

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

Organ des Deutschen Geometervereins.

Herausgegeben von

Dr. W. Jordan,
Professor in Hannover

und

C. Steppes,
Steuer-Rath in München.



1895.

Heft 1.

Band XXIV.

→ 1. Januar. ←

Die Rechnungen beim Einschneiden.

Wiederholt schon wurden in dieser Zeitschrift Erweiterungen und Ergänzungen der naturgemäss am weitesten verbreiteten preussischen Anweisung IX vom 25. October 1881 angeregt: im 21. Jahrgang eine Controle der Bildung von v_a^b , im 22. und gegenwärtigen Vorschläge zur anderweitigen Entnahme der Coefficienten der Unbekannten in den Fehlergleichungen. Die nun im 6. Hefte heuer erschienene Abhandlung über die Berechnung der a und b giebt mir zu nachfolgenden Mittheilungen namentlich deshalb Veranlassung, weil in der Aufzählung der gegenwärtig gebräuchlichen Berechnungsweisen die in Bayern übliche — wiewohl im Druck veröffentlicht — keine Erwähnung findet. Bezüglich ihrer Zweckmässigkeit dürfte sie mit den andern erwähnten concurriren können, doch sollen auch hier keine Vorzüge oder Nachtheile besonders hervorgehoben werden, weil, wie der Verfasser des letztgenannten Artikels richtig anführt, persönliche Anschauungen und Gewohnheiten zu sehr ins Gewicht fallen.

Um die nun zu schildernde Entnahme der Coefficienten aus graphischen Tafeln richtig würdigen zu können, sei es gestattet, den gegen die preussische Anweisung abweichenden Gang der trigonometrischen Rechnungen in Bayern nach der technischen Anleitung von Franke hier kurz vorzuführen und an einem Beispiele zu erläutern, wo des leichteren Verständnisses halber die preussischen Bezeichnungen beibehalten sind.

Die Anweisung IX prüft die Richtigkeit der Neigungen v durch die bekannte Formel

$$\operatorname{tg}(45^\circ + v) = \frac{\Delta x + \Delta y}{\Delta x - \Delta y}$$

unter der Voraussetzung richtiger Bildung der Coordinatendifferenzen. Eine durchgreifende Prüfung verlangt auch die Controle der richtigen Bildung der Δx und Δy . Sie erfolgt nun einfach in der Weise, dass man den Logarithmus der Coordinatendifferenz vermehrt um $\log 2$ niederschreibt, was bei der Einfachheit des letzteren ohne Zwischenrechnung

geschehen kann, dann den Numerus dieser doppelten Coordinatendifferenz aufschlägt, mittels Schiebezettels die doppelte Coordinate des gesuchten Punktes beifügt und durch nunmehrige Division mit 2 die Coordinate des gegebenen Punktes richtig erhalten muss.

Der der Tangente entnommene Winkel bedarf der Bestätigung der Richtigkeit: sie erfolgt durch gleichzeitiges Aufschlagen von Sinus und Cosinus auf die gleiche Stellenzahl wie die gegebene Tangente und 2 malige Bildung von s durch $\frac{\Delta y}{\sin n}$ und $\frac{\Delta x}{\cos n}$. Der Werth von s wird auf 5 oder 10 m abgerundet einer vierstelligen Logarithmentafel entnommen.

Zu einer Kreistheilung mit 1^0 Intervall (linearer Abstand 2 mm) auf carrirtem Papier (Seite eines Quadrats ca. 2,5 mm) sind concentrische

Kreise mit den Radien $\frac{206265}{10s}$ — und benannt nach den Entfernungen s

— gezogen. Um eine gegebene Richtung festzulegen, kann man an der Randtheilung entweder einen im Mittelpunkt der Kreise befestigten Faden anhalten oder bei grösserem Maassstab der Tafel ein drehbares Lineal eventuell mit Interpolationen für die Entfernungen (wobei dann die Kreise entbehrlich erscheinen) um das Centrum drehen. In der festgelegten Richtung (Neigung) markirt man sich nun den der Entfernung entsprechenden Punkt und liest man a und b als Horizontal- bzw. Verticalprojection der Strecke Punkt-Centrum im Quadratschema ab.

Die kleineren (auf photographischem Wege hergestellten) Tafeln enthalten nun Kreise entsprechend den Entfernungen

von 400 bis	500 m	mit Zwischenkreisen für je	25 m
" 500 "	1000 "	" "	" " 50 "
" 1000 "	2000 "	" "	" " 200 "
" 2000 "	4000 "	" "	" " 500 "

Der Radius des Kreises für 500 m beträgt 10 cm. (Zur Verschärfung der Genauigkeit kann man bei grösseren Entfernungen als 2000 m die Coefficienten für $\frac{s}{2}$ oder $\frac{s}{10}$ suchen.)

Endlich scheint es sehr wichtig die Absolutglieder der Fehlergleichungen zu prüfen.

Bei inneren Richtungen subtrahirt die preussische Anweisung IX n_1 (die gerechnete vorläufige Neigung des 1. Strahles) von den übrigen Neigungen und bildet dann „Rechnung minus Beobachtung“ zwischen diesen Neigungsdifferenzen und dem beobachteten Satz. Also

$$f = w - \alpha$$

und dann f' durch Zulegen von $-\frac{[w - \alpha]}{i}$.

Nach der Anleitung nebst Nachtrag von Franke wird der gemessene Satz auf die erste Neigung vorläufig orientirt. Es ist also auch da, wo nur innere Richtungen gemessen sind, stets schon die Grad- und Minutenzahl der zu suchenden Tangente vor dem Aufschlagen bekannt.

Beispiel.

Verm.-Anw. IX. S. 168.

	11	10	8
$\eta =$	- 56 244,58	- 58 975,85	- 60 331,86
$\xi =$	+ 17 699,01	+ 15 707,05	+ 20 347,78
$y - \eta$		- 2731,27	- 4087,28
$x - \xi$		- 1991,96	+ 2648,77
$\log \Delta y$		3. 436 365 _n	3. 611 435 _n
$\log \Delta x$		3. 299 281 _n	3. 423 044
$\log \operatorname{tg} n$		0. 137 084	0. 188 391 _n
$\log \operatorname{sinn} n$		9. 907 385 _n	9. 923 861 _n
$\log \operatorname{cos} n$		9. 770 301 _n	9. 735 470
$\log s$		3. 5289 80	3. 687 574
s		3380	4870
n		233° 53' 46,0"	302° 56' 43,0"
a		- 5,0	- 3,6
b		+ 3,6	- 2,3

Prüfung der Neigungen.

Standp.		11 Brebel		Standp.		11 Brebel.
2η		- 112 489,16		2η		- 112 489,16
2ξ		+ 35 398,02		2ξ		+ 35 398,02
$\log 2 \Delta y$	10	3. 737 395 _n		$\log 2 \Delta y$	8	3. 912 465 _n
$2 \Delta y$		- 5462,55		$2 \Delta y$		- 8174,56
$2 y$		- 11 7951,71		$2 y$		- 12 0663,72
y		- 58 975,85		y		- 60 331,86
$\log 2 \Delta x$		3. 600 311 _n		$\log 2 \Delta x$		3. 724 074
$2 \Delta x$		- 3983,93		$2 \Delta x$		+ 5297,54
$2 x$		+ 31 414,09		$2 x$		+ 40 695,56
x		+ 15 707,04 ^{*)}		x		+ 20 347,78

Sohn für innere Richtungen, wenn wieder i die Ordnungszahl bedeutet

also
$$n_i - (n_1 + \alpha_i) = f_i$$

und
$$[n] - [(n_1 + \alpha)] = [f]$$

$$\frac{[f]}{i} = z \text{ gesetzt}$$

1)
$$[n] - i \cdot n_1 - [\alpha] = i \cdot z$$

$$[n] - [\alpha] = i(n_1 + z)$$

eine unabhängige Controle für die richtige Bildung der Absolutglieder (die ebenso für die Rechnung nach der Anweisung IX gilt). Für äussere Richtungen folgt analog aus

2)
$$f_i = n_i - (\Phi_i \mp \pi)$$

$$[n] - [\Phi] = [f]$$

*) Solche Unterschiede sind Folge abnormer logarithmischer Differenzen infolge Abrundung der letzten Tafelstelle oder des abgerundeten Zuschlages der part. prop.

Die Summirung von $[n]$, $[\alpha]$, $[\Phi]$ erstreckt sich in den meisten Fällen nur auf die Secunden.

Die obigen Formeln 1 und 2 geben angewendet auf das Beispiel Anw. IX S. 168

Innere Richtungen:	Aeussere Richtungen
$[n] = 26,6''$	$[n] = 56,2''$
$[\alpha] = 33,6$	$[\Phi] = 48,5$
$53,0$	$[f] = +7,7$
$n_1 = 46,0$	
$z = -2,8$	
$43,2 \times 4$	
$52,8$	

München, April 1894.

Dr. Ig. Bischoff.

Zur Auslegung der abgeänderten Prüfungsordnung für preussische Landmesser.

Es scheint ein Missverständniss in Hinsicht der Abänderungen vom 12. Juni 1893 zur Landmesserprüfungsordnung vom 4. September 1882 bei einzelnen Lehrherren zu bestehen, das ihren Zöglingen ernste Nachtheile bringen könnte. Man begegnet der Anschauung, dass Eleven, welche die praktische Vorbereitung zur Landmesserlaufbahn vor dem 1. Juli 1894 begonnen haben, in Betreff der Studienzzeit sowie der Probearbeiten und der Beurtheilung dieser durch die Prüfungscommission noch nicht den abändernden Bestimmungen vom 12. Juni 1893 unterworfen seien. Hiernach würden solche Eleven nach wie vor, und selbst wenn sie erst nach vielen Jahren in das Studium an der Hochschule einträten, die Wahl frei haben, ob sie von der vorgeschriebenen dreijährigen Vorbereitungszeit für die Landmesserprüfung ein oder zwei Jahre dem geodätischen Studium widmen wollen, ferner, ob sie ihre Probearbeiten und die dazu gehörigen Feldausweise und Pläne gleich zu Anfang ihres Studiums der Prüfungscommission vorlegen wollen, oder sich vorbehalten, nur Zeugnisse ihrer Lehrherren über die Ausführung der Probearbeiten, und zwar erst bei der Anmeldung zur Landmesserprüfung einzureichen.

Nun sagt aber der Ministerialerlass vom 12. Juni 1893 ausdrücklich: „Die Bestimmungen in den §§ 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9 und 28 der Vorschriften vom 4. September 1882 über die Prüfung der öffentlich anzustellenden Landmesser werden vom 1. Juli 1894 ab aufgehoben. An ihre Stelle treten die nachfolgenden Bestimmungen.“ — Zu den wesentlichen Punkten, auf welche es hier ankommt, gehört im § 5 die neue Bestimmung, dass eine mindestens einjährige praktische Beschäftigung und der mindestens zweijährige Besuch der geodätischen Studien zu Berlin oder Poppelsdorf nachzuweisen, sowie dass die Probearbeiten, welche während der praktischen Beschäftigung anzufertigen

sind, nicht wie früher nur durch Atteste der Lehrherren zu bezeugen, sondern der Prüfungscommission einzureichen seien. Und zwar soll nach § 8 Nr. 5 die Zulassung des Candidaten zum Studium der Geodäsie für ihn nur dann die Anrechnung dieses Studiums auf die zweijährige Studienzeit und die Aussicht auf spätere Zulassung zur Landmesserprüfung begründen, wenn die Probearbeiten von der Landmesserprüfungscommission für ausreichend erachtet werden, um darzuthun, dass der Candidat schon vor dem Eintritt in das Studium der Geodäsie die erforderlichen praktischen Vorkenntnisse erworben habe.

Hieraus folgt, dass jeder nach dem 1. Juli 1894 in das Landmesserstudium an der Hochschule eintretende Eleve schon im ersten Studiensemester die Probearbeiten seiner praktischen Lehrzeit vorzulegen hat, um die Anerkennung der Prüfungscommission zu erlangen, dass ihm dies Semester angerechnet und dessen Besuch in entsprechender Form testirt werden könne. Ferner folgt, dass die Studienzeit aller nach dem 1. Juli 1894 in das geodätische Studium eintretenden Eleven mindestens zwei Jahre betragen muss.

Ausnahmen für solche, welche vor dem 1. Juli 1894 in die Praxis eingetreten sind, werden an keiner Stelle der Bestimmungen vom 12. Juni 1893 gemacht. Die eben genannten beiden Daten zeigen, dass darin auch keine Unbilligkeit liegt. Wer etwa im Herbst 1893 in die Landmesserlaufbahn und zunächst in das Elevenjahr eintrat, musste wissen, dass er frühestens im Herbst 1894, und dann nur auf Grund der neuen Bestimmungen, zu dem geodätischen Studium an einer der landwirthschaftlichen Hochschulen übergehen konnte, denn die älteren Bestimmungen waren zu dieser Zeit bereits aufgehoben.

Der Einführungserlass vom 12. Juni 1893 konnte seinem Wortlaut nach höchstens darüber Zweifel aufkommen lassen, ob die neuen Bestimmungen nicht etwa nachträglich noch auf solche Candidaten anzuwenden seien, welche am 1. Juli 1894 nach ein oder mehrjähriger Vorpraxis bereits im geodätischen Studium begriffen waren. Hierüber sind jedoch Zweifel nirgends geäußert worden. Dagegen hat die Königl. Oberprüfungscommission zu Gunsten solcher Candidaten unterm 24. November 1893 verfügt, es solle ihnen gestattet sein, ihre Probearbeiten nach den Vorschriften der §§ 7 und 8 vom 12. Juni 1893 auszuführen und nachzuweisen. Darin würde, wenn nöthig, zugleich eine maassgebende Lösung solcher Zweifel liegen.

Der Unterzeichnete hat in der Schrift: „Ausbildung und Prüfung der preussischen Landmesser und Kulturtechniker“, 2. Auflage, Berlin 1893, die er in amtlichem Auftrage herausgab, dem Abdruck der Landmesserprüfungsordnung nebst den abändernden Bestimmungen einige erläuternde Angaben vorausgehen lassen. Es ist ihm mitgetheilt worden, dass die zweite dieser Angaben Zweifel darüber zulasse, ob die neuen Bestimmungen schon auf Candidaten anwendbar seien, die ihre vorgeschriebene drei-

jährige Vorbereitungszeit auf die Landmesserprüfung, also zunächst ihr Elevenjahr, vor dem 1. Juli 1894 begonnen haben. Obwohl gegenüber dem übrigen Inhalt der Schrift solche Zweifel nicht aufrecht zu halten sind, auch nach Angabe 20 in Zweifelsfällen auf Anfrage Rath und Auskunft durch die Secretariate der Hochschulen bereitwillig zugesagt wird, wollte Unterzeichneter doch nicht verfehlen, auch auf diesem Wege die richtige Auslegung der jetzt gültigen Landmesserprüfungsordnung zu vertreten.

Berlin, November 1894.

Der Vorstand der Geodätisch-kulturtechnischen Abtheilung an der
Königlichen Landwirthschaftlichen Hochschule.

„Mittheilung einiger Beobachtungen über die Schätzungs- genauigkeit an Maassstäben, insbesondere an Nivellirscalen“;

von Dr. C. Reinhertz in Bonn.

(Fortsetzung und Schluss von Seite 677 d. vor. Jahrg.)

6. Beziehung der Grösse des Schätzungsfehlers zur Intervallstelle.

Für Genauigkeitsbestimmungen bei der Ablesung an Maassstäben hat in erster Linie nur der mittlere Totalschätzungsfehler ein praktisches Interesse, zumal ein allgemein gültiges Gesetz für die Fehlervertheilung innerhalb eines Intervalles schwerlich aufgestellt werden kann, wegen der hierbei besonders ins Gewicht fallenden, von der Art der Schätzung abhängigen Fehler. So z. B. wird das Urtheil in gewissem Sinne modificirt werden, je nachdem man bei der Bestimmung des Bruches $0,4$ der Schätzung desselben die Beziehung 4:10 oder 2:5, oder die Vergleichung der Stücke 4:6 oder 2:3 zu Grunde legt, oder endlich den Abstand von der Intervallmitte zur Bildung des Urtheils mitbenutzt.

Wenn nun aber auch keine allgemeine Beziehung aufgestellt werden kann, so hat doch eine wenigstens einigermaassen begründete Kenntniss der Fehleranordnung längs des Intervalles insofern einige Bedeutung, als sie uns die Möglichkeit eröffnet, zu entscheiden, ob es überhaupt möglich und zweckmässig ist, eine Compensation der Fehler zu erreichen.

Im Allgemeinen nimmt man an, dass die Schätzungsfehler von der Mitte des Intervalles aus zu den Enden hin zunehmen, und an den Feldgrenzen ihr Maximum erreichen. Dieser Verlauf der Fehlercurve kann aber nur ein genäherter Ausdruck für die Genauigkeitsverhältnisse sein, wie jeder Beobachter auch ohne specielle Fehlerbestimmung empfindet. Bei allen derartigen Bestimmungen liefert die Schwierigkeit, welche die Beobachtung bietet, ein natürliches Genauigkeitsmaass; jeder Beobachter findet, dass es am leichtesten ist, in der Mitte des Feldes zu schätzen, dass die Entscheidung z. B. zwischen $0,3$ und $0,4$ weit schwieriger ist, und dagegen wieder leichter zu bestimmen zwischen 0 und $0,1$, zumal wenn noch

$\frac{1}{20}$ angegeben werden. A priori ist nun zu vermuthen, dass dieser Unterschied auch in der Fehlergrösse zum Ausdrucke kommen müsse.

Wollte man für die Fehlerbestimmungen, deren Resultate erörtert sind, die Vertheilung der Fehlergrösse längs der Intervalleinheiten ermitteln, so müssten für jedes Zehntel, und zwar für dieselben scheinbaren Intervallgrössen, eine genügende Anzahl von wahren Fehlern beschafft werden. Da jede einzelne Gruppe 99 Ablesungen enthält, die, wie früher speciell angegeben, gleichmässig über das Intervall vertheilt sind, so liegen für jede Intervallstelle nur etwa 10 Beobachtungen aus einer Reihe vor; es ist demnach also kein genügend sicherer Schluss möglich, wenn nicht die Berechnung auf eine grosse Anzahl von Reihen ausgedehnt würde. Mit Rücksicht auf die sehr umständliche und zeitraubende Zusammenstellung und Berechnung dieser Fehler aus dem Beobachtungsmaterial wurde vor der Hand davon Abstand genommen, zumal das Resultat immerhin nur eine ganz specielle Bedeutung beanspruchen kann. Um nun aber wenigstens summarisch eine Kenntniss der Fehlervertheilung zu erhalten, wurden die Fehler für ein grösseres Stück des Intervalles gemeinschaftlich berechnet, nämlich:

- | | | |
|----|-------------------|----------------------------|
| 1) | von 0,95 bis 0,05 | für die Intervallstelle 0, |
| 2) | " 0 " 0,15 und | " " " 0,1 und 0,9, |
| | 0,85 " 0 | |
| 3) | " 0,15 " 0,35 " " | " " " 0,25 " 0,75, |
| | 0,65 " 0,85 " " | |
| 4) | " 0,35 " 0,65 | " " " 0,5. |

Tabelle 39.

Beziehung der Grösse der Schätzungsfehler zur Intervallstelle.

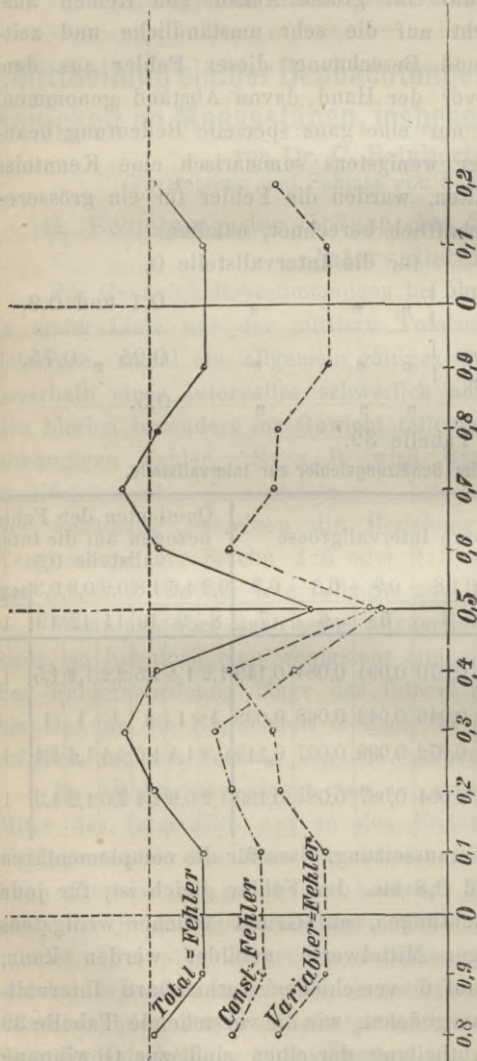
Intervallstelle	Scheinbare Intervallgrösse	Quotienten der Fehler bezogen auf die Intervallstelle 0,5.												
		9,2	4,6	1,8	0,9	0,6	0,3	9,2	4,6	1,8	0,9	0,6	0,3	Mittel
1		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0,1 u. 0,9	0,0 bis 0,15	0,026	0,046	0,070	0,094	0,084	0,149	1,2	1,4	1,5	2,2	1,2	1,5	1,5
	0,85 bis 0,0	0,022	0,034	0,046	0,042	0,068	0,098	1	1	1	1	1	1	1
0,25 u. 0,75	0,15 bis 0,35	0,019	0,046	0,072	0,099	0,097	0,112	0,9	1,4	1,6	2,4	1,4	1,4	1,5
	0,65 bis 0,85	0,027	0,030	0,064	0,087	0,084	0,130	1,2	0,9	1,4	2,0	1,2	1,3	1,3
0,0	0,95 bis 0,05													

Somit ergeben sich unter der Voraussetzung, dass für die complementären Brüche 0,1 und 0,9, 0,2 und 0,8 etc. der Fehler gleich ist, für jede Intervallstelle etwa 30 Beobachtungen, auf Grund welcher wenigstens ein einigermaassen zuverlässiger Mittelwerth gebildet werden kann. Diese Fehlerrechnung wurde auf 6 verschiedene scheinbare Intervallgrössen von 9,2 mm bis 0,3 mm ausgedehnt, wie die vorstehende Tabelle 39 nachweist. In der zweiten Abtheilung derselben sind zur Gewinnung einer besseren Uebersicht, die Fehlerwerthe auf den Mittenschätzungs-

fehler bei 0,5 J als Einheit bezogen worden. Die Tabelle zeigt zunächst, dass ein erkennbarer Unterschied in der Fehlervertheilung für die verschiedenen Intervallgrössen nicht zu bestehen scheint, und demnach das Mittel in Spalte 14 einen allgemeinen Ausdruck für die Fehleranordnung bei den vorliegenden Beobachtungen liefert. Der Fehler ist, wie die folgende Reihe zeigt, in der Mitte bei 0,5

Intervallstelle 0,0	—	Quotient 1,3	Intervallstelle 0,75	—	Quotient 1,5
" 0,1	—	" 1,5	" 0,9	—	" 1,5
" 0,25	—	" 1,5	" 0,0	—	" 1,3.
" 0,5	—	" 1,0			

Figur 5.



am kleinsten, er zeigt ein Maximum zwischen der Mitte und den Feldgrenzen und ist an diesen etwa das Mittel aus dem grössten und dem kleinsten Werthe; diese Fehleranordnung entspricht demnach der von vornherein zu vermuthenden und an sich plausiblen Genauigkeitsvertheilung.

Um nun aber auch ganz unabhängig von dieser, wie erwähnt, nur ganz summarisch begründeten Beziehung ein anderes einwurfsfreies Ergebniss zu erhalten, wurde auf die ganz speciell diesen Gegenstand betreffenden Untersuchungen von A. W. Volkmann zurückgegriffen. Volkmann hat die Resultae seiner Untersuchungen der Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig (Sitzung vom 7. August 1858) vorgelegt und dieselben veröffentlicht in den Berichten der genannten Körperschaft. *)

Die Ergebnisse der Volkmann'schen Untersuchungen, welche ausgeführt sind durch Einstellung der bestimmten Brüche 0,1 bis 0,9 mittelst

*) A. W. Volkmann, „Ueber das Vermögen, die Grössenverhältnisse zu schätzen“, Berichte über die Verhandlungen der Königl. sächsischen Gesellschaften zu Leipzig, math.-phys. Klasse 1859, Seite 173.

eines mikrometrischen Schraubenapparates und Bestimmung der Abweichungen gegen den Sollbetrag sind kurz die folgenden:

Der Gesamtschätzungsfehler zerfällt in zwei Theile, einen constanten und einen variablen Theil, von welchen der erstere wieder zwei Theile enthält, und zwar einen vom Ausgangspunkte der Schätzung abhängigen und einen davon unabhängigen.

Die Lage des Ausgangspunktes der Schätzung (rechts oder links, bezw. oben oder unten) hat auf die Grösse der variablen und auch der constanten Fehler keinen Einfluss, sondern vorzugsweise nur auf das Vorzeichen der constanten Fehler.

Die relative Grösse der Brüche beeinflusst die Grösse der Fehler, und zwar sowohl die der constanten, wie die der variablen Fehler, wobei für complementäre Brüche die Fehler äquivalent sind.

Da Volkmann seinen Berechnungen den durchschnittlichen Fehler zu Grunde legt, so habe ich aus den auf den Seiten 179—182 a. a. O. speciell nachgewiesenen Beobachtungsergebnissen die Fehlerquadratsummen und danach den mittleren totalen und den variablen Fehler, und zwar für die complementären Brüche gemeinschaftlich, abgeleitet. Die Resultate dieser Rechnung sind in der folgenden Tabelle 40 angegeben.

Tabelle 40. (Hierzu Fig. 5.)

Intervallstelle	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
	0,9	0,8	0,7	0,6	
Mittlerer Totalfehler	± 16,4	± 19,7	± 21,9	± 19,5	± 9,2
Quotient	1,8	2,1	2,4	2,1	1
Mittlerer variabler Fehler.	± 8,4	± 11,6	± 11,8	± 14,7	± 5,1
Quotient	1,7	2,3	2,3	2,9	1

Es ist hierbei zu bemerken, dass die Intervallgrösse 1 Pariser Linie beträgt und die Fehler in Tausendtheilen der Linie angegeben sind.

Der Verlauf der Fehlerlinien, siehe Fig. 5, sowohl für die Totalfehler, wie auch für die diesen ähnlichen variablen Fehler, ist im Allgemeinen analog dem für die eigenen Beobachtungen gefundenen und erklärt sich durch den Umstand, dass sowohl die Mitte des Intervalles, wie die Grenzstriche einen Fixpunkt für die Schätzung geben, wobei die erstere den schärfsten Anhaltspunkt gewährt. Wenn danach, um eine bequeme Uebersicht zu erlangen, wieder der Mittenschätzungsfehler als Einheit eingeführt wird, wie durch die Quotienten in der Tabelle 40 ausgedrückt ist, so erkennt man (wie auch nach Figur 5), dass der Fehler von der Mitte aus schnell wächst, dann nach den Feldgrenzen hin allmählich abnimmt; der Fehler ist bei $\frac{1}{4} J$ und $\frac{3}{4} J$ rund doppelt so gross wie bei $\frac{1}{2} J$, und am Rande rund $1\frac{1}{2}$ mal so gross; im Ganzen aber ist der Totalfehler 1,7 mal so gross, als der variable Fehler.

Das Vorzeichen des constanten Fehlers fand sich abhängig von dem Ausgangspunkte der Schätzung, wie in der Tabelle 41 angegeben ist.

Volkman schätzt also den Bruch, von der Ausgangsstelle an gerechnet, stets zu gross; der Verlauf dieser Linie der constanten Fehler ist wieder ähnlich den erstberechneten Fehlerarten, dem Total- und variablen Fehler, die Grösse der Ordinaten rund das Mittel jener beiden ersten. (In Figur 5 ist ein Zweig der Linie des constanten Fehlers durch die strichpunktirte Linie angedeutet.)

Die Addition der constanten Fehler (Tabelle 41, unterste Spalte) ergibt den von der Intervallstelle unabhängigen Theil, der allein durch die Art der Schätzung bestimmt wird; sein Vorzeichen wechselt unregelmässig. Fassen wir diesen Fehler wieder als zufälligen Fehler auf, so erhalten wir die Quadratsumme 102 und danach den mittleren Fehler 10,1, d. h. nahezu gleich dem Werthe 9,2, welcher den Totalfehler für die Halbiring darstellt (Tabelle 40) und jenem Werthe äquivalent

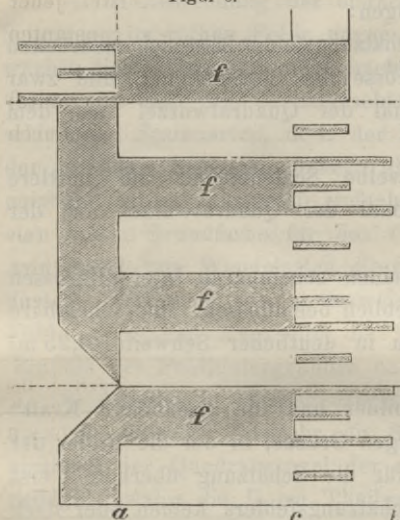
Tabelle 41.

Intervallstelle	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	
Anfangspunkt der Schätzung	links	+ 13,4	+ 19,8	+ 6,7	+ 11,7	+ 3,4	+ 13,4	+ 26,6	+ 10,0	+ 6,8
	rechts	- 10,8	- 9,3	- 20,0	- 12,0	- 6,2	- 4,6	- 9,5	- 19,6	- 19,4
Absolutes Mittel	12,1	14,5	13,4	11,9	4,8	9,0	18,0	14,8	13,2	
Intervallstelle	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5					
	0,9	0,8	0,7	0,6						
Absolutes Mittel für die complementären Brüche	12,6	14,6	15,7	10,4	4,8					
Algebraische Summe der Fehler mit Anfang rechts und links	+ 2,6	+ 10,5	- 13,3	- 0,3	- 2,8	+ 8,8	+ 17,1	- 9,6	- 12,6	

ist, d. h. frei von dem von der Intervallstelle abhängigen Fehler. Damit haben wir ein Mittel, denjenigen Totalfehler schätzungsweise auszudrücken, den man erhält, wenn man durch systematische Anordnung der Beobachtungen den von der Intervallstelle abhängigen constanten Fehler eliminirt. Derselbe findet sich, indem man zu den Quadratsummen der variablen Fehler für jede Intervallstelle jenen soeben angegebenen mittleren Werth mit rund 10^2 hinzufügt; man erhält damit den Mittelwerth $\pm 14,7$, während derjenige des Totalfehlers sich zu $\pm 17,9$ findet. Diese Zahlen veranschaulichen demnach den Genauigkeitszuwachs, den man für eine der vorliegenden Beobachtungen zu erwarten hat, wenn die constanten Fehler durch rationelle Anordnung eliminirt werden. Wird nun vorausgesetzt, dass im Allgemeinen die complementären Fehler nach Grösse und Vorzeichen einander entsprechen (wie das Volkman für seine Beobachtungen nachgewiesen hat), so erreicht man diesen Zweck, wenn

der Einfluss des constanten Fehlers durch Ablesung an complementären Intervallstellen aufgehoben wird; diese aber liegen im Mittel um $\frac{1}{2} J$ auseinander. Man muss daher die Ablesungen an um $\frac{1}{2} J$ von einander abstehenden Intervallstellen vornehmen, wobei gleichzeitig der Einfluss der variablen Fehler im Allgemeinen ein Minimum wird.

Figur 6.



Diese Regel wird bekanntlich bei den Nivellir-Wendelatten in rationeller Weise angewendet und ist in der jetzigen Anordnung meines Wissens zuerst von Vogler vorgeschlagen worden.*)

Will man noch eine weitere Verschärfung der Ablesung erzielen, so lässt sich das durch eine Vervollständigung der einfachen Feldtheilung erreichen, die allerdings die Gleichförmigkeit des Bildes etwas beeinträchtigt. Zunächst können die Ablesungen an den Feldrändern etwas verschärft werden durch Anbringung zu den Feldgrenzen symmetrischer

Figuren, wie besonders durch kleine Kreise in den Feldgrenzen. Ferner kann man für die Ablesungen an den Stellen der Fehlermaxima bei $\frac{1}{4} J$ und $\frac{3}{4} J$ dadurch eine grössere Genauigkeit erreichen, dass man die betreffenden Ablesungen gewissermaassen zu Mittenschätzungen macht, indem die Halbirungspunkte der Felder markirt werden. Diese Halbirung darf aber nur derartig sein, dass dadurch die Genauigkeit der Mittenschätzung (bei $\frac{1}{2} J$) nicht beeinträchtigt wird; es hat also die eigentliche Schätzung im Hauptfelde zu erfolgen, die Nebentheilung soll lediglich zur Unterstützung der Schätzung an den Stellen der Fehlermaxima dienen. Nach diesen Gesichtspunkten empfiehlt sich eine Scala etwa derart, wie sie in der Figur 6 schematisch dargestellt ist.**)

Die Felder gehen im Allgemeinen von a bis b durch; der letzte Theil der farbigen Felder (f, f) ist jedoch nicht voll ausgefüllt, sondern nur die Randlinien gehen bis b durch; in den Halbirungspunkten sämtlicher Felder sind kurze Theilstriche (in der gleichen Farbe, wie die Felder f, f) angebracht. Die Theilungslinien zwischen c und b sind also nicht aufzufassen als eine Strichtheilung, eine solche würde, da die Strichmitten genau auf den Feldgrenzen liegen müssten, das Scalenbild unruhig machen, bei dieser Anordnung aber bleiben die Felder in ihrer ganzen Ausdehnung ungeändert.***)

*) Bauernfeind, Das bayerische Präcisions-Nivellement. 1870, Seite 17.

**) Die Stärke der Striche muss der Vergrößerung entsprechen.

***) Ein Versuch die Halbirungspunkte der Felder durch keilförmige Spitzen bezw. Einbuchtungen zu markiren, und damit gleichzeitig die Intervall-

VI.

Zusammenstellung der Resultate über die Schätzungsfehler am Fernrohrfaden.

Fassen wir nun das im Vorstehenden über die Genauigkeit der Schätzung am Fernrohrfaden Erörterte kurz zusammen, so ergeben sich die folgenden Resultate und Folgerungen:

1) Der mittlere relative Gesamtschätzungsfehler lässt sich ausdrücken als eine Function der scheinbaren Grösse der Scaleneinheit, und zwar ist der Fehler umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus dem Intervall.

2) Daraus folgt, dass für dieselbe Scaleneinheit der mittlere Schätzungsfehler umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der Vergrösserung ist.

3) Die Fadenstärke kann bei kleinen scheinbaren Intervallgrössen die Schätzungsgenauigkeit nicht unerheblich beeinflussen; eine scheinbare Fadenstärke von 0,10 mm bis 0,15 mm in deutlicher Sehweite (0,25 m) ist die günstigste.

4) Die Helligkeit der Fernrohrbilder und die „trennende Kraft“ des Fernrohrs haben innerhalb derjenigen Grenze, in der die Bilder der Scala genügend deutlich und damit für die Schätzung überhaupt erst brauchbar sind, auf die Grösse des Schätzungsfehlers keinen oder doch nur einen geringen Einfluss. (Es ist zweckmässig, bei wechselnder Beleuchtung durch Anwendung von Gitterblenden vor dem Objectiv oder eventuell auch von farbigen Gläsern vor dem Ocular die scheinbare Bildhelligkeit möglichst gleichmässig zu machen.)

5) Die Grösse der relativen Ablesungsfehler ist abhängig von der Intervallstelle, und zwar ist der Fehler am kleinsten in der Mitte des Scalenfeldes, wächst rasch nach beiden Seiten bis zu den Intervallstellen $\frac{1}{4} J$ und $\frac{3}{4} J$ und nimmt dann zu den Feldgrenzen hin wieder ab. Man kann nach den diesbezüglichen, vorbesprochenen Beobachtungen annehmen, dass der Maximalwerth des Fehlers etwa bis zum doppelten Betrage des Mittenschätzungsfehlers anwachsen kann und an den Feldgrenzen etwa das Mittel aus dem Maximal- und Minimalwerthe erreicht.

Beim Nivellement lassen sich die von der Intervallstelle abhängigen Fehler reduciren durch Anwendung der Scalenverschiebung um $\frac{1}{2} J$ (Wendelatte), sowie durch Anbringung einer Nebentheilung mit Halbintervallen, sowie symmetrischer Figuren in den Feldgrenzen (z. B. kleiner schwarzer Kreise).

6) Die Genauigkeit des Einstellens des Fernrohrfadens auf die Feldmitte der Scaleneinheiten entspricht der der Mittenschätzung, sie

viertel zu Halbiringpunkten der Kantenlinien zu machen, hatte wenig Erfolg, da bei grösseren Entfernungen die Kanten dieser Figuren nicht genügend scharf erschienen.

ist dementsprechend etwa doppelt so gross, als die durch Schätzung der zufälligen Fadenstellung zu erzielende. — Die gleiche Beziehung für die Genauigkeit dieser beiden Schätzungsmethoden wurde unabhängig von den Fernrohrbeobachtungen für Einstellen und Ablesen der Libelle gefunden.

7) Bei Anwendung der einfachen roth- weissen Felderscala ist die Schätzung im rothen Felde ungenauer als im weissen Felde, und zwar wächst dieser Genauigkeitsunterschied mit abnehmendem Intervall. Die Grösse des mittleren Gesamtschätzungsfehlers ist jedoch für die verschiedenen Scalenarten, d. i. der Doppelfeldscala, der Strichscala und der einfachen Feldscala, nahezu gleich. Für den Gebrauch der Technik empfiehlt sich am meisten die einfache Feldscala. Es ist jedoch vortheilhaft, eine matte Grundfarbe für das farbige Feld zu verwenden und bei Anwendung von Wendelatten die Scalenverschiebung derart anzuordnen, dass die Schätzung sowohl im weissen, wie im correspondirenden rothen Felde (Vor- und Rückseite der Latte) erfolgen kann, um damit den Einfluss des Feldhintergrundes nach Möglichkeit zu eliminiren.

8) Aus der in 1) ausgedrückten allgemeinen Fehlerbeziehung folgt, dass für dasselbe Fernrohr die Schätzungsgenauigkeit umgekehrt proportional der Quadratwurzel der absoluten Intervallgrösse wächst; demzufolge gewährt die $\frac{1}{2}$ cm-Theilung eine ungefähr $1\frac{1}{2}$ mal so grosse Genauigkeit, wie die Centimetertheilung. Da jedoch die $\frac{1}{2}$ cm-Theilung bei kleinen Vergrösserungen (unter 30 fach) und grösseren Entfernungen (über 70 m) zu kleine scheinbare Intervallgrössen bietet, so ist für die wechselnden Verhältnisse der Technik eine Centimeterscala mit den unter 5) und 7) angegebenen Anordnungen vorzuziehen.

9) Für dieselbe Scala und dasselbe Instrument wächst, so lange das Bild scharf und deutlich sichtbar bleibt, der mittlere Gesamtschätzungsfehler mit der Quadratwurzel aus der Entfernung.

VII.

Die Libellenfehler.

Während im Vorstehenden die Beziehungen für die Genauigkeit der Schätzung am Fernrohrfaden auf Grund der Eigenschaften von Fernrohr und Scala erörtert wurde, sind in den schon mehrfach erwähnten „Mittheilungen über einige Beobachtungen an Libellen“*) die Fehlerbeziehungen für Libellen aufgestellt worden. Die Resultate sind kurz die folgenden:

Die Eigenfehler der Libellen hängen ab von der der Libelle eigenthümlichen Richtkraft, welche bestimmt wird durch die Grösse der Blase, der Krümmung der Libelle und der jeweilig dem Libellenrohre ertheilten Neigung.

*) Diese Zeitschrift 1891, S. 257.

Die Richtkraft der Libelle wächst mit der Blasengrösse, der Stärke der Krümmung bezw. Angabe der Libelle, und der Grösse der ertheilten Neigungen.

Ist die Aufgabe gestellt, kleine Neigungen gegen die Horizontale oder geringe Schwankungen eines Instrumenttheiles, also z. B. einer Fernrohrachse, möglichst scharf in Winkelmaass auszudrücken, so sind dazu schwach gekrümmte Libellen zu benutzen, da für alle Libellen bei gleichen Neigungen die Richtkräfte gleich sind. Soll dagegen mittelst der Libelle ein Instrumenttheil, z. B. eine Fernrohrachse, in eine bestimmte Lage eingestellt werden, so muss die grosse Richtkraft der stark gekrümmten Libelle ausgenutzt werden.

Der Fehler der Libellen verschiedener Angabe, in Secunden ausgedrückt, wächst proportional der Quadratwurzel aus der Angabe; für die a. a. O. untersuchten Instrumente ergab sich die Fehlerbeziehung

$$\text{für Einstellen der Libelle } 0,09 \sqrt{A''}$$

$$\text{„ Ablesen „ „ } 0,20 \sqrt{A''}$$

wobei A'' die Angabe für eine Pariser Linie bedeutet.

VIII.

Die Verbindung von Fernrohr und Libelle zum Nivellirapparat.

Die Leistungsfähigkeit des Nivellirapparates resultirt aus derjenigen von Libelle und Fernrohr, und wird bestimmt durch die Ausnutzung derselben beim Nivellement. Wie schon auf Seite 600 d. vor. Jahrg. angegeben, sind bei der üblichen Construction der Nivellirapparate die folgenden drei Verfahren anwendbar:

- I. Verfahren: Einstellen der Libelle und Ablesen der Scala,
- II. „ Ablesen „ „ „ „ „ „ „ „
- III. „ „ „ „ „ „ Einstellen „ „

Die Grösse der Fehler für diese Nivellirverfahren setzt sich zusammen aus den bezüglichen Einzelfehlern; für die Ableitung des Gesamtnivellirfehlers auf diesem Wege ist aber zu berücksichtigen, dass die Einzelfehler bei den verschiedenen Verfahren nicht ohne Weiteres nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz behandelt werden können, sondern dass diese Berechnungsart einer gewissen Beschränkung unterworfen ist, wie auf Seite 603 erörtert wurde.

Der von der Libelle herrührende Höhenrichtungsfehler, gemessen an der Scala, ist nach der oben angegebenen Beziehung

$$\lambda = \frac{C\sqrt{A''}}{\rho''} Z,$$

wobei Z die in Millimetern einzuführende Zielweite ist, wenn λ in Millimetern erhalten werden soll.

Der Schätzungsfehler an der Scala ist nach Seite 641 d. vor. Jahrg.

$$\mu = 2a \frac{\sqrt{t} \sqrt{Z}}{\sqrt{V}}$$

und danach der Gesamtfehler

$$M^2 = \lambda^2 + \mu^2 = \left(\frac{C}{\rho}\right)^2 AZ^2 + 4a^2 \frac{tZ}{V}$$

Zunächst ist es nun von Interesse, festzustellen, welches Verhältniss zwischen den Grössen der Einzelfehler λ und μ bei Einführung der entsprechenden Constanten besteht, da dieses Verhältniss für die Wahl des Verfahrens und der Instrumentconstanten von Wichtigkeit ist. Zu dem Zwecke bilden wir die Quotienten

$$Q = \frac{\mu}{\lambda} = \frac{2a \sqrt{t} \sqrt{Z} \times \rho''}{\sqrt{V} C \sqrt{A} Z} = \frac{2a \cdot \rho'' \sqrt{t}}{C} \times \frac{1}{\sqrt{AVZ}}$$

Werden hierin die Werthe für a bezw. C eingesetzt und t gleich 5 mm bezw. 10 mm genommen, so erhalten wir die allgemeine Form

$$Q = F \times \frac{1}{\sqrt{AVZ}}$$

worin F den vom Verfahren und der Scaleneinheit abhängigen Factor darstellt.

Aus dieser allgemeinen Beziehung entnehmen wir:

der Quotient der Einzelfehler, also das Verhältniss der Grösse des Libellen- und Visurfehlers, ist

- 1) für dieselben Instrumentconstanten und Zielweiten abhängig vom Verfahren und dem Theilungsintervall,
- 2) für dasselbe Verfahren und die gleiche Theilungseinheit, bei gleichen Zielweiten abhängig von den Instrumentconstanten A und V , aber constant, sobald das Product AV constant ist,
- 3) für dasselbe Verfahren und dieselben Instrumentconstanten abhängig von der Zielweite.

Sehen wir nun zunächst ab von dem unter 1) ausgedrückten Einflusse der verschiedenen Verfahren und beschränken unsere Betrachtung auf die in der Technik allgemeiner übliche Methode der Ablesung der Scala mit Einstellung oder Ablesung der Libelle, so erhalten wir nach Einführung der Werthe für die einzelnen Constanten auf Grund der auf Seite 623 d. vor. und Seite 14 dies. Jahrg. angegebenen Beziehungen die folgenden Ausdrücke:

Für das Verfahren	Bei Anwendung einer	
	cm - Theilung	1/2 cm - Theilung
I. Ablesung der Scala .	1160	820
Einstellung der Libelle	$\frac{1160}{\sqrt{AVZ}}$	$\frac{820}{\sqrt{AVZ}}$
II. Ablesung der Scala .	520	370
Ablesung der Libelle .	$\frac{520}{\sqrt{AVZ}}$	$\frac{370}{\sqrt{AVZ}}$

Nach den früher mitgetheilten Beobachtungen ist für diese beiden Verfahren die Grösse des Gesamtfehlers nahezu gleich. Dass er für die erste Methode etwas grösser ist, obwohl er nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz geringer sein sollte, scheint, wie bereits erörtert,*) darin seinen Grund zu haben, dass bei der Art der ersten Beobachtungsmethode die Einzelfehler nicht unabhängig bleiben. Man kann daher als dasjenige Verfahren, welches das Verhältniss der Grösse der Einzelfehler am schärfsten zum Ausdrucke bringt, das Verfahren mit Ablesen von Libelle und Scala ansehen und die Fehlerquotienten Q dieses Verfahrens als maassgebend annehmen.

Gehen wir nun dementsprechend von den Quotienten dieses Verfahrens für die cm-Theilung aus, und führen zunächst eine mittlere Zielweite $Z = 50$ m ein, so erhalten wir die Beziehung

$$Q = \frac{520}{\sqrt{AV}} \cdot \frac{1}{\sqrt{50}} = \frac{74}{\sqrt{AV}}$$

Nehmen wir nun weiterhin zur Darstellung extremer Verhältnisse die Constanten $A' = 50'$ und $V = 10$ fach, oder $A' = 10'$ und $V = 50$ fach, so erhalten wir $Q = \frac{74}{\sqrt{500}} = 3,3$, d. h. der Schätzungsfehler an der

Scala ist 3,3 mal so gross als der Libellenfehler. Dieser letztere kommt daher bei der Bildung des Gesamtfehlers nur wenig in Betracht, wie es sich auch aus den auf Seite 601 d. vor. Jahrg. mitgetheilten Beobachtungen für die Nivellirverfahren bei Instrumentconstanten, welche zwischen den obigen Grenzen liegen, ergeben hatte. Man kann dementsprechend für eine rationelle Ausnutzung der Nivellirapparate die Bedingung einführen, dass das Fehlerverhältniss Q ein solches werde, dass der Libellenfehler, praktisch genommen, verschwinde gegenüber dem Visurfehler. Es kommt dann weiterhin nur noch darauf an, dass dieses Verhältniss für Nivellirapparate derselben Gattung im Allgemeinen constant sei und dass die Werthe A und V so bemessen werden, dass auch für diejenigen Grenzen, innerhalb welcher bei der praktischen Durchführung des Nivellirverfahrens (Terrainverhältnisse etc.) die Zielweiten naturgemäss schwanken können, das Verhältniss Q im Allgemeinen constant bleibe, dass also diejenige Zielweite Z , für welche der Quotient beider Fehlerarten = 1 wird, weit ausserhalb der praktisch in Betracht kommenden Zielweiten liege, wie z. B. $Z = 500$ m. Führen wir diesen Werth in die obige Gleichung

ein, so erhalten wir $Q = \frac{520}{\sqrt{A V} \sqrt{500}} = \frac{23,3}{\sqrt{A V}}$, und für $Q = 1$,

$A V = 23,3^2 = 543$ (rund 500). Wenn demnach die Instrumentconstanten so angeordnet werden, dass sie im Allgemeinen dieser Bedingung genügen, so wird damit erreicht, dass bei der Bildung des Gesamtinstrumentfehlers der Libellenfehler praktisch ausser Betracht bleibt. Natürlich wäre es verfehlt, nach dieser Beziehung die Instrumentwerthe einfach rechnerisch ableiten zu wollen, dieselbe kann vielmehr nur die allgemeinen

*) Seite 603 d. v. Jahrg.

Gesichtspunkte für die rationelle Zusammenstellung geeigneter Werthe von A und V andeuten. Als maassgebend für die Genauigkeit des Verfahrens ist also der Visurfehler angenommen, und die Libellenconstante soll so bemessen werden, dass sie denselben zwar nicht wesentlich erhöhen kann, dagegen sollen aber auch nicht unnöthiger Weise übermässig empfindliche Libellen verwendet werden, welche nur die Arbeit erschweren ohne irgend einen Vortheil zu gewähren.

Legen wir für die Libellenconstanten die in dieser Zeitschrift 1891, S. 277 vorgeschlagenen „Nummern“ zu Grunde, so würde man danach etwa Instrumentwerthe erhalten, wie sie in der folgenden Zusammenstellung (Tabelle 42) aufgeführt sind.

Tabelle 42.

Libellen- Nummer	Angabe der Libelle A	Vergrößerung des Fernrohrs V	Mittelwerth für $A V$
1	7—9	35—45	320
2	12—15	30—35	440
3	20—25	25	560
4	30—35	20	650
5	40—45	15	640
		Mittel	520

Nach diesen Normalen könnten im Allgemeinen die Instrumentconstanten bemessen werden; will man das Instrument lediglich zum Nivellirverfahren mit Einstellen der Libelle benutzen, so combinire man innerhalb der angedeuteten Grenzen die stärkere Vergrößerung mit der stärker gekrümmten Libelle, da für das Verfahren der Libelleneinstellung nach den früher mitgetheilten Fehlerbeziehungen wegen der stärkeren Richtkraft der Libellen mit grösserer Angabe, der Fehler verhältnissmässig klein und die Einstellung leichter ist.

Tabelle 43.

Nr.	A	V	$A V$
1	9,5	37	350
2	16,4	30	490
3	54,8	24	1320
4	14,5	17	245
5	25,1	28	700
6	13,7	20	275
7	7,5	20	150

Zur Vergleichung seien den in der Tabelle 42 angeführten Instrumentwerthen diejenigen einer Anzahl von Instrumenten (vergl. Tabelle 2)

des hiesigen geodätischen Institutes in der vorhergehenden Tabelle 43 gegenübergestellt.

Man ersieht daraus die ganz regellose Anordnung der Constanten.

Um endlich noch für die Zielweite 50 m eine Uebersicht über die nach den Beziehungen für die Einzelfehler der Libelle mit

$$\lambda = 0,20 \sqrt{A'} \frac{Z}{\rho} = 0,0485 \sqrt{A},$$

und des Scalablesungsfehlers

$$\mu = 2 \cdot a \sqrt{Z} \sqrt{t} \cdot \frac{1}{\sqrt{V}} = \frac{3,58}{\sqrt{V}}$$

gebildeten Gesamtfehler zu geben, sei die folgende Tabelle 44 mitgetheilt.

Tabelle 44.

An- gabe der Libelle	Libellen- fehler	Vergrößerung:					
		40 fach	35 fach	30 fach	25 fach	20 fach	15 fach
		reiner Scalenschätzungsfehler					
		0,565	0,600	0,652	0,713	0,800	0,921
1	2	3	4	5	6	7	8
5	0,108	0,58	0,61	0,66	0,72	0,81	0,93
10	0,153	0,59	0,62	0,67	0,73	0,82	0,94
15	0,187	0,60	0,63	0,68	0,74	0,82	0,94
20	0,216	0,61	0,64	0,69	0,75	0,83	0,95
30	0,265	0,62	0,66	0,70	0,76	0,84	0,96
40	0,306	0,64	0,68	0,72	0,78	0,86	0,97
50	0,342	0,66	0,69	0,74	0,79	0,87	0,98

2. Abhängigkeit des Nivellirfehlers von der Zielweite.

Werden in die Function für den Gesamtnivellirfehler

$$M^2 = \left(\frac{C}{\rho}\right)^2 A Z^2 + 4 \frac{a^2 t Z}{V}$$

je nach dem Verfahren und den Instrumentconstanten die entsprechenden Werthe eingeführt, so erhalten wir für jedes Glied der Fehlerbeziehung die Beiträge zum Totalfehler, deren Grössenverhältniss je nach dem Verfahren und den Instrumentconstanten mit der Zielweite sich verschieden gestaltet, wie soeben erörtert wurde.

Um eine Uebersicht über diese Verhältnisse zu geben, seien beispielsweise für die folgenden drei extremen Fälle die theoretischen Fehlerwerthe angeführt:

- 1) Verfahren: Ablesung der Scala, Einstellen der Libelle.

Theilungseinheit der Scala $t = 10$ mm,

Vergrößerung $V = 17$ fach,

Angabe der Libelle $A = 10''$.

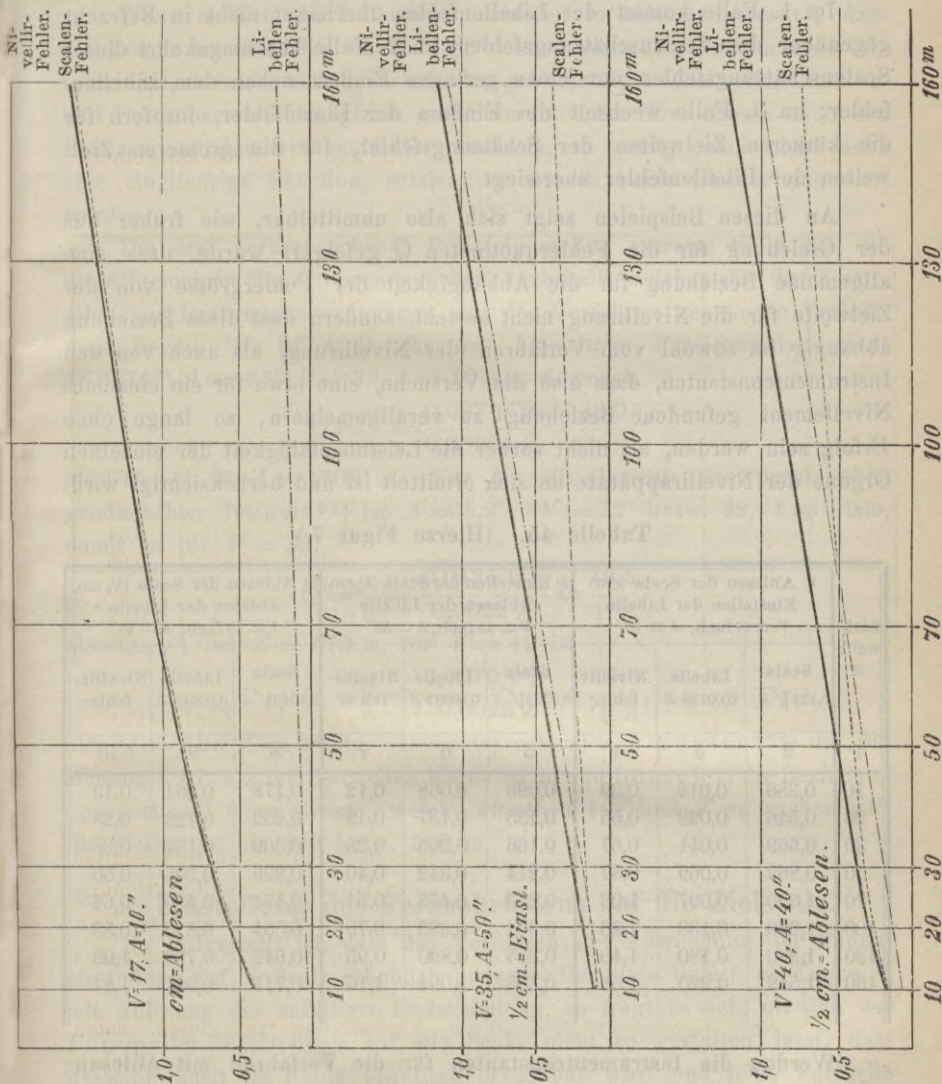
- 2) Verfahren: Einstellen des Fernrohrfadens auf die Feldmitten der Scala, Ablesen der Libelle.

Theilungseinheit der Scala $t = 5$ mm,

Vergrößerung $V = 35$ fach,

Angabe der Libelle $A = 50''$.

Fig. 7.



- 3) Verfahren: Ablesen der Scala, Ablesen der Libelle.

Theilungseinheit der Scala $t = 5$ mm,

Vergrößerung $V = 40$ fach,

Angabe der Libelle $A = 40''$.

Führen wir die entsprechenden Werthe in die Gleichung Seite 18 ein, bilden danach die Gesamtfehler für die Zielweiten $Z=10$ bis 160 m, so erhalten wir die Nivellirfehler, wie sie die folgende Tabelle 45 nachweist, in der gleichzeitig die Einzelfehler angegeben sind.

Die Tabelle und die graphischen Darstellungen in Figur 7 zeigen unmittelbar den verschiedenen Einfluss der Einzelfehler.

Im 1. Falle kommt der Libellenfehler überhaupt nicht in Betracht gegenüber dem Scalenschätzungsfehler; im 2. Falle hat umgekehrt dieser Scalenschätzungsfehler nur einen geringen Einfluss neben dem Libellenfehler; im 3. Falle wechselt der Einfluss der Einzelfehler, insofern für die kürzeren Zielweiten der Schätzungsfehler, für die grösseren Zielweiten der Libellenfehler überwiegt.

An diesen Beispielen zeigt sich also unmittelbar, wie früher aus der Gleichung für die Fehlerquotienten Q gefolgert wurde, dass eine allgemeine Beziehung für die Abhängigkeit der Fehlergrösse von der Zielweite für die Nivellirung nicht besteht, sondern dass diese Beziehung abhängig ist sowohl vom Verfahren der Nivellirung, als auch von den Instrumentconstanten, dass also die Versuche, eine etwa für ein einzelnes Nivellement gefundene Beziehung zu verallgemeinern, so lange ohne Erfolg sein werden, als nicht vorher die Leistungsfähigkeit der einzelnen Organe der Nivellirapparate an sich ermittelt ist und berücksichtigt wird.

Tabelle 45. (Hierzu Figur 7.)

Zielweite Z	1) Ablesen der Scala (cm) Einstellen der Libelle $V=17$ fach, $A=10''$			2) Einstellen der Scala ($\frac{1}{2}$ cm) Ablesen der Libelle $V=35$ fach, $A=50''$			3) Ablesen der Scala ($\frac{1}{2}$ cm) Ablesen der Libelle $V=40$ fach, $A=40''$		
	Scala $0,122\sqrt{Z}$	Libelle $0,00138 Z$	Nivellir- fehler	Scala $0,0302\sqrt{Z}$	Libelle $0,00683 Z$	Nivellir- fehler	Scala $0,0564\sqrt{Z}$	Libelle $0,00613 Z$	Nivellir- fehler
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	0,386	0,014	0,39	0,096	0,068	0,12	0,178	0,061	0,19
20	0,546	0,028	0,55	0,135	0,137	0,19	0,252	0,123	0,28
30	0,669	0,041	0,67	0,166	0,205	0,26	0,309	0,184	0,36
50	0,862	0,069	0,87	0,214	0,342	0,40	0,399	0,306	0,50
70	1,020	0,097	1,03	0,253	0,478	0,54	0,471	0,430	0,64
100	1,220	0,138	1,23	0,302	0,683	0,75	0,564	0,613	0,83
130	1,390	0,180	1,40	0,345	0,890	0,95	0,642	0,799	1,02
160	1,542	0,220	1,56	0,385	1,094	1,16	0,711	0,981	1,21

Werden die Instrumentconstanten für die Verfahren mit Ablesung an der Scala nach dem früher Erörterten so bemessen, dass der Libellenfehler innerhalb der in Betracht kommenden Zielweiten verschwindet, so überwiegt der Scalablesungsfehler, das erste Glied der Gleichung für den Gesamtfehler verschwindet, und dementsprechend wächst der Nivellirfehler mit der Quadratwurzel aus der Zielweite.

Wenn dagegen der Fernrohrvisurfehler durch Anwendung des genauesten Schätzungsverfahrens durch Einstellung des Fadens auf die Scala sehr gering gemacht wird im Vergleich zu einem grösseren Libellenfehler, so überwiegt dieser letztere, das zweite Glied der Fehlergleichung bleibt ohne Einfluss und der Nivellirfehler wächst proportional der Zielweite.

Wenn endlich die Instrumenteconstanten so bemessen werden, dass nicht mehr das eine Glied der Fehlergleichung gegenüber dem anderen verschwindet, dass also z. B. innerhalb der gebräuchlichen Zielweiten Libellen- und Fernrohrvisurfehler gleich gross werden oder ihrer Grösse nach den Einfluss auf den Gesamtfehler wechseln, so genügt auch nicht mehr eine eingliedrige Function, sondern es müssen beide Glieder angesetzt werden.

Die drei vorbesprochenen Beispiele stellen extreme Fälle dar, die im Allgemeinen die Grenzen angeben, innerhalb welcher die durch verschiedene Instrumentanordnungen und das Verfahren gegebenen Verhältnisse liegen. So ist z. B. für das bayerische Präcisionsnivellement 1870/71*) $A = 4,5''$, $V = 32$, $t = 10$ mm, demnach

$$Q = \frac{\mu}{\lambda} = \frac{0,067 \sqrt{Z}}{0,00204 Z} = \frac{33,0}{\sqrt{Z}}$$

also $Q = 1$ für $Z = 1100$ m. Für die Nivellements des preussischen geodätischen Instituts **) ist $A = 5,2''$, $V = 32$ bzw. 42 , $t = 4$ mm, damit ist für $V = 32$,

$$Q = \frac{\mu}{\lambda} = \frac{0,0424 \sqrt{Z}}{0,0022 Z} = \frac{19,3}{\sqrt{Z}}$$

also $Q = 1$ bei $Z = 370$ m, für $V = 42$ ist

$$Q = \frac{\mu}{\lambda} = \frac{0,0370 \sqrt{Z}}{0,0022 Z} = \frac{16,8}{\sqrt{Z}}$$

also $Q = 1$ bei $Z = 280$ m. Dementsprechend fand Vogler ***) die Beziehung $0,07 \sqrt{Z}$ für Zielweiten bis zu 90 m, und Börsch †) die Beziehung „proportional einer Grösse, welche zwischen \sqrt{Z} und Z zu suchen ist“ für Zielweiten bis 200 bzw. 300 m.

3. Einstellung des Fernrohrfadens auf die Zielscala.

Da festgestellt ist, dass das Verfahren mit Anwendung der Faden-einstellung auf die Scala erheblich genauere Resultate liefert, als dasjenige mit Ablesung der zufälligen Fadenstellung, so fragt es sich, ob sich das Princip der Einstellung auf die Scala nicht so gestalten lässt, dass dasselbe auch im Felde praktisch brauchbar wird und seine Vortheile allgemeiner ausgenutzt werden können, anstatt wie das bisher (wohl

*) Vergl. Tabelle 24.

**) Vergl. Tabelle 25.

***) Vogler, Ziele und Hilfsmittel geom. Präcisionsnivellements, Seite 56.

†) Astronomische Nachrichten, Bd. 96, Nr. 2286, Seite 81, 83.

der Schwierigkeit der Beobachtung wegen) der Fall war, nur bei einzelnen Arbeiten, z. B. bei dem holländischen Präcisionsnivellement und den Nivellements des geodätischen Instituts. Bei dieser Art der Ansnutzung der Fadeneinstellung liegt die wesentlichste Schwierigkeit darin, dass die Beobachtung von Libelle und Fernrohrfaden nicht von einander unabhängig geschehen kann, dass vielmehr die Libelle in dem Moment abgelesen werden muss, in welchem der Faden eingestellt ist. Diese Schwierigkeit wird aber sofort beseitigt, wie man die Fadeneinstellung von der Bewegung der Libelle unabhängig macht, also die Einstellung des Scalenpunktes mit einem beweglichen Faden unter Einführung eines Ocularmikrometers vornimmt. Die Anwendung von Instrumenten nach diesem Constructionsprincip ist nicht neu. So sind z. B. schon dahingehende Versuche beim schweizerischen Präcisionsnivellement*) gemacht, aber wieder aufgegeben worden, weil die Genauigkeit der Einstellung des Fadens nicht der der Ablesung der zufälligen Fadenstellung gleich kam. Dieses Urtheil der schweizerischen Nivelleure trifft aber nach meiner Ansicht nicht das Princip, sondern die nur mangelhafte Ausnutzung des richtigen Principis. Es wurde der bewegliche Faden des Mikrometers auf die Feldgrenze eingestellt und dabei jenes ungünstige Resultat im Vergleiche zur Ablesung gewonnen. Eine günstigere Beobachtung ist schon die Einstellung auf die Feldmitte, wie sie bei dem holländischen Nivellement und dem des preussischen geodätischen Instituts angewendet wurde. Will man das Nivellirverfahren auf die höchste Leistungsfähigkeit bringen, so muss man auch die günstigsten Vorbedingungen für dieses Verfahren zu Grunde legen, man darf nicht einen Faden auf die Grenze zweier Theilungsfelder einstellen, sondern es muss der bewegliche Faden ein Doppelfaden**) sein, und es müssen die Theilungslinien einer Strichscala in diesen Doppelfaden eingestellt werden; es muss also Strichscala und beweglicher Doppelfaden angewendet werden, und die Dicke der Scalenstriche, die scheinbare Stärke des festen Fadens und der scheinbare Abstand der Doppelfäden so bemessen sein, dass dieselben für die vorkommenden Zielweiten (eventuell unter Benutzung zweier Oculare entsprechender Vergrößerung) günstige Einstellungsbedingungen gewähren.***) Die Scalenintervalle müssen ferner so bemessen sein, dass die mikrometrisch zu messenden Abstände nur so weit von der Mitte des Gesichtfeldes liegen, dass der Einfachheit wegen noch mit festem Ocular (also ohne Ocularschlitten) beobachtet werden kann. Es steht mir zur Zeit kein nach den soeben entwickelten Grundsätzen construirter Nivellirapparat zur Verfügung um die Leistungsfähigkeit durch Versuche zu prüfen. Es wird aber möglich

*) Nivellement de précision de la Suisse, 1867, p. 19.

**) Entsprechend dem Verticalfaden des Theodolits.

***) Vergl. „Förster, Ueber die Beziehung zwischen der Vergrößerung der Mikroskope und der Genauigkeit der mikrometrischen Messungen“, mitgetheilt diese Zeitschr. 1880, Seite 117.

sein, mit einem derartigen Apparate die rein instrumentelle Leistungsfähigkeit des Nivellirverfahrens auf eine bisher nicht erreichte Höhe zu bringen. Das aber kann nur für die Hauptzüge des Landeshöhennetzes und nur dann eine Berechtigung haben, wenn es vorher gelungen sein wird, für die bis jetzt gebräuchlichen hölzernen Zielsealen einen Ersatz aus einem gegen Witterungseinflüsse besser controlirbaren Material zu beschaffen. Für Nivellements von mehr örtlicher Bedeutung, für welche es sich nicht um weitgehende Fortführung der Einzelhöhenunterschiede handelt, also für die Höhenzüge zweiter Ordnung und Höhenaufnahmen für specielle technische Zwecke (Eisenbahn- und Strom-Nivellements etc.) sind aber mit Instrumenten der früher angegebenen Constanten*) unter Anwendung gut getheilter und geprüfter Wendelatten und genügend schwerer Unterlagsplatten, was die rein instrumentelle Leistungsfähigkeit anbetrifft, um die es sich hier allein handeln soll, Resultate zu erzielen, welche allen Anforderungen, welche die Technik zur Zeit stellen kann, vollauf genügen. Welches der beiden in Betracht kommenden Verfahren, entweder das mit Einstellen der Libelle und Ablesen der Scala (Verfahren I), oder Ablesen der Libelle und Scala (Verfahren II) gewählt wird, ist an sich gleichgültig, da, wie früher erörtert,**) der rein instrumentelle Genauigkeitsunterschied nur ein ganz geringer ist; entscheidend für die Wahl des Verfahrens sind allein die begleitenden Umstände, Zweckmässigkeit und Einfachheit. In dieser Hinsicht ist aber bekanntlich das I. Verfahren, weil es unabhängig von jeder Entfernungsbestimmung ist, und die Ablesung der Libelle, sowie die Reduction der Ablesungen (und damit eine weitere Fehlerquelle) vermeidet, dem II. Verfahren überlegen, wenn auch die scharfe Einstellung der Libelle eine weit grössere Uebung erfordert, als die Ablesung derselben. Das II. Verfahren ist aber an Schnelligkeit der Feldarbeit dem I. etwas überlegen, wenn ein zweiter Beobachter zur Ablesung der Libelle zur Verfügung steht, wenn die Entfernungen ohnehin genügend genau ermittelt werden müssen und die durch Reduction der Beobachtungen entstehende häusliche Mehrarbeit nicht ins Gewicht fällt. Dagegen hat das I. Verfahren wieder den nicht zu unterschätzenden Vorzug, dass auf jeder Station der Höhenunterschied direct berechnet und bei Anwendung von Wendelatten unabhängig controlirt vorliegt, ein Vortheil, der wegen der Reduction der Beobachtungen für das II. Verfahren im Felde nicht in so einfacher Weise zu erreichen ist, wenn auch bekanntlich Libellen- und Scalenablesung durch Proben je für sich gesichert werden können. Die unmittelbare Ausrechnung des Resultates im Felde vor Verlassen der Station hat aber besonders für technische Arbeiten ganz wesentliche, nicht ohne Weiteres aufzugebende Vortheile, die bei Berücksichtigung der Unabhängigkeit von der Entfernung und der (eventuell veränderlichen) Libellenangabe im Allgemeinen für das I. Verfahren sprechen.

*) Vergl. Tabelle 42.

***) Seite 605 d. vor. Jahrg.

Schlussbemerkung.

Ueberblicken wir zum Schluss noch einmal die Resultate in Bezug auf die rein instrumentelle Leistungsfähigkeit, so erkennen wir aus den mitgetheilten Fehlerwerthen und aus der allgemeinen Beziehung der Fehlergrössen zu den Werthen \sqrt{A} und \sqrt{V} , dass sogenannte „kleine Instrumente“ nur um Weniges hinter „grösseren“ zurückstehen, viel weniger, als man bisher allgemein nach der Beziehung „einfach proportional“ den Werthen von A und V anzunehmen geneigt war, eine Annahme, die wohl darauf zurückzuführen ist, dass man vielfach die Leistungsfähigkeit des Instrumentes an sich, mit derjenigen des mit den Instrumenten verschiedener „Qualität“ üblichen Verfahrens verwechselt, oder doch nicht in gehöriger Weise getrennt hat. Der Schwerpunkt der Entwicklung der geodätischen Beobachtungstechnik liegt in der Ausbildung und rationellen Gestaltung der Methoden, dieselben müssen einfach, aber exact sein. Bei zweckmässiger und im Einzelnen wohlbegründeter Anordnung des Verfahrens lassen sich auch mit einfachen Mitteln Resultate erzielen, die allen Anforderungen genügen. Es ist dies eine Thatsache, die noch nicht genügend gewürdigt wird, die aber im Interesse einer gedeihlichen Fortentwicklung der geodätischen Beobachtungstechnik erkannt sein muss *) **).

Bonn, Juli 1892.

Internationale Erdmessung.

Die diesjährige Versammlung der Permanenten Commission der Internationalen Erdmessung fand in der Zeit vom 5. bis 12. September in der Aula der Universität zu Innsbruck unter dem Vorsitz ihres Präsidenten Hervé Faye aus Paris statt. Die Commission hatte sich nahezu vollständig eingefunden; ausserdem erschienen mehrere andere Delegirte, sodass 10 Staaten durch 23 Delegirte vertreten waren. Die erste Sitzung wurde durch sehr freundliche Worte der Begrüssung von seiten des K. K. Statthalters, des Bürgermeisters und des Rectors der Universität eingeleitet. Ausser den gewöhnlichen Gegenständen der Verhandlungen: den Thätigkeitsberichten des beständigen Secretairs und des Directors des Centralbureaus, sowie den Mittheilungen der Delegirten über die Fort-

*) Vergl. Zeitschrift für Instrumentenkunde, 1892, Seite 104, Referat, „Ueber die Leistung eines kleinen Instruments, von G. C. Comstock.“ The Sidereal Messenger, 1891, Seite 406.

**) Des Verfassers „Verbindungstriangulation zwischen dem rheinischen Dreiecksnetze der europäischen Gradmessung und der Triangulation des Dortmunder Kohlenreviers der Landesaufnahme“, Seite 45.

schritte der Arbeiten in den verschiedenen Ländern, standen diesmal drei wichtige Fragen auf der Tagesordnung: die Organisation der Beobachtungen über die Veränderlichkeit der geographischen Breite infolge Schwankungen der Erdachse im Erdkörper, die Organisation der Messungen der Intensität der Schwerkraft an möglichst vielen Orten der Erdoberfläche und die Erneuerung des internationalen Erdmessungs-Uebereinkommens vom October 1886, dessen Dotirung zunächst nur für zehn Jahre vorgesehen ist.

Ueber den gegenwärtigen Stand der Forschung in Bezug auf die Breitenschwankungen gaben der Director und der erste Sections-Chef des Centralbureaus, Geheime Rath Helmert und Professor Albrecht aus Potsdam eingehende Mittheilung, denen Director van de Sande Bakhuizen aus Leyden einen Bericht über seine Untersuchungen anschloss. Geheimer Rath Foerster aus Berlin besprach sodann die weitere Organisation der Forschung, worauf die Versammlung eine Special-commission beauftragte, für die nächste allgemeine Conferenz einen Plan mit Kostenanschlag zu diesem Zwecke auszuarbeiten.

Die Erfolge, welche der österreichische Oberst-Lieutenant von Sterneck vom militair-geographischen Institut in Wien in den letzten sechs Jahren durch Messung der Intensität der Schwerkraft mit besonders compendösen Pendelapparaten erzielte, haben nicht nur im Kreise der Erdmessung Aufsehen erregt und einen mächtigen Impuls zur Belebung dieses Forschungsgebietes gegeben, sondern es haben auch die Geologen die Nützlichkeit der Schwerkraftmessungen für ihre Zwecke erkannt, weshalb die vereinigten Akademien und Gesellschaften der Wissenschaften von Wien, Göttingen, München und Leipzig Abgesandte nach Innsbruck geschickt hatten, die mit den Vertretern der Erdmessung über das weitere Vorgehen in Berathung traten und ein vorläufiges Abkommen erzielten. Bei der im nächsten Jahre stattfindenden Allgemeinen Conferenz der Internationalen Erdmessung wird auf diese Angelegenheit zurückgekommen werden. Es ist die Bildung einer besondern Section für die Untersuchung der Störungen der Schwerkraft nach Grösse und Richtung ins Auge gefasst.

Die zur Erneuerung der Convention von 1886 erforderlichen Vorarbeiten wurden einer Commission übertragen, welche mit Hülfe des Centralbureaus nach Anhörung der Wünsche der Delegirten einen Entwurf aufstellen soll, der bei der Allgemeinen Conferenz, die im September 1895 in Berlin tagen wird, zur Berathung gelangt.

Aus den verfügbaren Mitteln des Dotationsfonds der Permanenten Commission wurden fünf Credite für wissenschaftliche Zwecke, zusammen im Betrage von 18000 Mk., bewilligt. Es handelt sich dabei um die Einrichtung einer Station für Pendelmessungen im Internationalen Maass- und Gewichtsbureau in Breteuil, um Förderung der freiwilligen Beobachtungsreihen der Sternwarten zur fortgesetzten Prüfung der Schwan-

kungen der geographischen Breiten, um Untersuchungen über die Aenderung der Holzlatten durch Wärme und Feuchtigkeit und den besten Schutz gegen den Einfluss der letzteren, um Constructionsverbesserungen an Basisapparaten und um Versuche zur Herstellung eines Apparats zur Messung der Intensität der Schwerkraft auf Seeschiffen.

Die Landesberichte boten dem Fachmann wie immer eine Fülle interessanter Thatsachen; sie und die persönliche Aussprache im privaten Verkehr dienen in hervorragender Weise dazu, das Erdmessungswerk zu fördern. Am Sonnabend, 8. September, hatte die Versammlung die Ehre, einer Einladung des Statthalters Grafen Merveldt zur Soirée Folge zu leisten, bei welcher auch der Erzherzog Ferdinand zugegen war und die Delegirten ins Gespräch zog. Der folgende Sonntag vereinigte die Delegirten auf Einladung der Regierung zu einem Ausflug nach dem Achensee.

Kleinere Mittheilungen.

Zur Geschichte des Heliotrops.

„Die bewundernswürdige Erfindung des Herrn Hofrath Gauss“ nämlich die des Heliotrops, welche von Prof. Enke am Schlusse einer Abhandlung vom 25. August 1821*) kurz erwähnt wird, ist erstmals öffentlich beschrieben in einem Aufsatz (wohl von Gauss selbst?) in Nr. 126 der Göttinger Gelehrten Anzeigen vom 9. August 1821. Dieser Aufsatz ist zum Theil abgedruckt in Bode's Astronom. Jahrbuch;**) gleichzeitig ist diesem Auszug eine kurze Beschreibung der Bauart des Heliotrops angereiht auf Grund einer Mittheilung des Conducteur Sch uback von Hamburg vom 8. Januar 1822. Ueber diese Beschreibung sagt jedoch Gauss in einem Schreiben vom 10. Nov. 1822 an Schumacher,***) dass „die gegebene Nachricht ganz auf einem Irrthum beruht und mit meinem Heliotrope gar nichts gemein hat“. Auffallenderweise stimmt jedoch diese Beschreibung mit derjenigen des jetzt allgemein angewandten einfachen „Bertram“schen Heliotrops so gut überein, dass es angezeigt erscheinen dürfte, solche hier wörtlich wiederzugeben:

„Das von Herrn Gauss erfundene Heliotrop besteht in einem Planspiegel, der in horizontaler und verticaler Richtung gedreht werden kann und dazu bestimmt ist, die Sonnenstrahlen durch ein kleines Loch eines Diopters einem entfernten Beobachter zuzuwerfen, um auf die Weise bei trigonometrischen Messungen einen sehr kleinen und doch sehr schön zu sehenden Zielpunkt abzugeben. Herr Hofrath Gauss hat auf einer

*) Bode's Astronomisches Jahrbuch für 1824 (gedruckt 1821) Seite 225.

**) Bode's Astr. Jahrb. für 1825 (gedr. 1822) S. 251 u. 252.

***) Schumacher's Astronomische Nachrichten 1823 S. 444.

Entfernung von $11\frac{1}{2}$ geogr. Meilen dieses Licht durch ein Fernrohr noch sehr gut sehen können. Herr Professor Schumacher und Herr Repsold haben sich bei Messung ihrer Standlinie auch dieses Instruments bedient.“ Rührt hiernach die Angabe über die Bauart des Heliotrops nicht wohl von Repsold her und ist von Schuback nicht genau richtig wiedergegeben? Dann dürfte Vorstehendes einen Beitrag liefern zur Klärung der von Nagel, Helmert und Bertram 1877/78 erörterten Frage.†)

Gauss selbst, welcher anlässlich seiner Gradmessung auf Grund theoretischer Untersuchungen zu der Erfindung des Heliotrops gelangte, erwähnt desselben, sofern nicht der oben erwähnte Aufsatz von ihm geschrieben ist, öffentlich erst in einem Schreiben an Schumacher in des letzteren Astronomischen Nachrichten 1823 S. 105 und 440; nachdem er in einem Bericht über seine Gradmessungsarbeiten vom 7. Januar 1822 dem Kgl. Cabinetsministerium Mittheilung hierüber gemacht hatte.††) Eingehend beschreibt Gauss jedoch die Bauart, Prüfung und Berichtigung des Instruments erst 1827 in Schumacher's Astr. Nachrichten Band V S. 329—334. Zu Beobachtungen hat Gauss 1821 einen, 1822 u. 1823 je 3, 1824 u. 1825 je 4 Heliotrope benutzt.†††) Auch hatte 1822 Struve schon 4 und Müffling schon mehrere solche in Gebrauch.*)

Bohnenberger hielt im April 1825 in einer Sitzung der leitenden Behörde der Landesvermessung Württembergs einen mündlichen Vortrag „über die Vortheile des Gebrauchs von Heliotropen, deren er zwei, als hinlänglich, angeschafft habe“. Die letzteren wurden 1824 von Buzengeiger, Universitätsmechaniker in Tübingen, nach den Angaben Bohnenberger's hergestellt. Ihre Bauart weicht etwas von derjenigen Gauss' ab „weil diese Instrumente nicht nachgemacht, sondern erfunden werden mussten, da uns**) die Einrichtung der ursprünglichen Erfindung von Prof. Gauss in Göttingen nicht bekannt war.“***) In der Hauptsache, dem Spiegelwerk, ist jedoch die Bohnenberger'sche Bauart mit der Gauss'schen übereinstimmend, nur sind statt der „Stiele“, mit welchen Gauss Spiegel und Fernrohr je um ihre Achse dreht, von Bohnenberger Triebwerke angebracht. Das um seine mechanische Achse drehbare Fernrohr ruht in einem Gestell, welches mit den 3 Stellschrauben, die unmittelbar auf das Postament gestellt werden, fest verbunden ist. Eine Drehung des Fernrohres um eine verticale Achse ist nicht möglich, daher die Centrirung

†) Civilingenieur 1877 S. 270 u. 630. Zeitschr. f. Vermessungswesen 1877 S. 609, 1878 S. 34 u. 193.

††) Zeitschr. f. V. 1885 S. 120—128.

†††) Zeitschr. f. V. 1885 S. 152 Note 64.

*) Astronomische Nachrichten 1824 S. 135 und S. 38.

**) Nämlich Bohnenberger und Buzengeiger.

***) Wörtlich aus einem Schreiben Buzengeiger's vom 12. März 1832.

und Richtung des Instruments nach dem Beobachtungspunkt etwas umständiglich wird. Mit diesen Instrumenten wurden 1826 Leuchtversuche auf grössere Entfernung vorgenommen, ein ausgiebiger Gebrauch hiervon wurde jedoch bei der Haupttriangulirung Württembergs 1818/32 nicht gemacht.

Stuttgart, Oct. 1894.

Steiff.

Bücherschau.

Ueber die Methode der kleinsten Quadrate von Professor Dr. Richard Henke, Oberlehrer am Annen-Gymnasium zu Dresden. Zweite unveränderte Auflage, nebst Zusätzen. Leipzig 1894, B. G. Teubner. 2 Mk.

Unter allen Büchern über Methode der kleinsten Quadrate, welche nicht Lehrbücher und nicht Leitfaden für den Praktiker sind, ist diese kleine Schrift von Henke, welche schon 1872 in Helmert's Buch über M. d. kl. Q. S. 95 empfohlen wurde, wohl eins der interessantesten, indem sie die geschichtliche Entwicklung und dann noch eine verallgemeinerte Auffassung der Methode bietet.

Die M. d. kl. Q. steht in den mathematischen Wissenschaften auf der Grenze zwischen Theorie und Praxis und hat den Zweck, zwischen beiden zu vermitteln. In der Darstellung und Kritik der verschiedenen Begründungsweisen dieser Methode wird die erste Begründung von Gauss in der *theoria motus* vom Verfasser noch heute als die vorzüglichste betrachtet; dazu wird Legendre mit seiner lediglich empirischen Auffassung erwähnt. Dann kommt Laplace mit dem schon früher von Boscovich vorgeschlagenen Princip, die Summe der ersten Potenzen der übrig bleibenden Fehler möglichst klein zu machen, und daraus entsteht das merkwürdige Resultat, dass unter Voraussetzung einer sehr grossen Zahl von Beobachtungen das Verfahren auf die M. d. kl. Q. hinaus kommt. Dabei zeigt eine Untersuchung über die willkürlichen Annahmen, ohne welche es nicht abgeht, dass von allen Arten die Bedingungsgleichungen zu combiniren, um lineare Endgleichungen zu erhalten, die von der M. d. kl. Q. geforderte Art die vortheilhafteste ist, wenigstens wenn die Anzahl der Beobachtungen eine sehr beträchtliche ist. Diese Laplace'sche Begründung ist wegen der Feinheit ihrer Analyse von hohem theoretischen Interesse, verlangt aber einen überaus grossen Apparat von Rechnung und steht an Einfachheit und Plausibilität hinter dem Gauss'schen einzigen Princip des arithmetischen Mittels in der *theoria motus* wesentlich zurück. (S. 9.)

Nun kommt wieder Gauss mit der *theoria combinationis* (S. 11), welche bekanntlich lediglich den mittleren Fehler definirt und daraus die Methode mit völliger Strenge für jede Anzahl von Beobachtungen ableitet.

Weiter werden berichtet die Arbeiten von Enke, Reuschle, Hagen (Elementarfehler), Bessel, Fries, Goos und die Praktiker Gerling und Hansen, endlich die Franzosen Poison, Cournot, Bienaymé (S. 27).

Der Uebergang zu einer allgemeineren Auffassung der M. d. kl. Q. wird gemacht mit dem Beispiele einer Curve, welche gewissen gegebenen Punkten sich so nahe als möglich anschliessen soll, ohne dass gerade diese Punkte durch Beobachtungen gefunden zu sein brauchen, sondern beliebig auch weit abliegen können, oder man denke sich die Aufgabe gestellt: zu einem gegebenen System von Punkten denjenigen Punkt zu suchen, welcher allen einzelnen zugleich möglichst nahe liegt. Auch in solchen Fällen empfiehlt sich die M. d. kl. Q. zur mathematischen Ausdrückung des „möglichst nahe Liegens“ u. s. w. Allgemeiner handelt es sich darum, dass einem System von Gleichungen U , deren Anzahl kleiner als die Anzahl der darin vorkommenden Unbekannten ist, möglichst nahe genügt wird (S. 41), wobei die übrigbleibenden Fehler δ eine Function $F(\delta_1, \delta_2 \dots)$ bestimmen, welche ein Min. oder Max. werden soll. Die dazu gehörige Differentiirung soll ein System von Functionen V geben, von denen weiter verlangt wird, dass sie linear seien, und dadurch kommt man auf die M. d. kl. Q. hinaus (S. 44).

Die so verallgemeinerte M. d. kl. Q. findet manche Anwendungen in der Mechanik und in der Physik; man kann sie in Beziehung setzen zu dem Parallelogramm der Kräfte, und wie längst bekannt, zum Schwerpunkt, und das mechanische Princip des kleinsten Zwangs ist auch nichts anderes. Die Wege, die ein reflectirter oder ein gebrochener Lichtstrahl beschreibt, unter der Voraussetzung, dass diese indirecten Wege den directen Wegen möglichst nahe liegen, werden durch diese erweiterte M. d. kl. Q. gefunden (S. 45).

Auch der Taylor'sche und Maclaurin'sche Satz wird als Ausfluss der Methode nachgewiesen (S. 49), ferner die Näherungsdarstellung $\sqrt{1+x^2} = 0,93432 + 0,42595 x$ (S. 50).

Es wird ausgesprochen, ob nicht den Gesetzen der Natur, die wir beobachtend und rechnend zu erforschen trachten, ein Hauptprincip zu Grunde liegt, nämlich: die durch äussere Einflüsse bewirkten Veränderungen geschehen stets so, dass die veränderten Zustände derjenigen, aus welchen sie hervorgegangen, immer möglichst nahe liegen nach dem Gesetz der M. d. kl. Q. (S. 45).

Ein Abschnitt mit weiteren literarischen Bemerkungen über Begründung und Bedeutung der M. d. kl. Q. (S. 70) schliesst die auch den Praktiker ansprechende Schrift, die durch die vorstehenden Auszüge ihres Inhaltes bestens empfohlen sei. J.

Gesetze und Verordnungen.

Berlin, den 25. October 1894.

Ministerium für Landwirtschaft,

Domainen und Forsten.

I 22 376 — (I G 2527 — II 7775 — III 14 952).

In Folge eines Specialfalles, in welchem es billig erschien, mit Rücksicht auf besondere örtliche Verhältnisse bei der Festsetzung von Reisekosten-Liquidationen eines Beamten ausnahmsweise als seinen dienstlichen Wohnort nicht den ganzen Gemeindebezirk, sondern den hauptsächlich von Gebäuden und eingefriedigten Grundstücken eingenommenen Theil einer Stadt, unter Umständen mit Einschluss eines damit zusammenhängenden geschlossenen zweiten Ortsberinges anzusehen, nehme ich Veranlassung, für den Bereich der landwirthschaftlichen Gestüt-, Domainen- und Forstverwaltung ausdrücklich darauf aufmerksam zu machen, dass in allen vorkommenden Fällen streng nach der Bestimmung unter B 3. Absatz 2 der dem Staatsministerial-Beschlusse vom 13. Mai 1884 (M. Bl. S. 107) beigegebenen Grundsätze für die Berechnung der Reise- und Umzugskosten zu verfahren ist.

Der Minister für Landwirtschaft, Domainen und Forsten.

gez. *von Heyden.*

Personalm Nachrichten.

Professor Julius Schlichting †.

Am 18. Nov. d. J. starb zu Charlottenburg nach längerem Leiden Julius Schlichting, Professor an der dortigen Technischen Hochschule. Viele Leser dieser Zeitschrift, welche an der Landwirthschaftlichen Hochschule zu Berlin Geodäsie oder Kulturtechnik studirt haben, werden ihrem vormaligen Lehrer der Baukunde eine freundliche Erinnerung bewahrt haben und gern einen kurzen Abriss seines Lebens vernehmen.

Schlichting ist am 23. Januar 1835 zu Gemünd in der Eifel (Kreis Schleiden) als zweitältester Sohn des dortigen Kreisbaumeisters geboren. Da er unter zahlreichen Geschwistern aufwuchs und die Mittel des Vaters beschränkt waren, konnte an den regelmässigen Besuch einer höheren Schule erst spät gedacht werden. Mit dem älteren Bruder (jetzt Regierungs- und Baurath in Breslau) bezog er für zwei Jahre das Realgymnasium zu Siegen, wo er auch die Abiturientenprüfung bestand. Er studirte das Baufach und brachte es noch vor dem Tode seines Vaters, der an der Cholera starb, zum Bauführer. Dadurch, dass er commissarisch die Stelle seines Vaters übernahm, vermochte er Mutter und Geschwister vor Entbehrungen zu schützen. 1863 legte er das Baumeisterexamen ab und verheirathete sich bald darauf.

Als Baumeister war Schlichting zuerst in Siegen, dann zu Neusalz in Schlesien thätig. Nach dem deutsch-französischen Kriege bekam er die schöne Aufgabe, zu Metz den Moselkanal weiter zu führen, dessen Bau die Franzosen begonnen hatten. Von da an widmete er sich ganz dem Wasserbau und bekam auch bald Gelegenheit zu grösseren Arbeiten, so als Wasserbauinspector in Tilsit, wo er die Regulirung der Memel in Angriff nahm, und in gleichem Amt zu Wesel am Rhein.

Im Jahre 1879 ward Schlichting als Professor für Wasserbau an die Technische Hochschule (vormals Bauakademie) zu Berlin berufen. Als bald darauf die Landwirthschaftliche Hochschule daselbst gegründet wurde, übernahm er auch an dieser das Fach der Baukunde, das mit der Errichtung einer geodätisch-kulturtechnischen Abtheilung 1883 an Ausdehnung und Bedeutung ausserordentlich gewann. Mitunter mag Schlichting's Zuhörerkreis an der Landwirthschaftlichen Hochschule grösser gewesen sein als an der Technischen. Jedenfalls hat er sich mehrfach über den Eifer seiner geodätischen Zuhörer sehr befriedigt geäussert. Seine Vorträge über Bauconstructionslehre, über Erd-, Weg-, Brücken- und Wasserbau waren aber auch Muster von streng geordneten, knapp und sachkundig zusammengefassten Abrissen jener Wissensgebiete, und gar mancher Landmesser hat sie nachmals doppelt schätzen gelernt, wenn es galt, danach nicht nur studienhalber zu entwerfen, sondern wirklich zu bauen.

Neben der Lehrthätigkeit konnte Schlichting auf seinem Hauptgebiete, dem Wasserbau, zwar nicht mehr praktisch schaffen, um so lebhafter aber war seine literarische Wirksamkeit, und mit ganzer Kraft und unermüdlichem Eifer widmete er sich der Agitation für den Kanalbau in Deutschland, wozu ihm seine langjährige Stellung als Vorsitzender des Centralvereins für Hebung der deutschen Fluss- und Kanalschiffahrt eine willkommene Unterlage bot.

Bei so rastloser und erfolgreicher Thätigkeit war es für Schlichting gar schmerzlich, als ihn vor Jahresfrist ein beginnendes Halsleiden zunächst die Vorlesungen an der Landwirthschaftlichen, dann seit Ostern dieses Jahres auch die an der Technischen Hochschule einzustellen zwang. Doch hat er, als die Krankheit rasche Fortschritte machte, seinem Ende mit Fassung entgegengesehen in zufriedenerm Rückblick auf das, was ihm das Leben geboten: Freude an seiner Arbeit und ein glückliches Familienleben.

Königreich Preussen. S. M. der König geruhen, dem Kataster-Controleur a. D., Steuer-Inspector Lotz zu Kreuznach den Rothen-Adler-Orden 4. Klasse zu verleihen.

Ministerium für Landwirthschaft, Domainen und Forsten.

Die bisherigen Landmesser, Vermessungs-Revisionen Diefenhardt zu Düsseldorf und Eiffler zu Altenkirchen, sowie die bisherigen Land-

messer Ramann zu Remagen, Pahl zu Königsberg i. Pr., von Liebermann zu Insterburg, Framke zu Wollstein und Gehlich zu Ratibor sind zu Königlichen Ober-Landmessern ernannt worden.

Königreich Bayern. S. K. H. der Prinzregent geruhen, auf die erledigte Stelle eines Vorstandes der K. Messungsbehörde Schwabach den Bezirksgeometer W. Russwurm in Forchheim zu versetzen und die Vorstandsstelle der K. Messungsbehörde Forchheim dem Messungsassistenten Max Zachmann unter Ernennung desselben zum Bezirksgeometer II. Kl. zu verleihen.

Fragekasten.

Kann ein Geometer in eigener Sache eine Urkunde ausstellen?

Meines Erachtens wird jeder Geometer gut thun, eine etwa veranlasste Thätigkeit in eigener Sache einem Collegen zu übertragen, um das eigene Eingreifen zu vermeiden. Inwieweit aber eine solche Zurückhaltung geradezu geboten erscheint, dass hängt von den formellen Vorschriften in den einzelnen Staaten ab, die allerdings meines Wissens vielfach fehlen bzw. den Geometer nicht ausdrücklich benennen. — Ich bin gern bereit, die mir etwa zugehenden Nachrichten über den Stand der Gesetzgebung in den einzelnen Staaten zu sammeln und in einem späteren Hefte zu veröffentlichen. Für die Red. *Steppes*.

Neue Schriften über Vermessungswesen.

N. Jadanza. Per la storia della celerimensura. Estratto dalla Rivista di Topografia e Catasto. Roma 1894. Stabilimento tipografico G. Civelli.

Nivellements der trigonometrischen Abtheilung der Landesaufnahme. VIII. Band, mit 7 Tafeln. Berlin 1894. Im Selbstverlage. Zu beziehen durch die Königliche Hofbuchhandlung von E. S. Mittler & Sohn, Kochstrasse 69/70.

Ueber die Methode der kleinsten Quadrate von Prof. Dr. Richard Henke, Oberlehrer am Annen-Realgymnasium zu Dresden. Zweite unveränderte Auflage, nebst Zusätzen. Leipzig 1894. Druck und Verlag von B. G. Teubner.

Inhalt.

Grössere Mittheilungen: Die Rechnungen beim Einschneiden, von Bischoff. — Zur Auslegung der abgeänderten Prüfungsordnung für preussische Landmesser. — Mittheilung einiger Beobachtungen über die Schätzungsgenauigkeit an Maassstäben, insbesondere an Nivellirscalen (Fortsetzung u. Schluss) von Reinhertz. — Internationale Erdmessung. — **Kleinere Mittheilungen.** — Bücherschau. — Gesetze und Verordnungen. — Personalmeldungen. — Fragekasten. — Neue Schriften über Vermessungswesen.