ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

Organ des Deutschen Geometervereins.

Herausgegeben von

Dr. W. Jordan, und C. Steppes,

Professor in Hannover Steuer-Rath in München.

1895. Heft 14. Band XXIV.

15. Juli.

Das Präcisionsnivellement für den Stadtkreis Remscheid.

Im Sinne der Schlussnote meiner Abhandlung in Heft IV 1894 dieser Zeitschrift S. 97—120 komme ich nunmehr nochmals auf das Remscheider Nivellement zurück. Aus jener Abhandlung ist zu ersehen, dass das Nivellement einer jeden Station aus der Mitte mit einspielender Libelle und mit 4, in der Reihenfolge $r_1\, v_1\, r_2\, v_2$ genommenen Blicken nach 2 Wendelatten vollzogen worden war, dass die Beobachtungsdifferenzen $r_1 - v_1$, $r_2 - v_2$ streckenweise addirt, dann zu $\frac{[(r_1 - v_1) + (r_2 - v_2)]}{2}$ vereinigt und nun an diesen Ergebnissen die Verbesserungen wegen der regelmässigen Lattenabweichung vom Soll angebracht worden waren. Alle diese Operationen lassen sich übrigens im nachfolgenden Ausschnitt aus dem Feldbuch verfolgen. (Siehe Tabelle auf Seite 362.)

Es sind darauf, um den Gang weiter zu schildern, die derartig verbesserten Streckenergebnisse ihrer rationellen Ausgleichung wegen zu Zügen combinirt worden, die dann theils in einem Hauptnetz (siehe Figur 1, Heft IV 1894, S. 102) mit 13 Schleifen nach bedingten Beobachtungen, theils in 4 Kleinnetzen in den Schleifen I, V, XI und XIII des Hauptnetzes nach vermittelnden Beobachtungen, theils aber auch einzeln (12 Züge) ausgeglichen wurden und zwar stets unter Anschlusszwang.

Bekanntlich lässt sich nun, wenn ein Nivellementsnetz mit überschüssigen Stationsbeobachtungen geführt und unter Anschlusszwang ausgeglichen wird, der mittlere Fehler einer beliebigen Gewichtseinheit in mehrfacher Weise berechnen, nämlich aus den Stationsergebnissen, aus den Streckenergebnissen von Bolzen zu Bolzen, aus den Zugergebnissen von Knotenpunkt zu Knotenpunkt, aus den Schleifenabschlüssen und schliesslich nach der Netzausgleichung aus den übrigbleibenden Fehlern. Bevor aber in eine derartige Berechnung eingetreten wird, erscheint es mir zweckmässig, einige für die anzustellenden Betrachtungen wesentliche Punkte hervorzuheben. So ist z. B. das

Nr. des Bolzen	Lattenabstände s.	Ergebnisse I. Rück-wärts	Ergebnisse I. Vor-wärts	Ergebnisse I. Steigt	Ergebnisse II. Rück-wärts	Ergebnisse II. Vor-wärts	Ergebnisse II. Steigt	Höhen-differenz der Bolzen aus I und II.	Nach Spalte 12 Reducirte Höhendifferenz +	Nach Spalte 12 Reducirte Höhendifferenz −	Latten-prüfung	Bemer-kungen
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
12	20	0,328	×9,287	× 9,615	4,363	× 5,253	× 9,616				20.9.93	
	44	2,616	×9,580	2,196	6,650	× 5,545	2,195					
	48	2,706	×9,720	2,426	6,740	× 5,686	2,426					
	100	3,408	×9,075	2,483	7,442	× 5,040	2,482					
	42	1,168	×8,201	× 9,369	5,202	× 4,168	× 9,370					
82	42	1,799	×8,601	0,400	5,832	× 4,567	0,399					
	296	12,025	×94,464	6,489	36,229	×70,259	6,488	6,4885	6,4904			
82	36	0,568	× 8,135	× 8,703	4,601	× 4,100	× 8,701					
	58	0,318	× 7,003	× 7,321	4,351	× 2,969	× 7,320					
	40	0,204	× 7,495	× 7,699	4,239	× 3,461	× 7,700					
	46	0,059	× 7,101	× 7,160	4,092	× 3,066	× 7,158					
	50	0,045	× 7,065	× 7,110	4,079	× 3,030	× 7,109					
83	41	0,255	× 7,609	× 7,864	4,290	× 3,575	× 7,865					
	271	1,449	×84,408	×85,857	25,652	×60,201	×85,853	×85,8550		14,1491		
83	44	0,349	× 6,099	× 6,448	4,383	× 2,064	× 6,447					
44	48	0,469	× 8,645	× 9,114	4,502	× 4,610	× 9,112					
	92	0,818	×94,744	×95,562	8,885	×86,647	×95,559	×95,5605		4,4407		

Remscheider Nivellement, wenn auch nicht mit derjenigen peinlichen Sorgfalt ausgeführt, durch welche die Ausführung eines der Wissenschaft dienenden Präcisionsnivellements beherrscht werden muss, so doch jedenfalls mit der nöthigen Vorsicht und unter Beachtung aller möglichen Fehlerquellen erledigt worden. Letzteres möchte allerdings nicht scheinen wegen der Reihenfolge der Stationsbeobachtungen, nämlich $r_1\, v_1\, r_2\, v_2$, die in Bezug auf Elimination der aus Refraction und aus Bewegungen des Stativs resultirenden Fehler nicht dasjenige leistet, wie die eigens für diese Elimination ersonnene Reihenfolge $r_1\, v_1\, v_2\, r_2$. Mit Rücksicht aber auf die kurzen Zielweiten (im Maximum 38 m) hielt ich den durch die Refraction hervorgerufenen Fehler im Vergleich mit anderen, in den Beobachtungsdifferenzen r_i—v_i geduldeten Fehler für belanglos und das Einsinken oder Heben des Stativs hielt ich deswegen nicht für unvermeidlich, weil das Instrument gut geschützt wurde, das Nivellement in frostfreier Zeit zur Erledigung gelangte und die Züge des Hauptnetzes sich fast durchweg, die der 4 Kleinnetze sich grösstentheils auf fester Strasse bewegten. Diese Ansicht gab denn auch die Berechtigung, zu Gunsten eines anderen Gedankens über die Reihenfolge der 4 Blicke im Stande zu verfügen. Ich glaubte nämlich, dass die Reihenfolge $r_1\, v_1\, r_2\, v_2$, namentlich auch mit Rücksicht auf das jedesmalige Einstellen der Libelle, grössere Unabhängigkeit der beiden Parallelnivellements von einander sichere, als wenn die Blicke in der üblichen Reihenfolge $r_1 v_1 v_2 r_2$, der hiermit aber keineswegs die volle Berechtigung abgesprochen werden soll, zur Erledigung gebracht würden.

Unter Berücksichtigung des Gesagten und des Umstandes, dass über die Lage der Nullpunkte der 4 Nivellirscalen der beiden Wendelatten keine Untersuchung angestellt worden ist, zerfallen die 4 Blicke eines Standes des Remscheider Nivellements bei der angedeuteten Lattenaufstellung in folgende Bestandtheile:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Latte I Vorderseite} & \left\{\begin{array}{l} r_1 = R + \alpha'_1 + \varepsilon'_1 + r\,x + k_1 \\ v_1 = V + \alpha''_1 + \varepsilon''_1 + v\,x + k_1 \end{array}\right. \\ \text{,, II ,,} & \\ \text{,, I Rückseite} & \left\{\begin{array}{l} r_2 = R + \alpha'_2 + \varepsilon'_2 + r\,x + k_2 \\ v_2 = V + \alpha''_2 + \varepsilon''_2 + v\,x + k_2 \end{array}\right. \\ \text{,, II ,,} & \end{array}\right\} \quad (1)$$

Es bedeuten $r_1\, v_1\, r_2\, v_2$ die abgelesenen Höhen über Scalennullpunkt, R und V die zugehörigen wahren Höhen über Lattenfusspunkt, die α die Abstände der 4 Scalennullpunkte von den zugehörigen Lattenfusspunkten und die ε die jeweils begangenen zufälligen und unregelmässigen Fehler. rx ist die an r_1 und r_2, vx die an v_1 und v_2 anzubringende Verbesserung wegen der regelmässigen Abweichung der Scaleneintheilung vom Soll, x diese Verbesserung pro Meter für alle 4 Scalen, r und v die genäherten Höhen der angezielten Lattenpunkte über ihren Fusspunkten. k_1 bezw. k_2 endlich ist eine Fehlersumme, die sich in der Hauptsache zusammensetzt aus denjenigen Fehlern, die der Convergenz der Seh- und Libellenachse, der Niveaukrümmung und der Refraction entspringen. Diese Fehlersumme k wird in der Regel, es soll hier aber durchweg*) angenommen werden, für jeden der 4, oder falls man mit Rücksicht auf die Refraction eine, für die anzustellenden Betrachtungen übrigens ganz belanglose Einschränkung für angemessen hält, für je 2 zugeordnete Blicke $r_i\; v_i$ gleichen Betrag mit gleichem Vorzeichen haben. Aus (1) entsteht in leicht verständlicher Zusammenfassung:

$$\left.\begin{array}{l} d_1 = r_1 - v_1 = (R - V) + \alpha_1 + \varepsilon_1 + x\;(r - v) \\ d_2 = r_2 - v_2 = (R - V) + \alpha_2 + \varepsilon_2 + x\;(r - v) \end{array}\right\} \quad (2)$$

und hieraus wieder:

$$\frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{(r_1 - v_1) + (r_2 - v_2)}{2} = (R - V)$$

$$+ \left(\frac{\alpha_1}{2} + \frac{\alpha_2}{2}\right) + \left(\frac{\varepsilon_1}{2} + \frac{\varepsilon_2}{2}\right) + x\,(r - v) \quad (3)$$

$$d_1 - d_2 = (r_1 - v_1) - (r_2 - v_2) = \quad (\alpha_1 - \alpha_2) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \quad (4)$$

Die Gleichungen (2), nicht aber die Gleichungen (1) sind die Grundgleichungen des Nivellements und die aus ihnen durch Addition oder Subtraction hervorgegangenen Gleichungen (3) und (4)

*) Ich bin mir bewusst, was ich an strenger Auffassung opfere, halte dies Opfer aber mit Rücksicht auf das vorhin über Refraction Gesagte für unbedenklich.

sind diejenige Form von (2), wie sie für die Ausgleichung, die Feldcontrole und die Fehlerberechnung nöthig ist. (3) und (4) enthalten aber ausser den zufälligen Fehlern ε auch noch constante und regelmässige Fehler und es frägt sich, ob und wie diese beseitigt werden können. Was zunächst das letzte Glied $x\ (r - v)$ in (3) anbetrifft, so ist dies, der für das Remscheider Nivellement erfolgten täglichen Lattenprüfung wegen, numerischer Rechnung zugänglich; hierüber soll später weiter gesprochen werden. Anders liegt die Sache hinsichtlich der Nivellirfehler α in (2), (3) und (4). Diese werden bei guten Latten meistens gleich 0, jedenfalls aber nur von der Ordnung der zufälligen Beobachtungsfehler sein. Ferner sind sie, solange dieselben beiden Latten gebraucht werden, entweder für die Gesammtzeit des Nivellements oder wenigstens für längere Zeitabschnitte ihrem Betrage nach constant. Sie wechseln das Vorzeichen von Stand zu Stand, sofern gewissen Voraussetzungen hinsichtlich der Aufstellung der Latten, die gleich genannt werden, Folge gegeben worden ist. Die Vorsicht gebietet selbstverständlich, die α, so lange keine einwandsfreie Untersuchung über ihr Vorhandensein und ihre Grösse stattgefunden hat, als vorhanden zu betrachten und auf Mittel zu sinnen, sie zu eliminiren. Freilich vermag keine Beobachtungsanordnung sie aus (2), (3) und (4) zu eliminiren, wohl aber ist eine Elimination möglich, wenn man die Ergebnisse (3) und (4) zweier benachbarten Stationen folgendermaassen zusammenfasst:

$$\left(\frac{d_1 + d_2}{2}\right) + \left(\frac{d_1 + d_2}{2}\right)_{i+1} \tag{5a}$$

$$(d_1 - d_2)_i + (d_1 - d_2)_{i+1} \tag{5b}$$

vorausgesetzt, dass auf dem Wechselpunkt zwischen diesen beiden Stationen nur eine und dieselbe Latte aufgehalten wurde. Dies Verhalten gewährt die Möglichkeit, die α aus den Streckenresultaten [(3)] und [(4)] zwischen je zwei benachbarten Bolzen zu eliminiren. Man trage nur Sorge, dass auf jedem Wechselpunkt immer nur eine Latte benutzt wird und dass jede Strecke eine gerade Anzahl Stationen enthält. Letzteres wird erreicht, wenn, unbeschadet der gegebenen Vorschrift für Wechselpunkte, auf den beiden Bolzen zu Anfang und am Ende einer Strecke eine und dieselbe Latte zur Aufstellung gelangt.

Derartig ist denn auch im Remscheider Nivellement verfahren worden und es beträgt, unter Berücksichtigung dieses Umstandes, die Summe aller Standgleichungen (3) in der i ten Strecke zwischen 2 benachbarten Bolzen eines Zuges:

$$\Delta h'_i = \left[\frac{r_1 - v_1}{2} + \frac{r_2 - v_2}{2}\right] = [R - V] + \left[\frac{\varepsilon_1}{2} + \frac{\varepsilon_2}{2}\right] + x_i\,[r - v] \tag{6}$$

In dieser Form sollen die Gleichungen (6) eigentlich nur dann in den Zug und in das Netz übergehen, wenn das letzte Glied rechter Hand wegen geringer Höhenunterschiede ausnahmsweise geduldet werden kann, im übrigen aber soll es mit Hilfe der aus periodischen, am besten täglichen Lattenprüfungen abgeleiteten Resultate K (siehe Tabelle II Seite 108, 1894) möglichst eliminirt werden. In jedem Falle darf das betreffende Glied aber durch τ ersetzt werden, wenn nur, je nach den obwaltenden Umständen, unter τ das Glied selbst, Null oder ein bei der Correction nach Tabelle II etwa verbliebener Fehler verstanden wird. Geichung (6) geht dann über in:

$$\Delta h_i = [R - V] + \left[\frac{\varepsilon_1}{2} + \frac{\varepsilon_2}{2}\right] + \tau_i \tag{7}$$

Aus den derartig gebildeten Δh setzen sich dann durch Addition die Höhenunterschiede h zwischen Anfang und Ende der Züge und aus diesen wieder die Schleifen- oder Polygonwidersprüche w zusammen:

$$w_i = 0 - [h]_i \tag{8}$$

Es muss hier eines noch nicht erwähnten Fehlers deswegen gedacht werden, weil er, wenn er überhaupt begangen wurde, erst und nur in (8) in die Erscheinung tritt. Ich meine den aus Einsinken oder Verschieben der Latten zwischen dem letzten Vorblick eines i ten und dem ersten Rückblick des $i+1$ ten Standes resultirenden Fehler.

Aus (8) berechnet sich der mittlere Fehler der Gewichtseinheit — gewöhnlich die Einkilometerstrecke — des wie (3), (6) und (7) genommenen Nivellements zu:

$$m_1 = \sqrt{\frac{[p\,w\,w]}{n_1}} \tag{9}$$

worin unter n_1 die Anzahl der in (9) eingehenden w zu verstehen ist.

Nach erfolgter Netzausgleichung im Anschluss an die gegebenen Punkte lässt sich ein weiterer mittlerer Fehler der Gewichtseinheit aus den, den h durch die Ausgleichung gegebenen Verbesserungen v berechnen:

$$m_2 = \sqrt{\frac{[p\,v\,v]}{n_2}} \tag{10}$$

worin unter n_2 die Anzahl der überschüssigen h zu verstehen ist.

Der mittlere Fehler der Gewichtseinheit lässt sich auch berechnen aus den n_3 Gleichungen (4):

$$m_3 = \sqrt{\frac{[p\,(d_1 - d_2)^2]}{4\,n_3}} \tag{11}$$

worin unter n_3 die Anzahl der herangezogenen Differenzen $d_1 - d_2$ zu verstehen ist.

Die Summe aller Standgleichungen (4) in der i ten Strecke zwischen 2 benachbarten Bolzen eines Zuges beträgt, wenn das über die Nivellirfehler α Gesagte berücksichtigt wird:

$$\Delta_i = [(r_1 - v_1) - (r_2 - v_2)] = [\varepsilon_1 - \varepsilon_2] \tag{12}$$

und aus den n_4 Gleichungen (12) berechnet sich der mittlere Fehler der Gewichtseinheit zu:

$$m_4 = \sqrt{\frac{[p\,\Delta\,\Delta]}{4\,n_4}} \tag{13}$$

worin unter n_4 die Anzahl der in (13) herangezogenen Δ zu verstehen ist.

Schliesslich kann der mittlere Fehler der Gewichtseinheit noch berechnet werden aus:

$$m_5 = \sqrt{\frac{[p\,z\,z]}{n_5}} \tag{14}$$

worin unter z_i die $[\Delta]$ nach (12) im $i$ten Zuge, unter n_5 die Anzahl der herangezogenen z zu verstehen ist.

Sind nun die ε in (2) durchweg unabhängige zufällige Fehler, sind die α in (2), die τ in (7) überall gleich Null, haben Bewegungen des Instrumentes und der Latten nicht stattgehabt und sind die gegebenen Höhen der Anschlusspunkte unter sich fehlerfrei, so muss auch $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5$ gefunden werden. Meistens wird keine dieser Bedingungen voll erfüllt sein, namentlich bei einem Nivellement der hier geschilderten Art nicht, bei der die unmittelbar oder mittelbar, aus den Beobachtungsdifferenzen nach (4) gebildeten m, nämlich m_3, m_4 und m_5 mitunter um das 2-, 3- und 4-fache von denjenigen beiden m differiren, die aus den Beobachtungssummen berechnet worden sind. Aber abgesehen von dem in m_2 zum Ausdruck kommenden Anschlusszwang an die gegebenen Festpunkte, muss der Beobachter stets nach zweckentsprechender Möglichkeit streben, die Bedingungen zu erfüllen. Wie weit er dies in der That erreicht hat, darüber kann erst nach der Berechnung der m mit Zuverlässigkeit geurtheilt werden. Sollen die Ursachen, welche die m ungleich machen, aufgesucht werden, so kommt neben vielem anderen auch folgendes, das ich freilich nicht ausführen, sondern nur in seiner einfachsten Gestalt andeuten kann, in Betracht: Sind n (gerade Zahl) gleich genaue Beobachtungen $l_1 \ldots . l_n$ zu einem arithmetischen Mittel y vereinigt, so kommt dem y:

1. das n fache Gewicht jeder einzelnen Beobachtung l zu, wenn diese nur durch unabhängige zufällige Fehler $\varepsilon_1 \ldots . \varepsilon_n$ entstellt sind;

2. ein grösseres Gewicht wie das n fache einer jeden Beobachtung l zu, wenn diese beispielsweise paarweise, ausser durch die genannten Fehler $\varepsilon_1 \ldots . \varepsilon_n$, durch die Fehler $k_1 \ldots . k_{\frac{n}{2}}$ entstellt sind und zwar so, dass jedes k einmal positiv und einmal negativ auftritt. Denn die Gesammtfehler eliminiren sich im arithmetischen Mittel dann mehr, als nach dem Gesetze der zufälligen Fehler zu erwarten ist;

3. ein kleineres Gewicht als das n fache einer jeden Beobachtung l zu, wenn diese beispielsweise, ausser durch die zu 1 genannten Fehler ε, durch Fehler $k_1 \ldots . k_{\frac{n}{2}}$, die an und für sich zwar einen zufälligen Charakter haben, derart entstellt sind, dass je 2 Beobachtungen mit demselben k behaftet sind, denn die Gesammtfehler eliminiren sich im arithmetischen Mittel dann weniger, als dem Gesetze der zufälligen Fehler entspricht.

$m^2 = \frac{[v\,v]}{n\,(n-1)}$, wobei $v_i = y - l_i$, giebt im ersten Falle den richtigen, im zweiten Falle im Allgemeinen einen Werth, der grösser, im dritten Falle im Allgemeinen einen Werth, der kleiner ist als der richtige.

Ferner ist, wenn die mittleren Fehler theils aus Beobachtungsdifferenzen, theils aus Beobachtungssummen berechnet werden, nicht zu übersehen, dass Fehler sich in den Differenzen völlig aufheben können, die in den Beobachtungssummen als zufällige Fehler auftreten und umgekehrt.

Für weitere Ausführungen steht mir hier kein Raum zur Verfügung, ich verweise deswegen auf 2 Perlen unserer Fachlitteratur, die viel studirt und citirt worden sind, m. E. aber nie genug studirt werden können, ich meine die beiden Abhandlungen des Herrn Generallieutenants Schreiber in den Jahrgängen 1878/79 dieser Zeitschrift, aus denen eine Fülle exact geodätischer Gedanken geschöpft werden kann.

Nunmehr folgen die mir zur Verfügung stehenden, für die Beurtheilung der erreichten Genauigkeit im Remscheider Gesammtnivellement erforderlichen Daten. Hierzu muss ich noch bemerken, dass das Hauptnetz in zweierlei Weise ausgeglichen worden ist, einmal mit Gewichten, die umgekehrt proportional den Producten aus Nivellementslänge und mittlerer Stationslänge genommen wurden und zweitens mit Gewichten, umgekehrt proportional der Nivellementslänge. In praktischer Hinsicht ist, wie zu erwarten war, ein bemerkenswerther Unterschied nicht hervorgetreten, denn die als Endresultate aus den beiden Ausgleichungen hervorgehenden Höhen der Knotenpunkte differiren wie folgt:

1 mal um 1,0 mm
1 „ „ 0,9 „
1 „ „ 0,6 „
5 „ „ 0,3 „
13 „ „ 0,0 — 0,1 „

In den Kleinnetzen und Einzelzügen ist das Gewicht durchweg umgekehrt proportional der Nivellementslänge genommen worden.

a. Nachweis für das Hauptnetz.

Gewichts-Annahme $\frac{1}{p}=$	Vertheilung der $v\sqrt{p}$						Anzahl der $v\sqrt{p}$		Summe der				Mittlerer Kilometerfehler aus				
	0—1,5		1,5—3,0		3,0-4,5				$v\sqrt{p}$		v^2p					192 Strecken	34 Zügen
	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5
$s.\frac{l}{50}$	14	9	5	5	0	1	19	15	20,81	19,60	28,39	44,73	2,04	2,37	—	2,24	2,23
s	13	10	5	5	0	1	18	16	20,29	19,99	27,32	39,44	1,96	2,27	—	2,00	2,12

Der Nachweis lässt erkennen, dass die beiden aus denselben Instrumentenständen und mit denselben Wechselpunkten gleichzeitig ausgeführten Nivellements sich, wie angestrebt, im Grossen und Ganzen unabhängig von einander vollzogen haben.

b. In den Stadtpolygonen I und V (siehe Figur 1, Seite 102, 1894) wurden die Höhen für je 8 Knotenpunkte einer Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen unterworfen aus 19 bezw. 20 beobachteten Höhenunterschieden im Anschluss an 8 bezw. 9 Höhen der im Hauptnetze ausgeglichenen Umringe. Der mittlere Fehler m_2 ergab sich zu 3,40 bezw. 3,23 mm. Ein befriedigendes Resultat mit Rücksicht auf den Anschlusszwang und die etwas grössere Unsicherheit im Nivelliren in den verkehrsreichen und zum Theil ziemlich steilen (Steigung bis 14 m auf 100 m) und schmalen Strassen einer bedeutenden Industriestadt.

c. In den Polygonen XI und XIII wurden die Höhen für 6 bezw. 1 Knotenpunkt ausgeglichen aus 11 bezw. 4 beobachteten Höhenunterschieden, im Anschluss an 5 bezw. 4 der im Hauptnetze ausgeglichenen Umringe. m_2 gleich 2,00 bezw. 3,38 mm.

d. Es ergaben sich bei der Einschaltung der 12 Einzelzüge auf folgenden Strecken in Meter folgende Widersprüche in mm:
770 m:1,6 mm. 342:2,0. 1930:2,3. 1311:3,4. 813:4,1. 578:0,1. 662:4,9. 226:0,6. 1592:4,6. 892:2,0. 3300:15,7. 530:9,0.
Hiermit ist das Gesammtnivellement erschöpft und es erübrigt nur noch zu bemerken, dass die beiden zuletzt genannten extremen Widersprüche Zügen angehören, die unter äusserster Ungunst der Terrainverhältnisse zu nehmen waren. Die zu überwindende grösste Höhendifferenz betrug 273 m und der in das nivellitische Hauptnetz mit aufgenommene trigonometrische Thurmbolzen für den Punkt erster Ordnung der Landesaufnahme „Wasserthurm Remscheid“ liegt mit 366,327 am höchsten.

Es soll nun noch versucht werden überschlagsweise den mittleren Fehler der Einkilometerstrecke für das Hauptnetz abzuleiten aus den äusseren Umständen, wie sie im Remscheider Nivellement in bezug auf Instrumente, Zielweiten, Terrain etc. geherrscht haben. Nach meinem sich durchaus auf die äusseren Umstände stützenden Urtheil müssen die Beobachtungen, sehe ich von denjenigen Fehlern ab, die eliminirt werden, beim Uebergang auf (2) (6) (7) und (12) fast ausschliesslich unter dem Einfluss dreier Fehler stehen, welche sind: der Libellenfehler, der Schätzungsfehler und der unregelmässige Theilungsfehler. Wird der mittlere Fehler des Standendresultates $\frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{r_1 - v_1 + r_2 - v_2}{2}$ mit μ, der der 3 in μ eingehenden Einzelfehler mit l, s und t bezeichnet, so ist:

$$\mu^2 = l^2 + s^2 + t^2 \tag{15}$$

Das Wachsen der 3 Einzelfehler ist ein verschiedenes. Der Libellenfehler wächst proportional der Zielweite, der Schätzungsfehler dagegen nach Dr. Reinhertz im Allgemeinen nur mit der Quadratwurzel aus der Zielweite, und der unregelmässige Theilungsfehler ist überhaupt unabhängig von der Zielweite, d. h. für den einzelnen Stand. Was ein zusammengesetztes Nivellement, eine Nivellementsstrecke anbetrifft, so verlangt der Libellenfehler kurze Zielweiten, also viele Stationen, für den Schätzungsfehler dagegen ist es — selbstverständlich nur innerhalb gewisser, von verschiedenen Umständen abhängigen Grenzen — gleichgültig, ob ebenso oder mit längeren Zielweiten, also einer geringeren Anzahl Stationen gearbeitet wird, die unregelmässigen Theilungsfehler endlich weisen im Allgemeinen auf die Erledigung der Strecke in möglichst wenigen Aufstellungen hin.

Für eine Ueberschlagsrechnung erscheint es nicht unzulässig, die Fiction einzuführen, es sei das Nivellement bei einer constanten Zielweite von 25 Meter zu stande gekommen. Denn nicht allein der Mittelwerth aus den 34 in Betracht kommenden Streckenmitteln, deren Minimum 17, deren Maximum 33 ist, beträgt 25 Meter, sondern die weitaus meisten Streckenmittel befinden sich auch in der nächsten Nähe dieser Zahl. Dann ist, wenn unter m der mittlere Fehler der Einkilometerstrecke zu verstehen ist:

$$m^2 = \mu^2\,20 \tag{16}$$

a. Der Libellenfehler. Es wurde mit Einspielen der durch Kammer regulirbaren Libelle für jeden Blick, ohne Benutzung des beigegebenen Libellenspiegels*), aber mit Libellencontrole durch den Feldbuchführer gearbeitet. Nehme ich den mittleren Einstellfehler der 12 secundigen Libelle für den Blick zu $\frac{12''}{8} = 1{,}5''$ an, so ist er nicht zu gering und für das in Frage kommende Nivellement gerade angemessen in Ansatz gebracht worden. Für die Zielweite von 25 m ist dann der mittlere lineare Fehler pro Blick $\frac{1{,}5.25000}{206265} = 0{,}18$ mm.
Derselbe mittlere Fehler kommt aber, wie leicht nachzuweisen ist, dem Standendresultat zu, also:

$$l = \pm\, 0{,}18 \text{ mm} \tag{17}$$

b. Der Schätzungsfehler. Die Vergrösserung des Fernrohrs war 30fach, geschätzt wurde auf ganze Millimeter der in Centimeter getheilten Wendelatten, deren Constante 4,035. Für die Zielweite 25 m taxire ich nach Reinhertz, Tabelle 2, Zeile 2, Seite 597, 1894 dieser Zeitschrift den mittleren Schätzungsfehler, soweit er bei genannten Wendelatten im Standendresultat zu berücksichtigen bleibt, für den Blick zu 0,40 mm. Dann ist auch, wie leicht nachzuweisen:

$$s = \pm\, 0{,}40 \text{ mm.} \tag{18}$$

Der mittlere Blickfehler 0,40 mm ergiebt auf rund 6400 Blicke im Hauptnetz einen Maximalfehler von 1,50 mm, ein Betrag, der, wie ich auf Grund meiner Wahrnehmungen, der geübten sorgfältigen Schätzung und einer angemessenen Auswahl der Beobachtungszeit anzunehmen berechtigt bin, kaum jemals erreicht, geschweige denn überschritten worden ist.

---

*) Diese Anordnung sichert vollständige Unabhängigkeit des Schätzungsfehlers vom Libellenfehler.

c. Der unregelmässige Theilungsfehler. Nach Ausweis der Tabelle I, Seite 107, 1894, ist die durch die Ausdehnung des Holzes und der Fehler der Theilstriche hervorgerufene, nach Zeit und Scalenstelle veränderliche Abweichung der einzelnen Lattenmeter vom Soll zerlegt in eine von Tag zu Tag veränderliche, jedem Meter hinzuzufügende mittlere Verbesserung und in die nach Abzug dieser verbleibenden, nunmehr nur von der Scalenstelle abhängigen unregelmässigen Abweichungen. Die tägliche Bestimmung der gedachten mittleren Verbesserung und ihr Anbringen an die betreffenden Beobachtungsergebnisse nach Tabelle II Seite 108, 1894 bewirkte die Elimination von τ in den Gleichungen (7). Was die übrig bleibenden unregelmässigen Abweichungen anbetrifft, so fiel die Elimination derselben, hier wie überall, im wesentlichen dem Zufall anheim. Dieser waltete für das Remscheider Nivellement sehr günstig, denn es verlaufen diese Theilungsfehler für jede Lattenseite in anderer Weise, weswegen die Annahme zulässig ist, dass die Combination der 4 in das Standendresultat eingehenden derartigen Fehler sich im Allgemeinen nach einfachem Wahrscheinlichkeitsgesetz vollzogen haben wird. Ausserdem sorgte das stets wechselnde Gefälle dafür, dass nicht allein von Stand zu Stand immer andere, sondern dass überhaupt alle Stellen der Latten zur Ablesung gelangten. Die mittlere Ablesehöhe an einer Lattenseite über Fusspunkt schätze ich zu 2,0 m und die mittlere unregelmässige Unsicherheit in der Theilung der beiden benutzten Latten beträgt etwa 0,10 mm pro Meter, der mittlere Fehler für den Blick und damit für das Standendresultat wird demnach keinenfalls zu gering, wahrscheinlich zu gross angesetzt mit:

$$t = \pm\, 0{,}10\,\sqrt{2{,}0} = \pm\, 0{,}14 \text{ mm} \tag{19}$$

Es ergiebt sich demnach aus (15) bis (19):

$$m = \mu\,\sqrt{20} = \sqrt{(0{,}18^2 + 0{,}40^2 + 0{,}14^2)\;20} = 2{,}06 \text{ mm} \tag{20}$$

Dieses Ergebniss, dass ich mit möglichster Unbefangenheit abzuleiten bemüht gewesen bin, befindet sich in guter Uebereinstimmung mit m_1, m_4 und $m_5 - m_2$ enthält noch den Anschlusszwang — der zweiten Zeile des Nachweises a für das Hauptnetz; Gewicht umgekehrt proportional den Nivellementsstrecken.

Noch eine weitere Ueberschlagsrechnung, unter Zugrundelegung derselben Fiction, führt zu dem gleichen Resultate. Die Feldcontrole war: $d_1 - d_2 \leqq 3$ mm. Wenn 3 mm nun auch selten erreicht worden sind, so sind sie doch jedenfalls zu oft erreicht worden, um fehlertheoretisch als Maximalfehler gelten zu können. Ich nehme als solchen 3,25 mm. Dies ergiebt im Hauptnetz mit rund 1600 Stationen einen mittleren Fehler von $\dfrac{3{,}25}{3{,}5}$ für $d_1 - d_2$ und einen mittleren Fehler für den einzelnen Blick $r_i\ v_i$ und damit auch für das Standendresultat $\frac{d_1 + d_2}{2}$ von $\frac{3{,}25}{3{,}5\sqrt{2}\ \sqrt{2}}$ und für die Einkilometerstrecke von:

$$m = \frac{3{,}25\sqrt{20}}{7} = 2{,}07 \text{ mm.} \tag{21}$$

Ich unterlasse es, irgend welche weiteren Folgerungen aus den gegebenen Daten zu ziehen, wozu Ueberschlagsdaten wie (20) und (21) jedenfalls auch nicht geeignet sind.

Diese Abhandlung giebt im Verein mit denjenigen beiden, die in Heft IV, 1894 und Heft VI, 1895 zum Abdrucke gelangt sind, ein hinreichend übersichtliches Bild über das, was ich bei meinen Triangulirungs- und Nivellirungsarbeiten für den Stadtkreis Remscheid erstrebt und erreicht habe. Ich bin mir voll bewusst, dass manches besser hätte eingerichtet werden können und zwar ohne eine Erhöhung der Kosten; man ist eben nach Ausführung derartiger Arbeiten klüger, als wenn man sie beginnt. Auf einen Punkt darf ich zum Schluss wohl noch zu sprechen kommen: Von vornherein habe ich mich meinem Auftraggeber gegenüber für verpflichtet gehalten, die Arbeiten — auch gegentheiligen Ansichten und Strömungen gegenüber — unbedingt zweckentsprechend einzurichten, hierüber hinaus aber nicht zu gehen. Denn ich hielt und halte es nicht für erlaubt, die Genauigkeit der Arbeiten und damit die Geldausgaben allein deswegen ins Ungemessene zu steigern, nur um später mit einem möglichst kleinen mittleren Fehler prunken zu können. Denn das ist doch das einzige, was mit dem letzteren erreicht werden kann, sobald derselbe über ein gewisses, aus dem Zwecke der Arbeit selbst hervorgehendes Maass hinaus getrieben wird. Ich spreche hierbei immer nur von dem maassgebenden mittleren Fehler, also bei Anschlussarbeiten von demjenigen, der den Anschlusszwang enthält. Wer die Genauigkeit seiner Arbeiten nun gar weit über die Grenze hinaustreibt, die ihm die Genauigkeit der Arbeiten, an die er anschliesst, steckt, der verfährt auch noch ohne Sachkenntniss.

Dessau, 1895. *Harksen*, Obergeometer.

Zur Geschichte der Steinlinien in Baden.

Die erste Durchführung von geraden Steinlinien fällt in die Zeit der Gemarkungsvermessungen der früheren Herrschaft Lahr, welche unter der Leitung des Oberlandrenovators Johann Georg Deissinger in den Jahren 1785—1790 erfolgte. Dazu gehören die Gemarkungen: Lahr mit Burgheim, Dinglingen, Hugsweier, Altenheim, Langenwinkel, Mietersheim, Wallburg und der 8. Theil von Dorf Kehl und Sundheim mit einer Gesammtfläche von 6377 ha.

Der Aufnahme ging eine regelmässige Vermarkung sämmtlicher Grenzen voraus. Die Grundstückspläne sind in 1 : 1200, die Orts- und Stadtpläne in 1 : 600 aufgetragen, sie sind durch Eigenthumsgrenzen abgeschlossen und enthalten eingeschriebene Maasse von Stein zu Stein. Diese Vermessung ist sehr interessant, weil bei derselben alle die Bedingungen schon erfüllt sind, welche gegenwärtig für die Ausführung von Katastervermessungen maassgebend sind.

In den 1830er und 1840er Jahren hat ein Geometer Wohrle im Bezirk Villingen Gemarkungsvermessungen ausgeführt, denen ebenfalls eine Vermarkung nach geraden Steinlinien vorausging. Ebenso wurden bei allen Feldbereinigungen und Kulturverbesserungen in jener Zeit, welche Verlegungen zur Folge hatten, die neuen Grenzen nach geraden Steinlinien vermarkt. Dadurch kamen auch bei der späteren Katastermessung die geraden Steinlinien zur Anwendung. Ferner sollte die Badische Vermessung im Anfang nach dem Hessischen System ausgeführt werden, wo das Grossh. Ministerium der Finanzen am 20. Juni 1831 eine Bekanntmachung erliess, in welcher auf die allgemeinen Vortheile einer Vermarkung und Vermessung der Parcellengrenzen nach geraden Steinlinien aufmerksam gemacht wurde, denn in Hessen war beim Beginn der Vermessung nur eine Gemarkungs- und Gewannengrenzaufnahme geplant.

In Baden kamen dann in Folge des Gesetzes vom 26. März 1852, welches bestimmte, dass vor der Vermessung die Grenzen der Gemarkungen, der Gewannen und der Eigenthumsstücke durch Steine vermarkt werden müssen, die geraden Steinlinien zum Vollzuge. Baden war daher das erste Land, in welchem bei der Katastervermessung durch ein Gesetz die regelmässige Vermarkung der Eigenthumsstücke erfolgte, und dem Vermessungs-Inspector Hofmann, welcher diese gesetzlichen Bestimmungen ausgearbeitet hat, kann die volle Anerkennung dafür nicht geschmälert werden, wenn auch 14 Tage vorher anderwärts in einzelnen Gemarkungen Steinlinien zur Anwendung kamen.

Der Vermessungs-Inspector Hofmann war auch nicht der Vater der Steinlinien, sondern er hat das Gesetz geschaffen, welches alle willkürlichen Unregelmässigkeiten im Steinsatz beseitigte, denn die Steinlinien kamen vor ihm schon überall da zur Anwendung, wo die richtige Einsicht war, wie eine zusammenhängende Grundstücksvermessung in der einfachsten Weise aufgenommen und berechnet, und in der billigsten Weise fortgeführt werden kann. Daher kamen die geraden Querlinien zur Aufnahme der Parcellengrenzen auch schon bei der österreichischen Vermessung in Folge der Instruction vom 23. December 1817 zur Durchführung, wobei aber die Vermarkung nicht mit Steinen, sondern mit Pfählen geschah.

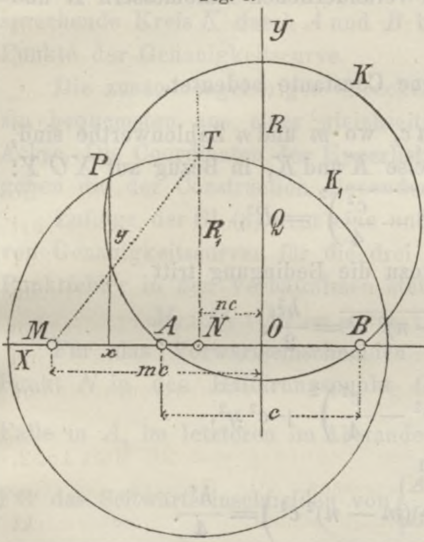
Karlsruhe, den 6. Juni 1895. Dr. *M. Doll.*

Ueber Genauigkeitscurven bei der geodätischen Punktbestimmung aus zwei Standpunkten;

von dipl. Ingenieur **A. Klingatsch**, Adjunct an der k. k. Bergakademie in Leoben.

Unter Genauigkeitscurven versteht man bekanntlich den geometrischen Ort aller Punkte, bei deren trigonometrischer Bestimmung aus zwei oder mehreren gegebenen Punkten der mittlere Punktfehler constant ist.

Fig. 1.



Im Folgenden wird zunächst eine Construction der Genauigkeitscurven für das Vorwärtseinschneiden, das Seitwärtseinschneiden und die einfache Triangulirung abgeleitet, worauf ein Vergleich zwischen den drei erwähnten Bestimmungsmethoden in Bezug auf ihre Genauigkeit gezogen werden soll.

Es seien A und B (Fig. 1) die gegebenen Standpunkte in der Entfernung c; bezieht man die Curven auf ein rechtwinkeliges Coordinatensystem, mit O, dem Halbirungspunkte von AB, als Ursprung und OA als positiver Abscissenrichtung, so lauten die Gleichungen*) der Curven unter Annahme gleich genauer Winkelmessungen für die Punktbestimmung durch:

Vorwärtseinschneiden:

$$\left[\left(x^2+y^2+\frac{c^2}{4}\right)^2-c^2x^2\right]\left(x^2+y^2+\frac{c^2}{4}\right)=\frac{1}{2}c^4\,\mu_v^2\,y^2 \quad (1)$$

Seitwärtseinschneiden von A aus:

$$\left[\left(x^2+y^2+\frac{c^2}{4}\right)^2-c^2x^2\right]\left(y^2+\left(x+\frac{c}{2}\right)^2+c^2\right)=c^4\,\mu_s^2\,y^2 \quad (2)$$

Triangulirung:

$$\left[\left(x^2+y^2+\frac{c^2}{4}\right)^2-c^2x^2\right]\left(\frac{3}{2}c^2+2x^2+2y^2\right)=3c^4\,\mu_t^2\,y^2 \quad (3)$$

In den obigen Formeln bezeichnet — ohne Rücksicht auf den Zeiger,

$$\mu=\frac{M}{c\,\delta}$$

eine von dem mittleren Punktfehler M und dem mittleren Winkelmessungsfehler δ abhängige Constante.

---

*) Jordan, Handbuch für Vermessungskunde, I. Band, S. 299 Gl. (3), S. 308 Gl. (6), S. 321 Gl. (7). Die Formel (6) geht in die obige Gleichung (2) über, wenn in Gl. (6), der Wahl des Coordinatenursprunges entsprechend, statt $x \ldots x+\frac{c}{2}$ gesetzt wird.

Zur Ableitung einer für die drei Methoden der Punktbestimmung gleich anwendbaren Construction der Genauigkeitscurven gehen wir von der folgenden Betrachtung aus.

Gegeben sind vier Punkte $A\,B\,M\,N$ (Fig. 1); durch die Punkte A und B werde eine Schaar von Kreisen K gelegt und diese mit den concentrischen Kreisen K_1 um N als Mittelpunkt zum Schnitt gebracht.

Wir fragen um den geometrischen Ort aller Schnittpunkte P zwischen K und K_1, zwischen deren veränderlichen Halbmessern R und R_1 die Beziehung gilt:

$R\sqrt{\overline{MN}^2 + R_1{}^2} = \frac{h^2}{2}$, wo h eine Constante bedeutet.

Setzt man $MO = mc$, $NO = nc$, wo m und n Zahlenwerthe sind, so hat man als Gleichungen der Kreise K und K_1 in Bezug auf XOY:

$$x^2 + \left(y - \sqrt{R^2 - \frac{c^2}{4}}\right)^2 = R^2,$$

$$(x - nc)^2 + y^2 = R_1^2, \text{ wozu die Bedingung tritt}$$

$$R\sqrt{R_1^2 + (m-n)^2 c^2} = \frac{h^2}{2}.$$

Aus der ersten Gleichung folgt

$$4y^2 R^2 = \left(x^2 + y^2 - \frac{c^2}{4}\right)^2 + c^2 y^2,$$

während die beiden anderen ergeben

$$R^2\left(y^2 + (x - nc)^2 + (m-n)^2 c^2\right) = \frac{h^4}{4}.$$

Die Elimination von R liefert daher als Gleichung des gesuchten geometrischen Ortes die Curve sechsten Grades:

$$\left[\left(x^2 + y^2 + \frac{c^2}{4}\right)^2 - c^2 x^2\right]\left[y^2 + (x - nc)^2 + (m-n)^2 c^2\right] = h^4 y^2 \quad (4)$$

Setzt man nun in Gl. (4) der Reihe nach:

$$n = 0 \qquad n = -\frac{1}{2} \qquad n = 0$$

$$m = \frac{1}{2} \qquad m = \frac{1}{2} \qquad m = \frac{1}{2}\sqrt{3},$$

so folgen die drei Gleichungen:

$$\left[\left(x^2 + y^2 + \frac{c^2}{4}\right)^2 - c^2 x^2\right]\left(x^2 + y^2 + \frac{c^2}{4}\right) = h^4 y^2 \quad (5)$$

$$\left[\left(x^2 + y^2 + \frac{c^2}{4}\right)^2 - c^2 x^2\right]\left[y^2 + \left(x + \frac{1}{2}c\right)^2 + c^2\right] = h^4 y^2 \quad (6)$$

$$\left[\left(x^2 + y^2 + \frac{c^2}{4}\right)^2 - c^2 x^2\right]\left[\frac{3}{2}c^2 + 2x^2 + 2y^2\right] = 2h^4 y^2 \quad (7)$$

welche mit

$$h = c\sqrt{\frac{\mu_v}{\sqrt{2}}} \qquad h = c\sqrt{\mu_s} \qquad h = c\sqrt{\mu_t\sqrt{1{\cdot}5}} \quad (8)$$

in die obigen Gleichungen (1), (2), (3) der Genauigkeitscurven übergehen.

Damit ist auch eine Construction, einem bestimmten Werthe von μ entsprechend, gegeben. Sind nämlich $MT = \xi$ und $BQ = R = \eta$ zwei Strecken, für welche bei vorgegebenem μ resp. h (Gl. 8) die Bedingung

$$\xi \cdot \eta = \frac{h^2}{2} \tag{9}$$

zutrifft, so bestimme man auf der Senkrechten durch N von M aus mit $MT = \xi$ oder $MT = \eta$ den Punkt T und schlage um N als Mittelpunkt den Kreis K_1. Der dem Halbmesser $R = \eta$ oder $R = \xi$ entsprechende Kreis K durch A und B bestimmt sodann im Schnitt mit K_1 Punkte der Genauigkeitscurve.

Die zusammengehörigen Strecken ξ und η ermittelt man nach Gl. (9) am bequemsten aus einer gleichseitigen Hyperbel mit $2h$ als reeller Achse. Die Coordinaten der Hyperbelpunkte in Bezug auf die Asymptoten geben die der Construction dienenden Strecken ξ und η.

Zufolge der Gl. (8) dient eine und dieselbe Hyperbel zur Construction von Genauigkeitscurven für die drei Arten der Punktbestimmung, deren Punktfehler in den Verhältnissen stehen:

$$M_v : M_s : M_t = \mu_v : \mu_s : \mu_t = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}.$$

Für das Vorwärtseinschneiden und die Triangulirung fällt der Punkt N in den Halbirungspunkt O von AB; M liegt im ersteren Falle in A, im letzteren im Abstande $mc = \frac{c}{2}\sqrt{3} = 0{\cdot}866\, c$ von O. Für das Seitwärtseinschneiden von $\begin{cases} A \\ B \end{cases}$ aus liegt M in $\begin{cases} A \\ B \end{cases}$ und N in $\begin{cases} B \\ A. \end{cases}$

Indem in Bezug auf die Discussion der Curven auf die frühere Fussnote verwiesen wird, wird es genügen, die Construction an einem speciellen Falle zu zeigen. In Fig. 2 wurde die Genauigkeitscurve der Punktbestimmungen durch Triangulirung für $\mu_t = 0{\cdot}9185$ ermittelt. Aus Gl. (8) findet man $h = 1{\cdot}062\, c$, die halbe reelle Achse der Hyperbel, welche aus den Asymptoten und den beiden Scheiteln einfach construirt werden kann.

Die Genauigkeitscurve für Vorwärtseinschneiden besteht für $\mu_v = 0{\cdot}9185$ aus zwei symmetrisch zur Achse X, auf der Ordinatenachse Y gelegenen Punkten, welche zugleich die günstigsten Lagen für das Vorwärtseinschneiden aus A und B entsprechend dem Minimum des Punktfehlers angeben.

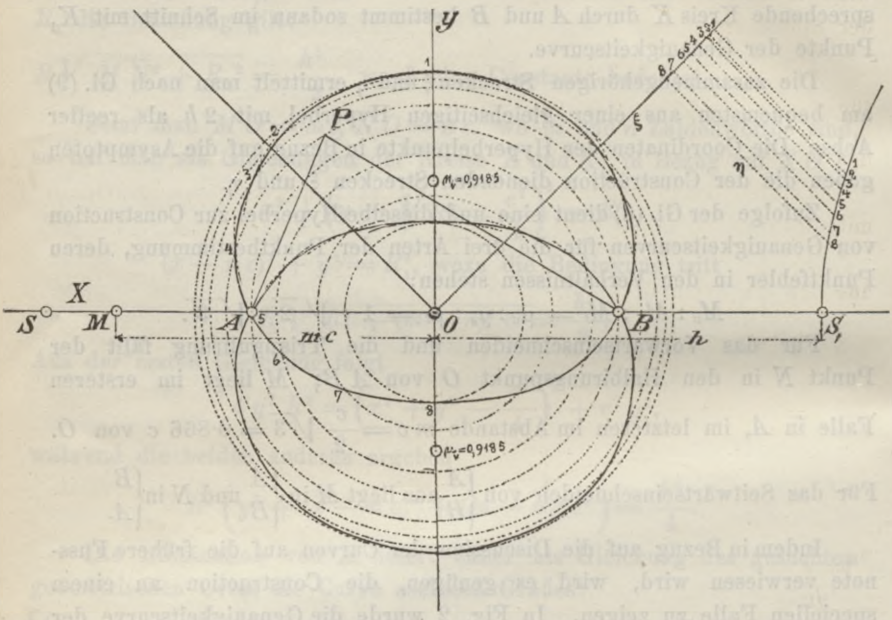
Die zwischen den beiden Curventheilen eingeschlossene Fläche enthält daher alle jene Punkte, deren Bestimmung durch Triangulirung einen kleineren Fehler liefert, als jene durch alleiniges Vorwärtseinschneiden in dem günstigsten Falle.

Um nun einen von der Dreiecksform unabhängigen Vergleich der drei in Betracht gezogenen Punktbestimmungen zu stellen, kann man noch weitere Curven definiren, welche sich auf das Verhältniss der mittleren Fehler beziehen.

Wir verstehen so unter einer Genauigkeitscurve für Vorwärtseinschneiden und Triangulirung den Inbegriff aller jener Punkte, bei deren Bestimmung nach beiden Methoden das Verhältniss der mittleren Punktfehler constant bleibt.

Eben solche Curven lassen sich für den Vergleich zwischen Vorwärtseinschneiden und Seitwärtseinschneiden,*) sowie zwischen diesem und der Triangulirung bilden.

Fig. 2.



Was zunächst die Genauigkeitscurve zwischen Vorwärtseinschneiden und der Triangulirung anbetrifft, so liefert mit

$$\mu_t = z\,\mu_v$$

die Gleichsetzung von Gl. (1) und (3) die den einzelnen Werthen von z entsprechenden concentrischen Kreise (Fig. 2)

$$x^2 + y^2 = \frac{3\,c^2\,(1 - z^2)}{4\,(3\,z^2 - 1)},$$

deren Mittelpunkt O ist und deren Halbmesser sich aus

$$R = \frac{c}{2}\sqrt{3}\sqrt{\frac{1 - z^2}{3\,z^2 - 1}}$$

bestimmt.

Damit Kreise bestehen, also R reell ist, muss

$$\frac{1}{3} < z^2 < 1$$

sein, was zu der Bedingung führt

$$\mu_v > \mu_t > 0{\cdot}577\,\mu_v.$$

*) Hierbei ist immer Seitwärtsabschneiden von A aus gedacht.

Entscheidend für das Fehlerverhältniss $\frac{M_t}{M_v} = \frac{\mu_t}{\mu_v} = z$ ist daher die Mittellinie PO des Dreiecks ABP (Fig. 2).

Die Bedingung $\mu_t = 0{\cdot}577\, \mu_v$, also die beste Ausnützung des Vortheiles der Triangulirung gegenüber der einfachen Bestimmung durch Vorwärtsabschneiden wird theoretisch erst für $R = \infty$ erfüllt.

Man findet übrigens, dass sich mit $z = 0{\cdot}6$, $R = 2{\cdot}45\, c$ ergiebt, was bei einem gleichschenkligen Dreiecke einem Winkel von $23^0\ 4'$ an der Spitze entspricht.

Der Halbkreis über AB ist selbst eine Genauigkeitscurve und zwar für $z^2 = \frac{2}{3}$ oder $z = 0{\cdot}816$; für alle rechtwinkligen Dreiecke über der Hypotenuse AB ist daher constant $\mu_t = 0{\cdot}816\, \mu_v$.

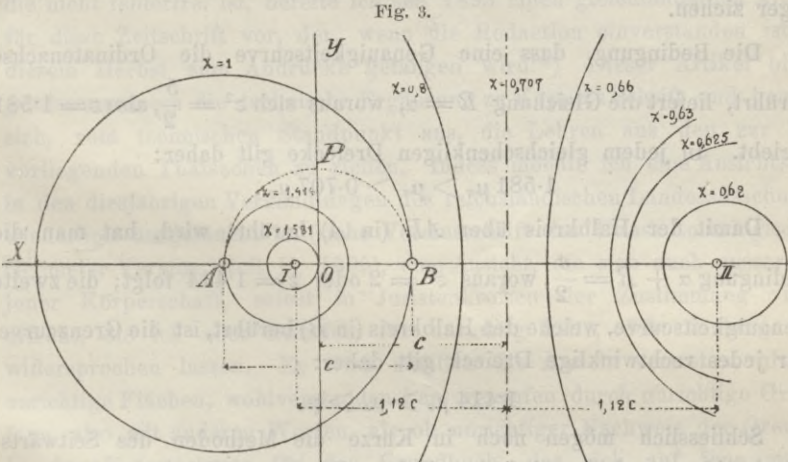
Vergleicht man die Methoden des Vorwärts- und Seitwärtseinschneidens mit einander, so erhält man mit

$$\mu_s = z\, \mu_v$$

aus den Gl. (1) und (2) die Genauigkeitscurven

$$y^2 + \left(x - \frac{c}{2\,(2\,z^2 - 1)}\right)^2 = \frac{c^2}{(2\,z^2 - 1)^2}\,(3\,z^2 - z^4 - 1).$$

Fig. 3.



Die Mittelpunkte der den einzelnen Werthen von z entsprechenden Kreise liegen daher auf der Abscissenachse x im Abstande $\alpha = \frac{c}{2\,(2\,z^2 - 1)}$ von O (Fig. 3) entfernt, und zwar

links von O für $1{\cdot}618 > z > 0{\cdot}707$
rechts „ O „ $0{\cdot}707 > z > 0{\cdot}618$.

An den Grenzen $z = 1{\cdot}618$, und $z = 0{\cdot}618$ oder $\mu_s = 1{\cdot}618\, \mu_v$ und $\mu_s = 0{\cdot}618\, \mu_v$ arten die Kreise in Punkte I, II in den Abständen $\alpha = 0{\cdot}12\, c$ bezw. $a = -2{\cdot}12\, c$ aus.

Bezeichnet man ferner mit x_1 und x_2 die Abscissen der Schnittpunkte der Kreise mit x, so erhält man aus der obigen Gleichung

$$x_1 = \frac{c + 2c\sqrt{3z^2 - z^4 - 1}}{2\,(2z^2 - 1)}, \quad x_2 = \frac{c - 2c\sqrt{3z^2 - z^4 - 1}}{2\,(2z^2 - 1)}$$

für $z^2 = \frac{1}{2}$, also $z = 0{\cdot}707$ wird R und damit $x_1 = \infty$, während x_2 zunächst in unbestimmter Form erscheint, und ausgewerthet sich $x_2 = -c$ ergibt.

Eine im Abstande $-c$ zur Ordinatenachse parallele Gerade stellt daher die Genauigkeitscurve für $\mu_s = 0{\cdot}707\,\mu_v$ vor.

Für alle Punkte, welche sich links bezw. rechts von dieser Geraden befinden, gelten daher die Beziehungen:

$$1{\cdot}618\,\mu_v > \mu_s > 0{\cdot}707\,\mu_v \text{ bezw. } 0{\cdot}707\,\mu_v > \mu_s > 0{\cdot}618\mu_v.$$

Mit $z = 1$ wird $a = +\frac{c}{2}$ und $R = c$; der Kreis mit A als Mittelpunkt und AB als Halbmesser bestimmt sonach die Punkte gleicher Genauigkeit, also die Grenzcurve für Vorwärts- und Seitwärtseinschneiden.

Man kann nun die angegebenen Grenzen für specielle Dreiecksformen enger ziehen.

Die Bedingung, dass eine Genauigkeitscurve die Ordinatenachse berührt, liefert die Gleichung $R = a$, woraus sich $z^2 = \frac{5}{2}$, also $z = 1{\cdot}581$ ergiebt. In jedem gleichschenkligen Dreiecke gilt daher:

$$1{\cdot}581\,\mu_v > \mu_s > 0{\cdot}707\,\mu_v\,.$$

Damit der Halbkreis über AB (in A) berührt wird, hat man die Bedingung $a + R = \frac{c}{2}$, woraus $z^2 = 2$ oder $z = 1{\cdot}414$ folgt; die zweite Genauigkeitscurve, welche den Halbkreis (in B) berührt, ist die Grenzcurve. Für jedes rechtwinklige Dreieck gilt daher:

$$1{\cdot}414\,\mu_v > \mu_s > \mu_v$$

Schliesslich mögen noch in Kürze die Methoden des Seitwärtseinschneidens und der einfachen Triangulirung verglichen werden. Die Genauigkeitscurven, den einzelnen Werthen von $z = \frac{\mu_t}{\mu_s} = \frac{M_t}{M_s}$ entsprechend, haben eine ähnliche Anordnung wie in Fig.. 3

Die Punkte I und II für die Grenzen $z = 0{\cdot}577$ und $z = 1$ liegen in den Abständen $a = \frac{c}{2}$ und $a = -\frac{3}{2}c$ von O entfernt. Die Grenzlinie zwischen den beiden Kreissystemen (die strichpunktirte Gerade in Fig. 3) ergibt sich für $z = 0{\cdot}816$ im Abstande $x_2 = -\frac{c}{4}$.

Für alle Punkte, welche sich links bezw. rechts von einer durch den Halbirungspunkt der Strecke $B\ O$ parallel zur Ordinatenachse gezogenen Geraden befinden, gelten daher die Beziehungen:

$$0{\cdot}816\ \mu_s > \mu_t > 0{\cdot}577\ \mu_s, \text{ bezw. } \mu_s > \mu_t > 0{\cdot}816\ \mu_s.$$

Für gleichschenklige Dreiecke hat man:

$$0{\cdot}816\ \mu_s > \mu_t > 0{\cdot}666\ \mu_s,$$

nachdem für alle Werthe von $z < 0{\cdot}666$ keine Schnitte der Genauigkeitscurven mit der Ordinatenachse erfolgen.

Die Annahme, dass das Seitwärtseinschneiden nicht von A, sondern von B aus stattfindet, führt natürlich zu symmetrischen Ergebnissen.

Leoben, im November 1894.

Die Verbindung des Grundbuchs mit der Katasterkarte.

Angeregt durch eine gleichnamige Schrift des Herrn Landgerichtsrathes Koppers in Münster, Berlin 1892, in der die verhängnissvollen und bedenklichen Folgen klar vor Augen geführt werden, die entstehen können, falls das Grundbuch verbunden wird mit einer Katasterkarte, die nicht fehlerfrei ist, bereite ich seit 1893 einen gleichlautenden Artikel für diese Zeitschrift vor, der, wenn die Redaction einverstanden ist, in diesem Herbst zum Abdrucke gelangen wird.*) Dieser Artikel bildet gewissermaassen die technische Ergänzung zu Koppers Schrift und bemüht sich, vom technischen Standpunkt aus, die Lehren aus den zur Zeit vorliegenden Thatsachen zu ziehen. Indess möchte ich eine Ansicht, die in den diesjährigen Verhandlungen des reichsländischen Landesausschusses wiederholt aufgetaucht ist (siehe Vereinsschrift des Elsass-Lothringischen Geometer-Vereins, Heft II, 1895), eine Ansicht, die sich auch ausserhalb jener Körperschaft, selbst in Juristenkreisen der Zustimmung vieler erfreut, die ich aber trotzdem für unrichtig halte, nicht so lange unwidersprochen lassen. Es wird nämlich die Ansicht vertreten, als ob unrichtige Flächen, wohlverstanden hervorgerufen durch unrichtige Grenzlage, also mit anderen Worten, als ob unrichtiger Nachweis der Grenzen in der Katasterkarte für das Grundbuch, das sich auf jene stützt, bedeutungslos sei. Freilich soll das Grundbuch an und für sich die Grenzen nicht nachweisen, aber durch die Verbindung des Grundbuchs mit der Katasterkarte wird letztere insofern ein Bestandtheil des Grundbuchs, als sie allein die im Grundbuch nach Gemarkung, Flur- und Parcellennummer oder nach Gemarkung und Artikel genannten

*) Da es mir jüngst begegnet ist, dass ich mit den Plänen anderer collidirte, so benutze ich die Gelegenheit, um noch einige weitere, seit Jahren in Vorbereitung befindliche Abhandlungen für das nächste Jahr anzukündigen. Sie behandeln die Geschichte unseres Standes, der Maasse und des Messens und die Entstehung und Entwickelung des Grundeigenthums bis auf den heutigen Tag.

Rechtsobjecte zu identificiren vermag. Und insofern gewährt das Reichsgericht der Katasterkarte Theil am öffentlichen Glauben des Grundbuchs und die Wirkung davon ist, dass nicht dasjenige nach Grundbuchrecht erworben wird, was die Katasterkarte nachweisen sollte, sondern das, was sie thatsächlich nachweist, redlicher und guter Glaube des Erwerbers und in Preussen etc. auch entgeltlicher Erwerb vorausgesetzt. Einen Fall schliesse ich von dieser Wirkung aus, nämlich den, in welchem die einzelnen Zubehörstücke der Katasterkarte, wie Feldbücher, Handrisse, Karten, unter sich in Widerspruch stehen. Allerdings kann die Wirkung des öffentlichen Glaubens dadurch im einzelnen Falle aufgehoben werden, dass der bei der Grenzvermarkung, Grenzaufnahme und event. auch Grenzdarstellung begangene Fehler als solcher von allen Betheiligten anerkannt wird. Aber diese Anerkennung wird eben nicht immer zu haben sein, namentlich nicht von einem böswilligen oder unredlichen oder gewinnsüchtigen Nachbarn, sofern der Fehler ihm Vortheil oder eine willkommene Handhabe verspricht.

Da mir aber in dieser juristischen Frage wohl schwerlich ein erhebliches Gewicht beigelegt werden wird, so verweise ich auf die oben genannte Schrift Koppers,**) die beredt genug dasjenige zum Ausdruck bringt, was ich oben als meine Ansicht niedergelegt habe. Zwei aus ihr ausgewählte Citate, Seite 36 und 58, mögen hier Platz finden: „Der Grundsatz, dass durch die Auflassung das erworben werde, was die Katasterkarte nachweist, wird mit schneidender Schärfe angewendet auf schmale Grenzstreifchen der ländlichen Besitzungen sowohl wie auf die Grenzen des Hauseigenthums in Dorf und Stadt. Auf die Meinung des Erwerbers über Lage und Gestaltung der Grenzen soll es nicht ankommen.“ und ferner:

„Das Reichsgericht hält an seiner Judikatur fest, laut Urtheils des III. Civilsenats vom 5. Januar 1892, abgedruckt in der Juristischen Wochenschrift Nr. 11 und 12 vom 12. Februar 1892 S. 107: „Das Reichsgericht hat stets daran festgehalten, dass der gutgläubige Erwerber welcher nach Zurückführung des Grundbuchblattes auf das Steuerbuch durch Auflassung die Eintragung als Eigenthümer eines Grundstückes erlangt, das Eigenthum an allen Bestandtheilen desselben erwirbt, die aus dem mit dem Grundbuch in Verbindung gebrachten Kataster ersichtlich sind, und zwar mit der Wirkung, dass jedes früher daran bestandene Eigenthum, auch das dritter Personen, untergeht. Dieser Erwerb erstreckt sich auf alle Theile der im Grundbuch verzeichneten oder in Bezug genommenen Katasterparcellen, mögen sie auf dem Grundbuchblatt individuell erkennbar gemacht sein oder nicht.“

Diese Citate genügen und lassen es nicht zweifelhaft, dass, solange das Grundbuch sich nicht auf ein ganz fehlerfreies Kartenmaterial stützt,

**) Siehe auch Neumann, die Verbindung des Grundbuchs mit dem Steuerbuch, Berlin, 1893.

die materiell rechtliche Bedeutsamkeit der Verbindung des Grundbuchs mit der Katasterkarte verhängnissvoll für den Grundbesitzer werden kann. Hieran ändert auch der Umstand nicht viel, dass, wie mir wohl bekannt ist, entgegengesetzt zu der auch heute noch nicht geänderten Judikatur des Reichsgerichts, andere Gerichtshöfe bei ihren Erkenntnissen den Willen der Contrahenten in den Vordergrund stellen.

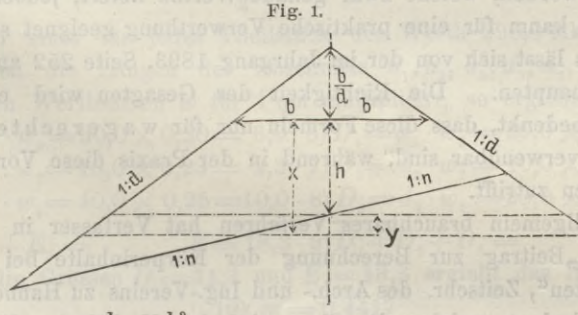
Es sei mir schliesslich gestattet, einem Einwande zu begegnen, der vielleicht wider mich erhoben werden könnte, der nämlich, dass das reichsländische Grundbuch noch gar keinen öffentlichen Glauben besitzt. Dem halte ich aber entgegen, dass die Verhandlungen ausdrücklich Bezug nehmen auf das kommende Grundbuchrecht des bürgerlichen Gesetzbuches.

Dessau, den 28. Mai 1895. *Harksen*, Obergeometer.

Zur Erdmassenberechnung bei Strassen- und Eisenbahnbauten.

Unter dieser Ueberschrift findet sich im Jahrgang 1890, Seite 382—385 dieser Zeitschrift die Bestimmung der Höhe eines Querschnittes mit wagerechtem Gelände, welcher mit einem solchen bei geneigter Bodenlinie gleichen Flächeninhalt besitzt. Will man sich mit dieser annähernden Ermittelung der Höhen nicht begnügen, so kann man nach Fig. 1 die Gleichung ansetzen

Fig. 1.



$$\frac{h^2 + 2h\frac{b}{d} + \frac{b^2}{n^2}}{1 - \left(\frac{d}{n}\right)^2} = x^2 + 2\,\frac{b}{d}\,x, \text{ aus welcher folgt}$$

$$x + \frac{b}{d} = \left(h + \frac{b}{d}\right)\frac{n}{\sqrt{n^2 - d^2}} \text{ und} \tag{1}$$

$$y = x - h = \left(h + \frac{b}{d}\right)\left(\frac{n}{\sqrt{n^2 - d^2}} - 1\right), \tag{2}$$

während der genäherte Werth zu:

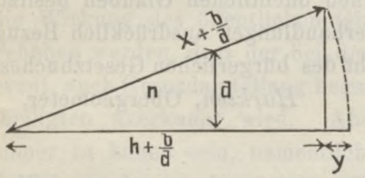
$$y_1 = \left(h + \frac{b}{d}\right)\frac{d^2}{2\,(n^2 - d^2)} \text{ gefunden wird.} \tag{3}$$

Der Fehler $f = y_1 - y$ ergiebt sich durch Reihenentwickelung von $\frac{d^2}{2(n^2 - d^2)}$ und $\frac{n}{\sqrt{n^2 - d^2}}$ annähernd zu

$$f = \frac{1}{8}\left(h + \frac{b}{d}\right)\left(\frac{d}{n}\right)^4, \tag{4}$$

der meist einen geringen Betrag hat, da für die praktischen Verhältnisse der Bruch $\left(\frac{d}{n}\right)$ klein sein wird.

Fig. 2.



Der nach (2) bestimmte genaue Werth y lässt nun eine einfache Construction zu, die sich ohne Weiteres nach Fig. 2 ergiebt.

Nennt man noch die Querschnittsinhalte für wagerechtes und geneigtes Gelände bei derselben Höhe F_0 und F_1, die bezüglichen Breiten B_0 und B_1, so erhält man

$$F_1 - F_0 = d\frac{(hd + b)^2}{n^2 - d^2} \text{ und } B_1 - B_0 = 2\,d^2\,\frac{hd + b}{n^2 - d^2}$$

$$\text{folglich } F_1 - F_0 = (B_1 - B_0)\,\frac{h + \frac{b}{d}}{2}. \tag{5}$$

Bei der „Volumenberechnung“ ist eine Formel

$$V = \frac{l}{6}\left\{(3\,b + 2\,n\,h_1)\;(h_1 + h_2) + 2\,n\,h_2^2\right\}$$

entwickelt worden, welche zwar genaue Werthe liefert, jedoch in dieser Form wohl kaum für eine praktische Verwerthung geeignet sein dürfte; ein Gleiches lässt sich von der im Jahrgang 1893, Seite 252 angegebenen Formel behaupten. Die Richtigkeit des Gesagten wird einleuchten, wenn man bedenkt, dass diese Formeln nur für wagerechtes Gelände gültig und verwendbar sind, während in der Praxis diese Voraussetzung höchst selten zutrifft.

Ein allgemein brauchbares Verfahren hat Verfasser in einer Abhandlung: „Beitrag zur Berechnung der Körperinhalte bei Erd- und Mauerarbeiten“, Zeitschr. des Arch.- und Ing.-Vereins zu Hannover 1893, Heft 6 niederlegt, welches für alle praktischen Verhältnisse Verwendung finden kann. Auch ist dort der Fehler nachgewiesen worden, den man bei Benutzung der Formel $V = l\,\frac{F_1 + F_2}{2}$ begeht; derselbe wird erhalten, „wenn man aus den Endflächen einen Querschnitt mit den Differenzen der veränderlichen Grössen bildet und diesen mit dem sechsten Theile der Entfernung multiplicirt“.

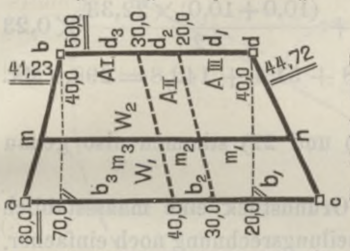
Nach dieser Regel findet man dieselben Werthe, welche auf Seite 384, Jahrgang 1890 angegeben sind, in welchen jedoch irrthümlich der Factor n weggelassen ist, während das Zahlenbeispiel diesen Fehler nicht aufweist. *Puller*, Ingenieur.

Theilung eines Grundstückes verschiedener Bonität.

Im Anschluss an die in Band XXIII, Heft 11, Seite 321 u. f. enthaltene Abhandlung: „Hilfsmittel zum praktischen Gebrauche bei der Theilung der Grundstücke folgt hier noch ein Beispiel.

Aufgabe: Von dem in der Figur dargestellten Grundstücke $ab\,dc$ sind die Coordinaten der Eckpunkte gegeben. Das Grundstück zerfällt, wie in der Figur angegeben, nach seiner Bodengüte in 3 Klassen und zwar sei:

a) der Werth w_1 2500 Mk. für 1 ha A_{I}, oder 0,25 Mk. für 1 qm,
b) „ „ w_2 2300 „ „ 1 ha A_{II}, „ 0,23 „ „ 1 qm,
c) „ „ w_3 2000 „ „ 1 ha A_{III}, „ 0,20 „ „ 1 qm,



Die Punkte m und n sind so zu bestimmen, dass:

1) die Theilungslinie mn der Seite ac parallel ist und
2) die Theilstücke $a\,m\,n\,c$ und $b\,d\,n\,m$ gleichen Werth enthalten.

Auflösung:

Zunächst ergiebt sich für das ganze Grundstück der Werth:

$$1)\ W_u = \frac{(40{,}0 + 20{,}0) \times 40{,}0}{2} \times 0{,}25 + \frac{(10{,}0 + 10{,}0) \times 40{,}0}{2} \times 0{,}23 + \frac{(30{,}0 + 20{,}0) \times 40{,}0}{2} \times 0{,}20 = 592{,}0\,\text{Mk.}$$

Mithin muss für jedes Theilstück der Werth 296,0 Mk. betragen.

Werden die Längen der Abschnitte $b_1, b_2, b_3, d_1, d_2, d_3$ mit den betreffenden Werthsätzen w für 1 qm multiplicirt, so ergiebt sich:

$2)\ E_1 = b_1 \cdot w_3 = 30{,}0 \times 0{,}20 = 6{,}0 \cdot$ $6)\ D_1 = d_1 \cdot w_3 = 20{,}0 \times 0{,}20 = 4{,}0$
$3)\ E_2 = b_2 \,.\, w_2 = 10{,}0 \times 0{,}23 = 2{,}3 \cdot$ $7)\ D_2 = d_2 \cdot w_2 = 10{,}0 \times 0{,}23 = 2{,}3$
$4)\ E_3 = b_3 \cdot w_1 = 40{,}0 \times 0{,}25 = 10{,}0 \cdot$ $8)\ D_3 = d_3 \cdot w_1 = 20{,}0 \times 0{,}25 = 5{,}0$
$5)\ E_1 + E_2 + E_3 = E = 18{,}3 \cdot$ $9)\ D_1 + D_2 + D_3 = D = 11{,}3.$

Für die Grössen $D = 11{,}3$ und $E = 18{,}3$ ergiebt das Hilfsmittel:*)

$$10)\ m = 0{,}4417$$

Nun wird erhalten:

$11)\ s_m = m \cdot s_b = 0{,}4417 \times 41{,}23 = 18{,}21$
$12)\ y_m = m \cdot y_b = 0{,}4417 \times 40{,}0 = 17{,}67$
$13)\ x_m = x_a + m\,.\,(x_b - x_a) = 80{,}0 + (+0{,}4417)\,(-10{,}0) = 75{,}58$
$14)\ s_n = m \cdot s_d = 0{,}4417 \times 44{,}72 = 19{,}75$
$15)\ y_n = m \cdot y_d = 0{,}4417 \times 40{,}0 = 17{,}67$

*) Das Hilfsmittel ist inzwischen unter dem Titel: „Log. graphische Tafeln für die Theilung eines Grundstücks in 2 bis 10 gleiche Theile bezw. Werthe“ erschienen und zum Preise von 1 Mk. pro Exemplar von dem Unterzeichneten zu beziehen.

16) $x_n = m \cdot x_d = 0{,}4417 \times 20{,}0 = 8{,}83$

17) $m_1 = b_1 + m \cdot (d_1 - b_1) = 30{,}0 + (+0{,}4417)(-10{,}0) = 25{,}58$

18) $m_2 = b_2 + m \cdot (d_2 - b_2) = 10{,}0 + (+0{,}4417)(0{,}0) = 10{,}0$

19) $m_3 = b_3 + m \cdot (d_3 - b_3) = 40{,}0 + (+0{,}4417)(-20{,}0) = 31{,}17.$

Rechenproben:

20) $m_1 + m_2 + m_3 = x_m - x_n$ oder $25{,}58 + 10{,}0 + 31{,}17 = 66{,}75.$

Für das Theilstück $amnc$ ergiebt sich der Werth:

21) $$W_1 = \frac{(30{,}0 + 25{,}58) \times 17{,}67}{2} \times 0{,}20 + \frac{(10{,}0 + 10{,}0) \times 17{,}67}{2} \times 0{,}23$$
$$+ \frac{(40{,}0 + 31{,}17) \times 17{,}67}{2} \times 0{,}25 = 98{,}2 + 40{,}6 + 157{,}2 = 296{,}0 \text{ Mk.}$$

Für das Theilstück $bdnm$ ergiebt sich der Werth:

22) $$W_2 = \frac{(25{,}58 + 20{,}0) \times 22{,}33}{2} \times 0{,}20 + \frac{(10{,}0 + 10{,}0) \times 22{,}33}{2} \times 0{,}23$$
$$+ \frac{(31{,}17 + 20{,}0) \times 22{,}33}{2} \times 0{,}25 = 101{,}8 + 51{,}4 + 142{,}8 = 296{,}0 \text{ Mk.}$$

Die Ermittelungen der Werthe zu 21) und 22) stimmen also genau überein.

Anm.: Liegt von dem zu theilenden Grundstück eine maassstäblich genau gezeichnete Karte vor, so wird die Theilungsrechnung noch einfacher.

Die Werththeilung der unregelmässigen Vierecke und Polygone lässt sich unter Beachtung der Beispiele für die Theilungen nach der Fläche in ähnlicher Weise, wie in diesem Beispiele gezeigt, bewirken. Jedoch dürften für diese Arten der Theilungen die „Tafeln für die Theilung der Dreiecke, Vierecke und Polygone"*) vortheilhafter sein. Diese Tafeln ermöglichen die Abtheilung einer jeden beliebigen Fläche bezw. eines jeden Werthstückes von einem Grundstücke und können sowohl bei Proportionaltheilungen, als auch bei Parallel- und Senkrecht-Theilungen angewandt werden. Der Preis pro Exemplar beträgt 2,50 Mk.

Coblenz a. Rhein. *L. Zimmermann.*

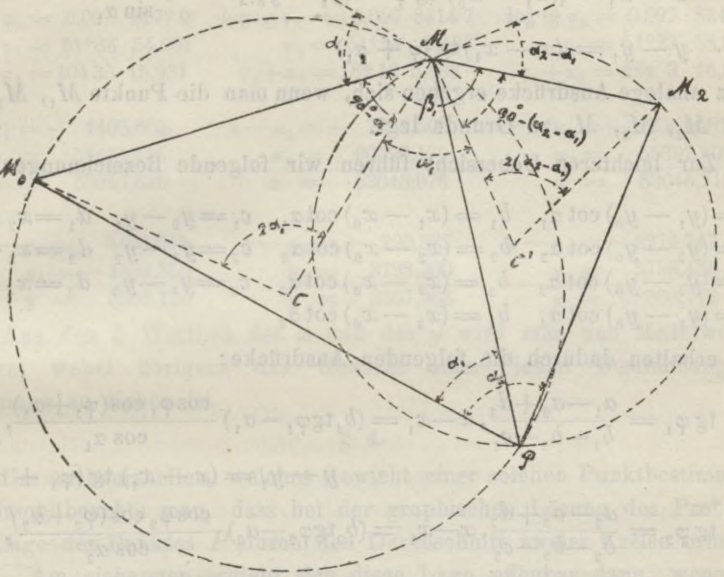
Rückwärtseinschneiden mit vereinfachter Ausgleichung.

§ 1.

Das Problem der 3 Punkte oder das Rückwärtseinschneiden ist bekanntlich eine wichtige geodätische Aufgabe. Dasselbe wird dadurch ausgeführt, dass man den Theodolit auf einem Punkte aufstellt und die beiden Winkel misst, welche die Strahlen nach 3 entfernten, ihrer gegenseitigen Lage nach bestimmten Punkten bilden; durch eine trigonometrische Rechnung erhält man dann die Lage von jenem Punkte gegen die 3 anderen. Hat man die Winkel nach einer grösseren Zahl von

*) Im Selbstverlage des Verfassers.

Punkten gemessen, so ist die Aufgabe überbestimmt und daher eine entsprechende Ausgleichung vorzunehmen. Das sicherste Resultat wird dabei stets erhalten, wenn die Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadratsummen ausgeführt wird. Nun erfordert aber diese Methode einerseits eine gewisse Umsicht, und andererseits verursacht sie



eine ziemlich grosse Rechnungsarbeit, so dass mancher Praktiker nur schwer sich entschliessen wird, dieselbe anzuwenden. Deshalb soll hier eine einfachere Methode entwickelt werden, welche ebenfalls ziemlich sichere Resultate liefert.

§ 2.

Sei P der Punkt, in welchem der Theodolit aufgestellt wird, M_0, M_1, M_2, M_3, M_4 seien Punkte, deren Coordinaten $(y_0 x_0), (y_1 x_1), (y_2 x_2)$ u. s. f. aus der Landesvermessung bekannt sind und zwar sei PM_0 der am weitesten links gelegene Strahl, während die Strahlen PM_1, PM_2 u. s. f. immer weiter rechts (positiver Drehsinn) von PM_0 liegen. Werden die Coordinaten von P durch y, x, das Azimut von PM_0 mit φ, Winkel $M_0\,PM_1$ durch α_1, $M_0\,PM_2$ durch α_2, $M_0\,PM_3$ durch α_3, $M_0\,PM_4$ durch α_4 bezeichnet, so bestehen zur Berechnung der 3 Grössen φ, x, y folgende 5 Gleichungen:

$$
\begin{aligned}
y_0 - y &= (x_0 - x)\,\mathrm{tg}\;\varphi \\
y_1 - y &= (x_1 - x)\,\mathrm{tg}\,(\varphi + \alpha_1) \\
y_2 - y &= (x_2 - x)\,\mathrm{tg}\,(\varphi + \alpha_2) \\
y_3 - y &= (x_3 - x)\,\mathrm{tg}\,(\varphi + \alpha_3) \\
y_4 - y &= (x_4 - x)\,\mathrm{tg}\,(\varphi + \alpha_4)
\end{aligned}
$$

Die Ableitung der Grössen φ, x, y aus den 3 ersten dieser Gleichungen führt zu folgenden Ausdrücken:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{(y_1 - y_0)\cot\alpha_1 - (y_2 - y_1)\cot\alpha_2 + (x_2 - x_1)}{(x_1 - x_0)\cot\alpha_1 - (x_2 - x_1)\cot\alpha_2 - (y_2 - y_1)}$$

$$x - x_1 = [(x_1 - x_0)\operatorname{tg}\varphi - (y_1 - y_0)]\,\frac{\cos\varphi\cos(\varphi + \alpha_1)}{\sin\alpha_1}$$

$$y - y_1 = (x - x_1)\operatorname{tg}(\varphi + \alpha_1)$$

Ganz analoge Ausdrücke ergeben sich, wenn man die Punkte M_1, M_2, M_3 oder M_2, M_3, M_4 zu Grunde legt.

Zur leichteren Uebersicht führen wir folgende Bezeichnungen ein:

$$\begin{array}{llll}
a_1 = (y_1 - y_0)\cot\alpha_1 & b_1 = (x_1 - x_0)\cot\alpha_1 & c_1 = y_2 - y_1 & d_1 = x_2 - x_1 \\
a_2 = (y_2 - y_0)\cot\alpha_2 & b_2 = (x_2 - x_0)\cot\alpha_2 & c_2 = y_3 - y_2 & d_2 = x_3 - x_2 \\
a_3 = (y_3 - y_0)\cot\alpha_3 & b_3 = (x_3 - x_0)\cot\alpha_3 & c_3 = y_4 - y_3 & d_3 = x_4 - x_3 \\
a_4 = (y_4 - y_0)\cot\alpha_4 & b_4 = (x_4 - x_0)\cot\alpha_4 & &
\end{array}$$

und erhalten dadurch die folgenden Ausdrücke:

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{a_1 - a_2 + d_1}{b_1 - b_2 - c_1},\ x - x_1 = (b_1\operatorname{tg}\varphi_1 - a_1)\,\frac{\cos\varphi_1\cos(\varphi_1 + \alpha_1)}{\cos\alpha_1},$$
$$y - y_1 = (x - x_1)\operatorname{tg}(\varphi_1 + \alpha_1);$$

$$\operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{a_2 - a_3 + d_2}{b_2 - b_3 - c_2},\ x - x_2 = (b_2\operatorname{tg}\varphi_2 - a_2)\,\frac{\cos\varphi_2\cos(\varphi_2 + \alpha_2)}{\cos\alpha_2},$$
$$y - y_2 = (x - x_2)\operatorname{tg}(\varphi_2 + \alpha_2);$$

$$\operatorname{tg}\varphi_3 = \frac{a_3 - a_4 + d_3}{b_3 - b_4 - c_3},\ x - x_3 = (b_3\operatorname{tg}\varphi_3 - a_3)\,\frac{\cos\varphi_3\cos(\varphi_3 + \alpha_3)}{\cos\alpha_3},$$
$$y - y_3 = (x - x_2)\operatorname{tg}(\varphi_3 + \alpha_3).$$

Die Winkel φ_1, φ_2, φ_3 bedeuten alle 3 das Azimut von PM_0, müssten daher einander gleich sein, was indess wegen der Messungsfehler nicht genau zutrifft.

§ 3.

Zur Anwendung wählen wir ein Beispiel aus Jordan's Handbuch der Vermessungskunde, Band I, Seite 357, zweite Auflage, oder Band 1, Seite 141, dritte Auflage.

$y_0 = -7407{,}582$	$x_0 = 44332{,}254$	
$y_1 = -1892{,}355$	$x_1 = 54452{,}145$	$\alpha_1 = 53^0\ 11'\ 21{,}0''$
$y_2 = +3798{,}300$	$x_2 = 60598{,}475$	$\alpha_2 = 130\ \ 48\ \ 5{,}0$
$y_3 = +5783{,}427$	$x_3 = 55397{,}802$	$\alpha_3 = 172\ \ 39\ \ 17{,}5$
$y_4 = +9738{,}459$	$x_4 = 53469{,}087$	$\alpha_4 = 214\ \ 43\ \ 17{,}8$

$y_1 - y_0 = 5515{,}227$	$x_1 - x_0 = 10119{,}891$	$c_1 = 5690{,}655$	$d_1 = 6146{,}334$
$y_2 - y_0 = 11205{,}882$	$x_2 - x_0 = 16266{,}225$	$c_2 = 1985{,}157$	$d_2 = -5200{,}677$
$y_3 - y_0 = 13191{,}039$	$x_3 - x_0 = 11065{,}548$	$c_3 = 3955{,}002$	$d_3 = -1928{,}715$
$y_4 - g_0 = 17146{,}041$	$x_4 - x_0 = 9136{,}833$		

$a_1 = \quad 4127{,}544 \quad b_1 = \quad 7573{,}629 \quad \operatorname{tg}\varphi_1 = \dfrac{19947{,}010}{15924{,}291}$

$a_2 = - \quad 9673{,}132 \quad b_2 = - 14041{,}317 \quad \operatorname{tg}\varphi_2 = \dfrac{87454{,}632}{69816{,}998}$

$a_3 = - 102332{,}441 \quad b_3 = - 85843{,}472 \quad \operatorname{tg}\varphi_3 = \dfrac{-129003{,}236}{-102983{,}108}$

$a_4 = \quad 24742{,}080 \quad b_4 = \quad 13184{,}634$.

$\log\operatorname{tg}\varphi_1 = 0.097\ 8177{\cdot}0 \qquad \log\operatorname{tg}\varphi_2 = 0.097\ 8414{\cdot}7 \qquad \log\operatorname{tg}\varphi_3 = 0.097\ 8346{\cdot}2$

$\varphi_1 = 51^0 23'\ 54.931'' \qquad \varphi_2 = 51^0 24'\ 0{,}433'' \qquad \varphi_3 = 51^0 23'\ 58{,}847''$

$\varphi_1 + \alpha_1 = 104\ 35\ 15{,}931 \qquad \varphi_2 + x_2 = 182\ 12\ 5{,}433 \qquad \varphi_3 + \alpha_3 = 224\ 3\ 16{,}347$

$x - x_1 = - \ 1405{,}505$	$x - x_2 = - \ 7552{,}503$	$x - x_3 = - \ 2351{,}087$
$x_1 = \ 54452{,}145$	$x_2 = \ 60598{,}479$	$x_3 = \ 55397{,}802$
$x = \ 53046{,}640$	$x = \ 53045{,}976$	$x = \ 53046{,}715$

$y - y_1 = \ 5400{,}545$	$y - y_2 = - \ 290{,}337$	$y - y_3 = - 2274{,}747$
$y_1 = - 1892{,}355$	$y_2 = \ 3798{,}300$	$y_3 = \ 5783{,}459$
$y = \ 3508{,}190$	$y = \ 3507{,}963$	$y = \ 3508{,}712$

Aus den 3 Werthen des x und des y wird man nun Mittelwerthe suchen, wobei übrigens das Gewicht einer jeden Bestimmung in Rechnung zu ziehen ist.

§ 4.

Um zu beurtheilen, welches Gewicht einer solchen Punktbestimmung zukommt, beachte man, dass bei der graphischen Lösung des Problems die Lage des Punktes P durch den Durchschnitt zweier Kreise erhalten wird. Am sichersten ergiebt sich diese Lage offenbar dann, wenn die Kreise sich unter rechtem Winkel durchkreuzen.*) Bezeichnet man mit u_1 den Winkel, welchen die Radien der über den Linien M_0M_1, M_1M_2 als Sehnen beschriebenen Kreise im Punkte M_1 mit einander bilden und durch β_1 den Winkel $M_2 M_1 M_0$, so hat man nach der Figur:

$$\beta_1 = 90^0 - \alpha_1 + u_1 + 90^0 - (\alpha_2 - \alpha_1), \text{ d i.}$$
$$u_1 = \alpha_2 + \beta_1 - 180^0.$$

Sei ebenso u_2 der Winkel zwischen den Radien der über $M_1 M_2$, $M_2 M_3$ als Sehnen beschriebenen Kreise, so besteht die Beziehung:

$$\beta_2 = 90^0 - (\alpha_2 - \alpha_1) + u_2 + 90^0 - (\alpha_3 - \alpha_2), \text{ woraus}$$
$$u_2 = \alpha_3 - \alpha_1 + \beta_2 - 180^0.$$

Ganz analog findet man in Bezug auf die Linien $M_2 M_3$, $M_3 M_4$

$$u_3 = \alpha_4 - \alpha_2 + \beta_3 - 180^0.$$

u_1, u_2, u_3 sind gleichzeitig die Kreuzungswinkel der betreffenden Kreise.

Zur Bestimmung der Winkel $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ ist, wenn man das Azimut des Strahles $M_1 M_0$ in der üblichen Weise durch $(M_1 M_0)$ bezeichnet,

$$\beta_1 = (M_1 M_0) - (M_1 M_2).$$

$$\text{wo } \operatorname{tg}(M_1 M_0) = \frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} \text{ und } \operatorname{tg}(M_1 M_2) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

*) Siehe auch Jordan, Handbuch der Vermessungskunde I, 1888, § 106.

u	p	u
0^0	0	180^0
5	1	175
10	2	170
15	3	165
20	4	160
25	5	155
30	6	150
35	7	145
40	8	140
45	9	135
50	10	130
55	11	125
60	12	120
65	13	115
70	14	110
75	15	105
80	16	100
85	17	95
90	18	90

Das Gewicht p einer Punktbestimmung ist, wenn sich $u = 0$ fände, gleich Null zu setzen, weil dann beide Kreise in einen einzigen zusammenfallen, also kein Durchschnitt entsteht, während für $u = 90^0$ das Gewicht p den grössten Werth hat. Nehmen wir im letzten Fall $p = 18$, so lässt sich jetzt folgendes Täfelchen zur Gewichtsbestimmung für irgend einen Winkel u aufstellen. Die Berechnung der Winkel u lässt sich nach folgenden Vorschriften ausführen:

$$\operatorname{tg}(M_1\,M_0) = \frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} \qquad (M_2\,M_1) = (M_1\,M_2) + 180^0$$

$$(M_3\,M_2) = (M_2\,M_3) + 180^0$$

$$\operatorname{tg}(M_1\,M_2) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad \operatorname{tg}(M_2\,M_3) = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$$

$$\operatorname{tg}(M_3\,M_4) = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3}.$$

Zu dieser Rechnung genügen vierstellige oder auch dreistellige Logarithmen.

$$\beta_1 = (M_1\,M_0) - (M_1 M_2),\ \beta_2 = (M_2 M_1) - (M_2 M_3),\ \beta_3 = (M_3\,M_2) - (M_3 - M_4)$$

$$u_1 = \alpha_2 + \beta_1 - 180^0, \qquad u_2 = \alpha_3 - \alpha_1 + \beta_2 - 180^0,\ u_3 = \alpha_4 - \alpha_2 + \beta_3 - 180^0.$$

Bei der Anwendung auf das Beispiel in § 3 findet sich

$(M_1\,M_0) = 208^0 35'$	$(M_2\,M_1) = 222^0 48'$	$(M_3\,M_2) = 339^0\ 7'$
$(M_1\,M_2) = 42\ 48$	$(M_2\,M_3) = 159\ \ 7$	$(M_3\,M_4) = 115\ 59$
$\beta_1 = 165\ 47$	$\beta_2 = 63\ 41$	$\beta_3 = 223\ \ 8$
$\alpha_2 = 130\ 48$	$\alpha_3 - \alpha_1 = 119\ 28$	$\alpha_4 - \alpha_2 = 83\ 55$
$u_1 = 116^0 35'$	$u_2 = 3^0\ 9'$	$u_3 = 127^0\ 3'$

Das Täfelchen giebt für diese Werthe:

$$p_1 = 13 \qquad p_2 = 1 \qquad p_3 = 11$$

$$x = 53040 + \frac{6{,}640.13 + 5{,}976.1 + 6{,}715.11}{13 + 1 + 11} = 53046{,}647$$

$$y = 3500 + \frac{8{,}190.13 + 7{,}963.1 + 8{,}712.11}{25} = 3508{,}411$$

Jordan findet durch Ausgleichung nach der Methode der kl. Quadrate

$$x = 53046{,}495 \pm 0{,}150$$
$$y = 3508{,}364 \pm 0{,}166$$

Der obige durch die vereinfachte Ausgleichung erhaltene Werth von y liegt zwischen diesen Grenzen, der Werth von x sehr nahe bei der einen Grenze.

Darmstadt, Februar 1895. Dr. *Nell.*

Zur Frage: „Kreis- oder Schiebetachymeter".

Bei der zur Zeit bestehenden Frage über die grössere Zweckmässigkeit des einen oder des anderen dieser Instrumente dürfte es von historischem Interesse sein, eine Beurtheilung des Kreuter'schen Schiebetachymeters in der Deutschen Bauzeitung Jahrgang 1875, Nr. 17, Seite 88 in's Gedächtniss zu rufen, welche nach den Ansichten des Unterzeichneten heute noch voll und ganz aufrecht erhalten werden muss.

In dem von A. Meydenbauer unterschriebenen Artikel wird zunächst die Erfindung der Schiebescalen in hohem Maasse gewürdigt, im Folgenden aber der Versuch, den Schiebetachymeter zu einem Universalinstrument zu stempeln, als ein durchaus verfehlter angesehen, vielmehr dieser Tachymeter als ein „Specialinstrument der ausgesprochensten Art" bezeichnet, mit welchem „Winkel zu messen oder zu nivelliren man bald wird bleiben lassen". Dieser Ausspruch ist um so bemerkenswerther, als von anderer Seite z. Z. ein solcher Versuch wiederholt worden ist.

Höchst zutreffend und überraschend erscheint jedoch der Schlusssatz der oben citirten Abhandlung, der lautet:

„Dagegen will es fast scheinen, als ob die selbständige Ausführung der wirklich rationellen Zusammenstellung der drei Maassstäbe in einer Art Rechen-Maschine, die leicht in der nöthigen Grösse und Solidität für das Bureau herzustellen ist, den Gedanken des geistreichen Erfinders besser verkörperte, als die etwas unnatürliche und leicht wandelbare Verbindung mit einem Winkelinstrument."

Dieser Gedanke ist in neuerer Zeit, wenn auch in anderer Form bekanntlich in zwei „Rechenmaschinen" verwirklicht worden, in dem Tachymeter-Schieber von Teischinger und dem Tachymeter-Quadranten des Unterzeichneten. Letzterem Apparate dürfte in Verbindung mit einem rationell hergestellten Kreistachymeter (vergl. diese Zeitschrift Jahrgang 1895, Seite 65—70) eine erfolgreiche Concurrenz mit den Schiebescalen vorauszusagen sein.

Saarbrücken. *E. Puller*, Ingenieur.

Kleinere Mittheilungen.

Apianus 1495.

In diesem Jahre sind vier Jahrhunderte verflossen, seit der Geburt des berühmten Geographen und Astronomen Peter Apianus (eigentlich Bienewitz oder Bennewitz), der im Jahre 1527 als Professor der Mathematik an die damalige Universität in Ingolstadt berufen und 1541 von Kaiser Karl V. geadelt wurde. Apianus widmete seine langjährige, wissenschaftliche und lehramtliche Thätigkeit dem bayerischen Staate; er hat zahlreiche bahnbrechende astronomische Schriften verfasst und auch Entdeckungen gemacht, sowie verschiedene mathematische Instrumente erfunden und die besten Landkarten seinerzeit gezeichnet. Berühmt sind seine Werke „Cosmographicus liber“ (Landshut 1524), „Astronomicum Caesarum“ (Ingolstadt 1540) und die „Inscriptiones sacrosanctae vetustatis“ mit Holzschnitten (Ingolstadt 1534). Sein Sohn Philipp erhielt seines Vaters Amt (1552), musste aber, weil er zum Protestantismus übertrat, Ingolstadt verlassen. Sein Hauptwerk sind die „Bayerischen Landtafeln“; seinen Erd- und Himmelsglobus aus dem Jahre 1576 bewahrt die königliche Bibliothek in München. (Abgedruckt aus den „Hochschulnachrichten“.)

Nach einer Allerhöchsten Verordnung vom 4. Juni d. J. wird bei den Finanz-Abtheilungen der Regierung in Königsberg, Potsdam, Frankfurt a. O., Stettin, Breslau, Oppeln, Magdeburg, Merseburg, Cassel und Wiesbaden die Verwaltung der directen Steuern einerseits und die der Domainen und Forsten andererseits unter die Leitung je eines besonderen und für seinen Geschäftskreis verantwortlichen Dirigenten gestellt.

Ueber das Verfahren bei Errichtung von Rentengütern durch die General-Commissionen, wie über deren Obliegenheiten dabei bestehen vielfach unrichtige Ansichten. So war erst kürzlich in mehreren der verbreitetsten Tageszeitungen zu lesen, dass die General-Commissionen für die Rentengüter zu hohe Preise bezahlen, während doch die General-Commissionen überhaupt keine Rentengüter kaufen, das Kaufgeschäft sich vielmehr zwischen dem Rentengutgeber und dem Rentengutnehmer abwickelt und die General-Commissionen keine directe Einwirkung auf die Festsetzung des Kaufpreises haben, diese vielmehr Sache der freien Vereinbarung der Vertragschliessenden ist. Es wird deshalb weitere Kreise interessiren, sich über das Verfahren bei Rentengutsbildungen, insbesondere über die Thätigkeit der General-Commission dabei zu unterrichten. Für diesen Zweck ist ein Vortrag des Regierungsraths Dr. Jesse, Mitglied der General-Commission zu Frankfurt a. O. zu empfehlen, der als Beilage zu Stück 8 der Mittheilungen der deutschen Landwirthschaftsgesellschaft vom 8. Mai d. J. abgedruckt ist und in anschaulicher Weise den Gang des Verfahrens und die wirthschaftlichen und rechtlichen Gesichtspunkte bei Bildung von Rentengütern unter Vermittelung der General-Commissionen darlegt. (Berliner Correspondenz.)

Dr.

Personalnachrichten.

Königreich Preussen. S. M. der König haben Allergnädigst geruht, dem Katastercontroleur, Steuerinspector Mündel zu Krotoschin, dem Katastercontroleur Rechnungsrath Nickau zu Görlitz, dem Katasterinspector, Steuerrath Scherer zu Königsberg i. Pr., dem Katastercontroleur, Steuerinspector Riehle zu Preussisch-Eylau und dem Katastercontroleur, Steuerinspector Fuchs zu Breslau den Rothen Adler-Orden 4. Klasse zu verleihen.

Bei der Geologischen Landesanstalt und Berg-Akademie zu Berlin ist der bisherige Hilfsgeologe Dr. Louis Beushausen zum Bezirks-Geologen und der Landmesser und Culturtechniker Dr. Theodor Wölfer zum etatsmässigen Verwaltungsbeamten ernannt worden.

Seine Majestät der König haben Allergnädigst geruht, dem Kataster-Controleur, Rechnungsrath Rintelen zu Bielefeld den Königlichen Kronenorden 3. Klasse, dem gewerkschaftlichen Markscheider Liebenam zu Gotha den rothen Adlerorden 4. Klasse zu verleihen.

Königreich Bayern. S. K. H. der Prinzregent geruhten, auf die Stelle des Vorstandes der Messungsbehörde Landau i. d. Pfalz den Bezirksgeometer Pfleger in Kandel zu versetzen und an dessen Stelle den Kreisgeometer Straub in Speyer, dann zum Kreisgeometer in Speyer den Assistenten Gassert dortselbst zu ernennen; ferner zum Conservator beim königl. Katasterbureau den Trigonometer Vara, dann den Obergeometer Gresser zum Trigonometer und den Katastergeometer Arnold zum Obergeometer zu befördern; den Obergeometer Hauer unter Ernennung zum Bezirksgeometer I. Kl. als Vorstand der Messungsbehörde Landshut zu berufen, dann zum Obergeometer den Katastergeometer Eitgenberger zu befördern und zu Katastergeometern die Assistenten Clauss und Waltenberger zu ernennen, ferner den Geometer Stoll zum Flurbereinigungsgeometer II. Kl. bei der Flurbereinigungscommission zu ernennen.

Finanzministerium: Ernannt wurden zu Assistenten die Geometer Heiss beim königl. Katasterbureau und Klein bei der königl. Regierung der Pfalz.

Vereinsangelegenheiten.

Der Verein behördlich autorisirter Civil-Techniker in Niederösterreich hat in seiner am 5. Juni d. J. abgehaltenen 30. ordentlichen General-Versammlung den behördl. autor. Civil-Ingenieur E. A. Ziffer zum Vorstand und den behördl. autor. Civil-Ingenieur Adolph Kronsky zum Vorstand-Stellvertreter gewählt.

Brief- und Fragekasten.

In welchem Umfange haben die durch Wasser-Baubeamte und andere Nicht-Landmesser bei Merkpfahl-Setzungen an Stauanlagen, Festlegung von Fachbaumhöhen und ähnlichen Veranlassungen ausgeführten Nivellements Urkundenwerth bezw. öffentlichen Glauben?

Neue Schriften über Vermessungswesen.

Kempert's Literatur-Nachweis, 1. Quartal 1895.

Stanley & Amsler, Compensating planimeter. A. Engg. V. 78. p 577.

Tachéomètre Sanguet, autoreducteur. A. Rev. gén. d. ch. d. f. 94, II, p. 349.

Laussedat, Use of photography in topographical drawing. A. Scient. Am. Suppl. V. 38, p. 15786.

Miller, Ueber einen neuen, sehr compendiösen Reise-Theodolit. A. Centr.-Ztg. f. Optik u. Mech. 95, p. 13.

Fowler, American topography. (Nach d. Werk Gännek's.) Nature V. 51, p. 274.

Breithaupt, Die Aufstellung des Breithaupt'schen Theodolits mit Signalen in der Grube. A. Oest. Zft. f. B. und Hütt. p. 39.

Seelig & Kandler, An improved level tube for engineers' transits and wye levels. A. Engg. News V. 33, p. 59.

Ney, Zerlegbarer Phototheodolit für Präcisionsmessung. A. Zft. f. Instr. p. 55.

Vennkoff, Sur le nivellement de précision récemment fait en Russie. Compt. rend. V. 120, p. 181.

Heller's Kilometerzirkel für Generalstabskarten. A. Dingler Bd. 295 p. 225, desgl. Zft. f. Instr. 95, p. 104.

Hammer, Das Stangenplanimeter von Prytz; nebst einigen Bemerkungen zur Praxis des Polarplanimeters. A. Zft. f. Instr. 95, p. 90.

Eisenbahnbau-Vorarbeiten.

Cavaliere, Di una nuova curva di raccordo e della sua applicazione nelle svolte ferroviarie. A. Giorn. d. Gen. civ. 94, p. 561.

v. Hake, Ueber geometrische Eisenbahnvorarbeiten in den Tropen. Archiv 95, p. 73.

Forchheimer, Kostenminima und Kräftegleichgewicht. Zft. d. öst. Ing.-V. 95, p. 34.

Palmer, Graphical chart of railways. A. Engg. News V. 33, p. 60.

Inhalt.

Verlag von Konrad Wittwer Stuttgart. — Druck von Gebrüder Jänecke in Hannover.