ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

Organ des Deutschen Geometervereins.

Herausgegeben von

Dr. C. Reinhertz, Professor in Hannover. und **C. Steppes,** Obersteuerrath in München.

1901. Heft 9. Band XXX.

1. Mai.

Zur Jordan'schen Theorie des Maximalfehlers.

Von Dr. **Ad. Blümcke** in Nürnberg.

(Vergleiche die früheren Mittheilungen in dieser Zeitschrift 1897, Seite 51—54, Seite 276—281, Seite 561—562 und 1898, Seite 313—321.)

In einer früheren Arbeit (Seite 561, 1897 dieser Zeitschrift) wurde gefunden, dass die Wahrscheinlichkeit für das Zusammentreffen aller Einzelfehler ε proportional ist dem Ausdruck

$$\left(\frac{1}{2}\,\frac{3.5.7\ldots\ldots(2n+1)}{2.4.6\ldots\ldots\quad 2n}\,\frac{(2n+3)}{(2n+2)}\cdot\frac{1}{M}\right)^p e^{-(n+1)\frac{[\varepsilon^2]}{M^2}J(n)}$$

wobei zur Abkürzung gesetzt werden soll

$$\frac{1}{2}\,\frac{3.5.7\ldots\ldots(2n+1)}{2.4.6\ldots\ldots\quad 2n}\,\frac{(2n+3)}{(2n+2)}\,\frac{1}{M}=D \tag{1}$$

und

$$(n+1)\,\frac{[\varepsilon^2]}{M^2}\,J(n)=r. \tag{2}$$

Die Wahrscheinlichkeit des Fehlersystems wird also werden

$$W=D^p e^{-r}\,d\,\varepsilon_1\,d\,\varepsilon_2\,d\,\varepsilon_3\ldots\ldots d\,\varepsilon_p \tag{3}$$

Die in (2) auftretende Function $J(n)$ hat nach Seite 561, 1897 dieser Zeitschrift die Bedeutung

$$J(n)=1+\frac{1}{2}\,\frac{3}{2n+7}+\frac{1}{3}\,\frac{3}{2n+7}\,\frac{5}{2n+9}+\frac{1}{5}\,\frac{3}{2n+7}\cdot\frac{5}{2n+9}\,\frac{7}{2n+11}+\ldots\ldots \tag{4}$$

Die Anzahl der Einzelfehler ist $=p$, wie schon durch den letzten Index in (3) angedeutet ist, und da damit das mittlere Fehlerquadrat $m^2=\frac{[\varepsilon^2]}{p}$ ist, so geht (2) über in

$$\frac{r}{p}=(n+1)\,\frac{m^2}{M^2}\,J(n).$$

Wie sich in der ersten hierher gehörigen Abhandlung in Jordan's Handbuch der Vermessungskunde I. Band, 4. Auflage, 1895, Seite 568 findet, ist $M^2 : m^2 = 2\,n + 5$ und mit Rücksicht darauf

$$\frac{r}{p} = \frac{n+1}{2n+5} J(n) \text{ oder } r = p\,\frac{n+1}{2n+5} J(n).$$

Damit wird nun aus (3)

$$W = \left(D\,e^{-r}\right)^p d\,\varepsilon_1\,d\,\varepsilon_2 \ldots\ldots d\,\varepsilon_p \text{ oder}$$

$$W D'^p\,d\,\varepsilon_1\,d\varepsilon_2 \ldots\ldots d\,\varepsilon_p, \tag{5}$$

wobei D' eine leicht zu übersehende Bedeutung hat, welche am leichtesten logarithmisch ausgedrückt wird:

$$\log D' = \log D - 0{,}43429\,\frac{n+1}{2n+5} J(n), \tag{6}$$

worin 0,43429 der logarithmische Modul ist.

Die Werthe von D und $J(n)$ sind schon früher angegeben, nämlich Seite 317 und 320, 1898 dieser Zeitschrift, woraus D' berechnet wurde:

n	$J(n)$	D	D'
$n = -1$	$J(n) = 1{,}84112$	$D = 0{,}28867$	$D' = 0{,}28867$
$-\frac{1}{2}$	1,54518	0,31831	0,26238
0	1,40186	0,33541	0,25339
$+\frac{1}{2}$	1,31777	0,34653	0,24927
$+1$	1,26260	0,35434	0,24698
$+2$	1,19479	0,36460	0,24483
$+\infty$	1,00000	0,39894	0,24196

Die $d\,\varepsilon_1\,d\,\varepsilon_2\,d\,\varepsilon_3 \ldots$ können alle einander gleich gesetzt werden, etwa alle gleich einem Mittelwerthe $d\,\varepsilon^*$, womit nach (5)

$$W = D'^p\,d\,\varepsilon^{*p} = (D'\,d\,\varepsilon^*)^p \text{ wird.}$$

Mit Einsetzung der obenstehenden Werthe für D' haben wir für

$$\left.\begin{array}{lll} n = -1 & W_{-1} & = (0{,}28867\,d\,\varepsilon^*)^p \\ n = -\frac{1}{2} & W_{-\frac{1}{2}} & = (0{,}26238\,d\,\varepsilon^*)^p \\ n = 0 & W_0 & = (0{,}25339\,d\,\varepsilon^*)^p \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots \\ n = \infty & W_\infty & = (0{,}24196\,d\,\varepsilon^*)^p \end{array}\right\} \tag{7}$$

Mit aller Strenge gelten diese Formeln nur, wenn p, d. h. die Anzahl der Fehler, unendlich gross ist, und in diesem Falle haben wir für $d\,\varepsilon^*$, da alle $d\,\varepsilon$ zusammen gleich dem Maximalfehler sind, zu setzen

$$d\,\varepsilon^* = \frac{M}{p} = \frac{\sqrt{2\,n+5}}{p} \cdot m \tag{8}$$

und es ergiebt sich aus der Zusammenstellung (7), dass dann der letzte Werth dieser Gruppe, nämlich der für $n = \infty$ gültige am grössten wird

Es folgt also, dass die dem unendlich grossen Werth von n entsprechende Fehlerfunction die grösste Wahrscheinlichkeit besitzt, d. h., da $n = \infty$ für die Gauss'sche Function gilt (vergl. z. B. diese Zeitschrift 1898, Seite 319, Fig. 7), dass das Gauss'sche Fehlergesetz, wenn keine Nebenumstände zu berücksichtigen sind, die grösste Wahrscheinlichkeit besitzt, und zwar ist diese Wahrscheinlichkeit unendlich mal grösser, als für die Fehlerfunctionen, die einem in der Nähe von Null liegenden n zukommen. Da aber dieses Fehlergesetz die Annahme in sich schliesst, dass der Maximalfehler $M = \infty$ sei, d. h. eine Annahme, mit welcher die Praxis nicht einverstanden ist, oder eine Annahme, welche wir gerade bei unseren hier beabsichtigten Untersuchungen verlassen wollen, so müssen wir nun versuchen, auf irgend eine andere Weise ein mit der Erfahrung besser in Einklang stehendes Resultat zu erzielen.

Würden wir das Fehler-Intervall $d\varepsilon^*$, dessen Werth nach (8) $= \frac{M}{p}$ ist, für alle Fälle als gleich gelten lassen, so würde in der Gruppe (7) der erste Werth, welcher zu $n = -1$ gehört, am grössten werden, was wir auch nicht gelten lassen können, weil dann die Fehlerfunction eine Constante würde

$$\varphi(\varepsilon) = \text{constant},$$

wie aus der Zusammenstellung in dieser Zeitschrift 1898, Seite 318, Fig. 1 zu ersehen ist, wo für $n = -1$ die Fehlercurve eine der ε-Achse parallele Gerade ist. Wir wollen nun den Ausweg wählen, dass wir $\varphi(\varepsilon)$ von vornherein so bestimmen, dass sämmtliche Werthe von W gleich gross werden und zwar selbstredend unter Ausschliessung eines unendlich grossen Maximalfehlers. Zu diesem Zweck erinnern wir uns daran, dass nach Seite 53, 1897, dieser Zeitschrift sich $\varphi(\varepsilon)$ aus der Differentialgleichung

$$\frac{dy}{dx} = -y \frac{2x}{A + Bx^2 + \ldots\ldots} \tag{9}$$

herleiten liess, wo y die Fehlerfunction und x die Fehlergrösse war. Es wurde dort gezeigt, dass bei Beschränkung des Nenners $A + Bx^2 + \ldots\ldots$ auf A, d. h. mit der Annahme $B + 0\ldots$ die Integration auf das Gauss'sche Fehlergesetz führt und dass die Annahme des Nenners $A + Bx^2$ d. h. ohne weitere Glieder mit x^4 etc. die Integration auf die Jordan'sche Fehlerfunction 18957, Seite 51 dieser Zeitschrift führt.

Nun liegt doch kein Hinderniss vor, in der Entwickelung mehr als zwei Glieder zu nehmen, d. h. in dem Nenner von (9) setzen

$$F(x) = A + Bx^2 + Cx^4 \ldots \tag{10}$$

und die Constanten $A, B, C\ldots$ der obengestellten Bedingung gemäss (nämlich Gleichheit aller W) zu bestimmen. Die sich hierbei ergebende Function $\varphi(\varepsilon)$ wird natürlich für das Verschwinden der Constanten C etc.

wieder die Jordan'sche, und wenn noch B verschwindet, die Gauss'sche Fehlerfunction liefern müssen.

Zunächst wollen wir diese Function noch nicht ermitteln, sondern angenäherte Werthe für den Maximalfehler aufsuchen, indem wir von dem Umstand Gebrauch machen, dass in den Gleichungen (7) stehenden Zahlenwerthe diejenigen Grenzwerthe sind, in welche die analogen Werthe der neuzubestimmenden Function $\varphi(\varepsilon)$ übergehen, wenn die Constanten C u. s. w. Null werden. (Das sieht man ohne Mühe aus dem weiter unten mitgetheilten allgemeinern Ausdruck für W.) Von diesem Gesichtspunkte aus können wir dann danach fragen, was in der Gleichung (8) $d\,\varepsilon^* = \frac{M}{p}$ an Stelle von M jedesmal zu setzen ist, damit nach (5) und (7) die verschiedenen W einander gleich und zwar $= W_{-1}$ werden. Diese neuen Maximalfehler berechnen sich leicht, und es ist

$$M_0 = M_{-1}\,\frac{0{,}28\,867}{0{,}25\,339} = m\sqrt{3}\cdot\frac{0{,}28\,867}{0{,}25\,339} = 1{,}97 \text{ m}$$

$$M_{+1} = M_{-1}\,\frac{0{,}28\,867}{0{,}24\,698} = 2{,}02 \text{ m}$$

$$M_{+2} = M_{-1}\,\frac{0{,}28\,867}{0{,}24\,483} = 2{,}04 \text{ m}$$

$$M_{+\infty} = M_{-1}\,\frac{0{,}28\,867}{0{,}24\,196} = 2{,}07 \text{ m}$$

Diese Werthe stimmen ziemlich gut mit den von Jordan aus zwei kleinen Versuchsreihen ermittelten 2,182 m und 2,747 m überein. (Jordan, Handbuch der Vermessungskunde 1895, Seite 572 und 573.) Bevor wir nun daran gehen, die neue Function $\varphi(\varepsilon)$ zu ermitteln, erscheint es nicht überflüssig, zu zeigen, dass auch dann noch, wenn man für $F(x)$ mehr als zwei Glieder der Reihenentwickelung nimmt, die Jordan'sche Theorie noch in Einklang mit der Methode der kleinsten Quadrate steht.

Wir wollen in der Differentialgleichung (9) d. h. in

$$\frac{dy}{y} = -\frac{-2\,x\,dx}{A + Bx^2 + Cx^4 + \ldots}, \text{ wo die } A, B, C \ldots \tag{11}$$

reell sein sollen, den Nenner in ein Product verwandeln, was ja, wenn wir eine endliche Anzahl von Gliedern nehmen, sicher möglich ist.

Unter diesen Factoren können sich auch mehrfache befinden; aber es wird der Allgemeinheit des Beweises keinen Abbruch thun, wenn wir nur einen einzigen mehrfachen Factor annehmen. Alsdann können wir das Integral der Gleichung (11) in folgender Form schreiben, wobei wir noch x durch ε ersetzen wollen:

$$y = \varphi(\varepsilon) = D\left(1 - \frac{\varepsilon^2}{\alpha^2}\right)^q \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{\beta^2}\right)^r \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{r^2}\right)^s \cdots \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{\delta^2}\right)^t e^u \tag{12}$$

wobei der letzte Exponent u folgende Bedeutung hat:

$$u = \frac{c_1}{\left(1 - \frac{\varepsilon^2}{\delta^2}\right)^{m-1}} + \frac{c_2}{\left(1 - \frac{\varepsilon^2}{\delta^2}\right)^{m-2}} + \ldots\ldots + \frac{c_{m-1}}{1 - \frac{\varepsilon^1}{\delta^2}} \qquad (12^a)$$

dabei ist δ die mehrfache Wurzel des Nenners und

$$D = \frac{1}{2\int_0^{\alpha} \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{\alpha^2}\right)^q \ldots\ldots d\varepsilon} \qquad 13)$$

wo α die Bedeutung des Maximalfehlers haben soll; über die Werthe $\beta, \gamma \ldots . \delta$ wollen wir weiter keine Annahmen machen, als dass sie grösser als α sein sollen, wenn sie reell sind; sie können auch zu je zweien conjugirt imaginär sein, darauf wollen wir aber keine Rücksicht nehmen, da sie im schliesslichen Resultat wieder verschwinden. Die Wahrscheinlichkeit für das Zusammentreffen der p Fehler $\varepsilon_1\, \varepsilon_2\, \varepsilon_3 \ldots . \varepsilon_p$ wird nun proportional dem Ausdruck

$$\begin{aligned} W^* = D^p &\left(1 - \frac{\varepsilon_1^2}{\alpha^2}\right)^q \left(1 - \frac{\varepsilon_2^2}{\alpha^2}\right)^q \ldots . \left(1 - \frac{\varepsilon_p^2}{\alpha^2}\right)^q \\ &\cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_1^2}{\beta^2}\right)^r \left(1 - \frac{\varepsilon_2^2}{\beta^2}\right)^r \ldots . \left(1 - \frac{\varepsilon_p^2}{\beta^2}\right)^r \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_1^2}{\delta^2}\right)^t \left(1 - \frac{\varepsilon_2^2}{\delta^2}\right)^t \ldots . \left(1 - \frac{\varepsilon_p^2}{\delta^2}\right)^t \\ &\cdot e^{\frac{c_1}{\left(1 - \frac{\varepsilon_1^2}{\delta^2}\right)^{m-1}} + \frac{c_1}{\left(1 - \frac{\varepsilon_2^2}{\delta^2}\right)^{m-1}} + \ldots\ldots + \frac{c_1}{\left(1 - \frac{\varepsilon_p^2}{\delta^2}\right)^{m-1}} + \ldots\ldots + \frac{c_{m-1}}{1 - \frac{\varepsilon_p^2}{\delta^2}}} \end{aligned}$$

Nun soll W^* also auch $\log W^*$ ein Maximum werden, (unter log sei im Folgenden immer der natürliche Logarithmus verstanden); also

$$\begin{aligned} \log W^* = p \cdot \log D &+ q\left[\log\left(1 - \frac{\varepsilon_1^2}{\alpha^2}\right) + \log\left(1 - \frac{\varepsilon_2^2}{\alpha^2}\right) + \ldots\ldots + \log\left(1 - \frac{\varepsilon_p^2}{\alpha^2}\right)\right] \\ &+ r\left[\log\left(1 - \frac{\varepsilon_1^2}{\beta^2}\right) + \log\left(1 - \frac{\varepsilon_2^2}{\beta^2}\right) + \ldots\ldots + \log\left(1 - \frac{\varepsilon_p^2}{\beta^2}\right)\right] \\ &+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &+ t\left[\log\left(1 - \frac{\varepsilon_1^2}{\delta^2}\right) + \log\left(1 - \frac{\varepsilon_2^2}{\delta^2}\right) + \ldots\ldots + \log\left(1 - \frac{\varepsilon_p^2}{\delta^2}\right)\right] \\ &+ c^1\left[\frac{1}{\left(1 - \frac{\varepsilon_1^2}{\delta^2}\right)^{m-1}} + \frac{1}{\left(1 - \frac{\varepsilon_2^2}{\delta^2}\right)^{m-1}} + \ldots\ldots + \frac{1}{\left(1 - \frac{\varepsilon_p^2}{\delta^2}\right)^{m-1}}\right] \\ &+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &+ c_{m-1}\left[\frac{1}{1 - \frac{\varepsilon_1^2}{\delta^2}} + \ldots . \frac{1}{1 - \frac{\varepsilon_2^2}{\delta^2}} + \ldots\ldots + \frac{1}{1 - \frac{\varepsilon_p^2}{\delta^2}}\right] \end{aligned}$$

Ersetzen wir in den Klammern die log und die Brüche durch ihre Reihenentwickelungen $\left(\text{z. B.} \log\left(1 - \frac{\varepsilon_1^2}{\delta^2}\right) = -\left(\frac{\varepsilon_1^2}{\delta^2} + \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_1^4}{\delta^4} + \frac{1}{3}\frac{\varepsilon_1^6}{\delta^6} + \ldots\right) \text{und} \left(\frac{1}{1 - \frac{\varepsilon_1^2}{\delta^2}}\right) = 1 + (m-1)\frac{\varepsilon^2}{\delta^2} + \frac{(m-1)\,m}{1\cdot 2}\frac{\varepsilon^4}{\delta^4} + \ldots\right)$, so folgt:

$$
\begin{aligned}
\log W^* = p \log D &- q\left(\frac{[\varepsilon^2]}{\alpha^2} + \frac{1}{2}\frac{[\varepsilon^3]}{\alpha^4} + \frac{1}{3}\frac{[\varepsilon^6]}{\alpha^6} + \ldots\right) \\
&- r\left(\frac{[\varepsilon^2]}{\beta^2} + \frac{1}{2}\frac{[\varepsilon^4]}{\beta^4} + \frac{1}{3}\frac{[\varepsilon^6]}{\beta^6} + \ldots\right) \\
&- \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&- t\left(\frac{[\varepsilon^2]}{\delta^2} + \frac{1}{2}\frac{[\varepsilon^4]}{\delta^4} + \frac{1}{3}\frac{[\varepsilon^6]}{\delta^6} + \ldots\right) \\
+ c_1\Bigg(p + (m-1)\frac{[\varepsilon^2]}{\delta^2} &+ \frac{(m-1)\,m}{1\cdot 2}\frac{[\varepsilon^4]}{\delta^4} + \frac{m-1)\cdot m\cdot(m+1)}{1\cdot 2\cdot 3}\frac{[\varepsilon^6]}{\delta^6} + \ldots\Bigg) \\
&+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&+ c_{m-1}\left(p + \frac{[\varepsilon^2]}{\delta^2} + \frac{[\varepsilon^4]}{\delta^4} + \frac{[\varepsilon^6]}{\delta^6} + \ldots\right)
\end{aligned}
$$

Wir setzen dann wie schon früher (Seite 280, 1897 dieser Zeitschrift)

$m^2 = \frac{[\varepsilon^2]}{p} = 2\int_0^\alpha \varepsilon^2\,\varphi(\varepsilon)\,d\varepsilon$ etc., oder wenn $\frac{\varepsilon}{\alpha} = u$ genommen wird

$$
\frac{[\varepsilon^2]}{\alpha^2} = \frac{m^2 p}{\alpha^2} = 2\,p\,\alpha\int_0^1 u^2\,\varphi(u)\,du
$$

$$
\frac{[\varepsilon^4]}{\alpha^4} = 2p\cdot\alpha\int_0^1 u^4\,\varphi(u)\,du \quad \text{u. s. f.,}
$$

und wenn noch berücksichtigt wird, dass

$$
\frac{[\varepsilon^2]}{\beta^2} = \frac{[\varepsilon^2]}{\alpha^2}\frac{\alpha^2}{\beta^2};\quad \frac{[\varepsilon^2]}{r^2} = \frac{[\varepsilon^2]}{\alpha^2}\frac{\alpha^2}{r^2};\quad \frac{[\varepsilon^2]}{\delta^2} = \frac{[\varepsilon^2]}{\alpha^2}\frac{\alpha^2}{\delta^2}
$$

sowie dass $p = \frac{[\varepsilon^0]}{\alpha^0} = 2\,p\,\alpha\int_0^1 u^0\,\varphi(u)\,du$,

so folgt aus dem Vorhergehenden

$$
\begin{aligned}
\log W^* = p\log D + q\cdot p\cdot\alpha\,.\,2\int_0^1 \varphi(u)\log(1-u^2)\,du \\
+ p\cdot\alpha\cdot 2\int_0^1 \varphi(u)\log\left(1 - u^2\frac{\alpha^2}{\beta^2}\right)du \\
+ s\cdot p\cdot\alpha\cdot 2\int_0^1 \varphi(u)\log\left(1 - u^2\frac{\alpha^2}{r^2}\right)du \\
+ \ldots + t.p.\alpha.2\int_0^1 \varphi(u)\log\left(1 - u^2\frac{\alpha^2}{\delta^2}\right)du
\end{aligned}
$$

$$+ c_1 \left(2 \int_0^1 \varphi(u)\, du \left\{1 + (m-1)\, u^2 \frac{\alpha^2}{\delta^2} + \frac{(m-1)\, m}{1 \cdot 2} u^4 \frac{\alpha^4}{\delta^4} + \ldots\right\}\right)$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$+ c_{m-1} \left(2 \int_0^1 \varphi(u)\, du \left\{1 + u^2 \frac{\alpha^2}{\delta^2} + u^4 \frac{\alpha^4}{\delta^4} + \ldots\right\}\right)$$

oder

$$= p \log D + p \cdot \alpha \cdot 2 \int_0^1 \varphi(u)\, du \left\{\log (1-u^2)^q \cdot \left(1 - u^2 \frac{\alpha^2}{\beta^2}\right)^r \ldots \left(1 - u^2 \frac{\alpha^2}{\delta^2}\right)^t\right\}$$
$$+ p \cdot \alpha \cdot 2 \int_0^1 \varphi(u) \left\{ \frac{c_1}{\left(1 - u^2 \frac{\alpha^2}{\delta^2}\right)^{m-1}} + \frac{c_2}{\left(1 - u^2 \frac{\alpha^2}{\delta^2}\right)^{m-2}} + \ldots + \frac{c_{m-1}}{1 - u^2 \frac{\alpha^2}{\delta^2}} \right\}$$

$$= p \log D + p \cdot 2 \int_0^\alpha \varphi(\varepsilon)\, d\varepsilon \left\{ \log \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{\alpha^2}\right)^q \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{\beta^2}\right)^r \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{\gamma^2}\right)^s \ldots \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{\delta^2}\right)^t \cdot e^{\frac{c_1}{\left(1 - \frac{\varepsilon^2}{\delta^2}\right)^{m-1}} + \frac{c_2}{\left(1 - \frac{\varepsilon^2}{\delta^2}\right)^{m-2}} + \ldots + \frac{c_{m-1}}{1 - \frac{\varepsilon^2}{\delta^2}}} \right\}$$

$$= \log D^p + p \cdot 2 \int_0^\alpha \varphi(\varepsilon) \log \frac{\varphi(\varepsilon)}{D}\, d\varepsilon,$$

daraus ergiebt sich endlich

$$W^* = D^p \cdot e^{\left[2 \int_0^\alpha \varphi(\varepsilon) \log \frac{\varphi(\varepsilon)}{D}\, d\varepsilon\right] \frac{[\varepsilon^2]}{m^2}},$$

Da nun bei einem einmal gewählten $\varphi(\varepsilon)$ die Grösse D constant, sowie $\frac{\varphi(\varepsilon)}{D} < 1$, höchstens $= 1$, so ist $\log \frac{\varphi(\varepsilon)}{D}$ negativ, also wird W^* ein Maximum, wenn $[\varepsilon^2]$ ein Minimum wird. Unser zu Anfang angegebener Ausdruck für die Wahrscheinlichkeit eines Fehlersystems wird nun in allgemeiner Form

$$W = (D\, e^z\, d\varepsilon^*)^p, \tag{14}$$

wobei der Exponent z die Bedeutung hat

$$z = 2 \int_0^\alpha \varphi(\varepsilon) \log \frac{\varphi(\varepsilon)}{D}\, d\varepsilon \tag{14a}$$

Man kann sich leicht überzeugen, dass, wenn $\varphi(\varepsilon)$ die bisherige Jordan'sche Fehlerfunction bedeutet (Seite 313, 1898 dieser Zeitschrift), die früheren Werthe von W aus dem letzteren (14) wieder hervorgehen.

Den Ausdruck (14) wollen wir noch in folgender Weise umformen; mit Rücksicht auf die Ausdrücke für $\varphi(\varepsilon)$ und D nach (12) und (13) wird

$$W = \left[\frac{1}{2 \int_0^\alpha \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{\alpha^2}\right)^q \ldots\, d\varepsilon} \cdot e^{2 \int_0^\alpha \left(\varphi(\varepsilon) \log \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{\alpha^2}\right)^q \ldots\ldots\right) d\varepsilon} \cdot d\varepsilon^* \right]^p$$

... oder wenn wir $\left(1-\frac{\varepsilon^2}{\alpha^2}\right)^q \ldots\ldots = f(\varepsilon)$ also $\varphi(\varepsilon) = D\, f(\varepsilon)$ setzen

$$W = \left[\frac{1}{2\int_0^\alpha f(\varepsilon)\, d\varepsilon} \cdot e^{2\int_0^\alpha D\, f(\varepsilon) \log f(\varepsilon)\, d\varepsilon} \cdot d\,\varepsilon^*\right]^p$$

ziehen wir die Constante D vor das Integralzeichen und berücksichtigen wir ihren Werth, so folgt

$$W = \left[\frac{1}{2\int_0^\alpha f(\varepsilon)\, d\varepsilon} \cdot e^{\frac{\int_0^\alpha f(\varepsilon) \log f(\varepsilon)\, d\varepsilon}{\int_0^\alpha f(\varepsilon)\, d\varepsilon}} \cdot d\,\varepsilon^*\right]^p.$$

Ersetzen wir noch wie früher $\frac{\varepsilon}{\alpha}$ durch u, wo α der Maximalfehler sein soll, so wird da $d\,\varepsilon^* = \frac{\alpha}{p}$

$$W = \left[\frac{1}{2\int_0^1 f(u)\, du} \cdot e^{\frac{\int_0^1 f(u) \log f(u)\, du}{\int_0^1 f(u)\, du}} \frac{1}{p}\right]^p. \tag{15}$$

Wenn wir nun in der Differentialgleichung (11) drei Glieder der Reihenentwickelung nehmen, so erhalten wir für

$$\varphi(\varepsilon) = D\left[\frac{1-\frac{\varepsilon^2}{M^2}}{1-\frac{\varepsilon^2}{N^2}}\right]^{n+1}$$

wie man sich leicht durch Differentiiren am besten von $\log \varphi(\varepsilon)$ überzeugen kann; und es fragt sich, ob die Constanten M und N so bestimmt werden können, dass W für alle n von -1 bis $+\infty$ den gleichen Betrag erhält.

Für $n = -1$ wird

$$f(u) = \left[\frac{1-u^2}{1-u^2\frac{M^2}{N^2}}\right]^0 = 1 \tag{16}$$

Nun ist es zwar leicht $\frac{M^2}{N^2}$ so zu bestimmen, dass auch für $n = +\infty$ $f(u)$ gleich Eins wird; jedoch ist das für die übrigen Werthe von n nicht mehr zu erreichen, wenn wir nicht $\varphi(\varepsilon) = \text{const}$ zulassen, was wir ja aber nicht wollen.

Aber wenn es auch nicht wohl möglich ist, unter Zuhülfenahme nur eines weiteren Gliedes in der Reihenentwickelung von $F(x)$ eine unseren Wünschen mit aller Strenge entsprechende Fehlerfunction zu erhalten, so ist doch das neue $\varphi(\varepsilon)$ sehr wohl brauchbar, wenn wir uns damit begnügen eine Function aufzustellen, welche näherungsweise und zwar mit praktisch hinreichender Annäherung den Anforderungen genügt. Wenn wir für $\frac{M^2}{N^2}$ in Gleichung (16) einen solchen Ausdruck haben wollen, dass für $n = +\infty$ $f(u) = 1$ wird, so ist das auf vielfache Arten möglich; jedenfalls muss aber für $n = +\infty$ $\frac{M^2}{N^2} = 1$ werden, und da M der Maximalfehler ist, so muss für endliche n $\frac{M^2}{N^2} < 1$ sein, denn die Curve $\varphi(\varepsilon)$ darf die Achse der ε nicht in einem Punkte schneiden, für den $\varepsilon < M$ ist.

Nun können wir doch die Annahme machen, dass sich N^2 folgendermaassen durch M^2 ausdrücken lässt:

$$N^2 = M^2 + \frac{a}{M^2} + \frac{b}{M^4} + \cdot \; \cdots\cdots$$

und wenn wir nur zwei Glieder der Reihe nehmen, so folgt:

$$N^2 = M^2 + \frac{a}{M^2} \text{ und}$$

$$\frac{M^2}{N^2} = \frac{M^2}{M^2 + \frac{a}{M^2}} = \frac{1}{1 + \frac{a}{M^4}}$$

setzen wir noch

$M^2 = \mu(2n + 5)$, also proportional dem früher erhaltenen Werthe des Maximalfehlers, so wird

$$\frac{M^2}{N^2} = \frac{1}{1 + \frac{a}{\mu^2 (2n+5)^2}}$$ oder, wenn $\frac{a}{\mu^2} = k$ angenommen wird, wo k eine endliche positive Zahl sein soll

$$\frac{M^2}{N^2} = \frac{1}{1 + \frac{k}{(2n+5)^2}},$$ damit wird

$$f(u) = \left[\frac{1 - u^2}{1 - u^2 \frac{1}{1 + \frac{k}{(2n+5)^2}}}\right]^{n+1}$$

und für $n = \infty$ wird $f(u) = 1$, wie man unschwer ableiten kann. Auch für endliche Werthe von n ist $f(u)$ nahezu gleich 1, wenn nur k hinreichend klein angenommen wird. Mit Rücksicht hierauf können wir nun Näherungswerthe für $\frac{M^2}{m^2} = \frac{\int_0^1 f(u)\,du}{\int_0^1 u^2 f(u)\,du}$ und für irgend eine Wahrscheinlichkeit W_n ableiten.

In diesem Fall ist nämlich

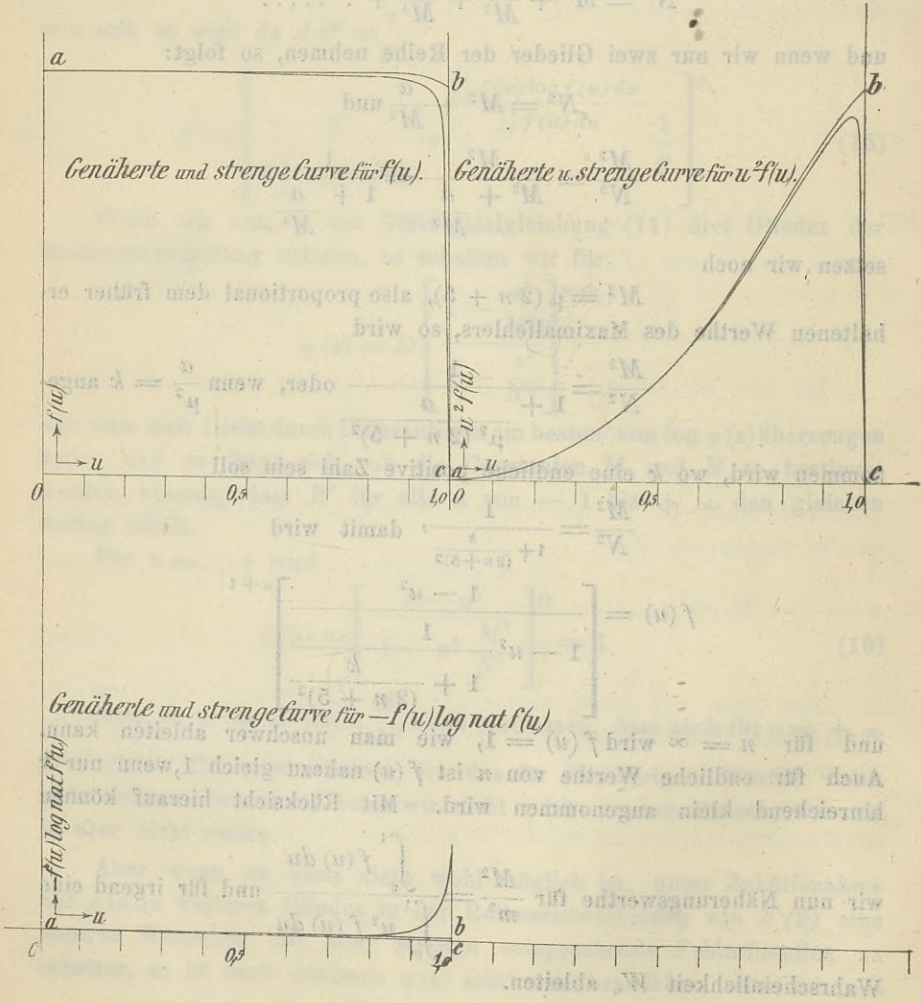
$$f(u) = \left[\frac{1-u^2}{1-u^2\,\dfrac{1}{1+\dfrac{k}{(2\,n+5)^2}}}\right]^{n+1} = \left[\frac{1-u^2}{1-u^2\left(1-\dfrac{k}{(2\,n+5)^2}\right)}\right]^{n+1}$$

$$= \left[\frac{1-u^2}{1-u^2+u^2\,\dfrac{k}{(2\,n+5)^2}}\right]$$

oder, wenn wir die Division ausführen und die Glieder mit u^4 und k^2 weglassen

$$f(u) = \left[1-u^2\,\frac{k}{(2\,n+5)^2}\right]^{n+1} = 1-u^2\,\frac{k\,(n+1)}{(2\,n+5)^2}.$$

Man könnte Bedenken tragen, diesen Werth gelten zu lassen, da für $u = 1$ ja $f(u) = o$ sein soll, und wenn es sich um den Verlauf der



Werthe von φ (ε) handelt, so sind diese Bedenken auch vollkommen berechtigt. Wir wollen aber für die in unserm Fall vorkommenden bestimmten Integrale Näherungswerthe haben, und ein Blick auf die nebenstehende Figur lehrt, dass der Näherungsausdruck erlaubt ist. Wir haben die Curven für $f(u)$, $u^2 f(u)$ und $-f(u) \log \operatorname{nat}(u)$ einmal nach der Näherungsformel für $n = +1$ und $k = 0{,}1$ aufgezeichnet; der dabei gemachte Fehler ist einfach gleich dem Flächeninhalt, welcher begrenzt wird von der strengen Curve einerseits und der genäherten ab sowie der Ordinate bc für $u = 1$ anderseits. Verhältnissmässig am grössten ist die Abweichung für die letzte Curve; hier verläuft die Näherungscurve in unmittelbarer Nähe der Abscissenachse. Die strengen Curven für $u^2 f(u)$ und $-f(u) \log \operatorname{nat} f(u)$ haben ein leicht zu ermittelndes Maximum, auf dessen Bestimmung wir uns aber nicht weiter einlassen wollen, um nicht von unserer eigentlichen Aufgabe abgelenkt zu werden.

Unter Benutzung der Näherungsformeln wird nun

$$\frac{M^2}{m^2} = \frac{\int_0^1 \left(1 - u^2 \frac{k(n+1)}{(2n+5)^2}\right) du}{\int_0^1 u^2 \left(1 - u^2 \frac{k(n+1)}{(2n+5)^2}\right) du} = \frac{1 - \frac{1}{3}\frac{k(n+1)}{(2n+5)^2}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\frac{k(n+1)}{(2n+5)^2}}$$

$$= \frac{3 - \frac{k(n+1)}{(2n+5)^2}}{1 - \frac{3}{5}\frac{k(n+1)}{(2n+5)^2}}$$

$$= 3 + k \frac{n+1}{(2n+5)^2}\left(\frac{9}{5} - 1\right) = 3\left(1 + \frac{4}{15}\frac{k(n+1)}{(2n+5)^2}\right)$$

Man erkennt leicht, dass $\frac{M^2}{m^2}$ für $n = +\frac{1}{2}$ ein Maximum hat.

Um W_n zu ermitteln, berücksichtigen wir, dass für kleine k $\log \operatorname{nat} \left(1 - u^2 \frac{k(n+1)}{(2n+5)^2}\right) = -u^2 \frac{k(n+1)}{(2n+5)^2}$ gesetzt werden darf; damit wird

$$\int_0^1 f(u) \log f(u)\, du = \int_0^1 \left(1 - u^2 \frac{k(n+1)}{(2n+5)^2}\right)\left(-u^2 \frac{k(n+1)}{(2n+5)^2}\right) du$$

oder mit Weglassung des Gliedes mit k^2

$$= \int_0^1 \left(-u^2 \frac{k(n+1)}{(2n+5)^2}\right) du = -\frac{1}{3}\frac{k(n+1)}{(2n+5)^2}.$$

Der weitere in Gleichung (15) vorkommende Ausdruck ist

$$e^{\frac{\int_0^1 f(u) \log f(u)\, du}{\int_0^1 f(u)\, du}} = e^{\frac{-\frac{1}{3} k \frac{n+1}{(2n+5)^2}}{1 - \frac{1}{3}\frac{k(n+1)}{(2n+5)^2}}} = e^{-\frac{1}{3}\frac{k(n+1)}{(2n+5)^2}}$$

oder wenn wir die Potenz von e in eine Reihe entwickeln und die Glieder mit k^2 und höheren Potenzen von k weglassen

$$= 1 - \frac{1}{3}\frac{k(n+1)}{(2n+5)^2},$$

Daraus ergiebt sich endlich

$$W_n = \left[\frac{1 - \frac{1}{3}\frac{k(n+1)}{(2n+5)^2}}{2\left(1 - \frac{1}{3}\frac{k(n+1)}{(2n+5)^2}\right)}\frac{1}{p}\right]^p = \left[\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{p}\right]^p$$

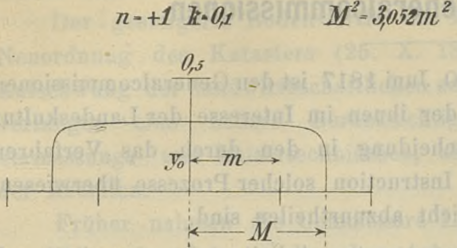
und da, wie leicht einzusehen, $W_{-1} = \left[\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{p}\right]^p$ so folgt, dass alle W wirklich nahezu einander gleich sind.

In der folgenden Zusammenstellung geben wir für einige Werthe von n die Beträge für $\frac{M^2}{m^2}$ und $\frac{M}{m}$, wenn $k = \frac{1}{10}$ angenommen wird, wie sie sich nach der strengen und nach der Näherungsformel ergeben; ausserdem sind noch die Werthe von D noch der strengen Formel hinzugefügt. Wir lassen uns auf die Art und Weise, wie diese Werthe berechnet wurden, nicht eingehender ein, sondern bemerken nur, dass sich für ganzzahlige n die Integrale in geschlossener Form angeben lassen; für $n = -\frac{1}{2}$ und $n = +\frac{1}{2}$ haben wir uns mechanischer Quadraturen bedient. Eine genaue Uebereinstimmung zwischen den nach beiden Formeln berechneten Grössen darf man bei dem verhältnissmässig grossen Betrage von k nicht erwarten; für unsere Zwecke ist sie noch genügend.

n	$\frac{M^2}{m^2}$ streng	$\frac{M^2}{m^2}$ genähert	$\frac{M}{m}$ streng	$\frac{M}{m}$ genähert	D
-1	3,0000	3,0000	1,7321	1,7321	0,2887
$-\frac{1}{2}$	3,0451	3,0025	1,7450	1,7328	0,2890
0	3,0487	3,0032	1,7461	1,7330	0,2892
$+\frac{1}{2}$	3,0504	3,0033	1,7466	1,7330	0,2893
$+1$	3,0519	3,0032	1,7470	1,7330	0,2892
$+2$	3,0489	3,0030	1,7461	1,7329	0,2892
$+3$	3,0452	3,0026	1,7451	1,7328	0,2891
$+4$	3,0411	3,0024	1,7439	1,7327	0,2891
$+\infty$	3,0000	3,0000	1,7321	1,7321	0,2887

Wie man sieht, sind die einzelnen Werthe von $\frac{M^2}{m^2}$ sowie auch von D unter sich wenig verschieden.

Wir haben noch für $n = +1$ und $k = 0{,}1$ die der Fehlerfunction entsprechende Curve in nebenstehender Figur aufgezeichnet; sie bietet ungefähr dasselbe Bild, wie die früher in dieser Zeitschrift, 1898, Seite 318, für $n = -\frac{1}{2}$ mitgetheilte.



Die sich für $n = 0$ und $k = 0{,}1$ ergebenden Wahrscheinlichkeiten dafür, dass ein Fehler zwischen die Grenzen Null und den 0,1; 0,2; . . . . 1,0fachen Maximal-fehler fällt, sind folgende:

$W^{+0,1M}_{-0,1M} = 0{,}10099$	$W^{+0,6M}_{-0,6M} = 0{,}60559$
$W^{+0,2M}_{-0,2M} = 0{,}20198$	$W^{+5,7M}_{-0,7M} = 0{,}70636$
$W^{+0,3M}_{-0,3M} = 0{,}30294$	$W^{+0,8M}_{-0,8M} = 0{,}80676$
$W^{+0,4M}_{-0,4M} = 0{,}40388$	$W^{+0,9M}_{-0,9M} = 0{,}90666$
$W^{+0,5M}_{-0,5M} = 0{,}50377$	$W^{+1,0M}_{-1,0M} = 1{,}00000$

Wir wollen hervorheben, dass diese Wahrscheinlichkeiten den Beobachtungen nicht so gut entsprechen, wie die sich aus dem Gauss'schen Fehlergesetz ergebenden. Es ist das ein bei späteren Untersuchungen wohl zu berücksichtigender Punkt; jedoch dürfte dieser Mangel bei Weitem nicht so bedenklich erscheinen, wie das Vorhandensein eines unendlich grossen Maximalfehlers bei der Gauss'schen Function.

Auf eine eingehendere Untersuchung der abgeleiteten Fehlerfunction lassen wir uns hier nicht weiter ein, wenn sie auch vom rein mathematischen Standpunkt aus interessant sein mag, da sie doch nicht mit aller Strenge jeder unserer Anforderungen gerecht wird. Sie dürfte aber insofern nicht ganz unwichtig sein, als sie uns brauchbare Näherungswerthe für das Verhältniss des Maximalfehlers zum mittleren Fehler liefert.

Für alle praktischen Fälle können wir die bisherige Jordan'sche Function $y = \dfrac{\Gamma\left(n + \frac{5}{2}\right)}{M\,\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma(n+2)}\left(1 - \dfrac{\varepsilon^2}{M^2}\right)^{n+1}$ benutzen, wenn wir n kleiner als etwa $\frac{1}{2}$ wählen und demnach für den Maximalfehler ungefähr den doppelten mittleren Fehler annehmen.

Zum Antrage Herold, betreffend Umgestaltung der Königlichen Generalcommissionen.

Nach der Verordnung vom 20. Juni 1817 ist den Generalcommissionen die Leitung und Beaufsichtigung der ihnen im Interesse der Landeskultur übertragenen Arbeiten, die Entscheidung in den durch das Verfahren entstandenen Prozessen und die Instruction solcher Prozesse überwiesen, welche vom Oberlandeskulturgericht abzuurtheilen sind.

Die Ausführung der zuerst genannten Arbeiten dagegen ist nach obengenannter Verordnung den Specialcommissaren übertragen, die über landwirthschaftliche Gegenstände ein Gutachten (§ 107) nicht einzuholen haben, sondern, ohne an die Wünsche der Parteien gebunden zu sein (§ 17 der Verordnung 30. VI. 1834), nach eigenem pflichtmässigen Ermessen das Verfahren durchführen.

Diese einfache Organisation wäre geradezu ideal zu nennen, wenn es Specialcommissare gäbe, die im Stande wären, 3 grundverschiedene Disciplinen zu beherrschen, nämlich die Landwirthschaftslehre, Rechtswissenschaft und die Landmesskunst, vereinigt mit der Kulturtechnik.

Diese einfache Organisation war im Anfang des vorigen Jahrhunderts nothwendig, um möglichst schnell die Regulirung der grundherrlich-bäuerlichen Verhältnisse trotz heftigen Widerstrebens der Betheiligten durchzuführen.

Hätte man sich damals erst darauf einlassen wollen, bei jedem Schritt Sachverständige zu fragen, so wäre die ganze Regulirung gefährdet gewesen. Aehnlich lagen noch die Verhältnisse, als die Durchführung der Gemeinheitstheilung (V. 7. VI. 1821) und der Separationen (V. 28. VII. 1838) den Generalcommissionen übertragen wurden; heute liegen dieselben wesentlich anders, zumal die dem Aufstreben und der Thatkraft des einzelnen Landwirths hinderlichen Servituten und Reallasten im Grossen und Ganzen schon seit Ende der 60er Jahre abgelöst oder in Rente (Ges. 2. III. 1850) verwandelt sind, Gemeinheitstheilung und Ablösung von Reallasten jetzt nur noch selten vorkommen.

Die Hauptthätigkeit der Generalcommissionen gipfelt heute und in der Zukunft darin:

1) die unwirthschaftliche Gemengelage der Grundstücke zu beseitigen (Ges. 2. IV. 1872 und für das linksrheinische Gebiet von 1885), in Anschluss daran die Wegelosigkeit zu beheben und die Wasserführung zu regeln.

2) Rentengüter zu bilden (Ges. vom 26. IV. 1886, 27. VI. 1890 und 7. VII. 1891).

Die segensreiche Wirkung der Zusammenlegung ist längst allgemein anerkannt; in Rentengutssachen kann überhaupt kein Zwang ausgeübt werden. Der früher durch den Widerstand der Bevölkerung gebotenen unumschränkten Befugniss der Specialcommissare bedarf es in Folge dessen nicht mehr.

Der gesteigerte Bodenwerth, die Einführung des Grundbuchs, die Neuordnung des Katasters (25. X. 1881), ganz besonders aber der Aufschwung der landwirthschaftlichen und kulturtechnischen Wissenschaft, verlangen eine höhere Berücksichtigung des landwirthschaftlichen, vermessungs- und kulturtechnischen, aber auch des juristischen Theils der Arbeiten.

Früher nahmen die Commissare Landmesser als Privatunternehmer zur Uebernahme der technischen Arbeiten an, Landmesser, die eines Tags für Eisenbahngesellschaften, andern Tags für andere Unternehmungen arbeiteten, eine besondere fachliche Ausbildung aber nicht hatten. Heute steht den Generalcommissionen ein im Beamtenverhältniss stehendes Personal von 960 in der Geodäsie und Kulturtechnik auf landwirthschaftlichen Hochschulen ausgebildeten Landmessern zur Verfügung.

Gab es bis 1840 eine landwirthschaftliche Wissenschaft kaum und eine kulturtechnische überhaupt nicht, so haben sich heute dagegen diese Wissenschaften zur bedeutenden Blüthe erhoben, und allenthalben giebt es landwirthschaftliche Schulen, fast jede Universität hat, abgesehen von besonderen landwirthschaftlichen Hochschulen, besondere landwirthschaftliche Abtheilungen.

Umfassende Kenntnisse in der Landwirthschaft sind nicht durch einen sechsmonatlichen Aufenthalt auf einer Domaine, wie ein solcher den Specialcommissaren aus der Klasse der Juristen vorgeschrieben ist, zu gewinnen. Gelegenheit, sich Kenntnisse in der Kulturtechnik anzueignen, fehlt dem Specialcommissar ganz. Heutzutage kann ein Specialcommissar nicht mehr die juristischen, landwirthschaftlichen, vermessungs- und kulturtechnischen Theile der ihm überwiesenen Arbeiten überblicken. Ein solches Universalgenie ist nicht denkbar.

Diesen gänzlich veränderten Zeitverhältnissen hat die Verfassung der Generalcommissionen nicht Rechnung getragen.

Immer noch besteht § 107 der Verordnung von 1817 zu Recht, wonach der Specialcommissar landwirthschaftliche Sachverständige nicht hinzuzuziehen braucht. Immer noch liegt die Leitung aller Arbeiten, auch der Zusammenlegungen, in der Hand des juristisch vorgebildeten Commissars, obwohl sich der Commissar in diese grösstentheils rein technischen Arbeiten nur durch lange Thätigkeit eine geringe Einsicht verschaffen kann und die für diesen Zweck besonders vorgebildeten Landmesser als vollgültige Beamte seiner Controle durchaus nicht bedürfen.

In der augenblicklich über die Umgestaltung der Generalcommissionen berathenden Commission des Abgeordnetenhauses hat der Abgeordnete Herold eine schon von vielen Seiten, unter anderem auch von dem früheren Specialcommissar, Regierungsrath Maraun, befürwortete Neuordnung der Specialcommission beantragt.

Nach diesem Antrage soll der Natur der Zusammenlegungsarbeiten entsprechend die Specialcommission aus einem juristisch gebildeten, einem technisch gebildeten Beamten und einem praktischen Landwirth bestehen.

Würde dieser Antrag im Plenum durchgehen, würde für die Begutachtung einzelner Stadien der Zusammenlegungen dieser Commissionen zusammentreten, so würde ja sicher schon ein bedeutender Fortschritt gewonnen sein. Doch muss die Umgestaltung weitergehen.

Vor allen Dingen muss eine zweckmässige Arbeitstheilung, besonders vollkommene Loslösung des technischen Theils von dem juristischen durchgeführt werden, da der jetzige Geschäftsgang das ganze Verfahren ungemein aufhält, ohne dass es hierfür die geringste Rechtfertigung gäbe. Zum besseren Verständniss ist eine kurze Beschreibung des Verwaltungsapparates der Generalcommissionen erforderlich.

Die Durchführung einer Zusammenlegung wird dem Specialcommissar übertragen, dem zur Ausführung der technischen Arbeiten der Sachlandmesser beigegeben wird. Die Aufsicht über die Thätigkeit des Commissars im Interesse der Generalcommission führt als Decernent ein Mitglied der Generalcommission. Am Sitze der Generalcommissionen befinden sich die geodätisch-technischen Bureaus, welche unter Oberleitung der als Decernenten in Neumessungen fungirenden Vermessungs-Inspectoren die vermessungs technischen Arbeiten der in den einzelnen Zusammenlegungssachen arbeitenden Landmesser prüfen, für dieselben besonders die trigonometrischen Berechnungen anfertigen und das nöthige Kartenmaterial vorbereiten. Von eben denselben Bureaus werden auch die Arbeiten zur Uebernahme der Auseinandersetzungsergebnisse in's Grundsteuerkataster, zum Theil auch in die Grundbücher, ausgeführt.

Zwischen diesen geodätischen Bureaus und dem Sachlandmesser findet naturgemäss ein ununterbrochener Verkehr statt. Trotzdem verkehren beide nicht unmittelbar mit einander, sondern jede Berechnung durchwandert das commissarische Bureau, die Hand des Generalcommissionspräsidenten, des juristischen Decernenten, ohne dass auch nur eine dieser Stellen das geringste zur Verbesserung der Sachen beiträgt, so dass in Folge dessen etwa der Bericht eines Sachlandmessers auf eine von einem geodätisch-technischen Bureau entworfene Verfügung in frühestens sechs Wochen einläuft.

Ich schlage in Folgendem in diesem unpraktischen Geschäftsbetrieb, der sich im Laufe der Zeit allmählich herausgebildet hat, eine Aenderung vor, die sich mit der vom Abgeordneten Herold beantragten Umwandlung der Specialcommissionen sehr gut vereinigen lässt.

A. Die Generalcommissionen, in ihrer alten Zusammensetzung, verstärkt durch landwirthschaftliche Sachverständige, behalten die oberste Leitung und bleiben zweite Instanz.

Von ihnen ressortiren direct:

1) die juristischen Decernate, welche die Prüfung der Provocationen und Recesse u. s. w. und die den Generalcommissionen übertragenen, sogenannten Nebengeschäfte (Ges. 3. III. 1850, 2. IV. 1887, 27. VI. 1860, 11. VI. 1874 u. a.) zur Entscheidung der Generalcommissionen actenmässig vorbereiten und die Juristen der Specialcommissionen beaufsichtigen;

2) die vermessungs technischen Decernate für die Beaufsichtigung der geodätisch technischen Bureaus und der Sachlandmesser.

B. Die, oben beschriebene, dreigliedrige Specialcommission wird betraut mit der Vorprüfung der Provocation, der Festsetzung der Bonitirungswerthe mit der Begutachtung des neu projectirten Wege- und Grabennetzes und mit der Aufnahme der Ausführungsverhandlung.

In die Bearbeitung der einzelnen Stadien selbst theilen sich:

1) der juristische Beirath der Specialcommission,

2) das Landmesserbureau oder besser deutsch das Vermessungsamt.

Der Jurist prüft die Legitimation der Betheiligten, die Ansprüche der Betheiligten an etwaig abzulösenden Gerechtsamen, nimmt die Rechte der Gläubiger wahr, stellt den Recess auf und vertheilt die Kosten.

Der Sachlandmesser führt seine Arbeiten wie früher aus, doch ohne commissarische Controle. Er leitet die Bonitirung, stellt örtlich den vorhandenen Besitzstand fest, entwirft das Wege- und Grabennetz, die Planlage, steckt die neue Planlage ab, projectirt und beaufsichtigt den Ausbau der Wege und Gräben und macht die nöthigen örtlichen Vorarbeiten für die Berichtigung des Grundsteuerkatasters.

Weiter verkehrt der Landmesser mit der Specialcommission und dem geodätisch technischen Bureau direct, mit der Generalcommission indirect durch die geodätisch technischen Bureaus, welche dann auch die Liquidationen der Vermessungsbeamten endgültig festzusetzen haben.

Es ist dieses Verfahren durchaus durchführbar, da schon jetzt die Acten in sogenannte Haupt- und Neumessungsacten getrennt sind.

Zu welchen Verzögerungen der jetzige Geschäftsgang schon geführt hat, kann sich der betheiligte Landwirth, der an der beschleunigten Durchführung der Zusammenlegung das lebhafteste Interesse hat, kaum vorstellen. Durch die vorgeschlagene Trennung der juristischen und der technischen Thätigkeit wird die Durchführung der Arbeiten der Generalcommissionen beschleunigt, mithin werden die Kosten verringert werden. Bei der grösseren Bewegungsfreiheit der beiden verschiedenen Beamtenklassen, der Juristen und der Techniker, und durch die allseitig gewünschte Zuziehung der landwirthschaftlichen Sachverständigen wird auch eine qualitative Förderung dieser für die Landeskultur so wichtigen Arbeiten zu erwarten sein, zum Wohle der Landwirthschaft. *M.*

Die Schriftleitung hat die vorstehende, in der „Beilage zur Post" bereits abgedruckte und vom Herrn Verfasser zur Verfügung gestellte Abhandlung zum Abdruck gebracht und wird im nächsten Heft noch eine weitere Besprechung des gleichen Gegenstandes zum Abdruck bringen, obwohl beide Abhandlungen gegenüber der in Heft 7 bereits gebrachten Erörterung der wichtigen Frage wesentlich Neues nicht enthalten. Es erscheint aber eben von Bedeutung, dass sich in dieser wichtigen Frage eine grössere Zahl von Fachmännern, wie auch widerspruchslos die Tagespresse in gleichem Sinne aussprechen, weshalb wir dem aus den Kreisen der Vereinsmitglieder geäusserten Wunsche nach möglichst umfassender Bekanntgabe der uns zugehenden Besprechungen dieser nun hoffentlich zu einem gedeihlichen Abschlusse kommenden Organisationsfrage auch auf die Gefahr von Wiederholungen Folge zu geben, uns verpflichtet halten. *Sts.*

„Gehaltsverhältnisse der Vermessungsbeamten im Königreich Sachsen nebst neueingeführten Amtsbezeichnungen."

Ergänzung zu der Mittheilung S. 163 dieser Zeitschrift.

S. 167, Abs. 3 ist gesagt worden,

„dass die Vermessungsbeamten im sächsischen Staatsdienste sowohl mit ihrer socialen Stellung als auch mit ihren Gehaltsverhältnissen zufrieden sein können."

Diese Mittheilung bedarf einer Berichtigung, wobei zur Erläuterung eine Vervollständigung über das Arbeitsgebiet des Centralbureaus für Steuervermessung und des Domainen-Vermessungsbureaus vorausgeschickt sein möge.

Die auf S. 164 unter A erwähnte

Steuervermessung

umfasst, wie daselbst angegeben, das Centralbureau für Steuervermessung und die Gesammtheit der Vermessungsingenieure des sogenannten „äusseren Dienstes".

Das Centralbureau für Steuervermessung ist in steuertechnischer Beziehung sachverständiges Organ des Königl. Finanzministeriums, hat deshalb seinen Sitz im Dienstgebäude des letzteren und steht unter der Leitung eines Obervermessungsinspectors, dem ein Vermessungsinspector als Stellvertreter beigegeben ist.

Das Vermessungspersonal des Centralbureaus für Steuervermessung besteht aus einer grösseren Anzahl Vermessungs- und sonstigen technischen Beamten, die die Diensttitel Vermessungsingenieur, Vermessungsassessor

Vermessungsingenieur-Assistent, Vermessungsassistent, Geometer und Hülfszeichner führen.

Dem Centralbureau für Steuervermessung ist die Leitung bez. auch Ausführung sämmtlicher bei der Grundsteuerverwaltung vorkommenden vermessungstechnischen Arbeiten übertragen.

Es besorgt die Weiterführung der Landestriangulirung, d. h. den Ausbau des trigonometrischen Landesnetzes von der zweiten Ordnung ab und beschafft gleichzeitig die trigonometrischen Unterlagen für die topographischen Aufnahmen des Generalstabes, die zum Zwecke der Herstellung einer 25 000 theiligen topographischen Karte vom Königreich Sachsen und der von Sachsen zu bearbeitenden Sectionen der „Karte des Deutschen Reiches“ auszuführen sind.

Das Centralbureau für Steuervermessung bewirkt ferner die für die Zwecke der Grundsteuerverwaltung nöthigen Fluren-Neuaufnahmen im Anschluss an das trigonometrische Landesnetz, sowie die Instandhaltung und den Ausbau des Landeshöhennetzes, insoweit dies nicht von anderen Staatsverwaltungen aus geschieht; auch sind ihm alle mit der Neufeststellung und Wiederinstandsetzung der Landesgrenze verbundenen vermessungs-technischen Arbeiten übertragen. Ausserdem hat das Centralbureau für Steuervermessung noch alljährlich die Nachvermessungen der neuerbauten Linien der Staatsbahn zu bewirken.

Insoweit dem Vermessungspersonale die Erledigung dieser Arbeiten obliegt und hierzu höhere technische Vorbildung erforderlich ist, erfolgt diese Erledigung durch staatlich geprüfte Vermessungsingenieure, die theils die Stellung von Vermessungsingenieuren, theils diejenige von Vermessungsassessoren bekleiden.

Die übrigen Vermessungsingenieurstellen sind mit Beamten mit mittlerer technischer Vorbildung, geprüften Feldmessern, besetzt. Von diesen und den Vermessungsingenieur-Assistenten, die ebenfalls letztere Vorbildung genossen haben, werden namentlich steuertechnische Prüfungsarbeiten erledigt; denn das Centralbureau für Steuervermessung ist auch oberste technische Prüfungsstelle für die von den Vermessungsingenieuren des äusseren Dienstes auszuführenden vermessungs- und steuertechnischen Arbeiten. Die letztgenannten Beamten, die sich zur Zeit aus den Vermessungsingenieur-Assistenten ergänzen, haben nämlich das Centralbureau für Steuervermessung als geschäftlich vorgesetzte Dienstbehörde anzusehen und von ihm geschäftliche Weisungen entgegen zu nehmen. Der Vorstand des Centralbureaus für Steuervermessung und dessen Stellvertreter sind mit den Revisionen bei diesen technischen Steuerbeamten des äusseren Dienstes betraut. Das Personal der Neuaufnahme setzt sich aus den Vermessungsassistenten und den Geometern zusammen. Dieselben haben im Allgemeinen die vorbezeichnete mittlere technische Ausbildung genossen. In diesen Stellungen befinden sich jedoch auch solche jüngere Beamte, die zwar das für die staatlich geprüften

Vermessungsingenieure vorgeschriebene Studium an der technischen Hochschule, aber noch nicht die zweite Haupt- (Staats-) Prüfung absolvirt haben.

Das auf S. 166 sub B mit „Domainenverwaltung“ gemeinte

Domainen-Vermessungsbureau

bildet unmittelbar ein Organ des Königlichen Finanzministeriums und ist als solches vorzugsweise der Domainen- und Intradenverwaltung des letzteren als sachverständiges Organ beigegeben.

Seine Thätigkeit erstreckt sich auf die Bearbeitung, Begutachtung und bez. auch Ausführung zahlreicher Aufgaben aus dem Gebiete der Technik im Allgemeinen, insbesondere auch aus demjenigen der Vermessungs-, der Cultur- und der Bautechnik, sowie aus dem Gebiete des Verwaltungsdienstes. Bei der ausserordentlichen Vielseitigkeit der an das Domainen-Vermessungsbureau in den angedeuteten Richtungen herantretenden Anforderungen ist es unthunlich, hierauf an dieser Stelle des Näheren einzugehen.

Das Personal des Domainen-Vermessungsbureaus setzt sich zusammen aus einem Obervermessungsinspector als Vorstand, einem Vermessungsinspector als dessen Stellvertreter, ferner drei Vermessungsingenieuren und einem Vermessungsingenieur-Assistent, die theils staatlich geprüfte Vermessungsingenieure, theils geprüfte Feldmesser sind, sowie einem Zeichner.

Was nun die „sociale Stellung“ der beim Centralbureau für Steuervermessung und beim Domainen-Vermessungsbureau angestellten Vermessungsbeamten anbelangt, so sind die Obervermessungsinspectoren, von welchen abgeschlossene akademische Bildung und erfolgte Absolvirung der höheren technischen Staatsprüfung im Vermessungsfache verlangt wird, wenn schon sie in die vierte Klasse der Hofrangordnung eingereiht sind, hinsichtlich ihres Ranges, namentlich aber hinsichtlich ihrer Gehaltsverhältnisse bei Weitem ungünstiger gestellt, als die im preussischen, bayrischen und württembergischen Staatsdienste in gleichen Stellungen befindlichen vermessungs- oder kulturtechnischen Beamten. Die Vermessungsinspectoren, welche den Anforderungen, die hinsichtlich der Ausbildung an die Obervermessungsinspectoren gestellt werden, ebenfalls entsprechen, und diejenigen staatlich geprüften Vermessungsingenieure, die den „Vermessungsassessor“ bereits hinter sich und gegenwärtig etatsmässige Vermessungsingenieurstellen inne haben, sind zur Zeit noch nicht den bei den staatlichen Bauverwaltungen angestellten Technikern mit höherer technischer Vorbildung gleichgestellt, was sie aber auf Grund ihrer gleichwerthigen Ausbildung und wegen der an sie hinsichtlich ihrer Leistungen gestellten Anforderungen recht wohl beanspruchen können. Es erhoffen deshalb sowohl die Obervermessungsinspectoren und Vermessungsinspectoren, als auch die zur Zeit Vermessungsingenieurstellen innehabenden staatlich geprüften Vermessungsingenieure eine baldige entsprechende Regelung ihrer Rang- und Dienstverhältnisse nach Maassgabe der für den höheren technischen Staatsdienst bezüglich des Baufaches bestehenden Bestimmungen.

Auch die übrigen, mittlere technische Vorbildung besitzenden Vermessungsingenieure, Vermessungsingenieur-Assistenten und Vermessungs-Assistenten haben bei den Gehaltserhöhungen ihre seit Jahren gehegten Hoffnungen nicht voll erfüllt gesehen, obgleich dieselben bei Einreihung des Vermessungsassessors in die VI. der im Gesetz über die Tagegelder und Reisekosten der Civilstaatsdiener geordneten Dienstabstufungen ebenfalls in die VI. bez. VII. und VIII. Dienstabstufung aus den nächstniedrigeren eingereiht worden sind.

Vergleicht man übrigens die auf S. 166 angegebenen Gehalte der staatlichen Vermessungsbeamten mit den auf S. 167 verzeichneten Gehalten der Vermessungsbeamten der Stadt Dresden, so erhellt hieraus, dass letztere, namentlich auch wegen der Möglichkeit, je nach dem Dienstalter in höhere Gehaltsklassen aufrücken zu können, in finanzieller Hinsicht theilweise besser gestellt sind als ihre in staatlichen Stellungen befindlichen Fachgenossen, wobei allerdings die städtischen Vermessungsinspectoren hinsichtlich ihres Anfangsgehaltes eine betrübende Ausnahme machen.

Unter voller Anerkennung der Vortheile und Errungenschaften, welche den S. 163—167 angegebenen Vermessungsbeamten im vorigen Jahre zu Theil geworden sind, hoffen wir, dass die Härten, welche zurückgeblieben, baldigst beseitigt und die Erwartungen, welche gehegt werden, in nicht zu weiter Ferne nachträglich noch erfüllt werden mögen!

G.

Bücherschau.

Geodätische Uebungen für Landmesser und Ingenieure, von Professor Dr. Ch. A. Vogler. Zweite, erweiterte Auflage. Zweiter Theil: Winterübungen. Mit 25 eingedruckten Abbildungen. Berlin 1901, P. Parey. Preis 5,50 Mk.

Dem ersten Theile seiner geodätischen Uebungen hat der Verfasser nun den ebenfalls erweiterten zweiten Theil mit den Winterübungen folgen lassen. Er umfasst in den drei ersten Abschnitten, die nach den Titeln, Fernrohr, Libelle und Theodolit geordnet sind, die wichtigsten Aufgaben aus der Instrumentenkunde, worauf dann noch ein Abschnitt über die Anwendungen der Ausgleichungsrechnung folgt. Die vollständig zum Theil an der Hand anschaulicher Zeichnungen gelösten zahlreichen Aufgaben bilden mit den kritischen Erörterungen des erfahrenen Verfassers eine so werthvolle Ergänzung der vorhandenen Lehrbücher der Vermessungskunde, dass das Buch den Studirenden der Geodäsie nicht genug empfohlen werden kann. Um wieder ein

Bild von der Reichhaltigkeit dieser Uebungen zu geben, soll hier nur der den Theodolit behandelnde Abschnitt herausgegriffen werden. Wir finden darin folgende Aufgaben: Ueber den Abstand der Alhidadenzeiger; über die Excentricität der Alhidadenachse; dieselbe Aufgabe mit Beobachtung an mehr als vier symme risch angeordneten Limbusstellen; über excentrische Lage des Limbusmittelpunktes gegen die Drehachse des Limbus; Uebungen im Ablesen an Nonien und Mikroskopen, Versuche über Ableseschärfe und Genauigkeit der Fernrohreinstellung; Bestimmung des Indexfehlers am Höhenkreis; über den Projectionsfehler, der aus dem Visirachsen- und Kippachsenfehler hervorgeht; über den Einfluss einer Neigung der Stehachse; über die gegenseitige Neigung der Limbus- und Alhidadenachse; über das französische oder Borda's Achsensystem; über das Mitschleppen des Limbus und verwandte Fehler; Theodolitjustirung; Berichtigen des Mikroskops.

Dieselbe Reichhaltigkeit weisen die übrigen drei Abschnitte auf.

P.

Personalnachrichten.

Königl. Preuss. Kasterverwaltung. Ernannt: zum Katasterlandmesser Ib die Landmesser Wätzmann, Simon und Mews in Bromberg, zum Katasterlandmesser Ia die bisherigen Katasterlandmesser Ib Baldus unter Versetzung nach Wiesbaden, Dreber unter Versetzung nach Stralsund und Wahlmann unter Versetzung nach Arnsberg.

Pensionirt: zum 1. April 1901. Steuerrath Wilmund in Wiesbaden, Rechnungsrath Dantz in Aachen, unter Verleihung des Rothen Adlerordens III. Klasse mit der Schleife an den Ersteren bezw. des Rothen Adlerordens IV. Klasse an Letzteren.

Neu eingerichtet werden die Katasterämter: Bergen, Neuenburg und Zempelburg.

Königreich Bayern. Gepr. Geometer W. Meyer zum Messungsassistenten bei der Kgl. Regierung der Oberpfalz in Regensburg ernannt. Gepr. Geometer Xaver Marb zum Messungs-Assistenten beim Königlichen Katasterbureau ernannt.

Die erledigte Stelle des Vorstandes der Messungsbehörde Oberdorf wurde dem Obergeometer des Katasterbureaus Friedr. Meier, seiner Bitte um Versetzung an diese Messungsbehörde willfahrend, unter Ernennung zum Bezirksgeometer I. Klasse verliehen; zum Obergeometer des Katasterbureaus der Katastergeometer Joh. Chr. Hub befördert; zum Katastergeometer des Katasterbureaus der Messungsassistent Wilhelm Egert ernannt.

Königreich Württemberg. Seine Königliche Majestät haben vermöge Allerhöchster Entschliessung vom 25. Februar 1901 zu verleihen geruht:

Dem Oberfinanzrath Schlebach bei dem Steuercollegium, Abth. f. dir. St., das Ehrenkreuz des Ordens der Württembergischen Krone; dem Obergeometer Vötter bei der Generaldirection der Staatseisenbahnen das Ritterkreuz II. Klasse des Friedrichsordens; dem Bezirksgeometer Hörz in Calw und dem technischen Eisenbahnsecretair Frey bei der Generaldirection der Staatseisenbahnen die Verdienstmedaille des Kronenordens; dem Registraturbeamten des Katasterbureaus Hauser den Titel eines Registrators, dem Obertopographen Liebler bei der topographischen Abtheilung des statistischen Landesamts denjenigen eines Vermessungsinspectors.

Königreich Sachsen. Veränderungen in der Zeit vom 1. April 1899 bis 1. Mai 1901.

a. Beim Königlichen Centralbureau für Steuervermessung:

Beförderungen: Vermessungsingenieur Beuchelt (gepr. Verm.-Ing.) zum Vermessungsinspector, Vermessungsingenieur-Assistent Richter (gepr. Verm.-Ing.) zum Vermessungsassessor, die Vermessungsingenieur-Assistenten (gepr. Geometer) Pietzschke, Bormann, Stentzel, Rentsch zu Vermessungsingenieuren, die drei Ersteren beim Königlichen Kreissteuerrathe zu Dresden, der Letztere in Pirna, die Vermessungsassistenten (gepr. Geometer) Kästner, E. Raschke, Schlegel, Lang, Jahn, Herrmann zu Vermessungsingenieur-Assistenten, Geometer Müller (dipl. Verm.-Ing.) zum Vermessungsassistenten.

Anstellungen: Die geprüften Geometer Bretschneider, Thomas, Türschmann, Muche, Kempe, Poeschmann, Milde, Pohl, Bundesmann, Häbler, Vogel, Wladarz, Heroldt und der diplomirte Vermessungsingenieur Rade als Vermessungsassistenten.

Pensionirungen: Vermessungsinspector Steuerrath Oehmichen, Vermessungsingenieur Assistent Huss.

Auf Ansuchen entlassen: die Vermessungsassistenten (gepr. Geometer) Hensel und Häbler.

Gestorben: Vermessungsassisten von Metzsch.

Versetzungen: Vermessungsingenieur Oschätzchen vom Centralbureau in das Domainenvermessungsbureau, Vermessungsingenieur Scharnhorst (gepr. Verm.-Ing.) vom Domainenvermessungsbureau in das Centralbureau, Vermessungsingenieur Küttler von Pirna in das Centralbureau.

b. Beim äusseren technischen Steuerdienste:

Versetzungen: die Vermessungsingenieure Götze von Glauchau nach Dresden, Profft von Oelsnitz i. V. nach Glauchau, Lungwitz von Dresden nach Oelsnitz i. V., Granzner von Dippoldiswalde nach

Chemnitz, Thomas von Zwickau nach Dippoldiswalde, Pietzschke von Dresden nach Rochlitz.

Pensionirung: Vermessungsingenieur Ziesche in Rochlitz.

Kstr.

Neue Schriften über Vermessungswesen.

Herz, Dr. N. Wahrscheinlichkeits- und Ausgleichungsrechnung. Sammlung Schubert XIX. Leipzig 1900, G. J. Göschen. (381 S. 8^0 und 3 Taf.) Preis 8 Mk.

Runge, Dr. C., Prof. Praxis der Gleichungen. Mit 8 Figuren. Sammlung Schubert XIV. Leipzig 1900, G. J. Göschen. (196 S. 8^0.) Preis 5,20 Mk.

Briefkasten der Schriftleitung.

Die Gebührenordnung der Architekten und Ingenieure, aufgestellt vom Verband deutscher Architekten- und Ingenieurvereine und einigen weiteren Verbänden und Vereinen — 1901. Commissionsverlag von Ernst Toeche, Berlin SW. 46 — enthält auf Seite 4 die Anmerkung „bezüglich der Kosten der Arbeiten des Feldmessers wird auf den Entwurf des Deutschen Geometervereins für einen Gebührentarif für geometrische Arbeiten, Zeitschrift für Vermessungswesen, Band XV, Heft 10 — 12 verwiesen, welcher als Sonderabdruck von dem Bibliothekar des Vereins aus München zu beziehen ist.“

Der Hinweis auf diesen veralteten Entwurf und die Wiederbelebuug des „Feldmessers“ scheint mir im Jahre 1901 recht wenig glücklich, worauf vielleicht ein anderes Mal zurückgekommen werden kann. Zunächst möchte ich aus der grossen Verspätung und den vielverschlungenen Umwegen, auf welchen mir verschiedene, lediglich an den „Bibliothekar des D. G.-V.“ gerichtete Zuschriften merkwürdiger Weise doch noch zur Hand gekommen sind, schliessen, dass manche andere Zuschrift unbestellt geblieben sein mag.

Die Sonderabdrücke sind übrigens auch vergriffen. Heft 10—12, Band XV, sind voraussichtlich noch bei der Verlagsbuchhandlung — Konrad Wittwer in Stuttgart — zu beziehen. *Steppes.*

Inhalt.

Verlag von Konrad Wittwer, Stuttgart. — Druck von Gebrüder Jänecke in Hannover.