Zeitschrift für Vermessungswesen

Herausgegeben vom Arbeitskreis Deutscher Verein für Vermessungswesen (DVW.) E. V. in der Fachgruppe Bauwesen E. V. des Nationalsozialistischen Bundes Deutscher Technik

über die Kriegsdauer vereinigt mit

Allgemeine Vermessungsnachrichten

Bildmessung und Luftbildwesen
Zeitschrift der Deutschen Gesellschaft für Photogrammetrie E. V.

Photogrammetria
Offizielles Organ der Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie

Hauptschriftleiter i.N.: Professor Dr. Dr.-Ing. E. h. **O. Eggert**, Berlin-Dahlem, Ehrenbergstr. 21
Stellv. Hauptschriftleiter i. N.: Öff. best. Verm.-Ing. Kurd Slawik, Berlin W. 50, Spichernstr. 2
Mitarbeiter: Oberstleutnant Geßner, Berlin SW. 29, Flughafenneubau und Professor Dr.-Ing. habil. W. Großmann, Hannover, Techn. Hochschule

Heft 5/6 **Mai/Juni 1943** **72. Jahrgang**

Zwei aus den Grundgesetzen der Mechanik abgeleitete Beweise für die Richtigkeit der Methode der kleinsten Quadrate nebst praktischen und erkenntnistheoretischen Folgerungen.

Von Oberst a. D. Konrad Friedrich, München.

I. Vorbemerkungen.

Durch die nachstehenden Darlegungen wird bewiesen: Man kann die M.d.kl.Qu.[1] ohne wahrscheinlichkeitstheoretische Erwägungen völlig allgemeingültig, d. h. unabhängig von jedem Fehlergesetz der Wahrscheinlichkeitsrechnung und im besonderen unabhängig von der Forderung gleichwahrscheinlicher positiver und negativer Fehler, allein aus den Grundlagen der Mechanik herleiten, nämlich entweder aus dem Satz vom Parallelogramm der Kräfte oder aus dem Satz von den virtuellen Geschwindigkeiten oder aus dem Satz von der kleinsten Formänderungsarbeit. Mit anderen Worten: um beliebige einschlägige Aufgaben der Ausgleichungsrechnung zu lösen, bedarf man nicht der M.d.kl.Qu. Man gelangt zu denselben Ergebnissen, die dieses Rechenverfahren liefert, wenn man die eben genannten einfachen Regeln der Mechanik anwendet.

Zunächst drängen sich einige Fragen auf:

1. Wenn es gelingt, diese Behauptungen zu beweisen, wird dann die M.d.kl.Qu. überflüssig?

Keineswegs. Aber sie wird dann überhaupt erst sicher begründet.

2. Abgesehen von solchem theoretischen Gewinn, welchen praktischen Wert hat es, in dieser Weise die Ausgleichungsrechnung von der ihr artverwandten Wahrscheinlichkeitsrechnung, wenn auch nur vorübergehend, loszulösen und auf das anscheinend fremdartige Gebiet der Mechanik zu verweisen?

Dieser Frage gegenüber werden unsere Ausführungen zeigen, daß die neue Erkenntnis nicht nur grundsätzliche und weittragende theoretische, sondern auch wichtige praktische Folgerungen nach sich zieht.

Der Versuch, die M.d.kl.Qu. mit Hilfe der Mechanik (unter Benutzung des Hebelgesetzes) zu begründen, ist bereits 1825 gemacht worden (1. sogen. Beweis von Ivory).[2] Aber, wie bald erkannt wurde, handelte es sich nur um einen Scheinbeweis. Unter diesen Umständen ist es angezeigt, unsere Untersuchungen, selbst auf die Gefahr hin, weitschweifig zu erscheinen, unter besonders ausführlicher und sorgsamer Darlegung aller Einzelheiten durchzuführen.

II. Erster Beweis: Fehlergleichungen mit nur einer Unbekannten.

1. Wir gehen von einem trivial einfachen Beispiel der Mechanik aus, nämlich von dem denkbar primitivsten statisch unbestimmten Stabverband gemäß Fig. 1. Zwischen den zwei

[1] Abkürzung für „Methode der kleinsten Quadrate".
[2] Vgl. Czuber, Theorie der Beobachtungsfehler, Verl. Teubner, Leipzig 1891. S. 302.

Auflagerpunkten A und B sind zwei elastische Stäbe von gleicher Länge s und sonstiger gleicher Beschaffenheit (Querschnitt, Werkstoff usw.) eingelagert. In dem Knotenpunkt X_0 sind sie fest verbunden. Auch ist vorgesorgt, daß der sonst „wackelige“ Knotenpunkt X_0 nicht senkrecht zur Richtung AB ausweichen kann. Der bisher spannungslose Zustand des Stabverbandes wird dadurch gestört, daß Stab 1 nachträglich erwärmt wird, während Stab 2 seine ursprüngliche Temperatur beibehält.[3]) Wäre Stab 1 nicht mit 2 verbunden, sondern frei, so würde er sich infolge der Temperaturerhöhung um den Betrag l_1 ausdehnen. Sein Endpunkt würde dann von X_0 nach X_1 gelangen (Fig. 2). Dieser Verlängerung widerstrebt aber Stab 2. Das Ende von Stab 1 gelangt daher nur nach X. Infolgedessen werden jetzt beide Stäbe zusammengedrückt, und zwar 1 um das Maß $X_1X = -v_1 = l_1 - \mathfrak{v}$ und 2 um das Maß $X_0X = v_2 = \mathfrak{v}$. Die Werte v_1 und v_2 der endgültigen Längenänderungen beider Stäbe stellen bei deren völlig gleicher Beschaffenheit unmittelbar die zwei auftretenden Druckkräfte dar. Damit Gleichgewicht herrscht, müssen diese beiden entgegengesetzt gerichteten Kräfte gleich sein. Mithin muß sein: $X_1X = X_0X = -v_1 = v_2 = l_1 - \mathfrak{v} = \mathfrak{v}$ mit $\mathfrak{v} = \frac{l_1}{2}$ (Satz vom Parallelogramm der Kräfte).

Will man aber den Satz von der kleinsten Formänderungsarbeit[4]) der Lösung zugrundelegen, so hat man für

Stab 1: Arbeit A_1 = Kraft mal Weg im Sinne der Kraft $= (l_1 - \mathfrak{v})\,(l_1 - \mathfrak{v})$ und
Stab 2: Arbeit A_2 = Kraft mal Weg im Sinne der Kraft $= \mathfrak{v} \cdot \mathfrak{v}$

mit der Forderung: Gesamtarbeit $A = A_1 + A_2 = (l_1 - \mathfrak{v})^2 + \mathfrak{v}^2 = v^2{}_1 + v^2{}_2 = [v\,v] = \text{Min.}$

Daraus folgt durch Differenziation nach $\mathfrak{v}$: $\frac{\partial A}{\partial \mathfrak{v}} = -2\,(l_1 - \mathfrak{v}) + 2\mathfrak{v} = 0$ mit wieder $-v_1 = v_2 = \mathfrak{v} = \frac{l_1}{2}$.

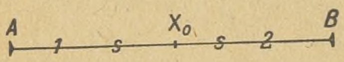

Fig. 1.

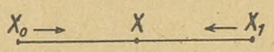

Fig. 2.

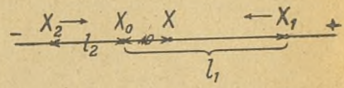

Fig. 3.

Man kann die Aufgabe noch verallgemeinern, indem man auch Stab 2 um so viel erwärmt (oder abkühlt), daß sein Endpunkt im freien Zustande vorwärts (oder rückwärts) über X_0 hinaus um l_2 nach X_2 gelangt (Fig. 3 entspricht der Erwärmung). Jetzt wird Stab 1 zusammengedrückt wie bisher um $X_1X = -v_1 = l_1 - \mathfrak{v}$ und Stab 2 um $X_2X = v_2 = -l_2 + \mathfrak{v}$. Dabei sind die Strecken rechts vom Nullpunkt X_0 als positiv, links davon als negativ gerechnet. Daher wieder: $-v_1 = v_2 = l_1 - \mathfrak{v} = -l_2 + \mathfrak{v}$ nach dem Satz vom Parallelogramm der Kräfte und $A = v^2{}_1 + v^2{}_2 = [v\,v] = (l_1 - \mathfrak{v})^2 + (-l_2 + \mathfrak{v})^2 = \text{Min.}$, woraus übereinstimmend folgt: $\mathfrak{v} = \frac{l_1 + l_2}{2}$, wobei l_2 negativ, zufolge den Annahmen von Fig. 3. Oder in Worten: Das einfache arithmetische Mittel beider Stabverlängerungen (oder Verkürzungen) ergibt die endgültige Lage X des Knotenpunktes. Dieser liegt daher in der Mitte zwischen X_1 und X_2. Unmittelbar einleuchtend ist ja auch folgende Überlegung: Der endgültige Punkt X wird von den Punkten X_1 und X_2, die beide denselben Rechtsanspruch auf Geltung haben, mit gleicher Kraft angezogen. Folglich ist sein Ruhezustand nur in der Mitte zwischen X_1 und X_2 denkbar.

2. Nunmehr wenden wir uns zu der unserem Stabverband entsprechenden Vermessungsaufgabe. Zwischen den zwei Festpunkten A und B (Fig. 1) soll der auf ihrer Verbindungslinie sehr nahe der Mitte gelegene Punkt X_0 durch Messung festgelegt werden. Zu diesem Zweck werden die Längen AX_0 und BX_0 gemessen. (Überbestimmter Bogenschnitt mit nur 2 Strahlen.) Als Endpunkte ergeben sich: von A aus X_1 und B aus X_2. Dabei überschneiden sich die beiden Strecken AX_1 und BX_2 oder es bleibt zwischen ihnen eine Lücke. Nachstehend wird in Übereinstimmung mit Fig. 3 Überschneidung angenommen. Nehmen wir dann noch v o r l ä u f i g Punkt X_0 dieser Figur als den gesuchten Punkt an, so tritt auch sonst völlige Übereinstimmung

[3]) Man kann statt Erwärmung oder Abkühlung des Stabes 1 in diesem auch eine Montagespannung oder ganz allgemein eine in X_0 ansetzende, den Stab 1 in Richtung AX_0 beanspruchende Zug-(oder Druck-)kraft annehmen.

[4]) Vom Satz über die virtuellen Geschwindigkeiten wird beim zweiten Beweis Gebrauch gemacht.

beider Aufgaben ein. Die von A aus festgelegte Meßstrecke 1 verlangt als Endpunkt X_1, dagegen die von B aus festgelegte Meßstrecke 2 verlangt als Endpunkt X_2. Beide Ansprüche können nicht voll befriedigt werden, ein Kompromiß ist unvermeidlich. Da aber beide Ansprüche durchaus gleichberechtigt sind, weil die Meßstrecken gleiche Längen haben und auch sonst die zugehörigen Messungen genau gleichwertig sind, muß der endgültige Punkt X wieder in der Mitte zwischen X_1 und X_2 liegen. In der Tat wird ja die Meßstrecke 1 zusammengedrückt entsprechend ihrer Verkürzung X_1X mit einer *Kraft*, die durch diese Verkürzung unmittelbar ausgedrückt wird, also mit $l_1 - \mathfrak{v}$; und ebenso die Meßstrecke 2 entsprechend ihrer Verkürzung X_2X mit einer *Kraft* $-l_2 + \mathfrak{v}$. Auch für unseren primitiven Bogenschnitt gibt daher der Satz vom Parallelogramm der Kräfte die Lösung $-v_1 = v_2 = l_1 - \mathfrak{v} = -l_2 + \mathfrak{v}$ mit $\mathfrak{v} = \frac{l_1 + l_2}{2}$ und der Satz von der kleinsten Formänderungsarbeit: $A = v^2{}_1 + v^2{}_2 = [vv] = (l_1 - \mathfrak{v})^2 + (-l_2 + \mathfrak{v})^2 = \text{Min.}$ ebenfalls mit $-v_1 = v_2$ und $\mathfrak{v} = \frac{l_1 + l_2}{2}$. Auch die Bezeichnungen l, $\mathfrak{v}$ und v haben bei beiden Aufgaben sinngemäß dieselbe Bedeutung, wie die nachstehende Zusammenstellung nachweist.

	Stabverband	Bogenschnitt
	Positive oder negative *Dehnungen*	*Fehler* ausdrücke
l	Länge bei freier Dehnung weniger Anfangslänge	gemessene Länge weniger angenommene Länge
$\mathfrak{v}$	Länge bei endgültiger Dehnung weniger Anfangslänge	endgültige Länge weniger angenommene Länge
$v = -l + \mathfrak{v}$	Länge bei endgültiger Dehnung weniger Länge bei freier Dehnung	endgültige Länge weniger gemessene Länge

Demzufolge ist das *einfache arithmetische Mittel derjenige Wert, der einer Größe auf Grund von zwei völlig gleichwertigen Messungen naturnotwendig zukommt*. Es handelt sich dabei nicht um einen wahrscheinlichen oder plausiblen oder mehr oder weniger zweckmäßigen Wert, vielmehr besteht, *wenn anders die in der Mechanik geltenden Naturgesetze richtig sind*, Gewißheit darüber, daß dieser Wert die einzige vorhandene strenge Lösung darstellt. Er gibt sozusagen „die Lösung an sich".

3. Wir verallgemeinern unseren Stabverband und Bogenschnitt weiter, indem wir ungleich lange und auch sonst ungleichartige Stäbe und Meßstrecken annehmen.

Für die Lösung der so verallgemeinerten Aufgabe sind zunächst noch einige Vorbetrachtungen notwendig. Bisher hatten wir hinsichtlich der Längenänderungen der Stäbe und Meßstrecken keine besonderen Festsetzungen getroffen. Es ist aber klar, daß, wenn wir die Begriffe der v nicht mit dem unserer Aufgabe entsprechenden Inhalt ausstatten, wir zu keiner Lösung gelangen können. Denn wo man nichts hineingelegt hat, kann man auch nichts herausholen.

Wir stellen fest: a) Die Werte l, $\mathfrak{v}$, v sowohl des Stabverbandes wie auch des Bogenschnittes sind mathematische Größen, demnach stetiger Zu- und Abnahme fähig. b) Sie sind im Verhältnis zur Stablänge (Meßstrecke) sehr klein. c) Nicht nur die Dehnungs-, sondern auch die *Fehlerwerte* v werden durch *Kräfte* hervorgerufen. Diese Feststellung ist für die weitere Beweisführung von entscheidender Bedeutung. *Beweis*: In der Mechanik heißt Kraft eine Bewegungsursache, die sich darstellen läßt durch eine geometrische Größe (Vektor) von bestimmter Länge und Richtung. Nun sind aber die Ursachen, welche die Bewegungen an den Endpunkten ungleichartiger Stäbe (Meßstrecken) erzeugen, verschieden groß. Denn wären sie gleich, dann müßten sie auch stets dieselbe Wirkung hervorbringen, d. h. es müßten die Verlängerungen oder Verkürzungen v, wie immer auch die Beschaffenheit der Stäbe oder Meßstrecken wäre, stets dieselben sein, was den Tatsachen widerspricht. Folglich müssen diese Bewegungsursachen eine nach den Umständen wechselnde, aber in jedem Einzelfall ganz bestimmte Größe haben und sich daher auch durch eine bestimmte Länge darstellen lassen. Außerdem haben diese Bewegungsursachen aber auch eine bestimmte Richtung, denn sie wirken verlängernd oder verkürzend in der Richtung der betreffenden Stäbe (Meßstrecken). Die Vorbedingungen dafür, daß die Bewegungsursachen auch an den Meßstrecken — an den Stäben erscheint uns das als selbstverständlich — als Kräfte zu gelten haben, sind demnach erfüllt. Wenn somit in diesen Untersuchungen angenommen wird, daß die Fehler v durch

Kräfte hervorgerufen werden, so ist das nicht bloß eine Art von dichterischem Vergleich, der aber doch mehr oder weniger hinkt, sondern es ist eine verstandesmäßige Notwendigkeit. d) Die zur Erzeugung der Dehnung oder des Fehlers v notwendige Kraft ist

$$P = p\,v. \tag{1}$$

Dabei bedeutet p eine dem betreffenden Stab (Meßstrecke) eigentümliche (mithin von v unabhängige) Konstante. Beweis: Nach Newtons dynamischem Grundgesetz ist P gleich Masse mal Beschleunigung gleich Masse mal dem zweiten Differenzialkoeffizienten des Weges nach der Zeit. Was aber die Zeit anlangt, so sind wir bei unserer Aufgabe gar keinen Beschränkungen unterworfen, sondern in unserer Annahme völlig frei. Wir können daher die Zeit, die der Stab oder die Meßstrecke für die Längenänderung v benötigt, beliebig, also auch sehr klein annehmen. Dann wird die aus dem ursprünglichen Ruhezustand heraus erfolgende Beschleunigung unmittelbar durch den sehr kleinen Weg v ausgedrückt. Ferner entspricht der in dem dynamischen Grundgesetz auftretenden Masse die Gewichtsgröße p. Die Formel

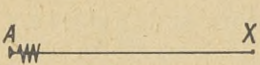

Fig. 4.

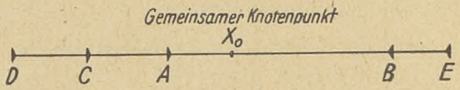

Fig. 5.

$P = p\,v$ stimmt daher mit dem dynamischen Grundgesetz überein. e) Unter diesen Umständen gewinnen wir am einfachsten eine besonders anschauliche Vorstellung über den Bewegungsvorgang, wenn wir uns denken, daß sich am Auflager A von $A\,X$ (Fig. 4) ein sehr kleines Federwerk befindet und der Stab oder die Meßstrecke im übrigen starr ist. f) Folgt der Stab dem üblichen Hookeschen Elastizitätsgesetz, so ist diesem Gesetz zufolge $v = r \cdot P$, wo r die Stabkonstante $\frac{s}{E\,F}$ ist mit dem Elastizitätsmodul E und Stabquerschnitt F, die Gewichtsgröße demnach $\mathrm{p} = \frac{1}{r} = \frac{E \cdot F}{s}$ oder, bei überall gleichen Werten E und F im Stabwerk, auch nur $p = \frac{1}{s}$. Ist ferner beim Bogenschnitt der üblichen Annahme zufolge der mittlere Fehler $m_s = c\sqrt{s}$, wo c eine Konstante, so hat man ebenfalls $p = \frac{1}{s}$. Unter diesen Voraussetzungen stimmen somit Stabverband und Bogenschnitt auch hinsichtlich der Werte p überein.

Nach diesen Vorbetrachtungen ergibt sich sofort die Lösung für den Stabverband oder Bogenschnitt mit den ungleichen Werten s_1 und s_2 oder noch allgemeiner mit den ungleichen Gewichtsgrößen p_1 und p_2. Als Kraftgleichung erhalten wir wegen $P = p\,v$: $-p_1(-l_1 + \mathfrak{v}) = p_2(-l_2 + \mathfrak{v})$ oder $p_1 v_1 + p_2 v_2 = [p\,v] = 0$ und als Arbeitsgleichung: $A = p_1(-l_1 + \mathfrak{v})^2 + p_2(-l_2 + \mathfrak{v})^2 = [p\,v\,.\,v] = \text{Min.}$ Daraus folgt übereinstimmend: $\mathfrak{v} = \frac{[p\,l]}{[p]}$. Dasselbe Ergebnis erhalten wir aber nach der M.d.kl.Qu. aus den Fehlergleichungen

$$\mathfrak{v} - l_1 = v_1 \text{ mit Gew. } p_1$$
$$\mathfrak{v} - l_2 = v_2 \text{ mit Gew. } p_2$$

Schließlich können wir noch zu beliebig vielen (m) solcher Fehlergleichungen übergehen. Hierzu ist nur nötig, dem Stabverband oder Bogenschnitt beliebig viele (m) Auflager- oder Festpunkte zu geben, die sämtlich auf derselben Geraden liegen, wobei alle Stäbe oder Meßstrecken wieder verschiedene Werte p haben (Fig. 5 mit $m = 5$ Festpunkten).

Ganz allgemein gitl wieder $[p\,v] = 0$ und $[p\,v\,v] = \text{Min.}$ Die Fehlergleichungen sind:

$$\left.\begin{array}{l} \mathfrak{v} - l_1 = v_1 \text{ mit Gew. } p_1 \\ \mathfrak{v} - l_2 = v_2 \text{ mit Gew. } p_2 \\ - \;-\; -\; -\; -\; - \\ \mathfrak{v} - l_m = v_m \text{ mit Gew. } p_m \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{mit der Lösung des} \\ \text{allgemeinen arithme-} \\ \text{tischen Mittels} \\ \mathfrak{v} = \dfrac{[pl]}{[p]} \end{array} \tag{2}$$

Setzt man $\mathfrak{v} = x$ und $\sqrt{p_i} = a_i$, $\sqrt{p_i}\, l_i = L_i$. $\sqrt{p_i}\, v_i = V_i$, so entsteht das neue System von Fehlergleichungen:

$$\text{(3)} \qquad \left.\begin{array}{l} a_1 x - L_1 = V_1 \\ a_2 x - L_2 = V_2 \\ - \ - \ - \ - \\ a_m x - L_m = V_m \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} \text{Gew. 1 mit der} \\ \text{Lösung } x = \dfrac{[a\,L]}{[a\,a]} \end{array}$$

Aus diesem letzten System (3) von Fehlergleichungen kann aber sogleich auch in der bekannten Weise ein ebensolches mit ungleichen Gewichten gefolgert werden.

Nunmehr schließen wir rückwärts: Hat man ein beliebiges System von Fehlergleichungen mit einer Unbekannten (System 3), so folgert daraus ein anderes von der Form (2). Dieses System gehört aber einem Stabverband (oder auch Bogenschnitt) gemäß Fig. 5 an, für den nach den mechanischen Grundgesetzen die Lösung gilt $\mathfrak{v} = \dfrac{[p\,l]}{[p]}$. Folglich gehört auch zu dem System (3) die Lösung $x = \dfrac{[a\,L]}{[a\,a]}$, d. h. die M. d. kl. Qu. für Fehlergleichungen mit nur einer Unbekannten ist mit Hilfe der Mechanik bewiesen.

Damit sind wir bereits zu einem gewissen Abschluß unserer Betrachtungen gekommen. Es könnte sogar fast scheinen, daß die weitere Beweisführung nicht mehr erforderlich ist. Denn der erste Gaußsche Beweis (1809)[5]) geht von der unbewiesenen Voraussetzung aus, daß der wahrscheinlichste Wert einer n mal gemessenen Größe das arithmetische Mittel der n beobachteten Werte ist. Die Richtigkeit dieser Annahme wurde aber vorstehend nachgewiesen.

Allein man darf nicht übersehen, daß dieser an sich hervorragend elegante und scharfsinnige Beweis noch zwei weitere willkürliche Annahmen enthält: nämlich daß die Fehlerwahrscheinlichkeitsfunktion eine analytische Funktion ist und ferner, daß bei den Messungen alle systematischen Einflüsse ausgeschaltet sind.

Dagegen macht unsere Beweisführung keinerlei derartige Voraussetzungen, sie verlangt nur, daß ihre Voraussetzungen mit den allgemeinen, überall in der Welt gültigen Naturgesetzen der Mechanik im Einklang stehen.

III. Erster Beweis: Fehlergleichungen mit beliebig vielen Unbekannten.

1. Fehlergleichungen mit 2 Unbekannten. Bisher erstreckte sich der zu untersuchende statisch unbestimmte Stabverband (eindimensional) längs einer Geraden, und das Gleiche gilt für den äquivalenten überbestimmten Bogenschnitt. Wir gehen jetzt zu den entsprechenden zweidimensionalen Gebilden der Ebene über und betrachten zunächst einen besonders einfachen Fall.

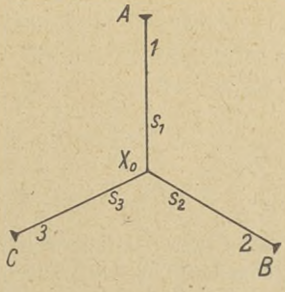

Fig. 6.

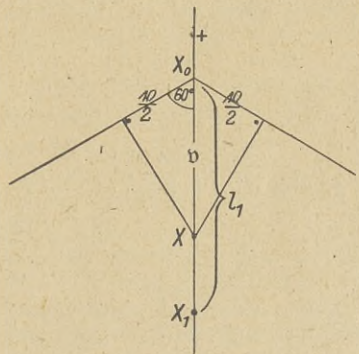

Fig. 7.

5) Theoria motus corporum coelestium. II. Buch Abschn. 3.

Drei Auflagerpunkte A, B, C bilden ein gleichseitiges Dreieck entsprechend Fig. 6. In dessen Mitte befindet sich der gelenkartige Knotenpunkt X_0. Dieser ist durch die Stäbe 1, 2, 3 von gleicher Länge $s_1 = s_2 = s_3$ und sonst gleicher Beschaffenheit mit A, B, C verbunden. Der bisher spannungslose Zustand des Systems wird dadurch gestört, daß Stab 1 erwärmt wird, während die Temperaturen der Stäbe 2 und 3 unverändert bleiben. Infolge seiner erhöhten Temperatur würde sich Stab 1, falls er frei wäre, von X_0 bis Punkt X_1 ausdehnen (Fig. 7). Diese Ausdehnung l_1 verhindern jedoch die widerstrebenden Stäbe 2 und 3. Daher kann der Endpunkt von Stab 1 nur bis Punkt X gelangen. Somit ergibt sich folgender Gleichgewichtszustand: es werden zusammengedrückt Stab 1 durch eine Kraft entsprechend der Länge $-l_1 + \mathfrak{v}$ und die Stäbe 2 und 3 je durch eine Kraft entsprechend der Länge $\frac{\mathfrak{v}}{2}$. Diese drei Druckkräfte müssen im Gleichgewicht sein, so daß ihre geometrische Summe verschwindet. Daher muß auch die Summe der drei Kraftkomponenten in der Richtung von Stab 1 Null sein. Mithin hat man:
$-l_1 + \mathfrak{v} + \frac{\mathfrak{v}}{2}\cos 60^0 + \frac{\mathfrak{v}}{2}\cos 60^0 = 0$ oder $\mathfrak{v} = \frac{2}{3}\, l_1$ (Satz vom Parallelogramm der Kräfte) und

$$v_1 = v_2 = v_3 = \frac{l_1}{3}\,.$$

Dieselbe Lösung gibt die Arbeitsbedingung: $A = (-l_1 + \mathfrak{v})^2 + 2\,(\frac{\mathfrak{v}}{2})^2 = \text{Min.} = [v\,v]$.

Für den zugehörigen Bogenschnitt gilt wieder dasselbe Ergebnis. Von den Festpunkten A, B, C werden die Entfernungen nach dem sehr nahe der Dreiecksmitte gelegenen Punkt X_0 gemessen. Die Messungen s_2 und s_3 haben dieselben Werte ergeben, dagegen weist die Messung s_1 einen Überschuß l_1 auf. Demzufolge wird die Meßstrecke 1, die bestrebt ist, bis X_1 zu gelangen, daran verhindert, da die Strecken 2 und 3 ihre gleichberechtigten Längen beibehalten wollen. Daher kommt es genau zu demselben Kräfteausgleich wie beim Stabverband. Es gelten mithin dieselben Kraft- und Arbeitsgleichungen mit wieder $v_1 = v_2 = v_3 = \frac{l_1}{3}$.

Nach diesen vorbereitenden Erwägungen verallgemeinern wir den statisch unbestimmten Stabverband. Die 3 Auflagerpunkte A, B, C bilden jetzt ein beliebiges unregelmäßiges Dreieck und die Stäbe 1, 2, 3 haben die verschiedenen Längen $s_1\, s_2\, s_3$ und bei auch sonst ungleichartiger Beschaffenheit die Gewichtsgrößen $p_1\, p_2\, p_3$. Ferner seien ihre vom Knotenpunkt X_0 ausgehenden Richtungen $\varphi_1\, \varphi_2\, \varphi_3$ (Fig. 8). Stab 1 sei wieder erwärmt, 2 und 3 seien ohne Veränderung der Anfangstemperatur. Wir lösen die Aufgabe wieder mit Hilfe der mechanischen Grundgesetze, aber bei diesem ersten Beweis in anderer Weise, als dies in der Mechanik üblich ist, indem wir uns an das in der Geodäsie übliche Rechenverfahren anlehnen. Der freie Stab 1 würde wieder mit seinem Ende X_0 bis X_1 gelangen. Da aber die Stäbe 2 und 3 entgegenwirken, kommt sein Ende nur bis X (Fig. 9), und zwar liegt $X_0 X$ nicht mehr wie bei der bisherigen symmetrischen Aufgabe in der Richtung φ_1, sondern die geometrische Strecke $X_0 X$ ist ein Verschiebungsvektor $\mathfrak{Z} = Z_\zeta$ von der Länge Z und der Richtung ζ. Stab 1 hat frei die Länge $s_1 + l_1$ und endgültig $s_1 + Z\cos(\varphi_1 - \zeta)$. Mithin wird er zusammengedrückt um $v_1 = -l_1 + Z\cos(\varphi_1 - \zeta)$. Die Stäbe 2 und 3 werden zusammengedrückt um $v_2 = Z\cos(\varphi_2 - \zeta)$ und $v_3 = Z\cos(\varphi_3 - \zeta)$. Dabei kommen diesen drei Werten v je die Gewichte $p_1\, p_2\, p_3$ zu. Damit Gleichgewicht besteht, muß die Kraftgleichung erfüllt sein, derzufolge die geometrische Summe der drei Druckkräfte verschwindet. Für den Endzustand gilt daher, falls z. B. der Vektor von der Länge 1 und der Richtung φ_1 mit 1_{φ_1} bezeichnet wird:

$$p_1\, v_1 \cdot 1_{\varphi_1} + p_2\, v_2 \cdot 1_{\varphi_2} + p_3\, v_3 \cdot 1_{\varphi_3} = 0$$

oder, falls gesetzt wird z. B. $p_1 \cdot 1_{\varphi_1} = \mathfrak{p}_1$:

$$\mathfrak{p}_1\, v_1 + \mathfrak{p}_2\, v_2 + \mathfrak{p}_3\, v_3 = [\mathfrak{p}\, v] = 0. \tag{4}$$

Ferner muß nach der Arbeitsbedingung sein: $A = p_1 v_1 \cdot v_1 + p_2 v_2 \cdot v_2 + p_3 v_3 \cdot v_3 = [p\,v\,v] = \text{Min.}$ mit den 2 Unbekannten Z und ζ.

Die Aufgabe ändert sich nicht wesentlich, wenn wir im Sinne der früheren Verallgemeinerungen auch die Temperaturen jedes der Stäbe 2 und 3 gegenüber dem Anfangszustande in verschiedener Weise derart verändern, daß Stab 2 um l_2 und Stab 3 um l_3 verlängert (oder verkürzt) werden. Das System der Dehnungsgleichungen wird dann:

$$\underline{-l_i + Z\cos(\varphi_i - \zeta) = v_i} \text{ mit Gew. } p_i, \; (i = 1, 2, 3). \tag{5}$$

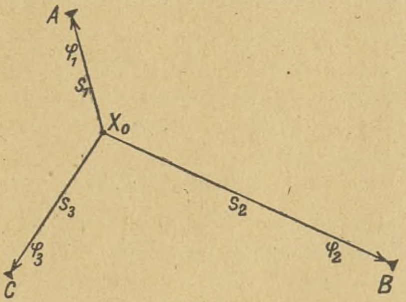

Fig. 8.

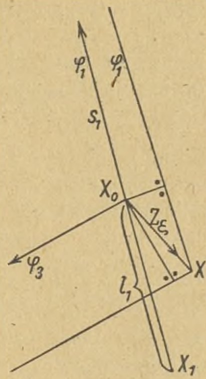

Fig. 9.

Kehren wir hierauf zu der Aufgabe des zugehörigen überbestimmten Bogenschnitts zurück, so bleibt, falls wir nur statt Stab Meßstrecke und statt Dehnungsgleichungen Fehlergleichungen sagen, alles, Figuren und Gleichungen, unverändert.

Im System (5) führen wir hierauf statt der Unbekannten Z und ζ nach Auflösung der Ausdrücke $\cos(\varphi - \zeta)$ als neue Unbekannte die Koordinatenzuschläge des Verschiebungsvektors $\mathfrak{Z}$ ein: $x = Z\cos\zeta$ und $y = Z\sin\zeta$. So entsteht das neue System:

$$\underline{x\cos\varphi_i + y\sin\varphi_i - l_i = v_i} \text{ mit Gew. } p_i \; (i = 1, 2, 3). \tag{5a}$$

Setzt man noch

$$\sqrt{p_i}\cos\varphi_i = a_i,\ \sqrt{p_i}\sin\varphi_i = b_i,\ \sqrt{p_i}\, l_i = L_i \text{ und } \sqrt{p_i}\, v_i = V_i,$$

so erhält man die Fehlergleichungen:

$$\underline{a_i x + b_i y - L_i = V_i} \text{ mit Gew. } 1 \; (i = 1, 2, 3). \tag{6}$$

Schließlich kann man wieder beliebig viele (m) Auflager- oder Festpunkte annehmen, man erhält dann einen m fach statisch unbestimmten Stabverband in Verbindung mit einem m fach überbestimmten Bogenschnitt und statt der drei Dehnungs- oder Fehlergleichungen m solche Gleichungen für die zwei Unbekannten Z, ζ oder x, y. Es ist ferner ersichtlich, daß, falls man die Kraftgleichung $[pv] = 0$ in den reellen und imaginären Teil zerlegt, man erhält $[pv\cos\varphi] = [pv\sin\varphi] = [av] = [bv] = 0$. Die Kraft- und die Arbeitsgleichungen der Mechanik ergeben daher dieselben Normalgleichungen und mithin dieselbe Lösung wie die Systeme (4) und (5) nach der M.d.kl.Qu.

Aber auch umgekehrt gilt der Schluß sinngemäß wie bei den Fehlergleichungen mit nur einer Unbekannten: Zu jedem System (6) gehört ein System (5) und zu jedem System (5) ein Stabverband (oder auch Bogenschnitt). Für jeden solchen Stabverband (oder Bogenschnitt) gilt aber $[pv] = 0$ und $[pvv] = \text{Min.}$, folglich gilt für jedes System (6) die M.d.kl.Qu.

2. Fehlergleichungen mit 3 Unbekannten. Der Leser wird bereits vermuten, wie unsere Beweisführung weiter fortschreitet. Wir wenden uns jetzt zum einfach unbestimmten einknotigen Stabverband und dem zugehörigen Bogenschnitt im Raum, statt bisher in der Ebene. Im Innern einer dreiseitigen unregelmäßigen Pyramide, deren 4 Eckpunkte die Auflagerpunkte $ABCD$ sind, befindet sich der gelenkartige Knotenpunkt X_0, der mit $ABCD$ durch die Stäbe 1, 2, 3, 4 von den Längen $s_1\, s_2\, s_3\, s_4$ und den Gewichtskonstanten $p_1\, p_2\, p_3\, p_4$ verbunden ist. Einer dieser Stäbe, etwa 1, ist überzählig, da die Teilpyramide $BCDX_0$ durch die Grundfläche BCD und die 3 Stablängen $s_2\, s_3\, s_4$ bereits bestimmt ist. Wir bezeichnen wieder den räumlichen Verschiebungsvektor vom Ausgangspunkt X_0 nach dem endgültigen Punkt X mit $\mathfrak{Z}$ von der Länge Z. Seine Richtungen gegen die 3 Koordinatenachsen seien $\zeta_1\,\zeta_2\,\zeta_3$, die der 4 Stäbe gegen diese Achsen $\varphi_{i_1}\ \varphi_{i_2}\ \varphi_{i_3}\ \varphi_{i_4}$ $(i = 1, 2, 3, 4)$. Im übrigen bleibt alles wie bisher. Dann gilt bekanntlich für den Winkel τ_i zwischen dem Stabe i und dem Vektor $\mathfrak{Z}$ die Beziehung:

$$\cos\tau_i = \cos\varphi_{i1}\cos\zeta_1 + \cos\varphi_{i2}\cos\zeta_2 + \cos\varphi_{i3}\,\zeta_3 = [\cos\varphi_i\cos\zeta] \text{ mit } [\cos\varphi_i^2] = 1 \text{ und}$$
$$i = 1, 2, 3, 4. \tag{7}$$

Ferner hat die Projektion des Vektors $\mathfrak{Z}$ auf Stab i die Länge $Z\cos\tau_i$. Somit hat man die Dehnungs- und Fehlergleichungen:

$$Z\cos\tau_i - l_i = v_i \text{ mit Gew. } p_i \; (i = 1, 2, 3, 4).$$

Die Kraftgleichung ist $[\mathfrak{p} v] = 0$, die Arbeitsbedingung $[p v v] = \text{Min.}$ Dabei ist z. B. $\mathfrak{p}_1$ der räumliche Vektor von der Länge p_1 und der Raumrichtung des Stabes 1. Wir führen wieder die 3 Koordinatenabschnitte von $\mathfrak{Z}$ als Unbekannte ein, nämlich $x = Z\cos\zeta_1$, $y = Z\cos\zeta_2$ und $z = Z\cos\zeta_3$ und erhalten das System von Fehlergleichungen:

$$x\cos\varphi_{i1} + y\cos\varphi_{i2} + z\cos\varphi_{i3} - l_i = v_i \text{ mit Gew. } p_i \; (i = 1, 2, 3, 4). \tag{8}$$

Setzt man wieder $\sqrt{p_i}\cos\varphi_{i1} = a_i$ usw., so erhält man unter Berücksichtigung der früheren Verallgemeinerungen das überbestimmte System von beliebig vielen (m) linearen Fehlergleichungen mit 3 Unbekannten

$$a_i x + b_i y + c_i z - L_i = V \text{ mit Gew. } 1 \; (i = 1, 2, 3 \ldots m) \tag{9}$$

oder endlich noch allgemeiner mit Gew. π_i. Daraus ergeben sich sinngemäß dieselben Schlüsse wie bei den Systemen mit einer oder zwei Unbekannten.

3. F e h l e r g l e i c h u n g e n m i t b e l i e b i g v i e l e n U n b e k a n n t e n. Zu diesen Fehlergleichungen gelangen wir, wenn wir vom dreidimensionalen Raum zum n dimensionalen übergehen. In einem solchen sind für den einknotigen statisch unbestimmten Stabverband (oder Bogenschnitt) mindestens erforderlich $n + 1$ Stäbe (oder Meßstrecken).

B e w e i s : Im n dimensionalen Raum bestimmen n Stäbe stets den Knotenpunkt X_0, so daß von $n + 1$ ab jeder weitere Stab überzählig ist. Denn dieser Punkt wird festgelegt durch seine n rechtwinkligen Koordinaten $x\,y\,z\,u\,t \ldots$. Die n Koordinaten jedes der n gegebenen Auflager- oder Festpunkte seien $a_i\,b_i\,c_i\,d_i\; \ldots$, ferner seien s_i die Stablängen und p_i die entsprechenden Gewichtsgrößen. Zur Bestimmung der n Unbekannten $x\,y\,z \ldots$ hat man dann die n Gleichungen: $(x - a_i)^2 + (y - b_i)^2 + (z - c_i)^2 + \ldots = s_i^2$ $(i = 1, 2, 3 \ldots n)$, so daß, falls die Stabzahl $> n$ ist, Übereinstimmung eintritt.

Im n dimensionalen Raum gelten ferner, sinngemäß ergänzt, wieder die Beziehungen: (7): $\cos\tau = [\cos\varphi_i\cos\zeta]$ und $[\cos^2\varphi_i] = 1$. Somit gilt alles für den dreidimensionalen Raum Gesagte sinngemäß auch für den Raum von beliebig vielen (n) Dimensionen. Wir erhalten auf diese Weise beliebig viele (m) Fehlergleichungen für beliebig viele (n) Unbekannte, $m > n$.

Somit lautet das Schlußergebnis: I m n d i m e n s i o n a l e n R a u m s t i m m e n d e r e i n k n o t i g e s t a t i s c h b e l i e b i g u n b e s t i m m t e S t a b v e r b a n d u n d d e r z u g e h ö r i g e ü b e r b e s t i m m t e B o g e n s c h n i t t v ö l l i g ü b e r e i n. Zu beiden gehören dieselben Raumgebilde, Kraft- und Arbeitsgleichungen, sowie auch dieselben Dehnungs- und Fehlergleichungen. Diese Gleichungen liefern nach den Grundgesetzen der Mechanik dieselben Werte der Unbekannten wie die M.d.kl.Qu.

Hiermit ist d i e s e M e t h o d e u n a b h ä n g i g v o n d e r W a h r s c h e i n l i c h k e i t s r e c h n u n g u n m i t t e l b a r a u s d e n i n d e r g e s a m t e n N a t u r g e l t e n d e n G e s e t z e n d e r M e c h a n i k, nämlich aus dem Satz vom Parallelogramm der Kräfte oder auch aus dem Prinzip des geringsten Energieaufwandes abgeleitet.

IV. Z w e i t e r B e w e i s.

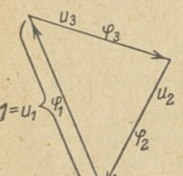

Fig. 10.

1. Wir betrachten zunächst wieder den in der Ebene befindlichen Stabverband (Fig. 8) mit den Festpunkten ABC und dem Innenpunkt X_0 und erinnern uns, daß dieser Verband mit dem zugehörigen Bogenschnitt völlig übereinstimmt. Im Gegensatz zu der bisherigen Beweisführung s c h l i e ß e n w i r u n s a b e r j e t z t d e r ü b l i c h e n R e c h e n w e i s e d e r M e c h a n i k a n. Dann sind nicht die Koordinatenzuschläge x und y des Verschiebungsvektors $\mathfrak{Z}$ die Unbekannten, sondern gesucht wird die im überzähligen Stabe auftretende Spannung X.

Nach den vorausgegangenen eingehenden Darlegungen können wir uns bei dem zweiten Beweis wesentlich kürzer fassen. Wir denken uns den überzähligen Stab 1 beseitigt und zeichnen einen Kräfteplan u, der diejenigen Spannungen des so abgeänderten Verbandes ergibt, die zu einer im überzähligen Stabe auftretenden Zugspannung von der Größe der Lasteinheit gehören. Bei unserem einfachen Beispiel ist dieser Kräfteplan nichts weiter als ein Dreieck (Fig. 10). Der durch die Temperaturänderung bedingten freien Längenänderung l_i des Stabes i entspricht gemäß (1) die Kraft $P_i = p_i l$. Die zu der Dehnung $\mathfrak{v}_i$ gehörige Kraft im Stabe i sei S_i . Dann hat man:

$$\left.\begin{aligned} S_1 &= P_1 + u_1 X \\ S_2 &= P_2 + u_2 X \\ S_3 &= P_3 + u_3 X \end{aligned}\right\} \text{wobei } X \text{ die für } u_1 = 1 \text{ im Stabe 1 auftretende Zugspannung ist.} \tag{10}$$

Hieraus leitet die Mechanik nach dem Satz von den virtuellen Geschwindigkeiten (oder besser Verschiebungen), indem die bei einer virtuellen Verschiebung geleistete Gesamtarbeit gleich Null gesetzt wird, die nachstehende Beziehung ab:

$$u_1 r_1 (P_1 + u_1 X) + u_2 r_2 (P_2 + u_2 X) + u_3 r_3 (P_3 + u_3 X) = [u\mathfrak{v}] = 0 \text{ mit } X = -\frac{[u\,r\,P]}{[u^2\,r]}$$

Hier sind die r_i die Stabkonstanten entspr. $r_i = \frac{1}{p_i}$. Wegen des negativen Vorzeichens ist X eine Druckspannung. Ferner ist z. B.

$$\mathfrak{v}_1 = r_1 (P_1 + u_1 X), \text{ da gemäß (1): } S_1 = p_1 \mathfrak{v}_1 = P_1 + u_1 X. \tag{11}$$

Eben die Normalgleichung $[u\mathfrak{v}] = 0$ erhält man aber auch, wenn man nach dem Satz von der kleinsten Formänderungsarbeit macht: $A = S_1 \cdot r_1 S_1 + \ldots = \text{Min.} = [S^2 \cdot r]$. Im Anschluß an dieses Ergebnis kommt es nur noch darauf an, den Übergang vom System (10) zu den Fehlergleichungen und zur M.d.kl.Qu. herzustellen. Dies geschieht, indem wir die Kräfte durch die zugehörigen sehr kleinen Dehnungen oder Fehler ersetzen. Wegen (11) ist z. B. $\mathfrak{v}_1 = \frac{S_1}{p_1}$.
Mithin entsteht aus den Werten S_i gemäß (10) das nachfolgende System von Fehlergleichungen:

$$\left.\begin{aligned} l_1 + u_1 \frac{X}{p_1} &= \mathfrak{v}_1, \text{ Gew. } p_1 \\ l_2 + u_2 \frac{X}{p_2} &= \mathfrak{v}_2, \text{ Gew. } p_2 \\ l_3 + u_3 \frac{X}{p_3} &= \mathfrak{v}_3, \text{ Gew. } p_3 \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Zu diesen Fehlergleichungen für die Unbekannte X liefert die M.d.kl.Qu. wieder dieselbe Lösung, nämlich die Normalgleichung $[u\mathfrak{v}] = 0$ mit $X = -\frac{[u\,r\,P]}{[u^2\,r]} = -\frac{[u\,l]}{[u^2\,r]}$

Eine Kraftgleichung kommt bei dieser Lösung nicht in Frage, da nach dem Kräfteplan bereits $u_1 \cdot 1_{\varphi 1} + u_2 \cdot 1_{\varphi 2} + u_3 \cdot 1_{\varphi 3} = 0$ ist. Beachtenswert ist noch, daß nur die eine Unbekannte X gegenüber vorher x und y auftritt und ferner die Werte $\mathfrak{v}$ an die Stelle der v gesetzt sind.

Sind bei 4 Festpunkten $ABCD$ zwei überzählige Stäbe 1 und 2 vorhanden, so tritt zu der unbekannten Spannung X_1 im Stabe 1 noch die unbekannte Spannung X_2 im Stabe 2 hinzu. Somit sind dann vorhanden entsprechend den 4 Stäben 4 Fehlergleichungen für die 2 Unbekannten X_1 und X_2, nämlich

$$l_i + u_i \cdot \frac{X_1}{p_i} + t_i \frac{X_2}{p_i} = \mathfrak{v}_i, \text{ Gew. } p_i = (i = 1, 2, 3, 4). \tag{13}$$

Dabei ist t_i diejenige Spannung zufolge einem Kräfteplan t, die im Stabe i auftritt, falls $X_1 = 0$ gesetzt wird und im überzähligen Stabe 2 eine Zugkraft von der Größe der Lasteinheit wirkt.

Sind schließlich beliebig viele (ν) überzählige Stäbe vorhanden, so hat man ν Unbekannte und $\nu + 2$ Fehlergleichungen. Man kann aber leicht Stabverbände sowie die entsprechenden Netze mit Längenmessung anordnen, in denen zu einer sehr großen Zahl von Stäben und mithin von Fehlergleichungen nur eine sehr viel geringere Zahl ν von überzähligen Stäben und mithin Unbekannten X_1 gehören. Mit dieser Feststellung ist aber auch zugleich die Richtigkeit der M.d.kl.Qu. für beliebig viele (μ) Fehlergleichungen und beliebig viele (ν) Unbekannte ($\mu > \nu$) bewiesen.

Ein Vergleich des ersten und des vorstehenden zweiten Beweises ergibt: Beim ersten ist erforderlich, daß wir methodisch bis zum n dimensionalen Raum aufsteigen, während der Stabverband dauernd nur einen Knotenpunkt und der zugehörige Bogenschnitt ebenso nur einen Neupunkt besitzt. Beim zweiten Beweis verbleiben wir zwar im zweidimensionalen Raum der Ebene, sind aber genötigt, dem Stabverband eine den jeweiligen Umständen entsprechende Mannigfaltigkeit zu verleihen.

Nachträglich erkennen wir noch, daß an sich für die Durchführung der beiden Beweise der zugrunde gelegte Dualismus zwischen Stabverband und Bogenschnitt nicht nötig gewesen wäre. Es hätte allein die Untersuchung der Stabverbände genügt. Denn es hat sich gezeigt, daß die Mechanik für die unbestimmten sehr kleinen Längenänderungen, die Abweichungen von den Normalbeträgen, mithin nichts anderes als Fehler darstellen, Gleichungssysteme, mithin Systeme von Fehlergleichungen erhält, die sie folgerichtig nach ihren Grundgesetzen auflöst. Dabei erhält sie die Normalgleichungen und Endwerte der M.d.kl.Qu.

Trotzdem ist die ergänzende Betrachtung der Bogenschnitte nicht überflüssig. Sie weist die große Verwandtschaft zwischen Mechanik und Ausgleichungsrechnung nach, ferner leitet sie über zu der anschließenden mechanischen Deutung der trigonometrischen Netzausgleichung, sowie zu den am Schluß dieser Untersuchungen abgeleiteten erkenntnistheoretischen Folgerungen.

Schließlich sei noch bemerkt: Die Geodäsie macht zum Min. $[p v v]$, ebenso richtig dagegen die Mechanik $[\mathfrak{p} \mathfrak{v} \mathfrak{v}]$, indem sie zugleich entspr. (4) mit Hilfe der Kräftepläne die Bedingungen erfüllt $[\mathfrak{p} v] = 0$ mit $\left[\mathfrak{p} \frac{u X_1}{p}\right] = \left[\mathfrak{p} \frac{t X_2}{p}\right] = \ldots = 0.$

V. Trigonometrische Netzausgleichung nach Richtungen.

1. Vorstehend wurde bewiesen, daß, wie auch jede andere Ausgleichung nach der M.d.kl.Qu., so auch die übliche Ausgleichung für ein nach Richtungen beobachtetes trigonometrisches Netz die einzig vorhandene strenge Lösung ist. Darüber hinaus ergibt sich aber auch die Lösung dieser Aufgabe an der Hand der mechanischen Grundgesetze unmittelbar als Folgerung und zugleich Bestätigung der bisherigen Beweisführung. Zugleich gewinnen wir auf diese Weise einen besonders klaren Einblick in das Wesen der trigonometrischen Netzausgleichung.

Zunächst kommt es darauf an, das Gesetz der bei einer Richtungsänderung als Ursache auftretenden Kraft zu finden. Wir haben gesehen, daß bei einer Längenänderung der Stäbe oder Meßstrecken das Gesetz (1) gilt $P = pv$ und daß man den Stab zweckmäßig als starr betrachten kann, während man sich am Festpunkt eine in seiner Längsrichtung wirkende kleine Feder eingefügt zu denken hat, die je nach der angreifenden Zug- oder Druckkraft Verlängerung oder Verkürzung gestattet. Soll dagegen der starre Stab AX von der Länge 1 durch eine in X senkrecht zu AX wirkende Kraft um den Festpunkt A als Drehpunkt derart gedreht werden, daß sich die sehr kleine Richtungsänderung v ergibt, so ist dazu erforderlich, daß der Widerstand einer kleinen Federvorrichtung bei A, die der Drehbewegung entgegenwirkt, überwunden wird (Fig. 11). Die benötigte Kraft ist auf Grund derselben Erwägungen, die zu der Formel (1) führten, gleich cv, wo c eine dem Stab eigentümliche Konstante ist. Hat der Stab nicht die Einheit als Länge, sondern s, so ist eine s mal kleinere Kraft erforderlich, denn jetzt ist der Hebelsarm, an dem die Kraft angreift, s mal größer, mithin ist die Kraft gleich $\frac{c\,v}{s}$. Sind p Stäbe zusammengelagert, entsprechend einer p maligen Messung der Stabrichtung, so ist die erforderliche Kraft gleich $\frac{c\,p\,v}{s}$. Da die Stäbe bei Richtungsmessung sonst völlig gleichartig sind, kann c gleich einer beliebigen Zahl gesetzt werden, etwa gleich ϱ'', falls s in km 10^5 gegeben ist. Man hat demnach

$$P = p \frac{v\varrho}{s} = p r v \tag{14}$$

bei $r = \frac{\varrho}{s}$.[6]) Die von der Kraft P geleistete Arbeit ist:

$$A = p r v \cdot v s = p \frac{\varrho}{s} v \cdot v s = p\, \varrho\, v^2. \tag{15}$$

Denn der Weg der Kraft in der Kraftrichtung ist $v s$.

[6]) Hier ist r demnach nicht mehr die Stabkonstante $\frac{s}{EF}$.

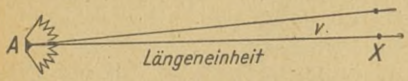

Fig. 11.

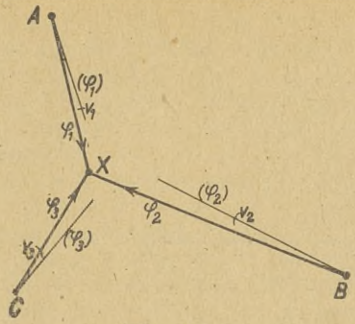

Fig. 12.

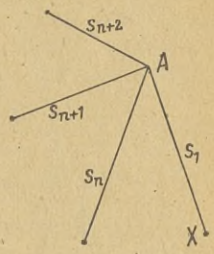

Fig. 13.

2. Wir beginnen mit dem einfachsten Fall der Richtungsausgleichung, dem überbestimmten Vorwärtsabschnitt mit 3 Richtungen. In A (Fig. 12) ist gemessen und an feste Strahlen angeschlossen die Richtung nach dem Neupunkt (φ_1), ebenso in B und C je (φ_2) und (φ_3). Die Richtungen nach dem endgültigen Neupunkt X seien $\varphi_1\,\varphi_2\,\varphi_3$. Dann wirken auf den Neupunkt X folgende Kräfte: senkrecht zu AX die Kraft $r_1\,v_1$, denn die gemessene Richtung sucht den endgültigen Strahl mit dieser Kraft an sich heranzuziehen. Ebenso wirken in X sinngemäß die beiden anderen die Strahlen BX und CX auf Drehung beanspruchenden Kräfte. Da die drei Kräfte sich das Gleichgewicht halten, muß ihre geometrische Summe verschwinden. Demnach hat man, falls gesetzt wird z. B. $r_1 \cdot 1_{\varphi_1} = \mathfrak{r}_1$ und ferner noch sämtliche Kräfte um 100^g gedreht werden:

$$\text{(16)} \qquad \underline{\mathfrak{r}_1\,v_1 + \mathfrak{r}_2\,v_2 + \mathfrak{r}_3\,v_3 = [\mathfrak{r}\,v] = 0.}$$

(Satz vom Parallelogramm der Kräfte.)

Außer der Kraftgleichung folgt als Arbeitsgleichung gemäß (15) bei Streichung der gemeinsamen Faktoren p und ϱ:

$$\text{(17)} \qquad \underline{A = [v\,v] = \text{Min.}}$$

Die Gleichungen (16) und (17) stimmen überein mit der M.d.kl.Qu. Nicht nur aus (17), sondern auch aus (16) folgen die üblichen Normalgleichungen, sobald man für die v_i den normalen Wert einsetzt $v_i = -\,l_i - r_i \cos\varphi_i\, x + r_i \sin\varphi_i\, y$ und (16) spaltet in $[r\,v\cos\varphi] = (r\,v\sin\varphi] = 0$.

Daß die Gleichungen (16) und (17) gültig bleiben, falls nicht bloß 3, sondern beliebig viele Richtungen gemessen sind, leuchtet ein. Nur eine Frage bleibt noch zu klären: die Orientierung in den Festpunkten bei strenger Lösung. Es seien etwa in A an die Richtung φ_1 noch drei feste Strahlen angeschlossen (Fig. 13). Damit das auf Drehung beanspruchte Stabsystem um A im Gleichgewicht ist (Fig. 13), muß das Moment der angreifenden Kräfte, d. i. die Summe: Kraft mal Hebelsarm verschwinden. In X wirkt z. B. die Kraft $v_1 \frac{\varrho}{s_1}$, ihr Hebelsarm ist s_1, mithin ist das Moment dieser senkrecht zu AX stehenden Kraft $\varrho\,v_1$. Entsprechendes gilt für die drei Feststrahlen $s_n\; s_{n+1}\; s_{n+2}$. Daher erhält man ohne den gemeinsamen Faktor ϱ für Punkt A: $[v] = 0$, wieder in Übereinstimmung mit der M.d.kl.Qu.

3. Rückwärtseinschnitt. Zunächst ist festzustellen, welche Kräfte sich im endgültigen Neupunkt X das Gleichgewicht halten. Maßgebend ist hierfür folgende Erwägung: für die Gestalt des endgültigen Netzbildes ist es gleichgültig, ob der angenommene Neupunkt X_0 um den Vektor $\mathfrak{z}$ nach X verschoben wird oder ob X_0 als endgültiger Neupunkt festgehalten wird, während die bisherigen Festpunkte ABC um $\mathfrak{z}$ in entgegengesetztem Sinne nach $A'B'C'$ verlegt werden (Fig. 14). Ist wieder (φ_1) die beobachtete, φ_1 die endgültige Richtung von X nach A oder von X_0 nach A', so sucht (Fig. 15) der Wert (φ_1) in A' senkrecht zu $A'X_0$ wirkend diesen Strahl um den Drehpunkt X_0 und um die Richtungsänderung v_1 herumzuschwenken. Das gleiche gilt sinngemäß für die beiden anderen Kräfte, die in B' und C' wirken. Damit X_0 im Gleichgewicht ist, müssen sowohl die geometrische Summe als auch das Moment aller angreifenden Kräfte verschwinden. Somit hat man in Übereinstimmung mit der M.d.kl.Qu.:

$$\text{(18)} \qquad [\mathfrak{r}\,v] = [v] = 0 \text{ und } A = [v\,v] = \text{Min.},$$

indem diese Formeln auf Grund derselben Schlüsse wie beim Vorwärtsabschnitt gefolgert werden und sowohl beim bestimmten wie beim überbestimmten Rückwärtseinschnitt gelten.

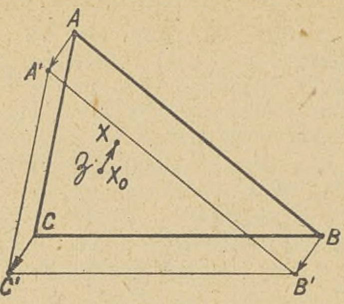

Fig. 14.

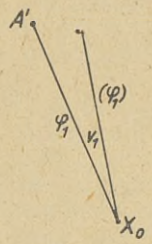

Fig. 15.

4. Vereinigter Vorwärts- und Rückwärtsschnitt. Die beim Vorwärts- und Rückwärtsschnitt auftretenden Kräfte überlagern sich. Für jeden Punkt (Neupunkt wie auch Festpunkt, in dem nach dem Neupunkt hin beobachtet wird) gilt $[v] = 0$. Ist ferner v_i der endgültige Fehler der im Neupunkt gemessenen Innenrichtung und v_a derjenige, der zugehörigen im Festpunkt gemessenen Außenrichtung, so gibt die Überlagerung zufolge den Formeln (16) und (18):

(19) $$[\mathfrak{r}\,(v_i + v_a)] = [\mathfrak{r}\,u] = 0 \text{ bei } u = v_i + v_a.$$

Ferner summieren sich die beiden Formänderungsarbeiten

$$A = A_i + A_a = [v_i\,v_i] + [v_a\,v_a] = [vv] = \text{Min.}$$

Dabei ist angenommen, daß die Richtungsmessungen gleiches Gewicht haben, während sonst noch der Faktor p hinzutritt.

5. Damit sind zugleich auch die allgemeinen Formeln für die gesamte Netzausgleichung nach Richtungen mit Hilfe der Mechanik und in völliger Übereinstimmung mit der M.d.kl.Qu. abgeleitet. [7])

Während demnach bei Längenmessung den früheren Darlegungen zufolge für jeden Neupunkt lediglich gefordert wird $[\mathfrak{p}\,v] = 0$ (vgl. [4]), wird bei Richtungsmessung mit ungleichen Gewichten nicht nur für jeden Neupunkt verlangt $[p\,\mathfrak{r}\,v] = 0$, sondern außerdem noch für jeden Punkt (Neupunkt sowohl wie Festpunkt): $[pv] = 0$. Werden Längen- und Richtungsmessung kombiniert, dann tritt Überlagerung ein. Dabei ist zu beachten, daß die Kräfte der Richtungsausgleichung senkrecht, dagegen die der Längenausgleichung parallel zu den betreffenden Strahlen wirken. [8])

VI. Folgerungen für die Praxis.

1. Durch die vorangegangene doppelte Beweisführung, die zudem noch durch die Anwendung auf die trigonometrische Netzausgleichung bestätigt wird, ergibt sich vor allem der Vorteil, daß die Ausgleichungsrechnung und die auf sie angewiesenen Naturwissenschaften in der M.d.kl.Qu. einen endgültig sicher fundierten Besitz haben, was bisher nicht der Fall war. Diesen neuen Beweisen zufolge wissen wir: ebenso richtig oder unrichtig wie etwa die Fall- oder Pendelgesetze sind, ebenso richtig oder unrichtig ist auch die Lösung durch die M.d.kl.Qu. Mit der zweifellos vorhandenen Problematik, die diesem Rechenverfahren noch immer anhaftete, ist damit Schluß gemacht.

Gauß' erster Beweis (1809), sicherlich etwa neben dem Lagrangeschen Beweis für das Summentheorem der elliptischen Integrale einer der elegantesten und scharfsinnigsten, den die Analysis zu bieten hat, schränkte doch die Eigenart der bei den Beobachtungen vorkommenden Fehler zu sehr ein. Gauß hat dies wohl auch selbst empfunden, aber auch noch sein zweiter deshalb wesentlich allgemeinerer Beweis (1821) gibt ungeachtet allen angewandten Scharfsinns noch immer zu zwei nicht unerheblichen Bedenken Anlaß. [9]) Er verlangt einmal, daß die Beobachtungen von systematischen Einflüssen frei, die positiven und negativen Fehler somit gleich wahrscheinlich sind, stellt also eine Forderung, die in der Praxis im allgemeinen

[7]) Hinsichtlich der hier abgeleiteten Formeln vgl. Friedrich, Neue Grundlagen und Anwendungen der Vektorrechnung, München u. Berlin 1931, Verl. Oldenbourg, S. 88—97 und ZfV. 1930, S. 528.

[8]) Betr. Ausgleichung nach Winkelbeobachtungen vgl. ZfV. 1925, S. 413 und „Neue Grundlagen" a. a. O. S. 95.

[9]) Theoria combinat. observat. I. Teil.

nur unvollkommen erfüllt ist. Außerdem aber wird in diesem Beweise noch der Nachteil, der mit einem bestimmten Fehler verbunden ist und als dessen Moment bezeichnet wird, willkürlich dem Fehlerquadrat gleich gesetzt.[10]) Ähnliche oder noch schwerwiegendere Mängel und Einschränkungen, die in der Praxis nicht zutreffen, weisen die analytisch schwierigen Beweise von Laplace auf; und an dieser Sachlage haben auch die späteren Bemühungen und Forschungen nichts Wesentliches mehr geändert.

Es zeichnet bisweilen große vollkommene Gedanken aus, daß Beweise für sie schon gar nicht mehr verlangt werden. Auch Gauß hat bereits sein Verfahren unbedenklich bei astronomischen und geodätischen Beobachtungen angewendet, obgleich Nachweis und Ausschaltung der sicher nicht völlig fehlenden systematischen Fehler im einzelnen nicht vorlagen.

Schließlich hat sich ein gewisser Utilitarismus herausgebildet, demzufolge die M.d.kl.Qu. eben nur als ein nützliches, aber im Grunde doch willkürliches ordnendes Prinzip angesehen wird. Und es ist nur menschlich, daß unter diesen Umständen, wenn beim Abschluß des ganzen Verfahrens die Ergebnisse nicht befriedigen, man der doch immerhin problematischen M.d.kl.Qu. die Schuld beimißt, anstatt die Mängel der Beobachtungen oder der Rechnungen verantwortlich zu machen. Bedenklich sind auch die vielen, begrifflich z. T. nicht scharf geschiedenen und verwirrenden Bezeichnungen der Fehler (mittlere, durchschnittliche, wahrscheinliche, systematische, regelmäßige, einseitige, konstante, unregelmäßige, zufällige, periodische, Elementarfehler usw.).

Ganz unabhängig von allen diesen Fehlerunterscheidungen ruht die M.d.kl.Qu. den vorangegangenen Beweisen zufolge auf einem unbedingt sicheren Fundament: V o n a l l e n m ö g l i c h e n K o m b i n a t i o n e n, d e n e n m a n d i e F e h l e r g l e i c h u n g e n u n t e r w e r f e n k a n n, l i e f e r t s i e d i e e i n z i g v o r h a n d e n e s t r e n g r i c h t i g e. Befriedigen die Werte dieser Lösung nicht, so liegt das unter keinen Umständen an der M.d.kl.Qu., sondern an der geringen Güte der Beobachtungen und an der ungenauen rechnerischen Bildung und Auflösung der Normalgleichungen. Denn die M.d.kl.Qu. kann aus mangelhaften Beobachtungen und Rechnungen keine guten hervorzaubern. Ganz gewiß werden daher auch bei Verwendung der M.d.kl.Qu. etwa vorhandene systematische Fehler die Endwerte ungünstig beeinflussen, so daß man energisch bestrebt sein muß, sie soweit möglich auszuschalten. Aber jede andere Art der Ausgleichung wird noch weniger befriedigende Ergebnisse liefern.

2. Man kann daher auch keinesfalls erwarten, daß bei einem großen geodätischen Netz etwa durch Z e r s t ü c k e l u n g u n d A u s g l e i c h u n g v o n T e i l n e t z e n, die nachträglich durch Zwang zusammengeschlossen werden, oder durch irgend eine Näherungsausgleichung bessere Endwerte zu erhalten sind, da doch nur das Gegenteil eintreten kann. Es ist auch nicht zu befürchten, daß, falls in einem Netzteil größere systematische Fehler auftreten und das ganze große Netz in einem Guß nach der M.d.kl.Qu. ausgeglichen wird, sich die a b s o l u t g r ö ß t e n F e h l e r s t e l l e n w e i s e a n h ä u f e n. Dies würde vielmehr der Fall sein, wenn der Netzteil, in dem die schädlichen systematischen Einflüsse sich geltend machen nach Zerstückelung des Gesamtnetzes für sich ausgeglichen und dann zwangsweise wieder angegliedert würde. Die Ausgleichung in einem Guß dagegen übt in mäßigen Grenzen eine nivellierende Wirkung gegenüber stellenweise zu häufig auftretenden größeren Fehlerwerten aus.

3. Bei Verwendung eines angenäherten Ausgleichungsverfahren an Stelle den M.d.kl.Qu. darf man sich nicht dabei beruhigen, daß ja die F e h l e r q u a d r a t s u m m e f a s t g e n a u i h r e n k l e i n s t e n W e r t erhält. Denn für die Praxis ist nicht diese Summe, die ihrem extremen Charakter entsprechend naturgemäß nur geringen Schwankungen unterworfen ist, das Entscheidende. V i e l m e h r s i n d d a s Z ü n g l e i n a n d e r W a a g e d i e s e h r e m p f i n d l i c h e n K r a f t g l e i c h u n g e n d e s l a b i l e n G l e i c h g e w i c h t s, d. h. die bei der vorstehenden Beweisführung abgeleiteten Beziehungen $[\mathfrak{p}\, v] = [\mathfrak{r}\, u] = 0$ oder bei Absonderung des imaginären vom reellen Bestandteil die üblichen unentwickelten Normalgleichungen $[a\, v] = [b\, v] = 0$. Denn nur wenn die angreifenden Kräfte im Gleichgewicht stehen, wie es diese Gleichungen fordern, ist die Ausgleichung tatsächlich zustande gekommen.

4. Vorteilhaft ist, daß die mechanischen Gesetze der Ausgleichung sich sogleich auch auf g e o g r a p h i s c h e K o o r d i n a t e n und g e o d ä t i s c h e L i n i e n übertragen lassen An die Stelle der geraden Stäbe oder Meßstrecken treten dann sinngemäß solche, die an eine

[10]) Vgl. Czuber, Theorie der Beobachtungsfehler a. a. O. S. 289.

elementare Bewegung auf der Kugel, dem Sphäroid oder Geoid gebunden sind. Wesentliche Abänderungen werden dadurch nicht bedingt.

5. Auch hinsichtlich der in den Netzen vorhandenen Grundlinien werden leicht zu übersehende Verhältnisse geschaffen. Hat die betreffende Grundlinie einen festen Wert, so daß für sie jede Längenänderung ausgeschlossen ist, so muß sie als starrer Stab im Gleichgewicht sein, d. h. nach den Grundregeln der Mechanik muß die geometrische Summe der an ihrem Mittelpunkt als Schwerpunkt angreifenden Kräfte Null sein, desgleichen auch die Summe der an den Endpunkten des Stabes auf Drehung wirkenden Kraftmomente, so daß der Schwerpunkt weder verschoben noch der Stab um ihn gedreht werden kann.[11]) Hat die Grundlinie aber keinen festen Wert, so ergibt sich die vorerwähnte Kombination von Richtungs- und Längenmessung.

6. Ein Bauingenieur, der einen wichtigen Träger mit etwa 50 bis 100 statisch bestimmten und nur 3 statisch unbestimmten Stäben zu konstruieren hat, wird im allgemeinen auf die sachgemäße Durchrechnung auf Grund des Energieprinzips nicht verzichten. Der Geodät befindet sich gegenüber einem Polygonzug mit ebenfalls nur 3 überschüssigen Stücken in einer schwierigeren Lage. Die Mühe der strengen Ausgleichung lohnt sich nur, falls namentlich die Längenmessungen unter Ausschaltung konstanter Fehler mit völlig ausreichender Genauigkeit ausgeführt und das Gewichtsverhältnis Winkelmessung/Längenmessung mit Sicherheit festgesetzt werden kann. Nur die Praxis (Zeit, Kosten, Instrumente usw.) kann hier entscheiden. Immerhin ist aber, nachdem vorstehend der Wert der M.d.kl.Qu. sichergestellt ist, bei wichtigen Polygonzügen die praktische Anwendung der doch keineswegs schwierigen oder besonders zeitraubenden strengen Ausgleichung nicht ohne weiteres von der Hand zu weisen.[12])

7. Differenziert man die Formänderungsarbeit A nach Z und ζ oder nach x und y des Verschiebungsvektors $\mathfrak{Z}$, so erhält man, wie gezeigt worden, den Satz vom Parallelogramm der Kräfte, differenziert man dagegen nach den Kräften X_i, dann ergibt sich der Satz von den virtuellen Verschiebungen. Die Arbeit A des Energieprinzips ist demnach in doppelter Weise der übergeordnete Integralausdruck. Soweit festzustellen, ist aber in der Mechanik nur die Beziehung zwischen der virtuellen Verschiebung und A bekannt, nicht aber, daß man, der geodätischen Rechenweise folgend, das Energieprinzip auch aus dem Satz vom Parallelogramm der Kräfte ableiten kann. Zugleich sind auch die zugehörigen Normalgleichungen mit den Unbekannten x_i y_i für die technische Mechanik bei ergänzenden Betrachtungen, Kontrollen u. dgl. nicht ohne praktisches Interesse.

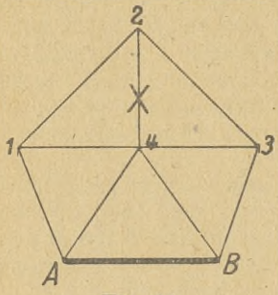

Fig. 16.

8. Für die Auflösung linearer Gleichungssysteme ist noch folgender Gesichtspunkt von Bedeutung. Gemäß Fig. 16 (Stabwerk mit zwei festen Auflagern und vier gelenkigen Knotenpunkten) hat man bei Berechnung der Verschiebungsanteile x_i y_i ($i = 1, 2, 3, 4$) 8 Unbekannte, dagegen nur eine Unbekannnte X bei Bestimmung der Spannung etwa im statisch unbestimmten Stabe 2·4. In dieser Weise ist es möglich, Normalgleichungen mit zahlreichen Unbekannten durch andere Systeme mit einer sehr viel geringeren Zahl von Unbekannten zu ersetzen. Es kommt daher in Frage, statt des Systems der Normalgleichungen bei der Koordinatenausgleichung (Anzahl gleich der doppelten Zahl der Neupunkte nach erfolgter Beseitigung der Orientierungsunbekannten nur das System der überzähligen Stabspannungen (Anzahl der überzähligen Stäbe) aufzulösen.

VII. Erkenntnistheoretische Folgerungen.

Dadurch, daß die M.d.kl.Qu. aus den Grundlehren der Mechanik abgeleitet wird, erwächst der Ausgleichungsrechnung ein wesentlicher Vorteil. Diese Wissenschaft wird eingegliedert in die allgemeinen Gesetze des Naturgeschehens und in die geschlossene Einheitsfront der übrigen Naturwissenschaften.

Vor allem aber folgt aus unserer Ableitung der M.d.kl.Qu. eine wichtige weltanschauliche Klärung. Um dies einzusehen, ist es nicht ohne Reiz, die allmähliche Entwicklung des von uns

[11]) Betr. Geogr. Koordinaten und Grundlinien vgl. ZfV. 1940. S. 55.
[12]) Vgl. auch „Neue Grundlagen" a. a. O. S. 99.

verwendeten Prinzips vom kleinsten Energieaufwand kurz zu betrachten. Im Altertum wird wohl gewissen Gottheiten, etwa dem Jupiter omnipotens, eine extreme Machtfülle zugeschrieben, aber besondere Forschungen, um die in der Natur vorkommenden größten und kleinsten Werte zu bestimmen, sind noch nicht zu erkennen. Erst am Ausgang des Mittelalters, als mit der allmählichen Überwindung der Scholastik die mathematische Naturbetrachtung einsetzt, finden wir etwa bei Leonardo da Vinci, dem Magier des Südens, den vorläufig noch mystisch ausgebildeten Gedanken, daß der Allbeweger auf dem kürzesten Wege der Ursache die Wirkung folgen läßt. Derartige Erwägungen konnten nicht ausbleiben, als man erkannte, daß ein Ball, um von einem Punkt zum andern zu gelangen, von der getroffenen Wand auf dem kürzesten Wege zurückgeworfen wird und daß für den durch Spiegelung reflektierten Lichtstrahl dasselbe gilt.

So setzt denn nach Entdeckung der Infinitesimalrechnung eine Hochkonjunktur für die Aufgaben der Maxima und Minima ein. Bei Leibniz löst Gott selbst gleichsam eine Minimumsaufgabe, indem er als Schöpfer der besten aller Welten die Summe der Übel möglichst klein macht. Zugleich ergibt sich, richtunggebend für das gesamte Zeitalter der Aufklärung, eine optimale Weltanschauung. Maupertuis, der als Leiter der Lappischen Gradmessung zugleich auch als Geodät anzusprechen ist, findet, von Friedrich dem Großen nach Berlin berufen, das teleologisch viel verwendete Prinzip der kleinsten Wirkung; und die beiden vom Berlin des Preußenkönigs angezogenen größten Analytiker des 18. Jahrhunderts, Euler und Lagrange, bilden für die rechnerische Bestimmung der extremen Werte einen besonderen Wissenszweig der Analysis des Unendlichen aus, die Variationsrechnung. Im 19. Jahrhundert lehrt dann der Ire Hamilton, der Entdecker der Quaternionen und der Rechnung mit räumlichen Vektoren, das nach ihm benannte dynamische Prinzip nebst dem zugehörigen extremen Integralsatz. Und es ist kein Zufall, daß Gauß, der Begründer der M.d.kl.Qu., der Wissenschaft zugleich auch das Prinzip des kleinsten Zwanges schenkt. Allerdings beziehen sich diese Erkenntnisse im wesentlichen noch auf die Mechanik, wenngleich Gauß bereits, wie aus Eintragungen im handschriftlichen Nachlaß vom Jahre 1833 hervorgeht, den Satz von der geringsten Wärmeentwicklung und somit vom kleinsten Energieaufwand der elektrischen Leitungsnetze seiner Zeit vorauseilend gefunden hat, eine Erkenntnis, die er wohl wie so manches andere aus Scheu „vor dem Geschrei der Böotier" für sich behielt.

Nachdem aber erst, für jede Energieart gültig, das Gesetz von der Erhaltung der Energie gefunden ist, vollzieht sich die Entwicklung im beschleunigten Tempo. Castigliano stellt den Satz auf, daß auch die Formänderungsarbeit, die in den statisch unbestimmten Tragwerken durch die angreifenden Kräfte geleistet wird, ein Minimum ist. Sogar auf die organische Natur wird das Energieprinzip ausgedehnt: die Bienen etwa bauen ihre Wachszellen und die Schmetterlinge verpuppen sich mit geringstem Stoffverbrauch. Und als dann auf Grund der Quantentheorie die Einheit von Energie und Masse festgelegt ist, wird das Prinzip des kleinsten Energiemaßes zum allumfassenden Naturgesetz. Dem hausbackenen Verstand aber erscheinen jetzt diese Erkenntnisse, die im Laufe eines halben Jahrtausends errungen wurden, beinahe als selbstverständlich: wir leben in einer optimalen Welt, in der das Gesetz der größten Ökonomie und Sparsamkeit und des geringsten Widerstandes gilt.[13])

In diese scheinbar abgeschlossene Entwicklung greift nun die hier vorgetragene L e h r e v o n d e r k l e i n s t e n F o r m ä n d e r u n g s a r b e i t d e r g e o d ä t i s c h e n N e t z e e i n a l s e i n n e u e s e r r e g e n d e s M o m e n t. Denn diese Lehre steht zugleich auch in engstem Zusammenhang mit einer anderen weltanschaulichen Entwicklung, nämlich derjenigen, die das Verhältnis unseres eigenen Ich zur Außenwelt betrifft.

Für die altindische Denkweise lagert über den wahren Dingen um uns der Schleier der Maja mit dem Trugbild der Erscheinungswelt. Nach Platons Lehre von den allein wirklichen Ideen befinden wir uns gleichsam in einer Höhle und sehen an der von rückwärts bestrahlten Höhlenwand nur gewisse Schattenbilder der wirklichen Dinge vorüberziehen. Ebenso nehmen wir zufolge dem Kantschen Kritizismus und Idealismus mit unseren Sinnen nur die Welt der Erscheinungen wahr, niemals die unserer Erkenntnis verschlossenen „Dinge an sich".

Vergleichen wir nach diesen kurzen Hinweisen das N e t z, d a s s i c h b e i d e r D e l t a b i l d u n g e i n e s S t r o m e s b i l d e t, mit einem g e o d ä t i s c h e n N e t z. Nach dem Energieprinzip geschieht die Deltabildung derart, daß die gesamte in den sich trennenden

[13]) Vgl. auch Raoul H. Francé: Bios. Die Gesetze der Welt. Verl. Seifert, Heilbronn a. N. Das Gesetz des kleinsten Kraftmaßes.

Wasserläufen geleistete Arbeit der Reibung möglichst klein wird. Bei diesem Energieaufwand sind unzweifelhaft, wenn auch für uns ihrem wahren Wesen nicht erfaßbar, sehr reale Dinge der Außenwelt wirksam: für jede Stromabzweigung der Flußgrund mit seinen Ufern und darüber das rauschende Wasser mit seinen Wirbeln und Stromschnellen. Auch bei dem eigenartigen Netzwerk eines Brückenträgers wird der Energieaufwand unmittelbar am äußeren Objekt wahrnehmbar durch die Erschütterung und Durchbiegung, desgleichen bei einem elektrischen Leitungsnetz durch den Wärme-, Licht- und Kraftverbrauch der Kabel und der eingeschalteten Stromverbraucher.

Ganz anders das geodätische Netz.

Hier ist alles mathematische Abstraktion, die Linien des Netzes sind lediglich in unserer Vorstellung vorhanden und ebenso wird die Formänderungsarbeit nicht draußen im Gelände geleistet, sondern der gesamte Arbeitsprozeß vollzieht sich vermöge unserer Einbildungskraft in unserem eigenen Innern. Trotzdem gelten für diese rein abstrakten Erzeugnisse unseres Innenlebens dieselben Gesetze, die draußen die Außenwelt beherrschen.

Sind wir unter diesen Umständen nicht gezwungen anzunehmen, daß auch die uns umgebenden Dinge der Außenwelt, wie immer auch ihr wahres Wesen beschaffen sei, für uns nur in der Welt unseres Ich, in der Welt unserer Vorstellungen, vorhanden sind? Und liegt darin nicht im Gegensatz zu dem ungeistigen Materialismus, der nur das körperlich Greifbare bejaht, die Bestätigung und Rechtfertigung für die Lehren der großen idealistischen Denker?

Zur Normung unserer Kartenwerke.

Von Ministerialrat z. V. G. Baumgart, Radebeul.

Im Zuge der Neuordnung des europäischen Lebensraumes ist neuerdings die Angelegenheit einer grundlegenden Normung der amtlichen Kartenwerke immer dringlicher in den Vordergrund getreten. Eine möglichst weitgehende Normung ist für die Wehrmacht auf Grund der Kriegserfahrungen geradezu zwingend geworden. Die bisherigen Verschiedenheiten, besonders in den Abmessungen der Kartenblätter selbst, haben die Herstellung, die Lagerung und den Nachschub von Karten stark erschwert. So sind denn in neuerer Zeit im kartographischen Schrifttum mehrere Veröffentlichungen erschienen, die sich alle mit der Abhilfe der eingetretenen Schwierigkeiten befassen und hierbei grundlegende Normungsfragen der Kartographie berühren. Da die gemachten Vorschläge weit über den rein kartographischen Rahmen hinaus sich auch in vermessungstechnische Gebiete erstrecken, wird es angebracht sein, daß sich auch die vermessungstechnischen Kreise bei Zeiten mit diesen Fragen beschäftigen. Es möge daher nachstehend der hauptsächlichste Inhalt dieser Veröffentlichungen referierend bekannt gegeben werden.

Ministerialrat Dr. Siewke schildert in der Militärwissenschaftlichen Rundschau vom März 1941, Heft 1, S. 56 uff. — Verlag von E. S. Mittler u. Sohn, Berlin SW 68 — unter der Überschrift „Genügt das militärische Landkartenwesen unsern heutigen Ansprüchen?“ ausführlich die während des Krieges aufgetretenen Schwierigkeiten, behandelt hier aber mehr den Karteninhalt im Aufbau und in der Darstellung. Er geht dann im Jahrbuch der Kartographie, Heft 1, S. 53 uff. — Verlag Bibliographisches Institut in Leipzig — in einem Artikel „Wie ordnen wir unsere Kartenwerke?“ insbesondere auf drei Hauptnormungsfragen des Näheren ein, nämlich:

1. Die Maßstabsfrage der Kartenwerke,
2. Die Blatteinteilung der verschiedenen Maßstäbe (den Blattschnitt),
3. Die Blattbezeichnung bei der Anforderung.

Hinsichtlich der Maßstäbe schlägt Dr. Siewke folgende Normreihe vor: „1 : 5000, 1 : 25 000, 1 : 50 000, 1 : 200 000, 1 : 500 000 und 1 : 1 000 000, d. h. die Maßstäbe 1 : 100 000, 1 : 300 000, 1 : 750 000 und 1 : 800 000 fallen künftig fort, weil die Kartographie von heute in der Höhendarstellung exaktere Methoden als nur Schraffen (und in 1 : 300 000 die vielfach nichtssagende Schummerung) verlangt.“

Bezüglich des B l a t t s c h n i t t s sagt er: „Die Einheit, von der im Blattschnitt auszugehen ist, kann nur die Umgrenzung des Kartenblattes der Internationalen Weltkarte sein. Bei einer Größe von 4×6 Grad haben wir ein größtes Bildformat von 444,4×666,7 mm am Äquator. Durch horizontal und senkrecht geführten Kreuzschnitt erhalten wir die bereits eingeführte Unterteilung von 2×3 Grad für 1 : 500000 mit gleicher Bildgröße wie in 1 : 1000000. Eine weitere Viertelung führt den in der Normreihe dann folgenden Maßstab 1 : 200000 zu Bildgrößen von 55,6×51,5 cm (bei 52° Br.). Für den sich dann anschließenden Maßstab 1 : 50000 ist eine Aufteilung in 16 Teilblätter erforderlich, die Bildmaße bleiben die gleichen wie bei 1 : 200000, die Gradabmessungen ergeben sich zu 15×22,5 Minuten. Der Maßstab 1 : 25000 wäre schließlich noch folgerichtig mit 7,5×11,25 Min. einzupassen bei gleichfalls gleicher Bildgröße.“ (Siehe auch die Abbildungen 1 und 4.)

Für die B l a t t b e z e i c h n u n g geht Dr. Siewke wie bei dem Blattschnitt „wiederum von der Einheit des Blattes der Internationalen Weltkarte aus.... Die Bezifferung der Weltkarte setzt sich bekanntlich aus Buchstabenreihen und Zahlenspalten zusammen mit dem Vorsatzbuchstaben N oder S, je nachdem die Blätter der nördlichen oder südlichen Erdhälfte angehören. Für die Blätter 1 : 500000 hat sich bereits eingebürgert, die geographische Quadrantenbezeichnung der Blattziffer der Weltkarte anzufügen, also N N 33—NW, —NO, —SW, —SO. Die Karte 1 : 200000, die wiederum durch Viertelung aus 1 : 500000 gewonnen wird, erhält ihre Kennzeichnung durch die Zusatzziffer 1—4 zu der jeweiligen Blattnummer 1 : 500000. Entsprechend werden für 1 : 50000 die Zahlen 1—16 und schließlich für 1 : 25000 die Buchstaben a bis d an die Blattbezeichnung des vorhergehenden Maßstabes angeschlossen.“ (Siehe auch die Abbildung 1 und die Zusammenstellung.)

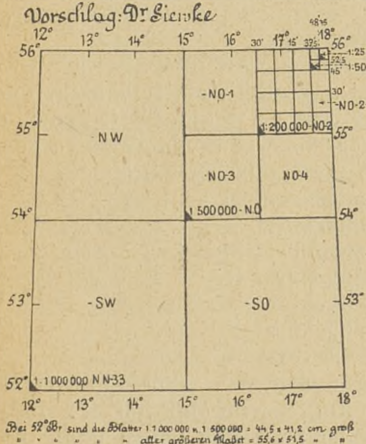

Abb. 1.

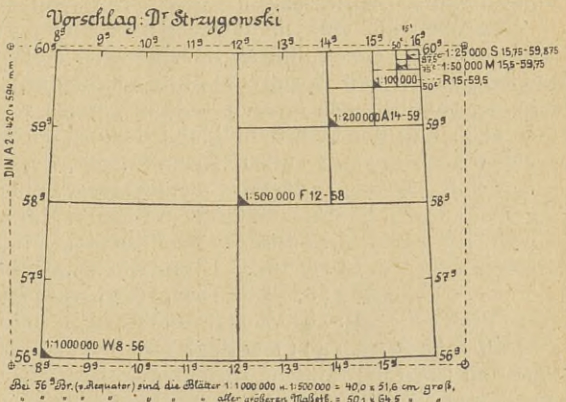

Abb. 2.

Regierungsbaurat H e i n i n g e r referiert in Petermanns Geographischen Mitteilungen 1942 Heft 7/8 unter „Maßstäbe, Blattschnitt und Blattnumerierung der amtlichen Kartenwerke der europäischen Länder“ den Siewkeschen Artikel. Er fügt eine sehr übersichtliche tabellarische Zusammenstellung der bestehenden Verhältnisse in den europäischen Kartenwerken bei.

Dozent Dr. S t r z y g o w s k i macht im Jahrgang der Kartographie 1942, Lieferung 1, S. 1 uff. „Vorschläge für den Neuaufbau einheitlicher Kartenwerke.“ Er tritt dafür ein, „die mit dem Erlaß ‚Einheitliches Winkelmaß im Vermessungsdienst‘ empfohlene Teilung des Kreises in 400g mit d e z i m a l e r U n t e r t e i l u n g des einzelnen Neugrades nach dem Kriege auch beim Gradnetz des Globus einzuführen.... Die Längen wären vom Nullmeridian nach Osten bis zu 400g zu zählen, für die Breitenzählung bestehen drei Möglichkeiten: a) Zählung entsprechend der Teilung der Meßinstrumente von Null am Nordpol bis 200g am Südpol, b) umgekehrte Zählung vom Süd- zum Nordpol, c) Zählung von Null am Äquator je 100g nach den beiden Polen. Jede dieser drei Möglichkeiten hat Vor- und Nachteile.... Es wäre daher noch eingehende Prüfung notwendig, welche der drei Breitenzählungen für alle Zwecke am besten geeignet ist.... Führt man die metrische Winkelteilung konsequent durch, dann müßte auch in der Nautik von Altgrad und Seemeile auf Neugrad und Kilometer übergegangen werden, ebenso in der Astronomie, wodurch man endlich zur Forderung eines metrischen Zeitmaßes kommt."

Dr. Strzygowski sagt: „Für das Reich als größte Landmacht Europas kann in Hinkunft nur eine Sternwarte in Mitteleuropa als Ausgangspunkt für alle Zwecke der Messung und Rechnung in Frage kommen. Der Helmertturm in Potsdam ist schon heute Zentralpunkt des deutschen Vermessungsnetzes. Als Nullmeridian für die Zählung der geographischen Koordinaten dagegen wäre ein 50g (45°) westlich von Potsdam liegender Meridian zu verwenden, den man dann etwa Azorenmeridian oder mittelatlantischen Meridian nennen mag."

„Die gebräuchlichsten Maßstäbe sind heute in Europa 1 : 25 000, 1 : 50 000, 1 : 100 000, 1 : 200 000, 1 : 500 000 und 1 : 1 000 000. Diese Reihe enthält einen Sprung, man könnte sie gleichförmig fortsetzen, indem man statt 1 : 500 000 und 1 : 1 000 000 setzt 1 : 400 000 und 1 : 800 000. Das hätte zwar verschiedene Vorteile, es entstünde ein einheitliches Format für sämtliche Blätter aller Kartenwerke, jeder Maßstab könnte durch gleichstarke Verkleinerung des nächstgrößeren gebildet werden, aber diese Gründe reichen nicht hin, die gut eingeführten Maßstabsverhältnisse aufzugeben. Der Sprung zwischen 1 : 200 000 und 1 : 500 000 hat auch seine Berechtigung. Er bildet die Trennung zwischen topographischen Karten mit Gitternetz und z. B. grundrißtreuer Abbildung der Siedlungen gegenüber den geographischen Karten ohne Gitternetz mit weitgehender Generalisierung aller Einzelheiten.... Von einem völligen Verzicht auf den Maßstab 1 : 100 000 wird abgeraten. Zunächst ist 1 cm = 1 km das denkbar einfachste Maßstabsverhältnis. Selbst wenn man im Deutschen Reich diesen Maßstab nach Fertigstellung des Kartenwerkes 1 : 50 000 auch nicht mehr für ein topographisches Kartenwerk benötigen sollte, so ist er doch in zahlreichen Ländern Europas, insbesondere in den dünn besiedelten, von Bedeutung, und darauf verzichten, hieße die Möglichkeit der Bildung eines einheitlichen Kartenwesens in Europa von vornherein beeinträchtigen."

„Nachdem die volkstümlichen Benennungen der amtlichen Karten des Reiches wie Übersichtskarte, Generalkarte, Spezialkarte, Meßtischblatt usw. veraltet sind, sollten für die Maßstäbe der neuen Normreihe auch neue Namen eingeführt werden, welche für jedermann leicht verständlich sein müssen. Solche Namen werden einprägsam, wenn man zwischen den Maßstäben und der Geschwindigkeit der Verkehrsmittel eine Beziehung herstellt:

1 : 5 000	20 cm Karte	„Grundkarte"	abgekürzt G
1 : 25 000	4 cm Karte	„Schießkarte"	abgekürzt S
1 : 50 000	2 cm Karte	„Marschkarte"	abgekürzt M
1 : 100 000	1 cm Karte	„Reiterkarte"	abgekürzt R
1 : 200 000	5 mm Karte	„Autokarte"	abgekürzt A
1 : 500 000	2 mm Karte	„Fliegerkarte"	abgekürzt F
1 : 1 000 000	1 mm Karte	„Weltkarte"	abgekürzt W"

Den Blattschnitt schlägt Dr. Strzygowski folgendermaßen vor: „Ein Feld von 1g Höhe und 2g Breite mißt in Mitteldeutschland etwa 100 × 128 km oder im Maßstab 1 : 200 000 50 × 64 cm. Sämtliche durch Viertelung entstehenden größeren Maßstäbe haben dann die gleichen Abmessungen. Die durch Vervierfachung entstehenden F- und W-Karten dagegen sind wegen des dazwischen liegenden Maßstabssprunges etwas kleiner, sie hätten in Mitteldeutschland das Format 40 × 52 cm." Er gibt alsdann eine tabellarische Übersicht der Ausmaße der Kartenblätter, in der er seine Vorschläge mit denen von Dr. Siewke vergleicht.

„Entschließt man sich zur Einführung des von Dr. Strzygowski vorgeschlagenen Schnittes, dann wird eine Änderung der bisher im Altreich verwendeten Gitternetze unvermeidlich. Das Gauß-Krüger-Gitter, welches derzeit auf Altgradstreifen von Greenwich, 3° bzw. 6° breit, aufgebaut ist, müßte dann vom neuen Nullmeridian ausgehend in Streifen von 4g bzw. 8g angelegt werden."[1])

Für die Blattbezeichnung schlägt Dr. Strzygowski vor: „Jede Karte wird nach den geographischen Koordinaten ihrer Südwestecke (bei 200g Breitenzählung vom Südpol) bezeichnet. Dabei ist zuerst der Meridian, dann der Parallelkreis zu nennen. Nach Voranstellung der Maßstabsabkürzung müssen die in der Abbildung 2 enthaltenen Blätter demgemäß heißen:

1 : 1 000 000	W	8—56	Berlin	1 : 100 000	R	15—59,5	Aussig
1 : 500 000	F	12—58	Leipzig	1 : 50 000	M	15,5—59,75	Leitmeritz
1 : 200 000	A	14—59	Dresden	1 : 25 000	S	15,75—59,875	Raudnitz"

[1]) = 3,6° bzw. 7,2° Altteilung.

Ferner wünscht Dr. Strzygowski durchgezogene Gradlinien auf den Karten, um den Blattschnitt der nächstgrößeren Maßstäbe ablesen zu können. „Durch jede Karte sollten jene 3 Meridiane und 3 Parallelkreise gezogen werden, welche das Blatt in 16 Teile zerlegen. Bei 1 : 50 000 wäre nurmehr ein Gradkreuz durchzuziehen, bei 1 : 25 000 ist keine Unterteilung nötig. Die Gradlinien könnten zur besseren Unterscheidung auf Blättern, die auch ein Gitternetz enthalten, gerissen gezeichnet werden."

Schließlich fordert Dr. Strzygowski noch eine sehr zweckmäßige einheitliche Kartenfaltung. „Die Karten werden mit der Bildseite nach außen gefaltet, so daß Maßstab, Nummer und Name bei gefalteter Karte nach vorn sehen. Zuerst wird die Höhe der Karte in drei Teile gefaltet, wobei der mittlere Teil etwa 2 mm länger sein muß als die beiden anderen, dann wird die Breite im Zickzack gefaltet, je nach der geographischen Breite in vier bis acht Teile. Dadurch wird das viele Auf- und Zufalten erspart. Die Büge werden nie mehrfach oder nach der Gegenseite gebrochen und die Karte wird geschont. Es kann leicht eine Normgröße für gefaltete Karten festgesetzt werden, am besten 210 × 148 mm (DIN A 5)."

Dr. W. Eggers, Berlin, stellt in einem Artikel: „Der Deutsche Nullmeridian" in Petermanns geographischen Mitteilungen 1942, Heft 9, S. 347 uff. nachstehende Forderungen an einen neuen deutschen und europäischen, gleichzeitig auch afrikanischen Nullmeridian auf:

„1. Einheitliche Zählung, westlich von Europa—Afrika beginnend.
2. Keine Abkehr von bisheriger Zählung nach Altgrad.
3. Runde Bezugszahl zur bisherigen Greenwichzählung, also durch 10 teilbar.
4. Keine Umstellung und Benennung der Weltkarte 1 : 1 000 000 und ihrer Folgemaßstäbe, Bezugszahl also durch 6 teilbar.
5. Keine Neuschaffung der Gauß-Krügerschen Meridianstreifen, sei es in 3° oder 6° Streifen.
6. Da die Zeitrechnung auf Greenwich bezogen ist: keine Umstellung der Zeitmeridiane, Bezugszahl zwischen Greenwich und neuem Nullmeridian also durch 15 teilbar.

Diese Forderungen erfüllt in vollkommener Weise der bisherige Meridian 330° ostw. bzw. 30° westl. Greenwich. Er verläuft westlich der Kapverdischen Inseln — die nach Ferro westliche Länge haben — der Kanarischen Inseln, der Azoren und Island.[2]) Die Benennung des neuen Nullmeridian erfolge kurz und verständlich als NM, d. h. Nullmeridian, oder auch Neu- oder Normalmeridian, was auch in anderen europäischen Kultursprachen erklärlich ist.... Für die deutsche und auch für die künftige europäische amtliche und nicht amtliche Kartenherstellung ist aber der Vermerk ‚Greenwich' nicht mehr tragbar, seitdem wir uns in einer grundlegenden Auseinandersetzung mit dem britischen Reich und seinen Helfern befinden.... Die Einführung des NM bedeutet den endgültigen Abschied von ‚Greenwich', sie überzieht ohne nennenswerte Umstellung die Ostkontinente mit einheitlicher Zählung."

Generalleutnant Sixt von Armin schlägt in Petermanns geographischen Mitteilungen 1942, Heft 10/11, S. 427/28 unter der Überschrift „Blattschnitt und Blattbenennung der amtlichen Kartenwerke" eine Änderung der Siewke-(Heininger)schen Vorschläge vor. Er bemängelt, daß nach diesen Vorschlägen gerade die Karten größeren Maßstabs das größere Format und die der kleineren Maßstäbe das kleinere Format erhalten. „Der höhere militärische Führer, der an seinem Kartentisch auf kleineren Maßstäben arbeitet, zieht große Blätter vor, wird meist sogar Zusammendrucke mehrerer Blätter benutzen, notfalls sie zusammenkleben. Dem unteren Führer im Gelände, der mit Karten großen Maßstabes arbeitet, sind dagegen allzu große Blätter lästig. Ähnlich wird es in anderen Berufen sein." Er schlägt daher vor, „für alle Maßstäbe die Blattgröße der Karte 1 : 1 000 000 zu wählen, also auf dem 52. Breitengrad gemessen, 44 × 41 cm. Das ergäbe die in Abbildung 3 dargestellte Einteilung. Die Vorteile dieser Lösung sind:

1. Die Blätter der großen Maßstäbe werden nicht unhandlich groß, der Ausgangspunkt meines Vorschlages.

2. Es gibt nur noch eine Blattgröße. Das vereinfacht Herstellung, Versand und Lagerung außerordentlich.

3. Auch die Blätter größten Maßstabes sind noch nach vollen Minuten abgeteilt, das Blatt 1 : 25 000 hat statt 11¼ Längen- und 7½ Breitenminuten dann 9 Längen- und 6 Breitenminuten.

Dem stehen folgende Nachteile gegenüber:

[2]) Der von Dr. Strzygowski vorgeschlagene „Mittelatlantische" Nullmeridian würde 21° 56′ westlich Greenwich liegen, also 8° 4′ östlicher als der von Dr. Eggers vorgeschlagene verlaufen.

1. Beim Übergang von 1 : 500 000 zu 1 : 200 000 treten nicht wie in allen anderen Fällen an die Stelle eines Blattes 4 Blätter des größeren Maßstabes, sondern 4 ganze, 4 halbe und 1 viertel Blatt. Will man also 1 Blatt 1 : 500 000 durch Blätter 1 : 200 000 ersetzen, so braucht man 9 verschiedene. Ich glaube aber, daß das nur selten Bedeutung hat.

2. Die einfache von Regierungsrat Heininger vorgeschlagene Benennung der Blätter aller Maßstäbe paßt an einer Stelle nicht, natürlich wieder beim Übergang von 1 : 500 000 zu 1 : 200 000, weil sich hier ja Blattgrenzen überschneiden. Das ist zweifellos ein Nachteil, der sich aber auf folgendem Wege beheben läßt: An der Bezeichnung der Blätter 1 : 1 000 000 und und 1 : 500 000 ändert sich nichts. Die Blätter 1 : 200 000 erhalten arabische Nummern 1—25, nicht römische Zahlen, weil diese in den höheren Werten zu umständlich sind. Die Buchstaben N W usw. der Karte 1 : 500 000 fallen hier weg, weil ja die Blattbereiche sich nicht decken, das Blatt 13 der Karte 1 : 200 000 sogar an allen vier Blättern 1 : 500 000 beteiligt ist. Weiter werden dann die Blätter 1 : 100 000 mit kleinen Buchstaben a—d, die Blätter 1 : 50 000 mit römischen Zahlen I—IV und die Blätter 1 : 25 000 mit großen Buchstaben A—D bezeichnet." Es ergeben sich dann die in Abbildung 3 ersichtlichen Bezeichnungen.

Zu den hier von den verschiedensten Autoren angeschnittenen Karten-Normungsfragen mögen nachstehend noch einige allgemeine Ausführungen bzw. weitere Vorschläge gemacht werden:

Die große Masse der Menschheit ist in den gemäßigten Zonen des Erdballs zusammengedrängt. Diese Gebiete werden daher bei einer Normung bevorzugt zu behandeln sein. Man muß also die entstehenden Vorzüge einer Normung in diese Gebiete legen, während man die Nachteile, Absonderlichkeiten usw. in die Polar- und Äquatorialgebiete drängen kann, wo sie mehr oder minder unschädlich in den Hintergrund treten.

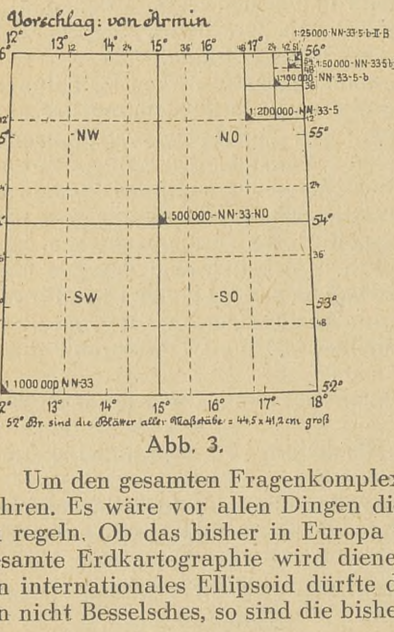

Abb. 3.

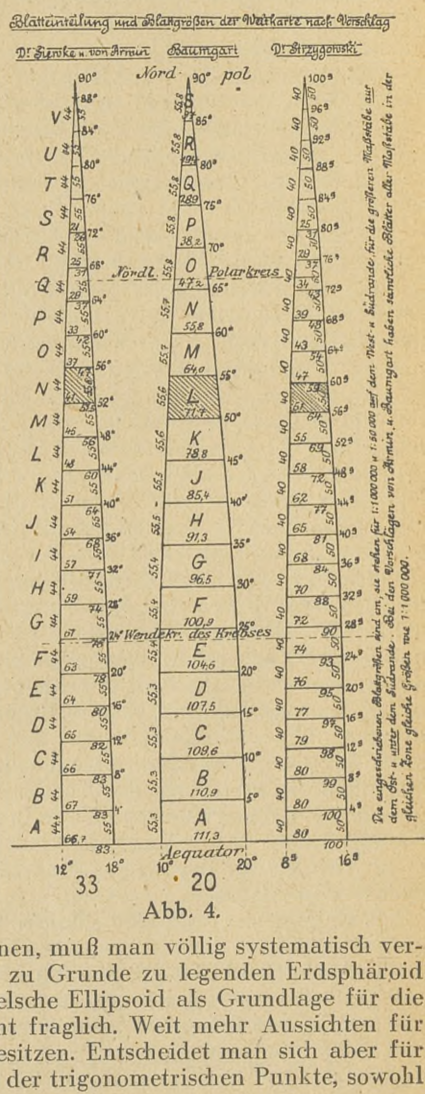

Abb. 4.

Um den gesamten Fragenkomplex erledigen zu können, muß man völlig systematisch verfahren. Es wäre vor allen Dingen die Frage nach dem zu Grunde zu legenden Erdsphäroid zu regeln. Ob das bisher in Europa viel benutzte Besselsche Ellipsoid als Grundlage für die gesamte Erdkartographie wird dienen können, erscheint fraglich. Weit mehr Aussichten für ein internationales Ellipsoid dürfte das Hayfordsche besitzen. Entscheidet man sich aber für ein nicht Besselsches, so sind die bisherigen Koordinaten der trigonometrischen Punkte, sowohl die geographischen wie auch die Gauß-Krügerschen Werte entsprechend zu berichtigen. Zugleich muß ein Beschluß über Annahme oder Ablehnung der Neugradteilung für das Erdsphäroid erfolgen, was in erster Linie durch die Astronomie geschehen müßte. Letzten Endes wäre damit sogar die dekadische Teilung der Zeit, vielleicht sogar eine Kalenderreform verbunden. Jedenfalls entstehen ungeheure Umrechnungsarbeiten, die aber im Zeitalter der Rechenmaschinen keinesfalls besonders zu fürchten sind. Sodann muß ein neuer Nullmeridian festgesetzt werden, wenn man den Greenwicher verlassen will. Geschieht dies, so sind auch die Gauß-Krügerschen Meridianstreifen auf diesen zu beziehen, also umzurechnen. Schließlich wäre auch ein einheitlicher Normalnullpunkt (NN) für die Höhen zu schaffen. Über alle diese Dinge sind die Meinungen noch sehr geteilt, ja sogar entgegengesetzt, wie aus den Artikeln von Strzygowski und Eggers deutlich hervorgeht.

Noch größere Meinungsverschiedenheiten dürfte die Frage der Kartenprojektionen hervorrufen. Ist doch schon die der Weltkarte 1 : 1000000 zu Grunde liegende polygonische Projektion eine der umstrittensten.[3]) Für eine globale Darstellung besonders geeignet erscheint die Gauß-Krügersche Meridianstreifen-Projektion, deren Streifen ja in nordsüdlicher Richtung unbegrenzt ausdehnbar sind. Sodann tritt die Frage nach der Breite der Meridianstreifen auf. Sie ist jetzt mit Rücksicht auf die zivilen hohen Genauigkeitsansprüche auf 3^0 Breite bemessen ($= 3{,}3^g$ Neugradteilung). Die dabei auftretenden Verzerrungsverhältnisse werden infolge der am Äquator vorhandenen größten Breitenausdehnung der Streifen erheblich höhere. Sie dürften aber mit Rücksicht auf den Umstand, daß es sich in der Äquatorzone nur um koloniale Länder handelt, durchaus tragbar sein. Hat sich doch schon gezeigt, daß für militärische Bedürfnisse eine Ausdehnung der Streifen in der gemäßigten Zone auf 6^0 Breite ($= 6{,}6^g$ Neugradteilung) durchaus angängig ist. Es entsteht nun die Frage, ob es nicht ratsam ist, sämtliche Streifen von vornherein zunächst auf 6^0 Breite festzusetzen und erst bei höher gehendem Kulturzustand des betreffenden Gebietes zu 3^0 breiten Streifen überzugehen, die sich dann natürlich in die 6^0 breiten Streifen hineinpassen lassen müssen. Die bisherige Übereinstimmung mit den Zeitmeridianen wäre dann allerdings beim Verbleib in der Sexagesimalteilung durchbrochen. Sie würden abwechselnd auf die Mittel- und Randmeridiane der Streifen fallen. Eine weitere Frage wäre es, ob überhaupt die Darstellung des Gitters in den öffentlichen Karten weiterhin erfolgen soll und nicht besser auf die militärischen Karten der Wehrmacht beschränkt bleibt. Die Wehrmacht ist gezwungen, die Truppen mit Karten auszurüsten, die auch die mit KartVeröffVO vom 6. 2. 1940 (RGBl. I 1940 S. 294) verbotenen Darstellungen enthalten. Sie muß also besondere Ausgaben veranstalten und kann diese dann beliebig mit Gitternetzen versehen.

Zu den einzelnen Normungsfragen wäre noch zu bemerken:

1. Maßstäbe der Kartenwerke.

Hier muß der Grundsatz gelten: Je weniger Kartenwerke, desto leichter lassen sie sich auf dem Laufenden halten. Das Letztere ist für die Wehrmacht eine der ersten Grundforderungen. Man muß daher alle irgend wie entbehrlichen Maßstäbe ausscheiden. Als entbehrlich müssen alle die Zwischenmaßstäbe angesehen werden, die durch bloßes photomechanisches Vergrößern oder Verkleinern aus dem nächstliegenden Hauptkartenwerk noch leserlich hergestellt werden können. Ein solches Verfahren[4]) wird sogar für die erhebliche Maßstabslücke zwischen 1 : 5000 und 1 : 25 000 bereits durch den vom Reichsinnenministerium unterm 1. 10. 1941 — VIa 8651/41 — 6858 ergangenen Grundkartenerlaß vorgeschrieben. Unentbehrlich sind nur die Maßstäbe, bei denen eine neue Generalisierung des Karteninhalts allein infolge der Maßstabsänderung einzusetzen hat, deren Inhalt also durch zu starkes Vergrößern oder Verkleinern aus den nächstgelegenen Hauptkartenwerken unleserlich werden würde. Die Lücke zwischen zwei Hauptkartenwerken darf durchaus so groß sein, daß sich die Zwischenmaßstäbe noch ohne jede Generalisierung des Inhalts allein durch Vergrößern oder Verkleinern leserlich herstellen lassen. Nur eine dementsprechende Maßstabsreihe darf für die Hauptkartenwerke anerkannt werden. Außer der Maßstabsänderung und dem nur allein dadurch eintretenden Generalisierungszwang noch andere Gründe beim Festsetzen einer Standartreihe für Maßstäbe gelten zu lassen, kann nicht gut geheißen werden. Sie unterliegen alle dem Wechsel der Anschauungen, auch die militärischen, denn erst recht die Kriegskunst ist veränderlich. Der

[3]) Siehe: Frischauf, Beiträge zur Landesaufnahme und Kartographie des Erdsphäroids. Leipzig und Berlin 1919 S. 170—173, ferner M. Eckert, Die Kartenwissenschaft. Bd. 1. Berlin 1921 S. 109.

[4]) Näheres in Baumgart, Gedanken über einige kartographische Grundfragen. Allg. Verm.Nachr. 1939 Heft 1 S. 4-5. Verlag von Herbert Wichmann, Berlin-Grunewald, Königsallee 21.

Stellt man die Vorschläge der verschiedenen Autoren zusammen, so ergeben sich folgende Übersichten:

A) Hinsichtlich der Blattgrößen:

	1 : 1 000 000				1 : 500 000				1 : 200 000			
	Dr. Siewke	Dr. Strzygowski	von Armin	Baumgart	Dr. Siewke	Dr. Strzygowski	von Armin	Baumgart	Dr. Siewke	Dr. Strzygowski	von Armin	Baumgart
Abgrenzung in Graden	$4^0\times6^0$	$4^g\times8^g$	$4^0\times6^0$	$5^0\times10^0$	$2^0\times3^0$	$2^g\times4^g$	$2^0\times3^0$	$2^0{,}_5\times3^0$	$60'\times90'$	$1^g\times2^g$	$48'\times72'$	$60'\times120'$
Blattgröße in mm am Aequator	442×668	400×800	442×668	553×1113	442×668	400×800	442×668	553×1113	553×835	500×1000	442×668	553×1113
bei 52^0 Br.	445×412		445×412		445×412		445×412		556×515		445×412	
56^g Br.		400×516				400×516				501×645		
50^0 Br.				556×717				556×717				556×717

B) Hinsichtlich der Blatteinteilung und Blattanzahl entstehen folgende Beziehungen zwischen den verschiedenen Maßstäben:

1 : 1 000 000	1	1	1	1	4	4	4	4	16	16	25	25
1 : 500 000					1	1	1	1	4	4	$4+\frac{4}{2}+\frac{1}{4}$	$4+\frac{4}{2}+\frac{1}{4}$
1 : 200 000									1	1	1	1
1 : 100 000												
1 : 50 000												
1 : 25 000												

C) Hinsichtlich der Blattbenennung:

Dr. Siewke	NN - 33	NN - 33 - NO	NN - 33 - NO - 2
Dr. Strzygowski	W 8 - 56 Berlin	F 12 - 58 Leipzig	A 14 - 59 Dresden
von Armin	NN - 33	NN - 33 - NO	NN - 33 - 5
Baumgart	20 L	20 L 5151	20 L 2424

Stellt man die Vorschläge der verschiedenen Autoren zusammen, so ergeben sich folgende Übersichten:

A) Hinsichtlich der Blattgrößen:

		1 : 100 000				1 : 50 000				1 : 25 000			
		Dr. Siewke	Dr. Strzygowski	von Armin	Baumgart	Dr. Siewke	Dr. Strzygowski	von Armin	Baumgart	Dr. Siewke	Dr. Strzygowski	von Armin	Baumgart
Abgrenzung in Graden		—	$0^g{,}_5 \times 1^g{,}_0$	$24' \times 36'$	$30' \times 60'$	$15' \times 22'{,}_5$	$0^g{,}_{25} \times 0^g{,}_5$	$12' \times 18'$	$15' \times 30'$	$7'{,}_5 \times 11'{,}_{25}$	$0^g{,}_{125} \times 0^g{,}_{25}$	$6' \times 9'$	$7'{,}_5 \times 15'$
Blattgröße in mm	am Aequator	—	500×1000	442×668	553×1113	553×835	500×1000	442×668	553×1113	553×835	500×1000	442×668	553×1113
	bei 52° Br.	—		445×412				445×412				445×412	
	56^g Br.	—	501×645				501×645				501×645		
	50° Br.	—			556×717				556×717				556×617

B) Hinsichtlich der Blatteinteilung und Blattanzahl entstehen folgende Beziehungen zwischen den verschiedenen Maßstäben:

	1 : 100 000 Dr. Siewke	1 : 100 000 Dr. Strzygowski	1 : 100 000 von Armin	1 : 100 000 Baumgart	1 : 50 000 Dr. Siewke	1 : 50 000 Dr. Strzygowski	1 : 50 000 von Armin	1 : 50 000 Baumgart	1 : 25 000 Dr. Siewke	1 : 25 000 Dr. Strzygowski	1 : 25 000 von Armin	1 : 25 000 Baumgart
1 : 1 000 000	—	64	100	100	256	256	400	400	1024	1024	1600	1600
1 : 500 000	—	16	25	25	64	64	100	100	256	256	400	400
1 : 200 000	—	4	4	4	16	16	16	16	64	64	64	64
1 : 100 000	—	1	1	1	—	4	4	4	—	16	16	16
1 : 50 000					1	1	1	1	4	4	4	4
1 : 25 000									1	1	1	1

C) Hinsichtlich der Blattbenennung:

	1 : 100 000	1 : 50 000	1 : 25 000
Dr. Siewke	—	NN - 33 - NO - 2 - 4	NN - 33 - NO - 2 - 4 - b
Dr. Strzygowski	R 15 - 59,5 Aussig	M 15,5 - 59,75 Leitmeritz	S 15,75 - 59,875 Raudnitz
von Armin	NN - 33 - 5 - b	NN - 33 - 5 - b - II	NN - 33 - 5 - b - II - B
Baumgart	20 L 1919	20 L 4949	20 L 9999

eigentliche Zweck, dem die Karte dienen soll, darf hierbei nicht vordringlich berücksichtigt werden. Dies überlasse man den „angewandten Karten", zu denen letzten Sinnes auch die militärischen gehören.

Dr. Siewke bevorzugt die Maßstabsreihe: 1:5000, 1:25000, 1:50000, 1:200000, 1:500000 und 1 : 1000000. Diese Reihe weist nun aber in ihren Zwischenräumen recht ungleiche und unregelmäßige Sprünge auf. Das Maßstabsverhältnis springt

von 5 000 auf 25 000 um ein Fünffaches,
von 25 000 auf 50 000 um ein Zweifaches,
von 50 000 auf 200 000 um ein Vierfaches,
von 200 000 auf 500 000 um ein Zweieinhalbfaches und
von 500 000 auf 1 000 000 um ein Zweifaches.

Insbesondere scheint die plötzlich auftretende vierfache Sprungfolge zwischen 50 000 und 200 000 zu groß zu sein. Fügt man hier den Maßstab 1 : 100 000 wieder ein, wie es die übrigen Autoren empfehlen, so springt die Maßstabsreihe um ein Fünf-, Zwei-, Zwei-, Zwei-, Zweieinhalb- und Zweifaches, wird also schon erheblich ausgeglichener. Allerdings erhält man damit immer noch sechs Hauptkartenwerke, deren Fortführung noch erhebliche Schwierigkeiten mit sich bringt. Fallen würden nur die Maßstäbe 1 : 300 000, 1 : 800 000 und soweit österreichische Verhältnisse in Betracht kommen, 1 : 750 000.

Das Fallenlassen des altgewohnten Maßstabes 1 : 100 000, unserer ruhmreichen Generalstabskarte, wird, wie man schon jetzt sieht, in zivilen Kreisen nicht gebilligt. Man hat sich an das so bequeme Verhältnis 1 cm der Karte = 1 km der Natur zu sehr gewöhnt, als daß man es missen will. Zudem ist dieser Maßstab auch in den Kartenwerken des Auslandes fast überall schon vorhanden, so daß hierin am ehesten ein einheitliches Kartenwerk größeren Maßstabes für Europa entstehen könnte. Man wird aber die Karte 1 : 100 000 zunächst auch garnicht beiseite stellen können, da sie, solange nicht die neue Karte 1 : 50 000 vorhanden und handelsüblich greifbar ist, die übergroße Maßstabslücke zwischen 1 : 25 000 und 1 : 200 000 ausfüllen muß. Es kommt noch weiter hinzu, daß auch die jetzt noch kranke Karte 1 : 200 000 sehr lange Zeit benötigen wird bis zu ihrer völligen Wiederherstellung. Scheidet man die Karte 1 : 100 000 jetzt aus und außerdem noch, wie beabsichtigt, die 1 : 300 000 und 1 : 800 000 (bzw. 1 : 750 000), so entsteht für lange Zeit sogar eine Maßstabslücke von 1 : 25 000 bis 1 : 1 000 000, weil ja ein amtliches Kartenwerk 1 : 500 000 ebenfalls noch nicht vorhanden ist. Ein Ausschluß des Kartenwerks 1 : 100 000 aus der Reihe der Hauptkartenwerke erscheint daher ausgeschlossen zu sein.

Es wird allerdings unbedingt erforderlich sein, die jetzige Höhendarstellung der Karte 1 : 100 000 statt der schwarzen Schraffen in eine solche mit braunen Höhenlinien umzugestalten. Höhendarstellungen in Bergstrich-Schraffen oder Schummerungen entsprechen nicht mehr den zeitgemäßen Anforderungen. Grundbedingung für eine moderne Höhendarstellung ist die exakte Höhenlinie. Erst wenn diese vorhanden ist, kann außerdem eine bessere sinnfälligere plastischere Wirkung der Bodengestaltung, am besten durch Eindrucken eines Schummertones erzielt werden. Eine solche Umgestaltung bietet bei der Karte 1 : 100 000 keine allzu großen Schwierigkeiten. Die notwendigen Höhenlinienvorlagen sind bereits s. Z. für den Stich der Schraffen gefertigt worden, liegen also schon vor. Man wird diese Karte dann ferner mit einem blauen Gewässereindruck, graugrünem Wald, gelbgrünen Wiesen und roten Straßen sowie einer blaugrauen Schummerung versehen müssen. In dieser Ausführung würde sie ohne Einbuße ihres reichen Inhalts erheblich übersichtlicher wirken, wofür die jetzigen buntfarbigen Großblätter den Beweis liefern.

2. Blatteinteilung, Blattschnitt.

Die Blatteinteilung setzt zunächst die allgemeine Entscheidung, ob die Blattbegrenzung nach rechtwinkligen oder geographischen Koordinaten erfolgen soll, voraus. Da rechtwinklige Koordinaten bisher nur in den großen und mittleren Maßstäben bis 1 : 300 000 vorkommen, so scheidet eine Abgrenzung nach diesen für die kleinen Maßstäbe naturgemäß ganz aus. Da auch die Blätter der mittleren Maßstäbe meist schon über mehrere Gitternetzstreifen hinausreichen, so wird man auch diese besser nach geographischen Koordinaten begrenzen. Es kommen somit für die Blattbegrenzung nach rechtwinkligen Koordinaten nur die größeren Maßstäbe in Betracht.

Es entsteht ferner die Frage, ob eine quadratische oder längliche Blattform erwünscht ist. Der Gebrauch eines Grundkartenblattes im Felde bedingt zumindest bei Kippregelaufnahmen mit dem Meßtisch eine möglichst quadratische Form der Zeichenfläche. Dem entspricht die Abgrenzung der Grundkarte 1 : 5000 mit 2 × 2 km = 400 × 400 mm. Da auch die Karte 1 : 25 000 noch lange Zeit, wenigstens für Gebiete mit geringerem Kulturzustand, wird als Grundkarte in Gebrauch sein müssen, so wäre auch diese möglichst quadratisch abzugrenzen. Dies würde eigentlich am besten im gleichen Format wie 1 : 5000 mit Gitternetzlinien von 10 × 10 km = 400 × 400 mm geschehen. Sie wäre damit zugleich als Grundkarte unterschiedlich kenntlich gemacht gegenüber der als Folgekarte aus dem Maßstab 1 : 5000 zu entwickelnden Karte 1 : 25 000, der man dann eine Begrenzung nach geographischen Koordinaten bei einem etwas größeren länglichen Format geben könnte. Sie scheidet dann aber für die Herstellung als Grundkarte, also für Messungen im Felde mit Instrumenten so gut wie aus.

Eine Blatteinteilung nach geographischen Koordinaten dürfte wiederum so zu treffen sein, daß sich für die gemäßigte Zone, also für die für menschliches Leben bedeutungsvollsten Räume der Erde, eine vorteilhafte Blattgröße ergibt. Als vorteilhaft wird man aber nur eine solche bezeichnen können, deren Seitenverhältnis möglichst den DIN-Formaten entspricht, d. h. die kurze Seite muß sich zur langen verhalten wie $1 : \sqrt{2}$, also wie die Seite eines Quadrats zur Diagonale. Wenn die Blatteinteilung außerdem von dem internationalen Weltkartenblatt 1 : 1 000 000 als Einteilungseinheit ausgehen soll, so ist zunächst einmal zu prüfen, ob denn die jetzige Abgrenzung der Weltkartenblätter den sonst an die Abgrenzung zu stellenden Anforderungen entspricht. Dies kann bei der jetzigen Blattgröße von 4° Breite in der Meridianrichtung und 6° Länge in der Parallelkreisrichtung nicht unbedingt zugestanden werden. Diese Blätter sind nur am Äquator DINformatähnlich, nämlich 442 × 668 mm groß (Besselsche Erddimensionen als Grundlage genommen), während sie in der gemäßigten Zone, z. B. bei 52°—56° Breite die Größe von 445 × 412 mm erreichen, also schon in Hochformate übergehen. Man wird aber gerade in diesen Gebieten naturgemäß eine längliche, den DIN-Formaten entsprechendere Größe bevorzugen wollen und die unbequemen Formate besser in die entlegeneren Teile der Erde verlegen.

Bei der Blatteinteilung handelt es sich ferner darum, ob man es vorzieht, stets in den nächst größeren oder kleineren Maßstab durch Viertelung bzw. Vervierfachung zu gelangen oder ob man unter Verzicht hierauf sämtliche Blätter gleicher Breitenzone in jedem Kartenwerk in ein und demselben Format erhalten will. Letzterer Umstand bedingt dann beim Übergang von 1 : 200 000 zu 1 : 500 000 einen Sprung. Die Zusammensetzung der Blätter ist hier nur durch Teilung in halbe oder gar viertel Blätter möglich. Generalleutnant Sixt von Armin bevorzugt das gleich große Format. Er hält den Übelstand des Zerteilens von Blättern nicht für erheblich gegenüber dem Vorzug, daß alle Blätter gleiche Größe erhalten, wodurch allein die weitgehendste Normung eintritt. Der Übelstand, daß die an den Mittelachsen des Blattes 1 : 500 000 gelegenen Blätter 1 : 200 000 nicht voll in den Maßstab 1 : 500 000 hinein passen, sondern aufgeteilt werden müssen, wird hauptsächlich nur bei der Fortführung der Karten eine behindernde Rolle spielen. Er muß in den Kauf genommen werden gegenüber dem großen Vorteil, nur ein einziges Kartenformat zu besitzen, wodurch es möglich wird, für große Gebiete der Erde immer nur auf ein bestimmtes DIN-Format genormte Druckpapiere, Druckpressen, Druckplatten, Schleifmaschinen, Lagerregale, Verpackungskisten, Kartenschränke, Mappen usw. nötig zu haben. Dies ist für militärische Zwecke, für die Ausrüstung und den Nachschub der Wehrmacht wie für jede Lagerung großer Bestände von allergrößter Bedeutung. Allerdings erscheint die von Sixt von Armin vorgeschlagene Blattgröße (445 × 412 mm bei 52° Breite, also schon Hochformat) etwas zu klein. Das Blatt 1 : 25 000 wird zudem nur 6 × 9 Min. groß, also 1 Min. in der Längsrichtung kürzer, als es jetzt ist, während die Wünsche nach einem größeren Format hierfür seit langem vorliegen.

Allen diesen Anforderungen könnte man entsprechen, wenn man die Blatteinteilung 5° Breite und 10° Länge für ein Blatt 1 : 1 000 000 wählen würde. (Siehe die Abbildungen 4 u. 5.) Es ergibt sich dann für ein Blatt der gemäßigten Zone, z. B. bei 50°—55° Breite die Zeichnungsgröße 556 × 717 mm, was den Forderungen der DIN-Formate $1 : \sqrt{2}$ nahezu entspricht, so daß als Papierformat der DIN-Doppelbogen A 1 = 594 × 841 mm vorteilhaft zu benutzen ist. Zudem hat diese Abgrenzung den Vorteil, genau den Größen unserer jetzigen Großblätter 1 : 100 000 und der Karte 1 : 50 000 zu entsprechen. Dieselbe Zeichnungsgröße 556 × 717 mm für alle Blätter gleicher Breite erhält man nun auch in allen übrigen Maßstäben, wenn man weitergehend das Kartenblatt 1 : 1 000 000 unterteilt in

4 Blätter 1 : 500 000 von je $2\frac{1}{2}^0$ Breite und 5^0 Länge,
25 Blätter 1 : 200 000 von je 1^0 Breite und 2^0 Länge,
100 Blätter 1 : 100 000 von je 30′ Breite und 1^0 Länge,
400 Blätter 1 : 50 000 von je 15′ Breite und 30′ Länge,
1600 Blätter 1 : 25 000 von je $7\frac{1}{2}$′ Breite und 15′ Länge,

wie es in Abbildung 5 angegeben ist. Bei Zentesimalteilung würde die Größe jedes Blattes von $5^g \times 10^g$ in allen Maßstäben betragen in der Breite von $56^g = 501 \times 645$ mm, am Äquator 500×1002 mm.

3. Blattbezeichnung bei der Anforderung.

Die verschiedenen Vorschläge der aufgeführten Autoren für die Benennung der Kartenblätter bei der Anforderung sind in der Übersicht auf Seite 118/119 zusammengestellt,

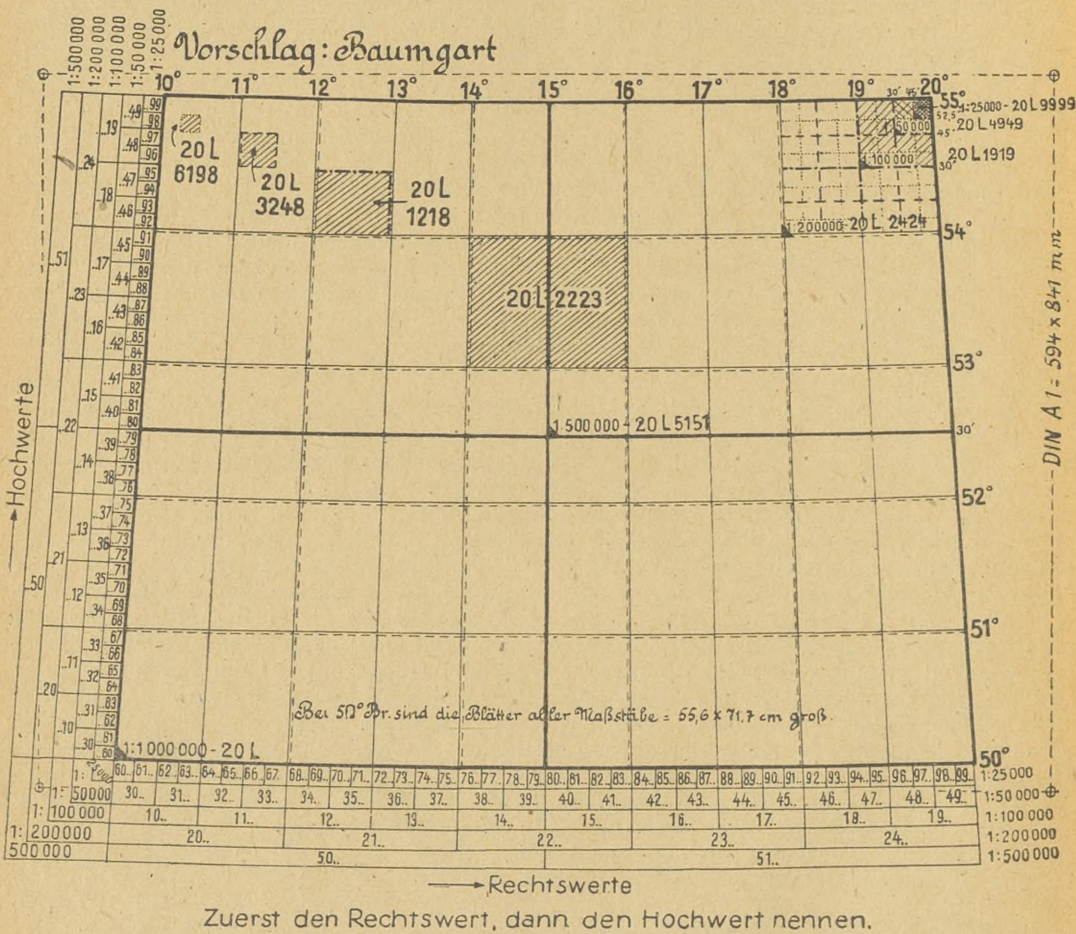

Abb. 5.

denen ein weiterer nachstehend erläuterter Vorschlag noch angefügt werden möge: In entsprechender Anlehnung an das bisherige Blattbezeichnungsverfahren für die internationale Weltkarte 1 : 1 000 000 werden die nun 10^0 breiten Meridianstreifen dieses Kartenwerks, beginnend mit dem um 180^0 vom neuen Nullmeridian abstehenden Meridian mit den Nummern 1—36 gezählt (= Rechtswerte). Die jetzt je 5^0 Breite umfassenden Zonen (= Hoch- bzw. Tiefwerte werden vom Äquator ab nach Norden mit großen, nach Süden mit kleinen lateinischen Buchstaben A bis S, bzw. a bis s bezeichnet. Es ist stets wie üblich der Rechtswert zuerst zu nennen. Überschüssigerweise könnte auch der Name des bedeutendsten Ortes des Blattes hinzugefügt werden, z. B. 20 L (Berlin).

Nimmt man dieses neue Weltkartenblatt auch für die Blattbezeichnung der übrigen Maßstäbe als Einteilungseinheit zur Grundlage, so kann man jedes Blatt nun durch bloßen Zusatz einer vierstelligen Zahl bezeichnen, wenn man die Unterteilung des Weltkartenblattes in der in Abbildung 5 angegebenen Weise beziffert. In gewohnter Weise nennt man auch hier zuerst den Rechtswert mit den zwei Ziffern des waagerechten Randes, denen man zwei Ziffern des senkrechten Randes (den Hochwert) hinzufügt. Die Reihenfolge ist streng zu beachten, was auf den Übersichten durch angefügte bzw. vorangestellte Punkte unterstützt werden kann, z. B. 22.. und ..23 = 2223. Die Anordnung ist so getroffen, daß sich die Ziffern in keinem andern Maßstab wiederholen können. Außerdem ergibt sich für die Kartenwerke der Maßstäbe

1 : 500 000 eine „5" als erste (und dritte) Ziffer,

1 : 200 000 eine „2" als erste (und dritte) Ziffer,

1 : 100 000 eine „1" als erste (und dritte) Ziffer,

1 : 50 000 eine „3 oder 4" als erste Ziffer,

1 : 25 000 eine „6, 7, 8 oder 9" als erste Ziffer.

Man erkennt also ohne weiteres an der Ziffer nicht nur die Lage im Blatt 1 : 1 000 000, sondern auch zugleich an der ersten Ziffer den Maßstab des betreffenden Kartenwerks, wobei nur für die Kartenwerke 1 : 50 000 und 1 : 25 000 etwas zu merken wäre, während die übrigen ihre Maßstabsziffer gewissermaßen als gekürzte Kennziffer in der Blattnummer selbst aufweisen. Bei Arbeiten in engeren Bezirken wird die Bezeichnung des Weltkartenblattes meist entbehrlich sein, so daß in der Praxis jedes Blatt aller Maßstäbe nur noch mit einer vierstelligen Zahl anzufordern ist. Ein weiterer Vorzug wäre der, daß sich die Nachbarblätter ohne weiteres aus der vierstelligen Zahl ableiten lassen.

Kleine Beiträge.

Ingenieur für Landkartentechnik.

Der Herr Reichsminister für Wissenschaft, Erziehung und Volksbildung hat mit Erlaß E IV b 353/43 vom 29. April 1943 verfügt, daß den Absolventen der Kartographenabteilungen der Meisterschule für Graphik und Buchgewerbe in Berlin und der Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt Wien VII, die die Abschlußprüfung mit Erfolg abgelegt haben, ein Ingenieurzeugnis als Ingenieur für Landkartentechnik erteilt wird.

Gesetze, Verordnungen und Erlasse.

Vereinfachung der Verwaltung; hier: Hilfskräfte bei Öffentlich bestellten Vermessungsingenieuren.

RdErl. d. RMdI. v. 15. 2. 1943 — VI a 8109/43 - 6846.

Abschn. II Abs. 1 des RdErl. v. 25. 3 1939 (MBliV. S. 725) wird mit sofortiger Wirkung wie folgt geändert:

„(1) Der Öffentlich bestellte Vermessungsingenieur kann auch andere vermessungstechnische Angestellte je nach dem Grad ihrer Befähigung und dem Zustand und der Güte der Vermessungsunterlagen mit örtlichen Vermessungsarbeiten betrauen. Schwierige Arbeiten soll er selbst ausführen oder von einem der unter I genannten Hilfskräfte ausführen lassen. Bei mehreren Bearbeitern sind die Risse nicht getrennt zu führen; die Eintragungen der verschiedenen Vermessungen sind vielmehr durch Klammern, Buchstaben und dgl. zu unterscheiden und bei der Unterschrift des Betreffenden zu erläutern." — MBliV. S. 309.

Ausf.-Best. zur VO. über die Ausbildung und Prüfung für den höheren vermessungstechnischen Verwaltungsdienst (5. Nachtrag).

RdErl. d. RMdI. v. 16. 3. 1943 — VI a 8181/43 - 6841.

Auf Grund des § 5 der VO. über die Ausbildung und Prüfung für den höheren vermessungstechnischen Verwaltungsdienst v. 3. 11. 1937 (RGBl. I S. 1165) wird folgendes angeordnet:

1. Vermessungsreferendaren, die zum Kriegswehrdienst eingezogen sind oder eingezogen waren, wird diese Zeit bis zu 15 Monaten auf den Vorbereitungsdienst angerechnet. Die Entscheidung über die Anrechnung treffe ich.

2. In ganz besonders gelagerten Einzelfällen — etwa bei hervorragender Bewährung und Auszeichnung vor dem Feind — behalte ich mir vor, Ausnahmen zu bewilligen.

3. (1) Die Beschäftigung dieser Vermessungsreferendare während des Vorbereitungsdienstes ist in der Regel auf die Ausbildungsabschn. I (a. Katasteramt, b. Katasterneumessung), III (a. örtliche Umlegungsbehörde, b. obere Umlegungsbehörde), IV a (Landesvermessungsbehörde) und V (höhere Verwaltungsbehörde) zu beschränken. Die Beschäftigung im Ausbildungsabschn. I soll insgesamt mindestens 6 Monate dauern. Dasselbe gilt für den Ausbildungsabschn. III.

(2) Abweichungen sind zulässig für Vermessungsreferendare, die bereits einen erheblichen Teil des Vorbereitungsdienstes abgeleistet haben.

(3) Die ausbildungsleitenden Behörden regeln den Vorbereitungsdienst hiernach selbständig.

4. Die Große Staatsprüfung findet an drei aufeinanderfolgenden Tagen statt. An den beiden ersten Tagen sind 2 bis 3 Aufsichtsarbeiten zu fertigen. Die Arbeitszeit soll an jedem Tage 6 Stunden nicht überschreiten. Am dritten Tage findet die mündliche Prüfung statt.

5. (1) Vermessungsreferendare aus den Alpen- und Donau-Reichsgauen und dem Reichsgau Sudetenland, denen die Ausbildung nach den Übergangsbestimmungen vom 30. 5. 1939 (MBliV. S. 1239) zugestanden worden ist, wird die Zeit des Kriegswehrdienstes allgemein bis zu sechs Monaten auf den Vorbereitungsdienst angerechnet. Meine Entscheidung ist nur in besonderen Einzelfällen (Nr. 2) einzuholen.

(2) Wegen der Prüfungen nach den Übergangsbestimmungen gilt Nr. 4 entsprechend.

6. Die ausbildungsleitenden Behörden haben allen Vermessungsreferendaren, denen vorstehende Vergünstigungen zugute kommen, diese Bestimmungen bekanntzugeben.

7. Die Ausf.-Best. zur VO. über die Ausbildung und Prüfung für den höheren vermessungstechnischen Verwaltungsdienst (3. Nachtrag) vom 25. 9. 1939 (MBliV. S. 2063) wird aufgehoben.

— MBliV. S. 491.

Vereinheitlichung der Auftragserteilung auf dem Gebiete der Optik und Feinmechanik.

RdErl. d. RMfEuL. v. 26. 1. 1943 — IX C 5026 —.

Die optischen und feinmechanischen Geräte sämtlicher Bedarfsträger sind nach einer Anordnung der zuständigen Stelle ausschließlich über die beim Rüstungsamt des RMfBuM. gebildete Zentralstelle für Optik und Feinmechanik (ZO.) zu beschaffen. Zur zielsicheren Lenkung der Herstellung geodätischer Instrumente und Geräte, die bei den öffentlichen Bedarfsträgern (ausschl. Wehrmacht) und anderen zivilen Stellen zur Durchführung kriegswichtiger Aufgaben erforderlich sind, hat der RMdI. gemäß § 2 (1) des Gesetzes über die Neuordnung des Vermessungswesens vom 3. 7. 1934 (RGBl. I S. 534) die Vorprüfung und Weitergabe der Lieferungsanträge übernommen. Für die Dienststellen der Landeskulturverwaltung sind solche Anträge mit Angabe des Verwendungszweckes und eingehender Begründung zunächst mir vorzulegen. Von nichtkriegswichtigen Anforderungen ist unter Anlegung eines strengen Maßstabes von vornherein abzusehen. Die als notwendig anerkannten Anforderungen sind daraufhin zu prüfen, ob der beabsichtigte Verwendungszweck nicht mit Gerät zu erreichen ist, das an anderer Stelle freizumachen oder in weniger hochwertiger Ausführung vorhanden ist. — LwRMBl. S. 61.

Allgemeine Annahme-, Ausbildungs- und Prüfungsrichtlinien für die Laufbahn des bergvermessungstechnischen Behördenangestellten.

RdErl. d. RWM. vom 20. April 1943.

Der Erlaß ist auf Grund des § 16 des Gesetzes zur Ordnung der Arbeit in öffentlichen Verwaltungen und Betrieben vom 23. 3. 1934 als „Besondere Dienstordnung für den Geschäftsbereich des Reichswirtschaftsministeriums" im RWMBl. 1943 S. 406 veröffentlicht worden.

Dienstbezeichnungen im höheren vermessungstechnischen Verwaltungsdienst.

RdErl. d. RMdI. v. 18. 5. 1943 — VI a 8181/43 - 6802 a.

Auf Grund des Gesetzes zur Ergänzung des Reichsbesoldungsrechts und des Reisekostenrechts vom 30. 3. 1943 (RGBl. I S. 189) bestimme ich folgendes:

1. Die Vermessungsräte (BesGr. A 2 c 2) führen jetzt die Dienstbezeichnung „Regierungsvermessungsrat" ohne Unterschied, ob sie bei einer Dienststelle in der Kreisstufe oder in der Mittelstufe angestellt sind.

2. Die Vermessungsassessoren und Vermessungsreferendare führen die Dienstbezeichnung „Regierungsvermessungsassessor" bzw. „Regierungsvermessungsreferendar".

3. Beamte des höheren vermessungstechnischen Verwaltungsdienstes, denen künftig Beförderungsstellen in der Kreisstufe übertragen werden, führen in der BesGr. A 2 c 1 die Dienstbezeichnung „Regierungsvermessungsrat" weiter, während sie in der BesGr. A 2 b die Dienstbezeichnung „Oberregierungsvermessungsrat" erhalten. — MBliV. S. 865.

Ausgleich von Härten für Anwärter im Vorbereitungsdienst, die zum Kriegswehrdienst einberufen sind; hier: Anwärter für den höheren vermessungstechnischen Verwaltungsdienst.

RdErl. d. RMdI. v. 19. 4. 1943 — VIa 8286/43 - 6841.

Zur Durchführung des RdErl. v. 22. 12. 1942 (MBliV. S. 2359) bestimme ich im Einvernehmen mit dem RFM. folgendes:

I. (1) Vermesungsreferendare, die infolge ihres Kriegswehrdienstes den Vorbereitungsdienst nicht anzutreten oder zu beenden vermögen, können ohne Ablegung der Großen Staatsprüfung von Amts wegen zu außerplanmäßigen Beamten (Vermessungsassessor) ernannt werden, sobald die regelmäßige Vorbereitungsdienstzeit abgelaufen ist.

(2) Die regelmäßige Vorbereitungsdienstzeit beträgt einschließlich der Zeit für die Ablegung der Großen Staatsprüfung 3 Jahre, für Vermessungsreferendare aus den Alpen- und Donau-Reichsgauen und dem Reichsgau Sudetenland, denen die Ausbildung nach den Übergangsbestimmungen vom 30. 5. 1939 (MBliV. S. 1239) zugestanden worden ist, 2¼ Jahre.

(3) Ausgangspunkt für die Berechnung der Vorbereitungsdienstzeit ist der Zeitpunkt, zu dem der Vermessungsreferendar als Nichtkriegsteilnehmer nach Ablegung der Hochschulabschlußprüfung den Vorbereitungsdienst hätte beginnen können. Die Zeit eines sonst abzuleistenden aktiven Arbeits- und Wehrdienstes wird — anders als in Abschn. I 3 Abs. 2 zu c und d des RdErl. vom 12. 7. 1941 (RBB. S. 180; MBliV. S. 1350) — n i c h t zugeschlagen.

(4) Die Ernennungsvorschläge, mit Ausnahme derjenigen von Preußen, sind mir unter Beifügung der Personalakten mit Stellungnahme vorzulegen. Die Stellungnahme soll sich nur darauf erstrecken, ob die förmlichen und zeitlichen Voraussetzungen für die Ernennung zum außerplanmäßigen Beamten vorliegen. Eine sachliche Prüfung auf die Eignung des Referendars für den höheren vermessungstechnischen Verwaltungsdienst findet nicht statt. Sofern im Einzelfall Bedenken nicht bestehen, soll vielmehr jeder Referendar, wenn er die genannten Voraussetzungen erfüllt, im Bereich der ausbildungsleitenden Verwaltung zum außerplanmäßigen Beamten ernannt werden.

(5) Durch den RdErl. vom 16. 3. 1943 (MBliV. S. 491) ist geregelt, inwieweit der nach der Rückkehr aus dem Wehrdienst noch tatsächlich abzuleistende Vorbereitungsdienst abgekürzt werden kann.

II. (1) Die Vermessungsassessoren zu I sind Widerrufsbeamte. Sie werden von den bisher endgültig in den Reichs- oder Landesdienst übernommenen Vermessungsassessoren listenmäßig durch den Zusatz „(K)", d. h. „Kriegsteilnehmer", unterschieden.

(2) Ihr e n d g ü l t i g e s Verbleiben in der Reichs- oder Landesverwaltung ist, da die Zulassung zum Vorbereitungsdienst nicht auf eine bestimmte Zahl von Anwärtern beschränkt war, abgesehen vom Bestehen der Prüfung, davon abhängig, ob der Bedarf der Vermessungsverwaltungen ihre dauernde Verwendung rechtfertigt. Hierüber kann erst später entschieden werden.

(3) Scheidet hiernach oder aus anderen Gründen ein Vermessungsassessor (K) aus dem außerplanmäßigen Beamtenverhältnis aus, so verliert er die Dienstbezeichnung und die Bezüge.

III. Für Anwärter, die nach bestandener Großer Staatsprüfung in das behördliche Angestelltenverhältnis übernommen worden sind, gilt vorstehende Regelung nicht. Sie werden wie bisher bei Bedarf endgültig zum außerplanmäßigen Beamten ernannt werden. — MBliV. S. 703.

Bücherschau.

Wissenschaftliche Forschungsberichte. Naturwissenschaftliche Reihe. Bd. 55. Sterne und Sternsysteme. Von Dr. habil. Wilhelm B e c k e r, Wissenschaftlicher Rat an der Sternwarte und Dozent an der Universität Wien. Mit 94 Abb. im Text. XII u. 392 S. 1942. Verlag von Theodor Steinkopf, Dresden und Leipzig. Preis geb. 30.— RM.

Dem Buch ist, wie der Verfasser im Vorwort angibt, eine Zwischenstellung zwischen einem rein wissenschaftlichen und einem populären Buch zugedacht, weil es an einem solchen Buch in der deutschen Literatur fehlt. Im Jahre 1921 erschien in der Sammlung „Die Kultur der Gegenwart" auch ein der Astronomie gewidmeter Band, in dem das hier in Frage stehende Gebiet ebenfalls behandelt wird (vgl. d. Z. 1922 S. 219—221). Indessen hat die wissenschaftliche Forschung in bezug auf die Fixsterne in den letzten Jahrzehnten sehr bedeutsame Fortschritte gemacht, so daß die neue Bearbeitung sehr zu begrüßen ist.

Im ersten Hauptabschnitt, das Milchstraßensystem, werden, um nur einiges zu nennen, nach einer allgemeinen Übersicht über die Eigenschaften der Fixsterne die veränderlichen Sterne, die Doppelsterne, die Bewegungen und die Entfernungen der Fixsterne und der räumliche Aufbau des Milchstraßensystems behandelt. Der zweite kürzere Hauptabschnitt beschäftigt sich mit den Nebeln außerhalb der Milchstraße, deren Auflösung in einzelne Sterne gerade in den letzten Jahrzehnten gelungen ist, womit in der Erforschung des Aufbaus von Sternsystemen ein großer Fortschritt erzielt ist, zumal sich hiermit auch die Möglichkeit ergibt, Schlüsse auf die Natur unseres Milchstraßensystems zu ziehen.

Die Ausführungen sind von zahlreichen guten nach photographischen Aufnahmen hergestellten Abbildungen begleitet, und besonders wertvoll sind für weitere Studien die zahlreichen Literaturangaben. E g g e r t.

Die Tätigkeit der Baltischen Geodätischen Kommission in den Jahren 1938—1941. Berichtet von dem Präsidium, Helsinki 1942, Osakeyhtiö Weilin & Göös Aktiebolag, 113 Seiten.

Die vorliegende Schrift enthält den Tätigkeitsbericht der Baltischen Geodätischen Kommission seit der im Juni 1938 in Kaunas abgehaltenen 10. Tagung, drei Protokolle über die 1939 in Berlin, 1940 in Stockholm, 1941 in Kopenhagen abgehaltenen Präsidialsitzungen und drei Landesberichte: für Dänemark von Prof. N. E. Nörlund, für Finnland von Prof. Ilmari Bonsdorff, für Schweden von Prof. G. A. Rune. Den Berichten schließen sich fünf Aufsätze an, deren Inhalt hier nur kurz berührt werden kann.

Nach dem Tätigkeitsbericht ist der Stand der Ausgleichung des Ostseeringes folgender: Die Anteile von Estland, Finnland und Lettland sind unter Berücksichtigung der Laplaceschen Gleichungen ausgeglichen. Die Ausgleichungen der Anteile von Deutschland, Dänemark und Schweden sind im Gang. — Im Protokoll von 1941 spricht die Kommission mit Bezug auf die vorbereitenden Veröffentlichungen in den Verhandlungen der Kommission vom Jahre 1935 und in der Zeitschrift für Vermessungswesen vom Jahre 1941 den Wunsch aus, Prof. Schmehl möge für das Gebiet des Ostseeringes einen Plan zur Verwendung der Triangulation mit beweglichen Hochzielen ausarbeiten. — Im Landesbericht für Dänemark wird über ein hydrostatisches Nivellement im Jahre 1939 zwischen Helsingör und Hälsingborg über Öresund, über eine Breitenbestimmung 1938 auf der trigonometrischen Station Kopenhagen (Buddinge) nach der Horrebow-Methode, über Pendelmessungen auf sechs Stationen und Schweremessungen auf 755 Stationen, über die Fortsetzung der Triangulationen, auch in Grönland, und die Messung von 4 Grundlinien mit Invardrähten und schließlich über ein Nivellement berichtet. — Der Landesbericht für Finnland handelt u. a. von der Vollendung der Beobachtung der ostrobottnischen Dreieckskette parallel mit der Küstenrichtung des Bottnischen Meeres zwischen 63° und 65° nördlicher Breite. Sie schließt im NO an die alte Russisch-Skandinavische oder Struvesche Kette und im SW an die Mittelfinnische Dreieckskette. Über die Stadt Vaasa und den Kvarken im 63. Breitengrad ist eine Verbindung mit der schwedischen Triangulation hergestellt. Dadurch ist mittels der schon seit früher bestehenden Verbindung etwa im 60. Breitengrad über die Aalandschen Schären ein geschlossenes Kettenpolygon entstanden. In gleicher Weise sollen die nach Norden gezogenen Dreiecksketten in der Nähe von Tornio und Haparanda über die Reichsgrenze miteinander verbunden werden, so daß sie einen Kranz um den nördlichen Teil des Bottnischen Meerbusens bilden. Ferner wird über astronomische Arbeiten, über ein Präzisionsnivellement, über die Ausgleichung des finnischen Anteils an der einheitlichen Ausgleichung des Ostseeringes, über verschiedene Untersuchungsarbeiten im Zusammenhang mit den Genauigkeitsfragen bei Basismessungen mittels Invardrähten, bei Pendelmessungen und Refraktionserscheinungen berichtet. — Der Landesbericht für Schweden enthält Näheres über die Triangulation am Bottnischen Meerbusen (vergl. Finnland), über die Messung von fünf Grundlinien, im Zusammenhang damit über eine eingehende Untersuchung der Kontrollbasis auf Öland, deren Länge von 600 m mit einem mittleren Fehler von ungefähr 1 : 8 000 000 behaftet ist, so daß sie bei den Eichungen als fehlerfrei betrachtet werden kann. Bei der Messung der Basisnetze wie bei der Triangulation ist mehrmals Seitenrefraktion in störendem Ausmaß festgestellt worden. Bedingungen für die Berechnung von einigermaßen zuverlässigen Korrektionen der Seitenrefraktion liegen nicht vor. Ferner wird über astronomische Ortsbestimmungen, über Schwerkraftmessungen und über die Ausgleichung der schwedischen astronomisch-geodätischen Kette des Ostseeringes berichtet, die noch nicht zu Ende geführt werden konnte, weil die Berechnung der astronomischen Punkte noch nicht beendet ist. — In einem Aufsatz: „Un gravimètre nouveau et des mesures à l'île de Bornholm" beschreibt G. Nörgaard ein neues Gravimeter, bei dem durch die Torsion eines Quarzfadens relative Schwerewerte bestimmt werden können, und das gegen strapaziösen Transport und andere störende Einflüsse recht unempfindlich sein soll. Es werden die Schweremeßresultate auf Bornholm und besondere Anomalien aus den Jahren 1940/41 in Tabellen und Diagrammen erörtert. — Über „relative Schwerebestimmungen in Schweden im Jahre 1941" berichtet Bror Wideland. Die Messungen fanden auf 20 Feldstationen mit dem Sterneckschen Vierpendelapparat des Finnischen Geodätischen Institutes mit dem dazugehörigen optischen Koinzidenzapparat statt. Hierbei wurde eine neue Bestimmung des Schwereunterschiedes Helsinki—Stockholm durchgeführt. Untersuchungen über die Genauigkeit der Beobachtungen und die auftretenden Fehler, die Bestimmung der Meereshöhen und die Ableitung der Schwereanomalien beschließen den Aufsatz. — In dem Aufsatz: „Zwei Sehnendreiecksformeln. Legendres Theorem" weist Karl D. P. Rosén für gewisse Aufgaben der Geodäsie und Astronomie nach, daß die Verwendung der Formel (Kosinussatz)

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A$$

in der Delambreschen Form

$$\sin^2 \frac{a}{2} = \sin^2 \frac{A}{2} \quad \sin^2 \frac{b+c}{2} + \cos^2 \frac{A}{2} \cdot \sin^2 \frac{b-c}{2}$$

bequemer und geeigneter ist, besonders für Maschinenrechnen, und zeigt in diesem Zusammenhang, wie man grundsätzlich für den Übergang vom Logarithmenrechnen zum Maschinenrechnen zu einer entsprechenden Umwandlung der Gebrauchsformeln schreiten müsse. Bei dieser Gelegenheit gelingt ihm die Ableitung der strengen Sehnendreiecksformel

$$a^2 = \bar{b}^2 + \bar{c}^2 - \frac{1}{2} \bar{b}^2 \bar{c}^2 - 2 \bar{b} c \left(1 - \frac{\bar{b}^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(1 = \frac{\bar{c}^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \cos A.$$

Schließlich gibt er eine neue Entwicklung des Legendreschen Theorems unter Verwendung der vorgenannten Delambreschen Formel. — Eine eingehende Erörterung der Frage, wie eine Stationsausgleichung auszuführen sei, wenn in einem sonst homogen nach einem der symmetrischen Winkelmess- oder Richtungssatz-Verfahren beobachteten Netz vereinzelte Punkte mit abweichender, unsymmetrischer Beobachtungsverteilung vorhanden sind, gibt V. R. Ölander in seinem Aufsatz: „Über die Ausgleichung unsymmetrisch angeordneter Richtungsbeobachtungen." Er entwickelt die von ihm empfohlene Methode an einem numerischen Beispiel, nämlich an dem Vergrößerungsnetz der litauischen Grundlinie bei Sveksna mit fünf Stationen, die alle gegenseitig voneinander angezielt worden sind, und nennt als für sie charakteristisch die folgenden zwei Umstände:

1. die Miteinbeziehung der Stations- („lokalen") Bedingungen in die Netzausgleichung, sowie
2. die Verwendung der auf der Station ausgeglichenen Richtungswerte als ein mit den ursprünglichen Beobachtungen äquivalentes System von fingierten Beobachtungen und die Aufstellung aller Bedingungsgleichungen mit diesen Werten, wodurch die lokalen Bedingungen lediglich zur impliziten Gewichtsberechnung dienen. — In ausführlicher Weise setzt sich Ilmari Bonsdorff mit den „zufälligen und systematischen Fehlern bei den Winkelmessungen der Triangulation erster Ordnung des Finnischen Geodätischen Instituts" auseinander. Für seine Fehleruntersuchungen, die noch fortgesetzt werden sollen, findet er folgende Ergebnisse:

1. Der „innere" Richtungsfehler (der nur von der Ungenauigkeit der Mikrometer- und Mikroskopeinstellungen herrührt), $\varepsilon_r = \pm 0'',27$, ist klein im Verhältnis zu dem endgültigen Richtungsfehler, $\eta_i = \pm 0''5,9$ Die erzielte direkte Messungsgenauigkeit ist somit befriedigend.
2. Die endgültige Genauigkeit der Richtungsmessungen hängt mehr von persönlichen als von atmosphärischen Fehlerquellen ab.
3. Wegen der Dispersion der Beobachtungsergebnisse mit der Zeit sollten die Messungen so angeordnet werden, daß eine unmittelbare Wiederholung der Messung einer Richtung vermieden wird. Ein Zeitintervall von etwa 15*m* zwischen den beiden Messungen sollte beibehalten werden. Bei den Beobachtungen nach dem Besselschen Verfahren wäre es somit zweckmäßig, statt der Hin- und Zurückmessung das Instrument immer weiter zu drehen, so daß nach der letzten Richtung des Satzes direkt die erste Richtung beobachtet würde.
4. Da bei den Winkelmessungen ein merkbarer Abendfehler (innerhalb des Beobachtungsabends konstant, aber variabel von Abend zu Abend) vorhanden ist, sollten die Messungen gleichmäßig zwischen mehreren Abenden verteilt werden. Ein Richtungsfehler von $+ 0'',20$ wird bei unseren Messungen erzielt, wenn an 3 Abenden je 4 Sätze gemessen werden.
5. Bei der Berechnung der Stationsfehler muß der Abendfehler berücksichtigt werden.

Damit sind wir am Schluß der interessanten Darbietungen angelangt, die die vorliegende Schrift in reichhaltiger Weise birgt. Feyer.

Vom Polarstern bis zum Kreuz des Südens. Eine allgemeinverständliche Einführung in die Astronomie der Himmelskugel [illegible] Anleitung zur Orientierung im Gelände nach G[illegible]en auf der ganzen Erde. Von Helmut Wer[illegible] Dr. phil. nat., wissenschaftlicher Mitar[illegible] an den Optischen Werken Carl Zeiß, Jena, [illegible]rbeiter des Zeiß-Planetariums zu Jena. 196 Seiten und [illegible] Abbildungen im Text und 14 Tafeln im Anhang. Verlag von Gustav Fischer, Jena 1943. Preis 8.— RM.

[illegible] Verfasser legt ein populär geschriebenes astro[illegible]ches Werkchen vor, das sich nicht nur mit dem Teil [illegible] gestirnten Himmels befaßt, soweit er in unseren heimatlichen Breiten beobachtet werden kann, sondern das auch auf die alltäglichen Himmelserscheinungen allerorts auf Erden eingeht.

Das Buch gliedert sich in zwölf Abschnitte mit vielen Tabellen.

Der Abschnitt I erläutert die allgemeinen Begriffe und die Beziehungen der Himmelskörper zueinander.

Der II. Abschnitt spricht von den Gesetzmäßigkeiten des Tages- und Jahresgeschehens am gestirnten Himmel.

Im III. Abschnitt sind die täglichen Gestirnsbahnen in ihrer Abhängigkeit von der geographischen Breite Gegenstand der Betrachtungen.

Abschnitt IV „Die tägliche Zeiteinteilung" ist für den Vermessungsfachmann, bei dem zuweilen auch das Zeitproblem eine Rolle spielt, von besonderer Bedeutung. An anschaulichen Abbildungen werden die wichtigen Begriffe vom wahren und mittleren Sonnentag dargelegt, ihr Unterschied, die Zeitgleichung, hervorgehoben und erläutert, weshalb die wahre Sonne der bürgerlichen Zeitrech[illegible]nung nicht zu Grunde gelegt werden kann.

Im Abschnitt V wird die astronomische Bedeutung [illegible] Erdatmosphäre beleuchtet und abschließend über [illegible] periodische Sichtbarkeit der Fixsterne anhand [illegible] Beispiele berichtet.

Auch der VI. Abschnitt ist für den [illegible]fachmann von Interesse. Er behandelt die [illegible] Vermes[illegible] Darstellung der Erde und des Sternhimmels [illegible] karten[illegible]

Im VII. Abschnitt werden die [illegible] Himmels[illegible]firmament ordnenden Sternbilder besprochen [illegible] das Him[illegible]en Kenntnis der Sternhimmel als Orient[illegible]hen, ohne [illegible] keine praktische Bedeutung h[illegible] [illegible]ierungshilfs[illegible] [illegible]en würde.

Abschnitt V[illegible] [illegible] Himmel in verschiedenen [illegible] behandelt den gest[illegible]hm wird u. a. über Himmels[illegible] geographischen Breiten [illegible]der berichtet, von d[illegible] [illegible]erscheinungen und Ste[illegible] Breiten nichts wahr[illegible]enen wir in unseren heimatli[illegible] zunehmen vermögen. [illegible]äutern die Orientierung

Die Abschnitte IX und X sowie die nach dem Him- nach den beiden Himmelsp[illegible] melsäquator (Äquatorste[illegible] den letzten Abschnitte XI und Schließlich folgen d[illegible] nach der Sonne und nach dem XII, die die Orient[illegible] haben. Mond zur[illegible]

Als besondere Anlagen sind dem Buch mehrere Tafeln beigefügt, die in Bildern, Zeichnungen und Tabellen den Text anschaulich verdeutlichen.

Obgleich der Verfasser seine Ausführungen in der Hauptsache auf rein wissenschaftlichen Erkenntnissen aufbaut, ist das Buch doch so geschrieben, daß auch derjenige die astronomischen Vorgänge im Weltall zu fassen vermag, der sich seltener mit solchen Dingen befaßt hat.

Das Werkchen kann allen Berufskameraden zur Anschaffung empfohlen werden, auch deshalb, weil es die Kenntnis der streng gesetzmäßig verlaufenden Bewegungen am Fixsternhimmel vermittelt, eine wichtige Voraussetzung für das vollkommene Verstehen astronomischer Orts-, Zeit- und Richtungsbestimmungen, die ja bekanntlich mit zu den Aufgaben des Geodäten gehören.

Verm.Rat Steitz, Jena.

Inleiding tot het praktisch rekenen. Civ.-landm. F. Harkink. Verlag P. Noordhoff N. V. — Groningen, Batavia 1941. 207 S. m. zahlr. Abbildungen.

Die in den letzten Jahrzehnten erzielten Fortschritte im Bau von Rechenmaschinen haben zu einer steigenden Anwendung dieses wichtigen Rechenhilfsmittels geführt, aber auch gleichzeitig eine unerwünschte Begleiterscheinung gehabt: vielfach verläßt sich der Rechner zu sehr auf die Maschine und widmet der Kopfrechnung nicht mehr die nötige Beachtung. Daß aber auch neben der Maschine die Kopfrechnung nicht zu kurz kommen darf, wird dem Leser des besprochenen Buches klar.

Der 1. Teil beschäftigt sich mit den Kunstgriffen bei der numerischen Rechnung. Bei allen Rechenarten lassen sich Vereinfachungen erzielen, die manchmal verblüffend sind. Auch der geübte Rechner wird hier manches Neue entdecken.

Im 2. Teil werden die genäherten bzw. Überschlagsrechnungen behandelt. Auch bei der Anwendung von Rechenhilfsmitteln ist ein klares Urteil darüber notwendig, mit welcher Genauigkeit das Endresultat erhalten wird oder welche Zuverlässigkeit von den Ausgangsdaten zu fordern ist, um eine vorgeschriebene Genauigkeit des Resultates zu erzielen.

Der letzte Teil des Buches ist den Rechenhilfsmitteln gewidmet. Rechenmaschinen und Rechentafeln sind ausführlich behandelt und auch Rechenschieber und Nomogramme kurz erwähnt.

Dem Zweck des Buches entsprechend wird die praktische Seite des Rechnens ganz in den Vordergrund gestellt, ohne jedoch auf eine kurze theoretische Begründung der angewandten Verfahren zu verzichten. Der Wert des Buches liegt in den vielen Beispielen, die auch dem in der holländischen Sprache nicht bewanderten Leser einen raschen Einblick ermöglichen. Eine große Anzahl von Übungsaufgaben, deren Lösungen einer Beilage entnommen werden können, gibt Gelegenheit zu weiterer Einübung.

Dr. K. Herrmann, Karlsruhe.

Mitteilungen des DVW.

Personalnachrichten.

Allgemeine Landesvermessung. Reich. Ernannt z. RD.: die ORuvR. Krampe*) HVA. I, Bayer HVA XIII; zu RuVR.: die RVR. Bundschuh HVA. X, Trutwin*) HVA. VI, Ufer MA. Saarbrücken unter gleichz. Versetzg. a. d. HVA. XV, komm. beschäft. im RMdJ.*); z. RVR.: VAss. Bembennek HVA. VIII, DiplIng. Götz (z. Z. b. OT.), DiplIng. Poltnigg*), beide HVA XIII, Münster*) HVA. XI, Ebenhöh*) HVA. XIV, Seelig*) HVA. V; z. KartAmtm.: KartOI. Hartkäse, RfL. **Versetzt:** ORuvR. Weisser — abg. z. RProt. — z. RfL. **Verstorben:** RuVR. Böhm RStH. im Warthegau, Außenstelle Litzmannstadt.

Katasterverwaltung. Reich. Ernannt zum RuVR.: VR. DiplIng. Praitenlachner KA. Linz; z. RVR.: VAss. Putz KA. Lentschütz, DiplIng. Schmitz KA. Tuchel. **Den Heldentod starb:** Ass. d. VD. Gnirk, Königberg/Pr. **Verstorben:** VR. Steinfelder KA. Böhm. Leipa. — **Baden. Ernannt z. RVR.:** RLm. Lehmann VA. Bühl. — **Bayern.** Ernannt zum RuVR.: RVR. I. Kl. Bichlmaier Bayer. LVA.; z. RVR.: VAss. DiplIng. Huber (Friedrich)*) VA. Abensberg. **In den Ruhestand versetzt:** MADir. Reinmund VA. Bad Kissingen, Blamberg VA. Memmingen, Grau VA. Viechtach, Hartmann VA. Landau/Pf. und Leinfelder VA. Aichach. **Ver-**

storben: VR. Fellner VA. Regensburg. — **Hessen.** Ernannt z. ORuvR.: VR. DiplIng. Dieter VA. Darmstadt-Land, z. Z. abg. z. RMfdbO. — **Mecklenburg.** Ernannt z. RuVR.: RVR. Krüger Meckl. LVA. — **Preußen.** Ernannt z. RVR.: Niebuhr KA. Stade. **Verstorben:** VR. i. R. Otto Krüger Perleberg, VR. Streiter Guben.

Landeskulturverwaltung. Reich. Ernannt zum RVR.: VAss. Eiperle Saarbrücken. — **Baden.** Ernannt zum RVR.: RLm. Keck Karlsruhe*). **Den Heldentod starb:** VR. Zehnder, Freiburg. — **Bayern.** Ernannt zum RKultR.: RKultAss. Hilden, Neustadt/Weinstraße. — **Hessen.** Ernannt z. RuVR.: RVR. Schürmann Darmstadt; z. RVR.: VAss. Marx*) Limburg, Hermanns Wetzlar. — **Preußen.** Ernannt z. RVR.: VAss. Hersch*) Adenau, Schneider*) Meppen, Wricke*) Strohm u. Maurer*), Marburg, Trosiener*) Hannover, Naurath Euskirchen, Wilh... m*) Köln; z. VOI.: VI. Hagemann Euskirchen. De... ldentod starb: VR. Rentsch Heide, RLm. Fette... Elbing, VAss. Jungbluth Godesberg. **Verstorben:** R... VR. Jost Magdeburg. — **Thüringen.** **Verstorben:** VR. Silling Sonneberg. — **Württemberg.** Ernannt z. RVR. ... VAss. Sonntag*) Rottweil/N. **Den Heldentod starb** ... OLm. ... ngelein Heilbronn. **Verstorben:** VR. Eber... e Heilbronn.

Kommunalverwaltung. **Verstorben:** StVDir... i. R. Heinrich Königsberg/Pr., StVR. Kossyk Berlin.

Verkehrsverwaltung. Reichsbahn. Ernannt zum RBR.: RBVAss. Fritz RBVA. München. — **Reichswasserstraßen.** Ernannt zum ORuvR.: RuVR. Jänisch ... Nürnberg; z. RuVR.: RVR. Billeb Magdeburg. **Den Heldentod starb:** RBR. Kümpel Schrotterburg.

*) (z. Z. im Wehrdienst.)

An unsere Leser!

Im Zuge kriegsnotwendiger Maßnahmen werden die vier Zeitschriften

Zeitschrift für Vermessungswesen

Herausgegeben vom Arbeitskreis Deutscher Verein für Vermessungswesen (DVW.) E. V. in der Fachgruppe Bauwesen E. V. des Nationalsozialistischen Bundes Deutscher Technik

Allgemeine Vermessungsnachrichten

Bildmessung und Luftbildwesen

Zeitschrift der Deutschen Gesellschaft für Photogrammetrie E. V.

und **Photogrammetria**

Offizielles Organ der Internationnalen Gesellschaft für Photogrammetrie

— letztere drei bisher im Verlag Herbert Wichmann, Berlin-Grunewald —, zu **einer Einheitszeitschrift** unter dem Titel

Zeitschrift für Vermessungswesen

zusammengelegt. Sie erscheint im Verlag **Konrad Wittwer, Stuttgart.**

Die Schriftleitung liegt wie bisher in den Händen der Herren

Prof. Dr. Otto Eggert, Berlin-Dahlem, Ehrenbergstr. 21;
Öffentlich bestellter Verm.-Ing. Kurd Slawik, Berlin W 50, Sp...;
Oberstleutnant Wilhelm Geßner, Berlin SW 29, Flughafenneubau ...hernstr. 2;

Ihnen sind auch weiterhin Aufsätze zu senden.

Die neue

Zeitschrift für Vermessungswesen

erscheint einmal monatlich, am 15., und kann zum Jahresbezugspreis von 16.— RM durch die Post, im Buchhandel oder vom Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart 1, Postfach 147, Postscheckkonto Nr. 382, bezogen werden. Annahme von Anzeigen erfolgt durch den Verlag Wittwer, Stuttgart; Unterlagen werden bis zum 5. eines jeden Monats erbeten. Vorauszahlungen werden verrechnet.

Verlag von Konrad Wittwer in Stuttgart.
Druck von Carl Hammer (Inh. Wilhelm Herget), Hofbuchdruckerei in Stuttgart.