ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

Organ des Deutschen Geometervereins.

Herausgegeben von

Dr. C. Reinhertz, Professor in Hannover. und **C. Steppes,** Obersteuerrath in München.

1901. **Heft 8.** **Band XXX.**

15. April.

Zur Kreisbogenabsteckung.

Von Professor **E. Hammer.**

Bei Kreisaussteckungen haben die abzusetzenden Bögen bekanntlich fast immer r u n d e Halbmesser, so dass man bei der Coordinatenmethode für die Kleinpunkte die Coordinaten der Punkte unmittelbar in den Tabellen findet und ebenso bei der Peripheriewinkel-Sehnenmethode die Vielfachen der Peripheriewinkel.

Es kommt nun aber doch nicht ganz selten vor, dass man auch Kreisbögen mit nicht runden, z. B. berechneten, Halbmessern abzustecken hat, so dass man die Coordinaten der Kreispunkte (rechtwinklige Coordinaten oder Polarwinkel) nicht unmittelbar in den Tabellen findet; oder dass man in einem Bogen von rundem Halbmesser einen Punkt einschalten will, dessen rechtwinklige Coordinaten man nicht unmittelbar in der Tafel hat; u. s. f.

Zu diesen Aufgaben seien in der folgenden didaktischen Notiz einige Formeln angegeben, die sich in den geodätischen Lehrbüchern nicht finden, die aber als R e c h n u n g s c o n t r o l e n gute Dienste leisten können und die an diesen kleinen U e b u n g s b e i s p i e l e n abermals zeigen sollen, wie bequem man überall, wo es sich um kleine Zahlenverschiebungen handelt, den Rechenschieber anwenden kann.

I. Bei der „C o o r d i n a t e n m e t h o d e" setze ich r u n d e Abscissen, nicht gleichabständige Bogenpunkte, voraus, also die in Süddeutschland überwiegend gebrauchte Methode (vgl. dazu z. B. J o r d a n, Handbuch, Bd. II, 5. Aufl., 731—732 und 733); als Taschenbuch dafür ist vor allem K n o l l, Taschenbuch zum Abstecken der Curven (zuerst Stuttgart 1873) empfehlenswerth, wo alle Ordinaten für die angenommenen runden Halbmesser (140 verschiedene Werthe; von $R = 10$ bis 20 mit dem Intervall 2,5; von $R=20$ bis 200 mit dem Intervall 5; von da bis 760 mit 10; von da bis 1000 mit 20; von da bis 3000 mit 100; von da bis 5000 mit 500; von da bis 10 000 mit 1000) und die angenommenen runden Abscissen (Abstand 2,5 bis $R=200$; 5 bis 1000; 10 bis 3000; 20 bis 10 000) bis auf 0,001 ausgerechnet sind. (Vgl. auch Jordan, Kreiscoordinaten für 200 Radien, Leipzig 1881.)

Man hat hier, da die Abscisse x angenommen wird, y einfach zu rechnen aus

$$y = R - \sqrt{R^2 - x^2} \tag{1}$$

oder für directe logarithmische Rechnung:

$$y = R - \sqrt{(R+x)\,(R-x)}\,, \tag{2}$$

wobei nur, da y als Differenz zweier Zahlen entsteht, die nicht gegebene dieser zwei Zahlen, wenn sie gross wird, verhältnissmässig sehr scharf beantwortet werden muss. Wird x im Verhältniss zu R nicht gross, und bleibt also y klein, so kann man bekanntlich, besonders also für grosse R, an die Stelle von (2) die Reihe setzen:

$$y = \frac{x^2}{2R} + \frac{x^4}{8R^3} + \frac{x^6}{16R^5} + \dots\,, \tag{3}$$

von der je nach Umständen das 1. + 2., bei grossem R selbst das 1. Glied (Parabelordinate) genügt.

1) Es sei nun, als erste Aufgabe, bei einem bestimmten R, das man unmittelbar in der Tafel findet, für ein x, das nicht unmittelbar in der Tafel enthalten ist, das zugehörige y zu bestimmen (Einschaltung eines Bogenpunkts mit nicht runder Abscisse). Man hat dazu drei Wege:

a. directe Rechnung nach (2) oder (3). Z. B. was ist mit $R = 400$ m y für $x = 31$ m? Die Gleichung (2) giebt bei $(R+x) = 431$, $(R-x) = 396$ und mit 6 stelligen Logarithmen:

431	2 · 634 477	$y = 400{,}000 - 398{,}797$ oder
369	2 · 567 026	
Prod.	5 . 201 503	$y = \underline{1{,}203}$ m.
$\sqrt{}$	2 · 600 751$_5$	

Die Ausrechnung nach (3), die hier ebenfalls unmittelbar bequem ist und wobei die zwei ersten Glieder genügen, liefert:

$$\frac{x^2}{2R} = \frac{961}{800} \qquad = 1{,}201_2$$

$$\frac{x^4}{8R^3} = \frac{x^2}{2R}\cdot\frac{x^2}{4R^2} = 1{,}20 \cdot \frac{961}{4.160\,000} = 0{,}001_8$$

$$y = \underline{1{,}203}\text{ m.}$$

b. Interpolation in der Tafel, wobei es sich aber jedenfalls um parabolische, nicht lineare Einschaltung handelte. Man findet in der Tafel bei $R = 400$ folgende Angaben, denen die Differenzreihen (diese in Millimetern) gleich beigefügt sind:

x	y	Δy	$\Delta^2 y$
30	1,127		
		+ 407	
35	1,534		+ 64
		+ 471	
40	2,005		+ 63
		+ 534	
45	2,539		

Da das gegebene Argument 31 in $^1/_5$ des Intervalls zwischen 30 und 35 liegt, so lautet die Einschaltung (wobei die Schaltzusätze in mm genommen werden) folgendermaassen:

$$y = 1{,}127 + \binom{^1/_5}{1} 407 + \binom{^1/_5}{2} 64$$

$$= 1{,}127 + \frac{1}{5} . 407 + \frac{\frac{1}{5} \cdot - \frac{4}{5}}{1 \cdot 2} \cdot 64 = 1{,}127 + \overbrace{81{,}4 - 5{,}1}^{\text{Millimeter}}$$

$$= \underline{1{,}203.}$$

Es ist wohl selbstverständlich, dass man auch hier, wenn die Zahlen des Arguments u. s. f. nicht so einfach sind, wie hier angenommen ist, mit Vortheil sich des Rechenschiebers bedient.

c. Ein dritter Weg, der wie oben gesagt, zu Controlrechnungen willkommen sein kann und der sehr nahe liegt, ist folgender: Durch Differentiation von (1), in dem man das zu einem bestimmten $d\,x$, bei constantem R, gehörige $d\,y$ sucht, wird:

$$d\,y = -\frac{1}{2} (R^2 - x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot -2\,x \cdot d\,x \text{ oder}$$

$$d\,y = + \frac{x}{R - y} . d\,x. \tag{4}$$

Ist y gegen R sehr klein, wie gewöhnlich, so kann man dafür auch setzen:

$$d\,y \approx + \frac{x}{R} d\,x, \tag{4'}$$

eine Formel, die der Differentiation von (3) entspricht, wenn man auf der rechten Seite nur das 1. Glied berücksichtigt, also $y \approx \frac{x^2}{2\,R}$ setzt.

Im vorliegenden Beispiel mit $d\,x = +1$, von $x + 30$ aus, und $R = 400$ wird:

$$y = 1{,}127 + \frac{30 \cdot 1}{400} \text{ Meter} = \underline{1{,}202 \text{ m}}$$

und dieser Ausdruck ist, bei weniger einfachen Zahlen mit dem Rechenschieber zu rechnen, der einfachste. Die Differenz von 1 mm in y

gegen a. und b. ist an sich ohne Bedeutung, zeigt aber doch, dass man bei einer solchen Differentialformel, wie sie hier in 5) aufgestellt ist, etwas vorsichtig sein muss, d. h. sie nicht auf verhältnissmässig zu grosse Werthe dx ausdehnen darf.

2) Aehnlich sind die Wege, die man einschlagen kann, um für einen nicht runden oder sonst in der Tafel sich nicht findenden Halbmesser R das zu einem bestimmten x gehörige y zu berechnen.

a. Die directe Ausrechnung nach (2) oder (3) bleibt in Beziehung auf die Arbeit im Allgemeinen ziemlich gleich, ob R rund oder nicht rund ist. Z. B. sei $R = 405$, $x = 80$; dies giebt nach (2) $y = 405{,}000 - \sqrt{485 \cdot 325}$ oder (die Wurzel 6 stellig berechnet) $\underline{y} = 405{,}000 - 397{,}020 = \underline{7{,}980}$.

b. In der Tafel finden sich für $R = 400$, 410, 420, 430 die folgenden Ordinaten zur Abscisse $\underline{x = 80}$; dabei sind wieder sogleich die 1. und 2. Differenzen (in Millimetern) angeschrieben:

$\underline{x = 80.}$

R	y	Δy	$\Delta^2 y$
400	8,082		
		— 201	
410	7,881		+ 9
		— 192	
420	7,689		+ 10
		— 182	
430	7,507		

Die Interpolation für 405 $\left(\text{Mitte zwischen 400 und 410, } n = \frac{1}{2}\right)$ lautet also, wenn die Schaltglieder wieder gleich in mm genommen werden:

$$y = 8{,}082 + \frac{1}{2}\ 5{,}201 + \frac{\frac{1}{2} - \cdot \frac{1}{2}}{1 \cdot 2} \cdot + 9$$

$$= 8{,}082 - \underbrace{100{,}5 - 1{,}1}_{\text{mm}} \text{ oder } \underline{y = 7{,}980} \text{ wie oben.}$$

c. Auch hier kann man aber wieder eine bequeme Differentialformel herstellen. Aus

$$y = R - \sqrt{R^2 - x^2} \tag{1}$$

folgt, indem man nun x als constant ansieht, und das zu dR gehörige dy sucht:

$$d\,y = d\,R - \frac{1}{2}(R^2 - x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2R \cdot dR \text{ oder}$$

$$d\,y = \left(1 - \frac{R}{\sqrt{R^2 - x^2}}\right) d\,R = \left(1 - \frac{R}{R-y}\right) d\,R \text{ oder}$$

$$d\,y = -\frac{y}{R-y} \cdot d\,R. \tag{5}$$

Ist hier wieder y sehr klein gegen R, so genügt die Näherung:

$$d\,y \approx -\frac{y}{R} \cdot d\,R, \tag{5'}$$

eine Gleichung, die man auch wieder erhält, wenn man (3) statt (2) differentiirt und auf der rechten Seite nur das erste Glied $\left(y = \frac{x^2}{2\,R}\right)$ berücksichtigt.

Im obigen Beispiel mit $R = 400$, $d\,R = +5$, $y = 8{,}082$ für $R = 400$, wird:

für $R = 405 \parallel y = 8{,}082 - \frac{8{,}08}{400-8} \cdot 5\text{ m} = 8{,}082 - 0{,}102 = \underline{7{,}980}$

wie oben und diese Rechnung ist, mit Benützung des Rechenschiebers, wieder die bequemste.

II. Endlich sei auch noch für die Peripheriewinkel-Sehnenmethode die entsprechende Differentialformel angegeben, obgleich man hier die einfache directe Rechnung nie unterlassen wird.

Zur Sehnenlänge s (z. B. Messbandlänge von 20 m) gehört im Kreis vom Halbmesser R der Tangenten-Sehnen- und Peripheriewinkel φ nach

$$\sin \varphi = \frac{\frac{s}{2}}{R} = \frac{s}{2\,R}. \tag{6}$$

Wie ändert sich φ, wenn R sich um $d\,R$ verändert? Aus (6) folgt unmittelbar, da s constant bleibt:

$$\cos \varphi \cdot d\,\varphi = \frac{s}{2} \cdot -1 \cdot R^{-2} \cdot d\,R = -\frac{s}{2\,R} \cdot dR \text{ oder}$$

$$d\,\varphi = -\frac{\frac{s}{2}}{R^2} \cdot d\,R \cdot \frac{1}{\cos\varphi} \text{ im Bogenmaass oder also im}$$

Winkelmaass:

$$d\,\varphi'' = -\frac{s}{2\,R^2} \cdot d\,R \cdot \frac{1}{\cos\varphi} \cdot \rho''. \tag{7}$$

Da hier praktisch fast immer genügend genau $\cos\varphi \approx 1$ ist (z. B. bei $R = 300$ und selbst $s = 20$ ist φ nur etwa 2^0, $\cos\varphi$ also nur um 6/10000 kleiner als 1), so kann man für (7) auch setzen:

$$d\;\varphi'' \approx -\frac{\frac{s}{2}}{R^2} \cdot d\,R \cdot \rho'', \tag{7'}$$

was mit dem Rechenschieber bequem auszurechnen ist. Es sei z. B. $s = 20$ m, $R = 2500$ m; mit $d\,R = +100$ m (also dem neuen $R = 2600$ m) wird (Rechenschieber)

$$d\,\varphi'' = -\frac{10\,.\,100}{6\,250\,000}\cdot 206\,265'' = -33''$$

(oder, wenn im Nenner statt 2500^2 auf das veränderte R etwas Rücksicht genommen wird, $d\,\varphi = -32''$). In der That findet sich in der Knoll'schen Tafel bei $R = 2500$ ($s = 20$) $\varphi = 0^0\,13'\,45''$, bei $R = 2600$ $\varphi = 0^0\,13'\,13''$, $d\,\varphi$ ist also $= -32''$; 6 stellige Rechnung giebt schärfer folg. Zahlen: $R = 2500$, $\varphi = 0^0\,13'\,45{,}06''$; $R = 2600$, $\varphi = 0^0\,13'\,13,\,33''$, oder $d\,\varphi = -31,73''$. Die Differenz gegen das oben berechnete $d\,\varphi$ erklärt sich durch das grosse $d\,R$, wäre aber selbst für 10 aufeinanderfolgende Bogenpunkte (10 faches φ) ohne Bedeutung. — Doch wird man, wie schon angedeutet, bei dieser II. Aufgabe die einfache directe Rechnung nie unterlassen und Gl. (7) oder (7') nur als Rechnungscontrole betrachten.

Stuttgart, September 1900. *Hammer.*

Die tachymetrische Reductions-Latte.

Von Forstdirector **G. Hilscher**, behördl. autor. Civil-Geometer u. Kulturtechnicker, Tetschen a. Elbe, Böhmen.

Die Latte hat den Zweck die Berechnung tachymetrischer Aufnahmen dadurch zu vereinfachen, dass nach Ableitung des auf Fernrohrachse und Zielpunkt bezogenen Höhenunterschiedes, unmittelbar aus der Lattenablesung sich die gesuchte Seehöhe ergiebt.

Bezeichnet man mit:

H die tachymetrisch gemessene Höhendifferenz zwischen der Fernrohrachse und dem auf der Latte anvisirten Punkte; ferner mit

H^1 die auf die zugehörigen Bodenpunkte reducirte Höhendifferenz H; ferner mit

J die Instrumentenhöhe; mit

S^0 die bekannte, vorher nivellitisch bestimmte Seehöhe des Instrumentenstandtpunktes P^0 und endlich mit

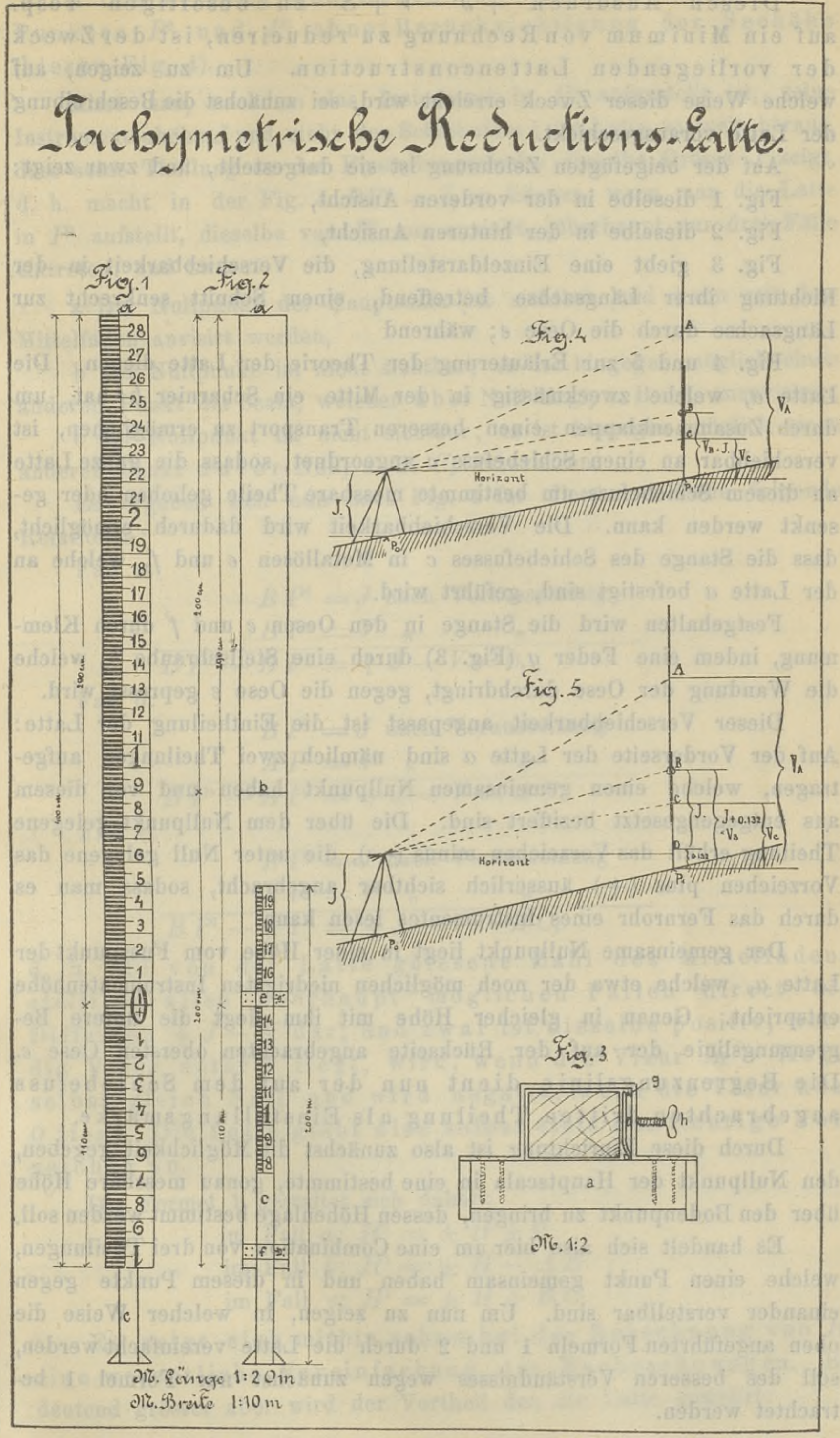
S^1 die gesuchte Seehöhe des anvisirten Punktes P^1,

so finden für tachymetrische Höhenbestimmungen folgende Relationen statt:

$$H^1 = \pm H + J - V \text{ und} \tag{1}$$

$$S^1 = \pm H + J - V + S^0. \tag{2}$$

Da nun von dem Instrument lediglich $\pm H$ gemessen wird, so bleibt bei jedem einzelnen Punkte der Ausdruck $+J - V + S^0$ als Nachrechnung, welche bei Hunderten und Tausenden von Punkten, wie sie jede grössere Terrainaufnahme giebt, so viel Zeit in Anspruch nimmt, dass sie schwerlich auf dem Felde ausgeführt werden kann.


Tachymetrische Reductions-Latte.
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Horizont
M. Länge 1:20 m
M. Breite 1:10 m
M. 1:2

Diesen Ausdruck $+J-V+S^0$ zu beseitigen resp. auf ein Minimum von Rechnung zu reduciren, ist der Zweck der vorliegenden Lattenconstruction. Um zu zeigen, auf welche Weise dieser Zweck erreicht wird, sei zunächst die Beschreibung der Latte vorausgeschickt.

Auf der beigefügten Zeichnung ist sie dargestellt, und zwar zeigt:

Fig. 1 dieselbe in der vorderen Ansicht,

Fig. 2 dieselbe in der hinteren Ansicht,

Fig. 3 giebt eine Einzeldarstellung, die Verschiebbarkeit in der Richtung ihrer Längsachse betreffend, einen Schnitt senkrecht zur Längsachse durch die Oese e; während

Fig. 4 und 5 zur Erläuterung der Theorie der Latte dienen. Die Latte a, welche zweckmässig in der Mitte ein Scharnier b hat, um durch Zusammenklappen einen besseren Transport zu ermöglichen, ist verschiebbar an einen Schiebefuss c angeordnet, sodass die ganze Latte an diesem Schiebefuss um bestimmte messbare Theile gehoben oder gesenkt werden kann. Die Verschiebbarkeit wird dadurch ermöglicht, dass die Stange des Schiebefusses c in Metallösen e und f, welche an der Latte a befestigt sind, geführt wird.

Festgehalten wird die Stange in den Oesen e und f durch Klemmung, indem eine Feder g (Fig. 3) durch eine Stellschraube h, welche die Wandung der Oese durchdringt, gegen die Oese e gepresst wird.

Dieser Verschiebbarkeit angepasst ist die Eintheilung der Latte: Auf der Vorderseite der Latte a sind nämlich zwei Theilungen aufgetragen, welche einen gemeinsamen Nullpunkt haben und von diesem aus entgegengesetzt beziffert sind. Die über dem Nullpunkt gelegene Theilung erhält das Vorzeichen minus (—), die unter Null gelegene das Vorzeichen plus (+) äusserlich sichtbar angebracht, sodass man es durch das Fernrohr eines Instrumentes lesen kann.

Der gemeinsame Nullpunkt liegt in einer Höhe vom Fusspunkt der Latte a, welche etwa der noch möglichen niedrigsten Instrumentenhöhe entspricht. Genau in gleicher Höhe mit ihm liegt die untere Begrenzungslinie der auf der Rückseite angebrachten obersten Oese e. Die Begrenzungslinie dient nun der auf dem Schiebefuss angebrachten dritten Theilung als Einstellungsmarke.

Durch diese Einrichtung ist also zunächst die Möglichkeit gegeben, den Nullpunkt der Hauptscala in eine bestimmte, genau messbare Höhe über den Bodenpunkt zu bringen, dessen Höhenlage bestimmt werden soll.

Es handelt sich also hier um eine Combination von drei Theilungen, welche einen Punkt gemeinsam haben und in diesem Punkte gegen einander verstellbar sind. Um nun zu zeigen, in welcher Weise die oben angeführten Formeln 1 und 2 durch die Latte vereinfacht werden, soll des besseren Verständnisses wegen zunächst nur Formel 1 betrachtet werden.

A Die Messung der Höhendifferenz H^1 zwischen den Punkten P^0 und P^1 ohne Berücksichtigung der Seehöhe (hierzu Fig. 4).

Misst man, nachdem das Instrument in P^0 aufgestellt ist, seine Instrumentenhöhe J und zieht den Schiebefuss c der Latte so weit heraus, dass seine Theilung an der Einstellungsmarke dieselbe Grösse J zeigt, d. h. macht in der Fig. 4 $BP^1 = J$, so können, wenn man die Latte in P^1 aufstellt, dieselbe von P^0 aus anvisirt, überhaupt nur drei Fälle eintreten; und zwar:

a Der Nullpunkt der Hauptscala ist sichtbar und kann mit dem Mittelfaden anvisirt werden,

b der Nullpunkt ist nicht sichtbar; es ist hingegen möglich einen anderen Punkt der Scala, welcher über Null liegt, z. B. A, anzuvisiren,

c der Nullpunkt ist nicht sichtbar; es ist hingegen möglich einen anderen Punkt unter Null, z. B. C, anzuvisiren.

Es ergeben sich nun nach Fig. 4 für diese drei Fälle folgende Relationen:

Fall a:

$$\begin{array}{l} BP^1 = J \text{ nach Voraussetzung} \\ BP^1 = V \quad " \qquad " \\ \hline BP^1 - BP^1 = +J - V = 0, \end{array}$$

Fall b:

$$\begin{array}{l} BP^1 = J \text{ nach Voraussetzung} \\ AP^1 = V \quad " \qquad " \\ \hline BP^1 - AP^1 = +J - V = AB, \end{array}$$

Fall c:

$$\begin{array}{l} BP^1 = J \text{ nach Voraussetzung} \\ CP^1 = V \quad " \qquad " \\ \hline BP^1 - CP^1 = +J - V = BC, \end{array}$$

d. h. die von der Latte gelesene Zahl des Mittelfadens stellt in allen überhaupt möglichen Fällen direct die Differenz $+J - V$ dar; und zwar ist dieselbe positiv, wenn die Visur unter 0 liegt, wird, wenn die Visur in 0 liegt, selbst gleich Null und wird negativ, wenn die Visur über 0 liegt. Die Latte giebt also selbst stets das richtige Vorzeichen an.

Die Formel 1 gestaltet sich daher:

$$\begin{array}{l} \text{im Fall } a\text{: } H^1 = \pm H \pm 0 \\ \text{im Fall } b\text{: } H^1 = \pm H - AB \\ \text{im Fall } c\text{: } H^1 = \pm H + BC, \end{array}$$

Es zeigt sich mithin schon bei der Berechnung von H^1 eine wesentliche Vereinfachung der Nachrechnungen. Bedeutend grösser aber wird der Vortheil den die Latte gewährt:

B Im Falle sofort die Seehöhe des anvisirten Punktes bestimmt werden soll (hierzu Fig. 5).

Ist die Seehöhe des Instrumentenstandpunktes durch ein vorausgegangenes Nivellement bestimmt, was bei grösseren Aufnahmen als Regel gilt und wurde z. B. für P^0 die Seehöhe 132,132 nivellitisch ermittelt, so wird Formel 2 lauten:

$$S^1 = \pm H + J - V + 132{,}132, \qquad (2)$$

wofür man auch schreiben kann:

$$S^1 = \pm H + J + 0{,}132 - V + 132{,}000 \qquad (3)$$

Stellt man nun das Instrument in P^0 auf, misst J und macht jetzt den Schiebefuss c der Latte gleich $J + 0{,}132$, also in der Figur 5 $BP^1 = J + 0{,}132$, so ergeben sich für die obigen drei Fälle wieder folgende Relationen:

im Falle a:

$$\begin{array}{ll} BP^1 = J + 0{,}132 & \text{nach Voraussetzung} \\ BP^1 = V & \quad" \qquad " \\ \hline BP^1 - BP^1 = J + 0{,}132 - V = 0, & \end{array}$$

im Falle b:

$$\begin{array}{ll} BP^1 = J + 0{,}132 & \text{nach Voraussetzung} \\ AP^1 = V & \quad" \qquad " \\ \hline BP^1 - AP^1 = J + 0{,}132 - V = AB, & \end{array}$$

im Falle c:

$$\begin{array}{l} BP^1 = J + 0{,}132 \\ CP^1 = V \\ \hline BP^1 - CP^1 = J + 0{,}132 - V = BC. \end{array}$$

Führt man diese drei Ausdrücke der Reihe nach in Formel 3 ein, so erhält man:

im Falle a:

$$\begin{aligned} S^1 &= \pm H \pm 0 + 132{,}000 \\ &= \underline{\pm H + 132{,}000} \end{aligned}$$

im Falle b:

$$S^1 = \pm H - AB + 132{,}000$$

im Falle c:

$$S^1 = \pm H + BC + 132{,}000,$$

d. h. es stellt in allen überhaupt möglichen Fällen die von der Latte gelesene Zahl des Mittelfadens unmittelbar das Resultat des Ausdrucks

$$\underline{+ J - V + 0{,}132}$$

dar und zwar stets mit richtigem Vorzeichen, welches die Latte selbst angiebt.

Bedenkt man nun, dass im offenen Gelände das Anvisiren des Nullpunktes fast immer möglich sein wird, so ist ersichtlich, dass die Latte die Formel 2 bis auf eine Kopfrechnung vereinfacht.

Standpunkt I.

Seehöhe desselben 125,125 m. Instrumentenhöhe 1,340 m. Latte reducirt auf Seehöhe: 125,000 m (eingestellt auf: 1,340 + 0,125 = 1,465 m).*)

1	2				3		4	5		6		7	8
Anvisirter Terrain-Punkt	Horizontal- und Vertical-Winkel				Ablesungen an den Distanzfaden u. deren Abstand		Berechnung der Distanz	Berechnung der Höhe		Berechnete Höhe Visurhöhe Reduc. Höhe		Seehöhe	Bemerkungen
1		100	11	30	—	0,173	29,920		1,585				
							3,989		02,11				
		280	11	30	+	0,173	0,598		0,031	±	0	123,173	Fall *a*
	—	3	2	—		34,6	34,507	—	1,827				
2		142	26	15	—	0,201	39,930		1,639				
		322	26	15	+	0,201	0,200		0,008	±	0	123,353	Fall *a*
	—	2	21	—		40,2	40,130	—	1,647				
3		176	18	45	—	0,200	20,000		0,049	+	0,065		
							6,000		0,014				
		356	18	45	+	0,067	0,700		0,002	—	0,066	124,999	Fall *b*
	+	0	8	30		26,7	26,700	+	0,065	—	0,001		
4		224	16	30	—	0,128	20,000		0,200				
							5,000		0,050				
		44	16	30	+	0,128	0,599		0,006	±	0	125,256	Fall *a*
	+	0	34	30		25,6	25,599	+	0,256				
5		289	39	15	—	0,516	20,000		0,200	+	0,251		
							5,000		0,050				
		109	39	15	+	0,265	0,100		0,001	+	0,390	125,641	Fall *c*
	+	0	34	30		25,1	25,100	+	0,251	+	0,641		
6		313	5	30	—	0,163	29,990		0,574				
							1,999		0,038				
		133	5	30	+	0,163	0,599		0,011	±	0	125,623	Fall *a*
	+	1	5	45		32,6	32,588	+	0,623				
7		359	5	30	—	1,950							Aufnahme
		179	5	30	—	1,396				—	1,672	123,328	mit
	±	0	0	0		55,4							
8		5	7	45	+	0,513							horizontal
		185	7	45	+	0,929				+	0,721	125,721	gestelltem
	±	0	0	0		41,6							Fernrohr

*) Die Latte ist so construirt, dass man Decimalbrüche der Seehöhe von 0,001 — ca. 0,700 auf die nächst niedere ganze Zahl, solche von 0,700—0,999 auf die nächst höhere ganze Zahl reduciren kann; im letzteren Falle dadurch, dass man den auf *J* gestellten Schiebefuss um die dekadische Ergänzung zur nächst höheren ganzen Zahl erniedrigt. Z. B. Seehöhe 132,870: Der Schiebefuss wird eingestellt auf *J* — 0,130, womit die Latte reducirt ist auf Seehöhe 133,000 m. Die Latte ist zur Patentirung in allen grösseren Kulturstaaten angemeldet.

Bei Instrumenten mit beweglichem Fadenkreuz, wo das $\pm H$ direct von der Latte gelesen werden kann, ist dadurch die Möglichkeit gegeben, die Seehöhe des anvisirten Punktes sofort auf dem Felde ohne Zeitverlust zu ermitteln; denn der Ausdruck

$$S^1 = \pm H + 132{,}000$$

ist eben nur noch eine Kopfrechnung, wenn $\pm H$ von der Latte gelesen wird.

Aber auch im Bureau wird diese grosse Rechnungsersparniss sehr angenehm bemerkbar, besonders schon deshalb, weil damit eine Quelle vieler kleiner Fehler verstopft wird.

Besonders günstig gestaltet sich die Arbeit im ebenen Terrain, wo mit horizontal gestelltem Fernrohr gearbeitet werden kann, wo also das Tachymetriren eigentlich in ein Nivellement aus dem Endpunkt übergeht. Hierbei wird in der Formel

$$S^1 = \pm H + 132{,}000$$

auch bei festem Fadenkreuz das $\pm H$ direct und mit richtigem Vorzeichen von der Latte gelesen und kann im Kopf mit 132,000 vereinigt werden.

Ebenso einfach gestaltet sich auch die Ermittelung der schiefen Distanz: man hat nur zu jeder Fadenablesung das Vorzeichen zu setzen, welches die Latte selbst angiebt und dann die zusammengehörigen Ablesungen des oberen und unteren Distanzfadens bei gleichen Vorzeichen zu subtrahiren, bei ungleichen zu addiren, was der Construction der Latte gemäss keines Beweises bedarf.

Vorstehend ist ein kleines Beispiel angeführt, in welchem die vom Stationspunkte I aufgenommenen Punkte 1—8 mit Absicht so gewählt wurden, dass alle überhaupt möglichen Fälle vorkommen. Die Aufnahme erfolgte nach der Reichenbach'schen Methode mit festem Fadenkreuz und $C = 100$. Die additionelle Constante ist vernachlässigt, da die Multiplications-Constante $C = 100$ auf mittlere Entfernungen basirt ist.

Die Distanzen und Höhen sind der tachymetrischen Tafel vom Marks und Balke entnommen. Die Ablesungen der Distanzfäden sind in Spalte 3, die Ablesungen des Mittelfadens in das mittlere Feld der Spalte 6 eingetragen.

Endlich sei noch bemerkt, dass eigener Erfahrung nach, Fehler beim Ablesen oder Irrthümer in den Vorzeichen eigentlich gar nicht vorkommen, da man nach ganz kurzer Uebung, schon auf den ersten Blick durch das Fernrohr die Lage der Faden übersieht, wozu die entgegengesetzte Bezifferung der Theilungen und der marcante Nullpunkt sehr beitragen. Die Latte wird hergestellt: für Oesterreich in der Werkstätte der Firma Starke & Kammerer, Wien, Karlsgasse; für Deutschland bei der Firma Ludwig Tesdorpf, Stuttgart.

Tetschen a. Elbe, 19. Mai 1900.

Die Vermessung des Gebietes der Stadt Kufstein in Tirol.

Von Privatdozent **H. Hohenner** in München.

In der am Fusse des Kaisergebirges nahe an der bayerischen Grenze gelegenen österreichischen Stadt Kufstein entwickelte sich im Laufe der letzten Jahre eine rege Baulust. Da nun bis zur Stunde kein Stadterweiterungsplan vorhanden war, dessen Festsetzungen für die Neubebauung bindend sind, und da auch fernerhin in Tirol im Allgemeinen bisher keine gesetzlichen Bestimmungen bestanden, durch welche die Einhaltung gewisser Baulinien erzwungen werden konnte,*) so ist es leicht begreiflich, dass einige neu entstandene Gebäude sich bereits an Plätzen befinden, welche für eine weitere zweckmässige Bebauung sehr ungünstig gelegen sind. Um der Wiederholung solcher Fälle vorzubeugen, entschloss sich der Magistrat, einen Stadterweiterungsplan mit den angegebenen Eigenschaften bearbeiten zu lassen.

Bei der Prüfung der vorhandenen Lagepläne ergab sich, dass dieselben den Anforderungen, welche an einen die Grundlage eines allgemeinen Regulirungsplanes bildenden Plan zu stellen sind, nicht genügten. Deshalb fasste der Stadtmagistrat den Beschluss, den in Frage kommenden Theil des Stadtgebietes von 2,25 qkm neu vermessen und im Maassstabe 1:1000 mit Schichtenlinien von 1 Meter Abstand zur Darstellung bringen zu lassen und gleichzeitig die Ausführung dieser Messungsarbeiten dem Verfasser zu übertragen.

Diesem Beschlusse zu Folge, war nur ein 1000theiliger Stadtplan und insbesondere ein bestimmter Theil desselben mit möglichster Beschleunigung zu fertigen. Da fernerhin nicht die grösste Genauigkeit angestrebt werden musste, so entschloss sich der Verf. die Aufnahme mit dem Messtische auszuführen. Um jedoch für die Absteckung der neu anzulegenden Strassenzüge möglichst sichere Anhaltspunkte zu erhalten und um gleichzeitig die Genauigkeit der Pläne zu erhöhen, erfolgte die Messtischmessung im Anschlusse an ein ziemlich engmaschiges trigonometrisches und polygonometrisches Netz, dessen Punkte sämmtlich in dauerhafter Weise versichert wurden. Dadurch ist die Möglichkeit geboten, dass diese Punkte bei späteren nach anderen Methoden auszuführenden Stückvermessungen sowie bei etwaigen Ergänzungsmessungen ohne Weiteres wieder benützt werden können.

Die nachstehend dargestellte Stadtvermessung kann und will also, was die Horizontalprojection betrifft, für das Ziel der Sicherstellung des Eigenthums nicht vorbildlich sein. Gleichwohl hofft der Verfasser, dass seine Darstellung einiges Interesse gewinnen wird gerade infofern, als sie darthut, wie auch da, wo die Verhältnisse zur Anwendung der am raschesten und billigsten zum Ziele führenden Methode drängen,

*) Inzwischen wurde durch das Gesetz vom 15. October 1900 eine Bauordnung für die gefürstete Grafschaft Tirol erlassen.

durch eine systematische Netzlegung Vorsorge getroffen werden kann, dass spätere allen Anforderungen der grösstmöglichsten Genauigkeit genügende Messungen dem primären Arbeitsergebnisse, hier dem 1000theiligen Stadtplan, ohne Weiteres einverleibt werden können.

Einerseits wegen der bequemen Beschaffung von Anschlussseiten der bayerischen Landestriangulirung und anderseits wegen zum Theile defecter Beschaffenheit der in Frage kommenden österreichischen Dreieckspunkte wurden die Coordinaten der Neupunkte als rechtwinklig sphärische (Soldner'sche) Coordinaten im Systeme der rechtsrheinischen bayerischen Landesvermessung berechnet. Die Verticalvermessung schliesst an das bayerische Präcisionsnivellement an.

I. Triangulirung.

Die Bestimmung der neuen Dreieckspunkte erfolgte im Anschlusse an fünf im Systeme der bayerischen Landesvermessung mit dem Coordinatennullpunkt München, nördlicher Frauenthurm, gegebene Luftsignale, welche, wie sich bei Ausarbeitung der Messungen ergab, seit der Zeit ihrer früheren trigonometrischen Festlegung in den in Frage kommenden Richtungen nur unmerkliche Aenderungen erlitten haben können. Die Neupunkte wurden im Sinne der einfachen Punkteinschaltung durch Einschneiden bestimmt. Hierbei wurden die Punkte Kufstein 1, 2 und 4 wegen ihrer dominirenden Lage als Punkte dritter Ordnung behandelt, um für die fernerhin zu bestimmenden 12 Punkte vierter Ordnung möglichst sichere Ausgangspunkte zu erhalten.

Sämmtliche Bodenpunkte mit Ausnahme von Kufstein 11 sind mit Granitsteinen mit den Abmessungen (100 $\times$ 20 $\times$ 16) cm seitlich versichert. Auf der nach Osten gerichteten behauenen Seite der Steine sind die Zeichen S $\overset{|}{\triangle}$ K angebracht; der trigonometrische Punkt befindet sich 1 Decimeter senkrecht zur Steinfläche vor der Spitze des Dreieckes.*) Der Punkt Kufstein 11 ist wie die Polygonpunkte central versichert.

Die Signalisirung erfolgte, soweit nicht bereits vorhandene Kirchturmspitzen benützt werden konnten, mit ausgesucht geraden, geschälten Baumstämmchen von ca 4 m Höhe und 1 dm Durchmesser, welche durch angenagelte seitliche Streben in genau lothrechter Stellung festgehalten wurden. Bei einigen derselben ermöglichten zwei an den oberen Enden angebrachte gekreuzte und mit verschiedenem Farbanstrich versehene Brettchen eine bessere Sichtbarkeit auf grössere Entfernungen.

Die Richtungsmessungen wurden mit einem Theodolit von T. Ertel & Sohn in München mit 10 Bogensecunden Nonienangabe ausgeführt. Auf den Punkten dritter Ordnung wurden fünf, auf denjenigen vierter Ordnung drei vollständige Sätze (in beiden Fernrohrlagen) beobachtet. Aus allen Beobachtungen, welche im Allgemeinen vom Wetter begünstigt

---

*) Vgl. hierzu: Dr. Franke. Die Festlegung der Vermessungsnetzpunkte in Bayern. Z. f. V. W. 1897, pag. 44.

waren, ergiebt sich der Durchschnittswerth für den mittleren Standfehler (Fehler einer beobachteten Richtung) zu $\mu = \pm 2{,}37''$.

Die Ausgleichung sämmtlicher Punkte des trigonometrischen Netzes erfolgte, um Fehlerhäufungen wegen der ungünstigen Lage der Ausgangspunkte, welche zumeist in nördlicher Richtung lagen, nach Möglichkeit zu vermeiden, streng rechnerisch nach den Regeln der Methode der kleinsten Quadrate für vermittelnde Beobachtungen. Bei den Punkten dritter Ordnung bildete die Zehntelsecunde, bei denjenigen vierter Ordnung die ganze Secunde die Rechnungsgrenze. Für sämmtliche Bodenpunkte ergaben sich nach der Ausgleichung für den mittleren Fehler einer beobachteten Richtung, sodann für denjenigen in den Coordinaten die Durchschnittswerthe $m = \pm 4{,}5''$; $m_x = \pm 0{,}015$ m und $m_y = \pm 0{,}019$ m. Die entsprechenden Werthe für die bestimmten Luftsignale wurden $m = \pm 6{,}2''$; $m_x = \pm 0{,}027$; $m_y = \pm 0{,}016$; wobei aber zu bemerken ist, dass sich diese letzteren Zahlen bei Ausschluss eines untergeordneten Punktes nahezu um die Hälfte verkleinern. Der mittlere Richtungsfehler für die ganze Triangulirung beträgt $\pm 5{,}6''$, der mittlere Punktfehler $\pm 0{,}032$ m. Die Verhältnisszahl zwischen den mittleren und durchschnittlichen Fehlern wurde zu 1,17 (statt 1,25) gefunden. Aus der Gesammtlänge der berechneten 62 Dreiecksseiten von 90,5 km ergiebt sich die durchschnittliche Länge einer derselben zu 1460 m.

Festgelegt wurden im Ganzen 11 Bodenpunkte und 4 Luftsignale; die Coordinaten wurden bis auf ganze Centimeter angegeben. Bei deren Berechnung wurden die sogenannten sphärischen Correctionen wegen der kugelförmigen Erdgestalt berücksichtigt; bei allen weiteren Messungen innerhalb des jetzt in Frage kommenden Gebietes dürfen die angegebenen Coordinatenwerthe als rechtwinklig-ebene Coordinaten behandelt werden.

II. Basismessung.

Der Anschluss der ausgeführten Triangulirung an das bayerische Secundärnetz musste, wie schon bemerkt, unter ungünstigen Bedingungen bewerkstelligt werden. Deshalb wäre es trotz der gewählten Ausgleichungsmethode leicht möglich gewesen, dass die abgeleiteten Seitenlängen um erhebliche Beträge von ihrer wirklichen Grösse hätten abweichen können. Um einen Maassstab für die Grösse dieser Abweichungen zu besitzen, wurde die Länge einer in das Netz einbezogenen Controlbasis durch directe Messung ermittelt. Hierzu diente ein 25 m langes und 11 mm breites Präcisionsstahlband von Hildebrand, früher Lingke & Co in Freiberg i. S., welches mittels einer einfachen Federwage bei der einen Messung mit 12 kg, bei der anderen mit 10 kg gespannt wurde.

Durch starke, fest eingerammte Holzpfähle, auf deren Oberfläche mit dem Theodolite die genaue Angabe der Basisrichtung erfolgte, wurde die Grundlinie in 29 Abschnitte von ca. 25 m Länge zerlegt. Das sonstige angewandte Messungs- und Berechnungsverfahren findet sich genau beschrieben in „Triangulirung III. Ordnung im Freiberger Revier. Von Professor Dr. M. Schmidt".*) Nach Anbringung aller nothwendigen Correctionen und nach der Reduction auf die Meeresfläche ergab sich die Länge der Basis zu 710,549 ± 0,0064 m, während durch die Triangulirung hierfür gefunden wurde 710,518 ± 0,034 m. Die Bestimmung des mittleren Fehlers der direct gemessenen Basis geschah mit Rücksicht auf die unregelmässig wirkenden Fehlerursachen in der Weise, dass derselbe aus den Differenzen der Doppelmessungen von fünf jeweils ca. 150 m langen Abtheilungen der Grundlinie abgeleitet wurde.

Diese beiden Resultate weichen nur innerhalb der als zulässig betrachteten Grenzen (die Relativabweichung beträgt 1 : 22 800) von einander ab, weshalb die letztere Länge für alle weiteren Messungen beibehalten werden konnte. Eine Abänderung derselben war auch aus dem Grunde nicht angezeigt, weil bei der Maassvergleichung und Berechnung der Correctionen einige mehr oder weniger gut zutreffende Annahmen, welche das Messungsresultat etwas beeinflussen, nicht zu vermeiden waren.

Erwähnt möge noch werden, dass zwischen den beiden Basisendpunkten ein Höhenunterschied von 37 m besteht.

III. Polygonisirung.

Sämmliche Polygonpunkte wurden central versichert und zwar zum grössten Theile mit Granitsteinen mit den Abmessungen (60 × 15 × 15) cm. Diese Steine wurden derart in den Boden eingesetzt, dass jeweils die Oberfläche der behauenen Kopffläche, in welcher ein Loch von 5 cm Tiefe den Punkt selbst darstellt, sich in gleicher Höhe mit dem umgebenden Erdreich befindet. Einige untergeordnete Punkte wurden durch auf Trottoirrandsteinen oder auf festen Marksteinen eingemeisselte Kreuze und einige durch in den Boden eingeschlagene starke eiserne Nägel bezeichnet.

Jeder Polygonwinkel wurde mit dem bei der Triangulirung verwendeten Theodolite einmal in beiden Fernrohrlagen gemessen. Die Bestimmung der Länge der Polygonseiten erfolgte in der Regel mit einem Rollstahlbande von 2 cm Bandbreite; je nach der Geländebeschaffenheit kamen auch 4 m lange hölzerne Latten und bei grossen Hindernissen (über Häuser hinweg) der Ocularfadendistanzmesser zur Verwendung. Die Abweichungen zwischen den beiden stets in entgegengesetzter Richtung ausgeführten Messungen waren stets kleiner als die nach der Instruction für neue Katastermessungen in Bayern (vom 15. Februar 1898) noch zulässigen Grenzfehler.

Das Polygonnetz besteht aus sechs Haupt-Polygonzügen, welche gestreckt zwischen Dreieckspunkten verlaufen, mit 33 Punkten und aus

*) Jahrbuch für das Berg- und Hüttenwesen im Königreiche Sachsen auf das Jahr 1883. Freiberg. Druck von Ernst Mauckisch.

14 Neben-Polygonzügen, welche nur Polygonpunkte oder auch solche mit Dreieckspunkten verbinden, mit 37 Punkten. Die gesammte Länge der Hauptzüge beträgt 4997 m, diejenige der Nebenzüge 6655 m. Da in ersteren 39, in letzteren 51 Seiten vorhanden sind, so folgt, dass im Durchschnitte ein Zug aus 7 bezw. 4 Seiten von ca. 130 m Länge besteht.

Die Berechnung der Polygonzüge erfolgte in der Weise, dass zuerst die im ganzen Netze auftretenden Anschluss-Winkelwidersprüche gleichmässig auf die einzelnen Winkel vertheilt und hierauf die Coordinatenunterschiede zwischen den aufeinanderfolgenden Punkten abgeleitet wurden. Aus den Differenzen zwischen den auf polygonometrischem und trigonometrischem Wege erhaltenen Coordinatenunterschieden zwischen den beiden Endpunkten jedes Polygonzuges wurde die Längen- und Querverfehlung der einzelnen Züge bestimmt und mit ersteren entsprechende Reductionsfactoren für die gemessenen Polygonseiten abgeleitet*). Mit den verbesserten Seitenlängen ergaben sich sodann die Coordinatenunterschiede Δx und Δy zwischen aufeinanderfolgenden Punkten, deren Summe auf den jeweiligen Sollbetrag durch Vertheilung der Widersprüche proportional zu den absoluten Werthen der einzelnen Δx bezw. Δy abgeglichen wurde.

Für die Hauptzüge mit 833 m Durchschnittslänge ergaben sich im Durchschnitte 46″ Anschlusswinkelfehler, 0,030 m Längen-, 0,121 m Querabweichung und ein linearer Gesammtfehler von 0,135 m; für die Nebenzüge mit der durchschnittlichen Länge von 476 m lauten die gefundenen Zahlen: 41″; 0,056 m; 0,121 m und 0,130 m. Das Verhältniss der Querverfehlung zur ganzen Länge des Polygonzuges beträgt demnach bei den Hauptzügen 0,000 145, bei den Nebenzügen 0,000254. Diesen Werthen entsprechen Verschwenkungen des gestreckten Zuges von 30″ bezw. 52″, das erhebliche Anwachsen derselben bei den Nebenzügen ist zum grossen Theile in dem Umstande begründet, dass bei denselben Orientirungsableitungen von ziemlich nahe gelegenen Polygonpunkten aus nicht vermieden werden konnten.

Die Berechnung aller Coordinaten erfolgte stets bis auf ganze Centimeter.

IV. Stückvermessung.

Die Blatteintheilung erfolgte im engsten Anschlusse an die Coordinirung derart, dass vom Punkte $x = -60800$, $y = \pm 0$ aus durch die in südlicher Richtung in Abständen von je 500 m auf der Abscissenachse folgenden Punkte Ordinatenkreise gelegt wurden, welche mit den vom Punkte $x = -60\,800$, $y = -44\,200$ aus nach Osten in Abständen von je 500 m parallel zum Münchener Meridiane (nach den

*) Die Längen der zur Seitenmessung benützten Bänder (mit welchen auch die Constantenbestimmung des Distanzmessers erfolgte) wurden ausserdem durch Vergleichung mit einem Normalmaasse bestimmt; zur Berechnung der Reductionen der Polygonseiten wurde aber das obige Verfahren vorgezogen.

seinerzeitigen Messungen) gezogenen Linien das ganze Vermessungsgebiet in neun nahezu quadratische Messblätter (drei Schichten südlich und drei Nummern östlich) zerlegten. Die ganze Ausdehnung dieses Gebietes (gemessen auf der Abscissenachse) beträgt demnach in nord-südlicher Richtung 1500 m. Trägt man die rechtwinklig sphärischen Coordinaten der äussersten Blattecken als solche ebene auf, dann wird hierbei die Länge von ca. 1500 m nur um 0,04 m grösser als in der Natur dargestellt, woraus hervorgeht dass für die 1000theilige Kartirung diese Vertauschung zulässig ist.

Die durch die vorhergehenden Arbeiten bestimmten Punkte wurden auf die betr. Messblätter, welche aus auf beiden Seiten mit gutem Zeichenpapiere überklebten ausgetrocknetem Pappendeckel von ca. $1\,{}^1/_2$ mm Dicke bestehen, und auf welchen ein Quadratnetz von 1 dm Seitenlänge construirt wurde, mittelst ihrer Coordinaten aufgetragen. Die Anzahl der Punkte pro Blatt schwankt zwischen 4 und 21 und beträgt im Durchschnitte 9. Die Quadratseiten dieser Blätter änderten sich innerhalb eines Jahres bei sehr verschiedenen Temperaturen und Feuchtigkeitsverhältnissen der Luft bis zum Maximalbetrage von — 0,4 Proc. und nahmen an dem Orte, an welchem sie aufgetragen wurden, nach kurzer Zeit wieder nahezu ihre frühere Länge an.

Die Stückvermessung selbst erfolgte mit dem Messtisch und Distanzmesser in der Weise, dass zunächst von den gegebenen Punkten aus die benachbarten Grenzpunkte durch Polarcoordinaten aufgenommen wurden. Entfernungen grösser als 100 m wurden mit dem Distanzmesser grundsätzlich nicht gemessen; mussten ausnahmsweise weiter entfernte Punkte bestimmt werden, so wurden dieselben eingeschnitten, zur Controle aber gewöhnlich beide Male die Entfernung abgelesen. Die Bestimmung der Stationspunkte (wenn solche noch nothwendig waren) erfolgte je nach der Sachlage durch Einschneiden oder durch Polygonisiren.

Sehr strenge wurde darauf geachtet, dass der Tisch sicher orientirt werden konnte, aus welchem Grunde häufig die Schnitte der Richtungen nach entfernteren Dreieckspunkten mit den passenden Blattseiten hierzu benützt wurden. Die Coordinaten dieser Schnittpunkte wurden (auch bei grossen Entfernungen) rasch und hinreichend genau mit dem gewöhnlichen 25 cm langen Rechenschieber gefunden. Um hierbei die zu berechnenden Längen möglichst klein zu machen, wurden bei längeren Sichten die Coordinatenunterschiede der in Frage kommenden Punkte zunächst halbirt und sodann von dem auf diese Weise bestimmten Punkte der Linie aus die Coordinaten des betr. Blattseitenschnittes berechnet.

In der Stadt selbst wurden mit dem Messtische nur die wichtigsten Punkte aufgenommen, die Aufmessung der weiteren Punkte geschah im Anschlusse an erstere theils nach der Coordinatenmethode theils durch directe Messung entsprechender Spannungen. Auch der bekannten Regel, nahe bei einander gelegene Punkte nicht durch Distanzmessung zu bestimmen, wurde Rechnung getragen.

Bei der Messung wurde ein neuer Geyer'scher Ringtisch*) und ein Messtisch von T. Ertel & Sohn in München**) verwendet. Die eine Kippregel besitzt ein anallatisches Fernrohr mit 22facher Vergrösserung und der Distanzmesserkonstante 100, die andere ein solches mit 0,35 m Objectivbrennweite, Ramsden'schen Oculare, $25\frac{1}{2}$facher Vergrösserung, der Additionsconstante 0,55 m und der Multiplicationsconstante 98,25. Die Lothrechtstellung der Distanzlatte (gewöhnliche Nivellirlatte) geschah mit einer an derselben angebrachten Dosenlibelle; die Reductionen der schief gemessenen Entfernungen auf den Horizont wurden einfachen Tafeln, diejenigen wegen unrunder Multiplicationsconstante einem kleinen Diagramme entnommen.

Ueber die Genauigkeit der Detailmessung lässt sich keine scharfe Zahl angeben. Auf Grund von Blattanschlüssen, mehrfachen Controlmessungen und Messungswiederholungen nimmt der Verf. die Unsicherheit der einzelnen aufgenommenen Punkte schätzungsweise zwischen 0,1 und 0,2 m an.

V. Das Hauptnivellement

schliesst an die Höhenmarke 2284 des Präcisionsnivellements in Bayern v. d. R. an der Locomotivremise im Bahnhofe Kufstein an. Die verwendeten Höhenmarken sind gusseiserne, in Leinöl gesottene und grundirte Bolzen von 18 cm Länge, welche ca. 0,5 m über dem Boden in die Gebäudesockel eincementirt sind. Der höchste Punkt der kugelförmigen Kopffläche, auf deren ebenen Vorderseite die fortlaufende Nummer aufgeschlagen ist, gilt als Fixpunkt.

Das Nivellement erfolgte mit einspielender Libelle aus der Mitte der Station mit ca. 35 m Zielweite und wurde mit einem Nivellirinstrument von T. Ertel & Sohn (München), dessen dreh- und umlegbares Fernrohr 18fache Vergrösserung und dessen an den Fernrohrstützen fest angeordnete Libelle 8″ Theilwerth besitzt, ausgeführt. An der mittels einer Dosenlibelle lothrecht gestellten Latte wurde bis auf 0,5 mm abgelesen.

Die Ausgleichung der 7 Schleifen von insgesammt 12 km Länge geschah nach dem von Carl Max v. Bauernfeind angegebenen Näherungsverfahren, welches in der 4. Mittheilung über das bayerische Präcisionsnivellement (München 1876) pag. 42 u. f. ausführlich beschrieben ist. Aus den einzelnen Polygonschlüssen wurde nach der bekannten Formel $\mu = \sqrt{\frac{\left[\frac{w}{L}\right]}{n}}$, worin w den Schlussfehler in mm, L die Schleifenlänge in km und n die Anzahl der Polygone vorstellt, der sogenannte mittlere Kilometerfehler zu $\pm$ 3,0 mm gefunden.

Die Höhenzahlen (über Normal-Null) der einzelnen Marken, von denen insgesammt 75 einnivellirt wurden, so dass demnach die durch-

*) Beschrieben im 13. Jahrgange der Zeitschrift für Instrumentenkunde (pag. 335 u. f.) von Prof. Dr. M. Schmidt.

**) Beschrieben im 7. Jahrgange der Zeitschrift f. Instr. pag. 179 u. f.

schnittliche Entfernung zwischen zwei aufeinanderfolgenden 160 m beträgt, sind auf ganze Millimeter, diejenigen der Dreieckssteinoberflächen auf Centimeter angegeben.

VI. Flächennivellement und Tachymetrirung.

Die Höhe der charakteristischen Geländepunkte wurde je nach der Terrainbeschaffenheit theils mit Hülfe des vorhin beschriebenen Nivellirinstrumentes, theils mit Hülfe des Tachymeters bestimmt. Die Zahl dieser Punkte auf einem Blatte schwankt zwischen 180 und 260 und beträgt im Durchschnitte 220, welche Anzahl vollständig genügte, um darnach die Schichtenlinien im Abstande von 1 Meter hinreichend sicher construiren zu können Die Höhen der Geländepunkte wurden auf Decimeter, diejenigen der Strassenmitten und Polygonpunkte auf Centimeter in die Pläne eingeschrieben.

Als Tachymeter diente die bei der Stückvermessung an zweiter Stelle beschriebene Kippregel, welche mit einer Libellenalhidade und einem Höhenbogen ca. 11,5 cm Radius, an dem mit einem Nonius von 1 Bogenminute Angabe Zenitdistanzen abgelesen werden, ausgestattet ist.

In dem Falle, dass ausnahmsweise der Messtisch beim Tachymetriren über einem Punkte mit unbekannter Höhe seine Aufstellung fand, erfolgte die Ableitung der Höhe des Instrumentenhorizontes von einem (oder mehreren) benachbarten Fixpunkte aus. Um die sofort auf dem Felde vorgenommene Berechnung der Höhencoten q der Geländepunkte und deren horizontale Entfernungen vom Standorte, wozu die Hülfstafeln für Tachymetrie von Dr. W. Jordan dienten, möglichst einfach zu gestalten, wurde an der verticalen Latte die Marke, auf welche der Mittelfaden eingestellt wurde, immer so angebracht, dass die Summe $Q' = Q + J - Z$, worin Q die Cote des Standortes, J die Instrumentenhöhe und Z die Zielmarkenhöhe bedeuten, einen runden Werth erhielt. Durch Hinzufügen des der Tafel entnommenen Betrages von $h = \pm D \cdot \left(\frac{1}{2} \sin 2\,\alpha\right)$ zu diesem wurde denn q gefunden.

Die Ausführung der sämmtlichen Messungen und Berechnungen erfolgte in nicht ganz 4 Monaten; während der Herbstferien des Jahres 1899 wurde der Verf. von dem jetzigen k. b. Katastergeometer Herrn E. Stölzl, während derjenigen des Jahres 1900 von dem gepr. Geometer Herrn G. Weigel unterstützt.

Alle zur Verwendung gekommenen Instrumente, welche zum grössten Theile dem Verf. in entgegenkommendster Weise von dem Vorstande des geodätischen Institutes der k. techn. Hochschule in München, Herrn Prof. Dr. M. Schmidt, zur Verfügung gestellt wurden, wofür auch an dieser Stelle der gebührende Dank ausgesprochen wird, sowie die angewandten Messungsmethoden haben sich sehr gut bewährt.

Ueber den Werth der Tachymeterschieber.

Von Ingenieur **Puller** in Saarbrücken.

Bekanntlich hat man im Laufe der letzten Jahrzehnte verschiedene Hülfsmittel für die Bestimmung der Entfernungen und Höhen tachymetrisch aufgenommener Punkte zur Anwendung gebracht; von diesen sollen hier die vom Schreiber vorstehender Zeilen erfundenen Tachymeterschieber und zwar:

1) Der Tachymeterquadrant (vergl. Zeitschr. des Hannoverschen Arch.- und Ing.-Vereins 1888, S. 365 und Zeitschr. f. Verm. 1893, S. 207—210) und

2) der Tachymeterschieber, beschrieben in Zeitschr. f. Arch. und Ing.-Wesen 1897, Heft 1 und 2 und Zeitschr. f. Verm. 1896, Seite 20—22 einer Betrachtung unterzogen werden.

Zunächst sei auf diejenigen Gesichtspunkte hingewiesen, welche für die Construction dieser Apparate maassgebend waren.

Wie bekannt, handelt es sich bei Benutzung lothrechter Lattenstellung um die mechanische Darstellung der bekannten Formeln: (1) $D = Cl \cos^2 \alpha$; (2) $h = Cl \sin \alpha \cos \alpha$ und (3) $H = (H_s + i) + h - m$.

Zu Formel (1) ist zu bemerken, dass es sich als zweckmässig erwiesen hat, an Stelle der Entfernungen D selbst, die Differenz $\Delta = Cl - D = Cl \sin^2 \alpha$ zu ermitteln und hieraus D nach der Gleichung $D = Cl - \Delta$ zu berechnen; da die Grösse Δ meist klein ausfällt, so kann die Subtraction derselben leicht im Kopfe vorgenommen werden. Beide Schieber liefern demnach die Werthe Δ und auch die Höhen h nach Formel (2) an der Hand der Veränderlichen l und α.

Es entsteht nunmehr die in praktischer Hinsicht sehr wichtige Frage, in welcher Weise die Meereshöhen H gemäss Formel (3) bestimmt werden sollen. Dieses kann in zweifacher Weise geschehen:

a. auf dem Wege der Rechnung.

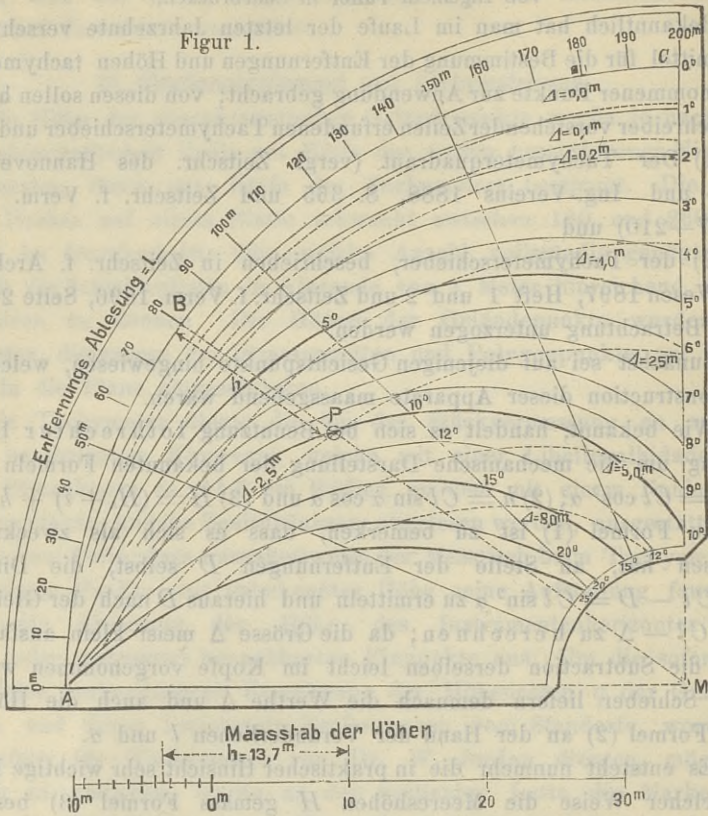
Um hier möglichst schnell zum Ziele zu kommen, erscheint es zweckmässig, entweder für ein und denselben Instrumentenstandpunkt m constant zu nehmen, oder für alle Punkte $m = i$ zu machen, so dass dann die Formel (3) einfacher lautet:

$$H = (H_s + i - m) + h \text{ bezw. } H = H_s + h.$$

In beiden Fällen ist es nun erforderlich, für die Ablesung des Höhenwinkels eine besondere Einstellung des Fernrohres auf die Zahl m an der Latte vorzunehmen, da man für eine rasche Bestimmung von $l = o - u$ die Ablesung u des Unterfadens auf eine runde Zahl an der Latte einzustellen pflegt. Wenn diese besondere Einstellung auch für den einzelnen Punkt nicht von grosser Bedeutung ist, so fällt dieselbe für eine grosse Anzahl von Punkten immerhin in's Gewicht; d. h. es wird die Feldarbeit vergrössert, entgegen dem allgemein anerkannten Grundsatze, diese Arbeit, welche von der Witterung wesentlich abhängig und in Vergleich zu der Zimmerarbeit sehr theuer ist, nach Kräften abzukürzen. Es giebt aber noch weitere Gründe, welche gegen obiges

Verfahren sprechen: man kann nicht immer m constant bezw. $m = i$ machen, wenn nämlich die Latte an dieser Stelle für den Beobachter

Figur 1.

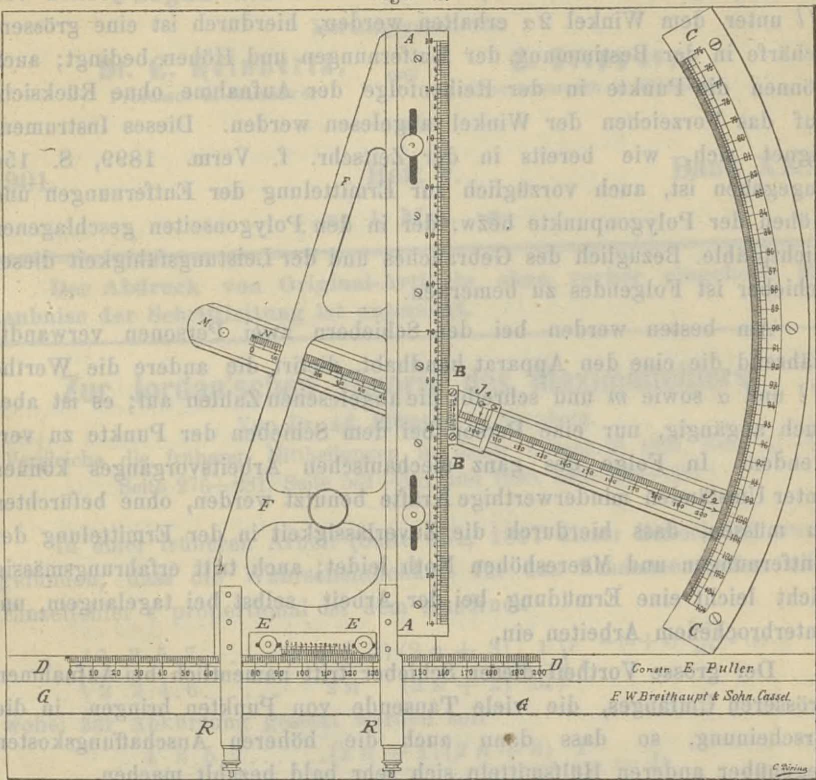


am Instrument verdeckt ist; man entbehrt einer Controle für die Fadenablesungen o und u, welche beim Ablesen der drei Fäden bei einer Fernrohrzielung sehr leicht ausführbar ist, und ferner ist man an einen bestimmten Höhenwinkel α gebunden, während man bei veränderlichem m es in der Hand hat, namentlich bei kleineren Entfernungen, diesen Winkel in mässige Grenzen zu halten und zwar dadurch, dass man bei hoch- bezw. tiefstehender Latte in Bezug auf die Höhe des Instrumentenstandpunktes an dem unteren bezw. oberen Ende der Latte die drei Fäden abliest; dieses Verfahren ist insofern von Werth, als bekanntlich die Genauigkeit der Distanzmessung mit Rücksicht auf die Lattenschiefe mit der Zunahme des Winkels α abnimmt.

Alle diese Gründe, sowie die durchaus berechtigte Forderung, eine rasche und sichere Meereshöhenbestimmung zu erhalten, haben schon vor etwa zwei Jahrzehnten dazu geführt, die Tachymeterschieber auch

b. für eine **unmittelbare Ablesung** der Meereshöhen geeignet zu machen, da nur hierdurch eine namhafte Zeitersparniss gegenüber der Berechnung dieser Höhen erreicht wird und letztere mit grosser Sicherheit zu bestimmen sind. Und gerade diese Umstände sind es gewesen, wie hier nochmals bemerkt werde, welche das Bedürfniss nach diesen Schiebern hervorgerufen haben, so dass diese also lediglich einer Forderung der Praxis ihr Dasein verdanken.

Figur 2.



Sollen nun unsere Apparate unmittelbar die Meereshöhen liefern, so hat man die für jeden Instrumentenstandpunkt unveränderliche Grösse $(H_s + i)$ zu berücksichtigen, unter Einstellung auf die Werthe Cl und α den Vorzeichen von h, welches sich mit denjenigen von α ändert, Rechnung zu tragen und endlich die Subtraction von m zu ermöglichen. Aus den eingangs angeführten Beschreibungen geht hervor, in welcher Weise diesen Bedingungen Genüge geleistet worden ist. Wir geben in Figur 1 und 2 je eine Ansicht dieser Schieber. Zu erwähnen ist noch, dass diese Instrumente für Entfernungen bis 200 m und letzterer Schieber für Höhenwinkel $\pm 15^0$ eingerichtet wurde, da sich bei Ausführung von Tachymeteraufnahmen die Regel gebildet hat, obige Grenzen einzuhalten, was durch zweckmässige Wahl der Instrumentenstandpunkte stets erreichbar ist (vergl. auch: Anleitung für die Anfertigung von ausführlichen Eisenbahnvorarbeiten, Köln 1892, S. 15, § 14). —

Das ältere Instrument, der Quadrant, liefert die gesuchten Werthe mit Hülfe eines Diagrammes, beim Wechsel von Höhen- und Tiefenwinkel ist ein Umstellen des Maassstabes erforderlich, welches man zweckmässiger Weise für denselben Instrumentenstandpunkt nur einmal ausführt, indem man zunächst alle Punkte mit Höhenwinkel und dann erst diejenigen mit Tiefenwinkel abliest. Bei dem neueren Schieber ist ein Diagramm entbehrlich, da die Endwerthe durch Projection von Cl unter dem Winkel 2α erhalten werden, hierdurch ist eine grössere Schärfe in der Bestimmung der Entfernungen und Höhen bedingt; auch können die Punkte in der Reihenfolge der Aufnahme ohne Rücksicht auf das Vorzeichen der Winkel abgelesen werden. Dieses Instrument eignet sich, wie bereits in der Zeitschr. f. Verm. 1899, S. 154 angegeben ist, auch vorzüglich zur Ermittelung der Entfernungen und Höhen der Polygonpunkte bezw. der in den Polygonseiten geschlagenen Richtpfähle. Bezüglich des Gebrauches und der Leistungsfähigkeit dieser Schieber ist Folgendes zu bemerken.

Am besten werden bei den Schiebern zwei Personen verwandt; während die eine den Apparat handhabt, dictirt die andere die Werthe Cl und α sowie m und schreibt die abgelesenen Zahlen auf; es ist aber auch angängig, nur eine Person bei dem Schieben der Punkte zu verwenden. In Folge des ganz mechanischen Arbeitsvorganges können unter Umständen minderwerthige Kräfte benutzt werden, ohne befürchten zu müssen, dass hierdurch die Zuverlässigkeit in der Ermittelung der Entfernungen und Meereshöhen Noth leidet; auch tritt erfahrungsmässig nicht leicht eine Ermüdung bei der Arbeit, selbst bei tagelangem, ununterbrochenem Arbeiten ein.

Der grosse Vortheil dieser Schieber tritt namentlich bei Aufnahmen grösseren Umfanges, die viele Tausende von Punkten bringen, in die Erscheinung, so dass dann auch die höheren Anschaffungskosten gegenüber anderen Hülfsmitteln sich sehr bald bezahlt machen.

Die Leistungsfähigkeit dieser Instrumente ist nach den gemachten Erfahrungen eine hohe; bei einiger Uebung, zu deren Erlangung nur geringe Zeit erforderlich ist, können zwei Personen bei achtstündiger Arbeitszeit 600—700 Punkte berechnen. Eingeübtere erreichen wohl die Zahl 1000 in demselben Zeitraume.

Auf Grund unserer langjährigen Erfahrungen und vergleichenden Versuchen mit anderen, uns bekannt gewordenen Hülfsmitteln sind wir zu der Ueberzeugung gelangt, dass unsere Schieber, insbesondere die neuere Construction hinsichtlich der raschen, bequemen und sicheren Bestimmung der Entfernungen und Meereshöhen bisher nicht übertroffen worden sind.

Inhalt.

Verlag von Konrad Wittwer, Stuttgart. — Druck von Gebrüder Jänecke in Hannover.