ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

Organ des Deutschen Geometervereins.

Herausgegeben von

Dr. W. Jordan, Professor in Hannover und C. Steppes, Steuer-Rath in München.

1896. Heft 11. Band XXV.

1. Juni.

Soldner'sche oder Gauss'sche Coordinaten.

Die von Herrn Professor Dr. Jordan auf Seite 200 bis 205 dieser Zeitschrift gemachten Ausführungen nöthigen mich nochmals zu einer Antwort.

Jordan sagt unter Bezugnahme auf mein Citat von F. G. Gauss, trig. und polyg. Rechnungen 1876, S. 298 bis 299, die Behauptung, es sei durchaus gerechtfertigt, bei Gauss'schen Coordinaten jene Fehlergrenzen enger zu ziehen (ohne Angabe um wie viel enger), sei nicht einmal durch eine gezwungene Interpretation a posteriori mit der Preussischen Fehlergrenzfeststellung $\frac{1}{20000}$ in Einklang zu bringen.

Demgegenüber sei nur Folgendes hervorgehoben: F. G. Gauss führt an der von mir citirten Stelle und noch etwas einfacher auf Seite 570 und 571 der 2. Auflage seines Werkes aus, dass der Fehler, der durch Darstellung der rechtwinkligen sphärischen Coordinaten als geradlinige in der Richtung der Abscissenachse begangen werde $\frac{1}{22630}$ bei $y = 60\,000$ m, $\frac{1}{20000}$ bei $y = 63\,820$ m sei. Dies sei die Grenze, die in der Regel nicht überschritten werden dürfe. In dieser Einschränkung werde der Fehler aber auch für die Kartirung völlig unmerkbar sein. Denn bei der Grösse der Kartenblätter von 1 m Länge und 0,667 m Breite werde der Kartirungsfehler für die Längenausdehnung des Kartenblattes nur 0,05 mm betragen, was maassstäblich nicht mehr darstellbar sei. Würde allein die Darstellbarkeit des Fehlers in der Kartirung ins Auge gefasst, so könne man das Coordinatensystem zwar noch weiter, nämlich bis zu Ordinatenlängen von etwa 90 000 m ausdehnen, da man dann für die Längenfehler des Kartenblattes immer erst einen Fehler von 0,099 mm beginge; indess beeinflusse dieser Fehler $\left(\frac{1}{10060}\right)$ die Kleintriangulation doch schon mehr als wünschenswerth. Wenn in der Entfernung 63 820 m von der Abscissenachse in der Richtung parallel zur Abscissenachse der Fehler der linearen Darstellung — 0,05 m auf 1000 m betrage, während er in der Richtung senkrecht zur Abscissenachse gleich Null werde, so werde man für die gedachte Entfernung einen durchschnittlichen Fehler der linearen Ausdehnung von — 0,025 m auf 1000 m annehmen können. Dagegen begehe man einen Flächenfehler der $\frac{-0{,}05}{1000} = -\frac{1}{20000}$ des richtigen Inhalts betrage. Der Flächenfehler stimme daher mit dem Längenfehler in der Richtung parallel der Abscissenachse überein. An sich werde aber dieser Fehler auch für die Flächenbestimmung für praktisch unerheblich betrachtet werden müssen.

Nach „allem“ werde man anzunehmen berechtigt sein, dass man mit Rücksicht auf die Zwecke der Specialvermessungen ein rechtwinkliges Coordinatensystem seitlich der Abscissenachse zweckmässig nicht wesentlich über 60 000 m ausdehnen dürfe.

Wenn neben diesen Ausführungen von F. G. Gauss nun beachtet wird, dass zur Erreichung der Conformität dieselben Fehler, die bei der Soldner'schen Darstellung nur in der Richtung der Abscissenlinien auftreten, auch in der Richtung der Ordinatenlinien vorkommen müssen, so wird bei der conformen Darstellung sowohl der durchschnittliche Längenfehler als auch der Flächenfehler gerade doppelt so gross. Wenn also bei Soldner'scher Projection der Flächenfehler nur $-\frac{1}{20000}$ für $y = -63\,820$ m und nur $-\frac{1}{10000}$ für $y = 90\,250$ m ist, so ist derselbe bei Gauss'scher conformer Projection $-\frac{1}{10000}$ und $-\frac{1}{5000}$ für die gleichen Ordinatenlängen und das ist nicht mehr ganz unerheblich. Soll nun der im Verhältniss zu y^2 wachsende Schaden, der durch die Projection angerichtet wird, bei Gauss'scher conformer Projection nicht grösser als bei der Soldner'schen Projection werden, so dürfen die Ordinaten bei ersterer Projection nicht weiter als auf $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}71$ oder 71 % der Ordinaten im Soldner'schen System ausgedehnt werden. Damit hätten wir dann auch eine Grenze für das Gauss'sche Coordinatensystem, die für unsere modernen Vermessungen gilt und die noch etwas enger ist, als die von Jordan

1875 und 1878 für sein „speculatives Messungsverfahren, welches es praktisch gar nicht giebt" (S. 203 d. Z.) festgestellte Grenze von 82 %. *)

Jordan vergleicht dann die Soldner'schen Verzerrungsfehler mit den zulässigen Messungsdifferenzen und kommt zu dem Schluss, dass die von ihm zu 82 % ermittelte Grenze unter Berücksichtigung der Messungsfehler auf 98 bis 99 % steigen würde. Durch die von Jordan ausgeführte Vergleichung wird aber kein richtiges Bild der Sachlage gegeben. Was zunächst die Flächenfehler anlangt; so ist die von Jordan angegebene zulässige Differenz von 16 ar auf 100 ha oder 0,16 % die höchstens zulässige Differenz zweier Einzelberechnungen des Flächeninhalts. Daraus ergiebt sich als höchstens zulässiger Fehler einer Einzelberechnung $\frac{16 \text{ ar}}{\sqrt{2}}$ auf 100 ha und als höchstens zulässiger Fehler des Mittels aus den Ergebnissen der beiden für jede Parzelle auszuführenden Einzelberechnungen $\frac{16 \text{ ar}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = 8$ ar auf 100 ha oder 0,08 %. Dem steht gegenüber als Verzerrungsfehler

	bei Soldner'scher Projection	bei Gauss'scher Projection
für $y = 63\,820$ m :	0,005 %	0,010 %
für $y = 90\,250$ m :	0,010 %	0,020 %,

so dass der höchstens zulässige Fehler des Flächeninhalts einer Parzelle in den beiden angegebenen Fällen bei Soldner'scher Projection gleich dem 16fachen bezw. 8fachen Betrag, bei Gauss'scher Projection gleich dem 8fachen bezw. 4fachen Betrage des Verzerrungsfehlers ist. Wird nun noch beachtet, dass die Fehlergrenzen der Anweisung VIII auf den 4fachen Betrag des mittleren Fehlers festgesetzt sind, so ergiebt sich, dass bei Gauss'scher Projection der Verzerrungsfehler für $y = 90250$ m bereits den mittleren Fehler des Flächeninhalts der Einzelparzellen erreicht, dass er also an der Systemgrenze durchaus nicht so klein ist, im Verhältnis zu den Messungsfehlern, ja dass er sehr oft die thatsächlich vorliegenden Messungsfehler übersteigen wird. Ganz ähnlich liegt das Verhältniss bei den linearen Fehlern.

---

*) Nachdem ich auf Seite 199 bereits darauf hingewiesen hatte, dass die Anwendung seiner früheren Ausführnngen auf die Ausdehnung der Coordinatensysteme bei Gauss'scher und Soldner'scher Projection von ihm selbst und nicht von mir gemacht ist, sagt Jordan auf Seite 201 nochmals: „Damit wird die S. 199 von Koll gemachte praktische Anwendnng der Theorie $\Omega : \omega$ illusorisch." Ich erkläre daher nochmals, dass ich weder auf S. 199 noch sonstwo eine praktische Anwendung der Theorie $\Omega : \omega$ gemacht habe, sondern nur auf S. 196 die von Jordan selbst gemachte Anwendung angeführt habe. *K.*

Meine theoretische Betrachtung von Zeitschr. 1895 S. 27 — 34 hat die praktische Anwendung von vorn herein beiseite gelassen, insofern die Annahme gemacht wurde, dass alle Messungsfehler gleich Null gesetzt werden. *J.*

Nun kommt aber noch etwas ganz anderes in Betracht. Der Flächeninhalt der einzelnen Kartenblätter und der ganzen Gemarkungen, Kreise u. s. w. wird aus dem Flächeninhalt der durch die Coordinatenlinien gebildeten Quadrate abgeleitet und hierbei kommen die Messungsfehler in so geringem Maasse zur Geltung, dass sie den Verzerrungsfehlern gegenüber thatsächlich gleich Null gesetzt werden können. Die so abgeleiteteten Flächeninhalte der Kartenblätter sind aber auch maassgebend für die Flächeninhalte der Einzelparzellen, da letztere auf erstere reducirt werden und deshalb braucht man bei der Begrenzung der Coordinatensysteme auch die Messungsfehler nicht in erheblichem Maasse zu berücksichtigen, sondern kann die Verzerrungsfehler fast allein entscheidend sein lassen. Im wesentlichen liegt die Sache auch so bezüglich der Längen der Linien. Die maassgebenden Längen werden mit den Coordinaten der Messungspunkte derart gewonnen, dass die Verzerrungsfehler voll zur Geltung gelangen, während von den Messungsfehlern nur ein kleiner Theil in die endgültigen Längen übergeht.

Wenn man demnach die vorher von mir ermittelte Grenze von 71 % mit Rücksicht auf die Messungsfehler allenfalls auf 75 % erhöht und dann in Betracht zieht, dass wegen der durch praktische Rücksichten gebotenen Zusammenlegung der Coordinatensystemsgrenzen mit den Kreisgrenzen die Systeme vielfach nicht auf die vollen 75 % ausgedehnt werden können, so wird das Zerschlagen in viel mehr Systeme bei Wahl der Gauss'schen Coordinaten wohl endlich genügend begründet sein.

Wenn Herr Professor Dr. J o r d a n dann weiter auf die ungeheuerlichen Widerwärtigkeiten hinweist, die die Soldner'sche ungleiche Verzerrung bringt, wenn man mit den Verzerrungsfehlern an die Messungsfehler herankommt und dann behauptet, dass alles was in der Instruction für neue Katasterneumessungen in Bayern 1885 § 23*) und noch deutlicher in Technische Anleitung etc. von Dr. J. H. F r a n k e S. 121 im Interesse der Rechnungserleichterung etc. gesagt sei, mit einem Schlage überflüssig werde, wenn die Projection conform sei, so ist das richtig insoweit es sich um die trigonometrischen Rechnungen handelt. Es ist aber schon nicht mehr richtig für die polygonometrischen Rechnungen und noch viel weniger für die Kartirung und Flächenberechnung. F r a n k e führt auf der von J o r d a n citirten Seite an, dass der Verzerrungsfehler in Bayern 42 cm auf den Kilometer betragen könne, was einem Genauigkeitsverhältniss von nur $\frac{1}{2381}$ der Länge entspreche, deshalb auch

*) An dieser Stelle steht: „Die allein zu berücksichtigende sphärische Abscissen-Correction sofern sie mindestens den Gesammtbetrag von 0,1 m erreicht, ist summarisch aus Gesammt-Länge und -Richtung des Zuges zu rechnen und sodann vor der Coordinaten-Verbesserung proportional den algebraischen Werthen der Abscissen-Unterschiede zu vertheilen."

bei Nichtberücksichtigung der Verzerrungsfehler gar kein genauer Aufschluss über die wirklich erreichte Genauigkeit der Messungsvornahme erlangt werde und durch die Verzerrungsfehler unter Umständen häufige Ueberschreitungen der Fehlergrenzen herbeigeführt würden, ohne dass zu grosse Messungsfehler vorhanden wären. Ferner weist Franke auf die Nachtheile hin, die bei der Fehlervertheilung durch die Nichtberücksichtigung der sphärischen Ergänzungen entstehen.

In allen diesen Punkten wird nichts gebessert durch die Einführung der conformen Coordinaten statt der Soldner'schen, man hat in beiden Fällen gleiche Widerwärtigkeiten und bei Soldner'schen Coordinaten nur den Vortheil, dass wenigstens für einen Theil der Züge die sphärischen Correctionen noch vernachlässigt werden können, wo sie bei Gauss'schen Coordinaten berücksichtigt werden müssen.

In der Instruction für neue Katastermessungen in Bayern sind dann in den §§ 48, 50 und 60 die Anordnungen getroffen, um die Verzerrungsfehler bei der Kartirung und Flächenberechnung unschädlich zu machen:

Die Dimensionen eines Blattes sind in der Regel durch ein Quadrat von 16 Decimalzollen = 46,697 cm gegeben. Für Pläne, deren Nummer östlich oder westlich vom Münchener Meridian eine namhafte Grösse erreicht, ist jedoch dem Blattquadrat ein Rechteck zu substituiren. Die Grundlinie bleibt dieselbe wie vorher, aber die in der Richtung des Meridians ziehende Blattseite ist um eine Grösse d zu vermindern, die im 5000 theiligen Maassstabe 0,000 156 n $(n - 1)$ m beträgt, worin n die Blattnummer bedeutet. Nachdem die Blattränder und die nach diesen zu ziehenden Intersectionslinien sich zum Eintrag der Meter-Coordinaten wenig eignen, empfiehlt es sich, zunächst der Blattseite scharfe Linien einzuzeichnen, deren Coordinaten ein Vielfaches von 100 m sind. Beim Auftragen der Coordinaten verdient dann noch der Fall besondere Beachtung, wenn die Nummer n des Blattes eine beträchtliche Grösse erreicht. Subtrahirt man nämlich von der Abcisse des aufzutragenden Punktes die Abscisse der obenerwähnten Linie, welche dem Blattrande zunächst liegt und die, wie bemerkt, immer ein Vielfaches von 100 ist, so hat man den verbleibenden Rest R um einen Betrag $x = \frac{d}{h} R$ zu vermindern, wobei h die Blattseite ist.

Die Summe der gemittelten Polygonflächen eines Blattes muss bei entsprechender Anordnung der Ab- und Zugangsberechnung bis auf die formelle Rechnungsgrenze die Fläche des ganzen Blattes ergeben. Diese letztere ist für ein 5000 theiliges Katasterblatt stets [545, 1634—0,000036 42 n $(n—1)$] ha, wo n die Nummer des Blattes bedeutet.

Die in diesen Bestimmungen hervortretenden durch die Verzerrungsfehler herbeigeführten Widerwärtigkeiten vermeidet man durch Einführung kleinerer Coordinatensysteme, man schafft sie aber nicht aus der

Welt durch Einführung der conformen Coordinaten. Bei conformen Coordinaten müssen vielmehr auch die Grundlinien der Blätter in der um d verminderten Grösse aufgetragen und beim Auftragen der Coordinaten ausser den Abscissenresten auch die Ordinatenreste sämmtlich reducirt werden, während die Reduction der Flächen auf das Doppelte, also an den äussersten Grenzen des bayerischen Coordinatensystems von dem von Franke angegebenen $\frac{1}{2381}$ auf $\frac{1}{1190}$ steigt.

Auch die vom Collegen Jordan (S. 202) in die vorliegende Frage hereingezogene Höhenreduction ändert an dieser Sachlage nichts. Der Schaden, der durch Vernachlässigung der Höhenreduction angerichtet wird, wird sich in der Regel an andern Stellen geltend machen, wie der Projectionsschaden und da wir unsere Coordinatensysteme nicht gut so gestalten können, dass die Berge dahin fallen, wo ihre Höhenreduction zur Aufhebung der Projectionsfehler nothwendig ist, uns auch in weiten Gebieten die Bodenerhebungen überhaupt fehlen, so dürfte es zweckmässig sein, die Frage, ob Soldner'sche oder Gauss'sche Coordinaten von der Frage der Höhenreduction getrennt sein zu lassen.

Mit dem, was College Jordan (S. 203 und 204) über die Vortheile der Gauss'schen Projection für die trigonometrischen Rechnungen höherer Ordnung sagt, bin ich ganz einverstanden und ich freue mich hervorheben zu können, dass in Preussen die trigonometrischen Rechnungen II. und III. Ordnung seitens der Landesaufnahme bereits 20 Jahre lang in einem einzigen conformen System für den ganzen Staat ausgeführt werden. Die Katasterverwaltung hat sich dem freilich nicht angeschlossen, sondern hat die für ihre Zwecke bessere Soldner'sche Projection auch für die trigonometrischen Rechnungen höherer Ordnung beibehalten. Das ist aber auch wohl begründet, weil die Katasterverwaltung nur noch in kleineren über den Umfang eines Soldner'schen Coordinatensystems nicht hinausgehenden Gebieten Triangulationen höherer Ordnung auszuführen brauchte und fernerhin braucht, und weil hierbei die Vortheile der Gauss'schen Projection nicht in genügendem Umfange zur Geltung gelangen, um von der allgemein angewandten Soldner'schen Projection in diesen einzelnen Fällen abzuweichen. Und wenn College Jordan (S. 205) nur sagt, man „könne“ daran denken, die Triangulirung zuerst conform zu rechnen und hinternach alle conformen Y in Soldner'sche $y = Y - \frac{Y^3}{6\,r^2}$ mit Hülfe einer Tabelle umzurechnen, dass das aber wohl Niemand praktisch thun werde, so hat er dabei offenbar im Augenblick nicht daran gedacht,*) dass dies thatsächlich seit vielen

*) Es ist mir sehr wohl bekannt, dass in dem grossen conformen System der Landesaufnahme rechtwinklige Coordinaten berechnet und auf dem Umweg über geographische Coordinaten in die rechtwinkligen Soldner'schen Kataster-Coordinaten umgerechnet werden, aber erstens hatte ich auf S. 205 keine Veranlassung das auszusprechen und zweitens, wenn es hier erwähnt wird, muss ich nun dazu sagen, dass solches Umrechnen noch in III. Ordnung der wundeste Punkt der preussischen Geodäsie ist. *J.*

Jahren in Preussen bereits geschieht und zwar auch dort, wo die Umrechnung nicht mehr nach der einfachen Formel $y = Y - \frac{Y^3}{6\,r^2}$ ausgeführt werden kann.

Auch glaube ich nicht wie College Jordan (S. 215), dass 20 Jahre weiterer Entwicklung dahin führen werden, die Vortheile der Soldner'schen Projection für die Specialvermessungen in den Hintergrund zu drängen. Neben Gauss können wir sehr gut auch Soldner hochhalten und wenn der eine für seine weitreichende Triangulation, der andere für die bayrische Katastervermessung Grosses geleistet hat, so können wir beides bewahren und ich glaube, Gauss würde der letzte gewesen sein, der uns Anerkennung zollen würde, wenn wir ihm blindlings folgten und das, was er für besondere Verhältnisse geschaffen hat, übertragen würden auf Gebiete, wo es nicht passt.

Bonn, den 4. April 1896. *Otto Koll.*

Nachdem ich im vorstehenden Artikel vom 4. April meinen Standpunkt in der Frage Gauss'sche oder Soldner'sche Coordinaten ausführlich dargelegt habe, werde ich auf Ersuchen des Herrn Collegen Steppes meine Antwort auf den in Heft 9 der Zeitschr. abgedruckten Artikel Vogeler's vorerst verschieben.

Bonn, den 9. Mai 1896. *Otto Koll.*

Die Conformität in Bayern;

von Steuer-Rath Dr. **Franke** in München.

In der neuerdings lebhaft erörterten Frage der Conformität möge es auch einem bayerischen Geodäten gestattet sein, seine Meinung zu äussern; ist ja doch Bayern das classische Land der Congruenz-Coordinaten. Zudem hat auch Herr Professor Dr. Jordan in seinem bekannten vorjährigen Vortrage auf der Bonner Versammlung (Zeitschr. 1895 S. 338) und in seinen neuerlichen Erörterungen in der Zeitschrift (S. 202) bayerische Verhältnisse berührt, woraus dem Vorhaben ein weiterer Rechtstitel erwachsen dürfte.

Es ist hinlänglich festgestellt, dass bei der Abbildung in der Ebene die linearen Verzerrungen betragen:

bei Soldner (congruent) $v = 1 + \frac{y^2}{2\,r^2}\cos^2\alpha$

bei Gauss (conform) $v' = 1 + \frac{y^2}{2\,r^2}$,

woraus folgt $\frac{v - 1}{v' - 1} = \frac{\cos^2\alpha}{1}$

Dieses Verhältniss wird für erstere Projection entscheiden müssen, denn gleichen Werthen der beiderseitigen Maxima steht ein absolutes Minimum $v = 1$ zu Gunsten Soldner's entgegen. Umgekehrt liegt die Sache hinsichtlich der Richtungsverzerrung, welche beträgt bei Soldner:

$$\alpha - \alpha_0 = \frac{x_2 - x_1}{6\,r^2}(2\,y_1 + y_2) + \frac{x_2 - x_1}{6\,r^2\,s^2}(y_2^3 - y_1^3) =$$
$$\frac{x_2 - x_1}{6\,r^2}(2\,y_1 + y_2) + \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{6\,r^2}(y_1^2 + y_1\,y_2 + y_2^2)$$

und bei Gauss: $$\alpha - \alpha_0 = \frac{x_2 - x_1}{6\,r^2}(2\,y_1 + y_2)$$

so dass hier die Projection von Gauss sich in unbedingtem Vortheile zeigt gegenüber der Projection von Soldner.

Man muss Herrn Jordan zustimmen, wenn er in Zeitschr. 1896 S. 204 in weiterer Durchdringung der Theorie und ihrer praktischen Folgerungen der Richtungsverzerrung das grössere Gewicht einräumt, wie dies auch zuerst Herr Helmert bereits im Jahre 1876 gethan hat (Helmert, Näherungsformeln für die Gauss'sche Projection, Zeitschrift f. Vermessungswesen, V. Band, 1876, S. 238—253). Für jedes beliebige y sind die Maximalwerthe der Linearverzerrungen in beiden Fällen gleich, dagegen der Durchschnittswerth von $v - 1$ bei Soldner nur halb so gross als der Durchschnittswerth $v' - 1$ bei Gauss; für $y = 90$ km sind diese Durchschnittsbeträge etwa $\frac{1}{20\,000}$ bei Soldner und $\frac{1}{10\,000}$ bei Gauss.

Aber dieser lineare Nachtheil der Gauss'schen Projection tritt erheblich zurück gegen den praktischen und theoretischen Vortheil, dass, während man in der Triangulirung IV. Ordnung mit congruenten Coordinaten schon bei $y = 40$ km die sphärischen Rechenglieder braucht, man mit conformen Coordinaten noch bei $y = 90$ km eben rechnen kann und dass überhaupt die Abbildung winkeltreu ist.

Wenn hiernach Herr Jordan behauptet, dass man nach Gauss den Partialsystemen grössere Querausdehnung geben dürfe als denen nach Soldner, so möchte dem schwer und nur dann widersprochen werden können, wenn man der grösseren (conformen) mittleren Linearvergrösserung ein übertriebenes Gewicht beilegt oder auch die sonstigen von Herrn Jordan vorgebrachten ganz gerechtfertigten Gründe, z. B. Einfluss der Höhenreduction, Schwierigkeit der Polygonzugsberechnung im Soldner'schen System u. s. w. (Zeitschr. 1896, S. 202) unbeachtet lässt.

Herr Jordan sagt nun in seinem Bonner Vortrage (Zeitschr. 1895, Seite 343), dass wir in Bayern jetzt die beste Gelegenheit hätten, die Achsen der neu zu bildenden (wenigen) Partial- oder Localsysteme meridional und mit conformen Coordinaten anzulegen. Es soll nicht in Abrede gestellt werden, dass dies durchführbar wäre, und auch, was wenigstens die Beziehung $\eta = y\left(1 + \frac{y^2}{6\,r^2}\right)$ betrifft, mit grosser

Leichtigkeit. Indess abgesehen von dem „Beharrungsvermögen" im Staatsorganismus: ein einheitliches Congruenzsystem wie das unsrige vertauscht man nicht so einfach mit einem conformen wie man z. B. ein Kleid wechselt; ganz besonders dann nicht, wenn es sich nicht um systematische Anlage und Fortführung einer neuen Landesvermessung, sondern wie jetzt bei uns lediglich um Aufnahme einzelner Städte und Ortschaften, höchstenfalls einzelner Amtsbezirke handelt, während alle übrigen geometrischen Fortführungsarbeiten noch auf Grundlage der älteren Coordinaten und Pläne sich vollziehen.

Die (versuchsweise eingeführten) Localsysteme schiefwinkliger Coordinaten haben denn auch nur die Bedeutung eines Zwischenmittels. Sie sollen bei Festhaltung des Princips der bisherigen Congruenz-Coordinaten lediglich die Erschwerungen, welche unseren Triangulirungen und Polygonisirungen sowie den neuen Planarbeiten durch die sphärischen Beziehungen in unserem einheitlichen Coordinatensystem ($y = \pm 180$ km) erwachsen, auf die einfachste und rationellste Weise beseitigen, gleichzeitig aber der Bedingung genügen, die neu gewonnenen Ergebnisse in das allgemeine Coordinatensystem mit Leichtigkeit wieder überführen, bezw. einreihen zu können. (Früher anderwärts versuchten und wieder aufgegebenen localen Systemen lagen wohl ganz andere und einfachere Verhältnisse zu Grunde.)

Hier würde sich nun die empfohlene Meridianrichtung der neuen Partialachsen der weitläufigeren Formeln wegen, da die Achsen schon bei 42^0 Breitenunterschied zusammenlaufen — München hat 48^0 Polhöhe — auch unter Benützung von Tafeln als ein schweres Hemmniss erwiesen haben, sowohl was die Transformation der älteren, allgemeinen Coordinaten in solche des neuen Systems, und umgekehrt diejenigen der triangulirten Punkte in allgemeine Coordinaten anbelangt. Diese Nothwendigkeit ist aber insbesondere gegeben für alle Neuvermessungen, welche — wie z. B. noch sämmtliche Flurbereinigungen — ihre Endergebnisse wieder in die älteren (lithographirten) Pläne einkartiren (also ohne Herstellung neuer Pläne). Für vollständige Neukartirungen aber würden jene Umstände insofern unangenehm empfunden worden sein, als für diesen Fall die Netz-Intersectionen mit den Blattseiten erheblich convergiren, indem wir ja stets die älteren, allgemeinen Blätter kartiren müssen, deren Seiten bekanntlich Abschnitte von Parallelen, bezw. von Perpendikeln auf den Münchener Meridian sind.

Ein besonderer Umstand verwickelt die Sache noch. Die bisherige allgemeine Vermessungsachse weicht vom Meridian des Coordinatenursprungs nach neueren Bestimmungen um 14,5$''$ ab. Nähme man daher zu den meridionalen Localachsen die wirklichen Meridiane der neuen Local-Nullpunkte, so müssten die Transformationen der älteren Netzpunkte auf diese Localachsen, und umgekehrt die der neueren Punkte zurück in das allgemeine System, noch umständlicher werden. Würde man aber die neuen Localachsen meridionaler Richtung ohne Berücksichtigung der oben erwähnten Meridiandifferenz von 14,5″, also in Uebereinstimmung mit der jetzigen Vermessungsachse anlegen, so fiele allerdings die durch jene Differenz veranlasste weitere Erschwerung der sonst schon nicht einfachen Transformationsformeln weg, man hätte aber dann Localachsen von bloss annähernd meridionaler Richtung, d. h. nicht den wirklichen Meridian der neuen Partial-Nullpunkte, und dann doch nicht erreicht, was man erreichen wollte.

Für die schiefachsigen Coordinaten, deren Vermessungsachsen auf den ursprünglichen Ordinatenkreisen der neuen Nullpunkte senkrecht stehen und daher mit der allgemeinen Abscissenachse erst bei 90^0 Breitenunterschied zusammentreffen, genügt zu diesen Transformationen eine Tabelle von bloss $4\frac{1}{2}$ Octavseiten, mit der sich alle Umwandlungen in einfachster Weise vollziehen. (Jede der beiden Transformationsformeln für x und y hat nur ein Glied, die erste mit zwei, die andere mit einem Argument.) Es wäre zwar möglich gewesen, die Querrichtungen der localen Systeme ($\pm$ 40 km) hinsichtlich der linearen Verzerrungen auf $\pm$ 90 km auszudehnen, aber einmal sollten diese Vergrösserungen, entsprechend bisherigen Anschauungen, numerisch eingeschränkt und auch die Richtungsverzerrung auf einen so geringen Betrag (für 7 km 2,8″ im Maximum) herabgebracht werden, der die Verwendung der vorhandenen Diagramme für die sphärischen Correctionsglieder bei der Triangulirung IV. Ordnung als unnöthig erscheinen lässt. (60 km mit 5,7″ für 7 km im Maximum wie in Preussen dürfte selbst für Punkte IV. Ordnung zu gross sein.)

Was nun die von Herrn Jordan erwähnten besonderen Nachtheile der schiefachsigen Coordinaten hinsichtlich „der niemals abzuschaffenden geographischen Coordinaten“ anbelangt, so hat man es nach durchgeführter einheitlicher Coordinirung der Netzpunkte I. und II. Ordnung — wie in Bayern — für die trigonometrische Einschaltung nie mehr mit geographischen Coordinaten zu thun. Und selbst diesen Fall angenommen: mit Benützung unserer Hilfstabelle verwandeln wir in 1—1$\frac{1}{2}$ Minuten die localen in allgemeine Coordinaten — und zwar bis auf den Centimeter genau — worauf die Ableitung der geographischen Coordinaten sich in gewöhnlicher Weise vollzieht. Die Rücksicht auf die geographischen Coordinaten dürfte daher kein ausschlaggebendes Argument gegen die Schiefachsigkeit bilden.

In Kürze zusammengefasst, sprechen also folgende Gründe zur Zeit gegen die unbedingte Zweckmässigkeit einer Einführung der Conformität in das jetzige einheitliche Congruenzsystem der bayerischen Landesvermessung:

1) Die nur theilweise Erneuerung unserer Messungen und dabei in getrennten Gebieten;
2) die Nothwendigkeit, etwaige locale Coordinaten im Allgemeinen, und umgekehrt, mit grösster Leichtigkeit und ohne besondere

Rechnung umwandeln zu können, besonders für jene Arbeiten, welche noch im allgemeinen System, bezw. in den älteren Plänen erfolgen (da Blatt- und Coordinatensystem bei uns sozusagen identisch sind). Denn da es sich hierbei in den äusseren Systemen noch um doppelte Reductionen, d. h. um die Transformation der gegebenen Coordinaten auf locale Achsen und dann noch um die Herbeiführung der Conformität handeln würde, so könnte man diesen doppelten Uebertragungen nicht gerade den Vorzug der Vereinfachung zuerkennen;

3) die durch Localachsen meridionaler Richtung herbeigeführte grössere Umständlichkeit der Coordinaten - Transformation verbunden mit der stärkeren Convergenz der Intersectionslinien gegen die Blattseiten, solange letztere die bisherigen, auf den Münchener Meridian bezogenen sind, während in unseren Localsystemen jene Transformation einfacher und diese Convergenz geringer ist;

4) der Gewinn, dass die prinzipielle Festhaltung an Congruenzcoordinaten es ohne Weiteres ermöglicht, in unserem Localsystem I für 28 000 qkm oder für nahezu $^2/_5$ der Landesfläche die allgemeinen Coordinaten ohne alle Aenderung zu belassen. Den Uebergang zu conformen Coordinaten jedoch erst für die Triangulirungen und Vermessungen in den westlich und östlich abliegenden äusseren Landestheilen ($^3/_5$ der Landesfläche) zu vollziehen, erscheint unstatthaft, weil die Einrichtungen einer systematischen Landesvermessung gleichheitlich und stabil sein müssen.

Man kann entgegenhalten, dass allen diesen Gründen höchstenfalls nur eine nebensächliche, aber keine durchschlagende Berechtigung innewohne. Aber wenn man das auch theilweise zugeben wollte, schon ein geringer Zweifel an der Verwirklichung aller gehofften Vortheile genügt in solchen Fällen, um im Staatsorganismus der Erhaltung des „Bestehenden“ oder doch der möglichst geringsten Abweichung von demselben das Uebergewicht zu verleihen. Und solche „grössere Abweichungen“ sind bei der Conformität in dem vermehrten Betrage der linearen Verzerrung, in den empfohlenen meridionalen Localachsen mit der zugehörigen Coordinatentransformation, in der Doppelreduction bei den äusseren Systemen — die überhaupt das grössere Hemmniss bilden — und in der stärkeren Convergenz der Intersectionen sicher vorhanden, während die schiefachsigen Systeme dem Bestehenden formell und materiell sich weit mehr anschmiegen.

Ich kann nur wiederholen: unsere localen Coordinaten haben bloss die Bedeutung eines die technische Behandlung erleichternden Zwischenmittels, während die allgemeine und einheitliche, auf die Münchener Achsen bezogene Coordinirung im Allgemeinen erhalten bleiben soll. Erst wenn man einmal daran ginge, diese letztere aufzugeben (wozu bedingungsweise ich persönlich neigte), könnte die Sache kräftiger angegriffen und dann vielleicht auch Bayern anstatt auf dem Boden der bisherigen Congruenz auf dem der Conformität gefunden werden, da deren Vortheile wenigstens in den Eingangs besprochenen Richtungen ja unzweifelhaft sind. Dann aber würde man auch wohl die Coordinirung und das Blattsystem — solange keine einheitliche Regelung der Coordinaten-Nullpunkte im deutschen Reiche erfolgt — auf die endgiltigen Meridionalachsen zweier Punkte gründen, deren Coordinaten im jetzigen System $x_0 = + 80$ km, $y_0 = \pm 90$ km sein könnten, wodurch dann mit Maximalabscissen ± 175 km und Maximalordinaten ± 90 km in nur zwei Systemen (mit Ausnahme des besonderen Systems der Rheinpfalz) die wesentlichsten Vorzüge der Conformität und der rein ebenen Behandlung sämmtlicher Vermessungsarbeiten, von der Triangulirung III. Ordnung an bis herunter zur Kartirung, mit einem Schlage gewonnen sein würden. Würden!! Denn ich muss bekennen, dass die vorstehende Aeusserung rein privaten, keinesfalls etwa auch nur halbamtlichen Charakters ist und dass bei uns allem Vermuthen nach z. Z. die Stimmung noch für die Congruenz und gegen die Conformität ist. Hierbei thut es wenig zur Sache, ob diese derzeitige Ablehnung auf die oben erwähnten blossen Zweckmässigkeitsgründe — deren Gewicht ja subjectiv vergrössert oder verkleinert werden kann — sich stützt, oder ob Gleichgiltigkeit, Unterschätzung oder Scheu vor Neuem zu Grunde liegen — der Effect ist immer derselbe: Erhaltung des Bestehenden um jeden Preis.

Dieser Aufsatz war bereits geschrieben, als der Artikel des Herrn Vogeler: „Vergleichung der Mecklenburgischen conformen Kegelprojection mit der congruenten Soldner'schen Projection“ (Seite 257—263 der Zeitschrift) erschien. Diese Ausführungen bestätigen und ergänzen lediglich in allen Punkten die bisherigen Darlegungen Herrn Jordans Ich könnte nur dazu bemerken, dass wenigstens hinsichtlich der Triangulirung Herrn Vogeler die graphischen Hilfsmittel vielleicht nicht genauer bekannt sind, mit denen wir die Erschwerung durch die sphärischen Rechenglieder im Soldner'schen System mit verhältnissmässiger Leichtigkeit überwinden. Immerhin, wenn auch gemindert, bleiben es doch Erschwerungen, denen wir durch unsere localen, gleichfalls Soldner'schen Systeme mit $y = \pm 40$ km entgehen wollen, wobei wir aber doch noch genöthigt sind für die Triangulirung III. Ordnung von $y = \pm 20$ km an die sphärischen Correctionsglieder zu beachten da wir hier mit der Richtungsverzerrung unter $1''$ bleiben wollen. Allerdings genügt ein blosser Blick auf die Diagramme um diese (geringen) Correctionen zu erhalten.

Aber bei aller Anerkennung der seinerzeitigen unleugbaren Verdienste des grossen Geodäten Soldner, müssen wir sagen: Das durchschlagende Mittel liegt eben allein in der Gauss'schen Conformität, die schliesslich doch mehr ist als ein blosser theoretischer Vortheil, dann aber auch in dem Aufgeben unserer bisherigen Coordinirung in einem System und sofortiger Bildung zweier definitiven Localsysteme, wie bereits oben erörtert. *J. H. Franke.*

Zur Wahl der Art und Lage des Coordinatensystems einer Landesvermessung;

von Vermessungscommissair *Steiff* in Stuttgart.

Ueber diese Frage ist in der letzten Zeit in dieser Zeitschrift, insbesondere in Heft 7 dieses Jahrgangs unter der Ueberschrift „Congruente oder conforme Coordinaten", *) mehrfach geschrieben worden. Wir haben schon vor einigen Jahren Veranlassung gehabt, hierüber Erwägungen anzustellen unter dem Gesichtspunkt der Anforderungen der technischen (Kataster-) Vermessungen; auf Grund derselben sind wir der Ansicht, dass die Ausführungen des Herrn Professor Dr. Jordan auf S. 202 — 204 den Kern der Sache treffen. Voraussichtlich wird diese Frage noch weiter erörtert werden und so möge die Niederlegung unserer Ansicht in Nachstehendem gestattet sein.

Der Zweck eines Coordinatensystems für die praktische Landmessung ist, die gegenseitige Lage von Punkten eines möglichst grossen Gebietes (Landes) auf einfache Weise in Maasszahlen derart darzustellen, dass das hierdurch bestimmte Lagebild der Punkte ihrer wirklichen Lage möglichst entspricht, dass also die aus den Coordinaten abzuleitenden Beziehungen (Entfernungen, Winkel, Flächen etc.) in Plänen aufgezeichnet oder auf einfache Weise in Zahlen berechnet werden können, wobei dieselben gleichzeitig der Wirklichkeit genau oder wenigstens möglichst genau entsprechen müssen.

Wenn wir nun zunächst absehen von den in unseren Beobachtungen liegenden unvermeidlichen Fehlern, so ergiebt sich sofort, dass obiger Zweck nur dann vollkommen erreicht werden könnte, wenn unsere Erde eine Ebene wäre. Denn einerseits können unsere Karten in der Regel nur auf ebenen Planblättern dargestellt werden, andererseits werden die verschiedenen Berechnungen (von Entfernungen, Winkeln, Flächen etc.) nur dann möglichst einfach, wenn solche nach den Formeln der ebenen Geometrie bezw. Trigonometrie ausgeführt werden können. Die wirkliche (Ellipsoid-) Gestalt unseres Erdkörpers macht sich daher bei grösseren Gebieten um so bälder störend bemerkbar, je grösser die Ansprüche an die Genauigkeit unserer Maassangaben, d. h. an deren Uebereinstimmung mit der Wirklichkeit sind; doch genügt es für nachstehende Betrachtungen vollauf, an Stelle der ersteren eine Kugelgestalt der Erde anzunehmen.

*) Die neuerdings vorkommende Bezeichnung congruente Coordinaten für die Soldner'sche Projectionsart erscheint uns, wenigstens in dem engen Zusammenhalt mit der Bezeichnung conforme Coordinaten für die Gauss'sche Projection, nicht ganz treffend. Einerseits geben die Soldner'schen Coordinaten ein dem Urbild (der Wirklichkeit) congruentes Bild nur, wenn man letzteres auf einer Kugel sich gezeichnet denkt, während andererseits die Gauss'schen Coordinaten nur dann ein dem Urbild conformes Bild geben, wenn letzteres in die Ebene übertragen ist.

Da es sich hiernach zur Erfüllung obigen Zwecks um die Abbildung einer Kugelfläche auf eine Ebene handelt, eine solche aber nicht ohne Inkaufnahme von Verzerrungen möglich ist, so haben bekanntlich Soldner und Gauss derartige rechtwinklige Coordinatensysteme in die Landmessung eingeführt, dass für eine entsprechend schmale Zone seitlich des zur Abscissenachse gewählten Grosskreisbogens diese Verzerrungen soweit möglich klein sind, so dass sie im Vergleich zu den sonstigen unvermeidlichen Beobachtungsfehlern vernachlässigt werden können.

Diese Verzerrungen sind stets Verdehnungen gegen die Wirklichkeit und betragen bekanntlich die Vergrösserungsverhältnisse

bei Soldner

$$v = 1 + \frac{y^2}{2\,r^2} \cos^2 \alpha$$

bei Gauss

$$v' = 1 + \frac{y^2}{2\,r^2}$$

wo y die Ordinate, r den Erdhalbmesser und α den Richtungswinkel einer kleinen Strecke bedeutet. Vom theoretischen Standpunkt aus betrachtet ist das Soldner'sche System dem Gauss'schen überlegen, da für einen und denselben Punkt wegen des Factors $\cos^2\alpha$ bei Soldner die Verzerrung von 0 (in der Richtung der Ordinaten) bis $\frac{y^2}{2\,r^2}$ (in der Richtung der Abscissen) wächst, während dieselbe bei Gauss letzteren Maximalbetrag nach allen Richtungen beibehält — wenigstens für unendlich kleine Strecken; aber auch für nicht besonders grosse Strecken sehr nahezu giltig. — In der Praxis handelt es sich nun aber zumeist um die gegenseitige Lage benachbarter Punkte und nur äusserst selten um die Beziehung eines Punktes mit grossem Ordinatenabstand zu einem weit entlegenen Punkte (etwa zu seinem Symmetralpunkt in Bezug auf die Abscissenachse als Symmetralachse). In dem Gauss'schen System ist aber der Unterschied der Verzerrungen von benachbarten Punkten sehr gering, und sind daher auch die Winkelverzerrungen verschwindend klein; anders im Soldner'schen System, wo die Verzerrungsunterschiede in jedem einzelnen Punkt von 0 bis zum Betrag der Gauss'schen Verzerrung je nach den verschiedenen Richtungen wachsen.

Nehmen wir z. B. die Aufnahme eines Quadrats von 1 km Seitenlänge in dem mittleren Abstand $y = 100$ km von der Abscissenachse. Die Verzerrung im Gauss'schen System beträgt hier nach allen Richtungen 123 mm auf 1000 m; d. h. eine in Wirklichkeit 1000,00 m lange Strecke, welche bei sphärischer Berechnung aus den Gauss'schen Coordinaten sich ebenfalls $=$ 1000,00 m findet, berechnet sich unter Annahme dieser Coordinaten als ebene zu 1000,123 m. Wird diese Strecke mit vollständig genauen Messstangen gemessen und ohne die unvermeidlichen kleinen Fehler, so ergiebt sich dieselbe zu 1000,00 m; da dieselbe jedoch aus den Coordinaten zu 1000,12 m berechnet ist, so müssen die 5 m - Messlatten je um 0,6 mm kleiner sein als ihr Normalmaass, damit sich bei der Messung der Strecke das aus den Coordinaten berechnete Maass ergiebt. Anders liegt hier die Sache im Soldner'schen System; während die 1000,00 m langen Quadratseiten in der Ordinaten richtung sich aus den Coordinaten ebenfalls zu 1000,00 m sowohl sphärisch als eben berechnen und mit normalmässigen Messlatten ebenfalls = 1000,00 m gefunden werden, ergeben sich die 1000,00 m langen Seiten parallel der Abscissenachse, bei sphärischer Berechnung zwar ebenfalls 1000,00 m, bei ebener Berechnung aber = 1000,12 m, wie bei Gauss, und müssten deshalb die beiden 5 m-Messlatten bei Messung in der Abscissenrichtung je um 0,6 mm kürzer sein als ihr Normalmaass, damit das aus den Coordinaten berechnete Maass erhalten wird. Um somit eine Uebereinstimmung der Längenmessungen mit den Angaben der Coordinatensysteme zu erhalten, müssten in obigem Falle bei Soldner'schen Coordinaten verschiedene 5 m - Messlatten benutzt werden, deren Länge je nach der Richtung, in welcher gemessen wird, zwischen 5,0000 m und 4,9994 m schwankt, während bei Gauss'schen Coordinaten ein Paar Messlatten je mit der Länge 4,9994 m genügen würde.

Die württembergische technische Anweisung vom 19. Januar 1895 *) verlangt in § 2, 36 und 37, dass die Aufnahme von Feldlagen unter Aussteckung von Parallelsystemen **) und unter Ausgleichung der letzteren auf das (durch Soldner'sche Coordinaten festgelegte) Dreiecksnetz der Landesvermessung vorgenommen wird derart, dass „in jedem einzelnen Fall diejenigen Verbesserungen der Messstangenlängen ermittelt und berücksichtigt werden, durch welche eine möglichst gute zahlenmässige Uebereinstimmung der neuen Aufnahme mit dem trigonometrischen Netz erzielt wird.“ Hierdurch wird offenbar die erheblich grössere Genauigkeit, welche in den durch Anschluss an das Dreiecksnetz I. Ordnung mittelst Triangulation erhaltenen Maassen im Vergleich zu den mittelst gewöhnlicher Streckenmessung erhobenen Maassen liegt, auch für die einzelnen Maasse der Stückvermessung aufs möglichste verwerthet. (Diese Ausgleichung auf das trigonometrische Netz wird sonst im Allgemeinen gelegentlich der Berechnung der Coordinaten der Polygon- und Kleinpunkte durch Vertheilung der hierbei sich zeigenden Widersprüche vorgenommen; die Maasse der Stückvermessung bleiben jedoch, soweit solche die meist ziemlich weit gesteckten Fehlergrenzen nicht überschreiten, ganz unabhängig von denjenigen des trigonometrischen Landesnetzes.)

Hierdurch war Veranlassung gegeben, die Wirkung, welche die Benutzung der in Soldner's Projection gegebenen Coordinaten als ebene Coordinaten auf die Aussteckung eines solchen Parallelsystems hat, näher zu untersuchen; wobei wir zur Vergleichung sofort auch die Gauss'sche Projection zur Untersuchung zogen. Wir nahmen hierzu die wohl äusserst vorkommenden Verhältnisse, nämlich ein Quadratsystem von 1000 m Länge im Abstand

---

*) Näheres, Titel etc., vergl. Zeitschr. f. V. 1895, S. 280.

**) Vergl. hierüber Weitbrecht in Zeitschr. f. V. 1890, S. 129.

100 km von der Landesvermessungsachse in zweierlei Lage, parallel und diagonal zu letzterer. (Im Allgemeinen werden Parallelsysteme, deren rechte Winkel und Parallelen bei grösserer Breite als 50 m mit dem Theodolit ausgesteckt werden, Längen von 400 bis 600 m und Breiten von 300 bis 500 m selten übersteigen, auch der Abstand 100 km kommt nur in einem Oberamtsbezirk vor.) Würde hiernach zum Zweck der Stückvermessung auf Grund einer in sphärisch rechtwinkligen Coordinaten niedergelegten Triangulation eine Figur auf trigonometrischem oder polygonometrischem Wege so ausgesteckt werden, dass ihre Coordinaten — eben betrachtet — die Ecken eines Quadrats von 1000 m Länge darstellen, so ist diese Figur in Wirklichkeit kein solches Quadrat, ihre Abmessungen sind je nach der Art der Projection verschieden und aus nachstehender Tafel übersichtlich zu ersehen.

Pkt. Bez.	Aus den Coordinaten		berechnen sich							
				die Strecken				die Richtungswinkel		
	x	y	Bz.	in ebenem System	in Soldner's System	in Gauss' System	Bez.	in ebenem System	in Soldner's System	in Gauss' System
	m	m		m	m	m		g	g	g
A	+500,000	+ 99500,000								
			AB	1000,000	999,878	999,878	(AB)	$200^{g}0000_{0}$	$199^{g}9999_{2}$	$199^{g}9999_{2}$
B	−500,000	+ 99500,000								
			BC	1000,000	1000,000	999,877	(BC)	$100^{g}0000_{0}$	$100^{g}0000_{0}$	$100^{g}0000_{0}$
C	−500,000	+100500,000								
			CD	1000,000	999,876	999,876	(CD)	$0^{g}0000_{0}$	$0^{g}0000_{8}$	$0^{g}0000_{8}$
D	+500,000	+100500,000								
			DA	1000,000	1000,000	999,877	(DA)	$300^{g}0000_{0}$	$300^{g}0000_{0}$	$300^{g}0000_{0}$
			AC	1414,214	1414,109	1414,040	(AC)	$150^{g}0000_{0}$	$149^{g}9960,_{0}$	$149^{g}9999_{2}$
			BD	1414,214	1414,109	1414,040	(BD)	$50^{g}0000_{0}$	$50^{g}0040,_{0}$	$50^{g}0000_{8}$
P	+707,107	+100000,000								
			PQ	1000,000	999,940	999,878	(PQ)	$250^{g}0000_{0}$	$250^{g}0038,_{2}$	$249^{g}9999,_{4}$
Q	± 0,000	+ 99292,893								
			QR	1000,000	999,940	999,878	(QR)	$150^{g}0000_{0}$	$149^{g}9960,_{6}$	$149^{g}9999,_{4}$
R	−707,107	+100000,000								
			RS	1000,000	999,938	999,876	(RS)	$50^{g}0000_{0}$	$50^{g}0038,_{8}$	$50^{g}0000,_{6}$
S	± 0,000	+100707,107								
			SP	1000,000	999,938	999,876	(SP)	$350^{g}0000_{0}$	$349^{g}9961,_{2}$	$350^{g}0000,_{6}$
			PR	1414,214	1414,040	1414,040	(PR)	$200^{g}0000_{0}$	$199^{g}9999,_{2}$	$199^{g}9999,_{2}$
			QS	1414,214	1414,214	1414,040	(QS)	$100^{g}0000_{0}$	$100^{g}0000,_{0}$	$100^{g}0000,_{0}$

Der Einfluss der Verzerrung auf die linearen Abmessungen mit höchstens 0,12 $^{0}/_{00}$ bei Soldner wie bei Gauss ist im Hinblick auf die unvermeidlichen Fehler der gewöhnlichen Längenmessungen noch annehmbar. Anders aber liegt der Fall bei den ungleich genauer ausführbaren Winkelmessungen, wo Verzerrungen (bis 78,8^{cc} bei $\measuredangle\ RSP$ bei Soldner's Projection, gegen 1,2^{cc} bei Gauss) bei Absteckungen von rechten Winkeln mit dem Theodolit sehr unangenehm störend wirken. Wir möchten deshalb wünschen, dass die Coordinaten der Württembergischen Triangulirung in Gauss'scher und nicht in Soldner'scher Projection berechnet wären.

Der Umstand, dass die Verzerrungen durchweg Verdehnungen und bei Gauss für kleine Strecken nach allen Richtungen gleich sind, lässt mittelst eines kleinen Kunstgriffs die lineare Grösse der Längenänderungen leicht auf ihre Hälfte bringen; wenn man nämlich die Verdehnungen durch entsprechende Verkürzungen vermindert bezw. aufhebt. Bei den bisherigen Triangulirungen sind unseres Wissens die Längenangaben auf Grund von Basismessungen genau der Wirklichkeit entsprechend gemacht, was jedoch wegen der Verzerrungen nur entlang der Abscissenachse zutrifft. Führen wir nun aber durchweg Verkürzungen ein, so werden hierdurch die Verdehnungen der sphärischen Verzerrungen theilweise aufgehoben. Nehmen wir als grösstzulässige Längenänderung (Verdehnung und Verkürzung) $\frac{1}{20\,000} = 0{,}05\ ^0/_{00}$, so verkürzen wir die Maasse durchweg um $\frac{1}{20\,000}$, dann sind bei Gauss'scher Projection die Längenangaben entlang der Achse um $0{,}05\ ^0/_{00}$ gegenüber der Wirklichkeit zu kurz, bei Ordinaten von 64 km der Wirklichkeit entsprechend und bei Ordinaten von 90 km um $0{,}05\ ^0/_{00}$ zu lang. So lässt sich also auf einfache Weise die Breite der Zone, welche bei vorstehendem Verzerrungsmaximum bisher 60 km seitlich der Achse betrug, auf das $1\,^1/_2$fache, 90 km erhöhen; und zwar einfach dadurch, dass diese Verkürzung an der Basislänge angebracht wird.

Bei sämmtlichen vorstehenden Betrachtungen haben wir bisher auf den Einfluss der Höhenunterschiede im darzustellenden Gebiete keine Rücksicht genommen; vielmehr wurde angenommen, dass das Gebiet in Meereshöhe oder aber auf einer Hochebene liege (wobei in letzterem Falle die Basislänge nicht auf die Meereshöhe, sondern auf die Höhe der Hochebene bezogen sei). Unseres Wissens ist auch bisher in den Hand- und Lehrbüchern über Vermessungskunde und in diesbezüglichen Aufsätzen der Einfluss der Höhenerhebungen über den Vermessungshorizont auf die Längenangaben zwar kurz bemerkt, derselbe jedoch nicht in Verbindung gebracht worden mit den Betrachtungen über die Verzerrungsverhältnisse bei den Coordinatensystemen*); und doch ist dieser Einfluss bei den vorhandenen Höhenverhältnissen von derselben Grössenordnung wie derjenige der Erdkrümmung! Die Coordinaten der Signalpunkte einer Landesvermessung werden wohl ausnahmslos stets mittelst Triangulirung gewonnen; die Längenangaben stützen sich hierbei auf 1 oder mehrere möglichst genau gemessene Grundlinien. Um einen Vergleich ver-

*) Die Bemerkung von Professor Jordan in diesem Bande S. 202 behandelt u. W. erstmals öffentlich die beiden Fragen gemeinsam. Professor Hammer hat in Petermanns Mittheilungen 1895 Heft 8 den Einfluss der Höhenverhältnisse auf die Flächenangaben vom Standpunkt des Geographen aus behandelt.

schiedener Grundlinienangaben ziehen zu können, ist es nothwendig, deren Längen auf ein und denselben Horizont zu beziehen, und wird hierzu gewöhnlich die Meereshöhe genommen (uns ist als einzige Ausnahme hiervon nur die Vermessung Württembergs bekannt, wo der Vermessungshorizont 274 m über dem Meere angenommen ist). Die Winkel werden mittelst des Theodoliten als Horizontalwinkel, d. h. als Winkel zwischen den, durch den Standpunkt einerseits und die Zielpunkte andererseits, gedachten Verticalebenen gemessen und so kommt es, dass sämmtliche Längenangaben einer Triangulirung als in demjenigen Horizont gemessen erscheinen, auf welchen die Grundlinien bezogen sind.

Nun beträgt aber wegen der Vergrösserung der Entfernung vom Erdmittelpunkt die Vergrösserung einer Linie von 1000 m Länge bei einer Höhe h über dem Vermessungs-(Meeres-)horizont $= \frac{1000\,h}{r}$ also auf je 63,7 m Erhebung 0,010 m; somit auf 500 m 0,079 m und auf 1000 m 0,158 m.*) Hieraus erhellt sofort, dass für einigermaassen höher gelegene Länder, (wie z. B. für Süddeutschland, Schweiz) es nicht angezeigt ist, den Vermessungshorizont bei den technischen Landestriangulirungen mit der Meereshöhe zusammenfallen zu lassen, weil die hierdurch hervorgerufenen Längenänderungen eine Grösse erreichen, welche an diejenige der unvermeidlichen Längenmessungsfehler grenzt. Die Nichtberücksichtigung der Höhenlage, welche gegenüber der Wirklichkeit kürzere Längenangaben hervorruft, wirkt andererseits bis zu einem gewissen Grade den sphärischen Verzerrungen entgegen. Für eine Hochebene mit mittlerer Höhe von 320 m betragen, im Falle die Grundlinie und damit die Längenangaben der Coordinaten auf Meereshöhe bezogen ist, die Längenänderungen für den ganzen Streifen von je 90 km seitlich der Abscissenachse nirgends mehr als 0,05 $^0/_{00}$.

In Württemberg, dessen mittlere Höhe nach Inspector Regelmann 500 m über dem Meere beträgt, liegt der Vermessungshorizont 274 m über dem Meere. Wären die Höhenunterschiede selbst nicht erheblich, so wären die Maassangaben in der Nähe der Abscissenachse um 0,033 $^0/_{00}$ kleiner als die Wirklichkeit, bei 52 km seitlich der Achse wegen der Soldner'schen Projection von Nord nach Süd der Wirklichkeit entsprechend von Ost nach West ebenfalls um 0,033 $^0/_{00}$ kleiner, bei 74 km seitlich der Achse von Nord nach Süd um 0,033 $^0/_{00}$ grösser, von Ost nach West um 0,033 $^0/_{00}$ kleiner als die Wirklichkeit. Da jedoch die

*) Die Richtigkeit der eingangs gemachten Bemerkung bezüglich der Nichtberücksichtigung der Ellipsoidgestalt des Erdkörpers bei vorstehenden Erörterungen wird sofort erkannt, wenn wir anführen, dass eine das Erdellipsoid im Anfangspunkt des Coordinatensystems berührende Kugel (mit dem Krümmungsradius als Halbmesser) sich in einer Entfernung von 2 Breitengraden, also von 222 km, erst um rund 3 m über das Ellipsoid erhebt, welche Erhebung auf die Längenänderung von verschwindendem Einfluss ist.

Höhenverhältnisse Württembergs stark wechselnd sind, so haben wir schon vor einigen Jahren anlässlich oben erwähnter Untersuchungen unter Benutzung der Höhencurvenkarte von Regelmann in 1:600 000 eine Darstellung der Linien gleicher Verzerrung (der Aequideformaten) gefertigt. Diese Darstellung würde, wenn die Coordinaten in Gauss'scher Projection berechnet wären, die Längenänderung in jedem einzelnen Punkt nach allen Richtungen geben, bei Soldner's Projection zeigt dieselbe nur die Längenänderungen parallel der von Süd gegen Nord ziehenden Abscissenachse. Die Aequideformaten für die Ordinaten fallen dagegen mit den Höhencurven in Stufen von 67,3 m (von dem Vermessungshorizont 274 m an gezählt) zusammen.

All dies weist darauf hin, bei der Wahl der Lage von Coordinatensystemen für eine Landesvermessung nicht bloss den Umfang des Gebiets und die geographische Lage, sondern auch die Höhenverhältnisse desselben in Betracht zu ziehen. Die Achse ist womöglich in die Niederung zu legen und die Umfangsgrenzen des Systemgebiets möglichst im Gebirge zu wählen. An der Hand einer Höhenschichtenkarte für ein in Frage kommendes Gebiet lassen sich für jede einzelne Lage der Achse eines Coordinatensystems (und zwar verschieden, sowohl in horizontaler als verticaler Beziehung) die bei demselben nothwendig eintretenden Längenänderungen zum Voraus berechnen, somit auch die geeignetste Lage feststellen.

In allen Fällen ist aber das Gauss'sche System dem Soldner'schen vorzuziehen, trotzdem die Verzerrungen desselben hinsichtlich der Flächen das Doppelte betragen als in Soldner's System. Letztere erreichen bei entsprechender Wahl der Höhenlage des Systems in den einzelnen Fällen nur den Betrag von 1:10000 und werden für das Gesammtgebiet nahezu = Null.

Ueber den Anschluss eines secundären Dreiecksnetzes an ein Hauptnetz;

von Dr. L. Krüger in Potsdam.

Fortsetzung von Seite 307.

VI.

Infolge des Anschlusses an das primäre Netz werden zwei beliebige Punkte L_1 und L_2 des secundären Netzes, deren Lagen durch die complexen Grössen z' und z'' bestimmt sind, um ζ' und ζ'' verschoben. Die Seite $L_1 L_2$ erfährt hierdurch eine Aenderung ihrer linearen Länge und eine Verdrehung gegen ihre Anfangslage.

Wird die Länge der Seite $L_1 L_2$ mit $l_{1.2}$ und ihr Azimut mit $\alpha_{1.2}$ bezeichnet, so ist

$$z'' - z' = l_{1.2}\, e^{i\alpha_{1.2}}.$$

Die logarithmische Differentiation dieser Gleichung giebt:

$$\frac{\Delta z'' - \Delta z'}{z'' - z'} = \frac{\zeta'' - \zeta'}{z'' - z'} = \frac{\Delta l_{1.2}}{l_{1.2}} + i\,\Delta\,\alpha_{1.2}; \tag{1}$$

$\Delta l_{1.2}$ ist die Längenänderung und $\Delta\,\alpha_{1.2}$ die Verdrehung der Seite $L_1\,L_2$.

Aus Gl. (1) folgt:

$$\frac{\xi'' - \xi' + i\,(\eta'' - \eta')}{x'' - x' + i\,(y'' - y')} = \frac{\Delta l_{1.2}}{l_{1.2}} + i\cdot\Delta\,\alpha_{1.2}\,,$$

und wenn man links Zähler und Nenner mit $x'' - x' - i\,(y'' - y')$ multiplicirt, so giebt die Trennung des Reellen und Imaginären

$$\begin{aligned} \frac{\Delta l_{1.2}}{l_{1.2}} &= \frac{1}{l_{1.2}^2}\left\{(x'' - x')\,(\xi'' - \xi') + (y'' - y')\,(\eta'' - \eta')\right\} \\ \Delta\,\alpha_{1.2} &= \frac{1}{l_{1.2}^2}\left\{(x'' - x')\,(\eta'' - \eta') - (y'' - y')\,(\xi'' - \xi')\right\}. \end{aligned} \tag{2}$$

Um $\Delta\,\alpha_{1.2}$ in Secunden zu erhalten, ist rechts noch mit 206265 zu multipliciren. Entwickelt man andererseits $\zeta'' - \zeta' = f\,(z'') - f\,(z')$, so ist, wenn man

$$z'' = \frac{z' + z''}{2} + \frac{z'' - z'}{2} = z_m + \frac{z'' - z'}{2}$$

$$z' = \frac{z' + z''}{2} - \frac{z'' - z'}{2} = z_m - \frac{z'' - z'}{2}$$

setzt, nach dem Taylor'schen Satze

$$\zeta'' - \zeta' = 2\left\{\frac{z'' - z'}{2}\,f'\,(z_m) + \frac{1}{3!}\left(\frac{z' - z'}{2}\right)^3 f'''\,(z_m) + \ldots\right\}.$$

z_m ist die complexe Zahlengrösse, welche zum Mittelpunkt der Seite $L_1\,L_2$ gehört.

Es lässt sich mithin für Gl. (1) auch schreiben

$$\begin{aligned} \frac{\Delta l_{1.2}}{l_{1.2}} + i.\Delta\alpha_{1.2} &= f'\,(z_m) + \frac{1}{3!}\left(\frac{z''-z'}{2}\right)^2 f'''\,(z_m) \\ &\quad + \frac{1}{5!}\left(\frac{z''-z'}{2}\right)^4 f^{\mathrm{V}}\,(z_m) + \ldots \end{aligned} \tag{3}$$

Die Trennung des Reellen und Imaginären giebt hier, da infolge der Functionsbedingungen

$$\frac{\partial\,\xi}{\partial\,x} = \frac{\partial\,\eta}{\partial\,y} \text{ und } \frac{\partial\,\eta}{\partial\,x} = -\frac{\partial\,\xi}{\partial\,y}\,,$$

$$\frac{d\,\zeta}{d\,z} = f'\,(z) = \frac{\partial\,\xi}{\partial\,x} + i\,\frac{\partial\,\eta}{\partial\,x}\,,\; f'''\,(z) = \frac{\partial^3\,\xi}{\partial\,x^3} + i\,\frac{\partial^3\,\eta}{\partial\,x^3}\,,\text{ u. s. w.,}$$

ist, wenn ausserdem für

$(z''-z')^2 = l_{1.2}^2\,(\cos 2\,\alpha_{1.2} + i\,\sin 2\,\alpha_{1.2})$, u. s. w., eingesetzt wird:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta l_{1.2}}{l_{1.2}} &= \left(\frac{\partial\,\xi}{\partial\,x}\right) + \frac{1}{3!}\left(\frac{l_{1.2}}{2}\right)^2\left[\cos 2\,\alpha_{1.2}\left(\frac{\partial^3\,\xi}{\partial\,x^3}\right) - \sin 2\,\alpha_{1.2}\left(\frac{\partial^3\,\eta}{\partial\,x^3}\right)\right] + \ldots \\ \Delta\,\alpha_{1.2} &= \left(\frac{\partial\,\eta}{\partial\,x}\right) + \frac{1}{3!}\left(\frac{l_{1.2}}{2}\right)^2\left[\sin 2\,\alpha_{1.2}\left(\frac{\partial^3\,\xi}{\partial\,x^3}\right) + \cos 2\,\alpha_{1.2}\left(\frac{\partial^3\,\eta}{\partial\,x^3}\right)\right] + \ldots \end{aligned} \tag{4}$$

$\left(\frac{\partial\,\xi}{\partial\,x}\right)$, $\left(\frac{\partial\,\eta}{\partial\,x}\right)$, u. s. w. bedeutet, dass für $x = x_m$ und für $y = y_m$ gesetzt werden soll, wo x_m, y_m die Coordinaten der Mitte von $L_1\,L_2$ sind.

Die Veränderung, welche der Winkel $L_2 L_1 L_3$ durch den Anschluss erleidet, wird aus $-\Delta\alpha_{1.2} + \Delta\alpha_{1.3}$ erhalten.

Bei 2 Anschlusspunkten ist

$$\xi = a_0 + a_1 x - b_1 y$$
$$\eta = b_0 + b_1 x + a_1 y,$$

mithin nach Gl. (4)

$$\frac{\Delta l_{1.2}}{l_{1.2}} = a_1 \text{ und } \Delta\alpha_{1.2} = b_1, \tag{5}$$

d. h. die durch den Anschluss hervorgerufene Aenderung des Maassstabes und die Verdrehung sind für alle Seiten constant und zwar ist nach Gl. (5) und Gl. (6) unter II für irgend eine Seite $L_1 L_2$:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\Delta l_{1.2}}{l_{1.2}} &= \frac{1}{s^2}\Big\{(x_2-x_1)(\xi_2-\xi_1)+(y_2-y_1)(\eta_2-\eta_1)\Big\} = \frac{\Delta s}{s} = \frac{1}{Mod.}\,\Delta\log s \\ \Delta\alpha_{1.2} &= \frac{1}{s^2}\Big\{(x_2-x_1)(\eta_2-\eta_1)-(y_2-y_1)(\xi_2-\xi_1)\Big\} = \Delta\vartheta.\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

s und ϑ bezeichnen die lineare Länge und das Azimut der Anschlussseite $P_1 P_2$.

Die Aenderung irgend eines Winkels $L_2 L_1 L_3$ ist nach Gl. (5) gleich $b_1 - b_1 = 0$. Es folgt hieraus, wie bereits früher bemerkt wurde, dass das Bild des Secundärnetzes diesem ähnlich ist.

Beim Anschluss an 3 feste Punkte ist nach Gl. (15) unter III

$$\xi = a_0 + a_1 x - b_1 y + a_2 (x^2 - y^2) - 2 b_2 xy$$
$$\eta = b_0 + b_1 x + a_1 y + b_2 (x^2 - y^2) + 2 a_2 xy,$$

daher nach Gl. (4)

$$\left.\begin{aligned}\frac{\Delta l_{1.2}}{l_{1.2}} &= a_1 + 2 a_2 x_m - 2 b_2 y_m \\ \Delta\alpha_{1.2} &= b_1 + 2 b_2 x_m + 2 a_2 y_m.\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Die Aenderung des Maassstabes und die Verdrehung der Seite $L_1 L_2$, welche durch den Anschluss an drei feste Punkte verursacht werden, sind nur von der Lage des Mittelpunktes von $L_1 L_2$ abhängig.

Als Aenderung des Winkels $L_2 L_1 L_3$ ergiebt sich aus der letzten Gleichung:

$$\begin{aligned}-\Delta\alpha_{1.2} + \Delta\alpha_{1.3} &= b_2 (x''' - x'') + a_2 (y''' - y'') \\ &= l_{2.3} (b_2 \cos\alpha_{2.3} + a_2 \sin\alpha_{2.3}),\end{aligned}$$

und wenn man für $a_2 = m\cos\mu$ und für $b_2 = m\sin\mu$ schreibt,

$$= l_{2.3}\, m \sin(\mu + \alpha_{2.3}).$$

Von dieser Beziehung hat Schols in einer zweiten Abhandlung Gebrauch gemacht, um Formeln für den Anschluss an drei Punkte abzuleiten.*)

*) Verslagen en Mededeelingen der Koninkl. Akademie van Wetenschappen, Afd. Natuurk. 2de Reeks. Deel XVIII. 1882.

Bei vier Anschlusspunkten ist nach IV Gl. (8)

$$\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right) = a_1 + 2\,a_2\,x_m - 2\,b_2\,y_m + 3\,a_3\,(x_m^2 - y_m^2) - 6\,b_3\,x_m\,y_m$$

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right) = b_1 + 2\,b_2\,x_m + 2\,a_2\,y_m + 3\,b_3\,(x_m^2 - y_m^2) + 6\,a_3\,x_m\,y_m$$

$$\left(\frac{\partial^3 \xi}{\partial x^3}\right) = 6\,a_3$$

$$\left(\frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3}\right) = 6\,b_3,$$

folglich giebt hier die Gl. (4)

$$\begin{aligned}\frac{\Delta\,l_{1.2}}{l_{1.2}} &= a_1 + 2\,a_2\,x_m - 2\,b_2\,y_m + 3\,a_3\,(x_m^2 - y_m^2) - 6\,b_3\,x_m\,y_m \\ &\quad + \left(\frac{l_{1.2}}{2}\right)^2 (a_3 \cos 2\,\alpha_{1.2} - b_3 \sin 2\,\alpha_{1.2}) \\ \Delta\,\alpha_{1.2} &= b_1 + 2\,b_2\,x_m + 2\,a_2\,y_m + 3\,b_3\,(x_m^2 - y_m^2) + 6\,a_3\,x_m\,y_m \\ &\quad + \left(\frac{l_{1.2}}{2}\right)^2 (a_3 \sin 2\,\alpha_{1.2} + b_3 \cos 2\,\alpha_{1.2}).\end{aligned} \tag{8}$$

Diese Gleichungen lassen sich noch etwas einfacher schreiben, wenn man wieder

$$a_1 = l\cos\lambda \quad , \quad a_2 = m\cos\mu \quad , \quad a_3 = n\cos\nu$$
$$b_1 = l\sin\lambda \quad , \quad b_2 = m\sin\mu \quad , \quad b_3 = n\sin\nu$$

setzt und für x_m, y_m die Polarcoordinaten r, ω einführt. Alsdann wird

$$\begin{aligned}\frac{\Delta\,l_{1.2}}{l_{1.2}} &= l\cos\lambda + 2\,mr\cos(\mu + \omega) + 3\,nr^2\cos(\nu + 2\,\omega) \\ &\quad + n\left(\frac{l_{1.2}}{2}\right)^2 \cos(\nu + 2\,\alpha_{1.2}) \\ \Delta\,\alpha_{1.2} &= l\sin\lambda + 2\,mr\sin(\mu + \omega) + 3\,nr^2\sin(\nu + 2\,\omega) \\ &\quad + n\left(\frac{l_{1.2}}{2}\right)^2 \sin(\nu + 2\,\alpha_{1.2}).\end{aligned} \tag{8*}$$

VII.

Die Methode der conformen Uebertragung verlangt schon bei vier Anschlusspunkten ziemlich umständliche Rechnungen. Man wird deshalb wohl bei grösserer Anzahl der Anschlusspunkte, namentlich, wenn der Unterschied in den Lagen der beiden Netzen gemeinschaftlichen Punkte nur gering ist, nach weiteren Näherungen suchen.

Ein solches Näherungsverfahren erhält man, wenn man das unter II behandelte Abbildungsverfahren, nach welchem an 2 feste Punkte angeschlossen wird, nach einander auf sämmtliche gemeinschaftliche Punkte anwendet. Das Secundärnetz sei also an n feste Punkte $P_1^*, P_2^*, \ldots P_n^*$ anzuschliessen. Fügt man dasselbe nun zunächst an die Seite $P_1^*\,P_2^*$, indem man eine dem Secundärnetz ähnliche Figur construirt, deren Seiten im Verhältniss $P_1^*\,P_2^* : P_1\,P_2$ zu jenem stehen, so wird dadurch eine bestimmte Lage des zu übertragenden Punktes P erhalten. Fährt man fort nach und nach an die Seiten $P_1^*\,P_3^*, P_1^*\,P_4^*, \ldots P_1^*\,P_n^*$, darauf an die Seiten $P_2^* P_3^*$, . . $P_2^* P_n^*$ u. s. w. und zuletzt an die Seite $P^*_{n-1} P_n^*$ anzuschliessen, indem man also immer dem Secundärnetz ähnliche Figuren construirt, so erhält man im Ganzen $\frac{n(n-1)}{1.2}$ verchiedene Lagen für den Punkt P. Das arithmetische Mittel aus ihnen giebt die plausibelste Lage des Punktes P an.

Nach II Gl. (5*) und VI Gl. (6) sind die Correctionen, die an die Coordinaten x, y eines beliebigen Punktes P anzubringen sind, wenn das Dreiecksnetz mit den beiden Punkten P_h und P_k, deren Coordinaten x_h, y_h und x_k, y_k sind, an die festen Punkte P_h^* und P_k^* mit den Coordinaten $x_h + \xi_h, y_h + \eta_h$ und $x_k + \xi_k, y_k + \eta_k$ angeschlossen wird:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \frac{1}{2}(\xi_h + \xi_k) - (y - y_{h.k}) \,.\, \Delta\,\vartheta_{h.k} + (x - x_{h.k}) \frac{\Delta\, s_{h.k}}{s_{h.k}} \\ \eta &= \frac{1}{2}(\eta_h + \eta_k) + (x - x_{h.k}) \,.\, \Delta\,\vartheta_{h.k} + (y - y_{h.k}) \frac{\Delta\, s_{h.k}}{s_{h.k}}. \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Hierin bedeuten $x_{h.k}$, $y_{h.k}$ die Coordinaten des Mittelpunktes der Seite $P_h P_k$, während $s_{h.k}$ und $\vartheta_{h.k}$ die Länge und das Azimut derselben bezeichnen und

$$\left.\begin{aligned} \Delta\,\vartheta_{h.k} &= \frac{1}{s_{h.k}^2}\Big\{(x_k - x_h)(\eta_k - \eta_h) - (y_k - y_h)(\xi_k - \xi_h)\Big\} \\ \frac{\Delta\, s_{h.k}}{s_{h.k}} = \frac{1}{Mod}\Delta \log s_{h.k} &= \frac{1}{s_{h.k}^2}\Big\{(x_k - x_h)(\xi_k - \xi_h) + (y_k - y_h)(\eta_k - \eta_h)\Big\} \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

ist.

Solcher Gleichungen (1) giebt es $\frac{n(n-1)}{1.2}$, der Anzahl der Verbindungslinien zwischen den Anschlusspunkten entsprechend. Ist das Quadrat des Fehlers der aus der Gl. (1) erhaltenen Punktlage umgekehrt proportional $g_{h.k}$, mit anderen Worten: gehört zu den Gl. (1) das Gewicht $g_{h.k}$, so geben $\frac{\Sigma\, g\,\xi}{\Sigma\, g}$ und $\frac{\Sigma\, g\eta}{\Sigma\, g}$ die plausibelste Lage des Punktes P nach erfolgtem Anschluss an.

Werden die Gewichte sämmtlich $= 1$ angenommen und setzt man

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{n}\sum \xi_k - \frac{2}{n(n-1)} \sum\left(x_{h.k} \cdot \frac{\Delta\, s_{h.k}}{s_{h.k}} - y_{h.k} \,.\, \Delta\,\vartheta_{h.k}\right) &= A_0 \\ \frac{1}{n}\sum \eta_k - \frac{2}{n(n-1)} \sum\left(x_{h.k} \,.\, \Delta\,\vartheta_{h.k} + y_{h.k} \cdot \frac{\Delta\, s_{h.k}}{s_{h.k}}\right) &= B_0 \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

$$\frac{2}{n(n-1)} \sum \frac{\Delta\, s_{h.k}}{s_{h.k}} = A_1 \qquad \text{und} \qquad \frac{2}{n(n-1)} \sum \Delta\,\vartheta_{h.k} = B_1,$$

so werden die Verschiebungen der Coordinaten des Punktes P infolge des Anschlusses

$$\begin{aligned} \xi &= A_0 + A_1\, x - B_1\, y \\ \eta &= B_0 + B_1\, x + A_1\, y. \end{aligned} \qquad (4)$$

Dadurch wird aber nach VI eine Figur hergestellt, welche dem secundären Netze ähnlich bleibt, und zwar giebt A_1 die Aenderung des

Maassstabes und B_1 die Drehung um den Coordinatenanfang an, die mit dem Netze infolge des Anschlusses vorgenommen wird. Wegen dieser Eigenschaft lässt sich das Verfahren auch benutzen, wenn das anzuschliessende Netz ganz ausserhalb der Anschlusspunkte liegt. Werden Gewichte berücksichtigt, so wird bei einer grossen Anzahl von Anschlusspunkten auch dies Verfahren etwas umständlich.

VIII.

Zu einem anderen Verfahren gelangt man wie folgt: Wenn man bei n Anschlusspunkten die Punkte des secundären Netzes anstatt durch eine Gleichung $(n-1)$ten Grades einfach durch die lineare Beziehung

$$\zeta = c_0 + c_1 z \text{ oder } \begin{cases} \xi = a_0 + a_1 x - b_1 y \\ \eta = b_0 + b_1 x + a_1 y \end{cases} \tag{1}$$

auf das primäre Netz zur Abbildung bringt, so lassen sich nun nicht mehr als zwei der Anschlusspunkte P_k mit den entsprechenden P_k^* zur Deckung bringen. Es wird jedoch überhaupt darauf verzichtet, irgend welche entsprechenden Punkte beider Netze in Uebereinstimmung zu bringen. Zur Bestimmung der Constanten wird vielmehr die Bedingung gestellt, dass nach geschehener Abbildung für die gleichnamigen Punkte beider Netze die Summe der Quadrate der absoluten Beträge der Lagenunterschiede ein Minimum ist.

Durch die Abbildung geht die complexe Coordinate z_k eines anzuschliessenden Punktes P_k in $z_k + (c_0 + c_1 z_k)$ über; da nun die Coordinate des entsprechenden Punktes P_k^* gleich $z_k + \zeta_k$ ist, so wird der Lagenunterschied von P_k^* und P_k nach erfolgter Abbildung $= \zeta_k - (c_0 + c_1 z)$ sein. Die Constanten c_0 und c_1 sollen nun so bestimmt werden, dass

$$\Sigma \left| \zeta_k - (c_0 + c_1 z_k) \right|^2 \text{ ein Minimum} \tag{2}$$

wird. Diese Forderung lässt sich auch durch die folgende ersetzen:

$$\Sigma (\zeta_k - (c_0 + c_1 z_k))(\zeta_k' - (c_0' + c_1' z_k')) = \text{min.}, \tag{2*}$$

worin ζ_k', c_0' u. s. w. bedeuten, dass in ζ_k, c_0 u. s. w. $-i$ an Stelle von $+i$ gesetzt ist. Zur Herstellung des Minimums sind die Ableitungen nach a_0, b_0, a_1, b_1 zu bilden und gleich Null zu setzen. Da aber

$$\frac{\partial c}{\partial a} = 1, \ \frac{\partial c}{\partial b} = +i, \ \frac{\partial c'}{\partial a} = 1, \ \frac{\partial c'}{\partial b} = -i, \text{ also}$$

$$\frac{\partial}{\partial a} + i \frac{\partial c}{\partial b} = 1 + i^2 = 0 \text{ und } \frac{\partial c'}{\partial a} + i \frac{\partial c'}{\partial b} = 1 - i^2 = 2$$

ist, so erhält man zur Bestimmung von c_0 und c_1 die folgenden beiden Gleichungen, wenn man die Ableitung von Gl. (2*) nach a_0 zu der mit $+i$ multiplicirten Ableitung nach b_0, und ebenso die Ableitung nach a_1 zu der mit $+i$ multiplicirten Ableitung nach b_1 addirt:

$$\begin{aligned} c_0 n + c_1 \Sigma z_k &= \Sigma \zeta_k \\ c_0 \Sigma z'_k + c_1 \Sigma z'_k z_k &= \Sigma z'_k \zeta_k, \end{aligned} \tag{3}$$

die dasselbe ergeben, als wenn man Gl. (2*) nach c_0' und c_1' differentiirt hätte. (Die Ableitungen nach c_0 und c_1 würden nichts Neues geben, an Stelle von $+i$ ist nur $-i$ zu schreiben.)

Liegt der Coordinatenanfang im Schwerpunkte der Eckpunkte der Anschlussfigur des secundären Netzes, so ist $\Sigma x_k = 0 = \Sigma y_k$, also auch $\Sigma z_k = 0 = \Sigma z'_k$, und die Auflösung der Gl. (3) giebt alsdann

$$c_0 = \frac{1}{n}\Sigma \zeta_k \text{ und } c_1 = \frac{\Sigma z'_k \zeta_k}{\Sigma z_k z'_k} \tag{4}$$

oder

$$a_0 + ib_0 = \frac{1}{n}\Sigma(\xi_k + i\eta_k) \text{ und } a_1 + ib_1 = \frac{\Sigma(x_k - iy_k)(\xi_k + i\eta_k)}{\Sigma(x_k + iy_k)(x_k - iy_k)}$$

woraus folgt

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{n}\Sigma \xi_k & a_1 &= \frac{\Sigma(x_k \xi_k + y_k \eta_k)}{\Sigma(x_k^2 + y_k^2)} \\ b_0 &= \frac{1}{n}\Sigma \eta_k & b_1 &= \frac{\Sigma(x_k \eta_k - y_k \xi_k)}{\Sigma(x_k^2 + y_k^2)}. \end{aligned} \tag{5}$$

Diese Gleichungen erhält man auch, wenn man $|\zeta_k - (c_0 + c_1 z_k)|^2 = (\xi_k - (a_0 + a_1 x_k - b_1 y_k))^2 + (y_k - (b_0 + b_1 x_k + a_1 y_k))^2$ setzt. Die Gl. (5) sind identisch mit den Formeln, welche Herr Professor Helmert bei einem in der „Längengradmessung", S. 47 benutzten besonderen Verfahren zum Aneinanderfügen zweier Dreiecksnetze erhalten hat. Nach diesem werden die Netze in ihren gemeinschaftlichen Theilen so aufeinandergelegt, dass während gleichzeitig der Maassstab des einen Netzes geändert, die Summe der Quadrate der Abstände gleichnamiger Punkte zum Minimum wird. Dass hiermit das obige Verfahren übereinstimmen würde, war nach der Bedeutung von a_1 und b_1, Gl. (5) unter VI, von vornherein klar.

Ein Uebelstand dieser wie auch der Uebertragung, welche durch die Formeln (2), (3) und (4) unter VII hergestellt wird, besteht darin, dass wenn man nach erfolgter Abbildung die gleichnamigen Punkte zusammenfallen lässt, nur die mit den Anschlusspunkten zusammenhängenden Dreiecke des secundären Netzes verzerrt, die Winkel der anderen Dreiecke dagegen nicht geändert werden.

Man könnte das vorstehende Verfahren auch auf mehr Glieder ausdehnen, also in dem Ausdrucke

$$\zeta_\lambda = c_0 + c_1 z_\lambda + \ldots + c_m z_\lambda^m \quad (\lambda = 1 \,..\, n),$$

wo $m < n-1$ ist, die Constanten nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmen. Es scheint aber dann, selbst wenn man sich der bekannten Auflösung dieser Aufgabe mittelst Determinanten (J. P. Gram, Crelle's Journal Bd. 94) bedient, die Rechnung umständlicher zu werden, als wenn man die Lagrange'sche Interpolationsformel benutzt.

IX.

Auf die Gl. (1) und (5) des vorigen Paragraphen führt in einem besonderen Falle auch das folgende Verfahren.

Man verbinde einen beliebigen Punkt P des secundären Netzes, dessen Lage durch die complexe Grösse z bestimmt sei, mit den Anschlusspunkten $P_1, P_2, \ldots P_n$. Ist dann die Entfernung $P_k P$ gleich r_k und das Azimut von $P_k P$ gleich φ_k, so ist

$$z - z_k = r_k\, e^{i\varphi_k}. \tag{1}$$

Nachdem man nun mit der durch die Punkte $P P_1 P_2 \ldots P_n$ bestimmten Figur eine kleine Drehung b_1 um den Coordinatenanfang im Sinne wachsender Azimute vorgenommen, ausserdem ihre Seitenlängen durch Multiplication mit $(1 + a_1)$ geändert hat, werden die Verbindungslinien $P_1 P, P_2 P, \ldots P_n P$ parallel nach den Punkten $P_1^*, P_2^*, \ldots P_n^*$ verschoben. Die Lage eines Punktes P_k^* ist auch hier wie vorher durch die complexe Grösse $z_k + \zeta_k$ gegeben. Jede der n Parallelen durch die Punkte P_k^* liefert eine Bestimmung für die Lage des Punktes P nach erfolgtem Anschluss.

Aus (1) folgt durch logarithmische Differentiation

$$\frac{dz - dz_k}{z - z_k} = \frac{dr_k}{r_k} + i\, d\, \varphi_k$$

und hieraus, da $r_k + dr_k = r_k(1 + a_1)$, $d\varphi_k = b_1$ und $dz_k = \zeta_k$ sein soll,

$$\zeta - \zeta_k = (z - z_k)(a_1 + i b_1) \tag{2}$$

oder

$$\xi - \xi_k + i(\eta - \eta_k) = (x - x_k + i(y - y_k))(a_1 + i b_1).$$

Durch Trennung des Reellen vom Imaginären findet man

$$\xi - \xi_k = a_1(x - x_k) - b_1(y - y_k)$$
$$\eta - \eta_k = a_1(y - y_k) + b_1(x - x_k).$$

Bezeichnen u_k bezw. v_k die Verbesserungen, welche an ξ und η anzubringen sind, um die plausibelste Lage des Punktes P nach dem Anschluss zu erhalten, so ergeben sich mithin zu seiner Bestimmung die folgenden $2n$ Fehlergleichungen:

$$u_1 + \xi_1 = \xi - a_1(x - x_1) + b_1(y - y_1);\quad v_1 + \eta_1 = \eta - a_1(y - y_1) - b_1(x - x_1)$$
$$u_2 + \xi_2 = \xi - a_1(x - x_2) + b_1(y - y_2);\quad v_2 + \eta_2 = \eta - a_1(y - y_2) - b_1(x - x_2)$$
$$\cdot \qquad \cdot \qquad \cdot \qquad \cdot \qquad \cdot \qquad \cdot$$
$$u_n + \xi_n = \xi - a_1(x - x_n) + b_1(y - y_n);\quad v_n + \eta_n = \eta - a_1(y - y_n) - b_1(x - x_n).$$

Die Unbekannten ξ, η, a_1, b_1 sollen die Bedingung erfüllen, dass

$$\Sigma\, g_k\, (u_k^2 + v_k^2) = \min. \tag{4}$$

wird, worin g_k das zugehörige Gewicht bedeutet.

Wenn man die Bezeichnungen einführt:

$$\Sigma\, g_k = G$$

$$\frac{1}{G}\Sigma\, g_k\, x_k = X \qquad \frac{1}{G}\Sigma\, g_k\, \xi_k = \delta X$$

$$\frac{1}{G}\Sigma\, g_k\, y_k = Y \qquad \frac{1}{G}\Sigma\, g_k\, \eta_k = \delta Y \tag{5}$$

$$s_k^2 = (x - x_k)^2 + (y - y_k)^2,$$

so erhält man aus den Gl. (3) und (4) die nachstehenden Normal-Gleichungen, wenn zuvor noch durch G dividirt ist:

$$\xi \quad . \quad -(x-X)\,a_1+(y-Y)\,b_1=\delta X$$

$$. \quad \eta-(y-Y)\,a_1-(x-X)\,b_1=\delta Y$$

$$-(x-X)\,\xi-(y-Y)\,\eta+\frac{1}{G}\Sigma g_k s_k^2 . a_1 \quad . \quad = \frac{1}{G}\Sigma g_k(x_k\,\xi_k+y_k\,\eta_k)-x.\delta X-y.\delta Y$$

$$+(y-Y)\,\xi-(x-X)\,\eta \quad . \quad +\frac{1}{G}\Sigma g_k\, s_k^2 . b_1 = \frac{1}{G}\Sigma g_k(x_k\,\eta_k-y_k\,\xi_k)-x.\delta Y+y.\delta X.$$

Die Auflösung derselben giebt:

$$\left.\begin{aligned} a_1&=\frac{\Sigma g_k(x_k\,\xi_k+y_k\,\eta_k)-G(X.\delta X+Y.\delta Y)}{\Sigma g_k(x^2{}_k+y^2{}_k)-G(X^2+Y^2)}\\ b_1&=\frac{\Sigma g_k(x_k\,\eta_k-y_k\,\xi_k)-G(X.\delta Y-Y.\delta X)}{\Sigma g_k(x^2{}_k+y^2{}_k)-G(X^2+Y^2)}\end{aligned}\right\}\quad(7)$$

$$\xi=\delta X+(x-X)\,a_1-(y-Y)\,b_1, \quad \eta=\delta Y+(x-X)\,b_1+(y-Y)\,a_1.$$

Fällt der Coordinatenanfang mit dem durch die Gleichungen

$$\Sigma g_k\,x_k=0=\Sigma g_k\,y_k$$

bestimmten Punkte zusammen, so wird

$$a_1=\frac{\Sigma g_k(x_k\,\xi_k+y_k\,\eta_k)}{\Sigma g_k(x^2{}_k+y^2{}_k)};\ b_1=\frac{\Sigma g_k(x_k\,\eta_k-y_k\,\xi_k)}{\Sigma g_k(x^2{}_k+y^2{}_k)} \quad (7^*)$$

$$\xi=\delta X+a_1\,x-b_1\,y \qquad \eta=\delta Y+b_1\,x+a_1\,y.$$

Diese Gleichungen gehen für $g_k=1$ in die Gl. (5) und (1) unter VIII über.

Zu jedem Punkte P werden nach den Gl. (7) bezw. (7*) besondere zu der Figur $PP_1\,..\,P_n$ gehörige a_1 und b_1 berechnet. Sollen für alle Punkte des secundären Netzes nur ein a_1 und ein b_1 zur Anwendung kommen, so würden die Gl. (6) nur den Beitrag eines Punktes zu den Normalgleichungen darstellen. Die entstehenden Endgleichungen werden aber nur in a_1 und b_1 zusammenhängen. In diesem Falle sind für a_1 und b_1 in den ersten beiden Gl. (7) im Zähler und Nenner die angegebenen Ausdrücke über alle Punkte zu bilden.

Durch passende Wahl der Gewichte lässt es sich erreichen dass beide Netze in den Anschlusspunkten übereinstimmen. Dies ist z. B. der Fall, wenn $g_k=\frac{1}{r_k}$ angenommen wird.

(Fortsetzung folgt.)

Personalnachrichten.

Königreich Preussen. Finanzministerium. Die Katastercontroleure Kohts zu Halle a. S., Steuerinspector Kessler zu Burgdorf und Eicker zu Hoya sind in gleicher Diensteigenschaft nach Neuhaldensleben bezw. Halle a. S. und Geldern, und die Katastercontroleure Werner in Neuhaldensleben und Goetze in Wittmund als Katastersecretaire nach Potsdam bezw. Arnsberg versetzt. Der Katasterassistent Möring in Gumbinnen und der Katasterlandmesser Pabst in Cassel sind zu Katastercontroleuren in Wittmund bezw. Burgdorf, und der Katasterlandmesser Raab in Köln zum Katastersecretair in Köslin bestellt worden.

Die Katastercontroleure Friedrich Müller zu Baumholder und Otto Maurer zu Hünfeld sind in gleicher Diensteigenschaft nach Schwelm bezw. Fulda, der Katastercontroleur, Steuerinspector Cremer in Waldbröl und der Katastercontroleur Sennefelder in Schwelm als Katastersecretaire nach Düsseldorf versetzt. Die Katasterlandmesser Reinhard Schneider in Düsseldorf, Sauer in Liegnitz und Strack in Cassel sind zu Katastercontroleuren in Baumholder bezw. Waldbröl und Hünfeld bestellt worden.

Die Katastercontroleure Steuerinspector Schollmeyer zu Krossen und Mex zu Spremberg sind in gleicher Diensteigenschaft nach Kottbus bezw. Krossen versetzt; desgleichen die Katastercontroleure von Baranowski zu Naugard, Sahm zu Rummelsburg und Nudow in Angerburg nach Spremberg bezw. Naugard und Gross-Wartenberg. Die Katasterlandmesser Dziegalowski in Köslin und Tempelhoff in Königsberg i. Pr. sind zu Katastercontroleuren in Rummelsburg bezw. Angerburg, und der Katasterlandmesser Grimsinski in Stettin zum Katastersecretair in Gumbinnen bestellt worden.

Die Katastercontroleure Kutschbach zu Rosenberg O.-S., Steuerinspector Oels zu Rawitsch und Moldenhauer zu Adelnau sind in gleicher Diensteigenschaft nach Grevenbroich, bezw. Rosenberg O.-S. und Rawitsch, die Katastercontroleure Steuerinspector Holl in Kirchberg und Schmidt in Grevenbroich als Katastersecretaire nach Erfurt bezw. Magdeburg versetzt. Die Katasterlandmesser Kropp in Koblenz und Richard Herrmann in Cassel sind zu Katastercontroleuren in Kirchberg bezw. Adelnau bestellt worden.

Der Katastersecretair, Steuerinspector Borchard zu Stade ist in gleicher Diensteigenschaft nach Frankfurt a. O. und der Katastercontroleur Gerber zu Rhaunen nach Bernkastel (Neu-Cues) versetzt; desgleichen die Katastercontroleure Eggert in Bernkastel und Biedermann in Höxter als Katastersecretaire nach Stade bezw. Liegnitz. Die

Katasterlandmesser Budde in Cassel und Hähn sind zu Katastercontroleuren in Rhaunen bezw. Höxter, Lüder in Erfurt und Frommholz in Arnsberg zu Katastersecretairen in Bromberg bezw. Schleswig bestellt worden.

Die Katastercontroleure Steuerinspector Kohles zu Mühlhausen i. Th. und Korth zu Heydekrug (Szibben) sind in gleicher Diensteigenschaft nach Siegen bezw. Mühlhausen i. Th., die Katastercontroleure Steuerinspector Otte in Siegen, Hoesch in Verden und Kreiner in Lüchow als Katastersecretaire nach Lüneburg bezw. Stade und Koblenz, und der Katastersecretair, Steuerinspector Bech in Koblenz als Katastercontroleur nach Verden versetzt. Die Katasterlandmesser Collatz in Schleswig und Endemann in Hannover sind zu Katastercontroleuren in Heydekrug bezw. Lüchow bestellt worden.

Der Katastercontroleur Detzner zu Pr.-Holland ist in gleicher Diensteigenschaft nach Hoya versetzt und dem Katastercontroleur Wilhelm Müller aus Cassel die Verwaltung des Katasteramts Schlüchtern dauernd übertragen. Die Katasterlandmesser Pastorff in Liegnitz und Adamczyk in Posen sind zu Katastercontroleuren in Dannenberg bezw. Pr.-Holland bestellt worden.

Königreich Bayern. S. K. H. der Prinzregent geruhten, den Bezirksgeometer I. Klasse Nep. Weiher in Viechtach nach Deggendorf als Vorstand der dortigen Messungsbehörde zu versetzen, den Kreisgeometer Merkle in Regensburg zum Bezirksgeometer II. Klasse und Vorstand der Messungsbehörde Ochsenfurt, dann den Messungsassistenten Schoder in Bamberg zum Kreisgeometer bei der k. Regierung in Regensburg zu ernennen; ferner den Bezirksgeometer Tobias Eggart auf 1 Jahr in den erbetenen Ruhestand zu versetzen. —

Finanzministerium. Messungspraktikant Wirsing ist zum Messungsassistenten bei der k. Regierung in Augsburg ernannt worden.

Vereinsangelegenheiten.

Ordnung

der

20. Hauptversammlung des Deutschen Geometer-Vereins.

Die 20. Hauptversammlung des Deutschen Geometer-Vereins wird in der Zeit vom 2. bis 5. August 1896 zu

Dresden

nach folgender Ordnung abgehalten werden.

Sonntag, den 2. August.

Vorm. 12 Uhr: Sitzung der Vorstandschaft bei Kneist, Brüdergasse Nr. 2.

Nachm. 4 Uhr: Sitzung der Vorstandschaft und der Abgesandten der Zweigvereine daselbst.

Abends 7 Uhr: Versammlung und Begrüssung der eingetroffenen Theilnehmer in dem an der Elbe gelegenen Italienischen Dörfchen (Helbig), Theaterplatz.

Montag, den 3. August.

Vorm. 9 Uhr: Hauptversammlung und Berathung in der Technischen Hochschule in nachstehender Reihenfolge:

1) Bericht der Vorstandschaft.
2) Festrede des Herrn Professor Dr. Jordan-Hannover „Ueber die Entwickelung des deutschen Vermessungswesens in diesem Jahrhundert.“
3) Vortrag des Herrn Geheimen Regierungsrath Professor a. D. Nagel-Dresden „Ueber die nothwendige Beschaffenheit von Plänen, die als Beweismittel zur Entscheidung von Grenzstreitigkeiten dienen sollen“.
4) Berathung des Entwurfs zu einer neuen preussischen Landmesser-Ordnung. Berichterstatter: Herr Professor Koll-Bonn.
5) Bericht des Rechnungsprüfungs-Ausschusses und Beschlussfassung über Entlastung der Vorstandschaft.
6) Wahl eines Rechnungsprüfungs-Ausschusses für die Zeit bis zur nächsten Hauptversammlung.
7) Berathung des Vereinshaushalts für 1896 und 1897.
8) Neuwahl der Vorstandschaft.
9) Vorschläge für Ort und Zeit der nächsten Hauptversammlung.

Nach Schluss der Versammlung Besichtigung der Ausstellung in den Räumen der Technischen Hochschule.

Nachm. 3 Uhr: Festessen im Concerthause des Zoologischen Gartens. Nach demselben Spaziergang durch den Grossen Garten.

Abends 7 Uhr: Besuch der Ausstellung für das sächsische Handwerk und Kunstgewerbe. Concert.

Dienstag, den 4. August.

Vorm. 9 Uhr: Fortsetzung der Berathungen in der Technischen Hochschule in nachstehender Folge:

1) Mittheilungen über Vermessungen im Königreich Sachsen.

a. Herr Professor Uhlich-Freiberg „Ueber Gradmessung“.

b. Herr Vermessungs-Ingenieur Fuhrmann-Dresden „Ueber die an die Gradmessung anschliessende Triangulation“.

c. Herr Vermessungsdirector Gerke-Dresden „Ueber Stadtvermessungen“.

2) Besprechung der Lage der bei den deutschen Staatseisenbahnen beschäftigten Landmesser „Berichterstatter: Herr Technischer Eisenbahn Secretair Reich.“

Nach Schluss der Versammlung Besichtigung der Ausstellung in der Technischen Hochschule.

Nachm. 3 Uhr: Besuch des Mathematischen Salons und daselbst Vortrag des Herrn Professor Pattenhausen-Dresden „Ueber die Geschichte mathematischer Instrumente“. Hiernach Zusammenkunft in dem an der Elbe gelegenen Italienischen Dörfchen (Helbig), Theaterplatz.

Nachm. 5 Uhr: Fahrt mit dem Dampfschiff nach Loschwitz und mit der Drahtseilbahn nach dem Louisenhof.

Abends 8 Uhr: Beisammensein in dem an der Elbe gelegenen Schillergarten in Blasewitz.

Mittwoch, den 5. August.

Ausflug in die Sächsische Schweiz.

Vorm. $8\frac{1}{2}$ Uhr: Abfahrt mit Dampfschiff nach Wehlen. Spaziergang durch den Wehlener und Uttewalder Grund nach der Bastei. Mittagessen daselbst. Wanderung durch die Schwedenlöcher und den Amselgrund nach Rathen. Rückfahrt mittelst Eisenbahn nach Dresden.

Ueber den Besuch der Königlichen Museen Dresdens wird später Mittheilung gemacht werden.

Während der Dauer der Versammlung wird in den Räumen der Technischen Hochschule eine Ausstellung geodätischer Instrumente, Karten und Bücher stattfinden, zu deren Beschickung ausser den Vereinsmitgliedern auch die mechanischen Werkstätten und Buchhandlungen eingeladen werden.

Wegen Auswahl genügender Räume bitten wir die Aussteller baldmöglichst — spätestens bis zum 1. Juni — unter Angabe des erforderlichen Platzes bei Herrn Professor Pattenhausen unter der Adresse — Technische Hochschule Dresden, Bismarckplatz — sich anmelden zu wollen.

An der Ausstellung werden sich die Technische Hochschule, sowie verschiedene staatliche und städtische Behörden betheiligen.

Die Vorstandschaft des Deutschen Geometer-Vereins.
L. Winckel.

Der Verein praktischer Geometer im Königreich Sachsen ist dem Deutschen Geometer-Verein als Zweigverein beigetreten.

Der Vorstand besteht aus den Herren:

A. Richter, Vermessungsingenieur in Bautzen als Vorsitzendem,
P. Hennicke, Vermessungsingenieur in Dresden-Striessen, Barbarossastrasse 1 als Schriftführer und
E. Ueberall, verpflichteter Geometer in Dresden, Moritzstrasse 15 als Kassirer.

Die Vorstandschaft des Deutschen Geometer-Vereins.
L. Winckel.

Neue Schriften über Vermessungswesen.

Lexikon der gesammten Technik und ihrer Hülfswissenschaften, herausgegeben von Otto Lueger im Verein von Fachgenossen. Deutsche Verlagsanstalt 1896. XI., XII., XIII. Abtheilung. Artikel C bis Dilation.

Hilfstafeln für Coordinaten-Transformation im Dreiecksnetz der bayerischen Landesvermessung, von Dr. J. H. Franke, Steuerrath im K. Bayer. Katasterbureau, im amtlichen Auftrage herausgegeben. München 1895. Druck der Dr. Wild'schen Buchdruckerei (Gebr. Parcus).

Inhalt.

Grössere Mittheilungen: Soldner'sche oder Gauss'sche Coordinaten, von Koll. — Die Conformität in Bayern, von Franke. — Zur Wahl der Art und Lage des Coordinatensystems einer Landesvermessung, von Steiff. — Ueber den Anschluss eines secundären Dreiecksnetzes an ein Hauptnetz, von Krüger (Fortsetzung). — **Personalnachrichten.** — **Vereinsangelegenheiten.** — **Neue Schriften über Vermessungswesen.**

Verlag von Konrad Wittwer Stuttgart. — Druck von Gebrüder Jänecke in Hannover.