

# ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

Organ des Deutschen Geometervereins.

Herausgegeben von

Dr. W. Jordan,  
Professor in Hannover

und

O. Steppes,  
Steuer-Rath in München.

—\*—

1896. Heft 9. Band XXV.

—> 1. Mai <—

## Vergleichung der Mecklenburgischen conformen Kegel-projection mit der congruenten Soldner'schen Projection;

von R. Vogeler, Kammer-Ingenieur.

Im Anschlusse an unsere Berechnungen im letzten Hefte der Zeitschrift S. 248 möchten wir noch eine Vergleichung der Mecklenburgischen Projection mit der congruenten Soldner'schen Projection vornehmen und hiermit gleichzeitig Stellung nehmen zu der in letzter Zeit mehrfach behandelten Frage, ob Gauss'sche oder Soldner'sche Coordinaten für Katasterzwecke vortheilhafter seien.

Wir müssen zurückgreifen auf die Bonner Hauptversammlung des Deutschen Geometervereins (Zeitschr. 1895, S. 339—341 und S. 508 bis 509) und bemerken, dass wir in die Debatte über die vorstehende Frage nicht eingegriffen haben, weil wir annahmen, Professor Koll habe gesagt, dass die 40 Soldner'schen Coordinatensysteme für Preussen nothwendig seien, wenn man nicht besondere Reductionsmaassstäbe für die Längen einführen wolle. In Uebereinstimmung hiermit haben wir auch in dem Bericht über jene Hauptversammlung in den Mittheilungen des Mecklenburgischen Geometer-Vereins auf S. 10 geschrieben: „Wir glauben nicht, dass von Seiten des Herrn Professors Koll die grossen Vorzüge eines conformen Systems angezweifelt wurden. Vergl. hierzu S. 55 der Mittheilungen des Württembergischen Geometer-Vereins.“ — Durch diese Bemerkung sollte nicht die Glaubwürdigkeit der Württembergischen Mittheilungen angegriffen werden, sondern es sollte rein objectiv gesagt werden, dass wir es für unmöglich hielten, dass Professor Koll auf dem Standpunkt stände, das conforme System wäre für Katasterzwecke weniger brauchbar als das Soldner'sche. Wir konnten um so weniger annehmen, dass Professor Koll dieser Ansicht sei, weil wir selbst schon vor 20 Jahren als Studirender der Aachener Hochschule von den grossen Vorzügen des conformen Systems durchdrungen waren, und zwar bevor wir wussten, dass Mecklenburg, dessen Landesvermessung erst im Jahre 1882 veröffentlicht wurde, dieses System hatte. Im Jahre 1876 wurde

uns nämlich als Studirendem von unserem damaligen Lehrer, dem jetzigen Herrn Geheimrath und Professor an der Berliner Universität Helmert ein Separatabdruck aus der Zeitschrift für Vermessungswesen vom Jahre 1876, S. 238—253, übergeben, worin in klarer, leicht verständlicher Weise mit den einfachsten Hilfsmitteln der höheren Analysis die conformen Abbildungen behandelt sind. In dieser Abhandlung sind die Vorzüge der Gauss'schen Projection sowohl für die Haupttriangulirung, als auch für die Detailtriangulirung in so objectiver und überzeugender Weise zur Darstellung gebracht, dass wir allen jüngeren Landmessern, die sich über die hier vorliegende Frage orientiren möchten, dringend empfehlen können, jenen Artikel zu studiren.

Wenn nun Generallieutenant Schreiber thatsächlich für das ganze Königreich Preussen für die Triangulirung I. bis III. Ordnung, in richtiger Erkenntniss der grossen Vorzüge, ein conformes System eingeführt hat, und wenn ferner der an höchster geodätischer Stelle in Preussen stehende Mann, der Professor Helmert, sich zu Gunsten der conformen Projection ausgesprochen hat und zwar nicht bloss für Triangulirung höherer Ordnung, sondern ausdrücklich auch für niedere Ordnung, so könnte es überflüssig erscheinen, noch irgend etwas zur Vertheidigung des Gauss'schen conformen Systems zu sagen. Wir wären auch sicher nicht in eine Erörterung dieser Fragen eingetreten, wenn nicht vom Professor Koll auf S. 198 dieser Zeitschrift die vorzügliche Mecklenburgische Projection in ganz unzutreffender Weise angegriffen worden wäre.

Koll sagt auf S. 198: 1) Mecklenburg ist 135 $\frac{1}{2}$  km breit und 220 km lang und kann deshalb für die Verzerrungsverhältnisse nicht maassgebend sein, und 2) Mecklenburg kann es sich noch ruhig „leisten“ die grösseren Verzerrungsfehler der Gauss'schen Projection in den Kauf zu nehmen.

Hierauf sind wir eine Antwort schuldig jenem grossen Leserkreise dieser Zeitschrift, welcher sich bisher nicht eingehender mit conformen Projectionen beschäftigt hat und besonders unseren hohen Behörden, die voll Vertrauen auf das jetzt zu schaffende Werk, die Triangulirung II. und III. Ordnung blicken, an welchem wir selber mitzuarbeiten haben.

Zunächst ist die Frage zu stellen: „Weswegen kann Mecklenburg sich noch ruhig grössere Verzerrungsfehler leisten?“

Was zunächst die Grösse des Landes betrifft, so ist, wie wir nachher ausführlicher zeigen werden, Mecklenburg fast doppelt so gross, als im Mittel eines der 40 preussischen Katastersysteme; und deswegen kann Mecklenburg sehr wohl als ein maassgebendes Beispiel betrachtet werden, was von Koll auf S. 198 und S. 202 bestritten wurde. Da Mecklenburg ein im Wesentlichen querachsiges System hat, dessen meridionale Ausdehnung der west-östlichen Ausdehnung bei Soldner'schem System ent-



spricht, hat man nur nöthig, die eine Dimension, für Mecklenburg die Breite, zu berücksichtigen, um die Verzerrungsverhältnisse zu vergleichen.

Oder wenn die Grösse des Landes genügend ist, sollte Herr Koll der Ansicht sein, dass der Grund und Boden in Mecklenburg nicht so werthvoll ist, als dass man nöthig hätte, bei den Flächenberechnungen die Verzerrungsfehler der Projection zu berücksichtigen? Allerdings brauchen wir die Verzerrungsfehler nicht zu berücksichtigen, aber nicht deswegen, weil der Boden so geringwerthig ist, sondern deswegen, weil diese Fehler bei unserer vortrefflichen Projection so ausserordentlich gering sind, dass sie praktisch gar nicht in Betracht kommen.

Treten wir nun der geodätischen Seite der Frage näher, so ist zunächst zu erwähnen, dass es wegen der kugelähnlichen Gestalt der Erde nicht möglich ist, die Abbildung eines Landes in einer ebenen Karte ohne Verzerrungen zu beschaffen. Diese Verzerrungen sind nun bei der Mecklenburgischen Karte so bemessen, dass sie ein möglichst ähnliches Bild von der Wirklichkeit giebt, während bei der Preussischen Katasterkarte die Aehnlichkeit zu Gunsten der Flächentreue, Darstellung der Grösse des Landes, eine erhebliche Einbusse erleidet. Hierin liegt wegen der Triangulirung ein bedeutender Nachtheil der Preussischen Karte, wie wir später sehen werden. Ein scheinbarer Vortheil der Preussischen Karte besteht nun darin, dass sie die Flächen und Entfernungen der Grösse nach etwas genauer darstellt, als es bei der conformen Projection im Allgemeinen der Fall ist. Dieser scheinbare Vortheil besteht aber auch gegenüber der Mecklenburgischen Karte nicht. Es ist nämlich durch einen Kunstgriff, welcher durch Carl Friedrich Gauss in „Untersuchungen über Gegenstände der höheren Geodäsie, I. Abhandlung, Art. 2“ behandelt wurde, bewirkt worden, dass die lineare Verzerrung für Mecklenburg im Maximum nur  $\frac{1}{24328}$  ausmacht und zwar bei einem Abstände von 80 000 Meter von der Hauptachse, während in Preussen bei einer Entfernung von 65 000 Metern von der Abscissenachse die Ordinaten schon eine Verzerrung von  $\frac{1}{20000}$  erleiden.

Wir müssen aber hier für den etwa nicht sachverständigen Leser bemerken: die ganzen Verzerrungen, von denen bisher die Rede war, sind in Karten und Plänen überhaupt nicht sichtbar und fühlbar. Auf einen Meter Länge betragen diese Verzerrungen nämlich nur 0,04 bis 0,05 Millimeter. Diese kleinen Abweichungen kann man mit dem schärfsten Zirkel auf einer Karte, mag sie in einem beliebig grossen Maassstab gezeichnet sein, auch nicht annähernd fühlen.

Für Länder von erheblich grösserer Ausdehnung wie Mecklenburg können allerdings die Verzerrungen Beträge erreichen, die auch auf Karten fühlbar werden.

Setzen wir den Fall, man habe ein grösseres Land in einem einzigen conformen System dargestellt, bei dem die Verzerrungen etwa den 100fachen Betrag, wie in Mecklenburg erreichen, so ist man bei dem conformen System, weil die Verzerrungen nach allen Richtungen dieselben sind, in der glücklichen Lage, dass man bei der Maassstabsanfertigung das Vergrößerungsverhältniss für ein Kartenblatt gleich mitberücksichtigen kann. Da der Praktiker bei der Maassstabsanfertigung ohnehin den Papiereingang berücksichtigen muss, so kann die durch die Conformität veranlasste Reduction gleich miterledigt werden. Mit diesem einen Maassstab kann man dann die wahren Längen von der Karte abgreifen und richtige Flächenberechnungen ausführen.

Bei Benutzung unverzerrter Soldner'scher Coordinaten kommt man bei so starken Verzerrungsverhältnissen, wie wir oben annahmen, mit einem Maassstabe für jedes Kartenblatt nicht aus, sondern man wird in die unangenehme Lage versetzt, eine ganze Windrose von Maassstäben auf die Karte zu zeichnen, bei denen für jeden einzelnen das Vergrößerungsverhältniss nach  $\cos^2 \alpha$  berücksichtigt werden muss.

Was nun bei den grossen Verzerrungen auf der Karte gilt, gilt schon für geringe Verzerrungen bei den genauen Messungen im Felde und bei den Berechnungen auf Grund dieser Messungen. Hier gestaltet sich für die conforme Projection wiederum alles sehr einfach. Die Reduction aller Längen kann man durch Addition von  $\log m$  beschaffen und die Reduction der Richtungswinkel nach der bequemen Formel (21) S. 248 dieser Zeitschrift. Bei den Soldner'schen Coordinaten macht sich bei der Reduction der Längen sofort wieder die Windrose in Gestalt von  $\cos^2 \alpha$  in sehr lästiger Weise bemerklich, und bei den Richtungsreduktionen, deren Formel auf S. 203 mitgetheilt wurde, wird die Sache für die Soldner'sche Projection noch viel schlimmer, aus folgenden Gründen:

Bei der conformen Projection in Mecklenburg kann nämlich die Triangulirung III.—IV. Ordnung ohne alle Reductionen  $\frac{1}{r^2}$  u. s. w. ausgeführt werden, und zwar bis zu 100 km Entfernung von der Hauptachse; es sind hierbei Winkelverzerrungen von grösseren Beträgen als etwa  $1''$  bis  $2''$  nicht zu befürchten.

Dagegen bei dem Soldner'schen System der preussischen Katasterverwaltung werden alle Winkel III.—IV. Ordnung bis herunter zu den Polygonzugswinkeln durch Verzerrungen von  $5''$  bis  $10''$  entstellt, wenn man die Systemgrenze von 60 000 Meter vom Meridian erreicht, oder um ein geringes überschreitet.

Die nachstehende Tabelle lässt alle Vorzüge der conformen Projection und die Nachtheile, die die Soldner'schen Coordinaten mit sich bringen, klar erkennen:



		Entfernungen von der Hauptachse.							
		30 000 m		40 000 m		60 000 m		80 000 m	
$\Delta x = x_2 - x_1$ und $\Delta y = y_2 - y_1$ =		Gauss'sche Proj.	Soldner'sche Proj.	Gauss'sche Proj.	Soldner'sche Proj.	Gauss'sche Proj.	Soldner'sche Proj.	Gauss'sche Proj.	Soldner'sche Proj.
				"	"	"	"	"	"
Triangulirung	500 m	0,0	1,2	0,1	2,1	0,1	4,7	0,1	8,2
III.—IV. Ordn.	1000 m	0,1	1,3	0,1	2,2	0,2	4,8	0,2	8,4
	5000 m	0,4	1,7	0,5	2,8	0,8	5,7	1,0	9,6
Triangulirung	10 000 m	0,8	2,4	1,1	3,7	1,6	7,0	2,1	11,3
II. Ordnung	20 000 m	1,9	3,9	2,4	5,6	3,4	9,6	4,4	14,7

Es geht aus dieser Uebersicht hervor, dass eine ebene Kleintriangulirung mit einer Genauigkeit von  $\pm 2''$  bis  $3''$ , welche den heutigen Instrumenten entspricht und durchaus wünschenswerth ist, bei der Soldner'schen Projection der 40 preussischen Systeme zur inneren Unmöglichkeit wird. Die preussischen Katastersysteme müssten auf 20 bis 30 km Abstand von der Hauptachse beschränkt werden, wenn sie den conformen Coordinaten mit einem Geltungsbereiche von 80 bis 100 km Abstand vom Meridian das Gleichgewicht halten sollten. Auf alle wesentlichen Punkte unserer vorstehenden Ausführungen ist bereits von Professor Helmert im Jahre 1876 in dieser Zeitschrift aufmerksam gemacht, und wir haben gleichfalls schon im Jahre 1892 auf S. 562 und 563 auf die grossen Vorzüge der conformen Projection hingewiesen, auch sind ferner im V. Theile der Mecklenburgischen Landesvermessung, S. 18 und S. 44 die Vorzüge besonders hervorgehoben. Derjenige Leser, der sich auf Grund praktischer Zahlenrechnungen über die Vorzüge dieser Projection informiren möchte, findet in dem V. Theile der Mecklenburgischen Landesvermessung\*) nicht nur die nöthige Anleitung sondern auch in den mitgetheilten Abissen und Coordinaten ( $x$ ,  $y$  und  $\varphi$ ,  $\lambda$ ) ein ausreichendes Zahlenmaterial.

Zum Schlusse müssen wir noch besonders darauf hinweisen, dass die früheren Ausführungen auf S. 198 und 211 dieser Zeitschrift den grössten Vorzug für Katastervermessungen darin erblicken, dass eine Projection möglichst geringe Flächenverzerrungen giebt. Wir möchten demgegenüber hier eine andere Anschauung von der Sache darlegen;

\*) Zu beziehen durch die Stiller'sche Hofbuchhandlung in Schwerin. Preis 4 Mk.

Die von der Projection herrührenden Flächenverzerrungen dürfen allerdings nicht grösser sein, als dass die mit Messlatten oder Stahlband gemessenen Linien und Grundstücke ohne Zwang in die Projection eingepasst werden können. Die Flächenverzerrungen dürfen ferner nicht so gross sein, dass die aus den Coordinaten berechneten Flächen so unrichtig erhalten werden, dass die Differenz praktisch von Bedeutung ist. Um diesen Anforderungen zu genügen, könnte das Verzerrungsverhältniss aber sogar  $\frac{1}{10000}$  betragen; denn für die Flächenberechnung

würde hieraus für 10 000 Quadratmeter, oder 1 ha erst ein Fehler von 1 Quadratmeter für die Soldner'sche Projection und 2 Quadratmeter für die conforme Projection resultiren. Diese Fehlergrenze genügt für alle Fälle; denn praktisch lässt sich ein Grundstück überhaupt nicht mit dieser Genauigkeit weder unmittelbar nachmessen, noch viel weniger wirtschaftlich ausnutzen.

Die Verzerrungsverhältnisse von diesem Range für Flächenangaben besonders berücksichtigen zu wollen, wäre ebenso unrationell, als wenn Jemand z. B. auf der Eifel westlich von Bonn die von der Höhe über dem Meere herrührende (viel stärkere) Reduction in Rechnung stellen wollte.

Die vorerwähnten linearen Verzerrungen und Flächenverzerrungen sind nun gleichfalls bei der vorzüglichen Mecklenburgischen Projection ausserordentlich gering. Die beiden Grossherzogthümer Mecklenburg-Schwerin und Strelitz, welche geodätisch ein Ganzes bilden, haben 295 Quadratmeilen Fläche. Preussen hat 6326 Quadratmeilen Fläche und hierauf 40 Coordinatensysteme, so dass also im Mittel nur 158 Quadratmeilen oder nicht viel mehr als etwa die Hälfte von Mecklenburg auf ein System fallen. In Preussen hat man an den Grenzen dieser kleinen Bezirke, bei einem Abstände von 65 km von der Hauptachse

bereits eine lineare Verzerrung von  $\frac{1}{20000}$ , während Mecklenburg überhaupt nur eine Maximalverzerrung von  $\frac{1}{24328}$  hat; hieraus resultirt weiter als Maximal-Flächenverzerrung auf 1 ha für Preussen 0,5 und für Mecklenburg 0,8 Quadratmeter.

Die vorzügliche Projection hat Mecklenburg dem Geodäten Paschen zu verdanken, dem es schon als Studirendem in Göttingen von seinem Lehrer C. F. Gauss prophezeit worden war, dass er sicher später noch einmal die Landesvermessung seines Vaterlandes leiten würde. Bevor Paschen im Jahre 1853 die Mecklenburgische Landesvermessung in Angriff nahm, machte er eine grosse Studienreise. Paschen besuchte alle europäischen Länder, von denen er wusste, dass sie gute Vermessungen besaßen. Dies steht actenmässig fest. Es scheint uns zweifel-



los, dass Paschen entweder schriftlich oder mündlich mit seinem früheren Lehrer Gauss, der ja bekanntlich erst am 23. Februar 1855 starb, durchberathen hat, welche Projection er für Mecklenburg wählen solle. Wir werden in historischem Interesse, falls wir hierüber Zuverlässiges erfahren sollten, in dieser Zeitschrift berichten. Vorläufig können wir es nur als wahrscheinlich bezeichnen, dass der grosse Meister Gauss seinen Rath erteilt haben wird.

Wir können nicht schliessen, ohne den Wunsch auszusprechen, dass die hervorragenden geistigen Schöpfungen von Carl Friedrich Gauss auch von den praktischen Landmessern bei den Katastervermessungen in den übrigen deutschen Staaten gebührend gewürdigt werden möchten.

Schwerin, 15. April 1896. Vogeler.

## Bestimmung der Näherungswerthe von Wurzeln aus numerischen Zahlen;

von Ingenieur Puller in Saarbrücken.

Soll aus einer Zahl von der Form  $a = p^n \pm q$  die  $n$ te Wurzel gezogen worden, so setze man:

$\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{p^n \pm q} = p \pm \frac{1}{x}$ ; erhebt man diese Gleichung in die  $n$ te Potenz und vernachlässigt die höheren Glieder, so entsteht:

$$p^n \pm q = p^n \pm n \frac{p^{n-1}}{x} + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \frac{p^{n-2}}{x^2} \quad \text{oder} \quad (1)$$

$$\frac{q}{np^{n-2}} = p \pm \frac{n-1}{2} \cdot \frac{1}{x}$$

Setzt man noch  $z = p \pm \frac{1}{x}$ , so dass  $z$  der gesuchte Werth der Wurzel ist, so findet man:

$$x = \frac{np^{n-2}}{2q} \left\{ (n-1)z - (n-3)p \right\}; \quad z = p \pm \frac{1}{x} \quad (2)$$

Diese Gleichung ist gültig, wenn  $q$  in Bezug auf  $p^n$  eine kleine Zahl darstellt, da dann die Zahl  $x$  gross ausfällt und die vernachlässigten Glieder in der Formel (1) nur einen geringen Betrag ausmachen werden mit Rücksicht darauf, dass  $x$  in dem Nenner vorkommt.

Die Anwendung dieser Formeln (2) kann nun in der Weise vorgenommen werden, dass zunächst an Stelle der unbekanntten Zahl  $z$  der Werth  $z_1 = p$  eingesetzt wird; dadurch entsteht:

$$x_1 = \frac{np^{n-1}}{q} \quad \text{als erster Näherungswerth.} \quad (3)$$

Mit Hilfe der Gleichung  $z = p \pm \frac{1}{x}$  erhält man unter Benutzung der

Forme ( ) 
$$z_2 = p \pm \frac{1}{x_1} = p \pm \frac{q}{np^{n-1}} \quad (4)$$

daraus entsteht  $x_2 = \frac{2np^n \pm (n-1)g}{2pq}$  und wiederum

$$z_3 = p \pm \frac{2pq}{2np^n \pm (n-1)g} \quad (5)$$

Dieses Verfahren kann beliebig weit fortgesetzt werden, wodurch man zu einer grossen Anzahl von Näherungswerthen gelangen kann.

Es sollen nun vorstehende Resultate für die vielfach kommenden zweiten und dritten Wurzeln angewendet werden.

#### 1) Ausziehen der Quadratwurzeln.

Hierfür hat man in den oben entwickelten Formeln  $n = 2$  zu setzen. Das liefert nach Gleichung (4) und (5)

$$(6) \quad z_2 = p \pm \frac{q}{2p} \quad \text{und} \quad z_3 = p \pm \frac{2pq}{4p^2 \pm q} \quad (7)$$

Es ist hier noch zu bemerken, dass für diesen Fall die Gleichung (1) genaue Werthe liefert, wie gross auch die Grössen  $p$  und  $q$  ausfallen mögen. Um dennoch den Werth  $q$  möglichst klein zu halten, was aus praktischen Gründen zweckmässig erscheint, kann man das doppelte Vorzeichen von  $q$  berücksichtigen; es wird daher  $q$  am grössten, wenn die Gleichung

$$q = \frac{(p+1)^2 - p^2}{2} = p + \frac{1}{2} \text{ besteht.}$$

Hieraus folgt, dass man für jede Zahl  $a$  die Grösse  $p$  so wählen kann, dass  $q$  nicht grösser als  $p$  wird. Setzt man  $q = p$  in die Gleichungen (6) und (7) ein, so entsteht

$$z_2 = p \pm \frac{1}{2} \quad \text{und} \quad z_3 = p \pm \frac{2p}{4p \pm 1}; \text{ der nächste Näherungswerth lautet}$$

$$z_4 = p \pm \frac{4p \pm 1}{8p \pm 4}.$$

Für die vorliegenden zweiten Wurzeln kann man aber noch zu anderen Formeln gelangen. Setzt man nämlich

$$x = \frac{2p}{q} \pm \frac{1}{qx} \quad \text{und} \quad z = p \pm \frac{1}{x}, \text{ so entsteht daraus:}$$

$$z = p \pm \frac{2p \pm \frac{1}{qx}}{\frac{2p}{q} \pm \frac{1}{qx}} \quad \text{oder, wenn für } x \text{ wieder der Werth } \frac{2p}{q} \pm \frac{1}{qx}$$

eingeführt wird,  $z = p \pm \frac{2p}{q} \pm \frac{1}{q \left( \frac{2p}{q} \pm \frac{1}{qx} \right)}$  u. s. w.

Man erhält demnach für  $z$  den Bruch

$$z = p \pm \frac{2p}{q} \pm \frac{1}{2p \pm \frac{1}{q}} \dots \quad \text{oder auch} \quad z = p \pm \frac{q}{2p \pm \frac{q}{2p}} \dots \quad (8)$$



das ist ein Bruch, in der Form eines Kettenbruches, dessen Zähler nicht gleich Eins, sondern gleich  $q$  sind.

Bezeichnet man noch  $\frac{2p}{q}$  mit  $m$ , so wird

$$z = p \pm \frac{1}{m \pm \frac{1}{2p \pm \frac{1}{m} \dots}} \quad \text{mit der Periode } m, 2p. \quad (9)$$

Beide Formeln (8) und (9) werden zu gewöhnlichen Kettenbrüchen, wenn  $q = 1$  oder  $m = \frac{2p}{q}$  eine ganze Zahl ist.

Die Brauchbarkeit vorstehender Resultate soll an einigen Zahlenbeispielen gezeigt werden.

Zunächst nehme man  $q$  möglichst gross an, also nach Obigem gleich  $p$ ; dann erhält man für  $p = 31$

1)  $\sqrt{p^2 + p} = \sqrt{992}$ . Die Näherungswerthe  $z$  werden dann

$$z_1 = 31; z_2 = 31,50; z_3 = 31 + \frac{62}{125} = 31,496 \text{ und}$$

$$z_4 = 31 + \frac{125}{252} = 31,4960317 \dots,$$

während der genaue Werth für  $z$  lautet: 31,4960315 ..., so dass  $z_4$  auf 6 Decimalstellen mit  $z$  übereinstimmt.

2)  $\sqrt{p^2 - p} = \sqrt{930}$ ;  $z_1 = 31$ ;  $z_2 = 30,50$ ;

$$z_3 = 31 - \frac{62}{123} = 30,49593; z_4 = 31 - \frac{123}{244} = 30,4959017.$$

Der genaue Werth der Wurzel ist 30,495014 ..., so dass auch hier eine Uebereinstimmung auf 6 Decimalstellen erreicht ist.

Es ist ferner klar, dass eine weiter gehende Genauigkeit erzielt wird, wenn  $q$  kleiner als  $p$  ist.

Man setze z. B.  $p = 10$  und  $q = 3$ , so wird

3)  $z = \sqrt{p^2 + q} = \sqrt{103}$ . Die Näherungswerthe nach Gleichung

(9) lauten, da  $m = \frac{20}{3}$  ist:

$$z_1 = 10; z_2 = 10 + \frac{3}{20} = 10,15; z_3 = 10 + \frac{60}{403} = 10,14888 \dots$$

$$\text{und } z_4 = 10 + \frac{1209}{8120} = 10,1488916 \dots,$$

was einer Uebereinstimmung mit dem genauen Werth bis auf 7 Decimalstellen entspricht.

Ebenso findet man

4)  $z = \sqrt{p^2 - q} = \sqrt{97}$ . Die Gleichung (9) liefert:

$$z_1 = 10; z_2 = 10 - \frac{3}{20} = 9,85; z_3 = 10 - \frac{60}{397} = 9,8489 \dots$$

$$\text{und } z_4 = 10 - \frac{1191}{7880} = 9,8488578 \dots$$

dieser Werth stimmt ebenfalls bis auf 7 Decimalstellen mit der genauen Wurzel überein.

Wird eine noch grössere Genauigkeit gewünscht, so kann man entweder noch weitere Näherungswerthe berechnen, oder für obiges Beispiel 3) setzen:

$$p_1 = 10,15; \text{ also } \sqrt[3]{103} = \sqrt[3]{p_1^2 - q_1} = \sqrt[3]{103,0225 - 0,0225},$$

so dass  $q_1 = 0,0225$  wird.

Dadurch wird für den vierten Näherungswerth ein nicht unbedeutender Grad der Genauigkeit erreicht werden. Aus vorstehenden Entwicklungen kann man noch entnehmen, dass um so weniger Näherungswerthe berechnet werden müssen, um so mehr  $p^2$  grösser als  $q$  oder als  $p$  ist, was stets bei grossen Zahlen  $a$  zutrifft.

## 2) Ausziehen der Kubikwurzeln.

Für den hier vorliegenden Fall ist  $n = 3$  zu setzen; das liefert nach der Gleichung (2)

$$x = \frac{3p}{q} z \text{ und } z = p \pm \frac{1}{x}$$

die Näherungswerthe lauten dann

$$z_1 = p; z_2 = p \pm \frac{q}{3p^2}; z_3 = p \pm \frac{pq}{3p^3 \pm q}$$

Als Zahlenbeispiel werde  $p = 8$ ;  $q = 1$  gewählt. Dieses giebt für  $\sqrt[3]{513}$  die Werthe

$$z_1 = 8; z_2 = 8 + \frac{1}{192} = 8,005208.. \text{ und}$$

$$z_3 = 8 + \frac{8}{1537} = 8,0052049...$$

welche Zahl mit der genauen Wurzel bis auf diese 7 Decimalstellen übereinstimmt.

Würde man dagegen  $p = 8$  und  $q = 108$ , d. h.  $a = p^3 + q = 620$  setzen (für  $p = 8$  der grösste Werth  $q$ ), so findet man die Näherungszahlen:

$$z_1 = 8; z_2 = 8 + \frac{108}{192} = 8,56 \text{ und } z_3 = 8 + \frac{864}{1644}$$

oder  $z_3 = 8,525$ , während der genaue Werth lautet

$$z = 8,5270190.$$

Wie man sieht, ist hier der Unterschied von  $z$  und  $z_3$  schon bedeutend, was seinen Grund darin hat, dass  $q$  im Verhältniss zu  $p$  gross ist.

Will man einen besseren Werth  $z_3$  erhalten, so setze man

$$\sqrt[3]{620} = \sqrt[3]{8,53^3 - q_1} = \sqrt[3]{620,650477 - 0,650477};$$

dadurch wird  $q$  (genügend genau) gleich 0,65 und

$$z_3 = 8,53 - \frac{5,5345}{1861,3} = 8,52703.$$



Aus diesen Zahlenbeispielen ist zu erkennen, welchen Weg man bei der Bestimmung der Kubikwurzeln einschlagen muss, um zu brauchbaren Werthen zu gelangen.

Eine weitere Ausnutzung vorstehender Formeln für die vierte, fünfte etc. Wurzel ist nicht rathsam und soll daher hiervon Abstand genommen werden.

## Jährliche Kosten für Vermessung und Vermarkung in Württemberg.

### I. Ausgabe des Staats.

Aus dem Hauptfinanzetat 1896/97 für das Königreich Württemberg stellen sich nachstehende Staatsausgaben zusammen für Vermessungen und deren Revision, sowie für Vermarkung etc.

#### A. Departement des Innern.

(Cap. 29.) Kosten der Feldmesserprüfung: 1300 Mk.

(Cap. 34.) Centralstelle für die Landwirthschaft, Abtheilung für Feldbereinigung. Gehalt und Wohnungsgeldzuschuss der Vermessungsbeamten, sowie sachlicher Aufwand: 19270 Mk. Dieser Ausgabe steht als Einnahme gegenüber: Ersätze 2000 Mk.

#### B. Departement des Kirchen- und Schulwesens.

(Cap. 97.) Kosten der Theilnahme an dem wissenschaftlichen Unternehmen der internationalen Erdmessung: 1400 Mk.

#### C. Departement der Finanzen.

(Cap. 103.) Statistisches Landesamt. Gehalt und Wohnungsgeldzuschuss der Vermessungsbeamten, sowie sachlicher Aufwand für topographische Arbeiten und Lithographie: 67 440 Mk. (darunter für Herstellung einer Höhencurvenkarte im Maassstab 1 : 2500 und 1 : 25000 = 17 500 Mk.) Als Einnahme steht gegenüber: Erlös für Karten 7000 Mk.

(Cap. 111.) Domainenverwaltung. Vermessungs- und Vermarkungskosten: 5000 Mk.

(Cap. 112.) Forstverwaltung. Gehalt und Wohnungsgeldzuschuss der Vermessungsbeamten, sowie sachlicher Aufwand: 27 190 Mk.

(Cap. 124.) Grundsteuerverwaltung. Abtheilung: Erhaltung und Fortführung der Flurkarten und Primärkataster (Landesvermessung). Gehalt Wohnungsgeldzuschuss und Reisekosten der Vermessungsbeamten des Kataster-Bureaus, sowie Canzleikosten desselben und sachlicher Aufwand: 29 530 Mk. Gehalt und Wohnungsgeldzuschuss, Reise- und Canzleikosten der Fortführungsbeamten (Bezirksgeometer): 134 540 Mk. Gehalt und Wohnungsgeldzuschuss des Vorstands der K. lithographischen Anstalt, Taggelder der Lithographen und Drucker, sowie Canzleikosten der Anstalt 28 550 Mk., zusammen Ausgaben in Cap. 124: 192 620 Mk. Diesen

stehen als Einnahmen gegenüber: Erlös aus Flurkartenabdrücken, Stadt- und Ortsplänen 10 300 Mk.; Ersätze für Arbeiten der Bezirksgeometer 17 500 Mk. zusammen 27 800 Mk.

D. Departement der auswärtigen Angelegenheiten.

Abtheilung für Verkehrsanstalten.

(Cap. 118.) Gehalt, Wohnungsgeldzuschuss und Reisekosten der Vermessungsbeamten, sowie sachlicher Aufwand: 109 800 Mk.

Hiernach ergibt sich als Summe der jährlichen Staatsausgaben 424 020 Mk., welcher gegenübersteht eine Summe der jährlichen Staatseinnahmen 36 800 Mk. (Hierunter sind nicht inbegriffen die Kosten der obersten Leitung, sowie die reinen Verwaltungskosten für Revision und Kassenwesen. Da ausserdem einzelne Posten durch Schätzung aus grösseren Posten ausgezogen wurden, so kann die Unsicherheit der Gesamtsumme  $\pm 5\%$  betragen.)

## II. Ausgaben der Gemeinden- und Grundbesitzer.

Um einen Gesamtüberblick über die jährlichen Kosten, welche durch das öffentliche Vermessungswesen entstehen, zu erhalten, sind noch nachstehende Posten durch Schätzung gewonnen worden. Aus letzterem Grunde sind dieselben jedoch, zumal der jährliche Anfall der Arbeiten überhaupt sehr schwankend ist, auf etwa  $\pm 25\%$  unsicher.

a) Ausgaben der Betheiligten für Ausführung von Feldbereinigungen (jedoch nur für vermessungstechnische, nicht culturtechnische Arbeiten): 50 000 Mk.

b) Ausgaben der Betheiligten für Beibringung der Handrisse und Messurkunden, welche als Grundlage für die Fortführung des Katasters und somit auch zur Sicherung des Immobilienverkehrs dienen: 200 000 Mk.

c) Ausgaben der Betheiligten für Instandhaltung und Ergänzung der Grundstücksvermarkung: 220 000 Mk.

d) Ausgaben der Betheiligten in Stadt- und Ortsbauplansachen (Herstellung von Ortsbauplänen, von Lageplänen für Bauconcession etc.): 90 000 Mk.

Dies giebt als Summe a) bis d): 560 000 Mk.

Endlich dürften noch die Ausgaben für reine Privatvermessungen (Nivellements, Baumessungen, Processsachen etc.) betragen 20 000 Mk; woraus sich als jährliche Gesamtausgabe für Vermessung und Vermarkung berechnet 1 004 020 Mk. rund = 1 Million Mark. St.

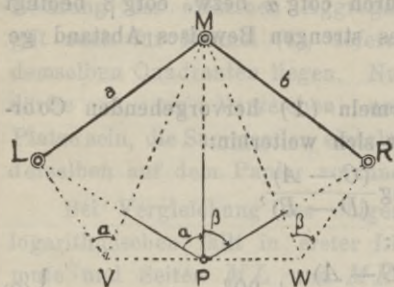
Zu dieser ungemein werthvollen Mittheilung aus Württemberg möchten wir nur beifügen, ob nicht auch aus anderen Staaten solche Kostenzusammenstellungen zu erlangen wären? Unsere bekanntlich hinsichtlich ihrer Bedeutung im Staatsorganismus vielfach unterschätzte Wissenschaft würde dadurch in den Augen manches Staatsbeamten ins richtige Licht gesetzt werden.

D. Red. J.



## Auflösung des einfachen Rückwärtseinschnitts mittelst Rechenmaschine und numerisch-trigonometrischer Tafel.

In der Reihe der verschiedenartigen für den einfachen Rückwärtseinschnitt anwendbaren Rechnungsweisen möge eine weitere Lösung dieses Problems, die sich in ihrer Ausführung höchst einfach und kurz



gestaltet, Aufnahme finden. Der einzuschlagende Weg stützt sich auf rein numerische Rechnung und setzt die Benützung einer Rechenmaschine voraus. Die dabei in Betracht kommenden Rechenformeln lassen sich folgendermassen ableiten:

In den nebenstehenden Figuren sollen  $L, M, R$  die koordinatenmässig gegebenen Festpunkte,  $P$  der zu bestimmende Neupunkt und  $\alpha$  und  $\beta$  die in diesem Punkte gemessenen Winkel bedeuten. Denkt man sich in  $P$  auf  $PM$ , ferner in  $L$  auf  $LM$  und schliesslich in  $R$  auf  $RM$  Lothe errichtet, so entstehen unter Absehung von einigen in der Natur ohne künstliches Zuthun höchst selten eintretenden Sonderfällen auf dem zuerst genannten Lothe stets zwei Schnittpunkte,  $V$  und  $W$ , deren Coordinatenunterschiede in Bezug auf  $M$  sich auf folgende Art leicht bestimmen lassen:

In Bezug auf die erste Figur ist:

$$\begin{aligned} LV &= a \cdot \cotg \alpha; & (LV) &= (LM) + 90^\circ; \\ RW &= b \cdot \cotg \beta; & (RW) &= (RM) - 90^\circ. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (y_V - y_L) &= LV \cdot \sin(LV) = a \cdot \cotg \alpha \cdot \cos(LM) = (x_M - x_L) \cdot \cotg \alpha; \\ (x_V - x_L) &= LV \cdot \cos(LV) = a \cdot \cotg \alpha \cdot \sin(LM) = -(y_M - y_L) \cdot \cotg \alpha; \\ (y_W - y_R) &= RW \cdot \sin(RW) = -b \cdot \cotg \beta \cdot \cos(RM) = -(x_M - x_R) \cdot \cotg \beta; \\ (x_W - x_R) &= RW \cdot \cos(RW) = b \cdot \cotg \beta \cdot \sin(RM) = (y_M - y_R) \cdot \cotg \beta \end{aligned}$$

Verschiebt man nun den Anfangspunkt des bestehenden allgemeinen Coordinatensystems nach  $M$ , so erhält man die Coordinaten der Punkte  $V$  und  $W$ , ausgedrückt in diesem zweiten System, durch folgende Formeln, in denen die neuen Coordinaten durch Vorsetzen des Buchstabens  $\Delta$  vor die entsprechende alte Bezeichnung kenntlich gemacht sind:

$$\left. \begin{aligned} \Delta y_V &= A = \Delta y_L - \Delta x_L \cdot \cotg \alpha; \\ \Delta x_V &= B = \Delta x_L + \Delta y_L \cdot \cotg \alpha; \\ \Delta y_W &= C = \Delta y_R + \Delta x_R \cdot \cotg \beta; \\ \Delta x_W &= D = \Delta x_R - \Delta y_R \cdot \cotg \beta; \end{aligned} \right\} (1)$$

Es bleibt nun noch übrig den Nachweis zu führen, dass diese aus Fig. 1 abgeleiteten Formeln Gültigkeit besitzen für jede beliebige Gruppierung der vier beteiligten Punkte. Da ohne Weiteres eine Beziehung zwischen Azimuth ( $LV$ ) und Winkel  $\alpha$  und ebenso zwischen Azimut ( $RW$ ) und Winkel  $\beta$  zu erkennen ist, dergestalt, dass wenn Azimut ( $LV$ ) bzw. ( $RW$ ) einen Zeichenwechsel in den Formeln (1) verursacht, gleichzeitig ein solcher durch  $\cotg \alpha$  bzw.  $\cotg \beta$  bedingt wird, so kann von der Lieferung des strengen Beweises Abstand genommen werden.

Nach Kenntniss der aus den Formeln (1) hervorgehenden Coordinaten der Punkte  $V$  und  $W$  ergibt sich weiterhin:

$$(VW) = \text{arc tang} \frac{(C - A)}{(D - B)},$$

und in unmittelbarem Anschluss daran:

$$(MP) = \text{arc tang} \frac{(C - A)}{(D - B)} + 90^\circ \quad \left. \right\} (2)$$

Zum Zwecke der Ermittlung der Seitenlänge  $MP$  drehe man nun das Achenkreuz des zweiten Coordinatensystems, den Anfangspunkt desselben ( $M$ ) in seiner Lage unverändert lassend, in rechtläufigem Sinne so weit, bis die ursprüngliche positive Richtung der Abscissenachse mit dem Azimut ( $MP$ ) zusammenfällt. Durch diese Maassregel wird erreicht, dass die Strecken  $MP$ ,  $VP$  und  $WP$  in dem neuen System als Coordinaten der Punkte  $V$  und  $W$  auftreten und zur Bestimmung derselben die bekannten Umwandlungsformeln Anwendung finden können. Da nun der Winkel, welcher von der positiven Richtung der Abscissenachse dieses dritten Systems zu derjenigen des zweiten überführt, gleich der Ergänzung des Azimuts ( $MP$ ) zu  $360^\circ$  ist, gestalten sich bei Einführung dieses Azimuts die Umwandlungsformeln für die allein Interesse bietende Gerade  $MP$  folgendermaassen:

$$\left. \begin{aligned} MP &= A \cdot \sin(MP) + B \cdot \cos(MP); \\ &= C \cdot \sin(MP) + D \cdot \cos(MP). \end{aligned} \right\} (3)$$

Ist  $MP$  nach einer dieser beiden Formeln ermittelt, so findet sich das Schlussresultat gemäss:

$$\left. \begin{aligned} y_P &= y_M + MP \cdot \sin(MP) \\ x_P &= x_M + MP \cdot \cos(MP) \end{aligned} \right\} (4)$$

Die Schlussprobe für Richtigkeit der Gesamtrechnung wird am schnellsten in der seither üblichen Weise erledigt, indem man bildet:

$$\left. \begin{aligned} (PL) &= \text{arc tang} \frac{(y_L - y_P)}{(x_L - x_P)} \\ (PR) &= \text{arc tang} \frac{(y_R - y_P)}{(x_R - x_P)} \end{aligned} \right\} (5)$$

und daraufhin:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= (PM) - (PL) \\ \beta &= (PR) - (PM), \end{aligned} \right\} (6)$$



wobei Uebereinstimmung mit den für die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  gegebenen Grössen stattzufinden hat.

Ueberblickt man nun, am Schluss der Entwicklung angelangt, die Formeln (1), (3) und (4), so bemerkt man sofort, dass der Bau derselben für den Gebrauch der Rechenmaschine ein günstiger ist. Das stets positive Ergebniss der Formel (3) vermag die Maschine ohne besondere Notirung der einzelnen Aggregatglieder direct zu liefern. Dasselbe gilt auch für Formel (4), sofern die Punkte  $M$  und  $P$  in ein und demselben Quadranten liegen. Nur bei der Auswerthung der Formeln (1) dürfte es, um Vorzeichen- und Kommafehler zu vermeiden, am Platze sein, die Summanden einzeln niederzuschreiben und die Vereinigung derselben auf dem Papier vorzunehmen.

Bei Vergleichung des obigen Rechnungsganges mit dem üblichen logarithmischen fällt in erster Linie auf, dass die Kenntniss der Azimute und Seiten  $ML$  und  $MR$  entbehrlich wird und dass bei dem ganzen Verfahren andere Winkel, als die beiden gegebenen, nicht erscheinen. Zu Gunsten des numerischen Verfahrens dürfte weiterhin der Umstand sprechen, dass dasselbe das Nachschlagen von nur halb so viel Winkelfunctionen und Winkeln erforderlich macht, als das logarithmische, und dass schliesslich die Schreibearbeit und die beschriebene Fläche sich auf die Hälfte ermässigen.

Die Raschheit, mit der man unter Zuhilfenahme bequemer numerisch-trigonometrischer Tafeln und bei einiger Fertigkeit in der Handhabung der Rechenmaschine zum Ergebniss und zur Schlussprobe gelangt, gab dem Verfasser Veranlassung, vorstehender Entwicklung solche Formeln fern zu halten, welche den richtigen Verlauf einzelner Rechenabschnitte zu prüfen hätten. Bei etwaigem Versagen der Schlussprobe muss daher vollständiges Nachrechnen erfolgen.

Hinsichtlich der schematischen Anordnung der Rechenarbeit wird auf nachstehende Ausführung eines Beispiels hingewiesen, das einen Bestandtheil des Dreiecksnetzes der Stadt Potsdam bildet und von der dortigen Stadtvermessung bearbeitet wurde.

Nachstehende Rechnung bewirkte Verfasser mit Hülfe einer 6-7-12-stelligen Thomas-Burckhardt'schen Rechenmaschine und einer von ihm selbst eigens für Maschinenrechnen handschriftlich hergestellten sechsstelligen numerisch-trigonometrischen Tafel, deren Angaben von 10 zu 10 Secunden fortschreiten. Hierbei zeigte sich, dass die Maschine, welche bei fünfstelligem Rechnen, z. B. beim Ausgleichen, Berechnen der Polygonzüge, Kleinpunkte u. s. w. stets vollkommen befriedigt hat, für sechsstellige Rechnung nicht mehr ausreicht und an Stelle derselben der 8-9-16-stellige Typus zu verwenden ist. Dem Mangel an einer solchen Maschine ist es auch hauptsächlich zuzuschreiben, weshalb in obiger Rechnung die Werthe der Functionen tang und cotg zwischen 1 und  $\infty$

Zu bestimmender Neupunkt *P*: **Hermannswerder**, Bolzenstein. 1895. IV. Ordn.

## a) Gegebene Stücke:

Ziel:		Richtung:			Winkel:			<i>i</i>	<i>y<sub>i</sub></i>	<i>x<sub>i</sub></i>
Linkes:	Ruinenberg	9	31	28,6	$\alpha$	31	59	26,3	<i>L</i> + 21200,734	— 2820,628
Mittleres:	Garnisonkirche	41	30	54,9	$\beta$	43	24	49,2	<i>R</i> + 22951,186	— 6068,080
Rechtes:	Observatorium	84	55	44,1					<i>M</i> + 22234,057	— 4441,630
Ergebniss der Berechnung:								<i>P</i> +	20603,369	— 6263,238

b) Berechnung des Azimuts und der Seite *MP*:

tang $\alpha = 0,624642$ .				tang $\beta = 0,946105$ .			
$\Delta y_L$	— 1033,323	$\Delta x_L$	+ 1621,002	$\Delta y_R$	+ 717,129	$\Delta x_R$	— 1626,450
$-\Delta x_L \cdot \cotg \alpha$	— 2595,090	$\Delta y_L \cdot \cotg \alpha$	— 1654,264	$\Delta x_R \cdot \cotg \beta$	— 1719,101	$-\Delta y_R \cdot \cotg \beta$	— 757,980
<i>A</i>	— 3628,413	<i>B</i>	— 33,262	<i>C</i>	— 1001,972	<i>D</i>	— 2384,430
sin ( <i>MP</i> )	— 0,666983	cos ( <i>MP</i> )	— 0,745073	— <i>A</i>	+ 3628,413	— <i>B</i>	+ 33,262
$(MP) = 221^\circ 50' 04,7''$ .				<i>C-A</i>	+ 2626,441	<i>D-B</i>	— 2351,168
<i>MP</i> = 2444,872 m.				cotg [( <i>MP</i> ) — 90°] = — 0,895192.			

## c) Schlussprobe:

( <i>PL</i> )	+ 597,365	tang ( <i>PL</i> )	+ 0,173521	( <i>PL</i> )	9	50	38,4	$\alpha =$	31	39	26,3	26,3''
	+ 3442,610			( <i>PM</i> )	41	50	04,7		$\beta =$	43	24	49,3
( <i>PR</i> )	+ 2347,817	cotg ( <i>PR</i> )	+ 0,083123	( <i>PR</i> )	85	14	54,0					
	+ 195,158											

vermieden und dafür jeweils mit dem zwischen 0 und 1 verlaufenden Werthe der Cofunction gerechnet wurde.

Trotz der durch die Unzulänglichkeit der Maschine erschwerten Handhabung derselben und des unhandlichen Formates der benutzten Tafel (21 : 33 cm) brauchte Verfasser zur Erledigung obiger Rechnung von dem Augenblick nach geschehener Eintragung der gegebenen Stücke im Rechenabschnitt  $\alpha$  an gerechnet den geringen Zeitaufwand von 18 Minuten.

Zum Schluss sei noch auf eine andere numerische Lösung des einfachen Rückwärtseinschnitts hingewiesen, die in der Schrift von Dr. G. Höckner „über die Einschaltung von Punkten in ein durch Coordinaten gegebenes, trigonometrisches Netz mit ausgiebiger Verwendung einer Rechenmaschine“\*) entwickelt wird.

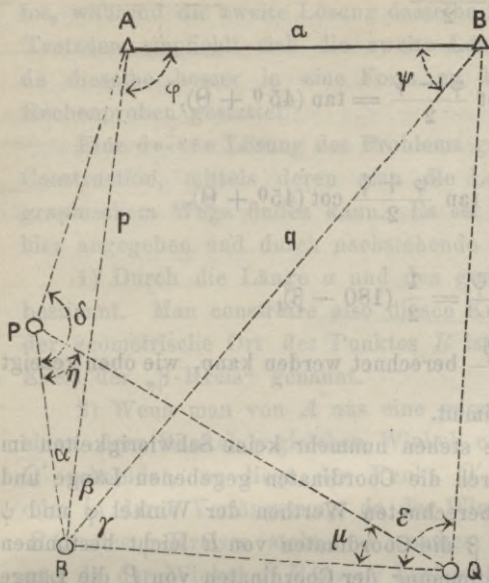
Potsdam, Januar 1896. *H. Sossna.*

\*) Leipzig 1891. Verlag von Gustav Fock. Vergleiche auch das Rückwärtseinschneiden mit Coordinaten, von Runge. Zeitschrift 1894, Seite 204—207.



# Ein neues geometrisches Problem;

von Max Jurisch.



Das folgende, dem Hansen'schen ähnliche, Problem dürfte für Mathematiker im Allgemeinen und für Geometer im Besonderen von Interesse sein.

Zwei trigonometrische Netzpunkte A und B sind durch ihre Coordinaten gegeben, man soll, durch blosse Winkelmessung auf den Stationen P, Q und R diese in ihrer relativen Lage zu A und B festlegen. Jede zwei der Stationen P, Q und R können von der dritten beobachtet werden, aber in P ist, ausser Q und R, nur A zu sehen und in Q, ausser P und R, nur B, während in R, ausser P und Q, auch die beiden Netzpunkte A und B sichtbar sind. Es sind also in der nebenstehenden Figur messbar, und neben  $AB = a$  als gegeben zu betrachten, die Winkel  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \eta$  und  $\mu$ .

Erste Lösung: Wenn man der Kürze wegen  $AR$  mit  $p$ ,  $BR$  mit  $q$  und die Winkel  $RAB$  und  $RBA$  beziehungsweise mit  $\varphi$  und  $\psi$  bezeichnet, so ist:

$$\frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \frac{p}{q} = \frac{PR \sin \delta}{\sin(\alpha + \delta)} \cdot \frac{QR \sin \epsilon}{\sin(\gamma + \epsilon)} = \frac{PR \sin \delta \sin(\gamma + \epsilon)}{QR \sin \epsilon \sin(\alpha + \delta)}$$

Es ist aber:

$$\frac{PR}{QR} = \frac{\sin \mu}{\sin \eta}$$

und daher:

$$\frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \frac{\sin \mu \sin \delta \sin(\gamma + \epsilon)}{\sin \eta \sin \epsilon \sin(\alpha + \delta)}$$

Die rechte Seite dieser Gleichung besteht nur aus bekannten Grössen. Setzen wir dieselbe  $= \tan \Theta$ , so ist:

$$\frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \tan \Theta \text{ oder } \frac{\sin \varphi + \sin \psi}{\sin \varphi - \sin \psi} = \frac{1 + \tan \Theta}{1 - \tan \Theta}$$

Wenn man nun für 1 im Zähler auf der rechten Seite das der 1 gleichwerthige  $\tan 45^\circ$  setzt und  $\tan \Theta$  im Nenner mit 1 oder dem gleichwerthigen  $\tan 45^\circ$  multipliziert, so erhält man nach einer bekannten trigonometrischen Formel:

$$\frac{2 \sin \frac{\varphi + \psi}{2} \cos \frac{\varphi - \psi}{2}}{2 \cos \frac{\varphi + \psi}{2} \sin \frac{\varphi - \psi}{2}} = \frac{\tan 45^\circ + \tan \Theta}{1 - \tan 45^\circ \tan \Theta},$$

oder:

$$\tan \frac{\varphi + \psi}{2} \cot \frac{\varphi - \psi}{2} = \tan (45^\circ + \Theta),$$

und endlich:

$$\tan \frac{\varphi - \psi}{2} = \tan \frac{\varphi + \psi}{2} \cot (45^\circ + \Theta).$$

Nun ist aber

$$\frac{\varphi + \psi}{2} = \frac{1}{2} (180 - \beta),$$

also bekannt, und da  $\frac{\varphi - \psi}{2}$  berechnet werden kann, wie oben gezeigt wurde, so sind  $\varphi$  und  $\psi$  bestimmt.

Der Lösung der Aufgabe stehen nunmehr keine Schwierigkeiten im Wege, da man aus der durch die Coordinaten gegebenen Länge und Richtung von  $AB$ , aus den berechneten Werthen der Winkel  $\varphi$  und  $\psi$  und dem beobachteten Winkel  $\beta$  die Coordinaten von  $R$  leicht bestimmen kann. Man hat dann zur Bestimmung der Coordinaten von  $P$  die Länge und Richtung von  $p$  und die beobachteten Winkel  $\alpha$  und  $\delta$ , und zu der der Coordinaten von  $Q$  die Länge und Richtung von  $q$  nebst den beobachteten Winkeln  $\gamma$  und  $\varepsilon$ .

Eine zweite Lösung des Problems ist die folgende. Man macht die Annahme, eine Seite des Dreiecks  $PQR$  sei eine bestimmte Anzahl beliebiger Maasseinheiten lang. Es sei  $PQ = 1000$  (die Annahme  $PQ = 1000$  ist ganz willkürlich, doch nimmt man die Zahl der Maasseinheiten, denen  $PQ$  gleichgesetzt wird, so, dass sie ungefähr den in der Aufgabe vorkommenden Längen entspricht. Man würde also  $PQ$  nicht  $= 10$  oder  $100$  setzen, wenn die Längen, mit denen man zu thun hat, in tausenden ausgedrückt sind. Dies würde aus arithmetischen Gründen die Rechnung unvortheilhaft beeinflussen). Mit dieser angenommenen Länge von  $PQ$  und den beobachteten Winkeln des Dreiecks  $PQR$  berechnet man nun die Längen, die  $PR$  und  $QR$  unter der gemachten Annahme haben würden, und von diesen mit den ebenfalls beobachteten Winkeln  $\alpha$ ,  $\delta$  beziehungsweise  $\gamma$ ,  $\varepsilon$ , die Längen, die  $p$  und  $q$  unter dieser Annahme haben würden. Man hat dann in dem Dreiecke  $ABR$  die Seiten  $p$  und  $q$  nebst dem von ihnen eingeschlossenen beobachteten Winkel  $\beta$ , und kann daher die Winkel  $\varphi$  mit  $\psi$  berechnen. Sowie dies geschehen ist, verwirft man die angenommene und die davon abgeleiteten Längen, und rechnet nun mit der wirklichen Länge  $AB = a$ , den gefundenen Winkeln  $\varphi$  und  $\psi$ , und dem beobachteten Winkel  $\beta$ , die Coordinaten von  $R$  und hat dann, wie in der ersten Lösung, zur Be-



stimmung der Coordinaten von  $P$  und  $Q$  zwei Dreiecke, in denen je eine Seite und zwei Winkel gegeben sind.

Die erste Lösung geht gerade auf die Bestimmung von  $\varphi$  und  $\psi$  los, während die zweite Lösung dasselbe Ziel auf einem Umwege erreicht. Trotzdem empfiehlt sich die zweite Lösung für praktische Anwendung, da dieselbe besser in eine Form zu bringen ist, die durchgreifende Rechenproben gestattet.

Eine dritte Lösung des Problems gründet sich auf die geometrische Construction, mittels deren man die Lage der gesuchten Punkte auf graphischem Wege finden kann. Es sei daher zuerst diese Construction hier angegeben und durch nachstehende Figur erläutert.

1) Durch die Länge  $a$  und den gemessenen Winkel  $\beta$  ist ein Kreis bestimmt. Man construire also diesen Kreis der durch  $A$  und  $B$  gehend der geometrische Ort des Punktes  $R$  ist. Der Kürze wegen sei dieser Kreis der „ $\beta$ -Kreis“ genannt.

2) Wenn man von  $A$  aus eine gerade Linie zieht, welche mit  $AB$  einen dem Winkel  $\gamma$  gleichen Winkel einschliesst, und den  $\beta$ -Kreis in  $Q'$  schneidet, so liegt der Punkt  $Q'$  entweder auf der Linie  $BQ$ , oder in deren Verlängerung, da der Winkel  $BRQ'$  auf derselben Sehne  $BQ'$  des  $\beta$ -Kreises steht, auf welcher auch der Winkel  $BAQ'$  steht, und da der Winkel  $BRQ = \gamma$  beobachtet wurde.

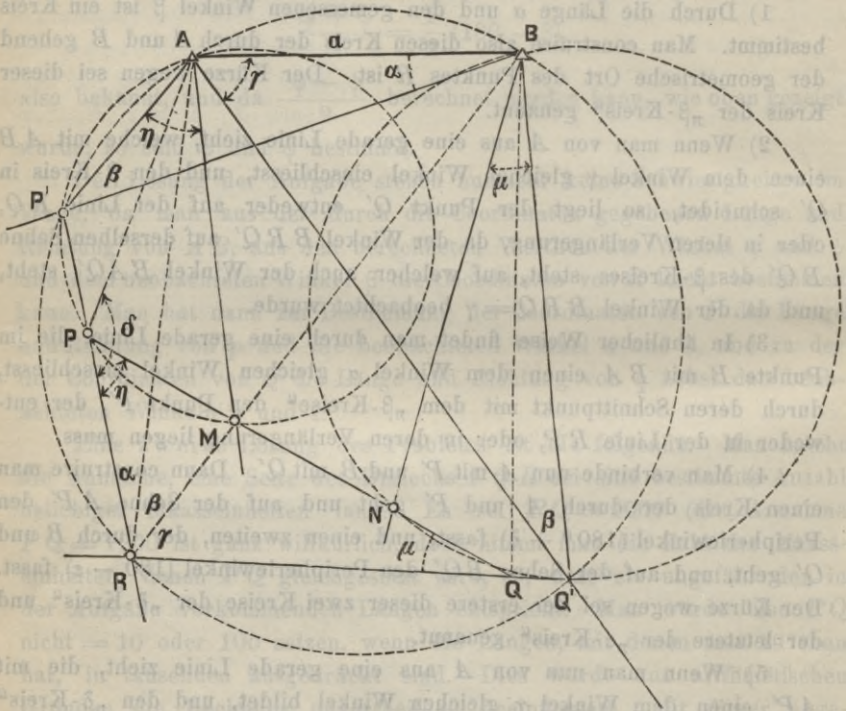
3) In ähnlicher Weise findet man durch eine gerade Linie, die im Punkte  $B$  mit  $BA$  einen dem Winkel  $\alpha$  gleichen Winkel einschliesst, durch deren Schnittpunkt mit dem „ $\beta$ -Kreise“ den Punkt  $P'$ , der entweder in der Linie  $RP$ , oder in deren Verlängerung liegen muss.

4) Man verbinde nun  $A$  mit  $P'$  und  $B$  mit  $Q'$ . Dann construire man einen Kreis der durch  $A$  und  $P'$  geht und auf der Sehne  $AP'$  den Peripheriewinkel  $(180^\circ - \delta)$  fasst, und einen zweiten, der durch  $B$  und  $Q'$  geht, und auf der Sehne  $BQ'$  den Peripheriewinkel  $(180 - \varepsilon)$  fasst. Der Kürze wegen sei der erstere dieser zwei Kreise der „ $\delta$ -Kreis“ und der letztere der „ $\varepsilon$ -Kreis“ genannt.

5) Wenn man nun von  $A$  aus eine gerade Linie zieht, die mit  $AP'$  einen dem Winkel  $\tau$  gleichen Winkel bildet, und den „ $\delta$ -Kreis“ in  $M$  schneidet, so steht auf der von  $A$  abgekehrten Seite der Sehne  $P'M$  (die man sich gezogen denken mag) der Peripheriewinkel  $(180 - \tau) = P'PM$ . Wenn man also die Richtung von  $MP$  finden kann, so ist die Lage von  $P$  bestimmt. Diese Richtung findet man, indem man:

6) von  $B$  aus eine gerade Linie zieht, die mit  $BQ'$  den Winkel  $\mu$  einschliesst, und den „ $\varepsilon$ -Kreis“ in  $N$  schneidet. Die Richtung der geraden Linie, welche  $N$  und  $M$  verbindet, ist die gesuchte. Man hat daher nur  $NM$  zu verlängern, bis diese den „ $\delta$ -Kreis“ schneidet, dann ist der Schnittpunkt der gesuchte Punkt  $P$ . Ebenso ist, wenn man die Linie  $MN$  verlängert, bis diese den „ $\varepsilon$ -Kreis“ schneidet, der Schnittpunkt der gesuchte Punkt  $Q$ . Man hat nun nur noch  $P'P$  sowie auch

$Q'Q$  durch gerade Linien zu verbinden und dieselben zu verlängern, bis sie sich schneiden, um die Construction zu vollenden, da der Schnittpunkt der gesuchte Punkt  $R$  sein muss. Dass dies so ist, lässt sich leicht zeigen. Da aus der Construction hervorgeht, dass der Winkel  $P'PM = (180 - \gamma)$  und der Winkel  $Q'QN = (180 - \mu)$  ist, so ist auch der Winkel  $RPQ = \gamma$  und der Winkel  $RQP = \mu$ . Da ferner nach der Construction  $P'$  in der Verlängerung von  $RP$ , und  $Q'$  in der Verlängerung von  $RQ$  liegt, wenn  $R$  als auf dem  $\beta$ -Kreise gelegen gedacht wird, so muss, umgekehrt, der Schnittpunkt  $R$  der Verlängerungen von  $P'P$  und  $Q'Q$  im  $\beta$ -Kreise liegen und dem gesuchten Punkte  $R$  des Problems entsprechen.



Die vorliegende Construction giebt nun die Mittel an die Hand, eine vierte Lösung des Problems durch Rechnung zu finden, wenn auch diese Lösung ihrer Länge wegen sich für den praktischen Gebrauch nicht empfiehlt.

Man rechnet aus dem Dreieck  $ABQ$ , mit der gegebenen Länge  $a$  deren Richtungswinkel und den Winkeln  $\gamma$  und  $\beta$ , die Coordinaten von  $Q$ , und aus dem Dreieck  $ABP'$  mit ähnlichen Daten die Coordinaten von  $P'$ . Ferner berechnet man aus dem Dreieck  $AP'M$  mit der bereits gefundenen Länge  $AP'$  und den Winkeln  $\eta$  und  $(180 - \delta)$  die Coordinaten von  $M$ , und aus dem Dreieck  $BQN$  in ähnlicher Weise die Coordinaten von  $N$ . Dann berechnet man aus den gefundenen Coordinaten



von  $M$  und  $N$  den Richtungswinkel von  $MN$ , und da die Richtungswinkel von  $MP'$  und  $NQ'$ , und deren Längen aus der Berechnung der Coordinaten von  $M$ , beziehungsweise  $N$ , bekannt sind, so hat man zur Bestimmung der Coordinaten von  $P$  in dem Dreieck  $MP'P$  und zur Bestimmung der Coordinaten von  $Q$  in dem Dreieck  $NQ'Q$ , je eine Seite und zwei Winkel, von denen einer durch Beobachtung gegeben, und der andere durch die Differenz zweier Richtungswinkel bestimmt ist. Man kann also die Coordinaten von  $P$  und  $Q$  finden. Von den Coordinaten von  $P$  und  $Q$  kann man nun die Länge  $PQ$ , deren Richtung bereits bekannt ist, finden und aus dieser mit Hilfe der beobachteten Winkel  $\eta$ ,  $\mu$ , und  $(\alpha + \beta + \gamma)$ , die Coordinaten von  $R$  berechnen.

Kapstadt, den 16. August 1895.

*Max Jurisch.*

## Gesetze und Verordnungen.

Im Haushaltsetat des Preussischen Staates, der nunmehr in dritter Lesung angenommen ist, finden sich folgende den Landmesser interessirende Neuerungen:

### a. landwirthschaftliche Verwaltung.

1) Die Arbeiten des ständigen Hilfsarbeiters im Ministerium für die Vermessungsangelegenheiten, dessen Stelle durch den Etat für 1888/89 errichtet worden ist, haben inzwischen derartig an Umfang und Bedeutung zugenommen, dass sie den Obliegenheiten eines vortragenden Rathes völlig gleich kommen. Es ist deshalb die Umwandlung dieser Stelle in die eines vortragenden Rathes in Aussicht genommen, zumal bereits durch den Etat für 1894/95 die gleichartige, bis dahin im Etat des Finanzministeriums aufgeführte Stelle des ständigen Hilfsarbeiters für die Katasterangelegenheiten in die eines vortragenden Rathes umgewandelt worden ist.

2) Um die Arbeiten des vermessungstechnischen Personals der Auseinandersetzungsbörden, das gegenwärtig an Beamten und Hilfskräften nahezu 1000 Köpfe zählt, genügend überwachen zu können, sind an allen Stellen, wo eine grössere Zahl von Vermessungstechnikern beschäftigt wird, gemeinsame Arbeitsräume eingerichtet, in welchen die Leitung und Aufsicht tüchtigen und erfahrenen Vermessungsbeamten übertragen worden ist.

Die Stellung dieser aufsichtführenden Vermessungsbeamten, in deren Händen auch die Anleitung und Ausbildung der jüngeren Landmesser, Gehülfen und Eleven ruht, ist eine besonders schwierige und verantwortungsvolle. Dazu kommt, dass die pflichtgemässe Wahrnehmung der

damit verbundenen Obliegenheiten eine längere Abwesenheit derselben von den Vermessungsbureaus und die Wahrnehmung der gesuchteren auswärtigen Geschäfte nicht gestattet. Mit Rücksicht hierauf erscheint es, um die Gewinnung tüchtiger Kräfte sicherzustellen, angezeigt, den aufsichtführenden Beamten, deren Zahl gegenwärtig 100 beträgt, nach Maassgabe des Umfangs ihrer Geschäfte, sowie der damit verbundenen besonderen Mühewaltung und Verantwortlichkeit und unter Berücksichtigung der sonst in Betracht kommenden Verhältnisse eine besondere Entschädigung zu gewähren.

Zu diesem Zwecke sind 25 000 Mark zur Wahrnehmung der Aufsichtsthätigkeit in den Vermessungsbureaus in den Etat eingestellt worden.

#### b. Verwaltung der directen Steuern.

Die andauernde Zunahme der Geschäfte in mehreren Katasteramtsbezirken in Verbindung mit der für nothwendig erachteten anderweiten Abgrenzung der Bezirke erfordert die Errichtung von drei neuen Katasterämtern, und zwar zu Oebisfelde im Regierungsbezirke Magdeburg, Stolzenau im Regierungsbezirke Hannover und Papenburg im Regierungsbezirke Osnabrück.

Das Katasteramt und die Kreiskasse zu Putzig im Regierungsbezirke Danzig werden seither von einem Beamten verwaltet. Die andauernde Zunahme der Geschäfte des Katasteramts macht es nothwendig, die Verbindung desselben mit der Kreiskasse aufzuheben und für das Katasteramt eine neue Katastercontroleurstelle zu schaffen.

## Personalmeldungen.

**Königreich Preussen.** Der König hat den bisher ständigen Hilfsarbeiter für die Vermessungsangelegenheiten im Ministerium für Landwirthschaft, Domainen und Forsten, Obervermessungs-Inspector Kunke zum Geheimen Regierungs- und vortragenden Rath in diesem Ministerium ernannt.

**Württemberg.** Seine Kgl. Majestät haben am 4. April allergnädigst geruht, den Oberamtsgeometer Löffler in Blaubeuren zum Bezirksgeometer für den Stadtdirections- und Oberamtsbezirk Stuttgart mit dem Amtssitz in Stuttgart zu ernennen.

Das Steuercollegium, Abth. f. dir. St. hat den Oberamtsgeometer Wied in Kirchheim seinem Ansuchen gemäss des Dienstes enthoben.



## Vereinsangelegenheiten.

### Einladung zur 20. Hauptversammlung des Deutschen Geometer-Vereins.

Unter Bezugnahme auf die Bekanntmachungen der Vorstandschaft des Deutschen Geometer-Vereins in Nr. 4 und 8 der Zeitschrift für Vermessungswesen beehrt sich der unterzeichnete Ortsausschuss die Vereinsmitglieder zu der in der Zeit vom 2. bis 5. August d. J. in Dresden stattfindenden 20. Hauptversammlung und der damit verbundenen Feier des 25jährigen Bestehens des Deutschen Geometer-Vereins ergebenst einzuladen.

Wenn schon durch den reichen Inhalt des wissenschaftlichen Theils der bereits veröffentlichten Versammlungsordnung in den geodätischen Kreisen ein mächtiger Antrieb zum Besuche der Versammlung erzeugt werden wird, so hofft der Ortsausschuss, dass auch der lediglich der Geselligkeit und dem Vergnügen gewidmete Theil des Programmes und der Versammlungsort selbst unter den Vereinsmitgliedern und Fachgenossen den Wunsch der Betheiligung an der Versammlung recht lebendig werden lässt.

Dresden, die Haupt- und Residenzstadt des hochentwickelten Sachsenlandes, bietet ja an sich schon des Schönen so viel. Die Lage der Stadt zu beiden Seiten des verkehrsreichen Stromes, die herrlichen Bauwerke, die unvergleichlichen Kunstschatze, die Anmuth der fruchtbaren Thalniederung, die Lieblichkeit der umgebenden Berge, die sonnigen Höhen und wilden Felsengründe der nahen sächsischen Schweiz — das Alles sind Reize, welche die Stadt von jeher zum Mittelpunkte eines grossen Fremdenverkehrs gemacht haben.

Und dazu tritt im kommenden Sommer als weiterer Anziehungspunkt die Ausstellung des sächsischen Handwerks und Kunstgewerbes, für welche als besondere Sehenswürdigkeit eine mittelalterliche Stadt und ein wendisches Bauerndorf errichtet werden.

Wenn hierzu der unterzeichnete Ortsausschuss noch versichert, dass er auch seinerseits Alles, was in seinen Kräften steht, thun wird, um den Besuchern der Hauptversammlung und ihren Damen den Aufenthalt hier so angenehm als möglich zu machen, so giebt er sich der Hoffnung hin, dass die Betheiligung an der Versammlung recht zahlreich werden wird.

Auf die Dauer der Hauptversammlung wird, wie schon bekannt gemacht worden ist, in den Räumen der Technischen Hochschule eine Ausstellung geodätischer Instrumente, Karten und Bücher stattfinden. Die geehrten Behörden, Inhaber von mechanischen Werkstätten und von Buch- und Kartenhandlungen, sowie die Herren Vereinsmitglieder und sonstigen Fachgenossen, welche auszustellen gedenken, werden ergebenst gebeten, dem Vorstande des Ausstellungsausschusses, Herrn Professor Pattenhausen, Dresden-A., Technische Hochschule, Bismarckplatz,

sobald, wie nur irgend möglich spätestens bis zum 1. Juni, mitzuthemen, welcher Art die auszustellenden Gegenstände sein werden und wieviel Raum oder Wandfläche gebraucht wird. Es ist diese baldige Mittheilung wegen der Auswahl der Ausstellungsräume und im Interesse einer guten Anordnung der Ausstellung dringend nothwendig. Für die Herausgabe eines Ausstellungscatalogs ist es ferner sehr erwünscht, dass schon bei der Anmeldung ein genaues, womöglich mit Erläuterungen versehenes Verzeichniss der auszustellenden Gegenstände mitgetheilt wird. Die Gegenstände werden mit dem vom Aussteller angegebenen Werthe gegen Feuersgefahr versichert.

Alles Nähere, insbesondere auch über Preis und Bezug der Theilnehmerkarten, Vermittlung von Wohnungen u. s. w. wird später bekannt gegeben werden. Schon jetzt sei jedoch darauf hingewiesen, dass der Ortsausschuss bestrebt sein wird, den unentgeltlichen Besuch der Königlichen und Städtischen Museen auf die Dauer von mindestens einer Woche den Festtheilnehmern zu verschaffen, und dass auch für Unterkunft von Theilnehmern in Privathäusern Sorge getragen werden soll.

Dresden, den 10. April 1896.

Der Ortsausschuss:

Der Ehrenvorsitzende:

*Nagel,*

Geh. Regierungsrath u. Prof.

Der Vorsitzende:

*Gerke,*

Vermessungsdirector.

In Folge der im Januar d. J. seitens der Vorstandschaft des Deutschen Geometer-Vereins in dieser Zeitschrift S. 63 veröffentlichten „Bitte“ um freiwillige Gaben für die hinterlassene Wittve nebst Kindern des verstorbenen Collegen Wannack hierselbst sind dem Unterzeichneten fortgesetzt von so vielen Seiten und so reichlich bemessene Geldspenden zur Uebermittlung an die hilfsbedürftigen Hinterbliebenen zugegangen, dass derselbe — zugleich in Namen der Frau Wannack — zu ausserordentlichem Danke für die Bethätigung dieser herzlichen Antheilnahme sich verpflichtet fühlt.

Neben der hierdurch der Wittve reichlich gewährten Hülfe zur Erlangung eines anderen Lebensunterhalts hat der vorliegende Fall den erfreulichen Beweis grosser Opferfreudigkeit und eines regen Gemeinsinns unter den Berufsgenossen dargethan.

Eine Liste der Geber — soweit Letztere die Namensnennung zugelassen haben — sowie der Geldbeträge wird nachstehend veröffentlicht.

Charlottenburg-Berlin, im März 1896.

*H. Tasler.*

### Liste der Einsender und Geldbeträge:

Schultz, Landmesser in Berlin 20 Mk., Ed. Sprenger, Mechaniker in Berlin 20 Mk., C. H. in Wetzlar 5 Mk., Keiper, Landmesser in Hannover 10 Mk., Niepelt, Landmesser in Hannover 5 Mk., C. A., Land-



messer in Breslau 10 Mk., Schiller, Katastercontroleur in Lübben 10 Mk.,  
 S. in Husum 5 Mk., S. in Burg b. Magdeb. 10 Mk., Knüppelholz, Land-  
 messer in Sigmaringen 3 Mk., Brüning, Landmesser in Sigmaringen 5 Mk.,  
 H. R., Landmesser in Düren 10 Mk., R. Reiss, Techn. Versandgeschäft  
 in Liebenwerda 25 Mk., v. Wolffersdorff, Vermessungsingenieur in Kamenz  
 i. S. 3 Mk., Brieger, Landmesser in Glogau 4 Mk., Josten, Kataster-  
 controleur in Remscheid 50 Mk., Vermessungsbeamten der Kgl. Special-  
 commission in Hanau 26 Mk., Nagler, Landmesser in Konitz i. Westpr.  
 3 Mk., Palmowski, Landmesser in Konitz i. Westpr. 3 Mk., Heidelek,  
 Landmesser in Konitz i. Westpr. 5 Mk., Marks, Landmesser in Konitz  
 i. Westpr. 5 Mk., Parnemann, Landmesser in Vohwinkel 20 Mk., Samm-  
 lungen der Breslauer Collegen (3 Raten) 71 Mk., Vermessungsbureau der  
 Kgl. Specialcommission in Wollstein i. P. 10 Mk., G. in Lütz i.  
 Meckl. 3 Mk., Pudor, Kreisbaumeister in Neustettin 5 Mk., Eckert,  
 Geometer in Ulm 2 Mk., Osnabrücker Collegen 20 Mk., Landmesser-  
 bureau in Guben 20 Mk., W. Müller, Landmesser in Angerburg 10 Mk.,  
 W. in Neidenburg 6 Mk., Michaëlis, Landmesser a. D. in Breslau 5 Mk.,  
 Lahr in Strassburg i. E. 3 Mk., Kübler, Eisenbahngeometer in Cannstatt  
 2 Mk., Efinger, techn. Eisenbahnsecretair in Cannstatt 8 Mk., Behren,  
 Landmesser in Gladbach 30 Mk., V. W. in Bromberg 5 Mk., Olbrich  
 und Pfahl, Markscheider in Waldenburg i. Schl. 5 Mk., Abtheilung II  
 der Kgl. Generalcommission in Münster i. W. 33,50 Mk., Kondgen in  
 Duisburg 5 Mk., Scheurer, Hofmechaniker in Karlsruhe 10 Mk., Neu-  
 mann, Steuerrath in Magdeburg 5 Mk., Collegen des Städtischen Ver-  
 messungsamtes in Berlin 67 Mk., Landmesserbureau der Kgl. Eisenbahn-  
 direction in Halle a. S. 30 Mk., Roedder, Landmesser in Lyck i. Ostpr.  
 3 Mk., Collegen aus Karlsruhe i. B. 13 Mk., Brückner, Obergeometer  
 in Weimar 3 Mk., Bessert in Breslau 5 Mk., Baath, Landmesser in Glatz  
 5 Mk., Adolphi, Reg.-Feldmesser in Koschmin 5 Mk., W. Landmesser,  
 Colonie Grunewald 20 Mk., Ziegler, Landmesser in Sigmaringen 5 Mk.,  
 Landmesserbureau in Bünde i. W. 20 Mk., Landmesserbureau der Special-  
 commission in Rothenburg a. F. 13 Mk., Generalcommissions-Land-  
 messer in Lippstadt 27 Mk., Sammlung der Posener Landmesser 154 Mk.,  
 Landmesserbureau Specialcommission in Kreuzburg i. Oberschl. 18 Mk.,  
 Feld, Katastercontroleur in Dierdorf Reg.-B. Coblenz 3 Mk., Städtisches  
 Vermessungsamt in Magdeburg 6 Mk., Collegen aus Düsseldorf 10 Mk.,  
 Gauss, Wirkl. Geh. Oberfinanzrath in Berlin 3 Mk., Steinbrück,  
 Steuerinspector in Hannover 4 Mk., Bars, Steuerinspector in Calau  
 2 Mk., Sch. in Steglitz b. Berlin 5 Mk., Koch, Steuerinspector a. D.  
 in Königsberg i. Pr. 20 Mk., Protscher, Bezirksgeometer in Staufen i. B.  
 5 Mk., N. N. in Naumburg a. S. 15 Mk., Eilks, Obervermessungs-  
 Inspector in Vechta 5 Mk., Schnellrath, Vermessungsinspector 5 Mk.,  
 Lorenz, Landmesser in Schöneberg b. Berlin 20 Mk., Burandt, Techn.  
 Eisenbahnsecretair in Berlin 20 Mk., B. in Schöneberg b. Berlin 0,50 Mk.,

H. K. in Osnabrück 6 Mk., Collegen der Kgl. Eisenbahndirection in Köln am Rhein 11,50 Mk., Verein Grossherzogl. Hess. Geometer I. Klasse 15 Mk., Collegen in Düsseldorf 6 Mk., Schlesischer Landmessenverein in Breslau 30 Mk., Wick, Stadtgeometer in Charlottenburg 10 Mk., Bernhard, Landmesser in Charlottenburg 3 Mk., Wadehn, Tech. Secretair in Steglitz b. Berlin 70 Mk., Wilcke, Landmesser in Aurich 3 Mk., Hermkes, Katasterlandmesser in Aurich 3 Mk., Moellenhoff, Katasterlandmesser 2 Mk., Schultz, Katasterlandmesser in Aurich 3 Mk., Hohle, Landmesser in Aurich 3 Mk., Sprengell, Landes-Oekonomiegeometer in Aurich 3 Mk., Kussin, Oberlandmesser in Aurich 5 Mk., Maruhn, Katasterinspector in Aurich 3 Mk., Esser, Drainage-Ingenieur in Berlin 5 Mk., Simmen, verpfl. Geometer in Annaberg i. S. 2 Mk., Jordan, Professor in Hannover 5 Mk., Hammer, Professor in Stuttgart 4,25 Mk., N. N. in Charlottenburg 5 Mk., zusammen 1224,75 Mk.

### Thüringer Geometer-Verein.

Unter recht zahlreicher Betheiligung fand die diesjährige Hauptversammlung am 23. Februar c. zu Weimar statt. —

Vorsitzender gab in kurzer Darstellung Bericht ab über die Thätigkeit des Vereins im vergangenen Vereinsjahre.

Derselbe machte Mittheilung davon, dass in Ausführung des in der vorjährigen Hauptversammlung zu Erfurt eingebrachten Antrages und des hierauf in der letzten Sommersammlung zu Eisenach gefassten Beschlusses dem allgemeinen Fonds der Versicherungsabtheilung die Summe von 400 Mark entnommen und dem Einzel-Guthaben der versicherten Mitglieder gutgeschrieben worden seien. — Diese Vertheilung — die erste Frucht langjährigen Sparens im Verein — rief allgemeine Freude hervor. —

Versammlungen wurden im verflossenen Jahre zwei abgehalten — die eine zu Erfurt, die andere zu Eisenach. — Der Bestand an Mitgliedern bleibt, wie zu Beginn des Vereinsjahres unverändert: 19 Mitglieder. —

Durch freundliche Zusendung an Druckschriften hat der Verein in Verbindung gestanden mit

- 1) dem Elsass-Lothringischen Geometer-Verein,
- 2) dem Württembergischen Geometer-Verein,
- 3) dem Badischen Geometer-Verein,
- 4) dem Bayerischen Geometer-Verein,
- 5) dem Mecklenburgischen Geometer-Verein,
- 6) dem Landmessenverein für die Provinzen Ost- und Westpreussen,
- 7) dem Landmessenverein in den Provinzen Schlesien und Posen,
- 8) dem Casseler Landmessenverein und
- 9) dem Verein Grossherzoglich Hessischer Geometer I. Classe.

Den genannten Vereinen sei für die liebenswürdige Zusendung ihrer Druckschriften der freundlichste Dank ausgesprochen. — Bedauert wird



nur, dass der Thüringer Verein bei der kleinen Anzahl seiner Mitglieder und den beschränkten Kassenmitteln nicht in der Lage ist, auf gleiche Weise zu erwidern, die Bitte aber ausgesprochen, dass dem Verein auch in diesem Jahre die Zueignung bezeichneter Schriften zu Theil werde. —

Die Hauptversammlung des Deutschen Geometer-Vereins zu Bonn wurde beschickt durch den Collegen Obergemeter Brückner. —

Speciell die weimarische Collegenschaft anbelangend, so sind dieselben nunmehr alle in den unmittelbaren Staatsdienst übergegangen. Dadurch ist die in dem Verein stets offen gehaltene sogenannte Versorgungsfrage hinfällig geworden.

Es kann jedoch nicht unterlassen bleiben, an dieser Stelle für das wohlwollende Entgegenkommen der Grossherzoglichen General-Commission und weiter dem Grossherzoglichen hohen Staats-Ministerium den Dank der weimarer Geometer zum gefühltesten Ausdruck zu bringen. —

Wiederholt hat die Grossherzogliche General-Commission und namentlich der von der weimarischen Collegenschaft verehrte Herr Vermessungsdirector Matthes als Mitglied derselben — durch durch sie veranlasste Beförderungen und Anerkennung von Verdiensten einzelner Collegen, durch Einführung erhöhter Monatsvorschüsse bei auswärtigen Arbeiten und mehreres Andere noch, bewiesen, dass sie freundlich dem ihr untergebenen Vermessungspersonal zur Seite stehen und gern bereit sind, zur Hebung des Vermessungsstandes im Grossherzogthum beizutragen. —

Betreffs der Versicherungsabtheilung wird bemerkt, dass weder ein Ab- noch ein Zugang in den Mitgliedern zu verzeichnen ist; es gehören der Abtheilung 14 Mitglieder an. —

Die diesem Berichte angefügte Rechnung ergiebt näheren Nachweis über d. z. Versicherungs- und Vermögens-Bestand.

Von der allgemeinen Versorgungs-Anstalt im Grossherzogthum Baden zu Karlsruhe sind dem Vereine in dem verflossenen Vereinsjahre an Provisionen zugestellt worden.....73,40 Mk.

die Zinserträge beziffern sich auf.....58,31 „

Dankend für diese Zuwendungen, wird die Gesellschaft angelegentlichst den Collegen zur Benutzung empfohlen. —

Der Geschäftsbericht schliesst mit Diesem. —

Wenn auch der Verein im vergangenen Jahre weder nach Aussen, noch nach Innen hin, fühlbar hervorgetreten ist, so hat er doch stets als Glied eines grossen Ganzen, warmen und aufrichtigen Antheil genommen an den Bestrebungen seiner Nachbar-Zweigvereine und des Deutschen Geometer-Vereins selbst. —

Nach Beendigung des Geschäftsberichtes legte College Kästner Rechnung des Vereins vor; dieselbe war von den Rechnungsrevisoren Brückner und Ingber geprüft und für richtig befunden worden. Dem Kassirer wurde Entlastung ertheilt und ihm der Dank der Ver-

sammlung für die gehabte Mühewaltung ausgesprochen. (Rechnung siehe am Ende.) —

Als nächster Versammlungsort wird Sondershausen und als Zeit der Versammlung der Monat Juni bestimmt. —

Die hierauf vorgenommene Vorstandswahl ergab folgendes Resultat:

1. Vorsitzender: Vermessungs-Commissar Schnaubert, Weimar.

2. Vorsitzender: Obergemeter Brückner, Weimar.

Kassirer: Geometer Kästner, Eisenach.

1. Schriftführer: Steuerrevisionsassistent Ingber, Eisenach.

2. Schriftführer: Geometer Kästner, Weimar. —

Die Versicherungs-Commission besteht für dieses Jahr aus den Collegen Schnaubert, Brückner, Kästner-Eisenach und Ingber. —

Zum letzten Punkt der Tagesordnung übergehend, hielt Colleg Brückner aus den Mittheilungen des Württembergischen Geometer-Vereins einen längeren Vortrag über die Bestrebungen der württembergischen Geometer, betreffs Regelung des vermessungs- und kulturtechnischen Dienstes.

Mit Freuden begrüßte die Versammlung es, dass die gedachten Bestrebungen und die Wünsche des dortigen Geometer-Vereins von Seiten der Königlichen Staatsregierung eine wohlwollende und freundliche Aufnahme gefunden haben. Möge auch fernerhin das Mühen der württembergischen Collegen nach Befestigung ihrer Stellung von Erfolg gekrönt werden!

Hierauf war die Tagesordnung erledigt und ein recht gutes und schönes Mittagsmahl, an welches sich ein kleiner Spaziergang durch den Park nach der Falkenburg anschloss, endete die Sitzung.

Weimar, im Monat März 1896. *G. Schnaubert*, Vorsitzender.

### Nachweis

über den Stand, Abgang und Zugang der im Thüringer Geometer-Verein bestehenden Versicherungsabtheilung pro 1895.

	Zahl der Mitglieder	Versicherungs-Capital. Mk.	Jährliche Prämie Mk.	Guthaben der Mitglieder Mk.	Allgemeiner Fonds Mk.	Gesamt-Vermögen Mk.
Stand ult. 1894	14	115500	3298,97	1381,35	476,50	1857,85
Hierzu Zinsen, Incasso- u. Ausgabe-provision p. 1895				79,09	65,72	144,81
Sa.	14	115500	3298,97	1460,44	542,22	2002,69
Bei dem Guthaben kommt in Zugang u. bei dem Allgemeinen Fonds in Abgang				400,00	400,00	—,—
Hiervon	14	115500	3298,97	1860,44	142,22	2002,66
				254,12	86,36	340,48
Stand ult. 1895	14	115500	3298,97	1606,32	55,86	1662,18



	Mk.
und zwar: 1. Sparkasse Eisenach.....	633,78
2. Sparkasse Karlsruhe.....	99,57
3. ausgeliehen .....	341,94
4. Rückstände .....	299,17
5. Baarbestand .....	277,94
6. dem Geometer-Verein geliehen ...	9,78
	wie oben.

### Nachweis der Gesamt-Einnahme und -Ausgabe während der Zeit 1880 bis ultimo 1895.

	Bestand ult. 1894. Mk.	Zugang 1895. Mk.	Bestand ult. 1895. Mk.
Incasso- und Ausgabe provision.....	1062,11	73,40	1135,51
Einmaliger Kostenbeitrag .....	200,00	—,—	200,00
Abschlussprovision .....	627,00	—,—	627,00
Schenkungen .....	35,00	—,—	35,00
Zinsabwurf .....	766,90	58,31	825,21
Von Cto. 16 hinterlassen .....	26,06	—,—	26,06
Hinterlassene Geschäftsantheile Cto. 6, 9, 13, 14, 18	65,00	—,—	65,00
Zugang bei Cto. 7.....	13,10	—,—	13,10
Zusammen	2795,17	131,71	2926,88
Hiervon zurückgezählte Guthaben .....	520,19	254,12	774,31
Verwaltungsaufwand .....	404,03	86,36	490,39
	924,22	340,48	1264,70
bleibt			1662,18

Eisenach, den 15. Januar 1896.

Geprüft: *Fr. Kästner*, Rechnungsführer.

*O. Ingber. O. Brückner.*

### Bericht der Rechnungsprüfungscommission.

Eisenach, den 20. Februar 1896.

Heute Mittag in die Wohnung des Kassiers des Thüringer Geometer-Vereins, Herrn Geometer F. Kästner, hier, begeben, fand in dessen Beisein die Prüfung der Rechnung des obigen Vereins, sowie der Rechnung der Versicherungsabtheilung für das Jahr 1895 statt. Die bezüglichlichen Rechnungen wurden in sachgemässer Weise geprüft, indem die Kassenbestände, Journale, Bücher und Belege eingehend durchgesehen und soweit nöthig nachgerechnet worden sind. Erinnerungen waren hierbei nicht zu stellen, vielmehr wurden dieselben durchweg richtig befunden.

Hinsichtlich der gestellten Erinnerungen des Vereinsvorsitzenden Schnaubert, Zinsabschreibungen etc. bei den Contis 7, 8, 11, 16 und 21 betreffend, findet sich zu bemerken, dass die Abschreibung von den Guthaben der bezüglichlichen Contis in derselben Weise, wie in den

früheren Jahren stattgefunden hat und dürfte dieses Verfahren nach den angestellten Erörterungen vollständig gerechtfertigt erscheinen.

Nachrev. *O. Ingber.*

Mit Rücksicht auf den s. Z. gefassten Versammlungsbeschluss für dieses Jahr mit den am Schlusse vorstehenden Berichtes gedachten Abrechnungen einverstanden. *O. Brückner.*

### Niedersächsischer Geometer-Verein.

In der am 20. Februar 1896 abgehaltenen Hauptversammlung erstattete der stellvertretende Vorsitzende, Herr Grotrian Bericht über die Vereinsthätigkeit im Jahre 1895. Wir entnehmen demselben Folgendes:

Der Verein hielt am 3. Donnerstage jedes Monats eine Versammlung ab. Das Stiftungsfest wurde am 21. Februar 1895 gefeiert. Am 25. August machte der Verein mit Damen einen Ausflug nach Kiel, wo unter Führung der dortigen Collegen die herrliche Umgebung Kiels und der Kaiser Wilhelm-Canal bis zur Brücke bei Levensau besichtigt wurden.

Im Laufe des Jahres 1895 traten 3 Mitglieder aus dem Verein aus, während 5 neue Mitglieder aufgenommen wurden. Die Anzahl der Mitglieder beträgt jetzt 29.

Die Einnahmen setzten sich zusammen aus dem

Kassenbestand vom 1. Januar 1895 mit	.....	118,15 Mk.
und den laufenden Jahreseinnahmen mit	.....	155,00 „
		Summa 273,15 Mk.

Die Ausgaben betragen..... 143,00 „

Es blieb daher vom 31. December 1895 ein

Bestand von..... 130,15 Mk.

In den Vorstand wurden wiedergewählt die Herren: Technischer Eisenbahn-Secretair Reich zum Vorsitzenden, Bureauvorsteher Grotrian zum stellvertretenden Vorsitzenden, Geometer Klasing zum Schriftführer, Geometer Howe zum stellvertretenden Schriftführer, Steuer-Inspector Kreuder zum Schatzmeister.

### Briefkasten.

#### Elsass-Lothringischer Geometer-Verein.

Auf die in Heft 6, S. 192 dieser Zeitschrift gerichtete Anfrage diene als Antwort, dass der Vorstand des Elsass-Lothringischen Geometer-Vereins aus nachfolgenden Herrn besteht:

1. Vorsitzender: Herr Steuerinspector Bauwerker.
2. „ „ Katastercontroleur Jessen.



1. Schriftführer: Herr Reg.-Feldmesser Autenrieth.

2. „ „ Kataster-Feldmesser Eiffler.

Kassirer: Herr Wasserbau-Feldmesser Rudhardt, sämmtlich in Strassburg.

In jedem 1. Heft des Els.-Lothr. Geometer-Vereins wird ein vollständiges Mitgliederverzeichniss veröffentlicht. Briefliche Anfragen werden am besten entweder an den 1. Vorsitzenden oder den 1. Schriftführer gerichtet.

Strassburg, 27. März. *Autenrieth.*

## Neue Schriften über Vermessungswesen.

Das preussische Kataster und seine Verbindung mit dem Grundbuch. Ein Beitrag zum deutschen Vermessungs-, Kataster- und Grundbuchwesen von W. Harksen, Herzogl. Anhalt. Obergeometer und preussischer Landmesser. Mit 11 in den Text gedruckten Abbildungen. Dessau 1896. Verlagsbuchhandlung von Paul Baumann, Herzogl. Anhalt. u. Sachsen-Altenburg. Hofbuchhändler. Preis broschirt 4,00 Mk.

Die Aufzeichnung des Geländes beim Krokiren für geographische und technische Zwecke, von P. Kahle, Assistent an der Herzogl. Technischen Hochschule zu Braunschweig. Berlin 1896. Verlag von Julius Springer. 2,40 Mk.

Wüst, A. Leichtfassliche Anleitung zum Feldmessen und Nivelliren. 4. Auflage. Berlin 1896. 8. Mit 116 Holzschnitten. Leinenband. 2,50 Mk.

Schwartz, B. Ueber Schwankungen der Drehungsachse im Innern des Erdkörpers. Wien 1895. gr. 8. 35 pg.

Stanley, W. F. Surveying and Levelling Instruments, theoretically and practically described. 2. edition. London 1895. 8. 572 pg. with illustrations. cloth. 7,80 Mk.

The Surveyor, a weekly Journal, London 4. — Year V: 1896 (52 nrs.). Jahrbuch der Astronomie und Geophysik, enthaltend die hervorragendsten Fortschritte auf den Gebieten: Astrophysik, Meteorologie, physikalische Erdkunde. Herausgegeben von H. J. Klein. Jahrgang VI: 1895. Leipzig 1896. gr. 8. m. 5 Tafeln. cart. 7 Mk.

### Kempert's Litteratur-Nachweis. 4. Quartal 1895.

Hammer, Ueber die Rectificirapparate (Linienmesser) von Dr. W. Ule. Zeitschr. für Instrumentenkunde 95, p. 278.

Finsterwalder & Ott, Photogrammetrischer Theodolit für Hochgebirgsaufnahmen. A. Zeitschrift für Instrumentenkunde 95, p. 370.

Applications du niveau depente à la construction architecturale et ses dépendances. Construction moderne 1895/96, p. 34.

*Krassnig*, Die Anwendung von regelmässigen Curven beim Streckenbetriebe. A. Oestr. Zeitschrift für Berg- und Hüttenwesen 95, p. 581.

*Cségi*, Das ungarische Nivellirinstrument für Grubenmessungen. A. Berg- und Hüttenmänn. Ztg. 95, p. 391.

*Thielow*, Ein Höhenmesser einfachster Bauarbeit. A. Ctrbl. d. Bauverw. 95, p. 501.

*Frese*, Das Prytz'sche Stangenplanimeter. A. Zeitschrift d. V. dt. Ing. 95, p. 1471.

## Rückwärtsschnitt-Auflösung von Sossna.

Als Nachtrag zu der Abhandlung S. 269—272 hat Herr Sossna vor Schluss des Heftes noch Folgendes geschickt, wobei  $\alpha$  die Bedeutung von  $360^\circ - \alpha$  in der ersten Figur S. 269 hat, und die übrigen Bezeichnungen bleiben.

Einzelne Rechner werden es vorziehen, abweichend von der Bezeichnungsweise und der Formelentwicklung von S. 269—272, die seither benutzten Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  durch die gleichlautenden Richtungen der ersten Figur von S. 269 mit dem Anfangsstrahl  $PM$  zu ersetzen, die Coordinatenumwandlung fallen zu lassen und an Stelle derselben mit den Gleichungen der sich rechtwinklig schneidenden Geraden  $MP$  und  $VW$  zu operiren.

Die Formeln (1) S. 269 nehmen alsdann folgende Gestalt an:

$$\left. \begin{aligned} A &= \Delta y_L + \Delta x_L \cdot \cotg \alpha \\ B &= \Delta x_L - \Delta y_L \cdot \cotg \alpha \\ C &= \Delta y_R + \Delta x_R \cdot \cotg \beta \\ D &= \Delta x_R - \Delta y_R \cdot \cotg \beta \end{aligned} \right\} (1^*)$$

und die Bestimmung der Coordinaten des Punktes  $P$  erfolgt aus:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_P \left[ \frac{D-B}{C-A} + \frac{C-A}{D-B} \right] &= \frac{C-A}{D-B} \cdot B - A \\ \Delta y_P &= - \frac{D-B}{C-A} \cdot \Delta x_P \\ y_P &= y_M + \Delta y_P \\ x_P &= x_M + \Delta x_P \end{aligned} \right\} (2^*)$$

Die Schlussprobe geschieht durch Berechnung der Azimute  $(PL)$ ,  $(PR)$ ,  $(PM)$  und Ueberführung derselben zu Richtungen mit  $(PM)$  als Nullstrahl, wodurch die in Rechnung eingesetzten Richtungen zum Vorschein kommen müssen.

## Inhalt.

**Grössere Mittheilungen:** Vergleichung der Mecklenburgischen conformen Kegelprojection mit der congruenten Soldner'schen Projection, von Vogeler. — Bestimmung der Näherungswerthe von Wurzeln aus numerischen Zahlen, von Puller. — Jährliche Kosten für Vermessung und Vermarkung in Württemberg, von Steiff. — Auflösung des einfachen Rückwärtseinschnitts mittelst Rechenmaschine und numerisch-trigonometrischer Tafel, von Sossna. — Ein neues geometrisches Problem, von Jurisch. — **Gesetze und Verordnungen.** — **Personalnachrichten.** — **Vereinsangelegenheiten.** — **Briefkasten.** — **Neue Schriften über Vermessungswesen.** — Rückwärtseinschnitt-Auflösung von Sossna.