

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

Organ des Deutschen Geometervereins.

Herausgegeben von

Dr. C. Reinhertz,

und

C. Steppes,

Professor in Hannover.

Obersteuerrath in München.



1900.

Heft 24.

Band XXIX.

—→ 15. December. ←—

Der Abdruck von Original-Artikeln ohne vorher eingeholte Erlaubniss der Schriftleitung ist untersagt.

Beitrag zur Geschichte der Ausgleichsrechnung.

Ein vergessener Mitbegründer der Methode der kleinsten Quadrate.

Von Prof. Dr. E. Hammer.

Den nachfolgenden Aufsatz gerade jetzt zu veröffentlichen, giebt mir Veranlassung das Erscheinen des Werkes: „Die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie und ihrer Anwendungen“ von Professor Dr. E. Czuber in Wien (Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung VII. Bd., 2. Heft, Leipzig, Teubner 1899; der Verfasser hat sich bekanntlich bereits durch mehrere Schriften zur Methode der kleinsten Quadrate verdient gemacht, vgl. besonders seine Theorie der Beobachtungsfehler, Leipzig, Teubner 1891).

In diesem Werke, mit sorgfältiger Sammlung und Sichtung der weitschichtigen Literatur*), wird ein Mann nur flüchtig erwähnt, dem meiner Ansicht nach ein Ehrenplatz in der Entwicklungsgeschichte der Methode der kleinsten Quadrate gebührt, der Amerikaner Dr. Robert Adrain. Der Verfasser führt zwar die unten zu besprechende Arbeit von Adrain in seinem Literaturverzeichniss S. 252 an (ohne sie jedoch, wie aus S. 180, Anmerkung, hervorgeht, selbst gesehen zu haben) und macht kurze Andeutungen darüber S. 168 (nach Abbe, Historical Note on the method of least squares, Americ. Journal (3) I, 1871, Glaisher, On the law of facility of errors of observations etc., Mem. R. Astr. Soc., XXXIX, 1872) und S. 217 (nach der Notiz von Merriman, On the history of the method of least squares, Analyst IV, 1877; über eine der praktischen Anwendungen Adrain's).

*) Uebrigens hat zu den 500 von Czuber gesammelten Titeln kürzlich Wölffing 300 neue hinzugefügt, vgl. Math. Nat. Mitth. des M. N. Vereins in Württemberg, hrsg. von Böklen und Wölffing, (II) I, 3. Heft, Stuttgart 1899, S. 76—84, ferner Revue bökmetrielle, VIII, 1, S. 9.

Seit den historischen Bemerkungen von Abbe und Merriman sind die Verdienste ihres Landsmannes Adrain um die Methode der kleinsten Quadrate besonders in einem Handbuch der Ausgleichsrechnung von Wright (Treatise on the adjustment of observations, New York 1884) gewürdigt worden. In diesem Werke, das in Czuber's Verzeichniss fehlt, ist die wichtigste geodätische Anwendung, die Adrain 1808 von der Methode der kleinsten Quadrate machte, S. 221—223 mit allen Einzelheiten, wenn auch etwas modernisirt, reproducirt*); im Appendix I (S. 427) wird ferner angeführt, dass Adrain zwei Beweise für das Exponentialfehlergesetz angegeben und die Methode der kleinsten Quadrate auf vier verschiedene Aufgaben angewandt habe, von denen die vierte die oben genannte Anwendung ist (s. u.).

Bei der grundlegenden Wichtigkeit, die die Ausgleichung nach dem Princip der kleinsten Quadratsumme für die Geodäsie erlangt hat, suchte ich seit Jahren des Adrain'schen Originals habhaft zu werden. Es ist mir aber erst vor etwa einem Jahre durch die Güte des bekannten Geodäten, Herrn Erasmus D. Preston vom U. S. Coast and Geodetic Survey gelungen, photographische Copien der in Betracht kommenden 23 Seiten von „The Analyst or mathematical Museum“, vol. I, Philadelphia, William P. Farrand and Co., 1808, zu erhalten.**). Die Zeitschrift war besonders auch zur Stellung und Mittheilung von Auflösungen interessanter Aufgaben bestimmt („with collections of questions proposed and resolved by ingenious correspondents“).

S. 68 des citirten Bandes stellt R. Patterson aus Philadelphia folgende Aufgabe (für die er einen Preis von 10 Dollars aussetzt)***):

*) Lies daselbst S. 223, Z. 7 von u. 1808 statt 1807, was nicht ausschliesst, dass an sich 1807 oder selbst ein früheres Jahr das richtigere sein kann; auf dem Titel des unten anzuführenden Werkes steht aber 1808, wie auch an der oben zuerst angegebenen Stelle richtig citirt ist. Auch den Ort einer biographischen Notiz über Adrain führt Wright an. Gore zählt in seiner umfassenden (und für Amerika jedenfalls ziemlich vollständigen) bekannten „Bibliography of Geodesy“, Washington 1889, von sonstigen geodätischen Schriften Adrain's nur zwei auf: Investigation of the figure of the Earth and of the gravity in different latitudes, Americ. Philos. Soc., Transa., I (1818) S. 119—135 (Abplattung $\frac{1}{319}$); sodann: Research concerning the mean diameter of the Earth, ebend. I (1818) S. 353—366. Unter dem Stichwort: Least squares fehlt übrigens auch bei Gore der Name Adrain's.

**) Dieses Werk ist äusserst selten geworden; ich habe es weder auf einer Stuttgarter Bibliothek noch durch Vermittlung der hiesigen öffentlichen Bibliothek auf einer andern deutschen Bibliothek auftreiben können. Herrn Preston bin ich für seine gütige Vermittlung zu grossem Danke verpflichtet.

***) Diese und alle folgenden in „gesetzten Stellen sind möglichst wortgetreu wiedergegeben.

„Um den Inhalt eines völlig ebenen Grundstücks zu finden, habe ich mit einem gewöhnlichen Circumferenter*) und der Kette folgende Richtungen**) und Längen der Seiten oder Grenzlinien gemessen:

1)	Nord	45 ⁰	Ost	40	Ruthen (perches)
2)	Süd	30 ⁰	W.	25	„
3)	Süd	5 ⁰	O.	36	„
4)	West			29,6	„
5)	Nord	20 ⁰	O.	31	„, womit die Messung zum

Anfangspunkt zurückkehrt.

Bei der Bildung der Coordinatendifferenzen***) entdeckte ich aber, wie man es wohl immer bei wirklichen Messungen finden wird, einen Widerspruch in den Dimensionen. Man soll nun die Berechnung der Fläche durchführen, indem die wahrscheinlichste Annahme zur Wegschaffung des Widerspruchs gemacht wird.“

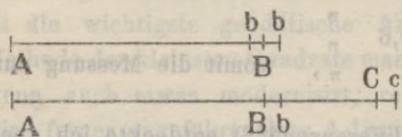
Eine Auflösung dieser Aufgabe hat S. 88—93 Bowditch (der besonders durch seine Gradmessung bekannt gewordene Geodät) gegeben. Seine Lösung besteht darin, dass er die Schlussfehlerstrecke, die sich zwischen Anfangs- und Endpunkt bei der Rechnung zeigt, auf die einzelnen Eckpunkte vertheilt, wie wir es auch heute noch machen; geometrisch sei so zu verfahren, dass wenn A der Anfangspunkt, E der Endpunkt beim unmittelbaren Auftragen der Messungen sei und $r = (\overline{AE} : \Sigma s)$ gesetzt werde, ferner durch die beim Auftragen erhaltenen Punkte B, C, D Parallelen zu AE gezogen werden, auf diesen die Strecken $BB' = r \cdot \overline{AB}$, $CC' = r \cdot (\overline{AB} + \overline{BC})$. . . abzutragen seien, um die corrigirten Punkte $B', C', D', E' = A$ zu erhalten. Aehnlich arithmetisch, wobei die Widersprüche in x (latitude) und y (departure) mit Hülfe der Traverse Tables gefunden und proportional vertheilt werden: der Widerspruch in x findet sich bei der Rechnung zu 0,10 Nord, der in y zu 0,08 Ost; beide werden proportional den Seitenlängen vertheilt und als corrigirter Inhalt des Grundstücks wird dann erhalten 854,56 Quadratruthen = 5 acres 1 rood 14,56 perches. Diese Art der Ausgleichung ist von Bowditch schon mehrere Jahre früher benutzt worden und auch sonst früher nachweisbar.

*) Man versteht in England u. s. w. unter Circumferenter (welcher Name neben „Miner's Dial“ etc. besonders beim Markscheiden noch im Gebrauch ist) sowohl einen Theodolit als eine Bussole; oben sind Bussolen-Azimute gemeint, so dass jede Richtung unabhängig von den übrigen ist. Man spricht auch von „Semi-Circumferenter“ = dem französischen Graphometer.

**) bearings, heute noch im Gebrauch. Man unterscheidet (besonders in der Nautik, aber auch in der Landmessung, wo die Bussole in Amerika, England u. s. f. noch eine weit grössere Rolle spielt, als bei uns) das „observed bearing“ = magnetisches Azimut und „true bearing“ = wirkliches (auf den Meridian bezogenes) Azimut.

***) Wie auch heute immer noch in England u. s. f. „latitude“ und „departure“ = (Differenzen in) Breite und Abweitungen; oben unserem Sprachgebrauch (Coordinaten) angepasst.

Dieselbe Aufgabe aber wird nun auch von Dr. Adrain S. 106—109 mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate gelöst als eine der praktischen Anwendungen seiner „Untersuchungen über die Fehlerwahrscheinlichkeiten bei Anstellung von Beobachtungen“, S. 93—109.



Diese Abhandlung beginnt mit folgender Frage:

„Es sei AB der wahre Werth einer Grösse, für die die Beobachtung die Grösse Ab geliefert hat, so dass der Fehler der Messung Bb beträgt; was ist der Ausdruck für die Wahrscheinlichkeit, dass der Fehlerbetrag Bb begangen wird, wenn man AB misst?“

AB, BC seien z. B. verschiedene Entfernungen, bei deren folgender Messung sich Ab, bc ergeben haben, so dass Cc den Gesamtfehler der Entfernungsmessung vorstellt; nimmt man an, dass die Messungen Ab, bc und ebenso der Gesamtfehler Cc gegeben seien, ferner dass die wahrscheinlichsten Werthe AB, BC den Messungen Ab, bc proportional seien, also auch die Fehler der einzelnen Strecken ihren Längen proportional seien, so finden wir, wenn die Messungen Ab, bc mit a, b , der ganze Irrthum Cc mit E und die Fehler von Ab, bc mit x, y bezeichnet werden:

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$$

Sind X und Y gleichartige Functionen von (a, x) und von (b, y) , die die Wahrscheinlichkeit ausdrücken, dass bei Messung der Strecken a, b die Fehler x, y begangen werden, so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass x und y zusammen vorkommen, nach dem Fundamentalsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung das Product XY .

„Wenn nun die Werthe von x und y aus den Gleichungen

$$\begin{aligned} x + y &= E \text{ und} \\ XY &= \max \end{aligned}$$

zu bestimmen sind, so muss man offenbar auf die Gleichung $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

kommen“ und zwar auf möglichst einfache Art; d. h. „unter verschiedenen Formen von X und Y , die die gestellte Bedingung erfüllen, ist die möglichst einfache zu wählen“. Bedeuten X' und Y' die Logarithmen von X und Y in irgend einem System (am einfachsten im hyperbolischen), so ist also die Bedingung $XY = \max$ zu ersetzen durch $X' + Y' = \max$ oder $\dot{X}' + \dot{Y}' = 0^*$ oder $X'' \cdot \dot{x} + Y'' \cdot \dot{y} = 0$,

*) $\dot{X}' \dot{Y}'$ bedeuten in „Fluxionen“ (Differentialiale) von X' und Y' ; es ist also z. B. $\dot{x} = dx$ nach unserer heutigen Schreibweise u. s. f. Im Folgenden behalte ich die Schreibweise von Adrain bei, gebrauche aber überall statt des Namens Fluxion den Ausdruck Differential, statt „set in fluxion“ ableiten u. s. f.

also, da $x + y = E$ sein muss, $X'' = Y''$. Diese Gleichung muss der Gleichung $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$ äquivalent sein; dies geschieht in der einfachsten Art, indem gesetzt wird

$$X'' = \frac{m x}{a}, \quad Y'' = \frac{m y}{b},$$

wenn m eine beliebige Zahl bedeutet, die die Art der Aufgabe eben verlangen mag.

Aus $X'' = \frac{m x}{a}$ folgt $X'' \cdot x = \dot{X}' = \frac{m x \cdot \dot{x}}{a}$ oder durch Integration

$$X' = a' + \frac{m x^2}{2 a},$$

wobei die Constante a' entweder eine absolut constante Zahl oder auch abhängig von der Entfernung a ist.

Der Logarithmus der Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Fehler x bei Messung der Entfernung a begangen wird, ist also

$a' + \frac{m x^2}{2 a} = X'$ und damit die Wahrscheinlichkeit selbst:

$$X = e^{X'} = e^{\left(a' + \frac{m x^2}{2 a}\right)}$$

Diese Formel ermöglicht die Vergleichung der Wahrscheinlichkeiten verschiedener Fehler, wenn man die Zahlen a, a' und m geeignet bestimmen kann. Wird die Wahrscheinlichkeit des Fehlers x mit u bezeichnet, so ist

$$u = e^{\left(a' + \frac{m x^2}{2 a}\right)}$$

die allgemeine Gleichung der Wahrscheinlichkeitscurve.

In der obigen Gleichung ist m jedenfalls negativ, wie leicht zu zeigen ist. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Fehler x, y, z, \dots in den Strecken a, b, c, \dots gemacht werden, ist

$$\begin{aligned} & e^{\left(a' + \frac{m x^2}{2 a}\right)} \times e^{\left(b' + \frac{m y^2}{2 b}\right)} \times e^{\left(c' + \frac{m z^2}{2 c}\right)} \times \dots \\ & = e^{\left(a' + b' + c' + \dots + \frac{m x^2}{2 a} + \frac{m y^2}{2 b} + \frac{m z^2}{2 c} + \dots\right)} \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck erlangt einen grössten oder kleinsten Werth, wenn der Exponent einen grössten oder kleinsten Werth erlangt, also wenn

$$a' + b' + c' + \dots + \frac{m x^2}{2 a} + \frac{m y^2}{2 b} + \frac{m z^2}{2 c} + \dots = \begin{cases} \max \\ \min \end{cases}$$

wird, oder wenn

$$\frac{m}{2} \left(\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c} + \dots \right) = \begin{cases} \max \\ \min \end{cases} \text{ ist.}$$

Bekanntlich wird nun

$$\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c} + \dots = \min, \text{ wenn } \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \dots \text{ oder es}$$

$$\text{wird } -\left(\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c} + \dots\right) = \max, \text{ wenn } \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \dots \text{ ist.}$$

Es muss also, wie angegeben, m negativ sein. Da wir für den Fall des Maximums für m jeden beliebigen Werth setzen können, so nehmen wir am einfachsten $m = -2$ und erhalten so als Wahrscheinlichkeit des Fehlers x den Ausdruck:

$$u = e^{\left(a' - \frac{x^2}{a}\right)}$$

Setzen wir noch $\frac{m}{2a} = -1$ und $a' = f^2$, so ergibt sich für die Wahrscheinlichkeitscurve die Gleichung:

$$u = e^{\left(f^2 - x^2\right)}$$

oder, da mit $f^2 = 0$ die Ordinate u immer noch proportional ihrem früheren Werthe wird, als einfachste Form der Gleichung der Curve, die als Wahrscheinlichkeitscurve zu bezeichnen ist

$$u = e^{-x^2} \text{ oder } u = \frac{1}{e^{x^2}}.$$

Die Wahrscheinlichkeitscurve wird dann von Adrain noch auf einem zweiten Weg, der mehr von geometrischer Anschauung ausgeht, abgeleitet. Das Resultat ist ganz dasselbe. Mit Rücksicht auf den Raum mag die Reproduction dieses Abschnittes hier unterbleiben; es ist aber wenigstens auf den Schluss aufmerksam zu machen, der unsere heutige mittlere Fehlerellipse einigermaassen anticipirt („Curve der gleichen Wahrscheinlichkeiten“ eine Ellipse für den Fall, dass die betrachteten gleichwahrscheinlichen Fehler zweier Grössen in dem Verhältniss $1:p$ zu einander stehen).

Auch von den vier Anwendungen, die Adrain von dieser seiner Theorie macht, seien mit Rücksicht auf den Raum nur drei wiedergegeben*).

Aufgabe I. Es seien a, b, c, d, \dots die beobachteten Werthe einer zu bestimmenden Grösse x ; man soll deren wahrscheinlichsten Werth berechnen.

*) Es finden sich im Folgenden im Original ziemlich viele Druckfehler; ich brauche aber wohl nicht in jedem einzelnen Falle anzumerken, dass ein Fehler verbessert ist.

Auflösung: Die Fehler sind $(x-a)$, $(x-b)$, $(x-c)$, $(x-d)$... und die Log. ihrer Wahrscheinlichkeiten sind nach dem oben Gezeigten (proportional den Ausdrücken) $-(x-a)^2$, $-(x-b)^2$, $-(x-c)^2$, $-(x-d)^2$..., es ist also

$$(x-a)^2 + (x-b)^2 + (x-c)^2 + \dots = \text{min zu machen.}$$

Die Ableitung dieses Ausdrucks liefert

$(x-a) + (x-b) + (x-c) + \dots = 0$; ist also n die Anzahl der Glieder (Beobachtungen), so wird

$$nx = a + b + c + \dots \text{ oder } x = \frac{a + b + c + \dots}{n} = \frac{s}{n},$$

wenn $s = a + b + c + \dots$ gesetzt wird.

Man hat also folgende Regel: Um im angegebenen Fall (unmittelbarer Beobachtungen einer zu bestimmenden Grösse) den wahrscheinlichsten Werth der Unbekannten zu finden, ist die Summe aller Beobachtungswerte durch ihre Anzahl zu dividiren.

„Diese Regel stimmt genau überein mit dem bei Astronomen, Nautikern u. s. w. allgemein üblichen Verfahren.“

Adrain macht auch noch darauf aufmerksam, dass, nach unserer jetzigen Schreibweise, [pos. v] $\overset{\text{abs.}}{=}$ [neg. v] ist.

Aufgabe II. Gegeben sind die beobachteten Positionen eines Punktes im Raume; man soll die wahrscheinlichste Lage des Punktes bestimmen.

Auflösung. Auf irgend eine feste Ebene fallen wir von jedem der Punkte, die sich aus den Beobachtungen ergeben haben, ein Loth, ebenso von dem gesuchten Punkte. Die Fusspunkte der zuerst genannten Lothe seien b, c, d, \dots , der des zuletzt genannten F . In der angenommenen Ebene sei ferner eine feste Gerade AE gegeben, auf die man von b, c, \dots, F aus die Lothe bB, cC, \dots, FG fällt. A sei ein fester Punkt auf AE , die Strecken AB, AC, AD, \dots seien mit a, b, c, \dots bezeichnet.* Die zugehörigen Ordinaten in der Ebene, Bb, Cc, Dd, \dots mögen ferner a', b', c', \dots heissen und endlich seien die „Höhen“ (3. Coordinaten) in den Punkten b, c, d, \dots gleich a'', b'', c'', \dots ; sodann werde $s = a + b + c, \dots$, $s' = a' + b' + c', \dots$, $s'' = a'' + b'' + c'', \dots$ gesetzt und die Anzahl der gegebenen Punkte sei n ; endlich seien die drei Coordinaten des gesuchten Punktes, nämlich AG, GF und die „Höhe“ des Punktes über der Ebene AGF mit (x, y, z) bezeichnet.

Das Quadrat des Abstandes zwischen den Punkten F und b ist $(x-a)^2 + (y-a')$ und der Unterschied der „Höhen“ in F und b ist $(z-a'')$, also das Quadrat des Fehlers des ersten Beobachtungspunktes (Quadrat des Abstand des ersten gegebenen Punktes vom gesuchten):

* Die auffällige Asymmetrie der Bezeichnung glaubte ich beibehalten zu sollen.

$(x - a)^2 + (y - a')^2 + (z - a'')^2$; ebenso für
den zweiten Punkt: $(x - b)^2 + (y - b')^2 + (z - b'')^2$, für
den dritten: $(x - c)^2 + (y - c')^2 + (z - c'')^2$ u. s. w.

Nach der vorstehenden Theorie ist die Wahrscheinlichkeit dieser Fehler dann ein Max., wenn die Summe ihrer Quadrate ein Min. ist, folglich müssen, da die 3 Grössen x, y, z ganz unabhängig von einander sind, die drei folgenden Bedingungsgleichungen erfüllt sein:

$$(x - a)^2 + (x - b)^2 + (x - c)^2 + \dots = \text{Min.}$$

$$(y - a')^2 + (y - b')^2 + (y - c')^2 + \dots = \text{Min.}$$

$$(z - a'')^2 + (z - b'')^2 + (z - c'')^2 + \dots = \text{Min.}$$

Aus diesen drei Gleichungen erhält man durch Ableitung und Division mit 2:

$$x - a + x - b + x - c + \dots = 0.$$

$$y - a' + y - b' + y - c' + \dots = 0.$$

$$z - a'' + z - b'' + z - c'' + \dots = 0, \text{ d. h.}$$

$$x = \frac{a + b + c + \dots}{n}, \quad y = \frac{a' + b' + c' + \dots}{n}, \quad z = \frac{a'' + b'' + c'' + \dots}{n},$$

oder mit den oben angegebenen Abkürzungen

$$x = \frac{s}{n}, \quad y = \frac{s'}{n}, \quad z = \frac{s''}{n}.$$

Die Regel, die also den gesuchten Punkt als Schwerpunkt der (gleichmassigen) Beobachtungspunkte zeigt, wird noch in Worten ausgesprochen und es werden noch folgende Zusätze gemacht:

1) Der gesuchte Punkt liegt so, dass die Summe der auf irgend eine beliebige Richtung bezogenen Fehler gleich 0 ist.

2) Der gesuchte Punkt ist der Schwerpunkt der gegebenen Punkte, wenn man in jedem dieser Punkte dieselbe Masse p vereinigt denkt. (Beachte den Buchstaben p für unser heutiges „Gewicht“.) Der Satz wird noch besonders bewiesen.

3) Unter Aufrechterhaltung der Annahmen der Aufgabe II soll der Ort der Punkte bestimmt werden, die gleiche Wahrscheinlichkeit haben, der gesuchte Punkt zu sein. Die Auflösung, die Adrain ausführlich anschreibt, folgt unmittelbar aus den bereits angegebenen Formeln: der gesuchte Ort ist eine Kugelfläche, deren Mittelpunkt der Punkt der grössten Wahrscheinlichkeit, der Schwerpunkt, ist. Es werden auch folgende Sätze in Worten ausgesprochen: Der Ort der Punkte, für die die Summe der Quadrate ihrer Abstände von einer beliebigen Anzahl im Raum fest gegebener Punkte eine Constante ist, ist eine Kugelfläche aus dem Schwerpunkt jener gegebenen Punkte (je mit derselben Masse belegt gedacht) als Mittelpunkt. Ferner: Es sei eine beliebige Anzahl von festen Punkten gegeben; das Quadrat der Ent-

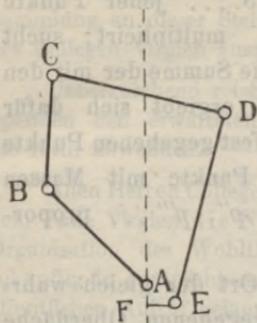
fernung eines veränderlichen Punktes vom 1., 2., 3. . . jener Punkte werde mit den gegebenen Zahlen $p', p'', p''' \dots$ multiplicirt; sucht man den Ort dieses veränderlichen Punktes, wenn die Summe der mit den p multiplicirten Quadrate constant sein soll, so ergibt sich dafür abermals eine Kugelfläche, die den Schwerpunkt jener fest gegebenen Punkte zum Mittelpunkt hat, wobei jedoch diesmal die Punkte mit Massen belegt zu denken sind, die den Grössen $p', p'', p''' \dots$ proportional sind.

4) Soll unter denselben Voraussetzungen der Ort der gleich wahrscheinlichen Punkte gesucht werden, die einer gegebenen Oberfläche angehören, so ist klar, dass der gesuchte Ort die Schnittlinie der gegebenen Fläche und einer jener Kugeln um den Schwerpunkt ist, sodass also die Gleichungen der gesuchten Linie in einem bestimmten Coordinatensystem durch die Gleichungen dieser zwei Flächen gegeben sind. Ist also die gegebene Fläche eine Ebene oder eine Kugelfläche, so ist der gesuchte Ort der Punkte gleicher Wahrscheinlichkeit stets ein Kreis.

5) Man kann so auch, immer unter denselben Annahmen wie im Anfang dieser Aufgabe II, die Punkte grösster oder kleinster Wahrscheinlichkeit bestimmen, die auf einer gegebenen Linie oder Fläche liegen. Soll die Summe der Quadrate der Abstände eines gesuchten Punktes, der einer gegebenen Linie oder Fläche angehört, von einer Anzahl beliebiger, im Raume fest gegebener Punkte, wobei die Abstandsquadrate des gesuchten Punktes vom 1., 2., 3. . . dieser Punkte mit den Constanten $p', p'', p''' \dots$ multiplicirt werden, ein Max. oder Min. werden, so ist die Auflösung folgende: Man bestimme, nachdem die gegebenen Punkte mit den Massen $p', p'', p''' \dots$ belegt sind, den Schwerpunkt dieses Punktsystems; die durch ihn führenden Normalen zur gegebenen Linie oder Fläche liefern die gesuchten Punkte auf dieser.

Aufgabe III beschäftigt sich mit einem nautischen Problem, der Correction der im Englischen sogenannten „dead reckoning“ (Loggerechnung, gegisste Oerter nach Compass und Fahrt) nach einer direct gemessenen Polhöhe. Da die Auflösung der Aufgabe viel Aehnlichkeit mit der folgenden hat (es handelt sich ja auch um Zugausgleichung) und diese die Gegenstände unserer Zeitschrift noch näher berührt, so unterdrücke ich hier die Aufgabe III, so interessant sie ist, und obgleich A drain findet, dass „die verschiedenen Regeln von nautischen Schriftstellern über die Berichtigung der Loggerechnung ganz fehlerhaft sind“ und er, allzu sanguinisch, (wie ein Blick in noch viel spätere Lehrbücher der Nautik zeigt), „hofft, dass diese Regeln von allen künftigen Schriftstellern über diesen Gegenstand verlassen werden“.

Aufgabe IV lautet: Eine Aufnahme (survey) zu verbessern (auszugleichen nach unserem jetzigen Ausdruck).



Adrain versteht, dem Gebrauch seiner Zeit entsprechend, unter der (Klein-)„Aufnahme“ schlechthin eine Polygonisirung mit directen Seitenlängen und magnetischen (also von einander nicht abhängigen) Azimuten für diese Seiten. Die Auflösung, die auch Wright a. a. O. (vgl. S. 614), etwas modernisirt, wiedergiebt, ist folgende:

„Ein Viereck sei genau entsprechend den Messungen für die Längen und die Richtungen der Seiten $AB, BC \dots$ aufgetragen worden; A sei der Anfangspunkt, E der Punkt, in den die letzte Seite, jenen Messungen gemäss, führt, also AF, FE die Fehler in Abscisse und Ordinate“ (im Englischen wie immer latitude und departure, vgl. die Anmerkung *** S. 615, indem als Hauptachse der Meridian AG des Punkts A angenommen wird). „Die Lage der Punkte $B, C \dots$ ist nun so zu verändern, dass die Fehler AF und FE verschwinden, mit andern Worten, dass E mit A zusammenfällt; und die Aenderungen sollen die wahrscheinlichsten werden. Man hat also folgende drei Bedingungen zu erfüllen:

- alle Aenderungen in den Ordinaten zusammen müssen den ganzen Ordinatenfehler EF wegschaffen;
- alle Aenderungen in den Abscissenabschnitten zusammen müssen den gesammten Abscissenfehler FA wegschaffen;
- die Wahrscheinlichkeit aller dieser Aenderungen muss ein Max. sein.“

Es seien $a, b, c \dots$ die Längen, $A, B, C \dots$ die (von einander nicht abhängigen, s. oben) Richtungswinkel (Azimute, englisch bearings, vgl. Anm. * und ** S. 615) der Seiten $AB, BC, CD \dots$; $x, y, z \dots$ und $X, Y, Z \dots$ die kleinen Versetzungen der Punkte $B, C, D \dots$ in der Richtung der Seiten $AB, BC, CD \dots$ und senkrecht zu diesen Richtungen; D, L die Fehler EF und FA (Anfangsbuchstaben von Departure und Latitude) und endlich $D', D'' \dots$ und $L', L'' \dots$ die gesuchten Correctionen für die einzelnen Punkte in der Richtung der Ordinaten und Abscissen.

„Die einzelnen Ordinatenabschnitte (departures) sind $a \sin A, b \sin B, \dots$ und das Differential (Fluxion) von $a \cdot \sin A$ ist $\sin A \cdot \dot{a} + a \cdot \cos A \cdot \dot{A}$ “ (man erinnere sich, dass $\dot{a} = da$, $\dot{A} = dA$ ist nach unserer jetzigen Bezeichnungsweise); „es wird also mit x und X, \dots für \dot{a} und $a \cdot \dot{A}, \dots$:

$$D' = \sin A \cdot x + \cos A \cdot X$$

$$D'' = \sin B \cdot y + \cos B \cdot Y$$

..... und demnach

$$(I) \sin A \cdot x + \sin B \cdot y + \dots + \cos A \cdot X + \cos B \cdot Y + \dots = D.$$

„Ebenso sind die Abscissenunterschiede“ (differences of latitude)
 $a \cos A, b \cos B, \dots$ und, da das Differential von
 $a \cdot \cos A$ ist $\cos A \cdot \dot{a} - a \cdot \sin A \cdot \dot{A}$, so findet sich, mit x und X, \dots
 an Stelle von \dot{a} und \dot{A}, \dots :

$$L' = \cos A \cdot x - \sin A \cdot X$$

$$L'' = \cos B \cdot y - \sin B \cdot Y$$

.....

und somit, wenn die Richtungen vom Meridian aus, alle im gleichen
 Sinne herum gezählt werden:

$$(II) \cos A \cdot x + \cos B \cdot y + \dots - \sin A \cdot X - \sin B \cdot Y - \dots = L.$$

Wenn wir ferner p die früher eingeführte Bedeutung lassen, so
 giebt die oben entwickelte Theorie als Bedingung der grössten Wahr-
 scheinlichkeit der Aenderungen an:

$$(III) \frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \dots + \frac{X^2}{p^2 a} + \frac{Y^2}{p^2 b} + \dots = \min.$$

„Multipliziert man die Ableitungen dieser 3 Gleichungen I, II und III

mit den Factoren m, n und $-\frac{1}{2}$ und addirt, so erhält man:

$$\left. \begin{aligned} m \sin A \cdot \dot{x} + m \sin B \cdot \dot{y} + \dots + m \cos A \cdot \dot{X} + m \cos B \cdot \dot{Y} + \dots \\ + n \cos A \cdot \dot{x} + n \cos B \cdot \dot{y} + \dots - n \sin A \cdot \dot{X} - n \sin B \cdot \dot{Y} - \dots \\ - \frac{x}{a} \cdot \dot{x} - \frac{y}{b} \cdot \dot{y} - \dots - \frac{X}{p^2 a} \cdot \dot{X} - \frac{Y}{p^2 b} \cdot \dot{Y} - \dots \end{aligned} \right\} = 0.$$

„Diese Gleichung wird befriedigt, wenn die Summe der Coefficienten
 jedes einzelnen der Differentiale $\dot{x}, \dot{y}, \dots, \dot{X}, \dot{Y}, \dots$ gleich Null gemacht
 wird; man erhält also die Gleichungen:

$$x = m a \sin A + n a \cos A$$

$$y = m b \sin B + n b \cos B$$

.....

$$X = m p^2 a \cos A - n p^2 a \sin A$$

$$Y = m p^2 b \cos B - n p^2 b \sin B$$

.....

„Bezeichnet man die Ordinaten- und Abscissen-Abschnitte, die
 den Seiten a, b, c, \dots entsprechen, mit a', b', c', \dots und a'', b'', c'', \dots , so
 kann man die Werthe von x, y, \dots, X, Y, \dots so ausdrücken:

$$x = m a' + n a'' \quad X = p^2 (m a'' - n a')$$

$$y = m b' + n b'' \quad Y = p^2 (m b'' - n b')$$

$$z = m c' + n c'' \quad Z = p^2 (m c'' - n c')$$

.....

wobei jedoch den Werthen $a', b', \dots, a'', b'', \dots$ die richtigen Vorzeichen
 gegeben werden müssen, die ihnen gemäss denen von $\sin A, \cos A$;
 $\sin B, \cos B; \dots$ zukommen.

„Setzt man nun für $x, y, \dots X, Y, \dots$ ihre Werthe, so erhält man für die einzelnen Correctionen der Ordinaten- und Abscissen-Abschnitte die folgenden Ausdrücke:

$$D' = m a \sin^2 A + m p^2 a \cos^2 A + (n a - n p^2 a) \sin A \cos A$$

$$D'' = m b \sin^2 B + m p^2 b \cos^2 B + (n b - n p^2 b) \sin B \cos B$$

$$\dots\dots\dots$$

$$L' = n a \cos^2 A + n p^2 a \sin^2 A + (m a - m p^2 a) \sin A \cos A$$

$$L'' = n b \cos^2 B + n p^2 b \sin^2 B + (m b - m p^2 b) \sin B \cos B$$

oder, mit $p^2 = 1 + r$:

$$D' = m a + m r a \cos^2 A - n r a \sin A \cos A$$

$$D'' = m b + m r b \cos^2 B - n r b \sin B \cos B$$

$$\dots\dots\dots$$

$$L' = n a + n r a \sin^2 A - m r a \sin A \cos A$$

$$L'' = n b + n r b \sin^2 B - m r b \sin B \cos B$$

oder nach einiger Umformung:

$$D' = m a + \frac{r a}{2} (m + m \cos 2 A - n \sin 2 A)$$

$$D'' = m b + \frac{r b}{2} (m + m \cos 2 B - n \sin 2 B)$$

$$\dots\dots\dots$$

$$L' = n a + \frac{r a}{2} (n - n \cos 2 A - m \sin 2 A)$$

$$L'' = n b + \frac{r b}{2} (n - n \cos 2 B - m \sin 2 B)$$

„Die Werthe von m und n kann man aber einfach bestimmen, indem man die Summe von D', D'', \dots gleich D und die Summe von L', L'', \dots gleich L setzt. Die Vorzeichen der \sin und \cos der Winkel sind zu beachten: \sin der Winkel im 3. und 4. Quadranten negativ, ebenso die \cos der Winkel im 2. und 3. Quadranten; ebenso auch die Vorzeichen von D und L : liegen EF, AF auf derselben Seite, von A aus, wie die erste Ordinate und der erste Abscissen-Abschnitt, so sind D und L negativ zu nehmen.

„Der einfachste Fall der Aufgabe ist der, dass $p = 1$, also $r = 0$ ist, was auch in Aufgabe I die wahrscheinlichste Annahme ist und am besten den Unvollkommenheiten der gewöhnlichen Aufnahme-Instrumente entsprechen wird. In diesem Fall werden die Werthe von m und n und die der gesuchten Correctionen der Ordinaten- und Abscissen-Abschnitte sehr einfach:

$$m = \frac{D}{a + b + c \dots}, \quad n = \frac{L}{a + b + c \dots}$$

$$D' = m a, \quad D'' = m b, \quad D''' = m c, \quad \dots\dots\dots$$

$$L' = n a, \quad L'' = n b, \quad L''' = n c, \quad \dots\dots\dots$$

und man hat also folgende praktische Regel zur Verbesserung einer Aufnahme:

Wie die Summe aller gemessenen Entfernungen zu den einzelnen Strecken sich verhält, so verhält sich der ganze Ordinatenfehler zu den Verbesserungen der einzelnen Ordinaten-Abschnitte, wobei jede Verbesserung so anzubringen ist, dass der ganze Ordinatenfehler verringert wird. Ganz auf dieselbe Art sind die Verbesserungen der Abscissen-Abschnitte zu ermitteln.

Wenn $p = 1$ gesetzt wird, wie es bei dieser praktischen Regel geschehen ist, so sind die kleinen Verschiebungen der Eckpunkte $B, C, D \dots$ parallel zur Gesamtschlussfehlerstrecke EA ; denn denkt man sich die x -Achse in der Richtung EA liegend, so ist $D = 0$, also auch $D' = 0, D'' = 0, \dots$ d. h. die Verschiebungen von $B, C \dots$ sind parallel zu EA . Ferner sind, wegen

$$L' = na, \quad L'' = nb, \dots$$

die Beträge dieser Verschiebungen proportional den Strecken $a, b \dots$

Wenn aber p nicht $= 1$ ist, so sind auch die Verschiebungen von $B, C \dots$ nicht parallel zu EA : mit $p = 0$ liegen die Verschiebungen in den Richtungen von $a, b \dots$, weil in diesem Fall aus den Gleichungen

$$\begin{aligned} X &= p^2 (ma'' - na'), & Y &= p^2 (mb'' - nb') \dots \text{ wird} \\ X &= 0, & Y &= 0 \quad \dots; \end{aligned}$$

ist dagegen $p = \infty$, so ist leicht zu sehen, dass $x = 0, y = 0, \dots$ ist und die Verschiebungen

$$X = ma'' - na', \quad Y = mb'' - nb', \dots$$

senkrecht zu den Richtungen der Seiten $a, b \dots$ auszuführen sind.

Es zeigt sich aus der vorstehenden Entwicklung, dass alle bisherigen Regeln zur Berichtigung einer Aufnahme, wie sie von den verschiedenen Autoren angegeben wurden, fehlerhaft sind und zu verlassen wären. Nur die von Bowditch in seiner Auflösung der Patterson'schen Aufgabe (vgl. oben S. 615) angewandte Methode ist die richtige; seine praktische Regel und die oben aufgestellte sind identisch.

Ich habe das in diesem Aufsatz entwickelte Princip auf die Bestimmung der wahrscheinlichsten Werthe der Erdellipticität angewandt, doch fehlt mir augenblicklich hier der Raum, die Untersuchung mitzutheilen*).

So schliesst Adrain diese denkwürdige Veröffentlichung. Er scheint nach dem Schlusssatz die Arbeit von Legendre über die „Methode der kleinsten Quadrate“ gar nicht gekannt zu haben; er hätte

) Diese Arbeit ist dann erst 10 Jahre später veröffentlicht worden, wohl ergänzt auf Grund von neuerem Material; vgl. oben die Anmerkung, S. 614.

sonst sicher angeführt, dass Legendre ebenfalls die Aufgabe der Bestimmung der Erdmeridianellipse aus Breitengradmessungen in seinem Aufsatz von 1805 (gedruckt 1806, vgl. unten) mit Hilfe der neuen Rechnungsmethode ausführlich behandelt habe, und er hätte sicher irgendwo die Bezeichnung „least squares“ gebraucht.

Da über die Legendre'sche erste Veröffentlichung der Methode der kleinsten Quadrate bei uns nicht ganz zutreffende Angaben verbreitet worden sind, so darf ich wohl noch mit einem Wort hierauf eingehen. Legendre hat die Methode zuerst veröffentlicht und angewandt in dem Mémoire „Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des Comètes“, VIII + 80 S. 4^o, datirt vom 5. Aug. 1805, gedruckt Paris 1806; der Anhang, S. 72—80, hat die Ueberschrift „Sur la méthode des moindres carrés“. Er sagt S. VIII des Vorworts, dass „die Methode, die mir die einfachste und allgemeinste zu sein scheint, darin besteht, die Summe der Quadrate der Fehler zu einem Minimum zu machen. Man erhält damit so viele Gleichungen, als Unbekannte zu bestimmen sind.“ „Da die Methode von der ich eben gesprochen habe und die ich „Methode der kleinsten Quadrate“ nenne, grossen Nutzen bei allen physikalischen und astronomischen Aufgaben bringen kann, bei denen es sich darum handelt, aus Beobachtungen die genauesten Ergebnisse zu ermitteln, so habe ich in einem Anhang die nähern Einzelheiten über diese Methode ausgeführt und sie angewandt auf die Meridianbogenmessung von Frankreich, was als Ergänzung des bisher über diese Messung Veröffentlichten gelten kann.“ Aber wenn Legendre die von Jordan (Bd. I, 4. Aufl., 1895, S. 2) citirten Worte benutzt, in denen er das Princip der Methode als das allgemeinste, genaueste und für die Anwendung einfachste bezeichnet, so hat er doch nicht, wie a. a. O. gesagt wird, die Methode nur damit begründet. Er zeigt sie vielmehr als in Uebereinstimmung mit dem allgemein bekannten und benutzten Princip des arithmetischen Mittels, bei Einer aus directen Beobachtungen zu bestimmenden Unbekannten, S. 74, 75, und mit dem Princip des Schwerpunkts bei (zwei oder) drei Unbekannten S. 75, fast ganz genau in derselben Weise, wie dies etwas später Adrain ebenfalls gethan hat (vgl. oben S. 618—621). Legendre spricht dabei den Satz aus: Zerlegt man die Masse eines Körpers in gleiche Moleküle, so ist die Summe der Quadrate der Abstände der Moleküle vom Schwerpunkt des Körpers ein Minimum. Wenn man die Lage eines Punkts im Raum bestimmen will, für den eine erste Beobachtung die Coordinaten a', b', c' , eine zweite a'', b'', c'', \dots gegeben hat, so erhält man, wenn (x, y, z) die gesuchten Coordinaten bezeichnen und wenn man die Summe der Quadrate der Abstände des gesuchten Punkts von den einzelnen Beobachtungspunkten, nämlich die Summe der Quadrate von der Form

$$(a' - x)^2 + (b' - y)^2 + (c' - z)^2$$

zu einem Minimum macht, drei Gleichungen, aus denen hervorgeht:

$$x = \frac{\int a}{n}, \quad y = \frac{\int b}{n}, \quad z = \frac{\int c}{n}$$

wenn n die Anzahl der Beobachtungen ist (Summenzeichen bei Legendre ist, wie hier angeschrieben, das Integralzeichen.)

„Die Formeln sind dieselben, wie die, aus denen man den Schwerpunkt von gleichen Massen findet, die in den gegebenen Punkten liegen“ (s. oben bei Adrain, S. 620). — Vom Princip des Schwerpunkts sind freilich schon andere vor Legendre ausgegangen, besonders auch Lambert, dessen Name bei Jordan, a. a. O. S. 1, ganz fehlt.

Die Abhandlung von Legendre hat zwei Fortsetzungen erhalten, das erste „Supplément“ datirt vom 15. Jan. 1806, 55 S. 4⁰, das „Second Supplément“ datirt vom 10. Aug. 1820, 80 S. 4⁰; S. 4 in diesem zweiten Nachtrag weist L. darauf hin, dass die „M. d. kl. Qu.“ zum erstenmal in seiner Abhandlung von 1805 (1806) erschienen sei und eine dem zweiten Supplement angehängte „Note par M.***“, S. 79—80, wendet sich mit Schärfe gegen Gauss, der in der „Theoria motus etc.“ 1809 das Princip der M. d. kl. Qu. als „principium nostrum“ bezeichnet hatte, von dem er daselbst ferner sagt „quo jam inde ab anno 1795 usi sumus“ (vgl. auch das Titelbild bei Jordan, a. a. O., und S. V daselbst). Dass Gauss lange vor Legendre die M. d. kl. Qu. kannte und anwandte, ist hiernach wohl noch von Niemand bezweifelt worden, so wenig als dass Legendre die Methode selbständig gefunden und zuerst veröffentlicht hat. Ich komme hier auf diese Angelegenheit nur deshalb nochmals zurück, weil ganz kürzlich eine Anzahl von hierhergehörigen Bemerkungen von Gauss bequem zusammengestellt worden ist (im Band VIII der Werke von Carl Friedrich Gauss, hrsgg. von d. Ges. der Wiss. Göttingen; Leipzig, Teubner 1900; III. Zur Geschichte der Entdeckung der Meth. d. kl. Qu., S. 136—141; 8 kleine Abschnitte). Es geht aus diesen Notizen hervor, dass Gauss sogar nicht erst 1795, wie er in der Theoria motus sagt, sondern ein Jahr früher, 1794, die Methode kannte; vgl. den Brief an Olbers vom 30. Juli 1806, wo er sagt, dass das von ihm seit 1794 gebrauchte Princip, die Summe der Quadrate der Abweichungen zum Minimum zu machen, „auch in Legendre's Werke gebraucht und recht wacker ausgeführt“ sei; ferner einen Brief an Schumacher vom 31. Dec. 1831: „seit 1794 die Methode vielfach gebraucht“, das Ansinnen einer Rechtfertigung des in der Theoria motus gebrauchten Ausdrucks wird zurückgewiesen; den Brief an Schumacher vom 6. Juli 1840: das Verfahren seit 1794 benutzt, zwischen 1795 und 1798 „während meiner Studienzeit“ mit Anderen oft darüber gesprochen. Gauss wollte aber damals nicht „viel Aufhebens von einer so natürlichen Sache machen“, ja wollte die „allergrösste Wette eingehen, dass Tobias Mayer bei seinen Rechnungen dieselbe Methode schon gebraucht habe“, eine Wette, die er aber, wie er in dem Briefe selbst sagt, verloren hätte.

Schon im Brief an Olbers vom 24. Januar 1812 sagt Gauss vom Juni 1798, dass damals die Methode der kleinsten Quadrate eine von ihm „längst angewandte Sache“ war und aus dem sehr wichtigen, bisher nicht publicirten Tagbuch von Gauss, über das Band IX der Werke demnächst Näheres bringen soll, liegt aus dem Jahr 1798 die Notiz vor „Calculus probabilitatis contra La Place defensus. Gott. Jun. 17.“

Aber genug. Ich hoffe, durch das Vorstehende gezeigt zu haben, dass so wenig in der Vorgeschichte der Ausgleichsrechnung neben den Namen Euler, Tobias Mayer, Boscovich u. s. f. der Name Lambert fehlen darf, so wenig in der Geschichte der ersten Jahre der Methode der kleinsten Quadrate neben den Namen Gauss und Legendre der Name von R. Adrain fehlen sollte. Selbst für den Fall, dass A. (was nicht nachgewiesen und sehr unwahrscheinlich ist) die Methode nicht unabhängig von Legendre gefunden haben sollte, würde ihm das Verdienst bleiben, bereits ein Jahr nach der ersten Veröffentlichung von Legendre das neue Rechnungsverfahren nicht nur auf Probleme der höhern Geodäsie und der Astronomie, sondern auch auf Aufgaben der niedern Geodäsie angewandt zu haben. Das allein aber sollte Adrain für immer einen Platz in der Geschichte der Feldmessung sichern.

Die bayerische Gesetzgebung über die Anlage des Grundbuches und sonstige damit zusammenhängende Materien.

(Fortsetzung; vergl. Heft 11 S. 281, Heft 12 S. 314 und Heft 23 S. 812.)

II. Vorschriften für die Landestheile rechts des Rheins. Eigenthumsvorbehalt.

Art. 39. Hat sich der frühere Eigenthümer eines Grundstücks für den Fall des Eintritts eines bestimmten Umstandes den Rückfall des Eigenthums vorbehalten, so verwandelt sich das Rückfallsrecht zu der Zeit, zu welcher das Grundbuch als angelegt anzusehen ist, in den Anspruch auf Rückübertragung des Eigenthums; zugleich treten die mit der Eintragung einer Vormerkung zur Sicherung des Anspruchs verbundenen Wirkungen ein, jedoch unbeschadet der Vorschriften über den öffentlichen Glauben des Grundbuchs. Soweit die Rechte, mit welchen das Grundstück vor der bezeichneten Zeit belastet worden ist, nach den bisherigen Vorschriften mit dem Rückfalle des Eigenthums erlöschen würden, gilt die Rückübertragung des Eigenthums als auflösende Bedingung.

Ist das Rückfallsrecht zur Sicherung einer Forderung des Berechtigten vorbehalten, so finden, wenn der Berechtigte die Rückübertragung des Eigenthums verlangt, die Vorschriften des § 268 des Bürgerlichen Gesetzbuchs entsprechende Anwendung.

Hat sich der Veräußerer eines Grundstücks bis zu dem Eintritt eines bestimmten Umstandes das Eigenthum vorbehalten, aber die sofortige Eintragung des Besitztitels des Erwerbers in das Hypothekenbuch bewilligt, so ist der Eigenthumsvorbehalt als Vorbehalt des Rückfalls des Eigenthums für den Fall anzusehen, dass der bestimmte Umstand nicht eintritt.

Stockwerkseigenthum.

Art. 42. Das zur Zeit des Inkrafttretens des Bürgerlichen Gesetzbuchs bestehende Stockwerkseigenthum (Herbergsrecht) gilt von diesem Zeitpunkt an als Miteigenthum an dem Grundstücke mit der Maassgabe, dass jedem Miteigenthümer die ausschliessliche und dauernde Benutzung derjenigen Theile des Gebäudes zusteht, welche ihm zur Zeit des Inkrafttretens des Bürgerlichen Gesetzbuches gehören, und dass der Aufwand für deren Unterhaltung ihm zur Last fällt. Der Anspruch auf Aufhebung der Gemeinschaft ist ausgeschlossen.

Auf die Benutzungsrechte der Miteigenthümer findet die Vorschrift des § 1010 Abs. 1 des Bürgerlichen Gesetzbuchs entsprechende Anwendung. Ausschluss des Rechtes auf Aufhebung der Gemeinschaft.

Art. 43. Ist nach den bisherigen Vorschriften die Theilung eines Grundstücks, das im Miteigenthume der Eigenthümer anderer Grundstücke steht und diesen dauernd zu bestimmten wirthschaftlichen Zwecken dient, wegen dieser Zweckbestimmung ausgeschlossen, so gilt das Grundstück von dem Inkrafttreten des Bürgerlichen Gesetzbuchs an als zu Gunsten des jeweiligen Eigenthümers eines jeden der anderen Grundstücke mit einer Grunddienstbarkeit des Inhalts belastet, dass er es zu den bestimmten Zwecken benutzen darf.

Grunddienstbarkeiten.

Art. 44. Von der Verkündung dieses Gesetzes an kann die Eintragung von Grunddienstbarkeiten in das Hypothekenbuch von dem Berechtigten und von dem Eigenthümer des belasteten Grundstücks verlangt werden; die Kosten sind von demjenigen zu tragen und vorzuschüssen, welcher die Eintragung verlangt. Die Löschung einer vorher erfolgten Eintragung kann nicht aus dem Grunde verlangt werden, weil die Grunddienstbarkeit nicht zu den einzutragenden Rechten gehörte.

Bei der Eintragung kann zur näheren Bezeichnung des Inhalts der Grunddienstbarkeit auf die Eintragungsbewilligung Bezug genommen werden. Die Vorschriften des § 9 Abs. 1 der Grundbuchordnung finden entsprechende Anwendung.

Die Eintragung einer Grunddienstbarkeit gilt von der Zeit an, zu welcher das Grundbuch als angelegt anzusehen ist, als Eintragung im Grundbuche. Die Eintragung eines Widerspruchs gegen die Richtigkeit der Eintragung ist schon vorher zulässig.

Art. 45. Die im Artikel 191 Abs. 2 des Einführungsgesetzes zum Bürgerlichen Gesetzbuche zum Schutze der Ausübung von Grunddienst-

barkeiten gegebenen Vorschriften gelten von dem Inkrafttreten des Bürgerlichen Gesetzbuchs an auch für die Zeit, bevor das Grundbuch als angelegt anzusehen ist.

Reallasten.

Art. 46. Für eine zur Zeit des Inkrafttretens des Bürgerlichen Gesetzbuchs bestehende Reallast gelten von diesem Zeitpunkte an die Vorschriften der §§ 1107 bis 1111 des Bürgerlichen Gesetzbuchs. Solange das Grundbuch noch nicht als angelegt anzusehen ist, tritt in dem Falle des § 1109 Abs. 2 an die Stelle des Grundbuchs das Hypothekenbuch und an die Stelle des Grundbuchamts das Hypothekenamt; die Vorschriften der §§ 876, 878 des Bürgerlichen Gesetzbuchs finden keine Anwendung.

Von der Zeit an, zu welcher das Grundbuch als angelegt anzusehen ist, finden auf das Erlöschen einer nicht im Grundbuch eingetragenen Reallast die für die Grunddienstbarkeiten geltenden Vorschriften der Artikel 12 bis 14 entsprechende Anwendung.

Die Vorschriften der Gesetze über die Grundentlastung bleiben unberührt.

Von einschneidender Bedeutung — wenn auch vorerst noch im Hinblick auf die erst noch zu gewärtigende Regelung des Geschäftsverkehrs zwischen Grundbuchamt, Rentamt und Messungsbehörde — ist das Ausführungsgesetz zu der Grundbuchordnung und zu dem Gesetz über die Zwangsversteigerung und die Zwangsverwaltung vom 9. Juni 1899 in seinem nachstehend abgedruckten ersten Theile.

Ausführungsvorschriften zu der Grundbuchordnung.

Einrichtung der Grundbuchämter.

Art. 1. Für die Verrichtungen des Grundbuchamts sind die Amtsgerichte zuständig.

Art. 2. Mit den Obliegenheiten des Grundbuchbeamten kann das Staatsministerium der Justiz ausnahmsweise auch einen zum Richteramte befähigten Rechtskundigen betrauen.

Art. 3. Für die Beurkundung des Zeitpunkts, in welchem ein Antrag bei dem Grundbuchamt eingeht, ist auch der Gerichtsschreiber des Amtsgerichts zuständig.

Das Gleiche gilt von der Aufnahme des Protocolls über die Einlegung einer Beschwerde oder einer weiteren Beschwerde.

Art. 4. Das Grundbuch wird von dem Grundbuchamte geführt, in dessen Bezirke das Grundstück liegt.

Art. 5. Liegt ein Grundstück in den Bezirken verschiedener Grundbuchämter oder sollen mehrere in den Bezirken verschiedener

Grundbuchämter liegende Grundstücke zu einem Grundstücke vereinigt werden, so wird das zuständige Grundbuchamt durch das im Instanzenzuge zunächst höhere Gericht bestimmt.

Eine Anfechtung der Entscheidung findet nicht statt.

Art. 6. Soll ein Grundstück einem im Bezirk eines andern Grundbuchamtes liegenden Grundstück als Bestandtheil zugeschrieben werden, so ist für die Entscheidung über den Antrag auf Zuschreibung und, wenn dem Antrage stattgegeben wird, für die Führung des Grundbuchs über das ganze Grundstück das andere Grundbuchamt zuständig.

Art. 7. Für Bergwerke kann das Staatsministerium der Justiz die Führung des Grundbuchs für mehrere Amtsgerichtsbezirke einem Amtsgericht übertragen.

Art. 8. Die Vorschriften der §§ 2, 5 bis 10, 13, 14, 16 bis 18, 34 und des § 199 Abs. 2 des Gesetzes über die Angelegenheiten der freiwilligen Gerichtsbarkeit finden auf Grundbuchsachen, soweit nicht reichsgesetzliche Vorschriften bestehen, entsprechende Anwendung.

Art. 9. Ueber Erklärungen, die vor dem Grundbuchamt abgegeben werden, soll ein Protocoll aufgenommen werden.

Das Protocoll soll den Vorschriften des § 177 Abs. 1 Satz 1, Abs. 2 Satz 1 und Abs. 3 des Gesetzes über die Angelegenheiten der freiwilligen Gerichtsbarkeit entsprechen.

Art. 10. Ist derjenige, von welchem eine Eintragungsbewilligung oder eine sonstige zu einer Eintragung erforderliche Erklärung vor dem Grundbuchamte zu Protocoll gegeben wird, dem Grundbuchbeamten nicht bekannt, so hat sich der Grundbuchbeamte Gewissheit über dessen Persönlichkeit zu verschaffen. Das Protocoll soll eine Angabe darüber enthalten, ob der Grundbuchbeamte den Erklärenden kennt oder, sofern dies nicht der Fall ist, in welcher Weise er sich Gewissheit über die Persönlichkeit verschafft hat.

Einsicht des Grundbuchs durch öffentliche Behörden.

Art. 11. Inwieweit öffentlichen Behörden auf Ersuchen die Einsicht des Grundbuchs und der im § 11 Abs. 1 Satz 2 der Grundbuchordnung bezeichneten Schriftstücke zu gestatten ist und Abschriften zu ertheilen sind, wird durch Ministerialvorschrift bestimmt.

Vorlegung des Veräußerungsvertrages bei der Auflassung.

Art. 12. Das Grundbuchamt soll die Erklärung der Auflassung nur entgegennehmen, wenn die nach § 313 des Bürgerlichen Gesetzbuchs erforderliche Urkunde vorgelegt wird.

Dasselbe gilt für die Notare. Der Vorlegung der Urkunde steht die Aufnahme durch den Notar gleich.

Familiengüter, Lehen, Familienfideicommissse, Erbgüter.

Art. 13. Bei einem Grundstücke, das zu dem Familiengut einer standesherrlichen Familie oder zu einem Familienfideicommissse gehört,

ist diese Eigenschaft im Grundbuch anzugeben. Das Gleiche gilt bei einem landwirthschaftlichen Erbgute.

Bei den zu einem Familienfideicommiss gehörnden Grundstücken hat das Grundbuchamt dem Fideikommissgerichte von den bewirkten Eintragungen in das Grundbuch Nachricht zu geben, soweit sie nicht auf Ersuchen des Vollstreckungsgerichts erfolgen.

Art. 14. Bei einem Grundstücke, das zu einem Lehen gehört, wird das Grundbuchblatt für das Recht des Lehenmanns angelegt. In der Eintragung ist das Grundstück als Lehen zu bezeichnen und der Lehnsherr anzugeben.

Art. 15. Bei allodificirten Lehen sind die auf dem Lehenrechte beruhenden Nachfolgerechte im Grundbuch anzugeben.

Art. 16. Zum Nachweise der Nachfolge ist bei dem Familiengut einer standesherrlichen Familie, falls die Nachfolge von Todeswegen eintritt, ein Zeugniß des Nachlassgerichts oder der zuständigen standesherrlichen Canzlei, bei einem Familienfideicommiss ein Zeugniß des Fideicommissgerichts, bei einem Lehen ein Zeugniß des Lehenhofs, bei einem allodifizirten Lehen, falls die Nachfolge von Todeswegen eintritt, ein Zeugniß des Nachlassgerichts erforderlich.

Auf die gerichtlichen Zeugnisse finden die für einen Erbschein geltenden Vorschriften entsprechende Anwendung.

Rechte, die den Grundstücken gleichstehen.

Art. 17. Bergwerke und unbewegliche Kuxe erhalten ein Grundbuchblatt wie Grundstücke.

Fischereirechte, Realgewerbeberechtigungen, sowie Nutzungsrechte, für die nach Landesgesetz die sich auf Grundstücke beziehenden Vorschriften gelten, erhalten ein Grundbuchblatt nur auf Antrag oder wenn das Recht veräußert oder belastet werden soll.

Bei Nutzungsrechten an einem Grundstücke wird die Anlegung des besonderen Grundbuchblatts auf dem Blatte des Grundstücks vermerkt.

Art. 18. Die für das Erbbaurecht geltenden Vorschriften des § 20 und des § 22 Abs. 2 der Grundbuchordnung finden auf Bergwerke und unbewegliche Kuxe sowie auf die im Artikel 17 Abs. 2 bezeichneten Rechte entsprechende Anwendung.

Vorlegung von Hypotheken, Grundschuld und Rentenschuldbriefen und sonstigen Urkunden.

Art. 19. Auf die Eintragungen, welche im Falle einer Zwangsenteignung oder Zwangsbelastung, einer Gemeinheitstheilung oder einer Ablösung von Dienstbarkeiten oder anderen Rechten veranlasst sind, finden die Vorschriften der §§ 42 bis 44 der Grundbuchordnung keine Anwendung. Das Grundbuchamt hat den Besitzer des Hypotheken-, Grundschuld- oder Rentenschuldbriefs zur Vorlegung anzuhalten, um

nach den Vorschriften des § 62 Abs. 1, des § 9 und des § 70 Abs. 16 der Grundbuchordnung zu verfahren.

Art. 20. Das Grundbuchamt kann in den Fällen, in welchen es den Besitzer des Hypotheken-, Grundschuld- oder Rentenschuldbriefs zur Vorlegung anzuhalten hat, die Vorlegung durch Ordnungsstrafen erzwingen.

Theilhypotheken-, Theilgrundschuld- und Theilrentenschuldbriefe.

Art. 21. Zur Herstellung von Theilhypothekenbriefen, Theilgrundschuldbriefen und Theilrentenschuldbriefen sind die bayerischen Gerichte nur als Grundbuchämter zuständig.

Umwandlung von Hypothekenvormerkungen in Eintragungen.

Art. 22. Ist zu der Zeit, zu welcher das Grundbuch als angelegt anzusehen ist, eine Hypothek nach den bisherigen Vorschriften vorgemerkt, so bleiben für die Umwandlung der Vormerkung in Eintragung die bisherigen Vorschriften maassgebend.

Von Interesse ist endlich, nachdem in Bayern schon bisher die Rechtsgültigkeit von Verträgen über Rechte an Grundstücken und die Zulässigkeit des Eintrags vertragsmässiger Eigenthumsveränderungen im Kataster von der notariellen Beurkundung abhängig waren, das Notariatsgesetz vom 9. Juni 1899. Nachstehend folgen die für den Kataster- und Messungsdienst belangreicheren Bestimmungen dieses Gesetzes:

Erster Abschnitt. Zuständigkeit und Organisation.

1. Zuständigkeit.

Art. 1. Die Notare sind zuständig, öffentliche Beurkundungen und Beglaubigungen zu bewirken und Urkunden in amtliche Verwahrung zu nehmen, soweit nicht nach besonderen Vorschriften andere Beamte oder Behörden ausschliesslich zuständig sind, einzelne Arten von Beurkundungen und Beglaubigungen zu bewirken oder die amtliche Verwahrung einzelner Arten von Urkunden zu übernehmen.

Die amtliche Verwahrung von Testamenten und Erbverträgen erfolgt nur durch die Notare. Die Notare sind zuständig, an Stelle des Nachlassgerichts die von ihnen verwahrten Testamente und Erbverträge nach §§ 2260, 2262, 2273, 2300 des Bürgerlichen Gesetzbuchs zu öffnen und bekannt zu geben.

Art. 5. Durch Königliche Verordnung kann bestimmt werden, dass die Notare bei der Berechnung und Erhebung der aus Anlass ihrer Amtsgeschäfte dem Staate und den Gemeinden anfallenden Gebühren unter Leitung und Aufsicht der Finanzbehörden mitzuwirken haben.

2. Organisation.

Art. 6. Für die Wahrnehmung der den Notaren obliegenden Geschäfte werden Notariate errichtet.

Die Notariate sind staatliche Behörden.

Die Zahl und Sitze der Notariate werden durch Königliche Verordnung bestimmt. In jedem Amtsgerichtsbezirke soll wenigstens ein Notariat bestehen.

Der Amtsbezirk jedes Notariats umfasst den Landgerichtsbezirk, in dem es seinen Sitz hat. Befinden sich am Sitze des Notariats mehrere Landgerichte, so umfasst sein Amtsbezirk die Bezirke dieser Landgerichte.

Ein Notariatsgeschäft ist nicht aus dem Grunde unwirksam, weil es von einem Notar ausserhalb seines Amtsbezirks vorgenommen ist.

Art. 7. Jedes Notariat wird mit einem Notar besetzt.

Art. 8. Die Notare sind öffentliche Beamte.

Sie werden vom König auf Lebenszeit ernannt und können — ausser bei einer Veränderung in der Organisation der Notariate oder ihrer Bezirke — wider ihren Willen nur kraft richterlicher Entscheidung ihres Amtes enthoben oder an eine andere Stelle versetzt werden.

Art. 9. Zum Notar kann nur ernannt werden, wer die Fähigkeit zum Richteramt erlangt und den Nachweis einer zur Vorbereitung für das Amt eines Notars genügenden Beschäftigung bei einem Notariat erbracht hat.

Der Vorbereitungsdienst soll nach der Erlangung der Fähigkeit zum Richteramt abgeleistet werden und in der Regel nicht weniger als zwei Jahre dauern.

Von dem Erfordernisse des Vorbereitungsdienstes kann bei Bewerbern, die das Richteramt bekleiden oder bekleidet haben, abgesehen werden.

Art. 10. Der Notar soll vor dem Antritte seines Amtes schwören, dass er die ihm obliegenden Amtspflichten nach bestem Wissen und Gewissen den Gesetzen gemäss mit Fleiss und Sorgfalt erfüllen werde.

Der Eid wird in der öffentlichen Sitzung des Landgerichts geleistet.

Ein Notar, der den Amtseid geleistet hat, braucht ihn im Falle der Versetzung nicht noch einmal zu leisten.

Art. 11. Der Notar hat an dem Sitze des Notariats zu wohnen. In Städten von mehr als hunderttausend Einwohnern kann ihm bei der Uebertragung des Amtes die Verpflichtung auferlegt werden, seinen Amtssitz in einem bestimmt begrenzten Theile der Stadt zu nehmen.

Ausserhalb seines Amtssitzes darf der Notar Geschäftsräume nicht halten.

Aus dem dritten Abschnitt: Materielle Urkunden.

Art. 30. Vor der Beurkundung einer Erklärung über die Uebertragung des Eigenthums an einem Grundstücke, die Belastung eines Grundstücks mit einem Rechte, die Uebertragung oder Belastung eines solchen Rechtes, die Aenderung eines solchen Rechtes nach Inhalt oder Rang und vor der Beurkundung eines jeden Vertrags, durch den sich der eine Theil

verpflichtet, eine solche Uebertragung, Belastung oder Aenderung vorzunehmen, hat der Notar durch Einsicht des Grundbuchs oder eines in jüngster Zeit ausgestellten oder berichtigten Auszugs aus dem Grundbuche sich davon zu überzeugen, ob das beabsichtigte Geschäft mit dem Inhalte des Grundbuchs übereinstimmt. Zeigt sich ein Widerspruch, so hat der Notar wie im Falle des Artikels 28 Abs. 2 zu verfahren.*) Der Notar soll im Protocolle feststellen, ob er die Beurkundung nach Einsicht des Grundbuchs oder eines Auszugs aus dem Grundbuche vorgenommen hat, und soll in letzterem Falle auch den Tag der Ausstellung oder Berichtigung des Auszugs im Protokoll angeben.

Die Vorschriften des Abs. 1 gelten auch für Rechte, die den Grundstücken gleichstehen.

Die Verpflichtung zur Einsicht des Grundbuchs oder des Auszugs aus dem Grundbuche, kann von den Beteiligten nicht erlassen werden. Ausnahmen sind nur in Nothfällen zulässig. Der Notar soll den Nothfall in der Urkunde feststellen.

Inwieweit der Notar sich zur Einsicht des Grundbuchs seiner Gehülfen bedienen darf, wird durch die Geschäftsordnung bestimmt.

Aus den „Vorschriften über die Verwahrung der Urschriften“

Art. 37. Die Urschriften der notariellen Urkunden bleiben in der Urkundensammlung des Notariats.

Art. 38. Inwieweit einzelne Arten von Urschriften den Beteiligten ausgehändigt werden dürfen oder an andere Beamte oder Behörden abzugeben sind und inwieweit Urschriften vorübergehend anderen Beamten oder Behörden im dienstlichen Interesse zur Einsicht überlassen werden sollen, bestimmt das Staatsministerium der Justiz.

Art. 39. An Stelle der in der Urkundensammlung des Notariats verbleibenden Urschriften erhalten die Beteiligten auf Verlangen Ausfertigungen.

Die Ausfertigungen können nur von dem Notar erteilt werden, der die Urschrift in seiner dauernden Verwahrung hat.

Endlich noch aus den späteren Abschnitten:

Art. 95. Für die Dauer der Beurlaubung, der Suspension, der sonstigen Behinderung des Notars oder der vorübergehenden Erledigung eines Notariats soll die Wahrnehmung der Amtsgeschäfte einem Amtsverweser (Notariatsverweser) übertragen werden.

Ein Notariatsverweser soll ferner bestellt werden, wenn die Besetzung eines Notariats mit einem Notar wegen der Geringfügigkeit der Zahl der Amtsgeschäfte unthunlich ist.

Art. 96. Notariatsverweser kann nur werden, wer die Voraussetzungen für die Ernennung zum Notar erfüllt hat.

*) Mittheilung an die Beteiligten; Feststellung dieser Mittheilung und der Erklärung der Beteiligten in der Urkunde.

Von dem Erfordernisse der Ableistung eines Vorbereitungsdienstes bei einem Notariate kann für die Bestellung zum Notariatsverweser ausser bei Personen, die das Richteramt bekleiden oder bekleidet haben, auch bei den zum Richteramte befähigten Gerichtsschreibern der Amtsgerichte abgesehen werden.

Ein Rechtsanwalt kann nicht zum Notariatsverweser bestellt werden.

Art. 97. Die Richter und die zum Richteramte befähigten Gerichtsschreiber der Amtsgerichte sind verpflichtet, sich am Sitze des Gerichts zum Notariatsverweser bestellen zu lassen.

Art. 131. Dieses Gesetz tritt gleichzeitig mit dem Bürgerlichen Gesetzbuche in Kraft.

Bücherschau.

Kalender für Geometer und Culturtechniker unter Mitwirkung von Dr. E. b. Gieseler Professor in Poppelsdorf-Bonn, Dr. Ch. A. Vogler, Professor in Berlin, E. Hege mann, Professor in Berlin, Fr. Schaal, Oberbaurath in Stuttgart, P. Gerhardt, Regierungs- u. Baurath in Königsberg, L. Winkel, Vermessungsdirector in Altenburg, E. Steiff, Vermessungsinspector in Stuttgart, A. Hüser, Oberlandmesser in Cassel, Th. Müller, Landmesser in Essen, A. Emelius, Landmesser in Cassel, herausgegeben von W. Schleich, Oberfinanzrath und Vorstand des Katasterbureaus in Stuttgart. XXIV. Jahrgang 1901. Mit vielen Holzschnitten. Stuttgart. Verlag von Konrad Wittwer.

Der neue Jahrgang dieses in unseren Leserkreisen beliebten und verbreiteten Werkes ist erschienen. Das Werk welches in früheren Jahrgängen dieser Zeitschrift wiederholt eingehende Besprechung gefunden hat, bedarf bei der Anerkennung, die es sich in stets fortschreitendem Maasse erworben hat, hier wohl keiner besonderen Empfehlung mehr. Auch die „Beilage“ ist in der früheren Form wieder beigegeben. Wir möchten für ein kommendes Jahr eine gründliche Durchsicht und Berichtigung des bayerischen Personalverzeichnisses empfehlen. *Steppe.*

Personalnachrichten.

Königreich Württemberg. S. Maj. der König hat unterm 18. Sept. d. J. das Ritterkreuz des Ordens der württ. Krone mit den Löwen dem Prof. Dr. Westphal in Berlin und unterm 26. November d. J. dem Trigonometer Bühner bei dem Katasterbureau den Titel eines Vermessungscommissars zu verleihen geruht.

Das K. Finanzministerium hat durch Verfügung vom 22. d. M. in Folge veränderter Bezirkseinteilung auf die erledigte Bezirksgeometerstelle in Cannstatt den Bezirksgeometer Tag in Esslingen versetzt.

Inhalt.

Grössere Mittheilungen: Beitrag zur Geschichte der Ausgleichsrechnung, von Hammer. — Die bayerische Gesetzgebung über die Anlage des Grundbuches und sonstige damit zusammenhängende Materien. — **Bücherschau.** — **Personalnachrichten.** — Abrechnung der Sammlung für die Hinterbliebenen des Collegen Virgien.

Verlag von Konrad Wittwer, Stuttgart. — Druck von Gebrüder Jänecke zu Hannover.

Abrechnung zur Sammlung für die Hinterbliebenen des Collegen Virgien.

1) Liste der Geber und Geldbeträge.

Sammlung in einer Sitzung des Brandenburgischen Landmesser-Vereins unter den Collegen Brode, Buth, Dr. Falck, Felber, Haack, Hildebrandt, Koethe, Ludewig, Runge, Schmidt (BI), Schultz, Schumann, Skursky, Stumpf und Zilss 48 *M.*, aus Berlin: städt. Vermess.-Inspector Ottsen 3 *M.*, städt. Landmesser Radbruch 3 *M.* und Woelfer 3 *M.*, techn. Eisenb.-Secretaire Burandt 20 *M.*, Tasler 5,05 *M.* und Balluscheck 1 *M.*, Eisenbahn-Landmesser Mandrella 1 *M.* und Wegemund 4 *M.*, Vermessungs-Director Winckel, Altenburg S. A. 3 *M.*, Deutscher Geometer-Verein 20 *M.*, aus Berlin: städt. Landmesser Klinkert 3 *M.* und Mühlenhardt 3 *M.*, Geometer Primke 3 *M.*, Steuerinspector Witte 3,05 *M.*, X. 10 *M.* und E. H. 6,05 *M.*, städt. Vermess.-Director a. D. v. Hoëgh, Friedenau 3 *M.*, Stadtgeometer Rutschmann, Spandau 10 *M.*, Steuerinspector Gast, Berlin 4,05 *M.*, Landmesser O. Dischler, Swinemünde 10 *M.*, Landmesser Wehmer, Grunewald b. Berlin 10 *M.*, Landmesser Jeschal, Rixdorf 10,05 *M.*, aus Berlin: städt. Landmesser Thomsen 3 *M.*, Landmesser Haacke 10 *M.*, städt. Landmesser Eichberg 3 *M.* und Willnow 3 *M.*, Geometer Grössler 3 *M.*, Posener Landmesserverein und einige Collegen in Posen 138 *M.*, aus Kyritz: Landmesser von Elsner 5,05 *M.* und Zimmer 3 *M.*, Steuerinspector Schmidt, Berlin (IV) 5,05 *M.*, Geod.-techn. Bureau der Generalcommission Frankfurt a. O. 16 *M.*, Gemeinde-Landmesser Graener, Steglitz 5 *M.*, Königl. Messungsbehörde München I Land 7 *M.*, städt. Plank.-Assistent Mortensen, Berlin 3 *M.*, Steuerinspector Stadler, Berlin 3 *M.*, Kat.-Controleur Franzke, Nicolai 3,05 *M.*, Kat.-Controleur Prause, Zabrze 5 *M.*, Landmesser C. F. Müller, Swinemünde 3 *M.*, aus Geldern 3,05 *M.*, aus Sondershausen: Graf 4,05 *M.* und Goertler 1 *M.*, Eitz, Querfurt 20,05 *M.*, G. S., Mülhausen (Elsass) 3 *M.*, Königl. Landmesser Kallmann, Diez 20,05 *M.*, Kat.-Controleur Goebel, Strassburg (Westpr.) 5 *M.*, Markscheider Fremdling, Gosslar 10,05 *M.*, 3 Mitglieder des städt. Vermessungs-Amtes zu Magdeburg 5 *M.*, Landmesser Knüppelholz, Sigmaringen 3 *M.*, Heydecke, Braunschweig 15 *M.*, H. St. i. H. 3 *M.*, H. R. Düren (Rheinl.) 10 *M.*, Landmesser-Bureau der Weichselstrombauverwaltung zu Danzig 30 *M.*, Landmesser-Stammtisch zu Stettin 25 *M.*, Kat.-Secretair Bartsch, Sondershausen 5 *M.*, aus Neumünster 12,05 *M.*, Kat.-Controleur Schrader, Emden 6,10 *M.*, Steuerinspector Thon, Hanau 5 *M.*, Kat.-Controleur und Vermessungsbeamte der Special-Commission zu Homberg (Bez. Cassel) 34,10 *M.*, Familie H. in Wetzlar 5 *M.*, Landmesser Ludewig, Schöneberg-Berlin 10 *M.*, Geh. Rechnungsgrath Meyer, Berlin 50,05 *M.*, Vermess.-Bureau d. Spec.-Commission zu Aurich 18 *M.*, desgl. zu Duderstadt 16 *M.*, Kat.-Bureau der Königl. Regierung zu Breslau 10 *M.*, Königl. Landmesser Kübelstein, Merseburg 20 *M.*, Macke, Bonn 3 *M.*, Gem. Landmesser-Bureau zu Wetzlar 18 *M.*, Landmesser Hoffmann, Cöslin 10 *M.*, Katasterbeamte zu Aurich 12,05 *M.*, E. H. Stuttgart 5 *M.*, Kat.-Controleur Horn, Berlin 3 *M.*, H. Fr., Cüstrin 6 *M.*, Geometer Laun, Mannheim 10 *M.*, Waue, Hannover 3 *M.*, Oberlandmesser Nebelung und Landmesser Müller, Nauhaus und Wroblewski, Naumburg (Saale) 20 *Mk.*, Wasserbau-

Bureau zu Beeskow 6 *M.*, Königl. Landmesser Drolshagen, Greifswald 3,05 *M.*, aus Neuss 3,05 *M.*, Kat.-Geometer Frey, Freiburg (Breisgau) 10 *M.*, Ung. Schneidemühl 20 *M.*, Kat.-Bureau der Königl. Regierung zu Potsdam 22 *M.*, aus Berlin: Geh. Rechnungsräthe Wiesmann 3 *M.* und Fräder 3 *M.*, Rechnungsrath Pohl 3 *M.*, 4 Landmesser zu Breslau 17 *M.*, Oeconomierath Waechter, Breslau 10 *M.*, Steuerinspector Müsken, Elberfeld 5 *M.*, Steuerrath Schroeder, Strassburg (Elsass) 3,05 *M.*, Steuerinspector Baumann, Wetzlar 3 *M.*, Königl. Landmesser Ed. Müller, Arolsen 5 *M.*, Feldberein.-Geometer Maurer, Darmstadt 5 *M.*, 4 Landmesser zu Fürstenwalde (Spree) 20 *M.*, Kl., Cassel 10 *M.*, Königl. Landmesser Meyer zur Capellen, Minden (Westf.) 3,05 *M.*, Oberlandmesser Wach i. A. mehrerer Collegen zu Halle (Saale) 21 *M.*, Königl. Landmesser Jaekel, Jauer 10 *M.*, 4 Landmesser der Spec.-Commission zu Lissa (Posen) 12 *M.*, Reg.-Feldmesser Adolphi, Koschmin 10 *M.*, Stadtgeometer Behren, M.-Gladbach 20 *M.*, N. N., Bonn 5 *M.*, Geh. Regierungsrath Helmert, Potsdam 15 *M.*, Obergeometer a. D. Stück, Hamburg 10 *M.*, tech. Eisenbahn-Controleur Ose, Bromberg 5 *M.*, Landmesser Fritzsche, Frankfurt a. O. 5 *M.*, Spec.-Commission I u. II zu Brilon 50 *M.*, Landmesser der Königl. Eisenb.-Direction zu Halle (Saale) 26,05 *M.*, Steuerinspectoren Breug und Sohns, Saarburg (Lothr.) 10,05 *M.*, Kreisbaumeister und Landmesser Pudor, Neustettin 4,05 *M.*, aus Herrstein 3 *M.*, Landmesser Overloff, Bochum 20 *M.*, Mechaniker Sprenger, Berlin 10 *M.*, Vermess.-Beamte des Königl. Verm.-Bureaus zu Northeim (Hannover) 24 *M.*, Vermessungs-Beamte der Special-Commission zu Herford 24 *M.*, dgl. zu Limburg (Lahn) 32 *M.*, dgl. zu Lippstadt 57 *M.*, Landmesser K. in W. 2 *M.*, Verm.-Beamte der Spec.-Commission I und II zu Hildburghausen 38 *M.*, Kat.-Controleur Kleinschmidt, Meschede 3 *M.*, Königl. Landmesser Peters, Sigmaringen 3 *M.*, Rechnungsrath Tiesler, Berlin 5 *M.*, Kat.-Landmesser Hanke, Stettin 1 *M.*, Königl. Landmesser a. D. Waentig Haugk, Naumburg (Saale) 10,05 *M.*, Collegen in Marienwerder 11,30 *M.*, Königl. Landmesser Wach, Halle (Saale) 3 *M.*, Vermess.-Beamte der Special-Commission II zu Soest 6 *M.*, Landmesser Moog, Beuthen (Oberschl.) 6,05 *M.*, Landmesser und techn. Eisenb.-Secretaire Schulz, Schmidt, Tauer, v. Collas, Ulbrich, Grundey und Landmesser Wolff und Kahnert von der Königl. Eisenbahn-Direction zu Kattowitz 40 *M.*, Hannoverscher Landmesser-Verein 50 *M.*, Vermess.-Beamte der Königl. Gen.- und Special-Commission zu Münster (Westf.) 125 *M.*, Collegen zu Marburg 50 *M.*, Vermess.-Beamte der Spec.-Commission zu Olpe 18 *M.*, Königl. Landmesser Hüser, Carlshafen 5 *M.*, Landmesser-Kegelklub zu Oppeln 20 *M.*, Landmesser-Bureau zu Ortelsburg 15 *M.*, Landmesser Machleidt, Aurich 5 *M.*, H. Bonn 10 *M.*, Geometer I. Kl. Müller, Friedberg (Hessen) 5 *M.*, Oberlandmesser Florin, Soest 16 *M.*, Landmesser des techn. Bureaus der Königl. Eisenb.-Direction zu Frankfurt a. M. 16 *M.*, Landmesser der General-Commission zu Coeslin 18,05 *M.*, sämtliche Landmesser zu Essen (Ruhr) 86 *M.*, Vermess.-Beamte der General-Commission zu Königsberg (Pr.) 39 *M.*, Landmesser-Vereinigung zu Danzig 35 *M.*, Schroeter, Greifswald 3 *M.*, Kat.-Controleur Krüger-Velthusen, Gelnhäusen 5,05 *M.*, Königl. Landmesser v. Brugnier, Voglowski, Wenski, Kummer und Beitmann, Königsberg (Pr.) 14,05 *M.*, Centralbureau der Kat.-Verwaltung zu Strassburg (Elsass) 60 *M.*, Landmesser der Spec.-Commission zu Meschede 20,05 *M.*, Landmesser-Tischkase zu Merseburg 15,05 *M.*, Landmesser des Königl. Vermessungs-Bureaus zu Nienburg (Weser) 12 *M.*, durch Steuerinspector Wilmsen, Nauen, gesammelt: N. N., Celle 5 *M.*, Zimmermann, Lübbecke 6 *M.*, N. N., Schmiedeberg 5 *M.*, Pitz, Marienburg 3 *M.*, Gruhn Pyritz 3 *M.*, Sch., Frankenberg 5 *M.*, Schuch, Sigmaringen 3 *M.*, Lappoehn, Tilsit 4 *M.*, Henso, Montabur 2 *M.*, Vermess.-Bureau zu Ratibor 19 *M.*, Schwenn, Lüneburg 10 *M.*, Motz, Nauen 5 *M.*, Sammlung auf der 3. Landmesser-Versammlung zu Wiesbaden 46 *M.*, Mertens und Wilke, Strassburg (Westpr.) 10 *M.*, Zschocke und Kunis, Kemnitz 6 *M.*, Scheerer, Köpenick 3 *M.*, Steuerinspector Steinbrück, Hannover 5 *M.*, Königl. Landmesser Hontschik, Zabrze 3 *M.*, Bolkenius

Neuwied 5 *M.*, Königl. Landmesser Thau, Lingen 10 *M.*, Oberlandmesser Möckemöller, Arnsberg 15 *M.*, Vermess.-Beamte der Station Einbeck 15 *M.*, Steuerinspector Preuss, Gardelegen 5 *M.*, Niedersächsischer Geometer-Verein 22 *M.*, Vermess.-Revisor Lindemann, Berlin 3 *M.*, Oberlandmesser Wisselinck, Neisse 5 *M.*, Vermess.-Beamte des Königl. Domänen-Vermessungs-Bureaus, des Centralbureaus für Steuervermessung und der Vermess.-Ingenieure beim Kreissteuerrathe zu Dresden 33,50 *M.*, Kat.-Bureau zu Aachen 15 *M.*, Collegen zu Meiningen 15,05 *M.*, Zimmer 101 des Kat.-Amtes zu Darmstadt 12 *M.*, Schmitz, Arnsberg 3,05 *M.*, Oberlandmesser Roedder, Königsberg (Pr.) 3,05 *M.*, Verein hessischer Geometer I. Kl. 20 *M.*, vom Landmesser Reiff, Grevenbroich auf einer Geburtstagsfeier gesammelt 7,30 *M.*, Vermess.-Beamte der Spec.-Commission zu Bartenstein 21 *M.*, von 5 Collegen in Iserlohn und einem in Altena durch Landmesser Heusch gesammelt 18 *M.*, Stadtgeometer Fischer, Baden-Baden 4 *M.*, Landmesser Böttcher; Strassburg (Westpr.) 5 *M.*, Mecklenb. Geometer-Verein 113,20 *M.*, städt. Landmesser Helmerking, Mühlhausen (Thür.) 5 *M.*, Rechnungsrath Dross, Frankfurt (Main)-Sachsenhausen 3,05 *M.*, Landmesser Olbrich jr., Königsberg (Pr.) 5 *M.*, Landes-Oekon.-Geometer Szelinski, Braunschweig 10,05 *M.*, vom Oberlandmesser Baenitz, Cassel, gesammelt 72,80 *M.* Landmesser der Spec.-Commission zu Laasphe 31 *M.*, durch den städt. Landmesser Witte zu Erfurt gesammelt: Steuerrath Rinck 3 *M.*, Steuerinspectoren Herrmann 3 *M.*, Holl 2 *M.*, Giese 3 *M.* und Kraaz 2 *M.*, Oberlandmesser Hennerici 3 *M.*, techn. Eisenb.-Secretaire Lippold 2 *M.* und Kayser 2 *M.*, Kat.-Landmesser Grotewold 1 *M.*, Siegling 1 *M.* und Schaar 2 *M.*, Landmesser Feuersenzer 1 *M.*, Friederichsen 3 *M.*, Schade 10 *M.*, Junker 3 *M.*, Tscheuschner 3 *M.*, Erchenhagen 1 *M.*, Krusius 1,50 *M.*, Kost 0,50 *M.*, Gawlik 3 *M.*, Beetz 0,50 *M.* und Witte 5 *M.*, Sammlung der Hauptversammlung des Schles. Landmesser-Vereins 31,40 *M.*, Kat.-Controleur Sutter, Bolkenhain 5 *M.*, Sammlung der Geschäftsstelle der Zeitschrift des Rhein. Westf. Landmesser-Vereins 134 *M.*, Rhein. Westf. Landmesser-Verein 20 *M.*, durch Oberlandmesser Hüser, Cassel, Honorar eines Ung. 14,50 *M.*, Station Wesel 3 *M.*, aus Braunschweig: Gleser 1 *M.*, Steuder 1 *M.*, Brecht 1 *M.*, Landes-Vermessungsinspector Seiffert 2 *M.*, Landes-Vermess.-Ingenieur Moegmann 1 *M.*, Thür. Geometer-Verein 28,70 *M.*, Maier, Karlsruhe (Baden) 5 *M.*, Eis.-Landmesser Ambrosius, Lübbecke 15 *M.*, Vereinigung niederschlesischer Markscheider 30 *M.*, Vermess.-Beamte der Spec.-Commissionen zu Bünde (Westf.) 10 *M.* und zu Coesfeld 13,05 *M.*, durch Oberlandmesser Busse, Minden (Westf.) gesammelt 21,55 *M.* Professor Koll, Bonn 10 *M.*, Spec.-Commission zu Höxter 27,05 *M.*, Banse, Neuruppin 3,05 *M.* durch Oberlandmesser Bracklof, Siegen gesammelt 12 *M.*, Möhring, Hanau 16,0 *M.*, mithin Gesamtsumme 3221,85 *M.*

2) Verwendung der Gelder.

- 1) Der Frau Virgien wurden, dem Bedürfniss entsprechend, unter Einrechnung der gezahlten Schreibgebühren und Portoauslagen ausgehändigt 721,85 *M.*
- 2) Der Rest von 2500 *M.* ist in Consols angelegt, deren Dokumente durch Herrn Steuerinspector Wilmsen in Nauen bei einem Bankier sicher hinterlegt wurden, während die zugehörigen Coupons dem Onkel der Frau Virgien, Herrn Obertelegraphen-Assistent Loeber zu Erfurt, in dessen Familienkreis sie Aufnahme gefunden hat, zur jeweiligen nothwendigen Verwendung ausgehändigt worden sind..... 2500,00 „

Ausgabe wie Einnahme.... 3221,85 *M.*

Das Comité.

gez. Dr. Falck.

gez. Wilmsen.

gez. R. Brode.

Es erübrigt uns noch, allen den zahlreichen Gebern und Förderern der Sammlung an dieser Stelle unsern herzlichsten Dank im Namen der Hinterbliebenen des Collegen Virgini auszusprechen.

Ueberraschend reichlich flossen uns die Gaben zu, mögen die hochherzigen Spenden den erwarteten Segen bringen und von unseren Schützlingen dauernd die Noth abwenden.

Allen Herren Collegen, die diese Worte lesen, legen wir dringend an's Herz, aus dem Falle Virgini die Nutzenwendung zu ziehen, dass es an der Zeit ist, durch Organisation des Wohlthätigkeitsdienstes unserm Stande ein Mittel zu geben, zukünftig in geräuschloserer Weise Gleiches zu erreichen, was im Falle Virgini durch öffentlichen Aufruf gelang.

Es ist sicher eine gefälligere Art, Liebespflichten zu üben, und weniger schmerzlich, Wohlthaten empfangen zu müssen, wenn nicht von Fall zu Fall der Klingebutel im Lande herumzugehen braucht, sondern eine zu diesem Zwecke gegründete und mit den nöthigen Mitteln ausgerüstete Unterstützungskasse in aller Stille segensreich wirkt.

Die Unterstützungskasse für hilfsbedürftige Landmesser und deren Hinterbliebenen (Vorsitzender Herr Steuerinspector Fuchs-Breslau) hat sich als durchaus lebensfähig erwiesen sie muss aber von der Gesamtheit, nachhaltig unterstützt werden, wenn sie ihre sich selbst gestellte Aufgabe dauernd erfüllen soll.

Treten wir der Kasse vollzählig bei, und viel Harm wie Leid, Noth und Sorge wird unseren Kreisen fern bleiben.

Folgen Sie Alle der augenblicklichen Erregung Ihres guten Herzens und erklären Sie ungesäumt Ihren Beitritt zu der genannten Kasse, ehe unser Mahnruf vergessen wird.

Auch der kleinste Beitrag hilft mit.

Der besser situirte Colleague folge seinem Pflichtgefühl, der wirtschaftlich Schwächere Sorge mit der Beitrittserklärung für die eigene Zukunft.

Werben Sie Alle für das gute Werk, Redactionen, Zweig- und Localvereine, Leiter grösserer amtlicher Organisationen und von Privatvermessungsbureaus, alle Mann an's Werk, es ist eine gute Sache, der Sie damit Ihre Unterstützung leihen und unserm Stande wird es zu dauerndem Heile reichen.

Mit collegialischem Grusse.

I. A.: R. Brode,

Vorsitzender des Brandenb. Landmesser-Vereins.