auch bei den auf Druck beanspruchten Körpern.

Die Grundgleichung, die wir zur Berechnung der Anspruchnahme des Eisens anwenden müssen, heisst wieder:

$\triangle\, l = \frac{\sigma_e}{E_e} = \frac{\sigma_b}{E_b}$, wo $\triangle\, l$ die Verkürzung pro laufenden Meter des auf Druck beanspruchten Körpers bedeutet. Daraus erhalten wir

$$\sigma_e = \frac{\sigma_b \cdot E_e}{E_b} = n \cdot \sigma_b$$

Da das Eisen die gleiche Verkürzung erleidet wie der Beton, muss seine Spannung n mal so gross sein, wie die des Betons, oder was das gleiche ist, wir können den Eisenquerschnitt als einen mit n multiplizierten Betonquerschnitt betrachten, wonach ohne weiteres die dem Drucke widerstehende Fläche erhalten wird. $F = a \cdot b + n \cdot fe$, wo a und b die Seiten des Betonquerschnittes, fe derjenige der Eiseneinlage bedeuten. Wenn σ der zulässige Druck pro cm^2 Beton, so ist die ganze Druckkraft die der Querschnitt aufnehmen kann:

$$P = \sigma [a \cdot b + n \cdot fe] \qquad (14$$

Wenn der zulässige Druck des Betons 30 kg pro cm^2 beträgt, so ist die Druckspannung im Eisen nur $n \cdot 30$ kg : cm^2 also bei $n = 15$ nur 450 kg : cm^2 bei $n = 10$: 300 kg : cm^2. Also auch hier nur eine unvollkommene Ausnützung des Eisenquerschnittes. Hiebei ist sehr bemerkenswert, dass Hennebique selbst den Beton mit 30, das Eisen mit 1000—1200 kg pro cm^2 Beanspruchung rechnet, unbekümmert um die Längenänderung beider Materialien, was einem n von 33 — 40 entspricht. Die Berechnungsweise Hennebique lässt sich theoretisch nicht begründen. Wenn seine Konstruktionen dennoch so erfolgreich sind, entgegen allen Theorien, so mag der Grund darin liegen, dass bei Stützen und Säulen das Stampfen des Betons im allgemeinen sehr sorgfältig gemacht wird, was eine Steigerung der Druckfestigkeit des Betons zur Folge hat.

Im folgenden sollen einige Beispiele von auf Druck beanspruchten Konstruktionen durchgeführt werden.

1. Stützen.

Stützen und Säulen aus armiertem Beton haben im Verhältnis zur Höhe gewöhnlich so grosse Querschnittsdimensionen, dass eine Knickgefahr nicht vorhanden ist. Die Druckfestigkeit des Betons wird durch Bügel erhöht, sodass als Mass für die zulässige Druckspannung die Würfelfestigkeit des Betons berücksichtigt werden kann. Die Form der Bügel ist je nach dem System verschieden. Nebenstehende Figur zeigt eine Stütze aus armierten Beton nach dem System Hennebique mit Bügeln aus Flacheisen, doch wendet auch Hennebique Bügel aus Draht an, wie es in andern Systemen geschieht.

Die Berücksichtigung der Knicfigefahr erfolgt am besten durch Anwendung der Schwarz-Rankineschen Formel, nämlich:[1])

$$\sigma^k = \frac{\sigma}{1 + 0{,}0001\ (l : i)^2}$$

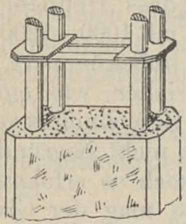


Fig. 36.

hierin ist σ_k die Knickspannung, σ die zulässige Druckspannung, $i = \sqrt{J : F}$ der Trägheitsradius, J das Trägheitsmoment der auf Druck beanspruchten Fläche F. Wenn alle Werte in cm eingesetzt werden, die Länge der Stütze l aber in m, so vereinfacht sich die Formel in

$$\sigma k = \frac{\sigma}{1 + (l : i)^2} \qquad (15$$

Damit die Druckkraft P aufgenommen wird, muss $P = F \cdot \sigma_k$. sein.

---

[1]) Die Figur ist entnommen aus «Die Bauweise Hennebique» von W. Ritter. Schweiz. Bauzeitung 1899. Sonderabdruck 1904.

Die Rolle, die den vertikalen Eisen zugeteilt wird, kann eine verschiedene sein. Entweder wird die Armatur als zur eigentlichen Tragkonstruktion gehörend in Rechnung gebracht, wie Beton, also mit dem n fachen Querschnitt, oder es wird das Eisen nur in den Beton gebracht, um die Druckfestigkeit des Betons auf die Würfelfestigkeit zu erhöhen, in diesem Falle kann für die zulässige Druckspannung

$$\sigma_b = 40 \text{ kg} : \text{cm}^2$$

angenommen werden; es wird aber nur diejenige Betonfläche in Rechnung gebracht, welche innerhalb des Eisens liegt. In diesem Falle berechnet sich die Druckkraft, welche eine Stütze mit quadratischem Querschnitt, mit der Breite des Betons von a cm (zwischen den Eisen) mit genügender Sicherheit gegen Knicken aufnehmen kann, nach der Formel

$$P = \frac{40 \cdot a^2}{1 + 12\,(l:a)^2} \qquad (16$$

Dabei ist vorausgesetzt, dass nur Eisen in den vier Ecken oder doch wenigstens nur am Umfange des Querschnittes liegen. Bei einer mittleren Würfelfestigkeit des Betons von 160 kg : cm² ist die Sicherheit gegen Knicken in dieser Formel eine vierfache. Zur Dimensionierung kann folgende Tabelle dienen, welche nach obiger Formel 16 gerechnet ist[1]) und für verschiedene Werte von a und b die zulässige Tragkraft der Säule enthält. Je nach der Aufgabe,

[1]) Betonkalender 1907. Verlag W. Ernst u. Sohn, Berlin.

die man den vertikalen Rundeisen zuteilt, rechnet sich auch die Bügelentfernung verschieden. Soll nur die Würfelfestigkeit des Betons erreicht werden, so genügt eine minimale Bügelentfernung gleich der doppelten Länge der kleinen Seite des Querschnittes bei rechteckigem Querschnitt. Praktisch ist es, die Bügelentfernung gleich der kleinsten Querschnittsdimension zu machen. Bei zu grosser Entfernung der Bügel ist zu befürchten, dass bei der Deformation des Betons die Eisen zwischen den Bügeln seitlich ausgebogen werden. Considère hat gefunden, dass Säulen, welche mit Eisen spiralförmig umwunden sind, eine viel höhere Tragfähigkeit haben als Säulen mit nur Längsarmierung, bei gleichem Eisenaufwand. Nach seinen Versuchen fand er, dass bei gleicher Sicherheit die zulässige Spannung 1,5 mal so gross angenommen werden darf als die zulässige Druckspannung des auf Würfelfestigkeit beanspruchten Betonkörpers. Bezeichnet f_v den Querschnitt der vertikalen Eisen, f_h denjenigen Eisenquerschnitt, den man erhalten würde, wenn man statt den Spiralen vertikale Eisen einlegen würde, welche pro laufenden Meter Säule das gleiche Eisengewicht geben würden wie die Spiralen, so gibt Considère für die Berechnung der Druckkraft seiner Säulen folgende Formel an:

a	*Länge L der Stütze in m:*					
cm	2,5	3,0	3.5	4,0	5,0	6,0
20	13,5	12,6	11.7	10,8	9,1	7,7
30	33,2	32,4	31,0	29,7	27,1	24,3
40	61,1	59.9	54,0	57,1	53.8	50,4
50	97,1	95,8	94,4	92,9	89,3	84,7

$$P = \frac{1{,}5 \cdot \sigma \cdot [F + n\,(f_v + 2{,}4\,f_h)]}{1 + (l : i)^2} \quad (17. \quad [1])$$

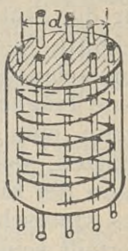


Fig. 37.

für F und i kommt dabei nur diejenige Betonfläche in Betracht, welche von den vertikalen Eisen eingeschlossen wird; d. h. der Querschnitt der Spiralen wird mit dem 2,4 fachen Querschnitt wie die vertikalen Eisen in Rechnung gebracht.

Eine andere Methode, den Abstand der Bügel für nur mit Längseisen armierte Stützen zu berechnen, beruht darauf, dass die vertikalen Eisen für die Spannung, die sie nach Formel (15 zu übernehmen haben, nach der Eulerschen Knickformel berechnet werden, d. h. nach der Formel $\frac{\pi^2\,E \cdot J}{5 \cdot l^2} = n\,\sigma_K\,F$; führt man folgende Werte ein: $\pi^2 = 10$, $E = 2100000$, $F = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$, $J = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$, also $\frac{J}{F} = \frac{d^2}{16}$, so erhält man für die Entfernung der Bügel die Formel:

$$l = 25 \cdot d \cdot \sqrt{\frac{420}{n \cdot \sigma_K}}$$

$$\text{z. B. } n = 10 \qquad l = 162 \sqrt{\frac{1}{\sigma_K}}$$

$$n = 15 \qquad l = 132 \sqrt{\frac{1}{\sigma_K}}$$

---

[1]) D. R. P. Nr. 149944. 10. Mai 1902. Armand Considère, Paris. Ausführungsrecht in Deutschland Firma Wayss u. Freytag A.-G.

Um eine möglichst einfache Schalung zu erhalten, eignet sich am besten ein quadratischer Querschnitt für die Stütze. Kreisförmige oder vieleckige Querschnitte verteuern die Verschalung. Rechteckige Querschnitte haben nach den zwei Achsen verschiedene Trägheitsmomente, werden sich also nur eignen, wenn eine Stütze exzentrisch belastet ist. Für Stützen, welche auf Knicken nicht zu rechnen sind, kann der Eisenquerschnitt zum Teil im Mittelpunkt des Querschnittes liegen und beliebig am Rande verteilt sein, während bei Stützen, für welche eine Knickgefahr vorliegt, nur solche Eisen, welche in den vier Eckpunkten des Querschnittes liegen, einen wesentlichen Einfluss auf die Grösse des Trägheitsmomentes ausüben und also allein vorteilhaft sind. Grössere Eisendurchmesser als 3—4 cm sind unhandlich, und ist man daher genötigt, bei grösserem Eisenaufwand auch Eisen dem Rande entlang zu verteilen, also nicht nur in die Ecken. Wichtig ist, dass der Eisenquerschnitt mit demjenigen des Betons in richtigem Verhältnis steht. Als Minimum an vertikalen Eisen bei den Considèreschen Säulen kann $^1/_8$ der Umschnürungseisen angenommen werden oder ungefähr 1 % des Betonquerschnittes. Für gewöhnlich armierte Stützen soll man nicht unter 1 % und nur ausnahmsweise über 3 % des Betonquerschnittes gehen. Damit der Beton bei grosser Hitze nicht absplittert, sollen die Eisen wenigstens 2—3 cm innerhalb des Querschnittrandes liegen. Bei hohen Säulen sind nicht immer Eisen von genügender Länge erhältlich, es müssen die Eisen also verlängert werden. An der Verbindungsstelle der Eisen mit den Verlängerungen werden am besten Gasröhren mit Gewinden angebracht und die Eisenenden gegenseitig eingeschraubt, da sonst durch exzentrische Säulenbelastung hervorgerufene Zugspannungen in den Eisen nicht auf die Verlängerungen übertragen werden. Der nutzbare Querschnitt der Rohre muss mindestens gleich dem Querschnitt der Stangen sein.

Fachwerkförmige Stützen nach System Visintini erhalten in beiden Gurtungen gleiche Eisen, also symmetrische Armierung.

Der Vorteil der armierten Betonstützen gegenüber gewöhnlichen Betonstützen liegt in der Verkleinerung der Querschnittsdimensionen und gegenüber reinen Eisenstützen darin, dass der Beton das Eisen vor Rost und Feuersgefahr schützt. Es kann der gleiche Zweck erreicht werden durch eine Ummantelung von eisernen Säulen. Zu solchen Ummantelungen werden in Amerika Hohlsteine aus Terracotta oder auch gewöhnliche Ziegel verwendet. Doch leiden diese Materialien an ungleichmässiger Herstellung und bieten daher oft nur einen unvollkommenen Schutz gegen Feuersgefahr. Besonders können nachträgliche Beschädigungen, die zu irgend einem Nebenzwecke, z. B. zum Tragen von Gegenständen etc. an den Ummantelungen verursacht werden, den Zweck derselben illusorisch machen. Zudem erfordert dieser Schutz eine Manteldicke von 6 cm, was einer Querschnittverbreiterung von 12 cm entspricht. Viel besser sind Umhüllungen von Beton, da derselbe zugleich die Tragfähigkeit der Stütze erhöht. Um das Eisen vor Rost zu schützen, muss der Beton in plastischem Zustande eingebracht und mit genügend Zement angemacht werden, so dass sich um das Eisen eine Zementhaut bildet. Schon eine Schicht von 1 cm Dicke genügt, um das Eisen vor Rost zu schützen. Die Hauptsache ist nur, dass diese Zementhaut gebildet wird. Die Siegwart- und Visintinibalken beweisen aber auch, dass schon bei sehr schwacher Umhüllung eine Feuersgefahr für das Eisen nicht mehr vor-

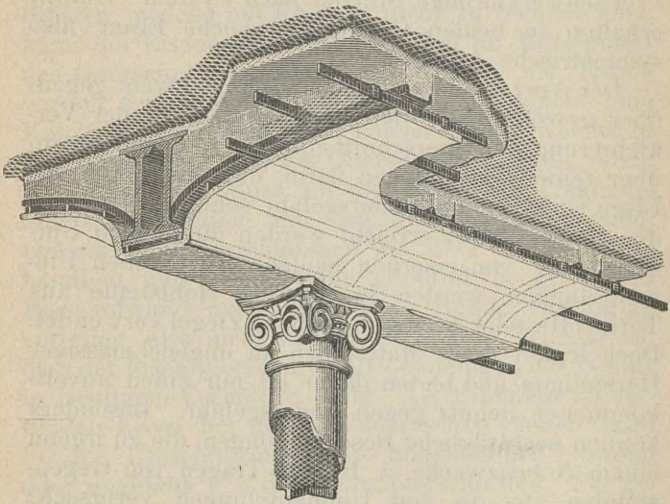


Fig. 38.

handen ist. Ein System, welches diese Tatsachen in vorzüglicher Weise ausnützt und die oben angeführten Mängel beseitigt, ist die Verkleidung durch Beton mit Streckmetalleinlagen.

Obenstehende Figur zeigt eine Decke mit Streckmetalleinlage, gebildet durch mehrere Unterzüge und Decken (System Golding). Die Decke hat gewölbte ebene Untersicht, indem die Rippen durch eine feuerschützende Gipsdecke mit Streckmetalleinlage überzogen sind. Auf einfache Weise können Decken und Stützen mit Hülfe dieser Einlagen architektonisch ausgebildet werden. Aehnlich werden quadratische Stützen durch eine schützende Hülle mit Streckmetalleinlage aus Walzeisen ausgebildet.

4. Aufgabe. Eine Stütze von 7,2 m Höhe, welche eine Last von 50 T zu tragen hat, ist zu berechnen. Welche Dimensionen erhält das Fundament, wenn *a*) die Stütze auf einem Betonfundament von einer zulässigen Druckspannung von 20 kg : cm², *b*) auf einem Boden von 2 kg : cm² Druckfestigkeit aufgestellt ist?

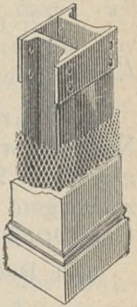


Fig. 39.

1. Berechnungsmethode Ritter.[1]) Wir nehmen einen Betonquerschnitt 40/40 cm an mit einer Eisenarmierung in den 4 Ecken von je $d = 3{,}6$ cm Durchmesser. Es ist, unter der Annahme, dass $n = 10$ und für eine zulässige Druckspannung $\sigma = 30$ kg : cm²

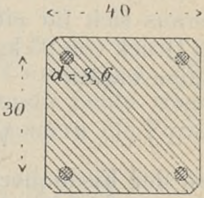


Fig. 40.

---

[1]) Dieses Beispiel ist dem Sonderauszug der «Schw. Bauzeitung»: «Die Bauweise Hennebique» nach W. Ritter entnommen.

der Querschnitt

$$F = 40^2 + 10 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 1{,}8^2 \qquad = \qquad 2007 \text{ cm}^2$$

das Trägheitsmoment

$$J = {}^1/_{12} \cdot 40^4 + 10 \cdot 4 \cdot Fe \cdot 15^2 = 304908 \text{ cm}^2$$

der Trägheitsradius $i = \sqrt{J : F} = \qquad 12{,}3$ cm

$l = \dfrac{3}{4} \cdot 720 = 540$ cm in Berücksichtigung der Einspannung.

$$\sigma_K = \frac{\sigma}{1 + 0{,}0001\,(540 : 12{,}3)^2} = 25 \text{ kg} : \text{cm}^2,$$

wo $\sigma = 30$ kg

$P = \sigma_K \cdot F = 50175$ kg.

2. Berechnungsmethode Hennebique. Nehmen wir vier Rundeisen von $d = 30$ mm an, also $fe = 28$ cm², so übernehmen diese bei einer zulässigen Spannung der Eisen von 1000 kg : cm² eine Druckkraft auf $P_1 = 28{,}000$ kg.

Der Beton hat also noch aufzunehmen

$$P = 50000 - 28000 = 22000 \text{ kg}$$

woraus sich für eine zulässige Spannung des Betons auf Druck von 25 kg : cm² die Breite der quadratischen Stütze ergibt

$$a = \sqrt{22000 : 25} = 30 \text{ cm}$$

also der Eisenquerschnitt sowohl wie derjenige des Betons viel kleiner.

3. Berechnungsmethode. Das Eisen dient nur zur Erhöhung der Druckfestigkeit. Die zulässige Druckspannung (aus der Würfelfestigkeit ab-

geleitet) sei 40 kg : cm². Es ergibt sich für eine Knicklänge von 5,4 m wie oben, aus der Tabelle:

Die Querschnittsbreite zwischen den Eisen $a^1 =$ 40 cm, $F = 1600$ cm².
für 1,5 % ist $fe = 24$ » oder
4 RE 28 mm $fe = 24{,}6$ »
Die ganze Querschnittsbreite $a^1 + 5 = 45$ cm.
Die Druckspannung
im Beton $50000 : 1600 = 31$ kg : cm²
» Eisen $31 \cdot 15 = 467$ kg : cm²

Rechnet man die Bügelentfernung für die Eisenspannung, die wir bei der Berechnungsmethode Ritter erhalten haben, d. h. für $\sigma_K = 25$, nach der Formel 18 für $n = 10$, so erhält man für diese Entfernung

$$l = 162 \sqrt{\frac{1}{25}} = \underline{32 \text{ cm.}}$$

Es entspricht dieser Wert ungefähr der praktischen Regel, dass die Bügelentfernung nicht grösser sein soll als die kleinste Querschnittsdimension, also <u>40 cm.</u>

4. Berechnungsmethode Considère. Wir wollen diese Last durch eine runde Säule tragen lassen. Für eine solche stellt Considère die Formel auf

$$P = \frac{60\left(\frac{\pi d^2}{4} + 15\,(fv + 2{,}4\, f_h\right)}{1 + 15\,(l : d)^2}$$

wo d wieder die Dicke des Betons zwischen den Eisen bedeutet. Dabei soll nach Considère die Entfernung der Windungen der Spiralen mindestens $^1/_7 - ^1/_{10}$ des Säulendurchmessers betragen. Nehmen wir zu den Spiralen Rundeisen von 9 mm Durchmesser und pro laufenden Meter 17 Windungen oder die Entfernung der Windungen za. 6 cm, so ist, bei einem Säulendurchmesser von 30 cm,

$$f_h = 30 \cdot \pi \cdot 17 \cdot 0{,}64 = 10{,}3 \text{ cm}^2.$$

Als vertikale Eisen wählen wir 8 Rundeisen von 14 mm Durchmesser, also $f_h = 12{,}2$ cm². Wir erhalten folgende Werte:

$$d^1 = 30 \cdot \frac{r\, d^2}{4} = 707,\ 15\, (f_v + 2{,}4\, f_h) = 575$$

$$15 \cdot (l : d)^2 = 15 \cdot (5{,}4 : 30)^2 = 0{,}486$$

diese Werte in obiger Formel eingesetzt, gibt die Druckkraft der Säule

$$P = \frac{60 \cdot 1282}{1{,}486} = 52\ T$$

also etwas mehr als verlangt wird. Der wirkliche Eisenquerschnitt pro laufenden Meter Säule ist $f_e = f_h + f_v = 22{,}6$ cm², der Durchmesser $d = 30 + 5 = 35$ cm. Demnach würde bei gleicher Druckkraft die Considèresche Säule den kleinsten Materialaufwand erfordern und zwar nicht mehr als die Hennebique Säule nach der Methode Hennebique gerechnet.

Sollte sich die Rechnungsmethode von Considère wirklich bewähren, was aus den Versuchen der Firma Wayss & Freytag hervorzugehen scheint,[1]) so

---

[1]) Prof. Mörsch, Der Eisenbetonbau.

würde diese Erfindung einen neuen Erfolg des armierten Betons bedeuten.

Berechnung der Fussplatte. Um ein etwas ungünstiges Rechnungsresultat zu erhalten, nehmen wir eine Nutzlast von 60 T an, das Eigengewicht der Stütze von 40/40 cm Grundfläche sei 3 T, die auf das Fundament wirkende Last also 63 T.

a) Die Stütze steht auf einem Betonfundament mit einer zulässigen Druckkraft von 25 kg : cm², so ist die nötige Querschnittsfläche 63000 : 25 = 2520 cm² oder eine Platte von 50/50 cm. Die Fundamentplatte steht also um 5 cm an jeder Seite der Stütze vor, und es muss dieser Teil für eine Last von 25 kg : cm² als Konsole berechnet werden. Der Druck auf 1 m Länge der Konsole würde 2500 kg betragen, woraus sich das Einspannungsmoment der Konsole ergibt

$$M = 2500 \cdot \frac{5^2}{2} = 31250 \text{ cmkg.}$$

Da nach den zulässigen Spannungen für Beton und Eisen die Plattendimension praktisch zu schwach werden würde, wollen wir für die Spannungen folgende Werte annehmen:

$$\text{Druck im Beton} \quad 10 \text{ kg} : \text{cm}^2$$
$$\text{Zug im Eisen} \quad 1000 \text{ kg} : \text{cm}^2$$
$$E_e : E_b = n = 15$$

so erhält man nach Formel (6 für eine Plattenbreite $b = 100$ cm

$$x = 2{,}9 \text{ cm}, \; y = 2{,}9 \cdot \frac{1000}{10} : 15 = 19{,}3 \text{ cm},$$

$$d = x + y = 22{,}2 \text{ cm}$$

und die Höhe der Platte $h = d + a = 25$ cm; den notwendigen Eisenquerschnitt erhält man für 1 m breite Platte

$$fe = \frac{31250}{1000 \cdot 21{,}2} = 1{,}5 \text{ cm}^2$$

oder auf die ganze Plattenbreite von 0,5 m $fe =$ 0,75 cm² in beiden Richtungen.

b) Die Stütze sei direkt in das Terrain fundiert bei einem zulässigen Druck auf den Boden von 2 kg : cm². Für eine Druckfläche von 180/180 cm ergibt sich der Druck auf den Boden

$$p = 63000 : 180^2 = 1{,}9 \text{ kg} : \text{cm}^2.$$

Die Platte steht auf jeder Seite um (180—40) : 2 = 70 cm über dem Stützenquerschnitt vor. Das Moment dieser konsolenartigen Auskragung beträgt

$$M = 190 \cdot 70^2 : 2 = 468000 \text{ cmkg}.$$

Wird aus oben erwähnten Gründen die Betonspannung klein angenommen, z. B. $\sigma_b = 26$ kg . cm², so erhalten wir nach Formel (6 für eine Plattenbreite von $b = 100$ cm

$$\sqrt{M : b} = 68{,}4$$

$$x = 0{,}154 : 68{,}4 = 10{,}5 \text{ cm}, \; y = \frac{1000}{26 \cdot 15} \cdot 10{,}8 =$$

$$27 \text{ cm}, \; d = x + y = 37{,}5 \text{ cm}$$

und die Dicke der Platten $h = 40$ cm
den Eisenquerschnitt pro m[1] Platten

$$fe = \frac{468000}{1000 \cdot 34} = 14 \text{ cm}^2$$

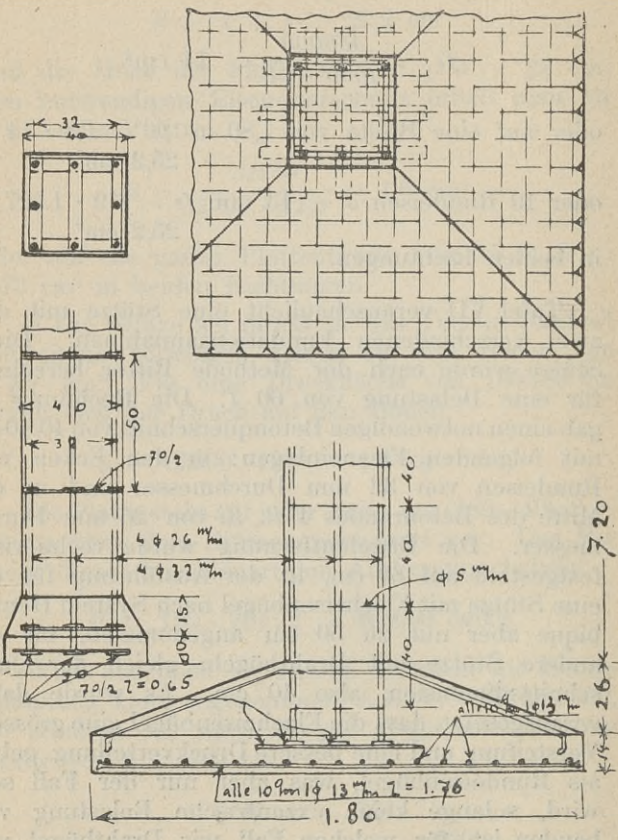
oder auf eine Breite von 1,80 m $fe = 1{,}8 \cdot 14 = 25{,}2 \text{ cm}^2$

oder 19 Rundeisen $d = 13$ mm $fe = 19 \cdot 1.327 = 25{,}2 \text{ cm}^2$

in beiden Richtungen.

Tafel VII veranschaulicht eine Stütze mit den zwei verschiedenen Fundationsannahmen. Diese Stütze wurde nach der Methode Ritter berechnet für eine Belastung von 60 *T*. Die Rechnung ergab einen notwendigen Betonquerschnitt von 40/40 cm mit folgenden Eiseneinlagen: in den Ecken vier Rundeisen von 32 mm Durchmesser und in der Mitte des Betonrandes 4 *R. E.* von 26 mm Durchmesser. Die Bügelentfernung wurde rechnerisch festgestellt auf 69 cm, in der Ausführung für die eine Stütze mit Flacheisenbügel nach System Hennebique aber nur zu 50 cm angenommen, für die andere Stütze mit Drahtbügeln gleich der Querschnittsdimension, also 40 cm. Es wurde dabei vorausgesetzt, dass die Flacheisenbügel eine grössere Versteifung und eine bessere Druckverteilung geben als Rundeisenbügel, was aber nur der Fall sein wird, solange keine exzentrische Belastung vorhanden ist, für welchen Fall wir Drahtbügel vorziehen. Da die vertikalen Rundeisen eine grössere Druckspannung aufnehmen als der Beton, muss am

Tafel VII


32
40
4 ∅
3 ∅
50
70/2
4 ∅ 26 mm
4 ∅ 32 mm
15
70/2 l = 0.65
40
40
40
∅ 5 mm
7.20
26
14
alle 10 cm 1 ∅ 13 mm
alle 10 cm 1 ∅ 13 mm l = 1.76
1.80

Fusse der Rundeisen der Druck derselben auf eine grössere Fläche übertragen werden. Dem wurde in der Weise Rechnung getragen, dass die Rundeisen auf kreuzweis eingelegte Flacheisen gestellt wurden. Diese Flacheisen haben eine Querschnittsdimension von 70/2 mm.

Die zwei Fundationsbeispiele zeigen deutlich, wie sich die armierten Betonstützen mit Leichtigkeit auch den schlechtesten Terrainverhältnissen anpassen. Bei grossen Fundationstiefen und wenig tragfähigem Boden wird diese Fundation mittelst armierten Platten in den meisten Fällen die billigste Fundationsmethode darstellen, wenigstens solange man im Trockenen arbeiten kann. Es ist selbstverständlich, dass diese armierten Platten auch dann verwendet werden können, wenn die Stütze selbst nicht aus armiertem Beton besteht.

Die Berechnung der Platten stellt zugleich die Berechnungsart für Konsolen aus armiertem Beton dar. Es fehlen nur die Bügel, die nach früher angegebenen Methoden berechnet werden. Auch Fundationsplatten erhalten häufig diese Bügel, es erschweren dieselben jedoch die Arbeit des Betonierens und haben wir deshalb vorgezogen, statt der Bügel auch in der Druckzone der Platte einige Eisen einzulegen, welche das Abscheren der Platte verhindern.

Die Berechnung von Säulen, welche exzentrisch belastet sind, erfolgt auf zusammengesetzte Festigkeit d. h. auf Druck oder Zug und Biegung in gleicher Weise wie armierte Betonbögen und sollen in einem späteren Kapitel behandelt werden.

---

2. Wände.

Zu den auf Druck beanspruchten Teilen gehören auch die Wände an Aussenmauern oder Zwischenwände. Sie erhalten eine kreuzweise Armierung vertikal und horizontal in Abständen von 20—30 cm. Den Druck, den sie aufzunehmen haben, ist gering. Die Wände werden hergestellt in Dicken von 6—10 cm. Trotz dieser geringen Dicke ist die Ersparnis gegenüber gewöhnlichen Konstruktionen meistens unbedeutend, da die Einschalung, das Einstampfen des Betons und das Legen des Eisens teuer sind. Der Vorteil solcher Wände liegt aber in ihrer Unverwüstlichkeit, Feuersicherheit und Raumersparnis. Doch lassen sich die Kosten solcher Wände bedeutend vermindern, wenn man nicht die ganze Wand aus armiertem Beton macht, sondern nur die Träger und die Stützen in Form eines Riegelwerkes, wie bei hölzernen Riegelwänden, während die Füllungen aus dem billigeren Backsteinmaterial hergestellt werden. Da eine solche Wand keine Belastung auszuhalten hat, sondern nur ihr eigenes Gewicht, der Druck aber durch den armierten Beton direkt auf das Fundament übertragen wird, so können ganze Gebäude in 15 cm dicken Backsteinwänden ausgeführt werden. Für Wohnhäuser eignen sich die einfachen Aussenwände aus armiertem Beton nicht, da derselbe kältet, d. h. die Wohnräume fast unheizbar macht. Man kann diesem Nachteile begegnen, durch Ausführung einer doppelten Wand mit Zwischenräumen von 4—6 cm., welche mit Schlacke ausgefüllt werden und einen guten Isolator bilden. Trotz solcher Zwischenräume können die Wände sehr dünn gehalten werden und tragen zur Versteifung des Gebäudes bei. Vom Verfasser wurden doppelte Wände mit Schlackenzwischenlage in einer Dicke von 14—18 cm ausgeführt, also immer noch dünner als Backsteinmauern. Ein gutes Mittel gegen Kälte bildet eine Verkleidung der armierten Betonwände im Innern des Gebäudes durch Backstein.

Wände, die nur einem vertikalen Druck zu widerstehen haben, erhalten eine kreuzweise Armierung in der Mitte. Die Entfernung der Rundeisen nach beiden Richtungen wird zu 25—30 cm gemacht, der Durchmesser 8—10 mm. Sehr oft haben die Wände dem Winddruck von aussen zu widerstehen, dann erhalten sie eine unsymmetrische Armierung.

Reservoirwände, welche einem beidseitigen seitlichen Drucke zu widerstehen haben, dem Erddruck von aussen oder dem Wasserdrucke von innen, werden symmetrisch armiert. Dadurch wird das Stampfen noch mehr erschwert und das Legen der Eisen verteuert. Um die Fundamente zu entlasten und doch die Mauern als tragende Konstruktion auszuführen, legt Wayss die bei andern Systemen horizontalliegenden Eisen gewölbartig in den Beton mit einem Stich gleich $^1/_8$ der Länge. Durch diese Wölbung wird die Last auf die seitlichen Pfeiler übertragen, und die Fundamente müssen nicht auf die ganze Länge der Mauer durchgeführt werden.

Dass auch mit Siegwartbalken oder Visintiniträgern Wände mit Hohlräumen ausgeführt werden, ist klar. Die Visintiniträger gestatten auch eine gute Füllung mit isolierendem Material. Um die Arbeit des Legens der Eisen zu erleichtern und zu-

Tafel VIII

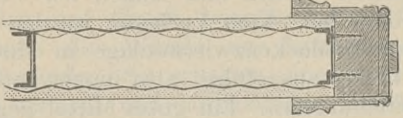


Fig. 40. **Riegelwände mit Streckmetall-Verputz.**

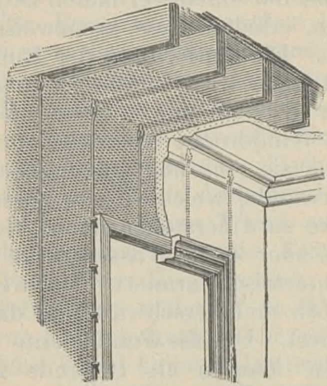


Fig. 41. **Türstock.**

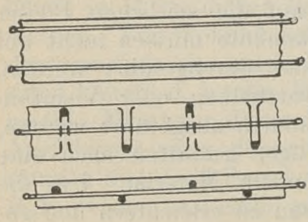


Fig. 42—44.

Wände mit Eisenarmierung

System Hennebique.

gleich die vorgeschriebene Lage der Eisen einzuhalten, ist besonders eine Einlage von Streckmetall statt der gewöhnlichen Eisen geeignet.

In Tafel VIII sind in der Figur 42—44 Horizontalschnitte von Wänden mit symmetrischer, einfacher und doppelter Armierung mit und ohne Bügel dargestellt und in Fig. 40 eine Riegelwand mit doppelter Streckmetallverkleidung. Fig. 41 zeigt eine Wand mit Streckmetalleinlage und die Befestigung eines Türpfostens in derselben.

3. Röhren.

Röhren, welche sich tief in der Erde befinden, also einen Druck von aussen auszuhalten haben, sind in ihren Querschnittsabmessungen auf Druck zu berechnen. Die Berechnungsmethode soll an einem Beispiel gezeigt werden.

5. *Aufgabe.* Eine Röhre von 1,8 m innerm Durchmesser hat einem Druck von aussen von 26 T pro m^2 zu widerstehen. Wegen Raumverhältnissen darf der äussere Durchmesser der Röhre nicht mehr als 2,00 m betragen.

$$\sigma_e = 1000, \quad \sigma_b = 30, \quad n = 15.$$

Auflösung. Wir nehmen die Wanddicke 10 cm an. Denkt man sich durch das Rohr eine Schnittebene geführt, welche durch die Achse des Rohres geht, so haben die zwei geschnittenen Wandflächen des Rohres pro lfd. m den Druck $p \cdot d$ aufzunehmen, wobei p = der äussere Druck pro m^2, d = der äussere Rohrdurchmesser bedeutet, oder pro Wandfläche den Druck $P = \frac{1}{2} d \cdot p = \frac{1}{2} \cdot 2{,}00 \cdot 26 = 26\ T$. Nimmt man eine zulässige Druckspannung im Beton von $\sigma_b = 30$ kg : cm², so übernimmt der Beton auf 100 cm Rohrlänge eine Druckkraft von $100 \cdot 8 \cdot 30 = 24000$ kg. Die Armierung soll aus einem System von Längseisen und von Eisenringen bestehen. Die Längseisen haben den Druck auf die Eisenringe zu übertragen. Die Rohrwandung hat also auf die Entfernung von zwei Ringen das Biegungsmoment für eine gleichmässig verteilte Last aufzunehmen. Die Berechnung erfolgt wie für eine eingespannte Platte, d. h. für das Moment in der Mitte $M = \frac{p\ l^2}{24}$, über dem Ring $M^1 = \frac{p\ l^2}{12}$, als an der Einspannungsstelle. Die beiden Momente verhalten sich wie 1 : 2, woraus sich die Lage der Längsarmierung ergibt. Die Rechnung der nutzbaren Höhe d nach der Tabelle zeigt, dass die ganze Dicke von 8 cm im Verhältnis von $\sqrt{M} : \sqrt{M_1} = \sqrt{1} : \sqrt{2} = 1 : 1{,}4$ geteilt werden muss, damit in der Mitte und an der Einspannungsstelle das Moment mit gleicher Sicherheit aufgenommen wird, d. h. wir legen die Längseisen im Abstand $d_1 = 4{,}0$ cm von der Innenkante. Aus der Tabelle wissen wir, dass für $\sigma_e = 1000$, $\sigma_b = 30$, $d = 0{,}489 \sqrt{\frac{M}{b}}$, woraus wir für ein gegebenes $d = 4$ cm das Moment berechnen können, welches die Rohrwandung aufnehmen kann, nämlich

$$M = \frac{4^2}{0{,}489^2} \cdot 100 = 6700 \text{ cmkg}$$

Wir erhalten aus diesem Moment die Spannweite der Rohrwandung resp. die Entfernung der Eisenringe, denn aus

$$M = \frac{p\ l^2}{24} \text{ ist } l = \sqrt{\frac{24\ M}{p}} =$$

$$\sqrt{\frac{24 \cdot 0{,}067}{26}} = 0{,}25 \text{ m} = \underline{25 \text{ cm}}$$

Den Durchmesser der Ringe können wir aus der zur Aufnahme des äussern Druckes noch fehlenden Spannung berechnen. Es ist

der gesamte Druck pro lfd. m Rohrwandung	= 26 T
vom Betonquerschnitt aufgenommener Druck	= 24 »
fehlender, vom Eisen aufzunehmender Druck	2 T

Die Entfernung der Ringe beträgt 25 cm, also pro lfd. m Rohr 4 Rundeisen, welche bei einem Durchmesser von 13 mm zusammen einen Querschnitt von 4,5 cm² haben. Die Spannung im Eisen rechnet sich aus

$$\sigma_e = n \cdot \sigma_b = 15 \cdot 30 = 450 \text{ kg : cm}^2$$

somit die vom Eisen aufgenommene Kraft

$$P = 0{,}450 \cdot 4{,}5 = 2{,}025\ T$$

was dem fehlenden Druck entspricht. Den Querschnitt der Längseisen rechnen wir nach dem Momente in der Mitte

$$M = 10^5 \frac{26 \cdot 0{,}25^2}{24} = 6770 \text{ cmkg}$$

aus der früheren Tabelle berechnet sich für $\sigma_b = 30$ $\sigma_e = 1000$

$$d = 4 \text{ cm}, \; x = 0{,}152 \sqrt{67{,}7} = 1{,}2 \text{ cm}$$

$$fe = \frac{6770}{3{,}6 \cdot 1000} = \underline{1{,}9 \text{ cm}^2}$$

und aus dem Momente an der Einspannungsstelle

$$M_1 = 2\, M = 13540 \text{ cmkg}$$

$$d = 6 \text{ cm}, \; x = 0{,}152 \sqrt{135{,}40} = 1{,}8 \text{ cm},$$

$$fe = \frac{13540}{5{,}4 \cdot 1000} = \underline{2{,}5 \text{ cm}^2}$$

Von beiden Werten ist der letztere massgebend. Wenn wir in Entfernungen von 20 cm längs dem Umfange des Rohrmantels Eisen von 8 mm Durchmesser legen, so ist pro m Umfang

$$fe = 5 \cdot 0{,}5 = 2{,}5 \text{ cm}^2.$$

Wir haben einen kleinen Eisendurchmesser gewählt, um mehr Eisen und ein homogenes Material zu erhalten.

Man liest noch in verschiedenen Lehrbüchern, dass die Längseisen bei Röhren, welche einem Druck von aussen zu widerstehen haben, die Längsarmierung näher am inneren Rande erhalten müssen. Obige Berechnung zeigt, dass die Eisen in $^1/_3$ der Rohrwandung und zwar näher dem äussern Rande gelegt werden müssen. Die Eisenringe werden dann innerhalb der Längseisen eingelegt.

Die Eisenarmierung für das gerechnete Beispiel ist eine kleine im Verhältnis zum Betonquerschnitt. Doch wird man in den seltensten Fällen für Röhren von diesem Durchmesser unter 10 cm Rohrwandung gehen, während kleinere Röhren ohne Nachteil Rohrdicken bis zu 6 cm hinunter erhalten können.

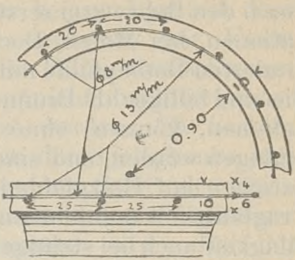


Fig. 45.

Der Vorteil der armierten Betonröhren gegenüber den gewöhnlichen Röhren ist ihr geringes Gewicht und dass dieselben ohne Bruchgefahr beim Transporte in grösserer Länge hergestellt werden können. Die Röhren sind auch im Stande, einen grössern innern Druck aufzunehmen. Bei Röhren mit grösserem Durchmesser, welche abwechselnd einem innern und einem äussern Drucke zu widerstehen haben, gibt man am besten doppelte Armierung. Diese Röhren sind vorzüglich für Kanalisationen, da sie gegenüber den chemischen Einflüssen der Abwasser sehr widerstandsfähig sind.

4. Armierte Betonpfähle.

Diese wurden zuerst von Hennebique angewandt und haben seitdem eine starke Verbreitung gefunden. Wo wegen stark schwankendem Wasserspiegel die Holzpfähle nicht angewandt werden können, weil die

Köpfe, wenn sie zeitweise über Wasser kommen, abfaulen, dann bei Bauten am Meer, wo die Holzpfähle durch den Bohrwurm zerstört werden, bei tiefen Fundationen, bei Molen, Dockanlagen, überall sind die armierten Betonpfähle mit Erfolg angewandt worden. Sie sind billiger als Brunnen oder pneumatische Fundationen, können ohne Hochwassergefahr eingeschlagen werden, und sind oft auch billiger als Fundationen auf Holzpfählen. Sie haben eine grössere Tragfähigkeit und können wegen ihrer Widerstandsfähigkeit auch bei steinigem Boden noch eingerammt werden. Allerdings erfordert ihr grosses Gewicht besondere Vorkehrungen für den Transport, das Aufstellen und Einrammen der Pfähle. In neuerer Zeit werden sie mittelst Dampframmen und mit direkt wirkendem Dampfhammer eingerammt, bei einem Bärgewicht von 1,8—6 *T*. Armierte Betonpfähle werden in Längen bis zu 10—15 m hergestellt, können auch auf dem Platze verlängert werden, indem man die anfängliche Länge zuerst einrammt und dann ein neues Stück aufsetzt. Nach dem Erhärten des aufgesetzten Stückes kann das Rammen fortgesetzt werden. Man kann den Pfählen jede Querschnittsform geben, quadratisch, dreieckig, polygonal oder rund. Am meisten üblich ist die quadratische Form. Während früher verlangt wurde, dass die Pfähle stehend gestampft werden müssen, was natürlich nur durch besondere Gerüste geschehen kann und sehr teuer ist, werden sie in neuerer Zeit liegend betoniert. In letzterem Falle muss die Betonmischung nässer gemacht werden als sonst üblich ist, die Schalung wird aus Latten mit Zwischenräumen gemacht, damit das Wasser des Betons während dessen Verarbeitung aus der Pfahlform abfliessen kann. Wenn die Arbeit sorgfältig gemacht ist, so hat es keinen Nachteil, dass die Stampfschichten nicht senkrecht zur Kraftwirkung liegen. Damit beim Fallen des schweren Rammgewichtes der Pfahlkopf nicht absplittert, muss auf ihn eine Haube gesetzt werden. Sie besteht meistens aus Stahl; zwischen der Schlaghaube und dem Pfahl kommt ein Polster aus Sand oder Sägespänen, damit ein elastischer und gleichmässiger Schlag auf den Pfahl ausgeübt wird. Bei der Fundation des Amtsgerichtsgebäudes in Berlin wurden eine Bleiplatte und eine eiserne Platte verwendet. Zwischen beide legte man ein Eichenholzstück von 5 cm Höhe, das jedesmal ersetzt wurde, wenn es zersplitterte. Die Armierung und Berechnung ist gleich wie bei den Stützen. Da der Pfahl grosse Erschütterungen während des Rammens auszuhalten hat, was leicht ein Absplittern des Betons zur Folge haben könnte, werden die Bügel in kleineren Entfernungen angebracht als bei Stützen. Hier scheinen wenig Eisen von grösserem Durchmesser sich besser zu bewähren als mehrere kleine Eisen. Ein abschliessendes Urteil ist jedoch noch kaum zu fällen. Dagegen scheinen hier unbedingt Bügel aus Draht gegenüber Flacheisenbügel vorzuziehen zu sein. Die gute Ausbildung dieser horizontalen Verbindungen hat eine grosse Bedeutung auf die Zuverlässigkeit des Pfahls während des Rammens. Gewöhnlich erhalten die Pfähle eine Spitze aus Stahlguss. Wie bei den Pfählen, so gibt es auch hier eine Menge Variationen in der Ausbildung dieser Spitze. Am meisten angewandt werden Pfahlschuhe mit Laschen, deren Ende nach dem Pfahlinnern umgebogen und durchlocht werden. Durch die Löcher werden dann die Stangen der Armierung gesteckt. Sehr gut bewährt sich nebenstehender, von Züblin in Strassburg erfundener Pfahlschuh. Die Stangen der Armierung werden durch einen Keil in entsprechende Aussparungen eines Stahlgusschuhes hineingetrieben und verankern diesen sehr gut. Zudem findet bei diesem Schuh eine gleichmässige und gute Verteilung des Druckes auf die ganze Pfahlfläche statt. Die bei dem schon besprochenen Amtsgebäude in Berlin verwendeten Pfähle erhielten keinen Schuh, es wurden einfach die Rundeisen der Armierung zu einer Spitze zusammengeschweisst und die Spitze leicht aus der Pfahlspitze hervorgelassen.[1]) Die Pfähle haben dreieckförmigen Querschnitt. So einfache Vorkehrungen sind natürlich nur möglich bei günstigem Terrain. In sandigen Boden können die Pfähle mittelst Spülung eingetrieben werden. Züblin hat Pfähle konstruiert mit einer Oeffnung in der Mitte des Querschnittes, welche auf die ganze Länge des Pfahles durchging, in welche dann

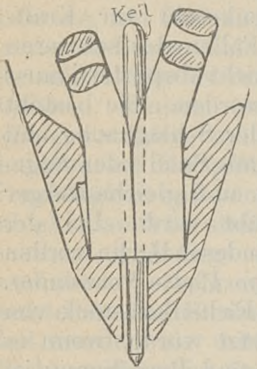


Fig. 46.

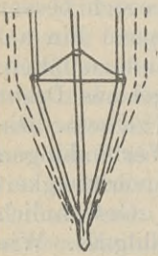


Fig. 47.

[1]) Beton-Kalender 1906. Verlag Ernst & Sohn, Berlin.

das Spülwasser getrieben wurde. Zur Herstellung der Pfähle muss eine gute Mischung bei sorgfältiger Arbeit verwendet werden. Considère schlägt auch hier eine Umschnürung des Betons vor, wie bei den Stützen.

Vorbildlich für die Fundation auf armierten Betonpfählen waren die Pfahlroste. Wir treffen hier fast die gleiche Konstruktion an, die Verbindung der Pfahlköpfe oben durch Balken und durch eine Platte aus armiertem Beton.

6. Aufgabe. Eine Fundation für einen Brückenpfeiler von 6 m Höhe zu konstruieren. Die Platte soll 4,35/10,35 m gross werden. Der Pfeiler habe ein Brückengewicht von 120 T zu tragen.

Berechnung der Platte. Wir können hier den denkbar günstigsten Fall annehmen, quadratische Platten, an allen vier Enden eingespannt und kontinuierlich. Spez. Gewicht des Mauerwerkes = 2 T; $\sigma_e = 1200$; $\sigma_b = 30$. Grundfläche der Platte $4{,}35 \cdot 10{,}35 = 45{,}02$ m².

Belastung pro m² durch das Mauerwerk

	$6 \cdot 2000 =$	12	T
Eigengewicht der Platte	$0{,}3 \cdot 2{,}4 =$	0,72	»
Belastung durch die Brücke	$120 : 45{,}02 =$	2,67	»
Zuschlag		0,11	»
		33,5	T

Die Platte als quadratisch gerechnet, können wir die erhaltenen Momente mit den Faktoren $\frac{l_2^4}{l_1^4 + l_2^4}$ multiplizieren, da aber $l_1 = l_2$, so ist dieser Faktor = $\underline{1/2}$. Wir haben es hier nicht mit wandernder Last zu tun, sondern mit einer Last, welche auf allen Feldern gleichmässig verteilt liegt. Wenden wir die Ausdrücke an für diesen Fall, d. h. die Momente einer kontinuierlichen Platte mit drei Oeffnungen an, so erhalten wir das Moment in der Mitte $M = \frac{p\,l^2}{40}$, auf den Stützen $\frac{p\,l^2}{10}$. Da die Platte quadratisch ist, so ist in der Mitte $M = \frac{p\,l^2}{80}$, auf den Auflagern $\frac{p\,l^2}{20}$. Es wäre nun gar nicht übertrieben, wenn man mit den tatsächlichen Verhältnissen rechnen würde, denn das Gewicht eines 6 m hohen Pfeilers wird in Wirklichkeit nicht von der Platte aufgenommen, sondern direkt auf die Pfähle übertragen, da dieses Mauerwerk selbst imstande ist, ein Biegungsmoment aufzunehmen. Es werden aber Bauten am Wasser nicht immer mit der gleichen Sorgfalt ausgeführt, wie im Trockenen. Die Dicke der Betonplatte ist oft schwer kontrollierbar, so dass man mit einer grössern Sicherheit rechnen muss als gewöhnlich.

Wir nehmen in der Mitte ein Moment $M = \frac{p\,l^2}{32}$ an und verstärken dann die Platten konsolenartig gegen die Auflager, ohne die Rechnung dort noch einmal durchzuführen. Dann wird unser Moment

$$M = \frac{13 \cdot 2{,}0^2}{32} = 162500 \text{ cmkg.}$$

Wir erhalten aus der Tabelle für

$b = 100$ $x = 0{,}141\sqrt{\frac{M}{b}} = 5{,}7$; $y = 0{,}377\sqrt{\frac{M}{b}} = 15{,}2$; $d = 0{,}513\sqrt{\frac{M}{b}} = 20{,}9$ Plattendicke 23 cm

$fe = \dfrac{M}{1200\left(d - \dfrac{x}{3}\right)} = 7{,}1\ \text{cm}^2$, wir nehmen also alle 14 cm 1 *RE* 14 mm, $fe = 11\ \text{cm}^2$. Am Auflager geben wir der Platte einen Anzug, um die Einspannung zu berücksichtigen, so dass sie dort 30 cm dick wird.

Berechnung der Balken. Die Balken haben die gleiche Spannweite wie die Platten. Wir rechnen sie unter den gleichen Bedingungen wie diese, d. h. als kontinuierliche Balken mit dem Moment in der Mitte $\frac{p\,l^2}{40}$, am Auflager $\frac{p\,l^2}{20}$. Ein Balken hat nur die Hälfte eines Feldes zu übernehmen; diese Last wirkt aber in Form eines Dreiecks. Wir rechnen daher $^2/_3$ des Feldes als auf den Balken kommend, d. h. $p = \frac{2}{3} \cdot 2{,}0 \cdot 13\ T = 17\ T$ pro laufenden Meter. Als Moment in der Mitte nehmen wir $\frac{p\,l^2}{10}$ also $M = \frac{17 \cdot 2{,}0^2}{10} = 680\,000$.

Als wirkende Plattenbreite $b = 100$ cm angenommen, erhalten wir $x = 11{,}6$, $y = 31$ cm, $d = 42{,}7$ cm, die Balkenhöhe 48 cm und den Eisenquerschnitt $fe = \frac{680\,000}{1200 \cdot 42{,}7} = 14{,}4$ cm² oder 4 *RE* 29 mm $fe = 15{,}2$ cm².

Berechnung der Pfähle. Wir nehmen an, das ganze Gewicht verteile sich auf alle Pfähle gleichmässig.

Totales Gewicht $45{,}02 \cdot 13{,}5\ T = 607{,}77\ T$. Anzahl Pfähle 18.

Last pro Pfahl 607,77 : 18.	= 33,8 *T*
Zuschlag für Eigengewicht bei 8 m Pfahllänge	= 2,4 »
Total	= 36,2 *T*

Für diesen Druck von 36,2 *T* werden die Pfähle auf Knicken gerechnet. Die Knicklänge sei 7 m. So erhalten wir, wenn die Berechnungsmethode Ritter angewendet wird

Pfahlfläche 35/35	= 1225 cm²
Eisenfläche 4 *RE* 33 oder 34,2 cm²	
n fache Eisenfläche 15 · 34,2	= 513 »
F	= 1738 cm²

$$J_b = \frac{35^4}{12} = 123385$$

$$J_e = 513 \cdot \frac{25^2}{4} = 80156$$

$$J = 203541$$

$$i = \sqrt{\frac{J}{F}} = 10{,}8$$

$$\sigma_K = \frac{30}{1 + \left(\frac{7}{10,8}\right)^2} = 21,1 \text{ kg : cm}^2$$

Die zulässige Knickspannung des Pfahlquerschnittes ist 21,1 kg und die zulässige Belastung also

$$P = 1738 \cdot 21,1 = 36,7 \; T$$

also ungefähr der vorhandene Druck.

Sehr wichtig ist die Frage, wie tief der Pfahl eingetrieben werden muss, damit er die ihm zugemutete Last aufnimmt. Wir haben keinen andern Anhaltspunkt als die Tiefe des Eindringens unter dem fallenden Gewicht des Rammbäres beim letzten Schlag. Allgemein wird hier die Brixsche Formel angewandt

$$m \cdot P = \frac{G \cdot h}{e} \cdot \left[\frac{Q}{(Q+G)}\right]^2$$

hierin bedeutet

m	den Sicherheitsgrad	
P	die auf den Pfahl entfallende Belastung	= 36,7 T
G	das Eigengewicht des Pfahles .	= 2,4 »
Q	das Gewicht des Rammklotzes, angenommen	= 2 »
h	die Fallhöhe des Rammklotzes b. letzten Schlag, angenommen	= 1 m
e	die Tiefe des Eindringens des Pfahles beim letzten Schlag.	

Man muss mit einem ziemlich grossen Sicherheitskoeffizienten rechnen; wir nehmen also $m = 5$ an und rechnen nach obiger Formel die Tiefe des Eindringens e, damit der Pfahl nach dem letzten Schlag fähig ist bei fünffacher Sicherheit die Last 36,7 T auf den Untergrund zu übertragen resp. die

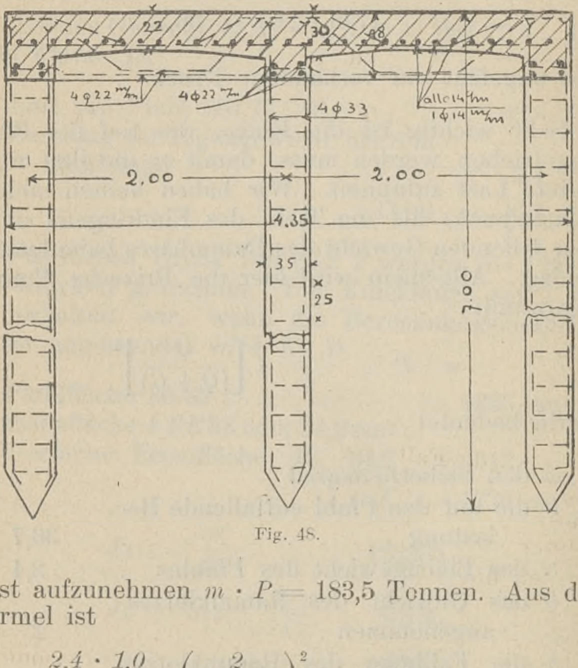


Fig. 48.

Last aufzunehmen $m \cdot P = 183{,}5$ Tonnen. Aus der Formel ist

$$e = \frac{2{,}4 \cdot 1{,}0}{183{,}5} \cdot \left(\frac{2}{2 + 2{,}4}\right)^2 = 0{,}003 \text{ m} = 3 \text{ mm}.$$

Wenn also der Pfahl nach dem letzten Schlag nicht mehr als 3 mm einsinkt, so ist er fähig, bei fünffacher Sicherheit die Last zu tragen. Dabei kommt es sehr oft vor, dass ein Pfahl eine Zeit lang stehen bleibt, wenn er z. B. auf einem Stein aufliegt und erst nach mehreren Schlägen wieder tiefer eindringt. Die Bügelentfernung im Pfahl machen wir gleich der Entfernung der *RE*, also 25 cm.

In vorstehender Figur ist nur der Querschnitt durch die Fundation eingezeichnet, denn da die Platten quadratisch angenommen wurden, hat der Längenschnitt die gleiche Form, er ist nur um zwei Oeffnungen länger, entsprechend der Länge des Pfeilers.

IV. Kapitel.

Zusammengesetzte Festigkeit.

Die Beanspruchung einer Konstruktion auf Biegung und auf Druck ist der am meisten vorkommende Fall von zusammengesetzter Festigkeit. Die wichtigsten Fälle sind die exzentrische Belastung einer Säule und der Bogen, dessen Drucklinie nicht im Gewölbedrittel liegt. In beiden Fällen findet nur eine unvollkommene Ausnützung des Eisens statt, weil dasselbe die gleiche Längenänderung mitmachen muss, wie der Beton. Trotzdem ist die Einlage von Eisen nicht unökonomisch, da sie gestattet, die Querschnittsdimensionen herabzumindern und zugleich die Festigkeit des Betons erhöht. Da sich die Berechnungsweise für die Säule und Bogen gleich gestaltet, wenn einmal die Lage der Kraft P gegeben ist, so können wir die beiden Fälle gemeinschaftlich behandeln. Die Formeln sollen unabhängig von den für homogenes Material bekannten Formeln abgeleitet werden, um dann die gegenseitigen Beziehungen miteinander zu vergleichen. Ziemlich allgemein wird für zusammengesetzte Festigkeit eine kleine Zugspannung im Beton zugelassen, die nach einigen Theoretikern bis zu 10 kg : cm² betragen darf. (Vergleiche Zugspannung der auf Biegung beanspruchten Betonkonstruktionen.) Warum aber bei zusammengesetzter Festigkeit eine so hohe Spannung noch zulässig sein soll, bei auf Biegung beanspruchten Konstruktionen aber nicht, wird nicht begründet. Ich glaube, dass man mit der zulässigen Beanspruchung auf Zug nicht über 2—4 kg gehen, oder überhaupt die Zugfestigkeit des Betons vernachlässigen sollte. Wir wollen zuerst den allgemeinsten Fall behandeln, der uns dann gestattet, ohne grössere Mühe für verschiedene Annahmen die Formeln abzuleiten. Wir setzen voraus, der zu berechnende Querschnitt sei rechteckförmig.

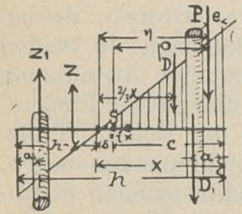


Fig. 49.

1. Fall. Im Abstande e vom Rande wirkt auf den Querschnitt eine Druckkraft P. Der Querschnitt sei beidseitig der neutralen Achse, aber unsymmetrisch armiert, die Zugfestigkeit des Betons werde berücksichtigt. Im folgenden bezeichne:

f_{e_z} und f_{e_d} den gezogenen resp. gedrückten Eisenquerschnitt,
σ_{b_z} die Zugspannung im Beton,
σ_b die Druckspannung im Beton,
σ_{e_z} die Zugspannung im Eisen,
σ_{e_d} die Druckspannung im Eisen,
D und D_1 die vom Beton resp. vom Eisen aufgenommene Druckkraft,
Z und Z_1 die vom Beton resp. vom Eisen aufgenommene Zugkraft,
b die Breite des vorerst rechteckig gedachten Querschnittes,
x die Entfernung der neutralen Achse von der gedrückten Betonkante.

Wir finden zuerst folgende aus den innern Spannungen resultierende Zug- und Druckkräfte:

$$\sigma_{e_d} = \sigma_b \cdot \frac{x - a}{x} \qquad \sigma_{b_z} = \sigma_b \cdot \frac{h - x}{x}$$

$$\sigma_{e_z} = \sigma_b \cdot \frac{h - x - a}{x}$$

$$\left.\begin{aligned} D &= b \cdot \sigma_b \cdot \frac{x}{2} \\ D_1 &= n\, f_{e_d} \cdot \sigma_b \cdot \frac{x - a}{x} \\ Z &= b\, \sigma_b \frac{(h - x)^2}{2x} \\ Z_1 &= n\, f_{e_z} \cdot \sigma_b \cdot \frac{h - x - a}{x} \end{aligned}\right\} \quad (a$$

Für diese Kräfte erhalten wir folgende Momente, bezogen auf die neutrale Achse:

$$\left.\begin{array}{ll}
\text{für } D: & \begin{cases} \text{Hebelarm } {}^2/_3\, x \\ \text{das Moment } b\,\sigma_b \cdot \dfrac{x^2}{3} \end{cases} \\
\text{für } D_1: & \begin{cases} \text{Hebelarm } x - a \\ \text{das Moment } n\, fe_d \cdot \sigma_b \cdot \dfrac{(x-a)^2}{x} \end{cases} \\
\text{für } Z: & \begin{cases} \text{Hebelarm } {}^2/_3\, (h - x) \\ \text{das Moment } b\,\sigma_b \dfrac{(h - x)\, 3}{3x} \end{cases} \\
\text{für } Z_1: & \begin{cases} \text{Hebelarm } (h - x - a) \\ \text{das Moment } n\, fe_z\, \sigma_b \dfrac{(h - x - a)^2}{x} \end{cases}
\end{array}\right\} \quad \text{(b}$$

ferner ist das Moment der Kraft, bezogen auf die neutrale Achse

$$M\, x = P \cdot \eta$$

Soll Gleichgewicht bestehen, so muss

$$P = D + D_1 - Z - Z_1 \text{ und } P \cdot \eta = \Sigma\, (M)$$

oder unter Einsetzung der Werte

$$\left.\begin{array}{l}
P = \begin{cases} \dfrac{\sigma_b}{x}\left[\dfrac{b\, x^2}{2} + n\, fe_d\, (x - a) - n\, fe_z \right. \\ \left. (h - x - a) - b \cdot \dfrac{(h - x)^2}{2}\right] \end{cases} \\
P \cdot \eta = \begin{cases} \dfrac{\sigma_b}{x}\left[\dfrac{b\, x^3}{3} + n\, fe_d\, (x - a)^2 - n\, fe_z \right. \\ \left. (h - x - a)^2 - b\, \dfrac{(h - x)^3}{3}\right] \end{cases}
\end{array}\right\} \quad \text{(c}$$

Bezeichnet man die nutzbare Querschnittfläche mit Fx, das statische Moment bezogen auf die neutrale Achse mit Sx, das Trägheitsmoment mit Jx, so ist

$$\left.\begin{array}{l} Fx = \begin{cases} b \cdot x + n\, fe_d + n\, fe_z + b\,(h - x) = \\ b \cdot h + n\,(fe_d + fe_z) \end{cases} \\ Sx = \begin{cases} b \cdot h \cdot x - \dfrac{b \cdot h^2}{2} + n \Big[fe_d\,(x - a) \\ - fe_z\,(h - x - a) \Big] \end{cases} \\ Jx = \begin{cases} \dfrac{b \cdot x^3}{3} + n \Big[fe_d\,(x - a)^2 - fe_z\,(h \\ - x - a)^2 \Big] - \dfrac{b\,(h - x)^3}{3} \end{cases} \end{array}\right\} \qquad (d$$

ferner, wenn die Spannung in der Entfernung 1 von der Achse gleich σ_0 ist, so ist

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_b}{x} \qquad (e$$

so kommt man auf folgende, auch für homogene Körper geltende Formeln

$$\sigma_b = \sigma_0 \cdot x \quad P = \sigma_0 \cdot Sx \quad Mx = \sigma_0 \cdot Jx$$

$$\sigma_b = \frac{x\,P}{S\,x} \qquad (19$$

Bezeichnet man mit J das Trägheitsmoment des nutzbaren Querschnittes, bezogen auf den Schwerpunkt, mit p den Abstand des Angriffspunktes der Kraft vom Schwerpunkt, mit M das Moment dieser Kraft, bezogen auf den Schwerpunkt, so ist

$$M = P \cdot p = Mx - P \cdot s$$

wo s den Abstand der neutralen Achse vom Schwerpunkt bedeutet. Es gelten dann folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} J &= Jx - F \cdot s^2 \\ s &= \frac{J}{F \cdot p} \\ \sigma_b &= \frac{P}{F} + \frac{M \cdot c}{J} \end{aligned}\right\} \quad (20$$

c ist der Abstand des Schwerpunktes von der gedrückten Betonkante. Die Entfernung des Schwerpunktes von der Gewölbemitte ergibt sich zu

$$i = \frac{\left(\frac{h}{2} - a\right) n\ (fe_d + fe_z)}{b \cdot h + n\ (fe_d + fe_z)}$$

das Trägheitsmoment bezogen auf die Schwerachse ist $J = J^1 - F \cdot i^2$ oder

$$\left.\begin{aligned} J &= \left\{\begin{aligned} &\frac{b\ h_3}{12} + n\ (fe_d + fe_z) \left(\frac{h}{2} - a\right)^2 - \\ &\left[b\ h + n\ (fe_d + fe_z)\right] i^2 \end{aligned}\right. \\ \sigma_b &= \frac{P}{F} + \frac{P \cdot p}{J}\left(\frac{h}{2} + i\right) < 30\text{—}40 \text{ kg : cm}^2 \\ \sigma_{bz} &= \frac{P}{F} - \frac{Pp}{J}\left(\frac{h}{2} - i\right) < 2\text{—}4 \text{ kg : cm}^2 \end{aligned}\right\} \quad (21$$

vorausgesetzt, dass die positive Richtung für i von der Gewölbemitte aus nach der Zugzone genommen wird. Zur Berechnung der Spannung ist die Kenntnis der Lage der neutralen Achse nicht notwendig. Die Kernlinie wird bestimmt aus der Formel

$$p = \frac{J}{F \cdot S}, \text{ also wenn } s = \left(\frac{h}{2} - i\right)$$

$$p = \frac{J}{F\left(\frac{h}{2} - i\right)}$$

oder die Entfernung des Kernes von der Gewölbemitte

$$p^1 = \frac{J}{F\left(\frac{h}{2} - i\right)} - i$$

2. **Fall.** Die Zugfestigkeit des Betons werde ausgenützt, die Armierung sei symmetrisch. In diesem Fall liegt der Schwerpunkt in der Mitte des Querschnittes, es ist also in den Formeln (d und (19

$$\left.\begin{aligned} & fe_d = fe_z = fe \qquad e = \frac{h}{2} \\ & F = b \cdot h + 2\,n\,fe \\ & J = \frac{b \cdot h^3}{12} + 2\,n\,fe \left(\frac{h}{2} - a\right)^2 \end{aligned}\right\} \quad (22$$

woraus

$$\left.\begin{aligned} \sigma_b &= \left\{ \frac{P}{b \cdot h + 2\,n\,fe} + \frac{6\,P\,p \cdot h}{b\,h^3 + 6\,(h - 2\,a)^2\,n\,fe} \right\} \\ \sigma_{bz} &= \left\{ \frac{P}{b \cdot h + 2\,n fe} - \frac{6\,P\,p\,h}{b\,h^3 + 6\,(h - 2\,a)^2\,n\,fe} \right\} \end{aligned}\right\} \quad (22$$

hierin soll $\sigma_b < 30$—35 kg : cm^2 $\sigma_{bz} < 2$—4 kg : cm^2 sein.

Eine Kenntnis der neutralen Achse ist in diesem Falle zur Berechnung der Spannungen nicht erforderlich. Die Spannung im Eisen braucht nicht gerechnet zu werden, da dieselbe nicht gross wird. Mit Hilfe dieser Formel kann auch der Kern bestimmt werden, d. h. der Grenzfall für die Lage der Last P, damit im Querschnitt keine Zugspannung auftritt. Für diesen Fall ist also

$$\sigma_{bz} = 0 \qquad s = \frac{h}{2} \quad \text{somit aus } p = \frac{J}{F \cdot S}$$

$$p = \frac{2\,J}{F \cdot h^2}, \text{ oder direkt aus Formel (21}$$

$$p = \frac{b\,h^3 + 6\,n\,fe\,(h - 2\,a)^2}{6\,h\,(b\,h + 2\,n\,fe)}$$

Wenn dieser Abstand in einem symmetrisch armierten Gewölbe von der Gewölbemitte aus nach beiden Seiten abgetragen wird, erhält man die K e r n l i n i e n des Gewölbes.

3. **Fall.** Die Zugfestigkeit des Betons werde ausgenützt, Eisen sei nur in der gezogenen Zone der Querschnitte. Es ist also

$$fe_d = 0 \qquad fe_z = fe$$

in diesem Falle vereinfachen sich die Formeln etwas, es ist

$$F = b \cdot h + n \cdot fe,$$

ferner der Abstand des Schwerpunktes von der Balkenmitte

$$\left.\begin{aligned}
i &= \frac{(h/_2 - a)\; n\; fe}{b\; h + n\; fe} \\
J &= \frac{b\; h^3}{12} + n\; fe\; (h/_2 - a)^2 - (b\; h + n\; fe)\; i^2 \\
\text{oder } J &= \frac{b\; h^3}{12} + n\; fe\; (h/_2 - a)^2 \cdot \frac{b\; h}{b\; h + n\; fe} \\
&\text{woraus dann} \\
\sigma &= \frac{P}{b\; h + n\; fe} + \frac{Pp\; (h/_2 + i)}{J} \\
\sigma_{bz} &= \frac{P}{b\; h + n\; fe} - \frac{Pp\; (h/_2 - i)}{J}
\end{aligned}\right\} (23$$

je grösser i ist, um so kleiner wird der negative Ausdruck; den Kern erhalten wir für $\sigma_{bz} = 0$ oder

$$p = \frac{J}{(b\; h + n\; fe)\; (h/_2 - i)}$$

Auch hier ist zur Berechnung der Spannungen eine Kenntnis der neutralen Achse nicht erforderlich.

4. **Fall.** Die Zugfestigkeit des Betons wird vernachlässigt, der Querschnitt sei unsymmetrisch armiert.

In diesem Falle kommt zur Berechnung der Fläche des statischen Momentes und des Trägheitsmomentes nur noch der nutzbare Querschnitt in Betracht. Zur Kenntnis des nutzbaren Querschnittes muss man aber auch die neutrale Achse kennen. Aus den Hilfsformeln (*a* und (*b* fallen die Glieder für D weg, und wir erhalten aus (*c*

$$\left.\begin{aligned} P \cdot x &= \sigma_b \cdot \left[\frac{b\,x^2}{2} + n\,fe_d\,(x-a) - n\,fe_z\,(h-x-a)\right] \\ P \cdot \eta \cdot x &= \sigma_b \left[\frac{b\,x^3}{3} + n\,fe_d\,(x-a)^2 - n\,fe_z\,(h-x-a)^2\right] \end{aligned}\right\} \quad (24$$

Aus diesen zwei Gleichungen rechnet man die Entfernung der neutralen Achse von der gedrückten Kante.

Man erhält eine Gleichung dritten Grades. η ist der Abstand der Kraft von der neutralen Achse; da wir diese nicht kennen, ersetzen wir η durch den Wert $\eta = x - e$. Die Gleichung für x lautet dann

$$\begin{aligned} b\,x^3 - 3\,b\,e\,x^2 + 6\,n\,x\left[fe_d\,(a-e) + fe_z\,(h-a-e)\right] - \\ 6\,n\left[a\,fe_d\,(a-e) + (h-a)\,fe_z\,(h-a-e)\right] = 0 \end{aligned}$$

aus dieser Gleichung kann x durch Probieren oder nach der Cardanischen Formel berechnet werden; bequemer ist ein Verfahren, das wir später an einem Beispiel zeigen werden. Ist x bekannt, so rechnen sich die Spannungen aus der Formel $\sigma_b = \frac{P \cdot x}{S\,x}$,

worin $S\,x = \frac{b\,x^2}{2} + n\,fe_d\,(x - a) - n\,fe_z\,(h - x - a)$

$$\sigma_{ez} = n\,\sigma_b\,\frac{h - a - x}{x} \qquad (24^1$$

Ausser der Schwierigkeit, welche die Berechnung der Entfernung der neutralen Achse von der gedrückten Kante aus einer kubischen Gleichung bietet, sind die Formeln nur anwendbar für die Berechnung der Spannungen bei gegebenem Querschnitt, nicht aber zur Dimensionierung des Querschnittes bei gegebener Belastung.

σ_{ed} braucht nicht gerechnet zu werden, da das Eisen in der Druckzone nicht ausgenützt ist.

5. Fall. Die Zugfestigkeit im Beton werde nicht berücksichtigt, die Armierung sei symmetrisch, also

$$fe_z = fe_d = fe$$

so findet man die Lage der neutralen Achse aus der Gleichung

$$\left.\begin{array}{l} b\,x^3 - 3\,b\,e\,x^2 + 6\,n\,x\,fe\,(h - 2\,e) - \\ \qquad 6\,n\,fe\left[a^2 - e\,h + (h - a)^2\right] \\ \qquad \sigma_b = \frac{P\,x}{S x} \\ \qquad Sx = \frac{b\,x^2}{2} + n\,fe\,(2\,x - h) \\ \qquad \sigma_{ez} = n\,\sigma_b\,\frac{h - a - x}{x} \end{array}\right\} \quad (25$$

6. **Fall.** Eisen nur in der Zugzone, also $fe_z = fe$ und $fe_d = 0$. Die Zugfestigkeit des Betons werde nicht ausgenützt. In diesem Falle erhalten wir die Lage der neutralen Achse aus der Gleichung

$$\left.\begin{array}{l} b\,x^3 - 3\,b\,e\,x^2 + 6\,n\,x\,fe\,(h - a - e) - \\ \qquad 6\,n\,fe\,(h - a)\,(h - a - e) = 0 \\ \qquad\qquad \sigma_b = \dfrac{P \cdot x}{S\,x} \\ \qquad\qquad Sx = \dfrac{b\,x^2}{2} - n\,fe\,(n - x - a) \\ \text{statt dessen können wir auch schreiben} \\ \qquad\qquad \sigma_b = \dfrac{2\,P\,(h - a - e)}{x\,b\,(h - a - {}^1/_3 x)} \\ \qquad\qquad \sigma_e = n\,\sigma_b\,\dfrac{h - a - x}{x} \end{array}\right\} (26$$

Wenn wir die Resultate zusammenfassen, so ergibt es sich, dass wenn die Zugfestigkeit berücksichtigt wird, dass sich die Berechnung in nichts von derjenigen für homogene Materialien unterscheidet, nur muss in der Berechnung der Fläche und des Trägheitsmomentes der Querschnitt des Eisens mit dem Faktor $n = E_e : E_b$ multipliziert werden und wird dann wie Beton in Rechnung gebracht.

Dies ist auch der Fall, wenn die Drucklinie innerhalb des Kernes verläuft, also keine Zugspannungen vorkommen. Wird die Zugfestigkeit des Betons vernachlässigt, so muss die Lage der neutralen Achse bestimmt werden. Der Abstand dieser Achse von der gedrückten Kante ist durch eine kubische Gleichung gegeben, deren Berechnung zeitraubend ist und sich nur für einen gegebenen Querschnitt durchführen lässt.

Bis jetzt haben wir nur reckteckige Querschnitte behandelt, wie sie bei Stützen meistens vorkommen. Bei Bogen dagegen trifft man oft rechteckige Querschnitte an, die durch Rippen verstärkt sind. So lange die Zugfestigkeit des Betons berücksichtigt wird, kann nach der gewöhnlichen Formel

$$\sigma = \frac{P}{F} \pm \frac{M \cdot c}{J}$$

gerechnet werden. Soll dagegen die Zugfestigkeit des Betons vernachlässigt werden, so erhält man so weitläufige Formeln, dass es am besten ist, einen andern Weg einzuschlagen.

1. Berechnungsmethode Ritter. Ritter berechnet die Lage der neutralen Achse, wie wenn der ganze Querschnitt ausgenützt würde, d. h. also unter Berücksichtigung der Zugfestigkeit des Betons. Die Spannung selbst wird berechnet unter der Annahme, dass diese neutrale Achse die richtige sei, auch wenn die Zugfestigkeit des Betons vernachlässigt wird. Wir werden diese Rechnung an Hand eines Beispieles zeigen.

Aufgabe. Auf irgend eine Weise sei in einem Bogen von ⊤ förmigem Querschnitt die Lage A der Drucklinie bestimmt. Der Normaldruck in A betrage 22000 kg. Die Entfernung von A von der obern Kante sei 3,2 cm.

Unter der Voraussetzung, die Zugfestigkeit des Betons werde berücksichtigt, gelten folgende Formeln für die Spannung

$$\sigma = \frac{P}{F} + \frac{Mc}{J}$$

die Entfernung des Schwerpunktes von der obern Kante, wenn *So* das statische Moment des Querschnittes bezogen auf die obere Kante bedeutet

$$c = \frac{So}{F}$$

die Entfernung der neutralen Achse vom Schwerpunkt, also die Entfernung *SA*

$$s = \frac{J}{F \cdot p}$$

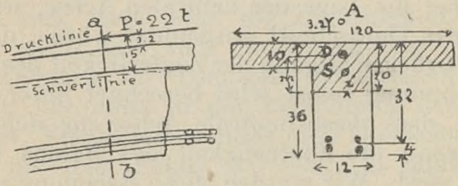


Fig. 50.

Man findet für den vorstehenden Querschnitt, wenn $fe = 15{,}2$ cm² (4 Rundeisen 22 mm) die Fläche

$$F = 108 \cdot 10 + 12 \cdot 36 + 15 \cdot 15{,}2 = 1080 + 432 + 228 = 1740$$

das statische Moment der Fläche bezogen auf die obere Kante

$$So = 1080 \cdot 5 + 432 \cdot 18 + 228 \cdot 32 = 5400 + 7776 + 7296 = 20476$$

die Entfernung des Schwerpunktes von der obern Kante $c = 20476 : 1740 = 11{,}8$ cm

das Trägheitsmoment bezogen auf die obere Kante

$$Jo = {}^2/_3 \cdot 10 \cdot 5400 + {}^2/_3 \cdot 36 \cdot 7776 + 32 \cdot 7296$$

oder . . . . $Jo = 456096$

davon abzuziehen . $c^2 \cdot F = 242200$

somit das Trägheitsmoment bezogen auf den Schwerpunkt $J = Jo - F \cdot c^2 = 213896$

Die Entfernung des Angriffspunktes der Last vom Schwerpunkt

$p = 11{,}8 + 3{,}2 = 15$ cm $\quad M = 15 \cdot 22000 = 330000$

somit die Druckspannung im Beton, wenn die Zugfestigkeit des Betons ausgenützt wird

$$\sigma_b = \frac{22000}{1740} + \frac{330000}{213896} \cdot 11{,}8 = 30{,}8 \text{ kg : cm}^2$$

ferner

$$\sigma_{bz} = \frac{22000}{1740} - \frac{330000\ (36 - 11{,}8)}{213896} = -\ 24{,}7 \text{ kg : cm}^2$$

und

$$\sigma_{ez} = 15 \left[\frac{22000}{1740} - \frac{330000 \cdot 20{,}2}{213896} \right] = -\ 277 \text{ kg : cm}^2$$

Die Entfernung der neutralen Achse vom Schwerpunkt ist

$$s = \frac{J}{F \cdot p} = \frac{213896}{1740 \cdot 15} = 8{,}2 \text{ cm}$$

oder von der obern Kante $x = 11{,}8 + 8{,}2 = 20$ cm.

Wird angenommen, dass die Zugfestigkeit des Betons überschritten oder gleich 0 sei, dass aber die Lage der neutralen Achse nicht geändert wird, so ändern sich die Spannungen. Um den Druckmittelpunkt zu finden, wenden wir die Formeln an $m = \frac{J\,n}{S\,n}$, wo Jn und Sn das Trägheits- und das statische Moment der gedrückten Fläche bezogen auf die neutrale Achse, m den Abstand des Druckmittelpunktes von der neutralen Achse bedeuten.

$Fn = 120 \cdot 20 - 108 \cdot 10 = 2400 - 1080 = 1320$
$Sn = {}^1/_2 \cdot 20 \cdot 2400 - {}^1/_2 \cdot 10 \cdot 1080 = 24000 - 5400 = 18600$
$Jn = {}^2/_3 \cdot 20 \cdot 24000 - {}^2/_3 \cdot 10 \cdot 5400 = 320000 - 36000 = 284000$
$m = 284000 : 18600 = 15{,}2$ cm.

Nun ergibt sich die Entfernung r des Eisens vom Druckmittelpunkt (siehe Figur)

$$r = 36 - (11{,}8 + 8{,}2 + 4) + 15{,}2 = 27{,}2 \text{ cm}$$

und die Entfernung des Druckmittelpunktes D vom Angriffspunkt A der Last

$$p_1 = 8{,}2 + 11{,}8 + 3{,}2 - 15{,}2 = 8{,}0 \text{ cm}$$

Aus diesen Werten kann die vom Eisen aufgenommene Zugkraft Z berechnet werden, wenn man folgende Beziehungen berücksichtigt:

$$p_1 \cdot P = r \cdot Z = r \cdot fe \cdot \sigma_e$$

oder die Spannung im Eisen, wenn man die Werte einsetzt, nämlich $p_1 = 8{,}0$ cm, $P = 22000$, $r = 27{,}2$ cm, $fe = 15{,}2$ cm²

$$\sigma_e = \frac{8 \cdot 22000}{27{,}2 \cdot 15{,}2} = 426 \text{ kg} : \text{cm}^2$$

oder die Zugkraft Z, welche das Eisen aufnimmt $Z = fe \cdot \sigma_e$ also

$$Z = 426 \cdot 15{,}2 = 6475 \text{ kg}.$$

Berücksichtigt man die Gleichgewichtsbedingung für die innern Kräfte, so findet man die vom Beton aufgenommene Druckkraft

$$D = P + Z = 28475 \text{ kg}.$$

Ist die Naviersche Hypothese anwendbar, so pflanzt sich die Spannung proportional zur Entfernung von der neutralen Achse fort. Die Spannungsfläche ist ein Trapez, oder die Differenz zweier Dreiecke, der Flächeninhalt gleich D Ist σ_b die Spannung in der Oberkante der Platte, σ_n diejenige in der Unterkante der Platte, so ist (siehe Figur)

$$\sigma_n = \sigma_b \cdot \frac{10}{20} = \sigma_b \cdot {}^1/_2$$

Somit der Inhalt des Trapezes

$$D = b \cdot x \cdot \sigma_b/_2 - b_1 \, (x - d) \cdot \sigma_b \cdot {}^1/_2$$

worin b die Breite der Platte, b_1 die Dicke des Steges, d die Dicke der Platte, x die Entfernung der neutralen Achse von der Druckkante, somit wenn die Werte eingesetzt werden

$$D = 120 \cdot 20 \cdot {}^1/_2 \cdot \sigma_b - 108 \cdot 10 \cdot {}^1/_2 \cdot ({}^1/_2 \cdot \sigma_b) = 28475 \text{ kg}$$

woraus

$$\sigma_b = 28475 : (1200 - 270) = 30{,}6 \text{ kg} : \text{cm}^2$$

Die Druckspannung ist also kleiner geworden. Ist die Naviersche Hypothese erfüllt und die Lage der neutralen Achse richtig gewählt, so müssen sich die Spannungen verhalten, wie ihre Entfernungen von der neutralen Achse (wobei die Spannung im Eisen aber durch $n = 15$ dividiert werden muss). Die Entfernungen von der neutralen Achse sind:

für die Oberkante der Druckzone $11{,}8 + 8{,}2 = 20$ cm, für das Eisen $36 - (20 + 4) = 12$ cm, also

$$\sigma_e : \sigma_b \cdot 15 = 12 : 20$$

oder $\sigma_e = 9 \cdot 30{,}6 = 275 \text{ kg} : \text{cm}^2.$

Die aus dem Momente $M = p \cdot P$ berechnete Zugspannung beträgt aber 426 kg : cm². Entweder ist die Lage der neutralen Achse nicht richtig, oder die Navierschen Hypothesen sind nicht erfüllt. Ritter nimmt das letztere an. Er geht aus von der Voraussetzung, dass die Spannungsverteilung in der Druckzone des Betons die Form einer Parabel habe. Als die in Betracht fallenden Spannungen nimmt er an, für den Beton, den aus den Formeln für homogene Materialien unter Berücksichtigung der Zugfestigkeit gefundenen Wert, für das Eisen die

Spannung, die sich für die berechnete neutrale Achse aus der Gleichung

$$p_1 \cdot P = r \cdot fe\, \sigma_e$$

ergeben hatte. Dann wären also für unsere Konstruktion und Belastungsfall

$$\sigma_e = 426 \text{ kg} : \text{cm}^2; \quad \sigma_b = 30{,}8 \text{ kg} : \text{cm}^2.$$

Um zu untersuchen, wie diese Spannungswerte mit den aus den Navierschen Hypothesen erhaltenen übereinstimmen, wenn die neutrale Achse richtig gewählt wird, wollen wir zur Bestimmung der neutralen Achse den Versuchsweg einschlagen, wie wir es für die Plattenbalken, welche auf Biegung beansprucht sind, getan hatten.

Unsere erste Annahme für die Entfernung der neutralen Achse von der obern Kante war

$$x = 20 \text{ cm}.$$

Aus der Momentengleichung und unter der Annahme der Proportionalität der Spannungen mit der Entfernung von der neutralen Achse fanden wir für die Spannung im Eisen zwei verschiedene Werte

$$\sigma_e = 426 \text{ kg} : \text{cm}^2$$

und $\sigma_e = 275 \text{ kg} : \text{cm}^2$

woraus die Differenz $q = 141 \text{ kg} : \text{cm}^2$

Wird die neutrale Achse nach oben verschoben, so ändert sich σ_e nur wenig, dagegen das Verhältnis der Entfernungen des Eisens von der neutralen Achse zur Entfernung der obern Kante von der neutralen Achse.

Für $x = 16$ wird $y = h - a - x = 36 - 4 - 16 = 16$ cm.

Für diese Entfernung x verfahren wir wie oben und finden

$$Fn = 1272 \qquad Sn = 13416 \qquad Jn = 156064$$

$$m = 156064 : 13416 = 11{,}6 \text{ cm}$$

$$p_1 = 16 + 3{,}2 - 11{,}6 = 7{,}6 \text{ cm}$$

$$r = y + 11{,}6 = 16 + 11{,}6 = 27{,}6 \text{ cm}$$

woraus $Z = \frac{22000 \cdot 7{,}6}{27{,}6} = 6060$ kg

$$\sigma_e = 6060 : 15{,}2 = \underline{399} \text{ kg} : \text{cm}^2$$

$$D = 22000 + 6060 = 28060 \text{ kg}$$

$$D = {}^1/_2 \cdot 16 \cdot 120\, \sigma_b - 108 \cdot 6 \cdot {}^1/_2 \cdot \frac{6\, \sigma_b}{16}$$

woraus $\sigma_b = 28060 : 838 = 34{,}5$ kg : cm².

Wird σ_e nach den Navierschen Hypothesen aus σ_b berechnet, so erhält man

$$\sigma_e = \frac{34{,}5 \cdot 16}{16} \cdot 15 = \underline{518} \text{ kg} : \text{cm}^2$$

woraus für $x = 16$ eine Differenz in den zwei auf verschiedene Weise gerechneten Werten von σ_e erhalten wird:

$$q = -518 + 399 = -119 \text{ kg} : \text{cm}^2.$$

Für die richtige Annahme von x wird $q = 0$. Wir finden diesen Wert von x angenähert durch Proportion. Dieser Wert von x wird um einen gewissen Wert z grösser sein als $x = 16$ und um einen Wert $20 - 16 - z = 4 - z$ kleiner als $x = 20$. Den Wert z finden wir aus

$$\frac{z}{4 - z} = \frac{119}{141} \text{ oder } z \cdot (141 + 119) = 4 \cdot 119$$

woraus $z = 1{,}8$ cm

$$x = 16 + z = 17{,}8 \text{ cm.}$$

Machen wir für diesen Wert x die Probe, so erhalten wir wie oben:

$$J_n = 208507 \quad S_n = 15725 \quad m = 13{,}3$$

$$p_1 = 7{,}7 \quad r = 27{,}5$$

$$Z = \frac{22000 \cdot 7{,}7}{27{,}5} = 6160 \text{ kg}$$

$$\sigma_e = 6160 : 15{,}2 = 406 \text{ kg} : \text{cm}^2$$

$$D = 22000 + 6160 = 28160 \text{ kg}$$

$$\sigma_b = 28160 : 883 = 32 \text{ kg} : \text{cm}^2$$

Kontrolle: $\sigma_e = \dfrac{32 \cdot (32 - 17{,}8)}{17{,}8} \cdot 15 = 382 \text{ kg} : \text{cm}^2$

Die Differenz beträgt nur noch 406 - 382 = 24 kg : cm². Wir können annehmen, dass die zuletzt gewählte Lage der neutralen Achse richtig sei, dass also

$$\sigma_e = 406 \text{ kg} : \text{cm}^2, \; \sigma_b = 31{,}5 \text{ kg} : \text{cm}^2.$$

(Durch Proportionalität aus σ_e berechnet.) Vergleicht man diese Werte mit den nach der Methode Ritter enthaltenen, so sieht man, dass die Differenz eine verschwindend kleine ist

$$\sigma_e = 426, \; \sigma_b = 30{,}8$$

woraus wir schliessen können, dass die einfache Berechnungsweise nach der Methode Ritter für auf zusammengesetzte Festigkeit beanspruchte Konstruktionen Resultate liefert, welche für die Praxis genau genug sind.

Handelt es sich dagegen darum, einen Querschnitt zu bestimmen für einen Belastungsfall oder die

Eiseneinlage für einen gegebenen Querschnitt und Belastungsfall, so wird man auf dem Wege des Probierens am schnellsten zum Ziel kommen, und man hat es dann in der Hand, die Eiseneinlage so zu machen, dass das Eisen auf die zulässige Beanspruchung ausgenützt wird. Das wird nur vollständig der Fall sein bei einseitiger Eiseneinlage. Trotzdem in den Bögen die Spannung in den Eisen gewöhnlich sehr klein werden kann, sind dieselben nicht überflüssig, da sie zur Erhöhung der Knicksicherheit und zur Verminderung von Längsrissen beitragen. Die Bögen lassen sich nach jedem beliebigen System armieren, z. B. Hennebique, Streckmetall u. s. w. Dass auch nach dem System Visintini Bögen ausgeführt werden, zeigt Tafel IV. Melau armiert seine Bögen durch ein Netzwerk aus Walzeisen. Das durchgeführte Beispiel kann sowohl für einen Bogen, dessen Drucklinie ausserhalb des Bogens fällt, als für eine exzentrisch belastete Säule gelten.

Erratum.

Auf Tafel II, Seite 60, steht die Fig. 16 verkehrt, welches man gütigst beachten wolle.