# ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

Organ des Deutschen Geometervereins.

Herausgegeben von

**Dr. C. Reinhertz,** Professor in Hannover. und **C. Steppes,** Obersteuerrat in München.

**1902. Heft 6. Band XXXI.**

**15. März.**




## Die anderweite Aufstellung der Steuerkataster in Preussen.

Ein vollständiges alle Liegenschaften umfassendes Grundsteuerkataster ist im preussischen Staat auf Grund des Gesetzes vom 21. Mai 1861 beschafft und mit dem 1. Januar 1865 zur Einführung gelangt.

Für die nach dieser Zeit hinzugekommenen Provinzen Schleswig-Holstein, Hannover und Hessen-Nassau wurde durch das Gesetz vom 11. Februar 1870 die Errichtung eines auf ganz gleichartigen Grundsätzen beruhenden Katasters angeordnet, das nach Fertigstellung am 1. Januar 1876 in Kraft getreten ist.

Als Muster für das jetzt gleichmässig im ganzen Staate bestehende Kataster diente das im Jahre 1835 vollendete, aber erst durch das Gesetz vom 21. Januar 1839 zur Geltung gebrachte besondere Kataster für die Provinzen Rheinland und Westphalen. Der Einführung dieses oder eines ähnlichen alle Grundstücke umfassenden Katasters in den anderen Provinzen stellten sich lange Zeit grosse Schwierigkeiten entgegen, weil viele Grossgrundbesitzer nach altem Herkommen oder nach besonderen Verträgen Grundsteuerfreiheit in Anspruch nehmen konnten, die sie auch gegen angebotene Entschädigung nicht aufgeben wollten.

Erst nach langen Verhandlungen gelang es, das Gesetz vom 21. Mai 1861 über die anderweite Regelung der Grundsteuer zu Stande zu bringen.

Für das rheinisch-westphälische Kataster ist das alte durch Regierungsverfügung vom 20. Oktober 1803 in Frankreich und den nachher zeitweise mit Frankreich verbunden gewesenen Teilen des preussischen Rheinlandes eingeführte Kataster vorbildlich gewesen.

Dasselbe gründet sich auf eine spezielle Vermessung der Grundstücke und die Einschätzung derselben nach dem Reinertrage. Den hierüber ergangenen Vorschriften entsprechend ist zur Aufstellung des erst im Jahre 1835 vollendeten Katasters die preussische Instruktion vom 11. Februar 1822 abgefasst über das Verfahren bei Aufnahme des Katasters vom Grundeigentum in den rheinisch-westphälischen Provinzen des Staats, in welcher die Vermessung der Grundstücke und die Abschätzung derselben nach Kulturarten und Klassen vorgesehen ist.

Das jetzt geltende preussische Kataster beruht auf einer für den ganzen Staat gleichmässig durchgeführten Bodeneinschätzung, bei welcher der Reinertragswert jedes Kulturabschnitts und der innerhalb eines solchen Abschnitts vorkommenden verschiedenen Wertsklassen ermittelt ist.

Für jedes einen wirtschaftlichen Ertrag gewährende Grundstück ist der Ertragswert im Kataster nachgewiesen, neben Angabe des Namens des Eigentümers, der Feldlage, des Flächeninhalts, der Kulturart und der Wertsklasse.

Während ein Besitzstück, dessen Fläche ganz einer und derselben Kulturart und Klasse angehört, nur auf einer Zeile im Kataster aufgeführt wird, sind für Besitzstücke, in welchen zwei und mehr Kultur- oder Klassenabschnitte vorkommen, auf zwei und mehr Zeilen verwendet worden; dabei erhält jeder Kulturabschnitt eine besondere Parzellennummer. Die Klassenabschnitte innerhalb jeder Kulturmasse werden dagegen nur durch Klammern oder mit Buchstaben des kleinen lateinischen Alphabets als zusammengehörig kenntlich gemacht.

Zur Ermittelung der Flächeninhalte sind meistens alte Karten und Register benützt und nur, wo brauchbare Karten ganz gefehlt haben, hat Neumessung stattgefunden. Die Ersetzung der mit verwendeten mehr oder weniger mangelhaften ältern Karten geschieht bis jetzt in sehr beschränktem Umfange durch Neuaufnahme seitens der Katasterverwaltung und ausserdem in einigen Provinzen, wo noch Zusammenlegungen in grösserer Zahl auszuführen sind, durch Vermessungen, welche die Generalkommission zur Beschaffung neuer Karten von der Planlage ausführen lässt.

Im ersteren Falle bleibt die ursprüngliche Einschätzung zur Grundsteuer auch für die Folge massgebend. Die Kultur- und Klassengrenzen werden aus der alten Karte und den Einschätzungscoupons in die neue Karte übertragen, die Inhalte der Klassenabschnitte neu berechnet, und mit Anwendung des bisherigen Prozentsatzes der Steuer vom Reinertrage erfolgt die Feststellung der neuen Steuersumme. Das hierbei hervortretende Mehr oder Weniger gegen den bisherigen Betrag wird im Kataster fortgeschrieben als veranlasst durch die Berichtigung eines materiellen Irrtums. Hat für eine Gemarkung die Zusammenlegung der Grundstücke stattgefunden, dann liegt in der Regel eine auf neuer Vermessung beruhende

Karte und eine neuere zum Umtausch der Grundstücke genau ausgeführte Bodeneinschätzung vor.

Die Generalkommission tritt in solchem Falle jedesmal dafür ein, dass nach dieser Schätzung die Grundsteuer auf die neuen Planstücke verteilt wird. Dies kann einmal geschehen in der Weise, dass die ganze Klassifikation der Zusammenlegungs-Bonitierung beibehalten wird, oder dass man, wie es bei dem Vorhandensein zahlreicher Klassenabschnitte gewöhnlich geschieht, zwei und mehr neben einander liegende je einer andern Klasse angehörende Abschnitte zu einer einzigen Masse zusammenzieht und derjenigen Klasse zuweist, welche dem gesamten Reinertrag bezw. den Bonitätswert am besten entspricht. Ergiebt sich dabei ein höherer oder geringerer als der nach den einzelnen Klassenabschnitten gebildete Sollwert, so wird der Ausgleich durch Verschiebung der Grenzen der Masse herbeigeführt, indem entweder ein Stück Fläche aus einem angrenzenden Klassenabschnitt zu der Mittelklasse, die für die Masse angenommen ist, hinzugesetzt oder umgekehrt von letzterer ein Stück abgeschnitten und bei der angrenzenden Klasse in Anrechnung gebracht wird.

Diese Operation heisst Generalisierung der Bonitierung und hat den Zweck, die Zahl der in das neue Kataster zu übernehmenden Abschnitte möglichst zu beschränken. Die Bearbeitung der Generalisierung erfordert Uebung und Geschick; ohne diese ist es kaum zu vermeiden, dass Teile von Klassenabschnitten einer ganz falschen Klasse statt einer Nachbarklasse zugewiesen werden.

Bei Benutzung der Zusammenlegungs-Bonitierung müssen die Werte derselben auf die Grundsteuer-Reinertragswerte zurückgeführt werden. Dies geschieht durch Vergleichung des für die ganze Masse der zusammengelegten Grundstücke ermittelten Bonitierungswertes mit dem bisher für diese Masse angesetzt gewesenen Grundsteuer-Reinertrag. Der Quotient aus beiden Werten ist der für die Reduktion anzuwendende Faktor. Auf die so gewonnenen Grundsteuerwerte wird die bisherige unverändert beizubehaltende Steuersumme neu verteilt.

Die Einrichtung des Steuerkatasters in dieser Art ist für mancherlei Nebenzwecke, im besondern für die Statistik von hohem Wert, insofern für jedes Besitzstück, für jeden aus einer Mehrzahl von Besitzstücken gebildeten Gesamtbesitz, der Flächeninhalt und der Reinertrag im ganzen, sowie für jeden Kultur- und Klassenabschnitt ersehen werden kann.

In besondern Zusammenstellungen sind diese Angaben im ganzen für jede Gemeinde und jeden selbstständigen Gutsbezirk, für die Kreise und für die einzelnen Regierungsbezirke nachgewiesen. Die Publikation dieser Zusammenstellungen hat sich aber nur auf das vor dem Jahre 1866 bestandene Staatsgebiet erstreckt.

Um das Kataster bei der Gegenwart zu erhalten, werden alle Veränderungen darin übernommen, die entstehen, wenn Grundstücke einen andern Eigentümer erhalten, die Grenzen der Besitzstücke eine Aenderung erfahren, Teile abgetrennt oder durch Verwendung zu Gebäudeflächen, Hofräumen, Hausgärten, öffentlichen Anlagen und dergl. m. bei den ertragsfähigen Liegenschaften ausscheiden, oder umgekehrt, bisher ertragslos gewesenen Grundstücke in ertragsfähige umgewandelt werden. Dagegen bleiben von der Fortschreibung ausgeschlossen alle Veränderungen in Bezug auf die Kulturart und die Wertsklasse der Grundstücke. Aenderungen der Kulturart werden nur bei Neuaufstellung des Katasters, oder wenn ein Grundstück Gegenstand der Fortschreibung ist, nachrichtlich kenntlich gemacht.

Das Kataster hat seit seiner Einrichtung in den 60er und 70er Jahren des vorigen Jahrhunderts mancherlei derartige Aenderungen erfahren, die nicht Gegenstand der Fortschreibung gewesen sind. Die Kultur- und die Klassengrenzen sind in vielen Gemarkungen, namentlich solchen, wo Zusammenlegungen ausgeführt, Meliorationen ins Werk gesetzt sind, ganz andere geworden und würde eine neue Einschätzung Ertragswerte liefern, die von den bisher festgehaltenen Werten bedeutend abweichen.

Es möchte daher wohl zu erwägen sein, ob es wirklich sehr nützlich, oder notwendig ist, die einzelnen Klassenabschnitte im Kataster fortzuführen.

Könnte hiervon abgesehen werden, so würde sich das Schreibwerk bei der Aufstellung neuer Kataster und bei der Fortführung desselben wesentlich vereinfachen.

Für jedes einer einzigen Kulturart angehörende Besitzstück bedürfte es dann nur einer Zeile im Kataster, während jetzt für jede im Kulturabschnitt vorkommende Klasse je eine Zeile vorgesehen sein muss und Besitzstücke, die verschiedenen Kulturarten und Klassen angehören, mehrere Zeilen beanspruchen.

Sind Auszüge zur Grundbuchberichtigung anzufertigen, so müssen die Teile jedes Kulturabschnitts zusammen addiert und auf je einer Zeile eingetragen werden. Nach dem Muster des jetzt geltenden Formulars zum Grundbuch, das zur Ausführung der Verordnung vom 13. November 1899 über das Grundbuchwesen nach dem Bürgerlichen Gesetzbuch eingeführt ist, scheint auch die Angabe der Kulturart nur noch insoweit erforderlich, als für jedes Besitzstück nur anzugeben ist, welcher Kulturart dasselbe hauptsächlich angehört.

Für steuerliche Zwecke bedarf es der Angabe der Kulturart im Steuerkataster besonders deshalb, um bei Teilungen von Grundstücken den Reinertragswert der Teilstücke nach den einzelnen Kulturklassen richtig berechnen zu können. Ausserdem kommt es bei Provocation einer

Zusammenlegung darauf an, den Gesamtbesitz an Ackerland aus dem Kataster zu ersehen, weil die Zusammenlegung bei Ackerland erst eingeleitet werden kann, wenn der Antrag von den Besitzern des vierten Teiles des nach dem Grundsteuerkataster vorhandenen Ackerlandes beschlossen wird. Ferner wird der Nachweis der Fläche der einzelnen Kulturarten erfordert zu der den Gemeinde- und Gutsvorständen obliegenden Aufstellung des Anhangs zur Staats-Einkommensteuerliste, laut Muster A, zu Artikel 38 der Ausführungs-Anweisung vom 6. Juli 1900, zum Einkommenssteuergesetz. Aus diesen und andern Gründen möchte, wenn einmal die Aufstellung eines anderweiten abgekürzten Katasters in Erwägung kommen sollte, von der Beseitigung der Kulturbezeichnung abzusehen und nur die Angabe der Klasse abzuschaffen sein; es fragt sich aber, wie zu verfahren ist, wenn ein Grundstück, dessen Inhalt und Reinertragswert für jede Kulturart ohne Rücksicht auf die Klassen summarisch angegeben ist, einer Teilung unterliegt und dann der Wert für jedes Teilstück ermittelt werden muss.

In vielen Fällen, wo die Teilung eines Planstücks stattfindet, wird es genügen und sowohl den Wünschen der beteiligten Grundbesitzer, als auch den thatsächlich bestehenden Verhältnissen am besten entsprechen, wenn der bisherige Gesamtwert der Parzelle gleichmässig nach Verhältnis der Fläche auf die Teilstücke verteilt wird. Dies ist besonders dann angebracht, wenn es sich um die Teilung eines schon länger bewirtschafteten Zusammenlegungsplanes handelt, der aus Teilen von verschiedenen alten Besitzstücken verschiedener Bonität zusammengesetzt ist. Fast jeder Planempfänger ist darauf bedacht, sein Grundstück so zu verbessern, dass dasselbe gleichmässig bewirtschaftet werden kann. Alle den Plan durchschneidenden alten Wege und Unlandsflächen werden in ertragsfähiges Land umgewandelt, Vertiefungen ausgefüllt, Rücken abgetragen u. s. w., so dass die ursprüngliche Bonitierung keine Bedeutung mehr behält. Bei Verschiedenheit des Bodenwertes kann unter Umständen die Teilung auch so eingerichtet werden dass jedem Trennstück gleichmässig gutes und schlechtes Land zugeteilt wird. Ausserdem ist aber nach Ziffer 4 in § 36 der Katasteranweisung I gestattet, dass unter Zuziehung von Sachverständigen an Ort und Stelle eine andere Ermittelung des Reinertrags als diejenige nach der Grundsteuer-Einschätzung vorgenommen wird. Immerhin werden noch Fälle genug übrig bleiben, wo der Reinertrag der Teil- und Trennstücke durch Berechnung des Wertes aus den einzelnen Klassenabschnitten gefunden werden muss. Dazu wäre nur nötig, dass die Bonitierung, sei es diejenige zur Grundsteuerveranlagung oder die Zusammenlegungs-Bonitierung, vollständig in der Gemarkungskarte zur Darstellung gebracht wird.

Der Katasterkontroleur ist dann in der Lage, den Inhalt der einzelnen

Klassenabschnitte zu berechnen und daraus den Wert für jedes Teilstück zusammen zu stellen. Ein dabei gegen das Soll sich zeigender Unterschied müsste angemessen verteilt werden. Um die bei dieser Berechnung etwa hervortretenden grösseren Unterschiede untersuchen zu können, wäre es nötig, jedem neuen Kataster eine Zusammenstellung der Klassen und Berechnung des Reinertrags beizugeben.

Für zusammengelegte Gemarkungen würde eine Abschrift des Planverzeichnisses erforderlich sein, während für andere nachträglich neu vermessene Gemarkungen die Grösse jedes Klassenstücks wie bisher neu berechnet und aus dem Flächenberechnungsheft ersichtlich gemacht werden müsste, wie die Inhalte der Teilstücke ermittelt sind. Bei späterer nochmaliger Teilung von Trennstücken würde auf die Berechnung der vorangegangenen Teilung zurückzugreifen sein. Dass ein Kataster auch ohne die Klassifikation der Grundstücke nach Bodenwerten geführt werden kann, sehen wir unter andern aus dem ältern bis zum Jahre 1876 in Geltung gewesenen ehemals kurhessischen Kataster.

Die in diesem Kataster nachgewiesenen Grundstücke sind nach dem Bodenwert in besondere Klassen-Abschnitte für die Einschätzung zerlegt und die Werte jeder Parzelle nach dieser Schätzung berechnet, die ihrerseits wieder als Maasstab für die Steuerverteilung gedient hat. Im Kataster wurde aber nur der Gesamtwert und der darauf berechnete Steuerbetrag jeder Parzelle je in einer Summe nachgewiesen.

Das Verfahren ist in dem Ministerial-Ausschreiben vom 12. April 1833, durch welches die Neumessung der Grundstücke und die Neueinschätzung derselben zur Steuer angeordnet war, näher beschrieben und als Rectifikation des Katasters bezeichnet. Dasselbe bestand darin, dass der Grundbesitz jeder Gemarkung nach dem Ertragswert neu eingeschätzt und nach Maassgabe desselben, sowie unter Vergleichung mit dem Ergebnis der Einschätzung anderer Gemarkungen der Steuersatz für die ganze Gemarkung festgestellt und auf die einzelnen Parzellen nach Maassgabe des für jede derselben geschätzten Wertes verteilt wurde. Eintragung der Wertsklassen in die Karte, oder in Coupons fand nicht statt.

Für jede ertragsfähige Parzelle kam nur eine einzige Klasse oder die Quote aus 2 bis 3 Klassen zum Ansatz mit Angabe der betreffenden Kulturart; bei später vorkommenden Teilungen hatte man es dann immer mit derselben Klasse oder Quote von Klassen zu thun.

In ähnlicher Weise ist, soviel hier bekannt, in dem bisher in Geltung gewesenen Steuerkataster einiger anderen deutschen Staaten für jede nach ihrer Kulturart besonders bezeichnete Parzelle auch nur eine einzige Wertsklasse, oder die Quote aus 2 bis 3 Klassen angegeben, die auch für die Teilstücke der Parzelle massgebend bleibt. Die Bodeneinschätzung in diesen Fällen kann nur eine generelle und wahrscheinlich noch weniger ins

Einzelne eingehende sein, als diejenige, nach welcher die Grundsteuer-Einschätzung in Preussen ausgeführt ist.

Wo für die Zusammenlegung der Grundstücke eine genaue und möglichst richtige Einschätzung beschafft ist, würde es nicht zu billigen sein, wenn man diese bei der neu erforderlichen Verteilung der Grundsteuer auf die Zusammenlegungspläne und der daraus im Laufe der Zeit entstehenden Teilstücke nicht benützen und diese Gelegenheit versäumen wollte, das Kataster zu verbessern. Bei einer Erwägung darüber, ob sich die vorgeschlagene abgekürzte Aufstellung der neuen Katasterbücher zur Einführung empfehlen möchte, ist zu berücksichtigen, dass fast in jeder neu zusammengelegten Gemarkung ein Teil der Grundstücke (Ortslage, Gärten, hutefreie Parzellen) von der Zusammenlegung ausgeschlossen bleibt und für diese ebenfalls die Fläche jeder Kulturart summarisch in das neue Kataster übernommen werden muss, ferner, dass die bisher bestehende gleiche Form aller Katasterbücher verloren gehen würde.

Um aber ein abschliessendes Urteil darüber zu gewinnen, ob die vorgeschlagene abgekürzte Form der Katasterbücher gegenüber der jetzt bestehenden Einrichtung besondere Vorteile bietet und sich deren Einführung überhaupt empfiehlt, erscheint es zweckmässig, dies näher zu prüfen und zwar dadurch, dass für eine oder zwei zusammengelegte Gemeinden die neuen Katasterbücher in der abgekürzten Form aufgestellt werden und ersehen wird, wie sich während einiger Jahre die Fortschreibung nach diesen Büchern gestaltet.

Höchst erwünscht wäre es, wenn einige Kollegen, die in andern Staaten mit der Neuaufstellung und der Fortführung der Kataster zu thun haben, auf Grund ihrer Erfahrungen sich über die Angelegenheit äussern wollten.

Cassel, im Oktober 1901. Lehnert.

---

# Dividieren auf Additionsmaschinen.

Von Ing. *Kelling* in Dresden.

Rechenmaschinen, welche die Zahlen, mit denen Rechenoperationen vorgenommen werden sollen, zugleich drucken, haben den Vorzug, dass sich der Rechnende davon überzeugen kann, ob er beim Einstellen der Zahlen Fehler gemacht hat. Die ausgeführten Arten dieser druckenden Rechenmaschinen — Heinitz, Dresden — und Burroughs machine, Nottingham, England — sind aber nur Additionsmaschinen, auf denen man nicht subtrahieren kann.

Da nun die Division auf einer fortgesetzten Subtraktion beruht, so erscheint es fürs Erste unmöglich, Divisionen auf den Additionsmaschinen auszuführen.

Es ist nun interessant, dass man Divisionen auf den erwähnten Maschinen gerade so schnell bewirken kann, wie auf Maschinen mit Subtraktionsfähigkeit.

Die Methode beruht auf Folgendem:

$$a - b = a + (10^n - b) - 10^n,$$

wobei $n$ gleich der Anzahl der Stellen von $b$ ist.

Statt der gewöhnlichen Tastatur I mit den Zahlenreihen 9 — 8 — 7 . . . 1 braucht die Maschine nur mit der Doppeltastatur II mit den Zahlenreihen 9 0—8 1—7 2 . . . 1 8 versehen zu werden.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tastatur I: | 9 . | 8 | 7 | 6 | 5 | . | . | . |
| Doppeltastatur II: | 9\|0 | 8\|1 | 7\|2 | 6\|3 | 5\|4 | . | . | . |

$(10^n - b)$ lässt sich nun auf der Doppeltastatur II sehr leicht einstellen. Man zieht von $b$ 1 ab, erhält also $b - 1$ und stellt die Zahl $b - 1$ auf der Doppeltastatur II ein, indem man die auf den Tasten rechts gelegenen Zahlen aufsucht. Da die rechten Zahlen mit den auf denselben Tasten befindlichen linken Zahlen sich stets zu 9 ergänzen, so bekommt man durch Einstellen von $b - 1$

$$\begin{array}{r} \text{die Zahl} \ldots\ldots 9\,9\,9\,9 \\ -(b-1) \\ \hline 10^n - b. \end{array}$$

Will man z. B. (1000—876) einstellen, so drückt man auf den rechten Tasten die Zahl 875. Die linken Zahlen der gedrückten Tasten geben 124,

$$1000 - 875 = 124.$$

Für die Subtraktion $a - b = a + (10^n - b) - 10^n$, drückt man zuerst auf den rechten Tasten $(b - 1)$ und dann, nachdem die Kurbel der Maschine gedreht worden ist, auf den linken Tasten $a - 10^n$, oder man drückt auf den linken Tasten $a$, dreht und zieht vom Resultat $10^n$ ab.

$$\text{Z. B.} \begin{array}{r} 2\,3\,4\,5\,6 \\ -\ 7\,8\,9\,0 \end{array}.$$

Man drückt die rechten Tasten 7 8 8 auf den Tausender-, Hunderter- und Zehnertasten (die linken Zahlen geben dann 2 1 1 0).

Dann drückt man die linken Tasten von den Einern angefangen: 6 . 5 . 4 . 3 . (2—1), so dass man die Zahl 1 3 4 5 6 eingestellt hat.

$$\begin{array}{r} 2\,1\,1\,0 \\ +\,1\,3\,4\,5\,6 \\ \hline 1\,5\,5\,6\,6 \end{array} = \begin{array}{r} 2\,3\,4\,5\,6 \\ -\ \ 7\,8\,9\,0 \\ \hline 1\,5\,5\,6\,6 \end{array}$$

Die Division ist eine fortgesetzte Subtraktion.

Wenn man eine Zahl durch eine andere dividieren will, sucht man die Zahl, welche angiebt, wieviel mal der Divisor sich vom Dividenden abziehen lässt: z. B. $8 : 2 = 4$.

Der Divisor 2 lässt sich 4mal vom Dividenden 8 abziehen.

Das Subtrahieren kann auf der Additionsmaschine ohne Weiteres nicht bewerkstelligt werden, deshalb muss man fortgesetzt $10 - 2 = 8$ addieren und soviel mal 10 abziehen, wieviel mal man addiert hat.

Also: $8 : 2 = 4$

$+ 8$ . . . . . . 1mal addiert

16 — 10 da 6 grösser als 2 ist, kann nochmals addiert werden,

$+ 8$ . . . . . . 2mal 8 addiert

24 — 20 da 4 grösser als 2 ist, kann nochmals addiert werden,

$+ 8$ . . . . . . 3mal 8 addiert

32 — 30 da $2 = 2$ ist, kann nochmals addiert werden,

$+ 8$ . . . . . . 4mal 8 addiert

40 — 40.

Es ist hiernach 2 viermal abgezogen worden und der Rest ist 0.

Allgemein: Wenn man zu einer Zahl $a$ $(10^n - b)$ $m$ mal addiert, so muss man $10^n\, m$ abziehen um $a - m\,b$ zu erhalten; denn

$$a + (10^n - b)\, m - 10^n m = a - b\, m$$

$$\text{oder } a + (10^n - b)\, m = a - b\, m + 10^n m.$$

Wenn $a - bm = 0$ ist, so geht die Zahl $b$ in der Zahl $a$ $m$ mal und zwar ohne Rest auf.

Bleibt ein Rest, so nimmt man die nächste Stelle herunter, zieht aber $10^n m$ nicht ab, da man an $10^n m$ gleich ablesen kann, dass der Divisor $m$ mal im Dividenden vorhanden war.

Im Folgenden soll nun an einem ferneren Beispiel die gewöhnliche Subtraktionsdivision der Additionsdivision gegenübergestellt werden.

| Subtraktions-Division. | | Additions-Division. | |
|---|---|---|---|
| 2345567 : 89 = 26354 | | 2345567 : 89 (100—89=11) | |
| — 89 . . . | 1mal | + 11 . . . | 1mal |
| 145 . . . | | 245 . . . | |
| — 89 . . . | 2mal | + 11 . . . . | 2mal |
| 565 . . | | 2565 . . | |
| — 89 . . | 1mal | + 11 . . | 1mal |
| 476 . . | | 2576 . . | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 476 | | 2576 | |
| — 89.. | 2mal | + 11.. | 2mal |
| 387.. | | 2587.. | |
| — 89.. | 3mal | + 11.. | 3mal |
| 298.. | | 2598.. | |
| — 89.. | 4mal | + 11.. | 4mal |
| 209.. | | 2609.. | |
| — 89.. | 5mal | + 11.. | 5mal |
| 120.. | | 2620.. | |
| — 89.. | 6mal | + 11.. | 6mal |
| 315.. | | 26315.. | |
| — 89.. | 1mal | + 11. | 1mal |
| 226.. | | 26326.. | |
| — 89.. | 2mal | + 11.. | 2mal |
| 137.. | | 26337 | |
| — 89.. | 3mal | + 11. | 3mal |
| 486.. | | 263486.. | |
| — 89.. | 1mal | + 11 | 1mal |
| 397.. | | 263497.. | |
| — 89.. | 2mal | + 11 | 2mal |
| 308.. | | 263508.. | |
| — 89.. | 3mal | + 11 | 3mal |
| 219.. | | 263519.. | |
| — 89.. | 4mal | + 11 | 4mal |
| 130.. | | 263530.. | |
| — 89.. | 5mal | + 11 | 5mal |
| 417.. | | 2635417 | |
| — 89. | 1mal | + 11 | 1mal |
| 328.. | | 2635428 | |
| — 89.. | 2mal | + 11 | 2mal |
| 239.. | | 2635439 | |
| — 89.. | 3mal | + 11 | 3mal |
| 150.. | | 2635450 | |
| — 89.. | 4mal | + 11 | 4mal |
| Rest: 61.. | | 61 : Rest. | |

Das Interessante ist nun bei der Additions-Division, dass sich der Dividend durch das fortgesetzte Addieren zum Resultat umbildet. Es ist also möglich, auf der Additionsmaschine durch fortgesetztes Addieren

Divisionen auszuführen. Die an der Maschine ablesbare oder gedruckte Summe giebt sofort das Resultat an.

Man kann sich nun auch auf dem bedruckten Streifen sofort überzeugen ob ein Fehler gemacht worden ist oder nicht.

Der bedruckte Streifen hat bei dem vorigen Exempel folgendes Aussehen:

| | |
|---|---|
| ∨ | 2 3 4 5 5 6 7 |
| 2 | 1 1 0 0 0 0 |
| ∨ | 1 1 0 0 0 0 |
| ↑ | 1 1 0 0 0 |
| | 1 1 0 0 0 |
| 6 | 1 1 0 0 0 |
| | 1 1 0 0 0 |
| ↓ | 1 1 0 0 0 |
| | 1 1 0 0 0 |
| ∨ | 1 1 0 0 |
| 3 | 1 1 0 0 |
| ∨ | 1 1 0 0 |
| ↑ | 1 1 0 |
| | 1 1 0 |
| 5 | 1 1 0 |
| ↓ | 1 1 0 |
| | 1 1 0 |
| ∧ | 1 1 |
| 4 | 1 1 |
| ↓ | 1 1 |
| | 1 1 |
| | *Sa*: 2 6 3 5 4 6 1 |

Dass die Summe das $10^n$fache Resultat, in dem vorgelegten Falle, da 8 9 zweiziffrig ist $= 10^2 = 100$fache beträgt, erkennt man aus Folgendem:

$Sa = 2345567 + 4\,(100-89)$
$+ 50\,(100-89) + 300\,(100-89)$
$+ 6000\,(100-89) + 20000\,(100-89)$

$Sa = 2345567 + 26354\,(100-89)$

$Sa = 2345567 + 2635400 - 26354 . 89.$

Da nun aber $26354 . 89 = 2345567 - 61$ ist, so ist

$Sa = 26354 . 100 + \text{Rest } 61.$

Zur Kontrolle der auf dem bedruckten Streifen zu ersehenden Rechnung ergeben sich folgende Regeln:

1.) Die einzelnen Summanden müssen stets dieselbe Zahl sein.

2.) Die Anzahl der einzelnen Summanden hintereinandergesetzt müssen die *Sa* ergeben.

Betrachtet man den bedruckten Streifen, so findet man:

zu 1.) Es ist stets (100—89) also 11 eingestellt gewesen.

zu 2.) 2, 6, 3, 5, 4 = 2 6 3 5 4.

Das Exempel ist mithin auf der Maschine richtig gerechnet worden.

Das Rechnen des Exempels 2 3 4 5 5 6 7 : 8 9 geschieht nun auf der Additionsmaschine mit Doppeltastatur, wie folgt:

| | |
|---|---|
| Stelle auf den linken Tasten ein: | 2 3 4 5 5 6 7 |
| Drehe einmal, es entsteht: | 2 3 4 5 5 6 7 |
| Stelle auf den rechten Tasten (89—1) ein | 8 8 |
| Da die erste Zahl von 8 8 links oben 2 ist, drehe 2mal, es entsteht dann: | 2 5 6 5 5 6 7 |
| Da 5 6 kleiner als 8 9 ist, stelle 8 8 (rechts) eine Stelle nach rechts verschoben ein: | 8 8 |

| | |
|---|---|
| Da die 2te Zahl von links jetzt 5 ist, drehe zunächst 5mal; es entsteht: | 2 6 2 0 5 6 7 |
| Da jetzt 6 an 2ter Stelle steht, so drehe nochmals. Es entsteht: | 2 6 3 1 5 6 7 |
| Da 3 1 kleiner als 8 9 ist, stelle 8 8 (rechts) eine Slelle nach rechts verschoben ein: | 8 8 |
| Da die 3te Zahl von links jetzt 3 ist, so drehe 3mal. Es entsteht: | 2 6 3 4 8 6 7 |
| Da 4 8 kleiner als 8 9 ist, so verschiebe 8 8 (rechts) wieder um eine Stelle nach rechts: | 8 8 |
| Da die 4te Zahl von links 4 ist, drehe zunächst 4mal. Es entsteht: | 2 6 3 5 3 0 7 |
| Da 5 entstanden ist, drehe nochmals: | 2 6 3 5 4 1 7 |
| Da 4 1 kleiner als 8 9, verschiebe 8 8 nach rechts: | 8 8 |
| Drehe zunächst 4mal, es entsteht: | 2 6 3 5 4 6 1 |
| Da 6 1 kleiner als 8 9, so ist die Zahl 6 1 Restzahl. | |
| Will man Dezimalen berechnen, so muss man eine 0 anhängen, also: | 2 6 3 5 4 6 1 0 |
| 8 8 eingestellt: | 8 8 |
| 6mal gedreht, ergiebt: | 2 6 3 5 4 6 7 6 0 |
| 8 8 eingestellt: | 8 8 |
| Zunächst 7mal, dann noch 1mal gedreht: | 2 6 3 5 4 6 8 4 8 . . . |

Als ferneres Beispiel möge noch 2 3 4 5 6 7 : 1 1 1 berechnet werden.

| | |
|---|---|
| Stelle 2 3 4 5 6 7 (links) ein: | 2 3 4 5 6 7 |
| Stelle (1 1 1—1) — 1 1 0 (rechts) ein: | 1 1 0 |
| Drehe 2mal; es entsteht: | 2 0 1 2 5 6 7 |
| Stelle 1 1 0 ein: | 1 1 0 |
| Drehe 1mal: | 2 1 0 1 4 6 7 |
| Stelle 1 1 0 ein: | 1 1 0 |
| Drehe 1mal: | 2 1 1 0 3 5 7 |
| Stelle 1 1 0 ein: | 1 1 0 |
| Drehe 3mal | 2 1 1 3,0 2 4 0 |
| Stelle 1 1 0 ein: | 1 1 0 |
| Drehe 2mal: | 2 1 1 3,2 0 1 8 0 |
| Stelle 1 1 0 ein: | 1 1 0 |
| Drehe 1mal: | 2 1 1 3,2 1 0 6 9 |

Der bedruckte Streifen sieht hier folgendermassen aus:

| |
|---:|
| 23456700 |
| 88900000 |
| 88900000 |
| 8890000 |
| 889000 |
| 88900 |
| 88900 |
| 88900 |
| 8890 |
| 8890 |
| 889 |
| *Sa*: 2113,21069 |

Wie sofort zu übersehen, ist richtig gerechnet worden.

Hat man sich mit dem im Vorhergehenden angegebenen Verfahren des Dividierens genügend vertraut gemacht, so wird man bei einiger Uebung auf der Additionsmaschine gerade so schnell dividieren können, wie auf einer Subtraktionsmaschine.

Ausser Division lässt sich auf der Additionsmaschine aber auch noch das Quadratwurzelziehen ausführen.

Verfolgt man die Quadrate $1^2$, $2^2$, $3^2$, $4^2$ . . . . . ,, so lässt sich $n^2$ folgendermassen berechnen:

$$n^2 = 1^2 + \underbrace{(2^2-1^2)}_{d_1} + \underbrace{(3^2-2^2)}_{d_2} + \underbrace{(4^2-3^2)}_{d_3} + \ldots \underbrace{[n^2-(n-1)^2]}_{d_n}$$

Da nun die Differenzen $d_1$, $d_2$, $d_3$ . . . . $d_n$

$$d_n = n^2 - (n-1)^2 = 2n - 1$$

sind, so ergeben sich also der Reihe nach die Zahlen: $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots [n^2-(n-1)^2] = n^2$. Man braucht also nur von $n^2$ dieZiffern dieser Reihe nach einander abzuziehen und sich zu merken, wieviel solche Ziffern $n$ man von $n^2$ abziehen kann. Bleibt dann kein Rest übrig, so ist $n$ die gesuchte Wurzel.

Z. B. $\sqrt[2]{36} = 6$

$$\begin{array}{rl} & 36 \\ -\ 1 & \ldots \text{ 1te Zahl,} \\ \hline 35 & \\ -\ 3 & \ldots \text{ 2te Zahl,} \\ \hline 32 & \\ -\ 5 & \ldots \text{ 3te Zahl} \\ \hline 27 & \\ -\ 7 & \ldots \text{ 4te Zahl,} \\ \hline 20 & \\ -\ 9 & \ldots \text{ 5te Zahl,} \\ \hline 11 & \\ -\ 11 & \ldots \text{ 6te Zahl.} \\ \hline 00 & \end{array}$$

Will man aber $\sqrt{3600}$ ziehen, so zerlegt man $\sqrt{3600} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{100} = \sqrt{36} \cdot 10$. Man verfährt also genau wie im ersten Falle; nur muss man das gewonnene Resultat mit 10 multiplizieren.

Zieht man nun die $\sqrt{1000}$, so verfährt man folgendermassen:

$$\sqrt{1000} = \sqrt{10} \cdot 10 = 3 \cdot 10 + \text{Rest } 1 \cdot 10^2$$

$$\begin{array}{rl} - 1 & . \ . \text{ 1te Zahl,} \\ \hline 9 & \\ - 3 & . \ . \text{ 2te Zahl,} \\ \hline 6 & \\ - 5 & . \ . \text{ 3te Zahl} \\ \hline 1 \cdot 10^2. & \end{array}$$

Man ist also schon zur Zahl $n = 30$ gekommen. Die Differenz von $31^2 - 30^2 = 2 \cdot 30 + 1 = 61$. Man muss folglich von 100 nun 61, 63, 65 u. s. f. abziehen.

$$\begin{array}{rl} 100 & \\ - 61 & . \ . \ . \text{ 1te Zahl} \\ \hline 39 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} \sqrt{1000} = 31, \\ \text{Rest } . \ 39 \end{array}$$

Nun denkt man sich die Subtraktionen schon bis zur Zahl 310 vorgenommen und bildet die Differenz: $311^2 - 310^2 = 2 \cdot 310 + 1 = 621$.

$$\begin{array}{rl} 3900 & \\ - 621 & . \ . \text{ 1te Zahl,} \\ \hline 3279 & \\ - 623 & . \ . \text{ 2te Zahl,} \\ \hline 2656 & \\ - 625 & . \ . \text{ 3te Zahl,} \\ \hline 2031 & \\ - 627 & . \ . \text{ 4te Zahl,} \\ \hline 1404 & \\ - 629 & . \ . \text{ 5te Zahl,} \\ \hline 775 & \\ - 631 & . \ . \text{ 6te Zahl} \\ \hline 144 & \\ & \text{u. s. f.} \end{array}$$

Das Resultat ist demnach:

$$\sqrt{1000} = 3{,}16 \ . \ . \ . \ .$$

Für das Weiterrechnen nach Multiplizieren des Restes mit 100 (nach Herabnahme der beiden nächsten Stellen), ergiebt sich nun als abzuziehende Zahl folgende:

$$(10n + 1)^2 - 10n^2 = 20n + 1.$$

Da aber die eben abgezogene Zahl $2n - 1$ war, so braucht man an die eben abgezogene Zahl + 1 nur 1 anzufügen.

Also:

$$(5 + 1)\,1 = 61 \text{ oder } (61 + 1)\,1 = 621.$$

Diese Radizierungsmethode, von Professor Töpler gefunden, war bis jetzt für die Subtraktionsmaschine schon bekannt.

Ganz analog ist diese Methode aber auch auf der Additionsmaschine möglich.

Es soll wieder das Beispiel $\sqrt{1000}$ zur Erläuterung zu Grunde gelegt werden.

Statt nun 1, 3, 5 u. s. f. abzuziehen, kann man auch 100—1, 100—3, 100—5 u. s. f. addieren, wenn man dann $100n$ wieder abzieht.

| | |
|---|---|
| $\sqrt{1000}$ | |
| + 99 | . . 1te Zahl, |
| 109 — 100 | |
| + 97 | . . 2te Zahl, |
| 206 — 200 | |
| + 95 | . . 3te Zahl |
| 301 — 300 | |

Mehr kann man nicht hinzuaddieren; denn $1 + 93$ ist kleiner als 100.

Nun muss man vom Rest 100 $20n+1$ abziehen oder $1000-(20n+1)-1000$ addieren.

Die zuletzt abgezogene Zahl $z$ ist aber $z = 100 - (2n-1)$.

Nehme ich die Zahl $(z-2)$ 10mal, so wird:

$$10(z-2) = 1000 - 20n - 10.$$

Die abzuziehende Zahl soll aber $1000 - 20n - 1$ sein.
Demnach muss man zu $10(z-2)$ noch 9 hinzuaddieren.

Also:

| | |
|---|---|
| 3 0 1 0 0 | |
| + 9 3 9 | . . . . 1mal |
| 3 1 0 3 9 0 0 | |
| + 9 3 7 9 | . . 1mal |
| 3 1 1 3 2 7 9 | |
| + 9 3 7 7 | . . 2mal |
| 3 1 2 2 6 5 6 | |
| + 9 3 7 5 | . . 3mal |
| 3 1 3 2 0 3 1 | |
| + 9 3 7 3 | . . 4mal |
| 3 1 4 2 4 0 4 | |
| + 9 3 7 1 | . . 5mal |
| 3 1 5 1 7 7 5 | |
| + 9 3 6 9 | . . 6mal |
| 3 1,6 0 1 4 4 | |

Es ergiebt sich hieraus folgende Regel:

Man addiert 99, 97 u. s. f. bis der Rest + die neu zu addierende Zahl kleiner als 100 ist, dann zieht man von der zuletzt addierten Zahl 2 ab und fügt eine 9 an. Nun addiert man, nachdem 2 neue Stellen heruntergenommen sind, wieder solange bis der Rest + die neu zu addierende Zahl kleiner als 1000 ist. Dann zieht man von der zuletzt addierten Zahl wieder 2 ab und fügt eine 9 an und addiert diese so gewonnene Zahl u. s. f.

Für die Doppeltastatur II. vereinfacht sich diese Regel folgendermassen:

Man drückt die rechtsgelegenen Zahlen 00, 02, 04 u. s. f. und addiert dieselben solange, bis der Rest kleiner ist als die zuletzt gedrückte Zahl plus 3, z. B. $06 + 3 = 09$. Dann addiert man zu der zuletzt gedrückten Zahl wieder 2, also $06+2=08$ und fügt eine 0 an: 0 8 0 und addiert, nachdem zwei neue Stellen heruntergenommen sind, wieder solange, bis der Rest kleiner ist als die zuletzt gedrückte Zahl plus 3. Dann addiert man zu dieser Zahl wieder 2 und fügt eine 0 an u. s. f.

Zur nochmaligen Erläuterung der Methode sei Folgendes zu berechnen:

| | | |
|---|---|---|
| $\sqrt{308025}$ | | |
| + 99 | + 00 | Dies sind die auf der Doppeltastatur II. rechts zu drückenden Zahlen. |
| 129 | | |
| + 97 | + 02 | |
| 226 | | |
| + 95 | + 04 | |
| 321 | | |
| + 93 | + 06 | |
| 414 | | |
| + 91 | + 08 | |
| **50**580 | | |
| + 899 | + 100 | |
| 51479 | | |
| + 897 | + 102 | |
| 52376 | | |
| + 895 | + 104 | |
| 53271 | | |
| + 893 | + 106 | |
| 54164 | | |
| + 891 | + 108 | |
| **55**05525 | | |
| + 8899 | + 1100 | |
| 5514424 | | |
| + 8897 | + 1102 | |
| 5523321 | | |
| + 8895 | + 1104 | |
| 5532216 | | |
| + 8893 | + 1106 | |
| 5541109 | | |
| + 8891 | + 1108 | |
| **555**0000 | | |

Der bedruckte Streifen sieht folgendermassen aus:

| |
|---|
| 308025 |
| 990000 |
| 970000 |
| 950000 |
| 930000 |
| 910000 |
| 89900 |
| 89700 |
| 89500 |
| 89300 |
| 89100 |
| 8899 |
| 8897 |
| 8895 |
| 8893 |
| 8891 |
| *Sa*: 5550000 |

Es ist leicht zu übersehen, dass richtig gerechnet worden ist.

$\sqrt{308025}$ ist also 555.

Zum Schluss sei noch bemerkt, dass die Additionsdruckmaschine zwar sehr brauchbar aber noch lange nicht das Ideal ist. Meines Erachtens müssten sich beim Niederdrücken der Tasten (von den Einern nach den Zehnern hin oder auch beim gleichzeitigen Drücken mehrerer Ziffern) die Zahlen sofort einstellen und gedruckt werden, so wie die Schreibmaschine die Typen druckt.

Zum Multiplizieren müsste eine Einrichtung getroffen sein, mittelst deren man erst den einen Faktor einstellt und dann die Einer des andern Faktor drückt. Dadurch müsste der erste Faktor sofort mit den Einern multipliziert werden und der eingestellte Faktor sich selbstthätig so verschieben, dass, wenn man die Zehner drückt, die Zahl sofort mit den Zehnern multipliziert wird u. s. f.

# Über die Säkularabnahme der magnetischen Deklination zu Potsdam.

Vor kurzem hat der Vorstand des magnetischen Observatoriums des K. Preuss. Meteorolog. Instituts, Prof. Dr. Eschenhagen*), die Werte der magnetischen Deklination (sowie die der übrigen erdmagnetischen Elemente, die aber für die Topographie nicht in Betracht kommen) zu Potsdam nach den nunmehr 11jährigen Registrierungen der dortigen Instrumente mitgeteilt.**) Zu dieser Mitteilung möchte ich mir hier einige Bemerkungen erlauben.

Die Zahlen für die Deklination, als Mittel der stündlichen Werte für alle Tage des Jahres gebildet (so dass sie als normale Zahlen je für die Jahresmitte gedacht werden können), für die Jahre 1890 bis 1900. rückwärts angeordnet, sind die folgenden:

| | | |
|---|---|---|
| 1900 . . . . . . . . | 9° | 56′,3 *W.* |
| 1899 . . . . . . . . | 10 | 0,7 |
| 1898 . . . . . . . . | 10 | 5,0 |
| 1897 . . . . . . . . | 10 | 9,7 |
| 1896 . . . . . . . . | 10 | 14,3 |
| 1895 . . . . . . . . | 10 | 19,9 |
| 1894 . . . . . . . . | 10 | 25,4 |
| 1893 . . . . . . . . | 10 | 31,3 |
| 1892 . . . . . . . . | 10 | 36,2 |
| 1891 . . . . . . . . | 10 | 42,2 |
| 1890 . . . . . . . . | 10 | 48,7 |

Der Verfasser, der a. a. O. statt dieser Zahlen nur die säkulare Abnahme von Jahr zu Jahr bis zu 1900 (mit 9° 56′,3) angiebt, sagt dazu: „Man sieht aus diesen Zahlen und noch besser aus der Reihe der absoluten Werte, wenn man dieselben in einer Kurve aufträgt, dass die jährliche Abnahme bei der Deklination sich im Laufe des letzten Decenniums in Potsdam verringert . . . . . ., jedoch erscheint der Zeitraum von zehn Jahren noch nicht lang genug, um diese Aenderung als quadratisches Glied hinreichend sicher zu ermitteln, um so weniger als dann verfrühte Folgerungen für das Eintreten von Umkehrpunkten daraus abgeleitet werden würden. Vorläufig wird man also, wenn man sich mit einer linearen Formel begnügt, mit der mittleren Säkularvariation zu rechnen haben." Eschenhagen nimmt deshalb für die Deklination, indem er vom Wert des Jahres 1900 ausgeht und die durchschnittliche Säkularabnahme für

*) Wenige Tage nach Absendung der hier folgenden Notiz ist zu meinem grossen Bedauern der Tod des verdienstvollen Gelehrten angezeigt worden.

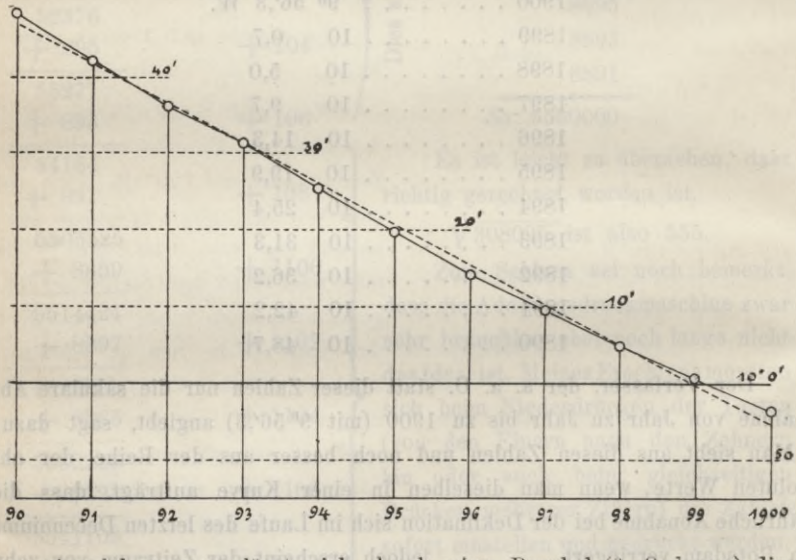
**) Annalen der Physik, IV. Folge 6, 1901. S. 424—427.

1890 bis 1900 gleich $\frac{1}{10}$ der Gesamtabnahme von 52′,4 setzt, den Ausdruck an

$$(1) \qquad D_x = 9^0\,56',3 + 5',2\,(1900 - x)$$

Was nun zunächst das Bild der Deklinationswerte angeht, so ist es durch beistehende Skizze dargestellt, die Linie der thatsächlich beobachteten Deklinationen ist hier von Jahrpunkt zu Jahrpunkt geradlinig ausgezogen; die gestrichte gerade Linie - - - - - - - entspricht (wie schon die Abweichung bei 1900 zeigt) nicht der Eschenhagen'schen Gleichung (1), sondern der ausgleichenden Geraden (2) s. u.

Die gebrochene Linie, die die Beobachtungspunkte verbindet, verläuft nun aber, von einer Störung bei 1893 abgesehen, mit so auffallender Regelmässigkeit, dass man trotz der Warnung von Eschenhagen dem Versuch nicht widerstehen kann, die Frage zu beantworten:




um wie viel genauer lässt sich durch eine Parabel (2. Ordnung) diese Linie interpolatorisch ersetzen, als durch eine gerade Linie? Schon im Interesse genauer Interpolation selbst ist die Aufgabe keineswegs müssig, und, jene Warnung in Ehren, möchte man denn nicht durch eine solche interpolatorische Linie doch eine auf mässige Entfernung ausgedehnte Extrapolation ermöglichen, d. h. eine auf nicht zu fern liegende Zeit sich erstreckende Prognose gewinnen? Dazu reichen nun doch die 10 Beobachtungsjahre wohl aus; dass die aus der parabolischen Interpolation z. B. für 1905 prognosticierte Deklination besser sein wird als die durch Verlängerung der geraden Interpolationslinie sich ergebende kann nicht zweifelhaft sein.

So glaubt der Verfasser dieser Zeilen doch die Ergebnisse der zwei nach dieser Ueberlegung angestellten Rechnungen hier mitteilen zu sollen.

Wenn man die Linie der Beobachtungspunkte durch eine ausgleichende Gerade mit der Forderung $[v\,v] = min.$ ersetzt, so erhält man mit den zwei Unbekannten:

$$y = 9^0\,50',0 + \varDelta y = \text{ausgegl. Deklination im Jahr 1900, und}$$
$$x = 5',0 + \varDelta x \quad = \text{Abnahme pro Jahr}$$

nach den oben mitgeteilten Beobachtungszahlen Verbesserungsgleichungen von der Form:

$$\begin{aligned} v_1 &= \varDelta y - 6{,}3 \\ v_2 &= \varDelta y + 1\,.\,\varDelta x - 5{,}7 \\ v_3 &= \varDelta y + 2\,.\,\varDelta x - 5{,}0 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ v_{11} &= \varDelta y + 10\,.\,\varDelta x - 8{,}7. \end{aligned}$$

Da in ihnen allen $\varDelta y$ mit dem Koeffizienten 1 auftritt, so könnte man nach der bekannten Regel diese eine Unbekannte eliminieren; doch ist bei den einfachen Zahlen an Rechnungsarbeit damit nichts erspart. Bildet man also die Normalgleichungen für $\varDelta y$ und $\varDelta x$, so erhält man:

$$\left.\begin{aligned} \underline{11}\,.\,\varDelta y + 55\,.\,\varDelta x - 64{,}7 = 0 \\ 55\,.\,\varDelta y + \underline{385}\,.\,\varDelta x - 349{,}4 = 0 \end{aligned}\right\} \; [ll] = 396{,}6;$$

zu ihrer Auflösung braucht man, wie an diesem Beispiel auch für andere Fälle bemerkt sein mag, weder Logarithmentafel noch Rechenmaschine, da $[ab] : [aa]$ die bequeme Zahl 5 ist, die Kopfrechnung gestattet (ebenso wie bei der Umstellung der Normalgleichungen die Zahl $\frac{1}{7}$ erscheint; überall wo sich solche Zahlen zeigen, sollte man sich dies auch zu Nutze machen, indem man im Kopf rechnet!) Die Auflösung giebt

$$\begin{array}{lll} \varDelta x = +\,0',235 & \varDelta y = +\,4',71 & [ll.2] = 9{,}9 \\ p_x = 110 & p_y = 3{,}14 & = \underline{[v\,v]} \text{ oder} \\ \hline y = 9^0\,54',71, & x = 5',235, & \text{und} \end{array}$$

$m_1$ (m. F. der Gewichtseinheit, d. h. hier eines Jahrespunkts)

$$= \sqrt{\frac{9{,}9}{9}} = \pm\,1',05;$$

die Beobachtungspunkte könnten also durch die ausgleichende gerade Linie ersetzt werden

$$(2) \qquad y = 9^0\,54',71 + 5',235\ (1900 - t),$$

wo $t$ die Jahreszahl bedeutet.

Die Linie (2) ist in die obige Skizze als - - - - eingetragen. Bildet man die ihr entsprechenden $v$ nach (2), quadriert und addiert, so ergiebt sich in guter Uebereinstimmung mit $[ll.2]$ die Zahl 9,92. Wie zu erwarten, ist die Linie fast genau parallel zur Eschenhagen'schen (1); dass aber (2) ebensowenig geeignet ist, die Linie der Beobachtungspunkte zu ersetzen, zeigt schon die starke Abweichung der Zahl $9^0\,54',7$ für 1900 von der Beobachtung $9^0\,56',3$, die aus naheliegenden Gründen bei (1) verwendet ist. Für die geradlinige Extrapolation, für die unmittelbar auf 1900 folgenden Jahre, ist damit selbstverständlich (1) besser als (2), im ganzen aber vermag, wie gesagt, (1) nicht besser als (2) die Beobachtungen zu ersetzen.

Dass eine parabolische Linie (2. Ordnung) hiezu viel besser imstande sein muss, zeigt der erste Blick auf die Skizze. Nehmen wir also die Form an

$y + nx + n^2 z$, so erhalten wir mit

$y = 9^0\,50',0 + \Delta y$ und

$x = 5',0 + \Delta x$ Verbesserungsgleichungen von der Form:

$$
\begin{aligned}
v_1 &= \Delta y - 6{,}3 \\
v_2 &= \Delta y + \Delta x + z - 5{,}7 \\
v_3 &= \Delta y + 2\,.\,\Delta x + 4z - 5{,}0 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots \\
v_{11} &= \Delta y + 10\,.\,\Delta x + 100z - 8{,}7\ ;
\end{aligned}
$$

setzt man hier noch, um den Verbesserungsgleichungen gleichmässigere Koeffizienten zu geben

$w = 25z$, so wird

$$
\begin{aligned}
v_1 &= \Delta y - 6{,}3 \\
v_2 &= \Delta y + \Delta x + 0{,}04w - 5{,}7 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots \\
v_{11} &= \Delta y + 10\,.\,\Delta x + 4{,}00w - 8{,}7.
\end{aligned}
$$

Auch hier könnte man auf bekanntem Weg vor Bildung der Normalgleichungen die erste Unbekannte, die überall mit demselben Koeffizienten vorkommt, eliminieren. Sieht man davon ab, so lauten die Normalgleichungen für $\Delta y$, $\Delta x$ und $w$:

$$
\left.
\begin{aligned}
\underline{11}\,.\,\Delta y + 55\,.\,\Delta x + 15{,}40\,w - 64{,}7 &= 0 \\
\ldots\ldots + \underline{385}\,.\,\Delta x + 121{,}0\,w - 349{,}4 &= 0 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots + \underline{40{,}53}\,w - 104{,}5 &= 0
\end{aligned}
\right\} \quad [ll] = 396{,}6
$$

und ihre Auflösung giebt:

$\Delta y = 6',25 \pm 0',25$; $\Delta x = -0',80 \pm 0',10$; $w = +\ 2',60 \pm 0',25$ also

$z = +\,0',104 \pm 0',01,$

ferner $[ll\,.\,3] = [vv] = 0{,}80$

$$m = \sqrt{\frac{0{,}80}{11-3}} = +\,0',32$$

Die beiden Zahlen 0,80 = $[v\,v]$ und $m = \pm\, 0',32$ im Vergleich mit den bei (2) sich ergebenden 9,9 = $[v\,v]$ und $m = \pm\, 1',05$ zeigen doch unzweifelhaft, dass die oben erwähnte quadratische Interpolationsrechnung gerechtfertigt ist. Man hätte also statt (1) (oder (2))

$$y = 9^0\,56',25 + 4',20\,(1900 - t) + 0',104\,(1900 - t)^2 \qquad (3)$$
$$\pm 0',25 \qquad \pm 0',10 \qquad\qquad \pm 0',01$$

wo $t$ die Jahrzahl bedeutet; die beigesetzten m. F. der einzelnen Koeffizienten sind klein und insbesondere zeigt der Wert von nur $\pm$ 0,01 für $z = 0',104$ also $\frac{m_z}{z} = 0{,}1$ die Berechtigung der Form (3). Für $t = 1900$ ergiebt sich $Y = 9^0\,56',25$, wie bei (1) nicht abweichend von dem Beobachtungswert $9^0\,56',3$.

Wie schon oben angedeutet, hatte Eschenhagen ganz Recht zu sagen, dass die Bestimmung der Umkehrpunkte aus der interpolatorischen Formel wenig Wert hätte (— man würde aus (3) durch Bildung der Ableitung nach $t$, gleich 0 gesetzt, erhalten

$$4{,}20 + 0{,}208\,(1900 - t_0) = 0 \text{ oder}$$
$$1900 - t_0 = \text{rund} - 20,$$

so dass also das Min. ungefähr auf 1920 fallen würde; um dieses Jahr wäre also die säkulare Veränderung der Deklination in Potsdam unmerklich —), denn dazu ist das vorhandene Kurvenstück zu kurz; es ist nicht minder richtig, dass die Ausrechnung der m. F. stark extrapolierter Zahlen nach (3) oder gar nach (2) in diesem Fall gar keinen Maassstab für die wirkliche Unsicherheit dieser Zahlen geben kann.

Aber immerhin darf gesagt werden, dass eine Deklinations-Prognose für wenige Jahre nach (3) viel grössere Wahrscheinlichkeit hat, als die nach (1), d. h. dass z. B. die Annahme für Potsdam von

(4) $\left\{\begin{array}{l}9^0\,35',5 \text{ für 1905 nach (3) jedenfalls viel besser ist als} \\ 9^0\,30{,}0 \text{ nach (1), und ebenso sogar noch die Annahme}\end{array}\right.$

(5) $\left\{\begin{array}{l}9^0\,25' \text{ für 1910 besser als} \\ 9^0\;\;4' \text{ nach (1).}\end{array}\right.$

Doch entfernen sich allerdings die Zahlen (5) in der Abscissenrichtung bereits viel zu weit von den Beobachtungspunkten, als dass sie auf wenige Minuten zuverlässig sein könnten; dass die Ausrechnung der Funktionsgewichte auf sehr kleine m. F. führt, ändert hieran nichts. — Eine andere Form als (3) für die Interpolationsgleichung anzunehmen, hätte ebenso keinen Wert; durch andere algebraische Formen, z. B. mit einem Glied $(1900 - t)^3$ oder $(1900 - t)^4$ lässt sich ja $[v\,v]$ noch weiter herabbringen, nach der Lagrange'schen Interpolationsformel mit einer algebraischen Kurve von der 10. Ordnung sogar $[v\,v] = 0$ machen, doch hätte dies gar keine wirkliche Bedeutung. Dass aber (3) statt (1) angenommen werden sollte, zeigten die m. F. unzweideutig; die Säkularabnahme der Deklination in Potsdam beträgt zur Zeit nicht mehr 5',2 wie es (1) ausdrückt*), sondern nur noch

$$4',20 \cdot n - 0',104\, n^2$$

wo $n$ eine kleine Anzahl von Jahren nach 1900 bedeutet.

Hammer.

# Ueber den Quadratnetzstecher.

Von *Roedder*, Kgl. Oberlandmesser.

Ueber den in dieser Zeitschrift 1898 S. 526 und 1899 S. 559 beschriebenen Quadratnetzstecher sind jetzt eine Reihe von Erfahrungen gesammelt worden.

Wie gut sich der Apparat bewährt, möge aus der folgenden, mir von der königlichen Generalkommission ausgestellten Bescheinigung ersehen werden.

„Der Mechaniker Richard Schultz hierselbst, Bergplatz Nr. 1/2 hat uns im Jahre 1899 einen Quadratnetzstecher nach dem Systeme Roedder geliefert.

Auf Wunsch wird hiemit bescheinigt, dass mit diesem Instrumente bereits etwa 200 Quadratnetze in unserem geodätisch-technischen Bureau gestochen worden sind, ohne dass sich ein Mangel an demselben eingestellt hat.

Die Netze genügen unseren Anforderungen.

Königsberg i. P. den 14. Nov. 1901.

Königliche Generalkommission

für die Provinz Ostpreussen

(gez.) *vom Hove.*"

Mit Herrn Schultz habe ich dahin Abkommen getroffen, dass derselbe

---

*) Geschweige 7' oder 7,5 in „Deutschland", wie immer noch in vielen ganz neuen Lehrbüchern versichert wird (vergl. z. B. Baule, Lehrbuch der Vermessungskunde, 2. Auflage, Leipzig 1901, S. 109: „jetzt" jährliche Abnahme 7',5; wo?; Brathuhn, Lehrbuch der Markscheidekunst, 3. Auflage, Leipzig 1902, S. 15: Clausthal „zur Zeit" jährliche Abnahme 6—7'). Warum kann doch die für „jetzt" und für jeden Punkt in Deutschland falsche Zahl von 7' nicht endlich verschwinden? (Vergl. auch meine Anzeige von Lenz, unlängst hier, S. 579.)

Angemerkt sei hier auch noch, dass in der Publikation von Eschenhagen auch die in Potsdam seit 1890 beobachteten Amplituden der täglichen Oscillation genau angeführt sind: die Sommeramplitude war am grössten mit 12' bis 13' in den Jahren 1892 bis 1895, in denselben Jahren betrug die Winteramplitude rund 7' fünf Jahre später, 1898 bis 1900, war die Sommeramplitude auf rund 9', die Winteramplitude auf rund 5' gesunken, so dass in dieser Variation die Sonnenfleckenperiode sehr deutlich sich ausprägt.

Quadratnetzstecher nur an mich liefert und ich dieselben, nach sorgfältiger Prüfung, weiter gebe.

Eventuelle Bestellungen bitte ich daher an mich zu richten. Ein Apparat, Normalformat mit sämtlichem Zubehör und Verpackung kostet frei Bahnhof bezw. Post hier 450 Mk.

Bei dieser Gelegenheit möchte ich der, auch im Kreise der Fachgenossen bereits verbreiteten Ansicht Ausdruck geben, dass er keinen rechten Zweck mehr zu haben scheint zu mancherlei Karten, an die einerseits grosse Genauigkeitsansprüche gestellt, die andererseits weder der Witterung, noch mechanischen Beschädigungen ausgesetzt, noch gerollt, sondern stets flachliegend aufbewahrt und in Mappen transportiert werden, ferner noch Papier zu verwenden, das auf Leinwand aufgeklebt worden ist. Es sind dies vor allem die sogenannten Verfahrenskarten der Auseinandersetzungsbehörde, die nur gelegentlich des Rezessvollziehungstermins den Beteiligten vorgelegt, sonst aber stets am Stationsort aufbewahrt werden. Der durch das Aufziehen entstandene Einsprung und die spätere viel grössere Ausdehnungsveränderlichkeit des aufgezogenen Papiers gegenüber dem unaufgezogenen, wird als sehr lästig empfunden. Bei längerer Aufbewahrung leidet das erstere überdies mehr durch Motten- und Wurmfrass, als das letztere Papier.*)

Schliesslich möchte ich noch erwähnen, dass m. E. nach jede geometrische Karte und jeder Lageplan, den geograpsischen Karten entsprechend, mit der Nordrichtung nach oben, parallel dem einen Rande orientiert werden müsste, wobei, je nach der darzustellenden Figur, die Wahl zwischen der Längs- und Breitenrichtung frei zu lassen wäre. Die Schrift müsste aber immer senkrecht zur Nordrichtung stehen. Voraussichtlich würde bei diesem Verfahren nur sehr wenig Papier mehr verbraucht werden, als bei dem jetzigen, wogegen die Orientierung aber eine bequemere, weil einheitlich, wäre.

Königsberg i. Pr. im November 1901.

# Zur Kreisbogenabsteckung.

In einem Aufsatz von Herrn Ingenieur Urbanski „Über Lösungen geodätischer Aufgaben etc.“ in der Zeitschr. des Oesterr. Ingenieur- und Architekten-Vereins, Jahrg. 1901, Nr. 35, S. 573—576, kommt der Verfasser auch auf die Absteckung der Kreisbögen zu sprechen, wobei er u. a. die Aufgabe der Bestimmung des Halbierungspunktes des Bogens für den Fall behandelt, dass der Tangentenschnittpunkt für die Absteckung

*) Seit kurzem wird zu den Verfahrenskarten hier nicht mehr aufgezogenes Papier verwendet.

nicht zugänglich oder nicht brauchbar ist (Fig. 3). Zu dieser Aufgabe hat Herr Ingenieur Holländer in Freiburg einen Zusatz gemacht (s. d. gen. Zeitschrift Nr. 43, S. 720—721), der eine bessere Auflösung der angedeuteten Aufgabe, nämlich eine sehr bequem auszuführende Kontrole für den Halbierungspunkt des Bogens mitteilt.

Diese Auflösung ist meines Wissens zuerst von mir angegeben worden in der Zeitschr. f. Verm.-Wesen 1895, S. 414—416, wo genau der auch von Herrn Holländer benützte Weg gezeigt wird. Meine damalige Notiz ist, obgleich gerade in diesem praktisch so häufigen Falle des Kreisbogens mit unzugänglichem oder unbrauchbarem Tangentenschnittpunkt und der Möglichkeit Einer zwei Punkte der gegebenen Tangentenrichtungen verbindenden Hilfsgeraden eine wirksame Kontrole für die Bogenmitte willkommen und wichtig ist, wie es scheint wenig bekannt geworden. Ich darf vielleicht durch diese Zeilen nochmals auf sie hinweisen*); im übrigen kann es mich selbstverständlich nur freuen, wenn Andere unabhängig von mir auf dieselbe Methode verfallen.

Die Bemerkung des Herrn Urbanski a. a. O. S. 721 zu dieser Lösung ist dadurch hinfällig, dass der Theodolit nicht im Punkt *B. M.* (Bogenmitte), sondern in *D* (Schnittpunkt der Halbierungslinie des Tangentenwinkels mit der Hilfslinie) aufzustellen ist.

Stuttgart. Prof. Dr. E. Hammer.

# Prüfungsnachrichten.

**K. Bayern.** Verzeichnis derjenigen Geometerpraktikanten, welche die praktische Prüfung für den bayer. Messungsdienst v. J. 1901 bestanden haben. Es sind dies die Herren:

Bayerwalter, Hans; Beck, Konrad; Bläsy, Karl; Feger, Hans; Gahm, August; Gartner, Hans; Goller, Robert; Gum, Anton; Hilple, Anton; Hilp, Otto; Kessler, Ernst; Kleber, Josef, Kohn, Heinrich; Kurz, Franz Xaver; Oestreicher, Emil; Pock, Karl; Rammelmayr, Hippolit; Rang, Andreas; Rau, Anton; Rauch, Sebastian; Reinmund, Karl; Schmidinger, Ludwig; Schmidt, Hermann, Schöpf, Christian; Schott, Otto; Stühler, Ludwig; Winter, Wilhelm u. Wittmann, Friedrich.

*) Dass ich die „Zeitschr. f. Verm.-Wesen“ nochmals in Anspruch nehme für diese Zeilen, hat darin seinen Grund, dass die Redaktion der Österr. Zeitschrift die Aufnahme dieser Notiz abgelehnt hat.

## Inhalt.



Verlag von Konrad Wittwer in Stuttgart. — Druck von Carl Hammer in Stuttgart.