ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

Organ des Deutschen Geometervereins.

Herausgegeben von

Dr. W. Jordan, Professor in Hannover. und C. Steppes, Steuer-Rath in München.

1898. Heft 15. Band XXVII.

1. August.

Die conforme Doppelprojection der Preussischen Landesaufnahme.*)

Fortsetzung von S. 42 d. Zeitschr.

Die am Schlusse der ersten Mittheilung S. 43 etwa für Heft 5 angekündigte Fortsetzung ist verschoben worden, weil mehr praktische oder aus anderen Gründen dringliche (z. B. den Herrn Verfassern zum Druck zugesagte) Artikel bevorzugt werden mussten. Da nun aber nach neuester Mittheilung (Zeitschr. S. 367—368) aus den Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen die amtliche Herausgabe von werthvollen Gauss'schen Originalschriften bevorsteht und namentlich von solchen, welche sich auf die conforme Kegelprojection und auf die conforme Doppelprojection beziehen, (S. 368), scheint es nun dringlich zu sein, was vor Kenntniss der Gauss'schen Originale hierzu mitgetheilt werden kann, alsbald herauszugeben.

Somit fahren wir geradezu an dem Früheren Seite 43 fort, indem auch die Gleichungen von dort an weiter numerirt werden.

Wir haben in Gleichung (38 a) auf S. 43 unten geschlossen mit der Reihe für $\frac{\psi_1 + \psi_0}{2}$ wo ψ_1 und ψ_0 nach Fig. 3 S. 40 die beiden Richtungsreductionen zwischen einem conform abgebildeten Grosskreisbogen (bezw. geodätische Linie) und der Geraden sind.

Jene Fig. 3, S. 40 erscheint hier nochmals als Fig. 5 mit Verbesserung eines Fehlers, indem nun die Ordinatendifferenz $y_1 - y_0 = \eta$ eingeschrieben

*) Wir wiederholen die Anmerkung von S. 33, dass diese Theorien weniger zum unmittelbaren Lesen für die Praktiker, als zum Nachstudiren für den wissenschaftlichen preussischen Landmesser bestimmt sind. Eine andere amtliche oder private Gesammtdarstellung dieser in Preussen unerlässlichen Theorien ist nicht vorhanden. *J.*

ist, was früher in Fig. 3 S. 40 fehlerhaft $= r$ angegeben war. Die Hauptbezeichnungen nochmals zusammenfassend, haben wir also zwei Punkte mit den ebenen Projectionscoordinaten $x_0\ y_0$ und $x_1\ y_1$, wobei die Differenzen sind:

$$y_1 - y_0 = \eta \text{ und } x_1 - x_0 = \xi. \tag{38b}$$

Die Verbindungsgerade s der Projection hat im ersten Punkte den von $+y$ gegen $+x$ gezählten, nordöstlichen Richtungswinkel A', welcher im anderen Punkte als südwestlicher Richtungswinkel A' wiederkehrt. (Auch dieses zweite A' war früher in Fig. 3 S. 40 unrichtig $= A_1$ gegeben und ist nun in Fig. 5 richtig $= A'$ gemacht.)

Fig. 5 (vergl. Fig. 3 S. 40)

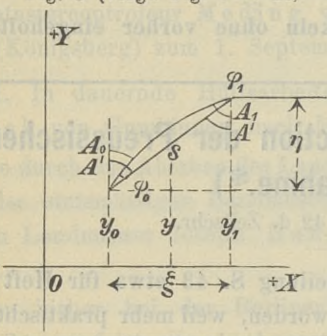
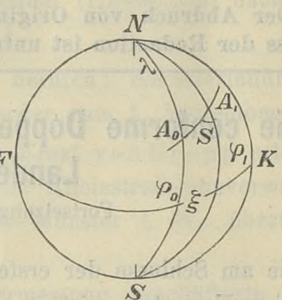


Fig. 6 (vergl. Fig. 4 S. 40)



Die sphärischen Richtungswinkel A_0 und A_1 in Fig. 5 sind dieselben, welche (wegen der Conformität) auch in Fig. 4 S. 40 auftraten, welche wir nun zur Bequemlichkeit in Fig. 6 nochmals vorführen. Dabei ist ξ in Fig. 6 dasselbe wie ξ in Fig. 5, und die sphärische Entfernung S in Fig. 6 ist das Urbild zu s in Fig. 5, wobei wie immer $S \lessgtr s$.

Die kleinen Differenzen von Richtungswinkeln, um deren Entwickelung es sich handelt, sind nach Fig. 5

(30) S. 40 $$A' - A_0 = \psi_0 \text{ und } A_1 - A' = \psi_1, \tag{38c}$$

wobei das Mittel der beiden sphärischen Richtungswinkel $= A$ gesetzt ist, nämlich:

(31) S. 40 $$\frac{A_1 + A_0}{2} = A \tag{38d}$$

und damit hat man auch:

(30) S. 40 $$\frac{\psi_1 + \psi_0}{2} = \frac{A_1 - A_0}{2} = \frac{\alpha}{2} \tag{38e}$$

(31) S. 40 $$\frac{\psi_1 - \psi_0}{2} = \frac{A_1 + A_0}{2} - A' = A - A'. \tag{38f}$$

Alles dieses stand schon auf S. 40 und ist theils nur zur Bequemlichkeit wiederholt, theils auch zur Versicherung des erwähnten Figurenfehlers und eines Druckfehlers $+$ statt $=$ in (31) S. 40.

Nun haben wir in (38a) S. 43 bereits eine Entwickelung für

$$\frac{\psi_1 + \psi_0}{2}.$$

Jene sich zuerst darbietende Formel (38 a) S. 43 giebt die auf S. 34—35 citirte Abhandlung von Schols, die uns hier als Quelle dient, nicht, sondern eine andere mehr indirecte aber mit erkennbarem Gesetze fortschreitende Reihe, welche durch Taylor'sche Entwicklung aus (38) S. 43 gewonnen wurde, nämlich:

$$\frac{\psi_1 + \psi_0}{2} = \frac{k\,\xi}{1\,!\,2} - \frac{k''\,\xi^3}{3\,!\,2^3} + \frac{k^{IV}\,\xi^5}{5\,!\,2^5} - \frac{k^{VI}\,\xi^7}{7\,!\,2^7} + \ldots \tag{39}$$

wobei $k = \sin\varphi = \mathrm{Tang}\,y = y - \frac{y^3}{3} + \frac{2}{15}y^5 - \frac{17}{315}y^7 + \ldots$

$$k' = \frac{d\,k}{d\,y} = 1 - y^2 + \frac{2}{3}y^4 - \ldots = 1 - k^2$$

$$k'' = \frac{d^2\,k}{d\,y^2} = -\,2\,y + \frac{8}{3}y^3 - \ldots = -\,2\,k + 2\,k^2$$

$$k^{IV} = +\,16\,y + \ldots = 16\,k - 40\,k^2 + 24\,k^5.$$

Innerhalb dieser Grenzen kann man sich leicht überzeugen, dass (39) dieselben 3 ersten Glieder giebt wie (38 a) S. 43. Mit diesen k kann man auch eine Formel mit goniometrischen Coefficienten ähnlich wie (37) S. 43 herstellen, nämlich:

$$\frac{\psi_1 + \psi_0}{2} = \frac{k}{2}\,s\sin A' + \frac{k'}{8}\,s^2\sin 2\,A' + \frac{k''}{48}\,s^3\sin 3\,A' + \frac{k'''}{384}\ldots \tag{42}$$

Wir gehen über zu der Entfernungsbestimmung und haben von der Kugel Fig. 4 S. 40 oder Fig. 6 S. 418.

$$\cos S = \sin\varphi_0\,\sin\varphi_1 + \cos\varphi_0\,\cos\varphi_1\,\cos\lambda.$$

Es ist aber (26) S. 38: $\sin\varphi = \mathrm{Tang}\,y$ und $\lambda = \xi$

und (27) S. 38: $\cos\varphi = \frac{1}{\mathrm{Cos}\,y}$

also $$\cos S = \frac{\mathrm{Sin}\,y_0\,\mathrm{Sin}\,y_1 + \cos\xi}{\mathrm{Cos}\,y_0\,\mathrm{Cos}\,y_1}$$

$$1 - \cos S = 2\sin^2\frac{S}{2} = \frac{\mathrm{Cos}\,y_0\,\mathrm{Cos}\,y_1 - \mathrm{Sin}\,y_0\,\mathrm{Sin}\,y_1 - \cos\xi}{\mathrm{Cos}\,y_0\,\mathrm{Cos}\,y_1}$$

$$\sin^2\frac{S}{2} = \frac{\mathrm{Cos}\,(y_1 - y_0) - \cos\xi}{2\,\mathrm{Cos}\,y_0\,\mathrm{Cos}\,y_1} = \frac{\mathrm{Cos}\,\eta - \cos\xi}{2\,\mathrm{Cos}\,y_0\,\mathrm{Cos}\,y_1} \tag{42 a}$$

Nun ist $\mathrm{Cos}\,\eta = 1 + 2\,\mathrm{sin}^2\frac{\eta}{2}$ und $\cos\xi = 1 - 2\sin^2\frac{\xi}{2}$

also $$\sin^2\frac{S}{2} = \frac{\mathrm{Sin}^2\frac{\eta}{2} + \sin^2\frac{\xi}{2}}{\mathrm{Cos}\,y_0\,\mathrm{Cos}\,y}$$

Der Zähler hiervon lässt sich umformen mit (*e*), (*s*) und (*t*) S. 36:

$$\mathrm{Sin}^2\frac{\eta}{2} + \sin^2\frac{\xi}{2} = \mathrm{Sin}^2\frac{\eta}{2} - \mathrm{Sin}^2\frac{i\,\xi}{2} = \mathrm{Sin}^2\frac{\eta}{2}\left(1 + \mathrm{Sin}^2\frac{i\,\xi}{2}\right)$$

$$-\,\mathrm{Sin}^2\frac{i\,\xi}{2}\left(1 + \mathrm{Sin}^2\frac{\eta}{2}\right) = \mathrm{Sin}^2\frac{\eta}{2}\,\mathrm{Cos}^2\frac{i\,\xi}{2} - \mathrm{Cos}^2\frac{\eta}{2}\,\mathrm{sin}^2\frac{i\,\xi}{2}$$

$$= \left(\mathrm{Sin}\frac{\eta}{1}\,\mathrm{Cos}\frac{i\,\xi}{2} + \mathrm{Cos}\frac{\eta}{2}\,\mathrm{Sin}\frac{i\,\xi}{2}\right)\left(\mathrm{Sin}\frac{\eta}{2}\,\mathrm{Cos}\frac{i\,\xi}{2} - \mathrm{Cos}\frac{\eta}{2}\,\mathrm{Sin}\frac{i\,\xi}{2}\right)$$

hieraus wegen (u) und (v) S. 36:

$$\sin^2 \frac{S}{2} = \frac{\operatorname{Sin}\left(\frac{\eta}{2} + \frac{i\,\xi}{2}\right) \operatorname{Sin}\left(\frac{\eta}{2} - \frac{i\,\xi}{2}\right)}{\operatorname{Cos} y_0 \operatorname{Cos} y_1}$$

Da nach (29) S. 39 $\operatorname{Cos} y_0 = m_0$ und $\operatorname{Cos} y_1 = m_1$ ist, haben wir logarithmisch:

$$2\,l \sin\frac{S}{2} = l \operatorname{Sin}\left(\frac{\eta}{2} + \frac{i\,\xi}{2}\right) + l \operatorname{Sin}\left(\frac{\eta}{2} - \frac{i\,\xi}{2}\right) - l\,(m_0\, m_1) \quad (49\text{ a})$$

Dazu hat man in der Ebene Fig. 5 S. 418:

$$s^2 = \eta^2 + \xi^2 = (\eta + i\,\xi)\,(\eta - i\,\xi)$$

$$2\,l\,s = l\,(\eta + i\,\xi) + l\,(\eta - i\,\xi) \quad (49\text{ b})$$

Also durch Vergleichung von (49 a) und (49 b):

$$2\,l \sin\frac{S}{2} - 2\,l\,s = l\,\frac{\operatorname{Sin}\left(\frac{\eta}{2} + \frac{i\,\xi}{2}\right)}{2\left(\frac{\eta}{2} + \frac{i\,\xi}{2}\right)} + l\,\frac{\operatorname{Sin}\left(\frac{\eta}{2} - \frac{i\,\xi}{2}\right)}{2\left(\frac{\eta}{2} + \frac{i\,\xi}{2}\right)} - l\,(m_0\, m_1)$$

Wenn man hier $l\left(2 \sin\frac{S}{2}\right)$ einführt, so kann man dafür die Nenner 2 rechts weglassen, also:

$$2\,l\left(2 \sin\frac{S}{2}\right) - 2\,l\,\frac{s}{\sqrt{m_0\, m_1}} = l\,\frac{\operatorname{Sin}\left(\frac{\eta}{2} + \frac{i\,\xi}{2}\right)}{\frac{\eta}{2} + \frac{i\,\xi}{2}} + l\,\frac{\operatorname{Sin}\left(\frac{\eta}{2} - \frac{i\,\xi}{2}\right)}{\frac{\eta}{5} - \frac{i\,\xi}{2}} \quad (49)$$

Nun ist nach (n) S. 36:

$$l\,\frac{\operatorname{Sin} x}{x} = + \frac{x^2}{6} - \frac{x^4}{180} + \frac{x^6}{2835}$$

$$\text{Also } l\,\frac{\operatorname{Sin}(\,.\,.+.\,.\,)}{.\,.+.\,.} = \frac{1}{6}\left(\frac{\eta}{2} + \frac{i\,\xi}{2}\right)^2 - \frac{1}{180}\left(\frac{\eta}{2} + \frac{i\,\xi}{2}\right)^4 + \frac{1}{2835}(\,.\,.\,.\,)^6$$

$$l\,\frac{\operatorname{Sin}(\,.\,.-.\,.\,)}{.\,.-.\,.} = \frac{1}{6}\left(\frac{\eta}{2} - \frac{i\,\xi}{2}\right)^2 - \frac{1}{180}\left(\frac{\eta}{2} - \frac{i\,\xi}{2}\right)^4 + \frac{1}{2835}(\,.\,.\,.\,)^6$$

In der Zusammenfassung heben sich dieses Mal alle ungeraden Potenzen und bis zur 6. Potenz findet man auf diese Weise:

$$\left.\begin{aligned} l\left(2 \sin\frac{S}{2}\right) - l\,\frac{1}{\sqrt{m_0\, m_0}} &= \frac{\eta^2 - \xi^2}{24} - \frac{\eta^4 - 6\,\eta^2\,\xi^2 + \xi^4}{2880} \\ &\quad + \frac{\eta^6 - 15\,\eta^4\,\xi^2 + 15\,\eta^2\,\xi^4 - \xi^6}{181440} \end{aligned}\right\} (50)$$

Auch dieses kann man wieder in gonimetrische Form bringen; mit $\xi = s \sin A'$ und $\eta = s \cos A'$:

$$\left.\begin{aligned} l\left(2 \sin\frac{S}{2}\right) - l\,\frac{s}{\sqrt{m_0\, m_1}} &= \frac{s^2}{24} \cos 2\,A' - \frac{s^4}{2880} \cos 4\,A' \\ &\quad + \frac{s^6}{181440}\, s^6 \cos 6\,A' \end{aligned}\right\} (51)$$

Das Weitere wollen wir nur noch bis zur 4. Ordnung machen, und zwar soll zuerst $l\sqrt{m_0\, m_1}$ auf $l\, m$ reducirt werden, indem m zu der Mittelordinate $\frac{y_0+y_1}{2}=y$ gehören soll. Nach (29 a) S. 39 hat man:

$$l\, m_0 = \frac{y_0^2}{2} - \frac{y_0^4}{12} \text{ und } l\, m_1 = \frac{y_1^2}{2} - \frac{y_1^4}{12}$$

$$\frac{l\, m_0 + l\, m_1}{2} = l\sqrt{m_0\, m_1} = \frac{y_0^2+y_1^2}{4} - \frac{y_0^4+y_1^4}{24} \tag{51 a}$$

Wenn man hier einführt (wie auch in Fig. 5 eingeschrieben):

$$\left.\begin{array}{ll} & y_1 + y_0 = 2\, y \text{ und } y_1 - y_0 = \eta \\ \text{Also} & y_0 = y - \frac{\eta}{2} \text{ und } y_1 = y + \frac{\eta}{2} \end{array}\right\} \tag{51b}$$

so wird (51 a) auf folgende Form gebracht:

$$l\sqrt{m_0\, m_1} = \frac{y^2}{2} + \frac{\eta^2}{8} - \frac{y^4}{12} - \frac{y^2\,\eta^2}{8} - \frac{\eta^4}{192}$$

Andererseits ist nach (29 a) S. 39:

$$l\, m = \frac{y^2}{2} - \frac{y^4}{12} \dots$$

Also die Differenz:

$$l\sqrt{m_0\, m_1} - l\, m = \frac{\eta^2}{8} - \frac{\eta^2}{192}(24\, y^2 + \eta^2) \tag{51 c}$$

Zur Entwickelung der linken Seite von (50) benutzen wir eine bekannte Reihe, die für die wenigen Glieder, die wir hier brauchen auch rasch hergeleitet werden kann:

$$l\, x - l \sin x = \frac{x^2}{6} + \frac{x^4}{180} \text{ mit } x = \sin x + \frac{\sin^3 x}{6} \dots$$

$$\text{giebt} \qquad l\, x - l \sin x = \frac{\sin^2 x}{6} + \frac{11}{180}\sin^4 x + \dots$$

Dieses auf den Fall (50) angewendet giebt:

$$l\frac{S}{2} - l\sin\frac{S}{2} = \frac{1}{6}\sin^2\frac{S}{2} + \frac{11}{180}\sin^4\frac{S}{2}$$

$$\text{oder } l\, S - l\left(2\sin\frac{S}{2}\right) = \frac{1}{24}\left(2\sin\frac{S}{2}\right)^2 + \frac{11}{2880}\left(2\sin\frac{S}{2}\right)^4 \tag{53}$$

Um $\sin\frac{S}{2}$ selbst zu bekommen, greifen wir zurück auf die Formel (42 a) Seite 419 nämlich:

$$\sin^2\frac{S}{2} = \frac{\operatorname{Cos}\eta - \operatorname{Cos}\xi}{2\operatorname{Cos} y_0 \operatorname{Cos} y_1} \text{ oder } \left(2\sin\frac{S}{2}\right)^2 = \frac{2(\operatorname{Cos}\eta - \operatorname{Cos}\xi)}{\operatorname{Cos} y_0 \operatorname{Cos} y_1}$$

Einführung der Mittelordinate y und der Coordinatendifferenz η nach (51 b) giebt:

$$\left(2\sin\frac{S}{2}\right)^2 = \frac{2\left(1+\frac{\eta^2}{2}+\frac{\eta^4}{24}\right) - 2\left(1-\frac{\xi^2}{2}+\frac{\xi^4}{24}\right)}{\left(\operatorname{Cos} y \operatorname{Cos}\frac{\eta}{2} - \operatorname{Sin} y \operatorname{Sin}\frac{\eta}{2}\right)\left(\operatorname{Cos} y \operatorname{Cos}\frac{\eta}{2} + \operatorname{Sin} y \operatorname{Sin}\frac{\eta}{2}\right)}$$

$$\left(2\sin\frac{S}{2}\right)^2 = \frac{\left(\eta^2+\xi^2\right)+\frac{1}{12}\left(\eta^4-\xi^4\right)}{\operatorname{Cos}^2 y \operatorname{Cos}^2\frac{\eta}{2}-\operatorname{Sin}^2 y \operatorname{Sin}^2\frac{\eta}{2}}$$

Wegen der hyperbolischen Formeln (e) und (g) S. 36 kann man dieses auf diese Form bringen:

$$\left(2\sin\frac{S}{2}\right)^2 = \frac{(\eta^2+\xi^2)+\frac{1}{12}(\eta^4-\xi^4)}{\operatorname{Cos}^2 y-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\operatorname{Cos}\eta}$$

Nun ist $\operatorname{Cos} y = m$ nach (29) S. 39; und indem man zugleich $\operatorname{Cos}\eta$ entwickelt, bekommt man:

$$\left(2\sin\frac{S}{2}\right)^2 = \frac{(\eta^2+\xi^2)+\frac{1}{12}(\eta^4-\xi^4)}{m^2+\frac{\eta^2}{4}+\frac{\eta^4}{48}} \tag{53 a}$$

Indem man den Nenner als Reihe in den Zähler bringt, findet man daraus vollends leicht:

$$\left(2\sin\frac{S}{2}\right)^2 = \frac{\eta^2}{m^2}+\frac{\xi^2}{m^2}+\frac{\eta^4}{12\,m^2}\left(1-\frac{3}{m^2}\right)-\frac{\eta^2\xi^2}{4\,m^4}-\frac{\xi^4}{12\,m^2} \tag{53 b}$$

Statt auf diesem Wege fortzufahren, wollen wir lieber m^2 selbst als Reihe aus (29 a) S. 39 einführen:

$$l\,m = \frac{1}{2}y^2-\frac{1}{12}y^4,\quad m = e^{\frac{y^2}{2}-\frac{y^4}{12}}$$

$$m = 1+\left(\frac{y^2}{2}-\frac{y^4}{12}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{y^2}{2}\right)^2 = 1+\frac{y^3}{2}+\frac{y^4}{24}$$

$$m^2 = 1+y^2+\frac{y^4}{3} \tag{53 c}$$

Dieses in (53 a) umgesetzt giebt:

$$\left(2\sin\frac{S}{2}\right)^2 = \frac{\eta^2+\xi^2+\frac{1}{12}(\eta^4-\xi^4)}{1+y^2+\frac{y^4}{3}+\frac{\eta^2}{4}+\frac{\eta^4}{48}}$$

Mit $1:(1+z) = 1-z+z^2\ldots$ giebt dieses:

$$\left(2\sin\frac{S}{2}\right)^2 = \eta^2+\xi^2-\frac{\eta^4}{6}-\frac{\xi^4}{12}-\frac{\eta^2\xi^2}{4}-y^2(\eta^2+\xi^2) \tag{53 d}$$

Um zum Schlusse zu kommen, nehmen wir die Gleichungen (50), (51 c) und (53) zusammen:

$$l\left(2\sin\frac{S}{2}\right)-l\frac{1}{\sqrt{m_0\,m_1}} = \frac{\eta^2-\xi^2}{24}-\frac{\eta^4-6\,\eta^2\xi^2+\xi^4}{2880} \tag{50}$$

$$l\frac{1}{\sqrt{m_0\,m_1}} = l\frac{1}{m}-\frac{\eta^2}{8}+\frac{\eta^2}{192}(24\,y^2+\eta^2) \tag{51 c}$$

$$l\,S-l\left(2\sin\frac{S}{2}\right) = \frac{1}{24}\left(2\sin\frac{S}{2}\right)^2+\frac{11}{2880}\left(2\sin\frac{S}{2}\right)^4 \tag{53}$$

Wenn man diese 3 Gleichungen addirt und auch das vorhergehende (53 d) einsetzt, was alles nur noch algebraische Zusammenordnung gleichartiger Glieder ist, so bekommt man:

$$l S - l \frac{s}{m} = -\frac{\eta^2}{24} + \frac{1}{2880}(240 y^2 \eta^2 + 5 \eta^4 - 2 \eta^2 \xi^2 - 120 \eta^2 \xi^2) \quad (53\text{e})$$

Es ist noch ein kleiner Schritt, nach (29a) S. 39 auch noch $l\,m$ einsetzen:

$$l \frac{1}{m} = -l\,m = -\frac{y^2}{2} + \frac{y^4}{12}$$

so dass man hat:

$$\left.\begin{aligned} l S - l s = -\frac{y^2}{2} - \frac{\eta^2}{24} + \\ + \frac{1}{2880}(240\, y^4 + 240\, y^2 \eta^2 + 5\, \eta^4 - 2\, \eta^2 \xi^2 - 120\, y^2 \xi^2) \end{aligned}\right\} (53\text{f})$$

Sehr häufig braucht man wirklich diese logarithmische Reduction, wozu dann nur noch zum Ausrechnen der Factor $\mu = 0{,}43429$ zuzusetzen ist, um $\log S - \log s$ zu erhalten. Um auch das Verhältniss $S : s$ selbst zu finden, braucht man nur nach der Exponentialreihe zu setzen:

$$\frac{S}{s} = e^{l S - l s} = 1 + (l S - l s) + \frac{(l S - l s)^2}{2}$$

Dieses bringt bei (53 f) den Zusatz:

$$\ldots \frac{y^4}{8} + \frac{y^2 \eta^2}{48} + \frac{\eta^4}{1152} = \frac{1}{2880}\left(360\, y^4 + 60\, y^2 \eta^2 + \frac{5}{2} \eta^4\right)$$

so dass man im Ganzen aus (53 f) erhält:

$$\left.\begin{aligned} \frac{S}{s} = 1 - \frac{y^2}{2} - \frac{\eta^2}{24} + \\ + \frac{1}{2880}\left(600\, y^4 + 300\, y^2 \eta^2 + \frac{15}{2} \eta^4 - 2\, \eta^2 \xi^2 - 120\, y^2 \xi^2\right) \end{aligned}\right\} (53\text{g})$$

oder in etwas anderer Zusammenfassung:

$$\left.\begin{aligned} \frac{S}{s} = 1 - \frac{1}{6}\left(3\, y^2 + \frac{\eta^2}{4}\right) - \frac{\xi^2}{360}\left(15\, y^2 + \frac{\eta^2}{4}\right) \\ + \frac{1}{24}\left(5\, y^4 + 10\, y^2 \frac{\eta^2}{4} + \frac{\eta^4}{16}\right) \end{aligned}\right\} (53\text{h})$$

Die im Bisherigen mitgetheilten aus der Abhandlung von Schols Sur l'emploi de la projection de Mercator etc. (Citat S. 35) ausgezogenen Entwicklungen sind mathematisch so elegant und praktisch so weitgehend, dass sie zur Zeit unübertrefflich dastehen. Wir haben aus Raummangel die Entwicklungen grossentheils nur in ihren wichtigsten Gliedern, im letzten Theile sogar nur in ihren Gliedern bis zur 4. Ordnung, mitgetheilt, aber der Weg ist gebahnt auch zu beliebig höheren Gliedern; und wer den Entwicklungsgang von Gleichung (49) bis zu (50) verfolgt hat, dem wird es auch möglich werden, das von Schols bei (50) noch gegebene Glied zu entwickeln, welches heisst:

$$-\frac{1}{9676800}(\eta^8 - 28\, \eta^6 \xi^2 + 70\, \eta^4 \xi^4 - 28\, \eta^2 \xi^6 + \xi^8).$$

Die Coefficienten 28, 70 und 28 sind die in der Entwicklung $(\eta + \xi)^8$ auftretenden Binomialcoefficienten für die geraden Potenzen.

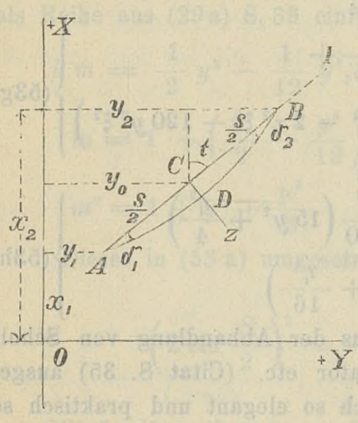
Doch wollen wir nicht in dieser Beziehung zurückgreifen, sondern umgekehrt nun an die Frage herantreten, welche von den vielen Gliedern praktisch gebraucht werden? Bei der Anwendung auf Preussen mit dem Meridian für 31^0 Länge als x-Achse mit westlichen y-Ordinaten $= 540$ km bei Metz und östlichen Ordinaten $y = 622$ km bei Lyck, reicht man mit den Gliedern 4. Ordnung aus, und deswegen wollen wir nun uns die Aufgabe stellen, die ganze vorstehende Theorie mit Beschränkung auf Glieder 4. Ordnung auf einfacherem elementaren Wege zu entwickeln.

Um aber nichts Bekanntes zu wiederholen, möchte ich mir erlauben, auf J. Handb. d. Vermess. III. Band, 4. Auflage, 1896 § 85 zu verweisen und von dort die Gleichung (11) S. 453 zu citiren:

$$-\frac{d^2 z}{dl^2} = \frac{1}{r^2}\left(y\frac{dx}{dl} - \frac{y^3}{3r^2}\frac{dx}{dl}\right) \tag{1}$$

Dabei ist in Fig. 7 ein rechtwinkliges Coordinatensystem $x\,y$, welches das Preussische System mit x im dritten Längengrad und O in der Breite $52^0\ 42'\ 2{,}53251''$ ist, d. h. unser Coordinatensystem ist das aus bekannter zweifacher conformer Projection entstandene ebene System, in welchem die bekannten rechtwinkligen ebenen Coordinaten $x\,y$ der trigonometrischen Abtheilung der Landesaufnahme veröffentlicht werden.

Fig. 7.



In diesem ebenen Systeme nun betrachten wir 2 Punkte A und B als Endpunkte einer Sehne $A\,C\,B$ und als Endpunkte einer flachen Curve $A\,D\,B$. Dieses $A\,D\,B$ ist die conforme Abbildung eines Grosskreisbogens auf die conforme Kugel, und unsere Aufgabe soll sein, die kleinen Winkel δ_1 und δ_2 zu bestimmen, welche zwischen Bogen und Sehne sich finden und auch das Verhältniss zwischen Sehne s und dem Grosskreisbogen S auf der Kugel zu bestimmen.

Die Curve $AD\,B$ wird auf ein besonderes Coordinatensystem bezogen mit dem Nullpunkt C auf der Sehnenmitte, mit einer Achse $C\,B$ mit Abscissen l und mit einer zweiten Achse $C\,D$ mit Ordinaten z. Die Gleichung der Curve $A\,D\,B$, in diesem System also in der Form $z = f(l)$ ist uns auch schon bekannt nur mit der kleinen Aenderung, dass der Ursprung in A und die Abscissenachse in $A\,B$ liege. Dann ist nach J. III, 4. Aufl. S. 285, Gleichung (35):

$$\eta = \xi\frac{s\cos t}{6r^2}(2y_1 + y_2) - \frac{\xi_2}{2r^2}y_1\cos t_1 - \frac{\xi^3}{6r^2}\sin t_1\cos t_1, \tag{2}$$

wobei aber für ξ nun $l + \frac{s}{2}$ zu setzen ist, um den Coordinatennullpunkt von A nach C zu verschieben, während η die Bedeutung von z annimmt,

d. h. auf das Coordinatensystem OB unserer neuen Fig. 7 übertragen, wird die vorstehende Gleichung (2) werden:

$$z = \frac{\left(l + \frac{s}{2}\right)}{6\,r^2}\, s \cos t\,(2\,y_1 + y_2) - \frac{\left(l + \frac{s}{2}\right)^2}{2\,r^2}\, y_1 \cos t$$

$$- \frac{\left(l + \frac{s}{2}\right)^3}{6\,r^2} \sin t \cos t. \qquad (3)$$

Um alles auf die Mittelordinate und auf die Ordinatendifferenz zu reduziren, setzen wir noch:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{y_1 + y_2}{2} = y_0 \text{ und } y_2 - y_1 = \eta \\ &\text{also auch } y_1 = y_0 - \frac{\eta}{2} \text{ und } \frac{2\,y_1 + y_2}{3} = y - \frac{\eta}{6} \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Damit wird auch die Gleichung (3) ziemlich einfacher:

$$z = \frac{y_0\, s^2 \cos^2 t}{8\,r^2} + \frac{l}{24\,r^2}\, s^2 \sin t \cos t - \frac{l^2}{2\,r^2}\, y \cos t - \frac{l^3}{6\,r^2} \sin t \cos t \quad (5)$$

Es sei wiederholt, dass dieses die Gleichung der Curve $A\,D\,B$ ist, bezogen auf ein System mit dem Coordinatennullpunkt C, mit einer Achse der l in der Richtung CB und mit einer Achse der z in der Richtung CD.

Es möge auch bemerkt werden, dass wir nun mit der Gleichung (5) dasselbe thun werden, wie früher in J. III, 4. Aufl. S. 454 mit der dort angegebenen entsprechenden Gleichung für den Ursprung A.

Die Coordinatenumformung zwischen x, y einerseits und l, z andererseits wird nach dem Anblick von Fig. 7 bewirkt durch die Gleichungen:

$$x = x_0 + l \cos t - z \sin t \qquad (6)$$

$$y = y_0 + l \sin t + z \cos t \qquad (7)$$

Setzt man hier die Bedeutung von z nach (5) ein, so bekommt man:

$$\left.\begin{aligned} x = x_0 + l \cos t &- \frac{s^2}{8\,r^2}\, y_0 \sin t \cos t - \frac{l^2\, s^2}{24\,r^2} \sin^2 t \cos t \\ &+ \frac{l^2}{2\,r^2}\, y_0 \sin t \cos t + \frac{l^3}{6\,r^2} \sin^2 t \cos t \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

$$\left.\begin{aligned} y = y_0 + l \sin t &+ \frac{s^2}{8\,r^2}\, y_0 \cos^2 t + \frac{l\, s^2}{24\,r^2} \sin t \cos^2 t \\ &- \frac{l^2}{2\,r^2}\, y_0 \cos^2 t - \frac{l^3}{6\,r^2} \sin t \cos^2 t \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Zur Anwendung der Gleichung (1) müssen wir auch noch bilden:

$$\frac{dx}{dl} = \cos t - \frac{s^2}{24\,r^2} \sin^2 t \cos t + \frac{l}{r^2}\, y_0 \sin t \cos t + \frac{l^2}{2\,r^2} \sin^2 t \cos t \quad (10)$$

$$\text{und } y^3 = y_0^3 + 3\, y_0^2\, l \sin t + 3\, y_0\, l^2 \sin^2 t + l^3 \sin^3 t \qquad (11)$$

Aus diesen Bestandtheilen (8) — (11) kann man die Gleichung (1) zusammensetzen, und zwar muss nothwendig eine Gleichung von folgender Form entstehen:

$$-\frac{d^2 z}{d l^2} = A + B\,l + C\,l^2 + D\,l^3 \qquad (12)$$

Die Bestimmung der Coefficienten A, B, C, D ist nur eine algebraische Zusammensuchung, und giebt:

$$A = \frac{y_0 \cos t}{r^2} - \frac{y_0\, s^3}{24\, r^4} \sin^2 t \cos t - \frac{y_0^3}{3\, r^4} \cos t + \frac{y_0\, s^2}{8\, r^4} \cos^3 t \qquad (14)$$

$$B = \frac{\sin t \cos t}{r^2} + \frac{s^2}{24\, r^4} \sin t \cos^3 t - \frac{s^2}{24\, r^4} \sin^3 t \cos t \qquad (15)$$

$$C = - \frac{y_0 \cos^3 t}{2\, r^4} + \frac{y_0^2}{2\, r^4} \sin^2 t \cos t \qquad (16)$$

$$D = + \frac{\sin^3 t \cos t}{6\, r^4} - \frac{\sin t \cos^3 t}{6\, r^4} \qquad (17)$$

Die Gleichung (12) zweimal integrirt giebt:

$$-\frac{d z}{d l} = C_1 + A l + \frac{B l^2}{2} + \frac{C l^3}{3} + \frac{D l^4}{4} \qquad (18)$$

$$- z = C_2 + C_1 l + \frac{A l^2}{2} + \frac{B l^3}{6} + \frac{C l^4}{12} + \frac{D l^5}{20} \qquad (19)$$

Die beiden Integrations-Constanten bestimmen sich dadurch, dass für $l = -\frac{s}{2}$ und für $l = +\frac{s}{2}$ beide Mal $z = 0$ sein muss, was aus (19) giebt:

$$C_1 = -\frac{B s^2}{24} - \frac{D s^4}{320} \text{ und } C_2 = -\frac{A s^2}{8} - \frac{C s^4}{192} \qquad (20)$$

Der Anblick von Fig. 7 zeigt auch, dass sein muss:

$$\frac{d z}{d l} = + \delta_1 \text{ für } l = -\frac{s}{2} \text{ und } \frac{d z}{d l} = - \delta_2 \text{ für } l = +\frac{s}{2}$$

womit (18) giebt:

$$-\delta_1 = C_1 - \frac{A s}{2} + \frac{B s^2}{8} - \frac{C s^3}{24} + \frac{D s^4}{64} \text{ mit } C_1 \text{ nach } (20)$$

$$+\delta_2 = C_1 + \frac{A s}{2} + \frac{B s^2}{8} + \frac{C s^3}{24} + \frac{D s^4}{64} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„}$$

$$\frac{\delta_2 + \delta_1}{2} = \frac{A s}{2} + \frac{C s^3}{24} \text{ und } \frac{\delta_2 - \delta_1}{2} = \frac{B s^2}{12} + \frac{D s^4}{80} \qquad (21)$$

Da man nun nur noch die A, B u. s. w. aus (14) bis (17) einzusetzen braucht, so findet man leicht die Schlussergebnisse; wir wollen dabei zur Abkürzung setzen:

$$x_2 - x_1 = s \cos t = \xi \text{ und } y_2 - y_1 = s \sin t = \eta. \qquad (22)$$

Damit wird man aus (21) finden:

$$\frac{\delta_2 + \delta_1}{2} = \frac{y_0\, \xi}{2\, r^2} + \frac{y_0\, \xi}{24\, r^4} (\xi^2 - 4\, \eta^2) \qquad (23)$$

$$\frac{\delta_2 - \delta_1}{2} = \frac{\xi\, \eta}{12\, r^2} + \frac{\xi\, \eta}{720\, r^4} (\xi^2 - \eta^2). \qquad (24)$$

Unser (23) stimmt in den ersten Gliedern mit Schols (38 a) S. 43, und unser (24) entspricht Schols (36) S. 42, ebenfalls in den Gliedern bis zur 4. Ordnung einschliesslich. Die Nenner r^2 und r^4, welche in unseren Formeln stehen, sind bei Schols weggelassen, bezw. als in ξ^2 und η^2 inbegriffen betrachtet.

Uebergehend zum zweiten Theil unserer Aufgabe, nämlich Bestimmung des Verhältnisses $S:s$, wobei S die sphärische Entfernung und s die geradlinige ebene (Sehne) Entfernung zwischen zwei Projectionspunkten vorstellt, wollen wir auch nochmals der Kürze wegen aus J. III, 4. Aufl., S. 455 Gleichung (25) benützen:

$$S = \int_{-\frac{s}{2}}^{+\frac{s}{2}} \frac{1}{m} dl + \int_{-\frac{s}{2}}^{+\frac{s}{2}} \frac{1}{2} \left(\frac{dz}{dl}\right)^2 dl = \text{I} + \text{II} \tag{25}$$

und zwar sind hier die Grenzen $-\frac{s}{2}$ und $+\frac{s}{2}$, weil bei unserer neuen Betrachtung der Coordinatennullpunkt C, Fig. 7, in der Mitte der Geraden AB liegt.

Was $\frac{1}{m}$ betrifft, so ist dasselbe nach J. III, 4. Aufl. (8), S. 452:

$$\frac{1}{m} = 1 - \frac{y^2}{2r^2} + \frac{5}{24} \frac{y^4}{r^4} \tag{26}$$

und es ist nun nur nöthig, die bereits benützte Gleichung für y, nämlich (9) nochmals vorzunehmen:

$$y = y_0 + l \sin t + \frac{s^2}{8r^2} y_0 \cos^2 t + \frac{l s^2}{24 r^2} \sin t \cos^2 t - \frac{l^2}{2r^2} y_0 \cos^2 t - \frac{l^3}{6r^2} \sin t \cos^2 t$$

also

$$\begin{aligned} y^2 = & \left(y_0^2 + \frac{s^2}{4r^2} y_0^2 \cos^2 t\right) + l\left(2 y_0 \sin t + \frac{s^2}{4r^2} y_0 \sin t \cos^2 t + \frac{y_0 s^2}{12 r^2} \sin t \cos t\right) \\ & + l^2\left(\sin^2 t - \frac{y_0^2}{r^2} \cos^2 t + \frac{s^2}{12 r^2} \sin^2 t \cos t\right) \\ & + l^3\left(-\frac{4}{3} \frac{y_0}{r^2} \sin t \cos^2 t\right) \\ & + l^4\left(-\frac{\sin t \cos^2 t}{3r^2}\right) \end{aligned}$$

dazu hinreichend genau:

$$y^4 = y_0^4 + 4 y_0^3 l \sin t + 6 y_0^2 l^2 \sin^2 t + 4 y_0 (3 \sin^3 t + l^4 \sin^4 t)$$

Wenn man hieraus die Formel (26) zusammensetzt, so wird man erhalten:

$$\frac{1}{m} = \alpha + \beta l + \gamma l^2 + \delta l^3 + \varepsilon l^4, \tag{27}$$

wobei die Coefficienten α, β folgende Bedeutungen haben:

$$\alpha = 1 - \frac{y_0^2}{2r^2} - \frac{y_0^2 s^2 \cos^2 t}{8 r^4} + \frac{5 y_0^4}{24 r^4}$$

$$\beta = -\frac{y_0 \sin t}{r^2} - \frac{y_0 s^2}{6 r^4} \sin t \cos^2 t + \frac{5}{6} \frac{y_0^3}{r^4} \sin t$$

$$\gamma = -\frac{\sin^2 t}{2r^2} + \frac{y_0^2 \cos^2 t}{2 r^4} - \frac{s^2}{24 r^4} \sin^2 t \cos^2 t + \frac{5 y_0^2}{4 r^4} \sin^2 t$$

$$\delta = +\frac{2}{3} \frac{y_0}{r^4} \sin t \cos^2 t + \frac{5 y_0}{6 r^4} \sin^3 t$$

$$\varepsilon = + \frac{\sin^2 t \cos^2 t}{6 r^4} + \frac{5}{24} \sin^4 t.$$

Wenn man nun nach (25) und (27) das erste Integral bildet, d. h. wenn man die Reihe (27) zwischen den Grenzen $l = -\frac{s}{2}$ und $l = +\frac{s}{2}$ integrirt, so bekommt man:

$$\mathrm{I} = \alpha s + \gamma \frac{s^3}{12} + \varepsilon \frac{s^5}{80} \text{ oder } \frac{\mathrm{I}}{s} = \alpha + \gamma \frac{s^2}{12} + \varepsilon \frac{s^4}{80}.$$

Man braucht also nur die Theile aus dem Vorstehenden algebraisch zusammenzunehmen, um schreiben zu können:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\mathrm{I}}{s} &= 1 - \frac{y_0^2}{2r^2} - \frac{s^2 \sin^2 t}{24 r^4} \\ &+ \frac{1}{2880 r^4}(600 y^4 - 240\, y_0^2 s^2 \cos^2 t - 4 s^4 \sin^2 t \cos^2 t \\ &\qquad + 300\, y_0^2 s^2 \sin^2 t + 7{,}5\, s^4 \sin^4 t)\end{aligned}\right\} \quad (28)$$

Der zweite Theil von (25) findet sich noch einfacher, man nimmt wieder z von (5):

$$z = y_0 \frac{s^2}{8r^2}\cos^2 t + \frac{l s^2}{24 r^2}\sin t \cos t - \frac{l^2}{2r^2} y \cos t - \frac{l^3}{6r^2}\sin t \cos t$$

$$\frac{dz}{dl} = \frac{s^2}{24 r^2}\sin t \cos t - \frac{l}{r^2} y \cos t - \frac{l^2}{2r^2}\sin t \cos t$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{2}\left(\frac{dz}{dl}\right)^2 &= \frac{s^4 \sin^2 t \cos^2 t}{1152\, r^4} - \frac{l}{24 r^4} y_0\, s^2 \sin t \cos^2 t \\ &+ \frac{l^2}{48 r^4}(-s^2 \sin^2 t \cos^2 t + 24\, y_0^2 \cos^2 t) \\ &+ \frac{l^3}{2r^4} y \sin t \cos^2 t + \frac{l^4}{8 r^4}\sin^2 t \cos^2 t\end{aligned}\right\} \quad (29)$$

$$\text{oder } \frac{1}{2}\left(\frac{dz}{dl}\right)^2 = \alpha' + \beta' l + \gamma' l^2 + \delta' l^3 + \varepsilon' l^4 \quad (30)$$

Auch dieses kann man nach Vorschrift von (25) kurzer Hand zwischen den Grenzen $l = -\frac{s}{2}$ und $l = +\frac{s}{2}$ integriren, d. h. man hat:

$$\mathrm{II} = \alpha' s + \gamma' \frac{s^2}{12} + \varepsilon' \frac{s^4}{80} \text{ oder } \frac{\mathrm{II}}{s} = \alpha' + \gamma' \frac{s^2}{12} + \varepsilon' \frac{s^4}{80}$$

Die Coefficienten $\alpha', \gamma', \varepsilon'$ sind aus der Vergleichung von (30) und (29) ersichtlich, und wenn man dieselben einsetzt, wobei sich vieles zusammenfasst, so erhält man:

$$\frac{\mathrm{II}}{s} + \frac{s^4}{2880 r^4}(2 \sin^2 t \cos^2 t + 120\, y_0^2 s^2 \cos^2 t). \quad (31)$$

Dieses (31) braucht man nur mit (28) zusammenzunehmen, um die Gesammtformel zu erhalten:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\mathrm{I}}{s} + \frac{\mathrm{II}}{s} = \frac{S}{s} &= 1 - \frac{y_0^2}{2r^2} - \frac{s^2 \sin^2 t}{24 r^2} \\ &+ \frac{1}{2880 r^4}(600\, y_0^4 - 120\, y_0^2 s^2 \cos^2 t + 300\, y_0^2 s^2 \sin^2 t \\ &\qquad - 2 s^4 \sin^2 t \cos^2 t + 7{,}5\, s^4 \sin^4 t)\end{aligned}\right\} \quad (32)$$

Dieses stimmt mit Schols (53 g) indem $s \sin t$ und $s \cos t$ durch ξ und η ersetzt werden.

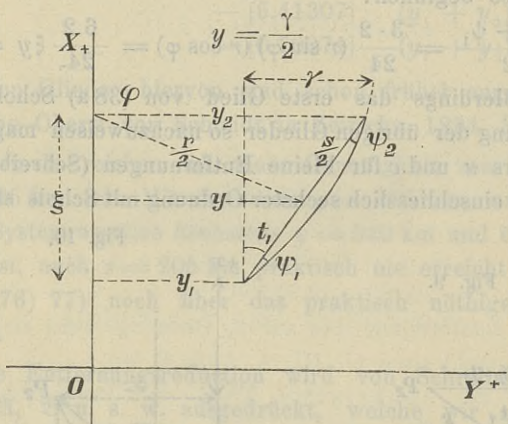
Schreiber's Formeln.

Für die Richtungsreductionen und die Entfernungsreduction der sphärischen Merkatorprojection sind alle Gebrauchsformeln enthalten in dem schon auf S. 33 citirten Werke:

Die conforme Doppelprojection der Trigonometrischen Abtheilung der Kgl. Preuss. Landesaufnahme, Formeln und Tafeln von Dr. O. Schreiber, Generallieutenant z. D., ehemaligem Chef der Königl. Preussischen Landesaufnahme. Herausgegeben von der Trigonometrischen Abtheilung der Landesaufnahme. Berlin 1897, im Selbstverlage zu beziehen durch die Kgl. Hofbuchhandlung von E. S. Mittler & Sohn, Kochstrasse 68/71.

Da dieses Werk nur Gebrauchsformeln, aber keine Entwickelungen enthält, können wir zum Verständniss und zum Gültigkeitsnachweis der Schreiber'schen Gebrauchsformeln die früher S. 38 — 43 u. S. 418 u. ff. mitgetheilten Entwickelungen von Schols, oder soweit es sich nur um Nachweise bis zur 4. Ordnung handelt, auf unsere eigenen elementaren Entwickelungen (1) — (32) in unmittelbar vorhergehenden S. 424—428 benutzen.

Fig. 8.



Die beistehende Fig. 8 ist von S. 39 der Schreiber'schen Veröffentlichung entnommen und Folgendes sind die zugehörigen Gebrauchsformeln, mit ihren aus dem Original herübergenommenen Nummern 58) 59) usw. und Zwischennummern 58a) u. s. w., welche von uns zugefügt sind.

$$58)\quad \begin{cases} u = \dfrac{\psi_2 + \psi_1}{2} = \mathfrak{A}_2\, r^2 \sin 2\varphi - \mathfrak{A}_4\, r^4 \sin 4\varphi + \mathfrak{A}_6\, r^6 \sin 6\varphi \\[2ex] v = \dfrac{\psi_2 - \psi_1}{2} = \mathfrak{B}_2 s^2 \sin 2t_1 + \mathfrak{B}_4\, s^4 \sin 4t_1 + \mathfrak{B}_6\, s^6 \sin 6t_1 \end{cases}$$

$$58a)\quad \mathfrak{A}_2 = \frac{2^2-1}{2!\,1}\;\frac{1}{6} = \frac{3}{24} \qquad \mathfrak{B}_2 = \frac{1}{2!\,2}\;\frac{1}{6} = \frac{1}{24}$$

$$\mathfrak{A}_4 = \frac{2^4-1}{4!\,4}\;\frac{1}{30} = \frac{15}{2880} \qquad \mathfrak{B}_4 = \frac{1}{4!\,4}\;\frac{1}{30} = \frac{1}{2280}$$

$$\mathfrak{A}_6 = \frac{2^6-1}{6!\,6}\;\frac{1}{42} = \frac{63}{181440} \qquad \mathfrak{B}_6 = \frac{1}{6!\,6}\;\frac{1}{42} = \frac{1}{181440}$$

wobei $\frac{1}{6}, \frac{1}{30}, \frac{1}{42}$ die Bernouilli'schen Zahlen sind, deren Gesetz feststeht, sodass diese Reihen 58) ein augenfälliges Gesetz ihrer Coefficienten haben, und damit erkennt man auch alsbald, dass 58) v von Schreiber mit (37) Schols S. (43) übereinstimmt, denn der Unterschied in den Vorzeichen, $+ s^4 \sin 4\,t$, gegen $- s^4 \sin 4\,A'$ u. s. w. rührt lediglich von anderer Zählweise der Richtungswinkel her, denn es ist t Schreiber $= 90 - A'$ Schols.

Der Vorzug 58) v Schreiber vor (37) Schols besteht aber darin, dass erstere Reihe, Schreiber, ein augenfälliges Coefficientengesetz hat, was bei letzterer, Schols, nicht der Fall ist.

Noch mehr tritt ein solcher Unterschied hervor bei 58) u, welche mit (38a) Schols (S. 43) zu vergleichen ist. Da nach Fig. 8 die Hülfsgrössen r und φ so definirt sind:

$$57)\qquad \frac{r}{2}\sin\varphi = \frac{\xi}{2} \text{ und } \frac{r}{2}\cos\varphi = y = \frac{\gamma}{2},$$

so wird 58) u so beginnen:

$$u = \frac{\psi_2 + \psi_1}{2} = \frac{3 \cdot 2}{24}(r\sin\varphi)(r\cos\varphi) = \frac{6.2}{24}\xi y = \xi\,\frac{y}{2}$$

und das ist allerdings das erste Glied von (38 a) Schols (S. 43) die Uebereinstimmung der übrigen Glieder so nachzuweisen mag unterbleiben, da ja Schreibers u und v für kleine Entfernungen (Schreiber S. 42) d. h. die Formeln bis einschliesslich sechster Ordnung mit Schols stimmen, wobei

Fig. 9.

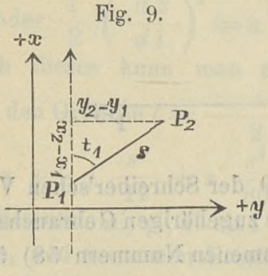
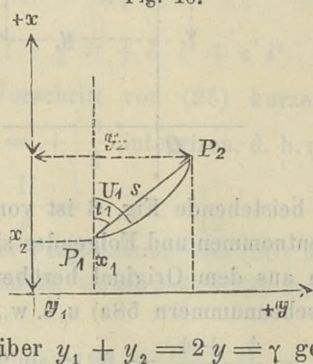


Fig. 10.



nur zu beachten ist, dass bei Schreiber $y_1 + y_2 = 2\,y = \gamma$ gesetzt ist und u und v die schon oben bei 58) angegebenen Bedeutungen haben. Dagegen wollen wir noch von Schreiber S. 42 — 43 die Preussischen Gebrauchsformeln bis sechster Ordnung ausziehen, wobei bekanntlich Kugelhalbmesser $r = A$ für die Breite $52^0\ 42'\ 2{,}53251''$ ist mit $\log A = 6.805\ 0274 \cdot 003$.

Wir können hierbei auch zwei kleine Figuren einer Abhandlung von Oberst von Schmidt in Zeitschr. 1894, S. 399 und 400 nochmals benützen, welche in untenstehender Fig. 9 und Fig. 10 dargestellt sind. Dieselben zeigen zwei Punkte P_1 und P_2 mit den ebenen Coordinaten

$x_1\, y_1$ und $x_2\, y_2$ und der ebenen geradlinigen Entfernung s, welcher eine sphärische (in den Figuren nicht dargestellte) Entfernung R entsprechen soll (R ist dasselbe was früher in Fig. 6 S genannt war). Der Richtungswinkel in P_1 ist t_1 und der sphärische Richtungswinkel daselbst ist U_1. Im zweiten Punkte P_2 hat man entsprechend $t_2 = t_1 \pm 180^0$ und U_2, welches dort kleiner als t_2 ist.

Mit diesen Bezeichnungen gelten die folgenden Schreiber'schen Gebrauchsformeln:

$$76)\ 77)\quad U_1 - t_1 = \psi_1 = \begin{aligned}[t] &+ [1.1023103]\ (y_1 + y_2)\,(x_2 - x_1) \\ &- [0.625189]\ (x_2 - x_1)\,(y_2 - y_1) \\ &- [6.41307]\ (y_1 + y_2)^3\,(x_2 - x_1) \\ &+ [6.41307]\ (y_1 + y_2)\,(x_2 - x_1)^2 \\ &+ [0.70071]\ (y_1 + y_2)^5\,(x_2 - x_1) \end{aligned}$$

$$76)\ 77)\quad U_2 - t_2 = -\psi_2 = \begin{aligned}[t] &- [1.1023103]\ (y_1 + y_2)\,(x_2 - x_1) \\ &- [0.625189]\ (x_2 - x_1)\,(y_2 - y_1) \\ &+ [6.41307]\ (y_1 + y_2)^3\,(x_2 - x_1) \\ &- [6.41307]\ (y_1 + y_2)\,(x_2 - x_1)^3 \\ &- [0.70071]\ (y_1 + y_2)^5\,(x_2 - x_1) \end{aligned}$$

Die drei ersten Glieder hiervon sind schon früher angegeben in einer Mittheilung von Oberst von Schmidt in Zeitschr. 1894, S. 400.

Diese Formeln reichen bei einer Genauigkeit von 0,0005″ bis zu Seiten $s = 205$ km mit Mittelordinate $y = 700$ km, und da in dem Preussischen System westlich höchstens $y = 540$ km und östlich höchstens $y = 622$ km ist, auch $s = 205$ km praktisch nie erreicht wird, so gehen die Formeln 76) 77) noch über das praktisch nöthige Genauigkeitsmaass hieraus.

Auch die Entfernungsreduction wird von Schreiber in denselben Coefficienten $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$ u. s. w. ausgedrückt, welche wir schon bei 58a) angegeben haben. Die Formeln mit augenfälligem Coefficientengesetz sind Schreiber 59) 63) und 67) und die auf das Coefficientengesetz verzichtende Formel für praktische Zwecke ist Schreiber S. 44 bis zur 6. Ordnung. Da eine entsprechende Formel von Schols nicht vorhanden ist, und unsere Entwicklungen (1) — (32) S. 424—428 nur bis zur 4. Ordnung gehen, möge diese ganze Schreiber'sche Formel hier Platz finden, mit der Bemerkung, dass $\gamma = y_1 + y_2 = 2\,y$ und R die sphärische Entfernung (früher S genannt) ist

$$79a)\ l\,s - l\,R = \frac{\gamma^2}{8} + \frac{\eta^2}{24} - \frac{\gamma^4}{192} + \frac{\gamma^2}{96}(\xi^2 - 2\,\eta^2) + \frac{\eta^2}{2880}(2\,\xi^2 - 5\,\eta^2)$$
$$+ \frac{\gamma^2}{2980}(\gamma^4 - 5\,\gamma^2\,(\xi^2 - 2\,\eta^2) + 3\,\xi^4 - 4\,\xi^2\,\eta^2 + 8\,\eta^4)$$
$$+ \frac{\eta^2}{181440}(3\,\xi^4 - 9\,\xi^2\,\eta^2 + 19\,\eta^4)$$

und die Gebrauchsformel mit ausgerechneten Coefficienten-Logorithmen ist für siebente Logarithmenstelle:

$$
\begin{aligned}
80)\quad \log s - \log R = &+ [2.1246395]\ (y_1 + y_2)^2 \\
&+ [1.647518]\ (y_2 - y_1)^2 \\
&- [7.134373]\ (y_1 + y_4)^4 \\
&- [7.73643]\ (y_1 + y_2)^2 (y_2 - y_1)^2 \\
&+ [7.43540]\ (y_1 + y_2)^2 (x_2 - x_1)^2 \\
&+ [2.34823]\ (y_1 + y_2)^6
\end{aligned}
$$

Auch von dieser Reihe sind die 3 ersten Glieder schon früher von Oberst von Schmidt in Zeitschr. von 1894, S. 399 mitgetheilt worden.

Die Formel 80) giebt Genauigkeit auf 0.0000000·05 des Logarithmus bis zu Seiten $s = 348$ km mit Mittelordinate $y = 700$ km, geht also wie die Formeln 76) 77) erheblich über das praktische Bedürfniss hinaus.

Nicht übergangen soll werden, dass für die gewöhnlichen Fälle von Dreiecksseiten II. — III. Ordnung schon die allerersten Glieder ausreichen, nämlich:

$$
80a)\left\{\begin{aligned}
U_1 - t_1 = \quad \psi_1 &= [1.10231]\,(y_1 + y_2)\,(x_2 - x_1) \\
&\quad - [0.6252]\,(x_2 - x_1)\,(y_2 - y_1) \\
U_2 - t_2 = -\psi_2 &= [1.10231]\,(y_2 + y_1)\,(x_1 - x_2) \\
&\quad - [0.6252]\,(x_1 - x_2)\,(y_1 - y_2)
\end{aligned}\right.
$$

$$
80\,b)\ \log s - \log R = [2.12464]\,(y_1 + y_2)^2 + [1.6475]\,(y_2 - y_1)^2
$$

Auch kann man dafür so schreiben:

$$
(80\,c)\left\{\begin{aligned}
U_1 - t_1 &= \psi_1 = [0.92622]\ (2\,y_1 + y_2)\,(x_2 - x_1) \\
U_2 - t_2 &= \psi_2 + [0.92622]\ (2\,y_2 + y_1)\,(x_1 - x_2)
\end{aligned}\right.
$$

$$
(80\,d)\qquad \log s - \log R = [2.24958]\ (y_1^2 + y_1\,y_2 + y_2^2)
$$

All dieses letztere nur bis zur 2. Ordnung lässt sich bekanntlich sehr elementar nachweisen (J. III. 4. Aufl. § 50).

Damit ist der sphärische Theil der Preussischen conformen Doppelprojection erledigt. *J.*

Geodätisches aus Ostafrika.

Im Anschluss an die in Nr. 12 dieser Zeitschrift Seite 346—348 veröffentlichte Besprechung des gedruckten Vortrages von Dr. Stuhlmann, in welcher auf Seite 347 bei der Basismessung mit 300 Mann ein Druckfehler vermuthet wird, möchte ich darauf aufmerksam machen, dass in dem deutschen „Colonialblatt“ vor Kurzem ein Bericht des Gouverneurs General Liebert über seine Anfangs April d. J. beendete grössere Reise erschienen ist, in dem folgende Stelle vorkommt:

„Im Lumgeronthale besichtigte ich die Vermessungsarbeiten des Premier-Lieutenants Gansser, der dort unter den grössten Schwierigkeiten und unter hartem Kampfe mit dem Sumpfklima einen

3100 Meter langen Erddamm aufführt, um eine Basis für die Vermessung von Ost- und West-Usambara zu schaffen. Zwei Europäer sind ihm gestorben, mehrere mussten abgelöst, andere ins Lazareth nach Tanga geschickt werden. Die sehr bedeutenden Erdarbeiten — der Damm ist am Südende 5 Meter hoch aufgeschüttet — werden auch während der Regenzeit fortgesetzt. Ende Mai soll die Basis fertiggemessen sein.

Ich habe angeordnet, dass bis zum 1. October d. J. das Dreiecksnetz von Hendi mit den Punkten 1. bis 4. Ordnung gemessen sein soll. Alsdann wird die Herstellung der so dringend nöthigen Karte des Plantagengebietes eifrigst gefördert werden.“

Zwar kann man von hier aus die in Afrika erforderlichen Arbeiten nicht beurtheilen, aber ein derartiger Aufwand, wie er hier geschildert wird, zum Zwecke einer Basismessung, muss dem Fachmann bedenklich erscheinen.

Wedel i. Holst., Juni 1898.

Gebers,
Königl. Landmesser und Culturingenieur.

Der Herr Einsender hat noch weitere Ansichten geäussert, welche zusammengefasst werden können in dem Zweifel entweder an der Richtigkeit des wahrscheinlich auf Umwegen in die Oeffentlichkeit gebrachten Berichtes über jene „Basismessung mit 300 Arbeitern“ — oder an der Zweckmässigkeit der Messungsbehandlung. Red. *J.*

Unterricht und Prüfungen.

Poppelsdorf, den 23. März 1898.

In der Landmesserprüfungsordnung vom 4. September 1882 ist im § 5, Nr. 3 als Nachweis der erforderlichen allgemeinen wissenschaftlichen Bildung verlangt ein Zeugniss über die erlangte Reife zur Versetzung in die erste Klasse eines Gymnasiums etc. oder in die erste Klasse (Fachklasse) einer nach der Verordnung vom 21. März 1870 reorganisirten Gewerbeschule etc.

Diese Bestimmung ist durch die abändernden Bestimmungen vom 12. Juni 1893 zur Landmesserprüfungsordnung bezüglich der Besucher von Fachschulen wesentlich verschärft worden, indem verlangt worden ist, neben einem Zeugniss über den einjährigen erfolgreichen Besuch einer anerkannten mittleren Fachschule

aa. das Zeugniss über die nach Abschluss der Untersecunda einer neunstufigen höheren Lehranstalt bestandene Prüfung, oder

bb. das Reifezeugniss einer Realschule, bezw. einer gymnasialen oder realistischen Lehranstalt mit sechsstufigem Lehrgange.

Hiernach muss in dem Zeugniss der Fachschule der mindestens einjährige Besuch der Fachschule und die hierdurch erworbene Reife zur Versetzung in die erste Klasse der Fachschule nachgewiesen werden.

Ferner muss in Verbindung mit dem Zeugniss der Fachschule ein genügendes Zeugniss von einer der vorstehend unter aa und bb scharf bezeichneten Lehranstalten beigebracht werden. Demnach können Schüler der Fachschule, welche in diese aufgenommen worden sind, mit einem zum einjährig-freiwilligen Militärdienst berechtigenden Zeugniss anderer Lehranstalten, wie z. B. einer landwirthschaftlichen Mittelschule oder einer Privatlehranstalt, oder mit dem Zeugniss einer Prüfungscommission für Einjährig-Freiwillige einer Königlichen Regierung nicht zur Landmesserprüfung zugelassen werden.

Dies ist zweifellos klargestellt durch die folgenden Verfügungen der Oberprüfungscommission für Landmesser.

J. Nr. 20. Berlin, den 31. Januar 1898.

Die Reifezeugnisse der Landwirthschaftsschulen in Preussen sind den unter Nr. 3 b zu aa und bb im § 5 der Landmesserprüfungsordnung bezeichneten Zeugnissen nicht gleich zu achten. Es liegt kein Grund vor, der es rechtfertigen könnte, dem anbei zurückerfolgenden Reifezeugniss der Landwirthschaftsschule im Grossherzogthum Oldenburg eine weitergehende Bedeutung beizulegen.

Ausserdem genügt auch das ebenfalls wieder angeschlossene Abgangszeugniss der gewerblichen Fachschule in N. nicht den Vorschriften unter c, c. a. a. O., weil darin der Nachweis fehlt, dass der erfolgreiche Besuch dieser Schule mindestens ein Jahr gedauert hat.

J. Nr. 47. Berlin, den 28. Februar 1898.

Der Königlichen Prüfungscommission wird darin beigetreten, dass der von dem Studirenden der Geodäsie N. N. beigebrachte Nachweis der allgemeinen wissenschaftlichen Bildung den Vorschriften unter Nr. 3 zu b im § 5 der Landmesserprüfungsordnung in formeller Beziehung nicht entspricht. Denn die von ihm vor der Prüfungscommission für Einjährig-Freiwillige in N. abgelegte Prüfung, worüber der Berechtigungsschein vom 23. September 1891 lautet, reicht für die Ablegung der Landmesserprüfung an sich nicht aus, um die a. a. O. unter aa und bb bezeichneten Zeugnisse zu ersetzen.

J. Nr. 50. Berlin, den 14. März 1898.

Nach Nr. 3 zu b im § 5 der Landmesserprüfungsordnung ist das Zeugniss über den einjährigen erfolgreichen Besuch einer anerkannten mittleren Fachschule nur in Verbindung mit den unter aa oder bb ausdrücklich bezeichneten Schulzeugnissen als genügender Nachweis der allgemeinen wissenschaftlichen Bildung anzusehen.

Insbesondere ist nicht nachgelassen, dass die Zeugnisse unter aa und bb durch ein auf anderem Wege erworbenes Zeugniss über die Befähigung für den einjährig-freiwilligen Militärdienst ersetzt werden können. Nach dem Anhang zu Nr. 24 des Centralblattes für das deutsche Reich, Jahrgang 1897, Seite 133 bis 197, giebt es zahlreiche öffentliche und private Lehranstalten, auf denen die Befähigung für den einjährig-freiwilligen Militärdienst erworben werden kann, sie alle gehören aber gleichwohl nicht zu den unter aa und bb unter 3 b im § 5 der Landmesserprüfungsordnung erwähnten Anstalten.

Hiernach kann es keinem Zweifel unterliegen, dass das unter den wiederbeigefügten beiden Zeugnissen befindliche Zeugniss der Privatanstalt in N. nicht ausreicht, um in Verbindung mit dem Zeugniss der gewerblichen Fachschule in N. die Zulassung des N. N. zur Landmesserprüfung zu begründen.

Da nach unseren Wahrnehmungen noch vielfach Solche, welche hiernach nicht zur Landmesserprüfung zugelassen werden können, bereits ihre Ausbildung zum Landmesser begonnen haben oder noch beginnen werden, so machen wir hierdurch auf diese Bestimmungen aufmerksam.

Königliche Prüfungscommission für Landmesser.

von der Goltz.

Bücherschau.

Der Kampf um die Handels-Hochschule von R. Beigel, Strassburg. 1 Mark.

Während augenblicklich auf verschiedenen technischen Gebieten eine starke Strömung von Ansichten sich bemerkbar macht, welche die rein praktische Seite der Technik mehr als bisher hervorhebt und alle irgendwie entbehrlich scheinende Theorie bei Seite lassen will, können wir jetzt auf dem Gebiete des Handels den gerade umgekehrten Vorgang beobachten. Der deutsche Kaufmann hat sich in verhältnissmässig sehr kurzer Zeit einen angesehenen Platz im Welthandel erobert, aus eigener Kraft und ohne dass er bisher durch höheren fachwissenschaftlichen Unterricht in ausreichender Weise ein Rüstzeug mitbekommen hätte, wie es seine ausländischen Mitbewerber schon seit einer Reihe von Jahren besitzen. In Technikerkreisen hört man jetzt vielfach die Ansicht, der Deutsche sei von jeher zu wissenschaftlich und theoretisch erzogen, so dass ihm für den Kampf ums Dasein der richtige praktische Blick noch fehle. Im höheren Kaufmannsstande jedoch will sich jetzt immer mehr die Ueberzeugung Bahn brechen, dass gerade für den Kampf ums Dasein im kommenden Jahrhundert eine höhere fachwissenschaftliche Ausbildung für den Kaufmann erforderlich sei.

Dieser Standpunkt ist in dem vorliegenden Schriftchen vertreten. Hier wird zunächst die noch immer verbreitete Meinung bekämpft und widerlegt, dass der höhere Kaufmann mit der vom Gymnasium und Realgymnasium gegebenen Vorbildung auskommen könne. Nachdem dann die wichtigsten Bestrebungen angeführt sind, welche bisher in Deutschland auf dem fraglichen Gebiete sich gezeigt haben, werden dann drei Gründe hervorgehoben, welche bei uns bis jetzt der Gründung von Handelshochschulen hinderlich waren. Diese sind nach der Ansicht des Verfassers: 1. Die Geringschätzung, mit welcher bis jetzt viele und namentlich hochstehende Kreise den Kaufmannsstand und seine Bildung betrachteten; 2. der Mangel an Selbstachtung und Verständniss für moderne Fachbildung im Kaufmannsstande selbst; 3. der Widerstand der Hochschulen gegen Aufnahme handelswissenschaftlicher Abtheilungen. Diese Gründe werden eingehend erläutert und dann die Bestrebungen der übrigen Culturstaaten, welche uns auf dem erwähnten Gebiete voraus sind, kurz dargelegt. Den Schluss der Abhandlung bilden praktische Vorschläge über die Art der neu zu schaffenden Einrichtungen.

Wenn auch dem Landmesser als solchem dieser Gegenstand ziemlich fern liegt, so wird doch der Kulturingenieur, dessen Thätigkeit mit wirthschaftlichen Fragen eng verknüpft ist, die in vorliegendem Schriftchen angeregten Bestrebungen gewiss mit Interesse verfolgen. *H. J.*

Raumlehre für Baugewerkschulen und verwandte gewerbliche Lehranstalten, von M. Girndt, königlicher Baugewerkschullehrer. Erster Theil: Lehre von den ebenen Figuren. Mit 276 Figuren im Text und 287 der Baupraxis entlehnten Aufgaben (8⁰. 98 S.) Leipzig 1897, Teubner.

In Folge der zahlreichen Aufgaben und Anwendungsbeispiele aus dem Bauwesen ist das Buch besonders für Schüler dieses Faches geeignet. Es enthält die Hauptsätze der ebenen Geometrie bis zur Flächeninhaltsberechnung und der Aehnlichkeit der Figuren. Die Beweise sind meist nur angedeutet und dem Lehrer überlassen. In einen Anfange ist noch die Lehre von dem goldenen Schnitt, die graphische Flächenbestimmung und Einiges über den Schwerpunkt aufgenommen worden. *P.*

Rathgeber für Reichs-, Staats- und Communalbeamte. Eine Zusammenstellung der Beamten-Gesetzgebung mit Erläuterungen und 2 Abschnitten: Die Reichs- und Staatsverfassung und Verwaltung, sowie Rechts- und Verwaltungs-Gesetze von allgemeinem Interesse. Im Selbstverlage herausgegeben von H. Lorenz, Berlin NW. 21, Jonasstrasse 2. Elfte vermehrte und verbesserte Auflage. 1898. Commissions-Verlag: Otto Nahmacher, Buchhandlung, Berlin NW., Lübeckerstrasse 40. Preis 2 Mark.

Wenn ein Buch, wie das vorliegende, in kurzer Zeit elf Auflagen erlebt hat, so ist dieser Umstand schon eine genügende Empfehlung für dasselbe, jedenfalls aber ein Zeichen, dass mit seinem Erscheinen ein lebhaftes Bedürfniss weiterer Kreise erfüllt wurde. Zwar giebt es eine ganze Anzahl von Büchern und Schriften, welche die Verwaltung und Verfassung deutscher Bundesstaaten zum Gegenstand haben, aber unseres Wissens kein einziges, welches die Beamten-Verhältnisse so gründlich behandelt. Der Verfasser hat mit grossem Fleiss und nicht ohne Geschick alle Gesetze und Verordnungen etc., welche für die dienstlichen, persönlichen Angelegenheiten der Beamten im Allgemeinen von Wichtigkeit sind, zusammengestellt. Auf diesem Gebiete wird es wohl kaum einen wesentlichen Punkt geben, der hier nicht Berücksichtigung gefunden hätte. Die beiden weiteren Abschnitte behandeln, wie schon der Titel angiebt, die Verwaltung und Verfassung des deutschen Reiches und des preussischen Staates. Die einzelnen Ressorts sind natürlich nur ganz im Allgemeinen behandelt, da ja jeder Beamte über die Verwaltung, welcher er angehört, sich besonders unterrichtet halten muss. Etwas ausführlicher sind dagegen (im letzten Theile) die Gerichtsverfassung, die Verwaltungsbehörden und die Organisation der Polizei behandelt; es folgt dann eine Reihe von Abschnitten über die Rechtsverhältnisse und dergleichen Angelegenheiten jedes Staatsbürgers, welche von allgemeinem Interesse sind. Als besonders wichtig sind hierunter hervorzuheben die Mittheilungen über das Versicherungswesen (Alters-, Unfall- und Invaliditäts-Versicherung), die Staats- und Communalsteuern, die Stempelgesetzgebung, die Militärdienstpflicht und das Schulwesen.

Die Vorzüge des Buches sind grosse Reichhaltigkeit, Berücksichtigung aller einschlägigen und der neuesten Verhältnisse; dabei ist der ganze Inhalt doch sehr übersichtlich angeordnet. Der Rathgeber kann daher jedem Beamten auf das Wärmste empfohlen werden, er eignet sich als Nachschlagebuch, wie zum eingehenden Studium des Anfängers und zur Vorbereitung auf eine Prüfung. *H. J.*

Vorlesungen über mathematische Physik, von Gustav Kirchhoff. Erster Band: Mechanik. Vierte Auflage. Herausgegeben von Prof. Dr. W. Wien, Docenten an der Technischen Hochschule in Aachen. Mit 18 Figuren im Text (464 S. Gr. 8.⁰). Leipzig 1897, Teubner.

In 30 Vorlesungen wird das Gebiet der analytischen Mechanik behandelt. Der Verfasser geht darin nicht, wie sonst, von den Kräften als Ursachen der Bewegung aus, sondern er betrachtet als Aufgabe der Mechanik, die in der Natur vor sich gehenden Bewegungen auf die einfachste Weise vollständig zu beschreiben. Gegen die früheren Auflagen, die bis zur dritten im Jahre 1893 von Kirchhoff selbst herausgegeben wurden, enthält die neue keine wesentliche Veränderungen.

P.

Personalnachrichten.

Preussen.

I. Ernennungen. Kataster-Landmesser Wallstab (Magdeburg) zum Kataster-Controleur in Hultschin (Oppeln) zum 1. September d. J.

Kataster-Landmesser Krüger-Velthusen (Hannover) zum Kataster-Controleur in Gelnhausen (Cassel) zum 1. September d. J. Kataster-Landmesser Becker (Minden) zum Kataster-Controleur in Schwerin a. d. W. (Posen) zum 1. September d. J.

Kataster-Landmesser Niedling (Merseburg) zum Kataster-Controleur in Mohrungen (Königsberg) zum 1. October d. J.

II. Versetzungen. Kataster-Controleur Knöpfler von Gerdauen (Königsberg) nach Lübben (Frankfurt a. d. O.) zum 1. September d. J.

Kataster-Controleur Krüger von Mohrungen (Königsberg) nach Perleberg, Katasteramt Westprignitz (Potsdam) zum 1. October d. J.

III. In dauernde Hülfsarbeiterstelle wurde berufen: Kataster-Landmesser Steinberger (Liegnitz) nach Breslau zum 1. September d. J.

Me.

Vereinsangelegenheiten.

Für das Gauss-Weber-Denkmal sind ferner eingegangen:

vom Bayerischen Geometerverein	25 Mark.
vom Vereine hessischer Geometer I. Kl.	25 „
von einigen Collegen in Cassel	12 „
Summa	62 Mark.
Im Ganzen bis jetzt	202 Mark.

A. Hüser.

Neue Schriften über Vermessungswesen.

Kemperts Litteratur-Nachweis. I. Quartal 1898.

Tichy, Die Bedingungen der Schätzungsgenauigkeit an Maassstäben A. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-V. 1898, p. 129, 146.

Meydenbauer, Die Messbildkunst an Techn. Hochschulen und Universitäten. D. Bauzeitung 1898, p. 80.

Craig, A diagram for the reduction of telemeter readings. A. Engng. News, Vol. 39, p. 75.

Ornum, County Surveyors and Surveyors-General. do. p. 139.

Laussedat, Recherches sur les instruments, les méthodes et le dessin topographiques. A. Ann. du conserv. Tome IX, p. 147.

Kidwell, Designing built-up wooden beams. A. Engng. news, Vol. 39, p. 182.

Lefort, Calcul des poutres droites et planchers en beton de ciment armé. A. Nouv. Ann. de la constr. 1898, p. 12, 25.

Kempert's Litteratur-Nachweis II. Quartal 1897.

Kahle, Die neuen Phototheodoliten von Prof. Koppe aus der Werkstätte für Präcisionsmechanik von O. Günther in Braunschweig A. Ztschr. für Instrumentenk. 1897, p. 33.

Bohn, Notiz zum Polarplanimeter do. p. 54.

Hammer, Neue Controlschienen für gewöhnliche Polarplanimeter.

Vallot, Basismessung im Chamounix für die neue Triangulirung des Montblanc-Massivs do. p. 116.

Finsterwalder u. Ott, Photogrammetrischer Theodolit für Hochgebirgs- und Architektur-Aufnahmen. A. Centralztg. f. Optik 1897, p. 51.

Horn u. Frank, Neuer Taschen-Universal-Messapparat A. do. p. 101.

Lallemand, Sur la précision comparée de divers modes de repérage de la verticale dans les observations astronomiques, géodésiques ou topographiques. Comptes rendus Vol. 124, p. 941.

Lallemand, Sur quelques doutes émis au sujet des bois du colonel Goulier relatives aux variations de longueur des mires de nivellement do. p. 1141 (Comptes rendus, Vol. 124).

Bestimmung der Polhöhe und der Intensität der Schwerkraft auf 22 Stationen von der Ostsee bei Colberg bis zur Schneekoppe. A. (Sterneck'scher Pendelapparat) Himmel und Erde 1896/97, p. 225.

Barczewski, Ueber Ausgleichung von Linienverbindungen bei Kleinmessungen. Oesterreich. Monatsschrift 1897, p. 230.

Kempert's Litteratur-Nachweis. IV. Quartal 1897.

Lehrke, Ueber Additionsmessungen. Oesterr. Monatsschr. f. d. öff. Baud. 1897. p. 530.

Lehrke, Nivellements mit grossen Zielweiten. A. Deutsche Bauzeitung. 1897. p. 514.

Sresnewsky, Der barometrische Rechenstab (Hypsometr. Lineal). A. Zeitschr. f. Instrumentenk. 1897. p. 335.

Eckert & Hamann, Höhenwinkelmesser. do. p. 373.

The Bridges-Lee phototheodolite. A. Scient. Americ. Suppl. Vol. 44. p. 18228.

Neuhöfer & Sohn, Neu construirte Schmalkalder Boussole mit Höhenmesser. A. Centralztg. f. Optik. 1897. p. 211.

Eisenbahnvorarbeiten.

Fuller, The preparation of parliamentary plans for railways. Eng. Vol. 84. p. 439. 463. 489.

Die Ergebnisse der Triangulation der Schweiz. Les Résultats de la Triangulation de la Suisse. Herausgegeben durch das Eidgenössische Topographische Bureau. Lieferung 4: Canton Basel-Stadt u. -Land. Bern 1898. gr. 4, 43 pg. Mit 1 Karte u. Holzschnitten. Mk. 3. Liefg. 1—3. 1896—97. Mit 3 Karten und Holzschnitten. Mk. 10.

Das Buch der Erfindungen, Gewerbe und Industrieen, Gesammtdarstellung aller Gebiete der gewerblichen und industriellen Arbeit, sowie von Weltverkehr und Weltwirthschaft. Neueste, durchaus neugestaltete Auflage, bearbeitet von Ahrens, Arndt, Brüggemann, Dahlen, Ebe, Faulwasser, Grünmach, Gürtler, Haedicke, Heinzerling, Kraft, Lassar Cohn, Lind, Löwenthal, Miethe, Pässler, Pliwa, Reuleaux, Reh, Rosenboom, Rowald, Schmidt, Schreiber, Settegast, Treptow, Wilke, Wüst. Zweiter Band: Die Kräfte der Natur und ihre Benutzung. Physikalische Technologie. I. Theil: Mechanik. II. Theil: Physik. III. Theil: Kraftmaschinen. Mit 986 Textabbildungen und Beilagen. Leipzig 1898. Verlag und Druck von Otto Spamer. 10 Mark. R.

Adressbuch für die deutsche Mechanik und Optik und verwandte Berufszweige mit einer Auswahl der für die Mechanik und Optik in Betracht kommenden Bezugsquellen und einem Verzeichniss von in- und ausländischen Instituten, Lehranstalten, Vereinen und Gesellschaften, Importeuren und Exporteuren etc. Zweite, vollständig neu bearbeitete und sehr vermehrte Ausgabe. Herausgegeben von Fr. Harrwitz, Redacteur der Fachzeitschrift „Der Mechaniker“. Band I: Verzeichniss der deutschen Mechaniker, Optiker, Glasinstrumentenmacher und verwandter Berufszweige nach Firmen, Städten und Specialitäten. Berlin 1898. Im Verlage der Administration der Fachzeitschrift „Der Mechaniker“ (F. & M. Harrwitz). R.

La théorie des parallèles démontrée rigoureusement. Essai sur le livre I^er^ des éléments d'Euclide par Michel Frolov. Paris, Carré & Naud, éditeurs, 3, rue Racine. Bâle et Genève, Georg & Cie., éditeurs. 1898. R.

Die russische Triangulirung auf der Balkanhalbinsel in den Jahren 1877 bis 1879. Nach offiziellen Quellen bearbeitet von Sigismund Truck, k. und k. Hauptmann im militär-geographischen Institute. (Hierzu Tafel 13.) Separat-Abdruck aus den „Mittheilungen des k. und k. militär-geographischen Institutes“. XVII. Band. Wien 1898. Verlag des k. und k. Militär-Geographischen Institutes. In Commission der Hof- und Universitäts-Buchhandlung R. Lechner (Wilh. Müller) in Wien und der Hofbuchhandlung Carl Grill in Budapest.

Inhalt.

Verlag von Konrad Wittwer Stuttgart. — Druck von Gebrüder Jänecke in Hannover.