

# Zeitschrift für Vermessungswesen

Herausgegeben vom Arbeitskreis Deutscher Verein für Vermessungswesen (DVW.) E. V.  
in der Fachgruppe Bauwesen E. V. des Nationalsozialistischen Bundes Deutscher Technik  
über die Kriegsdauer vereinigt mit

## Allgemeine Vermessungsnachrichten

### Bildmessung und Luftbildwesen

Zeitschrift der Deutschen Gesellschaft für Photogrammetrie E. V.

### Photogrammetria

Offizielles Organ der Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie

Hauptschriftleiter i.N.: Professor Dr. Dr.-Ing. E. h. **O. Eggert**, Berlin-Dahlem, Ehrenbergstr. 21  
Stellv. Hauptschriftleiter i. N.: Off. best. Verm.-Ing. **Kurd Slawik**, Berlin W. 50, Spichernstr. 2

Mitarbeiter: Oberstleutnant **Geßner**, Berlin SW. 29, Flughafenneubau  
und Professor Dr.-Ing. habil. **W. Großmann**, Hannover, Techn. Hochschule

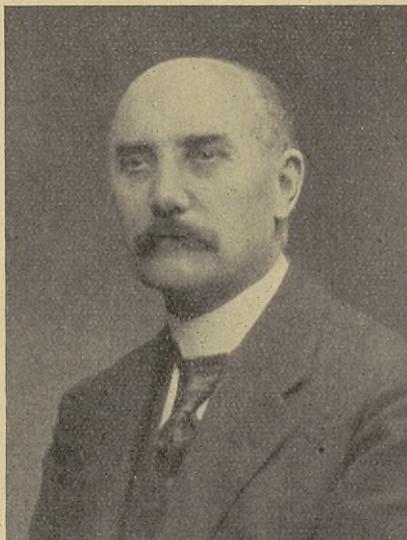
**Heft 9**

**15. September 1943**

**72. Jahrgang**

*Der Abdruck von Originalartikeln ohne vorher eingeholte Erlaubnis der Schriftleitung ist untersagt*

Dem  
Ehrenvorsitzenden  
des Deutschen Vereins  
für Vermessungswesen  
und ersten Inhaber der  
Goldenen  
Helmert-Denk Münze



Reg.- u. Steuerrat a. D.

**Hans Lotz**

\* 5. Mai 1861

† 7. Juli 1943

zum  
ehrenden Gedächtnis.

In Ehrfurcht und Dankbarkeit gedenkt der Deutsche Verein für Vermessungswesen des Mannes, dem die Einigung unseres Berufsstandes in der Niedergangszeit nach dem verlorenen ersten Weltkrieg vor allen anderen zu danken ist, seines Ehrenvorsitzenden **Hans Lotz**.

Lotz übernahm am 6. August 1912 die Leitung des Deutschen Geometervereins und gab am 6. August 1929 in Darmstadt das Amt des Vereinsvorsitzenden nach 17jähriger Führung in die Hände der Berufskameraden zurück. Gezwungen durch schwere Krankheit schied er, damals ausgezeichnet mit der Goldenen Helmert-Denk Münze, der höchsten Ehrung des Berufsverbandes, schweren Herzens aus dem Ehrenamt, das ihm in dreijährigem Ruhestande gänzlich Lebensinhalt geworden war. Nach 14 Jahren des Siedtums hat er nun ausgelitten. Sein Name ist daher vielen von uns bereits ehrfurchtsvolle Vergangenheit geworden.

Seine dienstliche Laufbahn innerhalb der preußischen Katasterverwaltung hat ihm zwar mit der beispielhaften Neumessung Elberfeld-Barmen, mit der Aufbauarbeit im kriegszerstörten Ostpreußen und endlich mit seiner Dezernententätigkeit in Allenstein

und Potsdam einen sehr geachteten Ruf in seiner Berufssparte und in der übrigen Vermessungswelt gesichert. Aber sein Hauptwirken, seinen jahrzehntelangen, unermüdlischen Einsatz für die Hebung und richtige Wertung des Vermessungswesens und seiner Berufsträger werden voll nur die alten Berufskameraden würdigen können, die mit ihm diese zermürbende Zeit durchlebt und durchkämpft haben.

Die vielgestaltigen Verhältnisse des westlichen Industriegebietes machten Lotz früh mit allen Zweigen des Vermessungswesens vertraut. Seine Tätigkeit im Rheinisch-Westfälischen Landmesserverein gab ihm die Anregung, im März 1911 die verschiedenen preußischen Landmesservereine zu einem Verbandszusammenfassen, und dieser Erfolg gab nun wieder dem Deutschen Geometerverein den Anlaß, Lotz am 6. August 1912 zum Nachfolger seines plötzlich verstorbenen Vorsitzenden, des Berliner Stadtvermessungsdirektors Ottsen, zu wählen. Das Ziel des Deutschen Geometervereins — gleichmäßige vollakademische Vor- und Ausbildung des Landmessers in allen deutschen Ländern und Schaffung des dem Vermessungswesen im Staate gebührenden Platzes — war auch das Ziel des preußischen Landesverbandes. Die Personalunion im Vorstandsamt beider Großverbände war ein erster wichtiger Schritt zur Einheit. Lotz hatte sehr richtig erkannt, daß dieses Ziel schwere Kämpfe kosten mußte, und daß dieser Kampf vornehmlich im größten Bundesstaat Preußen durchzuführen war. Es galt, die mehr auf den Berufskampf abgestellten Vereinigungen der preußischen Landmesser in Einklang zu bringen mit dem des Berufsethos und die wissenschaftliche Förderung stärker betonenden Reichsverbände. Der Weltkrieg 1914—1918 zerschlug alles. Unbeirrt jedoch verstand es Lotz, die Führung im Vermessungsstand 1918 wieder in feste Hand zu nehmen.

Die große Denkschrift des Landesverbandes Preußischer Landmesservereine vom Januar 1918 legte die Notwendigkeit einer Reform so klar, daß die Staatsregierung 1920 die ersten Verbesserungen im Ausbildungswesen einführte und damit die Entwicklung zum jetzigen Stande der Vor- und Ausbildung und zur richtigen Wertung unseres Berufes einleitete. Lotz's Aufruf von 1918 sammelte die durch den Krieg aufgelöste Gefolgschaft des Deutschen Geometervereins. Am 1. Dezember 1919 entstand auf breiterer Grundlage der Deutsche Verein für Vermessungswesen. Zwei volle Jahre dauerten die Verhandlungen über die Satzungen und den Einbau der verschiedenen Landesvereine. Die unruhige Zeit und die eifersüchtig gehüteten Unterschiede unseres Berufsaufbaus in den verschiedenen deutschen Gliedstaaten erforderten große Gewandtheit und gleichzeitig energisches Zielbewußtsein. Es ist das große Verdienst von Lotz, daß er von vornherein die ethischen Berufsziele als das Erbe des Geometervereins für den Deutschen Verein für Vermessungswesen (DVW.) in Anspruch nahm, die unvermeidbaren wirtschaftlichen Kämpfe aber den Gliedvereinen in den Ländern überließ. So konnte er im DVW. die Fortführung und Erweiterung der Zeitschrift des Geometervereins, den Anschluß an die Organisation der akademischen Berufsstände, die Vertretung des Berufes im Reichsbeirat für Vermessungswesen als besonderes Tätigkeitsfeld fördern und allmählich seine Organisation bei allen Fragen, die das Vermessungswesen berühren, als gern gehörtes und wohlbeachtetes Sachverständigenorgan einschalten. Seine vornehme Sachlichkeit und die gründlich wissenschaftliche Behandlung aller Angelegenheiten sicherten dem DVW. die gewichtige Führungsstellung in unserem Beruf gegenüber der Staatsregierung und den Großorganisationen der Beamenschaft und gaben ihm das ausgleichende Gewicht im Widerstreit der einzelnen Länderinteressen und Fachrichtungswünsche, die nach Ablauf der Inflationswelle beim Neuaufbau von Staat und Wirtschaft in der Zeit der Besoldungsreform die Regierungen, Parlamente und Organisationen ständig in Atem hielten. Lotz war dabei kein stürmischer Kämpfer. Das dauernde Anrennen gegen Vorurteil und Neid überließ er in kluger Taktik und Abwägung der Kräfteverteilung den Ländervereinen. Den Rat und das Gewicht des größeren Reichsverbandes setzte er nur ein, wo Unebenheiten zwischen Land und Land oder unbedingte Zurücksetzung es forderten; dann allerdings geziemend deutlich und unbekümmert um das Wohlwollen maßgeblicher Stellen, stets aber in vornehmer Tradition fachlicher Würde.

Wenn unser Deutscher Verein für Vermessungswesen heute ein wichtiges Glied im Nationalsozialistischen Bund deutscher Technik bildet, und wenn heute weite Kreise der Technik unserer Berufsarbeit und unserer Berufsforschung mit ihrem Niederschlag in einer der ältesten aller technischen Zeitschriften Hochachtung zollen, so danken wir dies nicht zuletzt der Führung durch Lotz, der es verstand, durch alle Stürme der Erniedrigung den Glauben an das Berufsethos hochzuhalten.

Der Deutsche Verein für Vermessungswesen e. V., Arbeitskreis im NSBDT.  
gez. Speidel.

## Verleihung der F. R. Helmert-Denkmünze an Prof. Eggert und Geh.Rat Finsterwalder

Der Deutsche Verein für Vermessungswesen im NSBDT. hat am 100. Geburtstag Friedrich Robert Helmerts zwei hervorragenden Wissenschaftlern, nämlich

Herrn Dr. Dr. Ing. e. h. Otto Eggert,  
o. Professor an der Technischen Hochschule Berlin  
und

Herrn Geheimen Rat Dr. rer. nat., Dr. phil. h. c., Dr. rer. techn. h. c.  
Sebastian Finsterwalder, o. Professor an der Techn. Hochschule München  
in dankbarer Anerkennung ihrer Förderung der geodätischen Wissenschaft die Friedrich-Robert-Helmert-Denkmünze verliehen.

Im Auftrage des Vereins wurde die Verleihungsurkunde Herrn Eggert durch Ministerialdirigent Pfitzer und Professor Großmann, Herrn Finsterwalder durch Oberregierungsrat Schneider und Regierungsdirektor Bayer überreicht. Bei der Übergabe wurde des erfolg- und segensreichen Wirkens der Beliehenen als Gelehrte, Forscher und Lehrer und ihrer mannigfachen Förderung des Vermessungswesens in ehrenden Worten gedacht. Herrn Eggert wurde der besondere Dank des Vereins für die nunmehr 37jährige erfolgreiche Schriftleitung der Zeitschrift für Vermessungswesen ausgesprochen.

Möge beiden Herren zum Nutzen der deutschen Geodäsie und zu ihrer eigenen Freude noch manches gesegnete Lebensjahr beschieden sein!

Berlin, am 31. Juli 1943.

Der Vorsitzende des Deutschen Vereins für Vermessungswesen e. V.  
Arbeitskreis im NSBDT.  
gez. Speidel.

## Entwicklung der flächentreuen Abbildung kleiner Bereiche des Rotationsellipsoids in die Ebene bis einschließlich Glieder 4. Ordnung.

Von F. Hauer, Wien.

Die in einer vorhergehenden Abhandlung\*) entwickelten Reihen zur flächentreuen Abbildung kleiner Bereiche des Rotationsellipsoids in die Ebene durch Systeme geringster Streckenverzerrung schließen mit den Gliedern 3. Ordnung. Zur Erweiterung des Anwendungsbereiches sowie zu einer in einem folgenden Aufsätze durchzuführenden Untersuchung über die Genauigkeit der mit den Gliedern 3. Ordnung schließenden Formeln sollen hier die Glieder 4. Ordnung in den Abbildungsgleichungen hergeleitet werden. Ihre Koeffizienten sollen unter den Bedingungen bestimmt werden, daß nun bis einschließlich Glieder 4. Ordnung in den Abbildungsgleichungen, bzw. 3. Ordnung in den Verzerrungsgrößen die Abbildung flächentreu und das Netz rechtschnittig sei und daß die Verzerrungen in symmetrisch zum Mittelmeridian gelegenen Punkten gleich groß seien.

Zum Ausgange dienen die Gleichungen (35) der genannten Arbeit, in denen der zunächst noch unbestimmte und nur durch eine Annahme über die Form des abzubildenden Bereiches festzulegende Koeffizient  $B_{30}$  zum Zwecke einer gemeinsamen Weiterbehandlung der zu entwickelnden Formeln vorerst nicht spezialisiert werden soll. Werden diesen Gleichungen die Glieder 4. Ordnung in ihrer allgemeinsten Form angefügt, so ergeben sich die Ausgangsgleichungen für die folgenden Entwicklungen mit den Reihen

\*) Diese Zeitschrift, 70. Jg., S. 194—215; F. Hauer, Flächentreue Abbildung kleiner Bereiche des Rotationsellipsoids in die Ebene durch Systeme geringster Streckenverzerrung.

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{r}{r_0} p - 3 B_{30} m^2 p - \frac{1}{3} \left( 3 B_{30} \frac{+1}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^3 \\ &\quad + A_{40} m^4 + A_{31} m^3 p + A_{22} m^2 p^2 + A_{13} m p^3 + A_{04} p^4, \\ y &= m + \frac{\sin \varphi_0}{2 r_0} p^2 + B_{30} m^2 + \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) m p^2 \\ &\quad + B_{40} m^4 + B_{31} m^3 p + B_{22} m^2 p^2 + B_{13} m p^3 + B_{04} p^4. \end{aligned} \right\} (1)$$

Diese Abbildungsgleichungen führen durch partielle Differentiation auf die Ausdrücke

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial m} &= \frac{1}{r_0} \frac{\partial r}{\partial m} p - 6 B_{30} m p && + 4 A_{40} m^3 + 3 A_{31} m^2 p + 2 A_{22} m p^2 + A_{13} p^3, \\ \frac{\partial x}{\partial p} &= \frac{r}{r_0} - 3 B_{30} m^2 - \left( 3 B_{30} + \frac{1}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^2 + A_{31} m^3 + 2 A_{22} m^2 p + 3 A_{13} m p^2 + 4 A_{04} p^3, \\ \frac{\partial y}{\partial m} &= 1 + 3 B_{30} m^2 + \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^2 + 4 B_{40} m^3 + 3 B_{31} m^2 p + 2 B_{22} m p^2 + B_{13} p^3, \\ \frac{\partial y}{\partial p} &= \frac{\sin \varphi_0}{r_0} p + 2 \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) m p + B_{31} m^3 + 2 B_{22} m^2 p + 3 B_{13} m p^2 + 4 B_{04} p^3. \end{aligned} \right\} (2)$$

Ihre Einführung in die Formel für die Flächenverzerrung

$$\sigma = \frac{r_0}{r} \left( \frac{\partial x}{\partial p} \frac{\partial y}{\partial m} - \frac{\partial x}{\partial m} \frac{\partial y}{\partial p} \right)$$

ergibt

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{r_0}{r} \left[ \frac{r}{r_0} - 3 B_{30} m^2 - \left( 3 B_{30} + \frac{1}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^2 + A_{31} m^3 + 2 A_{22} m^2 p + 3 A_{13} m p^2 + 4 A_{04} p^3 \right. \\ &\quad + 3 \frac{r}{r_0} B_{30} m^2 + \frac{r}{r_0} \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^2 + 4 \frac{r}{r_0} B_{40} m^3 + 3 \frac{r}{r_0} B_{31} m^2 p + 2 \frac{r}{r_0} B_{22} m p^2 \\ &\quad \left. + \frac{r}{r_0} B_{13} p^3 - \frac{1}{r_0^2} \sin \varphi_0 \frac{\partial r}{\partial m} p^2 + 6 B_{30} \frac{\sin \varphi_0}{r_0} m p^2 - \frac{2}{r_0} \frac{\partial r}{\partial m} \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) m p^2 \right] \end{aligned}$$

oder nach einiger Umordnung, unter Beachtung der bis einschließlich Glieder 1. Ordnung geltenden Reihen

$$\left. \begin{aligned} r &= r_0 - \sin \varphi_0 m, \\ r_0 &= \cos \varphi_0, \\ \frac{\partial r}{\partial m} &= -\sin \varphi_0 - \cos \varphi_0 m \end{aligned} \right\} (3)$$

mit gleicher Genauigkeit

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{r_0}{r} \left[ \frac{r}{r_0} + (A_{31} + 4 B_{40} - 3 B_{30} \tan \varphi_0) m^3 + (2 A_{22} + 3 B_{31}) m^2 p \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{3}{2} \tan \varphi_0 + 9 B_{30} \tan \varphi_0 - \frac{1}{2} \tan^3 \varphi_0 + 3 A_{13} + 2 B_{22} \right) m p^2 + (4 A_{04} + B_{13}) p^3 \right]. \end{aligned}$$

Damit die Abbildung in ihrem Gesamtbereiche flächentreu sei, muß  $\sigma$  für jeden Wert von  $m$  und  $p$  gleich der Einheit werden. Diese Forderung wird durch die Ansätze

$$\left. \begin{aligned} A_{31} &= + \frac{3}{2} B_{30} \tan \varphi_0 - 4 B_{40}, \\ A_{22} &= - \frac{3}{2} B_{31}, \\ A_{13} &= - 3 B_{30} \tan \varphi_0 - \frac{2}{3} B_{22} - \frac{1}{2} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0, \\ A_{04} &= - \frac{1}{4} B_{13} \end{aligned} \right\} (4)$$

erfüllt. Ihre Einführung in die partiellen Ableitungen (2) ergibt diese mit

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial m} &= \frac{1}{r_0} \frac{\partial r}{\partial m} p - 6 B_{30} m p + 4 A_{40} m^3 + 3 \left( 3 B_{30} \tan \varphi_0 - 4 B_{40} \right) m^2 p - 3 B_{31} m p^2 \\ &\quad - \left( 3 B_{30} \tan \varphi_0 + \frac{2}{3} B_{22} + \frac{1}{2} \tan \varphi_0 - \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 \right) p^3, \\ \frac{\partial x}{\partial p} &= \frac{r}{r_0} - 3 B_{30} m^2 - \left( 3 B_{30} + \frac{1}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^2 + \left( 3 B_{30} \tan \varphi_0 - 4 B_{04} \right) m^3 - 3 B_{31} m^2 p \\ &\quad - 3 \left( 3 B_{30} \tan \varphi_0 + \frac{2}{3} B_{22} + \frac{1}{2} \tan \varphi_0 - \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 \right) m p^2 - B_{13} p^3, \\ \frac{\partial y}{\partial m} &= 1 + 3 B_{30} m^2 + \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^2 + 4 B_{40} m^3 + 3 B_{31} m^2 p + 2 B_{22} m p^2 + B_{13} p^3, \\ \frac{\partial y}{\partial p} &= \frac{\sin \varphi_0}{r_0} p + 2 \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) m p + B_{31} m^3 + 2 B_{22} m^2 p + 3 B_{13} m p^2 + 4 B_{04} p^3. \end{aligned} \right\} (5)$$

Die Einsetzung dieser Werte in die Formel

$$\sin J = \frac{1}{hk} \frac{r_0}{r} \left( \frac{\partial x}{\partial m} \frac{dx}{\partial p} + \frac{\partial y}{\partial m} \frac{dy}{\partial p} \right)$$

führt bekanntlich zur Bestimmung des Sinus desjenigen Winkels, um den der am Ellipsoide senkrechte Winkel zwischen den Meridianen und Parallelkreisen bei der Abbildung in die Ebene verzerrt wird. Sie ergibt

$$\begin{aligned} \sin J = & \frac{1}{hk} \frac{r_0}{r} \left[ \frac{r}{r_0^2} \frac{\partial r}{\partial m} p - 6 \frac{r}{r_0} B_{30} m p + 4 \frac{r}{r_0} A_{40} m^3 + 3 \frac{r}{r_0} \left( 3 B_{30} \tan \varphi_0 - 4 B_{40} \right) m^2 p \right. \\ & - 3 \frac{r}{r_0} B_{31} m p^2 - \frac{r}{r_0} \left( 3 B_{30} \tan \varphi_0 + \frac{2}{3} B_{22} + \frac{1}{2} \tan \varphi_0 - \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 \right) p^3 - \frac{1}{r_0} \frac{\partial r}{\partial m} 3 B_{30} m^2 p \\ & - \frac{1}{r_0} \frac{\partial r}{\partial m} \left( 3 B_{30} + \frac{1}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^3 + \frac{\sin \varphi_0}{r_0} p + 2 \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) m p + B_{31} m^3 + 2 B_{22} m^2 p \\ & \left. + 3 B_{13} m p^2 + 4 B_{04} p^3 + 3 B_{30} \frac{\sin \varphi_0}{r_0} m^2 p + \frac{\sin \varphi_0}{r_0} \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^3 \right] \end{aligned}$$

und daraus bei Bedachtnahme auf die Reihen (3) in den Gliedern 2. und 3. Ordnung sowie auf die Entwicklung

$$r \frac{\partial r}{\partial m} = -r \sin \varphi = -r_0 \sin \varphi_0 - \cos 2 \varphi_0 m + \sin 2 \varphi_0 m^2, \quad (3a)$$

die auf Grund der in der oben genannten Arbeit angegebenen Entwicklungen ohne Schwierigkeit auszuführen ist,

$$\begin{aligned} \sin J = & \frac{1}{hk} \frac{r_0}{r} \left[ (4 A_{40} + B_{31}) m^3 + (2 \tan \varphi_0 + 21 B_{30} \tan \varphi_0 + 2 B_{22} - 12 B_{40}) m^2 p \right. \\ & \left. + (3 B_{13} - 3 B_{31}) m p^2 + \left( 3 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} - \frac{2}{3} B_{22} + \frac{1}{2} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 \right) p^3 \right]. \end{aligned}$$

Zur Erfüllung der Bedingungen der Rechtschnittigkeit des Netzes im Gesamtbereiche muß  $J$  identisch Null sein. Dies ist der Fall, wenn die Ansätze

$$\left. \begin{aligned} A_{40} &= -\frac{1}{4} B_{13}, \\ B_{40} &= +\frac{5}{2} B_{30} \tan \varphi_0 + \frac{7}{24} \tan \varphi_0 + \frac{1}{24} \tan^3 \varphi_0 + B_{04}, \\ B_{31} &= +B_{13}, \\ B_{22} &= +\frac{9}{2} B_{30} \tan \varphi_0 + 6 B_{04} + \frac{3}{4} \tan \varphi_0 + \frac{1}{4} \tan^3 \varphi_0 \end{aligned} \right\} (6)$$

erfüllt werden.

Die Elimination der voranstehend berechneten 4 Koeffizienten aus den partiellen Ableitungen (5) vereinfacht diese auf

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial m} &= \frac{1}{r_0} \frac{\partial r}{\partial m} p - 6 B_{30} m p - B_{13} m^3 - \left( 21 B_{30} \tan \varphi_0 + 12 B_{04} + \frac{7}{2} \tan \varphi_0 + \frac{1}{2} \tan^3 \varphi_0 \right) m^2 p \\ &\quad - 3 B_{13} m p^2 - (6 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \tan \varphi_0) p^3, \\ \frac{\partial x}{\partial p} &= \frac{r}{r_0} - 3 B_{30} m^2 - \left( 3 B_{30} + \frac{1}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^2 - \left( 7 B_{30} \tan \varphi_0 + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 + 4 B_{04} \right) m^3 \\ &\quad - 3 B_{13} m^2 p - (18 B_{30} \tan \varphi_0 + 12 B_{04} + 3 \tan \varphi_0) m p^2 - B_{13} p^3, \\ \frac{\partial y}{\partial m} &= 1 + 3 B_{30} m^2 + \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^2 + \left( 10 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 \right) m^3 \\ &\quad + 3 B_{13} m^2 p + \left( 9 B_{30} \tan \varphi_0 + 12 B_{04} + \frac{3}{2} \tan \varphi_0 + \frac{1}{2} \tan^3 \varphi_0 \right) m p^2 + B_{13} p^3, \\ \frac{\partial y}{\partial p} &= \frac{\sin \varphi_0}{r_0} p + 2 \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) m p + B_{13} m^3 + \left( 12 B_{04} + 9 B_{30} \tan \varphi_0 + \frac{3}{2} \tan \varphi_0 + \frac{1}{2} \tan^3 \varphi_0 \right) m^2 p \\ &\quad + 3 B_{13} m p^2 + 4 B_{04} p^3. \end{aligned}$$

Ihre Einführung in die Formeln für die Streckenverzerrung in Richtung des Meridians

$$h = \left[ \left( \frac{\partial x}{\partial m} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial m} \right)^2 \right] \frac{1}{2}$$

und des Parallelkreises

$$k = \frac{r_0}{r} \left[ \left( \frac{\partial x}{\partial p} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial p} \right)^2 \right]^{1/2}$$

ergibt zunächst deren Quadrate mit

$$h^2 = 1 + 6 B_{30} m^2 + (6 B_{30} + 1) p^2 + 2 \left( 10 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 \right) m^3 + 6 B_{13} m^2 p + 2 \left( 15 B_{30} \tan \varphi_0 + 12 B_{04} + \frac{5}{2} \tan \varphi_0 + \frac{1}{2} \tan^3 \varphi_0 \right) m p^2 + 2 B_{13} p^3$$

und

$$k^2 = \frac{r_0^2}{r^2} \left[ \frac{r^2}{r_0^2} - 6 \frac{r}{r_0} B_{30} m^2 - 2 \frac{r}{r_0} \left( 3 B_{30} + \frac{1}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^2 - 2 \frac{r}{r_0} \left( 7 B_{30} \tan \varphi_0 + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 + 4 B_{04} \right) m^3 - 6 \frac{r}{r_0} B_{13} m^2 p - 2 \frac{r}{r_0} \left( 18 B_{30} \tan \varphi_0 + 12 B_{04} + 3 \tan \varphi_0 \right) m p^2 - 2 \frac{r}{r_0} B_{13} p^3 + \frac{\sin^2 \varphi_0}{r_0^2} p^2 + 4 \frac{\sin \varphi_0}{r_0} \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) m p^2 \right].$$

Wird der Ausdruck in der eckigen Klammer mit dem Faktor  $\frac{r_0^2}{r^2}$  durchmultipliziert, so kann zunächst in den Gliedern 3. Ordnung mit Rücksicht auf die 1. und 2. Gleichung (3)  $r = r_0$  und  $r_0 = \cos \varphi_0$  gesetzt werden, so daß sich mit gleicher Genauigkeit

$$h^2 = 1 - 6 \frac{r_0}{r} B_{30} m^2 - 2 \frac{r_0}{r} \left( 3 B_{30} + \frac{1}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^2 - 2 \left( 7 B_{30} \tan \varphi_0 + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 + 4 B_{04} \right) m^3 - 6 B_{13} m^2 p - 2 \left( 18 B_{30} \tan \varphi_0 + 12 B_{04} + 3 \tan \varphi_0 \right) m p^2 - 2 B_{13} p^3 + \frac{\sin^2 \varphi_0}{r^2} p^2 + 4 \tan \varphi_0 \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) m p^2$$

ergibt. Durch Einführung der 1. Gleichung (3) in die Glieder 2. Ordnung und bei Beachtung der voranstehenden Bemerkungen erhält man auf einfache Weise

$$- 6 \frac{r_0}{r} B_{30} m^2 - \left( 6 \frac{r_0}{r} B_{30} + \frac{1}{\cos^2 \varphi_0} - \frac{\sin^2 \varphi_0}{r^2} \right) p^2 = - 6 B_{30} m^2 - (6 B_{30} + 1) p^2 - 6 B_{30} \tan \varphi_0 m^3 - (6 B_{30} \tan \varphi_0 + \tan \varphi_0 - \tan^3 \varphi_0) m p^2$$

und somit schließlich für  $k^2$

$$k^2 = 1 - 6 B_{30} m^2 - (6 B_{30} + 1) p^2 - 2 \left( 10 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 \right) m^3 - 6 B_{30} m^2 p - 2 \left( 15 B_{30} \tan \varphi_0 + 12 B_{04} + \frac{5}{2} \tan \varphi_0 + \frac{1}{2} \tan^3 \varphi_0 \right) m p^2 - 2 B_{13} p^3.$$

Hieraus folgen die Wurzeln  $h$  und  $k$  mit

$$\left. \begin{aligned} h &= 1 + 3 B_{30} m^2 + \left( 3 B_{30} + \frac{1}{2} \right) p^2 + \left( 10 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 \right) m^3 + 3 B_{13} m^2 p + \left( 15 B_{30} \tan \varphi_0 + 12 B_{04} + \frac{5}{2} \tan \varphi_0 + \frac{1}{2} \tan^3 \varphi_0 \right) m p^2 + B_{13} p^3 \\ \text{und} \\ k &= 1 - 3 B_{30} m^2 - \left( 3 B_{30} + \frac{1}{2} \right) p^2 - \left( 10 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 \right) m^3 - 3 B_{13} m^2 p - \left( 15 B_{30} \tan \varphi_0 + 12 B_{04} + \frac{5}{2} \tan \varphi_0 + \frac{1}{2} \tan^3 \varphi_0 \right) m p^2 - B_{13} p^3. \end{aligned} \right\} (7)$$

Wie sofort zu ersehen ist, gilt  $h = \frac{1}{k}$ , wie ja auch aus der Tissotschen Formel  $h k \cos J = \sigma$

für  $J = 0$  und  $\sigma = 1$  erfolgt.

Von den restlichen 2 Koeffizienten der Glieder 4. Ordnung kann noch einer durch die Forderung bestimmt werden, daß die Abbildung symmetrisch zum Mittelmeridian sein soll. Es darf sich somit  $h$  und  $k$  nicht ändern, wenn  $+p$  mit  $-p$  vertauscht wird. Diese Forderung wird stets erfüllt sein, wenn

$$B_{13} = 0 \quad (8)$$

gesetzt wird.

Es ist außerdem sofort zu erkennen, daß sich — unter der Voraussetzung, daß an den für den Koeffizienten  $B_{30}$  bei der Herleitung der Systeme geringster Streckenverzerrung bestimmten Werten festgehalten wird — Symmetrie in bezug auf die Verzerrungen zum Mittelparallel in den Gliedern 3. Ordnung nicht mehr erreichen läßt: denn für diesen Fall müßten die Koeffizienten von  $m^3$  und  $m p^2$  gleichzeitig verschwinden können, da nur dann bei Vertauschung von  $+m$  mit  $-m$  sich  $h$  und  $k$  nicht ändern würden. Diese Forderung ist aber nicht mehr erfüllbar.

Wird jedoch von dieser Voraussetzung Abstand genommen, so kann auch Symmetrie in den Verzerrungen in bezug auf den Mittelparallel erreicht werden, wie dies weiter unten in einer interessanten Variante zur Abbildung durch eine sphärische Kalotte gezeigt wird.

Durch Rückgang von der Gleichung (8) auf die Ausdrücke (6) und von diesen auf die Werte (4) ergeben sich die bisher bestimmten 9 Koeffizienten der Glieder 4. Ordnung mit

$$\begin{aligned} A_{40} &= 0, \\ A_{31} &= - \left( 7 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 \right), \\ A_{22} &= 0, \\ A_{13} &= - (6 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \tan \varphi_0), \\ A_{04} &= 0, \\ B_{40} &= \frac{5}{2} B_{30} \tan \varphi_0 + B_{04} + \frac{7}{24} \tan \varphi_0 + \frac{1}{24} \tan^3 \varphi_0, \\ B_{31} &= 0, \\ B_{22} &= \frac{9}{2} B_{30} \tan \varphi_0 + 6 B_{04} + \frac{3}{4} \tan \varphi_0 + \frac{1}{4} \tan^3 \varphi_0, \\ B_{13} &= 0. \end{aligned}$$

Ihre Einführung in die Abbildungsgleichungen (1) führt zu den Formeln

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{r}{r_0} p - 3 B_{30} m^2 p - \frac{1}{3} \left( 3 B_{30} + \frac{1}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^3 - \left( 7 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 \right) m^3 p \\ &\quad - (6 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \tan \varphi_0) m p^3, \\ y &= m + \frac{\sin \varphi_0}{2 r_0} p^2 + B_{30} m^3 + \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) m p^2 + \left( \frac{5}{2} B_{30} \tan \varphi_0 + B_{04} + \frac{7}{24} \tan \varphi_0 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{24} \tan^3 \varphi_0 \right) m^4 + \left( \frac{9}{2} B_{30} \tan \varphi_0 + 6 B_{04} + \frac{3}{4} \tan \varphi_0 + \frac{1}{4} \tan^3 \varphi_0 \right) m^2 p^2 + B_{04} p^4. \end{aligned} \right\} (9)$$

Bevor an die Bestimmung des restlichen Koeffizienten  $B_{04}$  herangetreten wird, sollen die bisher bestimmten Koeffizienten durch eine Untersuchung der in den voranstehenden Abbildungsgleichungen gegebenen Abbildung auf ihre Eigenschaften verprobt werden.

Die partiellen Ableitungen der Gleichungen (9) liefern

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial m} &= \frac{1}{r_0} \frac{\partial r}{\partial m} p - 6 B_{30} m p - 3 \left( 7 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 \right) m^2 p \\ &\quad - (6 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \tan \varphi_0) p^3, \\ \frac{\partial x}{\partial p} &= \frac{r}{r_0} - 3 B_{30} m^2 - \left( 3 B_{30} + \frac{1}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^2 - \left( 7 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 \right) \\ &\quad m^3 - 3 (6 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \tan \varphi_0) m p^2, \\ \frac{\partial y}{\partial m} &= 1 + 3 B_{30} m^2 + \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^2 + 4 \left( \frac{5}{2} B_{30} \tan \varphi_0 + B_{04} + \frac{7}{24} \tan \varphi_0 + \frac{1}{24} \tan^3 \varphi_0 \right) \\ &\quad m^3 + 2 \left( \frac{9}{2} B_{30} \tan \varphi_0 + 6 B_{04} + \frac{3}{4} \tan \varphi_0 + \frac{1}{4} \tan^3 \varphi_0 \right) m p^2, \\ \frac{\partial y}{\partial p} &= \frac{\sin \varphi_0}{r_0} p + 2 \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) m p + 2 \left( \frac{9}{2} B_{30} \tan \varphi_0 + 6 B_{04} + \frac{3}{4} \tan \varphi_0 + \frac{1}{4} \tan^3 \varphi_0 \right) \\ &\quad m^2 p + 4 B_{04} p^3. \end{aligned} \right\} (10)$$

Ihre Einführung in die Formel für die Flächenverzerrung gibt

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{r_0}{r} \left[ \frac{r}{r_0} - 3 B_{30} m^2 - \left( 3 B_{30} + \frac{1}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^2 - \left( 7 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 \right) m^3 \right. \\ &\quad \left. - 3 (6 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \tan \varphi_0) m p^2 + 3 \frac{r}{r_0} B_{30} m^2 + \frac{r}{r_0} \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^2 + 4 \frac{r}{r_0} \left( \frac{5}{2} B_{30} \tan \varphi_0 \right. \right. \end{aligned}$$

$$+ B_{04} + \frac{7}{24} \tan \varphi_0 + \frac{1}{24} \tan^3 \varphi_0) m^3 + 2 \frac{r}{r_0} \left( \frac{9}{2} B_{30} \tan \varphi_0 + 6 B_{04} + \frac{3}{4} \tan \varphi_0 + \frac{1}{4} \tan^3 \varphi_0 \right) m p^2 \\ - \frac{1}{r_0} \frac{\partial r}{\partial m} \frac{\sin \varphi_0}{r_0} p^2 - \frac{2}{r_0} \frac{\partial r}{\partial m} \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) m p^2 + 6 B_{30} \frac{\sin \varphi_0}{r_0} m p^2 \Big]$$

und daraus mit Beachtung der bis einschließlich Glieder 1. Ordnung geltenden Ansätze (3) mit gleicher Genauigkeit

$$\sigma = \frac{r_0}{r} \left[ \frac{r}{r_0} - 3 B_{30} m^2 - 3 B_{30} p^2 - \frac{1}{2 \cos^2 \varphi_0} p^2 + 3 B_{30} m^2 - 3 B_{30} \tan \varphi_0 m^3 + 3 B_{30} p^2 + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} p^2 \right. \\ \left. - 3 B_{30} \tan \varphi_0 m p^2 - \tan \varphi_0 \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} m p^2 + \tan^2 \varphi_0 p^2 + \tan \varphi_0 m p^2 - \left( 7 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 \right) m^3 - 3 \left( 6 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \tan \varphi_0 \right) m p^2 + 4 \left( \frac{5}{2} B_{30} \tan \varphi_0 + B_{04} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{7}{24} \tan \varphi_0 + \frac{1}{24} \tan^3 \varphi_0 \right) m^3 + 2 \left( \frac{9}{2} B_{30} \tan \varphi_0 + 6 B_{04} + \frac{3}{4} \tan \varphi_0 + \frac{1}{4} \tan^3 \varphi_0 \right) m p^2 \right. \\ \left. + 2 \tan \varphi_0 \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) m p^2 + 6 B_{30} \tan \varphi_0 m p^2 \right].$$

woraus nach Auflösung der runden Klammern und Zusammenfassung

$$\sigma = 1$$

erfolgt.

Die Einführung der partiellen Ableitungen (10) in die Formel für die Abweichung  $J$  des Schnittwinkels der Bilder der Meridiane und Parallelkreise von einem rechten Winkel ergibt zunächst

$$\sin J = \frac{1}{h k} \frac{r_0}{r} \left[ \frac{r}{r_0^2} \frac{\partial r}{\partial m} p - 6 \frac{r}{r_0} B_{30} m p - 3 \frac{r}{r_0} \left( 7 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 \right) m^2 p \right. \\ \left. - \frac{r}{r_0} \left( 6 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \tan \varphi_0 \right) p^3 - \frac{3}{r_0} \frac{\partial r}{\partial m} B_{30} m^2 p - \frac{1}{r_0} \frac{\partial r}{\partial m} \left( 3 B_{30} + \frac{1}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^3 \right. \\ \left. + \frac{\sin \varphi_0}{r_0} p + 2 \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) m p + 2 \left( \frac{9}{2} B_{30} \tan \varphi_0 + 6 B_{04} + \frac{3}{4} \tan \varphi_0 + \frac{1}{4} \tan^3 \varphi_0 \right) m^2 p \right. \\ \left. + 4 B_{04} p^3 + 3 B_{30} \frac{\sin \varphi_0}{r_0} m^2 p + \frac{\sin \varphi_0}{r_0} \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^3 \right]$$

und daraus mit Beachtung der Ansätze (3) und (3a) mit gleicher Genauigkeit

$$\sin J = \frac{1}{h k} \frac{r_0}{r} \left[ - \frac{\sin \varphi_0}{r_0} p - \frac{\cos 2 \varphi_0}{r_0^2} m p + \frac{\sin 2 \varphi_0}{r_0^2} m^2 p - 6 B_{30} m p + 6 B_{30} \tan \varphi_0 m^2 p \right. \\ \left. - 3 \left( 7 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 \right) m^2 p - \left( 6 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \tan \varphi_0 \right) p^3 \right. \\ \left. + 3 B_{30} \tan \varphi_0 m^2 p + \tan \varphi_0 \left( 3 B_{30} + \frac{1}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^3 + \frac{\sin \varphi_0}{r_0} p + 2 \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) m p \right. \\ \left. + 2 \left( \frac{9}{2} B_{30} \tan \varphi_0 + 6 B_{04} + \frac{3}{4} \tan \varphi_0 + \frac{1}{4} \tan^3 \varphi_0 \right) m^2 p + 4 B_{04} p^3 + 3 B_{30} \tan \varphi_0 m^2 p \right. \\ \left. + \tan \varphi_0 \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^3 \right];$$

daraus erfolgt nach entsprechender Zusammenfassung  $\sin J = 0$  oder auch

$$J = 0.$$

Für  $h^2$  ergibt sich aus den partiellen Ableitungen (10)

$$h^2 = \frac{1}{r_0^2} \left( \frac{\partial r}{\partial m} \right)^2 p^2 - 12 B_{30} \frac{1}{r_0} \frac{\partial r}{\partial m} m p^2 + 1 + 6 B_{30} m^2 + 2 \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^2 + 8 \left( \frac{5}{2} B_{30} \tan \varphi_0 \right. \\ \left. + B_{04} + \frac{7}{24} \tan \varphi_0 + \frac{1}{24} \tan^3 \varphi_0 \right) m^3 + 4 \left( \frac{9}{2} B_{30} \tan \varphi_0 + 6 B_{04} + \frac{3}{4} \tan \varphi_0 + \frac{1}{4} \tan^3 \varphi_0 \right) m p^2$$

und für  $k^2$

$$k^2 = \frac{r_0^2}{r^2} \left[ \frac{r^2}{r_0^2} - 6 \frac{r}{r_0} B_{30} m^2 - 2 \frac{r}{r_0} \left( 3 B_{30} + \frac{1}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) p^2 - 2 \frac{r}{r_0} \left( 7 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 \right) m^3 - 6 \frac{r}{r_0} \left( 6 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \tan \varphi_0 \right) m p^2 + \frac{\sin^2 \varphi_0}{r_0^2} p^2 + 4 \frac{\sin \varphi_0}{r_0} \left( 3 B_{30} + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} \right) m p^2 \right]$$

und daraus mit Beachtung der vorhin angegebenen Vereinfachungen sowie der bei der Herleitung von  $k^2$  für die Glieder 2. Ordnung ausgeführten Entwicklung

$$h^2 = 1 + 6 B_{30} m^2 + (6 B_{30} + 1) p^2 + \left( 20 B_{30} \tan \varphi_0 + 8 B_{04} + \frac{7}{3} \tan \varphi_0 + \frac{1}{3} \tan^3 \varphi_0 \right) m^3 + (30 B_{30} \tan \varphi_0 + 24 B_{04} + 5 \tan \varphi_0 + \tan^3 \varphi_0) m p^2$$

und

$$k^2 = 1 - 6 B_{30} m^2 - (6 B_{30} + 1) p^2 - \left( 20 B_{30} \tan \varphi_0 + 8 B_{04} + \frac{7}{3} \tan \varphi_0 + \frac{1}{3} \tan^3 \varphi_0 \right) m^3 - (30 B_{30} \tan \varphi_0 + 24 B_{04} + 5 \tan \varphi_0 + \tan^3 \varphi_0) m p^2.$$

Es wird folglich

$$\left. \begin{aligned} h &= 1 + 3 B_{30} m^2 + \left( 3 B_{30} + \frac{1}{2} \right) p^2 + \left( 10 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 \right) m^3 \\ &\quad + \left( 15 B_{30} \tan \varphi_0 + 12 B_{04} + \frac{5}{2} \tan \varphi_0 + \frac{1}{2} \tan^3 \varphi_0 \right) m p^2 \\ \text{und} \\ k &= 1 - 3 B_{30} m^2 - \left( 3 B_{30} + \frac{1}{2} \right) p^2 - \left( 10 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 \right) m^3 \\ &\quad - \left( 15 B_{30} \tan \varphi_0 + 12 B_{04} + \frac{5}{2} \tan \varphi_0 + \frac{1}{2} \tan^3 \varphi_0 \right) m p^2. \end{aligned} \right\} (11)$$

Die gefundenen Abbildungsgleichungen (10) erfüllen somit die Bedingungen  $\sigma = 1$  und  $J = 0$  und somit auch  $h = \frac{1}{k}$  bis einschl. Glieder 4. Ordnung in den Abbildungsgleichungen bzw. Glieder 3. Ordnung in den Verzerrungsgrößen. Da sich  $h$  und  $k$  nicht ändern, wenn  $+p$  mit  $-p$  vertauscht wird, ist die Abbildung symmetrisch zum Mittelmeridian.

Im Hinblick darauf, daß für  $J = 0$  nach der Lehre Tissots der größere der beiden Werte  $h, k$  jeweils der großen Halbachse  $a$  und der kleinere von ihnen der kleinen Halbachse  $b$  der Tissotschen Indikatrix entspricht, ergibt sich die Maximalwinkelverzerrung  $\delta$  nach Einführung der Werte  $h$  und  $k$  nun bis einschließlich Glieder 3. Ordnung aus der Formel

$$\sin \frac{1}{2} \delta = - \frac{a - b}{a + b}$$

mit

$$\sin \frac{1}{2} \delta = \mp \left[ 3 B_{30} m^2 + \left( 3 B_{30} + \frac{1}{2} \right) p^2 + \left( 10 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 \right) m^3 + \left( 15 B_{30} \tan \varphi_0 + 12 B_{04} + \frac{5}{2} \tan \varphi_0 + \frac{1}{2} \tan^3 \varphi_0 \right) m p^2 \right]. \quad (12)$$

Die Streckenverzerrungen  $h$  und  $k$  in Richtung des Meridians und des Parallelkreises sowie die Maximalwinkelverzerrung  $\delta$  werden somit im Hauptteil durch die Größe der Glieder 2. Ordnung bestimmt. Die Glieder 3. Ordnung werden in der Regel nur wenig Einfluß ausüben; sie werden um so kleiner sein, je weiter südlich der Zentralpunkt des abzubildenden Landes liegt.

Zur Bestimmung des restlichen Koeffizienten der Glieder 4. Ordnung  $B_{04}$  kann eine allgemeine Forderung an die Abbildung nicht mehr aufgestellt werden, wenn an den für den Koeffizienten  $B_{30}$  schon einmal bestimmten Werten festgehalten wird. Seine Festlegung wird jetzt vielmehr unter dem Gesichtspunkte möglichst geringer Streckenverzerrungen innerhalb der durch die Wahl des Koeffizienten  $B_{30}$  bestimmten Form des abzubildenden Bereiches erfolgen müssen.

Besitzt das abzubildende Land die Form einer sphärischen Kalotte, dann erstreckt es sich von einem Punkt in seinem Innern nach allen Richtungen gleich weit. Wird dieser Punkt zum Zentralpunkt der Abbildung gewählt, so teilen Mittelmeridian und Mittelparallel das Land symmetrisch. Die Beträge, die die Werte von  $m$  und  $p$  im Maximum erreichen, werden ungefähr gleich groß sein. Es war daher der Koeffizient  $B_{30}$  so zu wählen, daß die Beträge von  $m^2$  und  $p^2$  mit gleichen Faktoren, aber entgegengesetztem Vorzeichen in die Formeln (11) für  $h$  und  $k$  eingehen, da sich nur dann diese Werte möglichst wenig von der Einheit unterscheiden. Damit ergab sich der Koeffizient  $B_{30}$  mit

$$B_{30} = -\frac{1}{12}.$$

Da nun die Glieder 3. Ordnung in den Formeln (11) für  $h$  und  $k$  unter der Voraussetzung eines bestimmten Wertes für den Koeffizienten  $B_{30}$  durch eine geeignete Wahl des Koeffizienten  $B_{04}$  nicht mehr zum Verschwinden gebracht werden können, so wird es auch hier wünschenswert sein, daß sie wenigstens möglichst klein bleiben. Hebt man aus den Gliedern 3. Ordnung in den Formeln (11) für  $h$  und für  $k$  den Wert  $m$  heraus, so ist sofort zu ersehen, daß ihre Summe, unter der oben angeführten Annahme über die Gestalt des abzubildenden Landes, immer klein bleiben wird, wenn die Faktoren der verbleibenden Beträge  $m^2$  und  $p^2$  in gleicher Größe, aber mit entgegengesetztem Vorzeichen in die Formeln (11) eingehen, d. h. wenn stets

$$10 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 = -\left(15 B_{30} \tan \varphi_0 + 12 B_{04} + \frac{5}{2} \tan \varphi_0 + \frac{1}{2} \tan^3 \varphi_0\right),$$

woraus mit Beachtung für den Wert des Koeffizienten  $B_{30}$  der restliche Koeffizient 4. Ordnung  $B_{04}$  mit

$$B_{04} = -\left(\frac{19}{192} \tan \varphi_0 + \frac{1}{24} \tan^3 \varphi_0\right)$$

folgt.

Die Einführung der Werte  $B_{30}$  und  $B_{04}$  in die Abbildungsgleichungen (9) sowie in die Formeln (11) und (12) ergibt die Abbildungsgleichungen für eine sphärische Kalotte mit

$$x = \frac{r}{r_0} p + \frac{1}{4} m^2 p + \frac{1}{6} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\cos^2 \varphi_0}\right) p^3 - \frac{3}{16} \tan \varphi_0 m^3 p - \left(\frac{5}{48} \tan \varphi_0 - \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0\right) m p^3,$$

$$y = m + \frac{\sin \varphi_0}{2 r_0} p^2 - \frac{1}{12} m^3 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{\cos 2 \varphi_0}{\cos^2 \varphi_0}\right) m p^2 - \frac{1}{64} \tan \varphi_0 m^4 - \frac{7}{32} \tan \varphi_0 m^2 p^2 - \left(\frac{19}{192} \tan \varphi_0 + \frac{1}{24} \tan^3 \varphi_0\right) p^4$$

sowie die Streckenverzerrung in Richtung des Meridians und des Parallelkreises mit

$$h = 1 - \frac{1}{4} (m^2 - p^2) - \frac{1}{16} \tan \varphi_0 m (m^2 - p^2)$$

und

$$k = 1 + \frac{1}{4} (m^2 - p^2) + \frac{1}{16} \tan \varphi_0 m (m^2 - p^2)$$

und die Maximalwinkelverzerrung aus

$$\sin \frac{1}{2} \delta = \pm \left[ \frac{1}{4} (m^2 - p^2) + \frac{1}{16} \tan \varphi_0 m (m^2 - p^2) \right].$$

Die voranstehend entwickelte Abbildung ist somit im Gesamtbereiche flächentreu und in den Bildern der Meridiane und Parallelkreise rechtschnittig bis einschließlich Glieder 4. Ordnung in den Abbildungsgleichungen bzw. 3. Ordnung in den Verzerrungsgrößen und weist geringste Strecken- und Winkelverzerrungen auf. Für  $m = \pm p$  wird  $h = k = 1$  und  $\delta = 0$ ; entlang zweier Kurven, die sich im Zentralpunkt schneiden, ist die Abbildung außerdem noch strecken- und winkeltreu.

Bei einem Lande, das sich überwiegend in der Nord-Süd-Richtung erstreckt, wird man den Zentralpunkt wieder in der Mitte wählen. Die Beträge, die hier die Werte von  $m$  erreichen können, werden ein Vielfaches des Maximalbetrages von  $p$  betragen. Es war daher notwendig, den Wert des Koeffizienten  $B_{30}$  so zu wählen, daß die Streckenverzerrung in  $h$  und  $k$  von der Erstreckung des Bereiches in der Meridianrichtung unabhängig wird, somit nicht von  $m$ , sondern nur von  $p$  abhängt. Aus dieser Forderung folgte

$$B_{30} = 0.$$

Die Glieder 3. Ordnung in  $h$  und  $k$  können nunmehr durch eine geeignete Wahl des Koeffizienten  $B_{04}$  nicht mehr zum Verschwinden gebracht werden. Im Hinblick darauf, daß die Werte  $m$  diejenigen  $p$  in der Regel um ein Mehrfaches übertreffen, wird man nun  $B_{04}$  aus der Forderung bestimmen, daß das erste Glied 3. Ordnung für jeden Wert von  $m$  verschwinden soll. Es muß somit

$$10 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 = 0$$

sein, woraus mit Rücksicht auf den voranstehenden Wert des Koeffizienten  $B_{30}$  für den Koeffizienten  $B_{04}$  der Wert

$$B_{04} = - \left( \frac{7}{24} \tan \varphi_0 + \frac{1}{24} \tan^3 \varphi_0 \right)$$

folgt.

Die Einsetzung der Werte  $B_{30}$  und  $B_{04}$  in die Abbildungsgleichungen (9) sowie in die Formeln (11) und (12) ergibt die Abbildungsgleichungen für einen Meridianstreifen mit

$$x = \frac{r}{r_0} p - \frac{1}{6 \cos^2 \varphi_0} p^3 + \frac{1}{6} \frac{\tan \varphi_0}{\cos^2 \varphi_0} m p^3,$$

$$y = m + \frac{\sin \varphi_0}{2 r_0} p^2 + \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0} m p^2 - \tan \varphi_0 m^2 p^2 - \left( \frac{7}{24} \tan \varphi_0 + \frac{1}{24} \tan^3 \varphi_0 \right) p^4$$

sowie die Streckenverzerrung in der Richtung des Meridians und des Parallelkreises mit

$$h = 1 + \frac{1}{2} p^2 - \tan \varphi_0 m p^2$$

und

$$k = 1 - \frac{1}{2} p^2 + \tan \varphi_0 m p^2$$

und die Maximalwinkelverzerrung  $\delta$  aus

$$\sin \frac{1}{2} \delta = - \frac{1}{2} p^2 + \tan \varphi_0 m p^2.$$

Die Abbildung ist wieder im Gesamtbereiche flächentreu und in den Bildern der Meridiane und Parallelkreise rechtschnittig bis einschließlich Glieder 4. Ordnung in den Abbildungsgleichungen bzw. Glieder 3. Ordnung in den Verzerrungsgrößen und hat geringste Strecken- und Winkelverzerrungen. Für  $p = 0$  wird  $h = k = 1$  und  $\delta = 0$ ; längs des Mittelmeridians ist die Abbildung somit auch noch strecken- und winkeltreu.

Erstreckt sich der abzubildende Bereich hauptsächlich von Ost nach West, wird er also von zwei benachbarten Parallelkreisen eingeschlossen, so wird man wieder den Zentralpunkt der Abbildung im Symmetriepunkt des Bereiches wählen. Die Maximalbeträge von  $p$  werden diejenigen von  $m$  dann weit übertreffen. Es lag daher nahe, den Koeffizienten  $B_{30}$  so zu wählen, daß die Streckenverzerrung in  $h$  und  $k$  von der Erstreckung des Bereiches im Parallelkreis unabhängig wird, somit nicht von  $p$ , sondern nur von  $m$  abhängt, denn damit wird erreicht, daß die Werte von  $h$  und  $k$  nur wenig von der Einheit abweichen. Es mußte daher

$$B_{30} = - \frac{1}{6}$$

gewählt werden.

Auch hier können die Glieder 3. Ordnung in  $h$  und  $k$  durch eine bestimmte Wahl des Koeffizienten  $B_{04}$  nicht mehr zum Verschwinden gebracht werden. Mit Rücksicht auf den Umstand, daß die größten Werte von  $p$  diejenigen von  $m$  um ein Vielfaches übertreffen werden, wird man den Koeffizienten  $B_{04}$  so wählen, daß das zweite Glied 3. Ordnung für jeden Wert von  $p$  verschwindet. Es muß somit

$$15 B_{30} \tan \varphi_0 + 12 B_{04} + \frac{5}{2} \tan \varphi_0 + \frac{1}{2} \tan^3 \varphi_0 = 0$$

gesetzt werden, woraus sich im Hinblick auf den obenstehenden Wert des Koeffizienten  $B_{30}$  für den Koeffizienten  $B_{04}$  der Wert

$$B_{04} = - \frac{1}{24} \tan^3 \varphi_0$$

ergibt.

Durch Eintragen der Werte  $B_{30}$  und  $B_{04}$  in die Abbildungsgleichungen (9) sowie in die Formeln (11) und (12) erhält man die Abbildungsgleichungen für einen Parallelstreifen mit

$$x = \frac{r}{r_0} p + \frac{1}{2} m^2 p + \frac{1}{6} \left(1 - \frac{1}{\cos^2 \varphi_0}\right) p^3 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 m p^3,$$

$$y = m + \frac{\sin \varphi_0}{2 r_0} p^2 - \frac{1}{6} m^3 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\cos 2 \varphi_0}{\cos^2 \varphi_0}\right) m p^2 - \frac{1}{8} \tan \varphi_0 m^4 - \frac{1}{24} \tan^3 \varphi_0 p^4$$

sowie die Streckenverzerrung in der Richtung des Meridians und des Parallelkreises mit

$$h = 1 - \frac{1}{2} m^2 - \frac{1}{2} \tan \varphi_0 m^3$$

und

$$k = 1 + \frac{1}{2} m^2 + \frac{1}{2} \tan \varphi_0 m^3$$

und die Maximalwinkelverzerrung  $\delta$  aus

$$\sin \frac{1}{2} \delta = -\frac{1}{2} m^2 - \frac{1}{2} \tan \varphi_0 m^3.$$

Die Abbildung ist wieder im Gesamtbereiche flächentreu und in den Bildern der Meridiane und Parallelkreise rechtschnittig bis einschließlich Glieder 4. Ordnung in den Abbildungsgleichungen bzw. Glieder 3. Ordnung in den Verzerrungsgrößen und hat geringste Strecken- und Winkelverzerrungen. Für  $m=0$  wird  $h=k=1$  und  $\delta=0$ ; die Abbildung ist deshalb längs des Mittelparallels auch noch strecken- und winkeltreu.

Wird, wie weiter oben schon ausgeführt, von der Bedingung der Systeme geringster Streckenverzerrung Abstand genommen, und damit auch noch die Verfügung über den Koeffizienten 3. Ordnung  $B_{30}$  freigestellt, so läßt sich Symmetrie der Verzerrungen auch zum Mittelparallel erzielen, wie dies anschließend gezeigt werden soll.

Ausgehend von den Formeln (11) für die Streckenverzerrung in der Richtung des Meridians und des Parallels

$$h = 1 + 3 B_{30} m^2 + \left(3 B_{30} + \frac{1}{2}\right) p^2 + \left(10 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0\right) m^3 \\ + \left(15 B_{30} \tan \varphi_0 + 12 B_{04} + \frac{5}{2} \tan \varphi_0 + \frac{1}{2} \tan^3 \varphi_0\right) m p^2$$

und

$$k = 1 - 3 B_{30} m^2 - \left(3 B_{30} + \frac{1}{2}\right) p^2 - \left(10 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0\right) m^3 \\ - \left(15 B_{30} \tan \varphi_0 + 12 B_{04} + \frac{5}{2} \tan \varphi_0 + \frac{1}{2} \tan^3 \varphi_0\right) m p^2$$

läßt sich ersehen, daß die Verzerrungen zum Mittelparallel symmetrisch sein werden, wenn sich bei Vertauschung von  $+m$  mit  $-m$  in  $h$  und  $k$  nichts ändert, d. h. wenn aus den beiden Formeln (11) die Glieder 3. Ordnung verschwinden. Dies ist dann der Fall, wenn gleichzeitig

$$10 B_{30} \tan \varphi_0 + 4 B_{04} + \frac{7}{6} \tan \varphi_0 + \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0 = 0$$

und

$$15 B_{30} \tan \varphi_0 + 12 B_{04} + \frac{5}{2} \tan \varphi_0 + \frac{1}{2} \tan^3 \varphi_0 = 0$$

wird. Daraus bestimmen sich die Koeffizienten  $B_{30}$  und  $B_{04}$  mit

$$B_{30} = -\frac{1}{15},$$

$$B_{04} = -\frac{1}{8} \tan \varphi_0 - \frac{1}{24} \tan^3 \varphi_0.$$

Mit diesen Werten ergeben sich die Abbildungsgleichungen aus den Formeln (9) mit

$$x = \frac{r}{r_0} p + \frac{1}{5} m^2 p + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{2 \cos^2 \varphi_0}\right) p^3 - \frac{1}{5} \tan \varphi_0 m^3 p - \left(\frac{1}{10} \tan \varphi_0 - \frac{1}{6} \tan^3 \varphi_0\right) m p^3,$$

$$y = m + \frac{\sin \varphi_0}{2 r_0} p^2 - \frac{1}{15} m^3 - \left(\frac{1}{5} - \frac{\cos 2 \varphi_0}{2 \cos^2 \varphi_0}\right) m p^2 - \frac{3}{10} \tan \varphi_0 m^2 p^2 - \left(\frac{1}{8} \tan \varphi_0 + \frac{1}{24} \tan^3 \varphi_0\right) p^4$$

sowie die Streckenverzerrung in der Richtung des Meridians und des Parallelkreises mit

$$h = 1 - \frac{2}{10} m^2 + \frac{3}{10} p^2$$

und

$$k = 1 + \frac{2}{10} m^2 - \frac{3}{10} p^2$$

und die Maximalwinkelverzerrung  $\delta$  aus

$$\sin \frac{1}{2} \delta = \pm \left( \frac{2}{10} m^2 - \frac{3}{10} p^2 \right).$$

Auch diese Abbildung, die eine Variante zur Abbildung des Ellipsoids in die Ebene durch eine sphärische Kalotte darstellt, ist selbstverständlich wieder bis einschließlich Glieder 4. Ordnung in den Abbildungsgleichungen bzw. Glieder 3. Ordnung in den Verzerrungsgrößen flächentreu und in den Bildern der Meridiane und Parallelkreise rechtschnittig. Ihre Strecken- und Winkelverzerrungen sind klein, aber im allgemeinen nicht so günstig wie bei den Systemen geringster Streckenverzerrung; dagegen ist die Abbildung nicht nur zum Mittelmeridian, sondern auch zum Mittelparallel in bezug auf ihre Strecken- und Winkelverzerrungen symmetrisch. Für  $m = \pm \sqrt{\frac{3}{2}} p$  wird  $h = k = 1$  und  $\delta = 0$ ; im Zentralpunkt selbst und entlang zweier Kurven ist die Abbildung außerdem auch noch strecken- und winkeltreu.

Zusammenfassend läßt sich über die ausgeführten vier Projektionssysteme noch folgendes sagen. Alle vier Systeme vermitteln Abbildungen begrenzter Teile des Rotationsellipsoids in die Ebene, die flächentreu und in den Bildern der Meridiane und Parallelkreise rechtschnittig sind bis einschließlich Glieder 4. Ordnung in den Abbildungsgleichungen bzw. Glieder 3. Ordnung in den Verzerrungsgrößen. Alle vier Systeme weisen zum Bilde des Mittelmeridians symmetrische Strecken- und Winkelverzerrungen auf. Die Abbildungen sind im allgemeinen strecken- und winkeltreu bis einschließlich Glieder 2. Ordnung in den Abbildungsgleichungen bzw. Glieder 1. Ordnung in den Verzerrungsgrößen.

Die ersten drei Systeme sind Systeme geringster Streckenverzerrungen; das letzte System hat Streckenverzerrungen, die wohl klein von derselben Ordnung sind wie bei den drei vorangehenden Systemen; sie können jedoch nicht als geringste Streckenverzerrungen bezeichnet werden. Dagegen weist das letzte System auch zum Mittelparallel symmetrische Verzerrungen in den Strecken und Winkeln auf. Alle Systeme sind außerdem noch entlang gewisser Kurven, die durch den Zentralpunkt hindurchgehen, strecken- und winkeltreu von der Ordnung der Flächentreue. Das erste und das vierte System zeigen eine große Gleichartigkeit im Bau ihrer Abbildungsgleichungen. Die Streckenverzerrungen und die Winkelverzerrungen im vierten System sind unabhängig von den Gliedern 3. Ordnung, in den ersten drei Systemen treten diese in Verbindung mit dem Tangens der geografischen Breite des Zentralpunktes auf. Die Abbildung durch Systeme geringster Streckenverzerrungen ist also für Gebiete vom Äquator bis zu den Polarkreisen gut brauchbar. Für nördlicher gelegene Gebiete erscheint die Konvergenz der Potenzreihen der Abbildungsgleichungen und der Verzerrungsgrößen nicht mehr gesichert. Am Pol selbst sind die Abbildungen unbrauchbar; liegt hingegen der Zentralpunkt am Äquator, so verschwinden bei allen Abbildungen die Glieder 4. Ordnung in den Abbildungsgleichungen und die Glieder 3. Ordnung in den Verzerrungsgrößen.

## Die Genauigkeit des Zielens mit Fernrohren.

Von Regierungsobervermessungsrat Adolf Vogg, Weilheim.

Als maßgebende Beziehung zwischen Zielgenauigkeit und Vergrößerung wurde lange Zeit das von Prof. Stampfer [1] in Wien aus seinen Beobachtungen abgeleitete Gesetz der Proportionalität angenommen. Im Gegensatz hiezu folgert Prof. Reinhertz [2] bei einer Untersuchung von Stampfers Ergebnissen und aus seinen eigenen Beobachtungen mit Fernrohren, daß die Zielgenauigkeit proportional der Quadratwurzel aus der Vergrößerung zu setzen sei. Die von Stampfer und Reinhertz gezogenen Schlüsse wurden von Noetzi [3] S. 12 m. 14 in verschiedener Hinsicht kritisiert und als nicht unbedingt zuverlässig bezeichnet.

Auf Grund eigener Beobachtungen kommt Noetzli [3] zu dem Schlusse, daß bei Beobachtungen ohne Fernrohrfäden die Zielgenauigkeit direkt proportional der Vergrößerung sei. Den Beweis für die Richtigkeit dieses Gesetzes hat Noetzli in überzeugender Weise erbracht.

Bei Beobachtungen mit Fäden im Fernrohr stellte sich aber eine ganz andere Beziehung zwischen Zielfehler und Vergrößerung heraus. Es zeigte sich nämlich in den Reihen der Beobachtungen bei den verschiedenen Vergrößerungen eine systematische Zunahme der Produkte von  $m \cdot V$ , wobei  $m$  den mittleren Zielfehler und  $V$  die Vergrößerung bedeutet, während das Produkt  $m \sqrt{V}$  konstant blieb. Noetzli stellte alsdann auf Grund seiner zahlreichen Beobachtungen das Gesetz auf, daß unter sehr günstigen äußeren Verhältnissen der Zielfehler umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der Vergrößerung sei.

$$m = \pm \frac{c}{\sqrt{V}}$$

Noetzli [3] S. 55 erklärte sich dieses merkwürdige Verhalten des Zielfehlers daraus, daß es hauptsächlich systematische Fehler seien, die bei Verwendung von Fernrohrfäden das Gesetz

$m = \frac{c}{V}$  beeinflussen und die Beziehung  $m = \frac{c}{\sqrt{V}}$  herbeiführen. Nach seiner Ansicht kommen

als Ursachen hiefür in Betracht:

1. der Einfluß der Fadenparallaxe,
2. die Unschärfe von Faden oder Bild bei Parallaxe,
3. der Faden als dreidimensionales Objekt,
4. Unregelmäßigkeiten an Faden oder Zielobjekt,
5. die relative Verschlechterung des Fernrohrbildes bei wachsender Vergrößerung,
6. Diffraktionserscheinungen,
7. Bewegungen der Instrumente,
8. Bewegungen der Luft.

Die Begründung Noetzlis [3] S. 561 x. erweckte indes bei mir verschiedene Zweifel.

Um mir Einblick in diese Verhältnisse zu verschaffen, entschloß ich mich, selbst Zielversuche anzustellen. Dazu benötigte ich in erster Linie ein Instrument zur Messung kleinster Winkel. Noetzli [3] S. 28 verwandte hiezu einen Zeißschen Stereokomparator, auf dessen Schlitten eine Tafel mit einem bestimmten Zielobjekt solid befestigt war. Dieser Schlitten konnte in sehr genauer Führung mit einer Mikrometerschraube von 1,0 mm Ganghöhe bewegt werden. Ich benützte zum gleichen Zweck einen Hildebrand-Einheitstheodolit, der mit dem Entfernungsmesser Alt ausgerüstet ist. Die hier angebrachte Meßschraube hat eine Ganghöhe von 0,5 mm und ist in 100 Teile geteilt, so daß sich noch 0,001 Umdrehung schätzen läßt. Eine volle Umdrehung der Trommel der Meßschraube bewirkt eine Bewegung der am Objektiv des Theodolits befestigten Zielmarke um  $r = 0,939$  mm. Dieser Wert wurde empirisch bestimmt, da die genaue Messung der Länge des Haltearmes der Tangensschraube zu schwierig gewesen wäre. Es entsprach demnach einer 0,001 Umdrehung der Trommel der Meßschraube eine Bewegung des Zielobjekts um 0,939 $\mu$ . Dieser Verschiebeapparat mit dem Zielobjekt und das zu untersuchende Instrument standen direkt nebeneinander auf einer entsprechend festen Unterlage. In etwa 3—9 m Entfernung (je nach der Vergrößerung des zu untersuchenden Fernrohres) befand sich ein Spiegel, der es gestattete, durch das Fernrohr im Spiegel das Bild der Zielmarke zu sehen. Es wurde nun versucht, durch Drehung der Meßschraube das Zielobjekt so lange zu verschieben, bis der Faden des zu untersuchenden Instrumentes genau in der Mitte der Zielmarke erschien.

Als Zielobjekte dienten weiße Parallelstreifen von 0,1—0,5 mm Breite und 4 mm Höhe auf schwarzem Grunde. Um die reine Beziehung zwischen Zielfehler und Vergrößerung zu erhalten, wurden die Intervalle jeweils so breit gewählt, daß vom Intervall zu beiden Seiten des Fadens nur noch je eine helle Linie, ein „Lichthaar“ zu sehen war. In diesem Falle wird nicht mehr die Breite, sondern die Intensität der beiden Lichthaare verglichen. Hiefür ist das Auge besonders empfindlich (s. hiezu Noetzli [3] S. 19, Jordan-Eggert [4] S. 267 und Förster [5] S. 117). Wenn scheinbare Intervallbreite und scheinbare Fadenstärke dieser Größenbeziehung genügen, hat die effektive Intervallgröße keinen Einfluß auf die Größe des Zielfehlers. Ebenso ist alsdann der Zielfehler unabhängig von der Entfernung des Instrumentes vom angezielten Intervall (Noetzli [3] S. 77).

Die Zielobjekte wurden beleuchtet von einer Glühlampe (60 W) in etwa 20 cm Entfernung. Der Beobachter war vor direktem Licht durch einen vorgespannten dunklen Schirm geschützt. Die Beobachtungen fanden bei Tage im nicht verdunkelten Zimmer statt. Um für sämtliche Beobachtungen gleiche äußere Umstände zu erhalten, wurden die Zielungen nur auf kurze Entfernungen und in einem abgeschlossenen Raum vorgenommen. Die sonst störenden Bewegungen der Luft wurden dadurch praktisch vermieden.

Da Stampfer [1] und Noetzli [3] S. 20 und 79 einen bedeutenden Einfluß der Größe des Objektivdurchmessers auf die Größe des Zielfehlers festgestellt hatten, wurden die Objektivöffnungen durch Vorsetzen von Blenden so gehalten, daß sich für die Austrittspupille stets ein Durchmesser von 1,0 mm ergab. Nach Stampfer und Noetzli scheint nämlich die Wirkung der Beugungserscheinungen, die durch eine Pupille mit einer Öffnung kleiner als 1,89 mm hervorgerufen werden, durch die beim Abblenden des Objektivs erreichte größere Schärfe des Fernrohrbildes aufgehoben zu werden (vgl. Helmholtz [6]). Bei einer Austrittspupille unter 1,0 mm Durchmesser jedoch werden die Beugungsfransen so stark, daß sie einen merkbaren Einfluß auf die Zielgenauigkeit ausüben. Die von Stampfer und Noetzli festgestellte Beziehung gilt aber nur für sehr scharf begrenzte weiße Zielobjekte auf schwarzem Grunde. Für andere Zielobjekte, deren relative Helligkeit gegenüber dem Hintergrund nicht so groß ist, sind Helligkeit und Auflösungsvermögens des Fernrohres von so großer Bedeutung, daß die Größe der Austrittspupille von einem ganz anderen Gesichtspunkt aus beurteilt werden muß (Noetzli [3] S. 81).

Bei meinen Versuchen verwendete ich Fernrohrfäden von etwa 80" scheinbarer Fadenstärke. Stärkere Fäden, die mir leider nicht zur Verfügung standen, wären zweifellos zur Herabsetzung der Irradiation zweckmäßiger gewesen; denn die Vorteile sehr feiner Fäden bestehen nur bei sog. weichen, d. h. relativ kontrastlosen Fernrohrbildern (Noetzli [3] S. 118).

Im Gegensatz zu Noetzli [3] S. 18 führte ich meine Zielversuche mit Instrumenten aus, wie sie in der Praxis verwendet werden. Noetzli setzte Fernrohrobjektive von nahezu gleicher Brennweite mit ganz beliebigen Lupen verschiedener Brennweite zusammen, so daß sich die gewünschten Vergrößerungen ergaben.

Der Gang meiner Berechnungen war folgender: Zuerst wurde der mittlere Fehler  $m_T$  im Maß der Verschiebung des Zielobjekts und des Fadens gerechnet. Daraus ergab sich der mittlere Fehler  $m''$  im Winkelmaß nach der Formel

$$m'' = \pm \frac{m_T \cdot s'' \cdot r}{D}$$

Hiebei ist  $D$  die Totalentfernung Fernrohr — Spiegel — Zielobjekt,  $s''$  die bekannte Größe 206 265 und  $r$  die Verschiebung des Zielobjektes um 0,939 $\mu$  bei 0,001 Umdrehung der Trommel des Verschiebeapparates. Der mittlere Fehler einer Beobachtung wurde berechnet nach der Formel

$$m_T = \pm \sqrt{\frac{[v \ v]}{n - u}}$$

wobei  $n$  die Anzahl der Beobachtungen und  $u$  die Anzahl der Sätze bedeutet.

Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle niedergelegt:

Tabelle 1.

Herkunft	Zahl der Beob.	Vergröß. V	Objektiv Brennweite F cm	Zielfehler $m''$	Stampfer $m$ V angegl.	Noetzli $m \sqrt{V}$ angegl.	$m(V + V_0)$
1	2	3	4	5	6	7	8
Schellbach Kippregel	166	12	30	0,151	6,34	6,34	6,34
Reiß Polyg. Theod.	135	13,5	14,5	0,236	11,15	10,51	6,61
Ertel Buss. Theod.	120	16	11,7	0,235	13,16	11,40	6,51
Ertel Triang. Theod.	78	28	24,4	0,135	13,23	8,66	7,07

Die Untersuchungen wurden mit einem gewöhnlichen Spiegel durchgeführt, da mir ein Präzisionsspiegel nicht zur Verfügung stand. Schon von 16facher Vergrößerung an waren die Fernrohrbilder nicht mehr ganz klar. Es mag dieser Umstand die Genauigkeit der Beobachtungen mit dem Triang. Theod. von Ertel etwas benachteiligt haben.

In Tabelle 1 fällt besonders auf, daß mit einer Kippregel von 12facher Vergrößerung ein Zielfehler von  $m = \pm 0,151''$  und mit einem Poly. Theod. von Ertel von 16facher Vergrößerung ein solcher von  $m = \pm 0,235''$  erhalten wurde. Ebenso auffallend ist, daß mit einem Triang. Theod. von Ertel von 28facher Vergrößerung nahezu der gleiche Zielfehler erhalten wurde wie mit der Kippregel von 12facher Vergrößerung. Diese Ergebnisse befinden sich nicht im Einklang mit den von Stampfer [1] und Noetzli [3] aufgestellten Gesetzen  $mV$  bzw.  $m\sqrt{V}$ , da diese Produkte (s. Tab. 1 Sp. 6 u. 7) bei Beobachtungen mit verschiedenen Fernrohrvergrößerungen nicht konstant bleiben. Ich schloß daraus, daß der Zielfehler beim Zielen mit Fernrohrfäden neben der Vergrößerung noch von einer anderen Konstanten des Fernrohres — von der Objektivbrennweite — abhängen müßte. In der Tat bleiben die Produkte  $m(V + V_0)$  mit großer Übereinstimmung konstant (s. Tab. 1 Sp. 8).

Man erhält also  $c = m(V + V_0)$ .

In dieser Gleichung bedeuten  $V$  die Vergrößerung und  $V_0$  die Vergrößerung eines Fernrohres mit der Objektivbrennweite  $F$  und der Okularbrennweite  $f = 1$  cm.

Bei den Theodolitfernrohren mit Okularauszug aus den letzten Jahrzehnten hat das Okular in der Regel eine Brennweite von etwa 1 cm, so daß die Objektivbrennweite  $F$  in Zentimeter nahezu mit der Vergrößerung übereinstimmt (siehe Jordan-Eggert [4] S. 308—313). Man erhält für diesen Fall  $mV = \text{konstant}$ , was mit Stampfer [1] übereinstimmt. Bei Fernrohren mit Teleobjektiv weicht indes die äquivalente Brennweite oft erheblich von der Vergrößerung ab (s. Jordan-Eggert [4] S. 282).

Zum weiteren Beweis der Richtigkeit des Gesetzes  $m = \frac{c}{V + V_0}$  mögen noch die vielen Zielversuche Noetzlis dienen.

Tabelle 2.

Vergrößerung $V$	Zielfehler $m''$ Noetzli [3]S.65	Stampfer $mV$	Noetzli $m\sqrt{V}$	$\frac{0,72}{\sqrt{V}}$	$v$	$m(V + V_0)$	$\frac{11,347}{V + V_0}$	$v$	Objektivbrennweite $F$ cm
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,93	0,93	0,93	0,720	— 0,210	13,02	0,810	— 0,120	13
3,1	0,371	1,15	0,65	0,409	+ 0,088	16,36	0,257	— 0,114	41
5,1	0,232	1,18	0,52	0,318	+ 0,086	10,70	0,246	+ 0,014	41
8,6	0,202	1,74	0,59	0,245	+ 0,043	10,02	0,229	+ 0,027	41
15,7	0,209	3,28	0,83	0,181	— 0,028	11,85	0,200	— 0,009	41
25,7	0,147	3,78	0,74	0,142	— 0,005	9,80	0,170	+ 0,023	41
37	0,118	4,37	0,72	0,118	0,000	10,38	0,129	+ 0,011	51
54	0,097	5,24	0,72	0,097	0,000	10,19	0,108	+ 0,011	51
66	0,086	5,68	0,70	0,088	+ 0,002	10,06	0,097	+ 0,011	51
78	0,086	6,71	0,76	0,081	— 0,005	11,09	0,059	— 0,027	51
			716:10		+ 0,169	113,47:10		+ 0,097	
			0,72		— 0,248	11,347		— 0,270	

Der Spalte 2 Tab. 2 sind die mittleren Fehler zu entnehmen, die Noetzli aus je 60 Beobachtungen erhielt. In Spalte 3, 4 und 7 sind die Produkte  $mV$  bzw.  $m\sqrt{V}$  und  $m(V + V_0)$  vorgetragen. Wie aus dieser Zusammenstellung folgt, tritt bei wachsender Fernrohrvergröße-

rung in den Werten der Produkte  $mV$  eine sehr deutlich ausgeprägte systematische Zunahme auf, was das von Stampfer aufgestellte Gesetz  $m = \frac{c}{V}$  nicht bestätigt. Die Produkte  $m(V + V_0)$  bleiben mit genügender Annäherung konstant. Die Produkte  $m\sqrt{V}$  bewahren die Konstanz nur deswegen, weil Noetzli seine Versuche mit Instrumenten mit nahezu gleicher Objektivbrennweite ausführte. Hätte Noetzli ebenso wie ich Fernrohre mit verschiedenen Objektivbrennweiten benützt, dann hätte er die Unhaltbarkeit der Beziehung  $m = \frac{c}{\sqrt{V}}$  erkennen müssen (s. Tab. 1). In Tabelle 2 weichen die Produkte  $m\sqrt{V}$  und  $m(V + V_0)$  für die Vergrößerungen 1 und 3,1 erheblich von den konstanten Beträgen ab. Es ist dies darauf zurückzuführen, daß die mittleren Zielfehler bei 60 Beobachtungen noch nicht genügend genau bestimmt sind.

In ähnlicher Weise wurden auch die übrigen Beobachtungen Noetzlis [3] S. 67, 73, 75 und 78 untersucht. Es wurden hiebei aber stets dieselben Verhältnisse vorgefunden. Damit dürfte die Richtigkeit des Gesetzes  $m = \frac{c}{V + V_0}$  bestätigt sein.

Ich schließe aus meinen Beobachtungen und den Untersuchungen Noetzlis folgendes: Das Gesetz  $m = \frac{c}{V}$  (Stampfer) ist bei Zielungen auf scheinbare Intervalle kleinsten Ausmaßes (besondere Modelle) nur bedingt gültig (siehe oben). Stampfer hat bei seinen Zielversuchen insbesondere den Umstand nicht beachtet, daß verschiedenartige Zielobjekte sich bei wechselnder Vergrößerung verschieden verhalten (s. Noetzli [3] S. 12 und 76). Das Gesetz  $m = \frac{c}{\sqrt{V}}$  (Noetzli) gilt unter den gleichen Voraussetzungen nur für Fernrohre mit nahezu gleicher Objektivbrennweite. Es ist vom Standpunkt der praktischen Optik zu beanstanden, ein beliebiges Objektiv mit allen möglichen Okularen zu kombinieren. Dies mag auch Noetzli ([3] S. 19) gefühlt haben. Das Gesetz  $m = \frac{c}{V + V_0}$  gilt bei Zielungen mit Fernrohrfäden auf besondere Modelle allgemein.

Bei der Konstruktion der Fernrohre, die insbesondere zur Messung parallaktischer Winkel verwendet werden, wird man daher künftig neben einer entsprechenden Vergrößerung auch noch auf die Erhaltung einer möglichst großen Objektivbrennweite Rücksicht nehmen müssen (Fernrohre mit Teleobjektiv — s. Jordan-Eggert [4] S. 282). Auch erscheint es zweckmäßig, vor dem Objektiv eine Irisblende anzubringen. Mit einer solchen Vorrichtung kann man für jede beliebige Fadenstärke und Lichtintensität der Zielmarke die entsprechende Helligkeit herstellen. Andererseits kann man für die gewöhnlichen Signale die volle Objektivöffnung wirken lassen, ohne die Blende wegnehmen zu müssen (Noetzli [3] S. 122).

Die Konstanten  $c$  errechnen sich aus der Formel  $c = m(V + V_0)$  nach Tab. 1 annähernd zu 6,5, nach Tab. 2 Spalte 7 zu 10 und nach Tab. 22 (s. Noetzli [3] S. 67) für den Ass. Engi zu 20. Diese Unterschiede lassen sich nur erklären durch die Verschiedenheit der Befähigung der betreffenden Beobachter zum Pointieren. Für einen guten Beobachter dürfte die Konstante im Laboratorium etwa  $c = 10$  und bei günstigen äußern Umständen etwa  $c = 20$  betragen, so daß unter diesen Voraussetzungen im Freien bei Verwendung eines Fernrohres mit Teleobjektiv ( $V = 35$  und  $F = 53$  cm — siehe Jordan-Eggert [4] S. 282 —) mit einem Zielfehler von

$$m = \pm \frac{c}{V + V_0} = \pm \frac{20}{35 + 53} = \pm 0,23''$$

zu rechnen wäre. Dies gilt natürlich nur für die Zielfehler unter Ausschluß der Instrumentalfehler (Ablesefehler, Schraubenfehler  $x$ ).

Wenn es demnach gelingen würde, diese Fehler auszuschalten oder entsprechend herabzusetzen, würde ein guter Beobachter die parallaktischen Winkel bei günstigen äußern Umständen und Verwendung entsprechender Instrumente und Zielmarken mit einem mittleren Fehler von etwa  $m = \pm 0,23 \sqrt{2} = \pm 0,3''$  messen können.

Peschel [6] hat unter günstigen äußern Verhältnissen bei Verwendung verschiedener Zielmarken und der Instrumente Zeiß II, Wild I und Hildebrand ( $V = 43$ ) den mittleren Zielfehler

zu  $\pm 0,55''$  bestimmt. Dies entspricht der einmaligen Messung des parallaktischen Winkels mit einem mittleren Fehler von  $\pm 0,55 \sqrt{2} = 0,8''$ . In diesem Fehler ist aber zweifellos noch ein konstanter Instrumentenfehler, in der Hauptsache herrührend aus ungetilgten Teilungsfehlern, enthalten. Außerdem ist der Zielfehler aus Satzmessungen und Repetitionsmessungen, wie Klempau [7] nachgewiesen hat, nie in der Reinheit zu erhalten, wie er bei Verwendung eines Verschiebeapparates oder ähnlicher Behelfe bestimmt werden kann.

Natürlich kann man die Ergebnisse, die sich bei Untersuchungen an besonderen Modellen ergeben, nicht ohne weiteres auf die Triangulierungspraxis übertragen, wenn auch hier das Zielfehlergesetz in der Form  $m = \frac{c}{V+V_0}$  unter gewissen Voraussetzungen eine wesentliche Rolle spielen dürfte. Es ist dies insbesondere dann der Fall, wenn bei Zielungen auf trigonometrische Signale die Hauptbedingung „gleiche scheinbare Größe des Zielobjektes für alle Vergrößerungen und Entfernungen“ in ähnlicher Weise erfüllt ist, wie beim Zielen auf Parallelstreifen von kleiner scheinbarer Größe.

Um zu erfahren, welche Genauigkeit beim Anzielen von Signalen in gegebener Entfernung mit einem Fernrohr von bestimmter Vergrößerung möglich sei, hat Noetzli [3] S. 111 eine sehr große Anzahl von trigonometrischen Beobachtungen durchgeführt. Es war zu erwarten, daß der Anschluß dieses Beobachtungsmaterials an das Gesetz  $m = \frac{c}{V+V_0}$  besser ist als an die

$$\text{Beziehung } m = \frac{c}{\sqrt{V}}$$

Die von Noetzli [3] S. 114 aufgestellte Beziehung  $m = \frac{4''}{\sqrt{V}}$  bis  $\frac{3''}{\sqrt{V}}$  kann daher auf

Grund meiner Untersuchungen bei Zielungen auf trigonometrische Signale nicht mehr als den tatsächlichen Verhältnissen entsprechend aufrecht erhalten werden. Sie dürften für einen mittelmäßigen bis guten Beobachter bei normalen äußeren Verhältnissen zweckmäßig ersetzt werden durch die Beziehung:

$$m = \frac{25''}{\frac{1}{2}(V+V_0)} \text{ bis } \frac{15''}{\frac{1}{2}(V+V_0)}$$

Wie bereits erwähnt, ist  $V_0$  im allgemeinen die normale Vergrößerung der Fernrohre mit Okularauszug aus den letzten Jahrzehnten. Für diesen Fall wird statt  $m = \frac{25''}{\frac{1}{2}(V+V_0)}$  bis  $\frac{15''}{\frac{1}{2}(V+V_0)}$  erhalten:  $m = \frac{25''}{V}$  bis  $\frac{15''}{V}$ , was mit Stampfer [1]  $m = \frac{10''}{V}$  annähernd übereinstimmt.

#### Literatur-Verzeichnis.

1. S. Stampfer: Über die Genauigkeit des Visierens bei Winkelmessungen. Prechtl's Jahrbücher des k. k. polyt. Institutes in Wien. Band 18, Jahrgang 1834.
2. Dr. C. Reinhertz: Mitteilung einiger Beobachtungen über die Schätzungsgenauigkeit an Maßstäben, insbesondere an Nivellierskalen. — Nova Acta der Ksl. Leop.-Carol. Deutschen Akademie der Naturforscher, Band LXII, Nr. 2, Halle 1894.
3. Dr. ing. A. Noetzli: Untersuchungen über die Genauigkeit des Zielens mit Fernrohren. Zürich 1915.
4. Jordan-Eggert: Handbuch der Vermessungskunde. Zweiter Band. Erster Halbband.
5. Förster: Über die Beziehung zwischen der Vergrößerung der Mikroskope und der Genauigkeit der mikroskopischen Messungen. ZfV. 1880. S. 117.
6. Dr. ing. Peschel: Untersuchungen der mittelb. Streckenmessung mit Anwendung von Theodoliten und Tangenschraubeninstrumenten zur mikrometrischen Winkelmessung.
7. Dr. F. Klempau: Über die Beziehungen zwischen Winkel-, Nonien- und Zielgenauigkeit. Allgem. Verm.Nachr. 1923.

## Wirtschaftlichkeit bei Fortführungsmessungen.

Von Ö. b. Verm. Ing. Gerhard Kunde, Rüdersdorf.

Die Maßnahmen des totalen Kriegseinsatzes haben aus dem Kreis aller Schaffenden, namentlich in der Rüstungsindustrie, viele neue Vorschläge ausgelöst, um durch möglichst einfache Arbeitsweisen bei möglichst geringem Kräfteverbrauch möglichst hohe Leistungen zu erzielen.

Im Vermessungsfach sind Vereinfachungsbestrebungen zu allen Zeiten erkennbar gewesen. Einschneidende Einsparungen im Zeitverbrauch haben aber erst die Rechenmaschine, die Instrumente zur optischen Entfernungsmessung hoher Genauigkeit mit automatischer Reduktionseinrichtung, der Kraftwagen und die photographische Bildmessung (Luftbild) gebracht.

Während diese Erfindungen in allererster Linie bei der Anfertigung neuer Karten und der Aufschließung neuer Gebiete Anwendung fanden, konnten sie für die Zwecke der Fortführungsmessungen nur zum geringen Teil nutzbar gemacht werden.

Für diese sind noch heute soviel Arbeitsgänge und ein so hoher Zeitverbrauch erforderlich, daß es sich auch hier lohnen würde, alle möglichen Anstrengungen zu machen, um Vereinfachungen und Verbesserungen des Verfahrens bei den Fortführungsmessungen zu erzielen.

Betrachten wir z. B. die aufzuwendende Arbeit eines Öff. best. Vermessungsingenieurs bei der Erledigung eines Antrages zur Vornahme einer Teilung einfacher Art. Es sind erforderlich:

1. Eintragen des Antrages in das Geschäftsbuch und Anlegen eines Aktenstückes.
2. Schriftliche Bestätigung des Auftrages an den Auftraggeber.
3. Antrag auf Anfertigung der Messungsunterlagen beim Katasteramt oder deren eigene Beschaffung.
4. Hin- u. Rückfahrt zur Messungsstelle u. örtliche Vermessung für die Teilungsgenehmigung.
5. Anforderung des Fluchtlinienplanes vom Bürgermeister.
6. Anfertigung des Teilungsplanes in mehrfacher (fünf- bis achtfacher) Ausfertigung.
7. Zusendung des Teilungsplanes mit Anschreiben an den Eigentümer.
8. Bei Teilung bebauter Grundstücke Nachweis, daß bei den neuen Grundstücken die zulässige Bebauung eingehalten ist.
9. Für den Fall der Überschreitung Einholung der Dispensgenehmigung und Aufstellung der hierzu erforderlichen Berechnungen und Planunterlagen.
10. Zusendung des Teilungsplanes mit Anschreiben an die Genehmigungsbehörde.
11. Schriftwechsel über den Teilungsplan und dessen Abänderung.
12. Beschaffung der Messungsunterlagen für den Anschluß an das städt. Polygonpunktnetz.
13. Schriftwechsel betreffs Beschaffung der Grenzsteine mit Unterlagen und deren Anfuhr.
14. Vorladung der Eigentümer, des Käufers und der Grenznachbarn.
15. Hin- und Rückfahrt zur Messungsstelle zwecks Feststellung der alten Grenzen, Absteckung der neuen Grenzen, Vermarkung u. Aufmessung der Trennstücke u. des Gebäudebestandes.
16. Anfertigung einer Verhandlungsskizze und Grenzverhandlung.
17. Ggf. Vorladung zum neuen Grenztermin zur Beibringung fehlender Anerkennungen.
18. Nachtragsverhandlung.
19. Schreiben an das Grundbuchamt wegen Vereinigung von Flurstücken.
20. Schreiben an den Eigentümer, daß er Vereinigung der Flurstücke beantragt, die unter verschiedenen Nummern im Grundbuchamt nachgewiesen sind.
21. Ausarbeitung der Feldbücher.
22. Doppelte Flächenberechnung der Grundstücksfläche und deren Teile.
23. Kleinpunkt- und Kontrollrechnungen.
24. Eintragung der Messungsergebnisse in den Kartenauszug.
25. Anfertigungen von Handzeichnungen.
26. Zusendung einer Abschrift des Fortführungsrisses an das Stadtvermessungsamt und Antrag auf Aufstellung einer Bescheinigung über Benutzung des städtischen Polygonnetzes.
27. Zusendung der Fortführungsergebnisse an das Katasteramt zur Prüfung, Übernahme und Anfertigung der Auflassungsschriften.
28. Ggf. Erledigung der Anstände des Kasasteramtes.
29. Nach Erhalt der Auflassungspapiere deren Zusendung an den Auftraggeber.
30. Aufstellen der Kostenrechnung und Zusendung an den Auftraggeber.
31. Nach Erhalt des Rechnungsbetrages Abbuchung im Kassenbuch.
32. Ablegen der Messungssache in die Akten.
33. Abbuchung im Geschäftsbuch.

Zu dieser großen Fülle von Einzelarbeiten des Öff. best. Vermessungsingenieurs (bei andern Messungsdienststellen ist es ähnlich) kommen nun noch die Arbeitsvorgänge und der Zeitaufwand hinzu, die durch die einzelnen Anträge, Anfragen, Prüfungen, Genehmigungsverfahren, Übernahme und Fortführungsarbeiten bei dem Katasteramt, Grundbuchamt, Landrat, Bürgermeister, Polizei u. a. entstehen.

Die Zeit erfordert, daß dieser hohe Kraftaufwand für einen relativ kleinen Erfolg auf das kleinste Maß zurückgeführt wird. Hierzu werden radikale Änderungen der Formvorschriften und Übertragung größerer Rechtsbefugnisse auf die Öff. best. Vermessungsingenieure

oder die mit Fortführungsmessungen beauftragten Dienststellenleiter nicht zu umgehen sein. Schon die Vermeidung von Doppelarbeit innerhalb des Werkes bringt hohen Zeitgewinn.

Nach der obigen Aufstellung muß das zu teilende Grundstück nicht weniger als sechsmal zeichnerisch dargestellt werden, nämlich bei der Anfertigung folgender Risse und Pläne:

- |                 |                    |                            |
|-----------------|--------------------|----------------------------|
| 1. Handriß      | 3. Fortführungsriß | 5. Grenzverhandlungsskizze |
| 2. Teilungsplan | 4. Kartenauszug    | 6. Handzeichnung           |

Hier wäre eine Vereinfachung ohne weiteres möglich, wenn man dazu überginge, einen maßstäblichen Dauerhandriß anzufertigen und diesen in Form einer oder mehrerer Transparentpausen an die ausführende Messungsdienststelle abzugeben. So könnten entsprechend ausgearbeitete Pausen als Teilungsentwurf, Fortführungsriß, Ergänzungskarte, Grenzverhandlungsskizze und Handzeichnung Verwendung finden und die sechsmalige verschiedene Darstellung auf nur eine reduziert werden.

Da für den Grenzanerkennungsvertrag eine besondere Form durch das Gesetz nicht vorgeschrieben ist, kann bei der Grenzverhandlung eine Zeitersparnis dadurch erreicht werden, daß die für das Reichskataster vorgesehenen Vereinfachungsvorschriften von den Katasterbehörden auch wirklich anerkannt und nicht übertriebene Anforderungen an den Inhalt der Grenzverhandlung besonders bei der Grenzbeschreibung gestellt werden.

Zur Entlastung der Genehmigungsbehörde und zur Abkürzung des Verfahrens zur Genehmigung einer einfachen Grundstücksteilung müßte die Teilungsgenehmigung auf bestimmte Fälle beschränkt werden, wo Teilungen verhindert werden sollen.

Die Verleihung der Befugnis, an die Öff. best. Vermessungsingenieure und andere Messungsdienststellen, Anträge auf Flurstücksvereinigungen rechtskräftig aufzunehmen, bei Grenzstreitigkeiten nach Anhörung der Parteien und gewissenhafter Abwägung der Unterlagen die Grenzen ohne Mitwirkung des Amtsgerichtes rechtskräftig festzulegen, die notwendigen Vermarkungen vorzunehmen und schließlich fremde Grundstücke auch ohne Einwilligung des Eigentümers zu betreten, könnten weitere Arbeits- und Zeiteinsparung und eine nicht unerhebliche Entlastung der Gerichtsbehörde zur Folge haben. (Hier fehlen das längst notwendig gewordene Vermarkungsgesetz oder entsprechende Bestimmungen.)

Hoher Zeitaufwand und großer Kräfteverbrauch bei oft — zumindestens im Verhältnis zur Leistung — nur geringem Erfolg, wird bei dem Dienstverkehr mit den Katasterämtern benötigt. Jede eingereichte Messungssache wird einer sehr genauen Prüfung unterzogen. Durch die Möglichkeit, die Anweisungen mehrdeutig auszulegen, entsteht dann häufig eine Fülle von Gedankengängen. Die Aufzeichnungen der so aufgedeckten formellen Mängel und die nach zeitraubender Nacharbeit erteilten Entgegnungen füllen nicht selten mehrere Aktenseiten. Die hierbei auftretenden Schwierigkeiten und Mißlichkeiten, daß Mißverhältnis zwischen aufgewandter Zeit und dem daraus entspringenden Nutzen, sind allen Berufskameraden hinreichend bekannt, so daß auf Einzelheiten hier nicht näher eingegangen zu werden braucht.

Hier gebe man dem Öff. best. Vermessungsingenieur und dem zum höheren vermessungstechnischen Verwaltungsdienst befähigten Leiter einer Messungsdienststelle dasselbe Recht, das den Leitern der Katasterämter und der Vermessungsabteilungen der Landeskulturbehörde schon seit langem zusteht, nämlich das sogenannte „Recht der grünen Tinte“.

Mit der Richtigkeitsbescheinigung für eine nach bestem Wissen und Gewissen ausgeführte Messung müßten die eingereichten Messungsergebnisse ohne weitere Prüfung unter voller Verantwortung der einreichenden Stelle ins Kataster übernommen werden können.

Diese kurzen Andeutungen mögen genügen. Wie bei der Ausführung im einzelnen zu verfahren sein wird, soll hier nicht näher erörtert werden.

Die Vorschläge erheben keineswegs den Anspruch auf Vollständigkeit und lassen sich besonders im Hinblick auf die dem Vermessungswesen bevorstehenden großen Aufgaben beliebig erweitern.

Zwar werden bei der Durchführung dieser Maßnahmen Verantwortungen verlagert und den örtlichen Stellen ein neuer, höherer Pflichtenkreis auferlegt, aber daß dadurch auch noch die Vermessungskosten möglichst niedrig gestaltet werden können, ist ein weiterer nicht zu übersehender Faktor.

Mögen diese Zeilen allen Berufenen Anregung geben, sich erneut mit dem Gedanken notwendiger Reformen zu befassen, um mit geringen Mitteln Höchstleistungen auch bei den Fortführungsmessungen zu vollbringen.

## Ein Vordruck im Hochformat für Winkelmessung

Von Dipl.-Ing. Heinz Wittke, Vermessungsrat, z. Z. im Wehrdienst.

Der Vordruck A 2 „Winkelmessung“ hat Hochformat sowie Neuteilung und gilt für Instrumente mit optischer Zeigermittlung oder Einzeigerablesung. Er ist einseitig, raumsparend, wetterfest, lichtpausfähig und für das Gegenschreibverfahren mittels Kohlepapier geeignet.

In ihm können Satzbeobachtungen ohne und mit Teilkreisverstellung, Repetitionswinkel-messungen, Höhenwinkel-messungen sowie Gesamtmittelbildungen unvollständiger Strahlen-sätze vorgenommen werden. Die Spalte „Bemerkungen“ kann u. a. zu mittleren Fehler-berechnungen benutzt werden.

Wegen Raummangels beim Hochformat empfiehlt es sich, die beobachteten Punkte nicht mit Namen voll auszuschreiben, sondern durch Nummern oder Buchstaben zu bezeichnen. Kleinere Zeichnungen, Lageskizzen, Einmessungen u. a. kommen in die Spalte 8 „Bemerkun-gen“, größere Zeichnungen in sämtliche Spalten im Anschluß an die Satzbeobachtungen.

### I. Satzbeobachtungen ohne Teilkreisverstellung.

Der Fall von Satzbeobachtungen ohne Teilkreisverstellung wird an Hand eines im Form-blatt angegebenen Beispiels mit zwei Sätzen erläutert. Die Spalten 1 bis 4 dienen für die Aufnahme; die notwendigen Aufschreibungen gehen ohne weiteres aus dem Formularekopf hervor. Die Spalten 5 bis 7 sind für die Ausrechnung bestimmt. In Spalte 5 kommt das Mittel aus den Spalten 3 und 4. Spalte 6 enthält das reduzierte Mittel, das durch Abzug des An-fangstrahls von allen folgenden Strahlen des jeweils vorliegenden Satzes entsteht. Spalte 7 dient zur Aufnahme des Gesamtmittels. Spalte 8 kann für Lageskizzen oder Fehlerberechnungen benutzt werden.

Als Rechenprobe werden die Spalten 3 bis 7 satzweise in den Minuten und Sekunden auf-addiert. Das arithmetische Mittel der Spaltensummen 3 und 4 muß dann gleich der Spalten-summe 5 sein. Wird zur Spaltensumme 6 der  $s$ -fache Anfangsstrahl der Spalte 5, der ja bei der Bildung der reduzierten Mittel  $s$ -mal abgezogen wird, wieder hinzugefügt, so muß das Ergebnis gleich der Spaltensumme 5 sein, wobei  $s$  die Anzahl der Strahlen bedeutet.

Beim Zahlenbeispiel ist im zweiten Satz der Strahl nach dem Zentrum nicht mitbeobachtet. Daher ist bei der Spaltensumme 6 im zweiten Satz der zum Zentrumsstrahl gehörige Wert  $20^{\circ} 00''$  vom ersten Satz nochmals übernommen und zur Spaltensumme 6 hinzugefügt. Das Mittel der Spaltensummen 6 vom ersten und zweiten Satz muß dann mit der Spaltensumme 7 übereinstimmen.

Geübte Rechner addieren die Spalten 3 bis 5 und entsprechend auch die Spalten 6 und 7 nicht satzweise, sondern seitenweise auf.

Bestehen Zweifel, ob mit dem benutzten Instrument bzw. der Anzahl der gemessenen Sätze die erforderliche Genauigkeit erzielt wird, so kann in Spalte 8 eine Fehleruntersuchung nach Ziffer 62 der Pr. Ergänzungsbestimmungen durchgeführt werden. In unserem Beispiel ist

$$[v\sigma] = 242 - \frac{98}{4} = 217,5$$

$$m = \sqrt{\frac{217,5}{3}} = 8,5^{\text{cc}}$$

$$M = \frac{8,5}{1,4} = 6,0^{\text{cc}}$$

### II. Satzbeobachtungen mit Teilkreisverstellung.

Satzbeobachtungen, bei denen der Teilkreis zur Vermeidung grober Ablesefehler zwischen der ersten und zweiten Fernrohr-lage verstellt wird, kommen hauptsächlich bei Polygon-winkel-messungen vor.

An einem Zahlenbeispiel von zwei Polygonpunkten sind die Aufschreibungen im ein-zelnen erläutert. In den Spalten 1 bis 4 bleibt alles dasselbe wie im vorigen Abschnitt „Satz-beobachtungen ohne Teilkreisverstellung“. Jedoch empfiehlt es sich, auf jedem Standpunkt den Teilkreis in der ersten Fernrohr-lage genähert auf Null zu stellen.

In die Spalten 5 und 6 kommen die reduzierten Strahlen der Fernrohr-lage I bzw. II und in die Spalte 7 das Mittel aus den Spalten 5 und 6. Werden in Ausnahmefällen auf jedem Standpunkt mehrere Sätze beobachtet, so kommt noch in Spalte 8 das Gesamtmittel. Es ist jedoch bei mehreren Sätzen vorzuziehen, Satzbeobachtungen ohne Teilkreisverstellung zwischen der ersten und zweiten Fernrohr-lage vorzunehmen, wie dies im vorhergehenden Abschnitt beschrieben ist.

# A2. Dreiecks- und Polygon - Winkelmessung

Für Gegenschreibverfahren mittels Kohlepapier

Seite .....

Aktz.: T2 Instr.: Zeiss II Th44350 Ort: Watenstedt-Salzgitter

Stand	Ziel	I. Lage			II. Lage			Mittel aus I u. II oder I. Lage reduziert			Reduziert. Mittel oder II. Lage reduziert			Gesamtmittel oder reduziert. Mittel			Bemerkungen oder Gesamtmittel			
		g	c	cc	g	c	cc	g	c	cc	g	c	cc	g	c	cc	g	c	cc	
1	2	3			4			5			6			7			8			
<b>I. Triangulation Satzbeobachtungen ohne Teilkreisverstellung.</b>																				
1. Satz.																				
N Exz.	A	0 20 10	200 20 30	0 20 20	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	d dd [d] <sup>2</sup>
	B	106 04 62	306 04 82	106 04 72	105 84 52	105 84 46	105 84 46	105 84 46	105 84 46	105 84 46	105 84 46	105 84 46	105 84 46	105 84 46	105 84 46	105 84 46	105 84 46	105 84 46	105 84 46	-6 36
	C(NZ)	192 25 95	392 26 07	192 26 01	192 05 81	192 05 88	192 05 88	192 05 88	192 05 88	192 05 88	192 05 88	192 05 88	192 05 88	192 05 88	192 05 88	192 05 88	192 05 88	192 05 88	192 05 88	+7 49
	D	283 98 00	83 98 14	283 98 07	283 77 87	283 77 93	283 77 93	283 77 93	283 77 93	283 77 93	283 77 93	283 77 93	283 77 93	283 77 93	283 77 93	283 77 93	283 77 93	283 77 93	283 77 93	+6 36
	Zentrum	340 40 10	140 40 30	340 40 20	340 20 00	340 20 00	340 20 00	340 20 00	340 20 00	340 20 00	340 20 00	340 20 00	340 20 00	340 20 00	340 20 00	340 20 00	340 20 00	340 20 00	340 20 00	+7 49
		88 77	89 63	89 20	88 20	88 27	88 27	88 27	88 27	88 27	88 27	88 27	88 27	88 27	88 27	88 27	88 27	88 27	88 27	88 27
2. Satz.																				
N Exz.	A	102 25 20	302 25 40	102 25 30	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00
	B	208 09 60	8 09 80	208 09 70	105 84 40	105 84 40	105 84 40	105 84 40	105 84 40	105 84 40	105 84 40	105 84 40	105 84 40	105 84 40	105 84 40	105 84 40	105 84 40	105 84 40	105 84 40	+6 36
	C(NZ)	294 31 20	94 31 30	294 31 25	192 05 95	192 05 95	192 05 95	192 05 95	192 05 95	192 05 95	192 05 95	192 05 95	192 05 95	192 05 95	192 05 95	192 05 95	192 05 95	192 05 95	192 05 95	-7 49
	D	386 03 20	186 03 38	386 03 29	283 77 99	283 77 99	283 77 99	283 77 99	283 77 99	283 77 99	283 77 99	283 77 99	283 77 99	283 77 99	283 77 99	283 77 99	283 77 99	283 77 99	283 77 99	-6 36
		69 20	69 88	69 54	68 34	68 34	68 34	68 34	68 34	68 34	68 34	68 34	68 34	68 34	68 34	68 34	68 34	68 34	68 34	-7 242 49
II. Polygonierung. Satzbeobachtungen mit Teilkreisverstellung.																				
2	1	0 15 20	92 10 10	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00
	3	193 65 40	285 60 10	193 50 20	193 50 00	193 50 10	193 50 10	193 50 10	193 50 10	193 50 10	193 50 10	193 50 10	193 50 10	193 50 10	193 50 10	193 50 10	193 50 10	193 50 10	193 50 10	193 50 10
3	2	0 25 20	104 05 15	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00	0 00 00
	4	195 75 40	299 55 15	195 50 20	195 50 00	195 50 10	195 50 10	195 50 10	195 50 10	195 50 10	195 50 10	195 50 10	195 50 10	195 50 10	195 50 10	195 50 10	195 50 10	195 50 10	195 50 10	195 50 10
		81 20	30 50	00 40	00 00	00 20	00 20	00 20	00 20	00 20	00 20	00 20	00 20	00 20	00 20	00 20	00 20	00 20	00 20	00 20
III. Zenitdistanzen.																				
C	N	99 20 00	300 79 80	99 20 10	99 20 10	99 20 10	99 20 10	99 20 10	99 20 10	99 20 10	99 20 10	99 20 10	99 20 10	99 20 10	99 20 10	99 20 10	99 20 10	99 20 10	99 20 10	99 20 10
<i>l = 1,40 t = 2,90</i>	N	99 19 80	300 80 00	99 19 90	99 19 90	99 19 90	99 19 90	99 19 90	99 19 90	99 19 90	99 19 90	99 19 90	99 19 90	99 19 90	99 19 90	99 19 90	99 19 90	99 19 90	99 19 90	99 19 90
	N	100 70 00	299 29 90	100 70 05	100 70 05	100 70 05	100 70 05	100 70 05	100 70 05	100 70 05	100 70 05	100 70 05	100 70 05	100 70 05	100 70 05	100 70 05	100 70 05	100 70 05	100 70 05	100 70 05
<i>l = 1,50 t = 3,40</i>	C	100 69 90	299 30 00	100 69 95	100 69 95	100 69 95	100 69 95	100 69 95	100 69 95	100 69 95	100 69 95	100 69 95	100 69 95	100 69 95	100 69 95	100 69 95	100 69 95	100 69 95	100 69 95	100 69 95
		399 80 00	1200 20 00	1600 00 00	399 80 00	199 90 00	199 90 00	199 90 00	199 90 00	199 90 00	199 90 00	199 90 00	199 90 00	199 90 00	199 90 00	199 90 00	199 90 00	199 90 00	199 90 00	199 90 00
			1600 00 00																	

Zeit: 4. Januar 1943      Schreiber: Meier      Beobachter: Müller

Als Rechenprobe werden sämtliche Spalten satzweise in den Minuten und Sekunden addiert. Ist  $s$  die Anzahl der Strahlen, so muß sein: Spaltensumme 3 gleich Spaltensumme 5 plus  $s$ -facher Anfangsstrahl von Spalte 3. Spaltensumme 4 gleich Spaltensumme 6 plus  $s$ -facher Anfangsstrahl von Spalte 4. Spaltensumme 7 gleich Mittel aus den Spaltensummen 5 und 6.

Ist in Ausnahmefällen in Spalte 8 das Gesamtmittel gebildet, so muß standpunktweise die Spaltensumme 8 mit dem arithmetischen Mittel der einzelnen Satzsummen der Spalte 7 übereinstimmen.

Geübte Rechner addieren das Formblatt seitenweise auf.

### III. Repetitions winkelmessung.

Bei der großen inneren Genauigkeit moderner Theodolite hat die Repetitions winkelmessung für die Praxis kaum noch Bedeutung. Auf ein Zahlenbeispiel ist daher verzichtet.

Nach einigen Abänderungen im Kopf kann jedoch das Formblatt A 2 „Winkelmessung“ auch hierfür benutzt werden. In die Spalten 3 und 4 kommen die  $n$ -fachen Winkel ( $n$  = Repeaterzahl), in die Spalten 5 und 6 die reduzierten  $n$ -fachen Winkel, in die Spalten 7 das Mittel aus den Spalten 5 und 6 und in die Spalte 8 der einfache Winkel.

Die Probe gleicht in den Spalten 1 bis 7 derjenigen des vorhergehenden Abschnitts „Satzbeobachtungen mit Teilkreisverstellung“. Die Spaltensumme 8, multipliziert mit der Repeaterzahl  $n$ , muß mit geringen Abrundungsabweichungen mit der Spaltensumme 7 übereinstimmen.

Auch hier können die Proben seitenweise ausgeführt werden.

### IV. Höhen winkelmessung.

Die bekannteste Art der Höhen winkelmessung ist wohl die Messung von Zenitdistanzen, die auch im Formblatt durch ein Zahlenbeispiel erläutert ist. Andere Arten der Höhen winkelmessung werden ohne Schwierigkeit ähnlich behandelt.

Die Ausfüllung der Spalten 1 bis 4 entspricht dem Formlarkopf. In Spalte 1 kommen zusätzlich die Instrumentenhöhe  $i$  sowie die auf den Standpunkt (nicht Zielpunkt) bezogene Tafelhöhe (Signalhöhe)  $t$ .

In die Spalte 5 kommen die Zeilensummen aus den Spalten 3 und 4. Ferner wird darin die doppelte Indexverbesserung gebildet, die wiederum auf die Spalten 3 und 4 verteilt wird. Spalte 6 nimmt die mit der Indexverbesserung versehenen Höhenwinkel der Spalte 3 auf, und Spalte 7 enthält die gemittelten Zenitdistanzen der Spalte 6.

Als Rechenprobe werden die Spalten 3 bis 7 aufaddiert. Es ist dann: Spaltensumme 3 plus Spaltensumme 4 gleich Spaltensumme 5. Spaltensumme 6 gleich Spaltensumme 1. Spaltensumme 6, dividiert durch die Wiederholungszahl  $n$  der Winkelmessung je Ziel, gleich Spaltensumme 7. In unserem Beispiel ist  $n = 2$ , da jedes Höhenziel zweimal angezielt ist.

Gesamtmittelbildung unvollständiger Strahlensätze.

Der Vordruck A 2 „Winkelmessung“ eignet sich auch zur Gesamtmittelbildung unvollständiger Strahlensätze, wie dies in ähnlicher Weise im Trig. Formular 2 der Preußischen Katasteranweisung IX vorgenommen wird. Wegen der Seltenheit unvollständiger Strahlensätze wird auf ein Beispiel verzichtet und auf die einschlägige Literatur verwiesen.

## Bücherschau.

**Praxis der magnetischen Messungen.** Von Professor Dr. R. Bock. Mit 18 Figuren und 37 Tabellen. Berlin-Zehlendorf. Verlag von Gebrüder Borntraeger. 1942. VIII + 138 S. Kart. RM. 9.60.

In Anbetracht der Wichtigkeit der Bussolenmessungen in der Tachymetrie und Topographie möge auch an dieser Stelle auf das vorliegende kleine Werk hingewiesen werden, das einen ausgezeichneten Einblick in die magnetischen Messungen bietet. Es interessiert hier naturgemäß in erster Linie das, was über die Bestimmung der magnetischen Deklination gesagt wird. Man wird aber auch

gern die weiteren Abschnitte studieren, in denen u. a. Allgemeines über Magnete für die Praxis, über die Bestimmung der Horizontalintensität aus Ablenkungen und Schwingungen, die Bestimmung der Inklination und vor allem über die Registrierung der magnetischen Elemente behandelt werden. Die Durchführung aller dieser Aufgaben ist recht eingehend dargestellt, so daß hier ein wertvolles Taschenbuch für die Praxis der magnetischen Landesvermessungen vorliegt. Bei der großen Bedeutung dieser Vermessungen für die Aufgaben der Geodäsie wird auch der Vermessungsingenieur von diesem weiteren Kapitel Nutzen ziehen können.

Eggert.

**Spalten auf Island.** Geologische, geodätische und geophysikalische Forschungsarbeiten der Deutschen Island-Expedition des Jahres 1938. Herausgegeben von Dr. phil. Oskar Niemczyk, ordentl. Professor für Markscheidewesen und Bergschadenkunde an der Technischen Hochschule Berlin. Unter Mitwirkung von b. a. o. Prof. Dr. phil. E. Ansel, Univ. Freiburg/Br., b. a. o. Prof. Dr. phil. E. Bernauer, Techn. Hochsch. Berlin, Doz. Dr.-Ing. habil. E. Emshermann, Techn. Hochsch. Berlin, und Dr.-Ing. A. Schleusener, Seismos G.m.b.H., Hannover. Mit 4 zeichn. Tafeln im Anhang und 98 Abbildungen im Text. Stuttgart, Verlag von Konrad Wittwer, 1943. VI + 180 S. Geb. RM. 16.50.

In den Monaten Juni bis September 1938 weilte in Island unter Leitung von Prof. Niemczyk eine aus den oben genannten Mitarbeitern bestehende Arbeitsgemeinschaft, deren Aufgabe darin bestand, die dort vorhandenen ausgedehnten Spaltenzüge zu studieren. Für die hiermit verbundenen vulkanologischen Probleme spielen auch geodätische Feinmessungen eine wichtige Rolle, die bei späteren Wiederholungen Aufschlüsse über wagrechte und lotrechte Massenverschiebungen geben können. Um zugleich Anhaltspunkte für den Aufbau des Untergrundes zu gewinnen, wurden auch Schweremessungen in das Arbeitsprogramm aufgenommen.

Das vorliegende Werk enthält einen ausführlichen Bericht über die Arbeiten der Expedition, aus dem uns in erster Linie die Ausführungen über die geodätischen Messungen interessieren.

Im ersten Teil dieser Ausführungen finden wir die Beschreibung der Basismessungen, die mittels einer 3-m-Basislatte von Zeiß durch Messen der parallaktischen Winkel erfolgte, wobei für die Winkelmessung der Theodolit Zeiß II mit Zwangszentrierung benutzt wurde. Die Länge der Basislatte wurde zunächst auf 60 m erweitert, worauf auf die Basislänge von 1200 m übergegangen wurde. Es ergab sich hierbei für eine Länge von 1 km die Genauigkeit von rund 1:35000. Nach diesem Verfahren wurden vier Grundlinien gemessen.

Für zwei weitere Grundlinien wurde ein neues Verfahren angewendet, bei dem zwei zu einander senkrecht liegende Linien gemessen werden. Der Standpunkt der Basislatte bleibt hierbei unverändert, sie wird nur um 90° gedreht. In der auf diese Weise entstehenden nahezu quadratischen Figur werden die Winkel zwischen den Seiten und den Diagonalen gemessen, so daß das ganze Netz einer Ausgleichung unterzogen werden kann. Für eine in allen Einzelheiten wiedergegebenen Messung wird gezeigt, daß die vier halben Grundlinien, also die Abstände der vier Eckpunkte von der Lattenmitte, bei der unmittelbaren Messung eine Genauigkeit von 1:40000 erhalten. Dagegen ergeben sich aus der Ausgleichung die beiden Grundlinien, also die Diagonalen des Vierecks, mit einer Genauigkeit von 1:71000; es wird demnach durch die Vierecksmessung eine erhebliche Steigerung der Genauigkeit erzielt.

Das Triangulierungsgebiet wurde innerhalb der Spal-

tenzone derartig gewählt, daß das Sonderdreiecksnetz an das Netz I. Ordnung des dänischen Generalstaats angeschlossen werden konnte. Das Netz hat in westöstlicher Richtung eine Ausdehnung von 120 km bei einer Breite von etwa 25 km und besteht aus 9 Punkten I., 27 Punkten II., 7 Punkten III. und 37 Punkten IV. O. Hierzu kommen noch einige Profile mit Punktabständen von 3 bis 4 km, so daß insgesamt rund 100 Punkte bestimmt sind.

Nach der Ausgleichung des Netzes I. O. wurde die dänische Basismessung vom Jahre 1900 der Berechnung der Dreiecksseiten zugrunde gelegt. Die Ergebnisse der Kleinbasismessungen bestätigten die unverändert gebliebene dänische Basis.

Für die Koordinatenberechnung wurde die bereits vom dänischen Generalstab eingeführte konforme Kegelprojektion angewendet.

Die Höhenbestimmung der Punkte erfolgte auf trigonometrischem Wege.

Es wird noch hinzugefügt, daß die verwendeten Zeiß-Instrumente und Geräte sich hervorragend bewährt haben. Die Richtungsmessungen erfolgten in den vier Ordnungen des Netzes in 9 Sätzen, 6 Sätzen, 4 Sätzen und 3 Sätzen, womit sich nach der Ausgleichung ein mittlerer Richtungsfehler von  $\pm 1,01''$ ,  $\pm 1,74''$ ,  $\pm 2,1''$  und  $\pm 2,6''$  ergab.

Wenngleich auf einzelnen Punkten des Hauptdreiecksnetzes Richtungen gemessen sind, die mit früheren dänischen Messungen identisch sind, so ist dieses Material doch zu dürftig, um hieraus Schlüsse auf Punktverschiebungen ziehen zu können. Solche Untersuchungen müssen späteren Wiederholungsmessungen vorbehalten bleiben.

Von geodätischem Interesse sind auch die Schweremessungen, durch die der Verlauf der Schwerkraft innerhalb des Arbeitsgebiets bestimmt werden soll. Die Messungen auf 8 Hauptstationen wurden von Prof. Ansel mittels eines Vierpendelapparats mit zweimal vier Nickelstahlpendeln ausgeführt. Zur weiteren Verdichtung der Schwerestationen dient das Thyssen-Gravimeter, dessen Einrichtung und Gebrauch eingehend beschrieben wird. Aus der Gesamtheit aller Gravimetermessungen, die von Dr. Schleusener auf 40 Stationen ausgeführt wurden, ergab sich als mittlerer Fehler einer Messung der Wert  $\pm 0,29$  mgal.

Es folgt dann eine Diskussion der durch die Freiluftreduktion bzw. durch die Bouguersche Reduktion erhaltenen Schwerstörungen gegenüber der internationalen Schwereformel vom Jahre 1930 und schließlich werden Vorschläge für die Ausgestaltung der Schweremessungen auf einer späteren Expedition gemacht.

Wie der Herausgeber im Vorwort des Werkes sagt, ist es wohl das erste Mal, daß geologische, geodätische und geophysikalische Wissenschaftler sich zur Erforschung eines jungvulkanischen Gebiets in gemeinsamer Arbeit zusammengeschlossen haben. Es sind trotz der schwierigen Verhältnisse sehr bedeutsame Ergebnisse erzielt worden, und es ist nur zu wünschen, daß die Aufnahmen in absehbarer Zeit wiederholt werden, um dann eine endgültige Klärung der vorliegenden Fragen herbeiführen zu können.

Eggert.

## Mitteilungen des DVW.

Vermessungsrat Tillmann, bis 1938 Leiter des Katasteramtes Essen II, ist im Juni 1943 plötzlich seinem Herzleiden erlegen, nachdem er kurz vorher durch Bombenterror Heim und Habe verloren hatte. Sein Name hatte Geltung im Beruf und in der Wirtschaft. Uneigennützig half er stets im Kampf um die rechte Würdigung des Vermessungswesens durch seine reichen Beziehungen zu maßgeblichen Kreisen. Er war einer der rührigsten alten Mitstreiter für die Förderung der Berufsgeltung. T.

## Berichtigung.

In Heft 8 muß es im Artikel Tichy: „Zur Teilung von trapezförmigen Grundstücken“ heißen:

auf S. 163 d. Z. 14. Zeile von unten:  $a_2$  statt  $a''_2$ ,

auf S. 163 d. Z. 13. Zeile von unten:  $a''_1$  statt  $a'_1$ ,

auf S. 163 d. Z. 2. Zeile von unten:  $x - b_0 =$  statt  $x - b -$

auf S. 164 d. Z. 4. Zeile v. u.:  $\sqrt{\frac{b_1^2 + b_2^2}{2}}$  statt  $\sqrt{\frac{b_1^2 + 3b_2^2}{4}}$