

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

Organ des Deutschen Geometervereins.

Herausgegeben von

Dr. W. Jordan,
Professor in Hannover

und

C. Steppes,
Steuer-Rath in München.

—*—

1896.

Heft 2.

Band XXV.

—→ 15. Januar. ←—

Die Ergebnisse der Messung der Bonner Basis mit Messlatten und Messband.

(Fortsetzung von Seite 14.)

3. Die Vergleichung der Mittel der Latten- und Band- Messung untereinander und mit den Werthen der Basismessung.

Um zunächst einen allgemeinen Ueberblick über die Ergebnisse zu
gewähren, sind in der folgenden Tabelle 4 die Unterschiede, welche
die Messungsmittel gegen die Werthe des Brunner'schen Apparates er-

Tabelle 4.

Streckenlänge Anfangspunkt Süd Nr. 16	Brunner I	Brunner I	Brunner I	Brunner I	5 m-Latte
	— Bessel	— 5 m-Latte	— 4 m-Latte	— 20 m-Band	— 4 m-Latte
	mm	mm	mm	mm	mm
156 m	+ 2	— 4	0	— 20	+ 4
312	+ 5	0	+ 10	— 24	+ 10
468	+ 8	+ 2	+ 15	— 15	+ 13
624	+ 11	0	+ 21	— 29	+ 21
780	+ 14	+ 5	+ 35	— 49	+ 30
936	+ 17	+ 7	+ 42	— 79	+ 35
1092	+ 20	+ 5	+ 50	— 100	+ 45
1248	+ 22	+ 1	+ 51	— 128	+ 50
1405	+ 25	+ 3	+ 58	— 157	+ 55
Factor: Anfangspunkt Nr. 7	+ 0,0000180	+ 0,0000027	+ 0,0000400	— 0,0000859	+ 0,0000374
156 m	+ 3	+ 4	+ 13	— 17	+ 9
312	+ 6	+ 4	+ 15	— 53	+ 11
468	+ 9	+ 2	+ 22	— 58	+ 20
624	+ 11	+ 9	+ 30	— 89	+ 21
780	+ 14	+ 20	+ 43	— 112	+ 23
936	+ 17	+ 20	+ 49	— 143	+ 29
1092	+ 20	+ 20	+ 57	— 160	+ 37
1248	+ 23	+ 28	+ 67	— 185	+ 39
1405	+ 25	+ 26	+ 69	— 195	+ 43
Factor: mittlerer Factor:	+ 0,0000180	+ 0,0000189	+ 0,0000520	— 0,0001440	+ 0,0000330
		+ 0,0000108	+ 0,0000460	— 0,0001150	+ 0,0000352

geben, nach den Tabellen 1, 2 und 3 berechnet, für jede Messungsrichtung zusammengestellt. Die Tabelle giebt zunächst eine allgemeine Anschauung von der Grösse der beobachteten Abweichungen. Sodann zeigt sie für die verschiedenen Messinstrumente eine ausgeprägte, fortschreitende Abweichung, die sich durch die unter den Reihen stehenden Factoren ausdrücken lassen, und besonders sich in graphischen Darstellungen zu erkennen geben.

Als Beispiel sind die Differenzen zwischen den Mitteln der 5 m- und 4 m-Latte (Anfang Südpunkt) auf Seite 35 zwischen Figur 1 und 2 durch eine strichpunktirte Linie dargestellt. Aus der Vergleichung der Factoren für die verschiedenen Instrumente untereinander und für die der beiden verschiedenen Richtungen der Messungen mit denselben Instrumenten untereinander, erkennen wir schon hieraus, dass diese fortschreitenden Abweichungen nicht ohne Weiteres durch einen Maassunterschied sich erklären lassen, sondern auch in anderen Ursachen ihre Begründung haben müssen. Vergleichen wir z. B. die Factoren für die 5 m- und 4 m-Latte, so erhalten wir:

	5 m-Latte	4 m-Latte	Differenz der Factoren der 5 m- u. 4 m-Latte
Anfangspunkt Nr. 16	+ 0,0000027	+ 0,0000400	+ 0,0000373
„ Nr. 7	+ 0,0000189	+ 0,0000520	+ 0,0000331
Differenz der Factoren für die Hin- und Her- Messung	- 0,0000162	- 0,0000120	

Zu dem naheliegenden Vergleich des Factors der Basisapparate untereinander mit denjenigen für die Latten- und Bandmessung ist zu bemerken, dass der grösste Theil jener Abweichung in der Verschiedenheit des Maasssystems begründet ist (vergl. Seite 14) und bei der ganz anderen Gestaltung des Messungsverfahrens eine unmittelbare Vergleichung dieser Factoren überhaupt unstatthaft ist, dagegen ist immerhin beachtenswerth, dass bei den Latten der grösste Factor nur dreimal, beim Messband der grösste Factor achtmal so gross ist als derjenige der Basisapparate untereinander.

4. Vergleichung der Messungs - Ergebnisse durch den „mittleren Fehler“.

Werden nach Tabelle 1 bis 3 die Abweichungen gegen die dort angegebenen arithmetischen Mittel gebildet, und daraus für alle Messungen die „mittleren Fehler“ für die Ablesungen an jeder Festlegung, so erhalten wir damit einen übersichtlichen Ausdruck für die Fehlergrössen. Diese Fehlerreihen sind in den Spalten 2, 5 und 8 der Tabelle 5 auf Seite 36 angegeben, und in den Figuren 1 bis 3 durch die stark ausgezogenen Linien dargestellt.

Werden weiterhin aus den Tabellen 1 bis 3 die Abweichungen aller Messungen gegen die Werthe der beiden Basisapparate gebildet, und

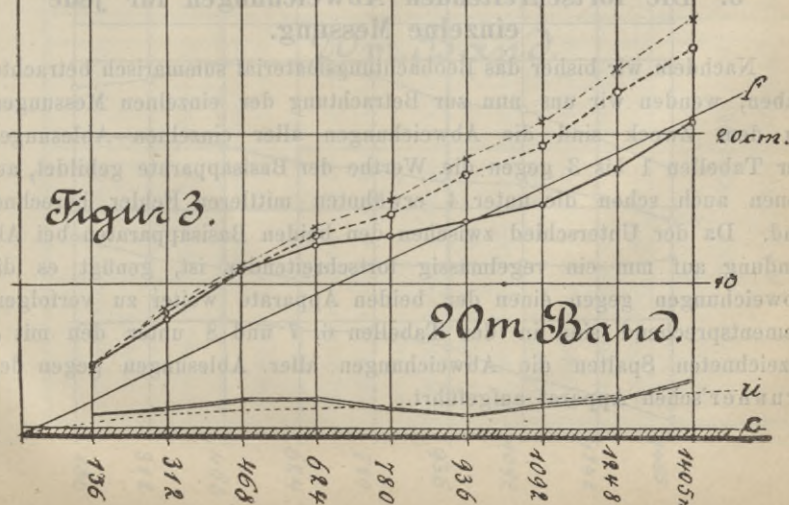
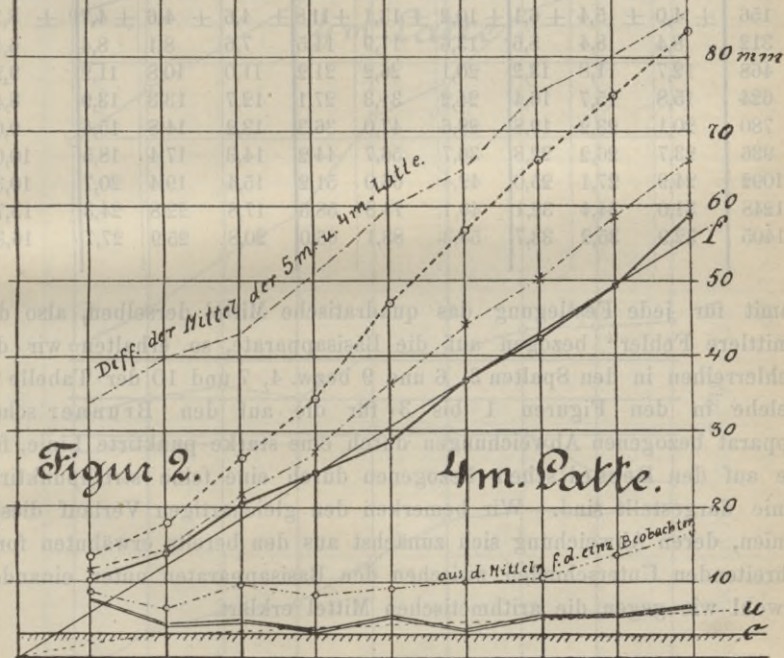
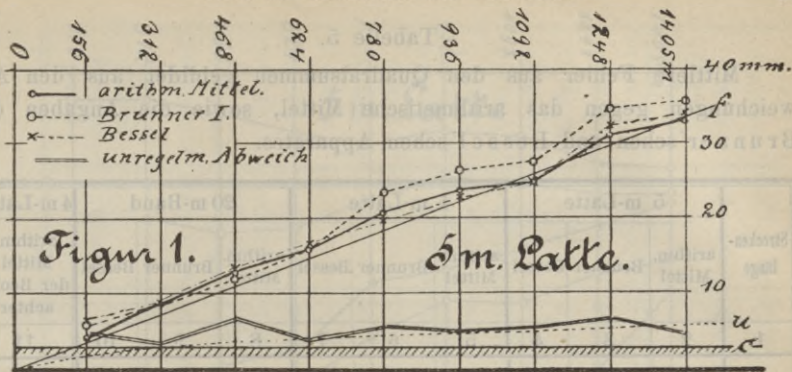


Tabelle 5.

Mittlere Fehler aus den Quadratsummen gebildet aus den Abweichungen gegen das arithmetische Mittel, sowie die Angaben des Brunner'schen und Bessel'schen Apparates.

Streckenlänge	5 m-Latte			4 m-Latte			20 m-Band			4 m-Latte
	arithm. Mittel	Brunner	Bessel	arithm. Mittel	Brunner	Bessel	arithm. Mittel	Brunner	Bessel	arithm. Mittel der Beobachter
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	cm	cm	cm	mm
156	± 4,0	± 5,4	± 6,1	± 10,2	± 13,1	± 11,8	± 4,6	± 4,6	± 4,7	± 8,7
312	8,4	8,4	8,6	13,6	17,9	14,5	7,6	8,1	8,4	6,4
468	12,7	11,8	13,2	20,1	26,2	21,2	11,0	10,8	11,2	9,2
624	15,8	15,7	16,4	24,2	34,3	27,1	12,7	13,3	13,9	8,4
780	20,1	23,2	19,8	28,6	47,0	36,3	13,2	14,8	15,6	9,0
936	23,7	26,2	22,8	36,7	56,7	44,2	14,3	17,4	18,5	10,0
1092	24,9	27,1	25,0	42,4	66,0	51,2	15,4	19,4	20,7	10,3
1248	31,0	34,4	32,1	49,1	74,8	58,5	17,8	22,8	24,3	13,7
1405	32,9	35,2	33,7	58,3	83,1	66,0	20,8	25,9	27,7	16,3

damit für jede Festlegung das quadratische Mittel derselben, also der „mittlere Fehler“ bezogen auf die Basisapparate, so erhalten wir die Fehlerreihen in den Spalten 3, 6 und 9 bzw. 4, 7 und 10 der Tabelle 5, welche in den Figuren 1 bis 3 für die auf den Brunner'schen Apparat bezogenen Abweichungen durch eine starke punktirte Linie, für die auf den Bessel'schen bezogenen durch eine feine strichpunktirte Linie dargestellt sind. Wir bemerken den gleichartigen Verlauf dieser Linien, deren Abweichung sich zunächst aus den bereits erwähnten fortschreitenden Unterschieden zwischen den Basisapparaten unter einander sowohl wie gegen die arithmetischen Mittel erklärt.

5. Die fortschreitenden Abweichungen für jede einzelne Messung.

Nachdem wir bisher das Beobachtungsmaterial summarisch betrachtet haben, wenden wir uns nun zur Betrachtung der einzelnen Messungen. Zu dem Zweck sind die Abweichungen aller einzelnen Ablesungen der Tabellen 1 bis 3 gegen die Werthe der Basisapparate gebildet, aus denen auch schon die unter 4 erwähnten mittleren Fehler berechnet sind. Da der Unterschied zwischen den beiden Basisapparaten bei Abrundung auf mm ein regelmässig fortschreitender ist, genügt es die Abweichungen gegen einen der beiden Apparate weiter zu verfolgen. Dementsprechend sind in den Tabellen 6, 7 und 8 unter den mit *d* bezeichneten Spalten die Abweichungen aller Ablesungen gegen den Brunner'schen Apparat aufgeführt.

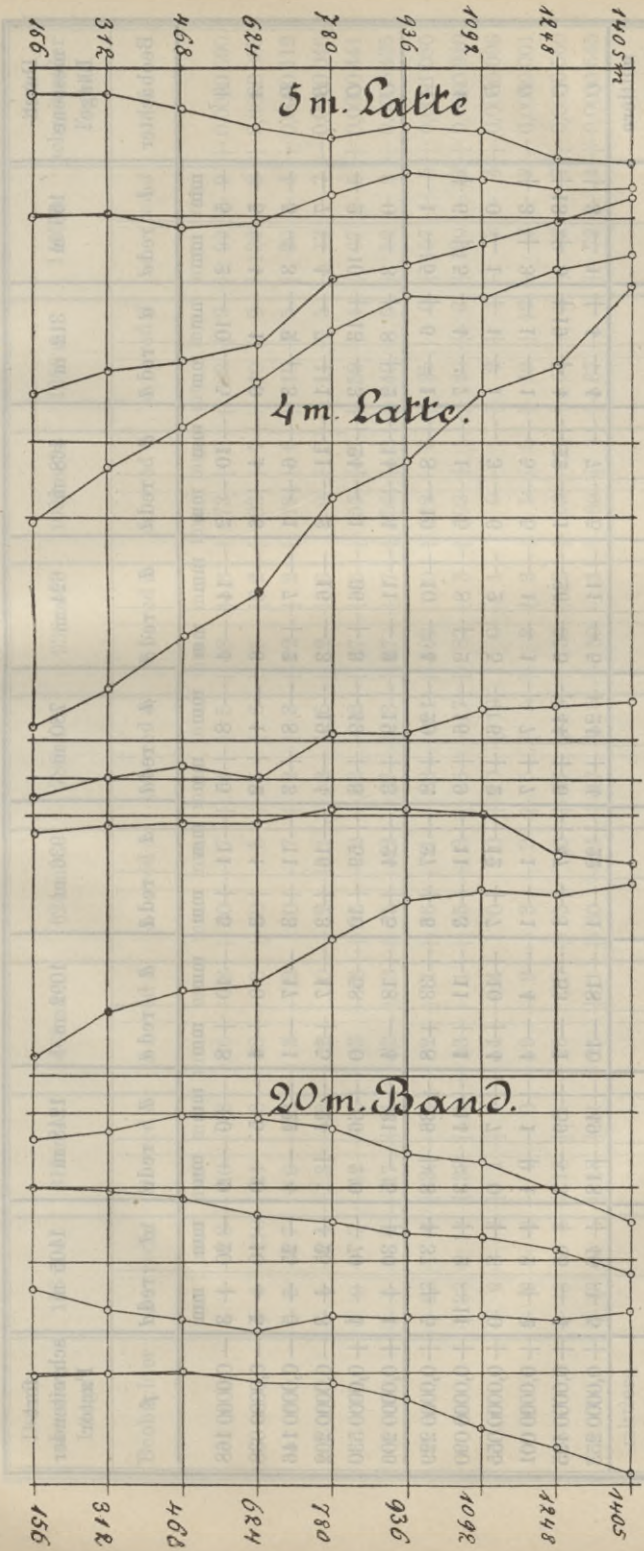


Fig. 4

Tabelle 6.
5 m-Latte.

Durch- messene Länge:	156 m		312 m		468 m		624 m		780 m		936 m		1092 m		1248 m		1405 m		fort- schreitender Factor
	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	
A	mm -5	mm -2	mm -10	mm -5	mm -10	mm -2	mm -14	mm -4	mm -8	mm +5	mm -11	mm +5	mm -10	mm +8	mm -30	mm -9	mm -20	mm +3	-0,0000 168
A	-5	-4	-1	0	+4	+6	-8	-6	-1	+2	-1	+3	0	+4	-5	0	-10	-5	-0,0000 038
B	-5	-3	-2	+3	-6	+1	-7	+2	-8	+3	-11	+3	-17	-1	-22	-4	-25	-5	-0,0000 146
B	-7	-4	-7	-1	-11	-2	-16	-3	-19	-4	-16	+3	-17	+5	-24	+1	-25	+3	-0,0000 202
C	-2	-10	+13	-3	-11	-1	+36	+3	+49	+8	+59	+10	+58	0	+66	0	+70	-4	+0,0000 530
C	0	-3	+8	+2	+14	+4	+11	-2	+19	+3	+24	+5	+18	-4	+21	-5	+30	+1	+0,0000 206
A	-1	-5	+6	-1	-8	-19	+10	-4	+20	+2	+27	+6	+33	+8	+36	+8	+37	+5	+0,0000 229
A	+6	+5	-4	-7	-1	-5	+8	+2	+16	+9	+11	+3	+11	+1	+14	+3	+2	-11	+0,0000 090
B	0	-1	+1	-1	-3	-6	-2	-5	+6	+2	+12	+7	+10	+4	+7	0	+8	0	+0,0000 055
B	+3	+3	-1	-1	-5	-5	-1	-1	+7	+7	-1	-1	-4	-4	+1	+1	+2	+2	+0,0000 001
C	+13	+5	+19	+4	+22	-1	+26	-5	+44	+6	+47	+1	+53	-1	+59	-3	+65	-4	+0,0000 495
C	+3	-1	+4	-4	+7	-5	+11	-5	+24	+4	+22	-1	+18	-10	+49	+18	+40	+5	+0,0000 253
mittlere Quadrat- summe	29,4	20,0	69,9	11,0	140	44,6	245	14,5	540	26,4	686	22,8	736	26,7	1180	44,2	1240	23,0	
mittlerer Fehler	±5,4	±4,5	±8,4	±3,3	±11,8	±6,7	±15,7	±3,8	±23,2	±5,1	±26,2	±4,8	±27,1	±5,1	±34,4	±6,7	±35,2	±4,8	

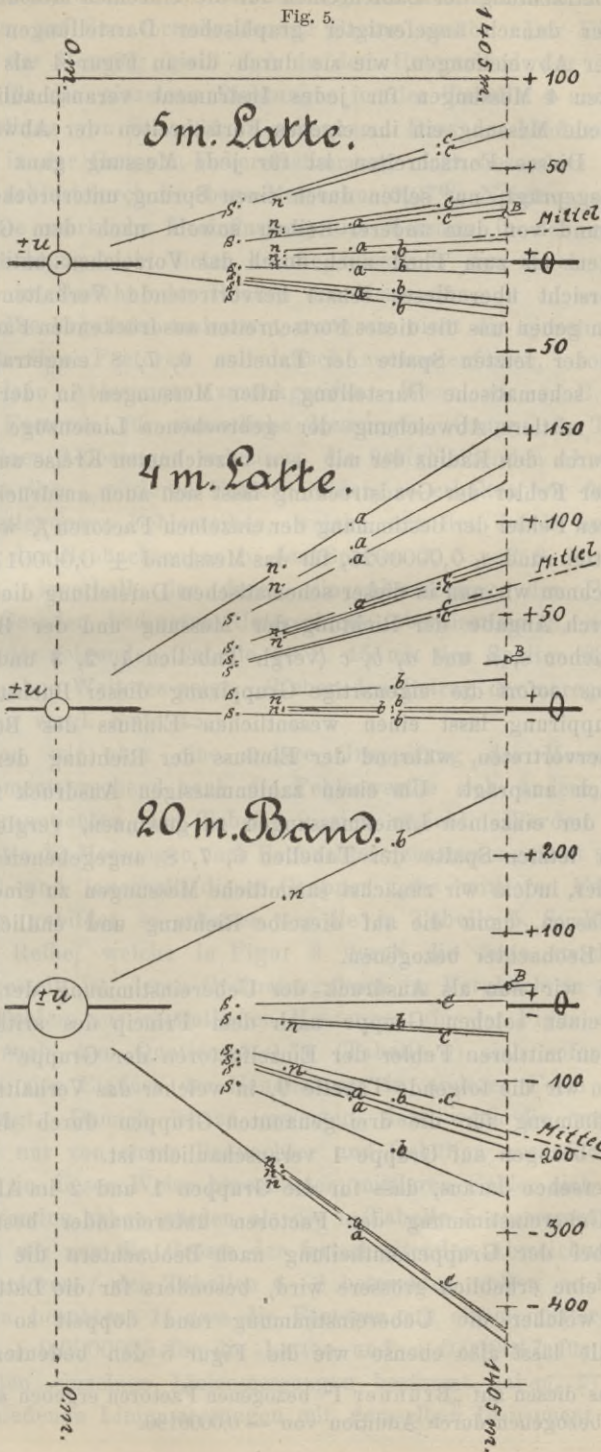
Tabelle 7.
4 m-Latte.

Durch- messene Länge:	156 m		312 m		468 m		624 m		780 m		936 m		1092 m		1248 m		1405 m		fort- schreitender Factor
	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	
Beobachter	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	
A	+1	-8	+10	-8	+16	-8	+30	-7	+51	+5	+58	+3	+73	+9	+83	+9	+92	+9	+0,0000590
A	+4	-10	+24	-3	+38	-3	+50	-5	+75	+6	+85	+2	+103	+7	+110	0	+132	+8	+0,0000885
B	-5	-7	0	-3	+3	-2	0	-7	+12	+3	+12	+2	+18	+6	+19	+5	+20	+4	+0,0000112
B	-5	-4	-3	-2	-2	0	-2	+1	+2	+6	+2	+6	0	+5	-11	-5	-13	-7	-0,0000046
C	0	-7	+12	-0	+13	-8	+25	-2	+32	-2	+47	+6	+55	+7	+59	+4	+67	+5	+0,0000441
C	+5	-2	+17	+4	+23	+3	+25	-2	+37	+3	+47	+7	+50	+3	+49	-5	+52	-9	+0,0000455
A	+23	+6	+30	-4	+52	+1	+66	-1	+83	-1	+102	0	+112	-6	+135	0	+157	+5	+0,0001080
A	+33	+19	+33	+4	+43	-1	+55	-3	+66	-7	+87	-3	+103	+1	+120	+3	+120	-12	+0,0000940
B	-2	-2	+1	+1	-4	-4	0	0	+10	+10	0	-1	0	-1	+2	+1	-3	-4	+0,0000006
B	-2	-2	-9	-9	-9	-9	-3	-3	+5	+5	+3	+3	+5	+5	+12	+12	-3	-3	-0,0000001
C	+13	+4	+18	+1	+26	0	+35	0	+47	+3	+55	+3	+60	-1	+67	-3	+72	-7	+0,0000560
C	+13	+5	+18	+1	+26	+1	+30	-4	+47	+5	+50	-1	+60	+1	+67	-1	+72	-4	+0,0000545
mittlere Quadrat- summe	171	60,7	319	18,5	685	20,9	1178	13,9	2205	27,3	3210	13,9	4350	26,2	5600	28,0	6900	47,9	
mittlerer Fehler	±13,1	±7,8	±17,9	±4,3	±26,2	±4,6	±34,3	±3,7	±47,0	±5,2	±56,7	±3,7	±66,0	±5,1	±74,8	±5,3	±83,1	±6,9	

Tabelle 8.
20 m-Band.

Durch- messene Länge:	156 m		312 m		468 m		624 m		780 m		936 m		1092 m		1248 m		1405 m		fort- schreitender Factor	
	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d		
Beobachter	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	d	red d	f	
	A	cm -6,7	cm -4,6	cm -5,2	cm -1,0	cm 0,8	cm +5,5	cm -1,2	cm +7,2	cm -4,2	cm +6,2	cm -11,4	cm +1,2	cm -13,3	cm +1,3	cm -21,6	cm -4,8	cm -29,5	cm -10,7	-0,000 134
	A	cm +0,3	cm +2,2	cm -1,2	cm +2,7	cm 3,8	cm +2,0	cm -7,2	cm +0,5	cm -9,2	cm +0,5	cm -12,4	cm -0,8	cm -13,3	cm +0,3	cm -16,6	cm -1,2	cm -23,5	cm -6,1	-0,000 124
	B	cm -6,7	cm -3,9	cm -12,2	cm -6,6	cm -15,8	cm -7,4	cm -18,2	cm -7,0	cm -14,2	cm -0,2	cm -15,4	cm +1,4	cm -14,3	cm +5,3	cm -15,6	cm +6,8	cm -13,5	cm +11,6	-0,000 180
	B	cm +0,3	cm 0	cm +0,8	cm +0,1	cm 3,2	cm +2,2	cm 3,8	cm +2,4	cm 3,8	cm +2,1	cm 2,6	cm +0,5	cm +2,7	cm +0,3	cm -1,6	cm -4,3	cm -0,5	cm -3,6	+0,000 022
	C	cm -0,7	cm +0,9	cm -0,2	cm +3,0	cm 0,2	cm +5,1	cm -2,2	cm +4,3	cm -2,2	cm +5,9	cm -6,4	cm +3,3	cm -14,3	cm -3,1	cm -19,6	cm -6,6	cm -27,5	cm -12,9	-0,000 104
	C	cm +1,3	cm +1,2	cm +3,8	cm +3,6	cm 8,2	cm +7,9	cm 7,8	cm +7,4	cm 3,2	cm -3,7	cm -4,4	cm -5,1	cm -7,3	cm -8,1	cm -1,6	cm -2,5	cm +0,5	cm -0,5	+0,000 007
	A	cm -2,9	cm +2,0	cm -13,1	cm -3,2	cm -17,0	cm -2,2	cm -23,2	cm -3,4	cm -28,2	cm -3,5	cm -30,6	cm -1,0	cm -31,3	cm +3,2	cm -36,8	cm +2,7	cm -39,5	cm +5,0	-0,000 316
	A	cm -6,9	cm -2,1	cm -12,1	cm -2,6	cm -15,0	cm -0,7	cm -20,2	cm -1,1	cm -23,2	cm +0,8	cm -29,6	cm -1,0	cm -31,3	cm +2,2	cm -35,8	cm +2,4	cm -41,5	cm +1,7	-0,000 306
	B	cm +7,1	cm +3,8	cm +6,9	cm +0,4	cm +12,0	cm +2,3	cm +15,8	cm +2,8	cm +17,8	cm +1,6	cm +17,4	cm -2,1	cm +20,7	cm -1,9	cm +23,2	cm -2,8	cm +25,5	cm -3,7	+0,000 209
	B	cm -1,9	cm -0,1	cm -5,1	cm -1,4	cm 7,0	cm -1,5	cm -10,2	cm -2,9	cm -10,2	cm -1,1	cm 9,6	cm -1,4	cm -11,3	cm +1,5	cm -12,8	cm +1,8	cm -14,5	cm +2,1	-0,000 117
	C	cm -6,9	cm -2,1	cm -13,1	cm -3,6	cm -17,0	cm -2,7	cm -19,2	cm -0,1	cm -23,2	cm +0,8	cm -28,6	cm 0,0	cm -32,3	cm +1,2	cm -36,8	cm +1,4	cm -38,5	cm +4,7	-0,000 306
C	cm +1,1	cm +1,5	cm +4,9	cm +5,7	cm 9,0	cm +10,1	cm 3,8	cm +5,3	cm -0,2	cm +1,7	cm -4,6	cm -2,4	cm -10,3	cm -7,7	cm -11,8	cm -8,8	cm -8,5	cm -5,1	-0,000 024	
mittlere Quadrat- summe	21	6,1	65	11,6	118	18,7	178	19,8	219	9,3	301	4,6	374	15,6	519	20,2	670	46,7		
mittlerer Fehler	$\pm 4,6$	$\pm 2,5$	$\pm 8,1$	$\pm 3,4$	$\pm 10,8$	$\pm 4,3$	$\pm 13,3$	$\pm 4,4$	$\pm 14,8$	$\pm 3,1$	$\pm 17,4$	$\pm 2,1$	$\pm 19,4$	$\pm 3,9$	$\pm 22,8$	$\pm 4,5$	$\pm 25,9$	$\pm 6,8$		

Fig. 5.



Die Betrachtung der Zahlenreihen für die einzelnen Messungen, oder noch besser danach angefertigter graphischer Darstellungen für den Verlauf der Abweichungen, wie sie durch die in Figur 4 als Beispiele ausgewählten 4 Messungen für jedes Instrument veranschaulicht sind, lässt für jede Messung ein ihr eigenes Fortschreiten der Abweichungen erkennen. Dieses Fortschreiten ist für jede Messung ganz charakteristisch ausgeprägt, nur selten durch einen Sprung unterbrochen (vergl. Seite 50) und von dem anderer Reihen sowohl nach dem Grade des Fortschreitens als zum Theil auch durch das Vorzeichen unterschieden. Eine Uebersicht über dieses scharf hervortretende Verhalten der Abweichungen geben uns die dieses Fortschreiten ausdrückenden Factoren f ,*) welche in der letzten Spalte der Tabellen 6, 7, 8 eingetragen sind, sowie die schematische Darstellung aller Messungen in der Figur 5, worin die mittlere Abweichung der gebrochenen Linienzüge von der Geraden durch den Radius der mit $\pm u$ bezeichneten Kreise ausgedrückt ist. (Dieser Fehler der Gradstreckung lässt sich auch ausdrücken durch den mittleren Fehler der Bestimmung der einzelnen Factoren f , welcher für die Messlatten rund $\pm 0,0000025$, für das Messband $\pm 0,000017$ beträgt.)

Bezeichnen wir nun in dieser schematischen Darstellung die einzelnen Linien durch Angabe der Richtung der Messung und der Beobachter mit den Zeichen s , n und a , b , c (vergl. Tabellen 1, 2, 3 und 6, 7, 8) so fällt uns sofort die eigenartige Gruppierung dieser Buchstaben auf. Diese Gruppierung lässt einen wesentlichen Einfluss des Beobachters deutlich hervortreten, während der Einfluss der Richtung der Messung weniger sich ausprägt. Um einen zahlenmässigen Ausdruck für dieses Verhalten der einzelnen Linienmessungen zu gewinnen, vergleichen wir die in der letzten Spalte der Tabellen 6, 7, 8 angegebenen Factoren mit einander, indem wir zunächst sämtliche Messungen zu einer Gruppe zusammenfassen, dann die auf dieselbe Richtung und endlich die auf denselben Beobachter bezogenen.

Wenn wir nun als Ausdruck der Uebereinstimmung der Factoren innerhalb einer solchen Gruppe nach dem Princip des arithmetischen Mittels „den mittleren Fehler der Einzelfactoren der Gruppe“ benutzen, so erhalten wir die folgende Tabelle 9, in welcher das Verhältniss dieser Uebereinstimmung für die drei genannten Gruppen durch die Fehlerquotienten bezogen auf Gruppe 1 veranschaulicht ist.

Wir ersehen daraus, dass für die Gruppen 1 und 2 im Allgemeinen dieselbe Uebereinstimmung der Factoren untereinander besteht, dass dagegen bei der Gruppeneintheilung nach Beobachtern die Uebereinstimmung eine erheblich grössere wird, besonders für die Lattenmessungen, bei welcher die Uebereinstimmung rund doppelt so gross ist. Die Tabelle lässt also ebenso wie die Figur 5 den bedeutenden Ein-

*) Aus diesen auf „Brunner I“ bezogenen Factoren ergeben sich die auf „Bessel“ bezogenen durch Addition von $-0,0000180$.

fluss erkennen, welchen die Handhabung der Messinstrumente, besonders der Latten, auf den fortschreitenden Factor ausübt. Der Einfluss der Richtung der Messung giebt sich in dem Unterschied der Mittel der Factoren für die einzelnen Richtungen in der Tabelle 4 und der Zusammenstellung von Seite 34 zu erkennen. Dass der Einfluss der Richtung sich in der Gruppen-Uebereinstimmung nicht besonders bemerkbar macht, ist erklärt durch die ebene Messbahn ($0,07\%$ Neigung, vgl. S. 9), welche eine merkliche Beeinflussung der Messung in der einen oder anderen Richtung nicht bieten konnte, höchstens die durch den Stand der Sonne im Gesicht oder Rücken des Messenden.

Dasselbe Ergebniss finden wir, wenn wir nicht die einzelnen Messungen durch ihre Factoren summarisch zusammenfassen, sondern auf alle einzelnen Ablesungen zurückgreifen. Wenn wir z. B. mit den mittleren Factoren für sämtliche Messungen (Gruppe 1, Tabelle 9) alle einzelnen Ablesungen reduzieren, die übrigbleibenden Abweichungen und daraus ihre „mittleren Fehler“ bilden, so erhalten wir für die einzelnen Festlegungen Fehlerreihen, welche mit den durch unmittelbare Mittellung der Beobachtungen in den Spalten 2, 5 und 8 der Tabelle 5 erhaltenen, innerhalb der durch die Abweichung der Fehlerlinien von der Geraden bedingten Unterschiede übereinstimmen, wie es der Vergleich der folgenden Tabelle 10 S. 45 mit den Spalten 2, 5, 8 der Tabelle 5 ohne Weiteres zeigt. (Ueber den Betrag der unregelmässigen Abweichung vergl. Seite 45.)

Wählen wir aber eine andere Gruppierung der Messungen, so werden dementsprechend auch die Fehlerwerthe sich ändern, wie aus den Fehlerquotienten der Tabelle 9 sich ergibt. Werden z. B. für die 4 m-Latte die Messungen nach Beobachtern zusammengefasst (Gruppe 3, Tabelle 9) und innerhalb dieser Gruppen „die mittleren Fehler“ der Ablesungen gebildet, so erhalten wir die in Tabelle 5, Spalte 11 eingetragene Reihe, welche in Figur 2 durch die feine strichpunktirte Linie dargestellt ist, deren Ordinatengrössen im Vergleich zu denen des mittleren Fehlers aus sämtlichen Messungen (in der Figur stark ausgezogen) nach dem Quotienten 0,34 (Tabelle 9) sich sofort erklärt, und damit den Einfluss der Handhabung in anderer Form zum Ausdruck bringt. Danach ist zu erwarten, dass wenn die vorliegenden Messungen nur von einem Beobachter und Gehülfen ausgeführt worden wären, die in dieser Weise berechneten mittleren Fehler sich erheblich kleiner gefunden haben würden als die in Tabelle 5 zusammengestellten.

Wenn wir nun die Grösse der fortschreitenden Abweichungen, also unserer Factoren f der Tabellen 6—8 betrachten wollen, so haben wir zunächst zu beachten: 1) dass die Factoren mit einem mittleren Fehler von rund $\pm 0,0000025$ für die Latten und $\pm 0,000017$ für das Band sich aus den einzelnen Linienmessungen bestimmt haben, 2) dass sie bei verschiedenen Linienmessungen mit demselben Instrument sich ver-

Tabelle 9.

Gruppe Nr.	bestehend aus	5 m-Latte			4 m-Latte			20 m-Band		
		Mittel der Factoren *)	mittlerer Fehler des Einzelfactors	Fehler- quotient	Mittel der Factoren *)	mittlerer Fehler des Einzelfactors	Fehler- quotient	Mittel der Factoren *)	mittlerer Fehler des Einzelfactors	Fehler- quotient
1.	sämtlichen Messungen	+0,0000109	± 0,0000242	1	+0,0000462	± 0,0000384	1	-0,0001140	± 0,0001550	1
2.	Messungen mit: Anfangspunkt Nr. 16 " " " 7	+0,00000330 +0,00001871	± 0,0000239	0,99	+0,0000403 +0,0000522	± 0,0000398	1,03	-0,00000860 -0,0001430	± 0,0001550	1,0
3.	Messungen der Beobachter A B C	+0,00000281 -0,0000073 +0,0000371	± 0,0000154	0,64	+0,0000874 +0,0000018 +0,0000495	± 0,0000131	0,34	-0,0002200 -0,0000160 -0,0001070	± 0,0001420	0,92

*) Die Factoren sind bezogen auf „Brunner I“, um daraus diejenigen gegen „Bessel“ zu bilden ist denselben $\frac{1}{2} - 0,0000180$ zuzulegen.

schieden ergeben um einen Betrag, welcher rund ihrer eigenen Grösse gleich ist, und 3) dass sie natürlich nur relative Werthe darstellen, die wir z. B. in unserem Fall, durch Hinzulegen von $-0,0000180$ in die auf die Angaben des Bessel'schen Apparates bezogenen Factoren umwandeln können. Vergleichen wir nun, mit Berücksichtigung des soeben Gesagten, die Factoren der verschiedenen Messinstrumente untereinander, so können wir feststellen, dass zunächst die Factoren und ihre Abweichungen von einander bei den Latten erheblich kleiner sind als beim Messband, und dass von den beiden Latten, die 5 m-Latte kleinere Factoren aufweist als die 4 m-Latte. Die Erklärung dafür liegt auf

Tabelle 10.

Streckenlänge	5 m-Latte	4 m-Latte	20 m-Band
m	mm	mm	cm
156	$\pm 5,8$	$\pm 11,3$	$\pm 4,1$
312	8,0	12,8	7,1
468	11,9	19,0	10,4
624	15,2	22,8	12,1
780	20,0	26,6	12,5
936	21,5	33,8	13,4
1092	23,9	39,0	14,4
1248	31,3	45,5	16,6
1405	32,0	53,5	19,1

der Hand. Der Unterschied für die beiden verschiedenen Lattenpaare ist in ihrer Länge ohne Weiteres begründet; ein Urtheil über den Einfluss der Lattenlänge auf den fortschreitenden Factor lässt sich aus unseren Messungen nicht gewinnen, da mindestens noch die entsprechenden Messungen mit der 3 m-Latte erforderlich gewesen wären (vergl. S. 8) um eine Beziehung aufstellen zu können. Es lässt sich nur ganz allgemein angeben, dass die Factoren und ihre Abweichung bei der 5 m-Latte rund halb so gross sind als bei der 4 m-Latte, und daraus schliessen, dass die 5 m-Latte ein sehr empfehlenswerthes Messinstrument ist. Der verhältnissmässig hohe Betrag der Factoren und ihre Abweichung beim Messbande ist der Hauptsache nach dem Einfluss der Spannungsfehler zuzuschreiben, da die Richtfehler bei der Länge des Bandes sehr zurücktreten.

6. Die unregelmässigen Abweichungen.

Um nun die bisher ausser Acht gelassene Abweichung der beobachteten Linienzüge von der Geraden in's Auge zu fassen, bilden wir für jede einzelne Linienmessung mit dem für sie berechneten Factor die fortschreitende Abweichung und damit den Unterschied gegen den beobachteten Werth. Diese Unterschiede, welche übrigens auch aus den in Figur 4 dargestellten Linienzügen ersichtlich sind, wollen wir als „unregelmässige Abweichung“ bezeichnen. In den mit red d bezeich-

neten Spalten der Tabellen 6, 7 und 8 sind sämtliche dieser Unterschiede enthalten.

Um einen einfachen Ueberblick über ihre Grösse zu erhalten, bilden wir das quadratische Mittel sämtlicher Werthe, d. h. also die mittlere unregelmässige Abweichung für jedes Messinstrument. Es ist für

die 5 m-Latte $\pm 5,1$ mm,

die 4 m-Latte $\pm 5,4$ mm,

das 20 m-Band $\pm 4,1$ cm.

Damit ist auch gleichzeitig der Anschluss der mit dem fortschreitenden Factor berechneten Werthe an die beobachteten zum Ausdruck gebracht (vergl. S. 42) und in Figur 5 durch den Radius der Kreise mit dem Zeichen $\pm u$ dargestellt. Bilden wir weiterhin in der gleichen Weise die quadratischen Mittel (mittl. Fehler) für die einzelnen Festlegungen, so erhalten wir die in der untersten Linie der Tabellen 6, 7 und 8 in der Spalte unter *red d* eingetragenen Fehlerreihen, welche in den Figuren 1 bis 3 durch die feinen Doppellinien dargestellt sind.

Bevor wir auf die Bedeutung dieser Werthe weiter eingehen, hat es Interesse zu untersuchen, in welcher Weise durch unsere Messungen eine Aufgabe gelöst ist, welche die Praxis sehr häufig stellt, nämlich die Aufgabe: „Zwischen zwei gegebene Festpunkte eine Anzahl von Zwischenpunkten einzumessen“. Nehmen wir die Endpunkte unserer Messung als Festpunkte und bestimmen die sich dabei ergebenden Abweichungen gegen die Angaben der Basisapparate, so erhalten wir die in der folgenden Tabelle 11 nachgewiesenen Werthe. Als übersichtlichen Ausdruck für diese Abweichungen bei der Einschaltung benutzen wir wieder das aus sämtlichen gebildete quadratische Mittel (mittleren Fehler). Es ist für

die 5 m-Latte $\pm 5,9$ mm,

die 4 m-Latte $\pm 6,4$ mm,

das 20 m-Band $\pm 5,3$ cm.

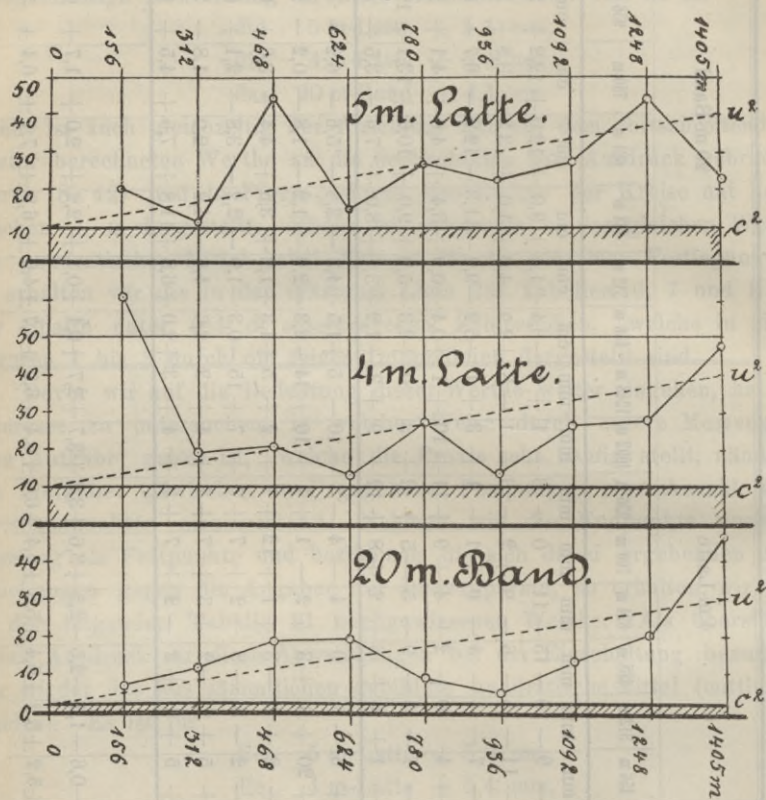
Diese Einschalte-Fehler, welche ihrem Betrage nach ungefähr den soeben angeführten unregelmässigen Abweichungen entsprechen, liefern uns wohl den besten praktischen Ausdruck für die Beurtheilung der Genauigkeit unserer Messungen.

Bestimmen wir nun weiterhin für jede Festlegung den „mittleren Schaltfehler“, so erhalten wir die in den untersten Linien der Tabelle 11 nachgewiesenen Fehlerreihen, welche in Figur 7 dargestellt sind.

Diese Fehlerarten, d. h. die „unregelmässige Abweichung“ und der „Schaltfehler“ enthalten nun aber abgesehen von dem eigentlichen, reinen Messungsfehler noch die Fehler, welche wir bei jeder Ablesung begehen, und die sich also wieder zusammensetzen aus dem Theilungsfehler der Decimeter-Marken, dem Schätzungsfehler bei der Ablesung oder dem Anlegen des Hilfsmaassstabes, und dem Fehler der Ablothung auf dem Festpunkte. Diese Fehler, die wir zusammenfassend den „Ab-

lese-Fehler“ nennen wollen, wurden durch besondere Versuche bestimmt. Es fand sich für die Messlatten bei Benutzung des Hilfsmaassstabes (vergl. Seite 9) $\pm 2,6$ mm für das Messband ohne Hilfsmaassstab ± 6 mm.

Fig. 6.



Wir sehen daraus, dass der Ablesefehler in erheblichem Maasse an dem Zustandekommen des unregelmässigen Fehlers theilhaftig ist, dass er bei der Lattenmessung rund die Hälfte des letzteren ausmacht. Um nun diesen Ablesefehler von dem übrigen Fehlerwerth zu trennen, benutzen wir am bestem die in den Tabellen 6, 7, 8, unten, in den Spalten red *d* angeführten Quadratsummen der unregelmässigen Abweichungen und die danach entworfenen graphischen Darstellungen Figur 6. Diese Darstellungen lassen ein gewisses Wachsen der Fehlerquadrate mit der Entfernung erkennen, wobei wir aber sogleich die aus den Figuren sich ergebende Unsicherheit dieser Beziehung nicht übersehen dürfen. Die einpunktirte Linie entspricht einer genäherten Ausgleichung und bringt das Wachsen der Fehlerquadrate proportional der Entfernung zum Ausdruck, wie es dem unregelmässigen Fehler nach seiner theoretischen Beziehung zukommt. Das Quadrat des Ablesefehlers ist dabei mit

10 mm, also der mittlere Ablesefehler mit $\pm 3,16$ mm für die Messlatten, und mit ± 1 cm für das Messband eingeführt worden. Die Fehlerquadrate lassen sich demnach nach der Beziehung $c^2 + u^2 s$ ausdrücken und genähert wiedergeben durch die Gleichungen:

$$\left. \begin{array}{l} \text{für die Latten } 10 + 0,0000214 \times s \text{ in Millimeter} \\ \text{für das Band } 1 + 0,000206 \times s \text{ in Centimeter} \end{array} \right\} (1)$$

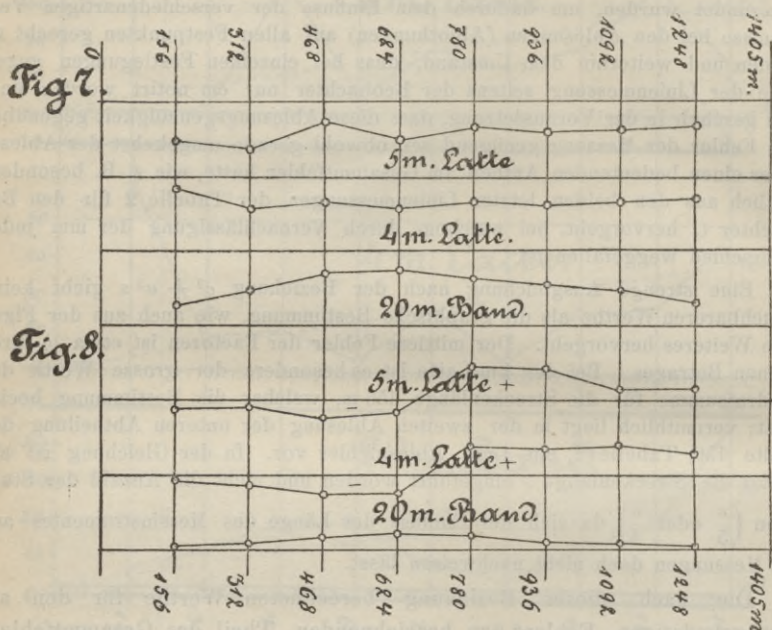
Zum Ablesefehler sei noch bemerkt, dass die direct bestimmten Werthe $\pm 2,6$ mm und 0,6 cm für die Berechnung von u^2 , auf $c^2 = 10$ mm bzw. 1 cm abgerundet wurden, um dadurch dem Einfluss der verschiedenartigen Verhältnisse bei den Ablesungen (Ablothungen) auf allen Festpunkten gerecht zu werden und weiterhin dem Umstand, dass bei einzelnen Festlegungen gegen Ende der Linienmessung seitens der Beobachter nur cm notirt worden sind. Dies geschah in der Voraussetzung, dass diese Ablesungsgenauigkeit gegenüber dem Fehler der Messung genügend sei, obwohl gerade umgekehrt der Ablesefehler einen bedeutenden Antheil am Gesamtfehler hatte, wie z. B. besonders deutlich aus den beiden letzten Linienmessungen der Tabelle 2 für den Beobachter C hervorgeht, bei welchem durch Vernachlässigung der mm jeder Unterschied weggefallen ist.

Eine strenge Ausgleichung nach der Beziehung $c^2 + u^2 s$ giebt keine brauchbareren Werthe als die graphische Bestimmung, wie auch aus der Figur ohne Weiteres hervorgeht. Der mittlere Fehler der Factoren ist etwa $\frac{1}{4}$ ihres eigenen Betrages. Bei der 4 m-Latte ist es besonders der grosse Werth der Quadratsumme für die Streckenlänge 156 m, welcher die Bestimmung beeinflusst; vermuthlich liegt in der zweiten Ablesung der unteren Abtheilung der Spalte 156, Tabelle 2, ein 1-cm-Ablesefehler vor. In der Gleichung ist als Factor die Streckenlänge s eingeführt worden und nicht die Anzahl der Stablagen ($\frac{s}{5}$ oder $\frac{s}{4}$), da sich der Einfluss der Länge des Messinstrumentes aus den Messungen doch nicht nachweisen lässt.

Die nach dieser Beziehung berechneten Werthe für den als „unregelmässigen Fehler“ zu bezeichnenden Theil des Gesamtfehlers sind in den Figuren 1 bis 3 durch die punktirten mit u bezeichneten Curven dargestellt, während der Ablesefehler durch die mit c bezeichnete durch Schraffiren hervorgehobene Linie ausgedrückt ist. Es sei in diesen Figuren noch hingewiesen auf das schwache kaum zu erkennende Anwachsen des direct berechneten unregelmässigen Fehlers, welche nach den Tabellen 6, 7 und 8 durch die feinen Doppellinien eingezeichnet sind, sie machen bei den Latten fast den Eindruck eines von der Entfernung unabhängigen Fehlers; während beim Messbande das Wachsen mit der Entfernung schon deutlicher sich ausprägt, wie es dem Charakter eines unregelmässigen Fehlers entspricht. Noch mehr aber ist ein Kriterium für das Vorhandensein einer zufällige Fehler erzeugenden Quelle das in Figur 7 bei den Schaltfehlern des Messbandes sich zeigende Anwachsen des Fehlers zur Mitte der Strecke hin, welches wiederum der theoretischen Beziehung für zufällige Fehler entspricht. Bei den Schaltfehlern der Latte ist auch dieses Wachsen nicht zu erkennen, d. h. also wegen des geringen Betrages der Zunahme dieser „unregelmässigen

Fehler“ und ihres Verhältnisses zum Ablesefehler, sowie aus dem später (Seite 51) zu erwähnenden Grunde kommt bei den Latten in den Figuren 1 bis 3 und 7 der Charakter des zufälligen Fehlers nicht zum Ausdruck.

Um nun weiterhin einen Einblick in das eigenthümliche Verhalten dieser „unregelmässigen“ Abweichungen zu thun, betrachten wir den Verlauf der bei der Einschaltung sich ergebenden Abweichungen für jede einzelne Linienmessung, wie sie die Tabelle 11 nachweist.



Diese Reihen zeigen uns sofort für viele der Messungen eine auffallende Anordnung der Vorzeichen, die sich am besten in den einzelnen graphischen Darstellungen ausdrückt und auch schon aus Figur 4 zu erkennen ist. Wir finden bei den meisten der Messungen mit den Latten ein Vorherrschen des negativen Vorzeichens des Schaltfehlers in der ersten Hälfte der Strecke, ein Vorherrschen des positiven in der zweiten Hälfte, während ein mehrmaliges unregelmässiges Wechseln des Vorzeichens nur selten vorkommt, dasselbe ist vielmehr „serienweise“ gleich. Einen Ueberblick über dieses bei den meisten Messungen hervortretende Verhalten der Abweichung giebt uns der „durchschnittliche“ Werth des Schaltfehlers für jede Zwischenfestlegung, welcher in der zweitletzten Spalte der Tabelle 11 angegeben ist. Figur 8 giebt eine Darstellung dieses fast den Charakter einer „Periode“ annehmenden Verhaltens für die 5 m- und 4 m-Latte. Bei dem Messbande zeigen die einzelnen Messungen in ähnlicher Weise einen regelmässigen Verlauf, indem ein ganz unregelmässiges Schwanken für die einzelne Linienmessung nicht

vorkommt, aber die einzelnen Messungen haben untereinander keinen von vornherein gleichartig zu nennenden Gang des Fehlers. (Der Unterschied der Summen der positiven und negativen Fehler ist gering.) Dementsprechend sind auch die durchschnittlichen Fehler verhältnissmässig klein (Figur 8), in der Mitte der Messung grösser wie am Ende (entsprechend den zur Mitte hin ihrem Betrage nach wachsenden Abweichungen), so dass der durchschnittliche Fehler also seinem Charakter nach dem mittleren in Figur 7 entspricht.

Das Ergebniss dieser Untersuchung ist also kurz: „Bei den vorliegenden Lattenmessungen haben die Schaltfehler einen periodischen Gang, beim Messband bleibt der Charakter des zufälligen Fehlers besser gewahrt.“

Wollten wir eine Erklärung dafür suchen, dass bei der Einschaltung mit Latten die Ergebnisse bei Beginn der Messung im Allgemeinen zu gross, gegen Ende zu klein werden, so könnte man z. B. annehmen, dass im späteren Verlauf der Messung die Latten lockerer aneinander gelegt worden sind, weil das sorgfältige Aneinanderschieben eine gewisse Achtsamkeit beansprucht, die im Laufe der Linienmessung bei einer Strecke von 1400 m und 30⁰ Hitze wohl etwas nachlassen kann. — Selbstredend darf das nun nicht verallgemeinert werden, es wird vielmehr jede Messung je nach ihrer Anordnung und den Verhältnissen unter besonderen eigenthümlichen Einflüssen stehen. Aber eine allgemeine Bedeutung müssen wir für die Thatsache in Anspruch nehmen, dass die Abweichungen, welche wir zunächst ganz allgemein als „unregelmässige“ bezeichnet haben, nicht den Charakter „reiner zufälliger Fehler“ im Sinne der Fehlertheorie haben, dass also die Fehler der aufeinanderfolgenden Maassstablagen nicht rein zufällige und unabhängige sind, sondern dass sie in irgend einer Weise von einander abhängen, wie ja auch eine Ueberlegung über die Entstehung des Längenmessungsfehlers ohne Weiteres erwarten lässt. Es sei nur erinnert an den vom Richtfehler abhängigen Contactfehler bei Endflächenlatten, besonders aber an den vom persönlichen Einfluss abhängenden Contactfehler. (Vergl. Seite 56).

Demnach dürfen wir also auch nicht erwarten, dass diese in der besprochenen Weise vom Gesamtfehler abgetrennten „unregelmässigen Abweichungen“ oder der „Schaltfehler“ sich ohne Weiteres den allein für „zufällige Fehler“ gültigen Sätzen der Fehlertheorie fügen, oder diese Sätze in den Längenmessungsfehlern sich deutlich ausprägen müssten, vielmehr werden sie sich in Folge der „Verminderung des zufälligen Charakters“ entweder garnicht oder nur sehr verschleiert zu erkennen geben, wie z. B. die Figuren 1, 2, 3 und 6 zeigen. Damit ist die Unsicherheit der Bestimmung der Gleichungen für $\pm u$ auf Seite 49 erklärt.

Wollen wir nun das Ergebniss unserer letzten Betrachtungen über die „unregelmässige Abweichung“ kurz zusammenfassen, so können wir sagen:

Wenn wir vom Gesamtfehler den fortschreitenden Fehler nach $f s$ und den Ablesefehler nach $\pm c$ abtrennen, so bleibt ein verhältnissmässig geringer Fehlertheil übrig, welcher sich äusserlich durch Unregelmässigkeiten im Verlaufe des Gesamtfehlers zu erkennen giebt, und den wir dementsprechend als „unregelmässige Abweichung“ $\pm u$ bezeichnet haben. Dieselbe darf aber nur mit einer gewissen Beschränkung als ein unabhängig auftretender „zufälliger Fehler“ aufgefasst und behandelt werden, da er, wie wir gesehen haben, in irgend einer nicht allgemein bestimmbar Weise von der Ausführung der Messung abhängig ist.

7. Die Vergleichung der verschiedenen Fehlerarten.

Um nun die Grössen der verschiedenen besprochenen Arten der Abweichungen, des „Ablesefehlers“, der „fortschreitenden“ und „unregelmässigen“ Abweichung einer Vergleichung unterziehen zu können und ihren Beitrag zum Gesamtfehler zu erkennen, wollen wir zunächst von der soeben erörterten Abhängigkeit der beiden letzten Fehlerarten von einander absehen.

Eine übersichtliche Vergleichung geben zunächst die Figuren 1—3; wir erkennen daraus unmittelbar das Verhältniss der verschiedenen Fehlerarten und ihren Beitrag zum Gesamtfehler, der als „unregelmässig“ bezeichnete Fehlertheil $\pm u$, und der „Ablesefehler“ $\pm c$ haben nahezu gleichen Werth und kommen gegenüber den fortschreitenden Abweichungen nur für kürzere Entfernungen in Betracht. Danach ist der dem Verlauf des fortschreitenden Fehlers analoge Gang der Gesamtabweichung gegen die Angaben der Basisapparate, sowie derjenige des mit dem arithmetischen Mittel bestimmten mittleren Fehlers ohne Weiteres klar.

Dasselbe Ergebniss erhalten wir, wenn wir nach Abtrennung der Fehlerwerthe $\pm u$ und $\pm c$ den fortschreitenden Factor f berechnen und den Gesamtfehler durch die Gleichung $\sqrt{c^2 + u^2 s + f^2 s^2}$ ausdrücken, wie es z. B. für die 5 m-Latte in der nachfolgenden Tabelle 12 geschehen ist, aus der der Beitrag der einzelnen Fehlerarten zum Gesamtfehler, sowie besonders auch durch den Vergleich der Zahlen in Spalte 2 die Bedeutung des unregelmässigen Fehlertheiles $u^2 s$ im Verhältniss zum fortschreitenden Fehler $f^2 s^2$ bei den verschiedenen Werthen s der durchmessenen Länge deutlich hervortritt.

Natürlich drückt nun das in dieser Tabelle sowie in den Figuren 1 bis 3 dargestellte Verhältniss der Einzelfehler kein allgemein gültiges Gesetz aus, sondern es ist nur eine für die vorliegenden oder ihnen gleichartige Messungen gültige Beziehung. Der Betrag und das Verhältniss der Einzelfehler wird sich vielmehr je nach dem angewendeten

Verfahren und den begleitenden Umständen gestalten, wie aus der Betrachtung der Entstehung der Einzelfehler sofort erhellt.

Der „Ablesefehler“ ist ganz unabhängig vom eigentlichen Messungsfehler, er wird vielmehr bestimmt durch die Art der Punktbezeichnung, der Theilungseinheit des Messinstrumentes, sowie der Methode der Ablesung bezw. Ablothing am Messungspunkte. Dementsprechend kann sein Betrag vom Millimeter bis zum Centimeter und unter Umständen Decimeter wachsen. Bei der „fortschreitenden Abweichung“ zwischen verschiedenen Messungen haben wir wieder die Abweichung der in Betracht kommenden Maasswerthe vom eigentlichen „Messungsfehler“ zu trennen.

Tabelle 12.

$$c^2 = 10; u^2 = 0,00002040; f^2 = 0,00000000560.$$

Durchmessene Strecke s	c^2 $u^2 s$ $f^2 s^2$	$c^2 + u^2 s + f^2 s^2$	$\sqrt{c^2 + u^2 s + f^2 s^2}$	mittl. Messungs- fehler	v
1	2	3	4	5	6
156	10 3,2 13,6	26,8	mm 5,2	mm 4,0	mm + 1,2
312	10 6,4 54,5	70,9	8,4	8,4	0
468	10 10 122	142	11,9	12,7	- 0,8
624	10 13 217	240	15,5	15,8	- 0,3
780	10 16 340	366	19,1	20,1	- 1,0
936	10 19 490	519	22,8	23,7	- 0,9
1092	10 22 668	700	26,5	24,9	+ 1,6
1248	10 25 870	905	30,1	31,0	- 0,9
1404	10 29 1100	1139	33,8	32,9	+ 0,9

Der Unterschied der Maasswerthe, sei es nun für dasselbe oder für verschiedene Messinstrumente, hängt von der Ausführung der Maassvergleichung ab und ist dementsprechend sehr verschieden.

Wird für Messlatten eine fortlaufende Maassvergleichung mit Normalstäben wie z. B. in der auf Seite 10 erwähnten Weise, und eine dementsprechende Umrechnung der Ergebnisse auf ein und dasselbe benutzte Normalmaass vorgenommen, so kommt nur der Fehler einer solchen Maassvergleichung in Betracht. Da es leicht ist auf einem guten Comparator den mechanischen Fehler einer Vergleichung von Messlatten mit Normalstäben innerhalb weniger hundertel Millimeter zu halten, so ist der diesem Fehler entsprechende Theil des fortschreitenden Factors etwa rund $\pm 0,00001$; dabei ist aber zu beachten, dass ausserdem ein Temperaturfehler von 1^0 eine fortschreitende Abweichung von $\pm 0,00001$ bis $\pm 0,00002$ erzeugen kann, und die Temperatur ein sehr schwierig zu bestimmendes Element ist. Liegen der Vergleichung verschiedene Normale zu Grunde, so tritt auch der Maassunterschied derselben, welcher leicht $\pm 0,000005$ bis $\pm 0,000010$ der Länge betragen kann hinzu. (Man vergl. die Abweichung der Angaben beider Basisapparate = $0,000018$.) Wird keine fortlaufende Maassvergleichung ausgeführt, sondern nur z. B. entsprechend der preussischen Vermessungs-Anweisung, dafür Sorge getragen, dass die Maassabweichung zwischen Latten- und Normalmaass eine vorgeschriebene Grenze ($\pm 1,6$ mm für 5 m-Latten) nicht übersteigt, so ist damit der Maximalbetrag dieses Factors ($\pm 0,0003$) festgesetzt. Ist einer der zu vergleichenden Maasswerthe durch trigonometrisch bestimmte Punktabstände gegeben, so ist ganz abgesehen vom trigonometrischen Bestimmungsfehler der Vergleichspunkte, der durch die Projection vom Messhorizont auf den Berechnungshorizont bei verschiedenen Höhen der Strecken entstehende regelmässige Factor z. B. schon für einen Höhenunterschied von 100 m rund $0,000015$.

Mit Rücksicht auf diese unabhängig von der Messung auftretenden regelmässigen Theile des fortschreitenden Factors muss dieser in zwei Gruppen von Fehlertheilen zerlegt werden, so dass $f^2 = \mu^2 + \varphi^2$ wird, worin μ den soeben erwähnten regelmässigen Fehlertheilen und φ den eigentlichen fortschreitenden Messungsfehlern entspricht. Ein Beispiel für den Einfluss einer Maassabweichung auf den Gesamtfehler zeigt der Vergleich der Messungen mit den Angaben der beiden Basisapparate, wie er in den Figuren 1 bis 3 zum Ausdruck gebracht ist.

Die allein durch die Messung entstehenden Theile des fortschreitenden Factors sind zweierlei Art: 1) solche Abweichungen, welche entstehen durch unrichtige Lage (Richtung) des Messinstrumentes und 2) solche, welche entstehen durch Aneinanderreihung der einzelnen Lagen.

Bei Lattenmessungen liefert zur ersteren Fehlerart den wesentlichsten Antheil der Richtfehler, wobei die verticalen Richtfehler im Allgemeinen einen grösseren Antheil haben als die horizontalen, während

der Fehler der Durchbiegung bei gut gebauten Latten überhaupt nicht in Betracht kommen darf. Diese Fehlerart wirkt, im übrigen feste, un- veränderliche Lage des Messinstrumentes vorausgesetzt, stets in gleichem Sinne, vergrößernd, auf das Ergebniss ein und zwar so, dass der ihn zum Ausdruck bringende Factor für eine durchlaufende Linienmessung von der Art der Messung bestimmt und durch die begleitenden Umstände beeinflusst wird. Hierbei kommt vornehmlich in Betracht die Methode der Einrichtung in horizontalem und verticalem Sinne, z. B. bei der ersteren, Ausrichten mit Fluchtstäben in bestimmten Abständen, oder Ausrichten durch Abschnüren; bei den letzteren, Höheneinrichtung durch rohe Schätzung, durch Schätzung unterstützt durch Lothstab oder Senkel, durch Libellen, oder endlich durch Reduction mit Hilfe der durch irgend welche Neigungsmesser bestimmten Höhenrichtung. Die Beeinflussung des fortschreitenden Factors einer Linienmessung durch bestimmte Einwirkungen kann derart sein, dass er seinen Betrag ganz unregelmässig oder in bestimmter Weise allmählich ändert, entsprechend der Art und der Dauer der Einwirkung, so dass der Factor in letzterem Falle gewissermaassen einen wellenförmigen Gang annimmt, wobei Länge und Höhe der Wellen nicht allgemein bestimmbar sind, da sie eben von ganz uncontrolirbaren Einwirkungen abhängen.

Der Fehler der Aneinanderreihung der einzelnen Instrumentlagen sind ihrer Wirkung nach verschiedener Art; und zwar kann ihr Betrag constant sein, und dann seinem Vorzeichen nach entweder positiv oder negativ sein, oder er kann auch während einer Linienmessung unter dem Einfluss bestimmter Umstände seinen Betrag ändern und sein Vorzeichen wechseln, oder aber endlich er kann nach Betrag und Vorzeichen ganz unregelmässig auftreten und in diesem letzteren Falle den Charakter eines zufälligen Fehlers annehmen.

Bei Lattenmessungen kommt hier zunächst der regelmässige Anlegefehler in Betracht, welcher entsteht durch stetig zu feste oder lockere Berührung der Endflächen. Die erstere erzeugt dasselbe Vorzeichen wie der Richtfehler, der letztere das entgegengesetzte. Dementsprechend wird dadurch der Betrag der fortschreitenden Abweichung vergrössert oder verringert, und zwar um einen constanten Betrag, oder um einen allmählich (wellenförmig) veränderlichen, oder es tritt hinzu ein seinem Charakter nach unregelmässiger Fehler.

Bei der Aneinanderreihung der einzelnen Lattenlagen haben wir die Methode dieser Aneinanderreihung zu beachten, ob dieselbe dadurch geschieht, dass die Latten unmittelbar zum Contract gebracht, oder ob die Aneinanderreihung durch irgend ein Ablothungsverfahren (beim Staffeln) vermittelt wird. Beim letzteren haben wir es im Allgemeinen mit einem „unregelmässigen Fehler“ zu thun, dessen Betrag von der Genauigkeit der Ablothung abhängt.

Der mittlere unregelmässige Ablothfehler beträgt bei sorgfältigem Verfahren etwa bei 1,5 m Lothhöhe bei einem

Fluchtstab (Gewicht 0,8 kg) ± 4 mm

Lothstab („ 0,9 kg) ± 2 mm

Schnurloth („ 0,4 kg) $\pm 1,5$ mm

Der allein von der Beschaffenheit des Endmaasses abhängende unregelmässige, d. h. rein mechanische, Contactfehler ist sehr gering, er beträgt bei Latten mit guten (nicht beschädigten) Endflächen zwischen $\pm 0,01$ mm und $\pm 0,02$ mm, bei Latten mit scharfen oder abgerundeten Endschnitten rund $\pm 0,01$ mm.

Diese Stossfehler wurden dadurch ermittelt, dass an eine festgelagerte Latte eine zweite angestossen wurde wie bei der Messung, und die Lagen dieser zweiten Latten durch die Stellungen einer auf ihr angebrachten Marke gegen ein festaufgestelltes Schraubenmikroskop gemessen wurden.

Hierzu mag bemerkt werden, dass (abgesehen von dem durch wechselnde Neigungen oder durch die Richtfehler bei Endflächen-Latten bedingten Contactfehler) der Vortheil der Verwendung der Keillatten demnach nicht in der Verringerung dieses eigentlichen rein mechanischen Contactfehlers zu suchen ist, sondern vielmehr darin, dass der Lattenleger die Berührung schärfer beobachten kann, und dadurch zu schärferer Beobachtung, d. h. Messung, veranlasst wird (und endlich eine Contactlinie vor Verunreinigung besser geschützt ist als eine Fläche). Es ist also hier ein persönliches Moment in Betracht zu ziehen, und gerade bei der Aneinanderreihung der Lagen des Messinstrumentes macht sich die persönliche Auffassung des Messenden am meisten geltend und drückt sich im Gang des Fehlers aus.

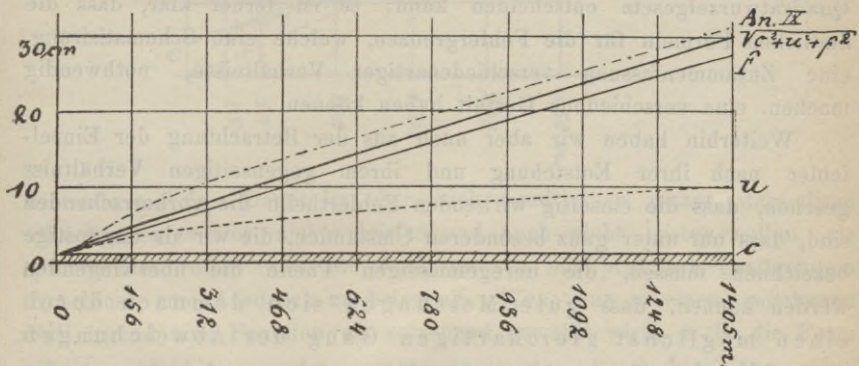
Beim Messbande kommt vornehmlich der Spannungsfehler in Betracht, welcher je nach der Sorgfalt des Verfahrens ein constanter, ein allmählich oder unregelmässig wechselnder sein kann. Er enthält den Fehler der Durchbiegung, überwiegt bei weitem den Richtfehler und ist nicht scharf vom Fehler der Maassvergleichung zu trennen, da die Spannung die Maasslänge bedingt und zwar so, dass der eigentliche mechanische Fehler der Maassvergleichung gegen ihn kaum in Betracht kommt, einerlei ob mit oder ohne Benützung bestimmter Spannungsgewichte oder Federwaagen.

Diese soeben erwähnten eigentlichen Messungsfehler sind nun ihrer Entstehung nach in nicht allgemein bestimmbarer Weise von einander, von der Art der Messung, der Länge der Messinstrumente, der Lagerung derselben und anderen äusseren Einwirkungen abhängig, so dass eine Trennung in Einzelfehler unmöglich ist, und selbst wenn diese Einzelfehler im einzelnen Fall experimentell bestimmt wären, könnte danach doch keine Verallgemeinerung vorgenommen werden, sondern höchstens eine untere oder obere Grenze für den Fehlerbetrag angegeben werden.

Z. B. beim Messbände, bei welchem die Aneinanderreihung der einzelnen Lagen durch Einsetzen der Ziehstäbe geschieht, macht der unregelmässige Fehler einen weit beträchtlicheren Theil des Gesamtfehlers aus als bei den Lattenmessungen; es ist aber zu erwarten, dass er geringer wird, wenn anstatt die Aneinanderreihung der Bandlagen durch die Ziehstäbe selbst zu bewerkstelligen, bei im übrigen gleichen Verfahren (Spannung) ein Band mit Endmarken benutzt wird, wodurch ein schärferer Transport der Bandlagen ermöglicht wird. Es ist demnach das stärkerere Auftreten der unregelmässigen Fehler durchaus keine Eigenthümlichkeit der Bandmessung überhaupt, sondern er tritt nur (auch abgesehen vom unregelmässigen Spannungsfehler) deutlicher hervor bei Verwendung der Ziehstäbe als Endmaass in der bisher meist üblichen Weise.

Bei unseren Messungen ist für eine Lattenlage der fortschreitende Fehler f zu $\pm 0,12$ mm für die 5 m-Latte, $\pm 0,16$ mm für die 4 m-Latte in der angegebenen Weise berechnet worden, und der unregelmässige Fehler u zu $\pm 0,32$ mm; für eine Messbandlage sind die entsprechenden Werthe f und u ± 3 mm und $\pm 6,5$ mm; die zugehörigen Ablesefehler c ± 3 mm und ± 10 mm. Nehmen wir irgend eine andere Fehleranordnung, z. B. für eine Staffelmessung mit 5 m-Latten, einen

Fig. 9.



Ablesefehler von ± 1 cm (d. h. 3 mal so gross als bei unseren Messungen) einen unregelmässigen Ablothfehler von $\pm 0,6$ cm (20 mal so gross a. b. u. M.) und einen fortschreitenden Fehler von ± 1 mm (rund 8 mal so gross a. b. u. M.), so würden wir das in Figur 9 dargestellte Fehlerverhältniss haben, wobei der unter Benutzung des Fehlerausdrucks $\sqrt{c^2 + u^2 + f^2}$ berechnete Gesamtfehler etwa dem der Tabelle I für günstige Verhältnisse der preussischen Anweisung IX zu Grunde liegenden mittleren Fehler entspricht. Würde man andererseits eine viel schärfere Methode anwenden, z. B. Messung mit Schneidenlatten längs gespannter Schnüre, so würden dementsprechend die Werthe für f und u , und je nach der Ablesemethode für c abnehmen; so wäre es z. B. wohl denkbar für eine 5 m-Lage den fortschreitenden Fehler auf

die Hälfte desjenigen unserer Messungen, etwa auf 0,05 mm, den unregelmässigen auf 0,1 mm ($\frac{1}{3}$ des unrigen) und den Ablesefehler auf 1 mm (je nach der Punktbezeichnung) zu bringen, womit dann vielleicht die äusserste Grenze der Leistungsfähigkeit von Lattenmessungen ausgedrückt wäre.

Wir sehen aus der Betrachtung der Einzelfehler und den erwähnten Beispielen, dass das Verhältniss der Einzelfehler ein wechselndes ist, je nach dem Messungsverfahren, dem Instrument und den äusseren Umständen. Es giebt demnach kein durch eine einfache Formel ausdrückbares und allgemein für jede beliebige Längenmessung gültiges Gesetz für die Anordnung der Längenmessungsfehler. Danach ist es klar, dass, wenn man es unternimmt, für die verschiedenartigsten Messungen und für Linien verschiedener Länge den Gesamtfehler unter der Voraussetzung zum Ausdruck zu bringen, dass entweder der eine oder der andere der Einzelfehler der vorherrschende und bestimmende sein müsse, und es unterlässt das Verhältniss derselben einer Prüfung zu unterziehen, über den Grad der Uebereinstimmung zwischen Formel und beobachteten Fehlerwerth Meinungsverschiedenheiten entstehen können, dass der eine sich für eine lineare Beziehung, der andere sich für das sogenannte Quadratwurzelgesetz entscheiden kann; es ist ferner klar, dass die amtlichen Formeln für die Fehlergrenzen, welche eine Schematisirung, eine Zusammenfassung verschiedenartiger Verhältnisse, nothwendig machen, eine verschiedene Gestalt haben können.

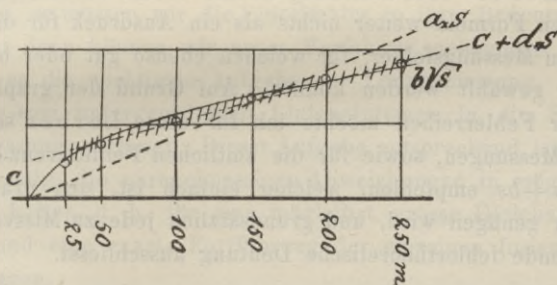
Weiterhin haben wir aber auch aus der Betrachtung der Einzelfehler nach ihrer Entstehung und ihrem gegenseitigen Verhältniss gesehen, dass die einseitig wirkenden Fehlertheile die vorherrschenden sind, dass nur unter ganz besonderen Umständen, die wir als ungünstige bezeichnen müssen, die unregelmässigen Theile die überwiegenden werden können, dass gute Messungen sich demnach durch einen möglichst gleichartigen Gang der Abweichungen auszeichnen müssen.

In Widerspruch hiermit steht nun der Umstand, dass das sogenannte „Quadratwurzelgesetz“, wie eingangs erwähnt, wenigstens theoretisch zur Herrschaft gelangt ist. Diese auffallende Erscheinung erklärt sich zunächst aus dem Mangel an geeigneten Beobachtungen für das Anwachsen der Einzelfehler mit der durchgemessenen Länge, und dann dadurch, dass bei der Ableitung der Fehlerbeziehung aus den vorliegenden Beobachtungen die Bedeutung des Ablese- oder Punktfehlers nicht in gehöriger Weise beachtet wurde. Die Sache lässt sich (ohne auf die Quadrate der Beobachtungsfehler einzugehen) etwa so darstellen: Es liegt ein Complex von Messungs-Abweichungen vor, welche (ohne Unterscheidung des Vorzeichens) etwa innerhalb des in Figur 10 schraffirten Raumes vertheilt sein mögen. Es wird nun, ohne Rücksicht auf den Ablese- oder Punkt-

fehler, für die Fehlerfunction die Bedingung eingeführt, dass bei der Strecke $s_0 = \text{Null}$ auch der Fehler $= \text{Null}$ sein soll. Dabei kann zur Darstellung des Fehlers die gerade Linie in der Regel ebenso wenig ausreichen, wie die Quadratwurzel. Wenn die Längen der Linien aber nur mässig sind und für sehr kurze Linien Beobachtungen fehlen, so kann leicht der Fall eintreten, dass die quadratische Beziehung einen besseren Anschluss an die Beobachtungen gewährt wie die lineare, wie aus Figur 10 ohne weitere Rechnung sofort hervorgeht.

Es ist einleuchtend, dass ein Complex von Messungsfehlern, wie der in der Figur 10 angedeutete, durch verschiedene Gleichungen mit mehr oder weniger Anschluss wiedergegeben werden kann, sowohl durch eine lineare Beziehung nach der Form $a \cdot s$, als durch eine quadratische nach der Form $a\sqrt{s}$, oder durch eine Beziehung wie in den amtlichen Formeln $\sqrt{a^2 s^2 + b^2 s}$ und $as + b\sqrt{s}$, und noch durch viele andere Gleichungen, wie z. B. die sich ohne Weiteres aus der Figur dar-

Fig. 10.



bietende $c + ds$. Damit ist aber auch unmittelbar gesagt, dass diese Gleichungen weiter nichts leisten und auch nicht leisten sollen, als „beobachtete oder erwartete Fehlergrössen mit praktisch genügendem Anschluss zum Ausdruck zu bringen“. Wenn nun in einem gegebenen Fall irgend eine Function als zutreffend gewählt wird, z. B. die Form $a\sqrt{s}$, so darf daraus nicht geschlossen werden, dass bei den Messungen nur oder hauptsächlich unregelmässige Fehler vorliegen. Eine solche Folgerung ist falsch, es ist das eine Verwechslung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes mit einem Fehlerausdruck. Dieser Irrthum ist aber vorgekommen, ihm ist die Anwendung des sogenannten Quadratwurzelgesetzes auf Längenmessungsfehler (z. B. zur Berechnung eines Längeneinheitsfehlers) zuzuschreiben. Aus zerstreuten Messungen kann man wohl Reihen für die bei verschiedenen Entfernungen erreichten und zu erwartenden Messungsfehler, also Fehlergrenz-Tabellen aufstellen, aber kein Gesetz für die Fortpflanzung der Messungsfehler ableiten.

Um ein Beispiel zu dem soeben Gesagten anzuführen, sei hingewiesen auf die besten und eingehendsten Fehlerreihen für Längenmessungen, welche bisher veröffentlicht sind, nämlich auf die, welche Lorber in

seiner verdienstvollen Schrift „Ueber die Genauigkeit der Längenmessungen“ behandelt hat. Die Messungen sind mit 4 m-Latten längs gespannter Schnüre ausgeführt und entsprechen ihrer Genauigkeit nach den unserigen mit der 5 m-Latte; es ist nämlich bei Lorber bei 280 m der mittlere Fehler ± 9 mm, bei uns bei 312 m $\pm 8,4$ mm. Lorber fand das „von der Methode der kleinsten Quadrate geforderte Gesetz“ d. h. das „Quadratwurzelgesetz“ (Hypothese I) bestätigt und stellte den Ausdruck $\pm 0,000535 \sqrt{L}$ auf. Danach würde sich also für eine Lage der 4 m-Latte ein unregelmässiger Fehler von $\pm 1,07$ mm ergeben. Ein so grosser unregelmässiger Fehler ist aber bei einer guten Messung besonders längs gespannter Schnur nicht denkbar, das würde ja einer Maximalabweichung von 3—4 mm für eine Lattenlage entsprechen. Es ist eben der eigentliche Messungsvorgang viel genauer als aus der ohne Rücksicht auf die Ablesefehler aufgestellten Fehlerformel, falls ihr die Bedeutung eines Fehlerfortpflanzungsgesetzes beigelegt wird, gefolgert werden muss. Es ist aber wichtig, dass das klar erkannt wird. Die Lorber'sche Gleichung ist also ebenso wie die auf Seite 7 und 59 erwähnten Formeln weiter nichts als ein Ausdruck für die Grösse der beobachteten Messungsfehler, für welchen ebenso gut oder besser irgend ein anderer gewählt werden könnte. Auf Grund der graphischen Darstellung der Fehlerreihen möchte ich für diese Lorber'schen Reihen, für unsere Messungen, sowie für die amtlichen Fehlergrenz-Formeln den Ausdruck $a + bs$ empfehlen, welcher einfach ist, den praktischen Anforderungen genügen wird, und grundsätzlich jede zu Missverständnissen Anlass gebende fehlertheoretische Deutung ausschliesst.

8. Schlussbemerkung.

Fassen wir zum Schluss die Ergebnisse unserer Untersuchung über die Längenmessungsfehler noch einmal kurz zusammen, so haben wir das folgende:

Das Verhältniss der Einzelfehler ist je nach der Art des angewendeten Messungsverfahrens, den Instrumenten und äusseren Umständen ein wechselndes.

Bei guten und sorgfältigen Messungen sind die unregelmässigen Abweichungen im Allgemeinen als klein anzusehen im Vergleich zu den mit der durchmessenen Länge regelmässig fortschreitenden Abweichungen, diese letzteren sind daher auch im Allgemeinen für die Fehleranordnung bestimmend. Dementsprechend giebt es auch keine einfache für alle Verhältnisse passende Beziehung für das Anwachsen des Längenmessungsfehlers. Will man aber eine einfache Beziehung aufstellen, so muss dieselbe, wenn vom Ablesefehler abgesehen wird, für gute Messungen lauten: „Der Fehler wächst im Allgemeinen proportional der durchmessenen Länge“, oder anders ausgedrückt: „gute Messungen zeichnen

sich durch einen gleichartigen Gang der Abweichungen ohne merkliche Unregelmässigkeiten aus⁴.

Welche Form man dem Ausdruck für die Darstellung der Fehlergrösse, z. B. in den Formeln für die Fehlergrenzen, geben will, ist gleichgültig, die einfachste ist immer die beste. Derartige Gleichungen haben keine weitere Bedeutung als die, einen einfachen, übersichtlichen Ausdruck für eine beobachtete oder erwartete, in einer Tabelle niedergelegte Fehlerreihe zu geben. Sie haben keine weitere fehlertheoretische Bedeutung, d. h. sie dürfen nicht den Anspruch erheben durch ihre Bestandtheile das wirklich bestehende Verhältniss der bei der Messung auftretenden Fehlerarten zum Ausdruck zu bringen, oder die Bedeutung dieser Fehlerarten richtig darzustellen. Das ist solange weder möglich noch nothwendig, als nicht durch das Messungsverfahren verbürgt ist, dass das zum Ausdruck gebrachte Fehlerverhältniss bei der Messung auch wirklich gewahrt bleibt.

Wenn es sich aber darum handelt unser Messungsverfahren weiter zu entwickeln, so müssen wir die Einzelfehler in ihrer Bedeutung erkannt haben. Erst dann können wir unser Verfahren sachgemäss weiter ausbilden, wie es die wichtigste Aufgabe der Längenmessung, das ist die Einschaltung von untergeordneten Liniensystemen in die Systeme der Landesvermessung, verlangt. Dieser Aufgabe entsprechend ist es in erster Linie nothwendig, die unregelmässigen Abweichungen in möglichst engen Grenzen zu halten, d. h. für eine möglichst grosse Gleichartigkeit des Verfahrens und eine exacte Fortführung der einzelnen Instrument-Lagen Sorge zu tragen.

In den letzten Jahren sind gerade in dieser Hinsicht erfreuliche Fortschritte zu verzeichnen gewesen, ich denke an die neuen Formen der Latten und Bänder, wobei ein besonderer Werth gelegt wird auf eine exacte Bezeichnung des Endmaasses, womit verbunden sein muss eine genaue Theilung. Wenn wir auf diesem Wege weiter gehen, und Theorie und Praxis einander helfen, so dürfen wir hoffen, dass unser einfaches, aber gerade darum grundlegendes Messungsverfahren, welches schon Jahrtausende lang, so alt menschliche Cultur überhaupt ist, gedient hat, auch in Zukunft seiner hohen Bedeutung entsprechend, sich weiter entwickeln wird.

Bonn, Juni 1895.

Reinhertz.

Bücherschau.

Lehrbuch der Experimentalphysik von A. Wüllner. Erster Band. Allgemeine Physik und Akustik. Fünfte, vielfach umgearbeitete und verbesserte Auflage. Mit 321 in den Text gedruckten Abbildungen und Figuren. Leipzig 1895, B. G. Teubner.

Dieser Band der fünften Auflage der Wüllner'schen Physik behandelt in seinem ersten Theile, der allgemeinen Physik, auch den Geodäten interessirende Dinge, wovon besonders hervorzuheben sind: die Bestimmungen der Schwerbeschleunigung von Borda und diejenige mittels des Reversionspendels, Anziehung einer Kugel auf äussere Massen, Abnahme der Schwere mit der Höhe, sowie Jolly's Nachweis der Abnahme der Schwere mit der Höhe über einer Hochebene, Verschiedenheit der Schwerbeschleunigung in verschiedenen Breiten, Bestimmung der Dichtigkeit der Erde mit der Drehwaage nebst Versuchen von Cavendish, Versuche von Reich, Baily, Cornu und Baille, Bestimmung der Dichtigkeit der Erde mit der gewöhnlichen Waage von Jolly und Poynting, Methode der Lothablenkung durch Berge von Maskelyne, Methode von Airy, Anziehung einer homogenen Kugelschale auf in ihr befindliche Massen, Attractionsconstante und deren Dimension, Ebbe und Fluth.

Im Ganzen enthält der Band nach einer Einleitung über die Methoden der Physik, Maasse, Messinstrumente und die Fundamentalsätze der Differentialrechnung im ersten Theile die Lehre von der fortschreitenden Bewegung, der drehenden Bewegung, der allgemeinen Gravitation, sowie die Lehre von den festen, tropfbarflüssigen und gasförmigen Körpern. Der zweite Theil bringt die theoretischen Principien der Wellenbewegung, die Wellenbewegung fester, flüssiger und gasförmiger Körper, die Lehre von der Erregung, von der Ausbreitung und Wahrnehmung des Schalles.

Diese neue Auflage soll wieder in vier Bänden erscheinen, wovon der zweite die Wärmelehre, der dritte die Electricitätslehre und der vierte die Lehre vom Licht enthalten wird. P.

Strassenbaukunde von F. Loewe, ordtl. Professor der Ingenieurwissenschaften an der Königl. Bayer. Technischen Hochschule zu München. Mit 124 Abbildungen im Texte. Wiesbaden 1895, G. W. Kreidel. 12,60 Mk.

Es werden nach einer geschichtlichen Einleitung behandelt: 1. Bodenkunde, 2. Fuhrwerkskunde, 3. Entwurf der Strassen, 4. Bau der Strassen und 5. Unterhaltung der Strassen. Der erste dieser fünf Abschnitte beschäftigt sich mit der äusseren und der inneren Beschaffenheit des Bodens, d. h. mit der geometrischen Aufnahme und Darstellung und mit den geognostischen Untersuchungen. Der dritte, für den Landmesser besonders mit in Betracht kommende Abschnitt, enthält die Grundsätze und Regeln für die commercielle und für die technische Tracirung: Gesetz-

mässigkeit für den Fall einer gleichmässigen Verkehrsdichtigkeit, den Satz vom Anschlusspunkte und den vom Knotenpunkte, Grundriss, Aufriss und Querschnitt der Strassen, Bestimmung der möglichen Linien und der bauwürdigen Linie, Ermittlung der günstigsten Lage der Strassenlinie, Uebertragung der Linien auf das Feld, Aufnahme des Längenprofils und der Querprofile, Kostenanschläge, Erdmassenberechnung, Massennivellement u. s. w. In gleicher Ausführlichkeit sind die beiden letzten Abschnitte bearbeitet, worin auf die neueren und neuesten Bauweisen hinsichtlich des Materials gebührend Rücksicht genommen worden ist.

P.

Vereinsangelegenheiten.

Bitte.

Am 23. November v. J. starb der Landmesser Hugo Wannach zu Charlottenburg, Mitglied des Deutschen Geometer- und des Brandenburgischen Landmesser-Vereins, mit Hinterlassung einer Wittve und zweier kleinen Kinder.

Wannach war bis vor kurzem bei der preussischen Staatseisenbahn-Verwaltung beschäftigt. Infolge der Neuordnung dieser Verwaltung wurde ihm gekündigt, worauf er in Charlottenburg ein Vermessungs-Bureau einrichtete. Nach nur kurzer Zeit ereilte der Tod den erst 36 jährigen, bis dahin gesunden und rüstigen Mann. Theils im Vertrauen auf seine Gesundheit, theils weil er durch die Sorge um die neu gegründete Existenz und die Familie, sowie die ihm obliegende Unterstützung seiner Mutter und der Mutter seiner Ehefrau ohnehin stark in Anspruch genommen war, hat er es unterlassen, durch Eintritt in eine Lebensversicherung für die Zukunft der Seinen zu sorgen. In Folge dessen befindet sich die Wittve mit ihren Kindern in der traurigsten Lage.

Zur Bestreitung der nothwendigsten Bedürfnisse ist ihr aus der Kasse des Deutschen Geometer-Vereins eine einmalige Unterstützung von 100 Mk. gewährt worden.

Um das Loos der Frau, bis sie eine andere Existenz gefunden hat, einigermaassen zu erleichtern, bitten wir die Mitglieder unseres Vereins um freiwillige Gaben.

Der Vorsitzende des Brandenburgischen Landmesser-Vereins, Technischer Eisenbahn-Secretair Tasler, Berlin-Charlottenburg, Kaiser Friedrich-Strasse 45 B, ist bereit, solche — kleinere auch in Briefmarken — in Empfang zu nehmen und der Wittve zu übermitteln.

Ueber den Empfang wird in dieser Zeitschrift öffentlich quittirt werden.

Altenburg, im December 1895.

Die Vorstandschaft des Deutschen Geometer-Vereins

L. Winckel.

Neue Schriften über Vermessungswesen.

- Czuber, E.*, Aphorismen zur Entwicklungsgeschichte der Mathematik im 19. Jahrhundert. Wien 1895. 8. 15 pg. Mark 1,00.
- Hultsch F.*, Die Elemente der Aegyptischen Theilungsrechnung. Theil I. (Abhandl. Ges. Wiss.) Leipzig 1895. Lex. 8. ca. 192 pg.
- Grossmann, L.*, Praktische Anleitung zur Berechnung der Constanten der Bessel'schen Formel für den täglichen und jährlichen Gang periodischer Elemente. Altona 1895. gr. 4. 6 pg. Mark 1,00.
- Valentiner, W.*, Handwörterbuch der Astronomie. Herausgegeben unter Mitwirkung von E. Becker, N. Hertz, N. v. Konkoly u. A. (2 Bände in 12–15 Lieferungen). Breslau 1895. gr. 8. m. Holzschnitten. — Liefg. 2. Jede Liefg. Mark 3,60.

Kempert's Litteratur-Nachweis 3. Quartal 1895.

- Bagnall*, Long-distance levelling. A. Min. o. Proc. V. 121, p. 152.
- Krüger*, Die Auflösung eines speziellen Systems von Normalgleichungen. Astron. Nachr. Bd. 138, p. 153.
- Miller*, Zwei neue Auftragapparate für tachymetrische Aufnahme. A. Centr.-Ztg. f. Optik. 1895, p. 163.
- Ertel & Sohn*, Neue Mikrometerschrauben für Präzisionsinstrumente. A. Centr.-Ztg. f. Optik. 1895, p. 163.
- Hammer*, Das Eckhold'sche Omnimeter in der Ausführung von A. Ott in Kempten. Ztschr. für Instrum. 1895, p. 233.
- Schrader*, Nouvel instrument (Tachéographe) servant au arace direct et au levé direct du terrain. Comptes rendus V. 121, p. 40.
- Ziegler-Hager*, Neues geodätisches Universal-Instrument. A. Anz. f. Gew. u. Bauw. Bd. 37, p. 72 u. Centr.-Ztg. f. Optik 1895, 183.
- Laussedat*, Recherches sur les instruments, les méthodes et le dessin topographiques. A. Ann. d. Conserv. des Arts et Mét. V. VII, p. 60.
- Salmoiraghi*, Per Porro et la sua celerimensura. Il Politecn. 1895, p. 321.
- Bansy*, Note sur un nouvel appareil topographique „Rapid Traverser“ de M. James Henderson. A. Rev. univ. des Mines V. 31, p. 64.
- Jadanza*, A proposito di Porro e della sua Celerimensura. Lettera al Sig. Ing. Angelo Salmoiraghi. Il Politecn. p. 464.
- Elementi geodetici dei Punti contenuti nei Fogli 6, 7, 12 e 18 della Carta d'Italia compresi fra $46^{\circ} 0'$ e $46^{\circ} 40'$ di Latitudine e — $2^{\circ} 30'$ e — $3^{\circ} 30'$ di Longitudine di Roma. Roma 1895. 4. 61 pg c. 1 tavola.

Inhalt.

Grössere Mittheilungen: Die Ergebnisse der Messung der Bonner Basis mit Messlatten und Messband, von Reinhertz (Fortsetzung). — **Bücherschau.** — **Vereinsangelegenheiten.** — **Neue Schriften über Vermessungswesen.**