

# ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

Organ des Deutschen Geometervereins.

Herausgegeben von

Dr. W. Jordan,  
Professor in Hannover

und

O. Steppes,  
Steuer-Rath in München.

✱

1896.

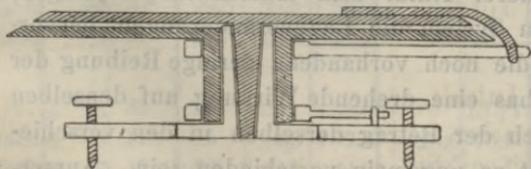
Heft 23.

Band XXV.

—→ 1. December. ←—

## Ueber die Verschiebungen von Alhidade gegen Limbus bei den Repetitionstheodoliten französischer Form.

Im Jahrgang 1894 der „Zeitschrift für Vermessungswesen“ Heft 11, Seite 333 u. f. ist eine von dem Königlichen Landmesser Herrn Friebe verfasste Abhandlung erschienen, betitelt: „Ueber das Mitschleppen des Limbus und verwandte Fehler bei den Repetitionstheodoliten Reichenbach'scher Bauart“. In derselben war durch Versuche bewiesen, dass allem Anschein nach in Folge von Achsenreibung, der Limbus, wenn die Alhidade gedreht wird, ein wenig mitwandert. Es lag nun nahe, auch andere Achsensysteme auf diesen Fehler hin zu untersuchen und besonders geeignet hierfür schien das sog. „französische“ System, bei welchem eine gegenseitige Berührung von Limbus und Alhidade nicht stattfindet. Es wurden daher bei der Firma Max Hildebrandt in Freiburg zwei Mikroskoptheodolite dieser Construction für die geodätische Sammlung der Landwirthschaftlichen Hochschule bestellt. Die Bauart derselben sei in der nachstehenden schematischen Figur dargestellt. Die Alhidade läuft in der Büchse des Dreifusses, der Limbus ausserhalb auf derselben. Die Feststellung der Alhidade gegen den Limbus geschieht durch eine federnde Ringklemme, welche sich um den Limbus, dicht unterhalb des Tellers legt und ihr Widerlager an einem Arm der Alhidade hat. Der Limbus wird festgestellt ebenfalls durch eine um ihn herumgreifende, federnde Ringklemme, die jedoch dicht über dem Dreifuss angebracht und mittelst ihrer Feinbewegung gegen einen Stift des Dreifusses festgelegt ist.



Die Fernrohre beider Instrumente haben eine 30fache Vergrößerung. Der eine Theodolit ist mit Schrauben, der andere mit Schätzmikroskopen ausgerüstet, deren Vergrößerung 25fach ist. Der Limbus hat bei jedem Instrument 17 cm Durchmesser und ist in 10 Minuten getheilt.

Die Trommel des Schraubennikroskopes gestattet Ablesungen von  $\frac{1}{2}$  Sekunde zu machen, der kleinste Schätzungsbetrag beim Schätzmikroskop beträgt 0,05 Minuten. Der mittlere Ablesefehler an einem Schraubennikroskop hat sich aus 160 Beobachtungen zu 1,5'' ergeben, derjenige des Schätzmikroskops ist nicht bestimmt worden, dürfte aber nur wenig grösser sein. Das Instrument mit Schätzmikroskopen sollte überhaupt nur zu Controlbeobachtungen dienen, da es in Folge der grösseren Ablesungseinheit (3'' gegenüber 0,5'') zum Zweck der Untersuchung kleiner Fehlerbeträge weniger geeignet ist. Die Aufstellung der Instrumente erfolgte auf dem Beobachtungsturm der Landwirthschaftlichen Hochschule und zwar auf der nach Süden gelegenen steinernen Fensterbrüstung. Als Zielpunkt wurde die im Innern von Berlin gelegene Dorotheenkirche benutzt, deren Entfernung 1417 m beträgt. Gegen Ende der Untersuchung wurde, da die Dorotheenkirche in Folge starker Rauch- und Staubeentwicklung immer undeutlicher erschien, der Blitzableiter eines etwas näher liegenden Fabrikschornsteins benutzt.

Da es sich zunächst darum handelte, festzustellen, ob überhaupt beim Repetiren mit diesen Instrumenten einseitige Fehler auftreten, wurden die Versuche so angestellt, dass ein Winkel von  $360^\circ$  je 20mal abwechselnd bei rechtsläufiger und linksläufiger Drehung repetirt wurde. Nach jeder 10. Petition wurde abgelesen.

Bei der Drehung und Einstellung des Ziels wurde streng darauf geachtet, dass die Bewegung stetig in demselben Sinne stattfand; es wurde also vor dem Ziel gehalten, geklemmt und dann durch langsames Drehen der Mikrometerschraube in derselben Richtung die Feineinstellung bewirkt. Beim Klemmen zeigte sich, dass sich das Fernrohr im Azimut etwas bewegte; und namentlich bei der Limbusklemme war diese Bewegung so stark, dass man oft die Feineinstellung schon durch die Klemmung selbst erzielen konnte. Nach den Erfahrungen von Herrn Professor Dr. Vogler ist dies eine Erscheinung, welche schon oft bei derartigen federnden Ringklemmen beobachtet worden ist.

Auf diese Weise wurden mit jedem Instrument und in jeder Drehungsrichtung 200 Repetitionen ausgeführt, und auf S. 677 und 678 seien die Resultate dieser Beobachtungen gegeben.

Diese Zahlen zeigen auf's deutlichste, dass eine gegenseitige Beeinflussung der Kreise thatsächlich stattfindet, und man sieht gleichzeitig, dass die Ursachen hierfür anderer Natur sein müssen als diejenigen, welche beim Reichenbach'schen System die Lageveränderungen hervorbrachten, denn wenn wirklich die noch vorhandene geringe Reibung der Alhidadenklemme auf dem Limbus eine drehende Wirkung auf denselben ausüben würde, so könnte doch der Betrag derselben in den verschiedenen Drehungsrichtungen nicht so ungemein verschieden sein. Ausserdem fällt es noch auf, dass die Werthe, welche in jeder Reihe vorkommen, sehr starke Grössenschwankungen aufweisen.

### Schraubenmikroskoptheodolit.

Rechtsläufig							Linksläufig						
Datum	Zeiger I		Zeiger II		Mittel	Fehler	Dat.	Zeiger I		Zeiger II		Mittel	Fehler
"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
7./II.	0 40	42	42,5	41	0 41,4		7./II.	4 42	42	38	38	4 40,0	
10fach	0 4	4	4	4	0 4,0	- 37,4	10 f.	56	57	54	58	4 56,2	+ 16,2
20fach	9 42	42	38	38	9 40,0	- 24,0	20 f.	10	14	11	12,5	4 11,9	- 44,3
10./II.	8 18	20,5	17	23	8 19,6		10./II.	7 31	37	28	33	7 32,2	
10fach	7 50,5	53,5	49	54	7 51,8	- 27,8	10 f.	45	47	43	47	7 45,5	+ 13,3
20fach	7 31	37	28	33	7 32,2	- 19,6	20 f.	59	62	55	61	7 59,2	+ 13,7
13./II.	2 27,0	23,0	31,5	31,0	2 28,1		13./II.	1 13,5	10	19	13	1 13,9	
10fach	1 46	45	43	46	1 45,0	- 43,1	10 f.	0 40	40	44	42	0 41,5	- 32,4
20fach	1 13,5	10	19	13	1 13,9	- 31,1	20 f.	0 54	56	58	57,5	0 56,4	+ 14,9
12./IV.	1 38	41	43,5	41	1 40,9		12./IV.	1 42,5	47	46,5	46	1 45,5	
10fach	35	39,5	39	35,5	1 37,2	- 3,7	10 f.	52,0	58	56,5	55,5	1 55,5	+ 10,0
20fach	42,5	47	46,5	46	1 45,5	+ 8,3	20 f.	2 10	12	11	13,5	2 11,6	+ 15,1
3./V.	0 5	7,5	14	15,5	0 10,5		3./V.	2 17,5	20,5	24	25	2 21,8	
10fach	4 52,5	50,5	57	59	4 54,8	- 15,7	10 f.	18	19,5	18	20,5	2 19,0	- 2,8
20fach	4 33	37,5	38	41,5	4 37,5	- 17,3	20 f.	16,5	17	15,5	20	2 17,2	- 1,8
3./V.	2 16,5	17	15,5	20	2 17,2		4./V.	1 57	57	62	64	1 60,0	
10fach	2 8	10,5	12	16,5	2 11,8	- 5,4	10 f.	2 15	17	15	18	2 16,2	+ 16,2
20fach	1 57	57	62	64	1 60,0	- 11,8	20 f.	2 0	03,5	4	2	2 02,4	- 13,8
4./V.	2 0	3,5	4	2	2 2,4		4./V.	1 36,5	38	35,5	37	1 36,8	
10fach	1 48	49	46	47,5	1 47,6	- 14,8	10 f.	46	46	47	48	1 46,8	+ 10,0
20fach	1 36,5	33	35,5	37	1 36,8	- 11,2	20 f.	40	40,5	41	45	1 41,6	- 5,2
12./V.	2 16	20	10,5	12	2 14,6		12./V.	1 43,0	44,0	39,5	42,5	1 42,2	
10fach	0,5	6,0	2,5	2,5	2 2,9	- 11,7	10 f.	46,5	52,0	42,5	42,0	1 45,8	+ 3,6
20fach	1 43,0	44,0	39,5	42,5	1 42,2	- 20,7	20 f.	26,0	32,0	20,0	17,5	1 23,9	- 21,9
12./V.	1 26	32	20,0	17,5	1 23,9		13./V.	4 18	19,5	14,0	16,5	4 17,0	
10fach	29	34	29,5	30,5	1 30,8	+ 6,9	10 f.	36	36	34	36	4 35,5	+ 18,5
20fach	27,5	29	22,5	22,0	1 25,2	- 5,6	20 f.	33	35	28	28	4 31,0	- 4,5
13./V.	4 33	35	28	28	4 31,0		13./V.	3 47	47	42	42,5	3 44,6	
10fach	4 9	11	5	4,5	4 7,4	- 23,6	10 f.	49	51,5	44	46	3 47,6	+ 3,0
20fach	3 47	47	42	42,5	3 44,6	- 22,8	20 f.	4 17	17	10,5	13	4 14,4	+ 26,8
	855,0	933,0	884,5	890,5	900,8	-332,1		1017,0	1075,0	1000,5	1040,5	1033,2	+ 24,6
		900,8						1033,2					

## Schätzmikroskoptheolith.

Rechtsläufig					Linksläufig						
Datum	Zeiger		Mittel	Fehler	Bemerk.	Datum	Zeiger		Mittel	Fehler	Bemerk.
	I	II					I	II			
4./II.	23,85	23,95	23,90			4./II.	22,95	23,15	23,05		
10fach	23,50	23,70	23,60	- 0,3		10fach	22,65	22,85	22,75	- 0,30	
20fach	22,95	23,15	23,05	- 0,55		20fach	22,6	22,7	22,65	- 0,10	
5./II.	21,85	22,05	21,95			5./II.	22,4	22,5	22,45		
10fach	21,45	21,60	21,52	- 0,43		10fach	22,2	22,4	22,30	- 0,15	
20fach	21,20	21,35	21,28	- 0,24		20fach	21,85	22,05	21,95	- 0,35	
30fach	20,95	21,10	21,02	- 0,26							
40fach	21,10	21,25	21,18	+ 0,16		5./II.	21,10	21,25	21,18		
						10fach	21,25	21,45	21,35	+ 0,17	
						20fach	21,40	21,55	21,48	+ 0,13	
5./II.	22,65	22,85	22,75			5./II.	22,65	22,75	22,70		
10fach	22,35	22,40	22,38	- 0,37		10fach	22,40	22,65	22,52	- 0,18	
20fach	22,10	22,20	22,15	- 0,23		20fach	22,65	22,85	22,75	+ 0,23	
4./V.	5,60	5,55	5,58			4./V.	5,45	5,3	5,38		
10fach	5,55	5,45	5,50	- 0,08		10fach	5,3	5,1	5,20	- 0,18	
20fach	5,45	5,30	5,38	- 0,12		20fach	5,5	5,3	5,40	+ 0,20	
5./V.	5,50	5,30	5,40			5./V.	5,4	5,25	5,32		
10fach	5,55	5,40	5,48	+ 0,08		10fach	5,95	5,75	5,85	+ 0,53	
20fach	5,40	5,25	5,32	- 0,16		20fach	6,1	5,95	6,02	+ 0,17	
5./V.	6,10	5,95	6,02			5./V.	5,75	5,7	5,72		
10fach	5,90	5,80	5,85	- 0,17		10fach	5,9	5,75	5,82	+ 0,04	
20fach	5,75	5,70	5,72	- 0,13		20fach	5,9	5,7	5,80	- 0,02	
5./V.	4,65	4,75	4,70			5./V.	3,9	4,1	4,00		
10fach	4,25	4,45	4,35	- 0,35		10fach	4,05	4,15	4,10	+ 0,10	
20fach	3,90	4,10	4,00	- 0,35		20fach	3,9	4,0	3,95	- 0,15	
6./V.	3,90	4,00	3,95			6./V.	3,9	4,1	4,00		
10fach	3,70	3,90	3,80	- 0,15		10fach	4,05	4,2	4,12	+ 0,12	
20fach	3,90	4,10	4,00	+ 0,20		20fach	3,55	3,75	3,65	- 0,47	
12./V.	7,65	7,80	7,72			12./V.	8,10	8,25	8,18		
10fach	7,25	7,40	7,32	- 0,40		10fach	8,10	8,30	8,20	+ 0,02	
20fach	6,95	7,10	7,02	- 0,30		20fach	7,65	7,80	7,72	- 0,48	
	120,90	122,90	121,89	- 4,15			124,55	126,60	125,56	- 0,77	
		121,90		- 249'			125,57			- 46,2'	

Der nächste Gedanke war nun der, festzustellen, ob diese Abweichungen allein in Folge Drehung der Alhidade erzeugt wurden, oder ob auch die Limbusbewegung ihren Theil daran hätte. Zu diesem Zweck wurde folgende Versuchsreihe angestellt: Der Limbus wurde geklemmt, das Fernrohr auf ein Ziel gerichtet, die Mikroskope abgelesen, nach einer vollen rechtsläufigen Alhidadendrehung das Ziel wieder eingestellt und abgelesen und dasselbe in linksläufigem Sinne ausgeführt; alsdann wurde der Kreis verstellt und dasselbe Verfahren wiederholt.

In dieser Weise wurden 20 Beobachtungen ausgeführt und fernere 20, indem die Drehung erst links und dann rechts erfolgte. Die Beobachtungen mit ihren Resultaten seien auf S. 680 u. 681 gegeben.

Es zeigt sich in dieser Beobachtungsreihe, dass in der That die Abweichung in Folge rechtsläufiger Drehung der Alhidade bedeutend grösser ist als bei linksläufiger. Der Grund für dieses verschiedene Verhalten bei entgegengesetzter Drehung kann vielleicht darin liegen, dass sich die Ringklemme bei rechtsläufiger Drehung an den Limbus anpresst, während bei linksläufiger Drehung ein selbstthätiges Oeffnen derselben erfolgt.

Dieses verschiedene Verhalten würde jedoch nicht der einzige Grund sein können für die bei den Repetitionen beobachteten Differenzen, denn es stellt sich das Verhältniss der Fehler in unserer Reihe wie  $\frac{43,2 + 43,6}{2,6 + 12,5} = 6 : 1$ , während es bei den Repetitionsbeobachtungen etwa 25 : 1 beträgt.

Um nun auch zu ermitteln, ob und eventuell welchen Antheil die Drehung des Limbus an der gegenseitigen Verschiebung der Kreise hat, wurde das oben beschriebene Verfahren wiederholt, nur mit dem Unterschied, dass jetzt die Alhidade festgeklemmt wurde und die Drehung durch den Limbus erfolgte. Zunächst wurde wieder in derselben Weise wie vorher das Ziel jedesmal eingestellt, bis eine Ueberlegung zeigte, dass dies eigentlich völlig überflüssig sei, da ein Mehr oder Weniger der Drehung innerhalb ziemlich weiter Grenzen ohne jeden Einfluss auf die Verschiebung der Kreise gegen einander sein muss, es wurde daher jetzt nur noch um ungefähr  $360^0$  gedreht. Auf diese Weise war das Auge des Beobachters nicht mehr während der Drehung in Anspruch genommen, es konnte das Mikroskop schon vor der Beendigung der Drehung beobachtet werden. Es zeigte sich alsdann beim Klemmen des Limbus eine deutlich wahrnehmbare Verschiebung der Kreise gegen einander, diese steigerte sich noch, als die Mikrometerschraube ein wenig gedreht wurde. Nachdem durch wiederholte Beobachtung festgestellt war, dass diese Erscheinung nicht rein zufällig auftrat, musste das nunmehr unbrauchbar gewordene Verfahren aufgegeben und eine neue Beobachtungsweise eingeführt werden. Dies geschah folgendermaassen: Es wurde die Alhidade geklemmt und abgelesen, alsdann der Limbus



**Limbus festgeklemmt.**

Datum	A					B					C					
	Zeiger I	Zeiger II	Mittel	B—A	C—B											
14./V. 96	0	64	62,0	61,5	57	60,8	66,5	58	57	61	66,5	53	61	57,9	— 1,2	— 2,9
	1	51	47,2	49	48,5	46,6	49,5	42	42	48	49	41	48	45,2	— 0,6	— 1,4
	4	35	30,9	36	35	31,4	31,4	27	27	34	34	29	34	30,9	— 0,5	— 0,5
	3	65	63,1	62	63,5	62,5	63,5	62	62,5	62	64	56	59	60,2	— 0,6	— 2,3
	4	25	23,4	28	28	21	24,6	28	21,5	26	28	20,5	20,5	23,8	— 1,2	— 0,8
	2	36,5	30,2	36	31,5	24	28,9	32	24	34	32	32	24,5	29,0	— 1,3	— 0,1
	2	31,5	28,5	32,5	32	26,5	29,2	44	26	34	34,5	28	23	29,9	— 0,7	— 2,2
	0	51	48,2	51	51,5	43	47,4	51,5	43	50	48	42	42	45,2	— 0,8	— 2,2
	3	45	43,1	47,5	49	38	45,1	46	38	46	47,5	43	39	43,9	— 0,0	— 0,8
	1	13,5	11,4	16	20	13	15,0	20	11	14,5	14,5	8,5	6,5	11,0	— 3,6	— 4,0
	4	32	32,0	33,5	34,5	33	33,5	33,5	33	32,5	35	29	27	30,9	— 1,5	— 2,6
	1	60,5	57,2	57,5	61	56	54,5	57,2	55	55	58	56	54	55,8	— 0,0	— 1,4
	3	48	46,2	49	52	50	47	49,5	47	47	50	44	42,5	45,9	— 3,3	— 3,6
	0	31	31,1	33	33	34	33,0	33	34	31	34	26	25	29,0	— 2,1	— 4,2
1	19	17,2	17,5	17	15	14,5	17	15	16	16,5	11	10,5	13,5	— 1,9	— 3,5	
1	53	50,0	56,0	54	51	53,8	51	54	51	50,5	46	50	49,4	— 1,2	— 2,5	
1	16	15,5	19	20	17	18,0	17	16	14	15	9	10	12,0	— 3,8	— 4,4	
4	15	14,0	17	20	13	15,0	17	13	16	19,5	12	11	14,6	— 2,5	— 6,0	
1	19	15,0	17,5	17	12	14,9	17	12	13	14	10	10	12,4	— 1,0	— 0,4	
	751,5	782,5	760,5	776,0	779,6	719,6	725	751,5	621,5	605,5	676,0	— 43,6	— 2,5	— 2,5	— 0,1	— 2,5
	707,4					719,6					675,9					

geklemmt, wiederum abgelesen, dann die Mikrometerschraube des Limbus  $\frac{1}{2}$  mal im rechtsläufigen Drehungssinne bewegt und nochmals abgelesen. Dies Verfahren wurde 10mal wiederholt und weitere 10mal mit dem Unterschied, dass die Drehung der Mikrometerschraube  $\frac{1}{2}$  mal linksläufig erfolgte.

In Nachstehendem S. (683) seien wiederum die Beobachtungen mit ihren Resultaten gegeben.

Diese Beträge sind so unerwartet gross, dass eine völlig befriedigende Deutung bis jetzt noch nicht gefunden wurde. Die Abweichung beim Klemmen des Limbus liesse sich vielleicht noch dadurch erklären, dass eine Deformation der Limbusachse eintritt, in Folge des starken Drucks der Ringklemme und diese Deformation auch auf die Alhidadenklemme einen Einfluss ausübt. Unerklärlich dagegen bleibt der grosse Fehlerbetrag bei der rechtsläufigen Drehung der Mikrometerschraube, denn wenn man wirklich ein Zurückbleiben der Alhidade in Folge von Achsenreibung als Grund annehmen wollte, so müsste doch dieser Fehler wenigstens näherungsweise bei entgegengesetztem Drehungssinn gleiche Grösse haben.

Nachdem nun diese unerwarteten Fehlerquellen gefunden waren, liessen sich auch die grossen Schwankungen der Fehlerbeträge bei den Repetitionsmessungen erklären, denn wie schon erwähnt, fand ziemlich häufig die Feineinstellung des Limbus nicht mit seiner Mikrometerschraube, sondern allein durch Anziehen der Klemmschraube statt und dadurch wurde gerade das Auftreten des grössten Fehlers ein zufälliges.

Es lag nun die Vermuthung nahe, dass auch beim Klemmen und Feineinstellen der Alhidade ähnliche Fehler auftreten, und um dies zu constatiren, wurde ausserhalb des Instrumentes ein Mikroskop aufgestellt und auf die Theilung gerichtet, es liess sich jedoch trotz vielfacher Beobachtung irgend welche Abweichung nicht ermitteln.

Die linksläufige Drehung der Limbusmikrometerschraube entspricht einer rechtsläufigen derjenigen der Alhidade, so dass in der That der hohe Betrag des bei rechtsläufiger Repetition entstandenen Fehlers erklärt ist, denn aus den gemachten Beobachtungen ergibt sich, dass bei 10maliger Drehung der Fehlbetrag ist

bei der Alhidade	—	21	
beim Limbus	—	16	
		—	4
Summa	—	41	(da angenommen wurde, dass etwa nur zur Hälfte der Beobachtungen die Mikrometerschraube be- nutzt wurde).

Bei 200maliger Drehung würde auf diese Weise allerdings sich der Betrag — 820 ermitteln, während er thatsächlich nur etwa — 330 beträgt, das liesse sich jedoch wohl dadurch erklären, dass eine Fehleranhäufung in so regelmässiger Weise, wie sie die theoretische Berechnung voraussetzt, nicht stattfindet.



Anders gestaltet sich jedoch die Berechnung bei der linksläufigen Drehung, theoretisch würde sich ergeben für die 10malige Drehung

der Alhidade + 3

des Limbus — 15

+ 25 (da wiederum angenommen  
wird, dass nur zur Hälfte bei  
den Beobachtungen das Mikrometerwerk benutzt wurde)

Summa + 13

oder bei 200facher Repetition + 260 gegen + 25 der Beobachtung, diese Differenz lässt sich wie vorher nicht erklären und es bleibt nur noch übrig anzunehmen, dass entweder ausser den schon ermittelten noch andere Fehlerquellen vorhanden sind, oder was vielleicht grössere Wahrscheinlichkeit hat, dass bei der letzten Beobachtungsserie die Zahl der Beobachtungen zu gering ist, so dass sich vielleicht gerade einige ungünstige Werthe zusammengefunden haben. Leider fehlt es an Zeit, diesen Punkt noch näher zu untersuchen, soviel jedoch ist wohl durch alle Beobachtungen festgestellt worden, dass Instrumente der besprochenen Bauart für feine Messungen ungeeignet sind und anscheinend hauptsächlich in Folge Anwendung des Ringklemmensystems.

*Nippa*, Königl. Landmesser,

Assistent für Geodäsie an der Landw. Hochschule zu Berlin

## Gesamtverzerrung von Coordinaten.

Auf S. 212 d. Zeitschr. schreibt Herr Landmesser Schulze bei Gelegenheit der interessantesten Controverse über Gauss'sche oder Soldner'sche Coordinaten den Ausdruck:

$$(1) K = \iint \{(k_1 - 1)^2 + (k_2 - 1)^2\} \sqrt{eg - f^2} dx dy$$

dem „Mémoire sur la Représentation des Surfaces“ von Tissot 1881 zu, und dies wird auch von Jordan (S. 214 und S. 215) citirt („dass nach Tissot das Verhältniss besteht“; „was nun nach Tissot 1881 „Gesamtverzerrung“ benannt wird“). Da entsprechende Andeutungen nun auch in die soeben erschienene 4. Aufl. 1896 des „Handbuchs der Vermessungskunde, III. Bd.“ von Jordan (S. 293 u. sonst) übergegangen sind, halte ich es für angezeigt, darauf hinzuweisen, dass die Gleichung (1) nicht von Tissot herrührt, der sich in seinem Buche nirgends mit „Integrationen für die linearen Verzerrungselemente“ beschäftigt. Die Gleichung (1) ist vielmehr nach Airy (Philosoph. Magaz., 22. Band, S. 414, 1861 Decbr.; verbessert von Clarke 1879) oder nach Fiorini [Projez. delle Carte geografiche 1881, S. 44, Gl. (76)] zu benennen, die neben Andern (z. B. Jordan, Zeitschr. 1875, S. 338—340 und 1896, S. 249—252) sich mit solchen Integrationen beschäftigt haben. Auch der Unterzeichnete hat in seinem Buch „Ueber die geogr. wichtigsten Karten-

proj.“ (1889) diese Integrationen besprochen (S. 82 ff.), mit dem Hinweis: „Man hat schon verschiedene Wege vorgeschlagen, um zu einem Ausdruck für den oder die „Gesamtfehler“ einer Karte zu kommen, ohne dabei eine gewisse Willkür vermeiden zu können“; er führt dann die Untersuchung von Mittelwerthen der Verzerrungselemente in anderer Weise als Fiorini durch (a. a. O. S. 84—87).

Alle diese Untersuchungen von Airy, Clarke, Fiorini u. A. sind aber nicht mit Rücksicht auf die Bedürfnisse der Triangulirung, vielmehr zu ganz andern Zwecken angestellt, und es war nicht richtig, sie überhaupt in die Discussion über das zweckmässigste Coordinatensystem für die Triangulirungspunkte einer Landmessung hereinzuziehen. Allerdings vermögen die „neueren Theorien“ (Jordan, Handbuch III. Bd., 4. Aufl. 1896, S. 293), die auf den Tissot'schen Hauptsatz sich gründen (zu denen aber die Ausdrücke  $\iint \dots dx dy$  nicht unmittelbar gehören), auch neue Wege zur Vergleichung der Coordinatensysteme der Landmessung zu zeigen und hier wäre, auch nach allem darüber Vorliegenden, noch manches zu thun. Dass aber Ausdrücke von der Form der obenstehenden Gleichung (1) zu dieser Vergleichung nichts beitragen können, dass insbesondere die Ueberlegenheit der Gauss'schen Coordinaten über die Soldner'schen für die Kleintriangulirungszwecke (diese für sich allein in's Auge gefasst) durch sie nicht umgestossen werden kann, brauche ich zum Schluss, nach dem Vorstehenden, kaum nochmals hervorzuheben; wenn auch eine nähere Begründung, die ich vielleicht später einmal hier zu geben versuchen kann, nicht ohne Interesse wäre.

Stuttgart, October 1896.

*Hammer.*

Die vorstehende Berichtigung, betreffend die Herkunft der Formeln von S. 212, ist uns insofern erwünscht, als sie Gelegenheit gibt, unsere eigenen, schon damals im April d. J. gemachten Bemerkungen hier nachzutragen.

Dass die Formel für  $K$  auf S. 212 nicht in dem bekannten Buche von Tissot kommt, hatte ich vor Schreibung der kurzen Zeilen S. 214—215 durch Nachschlagen erkannt, aber in der damaligen scharfen Discussion schien es auf eine solche formelle Richtigkeit des Citates nicht anzukommen, und schriftliche und später (Septbr. d. J.) mündliche Erörterung darüber mit Herrn Schulze hat ergeben, dass auch dieser das Citat Tissot S. 212 nicht aufrecht erhält, sondern auf ein Versehen zurückführt. Indessen bei der Unerheblichkeit der Sache haben wir nicht öffentlich berichtigt und der Berichtigung von Hammer wird daher stattgegeben.

Mehr sachlich betrachtet gibt jene Discussion allerdings Veranlassung, die Bedeutung aller solcher Integrationen für Triangulirungs- und Polygonisirungszwecke sehr in den Hintergrund zu stellen, wie ich ja

auch schon auf S. 215 die Bemerkung machte, dass jene  $\int \int \dots dx dy$  aus Jahrzehnte zurückliegenden „Lehrjahren“ stammen.—

Für Landkarten-Projectionen behalten jene Fehler-Integrationen zweifellos ihren Werth, weil dort von Messungen selbst garnicht die Rede ist, sondern nur von graphischer Darstellung der Messungen; was aber ihre Anwendung auf Geodäsie betrifft, so hatten wir darüber schon zu S. 249—252 eine Betrachtung geschrieben, aber im Druck auf S. 252 weggelassen (um nicht in dieser Sache zu viel selbst das Wort zu ergreifen), welche nun aber aus Veranlassung der Hammer'schen Einsendung nachgetragen werden mag:

Die Tissot'schen Theorien, 1881, in Deutschland mit fast zu viel Begeisterung aufgenommen, beanspruchen eine Art von erschöpfendem Kriterium aller Kartendarstellungen zu sein, können aber zunächst in unserem Falle schon deswegen kaum mitreden, weil bei ihnen im Vergleich mit den Verzerrungsfehlern die Messungsfehler selbst gleich Null gelten, was im Feld- und Landmessen nicht angeht, wie wir schon auf S. 201 dargelegt haben.

Jene Theorien sind nach ihrem Erscheinen 1881 vielfach überschätzt worden, als ob man nun das praktische Urtheil darüber, welche Art von Projection für den einzelnen Fall oder den besonderen Kartenzweck die beste sei, nicht mehr, oder nicht mehr in erster Linie nöthig hätte, als ob man nur ein Tissot'sches oder sonstiges Doppel-Integral auszuwerthen brauchte, um eine Kartenprojectionsart gegen eine andere abzuwägen.

Kein Seemann wird sich durch ein solches Integral, das etwa zu Ungunsten seiner Mercatorkarte spricht, diese rauben lassen, weil er weiss, dass er in dieser seine Curse am besten absetzen kann, und dass in ihnen seine loxodromische Fahrt sich als Gerade darstellt; und ganz ähnlich verhält es sich in der Beziehung der conformen Projection zur Triangulirung und Polygonisirung.

J.

## Die Berechnung des mittleren Fehlers von Richtungsbeobachtungen bei vollen Sätzen;

von Paul Uhlich, Professor für Markscheidekunde und Geodäsie an der Königlichen Berg-Akademie zu Freiberg in Sachsen.

Herr Professor Dr. W. Jordan gibt in seinem Werke: Handbuch der Vermessungskunde, 2. Band, 3. Aufl., auf S. 214—217 ein Verfahren zur Bestimmung des mittleren Richtungsfehlers bei vollen Sätzen. Da dieses Verfahren etwas umständlicher ist als das folgende in Sachsen gebräuchliche, so möge das letztere hier seinen Platz finden. Die Rich-

tigkeit des Verfahrens ist aus den allgemeinen Bessel'schen Gleichungen für die Ausgleichung von Richtungsbeobachtungen leicht abzuleiten.

Es seien unter Beibehaltung der Jordan'schen Bezeichnung die  $s$  Zielpunkte: 1, 2, 3, . . .  $s$ . in  $G$  vollen Sätzen beobachtet worden. Werden diese Beobachtungen auf die Richtung nach dem einen Zielpunkt, etwa 1 als Nullrichtung reducirt, so mögen in der Zusammenstellung diese Beobachtungswerthe  $l$  sein:

Satz	Zielpunkt					
	1	2	3	. . . . .	$s - 1$	$s$
I	$l'_I = 0$	$l''_I$	$l'''_I$	. . . . .	$l^{s-1}_I$	$l^s_I$
II	$l'_{II} = 0$	$l''_{II}$	$l'''_{II}$	. . . . .	$l^{s-1}_{II}$	$l^s_{II}$
III	$l'_{III} = 0$	$l''_{III}$	$l'''_{III}$	. . . . .	$l^{s-1}_{III}$	$l^s_{III}$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
$G$	$l'_G = 0$	$l''_G$	$l'''_G$	. . . . .	$l^{s-1}_G$	$l^s_G$
Summe	$[l'] = 0$	$[l'']$	$[l''']$	. . . . .	$[l^{s-1}]$	$[l^s]$
Anzahl	$G$	$G$	$G$	. . . . .	$G$	$G$
Mittel	$x' = 0$	$x''$	$x'''$	. . . . .	$x^{s-1}$	$x^s$

Dieser Zusammenstellung ist am Fusse gleich die Berechnung der arithmetischen Mittel  $x$  der einzelnen Richtungen, welche die wahrscheinlichsten Werthe darstellen, beigefügt.

Bezeichnet man nun ferner die Abweichungen der Einzelbeobachtungen vom arithmetischen Mittel mit  $v$  und den entsprechenden Indices, so erhält man diese  $v$  wieder in der Zusammenstellung:

Satz	Zielpunkt						Horizontale Summe
	1	2	3	. . . . .	$s - 1$	$s$	
I	$v'_I = 0$	$v''_I$	$v'''_I$	. . . . .	$v^{s-1}_I$	$v^s_I$	$[v_I]$
II	$v'_{II} = 0$	$v''_{II}$	$v'''_{II}$	. . . . .	$v^{s-1}_{II}$	$v^s_{II}$	$[v_{II}]$
III	$v'_{III} = 0$	$v''_{III}$	$v'''_{III}$	. . . . .	$v^{s-1}_{III}$	$v^s_{III}$	$[v_{III}]$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
$G$	$v'_G = 0$	$v''_G$	$v'''_G$	. . . . .	$v^{s-1}_G$	$v^s_G$	$[v_G]$
Summe	0	0	0	. . . . .	0	0	0

In vorstehender Zusammenstellung sind ausser den verticalen Summen, die nothwendiger Weise bis auf Rechnungsgrössen gleich Null sein müssen, auch die horizontalen Summen für jeden Satz gebildet worden,



2. Zusammenstellung der  $v$  und  $[v]$ :

Satz	Zielpunkt			Horizontal- Summe
	Martin	Wassethurm	Tönjesberg	
	$v''$	$v'''$	$v^s$	$[v]$
I	— 4,4	— 2,8	— 0,1	— 7,3
II	+ 2,4	+ 1,0	+ 0,0	+ 3,4
III	+ 3,0	+ 1,7	— 1,1	+ 3,6
IV	— 1,2	+ 0,1	+ 1,0	— 0,1
Summe	— 0,2	0,0	— 0,2	— 0,4

Hieraus berechnet sich:

$$[vv] = 49,52$$

$$\text{ferner } [v][v] = 77,82, s = 4$$

$$\frac{1}{s} [v][v] = 19,45$$

also

$$[VV] = [vv] - \frac{1}{s} [v][v] = 49,52 - 19,45 = 30,07,$$

wie in dem angezogenen Beispiel auf Seite 217 unter (8) angegeben.

## Personalnachrichten.

**Königreich Preussen.** S. M. der König geruhen dem Katastercontroleur, Steuerinspector Brunnemann zu Lauban den Rothen Adler-Orden 4. Kl. zu verleihen.

Finanzministerium. Der Katastercontroleur, Steuerinspector Klein zu Karden ist nach Andernach versetzt und der Katasterlandmesser Diedrich in Minden zum Katastercontroleur in Karden bestellt worden. — Die Katastercontroleure, Steuerinspector Ausner zu Frankfurt a. O., Hahn zu Frankenberg und Thiwissen zu Soldin sind in gleicher Diensteigenschaft nach Schweidnitz bzw. Witzhausen und Frankfurt a. O. versetzt. Die Katasterlandmesser Walther Schäfer in Bromberg und Wilhelm Schulz in Aachen sind zu Katastercontroleuren in Soldin bzw. Frankenberg bestellt worden. — Der Katastercontroleur, Steuerinspector Trapmann zu Sangerhausen ist als Katastersecretair nach Wiesbaden und der Katastercontroleur Meider zu Rupp in gleicher Diensteigenschaft nach Sangerhausen versetzt; der Katasterlandmesser Schütter in Koblenz ist zum Katastercontroleur in Rupp bestellt worden.

Ministerium für Landwirthschaft, Domainen u. Forsten. Der bisherige Landmesser Vonschott zu Fulda ist zum königl. Oberlandmesser ernannt worden.

**Königreich Bayern.** S. K. H. der Prinzregent geruhen den gepr. Geometer Josef Oberarpbacher zum k. Katastergeometer beim Katasterbureau zu ernennen.

Finanzministerium. Der gepr. Geometer Wilhelm Strobel wurde zum Messungsassistenten für den Bezirk der k. Regierung der Oberpfalz, dann der gepr. Geometer Georg Gutermann für den Bezirk der k. Regierung von Schwaben ernannt.

Die Akademie der Wissenschaften hat den Director des Königlich Preussischen Geodätischen Instituts Geheimen Regierungsrath Professor Helmert zum correspondirenden Mitgliede ernannt.

**Königreich Württemberg.** Seine Königl. Majestät haben vermöge allerhöchster Entschliessung vom 9. November d. J. den proviso- rischen Bezirksgeometer Gropper in Horp zum Bezirksgeometer für die Oberamtsbezirke Horb und Rottenburg mit dem Amtssitz in Horb ernannt.

## Vereinsangelegenheiten.

Dem Auftrage der 20. Hauptversammlung des Deutschen Geometer-Vereins Folge gebend, hat die Vorstandschaft an S. Exc. den Kgl. preuss. Herrn Minister der öffentlichen Arbeiten ein Bittgesuch um Verbesserung der Lage der Eisenbahnlandmesser gerichtet, dessen Wortlaut demnächst in der Zeitschrift für Vermessungswesen veröffentlicht werden wird.

Hoffen wir, dass demselben der Erfolg nicht fehlen möge.

Die Vorstandschaft des Deutschen Geometer-Vereins.

*L. Winckel.*

 Eine schon am 23. September eingegangene Abhandlung von Vogeler in Schwerin, betreffend die Frage der conformen Projection (S. 473—478) konnte aus verschiedenen Gründen bis jetzt nicht zum Abdruck gebracht werden und wird im nächsten Hefte erscheinen, was auf Wunsch des Einsenders hiermit mitgetheilt wird.

## Inhalt.

**Grössere Mittheilungen:** Ueber die Verschiebungen von Alhidade gegen Limbus bei den Repetitionstheodoliten französischer Form, von Nippa. — Gesamtverzerrung von Coordinaten, von Hammer. — Die Berechnung des mittleren Fehlers von Richtungsbeobachtungen, von Uhlich. — **Personalnachrichten.** — **Vereinsangelegenheiten.**