

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

Organ des Deutschen Geometervereins.

Herausgegeben von

Dr. W. Jordan,
Professor in Hannover

und

O. Steppes,
Steuer-Rath in München.

—*—

1896.

Heft 10.

Band XXV.

—> 15. Mai. <—

Ueber den Anschluss eines secundären Dreiecksnetzes an ein Hauptnetz;

von Dr. L. Krüger in Potsdam.

Wenn ein in sich ausgeglichenes Dreiecksnetz mit einigen seiner Punkte nachträglich an die entsprechenden Punkte eines anderen Netzes angeschlossen werden soll, so wird in manchen Fällen, namentlich bei geringem Lagenunterschied der gleichnamigen Punkte, — an Stelle einer Neuausgleichung unter Hinzuziehung der aus dem Anschluss herrührenden Zwangsbedingungen, — ein kürzeres Verfahren genügen. Dies ist unter Umständen um so mehr gerechtfertigt, als ja auch die Ausgleichung, insofern sie die Lage der Anschlusspunkte des Hauptnetzes als unabänderlich voraussetzt, keine strengen Werthe ergibt. (Vergl. „Hauptdreiecke“ der Königl. Landestriangulation, VII. Theil S. 86.)

Das anzuschliessende Dreiecksnetz soll hier immer als das secundäre bezeichnet werden.

Um zu einem Anschlussverfahren zu gelangen, kann man sich der Gauss'schen conformen Abbildung bedienen. Mittelst derselben werden die Punkte des secundären Netzes auf das primäre Netz, die beide als eben vorausgesetzt werden, derart übertragen, dass die gemeinschaftlichen Punkte zusammenfallen. Von Gauss selbst ist eine Anleitung für ein in diesem Falle einzuschlagendes Verfahren gegeben, indem er als die einfachste, die Abbildung herstellende Function die Lagrange'sche Interpolationsformel bezeichnet.*) Von dieser ausgehend hat dann später Professor v. Baur durch Trennung des Reellen von dem Imaginären für den Anschluss eines trigonometrischen Netzes an Fundamentalpunkte

*) Karl Friedrich Gauss Werke. Viertes Band. Allgemeine Auflösung der Aufgabe, die Theile einer gegebenen Fläche auf einer andern gegebenen Fläche so abzubilden, dass die Abbildung dem Abgebildeten in den kleinsten Theilen ähnlich wird. S. 201.

Formeln für die Rechnung abgeleitet. *) Ist aber die Anzahl der Anschlusspunkte gross, so wird die Uebertragung sehr umständlich, so dass man im Zweifel sein kann, ob nicht gleich eine Ausgleichung vorzuziehen ist. Für 3 Anschlusspunkte sind von Herrn Professor Ch. Schols für die conforme Uebertragung bequeme Rechnungsvorschriften entwickelt worden. **)

Im Folgenden sollen nun zunächst die Formeln abgeleitet werden, die zur conformen Uebertragung dienen, insbesondere diejenigen, welche bei 2, 3 und 4 Anschlusspunkten anzuwenden sind. Es wird sodann zu weiteren Näherungen übergegangen, bei denen die Rechnung, auch bei einer grösseren Anzahl von Anschlusspunkten, weniger umständlich ist. Diese Näherungsformeln haben ausserdem den Vortheil, angewendet werden zu können, wenn das secundäre Netz ganz ausserhalb der Anschlusspunkte liegt. In diesem Falle kann die conforme Uebertragung — ausgenommen natürlich bei 2 Anschlusspunkten —, dem Charakter der die Abbildung vermittelnden Function als Interpolationsformel entsprechend, nicht benutzt werden.

I.

Ist der Lagenunterschied der beiden Netzen gemeinschaftlichen Punkte gering, so genügt es, die Netze als eben vorauszusetzen. Man kann jedoch auch annehmen, dass die Dreieckspunkte beider Netze vorher nach irgend einem Verfahren auf eine Ebene übertragen sind.

Das Secundärnetz und seine Abbildung werden wie auch die Anschlussfigur des Primärnetzes in derselben Ebene auf ein rechtwinkliges Coordinatensystem bezogen. Dem Uebergange von der positiven x -Achse zur positiven y -Achse sollen wachsende Azimute entsprechen. Wenn nun in der complexen Zahlengrösse $z = x + iy$ die reelle Zahlengrösse x als Abscisse und die reelle Zahlengrösse y als Ordinate angesehen wird, so gehört zu der complexen Grösse z ein bestimmter Punkt P der Ebene und umgekehrt. Unter i ist $\sqrt{-1}$ verstanden.

Die Lagen der Punkte P des secundären Netzes seien vor der Abbildung durch die complexen Grössen $z = x + iy$, nach der Abbildung durch $z + \zeta = x + \xi + i(y + \eta)$ bezeichnet, wobei der absolute Betrag von $\zeta = |\zeta| = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$ als eine kleine Grösse vorausgesetzt wird.

*) Mathematische und geodätische Abhandlungen von Dr. C. W. v. Baur, Professor a. d. Techn. Hochschule Stuttgart. Zum 70. Geburtstage des Verfassers herausgegeben von seinen Schülern. Verschiebung eines trigonometrischen Netzes, S. 179 — 185; oder Zeitschrift für Vermessungswesen, Jahrgang 1881, S. 402 — 408.

**) Ch. M. Schols. Over de aansluiting van een driehoeksnet van lagere orde aan een driehoeksnet van hoogere orde. Overgedrukt uit de Verslagen en Mededeelingen der Koninklijk Akademie van Wetenschappen, Afdeeling Natuurkunde, 2de Reeks, Deel XVI. Amsterdam, 1881.

Sollen das Secundärnetz und seine Abbildung in den kleinsten Theilen ähnlich sein, so muss bekanntlich

$$z + \zeta = F(z),$$

folglich auch ζ eine Function von z , also

$$\zeta = f(z) \quad (1)$$

sein.

Die n Anschlusspunkte des primären Netzes: $P_1^*, P_2^* \dots P_n^*$ sollen der Reihe nach durch die complexen Grössen $z_1 + \zeta_1, z_2 + \zeta_2, \dots z_n + \zeta_n$ bestimmt sein.

Die Abbildung der Dreieckspunkte des secundären Netzes erfolgt nun in der Weise, dass seine entsprechenden Anschlusspunkte: $P_1, P_2 \dots P_n$, deren Lagen durch die complexen Grössen $z_1, z_2, \dots z_n$ gegeben sind, mit den Punkten $P_1^*, P_2^* \dots P_n^*$ zusammenfallen. Die Function $\zeta = f(z)$ muss also so beschaffen sein, dass für $z = z_1, z_2, \dots z_n$ der Reihe nach $\zeta = \zeta_1, \zeta_2, \dots \zeta_n$ wird. ζ muss daher mindestens n complexe Constanten $c_0 = a_0 + ib_0, c_1 = a_1 + ib_1, \dots c_{n-1} = a_{n-1} + ib_{n-1}$ besitzen, um diesen Bedingungen genügen zu können.

Wählt man für ζ eine ganze rationale Function:

$$\zeta = c_0 + c_1 z + c_2 z^2 + \dots + c_{n-1} z^{n-1}, \quad (2)$$

so führt bekanntlich die Elimination der Constanten vermittelst der Grenzbedingungen auf die Lagrange'sche Interpolationsformel. Die an die complexe Grösse z , welche einen beliebigen Dreieckspunkt des Secundärnetzes darstellt, infolge der Abbildung anzubringende Correction ergibt sich dann mithin aus der Formel

$$\zeta = \frac{(z - z_2)(z - z_3) \dots (z - z_n)}{(z_1 - z_2)(z_1 - z_3) \dots (z_1 - z_n)} \zeta_1 + \frac{(z - z_1)(z - z_3) \dots (z - z_n)}{(z_2 - z_1)(z_2 - z_3) \dots (z_2 - z_n)} \zeta_2 + \dots + \frac{(z - z_1)(z - z_2) \dots (z - z_{n-1})}{(z_n - z_1)(z_n - z_2) \dots (z_n - z_{n-1})} \zeta_n. \quad (3)$$

II.

Anschluss an zwei feste Punkte P_1^* und P_2^* .

Die Fundamentalpunkte P_1^* und P_2^* werden durch $z_1 + \zeta_1$ bzw. $z_2 + \zeta_2$ und die entsprechenden Punkte P_1 und P_2 des anzuschliessenden Netzes durch z_1 und z_2 dargestellt. Ein beliebiger Punkt P des letzteren, dessen Lage vor dem Anschluss durch die complexe Grösse z gegeben ist, ist nach dem Anschluss in die Lage P^* , zu der die complexe Grösse $z + \zeta$ gehört, übergegangen.

Die Correction $\zeta = \xi + i\eta$ ist zu bestimmen.

Als Abbildungsfuction wird

$$\zeta = c_0 + c_1 z \quad (1)$$

angenommen. Aus den Bedingungen

$$\zeta_1 = c_0 + c_1 z_1 \quad \text{und} \quad \zeta_2 = c_0 + c_1 z_2$$

folgt $c_1 = \frac{\zeta_2 - \zeta_1}{z_2 - z_1}$ und $c_0 = \zeta_1 - \frac{\zeta_2 - \zeta_1}{z_2 - z_1} z_1$

und damit
$$\zeta = \zeta_1 + \frac{\zeta_2 - \zeta_1}{z_2 - z_1} (z - z_1), \quad (2)$$

wie sich auch aus der Lagrange'schen Interpolationsformel ergibt. Bringt man die Gl. (2) in die Form

$$\frac{(z + \zeta) - (z_1 + \zeta_1)}{z - z_1} = \frac{(z_2 + \zeta_2) - (z_1 + \zeta_1)}{z_2 - z_1},$$

so schliesst man aus dieser, dass

$$\sphericalangle P_2 P_1 P^* = \sphericalangle P_2 P_1 P \text{ und } P_1^* P^* : P_1 P = P_1^* P_2^* : P_1 P_2,$$

also Dreieck $P_2^* P_1^* P^* \sim$ Dreieck $P_2 P_1 P$ ist.

Das Bild des Secundärnetzes ist mithin diesem ähnlich.

Ordnet man Gl. (2) nach z , so wird

$$\zeta = \frac{-z_1 \zeta_2 + z_2 \zeta_1}{z_2 - z_1} + \frac{\zeta_2 - \zeta_1}{z_2 - z_1} z. \quad (3)$$

Man erhält hieraus eine einfachere Form, wenn man den Coordinatenanfang in einen beliebigen Punkt O der Seite $P_1 P_2 = s$ legt und die positive x -Achse mit der Richtung OP_2 zusammenfallen lässt.

Sind die Entfernungen des Punktes O von P_1 und P_2 bezw. s' und s'' , so ist also $z_2 = +s''$ und $z_1 = -s'$, und daher

$$\zeta = \frac{s' \zeta_2 + s'' \zeta_1}{s} + \frac{z}{s} (\zeta_2 - \zeta_1) \quad (3^*)$$

oder

$$\xi + i\eta = \frac{s'}{s} (\xi_2 + i\eta_2) + \frac{s''}{s} (\xi_1 + i\eta_1) + \frac{x + iy}{s} (\xi_2 - \xi_1 + i(\eta_2 - \eta_1)),$$

woraus durch Trennung des Reellen und Imaginären folgt:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{s' \xi_2 + s'' \xi_1}{s} + \frac{x}{s} (\xi_2 - \xi_1) - \frac{y}{s} (\eta_2 - \eta_1) \\ \eta &= \frac{s' \eta_2 + s'' \eta_1}{s} + \frac{x}{s} (\eta_2 - \eta_1) + \frac{y}{s} (\xi_2 - \xi_1). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Fällt der Punkt O mit dem Mittelpunkt der Seite $P_1 P_2$ zusammen, so gehen die constanten Glieder der vorstehenden Gleichung in $\frac{1}{2}(\xi_2 + \xi_1)$ bezw. $\frac{1}{2}(\eta_2 + \eta_1)$ über.

Hat das Coordinatensystem irgend eine beliebige Lage, so ist statt x und y zu setzen: $(x - x_0) \cos \vartheta + (y - y_0) \sin \vartheta$

$$\text{bezw. } -(x - x_0) \sin \vartheta + (y - y_0) \cos \vartheta,$$

worin x_0, y_0 die Coordinaten des Punktes O und ϑ das Azimut der Seite $P_1 P_2$ ist. Dadurch erhält man aus den Gl. (4)

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{s' \xi_2 + s'' \xi_1}{s} + a_1 (x - x_0) - b_1 (y - y_0) \\ \eta &= \frac{s' \eta_2 + s'' \eta_1}{s} + b_1 (x - x_0) + a_1 (y - y_0) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

wenn gesetzt ist

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{s} \left\{ (\xi_2 - \xi_1) \cos \vartheta + (\eta_2 - \eta_1) \sin \vartheta \right\} = \frac{1}{s^2} \left\{ (\xi_2 - \xi_1)(x_2 - x_1) \right. \\ &\quad \left. + (\eta_2 - \eta_1)(y_2 - y_1) \right\} \\ b_1 &= \frac{1}{s} \left\{ (\eta_2 - \eta_1) \cos \vartheta - (\xi_2 - \xi_1) \sin \vartheta \right\} = \frac{1}{s^2} \left\{ (\eta_2 - \eta_1)(x_2 - x_1) \right. \\ &\quad \left. - (\xi_2 - \xi_1)(y_2 - y_1) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Rückt nun O in den Mittelpunkt der Seite $P_1 P_2$, so geht die Gl. (5) über in

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{1}{2} (\xi_1 + \xi_2) + a_1 (x - x_m) - b_1 (y - y_m) \\ \eta &= \frac{1}{2} (\eta_1 + \eta_2) + b_1 (x - x_m) + a_1 (y - y_m), \end{aligned} \right\} \quad (5^*)$$

wenn x_m, y_m die Coordinaten des Mittelpunktes der Seite $P_1 P_2$ sind. Fällt O mit P_1 zusammen, so erhält man die Formeln von Baur.

Man gelangt noch zu andern Formeln vermittelt der Gl. (2).

Es sei die Entfernung $P_1 P = r$ und der $\sphericalangle P_2 P_1 P = \Phi$. Dann ist also, da das Azimut der Seite $P_1 P_2$ gleich ϑ und das Azimut der Seite $P_1 P$ gleich $\vartheta + \Phi$ ist,

$$z - z_1 = r e^{i(\vartheta + \Phi)} \quad \text{und} \quad z_2 - z_1 = s e^{i\vartheta}.$$

e bedeutet die Basis der natürlichen Logarithmen.

Setzt man noch

$$\zeta_2 - \zeta_1 = e_2 e^{i\varepsilon_2}$$

oder $\xi_2 - \xi_1 = e_2 \cos \varepsilon_2$ und $\eta_2 - \eta_1 = e_2 \sin \varepsilon_2$,
so folgt aus Gl. (2)

$$\zeta - \zeta_1 = \frac{r e^{i(\vartheta + \Phi)}}{s e^{i\vartheta}} \cdot e_2 e^{i\varepsilon_2} = e_2 \frac{r}{s} e^{i(\Phi + \varepsilon_2)}.$$

Mithin ist

$$\left. \begin{aligned} \xi - \xi_1 &= e_2 \frac{r}{s} \cos (\Phi + \varepsilon_2) \\ \eta - \eta_1 &= e_2 \frac{r}{s} \sin (\Phi + \varepsilon_2) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

III.

Anschluss an 3 feste Punkte P_1^*, P_2^*, P_3^* .

Für $z = z_1, z_2, z_3$ soll der Reihe nach $\zeta = \zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$ sein. Die Lagrange'sche Interpolationsformel giebt alsdann:

$$\zeta = \frac{(z - z_2)(z - z_3)}{(z_1 - z_2)(z_1 - z_3)} \zeta_1 + \frac{(z - z_1)(z - z_3)}{(z_2 - z_1)(z_2 - z_3)} \zeta_2 + \frac{(z - z_1)(z - z_2)}{(z_3 - z_1)(z_3 - z_2)} \zeta_3 \quad (1)$$

Nach dem Baur'schen Verfahren setzt man, wie auch allgemein bei n Anschlusspunkten

$$\left. \begin{aligned} z - z_k &= r_k e^{i\varphi_k} \\ z_p - z_q &= s_{qp} e^{i\vartheta_{qp}} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

wo r_k die Entfernung $P_k P$, φ_k deren Azimut, sowie $s_{q,p}$ die Entfernung $P_q P_p$ und $\vartheta_{q,p}$ das Azimut derselben bezeichnet.

Wird dann weiter für

$$\left. \begin{aligned} \varphi_2 + \varphi_3 - \vartheta_{2,1} - \vartheta_{3,1} &= \sphericalangle P_1 P_2 P + \sphericalangle P_1 P_3 P = \Phi_1 \\ \varphi_1 + \varphi_3 - \vartheta_{1,2} - \vartheta_{3,2} &= \sphericalangle P_2 P_1 P + \sphericalangle P_2 P_3 P = \Phi_2 \\ \varphi_1 + \varphi_2 - \vartheta_{2,3} - \vartheta_{1,3} &= \sphericalangle P_3 P_1 P + \sphericalangle P_3 P_2 P = \Phi_3 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

geschrieben, so wird

$$\zeta = \frac{r_2 r_3}{s_{2,1} s_{3,1}} e^{i\Phi_1} \zeta_1 + \frac{r_1 r_3}{s_{1,2} s_{3,2}} e^{i\Phi_2} \zeta_2 + \frac{r_1 r_2}{s_{1,3} s_{2,3}} e^{i\Phi_3} \zeta_3. \quad (4)$$

Setzt man mit Baur nun noch

$$\frac{1}{s_{2,1} s_{3,1}} = \frac{\mu_1}{\cos \Phi_1} = \frac{\delta_1}{\sin \Phi_1}; \quad \frac{1}{s_{1,2} s_{3,2}} = \frac{\mu_2}{\cos \Phi_2} = \frac{\delta_2}{\sin \Phi_2}; \quad \frac{1}{s_{1,3} s_{2,3}} = \frac{\mu_3}{\cos \Phi_3} = \frac{\delta_3}{\sin \Phi_3},$$

so ergibt sich aus Gl. (4) durch Trennung des Reellen und Imaginären

$$\left. \begin{aligned} \xi &= r_1 r_2 r_3 \left\{ \frac{1}{r_1} (\mu_1 \xi_1 - \delta_1 \eta_1) + \frac{1}{r_2} (\mu_2 \xi_2 - \delta_2 \eta_2) + \frac{1}{r_3} (\mu_3 \xi_3 - \delta_3 \eta_3) \right\} \\ \eta &= r_1 r_2 r_3 \left\{ \frac{1}{r_1} (\mu_1 \eta_1 + \delta_1 \xi_1) + \frac{1}{r_2} (\mu_2 \eta_2 + \delta_2 \xi_2) + \frac{1}{r_3} (\mu_3 \eta_3 + \delta_3 \xi_3) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Wenn es genügt, die Daten einer Karte zu entnehmen, so wird man die Gleichung (4) noch etwas umgestalten. Man falle von P die Höhen auf die drei Anschlussseiten und drücke nun $\cos \Phi$ und $\sin \Phi$ vermittelst der Höhen und der von diesen auf den drei Seiten hergestellten Abschnitte aus. Für die nebenstehende Figur 1 ist z. B.

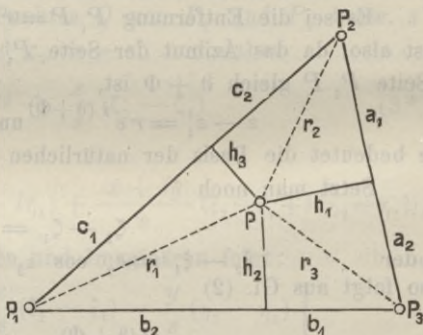


Fig. 1.

$$r_2 r_3 \cos \Phi_1 = b_1 c_2 + h_2 h_3, \quad r_2 r_3 \sin \Phi_1 = c_2 h_2 - b_1 h_3,$$

also

$$r_2 r_3 e^{i\Phi_1} = b_1 c_2 + h_2 h_3 + i(c_2 h_2 - b_1 h_3) \text{ u. s. w.}$$

und daher:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= + \frac{b_1 c_2 + h_2 h_3}{s_{2,1} s_{3,1}} \xi_1 + \frac{a_2 c_1 + h_1 h_3}{s_{1,2} s_{3,2}} \xi_2 + \frac{a_1 b_2 + h_1 h_2}{s_{1,3} s_{2,3}} \xi_3 \\ &\quad - \frac{c_2 h_2 - b_1 h_3}{s_{2,1} s_{3,1}} \eta_1 - \frac{a_2 h_3 - c_1 h_1}{s_{1,2} s_{3,2}} \eta_2 - \frac{b_2 h_1 - a_1 h_2}{s_{1,3} s_{2,3}} \eta_3 \\ \eta &= + \frac{c_2 h_2 - b_1 h_3}{s_{2,1} s_{3,1}} \xi_1 + \frac{a_2 h_3 - c_1 h_1}{s_{1,2} s_{3,2}} \xi_2 + \frac{b_2 h_1 - a_1 h_2}{s_{1,3} s_{2,3}} \xi_3 \\ &\quad + \frac{b_1 c_2 + h_2 h_3}{s_{2,1} s_{3,1}} \eta_1 + \frac{a_2 c_1 + h_1 h_3}{s_{1,2} s_{3,2}} \eta_2 + \frac{a_1 b_2 + h_1 h_2}{s_{1,3} s_{2,3}} \eta_3 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Den Gl. (5) kann man noch eine etwas einfachere Gestalt geben.

Bringt man Gl. (1) in die Form

$$\zeta - \zeta_1 = \frac{(z-z_1)(z-z_3)}{(z_2-z_1)(z_2-z_3)} (\zeta_2 - \zeta_1) + \frac{(z-z_1)(z-z_2)}{(z_3-z_1)(z_3-z_2)} (\zeta_3 - \zeta_1) \quad (7)$$

so ist infolge (2) und (3), wenn man ausserdem

$$\left. \begin{aligned} \zeta_2 - \zeta_1 &= e_2 e^{i\varepsilon_2} & \text{und} & & \zeta_3 - \zeta_1 &= e_3 e^{i\varepsilon_3}, \text{ d. h.} \\ \xi_2 - \xi_1 &= e_2 \cos \varepsilon_2 & & & \xi_3 - \xi_1 &= e_3 \cos \varepsilon_3 \\ \eta_2 - \eta_1 &= e_2 \sin \varepsilon_2 & & & \eta_3 - \eta_1 &= e_3 \sin \varepsilon_3 \end{aligned} \right\} (8)$$

und

$$\frac{e_2}{s_{1.2}s_{3.2}} = k_2 \qquad \frac{e_3}{s_{1.3}s_{2.3}} = k_3$$

setzt,

$$\zeta - \zeta_1 = r_1 \left\{ k_2 r_3 e^{i(\Phi_2 + \varepsilon_2)} + k_3 r_2 e^{i(\Phi_3 + \varepsilon_3)} \right\}$$

oder

$$\left. \begin{aligned} \xi - \xi_1 &= r_1 \left\{ k_2 r_3 \cos(\Phi_2 + \varepsilon_2) + k_3 r_2 \cos(\Phi_3 + \varepsilon_3) \right\} \\ \eta - \eta_1 &= r_1 \left\{ k_2 r_3 \sin(\Phi_2 + \varepsilon_2) + k_3 r_2 \sin(\Phi_3 + \varepsilon_3) \right\} \end{aligned} \right\} (9)$$

Die Formeln (5), (6) und (9) haben den Uebelstand, dass fast die ganze Rechnung für jeden einzelnen Punkt P wiederholt werden muss.

Ich gehe jetzt zu einer kurzen Darstellung der Schols'schen Formeln über.

Man denke sich das sekundäre Netz bereits mit der Seite P_1P_2 an die entsprechende Seite $P_1^*P_2^*$ des primären Netzes angeschlossen. Dann ist $\zeta_1 = \zeta_2 = 0$ und daher

$$\zeta = \frac{(z - z_1)(z - z_2)}{(z_3 - z_1)(z_3 - z_2)} \zeta_3 = \frac{\zeta_3}{(z_3 - z_1)(z_3 - z_2)} (z_1 z_2 - z(z_1 + z_2) + z^2) \quad (10)$$

Man erkennt sofort, dass der Ausdruck für ζ am einfachsten wird, wenn der Koordinatenanfang in die Mitte der Anschlussseite P_1P_2 gelegt wird, denn für diesen ist $z_1 + z_2 = 0$.

Es soll jedoch zunächst über die Lage des Koordinatensystems keine besondere Voraussetzung gemacht werden.

Die Winkel und Seiten des Anschlussdreiecks $P_1P_2P_3$ werden durch $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ bzw. s_1, s_2, s_3 bezeichnet (s. Fig. 2).

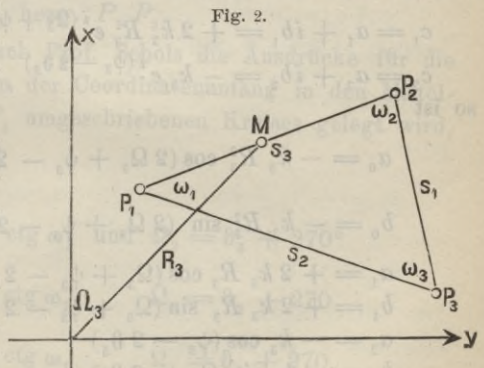


Fig. 2.

Ist ϑ_3 das Azimut der Seite P_1P_2 , so ist das Azimut von P_1P_3 gleich $\vartheta_3 + \omega_1$ und das Azimut von P_2P_3 gleich $\vartheta_3 - \omega_2 + 180^\circ$. Die Lage der Mitte M von P_1P_2 sei durch die Polarkoordinaten R_3, Ω_3 bestimmt.

Alsdann ist:

$$z_3 - z_1 = s_2 e^{i(\vartheta_3 + \omega_1)}, \quad z_3 - z_2 = s_1 e^{i(\vartheta_3 - \omega_2 + 180^\circ)} = -s_1 e^{i(\vartheta_3 - \omega_2)};$$

und

$$z_1 = R_3 e^{i\Omega_3} - \frac{s_3}{2} e^{i\vartheta_3}, \quad z_2 = R_3 e^{i\Omega_3} + \frac{s_3}{2} e^{i\vartheta_3}.$$

Ist noch

$$\zeta_3 = e_3 e^{i\varepsilon_3} \quad \text{oder} \quad \xi_3 = e_3 \cos \varepsilon_3 \quad \text{und} \quad \eta_3 = e_3 \sin \varepsilon_3,$$

so wird

$$\frac{\zeta_3}{(z_3 - z_1)(z_3 - z_2)} = -\frac{e_3}{s_1 s_2} e^{i(\varepsilon_3 - \omega_1 + \omega_2 - 2\vartheta_3)}$$

$$= -k_3 e^{i(\psi_3 - 2\vartheta_3)},$$

wenn

$$\frac{e_3}{s_1 s_2} = k_3 \quad \text{und} \quad \varepsilon_3 - \omega_1 + \omega_2 = \psi_3 \quad \left. \right\} (11)$$

gesetzt wird. Damit wird

$$\zeta = -k_3 e^{i(\psi_3 - 2\vartheta_3)} \left\{ R_3^2 e^{i2\Omega_3} - \frac{s_3^2}{4} e^{i2\vartheta_3} - 2 R_3 e^{i\Omega_3} \cdot z + z^2 \right\}$$

oder

$$\zeta = -k_3 R_3^2 e^{i(2\Omega_3 + \psi_3 - 2\vartheta_3)} + \frac{k_3 s_3^2}{4} e^{i\psi_3} + 2 k_3 R_3 e^{i(\Omega_3 + \psi_3 - 2\vartheta_3)} \cdot z \left. \right\} (12)$$

$$- k_3 e^{i(\psi_3 - 2\vartheta_3)} \cdot z^2$$

Setzt man

$$c_0 = a_0 + ib_0 = -k_3 R_3^2 e^{i(2\Omega_3 + \psi_3 - 2\vartheta_3)} + \frac{1}{4} k_3 s_3^2 e^{i\psi_3}$$

$$c_1 = a_1 + ib_1 = +2 k_3 R_3 e^{i(\Omega_3 + \psi_3 - 2\vartheta_3)}$$

$$c_2 = a_2 + ib_2 = -k_3 e^{i(\psi_3 - 2\vartheta_3)},$$

so ist

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= -k_3 R_3^2 \cos(2\Omega_3 + \psi_3 - 2\vartheta_3) + \frac{1}{4} k_3 s_3^2 \cos \psi_3 \\ b_0 &= -k_3 R_3^2 \sin(2\Omega_3 + \psi_3 - 2\vartheta_3) + \frac{1}{4} k_3 s_3^2 \sin \psi_3 \\ a_1 &= +2 k_3 R_3 \cos(\Omega_3 + \psi_3 - 2\vartheta_3) \\ b_1 &= +2 k_3 R_3 \sin(\Omega_3 + \psi_3 - 2\vartheta_3) \\ a_2 &= -k_3 \cos(\psi_3 - 2\vartheta_3) \\ b_2 &= -k_3 \sin(\psi_3 - 2\vartheta_3), \end{aligned} \right\} (13)$$

und für Gl. (12) erhält man

$$\zeta = c_0 + c_1 z + c_2 z^2 \quad (14)$$

oder

$$\xi + i\eta = (a_0 + ib_0) + (a_1 + ib_1)(x + iy) + (a_2 + ib_2)(x^2 - y^2 + 2ixy),$$

woraus folgt:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= a_0 + a_1 x - b_1 y + a_2(x^2 - y^2) - 2 b_2 xy \\ \eta &= b_0 + b_1 x + a_1 y + b_2(x^2 - y^2) + 2 a_2 xy \end{aligned} \right\} (15)$$

Die Gleichungen (13) und (15) stimmen mit den Gl. (40), (39), (38) und (17) bei Schols, S. 39/40 und 17 a. a. O., überein.

Liegt der Koordinatenanfang in der Mitte von $P_1 P_2$, so hat man in Gl. (12) bezw. (13) R_3 und Ω_3 gleich Null zu setzen, wodurch a_1 und b_1 ganz verschwinden.

Man kann in Gl. (12) die Unbekannte z auch mit den Constanten vereinigen, indem man $z = \rho e^{i\theta}$, also $z^2 = \rho^2 e^{i2\theta}$ setzt.

Sind ζ_2 und ζ_1 nicht Null, sondern

$$\zeta_2 = e_2 e^{i\varepsilon_2} \quad \text{und} \quad \zeta_1 = e_1 e^{i\varepsilon_1}, \quad (8^*)$$

so treten zu dem Ausdrucke für ζ , Gl. (12), noch 2 weitere Glieder hinzu, die man dadurch aus jenem erhält, dass man für den Index 3 die Indices 2 und 1 setzt. Bedient man sich also zur Bestimmung von ξ und η der Gl. (15), so sind den Ausdrücken für die Constanten, Gl. (13), noch je 2 Glieder hinzuzufügen, die dadurch gefunden werden, dass in (13) der Index 3 der Reihe nach durch den Index 2 bezw. 1 ersetzt wird.

Hierbei ist

$$k_2 = \frac{e_2}{s_3 s_1} \quad k_1 = \frac{e_1}{s_2 s_3} \quad (8^{**})$$

und

$$\psi_2 = \varepsilon_2 - \omega_3 + \omega_1 \quad \psi_1 = \varepsilon_1 - \omega_2 + \omega_3.$$

Unter ϑ_2 ist das Azimut der Seite $P_3 P_1$, unter ϑ_1 das Azimut der Seite $P_2 P_3$ zu verstehen. R_2 , Ω_2 und R_1 , Ω_1 sind die Polarcordinaten der Mitte von $P_3 P_1$ bezw. $P_2 P_3$.

In diesem Falle werden nach Prof. Schols die Ausdrücke für die Constanten am einfachsten, wenn der Koordinatenanfang in den Mittelpunkt des dem Dreieck $P_1 P_2 P_3$ umgeschriebenen Kreises gelegt wird, dessen Radius r sei.

Dann ist

$$R_3 = r \cos \omega_3 = \frac{1}{2} s_3 \operatorname{ctg} \omega_3 \quad \text{und} \quad \Omega_3 = \vartheta_3 + 270^\circ$$

$$R_2 = r \cos \omega_2 = \frac{1}{2} s_2 \operatorname{ctg} \omega_2 \quad \Omega_2 = \vartheta_2 + 270^\circ$$

$$R_1 = r \cos \omega_1 = \frac{1}{2} s_1 \operatorname{ctg} \omega_1 \quad \Omega_1 = \vartheta_1 + 270^\circ.$$

Die Ausdrücke für die Constanten lauten jetzt, da z. B.

$$k R^2 \cos (2 \Omega + \psi - 2 \vartheta) = -\frac{1}{4} k s^2 \operatorname{ctg}^2 \omega \cos \psi$$

$$k R^2 \sin (2 \Omega + \psi - 2 \vartheta) = -\frac{1}{4} k s^2 \operatorname{ctg}^2 \omega \sin \psi$$

und

$$2 k R \cos (\Omega + \psi - 2 \vartheta) = + 2 k r \cos \omega \sin (\psi - \vartheta)$$

$$2 k R \sin (\Omega + \psi - 2 \vartheta) = - 2 k r \cos \omega \cos (\psi - \vartheta)$$

wird,

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= r^2 \{ k_1 \cos \psi_1 + k_2 \cos \psi_2 + k_3 \cos \psi_3 \} \\ b_0 &= r^2 \{ k_1 \sin \psi_1 + k_2 \sin \psi_2 + k_3 \sin \psi_3 \} \\ a_1 &= + 2 r \{ k_1 \cos \omega_1 \sin (\psi_1 - \vartheta_1) + k_2 \cos \omega_2 \sin (\psi_2 - \vartheta_2) \\ &\quad + k_3 \cos \omega_3 \sin (\psi_3 - \vartheta_3) \} \\ b_1 &= - 2 r \{ k_1 \cos \omega_1 \cos (\psi_1 - \vartheta_1) + k_2 \cos \omega_2 \cos (\psi_2 - \vartheta_2) \\ &\quad + k_3 \cos \omega_3 \cos (\psi_3 - \vartheta_3) \} \\ a_2 &= - \{ k_1 \cos (\psi_1 - 2 \vartheta_1) + k_2 \cos (\psi_2 - 2 \vartheta_2) + k_3 \cos (\psi_3 - 2 \vartheta_3) \} \\ b_2 &= - \{ k_1 \sin (\psi_1 - 2 \vartheta_1) + k_2 \sin (\psi_2 - 2 \vartheta_2) + k_3 \sin (\psi_3 - 2 \vartheta_3) \} \end{aligned} \right\} (16)$$

In den Gl. (14) und (15) lassen sich noch die Glieder erster Dimension durch eine Verschiebung des Coordinatensystems fortschaffen. Setzt man $x = x_0 + u$, $y = y_0 + v$, also $z = z_0 + w$, so geht Gl. (14) über in:

$$\zeta = c_0 + c_1 z_0 + c_2 z_0^2 + (c_1 + 2 c_2 z_0) w + c_2 w^2.$$

Bestimmt man z_0 aus der Gleichung $c_1 + 2 c_2 z_0 = 0$, also

$$z_0 = - \frac{1}{2} \frac{c_1}{c_2}, \text{ so wird}$$

$$\zeta = c_0 - \frac{1}{4} \frac{c_1^2}{c_2} + c_2 w^2 = c'_0 + c_2 w^2$$

oder

$$\left. \begin{aligned} \xi &= a'_0 + a_2 (u^2 - v^2) - 2 b_2 u v \\ \eta &= b'_0 + b_2 (u^2 - v^2) + 2 a_2 u v. \end{aligned} \right\} (17)$$

Wird nun

$$c_1 = l e^{i \lambda}, \text{ also } a_1 = l \cos \lambda \text{ und } b_1 = l \sin \lambda \quad (18)$$

$$\text{und } c_2 = m e^{i \mu}, \quad \eta \quad a_2 = m \cos \mu \text{ und } b_2 = m \sin \mu$$

gesetzt, so ergibt sich:

$$z_0 = - \frac{l}{2 m} e^{i(\lambda - \mu)} \quad \text{und} \quad c'_0 = c_0 - \frac{1}{4} \frac{l^2}{m} e^{i(2\lambda - \mu)}$$

oder

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= - \frac{l}{2 m} \cos (\lambda - \mu) & a'_0 &= a_0 - \frac{1}{4} \frac{l^2}{m} \cos (2 \lambda - \mu) \\ y_0 &= - \frac{l}{2 m} \sin (\lambda - \mu) & b'_0 &= b_0 - \frac{1}{4} \frac{l^2}{m} \sin (2 \lambda - \mu). \end{aligned} \right\} (19)$$

Die Gleichungen (16) bis (19) stimmen mit den Gl. (43) bis (49) bei Schols a. a. O. überein.

IV

Anschluss an 4 feste Punkte P_1^* , P_2^* , P_3^* , P_4^* .

$$\left. \begin{aligned} \text{Für } z = z_1 \text{ muss } \zeta &= \zeta_1 = e_1 e^{i \varepsilon_1} = e_1 (\cos \varepsilon_1 + i \sin \varepsilon_1) \\ &= z_2 & \zeta_2 &= e_2 e^{i \varepsilon_2} = e_2 (\cos \varepsilon_2 + i \sin \varepsilon_2) \\ &= z_3 & \zeta_3 &= e_3 e^{i \varepsilon_3} = e_3 (\cos \varepsilon_3 + i \sin \varepsilon_3) \\ &= z_4 & \zeta_4 &= e_4 e^{i \varepsilon_4} = e_4 (\cos \varepsilon_4 + i \sin \varepsilon_4) \end{aligned} \right\}$$

sein.

Es werde zunächst dasjenige Glied der Lagrange'schen Interpolationsformel entwickelt, welches von der Abweichung des Punktes P_1 vom Punkte P_1^* herrührt, nämlich

$$\zeta = \frac{(z - z_2)(z - z_3)(z - z_4)}{(z_1 - z_2)(z_1 - z_3)(z_1 - z_4)} \zeta_1$$

$$= \frac{\zeta_1}{(z_1 - z_2)(z_1 - z_3)(z_1 - z_4)} \left\{ -z_2 z_3 z_4 + (z_2 z_3 + z_2 z_4 + z_3 z_4) z - (z_2 + z_3 + z_4) z^2 + z^3 \right\} \quad (1)$$

Der Koordinatenanfang möge in den Schnittpunkt D der Diagonalen $P_1 P_3$ und $P_2 P_4$ der Anschlussfigur $P_1 P_2 P_3 P_4$ gelegt werden.

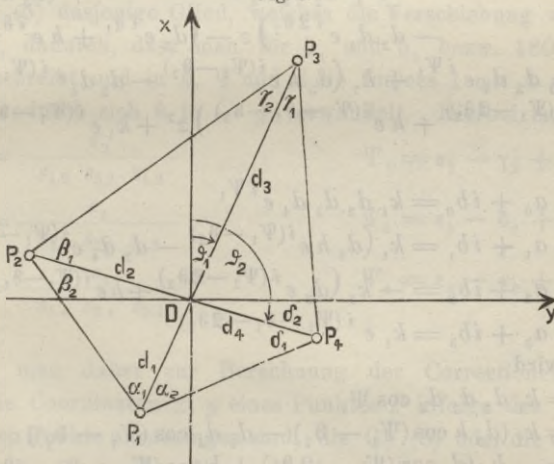
Das Azimut von $P_1 P_3$ sei ϑ_1 , das von $P_2 P_4$ sei ϑ_2 . Ferner sei $D P_1 = d_1$, $D P_2 = d_2$, $D P_3 = d_3$, $D P_4 = d_4$ und $P_1 P_2 = s_{1,2}$, $P_2 P_3 = s_{2,3}$, u. s. w.

$$\sphericalangle P_2 P_1 P_3 = \alpha_1, \quad \sphericalangle P_3 P_2 P_4 = \beta_1, \quad \sphericalangle P_4 P_3 P_1 = \gamma_1, \quad \sphericalangle P_1 P_4 P_2 = \delta_1$$

$$\sphericalangle P_3 P_1 P_4 = \alpha_2, \quad \sphericalangle P_4 P_2 P_1 = \beta_2, \quad \sphericalangle P_1 P_3 P_2 = \gamma_2, \quad \sphericalangle P_2 P_4 P_3 = \delta_2$$

Siehe Fig. 3.

Fig. 3.



Die Koordinaten der Anschlusspunkte P_1, P_2, P_3, P_4 sind:

$$z_1 = d_1 e^{i(\vartheta_1 + 180^\circ)} = -d_1 e^{i\vartheta_1}$$

$$z_2 = d_2 e^{i(\vartheta_2 + 180^\circ)} = -d_2 e^{i\vartheta_2} \quad (2)$$

$$z_3 = d_3 e^{i\vartheta_1}$$

$$z_4 = d_4 e^{i\vartheta_2}$$

Da das Azimut der Seite $P_2 P_1 = \vartheta_2 + \beta_2$, das der Seite $P_3 P_1 = \vartheta_1 + 180^\circ$ und das der Seite $P_4 P_1 = \vartheta_2 + 180^\circ - \delta_1$ ist, so wird

$$z_1 - z_2 = s_{2,1} e^{i(\vartheta_2 + \beta_2)}$$

$$z_1 - z_3 = s_{3,1} e^{i(\vartheta_1 + 180^\circ)} = -s_{3,1} e^{i\vartheta_1}$$

$$z_1 - z_4 = s_{4,1} e^{i(\vartheta_2 + 180^\circ - \delta_1)} = -s_{4,1} e^{i(\vartheta_2 - \delta_1)},$$

mithin

$$\frac{\zeta_1}{(z_1 - z_2)(z_1 - z_3)(z_1 - z_4)} = \frac{e_1}{s_{2,1} s_{3,1} s} e^{i(\varepsilon_1 - \beta_2 + \delta_1 - (\vartheta_1 + 2\vartheta_2))} \quad (3)$$

$$= k_1 e^{i(\Psi_1 - (\vartheta_1 + 2\vartheta_2))},$$

wenn

$$\frac{e_1}{s_{2,1} s_{3,1} s_{4,1}} = k_1 \text{ und } \varepsilon_1 - \beta_2 + \delta_1 = \Psi_1 \quad (4)$$

gesetzt wird.

Nach (2) ist weiter

$$z_2 + z_3 + z_4 = d_3 e^{i\vartheta_1} + h e^{i\vartheta_2}$$

$$z_2 z_3 + z_2 z_4 + z_3 z_4 = d_3 h e^{i(\vartheta_1 + \vartheta_2)} - d_2 d_4 e^{i2\vartheta_2}$$

$$z_2 z_3 z_4 = -d_2 d_3 d_4 e^{i(\vartheta_1 + 2\vartheta_2)},$$

wobei für $-d_2 + d_4 = h$ geschrieben ist.

Mit diesen Werthen und mit Berücksichtigung von (3) ergibt sich jetzt aus Gl. (1):

$$\zeta = k_1 e^{i(\Psi_1 - (\vartheta_1 + 2\vartheta_2))} \{ + d_2 d_3 d_4 e^{i(\vartheta_1 + 2\vartheta_2)} + (d_3 h e^{i(\vartheta_1 + \vartheta_2)} - d_2 d_4 e^{i2\vartheta_2}) z - (d_3 e^{i\vartheta_1} + h e^{i\vartheta_2}) z^2 + z^3 \}$$

$$\zeta = + k_1 d_2 d_3 d_4 e^{i\Psi_1} + k_1 (d_3 h e^{i(\Psi_1 - \vartheta_2)} - d_2 d_4 e^{i(\Psi_1 - \vartheta_1)}) z - k_1 (d_3 e^{i(\Psi_1 - 2\vartheta_2)} + h e^{i(\Psi_1 - \vartheta_1 - \vartheta_2)}) z^2 + k_1 e^{i(\Psi_1 - \vartheta_1 - 2\vartheta_2)} z^3.$$

Wird nun

$$c_0 = a_0 + ib_0 = k_1 d_2 d_3 d_4 e^{i\Psi_1}$$

$$c_1 = a_1 + ib_1 = k_1 (d_3 h e^{i(\Psi_1 - \vartheta_2)} - d_2 d_4 e^{i(\Psi_1 - \vartheta_1)})$$

$$c_2 = a_2 + ib_2 = -k_1 (d_3 e^{i(\Psi_1 - 2\vartheta_2)} + h e^{i(\Psi_1 - \vartheta_1 - \vartheta_2)})$$

$$c_3 = a_3 + ib_3 = k_1 e^{i(\Psi_1 - \vartheta_1 - 2\vartheta_2)}$$

gesetzt, so wird

$$a_0 = k_1 d_2 d_3 d_4 \cos \Psi_1$$

$$a_1 = k_1 (d_3 h \cos(\Psi_1 - \vartheta_2) - d_2 d_4 \cos(\Psi_1 - \vartheta_1))$$

$$a_2 = -k_1 (d_3 \cos(\Psi_1 - 2\vartheta_2) + h \cos(\Psi_1 - \vartheta_1 - \vartheta_2)) \quad (6)$$

$$a_3 = k_1 \cos(\Psi_1 - \vartheta_1 - 2\vartheta_2).$$

Tritt an Stelle des Cosinus der Sinus, so erhält man entsprechend b_0, b_1, b_2, b_3 .

Für Gl. (5) ergibt sich damit:

$$\zeta = c_0 + c_1 z + c_2 z^2 + c_3 z^3 \quad (7)$$

oder

$$\xi + i\eta = a_0 + ib_0 + (a_1 + ib_1)(x + iy) + (a_2 + ib_2)(x^2 - y^2 + 2ixy) + (a_3 + ib_3)(x^3 - 3xy^2 + i(3x^2y - y^3))$$

und hieraus durch Trennung des Reellen und Imaginären:

$$\xi = a_0 + a_1 x - b_1 y + a_2 (x^2 - y^2) - 2b_2 xy + a_3 (x^3 - 3xy^2) - b_3 (3x^2y - y^3) \quad (8)$$

$$\eta = b_0 + b_1 x + a_1 y + b_2 (x^2 - y^2) + 2a_2 xy + b_3 (x^3 - 3xy^2) + a_3 (3x^2y - y^3).$$

$$\begin{aligned} \text{Setzt man } x &= \rho \cos \Theta & y &= \rho \sin \Theta \\ x' &= \rho^2 \cos 2\Theta & y' &= \rho^2 \sin 2\Theta \\ x'' &= \rho^3 \cos 3\Theta & y'' &= \rho^3 \sin 3\Theta, \end{aligned} \quad (9)$$

so lässt sich für (8) auch schreiben

$$\begin{aligned} \xi &= a_0 + a_1 x - b_1 y + a_2 x' - b_2 y' + a_3 x'' - b_3 y'' \\ \eta &= b_0 + b_1 x + a_1 y + b_2 x' + a_2 y' + b_3 x'' + a_3 y''. \end{aligned} \quad (10)$$

Aus der Gl. (5), die dasjenige Glied des allgemeinen Ausdrucks für ζ darstellt, welches von der Abweichung der Punkte P_1 und P_1^* herrührt, lassen sich nun leicht die übrigen 3 Glieder herstellen, welche P_2 mit P_2^* , P_3 mit P_3^* und P_4 mit P_4^* in Uebereinstimmung bringen. Vertauscht man die Indices 1 und 2, 3 und 4, wodurch unter anderem $-d_2 + d_4 = h$ in $-d_1 + d_3 = g$ übergeht, so ergibt sich aus Gl. (5) das Glied, welches die Uebereinstimmung der Punkte P_2 und P_2^* herstellt. Ersetzt man in Gl. (5) ϑ_1 und ϑ_2 durch $180^\circ + \vartheta_1$ bzw. $180^\circ + \vartheta_2$ und vertauscht in k , Ψ und d die Indices 1 und 3, 2 und 4, wodurch $-h$ aus h wird, so findet man das Glied, durch welches P_3 nach P_3^* verschoben wird. Endlich erhält man aus Gl. (5) dasjenige Glied, welches die Verschiebung von P_4 nach P_4^* bewirkt, dadurch, dass man für ϑ_1 und ϑ_2 bzw. $180^\circ + \vartheta_2$ und $180^\circ + \vartheta_1$ schreibt und in k , Ψ und d die Indices 1 mit 4 und 2 mit 3 vertauscht, wodurch sich h in $-g$ verwandelt. Hierbei ist unter

$$\begin{aligned} k_2 &= \frac{e_2}{s_{1,2} s_{3,2} s_{4,2}} & \Psi_2 &= \varepsilon_2 - \gamma_2 + \alpha_1 \\ k_3 &= \frac{e_3}{s_{1,3} s_{2,3} s_{4,3}} & \Psi_3 &= \varepsilon_3 - \delta_2 + \beta_1 \\ k_4 &= \frac{e_4}{s_{1,4} s_{2,4} s_{3,4}} & \Psi_4 &= \varepsilon_4 - \alpha_2 + \gamma_1 \end{aligned} \quad (4^*)$$

zu verstehen.

Benutzt man daher zur Berechnung der Correctionen ξ und η , welche an die Coordinaten x, y eines Punktes P infolge des Anschlusses an die 4 festen Punkte anzubringen sind, die Gl. (8) oder die Gl. (10), so haben darin die Constanten die nachstehende Bedeutung, wie aus den Gl. (6) folgt, wenn die angegebenen Vertauschungen vorgenommen werden.

$$\begin{aligned} a_0 &= d_1 d_2 d_3 d_4 \left\{ \frac{k_1}{d_1} \cos \Psi_1 + \frac{k_2}{d_2} \cos \Psi_2 + \frac{k_3}{d_3} \cos \Psi_3 + \frac{k_4}{d_4} \cos \Psi_4 \right\} \\ a_1 &= d_2 d_4 [-k_1 \cos(\Psi_1 - \vartheta_2) + k_3 \cos(\Psi_3 - \vartheta_1)] \\ &\quad + d_1 d_3 [-k_2 \cos(\Psi_2 - \vartheta_2) + k_4 \cos(\Psi_4 - \vartheta_2)] \\ &\quad + h [k_1 d_3 \cos(\Psi_1 - \vartheta_2) + k_3 d_1 \cos(\Psi_3 - \vartheta_2)] \\ &\quad + g [k_2 d_4 \cos(\Psi_2 - \vartheta_1) + k_4 d_2 \cos(\Psi_4 - \vartheta_1)] \\ a_2 &= -k_1 [d_3 \cos(\Psi_1 - 2\vartheta_2) + h \cos(\Psi_1 - \vartheta_1 - \vartheta_2)] \\ &\quad - k_2 [d_4 \cos(\Psi_2 - 2\vartheta_1) + g \cos(\Psi_2 - \vartheta_1 - \vartheta_2)] \\ &\quad - k_3 [d_1 \cos(\Psi_3 - 2\vartheta_2) - h \cos(\Psi_3 - \vartheta_1 - \vartheta_2)] \\ &\quad - k_4 [d_2 \cos(\Psi_4 - 2\vartheta_1) - g \cos(\Psi_4 - \vartheta_1 - \vartheta_2)] \\ a_3 &= k_1 \cos(\Psi_1 - \vartheta_1 - 2\vartheta_2) + k_2 \cos(\Psi_2 - 2\vartheta_1 - \vartheta_2) \\ &\quad - k_3 \cos(\Psi_3 - \vartheta_1 - 2\vartheta_2) - k_4 \cos(\Psi_4 - 2\vartheta_1 - \vartheta_2). \end{aligned} \quad (6^*)$$

Wird der Cosinus durch den Sinus ersetzt, so erhält man der Reihe nach b_0, b_1, b_2, b_3 .

In dem Ausdruck für ζ , Gl. (7), und dementsprechend in den Formeln für ξ und η , Gl. (8) oder Gl. (10), lassen sich noch durch Verschiebung des Coordinatensystems die Glieder zweiter Dimension zum Verschwinden bringen.

Setzt man

$z = z_0 + w$ und dementsprechend $x = x_0 + u$, $y = y_0 + v$, (11)
so wird zunächst aus Gl. (7)

$$\zeta = c_0 + c_1 z_0 + c_2 z_0^2 + c_3 z_0^3 + (c_1 + 2 c_2 z_0 + 3 c_3 z_0^2) w + (c_2 + 3 c_3 z_0) w^2 + c_3 w^3.$$

Mit

$$z_0 = -\frac{1}{3} \frac{c_2}{c_3}$$

geht diese Gleichung über in

$$\zeta = c_0' + c_1' w + c_3 w^3, \quad (12)$$

worin

$$c_0' = c_0 - \frac{1}{3} \frac{c_1 c_2}{c_3} + \frac{2}{27} \frac{c_2^3}{c_3^2}$$

$$c_1' = c_1 - \frac{1}{3} \frac{c_2^2}{c_3}$$

ist. Wird nun

$$\begin{aligned} c_1 &= l e^{i\lambda} & \text{also} & & a_1 &= l \cos \lambda & , & & b_1 &= l \sin \lambda \\ c_2 &= m e^{i\mu} & & & a_2 &= m \cos \mu & , & & b_2 &= m \sin \mu \\ c_3 &= n e^{i\nu} & & & a_3 &= n \cos \nu & , & & b_3 &= n \sin \nu \end{aligned} \quad (13)$$

gesetzt, so ergibt sich

$$z_0 = -\frac{1}{3} \frac{m}{n} e^{i(\mu-\nu)}$$

$$c_0' = c_0 - \frac{1}{3} \frac{l m}{n} e^{i(\lambda+\mu-\nu)} + \frac{2}{27} \frac{m^3}{n^2} e^{i(3\mu-2\nu)}$$

$$c_1' = c_1 - \frac{1}{3} \frac{m^2}{n} e^{i(2\mu-\nu)},$$

woraus folgt:

$$x_0 = -\frac{1}{3} \frac{m}{n} \cos(\mu-\nu) \quad y_0 = -\frac{1}{3} \frac{m}{n} \sin(\mu-\nu)$$

$$\left. \begin{aligned} a_0' &= a_0 - \frac{1}{3} \frac{l m}{n} \cos(\lambda + \mu - \nu) + \frac{2}{27} \frac{m^3}{n^2} \cos(3\mu - 2\nu) \\ b_0' &= b_0 - \frac{1}{3} \frac{l m}{n} \sin(\lambda + \mu - \nu) + \frac{2}{27} \frac{m^3}{n^2} \sin(3\mu - 2\nu) \end{aligned} \right\} (14)$$

$$a_1' = a_1 - \frac{1}{3} \frac{m^2}{n} \cos(2\mu - \nu) \quad b_1' = b_1 - \frac{1}{3} \frac{m^2}{n} \sin(2\mu - \nu).$$

An die Stelle von Gl. (8) bzw. Gl. (10) treten jetzt die Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} \xi &= a_0' + a_1' u - b_1' v + a_3 (u^3 - 3uv^2) - b_3 (3u^2v - v^3) \\ \eta &= b_0' + b_1' u + a_1' v + b_3 (u^3 - 3uv^2) + a_3 (3u^2v - v^3) \end{aligned} \right\} (15)$$

oder mit der Substitution

$$\begin{aligned} u &= \rho \cos \theta & v &= \rho \sin \theta \\ u'' &= \rho^3 \cos 3 \theta & v'' &= \rho^3 \sin 3 \theta, \\ \xi &= a_0' + a_1' u - b_1' v + a_3 u'' - b_3 v'' \\ \eta &= b_0' + b_1' u + a_1' v + b_3 u'' + a_3 v''. \end{aligned}$$

Anstatt die 4 Anschlusspunkte des secundären Netzes durch eine Abbildung mit den entsprechenden Punkten des primären Netzes zur Deckung zu bringen, ist es in manchen Fällen vielleicht bequemer, wenn man die Uebertragung mehrere Male wiederholt und zwar derart, dass man zuerst an 2 Punkte anschliesst, dann die dritten Punkte und hierauf die vierten Punkte zur Uebereinstimmung bringt. Man hat es nämlich alsdann in der Hand, durch die Wahl des Coordinatensystems die einfachsten Formeln anwenden zu können. Ist z. B. bereits an die beiden Punkte P_1^* und P_2^* angeschlossen, so erhält man zur Herstellung der Uebereinstimmung der dritten Punkte P_3 und P_3^* die einfachsten Formeln, wenn man den Koordinatenanfang in die Mitte der Seite $P_1 P_2$ legt.

Dass man durch wiederholte Abbildungen, bei denen jedesmal nur ein Anschlusspunkt des secundären Netzes mit dem entsprechenden des Hauptnetzes in Uebereinstimmung gebracht wird, zu demselben Ergebniss gelangt — vorausgesetzt, dass man die zweiten Potenzen der Lagenunterschiede gleichnamiger Punkte vernachlässigen kann —, wie durch eine Abbildung, bei welcher auf einmal sämtliche Anschlusspunkte zur Deckung kommen, ergibt sich aus Folgendem.

Das secundäre Netz sei an die Punkte P_1^* und P_2^* angeschlossen. Wird nun durch eine Abbildung zunächst P_3 mit P_3^* in Uebereinstimmung gebracht, so geht die zu einem beliebigen Punkt P gehörige Coordinate z in $z' = z + \zeta'$ über, wo nach Gl. (3) unter I

$$\zeta' = \frac{(z - z_1)(z - z_2)}{(z_3 - z_1)(z_3 - z_2)} \zeta_3 \text{ ist.}$$

Der Anschlusspunkt P_4 ist durch diese Abbildung nach P_4' gekommen, dessen Lage durch $z_4' = z_4 + \frac{(z_4 - z_1)(z_4 - z_2)}{(z_3 - z_1)(z_3 - z_2)} \zeta_3$ bestimmt ist.

Der Lagenunterschied von P_4' und P_4^* , zu dem die complexe Grösse $z_4 + \zeta_4$ gehört, ist mithin jetzt: $\zeta_4 - \frac{(z_4 - z_1)(z_4 - z_2)}{(z_3 - z_1)(z_3 - z_2)} \zeta_3$.

Bringt man durch eine neue Abbildung P_4' mit P_4^* zur Deckung, so beträgt die Correction der zum Punkte P' gehörigen Coordinate z' nach I, Gl. (3):

$$\zeta'' = \frac{(z' - z_1')(z' - z_2')(z' - z_3')}{(z_4' - z_1')(z_4' - z_2')(z_4' - z_3')} \left(\zeta_4 - \frac{(z_4 - z_1)(z_4 - z_2)}{(z_3 - z_1)(z_3 - z_2)} \zeta_3 \right).$$

Hierbei ist z. B.: $z' - z_1' = (z - z_1) \left(1 - \frac{\zeta' - \zeta_1'}{z - z_1} \right)$.

Kann man aber, wie vorausgesetzt ist, die zweiten Potenzen der Lagenunterschiede vernachlässigen, so darf man in der vorstehenden Gl.

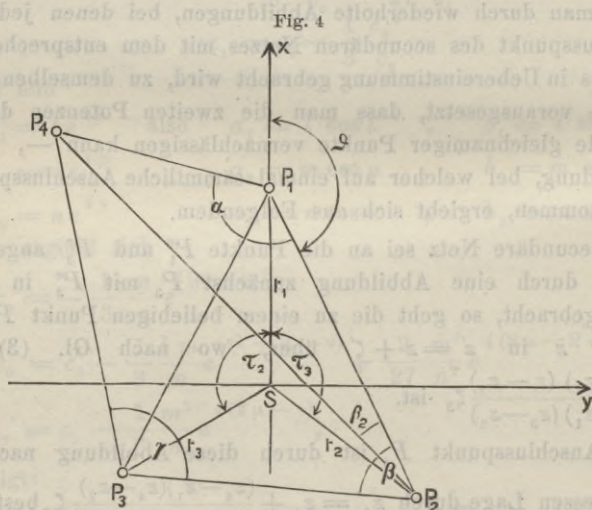
anstatt des Ausdruckes vor der Klammer $\frac{(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)}{(z_4-z_1)(z_3-z_2)(z_4-z_3)}$ setzen.

Die Gesamtverschiebung, welche die zum Punkte P gehörige complexe Grösse z durch beide Abbildungen erfährt, ist mithin

$$\begin{aligned} \zeta' + \zeta'' &= \frac{(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)}{(z_4-z_1)(z_4-z_2)(z_4-z_3)} \zeta_4 - \frac{(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)}{(z_3-z_1)(z_3-z_2)(z_4-z_3)} \zeta_3 \\ &\quad + \frac{(z-z_1)(z-z_2)}{(z_3-z_1)(z_3-z_2)} \zeta_3 \\ &= \frac{(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)}{(z_4-z_1)(z_4-z_2)(z_4-z_3)} \zeta_4 + \frac{(z-z_1)(z-z_2)(z-z_4)}{(z_3-z_1)(z_3-z_2)(z_3-z_4)} \zeta_3. \end{aligned}$$

Das ist aber derselbe Werth, den die Interpolationsformel ergibt, wenn durch eine Abbildung auf einmal P_3 mit P_3^* und P_4 mit P_4^* in Uebereinstimmung gebracht werden.

In der angegebenen Weise lässt sich fortfahren.



Nimmt man jetzt an, es seien bereits die 3 Punkte P_1, P_2, P_3 mit den entsprechenden P_1^*, P_2^*, P_3^* zur Deckung gebracht, so ist

$$\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_3 = 0$$

und

$$\begin{aligned} \zeta &= \frac{(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)}{(z_4-z_1)(z_4-z_2)(z_4-z_3)} \zeta_4 \\ &= \frac{\zeta_4}{(z_4-z_1)(z_4-z_2)(z_4-z_3)} \left\{ -z_1 z_2 z_3 + (z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3) z \right. \\ &\quad \left. - (z_1 + z_2 + z_3) z^2 + z^3 \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

Legt man den Coordinatenanfang in den Schwerpunkt S des Anschlussdreiecks $P_1 P_2 P_3$, so ist

$$z_1 + z_2 + z_3 = 0 \text{ und } z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3 = -\frac{3}{4} z_1^2 - \frac{1}{4} (z_3 - z_2)^2.$$

Die positive x -Achse möge mit der Richtung SP_1 zusammenfallen, und es sei $SP_1 = t_1$, $SP_2 = t_2$, $SP_3 = t_3$; $\sphericalangle P_1 SP_2 = \tau_3$, $\sphericalangle P_2 SP_3 = \tau_1$, $\sphericalangle P_3 SP_1 = \tau_2$. Das Azimut der Seite $P_1 P_2$ sei ϑ , ferner $\sphericalangle P_2 P_1 P_4 = \alpha$, $\sphericalangle P_3 P_2 P_1 = \beta$, $\sphericalangle P_4 P_2 P_1 = \beta_2$ und $\sphericalangle P_4 P_3 P_2 = \gamma$. Die Entfernung zweier Punkte wird durch s bezeichnet (s. Fig. 4).

Nun ist

$$z_1 = t_1 \quad z_2 = t_2 e^{i\tau_3} \quad z_3 = t_3 e^{i(\tau_3 + \tau_1)} = t_3 e^{-i\tau_2},$$

wobei

$$t_1^2 = \frac{2}{9} (s_{1,2}^2 + s_{1,3}^2 - \frac{1}{2} s_{2,3}^2), \quad t_2^2 = \frac{2}{9} (s_{2,1}^2 + s_{2,3}^2 - \frac{1}{2} s_{3,1}^2),$$

$$t_3^2 = \frac{2}{9} (s_{3,1}^2 + s_{3,2}^2 - \frac{1}{2} s_{1,2}^2)$$

und

$$\cos \tau_1 = \frac{t_2^2 + t_3^2 - s_{2,3}^2}{2 t_2 t_3} \text{ u. s. w. ist.}$$

Ferner hat man

$$\begin{aligned} z_4 - z_1 &= s_{1,4} e^{i(\vartheta + \alpha)} \\ z_4 - z_2 &= s_{2,4} e^{i(\vartheta + 180^\circ - \beta_2)} = -s_{2,4} e^{i(\vartheta - \beta_2)} \\ z_4 - z_3 &= s_{3,4} e^{i(\vartheta - \beta + 360^\circ - \gamma)} = +s_{3,4} e^{i(\vartheta - \beta - \gamma)} \\ z_3 - z_2 &= s_{2,3} e^{i(\vartheta + 180^\circ - \beta)} = -s_{2,3} e^{i(\vartheta - \beta)}. \end{aligned}$$

Wenn für $\zeta_4 = e_4 e^{i\varepsilon_4}$ eingesetzt wird, so erhält man

$$\frac{\zeta_4}{(z_4 - z_1)(z_4 - z_2)(z_4 - z_3)} = -\frac{e_4}{s_{1,4} s_{2,4} s_{3,4}} e^{i(\varepsilon_4 + \beta + \beta_2 + \gamma - \alpha - 3\vartheta)} = -k_4 e^{i(\varphi - 3\vartheta)},$$

wo

$$\frac{e_4}{s_{1,4} s_{2,4} s_{3,4}} = k_4 \text{ und } \varphi = \varepsilon_4 + \beta + \beta_2 + \gamma - \alpha \quad (17)$$

ist. Mit den angegebenen Werthen ergibt sich aus Gl. (16):

$$\zeta = -k_4 e^{i(\varphi - 3\vartheta)} \left\{ -t_1 t_2 t_3 e^{i(\tau_3 - \tau_2)} - \left(\frac{3}{4} t_1^2 + \frac{1}{4} s_{2,3}^2 e^{i(2\vartheta - 2\beta)} \right) z + z^3 \right\}$$

oder

$$\begin{aligned} \zeta = +t_1 t_2 t_3 k_4 e^{i(\varphi + \tau_3 - \tau_2 - 3\vartheta)} &+ \left(\frac{3}{4} t_1^2 k_4 e^{i(\varphi - 3\vartheta)} + \frac{1}{4} s_{2,3}^2 k_4 e^{i(\varphi - 2\beta - \vartheta)} \right) z \\ &- k_4 e^{i(\varphi - 3\vartheta)} z^3. \quad (18) \end{aligned}$$

Setzt man die Coefficienten dieses Ausdrucks gleich $c_0 = a_0 + i b_0$, $c_1 = a_1 + i b_1$, $c_3 = a_3 + i b_3$, so ist

$$\begin{aligned}
a_0 &= t_1 t_2 t_3 k_4 \cos(\varphi + \tau_3 - \tau_2 - 3\vartheta) \\
b_0 &= t_1 t_2 t_3 k_4 \sin(\varphi + \tau_3 - \tau_2 - 3\vartheta) \\
a_3 &= -k_4 \cos(\varphi - 3\vartheta) \\
b_3 &= -k_4 \sin(\varphi - 3\vartheta) \\
a_1 &= -\frac{3}{4} t_1^2 a_3 + \frac{1}{4} s_{2,3}^2 k_4 \cos(\varphi - 2\beta - \vartheta) \\
b_1 &= -\frac{3}{4} t_1^2 b_3 + \frac{1}{4} s_{2,3}^2 k_4 \sin(\varphi - 2\beta - \vartheta)
\end{aligned} \tag{19}$$

und

$$\zeta = c_0 + c_1 z + c_3 z^3$$

oder

$$\begin{aligned}
\xi &= a_0 + a_1 x - b_1 y + a_3 (x^3 - 3x^2 y) - b_3 (3x^2 y - y^3) \\
\eta &= b_0 + b_1 x + a_1 y + b_3 (x^3 - 3x^2 y) + a_3 (3x^2 y - y^3).
\end{aligned} \tag{20}$$

Führt man für x und y die Polarcordinaten ρ und Θ ein durch die Gl.

$$z = \rho e^{i(\vartheta + \Theta)}, \tag{21}$$

wo also $\tan(\vartheta + \Theta) = \frac{y}{x}$ und $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ ist, so wird aus Gl. (18) erhalten:

$$\begin{aligned}
\zeta &= c_0 + \frac{3}{4} t_1^2 k_4 \rho e^{i(\varphi - 2\vartheta + \Theta)} + \frac{1}{4} s_{2,3}^2 k_4 \rho e^{i(\varphi - 2\beta + \Theta)} \\
&\quad - k_4 \rho^3 e^{i(\varphi + 3\Theta)},
\end{aligned}$$

woraus durch Trennung des Reellen und Imaginären folgt:

$$\left. \begin{aligned}
\xi &= a_0 + \frac{1}{4} k_4 \rho \left\{ 3 t_1^2 \cos(\varphi - 2\vartheta + \Theta) + s_{2,3}^2 \cos(\varphi - 2\beta + \Theta) \right\} \\
&\quad - k_4 \rho^3 \cos(\varphi + 3\Theta) \\
\eta &= b_0 + \frac{1}{4} k_4 \rho \left\{ 3 t_1^2 \sin(\varphi - 2\vartheta + \Theta) + s_{2,3}^2 \sin(\varphi - 2\beta + \Theta) \right\} \\
&\quad - k_4 \rho^3 \sin(\varphi + 3\Theta)
\end{aligned} \right\} \tag{22}$$

V.

Anschluss an n feste Punkte.

Das im Vorhergehenden benutzte Verfahren lässt sich auch bei weiteren Anschlusspunkten anwenden, aber mit jedem neuen Anschlusspunkte wird die Berechnung der Constanten, sowie auch die der Ausdrücke für ξ und η selbst umständlicher.

Wenn es genügt, Entfernungen und Winkel unmittelbar einer Karte zu entnehmen, dürften die allgemeinen Baur'schen Formeln, vergl. III Gl. 5, oder die Modification derselben, III Gl. (9), nachdem diese auf n Anschlusspunkte ausgedehnt sind, vorzuziehen sein. Um zur Verallgemeinerung der letzteren Gleichungen zu gelangen, bringe man die Lagrange'sche Interpolationsformel in die Form:

$$\zeta - \zeta_1 = \frac{(z - z_1)(z - z_3) \dots (z - z_n)}{(z_2 - z_1)(z_2 - z_3) \dots (z_2 - z_n)} (\zeta_2 - \zeta_1) + \dots \left\{ \tag{21} \right. \\
\left. + \frac{(z - z_1)(z - z_2) \dots (z - z_{n-1})}{(z_n - z_1)(z_n - z_2) \dots (z_n - z_{n-1})} (\zeta_n - \zeta_1) \right\} \tag{1}$$

die einer Verschiebung des Secundärnetzes um ζ_1 entspricht. Durch diese Verschiebung bleiben $z - z_k$ und $z_p - z_q$ ungeändert.

Setzt man wieder wie früher

$$z - z_k = r_k e^{i \varphi_k} \quad z_p - z_q = s_{q,p} e^{i \vartheta_{q,p}} \quad (2)$$

und

$$\left. \begin{aligned} \varphi_2 + \varphi_3 + \dots + \varphi_n - (\vartheta_{2,1} + \vartheta_{3,1} + \dots + \vartheta_{n,1}) &= \\ \sum P_1 P_2 P + P_1 P_3 P + \dots + P_1 P_n P &= \Phi_1 \\ \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_{n-1} - (\vartheta_{1,n} + \vartheta_{2,n} + \dots + \vartheta_{n-1,n}) &= \\ \sum P_n P_1 P + P_n P_2 P + \dots + P_n P_{n-1} P &= \Phi_n \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ferner

$$\left. \begin{aligned} \xi_2 - \xi_1 &= e_2 \cos \varepsilon_2, & \dots &, & \xi_n - \xi_1 &= e_n \cos \varepsilon_n \\ \eta_2 - \eta_1 &= e_2 \sin \varepsilon_2, & \dots &, & \eta_n - \eta_1 &= e_n \sin \varepsilon_n \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

sowie

$$\frac{e_2}{s_{1,2} s_{3,2} \dots s_{n,2}} = k_2, \dots, \frac{e_n}{s_{1,n} s_{2,n} \dots s_{n-1,n}} = k_n, \quad (5)$$

so wird der Gl. (9) unter III entsprechend

$$\left. \begin{aligned} \xi - \xi_1 &= r_1 r_2 \dots r_n \sum_{\lambda=2}^{\lambda=n} \frac{k_\lambda}{r_\lambda} \cos(\Phi_\lambda + \varepsilon_\lambda) \\ \eta - \eta_1 &= r_1 r_2 \dots r_n \sum_{\lambda=2}^{\lambda=n} \frac{k_\lambda}{r_\lambda} \sin(\Phi_\lambda + \varepsilon_\lambda) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

(Fortsetzung folgt.)

Vorbedingungen für den Eintritt in den Landmesser- cursus.

Die bisher auf Grund der abändernden Bestimmungen vom 12. Juni 1893 zur Landmesserprüfungsordnung vom 4. September 1882 zur Vorlage gelangten Zeugnisse über die praktische Beschäftigung der Landmessereleven und die zugehörigen Probearbeiten haben nur mit wenigen Ausnahmen unbeanstandet angenommen werden können und viele Arbeiten haben ganz zurückgewiesen werden müssen, wodurch die Eleven ein, ja in mehreren Fällen, wo auch die erhobenen wesentlichen Anstände nicht einmal richtig erledigt sind, sogar zwei Semester ihrer Studienzeit verloren haben. Es ist das für die Betroffenen oft um so härter, als sie vielfach am wenigsten Schuld an diesem Verluste sind. Deshalb sollen im Folgenden die Vorbedingungen für den Eintritt in den Land-

messercursus *) mit den nöthigen Erläuterungen nochmals vollständig zusammengestellt werden.

§ 1. Wer als Studirender der Geodäsie und Kulturtechnik sich für die Landmesserprüfung vorbereiten will, hat bei seiner persönlichen Meldung zur Aufnahme in den Landmessercursus an der Landwirthschaftlichen Hochschule in Berlin oder der Landwirthschaftlichen Akademie in Poppelsdorf vorzulegen:

1) das Zeugniß über einen mindestens siebenjährigen erfolgreichen Besuch einer preussischen höheren Schule oder einer gleichwerthigen Schule (§ 2),

2) das Zeugniß eines oder mehrerer in Preussen geprüfter Landmesser über eine einjährige ausschliesslich praktische Beschäftigung bei Vermessungs- und Nivellementsarbeiten (§ 3),

3) die während dieser Beschäftigung anzufertigenden im § 4, Nr. 2 bezeichneten Probearbeiten,

4) ein Zeugniß der Ortspolizeibehörde seines letzten Aufenthaltsortes über seine Unbescholtenheit.**)

§ 2. 1) Das vorzulegende Schulzeugniß muss die Erfüllung eines siebenjährigen Lehrganges einer preussischen höheren Lehranstalt und demgemäss nachweisen:

a. die erlangte Reife zur Versetzung in die Prima eines Gymnasiums, eines Realgymnasiums oder einer Ober-Realschule mit neunjährigem Lehrgange, oder

b. statt dessen

aa. die nach Abschluss der Untersecunda einer neunstufigen höheren Lehranstalt bestandene Prüfung, oder die bestandene Reifeprüfung an einer Realschule, bezw. einer gymnasialem oder realistischen Lehranstalt mit sechsjährigem Lehrgange,

bb. sowie ausserdem den einjährigen erfolgreichen Besuch einer anerkannten mittleren Fachschule.***)

2) Ausser den Zeugnissen von preussischen Lehranstalten werden auch Zeugnisse von anderen deutschen gleichwerthigen Anstalten angenommen. Es unterliegt aber in jedem einzelnen Falle der

*) Diese Bedingungen gelten auch für nichtpreussische Deutsche, die in Preussen die Befähigung zum Landmesser erwerben wollen. Das Gleiche gilt für Nichtdeutsche, vorbehaltlich der nach den Umständen jedes einzelnen Falles von der Ober-Prüfungscommission für Landmesser zu treffenden besonderen Bestimmung.

***) Alle die angeführten Zeugnisse sind nicht stempelpflichtig.

***) Solche mittleren Fachschulen bestehen zur Zeit in Verbindung mit den Realschulen (Gewerbeschulen) in Aachen, Barmen und Hagen, sowie mit den Ober-Realschulen in Breslau und Gleiwitz, endlich in Dortmund, wo die Fachschule eine Abtheilung der Königlichen Maschinen-Bauschule bildet mit der Bezeichnung Königliche technische Mittelschule für Maschinenbau (Erl. d. Fin.-Min. etc. v. 23. 8. 93.)

Entscheidung des Ministers der geistlichen, Unterrichts- und Medicinalangelegenheiten, ob ein von einer nichtpreussischen Lehranstalt ausgestelltes Zeugniß als genügend anerkannt werden kann. Es empfiehlt sich deshalb zur Vermeidung von erheblichen Nachtheilen, jedes Zeugniß von einer nichtpreussischen Lehranstalt rechtzeitig vor dem Eintritt in den Landmessercursus dem bezeichneten Ministerium zur Entscheidung vorzulegen.

3) Officiere des stehenden Heeres sind von der Beibringung eines Zeugnisses über den erlangten Grad der schulwissenschaftlichen Bildung entbunden und haben sich nur durch Einreichung des ihnen ertheilten Officierpatentes über ihre persönlichen Verhältnisse auszuweisen.

§ 3. 1) Durch das im § 1, Nr. 2 angeführte Zeugniß über eine einjährige praktische Beschäftigung mit Vermessungs- und Nivellementsarbeiten und durch die im § 1, Nr. 3 erwähnten Probearbeiten soll eine für die Betheiligung am geodätischen Unterricht genügende praktische Vorbildung nachgewiesen werden. Es muss daher die praktische Beschäftigung dem geodätischen Studium in ihrem vollen Umfange vorgehen und das darüber ausgestellte Zeugniß unbedingt sogleich bei der Meldung zum Eintritt in das Studium vorgelegt werden.

2) Es wird eine einjährige „ausschliessliche“ Beschäftigung mit Vermessungs- und Nivellementsarbeiten gefordert. Eine Beschäftigung, die sich während einer in der Hauptsache auf andere Dinge gerichteten Thätigkeit nur nebenher auch auf Vermessungs- und Nivellementsarbeiten erstreckt hat, ist nicht anrechnungsfähig. *)

3) Es können auch Zeugnisse von nichtpreussischen Landmessern zugelassen werden. Diese Zeugnisse müssen aber immer den in Nr. 6 (s. u.) bezeichneten Anforderungen entsprechen. Darüber, ob und mit welcher Zeitdauer die praktische Beschäftigung bei nichtpreussischen Landmessern anrechnungsfähig ist, entscheidet in jedem einzelnen Falle die Königliche Ober-Prüfungscommission für Landmesser in Berlin, und zwar erst dann, wenn der Zeugnissinhaber bei der Theilnahme an dem geodätischen Unterricht gezeigt hat, in welchem Umfange seine praktische Vorbildung genügt. Deshalb sind die von nichtpreussischen Landmessern ausgestellten Zeugnisse über praktische Ausbildung mit sämtlichen praktischen Probearbeiten der Eleven am zweckmässigsten am Ende des ersten Studienjahres der Königlichen Prüfungscommission für Landmesser in Berlin oder Poppelsdorf zur Einholung der vorgeschriebenen Entscheidung der Königlichen Ober-Prüfungscommission vorzulegen.

*) Dies gilt besonders auch für Baumeister, Bauführer, Forstassessoren und Forstreferendare, die die formelle Befähigung zum Landmesser erwerben wollen.

4) Zeugnisse von Personen, die nicht Landmesser sind, werden nicht zugelassen, auch wenn die Personen von Behörden und Corporationen angestellt sind und in ihrer Dienststellung Vermessungsarbeiten auszuführen oder zu leiten haben.

5) Ausnahmsweise kann eine praktische Beschäftigung von elf Monaten als genügend angesehen werden, wenn nachgewiesen wird, dass die Erfüllung der vollen einjährigen Zeitdauer durch besondere Umstände verhindert wurde. Die Entscheidung über solche Ausnahmen steht der Königlichen Prüfungscommission für Landmesser zu.

6) In dem Zeugnisse über die praktische Beschäftigung müssen enthalten sein:

- a. die Angaben über den Tag des Beginnes und des Endes, sowie über die Dauer der Beschäftigung,
- b. die nähere Bezeichnung der ausgeführten Arbeiten unter Angabe ihres Umfanges, und zwar die Vermessungen, Kartirungen und Flächenberechnungen in Hectaren, die Nivellements in Metern, insoweit diese Arbeiten über den Umfang der von dem Candidaten zu liefernden Probearbeiten (§ 4) hinausgehen,
- c. die Bezeichnung der dabei gebrauchten Instrumente,
- d. die Angabe, ob der Aussteller des Zeugnisses die Eigenschaft als preussischer Landmesser (Feldmesser) besitzt oder in einem anderen Staate eine ähnliche Eigenschaft erworben hat, unter Beifügung des Ausfertigungstages der darüber ihm ertheilten Urkunde. Diese Angabe ist von jedem Aussteller eines Zeugnisses zu machen, einerlei ob er Oberlandmesser, Katastercontroleur, Privatlandmesser oder was immer ist.

7) Zur Vermeidung von Weiterungen empfiehlt es sich, das Zeugnis nach dem folgenden Muster, worin die Beispiele mit Cursivschrift gedruckt sind, auszustellen:

Zeugnis

über die praktische Beschäftigung mit Vermessungen und Nivellirungen für den Landmesserzögling

Arnold Johann Schulze,

geboren in *Gelbwasser* am 25. September 1874 ausgestellt gemäss § 5, Nr. 4 und § 7 der preussischen Landmesserprüfungsordnung vom 4. September 1882

12. Juni 1893

Katastercontroleur Heinrich Adolf Müller in Buchhain,
Preussischer Landmesser laut Bestallungsurkunde vom 27. Juli 1888.

Der obengenannte Landmesserzögling ist unter meiner Leitung in der Zeit

vom 2. October 1892 bis 15. Juli 1893,

vom 16. October 1893 bis 1. April 1894

und vom bis

also im Ganzen während einer Zeitdauer von 1 Jahre 2 Monaten, 29 Tagen ausschliesslich mit Vermessungs- und Nivellementsarbeiten beschäftigt gewesen.

Während dieser Zeit hat der Genannte ausser den in § 8 der Landmesserprüfungsordnung bezeichneten von mir besonders bescheinigten Probearbeiten — folgende Arbeiten unter Anwendung der dabei bezeichneten Instrumente ausgeführt:

- 1) Stückvermessung von etwa 46 Hectar mit *Bandmaass, Latte und Winkelspiegel*,
- 2) Kartirung von etwa 80 Hectar mit *Zirkel und Maassstab*,
- 3) Flächenberechnung von etwa 72 Hectar mit *Zirkel, Maassstab und Quadratglastafel*,
- 4) Nivellirung von etwa 2800 Meter mit *Fernrohrniveau von Breithaupt*,
- 5) Auftragen der Profile von etwa 2400 Meter mit *Zirkel und Maassstab*,
- 6) von etwa Meter.....

Vorstehendes bescheinige ich hiermit pflichtgemäss.

Buchhain, am 1. April 1894.

(Siegel)

(Unterschrift)*)

§ 4. 1) Die Probearbeiten (§ 1, Nr. 3) sind der Prüfungscommission von dem Eleven sogleich bei seinem Eintritt in das Studium zur Prüfung vorzulegen mit einem Schreiben, worin die vorgelegten Stücke einzeln aufgeführt sind. Das Studium wird nur dann auf den nach § 5, Nr. 5 der Landmesserprüfungsordnung für die Zulassung zur Prüfung nachzuweisenden regelmässigen Besuch des geodätischen Unterrichts der Akademie angerechnet, wenn die Probearbeiten von der Königlichen Prüfungscommission für Landmesser als ausreichend befunden werden.

2) Die von dem Eleven anzufertigenden Probearbeiten sind:

- a. ein auf Grund eigener selbständiger örtlicher Aufnahme hergestellter Stückvermessungsriiss mit den Vermessungszahlen von einer in möglichst abgerundeter Lage befindlichen Fläche von mindestens 20 Hectar, worin mindestens 25 Eigenthumsstücke enthalten sein müssen;
- b. eine nach diesem Vermessungsriiss im Maassstabe 1:1000 hergestellte genaue Karte;

*) Formulare für dieses Zeugniiss können von R. Reiss in Liebenwerda bezogen werden.

- c. eine tabellarische doppelte Berechnung des Flächeninhalts der in dem Vermessungsrisse und der Karte dargestellten einzelnen Eigenthumsstücke nebst dazugehöriger Massenberechnung der ganzen dargestellten Fläche,
- d. das Längenprofil, die Querprofile und der Lageplan mit der zugehörigen Nivellementstabelle eines selbständig nivellirten Weges oder Wasserlaufs von mindestens 3 Kilometer Länge.

3) Die Probearbeiten sollen von dem Eleven selbständig ausgeführt werden. Dieser Bestimmung wird nicht genügt, wenn mehrere Eleven eine Probearbeit gemeinschaftlich ausführen und solche gemeinschaftlich ausgeführten Arbeiten werden nicht angenommen.

4) Auf sämtlichen Probearbeiten ist anzugeben, in welchem Kreise und in welchem Gemeindebezirk etc. die vermessenen Grundstücke liegen, an welchen Tagen die Arbeiten ausgeführt und welche Instrumente bei den Arbeiten benutzt worden sind.

5) Sämtliche Probearbeiten sind mit der Namensunterschrift des Candidaten zu versehen und zwar in gewöhnlicher Handschrift und mit Angabe des Vor- und Familiennamens.

Ferner sind sämtliche Probearbeiten von dem betreffenden Landmesser (Feldmesser) zu bescheinigen wie folgt:

Die vorliegende Arbeit ist von dem Eleven N. N. (voller Vor- und Familienname) unter meiner Aufsicht selbständig auf Grund eigener örtlicher Aufnahme ausgeführt worden. Bei der von mir vorgenommenen Prüfung ist die Arbeit richtig befunden.

N. N.

(Ort und Datum)

Landmesser.

Auf dem Lageplan zum Nivellement können die Worte „auf Grund eigener örtlicher Aufnahme“ wegfallen, wenn der Lageplan durch Copirung vorhandener Karten hergestellt ist.

6) Die Probearbeiten müssen im Uebrigen folgenden Bedingungen genügen:

- a. das Netz der Messungslinien der Stückvermessung muss für sich unabhängig kartirbar sein. Es genügt, das Liniennetz auf ein oder mehrere Dreiecke zu gründen, deren Seiten gemessen werden. Am einfachsten ist es, den zu vermessenden Complex durch ein grosses Dreieck oder Viereck zu umschliessen, das Dreieck durch Messung zweier Transversalen und deren Schnittpunkt, das Viereck durch Messung der beiden Diagonalen und deren Schnittpunkt zu sichern und das specielle Messungsliniennetz in den so gewonnenen Rahmen einzubinden. In grösserer Zahl aufeinander gebaute Dreiecke bilden keine zweckmässige Grundlage einer Aufnahme.

Der zu vermessende Complex kann aber auch durch ein Polygon eingeschlossen werden, dessen Winkel und Seiten gemessen und für dessen Punkte rechtwinklige Coordinaten berechnet werden. Endlich kann das Messungsliniennetz auch an vorhandene Dreiecks-

seiten und Polygonzüge, für deren Punkte die rechtwinkligen Coordinaten berechnet sind, angeschlossen werden. In allen diesen Fällen sind die Coordinaten dann auf dem Stückvermessungsriß anzugeben und die Coordinatenberechnung mit vorzulegen.

Für das Messungsliniennetz sowie für die aufgemessenen Grenzlinien, Gebäude u. s. w. müssen die erforderlichen Proben beigebracht werden. Für die Anforderungen, die in dieser Beziehung an die Ausführung der Messung gestellt werden, kann besonders auf die Bestimmungen in den §§ 80 bis 84 der preussischen Katasteranweisung VIII vom 25. October 1881 verwiesen werden.

Die Beibringung der erforderlichen Proben wird oft in solchem Umfange vernachlässigt, dass deshalb die Arbeiten zurückgegeben werden müssen. Besonders die wichtigen Vorschriften im § 80, Nr. 2 und im § 82 der Katasteranweisung VIII werden vielfach ganz unbeachtet gelassen. Bei gradlinigen Grenzen, die an beiden Enden eingemessen und durch den Schnitt mit einer Messungslinie controlirt werden, wird fast immer die für diesen Fall vorgeschriebene Signatur weggelassen, so dass es zweifelhaft bleibt, ob die Grenze genügend gesichert ist, was dann zu unnöthigen Anständen führt.

- b. Ein Eigenthumsstück im Sinne der vorstehenden Vorschrift (§ 4, Nr. 2) wird gebildet durch ein Stück Land, das, einem und demselben Eigenthümer gehörend, rings von Eigenthumsgrenzen umgrenzt, d. h. von den Grundstücken anderer Eigenthümer eingeschlossen wird. Von einem öffentlichen Wege und Wasserlauf in fester Lage kann, selbst wenn die an seinen beiden Seiten liegenden Grundstücke demselben Eigenthümer gehören, für den vorliegenden Zweck ebenfalls angenommen werden, dass er ein solches Eigenthumsstück abschliesst, da der öffentliche Weg und Wasserlauf nicht dem Eigenthümer der daran liegenden Grundstücke gehört. Nur der öffentliche Weg selbst kann als Eigenthumsstück nicht gelten.

Ein Eigenthumsstück kann aus verschiedenen Kulturarten (Gärten, Wiesen, Weiden, Holzungen u. s. w.) bestehen, aber diese Kulturabschnitte können nicht als besondere Eigenthumsstücke angesehen werden, wengleich es in der Natur der Probearbeit liegt, dass auch sie innerhalb des Eigenthumsstücks mit aufzunehmen sind.

Dagegen ist es nicht erforderlich, dass die 25 Eigenthumsstücke, die in der Messung enthalten sein sollen, auch 25 verschiedenen Eigenthümern gehören. Die Zahl der letzteren kann kleiner sein, da derselbe Eigenthümer an verschiedenen Stellen der gemessenen Fläche von einander getrennt liegende Eigenthumsstücke besitzen kann.

Fingirt angenommene Eigenthumsgrenzen können kein Eigenthumsstück bilden, da es dann an dem Erforderniss fehlen würde, dass das angrenzende Land thatsächlich einem anderen Eigenthümer gehört. Im übrigen macht es aber keinen Unterschied, ob die Eigenthumsgrenzen bereits seit längerer Zeit bestehen, oder ob sie z. B. behufs Uebernahme in das Kataster erst neu gebildet worden sind, vorausgesetzt, dass die Uebernahme in das Kataster wenigstens in der Hauptsache thatsächlich erfolgt ist.

Die Namen der Eigenthümer der Grundstücke sind in die Handrisse einzutragen.

- c. Die Vermessung, Kartirung und Berechnung ist auch im übrigen nach dem Verfahren der Neumessungsvorschriften für die preussische Katasterverwaltung oder nach einem ähnlichen Verfahren auszuführen.
- d. Die im § 4, Nr. 2 stehende Vorschrift, wonach ein Weg oder Wasserlauf nivellirt werden soll, schliesst es aus, die Nivellirung einer Strecke über freies Feld oder dergleichen mehr, wo sich kein Weg oder Wasserlauf befindet, als zulässig anzusehen. Auch kann nach der ganzen Bedeutung der Vorschrift unter Wasserlauf nur ein solcher verstanden werden, der offen zu Tage tritt und mit den gewöhnlichen Hilfsmitteln des Landmessers zu nivelliren ist, nicht aber ein verdeckter Wasserlauf. Im übrigen muss der Weg oder Wasserlauf thatsächlich vorhanden sein, so dass das Nivellement eines nur projectirten Weges oder Wasserlaufes nicht annehmbar ist.
- e. Das Längennivellement muss entweder durch Anschluss an gegebene Punkte, deren Höhe bekannt ist, oder durch Ausführung eines Controlnivellements gegen unzulässige Fehler sicher gestellt sein.

Die einzunivellirenden Hauptpunkte des Längenprofils dürfen höchstens 50 m und die Querprofile höchstens 100 m Abstand von einander haben.

Auf einem der Nivellementstabelle vorgehefteten Bogen wird, um Rückfragen oder sonstige Anstände zu vermeiden, zweckmässig angegeben, wie das Nivellement gesichert ist. *)

*) Etwa in folgender Form: „Das Nivellement ist angeschlossen an den Bolzen 1595 der Landesaufnahme (Seite 1 der Nivellementstabelle) und ist abgeschlossen auf dem Bolzen 1597 der Landesaufnahme (Seite 6 der Nivellementstabelle). Aus den gegebenen Höhen 5,953 m und 11,956 m über N. N. ergibt sich ein Höhenunterschied von + 6,003 m, während das vorliegende Nivellement + 6,015 m und somit einen Fehler von — 12 mm ergeben hat.“ Oder: „Das Nivellement ist angefangen auf Bolzen 36 der Stadtverwaltung, dessen Höhe 56,863 m ist (Seite 1 der Nivellementstabelle), es endigt auf Stein 124 (Seite 5 der Nivellementstabelle). Zur Controle ist von Stein 124 bis Bolzen 36 zurücknivellirt (Seite 6—8 der Nivellementstabelle), wobei sich ein Unterschied von 36,843 — 36,835 m = + 8 mm in den beiden erhaltenen Höhenunterschieden ergeben hat.“

Die Querprofile sind in derselben Weise darzustellen, wie die Längenprofile. Insbesondere sind die Höhen der Querprofile auf denselben Nullpunkt zu beziehen, wie die Höhen der Längenprofile.

f. Bei Anfertigung der Risse, Karten und Nivellementspläne sind die Bestimmungen des Centraldirectoriums der Vermessungen im preussischen Staate vom 20. December 1879 nebst Aenderung vom 16. October 1882 über die Anwendung gleichmässiger Signaturen für topographische und geometrische Karten, Pläne und Risse zu befolgen und alle Signaturen p. p. nach den diesen Bestimmungen beigegebenen Tafeln darzustellen. Manche Probearbeiten lassen erkennen, dass weder der Lehrherr noch der Eleve diese Bestimmungen kennt.

§ 5. 1) Das geodätische Studium an der Landwirthschaftlichen Hochschule in Berlin oder an der Landwirthschaftlichen Akademie in Poppelsdorf soll in der Regel 4 Semester dauern. Es kann aber ausnahmsweise der Besuch einer Universität oder einer anderen Hochschule oder Akademie auf das geodätische Studium angerechnet werden, jedoch höchstens mit einem Jahre. Die Gesuche um Anrechnung eines solchen Besuches sind in der Regel am Ende des ersten Studiensemesters an die Landmesser-Prüfungscommission einzureichen, die sie mit ihrem Gutachten der Ober-Prüfungscommission zur Entscheidung vorlegt.

Die Militäirdienstzeit wird in keinem Falle auf die Studienzeit angerechnet.

2) Der regelmässige geodätische Unterricht, der Ostern beginnt, wird durch 4 aufeinanderfolgende Semester im Zusammenhange durchgeführt. Im Wintersemester kann nur derjenige dem Unterrichte mit genügendem Nutzen folgen, welcher im Sommersemester die Vorlesungen gehört und namentlich an den Uebungen regelmässig theilgenommen hat. Demgemäss sollte der Eintritt in das Studium auch nur zu Ostern erfolgen. Wer seine praktische Ausbildung im Herbst beginnt, bleibt am besten $1\frac{1}{2}$ Jahre in der Praxis, um sich im letzten halben Jahre praktisch zu vervollkommen. Wer im Wintersemester eintritt, kann dem Unterrichte in manchen Theilen nicht folgen und verliert dadurch die Lust am Studium.

Bonn, den 3. Januar 1896.

Otto Koll.

Zur Methode der kleinsten Quadrate.

Wenn mehrere Grössen $A B \dots$, welche zu einander in einer gewissen Beziehung

$$\varphi(A, B \dots) = 0 \quad (1)$$

stehen, gemessen werden sollen, so gelingt es nicht, ihre wahren Werthe zu finden, wohl aber lassen sich gewisse andere Werthe (X, Y) finden, welche ersteren beliebig nahe kommen. Es wird hier sogar die Annahme gemacht, dass X, Y so genau ermittelt sind, dass man Bedenken trägt, sie ohne zwingenden Grund noch weiter zu ändern (also von „Verbesserungen“ keine Rede sein kann).

Trotzdem werden $X, Y \dots$, die Gleichung (1) nicht in aller Strenge erfüllen, und man ist daher gezwungen, sie noch um kleine Beträge x, y zu ändern, damit die Gleichung (1) erfüllt wird; d. h.

$$\varphi(X + x, Y + y \dots) = 0. \quad (2)$$

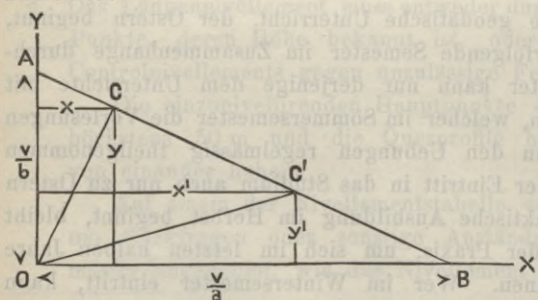
Hierbei ist es selbstverständlich, dass $x, y \dots$ so klein wie möglich sein müssen. Die Gleichung (2) lässt sich stets linear machen; man erhält also Gleichungen I. Grades zwischen $x, y \dots$ von der Form

$$ax + by \dots = v. \quad (3)$$

Sind nur zwei Unbekannte vorhanden, so kann auch nur die eine Gleichung (3) aufgestellt werden, und man kann dieselbe auch noch in der Form

$$y = -\frac{a}{b} \cdot x + \frac{v}{b} \quad (4)$$

schreiben.



Es ist nun klar, dass man für jeden beliebigen Werth von x aus (3) auch einen Werth von y erhält, und weiter, dass in Gl. (3) ein Maximum oder Minimum ausser $\pm \infty$ nicht eintreten kann, also alle Werthe für x und y ,

welche man aus derselben ermittelt (etw. durch sog. Näherungsmethoden) vollständig willkürlich sind.

Dagegen ist die Gleichung (4), welche in bekannter Form die Gleichung einer geraden Linie darstellt, dazu insofern geeigneter, als die sich ergebende gerade Linie der geometrische Ort für alle Punkte ist, welche der Gleichung (3) genügen. Der Coordinaten-Ursprung O mit den Coordinaten $x=0, y=0$ (siehe Fig.) stellt hier die Beobachtungen X, Y dar, und jede von O nach AB gezogene Linie OC' mit den Coordinaten $x' y'$ eine Lösung von Gl. (3). Der geringste Zwang wird nun offenbar

ausgeübt, wenn $OC \perp AB$ genommen wird, und daraus ergeben sich ohne Weiteres die besten Werthe für x und y .

Man findet auf elementar-trigonometrischem Wege

$$x = \frac{a}{a^2 + b^2} \cdot v \text{ und } y = \frac{b}{a^2 + b^2} \cdot v.$$

Will man die Aufgabe analytisch behandeln, so hat man

$$\left. \begin{aligned} OC^2 = x^2 + y^2 &= \text{Min} \\ ax + by &= v. \\ y &= \frac{v}{b} - \frac{a}{b} \cdot x. \end{aligned} \right\} (5)$$

$$\begin{aligned} F = OC^2 = x^2 + \frac{a^2}{b^2} \cdot x^2 - \frac{2av}{b^2} \cdot x + \frac{v^2}{b^2} \\ = \frac{(a^2 + b^2)x^2 - 2av \cdot x + v^2}{b^2} \end{aligned}$$

Aus

$$\frac{dF}{dx} = \frac{d[(a^2 + b^2)x^2 - 2av \cdot x]}{dx} = 2x(a^2 + b^2) - 2av = 0$$

folgt

$$x = \frac{av}{a^2 + b^2}$$

wie oben.

Den geringsten Zwang erleiden also die gemessenen Grössen X, Y , wenn die Quadratsumme ihrer Aenderungen ein Minimum wird; jede andere Annahme ist eine Willkür.

Dieser Beweis lässt sich auch leicht auf 3 Beobachtungen X, Y, Z ausdehnen.

Bremen, im März 1896.

Kopsel, Vermessungs-Ingenieur.

Kleinere Mittheilung.

G. Vega. Thesaurus logarithmorum completus.

Im Jahre 1889 hatte Herr Generalleutenant Ferrero, damals Director des militair-geographischen Instituts in Florenz, die Vega'sche Logarithmentafel für 10 Decimalstellen photozinkographisch reproduciren lassen und damit der Wissenschaft einen grossen Dienst erwiesen. Die seiner Zeit hergestellten 250 Exemplare waren bald vergriffen; es hat daher der gegenwärtige Director des genannten Instituts, Herr Generalleutenant de Benedictis wiederum 200 Exemplare abziehen lassen, wobei alle bekannten Druckfehler berücksichtigt wurden.

Interessenten können das Werk zum Preise von 25 Francs direct von dem Florentiner Institut beziehen. H.

Gesetze und Verordnungen.

Ministerium für Landwirtschaft, Domänen und Forsten.

Bekanntmachung

über die Ausführung des Gesetzes, betreffend die Errichtung einer General-Commission für die Provinz Ostpreussen, vom 23. März 1896.
(Gesetz-Samml. S. 75.)

Auf Grund des § 3 des genannten Gesetzes wird als Zeitpunkt für die Errichtung der General-Commission hierdurch der 15. Juni dieses Jahres bestimmt.

Berlin, den 7. April 1896.

Der Minister für Landwirtschaft, Domänen und Forsten.
Freiherr von Hammerstein.

Personalmeldungen.

Königreich Preussen. Seine Maj. der König haben Allergnädigst geruht, den bisherigen ständigen Hilfsarbeiter für die Vermessungsangelegenheiten im Ministerium für Landwirtschaft, Domänen und Forsten, Obervermessungsinspector Kunke zum Geheimen Regierungs- und vortragenden Rath ebendasselbst — ferner den Ober-Landeskulturgerichts-Rath von Baumbach-Amönau in Berlin zum Präsidenten der Generalcommission für die Provinz Ostpreussen zu Königsberg zu ernennen.

Finanz-Ministerium. Die Kataster-Controleure, Steuer-Inspector Henss zu Usingen und Bottler zu Bitburg sind in gleicher Dienst-eigenschaft nach Montabaur bezw. St. Wendel, die Kataster-Controleure Hossdorf in Lutzerath und Bachmann in St. Wendel als Kataster-Secretaire nach Trier bezw. Königsberg i. Pr. versetzt.

Der Kataster-Assistent Karl Weimer in Trier, sowie die Kataster-Landmesser Dietz in Düsseldorf und August Weimer in Trier sind zu Kataster-Controleuren in Bitburg bezw. Usingen und Lutzerath bestellt worden.

Die Kataster-Controleure Nicolaus Dupont zu Recklinghausen und Petrick zu Sensburg sind in gleicher Dienst-eigenschaft nach Malmedy bezw. Forst N.-L., die Kataster-Controleure Knospe in Gostyn und Hartmann in Forst N.-L. als Kataster-Secretaire nach Coblenz bezw. Posen versetzt.

Die Kataster-Landmesser Kolter in Aachen, Rudolf Neumann in Posen und Zimmermann in Cassel sind zu Kataster-Controleuren in Recklinghausen bezw. Gostyn und Sensburg bestellt worden.

Königreich Bayern. S. K. H. Der Prinzregent geruhen, die Bezirksgeometer I. Kl. Herold in Dachau und Helmreich in Ochsenfort, dann Handel in Deggendorf unter Anerkennung ihrer langjährigen treuen Dienstleistung in den erbetenen bleibenden Ruhestand zu versetzen und die Bezirksgeometer II. Kl. Raba in Vilshofen, Wild in Mindelheim und Wilhelm Müller in Blieskastel zu Bezirksgeometern I. Kl. zu ernennen.

Staatsministerium der Finanzen: Geometer Karl Leiner wurde zum Messungsassistenten bei der k. Regierung von Oberbayern ernannt.

Sachsen. Se. Majestät der König hat genehmigt, dass den Vorständen des Domainenvermessungs-Bureaus und des Centralbureaus für Steuervermessung, welche den Dienstitel „Obervermessungsinspector“ zu führen haben, der Hofrang in der 18. Abstufung der IV. Klasse der Hofrangordnung verliehen werde.

Neue Schriften über Vermessungswesen.

Sitzungsberichte der Königlichen preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe vom 9. April 1896. Ergebnisse von Messungen der Intensität der Schwerkraft auf der Linie Kolberg-Schneekoppe von F. B. Helmert, Director des Königlichen Geodätischen Instituts in Potsdam. Jahrbuch, Deutsches Meteorologisches, für 1894. Beobachtungssystem der D. Seewarte. Ergebnisse der meteorolog. Beobachtungen an 10 Stationen 2. Ordnung u. an 45 Signalstellen, sowie stündliche Aufzeichnungen an 2 Normalbeobachtungsstationen. Jahrgang XVII. Herausgegeben von der Direction. Hamburg 1896. gr. 4. 8 u. 142 pg. 13 Mk.

Jordan, W., Barometrische Höhentafeln für Tiefland und für grosse Höhen. Hannover 1896. gr. 8. 8 u. 48 pg. 2 Mk.

Barometrische Höhentafeln für Mittelgebirge, bis zu 1600 m Höhe. 2. Auflage. Stuttgart 1886. 96 pg. 2,50 Mk.

Eratosthenes. — Columba, G. M., Eratostene e la Misura del Meridiano terrestre. Palermo 1896. 8. 72 pg. 2,50 Mk.

Bezold, W., Der normale Erdmagnetismus. (Berlin, Mittheil. Akad.) 1895. gr. 8. 16 pg. m. 1 Holzschnitt. 1,50 Mk.

Euler, L., Zwei Abhandlungen über sphärische Trigonometrie. (Grundzüge der sphärischen Trigonometrie und allgemeine sphär. Trigonometrie. 1753 — 79). Aus dem Französischen u. Lateinischen übersetzt u. herausgegeben von E. Hammer. Leipzig 1896. 8. 65 pg. m. 6 Holzschnitten. Leinenband. 1 Mk.

Bauschinger, J., Untersuchungen über die astronomische Refraction, mit einer Bestimmung der Polhöhe von München und ihrer Schwankungen vom November 1891 bis October 1893 u. einem Catalog der absoluten Declinationen von 116 Fundamentalsternen. München 1896. gr. 4. 188 pg. 13 Mk.

Foerster, W., und *Lehmann, P.*, Die veränderlichen Tafeln des astronomischen und chronologischen Theils des Königl. Preussischen Normalkalenders für 1897. Nebst einem allgemeinen statistischen Beitrage von E. Blenck. Berlin 1896. gr. 8. 5 u. 163 pg. 6 Mk.

Das 2000jährige Problem der Trisection des Winkels, von Ingenieur Sigismund Wellisch. Sonderabdruck aus der Zeitschr. d. Oesterr. Ing.- u. Arch.-Vereins, Nr. 3, 1896. Wien. Spielhagen und Schurich.

Photogrammetrie und internationale Wolkenmessung von Dr. Carl Koppe, Professor an der herzoglich technischen Hochschule zu Braunschweig. 1896. 7 Mk.

Die Aufzeichnung des Geländes beim Krokieren für geographische und technische Zwecke von P. Kahle. Berlin. Verlag von Julius Springer. 1896. 2,40 Mk.

Berichtigung.

Von hochgeschätzter Seite werden wir darauf aufmerksam gemacht, dass in der Abhandlung von Vogeler, im vorigen Heft 9 d. Zeitschr. S. 259 das Citat Gauss „Untersuchungen über Gegenstände der höheren Geodäsie I. Artikel 2“ nicht richtig ist, denn die beiden dort eingeführten Constanten α und α beziehen sich auf die Abbildung des Ellipsoids auf die Kugel in anderem Sinne als die Mecklenburgische Reduction $\log m_0 - \log m$.

Alles übrige, was in Vogeler's Vergleichung der Mecklenburgischen conformen Projection mit der Soldner'schen Projection auf S. 257—263 gesagt wurde, wird durch diese Berichtigung eines Citates nicht beeinflusst. J.

Inhalt.

Größere Mittheilungen: Ueber den Anschluss eines secundären Dreiecksnetzes an ein Hauptnetz, von Krüger. — Vorbedingungen für den Eintritt in den Landmessercursus, von Koll. — Zur Methode der kleinsten Quadrate, von Kopsel. — **Kleinere Mittheilung.** — Gesetze und Verordnungen. — Personalnachrichten. — Neue Schriften über Vermessungswesen. — Berichtigung.