

# ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

Organ des Deutschen Geometervereins.

Herausgegeben von

**Dr. C. Reinbertz,**

Professor in Hannover

und

**C. Steppes,**

Obersteuerrath in München.

—\*—

1901. Heft 2. Band XXX.

—> 15. Januar. <—

Der Abdruck von Original-Artikeln ohne vorher eingeholte Erlaubniss der Schriftleitung ist untersagt.

## Christian Ludwig Gerling's geodätische Thätigkeit.

Vortrag, gehalten auf der 22. Hauptversammlung des Deutschen Geometervereins in Cassel von C. Reinbertz.

(Fortsetzung von Seite 32.)

Die Berechnung der geographischen Coordinaten und die Projection der topographischen Karte.

Indem wir uns nun zur Betrachtung der Projection des kurhessischen topographischen Kartenwerkes und der Berechnung der geographischen Coordinaten wenden, haben wir uns zunächst zu erinnern, dass die Orientirung der Gerling'schen Bestimmungen auf dem von Gauss gemessenen Azimut Göttingen (Sternwarte)-Meisner und der von Gauss bestimmten Göttinger Polhöhe (Meridiankreis) beruhte. — (Vergl. S. 14). — Die Berechnung erfolgte auf dem Walbeck'schen Ellipsoid von 1819 mit Abpl. 1:302,78. — Es mögen zunächst wieder Gerling's eigene Mittheilungen darüber gerhört werden. — In dem schon erwähnten Vortrag „Das kurhessische Kartenwerk“ heisst es I S. 8: „In Beziehung auf die Projection hatten wir schon im Jahre 1821 das bei den Müffling'schen Arbeiten zu Grunde gelegte, meines Wissens zuerst von von Zach\*) vorgeschlagene System empfohlen, welches in einer freilich sehr weitläufigen Rechnung jeden Punkt erst in geographischer Position ausdrückt und alsdann das Netz in Paralleltrapezen von je 6 Breiten-Minuten Höhe und 10 Längen-Minuten Parallelseiten für die einzelnen Tischblätter liefert. Seit dem Jahre 1820 hatte freilich Gauss bei seinen Messungen eine andere Projectionsmethode angewendet; welche grosse Zeitersparniss mit sich führt, wenn die Vorarbeiten für die nöthigen Hülftafeln erst überwunden sind. Es existirt aber bis diesen Augenblick keine übersichtliche, jedem Praktiker leicht zugängliche

\*) Weitere Belegstellen hierfür habe ich bisher nicht finden können.

Anweisung für dieselbe, und musste ich schon aus diesem Grunde (anderer zu geschweigen) bei der Haupttriangulirung mich an jene halten, so wie sie denn auch bei den topographischen Messungen beibehalten wurde.“

In dem schon erwähnten „Generalbericht aus dem trigonometrischen Bureau über die im Winter 23/24 ausgeführten Rechnungsarbeiten, erstattet an die kurfürstliche Landesvermessungs-Commission zu Cassel, Marburg, den 28. März 1824“ heisst es:

„Die Berechnungen der im Herbst 1822 und Sommer 1823 bearbeiteten Triangulirungs-Arbeiten sind nunmehr vollendet, und ich lege die Resultate derselben in beigehender Tabelle nebst Uebersichtskarte hiermit vor. Zur Erklärung füge ich noch Folgendes bei: Die Messische von 10' Länge und 6' Breite sind auf ganz ähnliche Weise bezeichnet wie in der Instruction für den preussischen Generalstab vorgeschrieben, nur dass sie unserer Localverhältnisse wegen von 50° Breite 26° Länge anfangen.“

In den „Beiträgen“ S. 84 heisst es dementsprechend: „Was nun die Projection betrifft, so war die Absicht, sie ganz auf ähnliche Weise einzurichten, wie sie für die Arbeiten des Königl. preussischen Generalstabes in der Müffling'schen Instruction (deren Benutzung mir damals auch zu Gebote stand) vorgeschrieben ist, dass also die Punkte alle in geographischer Länge und Breite zu berechnen und in Trapezen von 6 Breiten-Minuten und 10 Längen-Minuten auf die Messtische zu bringen waren.“

Diese Projections-Methode, welche freilich etwas weitläufige Rechnungen erfordert, hat vor allen älteren bei Darstellungen dieser Art und Grösse den unleugbaren Vorzug, dass sie jedes Messtischblatt für sich als ein Ganzes giebt, welches sich an den dargestellten Theil des Erdsphäroids nicht nur ganz überaus nahe anschliesst, sondern auch mit allen übrigen Messtischblättern, welches auch immer ihr Platz sei, unmittelbar vergleichbar bleibt. — Von den neueren trefflichen Projections-Methoden, auf welche die Kopenhagener Preisschrift von Gauss: Allgemeine Auflösung der Aufgabe, die Theile einer gegebenen Fläche auf einer anderen gegebenen Fläche so abzubilden, dass die Abbildung dem Abgebildeten in den kleinsten Theilen ähnlich wird, namentlich für Zwecke dieser Art in § 12 und 13 hinweist, ist die erwünschte Ausführung meines Wissens noch nicht zur Oeffentlichkeit gelangt.“

Für die Berechnung der geographischen Coordinaten liess Gerling 1823 eine kleine, auf den Walbeck'schen Dimensionen beruhende Hülfsstafel, von 50° 0' bis 52° 30' von 10' zu 10' fortschreitend, entsprechend dem Rechnungsgang der preussischen Instruction durch den Landmesser Hilgenberg berechnen; dieses Täfelchen, welches die Werthe  $\log \rho/2rn$ ,  $\log \rho/r$ ,  $\log \rho/n$ ,  $\log \rho n/r$  enthält ( $r$  = Krümmungshalbmesser des Meridians,  $n$  des Perpendikels) ist „Beiträge“ S. 198 abgedruckt. —

Hierzu sagt Gerling, „Beiträge“ S. 84: „Vermittelst derselben wurden dann die einzelnen Orte nach und nach berechnet, und zwar wenigstens doppelt, indem durch zwei verschiedene Rechner auch von zwei verschiedenen Fundamental-Orten ausgegangen wurde. Ueberdies wurde aber für die Hauptpunkte dieselbe Rechnung noch einmal (wieder doppelt) unmittelbar aus Formeln für die sphäroidische Erde geführt, welche im Wesentlichen mit denen von Du Séjour (Histoire de l'Acad. 1778, S. 73), Cagnoli (Trigonometrie art. 1563), Bohnenberger (Monatl. Correspondenz VI, S. 23) und der preussischen Instruction übereinstimmten und nur in der Ausführung hin und wieder etwas von mir modificirt waren.“

Aus diesen von Gerling selbst gegebenen Darstellungen erhellt seine Behandlung dieser Aufgaben und seine Thätigkeit nach dieser Richtung hin. Es hat aber ein Interesse, seine Bestrebungen auf diesem Gebiete, auf dem er späterhin nicht mehr schriftstellerisch thätig gewesen ist,\*) soweit das Material dazu vorliegt, etwas näher zu betrachten.

Zunächst sei erwähnt eine Beurtheilung der alten kurhessischen Karte (Militairkarte), welche Gerling als die „Kellermannsche Karte“ bezeichnet. Diese nur im Concept vorhandenen Notizen haben anscheinend einem Gutachten der kurhessischen Landesvermessungs-Commission als Unterlage für die Beantragung des neuen topographischen Kartenwerkes gedient, für dessen Zustandekommen somit Gerling von Anfang an gewirkt hätte. — Durch Vergleichung einer Anzahl von Positionen nach den letzten preussischen Bestimmungen auf dem Gebiete dieser alten „Kellermann'schen Karte“ mit den Kartenorten findet Gerling: „1) dass es nicht wohl thunlich ist, die Kellermann'sche Karte einer generellen Berichtigung der Graduirung zu unterwerfen; 2) dass man sich hinsichtlich früher astronomisch bestimmter Punkte innerhalb einer Minute wohl auf die Karte verlassen dürfte, bei anderen Punkten aber grössere Unsicherheit erwächst“.

Die Blatteintheilung für die Messtischaufnahme wurde entsprechend den Landesgrenzen nach Gerling's Anordnung und im engsten Anschluss an die preussische Instruction von  $26^{\circ} 10'$  bis  $28^{\circ}$  der Länge und  $50^{\circ} 6'$  bis  $51^{\circ} 42'$  der Breite durchgeführt, wobei die Auftragung der als geradlinig betrachteten Messtischtrapeze in 1:25 000 nach einer dafür berechneten Tabelle erfolgte. Weiterhin hat Gerling sich, anscheinend im Jahre 1821 mit dem Gedanken beschäftigt, für die Generalkarte des ganzen Gebietes (zwischen den eben genannten Grenzen) einen passenden, einfachen, sich direct den Messtischblättern anschliessenden Entwurf zu construiren. Es sollte der südlichste und nördlichste

\*) Die erste Arbeit Gerling's, seine Dissertation, behandelte eine Aufgabe aus dem Gebiete der Projectionen, vergl. Seite 6.

Längenbogen um einen bestimmten Betrag  $(1 + x)$  derart verändert werden, dass die zwischenliegenden Bögen eine möglichst geringe Verzerrung erleiden, oder weitergehend, um eine noch geringere Gesamtverzerrung zu erzielen, der nördlichste Bogen um  $(1 + x)$ , der südlichste um  $(1 + y)$ . Aus den so gewonnenen Trapezdimensionen sollten dann mit den entsprechenden Trapezwinkeln die die Längenbogen darstellenden Sehnenpolygone nach rechtwinkligen Coordinaten auf den Mittelmeridian berechnet werden. — Ob die Rechnung thatsächlich ausgeführt und praktisch verwendet worden ist, habe ich nicht feststellen können. Jedenfalls ist aber beachtenswerth, dass Gerling für die Projection der Karte im Jahre 1820 an eine Art vermittelnder Kegelprojection mit günstiger Verzerrung denkt und nicht ohne Weiteres an die derzeit schon allgemein herrschende Bonne'sche Projection (Projection du Dépôt de la guerre).

Auch mit der Berechnung der geographischen Coordinaten (geodät. Hauptaufgabe) hat sich Gerling nur zu Beginn der Tringulirung beschäftigt. — Seine Quellen waren die früher (Seite 16) erwähnten Delambre, Du Séjour, Cagnoli, Bohnenberger, sowie auch Oriani in von Zach, Monatl. Corr., Bd. 10, 1804, S. 247. — An der Hand derselben unterzieht er die Rechnungsmethode der preussischen Instruction einer Kritik, legt sie aber doch den kurhessischen Rechnungen zu Grunde.

Die folgende Zusammenstellung möge einen Ueberblick über den von Gerling befolgten Rechnungsgang geben.

A. Formeln für die gewöhnliche Rechnung nach S. 198 der „Beiträge“:

$$\text{I. } e = \rho \frac{D^2 \sin a \cos a}{2 r n}$$

$$\text{II. } x = \rho \frac{D}{r} \cdot \frac{\cos(a - \frac{2}{3}e)}{\cos \frac{1}{3}e}$$

$$\text{III. } y = \rho \frac{D}{n} \cdot \frac{\sin(a - \frac{1}{3}e)}{\cos \frac{1}{3}e}$$

$$\text{IV. } \operatorname{tg}(l - l') = \frac{\operatorname{tg} y}{\cos(b - x)}$$

$$\text{V. } b' = b - x - \frac{\rho n}{r} \sin y \sin(b - x) \operatorname{tg} \frac{1}{2}(l - l')$$

$$\text{VI. } \operatorname{cotg} \alpha = \operatorname{tg}(l - l') \sin b'$$

$$\text{VII. } a' = a + a + 90^\circ - e.$$

Hierin bedeutet  $a, b, l$  bzw.  $a', b', l'$  Azimut, Breite, Länge für die Ausgangs- bzw. End-Punkt der Linie  $D$ ;  $x, y$  die zugehörige sphär. Abscisse bzw. Ordinate,  $e$  der zugehörige  $\Delta$ -Excess,  $r$  bzw.  $n$ , Meridian- bzw. Perpendikel-Krümmungsradius.

B. Formeln für die Revisions-Berechnungen. Zu den Revisions-Berechnungen (vergl. das oben S. 35 mitgetheilte Citat aus

den „Beitr.“), welche ohne Schema und ohne Angabe der angewendeten Formel, anscheinend auch nur theilweise vorliegen, findet sich die folgende von Gerling niedergeschriebene Formelzusammenstellung vor, die mit Verweis auf die genannten Quellen als Vervollständigung der eben citirten in den Beiträgen veröffentlichten Rechenmethode hier mitgetheilt sein möge.

1) Formeln im Anschluss an die preussische Instruction. —

I.  $\operatorname{tg} \Theta = \frac{b}{a} \operatorname{tg} B^*).$

II.  $\cos \psi = \sin a \cos \Theta.$

III.  $\operatorname{tg} \chi = \frac{a}{b} \operatorname{tg} \psi.$

IV.  $\sin o = \frac{\sin B}{\sin \chi}.$

V.  $u = \frac{S}{b} \rho.$

VI.  $v = u - \frac{1}{4} e^2 \sin^2 \chi \{u - 3 \rho \sin u \cos (2 o + u)\}.$

VII.  $\sin B' = \sin B \frac{\sin(o+v)}{\sin o} = \sin \chi \sin(o+v).$

VIII.  $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{b}{a} \operatorname{tg} B'.$

IX.  $\sin a' = \sin a \frac{\cos \Theta}{\cos v} = \frac{\cos \psi}{\cos \vartheta}.$

X.  $\sin p = \frac{\operatorname{tg} \vartheta}{\operatorname{tg} \psi}.$

XI.  $\sin q = \frac{\operatorname{tg} \Theta}{\operatorname{tg} \psi}.$

XII.  $L = (p - q) - \frac{1}{2} e^2 v \cos \chi,$

hierin ist  $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}.$

2) Formeln im Anschluss an Bohnenberger (Monatl. Corresp. Bd. 4 1802, S. 23).

I.  $\operatorname{tg} f = \frac{\operatorname{tg} F}{r};$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{hierin } f \text{ bzw. } F \text{ Azimut auf Kugel der kleinen Achse bzw.} \\ \text{Ellipsoid} \end{array} \right. \quad r = \frac{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}}{(1 - e^2)^{1/2}}.$

II.  $\cos \lambda = \cos \varphi \sin f.$

III.  $\operatorname{tg} \psi = \operatorname{cotg} \varphi \cos f.$

IV.  $\operatorname{tg} z = \frac{\operatorname{tg} \psi}{\cos \lambda}.$

V.  $p - p' = S \frac{\rho}{b}.$

\* Der Zusammenhang der Formeln zeigt die Bedeutung von  $a, b$  als Ellipsoid-Halbachsen; ebenso  $B$  und  $L$  als Breite und Länge.

- VI.  $\psi - \psi' = (p - p') - \frac{1}{4} e^2 \sin \lambda^2 \{(p - p') + 3 p \sin (p - p') \cos (2\psi - [p - p'])\}$ .
- VII.  $\psi' = \psi - (\psi - \psi')$ .
- VIII.  $\operatorname{tg} f' = \frac{\operatorname{cotg} \lambda}{\sin \psi'}$ .
- IX.  $\sin \varphi' = \sin \lambda \cos \psi'$ .
- X.  $\operatorname{cotg} z' = \operatorname{tg} f' \sin \varphi'$ .
- XI.  $\operatorname{tg} F' = \operatorname{tg} f' \cdot r'$ .
- XII.  $u - u' = (z - z') - \frac{1}{2} e^2 \cos \lambda (\varphi - \varphi')$ . —

3) Formeln im Anschluss an Du Séjour; Histoire de l'académie royale des sciences. 1778, pag. 73 — (nouvelles méthodes analytique pour résoudre différentes questions astronomiques) mit Hinweis auf Monatl. Corresp. Bd. 3 1801, S. 48.

- I.  $\operatorname{tg} \Theta = \frac{b}{a} \operatorname{tg} B$ .
- II.  $\cos \psi = \sin a \cos \Theta$ .
- III.  $\operatorname{tg} \delta = \cos a \operatorname{cotg} \Theta$ .
- IV.  $\operatorname{cotg} p = \frac{\cos \psi}{\operatorname{tg} \delta}$ .
- V.  $u = \frac{S}{b} p$ .
- VI.  $\delta - \delta' = u - \frac{1}{4} e^2 \sin \psi^2 (u + p \sin u \cos [2\delta - u])$ .
- VII.  $\delta' = \delta - (\delta - \delta')$ .
- VIII.  $\operatorname{tg} a' = \frac{\operatorname{cotg} \psi}{\sin \delta'}$ .
- IX.  $\sin \vartheta = \sin \psi \cos \delta'$ .
- X.  $\operatorname{cotg} q = \operatorname{tg} a' \sin \vartheta$ .
- XI.  $\operatorname{tg} B' = \frac{a}{b} \operatorname{tg} \vartheta$ .
- XII.  $L = (p - q) - \frac{1}{2} \frac{e^2}{1 - e^2} \cos \psi (\delta - \delta')$

hierin ist

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$$

Später, d. h. nach dem Abschluss der Triangulirung der I. Periode 1823, hat sich Gerling anscheinend nicht mehr mit diesem Gegenstande beschäftigt; ich habe wenigstens nichts hierhin Gehöriges finden können. Vielleicht erfahren wir dazu noch Einiges aus dem „Briefwechsel“. — Durch die Arbeiten von Gauss, Bohnenberger, Bessel u. s. w. wurde ja bald eine neue Richtung eingeschlagen; zudem liess Bessel's Neuberechnung der Ellipsoiddimensionen die kurhessischen Tabellen und Berechnungen veralten, die für die eben begonnenen topographischen Bestimmungen naturgemäss noch maassgebend bleiben mussten, wofür sie ja auch weitaus hinreichend waren, während für die kurhessische Gradmessung

in erster Linie nur die Ergebnisse der Triangulierungsausgleichung in Betracht kamen.

Gewissermaassen als Abschluss seiner Bestrebungen nach dieser Richtung hin sowie seiner trigonometrischen Thätigkeit überhaupt, hat Gerling nachträglich im Jahre 1844 einen Theil seiner zu Beginn der kurhessischen Arbeiten aufgestellten Formeln noch veröffentlicht als „Lehrsätze und Formeln aus der analytischen Geometrie und mathematischen Geographie, welche in der praktischen Geometrie zur Anwendung kommen“; Grunert's Archiv, Bd. V, S. 58—77. In der Einleitung sagt Gerling, dass er diese Formeln schon vor 20 Jahren für seine Triangulierungsarbeiten sich abgeleitet habe, und fährt dann fort: „Ich stelle also meine Ableitungen hier zum Gebrauch der Praktiker zusammen und gebe ihnen dadurch zugleich vollständige Auskunft über das Verfahren, welches in dieser Beziehung von mir beobachtet wurde, in meinem Buche über die Triangulirung aber (Beiträge etc.) namentlich § 51, 54, 96 nur kurz angedeutet werden konnte.“ Es sind aber nur die grundlegenden Formeln abgedruckt für den elliptischen Erdmeridian, dessen Krümmungshalbmesser, die Schnitte des Ellipsoids, den sphäroidischen Excess; nicht angenommen ist die Behandlung der geodätischen Hauptaufgabe, welche ja bei den kurhessischen Bestimmungen nur für die untergeordneten topographischen Arbeiten Bedeutung gehabt hatte und die rechtwinkligen sphäroidischen Coordinaten, die zu der Zeit, d. h. bei Beginn der Katastermessung in Kurhessen, nur als ebene in den Gemarkungssystemen praktisch zur Anwendung kamen. Nun stammt aber diejenige Anordnung der Berechnung rechth. sphär. Coordinaten aus den geographischen, welche heute für die preussische Katastervermessung nach der alten bayerischen Methode von Soldner maassgebend ist, aus Kurhessen. — O. Börsch hat sie ausgehend von den soeben erwähnten Gerling'schen Grundformeln und den oben unter A. Seite 36 angeführten Formeln der „Beiträge“ als eine Weiterentwicklung dieses kurhessischen Rechnungsverfahrens besonders für die Nutzbarmachung des 1857 erschienen kurhessischen Positionsverzeichnisses (vergl. S. 15) für die Katastervermessungen behandelt in der Schrift: „Anleitung zur Berechnung der rechth. sphär. Coordinaten der Dreieckspunkte, sowie der Dreiecksseiten und ihrer Richtungen aus den gegebenen geographischen Breiten und Längen der Dreieckspunkte mit besonderer Berücksichtigung der trigonometrischen Landesaufnahme des vormaligen Kurfürstenthums Hessen; Cassel 1869.“ Von da ist sie übergegangen in die neue preussische „Kataster-Anweisung“. Da nun Gerling, wie die oben Seite 33, 34 citirten Stellen ergeben, wohl die Bedeutung der Gauss'schen Projection auch für die Landmessung voraussah, so drängt sich unwillkürlich der Gedanke auf — und ich darf wohl hinzufügen, besonders in Erinnerung an Jordan's Bemühungen — wie wäre wohl der Entwicklungsgang der geodätischen Coordinirung geworden, wenn Gerling im Anschluss an

seine trigonometrischen Arbeiten noch Veranlassung genommen hätte, mit seinem klaren praktischen Blick der kurhessischen Landmessung die Technik der conformen Coordinaten aus dem Gauss'schen Grundgedanken zu übermitteln, sowie es mit der Ausgleichsrechnung für die Triangulirungstechnik der Fall gewesen ist! Bekanntlich war es einem anderen Schüler von Gauss, dem früheren Chef der preussischen Landesaufnahme Schreiber vorbehalten, die conforme Projection uns zu überliefern, auszubilden und bei der preussischen Landesaufnahme in so eleganter Weise zur praktischen Anwendung zu bringen.

Man dachte bei den Katastermessungen jener Zeit noch nicht so weit, nur der Meister selbst schaute in eine weite Ferne. Die graphische Kleinmessung nach der Messtischmethode, welche in Bayern und Württemberg zu Hause war, brauchte eine einheitliche lineare Coordinirung, die das Soldner'sche System lieferte; in Mittel- und Norddeutschland kannte man einheitliche geodätische Coordinirung nur im geographischen System für die Topographie in Bezug auf den Landeshauptpunkt, der für Hannover und Kurhessen die Göttinger Sternwarte war. — Die hier in der Ausbildung begriffene zahlenmässige Kleinmessungsmethode auf Grund von Kleintriangulirung mit Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate, und der Polygonalmessung begnügte sich, und konnte sich auch begnügen, mit eng begrenzten einheitlichen Systemen, deren Orientirung durch das Hauptnetz gegeben war. Specieell für das kurhessische Haupt-Coordinatensystem, gültig für die Provinzen Hanau und Fulda, bezogen auf den Martinsthurm zu Cassel, konnte die Coordinatenberechnung unmittelbar aus den ausgeglichenen Seiten und Richtungen erfolgen, überhaupt legte die geringe Ausdehnung der kurhessischen Bestimmungen ein Eingehen auf die Gauss'sche Methode und ein Abweichen von der bis dahin geübten Rechnungsart nicht ohne Weiteres nahe.

Bei den vorher erwähnten vorläufigen Rechnungen und Studien über die Projection und Blatteintheilung der topographischen Karte, notirt Gerling auf einem Conceptblatt als Ergebniss seiner vergleichenden Rechnungen: „Man kann also selbst für die entferntesten Messtische die Coordinaten als geradlinig betrachten.“ — Ein weiteres Verfolgen dieser Frage bei den mit der 2. Periode der kurhessischen Arbeiten beginnenden Katastermessungen habe ich nicht finden können.

Die Längen-Unterschiede zwischen Göttingen, Marburg und Mannheim durch Signale bestimmt.

(Astronom. Nachr. XV, S. 249—278, Nr. 351—352; 7. März 1838.)

In unmittelbarem Anschluss an die Haupttriangulirung und als Abschluss derselben führte Gerling 1837 die Längendifferenz-Bestimmung Mannheim-Göttingen aus, wodurch er einen Beitrag liefern wollte zur Bearbeitung der damals allmählich in Fluss kommenden Frage der Loth-



abweichungen. Auch über diesen Gegenstand hat Gerling einen längeren Briefwechsel mit Gauss geführt, dessen Veröffentlichung manches Interessante bieten wird.

Wohl war schon einige Jahre der erste Versuch elektrischer Telegraphie zwischen der Sternwarte und dem physikalischen Institut in Göttingen geglückt, aber für die vorliegende Aufgabe stand die elektrische Signalisirung noch nicht zur Verfügung, so musste sich Gerling noch der optischen Zeichengebung bedienen. Auf dem Frauenberg bei Marburg ist der Feldberg sichtbar, welcher im Gesichtsfelde des Passagen-Instrumentes der Mannheimer Sternwarte liegt, sowie auch der Meisner, welcher seinerseits wieder von der Göttinger Sternwarte aus beobachtet werden kann. Somit war durch Vermittlung des Frauenbergs (vergl. die Netzkarte), eine Uhrvergleichung zwischen Mannheim und Göttingen durch Signalgebung mit dem Heliotrop am Tage und durch Pulversignale bei Nacht ermöglicht. Auf dem Frauenberg stand ein Ertel'scher Theodolit, dessen beide Fernrohre je auf die beiden Signalberge gerichtet waren; für die Heliotropensignale wurden zwei Heliotrope verwendet, deren sich kreuzende Richtungen gleichzeitig abgeblendet wurden. Die Beobachtungen in Mannheim und Göttingen übernahmen Nicolai und Gauss. Die Untersuchung und Elimination der systematischen Fehler der Signalbeobachtungen wurde auf sorgfältige Augen-Vergleichsreihen gegründet. Aus den 256 Meisner- und 136 Feldberg-Beobachtungen (mit 116 correspondirenden) ergab sich der gesuchte Längen-Unterschied mit einem wahrscheinlichen Fehler von  $\pm 0,0258''$ ; die geodätische Vergleichung Mannheim-Göttingen gab  $1^{\circ} 29' 02,32''$ , die Signalbeobachtungen  $1^{\circ} 28' 57,90''$ , demnach ein Unterschied von  $4,4''$ .

#### Barometrische Höhenbestimmung von Marburg.

An dieser Stelle sei auch noch einer kleineren nebenbei ausgeführten geodätischen Arbeit Gerling's gedacht, welche ein anderes Gebiet betrifft, das der Höhenmessung, und den Zweck hatte die Meereshöhe seines Marburger Institutes zu bestimmen. Die Arbeit ist mitgetheilt in „Schriften der Gesellschaft zur Beförderung der gesammten Naturwissenschaften\*) zu Marburg“ Bd II, Heft 4 (64 Seiten): „Die Höhe Marburgs über dem Meere aus Barometer-Beobachtungen berechnet“, Marburg 1829. Gerling hat vom Juni 1817 bis zum December 1828 fortlaufend (täglich 3 mal) Quecksilber-Barometer-Beobachtungen vorgenommen. Die verwendete Barometerformel hat in Anlehnung an den Artikel „Höhenmessung“ in Gehler's physikalischem Wörterbuch die Form

$$H = C(1 - a \cos 2P) \left(1 + \frac{T+t}{2c}\right) \lg \frac{b}{B} - h.$$

\*) Ebenda Bd. I, S. 17 findet sich auch eine Abhandlung von Gerling: Beschreibung eines neuen Hütchens zur Aufhängung der Magnetnadel in Compassen; 4. Nov. 1818.

Hierin ist eingesetzt:  $C = 56\,446$  (nach Ramond);  $a = 0,002\,709$  (mit Verweis auf Fries, Naturlehre Jena 1826, Gehler nimmt  $0,0026$ );  $P = 50^{\circ} 48' 41''$ ;  $c = 207$  (mit Verweis auf Schmidt, Naturlehre, Giessen 1826);  $b$  (am Meeresspiegel unter Marburg interpolirt nach Gehler's Wörterbuch)  $= 338,12 L$  und  $h$  der Höhenunterschied des mittleren Quecksilberstandes im unteren Schenkel an den zwei benutzten verschiedenen Instrumentstandorten gegen den Fachbaum eines Mühlenwehrs in der Lahn, bestimmt durch wiederholte Nivellirung mit einem Reichenbach-Ertel'schen Nivellirinstrument.

Besondere Beachtung verdient auch, dass Gerling dabei hinweist auf den aus seinen Beobachtungen zu folgernden Einfluss des Ganges der Lufttemperatur auf den Barometerstand, und den Einfluss des Geländes und der Windrichtung auf die Temperatur, und dass er empfiehlt in wissenschaftlichem Interesse an mehreren genau nivellirten Stationen rings um einen Berg von mässiger Grösse Reihen gleichzeitiger Barometer- und Thermometer-Beobachtungen, verbunden mit Beobachtungen über die Richtung des Windes zu unternehmen.

Nahezu 20 Jahre später (1846) hat Gerling eine „Neue Bestimmung der Meereshöhe von Marburg“ (Astron. Nachrichten Nr. 601, Bd. XXII, S. 11—16, Oct. 1846) unternommen. Sie beruht einerseits auf den bei der Triangulirung gemessenen Zenitdistanzen bezogen auf den Fussboden im westlichen Beobachtungszimmer der Göttinger Sternwarte mit Reduction auf den Swinemünder Pegel, andererseits auf Nivellirung im Anschluss an die Wasserbau-Nivellirung der Lahn, deren Höhen auf den Amsterdamer Pegel bezogen waren; die beiden Ergebnisse waren  $764,98 P. F.$  und  $764,43 P. F.$  Dieser Arbeit Gerling's sich zu erinnern hat auch heute insofern ein Interesse, als sie den Zustand der deutschen Hypsometrie um 1830—1850 beleuchtet. Seit mehreren Jahrzehnten schon geht ein Zug unserer auf NN. bezogenen Landespräcisions-Nivellirung durch Marburg; durch diese Gegenüberstellung wird der grosse Fortschritt ausgedrückt, den wir in dieser Richtung in der letzten Hälfte des verflossenen Jahrhunderts zu verzeichnen haben.

Damit haben wir nun einen Ueberblick über die praktische geodätische Thätigkeit Gerling's gewonnen, die ihn hauptsächlich von 1820 bis 1840 in Anspruch genommen hat. Er ist demnach sowohl der Leiter der kurhessischen Haupttriangulirung gewesen, als auch, wie wir schon gesehen haben und noch weiterhin sehen werden, der Lehrer der Vermessungsbeamten und der Berather der Behörden, besonders in den für die Durchführung der topographischen Arbeiten und der Katastervermessung gebildeten Commissionen. Welch grossen Werth die Behörden auf seinen Rath legten, zeigt z. B. auch der Umstand, dass ihm der Entwurf zu dem „Ausschreiben“ von 1833 zur Begutachtung vorgelegt wurde. Gerling ist nun, wie er ja selbst sagt, weder an der der

I. Periode seiner Triangulirung folgenden topographischen Aufnahme, noch an der der II. Periode folgenden Katastervermessung direct theilhaftig gewesen, somit beschränkt er auch sein Gutachten (24. April 1832) ausdrücklich auf das „was mit dem eigentlichen wissenschaftlichen Theil zusammenhängt“, er weiss ja, dass nach der Anleitung, die er dazu gegeben hat (vergl. Seite 31) die Kleintriangulirung bei seinen früheren Mitarbeitern an der Haupttriangulirung in den besten Händen ist. Als Beleg für den Einfluss den Gerling in diesem Sinne gehabt hat, möchte ich auf eine in d. Z. 1884 S. 526\*) gegebene Darstellung des früheren kurhessischen Landmessers Kothe hinweisen; er sagt bei Besprechung der allgemeinen Landesaufnahme: „Man fing an, die Detailmessung auf ein trigonometrisches Netz zu gründen und berechnete die Coordinaten der Hauptdreiecks- und Polygonpunkte, mit welcher Einrichtung sich der erste Landmesserinspector Kraus ein bleibendes Verdienst erworben hat.“ Wir haben nun gesehen, dass Kraus als Landmesser dem Gerling'schen trigonometrischem Bureau angehörte.

Aus dem im Concept mir vorliegenden Gutachten „zu der Dienst-anweisung für die Landmesser“, d. h. also deren Entwurf\*\*), möge zur Illustration des derzeitigen Standes der Technik der Kleinmessung folgende Anmerkung angeführt werden: § 35, b. Zollmann'sche Scheibe. „Ich traue diesem Instrument nicht recht, und wenn ich mich auch darin irren sollte, weil ich keine Erfahrung im Grossen gemacht habe, so kann ich mir nicht die Möglichkeit denken, dass die erstrebte Genauigkeit (II § 28) je damit zu erreichen sein sollte. Meiner unmaassgeblichen Ansicht nach wäre es besser sie ganz wegzulassen und Alles nach der Coordinatenmethode auftragen zu lassen, da das zu lernen ja für einen neu anzustellenden Geometer zur Bedingung gemacht werden kann. Ein schlechter Theodolit pflegt in der Regel wohl besser zu sein als die Zollmann'sche Scheibe. Es wäre aber wegen der verschiedenartigen Winkelinstrumente wohl vielleicht am besten festzusetzen (statt dieser Particular-Bestimmungen): ein gutes Winkelinstrument, welches von dem Inspector als zu der beabsichtigten Arbeit genügend erkannt sein muss“.

Diese Fassung entspricht dem Wortlaut der Bestimmungen die Gehrman d. Z. 1875 S. 95, 16. (§ 29) als Auszug aus dem Ausschreiben mittheilt. Ganz frei haben sich diese Bestimmungen trotz des Gerling'schen Rathes von der graphischen Behandlung jedoch nicht machen können; denn die Polygone sollen mit einem Auftragkreis aufgetragen werden, nur denjenigen Landmessern, welche in trigonometrischen Rechnungen Uebung besitzen, ist gestattet, alle Coordinaten der Polygonpunkte zu berechnen (a. a. O. S. 98); so hat sich also der Gerling'sche Einfluss und der seiner Schüler nur allmählich Bahn brechen können.

\*) Beitrag zur Geschichte des Vermessungswesens in Kurhessen. 1884. S. 523.

\*\*) Das Original dieses Entwurfes liegt mir nicht vor.

Interessant ist auch die Gerling'sche Aeusserung über die bei Gelegenheit des „Ausschreibens“ anscheinend\*) beabsichtigte Regulirung des kurhessischen Maasssystemes. — (Vergl. wieder die Gehrman'sche Mittheilung a. a. O. S. 91.)

Gerling sagt (Gutachten vom 24. April 1832): „Gegen die hier vorgeschlagene Abänderung unserer Ruthe aber muss ich mich vorläufig (ohne noch die Entscheidungsgründe zu kennen) auf's nachdrücklichste erklären, indem es mir scheint (versteht sich salvo meliori) als sei hier durch zu grosse Vorliebe für das Decimal-System statt einer allerdings nöthigen Reform unseres Maass-Wesens eine Revolution desselben vorgeschlagen, an deren Folgen unser Bauerstand vielleicht einige Menschenalter hindurch zu laboriren haben könnte. — Auf eine specielle Kritik dieses Vorschlages und die Entwicklung eines einfachen Gegenvorschlages zu dem angegebenen Zweck (Vereinfachung der betreffenden Rechnungs-Operationen), auf den ich seit dreizehnjährigem Nachdenken über diese Materie immer wieder zurückgekommen bin, ohne etwas Besseres auffinden zu können, darf ich mich auch bei der jetzigen Kürze der Zeit hier nicht einlassen, bitte aber dringend im Interesse der guten Sache, wenigstens nichts Entscheidendes darüber zu beschliessen, bis mir Gelegenheit verschafft ist, mich noch einmal ausführlich über die Sache gutachtlich vernehmen zu lassen.“

Dazu hat dann Gerling ein Gutachten in 4 Punkten (I—IV) eingereiht, aus dem sich auch der Zusammenhang ergibt; es sei der Inhalt kurz angedeutet.

I) Neues System (projectirtes.) Der Acker bleibt der Grösse nach wie er ist, die alte Längенruthe nebst dem Katasterfuss wird abgeschafft, und dafür eine neue Längенruthe eingeführt mit Unterabtheilungen in Zehntel und Hundertel, deren geometrische Definition die ist, dass ein mit dieser neuen Einheit gebildetes Quadrat ebenso gross sein soll als der bisherige und beizubehaltende Acker.

II) Altes System, mit Abschaffung der dabei eingeschlichenen Missbräuche. Es wird der alte Acker, die alte Quadratruthe, die alte Längенruthe beibehalten und für die beiden letzteren Eintheilungen nach dem Decimalsystem angeordnet unter Wegfall der Bezeichnung von Fuss und Zoll im Katasterwesen.

III) Vergleichung des neuen Systems mit dem alten. Es werden die Vortheile und Nachtheile beider Systeme einander gegenübergestellt, z. B. der theoretische Einwand, dass bei dem Project I die Längeneinheit aus der Flächeneinheit abgeleitet ist.

IV) Vorschlag, wie sich vielleicht eine Vermittlung zwischen beiden Systemen bewirken liesse. — Es soll die alte Längeneinheit und die „Grundeinheit“ des Flächenmaasses, die Quadratruthe, beibehalten werden, und statt des Ackers = 150 Quadratruthen, eine neue „Hauptflächen-

\*) Das Original dieses Entwurfes liegt mir nicht vor.

einheit“ = 100 Q.-R. eingeführt werden, der eine passende Bezeichnung, z. B. Jauchert gegeben werden könne.

Der Maassregulirungs-Vorschlag, gegen den sich Gerling so energisch wendet, ist nicht zur Durchführung gelangt, sondern das alte System mit decimaler Katasterruthe (System II) beibehalten worden.

An dieser Stelle verdient auch ein Gutachten erwähnt zu werden, welches Gerling 1849 auf Aufforderung der Redaction des Archivs für Mathematik und Physik in einer Abhandlung: „Ueber deutsches Münz-, Maass- und Gewichtssystem“ abgiebt. (Grunert, Arch., Bd. XIII; M S. 51—60.) Es seien daraus zur Charakterisirung der Auffassung einige Leitsätze mitgetheilt: „Erster Grundsatz ist, dass man nicht bloss mit mathematischen Anschauungen auszureichen glauben soll, sondern sich stets bewusst bleiben muss, dass es Dinge des täglichen praktischen Lebens sind, bei welchen man die Hindernisse zu beseitigen hat. Es soll ja die Neuerung eine Wohlthat und keine Landplage werden.“ Ferner: „Vor Allem aber wird man sich vor zwei Umständen zu hüten haben, dass man nicht die philosophischen Pedanterien nachahme, die dem französischen Gesetz ankleben (woran die Akademie bekanntlich unschuldig ist), und dass man die alten bestehenden Namen: Fuss, Zoll u. s. w. nicht auf das neue Maass übertrage.“ — Gerling empfiehlt als Verdeutschungen: m = Stab, dm = Hand (Handbreit), cm = Nagel (Nagelbreit), mm = Strich.

Diese Ausführungen sind geeignet in Erinnerung zu bringen, wie langsam sich die Einbürgerung des heute so geläufigen, nun schon über 100 Jahre alten, metrischen Systems vollzogen hat.

Die Lehrthätigkeit und weiteren literarischen Arbeiten.  
Wir wenden uns nun zu einer anderen Seite der Gerling'schen Thätigkeit auf geodätischem Gebiet, seiner Lehrthätigkeit und seinen literarischen Arbeiten. Beide waren schon bei Gelegenheit der praktischen Arbeiten zur Sprache gekommen; denn sie sind auf's Innigste damit verknüpft. Wir haben aber noch besonders zu betrachten die geodätischen Vorlesungen und Uebungen am Marburger mathematisch-physikalischen Institut und die „Ausgleichsrechnungen der praktischen Geometrie“, deren Herausgabe wieder mit jenem Unterricht in innigster Beziehung steht.

Bei dem heutigen Stande der geodätischen Hochschul-Ausbildung hat die Betrachtung von Gerling's Lehrthätigkeit ein ganz besonderes Interesse. Heute haben wir den vielseitigen modernen Anforderungen entsprechend besonders organisirten und in erfreulicher Entwicklung begriffenen Hochschulunterricht. An den technischen Hochschulen, den landwirthschaftlichen Hochschulen, den Forst- und Berg-Akademien, den höheren Militairinstituten, findet je nach der Richtung dieser Bildungsstätten die Geodäsie eine besondere Pflege, — und neuerdings eröffnet sich ihr ein neues Unterrichtsfeld auf dem Gebiete der angewandten Mathematik\*.)

\*) Ordnung der Prüfung für das Lehramt an höheren Schulen in Preussen vom 12. Sept. 1898, § 22.

an den Universitäten, womit von Neuem der hohe didactische Werth zur Anerkennung gelangt, der in geodätischen Aufgaben liegt, die ja übrigens schon seit Jahrtausenden der Mathematik reichen Stoff geliefert haben. Als Gerling seine Lehrthätigkeit begann war das anders; wohl besass damals die Feld-, Land- und Erdmessung eine nicht geringe Literatur, aber ein eigentlicher Unterricht fehlte. Abgesehen von vereinzelten Fachakademien waren es nur die Militairinstitute, welche geodätische Kenntnisse in erster Linie zu würdigen verstanden; nur hier und da wurden an einer Universität gelegentlich geodätische Vorlesungen gehalten, wenn der Vertreter der Astronomie sich auch für geodätische Aufgaben interessirte. Das war besonders in Göttingen der Fall, von wo, dem alten Vorbild getreu, auch heute wieder die Pflege der angewandten Mathematik ihren Ausgang nimmt. Schon vor Gauss, der „Gegenstände der höheren Geodäsie“ in seinen Vorlesungen behandelte, lehrte hier und hielt mehrfach geodätische Vorlesungen Johann Tobias Mayer jr., bekannt durch sein vortreffliches Lehrbuch der praktischen Geometrie, welches zum ersten Male im heutigen Sinne den Stoff systematisch aufbaut und dadurch grundlegend geworden ist. Gerling kannte natürlich dieses Buch, ob er aber während seiner Studienzeit mit J. T. Mayer in directe Beziehung getreten ist, oder (gar bei ihm gehört hat, ist leider nicht mehr festzustellen.\*) Die Anregung, aus welcher heraus Gerling zu einem sogleich zu besprechenden geodätischen Hochschulunterricht veranlasst wurde, ist neben seinen Göttinger Studien, vornehmlich hier in Cassel zu suchen, in seinem Unterricht am alten Lyceum, d. h. einer jener technischen Anstalten, welche das Anfangsstadium unserer heutigen technischen Hochschulen darstellen. Hier in Cassel gehörte die praktische Geometrie zu seinen Lehrfächern, er blieb ihr treu als er 1817 nach Marburg übersiedelte.

Was, wie wir sehen werden, Gerling's Unterricht demnach besonders auszeichnet, und ihm ohne eine besondere Organisation ein schon dem heutigen Hochschulunterricht ähnliches Gepräge giebt, war, dass er sich einerseits stützen konnte auf die Anregungen der Studienzeit und die ständigen Beziehungen zu Gauss, wodurch er der erste Lehrer wurde, der die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate auf die praktische Geometrie lehrte, und endlich auf den schon besprochenen\*\*) Unterricht der Trigonometrie und Topographen im Marburger trigonometrischen Bureau und naturgemäss seine eigenen reichen Erfahrungen bei der Triangulirung. In dem Unterricht, den die hessischen Landmesser und Eleven im trigonometrischen Bureau in Marburg genossen, erkennen wir, ebenso wie in der gleichen Einrichtung, welche Benzenberg schon anderthalb Jahrzehnt früher bei den rheinländischen Kataster-

\*) Wie mir Herr Professor Dr. Wiechert in Göttingen mittheilt, ist selbst nicht einmal mehr mit Sicherheit festzustellen, welche Vorlesungen Gauss gehalten hat.

\*\*) Seite 18.

vermessungen geschaffen, die Anfänge unserer heutigen besonderen Landmesser-Ausbildung.

Mit den besprochenen trigonometrischen Acten erhielt ich aus der Marburger Universitätsbibliothek eine Anzahl von Ergebnissen der geodätischen Uebungen am Marburger mathematisch-physikalischen Institut aus den Jahren 1819 bis 1832; späterhin scheinen die Arbeiten nicht mehr im Institut aufbewahrt zu sein, das hauptsächlichste Interesse bietet uns ja aber gerade diese erste Zeit. Die Uebungsergebnisse sind erklärlicher Weise zum Theil unvollständig, zum Theil nur in kleinen Bruchstücken vorhanden, aber es lässt sich danach doch immerhin ein Bild vom Betriebe des Unterrichtes gewinnen. — Gerling hat also schon ein Jahr nach Antritt seines Marburger Lehramtes mit dem geodätischen Unterrichte begonnen, und ihn natürlich mit gelegentlicher Unterbrechung und weiterer Entwicklung, wie das die Triangulirung und die Abfassung der „Ausgleichsrechnung“ mit sich brachten, fortgeführt bis zu seinem Tode; seine letzte Vorlesung über Methode der kleinsten Quadrate wurde mitten im Wintersemester 1863/64 durch den Tod abgeschlossen. Die Uebungen sind, soweit aus den beigesetzten Daten sich ersehen lässt, meistens im Juni, Juli und August abgehalten worden, also am Schlusse des Sommersemesters, nachdem die theoretischen Vorträge den Stoff vorbereitet hatten. Unter den Aufgaben befinden sich hauptsächlich Winkelmessungen nach der Repetitionsmethode wie bei der Triangulirung mit Horizontabschlüssen, Berechnung von Centrirungen, Rückwärtsschnitten, Vorwärtsschnitten mit und ohne Ausgleichung, Aufnahmen eines geschlossenen Polygons mit Coordinatenberechnung in Bezug auf einen Eckpunkt, Transformation derselben auf den Marburger Schlossthurm (Formel:  $x = x' \cos \varphi + y' \sin \varphi$ ;  $y = y' \cos \varphi - x' \sin \varphi$ ), Flächenberechnungen aus Coordinaten (Formelschema:  $y^n [x^n - x^{n-1}]$ ). Sehr fleissig scheint auch die Bestimmung der Flächeninhalte von Figuren im Felde geübt zu sein (das Schema war: Bezeichnung, Grundlinie, Höhe, doppelte Fläche), sowie die Aufmessung von kleinen Grundstücken. Auch einige Notizen zu Barometermessungen liegen vor; einige Darstellungen von Grundstücken scheinen aus Messtischaufnahmen hervorgegangen zu sein, einige Zahlenreihen beziehen sich auf Nivellirungen mit der damals gebräuchlichen Scheibenlatte. Aus den Anmerkungen zu den Winkelmessungen lässt sich entnehmen, dass an diesen Uebungen etwa 6 bis 12 Studierende Theil nahmen, es sei erwähnt, dass sich dabei im Jahre 1824 der Name Hilgenberg verzeichnet findet, der schon 1820 studirt, dann 1822—24 an der Triangulirung Theil genommen hatte und bei der Uebung als Assistent fungirt zu haben scheint; im Jahre 1832 ist als Theilnehmer notirt Ise, der nachher 1835—37 als Landmesser an der Triangulirung der zweiten Periode Theil nahm. Wir sehen daraus und aus gelegentlichen Anmerkungen an anderen Stellen,\*) an denen

\*) Vergl. Seite 53.

Gerling seine landmesserischen Zuhörer erwähnt (Handschuh, Coester), dass die kurhessischen Landmesser jener Zeit die sich ihnen im Marburger mathematisch-physikalischen Institut darbietende Ausbildungsgelegenheit, wohl auszunutzen verstanden.

Die das geodätische Studiengebiet betreffenden Vorlesungen waren: reine Mathematik (elementarer Art, vornehmlich ebene und sphärische Trigonometrie, analytische Geometrie) Experimentalphysik, Astronomie (mathematische Geographie, sphärische Astronomie), praktische Geometrie, Ausgleichsrechnung. Ueber die letzte Vorlesung giebt uns sein Lehrbuch der Ausgleichsrechnung, welches er den Vorlesungen zu Grunde legte, vollständigen Aufschluss; ein Lehrbuch der praktischen Geometrie, welches Gerling zu schreiben vorhatte, das er in der Vorrede zu seiner Ausgleichsrechnung gewissermaassen ankündigt, ist leider ungeschrieben geblieben. Ueber den Inhalt einer Vorlesung in der praktischen Geometrie, gehalten im Sommer 1863, 8 stündig nebst Uebungen, aber kann ich eine Mittheilung von Herrn Professor Dr. Hess in Marburg bringen, der diese Vorlesung hörte, und wie schon einmal erwähnt\*) davon sagt: „in den Uebungen haben wir eifrig gemessen, mit Winkelspiegel, Theodolit, Heliotrop, Messtisch u. s. w. operirt und gerechnet.“ Diese Mittheilung lautet:

#### Inhaltsangabe

einer Vorlesung über „praktische Geometrie“ gehalten im Sommer 1863 von Chr. Ludwig Gerling (8 stündig nebst praktischen Uebungen).

#### Litteratur-Angaben.

##### Capitel I. Messung gerader Linien.

- § 1. Maasse.
- § 2. Maassstäbe.
- § 3. Anwendung derselben zum Messen gerader Linien.
- § 4. Mittel der Horizontalstellung.

##### Capitel II. Aufnahme kleiner Stücke mit Stäben und Ketten.

- § 5. Vorbereitung dazu.
- § 6. Eigentliche Messungen.
- § 7. Das Auftragen.
- § 8. Prüfung.
- § 9. Berechnung der Flächen.

##### Capitel III. Winkelmessung.

- § 10. Allgemeine Bemerkungen.
- § 11. Theodolit.
- § 12. Bussole.
- § 13. Astrolab und Kippregel.
- § 14. Kreise.
- § 15. Spiegelwerkzeuge.

##### Capitel IV. Aufnahme durch Winkelmessung.

- § 16. Vorbereitung.
- § 17. Aufnahme kleiner Stücke aus dem Umfang.

\*) Seite 7.



- § 18. Aufnahme aus einer Standlinie.
- § 19. Aufnahme grosser Stücke durch Triangulirung.
- § 20. Einschaltung einzelner Punkte und Linien. (Pothenot'sche Aufgabe.)

#### Capitel V. Aufnahme auf dem Messtisch.

- § 21. Einrichtung desselben.
- § 22. Prüfung und Correction desselben mit Diopterlineal und Kippregel.
- § 23. Allgemeine Bemerkungen.
- § 24. Aufnahme mit zwei gegebenen Punkten.
- § 25. Aufnahme mit drei gegebenen Punkten. (Pothenot'sche Aufgabe.)

#### Capitel VI. Höhenmessung.

- § 26. Allgemeine Höhenmessung.
- § 27. Trigonometrische Höhenmessung.
- § 28. Nivelliren.
- § 29. Barometermessung.

Nachträge: Ueber die sphäroidische Gestalt der Erde. Clairaut'scher Satz. — Ueber praktische Anordnung der Beobachtungen und Rechnungen u. s. w.

Die Ausgleichungsrechnungen oder die Methode der kleinsten Quadrate wurden in einer besonderen Vorlesung unter Zugrundelegung des Buchs von Gerling behandelt.

Beispiel zu Gerling's Lehrmethode:

Beim Theodolithen (§ 11) wurden zuerst die wesentlichen Theile nebst Einrichtungen: Fuss, Limbus, Alhidadenkreis, Liegende Achse mit Fernrohr, Höhenkreis (nützlicher Nebentheil) besprochen, sodann folgende sieben Fragen aufgeworfen und gründlich behandelt:

1. Frage: Ist das Fadenkreuz ohne Parallaxe?
2. " Ist die Ebene durch den Vertikalfaden und die Mitte des Objectivs senkrecht auf der liegenden Achse?
3. " Ist die Ebene, welche die Collimationslinie bei der Bewegung des Fernrohrs beschreibt senkrecht auf der liegenden Achse, oder hat sie eine Abweichung (Collimationsfehler)?
4. " Ist die Libelle berichtigt, sodass die liegende Achse mit Hilfe derselben wirklich horizontal gemacht werden kann?
5. " Ist die liegende Achse senkrecht auf der stehenden, sodass sie horizontal bleibt, wenn die stehende vertikal ist? (Sind die Stützen gleich hoch?)
6. " Ist die stehende Achse des Alhidadenkreises senkrecht und kann man sich darauf verlassen, dass die stehende Axe des Limbuskreises mit der stehenden Achse des Alhidadenkreises coincidirt? wenn nicht, wie gross ist die Abweichung und in welchem Sinne ist sie?
7. " Giebt der Nonius des Höhenkreises richtige Angaben?

Naturgemäss haben wir bei dieser Inhaltsangabe zu bedenken, dass inzwischen in dem halben Jahrhundert seit Beginn der Gerling'schen Lehrthätigkeit und seiner praktischen Arbeiten die geodätische Lehrbuch-Litteratur auch einen erheblichen Fortschritt gemacht hat. Besonders

interessant würde es daher sein eine Vorlesung aus der ersten Zeit der geodätischen Thätigkeit zu kennen. — Sollte das nicht vielleicht durch Vermittelung eines der Nachkommen der bei der Triangulirung thätigen kurhessischen Landmesser möglich sein?

#### Die Ausgleichungsrechnung.

Gerling war aber nicht nur ein Lehrer für seine Marburger Zuhörer und seine Mitarbeiter an der Triangulirung, er ist vielmehr ein Lehrer der gesammten deutschen Landmesser geworden durch sein allgemein bekannt gewordenes Lehrbuch: „Die Ausgleichungsrechnungen der praktischen Geometrie, oder die Methode der kleinsten Quadrate mit ihren Anwendungen für geodätische Aufgaben“, Hamburg und Gotha 1843. Hierdurch hat er uns unmittelbar von Gauss die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate auf die praktische Geometrie übermittelt und zwar in einer solchen Gestalt, dass ihre Uebertragung auf die Aufgaben der Praxis direct gegeben war. — Das war sein Ziel; er wollte nicht die Theorie im Allgemeinen weiter entwickeln, sondern die Grundlage dazu schaffen, dass die von Gauss gegebenen Grundsätze in der Landmessung Wurzel fassten und für ihre Weiterausbildung nutzbar würden. Die Widmung an Gauss, mit der das Buch beginnt, ist so charakteristisch, dass sie an dieser Stelle nicht fehlen darf, sie lautet:

„Wer, wie Sie verehrter Mann! nach allen Seiten hin keimfähigen Samen austreut, der wird doch wohl mitunter gern einmal nachsehen, was daraus geworden.“

Ueber dreissig Jahre sind es nun, dass von Ihrer Aussaat auch etwas auf meinen Acker fiel.

Seitdem habe ich, immer von Zeit zu Zeit durch ihren freundlichen Rath unterstützt, die Schösslinge treu gepflegt, die mir daraus erwachsen.

Jetzt hat nun einer von ihnen Früchte getragen, die ich für reif genug halte, um meinen Gästen davon mitzutheilen.

So erlauben Sie denn, dass ich die Erstlinge Ihnen widme“.

Gerling hatte ja bereits in Göttingen die Methode der kleinsten Quadrate kennen gelernt, als älterer Student und als Gauss' Gehülfe auf der Sternwarte sie angewendet. Aber zu der Zeit lag die Anwendung derselben auf die Triangulirungsausgleichungen der praktischen Geometrie noch in weiter Ferne. Die erste Abhandlung zur theoria combinationis wurde 1821 gegeben, die zweite 1823, die „Anwendung auf eine Aufgabe der praktischen Geometrie“ 1822, — das supplementum 1826 als Frucht der hannoverschen Gradmessung. — Als daher Gerling seine Triangulirungsrechnungen im Jahre 1822 begann, hatte er, wie wir ja auch schon besprochen haben, noch keinen Vorgang, aber er konnte sich stützen auf seine Göttinger Studienzeit und gelegentliche Mittheilungen seines grossen Lehrers. — Die Schwierigkeiten, welche es bietet, ein in der Theorie festgelegtes Princip in die praktische Anwendung zu übertragen, zeigt sich so recht bei dieser Einführung

der Methode der kleinsten Quadrate in die praktische Geometrie; Gerling braucht dafür selbst an einer Stelle, bei Gelegenheit der Aufstellung der Bedingungsgleichungen bei Ausgleichung nach der Methode der bedingten Beobachtungen (S. 179) den folgenden Ausdruck:

„Die Existenz solcher Gleichungen ist zwar theoretisch nothwendig, aber nicht alles was theoretisch existirt, ist auch schon praktisch darstellbar.“

Darin haben wir einen charakteristischen Ausdruck für die von ihm zu überwindenden Schwierigkeiten, denen er ohne einen Vorgang gegenüberstand. Hören wir hierzu weiter seine eigenen Worte (Einleitung S. XI):

„Was den Stoff anbelangt, so habe ich bei meinen praktischen Arbeiten stets mir meine eigene Bahn zu brechen gesucht, nie verzweifelnd, wenn ich auch bei einzelnen Anwendungen oftmals immer wieder von vorne anfangen musste. Obgleich ich nämlich besonders begünstigt dadurch mir erscheinen konnte, dass ich von Zeit zu Zeit mündlicher und schriftlicher Mittheilungen des berühmten Verfassers der theoria motus über einzelne Schwierigkeiten mich zu erfreuen hatte, so fehlte es doch auch keineswegs an Vorkommnissen, wo ich durch zum Theil sehr unangenehme Erfahrungen, die ich meinen Lesern ersparen möchte, erst auf das aufmerksam wurde, worauf es für die Anwendung im Einzelnen vorzüglich ankam. Allmählich verarbeitete ich mir so die in diesem Buche vorgetragenen Lehren zu einem Ganzen für die gewöhnlichen praktischen Bedürfnisse, und nachdem ich nun drei Jahre darauf gewandt habe, das nach und nach gesammelte zusammenzuordnen, und in möglichst populärer Weise darzustellen, ist mir bei manchen Einzelheiten wirklich die Erinnerung entschwunden, ob ich sie aus Schriften, aus gelegentlichen Mittheilungen von Gauss, oder aus eigenem Nachdenken gelernt habe.“

Hierzu, wie zu manchen interessanten Einzelfragen, auf die hier nicht eingegangen werden kann, wird uns der Briefwechsel wohl weitere Belege bieten.\*)

Gerling kannte durch seine eigenen Arbeiten und sein Zusammenarbeiten mit den kurhessischen Landmessern genau die Bedürfnisse des Praktikers, er verstand sie zu würdigen, er sah auch die grosse Schwierigkeit die es bot, die damals noch recht spröde Materie mit Rücksicht auf diese Anforderungen erstmals zu formen. Er sagt (S. X):

„Ich halte die Aufgabe ein Lehrbuch über einen neuen Zweig der Wissenschaft zu schreiben, der dadurch dem Bedürfnisse der gewöhnlichen Praxis zugänglich werden soll, für eine der schwersten, die es überhaupt giebt“ — und wir sagen heute in dankbarer Anerkennung: diese schwierige Aufgabe hat Gerling in der glücklichsten Weise gelöst.

Von der grossen Summe von Arbeit, welche zu der allmählich fortgeschrittenen Ausbildung von Theorie und Technik der Ausgleichungsrechnungen in der praktischen Geometrie hat aufgewendet werden müssen, verdanken wir ein gut Theil Gerling's erster Arbeit; diese hat in erster

\*) Vorläufig vgl. Gauss Werke, Bd. 8, z. B. S. 153.

Linie mit dazu beigetragen, dass den deutschen Landmessern die Fehlertheorie und Ausgleichung so schnell geläufig geworden sind, dass sie sobald reformirend in die Technik der Kleinmessungen eingreifen, in die Vermessungsanweisungen übergehen konnten und dadurch zum Gegenstand des Studiums werden mussten. Hören wir auch hierzu seine eigenen Worte (S. XII): „Ich erinnere mich noch gar wohl der Zeit, wo der Landmesser, welcher mit den logarithmischen Tafeln umzugehen wusste, für den Gelehrten unter seinen Collegen galt. Jetzt (1843) würde sich einer lächerlich zu machen glauben, wenn er sich ohne diese Kenntniss nur zum Examen melden wollte. In ähnlicher Weise wird es demnächst wohl auch mit der Ausgleichungsrechnung gehen, deren Erlernung, wenn man sich auf das unmittelbare Bedürfniss beschränkt, nicht mehr Anstrengung kostet als die der Algebra und Trigonometrie.“ — Heute ist ja dieser Zustand längst erreicht, und es ist Pflicht dabei sich bewusst zu sein, dass der, der vor 60 Jahren diesen Ausspruch that, als einer der hauptsächlichsten Vorarbeiter dazu zu betrachten ist.

Auf eine weitere Besprechung des Lehrbuches können wir hier nicht eingehen; ich kann nur dringend empfehlen das unter den älteren Landmessern wohl noch ziemlich verbreitete Buch zu lesen. — Naturgemäss sind Theorie und Technik erheblich weiter gekommen, seit Gerling vor 60 Jahren die Lehren des Meisters anwendend, der Ausgleichungsrechnung der praktischen Geometrie eine erste Form gab.\*) Diese Form aber, die Systematik des Lehrbuchs mit Fehlertheorie, Ausgleichung directer, vermittelnder, bedingter Beobachtungen ist maassgebend gewesen für die späteren Arbeiten und Lehrbücher. Bewundernswerth ist das Bestreben nach möglicher Anschaulichkeit und plausibler Darstellung, um dem Leser die Schwierigkeiten der neuen Materie hinwegzuräumen. Jeder Kenner des Buches wird sich mit Freuden erinnern an die drastische Beleuchtung der Bedeutung der einmal gemessenen Zahl (Seite 63): „Jede Beobachtung, die nicht einen entschiedenen protokollarischen Verdachtsgrund gegen sich hat, habe ich als einen Zeugen für die Wahrheit zu betrachten, und ebensowenig wie ich den Zeugen torquieren darf, bis er sagt, was ich gesagt haben will, ebensowenig darf ich auch ohne Weiteres sein Zeugniss verwerfen, weil dasselbe von den übrigen bedeutend abweicht“; er wird sich erinnern an die eine unmittelbare technische Anweisung darbietende Rechnungs-Anordnung, indem der Reihe nach die „Hauptgeschäfte der Ausgleichung“, wie er sie nennt, dargelegt werden. — Weiterhin möchte ich erinnern an die Fülle gut gewählter Beispiele, an denen er die Methode erläutert, und aus denen wir unter Anderem auch ersehen, wie sehr er an die Einführung in die Kleintechnik (Kettenmessung, Polygonzüge, Markscheiderzüge, Nivelliren) dachte. Der praktisch wichtigste Theil ist aber die gründlich bearbeitete Triangulirungs-Ausgleichung,

\*) Vergl. (S. 54) Gerling's eigene Ansicht darüber.

durch welche er eine dem damaligen Zustande entsprechende, unmittelbar für die Landmessung brauchbare Anweisung und damit die Vorbedingung für ihre Einführung in der Praxis gegeben hat; es war hierbei in erster Linie sein Ziel dem in der Praxis thätigen Landmesser ein Lehrbuch zu verschaffen, (S. IX) „welches ihm die Grundsätze, worauf es ankommt, in möglichst populärer Weise, d. h. mit alleiniger Voraussetzung der ihm ohnehin geläufigen Vorkenntnisse darlege, die vorzüglichsten Anwendungen, vollständig entwickelt und durch Beispiele belegt, mittheile, und ihm Gelegenheit gebe, durch blosses Nachschlagen für alle vorkommenden Fälle wenigstens den Weg zu finden.“

Durch die hier ausgesprochene klare Erkenntnis — (wie wiederholt werden soll, einer wesentlichen Vorbedingung für die glatte Einführung der Methode der kleinsten Quadrate in die Technik) — hat das Gerling'sche Lehrbuch eine wesentlich grössere Bedeutung für die Landmessung erlangt, als das einige Jahre vorher, 1837, erschienene vortreffliche Buch von Hagen „Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung“. Hagen der späterhin in weiten Kreisen bekannt gewordene preussische Oberbaudirector hatte als Königsberger Student und Schüler von Bessel die Methode der kleinsten Quadrate kennen gelernt; er behandelt im Anschluss an den Vortrag seines Lehrers die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf die Theorie der Beobachtungsfehler und das Ausgleichungsprincip, um die neue Methode in das Ingenieurwesen und die Feldmessung einzuführen. — Hagen konnte sich aber nicht so wie Gerling auf weitgehende eigene praktische Erfahrungen in der Landmessung stützen und hatte dementsprechend nicht so klar ihre Bedürfnisse erkannt.

Gerling hat weiterhin eine Reihe von Ergänzungen nebst einigen Berichtigungen zu seinem Buche geliefert. Diese sind zum Theil ebenso wie das schon genannte der Ausgleichungsrechnung vorausgehende kleine Schriftchen „Die pothenotische Aufgabe in praktischer Beziehung, Marburg 1840“ durch weiteren Gedankenaustausch mit den ausübenden Landmessern entstanden. Diese späteren Schriften sind: „Erster und zweiter Nachtrag Grunert, Archiv für Mathematik und Physik, VI. Band S. 141 (1845)“, diese, veranlasst durch Erfahrungen des kurhessischen Landmessers Coester, betrifft die trigonometrische Punkteinschaltung nach der Methode der bedingten Beobachtungen durch Rückwärts- und Vorwärtseinschneiden. In einem dritten Nachtrag a. a. O., S. 375 „Ueber die Genauigkeit der Kettenmessungen“ discutirt Gerling die ihm von dem bei ihm studirenden Landmesser Handschuh aus Fulda vorgelegten Längenmessungen; es hat wohl Interesse das Ergebniss zu kennen und mit unserer heutigen Anschauung und anderen Arbeiten zu vergleichen\*): Die Fehler sind abhängig von der Kettenlänge;

\*) D. Zeitschr. 1896 S. 7.

Stabmessung ist genauer als Kettenmessung; die Fehler sind nicht proportional der durchmessenen Länge, aber doch zeigt sich besonders bei der Stabmessung, ein langsames beinahe stetiges Ansteigen, so dass man in erster Näherung wohl die mittleren Fehler der gemessenen Länge proportional setzen kann. Dagegen findet sich bei der Kettenmessung ein ziemlich gleichförmiges Ansteigen nur bis zu 65 Ruthen gemessener Länge. Von dem Anschliessen einer Formel an diese Kurven mussten wir absehen, indem sie dazu weder ausgedehnt noch regelmässig genug erschienen. — In einem vierten Nachtrag, a. a. O. XXV, Seite 219 (1855) „Ueber die Schätzung des mittleren Fehlers directer Beobachtungen“ handelt es sich um eine Neuredaction des betreffenden § 16 der Ausgleichsrechnung.\*) Veranlasst durch einen Artikel des um die Landmessung ebenfalls hochverdienten Steuerraths Vorländer „Bemerkungen über das numerische Eliminiren bei geodätischen Operationen“ in der Zeitschrift für Mathematik und Physik III. Band (1858) S. 16 haben wir ebenda S. 377 eine Entgegnung Gerling's „Bemerkungen über das indirecte Eliminiren bei geodätischen Arbeiten“, wobei er Gelegenheit nimmt, Nachricht zu geben über die Art und Weise, wie er von 1822 ab nach und nach die praktisch zweckmässige Methode von Gauss, „welcher leider selbst nie etwas darüber hat drucken lassen“, zuerst durch mündliche Anweisung gelernt habe, dann endlich durch einen Brief vom 23. December 1823, den er mittheilt. Wegen dieses sehr werthvollen Briefes muss auf die angegebene Stelle sowie auf den zu erwartenden „Briefwechsel“ verwiesen werden. Endlich haben wir noch einen letzten „fünften Nachtrag“ Grunert Arch. XXVIII, S. 379, aus dem Jahre 1862 „Ueber die Genauigkeit der Functionen bedingter Beobachtungen“; hierin handelt es sich um eine Berichtigung und Neuredaction der betreffenden Abschnitte der Ausgleichsrechnung.

Damals, im 74. Jahre stehend, sagt er: „Je weiter die Hoffnung zurücktritt, dass ich selbst noch eine zweite verbesserte Auflage meines Buches über Ausgleichsrechnung zu besorgen haben würde, um so lebhafter tritt mir die Pflicht entgegen, die Verbesserungen deren das Buch bedarf zur Benutzung für meine Nachfolger zu sammeln und die wesentlichen in Nachträgen zu veröffentlichen.“ Es ist schade, dass Gerling diese von ihm zur Beseitigung einzelner Uncorrectheiten im ersten Entwurf erhoffte zweite Auflage nicht hat erledigen können; wir würden dadurch ein schätzbares durch weitere Erfahrungen vertieftes Lehrbuch erhalten haben. Auch hierzu möchten wir Gerling im Jahre 1843 selber sprechen lassen; er sagt in der Vorrede Seite XIII: „Freilich hätte wohl das Buch an Inhalt und Vortrag gewinnen können, wenn ich noch einige weitere Jahre auf seine Ausfeilung verwendet hätte. Dies glaubte ich aber aus zwei Gründen nicht thun zu dürfen. Erstlich nämlich scheint

\*) Für Besitzer der „Ausgleichsrechnung“ sei auf das dort angeführte Druckfehlerverzeichnis Seite 221 hingewiesen.

es mir da, wo eine neue Disciplin in's praktische Leben einzuführen ist, gar nicht so sehr darauf anzukommen, dass das Lehrbuch schon in möglichster Vollendung ausgearbeitet auftrete, sondern vielmehr darauf, dass nur erst einmal die Grundlage vorhanden sei, auf welche sich weiter fortbauen und der Faden, an welchen sich weitere Untersuchungen und Ausführungen anknüpfen lassen. Sehr zu wünschen wäre es in dieser Hinsicht namentlich, dass die praktische Geometrie schon eine für sie besonders bestimmte Zeitschrift besässe, wozu freilich, nach einigen von mir gemachten Erfahrungen, für jetzt noch wenig Hoffnung zu sein scheint.“

Aus diesem Ausspruch ersehen wir, wie sehr er sich mit der praktischen Geometrie verbunden fühlte, wie er schon damals eine eigene Zeitschrift für nothwendig hielt, ja sich vielleicht sogar darum bemüht hat. Was Gerling derzeit zur Förderung der praktischen Geometrie als nothwendig erkannte, ein Organ zur Sammlung von Erfahrungen und Untersuchungen, an die sich weitere Ausführungen und ein Gedankenaustausch knüpfen konnten, ist 30 Jahre nach jenem Ausspruche ja erreicht worden, und rund 30 Jahre ist es schon zum Segen der praktischen Geometrie in Wirksamkeit.

Wohl ist die Zeit jener grossartigen und umfassenden Unternehmungen, die zu Anfang des verschlossenen Jahrhunderts für die Geodäsie auftraten und den Grund zu unserer heutigen Entwicklung legten, dahin; die damals begonnenen Landesvermessungsarbeiten sind in ein fortgerückteres Entwicklungsstadium getreten, in das der stetigen Erneuerung und Fortführung. Der damals auf Gauss'schem Boden gepflanzte junge Sprössling, den Gerling so treu gepflegt hat,\*) ist zu einem kräftigen Baum geworden, der viele junge Aeste treibt. — Die neue Zeit zeitigt aber auch neue Aufgaben; nehmen wir allein das besondere Gebiet, dem die Gerling'sche geodätische Thätigkeit angehörte, die Landmessung. — Seit über zwei Jahrzehnten sind die modernen durch die Methode der kleinsten Quadrate redigirten Vermessungsanweisungen in Wirksamkeit, und wir dürfen sagen fort und fort in erfreulicher Ausbildung begriffen; ich erinnere nur an Elsass-Lothringen. Diese Arbeiten und die neuen Stadtvermessungen haben bewiesen, dass wir dank jener Fehlertheorie, die Gerling in seinem Lehrbuche zum ersten Male den deutschen Landmessern in so anschaulicher Weise gelehrt hat, das theoretische und praktische Rüstzeug haben, so genau zu messen, wie das die Anforderungen der Technik, des Verkehrs mit Grund und Boden bis heute nur irgend verlangen. Einerseits bleibt allerdings noch Manches der weiteren Ausbildung vorbehalten, und andererseits müssen wir feststellen, dass das nach diesen modernen Methoden und Genauigkeitsanforderungen bearbeitete Gebiet noch sehr klein, fast verschwindend klein ist; für den weitaus grössten

\*) Vergl. S. 50.)

Theil unseres gesammten deutschen Vaterlandes ist das Material der speciellen exacten Landesvermessung rund ein halbes Jahrhundert hinter dem technischen Können der Gegenwart zurück. Da liegt für das neue Jahrhundert noch eine gewaltige Arbeit vor uns, und schon drängt eine neue sich gebieterisch heran. Wenn heute bei unserer hoch entwickelten Industrie, bei unserem so gewaltig fortschreitenden Handel und Verkehr, den das intensiv arbeitende deutsche Volk geschaffen hat, neue Projecte zu erneutem Ausbau und Erweiterung auftauchen, so muss es verlangen, dass diese Projecte schnell in die Wirklichkeit übertragen, ihre Möglichkeit und Zweckmässigkeit schnell geprüft werden könne.

Diesem dringenden Bedürfniss der Neuzeit, das der Landmessung eine neue umfassende Aufgabe stellt, muss sie entgegenkommen; dem immer lauter werdenden Ruf nach topographischen Specialkarten muss sie folgen. Württemberg gebührt der Ruhm, diesen Ruf zuerst verstanden und die Arbeit begonnen zu haben.

Wie vor 100 Jahren das Bedürfniss nach brauchbaren militär-topographischen Karten und nach einer erstmaligen einheitlichen Grundsteuer-Vermessung hervortrat, und diese Arbeiten die tonangebenden auf dem Gebiete der Landmessung während des verflossenen Jahrhunderts waren, — so werden die Beschaffung einer exakten modernen Grundkarte und einer technisch-topographischen Specialkarte\*) die im Vordergrund stehenden Unternehmungen des kommenden Jahrhunderts sein. Es ist an uns, in eifriger Fortarbeit die theoretischen und praktischen Hilfsmittel dazu zu rüsten.

Mit diesem „Vorblick“ möchte ich wieder anknüpfen an unseren „Rückblick“ in das verflossene Jahrhundert, und meinen Bericht über Gerling's geodätische Thätigkeit schliessen.

Was Gerling der Landmessung gewesen, wie er die Bedürfnisse der praktisch-geodätischen Arbeit zu würdigen verstand, Welch dauerndes Verdienst er sich um ihre Ausbildung durch seine landmesserische Verarbeitung der Gauss'schen Theorien erworben hat, habe ich versucht, Ihnen zu schildern.

Wenn wir uns heute dessen bewusst sind, so tragen wir damit den ihm schuldigen Dank ab, wozu es wohl keinen besseren Ort giebt als diese Stadt, in der er seine Thätigkeit begann, als dieses schöne Land, über das er sein Dreiecksnetz ausspannte, auf dessen Höhen er beobachtete und nachsann, wie er am besten des grossen Meisters Lehren für die praktische Geometrie fruchtbringend der Zukunft überliefern könnte.

\*) Koppe, die neuere Landestopographie. Braunschweig 1900.



## Neuorganisation des Vermessungswesens der Stadt Leipzig.

In Folge der Umgestaltung der Leipziger Stadtbauämter hat auch die seit ca. 15 Jahren bestehende Einrichtung des dem Tiefbauamte unterstellten städtischen Vermessungswesens eine Aenderung erfahren. Während nämlich bisher ein Theil der Vermessungstechniker direct unter dem Vorstände des Tiefbauamtes (dem Stadtbaurath), die übrigen unter der Leitung des Vermessungsinspectors in dem räumlich vom Tiefbauamte getrennten Stadtvermessungsbureau arbeiteten, ist jetzt das gesammte Vermessungspersonal in eine besondere Abtheilung unter der Bezeichnung „Tiefbauamt, Vermessungsabtheilung“ zusammengefasst und unter einheitliche Leitung gestellt worden.

Vorstand dieser Abtheilung ist der Vermessungsinspecteur. Als zweiter Beamter und Stellvertreter des Inspectors fungirt der Stadtgeometer. Diese neu geschaffene Stelle ist am 1. October d. J. dem staatlich geprüften Vermessungsingenieur Ferber, vorher Beamter im städtischen Vermessungsamte zu Dresden, übertragen worden. Das weitere technische Personal setzt sich zusammen aus sechs etatsmässigen Beamten und fünf Hilfsarbeitern, die der Neumessung zugetheilt sind, sowie aus zwei etatsmässigen Beamten und vier Hilfsarbeitern, welche die laufenden Arbeiten erledigen.

Hierzu kommen noch 1 etatsmässiger Aufseher (zugleich Inventar- und Materialenverwalter), 1 Expeditions-hilfsarbeiter und 18 Messgehülfen, von denen 10 dauernd, 8 nur während der Messungsperiode beschäftigt sind.

Im Ganzen zählt sonach die städtische Vermessungsabtheilung zu Leipzig gegenwärtig

11 etatsm. Beamte, darunter 1 nichttechnischer,
10 Hilfsarbeiter, „ 1 „
18 Messgehülfen, „ 8 nur zeitweilig beschäftigte.

Die ordentlichen Ausgaben bei der Vermessungsabtheilung sind für das Jahr 1901 mit rund 75 000 Mk. veranschlagt. Davon kommen auf die Neumessung 48 000 Mk., auf die Arbeiten für den Betrieb 27 000 Mk. Die zu erwartenden Einnahmen betragen nach den Ergebnissen der Vorjahre etwa 5000 Mk.; es reducirt sich demnach der ordentliche Gesamtaufwand der Vermessungsabtheilung auf ca. 70 000 Mk.

Im Haushaltsplan für 1901 ist ferner noch eine ausserordentliche Ausgabe von 5000 Mk. eingestellt, als erste Jahresrate für die Herstellung eines Stadtplanes durch Kupferstich im Maassstabe 1:10 000. Dieser Plan ist hauptsächlich für das Adressbuch und die städtischen Verwaltungsstellen bestimmt und soll dem Mangel an einem correcten Uebersichtsplane abhelfen.

Leipzig, im Dezember 1900. *Händel.*

## Auflösung quadratischer Gleichungen mit dem Rechenschieber.

Im 19. Heft, Seite 495, Jahrgang 1900 der Zeitschrift findet sich eine interessante Mittheilung von Herrn Professor Dr. Hammer über diesen Gegenstand, zu der ich mir einige Worte gestatten möchte. Die Coefficienten  $a$  und  $b$  der quadratischen Gleichung

$$x^2 + ax = b$$

stehen zu den beiden Wurzeln  $x_1$  und  $x_2$  derselben in einer Beziehung, die allgemein durch die beiden Gleichungen

$$x_1 + x_2 = -a \text{ und } x_1 x_2 = -b$$

ausgedrückt wird. Diejenigen Leser, die mit der Lehre von den Gleichungen nicht mehr ganz vertraut sind, mögen daran erinnert werden, dass jede quadratische Gleichung auf die Form

$$(x-x_1)(x-x_2) = 0$$

gebracht werden kann. Multiplicirt man dies aus, so wird

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0$$

oder

$$x^2 + a \cdot x - b = 0,$$

wenn man die Bezeichnungsweise der Eingangsgleichung anwendet. Daraus folgen ohne Weiteres die erwähnten Beziehungen.

Hieraus ergibt sich nun, dass man die Rechnungsregel wohl besser etwas anders ausdrückt, als es Herr Professor Dr. Hammer in der angezogenen Mittheilung gethan hat. Um die Wurzeln der quadratischen Gleichung mit Rücksicht auf die Vorzeichen richtig zu finden, muss man  $a$  nicht als den Unterschied, sondern als die negativ genommene Summe der beiden Wurzeln betrachten, deren Product nicht  $b$ , sondern  $-b$  ist. Nur diese Fassung ist allgemein gültig, während die andere in manchen Fällen auf Widersprüche führt. So giebt z. B. die Gleichung

$$x^2 + 5x = -6$$

mit  $a = +5$  und  $b = -6$ , die Wurzeln  $x_1 = -2$  und  $x_2 = -3$ , deren negative Summe richtiger  $+5$  und deren negatives Product  $-6$  ist, während ihr Unterschied  $+1$  oder  $-1$  und ihr Product  $+6$  sein würde.

Dr. H. Zimmermann, Berlin.

## Bücherschau.

*Die Veranschlagung und Verdingung von Bauarbeiten in Zusammenlegungssachen* zum praktischen Gebrauch für Vermessungsbeamte der landwirthschaftlichen Verwaltung, Wegebau- und Meliorationstechniker von E. Deubel, Landmesser und Culturtechniker. Berlin bei Paul Parey. — Preis gebunden 7 Mark. —

Wenn von irgend einem Buche, so kann man von dem vorliegenden sagen, dass es einem praktischen Bedürfnisse seine Entstehung verdankt, dass es aus der Praxis heraus für die Praxis geschrieben wurde. Die

sogenannten Folgeeinrichtungen, d. h. die als Folge einer stattgehabten Zusammenlegung der Grundstücke nöthig gewordenen Bauten von Wegen, Gräben, Brücken, Canälen u. s. w. bilden in ihrer Gesammtheit sozusagen einen besonderen Zweig der Culturtechnik und es fehlt sowohl für deren Ausbau, als für die Veranschlagung eine einheitliche Anleitung. Daher muss Jeder, der mit diesen Arbeiten zu thun bekommt, die einzelnen Angaben mühsam aus allen möglichen Werken zusammensuchen. Auch die Generalcommissionen, welche sich seit etwa 50 Jahren mehr oder minder intensiv mit der Ausführung der Folgeeinrichtungen befasst haben, haben einheitliche und durchgreifende Bestimmungen über diesen Gegenstand bis jetzt nicht erlassen, und so ist, wie der Verfasser in der Einleitung zu seinem Buche richtig bemerkt, der Landmesser, welcher einen solchen Kostenanschlag aufzustellen hat, lediglich auf seine eigene Sachkenntniss und die Rathschläge älterer Collegen angewiesen.

Der Verfasser hat sich nun zur Aufgabe gestellt, für alle bei dem Ausbau des Wege- und Grabennetzes vorkommenden Bauarbeiten die Einheitspreise zu entwickeln und giebt bezüglich der meisten Arbeiten ausserdem eine kurze Anleitung zu deren Ausführung. Das Werk ist in 2 Hauptabschnitte getheilt, nämlich die Einleitung und die Entwicklung der Einheitspreise.

Ausserdem enthält es in einem Anhange die allgemeinen Bedingungen für die Verdingung, und Ausführung von Bauten, Arbeiten und Lieferungen u. s. w. worauf wir unten weiter zurückkommen werden.

Die Einleitung zerfällt in drei Unterabtheilungen:

I. Das Verdingungsverfahren.

II. Baukosten.

III. Bauleitung und Unterhaltung.

Den Ausführungen über das Verdingungsverfahren kann man unbedenklich beipflichten, namentlich der Ansicht des Verfassers, dass die Verdingung nach Einheitspreisen dem Ab- oder Aufgebot nach Procenten der Bausumme unbedingt vorzuziehen ist. Vorsichtiger wird man bezüglich der vom Verfasser vorgeschlagenen Herabminderung der Baukosten durch Verschmälerung der Wege und Beschränkung der Seitengräben sein müssen. Wenn der Verfasser damit dem Unfuge des Einackerns der öffentlichen Wege u. s. w. zu steuern glaubt, so ist er entschieden im Irrthum denn es kommt nicht allzuseiten vor, dass die ausgewiesenen Wege gänzlich oder auf Fusswegsbreite eingackert und die Gräben zur Erleichterung der Ueberfahrten zugeworfen werden. Hier hilft weiter nichts als eine energische Feldpolizei.

Sehr beachtenswerth sind die Vorschläge über die Bauleitung und Unterhaltung namentlich die Seite 13 und 14 hervorgehobenen Punkte zur Aufnahme in die Ausführungsbestimmungen.

Die Entwicklung der Einheitspreise erfolgt in der einfachsten Weise und es ist ein grosser Vorzug des Buches, dass hier nicht

wieder die jedem Culturtechniker bekannten und in den vorhandenen Lehrbüchern genügend entwickelten theoretischen Formeln wiederholt werden. Dagegen muss hervorgehoben werden, dass die diesem Capitel beigegebenen Tabellen ihrer Uebersichtlichkeit wegen ohne jegliche Erläuterung Jedermann verständlich sind. Auch sind verschiedene derselben bei Aufstellung der Kostenanschläge ohne Weiteres zu verwerthen, ein Umstand, der die praktische Brauchbarkeit des Buches sehr erhöht.

Mag nun Mancher vielleicht der Ansicht sein, dass es vorzuziehen sei, die eine oder andere Arbeit, welche der Verfasser nach laufenden Metern veranschlagt, nach Quadratmetern oder Cubikinhalten zu berechnen, mögen in Fachkreisen über die Preise für einzelne Arbeiten Meinungsverschiedenheiten bestehen, so ändert das an der Brauchbarkeit des Buches durchaus nichts, denn ein allgemein gültiges Recept lässt sich eben nicht geben.

Ein Umstand aber, welcher diesem Capitel seine Brauchbarkeit in jeder Beziehung sichert, ist dessen übersichtliche und praktische Anordnung.

Wer jemals einen Kostenanschlag in Auseinandersetzungssachen zu bearbeiten hat, der mag getrost der Reihe nach den einzelnen Paragraphen folgen, so wird er sicher nichts Wesentliches übersehen und seine Arbeit mit der nöthigen Gründlichkeit und Vollständigkeit beenden, um sie der Verdingung zu Grunde zu legen.

Da der Raum es nicht gestattet, auf jedes Capital und noch weniger auf dessen Unterabtheilungen einzugehen, so sei hier nur der Hauptinhalt kurz wiedergegeben.

Capitel I. Erdarbeiten umfasst die Eintheilung der Bodenarten, das Lösen, Laden und Werfen des Bodens und die einzelnen besonderen Categorien der Wege.

Capitel II handelt von der Bodenbewegung, sowie von den Frachten auf Landwegen und Eisenbahnen.

Capitel III bespricht die Nebenarbeiten beim Wege- und Grabenbau als: Rodungen, Pflanzungen, Einfriedigungen u. s. w.

Capitel IV. Befestigung der Fahrbahn einschliesslich Beschaffung des Steinmaterials.

Capitel V. Böschungs-, Ufer- und Sohlenbefestigung, unter Anderen die erforderlichen Rasenarbeiten, Faschinenarbeiten, Flechtzäune und die etwaigen Befestigungen aus Stein.

Capitel VI. Mauermaterialien.

Capitel VII. Mauerwerk und Pflaster.

Capitel VIII. Holzpreise, Zimmer- und Rammarbeiten.

Capitel IX. Eisenpreise und Bearbeitungskosten.

Das X. Capitel handelt in 3 Unterabtheilungen von den Meliorationen und Wasserleitungen, welche zwar auch in Zusammenlegungssachen vorkommen, aber nicht als eigentliche Folgeeinrichtungen betrachtet werden.

Der Anhang enthält Entwürfe zu den allgemeinen und speciellen Bedingungen für die Ausführung von Bauten, Arbeiten und Lieferungen, ein Beispiel zu einem Kostenanschlage nebst dem zu gehörigen Massenverzeichnis und der Erdmassenberechnung, sowie Muster für die Ausschreibung, die Verdingungsverhandlung und den Verdingungsvertrag.

Da, wie schon vorhin bemerkt, keinerlei amtliche Vorschriften über das Verdingungsverfahren vorhanden sind, so werden die hier mit umfassender Sachkenntniss gegebenen Entwürfe jedem Collegen sehr willkommen sein.

Ein alphabetisches Sachregister erleichtert den Gebrauch des Buches.

Die Ausstattung des Buches ist eine gute und der Preis von 7 Mk. für das gebundene Exemplar ein mässiger.

Wenn nun auch der Eine oder Andere nicht in allen Theilen den Ansichten des Verfassers zustimmen mag, sollte dennoch das Buch in der Bibliothek keines einzigen Auseinandersetzungsländmessers fehlen, denn sowohl der ältere als der jüngere College wird dasselbe mit grossem Vortheil benutzen können.

Cassel im November 1900.

Hüser.

*Fuhrmann, Dr. A.*, Prof. Naturwissenschaftliche Anwendungen der Differentialrechnung. Lehrbuch und Aufgabensammlung. Mit 28 Holzschnitten. Theil I der „Anwendungen der Infinitesimalrechnung in den Naturwissenschaften, im Hochbau und in der Technik.“ Zweite Auflage. Berlin 1900, Ernst und Sohn.

Die erste im Jahre 1888 erschienene Auflage des vorliegenden Bandes von Fuhrmann's Schriften ist im Jahrgang 1889 der Zeitschrift f. Vermessungsw., S. 221 u. f., besprochen worden. Die neue Auflage hat aber eine beträchtliche Erweiterung von 148 auf 239 Seiten erfahren, so dass die Studirenden wohl nach allen Richtungen hin befriedigt werden können. Der meist der Physik und Chemie entnommene Stoff ist in die 5 Capitel getheilt: Differenzen und Differentiale, sowie einfache und mehrfache Differentiation; Linien und Flächen; vieldeutige Symbole; Maxima und Minima; Reihen. Den meisten Capiteln ist noch ein werthvolles Verzeichniss einschlägiger Aufgaben mit Literaturangaben, die namentlich zu eignen Arbeiten anregen sollen, beigefügt.

P.

## Hochschul-Nachrichten.

An der Landwirthschaftlichen Hochschule in Berlin, Invalidenstr. 42, finden auch im nächsten Jahre, und zwar in der Woche vom 4. bis 9. Februar 1901 wiederum Unterrichtscurse für praktische Landwirthe statt, an denen theilzunehmen, auch Damen

gestattet ist. Programme werden auf Wunsch durch das Hochschul-Secretariat übersandt.

Die an der Königlichen Landwirthschaftlichen Hochschule zu Berlin angekündigten Vorlesungen und Uebungen werden im gegenwärtigen Wintersemester von 619 Studirenden (gegenüber 580 Studirenden im Wintersemester 1899/1900) besucht und zwar von

405 ordentlichen und ausserordentlichen Hörern,

214 Hospitanten, unter denen sich

25 Studirende der Universität,

10 Studirende der Bergakademie,

2 Studirende der Technischen Hochschule befinden.

Von den vorstehend aufgeführten Studirenden gehören

241 der landwirthschaftlichen,

258 der geodätisch-kulturtechnischen und

120 der landwirthschaftlich-technischen Abtheilung an.

Berlin, den 29. December 1900.

(Mitgetheilt vom Rectorat der Kgl. landw. Hochschule.)

## Personalnachrichten.

**Königreich Preussen.** Eisenbahn-Directionsbezirk Kattowitz.

Ab 1. December. 1) Pensionirt: Landmesser, technischer Eisenbahn-Secretair von Collas. 2) In das Beamtenverhältniss übernommen: Landmesser Max Kanert. 3) Neu eingestellt: Landmesser Wiegand.

**Königreich Bayern.** Flurbereinigungscommission: Befördert zum Flurber.-Geometer I. Kl. der Flurber.-Geometer II. Kl. Fritz Stoll. Ernannt zu Flurber.-Geometern II. Kl. die Assistenten Josef Stummvoll, Julius Dick und Jakob Feyock; zu Messungsassistenten die geprüften Geometer Wilhelm Fexer, August Weiss und Max Schleicher.

S. K. H. der Prinzregent geruhen, dem Kgl. Steuerrathe Waltenberger den Verdienstorden vom heiligen Michael 4. Kl. und dem Oberrevisor Stinglwagner den Titel eines Kgl. Lithographie-Inspectors zu verleihen; dann die erledigte Stelle des Vorstandes der Messungsbehörde Burghausen dem Kreisgeometer Karl Stephinger unter Ernennung zum Bezirksgeometer II. Kl. zu verleihen und zum Kreisgeometer bei der Regierungsfinanzkammer von Oberbayern den Messungsassistenten Georg Gutermann zu ernennen; endlich den Vorstand der Messungsbehörde Winnweiler Philipp Schmidt zum Bezirksgeometer I. Kl. zu befördern.

**Königreich Württemberg.** Seine Majestät der König hat unterm 5. December 1900 auf die neuerrichtete Bezirksgeometerstelle für die Oberamtsbezirke Kirchheim und Nürtingen mit dem Wohnsitz in Kirchheim den Bezirksgeometer Rheinweiler in Ellwangen seinem Ansuchen gemäss versetzt und die neuerrichtete Bezirksgeometerstelle für die Oberamtsbezirke Mergentheim und Künzelsau mit dem Wohnsitz in Mergentheim dem Hilfsgeometer Gögler bei dem Katasterbureau übertragen.

**Sachsen-Coburg.** Seine Durchlaucht der Herr Regierungsverweser haben dem Obergemeter Brückner in Coburg die am grünweissen Bande im Knopfloch zu tragende Herzog Alfred-Medaille gnädigst zu verleihen geruht.

**Elsass-Lothringen.** Gestorben: Personalvorsteher, Katastercontroleur Hoppe in Diedenhofen i. Lothr.

## Vereinsangelegenheiten.

**Die Einziehung der Beiträge für das laufende Jahr findet in der Zeit vom 1. Januar bis zum 10. März d. J. statt. Die Herren Mitglieder werden ersucht, nach dem 10. März Einsendungen nicht mehr zu machen, da von diesem Zeitpunkte ab die Einziehung durch Postnachnahme erfolgt. Der Beitrag beträgt 6 Mark, das Eintrittsgeld für neu eintretende Mitglieder ausserdem 3 Mark.**

**Bei der Einsendung bitte ich, die Mitgliedsnummer gefl. angeben zu wollen, da dieses eine grosse Erleichterung für die Buchung ist.**

**Gleichzeitig ersuche ich, etwaige Personal- und Wohnungsveränderungen auf dem Abschnitte angeben und ausdrücklich als solche bezeichnen zu wollen, damit das Mitgliederverzeichniss bei der Gegenwart erhalten werden kann.**

**Nur dadurch kann die rechtzeitige und ununterbrochene Zusendung der Zeitschrift gewährleistet werden.**

Cassel, Emilienstrasse 17, den 1. Januar 1901.

**Die Kassenverwaltung des Deutschen Geometer-Vereins.**

*Hüser*, Oberlandmesser.

## Aus den Zweigvereinen.

### Casseler Landmessenverein.

In der diesjährigen Hauptversammlung am 27. October wurde der Vorstand wie folgt neugewählt:

Vorsitzender: Steuerinspector Lehnert,  
Stellvertreter: Landmesser Prasse,  
Schriftführer: Landmesser Krafft II,  
Bücherwart: Landmesser Waechter,  
Rechnungsführer: Landmesser Werner II,

sämmtlich zu Cassel.

## Neue Schriften über Vermessungswesen.

- Eichholtz*, Kgl. Landmesser. Die Bodeneinschätzung unter besonderer Berücksichtigung der bei Preussischen General-Commissionen hierüber erlassenen Bestimmungen. Für die Beamten der General-Commissionen, Landmesser, Kreiseinschätzer und Landwirth. Mit 11 Textabbildungen und 3 Tafeln. Berlin 1900, P. Parey. Preis in Leinen geb. 7,50 Mk.
- Dolezal*, E., Prof. Ueber Photogrammetrie und ihre Anwendungen. Vortrag, gehalten den 31. Januar 1900. Mit 2 Tafeln und 3 Abbildungen im Texte. Wien 1900, Selbstvertrag des Vereins zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse. (Vorträge des Vereins zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse in Wien, XL. Jahrgang, Heft 10.)
- Bandemer*, M., Ing. Feldmessen und Nivelliren für Bau- und ähnliche Schulen und zum Selbstunterricht. Mit 65 in den Text gedruckten Abbildungen und einer lithographirten Tafel. Wiesbaden 1901, C. W. Kreidel. Preis 1,60 Mk.
- Deutsche Seewarte*. Zweiundzwanzigster Jahresbericht über die Thätigkeit der Deutschen Seewarte für das Jahr 1899. Erstattet von der Direction. Beiheft I zu den „Annalen der Hydrographie und Maritimen Meteorologie“, 1900. Hamburg 1900. Gedruckt bei Hammerich & Lesser in Altona.
- Helmert*, Dr. F. R., Prof. Zur Bestimmung kleiner Flächenstücke des Geoids aus Lothabweichungen mit Rücksicht auf Lothkrümmung. Erste Mittheilung. Sitzungsberichte der Königlich preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe vom 1. November 1900 (XLII. Bd.), Seite 964—982.

## Inhalt.

Größere Mittheilungen: Christian Ludwig Gerling's geodätische Thätigkeit, von Reinhertz. — Neuorganisation des Vermessungswesens der Stadt Leipzig, von Händel. — Auflösung quadratischer Gleichungen mit dem Rechenschieber, von Zimmermann. — Bücherschau. — Hochschulnachrichten. — Personalnachrichten. — Vereinsangelegenheiten. — Neue Schriften über Vermessungswesen.