

# ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

Organ des Deutschen Geometersvereins.

Herausgegeben von

**Dr. C. Reinhardt,**

und

**C. Steppes,**

Professor in Hannover

Obersteuerrath in München.

\*

1900.

Heft 23.

Band XXIX.

→ 1. December. ←

Der Abdruck von Original-Artikeln ohne vorher eingeholte Erlaubniss der Schriftleitung ist untersagt.

## Graphische Ausgleichung beim Rückwärtseinschneiden

von C. Runge.

In einem früheren Aufsatz\*) habe ich gezeigt, dass die Aufgaben des Rückwärts- und des Vorwärtseinschneidens durch die Transformation nach reciproken Radien ineinander übergehen dergestalt, dass man mit Hülfe dieser Transformation einen Punkt rückwärts einschneiden kann nach dem Rechnungsschema für das Vorwärtseinschneiden und vorwärts einschneiden kann nach dem Rechnungsschema für das Rückwärtseinschneiden. Diese Bemerkungen waren nun wohl unmittelbar von geringer praktischer Bedeutung; allein es ergeben sich daraus einige Folgerungen, die vielleicht von Nutzen sein können.

Ich möchte in dem folgenden Aufsatz die Transformation nach reciproken Radien auf die Ausgleichungen beim Rückwärtseinschneiden anwenden.

Es seien von einem Punkte  $P$  aus eine Anzahl bekannter Punkte  $A, B, C, D, \dots$  angezielt. Man habe aus dreien dieser Richtungsmessungen oder auf einem anderen Wege zunächst Näherungswerthe für die Coordinaten von  $P$  gefunden. Mit diesen Näherungswerthen, die mit  $x, y$  bezeichnet werden mögen, berechnet man die Näherungswerthe  $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c, \dots$  für die Richtungswinkel  $(PA), (PB), (PC), \dots$ ; dann ist

$$\varphi_a = \operatorname{arctg} \frac{y_a - y}{x_a - x}, \quad \varphi_b = \operatorname{arctg} \frac{y_b - y}{x_b - x}, \dots$$

Ändert man  $x$  und  $y$  um  $dx$  und  $dy$ , so erhält man statt  $\varphi_a, \varphi_b, \dots$  die Werthe

$$\varphi_a + \frac{y_a - y}{s_a^2} dx - \frac{x_a - x}{s_a^2} dy, \quad \varphi_b + \frac{y_b - y}{s_b^2} dx - \frac{x_b - x}{s_b^2} dy, \dots$$

wo  $s_a, s_b, \dots$  die Entfernungen  $PA, PB, \dots$  bedeuten sollen.

\*) Zeitschrift für Vermessungswesen. Bd. 28. 313.

Durch passende Wahl der Unbekannten  $dx$ ,  $dy$  und einer dritten Unbekannten  $u$  sucht man nun die Ausdrücke

$$u + \varphi_a + \frac{y_a - y}{s_a^2} dx - \frac{x_a - x}{s_a^2} dy,$$

$$u + \varphi_b + \frac{y_b - y}{s_b^2} dx - \frac{x_b - x}{s_b^2} dy,$$

etc.,

möglichst gut mit den gemessenen Richtungen zur Uebereinstimmung zu bringen.

Sind  $\alpha_a, \alpha_b, \alpha_c, \dots$  die gemessenen Richtungen, und setzt man

$$u + \frac{y_a - y}{s_a^2} dx - \frac{x_a - x}{s_a^2} dy + \varphi_a - \alpha_a = v_a$$

$$u + \frac{y_b - y}{s_b^2} dx - \frac{x_b - x}{s_b^2} dy + \varphi_b - \alpha_b = v_b$$

etc.,

so sind  $v_a, v_b, \dots$  die sogenannten Fehler, deren Quadratsumme durch geeignete Wahl der Unbekannten  $u, dx, dy$ , so klein wie möglich gemacht werden muss.

Wir denken uns nun um den Punkt  $P$  einen Kreis mit dem Radius  $m$  geschlagen, und in Bezug auf diesen Kreis denken wir uns die Punkte  $A, B, C, \dots$  nach reciproken Radien transformirt in die Punkte  $A', B', C', \dots$ . Die Coordinaten dieser Punkte mögen mit  $x'_a y'_a, x'_b y'_b, \dots$  bezeichnet werden. Dann ist

$$\frac{x_a - x}{s_a^2} = \frac{x'_a - x}{m^2}, \quad \frac{y_a - y}{s_a^2} = \frac{y'_a - y}{m^2}$$

$$\frac{x_b - x}{s_b^2} = \frac{x'_b - x}{m^2}, \quad \frac{y_b - y}{s_b^2} = \frac{y'_b - y}{m^2}.$$

etc.

Folglich können die Fehlergleichungen auf die Form gebracht werden:

$$u + \frac{y'_a - y}{m^2} dx - \frac{x'_a - x}{m^2} dy + \varphi_a - \alpha_a = v_a$$

$$u + \frac{y'_b - y}{m^2} dx - \frac{x'_b - x}{m^2} dy + \varphi_b - \alpha_b = v_b$$

etc.

Die erste der drei Normalgleichungen, aus denen die Unbekannten  $u, dx, dy$  bestimmt werden, hat die Form

$$[v] = 0$$

oder

$$n u + \frac{[y'] - n y}{m^2} dx - \frac{[x'] - n x}{m^2} dy + [\varphi - \alpha] = 0.$$

Nun sind die Coordinaten des Schwerpunktes der Punkte  $A', B', C', \dots$  gleich

$$\frac{[x']}{n}, \quad \frac{[y']}{n}$$

Bezeichnen wir den Schwerpunkt mit  $S$  und seine Coordinaten mit  $x_s, y_s$ , so geht nach Division mit  $n$  die Gleichung über in

$$u + \frac{y_s - y}{m^2} dx - \frac{x_s - x}{m^2} dy + \frac{[\varphi - \alpha]}{n} = 0$$

Diese Gleichung benutzen wir um aus den Ausdrücken für die Fehler  $v_a, v_b, v_c, \dots$  die Unbekannte  $u$  zu eliminiren. Die Fehlergleichungen nehmen dann die Form an:

$$\frac{y'_a - y_s}{m^2} dx - \frac{x'_a - x_s}{m^2} dy + l_a = v_a$$

$$\frac{y'_b - y_s}{m^2} dx - \frac{x'_b - x_s}{m^2} dy + l_b = v_b,$$

etc.

wo der Kürze halber  $l_a, l_b, \dots$  geschrieben ist für

$$\varphi_a - \alpha_a - \frac{1}{n} [\varphi - \alpha], \varphi_b - \alpha_b - \frac{1}{n} [\varphi - \alpha], \dots$$

Wir setzen nun

$$dx = e \cos \varphi, \quad dy = e \sin \varphi$$

und

$$x'_a - x_s = S A' \cos (S A'), \quad y'_a - y_s = S A' \sin (S A')$$

$$x'_b - x_s = S B' \cos (S B'), \quad y'_b - y_s = S B' \sin (S B').$$

etc.

Dann bedeutet  $e$  die Entfernung, um welche der in erster Näherung gefundene Punkt  $P$  verschoben werden soll und  $\varphi$  die Richtung in der er verschoben werden soll.

Für die Fehlergleichungen erhalten wir dann

$$- \frac{S A' \cdot e}{m^2} \sin (\varphi - (S A')) + l_a = v_a$$

$$- \frac{S B' \cdot e}{m^2} \sin (\varphi - (S B')) + l_b = v_b$$

etc.

Von  $S$  aus werde in der Richtung  $\varphi$  die Entfernung  $e$  abgetragen. Der so erhaltene Punkt werde mit  $Q$  bezeichnet. Dann ist  $\varphi - (S A')$  der Richtungswinkel von  $SQ$ , wenn  $S A'$  zur Anfangsrichtung gemacht wird, und  $e \sin (\varphi - S A')$  ist gleich dem senkrechten Abstände des Punktes  $Q$  von der Geraden  $S A'$ , wenn der Abstand auf der einen Seite positiv auf der anderen negativ gerechnet wird. Sei  $Q_a$  der Fusspunkt des von  $Q$  auf die gerade Linie  $S A'$  oder ihre Verlängerung gefällten Lothes, so ist der Abstand  $Q_a Q$  positiv zu rechnen, wenn

$$(Q_a Q) = (S A') + 90^\circ,$$

dagegen negativ, wenn

$$(Q_a Q) = (S A') - 90^\circ.$$

Der geometrische Ort der Punkte  $Q$ , für welche  $v_a$  gleich Null wird, ist eine gerade Linie, die der Geraden  $S A'$  parallel läuft im Abstand

$$Q_a Q = \frac{m^2 l_a}{S A'}.$$

Je nachdem  $l_a$  positiv oder negativ ist, liegt die Gerade auf der positiven oder negativen Seite der Linie  $SA'$ . Bezeichnet man mit  $R_a$  den Fusspunkt des von dem Punkte  $Q$  auf diese Parallele gefällten Lothes, so ist

$$QR_a = \frac{m^2 l_a}{SA'} - e \sin [\varphi - (SA')],$$

wobei  $QR_a$  positiv oder negativ zu rechnen ist, je nachdem

$$(QR_a) = (SA') + 90^\circ$$

oder

$$(QR_a) = (SA') - 90^\circ.$$

Mithin nimmt die erste Fehlergleichung die Form an

$$\frac{SA'}{m^2} \cdot QR_a = v_a.$$

In analoger Weise erhält man für die zweite Fehlergleichung

$$\frac{SB'}{m^2} \cdot QR_b = v_b \text{ u. s. w.,}$$

wo  $QR_b$  das Loth bedeutet, dass von  $Q$  auf eine gerade Linie gefällt wird, die im Abstand  $\frac{m^2 l_b}{SB'}$  parallel zu  $SB'$  läuft u. s. w. Die Fehler  $v_a, v_b, \dots$  unterscheiden sich also von den Abständen  $QR_a, QR_b, QR_c, \dots$  nur durch die von der Lage von  $Q$  unabhängigen Factoren

$$\frac{SA'}{m^2}, \frac{SB'}{m^2}, \dots$$

Die Aufgabe die Summe der Fehlerquadrate zu einem Minimum zu machen ist daher dieselbe, als ob die Geraden auf denen  $R_a, R_b, \dots$  liegen, Strahlen seien, durch die der Punkt  $Q$  vorwärts eingeschnitten werden soll. Dabei ist in der Quadratsumme  $\overline{QR_a^2}$  mit dem Gewicht  $\overline{SA'^2}$  behaftet,  $\overline{QR_b^2}$  mit dem Gewicht  $\overline{SB'^2}$  u. s. w.

Für die praktische Anwendung denke ich mir, dass man von einer Zeichnung der Punkte  $P, A, B, C, \dots$  in kleinem Maassstabe ausgehe. Man schlägt nun den Kreis um  $P$  mit einem passenden Radius  $m$  und zeichnet die Punkte  $A', B', C', \dots$ . Wählt man  $m$  zu klein so werden die Punkte  $A', B', C', \dots$  zu nahe aneinander liegen. Wählt man  $m$  zu gross, so fallen sie über das Blatt der Zeichnung hinaus. Um die Punkte  $A', B', C', \dots$  zu zeichnen kann man entweder graphisch verfahren, in dem man  $PA'$  als viertes Glied der Proportion

$$PA : m = m : PA'$$

durch Parallelen construiert oder man kann  $PA, PB, PC, \dots$  messen und  $\frac{m^2}{PA}, \frac{m^2}{PB}, \frac{m^2}{PC}, \dots$  mit dem Rechenschieber rechnen. Das kann mit einer einzigen Stellung der Zunge geschehen, indem man sie umkehrt, so dass das linke Ende rechts, das rechte links zu liegen kommt.

Nachdem die Punkte  $A', B', \dots$  gefunden sind, construiert man ihren Schwerpunkt  $S$  und verbindet ihn mit den Punkten. Darnach hat

man  $\frac{m^2 l_a}{S A'}, \frac{m^2 l_b}{S B'}, \dots$  zu rechnen oder zu construiren. Dabei ist natürlich zu berücksichtigen, dass die Winkel  $l_a, l_b, \dots$  in Bogenmaass gemessen sein müssen. Wenn also  $n_a$  den ersten Winkel in Secunden angiebt, so ist  $n_a = l_a \rho''$  oder  $l_a = \frac{n_a}{\rho}$  u. s. w. — Um nun aber die Construction des Punktes  $Q$  zu machen, muss man hier den Maassstab der Zeichnung ändern und ihn wesentlich grösser machen, sonst laufen die Parallelen zu  $S A', S B', \dots$  zu nahe bei  $S$  vorbei und der Punkt  $Q$  ist nicht mit der erforderlichen Genauigkeit zu bestimmen. Die Aenderung des Maassstabes ändert die Richtungen der Parallelen gar nicht, sondern nur ihren Abstand von den Geraden  $S A', S B', \dots$

Auch wenn man nicht nach der Methode der kleinsten Quadrate auf diesem Wege ausgleichen will, ist aus der Zeichnung unmittelbar zu übersehen, welche Messungen zur Bestimmung des Punktes die wichtigsten sind. Es seien z. B. nur drei Punkte  $A, B, C$  von  $P$  aus angezielt. Die drei Parallelen zu  $S A', S B', S C'$  gehen dann alle drei durch einen Punkt. Man braucht daher nur zwei von diesen beiden Parallelen in's Auge zu fassen z. B. die Parallelen zu  $S A'$  und  $S B'$ . Gesetzt nun, es hätten die Messungen  $l_a$  und  $l_b$  gleich grosse Fehlergrenze  $\varepsilon$ , so dass man wisse, dass der wahre Werth der ersten Richtung zwischen  $l_a - \varepsilon$  und  $l_a + \varepsilon$  und der der zweiten zwischen  $l_b - \varepsilon$  und  $l_b + \varepsilon$  liege. Dann ist die wahre Lage von  $Q$  in einem Parallelstreifen zu  $S A'$  von der Breite  $\frac{2 \varepsilon m^2}{S A'}$  und in einem Parallelstreifen zu  $S B'$  von der Breite  $\frac{2 \varepsilon m^2}{S B'}$ . Das gemeinsame Gebiet dieser beiden Streifen ist ein Parallelogramm von dem Flächeninhalt

$$\frac{4 \varepsilon^2 m^2}{S A' \cdot S B' \cdot \sin(A' S' B')}$$

Für gegebene Werthe von  $\varepsilon$  und  $m$  ist also der Flächeninhalt dem Flächeninhalt des Dreiecks  $A' S B'$  und mithin auch dem Flächeninhalt des Dreiecks  $A' B' C'$  umgekehrt proportional. Denn das Dreieck  $A' B' C'$  ist gleich dem Dreifachen des Dreiecks  $A' S B'$ .

Gesetzt nun man habe mehr als drei Punkte von  $P$  aus angezielt und man habe die Zeichnung der Punkte  $A', B', C', D' \dots$  entworfen, so geht aus der Zeichnung sogleich hervor, welche drei von den angezielten Punkten den gesuchten Punkt am genauesten bestimmen. Wenn die Messungen als gleich genau vorausgesetzt werden, so muss man unter den Punkten  $A', B', C', D' \dots$  diejenigen drei aussuchen, deren Dreieck den grössten Inhalt hat. Die entsprechenden drei Zielpunkte bestimmen den gesuchten Punkt am genauesten.

Ein Beispiel wird diese Sätze am besten erläutern:

Standpunkt *P*

Zielpunkt	gemessene Richtung $\alpha$	Näherungs- werth $\varphi$	$\varphi - \alpha$	$l \cdot \rho''$
<i>A</i>	340° 57' 20"	343° 9' 8"	2° 11' 48"	+ 44"
<i>B</i>	0° 0' 0"	2° 10' 38"	2° 10' 38"	— 26"
<i>C</i>	81° 38' 48"	83° 48' 7"	2° 9' 19"	— 105"
<i>D</i>	136° 59' 58"	139° 11' 46"	2 11' 48"	+ 44"
<i>E</i>	165° 17' 4"	167° 28' 51"	2 11' 47"	+ 43"
			5' 20"	
		Mittel:	2° 11' 4"	

Die nachstehende Figur giebt die Lage der 6 Punkte an.

Eine Quadratseite stellt 200 Meter dar und der Radius  $m$  ist gleich 800 Meter angenommen. Man erkennt aus der Figur sogleich, dass von den 5 Punkten  $A', B', C', D', E'$  die Punkte  $B', C', D'$  das grösste Dreieck bilden. Demgemäss müssen die gemessenen Richtungen  $PB, PC, PD$  den Punkt am besten bestimmen. Beinahe ebensogut sind  $PB, PC, PE$ . Dagegen sind  $PA, PD, PE$  oder  $PA, PB, PE$  u. s. w. bei Weitem nicht so gut, wie ein Blick auf die Figur unmittelbar zeigt. Die Constructionen der Punkte  $A', B', C', D', E'$ , sowie die Construction ihres Schwerpunktes  $S$  sind weggelassen, um die Figur übersichtlicher zu halten. Nachdem die Punkte  $A', B' \dots$  und  $S$  gefunden sind, denken wir uns den Maassstab der Zeichnung geändert, so dass eine Quadratseite jetzt 1 Decimeter vorstellt. Die Werthe  $m l$  rechnet man am besten aus. Es ergibt sich:

$$m l_a = + 0,17 \text{ m}$$

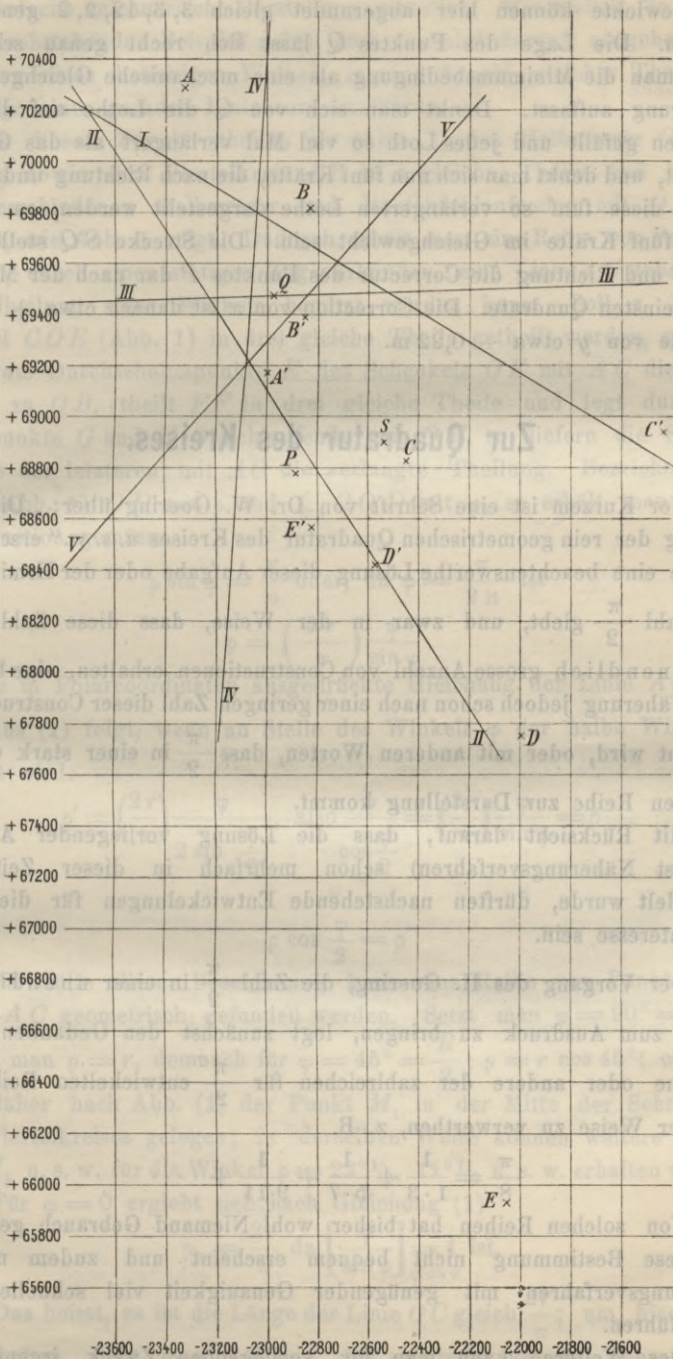
$$m l_b = - 0,10 \text{ m}$$

$$m l_c = - 0,41 \text{ m}$$

$$m l_d = + 0,17 \text{ m}$$

$$m l_e = + 0,17 \text{ m}$$

Nun kann man die Längen  $\frac{m^2 l_a}{S A'}$ ,  $\frac{m^2 l_b}{S B'}$ , ... entweder auch rechnen, indem man  $S A', S B', \dots$  aus der Figur entnimmt, oder durch Parallelenziehung aus  $m l_a, m l_b, \dots$  construiren, indem man diese Längen im Verhältniss  $\frac{m}{S A'}, \frac{m}{S B'}, \dots$  verändert. Die fünf gesuchten geraden Linien sind in der Figur mit I, II, III, IV, V bezeichnet. Sie laufen  $S A', S B', \dots$  parallel und liegen in den Abständen  $\frac{m^2 l_a}{S A'}, \dots$  rechts oder links von  $S A', S B', \dots$  je nachdem die Grössen  $l_a, l_b, \dots$  positiv oder negativ sind. Der Punkt  $Q$  ist dann so zu bestimmen, dass die Summe der Quadrate seiner Abstände von den fünf Geraden



multiplirt mit den Gewichten  $\overline{SA'}^2$ ,  $\overline{SB'}^2$ , . . . möglichst klein wird. Die Gewichte können hier abgerundet gleich 3, 3, 12, 2, 2 genommen werden. Die Lage des Punktes  $Q$  lässt sich recht genau schätzen, wenn man die Minimumsbedingung als eine mechanische Gleichgewichtsbedingung auffasst. Denkt man sich von  $Q$  die Lothe auf die fünf Geraden gefällt und jedes Loth so viel Mal verlängert als das Gewicht angiebt, und denkt man sich nun fünf Kräfte, die nach Richtung und Grösse durch diese fünf so verlängerten Lothe dargestellt werden, so müssen diese fünf Kräfte im Gleichgewicht sein. Die Strecke  $SQ$  stellt nach Länge und Richtung die Correctur des Punktes  $P$  dar nach der Methode der kleinsten Quadrate. Die Correction von  $x$  ist danach etwa  $+0,29$  m und die von  $y$  etwa  $-0,22$  m.

## Zur Quadratur des Kreises.

Vor Kurzem ist eine Schrift von Dr. W. Goering über: „Die Auffindung der rein geometrischen Quadratur des Kreises u. s. w.“ erschienen, welche eine beachtenswerthe Lösung dieser Aufgabe oder der Ermittlung der Zahl  $\frac{\pi}{2}$  giebt, und zwar in der Weise, dass diese Zahl durch eine unendlich grosse Anzahl von Constructionen erhalten, eine brauchbare Näherung jedoch schon nach einer geringen Zahl dieser Constructionen erreicht wird, oder mit anderen Worten, dass  $\frac{\pi}{2}$  in einer stark convergirenden Reihe zur Darstellung kommt.

Mit Rücksicht darauf, dass die Lösung vorliegender Aufgabe (mittels Näherungsverfahren) schon mehrfach in dieser Zeitschrift behandelt wurde, dürften nachstehende Entwicklungen für die Leser von Interesse sein.

Der Vorgang des H. Goering, die Zahl  $\frac{\pi}{2}$  in einer unendlichen Reihe zum Ausdruck zu bringen, legt zunächst den Gedanken nahe, die eine oder andere der zahlreichen für  $\frac{\pi}{2}$  entwickelten Reihen in gleicher Weise zu verwerthen, z. B.

$$\frac{\pi}{8} = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{5.7} + \frac{1}{9.11} + \dots$$

Von solchen Reihen hat bisher wohl Niemand Gebrauch gemacht, da diese Bestimmung nicht bequem erscheint und zudem manche Näherungsverfahren mit genügender Genauigkeit viel schneller zum Ziele führen.

Des Weiteren kann man für vorliegenden Zweck irgend eine Function zweier Veränderlichen benutzen, welche an einer bestimmten



Stelle einen einfachen Ausdruck von  $\pi$  annimmt, wenn nur diese Function eine einfache zeichnerische Darstellung gestattet. Wir wollen für diesen Fall nachstehendes Beispiel geben und zunächst darauf ausgehen, die Theilung eines beliebigen Winkels in eine Anzahl gleicher Theile auf diejenige einer geraden Linie zurückzuführen.

Zu diesem Zwecke theilen wir (Abb. 1) den Halbmesser  $OA$  des Kreises sowie den Viertelkreis  $AB$  in  $n$  gleiche Theile und bringen die verschiedenen Halbmesser und die Gleichlaufenden mit  $OB$  zum Schnitt, wie Abb. 1 zeigt. Dadurch erhält man eine Reihe von Punkten, welche, durch einen stetigen Zug verbunden, eine Linie  $AC$  geben, die zur Theilung eines Winkels benutzt werden kann. Soll z. B. der Winkel  $COE$  (Abb. 1) in drei gleiche Theile getheilt werden, so zieht man vom Durchschnittspunkte  $E$  des Schenkels  $OE$  mit  $AC$  die Senkrechte zu  $OB$ , theilt  $EF$  in drei gleiche Theile und legt durch die Theilpunkte  $G$  und  $H$  Gleichlaufende mit  $OE$ , so liefern die Schnittpunkte der letzteren mit  $AC$  die verlangte Theilung. Bezeichnen wir noch (Abb. 1)  $OD$  mit  $\rho$  und  $\sphericalangle COD$  mit  $\varphi$ , so erhält man obiger Construction gemäss:

$$\rho \sin \varphi = \frac{r}{n} \text{ oder, da } \varphi = \frac{\pi}{2n} \text{ ist}$$

$$\rho = \left( \frac{2r}{\pi} \right) \frac{\varphi}{\sin \varphi} \quad (1)$$

als die in Polarcoordinaten ausgedrückte Gleichung der Linie  $AC$ .

Aus (1) folgt, wenn an Stelle des Winkels  $\varphi$  der halbe Winkel  $\frac{\varphi}{2}$  gesetzt wird:

$$\rho' = \left( \frac{2r}{\pi} \right) \frac{\varphi}{2 \sin \frac{\varphi}{2}}, \text{ also } \frac{\rho}{\cos \frac{\varphi}{2}} = \left( \frac{2r}{\pi} \right) \frac{\varphi}{\sin \varphi} = \rho$$

oder

$$\rho \cos \frac{\varphi}{2} = \rho' \quad (2)$$

Mit Hülfe dieser Bezeichnung kann eine Reihe von Punkten der Linie  $AC$  geometrisch gefunden werden. Setzt man  $\varphi = 90^\circ = R$ , so erhält man  $\rho = r$ , demnach für  $\varphi = 45^\circ = \frac{R}{2}$ ;  $\rho = r \cos 45^\circ$ ; es findet sich daher nach Abb. (1) der Punkt  $M_1$  in der Mitte der Sehne  $AB$  des Viertelkreises gelegen; in derselben Weise können weitere Punkte  $M_2, M_3$  u. s. w. für die Winkel  $\rho = 22^\circ 1/2, 11^\circ 1/4$  u. s. w. erhalten werden.

Für  $\varphi = 0$  ergibt sich nach Gleichung (1)

$$\rho_0 = \frac{2r}{\pi} \text{ da } \left[ \frac{\varphi}{\sin \varphi} \right]_{\varphi=0} = 1 \text{ ist.}$$

Das heisst, es ist die Länge der Linie  $OC$  gleich  $\frac{2r}{\pi}$ ; um hieraus  $\frac{r\pi}{2}$  zu erhalten, zieht man  $AC$  und  $AP$  senkrecht zu  $AC$ , dann ist  $AP$  die verlangte Länge.

Handelt es sich lediglich um die Bestimmung von  $\frac{r\pi}{2}$ , so ist es durchaus nicht nothwendig von dem Winkel  $\varphi = 90^\circ$  auszugehen; man kann auch z. B. mit  $\varphi = 30^\circ$  beginnen, für welchen  $\rho = \frac{2}{3}r$  wird; die weitere Construction (Bestimmung der Sehnenmitte) ändert sich dadurch nicht.



Abb. 1.

Die Länge  $OC = \frac{2r}{\pi}$  kann leicht in eine unendliche Reihe ausgedrückt werden; es findet sich nach Abb. (1) für  $r = 1$

$$\frac{2}{\pi} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{R}{2} + \frac{1}{4} \operatorname{tg} \frac{R}{4} + \frac{1}{8} \operatorname{tg} \frac{R}{8} + \dots, \quad (3)$$

welche Reihe zu einer brauchbaren Näherungsbestimmung Veranlassung giebt.

Benutzt man nämlich die Gleichung  $\operatorname{tg} 2\alpha = 2 \operatorname{tg} \alpha$ , welche um so geringere Fehler giebt, je kleiner der Winkel  $\alpha$  ist, so entsteht in erster Annäherung

$$\frac{2}{\pi} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{R}{2} \left( 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \operatorname{tg} \frac{R}{2}$$

oder

$$\frac{2}{\pi} = \frac{2}{3} = 0,66667,$$

da die Summe der geometrischen Reihe zu  $\frac{4}{3}$  erhalten wird.

In zweiter Annäherung ist

$$\frac{2}{\pi} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{R}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} \operatorname{tg} \frac{R}{4}$$

oder

$$\frac{2}{\pi} = \frac{1 + 2\sqrt{2}}{6} = 0,63807$$

und

$$\frac{2}{\pi} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{R}{2} + \frac{1}{4} \operatorname{tg} \frac{R}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} \operatorname{tg} \frac{R}{8} = \frac{1 + \sqrt{2}}{12} + \frac{1}{6} \sqrt{4 + 2\sqrt{2}} = 0,63670,$$

während der genaue Werth  $\frac{2}{\pi} = 0,63662$  ist.

In der Zeichnung kann dieses Verfahren leicht verwendet werden, nach der Regel, dass Punkt  $C$  sich unter Hinzufügung des dritten Theiles vom letzten Zuwachs bestimmt.

Geht man von dem Winkel  $\varphi = 30^\circ$  aus, so wird

$$\frac{2}{\pi} = \frac{1}{3} \operatorname{tg} \frac{2R}{3} + \frac{1}{6} \operatorname{tg} \frac{R}{6} + \frac{1}{12} \operatorname{tg} \frac{R}{12} + \dots,$$

oder wiederum annähernd

$$\frac{2}{\pi} = \frac{10}{27} \sqrt{3} = 0,64150$$

$$\frac{2}{\pi} = \frac{4 + \sqrt{3}}{9} = 0,63694; \quad \frac{2}{\pi} = \frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt{6}}{9} + \frac{\sqrt{3}}{18} = 0,63664.$$

Soll die Länge  $\frac{r\pi}{2}$  unmittelbar gefunden werden, so hat man die Werthe

$$\rho = \left(\frac{r\pi}{2}\right) \frac{\sin \varphi}{\varphi} \quad (4)$$

aufzutragen, so dass für

$$\varphi = 0^\circ \quad \rho_0 = \frac{r\pi}{2}$$

wird.

Setzt man wieder

$$\varphi = \frac{\pi}{2n}, \quad (4)$$

so entsteht aus Gleichung (4)

$$\frac{\rho}{n} = r \sin \varphi, \quad (5)$$

welche für die Bestimmung in der in Abb. (2) angegebenen Weise benutzt werden kann, d. h. man theilt den Viertelkreis  $AB$  in  $n$  gleiche Theile, füllt vom  $A$  Lothe auf die Strahlen  $OD$  und macht  $OE$  gleich den  $n, \frac{n}{2}, \frac{n}{3}$  fache u. s. w. Längen  $OF$ .

Andererseits haben wir für den Winkel  $\frac{\varphi}{2}$  die Beziehung

$$\rho' = \left(\frac{r\pi}{2}\right) \frac{2 \sin \frac{\varphi}{2}}{\varphi} \text{ oder } \rho' \cos \frac{\varphi}{2} = \rho, \quad (6)$$

mit Hilfe dieser Gleichung kann eine Reihe von Punkten (siehe Abb. 2) gefunden werden, d. h. jeder Punkt stellt sich als Winkelpunkt des

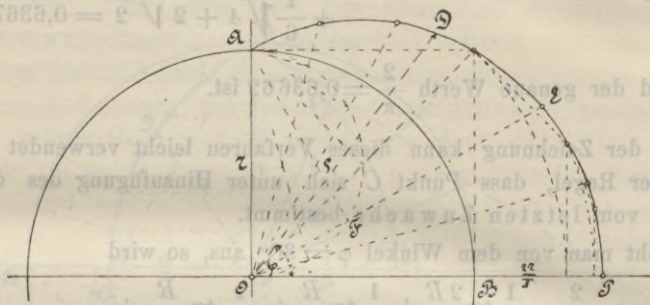


Abb. 2.

vorhergehenden Bogens dar. Hieraus erkennen wir, dass vorliegende Linie  $AC$  mit der von H. Goering benutzten übereinstimmt. Endlich kann man noch  $\frac{r\pi}{2}$  in eine Reihe darstellen. Man erhält gemäss Abb. (2) für  $r = 1$

$$\frac{\pi}{2} = (1 - \cos R) \sin R + 2 \left(1 - \cos \frac{R}{2}\right) \sin \frac{R}{2} \\ + 4 \left(1 - \cos \frac{R}{4}\right) \sin \frac{R}{4} + \dots$$

oder durch Zusammenfassung der einzelnen Glieder bei Verwendung der Formel

$$\sin 2\alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha, \quad \frac{\pi}{2} = \left[ n \sin \frac{R}{n} \right]_{n = \infty},$$

welche Gleichung auch aus (5) bestimmt und ferner zu Näherungswerten benutzt werden kann. Es entsteht für:

$$n = 1; \quad \frac{\pi}{2} = 1; \quad n = 2; \quad \frac{\pi}{2} = \sqrt{2}; \quad n = 3; \quad \frac{\pi}{2} = 2 \sqrt{2 - \sqrt{2}};$$

$$n = 4; \quad \frac{\pi}{2} = 4 \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}} \text{ u. s. w.}$$

und ferner für

$$n = 3; \quad \frac{\pi}{2} = 3 \sin 30^\circ = \frac{3}{2}; \quad n = 6; \quad \frac{\pi}{2} = 3 \sqrt{2 - \sqrt{3}} \\ = \frac{3}{2} (\sqrt{6 - \sqrt{2}}) \text{ für } n = 12; \quad \frac{\pi}{2} = 6, \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3}}} \text{ u. s. w.}$$

## Ueber das arithmetische Mittel.

Wir nehmen an, es sei eine genug ausgedehnte Reihe von Beobachtungswerthen

$$x_1 x_2 \dots x_n \quad (1)$$

einer unbekanntten Grösse  $x$  gegeben. Dieselben seien der Grösse nach geordnet. Die Abweichungen gegen den wahren Werth, sollen mit

$$\delta_1 \delta_2 \dots \delta_n$$

bezeichnet werden, so dass allgemein

$$x_k = x + \delta_k.$$

Die Zahl der Beobachtungen soll eine gerade sein. Die Grössen  $\delta$  sind natürlich unbekannt, doch so viel kann man sagen, dass, wenn  $x_n$  die grösste und  $x_1$  die kleinste der Beobachtungen ist,

$$\delta_1 > \delta_2 > \dots > \delta_{n-1} > \delta_n.$$

Allgemein wird nun zugelassen werden, dass die  $\delta$  eine solche Reihe darstellen, in welcher nur ein Zeichenwechsel vorkommt; man hat also für  $\delta$  eine Zeichenreihe von der Form

$$+++ \dots + + + - - - \dots - - -.$$

Eine so geordnete Reihe (1) wollen wir die Fundamentalreihe nennen. Wir bilden nun, durch Vereinigung der äussersten Glieder der Fundamentalreihe zum arithmetischen Mittel den Werth

$$x'_1 = \frac{x_1 + x_n}{2}$$

und analog

$$x'_k = \frac{x_k + x_{n-k}}{2}, k = 2, 3, \dots, \frac{n}{2}$$

und nennen die so erhaltene Reihe

$$x'_1 x'_2 x'_3 \dots x'_{\frac{n}{2}}$$

die erste Ableitung der Fundamentalreihe. Betrachtet man diese Reihe als Fundamentalreihe und sucht von ihr die erste Ableitung, so erhält man die zweite Ableitung der ursprünglichen Fundamentalreihe etc.

Ist  $n = 2^p$  dann ist offenbar die  $p$ te Ableitung gleich dem arithmetischen Mittel; denn diese ist offenbar gleich

$$\frac{1}{2^p} \{x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} + x_n\} = \frac{[x_n]}{n}.$$

Wir nehmen vorläufig an, es sei  $n = 2^p$ . Dann ist

$$x_k = x + \frac{\delta_k + \delta_{n-k}}{2},$$

und wenn wir die  $x'_k$  der Grösse nach ordnen, mit dem kleinsten Werth anfangend, die erste Ableitung

$$(x')_1 (x')_2 \dots (x')_{\frac{n}{2}}$$

und die Abweichungen

$$(\delta_1)(\delta_2)\dots(\delta_n)$$

stellen wieder eine Zeichenreihe von der Form

$$+++ \dots + + + - - - \dots - - - ,$$

welche nur einen Zeichenwechsel enthält. Die absoluten Grössen von  $(\delta)$  sind aber wesentlich kleiner; denn  $\delta_k$  und  $\delta_{n-k}$  haben im Allgemeinen entgegengesetzte Vorzeichen, weil sie nur an der Stelle gleichbezeichnet sein können, wo sie sich der Null nähern. Da

$$(x')_k = x + (\delta_k),$$

so wird dasselbe auch von der zweiten Ableitung und allgemein von der  $p$ ten Ableitung gelten.

Wir haben also den Satz: sind  $n = 2^p$  Beobachtungsgrössen einer Unbekannten gegeben, welche sich symmetrisch um die Unbekannte gruppieren, dann stellt das arithmetische Mittel einen Näherungswerth der Unbekannten dar, der um so weniger sich von ihr unterscheiden wird, je grösser die Zahl Beobachtungen und je ausgeprägter die Symmetrie der Gruppierung ist.

Ist  $n$  nicht gleich  $2^p$ , dann bleiben dieselben Sätze in Gültigkeit, sobald nur  $n$  eine etwas grössere Zahl ist. Denn um die Zahl der Beobachtungen zu einer geraden zu machen, denke man sich die mittlere zweimal beobachtet, analog bei den Ableitungen. Man begeht dabei zwar einen Fehler, der aber wesentlich dadurch verkleinert wird, dass  $\delta$  um die Mitte der Reihe minimal sind. Wäre dieses nicht der Fall, so müsste man eine wesentliche Asymmetrie annehmen, und dann darf eben das arithmetische Mittel nicht angewendet werden.

Um sich nun von der Existenz der genäherten Symmetrie zu überzeugen, construirt man aus der Fundamentalreihe eine Häufigkeitscurve (siehe meinen Aufsatz in Astron. Nachr. Nr. 3651) ihre Symmetrie giebt dann ein Maass für die Symmetrielage der Beobachtungsergebnisse gegen die Unbekannte ab.

Ist eine ausgesprochene Asymmetrie vorhanden, dann ist die erste Ableitung (und zwar nur die erste) nicht mit Hülfe des arithmetischen Mittels, sondern mit Hülfe der Gleichungen

$$x'_k = \sqrt{x_k x_{n-k}} \text{ oder } x'_k = \sqrt{x_k^2 + x_{n-k}^2}$$

zu bilden, je nachdem das Maximum der Häufigkeitscurve näher dem kleinsten oder näher dem grössten der Beobachtungswerthe liegt. Analog ist auch die Häufigkeitscurve der ersten Ableitung zu bilden, und darnach die zweite Ableitung zu rechnen. Der auf diese Weise erhaltene Endwerth liegt dann jedenfalls näher der Unbekannten, als das arithmetische Mittel. Zu demselben Resultate führt auch die Construction der Fehler aus den Elementarfehlern.

Es sei jeder Fehler dargestellt durch die Summe von Elementarfehlern  $a$  welche mit den Coefficienten  $\pm 1$  multiplicirt erscheinen. Dann erhält man durch

$$a + a + \dots + a$$

den grössten positiven und durch

$$-a - a - a \dots - a$$

den grössten negativen Fehler. Ferner um  $n$  Combinationen des zeitgrössten Fehlers

$$-a + a + a + \dots + a$$

$$+a - a + a + \dots + a$$

$$+a + a - a + \dots + a$$

$$\dots$$

$$+a + a + a + \dots - a$$

etc. vorhanden. Die Anzahl der gleichen Werthe ist proportional den Binomialcoefficienten der Zahl  $n$ , d. h. die Häufigkeitscurve dieses idealen Falles, ist die Gauss'sche Fehlercurve (Hypothese von Hagen), und man wird auf das arithmetische Mittel geführt. Verwandelt man hier die Addition in Multiplication und betrachtet das Vorzeichen als Exponent jeder Elementargrösse, dann ergibt sich:

$$a^{+1} \cdot a^{+1} \cdot a^{+1} \dots a^{+1}$$

als Maximalfehler, analog

$$a^{-1} \cdot a^{-1} \cdot a^{-1} \dots a^{-1}$$

als Minimalfehler etc. Soll dann die Ableitung möglichst gleiche Werthe liefern, so müssen die correspondirenden Grössen nach dem geometrischen Mittel vereinigt werden, weil ihre Häufigkeitscurve eine asymmetrische ist. Dass es auch Fehlerreihen giebt, welche sich mehr der zweiten Entstehungsart anschmiegen, beweist die Photometrie.

Aus dem Vorhergehenden ist klar, dass man in besonderen Fällen, aus den Beobachtungen Werthe erhalten kann, welche der Unbekannten näher liegen, als das arithmetische Mittel. Doch man hat keinen Grund deswegen die Methode der kleinsten Quadrate zu verwerfen. Denn erstens kann gezeigt werden, dass das arithmetische Mittel immer einen, wenn auch nicht immer den besten Näherungswerth der Unbekannten darstellt, und zweitens, sieht man leicht ein, dass der Schluss, aus der Asymmetrie der Curve auf ein anderes Mittel, nur dann erlaubt ist, wenn man beweisen kann, dass keine constante Fehler (welche bekanntlich auch eine Asymmetrie der Curve erzeugen können) vorhanden sind.

Dass das arithmetische Mittel einen Näherungswerth in allen Fällen (genügende Zahl der Beobachtungen vorausgesetzt) bietet, kann man zeigen wie folgt. Es seien

$$x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n$$

die Beobachtungswerthe des Unbekannten  $\chi$ . Der Einfachheit wegen, wollen wir annehmen, dass wenn

$$\frac{x_k}{x} = 1 + (\varepsilon_k)$$

gesucht wird,  $(\varepsilon_k)$  eine Grösse ist, deren höhere Potenzen schnell gegen 0 convergiren.

Dann giebt es sicher eine Grösse  $v$ , so dass

$$n \cdot x^v = x_1^v + x_2^v + x_3^v + \dots x_n^v$$

Sei nun  $x_0$  ein näher zu bestimmender Näherungswerth von  $x$  und

$$\frac{x}{x_0} = 1 + \varepsilon, \quad \frac{x_k}{x_0} = 1 + \varepsilon_k,$$

so hat man

$$n \left( \frac{\lambda}{x_0} \right)^v = \left( \frac{x_1}{x_0} \right)^v + \left( \frac{x_2}{x_0} \right)^v + \dots \left( \frac{x_n}{x_0} \right)^v$$

und hieraus

$$n (1 + \varepsilon)^v = (1 + \varepsilon_1)^v + (1 + \varepsilon_2)^v + \dots (1 + \varepsilon_n)^v$$

$$n \left( 1 + v\varepsilon + \frac{v(v-1)}{1 \cdot 2} \varepsilon^2 + \dots \right) = n + v [\varepsilon_n] + \frac{v(v-1)}{1 \cdot 2} [\varepsilon_n^2] + \dots$$

oder

$$\varepsilon + \frac{v-1}{2} \varepsilon^2 + \dots = \frac{[\varepsilon_n]}{n} + \frac{v-1}{2n} [\varepsilon_n^2] + \dots$$

Bestimmt man hier  $x_0$  so, dass

$$[\varepsilon_n^2] = \text{Minimum}$$

wird, so wird offenbar auch  $\varepsilon$  Minimum sein, weil in diesem Falle

$$[\varepsilon_n] = \left[ \frac{x_k}{x_0} - 1 \right] = 0$$

ist.

Vom Standpunkt dieser mathematischen Betrachtung stellt also das arithmetische Mittel immer den plausibelsten Näherungswerth dar. Es darf aber nicht vergessen werden, dass, um mit Hansen zu reden, die Bestimmung der Unbekannten aus einer Beobachtungsreihe ein Problem ist, welches an der Grenze der Mathematik und Methaphysik liegt, dass es also nicht hinreicht dieses Problem einseitig, d. h. mathematisch aufzufassen.

Es wird zwischen zwei wesentlich verschiedenen Problemen für gewöhnlich nicht unterschieden: die Auffindung einer unbekanntes Grösse aus Beobachtungen und Auffindung einer Grösse, welche gewissen Bedingungen entsprechen soll. So kann man z. B. das System von Gleichungen

$$a_k \chi + b_k = 0 \quad k = 1, 2, \dots n,$$



so interpretiren, dass man verlangt, es solle sein

$$[v_k^2] = \text{Minimum,}$$

wenn

$$a_k + b_k x = v_k$$

gesetzt wird. Man hat hier das zweite Problem. Das Princip der kleinsten Quadrate liefert seine Lösung. Es kann aber das System dazu aufgestellt worden sein, um die unbekannte Grösse  $x$  zu finden.

Um in diesem Falle Ableitungen zu erhalten, welche gegen die Unbekannte convergiren, hat man die Grössen  $x_k$  aus den Gleichungen

$$a_k x_k + b_k = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n$$

zu bestimmen, und ihnen die Gewichte  $a_k^2$  zu ertheilen. Denkt man sich dann die Beobachtung  $x_k$ ,  $a_k^2$  mal gemacht und construirt aus der so erhaltenen Fundamentalreihe die Häufigkeitscurve, so wird im Falle der Symmetrie der Häufigkeitscurve aller Abtheilungen

$$\frac{a_1^2 x_1 + a_2^2 x_2 + \dots + a_n^2 x_n}{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}$$

den Ganzwerth dieser Ableitungen darstellen, sonst aber nicht. In diesem Falle fällt also das erste Problem mit dem zweiten zusammen.

Lemberg, k. k. technische Hochschule.

Prof. W. Láška.

## Die Verlängerung des Pariser Meridianbogens nach Süden im Anfang dieses Jahrhunderts.

Ueber die zweite Mission Méchain's nach Spanien zum Zweck der Verlängerung der Pariser Meridianbogenmessung nach Süden ist bisher sehr wenig publicirt worden; da Méchain selbst die Arbeit nicht mehr durchführen konnte (— erst Biot und Arago haben dies gethan —), so sind meist nur die unglücklichen Umstände hervorgehoben worden, die seinen Tod veranlasst haben (vergl. z. B. Jordan, Handbuch, Bd. I, 4. Aufl. 1895, S. 7; Z. für Vermess. 1884, S. 285), auf Grund der Mittheilungen von Delambre. Erst vor wenigen Jahren hat Chardon in der „Revue rétrospective“ (1. Septb. 1891) sechs Briefe von Méchain an seinen Mitarbeiter Dezauche (aus dem Zeitabschnitt 27. Septb. 1803 bis 1. Aug. 1804) bekannt gemacht und soeben veröffentlicht Bigourdan im „Bulletin astronomique“ (Bd. XVII, 1900; der Aufsatz beginnt im Septbr.-Heft, S. 348) Briefe von Méchain an Delambre, die erst kürzlich in den Besitz der Pariser Sternwarte gelangten. Freunde der Geschichte der Geodäsie seien schon jetzt auf diese ausserordentlich wichtige Veröffentlichung aufmerksam gemacht; der Schreiber dieser Zeilen hofft hier darauf zurückkommen zu können nach Beendigung der Publication.

Hammer.

## Tachymeter-Strahlenzieher von E. Puller.

Neben allen neueren Instrumenten zum Auftragen von Polarcordinaten für feinere Tachymetermessung (vgl. z. B. Zeitschr. f. Instrumentenkunde 20, S. 122, 1900) ist das Bedürfniss eines möglichst einfachen und billigen Werkzeuges dieser Art für die Kleinpunkte der topographischen Tachymetrie bestehen geblieben, und es werden immer neue, in Einzelheiten abgeänderte Formen dafür angegeben. Das vorstehend angezeigte Instrumentchen, dem Ingenieur E. Puller in St. Johann bei Saarbrücken durch D. R. G.-M. Nr. 123269 geschützt und von ihm zu beziehen, besteht aus dem üblichen Cartonhalbkreis (der gegen sonstige Modelle so durchbrochen ist, dass ausser der Durchmesserspeiche nur noch eine gegen den Punkt  $90^0$  der Kreistheilung gerichtete Speiche vorhanden ist) mit Mittelpunktsbefestigung durch Nadel, in halbe Grade zerlegt und zweimal von rechts nach links von  $0^0$  bis  $180^0$  und (roth) von  $180^0$  bis  $360^0$  beziffert. Die rechte Hälfte der Durchmesserspeiche trägt eine Längentheilung in 1:2500 (kleinster Theil 2 m entsprechend, also mehr als genügend eng getheilt); der getheilte Rand des Halbkreises hat 13 cm Halbmesser, sodass jene Vektortheilung bis 300 m gehen kann. Um nun aber, und hierin liegt die Abweichung gegen sonstige Werkzeuge dieser Art, an demselben Halbkreis auch noch eine zweite Vectortheilung, und zwar für 1:1000, zu haben, ist die obenerwähnte, nach  $90^0$  gerichtete Speiche über den Mittelpunkt des Halbkreises hinaus verlängert (und durch einen schief liegenden Cartonstreifen genügend versteift) derart, dass auf der durch den Mittelpunkt gehenden Kante der Verlängerung die Längentheilung 1:1000 bis 250 m Raum findet; der kleinste Theil entspricht 1 m. Beim Gebrauche dieser Längentheilung beim Auftragen wird man sich nur für die am Theodolit abgelesene Richtung 0 eine besondere, von der wirklichen Nullrichtung auf dem Papier um  $90^0$  abstehende Marke zu machen haben, ganz ähnlich wie bei einem einfachen Theodolit als Tachymetertheodolit zu verfahren ist, der also nicht die Ablesung 0 am Horizontalkreis ermöglicht, während das Fernrohr auf den als Nullpunkt im azimutalen Sinn gewählten Punkt gerichtet ist.

Man darf das billige Werkzeug als recht zweckmässig bezeichnen; wünschenswerth wäre vielleicht nur die Beigabe einer Vorrichtung zum sicheren Festhalten des Mittelpunkts, ähnlich wie die Teischinger'sche

*Hammer.*

### Richtigstellung zu dem Referate:

„Die im Zusammenlegungsverfahren anzufertigenden Kartenwerke mit besonderer Rücksicht auf die erforderlichen neuen Katasterkarten und Bücher“.

(Zeitschrift für Vermessungswesen Band XXIX Heft 20, Seite 515 u. ff.)

In den Ausführungen des Referates sind einige nicht unwesentliche Irrthümer enthalten, welche mit Rücksicht auf die Stellung der Zeitschrift

für Vermessungswesen als anerkanntes Fachblatt sowie im Hinblick auf den allgemein interessirenden Gegenstand des Vortrages nicht unberichtigt bleiben können.

Nachstehend sollen die auf die Geschäfte der Generalcommission Hannover hinzielenden Angaben den thatsächlichen Verhältnissen entsprechend ergänzt werden.

1) Die auf Seite 518 a. a. O. gemachte Angabe: „dass anderswo (als in Cassel) die gänzliche Abgabe der bisherigen Katasterkarte nicht stattfindet (vergleiche auch Blatt 516 zweiten Absatz), beruht auf einem Irrthum.

Der Ministerial-Erlass vom 15. Juni 1895, auf Grund dessen die Regierungen ermächtigt sind, diejenigen Gemarkungskartenblätter, welche bei der Katasterübernahme der Auseinandersetzungsergebnisse durch II Reinkarten ersetzt werden, den Generalcommissionen zur unmittelbaren Verwendung als Urkarten zur Verfügung zu stellen, ist ein allgemeiner; er ist an sämtliche Regierungen und an sämtliche Generalcommissionen gerichtet.

Die Generalcommission Hannover hat bereits vor Erlass dieser ministeriellen Ermächtigung durch eine besondere Anregung eine gleichzielende Specialermächtigung des Herrn Finanzministers zunächst für die Königlichen Regierungen in Hildesheim und Hannover herbeigeführt und auf Grund derselben im Jahre 1894 in vier verschiedenen Verkoppelungssachen 106 Blätter der Originalgemarkungskarte zur unmittelbaren Verwendung als Urkarte ausgeliefert erhalten.

Die Einrichtung hat sich als zweckmässig erwiesen, worauf dem Herrn Minister für Landwirtschaft, Domänen und Forsten die Bitte um allgemeine Regelung der Vorschriften wegen Ueberlassung der Gemarkungskarten unterbreitet worden ist.

Im Ganzen sind bis Juli d. Js. im Bereiche der diesseitigen Generalcommissionen 467 Gemarkungskartenblätter unmittelbar als Verfahrenskarten verwendet worden.

2) Ebenfalls irrthümlich sind in dem Referate die Angaben (Seite 521 a. a. O.) bezüglich der im Bezirke der Generalcommission Hannover bisher als Unterlage für die Katasterübernahme der Auseinandersetzungsergebnisse bearbeiteten neuen Gemarkungskarten (II Reinkarten). Der Referent giebt an, dass erst bei den letzten für die Provinz Hannover ausgeführten vier Zusammenlegungssachen die Generalcommission Hannover sich zu diesem Verfahren entschlossen habe und dass für die Sachen der Provinz Schleswig-Holstein dies überhaupt noch nicht geschehen sei.

Der Sachverhalt, über welchen der Herr Referent sich ohne erhebliche Mühe unterrichten konnte, ist Folgender: Im Einverständniss mit dem Herrn Ressortminister und mit dem Herrn Finanzminister sind nach Vereinbarung mit den einzelnen Regierungen bereits im Jahre 1891 in den

Dienstvorschriften der Generalcommission Hannover, Theil III, §§ 189 bis 204 die für die Bearbeitung der II Reinkarten einschliesslich der Generalisirung der Schätzung maassgebenden Bestimmungen endgültig festgesetzt. Seit dieser Zeit (vom Jahre 1892 ab) sind nach diesen Vorschriften in 54 Verkoppelungssachen im Ganzen 257 neue Gemarkungskartenblätter (II Reinkarten) durch Neukartirung als Unterlagen für die Uebernahme der Auseinandersetzungsergebnisse in das Grundsteuerkataster und Grundbuch im geodätisch-technischen Bureau der Generalcommission Hannover angefertigt worden, darunter 10 Gemarkungskartenblätter für den Bezirk der Provinz Schleswig-Holstein.

In den ersten Jahren nach Erlass der oben genannten Dienstvorschriften konnte die Bearbeitung II Reinkarten wegen Mangel an Personal nur in beschränkterem Umfange stattfinden. Die in dieser Zeit auf Grund einer mit den zuständigen Regierungen getroffenen Vereinbarung zu einem grösseren Theile von deren Personale unmittelbar besorgte Katasterübernahme hat nach der von dem Referenten auf Seite 518 a. a. O. zu 1 und 2 erwähnten Methode stattgefunden, während die von der Generalcommission gelieferten II Reinkarten von vornherein durch Neukartirung beschafft wurden.

Hannover, den 30. October 1900.

Königliche General-Commission.

*Bahrendt.*

## Die bayerische Gesetzgebung über die Anlage des Grundbuches und sonstige damit zusammenhängende Materien.

(Fortsetzung; vergl. Heft 11 S. 281 und Heft 12 S. 314.)

Auf den Abdruck der nach § 30 der kgl. Verordnung vom 23. Juli 1898 (vergl. S. 285 mit 286, dann 312 mit 317) zu dieser vom kgl. Staatsministerium der Justiz erlassenen Vollzugsvorschriften kann hier verzichtet werden. Es ist allgemein anerkannt, dass dieselben in ausführlichster und für alle Beteiligten jeden Zweifel ausschliessender Weise die formelle Durchführung der Verordnung in allen Einzelheiten regeln. Formell wären Verordnung und Vollzugsbestimmungen, insbesondere auch im Hinblick auf die ebenso zweckmässige, als wohlwollende Bestimmung in Artikel 10 des Gesetzes vom 18. Juni 1898 (S. 283) gewiss geeignet, den richtigen und vollständigen Eintrag der bisher im Hypothekenbuch ungebuchten Grundstücke sicher zu stellen. In den Kreisen der Messungsbeamten bestehen nur erhebliche Bedenken, ob thatsächlich dieses Ziel erreicht werden wird, weil die Abweichungen des derzeitigen Eigentumsstandes von dem Katasterstande, wie sie durch Plannummernverwechslung oder durch frühere öffentlich nicht verlaubliche Grenzveränderungen und Täusche leider in grosser Zahl be-

stehen (anscheinend in erheblich grösserer Zahl, als die Justizverwaltung anzunehmen veranlasst oder doch geneigt war), in der Regel nicht einmal den heutigen Eigenthümern bezw. Besitzern bekannt sind, noch weniger also den Anlegungsbeamten in der Regel bekannt werden können. Noch mehr werden derartige Befürchtungen bezüglich der im Hypothekenbuch bereits eingetragenen Grundstücke gehegt, bezüglich welcher die Richtigkeit der künftigen Grundbucheinträge lediglich durch Eröffnung eines dreimonatlichen Reclamationstermins gegen den Inhalt des Hypothekenbuchs (§ 21 der Verordnung vom 23. Juli 1898) den Eigenthümern gewährleistet ist. Wie sich endlich die Zuverlässigkeit der Fortführung eines unter den gegebenen Verhältnissen nothwendig einer systematischen Uebersichtlichkeit entbehrenden Grundbuchs gestalten werde, wird die Zukunft lehren müssen.

Mit dem Landtagsabschiede vom 10. Juni 1899 wurden ferner eine Reihe von Gesetzen sanctionirt und veröffentlicht, aus welchen nachstehend die auf das Sachenrecht bezw. das Grundeigenthum und auf Anlage und Fortführung des Grundbuchs bezüglichen Bestimmungen zusammengestellt werden.

#### Ausführungsgesetz zum B. G. B. vom 9. Juni 1899.

##### Nachbarrecht.

Art. 62. Sind Fenster weniger als 0,60 m von der Grenze eines Nachbargrundstücks entfernt, das mit Gebäuden versehen ist oder als Hofraum oder Hausgarten dient, so müssen sie auf Verlangen des Eigenthümers dieses Grundstücks so eingerichtet werden, dass bis zur Höhe von 1,80 m über dem hinter ihnen befindlichen Boden weder das Öffnen noch das Durchblicken möglich ist. Die Entfernung wird von dem Fusse der Wand, in der sich das Fenster befindet, unterhalb der zunächst an der Grenze befindlichen Aussenkante der Fensteröffnung abgemessen.

Den Fenstern stehen Lichtöffnungen jeder Art gleich.

Art. 63. Balkons, Erker, Gallerien und ähnliche Anlagen, die weniger als 0,60 m von der Grenze eines Nachbargrundstücks abstehen, das mit Gebäuden versehen ist oder als Hofraum oder Hausgarten dient, müssen auf der dem Nachbargrundstücke zugekehrten Seite auf Verlangen des Nachbarn mit einem der Vorschrift des Artikels 62 entsprechenden Abschlusse versehen werden. Der Abstand wird bei vorspringenden Anlagen von dem zunächst an der Grenze befindlichen Vorsprung ab, bei anderen Anlagen nach Artikel 62 Abs. 1 Satz 2 gemessen.

Art. 64. Die Vorschriften der Artikel 62, 63 kommen auch gegenüber einem Grundstücke, das einer öffentlichen Eisenbahnanlage dient, zur Anwendung. Die Fenster und anderen Lichtöffnungen sowie der Abschluss der im Artikel 63 bezeichneten Anlagen dürfen jedoch so eingerichtet werden, dass sie das Durchblicken gestatten.

Art. 65. Für Fenster, andere Lichtöffnungen und Anlagen der im Artikel 63 bezeichneten Art, die sich an der Baulinie befinden, gelten die Vorschriften der Artikel 63 bis 64 nicht.

Art. 66. Für die zur Zeit des Inkrafttretens des Bürgerlichen Gesetzbuchs bestehenden Lichtöffnungen, Fenster, Balkons, Erker und ähnlichen Anlagen bleiben die bisherigen Vorschriften in Geltung, soweit sie eine geringere Beschränkung bestimmen, als die Artikel 62 bis 65.

Art. 67. Hat der Eigenthümer eines Gebäudes vor dem Inkrafttreten des Bürgerlichen Gesetzbuches nach den Vorschriften des Preussischen Landrechts durch Zeitablauf das Recht erlangt, dass zum Schutze seiner Fenster vor Verdunkelung mit Anlagen auf einem Nachbargrundstück ein bestimmter Abstand eingehalten werden muss, so gilt dieses Recht als Grunddienstbarkeit.

Das Gleiche gilt, wenn der Eigenthümer eines Gebäudes vor dem Inkrafttreten des Bürgerlichen Gesetzbuches nach den Vorschriften des Pfälzischen Rechtes durch Zeitablauf das Recht erlangt hat, Fenster, andere Lichtöffnungen oder Anlagen der im Artikel 63 bezeichneten Art zu halten, die den gesetzlichen Vorschriften nicht entsprechen.

Art. 68. Werden zwei Grundstücke durch eine Mauer geschieden, zu deren Benutzung die Eigenthümer der Grundstücke gemeinschaftlich berechtigt sind, so kann der Eigenthümer des einen Grundstücks dem Eigenthümer des andern Grundstücks nicht verbieten, die Mauer ihrer ganzen Dicke nach zu erhöhen, wenn ihm nachgewiesen wird, dass durch die Erhöhung die Mauer nicht gefährdet wird.

Der Eigenthümer des Grundstücks, von dem aus die Erhöhung erfolgt ist, kann dem Eigenthümer des andern Grundstücks die Benutzung des Aufbaues verbieten, bis ihm für die Hälfte oder, wenn nur ein Theil des Aufbaus benutzt werden soll, für den entsprechenden Theil der Baukosten Ersatz geleistet wird. Ist der Bauwerth geringer als der Betrag der Baukosten, so bestimmt sich der zu ersetzende Betrag nach dem Bauwerthe. Die Ersatzleistung kann auch durch Hinterlegung oder durch Aufrechnung erfolgen. Solange das Verbotungsrecht besteht, hat der Berechtigte den Mehraufwand zu tragen, den die Unterhaltung der Mauer in Folge der Erhöhung verursacht.

Wird die Mauer zum Zwecke der Erhöhung verstärkt, so ist die Verstärkung auf dem Grundstück anzubringen, dessen Eigenthümer die Erhöhung unternimmt. Der nach Abs. 2 von dem Eigenthümer des andern Grundstücks zu ersetzende Betrag erhöht sich um den entsprechenden Theil des Werthes der zu der Verstärkung verwendeten Grundfläche. Verlangt der Eigenthümer des Grundstücks, auf dem die Verstärkung angebracht worden ist, die Ersatzleistung, so ist er verpflichtet, dem Eigenthümer des andern Grundstücks das Eigenthum an der zu der Mauer verwendeten Grundfläche seines Grundstücks soweit zu übertragen, dass die neue Grenzlinie durch die Mitte der verstärkten Mauer geht; die Vorschriften über den Kauf finden Anwendung.

Art. 69. Ist eine Mauer der im Artikel 68 Abs. 1 bezeichneten Art vor dem Inkrafttreten des Bürgerlichen Gesetzbuchs von dem Eigenthümer des einen Grundstücks erhöht worden, so finden, soweit nach den bisherigen Vorschriften für die Benutzung des Aufbaues seitens des Eigenthümers des andern Grundstücks ein Theil der Kosten zu ersetzen oder eine sonstige Vergütung zu leisten ist, die Vorschriften des Artikel 68 Abs. 2, 3 Anwendung, es sei denn, dass die Vergütung schon vor dem Inkrafttreten des Bürgerlichen Gesetzbuchs fällig geworden ist.

Art. 70. Hat zur Zeit des Inkrafttretens des Bürgerlichen Gesetzbuchs der Eigenthümer eines Grundstücks auf Grund eines ihm nach den bisherigen Vorschriften gegenüber dem Eigenthümer eines Nachbargrundstücks zustehenden Zwangsrechts eine Mauer, durch welche die Grundstücke geschieden werden, zu gemeinschaftlicher Benutzung zu errichten begonnen, so bleiben diese Vorschriften für das Recht und die Pflicht zur Herstellung der Mauer maassgebend.

Ist eine Mauer, durch welche zwei Grundstücke geschieden werden, von dem Eigenthümer des einen Grundstücks auf Grund eines ihm nach den bisherigen Vorschriften gegenüber dem Eigenthümer des andern Grundstücks zustehenden Zwangsrechts zu gemeinschaftlicher Benutzung hergestellt worden, so finden an Stelle der bisherigen Vorschriften, nach welchen im Falle der Benutzung der Mauer seitens des Eigenthümers des andern Grundstücks ein Theil der Kosten zu ersetzen ist, die Vorschriften des Artikel 68 Abs. 2, 3 entsprechende Anwendung, es sei denn, dass der Ersatzanspruch schon vor dem Inkrafttreten des Bürgerlichen Gesetzbuchs fällig geworden ist.

Art. 71. Der Eigenthümer eines Grundstücks kann verlangen, dass auf einem Nachbargrundstücke nicht Bäume, Sträucher oder Hecken, Weinstöcke oder Hopfenstöcke in einer geringeren Entfernung als 0,50 m oder falls sie über 2 m hoch sind, in einer geringeren Entfernung als 2 m von der Grenze seines Grundstücks gehalten werden.

Zu Gunsten eines Waldgrundstücks kann nur die Einhaltung eines Abstandes von 0,50 verlangt werden. Das Gleiche gilt, wenn Wein oder Hopfen auf einem Grundstücke angebaut wird, in dessen Lage dieser Anbau nach den örtlichen Verhältnissen üblich ist.

Art. 72. Gegenüber einem landwirthschaftlich benutzten Grundstücke, dessen wirthschaftliche Bestimmung durch Schmälerung des Sonnenlichts erheblich beeinträchtigt werden würde, ist mit Bäumen von mehr als 2 m Höhe ein Abstand von 4 m einzuhalten. Auf Stein- und Kernobstbäume findet diese Vorschrift keine Anwendung.

Die Einhaltung des im Abs. 1 bestimmten Abstandes kann nur verlangt werden, wenn das Grundstück die bezeichnete wirthschaftliche Bestimmung schon zu der Zeit gehabt hat, zu welcher die Bäume die Höhe von 2 m überschritten haben.

Art. 73. Der nach den Artikeln 71, 72 einzuhaltende Abstand wird von der Mitte des Stammes an der Stelle, wo dieser aus dem Boden hervortritt, bei Sträuchern und Hecken von der Mitte der zunächst an der Grenze befindlichen Triebe, bei Hopfenstöcken von der Hopfenstange oder dem Steigdraht ab gemessen.

Art. 74. Die Vorschriften der Artikel 71, 72 finden keine Anwendung auf Gewächse, die sich hinter einer Mauer oder einer sonstigen dichten Einfriedigung befinden und diese nicht oder nicht erheblich überragen. Sie gelten ferner nicht für Bäume, die längs einer öffentlichen Strasse oder auf einem öffentlichen Platze gehalten werden, sowie für Pflanzungen, die zum Uferschutze, zum Schutze von Abhängen oder Böschungen oder zum Schutze einer Eisenbahn dienen.

Die Vorschrift des Artikel 72, Abs. 1 gilt auch nicht für Bäume, die sich in einem Hofraum oder einem Hausgarten befinden.

Im Falle einer Aufforstung kann die Einhaltung des im Artikel 72 Abs. 1 bestimmten Abstandes nicht verlangt werden, wenn die Auf-

forstung nach der Lage des aufzuforstenden Grundstücks der wirthschaftlichen Zweckmässigkeit entspricht.

Art. 75. Für die zur Zeit des Inkrafttretens des Bürgerlichen Gesetzbuchs vorhandenen Bäume, Sträucher und Hecken, Weinstöcke und Hopfenstöcke verbleibt es bei den bisherigen Vorschriften, soweit sie das Halten der Gewächse in einer geringeren als der nach den Artikeln 71 bis 74 einzuhaltenden Entfernung von der Grenze des Nachbargrundstücks gestatten.

Bei einem Grundstücke, das zur Zeit des Inkrafttretens des Bürgerlichen Gesetzbuchs mit Wald bestanden ist, gilt bis zur nächsten Verjüngung des Waldes das Gleiche auch für neue Bäume und Sträucher. Im Falle der Verjüngung kann die Einhaltung eines mehr als 2 m betragenden Abstandes nicht verlangt werden. Die Verjüngung gilt im Falle des Plenterbetriebs am 1. Januar 1950 als eingetreten.

Art. 76. Soweit in den Landestheilen rechts des Rheines nach örtlichem Herkommen bei der Bestellung landwirthschaftlicher Grundstücke die Ueberschreitung der Grenze eines Nachbargrundstücks gestattet ist (Anwenderecht), bleibt diese Befugniss mit dem bisherigen Inhalte bestehen.

Art. 77. Die im Artikel 68, Abs. 2, im Artikel 69, im Artikel 70, Abs. 2 und im Artikel 76 bezeichneten nachbarrechtlichen Befugnisse erlöschen durch Verzicht des Berechtigten. Der Verzicht erfolgt durch Erklärung gegenüber dem Eigenthümer des Nachbargrundstücks. Die Erklärung muss im Falle des Artikel 76 in öffentlich beglaubigter Form abgegeben werden.

Ist das Grundstück des Berechtigten mit dem Rechte eines Dritten belastet, so finden die Vorschriften des § 876 des Bürgerlichen Gesetzbuches entsprechende Anwendung. Im Falle der Belastung mit einer Reallast, einer Hypothek, einer Grundschuld oder einer Rentenschuld ist der Verzicht auf das im Artikel 68, Abs. 2, im Artikel 69 und im Artikel 70, Abs. 2 bezeichnete Verbotungsrecht dem Dritten gegenüber wirksam, wenn er erfolgt, bevor das Grundstück zu Gunsten des Dritten in Beschlag genommen worden ist.

Art. 78. Die sich aus den Vorschriften der Artikel 62 bis 66 und des Artikel 68, Abs. 1 ergebenden Ansprüche unterliegen nicht der Verjährung. Der Anspruch auf Beseitigung eines die Vorschriften der Artikel 71 bis 75 verletzenden Zustandes verjährt in fünf Jahren. Die Verjährung beginnt mit dem Ablaufe des Kalenderjahres, in welchem die Verletzung erkennbar wird.

Werden Gewächse, in Ansehung deren der Anspruch verjährt ist, durch neue ersetzt, so ist die vollendete Verjährung ohne Einfluss auf das Recht des Eigenthümers des Nachbargrundstücks, in Ansehung der neuen Gewächse die Einhaltung des in den Artikeln 71 bis 74 und in Artikel 75 Abs. 2 vorgeschriebenen Abstandes zu verlangen.

Art. 79. Ein Anwenderecht erlischt mit dem Ablaufe von zehn Jahren nach der letzten Ausübung. Die für die Verjährung geltenden Vorschriften der §§ 202 bis 207, 209 bis 212, 216, 217, 219, 220 des Bürgerlichen Gesetzbuchs finden entsprechende Anwendung.

Art. 80. Die Vorschrift des § 26 der Gewerbeordnung findet auf Eisenbahn-, Dampfschiffahrts- und ähnliche Unternehmungen, welche dem öffentlichen Verkehre dienen, entsprechende Anwendung.



### Form der Auflassung.

Art. 81. In Ansehung der in Bayern liegenden Grundstücke kann die Einigung der Parteien bei der Uebertragung des Eigenthums und der Bestellung eines Erbbaurechtes ausser vor dem Grundbuchamt auch vor einem bayrischen Notar erklärt werden.

Art. 82. Werden Grundstücke durch einen Notar versteigert, so bedarf es bei der Auflassung, sofern sie noch in dem Versteigerungstermine stattfindet, nicht der gleichzeitigen Anwesenheit beider Theile.

Uebertragung des Eigenthums, Begründung und Aufhebung von Dienstbarkeiten an buchungsfreien Grundstücken.

Artikel 83. Zur Uebertragung des Eigenthums an einem Grundstücke, das im Grundbuche nicht eingetragen ist und nach den Vorschriften der Grundbuchordnung auch nach der Uebertragung nicht eingetragen zu werden braucht, ist die Einigung des Veräusserers und des Erwerbers darüber, dass das Eigenthum übergehen soll, und die öffentliche Beurkundung der Erklärungen der beiden Theile erforderlich.

Die Uebertragung des Eigenthums kann nicht unter einer Bedingung oder einer Zeitbestimmung erfolgen.

Art. 84. Zur Begründung einer Dienstbarkeit an einem Grundstücke, das im Grundbuche nicht eingetragen ist und nach den Vorschriften der Grundbuchordnung nicht eingetragen zu werden braucht, ist die Einigung des Bestellers und des Erwerbers darüber, dass das Grundstück mit der Dienstbarkeit belastet werden soll, erforderlich. Die Erklärung des Bestellers muss in öffentlich beglaubigter Form abgegeben werden.

Zur Aufhebung einer Dienstbarkeit an einem Grundstücke der in Abs. 1 bezeichneten Art ist die Erklärung des Berechtigten gegenüber dem Eigenthümer erforderlich, dass er die Dienstbarkeit aufbehebt; die Erklärung muss in öffentlich beglaubigter Form abgegeben werden. Die Vorschriften des § 876 des Bürgerlichen Gesetzbuchs finden entsprechende Anwendung.

Eine Dienstbarkeit an einem Grundstücke der in Abs. 1 bezeichneten Art erlischt mit dem Ablaufe von zehn Jahren nach der letzten Ausübung. Hat eine Ausübung nicht stattgefunden, so beginnt die zehnjährige Frist mit dem Zeitpunkte, von dem an die Ausübung zulässig war. Die für die Verjährung geltenden Vorschriften der §§ 202 bis 207, 209 bis 212, 216, 217, 219, 220 des Bürgerlichen Gesetzbuchs finden entsprechende Anwendung. Der Lauf der Erlöschungsfrist wird nicht dadurch gehemmt, dass die Dienstbarkeit nur zeitweise ausgeübt werden kann. Die Frist endet jedoch in diesem Falle nicht, bevor die Zeit, zu welcher die Ausübung zulässig war, zum zweiten Male eingetreten und seit dem zweiten Eintritt ein Jahr verstrichen ist.

Aenderungen der seit 1818 erlassenen Gesetze.

Art. 136. Das Gesetz vom 15. August 1828, die allgemeine Grundsteuer betreffend, in der Fassung der Bekanntmachung vom 10. Juni 1881 wird dahin geändert:

I. Als § 71a werden folgende Vorschriften eingestellt:

Die Umschreibung eines Grundstücks auf einen neuen Besitzer setzt den Nachweis voraus, dass der neue Besitzer Eigenthümer des Grundstücks ist.

Die Umschreibung auf den neuen Besitzer erfolgt, wenn zu dem Erwerbe des Eigenthums die Eintragung in das Grundbuch erforderlich

ist, auf Grund der Eintragung im Grundbuche. In den übrigen Fällen muss das Eigenthum des neuen Besitzers in der für die Eintragung in das Grundbuch vorgeschriebenen Weise nachgewiesen werden.

Zur Eintragung einer Aenderung in dem Bestand eines Grundstücks, abgesehen von der Vereinigung ganzer Grundstücke, insbesondere zur Eintragung einer Theilung, ist die Vorlage eines von der Messungsbehörde angefertigten Planes, in welchem die Aenderung ersichtlich gemacht ist, und eines Auszuges aus dem Messungsverzeichniss erforderlich.

II. Der § 72 enthält folgende Fassung:

Jede Aenderung, durch die nach § 71 eine Umschreibung veranlasst wird, ist bei der Umschreibebehörde anzumelden.

Die Anmeldepflicht obliegt bei Aenderungen, zu denen die Eintragung in das Grundbuch erforderlich ist, den Grundbuchämtern, bei anderen Aenderungen den Behörden oder Notaren, von welchen eine die Aenderung betreffende Urkunde aufgenommen oder eine die Aenderung betreffende Entscheidung erlassen wird, im Falle einer neuen Messung der Messungsbehörde, in den übrigen Fällen den Parteien.

Die Art der Anmeldung wird durch Ministerialvorschrift bestimmt.

III. Der § 73 Abs. 1 enthält folgende Fassung:

Unterlassen die Parteien die ihnen nach § 72 Abs. 2 obliegende Anmeldung, so hat die Umschreibebehörde sie unter Festsetzung einer Frist von mindesten zwei Wochen und Androhung der im § 74 bestimmten Ordnungsstrafe zu der Anmeldung aufzufordern.

IV. Der § 81 erhält folgenden Abs. 3:

Ueberlässt der Eigenthümer das Grundstück einem Anderen ohne Uebertragung des Eigenthums zum Eigenbesitze, so bleibt er neben dem Besitzer für die Grundsteuer haftbar.

V. Der § 116 Abs. 2, 3 wird aufgehoben.

Zum Verständniss der Tragweite dieses Art. 136 seien hier zunächst die einschlägigen Paragraphen des Grundsteuergesetzes eingeschaltet.

§ 71. Als Gegenstände der Umschreibungen sind alle Veränderungen zu betrachten, welche sich entweder mit den Personen der Besitzer oder in der Art und Weise des Besitzes oder mit den katastrirten Besitzungen selbst wirklich ereignen.

§ 72. Jede Besitzänderung, welche nach vorstehender Vorschrift eine Umschreibung im Grundsteuerkataster bedingt, ist bei der Umschreibebehörde anzumelden.

Die Anmeldepflicht obliegt bei allen Veränderungen, deren Vollzug mittels notarieller Beurkundung erfolgt, den Notaren, bei allen Veränderungen, welche durch gerichtliche oder behördliche Beschlüsse oder Vergleiche veranlasst werden, den betreffenden Gerichten oder Behörden, in allen sonstigen Fällen den Geometern und den beteiligten Parteien.

Die Art der Erfüllung der Anmeldepflicht wird durch Ministerialvorschrift bestimmt.

§ 73. Wird eine Veränderung an grundsteuerpflichtigen Liegenschaften oder eine in der Person des Besitzers solcher Liegenschaften eintretende Veränderung, welche den Gegenstand einer Katasterumschreibung bildet, als thatsächlich vorhanden in unzweifelhafter Weise festgestellt, ohne dass den gesetzlichen Vorbedingungen zur Katasterumschreibung durch Errichtung einer Notariatsurkunde oder durch Beschlüsse und Entscheidungen der zuständigen Behörde oder in sonstiger Weise genügt

worden wäre, oder ohne dass eine Anmeldung gemäss der Bestimmung in § 72 bei der Umschreibebehörde stattgefunden hätte, so sind von dieser die betheiligten Parteien unter Vorsteckung einer Frist, welche mindestens sechs Wochen betragen muss, unter Androhung der nachstehend in § 74 bezeichneten Ordnungsstrafen aufzufordern, die Anmeldung unter Beibringung der gesetzlichen Nachweise, sowie der erforderlichen Messungsoperatte zu vollziehen, oder sich darüber auszuweisen, dass sie die zur Ermöglichung der Anmeldung erforderlichen Schritte gethan haben.

Ausgenommen sind Fälle von Berichtigungen fehlerhafter Messungen, Flächenangaben und Katastervorträge, hinsichtlich deren die Umschreibebehörden das Erforderliche von Amtswegen vorzukehren haben.

§ 74. Wird der Aufforderung der Umschreibebehörde innerhalb vorgestreckter Frist nicht genügt, so ist gegen die verschuldende Partei, oder wenn die Unterlassung sowohl dem Besitzvorgänger als dem neuen Besitzer zur Last fällt, gegen jede der betheiligten Parteien eine Ordnungsstrafe von fünf bis fünfzig Mark zu verhängen.

Diese Ordnungsstrafe kann im Wiederholungsfalle bis zum einmaligen Betrage von zweihundert Mark so oft verhängt werden, bis der Anmeldepflicht Genüge geleistet wird.

Art. 156 des Ausführungsgesetzes handelt von einigen Aenderungen des Vermarkungsgesetzes vom 16. Mai 1868, die aber gegenstandslos geworden sind, nachdem inzwischen das Vermarkungsgesetz v. 16. Mai 1868 ganz aufgehoben und durch das Abmarkungsgesetz vom 30. Juni 1900 ersetzt wurde. (Vergl. Heft 21, S. 550 und fgde.). Von Interesse sind dagegen die in Art. 171 festgesetzten Aenderungen des Flurbereinigungsgesetzes schon deshalb, weil sie unter Anderem eine der Gesetzgebung anderer Staaten sich anschliessende Neuerung bringen, wonach die einmal beschlossene Durchführung durch spätere Einwendungen nicht mehr im Prinzip, sondern nur bezüglich der Art und Weise der Ausführung (auch durch eine etwaige Majorität von Einsprechenden) umgestossen werden kann. Im nachfolgenden Abdruck des Artikels 171 sind die lediglich formelle Aenderungen betreffenden Abschnitte VIII, IX, X, XII mit XVI und XVIII weggelassen.

Art. 171. Das Gesetz vom 29. Mai 1886, die Flurbereinigung betreffend, wird dahin geändert:

I. Als Artikel 9 a wird folgende Vorschrift eingestellt:

Zu den im Flurbereinigungsverfahren abzugebenden Erklärungen bedarf der Vater oder die Mutter als Inhaber der elterlichen Gewalt sowie ein Vormund oder Pfleger nicht der Genehmigung des Vormundschaftsgerichts oder des Familienraths, ein Nachlasspfleger nicht der Genehmigung des Nachlassgerichts, der gesetzliche Vertreter einer Körperschaft, Stiftung oder Anstalt des öffentlichen Rechtes oder einer unter der Verwaltung einer öffentlichen Behörde stehenden Stiftung nicht der Genehmigung der vorgesetzten Behörde.

II. Der Artikel 10 Abs. 1 erhält folgende Fassung:

Sind die in die Unternehmung einbezogenen Grundstücke desselben Eigenthümers verschieden belastet, so sind die an ihre Stelle tretenden

Grundstücke in Ermangelung einer anderweitigen Uebereinkunft, soweit es zur Wahrung der auf sie übergehenden Rechte erforderlich ist, nach den verschiedenen Belastungen auszuscheiden und im Steuerkatasterplane mit besonderen Nummern zu bezeichnen. Verfügungsbeschränkungen stehen den Belastungen gleich.

### III. Der Artikel 13 erhält folgende Fassung:

Wird bei einer Flurbereinigung zum Zwecke der Ausgleichung eine Geldentschädigung nach Art. 6 Abs. 5 geleistet, so ist sie zunächst zur Ablösung der Grundlasten zu verwenden, soweit diese wegen des Minderwerths der eingetauschten Grundstücke nicht auf diese übertragbar sind; auf den Rest finden, wenn die ausgetauschten Grundstücke mit Rechten Dritter belastet sind, die für die Haftung des Entschädigungsanspruchs und das Vertheilungsverfahren im Falle der Zwangsenteignung geltenden Vorschriften Anwendung.

Eine nach Art. 6 Abs. 6 zu leistende Geldentschädigung haftet für Reallasten, Hypotheken, Grundschulden und Rentenschulden, mit denen die ausgetauschten Grundstücke belastet sind, nach Maassgabe der Vorschriften des § 1123 Abs. 2 Satz 1 und des § 1124 Abs. 1, 3 des Bürgerlichen Gesetzbuchs.

### IV. Der Artikel 16 Abs. 1 erhält folgende Fassung:

Die nach den Art. 20, 25, 32 ergehenden Ladungen und Mittheilungen sind, wenn Personen betheiligte sind, die unter Vormundschaft stehen oder für welche die Bestellung eines Pflegers oder eines Beistandes angeordnet ist, auch an das Vormundschaftsgericht, falls eine Nachlasspflegschaft angeordnet ist, auch an das Nachlassgericht, für Stiftungen auch an die Aufsichtsbehörde zu richten.

### V. Der Artikel 18 Abs. 4 erhält folgenden Zusatz:

Bei Familienfideicommissen finden auch in solchen Fällen die Vorschriften des Art. 9 Anwendung.

### IV. Der Artikel 20 Abs. 1 erhält folgende Fassung:

Ist eine Unternehmung als zur weiteren Instruierung geeignet erklärt, so sind die nach Maassgabe des hierbei festgesetzten Umfanges der Unternehmung betheiligten Grundeigenthümer beziehungsweise deren gesetzliche Vertreter durch die Districtsverwaltungsbehörde zu einer Tagsfahrt mit der Eröffnung zu laden, dass

1) Einwendungen bezüglich der Voraussetzungen der Flurbereinigung (Art. 1 bis 5) bei Vermeidung des Ausschlusses entweder in der Tagsfahrt oder binnen vierzehn Tagen nach derselben bei der Districtsverwaltungsbehörde vorgebracht werden müssen,

2) diejenigen betheiligten Grundeigenthümer, welche weder in Person erschienen, noch durch einen Bevollmächtigten vertreten sind, unbeschadet der nach Ziff. 1 zu erhebenden Einwendungen, als der Inangriffnahme der Flurbereinigung zustimmend erachtet werden und

auch aller Einwendungen gegen die sonstigen Beschlüsse der Tagsfahrt verlustig gehen,

3) zur Stellvertretung eine von der Gemeindebehörde des Wohnorts beglaubigte Vollmacht genügt.

VII. Im Artikel 21 erhält (1) der Eingang folgende Fassung:

Bei der von der Districtsverwaltungsbehörde abzuhaltenden Tagsfahrt ist zunächst die beabsichtigte Unternehmung unter Bekanntgabe des zu erwartenden Betrages der Kosten darzulegen, sowie auf den im Art. 20 Abs. 1 Ziff. 1 erwähnten Rechtsnachtheil hinzuweisen und sodann Beschluss zu fassen.

2) Der Abs. 5 wird aufgehoben.

XI. Als Artikel 25 a werden folgende Vorschriften eingestellt:

Nach der Absteckung der neuen Flureintheilung kann die Flurbereinigungs-Commission die beteiligten Grundeigenthümer auf Antrag von mindestens drei Viertheilen derselben vorläufig in den Besitz der Neuzatheilungen durch den Flurbereinigungs-Ausschuss beziehungsweise den beauftragten Geometer setzen, wenn aus einem längeren Aufschube der Ueberweisung den Antragstellern ein erheblicher Nachtheil erwachsen würde.

Soweit die Flureintheilung bei der endgültigen Feststellung geändert wird, ist den widersprechendnn Beteiligten der Schaden zu ersetzen, den sie dadurch erlitten haben, dass die Ueberweisung vor der endgültigen Feststellung der Flureintheilung erfolgt ist. Der Schadenersatz gehört zu den Kosten des Unternehmens.

XVII. Der Artikel 37 erhält folgende Fassung:

Die Flurbereinigungs-Commission hat das Grundbuchamt unter Mittheilung des Operats oder eines beglaubigten Auszugs aus diesem um die erforderlichen Eintragungen in das Grundbuch zu ersuchen. In dem Ersuchen ist der Tag des Eigenthumsüberganges anzugeben. Bei Eintragungen, von denen Hypotheken, Grundschulden oder Rentenschulden betroffen werden, finden die Vorschriften der §§ 42 bis 44 der Grundbuchordnung keine Anwendung. Das Grundbuchamt hat den Besitzer des Hypotheken-, Grundschuld- oder Rentenschuldbriefes zur Vorlegung anzuhalten, um nach den Vorschriften des § 62 Abs. 1 und des § 70 Abs. 1 der Grundbuchordnung zu verfahren.

Von den nach Art. 6 Abs. 5 festgesetzten Geldentschädigungen hat die Flurbereinigungs-Commission dem Amtsgerichte, welches für das im Art. 13 bezeichnete Vertheilungsverfahren zuständig ist, Mittheilung zu machen.

XIX. Im Artikel 42 werden nach dem Worte, „Anssteckungspfähle“ eingeschaltet die Worte:

„oder Sicherungssteine“.

XX. Die Artikel 44—50 werden aufgehoben.

Bis zu der Zeit, zu welcher das Grundbuch als angelegt anzusehen ist, tritt für die im Artikel 26 des Gesetzes vom 29. Mai 1886 bestimmte gerichtliche Aufforderung an die Stelle des Amtsgerichts, bei welchem das Grundbuch für die auszutauschenden Grundstücke geführt wird, in den Landestheilen rechts des Rheins das Amtsgericht, bei welchem das Hypothekenbuch für die Grundstücke geführt wird, in der Pfalz das Amtsgericht, in dessen Bezirke die Grundstücke belegen sind. Die Vorschriften des Artikels 37 Absatz 1 Satz 1 finden in den Landestheilen rechts des Rheins auf die Eintragungen in das Hypothekenbuch entsprechende Anwendung. In der Pfalz bleiben bis dahin an Stelle des Artikels 10 Absatz 1, 2 der Artikel 46 und an Stelle des Artikels 37, Absatz 1 des Artikels 49 in Geltung.

Aus dem weiteren Gesetz vom 9. Juni 1899, Uebergangsvorschriften zum Bürgerlichen Gesetzbuch betreffend, sind — zum Theil noch auf eine ansehnliche Zahl von Jahren — hauptsächlich die nachstehenden Abschnitte von Interesse.

### I. Vorschriften für das ganze Königreich.

Eigenthumsbeschränkungen zu Gunsten bestehender Waldungen.

Art. 9. Der Eigenthümer eines Waldgrundstücks ist verpflichtet, die Wurzeln eines Baumes oder Strauches, die von einem Nachbargrundstück eingedrungen sind, das zur Zeit des Inkrafttretens des Bürgerlichen Gesetzbuches mit Wald bestanden ist, sowie die von einem solchen Grundstücke herübertagenden Zweige zu dulden, bis auf dem Nachbargrundstücke die nächste Verjüngung des Waldes stattfindet.

Dem Eigenthümer eines anderen Grundstücks obliegt die gleiche Duldungspflicht gegenüber den herübertagenden Zweigen, soweit diese mindestens 5 m vom Boden entfernt sind; die Entfernung wird bis zu den unteren Spitzen der Zweige gemessen. Für die Beseitigung herübertagender Zweige, die weniger als 5 m vom Boden entfernt sind, ist dem Eigenthümer des mit Wald bestanden Grundstücks eine dem Umfange der Arbeit für das ganze Grundstück entsprechende Frist von höchstens zwei Jahren zu gewähren. Auf der westlichen, nordwestlichen, südwestlichen und südlichen Seite des mit Wald bestanden Grundstücks müssen auch solche herübertagende Zweige geduldet werden, wenn im Falle der Beseitigung der Fortbestand eines zum Schutze des Waldes erforderlichen Baumes oder Strauches gefährdet oder die Ertragsfähigkeit des Waldbodens in Folge des Eindringens von Wind und Sonne beeinträchtigt werden würde.

Im Falle des Plenterbetriebes gilt als der Zeitpunkt der nächsten Verjüngung der Beginn des Jahres 1950.

Auf isolirte Waldparzellen, die bis zum Beginne des Jahres 1885 als landwirthschaftliche Grundstücke benutzt worden sind, finden die Vorschriften des Abs. 2 keine Anwendung.

### Eintragung von Grunddienstbarkeiten.

Art. 10. Grunddienstbarkeiten, die zu der Zeit bestehen, zu welcher das Grundbuch als angelegt anzusehen ist, müssen zur Erhaltung der Wirksamkeit gegenüber dem öffentlichen Glauben des Grundbuches in das Grundbuch eingetragen werden. Der Eintragung sind Grunddienstbarkeiten, mit denen das Halten einer dauernden Anlage verbunden ist, so lange nicht unterworfen, als die Anlage besteht.

Der Beginn und die Dauer der Frist für die Anmeldung der einzutragenden Grunddienstbarkeiten werden durch Königliche Verordnung bestimmt; die Frist muss jedoch mindestens sechs Monate betragen.

Die Bestimmung der Frist kann für einzelne Grundbuchbezirke und für einzelne Arten von Grunddienstbarkeiten gesondert erfolgen.

Die Eintragung und die Entgegennahme der Erklärungen, die zum Zwecke der Eintragung vor dem Grundbuchamt abgegeben werden, sind gebührenfrei.

### Erlöschen nicht eingetragener Grunddienstbarkeiten.

Art. 11. Von der Zeit an, zu welcher das Grundbuch als angelegt anzusehen ist, gelten für das Erlöschen von Grunddienstbarkeiten, die nach den bisherigen Vorschriften entstanden und nicht in das Grundbuch eingetragen sind, die Vorschriften der Artikel 12 bis 17.

Art. 12. Zur Aufhebung der Grunddienstbarkeit ist die Erklärung des Berechtigten gegenüber dem Eigenthümer erforderlich, dass er die Dienstbarkeit aufgibt; die Erklärung muss in öffentlich beglaubigter Form abgegeben werden.

Die Vorschriften des § 876 des Bürgerlichen Gesetzbuchs finden entsprechende Anwendung.

Art. 13. Die Grunddienstbarkeit erlischt mit dem Ablaufe von zehn Jahren nach der letzten Ausübung. Hat eine Ausübung nicht stattgefunden, so beginnt die zehnjährige Frist mit dem Zeitpunkte, von dem an die Ausübung zulässig war. Die für die Verjährung geltenden Vorschriften der §§ 202 bis 207, 209 bis 212, 216, 217, 219, 223 des Bürgerlichen Gesetzbuchs und des Artikels 169 des Einführungsgesetzes zum Bürgerlichen Gesetzbuche finden entsprechende Anwendung.

Der Lauf der Erlöschungsfrist wird nicht dadurch gehemmt, dass die Dienstbarkeit nur zeitweilig ausgeübt werden kann; die Frist endigt jedoch in diesem Falle nicht, bevor die Zeit, zu welcher die Ausübung zulässig war, zum zweiten Male eingetreten und seit dem zweiten Eintritt ein Jahr verstrichen ist.

Art. 14. Die Grunddienstbarkeit erlischt, wenn sie sich mit dem Eigenthum an dem belasteten Grundstücke vereinigt.

Art. 15. Ist die Grunddienstbarkeit dem Eigenthümer unbekannt, so kann der Berechtigte mit seinem Rechte im Wege des Aufgebotsverfahrens ausgeschlossen werden.

Das Aufgebot erstreckt sich nicht auf Grunddienstbarkeiten, mit denen das Halten einer dauernden Anlage verbunden ist, solange die Anlage besteht.

(Die hier weggelassenen Art. 16 und 17 regeln das Aufgebotsverfahren.)

Art. 18. Die Vorschriften der Artikel 15 bis 17 gelten von dem Inkrafttreten des Bürgerlichen Gesetzbuchs an auch für die Zeit, bevor das Grundbuch als angelegt anzusehen ist.

Das Aufgebot erstreckt sich nicht auf Grunddienstbarkeiten, die in den Landestheilen rechts des Rheins in das Hypothekenbuch eingetragen oder zur Eintragung angemeldet, in der Pfalz in dem Verfahren zur Anlegung des Grundbuchs angemeldet sind.

Als eingetragene Eigenthümer im Sinne des Artikels 16 Abs. 5 gelten in den Landestheilen rechts des Rheins diejenigen, welche im Hypothekenbuch als Besitzer eingetragen sind, bei Grundstücken, die ein Blatt im Hypothekenbuche nicht haben, sowie in der Pfalz die im Grundsteuerkataster als Besitzer Bezeichneten. (Fortsetzung folgt.)

## Hochschulnachrichten.

### Candidaten,

welche bei der Königlichen Prüfungscommission für Landmesser zu Berlin im Herbsttermin 1900 die Landmesserprüfung abgelegt haben.

Die mit \*) bezeichneten Candidaten vorbehaltlich der Darlegung der Fertigkeit im Kartenzeichnen.

Leo Brettschneider aus Neufahrwasser, Robert Czudnowicz aus Insterburg, Kurt Dennert aus Strassburg i. Els., Hugo Gasda aus Breslau, Bernhard Hagelweide aus Angerburg, Eduard Hartung aus Geisleden, Fritz Herrmann aus Glogau, Fritz Keller aus Gr. Mahlen-dorf, Paul Kohnert aus Halle a. S., Georg Krüger\*) aus Neuenkirchen, Wilhelm Land\*) aus Wanda, Otto Mahraun aus Gurske, Joachim Püschel\*) aus Lamsfeld, Arthur Schmidt aus Stargard, Karl Segler aus Garz, Ernst Stahl aus Hofen, Hugo Tschirch aus Lauban.

### Inhalt.

Grössere Mittheilungen: Graphische Ausgleichung beim Rückwärtseinschneiden, von Runge. — Zur Quadratur des Kreises, von Puller. — Ueber das arithmetische Mittel, von Láska. — Die Verlängerung des Pariser Meridianbogens nach Süden im Anfang dieses Jahrhunderts, von Hammer. — Tachymeter-Strahlenzieher von E. Puller, von Hammer. — Richtigstellung zu dem Referat: „Die im Zusammenlegungsverfahren anzufertigenden Kartenwerke mit besonderer Rücksicht auf die erforderlichen neuen Katasterkarten und Bücher.“ — Die bayerische Gesetzgebung über die Anlage des Grundbuchs und sonstige damit zusammenhängende Materien. — Hochschulnachrichten.