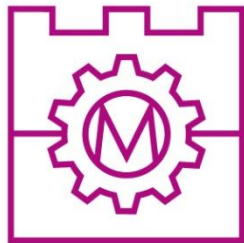


Kraków, marzec 2023 r.



Politechnika Krakowska
Wydział Mechaniczny

Praca doktorska

**ANALIZA I OPTYMALIZACJA
UKŁADU SPRZĘGIEŁ
STOSOWANEGO W NAPĘDZIE TRAMWAJU
NISKOPODŁOGOWEGO**

mgr inż. TOMASZ CZAUDERNA
MPK SA w Krakowie

Ul. Św. Wawrzyńca 13, 31-060 Kraków

tcauder@mpk.krakow.pl

Promotor: dr hab. inż. HENRYK SANECKI

Promotor pomocniczy: dr inż. MICHAŁ MANIOWSKI

SPIS TREŚCI

1. WSTĘP	6
1.1. Układy napędowe wybranych tramwajów niskopodłogowych	6
1.2. Cel i teza pracy	11
2. PRZEGLĄD LITERATURY	12
3. OGÓLNY MODEL UKŁADU NAPĘDOWEGO	15
3.1. Masowe momenty bezwładności	15
3.2. Analityczne wyznaczanie masowych momentów bezwładności	20
3.3. Doświadczalne wyznaczanie masowych momentów bezwładności	21
3.4. Dobór wymiarów struny	22
3.5. Podstawy teoretyczne badań	23
3.6. Przebieg testów	24
3.7. Podsumowanie wyników	26
4. MODEL DYNAMICZNY UKŁADU NAPĘDOWEGO	31
4.1. Równania ruchu	31
4.2. Badanie oporów ruchu tramwaju podczas jazdy	31
4.3. Uogólnione wzory na opory ruchu tramwaju	34
4.4. Moment napędowy od silnika	35
4.5. Metoda rozwiązania problemu	36
5. WYNIKI SYMULACJI RUCHU UKŁADU NAPĘDOWEGO	40
5.1. Sterowanie momentem napędowym silnika	40
5.2. Symulacja rozruchu tramwaju	41
5.3. Analiza wrażliwości	45
6. OPIS MATEMATYCZNY UKŁADU SPRZĘGIEŁ 4- CIĘGŁOWYCH	50
6.1. Założenia	50
6.2. Równania więzów kinematycznych modelu sprzęgła	52
6.3. Równania więzów kinematycznych	54
7. POJEDYNCZE SPRZĘGŁO 4-CIĘGŁOWE	57
7.1. Symulacja	57
7.2. Analiza charakterystyk sprzęgła	59
8. ANALIZA UKŁADU DWÓCH SPRZĘGIEŁ 4-CIĘGŁOWYCH	63
9. ELASTO-KINEMATYKA SPRZĘGŁA 4-CIĘGŁOWEGO	65
9.1. Charakterystyka hipersprężystych materiałów gumopochodnych	65
9.2. Pomiary charakterystyk tulei metalowo-gumowych	66
9.3. Wyznaczenie macierzy sztywności sprzęgła 4-cięgłowego	70
10. DYNAMIKA UKŁADU NAPĘDOWEGO ZE SPRZĘGŁAMI 4-CIĘGŁOWYMI	72
10.1. Równania dynamiki omawianego ruchu	72
10.2. Analizy numeryczne układu	73
10.3. Parametryczna analiza dynamicznego modelu układu napędowego	77
11. OPTYMALIZACJA PARAMETRÓW UKŁADU NAPĘDOWEGO TRAMWAJU	82
11.1. Charakterystyka problemu optymalizacji	82
11.2. Zastosowanie problemu optymalizacji w analizowanym modelu	84
11.3. Parametry układu napędowego podlegające optymalizacji	85
11.4. Wyniki optymalizacji pierwszego kryterium (wał silnika)	86
11.5. Wyniki optymalizacji drugiego kryterium (wał pośredni)	87
11.6. Wyniki Pareto-optymalne obu kryteriów	87
12. PODSUMOWANIE, WNIOSKI I PLAN DALSZYCH PRAC	90
Bibliografia	92
DODATEK. Przegląd tramwajów niskopodłogowych	103

SPIS SYMBOLI I OZNACZEŃ

Rozdziały 1-5

J_P – zredukowany moment bezwładności

$m_{\text{tram}} = m_1 + n_{\text{wn}}m_{2n} + n_{\text{wt}}m_{2t} + m_3$ – całkowita masa tramwaju

m_1 – masa własna tramwaju bez wózków

m_{2n} – masa 1 wózka napędowego

m_{2t} – masa 1 wózka tocznego

n_w – liczba wózków

n_{wn} – liczba wózków napędowych

n_{wt} – liczba wózków tocznych

n_{nap} – liczba napędów (w badanym tramwaju wynosi ona $2n_{\text{wn}}$)

m_3 – masa pasażerów

D – średnica toczna koła jezdnego

v – prędkość jazdy tramwaju

J_L – zredukowany moment bezwładności mas z lewej strony układu

$J_{CL} = J_6$ – zredukowany moment bezwładności mas ciężarów lewostronnych sprzęgła

$J_S = J_5$ – zredukowany moment bezwładności mas środkowej części sprzęgła

$J_{CP} = J_4$ – zredukowany moment bezwładności mas ciężarów prawostronnych sprzęgła

J_P – zredukowany moment bezwładności mas z prawej strony układu

d – średnica struny badawczej

Q – ciężar badanego elementu wraz z uchwytem

M – moment skręcający w strunie

$A = \frac{\pi d^2}{4}$ – pole powierzchni przekroju przez strunę

$W_0 = \frac{2J_0}{d} = \frac{\pi d^3}{16}$ – wskaźnik skręcania dla struny

R_m – wytrzymałość materiału struny na rozciąganie

S – współczynnik bezpieczeństwa dla struny

l – odległość pomiędzy punktami mocowania struny

G – moduł Kirchhoffa; moduł odkształcalności postaciowej dla materiału struny

J_u – masowy moment bezwładności uchwyty (tarczy)

m_u – masa uchwyty

A_u, B_u – wymiary tarczy prostokątnej (uchwyty)

$M_L(\phi_L)$ – zredukowany moment wywołany siłami oporu jazdy tramwaju

$M_p(\dot{\phi}_p)$ – zredukowany moment napędowy pochodzący od silnika elektrycznego

$M_{op} = \eta P / \omega$ – moment oporowy podczas jazdy tramwaju

P – moc trakcyjna uzyskana z pomiarów

η – sprawność układu przeniesienia mocy trakcyjnej na silnik

P_s – moc 1 silnika (napędu)

P_{max} – maksymalna zmierzona moc trakcyjna

ω – prędkość kątowna obrotu kół ($\omega = 2v/D$)

v – prędkość jazdy tramwaju

$F_{op}(v)$ – siła oporu podczas jazdy tramwaju

n_{wag} – liczba wagonów (członów) tramwaju

$S_{czoł}$ – pole powierzchni czoła tramwaju

gm_{tram} – ciężar tramwaju

$u = (z_2/z_1) \cdot (z_4/z_3)$ – przełożenie napędu (silnik – sprzęgło)

η_1 – sprawność jednego stopnia przekładni zębatej napędu

$M_s(\dot{\phi}_p u)$ – moment napędowy silnika w funkcji prędkości kątownej wału silnika

$M_s(n)$ – charakterystyka silnika asynchronicznego

M_n – nominalny moment obrotowy silnika

n_n – prędkość obrotowa odpowiadająca nominalnemu momentowi silnika

M_k – krytyczny moment obrotowy silnika

n_o – maksymalna prędkość obrotowa silnika

s, s_k – poślizg i poślizg krytyczny silnika.

Rozdziały 6-11

oś OX – kierunek jest prostopadły do osi wału a zwrot zgodny ze zwrotem jazdy pojazdu

oś OY – pokrywa się z osią wału czynnego

oś OZ – jest zwrócona pionowo w dół, a zwroty są zgodne z zasadami prawoskrętnego układu współrzędnych

$\Phi(t)$ – funkcja opisująca zmianę kąta obrotu w czasie

$O_a X_a Y_a Z_a$ – układ związany z wałem czynnym

$O_b X_b Y_b Z_b$ – układ związany z wałem pośrednim platformy z ciąglami

\mathbf{a}_i^a – pozycja wektora punktu A_i w układzie odniesienia związanym z platformą A

\mathbf{a}_i – pozycja wektora punktu A_i w bazowym układzie odniesienia

\mathbf{b}_i^b – pozycja wektora punktu B_i w układzie odniesienia związanym z platformą B

\mathbf{b}_i – pozycja wektora punktu B_i w bazowym układzie odniesienia
 \mathbf{ba}_i^b – pozycja wektora w punkcie BA_i w układzie współrzędnych związanym z platformą B
 \mathbf{bc}_i^b – pozycja wektora w punkcie BC_i w układzie współrzędnych związanym z platformą B
 \mathbf{ba}_i – pozycja wektora w punkcie BA_i w bazowym układzie współrzędnych
 \mathbf{bc}_i – pozycja wektora w punkcie BC_i w bazowym układzie współrzędnych
 R/l – proporcje wymiarowe platformy
 δ_y – oddalenie osiowe pomiędzy platformami
 φ_a – kąt obrotu wału wejściowego
 $C_1 = \max(\varphi_a - \varphi_b)$ – zmiany wskaźników kinematycznych pomiędzy prędkościami kątowymi (przyrostami kątów) platform, które są związane z homokinetycznością sprzęgła
 $C_2 = \max(x_b) - \min(x_b)$ – odchylenie środków mas platform od linii obrotu wału wejściowego, które może się przyczyniać do statycznego niewyważenia mechanizmu
 $k_{11}, k_{22}, k_{33}, k_{44}, k_{55}, k_{66}$ – współczynniki sztywności wg [1]
 $\kappa_{x,s}, \kappa_{y,s}, \kappa_{z,s}, \kappa_{x,s}^o, \kappa_{y,s}^o, \kappa_{z,s}^o$ – współczynniki sztywności - oznaczenia wg [2]
 Φ_{AW}^* – funkcja zaburzenia kąta sprzęgła 4-cięgłowego od strony silnika – tuleja pośrednia
 Φ_{WP}^* – funkcja zaburzenia kąta sprzęgła 4-cięgłowego od strony tulei pośredniej – zestaw kołowy
 L – długość tulei pośredniej
 K^o – sztywność kątowa (wokół osi wałów) sprzęgła 4-cięgłowego
 C^o – tłumienie kątowe sprzęgła 4-cięgłowego
 I_A – moment bezwładności silnika
 I_W – moment bezwładności tulei pośredniej
 $\dot{\Phi}_P$ – prędkość obrotowa zestawu kołowego, która odpowiada prędkości liniowej pojazdu bez poślizgu
 α – początkowy kąt wychylenia sprzęgieł odpowiadający pionowemu przemieszczeniu osi zestawu kół
 $\text{std}(\dot{\Phi}_A)$ – odchylenie standardowe prędkości kątowej wału silnika
 $\text{std}(\dot{\Phi}_W)$ – odchylenie standardowe prędkości kątowej wału pośredniego.

1. WSTĘP

1.1. Układy napędowe wybranych tramwajów niskopodłogowych

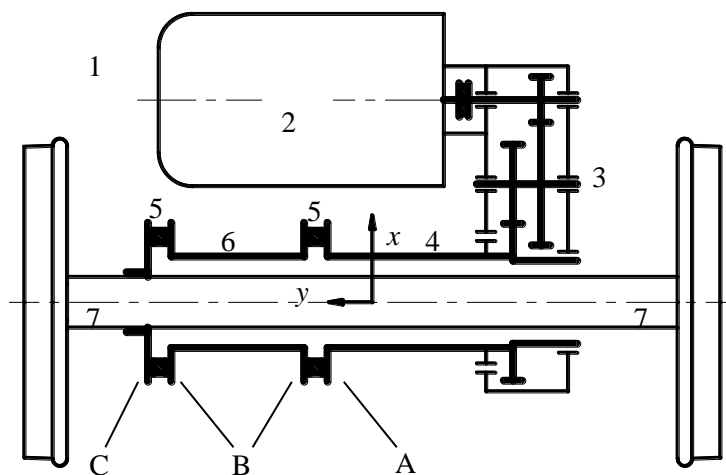
Układy napędowe tramwajów niskopodłogowych należą do najbardziej złożonych spośród stosowanych we współczesnych pojazdach szynowych [3], [4], [5], [6], ponieważ tramwaje te powinny się cechować:

- niską podłogą obejmującą jak największą powierzchnię ostoi pojazdu,
- małą średnicą kół ze względu na wymagania jak najniższej podłogi,
- jak najmniejszym wpływem na wzbudzenie drgań otoczenia.

W związku z powyższymi założeniami, układom napędowym tych pojazdów stawia się duże wymagania konstrukcyjne. Inne kryteria jak trwałość czy sprawność mogą być drugorzędne – choć również są istotne. Powyższe wymagania wymuszają zmniejszanie rozmiarów układów napędowych i komplikują drogę przekazania napędu. W produkowanych współcześnie tramwajach stosowane są bardzo zróżnicowane układy napędowe. Znaczna część z wytwarzanych obecnie to pojazdy niskopodłogowe ze zróżnicowanym udziałem niskiej podłogi wewnątrz pojazdu. Najbardziej skomplikowane są układy napędowe wagonów tramwajowych całkowicie niskopodłogowych. W tym przypadku najczęściej stosuje się niekonwencjonalne układy napędowe [7], [8], [4], które jednak nie są tematem niniejszej pracy.



Rys. 1.1. Zdjęcie wózka z widokiem układu napędowego wagonu tramwajowego NGT6 Kr: 1 – ostoja wózka napędowego; 2 – elektryczny silnik trakcyjny; 3 – przekładnia; 4 – wał drażony; 5 – sprzęgło czterociągłowe (FLENDER), 6 – wał pośredni;



Rys. 1.2. Schemat układu napędowego wagonu tramwajowego NGT6 Kr: 1 – ostoja wózka napędowego; 2 – elektryczny silnik trakcyjny; 3 – przekładnia; 4 – wał dążony; 5 – sprzęgło czterociągłowe (FLENDER¹); 6 – wał pośredni; 7 – wał osiowy z kołami; A, B, C – tarcze zabieraków (tzw. platformy)



Rys. 1.3. Zdjęcie wózka podobnej konstrukcji występującego w wagonach Stadler, Tango, Lajkonik Kraków (widok z góry)

W omawianych w niniejszej pracy tramwajach eksploatowanych w Krakowie (Bombardier: NGT6, NGT8, Pesa Krakowiak 2014N, Stadler Tango Kraków) niska podłoga stanowi ok. 63 – 80 % powierzchni wnętrza pojazdu, zaś nad wózkami napędowymi zastosowano podłogę o średniej wysokości (ok. 550 – 600mm) - różniącą się od podłogi niskiej o jeden stopień schodków [9], [10]. Fotografie tych tramwajów znajdują się w Dodatku 1.

¹ Flender - producent przekładni należący w pewnym okresie czasu do koncernu Siemens

Rozwiązanie to pozwoliło na zastosowanie klasycznego wózka napędowego na kołach o mniejszej średnicy, zmniejszonych rozmiarach podstawowych elementów, jak: silnik, przekładnia, sprzęgła. Uzyskano także całkowite usprężynowanie silnika i przekładni dzięki wykorzystaniu wału drażonego i układu dwóch szeregowo połączonych sprzęgieł czterocięgowych, rys. 1.1. Ze względu na wymaganie niskiej podłogi średnice wałów i sprzęgieł powinny być jak najmniejsze przy zachowaniu właściwości przekazywania momentów napędowych.

W wózkach napędowych omawianych wagonów tramwajowych Bombardier: NGT6, NGT8, Stadler- Tango Lajkonik i Pesa 2014N [11] stosuje się układ przeniesienia napędu zapewniający pełne usprężynowanie silnika i skrzyni przekładniowej przedstawiony na rys. 1.1. – 1.4. Silnik przymocowany jest do ramy wózka, a oś jego wirnika jest równoległa do osi wału osiowego w położeniu konstrukcyjnym. Za pośrednictwem skrzyni przekładniowej składającej się z czterech kół zębatach napędzany jest wał drażony, który następnie za pomocą układu dwóch połączonych szeregowo sprzęgieł 4-cięgowych [11], [12], [13] przekazuje napęd na wał osiowy.

Analogiczne rozwiązania układu przeniesienia napędu stosowane są również w innych tramwajach eksploatowanych również poza Krakowem. W polskich miastach tego typu rozwiązanie występuje również w wagonach Alstom- Konstal 116 Nd oraz Pesa 2012N i 2017N eksploatowanych przez „Tramwaje Śląskie SA”.

Opisane tutaj sprzęgło jest w praktyce układem: wał drażony czynny – sprzęgło – wał drażony pośredni – sprzęgło – wał osiowy, który dzięki temu ma właściwości wychylne i odsuwne. Rozróżniamy następujące typy sprzęgieł: wysuwne (możliwość ruchu wzdłuż osi obrotu), odsuwne (możliwość przesunięcia równoległego do osi obrotu) oraz wychylne (możliwość wychylenia od osi obrotu). Ponadto istnieją sprzęgła o zadaniach połączonych (kombinowanych).

Występujące tu sprzęgła FLENDER należą do grupy sprzęgieł: nierozłącznych, mechanicznych, podatnych, wychylnych, 4-cięgowych [12]. Wprawdzie faktycznie sprzęgła te są złożone z większej liczby elementów (takich jak: jarzma, przeguby kulowe z elementami gumowymi, sworznie, pary cięgieł – płaskowników), lecz z punktu widzenia teorii mechanizmów [12] układ ten odpowiada sprzęgłom 4-cięgowym.



Rys. 1.4. Fotografia sprzęgła 4-cięgłowego - mechanizm w stanie złożonym



Rys. 1.5. Fotografia wału osiowego wraz z wtłoczoną na niego tarczą zabieraka



Rys. 1.6. Fotografia fragmentu układu napędowego ze sprzęgłem 4-cięgłowym; kolejno od tyłu: skrzynia przekładniowa, wał drążony wraz z tarczą hamulca postojowego, sprzęgło 4-cięgłowe z widocznym wałem pośrednim i tarczą zabieraka

1.2. Cel i teza pracy

Celem pracy jest optymalizacja szeregowego układu dwóch sprzęgieł 4-cięgłowych, o właściwościach wychylno-odsuwnych, wykorzystywanych w układach napędowych tramwajów niskopodłogowych. Jakość pracy tych sprzęgieł wpływa na drgania w pojeździe i układzie biegowym, a przez to na komfort podróży i trwałość zespołów pojazdu. Aby zrealizować tak postawione zadanie w dalszej części pracy przeprowadzona zostanie analiza kinematyczna, elasto-kinematyczna oraz dynamiczna układu. Do uzyskania konkretnych wyników zastosowane będą odpowiednie narzędzia numeryczne.

Rozważany w pracy przykład dotyczy układu napędowego wagonów Bombardier NGT6, NGT8, Pesa 2014N i Stadler- Tango Lajkonik użytkowanych przez MPK S.A. w Krakowie [9]. Otrzymane charakterystyki sprzęgła mogą być użyte do:

- lepszego zrozumienia działania tego przestrzennego mechanizmu,
- określenia wytycznych do ulepszenia istniejących rozwiązań,
- formułowania szczegółowych modeli obliczeniowych w kolejnych fazach pracy.

Otrzymane wyniki mogą służyć do ustalenia, które wymiary mechanizmu mogłyby być zmiennymi optymalizacyjnymi, a tym samym posłużyć do stworzenia wytycznych konstrukcyjnych do projektowania kolejnych odmian takich sprzęgieł.

Najważniejsze zadania planowane do wykonania w pracy dotyczą:

- opracowania przestrzennego modelu kinematycznego mechanizmu wieloczłonowego, opisującego rzeczywiste przeguby jako idealne przeguby kulowe,
- zebrania danych wejściowych do modelu mechanizmu,
- rozszerzenia modelu o właściwości elasto-kinematyczne i dynamiczne, co wymaga uwzględnienia podatności przegubów posiadających elastomerowe wkładki,
- wykonania analiz symulacyjnych dotyczących wpływu zmian parametrów konstrukcyjnych sprzęgła oraz warunków jego zastosowania na wskaźniki jakości sprzęgła,
- optymalizacji wybranych zmiennych decyzyjnych dla układu sprzęgieł,
- zweryfikowania symulacyjnego modelu na podstawie wyników pomiarów obiektu rzeczywistego.

TEZA PRACY: Model dynamiczny układu sprzęgieł 4-cięgłowych stanowiący mechanizm przestrzenny o strukturze równoległej oraz analiza parametryczna i optymalizacja umożliwiają poprawę właściwości kinematycznych, elasto-kinematycznych i dynamicznych rozważanego układu napędowego wózka tramwaju.

Ważnym efektem jest określenie obszarów, które w konstrukcji sprzęgieł 4-cięgłowych mogą ulec zmianie ukierunkowanej na poprawę ich właściwości kinematycznych, elasto-kinematycznych i dynamicznych.

W celu uzyskania odpowiedniego opisu matematycznego układu (rys. 1.2) należy określić wartości masowych momentów bezwładności poszczególnych części składowych, ale nie wszystkie mają kształty dogodne do obliczeń. Elementy układu napędowego pojazdów są zazwyczaj bryłami obrotowymi o nieregularnych kształtach, często również są zbudowane z różnych substancji o odmiennych gęstościach. Najczęściej chodzi tu o połączenia metalowo-gumowe, jakie zastosowano w sprzęgłach 4-cięgłowych, rys. 1.4.

2. PRZEGLĄD LITERATURY

Znanych jest wiele różnych opracowań na temat układów napędowych pojazdów szynowych (głównie kolejowych) [14], [11], [15], [16], [17], [18], [19], [20], [21], [22], sprzęgieł [16], [23], lecz znacznie mniej na temat ich zastosowań w napędzie tramwajów. Istnieje również wiele publikacji technicznych opublikowanych w czasopismach branżowych, jakim przykładowo w Polsce była przez wiele lat *Technika Transportu Szynowego. Problemy Kolejnictwa* to również czasopismo, które przedstawia ogólny przegląd stosowanych rozwiązań konstrukcyjnych i ich analizy. Podstawowe definicje i schematy układów transmisji momentu napędowego zaczerpnięto z publikacji: [12]. W monografii tej omówiono podstawowe właściwości układów napędowych pojazdów szynowych, zastosowane w nich mechanizmy oraz zasady ich działania. Zagadnienia analizy przestrzennej układu sprzęgieł wielocięgłowych stosowanych w wagonach tramwajowych nie są powszechnie omawiane. W dostępnych publikacjach naukowych trudno jest odnaleźć wiedzę na temat szczegółów konstrukcji układów napędowych tramwajów niskopodłogowych. Wiele dostępnych publikacji [24], [25], [26] opisywało natomiast szeroko sprzęgła typu Alsthom, jednak jest to konstrukcja odmienna i stosowana była głównie w lokomotywach. W dostępnych źródłach rozważane są zazwyczaj tylko płaskie modele takich układów [12], ale ta pozycja jest jednak kluczowa w kwestii teorii tego typu mechanizmu przekazania napędu. Trudna dostępność opracowań dotyczących konstrukcji tramwajów wynika również z tajemnicy handlowej konkurujących ze sobą producentów.

Prace zamieszczone w spisie literatury można przyporządkować ogólnie do następujących sześciu grup tematycznych:

- A) Budowa i eksploatacja torów: [27], [28], [29], [30], [31], [27], [32], [33]
- B) Dynamika toru: [34], [35], [36], [37], [38], [39]
- C) Budowa i eksploatacja pojazdów szynowych [3], [4], [40], [41], [42], [43]
- D) Dynamika układu: pojazd – tor (w zakresie niezbędnym do rozwiązania problemu) [44], [45], [46], [47], [17], [48], [1], [49], [50], [51], [52], [53], [36], [54], [55], [34], [56], [57], [35]
- E) Zagadnienia teoretyczne dotyczące teorii mechanizmów i budowy układów napędowych [58], [23], [59], [60], [61], [62]
- F) Zagadnienia ogólne w zakresie teorii mechaniki: [63], [64], [65], [66], [67], [68], [63], [69], [70], [71].

Powyższy podział jest dość umowny, ponieważ opisywane zagadnienia często występują łącznie. Prace należące do pierwszych dwóch grup prezentują bardzo zróżnicowany zakres merytoryczny. Znaczna część z nich to pozycje ogólnotechniczne, a jedynie niektóre z nich mają cechy naukowe.

W pierwszej grupie obszerną pracą dotyczącą budowy torów kolejowych jest opracowanie zbiorowe pod redakcją J. Sysaka [72]. Natomiast tematykę konstrukcji torów tramwajowych przedstawia się na przykładzie Wiednia w opracowaniu: [73]. Przedstawione tam rozwiązania konstrukcyjne są typowe dla stosowanych od wielu lat, nieco różnią się od tych stosowanych w Krakowie. Ponadto w każdym kraju istnieją normy dotyczące także tej dziedziny. Polskie normy przedstawiają stare rozporządzenia które mają charakter zaleceń [28].

W drugiej i trzeciej grupie wśród prac dotyczących tematu dynamiki toru warto zwrócić uwagę na [62], [3], [4] oraz serię książek dotyczącą budowy i eksploatacji taboru kolejowego [74], [29]. Obydwa powyższe zagadnienia są szeroko omawiane w wielu czasopismach zarówno zagranicznych jak i polskich. Spośród polskich czasopism większość podejmuje głównie tematy kolejowe, a jedynie *Technika Transportu Szynowego* tramwajowe. Zawierało ono również artykuły będące tłumaczeniami, lub opracowaniami z czasopism zagranicznych.

W czwartej grupie omawiającej zagadnienia dynamiki układu: pojazd – tor, jednymi z ważniejszych prac dotyczących tego tematu są opracowania: Knothego i Grassiego [47] oraz Knothego [45], [46]. Są to obszerne publikacje (druga jest rozszerzeniem pierwszej) obejmujące wprowadzenie do tematu, opis budowy i modelowania pojazdów szynowych i torów. W obu tych opracowaniach podane są także wyniki badań doświadczalnych oraz symulacji komputerowych dla pojazdów szynowych (głównie szybkich pociągów ICE). W tym drugim

przedstawione są także równania różniczkowe ruchu opisujące układ: pojazd – tor. Niektóre z nich są rozwiązane klasycznymi metodami jednak bez podania wartości liczbowych. Wśród publikacji dotyczących dynamiki pojazdu i toru warto zwrócić uwagę na monografię [75].

Spośród polskich publikacji do ważniejszych można zaliczyć opracowanie Szczeniaka [76]. Jest to praca przeglądowa oparta na analizie ponad tysiąca publikacji dotyczących tego tematu wydanych do 1995 roku. Zawiera ona również omówienie klasycznych modeli toru i układu pojazd-tor, jednak bez podania rozwiązań.

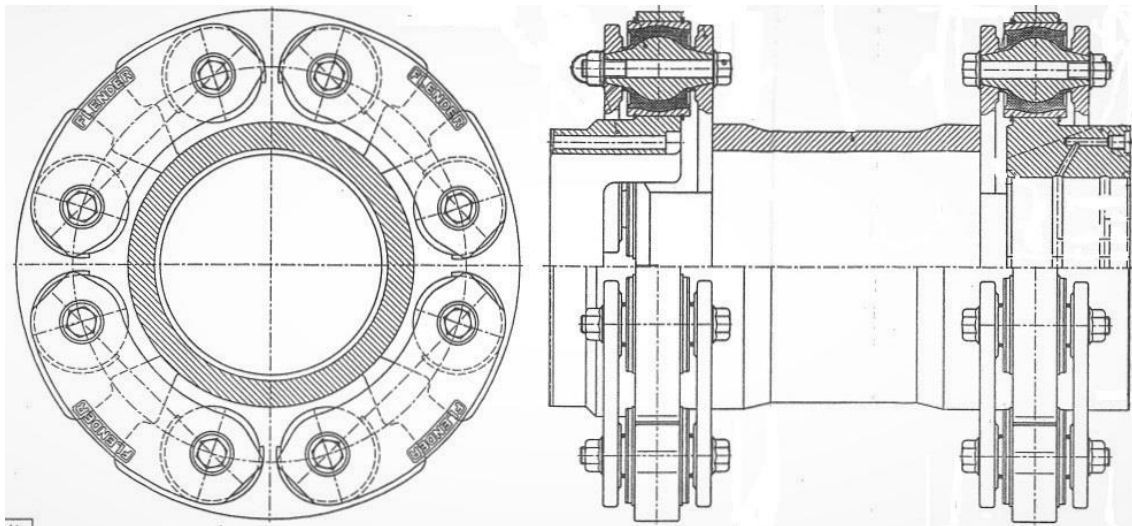
Zagadnienia dynamiki pojazdów szynowych są przedstawione również w pracach [1], [77], [78], [48], [14], [78], [14], [79]. Wszystkie powyższe są wydane w specjalistycznych czasopismach. Opisane powyżej publikacje naukowe dotyczą głównie dynamiki pojazdów kolejowych. Omawiane w powyższych pracach modele toru można zastosować także dla torów tramwajowych, natomiast modele wagonu - po niewielkiej modyfikacji. W pracach tych brakuje natomiast w większości bezpośredniego odniesienia do wagonów i torów tramwajowych, które pomimo analogii cechują także istotne różnice. W przypadku pojazdów polegają głównie na innej konstrukcji kół i innych masach poszczególnych elementów, a także mniejszych rozmiarach kół. Wynika z tego choćby ciekawy i oczywisty fakt, że pomimo znacznie mniejszych nacisków osi na tor naprężenia kontaktowe koło- szyna są wyższe w tramwajach niskopodłogowych, niż w lokomotywach. W szczególności podstawową różnicą (która akurat nie jest tematem szczegółowym w tej pracy) jest fakt, że koła kolejowe są zwykle monoblokowe, bądź z obręczą osadzoną skurczowo, natomiast większość nowoczesnych tramwajów jest wyposażona w koła z wkładkami podatnymi o właściwościach sprężysto – tłumiących. Ponadto w pojazdach kolejowych występują inne zagadnienia dynamiczne: przykładowo w szybkich pociągach istotną rolę odgrywają przyspieszenia pionowe wynikające z pokonywania łuków pionowych z dużymi prędkościami, natomiast w tramwajach przyspieszenia te są pomijalnie małe, natomiast istotne wynikają przede wszystkim z nierówności i niejednorodności toru. W przypadku torów tramwajowych w ulicy występują tory bardzo sztywne z różnymi elementami sprężysto – tłumiącymi. Istnieje też wiele innych różnic, które wskazują na potrzebę przeanalizowania problemu. Do analizy wskazane będzie zbudowanie nowego modelu, którego nie znaleziono w literaturze.

Spośród literatury warto też zwrócić uwagę na zagadnienia związane z napędem elektrycznym z punktu widzenia elektrotechniki, czy energoelektroniki. Oczywiście nie są one związane wprost z tematyką niniejszej pracy. Można tu wskazać pozycje: [80], [81], [82].

3. OGÓLNY MODEL UKŁADU NAPĘDOWEGO

3.1. Masowe momenty bezwładności

W celu wykonania symulacji ruchu układu napędowego potrzebne jest wyznaczenie masowych momentów bezwładności jego poszczególnych elementów. Zaprezentowano je na poniższych kolejnych zdjęciach, rys. 3.1-3.7.



Rys. 3.1. Sprzęgło 4-cięgłowe Flender stosowane w układzie napędowym tramwaju niskopodłogowego, [9]



Rys. 3.2. Wymontowane fragmenty sprzęgła i przekładni Flender stosowanej w omawianym układzie napędowym (koła zębate oraz z jedna z tarcz zabieraków)



Rys. 3.3. Fragment przekładni Flender stosowanej w omawianym układzie napędowym w obudowie wraz z wałem łączącym z silnikiem trakcyjnym



Rys. 3.4. Fragment przekładni Flender stosowanej w omawianym układzie napędowym



Rys. 3.5. Fragment przekładni Flender stosowanej w omawianym układzie napędowym – wyjście napędu z silnika trakcyjnego



Rys. 3.6. Fragment przekładni Flender stosowanej w omawianym układzie napędowym – koła zębate łączące wał silnika są wewnątrz skrzyni, pozostałe - mniejsze (wymontowane)



Rys. 3.7. Silnik trakcyjny asynchroniczny Skoda stosowany w omawianym układzie napędowym

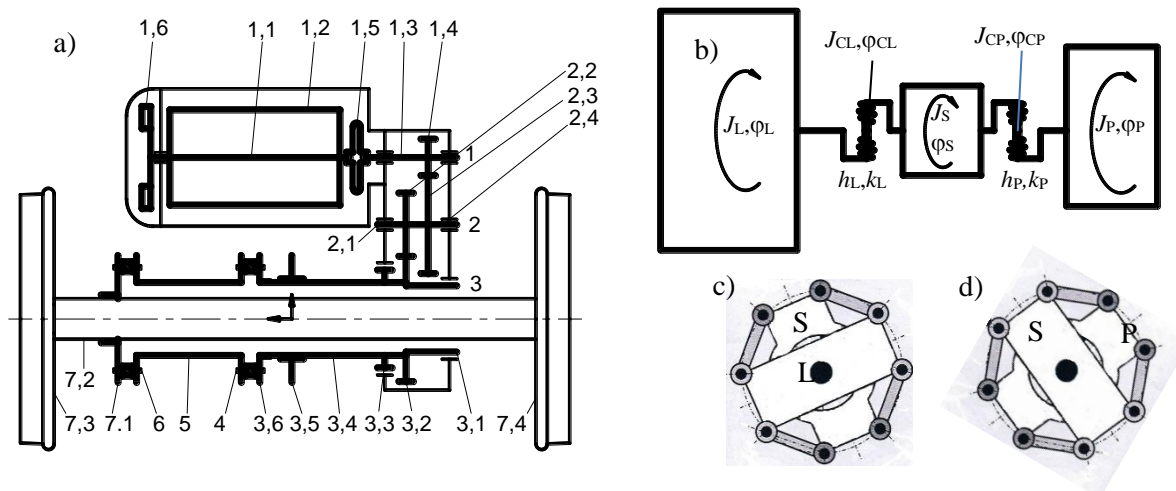
Wyznaczanie masowych momentów bezwładności dla przedmiotów o skomplikowanych kształtach jest analitycznie bardzo trudne, a czasami wręcz niemożliwe. Dlatego też stosuje się różne inne metody, w tym doświadczalne. Jedną z metod jest wyznaczanie masowych momentów bezwładności poprzez analizę drgań skrętnych struny. W tym przypadku istotne jest, aby struna została zawieszona jako przedłużenie osi geometrycznej badanego przedmiotu jako bryły obrotowej o nieregularnych kształtach.

Dla przeprowadzenia obliczeń najczęściej stosuje się modelowanie układów dynamicznych z zastosowaniem uproszczeń. W zależności od zakresu badań omawianego układu stosuje się różne uproszczenia. W przypadku pojazdów szynowych można rozpatrywać: cały pojazd, jeden z jego członów, wózek, oś z silnikiem i przekładnią, albo szczegółowo rozpatrywać każdy z elementów.

Schemat pojedynczego układu napędowego przedstawiono na rys. 3.8a. Ich liczba wynosi $2n_{wn}$, gdzie n_{wn} – liczba wózków napędowych. Układ zawiera silnik elektryczny z wirnikiem 1,6; 1,1; 1,2 połączonym z wałkiem zębatym 1,3; 1,4 przekładni zębatej za pośrednictwem sprzęgła 1,5. Przekładnia zębata składa się z kół zębatych: z_1, z_2, z_3, z_4 – oznaczonych jako odpowiednio: 1,4; 2,3; 2,2; 3,2. Dalej moment napędowy przekazywany jest do sprzęgła 5 za pośrednictwem tulei 3, na której znajdują się elementy 3,1-3,6. Tuleja 3,4 połączona jest ze środkową częścią sprzęgła 5 za pośrednictwem tarczy 3,6 i cięgieł 4 z zastosowaniem elementów elastycznych. Z drugiej strony sprzęgła znajdują się: cięgła 6, elementy

elastyczne oraz tarcza 7,1, która przekazuje moment napędowy na oś 7,2 oraz na koła jezdne 7,3 i 7,4.

Ze względu na dużą liczbę elementów składowych analizowanego układu napędowego uzyskanie realnego rozwiązania dla jego dynamiki jest bardzo utrudnione. Powstaje zatem konieczność zastosowania pewnych uproszczeń. Na rys. 3.8b przedstawiono schemat zredukowanego modelu układu napędowego składającego się z następujących mas: L – lewa strona względem sprzęgła, P - prawa strona względem sprzęgła, S – środkowa część sprzęgła, CL – cięgła lewostronne sprzęgła, CP – cięgła prawostronne sprzęgła. Po obu stronach sprzęgła znajdują się elementy podatne ze sztywnościami k_L i k_P oraz ze współczynnikami tłumienia h_L i h_P .



Rys. 3.8. a) Schemat pojedynczego układu napędowego w wózku; koła zębate: z_1, z_2, z_3, z_4 – oznaczono jako odpowiednio: 1,4; 2,3; 2,2; 3,2; b) model zastępczy układu napędowego tramwaju; c) połączenie masy zastępczej L ze środkiem sprzęgła; d) połączenie środka sprzęgła z masą zastępczą P

W opisywanym układzie parametry jego rzeczywistych elementów składowych jak na rys. 3.8a należy zastąpić parametrami elementów modelu zastępczego, rys. 3.8b.

Zredukowany moment bezwładności J_P można wyznaczyć poprzez porównanie energii kinetycznej masy zredukowanej P z sumaryczną energią kinetyczną elementów składowych zastąpionych tą masą, czyli

$$\frac{1}{2} J_P \dot{\varphi}_P^2 = \frac{1}{2} J_1 \eta_1^2 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \eta_1 \dot{\varphi}_2^2 + \frac{1}{2} J_3 \dot{\varphi}_P^2, \quad (3.1)$$

gdzie indeksy 1, 2, 3 oznaczają numery wałów (rys. 3.8a) a η_1 - to sprawność jednej pary kół zębatach. Po przekształceniach otrzymujemy wzór

$$J_P = J_1 \eta_1^2 (z_2/z_1)^2 (z_4/z_3)^2 + J_2 \eta_1 (z_4/z_3)^2 + J_3. \quad (3.2)$$

Podobnie postępujemy z momentem bezwładności J_L . Energia kinetyczna masy zredukowanej musi odpowiadać energii kinetycznej elementów składowych zastąpionych tą masą, czyli

$$\frac{1}{2}J_L\dot{\phi}_L^2 \cdot n_{nap} = \frac{1}{2}J_7\dot{\phi}_L^2 \cdot 2n_w + \frac{1}{2}m_{tram}v^2, \quad (3.3)$$

gdzie

$m_{tram} = m_1 + n_{wn}m_{2n} + n_{wt}m_{2t} + m_3$; masa tramwaju,

m_1 – masa własna tramwaju bez wózków,

m_{2n} – masa 1 wózka napędowego,

m_{2t} – masa 1 wózka tocznego,

n_w – liczba wózków,

n_{wn} – liczba wózków napędowych,

n_{wt} – liczba wózków tocznych,

n_{nap} – liczba napędów (w badanym tramwaju wynosi ona $2n_{wn}$),

m_3 – masa pasażerów,

D – średnica koła jezdnego.

v – prędkość jazdy tramwaju

$$v = \dot{\phi}_L D/2. \quad (3.4)$$

Po podstawieniu wzoru (3.4) do (3.3) i po przekształceniach otrzymujemy wzór na zredukowany moment bezwładności J_L

$$J_L = [J_7 \cdot 2n_w + m_{tram} (D/2)^2] \frac{1}{n_{nap}}. \quad (3.5)$$

Pozostałe masy modelu zastępczego mogą być zdefiniowane jako

$$J_{CP} = J_4, J_S = J_5, J_{CL} = J_6. \quad (3.6)$$

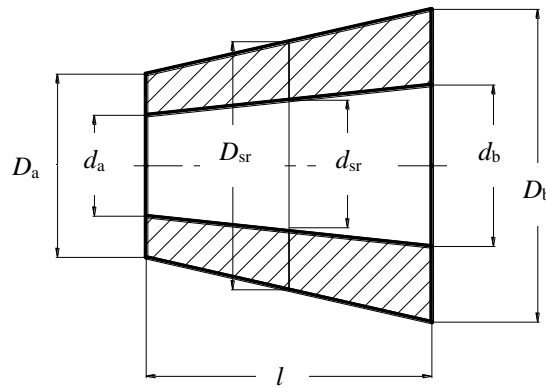
3.2. Analityczne wyznaczanie masowych momentów bezwładności

Niektóre elementy analizowanego układu napędowego (wałki, koła, tarcze) mają proste kształty, które można ogólnie sprowadzić do stożka ściętego z otworem również stożkowym, rys. 3.9. Dla takiego obiektu mamy następujący wzór na objętość

$$V = \frac{\pi l}{12} \left(\frac{D_b^3 - D_a^3}{D_b - D_a} - \frac{d_b^3 - d_a^3}{d_b - d_a} \right) \quad (3.7)$$

lub

$$V = \frac{\pi l}{12} (4D_{sr}^2 - D_a D_b - 4d_{sr}^2 + d_a d_b). \quad (3.8)$$



Rys. 3.9. Wymiary stożka ściętego z otworem

Wzór na masowy moment bezwładności ma postać

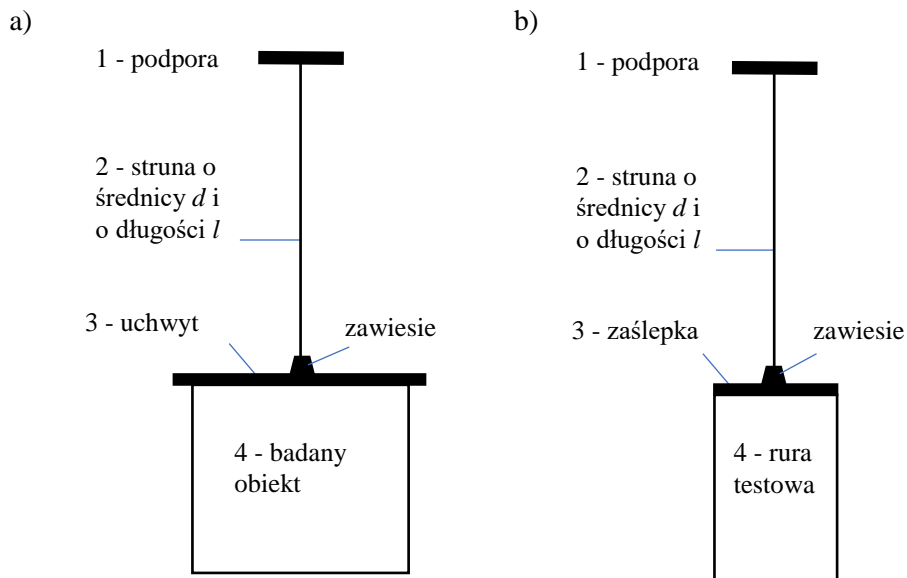
$$J = \frac{\pi \rho l}{160} \cdot \left(\frac{D_b^5 - D_a^5}{D_b - D_a} - \frac{d_b^5 - d_a^5}{d_b - d_a} \right). \quad (3.9)$$

gdzie, w celu umożliwienia obliczeń dla $D_b = D_a$ i/lub $d_b = d_a$, można wykorzystać wzory

$$\begin{aligned} \frac{D_b^5 - D_a^5}{D_b - D_a} &= (D_b - D_a)^4 + 5D_b D_a (D_b^2 - D_b D_a + D_a^2) \\ \frac{d_b^5 - d_a^5}{d_b - d_a} &= (d_b - d_a)^4 + 5d_b d_a (d_b^2 - d_b d_a + d_a^2) \end{aligned} \quad (3.10)$$

3.3. Doświadczalne wyznaczanie masowych momentów bezwładności

Masowy moment bezwładności można wyznaczyć metodą zawieszenia jednostrunowego. Urządzenie pomiarowe składa się z podpory 1, struny 2, uchwytu 3 i elementu badanego 4 (rys. 3.10a).



Rys. 3.10. a) Schemat stanowiska do badań metodą struny, b) stanowisko do wykonania testu wstępnego

Element badany mocuje się w uchwycie tak, aby jego główna oś pokrywała się z osią struny (rys. 3.10b). Badany element zawieszony na strunie stanowi układ drgający skrętnie.

3.4. Dobór wymiarów struny

Do wykonania eksperymentu należy użyć stalowego drutu - np. struny od jakiegoś instrumentu muzycznego szarpanego, np. gitary elektrycznej. Struna o średnicy d obciążona jest ciężarem Q badanego elementu wraz z uchwytem, który wywołuje naprężenia rozciągające $\sigma = \frac{Q}{A}$ oraz momentem skręcającym M wywołującym naprężenia skręcające $\tau = \frac{M}{W_o}$.

Musi być spełniony następujący warunek wytrzymałościowy

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{Q}{A}\right)^2 + 3\left(\frac{M}{W_o}\right)^2} \leq \frac{R_m}{S}, \quad (3.11)$$

gdzie $A = \frac{\pi d^2}{4}$, $W_o = \frac{2J_o}{d} = \frac{\pi d^3}{16}$, R_m – wytrzymałość materiału struny na rozciąganie, S – współczynnik bezpieczeństwa. Dla zadanego (maksymalnego) kąta φ moment skręcający strunę wynosi

$$M = \frac{\varphi G J_o}{l} = \frac{\varphi G W_o d}{2l}, \quad (3.12)$$

gdzie

l – odległość pomiędzy punktami mocowania struny,

G – moduł Kirchhoffa; moduł odkształcalności postaciowej.

Teraz warunek wytrzymałościowy przyjmuje postać

$$\sqrt{\left(\frac{4Q}{\pi d^2}\right)^2 + 3\left(\frac{\varphi G W_o d}{W_o 2l}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4Q}{\pi d^2}\right)^2 + 3\left(\frac{\varphi G d}{2l}\right)^2} \leq \frac{R_m}{S} \quad (3.13)$$

lub

$$3\left(\frac{\varphi G}{2l}\right)^2 d^6 - \left(\frac{R_m}{S}\right)^2 d^4 + \left(\frac{4Q}{\pi}\right)^2 \leq 0. \quad (3.14)$$

Podstawiając

$$x = d^2 \text{ oraz } \alpha = 3\left(\frac{\varphi G}{2l}\right)^2, \beta = -\left(\frac{R_m}{S}\right)^2, \delta = \left(\frac{4Q}{\pi}\right)^2 \quad (3.15)$$

otrzymujemy równanie algebraiczne 3-go stopnia o postaci

$$\alpha x^3 + \beta x^2 + \delta = 0. \quad (3.16)$$

Równanie (3.16) na x oraz d można rozwiązać numerycznie. Wymaganą średnicę $d = 0,85$ mm (przyjęto 1,2 mm) otrzymano po obliczeniach dla danych: $E = 210$ GPa, $\nu = 0,3$, $G =$

$\frac{E}{2(1+\nu)}$, $R_m = 1600$ MPa oraz dla $Q = 304$ N, $l = 750$ mm, $\varphi = 5^\circ$ i dla współczynnika bezpieczeństwa $S = 3$.

3.5. Podstawy teoretyczne badań

Przed zrealizowaniem właściwych badań należy wykonać pewne czynności wstępne. Strunę o średnicy d należy zamocować względem punktu zawieszenia tak, aby jej górny koniec nie ulegał obrotowi ani innym przemieszczeniom (punkt ten powinien być sztywno utwierdzony). Następnie należy wykonać test próbny dla obiektu badań w postaci zaślepionej rury o masie m_r , o średnicy D_r i o grubości ścianki s_r wraz z zawiesiem obracając rurę o kąt $\varphi = 5^\circ$ i mierząc okres drgań wstępnych T_w , rys. 3.10b. Dzięki temu można obliczyć moment bezwładności J_w

$$J_w = \frac{GT_w^2 J_0}{4\pi^2 l}. \quad (3.17)$$

gdzie $J_0 = \frac{\pi d^4}{32}$.

Z drugiej strony moment bezwładności dla próby wstępnej można wyznaczyć teoretycznie. Uwzględniając okrągłą tarczę (zaślepiającą rurę) o masie m_T , o średnicy D_T i zawiesie (J_z) moment J_{wt} opisuje wzór

$$J_{wt} = \frac{1}{8} m_r [D_r^2 + (D_r - 2s_r)^2] + \frac{1}{8} m_T D_T^2 + J_z, \quad (3.18)$$

co z kolei pozwala na obliczenie okresu T_{wt} i ocenę błędu $\frac{T_w - T_{wt}}{T_w}$

$$T_{wt} = 2\pi \sqrt{\frac{J_{wt}}{GJ_0}}. \quad (3.19)$$

Ostatecznie ustalono, że $T_w = 3,2$ s z błędem 7,6 % a moment bezwładności $J_w = 5687$ kgmm².

Celem przeprowadzenia właściwych badań na dolnym końcu struny należy zawiesić tarczę (uchwyt 3 z zawiesiem) służącą do mocowania testowanych obiektów, rys. 3.10b. Koniec struny musi znajdować się w środku ciężkości tarczy aby zajmowała ona pozycję poziomą. Do tarczy należy przymocować kolejne badane obiekty i wyznaczyć odpowiadające im okresy wahań skrętnych T_i . Na tej podstawie można wyznaczyć masowe momenty bezwładności badanych i - tych obiektów wg wzoru

$$J_i = \frac{T_i^2 GJ_0}{4\pi^2 l} - J_u, \quad (3.20)$$

gdzie J_u jest masowym momentem bezwładności uchwyty (tarczy), który można obliczyć wg wzoru

$$J_u = \frac{1}{12} m_u [A_u^2 + B_u^2], \quad (3.21)$$

m_u – masa uchwyty,

A_u, B_u – wymiary prostokątnej tarczy (uchwyty).

3.6. Przebieg testów

Praktyczne wyznaczenie masowych momentów bezwładności nie było łatwe. Na początku problemem była dostępność elementów układu napędowego. Można było w tym celu użyć elementy fabrycznie nowe, bądź zdemontowane podczas napraw okresowych. Wykorzystano fabrycznie nowy wał pośredni oraz fabrycznie nową tarczę zabieraka włączaną normalnie na wał osiowy. Dodatkowo wykonano także badanie tarczy zabieraka z elementu odkręconego od wału pierwszego (podczas okresowej regeneracji). Wszystkie elementy zostały zważone za pomocą wagi elektronicznej.

Kolejnym problemem było dobranie właściwej struny oraz znalezienie miejsca na stanowisko badawcze. Wybrano w tym celu kratownicowe schody do pomostu służącego do napraw elementów znajdujących się na dachu pojazdów szynowych.

Kolejnym problemem było zamocowanie zawieszenia do struny. Wykonano płytę z blachy stalowej i wywiercono w niej 5 otworów: 4 na śruby przechodzące przez rzeczywiste otwory w tulejach metalowo-gumowych badanego sprzęgła i jeden w środku do wkręcenia śruby z wlotowaną struną badawczą. Śruba została przewiercona wzdłuż swojej osi geometrycznej i w to miejsce wprowadzono strunę i zalutowano.

Do wyznaczenia masowego momentu wału pośredniego konieczne okazało się wykonanie aż 3 prób (w dość znacznych odstępach czasowych z przyczyn organizacyjnych), aby osiągnąć wyniki nadające się do analizy.

Pierwotnie wybrano najgrubszą dostępną strunę gitarową, ale z opłotem miedzianym. Prawdopodobnie z tego powodu obroty wału pośredniego znacznie przekraczały 90 stopni w każdą stronę i nie ulegały tłumieniu. Prawdopodobnie ujawniła się tu energia potencjalna sprężystości opłotu.

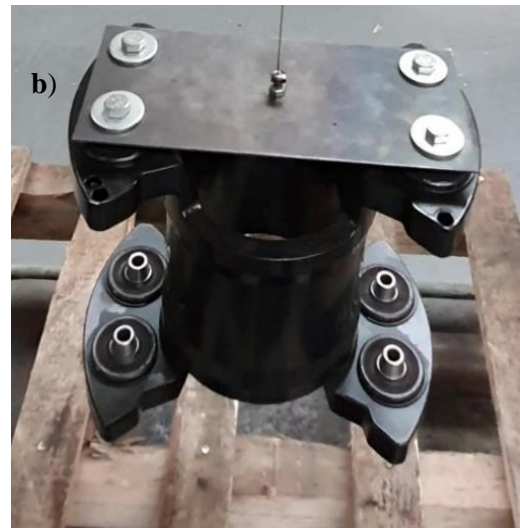
W drugiej próbie wykorzystano najgrubszy z dostępnych cienkich drutów do strun fortepianowych o średnicy 0,56 mm. Badania wzorcowej rury przebiegły zasadniczo poprawnie za wyjątkiem niepożądanych efektów wahadła, natomiast w przypadku wału po pierwszym pełnym obrocie nastąpiło zerwanie druta.

Dopiero trzecia próba przyniosła oczekiwane efekty, chociaż nie udało się całkowicie wyeliminować zjawiska drgań wahadła w szczególności w przypadku rury próbnej. W trzecim zestawie badań użyto drutu stalowego (fortepianowego) o średnicy 1,2 mm i udało się prawidłowo zbadać wszystkie 3 elementy sprzęgła. Zaobserwowane okresy drgań wzrosły proporcjonalnie do kwadratu średnicy drutu.

Podstawowe ograniczenia dokładności to: ocena wizualna i dokładność pomiaru na filmie do 1 s. Zwiększanie dokładności skali czasu nie było zasadne, ponieważ wizualnie trudno było precyzyjnie określić chwilę zwrotu ruchu obrotowego badanego przedmiotu. Okres drgań został wyznaczony jako średni z dłuższego przedziału czasu obserwacji po wyeliminowaniu pierwszego mniej precyzyjnego ruchu. Z przyczyn organizacyjnych skrócono pomiar do ok. 3 minut, co oznacza kilkanaście obrotów. Innymi zakłóceniami były drgania pozostałych maszyn działających wewnątrz hali a także drgania powstałe od samej czynności zawieszenia przedmiotu, czy wprowadzenia go w ruch obrotowy. Samo zawieszanie przedmiotu to ruch nieokreślony, wprowadzenie go w obrót - również. Stąd też pominięto z obliczeń pierwsze 2, 3 obroty.

Dokonano wizualnej oceny zarejestrowanego nagrania cyfrowego, przy czym dokładność pomiaru czasu wynosiła 1 s. W przypadku rury próbnej zaobserwowano 15 drgań skrętnych trwających 48 s, co daje średnio 3,2 s. W przypadku największego badanego elementu było to 5 cykli na 142 s, co daje średnio 28,4 s. W pozostałych 2 przypadkach zaobserwowano 8 cykli na 204 s, co daje średnio 20,5 s oraz 5 cykli na 114 s, czyli 19,8 s.

Dodatkowym wskazaniem dokładności badań jest porównanie masowego momentu bezwładności wyznaczonego analitycznie i doświadczalnie dla badanej rury wzorcowej.



Rys. 3.11. Doświadczalne wyznaczenie masowego momentu bezwładności: a) dla rury badawczej, b) dla środkowej części sprzęgła, c) dla tarczy zabierakowej sprzęgła od strony wału napędowego wychodzącego od przekładni

3.7. Podsumowanie wyników

Poniżej, w tab. 3.1 zamieszczono wyniki obliczeń wytrzymałościowych na rozciąganie wraz ze skręcaniem dla struny obciążonej najpierw tuleją wzorcową a potem obciążonej najcięższym badanym obiektem, czyli środkową częścią sprzęgła wraz z uchwytem testowym. Na tej podstawie ustalono, że średnica struny powinna wynosić 1,2 mm.

W tab. 3.2 zaprezentowano wyniki obliczeń masowego momentu bezwładności dla wzorca w postaci rury oraz korekta jego wartości przez porównanie z wynikiem testu. W tab. 3.3 i 3.4 przedstawiono wyniki testów dla środka sprzęgła 5 oraz dla lewej i prawej tarczy sprzęgła z uwzględnieniem uchwytu o postaci płyty prostokątnej oraz innych elementów pomocniczych. Tab. 3.5 stanowi podsumowanie wszystkich wyników.

Tab. 3.1. Obliczenia wytrzymałościowe na rozciąganie wraz ze skręcaniem; a) dla struny obciążonej tuleją wzorcową; b) dla struny obciążonej środkową częścią sprzęgła wraz z uchwytem testowym

a) Struna z tuleją - wzorcem		
$E =$	210	GPa
$\nu =$	0.3	
$G =$	80.8	GPa
$l =$	750	mm
$R_m =$	1600	MPa
$S =$	3	
$Q =$	38.7	N
$\varphi =$	5	°
	0.087	rad
$\alpha =$	66.241	MPa ² /mm ²
$\beta =$	-284444	MPa ²
$\delta =$	2422	N ²
$x =$	0.092272	mm ²
$F(x) =$	0.0000	N ²
$d = x^{1/2} =$	0.303763	mm
	1.2	mm
$A =$	1.130973	mm ²
$W_o =$	0.339292	mm ³
<i>Sprawdzenie</i>		
$M =$	1.91	Nmm
$\sigma =$	34.17	MPa
$\tau =$	5.64	MPa
$\sigma_o =$	35.54	MPa

b) Struna ze środkową częścią sprzęgła wraz z uchwytem		
$E =$	210	GPa
$\nu =$	0.3	
$G =$	80.8	GPa
$l =$	750	mm
$R_m =$	1600	MPa
$S =$	3	
$Q =$	304	N
$\varphi =$	5	°
	0.087	rad
$\alpha =$	66.241	MPa ² /mm ²
$\beta =$	-284444	MPa ²
$\delta =$	149648	N ²
$x =$	0.725393	mm ²
$F(x) =$	0.0000	N ²
$d = x^{1/2} =$	0.8517	mm
	1.2	mm
$A =$	1.130973	mm ²
$W_o =$	0.339292	mm ³
<i>Sprawdzenie</i>		
$M =$	1.91	Nmm
$\sigma =$	268.64	MPa
$\tau =$	5.64	MPa
$\sigma_o =$	268.82	MPa

Tab. 3.2. Obliczenie masowego momentu bezwładności dla wzorca w postaci rury oraz korekcja wartości tego wyniku przez porównanie z wynikiem testu

RURA - WZORZEC	Obliczenia	Nazwa	Liczba	m	m_{Σ}	l_r	d_a	d_b	d	D_a	D_b	D	V	$\rho = m/V$	ρ_{stand}	błąd ρ	J_{wt}		
				kg	kg	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm ³		kg/dcm ³	kg/dcm ³	kg mm ²
		Rura	1	3.80	3.88	451	66	66	66	76	76	76	502 985	7.55	7.86	-3.9%	4812	0.00481	
		Płytko - denko	1	0.08		3	0	0	0	66	66	66	10 264		7.86			44	0.00004
		Śruba M8	1	0.016	0.02	40	0	0	0	8	8	8	2 011		7.86		0.1	0.00000	
		Nakrętka M8	2	0.015	0.04	28	8	8	8	13	13	13	2 309		7.86		1.3	0.00000	
		$\Sigma =$			3.94												4857	0.00486	
		Obliczenia dla struny										$J_o = \pi d^4/32$	$T_{wt} = 2\pi \sqrt{\frac{J_{wt}}{GJ_o}}$	T_{wt}	Błąd T_w				
									l	d	G	$J_o = \pi d^4/32$		s					
									mm	mm	GPa	mm ⁴							
									750	1.2	80.8	0.203575204					3.0	7.6%	
	TEST																T_w wg pomiaru:	3.2	
																	J_w wg pomiaru:	5687	0.00569

Tab. 3.3. Wyznaczenie masowego momentu bezwładności dla środka sprzęgła 5 z uwzględnieniem uchwytu o postaci płyty prostokątnej oraz innych elementów pomocniczych

SRÓDEK SRZĘGLA	TEST	Srężgło - środek (5) wraz z elementami uchwytu															J_s		
		m_{Σ}	l	d	G	$J_o = \pi d^4/32$	T_s	$I_s = \frac{T_s^2 G J_o}{4\pi^2 l}$	kg mm ²	kg m ²									
		29.166	750	1.2	80.8	0.203575204	28.4										382 579	0.38258	
		Nazwa	Liczba	m	m_{Σ}	s_u	A_u	B_u	l, g	d_o	D	$1/2 a_u$	V	$\rho = m/V$	ρ_{stand}	błąd ρ	J_u		
				kg	kg	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm ³	kg/dcm ³	kg/dcm ³		kg mm ²	kg m ²	
		Płyta	1	1.05	1.05	3.1	139.6	319.6		20			134 217		7.86		10693	0.01069	
		Śruba M8+2 nakr.			0.06								4 320		7.86		1.4	0.00000	
		Śruba M12	4	0.10	0.39				110	0	12	136	12 441		7.86		7241	0.00724	
		Nakrętka M12	4	0.02	0.09				17.5	12	19	136	2 983		7.86		1740	0.00174	
		Podkładka duża	4	0.05	0.18				4	14	45	136	5 746		7.86		3392	0.00339	
		Podkładka mała	4	0.01	0.03				2.5	13	24	136	799		7.86		467	0.00047	
		$\Sigma =$		0.17	1.81												23 535	0.02353	
	WYNIK	Srężgło - środek (5) bez elementów uchwytu															$J_s = J_s - J_u =$		
					27.36													kg mm ²	kg m ²
																		359 045	0.35904

Tab. 3.4. Wyznaczenie masowego momentu bezwładności dla lewej i prawej tarczy sprzęgła z uwzględnieniem uchwytu o postaci płyty prostokątnej oraz innych elementów pomocniczych

TARCZA L	TEST	Srężgło - tarcza L (7,1) wraz z elementami uchwytu															J_{L1}		
		m_{Σ}	l	d	G	$J_o = \pi d^4/32$	T_s	$I_s = \frac{T_s^2 G J_o}{4\pi^2 l}$	kg mm ²	kg m ²									
		750	1.2	80.8	0.203575204	20.5											199 339	0.19934	
	WYNIK	Srężgło - tarcz L (7.1) bez elementów uchwytu															$J_{L1} = J_{L1} - J_u =$		
																		kg mm ²	kg m ²
																		175 804	0.17580
TARCZA P	TEST	Srężgło - tarcza P (3,6) wraz z elementami uchwytu															J_{L6}		
		m_{Σ}	l	d	G	$J_o = \pi d^4/32$	T_s	$I_s = \frac{T_s^2 G J_o}{4\pi^2 l}$	kg mm ²	kg m ²									
		750	1.2	80.8	0.203575204	19.8												185 958	0.18596
	WYNIK	Srężgło - tarcz P (3.6) bez elementów uchwytu															$J_{L6} = J_{L6} - J_u =$		
																		kg mm ²	kg m ²
																		162 423	0.16242

Tab. 3.5. Podsumowanie wyników obliczeń i testów dotyczących masowych momentów bezwładności

n_w	i	Nazwa	m	m_{Σ}	z	uwagi	l	d_a	d_b	d	D_a	D_b	D	V	$\rho = m/V$	ρ_{stand}	błąd ρ	J		J_{Σ}	J_{zast}
			kg	kg			mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm ³	kg/dcm ³	kg/dcm ³	kg mm ²		kg m ²	kg m ²	kg m ²	
Zębnik, wał 1	1	wał wirnika	20.4	138.4			603	0	0	0	58	58	58	1 593 174	12.80	7.86	62.9%	8578	0.008578	0.893	24.914
	2	uzwojenie	118				495	58	58	58	230	230	230	19 258 214	6.13			829894	0.829894		
		uszcz. labiryntowe		0.3		wg rys.	32			55			68	38 485	7.80	7.86	-0.8%	284	0.000284		
		1/2 łożyska 32213		0.833		wg FAG	31			65			93	105 454	7.90	7.86	0.5%	1331	0.001331		
	3	czop sprzęgła	1.74	6.8		wg rys.	87	0	0	0	55	55	55	206 697	7.69	7.86	-2.1%	656	0.000656		
		wałek pod k. zęb.	3.06		wg rys.	110	0	0	0	65	65	65	365 014	1618				0.001618			
4	koło zębate	2.000		$z_1 = 24$		42	65	65	65	117	117	117	312 186				4479	0.004479			
	1/2 łożyska 32213		0.833		wg FAG	31			65			93	105 454	7.90	7.86	0.5%	1331	0.001331			
	5	sprzęgło elast.	12	12		wg rys.	142						200					45000	0.045000		
	6	wentylator	3.7						0				0					0	0.000000		
WAŁ DRAŻONY		1/2 łożyska 312 NJ		1.028		wg FAG	32	60	60	60	94	94	94	131 595	7.81	7.86	-0.6%	1598	0.001598	0.117	24.914
	1	wałek 2	4.28	5			190	0	0	0	60	60	60	537 212	7.96	7.86	1.3%	1925	0.001925		
		kołnier z wałka 2	0.72				12	60	60	60	115	115	115	90 713				1519	0.001519		
		tuleja k. z.	2.68	18.9			47	60	60	60	113	113	113	338 462	7.91	7.86	0.6%	5475	0.005475		
	2	koło zębate	5.42		$z_3 = 21$	$z_2/z_1 =$	62	60	60	60	133	133	133	686 059				14434	0.014434		
3	koło zębate	10.8	$z_2 = 49$		2.04	42	113	113	113	233	233	233	1 369 609	7.89				7.86	0.3%	90528	0.090528
4	1/2 łożyska 312 NJ		1.028		wg FAG	32	60	60	60	94	94	94	131 595	7.81	7.86	-0.6%	1598	0.001598			
WAŁ DRAŻONY		uszcz. labiryntowe		1.3			32			175			193	164 745	7.89	7.86	0.4%	11030	0.011030	1.368	24.914
	1	1/2 łożyska 36990		1.76			30			177			202	222 857	7.89	7.86	0.3%	15792	0.015792		
	4	cz. końcowa wałka	1.67	43.0			60	155	163	159	173	173	173	221 700	7.54	7.86	-4.0%	11576	0.011576		
		cz. krótka wałka	2.27				40			155			183	301 157				16366	0.016366		
	odsadzenie pod k.z.	3.65	$L_4 =$		40	155	155	155	180	217	198	484 532	28948	0.028948							
	kołnier pod k.z.	6.97	565		25			155			267	924 534	82934	0.082934							
	wał pod łożyskiem	7.97	98		155	155	155	188	200	194	1 057 061	61522	0.061522								
	wał drążony długi	20.45	$z_4/z_3 =$		302			155			188	2 711 514	152109	0.152109							
2	koło zębate		12.5	$z_4 = 52$	2.48	60	230	280	255	315	315	315	1 601 820	7.80	7.86	-0.7%	256641	0.256641			
3	1/2 łożyska 540049		2.08			28			197			225	265 861	7.84	7.86	-0.3%	23256	0.023256			
3	uszcz. labiryntowe		1.7			40			195			212	217 367	7.82	7.86	-0.5%	17631	0.017631			
	piasta hamulca		6.4			130			189			209	812 730		7.86		63403	0.063403			
	kołnier hamulca		8.1			20			209			330	1 024 458		7.86		153577	0.153577			
	tarcze cierne hamulca		16.6			38			213			350	2 301 985		7.2		347789	0.347789			
	6	tarcza sprzęgła P	14.68	14.68														125431	0.125431		

SPRZĘGŁO FLENDER	4	8 cięgieł P	0.7	5.60														103577.6	0.103578	0.195	0.195		
		8 łożysk - cz. wewn.	0.5	4.00															73984			0.073984	
		8 x (śruba+nakr+osł)	0.12	0.96															17756			0.017756	
	5	środek sprzęgła		27.36															285060.51	0.285061	0.285	0.285	
	6	8 cięgieł P	0.7	5.60																103578	0.103578	0.195	0.195
		8 łożysk - cz. wewn.	0.5	4.00																73984	0.073984		
		8 x (śruba+nakr+osł)	0.12	0.96																17756	0.017756		
	ZESTAW KOŁOWY	1	tarcza sprzęgła L																	138812	0.138812	0.139	19.874
		2	OŚ		20.97	134	podpiaś.	246		0	117	118	118	2 667 477	7.86					36183	0.036183	0.227	
				33.07	czopy ł.		372		0			120	4 207 221	7.86					59524	0.059524			
				12.54	czop sp.		112		0				135	1 595 998	7.86					28578	0.028578		
				67.71	środek		907		0				110	8 614 758	7.86					102414	0.102414		
7		1/2 łożysk		23.13															113338	0.113338	0.113		
3		KOŁO L		7.26	188	nosek	21.5		600			644	924 275	7.86					703538	0.703538	9.697		
				57.76		góra obr.	90		506			600	7 348 782	7.86					4447890	4.447890			
				94.25		złącze g.	100		322			506	11 990 968	7.86					4234116	4.234116			
				13.04		zwężenie	30		182			322	1 659 232	7.86					222203	0.222203			
				15.36		piasta	130	117	118	118		182	1 953 819	7.86					89740	0.089740			
4		KOŁO P		188		=koło L							7.86							9.697			

4. MODEL DYNAMICZNY UKŁADU NAPĘDOWEGO

4.1. Równania ruchu

Rozwiązania dla różnych układów napędowych znaleźć można w wielu publikacjach, np.: [63] [24], [12], [23], [6]. Pracę układu napędowego przedstawionego na rys. 3.8b opisują następujące równania różniczkowe

$$J_L \ddot{\varphi}_L = h_L(\dot{\varphi}_{CL} - \dot{\varphi}_L) + k_L(\varphi_{CL} - \varphi_L) - M_L(\dot{\varphi}_L), \quad (4.1)$$

$$J_{CL} \ddot{\varphi}_{CL} = -h_L(\dot{\varphi}_{CL} - \dot{\varphi}_L) - k_L(\varphi_{CL} - \varphi_L) - h_L(\dot{\varphi}_{CL} - \dot{\varphi}_S) - k_L(\varphi_{CL} - \varphi_S), \quad (4.2)$$

$$J_S \ddot{\varphi}_S = h_L(\dot{\varphi}_{CL} - \dot{\varphi}_S) + k_L(\varphi_{CL} - \varphi_S) + h_P(\dot{\varphi}_{CP} - \dot{\varphi}_S) + k_P(\varphi_{CP} - \varphi_S), \quad (4.3)$$

$$J_{CP} \ddot{\varphi}_{CP} = -h_P(\dot{\varphi}_{CP} - \dot{\varphi}_P) - k_P(\varphi_{CP} - \varphi_P) - h_P(\dot{\varphi}_{CP} - \dot{\varphi}_S) - k_P(\varphi_{CP} - \varphi_S), \quad (4.4)$$

$$J_P \ddot{\varphi}_P = h_P(\dot{\varphi}_{CP} - \dot{\varphi}_P) + k_P(\varphi_{CP} - \varphi_P) + M_P(\dot{\varphi}_P), \quad (4.5)$$

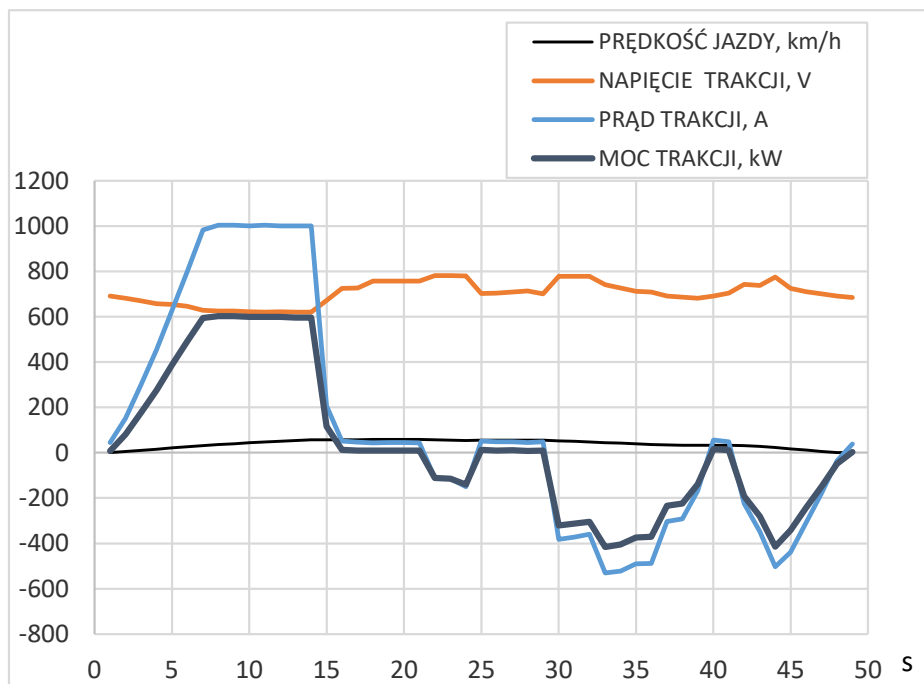
gdzie

$M_L(\dot{\varphi}_L)$ oznacza zredukowany moment wywołany siłami oporu jazdy tramwaju,

$M_P(\dot{\varphi}_P)$ oznacza zredukowany moment napędowy pochodzący od silnika elektrycznego.

4.2. Badanie oporów ruchu tramwaju podczas jazdy

Do badania oporów ruchu wykorzystano rzeczywiste dane pomiarowe zapisane przez elektroniczny rejestrator jazdy wagonu Stadler Tango Kraków. Wybrano ten typ wagonu, ponieważ rejestrator jazdy w tym wagonie w przeciwieństwie do starszych wagonów Bombardier NGT6 i NGT8 zapisuje parametry jazdy ze stałym krokiem czasowym – co 1 sekundę. Ponadto w wagonach NGT6 nie ma rejestracji napięcia w sieci, stąd niemożliwe byłoby wyznaczenie poboru mocy trakcyjnej. Wagony Stadler Tango Kraków podobnie Bombardier NGT8 i PESA 2014N są napędzane silnikami Skoda o mocy ciągłej 105 kW. Jak widać na wykresie (rys. 4.1) pobór chwilowej mocy w wagonach Stadler wynosi nawet 150 kW przez każdy silnik – czyli 600 kW. Wagony Bombardier NGT6 pomimo, że są lżejsze napędzane są silnikami Skoda o mocy ciągłej 125 kW.



Rys. 4.1. Wyniki otrzymane na podstawie danych rejestratora jazd tramwaju Stadler Tango Kraków; prędkość jazdy v oraz parametry trakcyjne

Moment oporowy obliczono wg wzoru

$$M_{op} = \eta P / \omega, \quad (4.6)$$

gdzie

P – moc trakcyjna uzyskana z pomiarów, kW

η - sprawność układu wg wzoru

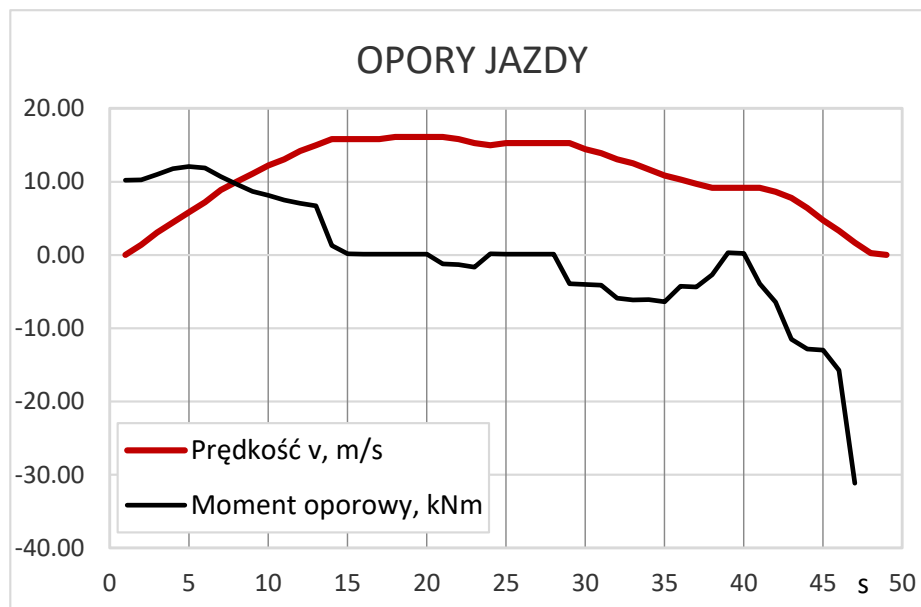
$$\eta = n_{nap} P_s / P_{max} \quad (4.7)$$

P_s – moc 1 silnika (napędu), (=105 kW)

n_{nap} – liczba napędów w tramwaju, (=4)

P_{max} – maksymalna zmierzona moc trakcyjna, kW

ω - prędkość kątowna obrotu kół, 1/s ($\omega = 2v/D$)



Rys. 4.2. Wyniki otrzymane na podstawie danych rejestratora jazdy tramwaju Stadler Tango Kraków; prędkość jazdy oraz moment oporowy M_{op}

Powyższy wykres ilustruje przebieg zarejestrowanej prędkości i obliczonych oporów jazdy. Na podstawie analizy rozkładu jazdy z tego dnia wynika, że zarejestrowano przejazd pomiędzy przystankami Kampus UJ i Ruczaj w kierunku Centrum miasta. Na powyższym wykresie widać, że w pewnym przedziale czasu moment oporowy spada pomimo stałej prędkości, a nawet jej niewielkiego wzrostu. Wynika to zapewne z faktu, że występuje tam niewielki spadek niwelety toru.

/

4.3. Uogólnione wzory na opory ruchu tramwaju

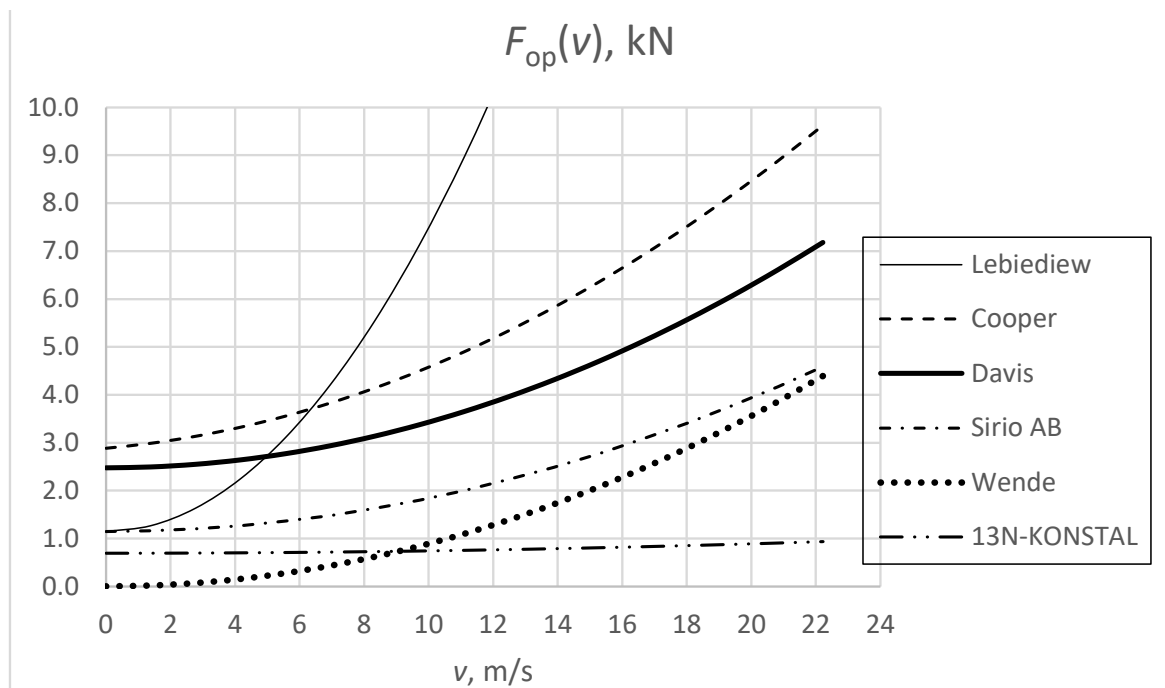
Moment oporowy opisuje wzór

$$M_L(\dot{\phi}_L) = F_{op}(v) \frac{D}{2}, \quad (4.8)$$

gdzie

v – prędkość jazdy tramwaju w km/h (maksymalnie 80 km/h), wzór (3.4),

$F_{op}(v)$ – siła oporu podczas jazdy tramwaju, która określana jest na różne sposoby, co opisano np. w [14]. Na rys. 4.3 przedstawiono przykładowe wykresy tej funkcji wg różnych autorów.



Rys. 4.3. Wykresy funkcji $F_{op}(v)$ dla tramwajów wg różnych autorów; [14], [79]

Do dalszych analiz przyjęto wzór Davisa o postaci

$$F_{op} = a + bv^2, \text{ w kN}, \quad (4.9)$$

gdzie

$$a = \left(3,58 + \frac{14,2}{m_{osi}}\right) \cdot \frac{gm_{tram}}{1000}, \quad b = 0,045 \cdot 0,151 \cdot \frac{S_{czoł}}{m_{osi}n_{wag}} \cdot \frac{gm_{tram}}{1000}, \quad (4.10)$$

v – w km/h, $n_{wag} = 3$ – liczba członów (wagonów) tramwaju,

$S_{czoł} = 5,52 \text{ m}^2$ – pole powierzchni czoła tramwaju w m^2 ,

$gm_{tram} = 457,6 \text{ kN}$ – ciężar tramwaju w kN,

$m_{osi} = \frac{m_{tram}}{2n_w} = 7,78 \text{ t}$ – masa tramwaju przypadająca na jedną oś,

$n_w = 3$ – liczba wózków ($n_w = n_{wn} + n_{wt} = 2+1$).

4.4. Moment napędowy od silnika

Znając charakterystykę silnika $M_s(\omega_s)$, gdzie $\omega_s = \dot{\varphi}_P u$ można wyznaczyć zredukowany moment napędowy wg wzoru

$$M_P(\dot{\varphi}_P) = M_s(\dot{\varphi}_P u) \eta_1^2 u, \quad (4.11)$$

gdzie

$$u = (z_2/z_1) \cdot (z_4/z_3) = 5,0556, \eta_1 = 0,99$$

$M_s(\dot{\varphi}_P u)$ – moment napędowy silnika w funkcji prędkości kątowej wału silnika ω_s .

W celu wyznaczenia charakterystyki $M_s(n)$ zastosowanego tu silnika asynchronicznego można wykorzystać poniższe dane, zgodnie z [11];

$N_n = 125 \text{ kW}$ (nominalna moc silnika),

$M_n = 675 \text{ Nm}$ (nominalny moment obrotowy silnika),

$n_n = 1770 \text{ 1/min}$ (prędkość obrotowa odpowiadająca nominalnemu momentowi silnika),

$M_k = 880 \text{ Nm}$ (krytyczny moment obrotowy silnika),

$n_o = 4250 \text{ 1/min}$ (maksymalna prędkość obrotowa silnika).

Charakterystyka $M_s(n)$ może być wyznaczona po zastosowaniu tzw. wzoru Klossa

$$M_s(n) = \frac{2s s_k k M_n}{s^2 + s_k^2}, \quad (4.12)$$

gdzie

$$k = \frac{M_k}{M_n}, \quad (4.13)$$

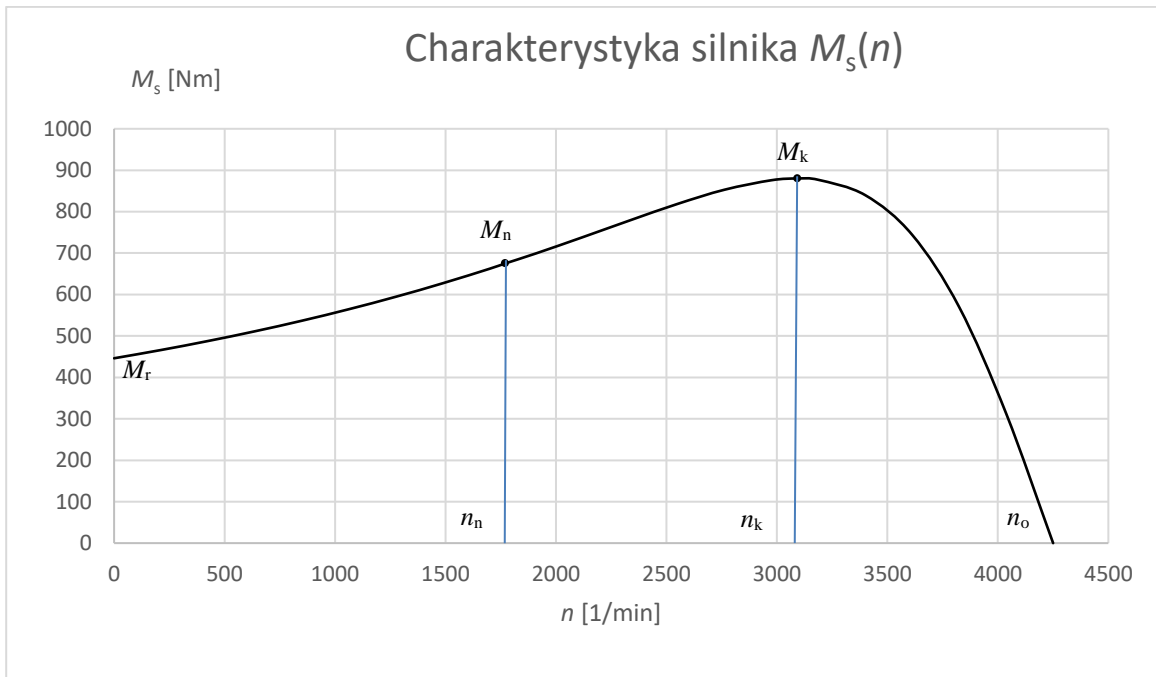
s, s_k – poślizg i poślizg krytyczny zdefiniowane jako

$$s = 1 - \frac{n}{n_o}, \quad s_k = 1 - \frac{n_k}{n_o}. \quad (4.14)$$

Podstawiając do wzoru (4.12): $M_s(n_n) = M_n$ oraz $s = s_n = 1 - \frac{n_n}{n_o}$ otrzymujemy następujący wzór na poślizg krytyczny

$$s_k = s_n (k \pm \sqrt{k^2 - 1}). \quad (4.15)$$

Na rys. 4.4 przedstawiono wykres funkcji $M_s(n)$ z zaznaczonymi charakterystycznymi wielkościami takimi, jak M_r - moment rozruchowy, M_n, n_n, M_k, n_k i n_o .



Rys. 4.4. Wykres funkcji $M_s(n)$

4.5. Metoda rozwiązania problemu

W celu rozwiązania układu równań (4.1-4.5) można zastosować metodę Runge-Kutty, która wymaga zastosowania następujących nowych zmiennych

$$\begin{aligned} y_0 = \varphi_P, y_1 = \dot{y}_0; y_2 = \varphi_{CP}, y_3 = \dot{y}_2; y_4 = \varphi_S, y_5 = \dot{y}_4; \\ y_6 = \varphi_{CL}, y_7 = \dot{y}_6; y_8 = \varphi_L, y_9 = \dot{y}_8. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Po zastosowaniu ww. podstawień układ równań różniczkowych drugiego rzędu zamienia się na układ 10 równań różniczkowych pierwszego rzędu

$$\dot{y}_9 = h_{LL}(y_7 - y_9) + k_{LL}(y_6 - y_8) - M_{LL}(y_9), \quad (4.17)$$

$$\dot{y}_7 = -h_{LCL}(2y_7 - y_9 - y_5) - k_{LCL}(2y_6 - y_8 - y_4), \quad (4.18)$$

$$\dot{y}_5 = h_{LS}(y_7 - y_5) + k_{LS}(y_6 - y_4) + h_{PS}(y_3 - y_5) + k_{PS}(y_2 - y_4), \quad (4.19)$$

$$\dot{y}_3 = -h_{PCP}(2y_3 - y_1 - y_4) - k_{PCP}(2y_2 - y_0 - y_4), \quad (4.20)$$

$$\dot{y}_1 = h_{PP}(y_3 - y_1) + k_{PP}(y_2 - y_0) + M_{PP}(y_1), \quad (4.21)$$

$$\dot{y}_0 = y_1, \dot{y}_2 = y_3, \dot{y}_4 = y_5, \dot{y}_6 = y_7, \dot{y}_8 = y_9. \quad (4.22)$$

gdzie podstawiono

$$h_{LL} = h_L/J_L, k_{LL} = k_L/J_L, M_{LL} = M_L/J_L, M_L(y_9) = \frac{D}{2} F_{op} \left(y_9 \frac{D}{2} \right), \quad (4.23)$$

$$h_{LCL} = h_L/J_{CL}, \quad k_{LCL} = k_L/J_{CL}, \quad (4.24)$$

$$h_{LS} = h_L/J_S, \quad k_{LS} = k_L/J_S, \quad h_{PS} = h_P/J_S, \quad k_{PS} = k_P/J_S, \quad (4.25)$$

$$h_{PCP} = h_P/J_{CP}, \quad k_{PCP} = k_P/J_{CP}, \quad (4.26)$$

$$h_{PP} = h_P/J_P, \quad k_{PP} = k_P/J_P, \quad M_{PP} = M_P/J_P, \quad M_P(y_1) = M_s(y_1 u) \eta_1^2 u. \quad (4.27)$$

Oprócz danych podanych już w poprzednich rozdziałach do analiz przyjęto następujące wielkości:

$m_1 = 20,1$ t – masa własna tramwaju bez wózków,

$m_{2n} = 4125$ kg – masa 1 wózka napędowego,

$m_{2t} = 2650$ kg – masa 1 wózka tocznego,

$n_{wn} = 2$ – liczba wózków napędowych,

$n_{wt} = 1$ – liczba wózków tocznych,

$m_3 = 15,65$ t – masa pasażerów,

$m_{tram} = m_1 + n_{wn}m_{2n} + n_{wt}m_{2t} + m_3 = 46,65$ t – maksymalna masa tramwaju,

$n_{nap} = 2n_{wn} = 4$ – liczba napędów,

$D = 600$ mm – średnica nowego koła jezdnego (wartość minimalna = 510 mm),

$v = 80$ km/h – maksymalna prędkość jazdy tramwaju,

$k_{11} = 1,6648$ kN/mm – sztywność promieniowa jednego przegubu w sprzęgle, wg [16],

$R = 136$ mm – promień okręgu rozmieszczenia osi przegubów w sprzęgle,

h_{11} – współczynnik tłumienia jednego przegubu w sprzęgle (w temp. ok. 20°C), zgodnie z [83]:

$$h_{11} = (18 \div 42) \left[\text{LB} \cdot \frac{\text{sec}}{\text{inch}} \right] = (18 \div 42) \left[4,5 \text{ N} \cdot \frac{\text{sec}}{25,4 \text{ mm}} \right] = (3,2 \div 7,4) [\text{Ns/mm}],$$

$J_7 = 19,874$ kgm² – masowy moment bezwładności zestawu osiowego,

J_L – zredukowany masowy moment bezwładności od strony kół jezdnych, wg wzoru (3.5):

$$J_L = \left[J_7 \cdot 2n_w + m_{tram} (D/2)^2 \right] \frac{1}{n_{nap}} = \left[18,64 \cdot 2 \cdot 3 + 46650 \cdot \left(\frac{0,6}{2} \right)^2 \right] \frac{1}{4} =$$

1079,44 kgm²,

$J_{CL} = 0,195$ kgm² – masowy moment bezwładności układu cięgieł z lewej strony sprzęgła,

$J_S = 0,285$ kgm² – masowy moment bezwładności środkowej części sprzęgła,

$J_{CP} = 0,195$ kgm² – masowy moment bezwładności układu cięgieł z prawej strony sprzęgła,

$J_P = 24,914$ kgm² – zredukowany masowy moment bezwładności od strony silnika,

$k_L = k_P = 4k_{11}R^2 = 4 \cdot 1664,8 \cdot 136^2 = 123,2$ kNm – sztywność obrotowa układu cięgieł,

$h_L = h_P = 4h_{11}R^2 = 4 \cdot (3,2 \div 7,4) \cdot 136^2 = (237 \div 547) \cdot \text{kNs/mm}$ – współczynnik tłumienia układu cięgieł.

Układ (4.17) – (4.22) jest zbyt obszerny i sprawia numeryczne problemy. Zawiera on 10 równań różniczkowych pierwszego rzędu i nie może być rozwiązany zwykłymi ogólnie dostępnymi metodami. W związku z tym trzeba zredukować liczbę tych równań.

W tym celu podzielimy obustronnie równanie (4.2) przez J_L . Przyjmuje ono teraz postać

$$\varepsilon \ddot{\varphi}_{CL} = -h_{LL}(\dot{\varphi}_{CL} - \dot{\varphi}_L) - k_{LL}(\varphi_{CL} - \varphi_L) - h_{LL}(\dot{\varphi}_{CL} - \dot{\varphi}_S) - k_{LL}(\varphi_{CL} - \varphi_S), \quad (4.28)$$

gdzie

$$\varepsilon = \frac{J_{CL}}{J_L} = \frac{0,195}{2337,43} \simeq 8,3 \cdot 10^{-5} \ll 1. \quad (4.29)$$

Wszystkie zmienne funkcje: φ_{CL} ; φ_L ; φ_S , oznaczone ogólnie jako φ_X , rozwińmy w szereg potęgowy wokół małego parametru ε

$$\varphi_X = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i \varphi_{Xi}. \quad (4.30)$$

Po zastosowaniu definicji (4.30) w równaniu (4.28) otrzymuje ono postać

$$\sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^{i+1} \ddot{\varphi}_{CLi} = \sum_{i=1}^{\infty} \varepsilon^i \ddot{\varphi}_{CL(i-1)} = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i [-h_{LL}(\dot{\varphi}_{CLi} - \dot{\varphi}_{Li}) - k_{LL}(\varphi_{CLi} - \varphi_{Li}) - h_{LL}(\dot{\varphi}_{CLi} - \dot{\varphi}_{Si}) - k_{LL}(\varphi_{CLi} - \varphi_{Si})] \quad (4.31)$$

oraz

$$0 = [-h_{LL}(\dot{\varphi}_{CL0} - \dot{\varphi}_{L0}) - k_{LL}(\varphi_{CL0} - \varphi_{L0}) - h_{LL}(\dot{\varphi}_{CL0} - \dot{\varphi}_{S0}) - k_{LL}(\varphi_{CL0} - \varphi_{S0})], \quad (4.32)$$

$$\ddot{\varphi}_{CL(i-1)} = [-h_{LL}(\dot{\varphi}_{CLi} - \dot{\varphi}_{Li}) - k_{LL}(\varphi_{CLi} - \varphi_{Li}) - h_{LL}(\dot{\varphi}_{CLi} - \dot{\varphi}_{Si}) - k_{LL}(\varphi_{CLi} - \varphi_{Si})] \quad \text{dla } i = 1, 2, 3, \dots \quad (4.33)$$

Ponieważ ε osiąga bardzo małe wartości (wzór (4.29)), zatem można nie uwzględniać wielkości z indeksem $i > 0$. Po pominięciu indeksu 0, z równania (4.32) wynika związek

$$-h_L \left(\dot{\varphi}_{CL} - \frac{\dot{\varphi}_L + \dot{\varphi}_S}{2} \right) - k_L \left(\varphi_{CL} - \frac{\varphi_L + \varphi_S}{2} \right) = 0, \quad (4.34)$$

Analogiczne postępowanie zastosujemy w stosunku do równania (4.4). Podzielimy je obustronnie przez J_P i zdefiniujemy drugi mały parametr

$$\varepsilon = \frac{J_{CP}}{J_P} = \frac{0,195}{24,914} \simeq 7,8 \cdot 10^{-3} \ll 1. \quad (4.35)$$

W ten sposób możemy otrzymać związek podobny do (4.34)

$$-h_P \left(\dot{\varphi}_{CP} - \frac{\dot{\varphi}_P + \dot{\varphi}_S}{2} \right) - k_P \left(\varphi_{CP} - \frac{\varphi_P + \varphi_S}{2} \right) = 0. \quad (4.36)$$

Teraz z równań (4.1), (4.3) i (4.5) możemy wyeliminować wielkości φ_{CL} i φ_{CP} . W tym celu do równania (4.1) dodajmy równanie (4.34), do równania (4.5) dodajmy równanie (4.36) a do równania (4.3) dodajmy równania (4.34) i (4.36). W rezultacie otrzymamy następujące trzy równania

$$J_L \ddot{\varphi}_L = \frac{h_L}{2} (\dot{\varphi}_S - \dot{\varphi}_L) - \frac{k_L}{2} (\varphi_S - \varphi_L) - M_L(\dot{\varphi}_L), \quad (4.37)$$

$$J_P \ddot{\varphi}_P = \frac{h_P}{2} (\dot{\varphi}_S - \dot{\varphi}_P) + \frac{k_P}{2} (\varphi_S - \varphi_P) + M_P(\dot{\varphi}_P), \quad (4.38)$$

$$J_S \ddot{\varphi}_S = \frac{h_L}{2} (\dot{\varphi}_L - \dot{\varphi}_S) + \frac{k_L}{2} (\varphi_L - \varphi_S) + \frac{h_P}{2} (\dot{\varphi}_P - \dot{\varphi}_S) + \frac{k_P}{2} (\varphi_P - \varphi_S) \quad (4.39)$$

lub

$$\ddot{\varphi}_P = \frac{h_{PP}}{2} (\dot{\varphi}_S - \dot{\varphi}_P) + \frac{k_{PP}}{2} (\varphi_S - \varphi_P) + M_{PP}(\dot{\varphi}_P), \quad (4.40)$$

$$\ddot{\varphi}_S = \frac{h_{LS}}{2} (\dot{\varphi}_L - \dot{\varphi}_S) + \frac{k_{LS}}{2} (\varphi_L - \varphi_S) + \frac{h_{PS}}{2} (\dot{\varphi}_P - \dot{\varphi}_S) + \frac{k_{PS}}{2} (\varphi_P - \varphi_S), \quad (4.41)$$

$$\ddot{\varphi}_L = \frac{h_{LL}}{2} (\dot{\varphi}_S - \dot{\varphi}_L) + \frac{k_{LL}}{2} (\varphi_S - \varphi_L) - M_{LL}(\dot{\varphi}_L). \quad (4.42)$$

W celu rozwiązania układu równań (4.40-4.42) trzeba zastosować np. metodę Runge-Kutty, która wymaga wprowadzenia zmiennych

$$y_0 = \varphi_P, y_1 = \dot{y}_0; y_2 = \varphi_S, y_3 = \dot{y}_2; y_4 = \varphi_L, y_5 = \dot{y}_4. \quad (4.43)$$

Równania (4.40-4.42) przyjmują teraz postać

$$\dot{y}_1 = -\frac{h_{PP}}{2} (y_1 - y_3) - \frac{k_{PP}}{2} (y_0 - y_2) + M_{PP}(y_1), \quad (4.44)$$

$$\dot{y}_3 = \frac{h_{LS}}{2} (y_5 - y_3) + \frac{k_{LS}}{2} (y_4 - y_2) + \frac{h_{PS}}{2} (y_1 - y_3) + \frac{k_{PS}}{2} (y_0 - y_2), \quad (4.45)$$

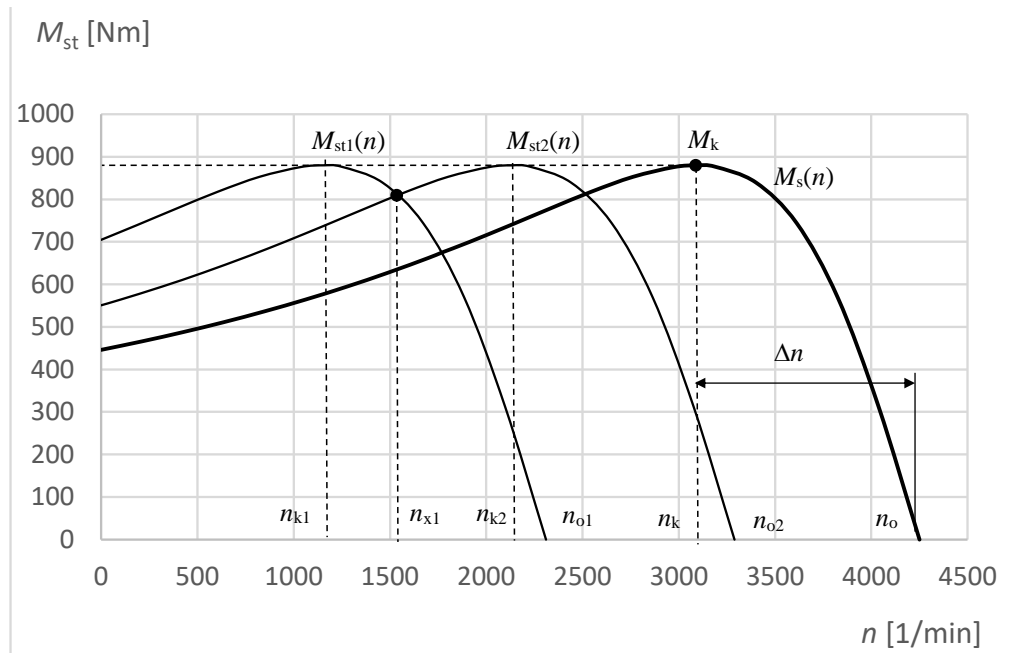
$$\dot{y}_5 = -\frac{h_{LL}}{2} (y_5 - y_3) - \frac{k_{LL}}{2} (y_4 - y_2) - M_{LL}(y_5). \quad (4.46)$$

5. WYNIKI SYMULACJI RUCHU UKŁADU NAPĘDOWEGO

Poniżej przedstawiono wyniki symulacji ruchu tramwaju: kąty obrotu i prędkości dla danych podanych powyżej (tramwaj w pełni obciążony) oraz dla przykładowego przebiegu momentu silnika $M_{st}(\xi)$.

5.1. Sterowanie momentem napędowym silnika

Podczas jazdy silnik jest sterowany w celu dostosowania momentu napędowego do oporów ruchu tak, aby osiągnąć odpowiednią prędkość jazdy tramwaju, rys. 5.1.



Rys. 5.1. Sterowane charakterystyki silnika $M_{st1}(n)$ i $M_{st2}(n)$ przecinające się w punkcie n_{x1} oraz charakterystyka nominalna $M_s(n)$

Dla punktu przecięcia n_{x1} charakterystyk $M_{st1}(n)$ i $M_{st2}(n)$ (rys. 5.1) musi być spełniony warunek

$$M_{st1}(n) = M_{st2}(n), \quad (5.1)$$

czyli (po zastosowaniu wzoru (4.12))

$$\frac{s_1 s_{k1}}{s_1^2 + s_{k1}^2} = \frac{s_2 s_{k2}}{s_2^2 + s_{k2}^2}, \quad (5.2)$$

gdzie

$$s_i = 1 - \frac{n}{n_{oi}}, \quad s_{ki} = 1 - \frac{n_{ki}}{n_{oi}}, \quad i = 1, 2. \quad (5.3)$$

Po podstawieniu wzorów (5.3) do (5.2) otrzymujemy równanie

$$\frac{(n_{o1}-n) \cdot n_{o1} s_{k1}}{(n_{o1}-n)^2 + n_{o1}^2 s_{k1}^2} = \frac{(n_{o2}-n) \cdot n_{o2} s_{k2}}{(n_{o2}-n)^2 + n_{o2}^2 s_{k2}^2}, \quad (5.4)$$

w którym należy uwzględnić zależności

$$n_{o1} s_{k1} = n_{o2} s_{k2} = n_o s_k = n_o - n_k = \Delta n. \quad (5.5)$$

Zatem, po stosownych przekształceniach, otrzymujemy równanie kwadratowe

$$(n_{o1} - n) \cdot (n_{o2} - n) - \Delta n^2 = 0 \quad (5.6)$$

z pierwiastkiem

$$n_{x1} = \frac{n_{o1} + n_{o2}}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{n_{o1} - n_{o2}}{2}\right)^2 + \Delta n^2}. \quad (5.7)$$

Po zastosowaniu zmiennych bezwymiarowych:

$$\xi = \frac{n}{n_o}, \quad \xi_{xi} = \frac{n_{xi}}{n_o}, \quad \xi_{oi} = \frac{n_{oi}}{n_o}, \quad s_k = \frac{\Delta n}{n_o}, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (5.8)$$

rozwiązanie to ma postać

$$\xi_{x1} = \frac{\xi_{o1} + \xi_{o2}}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{\xi_{o1} - \xi_{o2}}{2}\right)^2 + s_k^2} \quad (5.9)$$

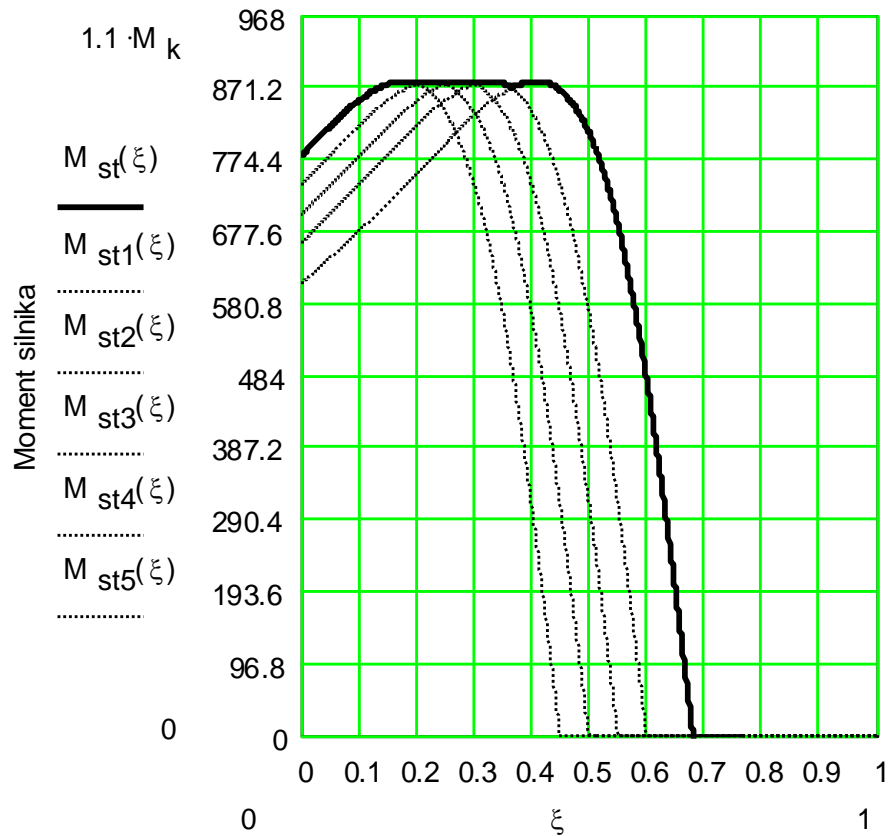
lub ogólnie

$$\xi_{xi} = \frac{\xi_{oi} + \xi_{o,i+1}}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{\xi_{oi} - \xi_{o,i+1}}{2}\right)^2 + s_k^2}. \quad (5.10)$$

5.2. Symulacja rozruchu tramwaju

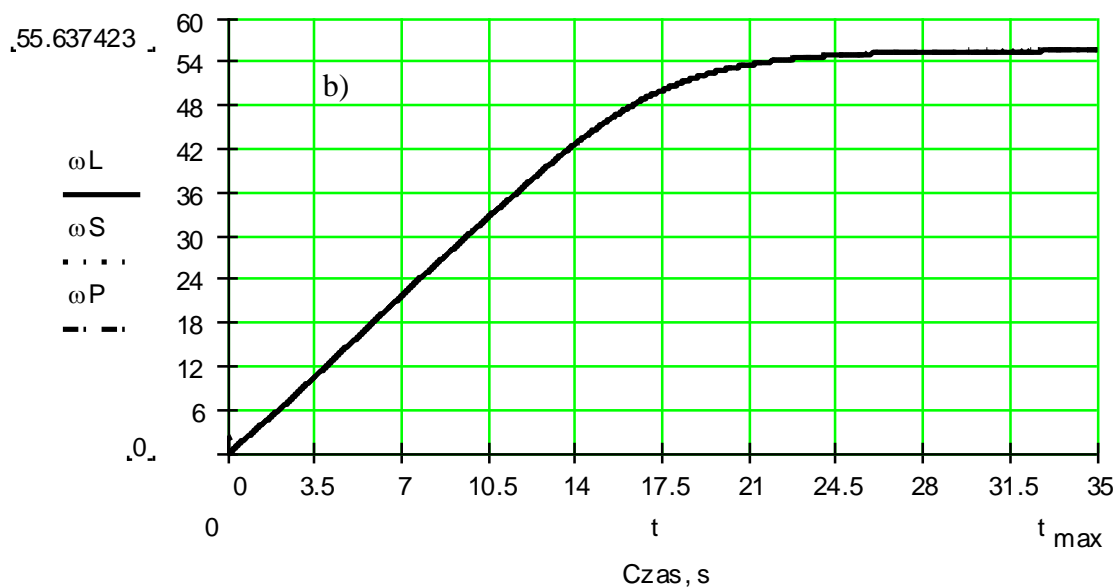
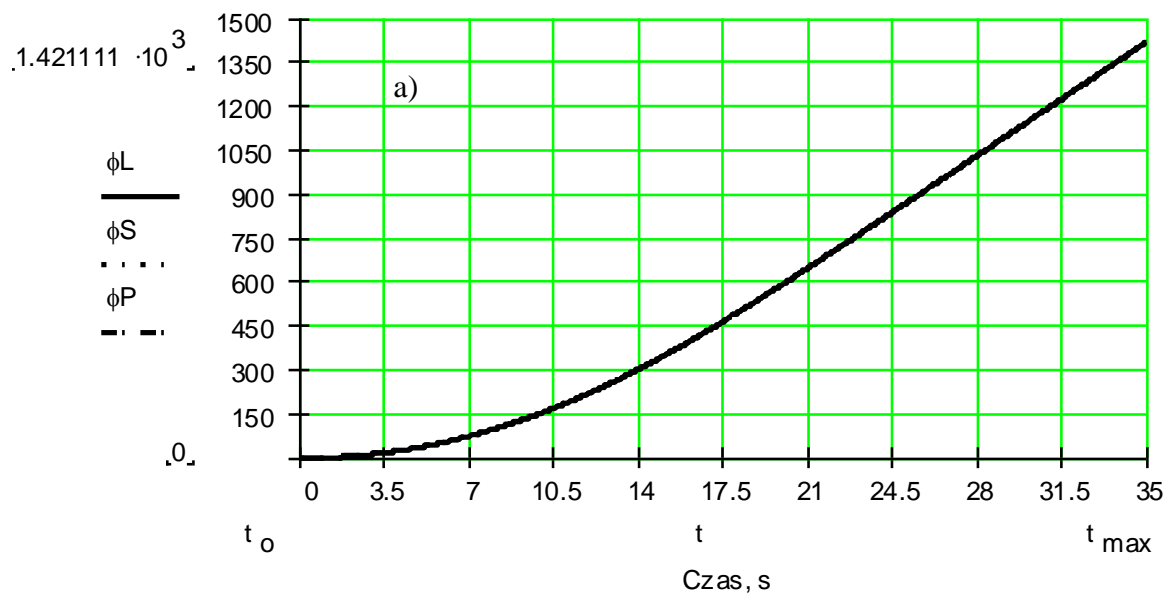
Poniżej przeanalizowano przypadek sterowania silnika z zastosowaniem 5-ciu charakterystyk cząstkowych. Do obliczeń symulacyjnych zastosowano wzór na moment sterowania $M_{st}(\xi)$ w postaci zaprezentowanej poniżej (wzór 5.11). Tworzy on obwiednię charakterystyk cząstkowych $M_{sti}(\xi)$, $i = 1, 2, \dots, 5$ pokazaną na rys. 5.2 (linia ciągła gruba).

$$M_{st}(\xi) = 2M_k s_k \cdot \begin{cases} \frac{\xi_{o1} - \xi}{(\xi_{o1} - \xi)^2 + s_k^2} & \text{if } 0 \leq \xi \leq \xi_{x1} \\ \frac{\xi_{o2} - \xi}{(\xi_{o2} - \xi)^2 + s_k^2} & \text{if } \xi_{x1} \leq \xi \leq \xi_{x2} \\ \frac{\xi_{o3} - \xi}{(\xi_{o3} - \xi)^2 + s_k^2} & \text{if } \xi_{x2} \leq \xi \leq \xi_{x3} \\ \frac{\xi_{o4} - \xi}{(\xi_{o4} - \xi)^2 + s_k^2} & \text{if } \xi_{x3} \leq \xi \leq \xi_{x4} \\ \frac{\xi_{o5} - \xi}{(\xi_{o5} - \xi)^2 + s_k^2} & \text{if } \xi_{x4} \leq \xi \leq \xi_{x5} \end{cases} \quad (5.11)$$

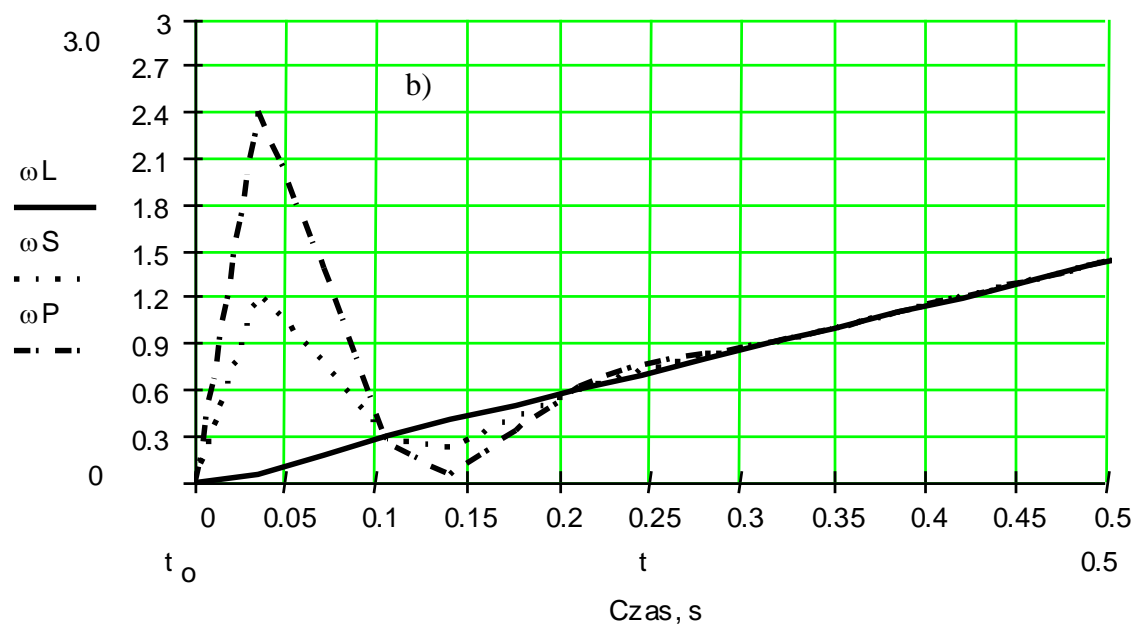
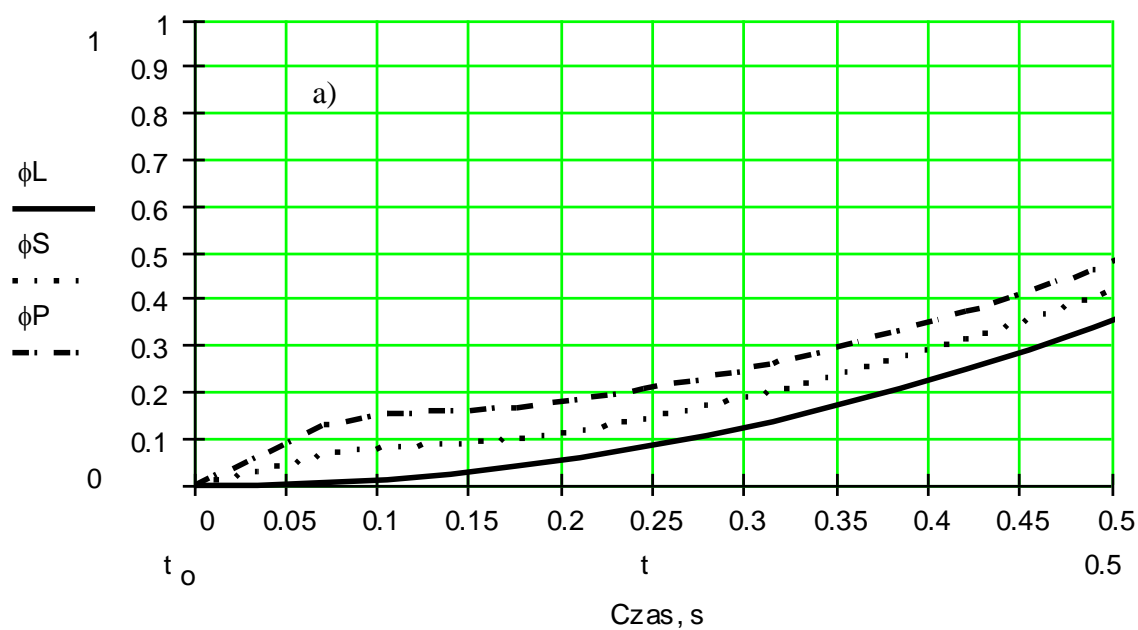


Rys. 5.2. Przebieg zmian momentu silnika $M_{st}(\xi)$ (w Nm)

Na rys. 5.3ab zaprezentowano wyniki przykładowej symulacji rozruchu układu napędowego tramwaju. Wykresy pokazują pierwsze 35 sekund przebiegu zmian kątów obrotu (w radianach): φ_L , φ_S , φ_P ; oraz prędkości kątowej (w rad/s): $\omega_L = \dot{\varphi}_L$, $\omega_S = \dot{\varphi}_S$, $\omega_P = \dot{\varphi}_P$. Maksymalna prędkość jazdy wyniosła 60 km/h i ustabilizowana została dla $\xi = n/n_{05} = 0,681$. Wykresy podobnych wielkości startowych (do 0,5 s) zaprezentowano na rys. 5.4ab.



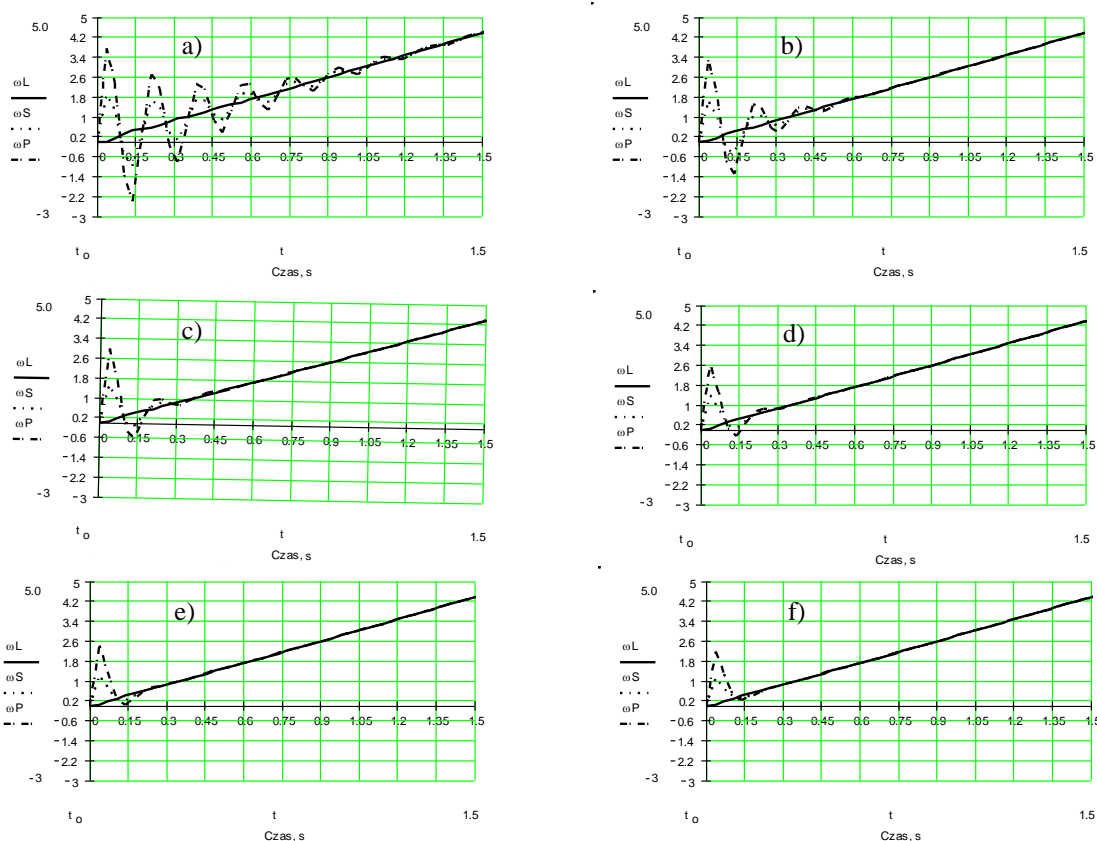
Rys. 5.3. Początkowa faza (do 35 s) przebiegu zmian:
 a) kątów obrotu (w rad): ϕ_L, ϕ_S, ϕ_P ; b) prędkości kątowej (w rad/s): $\omega_L = \dot{\phi}_L, \omega_S = \dot{\phi}_S, \omega_P = \dot{\phi}_P$



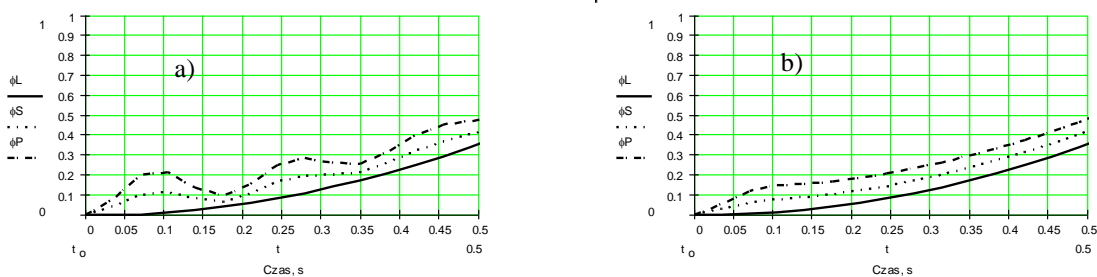
Rys. 5.4. Początkowa faza (do 0,5 s) przebiegu:
 zmian kątów obrotu (w rad): ϕ_L , ϕ_S , ϕ_P ; b) zmian prędkości kątowej (w rad/s): ω_L , ω_S , ω_P

5.3. Analiza wrażliwości

W tym fragmencie pracy dokonano badania wpływu zmiany współczynnika tłumienia h_{11} w przegubie kulistym na minimalne wartości prędkości kątowych: ω_{Lmin} , ω_{Smin} , ω_{Pmin} . Im wyższa wartość tłumienia tym mniejsze zakłócenia prędkości kątowych podczas rozruchu, rys. 5.5, 5.6. Wyniki zestawiono w tab. 5.1 oraz na rys. 5.7. We wcześniejszych symulacjach przedstawionych w p. 5.2 przyjęto współczynnik $h_{11} = 50$ Ns/mm.



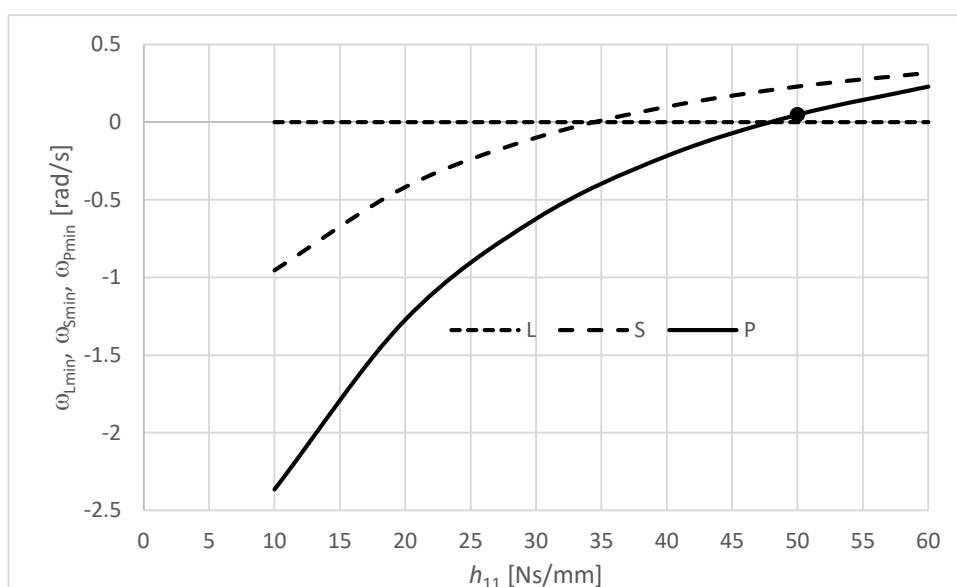
Rys. 5.5. Wpływ współczynnika tłumienia przegubu w sprężce h_{11} : a) 10, b) 20, c) 30, d) 40, e) 50, f) 60 [Ns/mm] na prędkości kątowe (w rad/s): $\omega_L = \dot{\varphi}_L$, $\omega_S = \dot{\varphi}_S$, $\omega_P = \dot{\varphi}_P$



Rys. 5.6. Wpływ współczynnika tłumienia przegubu w sprężce h_{11} : a) 10, b) 60 [Ns/mm] na kąty obrotów (w rad): φ_L , φ_S , φ_P

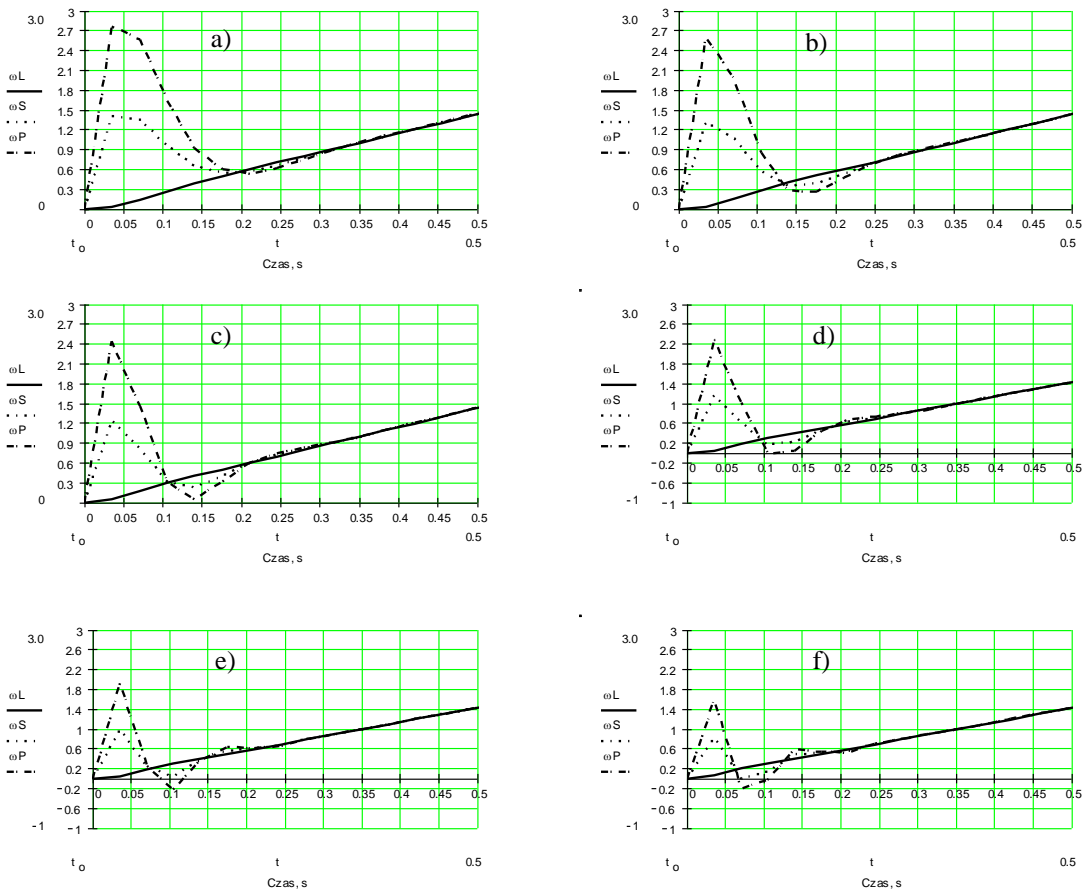
Tab. 5.1. Wpływ współczynnika tłumienia przegubu h_{11} na minimalne wartości prędkości kątowych;
 *) – oznacza wartość h_{11} stosowaną podczas symulacji zasadniczych

Wpływ współczynnika tłumienia przegubu w sprzęgle h_{11} na minimalne wartości prędkości kątowych (rad/s):				
	L	S	P	Uwagi
h_{11}	ω_{Lmin}	ω_{Smin}	ω_{Pmin}	
Ns/mm	rad/s	rad/s	rad/s	
10	0	-0.953	-2.365	
20	0	-0.418	-1.273	
30	0	-0.1	-0.623	
40	0	0.099	-0.218	
50	0	0.229	0.047	*)
60	0	0.317	0.228	



Rys. 5.7. Wpływ współczynnika tłumienia h_{11} : na minimalne wartości (dla $t > 0,05$ s) prędkości kątowych
 (w rad/s): ω_{Lmin} , ω_{Smin} , ω_{Pmin}

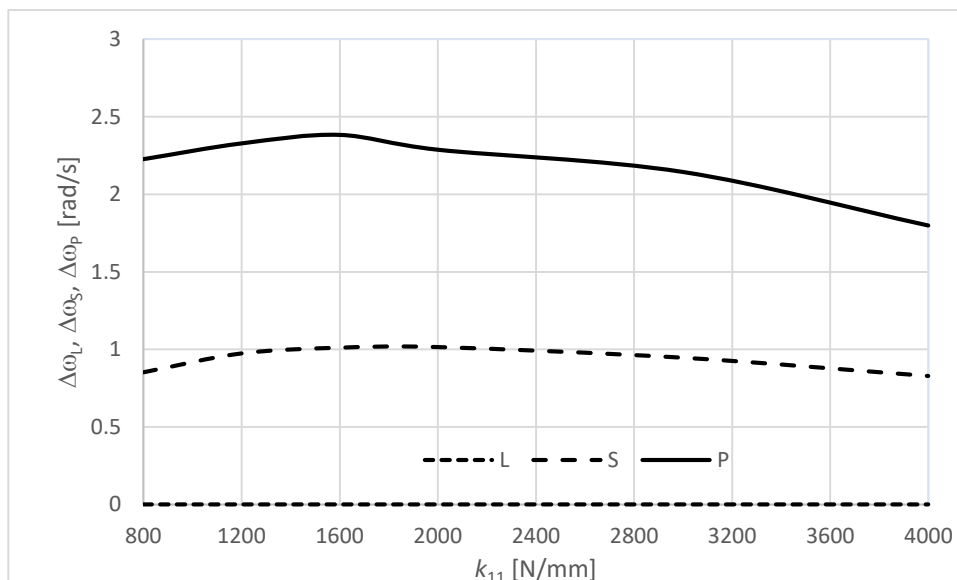
W kolejnych symulacjach założono zmianę sztywności przegubu k_{11} od 800 do 4000 N/mm przy tym samym wskaźniku tłumienia $h_{11} = 50$ Ns/mm, rys. 5.8. Badano wpływ tej sztywności na lokalne rozpiętości wartości prędkości kątowych: $\Delta\omega_X = \omega_{Xmax} - \omega_{Xmin}$ (indeks X – oznacza L, S lub P). Wyniki zestawiono w tab. 5.2 oraz na rys. 5.9. We wcześniejszych symulacjach przedstawionych w p. 5.2 przyjęto współczynnik $k_{11} = 1664,8$ Ns/mm (otrzymany na podstawie badań doświadczalnych).



Rys. 5.8. Wpływ sztywności przegubu w sprzęgle k_{11} : a) 800, b) 1200, c) 1600, d) 2000, e) 3000, f) 4000 [N/mm] na rozpiętości wartości prędkości kątowych (w rad/s): $\Delta\omega_X = \omega_{Xmax} - \omega_{Xmin}$

Tab. 5.2. Wpływ sztywności przegubu k_{11} na lokalne rozpiętości wartości prędkości kątowych: $\Delta\omega_X = \omega_{Xmax} - \omega_{Xmin}$; *) – oznacza wartość w przybliżeniu stosowaną podczas symulacji zasadniczych

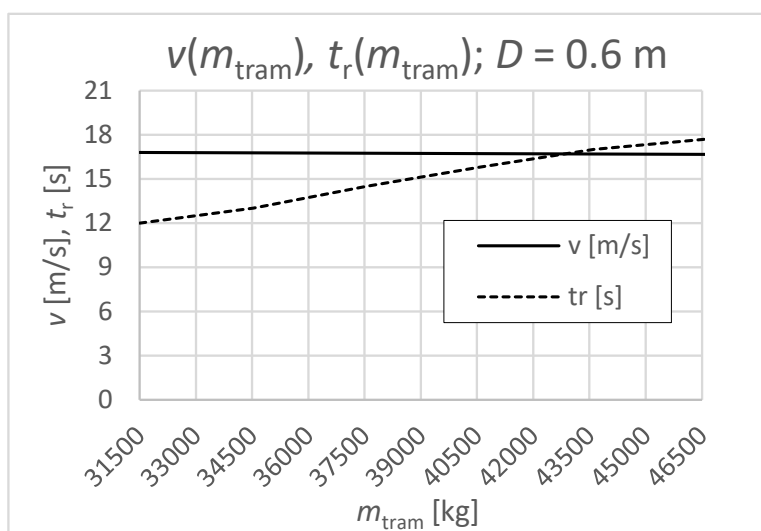
Wpływ sztywności przegubu w sprzęgle k_{11} na lokalne rozpiętości wartości prędkości kątowych (rad/s):								Uwagi
	L	S			P			
k_{11}	$\Delta\omega_L$	ω_{Smax}	ω_{Smin}	$\Delta\omega_S$	ω_{Pmax}	ω_{Pmin}	$\Delta\omega_P$	
N/mm	rad/s	rad/s	rad/s	rad/s	rad/s	rad/s	rad/s	
800	0	1.405	0.552	0.853	2.769	0.542	2.227	
1200	0	1.325	0.350	0.975	2.604	0.275	2.329	
1600	0	1.247	0.235	1.012	2.444	0.060	2.384	*)
2000	0	1.172	0.156	1.016	2.290	0.002	2.288	
3000	0	0.997	0.050	0.947	1.932	-0.212	2.144	
4000	0	0.838	0.009	0.829	1.607	-0.191	1.798	



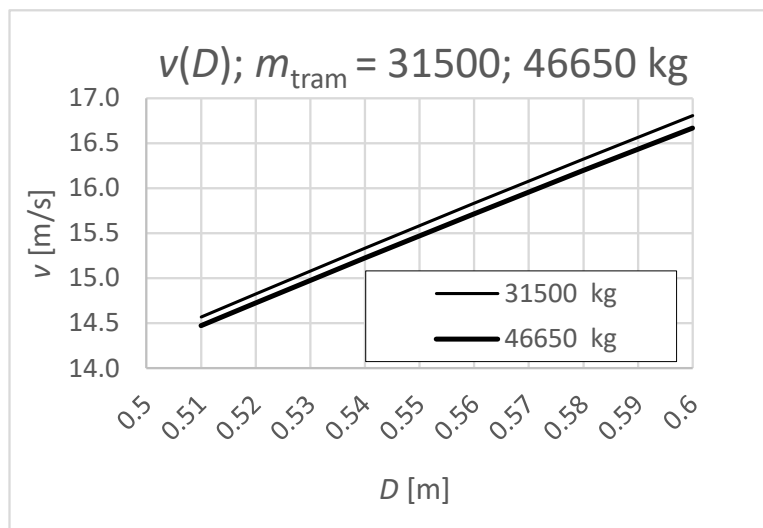
Rys. 5.9. Wpływ sztywności k_{11} na lokalne rozpiętości wartości prędkości kątowych (w rad/s): $\Delta\omega_L$, $\Delta\omega_S$, $\Delta\omega_P$

Poniżej dokonano badania wpływu rzeczywistej masy m_{tram} oraz średnicy kół D na prędkości jazdy v w m/s oraz na umowny czas rozpędzania t_r w s. Im wyższa jest wartość rzeczywistej masy tramwaju tym dłuższy jest czas rozpędzania. Prędkość jazdy jest mało wrażliwa na zmiany masy tramwaju, rys. 5.10.

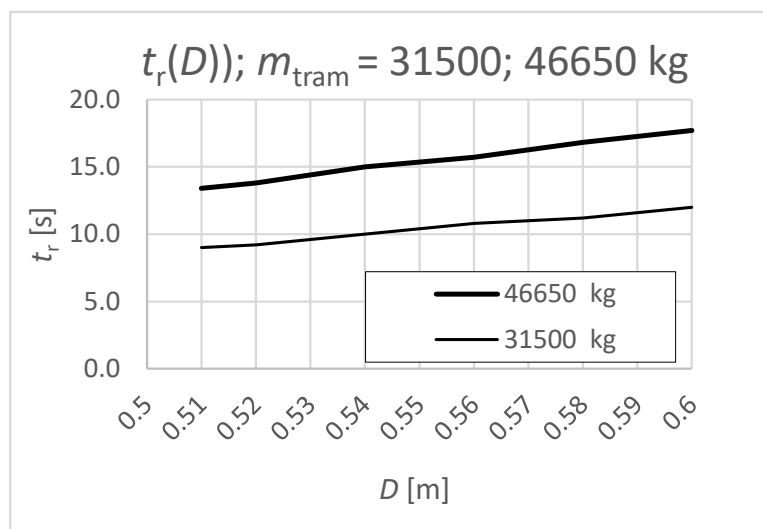
Na następnych rysunkach 5.11 i 5.12 zbadano wpływ rzeczywistej średnicy koła D na prędkość jazdy v w m/s oraz na umowny czas rozpędzania t_r w s. Założono 2 skrajne przypadki całkowitej masy tramwaju $m_{\text{tram}} = 31500$ i 46650 kg. Wszystkie wyniki są zgodne z intuicją.



Rys. 5.10. Wpływ rzeczywistej całkowitej masy tramwaju m_{tram} na prędkość jazdy v w m/s oraz na umowny czas rozpędzania t_r w s; założono, że pojazd posiada nowe koła o średnicy $D = 600$ mm



Rys. 5.11. Wpływ rzeczywistej średnicy koła D na prędkość jazdy v w m/s; założono 2 skrajne przypadki całkowitej masy tramwaju $m_{\text{tram}} = 31500$ i 46650 kg



Rys. 5.12. Wpływ rzeczywistej średnicy koła D na umowny czas rozpędzania t_r w s; założono 2 skrajne przypadki całkowitej masy tramwaju $m_{\text{tram}} = 31500$ i 46650 kg

6. OPIS MATEMATYCZNY UKŁADU SPRZĘGIEŁ 4- CIĘGŁOWYCH

6.1. Założenia

Przy projektowaniu sprzęgieł i układów napędowych istotne są następujące cechy i parametry, [2], [84]:

- a) możliwość przenoszenia wysokich momentów obrotowych (im większych tym lepiej);
- b) możliwość jak największych odkształceń wzajemnych wałów (kątowych i liniowych);
- c) wyrównoważenie (powinno być możliwe balansowanie zarówno statyczne jak i dynamiczne);
- d) małe zmiany wskaźników kinematycznych podczas wychyleń kątowych lub przesunięć wałów (warunek homokinetyczności²);
- e) masa (im mniejsza tym lepiej);
- f) wymiary (im mniejsze tym lepiej);
- g) trwałość;
- h) minimalizacja drgań przekładni napędowej.

Omawiane rozwiązanie sprzęgła (rys. 6.1 i 6.2) cechują następujące parametry:

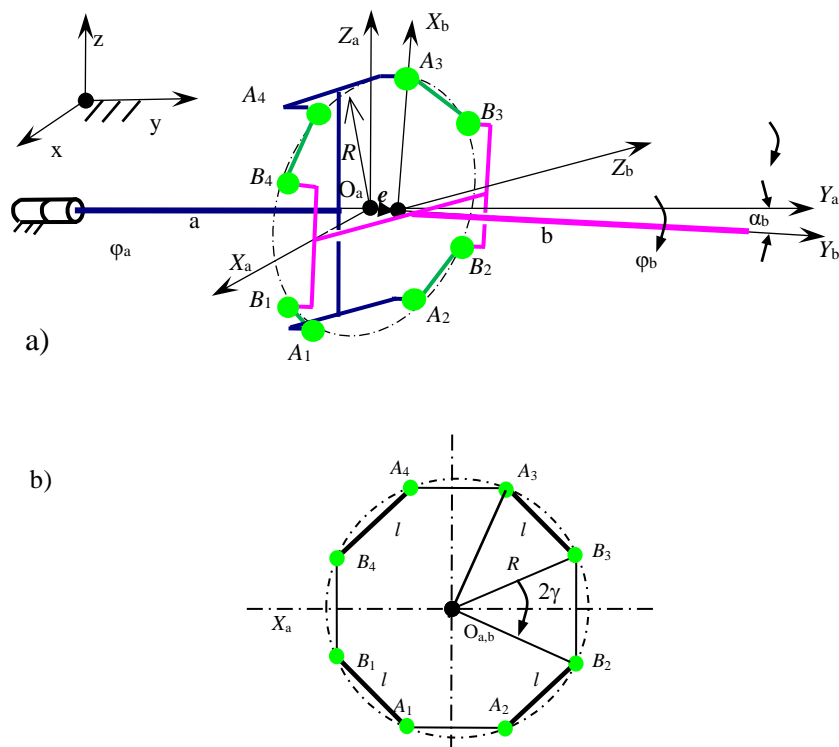
- masa (40 kg),
- gabaryty (średnica 0,387 m, długość wału pośredniego 0,8 m),
- niezawodność (3 mln km),
- duże wychyły (5 stopni),
- wyrównoważenie (m.in. efekty przesunięcia tarczy zabieraka z osi obrotu),
- niezmienność przełożenia (warunek homokinetyczności),
- spokojność biegu (dynamika, wzbudzenie drgań w układzie napędowym),
- wytrzymałość statyczna,
- niezawodność.

W niniejszej pracy omawiane są kryteria (b), (c) i (d), co jest możliwe dzięki zastosowaniu modelu 4-cięgłowego sprzęgła. Wspomniane kryteria mogą być analizowane przy zastosowaniu modelu kinematycznego, czyli uwzględniającego tylko połączenia idealnie sztywne. Kierunek osi OX jest prostopadły do osi wału, a zwrot zgodny z kierunkiem i zwrotem jazdy pojazdu. Oś OY pokrywa się z osią wału czynnego, oś OZ jest zwrócona pionowo

² homokinetyczność – niezmienność przełożenia przekładni

w dół, a zwroty są zgodne z zasadami prawoskrętnego układu współrzędnych, rys. 6.1a. Zakładamy, że wał czynny wykonuje tylko ruch obrotowy wokół własnej osi pokrywającej się z osią OY . Ruch ten jest opisywany funkcją $\Phi(t)$, czyli zmianą kąta obrotu Φ w czasie. Układem $O_aX_aY_aZ_a$ nazywamy układ związany z wałem czynnym. Układ ten może wykonywać tylko ruch obrotowy wokół osi O_aY_a . Punkt O_a pokrywa się z punktem O , a oś O_aY_a pokrywa się z osią OY . Układem $O_bX_bY_bZ_b$ nazywamy układ związany wałem pośrednim. Układ ten może wykonywać 2 rodzaje ruchu obrotowego względem układu podstawowego. W przypadku, gdy wał pośredni nie jest odchylony w stosunku do czynnego i oba są w stanie spoczynku wszystkie trzy układy się pokrywają. Główne założenia do analizy kinematycznej pojedynczego sprzęgła przedstawione na rysunku 6.1, są następujące:

- platformy – w modelu (w rzeczywistości tarcze zabieraków, rys. 1.1) A, B i C są sztywne, z taką samą geometrią, symetryczne, zamontowane prostopadle do wałów;
- platformy z cięgłami są opisywane przez 2 parametry (rys. 6.1b): promień (R) okręgu opisanego oraz (l) długości cięgła;
- promień platformy jest bezwymiarowy;
- każde cięgło jest tej samej długości, sztywne i zakończone sferycznymi (S) i idealnymi przegubami;
- lokalne stopnie swobody cięgła zostały pominięte.



Rys. 6.1. a) Schemat kinematyczny pojedynczego sprzęgła z 4 cięgłami o długości l w pozycji podstawowej; b) geometria obu platform pojedynczego sprzęgła 4-cięglowego w położeniu początkowym współpłaszczyznowym, [2]

W przypadku pojedynczego sprzęgła 4-cięglowego mamy do czynienia z 2 bryłami sztywnymi z 6 stopniami swobody dla każdej (12 stopni swobody). Zakładając, że wał wejściowy – „a” jest połączony przegubem kulowym, wał ten traci 5 stopni swobody. Kąt obrotu przegubu jest traktowany jako aktywny w więzach. Oba wały są połączone poprzez 4-cięglowe sprzęgła, gdzie każde cięgło zabiera 1 stopień swobody. W przypadku układu dwóch sprzęgieł 4-cięglowych mamy 3 bryły sztywne z 6 stopniami swobody dla każdej (daje to łącznie 18 stopni swobody).

6.2. Równania więzów kinematycznych modelu sprzęgła

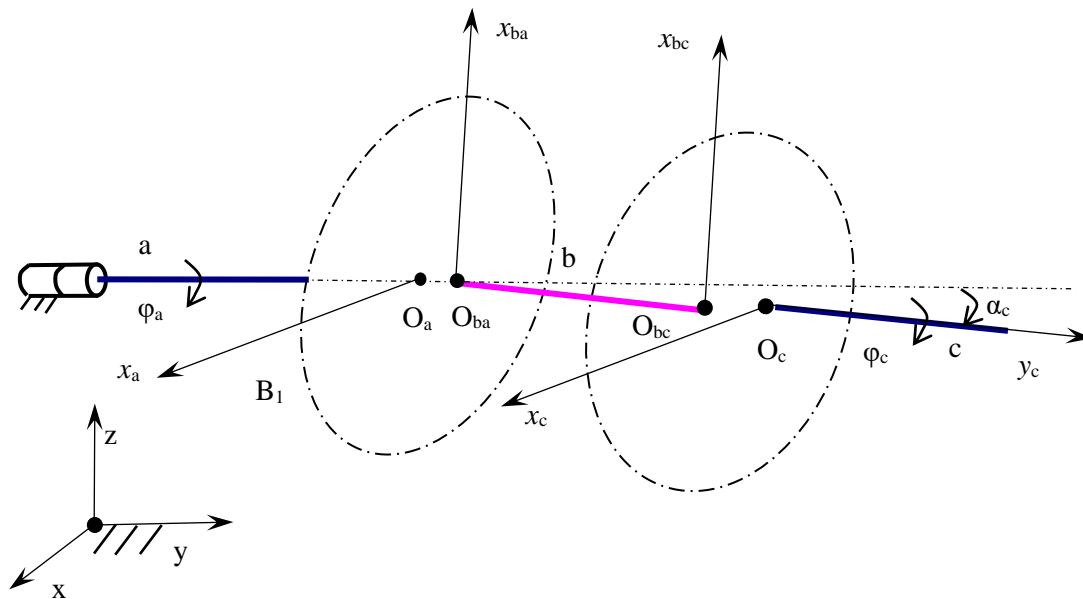
Tab. 6.1. Parametry analizy kinematycznej pojedynczego sprzęgła 4-cięglowego i układu 2 takich sprzęgieł

Parametry	Pojedyncze sprzęgło 4-cięglowe	Układ dwóch sprzęgieł 4-cięglowych
Liczba brył sztywnych	1) wał wejściowy (a), zamontowany na przegubie obrotowym, z platformą A (1 stopień swobody); 2) wał wyjściowy (b) z platformą B (3 stopnie swobody).	1) wał wejściowy (a), zamontowany do przegubu kulowego, z platformą A (1 stopień swobody); 2) pośredni wał (b) z platformami AB i BC (3 stopnie swobody);

	razem: 4 stopnie swobody	3) wał wyjściowy (c) z platformą C (3 stopnie swobody). razem: 7 stopni swobody
Warunki projektowania	1) R/l (opisane proporcjami w platformach, rys. 6.1b); 2) δ – odsunięcie osiowe pomiędzy platformami A-B (ten parametr pokazuje zależność od długości (l) cięgła).	1) R/l (jak po lewej); 2) δ (jak po lewej); 3) długość wału b; 4) φ_{bc} kąt (0 lub 90 stopni) pomiędzy platformami wału b.
Warunki podparcia wału (więzy aktywne)	1) φ_a – kąt obrotu wału wejściowego; 2) $\alpha_{b,yz}$ – kąt pochylenia wału wyjściowego w płaszczyźnie yz; 3) $\alpha_{b,yx}$ – kąt w płaszczyźnie yx;	1) φ_a – kąt obrotu wału wejściowego; 2) $\alpha_{c,yz}$ – kąt pochylenia wału wyjściowego Kąt w płaszczyźnie yx; 3) $\alpha_{c,yx}$ – kąt w płaszczyźnie yx; 4) $x_c - x$ - współrzędna wału – c ; 5) $z_c - z$ - współrzędna wału – c .
Liczba równań więzów	4 (dla 4 cięgła)	8 (dla 8 cięgła)
Zmienne do wyznaczenia	φ_b – wał wyjściowy – b kąt obrotu; x_b, y_b, z_b – pozycja platformy – B;	φ_c – wał wyjściowy - c kąt obrotu; $y_c - y$ - współrzędna wału – c; x_b, y_b, z_b – pozycja platformy - B; $\varphi_b, \alpha_{b,yz}, \alpha_{b,yx}$ – orientacja kąta platformy B;

Parametry analizy kinematycznej pojedynczego sprzęgła oraz układu dwóch sprzęgieł 4-cięglowych (rys. 6.1) są opisane w tab. 6.1. W przypadku sprzęgła pojedynczego 4-cięglowego mamy do czynienia 2 bryły sztywne z 6 stopni swobody dla każdej (12 stopni swobody). Zakładając, że wał wejściowy – a jest połączony przegubem kulowym, wał ten traci 5 stopni swobody. Kąt obrotu przegubu jest traktowany jako aktywny w więzach. Oba wały są połączone poprzez 4 cięgłowe, gdzie każde cięgło zabiera 1 stopień swobody.

W przypadku układu dwóch sprzęgieł 4-cięglowych (rys. 6.2) mamy 3 bryły sztywne z 6 stopni swobody dla każdej (daje to łącznie 18 stopni swobody).



Rys. 6.2. Schemat kinematyczny układu dwóch sprzęgieł 4-rcięgłowych w położeniu odchylonym od konstrukcyjnego

6.3. Równania więzów kinematycznych

W przypadku poszukiwania położenia elementów sprzęgła należy założyć i zdefiniować dane wejściowe oraz aktywność więzów (tab. 6.1). Biernie więzy kinematyczne muszą być opisane algebraicznie i następnie rozwiązywane iteracyjnie.

Platformy - A (rys. 6.1-2) z wałem wejściowym mogą wykonywać obroty opisane poprzez φ_a (pierwsze węzły aktywne) z dostosowaniem do y . Transformacje punktów A_i , ich środków S-połączeń, od platformy - A układu odniesienia do bazowego układu odniesienia są następujące:

$$\mathbf{a}_i = \mathbf{R}^a \mathbf{a}_i^a; \quad i = 1, 2 \dots 4 \quad (6.1)$$

gdzie

\mathbf{a}_i^a – pozycja wektora punktu A_i w układzie odniesienia związanym z platformą - A,

\mathbf{a}_i – pozycja wektora punktu A_i w bazowym układzie odniesienia

$$\mathbf{R}^a = \begin{bmatrix} \cos\varphi_a & 0 & \sin\varphi_a \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varphi_a & 0 & \cos\varphi_a \end{bmatrix}.$$

Położenie platformy - B (rys. 6.1-2) może być znalezione przez zastosowanie więzów pasywnych, poprzez 4 cięgła i aktywne więzy opisujące ograniczenia przemieszczeń wału wyjściowego z powodu jego połączenia z resztą układu napędowego (rys 6.1). Transformacje

punktów B_i , to jest środków przegubów kulowych na platformę – B , z platformy – B układu odniesienia do bazowego układu odniesienia jest następujące:

$$\mathbf{b}_i = \mathbf{R}^b \mathbf{b}_i^b + \mathbf{o}^b; \quad i = 1, 2 \dots 4, \quad (6.2)$$

gdzie

\mathbf{b}_i^b – pozycja wektora punktu B_i w układzie odniesienia związanym z platformą – B ,

\mathbf{b}_i – pozycja wektora punktu B_i w bazowym układzie odniesienia,

$\mathbf{R}^b = f(\varphi_b, \alpha_{b,yx}, \alpha_{b,yz})$,

$\mathbf{o}^b = [x_b \quad (y_b + \delta) \quad z_b]^T$.

W przypadku systemu dwóch szeregowo połączonych sprzęgieł (rys. 6.2), wał wyjściowy jest połączony z platformą C . Dodatkowo, wał pośredni pomiędzy dwiema platformami (BA i BC) przy swoich końcach musi być włączony w mechanizm. Platforma BA jest połączona z platformą A czterema cięgłami, a platforma BC jest połączona z platformą C kolejnymi czterema cięgłami.

W tym przypadku transformacja (6.2) przyjmuje następującą formę:

$$\mathbf{ba}_i = \mathbf{R}^b \mathbf{ba}_i^b + \mathbf{o}^b; \quad i = 1, 2 \dots 4 \quad (6.3a)$$

$$\mathbf{bc}_i = \mathbf{R}^b \mathbf{bc}_i^b + \mathbf{o}^b; \quad i = 1, 2 \dots 4 \quad (6.3b)$$

gdzie

\mathbf{ba}_i^b – pozycja wektora w punkcie BA_i w układzie współrzędnych związanym z platformą – B ,

\mathbf{bc}_i^b – pozycja wektora w punkcie BC_i w układzie współrzędnych związanym z platformą – B ,

\mathbf{ba}_i – pozycja wektora w punkcie BA_i w bazowym układzie współrzędnych,

\mathbf{bc}_i – pozycja wektora w punkcie BC_i w bazowym układzie współrzędnych.

Więzy bierne dla cięgł, mają taką samą formę (6.3), ale opisuje je 8 równań i są rozważane jako wektory cięgł w formie:

$$\mathbf{l}_i = \mathbf{ba}_i - \mathbf{a}_i; \quad i = 1, 2 \dots 4 \quad (6.4a)$$

$$\mathbf{l}_i = \mathbf{bc}_i - \mathbf{c}_i; \quad i = 1, 2 \dots 4. \quad (6.4b)$$

Układ dwóch sprzęgieł ma większą ruchliwość niż pojedyncze sprzęgło. Dlatego też aktywne więzy muszą być dodane do opisanych składowych wału wyjściowego – C pozycji

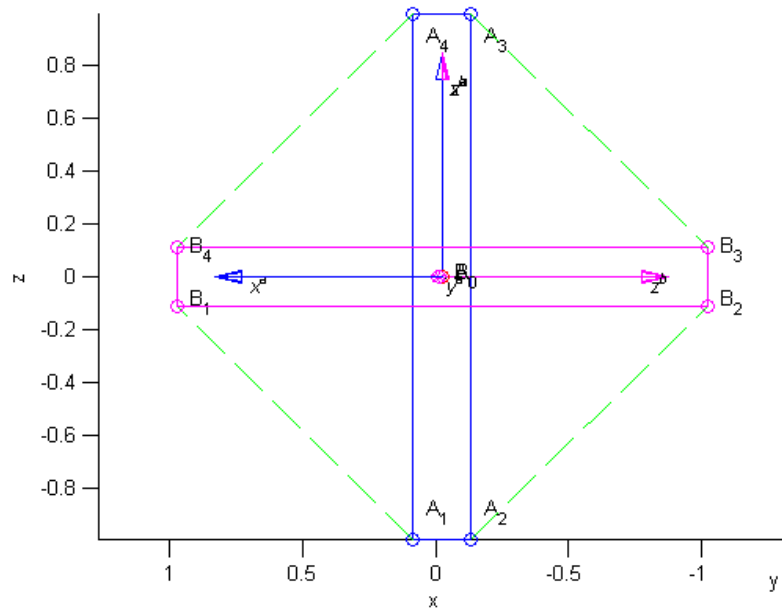
i orientacji (tab. 6.1). Zakłada się, że wał wyjściowy może być definiowany poprzez kąt pochylecia i pozycję wyjściową. Jest to opisane poprzez dwa kąty ($\alpha_{c,yx}$ – kąt w płaszczyźnie yx , $\alpha_{c,yz}$ – kąt w płaszczyźnie yz) i dwie składowe (x i z) swojej pozycji.

7. POJEDYNCZE SPRZĘGŁO 4-CIĘGŁOWE

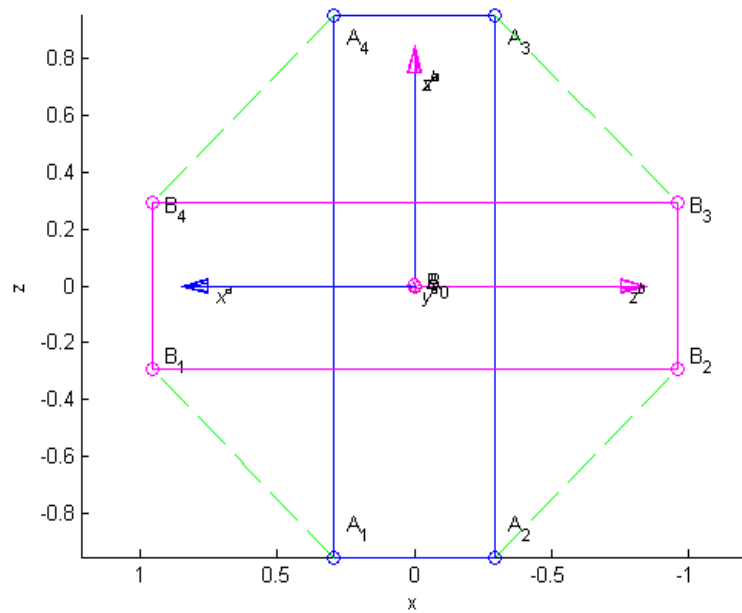
7.1. Symulacja

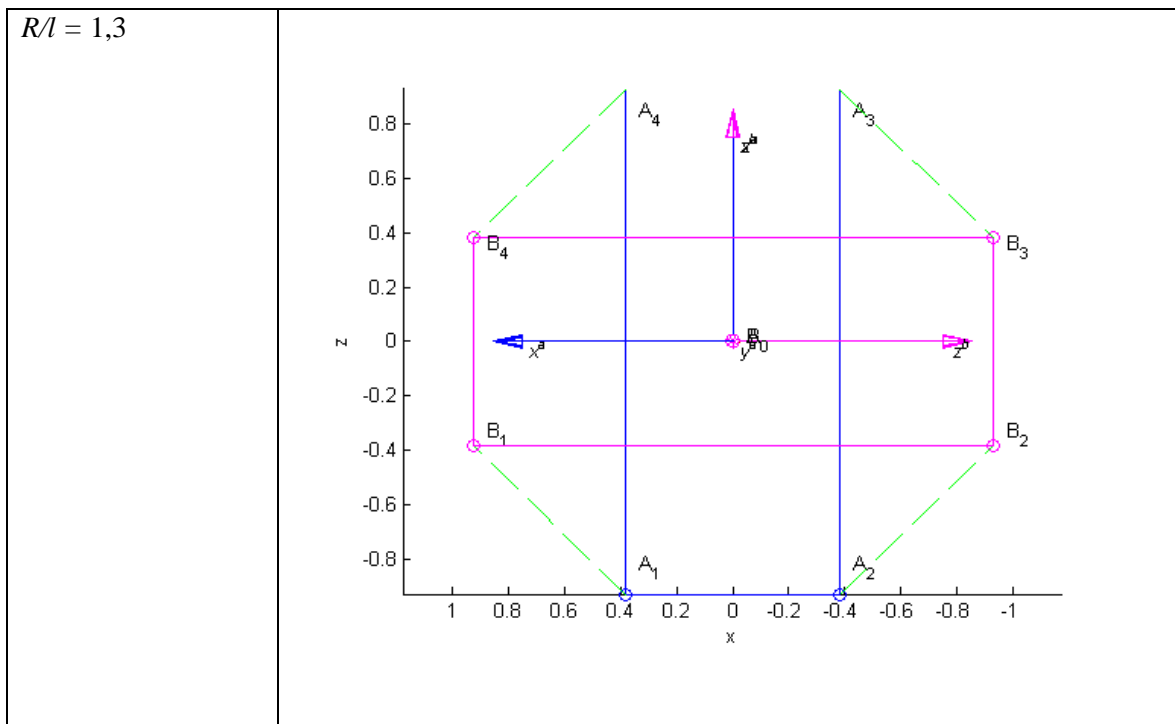
W celu przeanalizowania charakterystyk rozważanego układu sprzęgieł (rys. 7.1) zastosowano sformułowanie modelu kinematycznego w ramach oprogramowania *Matlab*. Symulacja zawiera zmiany w parametrach konstrukcyjnych (takie jak: R/l opisujący proporcje platformy, δ_y – oddalenie osiowe pomiędzy platformami, etc.) i aktywne więzy (φ_a – kąt obrotu wału wejściowego; α – kąt pochylenia wału wyjściowego) sprzęgła, które jest opisane w tab. 6.1. Zmieniane proporcje R/l otrzymanych platform można zobaczyć na rys. 7.1, gdzie wartość 1,065 odpowiada oryginalnemu mechanizmowi. Opisywane są one poprzez różne długości cięgieł. Symulacje przedstawione na poniższych rysunkach mają charakter rozwiązań teoretycznych, gdyż w rzeczywistości mocno zmienione proporcje nie zawsze byłyby możliwe do wykonania w praktyce.

$R/l = 0,8$



$R/l = 1,065$





Rys. 7.1. Rysunki schematyczne przedstawiające wymiary sprzęgła ze zmieniającymi proporcjami R/l : 0,8; 1,065; 1,3

7.2. Analiza charakterystyk sprzęgła

W celu przeanalizowania charakterystyk sprzęgła, zakłada się, że wał wejściowy obraca się ze stałą prędkością kątową, co daje stały przyrost kąta wału (φ_a) w czasie. Pochylenie i odsunięcie osiowe wału wyjściowego jest zmieniane jako parametr symulacji.

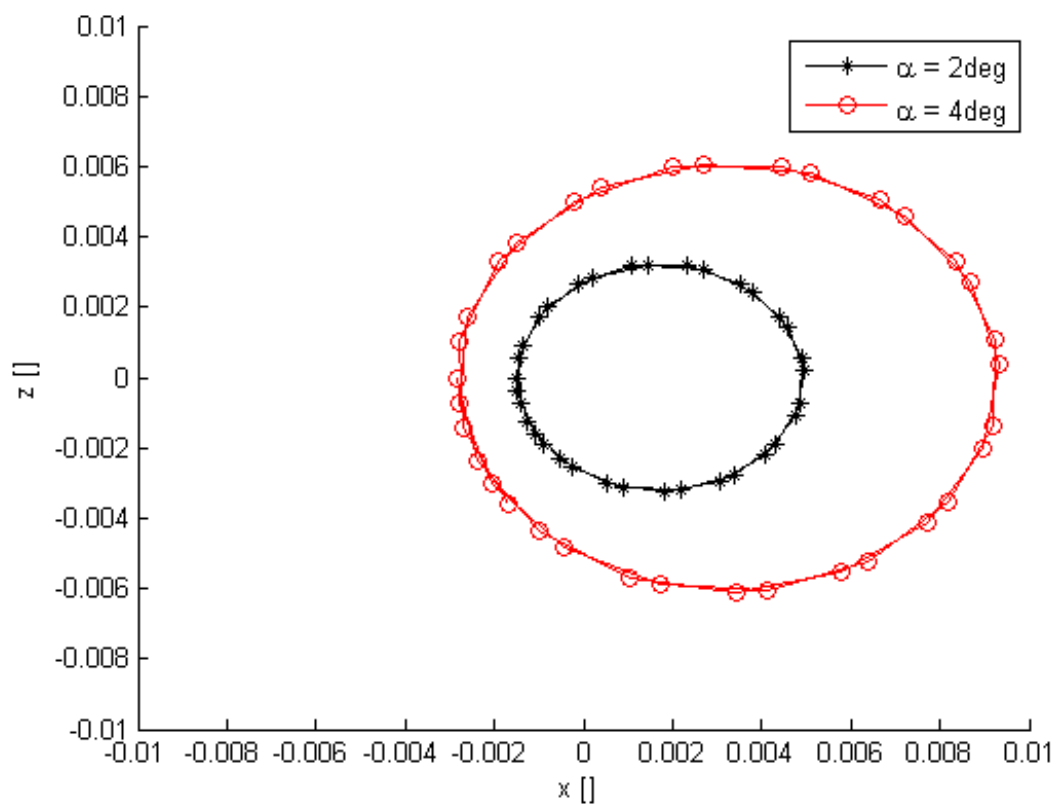
Do oceny układu sprzęgieł są używane następujące kryteria:

- zmiany (im mniejsze tym lepsze) wskaźników kinematycznych pomiędzy prędkościami kątowymi (przyrostami kątów) platform, które są związane z homokinetycznością sprzęgła, i są definiowane jako

$$C_1 = \max (\varphi_a - \varphi_b) \quad (7.1)$$

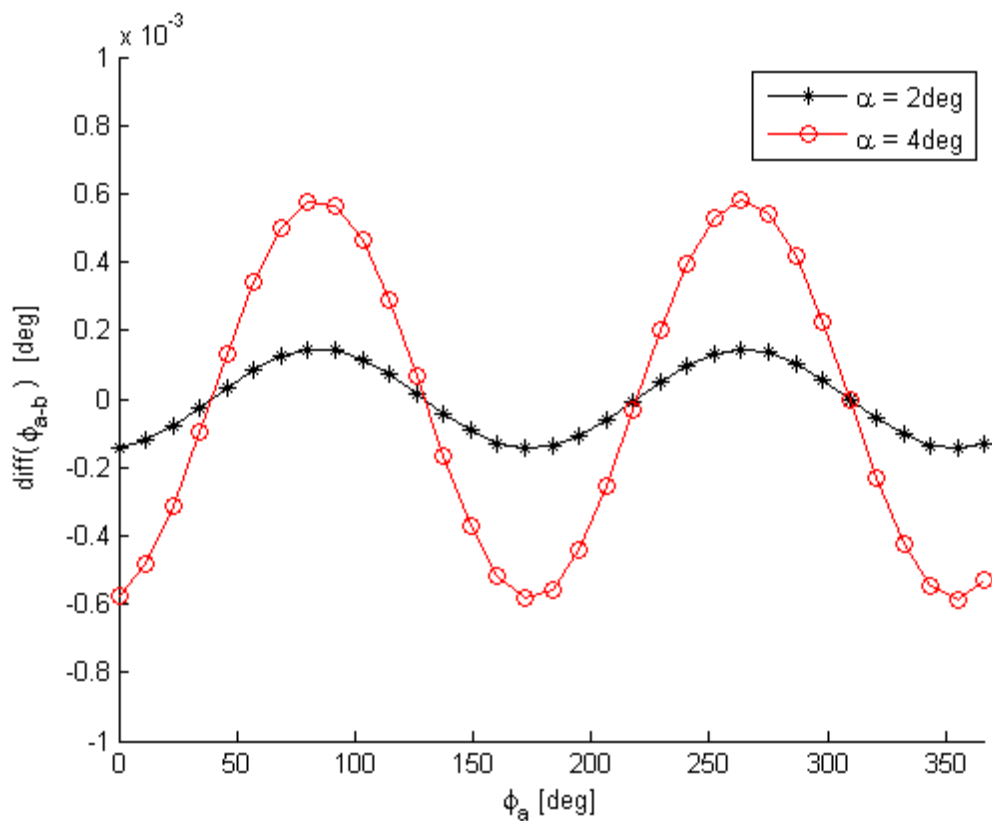
- odchylenie (im mniejsze tym lepsze) środków mas platform od linii obrotu wału wejściowego, które może się przyczyniać do statycznego niewyważenia mechanizmu, jest to definiowane jako

$$C_2 = \max (x_b) - \min (x_b). \quad (7.2)$$



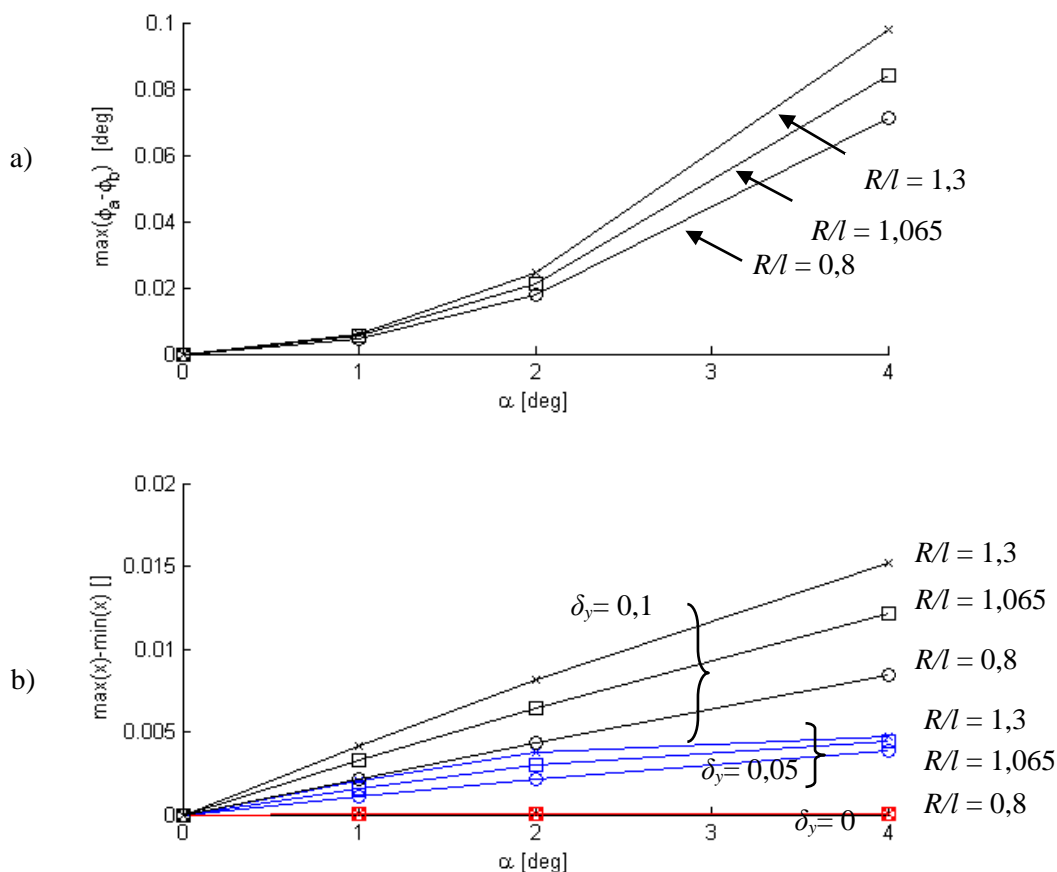
Rys. 7.2. Trajektoria w płaszczyźnie XZ środka platformy B podczas obrotu przy zmienianym kącie pochylenia wału ($\alpha = 2^\circ$ i 4°) i zmienianych proporcjach platform ($R/l = 1,3; 1,065; 0,8$)

Na rys. 7.2 przedstawiono trajektorię środka platformy B w płaszczyźnie XY podczas obrotu przy kątach pochylenia wału ($\alpha = 2$ i 4°) i proporcjach platform sprzęgła ($R/l = 1,3; 1,065; 0,8$).



Rys. 7.3. Kąt różnicowy pomiędzy platformami A i B sprzęgła jako funkcja kąta obrotu wału A, przy zmienianym kącie pochylenia wału ($\alpha = 2^\circ$ i 4°) i zmienianych proporcjach platform ($R/l = 1,3; 1,065; 0,8$)

Na rys. 7.3 przedstawiono kąt różnicowy pomiędzy platformami A i B sprzęgła jako funkcję kąta obrotu platformy A, dla której zmieniano także pochylenie ($\alpha = 2$ i 4°) i (b) proporcje ($R/l = 1,3; 1,065; 0,8$).

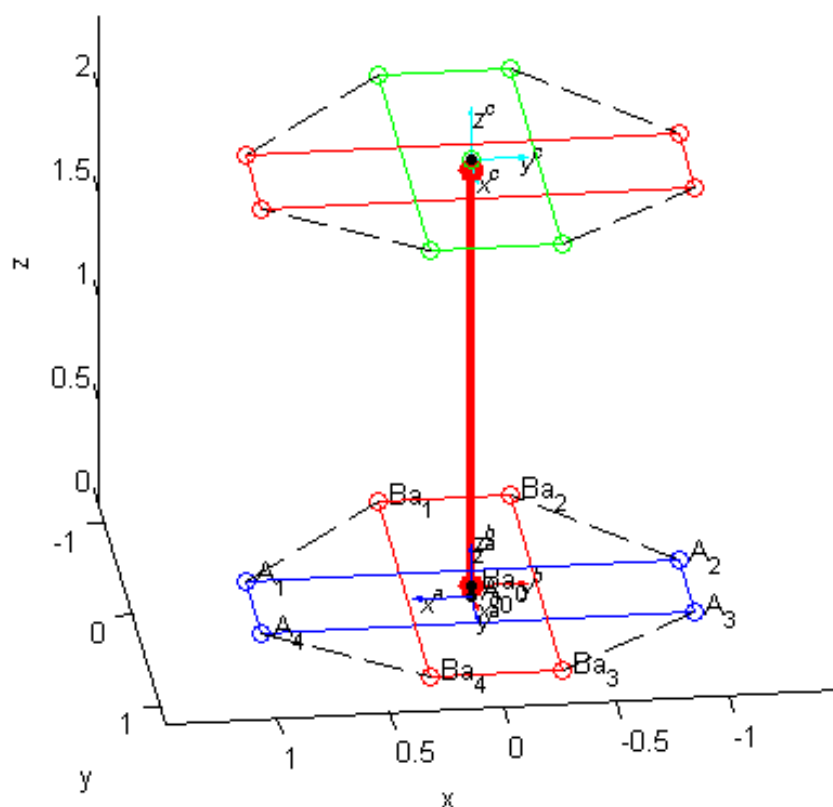


Rys. 7.4. Kryteria C_1 (a) i C_2 (b) oceny sprzęgła jako funkcje kąta pochylenia wału (α) i parametrów konstrukcyjnych (R/l oraz δ_y)

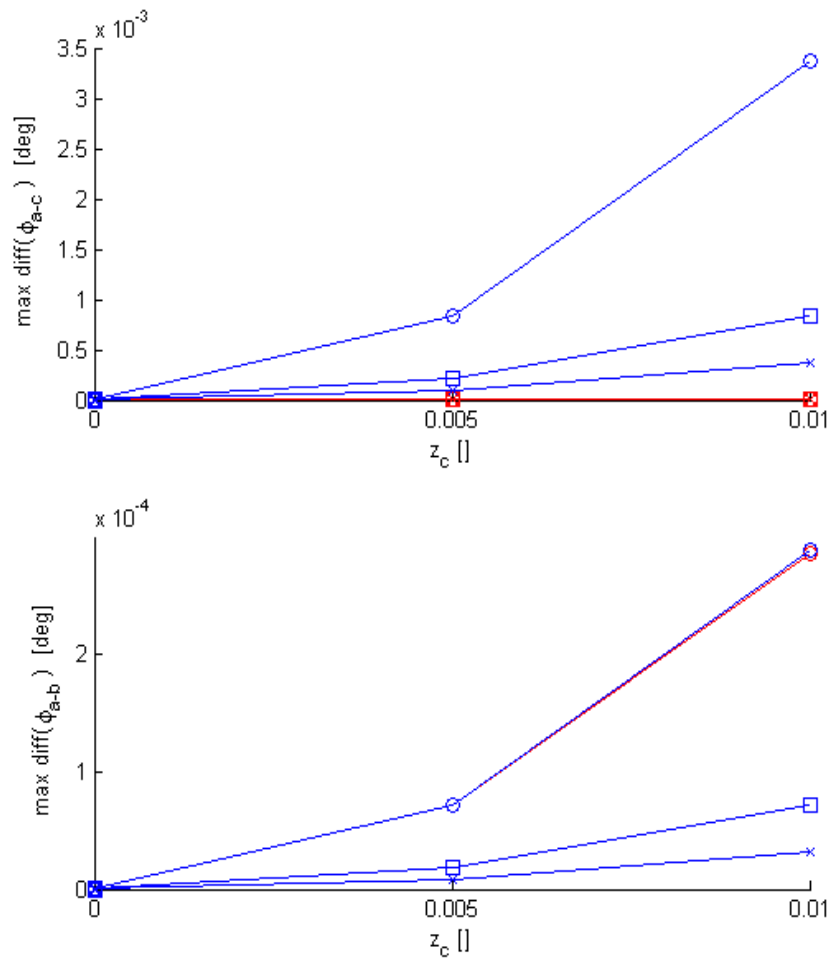
Charakterystyki na rys. 7.4 a i b zawierają zestawienie wyników symulacji wpływu zmienianych parametrów konstrukcyjnych na kryteria oceny sprzęgieł zdefiniowane wcześniej. Na ich podstawie wynika, że im niższa wartość R/l tym niższa jest pulsacja odpowiedzi układu, dotycząca równobieżności sprzęgieł. Oczywiście, rozważane sprzęgło jest tym mniej równobieżne im bardziej wychylimy wał wejściowy. Zależność ta wykazuje progresywność w badanym zakresie zmian kątów. Trajektoria środka platformy B zależy (proporcjonalnie) tylko od kąta (α) wychylenia wału wejściowego. Odległość δ_y również wpływa na właściwości sprzęgła (im mniejsza tym właściwości lepsze). Należy jednak pamiętać, że w pozycji współpłaszczyznowej platform dojdzie do położenia osobliwego, które może utrudnić prawidłową pracę rozważanego układu (bez podatnych tulei).

8. ANALIZA UKŁADU DWÓCH SPRZĘGIEŁ 4-CIĘGŁOWYCH

W kolejnym etapie pracy sformowano model układu dwóch sprzęgieł połączonych szeregowo w celu bliższego odwzorowania rzeczywistego układu napędowego pojazdu szynowego. Na schemacie mechanizmu (rys. 6.2) wyróżniono: wał czynny (a), wał pośredni (b), wał bierny (c). Obraz graficzny mechanizmu w pozycji wyjściowej przedstawiono na rys. 8.1.



Rys. 8.1. Geometryczny model układu dwóch sprzęgieł w pozycji początkowej



Rys. 8.2. Kryteria C_3 (a – wykres górny) i C_4 (b – wykres dolny) oceny układu sprzęgieł jako funkcje przesunięcia pionowego (z_c) wału c, kąta pomiędzy platformami (0° i 90°), zmiennej długości wału pośredniego (b) przy oryginalnych proporcjach platform; oś odciętych: $z_{ci} = [0 \ 0,005 \ 0,01]$ (przesunięcie pionowe wału c); kolory: czerwony - kąt między platformami = 0° ; niebieski - kąt między platformami = 90° ; markery:
 ○ - $l = 1$
 □ - $l = 2$ (oryginalny)
 × - $l = 3$, dla długości wału $L_{wi} = [1 \ 2 \ 3]$

Na rys. 8.2. przedstawiono kryteria C_3 (a – wykres górny) i C_4 (b – wykres dolny) oceny układu sprzęgieł jako funkcje przesunięcia pionowego wału c, przy zmieniających się takich parametrach jak kąt pomiędzy platformami 0° lub 90° oraz długość wału pośredniego (c), przy pozostawionych bazowych (rzeczywistych) parametrach konstrukcyjnych (R/l). Jak można zauważyć na wykresach, istniejący w rzeczywistości kąt 0° pomiędzy platformami – czyli symetryczny wał pośredni jest dużo lepszy niż wał hipotetyczny z kątem 90° , ponieważ znosi pulsacje katowe układu sprzęgieł. Jeśli chodzi o długość wału pośredniego, to najkorzystniejszy byłby wał jak najdłuższy, jednak w tym przypadku oczywistym ograniczeniem jest rozstaw kół uwarunkowany szerokością toru.

9. ELASTO-KINEMATYKA SPRZĘGŁA 4-CIĘGŁOWEGO

9.1. Charakterystyka hipersprężystych materiałów gumopochodnych

Rozważane w niniejszej pracy sprzęgło 4-cięgłowe zawiera elementy metalowo-gumowe, dzięki którym staje się ono sprzęgłem podatnym.

Ogólnie gumę należy traktować jako materiał hipersprężysty. Cechuje go zdolność do ulegania dużym odkształceniom sprężystym pod wpływem sił, a zarazem zachowanie pierwotnych własności. Ośrodki takie wykazują zachowanie nieliniowe oznaczające, że ich deformacja nie jest wprost proporcjonalna do przyłożonego obciążenia. Równania konstytutywne opisujące zależności między odkształceniami a naprężeniami lub odkształceniem a energią dla ciał hipersprężystych uzyskuje się na podstawie równań bilansu energii mechanicznej. W zakresie teorii sprężystości oraz w ogólnych zagadnieniach mechaniki mamy do czynienia z materiałami sprężystymi bez więzów oraz materiałami sprężystymi z więzami wewnętrznymi. W przypadku ciał sprężystych bez więzów własności takiego ośrodka są określone, jeżeli istnieje możliwość zdefiniowania funkcji W , która dla każdej deformacji \mathbf{d} tego ośrodka określa odpowiadającą jej energię sprężystą $W(\mathbf{d})$ powstałą w jednostce objętości w odniesieniu do „konfiguracji odniesienia”. Funkcja W jest tutaj funkcją energii odkształcenia. Dla izotropowych jednorodnych ośrodków sprężystych równanie konstytutywne może przyjąć ogólną postać $W = W(I_1, I_2, I_3)$, gdzie I_1, I_2, I_3 – są niezmiennikami tensora deformacji.

Materiały hipersprężyste znalazły zastosowanie w różnych dziedzinach badań i dzięki możliwości analizy modelowania numerycznego stały się ważnym elementem w rozwoju poszczególnych szczebli wiedzy. Aby zamodelować i zaprojektować przewidywany do wykorzystania materiał hipersprężysty, należy dobrać na początku odpowiednią funkcję energii odkształcenia oraz prawidłowo wyznaczyć stałe materiałowe dla wybranej funkcji. W obrębie teorii sprężystości dysponujemy wieloma modelami, które opisują zachowanie się ośrodków hipersprężystych.

Dla materiałów gumowych i gumopochodnych powszechnie stosowany jest model Mooneya-Rivlina, [85]. Jest on szczególnym przypadkiem ogólnej postaci funkcji energii sprężystej o zaproponowanej przez Mooneya następującej postaci empirycznej

$$W = W(I_1, I_2) = \frac{\mu}{2} [f(I_1 - 3) + (1 - f)(I_2 - 3)],$$

gdzie μ i f – stałe materiałowe - do wyznaczenia metodami doświadczalnymi. Gdy parametr $f = 1$ wtedy otrzymujemy materiał neo-Hookeana stosowany do opisu gum jednorodnych dla małych i umiarkowanych deformacji.

Jest też wiele innych modeli konstytutywnych opisujących zachowanie się materiałów gumopochodnych, np. model Zahorskiego, Hadamarda, Genta czy Ogdena. Są one stosowane w ramach metody elementów skończonych do projektowania urządzeń zawierających różnego rodzaju elementy gumowe. Dla często stosowanego modelu Ogdena funkcja energii sprężystej określona jest równaniem

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{n=1}^N \frac{\mu_n}{\alpha_n} [(\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n} - 3)],$$

gdzie N , μ_n , α_n – stałe materiałowe ($\sum_{n=1}^N \mu_n \alpha_n = 2\mu$, μ – moduł ścinania). λ_i – stosunek długości próbki w stanie rozciągniętym do długości próbki nierozciągniętej.

Istnieje zatem możliwość przeprowadzenia analizy zachowania danego materiału w przystosowanym do tego programie MES. Przeszkodą jest jednak konieczność uzyskania odpowiednich doświadczalnych danych materiałowych, których wyznaczenie jest trudne.

9.2. Pomiary charakterystyk tulei metalowo-gumowych

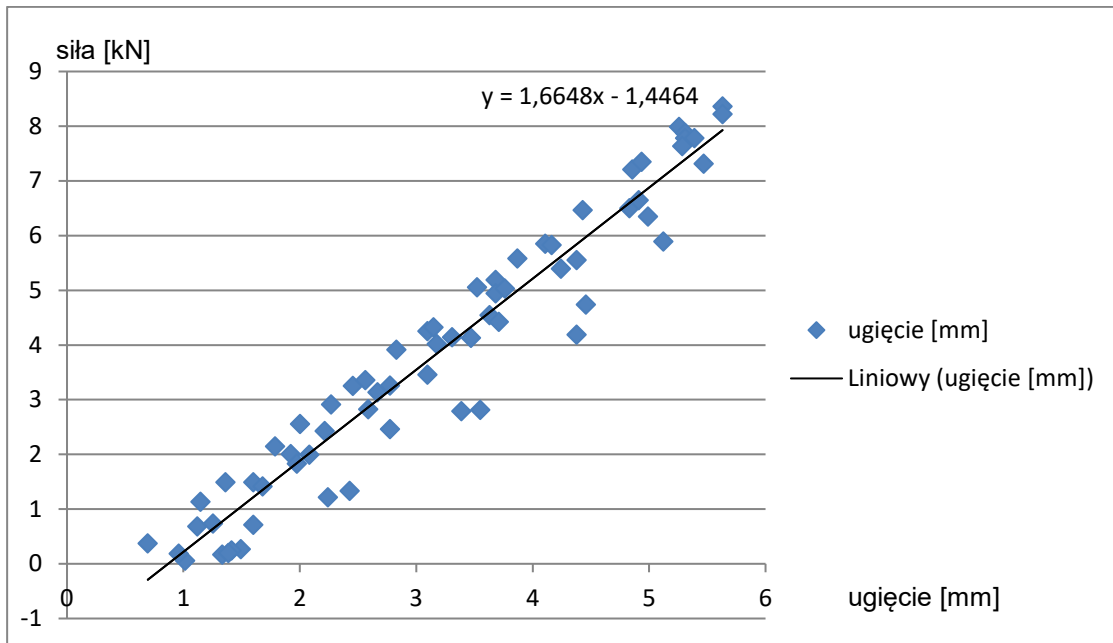
W tym rozdziale przedstawiono wyniki badań rzeczywistych tulei metalowo-gumowych stosowanych w sprzęgłach czterociągłowych, [86]. Tuleję metalowo-gumową poddano badaniom następujących przypadków obciążeń: siły promieniowej, siły poosiowej, momentu skręcającego (wokół osi podłużnej), momentu zginającego (wokół osi poprzecznej). Producent nie udostępnił danych, więc takie pomiary należy uznać za zasadne. Na poniższych wykresach przedstawiono wyniki pomiarów.

W związku z brakiem informacji o charakterystykach sprężystości elementów podatnych metalowo-gumowych, wyznaczono je doświadczalnie przy pomocy dostępnej aparatury. Rzeczywisty element łącznikowy sprzęgła, tuleję metalowo-gumową, poddano próbom mającym na celu wyznaczenie jej charakterystyk. W trakcie przeprowadzonych badań wyznaczono następujące charakterystyki tulei.

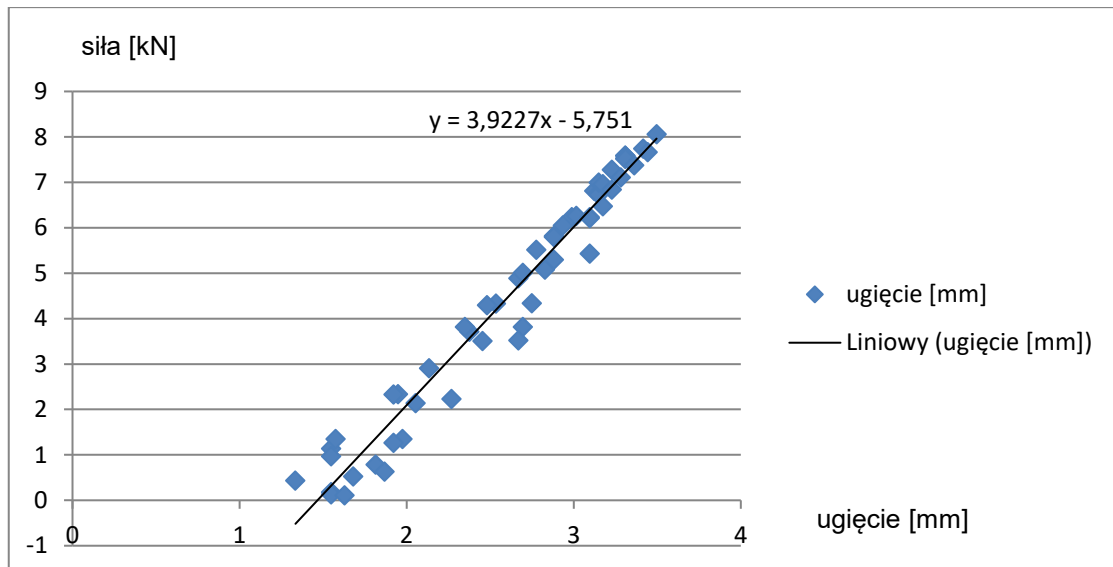
Wyznaczanie sztywności promieniowej przegubu przedstawia rys.9.1. Obciążenie zadawane jest w sposób quasi-statyczny. Siłę mierzono czujnikiem tensometrycznym, a przemieszczenie, czyli ugięcie sprężyste, mierzono linkowym czujnikiem przemieszczenia. W analogiczny sposób na tym samym stanowisku wyznaczono sztywności osiowe tulei.



Rys. 9.1. Tuleja metalowo-gumowa - element układu napędowego tramwaju na stanowisku badawczym oraz jej osie: podłużna i promieniowa

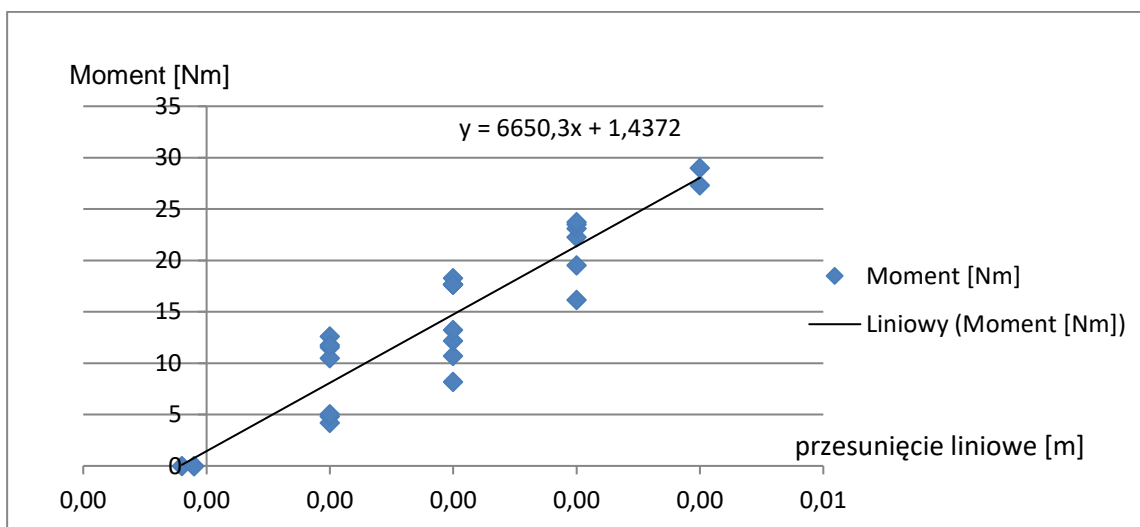


Rys. 9.2. Wyznaczona charakterystyka sztywności osiowej przegubu po trzech próbach

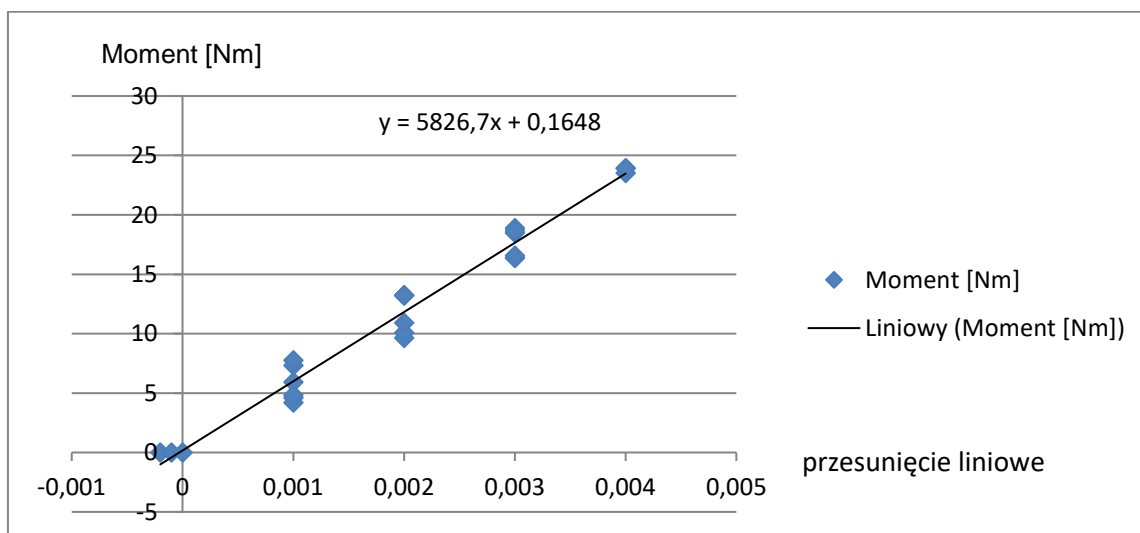


Rys. 9.3. Wyznaczona charakterystyka sztywności promieniowej przegubu po trzech próbach

Wyznaczanie sztywności kątowej na zginanie i obrotowej przegubu przedstawiają rys. 9.4. i 9.5. Obciążenie zadawane jest w sposób quasi-statyczny. Siłę mierzono czujnikiem tensometrycznym a przemieszczenie, czyli ugięcie sprężyste, mierzono zegarowym czujnikiem przemieszczenia. Przemieszczenia liniowe były mierzone na końcach ramion o długościach: l_1 , l_2 .



Rys. 9.4 . Wyznaczona charakterystyka sztywności obrotowej tulei; zestawienie zbiorcze podczas trzech prób obrotu tulei w zależności od siły; wykres pokazuje przesunięcie liniowe końca ramienia o długości 210 mm i obliczony moment



Rys. 9.5. Wyznaczona charakterystyka sztywności kątowej przegubu; zestawienie zbiorcze podczas trzech prób zginania tulei w zależności od siły; zestawienie zbiorcze przesunięcia liniowego w zależności od siły na końcu ramienia o długości $r = 170$ mm

Tab. 9.1. Oznaczenia i wartości współczynników sztywności tulei gumowo-metalowej

Współczynniki sztywności wg oznaczeń własnych	Oznaczenia wg [12]	Wyniki pomiarów własnych
k_{11}	κ_R [N/m]	$3,92 \times 10^6 \pm 5\%$
k_{22}	κ_y [N/m]	$1,66 \times 10^6 \pm 5\%$
k_{44}	κ_{R° [Nm/rad]	$1410 \pm 5\%$
k_{55}	κ_{y° [Nm/rad]	$797 \pm 5\%$

9.3. Wyznaczenie macierzy sztywności sprzęgła 4-cięłowego

Macierz sztywności tulei (\mathbf{K}_t), uzupełniona współczynnikami sztywności wyznaczonymi z pomiarów stanowiskowych, wg rys. 9.1, ma następującą postać:

$$\mathbf{K}_t = 10^6 \cdot \begin{bmatrix} 3920000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3920000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1660000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1410 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1410 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 797 \end{bmatrix}. \quad (9.1)$$

Macierz sztywności poziomego cięgła (\mathbf{K}_c) z dwiema tulejami na końcach ma następującą postać:

$$\mathbf{K}_c = 10^6 \cdot \begin{bmatrix} 1,9600 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0893 & 0 & 0 & 0 & 0,0058 \\ 0 & 0 & 0,1380 & 0 & -0,0090 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0007 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0090 & 0 & 0,0013 & 0 \\ 0 & 0,0058 & 0 & 0 & 0 & 0,0008 \end{bmatrix}. \quad (9.2)$$

Macierz sztywności kompletnego sprzęgła (\mathbf{K}_s) 4-cięłowego, ma następującą postać:

$$\mathbf{K}_s = 10^6 \cdot \begin{bmatrix} 4,0986 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5521 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4,0986 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0079 & -0,0007 & 0,0032 \\ 0 & 0 & 0 & -0,0007 & 0,0035 & 0,0034 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0032 & 0,0034 & 0,0444 \end{bmatrix}. \quad (9.3)$$

Przedstawione powyżej macierze sztywności tulei (\mathbf{K}_t), cięgła (\mathbf{K}_c) oraz kompletnego sprzęgła 4-cięłowego (\mathbf{K}_s) są macierzami kwadratowymi i symetrycznymi. Współczynniki na diagonalnej macierzy to sztywności główne, tj. podłużne w kierunku: x, y, z oraz sztywności kątowe wokół kolejnych osi układu współrzędnych. Współczynniki poza diagonalną

macierzą sztywności to tzw. sztywności skrośne, które opisują wpływ np. obciążenia w kierunku x na przemieszczenie układu w kierunku y . Rozważane pojedyncze sprzęgło cechuje się dużą sztywnością ($4,0986 \times 10^6$ N/m) liniową w kierunku x i z , czyli w kierunkach promieniowych sprzęgła. Natomiast w kierunku osiowym, tj. wzdłuż osi y , sprzęgło wykazuje 8 razy mniejszą sztywność, co wykorzystuje się do kompensacji osiowych odchyleń wałów.

Tab. 9.2. Oznaczenia i wartości współczynników sztywności sprzęgła czterocięgiowego

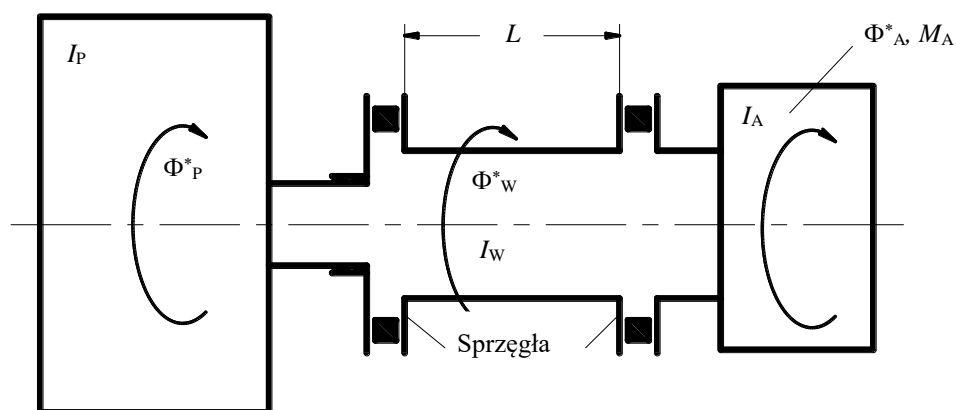
Współczynniki sztywności wg oznaczeń własnych	Oznaczenia wg [12]	Wyniki obliczeń wg [12]	Wyniki obliczeń własnych
k_{11}	$\kappa_{x,s}$ [N/m]	$4,1072 \times 10^6$	$4,0986 \times 10^6$
k_{22}	$\kappa_{y,s}$	$5,5207 \times 10^5$	$5,521 \times 10^5$
k_{33}	$\kappa_{z,s}$	jak $\kappa_{x,s}$	$4,0986 \times 10^6$
k_{44}	$\kappa_{x,s}^0$ [Nm/rad]	$3,3296 \times 10^3$	$7,3 \times 10^3$
k_{55}	$\kappa_{y,s}^0$	$8,2542 \times 10^4$	$4,35 \times 10^4$
k_{66}	$\kappa_{z,s}^0$	jak $\kappa_{x,s}^0$	$2,98 \times 10^3$

10. DYNAMIKA UKŁADU NAPĘDOWEGO ZE SPRZĘGLAMI 4-CIĘGŁOWYMI

10.1. Równania dynamiki omawianego ruchu

Główne założenia do analizy dynamicznej układu napędowego z dwoma sprzęgłami przedstawionymi na rys. 10.1 są następujące [86]:

- analizuje się tylko drgania kątowe wału silnika i tulei pośredniej związane z ruchem prostoliniowym pojazdu bez poślizgów kół względem szyn;
- wszystkie bryły w modelu są sztywne; podatność i tłumienie dają tuleje metalowo-gumowe;
- masa pojazdu jest zredukowana na jedno koło napędowe;
- ponieważ $I_p \gg I_A$, rozpatruje się tylko 2 stopnie swobody, tj. Φ_A^* i Φ_W^*
- pomija się składową stałego dociążenia układu napędowego;
- tłumienie w gumie opisano jako tłumik wiskotyczny;
- drgania w układzie są parametrycznie wzbudzone przez kinematyczne funkcje zaburzenia przemieszczeń kątowych sprzęgła (Φ_{AW}^* , Φ_{WP}^*);
- układ 2 sprzęgieł jest kinematycznie homokinetyczny (tzn. $\Phi_{AW}^* + \Phi_{WP}^* = 0$), co oznacza, że zabieraki sprzęgieł są obrócone względem siebie o kąt $\pi/2$.



Rys. 10.1. Schemat modelu układu napędowego wagonów tramwajowych: NGT6, NGT8, PESA 2014N STADLER TANGO KRAKÓW; I_P – wynik redukcji masy pojazdu na jedno koło napędowe, I_A – wynik redukcji mas wirujących od silnika do wału „a”

Na podstawie schematu układu przedstawionego na rys. 10.1 zapisano następujące równania dynamiki ruchu obrotowego wału silnika i tulei pośredniej:

$$I_A \ddot{\Phi}_A + C^0(\dot{\Phi}_A - \dot{\Phi}_W) + K^0(\Phi_A - \Phi_W) = C^0 \dot{\Phi}_{AW}^* + K^0 \Phi_{AW}^* \quad (10.1a)$$

$$I_W \ddot{\Phi}_W + C^0(\dot{\Phi}_W - \dot{\Phi}_P) + K^0(\Phi_W - \Phi_P) = C^0 \dot{\Phi}_{WP}^* + K^0 \Phi_{WP}^* \quad (10.1b)$$

gdzie

$$\Phi_{AW}^* = \frac{\alpha_A^2}{4} (1 + \sin \gamma) \sin 2\Phi_A \quad (10.2)$$

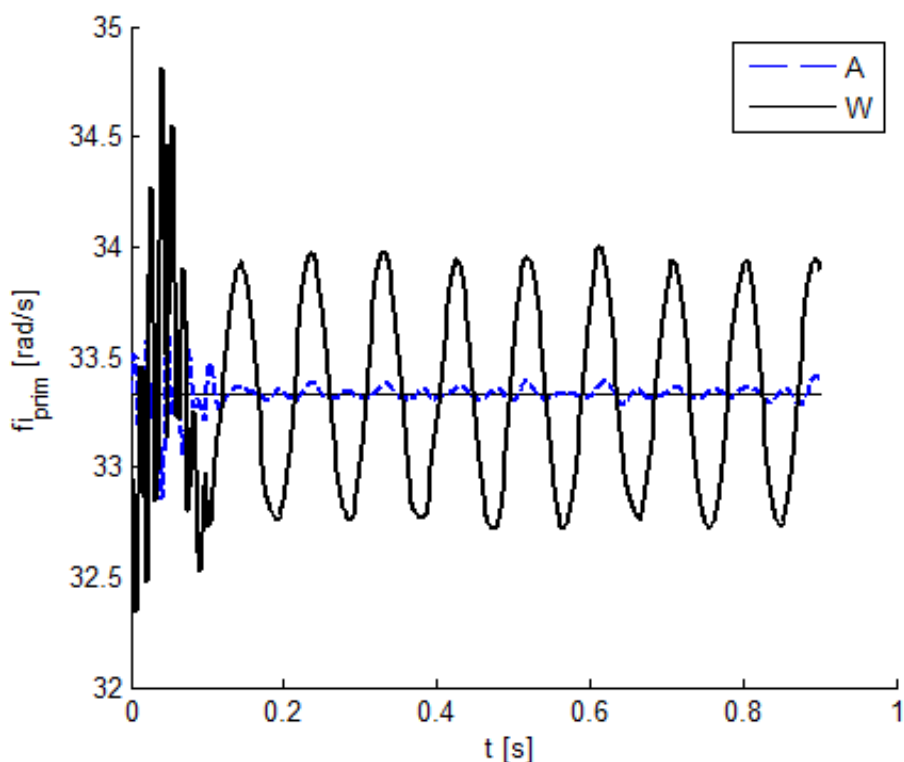
$$\Phi_{WP}^* = \frac{\alpha_W^2}{4} (1 + \sin \gamma) \sin 2(\Phi_W + \frac{\pi}{2}) \quad (10.3)$$

są funkcjami zaburzenia kąta sprzęgieł czterocięglowych. Funkcje te są opisane bardziej szczegółowo w literaturze, [12].

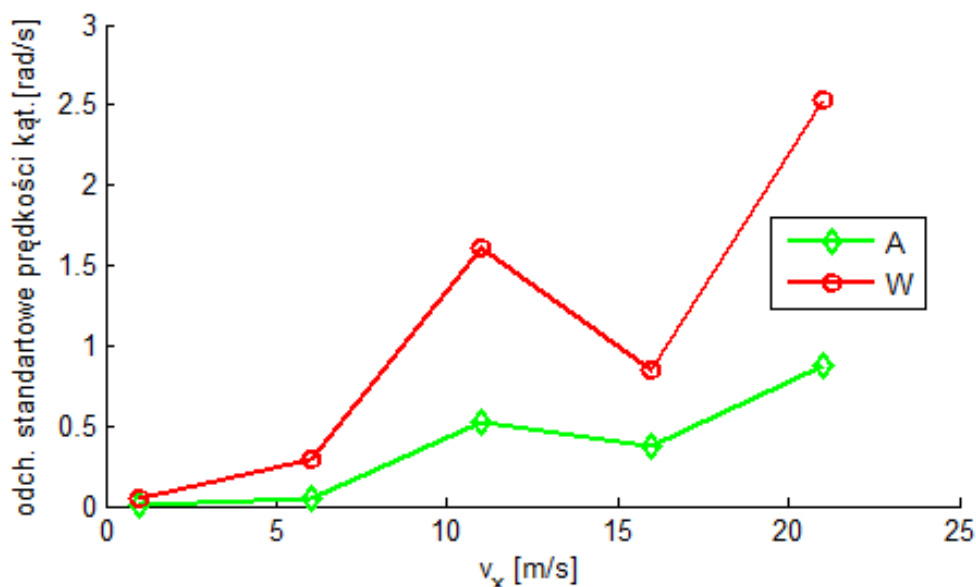
Równania różniczkowe ruchu (10.1-10.3) rozwiązano przy wykorzystaniu procedury Runge-Kutta 45 w środowisku Matlab.

10.2. Analizy numeryczne układu

Fragment układu napędowego przedstawionego na rysunku 10.1 poddano wstępnej analizie dynamicznej, [87]. Do analizy przyjęto jedynie rzeczywisty układ. We wcześniejszych rozdziałach 6, 7, 8 wykazano, że istniejący obiekt rzeczywisty ma najlepsze proporcje wymiarów biorąc pod uwagę kompromis pomiędzy właściwościami kinematycznymi a gabarytami. Jako dane wejściowe przyjęto parametry przedstawione w macierzy sztywności w rozdziale 9.2. Przyjęto ruch po torze prostym na płaskiej powierzchni, w zakresie prędkości od 0 do 25 m/s. W rzeczywistości pojazd nie przekracza prędkości 20 m/s (72 km/h). Założono różnicę wysokości położenia kół, czyli w praktyce różnicę wysokości toków szyn o 30 mm.



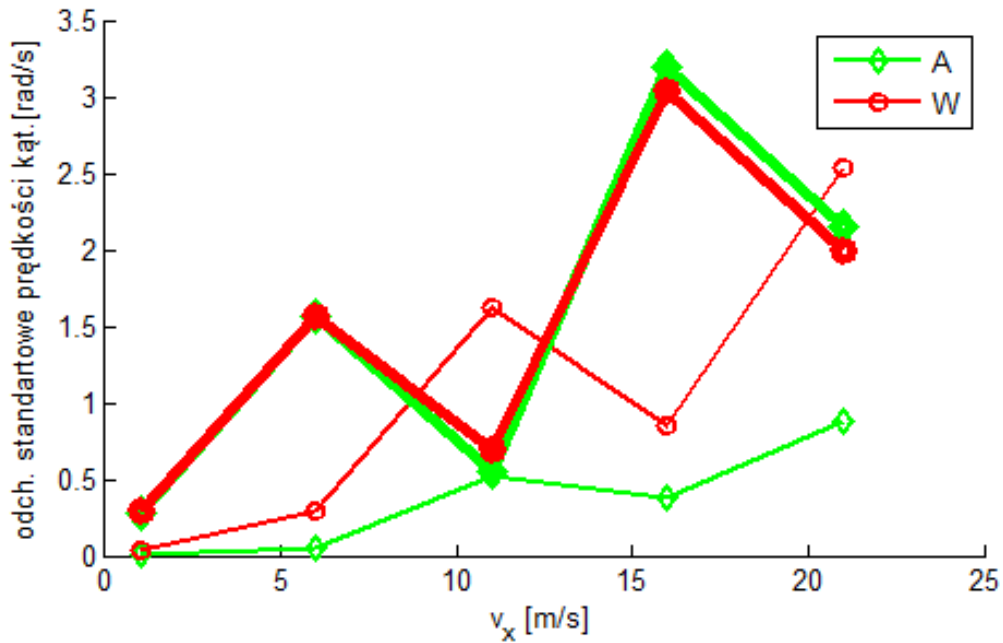
Rys. 10.2. Przebieg czasowy prędkości kątowych silnika (A) i tulei pośredniej (W) przy prędkości pojazdu 10 m/s i wychyleniu sprzęgieł o 3°



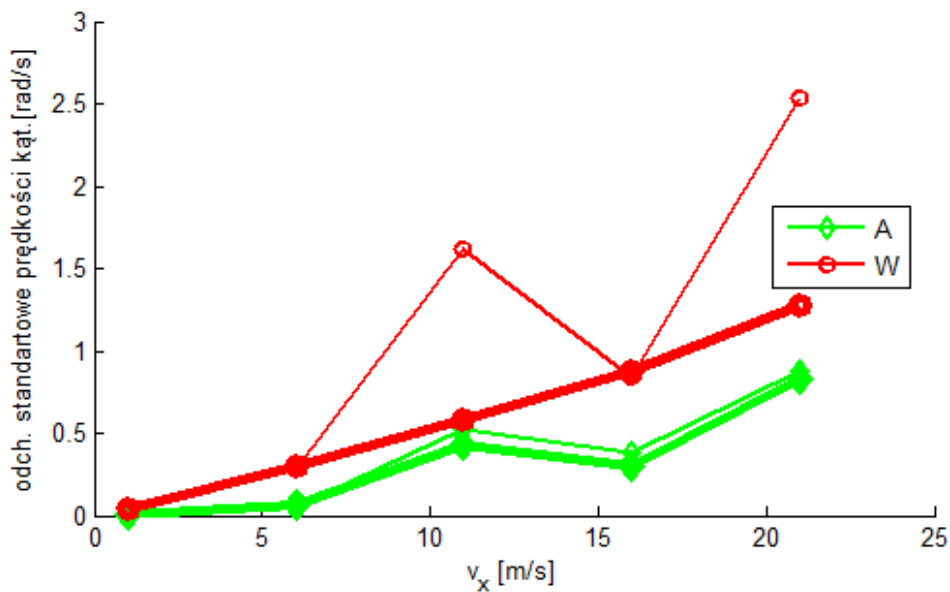
Rys. 10.3. Zmiany odchylenia standardowego prędkości kątowych silnika (A) i tulei pośredniej (W) przy wychyleniu sprzęgieł o 3° w funkcji prędkości pojazdu

Na rys. 10.3. przedstawione są zmiany odchylenia standardowego prędkości kątowych silnika (A) i tulei pośredniej (W) przy wychyleniu sprzęgieł o 3° w funkcji prędkości pojazdu przedstawiono na rys.5. Odchylenia standardowe prędkości kątowych wykazują wartości rosnące do prędkości ok. 11 m/s (40 km/h), następnie malejące przy 16-17 m/s (60km/h) i ponownie rosnące powyżej tej prędkości.

W przypadku zwiększenia (2 razy) momentu bezwładności tulei pośredniej, zmiany odchylenia standardowego prędkości kątowych silnika (A) i tulei pośredniej (W) przedstawiono na rys.6. W tym przypadku otrzymano znaczące pogorszenie jakości układu napędowego, objawiające się większymi amplitudami drgań kątowych wału silnika, a także zmiany prędkości największych drgań na ok. 7 m/s (ok. 25 km/h) i 15 m/s (ok. 55 km/h).



Rys. 10.4. Zmiany odchylenia standardowego prędkości kątowych silnika (A) i tulei pośredniej (W) przy wychyleniu sprzęgieł o 3° w funkcji prędkości pojazdu. Porównanie wyników (linie grube) przy zwiększonym (2x) momencie bezwładności tulei pośredniej



Rys. 10.5. Zmiany odchylenia standardowego prędkości kątowych silnika (A) i tulei pośredniej (W) przy wychyleniu sprzęgieł o 3° w funkcji prędkości pojazdu. Porównanie wyników (linie grube) przy zmniejszonej (2x) sztywności skrętnej sprzęgieł

Na rysunkach 10.4. i 10.5 widać, że w przypadku zmniejszenia (2 razy) sztywności skrętnej obu sprzęgieł, zmiany odchylenia standardowego prędkości kątowych silnika (A) i

tulei pośredniej (W). Taka zmiana daje znaczne zmniejszenie drgań kątowych w układzie napędowym, ale spowodowałaby znaczące obniżenie trwałości sprzęgieł.

Fragment układu napędowego przedstawionego na rys. 10.1 poddano wstępnej analizie dynamicznej. Jako dane wejściowe przyjęto parametry przedstawione w 9.2. różnicę wysokości położenia kół, czyli w praktyce różnicę wysokości toków szyn, do 30 mm, co daje wychylenie sprzęgieł do 3° . Jest to założenie dość dużej i stałej nierówności toru. W rzeczywistości nierówności są zazwyczaj mniejsze, ale nieregularne.

Do analizy numerycznej przyjęto następujące dane odpowiadające tramwajowi NGT6 zawarte w [11]:

- prędkość obrotowa $\dot{\Phi}_P$ zestawu kołowego, która odpowiada prędkości liniowej pojazdu bez poślizgu;
- kąt wychylenia sprzęgieł ($\alpha = 3^\circ$), odpowiadający pionowemu przemieszczeniu osi zestawu kół o 30 mm;
- masa pojazdu przypadająca na oś zestawu (5000 kg);
- promień koła ($R_k = 295$ mm)

Tabela 10.1. Parametry układu napędowego podlegające analizie [88]

Parametr	Wartość	Zakres zmian	Opis
L	0,4 m	$\pm 50\%$	długość tulei pośredniej
K°	$4,4 \times 10^4$ Nm/rad	$\pm 50\%$	szttywność kątowa (wokół osi wałów) sprzęgła 4-cięgłowego
C°	200 Nms/rad	$\pm 50\%$	tłumienie kątowe sprzęgła 4-cięgłowego
I_A	25 kgm ²	$\pm 50\%$	moment bezwładności silnika
I_W	0,7 kgm ²	$\pm 50\%$	moment bezwładności tulei pośredniej

10.3. Parametryczna analiza dynamicznego modelu układu napędowego

Pierwotne dane do tej analizy parametrycznej założono w przybliżeniu, gdy nie były jeszcze wyznaczone eksperymentalnie wartości masowych momentów bezwładności układu napędowego.

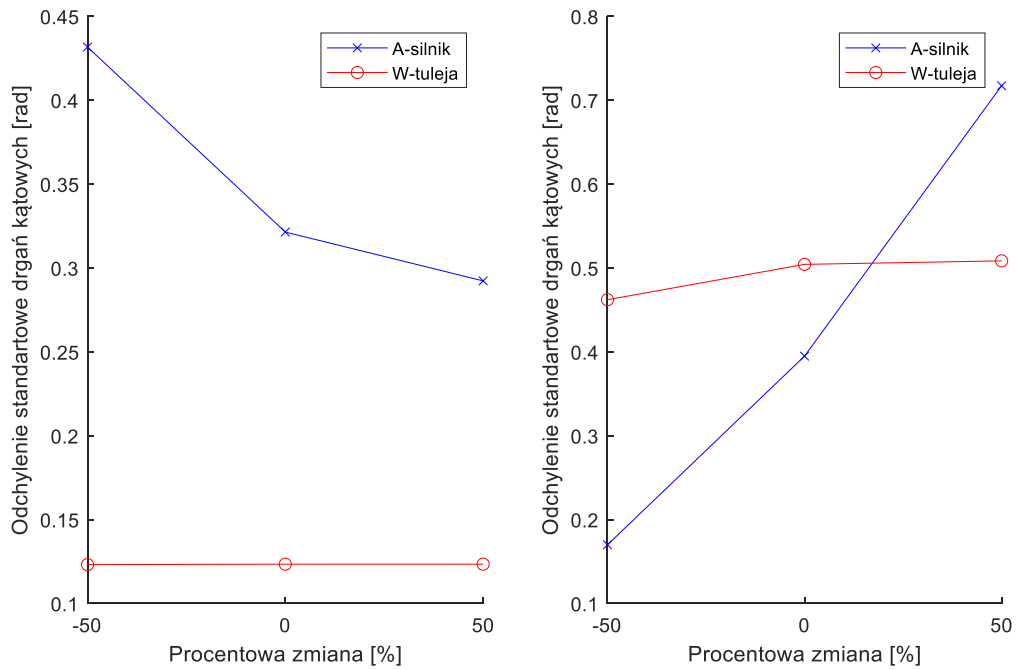
Założono, że zmienia się parametry przedstawione w tab. 10.1, takie jak: L – długość tulei pośredniej, K – sztywność kątowna (wokół osi wałów) sprzęgła 4-cięgłowego, C – tłumienie kątowne sprzęgła 4-cięgłowego, I_A – moment bezwładności silnika.

Parametr α – kąty wychylenia sprzęgieł odpowiadają pionowemu przemieszczeniu osi zestawu kół o 30 mm. Pierwsze cztery parametry dotyczą ewentualnych zmian konstrukcyjnych sprzęgła. Kąt wychylenia sprzęgieł α ulega w rzeczywistości zmianom w normalnych warunkach eksploatacyjnych, choć mniejszym niż w tej analizie.

Fragment układu napędowego przedstawionego na rys. 10.1 poddano wstępnej analizie dynamicznej. Jako dane wejściowe przyjęto parametry przedstawione w punkcie 10.2 oraz różnicę wysokości położenia kół, czyli w praktyce różnicę wysokości toków szyn, do 30 mm, co daje wychylenie sprzęgieł do 3° . Jest to założenie dość dużej i stałej nierówności toru. W rzeczywistości nierówności są zazwyczaj mniejsze, ale nieregularne.

Zmianom będą podlegać parametry (tab. 10.1), takie jak: L – długość tulei pośredniej, K – sztywność kątowna (wokół osi wałów) sprzęgła 4-cięgłowego, C – tłumienie kątowne sprzęgła 4-cięgłowego, $I_A = 25 \text{ kgm}^2$ moment bezwładności silnika.

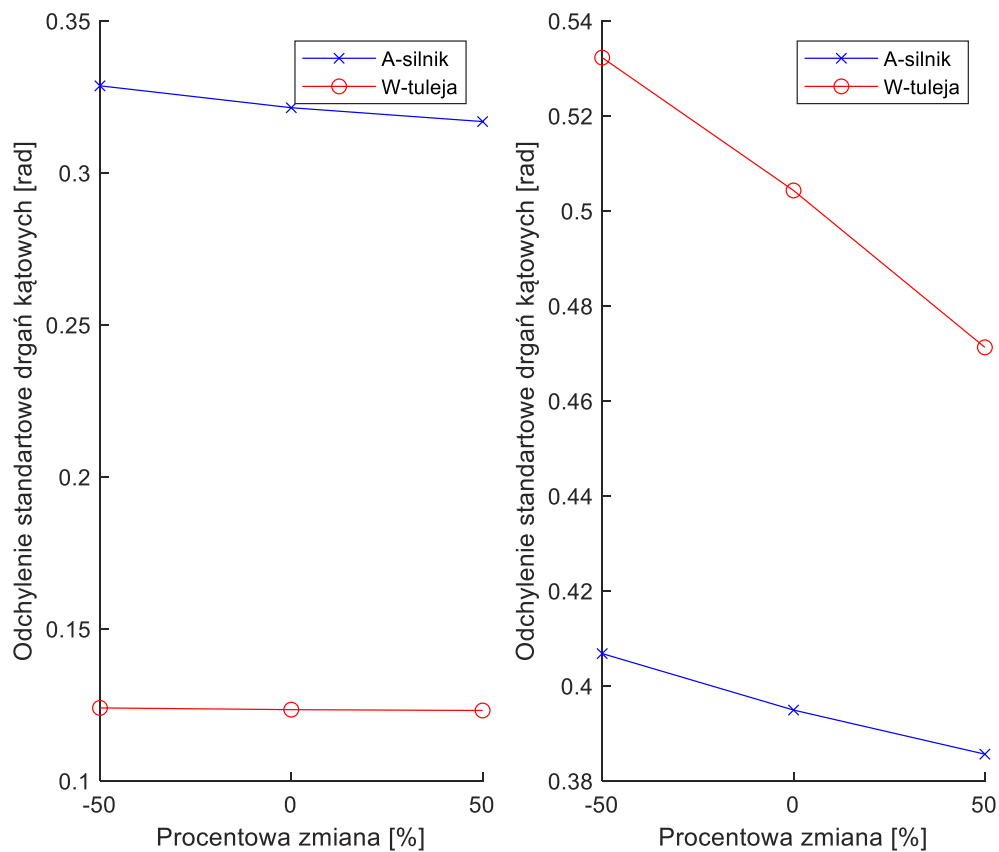
Dla podanych powyżej parametrów wykonano serię analiz wrażliwości, których wyniki opisano poniżej.



Rys. 10.5. Wpływ (K°) sztywności kątowej sprzęgła na drgań kątowych silnika i tulei sprzęgła: a) $v = 10.8$ km/h, b) $v = 42,5$ km/h

Zmiany odchylenia standardowego prędkości kątowych silnika (A) i tulei pośredniej (W) przy wychyleniu sprzęgieł o 3° w funkcji prędkości pojazdu przedstawiono na rys. 10.5. Odchylenia standardowe prędkości kątowych wykazują wartości mniejsze przy prędkości ok. 11 m/s (42 km/h), niż przy prędkości ok. 10 km/h.

W przypadku zwiększenia o ok. 50% sztywności kątowej sprzęgła otrzymano (rys. 10.5) znaczące pogorszenie jakości układu napędowego, objawiające się większymi amplitudami drgań kątowych wału silnika.

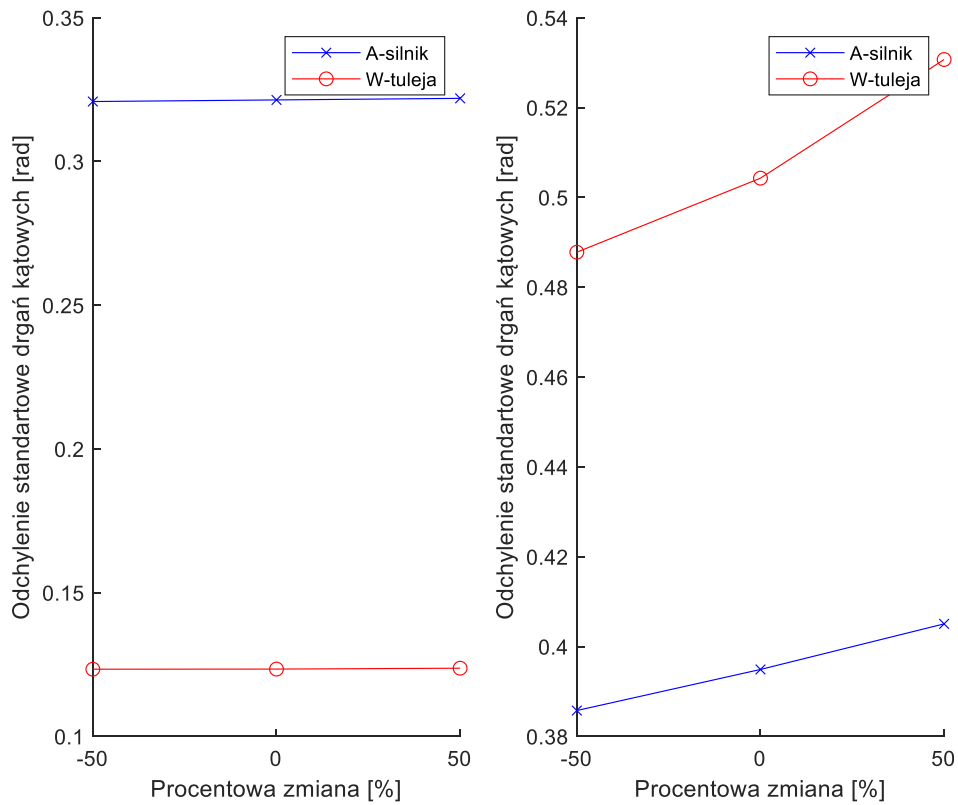


Rys. 10.6. Wpływ tłumienia kąowego sprzęgła (C°) na odchylenie standardowe drgań kątowych silnika i tulei sprzęgła: a) $v = 10,8 \text{ km/h}$, b) $v = 42,5 \text{ km/h}$

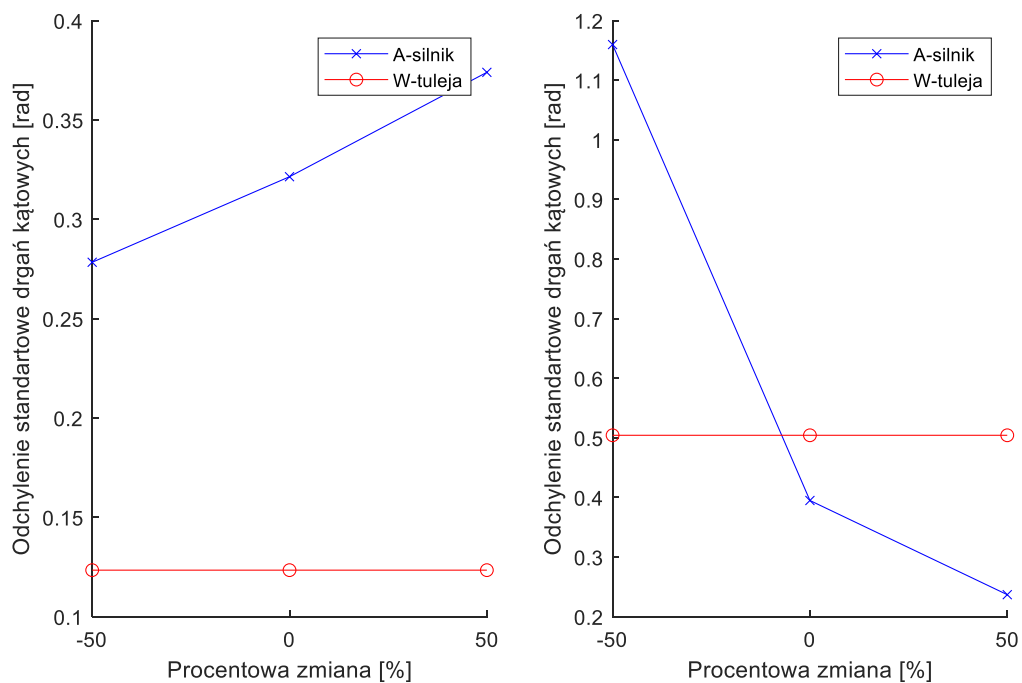
Zmiana tłumienia kąowego sprzęgła (rys. 10.6) nie wpływa istotnie na drgania układu. Warto zwrócić uwagę na zmniejszenie drgań silnika przy większej prędkości v .

Zmniejszenie momentu bezwładności tulei pośredniej zwiększa odchylenie standardowe drgań układu. Zilustrowano to na rys. 10.7.

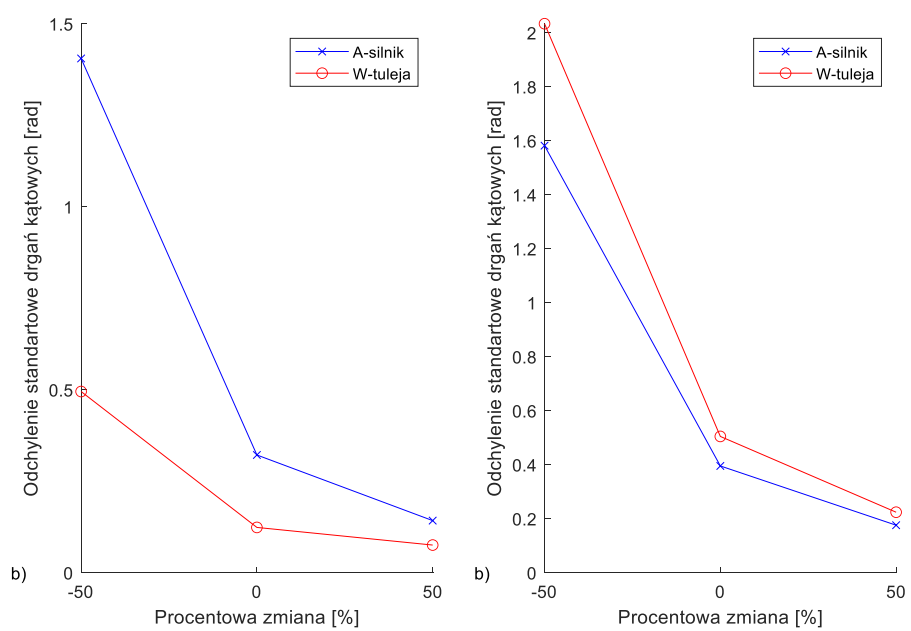
Zmniejszenie momentu bezwładności silnika (rys. 10.8) zwiększa drgania układu przy większej prędkości. Z kolei zmniejszenie długości tulei pośredniej (rys. 10.9) spowodowałoby istotny wzrost drgań kątowych silnika.



Rys. 10.7. Wpływ (I_w) momentu bezwładności tulei pośredniej na odchylenie standardowe drgań kątowych silnika i tulei sprzęgła: a) $v = 10.8$ km/h, b) $v = 42,5$ km/h



Rys. 10.8. Wpływ (I_a) momentu bezwładności silnika na odchylenie standardowe drgań kątowych silnika i tulei sprzęgła: a) $v = 10.8$ km/h, b) $v = 42,5$ km/h



Rys. 10.9. Wpływ długości tulei pośredniej (L) na odchylenie standardowe drgań kątowych silnika i tulei sprzęgła: a) $v = 10,8 \text{ km/h}$, b) $v = 42,5 \text{ km/h}$

11. OPTIMALIZACJA PARAMETRÓW UKŁADU NAPĘDOWEGO TRAMWAJU

11.1. Charakterystyka problemu optymalizacji

Wyznaczanie najlepszego rozwiązania z punktu widzenia określonego kryterium (np. kosztu, ciężaru, wydajności) nazywane jest optymalizacją. Z matematycznego punktu widzenia jest to poszukiwanie ekstremum tzw. funkcji celu zbudowanej dla danego kryterium.

Stosuje się optymalizację jedno i wielokryterialną, którą nazywa się też polioptymalizacją. Optymalizacja wielokryterialna występuje w wielu różnych dziedzinach, np. w projektowaniu produktu i procesu produkcji, w finansach, w projektowaniu samolotów, w przemyśle chemicznym, w projektowaniu samochodów i wszędzie tam, gdzie optymalne decyzje muszą być podjęte w obecności kompromisów pomiędzy dwoma lub więcej sprzecznymi celami. Przykładem wielokryterialnej optymalizacji jest maksymalizacja zysków i minimalizacji kosztów produktu, maksymalizacja wydajności przy ograniczaniu zużycia paliwa pojazdu, czy też obniżenie masy urządzenia przy jednoczesnej maksymalizacji wytrzymałości poszczególnych jego komponentów.

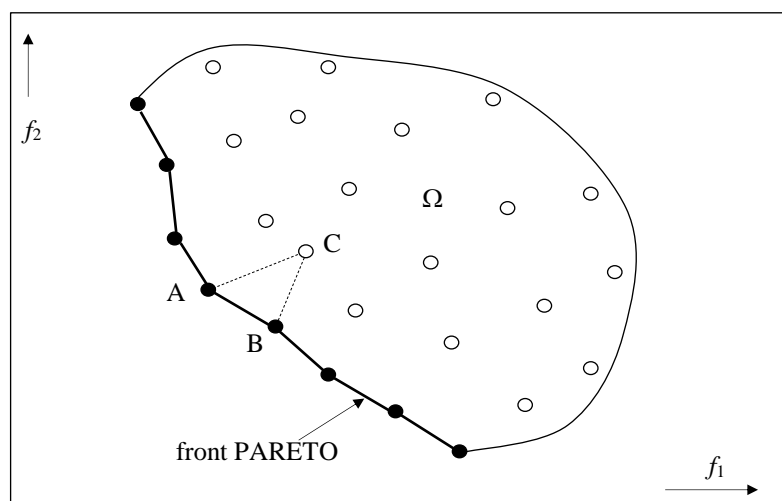
O ile definicja matematyczna optymalizacji jest prosta, to praktyczne wyznaczenie optimum już takie nie jest. W wielu problemach rzeczywistych mamy do czynienia z bardzo skomplikowaną funkcją celu, dla której wyszukanie optimum globalnego lub optimum w zadanym zakresie nie jest łatwe. Na przestrzeni lat stworzono wiele algorytmów wyszukiwania optimum oraz rozwinął się nowy dział badań naukowych, nazywany badaniami operacyjnymi.

Algorytm genetyczny to algorytm oparty na mechanizmach dziedziczności i doboru naturalnego. Wzorowany jest na biologicznej zasadzie przeżycia najlepiej przystosowanych jednostek i na zasadzie losowej wymiany informacji. Takie połączenie skutkuje metodą poszukiwania obdarzoną dozą pomysłowości właściwej dla umysłu człowieka. W każdym kolejnym pokoleniu powstaje nowy zespół sztucznych organizmów (ciągów bitowych), utworzonych z połączenia fragmentów najlepiej przystosowanych przedstawicieli poprzedniego pokolenia [64], [89]. Mimo losowości, algorytmy genetyczne nie są przypadkowe, a wykorzystują doświadczenia z przeszłości do najlepszego określenia nowego obszaru poszukiwań o spodziewanej, wyższej wydajności.

Zagadnienia optymalizacji wielokryterialnej mogą być rozwiązywane różnymi metodami. W niniejszej pracy zastosowano metodykę Pareto. Rozwiązanie Pareto-optymalne,

czyli inaczej rozwiązanie niezdominowane otrzymuje się wówczas, gdy nie jest możliwe znalezienie rozwiązania lepszego z uwagi na co najmniej jedno kryterium bez pogorszenia z uwagi na pozostałe kryteria.

Rozwiązań Pareto- optymalnych może być w ogólności nieskończenie wiele, przyjmuje się zatem, że ogólnym zadaniem optymalizacji wielokryterialnej jest konstrukcja zbioru rozwiązań możliwie najlepiej przybliżających front Pareto. Rys. 11.1 przedstawia przykładową przestrzeń rozwiązań Ω dla problemu 2-kryterialnego (f_1 i f_2). Front Pareto został zaznaczony przy użyciu pogrubionej linii, a jego przykładowe przybliżenie przy użyciu kropek.



Rys. 11.1. Przykładowa przestrzeń Ω i front Pareto z dwoma rozwiązaniami optymalnymi A i B

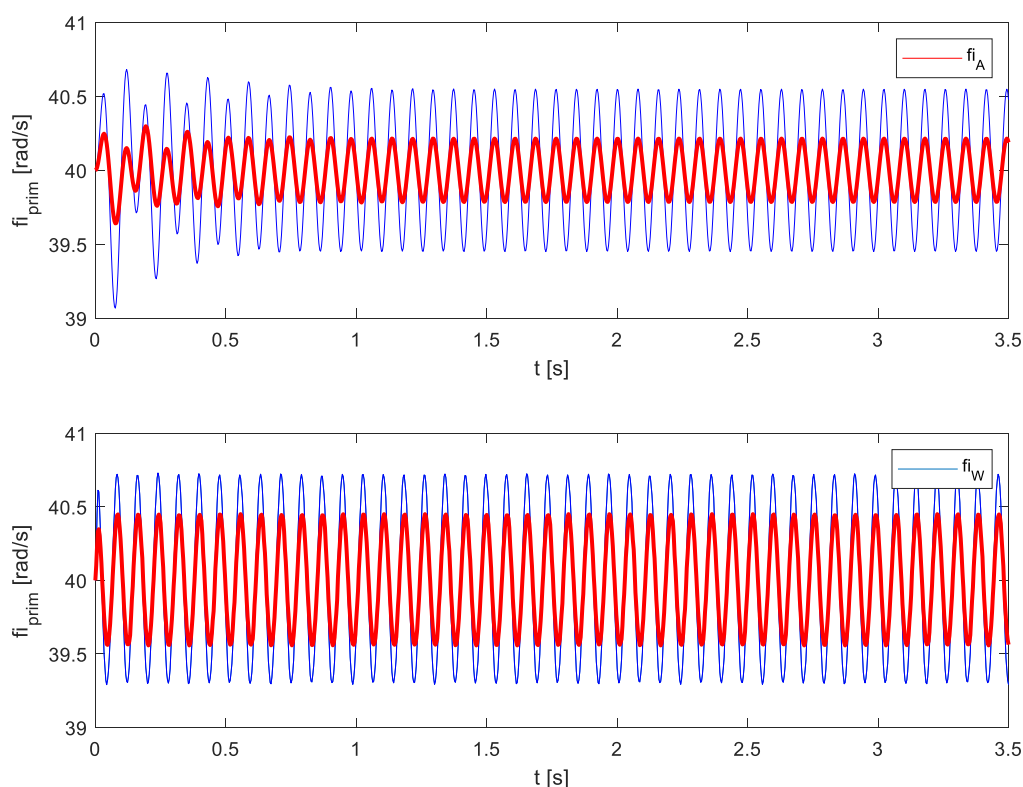
Rozwiązanie C może zostać polepszone zarówno wobec kryterium f_1 jak i f_2 . Dla rozwiązań A i B taka możliwość nie istnieje – poprawa względem jednego kryterium powoduje pogorszenie z uwagi na drugie – należą one zatem do zbioru rozwiązań optymalnych w sensie Pareto. Rozwiązania zdominowane i niezdominowane możemy również zdefiniować w następujący sposób. Dla zadania minimalizacji zestawu k funkcji celu: $f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)]$ rozwiązanie x jest zdominowane, jeśli istnieje dopuszczalne rozwiązanie y nie gorsze od x , tzn. dla każdej funkcji celu f_i : $f_i(x) \geq f_i(y)$ dla $i = 1, \dots, k$. W przeciwnym wypadku x jest rozwiązaniem niezdominowanym, czyli Pareto- optymalnym.

11.2. Zastosowanie problemu optymalizacji w analizowanym modelu

Fragment układu napędowego przedstawionego na rys. 10.1, [88], wzbudzone do drgań kątowych poprzez nadanie początkowych wartości dwóm parametrom ruchu:

$\dot{\Phi}_p = 40$ rad/s – prędkość obrotowa zestawu kołowego, która odpowiada prędkości liniowej (11 m/s) pojazdu bez poślizgu;

$\alpha = 3^\circ$ – początkowy kąt wychylenia sprzęgieł odpowiadający pionowemu przemieszczeniu osi zestawu kół o 0,03 m.



Rys. 11.2. Odpowiedzi czasowe prędkości kątowej wału silnika $\dot{\Phi}_A$ i tulei pośredniej $\dot{\Phi}_W$ przy prędkości początkowej 40 rad/s. Porównania odpowiedzi początkowej (kolor niebieski) i po optymalizacji (kolor czerwony)

Uzyskane odpowiedzi czasowe prędkości kątowej wału silnika $\dot{\Phi}_A$ i tulei pośredniej $\dot{\Phi}_W$ przedstawiono na rys. 11.2. Po wytlumieniu stanów przejściowych układ drga w cyklu granicznym w wyniku wzbudzenia parametrycznego od wychylonych sprzęgieł ciągłych. Przyjęto, że kluczowa dla trwałości układu napędowego i komfortu podróży tramwajem jest redukcja amplitud drgań kątowych układu, które można ocenić poprzez:

$\text{std}(\dot{\Phi}_A)$ – odchylenie standardowe prędkości kątowej wału silnika,

$\text{std}(\dot{\Phi}_W)$ – odchylenie standardowe prędkości kątowej wału pośredniego.

Algorytm optymalizacji dla powyżej opisanej odpowiedzi dynamicznej układu zdefiniowano następująco [88], [64]:

- minimalizacja kryteriów

$$\mathbf{w} = [\text{std}(\dot{\Phi}_A) \quad \text{std}(\dot{\Phi}_W)]_{1 \times 2} \quad (11.1)$$

- poprzez zmienne decyzyjne

$$\mathbf{d} = [J_A \quad J_w \quad L \quad \gamma \quad K^o \quad C^o]_{1 \times 6} \quad (11.2)$$

- przy ograniczeniach:

$$\mathbf{d}_{\min} < \mathbf{d} < \mathbf{d}_{\max}. \quad (11.3)$$

Zmienne decyzyjne (11.2) zawierają parametry konstrukcyjne sprzęgła, które można w rzeczywistym rozwiązaniu zmienić. Ich wartości początkowe oraz zakres zmian ($\pm 20\%$) zawarto w tab. 11.1. Założono dodatkowo, że długość (L) wału pośredniego nie wpływa na jego moment bezwładności (J_w).

Problem optymalizacyjny rozwiązano przy wykorzystaniu algorytmów genetycznych z niezdominowanym sortowaniem [64], [88].

11.3. Parametry układu napędowego podlegające optymalizacji

Do analizy numerycznej przyjęto dane odpowiadające tramwajowi NGT6, opisane w rozdziałach 10, 11.2. Optymalizację przeprowadzono w trzech etapach:

- optymalizacja drgań kątowych wału silnika,
- optymalizacja drgań kątowych wału pośredniego,
- optymalizacja drgań kątowych obu wałów.

Główne założenia do analizy dynamicznej układu napędowego z dwoma sprzęgłami przedstawionymi na rys. 10.1 są następujące [86]:

- analizuje się tylko drgania kątowe wału silnika i tulei pośredniej związane z ruchem prostoliniowym pojazdu bez poślizgów kół względem szyn;
- wszystkie bryły w modelu są sztywne; podatność i tłumienie dają tuleje metalowo-gumowe;
- masa pojazdu jest zredukowana na jedno koło napędowe;
- ponieważ $I_p \gg I_A$, rozpatruje się tylko 2 stopnie swobody, tj. Φ_A^* i Φ_w^*
- pomija się składową stałego dociążenia układu napędowego;
- tłumienie w gumie opisano jako tłumik wiskotyczny;

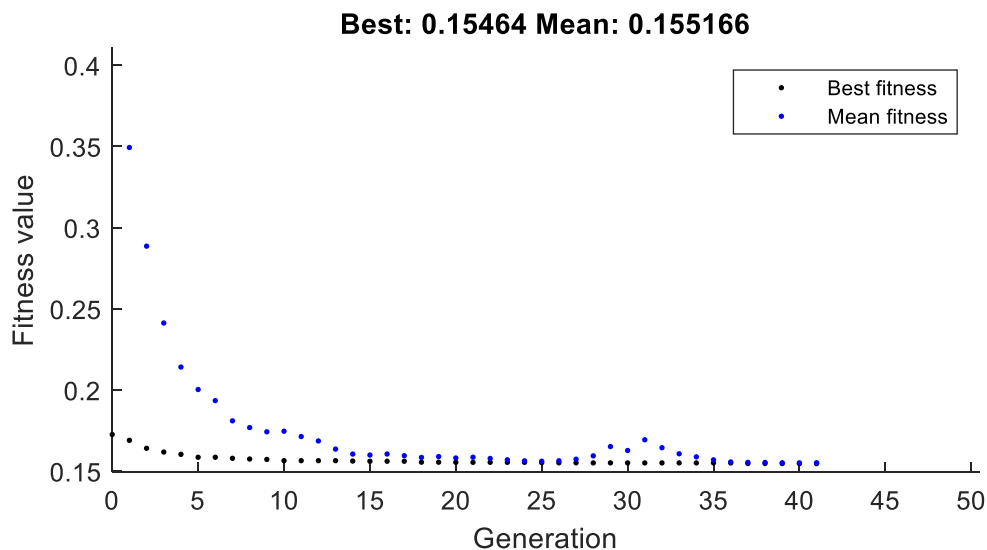
- drgania w układzie są parametrycznie wzbudzone przez kinematyczne funkcje zaburzenia przemieszczeń kątowych sprzęgła (Φ_{AW}^* , Φ_{WP}^*);

- układ 2 sprzęgieł jest kinematycznie homokinetyczny (tzn. $\Phi_{AW}^* + \Phi_{WP}^* = 0$), co oznacza, że zabieraki sprzęgieł są obrócone względem siebie o kąt $\pi/2$.

Tabela 11.1. Parametry układu napędowego podlegające optymalizacji

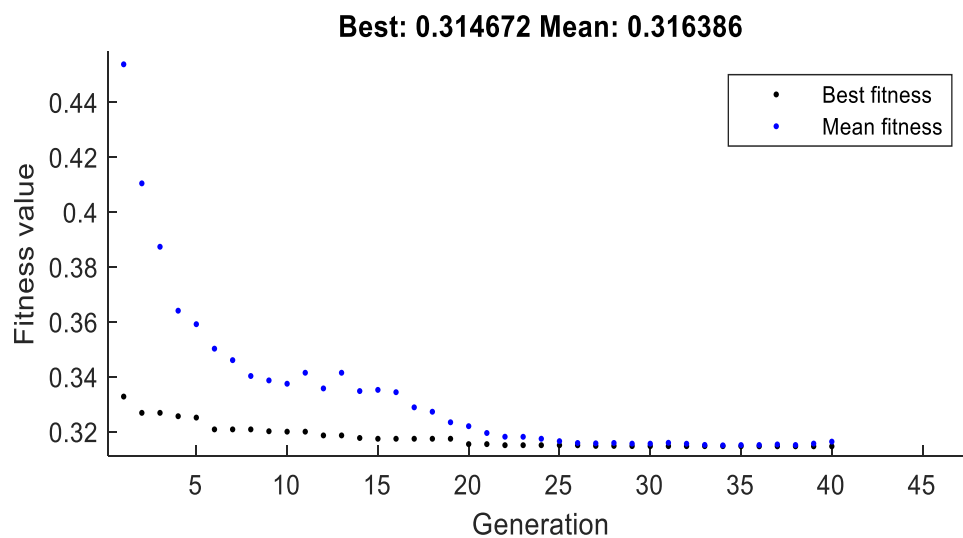
Parametr	Wartości i zakres zmian			
	Początkowe	Optymalne dla wału silnika	Optymalne dla wału pośredniego	Optymalne dla obu wałów
J_A	25 kgm ²	30 kgm ²	27 kgm ²	30 kgm ²
J_w	0,70 kgm ²	0,56 kgm ²	0,57 kgm ²	0,56 kgm ²
L	0,40 m	0,48 m	0,48 m	0,48 m
γ	0,2967 rad	0,2374 rad	0,2374 rad	0,2374 rad
K°	$4,4 \times 10^4$ Nm/rad	$3,52 \times 10^4$ Nm/rad	$3,52 \times 10^4$ Nm/rad	$3,52 \times 10^4$ Nm/rad
C°	200 Nms/rad	240 Nms/rad	240 Nms/rad	240 Nms/rad

11.4. Wyniki optymalizacji pierwszego kryterium (wał silnika)



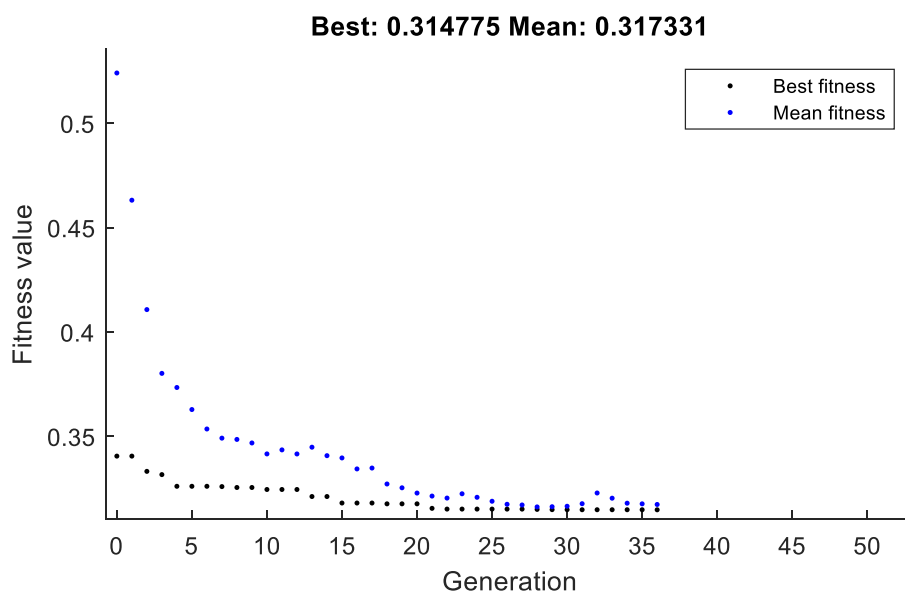
Rys. 11.3. Poprawa właściwości układu w zakresie drgań wału silnika wraz z kolejnymi generacjami obliczeń

11.5. Wyniki optymalizacji drugiego kryterium (wał pośredni)

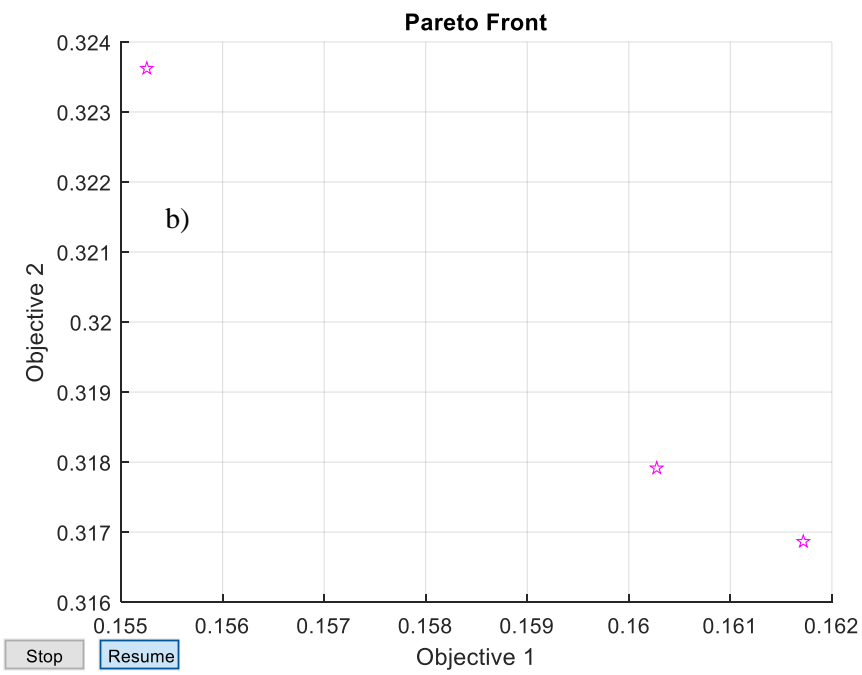
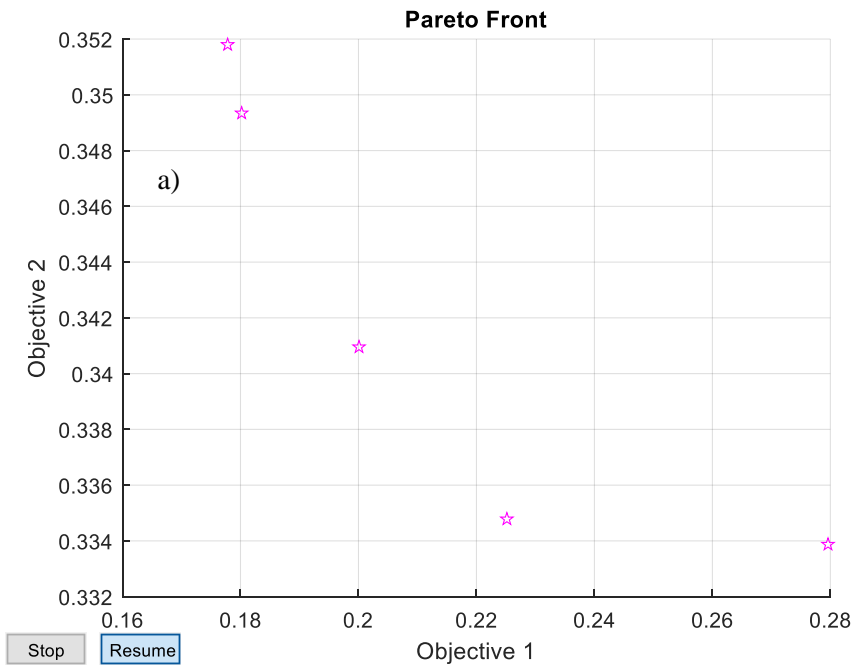


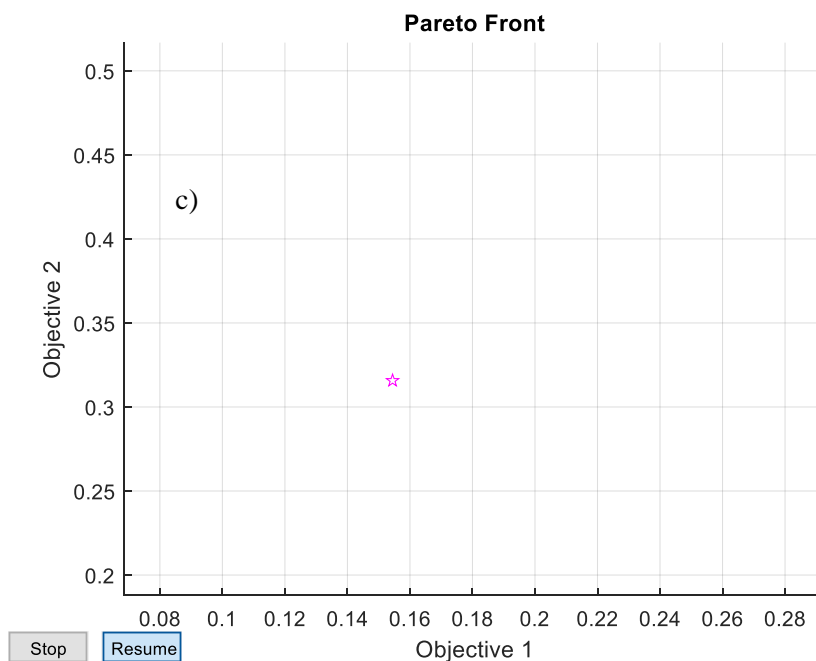
Rys. 11.4. Poprawa właściwości układu w zakresie drgań wału pośredniego wraz z kolejnymi generacjami obliczeń

11.6. Wyniki Pareto-optymalne obu kryteriów



Rys. 11.5. Poprawa właściwości w zakresie drgań całego układu wraz z kolejnymi generacjami obliczeń





Rys. 11.6. Poprawa właściwości frontu Pareto wraz z kolejnymi generacjami obliczeń a, b, c

Otrzymane wyniki Pareto-optymalne przedstawiono na rys. 11.3 na płaszczyźnie obu kryteriów z tabeli 11.1, które dodatkowo unormowano. Punkt o współrzędnych (1, 1) odpowiada wartości unormowanej funkcji celu dla początkowych wartości parametrów (tab. 11.1). Uzyskane wyniki optymalizacji układu (fioletowe gwiazdki na rys. 11.5, 11.6 a, b, c) obrazują możliwość polepszenia kryterium pierwszego o ok. 62%, a drugiego o 32 %.

W wyniku optymalizacji zmienne decyzyjne (tab. 11.1):

- nr 1, 3, 6 należałoby zwiększyć o ok. 20%,
- nr 2, 4, 5 należałoby zmniejszyć o ok. 20%,

Właściwie wszystkie zmienne decyzyjne doszły do swoich założonych ograniczeń. Uzyskane z optymalizacji odpowiedzi czasowe prędkości kątowej wału silnika i tulei pośredniej porównano z odpowiedzią układu pierwotnego. Można zauważyć znaczące zmniejszenie amplitud drgań zarówno w stanie przejściowym jak i w cyklu granicznym.

Warto jednak zwrócić uwagę, że:

- 1) Zmienne decyzyjne 3 (L) i 4 (γ) są mocno ograniczone parametrami gabarytów układu i wytrzymałości.
- 2) Parametry początkowe zmiennych decyzyjnych 1 (J_A), 2 (J_w) i 5 (K^0) są wyznaczone w sposób doświadczalny, a zatem ich poziom błędów może dochodzić do 10%.
- 3) Zmienna decyzyjna 6 (C^0) jest określona w sposób przybliżony ze względu na brak dostępu do danych i brak możliwości wyznaczenia doświadczalnego metodą wprost.

12. PODSUMOWANIE, WNIOSKI I PLAN DALSZYCH PRAC

W rozprawie rozwiązano zadanie optymalizacji wielokryterialnej modelu układu napędowego tramwajów (Bombardier: NGT6, NGT8, Pesa 2014N, Stadler Tango Kraków), zawierającego dwa sprzęgła czterocięgłowe, pod względem minimalizacji jego drgań kątowych w zależności od możliwych zmian parametrów konstrukcyjnych.

W rozdziałach 1-5 opisano budowę konstrukcyjną tramwajów, opisano model dynamiczny, wyznaczono masowe momenty bezwładności oraz dokonano analizy wrażliwości modelu.

W rozdziałach 6-8 przedstawiono nieliniowy i przestrzenny model kinematyczny układu do rozwiązania zadania na położenia mechanizmu. Jako główne założenia modelu przyjęto: sztywne ogniwa, idealne przeguby kulowe w miejscach rzeczywistych połączeń oraz możliwość dużych wychyleń wałów sprzęgieł. Na podstawie wyników przeprowadzonych badań symulacyjnych wyznaczono charakterystyki kinematyczne pojedynczego sprzęgła czterocięgłowego oraz układu szeregowo połączonych dwóch sprzęgieł. Dokonano również analizy zmian parametrów konstrukcyjnych sprzęgieł. Najlepsze cechy wykazuje układ, w którym cięgła sprzęgieł oraz wał pomiędzy dwoma sprzęgłami są jak najdłuższe. Jednak stoi to w sprzeczności zarówno z ograniczonymi rozmiarami mechanizmu, jak i problemami wytrzymałości i sztywności konstrukcji. Symulacyjnie potwierdzono także, mniejszą pulsację przełożenia sprzęgieł w przypadku pokrycia się widełek w jednej płaszczyźnie na wale pośrednim, co zastosowano w rzeczywistym rozwiązaniu.

W rozdziale 9. rozszerzono model kinematyczny uwzględniając podatność przestrzenną przegubów w cięgłach sprzęgła. Na podstawie wyników przeprowadzonych badań eksperymentalnych wyznaczono charakterystyki sztywności liniowej i kątowej tulei metalowo-gumowych. Następnie wyznaczono obliczeniowo parametry sztywności pojedynczego sprzęgła czterocięgłowego, zarówno metodami dostępnymi w literaturze oraz własnymi. Wyniki obliczeń elastokinematycznych zawierają przestrzenną macierz (o wymiarze 6×6) sztywności sprzęgła.

W rozdziale 10. analizowano drgania kątowe modelu układu napędowego o dwóch stopniach swobody. W tym celu rozszerzono opracowany model sprzęgieł o właściwości dynamiczne. Wykonano analizy parametryczne w przypadku stałych wartości wychylenia wałów i prędkości kątowej. Otrzymane wyniki wykazują, że parametry istniejących rozwiązań konstrukcyjnych są możliwie najlepsze i stanowią kompromis wynikający z ograniczeń.

W rozdziale 11, w ostatnim etapie pracy rozwiązano zadanie wielokryterialnej optymalizacji modelu układu napędowego pod względem minimalizacji jego drgań kątowych w zależności od zmian parametrów konstrukcyjnych. Wyniki optymalizacji wykazują, że można uzyskać zmniejszenie amplitudy drgań układu napędowego w przypadku zwiększenia długości tulei pośredniej, czy zwiększenia podatności elementów gumowych w sprzęgłach. Jednak, wydłużenie tulei jest ograniczone brakiem miejsca ze względu na stałą szerokość toru. Ponadto, wydłużenie tulei wiąże się ze wzrostem masowego momentu bezwładności, który z kolei pogarsza właściwości układu. Wał pośredni musiałby mieć cieńsze ścianki (o mniejszej wytrzymałości) lub być wykonany z lepszych i bardziej wytrzymałych materiałów.

Dokonane dotychczas analizy wykazują, że bazowe parametry rozpatrywanego układu napędowego ze sprzęgłami czterocięglowymi są dość dobrze dopracowane i stanowią kompromis wynikający z ograniczeń gabarytowych, bądź trwałościowych układu.

Badania wskazują jednak, że jest możliwość poprawy działania układu poprzez zmianę właściwości gumy w tulejach. Wymagałoby to jednak dalszych szczegółowych prac ukierunkowanych ściśle na te kryteria.

Potwierdzają to także obserwacje zauważone podczas wieloletniej eksploatacji w MPK SA w Krakowie. Istnieje w związku z tym potrzeba udoskonalenia układu poprzez jego optymalizację.

Bibliografia

- [1] J. Madej, Teoria ruchu pojazdów szynowych, Warszawa, 2004: OWPW, 2004.
- [2] T. Czauderna, „Analiza przestrzennego układu dwóch sprzęgieł 4-cięglowych stosowanych w niskopodłogowych tramwajach,” w *Konferencja Naukowo – Techniczna Nowoczesne Technologie w Transporcie Szynowym*, Zakopane, 2012.
- [3] J. Grajnert, „ Tramwaje niskopodłogowe – przegląd konstrukcji (1),” *Technika Transportu Szynowego*, nr 2/1995.
- [4] J. Grajnert, „Tramwaje niskopodłogowe – przegląd konstrukcji(2),” *Technika Transportu Szynowego*, 3/1995, nr 3, 1995.
- [5] H. Hondius, „Rozwój nisko- i średnio- podłogowych pojazdów tramwajowych,,” *Technika Transportu Szynowego(tłum. Stadtverkehr 1/2001)*, nr 7-8, 2001.
- [6] H. Hondius, „[28] Hondius H., Rozwój tramwajów i kolejek miejskich z niską i średnią wysokością podłogi,,” *Technika Transportu Szynowego (tłum. Stadtverkehr 11-12/2000)*, nr 6, 2001.
- [7] Z. Romaniszyn, Podwozia wózkowe pojazdów szynowych., Kraków: Politechnika Krakowska, 2005.
- [8] H. Hondius, „ Rozwój tramwajów i kolejek miejskich,,” *Technika Transportu Szynowego (tłum. Stadtverkehr 11-12/2001)*, nr 5-6,7-8, 2002.
- [9] MPK Kraków, „Dokumentacja techniczna taboru MPK Kraków”.
- [10] „<http://www.industry.siemens.com/drives/global/en/couplings/rail-couplings>,” Siemens. [Online].
- [11] Bombardier Transportation, „Przekładnia zespołu napędowego. NGT6 -1 Obsługa Techniczna OT6. Nr dokumentu: 39_OT6_NGT6-01”.
- [12] J. Madej, Mechanika transmisji momentu trakcyjnego., Warszawa : Oficyna Wydawnicza Politechniki War-szawskiej , 2000.
- [13] T. Czauderna i M. Maniowski, „SPATIAL KINEMATIC ANALYSIS OF DOUBLE 4-LINK COUPLER,,” *ARCHIVE OF MECHANICAL ENGINEERING* , tom VOL. LXIII, pp. 5-23, 2016.
- [14] Biliński J., Błażejowski M., Malczewska M. i Szczepiórkowska M., „Opory ruchu tramwajów,,” *TTS. Eksploatacja*, Tomy %1 z %27-8, 2020.
- [15] C. Andresson i Abrahamsson Th., „[1] Andresson C., Abrahamsson Th.,Simulation of Interaction Between a Train in General Motion and a Track,,” *Vehicle System Dynamics*” , tom 6/2202 Vol.38.
- [16] Czauderna T. i Maniowski M., „Analiza podatności sprzęgła 4-cięglowego stosowanego w niskopodłogowych tramwajach,,” w *Konferencja Naukowo–Techniczna Nowoczesne Technologie w Transporcie Szynowym, Zakopane 2013*, 2013.
- [17] EN 12663-1,2, Railway applications. Structural requirements of railway vehicle bodies – Part 1: Locomotives and passenger rolling stock (and alternative method for freight wagons); Part 2: Freight wagons, March 2010.
- [18] EN 13749:2011, Railway applications - Wheelsets and bogies - Method of specifying the structural requirements of bogie frames, March 2011.
- [19] G. Gogu, „ Mobility of mechanisms: a critical review ,,” *Mechanism and Machine Theory* , tom Volume 40, nr Issue 9, September, pp. Pages 1068-1097., 2005.

- [20] J. C. Nielsen, „Nielsen J.C.O. Train – Track Interaction and Mechanisms of Irregular Wear on Wheel on Rail Surfaces,” „*Vehicle System Dynamics*”, tom (Vol.40), nr 8, 2003.
- [21] Z. Romaniszyn , „ Nowoczesne rozwiązania konstrukcyjne oraz drgania w układzie koło – szyna w pojazdach do dużych prędkości i dla linii górskich,;” *Technika Transportu Szynowego*, nr 4, pp. 16-22, 2000.
- [22] M. Spriyagin, w *Design and Simulation of Rail Vehicles*, CRC Press Book, , 2014.
- [23] Markusik S. i Opasiak T., „Wpływ błędów montażu sprzęgieł skrętnie podatnych na pracę układu napędowego,” *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Seria Transport*, tom z. 44, nr 1562, 2002.
- [24] A. Grzyb, *Mechanika i optymalizacja wybranego sprzęgła ciągnącego dla układów napędowych pojazdów szynowych. Praca doktorska na Wydziale Mechanicznym PK*, Kraków: Oficyna PK, 1975.
- [25] A. Grzyb i T. Kuczek, „Symulacja komputerowa kinematyki sprzęgła odsuwnego typu Oerlikon z uwzględnieniem podatności przegubów.,” w *XV Warsztaty Naukowe Polskiego Towarzystwa Symulacji Komputerowej* , Zakopane, 25 – 27 Wrzesień , 2008.
- [26] Z. Romaniszyn , *"Kinematyka i optymalne kształtowanie mechanizmu ciągnącego typu Alsthom. Praca doktorska obroniona na Wydziale Mechanicznym PK*, Kraków: Oficyna PK, 1970..
- [27] W. Czyczuła, „, Warunki techniczne, jakim odpowiadać infrastruktura kolejowa i tramwajowa ze względu na ruch pojazdów dwusystemowych,” *Technika Transportu Szynowego*, 1-2 2000.
- [28] *Wytyczne techniczne projektowania, budowy i utrzymania torów tramwajowych*, Warszawa, 1983.
- [29] A. Massel, „Warunki techniczne dla linii obsługiwanych przez autobusy szynowe,” *Prace CNTK*, nr 131, p. 5 – 11, [21] 131 2000.
- [30] F. Busse, Oberbau – Handbuch: Oberbauarten und Oberbaumaterialien für Gleise.
- [31] J. Makuch, „Pomiary ugięć szyny w zabudowanych torowiskach tramwajowych,” *Technika Transportu Szynowego*, nr 1-2, p. 57, 2002.
- [32] W. Czyczuła, „Podstawowe problemy kolejowo–tramwajowych systemów transportowych,” *Problemy kolejnictwa*, 133/2001, nr 133/2001, 2001.
- [33] T. Czauderna, „Konstrukcje torów tramwajowych,” *Technika Transportu Szynowego*, pp. 56-59, 9 2004.
- [34] W. Yean-Seng i Y. Yean-Bin, „[64] Three-Dimensional Analysis of Train-Rail-Bridge In-teraction Problems,” „*Vehicle System Dynamics*”, tom (Vol.36), nr 1, 2001.
- [35] E. Rehfeld , „ Oddziaływanie pociągu na tor kolejowy,” *Technika Transportu Szynowego*, pp. s. 62-66 (tłum. A. Ratecki), 11-12 2001.
- [36] G. Huber, „Reduzierung von Erschüttungen beim OPNV Dynamik von Fahrzeug und Fahrweg Gesellschaft Entwicklung,,” *Konstruktion, Vertrieb*, pp. 27-39.
- [37] W. Czyczuła i K. Towpik, „Problemy modelowania oraz identyfikacji modeli toru bezстыkowego,” *Problemy kolejnictwa*, tom 128, 1998.
- [38] K. Oostermeijer , „Assesing the quality of ballastless track,” *Railway Gazette*, nr 12, pp. 819-821, 2000.

- [39] W. Szumierz , ,, Wpływ poziomych oddziaływań taboru na stateczność toru bezстыkowego,” *"Przegląd Kolejowy"*, nr 9, p. 15 – 20, 1993.
- [40] I. Mahel, ,, Nesmrtelná T3,” *"Železnice"*, 2 1997.
- [41] T. Igielski, ,, Polskie Tramwaje generacji PCC,” *Transport miejski* , 12 1992.
- [42] Z. Romaniszyn i T. Wolfram, *Nowoczesny tabor szynowy*, Kraków: Wydawnictwo specjalne IPSz.
- [43] S. Duda, ,,Numerical modeling and simulating the dynamic interactions within the drive system of electric rail vehicles,,” w *Eksploracja i Niezawodność* , 2013.
- [44] K. Knothe, ,,Advanced Contact Mechanics- Road and Rail,” *„Vehicle System Dynamics”* , tom 5, nr 1(Vol.35), 2001.
- [45] K. Knothe, *Gleisdynamik*, Berlin , 2001.
- [46] K. Knothe, Knothe K., *Simulation des Überrollvorgangs bei diskret gelagerter Schiene*, Berlin.
- [47] K. Knothe i S. Grassie, ,,[34] Knothe K., Grassie S., Modelling of Railway Track and Vehicle/Track Interaction at High Frequencies,” *„Vehicle System Dynamics”* , Tomy %1 z %23-4, 1993.
- [48] O. Polach , ,, Influence of Locomotive Tractive Effort on the Forces between Wheel and Rail,” *„Vehicle System Dynamics”* , tom (Vol.35), 2000.
- [49] T. Czauderna i A. Grzyb, ,, Badania i analiza wymuszeń kinematycznych drgań tramwajów,,” *Technika Transportu Szynowego* , nr 09, 2009.
- [50] S. Iwnicki, *Handbook of Railway Vehicle Dynamics*, CRC Press Book, , 2006.
- [51] W. Schiehlen i K. Popp , *Ground Vehicle Dynamics*, Berlin Heidelberg : Springer-Verlag , 2010.
- [52] A. Shabana , ,, A Computational Approach CRC Press Book, 2007,” w *Railroad Vehicle Dynamics*, CRC Press Book, 2007.
- [53] W. P. Gold , ,,Gold W. P., [ed.] Auswirkungen der Fahrzeugdynamik auf die Antriebseinheit einer Strassenbahn,,” *Dynamik von Fahrzeug und Fahrweg Gesellschaft Entwicklung, Kon-struktion, Vertrieb*.
- [54] J. Oscarsson , ,, Dynamic Train-Track Interaction: Variability Attributable to Scatter in The Track Properties,” *„Vehicle System Dynamics”* , tom (Vol.35), 2000.
- [55] A. Castellani, ,,Vibrations generated by rail vehicles: a mathematical model in the frequency domain,,” *"Vehicle System Dynamics"* , nr 3, 2000.
- [56] W. Czczyła i A. Tułeczki, ,, Budowa i badania eksploatacyjne pojazdu kolejowo – tramwa-jowego TRAMKOL-02,” *"Technika Transportu Szynowego"*, pp. 26 - 32, 6 2000.
- [57] F. Iwasaki i T. Hirotsu, *Curving simulation of four axle railway vehicles with convention-al two axle bogies*, 1984.
- [58] Krasieński M. i Stachoń S., ,,Nieustalone drgania w układach napędowych mechanizmu podnoszenia dźwigni w procesie rozruchu przy podnoszeniu ładunku,” *Czasopismo Techniczne*, Tomy %1 z %2Z. 9-M, 2008.
- [59] J. Knapczyk i M. Maniowski, ,,Elastokinematic Modeling and Study of Five-Rod Suspension with Subframe,,” w *Mechanism and Machine Theory*, 2006., pp. vol. 41, pages 1031-1047,.
- [60] S. Markusik, *Sprzęgła mechaniczne*, Warszawa : WNT , 1979.

- [61] M. Maniowski, „Optimization of wheel suspension dampers in off-road rally,” *Zeszyty naukowe Instytutu Pojazdów*, No. 4(100), , 2014, pp. 57-69.
- [62] Z. Romaniszyn i T. Wolfram, *Nowoczesny tabor szynowy*, Kraków: Wydawnictwo Specjalne IPSz Politechniki Krakowskiej, 1997.
- [63] A. Morecki , J. Knapczyk i K. Kędzior , *Teoria mechanizmów i manipulatorów*, Warszawa: WNT , 2002.
- [64] A. Osyczka, *Evolutionary Algorithms for Single and Multicriteria Design Optimization*, Physica-Verlag , 2001.
- [65] R. Gutowski, *Mechanika analityczna*, Warszawa: PWN, 1971.
- [66] J. Frączek i M. Wojtyra, *Kinematyka układów wieloczłonowych*, Warszawa: WNT, 2009.
- [67] J. Królikowski i C. Steckiewicz, *Matematyka – wzory, definicje, tablice*, Warszawa : WKŁ , 1964.
- [68] Z. Kaliski, *Drgania i fale*.
- [69] S. Kocańda i ed, *Poradnik inżyniera mechanika*, Warszawa: WNT, 1968.
- [70] R. Bogacz, „On Dynamics and Stability of Continouos Systems Subjected to a Distributed Moving Load.,” *Ingenieur –Archiv.*, nr 53, 1983,243-255, pp. 243-255, 1983.
- [71] J. Giergiel, *Drgania mechaniczne*, Kraków, 2000.
- [72] J. Sysak i (ed.), *Drogi kolejowe*.
- [73] W. Rollinger i Fischmeister E., *134 Jahre Oberbau in Wien. Vom Holzlangschwellen- oberbau zum Hochschalldämmenden Oberbau 1865 – 1999.*, Wien, 1999.
- [74] W. Grzesikiewicz i J. Osiecki, *Podstawy dynamiki pojazdów szynowych*, Warszawa.
- [75] A. Grzyb, *Drgania układów ciągłych pod wpływem bezinercyjnych obciążeń ruchomych w zastosowaniu do problemów transportu.*, Kraków: Monografia nr 174, Politechnika Krakowska, s. *Mechanika*, 1994.
- [76] W. Szcześniak , *Wybrane zagadnienia kolejowe. Wzajemne oddziaływania w układzie pojazd – tor kolejowy – podtorze – podłoże gruntowe*, Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 1995.
- [77] L. Auersch , *Das Fahrzeug – Fahrweg – Verhalten und die Umgebungserschutterungen bei Eisenbahnen*.
- [78] K. Zambruski , *Teoria napędu i hamowania pociągu*, Warszawa: PWN, 1978.
- [79] Wende D., *Fahrdynamik des Schienenverkehrs*, Vieweg+Teubner Verlag/ Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, 2003.
- [80] A. Steimel , *Electric traction - Motion power and electric supply*, Oldenbourg: OI, 2007.
- [81] G. Skarpetowski , *Przetworniki i przekształtniki energii w napędach trakcyjnych*, Kraków: PIT, 2016.
- [82] T. Glinka, *Maszyny elektryczne i transformatory*, Warszawa: WNT.
- [83] R. Schaefer, "Mechanical properties of rubber, Chapter 33," in *Harris' Shock and Vibration Handbook, Sixth Edition*, 2010, pp. 33.1-33.18.
- [84] T. Czauderna i M. Maniowski, „STIFFNESS ANALYSIS OF 4-LINK COUPLER MECHANISM USED IN LOW FLOOR TRAMS,” *acta mechanica et automatica.*, tom vol.11, nr no.2 , pp. 87-90, 2017.

- [85] M. Major i J. Różycka, „Gumopochodne materiały hipersprężyste - omówienie i kryteria praktycznego zastosowania,” *Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej seria Budownictwo*, nr 17, 2011.
- [86] T. Czauderna i M. Maniowski, „Analiza dynamiczna układu napędowego ze sprzęgłami 4- cięglowymi stosowanego w tramwajach,” w *Nowoczesne Technologie w Transporcie Szynowym*, Zakopane, 2014.
- [87] T. Czauderna i M. Maniowski, „Wpływ parametrów konstrukcyjnych sprzęgła 4- cięglowego na drgania układu napędowego tramwajowego,” w *Konferencja Naukowo – Techniczna Infraszyn*, Zakopane, 2015.
- [88] T. Czauderna i M. Maniowski, „Optymalizacja właściwości dynamicznych układu napędowego ze sprzęgłami 4- cięglowymi w tramwaju niskopodłogowym,” w *Konferencja Naukowo – Techniczna Nowoczesne Technologie w Transporcie Szynowym*, Zakopane, 2015.
- [89] D. Goldberg i K. Grygiel, w *Algorytmy genetyczne i ich zastosowania*, Warszawa, Wydawnictwa Naukowo- Techniczne, 1995, p. 17.

ANALIZA I OPTYMALIZACJA UKŁADU SPRZĘGIEŁ STOSOWANEGO W NAPĘDZIE TRAMWAJU NISKOPODŁOGOWEGO

Streszczenie

W pracy sformułowano i zbadano model dynamiczny układu sprzęgieł 4-cięgłowych stanowiącego mechanizm przestrzenny o strukturze równoległej. Dokonano analizy parametrycznej i optymalizacji układu napędowego wózka tramwaju zawierającego te sprzęgła. Umożliwia to poprawę właściwości kinematycznych, elasto-kinematycznych i dynamicznych rozważanego układu. Ważnym efektem było określenie obszarów, które w konstrukcji sprzęgieł 4-cięgłowych mogą ulec zmianie ukierunkowanej na poprawę tych właściwości.

Omówiono budowę i zasadę działania układu napędowego stosowanego w niektórych tramwajach niskopodłogowych na przykładzie wagonów eksploatowanych w Krakowie. Układ składa się z silników elektrycznych, przekładni zębatych a także z wałów drażonych i sprzęgieł czterocięgłowych przekazujących napęd na koła jezdne tramwaju.

Zbudowano model dynamiczny oraz wyznaczono parametry potrzebne do symulacji. Jako przykładowe dane wykorzystano masy, wymiary i inne parametry wagonów tramwajowych niskopodłogowych NGT6 eksploatowanych w MPK SA w Krakowie. Ze względu na brak niektórych danych część pracy poświęcona została na wyznaczenie masowych momentów bezwładności elementów układu napędowego doświadczalną metodą drgań skrętnych struny.

W kolejnych rozdziałach opracowano model matematyczny i dokonano symulacji rozruchu tramwaju przy zadanych konkretnych parametrach poszczególnych składowych układu. Model sprzęgła został uproszczony. Niektóre wyniki zaprezentowano w formie wykresów.

W dalszych rozdziałach zaprezentowano szczegółowe analizy przestrzennego układu dwóch szeregowo połączonych sprzęgieł 4-cięgłowych, znakoprzebiennych, stosowanych w niskopodłogowych tramwajach z klasycznymi wózkami napędowymi. Przedstawiono analizę kinematyczną a następnie analizę elastokinematyczną tego przestrzennego sprzęgła 4-cięgłowego. Wyznaczono doświadczalnie charakterystyki liniowej i kątowej sztywności tulei metalowo-gumowych instalowanych w cięgłach sprzęgła. Oszacowane sztywności wprowadzono następnie do modelu sprzęgła, w którym poza rozważanymi tulejami, pozostałe elementy były uważane za idealnie sztywne. Obliczono zastępczą macierz sztywności sprzęgła i wybrane jej współczynniki porównano z wynikami uzyskanymi wykorzystując inną metodę, znaną z literatury.

Dalsze rozdziały przedstawiają analizę dynamiczną przestrzennego sprzęgła 4-cięgłowego, znakoprzemiennego. W celu opisu dynamiki układu przekazującego moment napędowy od silnika do zestawu kołowego tramwaju, dotychczasowy model sprzęgła został wzbogacony o parametry masowe. Wyznaczono przebiegi czasowe momentu napędowego od drgań zestawu kołowego, pochodzących np. od nierówności toru.

Ostatni etap pracy dotyczy poprawy charakterystyk dynamicznych analizowanego modelu układu napędowego tramwaju o 2 stopniach swobody. Jako cel optymalizacji przyjęto minimalizację drgań kątowych wału silnika i tulei pośredniej podczas toczenia się zestawu kołowego ze stałą prędkością. Zdefiniowano 6 zmiennych decyzyjnych opisujących parametry geometryczne, masowe, sztywnościowe i tłumienne układu. Otrzymane wyniki optymalizacji wykazują możliwość polepszenia obu kryteriów o: 32% i 60%.

ANALYSIS AND OPTIMIZATION OF COUPLING SYSTEM USED IN THE DRIVE OF LOW-FLOOR TRAM

Abstract

In the paper there was formulated and examined a dynamic model of a 4-links coupling system constituting a spatial mechanism with a parallel structure. Parametric analysis and optimization of the drive system of the tram bogie containing these couplings were carried out. This makes possible to improve kinematic, elasto-kinematic and dynamic properties of the considered system. An important effect was to identify areas that in the design of 4-links couplings may change aimed at improving these properties.

The construction and principle of operation of the drive system used in some low-floor trams were discussed on the example of wagons operated in Krakow. The system consists of electric motors, gear transmissions as well as hollow shafts and four-links couplings transmitting drive to the wheels of the tram.

A dynamic model was built and the parameters needed for the simulation were determined. As an example of data, the masses, dimensions and other parameters of low-floor tram cars NGT6 operated at MPK SA in Krakow were used. Due to the lack of some data, part of the work was devoted to determining the mass moments of inertia of the drive system components by the experimental method of torsional vibrations of the string.

In the following chapters, a mathematical model was developed and the tram start-up was simulated with specific parameters of individual components of the system. The coupling model was simplified. Some results were presented in the form of graphs.

In the following chapters, detailed analyses of the spatial system of two series-connected 4-link couplings, sign-alternating, used in low-floor trams with classic drive bogies were presented. Kinematic analysis and then elastokinematic analysis of this spatial 4-link couplings were presented. The linear and angular stiffness characteristics of metal-rubber bushings installed in coupling rods were experimentally determined. The estimated stiffnesses were then introduced into the coupling model, in which, in addition to the bushings under consideration, the other elements were considered perfectly rigid. A replacement coupling stiffness matrix was calculated and selected coefficients were compared with the results obtained using another method known from the literature.

The following chapters present a dynamic analysis of a spatial 4-link coupling, a sign-commutative one. In order to describe the dynamics of the drive torque transmission system from the engine to a wheel set of the tram, the coupling model was enriched with mass parameters. Time courses of the drive torque from vibrations of the wheel set, coming e.g. from track unevenness, were made.

The last stage of the work concerns some improvements of the dynamic characteristics of the analysed model of the tram drive system with 2 degrees of freedom. The optimization goal is to minimize the angular vibrations of the engine shaft and the intermediate bushing when the wheelset is rolling at a constant speed. Six decision variables describing the geometrical, mass, stiffness and damping parameters of the system were defined. The obtained optimization results show the possibility of improving both criteria by up to: 32% and 62%.

ANALYSE UND OPTIMIERUNG VOM -KUPPLUNGSSYSTEMS VERWENDET IN ANTRIEB NIEDERFLURSTRASSENBAHNWAGENS

Zusammenfassung

Die Arbeit formulierte und untersuchte ein dynamisches Modell eines Gelenkkupplungssystems, das einen räumlichen Mechanismus mit einer parallelen Struktur darstellt. Es wurde eine parametrische Analyse und Optimierung des Antriebssystems des Straßenbahnwagens mit diesen Kupplungen durchgeführt.

Der Aufbau und die Funktionsweise des in einigen Niederflurstraßenbahnen verwendeten Antriebssystems wurden am Beispiel von in Krakau betriebenen Waggonen diskutiert. Das System besteht aus Elektromotoren, Zahnradgetrieben sowie Hohlwellen und Vier-Fachen-Kupplungen, die den Antrieb auf die Räder der Straßenbahn übertragen. Es wurde ein dynamisches Modell erstellt und die für die Simulation benötigten Parameter bestimmt. Als Datenbeispiel wurden die Massen, Abmessungen und andere Parameter von Niederflur-Straßenbahnwagen NGT6 verwendet, die bei MPK SA in Krakau betrieben wurden. Aufgrund des Mangels an einigen Daten war ein Teil der Arbeit der Bestimmung der Massenträgheitsmomente der Antriebssystemkomponenten durch die experimentelle Methode der Torsionsschwingungen des Strangs verwendet wurde.

In den folgenden Kapiteln wurde ein mathematisches Modell entwickelt und der Straßenbahnfahrt mit spezifischen Parametern einzelner Komponenten des Systems simuliert. Das Kupplungsmodell wurde vereinfacht. Einige Ergebnisse werden in Form von Grafiken dargestellt.

In den folgenden Kapiteln werden detaillierte Analysen des räumlichen Systems von zwei in Reihe geschalteten 4-Bolzen-Kupplungen, abwechselnd, vorgestellt, die in Niederflurstraßenbahnen mit klassischen Antriebswagen eingesetzt werden.

Kinematische Analyse und dann elastokinematische Analyse dieser räumlichen Gelenkkupplungen werden vorgestellt. Die linearen und Winkelsteifigkeitseigenschaften von Metall-Gummi-Buchsen, die in Kupplungsbolzen eingebaut sind, wurden experimentell bestimmt. Die geschätzte Steifigkeit wurde dann in das Kupplungsmodell eingeführt, bei dem neben den betrachteten Buchsen auch die anderen Elemente als perfekt steif galten. Es wurde eine Ersatz-Kupplungssteifigkeitsmatrix berechnet und ausgewählte Koeffizienten mit den Ergebnissen verglichen, die mit einer anderen aus der Literatur bekannten Methode erzielt wurden.

Die folgenden Kapitel stellen eine dynamische Analyse einer räumlichen 4-Fach-Kupplung vor, einer abwechselnden Vorzeichenkupplung. Um die Dynamik des Antriebsmomentgetriebes vom Motor bis zur Straßenbahnrolle zu beschreiben, wurde das aktuelle Kupplungsmodell mit Massenparametern angereichert. Die Zeitläufe des Antriebsmoments aus den Vibrationen der Rolle, z.B. aus Gleisunebenheiten, wurden bestimmt.

Die letzte Arbeitsphase betrifft die Verbesserung der dynamischen Eigenschaften des analysierten Modells des Straßenbahntriebssystems mit 2 Freiheitsgraden. Ziel der Optimierung ist es, die Winkelschwingung der Motorwelle und der Zwischenwelle zu minimieren, wenn die Rolle mit konstanter Geschwindigkeit rollt. 6 Entscheidungsvariablen, die die geometrischen, Masse-, Steifigkeits- und Dämpfungsparameter des Systems beschreiben, wurden definiert. Die erhaltenen Optimierungsergebnisse zeigen die Möglichkeit, beide Kriterien um bis zu 32% und 62% zu verbessern.

ANALÝZA A OPTIMALIZACE SPOJKOVÉHO SYSTÉMU POUŽITÉHO V POHONU NÍZKOPODLAŽNÍCH TRAMVAJÍ

Souhrn

V práci byl formulován a testován dynamický model 4-ramenného spojkového systému tvořícího prostorový mechanismus s paralelní strukturou. Byla provedena parametrická analýza a optimalizace systému pohonu tramvajového podvozku obsahující tyto spojky. To umožňuje zlepšit kinematické, elastokinematické a dynamické vlastnosti uvažovaného systému. Důležitým efektem bylo určení oblastí, které lze v návrhu 4-ramenných spojek změnit za účelem zlepšení těchto vlastností.

Na příkladu vozů provozovaných v Krakově je diskutována konstrukce a princip činnosti pohonné soustavy používané u některých nízkopodlažních tramvajů. Systém se skládá z elektromotorů, ozubených kol a také dutých hřídelí a čtyř-ramenných spojek přenášejících pohon na kola tramvaje. Byl sestaven dynamický model a byly stanoveny parametry potřebné pro simulaci. Jako vzorové údaje byly použity hmotnosti, rozměry a další parametry nízkopodlažních tramvajových vozů NGT6 provozovaných v MPK SA v Krakově. Z důvodu nedostatku některých dat byla část práce věnována stanovení hmotnostních momentů setrvačnosti prvků hnacího systému pomocí experimentální metody torzních kmitů struny. V následujících kapitolách byl vyvinut matematický model a simulován rozjezd tramvaje s konkrétními parametry jednotlivých komponent systému. Model spojky byl zjednodušen. Některé výsledky jsou prezentovány ve formě grafů.

V následujících kapitolách jsou uvedeny podrobné rozborů prostorového uspořádání dvou sériově zapojených 4-ramenných návěštních střídavých spojek používaných v nízkopodlažních tramvajích s klasickými hnacími podvozky.

Je prezentována kinematická analýza a následně elastokinematická analýza této prostorové 4-ramenné spojky. Experimentálně byly stanoveny lineární a úhlové charakteristiky tuhosti kov-přezových pouzder instalovaných ve spojkových tyčích. Odhadnuté tuhosti byly následně zavedeny do modelu spojky, ve kterém byly kromě uvažovaných pouzder považovány zbývající prvky za dokonale tuhé. Byla vypočtena ekvivalentní matice tuhosti spojky a její vybrané koeficienty byly porovnány s výsledky získanými jinou metodou známou z literatury.

Další kapitoly představují dynamickou analýzu prostorové čtyř-ramenné spojky. Aby bylo možné popsat dynamiku systému přenášejícího hnací moment z motoru na dvojkolí tramvaje, byl dosavadní model spojky obohacen o hmotnostní parametry. Byly stanoveny časové průběhy hnacího momentu od vibrací dvojkolí, např. od nerovností koleje.

Poslední etapa práce se týká zlepšení dynamických charakteristik analyzovaného modelu systému pohonu tramvaje se 2 stupni volnosti. Jako cíl optimalizace byla přijata minimalizace úhlových vibrací hřídele motoru a meziobjímky při odvalování dvojkolí konstantní rychlostí. Bylo definováno šest rozhodovacích proměnných popisujících geometrické, hmotnostní, tuhostní a tlumící parametry systému. Získané výsledky optimalizace ukazují možnost zlepšení obou kritérií o: 32 % a 60 %.

DODATEK. Przegląd tramwajów niskopodłogowych

Tramwaje niskopodłogowe z omawianym napędem eksploatowane w Krakowie.



Fot. D1. PESA Krakowiak 2014N (rok produkcji 2015)



Fot. D2. Bombardier NGT8 (rok produkcji 2013, seria z lat 2012-13)



Fot. D3. Bombardier NGT6 III serii (rok produkcji 2007, seria z lat 2007-08)



Fot. D4. Bombardier NGT6 I serii (rok produkcji 1999, seria z lat 1999-2000)



Fot. D5. Stadler Tango Kraków I serii (rok produkcji 2021, seria z lat 2019-21)

Wagony tramwajowe niskopodłogowe wyposażone w omawiany układ napędowy eksploatowane w innych miastach:



Fot. D6. ALSTHOM konstal 116Na (rok produkcji 2000, seria z lat 2000-01) – Tramwaje Śląskie



Fot. D7. PESA Twist 2012N (rok produkcji 2014) – Tramwaje Śląskie



Fot. D8. PESA Twist 2012N (rok produkcji 2021, seria z lat 2020-21) – Tramwaje Śląskie



Fot. D9. PESA Twist 2017N (rok produkcji 2021, seria z lat 2020-21) – Tramwaje Śląskie

Szczególne podziękowania autor pracy kieruje do promotora, promotora pomocniczego, a także do Miejskiego Przedsiębiorstwa Komunikacyjnego SA w Krakowie: do Zarządu Spółki – za udostępnienie dokumentów, rzeczywistych elementów układu napędowego oraz zgodę na przeprowadzenie badań, do pracowników Stacji Obsługi i Remontów za aktywną pomoc w przeprowadzeniu badań na terenie obiektu. Bez ich bardzo dużej pomocy wyznaczenie masowych momentów bezwładności metodą drgań skrętnych struny nie byłoby możliwe.