

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

Organ des Deutschen Geometervereins.

Herausgegeben von

Dr. C. Reinbertz,
Professor in Hannover.

und

C. Steppes,
Obersteuerrath in München.



1901.

Heft 1.

Band XXX

—→ 1. Januar. ←—

Der Abdruck von Original-Artikeln ohne vorher eingeholte Erlaubniss der Schriftleitung ist untersagt.

Christian Ludwig Gerling's geodätische Thätigkeit.

Vortrag, gehalten auf der 22. Hauptversammlung des Deutschen Geometervereins in Cassel von **C. Reinbertz.**

Wir stehen an der Jahrhundertwende. Da darf ich Sie wohl einladen, einen Blick zurückzuthun in das verflossene Jahrhundert, auf die der ersten Hälfte desselben angehörende geodätische Thätigkeit eines Mannes, dem die geodätische Wissenschaft und Technik, besonders aber die deutschen Landmesser nicht geringen Dank schulden. Indem wir uns ein Bild von den Arbeiten und Bestrebungen dieses Mannes vor Augen führen, schlagen wir ein inhaltreiches Blatt in der Geschichte unseres Faches auf, ein Blatt der Zeit, die unsere heutigen Methoden begründete.

Versetzen wir uns zurück an den Beginn des verflossenen Jahrhunderts, und vergegenwärtigen wir uns zunächst den Zustand der Geodäsie um 1812, als der junge Gerling hier in Cassel seine Thätigkeit begann.

Das grundlegende Problem der Erdmessung, die Ermittlung der allgemeinen Erdfigur, hatte das 18. Jahrhundert gelöst. Die letzte Vorschule der Geodäsie des 19. Jahrhunderts, die grosse französische Gradmessung, wurde eben geschlossen, der letzte Band des berühmten Werkes *Base du système métrique décimal* war eben erschienen. Die Grundzüge für die Berechnungsmethoden auf dem Erdellipsoid waren bekannt; die schon zwei Jahrhunderte alte Triangulirung war bei den verschiedenen Gradmessungen erprobt, ihre Technik soweit entwickelt, dass man daran denken konnte, die vorhandenen Hauptsysteme zusammenzuschliessen und sie auszubilden als die unerlässliche Grundlage für die Landeskarten. Diese Landeskarten, das hatten ganz besonders auch die Kriegszüge jener bewegten Zeit dargethan, bedurften dringend der

Verbesserung. Als Ersatz der zum Theil durch äusserst unsichere Aneinanderfügung aus den verschiedenartigsten Messungsergebnissen (Einzelmessungen mit Messtisch, mit Bussole und Kette, Krokis und Wegzeichnungen) zusammengestellten Karten, verlangte man Landeskarten, die nach einheitlichem Verfahren auf trigonometrischer Grundlage hergestellt werden sollten. Es begann die Zeit der allgemeinen Landesvermessungen, und der exacten grundlegenden Triangulirungen, Unternehmungen, an welche Staat nach Staat wetteifernd herantrat. — So gross war der Reiz der neuen Arbeit, die Freude am Mitschaffen auf dem sich eröffnenden Gebiete der exacten Arbeiten, von denen man erhoffte, dass sie noch für spätere Geschlechter von Werth sein würden, dass die hervorragendsten Geister der exacten Wissenschaften für sie gewonnen wurden.

Die schon bei früheren Arbeiten für die Landeskartographie als nothwendig erkannte stufenweise Einschaltung untergeordneter Systeme in das trigonometrische Hauptssystem machte die Messung zahlreicher Horizontalwinkel erforderlich; das erleichterte, ja ermöglichte überhaupt erst, der obwohl schon längst bekannte, so doch eben erst allgemein in Gebrauch kommende, bei der französischen Gradmessung noch nicht verwendete, Theodolit. Wie neu der Grundgedanke dieses selbstthätig die Richtungen in den Lothebenen projicirenden Instrumentes gegenüber dem im Uebrigen vorbildlichen und maassgebenden Messungsverfahren der französischen Gradmessung mit dem *cercle répétiteur* selbst erfahrenen Geodäten erschien, zeigt eine Stelle der von v. Müffling am 15. Januar 1821 erlassenen und auch von Gerling seiner Arbeit zu Grunde gelegten „Instruction für die topographischen Arbeiten des Kgl. Preussischen Generalstabes“. Es heisst hier beim Abschnitt „Dreiecke erster Ordnung“, (Reduction auf den Horizont): „Da der *théodolite répétiteur* mit einem *niveau* versehen ist, so bedürfen die Beobachtungen keiner Reduction auf den Horizont. Die Erfahrung lehrt, dass man bei Beobachtung des Winkels in schiefer Fläche und darauf folgender Reduction auf den Horizont (durch genommene Zenitdistanzen) keine grössere Genauigkeit erhält, aber die Arbeit unnöthig vermehrt. Sollte jedoch der Fall eintreten, dass eine Winkelmessung mit Kreisen in schiefen Flächen vorgenommen werden müsste, so dienen die allgemeinen Formeln als Vorschrift zur Reduction (Base métrique I, pg. 138)“.

In den zur politischen Ruhe gelangten Staaten machte sich weiterhin für die Zwecke der Steuerregulirung bald das Bedürfniss nach einer speciellen Vermessung der Gemarkungen geltend.

So wurden zuerst in Süddeutschland die bekannten, einheitlich durchgeführten speciellen Landesvermessungen unter Verbindung der Triangulirungsmethode mit dem altbewährten Messtischverfahren und Einführung einer einheitlichen Linear-Coordimirung in Angriff genommen. Ein wenig später begann dann an anderer Stelle die Ausbildung der

polygonalen Theodolitzüge mit trigonometrischem Anschluss, wodurch der Uebergang zur heutigen zahlenmässigen Kleinmessung ermöglicht wurde.

Als grundlegende Methode der Höhenbestimmung galt die bei der Messung der schiefen Winkel erforderliche und von daher geläufige Bestimmung der Höhenrichtungen, welche in Verbindung mit der trigonometrisch gewonnenen Entfernung als „trigonometrische Höhenmessung“ den gesuchten Höhen-Unterschied liefert. Noch hatte der Eisenbahnbau nicht aus der Jahrtausende alten Wasserwägung die heutige exacte Nivelirung gemacht, und eben erst hatte Laplace durch eine neue Barometerformel die Aussicht auf ein anderes Messungsverfahren eröffnet, zu dessen Ausnutzung aber das Gebrauchsinstrument noch fehlte. Diesen Methoden sowie der Tachymetrie, deren Grundlagen durch die altazimutale Instrumentaufstellung und die Fadendistanzmessung vorhanden und auch vereinzelt schon gebraucht waren, wurde das Arbeitsfeld zu ihrer Entwicklung erst einige Jahrzehnte später eröffnet.

Zu derjenigen Methode aber, auf der unsere heutige geodätische Denkweise beruht, die erst die exacte wissenschaftliche und fehlertheoretisch-kritische Durchbildung der soeben erwähnten Messungsverfahren ermöglichen sollte, die heute die Technik der Messungen durch mittlere Fehler, Fehlergrenze und Fehlerausgleichung oder Vertheilung bis herab zur letzten Messungslinie, zum letzten Nivellirzug regelt, hatte der Student Gauss kurz vor Jahrhundertabschluss die Grundlage erdacht. Noch beschäftigten den jungen Göttinger Professor *Theoria motus* und *Disquisitio de elementis ellipticis Palladis*, noch hatte er nicht Gelegenheit gehabt, die Bedeutung seiner neuen Theorie an geodätischen Arbeiten zu erproben, noch war auch nicht die Kopenhagener Preisaufgabe über die ähnliche Abbildung bearbeitet, noch nicht der Heliotrop erdacht, als der 22jährige Student Gerling nach Göttingen kam.

Das mag in grossen Zügen ein Bild geben von dem Zustand der Geodäsie, als Gerling eine eigene Thätigkeit begann; so stand, um gleich die wesentlichste Seite seiner Bestrebungen auf geodätischem Gebiet in's Auge zu fassen, der Schüler gemeinsam mit dem grossen Meister vor den Anfängen unserer heutigen Triangulirungsausgleichung.

Zunächst habe ich nun denjenigen Herren, welche mein Bemühen, durch eine Darstellung der Gerling'schen Arbeiten einen kleinen Beitrag zur Geschichte der Geodäsie des verflossenen Jahrhunderts zu liefern und Ihnen heute darüber zu berichten, in so entgegenkommender Weise unterstützt haben, öffentlich meinen Dank zu sagen.

In erster Linie habe ich zu danken dem Professor der Mathematik an der Universität Marburg Herrn Dr. E. Hess; ihm verdanke ich die werthvolle Mittheilung von Gerling's *vita* aus dem „Prorektoratsprogramm der Universität Marburg vom Jahre 1864“, einen Auszug aus einem

Vorlesungshefte über Praktische Geometrie, sowie die Ueberweisung einer Anzahl geodätische Arbeiten betreffende Acten aus der Kgl. Universitätsbibliothek zu Marburg. Dem Abtheilungsvorsteher im Kgl. Geodätischen Institut in Potsdam Herrn Professor Dr. A. Börsch verdanke ich werthvolle Mittheilungen, besonders aber das Bild Gerling's, welches nach einer im Besitze seines verstorbenen Vaters, des bekannten früheren



Sectionschefs im Geodätischen Institut Herrn Professor Dr. Otto Börsch, des bedeutendsten geodätischen Schülers Gerling's, befindlichen Photographie hergestellt ist. Die Kenntniss der alten preussischen Instruction, welche Gerling seiner Triangulirung zu Grunde legte und welche für die Beurtheilung der Gerling'schen Arbeit von grossem Werth ist, verdanke ich Sr. Excellenz dem Herrn Generalleutnant z. D. Dr. Schreiber. Herr Steuerrath Gehrman in Cassel hat es unternommen, in den Acten der

Kgl. Regierung nach einer etwaigen Antheilnahme Gerling's an den hessischen Katastermessungen zu forschen, ihm verdanke ich die diesbezüglichen Auszüge aus den Actenstücken.

Manches Weitere zu wissen, wäre wohl wünschenswerth; ich darf daher wohl gleich hier die Bitte aussprechen, wenn sich noch das Eine oder Andere finden sollte, darüber in unserer Zeitschrift Nachricht zu geben. Ich kann aber die erfreuliche Mittheilung machen, dass sich noch 160 Briefe von Gauss an Gerling vom 26. Juni 1810 bis zum 21. April 1853 und etwa 240 Briefe von Gerling an Gauss vom 24. October 1812 bis zum 30. Juni 1854 vorfinden, und dass die Eigenthümerin dieses Briefwechsels, die Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen, nach Vollendung des im Drucke befindlichen Nachlasses von Gauss*), zu einer besonderen Veröffentlichung dieser Briefe durch einen bereits in Aussicht genommenen Geodäten die Zustimmung nicht versagen wird. So dürfen wir dieser Veröffentlichung, die uns noch manchen werthvollen Beitrag liefern wird, mit dem grössten Interesse entgegensehen.

Der Lebensgang.

Christian Ludwig Gerling wurde am 10. Juli 1788 zu Hamburg geboren.***) Sein Vater, der ihm schon im Alter von 12 Jahren entzogen wurde, bekleidete das Amt eines Pastors an der Jakobikirche und Seniors des Ministeriums. Der Knabe fand aber einen väterlichen Freund und Lehrer an Carl Friedrich Hipp, der später als Lehrer der Mathematik am Gymnasium und Johanneum in Hamburg wirkte, und einen so nachhaltigen Einfluss auf Gerling's Ausbildung ausübte, dass dieser ihm, um ihm noch im späteren Alter seinen Dank auszudrücken, bei Gelegenheit von Hipp's 25jährigem Dienstjubiläum im Jahre 1830 durch eine besondere Schrift de parallaxi elationis****) gratulirte. Zu Ostern 1809 bezog Gerling nach rühmlichst bestandener Reifeprüfung als Student der Theologie die Universität Helmstedt, wo er sich unter Pfaff's Leitung auch nebenbei eifrig mathematischen Studien hingab. Da die Universität von der damaligen westfälischen Regierung in demselben Jahre aufgehoben wurde, siedelte er zu Ostern 1810 nach Göttingen über, wo er sich unter Gauss' Anleitung bald ganz dem Studium der Mathematik und Astronomie zuwendete. Er war eine Zeit lang der einzige Zuhörer von Gauss in den astronomischen Fächern, so dass Gauss ihm privatissime lehrte, wodurch die Grundlage zu dem späteren innigen Verhältniss, wovon besonders der vorhin erwähnte Brief-

*) Gauss' Werke Bd. VIII und IX werden den geodätisch werthvollsten Theil enthalten.

**) Die Lebensbeschreibung ist gegeben mit Benutzung des Prorektorats-Programms der Universität Marburg vom Jahre 1864 und Justi, Grundlage zu einer hessischen Gelehrten-, Schriftsteller- und Künstler-Geschichte. Marburg 1831, S. 140—148.

****) Vergl. auch Seite 6.

wechsel zeugt, gelegt wurde. Gerling übernahm bald einige der laufenden Sternwartengeschäfte, führte mancherlei Rechnungen und Beobachtungen aus und arbeitete auch, um sich instrumentell auszubilden, praktisch bei einem Uhrmacher. Was Gauss derzeit schon von dem jungen Studenten hielt, zeigen folgende Stellen. In einem Schreiben von März 1811 (v. Zach, Monatl. Corr. XXIV, S. 401) heisst es: „Ein geschickter Zuhörer von mir, Herr Gerling, der sich mit glücklichem Erfolg mit Astronomie beschäftigt.“ Im Briefwechsel zwischen Gauss und Schumacher (herausgegeben von Peters, Altona 1860) heisst es am 10. März 1811 „Der junge Hamburger Gerling wird geschickt im Calcul und Observiren;“ ferner am 23. August 1812: „Es ist mir recht lieb, dass Herr Gerling in meiner Nähe bleibt: Er kommt als Lehrer der Mathematik an's Lyceum in Cassel. Er hat gute Kenntnisse und viel Geschick für praktische Arbeiten;“ — endlich am 31. December 1812 „Gerling und Enke sind beide gute Köpfe und beide hoffe ich, werden sich reelle Verdienste erwerben.“ Schliesslich sei noch ein Ausspruch wieder in v. Zach M. C. XXVIII S. 502 bei Gelegenheit der Mittheilung von Beobachtungen des zweiten Kometen von 1813 angeführt: „ich trug damals deren Verbesserung Herrn Doctor Gerling auf, und Folgendes sind nun die Elemente, welche dieser sehr geschickte und fertige Rechner herausgebracht hat.“ — Neben den astronomischen und mathematischen Vorlesungen hörte Gerling auch physikalische, chemische und sonstige naturhistorische. Am 21. Mai 1812 erlangte er bei der philosophischen Facultät mit einer Arbeit: *Methodi projectionis orthographicae usum ad calculus parallacticos facilitandos explicavit, simulque eclipsin solarem die VII. Sept. 1820 apparituram, hoc modo tractatam, mappaque geographica illustrata tanquam exemplum proposuit etc.*, Gottingae 1812. Es ist das zwar ein astronomisches Thema, auf das wir hier nicht einzugehen haben, aber die Wahl gerade eines solchen Themas, sei es nun, dass Gauss die Arbeit für Gerling wählte, oder Gerling das Thema selbst sich suchte, scheint mir doch für Gerling's Richtung von vornherein bezeichnend und beachtenswerth, denn gleich an dieser ersten Arbeit prägt sich schon sein auf die Technik des Rechnens gerichteter Sinn aus*). Es handelt sich in der Arbeit um die Anwendung der orthographischen Projection auf die Parallaxenberechnung, wobei die Fundamentelebene auf der die Mittelpunkte der Erde und des bedeckten Gestirnes verbindenden Linie normal ist, dementsprechend um die Auflösung der Projectionsformeln für die sphärischen Gestirncoordinaten und Tabellenherstellung. Ein ähnliches auf die Praxis der Rechnung gerichtetes Ziel hat auch die oben schon erwähnte Gratulationsschrift: *de parallaxi elationis*. Es ist das ein astronomisch-

*) Mit Bezug auf die späteren Bemerkungen über Gerling's Stellung zur Projectionsfrage bei der Landesvermessung sei darauf hingewiesen, dass diese seine erste Arbeit eine Aufgabe aus dem Gebiete der Projectionen war.

geodätisches Thema, die „Erhebungsparallaxe“, d. h. die Vermehrung der gewöhnlichen Parallaxe, wenn das Auge des Beobachters sich über der Erdoberfläche erhebt. Für diese Correction, welche natürlich nur bei bedeutenden Höhen und für Mondbeobachtungen und Sternbedeckungen in Betracht kommt, hat Gerling mit der ersten Schmidt'schen Abplattung (1 : 297, 479) Tafeln berechnet.

Am 1. October 1812 übernahm Gerling hier in Cassel an dem eben neu gegründeten Lyceum, der späteren polytechnischen Schule und nachmaligen höheren Gewerbeschule, das Lehramt der Mathematik; dies Amt hatte er inne, bis er wenige Jahre später am 16. April 1817 zum ordentlichen Professor der Mathematik, Physik und Astronomie und Director des mathematisch-physikalischen Institutes nach Marburg berufen wurde. Hier lebte und arbeitete er nahezu ein halbes Jahrhundert, bis am 15. Januar 1864 ein rascher Tod ihn mitten im Semester aus seiner Lehrthätigkeit dahinraffte. Herr Prof. Dr. Hess, welcher in den letzten Jahren Gerling's Zuhörer war und Astronomie, praktische Geometrie und Ausgleichungsrechnung bei ihm hörte, schreibt mir: „Der damals 75jährige war noch von bewundernswerther geistiger Frische; in den Uebungen haben wir eifrig gemessen, mit Winkelspiegel, Heliotrop, Theodolit, Messtisch u. s. w. operirt und gerechnet.“ Um Gerling's persönliche Stellung zu charakterisiren, bleibt noch zu erwähnen, dass er mehrfach zum Prorector erwählt wurde, dass er Mitglied mehrerer wissenschaftlicher Körperschaften war, dass manche Ehrenämter ihm übertragen wurden, und er 1857 zum Geheimen Hofrath ernannt wurde*). Die eigentliche geodätische Thätigkeit Gerling's gehört der ersten Hälfte seines Marburger Wirkens an. Um uns ein richtiges Bild von dieser Thätigkeit zu machen, haben wir uns von vornherein zu vergegenwärtigen, dass er nicht von Beruf Geodät war, d. h. dass es nicht seine Aufgabe war, sich der Ausbildung gerade dieses Faches mit allen Kräften zu widmen, dass er vielmehr, wie so mancher Andere aus jener Zeit, deren Namen mit der Entwicklung unserer Wissenschaft unvergänglich verbunden sind, angezogen durch das Fesselnde der neuen und umfassenden geodätischen Aufgaben, sich nur zeitweise und in der Hauptsache nur mit einem einzigen Arbeitsgebiete der Geodäsie eingehend beschäftigt hat.

Gerling hatte zunächst als Universitätslehrer, wie das zu der Zeit noch vielfach der Fall war, gleichzeitig den Unterricht für mehrere Fächer zu versehen, nämlich für Mathematik, Physik und Astronomie. Er richtete ein zu hoher Blüthe gelangtes mathematisch-physikalisches Institut mit astronomischem Observatorium ein, in welchem fleissig

*) Die in Cassel anwesende Versammlung mag es auch interessiren, dass Gerling sich hier im Jahre 1814 mit der Schwester des damaligen Lyceum-Directors Suabedissen verheirathete und dass die Gattin ihm kurz vor seinem Tode entrissen worden war.

gearbeitet wurde, wie durch viele Mittheilungen von Beobachtungsergebnissen, besonders in Schumacher's astronomischen Nachrichten und Grunert's Archiv für Mathematik und Physik belegt ist. Die Bedeutung Gerling's auf diesen Gebieten zu betrachten, ist nicht unsere Sache, es sei aber erwähnt, dass zu seinen Schülern die bekannten Astronomen Klinkerfues in Göttingen (der früher hessische Geometer) und Schönfeld in Bonn gehörten, über deren erste in seinem Institut ausgeführte Arbeiten er in den Astronomischen Nachrichten (Bd. 30—34) mehrfach berichten konnte. Bei der Einrichtung des mathematisch-physikalischen Institutes war auch auf geodätische Arbeiten Bedacht genommen. In einer Mittheilung in Grunert, Archiv für Math. u. Phys., Bd. II, S. 212, über das neue Institut heisst es: „Ueberdies sind neben den Sälen noch zwei Arbeitszimmer eingerichtet In diesen Arbeitszimmern ist nun auch einstweilen der Apparat für die praktische Geometrie in Schränken untergebracht.“ Welche geodätische Uebungen stattfanden, werden wir später sehen. Neben der astronomischen Thätigkeit, von der zahlreiche Mittheilungen in Schumacher's astronomischen Nachrichten und eine ganze Reihe Sonderschriften*) Zeugniß ablegen, widmete sich Gerling auch physikalischen**) und mathematischen Arbeiten. Von diesen letzteren seien als mit der praktischen Geometrie in naher Beziehung stehend erwähnt: „Grundriss der ebenen und sphärischen Trigonometrie Göttingen 1815“. Aus diesem kleinen, noch hier in Cassel verfassten, durch eine sehr klare Darstellung sich auszeichnenden Werkchen, sei zur Charakterisirung von Gerling's Lehrauffassung aus der Vorrede die folgende Stelle erwähnt: „Man muss, so scheint es mir, beim Unterrichte in der Mathematik immer zwei Gesichtspunkte vorzüglich in's Auge fassen, einen allgemeinen — vermöge dessen der Zuhörer mit dem Wesen der Wissenschaft vertraut gemacht, an strenges, folgerichtiges und selbstthätiges Denken gewöhnt, und in den Stand gesetzt werden soll, selbstständig weiter fortzuschreiten — einen besonderen, in dem er sich dabei einen Vorrath von Kenntnissen erwerben soll, von denen er in seinen künftigen Berufsgeschäften nützliche Anwendungen machen kann.“ Das war das Programm des jungen Lyceum-Lehrers und ist es stets geblieben. Sodann gab Gerling in mehreren Auflagen heraus: J. F. Lorenz, Grundriss der reinen Mathematik. Helmstedt 1820—1851, nach Gerling's Tode wurde noch seine „Analytische Geometrie“ von Rottfels herausgegeben.

Aus dem Vorhergehenden haben wir schon gesehen, dass wenn wir uns nun zur Betrachtung von Gerling's geodätischer Thätigkeit wenden, wir seine Lehrthätigkeit und seine litterarischen Arbeiten neben seiner praktischen Thätigkeit zu beachten haben werden. Die letztere, die

*) Erwähnt sei noch die Schrift bei Antritt des Marburger Lehramtes: *Problema astronomicum: elevationem poli tempusque determinandi per aequales stellarum fixarum altitudines, modo indirecto solum.* Marburg 1817.

**) z. B. Pogg. An. 22, 46, 105

Triangulirung Kurhessens, bildet die eigentliche Grundlage seiner gesammten geodätischen Bestrebungen, ihr wollen wir daher zunächst unsere Aufmerksamkeit widmen.

Die kurhessische Triangulirung.

Ich glaube am besten Ihnen zunächst einen Ueberblick über die Vorgänge und den Verlauf dieser in zwei Perioden 1821—1823 und 1835—1837 durchgeführten Triangulirung zu geben durch eine Darstellung, welche wir Gerling selbst verdanken. Im Jahre 1861, also einige Jahre vor seinem Tode, hielt Gerling zur Feier des Geburtstages des Kurfürsten in der „Gesellschaft zur Beförderung der gesammten Naturwissenschaften zu Marburg“ einen Vortrag „Das kurhessische Kartenwerk“. Er sagt darin zur Begründung seiner Mittheilungen: „Meines Antheiles an der Grundlegung bei gegenwärtiger Gelegenheit ausführlich zu erwähnen, ist eine unabweisbare Pflicht für mich, denn ich bin der einzige noch lebende Zeuge der vor mehr als 40 Jahren stattgehabten Verhandlungen über die Grundlagen des nunmehr vollendeten grossen Werkes, und kann also allein noch die Gesichtspunkte angeben, welche bei den damaligen Berathungen aufgestellt wurden und demnächst bei der ganzen Arbeit maassgebend blieben.“ Dann zu den Mittheilungen selbst übergehend, sagt er: „Im Frühjahr 1821 schrieb mir der jetzt lange schon verstorbene, hochverdiente General (damals Oberst) von Cochenhausen, dass Se. Königl. Hoheit, der hochselige Kurfürst, vorschreitend auf der Bahn seiner Ahnen, beschlossen habe, eine Vermessung zur Grundlage einer topographischen Karte in seinem Lande vornehmen zu lassen, und fragte bei mir an, ob ich geneigt sei an der Grundlegung dafür Antheil zu nehmen, indem er im Fall der Bejahung als Referent in der Sache dann das Weitere beantragen werde. Ich erklärte mich natürlich gern bereit unter der vorbehaltlichen Voraussetzung, dass diese Grundlegung auf die einzige der Geschichte Kurhessens würdige Weise, nämlich unter Benutzung der neuesten und besten Hilfsmittel der geodätischen Wissenschaft geschehen solle. Es wurde nun zuerst eine Commission gebildet, bestehend aus dem verstorbenen Oberst Kellermann, dem gleichfalls verstorbenen damaligen Hauptmann von Radowitz und mir, um über den Plan ein Gutachten auszuarbeiten. In den deshalbigen Sitzungen kamen wir, nach mehreren Discussionen, zu dem einstimmigen Beschluss, dass gleich anfangs zwar durch eine Absendung nach Berlin die Materialien über die in den Jahren 1817 bis 1820 durch preussische Offiziere ausgeführte Dreiecks-kette zur Verbindung der vor 1806 gemessenen thüringschen Dreiecke mit denen der Rheinprovinz, sowie die Instruction für das dortige Verfahren*) erbeten werden müssten, dass aber demungeachtet eine selbstständige Haupttriangulirung unter Anschluss an die Göttinger Sternwarte und die holsteinisch-hannoversche Gradmessung als Grundlage des

*) Vergl. Seite 4.

ganzen Unternehmens zu beantragen sei, welche Haupttriangulirung dann als Mittelglied zwischen den geodätischen Arbeiten von ganz Süd- und Norddeutschland dienen könne, zwischen welchen gerade in Kurhessen noch eine Lücke blieb.

Bei aller Hochachtung nämlich für das Verdienst des nunmehr auch lange verstorbenen Generals von Müffling und bei dem günstigen Vorurtheil für die Gewissenhaftigkeit der unter seiner Leitung ausgeführten Arbeiten, konnten wir uns doch zwei Umstände nicht verhehlen, welche einen blossen Anschluss an diese Arbeiten nicht empfehlenswerth erscheinen liessen. Zuvörderst nämlich war uns damals nur bekannt, dass die 1805 für die thüringischen Dreiecke gemessene Seeberger Basis, worauf sich dieselben zunächst stützen sollten, nicht mehr nachweisbar sei und dass noch keine Bürgschaft für das vollständige Gelingen ihrer indirecten Herstellung öffentlich vorliege. Sodann aber war mir, der ich schon 1810 als Zuhörer von Gauss die Benutzung der Methode der kleinsten Quadrate bei geodätischen Arbeiten vorläufig kennen gelernt hatte, aus weiterem Briefwechsel bekannt, wie die Einführung dieser „Ausgleichsrechnung“, welche gerade damals bei der hannoverschen Gradmessung im Grossen angewandt wurde, eine bisher noch gar nicht bekannte Sicherheit der Messungen und ihrer Resultate vermittelte; so dass eine den Erfordernissen der besten damaligen Hilfsmittel entsprechende Arbeit nur auf jene Weise gewonnen werden konnte. — Als ich sodann noch die allerhöchste Ermächtigung erhalten hatte, mit Gauss über die Sache mündlich zu conferiren, auch bei der Gelegenheit den grossen Nutzen des damals eben erst neu erfundenen Heliotrops hatte kennen gelernt, stellten wir unsere Anträge in dem oben erwähnten Sinne, welche dann auch in allen wesentlichen Punkten Genehmigung erhielten.

Nachdem nun noch im Herbst 1821 und Frühjahr 1822 eine Recognoscirung des ganzen Landes vorgenommen war, begann ich im Herbst 1822 die Haupttriangulirung auf dem Johannisberg bei Nauheim, schloss mich im Frühjahr und Sommer 1823 südlich an die bairische Seite Taufstein-Orberreisig, sowie im Herbst noch nördlich an die hannoverschen Dreiecke an, indem ich mit Gauss gemeinschaftlich das grosse Dreieck Brocken-Hohenhagen-Inselsberg zu Stande brachte, dessen beide erste Winkel von Gauss, der letzte von mir gemessen wurden. Das Zustandekommen dieses Anschlusses noch unmittelbar vor Eintritt des Winters war ein grosses Glück, denn es erfolgte im Frühjahr 1824, unmittelbar nachdem die nöthigen Berechnungen der bisherigen Arbeiten vollendet waren, eine Sistirung dieser Triangulirung.

Im Jahr 1830, nachdem ich erfahren hatte, dass von bairischen und grossherzoglich hessischen Geodäten Hauptdreiecke in Kurhessen zur Ausfüllung der oben angedeuteten Lücke gemessen seien, erbat und erhielt ich dann die Erlaubniss die Beobachtungen und Berechnungen

meiner bisherigen Dreiecke veröffentlichen zu dürfen. Dies geschah 1831 in dem ersten Heft meiner „Beiträge“.*)

Im Jahre 1833 war nun schon in einer Verordnung über das Steuerwesen verfügt, dass das Hauptdreiecksnetz des Kurfürstenthums baldthunlichst fortgesetzt und vollendet werden solle, und 1835 bekam ich den deshalbigen Auftrag. Es enthielt derselbe diesmal die definitive Berechnung aller Beobachtungen zur systematischen Grundlage für alle folgenden Arbeiten, sowie die Veröffentlichung der Resultate. Dagegen wurde die, in den Zwischenjahren von hannoverschen Dreiecken ganz umschlossene Grafschaft Schaumburg nunmehr von der Triangulirung des übrigen Landes abgesondert.

Schon im Herbst 1835 wurde dieser zweite Abschnitt der Haupttriangulirung begonnen, welcher sich im Herbst 1837 mit der Längenbestimmung zwischen Göttingen und Mannheim schloss. Das Jahr 1838 verging darauf mit Berechnung und Redaction der ganzen Arbeit nach dem 1821 entworfenen Plan und im Sommer 1839 konnte das zweite Heft der Beiträge, welches die Resultate zusammenstellt, gedruckt werden.

Mit dieser Herausgabe des zweiten Hefts der Beiträge schliesst sich nun der Antheil, den ich direct an der Begründung des jetzt vorliegenden grossen Kartenwerkes genommen habe. Ausser den in demselben gegebenen Rathschlägen für weitere Benutzung meiner Arbeit, konnte ich indirect fördernd nur dadurch wirken, dass ich von 1839 an über Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate auf geodätische Arbeiten wiederholt las und schrieb, auch als ich im Anfang der 40er Jahre wegen eines Gehülfen für diese Art Rechnungen, welche bei den topographischen Arbeiten vorzunehmen seien, zu Rathe gezogen wurde, den Herrn Otto Börsch als einen darin durchaus eingeübten, sowie auch in den übrigen Zweigen der praktischen Geometrie wohl unterrichteten ehemaligen Zuhörer empfahl.“

Das sind, wie gesagt, Gerling's eigene Worte, in denen er seine Antheilnahme an den kurhessischen Arbeiten zusammenfasst; welcher Art diese Antheilnahme war, und was wir derselben zu verdanken haben, möchte ich nun, soweit das mir zugänglich gewesene Material die Mittel dazu bietet, schildern.

Zunächst ist festzustellen, dass Gerling die Anforderungen und Erfahrungen der Praxis rückhaltlos würdigt, indem er sich auf den Boden des Gegebenen stellend die preussische Instruction zu Grunde zu legen für angemessen erachtet, um dadurch die glatte Durchführung des Werkes zu sichern, dass er daneben aber die Lehren des grossen Meisters für seine Arbeiten nutzbar machen will, in dem Bestreben seinerseits an der praktischen Ausbildung dieser Methode sein Theil mitzuwirken, wodurch die kurhessische Triangulirung von vornherein

*) Vergl. Seite 12.

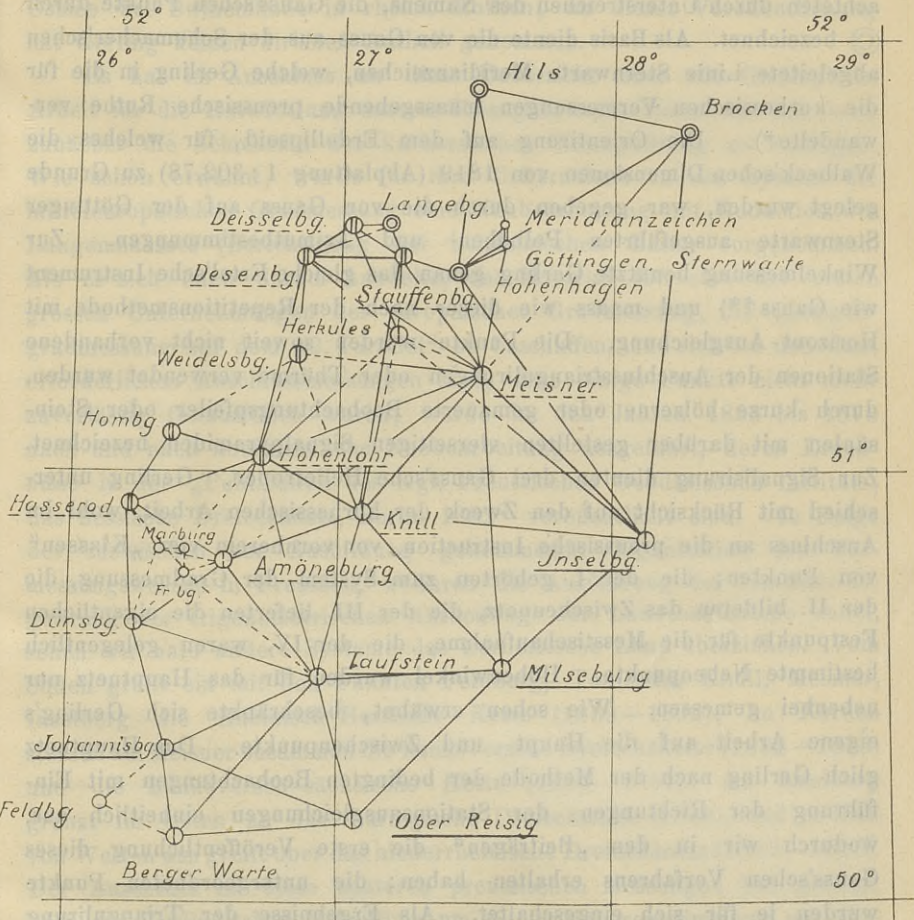
eine Weiterentwicklung der eben erst erlassenen preussischen Instruction von 1821 in modernem Sinne darstellt. Sein schönstes Ziel war aber wohl, dafür einzutreten: „dass diese kurhessische Triangulirung ein würdiges Mittelglied abgäbe, die grossen Triangelketten des südlichen und nördlichen Deutschlands, an welche sich wieder die des Auslandes anschliessen, zum bleibenden Nutzen für die mathematische Geographie Europas in ein Ganzes zu vereinigen.“ (Beiträge S. IV.) Es war wohl eine schöne Aufgabe, vor die er gestellt wurde, er sollte mitwirken an „jener grossen, herrlichen Unternehmung“ wie Gauss sie nennt, und dadurch auf's Neue wegen des unmittelbaren hannoverschen Anschlusses in innige Beziehungen zu seinem Lehrer treten, der seit 3 Jahren mit der hannoverschen Gradmessung beschäftigt war. Ihm wurde es noch vergönnt, was Gauss und Bessel versagt blieb, den Zusammenschluss der Gradmessungssysteme in Mitteleuropa gesichert zu sehen. Wie innig übrigens von den späteren Zeitgenossen die Gerling'schen Arbeiten mit den Gauss'schen verbunden wurden, zeigt folgende mit dem eben Gesagten in Zusammenhang stehende Stelle, die wenn auch nicht ganz genau die Sachlage darstellend, so doch äusserst bezeichnend ist. Im Generalbericht der mitteleuropäischen Gradmessung für das Jahr 1863 (Berlin 1864) heisst es: „Die kurfürstliche Regierung hat Anfangs November 1863 ihren Beitritt zu der mitteleuropäischen Gradmessung erklärt und den Geheimen Hofrath Herrn Professor Dr. Gerling zu Marburg und den Vorstand des topographischen Bureaus in Cassel, Herrn Kaupert, zu Commissaren ernannt. Leider meldeten etwas über zwei Monate später die Zeitungen schon den am 15. Januar 1864 erfolgten Tod Gerling's. Die mitteleuropäische Gradmessung hat in ihm einen Geodäten ersten Ranges mit reifen Erfahrungen verloren. Er war der einzige noch lebende Mitarbeiter von Gauss an der Hannover'schen Gradmessung und mit der Methode seines grossen Lehrers, der selbst nichts darüber hinterlassen, vollständig vertraut, so dass er manchen Aufschluss hätte geben können über Fragen, die nun vielleicht für immer in Dunkel gehüllt bleiben.“ Hier haben wir an competentester Stelle eine andere Seite der Gerling'schen Thätigkeit gewürdigt, er ist die Quelle für die Gauss'sche Triangulirungsmethode. Wir dürfen hoffen, dass der in diesem Bericht beklagte Verlust durch den zu veröffentlichenden Briefwechsel gemildert werden wird.

Gerling hat seine Triangulirung dargestellt in dem Werk „Beiträge zur Geographie Kurhessens und der umliegenden Gegenden aus der kurhessischen Triangulirung der Jahre 1822 bis 1837. Cassel 1839“. (Die Ergebnisse der Triangulirung sind ferner in einer Neubearbeitung von O. Börsch für die mitteleuropäische Gradmessung veröffentlicht in deren Generalbericht für 1865. Nachtrag. *) Die Original-Beobachtungen

*) In der Zeitschr. für Verm. haben wir einen Bericht von Gehrman „Uebersicht der Vermessungen im ehemaligen Kurfürstenthum Hessen, dem jetzigen Kgl. preuss. Regierungsbezirk Cassel.“ Bd. 3, 1874, S. 301.

werden in der Kgl. Universitäts-Bibliothek zu Marburg aufbewahrt; diese und einige andere geodätische Arbeiten betreffende Aktenstücke sind mir, wie schon erwähnt, von der Kgl. Bibliothekverwaltung für diesen Bericht bereitwilligst zur Verfügung gestellt worden.

Nachdem wir soeben mit Gerling's eigenen Worten eine Uebersicht über den Verlauf der Arbeit erhalten haben, brauche ich zur allgemeinen Orientirung nur noch einige Bemerkungen an der Hand der Netzkarte zuzufügen.



⊙ von Gauss beobachtete Punkte.

⊕ Punkte des Netzes der I. Periode.

⊖ " " " " II. "

— von Gerling selbst beobachtet in der I. Periode.

- - - " " " " " " II. "

Das Netz erstreckt sich in der Längsausdehnung vom südwestlichsten Punkte Berger Warte bis zum nordöstlichsten Punkte des hannoverschen Anschlusses über ein Gebiet von rund 200 km Ausdehnung. Es enthält 24 Hauptpunkte und 17 Zwischenpunkte; an den weiteren Punktbestimmungen niederer Ordnung hat Gerling persönlich nicht mitgewirkt. In der Netzkarte sind nur die 24 Hauptpunkte eingetragen, welche er zum Gradmessungssysteme rechnete; die Punkte der ersten Periode sind durch \odot , die der zweiten durch \oplus , die von Gerling persönlich beobachteten durch Unterstreichen des Namens, die Gauss'schen Punkte durch \odot bezeichnet. Als Basis diente die von Gauss aus der Schumacher'schen abgeleitete Linie Sternwarte-Meridianzeichen, welche Gerling in die für die kurhessischen Vermessungen maassgebende preussische Ruthe verwandelte*). Die Orientirung auf dem Erdellipsoid, für welches die Walbeck'schen Dimensionen von 1819 (Abplattung 1:302,78) zu Grunde gelegt wurden, war gegeben durch die von Gauss auf der Göttinger Sternwarte ausgeführten Polhöhen- und Azimutbestimmungen. Zur Winkelmessung benutzte Gerling genau das gleiche Ertel'sche Instrument wie Gauss**) und maass wie dieser nach der Repetitionsmethode mit Horizont-Ausgleichung. Die Punkte wurden soweit nicht vorhandene Stationen der Anschlusstriangulirungen oder Thürme verwendet wurden, durch kurze hölzerne oder gemauerte Beobachtungspfeiler oder Steinsäulen mit darüber gestellten vierseitigen Signalpyramiden bezeichnet. Zur Signalisirung dienten drei Gauss'sche Heliotropen. Gerling unterschied mit Rücksicht auf den Zweck der kurhessischen Arbeit, wohl im Anschluss an die preussische Instruction, von vornherein vier „Klassen“ von Punkten; die der I. gehörten zum System der Gradmessung, die der II. bildeten das Zwischennetz, die der III. lieferten die eigentlichen Festpunkte für die Messtischaufnahme, die der IV. waren gelegentlich bestimmte Nebenpunkte. Höhenwinkel wurden für das Hauptnetz nur nebenbei gemessen. Wie schon erwähnt, beschränkte sich Gerling's eigene Arbeit auf die Haupt- und Zwischenpunkte. Das Hauptnetz gliederte Gerling nach der Methode der bedingten Beobachtungen mit Einführung der Richtungen der Stationsausgleichungen einheitlich aus, wodurch wir in den „Beiträgen“ die erste Veröffentlichung dieses Gauss'schen Verfahrens erhalten haben; die untergeordneten Punkte wurden je für sich eingeschaltet. Als Ergebnisse der Triangulirung wird in den „Beiträgen“ gegeben 1) ein definitives „Distanzenverzeichniss“, enthaltend die Logarithmen der Entfernungen, die Richtungsverbesserungen und die diesen entsprechende lineare Querverschiebung; 2) ein „Dreiecks-Verzeichniss“, enthaltend die gemessenen und verbesserten Dreieckswinkel, sowie die Seiten; 3) die Breiten, Längen (Paris = 20⁰) und

*) Für die ersten Centrirungsrechnungen wurde die preussische Seite Dünsberg-Amöneburg verwendet.

**) Vergl. Seite 22.

Azimute für die topographischen Arbeiten, berechnet nach der preussischen Instruction mit Bezug auf die Göttinger Position; 4) ein „definitives Azimutal-Verzeichniss“. Die Ergebnisse der gelegentlichen Höhenmessungen sind nicht mitgetheilt. Den Gauss'schen Ausdruck „Abriss“ gebraucht Gerling nicht. Erwähnt sei, dass nach Abschluss der kurhessischen Specialtriangulirung im Jahre 1857 ein „Positions-Verzeichniss aus der topographischen Aufnahme vom Kurfürstenthum Hessen“ erschien, worin für alle Punkte gegeben ist Breite, Länge und Höhe über der Ostsee bei Swinemünde in rheinl. Ruthen; an dieser Veröffentlichung hat Gerling keinen directen Antheil genommen.

Es hat im Anschluss an diese Uebersicht über die Gerling'sche Arbeit für die Entwicklung unserer Triangulierungsarbeiten ein Interesse, zunächst die Schicksale der kurhessischen Triangulirung zu verfolgen. Wie schon erwähnt, wurde für ihre Uebernahme in das System der mitteleuropäischen Gradmessung eine Neubearbeitung mit Reduction des Längenmaasses (Berichtigung der holsteinischen Basis) vorgenommen. Als es sich dann darum handelte, das Material für eine der ersten grossen Unternehmungen der europäischen Gradmessung, die „Längengradmessung auf dem 52. Parallel“ zu beschaffen, und sich bei den dazu erforderlichen Anschlussmessungen fand, dass einige Punkte nicht mehr zuverlässig festzustellen waren, wurde in den Jahren 1865 bis 1876 nach und nach abermals eine Neubearbeitung ausgeführt, deren Ergebnisse in der „Publication des Kgl. Preussischen Geodätischen Instituts; das hessische Dreiecksnetz, Berlin 1882“ veröffentlicht sind. In Folge der inzwischen zur Ausbildung gekommenen Organisation des Vermessungswesens in Preussen, wodurch die Ausführung der Landestriangulirung der trigonometrischen Abtheilung der Landesaufnahme zufiel, sehen wir bald andere Systeme das kurhessische Land überziehen. Vom Süden greift ein mit den Punkten Feldberg, Taufstein, Knüll, Meisner, Inselberg die Rheinisch-Hessische Kette (1889—1892); im Norden stossen am Meisner zusammen die hannoversche Dreieckskette (1882—1885) und die hannoversch-sächsische Kette (1880—1881); am Inselberg grenzt im Osten an das thüringische Dreiecksnetz (1888), und endlich von Westen aus greift über das niederrheinische Dreiecksnetz (1893—1895). Der Anschluss an diese späteren preussischen Messungen hat gezeigt, dass der Gerling'schen Grundlinie um sie in Uebereinstimmung mit dem Werthe der Göttinger Basis von 1880 zu bringen nach Umwandlung in Meter eine Reduction von — 210 Einheiten der 7. Decimale des Logarithmus zuzulegen ist. (Preussische Landesaufnahme Hauptdreiecke, 6. Theil, S. 14.) In dieser Gegenüberstellung sehen wir ein Stück Geschichte der Triangulirungssysteme des verflossenen Jahrhunderts vor uns; unternommen wurden die ersten Arbeiten in der Hoffnung auf eine lange Dauer für „spätere Geschlechter“. Wie rasch sind sie vergangen und veraltet, das Schicksal der Gauss'schen Arbeiten war das gleiche,

und heute erliegt ihm die Bessel-Baeyer'sche Gradmessung, welche durch eine fortgeschrittene Technik derzeit erneuert werden muss. Haben nun auch alle diese Arbeiten den thatsächlichen Bestand, denen man ihnen beim Beginn zuschrieb, nur vorübergehend bewahrt, so sind sie „späteren Geschlechtern“ doch in noch höherem Maasse von Werth geworden als ihre Urheber damals wohl dachten, sie haben unsere modernen Methoden begründet.

Wollen wir die Arbeitsleistung Gerling's und seiner Mitarbeiter richtig würdigen, so haben wir, abgesehen von den in dem damaligen Zustand der Triangulirungstechnik begründeten Schwierigkeiten, zu bedenken, dass manche andere Hindernisse hinzukamen, die heute fehlen. — So z. B. war die Briefbeförderung eine unsichere, es kamen Nachrichten, Zahlungsanweisungen u. s. w. zu spät an, was manche Misshelligkeit veranlasste. Das heutige bequeme die Arbeiten erleichternde Transportmittel, die Eisenbahn, fehlte noch, und der Telegraph, der ja 1833 zuerst Gauss' Sternwarte und Weber's Institut verband. Zwar verstanden die Trigonometrie jener Jahrzehnte den neuen punktsignalisirenden Gauss'schen Heliotropen zur optischen Telegraphie auf Grund besonderer Signalvorschriften zu verwenden, aber der Unsicherheit dieses immerhin schätzenswerthen Verständigungshilfsmittels hatte Gerling, wie seine Anmerkungen erkennen lassen, doch manches Missverständniss und manche verlorene Beobachtungsstunde zuzuschreiben, und als er 1837 zum Abschluss seiner Arbeiten den Längenunterschied der Sternwarten Mannheim und Göttingen bestimmen wollte, musste er sich der mühsamen Methode der optischen Signalgebung bedienen. — Ferner haben wir uns noch einmal vor Augen zu führen, welche Vorgänge Gerling in technischer und theoretischer Hinsicht hatte. — In technischer Hinsicht konnte er sich der Mitarbeit der mit der damals neuen Müffling'schen Instruction von 1821 vertrauten hessischen Generalstabsoffiziere und der hessischen Landmesser erfreuen. Seine theoretischen Quellen bei Beginn der Arbeiten waren, soweit das die mir vorliegenden, anscheinend aus den Jahren 1820 bis 1822 stammenden Notizen erkennen lassen, abgesehen von der Gauss'schen Belehrung, vornehmlich die folgenden: *Mémorial topographique et militaire rédigé au dépôt général de la guerre*; Delambre, *Base du système métrique décimal*; Svanberg, *Exposition des opérations faites en Laponie*; Schwerd, die kleine Speierer Basis; sodann besonders die Artikel in von Zach's *Monatlicher Correspondenz*. Einige Notizen aus dem eben (1819) erschienenen Lehrbuch „Schulz-Montanus, systematisches Handbuch der gesammten Land- und Erdmessung“ und Hinweis auf J. T. Mayer's *Praktische Geometrie* zeigen die Benutzung dieser Lehrbücher. Diese Gerling'schen Notizen mögen, wenn auch kein vollständiges, so doch immerhin ein annäherndes Bild geben von den theoretischen Hilfsmitteln, welche ihm bei Beginn seiner Arbeit 1822 zu Gebote standen. Der Vergleich mit den Hilfsmitteln,

über welche heute ein Trigonometer zu verfügen hat, ist geeignet, uns die Entwicklung unseres Faches in diesen 80 Jahren recht deutlich vor Augen zu führen, und dadurch die Arbeiten und Ergebnisse Gerling's richtig zu würdigen. — Was nun noch die nach Abschluss der Arbeiten erfolgte Veröffentlichung derselben in den „Beiträgen“ betrifft, so haben wir uns zu erinnern, dass bei Abfassung des ersten Heftes 1830 (Vorrede vom 21. März 1831) noch kein Ergebniss der jener klassischen Periode angehörenden Triangulirungen vorlag, 1831 erschien erst die Struve'sche Gradmessung in den Ostseeprovinzen, und gleichzeitig mit der Veröffentlichung des zweiten Heftes der „Beiträge“ geschah die der Bessel-Baeyer'schen Ostpreussischen Gradmessung. —

Wir wenden uns nun zur Betrachtung der Thätigkeit, welche Gerling bei der kurhessischen Triangulirung entwickelte. Das Material dazu bieten, abgesehen von den „Beiträgen“, die mir aus der Kgl. Universitätsbibliothek zu Marburg zur Verfügung gestellten Actenstücke für die erste Periode und für die zweite Periode einige mir von Herrn Steuerrath Gehrman in Cassel mitgetheilte Actenauszüge. —

Für die Arbeiten der „ersten Periode“ wurde im Herbst 1822 unter Gerling's Leitung in Marburg ein „trigonometrisches Bureau“ errichtet, welches der „kurfürstlichen Landesvermessungscommission“ in Cassel unterstellt war. Die Concepte einiger Berichte Gerling's an diese Behörde sind die Quelle für die folgenden Mittheilungen. — Das Personal des Bureaus bestand aus den Leutnants Beck, von Bose und von Gironcourt, den Landmessern Kraus und Hilgenberg, den Landmesser-eleven Hess und Normann, wozu später noch der Studiosus Bode kam. — Als Untersonal war für die Feldarbeiten noch angestellt ein Bombardier, ein Kanonier, diese beiden besonders für den Signalbau, die Ausholzungen etc., und ein Gensdarm zur Bewachung des stets unter dem Zelt stehenden Instrumentes und des Geräthewagens.*)

Aus einem von Gerling geführten „Recognoscirungstagebuch“ geht hervor, dass schon im Herbst 1821 mit den Vorarbeiten begonnen wurde. Gerling hat danach vom 9. October bis zum 10. November 1821, also einen Monat lang, mit dem Rittmeister von Ochs und dem Hauptmann Wiegrebe vom kurhessischen Generalstabe den nördlichen Theil des Netzes recognoscirt, etwa nördlich der Linie Marburg-Inselberg, dann im Frühjahr 1822, vom 10. April bis zum 9. Mai, also abermals einen Monat lang, den südlichen Theil. — Die Recognoscirung fand theils gemeinschaftlich statt, theils arbeiteten Gerling und die beiden Officiere je für sich allein. Das erwähnte Tagebuch umfasst 70 Actenblätter, wovon 32 Blatt auf Gerling's Antheil, der Rest auf den der beiden Officiere entfällt. Bei der Erkundung sind auch einige generelle

*) Aus demselben sind übrigens zu Gerling's grossem Kummer trotzdem in einer Sommernacht einige Materialien gestohlen worden.

Winkelmessungen ausgeführt worden, ob mit einem kleinen Theodoliten oder einem Sextanten lässt sich nicht ersehen, ferner sind Compassazimute genommen, Horizontskizzen (Spinnen) und Panoramen-Horizonte gezeichnet. Es war demnach vor Beginn der Beobachtungen das Netz fertig recognoscirt, vermarktet und bebaut, die erforderlichen Durchlichtungen vorgenommen etc. Dieser Entwurf der ersten Periode, wohl als die eigentliche Gradmessung aufzufassen, zeigt von Berger-Warte bis zum Inselberg die Form einer schönen einfachen Dreieckskette ohne Diagonalen. — Nach einigen Vorübungen in der Nähe von Marburg fand im October 1822 nur noch die Winkelmessung auf Johannisberg statt, anscheinend auch nur zur Erprobung und Einübung des Verfahrens. Der Winter 1822/23, in welchem das Personal im trigonometrischen Bureau in Marburg vereinigt war, wurde besonders der Ausbildung gewidmet. Der Unterricht umfasste neben den praktischen Arbeiten 10 Stunden wöchentlich, dazu noch 5 Stunden Colleg an der Universität über „Sphärische Trigonometrie“. In einem Bericht vom 15. März 1823, in welchem der Plan für die Sommerarbeit aufgestellt wurde, konnte Gerling sagen: „Der Winter-Unterricht der Gehülfen ist heute mit Beendigung der höheren Geodäsie geschlossen worden. Dieselben haben mit dem beharrlichsten Fleiss und Eifer in diesem Winter*) die Grundsätze der höheren Mathematik, der niederen und höheren mathematischen Geographie, wie auch der niederen und höheren Geodäsie sich zu eigen gemacht, und ausserdem die Lücken, die hin und wieder sich in den trigonometrischen Kenntnissen noch vorfanden, ergänzt, so dass sie mir jetzt für alle Geschäfte, die beim trigonometrischen Bureau vorkommen, hinlänglich vorbereitet scheinen.“ —

Die Feldarbeit des Sommers 1823 dauerte vom 15. März bis 15. October. — Gerling selbst beobachtete nur auf den Hauptpunkten (vergl. die Netzkarte), die Gehülfen auf den Nebenpunkten II. und III. Ordnung („Klasse“), theils zusammen, theils allein, theils hatte Gerling einen Gehülfen zur Unterstützung bei sich. — Das Leuchtgeschäft fiel hauptsächlich den Eleven zu; wie schon erwähnt entstanden hierbei wegen der mangelhaften Communicationsmittel (Briefbeförderung) manche Zeitverluste, wozu noch manche andere Schwierigkeiten kamen. So wurden mitten im Sommer die drei Officiere für einen Monat „zum Exerciren einberufen“, worüber Gerling sich bitter beklagt und die Verantwortung für den richtigen Fortgang der Arbeiten ablehnt; ferner hat er sich mehrfach „über das unerhört schlechte Wetter des Sommers 1823“ zu beklagen,**) bis er endlich nach langem vergeblichen Warten („in der Wildniss, in der ich hier hause“) noch nicht fertig, am 15. October 1823 die Beobachtung abbrach und nach Marburg zurück-

*) Seit November, für die Officiere schon im Sommer.

***) Gleichzeitig klagt Gauss vergl. Peters, Briefwechsel zwischen Gauss und Schumacher. — Altona 1860.

kehrte. — Er war aber trotz der ungünstigen Witterung und der anderen Störungen so weit gekommen, das mit Gauss Hülfe der Göttinger Anschluss erledigt und für den nächsten Sommer schon 15 Messtische durch die Officiere in Angriff genommen werden konnten. — Erwähnt sei, dass im Correspondenzregister von Vorbereitungen zum „Göttinger Anschluss“ die Rede ist, aber leider nichts Weiteres darüber sich angeben findet.

Am 23. October berichtet Gerling an die Landesvermessungscommission, dass die Feldarbeiten eingestellt seien. Er beantragt, dass ihm die sämtlichen Gehülfen, dazu noch der Landmesser Kraus, im Winter in Marburg belassen werden, „1) als Hülfe bei den Rechnungen, damit im Sommer die Messtischarbeit gedeihen könne, 2) damit sie unter Kraus Zeichenunterricht erhalten und wir gewiss sind, dass sie nach einer Manier gut zeichnen, da die Zeichenarbeiten der Plankammer ebensogut in Marburg unter Kraus' Leitung als in Cassel gemacht werden können, und 3) weil dadurch Gelegenheit gegeben würde, die Eleven und Gehülfen weiter auszubilden.“ Ferner beantragt er die Einstellung weiterer Eleven und sagt dann: „die Gehülfen treten in diesem Winter in ein anderes Verhältniss, damals waren sie hier, um zu lernen, jetzt, um zu arbeiten, daher sollen Officiere und Eleven ihre Gratification *) behalten. Hess und Normann sollen zu Geometern ernannt werden, Hilgenberg und Kraus sollen die Zusicherung auf dauernde Anstellung im Staatsdienste nach Vollendung des Geschäfts (Landesvermessung) erhalten.“ — Wir sehen daraus, wie Gerling um die Förderung seines Personales besorgt war. —

Nach dem im Generalbericht für 1823 dargelegten Plan für 1824 sollten für dieses Jahr die drei alten Gehülfen und Kraus (welcher anscheinend schon damals innerhalb des Personales eine leitende Stelle einnahm**) mit der Detailarbeit beginnen, ausserdem sollten vier neue Gehülfen eingestellt und im Hauptnetz so weiter gearbeitet werden, dass das „Hauptinstrument“***) schon 1825 theilweise für die Detailarbeit disponibel würde; es sollten 1825 sechs Messtische arbeiten, dann 1826 sämtliche 12 Gehülfen sich der Messtischarbeit widmen. — Im Winter waren dementsprechend die Arbeiten fortgegangen, die Berechnung der Sommerbeobachtungen war in Angriff genommen, da schliesst das „Correspondenzregister“, welches für das Vorstehende meine Quelle war, mit dem 29. December 1823 ab, ohne jede Andeutung, dass die Arbeiten unterbrochen werden sollten. — Diese ganz unerwartete Einstellung der Arbeiten mitten in ihrem schönsten Fortgang hat Gerling

* Nach den Zahlungsanweisungen welche Gerling ausfertigte, Officiere 15 Thlr. Commandozulage, Eleven 10 Thlr. Vergütung. —

***) Vergl. Seite 21.

****) Vergl. Seite 22.

grossen Kummer bereitet. In der Vorrede zum ersten Heft der „Beiträge“ (1831) heisst es: „Doch hatte ich Ursache, mir Glück zu wünschen, dass ich im Herbste 1823 noch so weit und namentlich (durch die Gefälligkeit des Herrn Hofrath Gauss, welcher seine Arbeiten so einrichtete, dass wir noch im October in dem grossen Dreieck Brocken, Hohenhagen, Inselberg zusammenstossen konnten) zu einer recht innigen Verbindung mit den Dreiecken der hannoverschen Gradmessung gekommen war; denn es war im Anfang des Jahres 1824 noch nicht die Berechnung der Messungen des vorigen Sommers vollendet, als das ganze Geschäft eingestellt ward. — Unvollendetes und Halbes dem Publikum vorlegen zu müssen, ist nun wohl immer ein schmerzliches Geschäft.“ —

Ich habe vergeblich versucht, weitere Aeusserungen Gerling's hierüber, sowie über den Grund dieser unerwarteten Einstellung zu erfahren und muss vermuthen, dass dieselbe mit der Arbeit an sich nicht zusammenhängende, äussere in den damaligen politischen Zuständen des Kurfürstenthums begründete Ursachen hat*). Mit einem „Generalbericht aus dem trigon. Bureau über die im Winter 1823/24 ausgeführten Rechnungsarbeiten“ vom 28. März 1824 findet Gerling's amtliche trigonometrische Thätigkeit vorläufig ihren Abschluss. Es heisst darin: „Die Berechnungen der im Herbst 1822 und Sommer 1823 bearbeiteten Triangulationsarbeiten sind nunmehr vollendet, und ich lege die Resultate derselben in beigehender Tabelle nebst Uebersichtskarte vor.“ Danach folgt dann eine Darlegung der Triangulierungsarbeiten (Längenmaass, Göttinger Anschluss, Berechnung etc. und Nachweis der erreichten Genauigkeit), wie im 1. Heft der „Beiträge“ veröffentlicht und schon besprochen ist und weiterhin noch zu erwähnen sein wird. — Dabei heisst es an einer Stelle „6 Visirlinien sind vorläufig zurückgesetzt und einer späteren Benutzung bei der Ausfeilung nach Vollendung der ganzen Arbeit, deren plötzliche Einstellung natürlich ausser aller Berechnung lag, vorbehalten.“ Der Schluss des Berichtes lautet: „Aus Vorstehendem geht zur Genüge hervor, dass die bisherigen Arbeiten nicht nur für die Detailpunkte vollkommen genügen (wenn sie gleich ohne Vollendung des Ganzen immer Stückwerk bleiben), sondern dass auch bisher in dem Geiste gearbeitet wurde, in welchem Wilhelm der IV. höchstseligen Andenkens, als er für die Astronomie das that, was unsere jetzigen Regenten für höhere Geographie thun, arbeitete und arbeiten liess.“***) —

Die Hoffnung auf eine spätere Vollendung der Arbeiten, welche, wie diese Citate erkennen lassen, Gerling auch in der Zeit dieser

*) Vielleicht giebt der zu erwartende Briefwechsel mit Gauss auch über diesen Punkt weitere Aufklärung.

**) Dieser Hinweis auf Wilhelm den IV., den Weisen (1567—92), vergl. „Beiträge“ S V, scheint mir auf die oben erwähnten politischen Gründe für die Einstellung hinzudeuten.

bitteren Enttäuschung nicht verliess, sollte, nachdem er schon im Jahre 1830 die Erlaubniss*) zur Herausgabe des ersten Heftes der Beiträge erhalten hatte, durch die Inangriffnahme der Katasterneumessungen behufs einer Steuerrectification in den Gemarkungen in Erfüllung gehen. —

Durch das „Ausschreiben**“) des kurhessischen Finanz-Ministeriums vom 12. April 1833, betreffend die Vermessung und Kartirung der Gemarkungen behufs der Besteuerung des Grundeigenthums“, über dessen Entwurf Gerling sich auch im April 1832 gutachtlich zu äussern hatte,***) wurde bestimmt, dass die Vermessung der Gemarkungen auf ein trigonometrisches Netz gegründet und diese speciellen Dreiecksnetze an das Haupt-Dreiecknetz des Kurfürstenthums angeschlossen werden sollten. — Damit war die Fortführung und Vollendung der Arbeiten nach 10jähriger Unterbrechung gesichert. — Aus den mir von Herrn Steuerath Gehrman mitgetheilten Auszügen aus den Protokollen des Finanzministeriums ergibt sich, dass am 29. Mai 1835 in Verfolg eines Ministerialbeschlusses vom 20. Mai „zur Fortsetzung der in 1822—24 angefangenen Landesvermessung, eine aus drei Mitgliedern bestehende Commission, wovon zwei aus dem Civil- und eins aus dem Militärstande zu wählen sein würden, niedergesetzt werden solle“. — Zu Mitgliedern der Commission wurden ernannt, Gerling und zwei seiner früheren Mitarbeiter der inzwischen zum Landmesser-Inspector vorgerückte Kraus und der Major Wiegrebe. Im Protokoll vom 25. Juli 1835 heisst es: „Die durch höchsten Beschluss vom 30. Mai 1835 zur Fortsetzung der Landesvermessung niedergesetzte Commission, bestehend aus dem Professor Gerling zu Marburg, Major Wiegrebe und dem Landmesser-Inspector Kraus hierselbst überreicht Vorschläge zur alsbaldigen Vollziehung des erhaltenen Auftrages“, ferner „das Obersteuer-Collegium hat dem Landmesser Ise bekannt zu machen, das er vom 1. November d. J. an sich als Gehülfe bei der trigonometrischen Abtheilung der Landesvermessung zu stellen und bei dem Director der gedachten Abtheilung, Professor Gerling zur nöthigen Anweisung zu melden habe.“ Aus dieser Bemerkung geht Gerling's amtliche Stellung bei den Arbeiten der zweiten Periode hervor. — Endlich heisst es in einem Protokoll vom 16. September 1837 „Der Professor Gerling macht Anzeige von der Beendigung der Vermessungsgeschäfte und trägt auf Reduction des trigonometrischen Bureaus an.“ Ausser diesen, Herrn Steuerath Gehrman zu verdankenden Protokollauszügen, habe ich keine weiteren Mittheilungen über die Arbeiten der zweiten Periode, welche Gerling im zweiten Heft seiner „Beiträge“ darstellt, erhalten können. Die Erweiterung des Netzes geht aus der Netzkarte hervor, die von Gerling selbst beobachteten

*) Vergl. Seite 10.

**) Vergl. Gehrman, Z. f. V. 1875, S. 91.

***) Vergl. die Fortsetzung im nächsten Heft.

Stationen sind darin durch Unterstreichen mit gestrichelten Linien kenntlich gemacht. Neben dem schon genannten Landmesser Ise war als ständiger Gehülfe noch Fliedner zugetheilt, und als gelegentliche Mitarbeiter bei den Rechnungen werden „Beiträge“ S. 182 genannt die Herren Kutsch und Börsch.*)

Darstellung einiger Einzelheiten der kurh. Triangulirung.

Nach dieser Besprechung des Verlaufes der Gerling'schen Arbeiten bei der kurhessischen Triangulirung im Allgemeinen, möchte ich nun im Anschluss an Gerling's eigene Darstellung in den Beiträgen und den mir für die erste Periode vorliegenden Materialien nun noch die Aufmerksamkeit auf einige besondere Punkte lenken, die wohl ein gewisses Interesse beanspruchen dürfen.

Das Instrument.

Gerling beobachtete mit demselben Instrument wie Gauss**), einem zwölfzölligen Reichenbach-Ertel'schen Repetitionstheodolit; zur Signalisirung dienten drei Gauss'sche Heliotrope. — Die Gehülfen verwendeten ein zehnzölliges und ein achtzölliges Breithaupt'sches Instrument, wovon eins dem mathematisch-physikalischen Institut der Universität Marburg gehörte. — Eines dieser Instrumente wurde nach Gerling's Angaben zur Beseitigung einiger Mängel abgeändert; späterhin wurde noch ein weiteres achtzölliges Reichenbach-Ertel'sches Instrument beschafft.***) Ueber das Hauptinstrument sagt Gerling in den Beiträgen nichts, nur Seite 111 wird in Klammern angeführt (Vergrößerung des Fernrohres = 28). An anderen Orten, wie in den Astronomischen Nachrichten etc. habe ich vergeblich nach einer näheren Beschreibung gesucht. Dagegen findet sich bei den Gerling'schen Acten ein Stück mit der Bezeichnung „Notizen das Instrument betreffend“ (allerdings auch ohne bestimmte Angabe, welches Instrument gemeint ist). — Diesen Notizen entnehme ich das folgende:

A. Vergrößerung des Fernrohres.

Objectiv-Bildchen (Durchmesser) 0,50''' (nach einer dreimaligen Messung)
 Objectiv-Durchmesser 15,24'''
 mithin Vergrößerung 30, 48 mal. (Die Objectivbrennweite ist nicht angegeben).

B. Gleichseitiges Triangel der Fusschrauben des Instrumentes 136, 8'''.

*) Vergl. Seite 11.

**) Vergl. Brief von Gauss an Bohnenberger, Z. f. V. 1882, S. 431.

***) Nach einer Notiz im Recognoscirungs-Tagebuche hatte schon im Frühjahr 1822 in Marburg unter Zuziehung des Universitäts-Mechanikus Schubart eine Conferenz der Commissare stattgefunden, bei der über diese Punkte, sowie über die Construction eines zweckmässigen Messtisches und die Einrichtung der Mess-tischarbeit verhandelt wurde.

C. Theile der Libelle (Angabe) = 1,51".

D. Distanz der Fäden 43,33".

E. Dicke der Fäden 5,78".

Von dieser Angabe stimmt die zu A. gegebene genau mit der von Ambronn in Z. f. V. 1900, S. 177 gegebenen Beschreibung des in Göttingen befindlichen Gauss'schen Instrumentes überein, Objectiv-Oeffnung = 15,94" = 35 mm, ebenso die zu B. gegebene Länge des Fussdreiecks 136,8" = 308 mm, wie Z. f. V. 1900, S. 177 angegeben ist, wobei nur durch ein Versehen „Fusskreis Radius“ mit „Fussdreiecks-Seite“ verwechselt worden ist — was hierdurch gleichzeitig berichtigt sei. — Die Mittheilung der Libellen-Angabe in C. mag als eine Vervollständigung der Ambronn'schen Beschreibung des Gauss'schen Theodoliten gelten (a. a. O. S. 179).

Die Winkelmessung.

Gerling maass nach Gauss' Vorgang nach der Repetitionsmethode; für die Anordnung der Messung und die Aufschreibung im „Winkelregister“ war ihm das Verfahren der „preussischen Instruction von 1821“ vorbildlich, nach der nach je fünfmaliger Messung jedesmal alle 4 Nonien abgelesen wurden. — Gerling notirt sich zum Studium der preussischen Instruction: „Die Repetition der Winkel anlangend, könnte man

1) hinsichtlich der 4 Nonien zwei verschiedene Wege einschlagen. Man könnte entweder aus den jedesmaligen 4 Ablesungen jedesmal das Mittel nehmen, dann die Mittel aus je zwei benachbarten Ablesungen nehmen und mit 5 dividiren, oder man könnte die 4 Ablesungen jedesmal addiren, die Summe voneinander abziehen und diese Differenz durch 20 dividiren. Die Instruction zieht die letzte Manier vor, vermuthlich weil man beim Addiren und Dividiren mit 2 weniger Irrthum ausgesetzt ist, als beim Mittelnehmen und Dividiren mit 5;

2) hinsichtlich der Fortsetzung der Arbeit kann man entweder bei jeder folgenden Repetition von dem ursprünglichen Stand ausgehen, oder besser wie es die Instruction thut, um fehlerhafte Ablesungen überspringen zu können, jedesmal den vorigen Stand zu Grunde legen und dann die Mittel aus den sämtlichen Mitteln nehmen.“

Die Winkel wurden auf gewöhnlichem Actenpapier stets mit Tinte niedergeschrieben. In der allerersten Zeit wurde, wohl nach der „Instruction“, eine Liniatur zuerst in Tinte, dann in Blei versucht, aber nur für einige Seiten durchgeführt, dann wurde späterhin stets ohne Vorliniirung geschrieben (zum Theil wurde das bekannte blauquadrirte Papier verwendet). Die Notizen über Wetter, Sichtbarkeit der Signale, Beobachter etc. sind rechts neben den Beobachtungen niedergeschrieben. Ein Unterschied ist für diese äussere Anordnung bei der I. und II. Periode nicht vorhanden.

Zur weiteren Erläuterung des Verfahrens sei zunächst die erste Repetition, mit der die Arbeit begann, mitgetheilt.

Standpunkt: Johannisberg (A)
den 28. October 1822. Winkel zwischen Hausberg (Signal)-
Dünsberg (Signal); Nachmittags 2 Uhr.

Nr. der Repetition	Vervielfachte Winkel	Einfache Winkel	Bemerkungen
Stand des Kreises	Nonius		Höhenkreis links
	I	189° 00' 00"	
	II	8° 59' 54"	
	III	8° 59' 56"	
	IV	9° 00' 02"	
		188° 59' 58",00	
V		fünffach	
	I	23° 21' 20"	194° 21' 26,00"
	II	21' 26"	einfach
	III	21' 24"	38° 52' 17,20"
	IV	21' 26"	
		23° 21' 24",00	

Sodann sei an einigen Repetitionen der Station Milseburg die gewöhnlich angewendete Schreibung erläutert.

Station Milseburg.

Winkel Orber-Reisig (Signal) - Taufstein (Signal),
18. Aug. 1823, Abends 6 Uhr.

Stand	273° 48' 6 4 6 12 7,00	Höhenkreis rechts.
V	131 31 14 12 10 10 11,50	Gerling allein.
	<u>217° 43' 4,50"</u>	<u>43° 32' 36,90"</u>
X	349° 14' 14 16 16 18 16,00	
	<u>217° 43' 4,50"</u>	<u>43° 32' 36,90"</u>
XV	206° 57' 24 16 16 26 20,50	
	<u>217° 43' 4,50"</u>	<u>43° 32' 36,90"</u>
XX	64° 40' 22 26 28 22 24,50	
	<u>217° 43' 4,00"</u>	<u>43° 32' 36,80"</u>

Hier hat Gerling allein beobachtet und geschrieben, und wie das Manuscript erkennen lässt, die Winkel unmittelbar im Felde gerechnet. — Sehr häufig lauten die Eintragungen auch: Gerling pointirt, N. N. abgelesen, oder umgekehrt. — Im vorliegenden Fall ist mit diesen 20 Repetitionen die Arbeit am Abend des 18. August geschlossen und

am 22. August, Abends 6 Uhr, mit „Höhenkreis links“, Stand $204^{\circ} 45'$ fortgesetzt worden.

Wie nach Abschluss der Messung eines Winkels im Anschluss an die Bestimmungen der preussischen Instruction die Ausrechnung vorgenommen wurde, sei an diesem Auszuge erläutert:

	Summe der vor- hergehen- den 1., 2., 3. u. s. w. Mittel	Vorige Summe dividirt durch die Anzahl der ge- brauchten Mittel oder Winkel	
V $43^{\circ} 32' 36,90''$	36,90	$43^{\circ} 32' 36,90''$	aus 5 Beobachtungen.
X 36,90	73,80	36,90	10
XV 36,90	110,70	36,90	15
XX 36,80	147,50	36,875	20
Endresultat der Beobachtung		$43^{\circ} 32' 36,875''$	

War in einem Winkel ein Versehen vorgekommen, so dass derselbe ausgeschlossen werden musste, so wurde derselbe gestrichen, und die durch die römischen Zahlen ausgedrückte Repetitionszahl in der ersten Spalte entsprach nicht mehr der zur Rechnung benutzten Zahl der Beobachtungen in der letzten Spalte. — Es ist also die Einheit des Messungsverfahrens (das Messungselement) die 5-fache Repetition, und der Winkel wurde, ganz im Sinne des Gauss-Gerling'schen Stations-Ausgleichsverfahrens, stetig verbessert.

An dieser Stelle möchte ich einen persönlichen Eindruck erwähnen, der sich mir beim Durchblättern des Originalwinkelbuches aufdrängte. Es wurde mir mehr als früher begreiflich, dass man so bald, ganz abgesehen von den schon damals gefürchteten einseitigen Repetitionsfehlern, diese doch sonst so einleuchtende und durch Gauss classisch gewordene Methode, zu Gunsten der Struve-Bessel'schen Richtungsmethode verliess, wobei ich aber auch wohl die Bemerkung nicht unterdrücken darf, dass es allerdings noch begreiflicher ist, dass wir heute die auf diesem Gauss'schen Boden entstandene Schreiber'sche Messungsmethode allen anderen vorziehen.

Gerling selbst hat mit vollem Bewusstsein auch bei den Arbeiten der 2. Periode seine alte Methode beibehalten. Er sagt (Beitr. S. 128): „Freilich hätte ich wohl Versuche darüber anstellen können, ob nicht die inzwischen bekannt gewordene Methode, deren sich Struve bediente, mich vielleicht schneller zum Ziele zu führen verspräche. Jede Aenderung der Art bei einem beinahe zur Hälfte bearbeiteten Dreiecks-System erschien mir aber von vornherein verwerflich; indem ich glaube, dass man, soweit es die Umstände erlauben, dergleichen Systeme, so wie auf

ein Auge und ein Instrument, so vor allem auf eine Beobachtungs-Methode zu stützen hat.“

Für die gesammte Anordnung des Messungsverfahrens sagt Gerling (Beitr. S. 14): „Die Beobachtung der Hauptpunkte richtete ich in derselben, oder doch beinahe genau derselben Weise ein, die ich nach den gefälligen Mittheilungen von Herrn Hofrath Gauss bei den hannoverschen Dreiecken mit so ausgezeichnetem Erfolg hatte anwenden sehen. Ich maass nämlich die Winkel zwischen diesen Hauptpunkten nicht bloss nach den Dreiecken,* in welchem sie demnächst auftreten sollten; sondern ich bestimmte die gegenseitige Lage der Richtungslinien, indem ich mehrere als die unmittelbar dazu nothwendigen, und wenn die Umstände es erlaubten, alle möglichen Winkel zwischen ihnen maass. — Wenn ich also z. B. die vier Hauptpunkte A, B, C, D vor mir hatte, deren gegenseitige Lage also durch drei gemessene Winkel bestimmt war, so maass ich wömmöglich die 6 Winkel AB, AC, AD, BC, BD, CD und zwar alle durch Repetition.“

Wir haben damit also direct das Princip der „Winkelbeobachtung in allen Richtungscombinationen“ ausgesprochen; auf den sämmtlichen Stationen der ersten Periode hat Gerling dies streng befolgt mit nur einer einzigen Ausnahme; auf der Station Taufstein fehlt bei einem Horizont von 6 Richtungen, also 15 Winkeln, ein einziger Winkel. — Bei den Messungen der zweiten Periode ist das Princip nicht mehr so streng durchgeführt.

Ueber die Anschnittszahlen sagt Gerling (Seite 14): „Die Anzahl dieser Repetitionen konnte nun zwar bei den einzelnen Winkeln nicht gleich sein, da dieses bei den weit entfernten Punkten oft ein zu langes Abpassen der günstigsten Zeitmomente erfordert haben würde; es wurde aber von Zeit zu Zeit die Zahl der Anschnitte jedes einzelnen zusammengezählt, um darin so viel als möglich eine gewisse Gleichförmigkeit zu beobachten, noch mehr aber Sorge getragen, dass die Punkte, welche zu verschiedenen Tageszeiten oder bei heiterem und bedecktem Himmel Licht-Phasen befürchten liessen, so viel möglich auch unter diesen verschiedenen Umständen zum Anschnitt kamen. Auf diese Weise hatte ich den von einer Station am öftesten angeschnittenen Hauptpunkt 156 mal, den am seltensten angeschnittenen 31 mal zwischen den Fäden.“ — Weiterhin beschreibt Gerling (S. 15) dann die bekannte Stations-Ausgleichsmethode nach vermittelnden Beobachtungen**) und sagt: „dieses Geschäft, welches ich Abschluss des Horizontes nenne, verrichte ich im Wesentlichen ganz nach Anleitung des Herrn Hofrath Gauss, welcher mir auch die gegenwärtige Bekanntmachung dieser seiner Methode auf meine Anfrage erlaubt hat.“ — Für die Beobachtungen der zweiten

* So war noch in der preuss. Instr. von 1821 vorgeschrieben, wobei dann nur eine Zusammenstellung der Winkel im Dreieck stattfand.

** Vergl. z. B. Jordan, Handbuch der Vermessungskunde 1895, Bd. I, S. 219.

Periode ist dann für die Anwendung der Gauss'schen indirecten Elimination „als Kunstgriff“ die Anfangscorrection des Richtungssystemes zugefügt, wodurch die algebraische Summe der Normalgleichungen zu Null wird. Gerling, der das Verfahren erst nach Vollendung der Rechnungen der 1. Periode von Gauss lernte, hat dasselbe in den Beitr. S. 101, sodann späterhin noch in der Schrift „die Pothenot'sche Aufgabe“ und in der „Ausgleichsrechnung“ § 56, sowie in der Zeitschr. für Math. und Physik 1858, S. 377 unter Mittheilung des betreffenden Briefes von Gauss behandelt (vergl. hierzu auch den späteren Abschnitt).

Naturgemäss konnte bei diesem Verfahren, welches die fünffache Repetition als Element zu Grunde legte und, wie eben angegeben, so sehr verschiedene Anschnittszahlen zuließ, von einer scharfen Definition des Gewichtes von Station bezw. Richtung in unserem heutigen Sinn wenigstens nicht die Rede sein. — Gerling sagt, Beitr. S. 166: „Wenn man einen einzelnen Winkel zwischen zwei Objecten durch Repetition misst, und von Zeit zu Zeit das Resultat aller bisherigen Messungen vergleicht, so kommt man, je nach den Umständen früher oder später an die Grenze, um welche diese Resultate in gewissen geringen Oscillationen herumschwanken, und überzeugt sich, dass jedes weitere Fortsetzen der Repetition nur verlorene Arbeit sein würde. — Eine ganz ähnliche Bewandniss hat es aber mit den Horizont-Abschlüssen, welche bei dem im gegenwärtigen System angewandten Verfahren die gemessenen Winkel geben. — Erspart man nämlich diese nicht bis zuletzt, sondern fängt gleich in den ersten Tagen nach dem Anfang einer neuen Station auch an, den Horizont abzuschliessen, und fährt damit von Zeit zu Zeit fort, sowie die Anzahl der Beobachtungen anwächst, so findet man am Ende die Grenze, an welcher durch weitere Vermehrung der Beobachtungszahl nichts Wesentliches mehr geändert werden kann; und dann ist es Zeit, zu einer folgenden Station aufzubrechen. — So aber habe ich es, nach dem Beispiel von Gauss, regelmässig immer gemacht, indem ich so reiche Horizonte wie z. B. Meisner u. dergl. vier- bis sechsmal vorläufig abschloss, dann aber auch die Station mit der Ueberzeugung verliess, dass hier Alles geleistet sei, was dieses Auge mit diesem Instrument leisten könne. Insofern also ist allen Richtungen einerlei Gewicht beizulegen, wengleich nach Verschiedenheit der Umstände mitunter eine sehr verschiedene Anzahl von Beobachtungen dazu gehörte, um in ihrer Festlegung die oben bezeichnete Grenze zu erreichen“.

So ging diese Gauss-Gerling'sche Methode mit vollem Bewusstsein auf die fortschreitende Verfeinerung des Winkels aus und war damit auf die indirecte Elimination hingewiesen, die diesen Männern als ein „vergnügbares Geschäft“ nach des Tages Arbeit „bei der Thranlampe des Dorfes“ war. Sie waren auf den Stationen selbst Beobachter und Rechner, sie kannten jeden beobachteten Winkel persönlich, hieraus entwickelte sich von selbst dieses Verfeinerungsverfahren, bei dem

natürlich eine gewisse Willkür unvermeidlich war und die zahlenmässige Gewichtsschärfe nicht innegehalten werden konnte, besonders auch nicht beim Uebergang von der Station zum Netz. — Während nun einerseits dieses auf's Höchste geschärfte und wissenschaftlich geschulte Feingefühl, mit welchem diese Männer ihre Beobachtungen zu behandeln fähig waren, nicht hoch genug angeschlagen werden kann, so bedarf andererseits der weit extensivere Triangulirungs-Betrieb der Neuzeit eines einheitlich angeordneten scharf durchdachten Schematismus. — Es war noch ein weiter Weg von diesem Gauss'schen Verfahren über die Struve'sche Richtungsmessung bis zur Durchbildung der Schreiber'schen Winkelmessung, der scharfen Gewichtsbestimmung auf Grund gleichgewichtiger einfacher Beobachtungselemente, der Erreichung des Gewichtsmaximums beim Arbeitsminimum und den übrigen Feinheiten dieser eleganten Methode.

Gerling berechnet auf S. 182 der „Beiträge“ den mittleren Fehler seiner Richtungen zu $\pm 0,88''$; eine kritische Nachrechnung von Börsch für die mitteleuropäische Gradmessung*) bestimmt für die erste Abtheilung der kurhessischen Messungen, welche den Gerling'schen Bestimmungen von 1821, 22, 23, 35, 36, 37 entsprachen, den mittleren Fehler der Netzrichtung zu $\pm 0,9460''$. — Auf Seite 163 der „Beiträge“ giebt Gerling die Dreiecksschlüsse seiner 25 Hauptdreiecke an und sagt: „demnach wäre der mittlere Fehler einer Winkelsumme = $2,08''$ zu setzen“; die internationale Formel giebt in Uebereinstimmung hiermit $\pm 1,20''$, oder zum Vergleich mit den obigen Richtungsfehlerwerthen $\pm 0,85''$. — Das ist für die damalige Zeit, die Hilfsmittel, die angewendete Beobachtungsmethode, bei einer in zwei Perioden mit zehnjähriger Pause durchgeführten Arbeit eine beachtenswerthe Leistung. Hinzufügen möchte ich aber, dass ich bei Durchsicht der Beobachtungsprotokolle aus der Betrachtung der Nonienablesungen den Eindruck gewann, als wenn gerade bei der angewendeten Beobachtungsmethode die volle Leistung des Instrumentes doch wohl nicht genügend ausgenutzt worden sei und einfache Richtungsmessung ein günstigeres Ergebniss für die Stationsrichtung gehabt haben würde. — Die Repetitionsmethode ist eben, so grosse Vortheile sie in mancher Hinsicht hat, wie wir heute längst wissen, nicht die günstigste Beobachtungsmethode, besonders nicht für Feinmessungen.

Die Centrirung.

Die vielfach erforderlichen Centrirungen wurden in äusserst sorgfältiger Weise bewirkt und die Rechnung in allmählicher Annäherung so weit geführt, bis sich keine Aenderungen mehr in den bis zur 4. Decimale der Secunden angesetzten Reductionen zeigten. Ein mehrfach von Gerling angewendetes Verfahren, dessen Grundgedanke

*) Generalbericht über die mitteleuropäische Gradmessung für 1865. — Nachtrag — Berlin 1866.

ebenfalls von Gauss herrührt, möge hier nach Gerling's Darstellung „Beitr.“ S. 116 mitgetheilt werden, woselbst die Anordnung für die Station Amöneburg, die eine grössere Excentricität nothwendig machte, behandelt ist.

„Die deshalbige Local-Triangulirung, welche ich hier mitzutheilen habe, gelang mir über Erwarten gut, vermittelt zweier Kunstgriffe, deren ersten ich einmal gelegentlich von Gauss gelernt hatte, und deren letzten ich mir zu diesem Zwecke selbst ersann, und nachher öfter angewandt habe. — Der erste bestand darin, dass ich meine Standlinie, die höchstens 18 Toisen sein konnte, vom Steinpostament (A) aus mit möglichster Genauigkeit nach dem Taufstein-Signal (T) richtete; heisst nun der Endpunkt (C) und der Mittelpunkt des Thurmknopfes (K), so konnte ich durch Messung der beiden Winkel KAT und KCT offenbar den Winkel AKC , wovon am Ende das Meiste abhing, viel genauer finden*), als wenn ich KAC und KCA gemessen hätte, weil die Linien AT und CT , wenn auch nicht absolut zusammenfallend, doch jedenfalls als parallel zu betrachten waren, und war somit in dieser Rücksicht die nachtheilige Kürze der Standlinie gleichsam eliminirt. — Der zweite Kunstgriff war, dass ich nahe in der Mitte der Standlinie noch einen Punkt (B) in ihr annahm, und nun nicht nur gleichfalls den Winkel KBT maass, sondern auch mit der Linienmessung nach und nach von allen drei Punkten anfang und zu den beiden anderen fortging. So bekam ich also 6 Linien und 3 Winkel-Grössen, welche nach der Methode der kleinsten Quadrate bearbeitet nicht nur die gesuchten Centrirungs-Elemente, sondern auch ein bestimmtes Urtheil über die Genauigkeit der Resultate geben mussten.“ — Es wurden die Coordinaten von K auf AT als x -Achse bestimmt und die Genauigkeit der Centrirung nach den aus der Ausgleichung sich ergebenden Fehlern der gemessenen Längen (im Fall Amöneburg unter 1 mm) beurtheilt.

Die Netzausgleichung.

Das Gerling'sche Hauptnetz bestand aus 24 Punkten (vergl. die Figur) mit 21 Standpunkten und 110 Richtungen; es ergab 45 Bedingungs-gleichungen (24 II. und 21 III. Klasse), welche als gleichgewichtig betrachtet wurden. Gerling erledigte mit seinem Gehülfen Flidner diese Ausgleichung in dreimonatlicher Rechenarbeit; zu einer Theilung in Partialsysteme zur Erleichterung der Rechenarbeit konnte er sich nicht entschliessen. Gerling sagt (Beitr. S. 163), dass er seine Ausgleichungen mittheilen will, damit andere Rechner die von ihm in dieser Hinsicht gemachte Erfahrung vor sich haben: „da ich selbst nur die beiden Rechnungsbeispiele in der Gaussischen Abhandlung (Suppl. theor. § 23 und 24) benutzen konnte, eine Anwendung im Grossen aber, meines

*) Die in der Unsicherheit der Punktbezeichnung durch den Thurmknopf (K) enthaltene Fehlerquelle für den Winkel bei K bleibt natürlich. —

Wissens, wenigstens noch nirgends veröffentlicht ist“. Es werden dann (S. 165) die bekannten Regeln für die Abzählung der Bedingungsgleichungen zuerst veröffentlicht, wozu Gerling sagt: „Sehr erleichtert wäre mir diese Arbeit (Aufstellung der Bedingungsgleichungen) worden, wenn ich von vornherein ein Theorem gekannt hätte, welches mir Gauss, als zur deshalbigen Prüfung vorzüglich geeignet später mittheilte, und welches er hoffentlich doch selbst demnächst einmal erschöpfend bekannt machen wird. Ich habe aber im Interesse anderer Rechner, denen ich die von mir gemachten unangenehmen Erfahrungen ersparen möchte, die Erlaubniss erbeten und erhalten, dasselbe einstweilen vorläufig hier abdrucken zu lassen.“ — Die Elimination geschah nach der Gauss'schen indirecten Methode (Suppl. theor. § 20), indem abwechselnd die 21 Gleichungen der III. und die 24 der II. Klasse mit dreizehmaligem Eliminiren und Substituiren behandelt wurden. Aus der dazu (S. 168) von Gerling gemachten Anmerkung, „wobei wir aber die Erfahrung machten, welche Gauss mir schon aus Ansicht meiner Figur prophezeit hatte, dass die Convergenz zu stehenden Resultaten sehr langsam war“, dürfen wir wohl hoffen, dass zu diesem und manchen anderen Punkten der Ausgleichung des Gerling'schen Netzes die zu erwartende Veröffentlichung des „Briefwechsels“ noch weitere interessante Aufschlüsse geben wird.

Die 17 Punkte II. Ordnung wurden ebenfalls nach der Methode „der bedingten Beobachtungen“, jedoch je für sich in Partialsystemen (ein Punkt mit 4, alle anderen mit 3 Schnitten), nach vorheriger Azimutzusammenstellung ausgeglichen. — Gerling giebt (wie schon Seite 14 angedeutet) bei den Ergebnissen der Triangulirung die den Richtungsfehlern entsprechenden linearen Querverschiebungen V , auf die er anscheinend grossen Werth legt, denn er sagt (Beitr. S. 175): „Weil aber diese Fehler als Winkelgrössen so klein sind, dass dergleichen nie mit blossen Augen, und nur in seltenen Ausnahmen mit bewaffneten auf der Erde gesehen werden, und man deshalb Schwierigkeit hat, sich davon eine deutliche Vorstellung zu machen (— als Fussnote fügt er zu: soll doch Laplace noch vor 30 Jahren geäussert haben, es gäbe schwerlich fünf Menschen in Europa, welche sich deutlich bewusst wären, was eine Secunde im Bogen für ein Ding sei —), so kam es darauf an, sie in eine andere, dem gemeinen Leben mehr sich anschliessende Form einzukleiden.“ — Diese Bemerkung und die wiederholte Hinweisung auf die Querverschiebungen V , welche das überall hervortretende Bestreben nach möglicher Anschaulichkeit darthun, legen die interessante Frage nahe, wie wohl Gerling, dem wir die erste Bearbeitung der Methode der kleinsten Quadrate für die Ausgleichungsrechnungen der Landmessung zu verdanken haben, die graphische Punktausgleichung bei der Kleintriangulirung beurtheilt haben würde, falls deren allgemeine Anwendung ihm bekannt geworden wäre, was nicht der Fall gewesen zu sein scheint,

wenigstens habe ich keine diesbezügliche Bemerkung gefunden. Dagegen hat Gerling die fehlerzeigenden Dreiecke beim graphischen Rückwärts-einschneiden auf dem Messtisch selbst behandelt (vergl. z. B. die Pothenot'sche Aufgabe, Marburg 1840), und in der „Ausgleichungsrechnung“ § 65 S. 197, Fig. 6 finden wir eine fehlerzeigende Figur für Vorwärtseinschneiden construiert.

Ebenso wie Gerling persönlich nur die Beobachtungen der Hauptpunkte ausführte, so übernahm er auch nur die Berechnung für die Punkte der I. und II. Ordnung; für die Berechnung der weiteren Punkte gab er nur die Andeutung in den „Beitr.“ (S. 218), dass für die nach den §§ 7 und 21 der Instruction vom 12. April 1833 erforderlichen Rechnungen nach der von ihm in den „Beitr.“ § 93 (Ausgleichung II. Ordnung) gegebenen Anleitung verfahren werden solle. An dieser Stelle weist Gerling auf die Berechnung des ebenen Dreiecks aus zwei gegebenen Seiten und dem eingeschlossenen Winkel hin und sagt (S. 221): „Ich bediene mich in diesem Falle am liebsten der beiden Formeln

$$(a - b) \cos \frac{1}{2} C = c \sin \frac{1}{2} (A - B)$$

$$(a + b) \sin \frac{1}{2} C = c \cos \frac{1}{2} (A - B)$$

welche alle drei Stücke und noch eine Prüfung der Rechnung geben.“ — Diese Rechnungsmethode (wobei also zunächst die linken Theile der Gleichungen logarithmisch gebildet werden sollen, deren Subtraction dann die halbe Winkeldifferenz, zu der dann der sin und cos mit Probe die gesuchte Seite ergibt) hatte Gerling schon 1824 in den „Astronomischen Nachrichten“, Bd. III, S. 234 empfohlen.

Wie übrigens die Ausnutzung der Haupttriangulirung für die untergeordneten Systeme damals zunächst gedacht war, zeigt am besten die folgende Stelle (Beitr. S. 221): „Sollte das Hauptsystem oder ein Theil davon durchweg mit kleinen Dreiecken ausgefüllt werden, so wäre natürlich unter Voraussetzung absoluter Richtigkeit des Hauptsystems auf ähnliche Weise zu rechnen wie § 93 bzw. 91 (Ausgleichung des Netzes I. und II. Ordnung). — Zunächst aber wird die Benutzung wohl in der Regel darin bestehen, dass zwischen zwei Punkte des Hauptsystems eine Dreieckskette gelegt wird, deren mit leichteren tragbaren Instrumenten gemessene Winkel (unter sich wo nöthig erst ausgeglichen) das Mittel abgeben, die Längen aller Seiten nebst deren Orientirung abzuleiten aus den Angaben der §§ 94, 95, 98“ (d. i. Distanzenverzeichniss, Dreiecksverzeichniss, Azimutalverzeichniss).

Für diese Rechnungen und die Anschlüsse der Kleintriangulirung an nicht zugängliche gegebene Punkte verweist Gerling auf die von ihm 1824 in den Astron. Nachrichten, Bd. III für die sog. Hansen'sche Aufgabe und das Rückwärtseinschneiden gegebenen Lösungen; 1840 erhalten wir für den gleichen Zweck, dann die schon erwähnte Schrift „die Pothenot'sche Aufgabe in praktischer Beziehung“, worin das Rück-

wärtseinschneiden unter Zugrundelegung von Coordinaten dargestellt wird, allerdings die Ausgleichung nach unseren heutigen Begriffen nicht ganz correct behandelt ist, — und 1843 endlich die Lehre von der Ausgleichung der Kleintriangulirung in der „Ausgleichsrechnung“, auf die wir später noch besonders zurückzukommen haben werden.

(Fortsetzung folgt.)

Neue Schriften über Vermessungswesen.

- Dolezal, E.*, Prof. Arbeiten und Fortschritte auf dem Gebiete der Photogrammetrie im Jahre 1899. Separ.-Abdruck aus dem Jahrbuch für Photographie und Reproductionstechnik für das Jahr 1900. (27 S. 8^o.)
- Ueber Stereoskopie, Arbeiten und Fortschritte auf diesem Gebiete. Separ.-Abdruck aus dem Jahrbuch für Photographie und Reproduktionstechnik für das Jahr 1900. (29 S. 8^o.)
- Fuhrmann, Dr. A.*, Prof. Naturwissenschaftliche Anwendungen der Differentialrechnung. Lehrbuch und Aufgabensammlung. Mit 28 Holzschnitten. Theil I der Anwendungen der Infinitesimalrechnung in den Naturwissenschaften, im Hochbau und in der Technik. Zweite Auflage. Berlin 1900, Ernst & Sohn.
- Suter, Dr. H.*, Prof. Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke. Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen. X. Heft. Zugleich Supplement zum 45. Jahrgang der Zeitschrift für Mathematik und Physik. Hrsg. von R. Mehmke und M. Cantor. Leipzig 1900, B. G. Teubner. (V u. 277 S. Gr. 8^o.) Preis 14 Mk.
- Gundelfinger Dr. S.*, Prof. Sechsstellige Gaussische und siebenstellige gemeine Logarithmen. Leipzig 1900, Veit & Comp. (31 S. 4^o.) Preis 2,80 Mk.
- Centralbureau der Internationalen Erdmessung.* Ableitung der Declination und Eigenbewegungen der Sterne für den internationalen Breitendienst, von Privatdocenten Dr. Fr. Cohn. Berlin 1900, G. Reimer.
- Geodätisches Institut, Kgl. preuss.* Jahresbericht des Directors des Königlichen Geodätischen Instituts für die Zeit von April 1899 bis April 1900. Potsdam 1900, Krämer'sche Buchdruckerei (P. Brandt).
- Verein Grossh. Hess. Geometer I. Classe.* Vorlageblätter für Kartenschriften. 9 Blätter. Unter Berücksichtigung der im Grossherzogthum Hessen für Katasterarbeiten eingeführten Schriftarten herausgegeben unter Mitwirkung des Grossh. Kataster-Ingenieurs H. Göbel. Darmstadt 1897, A. Bergsträsser. Stich und Druck der lithograph. Kunstanstalt von F. Wirtz in Darmstadt. Preis 2,50 Mk.

Inhalt.

Grössere Mittheilungen: Christian Ludwig Gerling's geodätische Thätigkeit, von Reinhertz. — Neue Schriften für Vermessungswesen.