JAN CZERWIŃSKI

A B C

SUWAKA LOGARYTMICZNEGO

wprowadzenie w rachunek na suwaku
zbiór reguł i sposobów rachunku suwakowego
z licznemi rysunkami i przykładami w tekście

Na prawach rękopisu.

Wydano nakładem Koła Mechaników Wydziału Komunikacji i Stowarzyszenia Bratniej Pomocy
Studentów Wydziałów Politechnicznych przy A. G. w Krakowie.

JAN CZERWIŃSKI

A B C

SUWAKA LOGARYTMICZNEGO

wprowadzenie w rachunek na suwaku
zbiór reguł i sposobów rachunku suwakowego
z licznemi rysunkami i przykładami w tekście

Na prawach rękopisu.

Wydano nakładem Koła Mechaników Wydziału Komunikacji i Stowarzyszenia Bratniej Pomocy Studentów Wydziałów Politechnicznych przy A. G. w Krakowie.

TREŚĆ.

WSTĘP.

Układając ABC suwaka,myślałem przed wszystkim o tych,którzy mają już pewne pojęcie o posługiwaniu się suwakiem; później jednak pragnąc niniejszy zbiorek reguł i sposobów uczynić użytecznym również i tym,którzy jeszcze wogóle z suwakiem się nie zapoznawali,zdecydowałem się zamieścić na początku pewnego rodzaju klucz w możliwie prosty sposób wprowadzający w użycie suwaka.

Klucz ten składa się z krótkiego opisu zasadniczej podziałki, rodzajów nakreskowania na niej występujących,sposobu określania liczb odpowiadających różnym punktom na długości podziałki,wreszcie z opisu wykonywania podstawowych działań na suwaku,t.j. mnożenia i dzielenia. Kto zada sobie trochę trudu,aby ten klucz uważnie przestudiować,wykonując równocześnie możliwie jak najwięcej ćwiczeń,zapozna się z suwakiem dostatecznie,by móc już z łatwością korzystać dalej z zamieszczonych reguł,podanych przeważnie zwięźle i bez opisów poszczególnych czynności.

Treść poniższego zbiorku oparłem zasadniczo na pojęciu cechy wziętym z logarytmów,ponieważ jest ono o tyleż więcej skomplikowane dla liczb większych od jedności,o ile pojęcie miejsca dla ułamków dziesiętnych,poza tym zaś każdy,kto się z nim jeszcze nie zetknął,bez trudności i z korzyścią może je sobie przyswoić. Od zasady tej odstąpiłem w tych przypadkach,w których przemawiało za tym prostsze ujęcie danego zagadnienia w oparciu o pojęcie miejsc dziesiętnych /odwrotności,pierwiastki 2-ego i 3-ego stopnia objaśnione dwukrotnie przy pomocy jednego i drugiego pojęcia/.

Obszerniejsze odnośniki zamieściłem na końcu w osobnym n-rze, a pomiędzy nimi znalazły się i takie krótsze,których konieczność zauważyłem dopiero w czasie korekty.

Przy opracowywaniu ABC starałem się o możliwie zwięzłe,obfite w treść i praktycznie wyczerpujące ujęcie najczęściej występujących zagadnień.

Schemat rozmieszczenia podziałek odpowiada suwakowi typu "Sun" lecz posiadacz suwaka innego typu,po uważnym obejrzeniu swego suwaka,łatwo te podziałki na nim odnajdzie.

Zródła.

"Der logarithmische Rechenschieber u.sein Gebrauch"
A. Nestler.

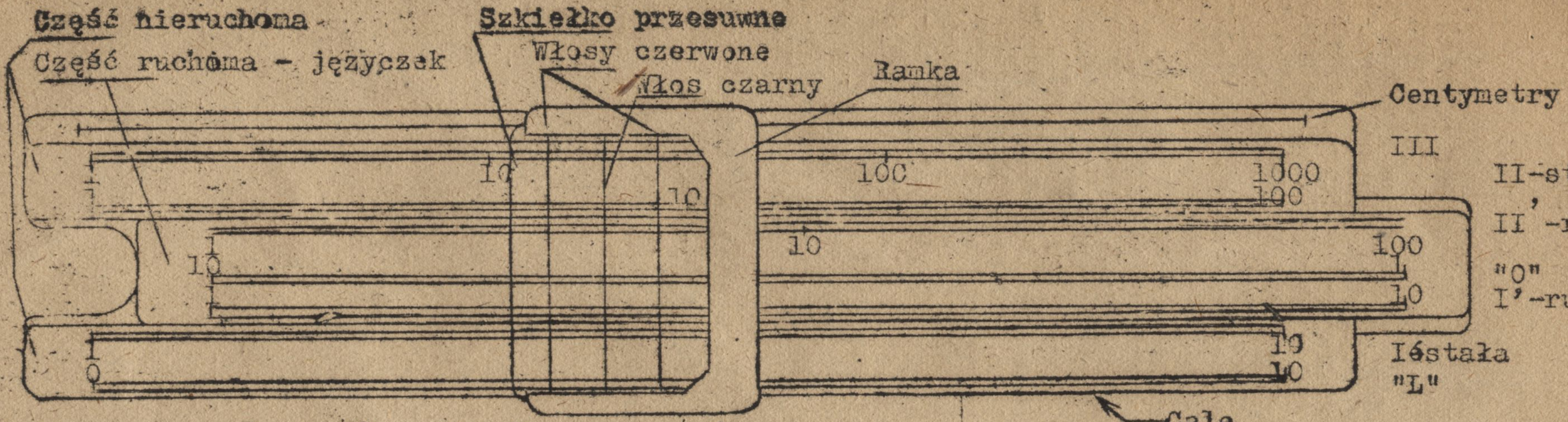
"Stabrechnen im Kraftfahrzeug- u.Flugmotorenbau"
Ing.K.Röder.

"Suwak Rachunkowy". Dr.Fil.St.Ziemecki.

Warszawa,18.Czerwca 1944 r. J.C.

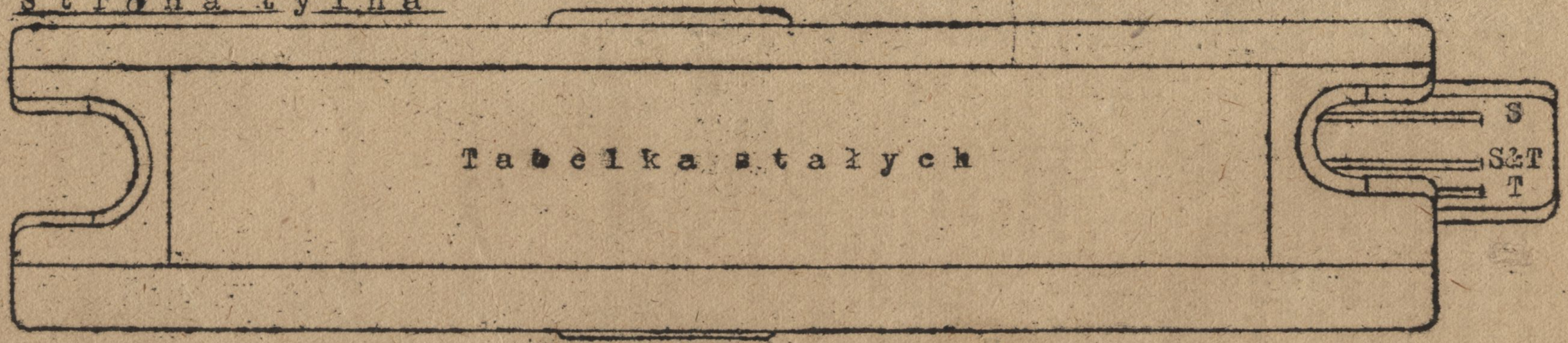
1. Schemat suwaka z wyszczególnieniem podziałek.

Strona przednia



III - Podziałka sześcianów /3 jedn.log./
II i II' - Podziałka kwadratów /2 jedn.log./
"O" - Podziałka odwrotności
I i I' - Podziałka I-a /1 jednostka log./
"L" - Podziałka logarytmów

Strona tylna



S - Podziałka sinusów kątów: $5°42' < \alpha < 90°$
S&T - Podziałka wspólna dla sinusów i tangensów kątów: $\sim 35' < \alpha < 5°42'$
T - Podziałka tangensów kątów: $5°42' < \alpha < 45°$

2. Pojęcie cechy liczby.

Cechą liczby nazywamy :

a/ dla liczb większych od jedności - liczbę miejsc całkowitych pomniejszoną o jedność

np. 3265,79 C = 4-1 = 3
5,2 C = 1-1 = 0
Cecha jest dodatnia,lub = 0

b/ dla ułamków dziesiętnych - liczbę zer stojących na początku liczby danej

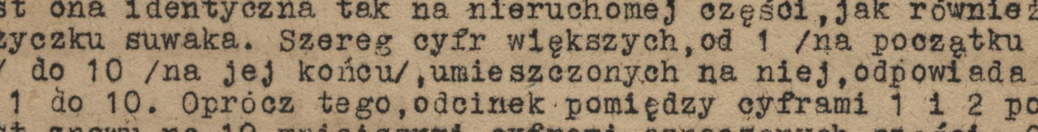
np. 0,00057 C = -4
0,25 C = -1
Cecha jest ujemna.

3. Ustawianie i odczytywanie liczb na suwaku.[1]

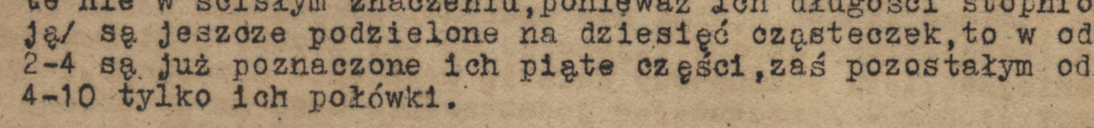
Weźmy narazie pod uwagę samą pierwszą /I-ą/ podziałkę,która obejmuje jedną tzw. jednostkę logarytmiczną.

Jest ona identyczna tak na nieruchomej części,jak również i na języczku suwaka. Szereg cyfr większych,od 1 /na początku podziałki/ do 10 /na jej końcu/,umieszczonych na niej,odpowiada liczbom od 1 do 10. Oprócz tego,odcinek pomiędzy cyframi 1 i 2 podzielony jest znowu na 10,mniejszymi cyframi oznaczonych części. Odcinki zawarte pomiędzy pozostałymi cyframi 2-3,3-4,i t.d. są również podzielone na 10 części,które już jednak mniejszymi cyframi oznaczone nie są. O ile w odcinku 1-2 owe dziesiąte części /dziesiąte nie w ścisłym znaczeniu,ponieważ ich długości stopniowo maleją/ są jeszcze podzielone na dziesięć cząsteczek,to w odcinku 2-4 są już poznaczone ich piąte części,zaś pozostałym odcinku 4-10 tylko ich połówki.

A zatym dla wszystkich liczb,których pierwsza cyfra jest 1,możemy podać całkiem dokładnie 3 miejsca; dla liczb,których pierwszą cyfrą jest 2 lub 3,tylko parzyste cyfry 3-ego miejsca /np. 2,76 , 29,8 , 0,312 , 0,000286/,gdy nieparzyste musimy interpolować,ustawiając włos w połowie między dwiema kreseczkami[2]



zaś dla tych liczb,które jako pierwszą cyfrę mają 4,5,6,7,8 i 9, trzecią możemy podać dokładnie już tylko co 5 jednostek,pozostałe, od 1 do 5 i od 5 do 10,interpolując przy pomocy włosa w następujący sposób



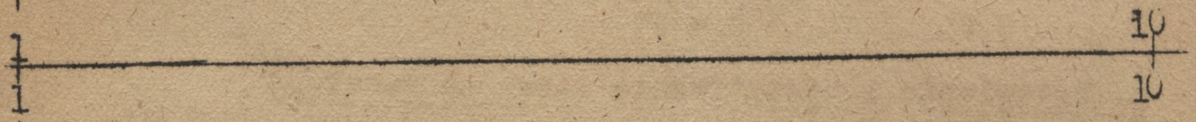
Ustawić daną liczbę na suwaku, znaczy przesunąć szkiełko tak, aby jego włos /najczęściej czarny/ przechodził przez pewien punkt na długości podziałki, który tej liczbie odpowiada. Ażeby wyszukać punkt podziałki, odpowiadający danej liczbie, należy zapomnieć na chwilę o położeniu znaczka dziesiętnego w tej liczbie i czytając pokolei jej pierwsze trzy cyfry, wyszukiwać kolejno odpowiadające im na podziałce punkty.

Weźmy np. liczbę

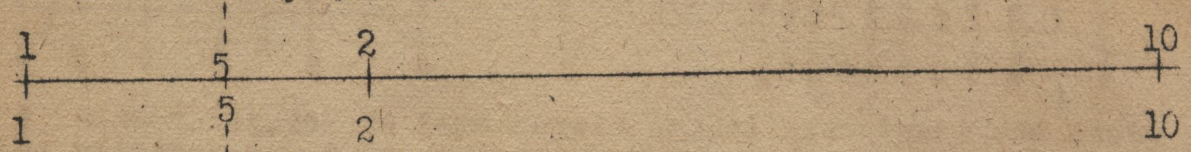
0,00157

Pomijając na razie kwestię położenia przecinka, czytamy :

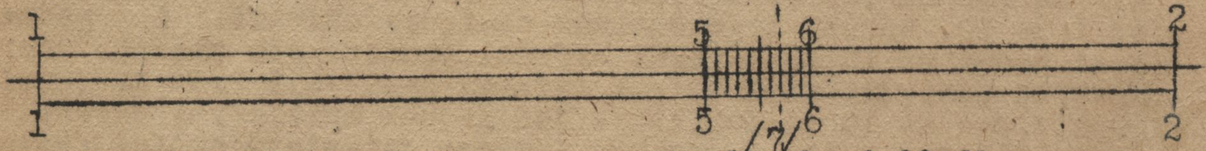
jeden - równocześnie przesuwając szkiełko tak, aby jego włos czarny pokrył się z odpowiadającą liczbie 1 kreską na początku podziałki I /t.j. I-ej stałej/



pięć - przesuwając szkiełko o tyle w prawo, aby włos jego czarny /ten sam/ pokrył się z kreską opatrzoną mniejszą cyferką 5 w odcinku między dużymi cyframi 1 i 2



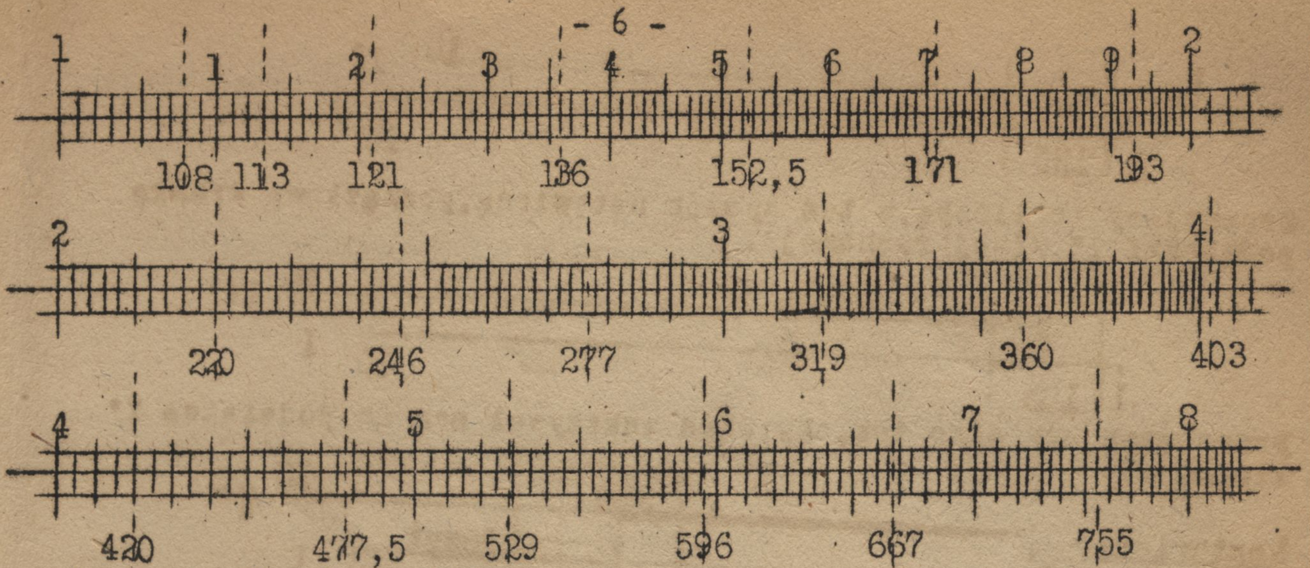
siedem - przesuwając włos jeszcze o 7 kreseczek w prawo



Tym sposobem mamy ustawioną na suwaku liczbę 0,00157.

Weźmy jeszcze liczbę 0,823; nie będziemy oczywiście poszukiwali jej z lewej strony liczby 1, jako że od tej liczby jest bezwzględnie mniejszą, lecz pominąwszy kwestię położenia przecinka, zaczniemy czytać: ośm - /przesuwając jednocześnie włos na opatrzoną większą cyfrą 8 kreskę w pobliżu prawego końca podziałki I/, dwa - /przesuwając kreskę szkiełka o dwie większe kreseczki podziałki/ i wreszcie trzy - /przesuwając włos jeszcze o kawałeczek w prawo, aby ostatecznie zajął położenie takie, jak na rysunku/.

Jeżeli teraz przesuniemy szkiełko zupełnie dowolnie tak, aby jego włos wskazywał jakąś liczbę i zechcemy tę liczbę odczytać, to nie będzie to już dla nas trudnym zadaniem. Odczytamy najpierw najbliższą z lewej strony większą cyfrę, następnie policzymy ilość większych kreseczek /oznaczających dziesiąte, w znaczeniu powyżej objaśnionym, części odcinka między większymi cyframi/ leżących pomiędzy włosem a ową najbliższą z lewej strony większą cyfrą, a wreszcie, bądź bezpośrednio odczytamy cyfrę trzeciego miejsca równą ilości małych kreseczek z lewej strony, jeżeli pierwszą cyfrą naszej liczby było 1, bądź w odpowiedni, powyżej wskazany sposób, wyznaczymy trzecią cyfrę odczytywanej liczby przez interpolację. Cechą odczytywanej liczby zajmiemy się poniżej przy objaśnianiu mnożenia i dzielenia. A oto jeszcze kilka przykładów ustawiania i odczytywania liczb.



4. Wprowadzenie w rachunek na suwaku.

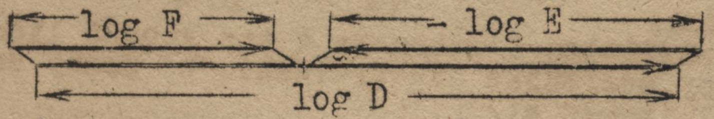
Skoro wiemy już, co znaczy ustawić liczbę na podziałce i umiemy to czynić, zapoznamy się z podstawowymi działaniami suwaka, t.j. z mnożeniem i dzieleniem.
Jak wiemy z nauki o logarytmach, logarytm iloczynu równa się sumie logarytmów czynników, zaś logarytm ilorazu równa się różnicy logarytmów dzielnej i dzielnika.

$$A.B = C \qquad \log /A.B/ = \log A + \log B = \log C$$

$$D:E = \frac{D}{E} = F \ ; \log / \frac{D}{E} / = \log D - \log E = \log F$$

Stąd prosta zasada: aby obliczyć wynik mnożenia jednej liczby przez drugą, należy do odcinka wyrażającego swą długością logarytm pierwszej liczby dodać odcinekwwyrażający logarytm drugiej liczby; w ten sposób otrzymamy nowy odcinek, którego długość odpowiada logarytmowi szukanego iloczynu

Otóż podziałki na suwaku są w ten sposób nakreślone i oznaczone, że przy końcu odcinka, którego długość w jakiejś, od rozmiarów danego suwaka zależnej skali odpowiada wartość logarytmu pewnej liczby, odczytujemy właśnie samą tę liczbę; tak więc końcowa kreska odcinka odpowiadającego logarytmowi iloczynu A.B podaje nam bezpośrednio gotową wartość owego iloczynu.
Podobnie ma się rzecz z dzieleniem. Aby obliczyć wartość ilorazu od odcinka o długości odpowiadającej logarytmowi dzielnej odejmujemy odcinek o długości odpowiadającej logarytmowi dzielnika. Końcowa kreska w ten sposób otrzymanego odcinka podaje nam bezpośrednio wartość liczbową tego ilorazu.

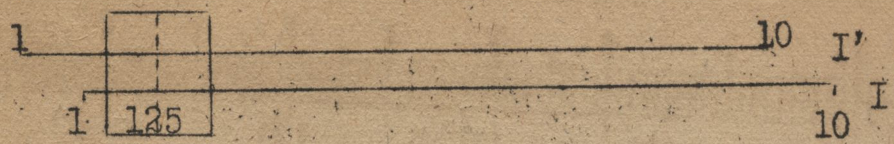


Owo dodawanie względnie odejmowanie odcinków, odpowiadających logarytmom czynnikow wykonujemy w praktyce w następujący sposób:

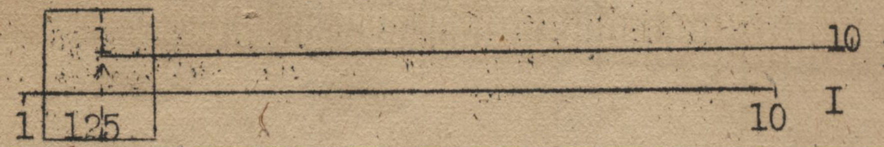
A/ Mamy wykonać mnożenie :

$$1{,}25 . 3{,}56 = ?$$

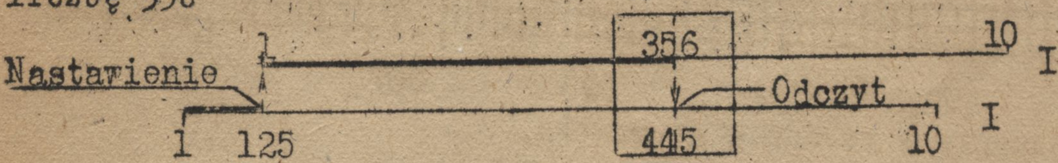
Ustawiamy przy pomocy włosa liczbę 125 na podziałce I /I-ej stałej/



Zrównujemy z liczbą, w ten sposób ustawioną, początkową kreskę podziałki I' /I-ej ruchomej/.



Przesuwamy szkiełko tak, aby włos wskazywał nam na podziałce I' liczbę 356



i odczytujemy na podziałce I liczbę wskazaną obecnie przezeń. Jest nią liczba 445. A teraz ostatnia czynność: określenie cechy znalezionej liczby. Cechę tę otrzymamy dodając algebraicznie cechy czynników 1,25 /$C_1 = 0$/ i 3,36 /$C_2 = 0$/

$$C = C_1 + C_2 = 0 + 0 = 0$$

A zatym mamy ostatecznie

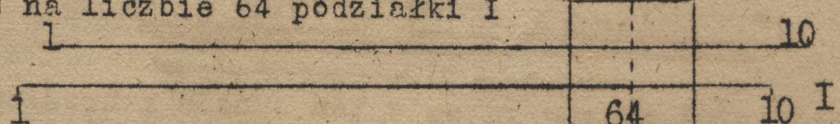
$$1,25 . 3,56 = 4,45$$

co można łatwo sprawdzić rachunkiem odręcznym.

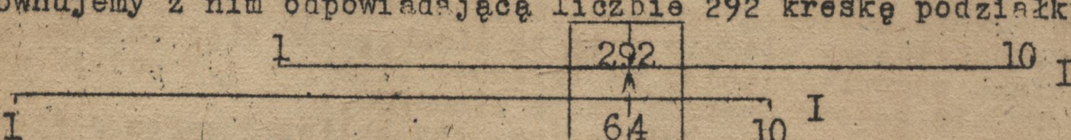
B/ Teraz wykonamy dzielenie.

$$6,4 : 29,2 = \frac{6,4}{29,2} = ?$$

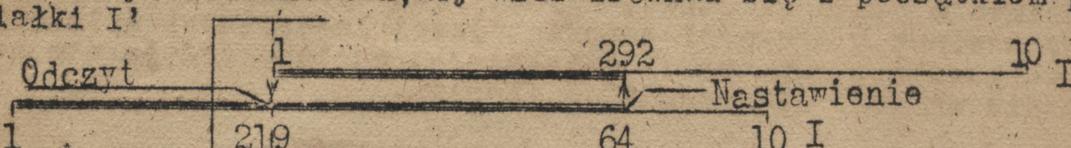
Ustawiamy włos na liczbie 64 podziałki I



Zrównujemy z nim odpowiadającą liczbie 292 kreskę podziałki I'



Przesuwamy szkiełko tak, aby włos zrównał się z początkiem podziałki I'



i odczytujemy na podziałce I wskazaną w ten sposób liczbę 219. Cechę jej otrzymamy odejmując algebraicznie od cechy dzielnej /$C_1 = 0$/ cechę dzielnika /$C_2 = 1$/

$$C = C_1 - C_2 = 0 - /+1/ = -1$$

A zatym ostatecznie mamy 6,4 : 29,2 = 0,219

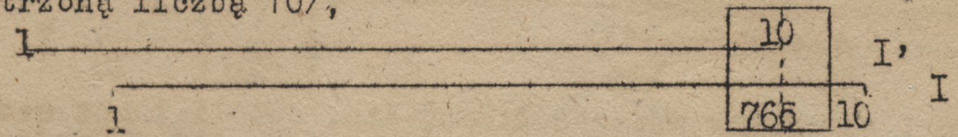
Dostateczną dokładność tego wyniku potwierdzi nam znowu rachunek odręczny.

C/ Spróbujmy teraz wykonać w powyżej /pod A/ opisany sposób mnożenie

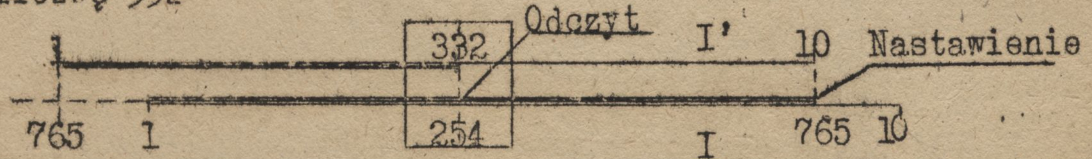
$$76{,}5 \cdot 0{,}0332 = ?$$

a przekonamy się,że suwak nasz "za krótki" zdaje się być do tego rodzaju zadań; rezultat wypada daleko poza prawym końcem podziałki I. Tragedia okazuje się jednak tylko pozorną. Zróbmy bowiem tak :

z kreską odpowiadającą liczbie 765 na podziałce I zrównajmy, nie jak dotychczas początek podziałki I',a jej koniec /kreskę opatrzoną liczbą 10/,



przesuńmy teraz szkiełko tak,aby włos wskazał na podziałce I' liczbę 332



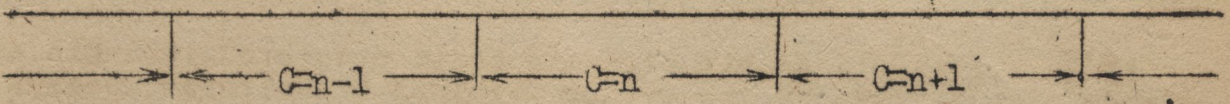
i oto na podziałce I odczytamy liczbę 254. Jeżeli do obliczonej, jak poprzednio,cechy dodamy jedność

$$C = C_1 + C_2 + 1 = 1 + /-2/ + 1 = 0$$

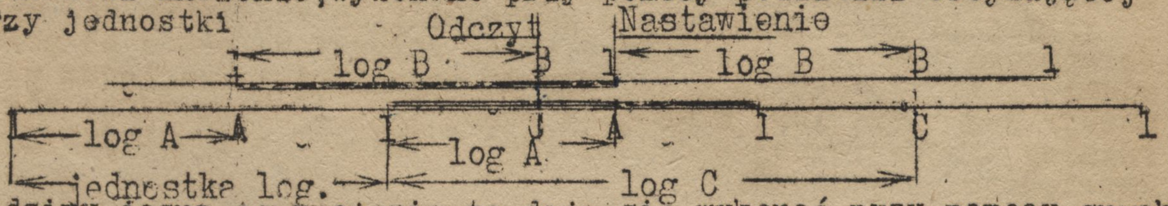
to ostatecznie jako wynik mnożenia otrzymamy liczbę 2,54

$$76{,}5 \cdot 0{,}0332 = 2{,}54$$

Krótki rachunek ołówkiem pouczy nas,że wynik otrzymaliśmy zupełnie zadowalający /wynik dokładny 2,53980/. A więc przy tego rodzaju postępowaniu do sumy cech czynników trzeba zawsze dodać jedność, aby otrzymać poprawny rezultat.
Dlaczego tak jest,łatwo zrozumieć,zważywszy,że podziałka I,której używamy obejmuje tylko jedną jednostkę logarytmiczną i może być traktowana jako odcinek pewnej podziałki o nieskończonej ilości jednostek logarytmicznych. W owej nieskończonej podziałce,każda jednostka log. odpowiadałaby liczbom o jednej i tej samej cesze; i tak,jeżeli pewna jednostka odpowiada cesze n /np.n=1/,to najbliższa jednostka w prawo będzie odpowiadać cesze n+1 /np.n 1 = 2/,a najbliższa jednostka w lewo cesze n-1 /np.n-1=0/.[3]



Wyobraźmy sobie teraz takie nie mieszczące się w ramach jednej jednostki mnożenie,wykonane przy pomocy podziałki obejmującej trzy jednostki

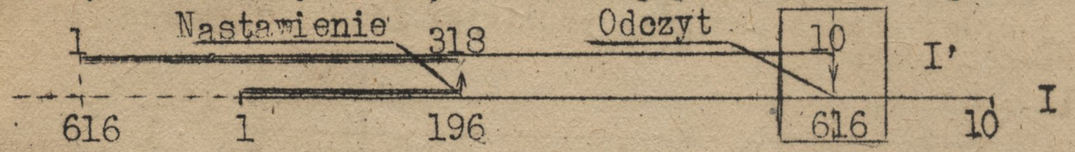


Widzimy jasno,że mnożenie to daje się wykonać przy pomocy suwaka obejmującego jedną tylko jednostkę,należy jednak pamiętać,że odczyt z lewej strony nastawienia oznacza przejście do następnej w prawo jednostki log., że zatym suma cech czynników powiększyła się o jedność.

D/ Podobnie będzie się miała rzecz z dzieleniem. Spróbujmy znowu wykonać we wskazany w przykładzie B/ sposób dzielenie :

$$19{,}6 : 318 = ?$$

a przekonamy się,że jest to pozornie niemożliwe,gdyż rezultat wypada daleko poza lewym końcem podziałki; jednakże przesuńmy szkiełko,nie ruszając języczka z miejsca,tak,aby włos pokrył się z końcową /opatrzoną kreską 10/ kreską podziałki I'



Na podziałce I odczytamy wówczas liczbę 616. Jeżeli teraz cechę obliczymy jak poprzednio i odejmiemy jeszcze od niej jedność

$$C = C_1 - C_2 - 1 = 1 - /+ 2/ - 1 = -2$$

to jako ostateczną wartość szukanego ilorazu otrzymamy liczbę 0,0616,która jak łatwo stwierdzić rachunkiem odręcznym,z dostatecznym przybliżeniem odpowiada rzeczywistości.

I ten sposób postępowania łatwo zrozumieć,wykonując niemieszczące się w ramach jednej jednostki log. dzielenie przy pomocy rozszerzonej podziałki;jak to zrobiliśmy powyżej w przypadku mnożenia.

Jeżeli wynik mnożenia lub dzielenia nieznacznie tylko wychodzi poza ramy zasadniczych podziałek I-ej i II-ej,to z pomocą przychodzą nam czerwono nakreskowane przedłużenia tychże podziałek z prawej i lewej strony.

A więc zasadniczymi regułami przy mnożeniu i dzieleniu na suwaku będą następujące :

MNOŻENIE.

1/ Jeżeli iloczyn daje się wykonać przy pomocy jednej jednostki w sposób normalny,jak w przykładzie A/ /odczyt na prawo od nastawienia/, to cecha wartości liczbowej tego iloczynu równa się sumie algebraicznej cech czynników.

2/ Jeżeli przy wyznaczaniu wartości iloczynu musimy uciec się do sposobu podanego w przykładzie C/ /odczyt na lewo od nastawienia/, to oznacza to przejście do następnej jednostki log. i wówczas cecha wartości liczbowej tego iloczynu równa się sumie algebraicznej cech czynników powiększonej /względnie/ o jedność.

DZIELENIE.

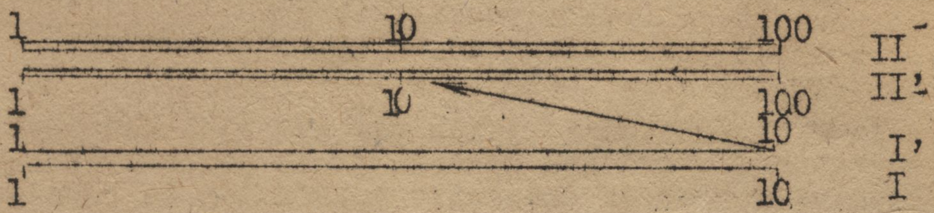
1/ Jeżeli iloraz da się otrzymać przez proste odejmowanie odcinków odpowiadających logarytmom dzielnej i dzeilnika /odczyt na lewo od nastawienia/ jak w przykładzie B/, to jego cecha równa się algebraicznej różnicy cech dzielnej i dzielnika.

2/ Jeżeli przy wyznaczaniu wartości ilorazu musimy się uciec do sposobu podanego w przykładzie D/ /odczyt na prawo od nastawienia/, to oznacza to przejście do poprzedniej /względem podstawowej/ jednostki log. i wówczas cecha tego ilorazu równa się różnicy algebraicznej cech dzielnej i dzielnika pomniejszonej /względnie/ o jedność.

Zapoznawszy się w ten sposób z podstawowymi działaniami na suwaku,nie napotkamy już na żadne poważniejsze trudności przy korzystaniu z poniższych reguł rachunku suwakowego.

5. Mnożenie. 5/

Gdy wymagana jest większa dokładność,używamy podziałki I-ej, na której udaje się niekiedy dość dokładnie /przy pewnej wprawie oczywiście/ interpolować jeszcze 4-te miejsce; gdy zaś chodzi o wynik raczej przybliżony, użyjemy podziałki II-ej /kwadratów/, ponieważ jak widzimy, obejmuje ona dwie podziałki I-e, o połowę zmniejszone /dwie jednostki log./.

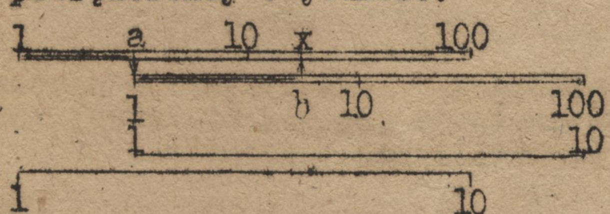


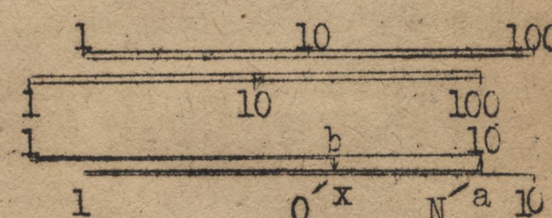
A/ Jeżeli iloczyn wypada w tej samej jednostce log./odczyt O na prawo od nastawienia N/, to jego cecha równa się algebr. sumie cech czynników.

$a.b = x \qquad C_x = C_a + C_b \qquad$ np. 214.0,25 = 53,5

$a'.b' = x' \qquad C_{x'} = C_{a'} + C_{b'} \qquad$ /+2/ + /-1/ = +1

B/ Jeżeli iloczyn wypada w następnej jednostce log./O na lewo od N/, to jego cecha równa się algebr. sumie cech czynników powiększonej o jedność.





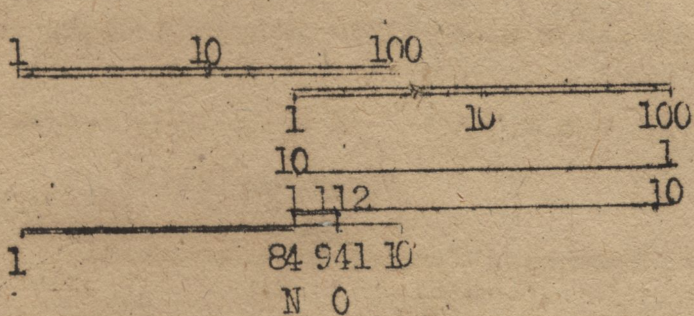
$a.b = x \qquad C_x = C_a + C_b + 1 \qquad$ np. 0,0082.22,8 = 0,187

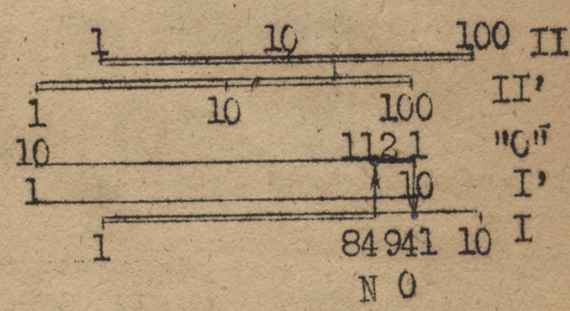
/-3/ + /+1/ + 1 = -1

C/ Użycie skali odwrotności "O" ułatwia mnożenie.[4]
Np. mnożenie

8,4.1,12 = x = 9,41 /C = 0 + 0 = 0/

można wykonać normalnie lub prędzej przy pomocy skali "O"

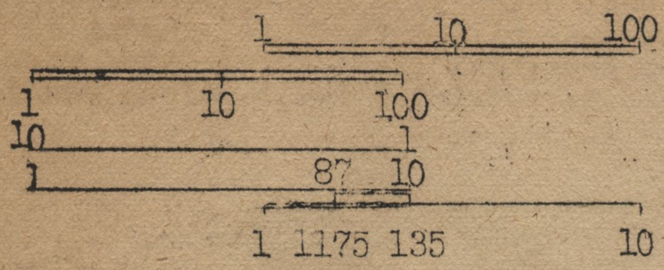




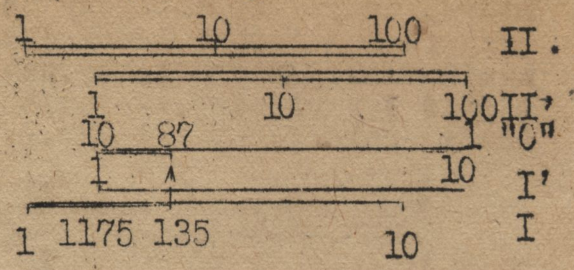
Również mnożenie

1,35.0,87 = x = 1,175 / C = 0 /-1/ 1 = 0/

można wykonać normalnie



lub korzystniej



Trzeba sobie zawsze uprzytomnić, jakie odcinki będą dodawane względnie odejmowane; - krótkie zastanowienie przed wykonaniem mnożenia lub dzielenia /przy dzieleniu sposób ten ma również zastosowanie, jak to niżej zobaczymy/, a później wprawa pouczy nas, które postępowanie A/ czy C', B/ czy C" jest w danym przypadku najkorzystniejsze.

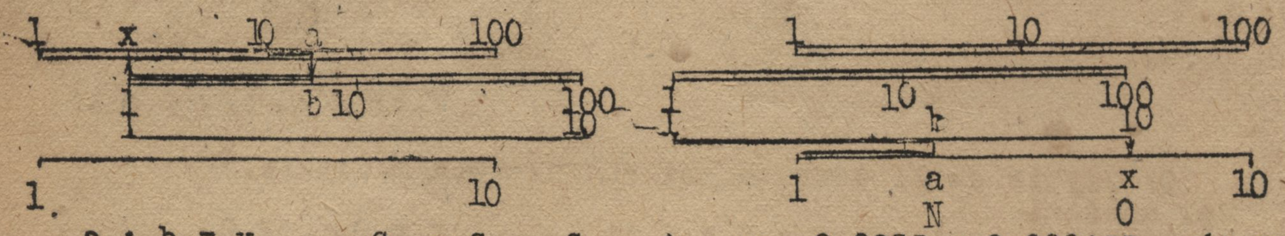
6. Dzielenie.[5]

A/ Jeżeli iloraz wypada w tej samej jednostce log. /O na lewo od N/ w której nastawiliśmy dzielną, to jego cecha równa się algebraicznej różnicy cech dzielnej i dzielnika.

$a : b = x$ $\qquad C_{x} = C_a - C_b$ $\qquad$ np. $6775 : 0,000351 = 19300000$

$a : b = x'$ $\qquad C_{x'} = C_{a'} - C_{b'}$ $\qquad /+3/ - /-4/ = +7$

B/ Jeżeli iloraz wypada w poprzedzającej /zasadniczą/ jednostce log./O na prawo od N/, to jego cecha równa się algebraicznej różnicy cech dzielnej i dzielnika pomniejszonej o jedność.



$a : b = x$ $\qquad C_x = C_a - C_b - 1$ $\qquad$ np. $0,0273 : 0,000437 = 62,5$

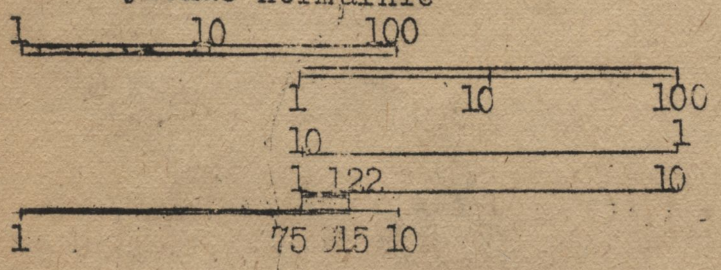
$/-2/ - /-4/ - 1 = +1$

C/ I tutaj ułatwimy sobie zadanie w niektórych przypadkach, używając skali odwrotności "C".[4]

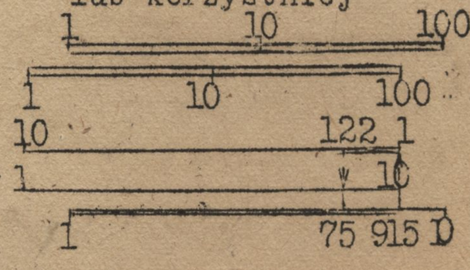
Np. dzielenie

$91,5 : 0,0122 = x = 7500 \qquad /C = /+1/ - /-2/ = +3$

można wykonać normalnie



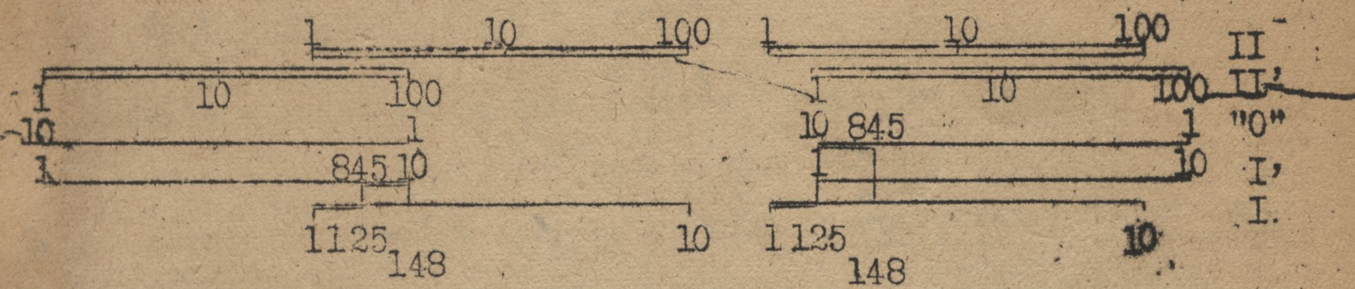
lub korzystniej



Również dzielenie

$$125 : 84{,}5 = x = 1{,}48 \qquad / C = 2 - 1 - 1 = 0 /$$

zamiast normalnie wykonamy korzystniej tak



8. Podnoszenie do kwadratu.

Kwadraty /2-e potęgi/ liczb wyszukanych na I-ej podziałce odczytujemy ponad tymi liczbami na podziałce II-ej, przy czym następujące reguły obowiązują przy określaniu cech kwadratu :

Gdy kwadrat wypada w 1-ej jednostce II-ej podziałki, to jego cecha równa się podwojonej cesze liczby potęgowanej

$$C_{a^2} = 2 . C_a$$

np. $12500^2 = 156250000$; $13{,}5^2 = 182$; $0{,}00025^2 = 0{,}0000000625$

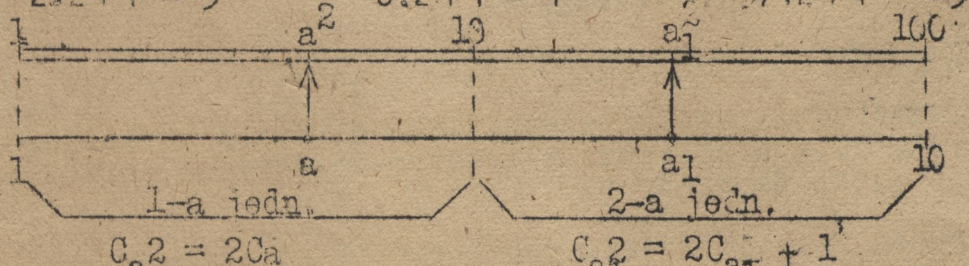
$4.2 = 8$ $\qquad 1.2 = 2$ $\qquad /-4/.2 = -8$

Gdy kwadrat wypada w 2-ej jednostce II-ej podziałki, to jego cecha równa się podwojonej cesze liczby potęgowanej powiększonej o jedność

$$C_{a_1^2} = 2 . C_{a_1} + 1$$

np. $528^2 = 279000$; $6{,}15^2 = 37{,}8$; $0{,}0072^2 = 0{,}0000518$

$2.2 + 1 = 5$ $\qquad 0.2 + 1 = 1$ $\qquad /-3/.2 + 1 = -5$



8. Podnoszenie liczb do sześcianu. 6/

Sześciany liczb wyszukanych na podziałce I /I-ej stałej/ odczytujemy ponad tymi liczbami na podziałce III-ej, przy czym obowiązują następujące reguły przy określaniu cechy sześcianu :

Gdy sześcian wypada w 1-ej jednostce III-ej podziałki, to jego cecha równa się potrojonej cesze liczby potęgowanej

$$C_{a^3} = 3 . C_a$$

np. $1825^3 = 6070000000$; $2{,}03^3 = 8{,}37$; $0{,}0192^3 = 0{,}00000708$

$3.3 = 9$ $\qquad 0.3 = 0$ $\qquad /-2/.3 = -6.$

Gdy sześcian wypada w 2-ej jednostce III-ej podziałki, to jego cecha równa się potrojonej cesze liczby potęgowanej powiększonej o jedność

$$C_{a_1^3} = 3.C_{a_1} + 1$$

np. $28,2^3 = 22400$; $\pi^3 = 3,141^3 = 31$; $0,0415^3 = 0,0000715$

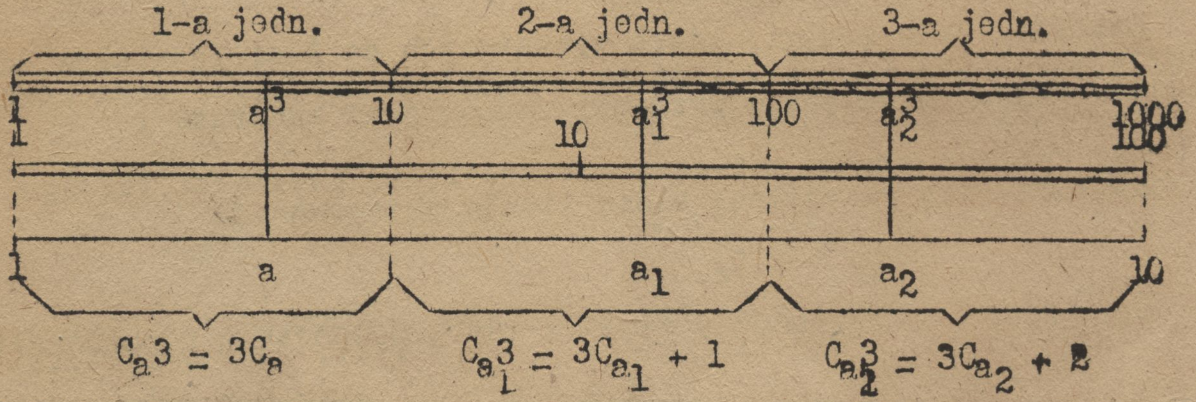
$1.3 + 1 = 4$ $\quad$ $0.3 + 1 = 1$ $\quad$ $/-2/.3 + 1 = -5$

Gdy sześcian wypada w 3-ej jednostce III-ej podziałki,to jego cecha równa się potrojonej cesze liczby potęgowanej powiększonej o 2

$$C_{a_2^3} = 3.C_{a_2} + 2$$

np. $628^3 = 247700000$; $7,62^3 = 443$; $0,096^3 = 0,000885$

$2.3 + 2 = 8$ $\quad$ $0.3 + 2 = 2$ $\quad$ $/-2/.3 + 2 = -4$



Uwaga. Przy podnoszeniu liczb do 3-ej potęgi tylko wówczas osiągniemy możliwą poprawność wyników,gdy włos ustawiony jest idealnie prostopadle do obu podziałek I-ej i II-ej; możemy to sprawdzić,przesuwając szkiełko na początek lub na koniec I-ej podziałki i patrząc czy kreska 1 podziałki I,kreska 1 podziałki III i włos dokładnie się ze sobą pokrywają. Jeżeli tak nie jest,trzeba przed przystąpieniem do liczenia ustawić szkiełko we właściwym położeniu,co przy suwaku typu "Sun" możliwe jest przy pomocy śrubek aluminiowej ramki szkiełka.

9. Pierwiastek kwadratowy.

Pierwiastki kwadratowe różnych liczb otrzymujemy posługując się podziałką II-ą w kierunku odwrotnym do powyżej opisanego przy podnoszeniu liczb do kwadratu.

Przy pomocy 1-ej jednostki podziałki II-ej poszukujemy pierwiastka 2-ego liczb o cesze parzystej lub równej zeru.

$$C_a = \pm /n.2/$$

przy czym cecha pierwiastka równa się połowie cechy liczby podpierwiastkowej

$$C_{\sqrt{a}} = \frac{1}{2} C_a$$

np. $\sqrt{32500} = 180,4$; $\sqrt{8,49} = 2,915$; $\sqrt{0,00000625} = 0,0025$

$/C = +/2.2/ = 4; \frac{1}{2} 4 = 2/$ $\quad$ $/C = /0.2/ = 0; \frac{1}{2} 0 = 0/$ $\quad$ $/C = -/3.2/ = -6; \frac{1}{2}/-6/ = -3/$

Przy pomocy 2-ej jednostki podziałki II-ej poszukujemy pierwiastka 2-ego liczb o cesze nieparzystej

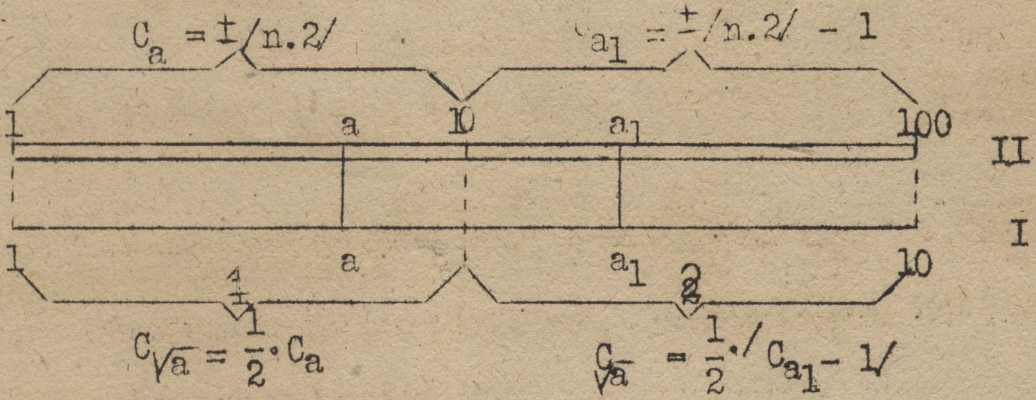
$$C_{a_1} = \pm /n.2/ \quad 1$$

przy czym cecha pierwiastka równa jest połowie pomniejszonej /względnie/ o jedność cechy liczby podpierwiastkowej.

$$C_{\sqrt{a_1}} = \frac{1}{2} \cdot /C_{a_1} - 1/$$

np. $\sqrt{325000} = 570$; $\sqrt{0,000000625} = 0,000791$

$/C = + /2.2/ + 1 = 5 \; ; \; \frac{1}{2}/5-1/=2/$ $\quad$ $/ C=-4.2+1 = -7 \; ; \; \frac{1}{2}/-7-1/=-4/$



10. Pierwiastek sześcienny.[6]

Pierwiastki sześcienne /3-e/ różnych liczb otrzymujemy posługując się podziałką III-ą w kierunku odwrotnym do powyżej opisanego przy podnoszeniu liczb do sześcianu.

Przy pomocy 1-ej jednostki podziałki III-ej poszukujemy pierwiastka 3-ego liczb, których cecha jest całkowitą wielokrotnością 3 lub równa się zeru /pierwsza cyfra liczby podpierwiastkowej stoi na pierwszym miejscu w klasie czołowej x/

$$C_a = \pm /n.3/$$

przy czym cecha pierwiastka równa jest jednej trzeciej $/\frac{1}{3}/$ cechy liczby podpierwiastkowej.

$$C_{\sqrt[3]{a}} = \frac{1}{3} C_a$$

np. $\sqrt[3]{4100000} = 160$; $\sqrt[3]{9} = 2,08$; $\sqrt[3]{0,0000000824} = 0,00202$

$/C = + /2.3/ = +6; \; \frac{1}{3}6 = 2/$ $\quad$ $/C=0.3; \; \frac{1}{3}0=0/$ $\quad$ $/C=-/3.3/=-9; \; \frac{1}{3}/-9/=-3/$

Przy pomocy 2-ej jednostki podziałki III-ej poszukujemy pierwiastka 3-ego liczb, których cecha pomniejszona o jedność staje się całkowitą wielokrotnością 3 lub zerem /pierwsza cyfra liczby podpierwiastkowej stoi na drugim miejscu w klasie czołowej/

$$C_{a_1} = \pm /n.3/ + 1$$

przy czym cecha pierwiastka równa się jednej trzeciej $/\frac{1}{3}/$, pomniejszonej o jedność cechy liczby podpierwiastkowej.

---

x/ Klasą czołową nazwiemy klasę zawierającą pierwsze cyfry liczby podpierwiastkowej. Objaśnienie podziału na klasy w n-rze 11-ym.

$$C_{\sqrt[3]{a_1}} = \frac{1}{3}./C_{a_1} - 1/$$

np. $\sqrt{41000000} = 344,8$; $\sqrt{90} = 4,48$; $\sqrt{0,0000000824} = 0,00435$

$/C= +/2.3/ + 1=7; \frac{1}{3}/7-1/=2/$ $/C=0.3 + 1=1; \frac{1}{3}/1-1/=0/$

$/C=-/3.3/+1=-8; \frac{1}{3}/-8-1/=-3/$

Przy pomocy 3-ej jednostki III-ej podziałki poszukujemy pierwiastka 3-ego liczb, których cecha pomniejszona o 2 staje się całkowitą wielokrotnością 3 lub zerem /pierwsza cyfra liczby podpierwiastkowej stoi na trzecim miejscu w klasie czołowej/

$$C_{a_2} = /n.3/ + 2$$

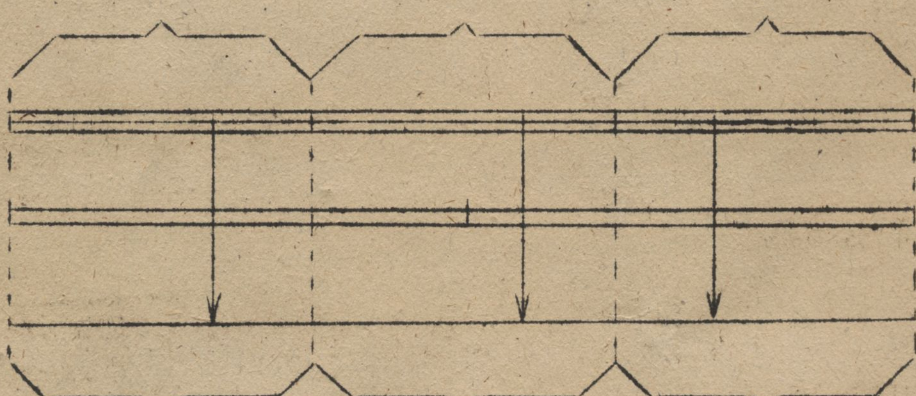
przy czym cecha pierwiastka równa jest jednej trzeciej $/\frac{1}{3}/$, pomniejszonej o 2 cechy liczby podpierwiastkowej.

$$C_{\sqrt[3]{a_2}} = \frac{1}{3}./C_{a_1} - 2/$$

np. $\sqrt{410000} = 74,3$; $\sqrt{900} = 9,65$; $\sqrt{0,000000000824} = 0,000937$

$/C=/1.3/ + 2=5$; $\frac{1}{3}/5-2/=1/$ $/C=/0.3/ + 2$; $\frac{1}{3}/2-2/=0/$

$/C=-/4.3/ + 2=-10$; $\frac{1}{3}/-10-2/=-4/$



11. Obliczenie miejsc dziesiętnych pierwiastków 2-ego i 3-ego stopnia. 6/

Przy wyznaczaniu 2-ego i 3-ego pierwiastka przy pomocy suwaka prostszym od obliczenia cechy jest obliczenie ilości miejsc dziesiętnych pierwiastka.

W celu obliczenia ilości miejsc pierwiastka należy przede wszystkim podzielić liczbę podpierwiastkową na klasy obejmujące w przypadku 2-ego ew. 3-ego pierwiastka odpowiednio 2 lub 3 miejsca, rozpoczynając podział od przecinka, dla liczb większych od jedności w lewo, a dla właściwych ułamków dziesiętnych w prawo.

Następnie należy wziąć pod uwagę :

1/ dla liczb większych od jedności - ilość klas /licząca się również klasa skrajna może być niepełna i zawierać 1,2 lub 3 cyfry/.

2/ dla właściwych ułamków dziesiętnych - ilość klas zawierających same zera /klas zerowych/.

3/ położenie pierwszej cyfry liczby podpierwiastkowej w klasie czołowej t.j. w klasie zawierającej pierwsze ~~cyfry~~ danej liczby /w poniżej zamieszczonych przykładach klasa czołowa oznaczona jest mocnym drukiem, a położenie pierwszej cyfry w niej - kropkami ponad cyframi/.

A teraz następujące proste reguły pozwolą nam wyznaczyć 2-gi lub 3-ci pierwiastek :

a/ Przy pomocy pierwszej jednostki log. podziałki potęgowej /II-ej lub III-ej/ poszukujemy pierwiastka /odpowiednio 2-ego lub 3-ego/ liczb, których pierwsza cyfra stoi na pierwszym miejscu w klasie czołowej.

b/ Przy pomocy drugiej jednostki log. podziałki potęgowej /II-ej lub III-ej/ poszukujemy pierwiastka /odpowiednio 2-ego lub 3-ego/ liczb, których pierwsza cyfra stoi na drugim miejscu w klasie czołowej.

c/ Przy pomocy trzeciej jednostki log. podziałki III-ej poszukujemy pierwiastka 3-ego liczb, których pierwsza cyfra stoi na trzecim miejscu w klasie czołowej.

d/ Ilość miejsc pierwiastka równa się ilości klas liczby podpierwiastkowej, a dla ułamków dziesiętnych właściwych - ilość zer po przecinku równa się ilości klas zerowych.

PRZYKŁADY.
2-gi pierwiastek.
1-a jednostka log.

$\sqrt{330} = 18,18$; $\sqrt{7,5} = 2,74$; $\sqrt{0,000005} = 0,002239$

2 kl. 2 m. 1 kl. 1 m. 2 kl.zer. 2 z.po prz.

2-a jednostka log.

$\sqrt{26} = 5,1$; $\sqrt{0,70} = 0,837$; $\sqrt{0,0000456} = 0,00675$

1 kl. 1 m. 0 kl.z. 0 z.p.p. 2 kl.zer. 2 z.p.p.

3-ci pierwiastek.
1-a jednostka log.

$\sqrt[3]{2700} = 13,92$; $\sqrt[3]{4} = 1,588$; $\sqrt[3]{0,003} = 0,144$; $\sqrt[3]{0,0000095} = 0,0212$

2 kl. 2 m. 1 kl. 1 m. 0 kl.z. 0 z.p.p. 1 kl.zer. 1 zpp

2-a jednostka log.

$\sqrt[3]{48} = 3,63$; $\sqrt[3]{0,025} = 0,2924$; $\sqrt[3]{0,000080} = 0,0431$

1 kl. 1 m. 0 kl.zer. 0 z.p.p. 1 kl.zer. 1 zero p.p.

3-a jednostka log.

$\sqrt[3]{500} = 7,935$; $\sqrt[3]{0,900} = 0,965$; $\sqrt[3]{0,000000341} = 0,00699$

1 kl. 1 m. 0 kl.zer. 0 z.p.p. 2 kl.zer. 2 zera p.p.

12. Pierwiastki wyższych stopni.

Reguły podane w n-rze 11-ym ułatwią nam pierwiastkowanie dowolnego, byleby całkowitego stopnia. Postąpimy w myśl wzoru :

$$\sqrt[n]{a} = a = x \; ; \quad \frac{1}{n} . \log a = \log x \; ;$$

Podzieliwszy daną liczbę na n-miejscowe klasy, znajdziemy jej logarytm /patrz nr.14/, przyjmując położenie znaczka dziesiętnego w miejscu gdzie zaczyna się /z prawej strony/ klasa czołowa; logarytm ten podzielimy następnie przez stopień pierwiastka, otrzymaną wartość zdelogarytmujemy, a wreszcie określimy ilość miejsc pierwiastka w oparciu o regułę d/ z n-ru 11.

PRZYKŁADY.

1/ $\sqrt[5]{82|70000} = x$; $\frac{\log 82,7}{5} = \frac{1,9175}{5} = 0,3832$; delog = 2416
2 klasy $\qquad x = 24,16$; 2 miejsca

2/ $\sqrt[11]{42700} = x$; $\frac{\log 42700}{11} = \frac{4,6305}{11} = 0,421$; delog = 2636
1 klasa $\qquad x = 2,636$; 1 miejsce

3/ $\sqrt[7]{0,0000000|0080000} = x$; $\frac{\log 80000}{7} = \frac{4,903}{7} = 0,70$; delog = 5013
1 klasa zerowa $\qquad x = 0,05013$; 1 zero po przecinku

4/ $\sqrt[6]{0,6} = x$; $\frac{\log 600000}{6} = \frac{5,778}{6} = 0,963$; delog = 918 ;
0 kl.zer. $\qquad x = 0,918$; 0 zer po przecinku

5/ $\sqrt[4]{0,0000|0580} = x$; $\frac{\log 580}{4} = \frac{2,764}{4} = 0,691$; delog = 4908 ;
1 klasa zerowa $\qquad x = 0,0491$; 1 zero po przec.

W przypadku pierwiastka 4-ego, 6-ego i 9-ego stopnia opłaci się jeszcze skorzystać z elementarnych wzorów algebry i
w przypadku pierw. 4-ego - dwukrotnie wyciągnąć pierw. 2-gi
w -"- -"- 9-ego - -"- -"- -"- 3-ci
w -"- -"- 6-ego - najpierw 3-ci, potem 2-gi lub odwrotnie w myśl wzorów :

$$\sqrt[4]{a} = \sqrt{\sqrt{a}} \quad ; \quad \sqrt[9]{a} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{a}} \quad ; \quad \sqrt[6]{a} = \sqrt[2]{\sqrt[3]{a}} = \sqrt[3]{\sqrt{a}}$$

PRZYKŁADY.

$$\sqrt[4]{0,0000058} = \sqrt{\sqrt{0,0000058}} = \sqrt{0,00291} = 0,0491$$

$$\sqrt[6]{0,6} = \sqrt[3]{\sqrt{0,60}} = \sqrt[3]{0,775} = 0,918$$

$$\sqrt[9]{0,0000027} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{0,0000027}} = \sqrt[3]{0,01392} = 0,2405$$

13. Podziałka odwrotności "O".

Podziałka "O" jest właściwie zupełnie identyczna z podziałką I-ą i różni się od niej jedynie tym, że przebiega w odwrotnym kierunku tak, że początkowi /liczbie 1/ podziałki I odpowiada koniec /liczba 10/ podziałki "O", a końcowi podziałki I /1.10/ początek /ł.1/ podziałki "O".

Podziałka ta, tak pożyteczna przy mnożeniu i dzieleniu, służy bezpośrednio do wyznaczania odwrotności liczb.

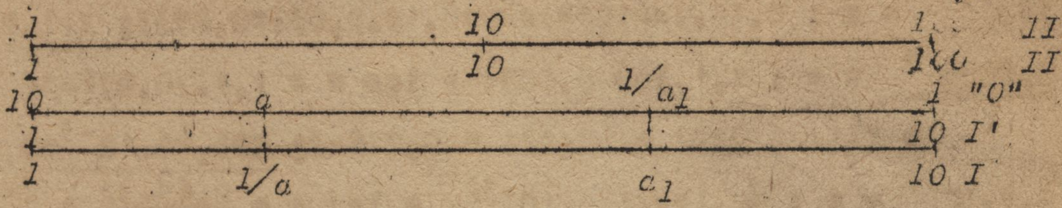
Odwrotność dowolnej liczby, wyszukanej na podziałce I' lub przy dokładnym zrównaniu podziałek języczka z podziałkami części nieruchomej suwaka, na podziałce I, odczytujemy ponad tą liczbą na podziałce "O", pamiętając, że :

odwrotność liczby większej od jedności jest ułamkiem właściwym, a wyrażona w postaci ułamka dziesiętnego ma tyle zer na początku, ile miejsc dziesiętnych posiada liczba dana.

np. 1 : 2 = 0,5 ; 1 : 125 = 0,008 ; 1 : 1600000 = 0,000000625

Odwrotność ułamków dziesiętnych właściwych jest liczbą większą od jedności i ma tyle miejsc dziesiętnych, ile zer stoi na początku ułamka.

np. 1 : 0,5 = 2 ; 1:0,323 = 3,1 ; 1 : 0,000000004 = 250000000



14. Podziałka logarytmów "L".

Podziałka "L" może z powodzeniem zastąpić 3-cyfrowe tablice logarytmiczne i służy bezpośrednio do logarytmowania t.j. wyznaczania mantys logarytmów brygowskich /dziesiętnych/ oraz do delogarytmowania, czyli czynności odwrotnej polegającej na wyznaczeniu liczby, której logarytm jest dany.

Logarytmowanie : pod daną liczbą wyszukaną na podziałce I odczytujemy jej mantysę, a dopisując odpowiednią cechę, otrzymujemy szukany logarytm.

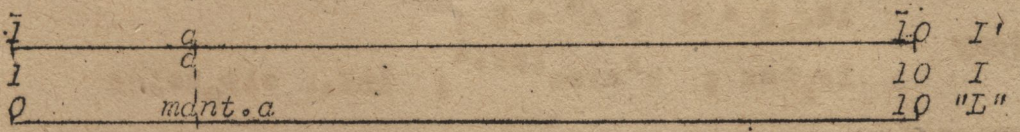
np. log 200 = x ; mantyssa = 0,301, a zatym log 200 = 2,301 ;

log0,00435 = x ; m.= 0,639 ; log0,00435 = $\bar{3}$,639 = 0,639-3 = =-2,361 x/

Delogarytmowanie : ponad mantyssą danego logarytmu wyszukaną na podziałce "L" odczytujemy odpowiadający jej numerus; cechę zaś szukanej liczby mamy daną w logarytmie.

np. log x = $\bar{3}$,477 ; num = 3 ; x = 0,003 ;

log x = 5,699 ; num = 5 ; x = 500000 ;



Pośrednio, przy pomocy podziałki "L" i w oparciu o znajomość zasad rachunku logarytmowego rozwiązujemy następujące zadania :

1/ Obliczanie dowolnych, całkowitych lub ułamkowych potęg liczb, t.j. również i pierwiastków dowolnego stopnia według wzorów :

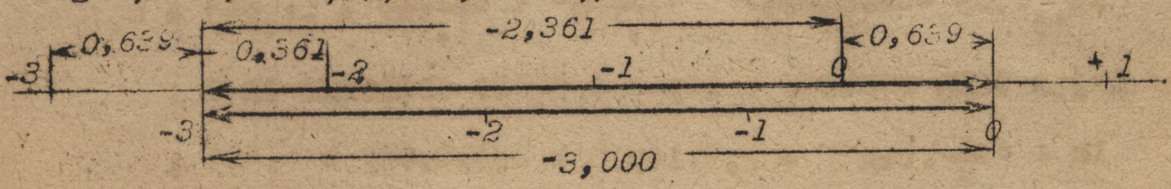
$$\log /a^k/ = k.\log a \; ; \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \; ;$$

PRZYKŁADY.

1/ 35^7 = x ; 7.log 35 = log x = 7.1,544 = 10,81 ; x=6,46.10^{10} ;

---

x/ log 0,00435 = 0,639 - 3 = -2,361



2/ $0{,}007^9 = x$; $9.\log 0{,}007 = \log x = 9./0{,}845-3/ = 9./-2{,}155/ =$
$= -19{,}395 = 0{,}605-20$; $x = 4{,}03.10^{-20}$;

3/ $125^{0{,}14} = x$; $0{,}14.\log 125 = \log x = 0{,}14.2{,}097 = 0{,}2933$; $x = 1{,}964$;

4/ $0{,}0095^{1{,}1} = x$; $1{,}1.\log 0{,}0095 = \log x = 1{,}1./0{,}978-3/ =$
$= 1{,}1/-2{,}022/ = -2{,}224 = 0{,}776-3$; $x = 5{,}97.10^{-3} = 0{,}00597$

5/ $\sqrt[17]{4{,}9.10^{-32}} = x$; $\frac{1}{17}.\log/4{,}9.10^{-32}/ = \log x = \frac{0{,}69-32}{17} = \frac{-31{,}31}{17} =$
$= -1{,}842 = 0{,}158-2$; $x = 0{,}0144$

6/ $\sqrt[11]{0{,}04^7} = x$; $\sqrt[11]{0{,}04^7} = 0{,}04^{\frac{7}{11}}$;
$\frac{7}{11}.\log 0{,}04 = \log x = \frac{7}{11}./0{,}602-2/ = \frac{7}{11}./-1{,}398/ =$
$= -0{,}89 = 0{,}11-1$; $x = 0{,}1289$;

Uwaga. Podziałki II-a i III-a skojarzone razem pozwalają na bezpośrednie wyznaczenie potęg ułamkowych następujących :

$$x^{\frac{3}{2}} = x^{1{,}5} \;; \qquad x^{\frac{2}{3}} = x^{0{,}66..} \;;$$

w myśl wzorów :

$$x^{\frac{3}{2}} = /\sqrt{x}/^3 \;; \qquad x^{\frac{2}{3}} = /\sqrt[3]{x}/^2 \;;$$

Zadania te wykonamy z łatwością przy pomocy wyżej podanych reguł pierwiastkowania na suwaku.

2/ Wyznaczenie logarytmu danej liczby przy dowolnej zasadzie, w szczególności przy zasadzie e ,czyli logarytmu naturalnego; mamy bowiem na zasadzie wzorów :

$$\log_a b = m \equiv a^m = b \;;$$

otrzymujemy

$$\lg_k A = x \;; \quad k^x = A = e^{\ln k . x} \;; \quad \ln k . x = \lg_e A = \ln A$$

a stąd wreszcie

$$x = \frac{\ln A}{\ln k} = \frac{\log A}{\log k} \;;$$

Dla $k = e = 2{,}718$ mamy znany wzór :

$$\ln A = \frac{1}{\log e}.\log A = \frac{1}{M}.\log A = 2{,}3.\log A \;; \quad /M = \log e \approx 0{,}434/$$

PRZYKŁADY.

1/ Obliczyć wartość liczbową wyrażeń : $\lg_7 5 = ?$; $\lg_{15} 0{,}03 = ?$

$$\lg_7 5 = \frac{\log 5}{\log 7} = \frac{0{,}699}{0{,}845} = 0{,}827 \;;$$

$$\lg_{15} 0{,}03 = \frac{\log 0{,}03}{\log 15} = \frac{0{,}477-2}{1{,}176} = \frac{-1{,}523}{1{,}176} = -1{,}297 = 0{,}703-2$$

2/ Mając daną wartość : $\log 4 = 0{,}602$ obliczyć $\ln 4$;

$$\ln 4 = \frac{1}{M}.\log 4 = 2{,}3.\log 4 = 2{,}3.0{,}602 = 1{,}385 \;;$$

3/ Mając daną wartość ln x = 0,55-3 , obliczyć x ;

lnx=0,55-3=-2,45 ; logx=M.lnx=0,434./-2,45/=-1,063=0,937-2 ;

x = 0,0865.

15. Funkcje trygonometryczne.

Wartości funkcji trygonometrycznych sinus,cosinus,tangens i cotangens możemy wyznaczać w dwojaki sposób: odwracając języczek lub bez odwracania języczka,o ile konstrukcja suwaka jest odpowiednia.

A/ Sposób z odwracaniem języczka. Wysuńmy całkowicie języczek, odwróćmy go tylną stroną ku sobie, i wsuńmy z powrotem na swoje miejsce bacząc,aby końce podziałek korpusu suwaka i języczka dokładnie się ze sobą zrównały. Na języczku spostrzegamy teraz trzy podziałki oznaczone literami "S","S&T" i "T".

Przy pomocy podziałki "S&T" wyznaczamy wartości funkcji sin i tg dla kątów zawartych w granicach od 35' do 5°42',odczytując te wartości pod danym kątem na podziałce I i pamiętając,że cecha ich jest zawsze -2.

np. sin1°42' = tg1°42' = 0,0297 ; sin43'30" = tg43'30" = 0,0126

sin 4°44' = tg 4°44, = 0,0826 ;

Przy pomocy podziałki "S" wyznaczamy wartości funkcji sinus dla kątów zawartych w granicach od 5°42' do 90°,pamiętając,że wartości te mają cechę -1.

np. sin 10°15' = 0,1778 ; sin 21°50' = 0,372 ; sin 30° = 0,5 ;

sin 45° = 0,707 ;

Przy pomocy podziałki "T" wyznaczamy wartości funkcji tangens dla kątów zawartych w granicach od 5°42' do 45°,pamiętając,że wartości te mają również cechę -1.

np. tg 10°35' = 0,1868 ; tg 21°40' = 0,397 ; tg 37°10' = 0,758 ;

Tangens kątów zawartych w granicach od 45° do 90° znajdziemy przy pomocy następujących dwóch związków trygonometrycznych :

$$tg\,\alpha = \frac{1}{cotg\,\alpha} ; \qquad cotg\,\alpha = tg/90-\alpha/ ;$$

wyznaczając najpierw w wyżej wskazany sposób tg kąta dopełniającego α do 90, a później biorąc odwrotność tej wartości. Oto przykład :

$$\underline{tg\,52^o = x} ; \quad tg\,52^o = \frac{1}{cotg\,52^o} = \frac{1}{tg/90^o-52^o/} = \frac{1}{tg\,38^o} = \frac{1}{0,78} = \underline{1,28}$$

Wyznaczanie wartości funkcji cotangens dowolnych kątów opiera się oczywiście również na powyżej wymienionych wzorach i nie wymaga już żadnych objaśnień. Oto parę przykładów :

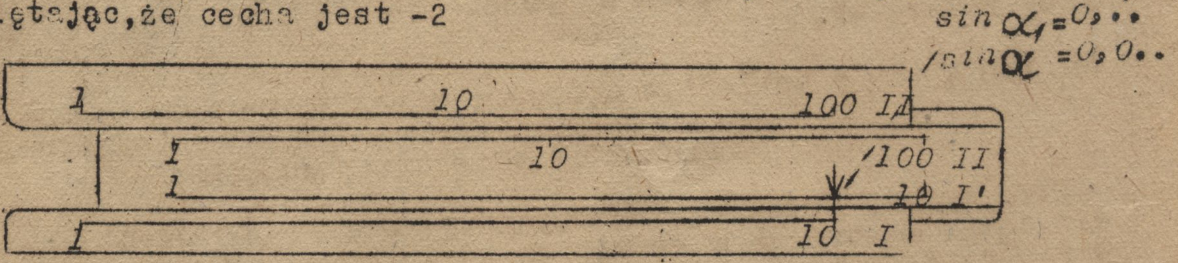
$$\mathrm{cotg}\ 3^{o}50' = \frac{1}{\mathrm{tg}\ 3^{o}50'} = \frac{1}{0,0669} = 14,95\ ;$$

$$\mathrm{cotg}\ 39^{o} = \frac{1}{\mathrm{tg}\ 39} = \frac{1}{0,81} = 1,233\ ;\ \mathrm{cotg}\ 52^{o} = \mathrm{tg}/90-52/ = \mathrm{tg}38^{o}$$

B/ Sposób bez odwracania języczka./Możliwy przy odpowiednio zbudowanym suwaku/. Odwróciwszy cały suwak tylną stroną ku sobie spostrzegamy pod obydwu jego końcach wycięcia zaopatrzone kreseczkami. Gdy wysuniemy nieco języczek w prawo /przy odwróconym nadal suwaku/, widzimy, że dolna kreseczka w prawym wycięciu pozwala na wyszukiwanie kątów na podziałce "S T", górna zaś - na podziałce "S". Wysunąwszy języczek w lewo widzimy znowu, że dolna kreska w lewym wycięciu wskazuje nam kąty na podziałce "T", zaś górna - kąty na podziałce "S", tak samo, jak w prawym wycięciu. Wartości funkcji trygonometrycznych znajdujemy w sposób następujący :

Sinus i cosinus.
Odwróciwszy suwak tylną stroną ku sobie, wyszukujemy dany kąt:
a/ o ile jest mniejszy od $5^{o}42'$ przy pomocy dolnej kreski prawego wycięcia na środkowej podziałce "S&T" /na rysunku α/

a następnie odwracając suwak, w położenie normalne, odczytujemy wartość sin α na podziałce I' ponad końcową kreską podziałki I, pamiętając, że cecha jest -2



b/ o ile jest większy od 5 42' - przy pomocy górnej kreski w prawym wycięciu /na rys. α_1 /, a dalej postępując w analogiczny sposób jak w a/, pamiętając tylko, że znaleziona wartość sin α_1 ma cechę równą -1.

Wartość funkcji cosinus dowolnych kątów wyznaczymy bez trudności na zasadzie wzoru

$$\cos \alpha = \sin /90 - \alpha/$$

Jest zupełnie oczywistym, że wartość funkcji sinus kątów większych od $5^{o}42'$ otrzymamy również przy pomocy górnej kreski lewego wycięcia, odczytując rezultat po odwróceniu suwaka do normalnego położenia na podziałce I' nad początkową kreską /cyfra 1/ podziałki I.

Tangens i cotangens.
Tangens kątów mniejszych od $5^{o}42'$ wyznaczymy w sposób analogiczny jak sinus tych kątów przy pomocy podziałki "S T".

Tangens kątów zawartych w granicach od $5^{o}42'$ do 45^{o} otrzymamy, jeżeli, odwróciwszy suwak tylną stroną ku sobie, wysuniemy języczek w lewo tak daleko, aż kąt, którego tangensa szukamy, przypadnie nad dolną kreską lewego wycięcia; wówczas, odwracając suwak do normalnego położenia, odczytamy szukany tangens na podziałce I' ponad kreską 1 podziałki I.

Cotangens kątów zawartych w granicach od 35' do 45^{o} otrzymujemy bardzo łatwo,wyznaczając w sposób wyżej wskazany ich tangens i biorąc odwrotność tej wartości,co w metodzie B/ jest dużo mniej kłopotliwe,niż w metodzie A/,rezultat bowiem ostateczny odczytujemy bezpośrednio,jak to na poniższym przykładzie zobaczymy.

$$\cot g\ 3^{o} = \frac{1}{tg\ 3^{o}} = \frac{1}{0{,}05235} = 19{,}1$$

Zadanie to wykonujemy w następujący sposób; odwracamy suwak,ustawiamy kąt 3^{o} wyszukany na podziałce "S &T" nad dolną kreską prawego wycięcia,odczytujemy w normalnym położeniu suwaka na podziałce I' wartość 0,05235 ponad kreską 10 podziałki I i wreszcie,bądź przy pomocy szkiełka i podziałki "0",bądź na podziałce I pod kreską 1 podziałki I' odczytujemy ostatecznie liczbę 19,1 jako wartość cotg 3^{o}.

Wartości funkcji tangens i cotangens kątów zawartych w granicach od 45^{o} do 90^{o} znajdziemy w sposób analogiczny do tego,jaki został powyżej wskazany przy omawianiu metody A/.

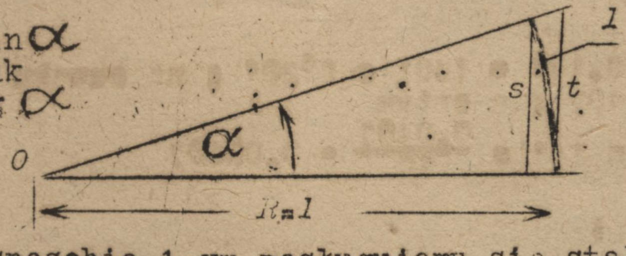
Przy suwaku zaopatrzonym w odpowiednie wycięcia i znaczki na tylnej stronie odwracanie języczka jest celowe tylko wówczas,gdy chodzi o uzyskanie tablicy funkcji sinus i tangens lub jeżeli zachodzi potrzeba bezpośredniego mnożenia tych wartości.

Jeżeli wreszcie chcemy rozwiązać zagadnienie odwrotne; mając daną wartość liczbową funkcji trygonometrycznej,znaleźć odpowiadający jej kąt,to rozwiązanie go na mocy powyżej powiedzianego nie przedstawia już żadnej trudności; należy tylko w każdym poszczególnym przypadku odbyć wskazaną drogę w kierunku odwrotnym.

16. Sinus i tangens kątów mniejszych od 35'.

Wyznaczenie wartości funkcji sinus i tangens kątów mniejszych od 35' możliwe jest dwoma sposobami. Obydwa one opierają się na założeniu,że dla bardzo małego kąta wartość sinus i tangens można z dostateczną dokładnością zastąpić długością odpowiadającego danemu kątowi,mierzoną na obwodzie koła o promieniu 1.

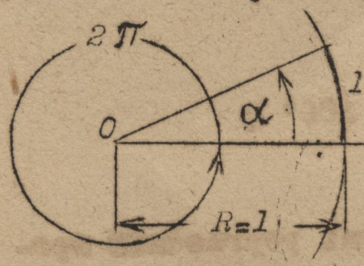
s = sinα
l = łuk
t = tgα



założenie :

s = l = t

1/ W sposobie 1-ym posługujemy się stałymi ρ' i ρ'' dla kątów wyrażonych w stopniach oraz stałą $\rho_{\shortparallel}$ dla kątów wyrażonych w gradusach /1 gradus = 1/100 kąta prostego/,które to stałe naniesione są na podziałce I-ej oraz oznaczone odpowiednimy symbolami ρ', ρ'' i $\rho_{\shortparallel}$.



Proporcje

$$\frac{\alpha}{360} = \frac{1}{2\pi . 1} \quad \text{oraz} \quad \frac{\alpha}{200^{G}} = \frac{1}{\pi}$$

w połączeniu z podstawowym założeniem dają nam ostatecznie związki :

$$\sin\alpha = tg\alpha = 1 = \frac{\pi}{200}\alpha^{G} = \frac{\alpha^{G}}{63{,}662} = \frac{\alpha^{G}}{\rho_{\shortparallel}}$$ dla kątów wyrażonych w gradusach ;

$$\sin\alpha = tg\alpha = 1 = \frac{2\pi}{360.60}\alpha' = \frac{\alpha'}{3438'} = \frac{\alpha'}{\rho'}$$ dla kątów wyrażonych w minutach ;

$\sin\alpha = tg\,\alpha = 1 = \frac{2\pi}{360.60^2}\alpha'' = \frac{\alpha''}{206265''} = \frac{\alpha''}{\varrho''}$ dla kątów wyrażonych w sekundach

pozwalające na wyznaczenie wartości sinus i tangens dla bardzo małych kątów i odwrotnie przy danej wartości sin i tg - odpowiadającego tej wartości kąta.

Przykłady.

1/ sin 14' = tg 14' = x ; 2/ sin 25" = tg 25" = x

$x = \frac{14'}{\varrho'} = \frac{14'}{3488'} = 0{,}00407$; $x = \frac{25''}{\varrho''} = \frac{25''}{206265''} = 0{,}000121$;

3/ $\sin 0{,}02^{\text{u}} = tg\,0{,}02^{\text{u}} = x$; 4/ $\sin\alpha = tg\,\alpha = 1 = 0{,}00582$;

$x = \frac{0{,}02}{\varrho_{\text{u}}} = \frac{0{,}02}{63{,}662} = 0{,}0003141$; $\alpha = ?$

$\alpha'' = 1.\varrho'' = 1210'' = 20'01''$

/ $c_{\varrho_{\text{u}}} = 1$/

2/ W sposobie 2-gim korzystamy z proporcjonalności, jaka zachodzi pomiędzy łukiem, - a dla b. małych kątów, o jakie nam chodzi, między wartością sin lub tg - a odpowiednim kątem i powiadamy : jeżeli sinus lub tangens pewnego kąta ma wartość a, to sin wzgl. tg kąta n-krotnie większego będzie miał wartość n.a; czyli inaczej :

$n.\sin\alpha = \sin n.\alpha$ oraz $n.tg\,\alpha = tg\,n.\alpha$;

oczywiście, że dobieramy, o ile tylko to możliwe n = 10,100,....

Jeden warunek musi być jednakże zachowany, a mianowicie ten, aby wartość n.α nie przekroczyła 6°, a dana wartość funkcji 0,1 są to bowiem granice dostatecznej dokładności, uwarunkowane wstępnym założeniem s = l = t .

Przykłady.

1/ sin 14' = tg 14' = x

przyjmiemy n = 10; 10.14' = 140' = 2°20' ; na suwaku odczytujemy sin 2°20' = 0,0407 ; a zatym

$\sin 14' = \frac{0{,}0407}{10} = 0{,}00407$

2/ sin 25" = tg 25" = x ;

n= 500 ; 500.25"=12500"=208'2"= 3°28'2" ; sin3°28'=0,0605 ;

$x = \frac{0{,}0605}{500} = 0{,}000121$;

3/ $\sin\alpha = tg\,\alpha = 1 = 0{,}00582$; $\alpha = x$;

n = 10; 10.1' = 0,0582; $10.\alpha' = 3°20' = 200'$;

$x = \alpha = \frac{200'}{10} = 20'$.

Wyniki wykazują zupełną zgodność z uzyskanymi poprzednio sposobem pierwszym.

17. Szkiełko trójwłosowe.

Jeżeli szkiełko naszego suwaka jest zaopatrzone w 3 włosy /jeden czarny pośrodku i dwa czerwone po bokach /, to mamy ułatwione nadzwyczajnie następujące zadania :

a/ obliczenie powierzchni koła o danej średnicy i odwrotnie wyznaczenie średnicy koła o danym polu;

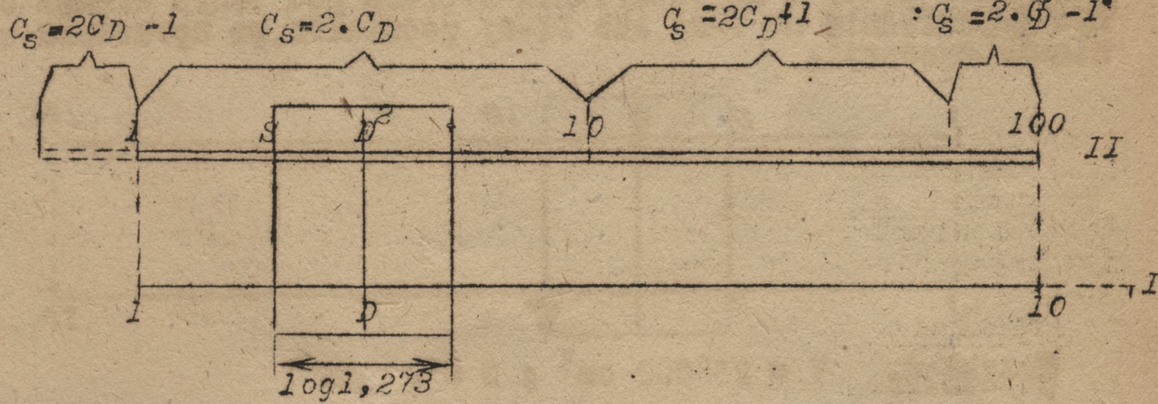
b/ obliczenie objętości walca cylindrycznego;

c/ obliczenie przybliżone ciężaru części stalowych.

a/ Jak wiadomo, pole koła o średnicy D dane jest wzorem

$$S = \frac{\pi}{4}D^2 = \frac{3,141..}{4}D^2 = 0,785.D^2 = \frac{D^2}{1,273}$$

a zatym aby znaleźć przy pomocy suwaka pole koła o średnicy D trzeba tę średnicę nastawić na podziałce I-ej, a następnie jej kwadrat odczytany na podziałcej II-ej pomnożyć przez 0,785 lub co na jedno wychodzi podzielić przez 1,273. Otóż odstęp włosa czerwonego od czarnego równa się log1,273 w skali logarytmicznej podziałki II-ej, która to skala, jak już wiemy jest połową skali log. zasadniczej /I-ej/ podziałki; oczywistym jest więc, że odstęp między obydwoma czerownymi włosami równy będzie log1,273 w skali podziałki I-ej. Tak więc, ustawiwszy przy pomocy czarnego włosa daną średnicę na podziałce I-ej, odczytujemy szukane pole koła pod lewym czerwonym włosem na podziałce II-ej; cechę otrzymanej liczby okręślimy łatwo na zasadzie reguł o podnoszeniu liczb do kwadratu /nr.7/, uwzględniwszy dodatkowo pomnożenie kwadratu średnicy przez 0,785, jak to widzimy na poniższym rysunku.



Przykłady.

1/ D = 4,5 cm ; S = ? ; $\quad$ S = 0,785.4,5^2 = 15,9 cm^2

2/ D = 105 mm ; S = ? ; $\quad$ S = 0,785.105^2 = 8670 mm^2

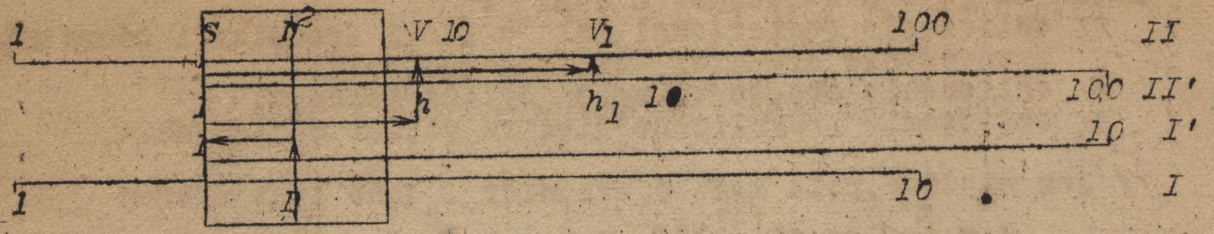
/przy pomocy prawego przedłużenia podz.I-ej lub lewego przedłużenia podz.II-ej/.

Uwaga. Przedłużenia czerwono kreskowane podziałek I-ej i II-ej umożliwiają użycie szkiełka trójwłosowego dla wszelkich wartości D

3/ S = 345 m^2 ; D = ? ; $\quad$ D = $\sqrt{1,273.S} = \sqrt{1,273.345}$ = 20,96m
/345 ustawiamy w 1-ej jednostce log.II-ej podziałki/

4/ S = 9450 cm^2 ; D = ? ; $\quad$ D = $\sqrt{1,273.9450}$ = 109,7 cm.
/945 ustawiamy w 2-ej jedn.log.II-ej podz. lub w lewym przedłużeniu II-ej podz./.

b/ Objętość V walca cylindrycznego o średnicy D i wysokości h obliczymy wyznaczając w sposób podany w a/ pole podstawy, a następnie mnożąc otrzymaną wartość przez h przy pomocy II-ej podziałki, jak to wskazuje rysunek /na stronie następnej/.

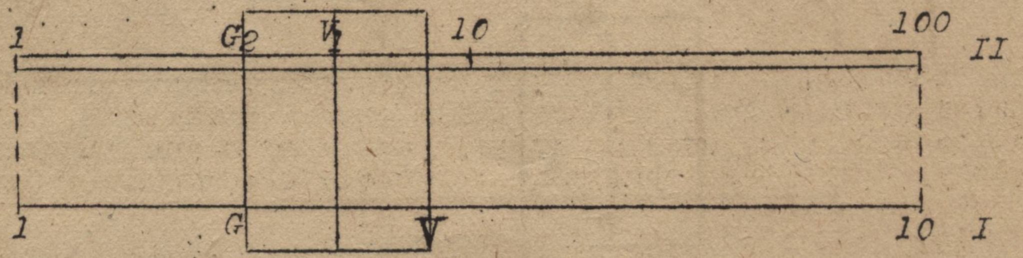


Przykład. $D = 19,1$ mm ; $h = 250$ mm ; $h_1 = 528$ mm ; $V=?; V_1 = ?$

$V = 0,785.19,1^2.250 = 71400$ mm^3 ; / $C_V = 1.2 + 2 = 4$/

$V_1 = 0,785.19,1^2.528 = 151000$ mm^3 ; / $C_{V_1} = 1.2+2+1 = 5$/

c/ Ciężar części stalowej otrzymamy mnożąc jej objętość V przez ciężar właściwy stali, który, jak wiadomo, wynosi 7,8 g/cm^3. Nie wielki zatym popełniamy błąd mnożąc objętość przez 7,85, a właśnie odstęp między czerwonym i czarnym włosem na podziałce II-ej oraz między obydwoma czerwonymi włosami na podziałce I-ej umożliwia mnożenie przez tę liczbę. Obliczenie więc ciężaru przybliżonego części stalowej polega na ustawieniu jej objętości pod prawym czerwonym włosem na podziałce I-ej ewent. pod czarnym włosem na podziałce II-ej i na odczytaniu ciężaru pod lewym włosem czerwonyk odpowiednio na I-ej lub II-ej podziałce, po uprzednim uzgodnieniu dymenzji.



Przykład. $V = 258000$ cm^3 ; $G = ?$

$G = V.\gamma = 258000.7,85 = 2027000$ g $= 2\ 027$ kg.

11. Stałe pomocnicze.

Oprócz cyfr wyznaczających podziałki spostrzegamy na suwaku /rozumie się na suwaku typu "Sun"; znaczenie najważniejszych stałych, jakie można spotkać na suwakach innych typów wyjaśnimy pokrótce na końcu niniejszego n-ru/ następujące szczególne znaczki:
na I-ej podziałce: c, ϱ'', π , ϱ', c_1 i ϱ''.
na II-ej podziałce: w pierwszej jedn.log. "π , w drugiej M i zaznaczenie kreską wartości 7,85.
Oto znaczenie tych stałych :

a/ liczbę π znamy wszyscy i niema potrzeby o niej mówić; dobrze jest natomiast wiedzieć, że znaczek M leżący w 2-im odcinku II-ej podziałki oznacza odwrotność π , t.j. liczbę :

$$\frac{1}{\pi} = 0,3183$$

i pożyteczny jest w tych przypadkach, kiedy przychodzi dzielenie przez π .

b/ znaczki c i c_1 służą podobnie, jak i szkiełko trójwłosowe, do obliczania powierzchni kół i objętości cylindrów, mogą zatym brak dwóch czerwonych kresek na szkiełku zastąpić.

Wartości c i % tak są dobrane, że jeżeli włos szkiełka ustawimy na danej średnicy koła na podziałce I, a następnie przesuniemy języczek tak, aby jedna ze stałych c lub c_1 podziałki I' pokryła się z włosem, wówczas dowolne jedynka podziałki II' wskaże nam na podziałce II szukaną powierzchnię koła. Jeżeli chodzi nam o objętość cylindra, to przesuwamy włos nie na dowolną jedynkę podziałki II', ale na liczbę równą wysokości danego walca i odczytujemy cyfry odpowiadające objętości walca, a następnie określamy cechę w sposób już nam znany.

Mamy np. obliczyć objętość cylindra o średnicy 12 cm i wysokości 15 cm. Liczbę 12 na podziałce I zrównujemy przy pomocy włosa ze stałą c na podziałce I'; następnie przesuwamy szkiełko tak, aby włos pokrył się z liczbą 15 na podziałce II' i odczytujemy na podziałce II liczbę 17; cecha jej będzie.

$$12^2 \cdot 0{,}785 \cdot 15 = 1700 \text{ cm}^3.$$

$$/2 \cdot 1/ + /-1/ + 1 + 1 = 3$$

Obliczmy jeszcze objętość cylindra o wymiarach D=6,5 cm i h=8 cm. Liczbę 6,5 podziałki I zrównujemy przy pomocy włosa ze stałą c_1 podziałki I'; następnie przesuwamy szkiełko tak, aby włos pokrył się z liczbą 8 na podziałce II' i odczytujemy liczbę 266 na podziałce II. Rachunek cech :

$$6{,}5^2 \cdot 0{,}785 \cdot 8 = 266 \text{ cm}^3$$

$$/2 \cdot 0/ + 1 + /-1/ + 1 + 1 = 2$$

c/ znaczenie stałych ρ'', ρ' i ρ_{11} dających się odszukać na I-ej podziałce, objaśnione bywa na umieszczonej niekiedy z tyłu suwaka tabliczce celuloidowej, na której podane są różne pożyteczne i najczęściej w praktyce spotykane wartości. Między innymi znajdziemy tam, co następuje :

$$\rho^{\circ} = \frac{180}{\pi} = 57{,}296^{\circ} \qquad \frac{1}{\rho^{\circ}} = 0{,}01745 = \text{arc}\,1^{\circ}$$

$$\rho' = \frac{180 \cdot 60}{\pi} = 3437{,}75' \qquad \frac{1}{\rho'} = 0{,}000291 = \text{arc } 1'$$

$$\rho'' = \frac{180 \cdot 60^2}{\pi} = 206264{,}8'' \qquad \frac{1}{\rho''} = 0{,}00000485 = \text{arc } 1''$$

$$\rho_{\bullet} = \frac{200}{\pi} = 63{,}662 \qquad \frac{1}{\rho_{\bullet}} = 0{,}015707 \quad /1_{\bullet} = 1^{c} \text{ gradus}/$$

$$\rho_{1} = \frac{20000}{\pi} = 6366{,}2 \qquad \frac{1}{\rho_{1}} = 0{,}000157108 \quad /1_{1} = 0{,}01^{c} \text{ gradusa}/$$

$$\rho_{11} = \frac{2 \cdot 10^6}{\pi} = 636620 \qquad \frac{1}{\rho_{11}} = 1{,}57108 \cdot 10^{-6} \quad /1_{11} = 0{,}0001^{c} \text{ grad}$$

A zatym ogólnie biorąc, ρ ze wskaźnikiem u góry służą do przeliczeń kątów w starej mierze kątowej /stopnie, minuty i sekundy/ na radiany i odwrotnie, zaś ze wskaźnikiem u dołu - do przeliczeń kątów w nowej mierze kątowej, gradusach /gradus=1/100 kąta prostego/.

Oto kilka przykładów :

1/ wyrazić kąt $\alpha = 23^{\circ}$ w radianach.

$$x = \frac{\alpha}{\rho^{\circ}} = \frac{23^{\circ}}{57{,}3^{\circ}} = 0{,}01745 \cdot 23^{\circ} = 0{,}4012 \;;$$

2/ wyrazić kąt $\alpha = 32^{\circ}20'$ w radianach

$$\alpha' = /32 \cdot 60 + 20/' = /1920 \quad 20/' = 1940' \;;$$

$$x = \frac{\alpha'}{\rho'} = \frac{1940'}{3438'} = 0{,}000291 \cdot 1940' = 0{,}565.$$

Uwaga. Zamianę małych kątów na radiany omówiliśmy już w n-rze 16-ym.

3/ Wyrazić w stopniach i minutach kąt 1,385 radiana.

$$\alpha = \varrho^{\circ} . \alpha' = 57,3 . 1,385 = 79,4^{\circ} = 79^{\circ}24'$$

4/ Wyrazić w radianach kąt $\alpha = 75^{g}68^{c} = 75,68^{\circ}$grad.

$$x = \frac{\alpha^{g}}{\varrho_{\circ}} = \frac{75,68^{g}}{63,66^{g}} = 0,01571 . 75,68^{g} = 1,189.$$

5/ wyrazić w gradusach kąt 2,534 radianów.

$$x = \varrho_{\circ} . \alpha' = 63,66 . 2,534 = 161,1 \text{ grad.}$$

Poza tym stałe ϱ°, ϱ', ϱ'' i $\varrho_{''}$ umożliwiają rozwiązanie jeszcze dwóch zadań :

1/ wyznaczenie wartości funkcji sinus i tangens dla kątów mniejszych od 35', co zostało już omówione w n-rze 16-ym;

2/ obliczenie długości łuku odpowiadającego danemu kątowi, mierzonego na obwodzie koła o danym promieniu na zasadzie wzorów :

$$l = \alpha' . R = \frac{\alpha^{\circ}}{\varrho^{\circ}} . R = \frac{\alpha'}{\varrho'} . R = \frac{\alpha''}{\varrho''} . R = \frac{\alpha^{g}}{\varrho_{''}} R .$$

w zależności od tego, w jakich jednostkach kąt jest wyrażony.

Ponieważ działania mnożenia i dzielenia oparliśmy na pojęciu cechy, a nie miejsc dziesiętnych, przeto umieszczone u dołu suwaka uwagi - z lewej strony Quot + 1 /Q + 1/ i z prawej strony Prod -1 /P-1/ - nie będą nas dotyczyły. Znaczenie ich jest następujące : gdy przy mnożeniu lub dzieleniu określamy nie cechę, a miejsca dziesiętne iloczynu lub ilorazu, to postępujemy według reguł następujących :

Mnożenie.

Jeżeli iloczyn odczytujemy na prawo od nastawienia, to ilość miejsc dziesiętnych tego iloczynu równa jest sumie miejsc dzies. czynników pomniejszonej o jedność; stąd dla przypomnienia, z prawej strony uwaga. Prod -1 /Produkt=iloczyn/.

Przy odczycie z lewej strony nastawienia, ilość miejsc dzies. iloczynu równa jest sumie miejsc dzies. czynników.

Dzielenie.

Jeżeli iloraz odczytujemy na lewo od nastawienia, to ilość miejsc dzies. tego ilorazu równa jest różnicy miejsc dzies. dzielnej i dzielnika powiększonej o jedność; stąd uwaga po lewej stronie. Quot + 1 /Quotient=iloraz/.

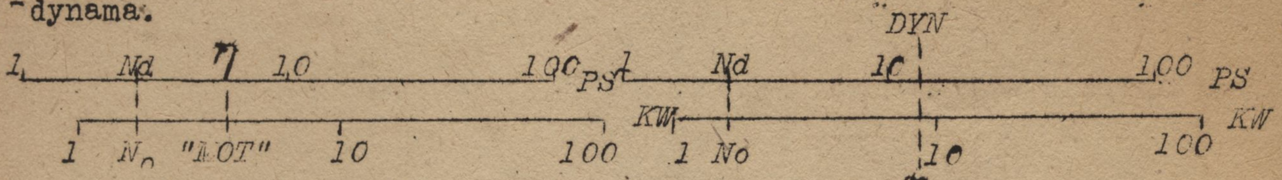
Przy odczycie z prawej strony nastawienia, ilość miejsc dzies. ilorazu równa jest różnicy miejsc dzies. dzielnej i dzielnika.

Na suwakach innych typów i przeznaczeń spotykamy następujące stałe :

Znaczek $\sqrt{\ }$ symbolizuje wartość $\sqrt{2g} = \sqrt{2 . 9,81} = 4,429$, stała znajdująca częste zastosowanie w obliczeniach hydraulicznych, mechanicznych i t.d.

Liczba 736 oznacza 736 VA = 736 Watt = 1 KM i pożyteczna jest przy przeliczeniach.

Stałe oznaczone "Mot"=736 i "Dyn"=1,359 służą do określenia sprawności maszyn elektrycznych motorów i dynam. Na suwakach t. zw. elektrycznych podziałka II /II-a stała/ oznaczona bywa "PS" /PS=KM/,a podziałka II' /II-a ruchoma/ - "KW".Otóż jeżeli moc dostarczoną motorowi elektrycznemu w KM wyszukaną na podz."PS" zrównamy z mocą oddaną przez motor w KW,wyszukaną na podz."KW",to nad kreską "Mot" odczytamy na podz."PS" bezpośrednio sprawność danego motoru. Analogicznie ustawiwszy moc pobraną i oddaną przez dynamo,odczytamy na podz."KW" pod kreską "Dyn" sprawność danego dynama.



Motor   *Nd* = moc dostarczona   η

No = -"- oddana   Dynamo

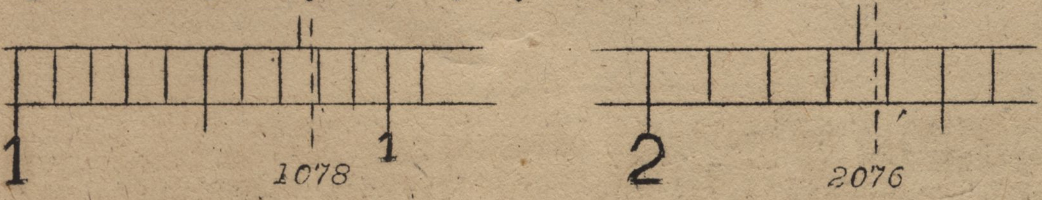
η = sprawność

19. Odnośniki.

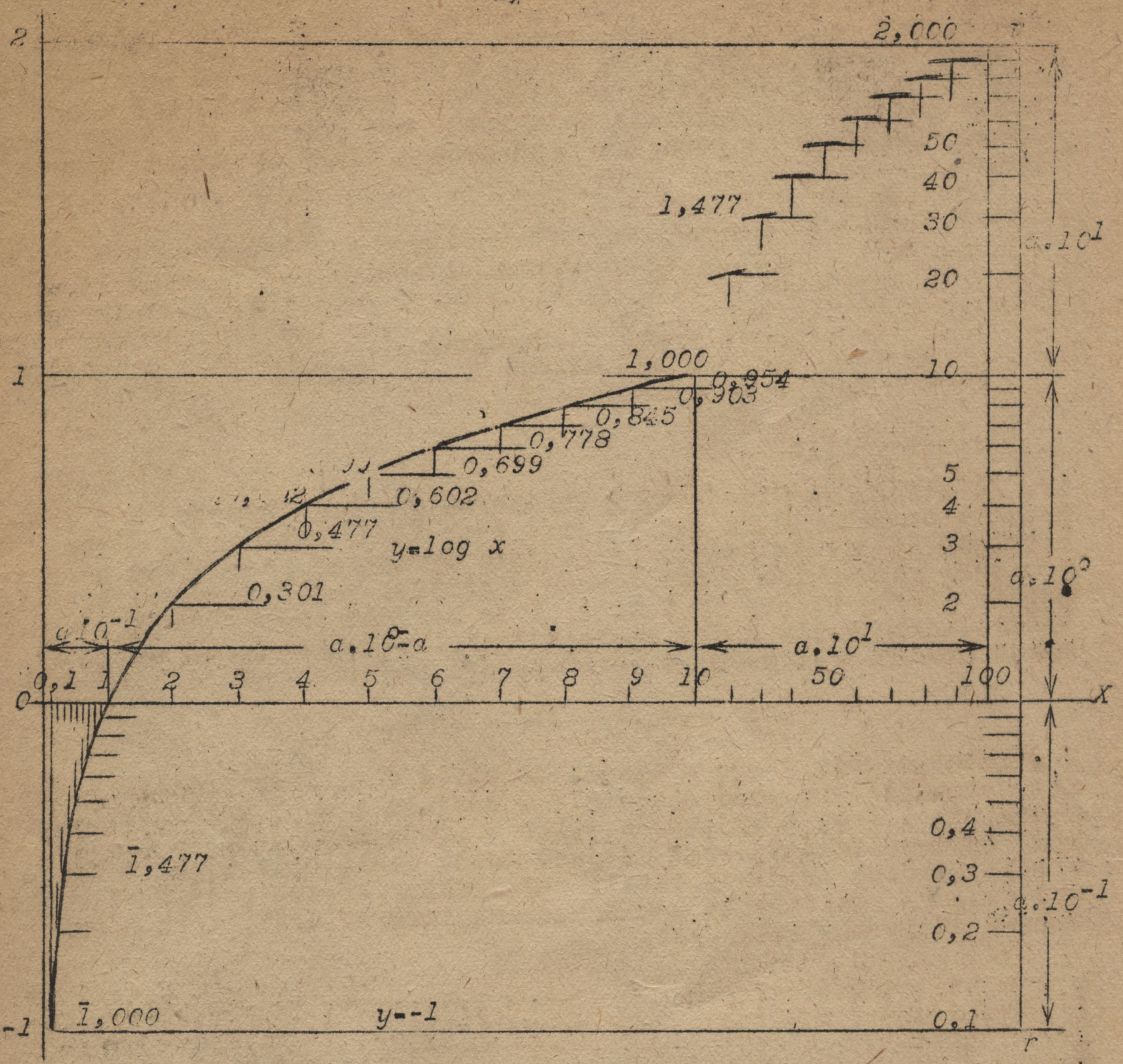
1/. Do strony 4. Nieodzownym warunkiem zdobycia biegłości i pewności w rachowaniu na suwaku jest duża ilość wykonanych ćwiczeń. Pierwsze ćwiczenia należy koniecznie sprawdzać rachunkiem odręcznym,oraz rachunkiem przybliżonym w pamięci /np.iloczyn 1,75.32,1 będzie liczbą bliską 60 i t.p./ i to zarówno jeśli chodzi o wartości liczbowe,jak i jej cechę,gdyż tylko w ten sposób uzyskać można pewność potrzebną w późniejszych praktycznych zastosowaniach

---

2/. Interpolacja 4-ego miejsca. Do str.4 i 9. Interpolacja 4-ego miejsca udaje się dość dokładnie w odcinku 1 - 2, mniej dokładnie w odcinku 2 - 4, a wyjątkowo tylko w pozostałym odcinku 4 - 10. Przy interpolowaniu 4-ego miejsca można sobie czasem pomów ustawiając dowolną /w danej chwili najbliższą/ kreskę podziałki ruchomej tak,aby zmniejszyła nam przedział interpolacji,która w ten sposób staje się łatwiejszą.



3/. Do str.8. Konstrukcja suwaka logarytmicznego opiera się na właściwościach t.zw. logarytmiki,czyli krzywej,będącej w prostokątnym układzie spółrzędnych XY wykresem funkcji y = log x lub 10^y=x. Otóż krzywa ta,uwidoczniona na poniższym rysunku,ma następującą ciekawą właściwość: jeżeli porównamy przyrosty rzędnej y w odcinku od 1 do 10 przypadające na każdą jednostkę z przyrostami y w odcinku od 10 do 100 przypadającymi na każde 10 jednostek, to te przyrosty okażą się równe sobie. Te same przyrosty rzędnej y znajdziemy również i w odcinku od 0,1 do 1 na każde 0,1 jednostki,jeżeli będziemy je odmierzali od prostej poziomej y = - 1 . Zrzutujmy teraz punkty logarytmiki odpowiadające liczbom 0,1 , 0,2 ....1, 2, ... 10, 20, ... 100 na prostą r,prostopadłą do osi x, a punkty w ten sposób wyróżnione na prostej r oznaczymy nie wartościami liczbowymi ich rzędnych,a odciętych,tym punktom odpowiadających /np.przy punkcie leżącym w odległości 0,301 jednostki od osi x-ów napiszemy nie tę liczbę,a liczbę 2,czyli odciętą danego punktu logarytmiki.



I oto widzimy, że na prostej r otrzymaliśmy nic co innego, jak trzy obok siebie leżące podziałki suwakowe, czyli t.zw. jednostki logarytmiczne. Jednostka dolna /na rys./ odpowiada liczbom od 0,1 do 1 lub inaczej liczbom o postaci $a.10^{-1}$, jednostka środkowa - liczbom od 1 do 10 t.j. liczbom o postaci $a.10^{0}$, zaś jednostka górna - liczbom od 10 do 100 czyli liczbom $a.10^{1}$, przyczym a oznacza liczbę zawartą w przedziale od 1 do 10. Wymiary suwaka zależne są więc od obranej długości jednostki logarytmicznej.

4/. Zalety skali odwrotności przy mnożeniu. Do str.10 i 11. Podziałka "O" jest o tyle korzystniejsza przy mnożeniu, o ile podziałka I' przy dzieleniu. Zważmy bowiem, że jeżeli dzielimy A przez B, to bez względu na wielkości tych liczb zestawiamy je razem, zaś rezultat odczytujemy bądź pod prawą, bądź pod lewą jedynką podziałki I', podczas gdy mnożąc A przez B musimy się czasem zastanowić, czy zrównać z A początek, czy koniec podziałki I'. Otóż używając do mnożenia podziałki "O" zauważymy, że również, jak przy dzieleniu zwykłym sposobem, nie musimy się zastanawiać, którą jedynkę wybrać; zrównawszy bowiem A z B, otrzymamy wynik bądź pod prawym, bądź pod lewym końcem podziałki "O". O wyborze najkorzystniejszej w danym przypadku podziałki decyduje ekonomia przesunięć języczka, której szybka ocena jest kwestią wprawy w liczeniu.

5/. Działania mieszane. Do str.9 i 11. Przy obliczaniu wyrażeń o postaci

$$\frac{A.C.E.G}{B.D.F} = x$$

złożonych z kilku iloczynów i ilorazów,korzystnie jest :
   1/ sprowadzić wszystkie czynniki do formy $a.10^n$ /np. $785 = 7,85.10^2$ lub $0,05 = 5.10^{-2}$/;
   2/ poredukować potęgi liczby 10 ;
   3/ wartość pozostałego wyrażenia złożonego już tylko z liczb zawartych w granicach od 1 do 10,obliczyć przy pomocy suwaka,przeplatając mnożenie dzieleniem /kolejność ustawiania czynników wskazana jest przez alfabetyczny porządek liter/ i notując jednostki dodawane lub odejmowane od cechy przy mnożeniu lub dzieleniu /odczytywanie rezultatów pośrednich jest oczywiście zbędne/.
Oto przykład :

$$\sqrt{\frac{880.106500.\pi.5,28}{120.500.812}} = \sqrt{\frac{8,8.10^2.1,065.10^5.\pi.5,28}{1,2.10^2.5.10^2.8,12.10^2}} =$$

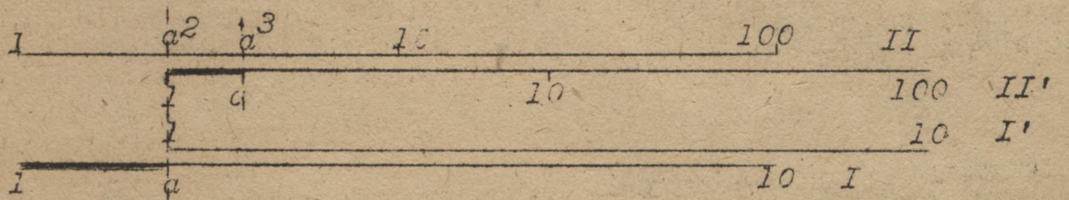
$$= \sqrt{\frac{8,8.1,065.5,28}{1,2.5.8,12}.10^1} = \sqrt{3,19.10^1} = \sqrt{31,9} = 5,65$$

Suwak log. szczególnie dobrze nadaje się do wyznaczania wartości wyrażeń w rodzaju następujących

$$A.B^2 \; ; \; \frac{A}{B^2} \; ; \; \frac{A^2}{B} \; ; \; A^2.B^2 \; ; \; A\sqrt{B} \; ; \; \frac{A}{\sqrt{B}} \; ; \text{ i t.p.}$$

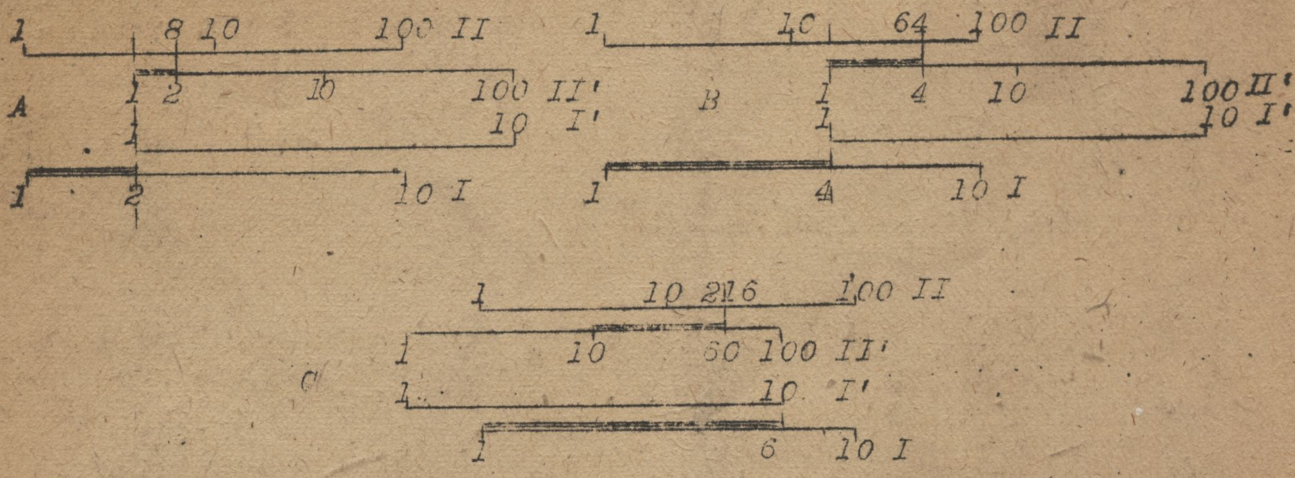
Chwila namysłu przed przystąpieniem do wykonania podobnych zadań pozwoli nam ustalić najekonomiczniejszy w danym przypadku sposób postępowania,co szczególnie godne jest polecenia,jeżeli mamy obliczyć większą ilość wartości wg.tego samego wzoru.

6/. Sześciany i pierwiastki 3-e innym sposobem. Do str.12,14 i 15. Użycie podziałki sześcianów do pierwiastkowania i potęgowania daje wogóle nienadzwyczajną dokładność. Nieco dokładniejszy wynik możemy uzyskać następującym sposobem,który zresztą jest jedynym jaki stoi do dyspozycji tych,których suwaki nie posiadają podziałki sześcianów.
   Mając podnieść pewną liczbę do 3-ej potęgi,podnosimy ją w znany nam już sposób do kwadratu,a następnie mnożymy ten kwadrat jeszcze raz przez tę liczbę,jak to wskazuje rysunek :



Obliczając w ten sposób sześciany różnych liczb zauważymy,że sześciany liczb o numerusach
   od 1 do ~2156 wypadają w 1-ej jednostce log.II-ej podziałki i cecha ich jest równa potrojonej cesze liczby potęgowanej;
   od ~2156 do ~464 wypadają w 2-ej jedn.log.II-ej podz. i cecha ich jest równa potrojonej cesze liczby potęgowanej powiększonej o jedność;
   od ~464 do 10 wypadają w 2-ej jedn.log.II-ej podziałki z odczytem na lewo od nastawienia,przyczym ich cecha równa jest potrojonej cesze liczby potęgowanej powiększonej o 2.

Jeżeli chodzi teraz o pierwiastek 3-ego stopnia, to dla ustalenia sposobu postępowania obliczmy trzy pierwiastki $\sqrt[3]{8}$, $\sqrt[3]{64}$ i $\sqrt[3]{216}$ Jak wiemy, są to odpowiednio liczby 2,4 i 6. Ustawiając w sposób powyżej opisany sześciany tych liczb znajdziemy drogę prowadzącą do obliczenia pierwiastka 3-ego dowolnych liczb :



Jak z tych rysunków wynika, w celu obliczenia pierwiastka z danej liczby a, trzeba ustawić /drogą kolejnych przybliżeń i porównań/ języczek tak, aby liczby wskazane przez kreskę a skali II na podziałce II' i przez kreskę 1 /w przypadku A i B/ lub 10 /w przypadku C/ skali I' na podziałce I były sobie równe.

Trzy rodzaje ustawienia danej liczby na podziałce II i języczka A,B i C, odpowiadają trzem możliwościom położenia pierwszej cyfry liczby podpierwiastkowej w klasie czołowej./patrz nr.15/.

7/. Podziałki potęgowe. Do str.18. Niektóre suwaki zaopatrzone są w specjalne podziałki służące do obliczania dowolnych, całkowitych lub ułamkowych potęg /jednak zawartych w granicach od 0,01 do 100/ liczb. Potęgowanie i pierwiastkowanie przy pomocy tych podziałek nie daje wprawdzie dokładności osiąganej za pośrednictwem logarytmów oraz możliwe jest tylko w pewnych granicach, zarówno jeśli chodzi o liczbę potęgowaną jak i wykładnik potęgowy, jednak w większości praktycznych przypadków jest celowe.

Podstawy teoretyczne tego sposobu są następujące : przypuśćmy, że mamy obliczyć :

$$A^n = x \qquad \text{lub} \qquad \sqrt[n]{A} = x \; ;$$

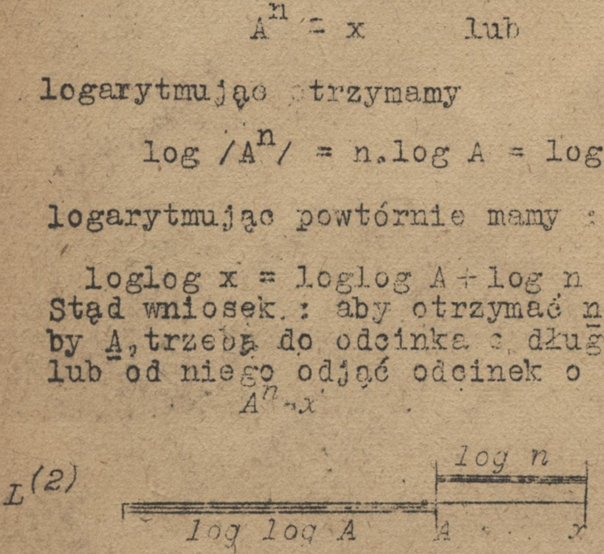
logarytmując otrzymamy

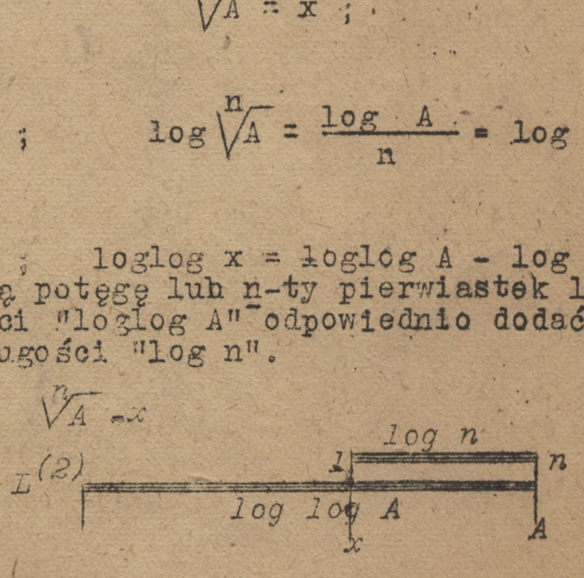
$$\log /A^n/ = n.\log A = \log x \; ; \qquad \log \sqrt[n]{A} = \frac{\log A}{n} = \log x.$$

logarytmując powtórnie mamy :

$$\log\log x = \log\log A + \log n \quad ; \quad \log\log x = \log\log A - \log n \; ;$$

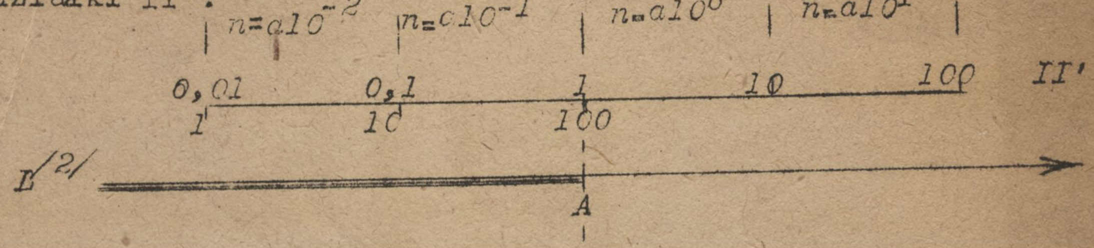
Stąd wniosek : aby otrzymać n-tą potęgę lub n-ty pierwiastek liczby A, trzeba do odcinka o długości "loglog A" odpowiednio dodać lub od niego odjąć odcinek o długości "log n".





Otóż podziałka potęgowa, którą sobie oznaczymy symbolicznie "$L^{/2/}$", jest to pewien odcinek /zwykle od 1,07 do 10^4/ owej podziałki "loglog a", a ponieważ przy jej sporządzaniu przyjmuje się jednostkę log. równą połowie zasadniczej jednostki log. danego suwaka, więc podziałka "$L^{/2/}$" pozostaje w związku z podziałką II-ą /kwadratów/.

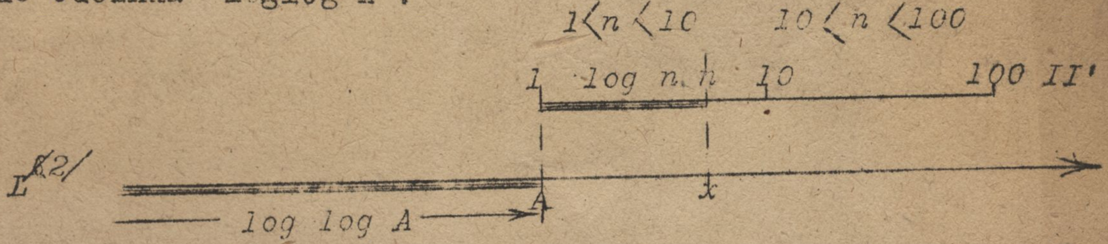
Obejmująca dwie jednostki log. podziałka II' może nam zastąpić podziałkę 4-o jednostkową, ponieważ z daną liczbą A wyszukaną na podziałce "$L^{/2/}$" możemy zrównać raz początek, a raz koniec podziałki II'.



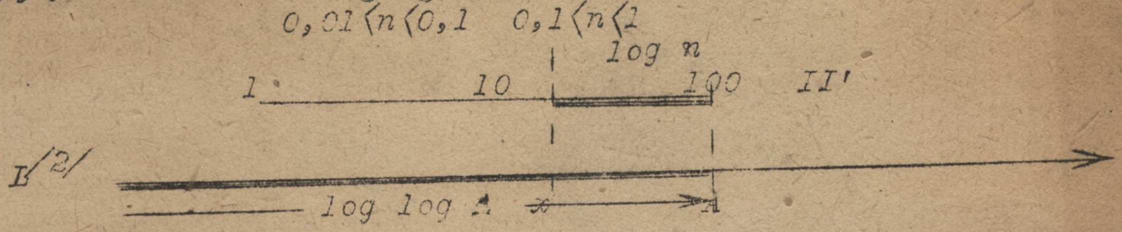
Poszczególne jednostki tej 4-o jednostkowej podziałki odpowiadać będą wartościom n od $n=a.10^{-2}=0,0..$ do $n=a.10^{1}$ /2 miejsca dzies./ Z tego wynika warunek, że możemy obliczać potęgi liczb takie, których wykładniki zawierają się w granicach od 0,01 do 100.

Rozważmy teraz następujące trzy możliwości wykładnika potęgowego: wykładnik jest liczbą 1/większą od 1, 2/mniejszą od 1 /t.j. ułamkiem właściwym zwykłym lub dziesiętnym/, 3/ujemną, większą lub mniejszą od 1 co do wartości bezwzględnej.

1/. Jeżeli wykładnik jest liczbą większą od 1, to jego logarytm jest dodatni i odpowiadający mu odcinek "log n" musi być dodany do odcinka "loglog A".



2/. Jeżeli wykładnik jest liczbą mniejszą od 1, to jego logarytm jest ujemny i odpowiadający mu odcinek "log n" musi być odjęty od odcinka "loglog A".



Pierwiastek n-ty z A jest właściwie potęgą o wykładniku w postaci zwykłego ułamka właściwego /jeżeli n > 1/ w myśl wzoru :

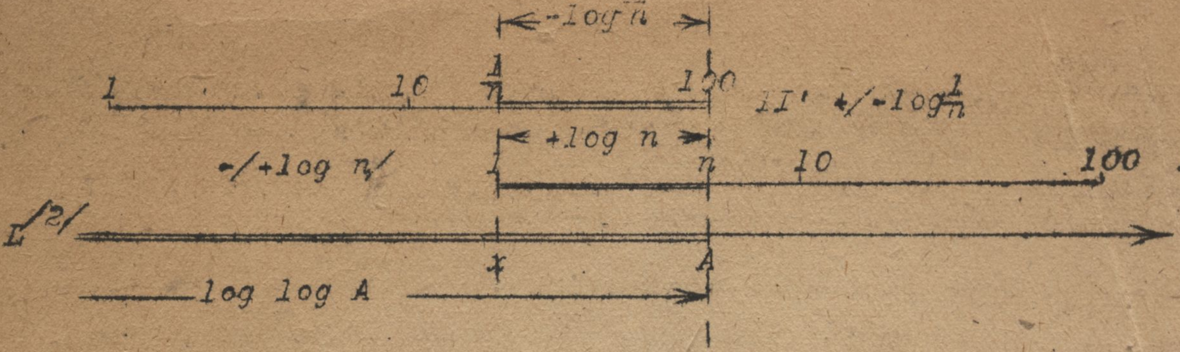
$$\sqrt[n]{A} = A^{\frac{1}{n}}$$

i jako taki dałby się wyznaczyć w sposób dopiero co opisany po zamienieniu ułamka zwykłego na dziesiętny; prościej jednak będzie odrazu od odcinka "loglog A" odjąć odcinek "log n" /jest to zresztą równoważne z dodawaniem ujemnego odcinka "log 1/n"/.

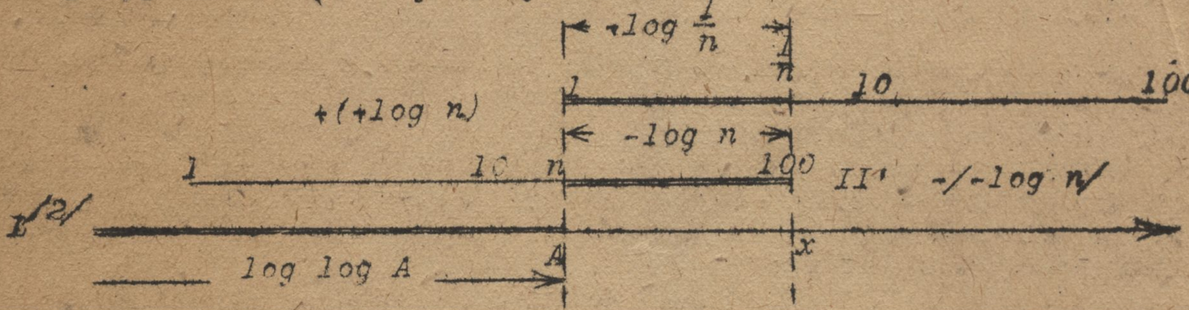
np. $\sqrt[5]{A} = x = A^{\frac{1}{5}}$; loglog x = loglog A - log 5 = loglogA-0,7..

$= A^{0,2}$; loglog x = loglog A + log/0,2/ =

= loglog A + /0,3..-1/ = loglog A - 0,7.



W przypadku $n < 1$ będziemy mieli



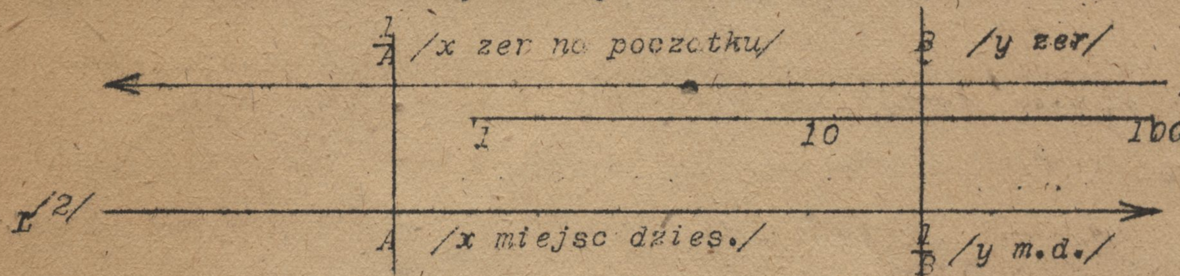
3/. Jeżeli wykładnik jest liczbą ujemną, to postępujemy w myśl wzoru

$$A^{-n} = \frac{1}{A^n} = \left(\frac{1}{A}\right)^n$$

wyznaczamy najpierw odwrotność A, a potem podnosimy tę wartość w znany już sposób do potęgi n. Stąd wynika również sposób wyznaczania potęg liczb mniejszych od jedności, czyli ułamków właściwych. W takim przypadku trzeba najpierw wyznaczyć odwrotność danej liczby, odwrotność tę podnieść do potęgi, a następnie znowu znaleźć odwrotność obliczonej potęgi, jak to ilustruje prosty przykład :

$$0,5^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Sposób ten jest jedynym w przypadku, gdy suwak ma tylko podziałkę "L/2/"; wykonywanie zadań tego rodzaju jest natomiast nadzwyczaj uproszczone na niektórych suwakach t.zw. potęgowych ; mają one mianowicie oprócz podziałki "L/2/" jeszcze jedną podziałkę pomocniczą, podającą w zestawieniu z podziałką "L/2/" bezpośrednio odwrotności liczb wyszukanych na "L/2/".



Sposób użycia tych podziałek da się wyrozumować na podstawie tego, co zostało wyżej powiedziane. Najlepiej ułożyć sobie schematy uwzględniające różne możliwości A i n /A ≷ 1, n ≷ 1, n<0 i t.d./ w rodzaju

$$A^n = ? \quad B^{-n} = \frac{1}{B^n} = \left(\frac{1}{B}\right)^n = ?$$

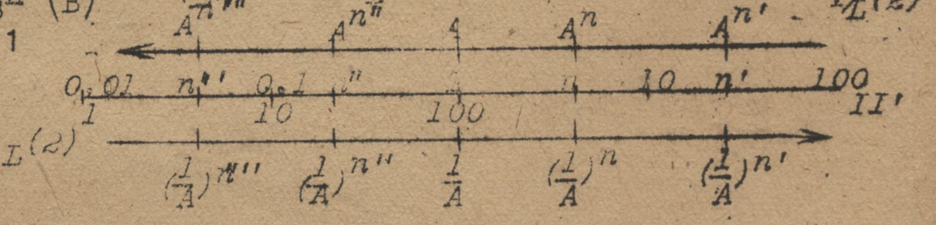
A < 1 B > 1

$1 < n < 10$

$10 < n' < 100$

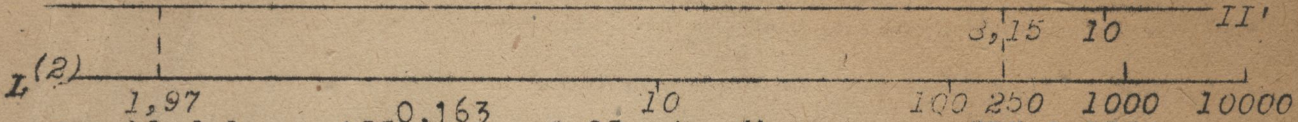
$0,1 < n'' < 1$

$0,01 < n''' < 0,1$

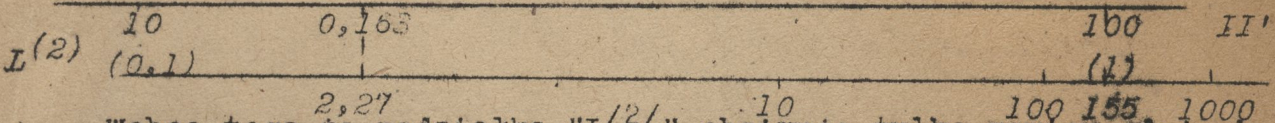


Cecha obliczonych potęg może być bezpośrednio odczytana dzięki oznaczeniu na podziałce potęgowej 10-ek,100-ek,1000-ek i t.d.

Przykład 1. $1,97^{8,15} = 250$ /wynik przy pom."L" 251,2/



Przykład 2. $155^{0,163} = 2,27$ /wynik przy pom."L" 2,275/

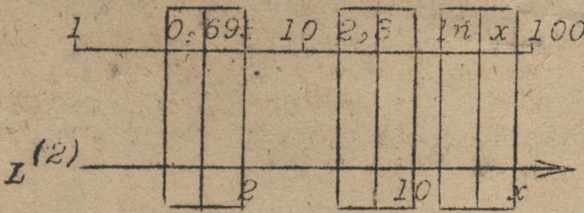


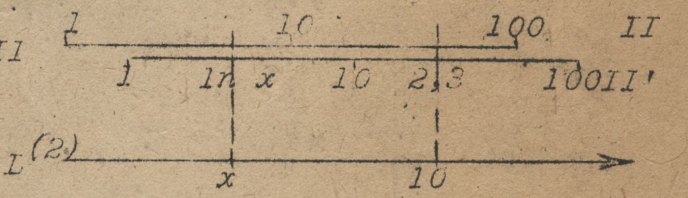
Wobec tego,że podziałka "L/2/" obejmuje tylko pewien odcinek podziałki loglog a, zdarza się niekiedy,iż albo zasada potęgi, albo rezultat wypadają poza jej obrębem. W tych przypadkach możemy sobie zawsze poradzić przez wprowadzenie t.zw.czynnika pomocniczego,który umożliwi nam wykonanie danego obliczenia przy pomocy stojącej do dyspozycji podziałki "L/2/". Oto przykłady wyjaśniające sposób postępowania :

Przykł.1. $1,03^{1,41} = x$; $\frac{/2.1,03/^{1,41}}{2^{1,41}} = \frac{2,06^{1,41}}{2^{1,41}} = \frac{2,77}{2,66} = 1,042$

Przykł.2. $1,2^{0,06} = x$; $\frac{/4.1,2/^{0,06}}{4^{0,06}} = \frac{4,8^{0,06}}{4^{0,06}} = \frac{1,099}{1,088} = 1,011$

Na niektórych suwakach podziałka "L/2/" tak jest ustawiona w stosunku do podziałki kwadratów,że jeżeli środkowy lub prawy włos szkiełka ustawimy na pewnej liczbie podziałki "L/2/",to najbliższy lewy włos wskaże nam na podziałce II logarytm naturalny tej liczby /suwaki Nestlera/. Łatwo to sprawdzić,wiedząc,że np. ln 10 = 2,3 lub ln 2 = 0,693. W przypadku,gdy to nie zachodzi,dla otrzymywania logarytmów naturalnych wystarczy ustawić odpwiednio języczek dla pewnej wiadomej wartości,np.jednej z powyżej podanych,jak to widzimy na prawym rysunku :



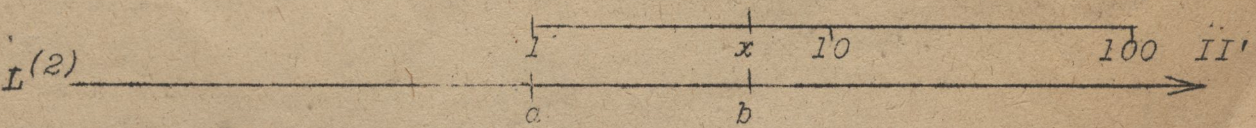


Logarytm naturalny ułamka właściwego równa się logarytmowi naturalnemu odwrotności danego ułamka ze znakiem minus:

np. ln 0,1 = - /ln10/ = - 2,3 ; ln 0,5 = - /ln 2/ = - 0,693 .

Wreszcie logarytm przy dowolnej zasadzie wyznaczamy na podstawie równoważności wzorów

$$\lg_a b = x \equiv a^x = b$$



W ten sposób możemy łatwo otrzymać wartości logarytmów dziesiętnych.