

# ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

Organ des Deutschen Geometervereins.

Herausgegeben von

**Dr. C. Reinbertz,**

und

**C. Steppes,**

Professor in Hannover.

Obersteuerrath in München.



1901.

Heft 11.

Band XXX.

→ 1. Juni. ←

---

Der Abdruck von Original-Artikeln ohne vorher eingeholte Erlaubniss der Schriftleitung ist untersagt.

---

## Landesvermessung in Chile.

Kein Staat Süd-Amerikas hat so viele Anstrengungen gemacht, sich auf allen kulturellen Gebieten zu vervollkommen, wie Chile. Diese Anstrengungen sind besonders in wissenschaftlicher und militairischer Hinsicht von Erfolg gekrönt worden. Dieser Fortschritt ist wohl im Wesentlichen dem Umstande zu verdanken, dass man in Chile die Ueberlegenheit deutschen Unterrichts und deutscher Ausbildung vielseitig anerkannt hat.

Besonders durchgreifend ist der Fortschritt auf militairischem Gebiete gewesen.

Der Chef des chilenischen Generalstabes, General Körner, der zugleich die Verantwortlichkeit für die Ausbildung der ganzen Armee hat, ist ein Deutscher. Zur Vorbereitung der Offiziere für ihre taktischen Aufgaben im Gelände war ein Plan der Umgegend von Santiago nöthig. Dieser wurde mittels Kippregel und Messtisch von chilenischen Offizieren ausgeführt auf Grund einer Triangulation, deren Basis mit einem Draht von 100 m Länge mehrmals gemessen wurde. Es fand weder eine astronomische Ortsbestimmung statt, noch wurde der Plan nach dem Meridian orientirt, so dass der Norden desselben mit dem Fehler der magnetischen Missweisung behaftet war.

Topographisch dagegen war dieser Plan tadellos ausgeführt und genügte allen militairischen Anforderungen, so dass der Gedanke nahelag, in Zukunft diese Messtisch-Aufnahmen auf einer Triangulation mit wissenschaftlicher Grundlage zu basiren.

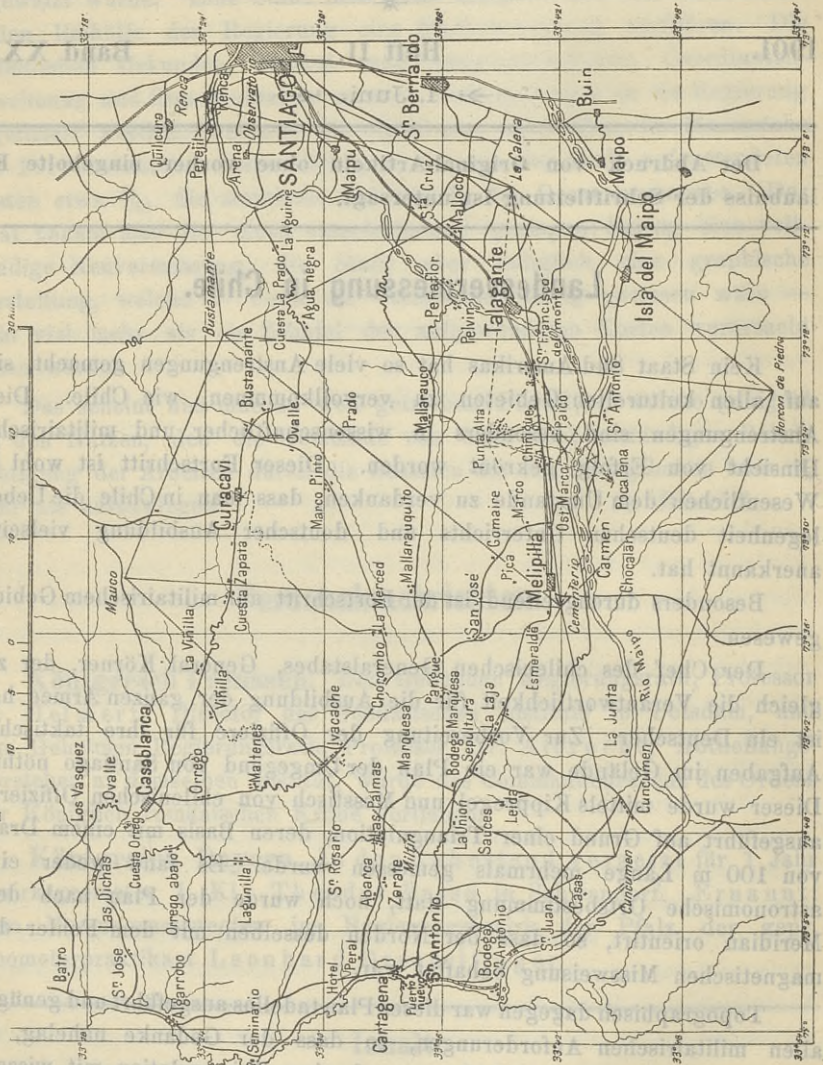
Eine solche ist in den letzten zwei Jahren von Offizieren des Generalstabes ausgeführt worden, und da diese Triangulation sowohl der Eigenartigkeit der Verhältnisse wegen, wie auch im Hinblick auf die

Verwendung eines neuen Basismessapparates, manches Interessante und Neue bietet, so sei es gestattet, dieselbe hier einer Betrachtung zu unterziehen.

## 1. Recognoscirung und Vorarbeiten.

Das zu triangulirende Gebiet wird im Osten vom 73. Meridian westlich von Paris, im Westen vom Stillen Ocean, im Norden und Süden von den Parallelen  $33^{\circ}18'$  bzw.  $33^{\circ}54'$  begrenzt.

### Hauptdreiecksnetz einer Triangulation in Chile.



Obwohl dem Verfasser, der die Triangulation zu leiten hatte, das vorliegende Gelände aus zahlreichen Manövern sowie aus dem Studium des vorhandenen Kartenmaterials im Allgemeinen bekannt war, wurde doch eine besondere Expedition, die, ausser dem Verfasser, aus den

Capitanes Ortiz und Molina, dem Ingenieur-Architekt Hundt und der nöthigen Anzahl Handwerker, Bedienter, Pferde und Maulthiere bestand, ausgerüstet, um den Ort für die Festlegung der Basis zu ermitteln und den auf Grund der Karte hergestellten Triangulirungsentwurf zu berichtigen. Das Kartenmaterial ist nämlich mit grosser Vorsicht zu benutzen. Es sind von der kartographischen Abtheilung 4 Zonenkarten hergestellt, welche das Gebiet von Chile umfassen und das Territorium der 4 Zonen darstellen, in die militairisch das Land zerfällt. Diese Zonenkarten lehnen sich an die Karte von Amado Pissis an und enthalten Verbesserungen der letzteren nur in Bezug auf topographische Details. Zur Charakterisirung der Karte von Pissis möge dienen, dass des Autors eigene Angaben der Coordinatenwerthe von 7 Punkten der Provinz Aconcagua untereinander um 4300—11 700 m differiren, so dass in den Dreiecksseiten Abweichungen bis 10 600 m entstehen, während die Winkel um Grade schwanken.

Was die Recognoscirung der Sichten betrifft, so ist dieselbe leicht, sobald es sich um scharf markirte Höhen handelt; bei Punkten von häufig wiederkehrender Form ist die Wiedererkennung derselben von verschiedenen Orten her aus denselben Gründen schwierig, welche bei der Photogrammetrie das Wiederfinden derselben Punkte bei der Aufnahme von zwei verschiedenen Standorten im Gelände und auf der photographischen Platte erschwert.

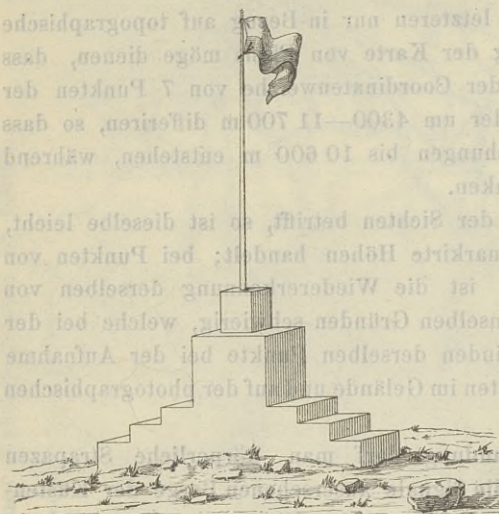
Bei einer solchen Erkundung darf man körperliche Strapazen keineswegs scheuen. Die für die Signale ausersehenen Berge der Küsten-Cordillern ragen oft bis 2000 m aus der Ebene empor und bieten einer Ersteigung meist unsagbare Schwierigkeiten. Am besten nimmt man Maulthiere zum Aufstieg; doch setzt sich ein „caballero“ nicht gern auf ein solches Thier, man zieht das Pferd vor, das allerdings hier für Bewegung im gebirgigen Gelände sich viel besser eignet als in Deutschland. Gewöhnlich benutzten wir den Tag zum Aufstieg, nahmen dann unser Mahl ein, bestehend aus am Spiess gebratenem Hammel- oder Rindfleisch und Rothwein, und übernachteten dann unter freiem Himmel ohne Zelt, da die Mitführung eines solchen viele Umstände macht, oft wohl auch ganz unmöglich ist. Am frühen Morgen begann dann die Arbeit, die nur wenige Stunden in Anspruch nahm, da es sich vorläufig nur um die Feststellung der Sichten handelte. Gewöhnlich gelang es uns, noch vor Einbrechen der Nacht unser Quartier zu erreichen, was für Mensch und Thier dringend erwünscht war, da letztere oben wenig Futter und selten Wasser fanden.

Die Configuration des recognoscirten Geländes — siehe Kroki — ist etwa folgende:

Das grosse Längsthal, in welchem Santiago, die Hauptstadt des Landes, liegt, findet im Westen ungefähr durch den Meridian von  $73^{\circ}18'$  westlicher Länge von Paris seine Begrenzung. Die von Santiago nach

Melipilla, einer Departementstadt, führende Eisenbahn, benutzt das die Küsten-Cordillere quer durchsetzende Thal des Rio Maipo. Dieses Querthal öffnet sich in Melipilla zu einem weiten Kessel, in dessen Centrum ein Hügel, der Cementerio, von etwa 500 m Höhe sich erhebt, welcher eine Rundsicht fast nach allen Richtungen hin gestattet. Diese Rundsicht ist nur nach Süden beschränkt. Dort lagert sich die Cordillere de Aloë vor, welche im Horcon de Piedra, etwa 2000 m, ihre höchste Erhebung hat.

Fig. 1.



Masstab 1:100.

Manchem, der die hiesigen Terrainverhältnisse nicht kennt, mag wohl diese Vorsicht übertrieben erscheinen; dennoch ist sie nothwendig, wenn man bedenkt, in welches Meer von mehr oder weniger gleichgeformten Hügeln man von einem hochgelegenen Standorte aus hinabschaut.

Als beim Beginn der Recognoscirung diese Maassregel versäumt wurde, kam thatsächlich ein diesbezüglicher Irrthum vor. Wir glaubten von einem Hügel, Loma de Traro genannt, den Cementerio erblicken zu können, dessen Spitze neben dem Abhange eines nahegelegenen Höhenzuges noch deutlich sichtbar hervorzuragen schien. Später stellte es sich heraus, dass die betreffende Sicht fehlte, und wir das Signal nach der etwas ungünstiger gelegenen Kuppe des Poca Pena verlegen mussten. Eine vorläufige Messung der Winkel, so primitiv man sie auch ausführen will, kann natürlich erst dann stattfinden, wenn man über die betreffenden Sichten genau im Klaren ist.

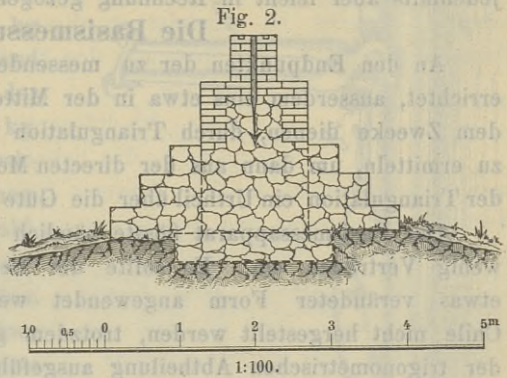
Das Netz sollte der ursprünglichen Anlage nach die Form eines Siebeneckes haben, jedoch befindet sich zwischen Cementerio, Horcon de Piedra und Cuncumen kein Punkt, welcher nach allen drei genannten

Es war sofort zu erkennen, dass sich der Cementerio vorzüglich als Centrum eines Netzes eignete. Weniger leicht war die Wiederfindung der vom Cementerio aus als trigonometrische Punkte ausersesehenen Höhen. Um die Identität der Punkte mit Sicherheit festzustellen, wurde im Cementerio ein Heliotropist installiert, welcher beständig Licht nach einem in Frage stehenden Punkte zu senden hatte. Sobald man dieses Licht erblickte, befand man sich auf der richtigen Höhe.

Signalen Sichten gestattet. Hierdurch entstand das weniger günstige Dreieck im Süden des Cementerio.

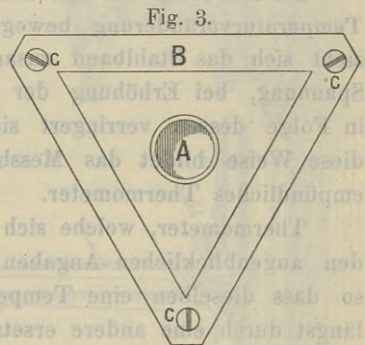
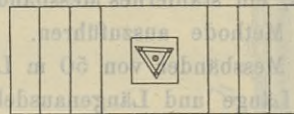
Die sofortige Mitnahme des Architekten erwies sich als durchaus erforderlich. Es konnten so Erörterungen über die Lage und Bauart der Signale sogleich an Ort und Stelle erledigt werden.

Alle Signale haben durchweg die in Fig. 1 ange-deutete Form. Querschnitt und Aufriss ist in Fig. 2 ange-gabe-n. Das Fundament be-steht aus Feldsteinen, wie sie überall auf den Bergen der Küsten-Cordillere zu finden sind. Der Aufsatz besteht aus Ziegeln oder ebenfalls aus Feldsteinen und ist mit einer Cementschicht bedeckt. Das Centrum des Signals bildet eine in eine Spitze verlaufende eiserne Röhre, deren obere Oeffnung *A* siehe Fig. 3 sowohl



zur Aufnahme einer Fahnenstange als zum Centriren der Heliotropen dient. In die obere Fläche des Signals ist ein hölzernes Dreieck *B* ein-gelassen (Fig. 3), in dessen Eckpunkten sich 3 mit Kerben versehene eiserne Platten *c* zur Aufnahme der Füße des Instruments befinden.

Der Bau der Signale bot wegen der Schwierigkeit des Transports der Roh-materialien auf die Gipfel der Er-hebungen nicht geringe Schwierigkeiten, wurde jedoch dank der Energie und Umsicht des Herrn Architekten Hundt, der trotz seiner 58 Jahre sich noch einer eisernen Constitution erfreute, noch während der Sommermonate desselben Jahres fertiggestellt. Schwierigkeiten in Bezug auf die Erwerbung des Platzes der Signale, mit denen zum Beispiel der preussische Generalstab fast täglich zu kämpfen hat, haben sich hier zu Lande noch nicht herausgestellt. Die Erlaubniss zur Errichtung des Signals wurde von den Eigenthümern des Grund und Bodens, die uns überdies stets auf's gastlichste aufnahmen, immer anstandslos ertheilt, nachdem wir ihnen den Zweck der Signale auseinandergesetzt hatten. Von Platzmiethe und dergl. ist natürlich auch nie die Rede gewesen.



Als passendster Ort für die Basismessung wurde eine etwa 8 km lange Eisenbahnstrecke zwischen Chiñigué und San Francisco del Monte erkannt. Diese Strecke verläuft fast in gerader Richtung; spätere Ermittlungen ergaben eine leichte Krümmung, deren Radius 8000 km beträgt, so dass dieselbe noch geringer ist als die eines Meridians, jedenfalls aber leicht in Rechnung gezogen werden kann.

### Die Basismessung.

An den Endpunkten der zu messenden Basis wurden zwei Signale errichtet, ausserdem eins etwa in der Mitte. Dies Signal sollte zunächst dem Zwecke dienen, durch Triangulation den zweiten Theil der Basis zu ermitteln, um dann aus der directen Messung und aus dem Ergebniss der Triangulation ein Urtheil über die Güte der Basismessung zu erhalten.

Der Basismessapparat flosste nämlich in seiner ursprünglichen Form wenig Vertrauen ein. Es sollte der Bessel'sche Basismessapparat in etwas veränderter Form angewendet werden. Doch konnte er in Chile nicht hergestellt werden, trotzdem ganz genaue Zeichnungen von der trigonometrischen Abtheilung ausgeführt waren, so dass ich mich entschloss, ein stählernes Messband zu verwenden und die Messung nach Jäderin's Methode auszuführen. Die Abtheilung verfügte über zwei stählerne Messbänder von 50 m Länge. Um beide Messbänder in Bezug auf ihre Länge und Längenausdehnung zu vergleichen, wurden sie auf der Plaza de armas von Talagante, wo die Basismesscommission ihren Sitz aufgeschlagen hatte, gleichzeitig bei einer Temperatur von  $25^{\circ}$  C. und einer durch eine Feder-Kraftwaage (Dynamometer) bewirkten Spannung von 50 kg nebeneinander ausgespannt.

Da sah man, wie sich der Zeiger des Kraftmessers bei der geringsten Temperaturveränderung bewegte. Bei Verminderung der Temperatur zieht sich das Stahlband zusammen, der Zeiger markirt eine grössere Spannung, bei Erhöhung der Temperatur dehnt sich das Band aus, in Folge dessen verringert sich die Spannung des Kraftmessers. Auf diese Weise bildet das Messband mit dem Kraftmesser ein überaus empfindliches Thermometer.

Thermometer, welche sich neben dem Messband befanden, konnten den augenblicklichen Angaben der Kraftwaage durchaus nicht folgen, so dass dieselben eine Temperatur anzeigten, welche in Wirklichkeit längst durch eine andere ersetzt war.

Setzt man nun den Fall, dass die Temperatur sich vermindert und das Stahlband sich zusammengezogen habe, so dass der Kraftmesser anstatt 50 kg 53 kg anzeigt, dann ist klar, dass man dem Stahlband die frühere Länge geben kann, wenn man die Spannung um noch 3 kg vermehrt, da ja jeder Stellung des Zeigers, oder, was dasselbe ist, jeder Spannung des Kraftmessers eine gewisse Länge des Stahlbandes entsprechen muss, was auch die Ursache der Ausdehnung oder Zusammenziehung desselben sein mag. Wenn man in Folge dessen dem Kraftmesser eine



Um die frühere Länge wieder herzustellen, muss man diese Grösse zu  $x$  hinzuaddiren oder von  $x$  abziehen, so dass man erhält:

$$y = x + x - 50 \text{ oder } x - (50 - x),$$

das heisst

$$y = 2x - 50 \text{ in beiden Fällen.}$$

Wie man sieht, braucht man die Temperatur überhaupt nicht zu wissen. Dieselbe ist eliminirt in diesem Verfahren und durch eine Function ersetzt — die Spannung des Kraftmessers.

Wenn man die Gleichung

$$y = 2x - 50 \text{ differentiirt, hat man}$$

$$dy = 2 dx, \text{ das heisst, ein Fehler in der Beobachtung}$$

macht sich doppelt in der Messung fühlbar, woraus folgt, dass der Beobachtungsapparat und der Messungsapparat beständig in Verbindung bleiben müssen, so dass die Spannung augenblicklich übertragen werden kann, bevor sich dieselbe durch Temperaturveränderung verändern kann. Dies ist leicht zu bewerkstelligen, am besten durch Feldtelephon oder Feldtelegraphen, wie sie z. B. im Vorpostendienst üblich sind. In Ermangelung eines solchen, kann man sich durch optische Signale helfen.

Die praktische Messung der Basis wurde in folgender Weise ausgeführt:

Das Messband, welches zur Beobachtung dienen sollte, wurde auf einem vom Verkehr freien Schienenstrang in der Nähe des Signals 2 bei 25° C. mit einer Spannung von 50 kg ausgespannt. Ein Offizier beobachtete den Zeiger des zugehörigen Kraftmessers, indem er die jedesmalige Spannung  $x$  durch ein an seiner Seite befindliches Telephon auf Verlangen im Moment der Messbandlegung den Messenden mittheilte. Siehe Fig. 4.

Die Messung begann beim Signal 1 und es wurde, da der Bau desselben noch nicht ganz fertig war, vorläufig ein Punkt auf der nördlichen Schiene der Eisenbahn angenommen. Als später das Centrum des Signals auf die Schiene heruntergelothet wurde, ergab sich eine Correction der Basislänge von 3,1 mm. Von dem genannten Punkte aus wurde das Messband ausgespannt, indem man dem Kraftmesser bei jeder Lage die Spannung  $2x - 50$  kg gab.

Die Enden der Eintheilung wurden mit einem scharfen Meissel auf der Schiene markirt. Ein vorübergehender Zug verwischt diese Marken nicht.

Da es trotz der Mikrometerschrauben, mit denen die Zangen versehen sind, nicht leicht ist, die Enden der Messbandlagen absolut zur Uebereinstimmung zu bringen, liess man absichtlich ein kleines Intervall positiv oder negativ, nahm dasselbe mit einem mit Mikrometerschrauben versehenen Zirkel, wie er sich in jedem bessern Reisszeuge befindet, von der Schiene ab und stach die Länge einfach in das mitgeführte



Formular ein, indem man, um Verwechslungen zu vermeiden, die kleinen Löcher je mit einem kleinen Bleistiftkreis umgab. Auf diese Weise war es möglich, die Intervalle zu Hause in aller Ruhe mit einem Mikroskop zu messen, ohne dass wir nöthig hatten, ein derartiges Instrument mit in das Feld zu schleppen.

Der Messungsapparat hat genau dieselbe Form wie der Beobachtungsapparat, siehe Fig. 4. In derselben bedeuten  $a - a$  das Messband,  $b - b$  die Enden der Eintheilung,  $c$  der Kraftmesser mit Nadel  $d$ ,  $e$  und  $f$  die Zangen, welche dazu dienen, die Enden auf den Schienen unverrückbar festzuklammern,  $g g$  die Mikrometerschrauben, welche theils zur Correction der Bandlage, theils zur Correction der Spannung dienen und  $h$  das mitgeführte Telephon.

Während der Messungen blieb der Beobachtungsapparat unverrückbar liegen. Da wir während der Messungstage unser Zeltlager beim Signal 2 aufgeschlagen hatten, war eine besondere Wache für denselben nicht nöthig.

Doch ist es auch möglich, den Beobachtungsapparat jeden Tag auf's Neue zu installiren, wenn man sich in dem Augenblicke des Beginnes der Messung Marken in die Schienen gemacht hat, welche der Anfangslage der beiden Enden des Bandes entsprechen. Die Aufgabe löst sich dann durch dieselbe Formel  $y = 2x - 50$  mit dem Unterschied, dass der gesuchte Werth diesmal  $x$  und der beobachtete  $y$  ist, also

$$x = \frac{y}{2} + 25.$$

Fallen z. B. die Enden am andern Tage bei  $y = 46$  kg zusammen, so muss man die Mikrometerschraube drehen, bis der Zeiger des Kraftmessers

$$x = \frac{46}{2} + 25 = 48 \text{ kg}$$

zeigt, dann werden auch an diesem Tage bei der nämlichen Temperatur wie bei der Installation am vorherigen, die Enden des Bandes bei 50 kg mit den Marken einspielen.

Die Basis wurde in zwei Theilen je zweimal gemessen.

Theil eins von Signal 1 bis Signal 2 ergab:

Erste Messung: 3753,88305 m

Zweite " 3753,87755 " Mittel: 3753,8803 m

Differenz  $d_1 = 5,5$  mm

Theil zwei vom Signal 2 bis Signal 3 ergab:

Erste Messung: 3909,0606 m

Zweite " 3909,0482 " Mittel: 3909,0544 m

$d_2 = 12,4$  mm

Summa: 7662,9347 m

Der mittlere Fehler des arithmetischen Mittels beider Messungen für 1 km ist

$$M = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{n} \left[ \frac{d^2}{s} \right]}$$

wenn  $n$  die Anzahl der Theile,  $d$  die Differenz und  $s$  die Länge der Theile bedeutet.

$$M = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{5,5^2}{3,75} + \frac{12,5^2}{3,91} \right)} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} (8 + 40)}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{24} = \sqrt{6} = \pm 2,45 \text{ mm,}$$

und der mittlere Fehler der ganzen Basis ist

$$M_B = M \sqrt{s_1 + s_2} = 2,45 \sqrt{7,66293} = \pm 6,78 \text{ mm}$$

Messungsergebniss: 7662,9347  $\pm$  0,00678 m.

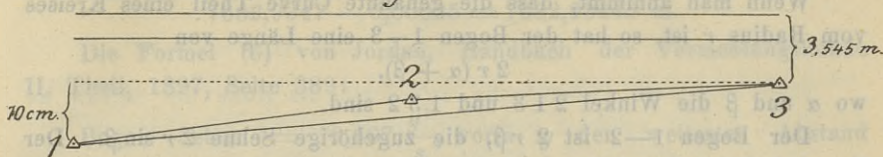
Dies Resultat ist ein überraschend gutes und beweist, dass das Verfahren noch eine grössere innere Genauigkeit garantiren kann, wenn die Messung mit mehr Sorgfalt ausgeführt wird, als es hier geschah. So waren z. B. bei der vorliegenden Messung die Zangen mit den Stellschrauben von einem Dorfschmied hergestellt worden. Die fünf Gehülfen, welche man zum Bandlegen brauchte, waren gewöhnliche Arbeitsleute. Nur zum Abnehmen der Intervalle, zur Ablesung und Bedienung der Kraftmesser sowie zur Handhabung des Telephons waren Offiziere commandirt. Ich selbst führte das Journal, stach die Intervalle ein und rechnete die jedesmalige Spannung aus. 1 km wurde in einer Stunde gemessen, während man sonst nur 70–100 m in der Stunde misst, wobei man aber nicht vergessen darf, dass die Vorbereitungen zu einer Basismessung gewöhnlich schon ein Jahr vorher beginnen. Bei meinem Apparat hat man ausser der Herstellung der Telephonverbindung keine Vorbereitung nöthig.

Die Vortheile meines Verfahrens bestehen in einer Genauigkeit, welche an die der besten Basismessungen heranreicht und dieselbe vielleicht übertrifft, wenn der Apparat mit mehr Sorgfalt construirt wird, sehr geringe Kosten im Vergleich mit den sonstigen Messungen, grosse Schnelligkeit der Messung, Nichterforderlichkeit weder eines Personals von Gelehrten noch von geübten Arbeitern und stets glatten Fortschritt der Messung, sobald nur das Telephon functionirt. In Folge dessen hat sich der Verfasser veranlasst gesehen, das Verfahren in den Hauptländern Europas und Amerikas patentiren zu lassen.

Vorübergehende Züge verursachen nur sehr geringe Störung. Sobald ein Zug herankommt, werden einfach die Zangen, welche das Band auf der Schiene halten von dieser losgelöst und der Apparat in geringer Entfernung daneben gelegt, worauf das Personal etwas zurücktritt, bis der Zug vorüber ist, der, wie gesagt, die vorhandenen Marken weder verwischt noch unkenntlich macht.

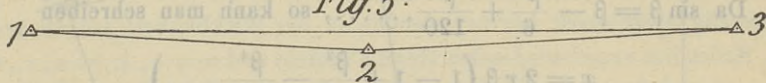
Man könnte auf die Idee kommen, nach Jäderin'scher Methode das Band frei schweben zu lassen, um von den Unebenheiten der Unterlage möglichst unabhängig zu werden.

Fig. 5<sup>a</sup>



Dies wäre theoretisch vollkommener, bei praktischen Messungen jedoch nicht zu empfehlen. Gerade dadurch, dass das Band aufliegt, kann man die Endpunkte leicht auf der Schiene markiren, indem man den Endstrich mittels eines Lineals und Bleistifts zunächst auf beiden Seiten des Bandes auf der Schiene verlängert und dann die Marke mit einem scharfen Meissel einschlägt. Alles Ablothen während der Arbeit oder bei Arbeitsunterbrechung fällt vollständig fort. Ausserdem würde die mechanische Construction des Apparates ihre Einfachheit verlieren, so dass es fraglich wäre, ob nicht die grössere Complizirtheit des Apparats und die mechanische Schwerfälligkeit der Handhabung Fehlerquellen bilden würden, welche die theoretisch grössere Vollkommenheit kaum compensiren dürfte.

Fig. 5<sup>b</sup>



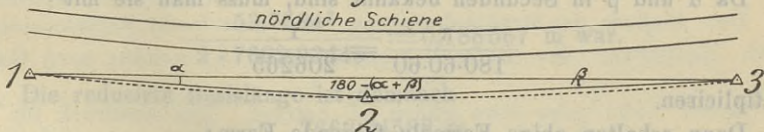
Die Signale waren so erbaut, dass ihre Centren ein Abstand von ungefähr 3,5 m südlich der nördlichen Schiene hatten.

Die genauen Abstände waren folgende:

Signal 1	3,645 m,
„ 2	3,572 m,
„ 3	3,545 m.

Fig. 6

nördliche Schiene



Nach diesen Zahlen musste man annehmen, dass die drei Signale ein Dreieck bildeten, dessen Scheitel 2 sich im Norden der Linie 1—3 befand. Siehe Fig. 5 a.

Als man jedoch die Winkelmessung ausführte, ergab sich, dass das Signal 2 sich im Süden der Linie 1—3 befand, dass die Richtungen 1—2 und 1—3 einen Winkel von 46,2'' bildeten und der Winkel 1 2 3 180°—1' 30,6'' betrug, wie Fig. 5b andeutet.

Folglich ist die Eisenbahnlinie keine Gerade, sondern bildet eine Curve, deren Convexität nach Süden gelegen ist.

Die Basismessung muss daher eine Correction erfahren dadurch, dass man genannte Curve auf die Sehne 1—3 projectirt. Siehe Fig. 6.

Wenn man annimmt, dass die genannte Curve Theil eines Kreises vom Radius  $r$  ist, so hat der Bogen 1—3 eine Länge von

$$2 r (\alpha + \beta),$$

wo  $\alpha$  und  $\beta$  die Winkel 2 1 3 und 1 3 2 sind.

Der Bogen 1—2 ist  $2 r \beta$ , die zugehörige Sehne  $2 r \sin \beta$ . Der Bogen 2 3 ist  $2 r \alpha$ , die zugehörige Sehne  $2 r \sin \alpha$ .

Die Basis 1—3 ist gleich  $2 r \sin (\alpha + \beta)$ .

Nun waren unsere directen Messungen folgende:

$$2 r \beta = 3753,8803 \text{ m}$$

$$2 r \alpha = 3909,0544 \text{ „}$$

$$2 r (\alpha + \beta) = 7662,9347 \text{ m}$$

Sind  $x, y, z$  die Unterschiede zwischen Bogen und Sehne, so erhält man

$$x = 2 r \beta - 2 r \sin \beta = 2 r \beta \left( 1 - \frac{\sin \beta}{\beta} \right)$$

$$y = 2 r \alpha - 2 r \sin \alpha = 2 r \alpha \left( 1 - \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)$$

$$z = 2 r (\alpha + \beta) - 2 r \sin (\alpha + \beta) = 2 r (\alpha + \beta) \left( 1 - \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\alpha + \beta} \right)$$

Da  $\sin \beta = \beta - \frac{\beta^3}{6} + \frac{\beta^5}{120} \dots\dots$ , so kann man schreiben

$$x = 2 r \beta \left( 1 - 1 + \frac{\beta^2}{6} - \frac{\beta^4}{120} \dots\dots \right)$$

Da  $\beta$  ein sehr kleiner Winkel ist, kann man den Ausdruck  $\frac{\beta^4}{120}$  und die folgenden unterdrücken, so dass man erhält:

$$x = 2 r \beta \cdot \frac{\beta^2}{6}$$

$\beta$  bezieht sich auf einen Kreis mit dem Radius 1.

Da  $\alpha$  und  $\beta$  in Secunden bekannt sind, muss man sie mit

$$\frac{\pi}{180 \cdot 60 \cdot 60} = \frac{1}{206265}$$

multiplizieren.

Dann erhalten obige Formeln folgende Form:

$$x = \frac{2 r \beta}{6} \frac{\beta^2}{206265^2}$$

$$y = \frac{2 r \alpha}{6} \frac{\alpha^2}{206265^2}$$

$$z = \frac{2 r (\alpha + \beta)}{6} \frac{(\alpha + \beta)^2}{206265^2} \quad \text{Nun ist}$$

$$\beta = 44,4'', \alpha = 46,2'', \alpha + \beta = 1' 30,6''.$$

Für  $x$  und  $y$  erhält man Grössen, welche keinen Einfluss auf das Resultat für die vorliegenden Genauigkeitsverhältnisse haben.

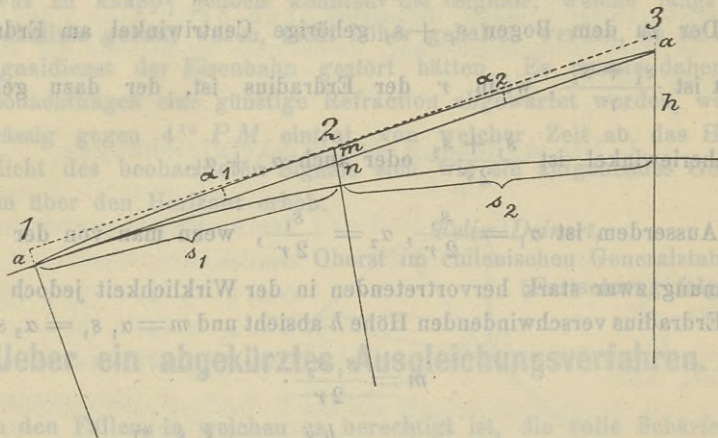
$z$  ergibt 0,25 mm. Diese Correction kann noch an der Basis angebracht werden, also

$$7662,9347 - 0,00025 = 7662,93445 \text{ m.}$$

Die Formel (6) von Jordan, Handbuch der Vermessungskunde II. Theil, 1897, Seite 389:

Bogen—Sehne =  $2,667 \frac{y^2}{s}$ , worin  $y$  den weitesten Abstand zwischen Bogen und Sehne und  $s$  die gemessene Länge bedeutet, ergibt dasselbe Resultat. Wie aus späteren Messungen hervorgehen wird, ist  $y = 0,848$  also

$$z = \frac{2,667 \cdot 0,848^2}{7662,9} = 0,00025 \text{ mm.}$$



Um die Basis auf den Horizont des Signals 1 zu projiciren, fand eine Nivellement statt, welches ergab, dass der Höhenunterschied zwischen Signal 1 und Signal 3 53,7584 m betrug, so dass die an der Basis anzubringende Reduction

$$\frac{53,7584^2}{2 \cdot 7662,93445} = 0,188567 \text{ m war.}$$

Die reducirte Basislänge ist demnach

$$7662,74588 \text{ m.}$$

Die Nivellirung der beiden Theilstrecken hatte für Strecke 3—2 einen Höhenunterschied von 27,51527 m ergeben und für die Strecke 2—1 von 26,24312. Die anzubringenden Reductionen sind 0,100841 m und 0,088095 m, also die reducirten Theilstrecken

$$3753,77946 \text{ m und}$$

$$3908,96631 \text{ „, ihre Summe ist daher}$$

$$7662,74577 \text{ m,}$$

ein Werth der mit obigem aus der Reduction der ganzen Basis erhaltenem Werth, welchen wir als richtig annehmen, nur um 0,11 mm differirt. Wir vertheilen die 0,11 mm gleichmässig auf beide Strecken und erhalten

$$3753,779515 \text{ m}$$

$$\underline{3908,966365 \text{ „}}$$

$$7662,745880 \text{ m.}$$

Eine besondere Ueberlegung erforderte die Höhe der Signale an der Basis, welche zunächst gegenseitig nicht sichtbar sein konnten.

In obiger Figur sei  $s_1 = 3,754$  km die Entfernung der Signale 1 und 2,  $s_2$  die Entfernung 2 — 3 = 3,909 km,  $h = 53,758$  m die Höhe des Signals 3 über Signal 1,  $m + n$  die Höhe des Signals 2 über 1 = 26,243 m.

$$\text{Nun ist } \frac{m+n}{h} = \frac{s_1}{s_1 + s_2}, \quad m+n = \frac{h s_1}{s_1 + s_2}.$$

Der zu dem Bogen  $s_1 + s_2$  gehörige Centriwinkel am Erdmittelpunkt ist  $\frac{s_1 + s_2}{r}$ , wenn  $r$  der Erdradius ist, der dazu gehörige

Peripheriewinkel ist  $\frac{s_1 + s_2}{2r}$  oder auch  $\alpha_1 + \alpha_2$ .

Ausserdem ist  $\alpha_1 = \frac{s_2}{2r}$ ,  $\alpha_2 = \frac{s_1}{2r}$ , wenn man von der in der Zeichnung zwar stark hervortretenden in der Wirklichkeit jedoch gegen den Erdradius verschwindenden Höhe  $h$  absieht und  $m = \alpha_1 s_1 = \alpha_2 s_2$ , also

$$m = \frac{s_1 s_2}{2r}.$$

$$\text{Mithin ist } n = \frac{h s_1}{s_1 + s_2} - \frac{s_1 s_2}{2r} \text{ *)}$$

Dieses  $n$  ist die Höhe der Visirlinie von 1 nach 3, während  $m + n$  die Minimalhöhe der Visirlinie bei gegenseitiger Sichtbarkeit der Signale angiebt, wobei  $m$  den Einfluss der Erdkrümmung bedeutet.

Den Einfluss der Strahlenbrechung kann man leicht berücksichtigen durch Einführung des Refractionscoefficienten  $k$ , welcher nach Gauss und Bessel 0,133, also etwa gleich  $\frac{2}{15}$  beträgt. Der Ausdruck für die

Strahlenbrechung ist  $\frac{k s_1 s_2}{2r}$ , um welche Grösse man den Einfluss der Erdkrümmung noch verringern muss.

\*) Vergl. Technischer Betrieb der Feldarbeiten der Triangulation 1. Ordnung bei der trigonometrischen Abtheilung der Preussischen Landes-Aufnahme. Zeitschrift für Vermessungswesen, Jahrgang 1887.

Sind  $s_1$  und  $s_2$  in km gegeben und nimmt man für  $r$  einen Mittelwerth, so erhält man bei Berücksichtigung der Refraction

$$n = \frac{h s_1}{s_1 + s_2} = 0,0682 s_1 s_2.$$

Setzt man die betreffenden Werthe ein, erhält man

$$n = 25,326 \text{ m.}$$

Die Visirlinie hat also eine Höhe von 25,326 m, muss aber mindestens eine Höhe von 26,243 m haben, da dies die durch Nivellirung ermittelte Höhe des Signals 2 ist. Dazu kommt noch die Constructionshöhe dieses Signals, welche 1,310 m beträgt, also muss die Visirlinie um

$$26,243 \text{ m} + 1,310 \text{ m} - 25,326 \text{ m} = 2,228 \text{ m}$$

höher gelegt werden, oder mit anderen Worten, Signal 1 und 2 mussten eine Höhe von mindestens 2,228 m haben.

Signal 1 hatte eine Höhe von 2,265 m, Signal 3 von 2,275 m.

Trotzdem erwiesen sich diese Höhen nachher bei den Beobachtungen als etwas zu knapp; jedoch konnten die Signale, welche längs der Eisenbahnlinie gebaut waren, nicht höher gehalten werden, da sie sonst den Signaldienst der Eisenbahn gestört hätten. Es musste daher für die Beobachtungen eine günstige Refraction abgewartet werden, welche regelmässig gegen  $4^{30} PM$  eintrat, von welcher Zeit ab das Heliotropenlicht des beobachteten Signals sich wie ein aufgehendes Gestirn langsam über den Horizont erhob.

*Felix Deinert,*

Oberst im chilenischen Generalstab.

(Fortsetzung folgt.)

## Ueber ein abgekürztes Ausgleichungsverfahren.

In den Fällen, in welchen es berechtigt ist, die volle Schärfe der strengen Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate einer wesentlichen Arbeitersparniss zu opfern, kann das im Folgenden beschriebene Verfahren gute Dienste leisten. Dasselbe beschränkt sich zunächst auf die Ausgleichung von Dreiecksnetzen, welche die folgenden einfachen Formen haben:

Fig. 1.

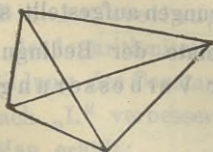


Fig. 2.

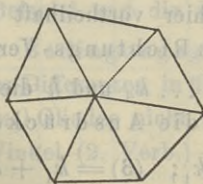


Fig. 3.

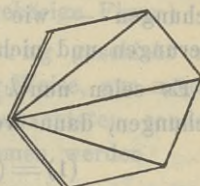


Fig. 1: ein Viereck, in welchem die Winkel dreier Dreiecke gemessen sind  
 Fig. 2: ein Polygon, welches aus beliebig vielen, sich um einen Centralpunkt gruppierenden Dreiecken besteht, in denen alle Winkel gemessen sind;

Fig. 3: ein Dreiecksnetz, anschliessend an 2 zusammenstossende, endgültige Seiten, deren gemeinschaftlicher Punkt zugleich ein Winkelpunkt sämtlicher Dreiecke ist; in diesen sollen alle Winkel gemessen sein.

Es sind dieses diejenigen Figuren, deren Netzausgleich die Aufstellung nur einer Seitenbedingungsgleichung neben beliebig vielen Winkelbedingungsgleichungen erfordert.

Die Anwendung des Verfahrens auf ein grösseres Dreiecksnetz verlangt eine Zerlegung desselben in vorstehend bezeichnete Figuren und Ausgleichung dieser nacheinander.

Das Princip ist folgendes:

Winkelgleichungen und Seitengleichung werden getrennt. Die Winkelwidersprüche werden beseitigt, indem man die Summe der Quadrate der Winkelverbesserungen zu einem Minimum macht; zur Erfüllung der Seitengleichung erhält demnächst jede Seite eine Correction im Sinne einer Richtungsänderung, welche nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt wird.

### I. Die Auflösung der Winkelgleichungen.

Fig. 4.

Die Bedingungsgleichungen werden:

$$0 = \delta_1 + (1) + (2) + (3)$$

$$0 = \delta_2 + (4) + (5) + (6)$$

$$0 = \delta_3 + (7) + (8) + (9)$$

u. s. w.  $n$  Gleichungen, und:

$$0 = \vartheta + (3) + (6) + (9) + \dots$$

Hierin bedeuten: (1), (2), (3), ... die Winkelverbesserungen,  
 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots$  die Dreiecksschlussfehler, und  
 $\vartheta$  den Widerspruch der Stationsgleichung (um den Punkt B).

Diese Stationsgleichung wird stets erforderlich, weil die Bedingungsgleichungen — wie dies hier vorthellhaft ist — nach Winkel-Verbesserungen und nicht nach Richtungs-Verbesserungen aufgestellt sind.

Es seien nun  $k_1, k_2, k_3, \dots, k_n$  und  $h$  die Correlate der Bedingungsgleichungen, dann werden die Ausdrücke der Verbesserungen:

$$(1) = (2) = k_1; \quad (3) = k_1 + h;$$

$$(4) = (5) = k_2; \quad (6) = k_2 + h;$$

$$(7) = (8) = k_3; \quad (9) = k_3 + h; \quad \text{u. s. w.}$$

Durch Einsetzung dieser Werthe in die Bedingungsgleichungen entstehen die Normalgleichungen:



$$0 = \delta_1 + 3k_1 + h$$

$$0 = \delta_2 + 3k_2 + h$$

$$0 = \delta_3 + 3k_3 + h$$

u. s. w.  $n$  Gleichungen, und:

$$0 = \vartheta + \Sigma k + nh; \text{ wo } \Sigma \text{ das Summenzeichen bedeutet.}$$

Die Auflösung der Normalgleichungen geschieht wie folgt:

$$0 = \Sigma \delta + 3 \Sigma k + nh$$

$$0 = 3\vartheta + 3 \Sigma k + 3nh$$

$$0 = \Sigma \delta - 3\vartheta - 2nh; \quad h = \frac{1}{2n} (\Sigma \delta - 3\vartheta);$$

$$3k_1 = -\delta_1 - h;$$

$$3k_2 = -\delta_2 - h; \text{ u. s. w.}$$

$$(1) = (2) = k_1 = -\frac{1}{3} \delta_1 - \frac{1}{3} h; \quad (3) = k_1 + h = -\frac{1}{3} \delta_1 + \frac{2}{3} h$$

$$(4) = (5) = k_2 = -\frac{1}{3} \delta_2 - \frac{1}{3} h; \quad (6) = k_2 + h = -\frac{1}{3} \delta_2 + \frac{2}{3} h$$

$$(7) = (8) = k_3 = -\frac{1}{3} \delta_3 - \frac{1}{3} h; \quad (9) = k_3 + h = -\frac{1}{3} \delta_3 + \frac{2}{3} h$$

u. s. w.

Diese Auflösung bedeutet:

Es werden gleichmässig vertheilt:

1. Die Dreiecksschlussfehler auf die Winkel jedes einzelnen Dreiecks

$$\left( -\frac{1}{3} \delta \right),$$

2. der Stationswiderspruch — wie er sich nach Vertheilung 1.

(1. Verbesserung) ergibt — auf die Winkel der Station  $\left( +\frac{2}{3} h \right),$

3. die durch Vertheilung 2. entstandenen Dreiecksschlussfehler auf die

an der Stationsgleichung nicht beteiligten Winkel  $\left( -\frac{1}{3} h \right);$

(vergl. das nachstehende Beispiel, 1. und 2. Verbesserung).

## II. Die Auflösung der Seitengleichung.

(Vergl. das nachstehende Beispiel und die dazu gehörige Figur.)

Die Aufstellung der Bedingungsgleichung geschieht mit Hilfe der logarithmischen Sinus-Differenzen in üblicher Weise, nur müssen zur Bildung des Constanten ( $n$ -) Gliedes nicht die beobachteten, sondern die nach „I.“ verbesserten Winkel (2. Verb.) genommen werden.

Man erhält;

$$0 = n + f_1(1) + f_2(2) + f_3(3) + \dots \quad \text{Correlat} = K;$$

Die Ausdrücke der Verbesserungen durch das Correlat werden:

$$0 = (1) = Kf_1; \quad (2) = Kf_2; \quad (3) = Kf_3; \text{ u. s. w.}$$

Beispiel.

Gegeben:

log 4.5 = 3,639 760

" 1.5 = 3,695 777

Winkel 1.5.4 = 147° 51' 19",0

- 1 = Rothenstein
- 2 = Hahnenkamm
- 3 = Strauchkuppe
- 4 = Galgenberg
- 5 = Hochkirch.

	beobachtet	1. Verb.	2. Verb.	3. Verb.	endg.	u
2 =	32° 24' 33"	35",0	35",5	— (5) + (6)	39",2	+ 6",2
1 =	101 11 15	17,0	17,5	— (6) + (1)	16,1	+ 1,1
5 =	46 24 6	8,0	7,0	— (1) + (5)	4,7	— 1,3
	179 59 54					
δ =	— 6					
3 =	119 2 24	21,6	22,1	— (3) + (4)	23,3	— 0,7
2 =	29 27 19	16,7	17,2	— (4) + (5)	13,7	— 5,3
5 =	31 30 24	21,7	20,7	— (5) + (3)	23,0	— 1,0
	180 0 7					
δ =	+ 7					
4 =	61 27 15	14,3	14,9	— (1) + (2)	16,3	+ 1,3
3 =	48 35 54	53,3	53,8	— (2) + (3)	52,4	— 1,6
5 =	69 56 53	52,4	51,3	— (3) + (1)	51,3	— 1,7
	180 0 2					
δ =	+ 2					

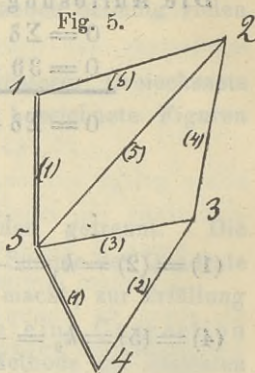


Fig. 5.  
 Anm. 1) Die Spalte „u“ giebt den Unterschied zwischen „beobachtet“ und „endgültig“. 2) Die Spalten „1. Verb.“ und „2. Verb.“ beziehen sich auf die Auflösung der Winkelgleichungen (vergl. I.), die Spalte „3. Verb.“ enthält nur die Correctionen der Seitengleichung (II.).

Bedingung:  $1 = \frac{1.5 \cdot 2.5 \cdot 3.5 \cdot 4.5}{2.5 \cdot 3.5 \cdot 4.5 \cdot 1.5} = \frac{\sin 1.2.5}{\sin 2.1.5} \cdot \frac{\sin 2.3.5}{\sin 3.2.5} \cdot \frac{\sin 3.4.5}{\sin 4.3.5} \cdot \frac{4.5}{1.5}$

log sin 1.2.5 =	9,729 142	+ 3,3	log sin 2.1.5 =	9,991 667	— d 1'
" 2.3.5 =	9,941 653	— 1,2	" 3.2.5 =	9,691 733	+ 0,4
" 3.4.5 =	9,943 709	+ 1,1	" 4.3.5 =	9,875 114	— 3,7
" 4.5 =	3 639 760		1.5 =	3,695 777	— 1,9
	3,254 264			3,254 291	
	3,254 291				
n =	— 27				

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	
	— 1,1	+ 1,1	+ 1,2	— 1,2	— 3,3	+ 3,3	
	+ 0,4	+ 1,9	— 1,9	+ 3,7	— 3,7	— 0,4	
f =	— 0,7	+ 3,0	— 0,7	+ 2,5	— 7,0	+ 2,9	Σf = 0
log n =	1,4314	log f	log ff	ff	log v	v	
log Σff =	1,8671	9,8451	9,6902	,49	0,4094	— 0,3	= (1)
	9,5643	0,4771	0,9542	9,00	0,0414	+ 1,1	= (2)
		9,8451	9,6902	,49	9,4094	— 0,3	= (3)
		0,3979	0,7958	6,25	9,9622	+ 0,9	= (4)
		0,8451	1,6902	49,00	0,4094	— 2,6	= (5)
		0,4624	0,9248	8,41	0,0267	+ 1,1	= (6)
v =	$\frac{n}{\Sigma ff} \cdot f$		Σff =	73,64		— 0,1	= Σv; soll = 0

Durch Einsetzung dieser Werthe in die Bedingungsgleichung entsteht die Normalgleichung:

$$0 = n + K \cdot \Sigma ff; \text{ also } K = -n : \Sigma ff.$$

Es werden:

$$(1) = -nf_1 : \Sigma ff,$$

$$(2) = -nf_2 : \Sigma ff,$$

$$(3) = -nf_3 : \Sigma ff \text{ u. s. w.}$$

Durch Anbringung dieser Verbesserungen ((1), (2), (3), ...) an die nach „I.“ corrigirten Dreieckswinkel erhält man die endgültigen, widerspruchsfreien Werthe derselben.

Als Controlen dienen:

1) Die Forderung:  $(1) + (2) + (3) + \dots = 0$ ;

2) die Uebereinstimmung in den Dreiecksseiten.

Die Berechnung der Dreiecksseiten liefert folgende widerspruchsfreien Werthe:

Dreieck	Winkel	log sin	log Seite
2	32° 24' 39,2"	9,729 154	1.5 ... 3,695 777
1	101 11 16,1	9,991 668	2.5 ... 3,958 291
5	46 24 4,7	9,859 851	1.2 ... 3,826 474
3	119 2 23,3	9,941 652	2.5 ... 3,958 291
2	29 27 13,7	9,691 720	3.5 ... 3,708 359
5	31 30 23,0	9,718 164	2.3 ... 3,734 803
4	61 27 16,3	9,943 711	3.5 ... 3,708 359
3	48 35 52,4	9,875 112	4.5 ... 3,639 760
5	69 56 51,3	9,972 841	3.4 ... 3,737 489

Zu Fehlerberechnungen und Genauigkeitsuntersuchungen der Ausgleichungsergebnisse ist das vorstehend beschriebene Verfahren nicht geeignet, weil es nicht „wahrscheinlichste Werthe“ liefert. Immerhin gewähren die in der Spalte unter „u“ eingetragenen Unterschiede zwischen den beobachteten und endgültigen Winkeln einen Anhalt für die Beurtheilung der Resultate.

Der mittlere Fehler eines als „beobachtet“ in die Ausgleichungsrechnung eingeführten Winkels wird am besten nach der Formel

$$m = \sqrt{\frac{\Sigma \delta \delta}{3n}}$$

berechnet, worin  $\Sigma \delta \delta$  die Summe der Quadrate der Dreiecksschlussfehler, und  $n$  ihre Anzahl bedeuten.

In dem vorliegenden Beispiel wird:

$$m = \sqrt{\frac{36 + 49 + 4}{3 \times 3}} = \sqrt{\frac{89}{9}} = \sqrt{10} = 3',2.$$

Berlin, December 1900.

S. von Kobbe,

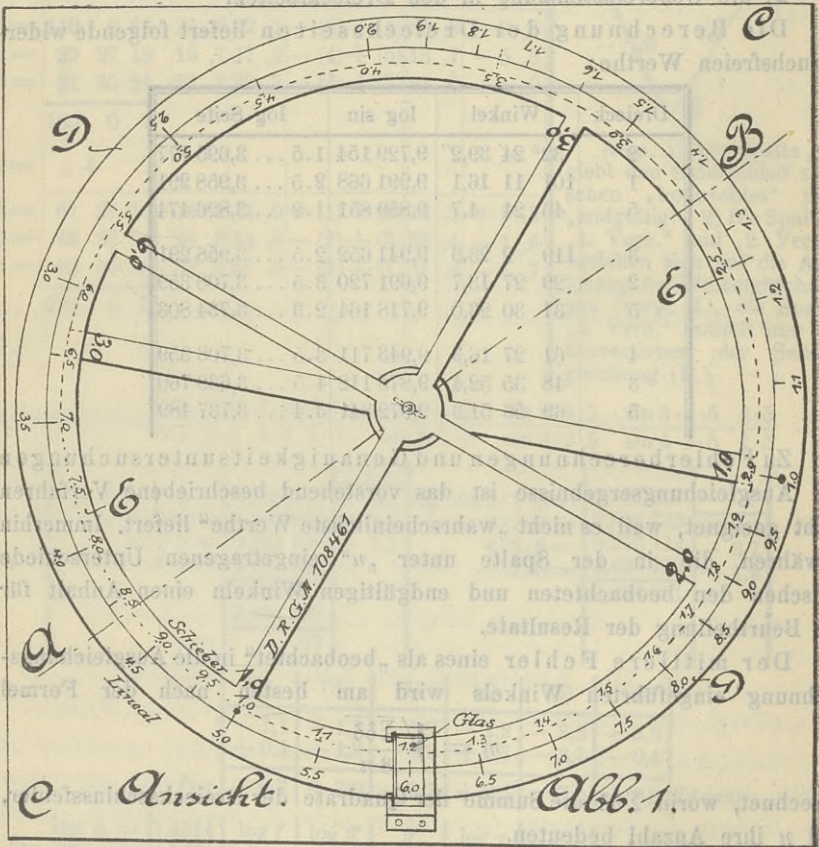
Major im gr. Generalstabe.

# Rechenscheibe mit Glasläufer und Lupe.

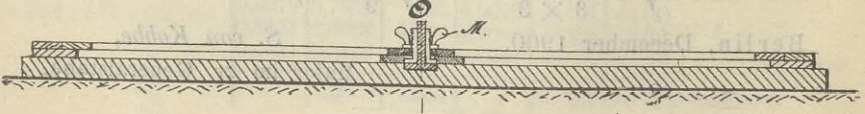
Von Ingenieur Puller in St. Johann.

In Heft 5 des Jahrganges 1899 dieser Zeitschrift wurde auf die Zweckmässigkeit hingewiesen, für die zur Polygonbestimmung notwendigen Berechnungen eine Rechenscheibe grösseren Umfanges zu verwenden. Nachdem wir nunmehr mit der Herstellung eines solchen Instrumentes zum Abschluss gelangt sind, haben wir dasselbe in der Zeitschrift für Arch. und Ingenieurwesen 1900, Heft 2, eingehend beschrieben; indem wir hierauf Bezug nehmen, geben wir noch für die Leser dieser Zeitschrift in Abb. 1 und 2 eine Zeichnung der Rechen-

## Rechenscheibe mit Glasläufer und Lupe. (1:5).



## Schnitt A-B. Abb. 2.



scheibe im Maassstabe 1:5, aus welcher die Einzelheiten der Construction zu erkennen sind.

Hierzu mag bemerkt werden, dass diese Scheibe einen Theilungsumfang von 1,50 m besitzt und mit einem Läufer versehen ist, dessen Glas nur auf drei Seiten von Messing gefasst wird und daher auf der linken Seite die Theilungen vollständig freilässt; neuerdings haben wir noch zur Genauigkeitssteigerung auf dem Läufer eine Lupe (in der Abb. 1 nicht dargestellt) zugefügt. Behufs bequemen und raschen Arbeitens lässt sich die Scheibe um eine auf einem Brette befestigte Stahlachse drehen, demselben Zwecke dienen auch die mit rother Farbe aufgedruckten Bezifferungen der Haupttheilstriche 1,0, 2,0 bis 9 und die Zahlen 1,0, 2,0, 3,0 und 6 auf den vorhandenen sechs Speichern, wie aus Abb. 1 zu ersehen ist.

Der Gebrauch vorliegender Scheibe dürfte hinreichend bekannt sein, wir wollen daher an dieser Stelle lediglich die Benutzung der Scheibe für einige geodätische Rechnungen erläutern und den Beweis erbringen, dass mit diesem Instrument eine ausreichende Genauigkeit zu erreichen ist.

Vorab theilen wir noch mit Rücksicht auf eine peinlich genaue Herstellung und auf die beigegebene Lupe eine Reihe von Multiplicationsbeispielen mit, aus welchen sich der mittlere Fehler nunmehr zu 0,014 ‰ berechnet, während wir früher einen Fehler von 0,03 ‰ gefunden hatten; es folgt daher aus nachstehender Tabelle, dass die Scheibe für ein grosses Gebiet praktischer Rechnungen Verwendung finden kann.

Tabelle 1.

Nr.	Beispiel	Ablesung	Soll $a$	Fehler $f$	$\left(\frac{1000 f}{a}\right)^2$
1	$4,793 \times 6,827$	32,720	32,718	+ 0,002	0,004
2	$5,842 \times 3,176$	18,550	18,554	- 0,004	0,048
3	$2,534 \times 9,787$	24,800	24,799	+ 0,001	0,002
4	$8,603 \times 4,218$	36,290	36,287	+ 0,003	0,006
5	$3,179 \times 7,340$	23,330	23,334	- 0,004	0,029
6	$6,178 \times 9,734$	60,130	60,137	- 0,007	0,014
7	$2,439 \times 5,163$	12,590	12,592	- 0,002	0,029
8	$8,435 \times 3,751$	31,640	31,640	-	-
9	$5,294 \times 4,364$	23,110	23,104	+ 0,006	0,068
10	$3,587 \times 4,592$	16,480	16,481	- 0,001	0,004
11	$7,138 \times 5,209$	37,180	37,181	- 0,001	0,001
12	$3,546 \times 4,582$	16,250	16,248	- 0,002	0,017

$\Sigma = 0,222$

Daher der mittlere Fehler  $\frac{1}{10} \sqrt{\frac{0,222}{12}} = 0,014 \%$ .

Wie in Heft 5, Jahrgang 1899, dieser Zeitschrift angegeben wurde, handelt es sich für die Polygonbestimmung mit Hilfe von Höhenwinkel-messungen um die Gleichungen:

$$D = \frac{l_1}{\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \beta_1} = \frac{l_2}{\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \beta_2} = \frac{l_3}{\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2} \quad \text{und} \quad (1)$$

$$h_1 = D \operatorname{tg} \alpha_1; h_2 = D \operatorname{tg} \alpha_2; h_3 = D \operatorname{tg} \alpha_3; h_4 = D \operatorname{tg} \alpha_4, \quad (2)$$

$$\text{folglich } h_1 - h_2 = l_1 \quad \text{und} \quad h_3 - h_4 = l_2. \quad (3)$$

Die Benützung der Rechenschieber für diese Berechnungen ist an die Bedingung geknüpft, dass die Werthe der Tangenten vorliegen; wir haben daher diese Zahlen für die ersten 12 Grade des Quadranten, welche fast ausschliesslich in Betracht kommen, auf 5 Decimalstellen mit einem Intervall von  $10''$  berechnet und in einer Tabelle zusammengestellt.

Um den Rechnungsgang darzulegen, geben wir in nachstehender Tabelle drei Beispiele, welche ausgeführten Messungen entsprechen.

Tabelle 2.

Nr.	$i$	$\alpha$	$u$	$\alpha$		$\beta$		$\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \beta_1$	$\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \beta_2$	$t$	$D$	$H_2 - H_1$	$H_1 - H_2$	
				0	'	"	0							'
1	1,261	5,0	0,2	+ 0	37	10	+ 0	2	10	4,8	471,5	+ 5,10	+ 2,31	
											—	—	472,0	— 5,00
2	1,286	5,0	0,1	+ 0	16	50	— 0	18	40	4,9	472,6	+ 0,10	— 2,69	
											—	—	472,6	+ 1,26
											7,42	472,0	+ 1,36	— 1,40
2	1,286	5,0	0,1	+ 1	51	—	+ 0	1	40	4,9	154,0	+ 4,96	+ 2,46	
											—	—	154,1	— 5,00
3	1,285	5,0	0,1	+ 0	55	—	— 0	54	20	4,9	153,8	— 0,04	— 2,54	
											—	—	153,8	+ 1,29
											7,43	153,9	+ 1,25	— 1,25
3	1,285	5,0	0,1	+ 0	45	—	+ 0	1	10	4,9	384,5	+ 5,03	+ 2,40	
											—	—	383,5	— 5,00
4	1,264	5,0	0,0	+ 0	21	30	— 0	23	20	5,0	384,2	+ 0,03	— 2,60	
											—	—	384,2	+ 1,29
											7,43	384,1	+ 1,32	— 1,34

Die Zahlen der ersten Spalten einschliesslich derjenigen für die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  werden aus dem Feldbuche entnommen; sodann die Werthe der Tangenten an der Hand der oben angegebenen Tabelle eingetragen, die Summen bzw. Differenzen gebildet und die Grössen  $l$  in der folgenden Spalte vermerkt.

Nunmehr erfolgt die Berechnung der Entfernungen  $D$  und Höhen  $h$  nach den Gleichungen (1) und (2) mit Hilfe der Rechenscheibe in bekannter Weise, wobei als besonderer Vortheil zu erwähnen ist, dass sämtliche Ergebnisse mittelst einer einzigen Schieberstellung abgelesen werden. Die mit der Rechenscheibe gefundenen Ergebnisse sind in Tabelle 2 eingetragen worden; diese weichen für die Entfernungen zum Theil nur um 2 cm von den scharf berechneten Werthen ab, während die Höhen keine Differenzen zeigen. Hieraus folgt, dass die Genauigkeit, welche mit vorstehender Rechenscheibe leicht zu erreichen ist, mit der Messungsschärfe in Einklang steht, und dass daher dieses Instrument für unsere Berechnungen empfohlen werden kann.

Eine weitere Benutzung der Rechenscheibe für geodätische Berechnungen erscheint bei der Ermittlung der Coordinaten des Polygonzuges angebracht, wie aus nachstehendem Beispiel folgt.

Die ersten vier Spalten vorstehenden Vordruckes werden an der Hand des Feldbuches ausgefüllt, die Sinus und Cosinus der Winkel  $A$  in der Tafel: Opus palatinum von Prof. Jordan aufgeschlagen und in bekannter Weise die Producte  $L \sin A$  und  $L \cos A$  mittelst der Rechenschieber abgelesen; auch hier können diese Werthe bei einer Schieberstellung bestimmt werden. Die so ermittelten Coordinatenunterschiede sind in Tabelle 3 in Klammern und die logarithmisch berechneten Unterschiede unmittelbar darunter gesetzt. Die Abweichungen dieser Zahlen betragen nur einige Centimeter, die für Polygonmessungen, wie sie bei Eisenbahnvorarbeiten vorkommen, ohne Belang sind.

Tabelle 3.

Nr.	Winkel						Länge $L$ m	Abscisse		Ordinate		Höhe		Nr.		
	$W$			$A$				$X$		$Y$						
	0	'	"	0	'	"		±	m	±	m	m				
1	--	--	--	--	--	--	+	9212	85	+	18522	92	71	57	1	
				(127	62)	(68		81)								
2	155	2	--	331	40	--	+	127	63	--	68	82	10	71	58	2
				(28	20	--)		(18454	10	277	37					
3	143	22	50	306	42	--	+	206	72	--	(277	40)	73	70	44	3
				(53	18	--)		9547	20	18176	73					

Vorstehende Beispiele dürften die Zweckmässigkeit der Rechenscheibe zur Genüge darthun.

**Bücherschau.**

*Bendt, F.* Katechismus der Trigonometrie. Mit 42 in den Text gedruckten Figuren. Dritte, erweiterte Auflage. Leipzig 1901, J. J. Weber. 1,80 Mk.

Nach der Erklärung der trigonometrischen Functionen sind die Grundformeln und Sätze der ebenen und sphärischen Trigonometrie in einer anschaulichen Weise abgeleitet. Da auch die Anwendung an Zahlenbeispielen gezeigt wird, so ist das Buch zum Selbstunterricht, für den es in erster Linie bestimmt ist, wohl geeignet. *P.*

**Neue Schriften über Vermessungswesen.**

*Landesaufnahme, Kgl. preuss.* Die Königlich Preussische Landes-Triangulation. Abrisse, Coordinaten und Höhen sämtlicher von der Trigonometrischen Abtheilung der Landesaufnahme bestimmter Punkte. Achtzehnter Theil: Regierungsbezirke Lüneburg und Stade. Mit 14 Beilagen. Berlin 1901, im Selbstverlage. Zu beziehen durch die Königliche Hofbuchhandlung von E. S. Mittler & Sohn in Berlin, Kochstrasse 68—71.

*Bendt, F.* Katechismus der Trigonometrie. Mit 42 in den Text gedruckten Figuren. Dritte, erweiterte Auflage. Leipzig 1901, J. J. Weber.

*Bolte, Dr. F.,* Oberlehrer. Die Nautik in elementarer Behandlung. Einführung in die Schifffahrtskunde. Zur Förderung des Verständnisses der Schifffahrt in weiteren Kreisen, sowie zum Unterricht an Lehranstalten. Mit 90 vollständig gelösten Beispielen, 260 analogen ungelösten Aufgaben mit den Ergebnissen, nebst 88 Figuren, sowie Erklärung der Kunstausdrücke der Seemannssprache. Stuttgart 1900, J. Maier.

*Reichs-Marine-Amt.* Die Vermessung des deutschen Kiautschou-Gebiets. Darstellung der Methoden und Ergebnisse mit 11 Kartenanlagen. Bearbeitet auf Grund der Aufnahmen im Schutzgebiete in den Jahren 1898—1900. Berlin 1901, in Commission bei D. Reimer (E. Vohsen).

*Miller, W.,* Prof. Die Vermessungskunde. Ein Taschenbuch für Schule und Praxis. Mit 117 in den Text gedruckten Abbildungen. Hannover 1901, Gebrüder Jänecke. Preis 3 Mk.

**Inhalt.**

Grössere Mittheilungen: Landesvermessung in Chile, von Deinert. — Ueber ein abgekürztes Ausgleichungsverfahren, von Kobbe. — Rechenscheibe mit Glasläufer und Lupe, von Puller. — **Bücherschau.** — **Neue Schriften über Vermessungswesen.**